

**ESTUDO DO ACOPLAMENTO COMPORTA-
RESERVATÓRIO SOB AÇÕES SÍSMICAS**

CARLOS AUGUSTO ELIAS MELO

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ESTUDO DO ACOPLAMENTO COMPORTA-
RESERVATÓRIO SOB AÇÕES SÍSMICAS**

CARLOS AUGUSTO ELIAS MELO

ORIENTADOR: LINEU JOSÉ PEDROSO

CO-ORIENTADOR: PIERRE LÉGER

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

PUBLICAÇÃO: E.DM - 012 A/09

BRASÍLIA/DF: SETEMBRO – 2009

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ESTUDO DO ACOPLAMENTO COMPORTA-RESERVATÓRIO SOB
AÇÕES SÍSMICAS.**

CARLOS AUGUSTO ELIAS MELO

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADA POR:

**Prof. Lineu José Pedroso, Dr. Ing. (ENC-UnB)
(Orientador)**

**Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (ENC-UnB)
(Examinador Interno)**

**Prof. Selênio Feio da Silva, DSc (UNAMA-PA)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 30 DE SETEMBRO DE 2009

FICHA CATALOGRÁFICA

MELO, CARLOS AUGUSTO ELIAS

Estudo do Acoplamento Comporta-Reservatório Sob Ações Sísmicas [Distrito Federal] 2009.

**xvii, 107p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2009).
Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.**

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1. Comportas Hidráulicas | 2. Método dos Elementos Finitos |
| 3. Interação Fluido-Estrutura | 4. Pressão Hidrodinâmica |
| I. ENC/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Melo, C. A. E. (2009). Estudo do Acoplamento Comporta-Reservatório Sob Ações Sísmicas. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, E.DM-012A/09, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 107p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Carlos Augusto Elias Melo.

TÍTULO: Estudo do Acoplamento Comporta-Reservatório Sob Ações Sísmicas.

GRAU: Mestre

ANO: 2009

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Carlos Augusto Elias Melo

2ª Avenida, Bloco 580, Casa 07, Núcleo Bandeirante.

71715-010 Brasília – DF – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus que me deu a graça de lutar por mais esta conquista e guiar todos os meus passos nessa caminhada.

À minha família, que mesmo sem entender a razão de muitas das minhas escolhas, sempre me apoiou e se sacrificou para que conseguisse alcançar meus objetivos. Passamos por muitos momentos difíceis, mas hoje vencemos mais uma etapa.

À Aline, minha namorada, amiga, e companheira em todos os momentos. Sem ela nada teria conseguido.

Ao professor Lineu José Pedroso que me acompanhou e incentivou desde os tempos de iniciação científica. Obrigado pela orientação, paciência, atenção, confiança e importantes sugestões ao longo desse trabalho.

Ao professor Pierre Léger por toda atenção e conhecimentos a mim transmitidos durante minha estada no Canadá

Ao professor Najib Bouaanani pelas sugestões, disponibilidade e colaboração nesta pesquisa.

À família Léger por toda a hospitalidade a mim dispensada ao me receber em sua casa.

Aos amigos Daniel Ventura e Faye Mamadu pela amizade e pelos momentos de descontração que juntos tivemos na École Polytechnique de Montréal.

Aos colegas do PECC e do GDFE, em especial a Patrícia, Paulo Marcelo, Cássio, André, e Selênio, pelo companheirismo e ajuda ao longo desses anos.

À Universidade de Brasília (UnB), pela infra-estrutura, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e pelo Governo do Canadá (GSEP) pela bolsa de estudos.

A todos os professores do Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC) pela importante contribuição na minha formação acadêmica.

Aos professores Selênio Feio da Silva e Luciano Mendes Bezerra que gentilmente aceitaram o convite para avaliarem essa dissertação.

RESUMO

ESTUDO DO ACOPLAMENTO COMPORTA-RESERVATÓRIO SOB AÇÕES SÍSMICAS

Autor: Carlos Augusto Elias Melo

Orientador: Lineu José Pedroso

Co-Orientador: Pierre Léger

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, setembro de 2009

Este trabalho apresenta um estudo sobre a interação comporta-reservatório sob ações sísmicas. Soluções analíticas para o campo de pressões hidrodinâmicas e modelos utilizando o método dos elementos finitos através dos programas SAP2000 e ANSYS foram desenvolvidos considerando o acoplamento entre a comporta e o reservatório.

A técnica de separação de variáveis foi utilizada para a resolução da equação da onda em 3 dimensões considerando o acoplamento fluido-estrutura. A partir das soluções analíticas obtidas e validadas através do método dos elementos finitos via ANSYS, estudou-se a influência de alguns parâmetros como a compressibilidade do fluido e a flexibilidade da estrutura.

Com o objetivo de se verificar a validade e abrangência da teoria da massa adicional de Westergaard, modelos representando um vertedour real foram desenvolvidos e os resultados obtidos para a análise modal e sísmica comparados. Em uma das etapas desse estudo, fez-se uma análise progressiva da resposta sísmica da estrutura estudada considerando dois modelos diferentes: a) um modelo composto por apenas um pilar, e b) um modelo composto por 3 pilares e 2 comportas, em que a rigidez dos pilares e comportas adjacentes é considerada através do uso de molas. Em outra etapa, fez-se uma abordagem considerando a interação comporta-reservatório. Para isso, um modelo tridimensional foi desenvolvido e os resultados obtidos para uma análise sísmica considerando a teoria de Westergaard e o acoplamento comporta-reservatório foram comparados.

A modelagem de um vertedouro através de cortes bidimensionais também foi desenvolvida nesta dissertação. Nesta modelagem, considerou-se uma seção horizontal passando pelos pilares, e uma seção vertical passando pela comporta. Fez-se ainda uma simplificação no corte horizontal, desconsiderando a presença dos pilares, com o objetivo de se verificar a sua influência no campo de pressões hidrodinâmicas atuante na comporta.

ABSTRACT

STUDY OF HYDRAULIC GATE-RESERVOIR COUPLING UNDER SEISMIC ACTIONS

Author: Carlos Augusto Elias Melo

Supervisor: Lineu José Pedroso

Co-Supervisor: Pierre Léger

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, September of 2009

This work presents a study on the interaction gate-reservoir under seismic actions. Analytical solutions for the hydrodynamic pressure field and models using finite element method through SAP2000 and ANSYS have been developed considering the coupling between the gate and the reservoir.

The separation of variables technique was used to solve the wave equation in 3 dimensions taking into account the fluid-structure interaction. From the analytical solutions obtained and validated using the finite element method through ANSYS, the influence of some parameters such as fluid compressibility and structure flexibility was studied.

In order to verify the validity and scope of the Westergaard's added mass theory, models representing an existing gated spillway were developed and the results obtained for the modal and seismic analyses were compared. In one of the phases of this study, it was carried out a progressive analysis of the structure's seismic response considering two different models: a) a model composed of only one pier, and b) a model composed of 3 piers 2 gates, in which the stiffness of adjacent piers and gates was considered through the use of springs. In another phase, a study considering the interaction between gate and reservoir was conducted. For that, a three dimensional model was developed and the results obtained for the seismic analysis considering effects of gate-reservoir coupling and the Westergaard's theory were compared.

Spillway modelling through two dimensional sections was also developed in this dissertation. In this modelling, it was considered a horizontal section passing through the piers, and a vertical section through the gate. It was also considered a simplification in the horizontal section, neglecting the presence of piers, in order to verify their influence in the hydrodynamic pressures field acting on the gates.

NOTA AO LEITOR

Esta dissertação de mestrado foi realizada no âmbito de um programa de cooperação entre o Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura (GDFE) do PECC/UnB, coordenado pelo professor Lineu José Pedroso, e o Grupo de Pesquisas em Engenharia de Estruturas (Groupe de Recherche en Génie des Structures) do Département des génies civil, géologique et des mines da École Polytechnique de Montréal do Canadá, coordenada pelo professor Pierre Léger, com apoio do GSEP.

Em função do volume de material produzido durante estas pesquisas, assim como a diversidade de tópicos abordados dentro do domínio de fluido-estrutura em hidrotécnica, ficou um tanto difícil se dar uma unidade de conteúdos para o texto final desta dissertação.

Em consequência, optou-se por centralizar o foco do trabalho sobre os aspectos do comportamento de vertedouro-reservatório sob ações sísmicas, deixando-se de lado todos os outros conteúdos que foram produzidos e documentados.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	GENERALIDADES	1
1.2	COLOCAÇÃO DO PROBLEMA	3
1.3	OBJETIVOS	5
1.4	ABRANGÊNCIAS E LIMITAÇÕES.....	6
1.5	MOTIVAÇÃO	6
1.6	REVISÃO DA LITERATURA	7
1.7	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	13
2	SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA CAVIDADES ACÚSTICAS COM FRONTEIRAS RÍGIDO-MÓVEIS E FLEXÍVEIS	15
2.1	INTRODUÇÃO	15
2.2	EQUAÇÃO GOVERNANTE DAS PRESSÕES HIDRODINÂMICAS	17
2.3	DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO E SOLUÇÃO GERAL.....	19
2.4	CONDIÇÕES DE CONTORNO DO PROBLEMA.....	21
2.4.1	Caso 1: cavidade com fronteira rígido-móvel.....	21
2.4.2	Caso 2: cavidade com fronteira flexível.....	28
2.5	VALIDAÇÃO E VARIAÇÃO PARAMÉTRICA NAS EXPRESSÕES OBTIDAS.....	31
2.5.1	Validação das soluções analíticas	33
2.5.1.1	Caso 1: parede rígida.....	34
2.5.1.2	Caso 2: comporta flexível.....	36
2.5.2	Variação paramétrica.....	38
2.5.2.1	Variação da deformada modal da comporta.....	38
2.5.2.2	Influência do parâmetro de compressibilidade ($\omega H/c$)	40
2.5.2.3	Influência da relação entre o comprimento (B) e a altura (H) da comporta	42
2.5.2.4	Influência da flexibilidade.....	44

3	CÁLCULO SÍSMICO DE VERTEDOUROS.....	47
3.1	INTRODUÇÃO	47
3.2	METODOLOGIA PROGRESSIVA PARA A ANÁLISE DE ESTRUTURAS HIDRÁULICAS DE CONCRETO.....	48
3.3	ESTRATÉGIA USADA PARA A AVALIAÇÃO SÍSMICA DE VERTEDOUROS	51
3.4	DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA E DOS MODELOS ESTUDADOS.....	52
3.5	CÁLCULO DA PRESSÃO HIDRODINÂMICA NOS PILARES E COMPORTAS	53
3.6	MODELAGEM DA ESTRUTURA	55
3.7	MODELAGEM DA FUNDAÇÃO.....	57
3.7.1	Características do solo.....	57
3.7.2	Molas equivalentes para a fundação.....	58
3.8	CARACTERÍSTICA DINÂMICA DO MODELO DO VERTEDOURO	60
3.9	ANÁLISE DA RESPOSTA SÍSMICA	63
3.9.1	Análise pseudo-estática	65
3.9.2	Análise pseudo-dinâmica	65
3.9.3	Análise espectral	66
3.9.4	Análise transiente	66
3.10	ANÁLISE DA RESPOSTA SÍSMICA DO VERTEDOURO CONSIDERANDO OS EFEITOS DA INTERAÇÃO FLUIDO- ESTRUTURA	67
3.10.1	Análise modal.....	69
3.10.1.1	Modos naturais do reservatório	69
3.10.1.2	Modos naturais da estrutura.....	71
3.10.1.3	Modos naturais acoplados	73
3.10.2	Análise transiente	77
4	MODELAGEM E ANÁLISE SÍSMICA DE VERTEDOUROS.....	79
4.1	METODOLOGIA USADA PARA A AVALIAÇÃO DA PRESSÃO HIDRODINÂMICA ENTRE OS PILARES E COMPORTAS DE UM VERTEDOURO.....	79
4.2	CÁLCULO DA PRESSÃO HIDRODINÂMICA NOS PILARES	80

4.3	MODELAGEM DA COMPORTA	82
4.4	MODELAGEM DOS PILARES.....	87
4.4.1	Cálculo das molas que representam a rigidez torcional do pilar	88
4.4.2	Cálculo das molas que representam a rigidez longitudinal e lateral do pilar.....	91
4.5	MODELO REPRESENTATIVO DE VERTEDOIRO EM 2D	93
4.6	ANÁLISE SÍSMICA DO VERTEDOIRO	96
4.6.1	Análise sísmica para o corte horizontal.....	97
4.6.2	Análise sísmica para o corte vertical.....	101
5	CONCLUSÕES GERAIS E RECOMENDAÇÕES	104
5.1	CONCLUSÕES GERAIS	104
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	106
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	1047

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Resumo das equações obtidas.....	31
Tabela 2.2 – Características físicas e geométricas do reservatório.	32
Tabela 2.3 – Características físicas e geométricas da estrutura.....	33
Tabela 2.4 – Pressão hidrodinâmica obtida analiticamente e pelo ANSYS para a comporta como um corpo rígido-móvel para uma seção vertical localizada no meio do pistão.....	34
Tabela 2.5 – Pressão hidrodinâmica obtida pelo ANSYS para a comporta como um corpo rígido-móvel para diversas seções verticais ao longo do comprimento do pistão.....	35
Tabela 2.6 – Comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e pela formulação analítica para a distribuição da pressão hidrodinâmica ao longo de uma seção vertical localizada no centro da comporta para a deformada modal ilustrada na Figura 2.8a.....	36
Tabela 2.7 – Comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e pela formulação analítica para a distribuição da pressão hidrodinâmica ao longo de seções verticais localizadas em $y/B = 0,25$ e em $y/B = 0,75$ para a deformada modal ilustrada na Figura 2.9a.....	37
Tabela 2.8 – Pressões hidrodinâmicas máximas e mínimas para as deformadas modais da comporta.	40
Tabela 2.9 – Pressão hidrodinâmica adimensional ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para diferentes parâmetros de compressibilidade para a primeira deformada modal (Figura 2.10).....	41
Tabela 2.10 – Pressão hidrodinâmica adimensional ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para diferentes parâmetros de para a segunda deformada modal (Figura 2.10).	41
Tabela 2.11 – Pressão hidrodinâmica adimensional ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para diferentes relações B/H para a primeira deformada modal (Figura 2.10).....	43

Tabela 2.12 – Pressão hidrodinâmica adimensional ao longo de uma seção vertical no centro da comporta para diferentes relações B/H para a segunda deformada modal (Figura 2.10).	43
Tabela 2.13 – Pressão hidrodinâmica para a comporta como corpo rígido-móvel e para a comporta flexível (primeira deformada modal ilustrada Figura 2.10).	45
Tabela 3.1 – Análise sísmica progressiva (Ghrib et al., 1997).	51
Tabela 3.2 – Características mecânicas do solo.	58
Tabela 3.3 – Constantes de molas para a fundação.	60
Tabela 3.4 – Carregamentos usados nas análises.	60
Tabela 3.5 – Característica dinâmica para o pilar submetido ao carregamento 1.	61
Tabela 3.6 – Característica dinâmica para o pilar submetido ao carregamento 2.	62
Tabela 3.7 – Característica dinâmica para o modelo composto por três pilares e duas comportas (Figura 3.5b) quando submetido ao carregamento 3.....	63
Tabela 3.8 – Característica dinâmica para o modelo composto por três pilares e duas comportas (Figura 3.5b) quando submetido ao carregamento 2.....	63
Tabela 3.9 – Análise pseudo-estática.	65
Tabela 3.10 – Análise pseudo-dinâmica.....	66
Tabela 3.11 – Análise espectral.....	66
Tabela 3.12 – Análise transiente.....	67
Tabela 3.13 – Características físicas e geométricas da cavidade.	69
Tabela 3.14 – Frequências do reservatório em rad/s.	70
Tabela 3.15 – Características físicas e geométricas da comporta.....	72
Tabela 3.16 – Frequências da comporta em rad/s.	72
Tabela 3.17 – Tabela com as frequências em rad/s para os modelos estudados.	74
Tabela 3.18 – Massa adicional para os modos da estrutura.....	76
Tabela 4.1 – Deformadas modais e frequências naturais para uma viga bi-apoiada.....	84
Tabela 4.2 – Deformadas modais e frequências naturais para uma viga livre-livre.....	86

Tabela 4.3 – Deformadas modais e frequências naturais aproximadas.....	86
Tabela 4.4 – Característica dinâmica do pilar estudado submetido ao carregamento permanente.....	88
Tabela 4.5 – Características físicas e geométricas.....	94
Tabela 4.6 – Frequências naturais para o corte horizontal.....	98
Tabela 4.7 – Máximos e mínimos valores obtidos para a pressão e aceleração para o corte horizontal excitado no sentido montante/jusante.....	100
Tabela 4.8 – Máximos e mínimos valores obtidos para a pressão e aceleração para o corte horizontal excitado lateralmente.....	101
Tabela 4.9 – Frequências naturais para o corte vertical.....	101
Tabela 4.10 – Máximos e mínimos valores obtidos para a pressão e aceleração para o corte vertical excitado no sentido montante/jusante.....	103

TABELA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Acidente na barragem Folsom em 1995 (http://www.myfolsom.com/folsomdam.shtml).	2
Figura 1.2 – Acidente na barragem de ShihKang em 1999 (http://nisee.berkeley.edu/library).	3
Figura 1.3 – Deslocamentos e distorções relativas entre os componentes de um vertedouro.	4
Figura 2.1 – Barragem infinitamente longa.	15
Figura 2.2 – Modelos e condições de contorno adotadas por: (a) Rashed (1984) e (b) Pani & Bhattacharyya (2007, 2008 e 2009).	16
Figura 2.3 – Modelo estudado e condições de contorno.	17
Figura 2.4 – Condições de contorno adotadas no Caso 1 (fronteira rígido-móvel): a) corte vertical, e b) vista superior da Figura 2.3.	22
Figura 2.5 – Condições de contorno adotadas no Caso 2 (fronteira flexível): a) corte vertical, e b) vista superior da Figura 2.3.	28
Figura 2.6 – Modelos estudados: (a) modelo do pistão rígido-móvel e condições de contorno adotadas, (b) modelo da comporta flexível e suas condições de contorno, (c) e (d) malhas utilizadas no ANSYS na modelagem do pistão rígido-móvel e comporta flexível, respectivamente.	32
Figura 2.7 – Resultados obtidos para a comporta como um corpo rígido-móvel: (a) comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e analiticamente para uma seção vertical localizada no meio do pistão, e (b) resultados obtidos pelo ANSYS ao longo do comprimento da comporta.	35
Figura 2.8 – (a) Deformada modal da comporta e localização da seção vertical onde é obtida a pressão hidrodinâmica, e (b) comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e pela formulação analítica para a distribuição da pressão hidrodinâmica para a deformada e seção vertical ilustradas em (a).	37
Figura 2.9 – (a) Deformada modal da comporta e localização das seções verticais onde são obtidas as pressões hidrodinâmicas, e (b) comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e pela formulação analítica para a distribuição da pressão hidrodinâmica para a deformada e seções verticais ilustradas em (a).	38

Figura 2.10 – Campo de pressões hidrodinâmica que age na comporta em função de sua deformada modal.	39
Figura 2.11 – Distribuição da pressão hidrodinâmica ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para diferentes valores para o parâmetro de compressibilidade: (a) primeira deformada modal, e (b) segunda deformada modal.	42
Figura 2.12 – Distribuição da pressão hidrodinâmica ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para várias relações B/H: (a) primeira deformada modal, e (b) segunda deformada modal (Figura 2.10).	44
Figura 2.13 – Distribuição da pressão hidrodinâmica para a comporta como corpo rígido-móvel e para a primeira deformada modal (Figura 2.10).	45
Figura 2.14 – Distribuição da pressão hidrodinâmica para a variação da relação B/H, da compressibilidade do fluido, e para a comporta rígida e flexível.	46
Figura 3.1 – Fluxograma ilustrando a estratégia adotada para a avaliação da segurança sísmica de vertedouros.	52
Figura 3.2 – Localização do vertedouro estudado.	53
Figura 3.3 – Detalhes do vertedouro estudado.	53
Figura 3.4 – Massa adicional pela teoria de Westergaard.	54
Figura 3.5 – Modelos para o vertedouro estudado: (a) Pilar único, e (b) 3 pilares e 2 comportas	55
Figura 3.6 – Desenvolvimento do modelo de barras.	56
Figura 3.7 – Molas para representação da fundação (Lambe e Whitman, 1969).	59
Figura 3.8 – Deformadas modais do pilar.	61
Figura 3.9 – Deformadas modais dos pilares e comportas submetidas ao carregamento 2.	62
Figura 3.10 – Acelerações do solo: (a) El Centro, (b) NBCC-05, e (c) Saguenay.	64
Figura 3.11 – Aceleração espectral para as acelerações do solo consideradas para um amortecimento de 5%.	64
Figura 3.12 – Modelo no CADAM-3D para as análises pseudo-estática e pseudo-dinâmica.	65
Figura 3.13 – Modelo estudado: (a) modelo completo composto pela parede rígida, comporta e reservatório, (b) vista yz, e (c) vista xz.	68
Figura 3.14 – Modos desacoplados do reservatório obtidos via ANSYS.	71
Figura 3.15 – Os dois casos estudados para a comporta: (a) comporta pura, e (b) comporta com massas adicionadas.	71

Figura 3.16 – Modos desacoplados da comporta sem e com massas adicionais.....	73
Figura 3.17 – Corte no modelo.....	74
Figura 3.18 – Deformadas modais para o sistema acoplado comporta-reservatório com predominância dos efeitos da comporta.	75
Figura 3.19 – Forças de cisalhamento na base do pilar: (a) frequência de excitação $\omega = 0, 2\pi$ rad/s, (b) $\omega = 10\pi$ rad/s, (c) $\omega = 20\pi$ rad/s, e (d) Saguenay. .	78
Figura 4.1 – Seções feitas no modelo real do vertedouro: a) uma seção horizontal passando pelos pilares, b) uma seção horizontal sem a presença dos pilares, e c) uma seção vertical incluindo a comporta e o reservatório.	79
Figura 4.2 – Modelo composto pelos pilares, comporta, e reservatório.....	80
Figura 4.3 – Pressões hidrodinâmica em paredes próximas de um reservatório fechado: (a) situação estudada, (b) modelo proposto por Epstein (1976).....	81
Figura 4.4 – Placa e vigas com as mesmas condições de contorno.....	82
Figura 4.5 – Comportamento da placa funcionando como duas vigas.....	85
Figura 4.6 – Seção real do pilar estudada (a), e seção modelada (b).....	87
Figura 4.7 – Modelo usado para determinação da frequência de torção.	89
Figura 4.8 – Determinação da matriz de rigidez.	89
Figura 4.9 – Determinação da matriz de massa.....	90
Figura 4.10 – Modelo obtido pelo SAP2000 e modelo calibrado desenvolvido no ANSYS.....	93
Figura 4.11 – Corte horizontal incluindo os pilares.	95
Figura 4.12 – Corte horizontal simplificado sem pilares.....	95
Figura 4.13 – Corte vertical.....	96
Figura 4.14 – Sismo e localização pontos estudados.....	97
Figura 4.15 – Deformadas modais para o corte horizontal.....	99
Figura 4.16 – Deformadas modais para a seção vertical.	102

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

a	- Comprimento da placa na direção x
\bar{A}	- Valor de maior amplitude de deslocamento da comporta
a_g	- Aceleração de pico do solo
A_i	- Área tributária do nó i
b	- Comprimento da placa na direção y
B	- Comprimento da estrutura (comporta ou radier) ou largura do reservatório
c	- Velocidade de propagação do som no meio
CADAM	- Computation Analysis on Concrete Gravity Dams
cte	- constante
CQC	- Combinação Quadrática Completa
d	- Distância entre as massas usadas para a representação da rigidez torsional do pilar
D	- Altura da comporta
div	- divergente
d_1, d_2	- Distância entre as massas m_1 e m_2 usadas para a representação da rigidez torsional do pilar e o centro de gravidade do pilar
E	- Módulo de elasticidade
f	- Frequência em hertz
F_i	- Força hidrodinâmica no nó i
g	- Aceleração da gravidade
G	- Módulo de cisalhamento
GDFE	- Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura
$grad$	- gradiente
H	- Altura do reservatório
Hz	- Hertz
I	- Momento de inércia
k	- Rigidez elástica
\tilde{k}	- Matriz de rigidez
K_{lat}	- Rigidez lateral e torsional do pilar modelado em 2D
K_{lon}	- Rigidez longitudinal do pilar modelado em 2D

$K_x, K_z, K_y, K_{\theta x}, K_{\theta y}$	- Constantes de mola que representam a rigidez do solo.
L_r	- Largura do reservatório.
m	- Soma das massas m_1 e m_2 .
\bar{m}	- Massa por unidade de comprimento de viga
\tilde{m}	- Matriz de massa.
m_1, m_2	- Massas usadas para o cálculo da rigidez torsional do pilar.
M_{ad}	- Massa adicional.
M_{adi}	- Massa adicional no nó i .
M_{est}	- Massa da estrutura.
NBCC	- National Building Code of Canada.
P	- Pressão hidrodinâmica.
PC	- Parâmetro de compressibilidade
PGA	- Peak Ground Acceleration.
r	- Parte seca do pilar modelizado do vertedour em 2D.
R	- Comprimento do pilar do vertedour.
s	- Parte molhada do pilar modelizado do vertedour em 2D.
SAP	- Structural Analysis Program.
S_a	- Aceleração espectral.
t	- Espessura da comporta.
T	- Período de vibração.
USACE	- United States Army Corps of Engineers.
u	- Deslocamento de um ponto localizado na face da comporta.
\bar{u}	- Amplitude da aceleração do solo.
V	- Força de cisalhamento na base do pilar.
\vec{V}	- Velocidade de escoamento do fluido.
w	- Deflexão da placa.
\tilde{w}	- Deflexão da viga.
W	- Largura do pilar do vertedour modelizado em 2D.
$X(x)$	- Função da pressão hidrodinâmica em x .
$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$	- Coordenadas cartesianas normalizadas.
x, y, z	- Coordenadas cartesianas.
$Y(y)$	- Função da pressão hidrodinâmica em y .
$Z(z)$	- Função da pressão hidrodinâmica em z .

\tilde{z}_{ij}	- Modo de vibração ij da placa.
κ	- Módulo de elasticidade volumétrica do fluido.
Δ	- Espaçamento entre as molas.
∇	- Operador Laplaciano.
θ_z	- Rotação em torno do eixo z.
λ_j	- Constante obtida pela resolução da Equação 4.4
ν	- Coeficiente de Poisson.
ρ_f	- Densidade do fluido.
ρ_s	- Densidade do solo.
ρ_e	- Densidade da estrutura.
ϕ	- Função de forma normalizada.
ω_{ac}	- Frequência natural do sistema acoplado em rad/s.
ω_{des}	- Frequência natural da estrutura desacoplada em rad/s.

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentado um panorama geral a respeito do objeto de estudo dessa dissertação. São expostos os aspectos relacionados à importância do mesmo, a problemática envolvida e os objetivos a serem atingidos.

1.1 GENERALIDADES

Barragens são estruturas complexas, que merecem especial atenção quando projetadas. O seu colapso pode causar grandes perdas humanas e financeiras. Essas estruturas estão sujeitas a uma grande variedade de problemas, dentre eles, pode-se destacar a reação álcali-agregado, o galgamento, a interação barragem-fundação-reservatório, a subpressão na fundação, em fissuras e nas juntas de concretagem, tensões de origem térmicas causadas por gradientes de temperatura e etc.

Estruturas acopladas ao corpo da barragem (monólito), como por exemplo, os vertedouros, que são compostos de pilares e comportas, e adutoras, também podem sofrer ações das mais variadas naturezas, como por exemplo, as solicitações de origem sísmica, vibrações causadas por escoamentos e transientes de pressão causados por fechamentos bruscos de elementos de controle de escoamento nas adutoras.

Recentemente, a preocupação quanto à segurança sísmica de barragens tem tido um maior destaque. Essa preocupação se deve ao fato de que muitas dessas estruturas foram construídas em áreas sísmicas, e com o uso de métodos simplificados que subestimam ou não consideram o uso de forças causadas pela ação de um terremoto. Em um estudo a respeito da segurança sísmica de uma barragem é de fundamental importância a consideração da interação dinâmica entre a estrutura da barragem e o fluido do reservatório. Na concepção dessas estruturas, vários estudos considerando as mais diferentes ações e cenários envolvendo fenômenos de natureza hidrotécnica devem ser feitos.

Ao longo das últimas décadas, muitos avanços foram feitos na tentativa da solução do problema da interação barragem-reservatório. Muitos estudos no domínio da frequência e

do tempo, considerando o fluido compressível e incompressível foram feitos (Chopra, 1968; Chopra 1970; Chopra, 1978; Chopra & Chakrabarti, 198; Hall & Chopra, 1982; Fenves & Chopra, 1985, dentre outros). Contudo, existem ainda alguns fenômenos que carecem de estudos mais profundos como, por exemplo, a interação entre as comportas e os pilares de um vertedouro quando submetidos ações sísmicas.

O estudo de comportas hidráulicas ganhou mais importância após o acidente na barragem Folsom em 1995. Depois desse acidente, as agências reguladoras passaram a devotar um maior interesse no desenvolvimento de metodologias que garantam a segurança estrutural de comportas quando submetidas a carregamentos estáticos, sísmicos e de operação.



Figura 1.1 – Acidente na barragem Folsom em 1995
(<http://www.myfolsom.com/folsomdam.shtml>).

Antes desse acidente, comportas eram tidas como estruturas seguras e operacionalmente confiáveis. Isso explica a carência de estudos e recomendações de cálculos das agências reguladoras. Entretanto, após esse acidente, muitas dúvidas surgiram a respeito do projeto, manutenção e operação dessas estruturas.

Um outro acidente importante envolvendo comportas e pilares de um vertedouro aconteceu em 1999 em Taiwan. Nesse acidente, o vertedouro da barragem de ShihKang foi levado ao colapso após ser atingido por um terremoto de magnitude 7,6 na escala Richter. A Figura 1.2 ilustra o vertedouro após esse acidente.



Figura 1.2 – Acidente na barragem de ShihKang em 1999
(<http://nisee.berkeley.edu/library>).

Levando-se em conta os problemas anteriormente citados, e a carência de estudos a respeito este trabalho se propõe a contribuir para o aprofundamento dos conhecimentos nesta área.

1.2 COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

Dentre os muitos problemas a que um vertedouro pode estar submetido, os causados pela vibração desses elementos estruturais merecem uma atenção especial. De acordo com o USACE (1990), essa é a principal causa dos problemas em comportas hidráulicas.

Lewin (2001) e Romagnoli (2005) mostram uma classificação sugerida por Naudascher (1979) para os problemas de vibração em comportas:

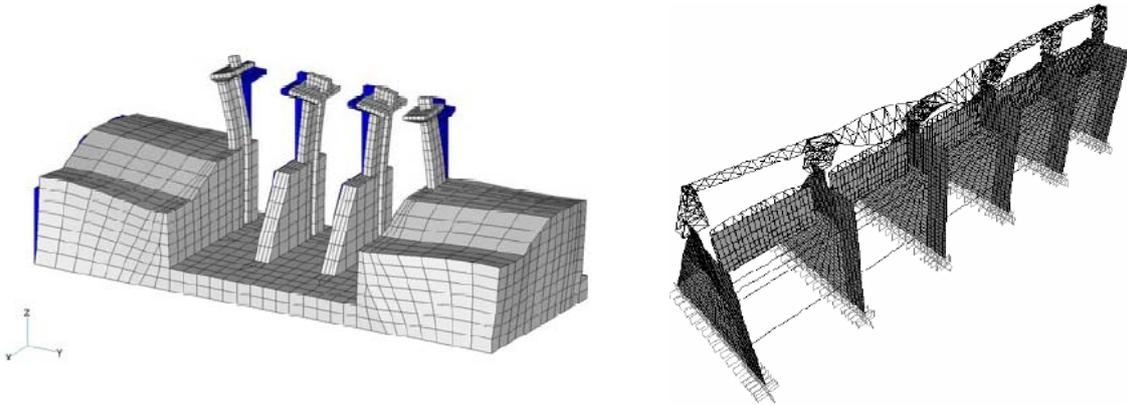
- Excitação Induzida Externa (*Extraneously Induced Excitation*): causada pelas flutuações nas grandezas do escoamento como velocidade e pressão, as quais são independentes de qualquer instabilidade do escoamento provocada pela estrutura. Um exemplo típico desse tipo de vibração é a excitação devido à turbulência do escoamento, e a presença de ondas de superfície.
- Excitação Induzida pela Instabilidade (*Instability-Induced Excitation*): causada pelas condições de instabilidade inerentes ou próprias ao escoamento. Escoamentos sob a comporta podem gerar o desprendimento de vórtices. Como consequência, há o surgimento de uma força oscilatória transversal ao fluxo, que age sobre a

comporta. Se uma das frequências naturais da comporta estiver próxima a frequência de desprendimento dos vórtices (frequência de *shedding*), essa força fará com que ela comece a vibrar em ressonância.

- Excitação Induzida pela Vibração da Estrutura (*Movement-Induced Excitation*): quando um corpo imerso em um fluido é acelerado, o campo de pressões exercido pelo fluido sobre a estrutura dependerá do deslocamento estrutural, que por sua vez, depende das forças exercidas pelo fluido sobre a estrutura. Exemplo desse tipo de excitação é a causada por forças sísmicas, o galope e o drapejamento.

Quando uma barragem sofre a ação de forças sísmicas, o monólito e as estruturas acopladas a ele, como por exemplo, os pilares e comportas do vertedouro e adutoras, vibram. Essa vibração pode causar grandes forças de inércia e distorções relativas entre os mesmos, fazendo com que sua operação após o terremoto se torne impossível ou mesmo colapsá-las (Figura 1.3).

O bom funcionamento das comportas após uma ação sísmica é de vital importância para que maiores danos estruturais, prejuízos financeiros e perdas humanas sejam evitadas. Isso se deve ao fato de que as comportas são acionadas logo após uma barragem passar por uma vibração deste tipo. O objetivo de sua abertura imediata é diminuir o nível do reservatório, reduzindo a pressão na barragem, que pode ter sido danificada e ter tido sua resistência reduzida e, assim, diminuindo as consequências de um colapso.



Fonte: Ariga (2008)

Fonte: Limoges (2009)

Figura 1.3 – Deslocamentos e distorções relativas entre os componentes de um vertedouro.

A maior parte dos poucos estudos ainda desenvolvidos sobre a performance sísmica de vertedouros usa a teoria de massa adicional de Westergaard (1933). Nessa teoria, massa são inseridas na estrutura representando a massa de água perturbada pela sua vibração. Dessa forma, o efeito do acoplamento entre o sistema pilares-comporta-reservatório é desconsiderado, e fenômenos como o efeito de confinamento do fluido e ondas de superfície, que sob certas condições, podem ter uma participação importante na resposta da estrutura, são desprezados. Além disso, a magnitude da pressão hidrodinâmica no interior da cavidade delimitada pelos pilares e comporta é influenciada pela distância entre os pilares e pelos modos de vibração da comporta.

Desta forma, o problema estudado nessa dissertação é o efeito da interação pilar-comporta-reservatório na resposta sísmica desse sistema. Assim, alguns dos fenômenos anteriormente mencionados e que geralmente são negligenciados como a deformação da comporta e o confinamento do fluido são investigados nesse trabalho na tentativa de se representar de forma mais realística o problema em questão, além de se verificar a abrangência da teoria de Westergaard.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento e validação de modelos desenvolvidos a partir de análises computacionais, baseada no Método dos Elementos Finitos aplicados à solução de problemas transientes em engenharia de barragens. Dessa forma, são desenvolvidos estudos, simulações e pesquisas relacionados ao comportamento estrutural de pilares e comportas de vertedouros. Pretende-se, com este trabalho, ampliar os conhecimentos sobre esses fenômenos, contribuindo para um melhor entendimento e caracterização dos sistemas estruturais envolvidos.

Portanto, são objetivos mais específicos deste trabalho:

- Estudar diferentes métodos para o cálculo da segurança sísmica de pilares e comportas de vertedouros (Método do Coeficiente Sísmico, Método Pseudo-Dinâmico, Análise Espectral e Transiente);

- Desenvolver modelos incluindo os efeitos da interação entre a estrutura e o fluido circundante no estudo do comportamento de vertedouros;
- Comparar os modelos desenvolvidos para o cálculo da segurança sísmica de vertedouros com as tradicionais recomendações de cálculo sugeridas pelos códigos das agências reguladoras.

1.4 ABRANGÊNCIAS E LIMITAÇÕES

Os dois meios em estudo, o fluido e o sólido, têm seu comportamento limitado por hipóteses simplificadoras.

Os casos estudados nesse trabalho estão relacionados com problemas onde não existe escoamento do fluido (meio acústico). O fluido é considerado invíscido, homogêneo e linearmente compressível. O movimento é definido como irrotacional. São considerados apenas pequenos deslocamentos em torno da posição de equilíbrio. Os efeitos de ondas superficiais, condições de contorno de radiação e superfícies de truncamento não são considerados nas análises.

O concreto dos pilares e o solo da fundação foram considerados como materiais isotrópicos e homogêneos, além de serem governados pela teoria linear.

Os vertedouros são constituídos por pilares bastante rígidos e comportas planas do tipo guilhotina, verticais e com volumes prismáticos regulares de fluido.

A ação sísmica é caracterizada por sua componente horizontal, não havendo escoamento durante este evento.

1.5 MOTIVAÇÃO

Sabe-se que o uso da teoria de massa adicional desenvolvida por Westergaard, que é a mais usada para o cálculo das forças hidrodinâmicas em estruturas hidráulicas e recomendada pelos manuais de projetos, pode levar a resultados inadequados. Como já estudado por

outros pesquisadores, isso acontece porque essa teoria não leva em consideração a forma e a flexibilidade do sistema pilar-comporta, características que têm grande importância no cálculo das forças de cisalhamento e momentos fletores que devem ser resistidos pelos pilares.

Atualmente, existe uma carência de estudos nessa área, sendo poucos os trabalhos publicados considerando uma abordagem fluido-estrutura. Assim, além de verificar a validade da teoria de Westergaard, esta pesquisa contribui para um melhor entendimento da influência de alguns fenômenos que são desprezados por essa teoria e que já foram citados anteriormente, e para o melhoramento dos manuais de projetos de barragens que carecem de recomendações sobre esse assunto.

