

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO
COM ARMADURAS DE CISALHAMENTO E MOMENTOS
DESBALANCEADOS**

MAURÍCIO DE PINA FERREIRA

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO
COM ARMADURAS DE CISALHAMENTO E MOMENTOS
DESBALANCEADOS**

MAURÍCIO DE PINA FERREIRA

ORIENTADOR: GUILHERME SALES S. A. MELO

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURA E CONSTRUÇÃO CIVIL

**PUBLICAÇÃO: E.TD – 007 A/10
BRASÍLIA/DF: OUTUBRO – 2010
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM
ARMADURAS DE CISALHAMENTO E MOMENTOS
DESBALANCEADOS**

MAURÍCIO DE PINA FERREIRA

**TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE
BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO
CIVIL.**

APROVADA POR:

**Prof. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, PhD (UnB)
(Orientador)**

**Prof. Yosiaki Nagato, D.Sc. (UnB)
(Examinador Interno)**

**Prof. Paul William Partridge, PhD (UnB)
(Examinador Interno)**

**Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto (UFSC)
(Examinador Externo)**

**Prof. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, D.Sc. (UFPA)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 22 DE OUTUBRO DE 2010

FICHA CATALOGRÁFICA

FERREIRA, MAURÍCIO DE PINA

Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados [Distrito Federal] 2010.

xxiv, 275p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2010).

Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.Punção

2.Lajes lisas

3.Armaduras de cisalhamento

4.Momentos desbalanceados

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Doutor)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FERREIRA, M. P. (2010). Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 007 A/10 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 275p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Maurício de Pina Ferreira.

TÍTULO: Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados.

GRAU: Doutor

ANO: 2010

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Maurício de Pina Ferreira
Travessa 9 de Janeiro, nº 444, apto 301. Umarizal.
66.060-370 Belém – PA – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Normalmente acredita-se que o desenvolvimento de uma tese de doutorado é um processo solitário. Por vezes ele é sim, mas fiquei muito satisfeito ao escrever esta seção por perceber a grande quantidade de pessoas que estiveram ao meu lado durante estes últimos quatro anos. Nesse momento deixo de lado o estilo científico de escrever para poder expressar minha gratidão a todos que contribuíram para a realização desta pesquisa.

Agradeço, inicialmente, ao Professor Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, pela orientação consciente, por toda confiança em mim depositada, mesmo em momentos que nem eu estava confiante, e por ter viabilizado todas as necessidades que surgiram ao longo da pesquisa. Gostaria de agradecer também ao Professor Paul E. Regan, pela grande contribuição dada desde a idealização dos ensaios. Agradeço muito por toda a paciência e atenção com que me recebeu no período de estágio em Londres, buscando sempre transmitir um pouco de seu conhecimento e experiência durante nossas longas reuniões em sua casa. Agradeço ainda a sua esposa, Mônica, que durante este período sempre tratou a mim e minha esposa com muito carinho. Devo agradecer também ao Professor Robert L. Vollum, que conduziu de modo consciente todas as minhas atividades durante o período de estágio em Londres, permitindo que ao final eu tivesse os resultados necessários para a defesa desta tese.

A etapa de ensaios experimentais foi sem dúvidas a mais difícil de ser realizada, mas também foi a que contou com o maior número de colaboradores. Agradeço de início ao Professor Yosiaki Nagato, chefe do laboratório de estruturas, que muito contribuiu na execução de todo o programa experimental. Agradeço também aos técnicos do laboratório de estruturas, Magno, Leandro e, em especial, ao grande Adelmo, pela ajuda fundamental na árdua montagem e desmontagem dos ensaios. Também tive a colaboração dos técnicos do laboratório de Materiais, Xaxier, Severino e Valderi, para a realização dos ensaios de caracterização dos materiais e na confecção das fôrmas de madeira para as lajes, além dos técnicos do laboratório de Mecânica, que prestaram diversos serviços ao longo deste período. Essa pesquisa não teria sido possível sem o auxílio financeiro do CNPq e da CAPES, que além de viabilizarem a compra dos materiais e equipamentos necessários ainda me forneceram bolsa para o doutorado e para o período de estágio em Londres.

Devo agradecer também aos bons amigos que fiz ao longo do doutorado, em especial aos que muito me ajudaram tanto na confecção das lajes como na realização dos ensaios, ajuda esta sempre espontânea e desinteressada: Helder Pontes, Marcos Honorato, Bernardo Moraes, Henrique Cunha e Bruna Mundel. Devem ser mencionados também meus grandes amigos, Wellington Andrade e Marcus Brito, e os amigos dos tempos de república, Alberto e Nelson, cuja amizade verdadeira tornou muito agradável a vida em Brasília. Agradeço ainda aos amigos do Imperial College, Regina Zoby, Sotirios Mpegetis e Hamid Najafian, cuja amizade foi fundamental e enriquecedora.

A análise numérica realizada só foi possível devido à colaboração da empresa Larrosa & Santos Consultores Associados, graças à confiança e apoio dado pelos Engenheiros Henrique Silveira dos Santos e Carlos Gonzalo Larrosa Rodriguez.

Agradeço muito aos meus pais, pelo apoio incondicional, pela educação que me deram e pelo carinho e paciência com que sempre me trataram. Aos meus irmãos, por todo amor e amizade e pelas palavras de conforto e incentivo, principalmente nos momentos finais da tese. Mas agradeço fundamentalmente a minha esposa Thais, que foi sem dúvidas a pessoa mais especial que tive ao meu lado durante essa jornada. Obrigado por toda a ajuda durante as incontáveis horas necessárias para a instrumentação das lajes, que sem você teriam sido muito solitárias. Obrigado por ter sido sempre minha maior incentivadora e companheira, por suportar minhas alterações de humor e por manter-se calma em momentos que eu perdi a calma. Não poderia ter tido pessoa melhor ao meu lado durante esses anos e sem dúvidas a maioria das doces lembranças que irei carregar comigo desse período foram proporcionadas por você. Essa tese é um pouco sua e hoje nós somos vencedores. Agradeço também aos seus pais, Celeste e Nelson, que sempre me trataram como um filho.

Por fim, gostaria de agradecer a Deus, que mesmo sem eu notar, guiou meus passos em todos os momentos, me permitindo alcançar os objetivos que tracei ainda no início deste trabalho.

RESUMO

A resistência à punção é o ponto crítico do dimensionamento de lajes lisas de concreto e, como em pavimentos com lajes lisas é comum a ação de momentos desbalanceados na ligação laje-pilar, ele pode se tornar ainda mais crítico pois esta ação reduz a resistência da ligação. Ainda hoje não existe um método teórico capaz de explicar o fenômeno da punção em todas as suas variáveis, sendo normalmente utilizadas para seu dimensionamento as recomendações normativas disponíveis, que são fundamentalmente empíricas. São observadas algumas divergências entre as normas, principalmente nos casos de lajes com armaduras de cisalhamento e/ou nos casos de ligações laje-pilar com momentos desbalanceados, gerando insegurança quanto à adequabilidade destas recomendações.

Foi realizada uma série de 16 ensaios em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento do tipo *double-headed studs* submetidas à carregamentos simétricos e assimétricos, buscando contribuir para o melhor entendimento da punção. As lajes eram quadradas com lados de 2.500 mm e com espessura de 180 mm, moldadas com concreto de resistência em torno de 50 MPa e apoiadas em segmentos de pilar de seção quadrada e circular. Foi analisado o efeito de algumas variáveis como a taxa de armadura de flexão tracionada e comprimida além da quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento. São apresentados os resultados dos deslocamentos verticais, das deformações nas armaduras de flexão e de cisalhamento e na superfície de concreto, além dos mapas de fissuração e da superfície de ruptura das lajes.

Foi realizada uma análise não-linear através do método dos elementos finitos com um modelo axissimétrico a fim de entender melhor o mecanismo de ruptura por punção em lajes com armadura de cisalhamento. Além disso, os resultados experimentais desta pesquisa foram somados a uma seleção de resultados disponíveis na literatura formando um banco de dados cujos resultados foram confrontados com os estimados teoricamente utilizando-se as normas ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e NBR 6118:2003 e utilizando-se a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (CSCT). Ao final apresenta-se o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (SMSR) que é uma boa aproximação para estimar a capacidade resistente de lajes com armadura de cisalhamento.

ABSTRACT

Punching resistance is a critical point in the design of reinforced concrete flat slabs and, as in flat slab floors it is quite common the action of unbalanced moments in slab-column connections, it can become even more critical as the moment transfer reduces the punching resistance. Until now there are no theoretical methods able to explain the punching phenomenon and all its variables. Thus, to design flat slabs are commonly used the available code provisions, which were developed empirically. Some differences are observed between each code, and they can be more significant in cases of slabs with shear reinforcement and/or in cases of moment transfer in slab-column connections, generating uncertainty about the adequacy of these recommendations.

Aiming to contribute to better understanding of punching phenomenon a series of 16 tests were carried on reinforced concrete flat slabs with double-headed studs. The slabs were square with sides of 2,500 mm and thickness of 180 mm, casted with concrete strength around 50 MPa and supported on column stubs with square and circular cross-section. Some variables like tension and compression flexural reinforcement ratio and the amount and distribution of shear reinforcement were analyzed. In this research are presented results of vertical displacements, strains on flexural and shear reinforcement and on concrete surface, besides the crack pattern and the inclination and location of the failure surface.

A non-linear finite element analysis with an axis-symmetric model was carried in order to better understand the punching failure mechanism of reinforced concrete slabs with shear reinforcement. Also, the experimental results of this thesis were summed to a selection of results available forming a database. These results were compared to the ones obtained theoretically using the provisions presented by ACI 318:2008, Eurocode 2:2004, NBR 6118:2003 and also using the Critical Shear Crack Theory (CSCT). Finally, it is presented the Surface of Minimum Shear Resistance Method, which is a good approach that can be used to predict the ultimate punching resistance of reinforced concrete slabs with shear reinforcement.

SUMÁRIO

Capítulo	Página
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. JUSTIFICATIVA	6
1.2. OBJETIVOS	6
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO	7
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1. DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO	9
2.2. PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	14
2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto	15
2.2.2. Taxa de Armadura de Flexão Tracionada	16
2.2.3. Geometria e Dimensões do Pilar	17
2.2.4. <i>Size Effect</i> (Efeito de Tamanho)	18
2.2.5. Armaduras de Cisalhamento	20
2.3. MÉTODOS TEÓRICOS PARA ESTIMAR A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	26
2.3.1. Modelo Mecânico de Kinnunen e Nylander	27
2.3.2. Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento	29
2.3.3. Recomendações da norma ACI 318:2008	34
2.3.4. Recomendações da norma Eurocode 2:2004	39
2.3.5. Recomendações da norma NBR 6118:2003	43
3. PROGRAMA EXPERIMENTAL	45
3.1. CARACTERÍSTICAS DAS LAJES	49
3.2. ARMADURA DE FLEXÃO	52
3.3. ARMADURA DE CISALHAMENTO	54
3.4. ARMADURA DOS PILARES	59
3.5. INSTRUMENTAÇÃO	60
3.5.1. Deslocamentos Verticais	60
3.5.2. Deformações nas Armaduras e no Concreto	61
3.6. SISTEMA DE ENSAIO	66

3.7. MONTAGEM DO ENSAIO E PROCESSO DE CARREGAMENTO	67
3.8. MATERIAIS	72
3.8.1. Concreto	72
3.8.1.1. Composição	72
3.8.1.2. Concretagem e cura das lajes	72
3.8.1.3. Propriedades Mecânicas	73
3.8.2. Aço	74
3.9. RESISTÊNCIA À FLEXÃO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO	76
4. RESULTADOS	79
4.1. DESLOCAMENTOS VERTICAIS DAS LAJES	79
4.2. DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO	89
4.3. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE FLEXÃO	99
4.4. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO	112
4.5. MAPA DE FISSURAÇÃO	132
4.6. SUPERFÍCIE DE RUPTURA	141
4.7. CLASSIFICAÇÃO DOS MODOS DE RUPTURA DAS LAJES	159
5. ANÁLISE NUMÉRICA	164
5.1. APRESENTAÇÃO DA ANÁLISE NÃO-LINEAR	164
5.2. ESTUDO PARAMÉTRICO	172
5.2.1. Grau de Refinamento da Malha	173
5.2.2. Influência do Módulo de Elasticidade do Concreto (E_c)	175
5.2.3. Influência da Resistência à Tração do Concreto (f_{ct})	176
5.2.4. Influência do Fator de Retenção de Cisalhamento (β_c)	177
5.3. MODELAGEM DE LAJES SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO	179
5.4. MODELAGEM DE LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO	185
6. ANÁLISE DOS MODELOS TEÓRICOS DE CÁLCULO	192
6.1. ANÁLISE DE LAJES SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO SIMÉTRICO	192
6.2. ANÁLISE DE LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO SIMÉTRICO	200

6.3. ANÁLISE DE LAJES SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO ASSIMÉTRICO	216
6.4. ANÁLISE DE LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO ASSIMÉTRICO	221
6.5. CONTRIBUIÇÕES PARA A ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURAS DE CISALHAMENTO E CARREGAMENTO SIMÉTRICO	223
7. CONCLUSÕES	232
7.1. PROGRAMA EXPERIMENTAL	232
7.1.1. Dimensões dos Modelos Locais	232
7.1.2. Sistema de Ensaio	232
7.1.3. Monitoração dos Deslocamentos e das Deformações	233
7.1.4. Fissuração e Superfícies de Ruptura	235
7.2. ANÁLISE NUMÉRICA	236
7.3. ANÁLISE DOS MÉTODOS TEÓRICOS DE CÁLCULO	236
7.3.1. Lajes Sem Armaduras de Cisalhamento e com Carregamento Simétrico	237
7.3.2. Lajes Com Armaduras de Cisalhamento e com Carregamento Simétrico	237
7.3.3. Lajes Sem Armaduras de Cisalhamento e com Carregamento Assimétrico	239
7.3.4. Lajes com Armaduras de Cisalhamento e com Carregamento Assimétrico	239
7.3.5. Contribuições para a Estimativa de Resistência de Lajes com Armadura de Cisalhamento sob Carregamento Simétrico	240
7.4. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	242
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	244
APÊNCICE A – DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS DAS LAJES	255
APÊNCICE B - DISPOSITIVO DE TRAVAMENTO DOS PILARES	268

LISTA DE TABELAS

Tabela	Página
Tabela 2.1 – Valores de k para áreas carregadas retangulares (EC2, 2004)	42
Tabela 3.1 – Características das lajes	52
Tabela 3.2 – Quantidade de materiais por m ³ de concreto	72
Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas do concreto das lajes	74
Tabela 3.4 – Propriedades mecânicas do aço utilizado nas lajes	75
Tabela 3.5 – Resistência à flexão das lajes	78
Tabela 4.1 – Síntese do comportamento à flexão das lajes	111
Tabela 4.2 – Síntese do comportamento ao cisalhamento das lajes	131
Tabela 4.3 – Registro das cargas de fissuração	141
Tabela 4.4 – Síntese da superfície de ruptura das lajes	158
Tabela 4.5 – Carga de ruptura das lajes	162
Tabela 4.6 – Definição do modo de ruptura das lajes	163
Tabela 5.1 – Valores de G_{f0} (CEB-FIP MC90:1993)	171
Tabela 6.1 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento simétrico	193
Tabela 6.2 – Comparação entre os resultados experimentais e os normativos para lajes sem armadura de cisalhamento	199
Tabela 6.3 – Características das lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico selecionadas	202
Tabela 6.4 – Cargas de ruptura previstas pelo ACI 318:2008	204
Tabela 6.5 – Cargas de ruptura previstas pelo Eurocode 2:2004	206
Tabela 6.6 – Cargas de ruptura previstas pelo NBR 6118:2003	208
Tabela 6.7 – Cargas de ruptura previstas pelo CSCT	210
Tabela 6.8 – Comparação dos métodos teóricos para lajes com armadura de cisalhamento	212
Tabela 6.9 – Resumo das características das lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento assimétrico com transferência de momento na ligação laje-pilar	217
Tabela 6.10 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento assimétrico	218
Tabela 6.11 – Cargas de ruptura previstas pelo ACI 318:2008	222

Tabela 6.12 – Cargas de ruptura previstas pelo Eurocode 2:2004	222
Tabela 6.13 – Cargas de ruptura previstas pela NBR 6118:2003	222
Tabela 6.14 – Comparação EC2 e EC2-MOD para as lajes que romperam fora da região das armaduras de cisalhamento	224
Tabela 6.15 – Comparação EC2 e EC2-MOD	226
Tabela 6.16 – Comparação entre os métodos de cálculo para lajes rompendo dentro da região das armaduras de cisalhamento	231

