

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA - UNB  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE  
E CIÊNCIA DA INFORMAÇÃO E DOCUMENTAÇÃO - FACE  
CENTRO DE ESTUDOS EM REGULAÇÃO DE MERCADOS – CERME**

**ASSET AND LIABILITY MANAGEMENT (ALM) PARA  
ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA  
COMPLEMENTAR NO BRASIL:  
Validação de um modelo de otimização com a  
aplicação a um caso prático**

**DEMÓSTHENES MARQUES**

**ORIENTADOR:  
ALEXANDRE XAVIER YWATA DE CARVALHO**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM REGULAÇÃO E GESTÃO DE  
NEGÓCIOS**

**BRASÍLIA/DF: MARÇO/2011**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA - UNB  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE  
E CIÊNCIA DA INFORMAÇÃO E DOCUMENTAÇÃO - FACE  
CENTRO DE ESTUDOS EM REGULAÇÃO DE MERCADOS – CERME**

**ASSET AND LIABILITY MANAGEMENT (ALM) PARA  
ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA  
COMPLEMENTAR NO BRASIL:  
Validação de um modelo de otimização com a  
aplicação a um caso prático**

**DEMÓSTHENES MARQUES**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO CENTRO DE ESTUDOS EM  
REGULAÇÃO DE MERCADOS DA FACULDADE DE ECONOMIA,  
ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE E CIÊNCIA DA INFORMAÇÃO E  
DOCUMENTAÇÃO DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE;

APROVADA POR:

---

**ALEXANDRE XAVIER YWATA DE CARVALHO,  
(ORIENTADOR)**

---

**JOSÉ GUILHERME DE LARA RESENDE,  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**GUILHERME NARCISO DE LACERDA,  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 19 DE MARÇO DE 2011.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

**MARQUES, DEMÓSTHENES**

**Asset and Liability Management (ALM) para entidades fechadas de previdência complementar no Brasil: validação de um modelo de otimização com a aplicação a um caso prático. [Distrito Federal] 2011.**

150 p. (CERME/FACE/UnB, Mestre, Regulação de Mercados, 2011).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação. Centro de Estudos em Regulação de Mercados.

1. Alocação – 2. Benefícios – 3. Financiamentos – 4. Gestão – 5. Investimentos – 6. Planos

I. CERME/FACE/UnB. II. Asset and Liability Management (ALM) para entidades fechadas de previdência complementar no Brasil. Validação de um modelo de otimização com a aplicação a um caso prático. [Distrito Federal]. 2011.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MARQUES, DEMÓSTHENES. Asset and Liability Management (ALM) para entidades fechadas de previdência complementar no Brasil. Validação de um modelo de otimização com a aplicação a um caso prático. Dissertação de Mestrado, 19 de março de 2011, Centro de Estudos em Regulação de Mercados; Universidade de Brasília, Brasília, DF, 150 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: DEMÓSTHENES MARQUES

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: ASSET AND LIABILITY MANAGEMENT (ALM) PARA ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR NO BRASIL.

GRAU/ANO: Mestre, 2011.

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta Dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. É também concedida à Universidade de Brasília permissão para publicação desta dissertação em biblioteca digital com acesso via redes de comunicação, desde que em formato que assegure a integridade do conteúdo e a proteção contra cópia de partes isoladas do arquivo. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Demóstenes Marques

SQSW 303 Bloco “C” Aptº 504. Sudoeste – Brasília-DF – CEP: 70673-303

E-mail: [demosthenes.marques@ig.com.br](mailto:demosthenes.marques@ig.com.br)

Dedico este trabalho à família:

Adelaide (*i.m.*), Demóstenes (*i.m.*),  
Alzira, Dagmar, Adriana e Anderson

e

Anamaria, Daniel e Alice

## **AGRADECIMENTOS**

Ao orientador: Dr. Alexandre Xavier Ywata de Carvalho;

Aos membros da Banca de Avaliação: Dr. José Guilherme de Lara Resende e Dr. Guilherme Narciso de Lacerda;

Aos colegas de trabalho Heglehyschynton Valério Marçal e Reinaldo Soares de Camargo;

A todos os colegas da FUNCEF que contribuíram para a implantação do novo modelo de ALM na Fundação;

A todos os professores do Mestrado em Regulação e Gestão de Negócios da UnB, ao Coordenador do Mestrado, Dr. Paulo César Coutinho e à Secretária Executiva do Mestrado, Márcia Nalu Gonçalves.

*“Essencialmente, todos os modelos estão errados, mas alguns são úteis”.*

**George Box**

# **Asset and Liability Management (ALM) para entidades fechadas de previdência complementar no Brasil: validação de um modelo de otimização com a aplicação a um caso prático.**

## **RESUMO**

Esta dissertação versa sobre o tema da gestão integrada de ativos e passivos, cuja expressão na língua inglesa é *Asset and Liability Management* (ALM), voltada para as Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC). O problema de pesquisa edificou-se na possibilidade de encontrar um modelo para determinar a melhor alocação possível para investimentos dos recursos garantidores de planos de benefícios – segundo critérios documentais e legalmente estabelecidos, para uma gestão de investimentos continuada. Para tanto, estabelece como objetivo geral a otimização de funções objetivo multivariadas, sujeitas a um conjunto de restrições, nos diversos segmentos de investimentos das EFPC; e como objetivos específicos: a) realizar revisão histórica e teórica sobre ALM; b) apresentar os principais modelos previdenciários sob as óticas do financiamento, da formação do valor do benefício e da abrangência da cobertura; c) abordar os naturais conflitos de interesse entre os agentes que se relacionam com os planos de benefícios e as tendências de alteração das preferências dos participantes entre poupança e consumo com a variação da expectativa de vida; e d) apresentar as restrições impostas à alocação de investimentos das EFPCs brasileiras. A metodologia utilizada é a exploratória, por meio do método de abordagem hipotético-dedutivo. Neste recorte, foi possível confirmar que os modelos de ALM por programação estocástica são adequados para o planejamento dos investimentos e acompanhamento dos riscos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar.

**Palavras-chave:** Alocação - Benefícios – Financiamentos – Gestão – Investimentos  
– Planos

# **Asset and Liability Management (ALM) for the pension funds in Brazil: validation of an optimization model with the application to a practical case.**

## **ABSTRACT**

This dissertation examines the theme of integrated management of assets and liabilities, known as Asset and Liability Management (ALM), under the perspective of Pension Funds. The research's problem was built on the possibility of finding a model to determine the best possible allocation of resources for the investment guarantors of the benefit plans – respecting documental and legal criteria for an ongoing investment management. To achieve the desired goals, a general objective is set: the optimization of multivariate objective functions , subjected to a range of restrictions on various segments of Pension Funds investments, and specific objectives: a) conduct a historical and theoretical review about ALM, b) present the main pension models under the prism of funding, formation of the benefit amount and coverage scope, c) address the natural interest conflict among agents that relate with the plans and the change on the trends of the participant's preference between savings and consumption with the variation of life expectancy, and d) present the allocation restrictions imposed to the Brazilian Pension Funds. The methodology is exploratory, using the hypothetical-deductive approach. In this survey, a confirmation that stochastic programming ALM models are adequate for Pension Funds investment planning and risk monitoring was achieved.

**Keywords:** Allocation - Benefits - Financing - Management - Investments - Plans

# ÍNDICE

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO DE LITERATURA EM ALM .....</b>	<b>20</b>
2.1 Conceitos básicos de otimização de carteiras pela Teoria da Média-Variância: .....	22
2.2 Conceitos básicos de otimização de carteiras pela técnica de imunização de carteiras de renda fixa.....	32
2.3 Otimização de carteiras de ativos sujeitas a restrições diversas – ALM.....	36
<b>3 CONTEXTUALIZAÇÃO SOBRE MODELOS PREVIDENCIÁRIOS .....</b>	<b>46</b>
3.1 Modelos de financiamento da previdência: sistemas de repartição simples <i>versus</i> sistemas de capitalização .....	47
3.2 Regras de formação do valor do benefício previdenciário: planos de Benefício Definido, planos de Contribuição Definida e planos mistos.....	48
3.3 Abrangência da cobertura dos sistemas previdenciários .....	51
3.4 Exemplos internacionais de modelos previdenciários .....	52
3.5 O sistema previdenciário e a previdência complementar no Brasil .....	54
<b>4 UMA ABORDAGEM SOBRE OS CONFLITOS DE INTERESSES .....</b>	<b>62</b>
<b>5 RESTRIÇÕES À ALOCAÇÃO DOS INVESTIMENTOS NAS EFPC, NO BRASIL.....</b>	<b>72</b>
<b>6 O MODELO DE ALM DESENVOLVIDO PARA A FUNDAÇÃO DOS ECONOMIÁRIOS FEDERAIS - FUNCEF .....</b>	<b>76</b>
6.1 Visão geral dos módulos do sistema de ALM da FUNCEF .....	80
6.2 Evolução da carteira na modelagem ALM.....	83
6.3 Determinação da carteira ótima.....	93
6.4 <i>Inputs</i> para o Modelo de ALM .....	95
<b>7 ESTUDO DE CASO: ANÁLISE DA POSSIBILIDADE DE FUSÃO DE DOIS PLANOS DE BENEFÍCIOS, SOB A ÓTICA DA GESTÃO DOS ATIVOS DE INVESTIMENTOS DESSES PLANOS .....</b>	<b>103</b>
7.1 Contextualização do estudo de caso .....	103
7.2 Especificação das simulações do ALM para estudar a fusão de planos.....	107
7.2.1 <i>Premissas atuariais</i> .....	108
7.2.2 <i>Hipóteses biométricas</i> .....	109
7.2.3 <i>Hipóteses econômicas e financeiras:</i> .....	109
7.2.4 <i>Fator de determinação do valor real ao longo do tempo</i> .....	110

<i>7.2.5 Restrições Legais e Gerenciais às Classes de Ativos:</i> .....	110
<b>7.3 Resultados das simulações e recomendações</b> .....	<b>113</b>
<b>8 CONCLUSÕES</b> .....	<b>116</b>
<b>9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>119</b>
<b>10 ANEXOS</b> .....	<b>124</b>
<b>10.1 Demonstrativo de enquadramento</b> .....	<b>124</b>
<b>10.2 Relatório de resultados e gráficos do plano Reg/Replan Saldado utilizando a Função Objetivo nº 6</b> .....	<b>125</b>
<b>10.3 Relatórios de resultados do Novo Plano e do plano hipotético utilizando a Função Objetivo nº 6 e relatórios de resultados do Reg/Replan Saldado, do Novo Plano e do plano hipotético utilizando a Função Objetivo nº 2.</b> ....	<b>141</b>

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Parâmetros do problema .....	41
Tabela 2.2 - Dimensão do problema .....	42
Tabela 2.3 - Variáveis de decisão .....	42
Tabela 6.1 – Classes de Ativos para a Macroalocação .....	79
Tabela 6.2 – Opções para a Função Objetivo .....	94
Tabela 6.3 – Retornos médios e riscos para cada classe de ativos .....	97
Tabela 7.1 - Reservas matemáticas planos de benefícios FUNCEF .....	108
Tabela 7.2 - Restrições legais e gerenciais para o Reg/Replan Saldado .....	111
Tabela 7.3 - Restrições legais e gerenciais para o Novo Plano .....	112
Tabela 7.4 – Resultados comparativos para a Função Objetivo nº 6 .....	113
Tabela 7.5 – Resultados comparativos para a Função Objetivo nº 2 .....	114

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Evolução dos modelos de otimização financeira .....	21
Figura 2.2 – Função de utilidade de um agente avesso ao risco .....	23
Figura 2.3 – Retorno e desvio-padrão para diferentes coeficientes de correlação .....	26
Figura 2.4 – Combinações de retorno esperado e desvio-padrão .....	26
Figura 2.5 – Fronteira eficiente .....	27
Figura 2.6 – Escolha de portfólio por um agente avesso ao risco.....	28
Figura 2.7 – Efeito do número de ativos sobre o risco da carteira.....	30
Figura 2.8 – Convexidade na variação dos preços de um título de renda fixa (sem cupom) causada por variações na taxa de juros .....	35
Figura 2.9 – Árvore de cenários.....	42
Figura 2.10 - Evolução de uma única classe de ativos por uma árvore de cenários.....	43
Figura 6.1 – Arquitetura dos módulos para o sistema de ALM da FUNCEF .....	82
Figura 6.2 – Trajetória do valor restante da carteira .....	90
Figura 6.3 – Trajetória para o índice de liquidez ao longo do horizonte ALM .....	91
Figura 6.4 – Trajetória para o fator de solvência ao longo do horizonte do ALM .....	92

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

<b>a.a.</b> -	ao ano
<b>ABNT</b> -	Associação Brasileira de Normas Técnicas
<b>ALM</b> -	<i>Asset and Liability Management</i>
<b>BD</b> -	Benefício Definido
<b>CALM</b> -	<i>Computer-aided Asset and Liability Management</i>
<b>CD</b> -	Contribuição Definida
<b>CGPC</b> -	Conselho Gestor de Previdência Complementar
<b>CERME</b> -	Centro de Estudos em Regulação de Mercados
<b>CMN</b> -	Conselho Monetário Nacional
<b>CNPB</b> -	Cadastro Nacional de Planos de Benefícios
<b>COPEC</b> -	Coordenação de Pesquisas e Cenários Macroeconômicos
<b>DEST</b> -	Departamento de Controle das Empresas Estatais do Ministério do Planejamento
<b>DIRIN</b> -	Diretoria de Investimentos
<b>EFPC</b> -	Entidade Fechada de Previdência Complementar
<b>FACE</b> -	Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação
<b>FI</b> -	Fundo de Investimento
<b>FII</b> -	Fundo de Investimento Imobiliário
<b>FIM</b> -	Fundo de Investimento Multimercado
<b>FIP</b> -	Fundo de Investimento em Participações
<b>FMIEE</b> -	Fundo Mútuo de Investimento em Empresas Emergentes
<b>FUNCEF</b> -	Fundação dos Economiários Federais
<b>GEMAC</b> -	Gerência de Macroalocação de Recursos e Projeções de Cenários Macroeconômicos

<b>IAPAS -</b>	Instituto da Administração da Previdência e Assistência Social
<b>IAPB -</b>	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Bancários
<b>IAPC -</b>	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Comerciantes
<b>IAPE -</b>	Instituto de Aposentadoria e Pensões da Estiva
<b>IAPI -</b>	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Industriários
<b>IAPM -</b>	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Marítimos
<b>IAPTEC -</b>	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Empregados em Transportes e Cargas
<b>INPC -</b>	Índice Nacional de Preços ao Consumidor
<b>INPS -</b>	Instituto Nacional de Previdência Social
<b>INSS -</b>	Instituto Nacional de Seguro Social
<b>LC -</b>	Lei Complementar
<b>LDI -</b>	<i>Liability Driven Investments</i>
<b>MPAS -</b>	Ministério da Previdência e Assistência Social
<b>MsC -</b>	Mestre
<b>MTPS -</b>	Ministério do Trabalho e Previdência Social
<b>NBR -</b>	Norma Brasileira
<b>PGA -</b>	Programa de Gestão Administrativa
<b>PREVIC -</b>	Superintendência Nacional de Previdência Complementar
<b>PUC -</b>	<i>Projected Unit Cost</i>
<b>RF -</b>	Renda Fixa
<b>RGPS -</b>	Regime Geral da Previdência Social
<b>RPPS -</b>	Regimes Próprios de Previdência Social
<b>RV -</b>	Renda Variável
<b>SAS® -</b>	<i>Business Analytics Software and Services</i>
<b>SDT -</b>	Saldamento

**SELIC -** Sistema Especial de Liquidação e de Custódia

**SUSEP -** Superintendência de Seguros Privados

**UnB -** Universidade de Brasília

# 1 INTRODUÇÃO

*Asset and Liability Management* (ALM) é uma expressão na língua inglesa que não tem uma tradução corrente para a língua portuguesa, mas pode ser interpretada como a gestão integrada de ativos e passivos.

O ALM em Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) é a atividade de modelagem da melhor alocação possível dos investimentos dos recursos garantidores dos planos de benefícios, considerando os retornos esperados e os riscos de cada segmento dos investimentos, atendendo às restrições legais e regulamentares, mas principalmente, respeitando os compromissos atuariais desses planos, representados pelos benefícios já concedidos e pelas projeções dos benefícios a conceder.

Entidades Fechadas de Previdência Complementar, no Brasil, são instituições que administram planos de previdência complementares à previdência pública, em regime de capitalização, para grupos restritos que podem ser: empregados de uma empresa que patrocina um ou mais planos de previdência complementar; ou grupos que se reúnem sob a organização de uma instituição para promoverem planos de previdência complementar sem o patrocínio de um empregador.

**O problema** dos gestores de investimentos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar – do qual apropriou-se esta dissertação - é encontrar a melhor alocação possível para os investimentos dos recursos garantidores dos planos de benefícios a eles confiados, respeitadas as restrições impostas pelos passivos, pela legislação e pelas características dos próprios ativos investidos.

Entretanto, sabe-se que a resposta a esse problema não é perene, pois varia em função das alterações das condições do mercado de capitais, da composição dos passivos atuariais dos planos de benefícios e da legislação.

Portanto, não basta conhecer, em um determinado instante do tempo, a melhor alocação de investimentos para um determinado plano de benefícios, pois essa alocação não será ótima no instante seguinte.

Dessa forma, prospecta-se como a melhor **solução para o problema** dos gestores o desenvolvimento de um modelo que possa, a qualquer tempo, ser alimentado pelas condições iniciais da carteira de investimentos, pelas características das classes de investimentos disponíveis e pelas restrições existentes, suportando a atividade contínua de gestão dos investimentos.

O **objetivo geral** deste estudo é, então, a validação de um modelo matemático que otimiza funções objetivo multivariadas sujeitas a um conjunto de restrições. Neste caso, a solução da otimização é encontrar as proporções ótimas de alocação dos ativos de investimentos nos diversos segmentos de investimentos permitidos pela legislação brasileira às Entidades Fechadas de Previdência Complementar.

As restrições impostas à otimização da função podem ser, entre outras, as limitações legais de alocação para cada segmento de investimento, a necessidade de liquidez prudencial dos planos de benefícios, os níveis máximos de risco estabelecidos gerencialmente para a carteira de investimentos, representados pela sua volatilidade, e principalmente os compromissos de pagamentos de benefícios ao longo do tempo, decorrentes dos direitos contratados pelos participantes desses planos.

Esse processo econômico-financeiro suportado por metodologias de cálculo e simulações estocásticas avançadas é elemento necessário, mas não suficiente para a implementação da atividade de ALM em Entidades Fechadas de Previdência Complementar, seja no Brasil ou no exterior.

Isso se deve ao fato da questão previdenciária apresentar-se como um dos temas socioeconômicos mais complexos da sociedade moderna, pois envolve elementos micro e macroeconômicos, questões de bem estar social, de relacionamento entre os cidadãos e o Estado, de relacionamento entre os trabalhadores e as empresas e a escolha intertemporal entre poupança e consumo, podendo alcançar a escala intergeracional.

Dessa forma, é importante a apresentação das condições de contorno da atividade de ALM em Entidades Fechadas de Previdência Complementar, contudo, sem qualquer pretensão de esgotar um tema tão amplo e complexo.

Assim, ficam caracterizados os seguintes **objetivos específicos** que, uma vez alcançados, permitirão a abordagem do objetivo geral, acima mencionado:

- i) a revisão histórica e teórica sobre a atividade de *Asset and Liability Management*, com ênfase para a atividade de ALM em entidades de previdência;
- ii) apresentação dos principais modelos previdenciários, sob as óticas do financiamento, da formação do valor do benefício e da abrangência de cobertura. Alguns exemplos internacionais de modelos previdenciários, sempre buscando enfatizar as características da previdência complementar à previdência pública e uma descrição do sistema previdenciário brasileiro, com ênfase no sistema previdenciário complementar fechado e nas modalidades de planos de benefícios previstas na legislação específica;
- iii) uma abordagem sobre os naturais conflitos de interesses entre os agentes que se relacionam com os planos de benefícios e sobre a tendência de alteração das preferências dos participantes entre poupança e consumo com a variação da expectativa de vida. Esta etapa visa à demonstração do papel de mediação desses conflitos e da responsabilidade com a manutenção do equilíbrio dos planos de benefícios que cabe aos gestores das Entidades Fechadas de Previdência Complementar; e
- iv) a apresentação das restrições impostas à alocação de investimentos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar brasileiras pela Resolução nº 3.792/2009 do Conselho Monetário Nacional – CMN -, além das restrições gerenciais definidas pela própria EFPC, cujo modelo de ALM é objeto do presente estudo.

A partir da consecução dos objetivos específicos será possível compreender a natureza e as características das restrições impostas ao processo de otimização, bem como as funcionalidades e finalidades das diversas funções objetivo as quais podem ser otimizadas pelo modelo. Para tanto, esta dissertação seguiu o seguinte raciocínio metodológico:

A metodologia utilizada neste estudo é a exploratória, uma vez que ela foi executada por meio de levantamento bibliográfico, documental, entrevistas com profissionais que estudam ou atuam na área, artigos publicados em periódicos e na Internet, entre outras fontes de dados, referindo-se aos procedimentos de coleta utilizados. O método de abordagem é o hipotético-dedutivo: a partir da identificação do problema, de encontrar as proporções ótimas de alocação dos ativos de investimentos nos diversos segmentos de investimentos permitidos pela legislação brasileira às Entidades Fechadas de Previdência Complementar, analisou-se modelos de otimização existentes e buscou-se identificar outros conhecimentos e instrumentos relevantes ao problema de pesquisa.

No arcabouço desta metodologia é apresentado o modelo de ALM desenvolvido para a Fundação dos Economiários Federais – FUNCEF, que o presente estudo pretende validar, bem como sua aderência ao referencial teórico constante do capítulo de revisão bibliográfica.

Finalmente, de forma a demonstrar o imenso potencial de utilização prática do modelo de ALM, é apresentado um estudo de caso: a análise da possibilidade de fusão de dois planos de benefícios, sob a ótica da gestão dos ativos de investimentos desses planos. Essa validação prática visa à verificação do cabedal de sistematização das informações e de soluções apresentados pelo modelo, e sua contribuição para que o processo de tomada de decisão da EFPC seja robusto e tecnicamente sustentado.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO DE LITERATURA EM ALM

A origem da atividade denominada *Asset and Liability Management* se deu em função da necessidade de gestão de riscos bancários, nos Estados Unidos. O modelo determinístico de Chambers e Charnes, de 1961, é pioneiro em ALM (KOSMIDOU; ZOPOUNIDIS, 2004). Inicialmente, o enfoque da atividade estava mais voltado à gestão dos riscos de liquidez e de crédito. Posteriormente, o tema se desenvolveu para uma abordagem integrada dos riscos de liquidez, rentabilidade, de crédito e de mercado, e sua aplicação se estendeu para vários campos da economia.

Na década de 1970, ainda com forte concentração no setor bancário, surgiram os primeiros modelos estocásticos. Esses modelos foram originários da teoria de seleção de carteiras de Markowitz (1952-1959) e são conhecidos como métodos estáticos de média-variância, pois o risco é medido pela variação de um único período no horizonte de planejamento, como por exemplo, o Modelo de Pyle, de 1971. Ainda na mesma década, os modelos estocásticos evoluíram para horizontes de planejamento multiperíódicos, alguns deles ainda assentados na teoria da seleção de carteiras de Markowitz, como foi o caso do Modelo de Brodt, de 1978 (KOSMIDOU; ZOPOUNIDIS, 2004).

O passo seguinte foi a evolução para os modelos de programação dinâmica, entre os quais o Modelo de Kallberg, White e Ziemba, de 1982, o Modelo de Kusy e Ziemba, de 1986, e o Modelo Russell-Yasuda Kasai (CARIÑO et al., 1994).

A Figura 2.1, a seguir, ilustra a evolução dos primeiros modelos de otimização financeira, a partir da seleção de portfólios pela teoria da média-variância (MARKOWITZ, 1952), ambientada em um sistema exclusivamente de ativos de investimentos, progredindo para modelos ambientados em sistemas integrados de ativos e passivos, bem como a transição dos modelos determinísticos e estáticos para os modelos estocásticos e multiperíódicos.



Assim, a atividade de ALM busca a melhor alocação de um volume de recursos em um portfólio de ativos quando essa alocação não é livre, ou seja, quando existem restrições impostas pelos passivos assumidos, ou quaisquer outras restrições que impeçam algumas composições de alocação.

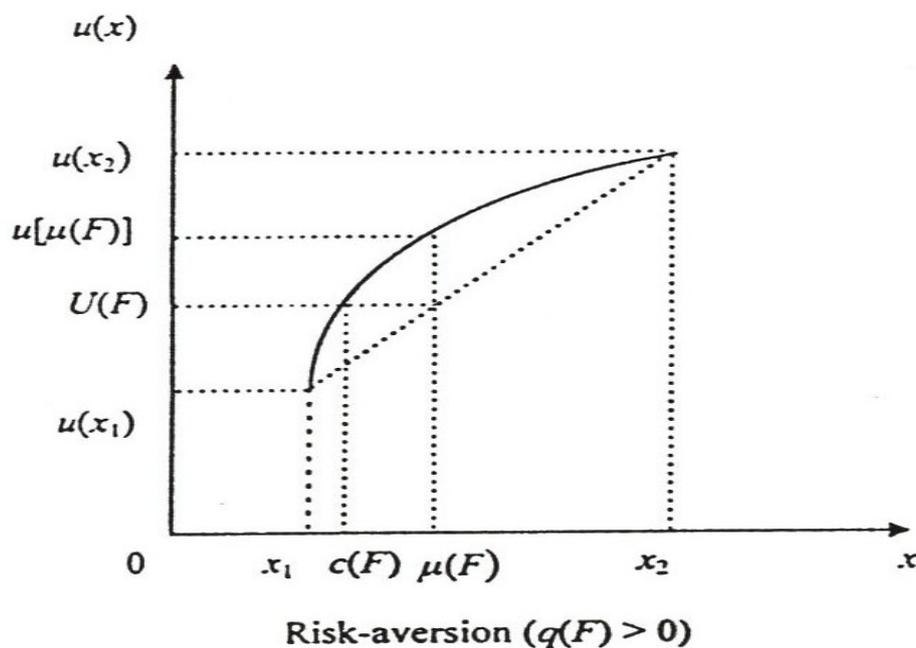
Para facilitar a posterior compreensão sobre a construção de uma carteira ótima de ativos sob condições de restrições diversas, e seguindo os passos cronológicos da evolução dos sistemas de otimização em finanças, serão revisitados os conceitos básicos de duas técnicas clássicas de otimização de carteiras: a teoria da média-variância e a técnica de imunização de carteiras de renda fixa.

## **2.1 Conceitos básicos de otimização de carteiras pela Teoria da Média-Variância:**

A primeira questão a ser levada em conta é que os investimentos são realizados em ambiente de incerteza e seus resultados dependem dos estados da natureza (EICHBERGER; HARPER, 1997). Assim, um investimento em um único ativo, por um período de tempo, pode ter vários resultados distintos que são, por sua vez, associados aos possíveis estados da natureza ao final do período. As incertezas sobre os estados da natureza ao final do período podem ser associadas a distribuições de probabilidades. Dessa forma, na prática, são associadas probabilidades aos resultados do investimento. O valor esperado do investimento é o somatório dos seus resultados esperados em cada estado possível da natureza multiplicados pelas suas respectivas probabilidades de ocorrência.

Em 1952, Harry Markowitz mostrou que os investidores podem usar a seu favor os diferentes resultados esperados para diferentes ativos de investimentos em cada estado da natureza. O princípio (MARKOWITZ, 1952) é de que os investidores desejam obter o maior retorno esperado possível com um investimento, mas não desejam uma grande variância em torno do retorno esperado.

Preferir carteiras que reduzem as possibilidades de retornos extremos entre carteiras com mesmo retorno esperado é característica dos agentes com aversão ao risco e descreve o comportamento da maioria dos agentes econômicos. Os agentes com aversão ao risco consideram a utilidade de um determinado retorno garantido maior que a utilidade do valor esperado entre dois retornos sob incerteza, mesmo que esse valor esperado seja igual ao retorno garantido. Esse tipo de preferência resulta em uma curva de utilidade crescente em função dos retornos obtidos, mas com utilidade marginal decrescente à medida que os retornos aumentam (EICHBERGER; HARPER, 1997).



**Figura 2.2 – Função de utilidade de um agente avesso ao risco**

Fonte: EICHBERGER, HARPER, 1997

A Figura 2.2, acima, mostra que para um agente avesso ao risco a utilidade  $U(F)$  de um valor esperado  $\mu(F)$  obtido a partir da ponderação das probabilidades de dois valores extremos possíveis  $x_1$  e  $x_2$  é menor que a utilidade que seria considerada  $u[\mu(F)]$  se o mesmo valor  $\mu(F)$  fosse certo. A figura ainda mostra que esse agente considera obter a utilidade  $U(F)$  com um valor certo  $c(F)$  menor que o valor esperado  $\mu(F)$ .

A teoria da média-variância (MARKOWITZ, 1952) demonstra que é possível construir uma carteira com vários ativos que produza o mesmo retorno

esperado de um determinado ativo, mas com menor dispersão dos resultados decorrentes de todos os possíveis estados da natureza em torno do valor esperado (menor variância), ou obter maior retorno esperado com a mesma variância. Isso porque o retorno esperado de uma carteira com vários ativos é a média ponderada dos retornos esperados dos ativos, mas a variância da carteira com vários ativos não é uma simples média ponderada das variâncias. A variância da carteira é o valor esperado dos quadrados dos desvios dos retornos da carteira em relação ao retorno médio da carteira. Em uma carteira  $p$ , com  $n$  ativos, alocados em proporções  $X_i$  e com retornos esperados  $R_i$ , com  $i = 1, \dots, n$ , o valor esperado da rentabilidade total  $R_p$  e a variância dessa rentabilidade têm expressões:

**Equações 2.1**

$$E(R_p) = X_1 \cdot E(R_1) + X_2 \cdot E(R_2) + \dots + X_n \cdot E(R_n)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(R_p) &= \sigma_p^2 = E[R_p - E(R_p)]^2 \\ &= E[X_1 \cdot R_1 + X_2 \cdot R_2 + \dots + X_n \cdot R_n - (X_1 \cdot E(R_1) + X_2 \cdot E(R_2) + \dots + X_n \cdot E(R_n))]^2 \end{aligned}$$

A expressão da variância pode ser trabalhada colocando-se em evidência as proporções  $X_i$  dos ativos, resultando na Equação 2.2:

**Equação 2.2**

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= X_1^2 \cdot E[R_1 - E(R_1)]^2 + X_2^2 \cdot E[R_2 - E(R_2)]^2 + \dots + X_n^2 \cdot E[R_n - E(R_n)]^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n 2 \cdot X_i \cdot X_j \cdot E[[R_i - E(R_i)] \cdot [R_j - E(R_j)]] \end{aligned}$$

O desvio padrão é, assim como a variância, uma medida de dispersão. Utilizando os conceitos de desvio padrão  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  e de covariância  $\sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}$ , onde  $\rho_{ij}$  é o coeficiente de correlação entre os ativos  $i$  e  $j$ , chega-se a outra expressão para a variância da carteira de ativos, mais concisa, como pode ser visto na Equação 2.3:

**Equação 2.3**

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_j \cdot X_k \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}$$

A partir da Equação 2.3, e analisando uma carteira com dois ativos (ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2004), já é possível perceber (Equação 2.4) como a diversificação do portfólio contribui para a redução da volatilidade:

**Equação 2.4**

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}$$

Em uma carteira  $p$  composta pelos ativos 1 e 2, se a correlação  $\rho_{12}$  entre os ativos for igual a 1 ( $\rho_{12} = 1$ ), a variância da carteira (quadrado do desvio padrão da carteira) é igual ao quadrado da soma dos desvios padrão dos ativos que a compõem.

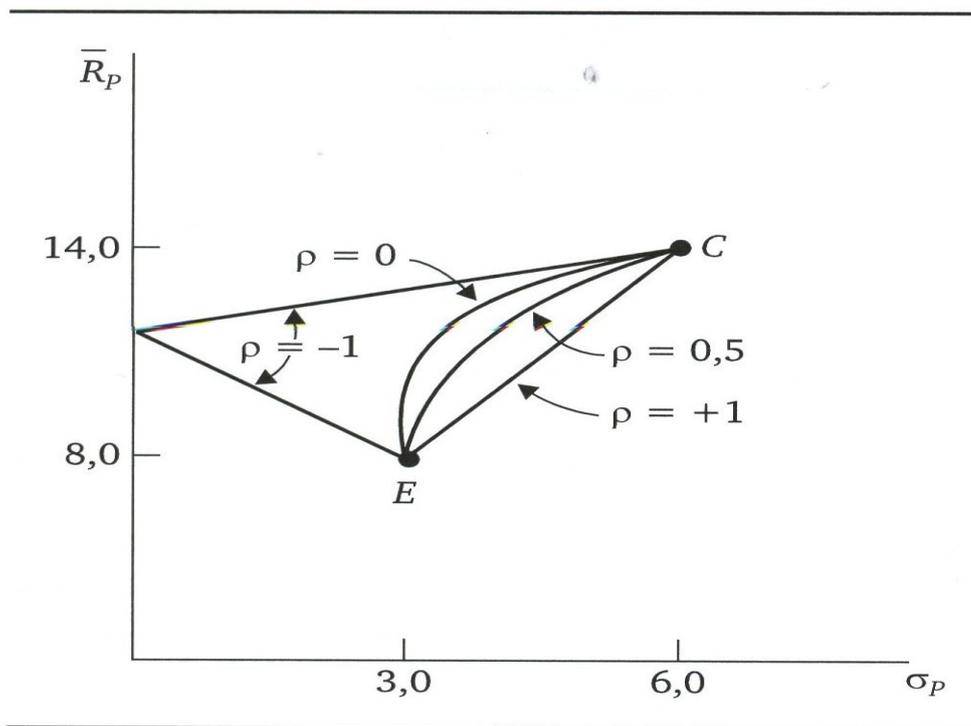
**Equação 2.5**

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 = (X_1 \cdot \sigma_1 + X_2 \cdot \sigma_2)^2 \\ \Rightarrow \sigma_p &= X_1 \cdot \sigma_1 + X_2 \cdot \sigma_2 \end{aligned}$$

Observa-se, pela Equação 2.5 que quando  $\rho_{12} = 1$ , variando  $X_1$  e  $X_2$ , a volatilidade  $\sigma_p$  varia linearmente. Essa variação é representada graficamente pelo deslocamento sobre o segmento de reta  $\overline{EC}$  da Figura 2.3.

Qualquer outra correlação entre os ativos da carteira,  $\rho_{12}$ , menor que 1, resulta em uma variância da carteira inferior ao quadrado da soma dos desvios padrão dos seus ativos (comportamento não-linear).

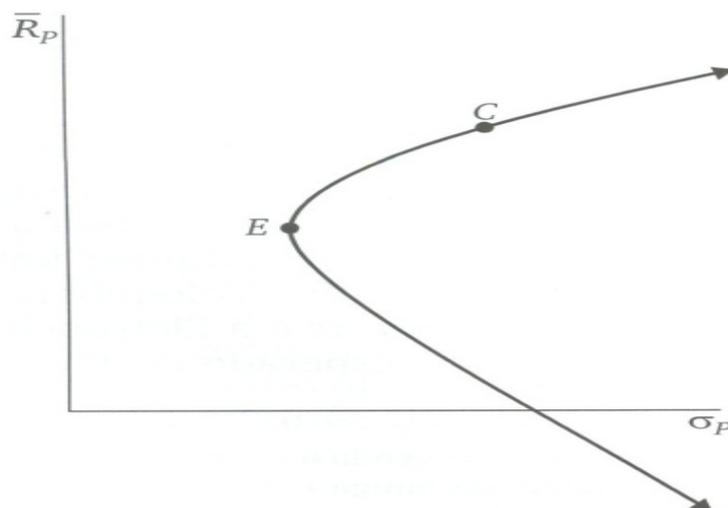
Assim, quanto menor o valor numérico da correlação entre os ativos que compõem a carteira escolhida, menor é o desvio padrão (e a variância) da carteira em torno de uma determinada rentabilidade, mas o retorno da carteira continua sendo a média ponderada dos retornos dos seus ativos. Dessa forma, no caso teórico extremo, de ativos com correlação perfeitamente negativa (correlação = -1), é possível calcular uma composição de ativos que elimine completamente a volatilidade da carteira, conforme se verifica na Figura 2.3, a seguir.



**Figura 2.3 – Retorno e desvio-padrão para diferentes coeficientes de correlação**

Fonte: ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2004.

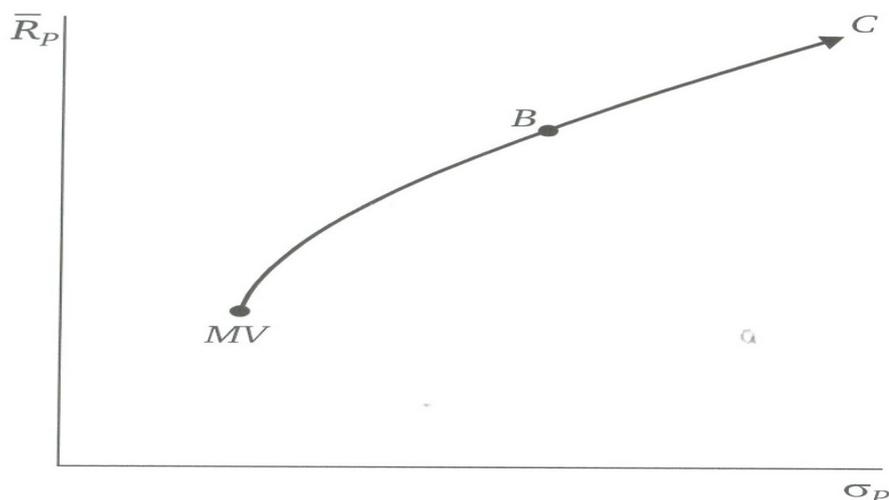
Em mercados com vários ativos acessíveis aos investidores também é possível construir o gráfico com o comportamento do retorno médio e da volatilidade das carteiras com as várias proporções possíveis de todos os ativos disponíveis.



**Figura 2.4 – Combinações de retorno esperado e desvio-padrão**

Fonte: ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2004.

Na Figura 2.4, anterior, diz-se que as carteiras com composições de ativos que conferem comportamento de risco e retorno sobre a parte superior<sup>1</sup> da linha do gráfico são carteiras eficientes, ou carteiras que estão na fronteira eficiente, representada na Figura 2.5, a seguir.



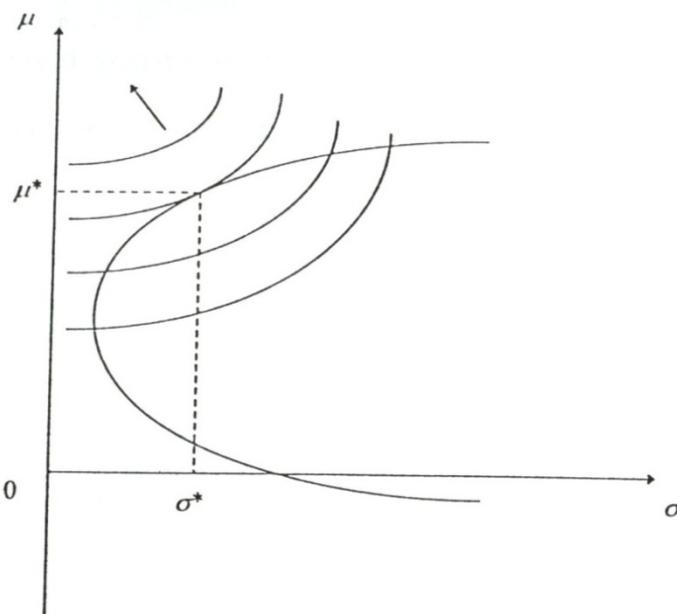
**Figura 2.5 – Fronteira eficiente**

Fonte: ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2004.

É possível, também, compor carteiras que não tenham a presença necessária de todos os ativos disponíveis no mercado, mas que apresentem comportamento de retorno e variância sobre a fronteira eficiente. Essas também são carteiras ótimas. Carteiras que apresentam risco e retorno abaixo e à direita da fronteira eficiente são carteiras sub-ótimas. É impossível obter-se carteiras com risco e retorno situados acima e à esquerda da fronteira eficiente.

Investidores com aversão ao risco preferem carteiras formadas por conjuntos de ativos que desloquem a fronteira eficiente ao máximo possível para cima e para a esquerda (Figura 2.6).

<sup>1</sup> Para cada carteira da parte superior da linha do gráfico existem inúmeras carteiras situadas verticalmente abaixo, até a linha inferior do gráfico, que apresentam a mesma volatilidade, mas retorno esperado inferior, por isso são consideradas carteiras sub-ótimas.



**Figura 2.6 – Escolha de portfólio por um agente avesso ao risco**

Fonte EICHBERGER; HARPER, 1997.

Pela percepção da existência de diversas combinações de ativos que se situam sobre a fronteira eficiente e de que diferentes agentes apresentam diferentes graus de aversão ao risco é possível antever que a otimização das carteiras de investimentos pode ter mais de uma função objetivo como premissa. Para a função objetivo de minimização de risco, por exemplo, basta encontrar o ponto onde a derivada da equação de volatilidade é igual a zero, pois no ponto de mínimo a tangente da equação é horizontal. Vejamos a Equação 2.6 com a expressão para o caso de dois ativos<sup>2</sup>:

**Equação 2.6**

$$\frac{d}{dX_1} \sqrt{X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + (1 - X_1)^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot (1 - X_1) \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}} = 0$$

Desenvolvendo a Equação 2.6 e isolando  $X_1$  obtemos:

**Equação 2.7**

$$X_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}}$$

<sup>2</sup> Por se tratar de apenas dois ativos, a proporção de investimento no ativo 2, anteriormente representada por  $X_2$ , é aqui representada por  $(1 - X_1)$  já que os dois ativos compõem, obrigatoriamente, 100% da carteira de investimentos.