1.6 REVISÃO DA LITERATURA

Em função da escassa literatura sobre o problema propriamente dito, nos valeremos de resultados de pesquisas sobre a interação barragem-reservatório, que são úteis e extensivos ao caso da interação comporta-pilar-vertedouro.

Um dos primeiros pesquisadores a estudar a interação barragem-reservatório foi Westergaard (1933). Nesse trabalho, a barragem foi considerada como um corpo rígido, acelerada na sua base, e em contato a um reservatório de comprimento infinito. Como a barragem foi suposta rígida, a aceleração ao longo de sua altura foi considerada constante e igual à aceleração do solo. Para essas condições, Westergaard encontrou a solução para o campo de pressões hidrodinâmicas a que a barragem está submetida quando solicitada sismicamente. Nesse estudo foi demonstrado que a distribuição de pressões na face da barragem assume uma forma parabólica, sendo proporcional a aceleração do solo. Esta é a formulação mais simples para o tratamento do problema barragem-reservatório. Entretanto, essa solução tem como limitação a não consideração da flexibilidade da estrutura.

A importância da consideração dos efeitos do acoplamento barragem-reservatório e da compressibilidade da água foi investigada por Chopra (1968, 1970). Nesses trabalhos, este autor mostrou que a desconsideração desses efeitos pode alterar significativamente a resposta sísmica do sistema barragem-reservatório.

Fenves & Chopra (1984) estudaram uma barragem considerando os efeitos da interação com o reservatório, a fundação e sedimentos depositados no fundo do reservatório. A interação entre o reservatório e os sedimentos é aproximada através da consideração de uma condição de contorno que permite a absorção parcial das ondas de pressão pelo fundo do reservatório. Nesse trabalho foi mostrado que a resposta sísmica de barragens de concreto-gravidade pode ser aumentada pelos efeitos da interação com o reservatório e pode ser diminuída pela absorção do fundo do reservatório, dependendo da flexibilidade da fundação.

Segundo Silva (2007) muitos outros pesquisadores, como por exemplo, Saini et al. (1978), Chopra & Chakrabarti (1981), Hall & Chopra (1982), Fenves & Chopra (1985), Fok & Chopra (1985), e Lotfi et al. (1987), determinaram a pressão hidrodinâmica exercida na face de uma barragem considerando o efeito do acoplamento entre a estrutura e o reservatório, e a compressibilidade da água usando o Método dos Elementos Finitos.

Silva (2007) também cita os trabalhos de Zienkiewicz & Newton (1969), Sharan (1985a, b), Küçükarslan (2003), Silva & Pedroso (2005) em que foram usadas superfícies de truncamento para a modelagem do reservatório.

Kolkman (1988) desenvolveu um método relativamente simples para o cálculo da massa adicional em comportas hidráulicas retas e inclinadas. O método proposto é baseado na teoria bidimensional do escoamento potencial. Esse método utiliza uma malha quadrada onde o potencial de velocidade é calculado em cada nó através do método das diferenças finitas. Os resultados obtidos pelo método proposto mostraram uma boa concordância com resultados disponíveis na literatura.

Câmara & Portugal (1990) fizeram uma comparação entre os resultados obtidos por ensaios dinâmicos “in situ” de um vertedouro com os resultados obtidos através de análises feitas pelo Método dos Elementos Finitos. Nesse estudo foi mostrado através da boa concordância entre os resultados obtidos pelos dois métodos que os ensaios dinâmicos podem ser considerados como uma importante ferramenta na análise da segurança dessas estruturas quando solicitadas dinamicamente, além de fornecer informações importantes sobre as características mecânicas da estrutura. Essas informações são valiosas quando

usadas na tentativa de se reproduzir o comportamento dessas estruturas através de modelos numéricos.

Tiniç et al. (1994) usou o Método dos Elementos Finitos e testes de vibração para analisar a segurança sísmica dos pilares de um vertedouro. A análise pelo MEF foi feita usando um modelo de viga 3D e sólido (elemento 3D com 8 nós). Nestas análises, a massa adicional de água foi calculada aproximadamente a partir da pressão estática e foi assumido que ela age como uma única massa na direção do escoamento; a rigidez do solo nas três direções ortogonais foi considerada por meio de molas no nó da base. A ação sísmica atuante nos pilares foi determinada pela análise espectral. A contribuição de modos individuais assim como aqueles de diferentes direções de excitação foram superpostos de acordo com o método SRSS. Os resultados obtidos mostram que o modelo de vigas pode ser usado para simular este tipo de estrutura uma vez que a diferença encontrada entre os resultados obtidos por esta análise, pelo modelo usando elemento sólido e experimental podem ser desprezados.

Miron (1997) analisou o comportamento estrutural dos pilares de um vertedouro solicitado por carregamentos estáticos e sísmicos usando o Método dos Elementos Finitos. Quatro modelos diferentes de um vertedouro foram desenvolvidos usando (1) elemento de vigas, (2) elemento de estado plano de tensões, (3) elemento de casca, e (4) elementos sólidos. Análises estáticas foram realizadas com a consideração do peso próprio, pressão hidrostática, pressão devido à ação do gelo, agindo de forma simétrica e não-simétrica nos pilares do vertedouro. Além desses carregamentos, considerou-se ainda a subpressão. O método pseudo-estático, da resposta espectral e a da história linear no tempo. Foi mostrado que, apesar de ser suficiente para o cálculo das tensões internas e deslocamentos, modelos simplificados, como o modelo usando elementos de vigas e o modelo usando elemento de casca não conseguem capturar concentrações de tensões que aparecem nas descontinuidades geométricas. Para este estudo, o modelo 3D usando elementos sólidos é mais apropriado. Também, concluiu-se que o método pseudo-estático subestima a resposta estrutural quando comparado com a análise espectral e transiente.

Todd (2001) fez uma análise dinâmica experimental das comportas das barragens Folsom e Pine Flat. Este trabalho teve como objetivo determinar se a formulação de Westergaard para o cálculo da massa adicional em uma barragem de concreto-gravidade é adequada

para estimar a massa adicional em comportas radiais sob excitações sísmicas. Para isso, análises modais foram feitas para diferentes níveis d'água, usando martelo de impacto, e excitação causada pelo escoamento sob a comporta. Os resultados mostraram uma boa correlação entre os resultados obtidos entre a análise experimental e a teoria de Westergaard para as duas comportas estudadas. Os resultados também mostraram que na Teoria de Westergaard a predição da massa adicional foi conservadora quando as comportas foram submersas mais de cinquenta por cento.

Ariga (2008) utilizou um modelo 3D pelo Método dos Elementos Finitos para simular os danos que uma ação sísmica pode causar em um vertedouro composto por pilares de diferentes formas. Sismômetros instalados em vários pontos sobre a barragem e o vertedouro após o terremoto de Kushiro-oki (1993) registraram a aceleração causada pelo terremoto de Hokkaido-touhou-oki (1994). A aceleração registrada na base da barragem para o último terremoto foi usada como *input* para a análise sísmica do modelo estudado. O módulo de cisalhamento dinâmico e o coeficiente de amortecimento da barragem e vertedouro foram obtidos por ajuste nestes valores até que os resultados das análises sísmicas fossem semelhantes aos observados na barragem pressupondo um comportamento linear dos materiais. Na análise numérica, a água do reservatório e as comportas foram omitidas. A comparação entre a aceleração obtida pela análise em elementos finitos 3D e pelos sismômetros mostram uma boa concordância. As tensões e os deslocamentos também foram analisados e observou-se que os pilares em formato L, que são mais esbeltos e estão localizados nos cantos do vertedouro, tiveram um deslocamento maior que os pilares no formato T, que são menos esbeltos e estão localizados no centro do vertedouro. Como consequência de suas diferentes propriedades, um grande deslocamento relativo acontecerá quando o vertedouro for submetido a ações de origem sísmica. Além disso, um modelo no qual é considerada uma estrutura conectando os pilares também foi estudada. A análise para este último modelo mostrou claramente que esta estrutura é uma forma eficaz de reduzir os deslocamentos entre os pilares de diferentes formatos ou propriedades.

Adya (2008) realizou análise pseudo-estática e transiente linear de um pilar do vertedouro da barragem de Koyna utilizando o Método dos Elementos Finitos. A barragem Koyna foi submetida a um sismo de magnitude 6,5 na escala Richter que danificou seriamente a sua estrutura. Após o sismo, a barragem foi reforçada tendo a sua seção transversal aumentada.

O pilar foi analisado utilizando modelos bi e tridimensionais para a situação sem reforço e com reforço. Na análise linear transiente, que utilizou o método direto integração numérica Newmark-Beta, uma aceleração sísmica foi aplicada na base do modelo em elementos finitos e as pressões hidrodinâmicas foram calculadas pela teoria de Westergaard. Os resultados mostraram que o método pseudo-estático, quando comparado com a análise linear transiente, subestima as tensões produzidas pela ação sísmica. A análise transiente também mostrou que as tensões nos pilares do vertedouro são bastante elevadas. Sobre a análise considerando a estrutura reforçada, concluiu-se que um aumento de cerca de 20% da área seccional do vertedouro foi eficaz na redução da tensão crítica na barragem em cerca de 30%, levando-as para o limite permitido, e o deslocamento máximo foi reduzido em cerca de 60% (de aproximadamente 2,7 cm para 1 cm).

A pressão hidrodinâmica em comportas considerando a interação fluido-estrutura utilizando o MEF foi analisada por Pani & Bhattacharyya (2007). A influência da frequência de excitação, compressibilidade do fluido e flexibilidade da comporta usando a teoria de placas de Mindlin foram investigados. A eficiência da condição de contorno de radiação desenvolvida foi estudada, observando uma mudança na pressão hidrodinâmica para diferentes posições da superfície de truncamento. Os valores obtidos para a pressão quando a superfície truncada está localizada a uma distância de 2 vezes a altura da comporta não é significativamente alterada, quando comparada com um modelo em que o limite é colocado a uma distância infinitamente longe da comporta com a condição de pressão nula nesta extremidade. O efeito do fluido em ambos os lados da comporta também foi estudado, e observou-se que a pressão hidrodinâmica sobre a comporta não muda sensivelmente para diferentes larguras do domínio fluido. A importância da frequência de excitação e compressibilidade do fluido foi investigada excitando-se o sistema com acelerações senoidais de diferentes frequências e considerando o fluido tanto compressível como incompressível. Percebeu-se que para frequências de excitação muito baixas, o efeito da compressibilidade tem pouca importância sobre a pressão, e que com o aumento da frequência de excitação, o papel de compressibilidade do fluido se torna mais importante. A influência da flexibilidade da estrutura na pressão hidrodinâmica que atua sobre a comporta foi estudada observando uma mudança na pressão para diferentes espessuras da comporta, e concluiu-se que a pressão aumenta com a diminuição da espessura da comporta. Este efeito é maior quanto maior for à frequência de excitação.

Pani & Bhattacharyya (2008) melhoraram o modelo anterior, acrescentando a condição de contorno de superfície livre (sloshing). Foi observado que a pressão aumenta com o tempo quando a frequência de excitação está perto frequência de superfície livre, e quando esta ultrapassa um terço da frequência natural da comporta. Entre estas duas frequências, a pressão hidrodinâmica varia senoidalmente conforme a aceleração de excitação e com amplitude constante.

Pani & Bhattacharyya (2009) estudaram os efeitos das ondas de superfície, frequência de excitação e espessura da comporta na pressão hidrodinâmica utilizando a teoria de Kirchhoff e Mindlin. Eles mostraram que, quando a espessura da placa é pequena quando comparada com a sua largura, os resultados obtidos por ambas as teorias levam a valores de pressão semelhantes, e que quando a espessura da placa aumenta, a diferença entre os resultados obtidos por ambas as teorias torna-se proeminente. Foi observado que a consideração da onda de superfície aumenta a pressão em toda a altura da placa, e tem o seu efeito diminuído gradualmente na direção do bordo inferior. Também foi observado que a frequência de excitação desempenha um papel importante na modificação dos efeitos das ondas de superfície. Foi demonstrado que a pressão aumenta gradualmente com o tempo para frequências de excitação próximas à frequência sloshing, quando o efeito da onda de superfície é levado em consideração. Para as frequências de excitação entre a frequência de sloshing e um terço da frequência natural da placa, a pressão permanece praticamente inalterada, considerando ou não as ondas de superfície na análise. Além disso, quando a frequência de excitação se aproxima de um terço da frequência natural da placa, a pressão hidrodinâmica na placa parede aumenta com o tempo para os casos em que se considera ou não a superfície livre.

A École Polytechnique de Montréal, durante as atividades do *Alcan Industrial Chair on Structural Safety of Existing Dams*, sob a liderança dos professores Pierre Léger e René Tinawi, se consolidou como um dos maiores centros de pesquisa na área de engenharia de barragens. Inúmeras dissertações e teses, além de artigos publicados em importantes periódicos, foram desenvolvidas por esse grupo de pesquisa. Alguns dos trabalhos publicados por esse grupo são: Bouaanani e Lu (2009), Stefan e Léger (2008), Limoges e Léger (2008), Alliard e Léger (2008), Léger e Leclerc (2007), Léger e Javanmardi (2007, 2006), BenFtima e Léger (2006), McLean et al. (2006), Bouaanani e Paultre (2005), Javanmardi e Léger (2005), Javanmardi et al. (2005a, 2005b), Bouaanani et al. (2004a,

2004b), Christopoulos et al. (2003), Carron et al. (2003), Leclerc et al. (2003), Bouaanani et al. (2003), Bouaanani et al. (2002), Pedroso et al. (1999), Miron (1997), e Ghrib et al. (1997).

Nos últimos anos, o Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura (GDFE) da Universidade de Brasília, tem contribuído com o desenvolvimento de metodologias para o tratamento de problemas hidrotécnicos envolvendo o acoplamento fluido-estrutura. Dentre os trabalhos publicados por este grupo pode-se citar: Pedroso (1996), Barbosa (1998), Morais (2000), Pedroso (2000), Pedroso (2003), Sousa Júnior e Pedroso (2004), Ribeiro (2006), Sousa Júnior (2006), Silva (2007), e Souza (2007).

1.7 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho encontra-se dividido em cinco capítulos. O conteúdo dos mesmos é descrito a seguir.

O capítulo 1 segue os padrões das teses e dissertações do programa de pós-graduação da UnB - PECC, incluindo tópicos como: generalidades, revisão bibliográfica, objetivos, abrangência e limitação, metodologia, organização dos capítulos, etc.

No segundo capítulo foram desenvolvidas soluções analíticas para o estudo de cavidades acústicas acopladas em três dimensões. Utilizando-se da técnica de separação de variáveis, a equação da onda foi solucionada para dois casos: 1. Interface fluido-estrutura com movimento de corpo rígido, e 2. Interface fluido-estrutura flexível. Um modelo numérico, feito com o programa ANSYS, foi utilizado para validação dos resultados. Uma análise paramétrica foi feita variando-se a razão entre o comprimento e a altura da comporta, bem como a compressibilidade do fluido.

No capítulo 3 foi feita uma modelagem utilizando o programa SAP2000 de um sistema composto por pilares e comportas por meio de modelo simplificado que, em resumo, consiste no uso do “stick model” para a representação da estrutura, e o uso de molas para a representação correta do solo e de outras estruturas acopladas ao sistema em estudo. Foram construídos dois modelos: 1. Modelo composto de um pilar, e 2. Modelo composto de 3

pilares e 2 comportas. Nessa etapa foram obtidos resultados satisfatórios para a análise sísmica realizada (pseudo-estática, pseudo-dinâmica, espectral e transiente) para 5 diferentes excitações do solo. Ainda nesse capítulo, também foi realizada uma modelagem 3D de um sistema composto por uma comporta acoplada a um reservatório utilizando o Método dos Elementos Finitos através do programa ANSYS. Para esse sistema, realizou-se a análise modal e a análise transiente para 5 diferentes acelerações do solo. Os resultados obtidos para a análise acoplada foram comparados com os resultados obtidos utilizando-se massas acopladas aos nós da malha da comporta e calculados de acordo com a teoria de Westergaard. Essa comparação teve como objetivo verificar o escopo e a validade da teoria de Westergaard.

O capítulo 4 é dedicado a modelagem em 2D de um vertedouro através de um corte vertical e outro horizontal. Neste capítulo o procedimento para a obtenção da rigidez das molas que representam corretamente a rigidez real dos pilares é descrita. Um modelo simplificado, semelhante ao corte horizontal, mas sem a presença dos pilares também foi feito com o objetivo de se verificar a influência dos pilares na pressão exercida pelo fluido nas comportas.

O quinto capítulo finaliza o trabalho, apresentando as principais conclusões obtidas e contribuições do trabalho, além das perspectivas para as próximas investigações.

2 SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA CAVIDADES ACÚSTICAS COM FRONTEIRAS RÍGIDO-MÓVEIS E FLEXÍVEIS

2.1 INTRODUÇÃO

No estudo de estruturas de barragens é comum a consideração da estrutura como infinitamente longa (Figura 2.1). Desta forma, a complexidade do tratamento de um problema estrutural 3D é reduzida para um problema de estado plano de deformações. Essa simplificação, que é adotada na maioria dos trabalhos publicados, é satisfatória para estruturas em que o comprimento é muito maior que a altura, como no caso de grandes barragens. Porém, para estruturas em que a razão entre o seu comprimento e altura é pequena (pequenas barragens e comportas), o estudo de um modelo tridimensional é justificável.

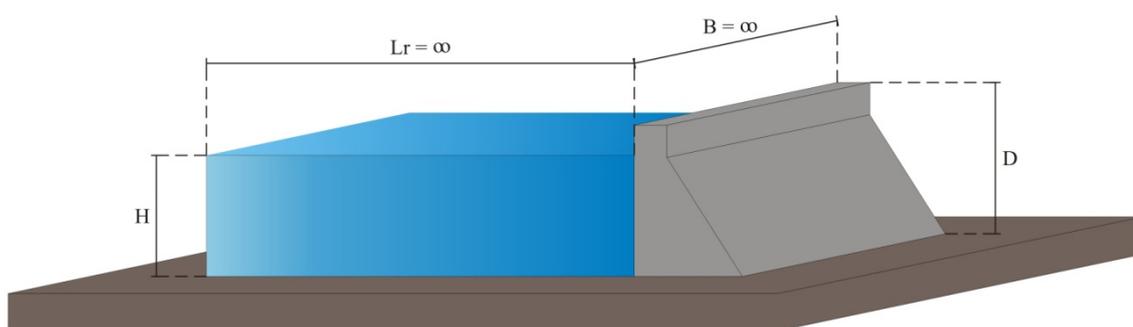
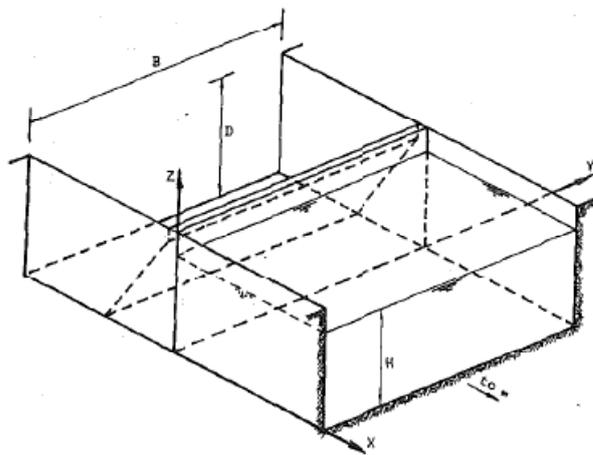


Figura 2.1 – Barragem infinitamente longa.

Rashed (1984) estudou analiticamente a distribuição de pressões hidrodinâmicas em barragens de concreto-gravidade que têm a razão entre comprimento B e a altura D pequena quando submetidas a ações sísmicas. Nesse estudo, a equação da onda em três dimensões foi resolvida no domínio da frequência para as condições de contorno ilustradas na Figura 2.2a. Procedimento semelhante foi adotado por Pani & Bhattacharyya (2007, 2008 e 2009) ao analisar no domínio do tempo pelo Método dos Elementos Finitos a pressão que age em comportas hidráulicas quando excitadas sismicamente (Figura 2.2b).



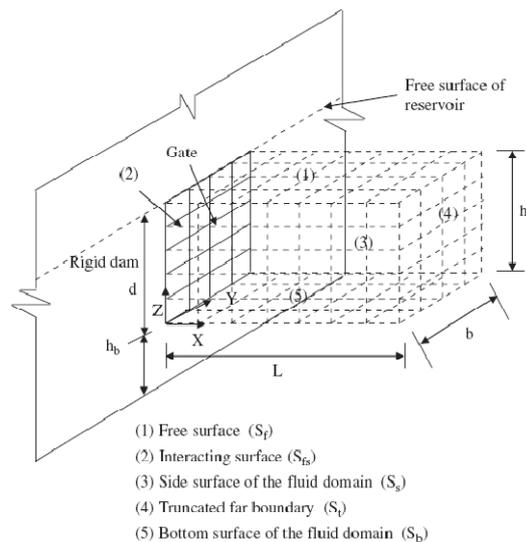
Barragem rígida e flexível

Paredes laterais e fundo: superfície rígida

Superfície livre: pressão zero

Reservatório: estende-se ao infinito

(a)



Comporta flexível

Paredes laterais e fundo: superfície rígida

Superfície livre: pressão zero e sloshing

Reservatório: superfície de truncamento

(b)

Figura 2.2 – Modelos e condições de contorno adotadas por: (a) Rashed (1984) e (b) Pani & Bhattacharyya (2007, 2008 e 2009).

Nesta seção, expressões analíticas são obtidas para o estudo das pressões hidrodinâmicas que agem em estruturas em que a razão entre o comprimento e a altura é pequena o suficiente para não poderem ser consideradas como estruturas infinitamente longas. Para isso, a técnica de separação de variáveis é utilizada para solucionar a equação da onda 3D. A compressibilidade do fluido e a flexibilidade da estrutura são levadas em consideração. As respostas obtidas através das formulações analíticas desenvolvidas são comparadas com resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos. Além disso, uma análise paramétrica é feita com o objetivo de se verificar a influência da compressibilidade do fluido e da relação entre o comprimento e a altura da comporta na distribuição da pressão hidrodinâmica atuante da comporta.

Estudos analíticos similares e/ou com o mesmo objetivo foram também efetuados por: Silva (2007) e Ribeiro (2009).

Para este estudo, assume-se que a geometria do reservatório é simplificada pelas seguintes considerações:

1. A interface fluido-estrutura é vertical;
2. As superfícies laterais são verticais, e tem comprimento infinito na direção normal a face da interface fluido-estrutura;
3. O reservatório tem nível constante.

No caso estudado nessa seção, o reservatório tem largura B (mesma largura da interface fluido-estrutura e comprimento igual ao da comporta) e altura H (igual à altura D da comporta) A Figura (2.3) ilustra o sistema considerado nessa seção.

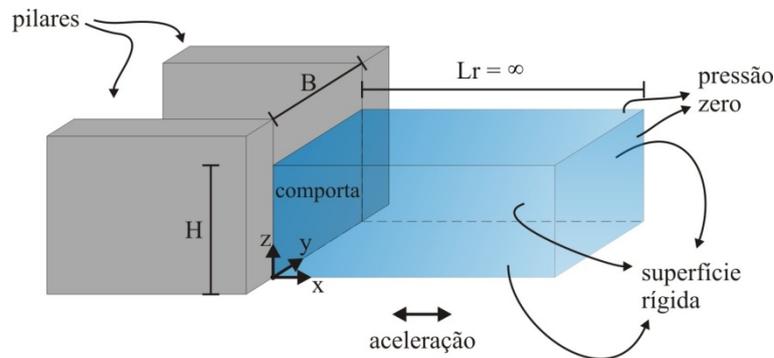


Figura 2.3 – Modelo estudado e condições de contorno.

Quanto à aceleração aplicada à cavidade, as seguintes considerações foram feitas:

1. Não há aceleração nas superfícies laterais e no fundo do reservatório;
2. Uma aceleração harmônica, de frequência ω e amplitude \bar{u} , é aplicada na direção x na base da interface.

2.2 EQUAÇÃO GOVERNANTE DAS PRESSÕES HIDRODINÂMICAS

O estudo de fenômenos envolvendo a propagação de ondas em um meio elástico contínuo, como por exemplo, a propagação de ondas acústicas, ondas sísmicas, entre outras, são baseados na equação da onda. Essa equação pode ser obtida através das equações que governam o comportamento dos fluidos. São elas:

1. Equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \text{div}(\rho_f \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

2. Equação de Navier-Stokes:

$$\rho_f \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho_f \vec{V} \text{grad}(\vec{V}) + \text{grad}(p) + \mu \left[\Delta \vec{V} + \frac{1}{3} \text{grad}(\text{div}(\vec{V})) \right] = 0 \quad (2.2)$$

3. Equação de Estado (linearizada):

$$f(p, \rho_f) = cte \Leftrightarrow p = \rho_f c^2 \quad (2.3)$$

Nessas equações, ρ_f é a densidade do fluido, $\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$ é a velocidade de escoamento do fluido, $\text{div}(\vec{V}) = \nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$, $\text{grad}(\vec{V}) = \nabla \vec{V} = \frac{\partial v}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial v}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial v}{\partial z} \vec{k}$, e c é a velocidade de propagação da onda no fluido e pode ser calculado por $c = \sqrt{\kappa/\rho_f}$, onde κ é o módulo de elasticidade volumétrica do fluido (bulk modulus),

Considerando o fluido como compressível e ideal, a equação de Navier-Stokes se reduz a Equação de Euler:

$$\rho_f \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (2.4)$$

Diferenciando-se a Equação 2.3 e a substituindo na Equação 2.1, obtém-se:

$$\nabla \cdot \vec{V} = -\frac{1}{\rho_f c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.5)$$

Aplicando-se o divergente na Equação 2.4 e substituindo o resultado na Equação 2.5 obtém-se a seguinte equação:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \ddot{p} \quad (2.6)$$

A Equação 2.6 é conhecida como equação da onda. Através dela, pode-se calcular a distribuição de pressões em um fluido linearmente compressível, invíscido, homogêneo, com pequenas mudanças na densidade e com pequenos deslocamentos de suas partículas.

Na Equação 2.6, ∇^2 é o Laplaciano tridimensional dado por $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

No caso de um fluido incompressível, onde a rigidez volumétrica torna-se infinitamente grande e conseqüentemente $c \rightarrow \infty$, a Equação 2.6 passa a assumir a seguinte forma:

$$\nabla^2 p = 0 \quad (2.7)$$

A Equação 2.7 representa a equação de Laplace e através dela é possível a determinação das pressões hidrodinâmicas causadas por um fluido incompressível em uma estrutura. Esta equação é um caso particular da Equação 2.6.

2.3 DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO E SOLUÇÃO GERAL

A solução da Equação 2.6 pode ser obtida por meio da técnica de separação de variáveis. Esta técnica é amplamente usada para a solução de equações da física-matemática, e consiste na representação da solução da equação estudada através de funções independentes para cada variável. Dessa forma, a solução da Equação 2.6 pode ser representada por:

$$p(x, y, z, t) = X(x) Y(y) Z(z) T(t) \quad (2.8)$$

Com o objetivo de simplificar a obtenção da solução da Equação 2.6, pode-se considerar que a função $T(t)$ seja harmônica no tempo com frequência ω :

$$T(t) = e^{-i\omega t} \quad (2.9)$$

Substituindo as Equações 2.8 e 2.9 na Equação 2.6 e a dividindo por $e^{-i\omega t}$ tem-se:

$$\nabla^2 P(x, y, z) = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 P(x, y, z) \quad (2.10)$$

Onde:

$$P(x, y, z) = X(x) Y(y) Z(z) \quad (2.11)$$

A Equação 2.10 representa a equação diferencial clássica de Helmholtz, ou equação da onda reduzida. É importante observar que nesta equação o problema torna-se independente do tempo. A Equação 2.11 representa a solução da Equação 2.10 pela técnica de separação de variáveis.

Dividindo a Equação 2.10 por $X \cdot Y \cdot Z$:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = 0 \quad (2.12)$$

A Equação 2.12 pode ser escrita como:

$$\frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \frac{X''}{X}$$

Para que esta equação seja satisfeita para qualquer valor de x, y e z , é necessário que ambos os lados sejam iguais a uma constante arbitrária ($-\lambda^2$). Portanto:

$$\frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \frac{X''}{X} = -\lambda^2 \quad (2.13)$$

A partir da Equação 2.13 tem-se:

$$X'' - \eta^2 X = 0 \quad (2.14)$$

Onde:

$$\eta^2 = \lambda^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (2.15)$$

Ainda, a partir da Equação 2.13 tem-se que:

$$\frac{Z''}{Z} = -\lambda^2 - \frac{Y''}{Y} \quad (2.16)$$

Como na Equação 2.16 o lado esquerdo depende apenas de z e o lado direito apenas de y , os dois lados devem ser iguais a uma constante. Então:

$$\frac{Z''}{Z} = -\lambda^2 - \frac{Y''}{Y} = -\mu^2 \quad (2.17)$$

A Equação 2.17 dá origem às seguintes equações:

$$Z'' + \mu^2 Z = 0 \quad (2.18)$$

$$Y'' + \nu^2 Y = 0 \quad (2.19)$$

Onde:

$$\nu^2 = -\mu^2 + \lambda^2 \quad (2.20)$$

Solucionando as equações diferenciais ordinárias 2.14, 2.18 e 2.19, obtém-se a solução para a Equação 2.10.

2.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO DO PROBLEMA

2.4.1 Caso 1: cavidade com fronteira rígido-móvel

Nesta seção, a equação de Helmholtz (Equação 2.10), que governa o problema da interação reservatório-estrutura no domínio da frequência, é solucionada levando-se em conta os

efeitos da compressibilidade da água e do movimento de corpo rígido da estrutura. O problema em questão é ilustrado na Figura 2.4.

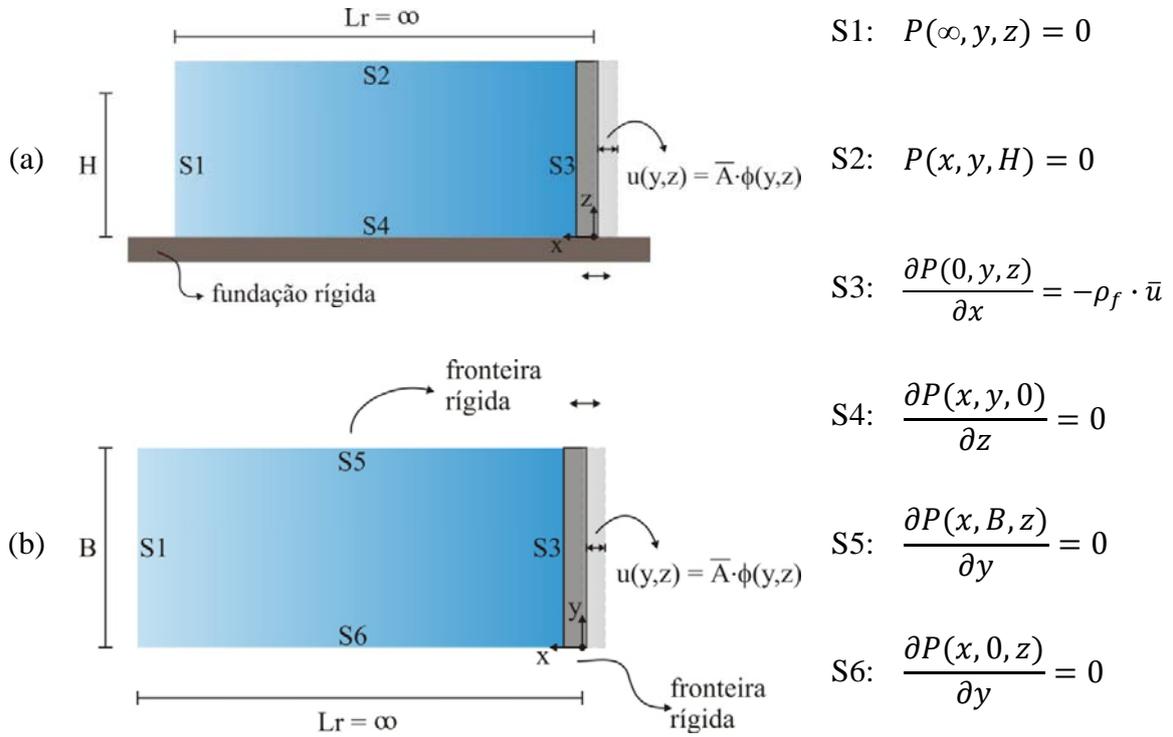


Figura 2.4 – Condições de contorno adotadas no Caso 1 (fronteira rígido-móvel): a) corte vertical, e b) vista superior da Figura 2.3.

A amplitude $u(y, z)$ do deslocamento de um ponto (y, z) localizado na face de jusante da fronteira rígido-móvel (Figura 2.4) é dada por:

$$u(y, z) = \bar{A} \phi(y, z) \quad (2.21)$$

Nesta equação, \bar{A} é o valor de maior amplitude de deslocamento, e $\phi(y, z)$ é uma função de forma arbitrária normalizada para uma fronteira flexível; e para o caso da fronteira rígido-móvel, $\phi(y, z) = 1$.

As condições de contorno para esse caso são:

1. Superfície S1: não reflexão de ondas – reservatório infinito ($x = \infty$):

$$P(\infty, y, z) = 0 \quad (2.22)$$

2. Superfície S2: sem ondas de superfície ($z = H$):

$$P(x, y, H) = 0 \quad (2.23)$$

3. Superfície S3: interface fluido-estrutura ($x = 0$):

$$\frac{\partial P(0, y, z)}{\partial x} = -\rho_f \bar{u} \quad (2.24)$$

4. Superfície S4 (fundo – $z = 0$) e superfícies S5 e S6 (laterais – $y = 0$ e $y = B$): superfícies rígidas, ou seja, reflexão total das ondas:

$$\frac{\partial P(x, y, 0)}{\partial z} = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial P(x, B, z)}{\partial y} = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial P(x, 0, z)}{\partial y} = 0 \quad (2.27)$$

A solução geral para a Equação 2.14 é:

$$X(x) = C_1 e^{\eta x} + C_2 e^{-\eta x} \quad (2.28)$$

Aplicando a condição de contorno (2.22) na Equação 2.11 tem-se:

$$P(x, y, z)|_{x \rightarrow \infty} = X(x)Y(y)Z(z)|_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (2.29)$$

Substituindo a Equação 2.28 na Equação 2.29, obtém-se o valor da constante C_1 . Desta forma:

$$\begin{aligned} [C_1 e^{\eta x} + C_2 e^{-\eta x}]Y(y)Z(z)|_{x \rightarrow \infty} = 0 &\Rightarrow [C_1 e^{\eta x} + C_2 e^{-\eta x}]|_{x \rightarrow \infty} = 0 \Rightarrow \\ C_1 e^{\eta \infty} + C_2 e^{-\eta \infty} = 0 &\Rightarrow C_1 \infty = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \end{aligned}$$

Substituindo a Equação 2.15 e $C_1 = 0$ na Equação 2.28 obtém-se:

$$X(\tilde{x}) = C_2 e^{-\kappa \tilde{x}} \quad (2.30)$$

Onde:

$$\kappa = \eta H = H \sqrt{\lambda^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2} = H \sqrt{\nu^2 + \mu^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2} \quad (2.31)$$

$$\tilde{x} = \frac{x}{H} \quad (2.32)$$

A solução geral para a Equação 2.18 é:

$$Z(z) = C_3 \cos(\mu z) + C_4 \sin(\mu z) \quad (2.33)$$

O valor da constante C_4 é obtido aplicando-se a condição de contorno (2.25) na Equação 2.33. Assim:

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} P(x, y, z) \right|_{z=0} = -C_3 \mu \sin(\mu z) + C_4 \mu \cos(\mu z) \Big|_{z=0} = 0 \Rightarrow C_4 \mu = 0 \Rightarrow C_4 = 0$$

Aplicando a condição de contorno (2.23) na Equação 2.11:

$$P(x, y, z) \Big|_{z=H} = 0 \Rightarrow C_3 \cos(\mu H) = 0 \Rightarrow$$

$$\mu_n = \frac{2n-1}{2H} \pi; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.34)$$

Substituindo $C_4 = 0$ e a Equação 2.34 na Equação 2.33, tem-se:

$$Z(z) = C_3 \cos(\delta_n \tilde{z}); \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.35)$$

Onde:

$$\delta_n = \mu_n H = \frac{2n-1}{2} \pi; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.36)$$

$$\tilde{z} = \frac{z}{H} \quad (2.37)$$

Para a Equação 2.19 tem-se como solução geral:

$$Y(y) = C_5 \cos(\nu y) + C_6 \sin(\nu y) \quad (2.38)$$

O valor da constante C_6 é obtido aplicando-se a condição de contorno (2.27) na Equação 2.38:

$$\frac{\partial p(x, 0, z)}{\partial y} = -C_5 \nu \sin(\nu y) + C_6 \nu \cos(\nu y)]_{y=0} = 0 \Rightarrow C_6 = 0$$

Aplicando a condição de contorno (2.26) na Equação 2.38:

$$\frac{\partial p(x, B, z)}{\partial y} = -C_5 \nu \sin(\nu y)]_{y=B} = 0 \Rightarrow -C_5 \sin(\nu B) = 0 \Rightarrow \nu B = m\pi \Rightarrow$$

$$\nu_m = \frac{m\pi}{B}, m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.39)$$

Substituindo $C_6 = 0$ e a Equação 2.39 na Equação 2.38:

$$Y(\tilde{y}) = C_5 \cos(\gamma_m \tilde{y}), m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.40)$$

Onde:

$$\gamma_m = \nu_m B = m\pi, m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.41)$$

$$\tilde{y} = \frac{y}{B} \quad (2.42)$$

Substituindo as Equações 2.30, 2.35 e 2.40 na Equação 2.11, obtém-se:

$$P(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} e^{-\sqrt{\left(\frac{m\pi H}{B}\right)^2 + \left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2} \tilde{x}} \cos(m\pi \tilde{y}) \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi \tilde{z}\right) \quad (2.43)$$

A constante remanescente A_{mn} é obtida aplicando-se a condição de contorno fluido-estrutura (Equação 2.24) na Equação 2.43:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\tilde{z}\right) \cos(m\pi\tilde{y}) = \rho_f \bar{u} \quad (2.44)$$

Multiplicando a Equação 2.44 por $\cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\tilde{z}\right)$ e a integrando em z de 0 a 1, tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \cos(m\pi\tilde{y}) \int_0^1 \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\tilde{z}\right) \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\tilde{z}\right) d\tilde{z} \\ = \rho_f \bar{u} \int_0^1 \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\tilde{z}\right) d\tilde{z} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Usando a propriedade de ortogonalidade da função cosseno:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \cos(m\pi\tilde{y}) \frac{1}{2} = \rho_f \bar{u} \int_0^1 \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\tilde{z}\right) d\tilde{z} \quad (2.46)$$

Resolvendo a integral do lado direito da Equação 2.46:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \cos(m\pi\tilde{y}) \frac{1}{2} = \rho_f \bar{u} \operatorname{sen}\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right) \frac{1}{\frac{2n-1}{2}\pi} \quad (2.47)$$

Sabendo que:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right) = (-1)^{n+1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.48)$$

Substituindo a Equação 2.48 na Equação 2.47 e isolando a constante A_{mn} obtém-se:

$$A_{mn} = \frac{2 \rho_f \bar{u} H}{\kappa_{mn} \cos(m\pi\tilde{y})} \frac{(-1)^{n+1}}{\frac{2n-1}{2}\pi} \quad (2.49)$$

Substituindo a constante A_{mn} na Equação 2.43:

$$P(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = 2 \rho_f \bar{u} H \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\frac{2n-1}{2} \pi \sqrt{\left(\frac{m\pi H}{B}\right)^2 + \left(\frac{2n-1}{2} \pi\right)^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2}} e^{-\sqrt{\left(\frac{m\pi H}{B}\right)^2 + \left(\frac{2n-1}{2} \pi\right)^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2} \tilde{x}} \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \tilde{z}\right) \quad (2.50)$$

Observando a Equação 2.50 percebe-se que esta equação é independente da coordenada y . Desta forma, o termo $\frac{m\pi}{B}$ que está unicamente relacionada a esta variável pode ser eliminado. Assim:

$$P(\tilde{x}, \tilde{z}) = 2 \rho_f \bar{u} H \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\frac{2n-1}{2} \pi \sqrt{\left(\frac{2n-1}{2} \pi\right)^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2}} e^{-\sqrt{\left(\frac{2n-1}{2} \pi\right)^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2} \tilde{x}} \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \tilde{z}\right) \quad (2.51)$$

A Equação 2.51 pode se escrita de forma mais compacta como:

$$P(\tilde{x}, \tilde{z}) = 2 \rho_f \bar{u} H \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\delta_n \sqrt{\delta_n^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2}} e^{-\sqrt{\delta_n^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2} \tilde{x}} \cos(\delta_n \tilde{z}) \quad (2.52)$$

Onde δ_n é dado pela Equação 2.36.