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
Figura 1.1 – Sistemas estruturais para estruturas de concreto	1
Figura 1.2 – Colapso de edifícios por punção	3
Figura 1.3 – Tipos de ruptura por punção em lajes com armadura de cisalhamento	4
Figura 1.4 – Diferentes inclinações do cone de punção (MENETREY, 1998)	4
Figura 1.5 – Efeito de um momento desbalanceado na ligação laje-pilar	5
Figura 2.1 – Detalhes do sistema de lajes lisas de Turner e Maillart	10
Figura 2.2 – Ensaios em sapatas de concreto armado (TALBOT, 1913)	12
Figura 2.3 – Provas de carga em lajes cogumelo (TALBOT e SLATER, 1913)	12
Figura 2.4 – Influência do concreto na resistência à punção	16
Figura 2.5 – Influência da taxa de armadura na resistência à punção	17
Figura 2.6 – Variação da resistência nominal ao cisalhamento em função da altura útil	20
Figura 2.7 – Tipos de armaduras de cisalhamento para lajes lisas	22
Figura 2.8 – Arranjos para a distribuição das armaduras de cisalhamento	23
Figura 2.9 – Ancoragem de <i>double-headed studs</i> em lajes lisas	24
Figura 2.10 – Influência das armaduras de cisalhamento (DILGER e GHALI, 1981)	25
Figura 2.11 – Modelo mecânico de Kinnunen e Nylander	28
Figura 2.12 – Teoria da fissura crítica de cisalhamento (MUTTONI, 2008)	29
Figura 2.13 – Relação entre f_{sw} e δ_v em <i>studs</i> com barras de alta aderência	30
Figura 2.14 – Relação entre f_{sw} e δ_v em <i>studs</i> com barras lisas	31
Figura 2.15 – Ruptura na região externa às armaduras de cisalhamento	32
Figura 2.16 – Modelo para verificação da resistência à punção do ACI 318:2008	34
Figura 2.17 – Detalhes típicos para arranjos com <i>studs</i> (ACI, 2008)	35
Figura 2.18 – Ligações laje-pilar sem armadura de cisalhamento com momentos desbalanceados	36
Figura 2.19 – Ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento e momentos desbalanceados	37
Figura 2.20 – Representação dos parâmetros de um segmento reto do perímetro de controle	38

Figura 2.21 – Modelo para verificação da punção do Eurocode 2:2004	39
Figura 2.22 – Detalhes típicos para arranjos com <i>studs</i> (EC2, 2004)	41
Figura 2.23 – Distribuição do cisalhamento provocada por um momento desbalanceado em pilares interno (EC2, 2004)	42
Figura 2.24 – Detalhes típicos para arranjos com <i>studs</i> (NB1, 2003)	44
Figura 3.1 – Idealização dos modelos locais para análise experimental	47
Figura 3.2 – Modelos complexos utilizados para o estudo de ligações laje-pilar interno	48
Figura 3.3 – Modelos complexos para o estudo de ligações laje-pilar de borda e canto	49
Figura 3.4 – Esquema de carregamento das lajes	51
Figura 3.5 – Projeto das armaduras de flexão das lajes	53
Figura 3.6 – Detalhes do sistema de armaduras da HALFEN DEHA	54
Figura 3.7 – Detalhes do sistema de armaduras SCHÖCK BOLE	55
Figura 3.8 – Projeto das armaduras de cisalhamento	56
Figura 3.9 – Detalhe das armaduras de cisalhamento da laje LC01	56
Figura 3.10 – Distribuição dos <i>studs</i> das lajes LC01 à LC04	57
Figura 3.11 – Distribuição dos <i>studs</i> das lajes LC05 à LC08	58
Figura 3.12 – Distribuição dos <i>studs</i> das lajes LS01 à LS08	59
Figura 3.13 – Projeto de armação dos pilares	60
Figura 3.14 – Posicionamento dos defletômetros nas lajes	61
Figura 3.15 – Defletômetros utilizados para medir os deslocamentos verticais	61
Figura 3.16 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão	63
Figura 3.17 – Posição dos extensômetros nos <i>studs</i>	64
Figura 3.18 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto	66
Figura 3.19 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto	66
Figura 3.20 – Sistema de ensaio: vista superior	69
Figura 3.21 – Sistema de ensaio: cortes AA e BB	70
Figura 3.22 – Vistas 3D do sistema de ensaio	71
Figura 3.23 – Foto do sistema de ensaio da laje LS01	71
Figura 3.24 – Concretagem das lajes	73
Figura 3.25 – Curvas tensão-deformação do aço das armaduras de cisalhamento	75
Figura 3.26 – Curvas tensão-deformação do aço das armaduras de flexão	75
Figura 3.27 – Ilustração do cálculo do momento solicitante para as lajes	77

Figura 3.28 – Determinação do centro de carga para meia laje	77
Figura 4.1 – Deslocamentos verticais da laje LC01	80
Figura 4.2 – Deslocamentos verticais da laje LC02	80
Figura 4.3 – Deslocamentos verticais na laje LC03	80
Figura 4.4 – Deslocamentos verticais na laje LC04	81
Figura 4.5 – Deslocamentos verticais na laje LC05	81
Figura 4.6 – Deslocamentos verticais na laje LC06	81
Figura 4.7 – Deslocamentos verticais na laje LC07	82
Figura 4.8 – Deslocamentos verticais na laje LC08	82
Figura 4.9 – Deslocamentos verticais na laje LS01	82
Figura 4.10 – Deslocamento verticais na laje LS02	83
Figura 4.11 – Deslocamento verticais na laje LS03	83
Figura 4.12 – Deslocamento verticais na laje LS04	83
Figura 4.13 – Deslocamento verticais na laje LS05	84
Figura 4.14 – Deslocamento verticais na laje LS06	84
Figura 4.15 – Deslocamento verticais na laje LS07	84
Figura 4.16 – Deslocamento verticais na laje LS08	85
Figura 4.17 – Comparação dos deslocamentos verticais médios para as lajes com pilares circulares	86
Figura 4.18 – Comparação dos deslocamentos verticais médios das lajes com pilares quadrados e carregamento simétrico	87
Figura 4.19 – Comparação dos deslocamentos verticais médios na direção norte-sul para as lajes com pilares quadrados e momentos desbalanceados	88
Figura 4.20 – Deslocamentos da laje LS08 pouco antes da ruptura	88
Figura 4.21 – Deformações na superfície do concreto da laje LC01	89
Figura 4.22 – Deformações na superfície do concreto da laje LC02	90
Figura 4.23 – Deformações na superfície do concreto da laje LC03	90
Figura 4.24 – Deformações na superfície do concreto da laje LC04	90
Figura 4.25 – Deformações na superfície do concreto da laje LC05	91
Figura 4.26 – Deformações na superfície do concreto da laje LC06	91
Figura 4.27 – Deformações na superfície do concreto da laje LC07	91
Figura 4.28 – Deformações na superfície do concreto da laje LC08	92
Figura 4.29 – Deformações na superfície do concreto da laje LS01	92
Figura 4.30 – Deformações na superfície do concreto da laje LS02	92

Figura 4.31 – Deformações na superfície do concreto da laje LS03	93
Figura 4.32 – Deformações na superfície do concreto da laje LS05	93
Figura 4.33 – Deformações na superfície do concreto da laje LS06	93
Figura 4.34 – Deformações na superfície do concreto da laje LS07	94
Figura 4.35 – Deformações na superfície do concreto da laje LS08	94
Figura 4.36 – Modelo de bielas e tirantes para ruptura por punção (MUTTONI, 2008)	95
Figura 4.37 – Deformação média no concreto na direção tangencial para as lajes com pilares circulares	97
Figura 4.38 – Deformação média no concreto na direção tangencial para as lajes com pilares quadrados e carregamento simétrico	97
Figura 4.39 – Deformação no concreto registrada pelos extensômetros tangenciais (EC1 e EC5) posicionados na direção norte-sul das lajes com momentos desbalanceados	99
Figura 4.40 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LC01	100
Figura 4.41 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LC02	100
Figura 4.42 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LC03	100
Figura 4.43 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC04	101
Figura 4.44 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC05	101
Figura 4.45 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC06	102
Figura 4.46 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC07	102
Figura 4.47 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC08	102
Figura 4.48 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS01	103
Figura 4.49 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS02	103
Figura 4.50 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS03	103
Figura 4.51 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS04	104
Figura 4.52 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS05	104
Figura 4.53 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS06	104
Figura 4.54 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS07	105
Figura 4.55 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS08	105
Figura 4.56 – Curvas carga-deformação para as lajes LC01 à LC04	106
Figura 4.57 – Curvas carga-deformação para as lajes LC05 à LC08	107
Figura 4.58 – Curvas carga-deformação para as lajes LS01 à LS04	108
Figura 4.59 – Curvas carga-deformação para as lajes LS05 à LS08	109

Figura 4.60 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC01	113
Figura 4.61 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC02	114
Figura 4.62 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC03	115
Figura 4.63 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC04	116
Figura 4.64 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC05	117
Figura 4.65 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC06	118
Figura 4.66 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC07	119
Figura 4.67 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC08	120
Figura 4.68 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS01	121
Figura 4.69 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS02 (1ª e 2ª camada)	122
Figura 4.70 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS02 (3ª e 4ª camada)	123
Figura 4.71 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS03	124
Figura 4.72 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS04 (1ª e 2ª camada)	125
Figura 4.73 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS04 (3ª e 4ª camada)	126
Figura 4.74 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS07 (1ª e 2ª camada)	127
Figura 4.75 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS07 (3ª e 4ª camada)	128
Figura 4.76 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS08 (1ª e 2ª camada)	129
Figura 4.77 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS08 (3ª e 4ª camada)	130
Figura 4.78 – Mapa de fissuração da laje LC01	133
Figura 4.79 – Mapa de Fissuração da laje LC02	133
Figura 4.80 – Mapa de fissuração da laje LC03	134
Figura 4.81 – Mapa de fissuração da laje LC04	134
Figura 4.82 – Mapa de fissuração da laje LC05	135
Figura 4.83 – Mapa de fissuração da laje LC06	135
Figura 4.84 – Mapa de fissuração da laje LC07	136
Figura 4.85 – Mapa de fissuração da laje LC08	136

Figura 4.86 – Mapa de fissuração da laje LS01	137
Figura 4.87 – Mapa de fissuração da laje LS02	137
Figura 4.88 – Mapa de fissuração da laje LS03	138
Figura 4.89 – Mapa de fissuração da laje LS04	138
Figura 4.90 – Mapa de fissuração da laje LS05	139
Figura 4.91 – Mapa de fissuração da laje LS06	139
Figura 4.92 – Mapa de fissuração da laje LS07	140
Figura 4.93 – Mapa de fissuração da laje LS08	140
Figura 4.94 – Plano de corte das lajes LC01 à LC04	142
Figura 4.95 – Plano de corte das lajes LC04 à LC08	143
Figura 4.96 – Plano de corte das lajes LS01 à LS04	144
Figura 4.97 – Plano de corte das lajes LS05 à LS08	145
Figura 4.98 – Ferramentas utilizadas para o corte das lajes	145
Figura 4.99 – Superfície de ruptura da laje LC01	146
Figura 4.100 – Superfície de ruptura da laje LC02	146
Figura 4.101 – Superfície de ruptura da laje LC03	147
Figura 4.102 – Superfície de ruptura da laje LC04	147
Figura 4.103 – Superfície de ruptura da laje LC05	148
Figura 4.104 – Superfície de ruptura da laje LC06	148
Figura 4.105 – Superfície de ruptura da laje LC07	149
Figura 4.106 – Superfície de ruptura da laje LC08	149
Figura 4.107 – Superfície de ruptura da laje LS01	150
Figura 4.108 – Superfície de ruptura da laje LS02	150
Figura 4.109 – Superfície de ruptura da laje LS03	151
Figura 4.110 – Superfície de ruptura da laje LS04	152
Figura 4.111 – Superfície de ruptura da laje LS05	153
Figura 4.112 – Superfície de ruptura da laje LS06	154
Figura 4.113 – Superfície de ruptura da laje LS07	155
Figura 4.114 – Superfície de ruptura da laje LS08	156
Figura 4.115 – Critérios para definição do modo de ruptura das lajes	160
Figura 5.1 – Detalhes gerais da laje LC02	165
Figura 5.2 – Características da laje IA15a e do modelo numérico axissimétrico (MENETREY, 1994)	166

Figura 5.3 – Tipos de elementos para o modelo axissimétrico (MENETREY, 1994)	167
Figura 5.4 – Comparação entre os deslocamentos experimentais lajes Kinnunen e Nylander	168
Figura 5.5 – Elementos utilizados para a modelagem numérica (midas FEA, 2010)	169
Figura 5.6 – Modelos adotados para comportamento tensão-deformação do concreto	171
Figura 5.7 – Grau de refinamento da malha de elementos finitos	173
Figura 5.8 – Curvas carga-deslocamento em função da malha	174
Figura 5.9 – Influência do módulo de elasticidade do concreto (E_c)	175
Figura 5.10 – Influência da resistência à tração do concreto (f_{ct})	177
Figura 5.11 – Influência do fator de retenção de cisalhamento (β_c)	178
Figura 5.12 – Modelo numérico para a laje sem armadura de cisalhamento	179
Figura 5.13 – Curvas carga-deslocamento para a laje sem armadura de cisalhamento	180
Figura 5.14 – Deformada e distribuição das tensões tangenciais na superfície inferior da laje para o carregamento de pico	181
Figura 5.15 – Distribuição da tensões de cisalhamento e fissuração da laje para o carregamento de pico	182
Figura 5.16 – Deformada e distribuição das tensões tangenciais na superfície inferior da laje para o pós-pico	183
Figura 5.17 – Distribuição da tensões de cisalhamento e fissuração da laje para o pós-pico	184
Figura 5.18 – Modelo numérico para a laje com armadura de cisalhamento	185
Figura 5.19 – Curvas carga-deslocamento para a laje com armadura de cisalhamento	185
Figura 5.20 – Deformada da laje com armadura de cisalhamento para a carga de pico	186
Figura 5.21 – Variação das tensões tangenciais na superfície inferior da laje	187
Figura 5.22 – Variação das tensões de cisalhamento na laje em função da carga aplicada	189
Figura 5.23 – Variação das tensões radiais na superfície inferior da laje para a carga última	190
Figura 5.24 – Avanço da fissuração da laje em função da carga aplicada	190

Figura 5.25 – Avanço da fissuração da laje em função da carga aplicada	191
Figura 6.1 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento – comparação dos resultados de ensaios com as recomendações do ACI 318:2008	195
Figura 6.2 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento – comparação dos resultados de ensaios com as recomendações do Eurocode 2:2004	196
Figura 6.3 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento – comparação dos resultados de ensaios com as recomendações da NBR 6118:2003	197
Figura 6.4 – Tendência dos resultados utilizando-se as recomendações do ACI 318:2008	198
Figura 6.5 – Tendência dos resultados utilizando-se as recomendações do Eurocode 2:2004	198
Figura 6.6 – Tendência dos resultados utilizando-se as recomendações da NBR 6118:2003	199
Figura 6.7 – Detalhes das lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico	201
Figura 6.8 – Resistência ao cisalhamento em função da inclinação da superfície de ruptura	228
Figura 6.9 – Superfícies de ruptura teóricas dentro da região das armaduras de cisalhamento	229
Figura 6.10 – Superfícies de ruptura práticas dentro da região das armaduras de cisalhamento	230

LISTA DE SÍMBOLOS

Neste item são apresentados alguns dos símbolos utilizados nesta tese. Aqueles que não estão aqui apresentados têm seu significado explicado assim que mencionados no texto.