Para o caso geral, com  $n$  ativos, o problema de minimização do risco pode ser representado na Equação 2.8, a seguir:

**Equação 2.8**

$$\min_{X_1, X_2, \dots, X_n} f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$\text{onde } f(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_j \cdot X_k \cdot \sigma_{jk} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_j \cdot X_k \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}$$

O investidor também pode escolher funções objetivo que façam um balanceamento entre risco e retorno. A função objetivo que minimiza o risco a partir de um patamar mínimo de rentabilidade desejado pode ser expressa a partir do problema de otimização multivariada, expresso na Equação 2.9:

**Equação 2.9**

$$\min_{X_1, X_2, \dots, X_n} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_j \cdot X_k \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}$$

$$s. a. \sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$e \sum_{i=1}^n X_i \cdot E(R_i) \geq R_{\text{mínima}}$$

O problema de otimização quando o investidor deseja maximizar a sua rentabilidade, expondo-se a um limite máximo de risco, pode ser escrito na forma da Equação 2.10:

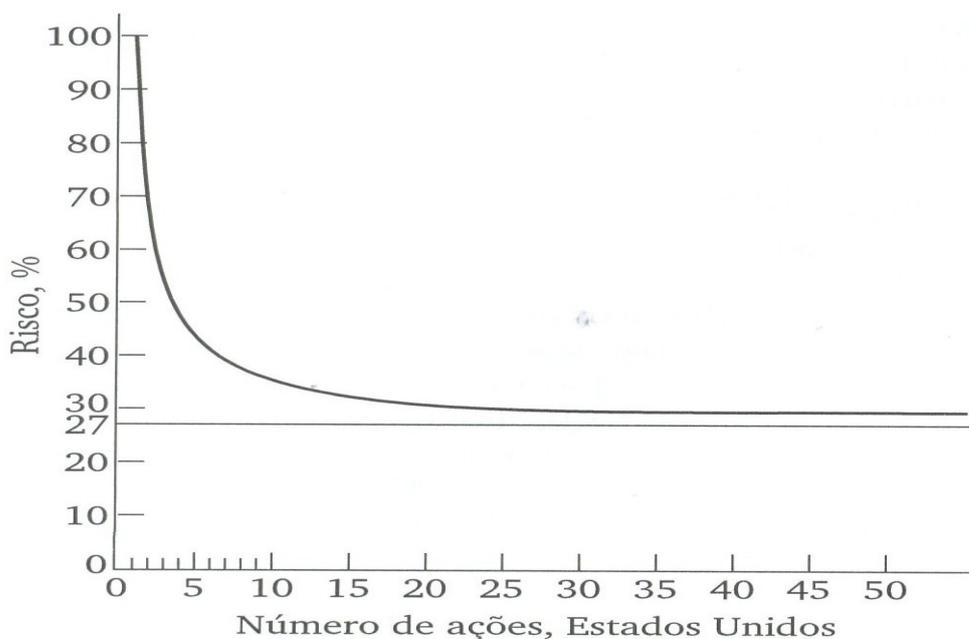
**Equação 2.10**

$$\max_{X_1, X_2, \dots, X_n} \sum_{i=1}^n X_i \cdot E(R_i)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$e \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_j \cdot X_k \cdot \sigma_{jk} \leq \sigma_{\text{máximo}}$$

A partir da equação de cálculo da volatilidade de uma carteira de investimentos é possível verificar que a inclusão de mais um ativo na carteira, desde que não seja perfeitamente correlacionado com algum ativo já presente (ou com uma combinação linear de ativos já presentes), sempre pode contribuir para reduzir a variância da carteira (uma vez recalculadas as proporções que minimizam a volatilidade do portfólio). Mas essa redução de volatilidade pelo efeito da diversificação de ativos apresenta um efeito marginal decrescente à medida que aumenta o número de ativos da carteira (Figura 2.7). Dessa forma, os gestores devem ponderar sobre o limite da quantidade de ativos em uma carteira diversificada em função dos custos negociação, de controle e de acompanhamento *versus* a redução de volatilidade obtida.



**Figura 2.7 – Efeito do número de ativos sobre o risco da carteira**

Fonte: ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2004

Como pode ser visto, uma vez conhecidos os retornos esperados, as volatilidades e as correlações dos ativos disponíveis, torna-se possível calcular carteiras de investimentos eficientes, ou ótimas. É evidente que a complexidade do cálculo aumenta com a ampliação da quantidade de ativos. Todavia, com a utilização de cálculo matricial e de recursos computacionais robustos esse problema fica simplificado.

A maior limitação da teoria clássica da média-variância é que sua aplicação se dá em um único período de tempo, o que torna sua utilização extremamente restrita para casos de modelos de ativos e passivos multiperiódicos (DONDI; HERZOG; SCHUMANN; GEERING, 2007).

Desses conceitos básicos de otimização de carteiras de ativos sem restrições impostas por passivos é possível, portanto, depreender algumas conclusões:

- a) em condições de incerteza, os resultados possíveis dos investimentos dependem das suas performances nos diferentes estados da natureza (cenários) que podem realizar-se até o final do período do investimento, e que ocorrem à revelia da vontade dos investidores;
- b) os inúmeros possíveis estados da natureza (cenários) podem ser sintetizados em modelos de distribuição de probabilidades. Geralmente, utilizam-se simplificações de acordo com as quais esses modelos de distribuição de probabilidades são representados por uma medida de posição e uma medida de dispersão apenas (esse é o caso dos modelos utilizando-se distribuições normais);
- c) agentes avessos ao risco preferem, entre carteiras de investimentos com mesmo retorno esperado, aquelas com menor dispersão dos resultados em torno do valor esperado (menor volatilidade);
- d) carteiras formadas por vários ativos podem apresentar menor risco que carteiras formadas por um único ativo, mesmo que seus retornos esperados coincidam;
- e) a volatilidade (risco) de uma carteira composta por vários ativos pode ser menor que a volatilidade do seu ativo de menor risco;
- f) quanto mais forte a correlação negativa ( $\rho_{12} \rightarrow -1$ ) entre as volatilidades dos ativos, menor será a volatilidade da carteira de investimentos composta por estes ativos;
- g) sempre que inserido em uma carteira de investimentos um ativo que não é perfeitamente correlacionado com algum dos ativos já

existentes (ou com uma combinação linear de ativos já presentes), a fronteira eficiente se desloca para cima e para a esquerda, mas essa melhoria na posição da fronteira eficiente é marginalmente decrescente à medida que aumenta o número de ativos na carteira.

## **2.2 Conceitos básicos de otimização de carteiras pela técnica de imunização de carteiras de renda fixa**

A técnica de imunização de carteiras de renda fixa é um modelo de ALM, uma vez que a alocação dos investimentos é definida pelas características do passivo. Trata-se de uma técnica de gerenciamento do risco de variações nas taxas de juros. O objetivo da técnica de imunização de carteiras é, dado que o valor presente dos ativos é suficiente para honrar os passivos futuros em um determinado ambiente de taxas de juros, garantir que esse equilíbrio entre ativos e passivos seja mantido, mesmo que ocorram variações nas taxas de juros. Isso só é possível se os investimentos forem alocados em renda fixa, pois é o único segmento de investimentos cujos resultados podem ser determinados no momento da aquisição dos títulos. Essa previsibilidade pode estar associada ao valor nominal do resgate, ao estabelecimento prévio do índice que corrigirá o valor do investimento, ou a uma combinação de ambos.

Dessa forma, a técnica de imunização de carteiras é um modelo de ALM especialmente restrito, pois além das restrições impostas pelos passivos, está sujeito a uma severa restrição imposta pela característica dos ativos, uma vez que o portfólio de investimentos fica limitado ao segmento de renda fixa.

Todavia, o segmento de renda fixa apresenta grande relevância para a indústria brasileira da previdência complementar. Conforme relatório Consolidado Estatístico, publicado pela Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar - ABRAPP, ao final do primeiro semestre de 2010, 62,8% dos recursos administrados pelas EFPC estavam alocados em renda fixa.

A técnica de imunização de carteiras ganha importância à medida que os compromissos de pagamentos tornam-se menos incertos, como é o caso dos planos de benefícios maduros, nos quais o montante pago a título de benefícios concedidos é superior ao montante recebido a título de contribuições previdenciárias.

Uma vez conhecidos os passivos de um determinado período, ou, ao menos, sendo possível realizar estimativas razoáveis sobre os passivos a serem honrados em um determinado período, pode ser estabelecido o objetivo de minimizar os riscos de insolvência e de falta de liquidez nas datas de vencimentos desses compromissos.

Uma primeira possibilidade seria utilização de uma estratégia de casamento exato, que consiste na montagem da carteira de renda fixa de menor custo que gere fluxos de caixa iguais aos das obrigações a serem pagas (RESENDE, 2010).

Essa estratégia é de difícil implementação prática, uma vez que mesmo planos de benefícios extremamente maduros possuem incertezas sobre seus passivos que impedem, na prática, a execução de programas de casamento exato. Outro exemplo de dificuldade para adoção da estratégia de casamento exato é a indisponibilidade de títulos com vencimentos e/ou pagamentos de cupons em todas as datas dos compromissos assumidos.

A técnica de imunização de carteiras consiste na estratégia de composição de carteiras ótimas sob o ponto de vista de minimização do risco de descasamento, decorrente de variações nas taxas de juros, entre a capacidade de pagamentos previamente estimada de uma carteira de renda fixa e o valor projetado dos compromissos.

Para a compreensão das estratégias de imunização é importante o conhecimento do comportamento dos instrumentos de renda fixa diante das variações nas taxas de juros bem como o conhecimento dos conceitos de duração e convexidade (WEISKOPF, 2003).

O preço  $P$  dos títulos de renda fixa é afetado de forma inversa à variação na taxa de juros, como pode ser visto na Equação 2.11, a seguir:

**Equação 2.11**

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1 + YTM)^t}$$

onde  $C(t)$  é o fluxo de caixa, ou os pagamentos de juros e/ou principal em cada período de tempo  $t$ , e  $YTM$  é a taxa esperada até o vencimento  $T$  do título.

Portanto, oscilações nas taxas de juros afetam os preços dos títulos de renda fixa.

A duração é a medida da sensibilidade do preço do título a uma mudança na taxa de juros (RESENDE, 2010). Por exemplo, a variação percentual no preço dada uma mudança de 1% na taxa de juros.

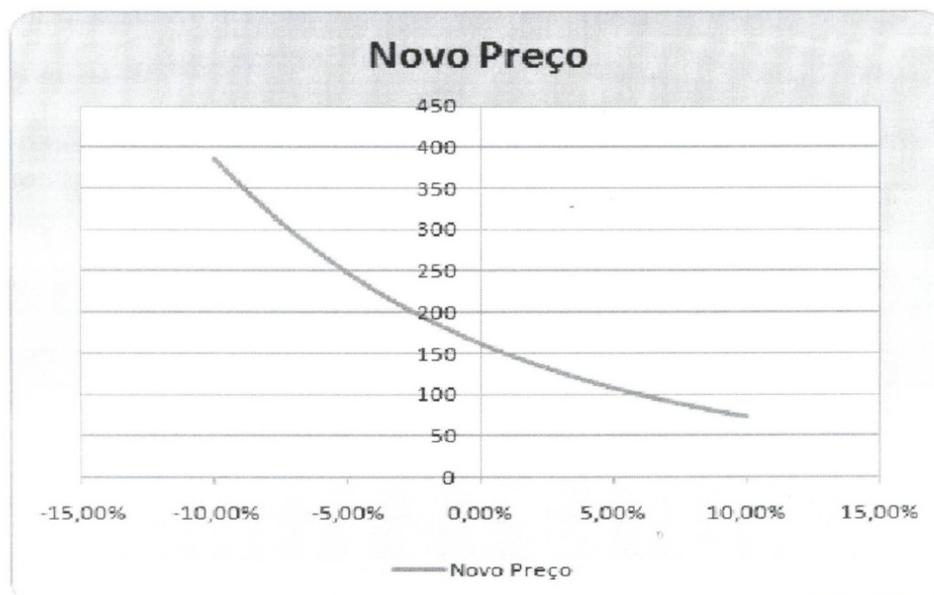
O conceito de duração foi apresentado quase simultaneamente por Frederich Macaulay, em 1938, e Sir John Hicks, em 1939 (KOSMIDOU; ZOPOUNIDIS, 2004). Macaulay procurou definir uma medida de comparação entre títulos com estruturas de pagamentos distintas, e obteve, também, uma boa sensibilidade do valor de mercado dos títulos às variações da taxa de juros. Hicks tentou medir diretamente a sensibilidade da taxa de juros para qualquer título.

As técnicas de imunização de carteiras de renda fixa buscam a construção de carteiras com a mesma duração dos passivos a serem honrados com o resultado dessas carteiras, de modo que as oscilações posteriores nas taxas de juros acarretem variações semelhantes (independentemente se positivas ou negativas) nos ativos e passivos.

O problema da análise da duração é que ela é apenas uma medida linear de risco (KOSMIDOU; ZOPOUNIDIS, 2004).

Portanto, a medida de duração não é uma medida perfeita, mas uma aproximação do risco da taxa de juros, uma vez que a relação entre os preços dos títulos e as taxas de juros não é linear. Títulos e compromissos com prazos mais longos são mais sensíveis a mudanças nas taxas de juros que os títulos e os compromissos com prazos mais curtos. Como consequência, ocorre um

efeito de convexidade na variação dos preços dos títulos em função das variações nas taxas de juros (Figura 2.8).



**Figura 2.8 – Convexidade na variação dos preços de um título de renda fixa (sem cupom) causada por variações na taxa de juros**

Fonte: RESENDE, 2010

Para pequenas variações nas taxas de juros, os descolamentos observados em relação aos valores calculados por uma medida de variação linear podem ser irrelevantes, mas o risco se amplia quando aumenta a volatilidade dos juros, o que se quer evitar. A montagem de carteiras de renda fixa que tenham a mesma duração que os passivos e, ao mesmo tempo, apresentem convexidade no mínimo igual à convexidade dos passivos é, portanto, mais eficiente do que simplesmente igualar-se a duração dos ativos e passivos.

Outro ponto a ser levado em conta é que as variações na estrutura a termo das taxas de juros, na prática, não são regulares em relação a todos os vértices de vencimentos dos títulos. Com isso, alterações irregulares na estrutura a termo das taxas de juros podem acarretar variações na duração e convexidade de uma carteira de renda fixa diferentes das variações provocadas em um fluxo de obrigações. Portanto, independentemente do quão sofisticada seja a técnica de imunização de uma carteira de renda fixa, sempre

é recomendado o permanente acompanhamento e o rebalanceamento da carteira quando as características de duração e convexidade dos ativos e passivos começarem a se distanciar. Tanto o acompanhamento quanto os custos de transação impõem custos à gestão da carteira, mas com a evolução da tecnologia e a ampliação da liquidez dos mercados de renda fixa esses custos são, em geral, menores que os riscos de descasamento entre ativos e passivos.

Algumas conclusões possíveis a partir da análise dos conceitos básicos da técnica de imunização de carteiras de renda fixa são:

- a) trata-se de um modelo de ALM especialmente restrito;
- b) configura-se uma estratégia passiva de gestão de carteiras;
- c) a função objetivo para esse tipo de otimização de carteiras é a de minimização de riscos, no caso, especificamente riscos de variações nas taxas de juros;
- d) as técnicas de cálculo de aproximação do comportamento da duração e da convexidade das carteiras em função das oscilações das taxas de juros, mesmo não gerando correspondências perfeitas, resultam em aproximações aceitáveis; e
- e) é uma estratégia de otimização tão mais interessante quanto menores forem as incertezas sobre os passivos.

### **2.3 Otimização de carteiras de ativos sujeitas a restrições diversas – ALM**

A otimização de carteiras de ativos sujeitas a restrições diversas é o objeto de estudo dos modelos de ALM. As conclusões depreendidas dos modelos clássicos de otimização e de imunização continuam válidas. Entretanto, num caso geral de otimização de carteiras de investimentos sujeitas a restrições diversas o problema torna-se bem mais complexo:

- (i) os ativos de investimentos têm vencimentos e/ou condições de liquidez em períodos de tempo distintos;

- (ii) os compromissos financeiros decorrentes dos passivos, em geral, se distribuem ao longo de vários vencimentos;
- (iii) ativos de pouca liquidez podem apresentar custos de transação que reduzem sua rentabilidade esperada, dependendo da urgência de sua venda;
- (iv) as condições de restrições (limitações legais, por exemplo) podem limitar a presença de alguns ativos a proporções menores do que as que seriam resultantes de carteiras ótimas calculadas sem essas restrições;
- (v) os compromissos de pagamentos decorrentes dos passivos podem exigir a presença de ativos com elevada liquidez em proporções nas quais esses ativos não seriam exigidos ao se calcular carteiras ótimas de investimentos sem restrições impostas pelos passivos;
- (vi) os passivos normalmente apresentam elevado grau de incerteza sobre seus montantes e vencimentos, além das mudanças nas condições dos ativos e passivos provocadas pelas alterações conjunturais, o que torna insustentáveis modelos de gestão passiva durante longos períodos;
- (vii) é muito comum, principalmente quando se trata de modelos de ALM para instituições de previdência, que os passivos apresentem duração superior à duração dos títulos mais longos disponíveis no mercado;
- (viii) vencimentos de títulos, recebimentos de dividendos ou cupons de juros e alienações de ativos acarretam a ampliação da proporção de ativos líquidos na carteira em períodos temporais muitas vezes distintos dos compromissos de pagamentos; e
- (ix) pagamentos de compromissos e recebimentos de valores na forma de ativos líquidos, além de rentabilidades diferentes ao longo do tempo, alteram as proporções percentuais de todos os ativos na carteira, o que exige que sejam efetuados rebalanceamentos no portfólio, de forma a retornar às proporções definidas inicialmente.

Com esse acréscimo de complexidades, as técnicas de otimização de carteiras que não levam em consideração todas as restrições impostas à atividade de gestão dos investimentos são insuficientes para a obtenção de carteiras ótimas, além de tornar-se impossível a obtenção de uma forma analítica para solucionar o problema da otimização das carteiras de investimentos.

Entretanto, é preciso destacar que as técnicas clássicas de otimização de carteiras de investimentos baseadas na teoria de média-variância, bem como as técnicas de imunização de carteiras, continuam sendo extremamente úteis na atividade de gestão de portfólios de investimentos no que tange à microalocação dos recursos, atividade que também determina um forte impacto no resultado global da gestão de ativos de investimentos.

Especificamente para a utilização de modelos de ALM, com a evolução da capacidade computacional e dos algoritmos para cálculo numérico, surgiram muitas técnicas de resolução do problema de alocação ótima e a literatura tem sugerido crescentemente a utilização de algoritmos de programação estocástica para solução dos problemas de macroalocação.

A programação estocástica pode ser utilizada em análises financeiras porque a maioria dos fenômenos em finanças varia de forma aleatória (HUYNH; LAI; SOUMARÉ, 2006). Os eventos aleatórios são caracterizados pela possibilidade com que se produzem. Essa possibilidade (ou frequência) é, por definição, a probabilidade associada ao evento em questão. O principal ponto em questão é a construção, de forma quantitativa, das probabilidades dos eventos. Para tanto, é necessário que sejam replicados, de um lado, os próprios eventos, e de outro lado, as probabilidades associadas a esses eventos. Os eventos são simplesmente subconjuntos do universo de eventos possíveis. Para reproduzir as probabilidades associadas aos eventos, é preciso que se conheça a função característica dessas probabilidades, sua função densidade de probabilidade e sua função de distribuição acumulada.

A definição das variáveis aleatórias se dá, portanto, pela observação da realidade e pela anotação da estrutura da álgebra decorrente dos eventos

naturais, permitindo transportar a experiência aleatória ao modelo, respeitando as mesmas regras e limites.

Quando se fala em técnicas de simulação estocásticas é importante mencionar três resultados importantes em teoria das probabilidades: a Lei Fraca dos Grandes Números, a Lei Forte dos Grandes Números e o Teorema Central do Limite.

A Lei Fraca (Forte) dos Grandes Números diz que, sob condições de regularidade, quando o número de experimentos (variáveis aleatórias) tende ao infinito, a média amostral converge em probabilidade (quase certamente) para a esperança matemática da média populacional, independentemente da lei de distribuição dos eventos (distribuição de probabilidade de cada parcela na média amostral).

Outro resultado importante para a implementação e interpretação dos algoritmos de cálculo estocástico é o Teorema Central do Limite: sob certas condições de regularidade, o formato da distribuição da média (e da soma) de variáveis aleatórias tende ao formato de uma distribuição normal, quando o número de parcelas somadas tende para o infinito. Na sua forma mais simples, o Teorema Central do Limite assume que as parcelas somadas sejam variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. No entanto, diversos outros resultados surgiram (e continuam surgindo) para relaxar as hipóteses sob as quais o Teorema Central do Limite é válido. O surgimento contínuo de resultados teóricos que relaxam as hipóteses de regularidade vale também para as Leis Forte e Fraca dos Grandes Números. Na prática, para a grande maioria das situações encontradas em problemas de otimização estocástica, esses três resultados básicos de probabilidade são válidos. Para maiores detalhes, o leitor pode recorrer à Durrett (1996) e à White (2000).

Dada a teoria de suporte, é preciso dispor de um gerador de eventos aleatórios. Em princípio os resultados gerados por um computador não são conceitualmente aleatórios, mas é possível programá-los para que tenham um comportamento aparentemente aleatório (ou pseudo-aleatório). Deve ser utilizado um algoritmo com a regularidade estatística conforme as características da lei de distribuição que se quer reproduzir, mas de dinâmica caótica, de modo a produzir resultados imprevisíveis aos olhos do observador.

Normalmente, parte-se da geração de uma variável aleatória de distribuição uniforme e se utilizam as regras de transformação de variáveis aleatórias para se obter uma variável com a função densidade de probabilidade desejada. Alguns métodos de simulação estocástica muito utilizados são o Método de Monte Carlo simples e o Método de Monte Carlo via Cadeias de Markov. (HUYNH; LAI; SOUMARÉ, 2006); (ROBERT; CASELLA, 2004); (GAMERMAN; LOPES, 1997).

Algumas das vantagens da utilização de programação estocástica em ALM é que podem ser levados em conta: (a) os periódicos rebalanceamentos do portfólio, para adaptarem-se aos últimos acontecimentos; (b) diferentes apetites ao risco dos gestores; (c) inclusão de restrições que seriam impossíveis de serem calculadas em metodologias analíticas. Algumas metodologias bem sucedidas no assunto são: modelo CALM (CONSIGLI; DEMPTER, 1998), (CARIÑO et al., 1994), (ZENIOS, 1995), (ZENIOS; ZIEMBA, 2006-2007). Especificamente para fundos de pensão, pode-se citar o trabalho de Cees Dert (DERT, 1995).

Um modelo de ALM por simulações estocásticas pode ser descrito da seguinte maneira: um investidor se depara com o problema de criar um portfólio de classes de ativos<sup>3</sup>, em um universo  $U$ . Cada classe de ativos é caracterizada por um preço inicial  $P$ . O objetivo do investidor é otimizar o portfólio para um horizonte de tempo de  $T$  períodos. Esta otimização pode buscar, por exemplo, maximizar o valor total do portfólio ao final do período de tempo  $T$ , ou minimizar algum parâmetro de risco do portfólio durante todo o período de tempo  $T$ . É necessário levar em consideração as obrigações futuras  $L$ , e o fato de que cada transação está associada a um custo expresso por uma fração  $g$ .

No caso de planos de benefícios previdenciários, o processo de otimização depende de uma série de restrições (GAZZONI, 2008):

---

<sup>3</sup> Na situação extrema, o ALM poderia ser montado para cada ativo individualmente, mas isso elevaria significativamente o trabalho computacional de simulações estocásticas e a complexidades da definição das premissas de médias, desvios padrão e correlações para balizamento das simulações.

- a) o portfólio atual e sua alocação;
- b) falta de mobilidade de alguns ativos de investimentos;
- c) enquadramentos legais;
- d) a maturidade do plano de benefícios;
- e) duração e liquidez dos investimentos disponíveis no mercado; e
- f) risco e fluxo de caixa atuarial do passivo.

Os enquadramentos legais sobre os percentuais alocados em cada classe de ativos, no Brasil, especificamente para Entidades Fechadas de Previdência Complementar, estão descritos na Resolução nº 3.792/2009, do CMN.

As regras de alocação, bem como os demais limites ou impedimentos, devem ser claras, pois se constituirão em restrições no processo de otimização numérica para solução do problema de modelagem ALM.

Para cada período de tempo  $t$  (mês, trimestre, semestre, ano etc.), no horizonte  $T$ , e para cada classe de ativos no universo  $U$ , o investidor tem que decidir:

- 1) O total de quotas a serem compradas
- 2) O total de quotas a serem vendidas
- 3) O total de quotas a serem mantidas

Os parâmetros do problema e as variáveis de decisão estão apresentados a seguir:

**Tabela 2.1 - Parâmetros do problema**

Nome	Notação	Descrição
Preço	$P_{it}$	Preço da classe de ativos $i$ no período $t$
Liabilities	$L_t$	Liability no período $t$
Posição inicial	$H_{j0}$	Composição inicial do portfólio
Entradas	$F_t$	Entrada de recursos no período $t$
Transação	$g$	Custo de transação como % do valor transacionado

Fonte: O AUTOR, 2011

Tabela 2.2 - Dimensão do problema

Nome	Notação	Descrição	Intervalo
Ativos	$U$	Classes de ativos	$l = 1, 2, \dots, U$
Períodos	$T$	Períodos de tempo	$t = 1, 2, \dots, T$

Fonte: O AUTOR, 2011

Tabela 2.3 - Variáveis de decisão

Nome	Notação	Descrição
Valor mantido	$H_{it}$	Quantidade de quotas mantidas da classe de ativos $i$ , no período $t$
Valor vendido	$S_{it}$	Quantidade de quotas vendidas da classe de ativos $i$ , no período $t$
Valor comprado	$B_{it}$	Quantidade de quotas compradas da classe de ativos $i$ , no período $t$

Fonte: O AUTOR, 2011

Esse problema pode ser resolvido com estratégias de programação estocástica, levando-se em conta, no instante  $t = 0$ , que a cada período  $t = 1, 2, 3, \dots, T-1$ , o portfólio pode ser rebalanceado.

Cada composição de portfólio gerada aleatoriamente tem seus possíveis resultados futuros simulados em inúmeros cenários, gerados estocasticamente, que representam os possíveis estados da natureza em cada período  $t = 1, 2, 3 \dots T$ , formando uma árvore de cenários como a da Figura 2.9.

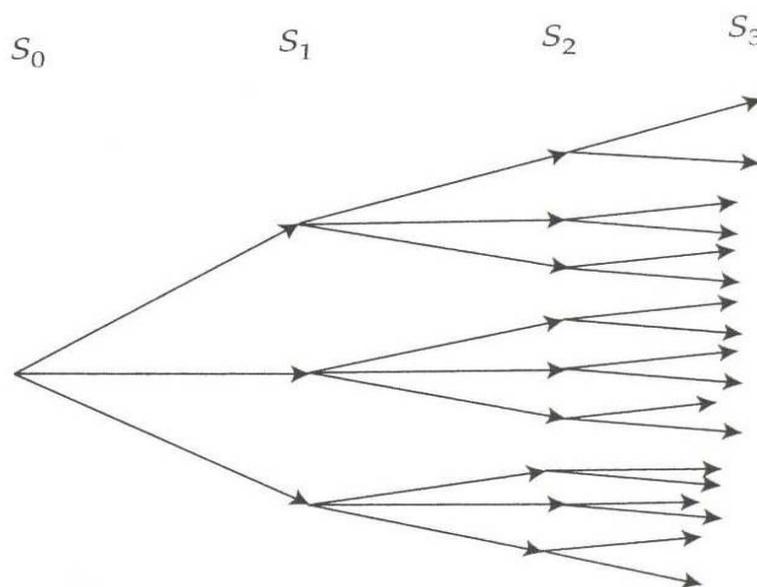


Figura 2.9 – Árvore de cenários

Fonte: ZIEMBA, 2007

Cada classe de ativos da carteira apresentará, após a simulação de sua evolução por uma árvore de cenários, uma gama de possíveis resultados, dos quais se podem obter medidas de análise, como: o valor esperado (média), a volatilidade (dispersão em torno da média), os valores extremos, os valores para probabilidades de ocorrência de 5% do total de ocorrências, entre tantas outras.

A Figura 2.10, a seguir, mostra o exemplo da evolução de uma única classe de ativos por uma árvore de cenários. A quantidade de cenários, no exemplo, é propositalmente pequena para permitir a visualização da simulação. Para que os resultados da simulação da evolução da classe de ativos se apresentem com uma distribuição próxima dos parâmetros estatísticos estabelecidos é necessário que os ativos sejam evoluídos em uma grande quantidade de cenários gerados estocasticamente.

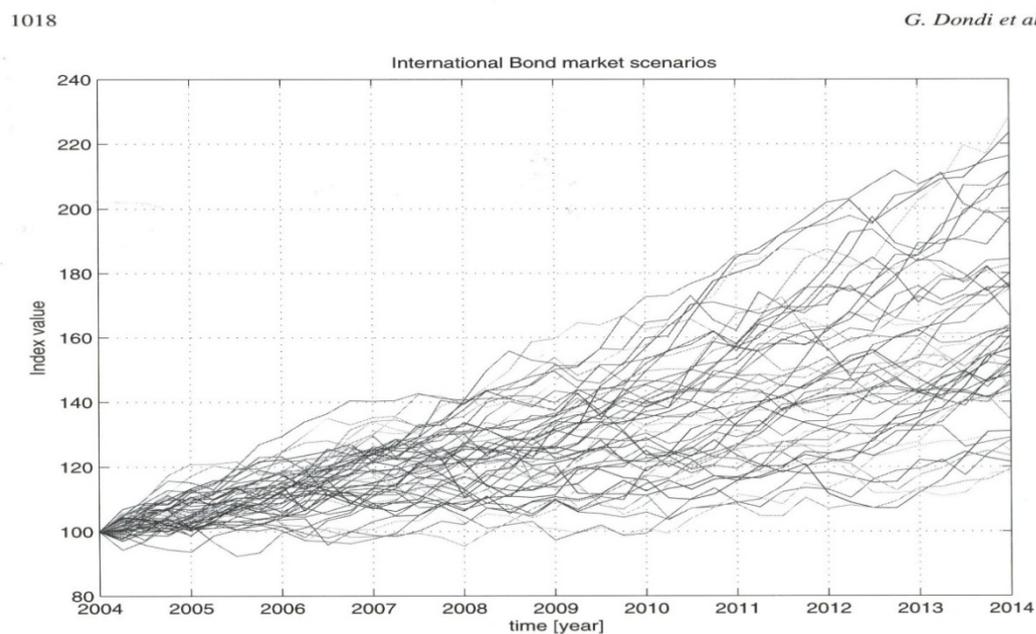


Fig. 11. Trajectories of 50 scenarios for the Euro-bond market index.

**Figura 2.10 - Evolução de uma única classe de ativos por uma árvore de cenários**

Fonte: DONDI; HERZOG; SCHUMANN; GEERING, 2007

A partir da composição das carteiras geradas aleatoriamente e dos resultados da simulação de todas as suas classes de ativos pela árvore de cenários são obtidas as medidas de análise para os resultados das carteiras.

Finalmente, as carteiras são hierarquizadas pelos seus resultados, conforme a função objetivo escolhida para a otimização.

No entanto, a solução via maximização de uma função de utilidade (que deve incluir o grau de aversão ao risco do investidor), constitui-se em uma das várias etapas do processo de solução do problema; essa etapa não necessariamente é a mais complexa na prática. Existe antes disso, todo um processo de modelagem das distribuições marginais e correlações entre os diversos papéis que devem balizar o processo de simulações estocásticas. Em muitos casos, essas correlações podem ser obtidas via modelos fatoriais, considerando-se como fatores: taxas de juros, taxas de câmbio, índices de preços, entre outros.

Observadas a evolução histórica e a literatura atualmente disponível sobre modelos dinâmicos de ALM baseados em simulações estocásticas, podem ser resumidos alguns pontos importantes:

- a) os modelos de programação estocástica apresentaram custos muito elevados na década de 1980 e mesmo na década de 1990. Naqueles períodos eram necessários computadores de grande porte para suportarem alguns modelos de programação linear que atualmente podem ser executados em computadores pessoais, o que abre a possibilidade para que muitas instituições aperfeiçoem seu planejamento e seu acompanhamento de riscos;
- b) as médias adotadas para os retornos das classes de ativos são, de longe, a parte mais importante da simulação estocástica, especialmente quanto à direção das projeções (ZIEMBA, 2007);
- c) as matrizes de correlação estabelecidas também são importantes, e deve-se ter cuidado com a utilização de matrizes de correlação históricas, pois elas costumam se modificar em cenários extremos. Dessa forma, por mais robustos que sejam os testes estatísticos, os resultados da modelagem devem ser analisados e utilizados com

prudência, pois cenários extremos ocorrem com mais frequência do que costumam ser previstos nas principais distribuições estatísticas utilizadas em economia e, especificamente em finanças; e

- d) modelos de programação estocástica baseados em cenários são úteis quando se deseja subsidiar decisões globais agregadas, com restrições de passivos, de liquidez, de políticas e legais, entre outras, e existem metas e objetivos que precisam ser atingidos.

### 3 CONTEXTUALIZAÇÃO SOBRE MODELOS PREVIDENCIÁRIOS

Como se pôde perceber no capítulo anterior, a finalidade da atividade para a qual se desenvolve um modelo de ALM diferencia as variáveis e as restrições impostas ao modelo. Um ALM para atividade bancária, por exemplo, estuda um horizonte temporal substancialmente menor que um ALM de um fundo de pensão. Os passivos dessas duas atividades apresentam características distintas. Enquanto o banco trabalha com um histórico de comportamento de recebimentos e manutenção de depósitos e frequência e volume de saques de seus clientes, os fundos de pensão contam com perspectivas de períodos de contribuição e de pagamento de benefícios aos seus associados definidas nos regulamentos dos planos de benefícios. Como consequência, as carteiras ótimas de ativos para um banco e para um fundo de pensão tendem a ser diferentes.

Na revisão teórica, ficou evidente que as restrições impostas à otimização da função são tão importantes quanto a otimização em si. Na maioria dos casos, quando se utiliza simulações estocásticas, o tratamento das restrições é a parte mais complexa da programação para obtenção da otimização.

Dessa forma, para que se possa passar da análise teórica sobre modelagem de ALM para uma aplicação prática ao caso de uma Entidade Fechada de Previdência Complementar no Brasil, com todas as restrições existentes no processo de otimização da sua carteira de investimentos, será apresentada, neste capítulo, uma abordagem sobre os modelos previdenciários, conforme previsto no segundo objetivo específico mencionado no capítulo de introdução desta dissertação.

Como ponto de partida, alguns autores (BOULIER; DUPRÉ, 1999); (SAVOIA, 2010) utilizam a figura de três pilares como generalização dos exemplos internacionais de sistemas previdenciários: (i) seguridade social; (ii) previdência coletiva privada; (iii) esforços individuais de poupança previdenciária.

O primeiro pilar, da seguridade social, normalmente mantida pelo Estado, com finalidade de garantir algum nível de universalidade, um ambiente mínimo de bem estar social e, em alguns casos, redistribuição de renda. Nesse primeiro formato observa-se, geralmente, a obrigatoriedade de contribuição e o modelo de Benefício Definido, que será comentado logo adiante.

O segundo pilar é o da previdência coletiva privada, geralmente mantida sob regime de capitalização e de adesão voluntária, embora possa ser também compulsório, como por exemplo no Chile e na Inglaterra. No caso da Inglaterra, embora a contribuição seja compulsória, o trabalhador pode optar por um sistema público, mas que só garante 20% do salário médio dos 20 melhores anos de remuneração.

O terceiro pilar baseia-se em esforços individuais de poupança previdenciária e organiza-se em planos abertos e privados de capitalização. A participação dos Estados nesse tipo de modelo previdenciário restringe-se, quando muito, a incentivos fiscais aos poupadores.

Modelos previdenciários com características similares às dos três pilares acima descritos são praticados de forma isolada ou complementar em diferentes países.

Para além desta classificação genérica, os modelos de financiamento e a abrangência dos sistemas previdenciários ao redor do mundo podem ser analisados sob outras óticas.

### **3.1 Modelos de financiamento da previdência: sistemas de repartição simples versus sistemas de capitalização**

Quanto ao modelo de financiamento, os sistemas previdenciários se dividem, basicamente, em sistemas de repartição simples e sistemas de capitalização (ALMEIDA, 2007).

No modelo de repartição simples (*pay-as-you-go*), geralmente operado pelos governos (SAVOIA, 2010), a geração de trabalhadores ativos contribui para o pagamento dos benefícios aos aposentados, na expectativa de que, em seu tempo de aposentadoria, tenham seus benefícios sustentados pelas

contribuições da geração seguinte, que estará em atividade laboral. Há, portanto, solidariedade entre gerações. A situação na qual ocorrem aumentos reais de massa salarial em relação às aposentadorias correntes, resultantes de ampliação da população economicamente ativa em relação à geração anterior ou da conjuntura econômica, ocasiona superávit previdenciário.

Caso contrário, ocorre déficit previdenciário. Nos casos de déficit, o financiamento da diferença entre arrecadação e pagamentos correntes recai sobre a arrecadação tributária geral. Dependendo da correlação de forças sociais e políticas, é possível a implantação de alterações nas regras de concessões dos benefícios previdenciários visando à redução dos encargos totais para suporte do déficit previdenciário. Como exemplos dessas alterações, podem ser mencionadas as reformas previdenciárias no Brasil em 1998 e 2003 e a ampliação da idade mínima para obtenção da aposentadoria, aprovada pelo parlamento francês em outubro de 2010.

Por sua vez, os regimes de capitalização (que também podem ser chamados de regimes de acumulação) são aqueles em que as contribuições são recolhidas durante o período laboral, seja com controle de contas individuais ou em fundos mutualistas, visando ao financiamento das aposentadorias em momento posterior. Os valores acumulados podem ser geridos por governos ou por instituições privadas criadas especificamente para essa finalidade.

Ainda quanto ao financiamento, a contribuição previdenciária pode ser realizada exclusivamente pelo esforço de poupança do trabalhador ou acompanhada pelo empregador. Em ambos os casos a contribuição pode ser compulsória ou voluntária.

### **3.2 Regras de formação do valor do benefício previdenciário: planos de Benefício Definido, planos de Contribuição Definida e planos mistos**

Quanto à formação do valor do benefício previdenciário, os modelos mais comuns são de Benefício Definido ou Contribuição Definida (BOMFIM,

2007); (ALMEIDA, 2007); (BOULIER; DUPRÉ, 1999). Existem, ainda, modelos previdenciários mistos, que adotam características parciais dos modelos de Benefícios Definidos e Contribuições Definidas (BOMFIM, 2007) Estes modelos, no Brasil, recebem a denominação de planos de Contribuição Variável, e serão apresentados de forma mais detalhada no item 3.5, deste capítulo.

O entendimento dos diferentes tipos de modelos de benefício previdenciário (formação dos passivos) é crucial para a modelagem apropriada de ALM. Além disso, um vetor de aperfeiçoamento teórico das técnicas de ALM é a incorporação dos riscos advindos do passivo atuarial, na linha do que vem sendo proposto na modelagem de *Liability Driven Investments* – LDI (RENAUD; MASON, 2007), (SENOSKI, 2008).

Nos modelos de Benefício Definido (planos BD), os valores dos benefícios são contratados previamente, quando da adesão do trabalhador ao sistema previdenciário. Normalmente esses valores não são definidos numericamente, mas na forma de referência atrelada ao valor do salário do trabalhador e ao tempo de contribuição em sua trajetória laboral futura. Essa referência monetária pode ser vinculada ao último salário antes do início da percepção do benefício ou a uma média de salários de um período temporal previamente definido. A regra de reajuste dos benefícios concedidos nos planos BD normalmente é de vinculação continuada à evolução do valor dos salários que foram usados como referência para concessão dos benefícios.

Nas previdências públicas com regra de Benefício Definido (como é o caso do benefício do INSS no Brasil, da *Social Security* nos Estados Unidos e da previdência pública por repartição na Holanda), os reajustes das aposentadorias ficam subordinados a decisões governamentais sobre a evolução dos salários de referência. Como as previdências públicas funcionam, em sua maioria, em regime de repartição, essas decisões recaem sobre os orçamentos governamentais e podem, também, impactar na gestão das alíquotas de contribuição dos trabalhadores ainda em atividade.

Nas previdências complementares privadas com regra de Benefício Definido, mesmo afastados da atividade laboral, os beneficiários continuam sofrendo impacto das medidas de gestão de planos de carreira e de folha de

pagamentos dos antigos empregadores. Por outro lado, os empregadores que oferecem planos de previdência complementar no modelo BD vinculado ao plano de cargos e salários de suas empresas também geram impactos nos planos de benefícios dos quais são patrocinadores quando implantam medidas de gestão nos seus planos de cargos e salários. Isso ocorre porque as legislações costumam impor responsabilidades solidárias aos patrocinadores de planos de previdência complementar em caso de desequilíbrio financeiro nesses planos.

Assim como na previdência pública, os participantes ativos de planos de previdência complementar privada com modelo de Benefício Definido, mesmo em regime de capitalização, podem ter suas contribuições afetadas pelas decisões dos empregadores que acarretam aumentos nos valores dos benefícios concedidos sem correspondente contribuição prévia por parte dos beneficiários. Isso porque nos planos BD, onde a variável de ajuste dos planos é o valor das contribuições, estas precisam equilibrar as projeções de fluxos futuros de ativos (patrimônio acumulado mais contribuições) e passivos (compromissos atuariais concedidos e a conceder).