Observa-se que a Equação 2.52 é igual à equação proposta por Silva (2007) para um modelo bidimensional de uma barragem rígida em um fluido compressível. O mesmo resultado foi obtido por Rashed (1984) ao estudar tridimensionalmente barragens em que a sua altura não é tão menor que o comprimento.

Para o caso em que o fluido do reservatório for considerado como incompressível, ou seja, a velocidade do som no fluido tende para o infinito, tem-se que o parâmetro de compressibilidade do fluido $\left(\frac{\omega H}{c}\right)$ tende para zero. Dessa forma, fazendo-se essa consideração na Equação 2.52, tem-se que:

$$P(\tilde{x}, \tilde{z}) = 2 \rho_f \bar{u} H \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\delta_n^2} e^{-\delta_n \tilde{x}} \cos(\delta_n \tilde{z}) \quad (2.53)$$

2.4.2 Caso 2: cavidade com fronteira flexível

Nesta seção, a equação de Helmholtz (Equação 2.10), que governa o problema da interação reservatório-estrutura, é solucionada levando-se em conta a flexibilidade da estrutura e os efeitos de compressibilidade da água.

A diferença deste caso em relação ao anteriormente estudado é que agora a função de forma $\phi(y, z) \neq 1$, ou seja, a estrutura é flexível, e a aceleração ao longo da interface fluido-estrutura não é mais constante e igual à aceleração do solo. Desta forma, todo o procedimento desenvolvido até a Equação 2.43 e descrito na seção precedente é válido para este caso, e por isso, não será repetido nesta seção. A Figura (2.5) ilustra o caso estudado nesta seção.

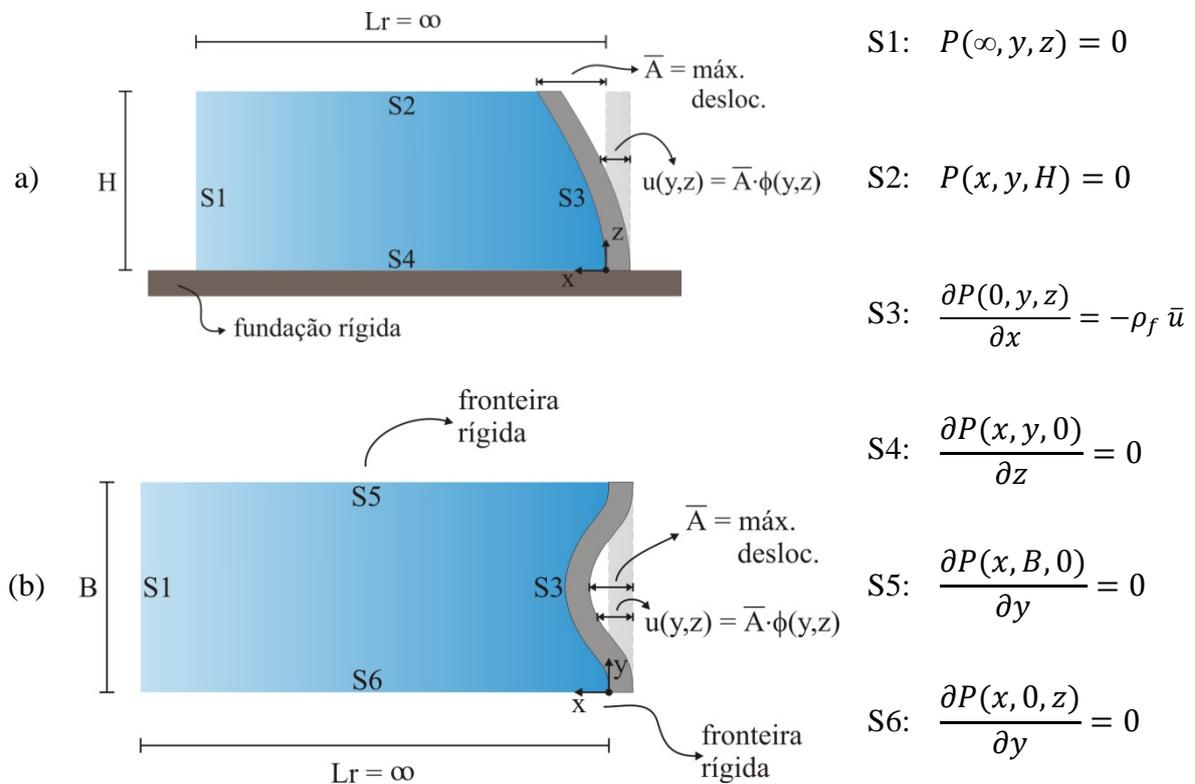


Figura 2.5 – Condições de contorno adotadas no Caso 2 (fronteira flexível): a) corte vertical, e b) vista superior da Figura 2.3.

Aplicando-se a condição de contorno (2.24) na Equação 2.43:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \cos(\delta_n \tilde{z}) \cos(\gamma_m \tilde{y}) = -\rho_f \omega^2 \bar{A} \phi(\tilde{y}, \tilde{z}) \quad (2.54)$$

Multiplicando a Equação 2.54 por $\cos(\delta_n \tilde{z})$ e integrando-a em \tilde{z} de 0 até 1 tem-se:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \cos(\gamma_m \tilde{y}) \int_0^1 \cos(\delta_n \tilde{z}) \cos(\delta_n \tilde{z}) d\tilde{z} = -\rho_f \omega^2 \bar{A} \int_0^1 \phi(\tilde{y}, \tilde{z}) \cos(\delta_n \tilde{z}) d\tilde{z} \quad (2.55)$$

Usando a propriedade de ortogonalidade da função cosseno:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \cos(\gamma_m \tilde{y}) \frac{1}{2} = -\rho_f \omega^2 \bar{A} \int_0^1 \phi(\tilde{y}, \tilde{z}) \cos(\delta_n \tilde{z}) d\tilde{z} \quad (2.56)$$

Multiplicando a Equação 2.56 por $\cos(\gamma_m \tilde{y})$ e integrando-a em \tilde{y} de 0 até 1, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \frac{1}{2} \int_0^1 \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\gamma_m \tilde{y}) d\tilde{y} \\ & = -\rho_f \omega^2 \bar{A} \int_0^1 \int_0^1 \phi(\tilde{y}, \tilde{z}) \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\delta_n \tilde{z}) d\tilde{y} d\tilde{z} \end{aligned} \quad (2.57)$$

Usando a propriedade de ortogonalidade da função cosseno e observando que:

$$\epsilon_m = \int_0^1 \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\gamma_m \tilde{y}) d\tilde{y} = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ \frac{1}{2}, & m \neq 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

Tem-se que:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{\kappa_{mn}}{H} \frac{1}{2} \epsilon_m = -\rho_f \omega^2 \bar{A} \int_0^1 \int_0^1 \phi(\tilde{y}, \tilde{z}) \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\delta_n \tilde{z}) d\tilde{y} d\tilde{z} \quad (2.59)$$

Isolando a constante A_{mn} na Equação 2.59 tem-se:

$$A_{mn} = -\frac{2 \rho_f H \omega^2 \bar{A} I_{mn}}{\kappa_{mn} \epsilon_m} \quad (2.60)$$

Onde:

$$I_{mn} = \int_0^1 \int_0^1 \phi(\tilde{y}, \tilde{z}) \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\delta_n \tilde{z}) d\tilde{y} d\tilde{z} \quad (2.61)$$

Substituindo a constante A_{mn} na Equação 2.43:

$$P(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = -2 \rho_f H \omega^2 \bar{A} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{mn}}{\epsilon_m \kappa_{mn}} e^{-\kappa_{mn} \tilde{x}} \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\delta_n \tilde{z}) \quad (2.62)$$

Onde κ_{mn} , \tilde{x} , δ_n , \tilde{z} , γ_m , \tilde{y} , ϵ_m e I_{mn} são dados nas Equações 2.31, 2.32, 2.36, 2.37, 2.41, 2.42, 2.58 e 2.61.

Observa-se que a Equação 2.62 é igual à equação proposta por Rashed (1984) ao estudar em três dimensões barragens curtas em um fluido compressível.

Como no caso anterior, quando o fluido do reservatório for considerado incompressível, elimina-se o parâmetro de compressibilidade do fluido $\left(\frac{\omega H}{c}\right)$ da Equação 2.62. Dessa forma:

$$P(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = -2 \rho_f \omega^2 \bar{A} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{mn}}{\epsilon_m \sqrt{v_m^2 + \mu_n^2}} e^{-H \sqrt{v_m^2 + \mu_n^2} \tilde{x}} \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\delta_n \tilde{z}) \quad (2.63)$$

A Tabela 2.1 resume as expressões obtidas para as pressões hidrodinâmicas considerando a estrutura rígida e flexível, com o fluido incompressível e compressível.

Tabela 2.1 – Resumo das equações obtidas.

Modelo	Expressão para o campo de pressões hidrodinâmicas	Equação
Comporta rígida e fluido incompressível	$P(\tilde{x}, \tilde{z}) = 2 \rho_f \ddot{u} H \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\delta_n^2} e^{-\delta_n \tilde{x}} \cos(\delta_n \tilde{z})$	(2.53)
Comporta rígida e fluido compressível	$P(\tilde{x}, \tilde{z}) = 2 \rho_f \ddot{u} H \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\delta_n \sqrt{\delta_n^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2}} e^{-\sqrt{\delta_n^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2} \tilde{x}} \cos(\delta_n \tilde{z})$	(2.52)
Comporta flexível e fluido incompressível	$P(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = -2 \rho_f \omega^2 \bar{A} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{mn}}{\epsilon_m \sqrt{v_m^2 + \mu_n^2}} e^{-H \sqrt{v_m^2 + \mu_n^2} \tilde{x}} \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\delta_n \tilde{z})$	(2.63)
Comporta flexível e fluido compressível	$P(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = -2 \rho_f H \omega^2 \bar{A} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{mn}}{\epsilon_m \kappa_{mn}} e^{-\kappa_{mn} \tilde{x}} \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\delta_n \tilde{z})$	(2.62)

Nesta tabela, ρ_f é a densidade do fluido, H é a altura da comporta, \bar{A} é o valor de maior amplitude de deslocamento da comporta (ver Figuras 2.4 e 2.5), ω é a frequência da excitação harmônica aplicada ao sistema, e κ_{mn} , \tilde{x} , δ_n , \tilde{z} , γ_m , \tilde{y} , ϵ_m e I_{mn} são dados nas Equações 2.31, 2.32, 2.36, 2.37, 2.41, 2.42, 2.58 e 2.61.

2.5 VALIDAÇÃO E VARIAÇÃO PARAMÉTRICA NAS EXPRESSÕES OBTIDAS

Para a validação das expressões obtidas foram criados dois modelos no ANSYS. Um dos modelos foi usado para validação da expressão obtida para o caso da comporta rígida-móvel, e o segundo modelo, para o caso em que a comporta é flexível. Para a comporta rígida-móvel criou-se um modelo que consiste num pistão rígido acoplado a um reservatório como ilustra a Figura 2.6a. O modelo desenvolvido para o caso da comporta flexível consiste em uma placa apoiada em dois bordos opostos, livre nos outros dois, e acoplada a um reservatório (Figura 2.6b). As malhas utilizadas nos modelos desenvolvidos no ANSYS estão ilustradas nas Figuras 2.6c e 2.6d.

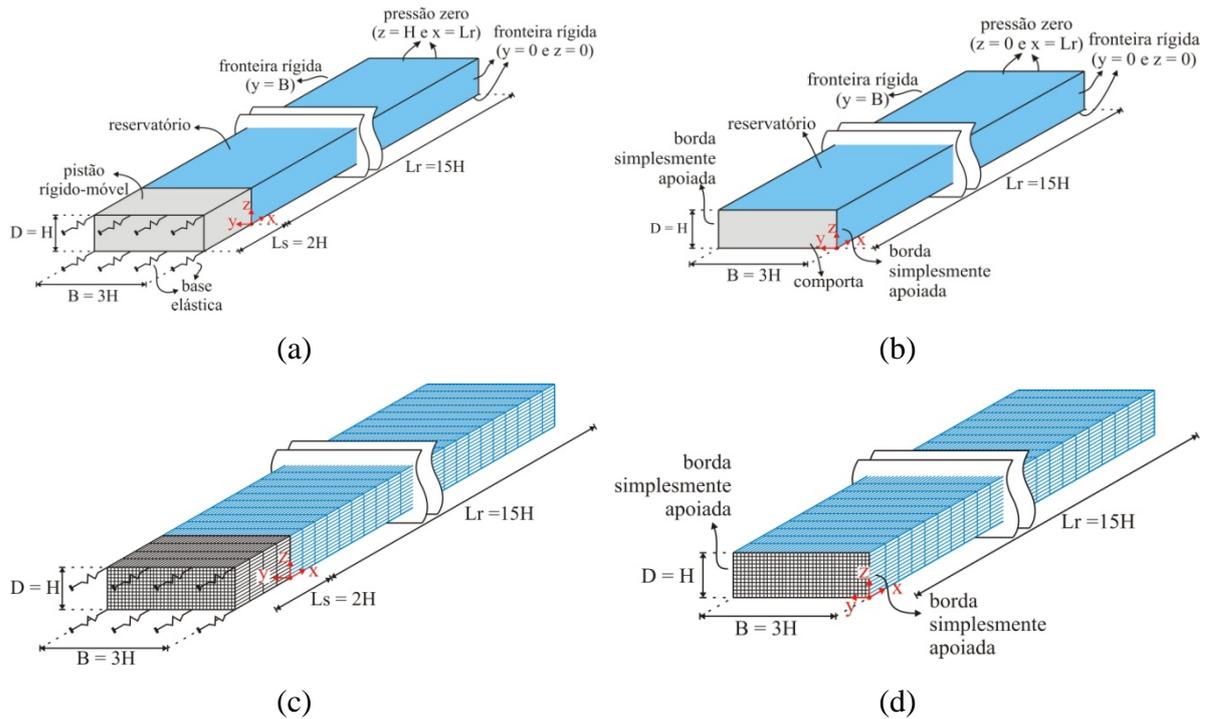


Figura 2.6 – Modelos estudados: (a) modelo do pistão rígido-móvel e condições de contorno adotadas, (b) modelo da comporta flexível e suas condições de contorno, (c) e (d) malhas utilizadas no ANSYS na modelagem do pistão rígido-móvel e comporta flexível, respectivamente.

Para a modelagem do pistão foi utilizado o elemento finito sólido tridimensional de 8 nós com 3 graus de liberdade por nó (SOLID45): translações nodais nas direções x , y e z . Para o reservatório, utilizou-se o elemento finito fluido acústico tridimensional de 8 nós e com 4 graus de liberdade por nó (FLUID30): pressão, e translações nodais nas direções x , y e z . Porém, as translações são aplicadas somente nos nós que estão em contato com a estrutura. Para a comporta foram utilizados elementos de casca com 6 graus de liberdade por nó (SHELL63): translações nodais nas direções x , y e z , além da rotação em torno desses eixos. As características físicas e geométricas do reservatório, da comporta, e do pistão estão apresentadas nas Tabelas 2.2 e 2.3.

Tabela 2.2 – Características físicas e geométricas do reservatório.

Altura (H)	Largura (B=3H)	Comprimento (L _R =15H)	Velocidade do som (c)	Densidade do fluido (ρ_f)
6,00 m	18,00 m	90,00 m	1440 m/s	1000 kg/m ³

Tabela 2.3 – Características físicas e geométricas da estrutura.

Pistão e Comporta			Espessura		Módulo de Elasticidade	
Altura (D)	Comprimento (B)	Densidade da Estrutura (ρ_e)	Comporta	Pistão (Ls)	Comporta	Pistão
6,00 m	18,00 m	7800 kg/m ³	0,125 m	12 m	2,1 · 10 ¹¹ N/m ²	2,1 · 10 ¹⁵ N/m ²

Para se obter os resultados que são apresentados na próxima seção, realiza-se uma análise modal no ANSYS e defini-se a seção no modelo onde se deseja obter o campo de pressões. Obtido o campo de pressões na seção desejada, normalizam-se os valores fornecidos pelo ANSYS. Essa pressão normalizada extraída do ANSYS é comparada com os valores adimensionais normalizados obtidos a partir da formulação analítica desenvolvida na seção precedente. As Equações 2.64 e 2.65 representam, respectivamente, as Equações 2.52 e 2.62 adimensionais.

$$\frac{P(\tilde{x}, \tilde{z})}{\rho_f H \bar{u}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\delta_n \sqrt{\delta_n^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2}} e^{-\sqrt{\delta_n^2 - \left(\frac{\omega H}{c}\right)^2} \tilde{x}} \cos(\delta_n \tilde{z}) \quad (2.64)$$

$$\frac{P(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})}{\rho_f H \omega^2 \bar{A}} = -2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{mn}}{\epsilon_m \kappa_{mn}} e^{-\kappa_{mn} \tilde{x}} \cos(\gamma_m \tilde{y}) \cos(\delta_n \tilde{z}) \quad (2.65)$$

Seguindo esse procedimento, consegue-se facilmente comparar a solução analítica com a resposta obtida através do ANSYS sem depender de parâmetros como a aceleração de pico do solo.

2.5.1 Validação das soluções analíticas

Nessa seção é apresentada a validação pelo Método dos Elementos Finitos para as duas soluções analíticas desenvolvidas.

2.5.1.1 Caso 1: parede rígida

A validação para esse caso se deu em duas etapas: (a) na primeira etapa, compararam-se os resultados obtidos pela formulação analítica desenvolvida com os resultados obtidos pelo ANSYS para uma seção vertical localizada no meio do pistão ($y/B = 0,50$), (b) na segunda etapa, compararam-se os resultados obtidos pelo ANSYS para cinco seções verticais do pistão com o objetivo de se verificar a não variação da pressão ao longo do seu comprimento (eixo y), conforme resultado obtido pela Equação 2.52. Os resultados obtidos para a etapa (a) estão apresentados na Tabela 2.4 e na Figura 2.7a, e para a etapa (b) na Tabela 2.5 e na Figura 2.7b.

Os resultados apresentados nas Tabelas 2.4 e 2.5 e nos gráficos da Figura 2.7 mostram a boa concordância dos resultados obtidos pela Equação 2.64 normalizada com os resultados normalizados obtidos pelo ANSYS.

Observa-se também, a partir dos resultados apresentados na Tabela 2.5 e do gráfico da Figura 2.7b, que a pressão não varia ao longo de todo o comprimento do pistão conforme pode-se concluir a partir da Equação 2.52.

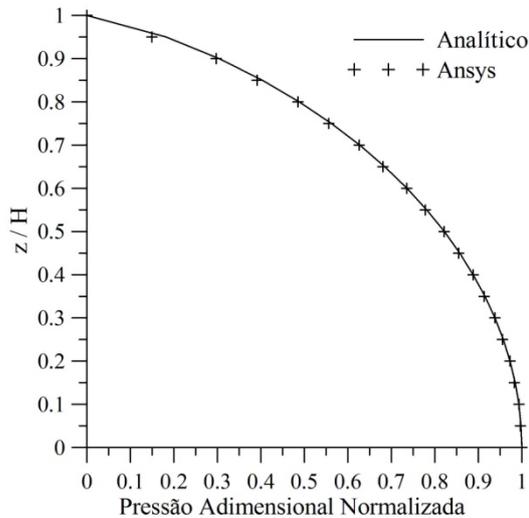
Tabela 2.4 – Pressão hidrodinâmica obtida analiticamente e pelo ANSYS para a comporta como um corpo rígido-móvel para uma seção vertical localizada no meio do pistão.

z / H	Analítico	ANSYS	Erro (%)
0,00	1,0000	1,0000	0,00
0,10	0,9932	0,9932	0,00
0,20	0,9728	0,9728	0,00
0,30	0,9382	0,9382	0,00
0,40	0,8884	0,8883	0,01
0,50	0,8219	0,8215	0,05
0,60	0,7362	0,7356	0,08
0,70	0,6274	0,6261	0,21
0,80	0,4883	0,4857	0,53
0,90	0,3037	0,2975	2,04
1,00	0,0000	0,0000	0,00

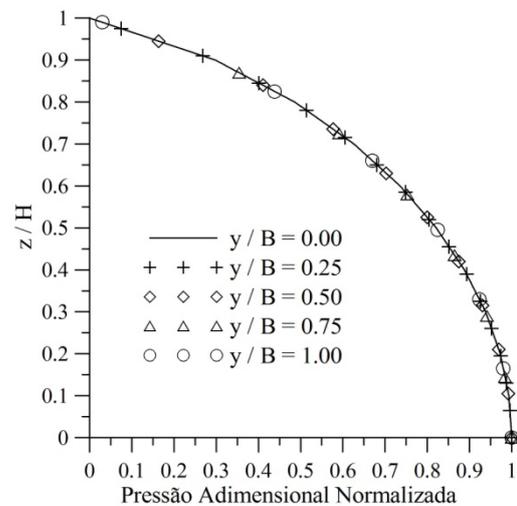
Tabela 2.5 – Pressão hidrodinâmica obtida pelo ANSYS para a comporta como um corpo rígido-móvel para diversas seções verticais ao longo do comprimento do pistão.

z / H	Pressão Hidrodinâmica Adimensional Normalizada				
	$y / B = 0,00$	$y / B = 0,25$	$y / B = 0,50$	$y / B = 0,75$	$y / B = 1,00$
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,10	0,9932	0,9933	0,9932	0,9932	0,9932
0,20	0,9728	0,9728	0,9728	0,9727	0,9727
0,30	0,9380	0,9381	0,9382	0,9380	0,9379
0,40	0,8881	0,8882	0,8883	0,8880	0,8880
0,50	0,8214	0,8214	0,8215	0,8214	0,8213
0,60	0,7354	0,7354	0,7356	0,7354	0,7353
0,70	0,6260	0,6259	0,6261	0,6259	0,6259
0,80	0,4857	0,4856	0,4857	0,4856	0,4856
0,90	0,2975	0,2974	0,2975	0,2974	0,2975
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

As Figuras 2.7a e 2.7b representam os resultados apresentados nas Tabelas 2.4 e 2.5, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 2.7 – Resultados obtidos para a comporta como um corpo rígido-móvel: (a) comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e analiticamente para uma seção vertical localizada no meio do pistão, e (b) resultados obtidos pelo ANSYS ao longo do comprimento da comporta.

2.5.1.2 Caso 2: comporta flexível

Para a validação desse caso, compararam-se os resultados obtidos pela Equação 2.65 normalizada com os resultados normalizados obtidos pelo ANSYS para duas deformadas modais da comporta conforme ilustra as Figuras 2.8a e 2.9a. Para a deformada modal ilustrada na Figura 2.8a, escolheu-se uma seção vertical localizada no centro da comporta, e para a deformada modal ilustrada na Figura 2.9a, escolheram-se duas seções, uma localizada em $y/B = 0,25$ e outra em $y/B = 0,75$.

A aproximação adotada para a obtenção das deformadas modais da placa está apresentada em detalhes no capítulo 4.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 2.6 e do gráfico da Figura 2.8b observa-se que quando a comporta se deforma de acordo com a Figura 2.8a, a solução analítica desenvolvida representa bem o campo de pressões hidrodinâmicas que age sobre a comporta.

Tabela 2.6 – Comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e pela formulação analítica para a distribuição da pressão hidrodinâmica ao longo de uma seção vertical localizada no centro da comporta para a deformada modal ilustrada na Figura 2.8a.

z / H	Pressão Hidrodinâmica Adimensional Normalizada		Erro (%)
	Analítico	ANSYS	
0,00	1,0000	1,0000	0,00%
0,10	0,9939	0,9919	0,21%
0,20	0,9755	0,9704	0,52%
0,30	0,9441	0,9355	0,91%
0,40	0,8985	0,8867	1,32%
0,50	0,8368	0,8222	1,74%
0,60	0,7560	0,7362	2,62%
0,70	0,6512	0,6254	3,96%
0,80	0,5139	0,4803	6,54%
0,90	0,3256	0,2833	12,99%
1,00	0,0000	0,0000	0,00%

A Figura 2.8b representa a pressão hidrodinâmica resultante da imposição à comporta da deformada ilustrada na Figura 2.8a.

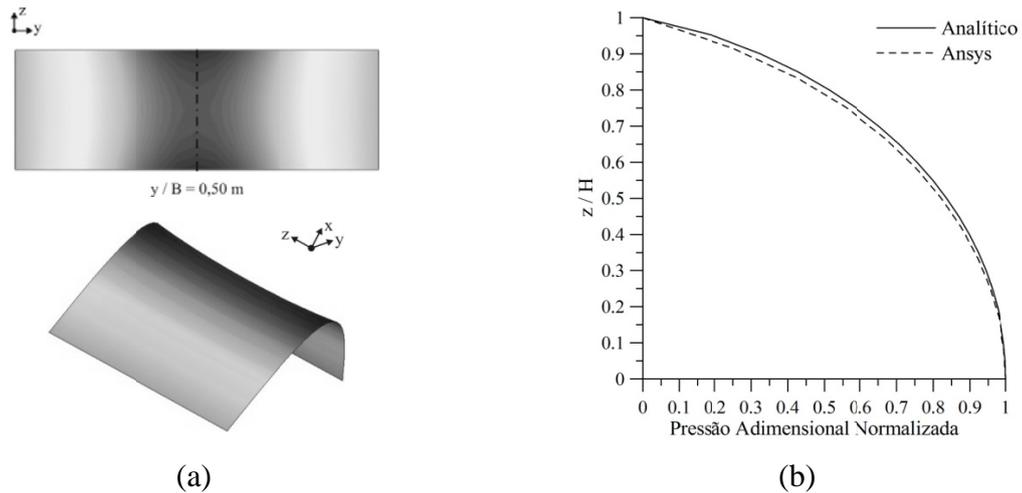


Figura 2.8 – (a) Deformada modal da comporta e localização da seção vertical onde é obtida a pressão hidrodinâmica, e (b) comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e pela formulação analítica para a distribuição da pressão hidrodinâmica para a deformada e seção vertical ilustradas em (a).

Os resultados apresentados na Tabela 2.7 e no gráfico da Figura 2.9b mostram que a solução analítica desenvolvida representa satisfatoriamente o campo de pressões hidrodinâmicas atuante sobre a comporta quando esta se deforma de acordo com a Figura 2.9a.

Tabela 2.7 – Comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e pela formulação analítica para a distribuição da pressão hidrodinâmica ao longo de seções verticais localizadas em $y/B = 0,25$ e em $y/B = 0,75$ para a deformada modal ilustrada na Figura 2.9a.

z / H	Pressão Hidrodinâmica Adimensional Normalizada		Erro (%)
	Analítico	ANSYS	
0,00	1,0000	1,0000	0,00%
0,10	0,9951	0,9903	0,48%
0,20	0,9803	0,9666	1,40%
0,30	0,9546	0,9308	2,50%
0,40	0,9167	0,8830	3,67%
0,50	0,8640	0,8221	4,85%
0,60	0,7928	0,7419	6,42%
0,70	0,6965	0,6379	8,42%
0,80	0,5638	0,4982	11,65%
0,90	0,3699	0,3004	18,78%
1,00	0,0000	0,0000	0,00%

O gráfico apresentado na Figura 2.9b representa os resultados apresentados na Tabela 2.7.

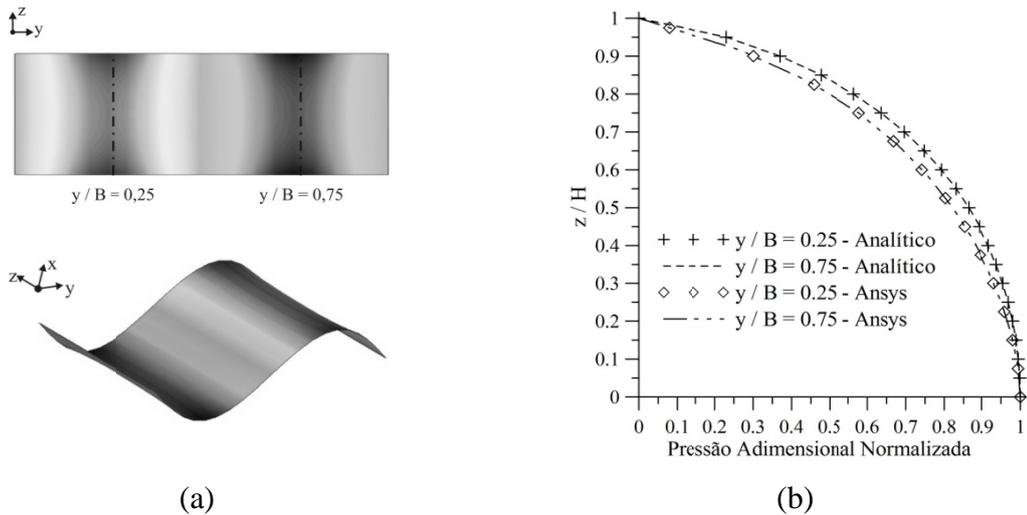


Figura 2.9 – (a) Deformada modal da comporta e localização das seções verticais onde são obtidas as pressões hidrodinâmicas, e (b) comparação dos resultados obtidos pelo ANSYS e pela formulação analítica para a distribuição da pressão hidrodinâmica para a deformada e seções verticais ilustradas em (a).

A diferença encontrada entre a formulação analítica e os resultados obtidos pelo ANSYS é explicada pelo uso da deformada modal desacoplada na Equação 2.65 quando o correto seria o uso da deformada acoplada como afirma Ribeiro (2009).

2.5.2 Variação paramétrica

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos analiticamente para a variação da deformada modal, do parâmetro de compressibilidade do fluido, da relação entre o comprimento e a altura da comporta, e da sua flexibilidade. O objetivo da variação desses parâmetros é investigar o seu efeito na distribuição das pressões hidrodinâmicas que age sobre esta estrutura.

2.5.2.1 Variação da deformada modal da comporta

O comportamento da pressão hidrodinâmica para quatro deformadas da comporta é apresentado nessa seção. Os resultados estão apresentados na Figura 2.10. Nessa análise, fez-se com que a aceleração de pico do solo na Equação 2.65 fosse igual a $\omega^2 \bar{A} = -1g$. Além disso, considerou-se em todos os casos $\omega H/c = 0,8$ e a relação $B/H = 3$.

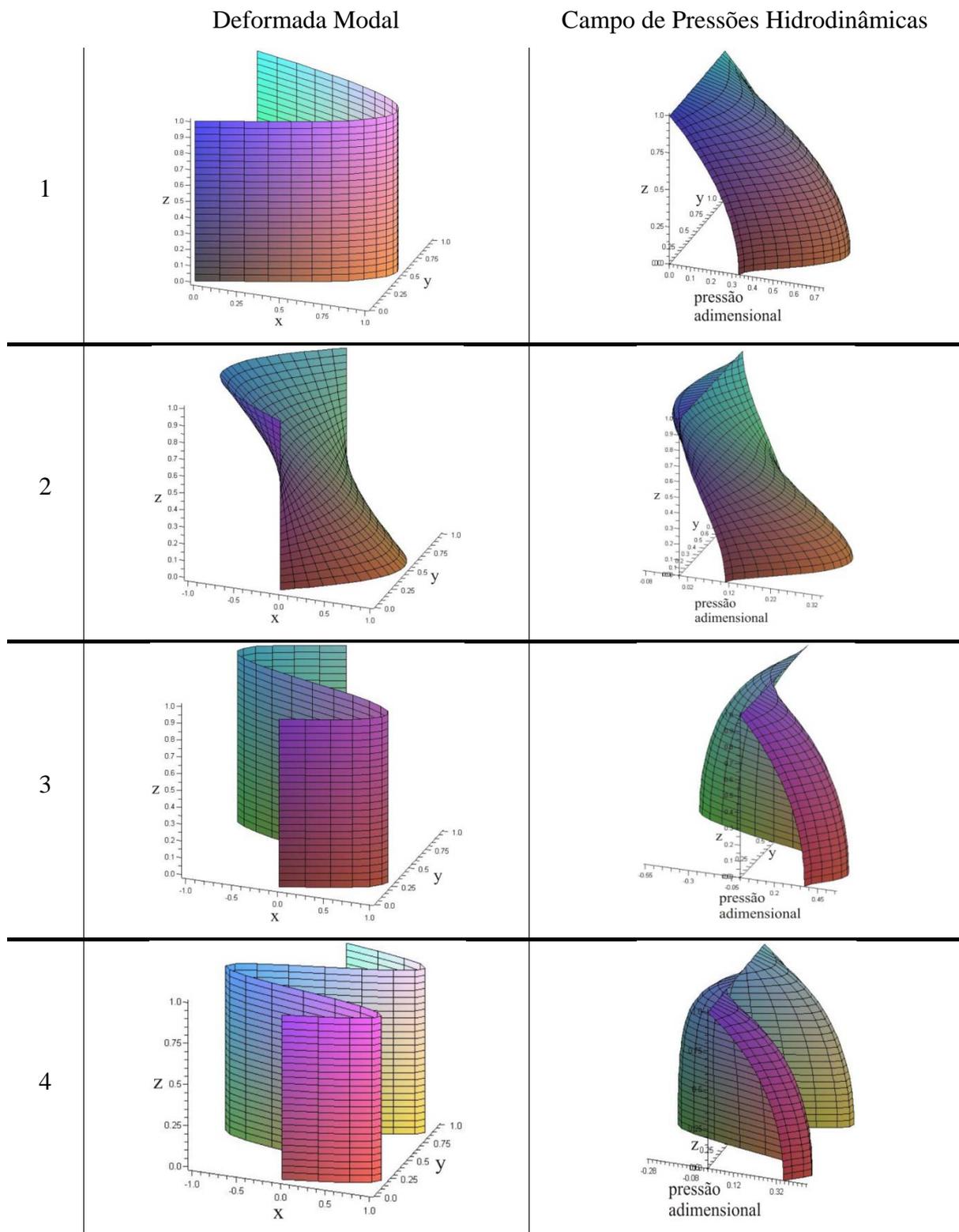


Figura 2.10 – Campo de pressões hidrodinâmica que age na comporta em função de sua deformada modal.

A Tabela 2.8 resume as pressões hidrodinâmicas adimensionais máximas e mínimas obtidas para as quatro deformadas impostas à comporta.

Tabela 2.8 – Pressões hidrodinâmicas máximas e mínimas para as deformadas modais da comporta.

Deformada 1		Deformada 2		Deformada 3		Deformada 4	
Min.	Máx.	Min.	Máx.	Min.	Máx.	Min.	Máx.
0	0,73	-0,08	0,33	-0,53	0,53	-0,27	0,45

Pode-se concluir, a partir desses resultados apresentados na Tabela 2.8, que a maior pressão hidrodinâmica ocorre para a primeira deformada, como seria esperado. Além disso, percebe-se que quando a comporta se deforma na direção do reservatório há um aumento na pressão hidrodinâmica, e quando ela se deforma na direção contrária ao reservatório, há um alívio de pressão, que pode chegar a valores negativos.

2.5.2.2 Influência do parâmetro de compressibilidade ($\omega H/c$)

Os resultados obtidos para a distribuição da pressão hidrodinâmica quando se varia o parâmetro de compressibilidade na Equação 2.65 estão representados nas Tabelas 2.9 e 2.10. Para esse estudo, considerou-se uma relação entre o comprimento e a altura da comporta igual a 3 e a aceleração de pico do solo igual a $-1g$, para as duas primeiras deformadas modais da comporta mostradas na Figura 2.10.