Símbolo	Significado
A_c	área da seção transversal de concreto
a_i	projeção horizontal da superfície de ruptura investigada
A_s	área da seção transversal das armaduras de flexão tracionadas
A_{sw}	área da seção transversal das armaduras de cisalhamento
b_w	largura da seção de concreto considerada
c	lado de um pilar quadrado ou diâmetro de um pilar circular
c_1	dimensão do pilar paralela à excentricidade da força
c_2	dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força
c_{max}	lado maior de um pilar retangular
c_{min}	lado menor de um pilar retangular
COV	coeficiente de variação
d	altura útil
d_{an}	comprimento de ancoragem
d_g	diâmetro máximo do agregado
d_v	altura útil reduzida
e	excentricidade do carregamento
E_c	módulo de elasticidade do concreto
$E_{s,f}$	módulo de elasticidade do aço da armadura de flexão
$E_{s,w}$	módulo de elasticidade do aço da armadura de cisalhamento
f'_c	resistência à compressão do concreto
f_{ck}	resistência característica à compressão do concreto
f_{cm}	resistência à compressão média do concreto
f_{ct}	resistência à tração do concreto
f_u	tensão de ruptura da armadura
$f_{ys,f}$	tensão de escoamento da armadura de flexão
$f_{yw,ef}$	tensão efetiva na armadura de cisalhamento
$f_{ys,w}$	tensão de escoamento da armadura de cisalhamento

G_c	energia de fratura para ruptura por compressão
G_f	energia de fratura necessária para gerar fissuração à tração
h	espessura da laje
h_{st}	espessura da cabeça do <i>stud</i>
I_x	momento de inércia da seção na direção x
I_y	momento de inércia da seção na direção y
J_x	momento polar de inércia da seção na direção x
J_y	momento polar de inércia da seção na direção y
L	lado da laje
M_u	momento desbalanceado transferido na ligação laje-pilar
$P_{fis,r}$	carga onde observou-se a primeira fissura radial no ensaio
$P_{fis,t}$	carga onde observou-se a primeira fissura tangencial no ensaio
P_u	carga última observada nos ensaios
r_q	raio de carregamento da laje
r_s	raio da laje
r_{ys}	raio da laje dentro do qual as armaduras de flexão atingiram a tensão de escoamento
s_0	distância da face do pilar até a primeira camada de armaduras de cisalhamento
s_r	espaçamento entre camadas de armaduras de cisalhamento
s_t	distância máxima entre as armaduras de cisalhamento na última camada
u_0	comprimento do perímetro do pilar
u_1	comprimento do perímetro de controle afastado de uma distância da face do pilar, em função da norma utilizada
u_{out}	comprimento do perímetro de controle externo às armaduras de cisalhamento
$u_{out,ef}$	comprimento do perímetro de controle efetivo externo às armaduras de cisalhamento
V_{flex}	carga de ruptura por flexão
V_u	carga vertical na ligação laje-pilar
$V_{R,c}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída pelo concreto
$V_{R,s}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída pelas armaduras de cisalhamento

$V_{R,cs}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras de cisalhamento
$V_{R,max}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por compressão diagonal
$V_{R,out}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras de cisalhamento
w_c	peso específico do concreto
w_s	peso específico do aço
β	fator de redução da resistência à punção em lajes com momentos desbalanceados na ligação laje-pilar
β_c	fator de retenção de cisalhamento
ε_c	deformação na superfície de concreto
ε_{cu}	deformação correspondente a ruptura por esmagamento do concreto
ε_s	deformação na armadura de flexão
ε_{ys}	deformação correspondente a tensão de escoamento da armadura de flexão
$\varepsilon_{ys,w}$	deformação correspondente a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento
θ	inclinação da superfície de ruptura da laje
θ_{max}	inclinação máxima da superfície de ruptura da laje
θ_{min}	inclinação mínima da superfície de ruptura da laje
μ	índice de retangularidade dos pilares
ν_c	coeficiente de Poisson do concreto
ν_s	coeficiente de Poisson do aço
ξ	efeito de tamanho (<i>size effect</i>)
ρ	taxa média de armadura de flexão tracionada
ρ_x	taxa de armadura de flexão tracionada na direção x
ρ_y	taxa de armadura de flexão tracionada na direção y
ρ'	taxa média de armadura de flexão comprimida
ϕ	diâmetro da barra de armadura
ϕ_f	diâmetro da barra da armadura de flexão
ϕ_w	diâmetro da barra da armadura de cisalhamento
τ	tensão de cisalhamento

1. INTRODUÇÃO

Durante a fase de concepção de uma estrutura a escolha do tipo de laje é fundamental para a definição do sistema estrutural a ser utilizado. No Brasil, como a mão-de-obra ainda é relativamente barata, os sistemas com lajes maciças ou nervuradas apoiadas em vigas ainda são os mais utilizados. Porém, em países como EUA, Canadá e parte da Europa e Ásia, o usual para estruturas de concreto é utilizar sistemas de lajes apoiadas diretamente sobre os pilares. Esse sistema, denominado de lajes lisas, pode ser composto por lajes maciças ou nervuradas apoiadas diretamente sobre os pilares ou com o uso de capitéis, em função dos vãos e dos carregamentos. A Figura 1.1 mostra alguns dos sistemas para estruturas de concreto.

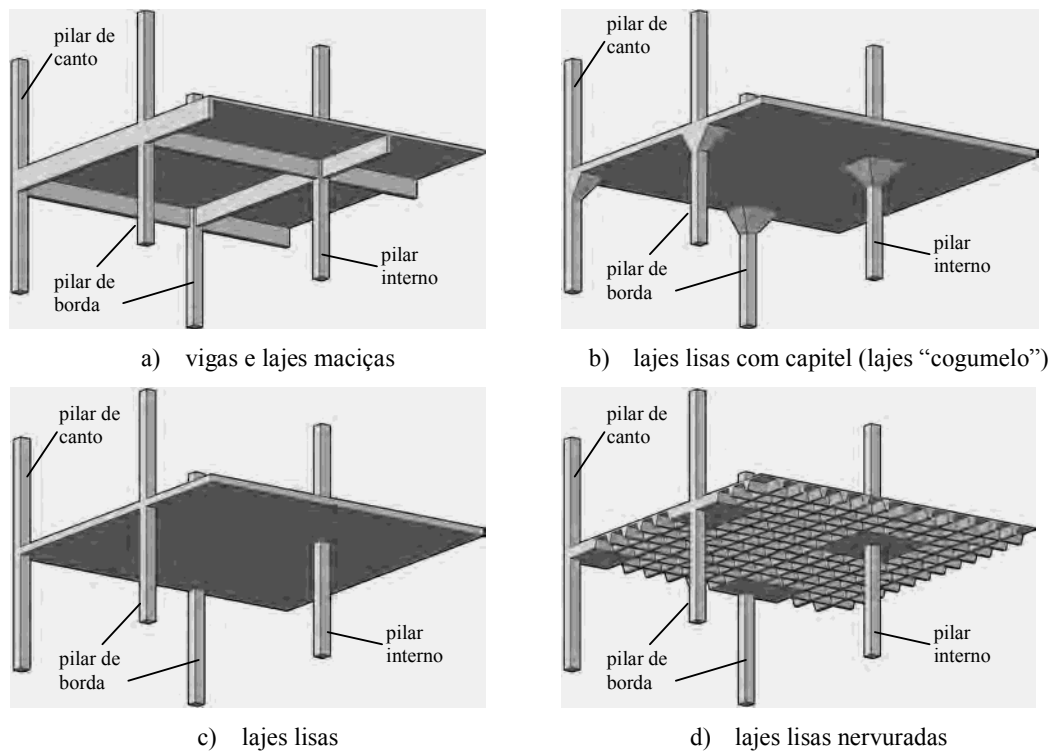


Figura 1.1 – Sistemas estruturais para estruturas de concreto

O sistema de lajes lisas apresenta diversas vantagens, quando comparado aos sistemas com vigas, merecendo destaque a simplificação das fôrmas, que propicia maior agilidade ao processo construtivo e reduz o custo com mão-de-obra. Além disso, o uso de lajes lisas

facilita a disposição de instalações elétricas, hidráulicas e de ar-condicionado, atribui maior flexibilidade ao layout do imóvel e pode significar um maior número de andares para uma mesma altura total do edifício, pois permite a adoção de um pé-direito menor. Por exemplo, em casos de edifícios com vigas e pé-direito em torno de 2,90 m a 3,00 m, o uso de lajes lisas poderia implicar uma redução de até 30 cm por andar.

Este sistema também apresenta algumas desvantagens, como a redução na rigidez do edifício quanto aos esforços horizontais, o que dificulta seu uso em prédios altos. O controle das flechas do pavimento também merece maior atenção, mas a possibilidade de uma ruptura localizada por punção na ligação laje-pilar é o ponto mais crítico, uma vez que ela pode se propagar e levar a estrutura à ruína parcial ou total, por colapso progressivo. De acordo com MELO (1990) o primeiro caso registrado de ruptura por punção foi o do edifício *Prest-o-Lite*, em Indianápolis (1911), onde as lajes se desligaram completamente dos pilares e levaram a estrutura toda à ruína. Outros casos de acidentes estruturais devido à punção têm sido registrados, como o apresentado na Figura 1.2, referente ao colapso parcial do edifício *Pipers Row Car Park*, localizado na cidade de *Wolverhampton*, Inglaterra (WOOD, 1997).

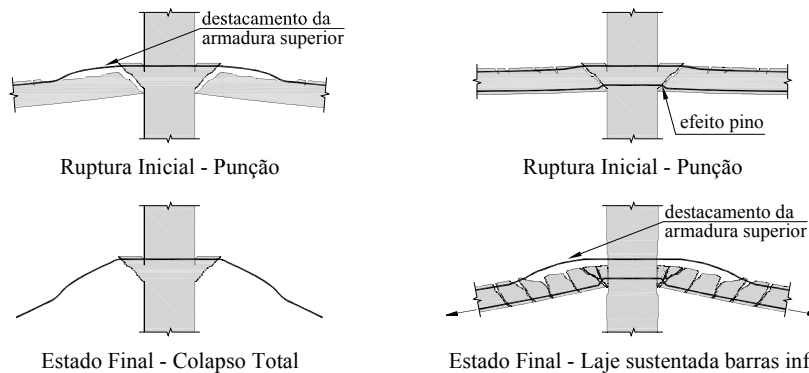
GUANDALINI (2006) descreve que a punção é uma forma de ruptura brusca, por cisalhamento, que pode ocorrer em lajes de concreto devido à ação de uma carga concentrada em uma área, normalmente a reação de um pilar ou uma força concentrada. BROMS (2005) afirma que a ruptura por punção se assemelha à ruptura por cisalhamento de uma viga, no sentido em que se caracteriza por uma fissura de cisalhamento que se estende das extremidades do pilar até a face superior da laje, porém com a forma de um tronco de cone.

O modo mais eficiente para aumentar a ductilidade e a capacidade resistente de uma laje lisa é através do uso de armaduras de combate à punção. Pesquisas como as de GOMES (1991), OLIVEIRA *et al.* (2000) e BROMS (2000) mostraram que o uso de armaduras de cisalhamento pode ser extremamente eficiente no combate à punção, podendo até mesmo mudar o modo de ruptura para flexão. Em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento a ruptura por punção pode ocorrer de três modos distintos. Uma das possibilidades é a de uma ruptura por esmagamento da biela comprimida próximo à face do pilar, conforme indicado na Figura 1.3a. Outra possibilidade é a ruptura ocorrer dentro

da região das armaduras de cisalhamento, por esgotamento da resistência à tração diagonal da ligação laje-pilar (ver Figura 1.3b). A laje pode romper ainda fora da região das armaduras de cisalhamento, com características semelhantes à da ruptura de lajes sem armadura de cisalhamento, de acordo com o indicado na Figura 1.3c.



a) Colapso parcial do edifício *Pipers Row Car Park*



b) Sem armadura contra colapso progressivo c) Com armadura contra o colapso progressivo

Figura 1.2 – Colapso de edifícios por punção

A resistência à punção está diretamente ligada à inclinação da superfície de ruptura. Em lajes sem armadura de cisalhamento normas como CEB-FIP MC90:1993 e Eurocode 2:2004, baseadas em resultados experimentais, conseguem prever com precisão a resistência à punção com modelos de cálculo que admitem uma inclinação de $26,6^\circ$ para a superfície de ruptura. MENETREY (1998) adverte que esta inclinação pode ser influenciada por diferentes aspectos como a taxa e o tipo de armadura de flexão, conforme apresentado na Figura 1.4, e que nestes casos as recomendações normativas podem não ser adequadas. Em lajes com armaduras de cisalhamento é especialmente importante a

definição da inclinação da superfície de ruptura, uma vez que tanto a parcela de contribuição do concreto quanto o número de camadas de armaduras de cisalhamento contribuindo efetivamente estão diretamente ligadas a esta variável. As normas tendem a estabelecer uma inclinação fixa para a superfície de ruptura de lajes com armadura de cisalhamento, podendo assim apresentar resultados inconsistentes para casos de lajes com baixa ou elevada quantidade de armaduras por camada.

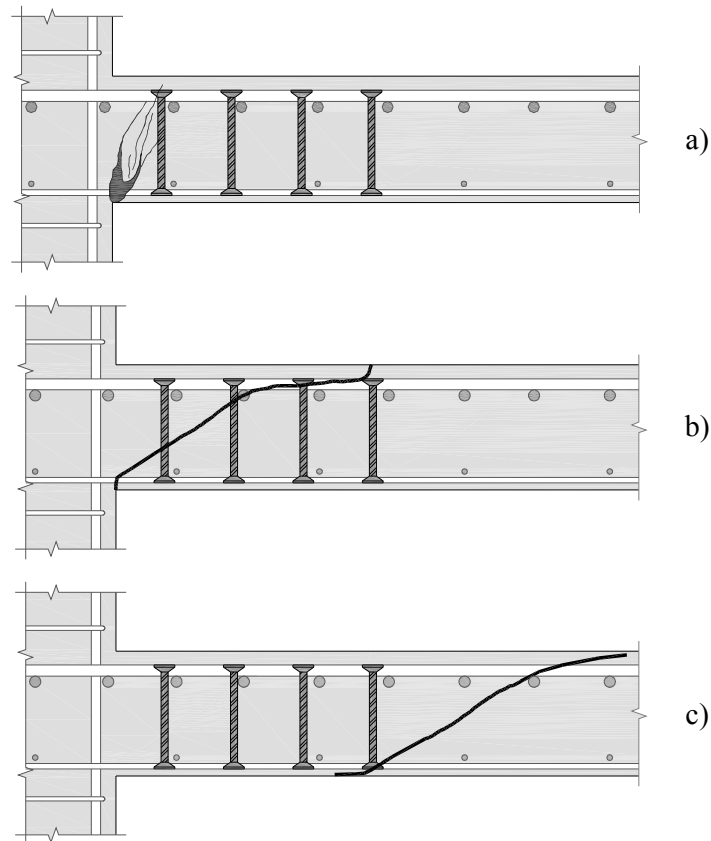


Figura 1.3 – Tipos de ruptura por punção em lajes com armadura de cisalhamento

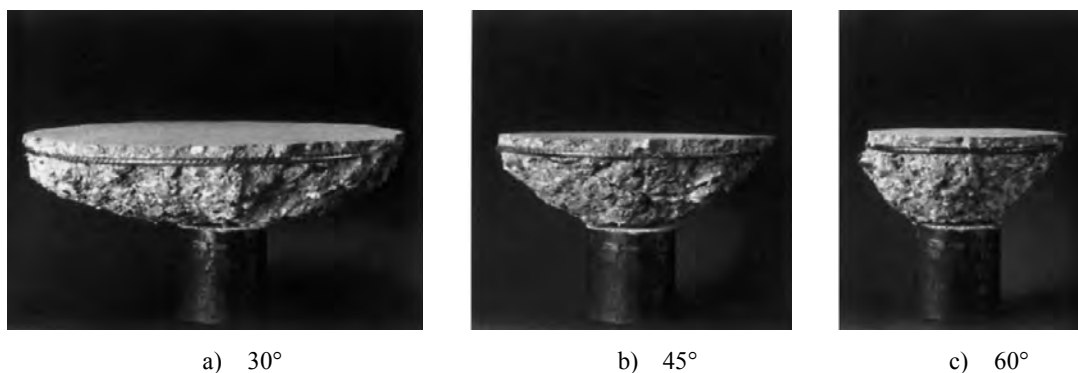


Figura 1.4 – Diferentes inclinações do cone de punção (MENETREY, 1998)

Em um edifício com lajes lisas é muito comum a presença de momentos desbalanceados na ligação laje-pilar, mesmo no caso de pilares internos. Isto ocorre por motivos como variações nos vãos e nos carregamentos ou graças à ação de forças horizontais na estrutura, causadas pelo vento ou por terremotos. Esse momento desbalanceado é transferido da laje para o pilar e afeta a distribuição do cisalhamento nesta região, podendo reduzir significativamente a resistência à punção conforme relatado por KRUEGER *et al.* (1998) e PARK e CHOI (2006).

As normas apresentam recomendações divergentes para o caso de momentos transferidos na ligação laje-pilar. As diferenças são observadas em aspectos como a posição do perímetro de controle onde o cisalhamento deve ser verificado, a distribuição das tensões cisalhantes devido à ação do momento e o percentual desse momento que deve ser considerado como transferido por cisalhamento. Deste modo, é possível obter diferenças significativas nas estimativas de resistência à punção de ligações laje-pilar sob a ação de momentos desbalanceados. Na Figura 1.5a mostra-se uma ligação laje-pilar interno sujeita a um momento desbalanceado e nas Figuras 1.5b e c são mostradas a distribuição das tensões cisalhantes segundo as normas Eurocode 2:2004 e ACI 318:2008, respectivamente.

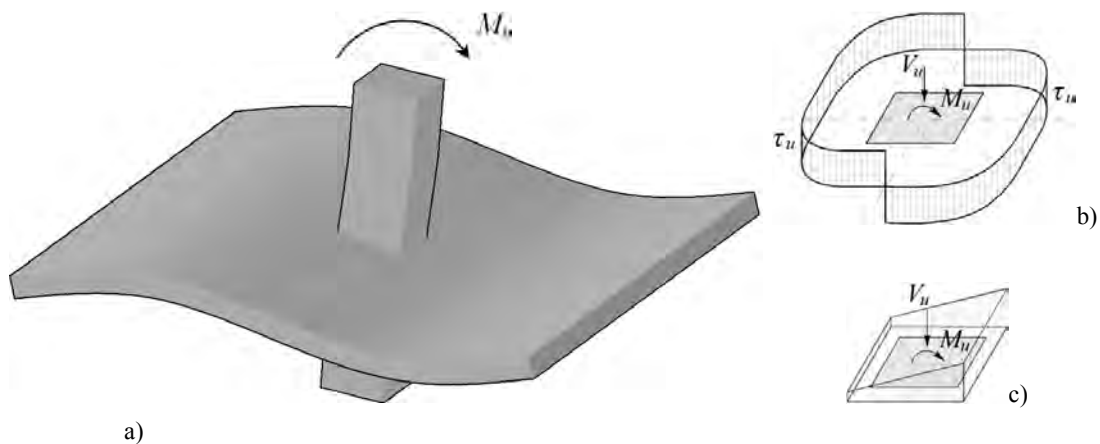


Figura 1.5 – Efeito de um momento desbalanceado na ligação laje-pilar

Prevenir rupturas por punção em ligações laje-pilar sob a ação de momentos desbalanceados depende significativamente da capacidade de se estimar com precisão a resistência da ligação, mas com as divergências acima mencionadas, a verdade é que existe insegurança do meio científico quanto à aplicação dessas recomendações. Em casos extremos, como o de terremotos, as consequências podem assumir grandes proporções.