Nos modelos de Contribuição Definida (planos CD) os valores das contribuições são definidos previamente. Normalmente um percentual do salário escolhido pelo trabalhador, dentro de um intervalo estabelecido pelo regulamento do plano de benefícios. Os valores dos benefícios a serem concedidos serão resultado dos valores arrecadados e, em regimes de capitalização, acrescidos da rentabilidade dos investimentos realizados no período de acumulação.

Nos planos CD, os benefícios podem ser pagos por tempo determinado, de acordo com a capacidade de pagamento calculada no momento da concessão do benefício, ou de forma vitalícia. Para que se viabilize o pagamento de benefício vitalício é preciso que se estabeleça algum tipo de solidariedade mutualista entre os participantes em benefício, de modo a diluir o risco do cálculo do período a ser coberto pelos benefícios previdenciários, ou a contratação de algum seguro de garantia de pagamento vitalício. No primeiro caso, cálculos atuariais, com base em tábuas de

sobrevivência, devem ser empregados para garantir maior eficiência na definição das parcelas de benefícios pagos mensalmente.

Depois de concedidos, os benefícios vinculados a planos de previdência privada no modelo CD costumam ser reajustados por índices de inflação, reduzindo o risco de participantes e patrocinadores quanto aos impactos de medidas de gestão de planos de cargos e salários dos antigos empregadores nos planos de benefícios.

### **3.3 Abrangência da cobertura dos sistemas previdenciários**

Sob a ótica de modelos de bem estar social, os sistemas previdenciários podem ser organizados em três diferentes regimes: social-democrata, corporativista-estatista e liberal (ESPING-ANDERSEN, 1990).

O regime social democrata se caracteriza pelos objetivos de oferecer cobertura universal e um piso de pagamentos, de modo a proporcionar um padrão mínimo de qualidade de vida.

Os regimes corporativistas-estatistas foram inicialmente observados na França, no período de Napoleão III e na Alemanha, no período de Bismarck. Em ambos os casos, tratava-se de medidas antidemocráticas adotadas por Estados absolutistas. Dessa forma, os privilégios previdenciários concedidos a ocupantes de posições na burocracia estatal e no exército serviam para diferenciá-los do restante da população. Atualmente, podem ser denominados modelos corporativistas aqueles que diferenciam os indivíduos em função do seu status social, independentemente do sistema de governo no qual estão inseridos.

No regime liberal os indivíduos se responsabilizam pela própria seguridade, aderindo voluntariamente a planos previdenciários abertos ou por meio de poupança individual. Cabe ao Estado, apenas um benefício assistencial mínimo para situações extremas. Os regimes previdenciários liberais são observados, geralmente, nos países de origem anglo-saxã.

### 3.4 Exemplos internacionais de modelos previdenciários

Os primeiros profissionais a obterem uma compensação no período de inatividade foram os marinheiros, sob o reinado de Luis XIV, na França, no século 17. Depois, na segunda metade do século 19, Napoleão III criou um sistema de aposentadoria para funcionários públicos na França (ESPING-ANDERSEN, 1990). A criação de um Sistema de Seguro por Bismark, na Alemanha, na década de 1880 e a implantação, no final dessa década, de benefício mínimo para todos os cidadãos na Dinamarca, independentemente de contribuição, também são considerados marcos na história da previdência (SAVOIA, 2010).

No final do século 19 e início do século 20 foram disseminados sistemas previdenciários na Europa (ALMEIDA, 2007), caracterizados pelo modelo amplo de proteção social, estatal, e universal. Até a Segunda Grande Guerra predominaram modelos de capitalização coletiva com contribuições definidas. Com a derrocada desse modelo em função das Grandes Guerras e do conseqüente processo de hiperinflação, os sistemas públicos trocaram o modelo de capitalização pelo modelo de repartição simples (ALMEIDA, 2007), (BOULIER; DUPRÉ, 1999).

Nas Américas, a primeira experiência de sistema de aposentadoria por repartição surgiu no Chile, seguido pela Argentina, ambos na década de 1920. No Brasil, em 1923 foi promulgada a Lei Eloy Chaves, que regulou as caixas de previdências das empresas ferroviárias, mas a previdência pública só iria surgir na década de 1960. Nos Estados Unidos o regime de previdência social teve início em 1935 (SAVOIA, 2010), com modelo de gestão pública e sistema de repartição (BOULIER; DUPRÉ, 1999).

Um panorama mundial dos fundos de pensão (BOULIER; DUPRÉ, 1999) mostra que mais da metade do patrimônio acumulado dessas entidades está acumulada na América do Norte, principalmente nos Estados Unidos. Aproximadamente um quarto desse total distribui-se em países europeus, como Inglaterra, Holanda, Suíça, Alemanha, Suécia e Dinamarca e, em menor montante na França, na Itália e na Noruega. Fora desses dois grandes centros de concentração, Japão e Austrália se destacam. Na América do Sul, o

primeiro impulso significativo dos Fundos de Pensão ocorreu no Chile, em função de uma reforma previdenciária implantada pelo ditador General Pinochet, em 1981, que tornou compulsória a adesão a fundos de pensão privados para todos os trabalhadores formais do país. Atualmente, encontra-se em discussão no Chile um novo projeto de reforma (ALMEIDA, 2007), onde se pretende recriar um sistema público para concessão de um benefício básico, mantendo o sistema privado de capitalização individual para aposentadoria suplementar. O modelo puramente privado não previu nenhum tipo de atendimento para os trabalhadores informais e os desempregados e acarretou o surgimento de um grupo de idosos desamparados na sociedade Chilena.

Nos Estados Unidos os fundos de pensão complementam a seguridade social pública. Os primeiros planos de benefícios dos fundos de pensão Norte Americanos seguiam o modelo de Benefício Definido. Problemas de desequilíbrios nos planos de algumas grandes empresas, que chegaram a contaminar a situação financeira desses empregadores a partir da década de 1980, deram início a um movimento de substituição por planos de Contribuição Definida.

Na Inglaterra, os trabalhadores devem aderir compulsoriamente a um fundo de pensão privado, geralmente organizado pelas empresas empregadoras, ou a um plano de contribuição individual, ou a um plano de pensões estatal. Este último, no entanto, garante um benefício de apenas 20% do salário médio dos vinte melhores anos de remuneração do empregado.

Na Holanda também se constata os três componentes previdenciários. Um sistema de repartição com pagamentos moderados baseados no salário mínimo legal; um sistema de capitalização coletiva, que pode ser administrado pelas próprias empresas (com conselhos de gestão com participação dos empregados), ou por bancos e corretoras de seguros; e um sistema de capitalização individual em produtos de seguros.

Na Europa, a tendência também é de redução dos planos de benefícios no modelo de Benefícios Definidos e substituição por planos de Contribuições Definidas (ALMEIDA, 2007). Na Inglaterra já são 67% de planos CD, chegando a 80% na Suíça.

No Japão (BOULIER; DUPRÉ, 1999), os Fundos de Pensão alimentaram o esforço do país na Segunda Grande Guerra e a partir de 1959 foi criado um regime universal obrigatório, baseado num sistema de repartição com contribuições em partes iguais do Estado, da empresa e do empregado. Esse sistema é complementado pelos mais de 2 mil fundos de pensão existentes no país, que são beneficiados por importantes vantagens fiscais. Esses Fundos de Pensão, porém, enfrentaram dificuldades na década de 1990, decorrentes de problemas financeiros nas próprias empresas japonesas, no estouro de uma bolha especulativa imobiliária e nas elevadas metas de rentabilidade, fixadas de forma incoerente com as baixas taxas de juros praticadas no país ao longo de décadas.

### **3.5 O sistema previdenciário e a previdência complementar no Brasil**

A página oficial do Ministério da Previdência Social do Brasil na internet apresenta os principais fatos da história da Previdência Social no Brasil. Nos últimos dois anos do período imperial foram criados os primeiros sistemas previdenciários brasileiros. Assim como na França e na Alemanha, esses primeiros sistemas eram corporativos: direito à aposentadoria aos empregados dos Correios (26 de março de 1888), Caixas de Socorros em cada uma das Estradas de Ferro do Império (24 de novembro de 1888) e o Fundo de Pensões do Pessoal das Oficinas de Imprensa Nacional (20 de julho de 1889). As primeiras iniciativas do período republicano seguiram a mesma lógica.

O Decreto nº 4.682, de 24 de janeiro de 1923, conhecido com Lei Eloy Chaves foi a primeira iniciativa no sentido de organizar um sistema previdenciário nacional. Essa lei estabeleceu a criação de uma Caixa de Aposentadoria e Pensões para os empregados de cada empresa ferroviária. A administração das Caixas era feita pelos empregadores e trabalhadores, sem a participação do Estado (OLIVEIRA; BELTRÃO; FERREIRA, 1997).

A vinculação por empresas, caracterizada por pequeno número de funcionários (muitas vezes um número menor do que o recomendado para o

funcionamento de um sistema previdenciário) com multiplicidade de instituições passou a ser substituída, a partir da década de 1930, pelos institutos de aposentadorias e pensões, com abrangência por categoria profissional. O Estado passou, então, a assumir a gestão das novas instituições. Alguns exemplos de institutos de aposentadorias e pensões criados nas décadas de 1930 e 1940 foram: Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Marítimos (IAPM); Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Comerciantes (IAPC); Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Bancários (IAPB); Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Industriários (IAPI); Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Empregados em Transportes e Cargas (IAPTEC) e o Instituto de Aposentadoria e Pensões da Estiva (IAPE), que absorveu o IAPTEC.

A exemplo dos sistemas de vinculação por empresas, os institutos por categorias profissionais apresentavam disparidades nas coberturas previdenciárias, em função das diferenças de salário entre as categorias (OLIVEIRA; BELTRÃO; FERREIRA, 1997).

A primeira medida para uniformização das contribuições e dos planos de benefícios, e também o primeiro passo rumo à universalização da previdência no Brasil, foi a Lei Orgânica da Previdência Social, em 26 de agosto de 1960. Em 21 de novembro de 1966 foi criado o Instituto Nacional de Previdência Social (INPS). Na década de 1970 foram implantadas novas medidas visando à universalização da cobertura previdenciária: trabalhadores domésticos, autônomos, idosos, inválidos e empregadores rurais foram contemplados.

Na década de 1990, com a entrada em vigor de dispositivos da Constituição de 1988, o Brasil praticamente universalizou a cobertura previdenciária no setor rural (DELGADO; CARDOSO Jr., 2000); (SCHWARZER, 2000)

O Ministério da Previdência e Assistência Social (MPAS), criado em 1974, foi extinto em 1990, e as atividades previdenciárias foram incorporados no recém-criado Ministério do Trabalho e Previdência Social (MTPS). Naquele momento foi também criado o Instituto Nacional de Seguro Social (INSS), fruto da fusão do INPS e do Instituto da Administração Financeira da Previdência e Assistência Social (IAPAS). Em 2003 foi criado o Ministério da Assistência

Social, destacando essa atividade do Ministério da Previdência Social, denominação vigente até os dias de hoje.

Paralelamente à evolução da previdência pública rumo à universalização da cobertura, consolidada no Regime Geral da Previdência Social (RGPS), foram implantados os Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS), estabelecidos em 1978 e reformados em 1998 e 2003, destinados somente aos servidores públicos efetivos.

Entre os sistemas corporativos provenientes da origem da previdência no Brasil, ligados às empresas, os que tiveram sua continuidade deram origem a algumas das instituições hoje denominadas Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC). A Lei nº 6.435 de 15 de julho de 1977 foi o primeiro instituto que regulamentou a previdência complementar no Brasil. Posteriormente, essa lei foi revogada pela Lei Complementar nº 109, de 29 maio de 2001, que configura a mais importante norma do atual Regime de Previdência Complementar brasileiro. A Lei Complementar nº 108, publicada na mesma data da Lei Complementar nº 109, regula a previdência complementar patrocinada por autarquias, sociedades de economia mista e outras entidades públicas.

O Regime Geral da Previdência Social, os Regimes Próprios de Previdência Social e o Regime de Previdência Complementar configuram, no Brasil (GONÇALVES, 2010), a coexistência dos três regimes de bem estar social identificados por Esping-Andersen: social-democrata, corporativista-estatista e liberal, respectivamente. Como na maioria dos exemplos internacionais, também no Brasil percebe-se a coexistência dos três pilares previdenciários, já mencionados neste texto. Os Regimes Geral e Próprios da Previdência Social configuram o pilar da seguridade social pública e o Regime de Previdência Complementar abriga tanto o pilar da previdência coletiva privada quanto o pilar das iniciativas individuais de poupança previdenciária.

O Regime de Previdência Complementar no Brasil funciona no modelo de capitalização (Lei Complementar nº 109/2001) e divide-se em Planos de Benefícios de Entidades Fechadas (previdência coletiva privada) e Planos de Benefícios de Entidades Abertas (esforços individuais de poupança previdenciária).

Os Planos de Benefícios de Entidades Abertas podem ser oferecidos por Entidades Abertas de Previdência Complementar ou Sociedades Seguradoras autorizadas a instituir planos de previdência complementar aberta. O Segmento é fiscalizado pela Superintendência de Seguros Privados (SUSEP), autarquia vinculada ao Ministério da Fazenda. Os planos de benefícios instituídos por entidades abertas podem ser individuais ou coletivos.

A presente dissertação tem como foco principal de interesse a gestão de ALM em Planos de Benefícios de Entidades Fechadas de Previdência Complementar. A maior parte das Entidades Fechadas de Previdência Complementar do Brasil tem sua origem posterior à Lei nº 6.435/1977. Mesmo aquelas cuja origem advém de iniciativas do tempo do Império, tiveram que adequar seus regulamentos, principalmente a partir das Leis Complementares nºs 108 e 109, e perderam seus eventuais traços corporativistas/paternalistas originais, como demonstram, além de outras, as três regras básicas a que são submetidas:

A obrigação da manutenção dos participantes do Regime de Previdência Complementar vinculados ao Regime Geral da Previdência Social. Os empregados de empresas que patrocinam planos de benefícios no Regime de Previdência Complementar continuam obrigados a recolher suas contribuições para o Regime Geral da Previdência Social, bem como seus empregadores. Dessa forma, apenas os trabalhadores com renda superior ao teto dos benefícios do INSS (RGPS) têm interesse em aderir a planos de benefícios de previdência complementar, mas essa iniciativa não enfraquece a seguridade social pública.

A adesão opcional e voluntária dos trabalhadores aos planos de benefícios do Regime de Previdência Complementar. Essa regra deixa claro o caráter opcional da previdência complementar.

A regra que impede que a contribuição das empresas públicas patrocinadoras de planos de benefícios exceda à contribuição dos participantes. Fica caracterizado o esforço de poupança dos trabalhadores participantes de planos de benefícios complementar, uma vez que, com exceção da previdência complementar aberta, em todos os outros regimes previdenciários do Brasil existe contribuição patronal ou financiamento advindo

da arrecadação tributária em proporção até maior que a contribuição dos futuros beneficiários.

A partir da Lei nº 6.435/1977, foram uniformizados os planos de benefícios das EFPC. Naquele primeiro momento foi adotada a lógica de planos no modelo de Benefícios Definidos (ALMEIDA, 2007).

No modelo de Benefícios Definidos a manutenção do poder aquisitivo dos aposentados é obtida pela soma dos valores do benefício da Previdência Social com o benefício previdenciário complementar. Dessa forma, o benefício previdenciário complementar torna-se uma variável dependente do teto da Previdência Social. Os compromissos previdenciários dos planos de Benefícios Definidos também são submetidos a outras hipóteses atuariais de difícil controle, como mudanças nos critérios de elegibilidade ao benefício da Previdência Social, crescimento salarial, inflação, rotatividade e longevidade. Esse ambiente crescente de incertezas fez com que o Brasil acompanhasse a tendência mundial de substituição dos planos de Benefícios Definidos por planos de Contribuição Definida ou planos mistos.

Para superar o choque cultural (ALMEIDA, 2007) dessa mudança de metodologia nos planos de benefícios algumas EFPC adotaram uma solução intermediária à extinção pura e simples dos planos BD com a consequente migração de todos os participantes e dos recursos para planos CD ou mistos. Trata-se do saldamento dos planos BD. Nesses casos, as reservas e os direitos proporcionalmente adquiridos são mantidos nos planos BD e as novas contribuições são direcionadas para novos planos, no modelo CD ou misto.

São ainda, fatores que explicam a ampliação dos planos CD ou mistos (BOMFIM, 2007): menor risco para as empresas; maior transparência para os participantes; maior sintonia com a evolução do mercado de trabalho em que a duração e evolução das carreiras profissionais tornaram-se mais dinâmicas; duas opções de regime tributário disponíveis ao participante; e maior aderência entre o tempo efetivo de contribuição e o valor do benefício, uma vez que nos planos BD o valor do benefício não aumenta se o participante continuar contribuindo além da data prevista para início do benefício e no plano CD o valor do benefício é ampliado em caso de retardamento da aposentadoria.

Conforme artigo 4º da Resolução nº 16 de 22 de novembro de 2005 do Conselho Gestor de Previdência Complementar (CGPC) foi regulamentado, no Brasil, um modelo de previdência complementar fechada denominado de Contribuição Variável (planos CV):

Entende-se por plano de benefícios de caráter previdenciário na modalidade de contribuição variável aquele cujos benefícios programados apresentem a conjugação das características das modalidades de contribuição definida e benefício definido (BRASIL, 2005).

Assim, os planos mistos assumiram, no Brasil, a denominação de planos CV.

Aparentemente, o Conselho Gestor de Previdência Complementar pode ter sido estimulado a adotar essa denominação para os planos mistos pela Lei Complementar nº 109, Art. 7º, parágrafo único:

O órgão regulador e fiscalizador normatizará planos de benefícios nas modalidades de benefício definido, contribuição definida e contribuição variável, bem como outras formas de planos de benefícios que reflitam a evolução técnica e permitam flexibilidade ao regime de previdência complementar (grifo nosso) (BRASIL, 2001).

Entretanto, a parte do texto legal grifada, acima, mostra que seria possível a adoção de outra denominação. Aqui, o entendimento é o de que a denominação “planos mistos” seria mais adequada ao modelo de planos praticados no país que são oficialmente denominados CV. Essa interpretação pode ser reforçada a partir da análise da transcrição dos possíveis arranjos (BOMFIM, 2007) que são denominados, no Brasil, planos CV:

- a) CD durante a fase laboral com a conversão do saldo acumulado com as contribuições e o retorno do investimento em renda vitalícia, renda temporária<sup>4</sup> ou renda certa<sup>5</sup>.
- b) Os benefícios programados são CD. No entanto, caso ocorra o falecimento ou a incapacidade antes do início do benefício, os dependentes ou o próprio participante recebem um benefício

---

<sup>4</sup> Encerra-se no prazo escolhido pelo participante na data de início do benefício ou antecipadamente por ocasião do seu falecimento e/ou do seu dependente.

<sup>5</sup> Encerra-se ao final do prazo escolhido pelo participante.

calculado na modalidade BD, por meio da projeção de contribuições ou ainda por uma fórmula que estabelece um determinado nível de renda. O compromisso do pagamento do benefício (reserva matemática), em alguns planos, tem como piso o saldo acumulado com as contribuições dos participantes e um saldo formado com suas próprias contribuições.

- c) Há, ainda, o plano CD que prevê um saldo de conta, no momento da elegibilidade ao benefício, de no mínimo um valor equivalente a uma quantidade de salários.

O segundo e o terceiro arranjos configuram, respectivamente, os chamados benefício de risco e benefício mínimo, e fazem parte do regulamento de muitos planos criados após a Lei Complementar nº 109/2001. O primeiro arranjo, na situação de renda vitalícia, é o mais comum nos planos denominados CV no Brasil. Neste arranjo, o que varia é o benefício (de acordo com o montante acumulado e rentabilizado durante o período de contribuição) e não a contribuição. Esta é definida pelo próprio participante, dentro de limites estabelecidos nos regulamentos dos planos. Daí a consideração, por parte do autor desta dissertação, de que a denominação de “Contribuição Variável” é inadequada. Dessa forma, fica o registro da denominação oficial estabelecida pela Resolução CGPC nº 16/2005, mas é apresentado o ponto de vista do autor, motivo pelo qual as menções a esses planos nesta dissertação utilizam a denominação “planos mistos”.

Conforme informações da página da Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC) na internet, em seu Boletim Estatístico Semestral de Populações e Benefícios – julho a dezembro de 2009, ao final de 2009 existiam, no Brasil, 369 Entidades Fechadas de Previdência Complementar, que administravam 1.053 planos assistenciais e previdenciais, dos quais, 354 (33,5%) na modalidade BD, 383 (36,5%) na modalidade CD e 316 (30%) mistos. Como se pode observar, mesmo com menor período de existência, os planos CD e mistos já representam dois terços dos planos de benefícios ativos no país.

Entretanto, por serem mais antigos, os planos BD ainda acumulavam, naquela data, 79,25% dos R\$ 509,44 bilhões em ativos totais dos planos previdenciais. Os planos mistos detinham 14,2% e os planos CD, 6,55% desses ativos, conforme informações do relatório Previdência Complementar – Estatística Mensal Dez/09, obtido no mesmo endereço eletrônico.

Pelas informações apresentadas, fica evidenciada a importância da previdência complementar no Brasil como um dispositivo de manutenção da qualidade de vida de parte da população no período pós-laboral. A previdência pública, de caráter mais universal, não tem condições de suportar o padrão de pagamento de benefícios semelhante aos salários do período de atividade laboral a partir de uma determinada faixa de renda. O crescimento da previdência complementar, com forte tendência de ocorrência nos modelos CD e misto, também contribui para ampliação da poupança interna nacional e dinamização do mercado de capitais em especial no segmento dos investimentos de longo prazo.

Ainda, a apresentação das regras de formação dos benefícios previdenciários complementares, nas modalidades de planos BD, CD e mistos, é fundamental para a compreensão de grande parte das restrições impostas à alocação dos investimentos dos recursos garantidores dos planos de benefícios.

## 4 UMA ABORDAGEM SOBRE OS CONFLITOS DE INTERESSES

Como foi visto no capítulo anterior, a previdência complementar é facultativa na grande maioria dos casos, inclusive no Brasil. Logo, a adesão à previdência complementar configura uma escolha das pessoas, na qual ocorre uma troca intertemporal de consumo. O poupador previdenciário abre mão de parte da melhoria de seu bem estar em um determinado período temporal para reduzir ou evitar a perda<sup>6</sup>, ou até, obter uma melhoria do seu padrão de consumo projetado no futuro.

Para entender melhor o papel dos planos de benefícios previdenciários sob o ponto de vista econômico, este capítulo traz uma discussão a respeito da escolha entre consumo e poupança, sob a ótica de um único período temporal, que também pode ser vista como uma escolha intertemporal de consumo, e que é balizada pelas preferências dos agentes econômicos.

Essa discussão é importante para compreensão da modelagem ALM, no que tange à diversificação de carteira, conforme será visto no Capítulo 6, pois uma carteira mais arriscada possibilita melhores resultados médios nas carteiras de investimentos dos planos de benefícios em prazos mais longos, mas pode trazer volatilidades indesejadas no curto prazo. Uma carteira mais conservadora acarreta comportamento inverso. Esses diferentes efeitos em períodos temporais distintos afetam de forma assimétrica os participantes mais distantes, mais próximos ou em fase de recebimento de seus benefícios.

Os interesses dos agentes econômicos são estudados, em microeconomia, a partir da teoria das preferências. Qual será a escolha de um consumidor que possui um orçamento de R\$ 10,00 e pode comprar laranjas com preço unitário de R\$ 1,00 ou bananas com preço unitário de R\$ 0,50? Suas preferências definirão se ele vai escolher 10 laranjas, ou 20 bananas, ou uma combinação intermediária qualquer, como, por exemplo, 5 laranjas e 10 bananas. Entretanto, as preferências não são quantificáveis ou diretamente observáveis. Dessa forma, a observação das escolhas dos consumidores é que

---

<sup>6</sup> Em todos os modelos previdenciários públicos analisados no capítulo 3 os valores dos benefícios previdenciários são, em média, inferiores aos valores dos salários recebidos pelos contribuintes em seu período laboral.

permitirá inferir sobre suas preferências, nesse caso, preferências reveladas (VARIAN, 1987).

Diretamente associado ao consumo está o conceito de utilidade que esse consumo proporciona. A utilidade pode ser vista como um ordenador das condições de bem estar dos consumidores, uma vez que suas escolhas indicarão cestas de consumo que proporcionem a eles a máxima utilidade possível, dadas suas restrições orçamentárias.

Outra abordagem possível, e que interessa diretamente ao presente estudo, é a questão da escolha intertemporal (VARIAN, 1987). Neste caso, é acrescentado ao modelo, antes estático, o fato de que o consumidor recebe um orçamento, que pode ser transformado em consumo, a cada período temporal (um salário mensal, por exemplo). O caso mais simples de escolha intertemporal é o modelo com dois períodos de tempo. No primeiro período de tempo o consumidor poderá escolher um montante de consumo igual, superior ou inferior ao seu orçamento disponível. Se sua escolha for a de consumir exatamente a totalidade do seu orçamento, não carregará dívida nem poupança para o próximo período temporal. Escolhendo consumir mais que seu orçamento, precisará tomar uma dívida, que por sua vez comprometerá parte do seu orçamento (e do seu consumo) no período seguinte. Essa dívida tem um custo associado e no próximo período de tempo será, em valores nominais, superior ao valor tomado no período inicial, reduzindo seu orçamento (e seu consumo) no segundo período. Se a escolha do consumidor no primeiro período for a de consumir menos do que seu orçamento disponível, carregará uma poupança que aumentará seu orçamento (e seu consumo) no próximo período de tempo. O valor economizado também pode ser objeto de aplicação financeira, o que fará com que o consumo no instante seguinte seja maior do que seria se realizado imediatamente.

Podem ser escritas de forma simples algumas equações que equilibram o orçamento nos dois períodos temporais ( $m_1$  e  $m_2$ ) e o consumo, também nos dois períodos ( $c_1$  e  $c_2$ ), supondo uma mesma taxa de juros ( $r$ ), tanto para o custo do empréstimo quanto para a remuneração da poupança:

**Equações 4.1**

$$c_1 + \frac{c_2}{(1+r)} = m_1 + \frac{m_2}{(1+r)} \quad (\text{em termos de valor presente})$$

ou

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2 \quad (\text{em termos de valor futuro})$$

Imaginando-se que as preferências do consumidor não se alteram em um curto espaço de tempo, pode ser avaliado o impacto da alteração da taxa de juros sobre a decisão entre ser poupador ou tomador de empréstimo. A redução da taxa de juros fará com que o tomador de empréstimo tenha ainda mais incentivo para continuar nessa condição, mas poderá fazer com que o poupador passe a tomar emprestado. Por outro lado, o aumento da taxa de juros fará com que o poupador continue poupador, mas poderá fazer com que o tomador de empréstimo torne-se poupador. A teoria das preferências reveladas permite concluir que, no caso de aumento da taxa de juros, o tomador de empréstimos que continuar tomador de empréstimos terá uma redução na sua condição de bem estar, pois uma parte maior do seu orçamento será comprometida com o pagamento de juros, reduzindo seu consumo total.

Fica evidenciado, portanto, que a escolha intertemporal entre consumo e poupança tem relação com a taxa de juros, o que deve interessar a qualquer estudo sobre previdência. Entretanto, a teoria das preferências reveladas tem uma limitação muito forte para esse tema que envolve prazos tão longos quanto a vida das pessoas. Trata-se da premissa de que as preferências permanecerão imutáveis enquanto o seu comportamento é observado. Isso não é razoável em períodos de tempo muito longos (VARIAN, 1987).

Logo, torna-se útil a adoção de outra ferramenta, como a análise do comportamento dos preços dos ativos, que são influenciados pela oferta, mas também pela demanda, portanto, pelo desejo de consumo. Assim, a teoria de apreçamento dos ativos pode ser relacionada ao consumo, que por sua vez está ligado às preferências.

Um modelo intertemporal de apreçamento de ativos por consumo estocástico e oportunidades de investimentos foi elaborado por Douglas

Breeden (BREEDEN, 1979), que também faz referência aos trabalhos de Robert Merton (MERTON, 1971), (MERTON, 1973) e Robert Lucas Jr. (LUCAS, 1978).

Posteriormente o modelo de apreçamento de ativos baseado no consumo foi explorado por John Cochrane (COCHRANE, 2005). Para além da análise direta sobre o comportamento dos preços dos ativos, sua abordagem permite várias análises sobre o comportamento dos investidores (que, na notação do autor, cumprem o papel dos consumidores sob a ótica microeconômica), inclusive sobre relações intertemporais entre consumo e poupança.

O problema de um investidor (ou consumidor) é decidir sobre quanto poupar e quanto consumir, e qual portfólio de ativos manter. A utilidade marginal perdida ao consumir um pouco menos hoje e comprar um pouco mais de ativos<sup>7</sup> deve ser igual à utilidade marginal ganha em consumo no futuro, decorrente dos ganhos obtidos pela manutenção dos ativos:

**Equação 4.2**

$$u'(e_t - \varepsilon \cdot p_t) = \beta E_t[u'(e_{t+1} + \varepsilon \cdot x_{t+1})] , \text{ onde:}$$

$e_t - \varepsilon \cdot p_t$  é o orçamento hoje, subtraído do valor usado para aquisição de ativos: quantidade  $\varepsilon$  de ativos ao preço  $p_t$ ;

$e_{t+1} + \varepsilon \cdot x_{t+1}$  é o orçamento no futuro, acrescido do valor resultante dos ganhos ( $x_{t+1}$ ) obtidos com a quantidade  $\varepsilon$  ativos adquiridos hoje;

$\beta$  é o *fator de desconto subjetivo*, ou, *taxa de preferência intertemporal*; e

A presença do operador  $E_t$  deve-se ao fato do orçamento futuro e os ganhos decorrentes da aquisição dos ativos carregarem incertezas, sendo, portanto, condicionais no tempo.

---

<sup>7</sup> Fica implícito que um ativo pode ser qualquer bem que gere um resultado futuro, como um imóvel, no qual o ganho decorre do resultado dos alugueres mais o valor da venda; ações de uma empresa listada na bolsa de valores, das quais o ganho decorre dos dividendos mais o valor da venda; cotas de fundos de investimentos; ou uma simples conta de poupança.

A condição de primeira ordem para essa tomada de decisão é maximizar a utilidade do consumo em todo o período, em relação à quantidade de ativos  $\varepsilon$  a ser adquirida:

**Equação 4.3**

$$\begin{aligned} \max_{\{\varepsilon\}} \quad & u(c_t) + \beta E_t[u(c_{t+1})] \\ \text{s. a.} \quad & c_t = e_t - \varepsilon \cdot p_t \\ \text{e} \quad & c_{t+1} = e_{t+1} + \varepsilon \cdot x_{t+1} \end{aligned}$$

Para solução do problema, iguala-se a equação a zero e deriva-se em relação a  $\varepsilon$ :

**Equação 4.4**

$$-p_t \cdot u'(c_t) + E_t[\beta \cdot u'(c_{t+1}) \cdot x_{t+1}] = 0$$

Isolando-se o preço na Equação 4.4, é obtida a equação fundamental do modelo de apreçamento de ativos baseado no consumo:

**Equação 4.5**

$$p_t = E_t \left[ \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot x_{t+1} \right]$$

Esta equação mostra o valor, no período de tempo  $t$ , dos ganhos que podem ser obtidos com um ativo (dividendos mais valor de venda) em  $t+1$ . A equação pode ser escrita em uma forma mais condensada, com a utilização de um novo fator, assim definido:

**Equação 4.6**

$$m_{t+1} \equiv \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot x_{t+1}, \text{ onde } m_{t+1} \text{ é denominado } \textit{fator de desconto estocástico}.$$

Então:

**Equação 4.7**

$$p_t = E_t(m_{t+1} \cdot x_{t+1})$$

Nos casos em que não há incertezas, a fórmula padrão de valor presente da matemática financeira é:

**Equação 4.8**

$$p_t = \frac{1}{R^f} \cdot x_{t+1}$$

Por comparação, quando não há incertezas, o *fator de desconto estocástico* 'm' é o inverso da taxa de juros.

Outra forma para que se chegue a essa mesma conclusão é efetuar a divisão dos dois lados da equação  $p_t = E_t(m_{t+1} \cdot x_{t+1})$  pelo preço do ativo, e considerar que o ganho em  $t+1$  ( $x_{t+1}$ ), dividido pelo preço pago em  $t$  ( $p_t$ ), é o retorno ( $R_{t+1}$ ) do investimento em  $t+1$ , de onde se obtém:

**Equações 4.9**

$$1 = E_t(m_{t+1} \cdot R_{t+1}) \quad , \text{logo:}$$

$$E_t(m_{t+1}) = \frac{1}{R_{t+1}}$$

Neste caso, com incertezas, o *fator de desconto estocástico* 'm' é o inverso da taxa de retorno (que é a mesma taxa de desconto) do investimento.

Agora que se sabe a expressão:

**Equação 4.10**

$$m_{t+1} = \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} = \frac{1}{R^i}$$

A atenção pode ser direcionada para a variação do *fator de desconto estocástico* 'm' ao longo da vida de uma pessoa e a sua relação com as taxas de juros ou taxas de desconto exigidas.

A *taxa de preferência intertemporal*  $\beta$  é um fator que pode variar de 0 a 1, e quanto mais próximo de zero, significa que mais impaciente é o consumidor. Quanto mais próximo de um, mais paciente é o consumidor. Um

consumidor com 99 anos de idade tende a ser mais impaciente para consumir logo do que um consumidor com 25 anos de idade.

Da mesma forma, no caso da personagem de 99 anos, a utilidade marginal em consumir no presente deve ser relativamente maior que a utilidade marginal em consumir no futuro do que no caso do jovem de 25 anos. Portanto, a razão da utilidade marginal do consumo no tempo também é menor à medida que a idade do consumidor aumenta.

Como a taxa de juros é inversamente proporcional à *taxa de preferência intertemporal*, e também inversamente proporcional à razão da utilidade marginal do consumo no tempo, fica fácil de perceber que quanto mais avançada a idade do consumidor, maior a taxa de juros que ele exigirá para deixar de consumir agora e esperar para consumir um pouco mais no futuro.

No caso de planos de benefícios, pode-se considerar que o valor dos benefícios tem relação direta com a possibilidade de consumo e, portanto, com a utilidade que esse consumo confere em cada situação. O participante em fase de contribuição vê o valor do benefício relacionado com a sua utilidade em consumir no futuro e o participante em fase de recebimento de benefícios, por sua vez, com sua utilidade em consumir no presente.

Fica evidenciado, dessa forma, que interesses conflitantes entre participantes de um plano de benefícios são eventos naturais, reflexo da condição e do momento de vida das pessoas. A seguir, são analisados três exemplos possíveis:

- a) Em planos de Benefício Definido ou planos mistos com regras para a massa de participantes em período de recebimento de benefícios no modelo BD, um participante em fase de recebimento de benefícios e em idade muito avançada tem uma preferência (e, portanto, interesse) em consumir no momento atual muito mais forte do que um participante jovem, dada a maior incerteza de realmente poder desfrutar desse consumo caso resolva poupar para obter um consumo maior no instante seguinte. Logo, o participante em idade avançada desejará que o

valor do benefício seja o maior possível, mesmo que possa colocar em risco o equilíbrio do plano de benefícios em um prazo, por exemplo, de vinte anos. O participante jovem, por sua vez, poderá nem ter iniciado seu período de benefícios daqui a vinte anos. Neste caso fica configurado o conflito de interesses entre participantes em período de capitalização e participantes em período de recebimento de benefícios, tendo como objeto as premissas atuariais e a taxa de descontos com que se calcula o valor presente dos passivos previdenciais. Os participantes em período de recebimento têm interesse em premissas menos conservadoras, que resultam em reconhecimento de superávits imediatos e, conseqüentemente, majoração no valor dos benefícios; já os participantes mais jovens têm interesse na adoção de premissas mais conservadoras.

- b) Similarmente ao exemplo anterior, podem ser analisados os interesses das patrocinadoras dos planos de benefícios em relação aos interesses dos participantes. Em caso de desequilíbrio nos planos, ambos arcam com o ônus de contribuições adicionais, mas por outro lado, a patrocinadora não recebe benefícios. Logo, a patrocinadora sempre tem interesse na utilização de premissas conservadoras, que reduzem a probabilidade de desequilíbrios. O que não deixa de ser um fator de balanceamento de interesses, pois essa visão se alinha com os participantes mais jovens, com menos tempo de contato com a EFPC, menos poder de organização e de pressão que os participantes mais antigos.
- c) Em planos de Contribuição Definida ou planos mistos com regra de capitalização no modelo CD, os participantes em período de capitalização mais próximos do início do período de recebimento tem maior aversão ao risco que os participantes distantes deste evento. Isso porque eventual volatilidade que resulte em desvalorização do saldo das contas individuais às vésperas da data da concessão do benefício dificilmente poderá ser

recuperada e reduzirá o valor do benefício a ser concedido. Já o valor esperado de uma carteira mais arriscada que possa ser mantida durante um longo período de tempo é maior, mesmo levando-se em conta a volatilidade. Neste caso se caracteriza o conflito de interesses entre participantes em fase de contribuição, tendo como objeto a composição da carteira de investimentos.

Em que pese o reconhecimento de interesses distintos, e por vezes conflitantes, existem vantagens na convivência de todos esses perfis de participantes em um plano de benefícios. Os gestores da carteira de investimentos poderão contar com as contribuições dos participantes mais jovens para a realização dos pagamentos mensais dos benefícios aos participantes em fase de recebimento, sem a necessidade de alienação de ativos pouco líquidos que proporcionam boa rentabilidade, ou mesmo de ativos líquidos que estejam passando por momento de volatilidade negativa. Assim, mesmo com certo número de participantes em período de recebimento de benefícios, ou próximos deste período, os gestores poderão manter uma carteira de investimentos diversificada e com uma parcela de investimentos de longo prazo, que preconizam maior rentabilidade. Os participantes mais jovens, que poderiam suportar uma carteira de investimentos eventualmente mais arriscada, terão sua contrapartida à medida que permanecerem no plano de benefícios e passarem a se beneficiar da liquidez e dos prazos de alongamento proporcionados pelos novos entrantes. O fundamental, é que sejam bem calculados os compromissos de curto prazo, de modo a se manter um montante adequado de recursos em investimentos de elevada liquidez e baixa volatilidade, mesmo auferindo rentabilidade menor que o restante da carteira.

Logo, a existência de conflitos naturais de interesses não significa que seja ideal separar os participantes de planos de benefícios previdenciários em grupos de faixa etária próxima. Ao contrário, pode ser até interessante, como mencionado acima, aproveitar a diversidade de perfis dos participantes de um plano de benefícios para formar uma carteira de investimentos também diversificada que, como foi visto no capítulo 2, beneficiará a todos os interessados.

Dessa forma pode-se perceber que cabe aos gestores das Entidades Fechadas de Previdência Complementar o papel de mediadores dos conflitos de interesses entre participantes em fases distintas de sua relação com o plano de benefícios e entre participantes e patrocinadoras. Modelos robustos de ALM são ferramentas úteis para auxiliar na escolha de carteiras de investimentos que ofereçam o melhor resultado para todos os participantes, quando sujeitas às restrições que representam os interesses de cada grupo de participantes e da patrocinadora em relação ao plano de benefícios.

## 5 RESTRIÇÕES À ALOCAÇÃO DOS INVESTIMENTOS NAS EFPC, NO BRASIL

Uma das principais diferenças entre os modelos de ALM e os modelos de otimização de carteiras baseados na teoria de média-variância é o fato de que estes foram desenvolvidos para situações onde somente ativos são levados em consideração, conforme descrito no capítulo 2 desta dissertação.

Também foi demonstrado que técnicas de imunização de carteiras aplicam-se apenas parcialmente para otimização de carteiras de Entidades Fechadas de Previdência Complementar no Brasil, pois a duração dos ativos de renda fixa disponíveis no mercado não é suficiente para alcançar a duração dos passivos dos planos de benefícios.

Dessa forma fica evidenciada a importância da capacidade dos modelos estocásticos de ALM tratarem das restrições impostas ao processo de otimização.

As restrições se iniciam na própria constatação do portfólio atual e sua alocação proporcional nas diversas classes de ativos. Essa alocação inicial, associada à condição de liquidez de algumas classes ativos existentes na carteira pode levar os gestores a definirem limites de variações negativas abruptas nas alocações de determinadas classes de ativos, de modo a evitarem custos de transações que penalizem o resultado desses investimentos.

O tamanho e a liquidez do mercado e a complexidade de análise e negociação de investimentos estruturados de longo prazo, conhecidos internacionalmente como investimentos em *private equity*, também podem ser impedimentos para eventuais variações positivas muito bruscas nas suas alocações. Além disso, a boa técnica de investimentos nesse segmento recomenda a distribuição da alocação, não somente entre gestores e segmentos econômicos, mas também ao longo do tempo, de forma a diluir o risco de concentração de aquisições em momentos de euforia de mercado, mas que somente são identificados *a posteriori*. Não deve ser incomum, portanto, que um modelo de ALM possa recomendar uma determinada

alocação ótima já para o próximo período temporal, mas receba restrições para que essa alteração se realize ao longo de um maior número de períodos.

As restrições de alocação por limitações legais são muito comuns no caso das Entidades Fechadas de Previdência Complementar brasileiras, uma vez que a legislação específica brasileira pratica o conceito de supervisão por limites. A Resolução nº 3.792/2009, do CMN, estabelece limites máximos para quase todos os ativos e classes de ativos nela definidas, podendo chegar a 100% da carteira total de investimentos apenas os Títulos da Dívida Pública Federal e os Fundos de Investimento em Renda Fixa abertos e de curto prazo (liquidez diária).

A complexidade do cruzamento de limites e sub-limites de alocação de ativos e de classes de ativos, sejam de alocação, de concentração por emissor ou de concentração por emissão estão sistematizados na tabela apresentada no Anexo 10.1, que foi elaborada pela equipe da Gerência de Macroalocação de Recursos e Projeções de Cenários Macroeconômicos (GEMAC) da Fundação dos Economistas Federais (FUNCEF).