Tabela 2.9 – Pressão hidrodinâmica adimensional ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para diferentes parâmetros de compressibilidade para a primeira deformada modal (Figura 2.10).

z/H	$\frac{\omega H}{c} = 0,00$	$\frac{\omega H}{c} = 0,20$	$\frac{\omega H}{c} = 0,40$	$\frac{\omega H}{c} = 0,60$	$\frac{\omega H}{c} = 0,80$	$\frac{\omega H}{c} = 1,00$	$\frac{\omega H}{c} = 1,25$	$\frac{\omega H}{c} = 1,50$
0,00	0,6372	0,6419	0,6569	0,6844	0,7297	0,8049	0,9981	1,8996
0,10	0,6333	0,6380	0,6528	0,6800	0,7248	0,7991	0,9900	1,8805
0,20	0,6216	0,6261	0,6404	0,6666	0,7099	0,7817	0,9657	1,8235
0,30	0,6016	0,6058	0,6193	0,6440	0,6847	0,7521	0,9249	1,7290
0,40	0,5725	0,5764	0,5887	0,6113	0,6485	0,7100	0,8673	1,5980
0,50	0,5332	0,5366	0,5475	0,5674	0,6001	0,6542	0,7922	1,4315
0,60	0,4817	0,4846	0,4937	0,5104	0,5378	0,5831	0,6983	1,2303
0,70	0,4149	0,4172	0,4243	0,4373	0,4587	0,4939	0,5833	0,9948
0,80	0,3274	0,3290	0,3339	0,3428	0,3575	0,3817	0,4428	0,7232
0,90	0,2074	0,2082	0,2107	0,2153	0,2228	0,2351	0,2662	0,4083
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 2.10 – Pressão hidrodinâmica adimensional ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para diferentes parâmetros de compressibilidade para a segunda deformada modal (Figura 2.10).

z/H	$\frac{\omega H}{c} = 0,00$	$\frac{\omega H}{c} = 0,20$	$\frac{\omega H}{c} = 0,40$	$\frac{\omega H}{c} = 0,60$	$\frac{\omega H}{c} = 0,80$	$\frac{\omega H}{c} = 1,00$	$\frac{\omega H}{c} = 1,25$	$\frac{\omega H}{c} = 1,50$
0,00	0,3109	0,3123	0,3167	0,3249	0,3381	0,3598	0,4145	0,6632
0,10	0,2908	0,2922	0,2965	0,3045	0,3176	0,3389	0,3927	0,6382
0,20	0,2483	0,2497	0,2538	0,2613	0,2737	0,2940	0,3454	0,5812
0,30	0,1937	0,1949	0,1986	0,2055	0,2168	0,2354	0,2830	0,5032
0,40	0,1328	0,1338	0,1371	0,1431	0,1531	0,1696	0,2121	0,4111
0,50	0,0704	0,0712	0,0739	0,0790	0,0873	0,1013	0,1378	0,3109
0,60	0,0111	0,0118	0,0139	0,0179	0,0246	0,0358	0,0655	0,2085
0,70	-0,0397	-0,0392	-0,0377	-0,0348	-0,0299	-0,0215	0,0009	0,1107
0,80	-0,0746	-0,0743	-0,0733	-0,0715	-0,0683	-0,0628	-0,0479	0,0265
0,90	-0,0804	-0,0803	-0,0798	-0,0789	-0,0774	-0,0747	-0,0673	-0,0298
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

As Figuras 2.11a e 2.11b representam os resultados apresentados nas Tabelas 2.9 e 2.10, respectivamente.

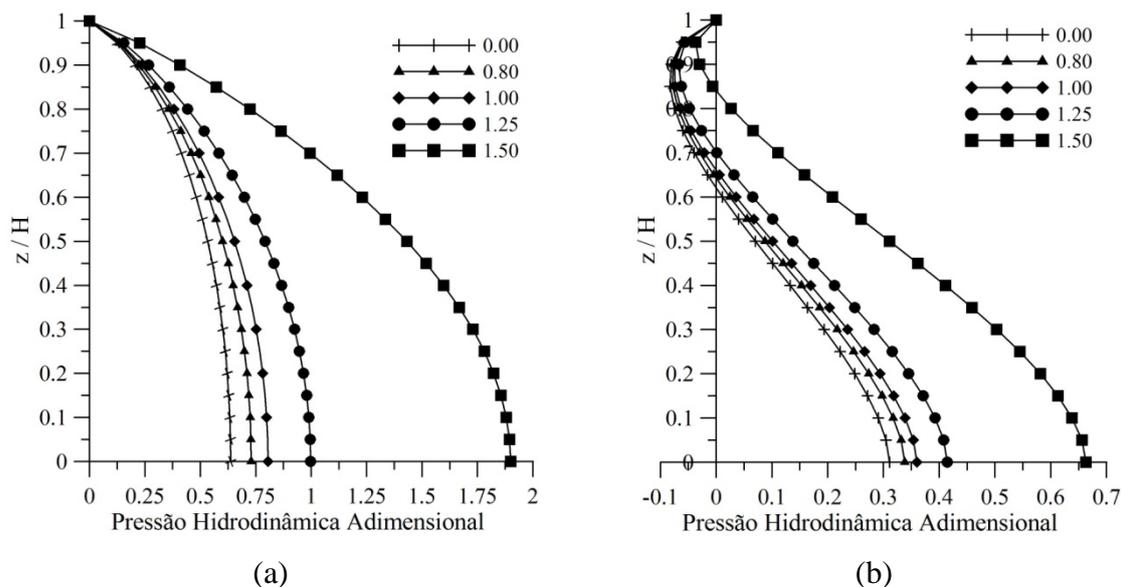


Figura 2.11 – Distribuição da pressão hidrodinâmica ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para diferentes valores para o parâmetro de compressibilidade: (a) primeira deformada modal, e (b) segunda deformada modal.

A partir da análise dos gráficos da Figura 2.11, observou-se que as pressões hidrodinâmicas aumentam com o crescimento do parâmetro de compressibilidade do fluido. A influência desse parâmetro na pressão hidrodinâmica se torna mais importante quando ele assume valores superiores a 1. Quando o parâmetro de compressibilidade for superior a 1, uma pequena alteração em seu valor é suficiente para aumentar significativamente a pressão hidrodinâmica atuante na comporta.

2.5.2.3 Influência da relação entre o comprimento (B) e a altura (H) da comporta

Os resultados obtidos para a distribuição da pressão hidrodinâmica quando se varia a relação entre o comprimento e a altura da comporta na Equação 2.65 estão representados nas Tabelas 2.11 e 2.12, para a primeira e segunda deformada modal (Figura 2.10), respectivamente. Para esse estudo, considerou-se o parâmetro de compressibilidade igual a $\omega H/c = 0,8$ e a aceleração de pico do solo igual a $-1g$.

Tabela 2.11 – Pressão hidrodinâmica adimensional ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para diferentes relações B/H para a primeira deformada modal (Figura 2.10).

z/H	$\frac{B}{H} = 1$	$\frac{B}{H} = 2$	$\frac{B}{H} = 3$	$\frac{B}{H} = 4$	$\frac{B}{H} = 5$	$\frac{B}{H} = 10$	$\frac{B}{H} = 15$
0,00	0,6181	0,6791	0,7297	0,7674	0,7942	0,8484	0,8615
0,10	0,6140	0,6747	0,7248	0,7620	0,7886	0,8422	0,8552
0,20	0,6014	0,6612	0,7099	0,7460	0,7716	0,8234	0,8359
0,30	0,5802	0,6383	0,6847	0,7188	0,7430	0,7917	0,8034
0,40	0,5498	0,6054	0,6485	0,6798	0,7020	0,7464	0,7571
0,50	0,5097	0,5614	0,6001	0,6279	0,6475	0,6866	0,6960
0,60	0,4583	0,5046	0,5378	0,5614	0,5778	0,6105	0,6184
0,70	0,3933	0,4322	0,4587	0,4772	0,4901	0,5156	0,5217
0,80	0,3100	0,3389	0,3575	0,3704	0,3792	0,3967	0,4009
0,90	0,1973	0,2131	0,2228	0,2294	0,2340	0,2429	0,2450
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 2.12 – Pressão hidrodinâmica adimensional ao longo de uma seção vertical no centro da comporta para diferentes relações B/H para a segunda deformada modal (Figura 2.10).

z/H	$\frac{B}{H} = 1$	$\frac{B}{H} = 2$	$\frac{B}{H} = 3$	$\frac{B}{H} = 4$	$\frac{B}{H} = 5$	$\frac{B}{H} = 10$	$\frac{B}{H} = 15$
0,00	0,2919	0,3204	0,3381	0,3499	0,3580	0,3738	0,3776
0,10	0,2732	0,3004	0,3176	0,3291	0,3370	0,3526	0,3563
0,20	0,2344	0,2580	0,2737	0,2845	0,2919	0,3067	0,3102
0,30	0,1849	0,2033	0,2168	0,2264	0,2332	0,2467	0,2499
0,40	0,1298	0,1423	0,1531	0,1612	0,1671	0,1790	0,1819
0,50	0,0730	0,0794	0,0874	0,0939	0,0988	0,1088	0,1112
0,60	0,0182	0,0193	0,0246	0,0295	0,0333	0,0413	0,0432
0,70	-0,0299	-0,0328	-0,0298	-0,0264	-0,0237	-0,0178	-0,0164
0,80	-0,0649	-0,0696	-0,0683	-0,0663	-0,0645	-0,0607	-0,0597
0,90	-0,0739	-0,0776	-0,0772	-0,0763	-0,0755	-0,0736	-0,0731
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

As Figuras 2.12a e 2.12b representam os resultados apresentados nas Tabelas 2.11 e 2.12, respectivamente.

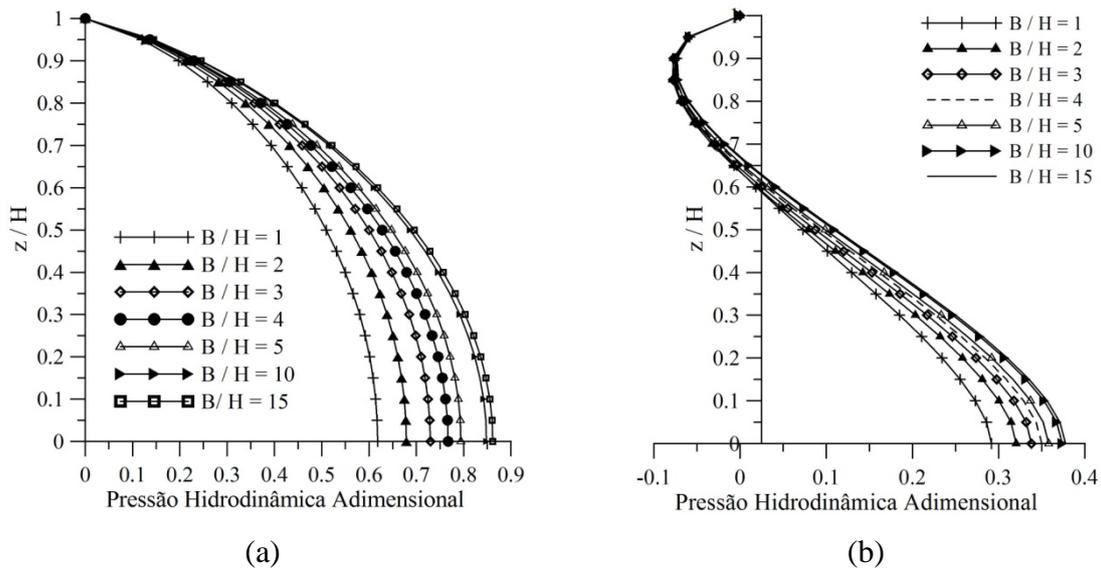


Figura 2.12 – Distribuição da pressão hidrodinâmica ao longo de uma seção vertical localizada no meio da comporta para várias relações B/H: (a) primeira deformada modal, e (b) segunda deformada modal (Figura 2.10).

Analisando os gráficos da Figura 2.12 observa-se que a pressão hidrodinâmica atuante na comporta aumenta com a relação B/H. Entretanto, a pressão tende a um valor constante quando a relação B/H for superior a 15.

2.5.2.4 Influência da flexibilidade

A influência da flexibilidade da estrutura na pressão hidrodinâmica que age sobre a comporta foi investigada analisando-se esta estrutura como rígida-móvel (Equação 2.64) e flexível (Equação 2.65) com um mesmo valor para o parâmetro de compressibilidade do fluido ($\omega H/c = 0,8$) e mesma aceleração de pico do solo (-1g). As pressões hidrodinâmicas obtidas para a comporta analisada como um corpo rígido-móvel foram comparadas com as pressões atuantes sobre essa estrutura quando ela apresenta a primeira deformada modal (Figura 2.10). O resultado obtido para uma seção vertical no meio da comporta está ilustrado na Tabela 2.13.

Tabela 2.13 – Pressão hidrodinâmica para a comporta como corpo rígido-móvel e para a comporta flexível (primeira deformada modal ilustrada Figura 2.10).

z / H	Pressão Hidrodinâmica Adimensional Normalizada		Erro (%)
	Rígida	Flexível	
0,00	0,9164	0,7297	25,59%
0,10	0,9094	0,7248	25,47%
0,20	0,8882	0,7099	25,12%
0,30	0,8526	0,6847	24,52%
0,40	0,8019	0,6485	23,66%
0,50	0,7353	0,6001	22,53%
0,60	0,6513	0,5378	21,10%
0,70	0,5473	0,4587	19,31%
0,80	0,4185	0,3575	17,04%
0,90	0,2540	0,2228	14,00%
1,00	0,0000	0,0000	0,00%

A Figura 2.13 representa os resultados apresentados na Tabela 2.13.

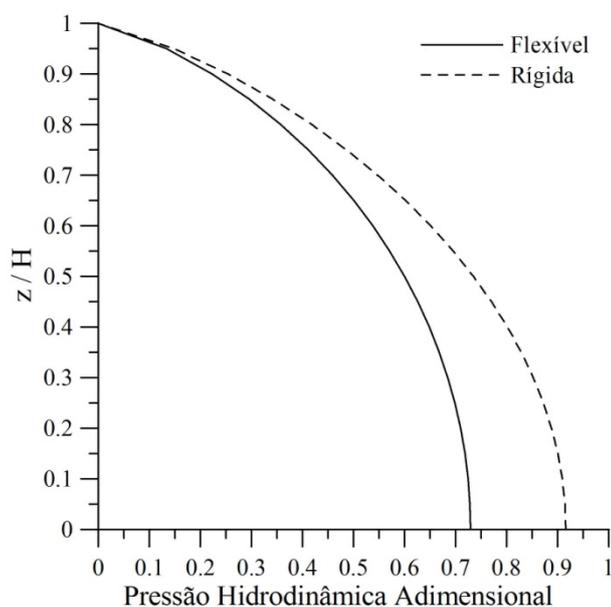


Figura 2.13 – Distribuição da pressão hidrodinâmica para a comporta como corpo rígido-móvel e para a primeira deformada modal (Figura 2.10).

O resultado ilustrado na Figura 2.13 mostra que a pressão hidrodinâmica na comporta quando analisada como um corpo rígido é maior do que quando considerada a sua flexibilidade. Isso acontece devido à maior quantidade de massa adicional mobilizada pela estrutura quando ela se move como um corpo rígido.

Com o objetivo de se averiguar quais dos parâmetros anteriormente variados têm mais influência sobre a pressão hidrodinâmica exercida sobre a comporta, o gráfico ilustrado na Figura 2.14 mostra os resultados obtidos para uma comporta rígida, com variação no parâmetro de compressibilidade (PC) e compara estes resultados com os resultados obtidos para a comporta flexível (primeira deformada modal ilustrada na Figura 2.10) e com variação na relação B/H, e no parâmetro de compressibilidade.

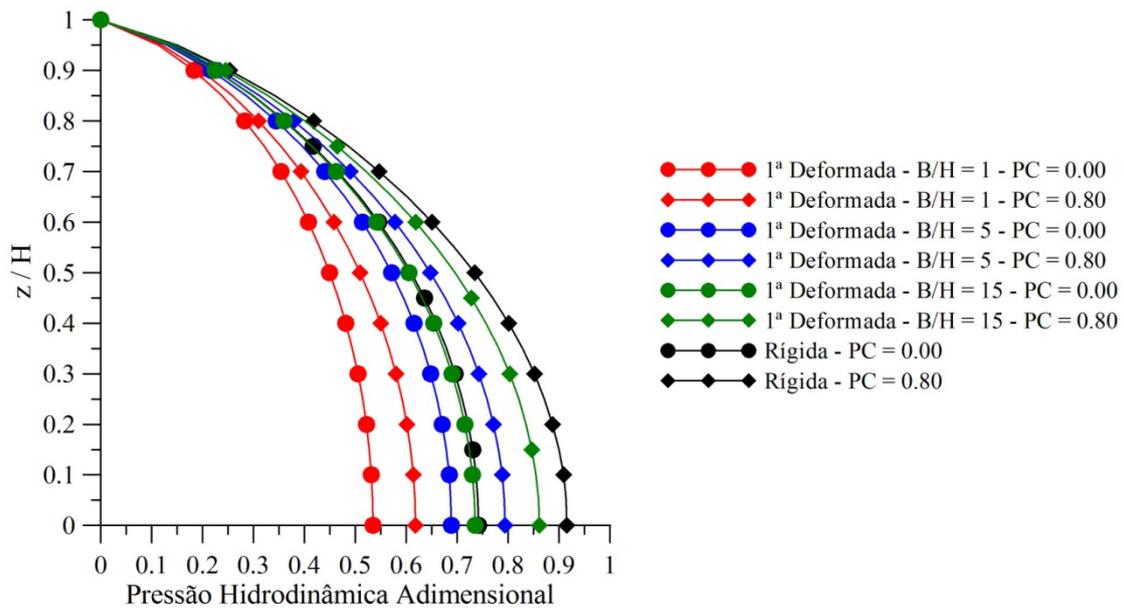


Figura 2.14 – Distribuição da pressão hidrodinâmica para a variação da relação B/H, da compressibilidade do fluido, e para a comporta rígida e flexível.

O resultado ilustrado na Figura 2.14 mostra que a maior pressão hidrodinâmica é obtida para o caso em que a comporta é considerada rígida e com o fluido compressível, ou seja, este caso tem maior influência na pressão hidrodinâmica do que a relação B/H, e a flexibilidade da estrutura, considerando o fluido compressível ou não.

3 CÁLCULO SÍSMICO DE VERTEDOUROS

3.1 INTRODUÇÃO

Os manuais desenvolvidos pelas agências reguladoras carecem de recomendações de como considerar os efeitos hidrodinâmicos nos vertedouros. A maioria das análises feitas atualmente utiliza a teoria da massa adicional desenvolvida por Westergaard para representar as forças hidrodinâmicas causadas pela interação do reservatório com a estrutura.

USCOLD (1995) e ICOLD (1999) recomendam o uso da formulação desenvolvida por Westergaard. Essas agências dizem que o método pseudo-estático é adequado para estruturas com período fundamental de vibração menor de 0,03s (33 Hz). Para essas estruturas é recomendado o uso da aceleração de pico do solo. Para estruturas com período fundamental maior que 0,03s, o método pseudo-estático ainda pode ser usado, mas nesse caso deve ser usada a aceleração espectral correspondente ao período fundamental da estrutura ao invés da aceleração de pico do solo. Além disso, se o efeito de outros modos de vibração for considerado importante, a aceleração espectral correspondente ao primeiro período de vibração é majorado em 50%.

Lewin (1995) cita o trabalho de Daniel & Taylor (1999) em que é mostrado o resultado do estudo feito para a comporta radial da barragem de Kilmorack, localizada na Escócia. Neste estudo, os resultados obtidos quando se utilizou a aceleração espectral e a massa adicional de Westergaard foram comparados com os resultados obtidos por uma análise transiente feita pelo Método dos Elementos Finitos, em que foi utilizado um modelo tridimensional. Estes autores mostraram que, de uma forma geral, a análise pseudo-estática obteve resultados conservadores quando comparados com o método mais refinado, embora tenha levemente subestimado as forças axiais nos braços da comporta e não tenha representado os efeitos da curvatura da estrutura estudada. Desta forma, os autores concluíram que o método pseudo-estático pode ser usado em estudos preliminares de comportas hidráulicas.

Lewin (1995) também cita a recomendação da ASCE (1986). Neste trabalho, é recomendado adotar um fator multiplicador para a aceleração de pico do solo antes de se obter a aceleração espectral. Essa prática pode evitar respostas subestimadas por esse método, fazendo-o adequado em uma análise conservadora.

Entretanto, estudos recentes (Aslam et al. 2002, e Adya et al. 2008) têm mostrado que o uso dessa teoria pode levar a resultados inadequados. Isso acontece porque a flexibilidade da comporta, que é desconsiderada na teoria de Westergaard, tem importância no cálculo das forças de cisalhamento que devem ser resistidos pelos pilares.

Este capítulo tem por objetivo avaliar a performance sísmica de uma estrutura composta por pilares e comportas, através de diferentes métodos e modelos estruturais simplificados criados para a representação da estrutura real. Através da comparação dos resultados obtidos é possível verificar a validade da teoria proposta por Westergaard para a resposta sísmica da estrutura em questão.

3.2 METODOLOGIA PROGRESSIVA PARA A ANÁLISE DE ESTRUTURAS HIDRÁULICAS DE CONCRETO

A metodologia apresentada nessa seção é baseada no trabalho de Ghrib et al. (1997) no qual foi proposta uma metodologia progressiva para a segurança sísmica de barragens de concreto. Entretanto, essa metodologia pode ser expandida para estruturas hidráulicas, como por exemplo, pilares e comportas de vertedouros, objetos de estudo desse trabalho.

Para se avaliar uma estrutura hidráulica existente quanto à sua segurança sísmica considerando uma análise completa do sistema barragem-reservatório-fundação (BRF), três passos são requeridos: a estimativa do movimento do solo, o registro e a interpretação da resposta dinâmica. Cada um desses passos pode ser tratado variando-se os graus de refinamento, com várias técnicas de modelização que evoluem em sofisticação.

A metodologia proposta por Ghrib et al. (1997) é dividida em cinco etapas em função do nível de complexidade:

- Análise preliminar – Nível 0;
- Método Pseudo-Estático ou Método do Coeficiente Sísmico – Nível 1;
- Método Pseudo-Dinâmico (Método de Chopra ou da Resposta Espectral) – Nível 2;
- Análise da história linear no tempo ou no domínio da frequência – Nível 3;
- Análise da história não-linear no tempo – Nível 4.

Numa metodologia progressiva para avaliação da segurança sísmica de barragens de concreto-gravidade, a escolha do método mais apropriado de análise depende principalmente da severidade do sismo esperado na área, da importância da estrutura e de suas conseqüências (danos e falhas), das propriedades mecânicas iniciais e das condições estruturais da barragem, da precisão demandada pela análise e (até certo ponto) da vida útil que ainda resta à estrutura.

Em aplicações práticas, inicialmente se faz uma análise com modelos lineares simplificados para avaliação de forças de inércia, interação BRF e mecanismos resistentes da barragem, de modo a verificar as exigências de desempenho. Nesta fase, procura-se avaliar o aumento relativo das tensões com a adição das cargas sísmicas e uma estimativa refinada da distribuição de tensões não é necessária. Nestas condições, o primeiro método de análise geralmente é o Pseudo-Estático.

Este método considera a barragem como um corpo rígido e acelerado a certa fração da aceleração da gravidade. As pressões hidrodinâmicas são obtidas pela formulação proposta por Westergaard, que foi um dos primeiros a realizar estudos sobre este tipo de problema, tratando o problema de interação fluido-estrutura como uma interação bidimensional entre o reservatório e a barragem submetida a um movimento horizontal do terreno.

Já o método Pseudo-Dinâmico desenvolvido por Chopra (1978) é semelhante ao Pseudo-Estático diferindo na consideração de que a barragem, que antes foi suposta rígida, tem agora uma resposta de acordo com o modo fundamental de vibração da estrutura. Este método também considera a particularidade de cada sismo (analisadas por meio de um espectro de resposta). As forças sísmicas estão diretamente relacionadas ao valor da aceleração espectral e o modo fundamental de vibração da estrutura. Estas forças devem ser aplicadas estaticamente para o cálculo de esforços e tensões na barragem.

Para o nível 3 de análise, os efeitos transientes das forças de inércia são introduzidas via acelerograma, e as equações do movimento são resolvidas no domínio da frequência ou do tempo. No domínio da frequência, a barragem é modelada usando elementos finitos, e o reservatório e a fundação são modelados como meios semi-infinitos. As equações do movimento são convertidas para o domínio da frequência, os mecanismos de interação barragem-reservatório-fundação são rigorosamente introduzidos no modelo através da consideração da compressibilidade do fluido e dos efeitos de propagação da onda. No domínio do tempo, o sistema BRF é modelado por elementos finitos. Os efeitos da interação hidrodinâmica podem ser aproximados pela introdução de massas adicionadas a barragem calculadas pela teoria de Westergaard, ou pela consideração do reservatório no modelo em elementos finitos.

O nível 4 de análise é uma extensão do nível 3. As propriedades elásticas dos materiais da estrutura são substituídos por modelos constitutivos não-lineares que consideram a fissura.

A Tabela 3.1 mostra resumidamente de Ghrib et al. (1997) algumas das vantagens e desvantagens de cada nível de análise. Um estudo mais detalhado sobre esses métodos de análise sísmica pode ser encontrada nessa referência.

É importante manter consistência nas considerações adotadas nos métodos quando os resultados obtidos por um método forem comparados com resultados obtidos por outro método. Quando o período fundamental do sistema barragem-fundação-reservatório tende para zero (corpo rígido), os resultados da análise espectral ou da análise transiente devem tender para os resultados obtidos pelo método pseudo-estático.

Tabela 3.1 – Análise sísmica progressiva (Ghrib et al., 1997).

Nível	Vantagem	Desvantagem
I	<ul style="list-style-type: none"> • Fácil cálculo e interpretação 	<ul style="list-style-type: none"> • Nenhuma característica dinâmica do sistema BRF está incluída
II	<ul style="list-style-type: none"> • Leva em consideração a característica dinâmica do sistema BRF • Fácil cálculo e interpretação 	<ul style="list-style-type: none"> • Somente os prováveis máximos resultados são obtidos • Somente a geometria padrão pode ser usada
III	<ul style="list-style-type: none"> • Resposta transiente é computada • Efeitos da interação BRF são considerados 	<ul style="list-style-type: none"> • Uso de programas em elementos finitos
IV	<ul style="list-style-type: none"> • Consideração de efeitos não-lineares • Modificações das características dinâmicas dos materiais como consequência da não-linearidade são considerados 	<ul style="list-style-type: none"> • Incertezas a respeito do comportamento não-linear dos materiais

3.3 ESTRATÉGIA USADA PARA A AVALIAÇÃO SÍSMICA DE VERTEDOUROS

Um modelo representando um vertedouro real foi primeiramente analisado pelo método do coeficiente sísmico (etapa 1). Os resultados foram comparados com os resultados obtidos pela análise pseudo-dinâmica e depois pela análise espectral e transiente para um modelo que considera a flexibilidade do pilar (etapa 2). Nessa etapa, a comporta foi representada por massas adicionadas nos nós do modelo. Na etapa seguinte, foi estudado um modelo em que foram considerados os pilares e comportas como estruturas flexíveis e independentes, e com massas adicionais acopladas a essas estruturas representando os efeitos hidrodinâmicos (etapa 3). Na etapa 4, estudou-se uma comporta flexível com massas adicionadas aos seus nós e calculadas pela teoria de Westergaard. Na última etapa, foi estudado um efeito do acoplamento entre o reservatório e uma comporta simplesmente apoiada em uma estrutura rígida. A Figura 3.1 ilustra a estratégia utilizada.

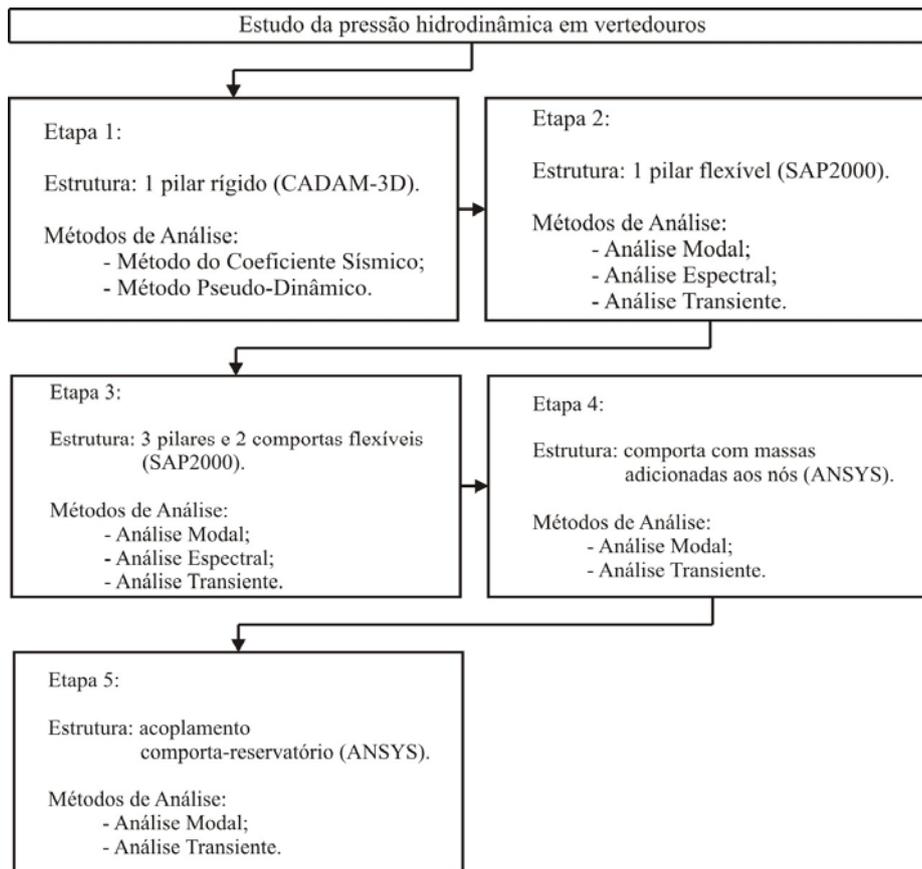


Figura 3.1 – Fluxograma ilustrando a estratégia adotada para a avaliação da segurança sísmica de vertedouros.

3.4 DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA E DOS MODELOS ESTUDADOS

A Figura 3.2 ilustra o vertedouro analisado, *Coteau 1*, foi construído em 1933 no Canadá, e está localizado entre as ilhas *Salaberry (Grande-Île)* e *d'Aloigny (Thorn)* na província de Quebec. Essa mesma estrutura foi amplamente estudada por Miron (1996), onde vários estudos utilizando o modelo de barras usado nesse trabalho, elementos de estado plano, e elementos sólidos foram usados e comparados em análises estáticas e dinâmicas. Ainda neste trabalho, mais detalhes sobre a estrutura descrita a seguir podem ser encontrados. A estrutura tem aproximadamente 300 m de comprimento e 10,82 m de altura. Ela possui 20 comportas do tipo *stoney-roller* de dimensões iguais a 6,1 m x 12,4 m pesando 352 kN apoiadas sobre o radier. A estrutura também possui uma ponte e uma estrada de ferro. O carregamento concentrado dessa estrutura no pilar é de 82 kN para a ponte e 680 kN para a estrada de ferro. A Figura 3.3 ilustra detalhes do pilar estudado.



Figura 3.2 – Localização do vertedouro estudado.

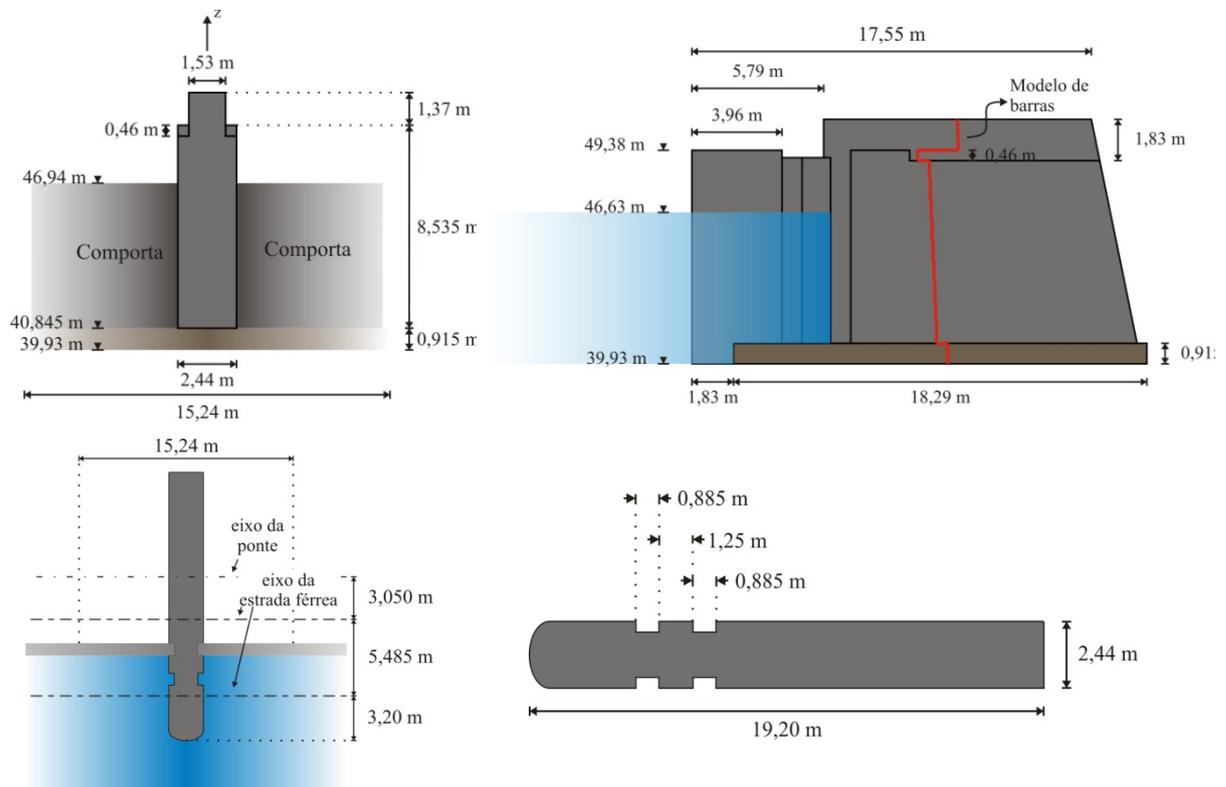


Figura 3.3 – Detalhes do vertedouro estudado.

3.5 CÁLCULO DA PRESSÃO HIDRODINÂMICA NOS PILARES E COMPORTAS

A massa adicional que surge da interação barragem-reservatório durante a aceleração do solo causada por um terremoto pode ser calculada pela formulação proposta por

Westergaard (1933). Essa formulação considera uma barragem com a face de montante reta e acelerada na base como um corpo perfeitamente rígido. O reservatório é considerado infinito. A consideração da barragem como um corpo rígido faz com que a aceleração ao longo da estrutura seja constante e igual à aceleração do solo.

Quando a barragem se movimenta devido à ação sísmica, uma massa de água próxima a estrutura também se movimenta enquanto a parte restante do reservatório permanece em repouso. Essa massa de água que se movimenta com a estrutura é chamada de massa adicional. Westergaard mostrou que a pressão hidrodinâmica exercida na face da barragem devido à aceleração do solo é equivalente as forças de inércia da massa adicional. Ele sugeriu uma distribuição parabólica para a massa adicional com a ordenada na base igual a 7/8 da altura do nível d'água. A equação proposta por Westergaard para o cálculo da pressão hidrodinâmica é mostrada na Equação (3.1):

$$p(0, z) = \frac{7}{8} \rho_f H \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{0.5} a_g \quad (3.1)$$

Nessa equação, ρ_f é a densidade de água, H é a altura do reservatório, z é a altura a partir da base até o ponto em que se deseja calcular a pressão, e a_g é a aceleração de pico do solo.

A distribuição da pressão ao longo da interface barragem-reservatório é mostrada na Figura 3.4.

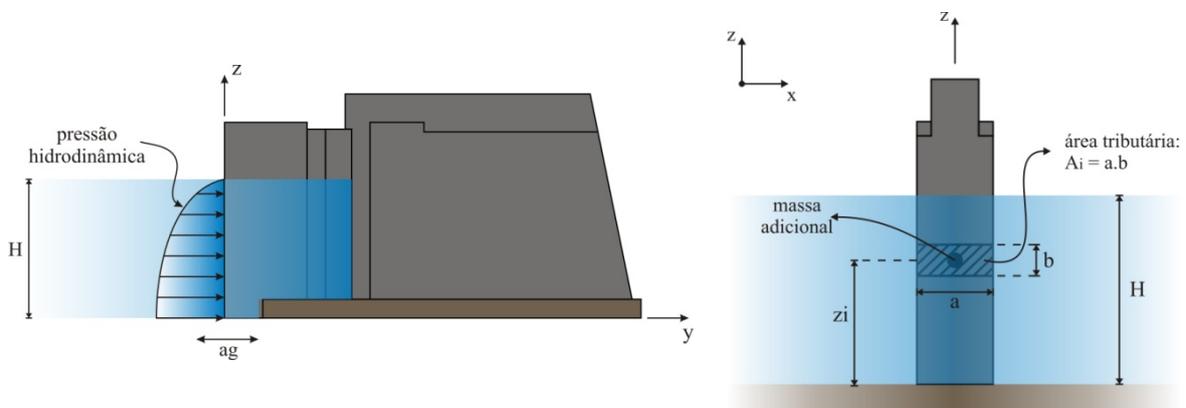


Figura 3.4 – Massa adicional pela teoria de Westergaard.

A força hidrodinâmica é obtida multiplicando a pressão hidrodinâmica pela área tributária A_i (Figura 3.4), correspondente a cada nó na superfície de montante no modelo usado nas análises pelo Método dos Elementos Finitos. A equação para a força hidrodinâmica no nó i é:

$$F_i = \frac{7}{8} \rho_f H \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{0.5} a_g A_i \quad (3.2)$$

Sabendo que $F = m \cdot a$, pode-se concluir que massa adicional em cada nó da superfície de montante é dada por:

$$M_{adi} = \frac{7}{8} \rho_f H \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{0.5} A_i \quad (3.3)$$

A pressão hidrodinâmica nas comportas é tratada da mesma forma que nos pilares.