MEGALLY e GHALI (2000) relatam que nesse tipo de situação os momentos desbalanceados na ligação laje-pilar podem ser muito elevados e que muitos edifícios em lajes lisas já ruíram por punção durante terremotos. A resistência e a ductilidade da ligação laje-pilar sob a ação de momentos também pode ser melhorada com o uso de armaduras de cisalhamento, mas existem poucos dados quanto à distribuição dos esforços de cisalhamento em lajes desse tipo, sendo a maioria advinda de ensaios realizados em espécimes de dimensões reduzidas.

1.1. JUSTIFICATIVA

Esta pesquisa é relevante e atual, tanto para a comunidade científica brasileira como para a comunidade científica internacional. É fato que os métodos teóricos disponíveis para a estimativa de resistência ao cisalhamento de lajes lisas de concreto apresentam falhas no que se refere a explicar o fenômeno da punção e em prever com precisão e segurança a resistência e o modo de ruptura das lajes. Nos casos onde são empregadas armaduras de cisalhamento, ou naqueles onde ocorre transferência de momentos na ligação laje-pilar, observa-se maior necessidade de aprimoramento dos métodos teóricos, e deste ponto de vista esta pesquisa pode contribuir significativamente para o melhor entendimento destas situações comuns no projeto de edifícios com lajes lisas.

Ressalta-se que é importante para um país como o Brasil, que tradicionalmente escolhe o concreto como o material para a grande maioria de suas estruturas, a realização de pesquisas sobre a punção. Os sistemas de lajes lisas são construtivamente mais adequados quando se utiliza o concreto como material estrutural, mas são pouco utilizados no país principalmente pelo pouco conhecimento que o meio técnico-construtivo tem a respeito deste sistema, que em países mais desenvolvidos é utilizado com frequência muito maior. Deste modo, pesquisas como esta podem contribuir para a divulgação do sistema e também para que ele possa ser empregado de modo adequado e seguro.

1.2. OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é avaliar o comportamento e a resistência de lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento sob carregamento simétrico e assimétrico. Para as lajes com carregamento simétrico, o objetivo é obter resultados que

possam contribuir para aprimorar os métodos disponíveis para estimar a resistência à punção nos casos que a laje rompe dentro da região das armaduras de cisalhamento, analisando-se o efeito de alguns parâmetros como o tamanho do pilar, a quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento e de flexão. Para as lajes com carregamento assimétrico buscou-se avaliar o comportamento e a resistência de ligações laje-pilar com e sem armaduras de cisalhamento sob a ação de momentos desbalanceados em apenas uma direção ortogonal, tentando quantificar o quanto eles podem reduzir a resistência à punção.

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta tese é composta por 7 capítulos. No Capítulo 2 é feito um breve histórico sobre o desenvolvimento do sistema estrutural com lajes lisas. Os resultados de outros trabalhos são utilizados para apresentar os parâmetros que influenciam na resistência à punção de lajes lisas de concreto armado. Apresenta-se ainda uma síntese de alguns métodos teóricos disponíveis e das normas ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e NBR 6118:2003 para o cálculo da resistência à punção.

No Capítulo 3 descreve-se o programa experimental realizado no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. São apresentadas as características das lajes e do sistema de ensaio que teve de ser desenvolvido para esta pesquisa. São apresentados também detalhes da instrumentação utilizada para coletar os dados, além das propriedades mecânicas dos materiais utilizados para a confecção das lajes. Por fim, são apresentados os resultados da estimativa da resistência à flexão das lajes.

No Capítulo 4 buscou-se discutir os resultados experimentais gerados com essa pesquisa. São apresentados os resultados dos deslocamentos verticais, das deformações no concreto e das deformações nas armaduras de flexão e de cisalhamento. São apresentados também os mapas de fissuração e os resultados de uma investigação realizada a fim de identificar a superfície de ruptura de cada laje. Com base nesses resultados é apresentada no final do capítulo uma definição do modo de ruptura das lajes.

No Capítulo 5 são descritos os resultados de uma análise numérica realizada utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. Foram realizadas análises com modelos axissimétrico com e sem armadura de cisalhamento representando o caso das lajes com carregamento

simétrico. Foram feitas análises não-lineares, e estes resultados são comparados com os experimentais buscando investigar a distribuição das tensões e deformações ao longo da espessura das lajes.

No Capítulo 6 os resultados experimentais obtidos com essa pesquisa são somados aos de diversos trabalhos cuidadosamente selecionados para avaliar as recomendações das normas ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e NBR 6118:2003 para os casos de lajes lisas de concreto armado com e sem armadura de cisalhamento submetidas a carregamento simétrico e assimétrico com transferência de momentos na ligação laje-pilar. No caso das lajes com armaduras de cisalhamento e com carregamento simétrico, também foram avaliadas as recomendações da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, que é um método apresentado recentemente para explicar o fenômeno da punção. Por fim, são apresentadas algumas contribuições a fim de melhorar as estimativas de resistência da norma Eurocode 2:2004 para lajes com armaduras de cisalhamento e carregamento simétrico.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

No Apêndice A são apresentadas de forma detalhada as armaduras de flexão e de cisalhamento, conforme executado para a moldagem das lajes.

No Apêndice B é apresentado o projeto do dispositivo utilizado para restringir os deslocamentos das extremidades dos segmentos de pilar das lajes.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

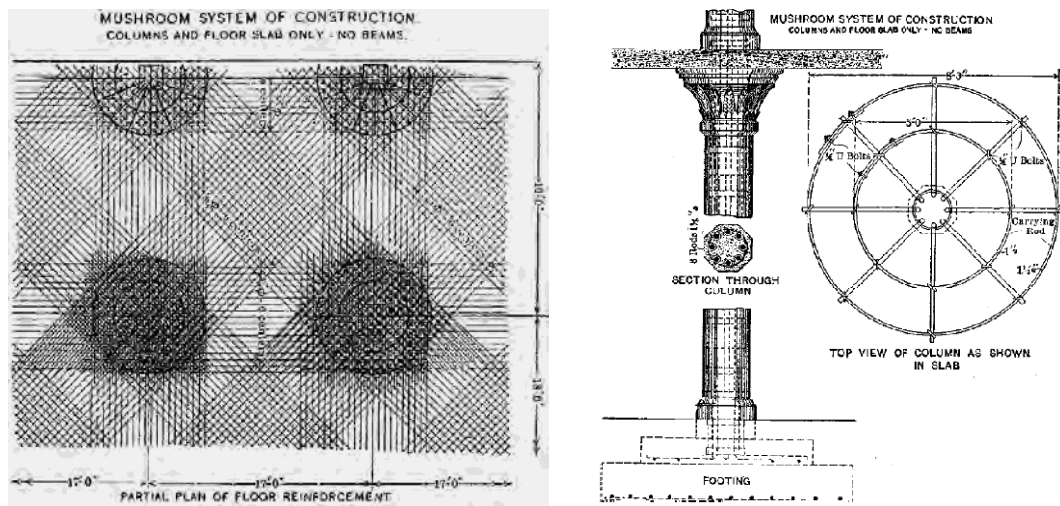
Nesse capítulo é apresentado um breve relato do desenvolvimento histórico do sistema de lajes lisas, com alguns detalhes das primeiras provas de carga em edifícios reais e também dos primeiros ensaios realizados em laboratório, os quais buscavam analisar a viabilidade e segurança deste sistema. Os resultados de diversas pesquisas são utilizados para descrever os parâmetros que influenciam na resistência à punção de lajes lisas de concreto armado. Por fim, serão apresentados alguns métodos teóricos disponíveis para explicar o fenômeno da punção. O primeiro a ser apresentado é o de Kinnunen e Nylander, que foi o primeiro modelo racional apresentado para explicar o fenômeno da punção em lajes de concreto armado sem armaduras de cisalhamento, sendo ainda hoje uma das principais contribuições ao tema. Posteriormente é apresentada em detalhes a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, que é uma contribuição recente ao estudo da punção, além das recomendações das normas ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e NBR 6118:2003.

2.1. DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO

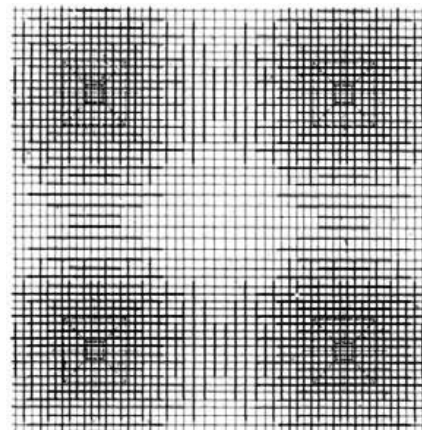
Existe grande controversa a respeito de quem foi o inventor do sistema estrutural de lajes lisas. GASPARINI (2002) afirma que o crédito quanto ao desenvolvimento deste sistema deve ser dado ao engenheiro George M. Hill, que teria construído edifícios em lajes lisas em regiões distintas dos Estados Unidos da América entre 1899 e 1901. Ele ressalta, no entanto que C. A. P. Turner, engenheiro e inventor americano, foi o responsável por demonstrar que este sistema de lajes era confiável e eficiente tanto para edifícios quanto para pontes ao executar diversas obras entre 1905 e 1906.

As lajes de Turner, por ele denominadas de lajes “cogumelo”, caracterizavam-se pela presença de capitéis na ligação laje-pilar e pelo uso de uma gaiola composta de barras de 32 mm de diâmetro, responsáveis pelo combate ao cisalhamento. Já FURST e MARTI (1997) atribuem a invenção deste sistema ao engenheiro suíço Robert Maillart, mais famoso por seus trabalhos com pontes do que pelo desenvolvimento deste sistema estrutural. Segundo estes pesquisadores, Maillart teria concebido o sistema em 1900, mas só teria terminado seus ensaios em 1908, vindo a conseguir sua patente em 1909. Detalhes

do sistema de lajes “cogumelo” idealizado por Turner podem ser conferidos na Figura 2.1a (GASPARINI, 2002). Já na Figura 2.1b é possível ver uma foto da série de ensaios conduzida por Maillart em 1908 que resultaram na sua patente do chamado sistema de pavimento sem vigas em 1909, com destaque para o esquema de distribuição das armaduras de flexão, retirado de JONES e MORRISON, 2004.



a) sistema de lajes “cogumelo” de C. A. P. Turner (GASPARINI, 2002)



b) Testes executados por Maillart (JONES e MORRISON, 2004)

Figura 2.1 – Detalhes do sistema de lajes lisas de Turner e Maillart

Muitos obstáculos tiveram de ser transpostos até que o sistema de lajes lisas pudesse ser utilizado de forma segura e econômica. Inicialmente havia forte discussão quanto aos métodos teóricos para a determinação dos esforços em um sistema sem vigas e este era utilizado de modo praticamente empírico, observando-se variações significativas da quantidade e disposição das armaduras entre os sistemas concorrentes. FURST e MARTI

(1997) fazem um breve relato histórico do desenvolvimento dos métodos de análise dos esforços em lajes lisas e destacam o trabalho de Westergaard e Slater, 1921, que através do método das diferenças finitas conseguiram tratar diferentes casos de carregamento, considerando a influência da rigidez dos pilares e dos capitéis. Seus resultados foram validados através da comparação com resultados experimentais disponíveis na época e constituíram-se na primeira teoria bem fundamentada para o cálculo dos esforços em lajes lisas de concreto.

Além disso, era necessário estabelecer recomendações normativas que regulamentassem o uso do sistema com lajes lisas, que se tornava progressivamente mais popular. Em 1924 a patente de Maillart expirou e a urgência por prescrições normativas se tornou maior. Em 1925 foi publicada a norma americana ACI para estruturas de concreto armado que apresentava recomendações para sistemas com lajes lisas. Posteriormente, em 1930, foi publicado na Inglaterra um método normativo de dimensionamento, chamado *LCC London Building Act*, que também abordava esse sistema estrutural.

As primeiras recomendações normativas sobre lajes lisas eram baseadas em ensaios experimentais pioneiros realizados nos EUA após a publicação dos resultados de LORD (1910), que fez uma prova de carga em um edifício de 11 andares com lajes lisas e concluiu que, para o entendimento deste sistema, eram necessários ensaios em laboratório onde os testes fossem conduzidos até a ruptura. Logo após a publicação dos resultados de Lord, vários estudos foram conduzidos por pesquisadores como: TALBOT (1913), TALBOT e SLATER (1913, 1916), BACH e GRAF (1915), TALBOT e GONNERMAN (1918), GRAF (1938), RICHART e KLUGE (1939) e RICHART (1948). A Figura 2.2 mostra algumas fotos dos ensaios realizados por Talbot, em 1913, na Universidade de Illinois, em fundações do tipo sapata, considerados os primeiros ensaios em laboratório em ligações laje-pilar. Na Figura 2.3 são mostradas fotos de algumas provas de carga realizadas em edifícios com lajes cogumelo.

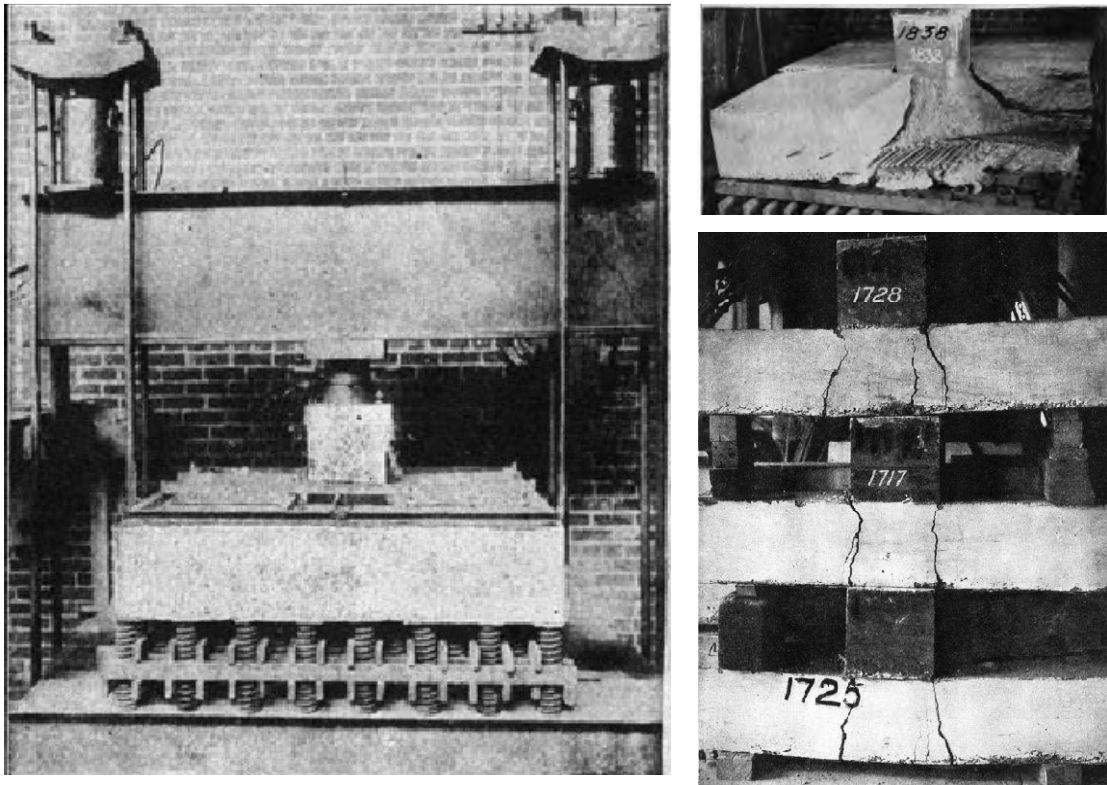


Figura 2.2 – Ensaio em sapatas de concreto armado (TALBOT, 1913)

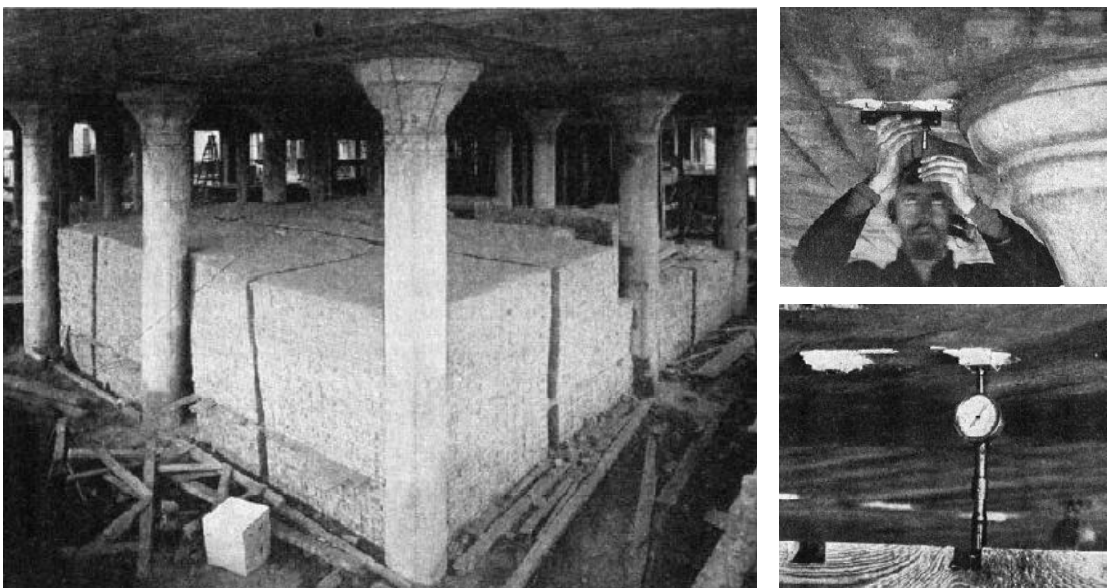


Figura 2.3 – Provas de carga em lajes cogumelo (TALBOT e SLATER, 1913)

Porém, estas primeiras pesquisas apresentavam falhas quanto ao estudo da punção. As provas de carga conduzidas em edifícios forneciam dados apenas do comportamento em serviço da estrutura e as sapatas testadas por Talbot, base das recomendações para punção

estabelecidas pelo ACI em 1925, eram muito espessas se comparadas com as lajes cogumelo da época. Tentando preencher estas lacunas, ELSTNER e HOGNESTAD (1956) testaram 39 lajes em laboratório, com o objetivo único de estudar a punção através da análise de algumas importantes variáveis como: taxa de armadura de flexão; resistência do concreto; quantidade de armaduras de compressão; condições de apoio; tamanho dos pilares; quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento. Eles concluíram que praticamente todos esses fatores têm forte influência na resistência ao cisalhamento de lajes lisas de concreto, com exceção do aumento da taxa de armadura de compressão, que se mostrou pouco influente na resistência última das lajes por eles testadas.