A complexidade dessas restrições legais reflete-se diretamente na exigência da programação das simulações estocásticas que suportam a modelagem ALM.

A restrição imposta pela necessidade de liquidez surge, obrigatoriamente, quando se deseja realizar uma gestão integrada entre ativos e passivos. E conforme já mencionado, a projeção das condições futuras dos ativos e passivos envolve riscos estatísticos. A principal proteção das carteiras de investimentos de longo prazo é justamente a disponibilidade de liquidez, para que possam atravessar períodos de volatilidade nos quais algumas (ou todas) classes de ativos ficam depreciadas sem a necessidade de venda desses ativos. Portanto, é recomendável que a necessidade de liquidez seja gerenciada por alguma medida adicional sobre o cálculo da liquidez necessária para cumprimento apenas dos compromissos dos passivos projetados em cada período temporal. Uma possibilidade interessante é a criação de um índice de liquidez, que leva em conta os ativos líquidos, cujos preços são menos suscetíveis a variações (mesmo em períodos de crises econômicas), e os compromissos de algum período temporal a ser definido. Assim, a definição do

índice de liquidez altera a intensidade da restrição de liquidez imposta pelos passivos ao modelo de ALM.

Finalmente, as principais restrições impostas aos modelos de ALM são as restrições impostas pelos passivos. Como já mencionado, os passivos normalmente definem a própria natureza das instituições. Os passivos das seguradoras são os sinistros que elas deverão cobrir. Os passivos dos bancos são os depósitos dos seus clientes. Os passivos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar são os benefícios previdenciários, concedidos e a conceder, de seus participantes. É para honrar esses compromissos que as EFPC existem.

As restrições impostas pelos passivos exigem, no mínimo, dois tipos de medidas de acompanhamento: o acompanhamento da liquidez necessária ao cumprimento dos pagamentos em cada período temporal objeto do planejamento de ALM e o acompanhamento da solvência do plano de benefícios durante todo o período.

A manutenção da capacidade de solvência é a manutenção do equilíbrio dos planos de benefícios. Além de determinar que existam recursos para pagamento dos compromissos em cada período temporal, o ALM deve determinar que os ativos totais restantes sejam suficientes para o pagamento dos passivos totais restantes.

Da mesma forma como foi tratada a questão da liquidez, pode ser criado um fator de solvência para os planos de benefícios. No caso do fator de solvência o conservadorismo não precisa, necessariamente, ser tão rigoroso quanto no índice de liquidez. É novamente a característica de longo prazo das EFPC que deve ser analisada. O fato dos compromissos do passivo serem distribuídos em muitos períodos temporais permite que as EFPC possam passar por períodos (curtos, de preferência) com fator de solvência inferior à unidade, e manterem boa probabilidade de recuperação posterior, graças à tendência da reversão à média apresentada pelas classes de ativos. É claro que a referida possibilidade de recuperação é válida quando a ocorrência do

fator de solvência inferior a 1 deve-se a períodos de volatilidade<sup>8</sup> e não a problemas estruturais do plano de benefícios ou de degradação da qualidade dos ativos da carteira de investimentos.

---

<sup>8</sup> Um exemplo de período de volatilidade são os anos de 2008 e 2009 para as bolsas de valores das economias emergentes, que apresentaram forte desvalorização em 2008 e impressionante recuperação no ano seguinte. Quem dispôs de liquidez suficiente para não vender ações no segundo semestre de 2008 teve recuperação integral, ou quase integral, em 2009.

## **6 O MODELO DE ALM DESENVOLVIDO PARA A FUNDAÇÃO DOS ECONOMIÁRIOS FEDERAIS - FUNCEF**

O modelo de ALM objeto de interesse e validação desta dissertação teve seu desenvolvimento iniciado em 2009 e vem sendo utilizado pela Diretoria de Investimentos (DIRIN) da FUNCEF desde 2010.

A Fundação é uma Entidade Fechada de Previdência Complementar – EFPC, instituição sem fins lucrativos que administra os planos de previdência complementar patrocinados pela Caixa Econômica Federal e oferecidos aos seus empregados, sendo um deles co-patrocinado pela própria Fundação e oferecido ao seu quadro funcional. A FUNCEF é o terceiro maior fundo de pensão do Brasil e um dos maiores da América Latina, com ativos líquidos de investimentos de aproximadamente R\$ 42,8 bilhões no final de 2010. A Fundação foi criada com base na Lei nº 6.435, de 15 de julho de 1977, e teve início de suas atividades em 1º de agosto do mesmo ano. No primeiro ano de seu funcionamento a Fundação reuniu mais de 20 mil participantes e atualmente já superou a marca de 110 mil participantes.

A descrição dos planos de benefícios administrados pela FUNCEF será feita no capítulo 7 desta dissertação, como uma contextualização do estudo de caso no qual será utilizado o novo modelo de ALM da Fundação.

Desde 2001, e até o exercício de 2009, a FUNCEF vinha utilizando, como subsídio técnico para a elaboração de suas propostas anuais de Políticas de Investimentos, um modelo próprio de ALM, determinístico. Esse modelo, porém, havia sido desenvolvido fora da Fundação, por instituição que já tinha encerrado suas atividades, e já não dispunha mais de manutenção ou possibilidade de aperfeiçoamentos.

A partir de 2010, um novo modelo próprio de ALM, estocástico, vem sendo utilizado na FUNCEF. Essa nova modelagem, cujo desenvolvimento foi liderado pelo Dr. Alexandre Ywata de Carvalho, é particularmente adequada aos interesses e às particularidades da instituição. A nova modelagem vem sendo desenvolvida por profissionais com qualificação e experiência, tanto em atividades acadêmicas quanto em trabalhos aplicados. Além da equipe externa,

participaram, também, do desenvolvimento deste modelo de ALM, o MsC Heglehyschynton Valério Marçal, o Dr. Reinaldo Soares de Camargo e o autor desta dissertação, Eng. Demóstenes Marques<sup>9</sup>.

Merece referência a participação dedicada e eficiente da equipe da Gerência de Macroalocação e Cenários Macroeconômicos da FUNCEF (GEMAC): Angelo Afonso Lourenço Fraga; Marcelo Leite Viana Omati; Adriano Rossetti Machado de Resende; Hellen Cristina Santos de Oliveira Rodrigues; e Henrique Ribeiro Leão, que trabalharam incansavelmente na obtenção e organização das informações junto a diversas áreas da Fundação e na operacionalização do modelo.

A implantação de um modelo de gestão integrada de ativos e passivos na FUNCEF só foi possível devido à compreensão e participação de diversas áreas, vinculadas a todas as Diretorias da Fundação: todas as áreas de investimentos vinculadas à Diretoria de Investimentos e à Diretoria de Participações Societárias e Imobiliárias; as áreas de controles, riscos e contabilidade, vinculadas à Diretoria de Planejamento e Controladoria; as áreas de operações com participantes e de atuária, vinculadas à Diretoria de Benefícios; e a área de suporte de informática, vinculada à Diretoria de Administração e Tecnologia da Informação viabilizaram a disponibilização de

---

<sup>9</sup> O Dr. Alexandre Ywata de Carvalho é graduado em Engenharia Mecânica-Aeronáutica pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (1994), mestre em Estatística e Métodos Quantitativos pela Universidade de Brasília (1999) e doutor em Estatística pela Northwestern University (2002). O Dr. Alexandre Ywata de Carvalho é orientador deste trabalho de dissertação.

O MsC Marçal é graduado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás – PUC/GO, mestre em Economia pela Universidade Católica de Brasília e encontra-se na fase final de seu doutorado em Economia pela Universidade Católica de Brasília. MsC Marçal foi o Coordenador da área de Pesquisas e Cenários Macroeconômicos da FUNCEF – COPEC, no período em que a unidade foi incumbida do desenvolvimento do novo modelo de ALM para a FUNCEF.

O Dr. Reinaldo Camargo, graduado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás – PUC/GO – tem mestrado e doutorado em Economia pela Universidade Católica de Brasília, trabalhava na área de Controles e Riscos da FUNCEF e participou do desenvolvimento do modelo de ALM da Fundação desde seu início. Em 2010, quando o MsC Marçal retomou suas atividades profissionais na Caixa Econômica Federal, o Dr. Reinaldo Camargo assumiu a Coordenação da COPEC, posteriormente guindada a Gerência de Macroalocação e Cenários Macroeconômicos - GEMAC, em função da assunção das novas atividades decorrentes da entrada em atividade do novo modelo de ALM.

O autor desta dissertação é graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Santa Maria, aluno do Mestrado Profissional em Regulação e Gestão de Negócios da Universidade de Brasília, é titular da Diretoria de Investimentos da FUNCEF desde julho de 2004, à época denominada Diretoria de Finanças. O autor deste trabalho tem experiência de gestão em todos os segmentos de investimentos permitidos aos Fundos de Pensão e em avaliações de ativos imobiliários pela Caixa Econômica Federal.

todas as informações que alimentam o modelo e participaram das discussões que definiram as projeções dos fluxos de entradas e saídas de recursos e as premissas utilizadas nas simulações estocásticas.

Antes de adentrar na etapa de programação (IAED, 2010), uma das primeiras tarefas no processo de construção de ALM é o levantamento dos ativos financeiros da Fundação, analisando as suas características específicas e suas possibilidades de agrupamento em classes de ativos, de forma a se construir, posteriormente, cenários estocásticos para a evolução dessas classes de ativos. Neste caso é importante a realização prévia de um levantamento sobre onde as informações são armazenadas na instituição, sob qual formato, qual a frequência de atualização, quais as variáveis nas bases de dados, entre outras verificações.

O modelo de ALM desenvolvido para a FUNCEF, programado em código SAS<sup>®</sup> (IAED, 2010), visa à solução do problema de escolher uma macroalocação ótima de todo o patrimônio de um plano de benefícios disponível para investimento, de forma a determinar qual percentual desse patrimônio será alocado em cada uma das classes de ativos (em uma lista pré-determinada de classes). No caso específico da FUNCEF, a lista de classes de ativos está apresentada na Tabela 6.1, a seguir<sup>10</sup>. Conforme detalhado no capítulo 5 desta dissertação, a alocação nessas classes de ativos deve seguir algumas restrições, tanto regulatórias (de acordo com a Resolução nº 3.792, do CMN) quanto gerenciais.

---

<sup>10</sup> Na programação desenvolvida no projeto, há a possibilidade de mais 4 classes de ativos (totalizando 15 classes), caso haja necessidade de maior granularidade da macroalocação. Por outro lado, a adição de mais classes de ativos pode aumentar muito o esforço computacional necessário ao exercício de otimização.

**Tabela 6.1 – Classes de Ativos para a Macroalocação**

Nº	Classes de Ativos para Evolução
1	Renda Fixa – Títulos Públicos
2	Renda Fixa – Títulos Privados
3	Renda Variável – Carteira Passiva
4	Renda Variável – Carteira Ativa
5	Renda Variável – Retorno Absoluto
6	Investimentos Estruturados – FIP + FMIEE
7	Investimentos Estruturados – FII + outros
8	Investimentos no Exterior <sup>11</sup>
9	Imóveis
10	Operações com Participantes
11	Ativos Líquidos

Fonte: IAED, 2010

Para melhor exposição do problema, os pesos para cada uma das classes de ativos são denominados de  $p_1$  até  $p_{11}$ , sendo que  $p_1 + p_2 + \dots + p_{11} = 100\%$ , e todos os  $p_i$  são maiores ou iguais a zero. Como visto no capítulo 2, diversos algoritmos existem na ampla literatura de ALM, para que seja encontrada a alocação ótima. Esses algoritmos variam de acordo com grau de complexidade e com as hipóteses (simplificadoras ou não) para cada um dos módulos da modelagem. Entre os complicadores para os algoritmos de otimização, encontram-se: (a) retornos para a evolução de cada classe de ativos que não seguem uma distribuição normal; (b) presença e tipos de restrições para a alocação entre as classes de ativos; (c) número de classes de ativos; (d) número de períodos considerados no horizonte do ALM; (e) evolução do fluxo atuarial de forma aleatória ou determinística; (f) inclusão do fluxo de recebíveis e o do fluxo de investimentos; (g) restrições de liquidez; (h) restrições em relação ao máximo de risco ao qual a instituição pretende se expor; e (i) precisão das estimativas em relação à carteira ótima. Algumas metodologias bem sucedidas no assunto são: modelo CALM (CONSIGLI; DEMPTER, 1998), (CARIÑO et al., 1994), (ZENIOS, 1995); especificamente para fundos de pensão, pode-se citar o trabalho de Cees Dert (DERT, 1995).

<sup>11</sup> Apesar dos atuais direcionamentos da FUNCEF não contemplarem investimentos no exterior, a classe de ativos “Investimentos no Exterior” será mantida na modelagem do ALM, o que permitirá ajustes caso esses direcionamentos passem por modificações futuras. Para que esta classe de ativo não prejudique a modelagem, terá peso atribuído igual a zero.

Na modelagem de ALM desenvolvida para a FUNCEF, um dos objetivos principais foi a construção de uma arquitetura flexível, de forma a permitir futuras modificações e/ou melhorias no sistema. Para isso a modelagem foi desenvolvida em linguagem SAS® e todos os códigos são abertos. Com isso, a FUNCEF tem total autonomia para operação e implementação de modificações no sistema, de acordo com as necessidades futuras. Além disso, durante o desenvolvimento do modelo foi absorvida uma *expertise* pela equipe da Gerência de Macroalocação e Cenários Macroeconômicos (GEMAC), que atualmente está apta a operar o sistema com total controle sobre os algoritmos.

## **6.1 Visão geral dos módulos do sistema de ALM da FUNCEF**

A estrutura da modelagem ALM da FUNCEF consiste na divisão da programação em diversos módulos. Cada módulo executa uma tarefa específica. Uma das vantagens de uma estrutura modular é a facilidade de manutenção, detecção de erros e inclusão de melhorias. Essas modificações podem ser feitas especificamente no módulo de interesse. Os módulos existentes na estrutura do ALM da FUNCEF são:

- (i) Módulo para evolução estocástica dos principais índices macroeconômicos, os quais pautarão a evolução da rentabilidade dos ativos. Essa evolução dos índices macroeconômicos deve estar de acordo com os cenários desenvolvidos pela Gerência de Macroalocação e Cenários Macroeconômicos (GEMAC) para os próximos cinco anos.
- (ii) Módulo para evolução dos índices de rentabilidade de cada classe de ativos, a partir das variáveis macroeconômicas.
- (iii) Módulo para, com base em uma determinada distribuição de alocação dos ativos do plano de benefícios, efetuar a evolução do patrimônio do plano, calculando-se os índices de liquidez, os fatores

de solvência, o total de ativos líquidos etc., para cada ano do horizonte de tempo considerado no ALM<sup>12</sup>.

- (iv) Módulo para geração de alocações tentativas para a carteira de um determinado plano de benefícios (ou seja, geração dos pesos  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{11}$ ), respeitando-se tanto as restrições regulatórias quanto as restrições gerenciais.
- (v) Módulo para cálculo dos custos de transação, quando a instituição efetua vendas ou compras de ativos. Os parâmetros para os custos de transação podem variar de acordo com a classe de ativos, uma vez que alguns ativos possuem maior liquidez do que outros.
- (vi) Módulo para geração de um número grande de carteiras tentativas (utilizando-se o módulo do item (iv), acima), evoluindo-se essas carteiras ao longo do tempo (utilizando-se o módulo (iii)) e calculando-se os indicadores de desempenho para cada uma delas. Para todas as carteiras testadas, escolhe-se aquela que apresenta melhores indicadores (de performance, de risco ou uma combinação dos dois). O sistema permite que o usuário escolha qual a função objetivo a ser considerada na escolha da carteira ótima.
- (vii) Módulo para encontrar a carteira ótima, com base em metodologia de otimização estocástica. Na sua versão mais direta, a otimização estocástica verifica os indicadores de performance (retorno e/ou risco) para todas as carteiras testadas e escolhe aquela carteira que apresenta os melhores indicadores, de acordo com a função objetivo especificada pelo usuário.

A representação esquemática na Figura 6.1, a seguir, apresenta uma visão geral da interrelação entre os diversos módulos do sistema ALM da FUNCEF. Esses módulos podem ser divididos em três blocos, a serem executados separadamente para cada plano de benefícios da Fundação:

---

<sup>12</sup> No projeto da FUNCEF, o horizonte de tempo escolhido foi de 30 anos, sendo os cálculos para realocação dos ativos na carteira ocorrendo ao final de cada ano.

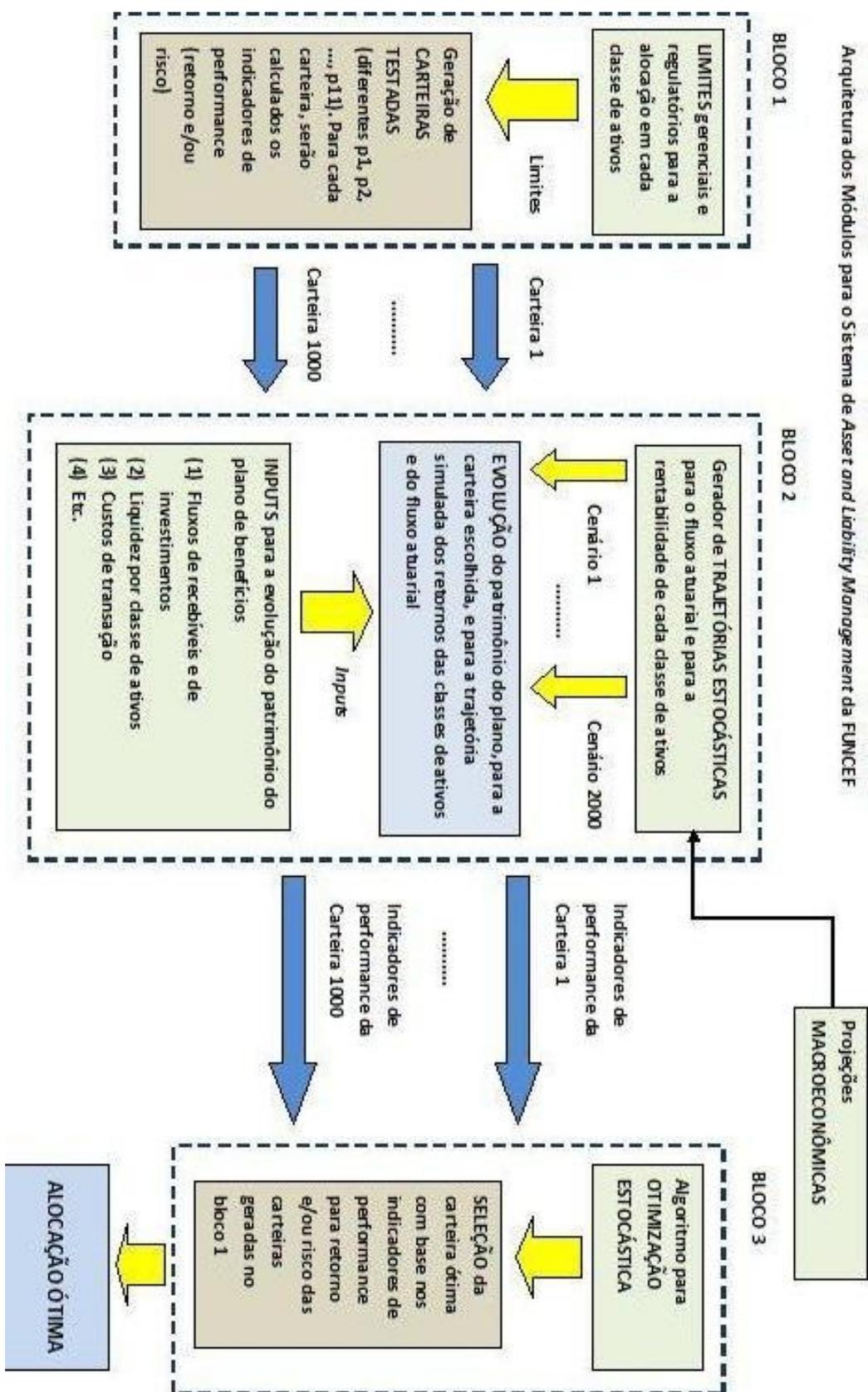


Figura 6.1 – Arquitetura dos módulos para o sistema de ALM da FUNCEF  
 Fonte: IAED, 2010

- a) Bloco 1 – geração aleatória de carteiras testadas, respeitando-se os limites gerenciais e regulatórios para os pesos  $p_1, p_2, \dots, p_{11}$ , para cada carteira gerada.
- b) Bloco 2 – para cada carteira testada, estima-se a evolução do patrimônio do plano de benefícios, ao longo do horizonte de 30 anos. Essa evolução do patrimônio do plano é repetida um grande número de vezes (para uma mesma carteira); cada trajetória calculada tem como base trajetórias estocásticas dos retornos das classes de ativos, bem como trajetórias estocásticas para o fluxo atuarial. Algumas dessas trajetórias vão corresponder a cenários otimistas para a economia brasileira, enquanto outras irão corresponder a cenários negativos. Dessa forma, o bloco 2 permite que o sistema ALM forneça uma visão geral da distribuição de trajetórias para o patrimônio líquido do plano de benefícios.
- c) Bloco 3 – esse bloco avalia os resultados das trajetórias estocásticas para o patrimônio dos planos de benefícios e escolhe a carteira que apresenta os melhores indicadores. Nesse caso, há a opção de determinação de diferentes funções objetivo. O usuário pode estar interessado apenas em maximizar o valor médio do patrimônio da instituição ao final do horizonte do ALM, independente de qual seja o valor da carteira em cenários extremamente negativos. Alternativamente, o usuário pode estar interessado em maximizar o valor médio da carteira ao final do horizonte de 30 anos, escolhendo-se uma carteira que tenha um alto valor médio e ao mesmo tempo não apresente um valor muito baixo no caso de cenários muito negativos para a economia.

## 6.2 Evolução da carteira na modelagem ALM

O principal bloco para otimização da macroalocação no modelo de ALM é o bloco 2 (Figura 6.1), no qual é projetada a evolução do patrimônio da instituição ao longo do horizonte do ALM, realizada a importação dos *inputs* e calculados os principais indicadores de performance.

Dada uma especificação de alocação para a carteira do plano de benefícios (especificação dos pesos  $p_1, p_2, \dots, p_{11}$ ), o passo seguinte na modelagem é a evolução do patrimônio líquido do plano (em valores nominais).

Essa evolução leva em consideração: o patrimônio atual; os retornos para cada classe de ativos; a trajetória do índice de preços; os fluxos de recebíveis e investimentos previstos; o fluxo de dispêndios atuariais; as despesas de custeio; os custos de transação; e os limites máximos (gerenciais e regulatórios) e/ou limites gerenciais mínimos para os investimentos em cada classe de ativos.

Ao final do processo de evolução das classes de ativos são gerados os indicadores de performance de cada carteira especificada. A partir dos indicadores de performance, determina-se a carteira ótima, com base na função objetivo escolhida pelo usuário.

Antes de se escolher a alocação para cada classe de ativos na modelagem de ALM, é importante calcular o valor a ser alocado na conta de ativos líquidos (restrição de liquidez). No instante atual, denominado instante  $t = 0$ , para a determinação da conta de ativos líquidos é preciso estimar despesas e receitas no período seguinte; ou seja, no período  $t = 1$ . Portanto, a conta de ativos líquidos no final do ano  $t = 0$  (ano atual), pode ser especificada como:

$$\begin{aligned} \text{Valor dos ativos líquidos } (t = 0) &= \text{despesas atuariais } (t = 1) \\ &+ \text{despesas de custeio } (t = 1) \\ &+ \text{investimentos previstos } (t = 1) \\ &- \text{recebíveis previstos } (t = 1) \\ &+ \text{adicional para investimentos não} \\ &\quad \text{previstos } (t = 1). \end{aligned}$$

No caso específico dos cálculos que estão sendo realizados na macroalocação para os planos de benefícios da FUNCEF, podem-se considerar os valores de despesas de custeio como nulos. Isso ocorre porque essas despesas estão sendo custeadas pela conta do Programa de Gestão

Administrativa - PGA, que é alimentado por parte das contribuições da patrocinadora e/ou dos participantes, dependendo do regulamento de cada plano de benefícios e da fase na qual se encontra o participante. Como essa parcela do PGA não está sendo considerada no cálculo do fluxo atuarial líquido, também não há necessidade de se considerar as despesas de custeio. Além das despesas atuariais previstas para o ano seguinte, pode-se adicionar também à conta de ativos líquidos a previsão para as despesas atuariais em dois, três, quatro ou cinco anos. Esta consideração adicional permite garantir uma melhor disponibilidade de recursos para cobrir despesas não previstas.

Uma vez especificado o valor a ser alocado na classe de ativos líquidos, as alocações nas demais classes de ativos são especificadas aleatoriamente, respeitando-se os limites mínimos e máximos gerenciais e regulatórios. Considerando-se então uma alocação inicial de investimentos em cada classe de ativos, efetua-se a evolução do valor total da carteira, em um processo sequencial, ano a ano, até o final do horizonte de análise do ALM. Nesse processo sequencial, efetuam-se os seguintes passos:

- (i) Gera-se um determinado cenário aleatório, que contempla as trajetórias para: o índice preços, a taxa SELIC, o Ibovespa, os retornos de cada classe de ativos e o fluxo atuarial. Esse cenário é estocástico; portanto, em alguns casos, pode contemplar retornos altos para o retorno da renda variável, por exemplo, e em outros pode contemplar retornos até mesmo negativos (representando momentos de crise nas economias doméstica e/ou mundial). É importante frisar que a geração dos cenários estocásticos para a evolução da carteira no ALM tem como base os cenários construídos pela Gerência de Macroalocação e Cenários Macroeconômicos (GEMAC) para as projeções macroeconômicas (Figura 6.1).
- (ii) Para cada período de tempo  $t = 1, 2, 3, \dots, 30$ , evolui-se o valor de cada classe de ativos, com base no cenário estocástico para os retornos das classes. As trajetórias dos retornos de cada classe de ativos foram geradas no passo (i) acima. Por exemplo, considerando-se um valor na classe de títulos públicos, no final do período  $t = 0$ , igual a R\$ 1 bilhão, uma inflação de 4,5% e um adicional de retorno

de 5,7% (valor aleatório para o cenário sendo tratado), o valor dos investimentos na classe de títulos públicos será de R\$ 1 bilhão  $\times$   $(1,045) \times (1,057) = \text{R\$ } 1,105$  bilhão, ao final do período  $t = 1$ . Um cálculo similar pode ser feito para cada classe de ativos, de forma a obter uma primeira parcela para o valor total da carteira do plano de benefícios ao final do período  $t = 1$ .

- (iii) Sobre os valores atualizados (monetariamente e em termos de retorno dos ativos) de cada classe de ativos, ao final de cada ano  $t = 1, 2, \dots, 30$ , reduzem-se os valores referentes a recebíveis (por exemplo, vencimentos de títulos públicos) e acrescentam-se os valores referentes a investimentos previstos (de acordo com o fluxo de recebíveis e investimentos, especificado pelo usuário). Os valores de recebíveis são transferidos para a conta de ativos líquidos, enquanto os valores de investimentos são extraídos da conta de ativos líquidos e adicionados na classe de referência, por exemplo, investimentos comprometidos para o segmento imobiliário saem da classe de ativos líquidos e entram na classe investimentos imobiliários.
- (iv) Da conta de ativos líquidos, depois de atualizada com os recebíveis e investimentos previstos, ao final de cada ano  $t = 1, 2, \dots, 30$ , deduzem-se os valores pagos para honrar os fluxos atuariais e para pagar as despesas de custeio (quando for o caso). Desta forma, obtém-se ao final de cada período, o valor final da conta de ativos líquidos (já atualizada com recebíveis, com investimentos e com o pagamento do passivo atuarial e das despesas).
- (v) Ao final de cada período, uma vez atualizados os valores dos investimentos em cada classe de ativos, é preciso fazer os rebalanceamentos para preparar a carteira para o período seguinte. Neste caso, inicialmente calcula-se o valor a ser investido na conta de ativos líquidos, seguindo a mesma fórmula utilizada para o cálculo dos ativos líquidos no período  $t = 0$ ; ou seja,

$$\begin{aligned}
 \text{Valor dos ativos líquidos (em } t) &= \text{despesas atuariais (em } t + 1) \\
 &+ \text{despesas de custeio (em } t + 1) \\
 &+ \text{investimentos previstos (em } t + 1) \\
 &- \text{recebíveis previstos (em } t + 1) \\
 &+ \text{adicional para investimentos não} \\
 &\quad \text{previstos (em } t + 1).
 \end{aligned}$$

- (vi) O rebalanceamento efetuado no item anterior tem diversos objetivos: evitar desenquadramentos futuros em relação aos limites regulatórios; realizar o lucro no caso de investimentos de risco que tiveram um retorno bem acima dos demais; investir em ativos que tiveram um retorno muito abaixo do seu retorno esperado, o que pode indicar oportunidades de compras em períodos de preços baixos. A ideia do rebalanceamento pode ser vista como uma aproximação para uma solução computacionalmente mais complexa (e muito mais demandante em termos de tempo de processamento), do problema: a otimização dinâmica estocástica. Por outro lado, dado que o horizonte do ALM é de 30 anos, enquanto o horizonte do fluxo atuarial é de em torno 120 anos, a solução aproximada com base no rebalanceamento constitui-se em uma aproximação satisfatória para o problema de solução da otimização dinâmica estocástica (que pode ser inviável, em termos práticos).
- (vii) Para cada período de tempo  $t = 1, 2, \dots, 30$ , calculam-se diversos indicadores para avaliar a performance da carteira. Um dos indicadores mais diretos é o **valor restante na carteira**, depois de descontados todos os compromissos no ano, ao final de cada período. Idealmente, espera-se que esse valor restante nunca seja zero (ou negativo), uma vez que isso significaria que o plano de benefícios não tem mais recursos para honrar qualquer compromisso subsequente. De fato, ao final do ano  $t = 30$ , o valor restante na carteira tem que ser suficiente para pagar todo o fluxo de compromissos vindouros, pelos próximos 90 anos (por exemplo, para um plano de benefícios com fluxo atuarial de 120 anos). Portanto, o valor restante na carteira ao final de 30 anos tem que ser maior ou

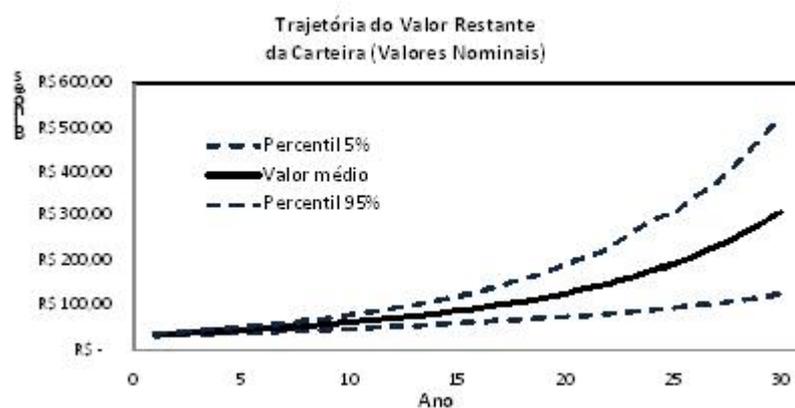
igual ao “resíduo atuarial”, que pode ser calculado trazendo-se a valor presente (a valores do final do período  $t = 30$ ) todo o fluxo futuro de pagamentos, do ano  $t = 31$  até o ano  $t = 120$ . Para trazer esse fluxo futuro a valor presente, utilizamos uma taxa de desconto igual à meta atuarial. No caso dos planos de benefícios da FUNCEF, ao final do ano de 2010 a meta atuarial dos planos de benefícios é de 5,5% a.a..

- (viii) Uma medida importante para o gerenciamento dos fundos de pensão é o **fator de solvência**. Essa medida é calculada a cada período, e é obtida a partir do quociente entre o valor total da carteira de ativos a cada período dividido pelo valor presente do fluxo atuarial dos anos seguintes. Esse valor presente pode ser calculado utilizando-se uma curva de juros de longo prazo ou uma taxa de desconto igual à meta atuarial. Neste projeto, optou-se por se utilizar uma taxa de desconto igual à meta atuarial (de 5,5% a.a.), de forma a manter coerência com os objetivos de rentabilidade da Fundação.
- (ix) Outro indicador importante a ser calculado a cada período é o **índice de liquidez**. Esse indicador é calculado como o quociente entre o total de ativos que podem ser gastos no curto prazo (classe de ativos líquidos mais uma parcela dos investimentos nas demais classes de ativos) dividido pelo total de compromissos de curto prazo (compromissos no horizonte de um ano). Idealmente, esse indicador deve ser maior do que 1 (um) em todos os períodos, para garantir liquidez na carteira para pagamento dos benefícios. Pode ser adotada uma postura mais conservadora, estabelecendo-se uma restrição para o índice de liquidez resultar sempre em um número maior que 1, representando o número de exercícios para os quais os recursos que podem ser gastos no curto prazo são suficientes.
- (x) Os passos de (i) a (ix) são repetidos um grande número de vezes (por exemplo, 2 mil vezes) – esse grande número de repetições é efetuado para cada carteira sendo avaliada. O processo de se repetir um mesmo procedimento, com base em um grande número de cenários estocásticos, é conhecido na literatura como simulações de

Monte Carlo. A cada repetição, geram-se as trajetórias de rentabilidade das classes de ativos, as trajetórias de inflação, da taxa SELIC, do Ibovespa e dos fluxos atuariais. A geração de diversas trajetórias estocásticas permite que os analistas avaliem o desempenho da carteira, em situações tanto positivas (onde os retornos dos ativos são altos) quanto negativas (onde algumas classes de ativos mais arriscadas chegam a ter rentabilidade até mesmo negativa). É importante frisar que as trajetórias de retornos das classes de ativos, na modelagem de ALM da FUNCEF, apresentam alguma correlação entre elas; dessa forma, leva-se em conta o fato de que trajetórias negativas para a carteira de Ibovespa passivo, por exemplo, provavelmente virão acompanhadas de trajetórias negativas para a carteira de Ibovespa ativo. Além de se levar em conta a correlação entre os retornos das classes de ativos *per sí*, pode-se considerar também a correlação entre os retornos das classes de ativos e a trajetória estocástica para o fluxo atuarial.

- (xi) Para cada repetição dos passos (i) a (ix), com base nos diferentes cenários para as trajetórias de rentabilidade das classes de ativos, as trajetórias de inflação, as trajetórias da taxa SELIC, as trajetórias do Ibovespa e as trajetórias dos fluxos atuariais, evolui-se a carteira de ativos da FUNCEF, calculando-se as trajetórias dos indicadores de performance (entre eles, o valor restante da carteira, o fator de solvência e o índice de liquidez). Ao final de um grande número de repetições resulta num grande conjunto de trajetórias para os indicadores de performance da carteira estudada. A partir daí, é possível se calcular o valor restante médio (média das 2 mil repetições, por exemplo) e o percentil 5% do valor restante da carteira. O valor restante médio fornece uma medida da performance média da carteira, enquanto o percentil 5% fornece uma medida do risco associado à carteira. Carteiras com maior peso para investimentos em renda variável, por exemplo, tendem a apresentar maior valor restante médio e menor percentil 5%, quando comparadas ao retorno de carteiras menos focadas em renda

variável. Ou seja, carteiras mais arriscadas apresentam, em média, um retorno superior, mas por outro lado, tendem a apresentar valores restantes menores, em cenários negativos da economia, quando comparadas a carteiras mais conservadoras. A Figura 6.2, a seguir, apresenta um exemplo da trajetória para o valor restante na carteira durante o horizonte de 30 anos do ALM. Os valores apresentados estão em valores nominais para cada ano (já adicionada a inflação).



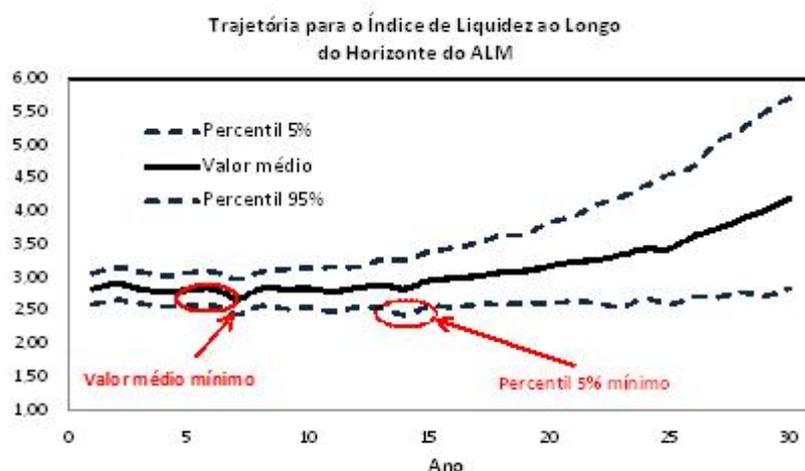
**Figura 6.2 – Trajetória do valor restante da carteira**

Fonte: IAED, 2010

- (xii) Um valor restante alto ao final do horizonte do ALM não significa que o plano de benefícios esteja com excesso de recursos. Conforme discutido anteriormente, ao final dos 30 anos, o plano de benefícios precisa ter em caixa um valor ainda suficiente para honrar todos os compromissos atuariais após o 30º ano. No relatório de resultados do sistema de ALM da FUNCEF, apresenta-se não somente o valor médio restante na carteira, mas também o valor restante médio subtraindo-se o resíduo atuarial, que corresponde ao valor presente do fluxo de pagamentos vindouros dos benefícios atuariais, do 31º ano em diante. A taxa de desconto para cálculo desse fluxo futuro é igual à meta atuarial. Ressalte-se que o valor dos passivos atuariais será maior que os projetados, pois existem regras que incorporam aumentos nos valores dos benefícios quando os planos apresentam superávits sucessivos que não estão inseridas nas projeções dos passivos neste modelo. Dessa forma, mesmo sabendo-se que os

valores restantes líquidos (médios ou percentis 5%), em realidade serão menores que os informados nos *outputs* do modelo, o processo de otimização não é prejudicado, pois o que define a carteira ótima é seu resultado relativo ao resultado das demais carteiras simuladas, e não seu valor cardinal.

- (xiii) A Figura 6.3, a seguir, apresenta a trajetória média e as trajetórias percentil 5% e percentil 95% para o índice de liquidez, ao longo dos 30 anos do horizonte do ALM. É importante que o índice de liquidez tenha valor superior a 1 (um) para todos os anos do período analisado. Portanto, um indicador que é apresentado no relatório de resultados do ALM é o valor médio mínimo do índice de liquidez ao longo da trajetória dos 30 anos. Se o valor médio mínimo é maior do que 1 (um), isso significa que o índice de liquidez médio é maior do que 1 (um) para todo o horizonte do ALM. Similarmente, o relatório de resultados do ALM apresenta também o percentil 5% mínimo ao longo dos 30 anos do horizonte do ALM. Caso o percentil 5% mínimo seja maior que 1 (um) significa que o percentil 5% é maior do que 1 (um) em toda a trajetória, dentro dos 30 anos analisados.

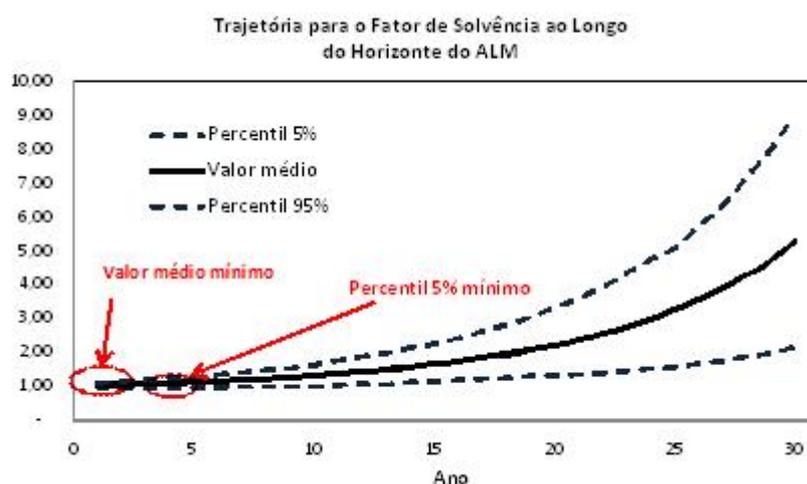


**Figura 6.3 – Trajetória para o índice de liquidez ao longo do horizonte ALM**

Fonte: IAED, 2010

- (xiv) A Figura 6.4, a seguir, apresenta a trajetória média e as trajetórias percentil 5% e percentil 95% para o fator de solvência, ao longo dos

30 anos do horizonte do ALM. Similarmente ao caso do índice de liquidez, o relatório de resultados do modelo ALM reporta os valores mínimos para a trajetória média e para trajetória do percentil 5%. Portanto, caso o valor médio mínimo para o fator de solvência seja maior do que 1 (um), conclui-se que o valor médio do fator de solvência é maior do que 1 (um) para toda a trajetória no horizonte do ALM. O mesmo racional vale para o percentil 5% mínimo do fator de solvência.



**Figura 6.4 – Trajetória para o fator de solvência ao longo do horizonte do ALM**

Fonte: IAED, 2010

- (xv) Finalmente, outra medida importante para indicar o risco implícito a uma determinada carteira em análise é a **probabilidade de gap**. Esse indicador, calculado a cada período  $t = 1, 2, \dots, 30$ , corresponde à probabilidade de o total de ativos da instituição não ser suficiente para honrar os compromissos atuariais. Quando a probabilidade de gap, em um determinado período, por exemplo,  $t = 12$ , é maior do que zero, isso significa que existe uma possibilidade de que, ao final do período  $t = 12$ , o plano de benefícios não tenha mais recursos para honrar qualquer compromisso atuarial futuro. Idealmente, espera-se que a probabilidade de gap seja igual a zero para todos os períodos,  $t = 1, 2, \dots, 30$ , analisados. O relatório de resultados do ALM apresenta o valor de probabilidade de gap máxima ao longo dos

30 anos analisados. Portanto, se a probabilidade de gap máxima for igual a zero, isso significa que essa probabilidade é zero ao longo de todos os 30 anos do horizonte do ALM.