3.6 MODELAGEM DA ESTRUTURA

Dois modelos simplificados foram usados para a determinação da força hidrodinâmica nos pilares e comportas (Figura 3.5). Ambos são compostos de elementos de pórtico e foram construídos com o programa SAP2000.

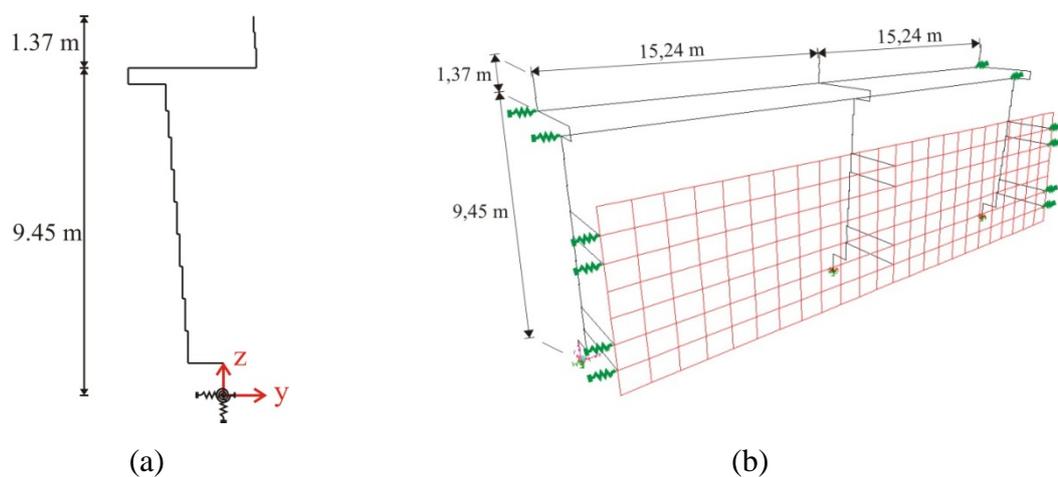


Figura 3.5 – Modelos para o vertedouro estudado: (a) Pilar único, e (b) 3 pilares e 2 comportas

Esses modelos são construídos a partir da divisão da estrutura estudada em várias seções como ilustrado na Figura 3.6. Cada seção é substituída por um elemento de pórtico com as mesmas características físicas (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, peso específico e etc.) e geométricas (área, momento de inércia e etc.) da seção que ele está substituindo.

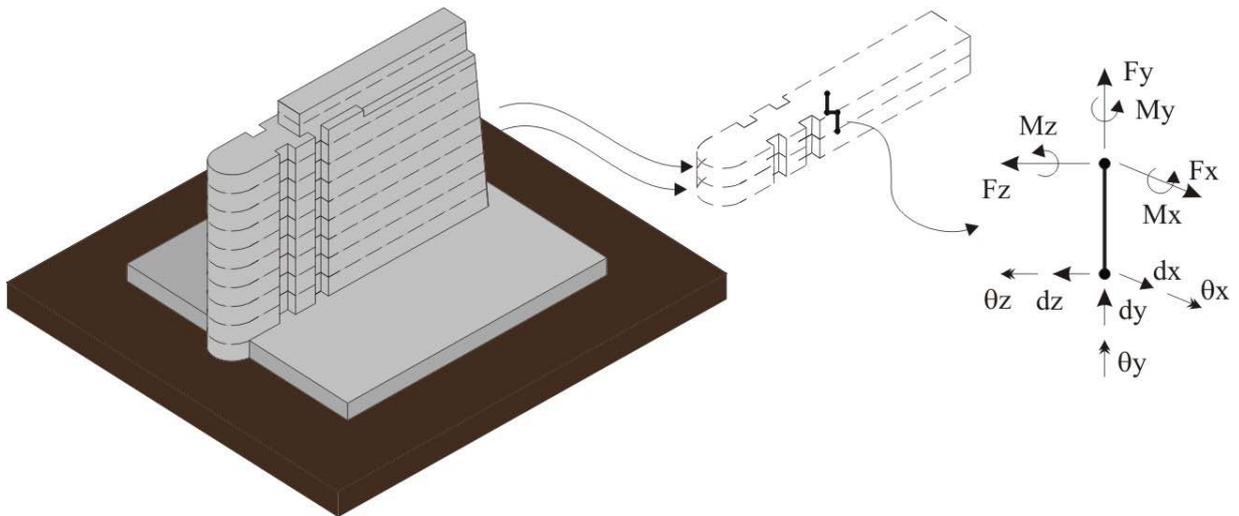


Figura 3.6 – Desenvolvimento do modelo de barras.

O primeiro modelo (Figura 3.5a) é composto de 14 elementos verticais e 13 elementos horizontais resultando em 154 graus de liberdade. Como as propriedades do pilar estudado variam ao longo de sua altura, os elementos verticais têm diferentes propriedades, de acordo com a seção que estão representando. Os elementos horizontais são considerados rígidos para assegurar a compatibilidade dos deslocamentos entre dois elementos verticais. A fundação é modelada usando cinco molas como descrito na seção seguinte. A rotação em torno do eixo z (θ_z) na base da fundação foi bloqueada.

O segundo modelo (Figura 3.5b) foi construído considerando a restrição ao deslocamento lateral dos pilares causada pelas vigas da estrada de ferro na elevação de 49,378 m e da ponte na elevação de 48,920 m. Como a ligação entre essas vigas e os pilares é desconhecida, a rotação no final de cada viga foi liberada. Os efeitos das vigas adjacentes ao modelo foram considerados por meio de molas equivalentes na direção x nas duas extremidades do modelo.

A rigidez das molas foi obtida usando o seguinte procedimento:

- Aplica-se, alternadamente, uma força unitária na extremidade da viga da estrada de ferro e da viga da ponte;
- Calcula-se o deslocamento total de cada viga para esse sistema que tem dois vãos;
- O deslocamento total obtido para os dois vãos são convertidos para obter o deslocamento equivalente para os oitos vãos à esquerda e os dez vãos à direita utilizando a regra de três;
- Conhecendo a força aplicada F_x e tendo calculado o deslocamento Δ_x , pode-se calcular a rigidez das molas K_x usando a seguinte equação:

$$F_x = K_x \Delta_x$$

Para a representação das comportas foi utilizado elementos de casca. Foi considerado que as comportas estão simplesmente apoiadas nos seus bordos verticais e livres nos bordos horizontais.

3.7 MODELAGEM DA FUNDAÇÃO

Uma outra etapa importante na modelagem do sistema a ser estudado é a substituição da fundação por molas que o representem corretamente. Para isso é necessário o conhecimento das características do solo onde a estrutura está construída. Nessa seção estão descritas as características do solo e como as constantes de mola foram obtidas. A modelagem da fundação apresentada nessa seção está baseada nos estudos de Miron (1996).

3.7.1 Características do solo

O solo onde a fundação foi construída é considerado isotrópico e homogêneo, e com o comportamento elástico linear. As características do solo estão resumidas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Características mecânicas do solo.

Módulo de Elasticidade (E)	Densidade (ρ_s)	Coefficiente de Poisson (ν)
32000 MPa	2600 kg/m ³ (0 quando dinâmico)	0,2

De acordo com o relatório de testes da Hydro-Quebec (1992), o tipo de rocha é um dolomito com estratificações de xisto argiloso. O módulo de elasticidade varia entre 28000 MPa e 48300 MPa para o dolomito, e entre 3400 MPa e 13800 MPa para a camada de argilito segundo Bowles (1996). Por simplificação foi escolhido como tipo de rocha um dolomito são e com mesmo módulo de elasticidade do pilar para a caracterização da fundação. Deve-se notar que a densidade da fundação é de 2600 kg/m³, mas na análise dinâmica ela é desprezada por causa do uso de molas equivalentes.

3.7.2 Molas equivalentes para a fundação

A fundação pode ser representada por uma série de molas conectadas nos nós da base do radier. Essa simplificação minimiza o tamanho do modelo, especialmente quando um modelo 3D composto por elementos sólidos estiver sendo usado. Segundo Miron (1996), esse método é baseado na teoria da elasticidade e foi desenvolvido por Barkan (1962) e Gorbunov-Possadov (1961), e está exposto em Lambe e Whitman (1969). As principais considerações do método são:

- A fundação é considerada como um domínio semi-infinito;
- Os materiais são isotrópicos e homogêneos;
- O radier tem seção retangular;
- O tombamento se dá em torno do eixo x .

As constantes de mola que representam a fundação são calculadas pelas seguintes equações:

$$K_z = \frac{G}{1 - \nu} \beta_z (B L)^{1/2} \quad (3.6)$$

$$K_y = 2 (1 - \nu) G \beta_y (B L)^{1/2} \quad (3.7)$$

$$K_{\theta_x} = \frac{G}{1 - \nu} \beta_{\theta_x} B L^2 \quad K_y = 2 (1 - \nu) G \beta_y (B L)^{1/2} \quad (3.8)$$

O módulo de cisalhamento G é calculado pela seguinte equação: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, onde B representa a largura ao longo do eixo de rotação, L representa o comprimento da base ao longo do eixo longitudinal, ν é o coeficiente de Poisson, e β_y , β_z , e β_{θ_x} são constantes dadas em função de B e L (Lambe e Whitman, 1969). As constantes de mola K_x and K_{θ_y} são calculadas considerando B como o comprimento e L como a largura da base.

A Figura 3.7 mostra as molas equivalentes para a representação da fundação de acordo com Lambe e Whitman (1969).

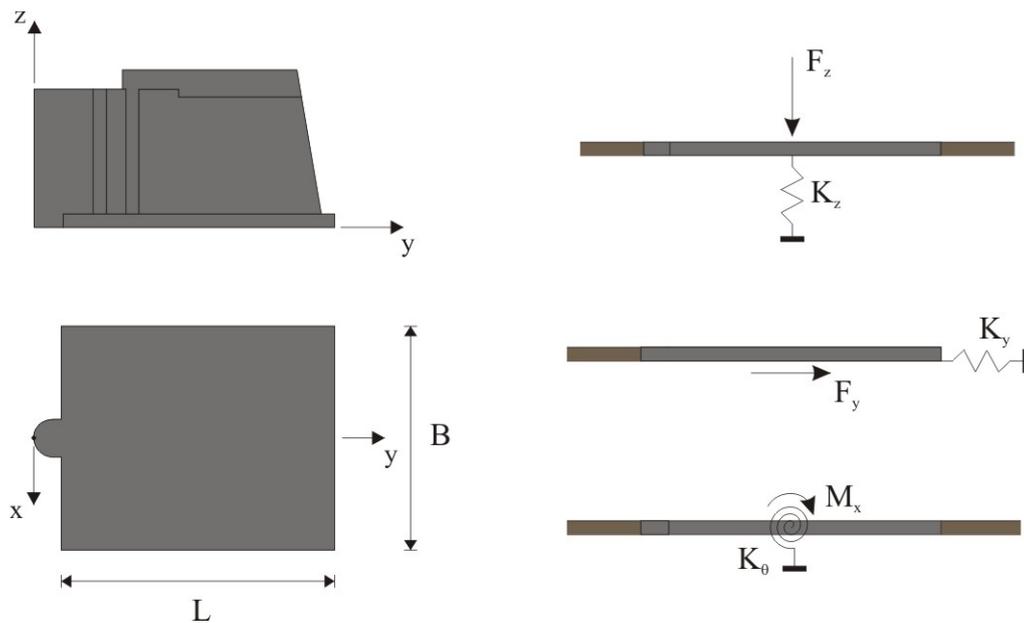


Figura 3.7 – Molas para representação da fundação (Lambe e Whitman, 1969).

As constantes de mola calculadas pelas Equações 3.6, 3.7 e 3.8, e usadas no modelo de vigas são mostradas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Constantes de molas para a fundação.

K_x	K_y	K_z	$K_{\theta x}$	$K_{\theta y}$
$0,53 \cdot 10^9$ kN/m	$0,51 \cdot 10^9$ kN/m	$0,63 \cdot 10^9$ kN/m	47 kN · m/rad	36,60 kN · m/rad

3.8 CARACTERÍSTICA DINÂMICA DO MODELO DO VERTEDOURO

A Figura 3.8 ilustra os 4 primeiros modos de vibração do pilar (Figura 3.5a). Os períodos de vibração e os fatores de participação modal para essa estrutura submetida aos carregamentos 1 e 2 (Tabela 3.4) estão respectivamente ilustrados na Tabela 3.5 e na Tabela 3.6. A massa da comporta e a sua massa adicional devido à solicitação sísmica foram distribuídas nos nós do modelo que representa o pilar de acordo com a área tributária de cada nó.

Tabela 3.4 – Carregamentos usados nas análises.

Carregamento 1	Carregamento 2	Carregamento 3
Peso próprio do pilar	Peso próprio do pilar	Peso próprio do pilar
Peso da ponte	Peso da ponte	Peso da ponte
Peso da estrada férrea	Peso da estrada férrea	Peso da estrada férrea
	Massa da comporta	Massa da comporta
	Massa adicional que age no pilar	
	Massa adicional que age na comporta	

Analisando as Tabelas 3.5 e 3.6, pode-se observar que a comporta e massa adicional que age sobre ela tem pouca influência na rigidez do pilar. A diferença entre os períodos para os dois casos pode ser desprezada.

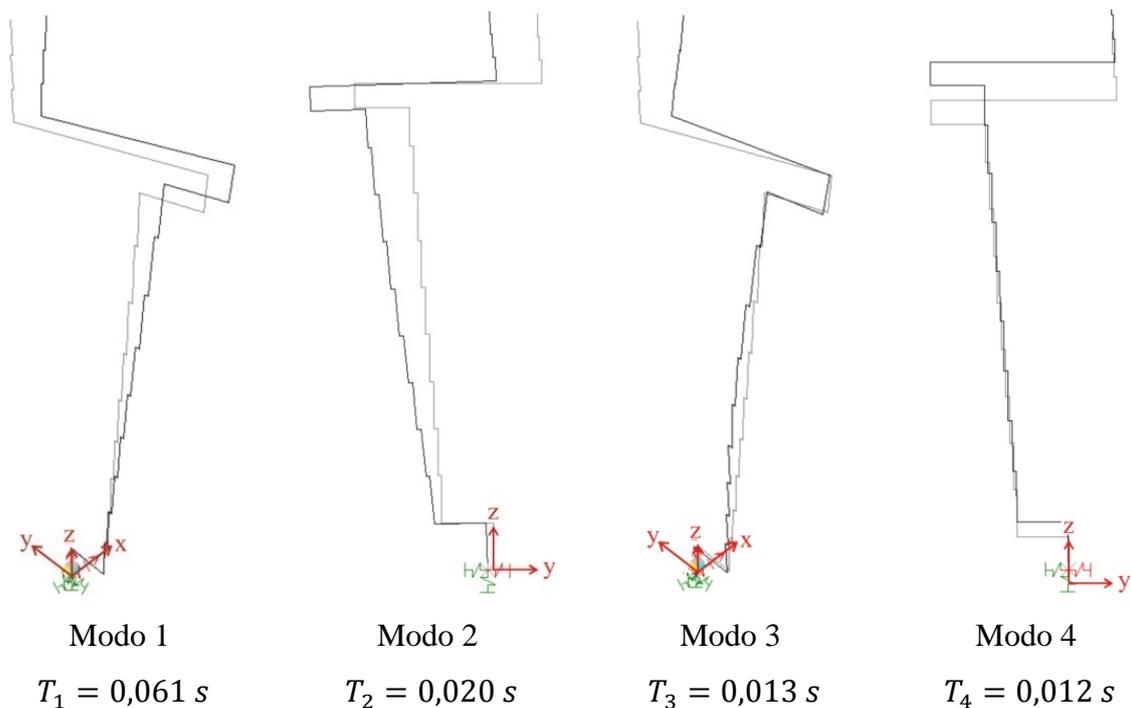


Figura 3.8 – Deformadas modais do pilar.

A Figura 3.9 ilustra a deformada modal da comporta e do pilar quando submetidas ao carregamento 2. As Tabelas 3.7 e 3.8 mostram o período e o fator de participação modal para o modelo ilustrado na Figura 3.5b. Os resultados mostrados na Tabela 3.7 são referentes ao carregamento 3, e na Tabela 3.8 ao carregamento 2.

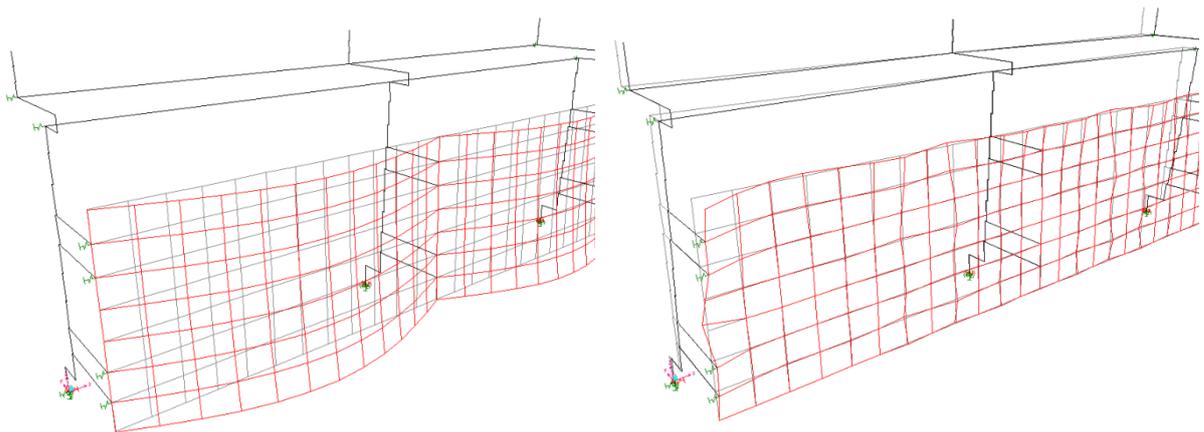
Tabela 3.5 – Característica dinâmica para o pilar submetido ao carregamento 1.

Modo	Período (s)	Fator de Participação Modal		
		Direção x	Direção y	Direção z
1	0,061	0,500	0,000	0,000
2	0,020	0,000	0,740	0,002
3	0,013	0,180	0,000	0,000
4	0,012	0,000	0,002	0,890
5	0,009	0,120	0,000	0,000
6	0,007	0,000	0,204	0,000
7	0,006	0,170	0,000	0,000
8	0,005	0,000	0,000	0,099
		0,970	0,946	0,991

Tabela 3.6 – Característica dinâmica para o pilar submetido ao carregamento 2.

Modo	Período (s)	Fator de Participação Modal		
		Direção x	Direção y	Direção z
1	0,061	0,490	0,000	0,000
2	0,022	0,000	0,760	0,001
3	0,013	0,220	0,000	0,000
4	0,012	0,000	0,002	0,890
5	0,010	0,100	0,000	0,000
6	0,008	0,000	0,190	0,000
7	0,006	0,160	0,000	0,000
8	0,005	0,000	0,040	0,000
		0,970	0,992	0,891

Analisando as Tabelas 3.7 e 3.8, pode-se ver que a massa adicional da comporta e do pilar praticamente não altera as frequências dos modos com maior participação na direção y, que são dominados pelas deformadas dos pilares. Entretanto, quando considerado os modos dominados pela comporta, a sua massa adicional causa uma alteração tanto nas frequências (para o primeiro modo, a frequência caiu de 2,91 Hz para 1 Hz) quanto nos seus respectivos fatores de participação modal. Isso fica claro se somar a participação dos 5 primeiros modos com maior participação na direção y. Para o carregamento 3 (Tabela 3.7) a participação desses modos é de 2,21%, e para o carregamento 3 (Tabela 3.8) é de 11,5%.



Modo 1 – Deformada modal da comporta.

$$T_1 = 0,99 \text{ s}$$

Modo 62 – Deformada modal do pilar.

$$T_{62} = 0,061 \text{ s}$$

Figura 3.9 – Deformadas modais dos pilares e comportas submetidas ao carregamento 2.

Tabela 3.7 – Característica dinâmica para o modelo composto por três pilares e duas comportas (Figura 3.5b) quando submetido ao carregamento 3.

Modo	Período (s)	Participação modal na direção-y	Modo	Período (s)	Participação modal na direção-y
		Pilares			Comportas
26	0,018	0,525	1	0,344	0,014
28	0,018	0,248	10	0,007	0,006
76	0,007	0,104	32	0,038	0,001
75	0,007	0,055	22	0,015	0,000
77	0,007	0,006	13	0,020	0,000

Tabela 3.8 – Característica dinâmica para o modelo composto por três pilares e duas comportas (Figura 3.5b) quando submetido ao carregamento 2.

Modo	Período (s)	Participação modal na direção-y	Modo	Período (s)	Participação modal na direção-y
		Pilares			Comportas
62	0,017	0,440	1	0,998	0,097
60	0,019	0,250	9	0,120	0,007
110	0,007	0,089	32	0,038	0,005
109	0,007	0,048	64	0,018	0,004
111	0,007	0,007	26	0,041	0,002

3.9 ANÁLISE DA RESPOSTA SÍSMICA

Para a análise sísmica foi considerada a análise espectral e a análise transiente. A análise espectral foi conduzida usando a Combinação Quadrática Completa (CQC). A análise transiente foi feita usando um intervalo de tempo igual a $7,5 \cdot 10^{-4}$ s. Nos dois casos foi considerado um amortecimento de 5%.

A performance sísmica do vertedouro foi calculada considerando 5 diferentes acelerações do solo: El Centro (Imperial Valley, Califórnia – 1940) (Figura 3.10a), aceleração de alta frequência típica da parte leste da América do Norte e recomendada pelo NBCC-05 (Figura 3.10b), Saguenay (Québec, Canadá – 1988) (Figura 3.10c), e acelerações senoidais de frequências iguais a 5 Hz e 10 Hz. Deve ser observado que as acelerações do solo El Centro e Saguenay foram escaladas de modo a se obter uma aceleração de pico igual a 0,25g, igual as demais acelerações do solo.

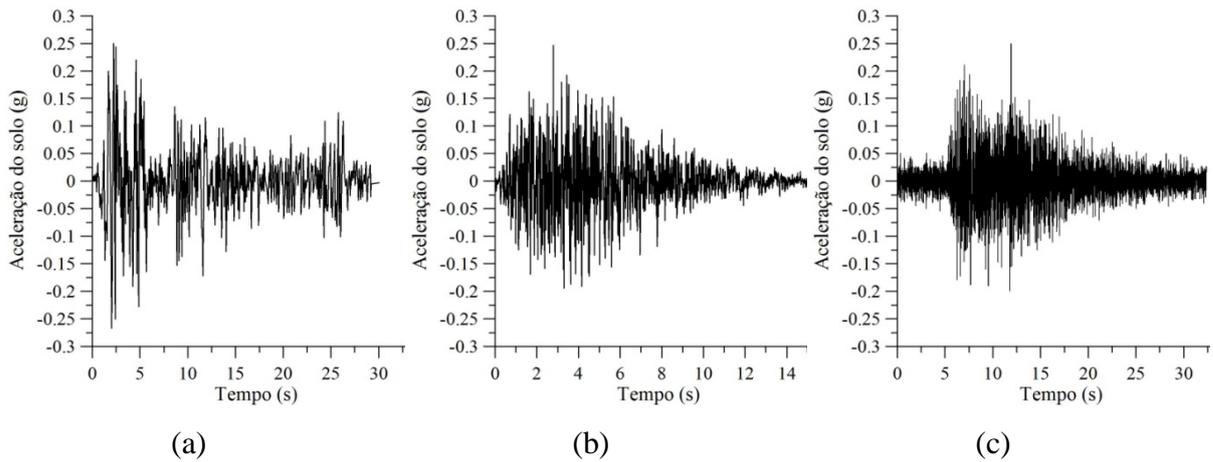


Figura 3.10 – Acelerações do solo: (a) El Centro, (b) NBCC-05, e (c) Saguenay.

Os espectros para essas acelerações do solo estão ilustradas na Figura 3.11. Da análise desses espectros pode-se observar que uma mesma excitação sísmica pode ter um efeito considerável sobre o pilar e um efeito muito menor na comporta. Isso acontece devido à grande diferença nos períodos fundamentais dessas estruturas.

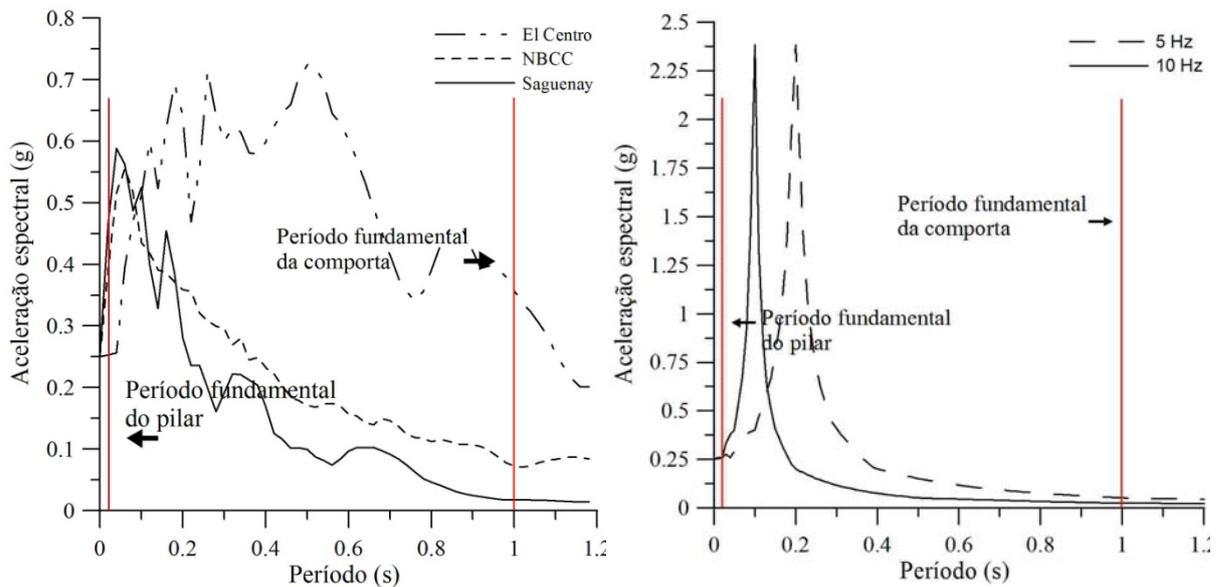


Figura 3.11 – Aceleração espectral para as acelerações do solo consideradas para um amortecimento de 5%.

3.9.1 Análise pseudo-estática

Para a análise pseudo-estática, um modelo sólido 3D foi desenvolvido na versão 3D do programa CADAM (CADAM-3D) (Leclerc et al., 2003) como mostrado na Figura 3.12. Nesse caso, as forças sísmicas de inércia são computadas a partir do produto das massas pela aceleração do solo (coeficiente sísmico). As forças hidrodinâmicas devido à ação do reservatório na estrutura são calculadas pela teoria de Westergaard. As análises foram feitas considerando o movimento da estrutura na direção de montante/jusante com uma aceleração de pico igual a 0,25g. A tensão cisalhamento total e devido somente a massa adicional estão ilustradas na Tabela 3.9.

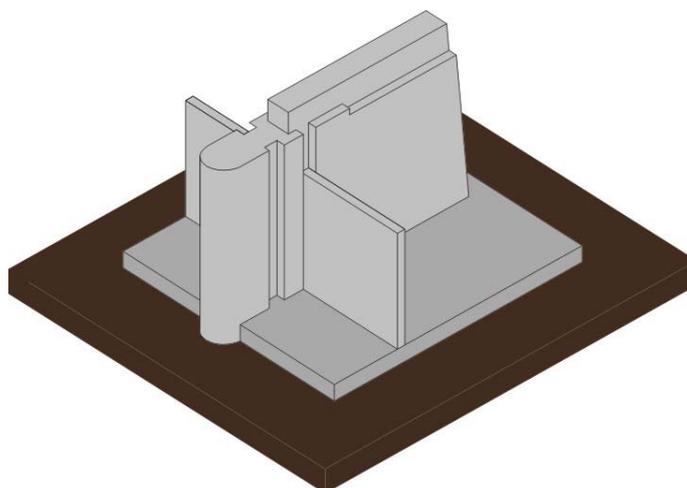


Figura 3.12 – Modelo no CADAM-3D para as análise pseudo-estática e pseudo-dinâmica.

Tabela 3.9 – Análise pseudo-estática.

PGA (g)	V (kN)	V _{massa adicional} (kN)	%
0,25	3613	879	24,33

3.9.2 Análise pseudo-dinâmica

Para a análise pseudo-dinâmica ou resposta espectral, a aceleração espectral $S_a(T)$ para o período fundamental de vibração da estrutura (T_1) é usada ao invés da aceleração de pico usada no método do coeficiente sísmico. Esse procedimento considera a amplificação dinâmica das forças de inércia e é freqüentemente conservadora porque a aceleração espectral $S_a(T_1)$ é multiplicada pela massa total da estrutura sem a consideração dos

fatores de participação modais como feitos na análise espectral clássica (ICOLD 2002). Para o pilar analisado (Figura 3.12), o período fundamental de vibração ($T_1 = 0,02$ s) foi obtido da análise pelo método dos elementos finitos. A tensão cisalhamento total e devido somente a massa adicional estão ilustradas na Tabela 3.10.

Tabela 3.10 – Análise pseudo-dinâmica.

Excitação	PGA (g)	Sa(0,02)	V (kN)	V _{massa adicional} (kN)	%
El Centro	0,25	0,270g	3904	950	24,33
NBCC-05	0,25	0,388g	4885	1366	27,96
Saugenay	0,25	0,467g	6751	1643	24,34

3.9.3 Análise espectral

Essa análise foi feita utilizando os espectros ilustrados na Figura 3.11. Como já mencionado, essa análise foi feita usando a regra da Combinação Quadrática Completa (CQC) com amortecimento igual a 5%. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 3.11 para os modelos ilustrados na Figura 3.5a e 3.5b. Foi considerado o carregamento 2 nessa análise. Os resultados estão apresentados na Tabela 3.11.

Tabela 3.11 – Análise espectral.

Excitação	V _{max} (kN)		Aceleração no topo (max)	
	1 pilar	3 pilares	1 pilar (g)	3 pilares (g)
Seno 5Hz	3401	2838	4,39	3,69
Seno10Hz	3556	2852	4,58	3,71
El Centro	3591	3007	4,65	3,85
NBCC-05	5012	4037	6,21	5,13
Saugenay	6562	4864	8,07	6,97

3.9.4 Análise transiente

A análise transiente foi feita usando o passo de $7.5 \cdot 10^{-4}$ s para as acelerações sísmicas mostradas na Figura 3.10 e para duas acelerações senoidais com frequências iguais a 5 Hz e 10 Hz. Os resultados obtidos para essas análises estão mostrados na Tabela 3.12 para os modelos ilustrados nas Figuras 3.5a (1 pilar) e 3.5b (3 pilares e 2 comportas). Para essa

análise considerou-se o carregamento 2 (Tabela 3.4). Os resultados estão apresentados na Tabela 3.12.

Tabela 3.12 – Análise transiente.

Excitação	V_{\max} (kN)		Aceleração no topo (max)	
	1 pilar	3 pilares	1 pilar (g)	3 pilares (g)
Seno 5Hz	4089	3507	2,58	2,61
Seno 10Hz	4422	3499	3,06	2,71
El Centro	4471	3713	2,99	2,71
NBCC-05	5642	4782	5,69	4,58
Saguenay	5892	5992	5,95	6,27

Analisando os resultados obtidos e expostos nas Tabelas 3.9 e 3.10 observa-se que a força de cisalhamento máximo obtida pelo método pseudo-estático pode ser consideravelmente subestimada em relação ao método pseudo-dinâmico. A maior diferença entre estes dois métodos foi para a excitação Saguenay, onde essa diferença foi de aproximadamente 100%.

Comparando ainda a força cisalhamento para a estrutura composta por apenas 1 pilar, observa-se que tanto a análise pseudo-estática, como a pseudo-dinâmica, e a espectral apresentaram resultados inferiores a análise transiente. A única exceção foi para a excitação causada pelo Saguenay, onde o método espectral e o pseudo-dinâmico apresentaram-se mais conservadores.

Outra observação importante pode ser obtida comparando-se o cisalhamento máximo obtido para o sistema composto por 1 pilar com um sistema um pouco mais elaborado composto por 3 pilares e 2 comportas. Percebe-se que uma simples alteração no modelo foi suficiente para causar uma redução no cisalhamento máximo que deve ser resistido pelos pilares entre 15% e 30% na análise espectral, e entre 15% e 20% na análise transiente.

3.10 ANÁLISE DA RESPOSTA SÍSMICA DO VERTEDOURO CONSIDERANDO OS EFEITOS DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Uma análise simplificada da comporta estudada neste trabalho foi feita considerando os efeitos da interação fluido-estrutura. Esta análise foi realizada em três etapas. Na primeira

etapa, somente a comporta, sem a presença do reservatório foi analisada, e os resultados obtidos analiticamente e pelo Método dos Elementos Finitos através do programa ANSYS foram comparados. Na segunda etapa, somente o reservatório sem a presença da comporta foi estudada, e da mesma forma que na etapa anterior, os resultados obtidos analiticamente e numericamente foram comparados. Na terceira etapa, o sistema acoplado foi estudado.

O modelo simplificado consiste na comporta estudada, apoiada em duas paredes rígidas. Este modelo, assim como as condições de contorno utilizadas, estão ilustradas na Figura 3.13. Além do modelo composto pelas paredes rígidas, comporta e reservatório, considerou-se também um modelo em que o reservatório foi substituído por massas adicionadas à estrutura, representando a massa de água que é perturbada quando a comporta vibra. Essas massas foram calculadas segundo a formulação proposta por Westergaard. As constantes físicas e geométricas para esses modelos estão expostas na Tabela 3.13 e Tabela 3.15.

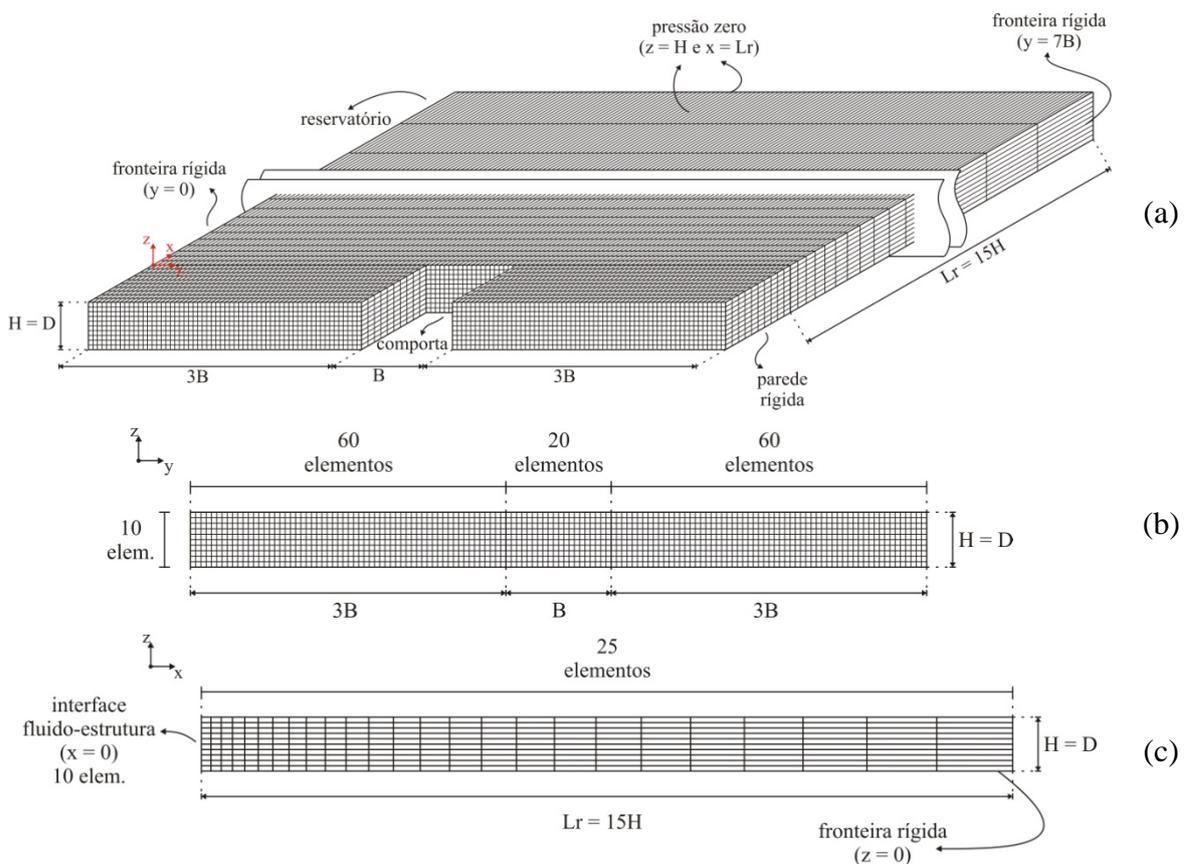


Figura 3.13 – Modelo estudado: (a) modelo completo composto pela parede rígida, comporta e reservatório, (b) vista yz, e (c) vista xz.

Para as paredes rígidas, onde está apoiada a comporta, foi utilizado o elemento finito sólido tridimensional de 8 nós com 3 graus de liberdade por nó: translações nodais nas direções x , y e z . Para o reservatório, utilizou-se o elemento finito fluido acústico tridimensional de 8 nós e com 4 graus de liberdade por nó: pressão, e translações nodais nas direções x , y e z . Porém, as translações são aplicadas somente nos nós que estão em contato com a estrutura. Para a comporta foram utilizados elementos de casca com 6 graus de liberdade por nó: translações nodais nas direções x , y e z , além da rotação em torno desses eixos.

A importância da consideração dos efeitos de interação entre a comporta e o reservatório pode ser observada a partir da comparação dos resultados obtidos entre o modelo composto por massas adicionadas à estrutura, e o modelo em que há a presença do reservatório.

3.10.1 Análise modal

Nesta seção é feita a análise modal do sistema estudado. Como dito anteriormente, primeiramente será feito o estudo do sistema desacoplado (comporta e reservatório) tanto analiticamente como numericamente para, então, o sistema acoplado ser estudado. O reservatório foi considerado completamente cheio neste estudo.