Posteriormente, foram publicados dois dos mais importantes trabalhos sobre punção. Em 1960, KINUNNEM e NYLANDER publicaram seu modelo mecânico sobre a ruptura por punção em lajes lisas de concreto armado, trabalho que ainda hoje é considerado a maior contribuição para o entendimento do fenômeno da punção. Um ano após esta publicação, em 1961, MOE publica um relatório de uma larga série de ensaios analisando diversas variáveis, inclusive os casos de momentos desbalanceados em ligações laje-pilar. Foi Moe que introduziu o conceito de excentricidade do cisalhamento, onde parte do momento transferido na ligação laje-pilar é considerada transferida para as armaduras de flexão e o restante é transferido por cisalhamento ao redor do pilar, método que ainda hoje serve de base para as recomendações normativas referentes à essa situação de projeto.

O efeito da adição de armaduras de combate ao cisalhamento em lajes lisas de concreto foi testado pela primeira vez por GRAF (1933), que usou barras dobradas como armadura. Conforme dito anteriormente, Elstner e Hognestad testaram algumas lajes com armadura de cisalhamento, mas os resultados obtidos não foram animadores. Eles observaram que o uso deste tipo de armadura poderia aumentar em no máximo 30% a capacidade resistente das lajes e os levou a propor que uma ruptura por punção deveria ser evitada durante o dimensionamento de uma laje lisa através de alterações em alguns parâmetros, como a espessura da laje, a resistência à compressão do concreto e a dimensão do pilar, uma vez que tentar isso através do uso de armaduras de cisalhamento poderia ser impraticável.

ANDERSON (1963) deu prosseguimento à pesquisa de Kinnunen e testou lajes com armadura de cisalhamento. Suas lajes indicaram um determinado ganho de resistência com o uso destas armaduras, se comparadas às lajes de Kinnunen, mas não o suficiente a ponto

de fazê-lo considerar o seu efeito de forma mais otimista na teoria que desenvolveu para estimar a resistência à punção de lajes com armaduras de cisalhamento. BROMS (2005) ressalta que as conclusões equivocadas quanto ao uso de armaduras de cisalhamento no combate à punção, principalmente as feitas por Elstner e Hognestad, influenciaram significativamente as pesquisas seguintes. Anos depois, trabalhos como os de GOMES (1991) e, posteriormente, OLIVEIRA *et al.* (2000) mostraram a grande eficiência de diferentes tipos de armaduras no combate à punção e que é possível dobrar a resistência de ligações laje-pilar, em função da quantidade e da disposição destas armaduras.

2.2. PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

Os resultados de inúmeros ensaios indicam que a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento é influenciada principalmente pela resistência à compressão do concreto (f'_c), pela taxa de armadura de flexão tracionada (ρ), pelo tamanho e a geometria do pilar e pelo *size effect* (ξ), ou efeito de tamanho, numa tradução livre, fator que leva em consideração a altura útil (d) da laje. A fim de se descrever o efeito de cada um destes parâmetros na resistência à punção de lajes lisas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento, foram selecionados os resultados experimentais de algumas pesquisas, os quais são discutidos a seguir.

Além destes parâmetros, outro fator que influencia significativamente na resistência à punção de ligações laje-pilar é o uso de armaduras de cisalhamento. Ao longo dos anos uma grande diversidade de elementos foi testada com esse objetivo e sua eficiência está diretamente ligada às condições de ancoragem, visto que as lajes são usualmente elementos delgados. Porém, outro fator que influencia bastante na escolha do tipo de armadura a ser usado refere-se à praticidade de utilização em um canteiro de obras. Com o objetivo de discutir a eficiência e a praticidade de diferentes tipos de armaduras de cisalhamento também foi feita uma seleção dos resultados de pesquisas experimentais disponíveis, os quais são apresentados e discutidos a seguir.

2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto

A ruptura por cisalhamento de uma estrutura de concreto sem armadura de combate a tal esforço é governada, dentre outros fatores, pela resistência à tração do concreto. Como para fins de projeto de uma estrutura o estabelecimento da resistência à compressão é o passo inicial desse processo e as formulações normativas costumam relacionar a resistência à tração do concreto como uma função de sua resistência à compressão, é comum observar que as pesquisas experimentais correlacionam a resistência ao cisalhamento com a resistência à compressão do concreto.

GRAF (1933) foi um dos primeiros a tentar avaliar a influência da resistência do concreto na resistência à punção, concluindo que não havia uma relação linear entre o aumento da capacidade resistente de uma ligação laje-pilar com o aumento da resistência do concreto. MOE (1961) propôs que a resistência a punção poderia ser expressa com uma função proporcional a raiz quadrada da resistência do concreto, proposição até hoje utilizada pelo ACI. No entanto, os resultados de pesquisas mais recentes, como as de HALLGREN (1996), que analisou lajes com concretos de elevada resistência, indicam que relacionar a resistência à punção com uma função proporcional à raiz quadrada da resistência à compressão do concreto tende a superestimar a sua influência. Por este motivo o ACI limita o uso de sua expressão para concretos com resistência de até 69 MPa ou 10.000 psi.

ELSTNER e HOGNESTED (1956) variaram tanto a resistência à compressão do concreto quanto a taxa de armadura de flexão tracionada. Eles observaram que a tendência dos resultados pode ser descrita satisfatoriamente utilizando-se funções proporcionais tanto a raiz quadrada quanto a raiz cúbica da resistência à compressão do concreto, independente da taxa de armadura de flexão tracionada. MARZOUK e HUSSEIN (1991) analisaram lajes com concreto de alta resistência variando a altura útil da laje e a taxa de armadura de flexão, concluindo que a raiz cúbica da resistência do concreto representa melhor a tendência dos resultados experimentais, fato que também é defendido por outros pesquisadores como HAWKINS *et al.* (1974), REGAN (1986) e SHERIF e DILGER (1996). A Figura 2.4 apresenta um gráfico que busca demonstrar a influência do concreto na resistência à punção, comparando-se resultados experimentais com a tendência obtida utilizando-se uma função proporcional à raiz cúbica da resistência à compressão do concreto.

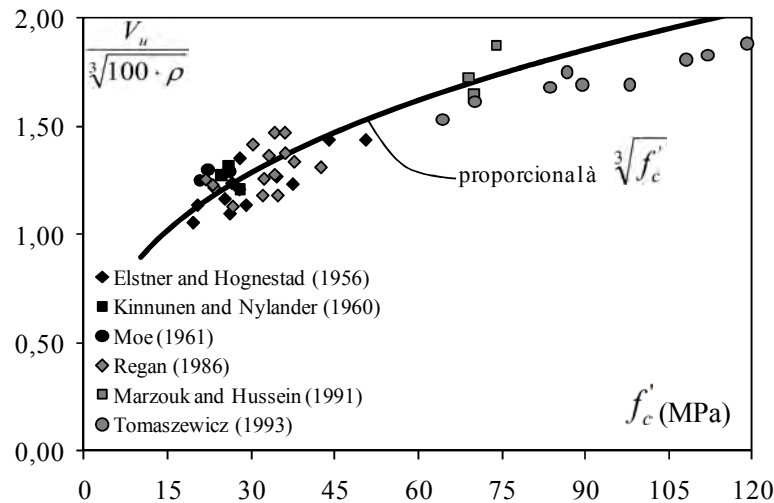


Figura 2.4 – Influência do concreto na resistência à punção

2.2.2. Taxa de Armadura de Flexão Tractionada

A taxa de armadura de flexão tracionada (ρ) é definida como a razão entre a área de armadura de flexão tracionada (A_s) pela área de concreto (A_c), a qual é dada pelo produto da altura útil da laje (d) por uma determinada largura a ser considerada. Em casos práticos é razoável estabelecer que apenas uma determinada quantidade de barras próximas da área do pilar irá efetivamente contribuir com a resistência à punção. Considerando os resultados de ensaios experimentais, REGAN (1986) definiu que a largura efetiva a ser considerada na qual as barras de flexão irão contribuir para a resistência à punção deve ser tomada afastada $3 \cdot d$ das extremidades do pilar.

A taxa de armadura de flexão tracionada influencia a resistência à punção, principalmente nos casos de lajes sem armadura de cisalhamento. BROMS (2005) apresentou uma solução para o cálculo teórico da resistência à punção de lajes de concreto. Em seu modelo a resistência à punção está diretamente relacionada com o comportamento à flexão da laje, uma vez que ele estabelece regimes de comportamento dados em função do fato das armaduras de flexão atingirem ou não a tensão de escoamento, sendo isto uma função da taxa de armadura de flexão. REGAN (1981) afirma que o aumento na quantidade de armaduras de flexão tem como efeito o aumento da zona comprimida e, conseqüentemente, na área de concreto não fissurado disponível para resistir ao cisalhamento. Além disso, a espessura das fissuras de flexão é reduzida, o que facilita a transferência de forças através do denominado engrenamento de agregados, podendo ainda aumentar o efeito pino.

KINNUNEN e NYLANDER (1960), testando lajes com espessura total de 150 mm, ao variarem a taxa de armadura entre 0,8% a 2,1% observaram um acréscimo de resistência da ordem de 95%. Já MARZOUK e HUSSEIN (1991), também ensaiando lajes com espessura total de 150 mm, observaram um acréscimo de 63% na resistência à punção quando mudaram a taxa de armadura de flexão de 0,6% para 2,4%. LONG (1975), utilizando os resultados de vários autores, concluiu que a resistência a punção era influenciada pela taxa de armadura a flexão elevada ao expoente um quarto. Já REGAN e BRÆSTRUP (1985) e SHERIF e DILGER (2000) sugerem que a resistência à punção é proporcional a taxa de armadura de flexão elevada a um terço. A Figura 2.5 tenta descrever este comportamento através da comparação com resultados experimentais.

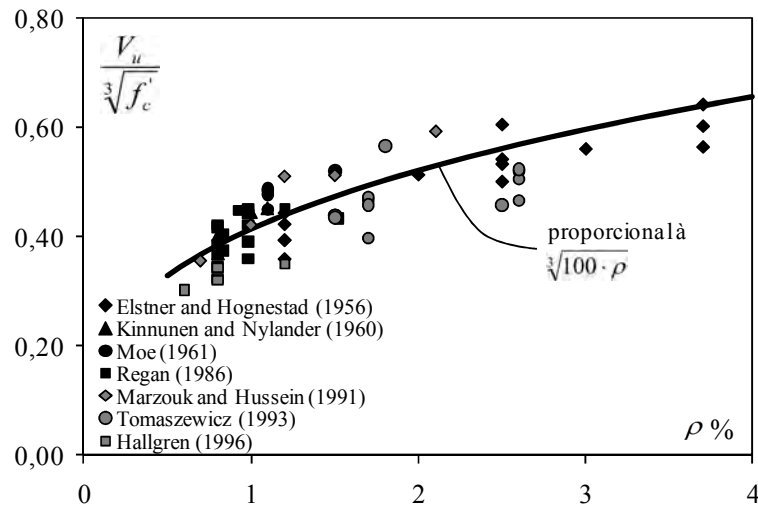


Figura 2.5 – Influência da taxa de armadura na resistência à punção

2.2.3. Geometria e Dimensões do Pilar

A geometria e as dimensões do pilar também afetam a resistência de uma laje, pois determinam a forma como as tensões se distribuem na ligação laje-pilar. VANDERBILT (1972) ensaiou lajes apoiadas em pilares de seção circular e quadrada e monitorou de forma eficiente a região da laje nas extremidades dos pilares, tendo sido um dos primeiros a verificar a concentração de tensões nos cantos dos pilares de seção quadrada. O autor concluiu que essa concentração de tensões poderia ser o motivo das lajes com pilares quadrados terem apresentado menor resistência que as lajes com pilares de seção circular, nas quais ele observou uma distribuição uniforme das tensões.

Em pilares retangulares, usualmente os mais empregados em edifícios, esse efeito pode ser ainda maior. HAWKINS *et al.* (1971) variou a razão entre o maior e o menor lado do pilar (c_{max}/c_{min}) de 2,0 a 4,3 e concluiu que se ela for maior que dois, a tensão nominal de cisalhamento diminui com o aumento da razão entre os lados. A pesquisa realizada por Hawkins é a base das recomendações do ACI para a consideração do índice de retangularidade dos pilares (μ), que pode reduzir em mais da metade a tensão nominal de cisalhamento em torno dos pilares.

OLIVEIRA *et al.* (2004), analisando uma laje ensaiada por Forssell e Holmberg apoiada em um pilar retangular de 300 x 25 mm ($c_{max}/c_{min} = 12$) observou que a resistência à punção pode ser bem estimada usando-se as recomendações do CEB-FIP MC90:1993, a qual não leva em consideração a relação c_{max}/c_{min} . Os autores acreditam que isso pode ser explicado pelo fato de nesta laje a relação c_{max}/d ser da ordem de $2,88 \cdot d$, considerada por eles como pequena em relação aos casos usuais. Após conduzir um programa experimental com 16 lajes os autores concluíram que, ao contrário do afirmado por autores como LEONG e TENG (2000), a relação c_{max}/d pode ser mais adequada para descrever a influencia da retangularidade dos pilares do que a relação c_{max}/c_{min} e propuseram um fator de correção λ para aperfeiçoar as recomendações de normas como o ACI 318 e a CEB-FIP MC90.

2.2.4. Size Effect (Efeito de Tamanho)

Para a realização de ensaios experimentais em elementos de concreto é comum adotar algum fator de escala para correlacionar os modelos experimentais com os elementos estruturais em escala natural, a fim de economizar recursos materiais e também pelo fato de que ensaiar elementos em escala natural pode ser uma dificuldade para a grande maioria dos laboratórios de estruturas. Por esse motivo, muitos dos ensaios realizados em lajes buscando-se avaliar o comportamento à punção foram feitos em espécimes com dimensões reduzidas. MUTTONI (2008) explica que quando a formulação atual para a estimativa da resistência à punção do ACI foi originalmente desenvolvida, na década de 1960, apenas ensaios em lajes com espessura relativamente reduzida estavam disponíveis e que, portanto, a influência do *size effect* (efeito de tamanho) não era aparente. Mas como as expressões para punção também são normalmente empregadas para a verificação tanto de sapatas espessas como de fundações do tipo *radier*, ensaios em modelos experimentais mais espessos passaram a ser realizados e esse efeito tornou-se evidente.

Os primeiros a alertar que a resistência nominal ao cisalhamento poderia variar de modo não proporcional com a espessura das lajes foram GRAF (1938) e RICHART (1948). Na época esses autores propuseram formulações para descrever esse efeito, porém elas não são mais utilizadas. Posteriormente, diversas expressões foram propostas. REGAN e BRÆSTRUP (1985) e BROMS (1990) propõem que a redução da resistência nominal ao cisalhamento com o aumento da espessura do elemento (*size effect*) pode ser estimada por $(1/d)^{1/3}$. As normas CEB-FIP MC90:1993 e EUROCODE 2:2004 recomendam que o *size effect* deve ser estimado por $1+(200/d)^{1/2}$, porém, o Eurocode limita o resultado desta expressão em no máximo 2,0. O efeito desta limitação é reduzir o incremento das estimativas de resistência à punção de lajes lisas com altura útil inferior a 200 mm através da limitação do valor de ξ . Ressalta-se que não foi encontrada uma base experimental sólida para justificar essa limitação e, deste modo, uma série de ensaios buscando avaliar essa recomendação do Eurocode poderia ser interessante.