A discussão apresentada nesta seção corresponde à evolução do total de ativos de um determinado plano de benefícios da FUNCEF. Essa evolução é repetida um número grande vezes para cada carteira aleatória ( $p_1, p_2, \dots, p_{11}$ ) em análise. A partir do processo de repetições da evolução da carteira, calculando-se os indicadores de performance, é possível levantar medidas para a performance esperada e para o risco de cada alocação testada. Efetuando-se as simulações de Monte Carlo para as diferentes carteiras é possível eleger uma carteira ótima com base em uma função objetivo especificada pelo usuário.

### **6.3 Determinação da carteira ótima**

Na sua forma mais direta, o processo de seleção da carteira ótima consiste em gerar um número pré-definido (escolhido pelo usuário – esse número pode ser igual a 1 mil ou 2 mil, por exemplo) de carteiras-tentativas, todas respeitando às restrições de limites mínimos e máximos gerenciais e regulatórios. Para cada uma dessas carteiras geradas, executa-se a função no sistema de ALM, a qual procede as simulações de Monte Carlo, e calculam-se os indicadores de performance de cada carteira, conforme detalhamento do item 6.2 deste capítulo. Entre os indicadores de performance, um deles, ou uma combinação deles, é escolhido para definir a função objetivo a ser otimizada. O algoritmo então compara todas as carteiras-tentativas geradas, escolhendo aquela que fornece o maior valor para a função objetivo. A Tabela 6.2, a seguir, apresenta a lista das funções objetivo que estão disponíveis ao usuário do sistema de ALM da FUNCEF.

Tabela 6.2 – Opções para a Função Objetivo

Opção	Função Objetivo	Descrição
1	Maximização do valor líquido restante médio	O processo de otimização busca encontrar a carteira que implica em um valor médio (média para todas as trajetórias simuladas) máximo para o restante total da carteira ao final do horizonte do ALM. Nesse caso, do valor da carteira ao final do horizonte, desconta-se o valor presente do fluxo atuarial restante (resíduo atuarial) para os próximos anos após o final do horizonte.
2	Maximização do valor líquido restante percentil 5%	O processo de otimização busca encontrar a carteira que implica em um valor percentil de 5% (considerando-se todas as trajetórias simuladas) máximo para o restante total da carteira ao final do horizonte do ALM, descontando-se o resíduo atuarial. Ao escolher esta opção ao invés da opção (1), o resultado obtido provavelmente terá uma média restante menor, mas a carteira obtida será menos arriscada.
3	Maximização do fator de solvência mínimo médio	Ao longo do horizonte do ALM, a programação atualiza sequencialmente o valor do fator de solvência. Idealmente, o fator de solvência deveria estar acima de um (ou um mais uma folga de segurança) para todos os períodos. Quando o usuário seleciona a opção (3) para a função objetivo, o processo de otimização procura encontrar a carteira que implica em um fator de solvência mínimo (ao longo dos períodos do horizonte do ALM) médio (para todas as carteiras simuladas) que seja o maior possível.
4	Maximização do fator de solvência mínimo percentil 5%	Quando o usuário seleciona a opção (4) para a função objetivo, o processo de otimização procura encontrar a carteira que implica em um fator de solvência mínimo (ao longo dos períodos do horizonte do ALM) percentil 5% (para todas as carteiras simuladas) que seja o maior possível. Dessa forma, provavelmente, ao final da otimização, a carteira ótima será mais conservadora do que a carteira obtida com a opção (3).
5	Maximização do valor líquido restante médio sujeito à restrição de que o fator de solvência mínimo médio seja maior do que um valor de corte	Essa opção de função objetivo procura encontrar uma carteira que forneça um valor máximo para o total da carteira ao final do horizonte do ALM (subtraindo-se o resíduo atuarial ao final dos 30 anos), levando-se em conta que o fator de solvência <b>médio</b> ao longo de todo o horizonte do ALM não pode ser inferior a um valor de corte. Esse valor de corte também é informado pelo usuário. Portanto, garante-se que, ao final do processo de otimização, o valor restante na carteira seja ainda suficiente para pagar o fluxo atuarial restante, por exemplo (escolhendo-se valor de corte igual a um).
6	Maximização do valor líquido restante médio sujeito à restrição de que o fator de solvência mínimo percentil 5% seja maior do que um valor de corte	Essa opção de função objetivo procura encontrar uma carteira que forneça um valor máximo para o total da carteira ao final do horizonte do ALM (subtraindo-se o resíduo atuarial ao final dos 30 anos), levando-se em conta que o fator de solvência <b>percentil 5%</b> ao longo de todo o horizonte do ALM não pode ser inferior a um valor de corte. Esse valor de corte também é informado pelo usuário. Essa opção para a função objetivo garante que não seja escolhida uma carteira muito arriscada. A opção (6) implica na escolha de uma carteira mais conservadora do que a opção (5).

Fonte: IAED, 2010

## 6.4 *Inputs* para o Modelo de ALM

Os *inputs* necessários para execução dos cálculos da modelagem de ALM da FUNCEF são inseridos no sistema pela utilização de parametrizações em planilhas Excel e podem ser específicas para cada plano de benefícios. Guardando-se os *inputs* de cada plano a cada execução da modelagem ALM, é possível se obter um acompanhamento dos processamentos ao longo dos anos.

A modelagem de ALM da FUNCEF apresenta uma grande flexibilidade e, ao mesmo tempo, tenta levar em consideração diversos fatores que possam impactar, tanto positivamente quanto negativamente, na evolução do patrimônio dos planos de benefícios. Os principais fatores que correspondem aos diferentes *inputs* do sistema são:

- (i) Distribuição atual do patrimônio dos planos de benefícios da FUNCEF em cada uma das classes de ativos. Essa distribuição corresponde ao total alocado atualmente em cada classe de investimentos.
- (ii) Trajetória futura anual<sup>13</sup> do fluxo atuarial, para todos os anos do fluxo. Essa trajetória futura do fluxo atuarial deverá conter não somente os desembolsos e contribuições dos participantes e da patrocinadora ao longo dos próximos 30 anos, mas também nos anos até o final do horizonte dos compromissos atuariais (em geral, mais de 100 anos). Esses desembolsos e contribuições esperados devem considerar apenas os participantes vinculados ao plano de benefícios na data da modelagem, e não deverão incluir possíveis participantes que possam ingressar futuramente. O fluxo atuarial fornecido não deve estar em valores nominais e sim em valores reais. Ao longo da execução do sistema é feita a atualização monetária ano a ano, com base nas trajetórias estocásticas para o índice de preços (INPC). Além disso, com base nos benefícios atuariais totais de um lado e no

---

<sup>13</sup> O fluxo atuarial futuro pode ser fornecido com valores anuais ou semestrais. No caso de valores fornecidos por semestre, devem ser agregados para que o fluxo se torne anual.

fluxo de contribuições (participante + patrocinadora), calcula-se o fluxo atuarial líquido, que é o valor de fato utilizado para os compromissos atuariais na modelagem de ALM da FUNCEF.

- (iii) Trajetórias estocásticas para o INPC, para a taxa SELIC e para o Ibovespa nos 5 primeiros anos, projetadas pelos modelos econométricos da Gerência de Macroalocação e Cenários Macroeconômicos (GEMAC). Estas trajetórias definirão os retornos de cada classe de ativos nos 5 primeiros anos das simulações.
- (iv) Trajetórias estocásticas para o INPC para os 30 anos. Essas trajetórias serão importantes para atualizar os valores do patrimônio dos planos de benefícios da FUNCEF, bem como o fluxo atuarial. O número de trajetórias estocásticas em geral tem que ser muito grande (da ordem de milhares), para que se obtenham cenários com as diferentes situações possíveis da economia brasileira.
- (v) As trajetórias do INPC são utilizadas também como base para as trajetórias dos retornos nominais de cada classe de ativos a partir do 6º ano. Para cada classe de ativos, especifica-se um retorno adicional, levando-se em conta não somente o retorno médio possível de cada classe (acima do INPC), como também o risco dessa classe. Em geral, ativos de renda variável, por exemplo, possuem maior retorno médio e maior risco do que ativos de renda fixa. Nesta dissertação é apresentado apenas um modelo da tabela de retornos e riscos adicionais, uma vez que seu conteúdo é propriedade intelectual da FUNCEF<sup>14</sup>.

---

<sup>14</sup> A definição dos riscos e retornos adicionais utilizados no processo de simulação estocástica do modelo de ALM da FUNCEF foi elaborada por uma equipe multidisciplinar formada por gestores das diversas áreas de investimentos, de benefícios, de riscos e controles da FUNCEF, com a participação dos consultores externos.

**Tabela 6.3 – Retornos médios e riscos para cada classe de ativos**

Nº	Classes de Ativos para Evolução	Média Adicional sobre o INPC	Risco Adicional sobre o INPC
1	Renda Fixa – Títulos Públicos	$R_1$	$\sigma_1$
2	Renda Fixa – Títulos Privados	$R_2$	$\sigma_2$
3	Renda Variável – Carteira Passiva	$R_3$	$\sigma_3$
4	Renda Variável – Carteira Ativa	$R_4$	$\sigma_4$
5	Renda Variável – Retorno Absoluto	$R_5$	$\sigma_5$
6	Investimentos Estruturados – FIP + FMIEE	$R_6$	$\sigma_6$
7	Investimentos Estruturados – FII + outros	$R_7$	$\sigma_7$
8	Investimentos no Exterior <sup>15</sup>	-	-
9	Imóveis	$R_9$	$\sigma_9$
10	Operações com Participantes	$R_{10}$	$\sigma_{10}$
11	Ativos Líquidos	$R_{11}$	$\sigma_{11}$

Fonte: IAED, 2010, adaptada

(vi) Matriz de correlações entre os retornos das classes de ativos, entre si e entre esses retornos e o fluxo atuarial estocástico. Além das médias adicionais dos retornos e dos riscos adicionais sobre o INPC, é importante levar em consideração também a correlação entre os retornos das classes de ativos. Isso porque, em momentos em que há um retorno menor da classe de ativos da carteira de Ibovespa passivo, há uma maior probabilidade de retorno menor, também das classes de ativos das carteiras de Ibovespa ativo e Ibovespa retorno absoluto, por exemplo. Essas correlações são consideradas na evolução das trajetórias do patrimônio dos planos de benefícios, e são especificadas pelo usuário. Uma vez que não existe um estudo nem registros sobre o comportamento histórico das classes de ativos definidas no modelo de ALM da FUNCEF, no primeiro ano de utilização do modelo foram adotados valores que atendem às regras da Basileia II para risco de crédito, para o cálculo do capital

<sup>15</sup> Não foram especificadas médias e riscos adicionais para a classe de investimentos no exterior, por não haver ainda alocação nesta classe. Em todo caso, o sistema já está preparado para considerar tal categoria de investimentos.

econômico quando não são conhecidas as correlações entre as classes de ativos.

- (vii) Fluxos de recebíveis e de investimentos para cada uma das classes de ativos, para os próximos anos. Esses fluxos devem contemplar itens como: vencimentos e cupons de títulos públicos e privados; investimentos e desinvestimentos em fundos de investimentos (FIP, FII etc.); valores recebidos na forma de aluguéis de imóveis investidos; e valores recebidos dos rendimentos das operações com participantes. Os valores especificados no fluxo de recebíveis e de investimentos correspondem às previsões de fluxos de transferência de recursos da conta das diversas classes de ativos para a conta de ativos líquidos e vice-versa. A especificação desses recebíveis irá impactar diretamente a alocação de recursos prevista para a classe de ativos líquidos. Um detalhe importante é que esses fluxos de recebíveis e de investimentos devem estar em valores reais (e não atualizados monetariamente). Isso porque, ao longo da execução do sistema de ALM da FUNCEF, os fluxos são atualizados automaticamente, com base nas trajetórias para os índices de preços.
- (viii) Proporção de ativos líquidos por classe de ativos. Nesse caso, para cada uma das categorias da macroalocação, pode-se especificar qual a parcela dos ativos naquela categoria que são considerados ativos líquidos. Essas parcelas são levadas em conta para o cálculo dos índices de liquidez do plano de benefícios. A classe 11, por exemplo, possui 100% dos seus ativos classificados como ativos líquidos. Já a classe 1, de títulos públicos, a proporção de ativos líquidos pode ser igual à proporção de ativos que estão marcados a mercado, desconsiderando-se, para esta finalidade, a proporção de títulos públicos contabilizados na categoria de manutenção até o vencimento. O modelo de ALM da FUNCEF permite que essa proporção de ativos líquidos seja especificada para cada ano do horizonte de análise (30 anos). Os fluxos de recebíveis

e de investimentos são automaticamente considerados no cálculo do índice de liquidez<sup>16</sup>.

- (ix) Fluxo de despesas para manutenção da FUNCEF. Quando houver interesse, podem ser consideradas no planejamento das despesas de curto prazo e no cálculo do índice de liquidez as despesas de custeio da instituição. No caso específico dos cálculos realizados na macroalocação da FUNCEF os valores dessas despesas foram considerados nulos. Isso ocorre porque essas despesas estão sendo custeadas pela conta do Programa de Gestão Administrativa - PGA, que é alimentado por parte das contribuições da patrocinadora e/ou dos participantes, dependendo do regulamento de cada plano de benefícios e da fase na qual se encontra o participante. Como essa parcela do PGA não está sendo considerada no cálculo do fluxo atuarial líquido, também não há necessidade de se considerar as despesas de custeio.
- (x) Limites mínimos e máximos para a macroalocação em cada classe de ativos. Esses limites são uma combinação entre as restrições regulatórias, impostas pela Resolução nº 3.792/2009, do CMN, e as restrições gerenciais. Por exemplo, em um determinado momento do tempo, não é possível se desfazer de uma parcela grande dos investimentos em títulos de crédito privado, sem que sejam aplicados custos de transação significativos, devido às fracas movimentações desses títulos em mercado secundário. No capítulo 5 desta dissertação foi apresentada uma tabela com as limitações legais, impostas pela Resolução nº 3.792/2009, do CMN, além de comentários sobre os limites gerenciais que podem ser estabelecidos especificamente para cada plano de benefícios.

A título de ilustração do potencial analítico disponibilizado aos gestores da FUNCEF com a implantação do novo modelo de ALM, são apresentados, no Anexo 10.2 desta dissertação, o relatório de resultados e os gráficos

---

<sup>16</sup> O índice de liquidez é calculado pelo quociente entre o total de ativos que podem ser gastos no curto prazo (de um a cinco anos, a ser definido pelo usuário) pelo total de despesas previstas no mesmo horizonte de tempo.

resultantes da utilização do modelo para elaboração da Política de Investimentos do plano Reg/Replan Saldado para o ano de 2011.

Apesar da programação em SAS<sup>®</sup> do modelo de ALM da FUNCEF permitir a utilização de projeções estocásticas dos passivos atuariais, no primeiro ano de utilização do modelo foram adotadas projeções determinísticas dos passivos, informadas pela área de atuária da Fundação. Sobre essas projeções foram aplicadas variações provocadas pelos diferentes cenários para o INPC, de forma a gerar um intervalo de resultados a serem cruzados com as projeções estocásticas dos ativos de investimentos para o cálculo dos resultados líquidos dos planos de benefícios.

Portanto, um dos próximos passos da modelagem de ALM da FUNCEF poderá ser a incorporação dos riscos do lado do passivo atuarial, na linha do que vem sendo proposto na modelagem de *Liability Driven Investments* – LDI, conforme mencionado no item 3.2 desta dissertação. Ao propiciar que as projeções dos passivos atuariais também sejam realizadas por simulações estocásticas, a partir do estudo das variáveis que interferem na sua evolução, a Fundação poderá continuar com o aprimoramento da gestão integrada de seus ativos e passivos.

Entretanto, a entrada em funcionamento da nova modelagem de ALM utilizando uma base de projeções determinísticas para os passivos atuariais não pode ser considerada uma deficiência da modelagem objeto de validação desta dissertação ou da sua programação. O modelo está apto a utilizar projeções estocásticas dos passivos e esta é uma limitação temporária da própria Fundação. As várias reestruturações dos planos de benefícios, além das adequações em fase de implantação, que estão descritas no capítulo 7, impediram o imediato desenvolvimento da ferramenta de projeções estocásticas dos passivos atuariais.

O novo modelo de ALM da FUNCEF foi utilizado em modo de produção para a elaboração das Políticas de Investimentos dos três planos de benefícios da FUNCEF, sendo que um deles tem seus ativos e passivos segregados em duas partes controladas separadamente. Durante a intensa utilização do modelo para obtenção das quatro carteiras ótimas a serem recomendadas às instâncias deliberativas da FUNCEF foi percebida a sua robustez e coerência:

a execução repetida do modelo sob distintas restrições legais e gerenciais testada não foi interrompida por qualquer erro de programação; os resultados médios, percentis e extremos para cada classe de ativos submetida aos 20 mil cenários foram analisados e demonstraram aderência aos resultados reais observados nos últimos anos, que incluíram uma das maiores crises da história do capitalismo; e as diversas carteiras resultantes das simulações durante a fase de ajustes das restrições gerenciais mostraram coerência em seus resultados, ou seja, carteiras com maiores proporções de ativos arriscados resultaram em maiores valores restantes líquidos médios ao final dos 30 anos, mas menores valores restantes líquidos no percentil 5%.

Analisando o modelo de ALM da FUNCEF, descrito neste capítulo, e comparando com o desenvolvimento teórico do tema e com as aplicações práticas apresentadas no capítulo 2, depreende-se que o modelo atende às mais avançadas metodologias de modelagem de ALM por programação estocástica dinâmica.

O único limiar teórico de programações estocásticas que não está contemplado no modelo é a utilização de otimizações estocásticas dinâmicas, mas devido à multiplicação extrema do esforço computacional para sua aplicação, não existem modelos desse tipo em funcionamento para projeções de longo prazo. A título de comparação, para a elaboração da Política de Investimentos da FUNCEF para 2011 as simulações estocásticas utilizaram as quantidades de mil carteiras, rebalanceadas anualmente em um período de 30 anos, com suas trajetórias evoluídas em 2 mil cenários<sup>17</sup>. Dessa forma, foram realizados sessenta milhões de rebalanceamentos de carteiras a cada simulação realizada. No caso de otimização estocástica dinâmica, as mesmas mil carteiras em 2 mil cenários seriam reotimizadas 4 bilhões de vezes, em apenas dois anos de projeções.

Todavia, assim como há vinte anos seria impensável a utilização, no parque computacional corrente de uma EFPC brasileira, de um modelo que calcula 60 milhões de rebalancamentos a cada simulação, o constante

---

<sup>17</sup> Foram gerados 20 mil cenários estocásticos, com base nas projeções de cenários macroeconômicos elaboradas pela GEMAC, dos quais foram sorteados 2 mil cenários a serem utilizados, de forma a ampliar a probabilidade de utilização de cenários extremos sem impor um esforço computacional que inviabilizasse a utilização prática do modelo.

desenvolvimento tecnológico poderá, algum dia, permitir que modelos de otimização dinâmica façam parte da realidade de instituições que fazem planejamento de longo prazo.

Portanto, o projeto de ALM recentemente implantado na FUNCEF municia a Fundação com uma ferramenta analítica robusta e flexível, além de ter propiciado a criação de uma gerência específica para o acompanhamento da macroalocação na instituição. Tanto a criação da GEMAC quanto a utilização de ferramentas econométricas, estatísticas e de ALM, torna a FUNCEF atualmente uma das instituições de previdência complementar com ferramental mais atualizado para gerenciamento dos seus ativos de investimentos.

## **7 ESTUDO DE CASO: ANÁLISE DA POSSIBILIDADE DE FUSÃO DE DOIS PLANOS DE BENEFÍCIOS, SOB A ÓTICA DA GESTÃO DOS ATIVOS DE INVESTIMENTOS DESSES PLANOS**

### **7.1 Contextualização do estudo de caso**

A FUNCEF administra três planos de benefícios. O plano original, na modalidade de Benefício Definido, denominado Reg/Replan, passou por um processo de saldamento em 30 de setembro de 2006.

O saldamento deste plano de benefícios foi um instrumento pelo qual os participantes que aderiram à proposta interromperam suas contribuições previdenciárias e fixaram um direito adquirido, para os empregados em período de atividade laboral, proporcional ao seu tempo de contribuição efetiva, relativamente ao tempo total de contribuições previsto.

A partir do saldamento o valor proporcional estabelecido para o benefício perdeu sua vinculação com o plano de cargos e salários da patrocinadora e passou a ser corrigido anualmente por um índice de inflação, no caso, o INPC.

Os participantes do Reg/Replan já em período de recebimento dos benefícios também puderam optar pelo saldamento, alterando a regra de reajuste de seus benefícios futuros, originalmente vinculados ao plano de cargos e salários da patrocinadora, que também passaram a ser corrigidos pela variação anual do INPC.

Tanto os participantes em período de contribuição quanto em período de recebimento dos benefícios que aderiram ao saldamento receberam, em 30 de setembro de 2006, um reajuste em seus benefícios de aproximadamente 15%. Além disso, o plano saldado conta com uma regra permanente de melhoria dos benefícios, pela qual, o valor equivalente a 50% do resultado

anual dos investimentos que supera a meta atuarial<sup>18</sup> do plano é registrado em um fundo contábil<sup>19</sup> que proporciona reajuste real nos benefícios (além da reposição pela variação do INPC). Sempre que o montante disponível nesse fundo contábil for suficiente para a valoração dos benefícios, concedidos e a conceder, em pelo menos 1% de seu valor, o dispositivo de reajuste real dos benefícios é acionado. De setembro de 2006 a janeiro de 2011 os reajustes reais aplicados aos benefícios em função dos resultados dos investimentos que superaram a meta atuarial do plano são de aproximadamente 30%.

Atualmente, 6.190 participantes estão vinculados ao plano Reg/Replan original, sendo 2.618 assistidos (aposentados e pensionistas) e 3.572 empregados em atividade laboral na patrocinadora. Vinculados ao Reg/Replan Saldado, estão 58.732 participantes, dos quais, 27.646 estão em fase de recebimento dos benefícios e 31.086 em atividade.

Embora as duas modalidades do plano Reg/Replan, saldada e original, constem de um único registro no Cadastro Nacional de Planos de Benefícios (CNPB), seus patrimônios são incomunicáveis e controlados de forma segregada. Os ativos líquidos de investimentos do plano Reg/Replan original contabilizavam, no fechamento do exercício de 2010, o valor de R\$ 3.661.822.000,00 (três bilhões, seiscentos e sessenta e um milhões, oitocentos e vinte e dois mil reais)<sup>20</sup>, e os ativos líquidos de investimentos do plano Reg/Replan Saldado, na mesma data, perfaziam o montante de R\$ 35.951.519.000,00 (trinta e cinco bilhões, novecentos e cinquenta e um milhões, quinhentos e dezenove mil reais).

Em 1998, a Caixa Econômica Federal interrompeu a entrada de novos participantes no plano Reg/Replan<sup>21</sup> e criou o Plano Reb, um plano de benefícios misto, com características de Contribuição Definida na fase de contribuições e características de Benefícios Definidos na fase de recebimento

---

<sup>18</sup> Meta atuarial do plano de benefícios é a taxa de juros pela qual o atuário desconta o fluxo de caixa projetado para o pagamento dos benefícios, concedidos e a conceder, de modo a obter o valor presente do passivo previdencial do plano.

<sup>19</sup> Desde que o plano de benefícios não apresente déficit acumulado.

<sup>20</sup> Valores arredondados em R\$ 1.000,00 (mil reais).

<sup>21</sup> Naquela data ainda não havia ocorrido o saldamento e, portanto, o plano Reg/Replan funcionava, na sua totalidade, na modalidade de Benefícios Definidos, vinculados ao plano de cargos e salários da patrocinadora.

dos benefícios. Posteriormente, este plano foi co-patrocinado pela própria FUNCEF e oferecido aos seus empregados. O Plano Reb conta com 10.419 (dez mil quatrocentos e dezenove) participantes, dos quais 607 (seiscentos e sete) são assistidos e 9.812 (nove mil oitocentos e doze) estão em fase de contribuição. Os ativos líquidos de investimentos do Plano Reb, no final de 2010, totalizavam R\$ 793.261.000,00 (setecentos e noventa e três milhões, duzentos e sessenta e um mil reais). Em 1º de outubro de 2006, foi interrompida a entrada de novos participantes ao plano Reb.

A fusão do plano de benefícios Reb com o Novo Plano já foi aprovada pelas instâncias deliberativas da FUNCEF e da Caixa Econômica Federal, e também pelo Ministério da Fazenda. A efetivação da fusão ocorrerá após sua aprovação por parte do Departamento de Controle das Empresas Estatais do Ministério do Planejamento (DEST) e da Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC).

Fruto do resultado do trabalho de uma comissão com representantes da Caixa Econômica Federal, das entidades representativas dos trabalhadores e da FUNCEF, no dia 1º de outubro de 2006 foi criado o Novo Plano. Plano de benefícios misto, com características de Contribuição Definida na fase de contribuições e de Benefícios Definidos na fase de seu recebimento. Ao final do exercício de 2010, os ativos líquidos de investimentos do Novo Plano totalizavam R\$ 2.277.967.000,00 (dois bilhões, duzentos e setenta e sete milhões, novecentos e sessenta e sete mil reais).

Os participantes do Reg/Replan em período de contribuição que aderiram ao saldamento no seu plano de vinculação inicial passaram a verter suas contribuições para o Novo Plano, além de todos os empregados da Caixa Econômica Federal que aderiram à previdência complementar fechada a partir daquela data.

Dessa forma, o Novo Plano já conta com 67.437 (sessenta e sete mil, quatrocentos e trinta e sete) participantes, sendo 32.298 (trinta e dois mil, duzentos e noventa e oito) vinculados ao Reg/Replan Saldado e 35.139 (trinta e cinco mil, cento e trinta e nove) participantes que iniciaram sua poupança previdenciária neste plano, após 1º de setembro de 2006. Dos 1.284 (hum mil, duzentos e oitenta e quatro) participantes assistidos do Novo Plano, 1.212

(hum mil, duzentos e doze) eram participantes ativos do Reg/Replan que aderiram ao saldamento em 2006, verteram contribuições posteriores para o Novo Plano e tiveram o início do seu período de benefício<sup>22</sup> até o final de 2010. Apenas 72 (setenta e dois) participantes assistidos do Novo Plano não têm vinculação com o Reg/Replan Saldado. Dos 66.153 (sessenta e seis mil, cento e cinquenta e três) participantes ativos do Novo Plano, 31.086 (trinta e um mil e oitenta e seis) são originários do Reg/Replan e aderiram ao saldamento, e 35.067 (trinta e cinco mil e sessenta e sete) têm vinculação apenas com o Novo Plano.

O Novo Plano conta com dispositivo de melhoria contínua do valor dos benefícios, semelhante ao do plano Reg/Replan modalidade saldada.

Conforme já mencionado, os participantes que estavam em fase de recebimento de benefícios e aderiram ao saldamento do plano Reg/Replan, tem sua vinculação exclusivamente ao Reg/Replan Saldado; os participantes que aderiram à previdência complementar oferecida pela patrocinadora Caixa Econômica Federal a partir de 1º de outubro de 2006 tem sua vinculação exclusivamente ao Novo Plano; mas os participantes que estavam em fase de contribuição e aderiram ao saldamento, num total de 32.298 (trinta e dois mil, duzentos e noventa e oito) participantes, estão vinculados tanto ao Reg/Replan Saldado quanto ao Novo Plano.

Esse número de participantes gera uma grande intersecção entre o plano Reg/Replan Saldado e o Novo Plano. Além disso, a FUNCEF, seus participantes e sua patrocinadora têm interesse em promover uma simplificação na estrutura de planos de benefícios existente. A fusão do Reb com o Novo Plano, já aprovada por todas as instâncias deliberativas da FUNCEF e da Caixa Econômica Federal, com o apoio das entidades representativas dos trabalhadores e em tramitação nos órgãos reguladores, é prova do esforço nessa direção.

Esses fatos, portanto, motivam o presente estudo de caso, pois uma eventual cisão das duas modalidades do Reg/Replan, com a imediata fusão da

---

<sup>22</sup> O benefício destes assistidos é formado por uma parcela advinda do Reg/Replan Saldado e uma parcela proveniente das contribuições vertidas para o Novo Plano, além do benefício previdenciário oficial para os que se aposentaram pelo INSS.

modalidade saldada do Reg/Replan ao Novo Plano, resultará em uma estrutura com apenas dois planos de benefícios, com suas distintas características: o Reg/Replan original, na modalidade de Benefícios Definidos vinculados ao plano de cargos e salários da patrocinadora; e o Novo Plano, plano misto com característica de Contribuições Definidas na fase de acumulação e de Benefícios Definidos na fase de recebimento dos benefícios, desvinculado do plano de cargos e salários da patrocinadora e com regra de reajustamento dos benefícios pela variação do INPC e pelos resultados dos investimentos, conforme já detalhado neste capítulo.

Portanto, o presente estudo de caso está inserido em um contexto atual e de interesse da FUNCEF e seus participantes. O conhecimento das projeções dos ativos de investimentos de um plano resultante da fusão entre o Reg/Replan Saldado e o Novo Plano e a possibilidade de comparação com as projeções dos ativos desses planos separados não é elemento suficiente, mas certamente é muito importante para subsidiar essa tomada de decisão.

## **7.2 Especificação das simulações do ALM para estudar a fusão de planos**

A metodologia utilizada para o estudo de caso foi a manutenção de todas as premissas e restrições utilizadas pela FUNCEF para a elaboração das Políticas de Investimentos para 2011, para os planos Reg/Replan Saldado e Novo Plano, inclusive a manutenção da função objetivo que foi otimizada, a saber: **Maximização do valor líquido restante médio sujeito à restrição de que o fator de solvência mínimo percentil 5% seja maior do que 0,95 (Função Objetivo nº 6 da Tabela 6.2).**

Em seguida, mantendo-se as mesmas premissas, foi executada a simulação estocástica para um plano hipotético resultante da soma dos ativos de investimentos e passivos atuariais do Reg/Replan Saldado e do Novo Plano. As restrições gerenciais utilizadas para o plano hipotético foram as mesmas do plano Reg/Replan Saldado, que se mostraram aderentes, devido ao maior volume de ativos de investimentos desse plano em relação ao Novo Plano.

Finalmente, para verificação da consistência dos resultados, foram executadas novas simulações para os planos Reg/Replan Saldado, Novo Plano e para o plano hipotético, mantidas as mesmas premissas e restrições anteriores, porém elegendo uma nova função objetivo a ser utilizada. Nesta etapa foi adotada uma função objetivo de caráter mais conservador: **Maximização do valor líquido restante percentil 5% (Função Objetivo nº 2 da Tabela 6.2).**

As premissas e restrições utilizadas foram as seguintes:

### 7.2.1 Premissas atuariais

Na Tabela 7.1, a seguir, estão apresentados os valores das reservas matemáticas e o fluxo atuarial calculados pela Diretoria de Benefícios com posição em 29/10/2010, bem como as hipóteses e parâmetros utilizados para esses cálculos.

**Tabela 7.1 - Reservas matemáticas planos de benefícios FUNCEF**

Data Base da Avaliação: 29/10/2010		Data do Cálculo: 19/11/2010	
Plano de Benefícios	Concedidos		
	Quant.	Reserva Matemática	
1 REG/REPLAN COM SDT	27.525	R\$ 15.225.744.604,77	
2 NOVO PLANO	2.177	R\$ 94.716.692,07	
3 HIPÓTESE DE FUSÃO	29.702	R\$ 15.320.461.296,84	
Plano de Benefícios	A Conceder		
	Quant.	Reserva Matemática	
1 REG/REPLAN COM SDT	30.666	R\$ 16.705.133.095,79	
2 NOVO PLANO	63.991	R\$ 1.941.170.787,33	
3 HIPÓTESE DE FUSÃO	94.657	R\$ 18.646.303.883,12	
Plano de Benefícios	Total		
	Quant.	Reserva Matemática	
2 REG/REPLAN COM SDT	58.191	R\$ 31.930.877.700,56	
4 NOVO PLANO	66.168	R\$ 2.035.887.479,40	
3 HIPÓTESE DE FUSÃO	124.359	R\$ 33.966.765.179,96	

Fonte: FUNCEF/DIRIN/GEMAC, 2010

### 7.2.2 Hipóteses biométricas

Tábua de Mortalidade Geral: **AT-2000 M&F**

Tábua de Mortalidade de Inválidos: **WINKLEVOSS**

Tábua de Entrada em Invalidez: **Hunter**

Tábua de Rotatividade: **REG/REPLAN: Rotatividade Nula**

**NOVO PLANO: Experiência FUNCEF.**

### 7.2.3 Hipóteses econômicas e financeiras:

Taxa Real Anual de Juros: **5,5%**

Taxa de Crescimento Real Anual de Salário:

**REG/REPLAN: 2,41%;**

**NOVO PLANO: 2,89%.**

Taxa de Crescimento Real Anual de Benefício FUNCEF:

**REG/REPLAN COM SDT e NOVO PLANO: 0%<sup>23</sup>.**

Taxa de Crescimento Real Anual de Benefício INSS: **0%**

Regime Financeiro: **Capitalização**

Método de Financiamento: **REG/REPLAN COM SDT: Não existe**

**Método de Financiamento; e NOVO PLANO: PUC**

---

<sup>23</sup> Para as projeções de crescimento real anual dos benefícios, é utilizada a hipótese de crescimento real nulo porque a regra dos planos, tanto do Reg/Replan Saldado, quanto do Novo Plano, prevê reajuste anual dos benefícios pela variação do INPC. Caso a rentabilidade da carteira de ativos de investimentos seja superior à meta atuarial e os planos se encontrem em situação de superávit, é disparado o dispositivo de reajustes reais. Entretanto, como não é possível prever quando a rentabilidade dos ativos de investimentos superará a meta atuarial, utiliza-se a hipótese de crescimento real nulo e, quando aplicados reajustes reais, é realizada uma nova projeção dos passivos, com base nos valores resultantes.

#### *7.2.4 Fator de determinação do valor real ao longo do tempo*

dos Salários: **98%**;

dos Benefícios do Plano: **98%**;

dos Benefícios do INSS: **98%**.

**Teto do INSS para Contribuição: R\$ 3.467,40 (data-base: 01/2010)**, atualizado pelo índice atuarial do Plano.

**Teto do INSS para Benefício: R\$ 3.174,31 (posição: 10/2010)**, definido conforme legislação vigente.

**Salário Mínimo: R\$ 510,00 (posição: 01/2010)**, atualizado pelo índice atuarial do Plano.

#### *7.2.5 Restrições Legais e Gerenciais às Classes de Ativos:*

As restrições de máximo utilizadas nas simulações estocásticas foram aquelas determinadas pela Resolução nº 3.792/2009, do CMN, (capítulo 5 e Anexo 10.1), excetuando a classe 6 para ambos os planos e a classe 10 para o Reg/Replan Saldado, para as quais foram impostas restrições gerenciais de máximos.

As restrições gerenciais de mínimos e máximos utilizadas para a macroalocação de 2011 foram estabelecidas da seguinte forma:

Classe 1 – Títulos Públicos – restrição de mínimo: percentual equivalente à participação de títulos públicos levados a vencimento. Tais títulos só podem ser negociados para alongamento de prazos.

Classe 2 – Títulos Privados – restrição de mínimo: percentual equivalente à participação relativa dessa classe na posição projetada para dezembro de 2011. Os ativos constantes desta classe não possuem liquidez suficiente para que a posição seja desfeita num curto período de tempo.

Classe 4 – Ibovespa Ativo – restrição de mínimo no Reg/Replan Saldado: percentual relativo à participação do Fundo Carteira Ativa II, que detém participação direta na empresa Vale do Rio Doce.

Classe 6 - Investimentos Estruturados (FIP e FMIEE) – restrição de máximo: limitar a alocação máxima ao percentual estimado para dezembro de 2011 já considerando os investimentos comprometidos, os novos investimentos e os desinvestimentos previstos.

Classe 9 – Imóveis – restrição de mínimo: percentual equivalente à participação atual dessa classe de ativo no patrimônio do plano. Não há previsão imediata de saída de posição no segmento imobiliário.

Classe 10 – Operações com Participantes – restrições de mínimos e máximos: percentual equivalente às projeções desta carteira para dezembro de 2011, com base no seu comportamento histórico. No caso do Novo Plano a restrição de máximo é a própria restrição legal. Por se tratar de uma posição passiva da FUNCEF, a macroalocação praticada não pode ser definida livremente pelo modelo.

**Tabela 7.2 - Restrições legais e gerenciais para o Reg/Replan Saldado**

Classe de Ativo	Restrições Legais e Gerenciais	
	Mínimo	Máximo
Classe 1 – Renda Fixa: Títulos Públicos	33,07	100,00
Classe 2 – Renda Fixa: Títulos Privados	4,05	80,00
Classe 3 – Renda Variável (Ibovespa Passivo)		70,00
Classe 4 – Renda Variável (Ibovespa Ativo)	15,29	70,00
Classe 5 – Renda Variável (Retorno Absoluto)		70,00
Classe 6 – Investimentos Estruturados (FIP e FMIEE)		11,10
Classe 7 – Investimentos Estruturados (FII e FIM)		10,00
Classe 8 – Investimentos no Exterior		
Classe 9 – Investimentos Imobiliários	7,12	8,00
Classe 10 – Operações com Participantes	3,10	4,00
Classe 11 – Renda Fixa (FI RF e Multimercado)		

Fonte: O AUTOR, 2011

**Tabela 7.3 - Restrições legais e gerenciais para o Novo Plano**

Classe de Ativo	Restrições Legais e Gerenciais	
	Mínimo	Máximo
Classe 1 – Renda Fixa: Títulos Públicos	26,90	100,00
Classe 2 – Renda Fixa: Títulos Privados	4,99	80,00
Classe 3 – Renda Variável (Ibovespa Passivo)		70,00
Classe 4 – Renda Variável (Ibovespa Ativo)		70,00
Classe 5 – Renda Variável (Retorno Absoluto)		70,00
Classe 6 – Investimentos Estruturados (FIP e FMIEE)		10,00
Classe 7 – Investimentos Estruturados (FII e FIM)		10,00
Classe 8 – Investimentos no Exterior		
Classe 9 – Investimentos Imobiliários	1,29	8,00
Classe 10 – Operações com Participantes	12,50	15,00
Classe 11 – Renda Fixa (FI RF e Multimercado)		

Fonte: O AUTOR, 2011

A restrição do índice de liquidez, em todos os casos, foi de manutenção de ativos líquidos suficientes para pagamento dos compromissos atuariais e de aportes de investimentos já previstos por, no mínimo, 2 anos.

Os segmentos de Renda Fixa e Renda Variável, previstos na Resolução nº 3.792/2009, do CMN, são abertos em subsegmentos no modelo de ALM da FUNCEF devido às distintas características dos ativos que devem ser classificados nesses segmentos. Como exemplo, podem ser mencionados os Fundos de Investimentos atrelados ao CDI e os Títulos Públicos Federais, que são agrupados no segmento de Renda Fixa da referida Resolução, mas que apresentam comportamentos de retorno e volatilidade distintos.

Os percentuais de alocação propostos para os segmentos de Renda Fixa e Renda Variável são resultados da soma dos seus subsegmentos.

Entretanto, para a execução da Política de Investimentos da Fundação não são necessariamente perseguidas na íntegra as alocações sugeridas pelo modelo para todos os subsegmentos, mas a obediência às classes de ativos estabelecidas pela Resolução nº 3.792/2009, do CMN.

### 7.3 Resultados das simulações e recomendações

O relatório de resultados da simulação do plano Reg/Replan Saldado utilizando a Função Objetivo nº 6 está apresentado no Anexo 10.2 desta dissertação, conforme mencionado no capítulo 6. Os relatórios de resultados das simulações do Novo Plano e do plano hipotético (que representa a fusão dos dois planos de benefícios) utilizando a Função Objetivo nº 6, bem como os relatórios de resultados das simulações do Reg/Replan Saldado, do Novo Plano e do plano hipotético utilizando a Função Objetivo nº 2 estão apresentados no Anexo 10.3 desta dissertação.

Os indicadores de performance escolhidos para a comparação entre o desempenho dos planos de benefícios Reg/Replan Saldado e Novo Plano, em sua condição atual, e o desempenho do plano hipotético resultante da fusão entre os dois planos foram: o valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial) da carteira; o valor médio restante no último período; e o valor líquido restante, percentil 5%, (excluindo resíduo atuarial).