3.10.1.1 Modos naturais do reservatório

Os modos naturais da cavidade acústica (reservatório) foram analisados analiticamente e numericamente pelo Método dos Elementos Finitos por meio do programa ANSYS. A Figura 3.13 ilustra a malha e as dimensões da cavidade, bem como as condições de contorno utilizadas. As características físicas e geométricas do reservatório estão expostas na Tabela 3.13.

Tabela 3.13 – Características físicas e geométricas da cavidade.

Largura (7B)	Altura (H)	Comprimento (L_r)	Velocidade do som (c)	Densidade do fluido (ρ_f)
85,26 m	6,40 m	96,00 m	1440 m/s	1000 kg/m ³

Solução Analítica

A frequência resultante desacoplada para uma cavidade onde as condições de contorno na direção longitudinal (direção x) é fechada-aberta, na direção transversal (direção y) é fechada-fechada, e na direção vertical é fechada-aberta (direção z) é dada por (Pedroso, 2003):

$$\omega = \pi c \sqrt{\left(\frac{i}{2L_r}\right)^2 + \left(\frac{j}{7B}\right)^2 + \left(\frac{k}{2H}\right)^2}, \quad \begin{cases} i = 1, 3, 5, 7, \dots \\ j = 0, 1, 2, 3, \dots \\ k = 1, 3, 5, 7, \dots \end{cases} \quad (3.8)$$

Nesta equação, L_r , H e $7B$ são respectivamente o comprimento, a altura, e a largura do reservatório. Os seus valores podem ser encontrados na Tabela 3.13.

Solução Numérica

Para o estudo utilizando o programa ANSYS, usou-se o elemento fluido acústico 3D, e a malha ilustrada na Figura 3.13. A malha é composta de 35000 elementos e 40326 nós. Os resultados obtidos analiticamente e numericamente estão ilustrados na Tabela 3.14.

Tabela 3.14 – Frequências do reservatório em rad/s.

Modo	Analítico	Numérico	Erro (%)
1	354,24	353,88	0,10
2	358,19	357,83	0,10
3	360,01	359,61	0,11
4	363,90	363,51	0,11

A partir dos resultados expostos na Tabela 3.14, observa-se a boa concordância entre as frequências obtidas pelo ANSYS e analiticamente.

A Figura 3.14 ilustra os quatro primeiros modos típicos da cavidade pura (caso desacoplado) e suas respectivas frequências naturais.

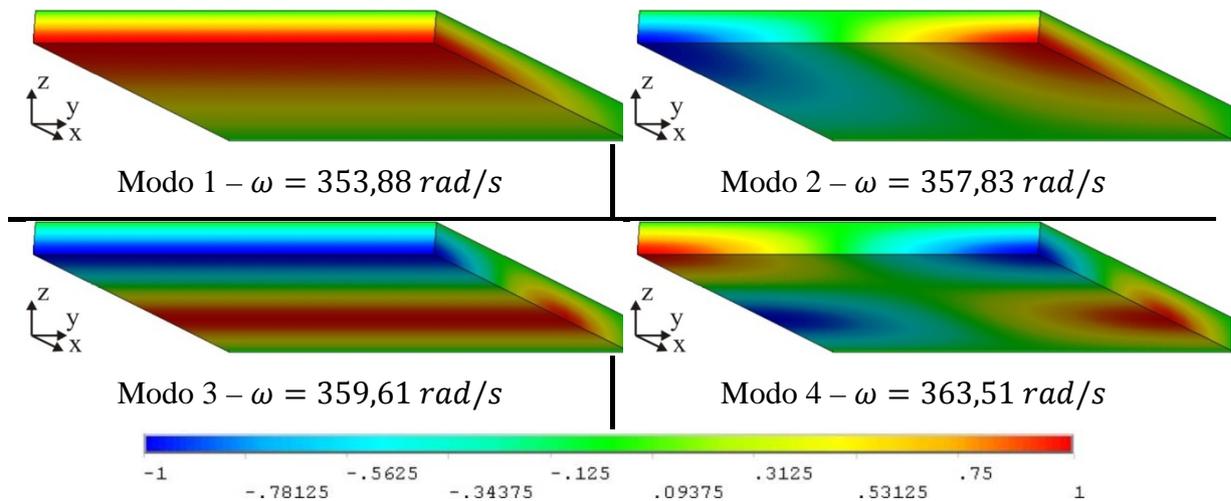


Figura 3.14 – Modos desacoplados do reservatório obtidos via ANSYS.

3.10.1.2 Modos naturais da estrutura

A Tabela 3.16 ilustra as frequências obtidas para os dois casos estudados: a) a estrutura pura, sem reservatório ou massas adicionadas aos nós, e b) a estrutura com 210 massas adicionadas aos nós perfazendo um total de 290 toneladas, representando a massa adicional calculada pela Equação 3.3. A Figura 3.15 ilustra esses dois casos, além das condições de contorno usadas para a comporta.

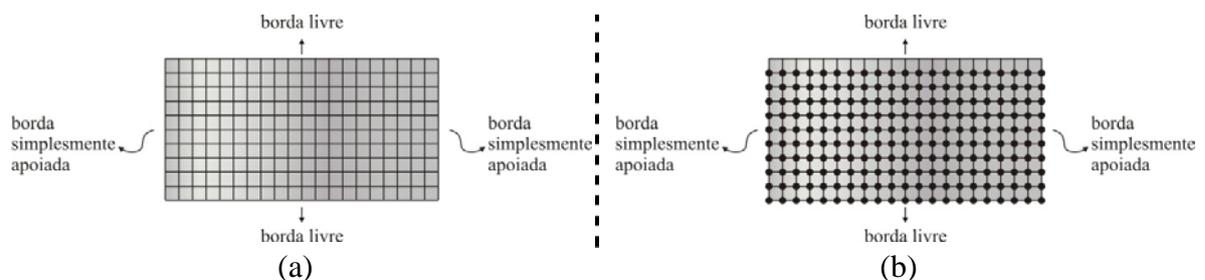


Figura 3.15 – Os dois casos estudados para a comporta: (a) comporta pura, e (b) comporta com massas adicionadas.

As características físicas e geométricas da comporta estão expostas na Tabela 3.15. O valor adotado para densidade da estrutura (ρ_e) apresentado nesta tabela foi o mesmo adotado no modelo ilustrado na Figura 3.5b e foi obtido a partir de estudos desenvolvidos por Stefan (2006) para esse mesmo modelo. Neste trabalho, Stefan dá continuidade a modelização desenvolvida por Miron (1996), acrescentando aos 3 pilares, 2 comportas.

Tabela 3.15 – Características físicas e geométricas da comporta.

Altura (D)	Largura (B)	Espessura (t)	Coefficiente de Poisson (ν)	Densidade da estrutura (ρ_e)
6,40 m	12,18 m	0,125 m	0,3	3680,70 kg/m ³

Para os resultados obtidos pelo ANSYS, utilizou-se uma malha composta de 200 elementos e 231 nós, conforme ilustra a Figura 3.13 e 3.15. Para os resultados obtidos analiticamente, fez-se uma adaptação nas tabelas encontradas em Blevins (1979).

Tabela 3.16 – Freqüências da comporta em rad/s.

Modo	Analítico	Numérico sem massas	Numérico com massas	Erro* (%)
1	18,35	18,35	6,06	0,00
2	50,13	50,80	18,52	1,23
3	75,88	74,39	24,02	1,96
4	116,21	120,89	44,41	4,03

*Erro calculado entre os resultados obtidos analiticamente e numericamente para a estrutura sem massas.

Os resultados expostos na Tabela 3.16 mostram uma boa concordância entre as freqüências obtidas pelo ANSYS e analiticamente para a estrutura sem massas adicionais. Além disso, observa-se que as massas adicionadas à estrutura reduzem significativamente a sua freqüência.

Além da redução nas freqüências da comporta, observou-se que as massas adicionadas à estrutura também alteraram a sua deformada modal, como pode ser visto na Figura 3.16.

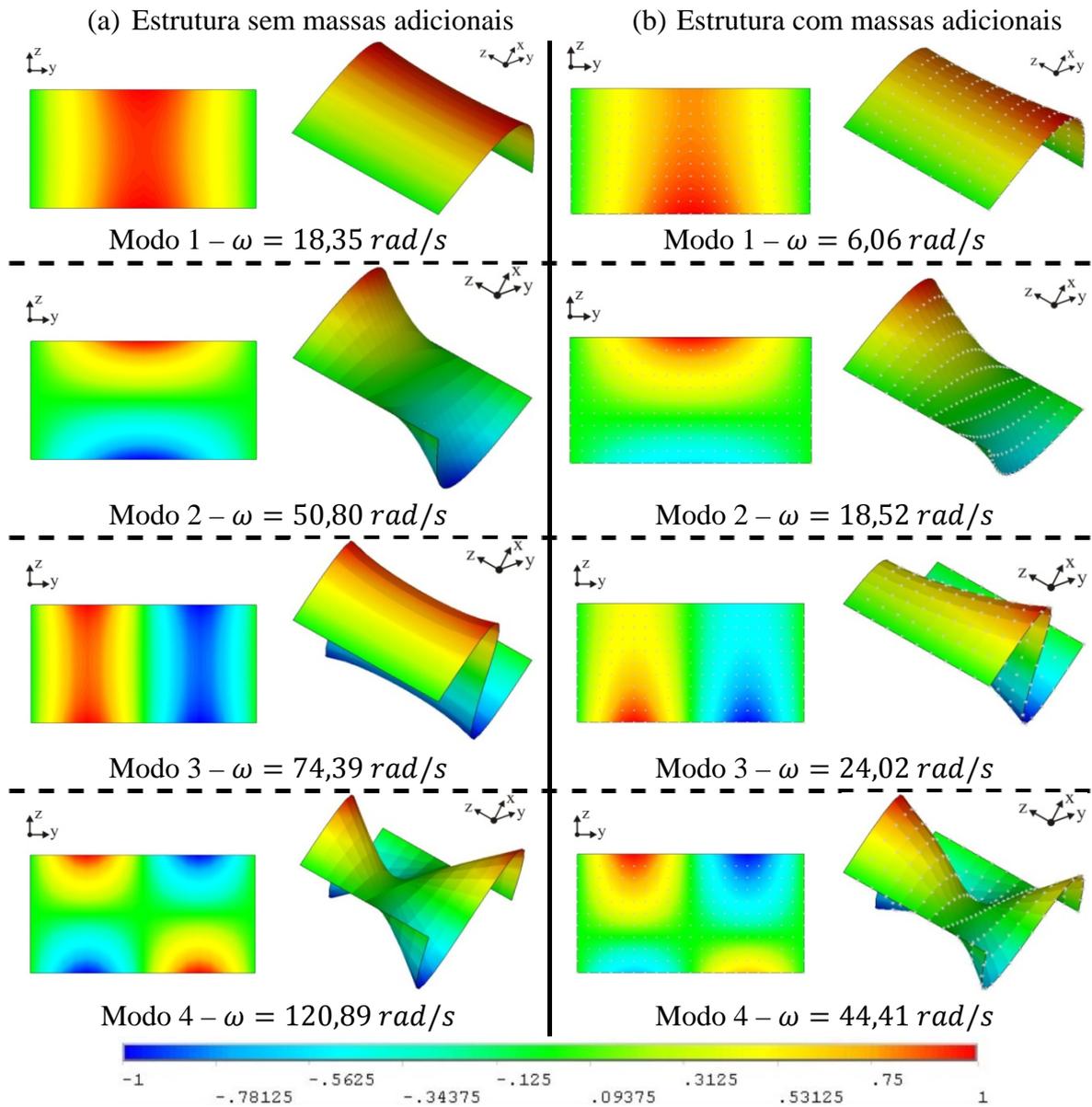


Figura 3.16 – Modos desacoplados da comporta sem e com massas adicionais.

3.10.1.3 Modos naturais acoplados

Para o estudo do sistema acoplado adotou-se a mesma malha utilizada para os casos desacoplados do fluido e da estrutura. As 4 primeiras frequências naturais para esse caso estão expostas na Tabela 3.17.

Tabela 3.17 – Tabela com as frequências em rad/s para os modelos estudados.

Modo	Reservatório	Estrutura sem massas adicionadas	Estrutura com massas adicionadas	Reservatório-Cavidade
1	354,24	18,35	6,06	6,95
2	358,19	50,80	18,52	27,79
3	360,01	74,39	24,02	33,66
4	363,90	120,89	44,41	70,01

A partir dos resultados expostos na Tabela 3.17, pode-se observar que as frequências obtidas para os casos desacoplados, tanto para o reservatório como para a estrutura, são significativamente diferentes do caso acoplado.

As massas adicionadas à comporta reduziram significativamente as frequências desta estrutura. Esse fato já era esperado já que a formulação proposta por Westergaard foi inicialmente desenvolvida para uma estrutura rígido-móvel, que causa um maior deslocamento de massa d'água. Como a massa de água adicionada aos nós da estrutura (mesma para todos os modos) é maior que massa excitada de água resultante da interação reservatório-comporta (dependente do modo), é de se esperar que o primeiro tenha uma frequência menor.

A Figura 3.18 mostra as deformadas modais para o sistema acoplado reservatório-comporta. Essa figura está dividida em quatro quadros, e cada quadro é referente a uma deformada modal. A primeira figura de cada quadro ilustra a deformada modal acoplada do reservatório e a comporta, a segunda figura representa o detalhe frontal da comporta, e a terceira figura corresponde ao corte AA' no modelo, como ilustrado na Figura 3.17.

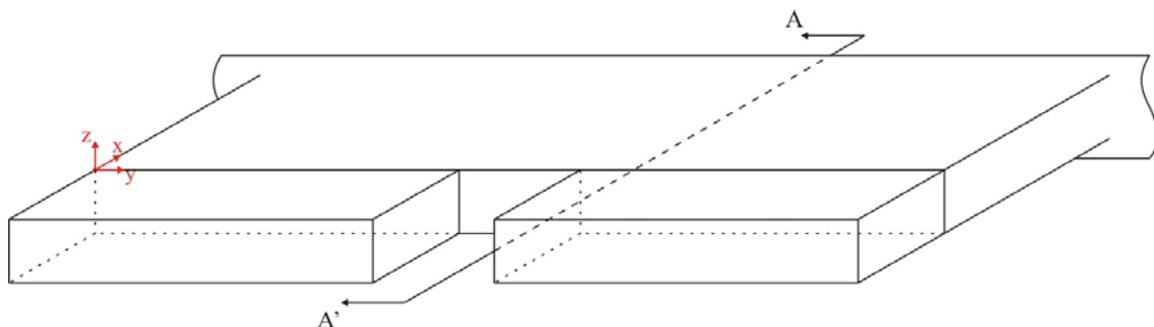


Figura 3.17 – Corte no modelo.

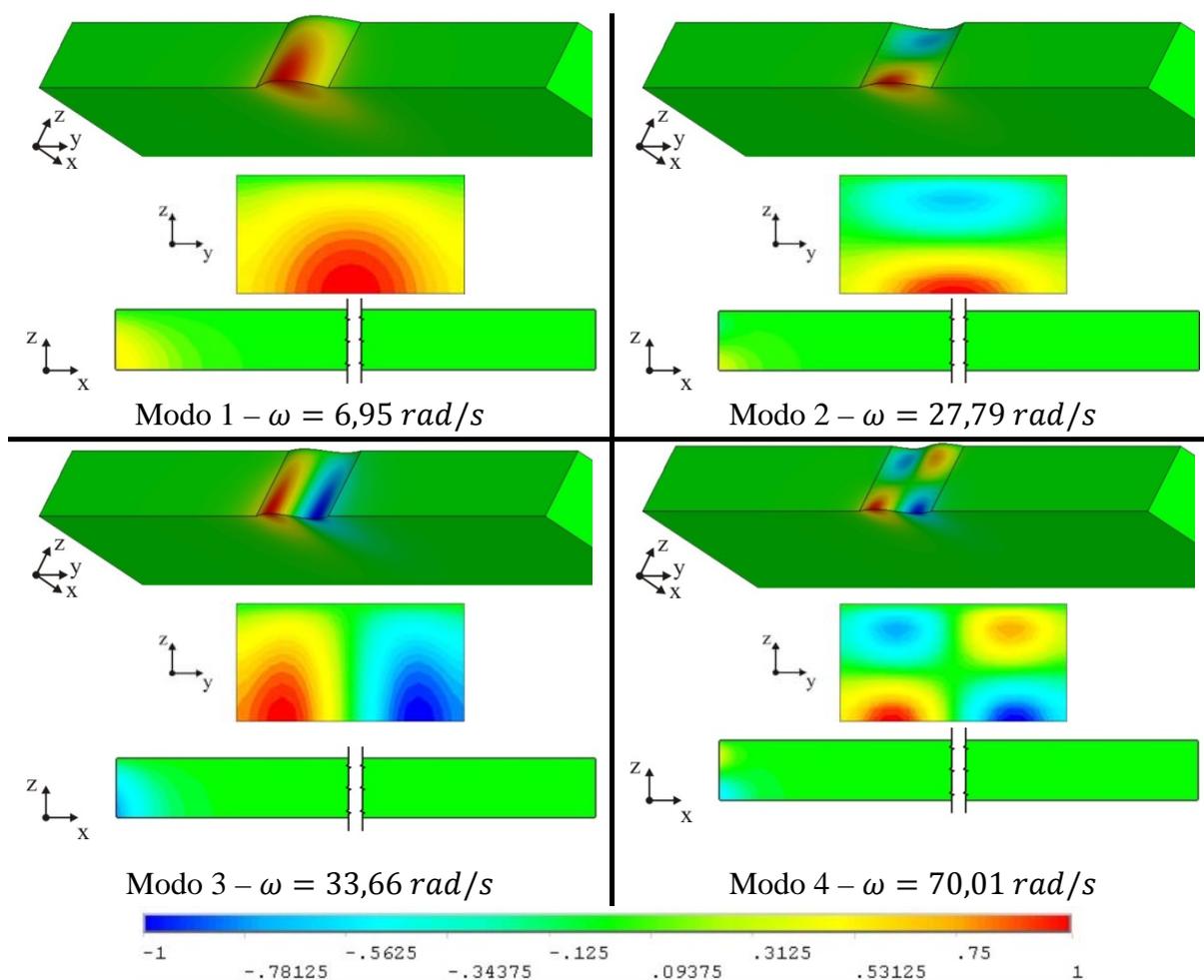


Figura 3.18 – Deformadas modais para o sistema acoplado comporta-reservatório com predominância dos efeitos da comporta.

Pode-se observar que esses modos representam modos dominantes da estrutura (deformadas modais típicas da estrutura) com massa adicional, ou seja, o fluido acompanha a deformada da estrutura e não há excitação das formas modais da cavidade. Como o fluido é perturbado, ele age com um efeito de massa adicional sobre a estrutura.

Comparando-se as frequências da estrutura para cada modo nos casos desacoplados e acoplados, observa-se que o acoplamento reduz significativamente a frequência encontrada quando se considera a estrutura no ar. Isso acontece devido à existência da massa adicional incorporada ao sistema fluido-estrutura.

Comparando a Figura 3.16b com a Figura 3.18, observa-se que além da diferença encontrada para frequências nos três casos, as deformadas modais apesar de relativamente

pouco modificadas, caracterizam de forma marcante as diferenças de comportamento nos dois casos.

Nota-se ainda que a massa adicional excitada é maior para os modos mais baixos (exceto para a anomalia do 3º modo). Isso pode ser verificado através da clássica expressão da massa adicional (Blevins, 1979):

$$M_{ad} = \left[\left(\frac{\omega_{des}}{\omega_{ac}} \right)^2 - 1 \right] M_{est} \quad (3.9)$$

Onde M_{ad} é a massa adicional de água, ω_{des} é a frequência da estrutura desacoplada, ω_{ac} é a frequência da estrutura acoplada, e M_{est} é a massa da estrutura. A Tabela 3.18 mostra a massa adicional para cada modo da comporta.

Tabela 3.18 – Massa adicional para os modos da estrutura.

Modo	Frequência desacoplada da estrutura (ω_{des})	Frequência acoplada da estrutura (ω_{ac})	Massa Adicional – IFE (ton)	M_{ad}/M_{est}	Massa Adicional – Westergaard (ton)
1	18,35	6,95	214,25	5,97	290
2	50,80	27,79	84,04	2,34	290
3	74,39	33,66	139,43	3,88	290
4	120,89	70,01	71,13	1,98	290

A partir da Figura 3.18 e da Tabela 3.18, nota-se que quanto maior for o deslocamento da estrutura, mais massa adicional será incorporada a ela.

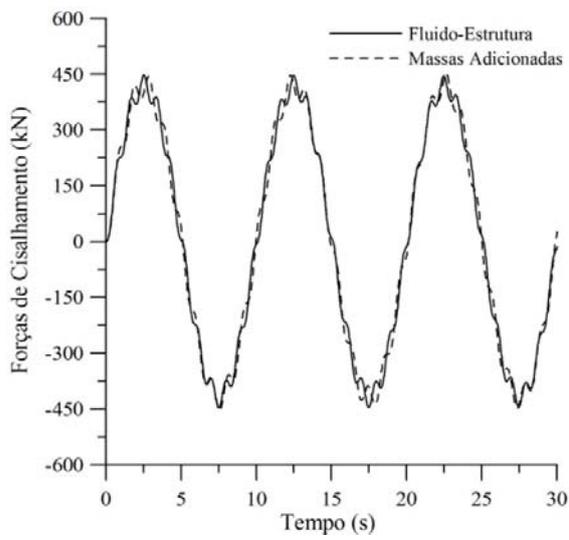
Os valores das massas adicionais de cada modo expostos na Tabela 3.18 justificam o fato das frequências obtidas serem menores quando se considerou massas acopladas aos nós da malha da estrutura do que quando se considerou os efeitos da interação fluido-estrutura. Para o primeiro caso, acrescentou-se 290 toneladas a estrutura através das massas inseridas aos nós da malha da comporta, e utilizou-se esse carregamento em todos os modos. Já para o segundo caso, observa-se que para cada modo, existe uma massa adicional diferente. Em nenhum dos modos estudados a massa adicional obtida pelo modelo considerando os efeitos da interação comporta-reservatório é superior as massas introduzidas nos nós da estrutura.

3.10.2 Análise transiente

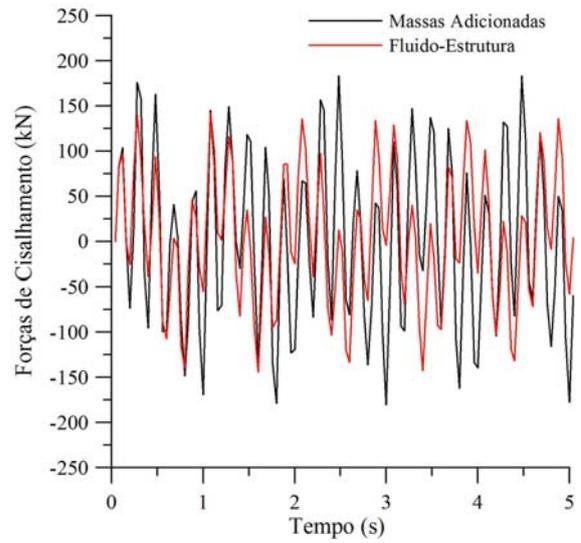
Nesta seção é feita a análise sísmica dos modelos já expostos anteriormente: a) comporta apoiada em paredes rígidas e com massas adicionadas calculadas pela teoria de Westergaard, e b) comporta apoiada em paredes rígidas e acoplada ao reservatório. A estrutura foi excitada com uma aceleração igual a 0,25g variando senoidalmente com frequências iguais a $\omega = 0,2\pi$ rad/s, $\omega = 10\pi$ rad/s e $\omega = 20\pi$ rad/s, e para a excitação causada pelo Saguenay, que foi escalonado de forma que a sua aceleração máxima durante o tempo em que a estrutura foi excitada também fosse igual a 0,25g.

A Figura 3.19 ilustra a forças de cisalhamento que são transferidas pela comporta a base do pilar. Para a Figura 3.19a, o gráfico mostra que para a frequência de $\omega = 0,2\pi$ os resultados obtidos pelas duas análises são praticamente os mesmos. Na Figura 3.19b pode-se observar que os resultados obtidos para o modelo onde foram consideradas massas acopladas a estrutura foram um pouco superior aos resultados obtidos no modelo em que se considerou o efeito do acoplamento comporta-reservatório. Comparando os gráficos ilustrados nas Figuras 3.19c e 3.19d percebe-se que o modelo simplificado não conseguiu representar bem a resposta da estrutura, levando a resultados bem inferiores aos resultados obtidos pelo modelo acoplado. Desta forma, pode-se concluir que o modelo simplificado, em determinados casos pode ser uma boa aproximação para o desempenho sísmico de vertedouros, mas que em outros casos essa teoria pode subestimar a resposta da estrutura, não representando de forma satisfatória os esforços provenientes das acelerações do solo.

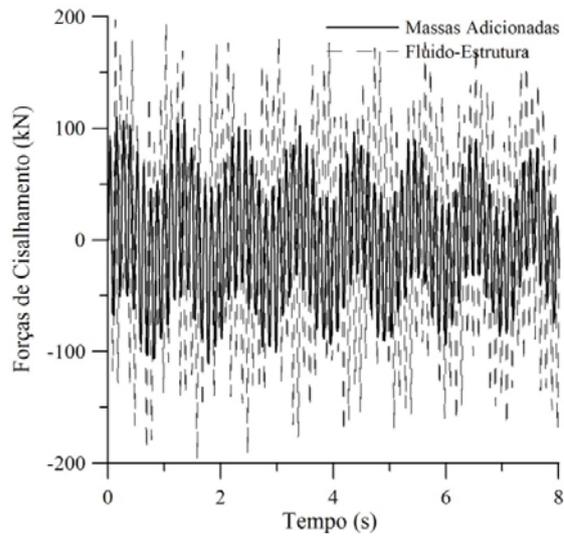
Através destes exemplos evidencia-se a dependência do problema acoplado da gama de frequências determinada pelo fenômeno. Excitações transientes e seus harmônicos influenciam no processo, podendo excitar as frequências do sistema acoplado. Para frequências mais altas a compressibilidade do fluido também influencia no processo. Esse fato evidencia a importância de um estudo mais aprofundado desse tipo de estrutura, onde os efeitos da interação com o reservatório são de extrema importância para uma correta determinação dos esforços e tensões que essas estruturas podem estar submetidas quando sofrem ações de origem dinâmica.



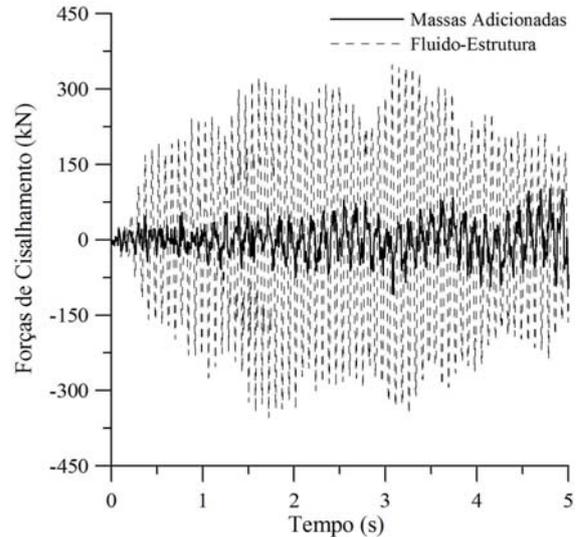
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.19 – Forças de cisalhamento na base do pilar: (a) frequência de excitação $\omega = 0,2\pi$ rad/s, (b) $\omega = 10\pi$ rad/s, (c) $\omega = 20\pi$ rad/s, e (d) Saguenay.

4 MODELAGEM E ANÁLISE SÍSMICA DE VERTEDOUROS

Este capítulo é dedicado a modelagem em 2D de um vertedouro de barragem através de seções verticais e horizontais, onde molas foram usadas para a representação da rigidez dos pilares e comporta. Este estudo está baseado em orientações e desenvolvimentos apresentados por Léger (2009), Bouaanani (2009) e Pedroso (2009).

4.1 METODOLOGIA USADA PARA A AVALIAÇÃO DA PRESSÃO HIDRODINÂMICA ENTRE OS PILARES E COMPORTAS DE UM VERTEDOURO

Um modelo representando um vertedouro real semelhante ao da Figura 4.2 foi estudado através de três seções, ilustradas na Figura 4.1: a) uma seção horizontal passando pelos pilares e comportas, b) uma seção horizontal, mas sem a presença dos pilares, e c) uma seção vertical incluindo a comporta e o reservatório.

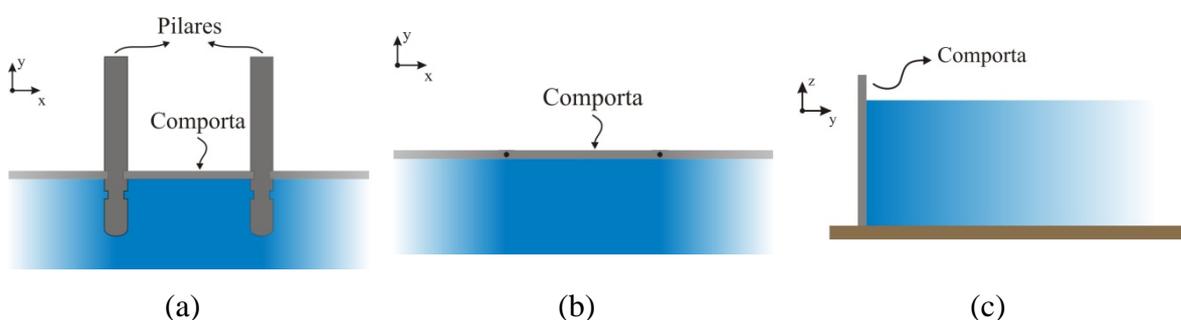


Figura 4.1 – Seções feitas no modelo real do vertedouro: a) uma seção horizontal passando pelos pilares, b) uma seção horizontal sem a presença dos pilares, e c) uma seção vertical incluindo a comporta e o reservatório.

As estruturas ilustradas na Figura 4.1 foram modeladas no ANSYS e as suas rigidezes foram representadas através de molas calibradas de acordo com a metodologia que será detalhada nas próximas seções.

Os modelos foram excitados com aceleração igual ao NBCC, Figura 4.14a, e foram computadas as pressões e acelerações em pontos específicos. A análise modal e a análise transiente foram feitas considerando o fluido tanto como compressível e incompressível.

Através da análise dos resultados obtidos é possível tirar conclusões sobre a influência da compressibilidade do fluido e da distribuição das pressões hidrodinâmicas nos pilares e comportas do vertedouro estudado.

4.2 CÁLCULO DA PRESSÃO HIDRODINÂMICA NOS PILARES

A teoria de Westergaard descrita no capítulo anterior para o cálculo da pressão hidrodinâmica em superfícies em contato com fluido, como comportas e pilares, não é válida para casos onde há a influência de paredes que de certa forma causam alguma perturbação ou efeito de confinamento no fluido como ilustrado na Figura 4.2.

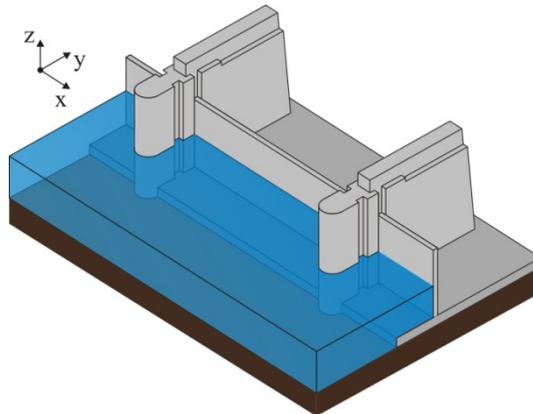


Figura 4.2 – Modelo composto pelos pilares, comporta, e reservatório.

Nesses casos, além do efeito do confinamento, sabe-se que os efeitos de ondas de superfície (sloshing), sob certas condições, podem ter uma participação na resposta da estrutura, não devendo a priori serem desprezados.

Para o cálculo da pressão hidrodinâmica que age na face os pilares quando o sistema é excitado na direção x como mostra a Figura 4.3a, Limoges (2008) seguiu a formulação proposta por Epstein (1976), que foi inicialmente desenvolvida para o cálculo da pressão hidrodinâmica em tanques. A Figura 4.3b ilustra esse modelo e representa um corte vertical no plano xz da Figura 4.2.

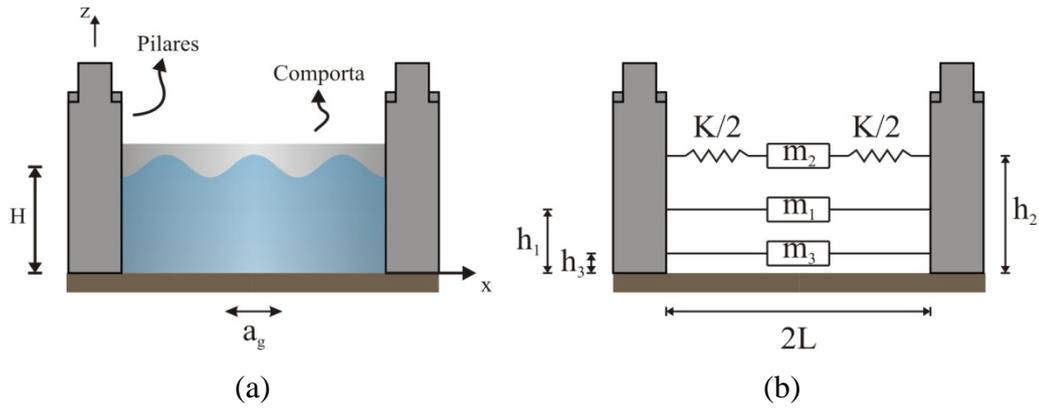


Figura 4.3 – Pressões hidrodinâmica em paredes próximas de um reservatório fechado: (a) situação estudada, (b) modelo proposto por Epstein (1976).

O modelo da Figura 4.3b foi concebido para determinar a pressão hidrodinâmica exercida sobre as paredes de um tanque fechado. Esta não é a situação que prevalece entre os pilares de um vertedouro, mas pode-se considerar este modelo como uma solução aproximada, não esquecendo que a contribuição da pressão hidrodinâmica devido à flexibilidade da estrutura é novamente desprezada. Outra consideração desse modelo é que a massa total de água entre os pilares é preservada. Esta é a abordagem recomendada pelo guia suíço de avaliação de segurança de barragens (OFEG, 2003), que não especifica detalhes sobre como proceder.

As equações propostas por Epstein (1976) para o cálculo das massas ilustradas na Figura 4.3b podem ser encontrar no trabalho de Limoges (2008). São elas:

$$\begin{array}{l}
 K'_4 = \frac{1,064}{\alpha} \\
 K'_6 = \frac{0,518}{\alpha} \\
 K'_8 = 1 - \frac{0,525}{\alpha}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 h_1 = \left(1 - \frac{15}{16\alpha}\right) H \\
 h_2 = K'_8 \cdot H \\
 h_3 = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4\alpha}\right) H
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 m_1 = K'_4 \cdot m \\
 m_2 = K'_6 \cdot m \\
 m_3 = \left(1 - \frac{3}{2\alpha}\right) m
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \\
 K = \frac{3 \cdot 9,81 \cdot m_2^2 \cdot H}{m \cdot L^2}
 \end{array}$$

Nestas equações, m é a massa total de água entre os pilares, e α é igual à razão entre a altura do reservatório H e a metade da largura L .

4.3 MODELAGEM DA COMPORTA

Segundo Blevins (1979) e Soedel (2004) pode-se obter uma aproximação para as frequências e as deformadas modais de uma placa retangular através das deformadas modais de seções da placa que tenham as mesmas condições de contorno desta nas direções x e y . Soedel (2004) afirma que o comportamento de uma seção axial de uma placa ou casca deve ser similar ao de uma viga com as mesmas condições de contorno, conforme ilustra a Figura 4.4. Essa figura representa uma placa com as mesmas condições de contorno da comporta estudada no capítulo anterior e que será novamente objeto de estudo nesse capítulo.

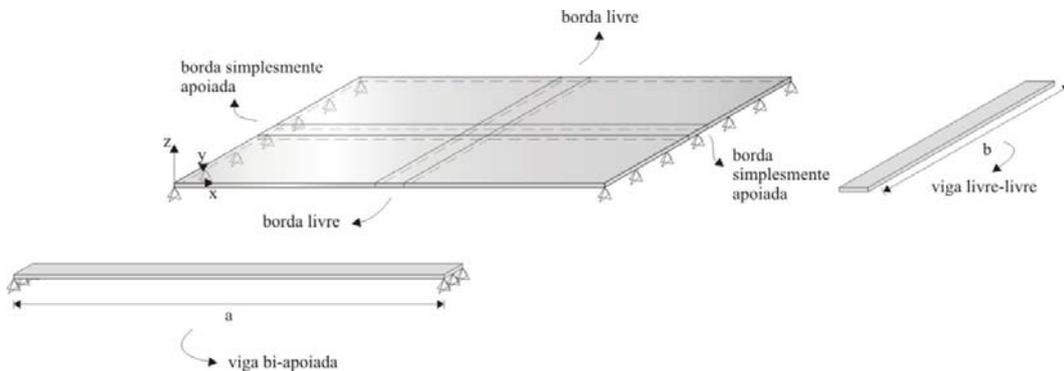


Figura 4.4 – Placa e vigas com as mesmas condições de contorno.