Alguns resultados experimentais que podem auxiliar a compreensão da variação da resistência nominal ao cisalhamento em função da altura útil da laje vêm de ensaios feitos por LI (2000) e BIRKLE (2004). Li variou a altura útil de suas lajes de 100 mm até 500 mm. Nas lajes com altura útil de 100 mm, 150 mm e 200 mm a taxa de armadura de flexão utilizada foi de 0,98%, 0,90% e 0,83%, respectivamente. Já nas lajes com altura útil de 300 mm, 400 mm e 500 mm foi utilizada uma taxa de armadura de flexão constante e igual a 0,76%. Birkle buscou estudar o efeito da espessura em lajes com armaduras de cisalhamento do tipo *double headed studs*, mas os resultados de suas lajes sem armadura de cisalhamento podem ser avaliados nesse momento. Nessas lajes a altura útil foi de 124 mm, 190 mm e 260 mm e a taxa de armadura de flexão empregada foi de 1,52%, 1,35% e 1,10%, respectivamente. A Figura 2.6 apresenta a variação da resistência nominal ao cisalhamento normalizada em função da altura útil das lajes. É possível perceber que os ensaios de Li indicam que em lajes com altura útil inferior a 200 mm a resistência nominal ao cisalhamento não apresenta variação muito significativa, mas para as lajes com altura útil superior a 200 mm, nas quais a taxa de armadura de flexão foi mantida constante, observou-se uma forte redução na resistência nominal ao cisalhamento. Já os ensaios de Birkle mostram uma redução linear e acentuada da resistência nominal ao cisalhamento, mas sem qualquer indicação de uma mudança significativa de comportamento como a observada nos ensaios de Li no ponto de $d = 200$ mm.

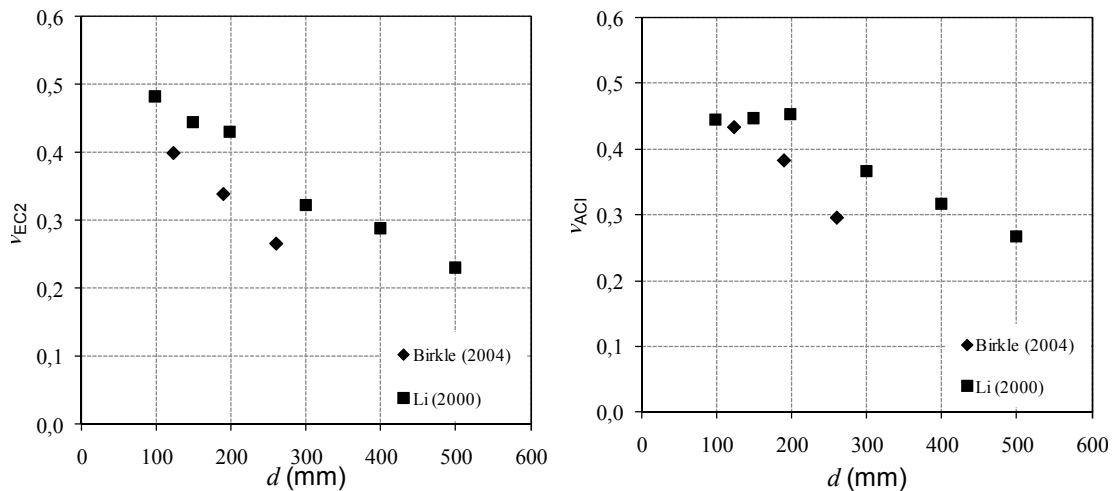


Figura 2.6 – Variação da resistência nominal ao cisalhamento em função da altura útil

2.2.5. Armaduras de Cisalhamento

No momento do dimensionamento de uma ligação laje-pilar, caso seja verificado que esta ligação não atende a segurança quanto à punção, sua resistência pode ser elevada adotando-se algumas medidas, como o aumento da seção do pilar, da espessura da laje, da taxa de armadura de flexão, ou da resistência à compressão do concreto. Porém, pilares com maiores dimensões costumam ser problemáticos do ponto de vista arquitetônico. Já o aumento da espessura da laje significaria uma elevação significativa dos custos, tanto da estrutura quanto das fundações. Finalmente, tanto o aumento da taxa de armadura de flexão quanto o da resistência à compressão do concreto seriam pouco efetivos, tornando-os por si só muitas vezes inviável. Assim, quando se deseja aumentar a resistência à punção, a melhor solução é através da utilização de armaduras de cisalhamento.

Para serem consideradas eficientes do ponto de vista técnico é necessário que as armaduras utilizadas estejam bem ancoradas. Atender aos critérios de ancoragem é importante para que o aço utilizado nestas armaduras possa atingir a tensão de escoamento e, deste modo, a armadura possa ser considerada como completamente efetiva. Isso muitas vezes não é fácil de ser alcançado uma vez que as lajes são normalmente elementos delgados. Outro critério importante que uma armadura de cisalhamento precisa atender diz respeito às questões de praticidade para sua instalação. A região da ligação laje-pilar é submetida a elevados esforços de flexão e é comum ter-se nessa área uma forte concentração de barras de flexão, o que dificulta a distribuição das armaduras de cisalhamento.

Diversos tipos de armaduras de cisalhamento já foram testados buscando-se avaliar sua eficiência técnica e construtiva. As primeiras armaduras testadas no combate à punção foram barras dobradas como as apresentadas na Figura 2.7a. Este tipo de armadura foi usado em ensaios como os de GRAF (1938), ELSTNER e HOGNESTAD (1956) e ANDERSSON (1963). Elas podem ser bastante eficientes no combate à punção desde que sejam tomados cuidados a fim de evitar a ruptura por punção na região imediatamente posterior às barras dobradas. Para isso, muitas vezes é necessário o uso de várias camadas de armaduras, o que no caso de barras dobradas pode gerar problemas construtivos. Uma alternativa para o uso eficiente deste tipo de armadura é combiná-las com outros tipos de armaduras de cisalhamento. Uma sugestão é a de usar na primeira e/ou na segunda camada barras dobradas e para as demais camadas estribos, por exemplo.

Estribos também podem ser utilizados como armadura de cisalhamento em lajes, tendo sido testados estribos fechados (Figura 2.7b), estribos abertos (Figura 2.7c), estribos tipo “pente” (Figura 2.7d) e estribos inclinados (Figura 2.7e). A ancoragem de estribos em lajes é problemática, mesmo adotando-se medidas como dobrar suas extremidades em ângulos de 90° ou 180° e usar barras horizontais passando por dentro destas dobras em ambas as extremidades do estribo ou apenas naquela localizada dentro da zona tracionada da laje. Estribos fechados e estribos do tipo “pente” são de difícil utilização por questões construtivas. Já os estribos abertos com pernas simples tendem a apresentar problemas de ancoragem, como relatado por REGAN e SAMADIAN (2001), mesmo que sejam usadas barras horizontais. Apenas os estribos inclinados, como os utilizados por OLIVEIRA *et al.* (2000) com inclinação de 60°, mostraram-se eficientes no combate à punção, sendo no entanto pouco utilizados por questões construtivas.

As armaduras do tipo pino (ver Figura 2.7f e g) são eficientes no combate à punção, sendo o tipo de armadura de cisalhamento mais popular para lajes devido ao fato de serem industrializadas e fornecidas por empresas especializadas, não precisando ser confeccionadas no canteiro de obras. Outra vantagem destas armaduras é a de que é mais fácil garantir o correto espaçamento entre as diferentes camadas de armadura, uma vez que os pinos são soldados em guias de aço. Já na Figura 2.7h são apresentados os *shearheads*, que nada mais são do que perfis de aço soldados de modo a formar uma grelha. É um tipo de armadura cara, normalmente usada quando há a necessidade de se deixar grandes furos na região próxima ao pilar e que exigem grandes ajustes nas armaduras de flexão.

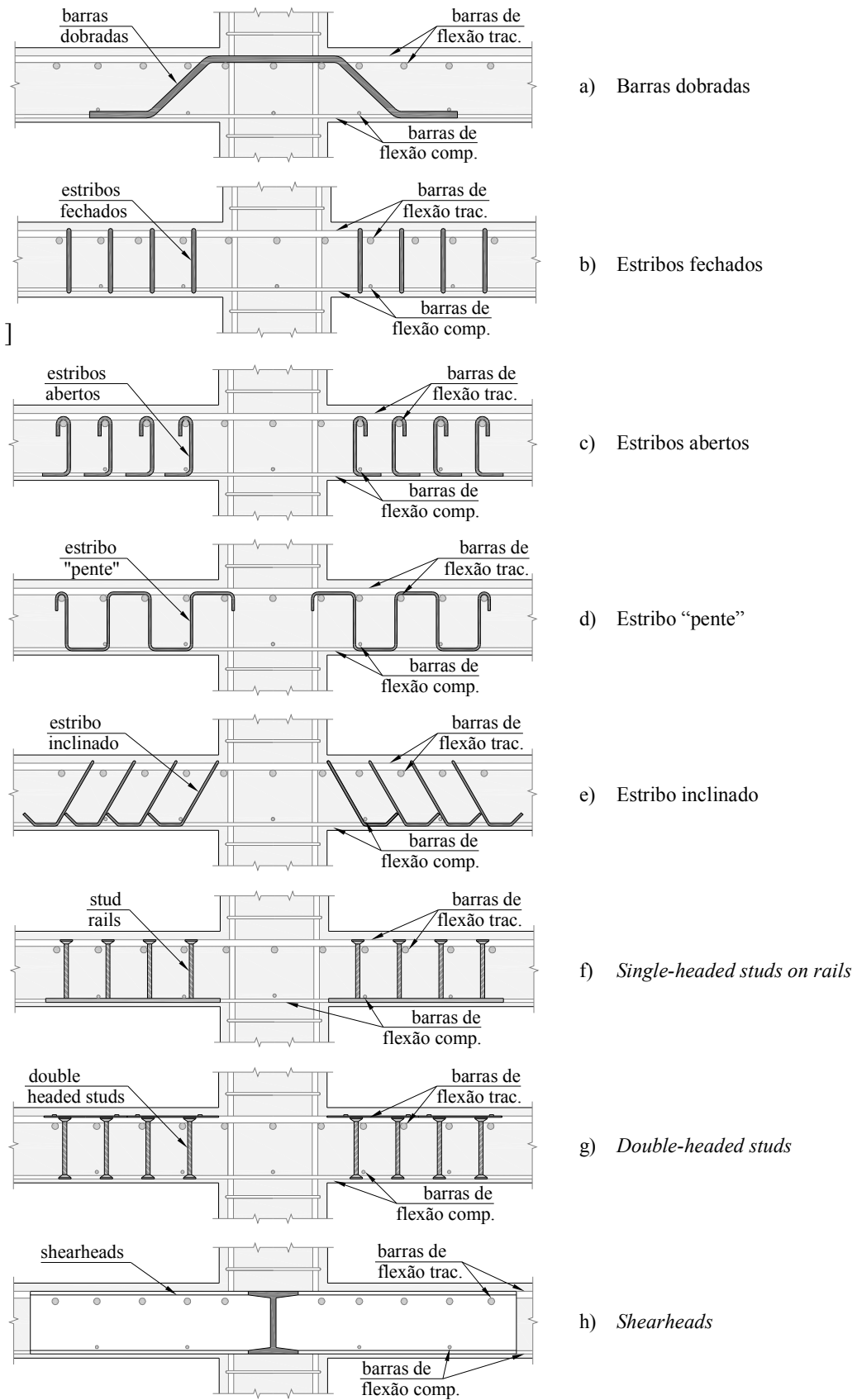


Figura 2.7 – Tipos de armaduras de cisalhamento para lajes lisas

Além do tipo de armadura de cisalhamento a ser usado, outros fatores que influenciam significativamente na resistência à punção de lajes lisas estão relacionados com a quantidade e com o arranjo adotado para a distribuição das armaduras. Teoricamente, o arranjo ideal seria aquele onde as armaduras de cisalhamento fossem distribuídas igualmente em torno da superfície de ruptura, porém, do ponto de vista construtivo, isso muitas vezes não será simples devido a interferência entre as armaduras de flexão e de cisalhamento na região da ligação laje-pilar. Esse tipo de distribuição é normalmente denominado de radial e pode ser observado na Figura 2.8a. Por questões construtivas muitas vezes é mais simples concentrar as armaduras de cisalhamento em faixas ortogonais, em um arranjo “em cruz”, conforme pode ser observado na Figura 2.8b.

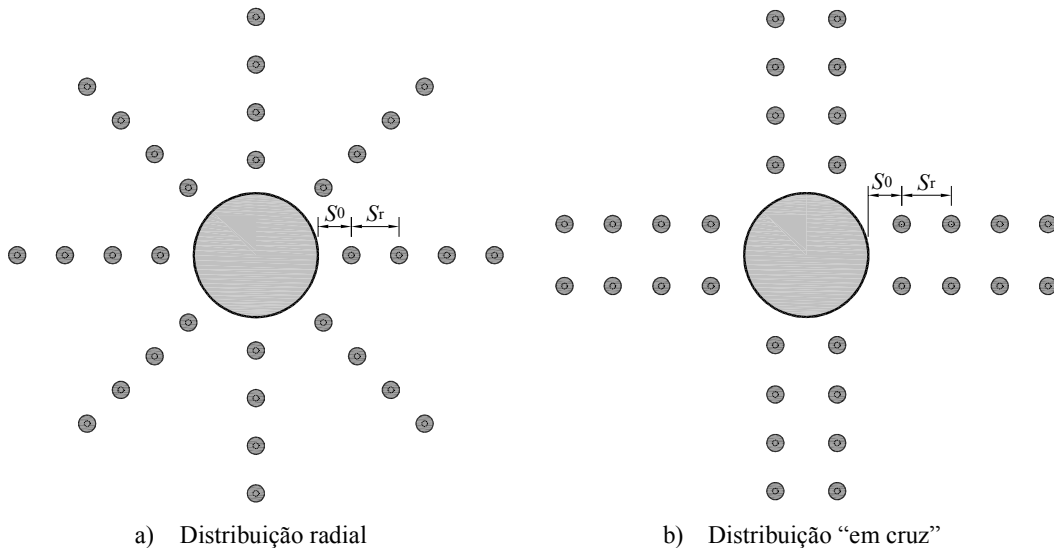


Figura 2.8 – Arranjos para a distribuição das armaduras de cisalhamento

Outros parâmetros importantes para a distribuição das armaduras de cisalhamento são a distância da primeira camada até a face do pilar (s_0) e o espaçamento entre camadas (s_r). Limitações para estes valores são importantes uma vez que a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento rompendo dentro da região das armaduras depende significativamente do número de barras cruzadas pela superfície de ruptura. No caso da primeira camada (s_0) o Eurocode 2:2004 recomenda que esta distância seja no mínimo igual a $0,3 \cdot d$ e a NBR 6118:2003 recomenda que seu comprimento máximo seja de $0,5 \cdot d$.

Já para o espaçamento entre camadas (s_r), estas mesmas normas sugerem que a distância máxima adotada seja de $0,75 \cdot d$. Essa limitação para o comprimento máximo do espaçamento entre camadas parece justificável uma vez que, se for considerado que o comprimento das armaduras de cisalhamento é aproximadamente igual à altura útil da laje (d), ao se espaçar as armaduras com valores de $s_r = d$ a tendência seria que o ângulo da superfície de ruptura fosse 45° e, com tal inclinação, a superfície de ruptura não precisaria cruzar nenhuma das armaduras de cisalhamento. A Figura 2.9a ilustra a ruptura por punção assumindo-se uma inclinação de 45° para a superfície de ruptura onde é possível perceber que, se a primeira camada estiver muito próxima da face do pilar e se as demais camadas estiverem muito afastadas é possível que as armaduras não sejam eficientes. Na Figura 2.9b, retirada de REGAN (2000), os resultados de ensaios de arrancamento são utilizados para calcular o comprimento de ancoragem de *studs* (ver Equação 2.1).

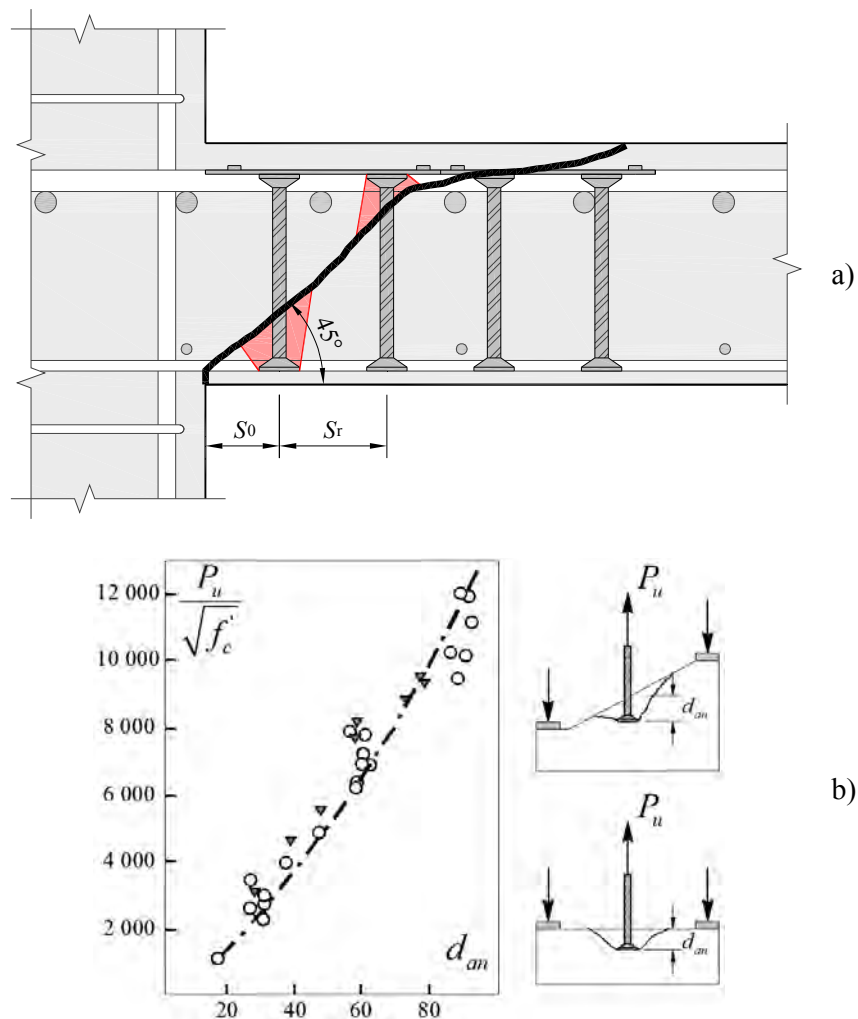


Figura 2.9 – Ancoragem de *double-headed studs* em lajes lisas

$$P_u = k_{st} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot (d_{an})^{3/2} \quad \text{Equação 2.1}$$

onde

P_u em N;

f'_c em MPa;

d_{an} é o comprimento de ancoragem em mm;

$k_{st} = 14$ para *studs* feitos com barras aderentes.