Para a Função Objetivo nº 6: Maximização do valor líquido restante médio sujeito à restrição de que o fator de solvência mínimo percentil 5% seja maior do que 0,95, os resultados comparativos encontram-se na Tabela 7.4, a seguir:

**Tabela 7.4 – Resultados comparativos para a Função Objetivo nº 6**

<b>Indicador de performance da carteira</b>	<b>Novo Plano (R\$)</b>	<b>Reg/Replan Saldado (R\$)</b>	<b>Performance do plano hipotético resultante da fusão entre o Novo Plano e o Reg/Replan Saldado (R\$)</b>	<b>Performance acumulada do Novo Plano e Reg/Replan Saldado mantidos na condição atual (R\$)</b>	<b>DIF (R\$)</b>	<b>DIF%</b>
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	43.948.842.403,56	288.400.014.743,77	342.736.405.742,28	332.348.857.147,33	10.387.548.594,95	3,13%
Valor médio restante no último período	63.120.160.990,67	345.920.209.563,62	419.427.919.149,24	409.040.370.554,29	10.387.548.594,95	2,54%
Valor líquido residual (excluindo resíduo atuarial), percentil 5%	18.865.211.498,79	87.620.857.273,76	112.433.256.144,44	106.486.068.772,55	5.947.187.371,89	5,58%

Fonte: O AUTOR, 2011

Para a Função Objetivo nº 2: Maximização do valor líquido restante percentil 5%, os resultados comparativos encontram-se na Tabela 7.5, a seguir:

**Tabela 7.5 – Resultados comparativos para a Função Objetivo nº 2**

Indicador de performance da carteira	Novo Plano (R\$)	Reg/Replan Saldado (R\$)	Performance do plano hipotético resultante da fusão entre o Novo Plano e o Reg/Replan Saldado (R\$)	Performance acumulada do Novo Plano e Reg/Replan Saldado mantidos na condição atual (R\$)	DIF (R\$)	DIF%
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	40.711.619.552,88	264.318.002.300,13	313.791.554.902,74	305.029.621.853,01	8.761.933.049,73	2,87%
Valor médio restante no último período	59.882.938.140,00	321.838.197.119,97	390.483.068.309,70	381.721.135.259,97	8.761.933.049,73	2,30%
Valor líquido residual (excluindo resíduo atuarial), percentil 5%	19.614.947.541,70	94.755.056.966,83	123.986.036.158,94	114.370.004.508,53	9.616.031.650,41	8,41%

Fonte: O AUTOR, 2011

Quanto às Funções Objetivo otimizadas, os resultados apresentaram-se coerentes às suas premissas: o valor médio líquido e o valor médio restante no 30º período são superiores na carteira escolhida quando a Função Objetivo utilizada foi a nº 6, e o valor líquido residual no percentil 5% foi superior na carteira escolhida com a utilização da Função Objetivo nº 2. Isso quer dizer que carteira escolhida com uma Função Objetivo de maximização de resultados (mesmo que sujeita a uma restrição de valores do Fator de Solvência) apresenta retornos médios maiores, mas performance pior em cenários mais adversos, quando comparada com uma carteira escolhida com uma Função Objetivo de minimização de um dos indicadores de risco<sup>24</sup>.

Sobre os resultados relativos ao Fator de Solvência (Anexo 10.3), em ambas as simulações os valores do plano hipotético situam-se de forma intermediária entre os valores do Reg/Replan Saldado e do Novo Plano. Esse resultado se deve ao fato de que os Fatores de Solvência mínimos, em todos os casos, ocorrem no período inicial das projeções. Como o plano hipotético é

<sup>24</sup> A maximização da Função Objetivo que utiliza como parâmetro de hierarquização de carteiras a serem adotadas o valor líquido resultante do percentil 5% minimiza o risco de escolha de carteiras mais agressivas, que apresentariam pior performance nos cenários projetados mais adversos.

obtido pela soma de ativos e passivos dos planos existentes, seu Fator de Solvência inicial é uma média ponderada dos Fatores de Solvência dos planos existentes. Dessa forma, o comportamento do Fator de Solvência não é muito útil para uma análise comparativa entre o plano hipotético e os planos existentes, mas serve para mostrar que em todas as simulações, todos os planos estudados apresentam adequado comportamento no que tange ao aspecto de solvência.

A probabilidade de Gap observada (Anexo 10.3) foi nula em todas as simulações para todos os planos. A interpretação desse resultado é semelhante à do Fator de Solvência.

Em todos os casos os indicadores de performance do plano hipotético resultante da fusão dos planos Reg/Replan Saldado e Novo Plano superam, com variações de 2,30% a 8,41%, os indicadores dos planos existentes.

As melhores performances relativas do plano hipotético sobre os planos existentes ocorrem no indicador de valor líquido residual percentil 5%, independentemente da Função Objetivo utilizada, ou seja, no ambiente de cenários econômicos mais adversos.

Portanto, os resultados das simulações demonstram que, sob a ótica da gestão dos ativos de investimentos, a hipótese de fusão entre os planos Reg/Replan Saldado e Novo Plano é recomendável.

Esta conclusão é elemento necessário, mas não suficiente, para uma tomada de decisão deste calibre. A hipótese de fusão de dois planos de benefícios envolve outros aspectos complexos como deveres e direitos dos participantes e da patrocinadora<sup>25</sup>. Todavia, os resultados do presente estudo de caso certamente elucidam questões importantes sobre um dos temas mais polêmicos e complexos envolvidos nessa tomada de decisão.

---

<sup>25</sup> Embora possa parecer excessivamente complexa a hipótese de fusão entre um plano originalmente de Benefícios Definidos (Reg/Replan) e outro plano misto, com características de Contribuição Definida na fase de acumulação (Novo Plano), o advento do saldamento interrompeu todas as contribuições para o plano Reg/Replan Saldado. Desta forma, seus benefícios já estão todos contratados, alguns concedidos e outros diferidos. Além disso, as regras dos benefícios concedidos do Reg/Replan Saldado e do Novo Plano foram criadas com muitas similaridades, pelo grupo tripartite que estudou a reestruturação dos planos de benefícios da FUNCEF. Alguns exemplos são a regra de reajuste anual pelo INPC (desvinculação do plano de cargos e salários da patrocinadora) e a regra de aplicação de reajustes reais aos benefícios, que são idênticas para ambos.

## 8 CONCLUSÕES

A implantação de modelos de ALM em Entidades Fechadas de Previdência Complementar exige o envolvimento de equipes multidisciplinares das áreas de investimentos, de benefícios, de riscos, de controles e de suporte tecnológico.

A revisão teórica do tema da gestão integrada de ativos e passivos também ilustra a multidisciplinaridade do assunto. Fundamentos de microeconomia, finanças aplicadas, econometria, estatística, e informática se entrelaçam no desenvolvimento da atividade. A solução do problema de otimização de carteiras de ativos sujeitas a restrições diversas, impossível de ser obtida pelos modelos de otimização analíticos, evoluiu para modelos baseados em simulações estocásticas, os chamados modelos de ALM por programação estocástica.

Além disso, a definição e solução das restrições impostas ao processo de otimização mostrou-se mais complexa que própria otimização das possíveis funções objetivo. Com isso, o profundo e detalhado conhecimento das regras de negócios da instituição que deseja utilizar um modelo de ALM é fundamental para o sucesso de sua implantação.

Toda essa complexidade, associada às limitações dos sistemas computacionais, restringiu a aplicação prática dos modelos de ALM a grandes corporações durante muitas décadas.

É claro que o limiar teórico sempre caminhará a frente das aplicações práticas, mas o desenvolvimento dos sistemas computacionais nos últimos anos torna o planejamento e o controle de riscos com a utilização de modelos de ALM por programação estocástica acessíveis a muitas instituições.

A atividade previdenciária, pelo seu caráter de longo prazo e pelo elevado impacto de seus resultados na vida das famílias que com ela se relacionam, encontra-se entre as que mais absorveram, após os bancos e juntamente com as seguradoras, a utilização das estratégias de ALM.

A frequência da temática de ALM nos congressos e encontros das Entidades Fechadas de Previdência Complementar brasileiras demonstra que o assunto já está em evidência entre os gestores e profissionais dos fundos de pensão nacionais. Entretanto, são raras as entidades que investiram no desenvolvimento de modelos próprios.

O modelo próprio de ALM por programação estocástica desenvolvido pela Fundação do Economistas Federais – FUNCEF, analisado no decorrer desta dissertação, pode ser considerado validado. Tanto na sua aderência aos referenciais teóricos e aos modelos implantados ao redor do mundo na atualidade, quanto pelo seu desempenho ao ser submetido à utilização prática no dia a dia da Fundação e no estudo de caso aqui apresentado.

Por óbvio, o modelo pode e deve ser aperfeiçoado. Entre os aprimoramentos que podem ser vislumbrados estão:

- a) a implantação de projeções estocásticas para os passivos previdenciais;
- b) o monitoramento e aperfeiçoamento dos parâmetros de projeções estocásticas (retornos médios esperados, volatilidades e correlações) das classes de ativos;
- c) a implantação de algoritmos que limitem a proximidade entre os percentuais de alocação inicial nas carteiras geradas aleatoriamente, de forma a obter uma melhor cobertura de todas as possíveis composições de ativos das carteiras que serão projetadas nos cenários gerados estocasticamente;
- d) a implantação de algoritmos de otimização das carteiras baseados em processos computacionais paralelizados, de modo a permitir a utilização de maior quantidade de carteiras geradas aleatoriamente e projetá-las em maior quantidade de cenários, sem implicar em aumento de tempo de execução que impeça sua utilização prática;

- e) a implantação de interfaces mais amigáveis, que permitam seu manuseio por pessoal menos familiarizado com a linguagem de programação SAS<sup>®</sup>; e
- f) o permanente acompanhamento da evolução teórica das modelagens em ALM, para avaliar o momento adequado, pela relação custo x benefício, para evoluir para algoritmos heurísticos mais sofisticados, como por exemplo, os algoritmos genéticos.

Independentemente da permanente possibilidade de aperfeiçoamento, o modelo de ALM por programação estocástica da FUNCEF, aliado à preparação e capacitação da sua equipe técnica durante suas fases de desenvolvimento, testes, ajustes e entrada em produção, conferem a essa Fundação um ferramental econométrico e estatístico para o seu planejamento e acompanhamento de riscos de longo prazo entre os mais atualizados do setor previdenciário, seja no Brasil ou comparada internacionalmente.

## 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Elizabeth S. **Evolução histórica dos planos de benefícios no Brasil e no exterior**. In: GÓES, Wagner de; et al. (Org.). Administração de planos de benefícios. São Paulo: Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP), 2007, p. 9-33.

BOMFIM, Euzébio S. **Tendências na formação de planos e benefícios**. In: GÓES, Wagner de; et al. (Org.). Administração de planos de benefícios. São Paulo: Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP), 2007, p. 51-83.

BOULIER Jean-François ; DUPRÉ, Denis. **Gestion financière des fonds de retraite**. França : Economica, 1999.

BRASIL. **Decreto nº 4.682, de 24 de janeiro de 1923**. Crea, em cada uma das empresas de estradas de ferro existentes no país, uma caixa de aposentadoria e pensões para os respectivos empregados. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto/Historicos/DPL/DPL4682.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/Historicos/DPL/DPL4682.htm)>. Acesso em: 17 fev. 2011.

\_\_\_\_\_. **Lei Complementar nº 108, de 29 de maio de 2001**. Dispõe sobre a relação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades de economia mista e outras entidades públicas e suas respectivas entidades fechadas de previdência complementar, e dá outras providências. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/LCP/Lcp108.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/LCP/Lcp108.htm)>. Acesso em: 17 fev. 2011;

\_\_\_\_\_. **Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001**. Dispõe sobre o regime de Previdência Complementar e dá outras providências. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/LCP/Lcp109.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/LCP/Lcp109.htm)>. Acesso em: 10 fev. 2011.

\_\_\_\_\_. **Lei nº 6.435, de 15 de julho de 1977**. [Revogada]. Dispõe sobre a entidades de previdência privada. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L6435.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L6435.htm)>. Acesso em: 17 fev. 2011.

\_\_\_\_\_. **Resolução nº 16 do Conselho Gestor de Previdência Complementar, de 22 de novembro de 2005**. Normatiza os planos de benefícios de caráter previdenciário nas modalidades de benefício definido, contribuição definida e contribuição variável, e dá outras providências. Disponível em: <<http://www.pssnet.com.br/index.php?doc=283>>. Acesso em: 10 fev. 2011.

\_\_\_\_\_. **Resolução nº 3.792 do Conselho Monetário Nacional, de 24 de setembro de 2009.** Dispõe sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas entidades de previdência complementar. Disponível em: <http://www010.dataprev.gov.br/sislex/paginas/72/CMN/2009/3792.htm>. Acesso em: 17 fev. 2011.

BREEDEN, Douglas T.; **An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities.** Journal of Financial Economics, v. 7. North-Holland Publishing Company, 1979, p. 265-296.

CARIÑO, David R.; KENT, Terry; MYERS, David H.; STACY, Celine; SYLVANUS, Mike; TURNER, Aandrew L.; WATANABE, Kouji; ZIEMBA, William T. The russell-yasuda kasai model: **An asset/liability model for a japanese insurance company using multistage stochastic programming**, 1994. In: ZIEMBA, William T.; MULVEY, John M. Worldwide asset and liability modeling. EUA: Cambridge University Press, 1998.

COCHRANE, John H. **Asset pricing.** EUA: Princeton University Press, 2005.

CONSIGLI, Giorgio; DEMPSTER, Michael A. H. **The CALM stochastic programming model for dynamic asset-liability management.** Annals of Operations Research, 1998.

DELGADO, Guilherme C.; CARDOSO JÚNIOR., José C. (Orgs.) **Universalização de direitos sociais no Brasil: A experiência da previdência rural nos anos 90.** Brasília/Rio de Janeiro: IPEA, ago./2000.

DERT, Cees. **A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds**, 1995. In: ZIEMBA, William T.; MULVEY, John M. Worldwide asset and liability modeling. EUA: Cambridge University Press, 1998.

DONDI, Gabriel; HERZOG, Florian; SCHUMANN, Lorenz M.; GEERING, Hans P. **Dynamic asset and liability management for swiss pension funds**, 2007. In: ZENIOS, Stavros A.; ZIEMBA, William T. Handbook of asset and liability management, v. 2: Applications and Case Studies. North Holand, 2007, p. 963-1028.

DURRETT, Richard. **Stochastic calculus: A practical Introduction.** Probability and Stochastics Series. EUA: CRC Press LLC, 1996.

EICHBERGER, Jürgen; HARPER, Ian R. **Financial economics.** EUA: Oxford University Press, 1997.

ELTON, Edwin J.; GRUBER, Marin J.; BROWN, Stephen J.; GOETZMANN, William N. **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2004.

ESPING-ANDERSEN, Gosta. **The three worlds of welfare capitalism**. EUA: Princeton University Press, 1990.

GAMERMAN, Dani; LOPES, Hedibert F. **Markov chain monte carlo: stochastic simulation for bayesian inference**. CRC Texts in Statistical Science. EUA: Chapman & Hall, 1997

GAZZONI, Antônio Fernando. **ALM: Asset and liability management**. In: GÓES, Wagner de (Org.). Fundos de pensão: Gestão de investimentos. São Paulo: ABRAPP/ICSS/SINDAPP, 2008.

GONÇALVES, Fábio M. **O modelo brasileiro de previdência social**. Revista de Previdência. Rio de Janeiro: Armazém das Letras, n. 9, out./2010, p. 1-7.

HUYNH, Huu Tue; LAI, Van Son ; SOUMARÉ Issouf. **Simulations stochastiques et applications en finance avec programmes matlab**. França : Economica, 2006.

IAED. **Montagem de um Modelo para Asset and Liability Management - ALM para a FUNCEF**. Brasília: Instituto de Análise Econômica do Direito da Fundação dos Economiários Federais – Relatório VIII, 2010.

KLAASSEN, Pieter. **Solving stochastic programming models for asset liability management using iterative disaggregation**. Research Memorandum, 1997.

KOSMIDOU, Kyriaki; ZOPOUNIDIS, Constantin. **Goal programming techniques for bank asset liability management**. EUA, Kluwer Academic Publisher, 2004.

KYRIAKIS, Triphonas; MITRA, Gautam; LUCAS, Cormac. **An ALM model with downside risk and CVar constraints**. Asset and Liability Management Conference. EUA: Cyprus, 2001.

LUCAS Jr., Robert E. **Asset prices in an exchange economy**. Econometrica, v. 46, 1978, p. 1429-1445.

MARKOWITZ, Harry. **Portfolio selection**. The Journal of Finance, v. 7, 1952, p. 77-91.

MERTON, Robert C. **Optimum consumption and portfólio rules in a continuous-time model**. Journal of Economic Theory, 1971, p. 373-413.

\_\_\_\_\_. **An intertemporal capital asset pricing model**. *Econometrica*, v. 41, 1973, p. 867-887.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. **A instituição**. Disponível em: <[http://www1.previdencia.gov.br/pg\\_secundarias/previdencia\\_social\\_12\\_04.asp](http://www1.previdencia.gov.br/pg_secundarias/previdencia_social_12_04.asp)>. Acesso em: 4 dez. 2010.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. **Boletim estatístico semestral de populações e benefícios**, jul./dez., 2009. Disponível em: <<http://www.previdenciasocial.gov.br/previc.php>>. Acesso em: 10 fev. 2011.

MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL. **Previdência complementar: Estatística mensal**, dez./ 2009. Disponível em: <<http://www.previdenciasocial.gov.br/previc.php>>. Acesso em: 10 fev. 2011.

OLIVEIRA, Francisco E. B.; BELTRÃO, Kaizô I./ FERREIRA, Mônica G. **Reforma da previdência**. Texto para Discussão nº 508. Brasília: Ipea, 1997.

RENAUD, Matthew J.; MASON, Galen R. **Liability Driven Investment Strategies – What ERISA fiduciaries need to know**. In: *The Investment Lawyer*, v. 14; N° 9; pg. 11-17. Aspen Publishers. 2007.

RESENDE, José G. L. **Análise de carteiras II: Notas de aula**. (Mestrado em Regulação e Gestão de Negócios). Brasília-DF: CERME/CIEF/UnB, 2010.

ROBERT, Christian P.; CASELLA, George. **Monte carlo statistical methods**. 2. ed. EUA. Springer Texts in Statistics, 2004.

SAVOIA, José R. F. **Gestão de Ativos e Passivos para Fundos de Pensão/ALM: Notas de aula**. São Paulo, 2010.

SCHWARZER, Helmut. **Paradigmas de previdência social rural: Um panorama da experiência internacional**. Texto para Discussão nº 767. Brasília: IPEA, nov./2000.

SENOSKI, Michael J. **Liability-Driven Investing: Risk Metrics and Strategy Evaluation**. In: *Pyramis Global Advisors. Research Paper*, 2008.

SINDAPP. **Consolidado estatístico**. Disponível em: <[http://www.abrapp.org.br/ppub/pef.dll?pagina=servscript&QUALS=estatisticas/estatisticas.html&TipoConteudo=Consolidado\\_Estatistico&idMenu=75&menu=s](http://www.abrapp.org.br/ppub/pef.dll?pagina=servscript&QUALS=estatisticas/estatisticas.html&TipoConteudo=Consolidado_Estatistico&idMenu=75&menu=s)>. Acesso em: 10 fev. 2011.

SUSEP. **Previdência complementar aberta**. Disponível em: <[http://www.susep.gov.br/menuatendimento/previdencia\\_aberta\\_consumidor.asp](http://www.susep.gov.br/menuatendimento/previdencia_aberta_consumidor.asp)>. Acesso em: 10 fev. 2011.

VARIAN, Hal R. (1987). **Microeconomia - princípios básicos: Uma abordagem moderna**. 7. ed., São Paulo: Elsevier, 2006.

WEISKOPF, Marcelo. **Imunização de carteiras de renda fixa**. Dissertação. (Mestrado em Engenharia de Produção). Rio de Janeiro: PUC-RJ, 2003.

WHITE, Halbert. **Asymptotic theory for econometricians**: Revised Edition. EUA: Academic Press, 2000.

ZENIOS, Stavros A. **Asset and liability management under uncertainty for fixed income securities**. Annals of Operations Research, 1995.

\_\_\_\_\_; ZIEMBA, William T. **Handbook of asset and liability management, v. 1: Theory and Methodology**. North Holand, 2006.

\_\_\_\_\_. **Handbook of asset and liability management, v. 2: Applications and Case Studies**. North Holand, 2007.

ZIEMBA, William T. **The Russel-Yasuda Kasai, Inno ALM and related models for pensions, insure companies and high net worth individuals**, 2007. In: ZENIOS, Stavros A.; ZIEMBA, William T. Handbook of asset and liability management, v. 2: Applications and Case Studies. North Holand, 2007, p. 861-962.

\_\_\_\_\_; MULVEY, John M. **Worldwide asset and liability modeling**. EUA: Cambridge University Press, 1998.

# 10 ANEXOS

## 10.1 Demonstrativo de enquadramento

DEMONSTRATIVO DE ENQUADRAMENTO - Res. CMN 3.792 ( Limites máximos do Cap. VII )							PLANO	
Investimento	Alocação - Conj. Seção I	Alocação Seção I - Adicional	Alocação - Emissor Seção II	Concentração - Emissor Seção III	Concentração Investim. Seção IV	Segmento	(%) 3.792 - Mx.	
- Títulos da Dívida Pública Federal (NTN/ LTN/LFT/BTM/CRDESEC/CTN/CF/TTDA/ASTN) - Operações Compromissadas - Lastro em Tit. Federal - FI/FIC Curto Prazo/Referenciado/Renda Fixa (Não Exclusivo) - Cotas	100%	100%	100%	100%	100%	REDA FIXA	100%	
- CDB/RDB - Depósitos em Poupança - Demais Títulos de emissão/coobrigação de Inst. Financeiras (DPGE de Cias Abertas não listadas em bolsa) - Debêntures (inclusive reguladas pela ICMV 476 - Esforços Restritos) - Operações Compromissadas - Lastro em Tit. Estadual/Municipal - Títulos da Dívida Pública Estadual - Títulos da Dívida Pública Municipal - Títulos de Organismos Multilaterais (Diversif. das reservas nacionais adquirindo títulos do KfW (o BNDES alemão) e o BIS (o BC dos bancos centrais) e papéis da dívida de outros países) - Emissões do Patrocinador - CAIXA - CCB (somente com coobrigação de IF ou seguro) - CCB - CCE - CCI - CDCA/CPR/CRA - CRI - FIDC/FI FIDC - Cotas - NOTA PROMISSÓRIA - NCE - WARRANT AGROPECUÁRIO (somente com emissão de armazém certif.) - Demais Títulos e Valores Mobiliários (S.A de capital aberto) (inclusive os regulados pela ICMV 476 - Esforços Restritos e DPGE de Cias Abertas listadas em bolsa) - FI/FIC FI Crédito Privado (Não Exclusivo) - Cotas	80%	80%	20%	25% do PL do fundo	25% da série			
* FI Exclusivos - Abertura da carteira para consolidação com as posições da carteira própria de acordo com os segmentos e limites de cada ativo	80%	20%	10%	25% do PL separado	25% das cotas			
- Governança - AÇÕES NOVO MERCADO - Governança - AÇÕES NÍVEL 2 - Governança - AÇÕES BOVESPA MAIS - Governança - AÇÕES NÍVEL 1 - AÇÕES Emissão do Patrocinador - CAIXA - Governança - AÇÕES OUTROS MERCADOS - FI Ações referenciado em cesta de ações - Cotas (ETF - Exchange traded fund - ICMV 359) - FI/FIC FI Ações (Não Exclusivo) - Cotas - Títulos e Valores Mobiliários de emissão de SPE (ações e debêntures) - Outros investimentos (Debêntures particip. Lucros/CEPAC/RCE/Crédito de Carbono/Certificados de Ouro) - FI Exclusivos, inclusive FI/FIC FI Ações (única empresa ou setor) - Art. 48 § 3º - Abertura da carteira para consolidação com as posições da carteira própria de acordo com os segmentos e limites de cada ativo	N/A	70% 60% 50% 45% N/A	10%	25% - CV e CT	N/A	REDA VARIÁVEL	70%	
- Fundo Imobiliário - Cotas - FMIEE - Cotas - FIP/FI FIP - Cotas - FI/FIC FI Multimercado (Não Exclusivo) - Cotas	N/A	10% N/A 10%	10%	25% - PL do fundo - Exceto FI Imob. se Imóveis concluídos e c/ "Habite-se"	N/A	ESTRUTURADOS	20%	
- FI/FIC FI Dívida Externa - Cotas - FI Índice do exterior - Cotas - BDI - Ações - MERCOSUL	N/A	N/A	5%	25% - PL do fundo N/A 25% - CV e CT	N/A	NO EXTERIOR	10%	
- Empreendimentos Imobiliários - ( em desenvolvimento - alienação) - Imóveis - Aluguel e Renda - Outros imóveis - Reavaliação de imóveis (Demonstração em separado - Desenquadramento passivo)	N/A	N/A	N/A	N/A	25% N/A	IMÓVEIS	8%	
- Empréstimos a participantes - Financiamento habitacional	N/A	N/A 10%	N/A	N/A	N/A	OPERAÇÕES COM PARTICIPANTES	15%	
- Derivativos - Disponibilidades - Valores a Pagar / Receber - Precatórios	Margem: até 15% / Prêmio de Opção: até 5% (TP, Ações Ibov e ativos de IF - Exceto ativos em lastro de Op.Compromissada) N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	OUTROS	N/A	
RGRT - Recursos Garantidores das Reservas Técnicas - Ativos de investimentos acrescido do disponível total, deduzidos as exigibilidades de investimentos.							Total RGRT .... R\$	
<b>Novidades - Disposições Gerais</b>								
Exigência de qualificação para administradores e demais participantes do processo decisório em operações de investimentos. Art. 8º								
Não há necessidade do cálculo da DNP, desde que haja modelo próprio de monitoramento de risco. Art. 13								
Capítulo sobre NOVOS PLANOS. Art. 54								
Ativos que desenquadraram por conta da nova Resolução podem ser mantidos até o vencimento, proibida novas aplicações, exceto em FIDC, FIP, FMIEE e FI Imob. Art. 55								
<b>Novidades - Investimentos</b>								
Dois segmentos: ESTRUTURADOS e NO EXTERIOR. Art. 17								
Alteração de limites e inclusão de novos ativos no segmento de RENDA FIXA, como NCE e CCE. Art. 18								
Alteração de limite e inclusão de novos ativos segmento de RENDA VARIÁVEL, como CEPAC, RCE, crédito de carbono e cota de fundo de índice em ações. Art. 19								
Alteração do controle de limite em cotas de fundos imobiliários, que passa a ser do segmento de RV. Art. 20								
Títulos novos no novo segmento de ESTRUTURADOS, como cota de FI Multimercado não exclusivo. Art. 18								
Cláusula de consignação da reserva de poupança, seguro e alienação fiduciária em Operações com Participantes. Art. 23								
Ratificação da exigência da Resolução CGPC 21, negociação por meio de plataforma eletrônica. Art. 27								
Exigência de prévia análise de riscos, considerando a opinião de agência classificadora. Art. 30								
As aquisições, alienações e recebimentos em dação do segmento de IMÓVEIS, devem ser precedidos de avaliação. Art.33								
Novos critérios de limites: Por Alocação, Por Alocação de Emissor, por Concentração de Emissor e por Concentração de Investimento. Cap. VII								
Esclarecimento sobre limites de ativos com recebíveis em regime fiduciário, em especial CRI. Art. 41								
Aumento no limite em participação de controle em S.A. (Capital Votante e Capital Total), agora em 25%. Art. 42								
As operações com derivativos deixam de ter exigência de possuir a mesma posição em Título público na carteira. Art. 44								
Possibilidade de integralizar ou resgatar cotas de fundos de investimentos com ativos, observadas as normas CVM. Art. 50								
Prazo para enquadrar em caso de desenquadramento passivo é de 720 dias. Art. 52								
Possibilidade de operações de day-trade, desde que em plataformas eletrônicas e justificadas pelo AETQ ou pelo Administrador do fundo. Art. 53								

## 10.2 Relatório de resultados e gráficos do plano Reg/Replan

### Saldado utilizando a Função Objetivo nº 6

#### Macroalocação carteira ótima - REG\_SALDADO

Classe de ativos	Total na classe de ativos	Peso (%) da classe de ativos	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença Posição Atual / Proposta
Renda fixa títulos públicos	11.133.340.981,03	33,55	37,67	12.500.431.333,73	-1.367.090.352,70
Renda fixa títulos privados	1.585.371.340,12	4,78	4,74	1.573.799.184,50	11.572.155,62
Ibovespa passivo	769.791.023,25	2,32	9,97	3.308.935.654,02	-2.539.144.630,77
Ibovespa ativo	7.387.339.371,36	22,26	21,67	7.190.583.006,48	196.756.364,88
Ibovespa retorno absoluto	2.345.208.169,10	7,07	1,09	361.679.112,69	1.983.529.056,41
FIP	3.126.280.612,51	9,42	6,31	2.092.170.377,80	1.034.110.234,71
FII	585.970.235,80	1,77	1,29	428.868.819,95	157.101.415,85
Investimentos no exterior	0,00	0,00	0,00	0	0
Imóveis	2.496.843.728,42	7,53	7,12	2.362.006.806,93	134.836.921,49
Operações com participantes	1.194.835.118,41	3,60	3,44	1.140.300.566,82	54.534.551,59
Ativos líquidos	2.555.666.973,74	7,70	6,70	2.221.872.690,82	333.794.282,92

#### Macroalocação carteira ótima Resolução 3.792 - REG\_SALDADO

Segmento de Investimentos	Total no Segmento	Peso (%) do Segmento	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença
Renda Fixa	15.274.379.294,89	46,03	49,11	16.296.103.209,05	-1.021.723.914,16
Renda Variável	10.502.338.563,71	31,65	32,73	10.861.197.773,19	-358.859.209,48
Investimentos Estruturados	3.712.250.848,31	11,19	7,60	2.521.039.197,75	1.191.211.650,56
Investimentos Exterior	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Investimentos Imobiliários	2.496.843.728,42	7,53	7,12	2.362.006.806,93	134.836.921,49
Operações com Participantes	1.194.835.118,41	3,60	3,44	1.140.300.566,82	54.534.551,59
Todos segmentos	33.180.647.553,74	100,00	100,00	33.180.647.553,74	0,00

#### Principais indicadores da carteira ótima - REG\_SALDADO

Indicador de performance da carteira	Valor do indicador
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 288.400.014.743,77
Valor médio restante no último período	R\$ 345.920.209.563,62
Valor médio resíduo atuarial no último período	R\$ 57.520.194.819,84
Valor var 5% líquido residual (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 87.620.857.273,76
Probabilidade máxima de gap	0,00%
Média de fator de solvência mínima	1,0137
Var 5% de fator de solvência mínima	0,9774
Valor presente do fluxo atuarial	R\$ 32.732.339.940,17
Valor atual total de ativos	R\$ 33.180.647.553,74
Fator de solvência no instante atual	1,0137
Valor mínimo índice de liquidez médio	2,6113
Valor mínimo índice de liquidez var 5%	2,3771
Número de carteiras simuladas	1.000
Número de simulações por carteira	2.000
Função objetivo	Valor líquido restante médio com FS percentil 5% > 0.95
Restrição para otimização	Restrição satisfeita
Número máximo de trajetórias disponíveis	20.000

## Análise de sensibilidade das 10 melhores carteiras - REG\_SALDADO

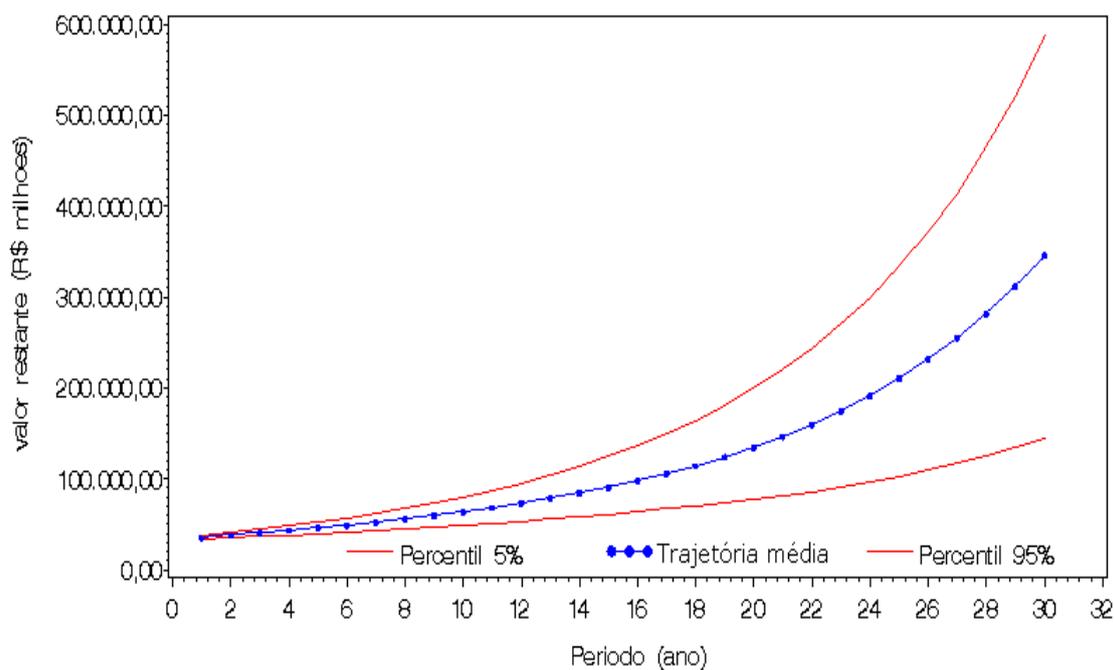
Classe de ativos	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
Renda fixa títulos públicos	33,55%	33,70%	33,80%	33,94%	33,97%	33,92%	34,07%	34,15%	34,13%	34,76%
Renda fixa títulos privados	4,78%	4,92%	5,05%	5,08%	5,17%	5,09%	5,11%	5,40%	5,16%	5,01%
Ibovespa passivo	2,32%	2,39%	2,09%	2,61%	2,65%	3,00%	2,83%	3,09%	3,09%	2,58%
Ibovespa ativo	22,26%	22,15%	22,29%	21,70%	21,96%	21,81%	21,14%	21,30%	22,24%	21,71%
Ibovespa retorno absoluto	7,07%	7,23%	7,02%	6,99%	7,35%	7,67%	8,90%	8,40%	7,31%	8,15%
FIP	9,42%	9,04%	9,03%	8,95%	8,42%	7,98%	7,44%	7,46%	7,64%	7,51%
FII	1,77%	1,74%	1,91%	1,96%	1,65%	1,62%	1,62%	1,35%	1,50%	1,39%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	7,53%	7,51%	7,51%	7,53%	7,60%	7,64%	7,61%	7,67%	7,69%	7,69%
Operações com participantes	3,60%	3,62%	3,60%	3,54%	3,53%	3,56%	3,57%	3,50%	3,53%	3,51%
Ativos líquidos	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%

## Análise de sensibilidade dos valores da função objetivo - REG\_SALDADO

As dez melhores carteiras	Valor para a função objetivo (maximização do valor líc. restante com FS var 5% maior ou igual a 0.95)	Restrição da função objetivo satisfeita
Carteira 1 (carteira ótima)	288.346.261.746,31	Sim
Carteira 2	284.857.460.568,16	Sim
Carteira 3	282.828.839.383,48	Sim
Carteira 4	281.004.884.522,71	Sim
Carteira 5	279.192.753.674,38	Sim
Carteira 6	277.373.393.340,97	Sim
Carteira 7	276.102.479.207,15	Sim
Carteira 8	274.761.658.029,71	Sim
Carteira 9	273.519.518.099,83	Sim
Carteira 10	272.501.796.846,32	Sim

### Valor Restante na Carteira

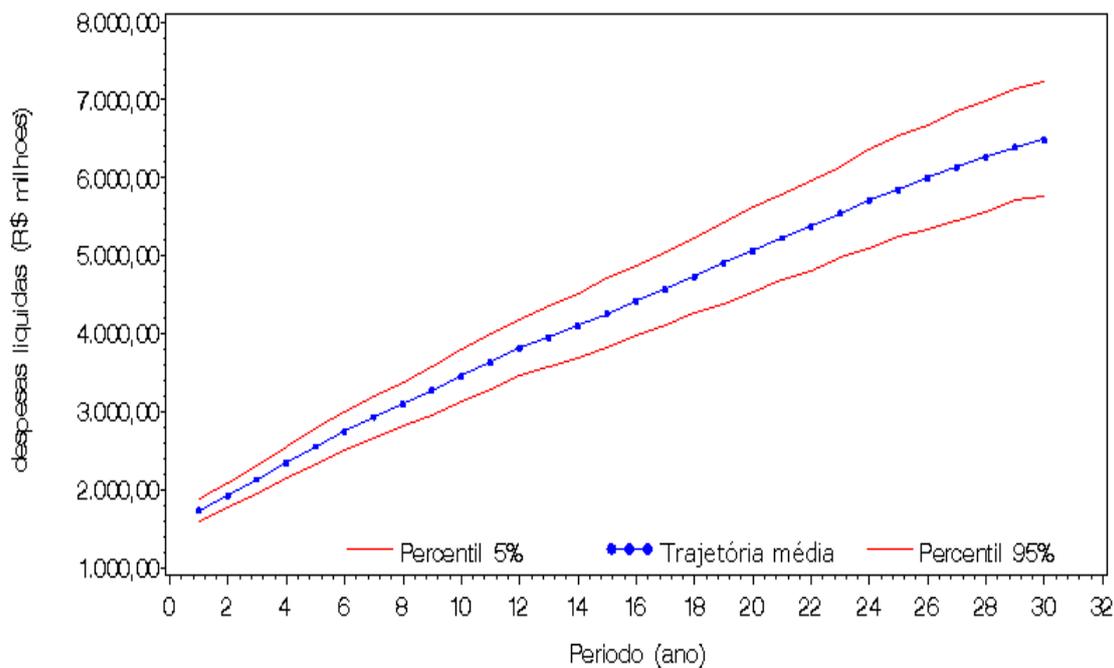
Plano: REG\_SALDADO, cenário: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajetoira do Fluxo Atuarial Liquido

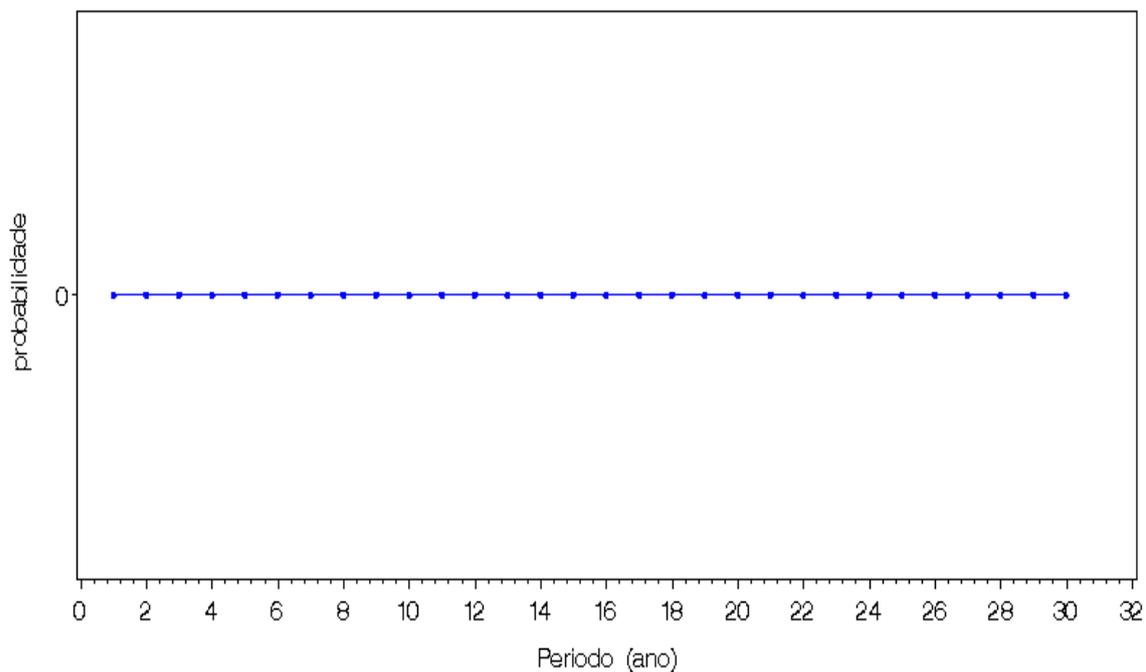
Plano: REG\_SALDADO, cenário: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Probabilidade de GAP

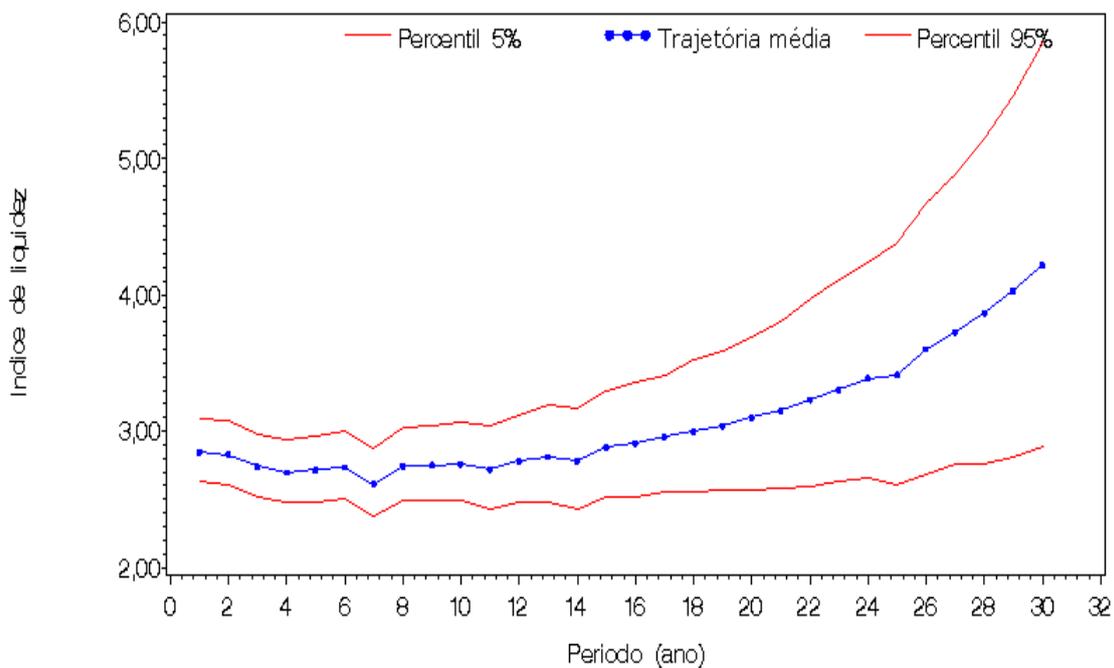
Plano: REG\_SALDADO, cenário: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria do Índice de Liquidez