A aproximação para as deformadas modais pode ser feita pela Equação 4.1:

$$\tilde{z}_{ij}(x, y) \approx \tilde{x}_i(x) \tilde{y}_j(y) \quad (4.1)$$

Nessa equação, $\tilde{z}_{ij}(x, y)$ é o modo de vibração ij da placa, $\tilde{x}_i(x)$ e $\tilde{y}_j(y)$ são os modos de vibração das vigas que satisfazem as condições de contorno da placa nas direções x e y . No caso estudado (Figura 4.4), $\tilde{x}_i(x)$ representa o modo de vibração de uma viga em que as condições de contorno são apoiada-apoiada, e $\tilde{y}_j(y)$ representa os modos de vibração de uma viga em que as suas condições de contorno são livre-livre. As equações para $\tilde{x}_i(x)$ e $\tilde{y}_j(y)$ são:

$$\tilde{x}_i(x) \approx \text{sen}(\lambda_i x) = \text{sen}\left(\frac{i\pi}{a} x\right), i = 1, 2, 3, \dots \quad (4.2)$$

$$\tilde{y}_j(y) \approx \cosh(\lambda_j y) - \cos(\lambda_j y) - \frac{\cosh(\lambda_j b) \cos(\lambda_j b)}{\sinh(\lambda_j b) \sin(\lambda_j b)} [\sinh(\lambda_j y) - \sin(\lambda_j y)], j = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.3)$$

Nessas equações, a é o comprimento da placa na direção x , b é o comprimento da placa na direção y , e λ_j é obtido pela resolução da seguinte equação transcendental:

$$\cos(\lambda_j b) \cosh(\lambda_j b) = 1 \quad (4.4)$$

Para a representação da seção da comporta estudada que está ilustrada na Figura 4.1a utilizou-se uma viga bi-apoiada conforme ilustrado na Figura 4.4. Para o cálculo das freqüências e deformadas modais desta, utilizou-se a Equação 4.6, clássica da dinâmica das estruturas, e que pode ser encontrada em Chopra (2000):

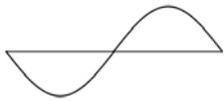
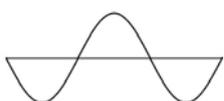
$$f_i(x) \approx \frac{i\pi^2}{a^2} \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}}}, i = 1, 2, 3, \dots \quad (4.6)$$

Nesta equação, a é igual ao comprimento da placa na direção x , E é igual ao módulo de elasticidade, I é igual ao momento de inércia, e \bar{m} é igual à massa por unidade de comprimento da viga.

Na Tabela 4.1 encontram-se as deformadas modais obtidas pela Equação 4.2, e as freqüências obtidas pela Equação 4.6 para a viga modelada no ANSYS que será usada para a representação da comporta na seção ilustrada na Figura 4.1a e 4.1b. Ainda nessa tabela, encontra-se a freqüência de vibração da placa em que a deformada modal corresponde ao modo de vibração da viga bi-apoiada.

Para a obtenção desses valores, alterou-se a massa da viga até que se conseguisse obter freqüências próximas as freqüências da comporta para as mesmas deformadas modais.

Tabela 4.1 – Deformadas modais e frequências naturais para uma viga bi-apoiada.

Modo	Deformada Modal	Analítico	ANSYS	Modo	Placa (ANSYS)
1		f = 2,91 Hz	f = 2,90 Hz	1	f = 2,92 Hz
2		f = 11,64 Hz	f = 11,49 Hz	3	f = 11,84 Hz
3		f = 26,21 Hz	f = 25,64 Hz	5	f = 26,84 Hz
4		f = 46,58 Hz	f = 44,50 Hz	9	f = 47,91 Hz

Para a representação da seção da comporta que está ilustrada na Figura 4.1c, utilizou-se uma viga livre nos dois bordos e apoiada sobre uma base elástica. Para esse caso, considerou-se que as frequências e os modos de vibração da viga descrevem o comportamento de flexão com liberdade de deslocamento apenas na direção transversal. Dessa forma, utilizou-se a Equação 4.7, que fornece os valores das frequências de uma viga com liberdade de movimentação apenas na direção z sobre uma base elástica.

$$f_j(y) = \sqrt{\frac{\lambda_j}{4\pi^2 b^4} \frac{EI}{\bar{m}} + \frac{k}{4\pi^2 \Delta \bar{m}}} \quad (4.7)$$

Nesta equação, b é igual ao comprimento da placa na direção y , E é igual ao módulo de elasticidade, I é igual ao momento de inércia, e \bar{m} é igual à massa por unidade de comprimento da viga, k representa a rigidez de cada mola da base elástica, Δ é o espaçamento entre as molas, e λ_j é calculado pela Equação 4.4.

Para o cálculo da constante elástica das molas sobre as quais a viga está apoiada, considerou-se que a placa se comporta como uma estrutura que suporta o carregamento a que está submetida através de duas faixas com o comportamento de viga com as mesmas condições de contorno nas direções x e y , satisfazendo a igualdade das flechas no centro (nas duas direções), conforme ilustra a Figura 4.4.

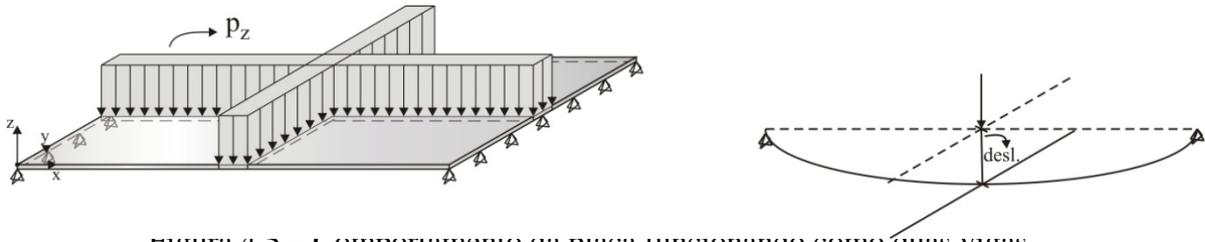


Figura 4.5 – Comportamento da placa funcionando como duas vigas.

Um estudo semelhante em que se procurou encontrar uma analogia entre o comportamento de placas e vigas para comportas planas foi efetuado por Arima (2006).

Erbisti (2002) no seu extraordinário trabalho sobre o cálculo de comportas hidráulicas também descreve um processo de analogia entre vigas e placas para o comportamento estático de comportas.

Sabendo que para a placa estudada, a equação geral é:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{p_z}{D} \quad (4.8)$$

E comparando-se essa equação com a equação das vigas $\left(\frac{d^4 \tilde{w}}{dx^4} = \frac{p_z}{EI}\right)$, tem-se a seguinte relação:

$$w = \tilde{w}(1 - \nu^2) \quad (4.9)$$

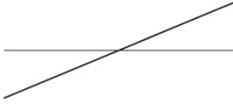
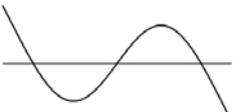
Nestas equações, w representa a deflexão da placa, \tilde{w} representa a deflexão da viga, e ν o coeficiente de Poisson, p_z o carregamento distribuído na placa conforme ilustra a Figura 4.5, e D igual à rigidez flexional da placa, dada por $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$.

Através dessa relação, calcula-se a constante elástica da mola que representa a rigidez no centro de uma viga bi-apoiada submetida a um carregamento uniforme pela seguinte equação:

$$k = \frac{384EI}{5L^4} \frac{1}{(1 - \nu^2)} \quad (4.10)$$

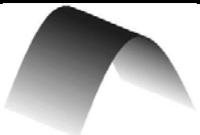
Assumindo que na direção y a deflexão da placa é constante e igual à deflexão no centro da viga bi-apoiada, a constante elástica calculada pela Equação 4.10 é a constante usada na Equação 4.7. Na Tabela 4.2 encontram-se as deformadas modais obtidas pela Equação 4.3, e as frequências obtidas pela Equação 4.7 para a viga modelada no ANSYS e que é usada para a representação da comporta na seção ilustrada na Figura 4.1c.

Tabela 4.2 – Deformadas modais e frequências naturais para uma viga livre-livre.

Modo	Deformada Modal	Analítico	ANSYS
translação		$f = 2,71 \text{ Hz}$	$f = 2,79 \text{ Hz}$
rotação		$f = 2,71 \text{ Hz}$	$f = 2,95 \text{ Hz}$
1		$f = 18,12 \text{ Hz}$	$f = 18,16 \text{ Hz}$
2		$f = 49,46 \text{ Hz}$	$f = 49,39 \text{ Hz}$

As deformadas modais calculadas pela Equação 4.1 estão expostas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Deformadas modais e frequências naturais aproximadas.

Combinação dos Modos das Vigas		Deformada Modal Aproximada
apoiada-apoiada	livre-livre	
1	translação	
1	rotação	
2	translação	
2	rotação	

Comparando as deformadas modais ilustradas na Tabela 4.3 com as deformadas apresentadas na Figura 3.16, confirma-se que a Equação 4.1 é uma boa aproximação para a representação de deformadas modais de uma placa.

4.4 MODELAGEM DOS PILARES

Na modelagem dos pilares, a sua seção transversal (Figura 4.6a e 3.3) foi aproximada por uma seção retangular e a para a representação da sua rigidez foram utilizadas 3 molas: 1 mola representando a rigidez longitudinal K_{lon} , e mais 2 molas representando a rigidez lateral e torcional K_{lat} . Foi escolhida uma seção localizada na metade da altura do pilar real. Esse modelo está ilustrado na Figura 4.6b.

Analisando os fatores de participação modal do pilar estudado (Tabela 4.4 e 3.5) e as suas deformadas modais (Figura 3.8) obtidas da análise dinâmica feita pelo SAP2000, os períodos de vibração longitudinais, transversais e rotacionais podem ser facilmente identificados. Essas frequências encontram-se destacadas na Tabela 4.4.

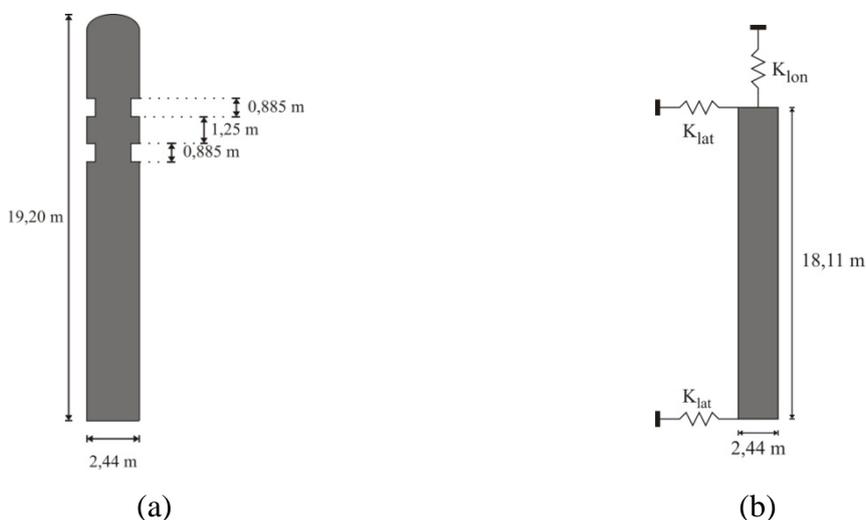


Figura 4.6 – Seção real do pilar estudada (a), e seção modelada (b).

Tabela 4.4 – Característica dinâmica do pilar estudado submetido ao carregamento permanente.

Modo	Período (s)	Fator de Participação Modal		
		Direção x	Direção y	Direção z
1	0,061	0,500	0,000	0,000
2	0,020	0,000	0,740	0,002
5	0,009	0,120	0,000	0,000

A Tabela 4.4 fornece as seguintes frequências:

$$\omega_{lon}^2 = 98696,05 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{lat}^2 = 10609,62 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\theta}^2 = 413590,55 \text{ rad/s}$$

Onde ω_{lon} representa a frequência longitudinal, ω_{lat} representa a frequência lateral, e ω_{θ} representa a frequência de torção.

Com esses valores é possível calcular a rigidez longitudinal, lateral e torcional das molas conforme o procedimento descrito a seguir.

4.4.1 Cálculo das molas que representam a rigidez torcional do pilar

Para a obtenção das constantes das molas considerou-se a seção ilustrada na Figura 4.6b como uma placa rígida e no lugar da massa distribuída na seção, considerou-se duas massas concentradas na placa e separadas por uma distância $d = d_1 + d_2$ conforme ilustra a Figura 4.7. Desta forma, a frequência longitudinal e a frequência lateral são independentes da frequência torcional, que dependerá somente da distância entre as duas massas. Um estudo semelhante a este e que serviu de inspiração para o desenvolvimento apresentado nessa seção pode ser encontrado em Chopra (2000).

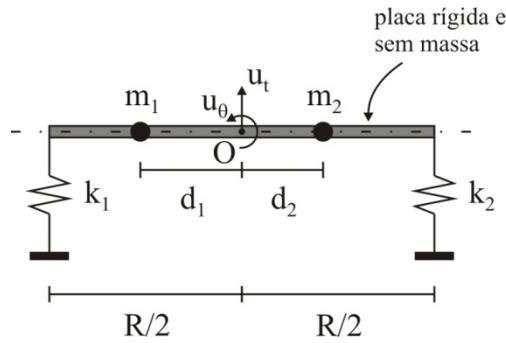


Figura 4.7 – Modelo usado para determinação da frequência de torção.

Para se achar a distância entre as massas que representam corretamente a frequência de rotação, as equações de movimento do sistema ilustrado na Figura 4.7 devem ser determinadas.

Para a determinação da matriz de rigidez, aplica-se um deslocamento unitário $u_t = 1$ com $u_\theta = 0$ e identificam-se as forças elásticas resultantes, além de k_{tt} e $k_{\theta t}$ (Figura 4.8a). Da estática, $k_{tt} = k_1 + k_2$ e $k_{\theta t} = (k_1 - k_2)R/2$. Depois disso, aplica-se uma rotação unitária $u_\theta = 1$ com $u_t = 0$, identificam-se as forças elásticas resultantes, e determinam-se $k_{t\theta}$ e $k_{\theta\theta}$ (Figura 4.8b). Da estática, tem-se que $k_{t\theta} = (k_1 - k_2)R/2$ e $k_{\theta\theta} = (k_1 + k_2)R^2/4$. Assim, a matriz de rigidez é dada por:

$$\tilde{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} k_{tt} & k_{t\theta} \\ k_{\theta t} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & (k_1 - k_2)R/2 \\ (k_1 - k_2)R/2 & (k_1 + k_2)R^2/4 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

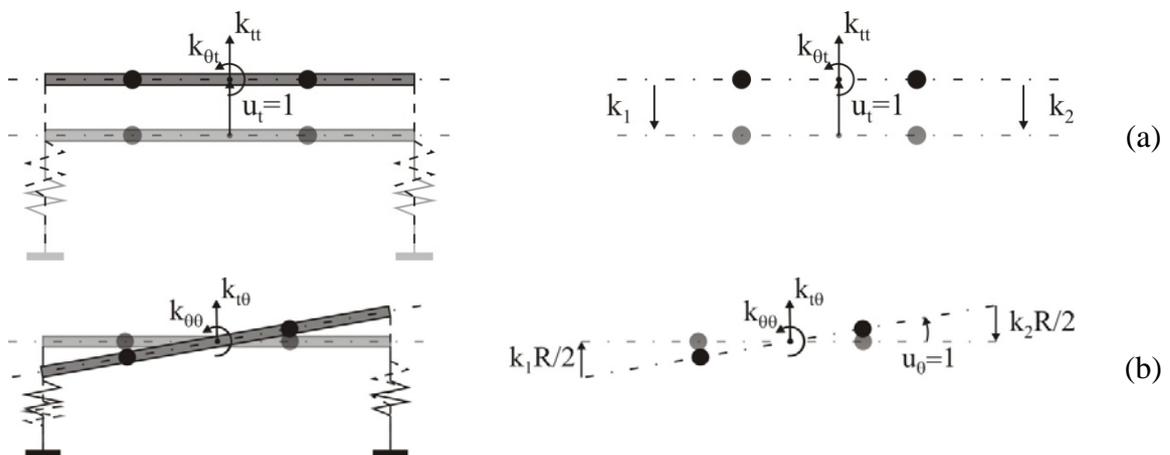


Figura 4.8 – Determinação da matriz de rigidez.

Assumindo que $k_1 = k_2 = k$, obtém-se:

$$\tilde{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} k_{tt} & k_{t\theta} \\ k_{\theta t} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k & 0 \\ 0 & kR^2/2 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Para a determinação da matriz de massa do sistema, aplica-se uma aceleração unitária $\ddot{u}_t = 1$ com $\ddot{u}_\theta = 0$, e obtêm-se as acelerações resultantes, m_{tt} e $m_{\theta t}$ (Figura 4.9a). Da estática, $m_{tt} = m$ e $m_{\theta t} = 0$. Depois disso, aplica-se uma aceleração de rotação unitária $\ddot{u}_\theta = 1$ com $\ddot{u}_t = 0$, e determinam-se as acelerações resultantes (Figura 4.9b), as forças de inércia, além de $m_{t\theta} = 0$ e $m_{\theta\theta} = I_0$. Desta forma, a matriz de massa é igual a:

$$\tilde{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} m_{tt} & m_{t\theta} \\ m_{\theta t} & m_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Onde $m = m_1 + m_2$ é a massa total, e $I_0 = m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2$ é o momento de inércia da barra sem massa e com duas massas concentradas passando pelo seu eixo e perpendicular ao plano de rotação.

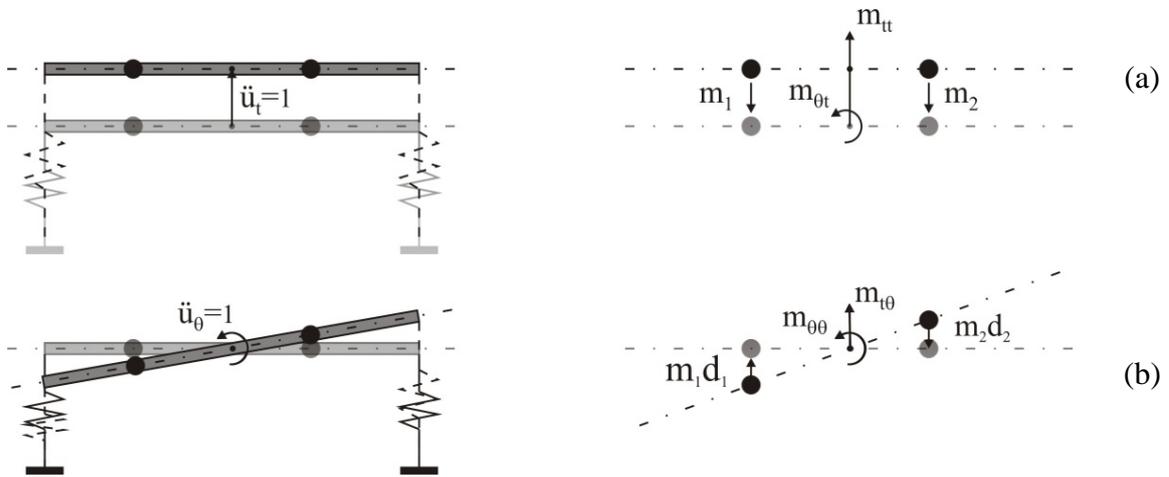


Figura 4.9 – Determinação da matriz de massa.

Com a matriz de massa e rigidez determinadas, podem-se obter as equações de movimento do sistema estudado (Equações 4.7 e 4.8), que também podem ser representadas na forma matricial (Equação 4.9):

$$m\ddot{u}_t + 2k\dot{u}_t = 0 \quad (4.7)$$

$$I_0 \ddot{u}_\theta + \frac{kR^2}{2} \dot{u}_\theta = 0 \quad (4.8)$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_t \\ \dot{u}_\theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & 0 \\ 0 & kR^2/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_t \\ \dot{u}_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

A Equação 4.7 fornece:

$$k = \frac{m \omega_{lat}^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) \omega_{lat}^2}{2} \quad (4.10)$$

A Equação 4.8 fornece:

$$k = \frac{2 (m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2) \omega_\theta^2}{R^2} \quad (4.11)$$

Igualando as Equações 4.10 e 4.11, e assumindo que $m_1 = m_2$:

$$d_1^2 + d_2^2 = \frac{R^2 \omega_{lat}^2}{2 \omega_\theta^2} \quad (4.12)$$

Com os valores de ω_{lat} , ω_θ , e R (comprimento do pilar do vertedouro – Figura 4.6), e assumindo que $\delta = d_1 = d_2$, tem-se:

$$\delta = 1,45 \text{ m}$$

Como a massa concentrada deve ser coincidente com algum nó da malha do pilar, à distância δ adotada é igual a 1,5 m.

4.4.2 Cálculo das molas que representam a rigidez longitudinal e lateral do pilar

Tendo-se as frequências desejadas, as constantes elásticas das molas podem ser calculadas pela Equação 4.13:

$$K_i = M \omega_i^2 \quad (4.13)$$

Nessa equação, o índice i representa a direção na qual se deseja calcular a rigidez, e M a massa da estrutura considerada. Neste caso, como se pode usar qualquer valor para M desde que o valor de K seja alterado de modo a obter-se a frequência desejada, considerou-se arbitrariamente a metade da massa do pilar.

Substituindo esses valores na Equação 4.13, pode-se calcular a rigidez elástica longitudinal e lateral:

$$K_{lon} = 1,69 \cdot 10^{10} \text{ N/m}$$

$$K_{lat} = 1,82 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

Com esses valores para K_{lon} e K_{lat} , a frequência lateral e longitudinal é representada adequadamente como pode ser visto na Figura 4.10. Estes resultados representam as frequências naturais e os modos associados para o problema 2D com molas e massas concentradas obtidos pelo programa ANSYS, e o problema 3D modelado com elementos finitos de vigas obtido pelo SAP2000 e já discutido no capítulo anterior.

Um procedimento similar ao adotado neste texto foi usado por Barbosa e Pedroso (2007) para a modelização simplificada de pilares tridimensionais através de cortes 2D sob vibrações livres no ar e em presença de fluido.

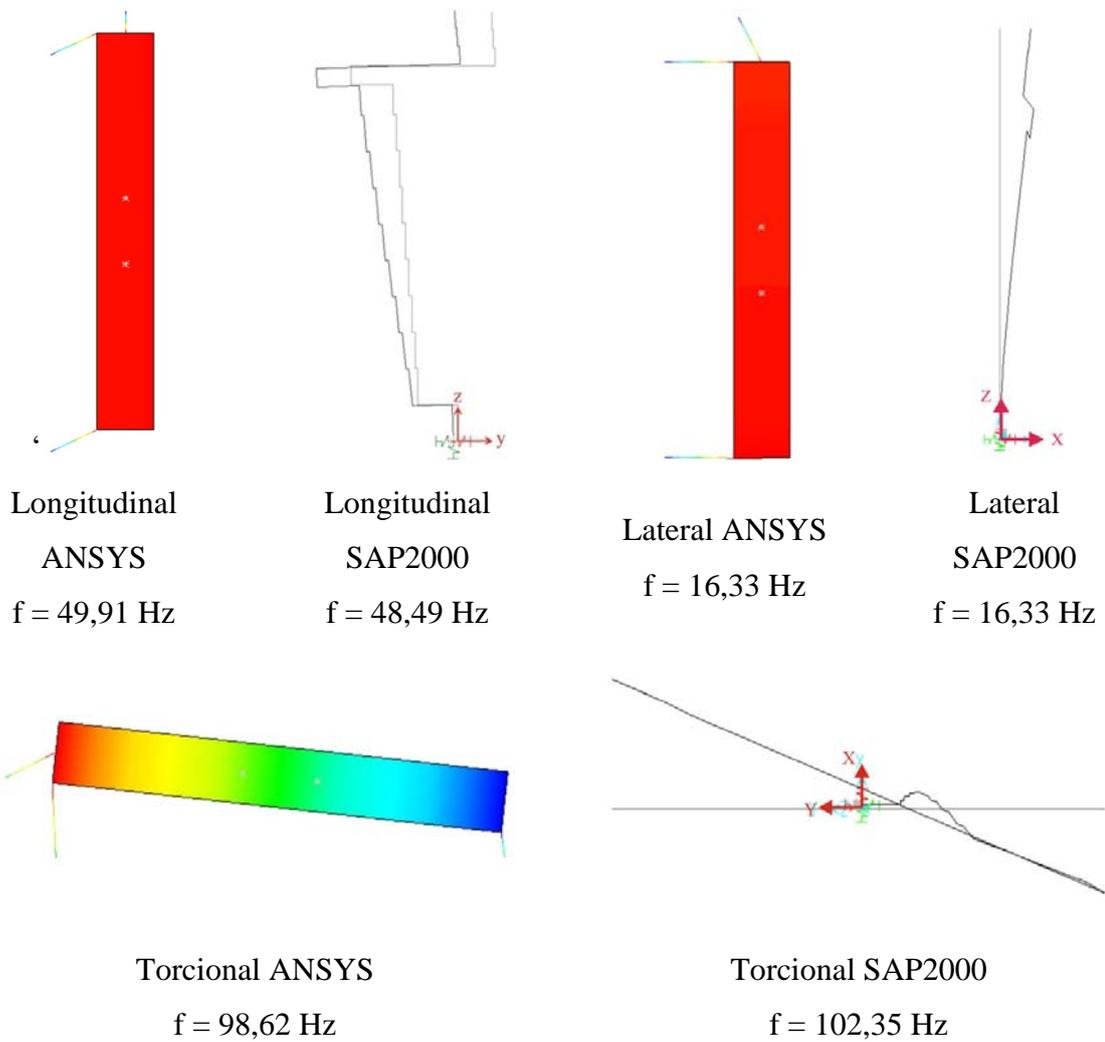


Figura 4.10 – Modelo obtido pelo SAP2000 e modelo calibrado desenvolvido no ANSYS.

4.5 MODELO REPRESENTATIVO DE VERTEDOIRO EM 2D

As Figuras 4.11, 4.12 e 4.13 representam os modelos em 2D provenientes da seção horizontal e vertical ilustrados nas Figuras 4.1a, 4.1b e 4.1c usados para representação do vertedouro estudado. A Tabela 4.5 mostra as características físicas e geométricas dos modelos estudados.

Tabela 4.5 – Características físicas e geométricas.

Pilares	Vigas	Mola	Massas
$E = 4 \cdot 10^{15} \text{ Pa}$	$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$	$K_{lon} = 1,69 \cdot 10^{10} \text{ N/m}$	$M = 84.666,975 \text{ kg}$
$\rho = 0 \text{ kg/m}^3$	$\rho = 1,9 \cdot 10^5 \text{ kg/m}^3$	$K_{lat} = 0,91 \cdot 10^9 \text{ N/m}$	$\delta = 1,5 \text{ m}$
$W = 2,44 \text{ m}$	$B = 12,80 \text{ m}$		
$a = 10,56 \text{ m}$	$altura = 1 \text{ m}$		
$b = 7,55 \text{ m}$	$base = 0,125 \text{ m}$		

No corte horizontal, foram considerados mais 3 pilares, representados por duas molas cada pilar, e 3 comportas em cada lado da comporta efetivamente estudada (comporta que se encontra entre os dois pilares). O objetivo dessa consideração era evitar com que a influência dessas estruturas adjacentes fosse desprezada no estudo em questão, já elas aumentam a rigidez da estrutura estudada, podendo alterar a magnitude e distribuição das pressões hidrodinâmicas que surgem quando sismicamente solicitadas (Léger, 2009; Bouaanani, 2009).

Tanto no corte horizontal como no corte vertical, foram usados elementos de viga para a representação da comporta, sendo que no corte horizontal, como já foi descrito anteriormente, a viga está apoiada nos pilares, e no corte vertical a viga está apoiada sobre uma base elástica.

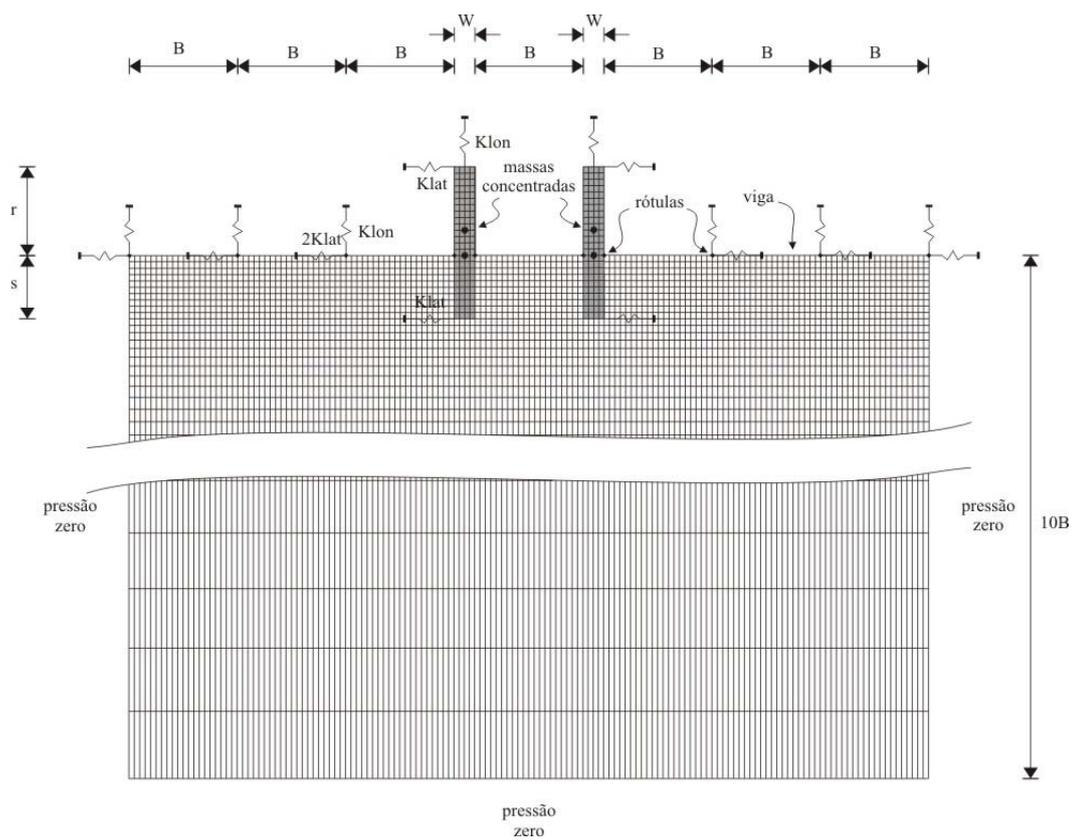


Figura 4.11 – Corte horizontal incluindo os pilares.

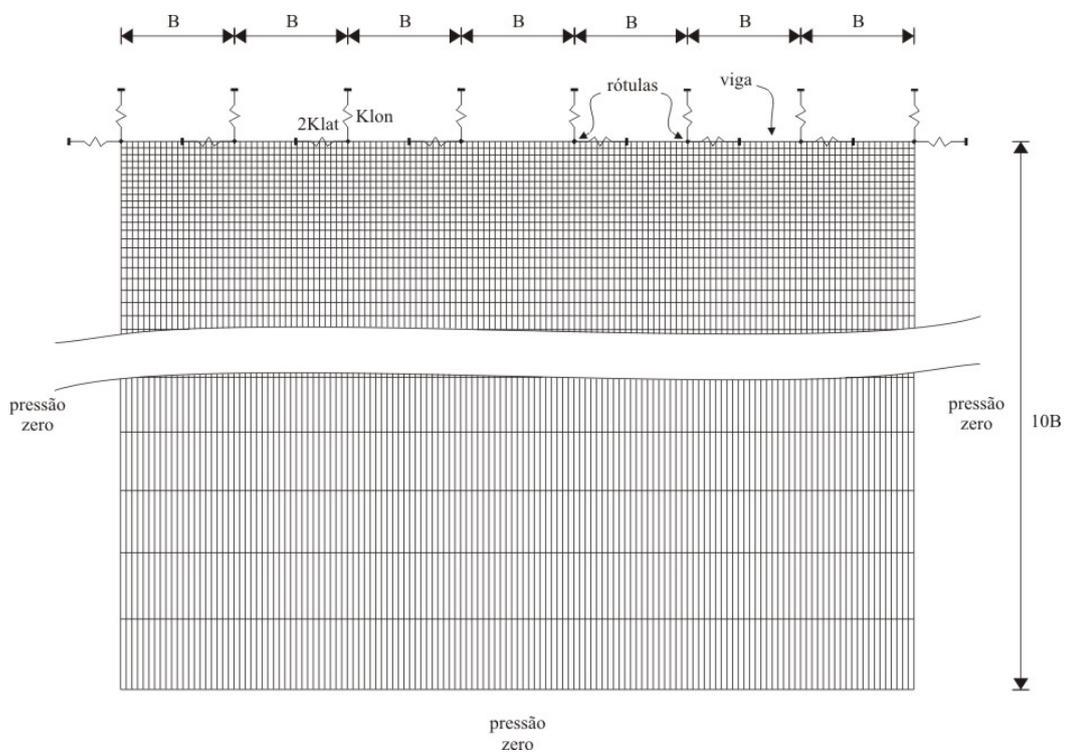


Figura 4.12 – Corte horizontal simplificado sem pilares.

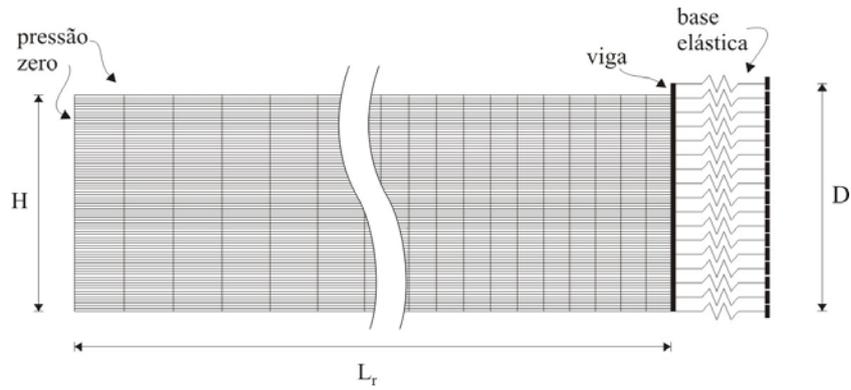


Figura 4.13 – Corte vertical.

4.6 ANÁLISE SÍSMICA DO VERTEDOURO

A Figura 4.14a ilustra o sismo usado nessas análises e os pontos de observação estudados em cada modelo. A aceleração do solo ilustrada nessa figura é típica da parte leste da América do Norte e é a recomendada pelo National Building Code of Canada (NBCC) para o projeto de edificações no Canadá. Para o corte horizontal simplificado ilustrado na Figura 4.14b considerou-se apenas um ponto localizado no centro da comporta. Para o corte na horizontal completo (Figura 4.14c) considerou-se: a) um ponto na cabeça de cada pilar, b) um ponto na face interna de cada pilar, e c) um ponto no meio da comporta. Para o corte na vertical (Figura 4.14d) foram analisados três pontos na interface fluido-estrutura: a) um ponto na base, b) um ponto no meio, e c) um ponto no topo do reservatório.

Os resultados obtidos da análise sísmica para cada corte são apresentados a seguir. Para todos os casos estudados, fez-se primeiramente uma análise modal e em seguida a análise sísmica. O carregamento sísmico foi aplicado no sentido montante/jusante. O valor do passo de tempo foi calculado como inferior a $T_1/20$, onde T_1 é o período fundamental dos modelos ilustrados nas Figuras 4.11, 4.12 e 4.13.

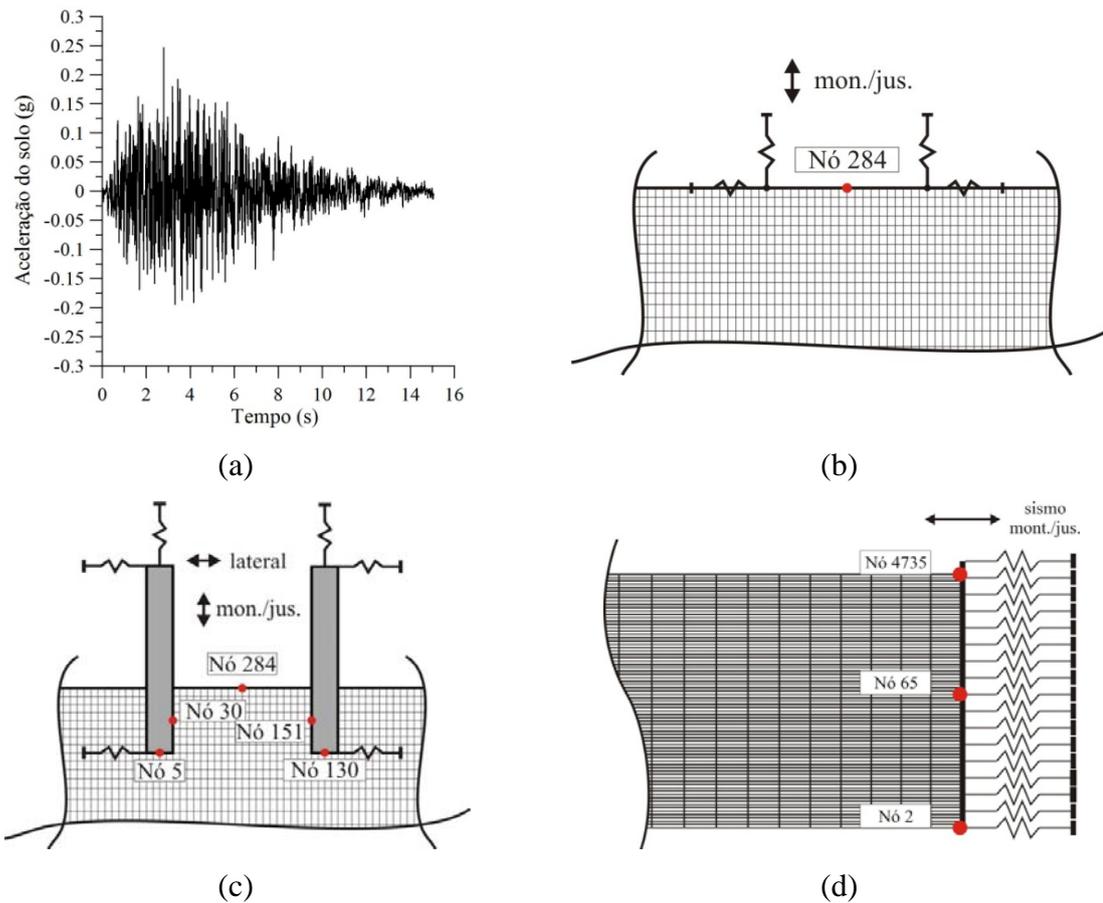


Figura 4.14 – Sismo e localização pontos estudados.

Todas as combinações foram feitas considerando o fluido compressível e incompressível. Para a consideração do fluido compressível, considerou-se a velocidade de propagação da onda na água igual a 1440 m/s, e para a consideração do fluido incompressível alterou-se essa velocidade de forma que o módulo de elasticidade volumétrica do fluido (bulk modulus) fosse igual a $2,1 \cdot 10^{19} \text{ N/m}^2$, segundo recomendações sugeridas por Bouaanani (2009). Desta forma:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho_f}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^{19}}{1000}} = 1,44 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

4.6.1 Análise sísmica para o corte horizontal

Para esta análise sísmica foram considerados os 2 modelos representativos do corte horizontal da estrutura (Figuras 4.14b e 4.14c).