Além do tipo de armadura, da quantidade, da distribuição e dos espaçamentos adotados para a primeira camada de armaduras e para as posteriores, outro parâmetro que pode influenciar significativamente o desempenho de uma ligação laje-pilar é o comprimento da região onde estas armaduras serão utilizadas. A correta definição do tamanho da região onde é necessária a utilização de armaduras de cisalhamento é fundamental para evitar rupturas bruscas na parte externa à região armada ao cisalhamento. DILGER e GHALI (1981) apresentaram resultados de ensaios nos quais é evidente a diferença de comportamento quanto aos deslocamentos de lajes sem armadura de cisalhamento e com armadura de cisalhamento, porém com a ruptura ocorrendo dentro ou fora da região das armaduras (ver Figura 2.10). A laje sem armadura de cisalhamento rompeu prematuramente e de forma extremamente brusca. Já para as lajes onde foram utilizados estribos foi demonstrado que rupturas fora da região armada ao cisalhamento devem ser evitadas em edifícios com lajes lisas, uma vez que elas podem ser tão bruscas quanto às de uma laje sem armadura de cisalhamento.

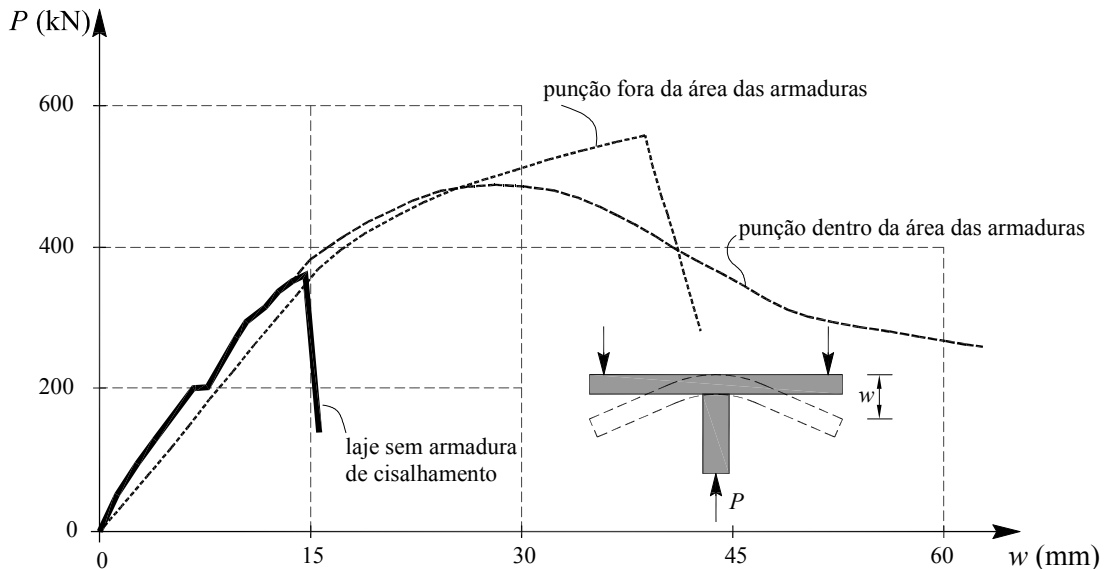


Figura 2.10 – Influência das armaduras de cisalhamento (DILGER e GHALI, 1981)

2.3. MÉTODOS TEÓRICOS PARA ESTIMAR A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

Nesse item serão apresentados alguns métodos teóricos disponíveis para estimar a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado. Para os casos de ligações laje-pilar interno sem armadura de cisalhamento, diversos modelos teóricos foram propostos buscando explicar o fenômeno da punção e prever a carga de ruptura da ligação. Dentre estes métodos, o mais relevante é o modelo mecânico proposto por Kinnunen e Nylander, em 1960, apresentado no item 2.3.1. Esse método merece destaque por prever a carga de ruptura, independentemente se o modo de ruptura for por punção ou flexão, e por ainda prever as deformações da laje no momento da ruptura, tendo influenciado muitos pesquisadores como BROMS (1990), SHEHATA (1990) e HALLGREN (1996).

Recentemente, uma série de artigos foi publicada por Aurélio Muttoni apresentando sua Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento aplicada à punção. MUTTONI (2008), inicialmente aplicou sua teoria para os casos de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento e sob carregamento simétrico. Posteriormente, RUIZ e MUTTONI (2009) estenderam o método para tratar casos de lajes com armaduras de cisalhamento. O método apresentado por Muttoni é capaz de estimar o comportamento da laje para diferentes estágios de carregamento, podendo-se estimar a sua rotação e também as deformações nas armaduras cortadas pela fissura de cisalhamento. Este método vem sendo visto com entusiasmo pelo meio científico, tendo sido considerado como uma boa aproximação do fenômeno da punção e será apresentado em detalhes no item 2.3.2.

Para o dimensionamento à punção de ligações laje-pilar normalmente são utilizadas as recomendações normativas disponíveis. As normas mais relevantes no momento são a norma americana ACI 318:2008 (ACI) e a européia Eurocode 2:2004 (EC2). A versão atual da norma brasileira NBR 6118:2003 (NB1) baseia suas recomendações para punção na norma CEB-FIP MC90:1993 (MC90), a qual está em processo de revisão. Nos itens 2.3.1, 2.3.2, 2.3.3, 2.2.4 e 2.3.5 são apresentados alguns métodos teóricos para estimar a resistência à punção especificamente dos casos de ligações laje-pilar interno de concreto armado sem e com armaduras de cisalhamento do tipo *studs*, sem e com momentos desbalanceados. Para outros tipos de armadura, para lajes protendidas ou para diferentes casos de pilares, recomenda-se buscar os textos originais, pois as recomendações podem ser diferentes das apresentadas.

2.3.1. Modelo Mecânico de Kinnunen e Nylander

KINNUNEN e NYLANDER (1960) apresentaram um modelo mecânico para explicar o fenômeno da punção e para prever a carga de ruptura. Este modelo é fruto da observação da formação das fissuras de flexão e de cisalhamento, das deformações no concreto e no aço e dos deslocamentos em modelos experimentais constituídos por lajes circulares apoiadas no centro por segmentos de pilar também circulares e com carregamento aplicado nos bordos. Com base nestes resultados os autores observaram que a parte da laje externa à superfície de ruptura apresentava rotações de corpo rígido e idealizaram um modelo que satisfaz o equilíbrio das forças agindo em um segmento de laje externo à fissura de cisalhamento. Nesse modelo, os segmentos de laje são tratados como corpos rígidos supostamente apoiados em uma casca cônica imaginária confinada entre o pilar e a fissura de cisalhamento.

Quando sob carregamento cada segmento rígido gira em torno de seu ponto de rotação (CR) e é suportado pelas forças resultantes apresentadas na Figura 2.11b. As forças internas apresentadas na Figura 2.11d são função da rotação (ψ) e das propriedades mecânicas do aço e do concreto. O critério de ruptura assumido ocorre quando um ponto na superfície inferior da laje, verticalmente localizado abaixo da extremidade da fissura de cisalhamento, atinge uma deformação radial crítica (ϵ_{cto}) ao mesmo tempo em que as deformações tangenciais no concreto e na casca cônica imaginária atingem valores de ruptura característicos para o concreto. Na ruptura a rotação (ψ) pode ser determinada por $\psi = \epsilon_{cto} \times \left[1 + \frac{c}{2 \times x} \right]$, onde c é diâmetro do pilar e x é a distância medida da face inferior até a “raiz” da fissura de cisalhamento.

A tensão de escoamento nas armaduras de flexão $f_{ys,f}$ é atingida pelas barras localizadas dentro de um raio $r_{ys} = \psi \cdot (d - x) \cdot \frac{E_{s,f}}{f_{ys,f}}$. Fora destes limites o estado de tensão nas armaduras de flexão é admitido como elástico, conforme indicado na Figura 2.11e. Se a taxa de armadura de flexão tracionada ρ for baixa, é possível que r_{ys} seja maior que $L/2$, e nesse caso, todas as barras de flexão da laje atingem o escoamento e a carga de ruptura é igual à de flexão da laje. Ao contrário, se a taxa de armadura de flexão tracionada ρ for

elevada, r_{ys} será menor que $L/2$ e o estado de tensão nas armaduras é elasto-plástico. Com isso, o modelo é capaz de prever a carga de ruptura seja ela por flexão ou por punção.

Este modelo foi inicialmente desenvolvido para o caso de armaduras axissimétricas, como no caso de lajes armadas apenas com barras em anéis ou com barras em anéis e barras radiais. No entanto, na prática são utilizadas armaduras ortogonais. Kinnunen propôs alterações em seu modelo para tratar o caso de armaduras ortogonais e também para levar em consideração o efeito pino. As alterações propostas por Kinnunen apresentavam elevado nível de complexidade. Para tratá-las de modo simples é comum aumentar o resultado estimado com a teoria original em 10%.

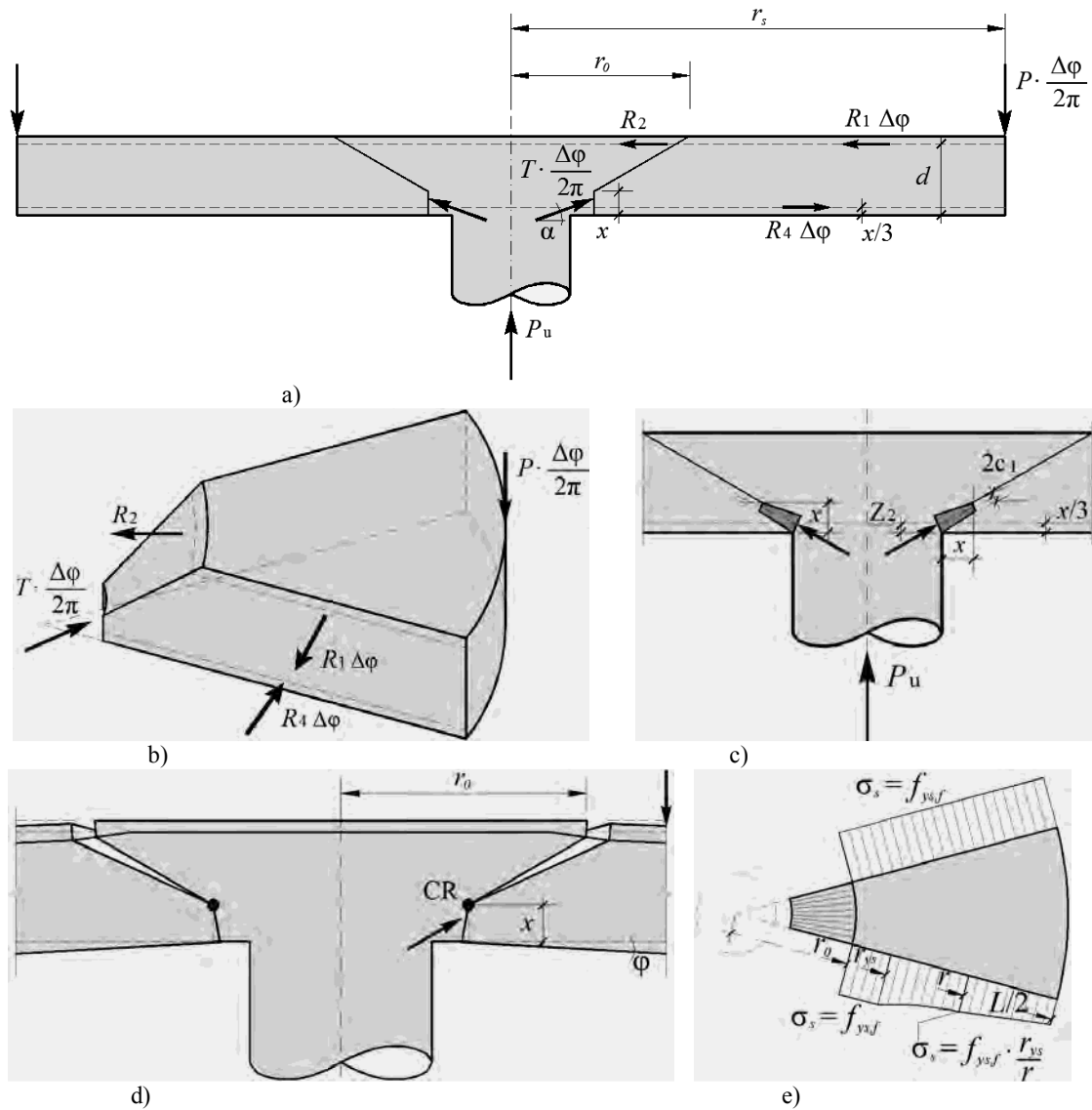


Figura 2.11 – Modelo mecânico de Kinnunen e Nylander

2.3.2. Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

A teoria desenvolvida por Muttoni baseia-se na idéia de que a resistência à punção diminui com o aumento da rotação da laje, o que pode ser explicado pela presença de uma fissura crítica de cisalhamento que se propaga na laje cortando a biela comprimida que transmite a força cortante para o pilar (ver Figura 2.12a). A abertura dessa fissura reduz a resistência da biela comprimida e pode eventualmente levar a uma ruptura por punção. Segundo MUTTONI e SCHWARTZ (1991) a espessura desta fissura é proporcional ao produto $\psi \cdot d$ (ver Figura 2.12b). Já a transmissão de cisalhamento na fissura crítica está diretamente ligada à sua rugosidade, a qual por sua vez é função do tamanho máximo do agregado. Baseando-se nesses conceitos MUTTONI (2008) apresenta que a resistência ao cisalhamento propiciada pelo concreto pode ser estimada segundo a Equação 2.2.

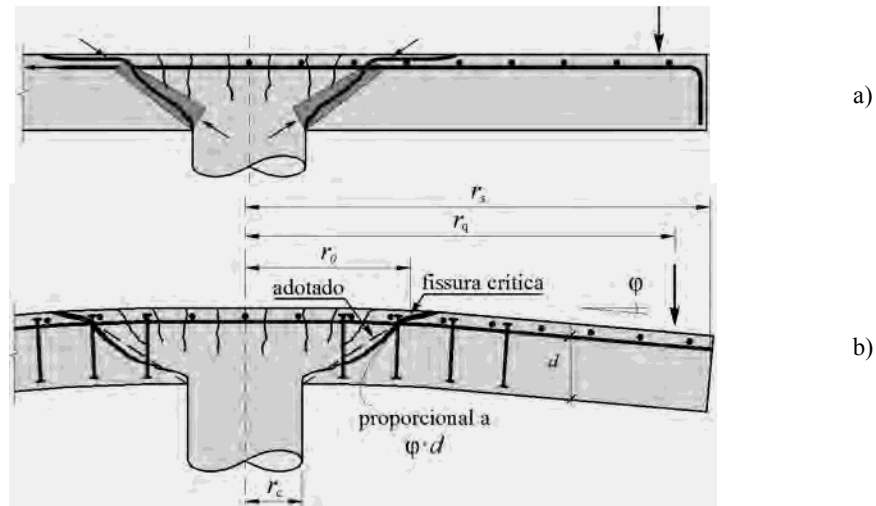


Figura 2.12 – Teoria da fissura crítica de cisalhamento (MUTTONI, 2008)

$$V_{R,c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f'_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad \text{Equação 2.2}$$

onde

u_1 é o comprimento de um perímetro de controle à $d/2$ da face do pilar;

f'_c é a resistência à compressão do concreto;

ψ é a rotação da laje;

d_{g0} é o diâmetro de referência do agregado admitido como 16 mm;

d_g é o diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje.