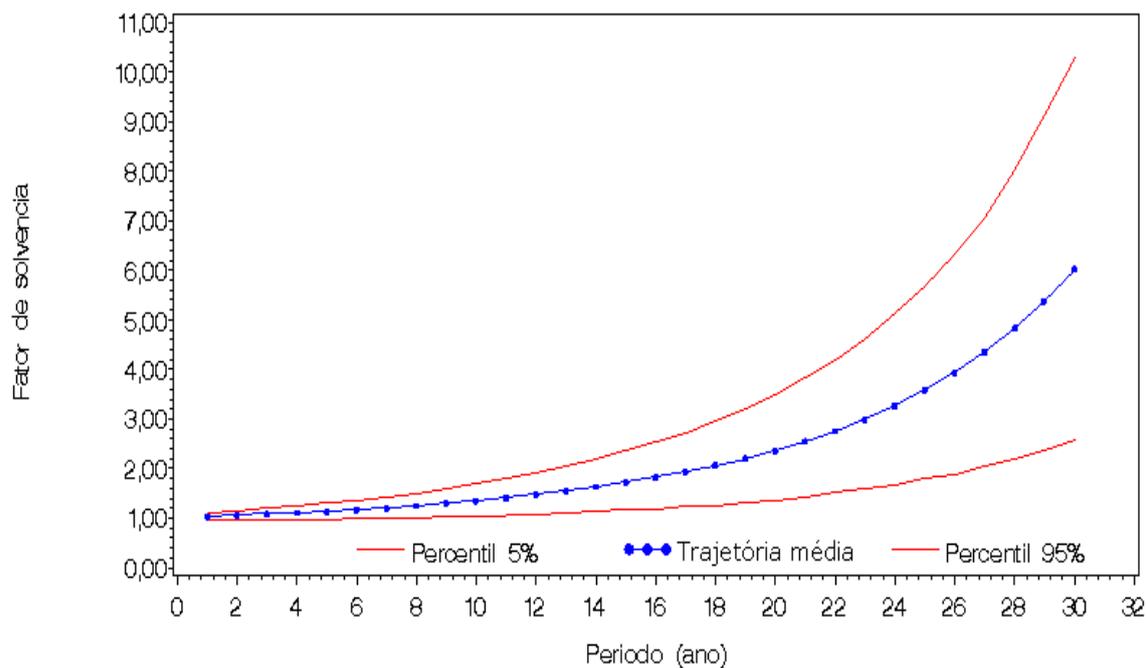
Plano: REG\_SALDADO, cenário: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria do Fator de Solvencia

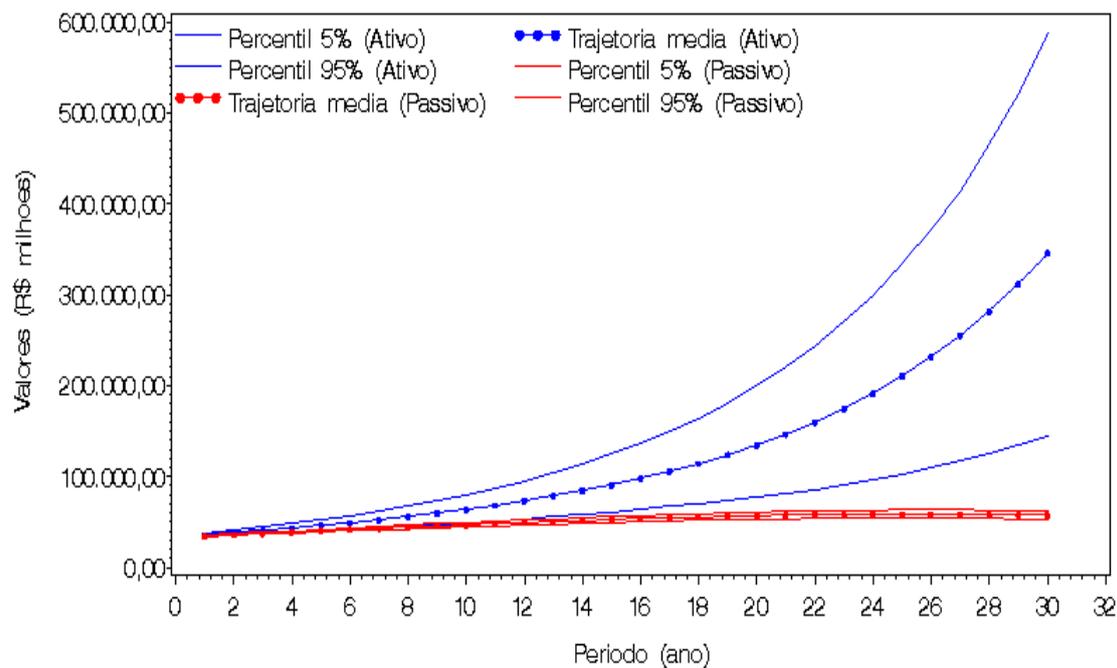
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Ativo e Passivo para o Fator de Solvencia

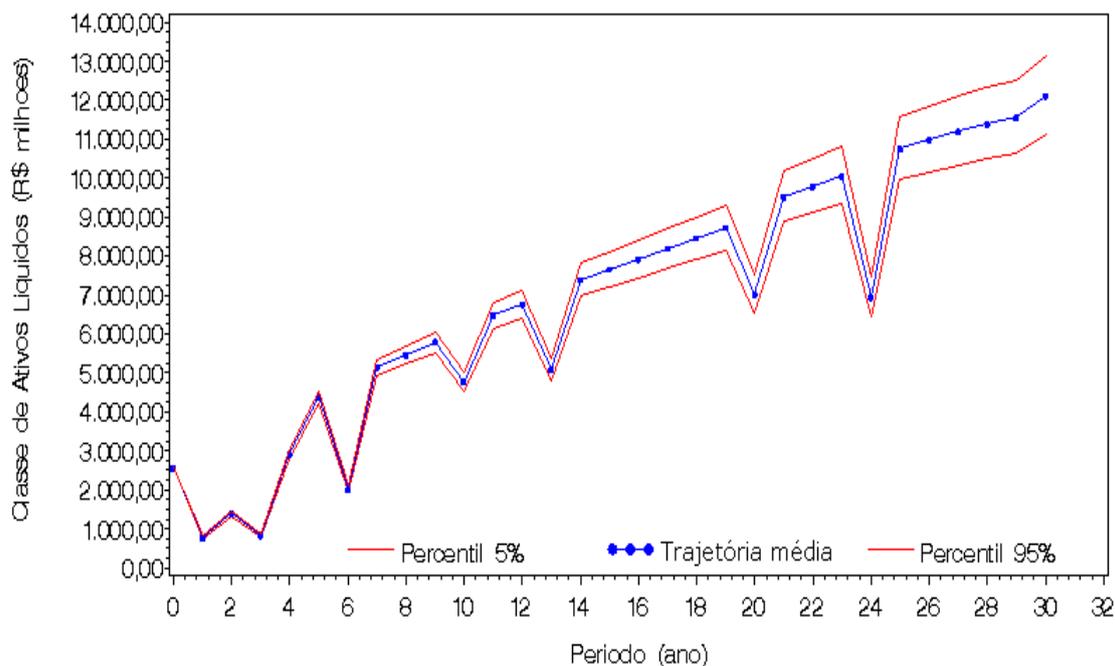
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Classe de Ativos Liquidos

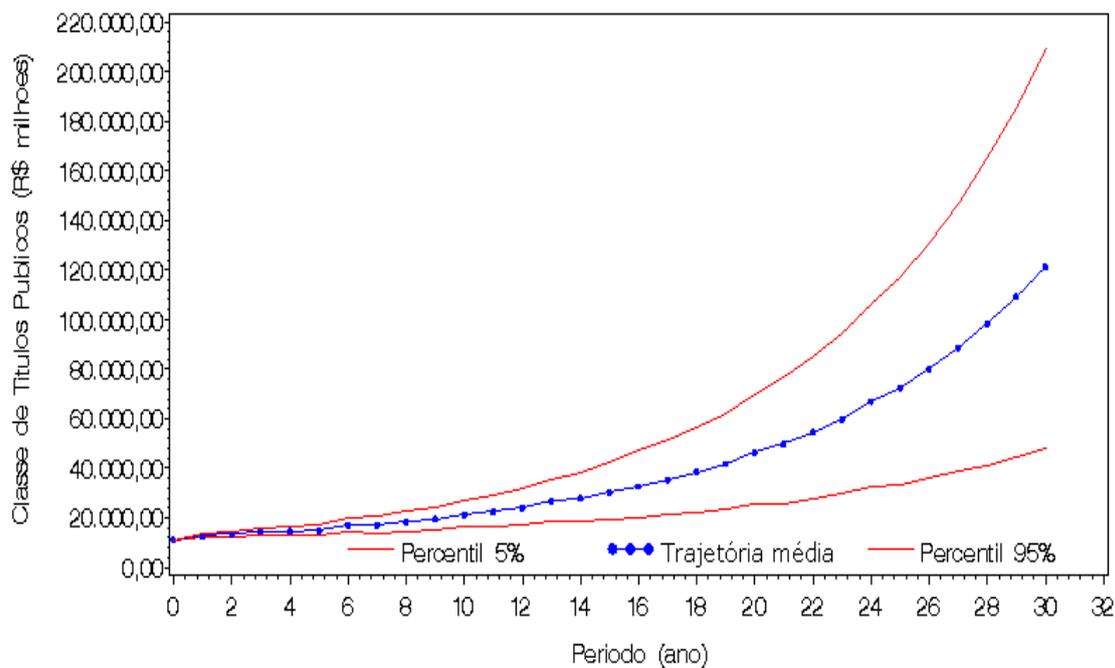
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Classe de Titulos Publicos

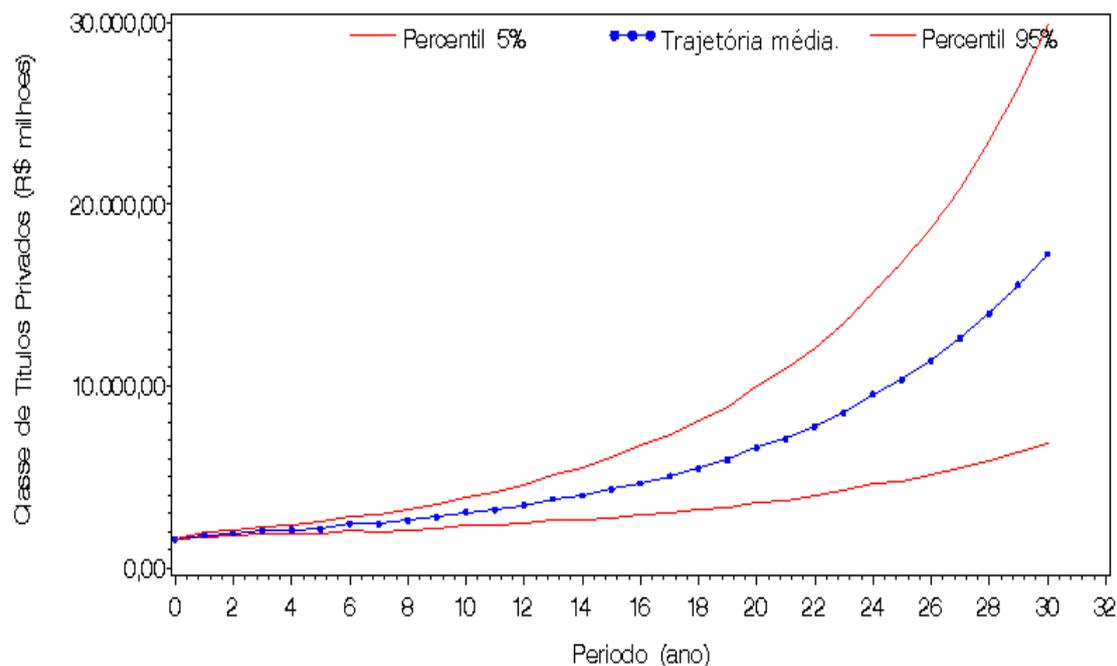
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Classe de Titulos Privados

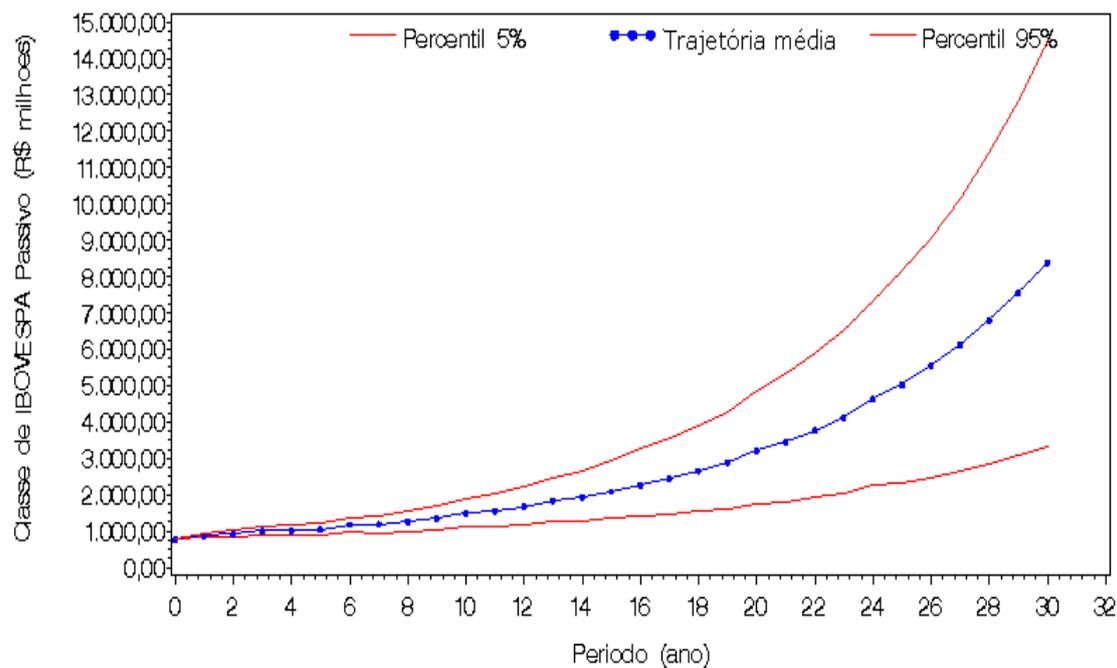
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Classe de IBOVESPA Passivo

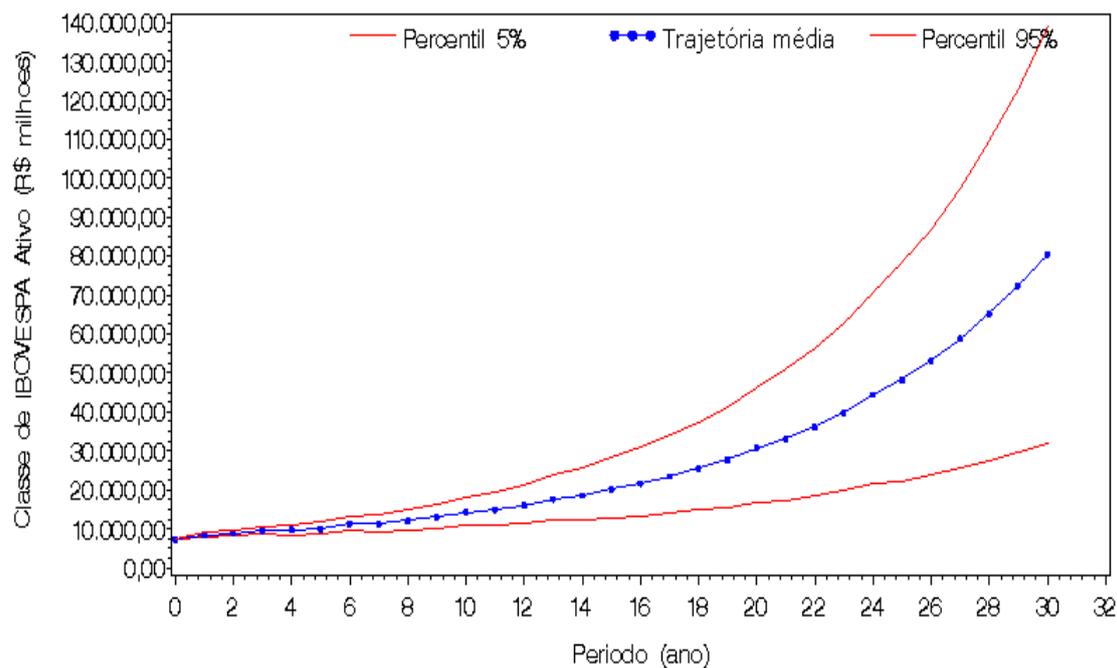
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Classe de IBOVESPA Ativo

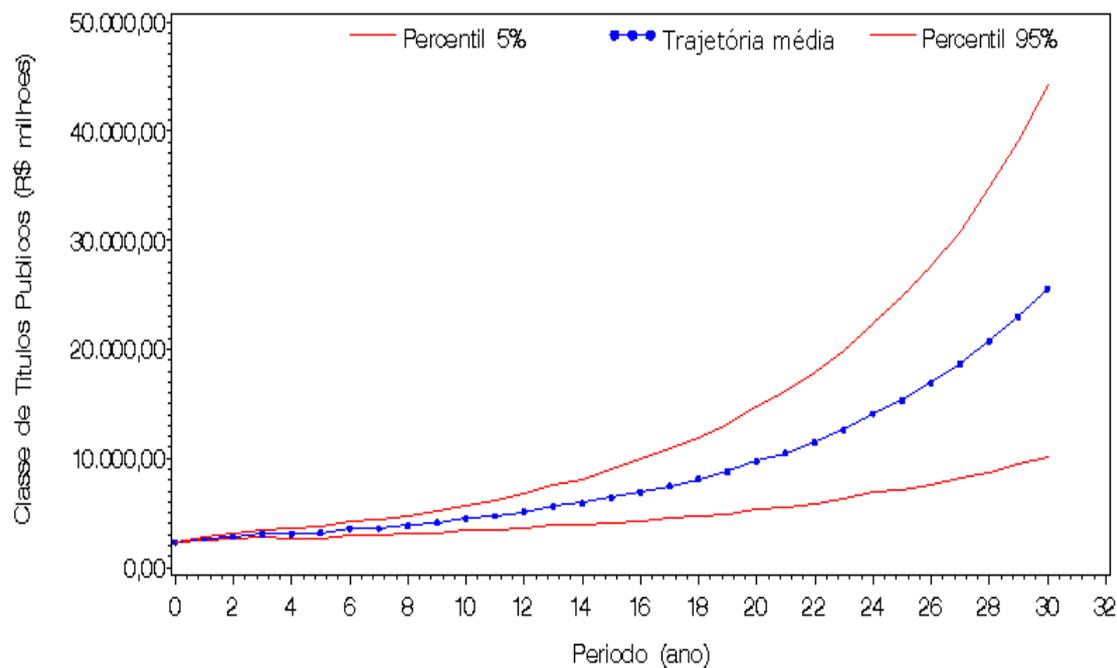
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para IBOVESPA Retorno Absoluto

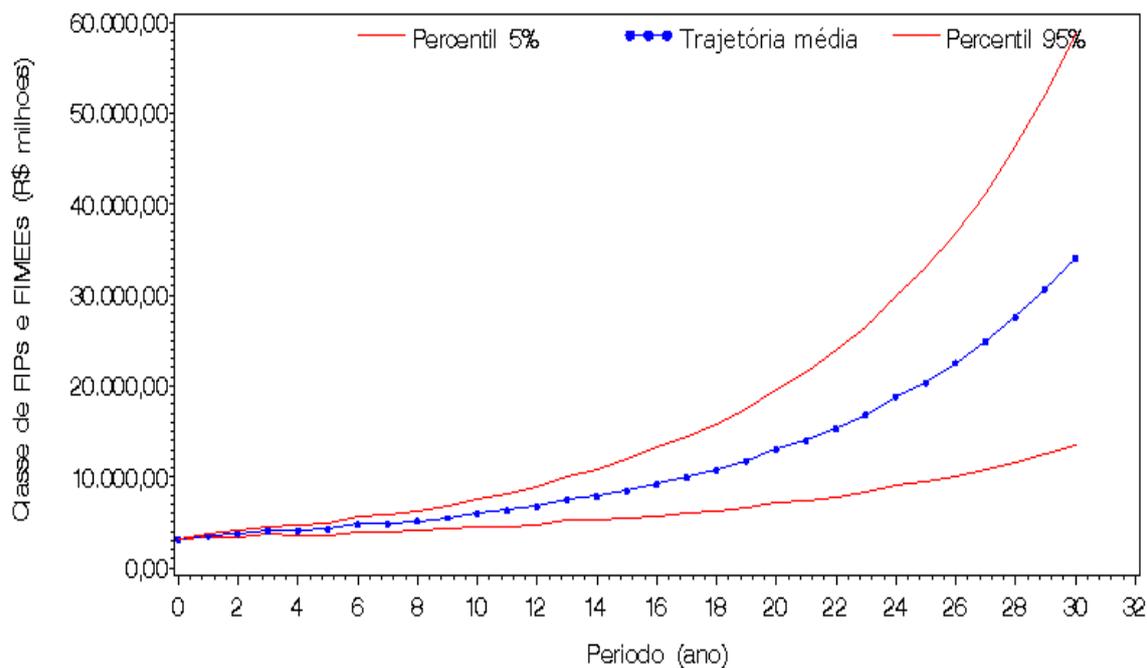
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Classe de FIPs e FIMEEs

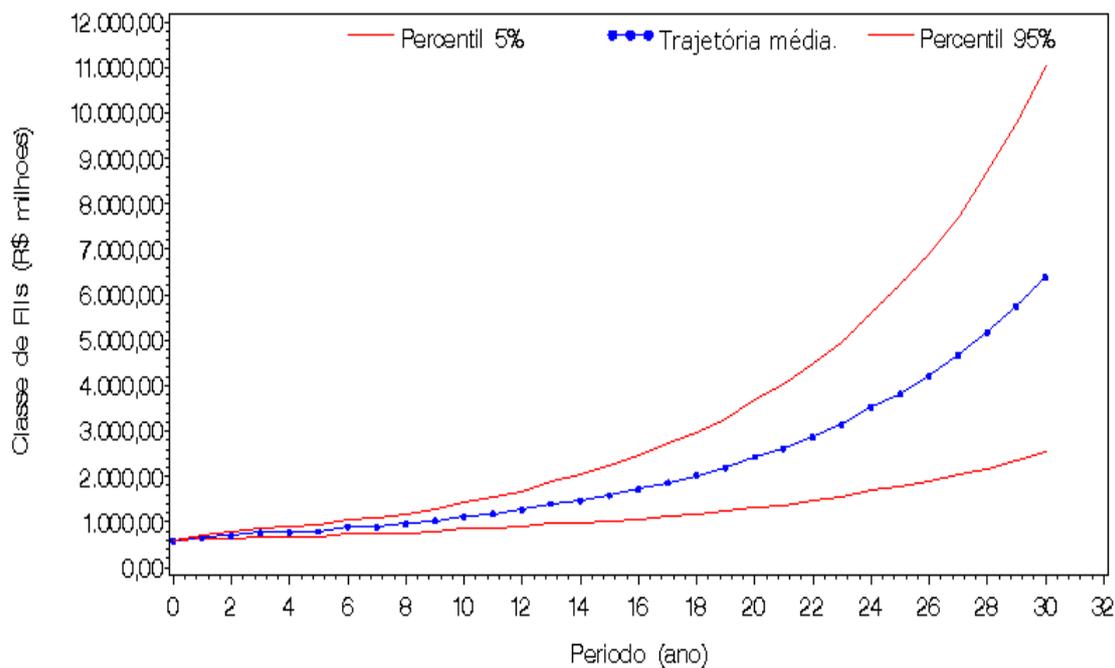
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Classe de FIs

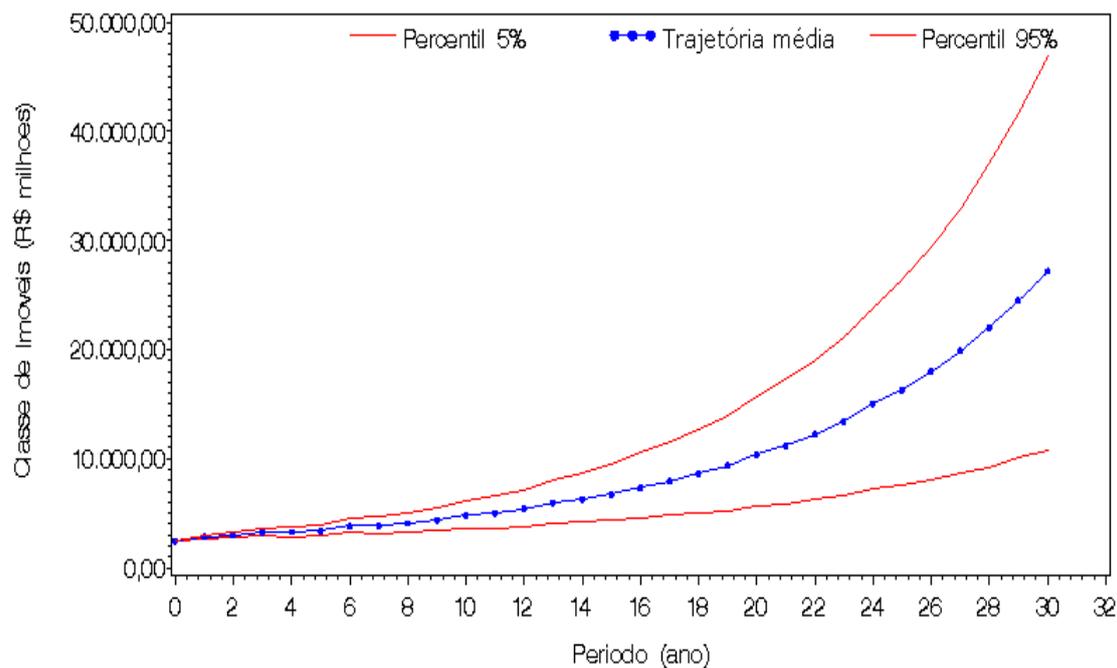
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Classe de Imoveis

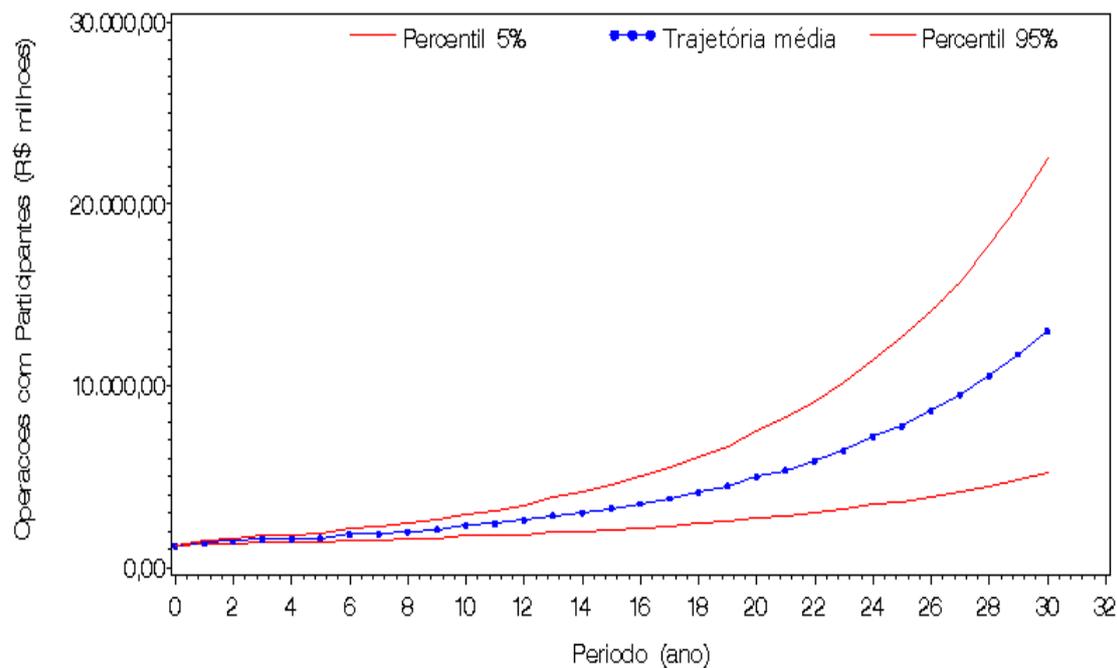
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Operacoes com Participantes

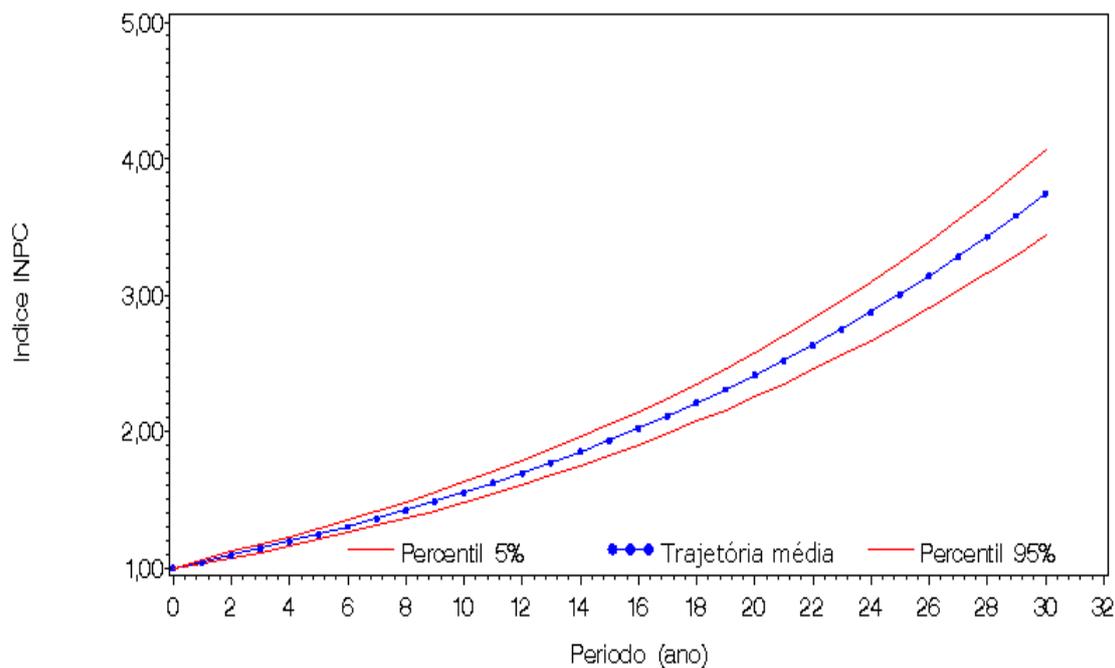
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Índice de Precos

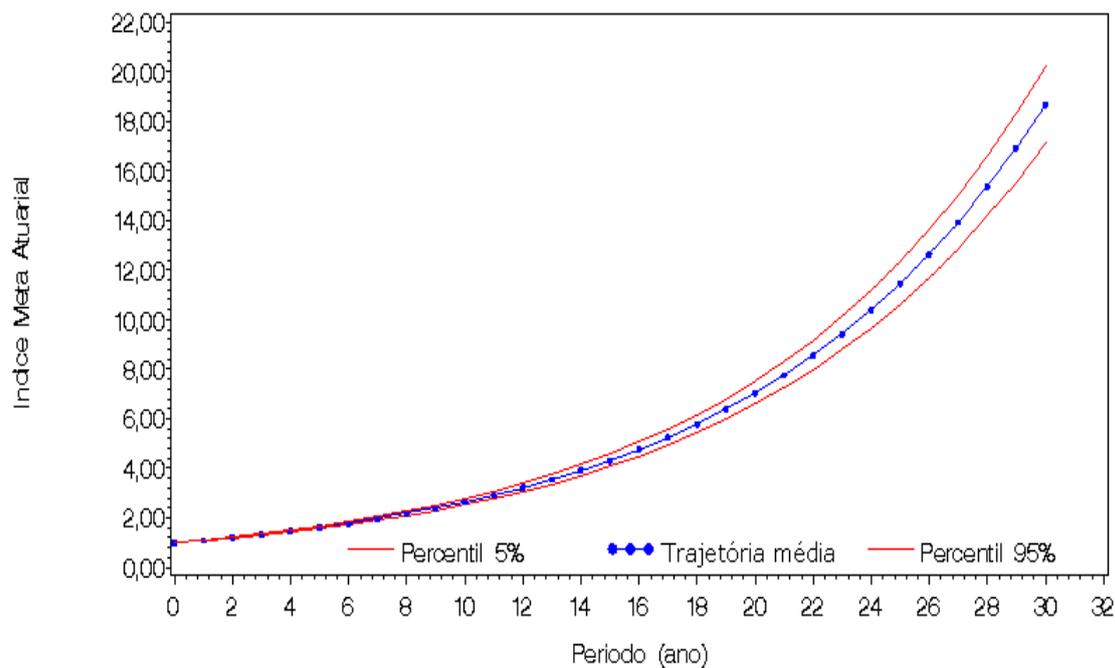
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Compromisso Atuarial

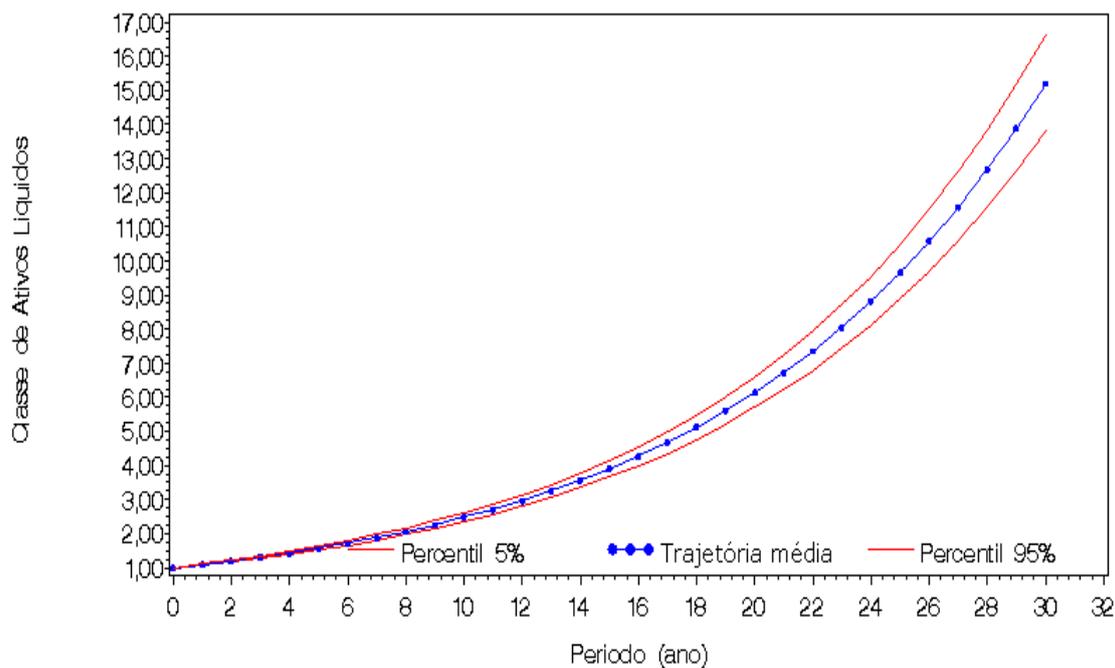
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Retorno dos Ativos Liquidos

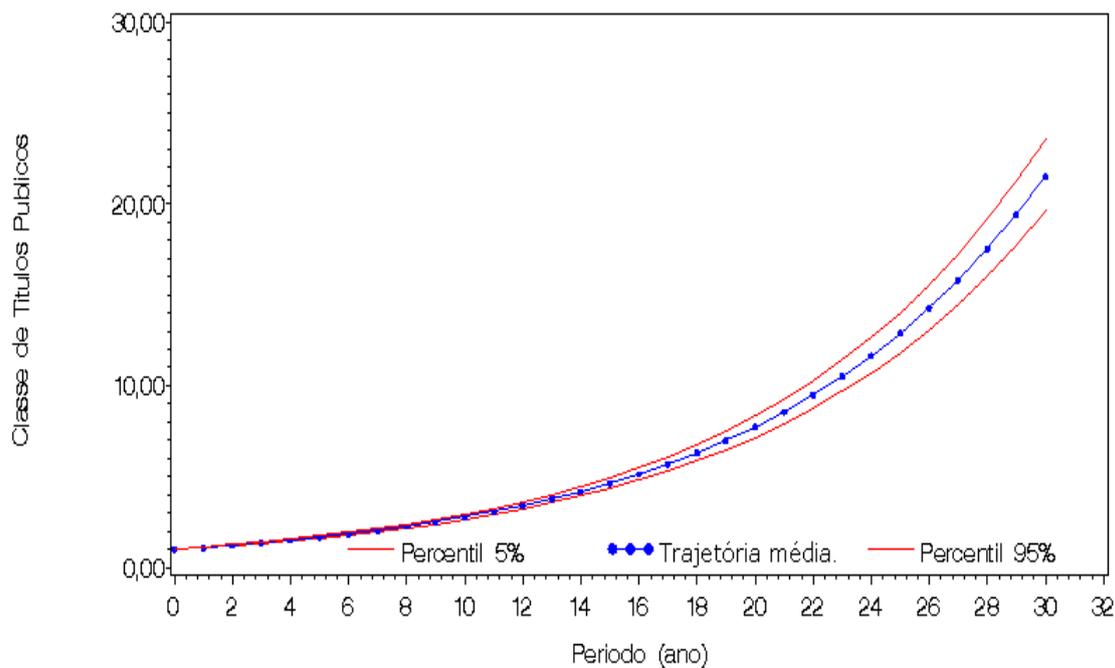
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Retorno dos Títulos Publicos

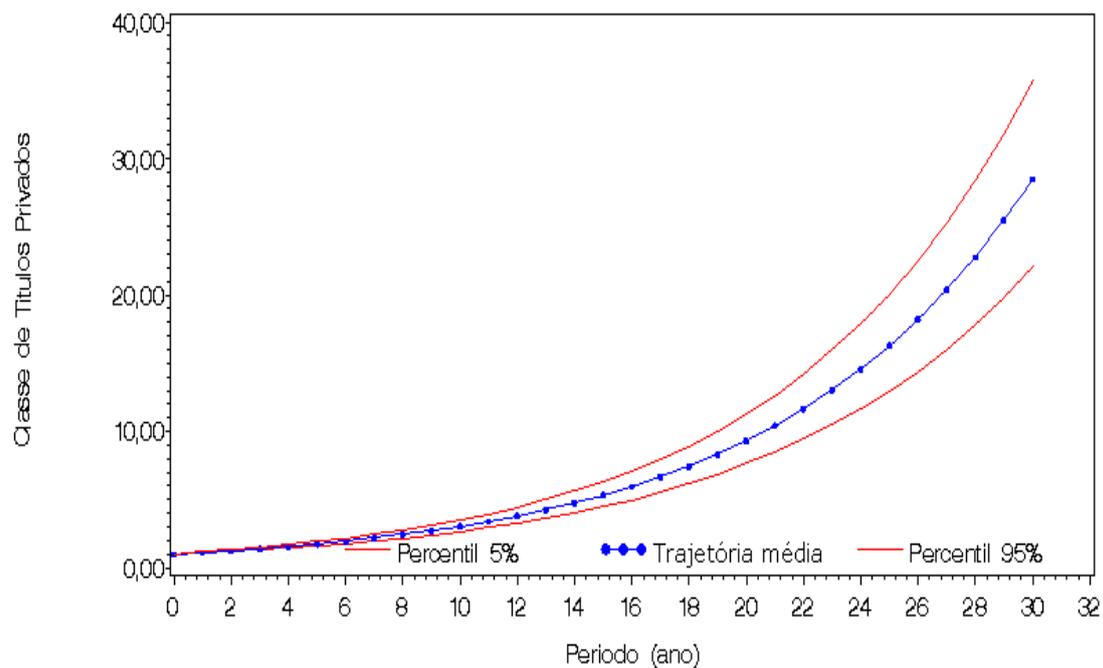
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Retorno de Títulos Privados

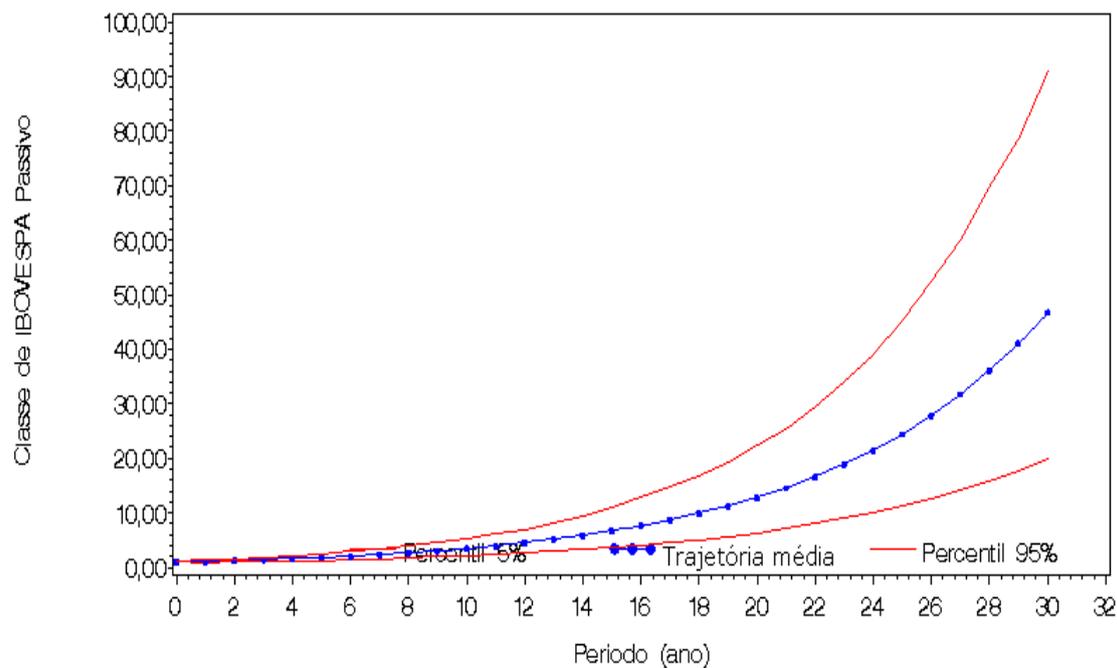
Plano: REG\_SALDADO, cenário: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Retorno de IBOVESPA Passivo