Os resultados obtidos estão ilustrados na Tabela 4.6 considerando o fluido tanto como compressível como incompressível. Nesta tabela encontram-se as 4 primeiras frequências em hertz para os modelos ilustrados nas Figuras (4.11 e 4.12). Esses resultados mostram que, nesse caso, a compressibilidade do fluido praticamente não altera as frequências naturais do sistema, assim como a presença dos pilares, já que como pode ser visto nas deformadas modais do sistema (Figura 4.15), as primeiras frequências estão associadas às deformações da comporta no seu modo fundamental.

Tabela 4.6 – Frequências naturais para o corte horizontal.

Compressibilidade do fluido		f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)	f_4 (Hz)
Com pilares	Compressível	2,05	2,28	2,39	2,57
	Incompressível	2,07	2,29	2,39	2,57
Sem pilares	Compressível	2,00	2,33	2,48	2,57
	Incompressível	2,01	2,33	2,48	2,57

A Figura 4.15 ilustra algumas deformadas modais obtidas para o modelo estudado. Esses modos foram escolhidos na tentativa de se mostrar deformadas do sistema onde a deformação predominante fosse somente do pilar ou somente da comporta, evitando os modos onde a cavidade fosse dominante.

Nessa figura, o aumento e o decréscimo no campo de pressões que age na estrutura devido à sua movimentação são representados pelas cores azul e vermelho, respectivamente. Para o modo 1, onde somente a comporta se deforma, há um alívio de pressão gerado pelo seu movimento no sentido de jusante. Para o modo 9, observa-se que quando os pilares se movimentam lateralmente, há um aumento de pressão em uma de suas faces e a diminuição em outra. Nos modos 45 e 48 observa-se que quando os pilares giram em oposição de fase, pode-se ter um decréscimo de pressão, caso as seções dos pilares que estejam em contato com o fluido se afastem (modo 45), ou caso contrário (modo 48), um aumento de pressão. No modo 49 observa-se que quando os pilares rotacionam em fase, o acréscimo de pressão que seria causado na região entre os pilares pela rotação de um deles é anulada pelo decréscimo causado pelo movimento do segundo pilar. No modo 58 percebe-se que quando os pilares se movimentam no sentido de montante/jusante há,

respectivamente, um aumento/redução na pressão ao longo de sua face, sendo maior na região onde a comporta está apoiada.

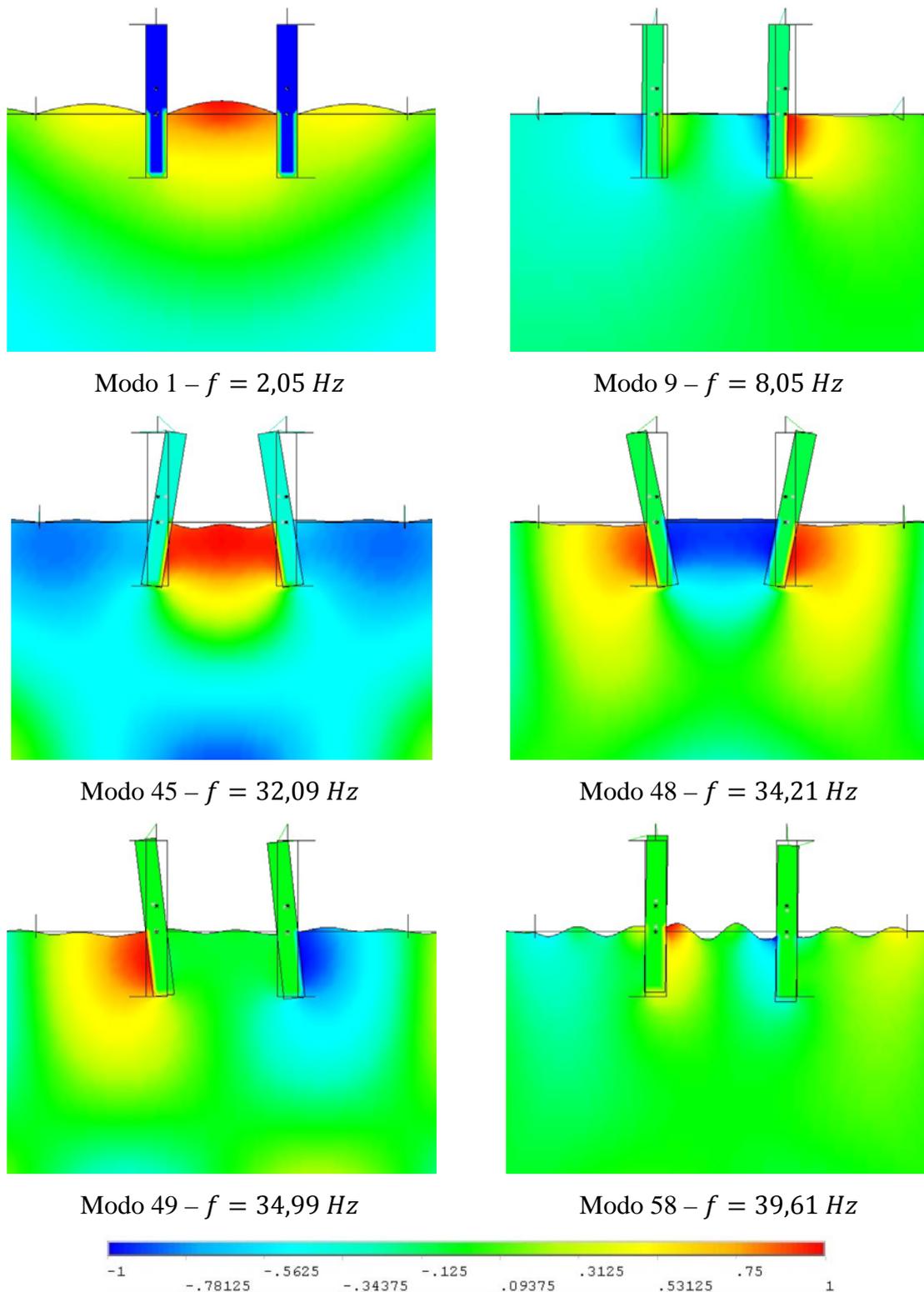
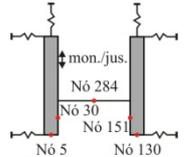


Figura 4.15 – Deformadas modais para o corte horizontal.

Os resultados obtidos para a análise transiente estão ilustrados na Tabela 4.7 e 4.8. Nestas tabelas são apresentados os valores máximos e mínimos da pressão e aceleração nos pontos ilustrados nas Figuras 4.14b e 4.14c quando submetidos ao carregamento sísmico mostrado na Figura 4.14a aplicado no sentido montante/jusante e no sentido lateral.

Tabela 4.7 – Máximos e mínimos valores obtidos para a pressão e aceleração para o corte horizontal excitado no sentido montante/jusante.



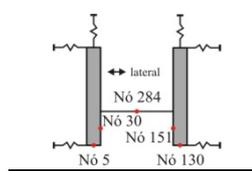
		Nó 5		Nó 130		Nó 30		Nó 151		Nó 284 com pilares		Nó 284 sem pilares	
		Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx
Fluido compressível	Pressão (kPa)	-94	102	-92	101	-116	137	-117	136	-124	133	-96	98
	Acel. (g)	-0,69	0,65	-0,68	0,64	-0,70	0,67	-0,70	0,67	-1,70	2,22	-1,49	1,35
Fluido incompressível	Pressão (kPa)	-92	87	-90	86	-126	124	-131	123	-115	112	-86	90
	Acel. (g)	-0,77	0,77	-0,77	0,76	-0,73	0,71	-0,69	0,68	-2,41	2,68	-1,41	1,53

Os resultados apresentados na Tabela 4.8 mostram que para esse caso a pressão e a aceleração pouco variaram quando se considerou o fluido compressível e incompressível. Observou-se também que os valores obtidos para a pressão no nó localizado no centro da comporta (nó 284) e nos nós localizados nas faces internas dos pilares (nós 30 e 151) foram semelhantes. A não consideração dos pilares no modelo não se mostrou uma boa simplificação já que os resultados obtidos para a pressão e a aceleração para esse caso foram bem inferiores aos obtidos para ao modelo em que os pilares foram considerados.

Comparando-se os resultados apresentados na Tabela 4.7 e 4.8 observa-se que os valores obtidos para a pressão quando o modelo é excitado lateralmente são significativamente inferiores aos resultados obtidos para a excitação no sentido de montante/jusante. Os valores máximos obtidos para a pressão foram nos nós localizados nas faces internas dos pilares. Por outro lado, as acelerações para os pontos localizados nos pilares para esse caso (excitação lateral) foram superiores ao caso anterior. Isso acontece porque no sentido

montante/jusante os pilares são mais rígidos que na direção lateral, tendo menor aceleração, e conseqüentemente, perturbando uma menor massa de água.

Tabela 4.8 – Máximos e mínimos valores obtidos para a pressão e aceleração para o corte horizontal excitado lateralmente.



		Nó 5		Nó 130		Nó 30		Nó 151		Nó 284	
		Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx
Fluido compressível	Pressão (kPa)	-27	25	-31	33	-64	71	-93	92	-32	39
	Acel. (g)	-1,53	1,68	-1,87	1,91	-1,43	1,56	-1,75	1,79	-1,52	1,66
Fluido incompressível	Pressão (kPa)	-22	25	-16	14	-64	55	-113	119	-30	35
	Acel. (g)	-1,76	1,50	-2,51	2,23	-1,65	1,40	-2,34	2,10	-1,97	1,74

4.6.2 Análise sísmica para o corte vertical

Para esta análise sísmica foi considerado o modelo representativo da seção vertical da estrutura, ilustrada na Figura 4.13.

Na Tabela 4.9 encontram-se as quatro primeiras frequências em hertz para o fluido considerado como compressível e incompressível.

Tabela 4.9 – Frequências naturais para o corte vertical.

Compressibilidade do fluido	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₄ (Hz)
Compressível	1,29	2,20	14,11	40,00
Incompressível	1,29	2,20	14,12	40,06

Assim como no caso anterior, os resultados apresentados na Tabela 4.9 mostram que nesse caso a compressibilidade do fluido praticamente não altera as frequências naturais do sistema, uma vez que estes modos são típicos de massa adicional para a comporta.

A Figura 4.16 ilustra as quatro primeiras deformadas modais obtidas para o modelo estudado. Nessa figura, o aumento e o decréscimo no campo de pressões que age na estrutura devido a sua movimentação são representados pelas cores azul e vermelha, respectivamente. Pode-se observar que esses modos representam modos dominantes da estrutura (deformadas modais típicas da estrutura) com massa adicional. O fluido acompanha a deformada da estrutura e não há excitação das formas modais da cavidade. Como o fluido sofre uma perturbação somente na zona de contato, ele age com um efeito de massa adicional sobre a estrutura.

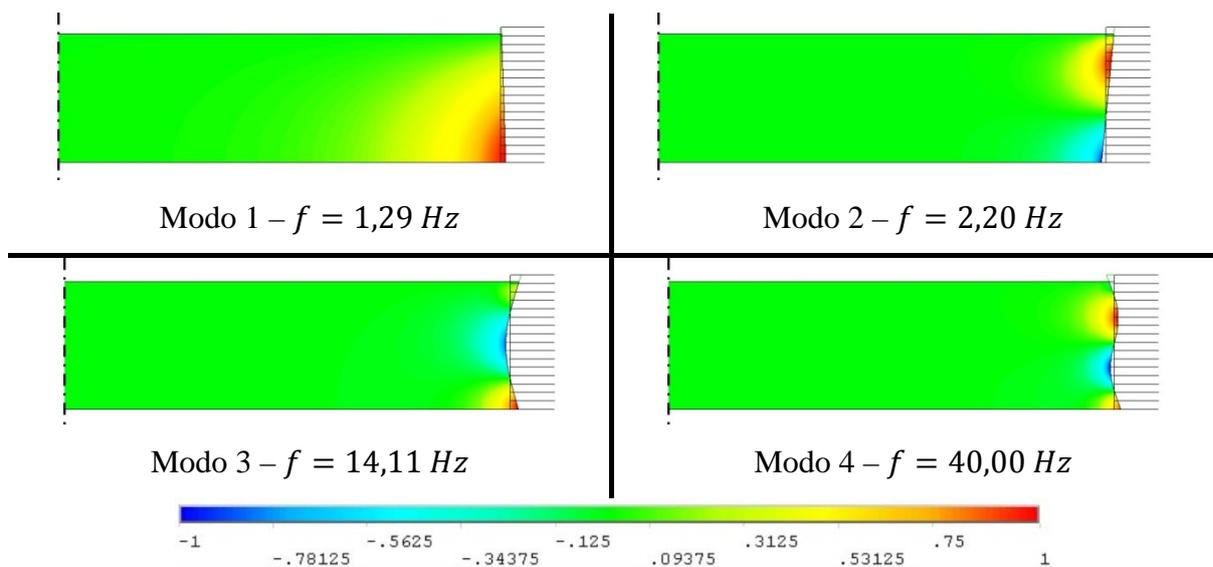


Figura 4.16 – Deformadas modais para a seção vertical.

Os resultados obtidos para a análise transiente estão ilustrados na Tabela 4.10. Nesta tabela são apresentados os valores máximos e mínimos da pressão e aceleração nos pontos ilustrados nas Figuras 4.14d quando submetidos ao carregamento sísmico mostrado na Figura 4.14a aplicado no sentido montante/jusante.

Tabela 4.10 – Máximos e mínimos valores obtidos para a pressão e aceleração para o corte vertical excitado no sentido montante/jusante.

Excitação no sentido montante/jusante		Nó 2		Nó 65		Nó 4735	
		Min	Máx	Min	Máx	Min	Máx
Fluido compressível	Pressão (kPa)	-12	16	-7	7	0	0
	Aceleração (g)	-0,51	0,54	-0,27	0,29	-0,41	0,44
Fluido incompressível	Pressão (kPa)	-12	11	-7	7	0	0
	Aceleração (g)	-0,51	0,55	-0,27	0,29	-0,41	0,44

Analisando os resultados apresentados na Tabela 4.10 observa-se que quando o fluido foi considerado compressível obteve-se um valor maior para a pressão máxima na base (nó 2). Já para o ponto localizado na metade e no topo do reservatório (nós 65 e 4735) os valores obtidos para a pressão e aceleração foram os mesmos.

5 CONCLUSÕES GERAIS E RECOMENDAÇÕES

5.1 CONCLUSÕES GERAIS

Este trabalho apresentou um estudo a respeito do comportamento de pilares e comportas de vertedouros sob ações sísmicas considerando os efeitos do acoplamento dessas estruturas com o reservatório. Para esse estudo, desenvolveu-se uma solução analítica pela técnica de separação de variáveis e modelos em elementos finitos através dos programas SAP2000 e ANSYS. Foi feito ainda, a modelização de um vertedouro através de seções de um modelo real. Nesses cortes foram utilizadas molas representando a rigidez real da estrutura.

A partir de um estudo paramétrico sobre a influência da compressibilidade do fluido, da flexibilidade da estrutura, e da relação entre seu comprimento e altura, feito no capítulo 2 dessa dissertação, pode-se concluir que: a) com o aumento do parâmetro de compressibilidade do fluido ($\omega H/c$) aumenta-se a pressão hidrodinâmica que age na comporta; b) observa-se que a pressão na comporta é maior quando ela se movimenta como um corpo rígido-móvel do que quando se considera a estrutura como um corpo deformável. Conclusão semelhante foi observada por Silva (2007) ao estudar a interação dinâmica barragem-reservatório em duas dimensões; c) ao se resolver a equação da onda em três dimensões considerando a estrutura rígida, obteve-se uma equação governante para o campo de pressões hidrodinâmicas que age na comporta dependente apenas de sua altura (H), diferentemente do que aconteceu ao se resolver essa mesma equação considerando a estrutura flexível. Assim a influência da relação entre o comprimento da comporta (B) e a altura (H) foi investigada e concluiu-se que a pressão hidrodinâmica aumenta com o aumento na relação B/H , tendendo a um valor constante quando essa relação for superior a 15.

As forças de cisalhamento que são transmitidas a base do pilar de um vertedouro quando solicitado sismicamente (capítulo 3), foram avaliadas através de dois modelos: (i) um modelo composto por apenas um pilar, onde a massa da comporta e a massa adicional foram considerados através de massas inseridas nos nós da estrutura, e (ii) um modelo composto por 3 pilares e 2 comportas, onde a massa adicional foi inserida nos nós da comporta. Através dessas análises verificou-se que a consideração de um modelo um

pouco mais sofisticado (modelo com 3 pilares) foi suficiente para reduzir significativamente os esforços de cisalhamento máximos que devem ser resistidos pelos pilares. A influência da flexibilidade da estrutura ficou clara ao se comparar os resultados obtidos pelo método pseudo-estático, que considera a estrutura rígida, com os resultados obtidos pelas análises feitas pelos métodos pseudo-dinâmico, espectral e transiente. Através da comparação dos resultados obtidos por essas análises, constatou-se que a não consideração da flexibilidade pode subestimar consideravelmente a resposta da estrutura. Quanto à influência dos efeitos da interação fluido-estrutura na resposta sísmica do vertedouro, compararam-se os resultados obtidos para uma análise onde foram inseridas massas adicionadas nos nós da comporta calculadas pela teoria de Westergaard, com uma análise considerando o acoplamento fluido-estrutura. Observou-se que quando se utiliza massas adicionais, obtêm-se frequências de vibração bem mais baixas do que quando se considera o reservatório acoplado a estrutura. Isso acontece porque a massa adicional calculada pela teoria de Westergaard é bem maior que a massa de água perturbada pela comporta quando se considerada o sistema acoplado. Entretanto, apesar do carregamento na comporta ser bem maior quando se considera a teoria de Westergaard, uma análise utilizando-se esse procedimento pode levar a resultados que subestimam a resposta da estrutura por não ser capaz de capturar os efeitos de ressonância do sistema acoplado, caso estes venham a ocorrer numa dada faixa de frequência.

Na modelagem em duas dimensões de um vertedouro de barragem através de seções verticais e horizontais (capítulo 4), onde molas foram usadas para a representação da rigidez dos pilares e comporta, foi investigado a influência dos pilares no campo de pressões hidrodinâmica que age na comporta, além da compressibilidade do fluido. Verificou-se que para os casos estudados, a compressibilidade da água pouco alterou a resposta sísmica do sistema. A presença dos pilares alterou significativamente a pressão que age sobre a comporta, criando uma espécie de zona de confinamento, onde a pressão adquire valores significativos. Os resultados obtidos para o modelo que não considera os pilares são inferiores aos resultados obtidos para ao modelo em que os pilares estão presentes. As pressões e acelerações obtidas para o sistema excitado lateralmente são bem inferiores aos resultados obtidos para o modelo excitado no sentido de montante/jusante, como intuitivamente era de se esperar.

Apesar das simulações efetuadas não permitirem conclusões definitivas e suficientemente demonstradas, os resultados acoplados permitiram a caracterização de evidências que viriam a mostrar que as componentes frequências do espectro sísmico poderiam excitar frequências do sistema acoplado pilar-comporta-reservatório não identificáveis quando se usa a análise desacoplada com massas adicionais. Além disso, estas massas são consideradas constantes para todos os modos quando na realidade não é isto que acontece, já que estas diminuem para os modos mais altos.

Constatou-se que é possível se conseguir resultados satisfatórios para problemas aparentemente complexos, se o comportamento e a representatividade dos modelos mais simples forem suficientemente bem elaborados para simular de forma adequada o problema em questão.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são expostas algumas sugestões que podem contribuir para um melhor entendimento dos efeitos do acoplamento comporta-reservatório. São elas:

- Utilização de outras condições de contorno importantes para o estudo do acoplamento comporta-reservatório, como por exemplo, a condição de superfície livre (a existência da formação de ondas de superfície), a condições de radiação no infinito (dissipação da onda), a condição de superfície de truncamento a distâncias finitas do reservatório, e a influência da dissipação no fundo do reservatório.
- O estudo de comportas de superfície curva a fim de se verificar a alteração no campo de pressões hidrodinâmicas;
- Consideração das não linearidades nos domínios fluido e sólido no problema de interação comporta-reservatório;
- Modelização do pilar do vertedouro utilizando elementos finitos sólidos no lugar de elementos de barra;

- Simulações e estudos para descrever o caráter 3D do problema;
- Estudo a respeito do tamanho do reservatório a ser considerado tanto nos lados (largura) como na direção normal (comprimento) a comporta.
- A existência de fluxo (escoamento) sobre e abaixo da comporta quando ela se encontrar parcialmente aberta;
- Efeitos de vibrações e choques induzidos por escoamentos;
- Uma análise mais refinada sobre o efeito do confinamento e transferência de influências entre pilares-comporta-reservatório durante um sismo;
- Investigar de que forma a assinatura espectral de um sismo contém frequências que podem influenciar na resposta do sistema acoplado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adya, A. (2008). “FE modeling and numerical simulation for dynamic analysis of gravity dam spillway”, In: *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing, China.
- Alliard, P. -M. e Léger, P. (2008). “Earthquake safety evaluation of gravity dams considering aftershocks and reduced drainage efficiency.” In: *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 134, no. 1, pp. 12-23.
- Ariga, Y. (2008). “Study on earthquake damage mechanism and measures of spillway composed of concrete piers with different shapes and dynamic response properties.” In: *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, China.
- Arima, T. S. (2006). *Um Estudo de Modelos Estruturais Preliminares para Análise Simplificada de Placas Aplicado a Comportas Hidráulicas*. Projeto Final em Engenharia Civil. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- ASCE Standard 4-86. (1986). Seismic analysis of safety related nuclear structures and commentary on standard for seismic analysis of safety related nuclear structures, Sept.
- Aslam, M., Wilson, E. L., Button, M. e Ahlgren, C. (2002). “Earthquake analysis of radial gates/dam including fluid-structure interaction.” In: *22nd USSD Annual Meeting and Conference*, San Diego, California, United States.
- Barbosa, A. N. (1998). *Uma Formulação Potencial Simétrica para o Cálculo Estático e Dinâmico de Problemas de Interação Fluido-Estrutura*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília.
- Barbosa, A. N. e Pedroso, L. J. (2007). “Simulação do comportamento transiente de um corpo imerso em um fluido acústico.” In: *Relatório Técnico de Pesquisa RTP-ANB06-02_2007*, Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura, Universidade de Brasília.
- Barkan, D. D. (1962). *Dynamics of bases and foundations*. 1 ed. McGraw-Hill.
- BenFtima, M. e Léger, P. (2006). “Seismic stability of cracked concrete dams using rigid block models.” In: *Computers & Structures*, vol. 84, no. 28, pp.1719-1826.
- Blevins, R. D. (1979). *Formulas for natural frequency and mode shape*. 2 ed. Van Nostrand Reinhold Co.

- Bouaanani, N., Paultre, P. e Proulx, J. (2002). "Two-dimensional modelling of ice-cover effects for the dynamic analysis of concrete gravity dams." In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 31, no. 12, pp. 2083-2102.
- Bouaanani, N., Paultre, P. e Proulx, J. (2003). "A closed-form formulation for earthquake-induced hydrodynamic pressure on gravity dams." In: *Journal of Sound and Vibration*, vol. 261, no. 03, pp. 573-582.
- Bouaanani, N., Paultre, P. e Proulx, J. (2004a). "Dynamic response of a concrete dam impounding an ice-covered reservoir; Part I: Mathematical modelling." In: *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 31, no. 06, pp. 956-964.
- Bouaanani, N., Paultre P. e Proulx, J. (2004b). "Dynamic response of a concrete dam impounding an ice-covered reservoir; Part II: Parametric and numerical study." In: *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 31, no. 06, pp. 965-976.
- Bouaanani, N. e Paultre, P. (2005). "A new boundary condition for energy radiation in covered reservoirs using BEM." In: *Journal of Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 29, no. 09, pp. 903-911.
- Bouaanani, N. e Lu, F. (2009). "Assessment of potential-based fluid finite elements for seismic analysis of dam-reservoir systems." In: *Journal of Computers and Structures*, vol. 87, no. 3-4, pp. 206-224.
- Bouaanani, N. (2009). "Manuscritos, Esquemas e Notas de Seções de Orientação". Montréal: École Polytechnique de Montréal.
- Bowles, J. E. (1996). *Foundation analysis and design*. 5 ed. McGraw-Hill.
- Câmara, R. e Portugal, A. (1990). "In situ dynamic tests of a gated gravity dam." In: *Society for Earthquake and Civil Engineering Dynamics. Earthquake, blast and impact: measurements and effects of vibration*. 1 ed. Londres: Spon Press.
- Caron, P., Léger, P., Tinawi, R. e Veilleux, M. (2003). "Slot cutting of concrete dams: field observations and experimental evidences." In: *American Concrete Institute. Structural Journal*, vol. 100, no. 4, pp. 430-439.
- Christopoulos, C., Léger, P. e Filiatrault, A. (2003). "Seismic sliding response analysis of gravity dams including vertical accelerations." In: *Journal of Earthquake and Engineering Vibration*, vol. 2, no. 2, pp.189-200.
- Chopra, A. K. (1968). "Earthquake behavior of dam-reservoir systems." In: *Journal Engineering Mechanics*, ASCE, 94, 1475-1499.

- Chopra, A. K. (1970). "Earthquake response of concrete gravity dams". In: *Report No EERC 70-1*, Earthquake Engineering Research Center, University of California – Berkeley, Janeiro.
- Chopra, A. K. (1978). "Earthquake resistant design of concrete gravity dams." In: *Journal of The Structural Division*, ASCE, vol. 104, no. ST6, pp. 953-971.
- Chopra, A. K., Chakrabarti, P. (1981). "Earthquake analysis of concrete gravity dams including dam-fluid-foundation rock interaction". In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, pp. 363-383.
- Chopra, A. K. (2000). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 2 ed. Prentice Hall.
- Daniell, W. E. e Taylor, C. (1999). "Seismic study of Kilmorack Dam radial gate." In: *Report for Scottish and Southern Energy*, University of Bristol, Earthquake Engineering Research Centre.
- Erbisti, P. C. (2002). *Comportas Hidráulicas*. 2 ed. Interciência.
- Epstein, H. I. (1976). "Seismic Design of Liquid-Storage Tanks." In: *Journal of the Structural Division*, 102(ST9), pp. 1659-1673.
- Fenves, G. L. e Chopra, A. K. (1984). "Earthquake analysis and response of concrete gravity dams", In: *UCB/EERC-84/10*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 228 p.
- Fenves, G. e Chopra, A. K. (1985). "Effects of reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction on frequency response functions for concrete gravity dams". In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 13, pp. 13- 31.
- Fok, K. L. e Chopra, A. K. (1985). "Earthquake analysis and response of concrete arch dams." In: *UBC/EERC-85/07*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, pp. 207.
- Ghrib, F., Léger, P., Tinawi, R., Lupien, R., e Veilleux, M. (1997). "Seismic safety evaluation of gravity dams." In: *International Journal on Hidropower & Dams*, vol. 4, no. 2, pp. 126-138.
- Gibert, R. J. (1988). "Vibrations des structures: interactions avec les fluides sources d'excitation aléatoires." Paris: Eyrolles.
- Gorbunov-Possadov, M. e Serebrjany, R. V. (1961). "Design of structures on elastic foundations." In: *Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 5, Proc., vol.1, pp. 643-648.

- Hall, J. F. e Chopra, A. K. (1982). "Two dimensional dynamic analysis of concrete gravity and embankment dams including hydrodynamic effects." In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, pp. 305-332.
- Hydro-Québec. (1992). Région Maisonneuve Aménagement Coteau Réévaluation de la sécurité. Maintenance des équipements et sécurité des barrages, Service Essais et Expertises Techniques (SEET), Division Expertises - Barrages et Structures, Rapport no. 308-15A et B, Tomes 1 et 2.
- ICOLD 1999 – International Commission on Large Dams, "Selecting seismic parameters for large dams", Bulletin no. 72, Paris, France.
- ICOLD 2002 – International Commission on Large Dams, "Seismic design and evaluation of structures appartenant to dams" Bulletin no. 123, Paris, France.
- Javanmardi, F. e Léger, P. (2005). "Grouting of cracks in concrete dams: numerical modelling and structural behavior." In: *Progress in Structural Engineering and Materials*, vol. 7, no. 4, pp. 161-174.
- Javanmardi, F., Léger, P. e Tinawi, R. (2005a). "Seismic water pressure in cracked concrete gravity dams: experimental study and theoretical modelling." In: *Journal of Structural Engineering*, vol. 131, no.1, pp.139-150.
- Javanmardi, F., Léger, P. e Tinawi, R. (2005b). "Seismic structural stability of concrete gravity dams considering transient uplift pressure in cracks." In: *Engineering Structures*, vol. 27, pp. 616-628.
- Kolkman, P. A. (1988). "A simple scheme for calculating the added mass of hydraulic gates." In: *Journal of Fluids and Structures*, 2, pp. 339-353.
- Küçükarslan, S. (2003). "Dam-reservoir interaction for incompressible-unbounded fluid domains using an exact truncation boundary condition." In: *16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, University of Washington, Seattle.
- Lambe, T. W. e Whitman, R. V. (1969). Soil mechanics. 1 ed. John Wiley & Sons.
- Leclerc, M., Léger, P. e Tinawi, R. (2003). "Computer aided stability analysis of gravity dams – CADAM." In: *Advances in Engineering Software*, vol.34, no. 7, pp. 403-420.
- Leclerc, M., Léger, P. e Tinawi, R. (2003). "Computer aided stability analysis of gravity dams-CADAM." In: *Advances in Engineering Software*, vol. 34, pp. 403-420.
- Léger, P. (2009). "Manuscritos, Esquemas e Notas de Seções de Orientação". Montréal: École Polytechnique de Montréal.

- Léger, P. e Javanmardi, F. (2006). “Structural stability of concrete gravity dams strengthened by rockfill buttressing: hydrostatic load.” In: *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 132, no. 12, pp. 1592-1599.
- Léger, P. e Leclerc, M. (2007). “A Hydrostatic, Temperature, Time (HTT) displacement model for concreted dams.” In: *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 133, no.3, pp. 267-277.
- Léger, P. e Javanmardi, F. (2007). “Seismic stability of concrete gravity dams strengthened by rockfill buttressing.” In: *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 27, no.3, pp. 274-290.
- Lewin, J. (2001). *Hydraulic gates and valves in free surface flow and submerged outlets*. 2 ed. Thomas Telford.
- Limoges, A. (2008). *Évaluation de la Sécurité Sismique des Évacuateurs des Crues avec Vannes*, Dissertação de Mestrado, École Polytechnique de Montréal, Civil Engineering Department, Structural Division, 97p.
- Limoges, A. e Léger, P. (2009). “Seismic safety assessment of gated spillways.” In: *Journal of Performance of Constructed Facilities*, vol. 23, no. 4, pp. 209-218.
- Lotfi, V., Roesset, J. M. e Tassoulas, J. L. (1987). “A technique for the analysis of the response of dams to earthquakes”, In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 15, pp. 463-490.
- McLean, P., Léger, P. e Tinawi, R. (2006). “Post-processing of finite element stress fields using dual kriging based methods for structural analysis of concrete dams.” In: *Finite Element in Analysis and Design*, vol. 42, no. 6, pp. 532-546.
- Miron, M.-S. (1997). *Analyses Statiques et Sismique 3D d'un Évacuateur de Crues Par Éléments Finis*, Dissertação de Mestrado, École Polytechnique de Montréal, Civil Engineering Department, Structural Division, 247p.
- Morais, M. V. G. (2000). *Modelização Numérica pelo Método dos Elementos Finitos de Problemas em Interação Fluido-Estrutura*, Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, 157p.
- Naudascher, E. (1979). “On identification and preliminary assessment of sources of flow induced vibration.” In: *19th I. A. H. R. Congress*, Karlsruhe, paper C1.
- OFEG. (2003). *Documentation de base pour la vérification des ouvrages d'accumulation aux séismes*. Section Barrages de l'Office Fédéral des Eaux et de la Géologie, Suisse.

- Pani, P. K. e Bhattacharyya, S. K. (2007). "Fluid-structure interaction effects on dynamic pressure of a rectangular lock-gate." In: *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 43, no. 10, pp. 739-748.
- Pani, P. K. e Bhattacharyya, S. K. (2008). "Hydrodynamic pressure on a vertical gate considering fluid-structure interaction." In: *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 44, no. 12-13, pp. 759-766.
- Pani, P. K. e Bhattacharyya, S. K. (2009). "Finite element analysis of a vertical rectangular plate with an unbounded fluid domain on one side using truncated far boundary." In: *Journal of Hydrodynamics*, vol. 21, no. 2, pp. 190-200.
- Pedroso, L. J. (1996). "Formulação para o tratamento acoplado fluido-estrutura baseada num enfoque variacional para os domínios sólido e fluido pelo MEF – uma abordagem com ênfase nas aplicações em estruturas de reatores nucleares." In: *Projetos de Estudos e Pesquisas*, UnB, FT/ENC – CNPq, Ref. Proc. No 301516/88-0/EC/FV.
- Pedroso, L. J. (1998). "Estudo do acoplamento fluido-estrutura baseado numa formulação potencial simétrica orientado a problemas em estruturas de reatores nucleares: modelagem numérica pelo MEF adaptado a análise do comportamento dinâmico de problemas complexos e grandes sistemas acoplados." In: *Projeto de Estudos e Pesquisa*, UnB-FT/EnC - CNPq Ref.Proc. n° 301516/88-0/EC/FV, (1998).
- Pedroso, L., Tinawi, R. e Léger, P. (2000). "On the prospect of computational fluid dynamics in concrete dam engineering." In: *Proceedings of 8th Canadian Computational Fluid Dynamic Conference*. Montréal, 473-478.
- Pedroso, L. J. (2000). "Fluid-structure interaction and earthquake analysis in concrete dams." In: *Relatório de Estudos de Pós-Doutorado*, École Polytechnique de Montréal, Civil Engineering Department, Structural Division.
- Pedroso, L.J. (2003). "Interação fluido-estrutura." In: *Notas de Curso e Apostila Didática*, UnB-FT/ENC, Vs.3 – Brasília, DF.
- Pedroso, L. J. (2009). "Manuscritos, Esquemas e Notas de Seções de Orientação". Brasília: Universidade de Brasília.
- Rashed, A. A. e Iwan, W. D. (1984). "Hydrodynamic pressure on short-length gravity dams." In: *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 110, no. 9, pp.1264-1283.
- Ribeiro, P. M. V. (2006). *Uma Metodologia Analítica para Avaliação do Campo de Tensões em Barragens de Concreto durante Terremotos*, Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, 140p.

- Ribeiro, P. M. V. (2009). Soluções analíticas para cavidades acústicas bidimensionais com aplicação ao estudo de problemas de interação dinâmica barragem-reservatório, Qualificação Doutorado, Universidade de Brasília, 192p.
- Romagnoli, M. (2005). Avaliação experimental da vibração induzida sobre uma comporta plana com descarga de fundo, Dissertação de Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 91p.
- Saini, S., Bettess, P. e Zienkiewicz, O. C. (1978). “Coupled hydrodynamic response of concrete dams using finite and infinite elements.” In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 6, pp. 363-374.
- Sharan, S. K. (1985a). “Finite element analysis of unbounded and incompressible fluid domains.” In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 21, pp. 1659-1669.
- Sharan, S. K. (1985b). “Finite element modeling of infinite reservoirs.” In: *Proceedings ASCE*, 111 (EMI2), pp. 1457-1469.
- Silva, S. F. e Pedroso, L. J. (2005). “Interação barragem-reservatório no domínio infinito de fluido incompressível.” In: *Relatório Técnico de Pesquisa*, RTP-SFS04, UnB-FT/ENC, Brasília.
- Silva, S. F. (2007). *Interação Dinâmica Barragem-Reservatório: Modelos Analíticos e Numéricos*, Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, 220p.
- Soedel, W. (2004). *Vibration of Shells and Plates*. 3 ed. Prentice Hall.
- Sousa Jr, L. C. e Pedroso, L. J. (2004). “Acoplamento fluido-estrutura em cavidades acústicas.” In: *XXXI Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*. Mendoza, Argentina.
- Sousa Jr., L. C. (2006). *Uma aplicação dos métodos dos elementos finitos e diferenças finitas à interação fluido-estrutura*, Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 197p.
- Souza, S. M. (2007). Contribuição para uma metodologia de análise acoplada fluido-estrutura para cavidades acústicas de paredes flexíveis, Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 177p.
- Stefan, L. (2006). Comportement dynamique des piliers d'évacuateurs de crues: effet des vannes. Projet du cours Analyse Dynamique des Structures. Departamento de

Engenharia Civil, École Polytechnique de Montréal, Canada.

- Stefan, L. e Léger, P. (2008). “An extension of the gravity method for 3D cracking analysis of spillway piers including uplift pressures.” In: *Journal of Structural Engineering*, vol. 134, no. 8, pp. 1278-1287.
- Tiniç, S., Langer, V. e Eyer, P. (1994). “Seismic evaluation of and old weir in Switzerland.” In: *10th European Conference on Earthquake Engineering*. Viena, Austria.
- Todd, R. V. (2001). “Modal testing to determine added mass for vibration spillway gates” In: *Proceedings of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, vol. 4359, no. 2, pp. 1574-1578.
- USACE (1990). “Hydraulic design of spillways.” In: Engineer manual, n. 1110-2-1603.
- USCOLD 1995 – US Committee on Large Dams, Guidelines for earthquake design and evaluation of structures appurtenant to dams.
- Westergaard, H. M. (1933). “Water pressures on dams during earthquakes.” In: *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, vol. 98, pp. 418-433.
- Zienkiewicz, O. C., Bettess, P., Kelly, D.W. (1978). “The finite element method for determining fluid loadings on rigid structures: two and three-dimensional formulations.” In: Chapter 4 of *Numerical Methods in Offshore Engineering* (O.C. Zienkiewicz, R.W. Lewis and K. G. Stagg, Eds.), Wiley, Chichester, U. K.
- Zienkiewicz, O. C., Newton, R. E. (1969). “Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid.” In: *Symposium on Finite Element Techniques*, Stuttgart.