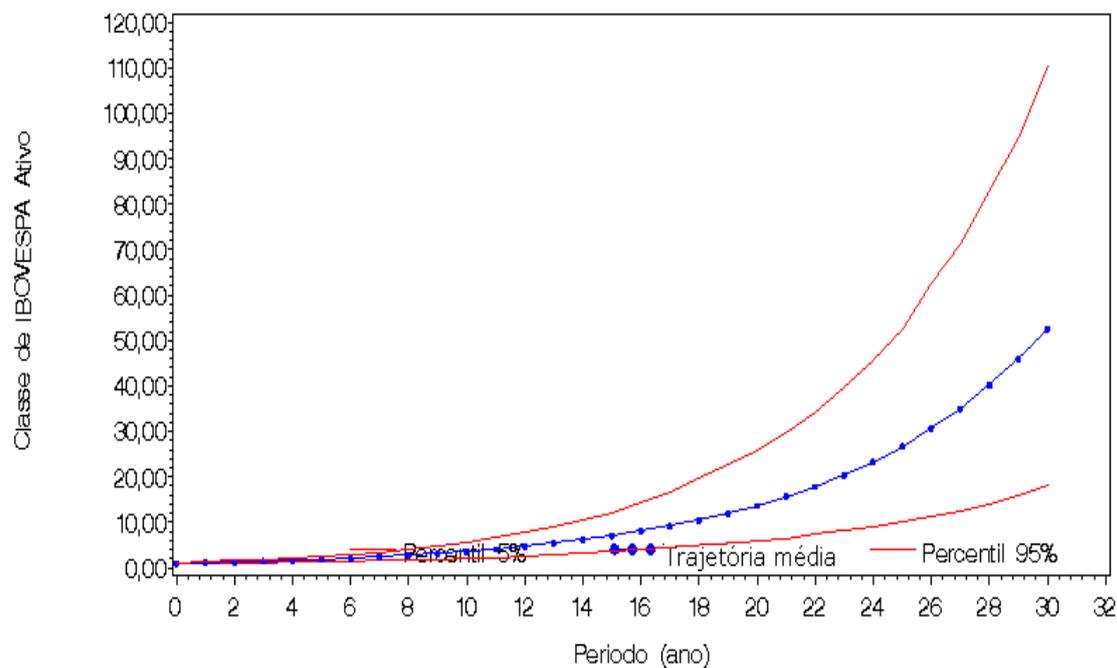
Plano: REG\_SALDADO, cenário: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Retorno de IBOVESPA Ativo

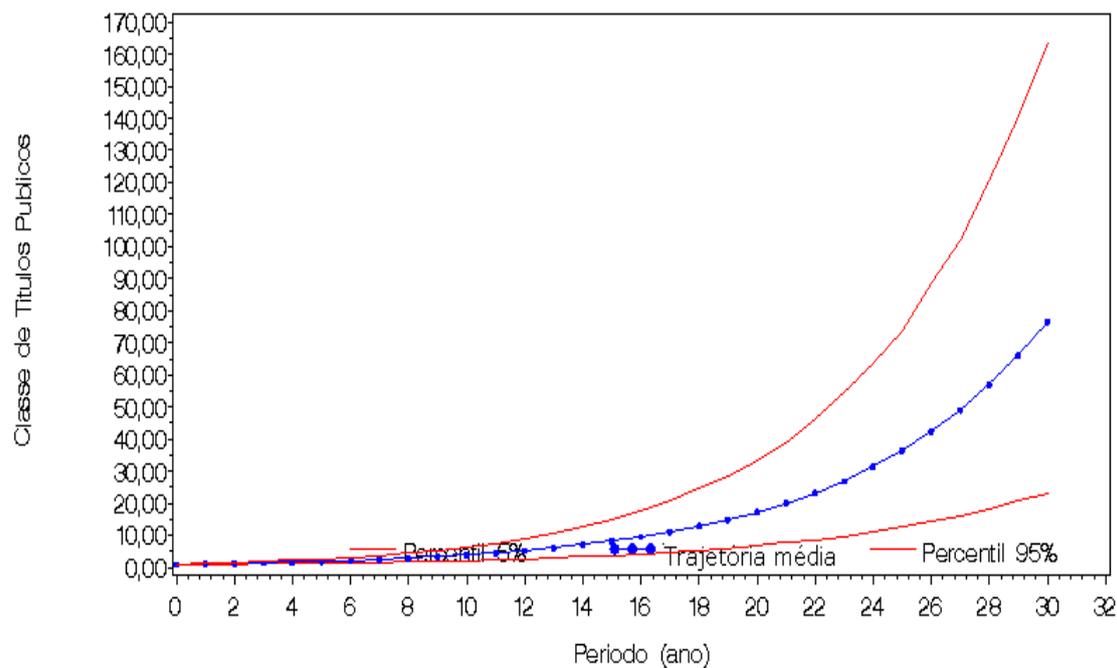
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Retorno para IBOVESPA Retorno Absoluto

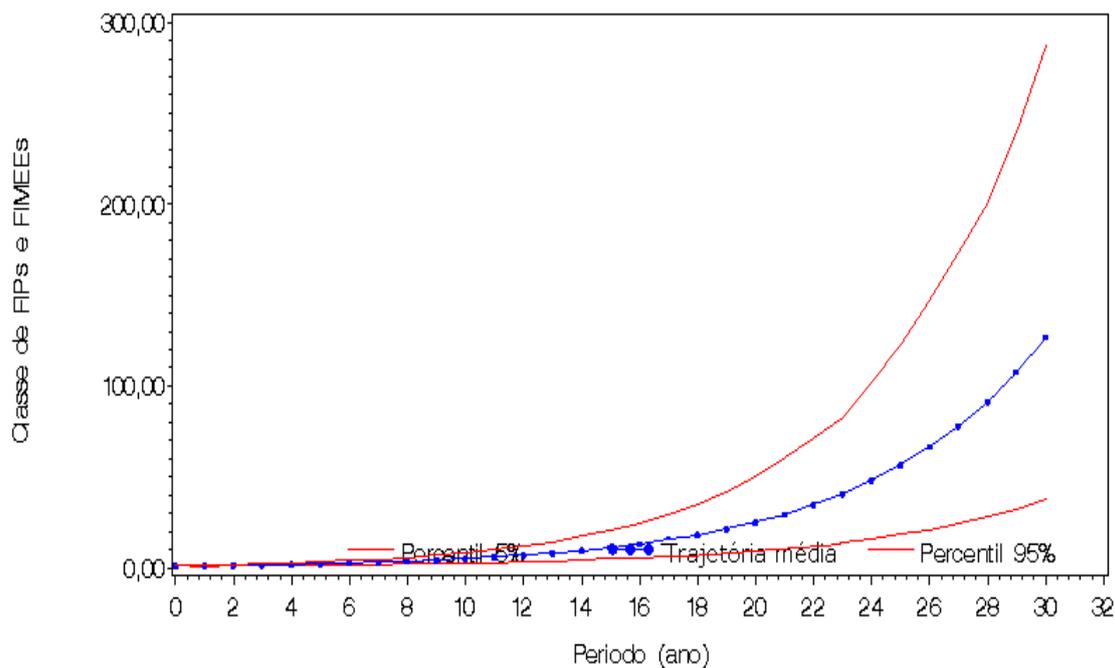
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Retomo de FIPs e FIMEEs

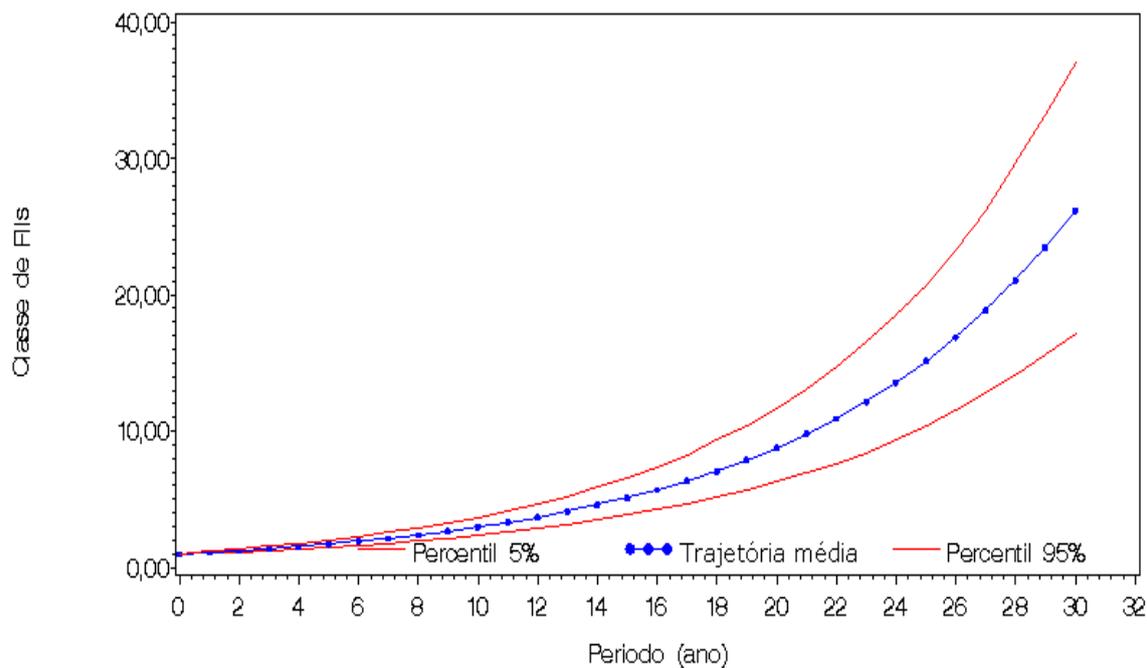
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Retomo de FILs

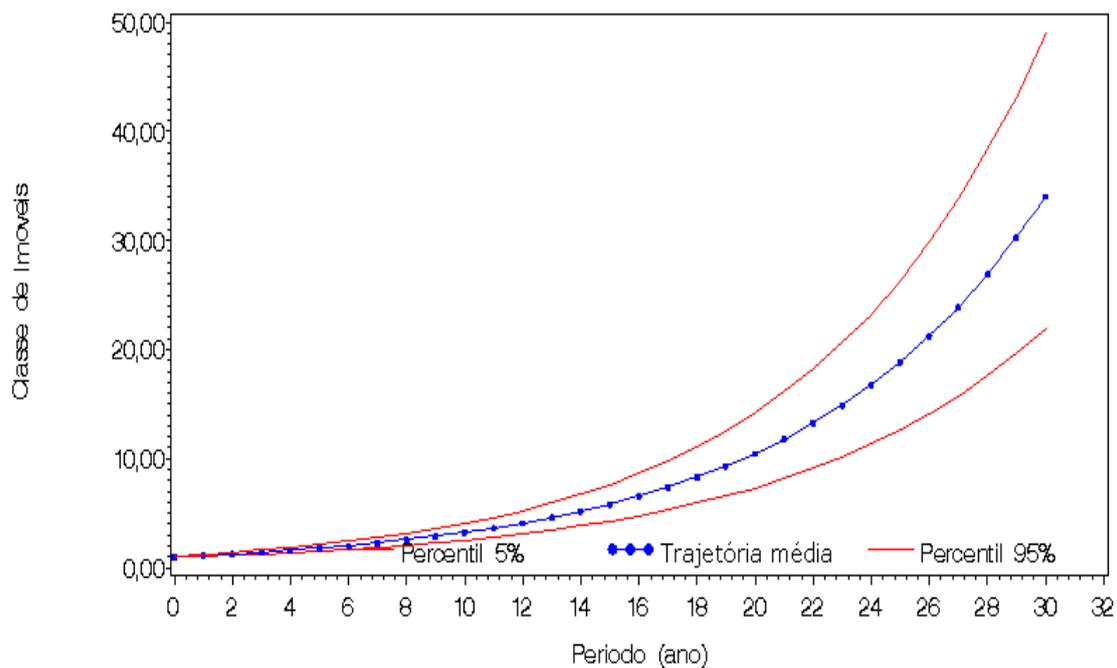
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para o Retomo de Imoveis

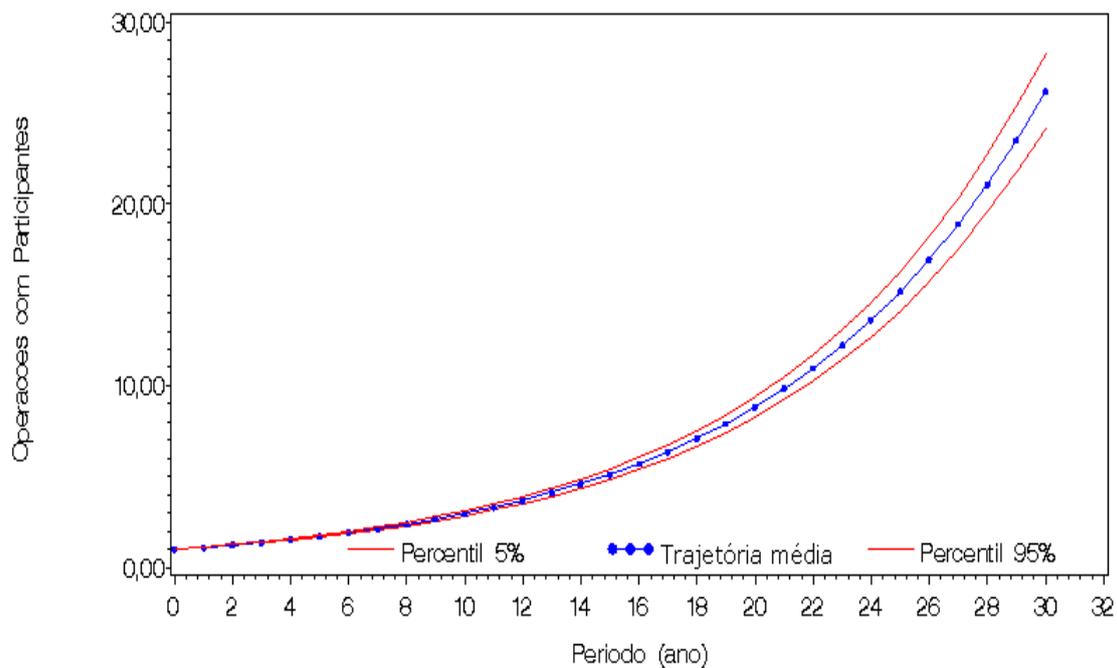
Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### Trajectoria para Retorno de Operacoes com Participantes

Plano: REG\_SALDADO, cenario: BASICO



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

### 10.3 Relatórios de resultados do Novo Plano e do plano hipotético utilizando a Função Objetivo nº 6 e relatórios de resultados do Reg/Replan Saldado, do Novo Plano e do plano hipotético utilizando a Função Objetivo nº 2.

#### Macroalocação carteira ótima - NOVO\_PLANO

Classe de ativos	Total na classe de ativos	Peso (%) da classe de ativos	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença Posição Atual / Proposta
Renda fixa títulos públicos	599.564.879,97	28,15	31,98	681.240.926,44	-81.676.046,47
Renda fixa títulos privados	147.992.759,31	6,95	5,47	116.559.384,47	31.433.374,84
Ibovespa passivo	71.099.572,62	3,34	14,83	315.807.935,87	-244.708.363,25
Ibovespa ativo	230.168.358,83	10,81	12,32	262.496.272,10	-32.327.913,27
Ibovespa retorno absoluto	479.741.064,77	22,52	1,76	37.517.841,40	442.223.223,37
FIP	153.786.373,38	7,22	2,48	52.778.618,00	101.007.755,38
FII	63.814.954,94	3,00	0,29	6.089.199,25	57.725.755,69
Investimentos no exterior	0,00	0,00	0,00	0	0
Imóveis	86.414.309,81	4,06	1,29	27.527.705,38	58.886.604,43
Operações com participantes	287.422.897,84	13,49	12,69	270.221.585,00	17.201.312,84
Ativos líquidos	10.000.000,00	0,47	16,89	359.765.703,56	-349.765.703,56

#### Macroalocação carteira ótima Resolução 3.792 - NOVO\_PLANO

Segmento de Investimentos	Total no Segmento	Peso (%) do Segmento	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença
Renda Fixa	757.557.639,29	35,57	54,35	1.157.566.014,47	-400.008.375,18
Renda Variável	781.008.996,22	36,67	28,91	615.822.049,37	165.186.946,85
Investimentos Estruturados	217.601.328,32	10,22	2,76	58.867.817,25	158.733.511,07
Investimentos Exterior	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Investimentos Imobiliários	86.414.309,81	4,06	1,29	27.527.705,38	58.886.604,43
Operações com Participantes	287.422.897,84	13,49	12,69	270.221.585,00	17.201.312,84
Todos segmentos	2.130.005.171,47	100,00	100,00	2.130.005.171,47	0,00

#### Principais indicadores da carteira ótima - NOVO\_PLANO

Indicador de performance da carteira	Valor do indicador
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 43.948.842.403,56
Valor médio restante no último período	R\$ 63.120.160.990,67
Valor médio resíduo atuarial no último período	R\$ 19.171.318.587,11
Valor var 5% líquido residual (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 18.865.211.498,79
Probabilidade máxima de gap	0,00%
Média de fator de solvência mínima	1,0462
Var 5% de fator de solvência mínima	1,0048
Valor presente do fluxo atuarial	R\$ 2.035.887.479,40
Valor atual total de ativos	R\$ 2.130.005.171,47
Fator de solvência no instante atual	1,0462
Valor mínimo índice de liquidez médio	2,7307
Valor mínimo índice de liquidez var 5%	2,3978
Número de carteiras simuladas	1.000
Número de simulações por carteira	2.000
Função objetivo	Valor líquido restante médio com FS percentil 5% > 0.95
Restrição para otimização	Restrição satisfeita
Número máximo de trajetórias disponíveis	20.000

## Análise de sensibilidade das 10 melhores carteiras - NOVO\_PLANO

Classe de ativos	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
Renda fixa títulos públicos	28,15%	28,26%	28,26%	28,53%	28,47%	28,68%	28,49%	28,74%	28,82%	28,76%
Renda fixa títulos privados	6,95%	6,99%	7,01%	7,31%	7,38%	7,23%	7,11%	7,04%	7,60%	7,20%
Ibovespa passivo	3,34%	3,90%	4,25%	5,19%	6,53%	6,79%	6,72%	7,60%	7,61%	7,21%
Ibovespa ativo	10,81%	10,19%	11,57%	9,65%	10,17%	10,39%	11,21%	10,49%	9,75%	10,81%
Ibovespa retorno absoluto	22,52%	22,19%	20,72%	21,25%	21,10%	20,86%	21,41%	20,69%	21,57%	21,20%
FIP	7,22%	7,11%	7,14%	7,02%	6,22%	5,99%	5,13%	5,50%	5,09%	4,91%
FII	3,00%	2,85%	2,81%	2,85%	1,93%	1,41%	1,11%	1,18%	1,18%	1,58%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	4,06%	4,42%	3,98%	4,13%	4,11%	4,59%	4,66%	4,58%	4,33%	4,33%
Operações com participantes	13,49%	13,63%	13,79%	13,62%	13,63%	13,58%	13,71%	13,72%	13,59%	13,55%
Ativos líquidos	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%

## Análise de sensibilidade dos valores da função objetivo - NOVO\_PLANO

As dez melhores carteiras	Valor para a função objetivo (maximização do valor líc. restante com FS var 5% maior ou igual a 0.95)	Restrição da função objetivo satisfeita
Carteira 1 (carteira ótima)	43.961.670.125,10	Sim
Carteira 2	43.491.499.467,71	Sim
Carteira 3	43.094.107.219,39	Sim
Carteira 4	42.759.963.130,31	Sim
Carteira 5	42.528.022.901,20	Sim
Carteira 6	42.333.111.799,88	Sim
Carteira 7	42.146.957.565,23	Sim
Carteira 8	41.956.406.628,98	Sim
Carteira 9	41.748.841.532,01	Sim
Carteira 10	41.586.648.555,64	Sim

## Macroalocação carteira ótima - SALDADO\_NP

Classe de ativos	Total na classe de ativos	Peso (%) da classe de ativos	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença Posição Atual / Proposta
Renda fixa títulos públicos	11.858.193.048,71	33,58	37,33	13.181.672.260,17	-1.323.479.211,46
Renda fixa títulos privados	1.704.092.100,52	4,83	4,79	1.690.358.568,97	13.733.531,55
Ibovespa passivo	873.938.654,95	2,48	10,27	3.624.743.589,89	-2.750.804.934,94
Ibovespa ativo	8.026.464.470,97	22,73	21,11	7.453.079.278,58	573.385.192,39
Ibovespa retorno absoluto	2.649.005.167,45	7,50	1,13	399.196.954,09	2.249.808.213,36
FIP	3.326.969.699,77	9,42	6,07	2.144.948.995,80	1.182.020.703,97
FII	623.586.127,13	1,77	1,23	434.958.019,20	188.628.107,93
Investimentos no exterior	0,00	0,00	0,00	0	0
Imóveis	2.591.095.696,98	7,34	6,77	2.389.534.512,31	201.561.184,67
Operações com participantes	1.333.683.353,43	3,78	3,99	1.410.522.151,82	-76.838.798,39
Ativos líquidos	2.323.624.405,31	6,58	7,31	2.581.638.394,38	-258.013.989,07

## Macroalocação carteira ótima Resolução 3.792 - SALDADO\_NP

Segmento de Investimentos	Total no Segmento	Peso (%) do Segmento	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença
Renda Fixa	15.885.909.554,54	44,99	49,43	17.453.669.223,52	-1.567.759.668,98
Renda Variável	11.549.408.293,36	32,71	32,50	11.477.019.822,56	72.388.470,80
Investimentos Estruturados	3.950.555.826,90	11,19	7,31	2.579.907.015,00	1.370.648.811,90
Investimentos Exterior	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Investimentos Imobiliários	2.591.095.696,98	7,34	6,77	2.389.534.512,31	201.561.184,67
Operações com Participantes	1.333.683.353,43	3,78	3,99	1.410.522.151,82	-76.838.798,39
Todos segmentos	35.310.652.725,21	100,00	100,00	35.310.652.725,21	0,00

## Principais indicadores da carteira ótima - SALDADO\_NP

Indicador de performance da carteira	Valor do indicador
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 342.736.405.742,28
Valor médio restante no último período	R\$ 419.427.919.149,24
Valor médio resíduo atuarial no último período	R\$ 76.691.513.406,96
Valor var 5% líquido residual (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 112.433.256.144,44
Probabilidade máxima de gap	0,00%
Média de fator de solvência mínima	1,0156
Var 5% de fator de solvência mínima	0,9799
Valor presente do fluxo atuarial	R\$ 34.768.227.419,57
Valor atual total de ativos	R\$ 35.310.652.725,21
Fator de solvência no instante atual	1,0156
Valor mínimo índice de liquidez médio	2,7035
Valor mínimo índice de liquidez var 5%	2,4555
Número de carteiras simuladas	1.000
Número de simulações por carteira	2.000
Função objetivo	Valor líquido restante médio com FS percentil 5% > 0.95
Restrição para otimização	Restrição satisfeita
Número máximo de trajetórias disponíveis	20.000

## Análise de sensibilidade das 10 melhores carteiras - SALDADO\_NP

Classe de ativos	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
Renda fixa títulos públicos	33,58%	33,74%	33,88%	33,91%	33,95%	34,01%	34,11%	34,20%	34,75%	34,86%
Renda fixa títulos privados	4,83%	4,98%	4,99%	5,01%	5,10%	5,02%	5,13%	5,47%	5,17%	5,06%
Ibovespa passivo	2,48%	2,55%	2,00%	2,34%	2,38%	2,94%	3,28%	3,26%	3,29%	2,71%
Ibovespa ativo	22,73%	22,61%	22,28%	21,64%	21,89%	21,74%	21,95%	21,62%	21,22%	22,05%
Ibovespa retorno absoluto	7,50%	7,67%	8,88%	8,98%	9,33%	9,49%	8,90%	8,80%	8,68%	8,56%
FIP	9,42%	9,04%	8,43%	8,31%	7,78%	7,38%	7,42%	7,46%	7,67%	7,51%
FII	1,77%	1,74%	1,83%	2,07%	1,75%	1,54%	1,32%	1,35%	1,44%	1,39%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	7,34%	7,31%	7,35%	7,37%	7,46%	7,53%	7,55%	7,54%	7,46%	7,57%
Operações com participantes	3,78%	3,79%	3,80%	3,79%	3,79%	3,78%	3,76%	3,72%	3,73%	3,73%
Ativos líquidos	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%

## Análise de sensibilidade dos valores da função objetivo - SALDADO\_NP

As dez melhores carteiras	Valor para a função objetivo (maximização do valor líq. restante com FS var 5% maior ou igual a 0.95)	Restrição da função objetivo satisfeita
Carteira 1 (carteira ótima)	342.688.446.676,16	Sim
Carteira 2	338.762.811.916,16	Sim
Carteira 3	336.480.124.222,76	Sim
Carteira 4	334.172.519.060,01	Sim
Carteira 5	331.997.800.073,43	Sim
Carteira 6	329.984.022.632,98	Sim
Carteira 7	328.488.971.577,11	Sim
Carteira 8	326.601.683.731,09	Sim
Carteira 9	325.141.416.340,23	Sim
Carteira 10	323.919.076.870,85	Sim

## Macroalocação carteira ótima - REG\_SALDADO

Classe de ativos	Total na classe de ativos	Peso (%) da classe de ativos	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença Posição Atual / Proposta
Renda fixa títulos públicos	11.607.160.628,10	34,98%	37,67%	12.500.431.333,73	-893.270.705,63
Renda fixa títulos privados	2.652.792.771,92	8,00%	4,74%	1.573.799.184,50	1.078.993.587,42
Ibovespa passivo	439.643.580,09	1,33%	9,97%	3.308.935.654,02	-2.869.292.073,93
Ibovespa ativo	5.514.291.816,96	16,62%	21,67%	7.190.583.006,48	-1.676.291.189,52
Ibovespa retorno absoluto	2.228.412.289,71	6,72%	1,09%	361.679.112,69	1.866.733.177,02
FIP	3.333.659.659,72	10,05%	6,31%	2.092.170.377,80	1.241.489.281,92
FII	1.201.803.054,40	3,62%	1,29%	428.868.819,95	772.934.234,45
Investimentos no exterior	0,00	0,00%	0,00%	0	0
Imóveis	2.518.742.955,80	7,59%	7,12%	2.362.006.806,93	156.736.148,87
Operações com participantes	1.128.473.823,30	3,40%	3,44%	1.140.300.566,82	-11.826.743,52
Ativos líquidos	2.555.666.973,74	7,70%	6,70%	2.221.872.690,82	333.794.282,92

## Macroalocação carteira ótima Resolução 3.792 - REG\_SALDADO

Segmento de Investimentos	Total no Segmento	Peso (%) do Segmento	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença
Renda Fixa	16.815.620.373,76	50,68%	49,11%	16.296.103.209,05	519.517.164,71
Renda Variável	8.182.347.686,75	24,66%	32,73%	10.861.197.773,19	-2.678.850.086,44
Investimentos Estruturados	4.535.462.714,12	13,67%	7,60%	2.521.039.197,75	2.014.423.516,37
Investimentos Exterior	0,00	0,00%	0,00%	0,00	0,00
Investimentos Imobiliários	2.518.742.955,80	7,59%	7,12%	2.362.006.806,93	156.736.148,87
Operações com Participantes	1.128.473.823,30	3,40%	3,44%	1.140.300.566,82	-11.826.743,52
Todos segmentos	33.180.647.553,74	100,00%	100,00%	33.180.647.553,74	0,00

## Principais indicadores da carteira ótima - REG\_SALDADO

Indicador de performance da carteira	Valor do indicador
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 264.318.002.300,13
Valor médio restante no último período	R\$ 321.838.197.119,97
Valor médio resíduo atuarial no último período	R\$ 57.520.194.819,84
Valor var 5% líquido residual (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 94.755.056.966,83
Probabilidade máxima de gap	0,00%
Média de fator de solvência mínima	1,0137
Var 5% de fator de solvência mínima	0,9873
Valor presente do fluxo atuarial	R\$ 32.732.339.940,17
Valor atual total de ativos	R\$ 33.180.647.553,74
Fator de solvência no instante atual	1,0137
Valor mínimo índice de liquidez médio	2,6394
Valor mínimo índice de liquidez var 5%	2,4125
Número de carteiras simuladas	1.000
Número de simulações por carteira	2.000
Função objetivo	Valor líquido restante percentil 5%
Restrição para otimização	Sem restrição para o fator de solvência
Número máximo de trajetórias disponíveis	20.000

## Análise de sensibilidade das 10 melhores carteiras - REG\_SALDADO

Classe de ativos	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
Renda fixa títulos públicos	34,98%	35,05%	34,54%	34,43%	34,33%	34,38%	34,49%	34,52%	34,49%	34,48%
Renda fixa títulos privados	8,00%	8,17%	8,46%	7,84%	7,37%	7,55%	6,82%	6,85%	6,84%	6,32%
Ibovespa passivo	1,33%	1,52%	1,50%	1,29%	1,50%	1,47%	1,87%	1,73%	2,19%	2,20%
Ibovespa ativo	16,62%	16,59%	16,97%	17,59%	17,60%	17,18%	17,33%	17,66%	18,37%	18,81%
Ibovespa retorno absoluto	6,72%	6,07%	6,21%	6,56%	6,44%	6,44%	6,34%	5,65%	5,05%	5,69%
FIP	10,05%	9,99%	9,78%	9,70%	9,72%	9,51%	9,49%	9,76%	9,95%	9,76%
FII	3,62%	3,93%	3,84%	3,90%	4,31%	4,67%	4,82%	5,02%	4,24%	3,97%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	7,59%	7,56%	7,61%	7,56%	7,53%	7,60%	7,57%	7,53%	7,54%	7,48%
Operações com participantes	3,40%	3,41%	3,38%	3,44%	3,51%	3,49%	3,56%	3,58%	3,63%	3,59%
Ativos líquidos	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%	7,70%

## Análise de sensibilidade dos valores da função objetivo - REG\_SALDADO

As dez melhores carteiras	Valor para a função objetivo (valor líq. restante percentil 5%)
Carteira 1 (carteira ótima)	93.271.622.184,79
Carteira 2	92.243.989.195,96
Carteira 3	91.432.593.123,05
Carteira 4	90.894.097.847,08
Carteira 5	90.291.986.135,16
Carteira 6	89.723.748.191,18
Carteira 7	89.152.003.270,81
Carteira 8	88.701.445.256,02
Carteira 9	88.368.188.361,33
Carteira 10	88.100.429.669,32

## Macroalocação carteira ótima - NOVO\_PLANO

Classe de ativos	Total na classe de ativos	Peso (%) da classe de ativos	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença Posição Atual / Proposta
Renda fixa títulos públicos	612.728.311,93	28,77%	31,98%	681.240.926,44	-68.512.614,51
Renda fixa títulos privados	177.535.931,04	8,34%	5,47%	116.559.384,47	60.976.546,57
Ibovespa passivo	151.358.167,48	7,11%	14,83%	315.807.935,87	-164.449.768,39
Ibovespa ativo	253.491.915,46	11,90%	12,32%	262.496.272,10	-9.004.356,64
Ibovespa retorno absoluto	304.803.740,04	14,31%	1,76%	37.517.841,40	267.285.898,64
FIP	176.577.428,71	8,29%	2,48%	52.778.618,00	123.798.810,71
FII	52.355.527,11	2,46%	0,29%	6.089.199,25	46.266.327,86
Investimentos no exterior	0,00	0,00%	0,00%	0	0
Imóveis	99.449.941,46	4,67%	1,29%	27.527.705,38	71.922.236,08
Operações com participantes	291.704.208,23	13,70%	12,69%	270.221.585,00	21.482.623,23
Ativos líquidos	10.000.000,00	0,47%	16,89%	359.765.703,56	-349.765.703,56

## Macroalocação carteira ótima Resolução 3.792 - NOVO\_PLANO

Segmento de Investimentos	Total no Segmento	Peso (%) do Segmento	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença
Renda Fixa	800.264.242,97	37,57%	54,35%	1.157.566.014,47	-357.301.771,50
Renda Variável	709.653.822,98	33,32%	28,91%	615.822.049,37	93.831.773,61
Investimentos Estruturados	228.932.955,83	10,75%	2,76%	58.867.817,25	170.065.138,58
Investimentos Exterior	0,00	0,00%	0,00%	0,00	0,00
Investimentos Imobiliários	99.449.941,46	4,67%	1,29%	27.527.705,38	71.922.236,08
Operações com Participantes	291.704.208,23	13,70%	12,69%	270.221.585,00	21.482.623,23
Todos segmentos	2.130.005.171,47	100,00%	100,00%	2.130.005.171,47	0,00

## Principais indicadores da carteira ótima - NOVO\_PLANO

Indicador de performance da carteira	Valor do indicador
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 40.711.619.552,88
Valor médio restante no último período	R\$ 59.882.938.140,00
Valor médio resíduo atuarial no último período	R\$ 19.171.318.587,11
Valor var 5% líquido residual (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 19.614.947.541,70
Probabilidade máxima de gap	0,00%
Média de fator de solvência mínima	1,0462
Var 5% de fator de solvência mínima	1,0105
Valor presente do fluxo atuarial	R\$ 2.035.887.479,40
Valor atual total de ativos	R\$ 2.130.005.171,47
Fator de solvência no instante atual	1,0462
Valor mínimo índice de liquidez médio	2,7132
Valor mínimo índice de liquidez var 5%	2,4034
Número de carteiras simuladas	1.000
Número de simulações por carteira	2.000
Função objetivo	Valor líquido restante percentil 5%
Restrição para otimização	Sem restrição para o fator de solvência
Número máximo de trajetórias disponíveis	20.000

## Análise de sensibilidade das 10 melhores carteiras - NOVO\_PLANO

Classe de ativos	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
Renda fixa títulos públicos	28,63%	28,81%	28,82%	28,77%	28,88%	28,66%	28,92%	29,00%	28,69%	28,43%
Renda fixa títulos privados	7,96%	8,39%	8,10%	8,34%	8,38%	8,21%	9,37%	9,41%	9,51%	9,96%
Ibovespa passivo	4,99%	5,60%	5,75%	7,11%	7,66%	8,27%	8,37%	7,46%	6,98%	6,02%
Ibovespa ativo	11,67%	11,64%	12,20%	11,90%	11,29%	11,63%	10,85%	9,32%	9,92%	10,84%
Ibovespa retorno absoluto	17,01%	15,79%	15,48%	14,31%	13,98%	12,23%	11,10%	13,08%	13,14%	12,24%
FIP	8,57%	8,52%	8,23%	8,29%	8,18%	8,42%	8,57%	8,41%	8,31%	8,48%
FII	2,69%	3,00%	2,60%	2,46%	2,31%	3,13%	3,14%	3,90%	3,98%	4,41%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	4,43%	4,19%	4,67%	4,67%	5,03%	5,16%	5,36%	5,25%	5,13%	5,15%
Operações com participantes	13,58%	13,60%	13,69%	13,70%	13,83%	13,83%	13,85%	13,70%	13,88%	14,00%
Ativos líquidos	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%	0,47%

## Análise de sensibilidade dos valores da função objetivo - NOVO\_PLANO

As dez melhores carteiras	Valor para a função objetivo (valor líq. restante percentil 5%)
Carteira 1 (carteira ótima)	19.230.407.265,58
Carteira 2	19.081.304.272,23
Carteira 3	18.955.980.814,96
Carteira 4	18.822.751.501,31
Carteira 5	18.725.418.663,19
Carteira 6	18.636.744.631,09
Carteira 7	18.564.198.514,17
Carteira 8	18.506.939.097,19
Carteira 9	18.459.625.765,48
Carteira 10	18.412.499.700,85

## Macroalocação carteira ótima - SALDADO\_NP

Classe de ativos	Total na classe de ativos	Peso (%) da classe de ativos	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença Posição Atual / Proposta
Renda fixa títulos públicos	12.333.827.540,92	34,93%	37,33%	13.181.672.260,17	-847.844.719,25
Renda fixa títulos privados	2.908.891.571,50	8,24%	4,79%	1.690.358.568,97	1.218.533.002,53
Ibovespa passivo	575.563.639,42	1,63%	10,27%	3.624.743.589,89	-3.049.179.950,47
Ibovespa ativo	5.881.695.424,44	16,66%	21,11%	7.453.079.278,58	-1.571.383.854,14
Ibovespa retorno absoluto	2.443.497.168,58	6,92%	1,13%	399.196.954,09	2.044.300.214,49
FIP	3.588.974.742,99	10,16%	6,07%	2.144.948.995,80	1.444.025.747,19
FII	1.325.208.796,78	3,75%	1,23%	434.958.019,20	890.250.777,58
Investimentos no exterior	0,00	0,00%	0,00%	0	0
Imóveis	2.638.765.078,15	7,47%	6,77%	2.389.534.512,31	249.230.565,84
Operações com participantes	1.290.604.357,11	3,66%	3,99%	1.410.522.151,82	-119.917.794,71
Ativos líquidos	2.323.624.405,31	6,58%	7,31%	2.581.638.394,38	-258.013.989,07

## Macroalocação carteira ótima Resolução 3.792 - SALDADO\_NP

Segmento de Investimentos	Total no Segmento	Peso (%) do Segmento	Peso (%) posição atual	Total no Segmento Posição Atual	Diferença
Renda Fixa	17.566.343.517,74	49,75%	49,43%	17.453.669.223,52	112.674.294,22
Renda Variável	8.900.756.232,44	25,21%	32,50%	11.477.019.822,56	-2.576.263.590,12
Investimentos Estruturados	4.914.183.539,77	13,92%	7,31%	2.579.907.015,00	2.334.276.524,77
Investimentos Exterior	0,00	0,00%	0,00%	0,00	0,00
Investimentos Imobiliários	2.638.765.078,15	7,47%	6,77%	2.389.534.512,31	249.230.565,84
Operações com Participantes	1.290.604.357,11	3,66%	3,99%	1.410.522.151,82	-119.917.794,71
Todos segmentos	35.310.652.725,21	100,00%	100,00%	35.310.652.725,21	0,00

## Principais indicadores da carteira ótima - SALDADO\_NP

Indicador de performance da carteira	Valor do indicador
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 313.791.554.902,74
Valor médio restante no último período	R\$ 390.483.068.309,70
Valor médio resíduo atuarial no último período	R\$ 76.691.513.406,96
Valor var 5% líquido residual (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 123.986.036.158,94
Probabilidade máxima de gap	0,00%
Média de fator de solvência mínima	1,0156
Var 5% de fator de solvência mínima	0,9903
Valor presente do fluxo atuarial	R\$ 34.768.227.419,57
Valor atual total de ativos	R\$ 35.310.652.725,21
Fator de solvência no instante atual	1,0156
Valor mínimo índice de liquidez médio	2,7328
Valor mínimo índice de liquidez var 5%	2,4924
Número de carteiras simuladas	1.000
Número de simulações por carteira	2.000
Função objetivo	Valor líquido restante percentil 5%
Restrição para otimização	Sem restrição para o fator de solvência
Número máximo de trajetórias disponíveis	20.000

## Análise de sensibilidade das 10 melhores carteiras - SALDADO\_NP

Classe de ativos	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
Renda fixa títulos públicos	34,93%	35,01%	34,35%	34,48%	34,56%	34,45%	34,81%	34,96%	34,94%	34,59%
Renda fixa títulos privados	8,24%	8,43%	8,49%	7,73%	7,28%	7,32%	6,92%	6,65%	6,65%	6,67%
Ibovespa passivo	1,63%	1,85%	1,81%	2,25%	2,26%	2,81%	2,64%	2,57%	3,06%	2,86%
Ibovespa ativo	16,66%	16,62%	17,32%	17,50%	17,57%	17,61%	17,92%	17,88%	18,63%	19,07%
Ibovespa retorno absoluto	6,92%	6,25%	5,85%	5,75%	5,90%	5,37%	5,37%	5,72%	5,06%	5,25%
FIP	10,16%	10,11%	10,17%	10,16%	10,06%	10,06%	10,04%	9,87%	10,06%	9,99%
FII	3,75%	4,06%	4,33%	4,47%	4,75%	4,73%	4,66%	4,72%	3,93%	3,92%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	7,47%	7,43%	7,42%	7,38%	7,29%	7,29%	7,25%	7,26%	7,28%	7,27%
Operações com participantes	3,66%	3,66%	3,67%	3,70%	3,75%	3,78%	3,80%	3,78%	3,81%	3,81%
Ativos líquidos	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%	6,58%

## Análise de sensibilidade dos valores da função objetivo - SALDADO\_NP

As dez melhores carteiras	Valor para a função objetivo (valor líq. restante percentil 5%)
Carteira 1 (carteira ótima)	120.969.686.067,28
Carteira 2	119.903.125.032,77
Carteira 3	119.227.183.069,32
Carteira 4	118.539.891.227,87
Carteira 5	117.860.756.540,78
Carteira 6	117.221.079.298,80
Carteira 7	116.593.439.380,30
Carteira 8	116.170.022.717,37
Carteira 9	115.768.761.991,55
Carteira 10	115.444.271.455,85