A resistência proporcionada por armaduras de cisalhamento verticais cortadas pela superfície de ruptura pode ser obtida através da Equação 2.3.

$$V_{R,s} = \sum A_{sw} \cdot f_{sw} \quad \text{Equação 2.3}$$

onde

\sum é feito para as armaduras de cisalhamento cortadas pela superfície de ruptura;

A_{sw} é a área de aço de uma camada de armadura de cisalhamento;

f_{sw} é a tensão em cada camada de armadura, sendo uma função dos detalhes da armadura de cisalhamento e dos deslocamentos verticais δ_v (ver Equação 2.4) em cada camada de armadura no ponto interceptado pela superfície de ruptura (ver Figura 2.13 e Figura 2.14).

$$\delta_v = \frac{\psi \cdot s}{2 \cdot \sqrt{2}} \quad \text{Equação 2.4}$$

onde

s é a distância horizontal medida da face do pilar até a camada de armaduras de cisalhamento em questão;

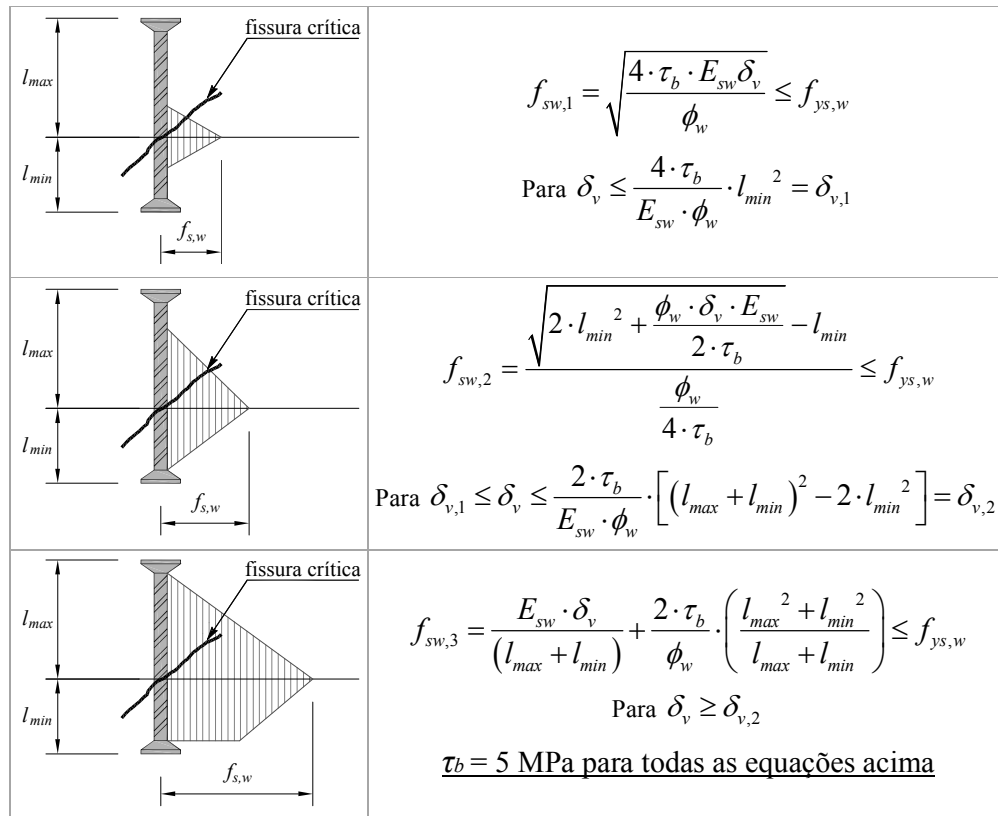


Figura 2.13 – Relação entre f_{sw} e δ_v em *studs* com barras de alta aderência

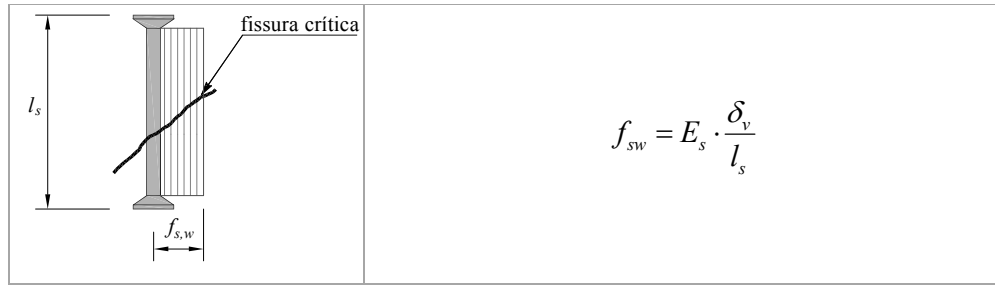


Figura 2.14 – Relação entre f_{sw} e δ_v em *studs* com barras lisas

A resistência à punção de uma laje lisa de concreto armado com armadura de cisalhamento vertical pode ser obtida através da Equação 2.5, sendo uma função de ψ . A relação entre a carga aplicada (V_E) e a rotação ψ é expressa pela Equação 2.6.

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad \text{Equação 2.5}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys,f}}{E_{s,f}} \cdot \left(\frac{V_E}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad \text{Equação 2.6}$$

onde

r_s é a distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos nulos;

$f_{ys,f}$ é a tensão de escoamento da armaduras de flexão tracionada;

$E_{s,f}$ é o módulo de elasticidade da armadura de flexão tracionada;

V_E é a força aplicada;

V_{flex} é a resistência à flexão calculada através da teoria das linhas de ruptura.

Com V_E e ψ pode ser traçado um gráfico do comportamento teórico da laje e se $V_{R,cs}$ e ψ forem adicionadas a esse gráfico, sua interseção com a curva V_E/ψ determina a carga de ruptura por punção na região dentro da área das armaduras de cisalhamento.

A resistência $V_{R,Max}$ correspondente à ruptura por esmagamento da biela comprimida próximo ao pilar pode ser calculada pela Equação 2.7.

$$V_{R,max} = \lambda \cdot V_{R,c} \quad \text{Equação 2.7}$$

onde

λ é considerado igual à 3 para os casos de armaduras de cisalhamento bem ancoradas como *studs* e 2 para os demais tipos de armaduras de cisalhamento.

Se esta linha for adicionada ao gráfico descrito acima, sua interseção com V_E e ψ retorna o limite superior para a resistência ao cisalhamento dentro do perímetro de controle u_1 .

O terceiro modo de ruptura corresponde a uma ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento e é denominado de $V_{R,out}$. A superfície de ruptura é considerada também com uma inclinação de 45° , mas sua extremidade coincide com o ponto de ancoragem inferior da armadura de cisalhamento mais externa. Na prática, isso implica na redução da altura útil da laje (d) para uma altura útil (d_v), conforme pode ser observado na Figura 2.15. O perímetro de controle neste caso é tomado à uma distância $d/2$ do perímetro da camada de armaduras de cisalhamento mais externa. Aplicando-se essas modificações na Equação 2.2, a resistência à punção da região externa às armaduras de cisalhamento pode ser obtida utilizando-se a Equação 2.8. Novamente, se a linha destes resultados for adicionada ao gráfico do comportamento da laje, sua interseção com a curva V_E/ψ irá retornar a carga que causaria uma ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento. A carga de ruptura final da laje será a menor dentre $V_{R,cs}$, $V_{R,max}$ e $V_{R,out}$.

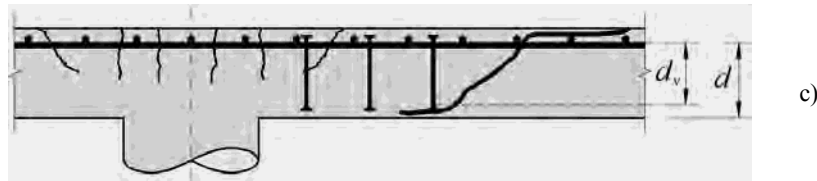


Figura 2.15 – Ruptura na região externa às armaduras de cisalhamento

$$V_{R,out} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_{out} \cdot d_v \cdot \sqrt{f'_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad \text{Equação 2.8}$$

onde

u_{out} é o perímetro externo definido à uma distância $d/2$ da camada mais externa de armaduras, considerando-se $4 \cdot d$ como a distância máxima efetiva entre duas linhas concêntricas de armaduras de cisalhamento;

d_v é a altura útil reduzida.

RUIZ e MUTTONI (2009) apresentam também um método simplificado correspondente à valores característicos ao invés de valores médios de resistência do concreto. A parcela de resistência do concreto foi reduzida e a determinação da resistência das armaduras pode ser

feita de modo mais simples. As equações resultantes deste método simplificado são apresentadas a seguir.

$V_{Rk,c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}}}{1 + 20 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}}$	Equação 2.9
$V_{Rk,s} = \left(\frac{E_{sw} \cdot \psi}{6} + \tau_b \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \cdot A_{sw} \leq f_{ys,w} \cdot A_{sw}$	Equação 2.10
$V_{Rk,cs} = V_{Rk,c} + V_{Rk,s}$	Equação 2.11
$V_{Rk,max} = \lambda \cdot V_{Rk,c}$	Equação 2.12
$V_{R,out} = \frac{2}{3} \cdot \frac{u_{out} \cdot d_v \cdot \sqrt{f_{ck}}}{1 + 20 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}}$	Equação 2.13

onde

$\tau_b = 5$ MPa para armaduras feitas com barras de alta aderência em concreto de resistência convencional e 0 para armaduras feitas com barras lisas;

f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto;

λ é considerado igual à 3 para os casos de armaduras de cisalhamento bem ancoradas como *studs* e 2 para os demais tipos de armaduras de cisalhamento;

u_1 é o comprimento de um perímetro de controle à $d/2$ da face do pilar;

u_{out} é o perímetro da superfície de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento;

d é a altura útil da laje;

d_v é a altura útil reduzida;

A_{sw} é a área de aço de uma camada de armadura de cisalhamento;

ϕ_w é o diâmetro da barra da armadura de cisalhamento;

$f_{ys,w}$ é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento;

ψ é a rotação da laje;

d_{g0} é o diâmetro de referência do agregado admitido como 16 mm;

d_g é o diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje.

2.3.3. Recomendações da norma ACI 318:2008

Segundo o ACI a verificação da resistência à punção em lajes lisas de concreto armado deve ser feita através da verificação das tensões de cisalhamento em um perímetro de controle afastado de uma distância igual a $d/2$ das faces do pilar ou das extremidades da área carregada, conforme indica a Figura 2.16. A resistência à punção de uma laje sem armaduras de cisalhamento é expressa pela Equação 2.14.

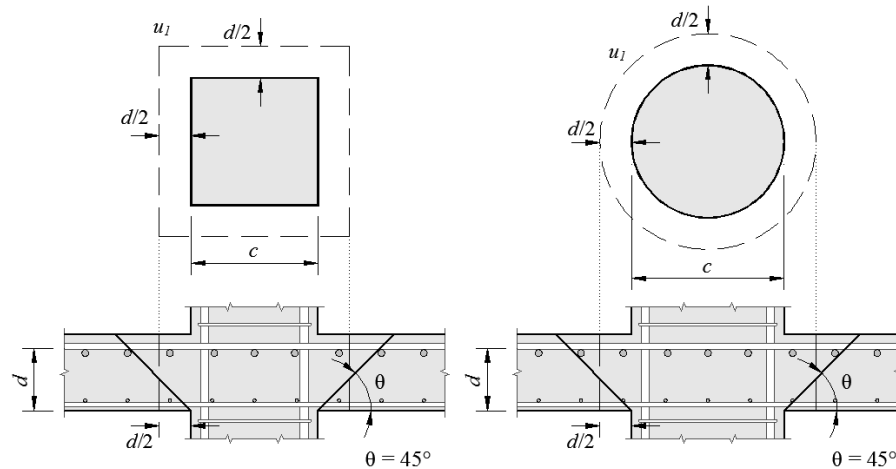


Figura 2.16 – Modelo para verificação da resistência à punção do ACI 318:2008

$$V_{R,c} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.14}$$

onde

f'_c é a resistência à compressão do concreto, e é limitada em no máximo 69 MPa;

u_1 é o comprimento de um perímetro de controle à $d/2$ da face do pilar;

d é a altura útil da laje;

Para lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento esta norma recomenda a verificação de três possíveis modos de ruptura: superfície de ruptura cortando as armaduras de cisalhamento ($V_{R,cs}$); superfície de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento ($V_{R,out}$); e ruptura por esmagamento da biela comprimida nas proximidades do pilar ($V_{R,max}$).

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad \text{Equação 2.15}$$

$$V_{R,cs} = \left(\frac{1}{4} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_1 \cdot d \right) + \left(\frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{ys,w} \right)$$

$$V_{R,out} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_{out} \cdot d \quad \text{Equação 2.16}$$

$$V_{R,max} = \begin{cases} \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_1 \cdot d & \text{se } s_r \leq 0,5 \cdot d \\ \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot u_1 \cdot d & \text{se } 0,5 \cdot d < s_r \leq 0,75 \cdot d \end{cases} \quad \text{Equação 2.17}$$

onde

A_{sw} é a área de aço de uma camada de armadura de cisalhamento;

s_r é a distância entre camadas, ressaltando que d/s_r deve ser menor ou igual ao número total de camadas de armaduras de cisalhamento;

$f_{ys,w}$ é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento, limitada em $f_{ys,w} \leq 420$ MPa;

u_{out} é o perímetro externo definido à uma distância $d/2$ da camada mais externa de armaduras, conforme indicado na Figura 2.17.

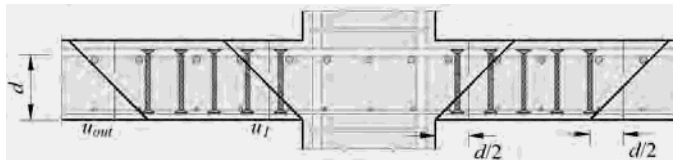
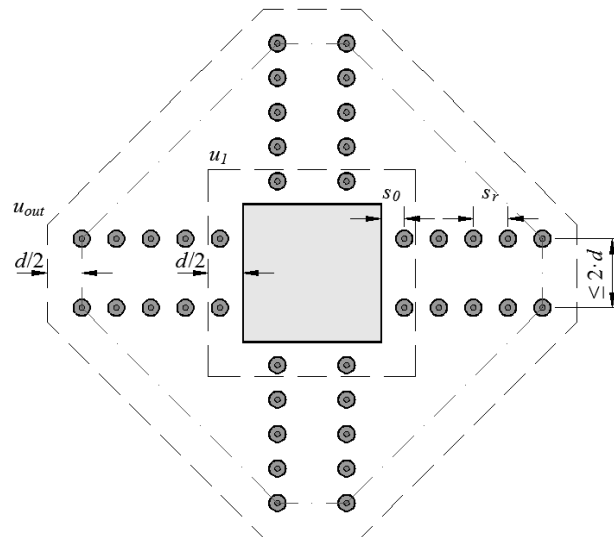


Figura 2.17 – Detalhes típicos para arranjos com studs (ACI, 2008)

Quando houver momento desbalanceado na ligação laje-pilar uma parte deste momento desbalanceado (M_u) deve ser considerada como transferida por flexão ($\gamma_f \cdot M_u$) e o restante ($\gamma_v \cdot M_u$) deve ser considerado como transferido por excentricidade do cisalhamento em torno do centróide da seção crítica. A variação das tensões de cisalhamento devido à ação do momento desbalanceado é assumida como linear, conforme indica a Figura 2.18. A tensão de cisalhamento máxima (τ_u) pode ser obtida com a Equação 2.18.

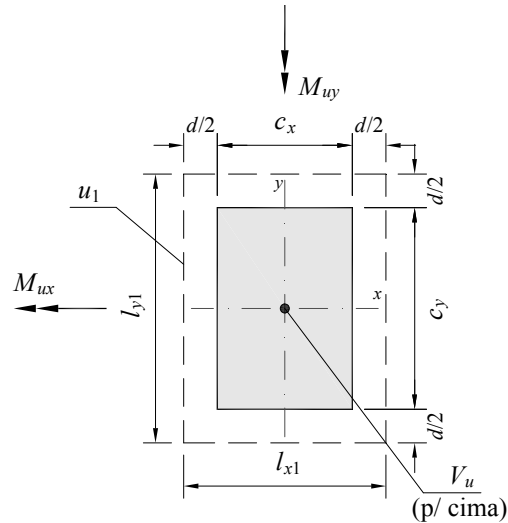


Figura 2.18 – Ligações laje-pilar sem armadura de cisalhamento com momentos desbalanceados

$$\tau_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot x}{J_y} \quad \text{Equação 2.18}$$

onde

V_u é a carga vertical na ligação laje-pilar;

x, y são as coordenadas do ponto em que τ_u é máximo em relação aos eixos x e y ;

M_{ux}, M_{uy} são os momentos desbalanceados transferidos na ligação laje-pilar em torno dos eixos x e y , respectivamente;

A_c é a área de concreto do perímetro de controle assumido;

γ_{vx}, γ_{vy} são as parcelas do momento desbalanceado considerado como transferida por excentricidade do cisalhamento em torno dos eixos x e y , obtidos segundo a Equação 2.19.

J_x, J_y são propriedades do perímetro de controle análogas ao momento polar de inércia em torno dos eixos x e y , respectivamente. Nas proximidades de um pilar interno, J_y para um perímetro de controle afastado à $d/2$ da face do pilar (ver Figura 2.18) é dado pela Equação 2.20. Para determinar J_y basta trocar os sub-escritos x e y na Equação 2.20.

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \sqrt{\frac{l_{y1}}{l_{x1}}}}$$

Equação 2.19

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \sqrt{\frac{l_{x1}}{l_{y1}}}}$$

$$J_y = d \cdot \left[\frac{l_{x1}^3}{6} + \frac{l_{y1} \cdot l_{x1}^2}{2} \right] + \frac{l_{x1} \cdot d^3}{6}$$

Equação 2.20

Nos casos onde forem utilizadas armaduras de cisalhamento, o perímetro de controle afastado da região das armaduras terá usualmente uma forma poligonal. Nesse caso, podem ser seguidas as recomendações apresentadas pelo ACI 421.1R-99, onde se apresenta um método para a determinação das propriedades de um perímetro de controle com forma qualquer. Nesse caso, os parâmetros J_x e J_y podem ser aproximados pelos momentos de inércia I_x e I_y . Os coeficientes γ_{vx} e γ_{vy} são apresentados na Figura 2.19.

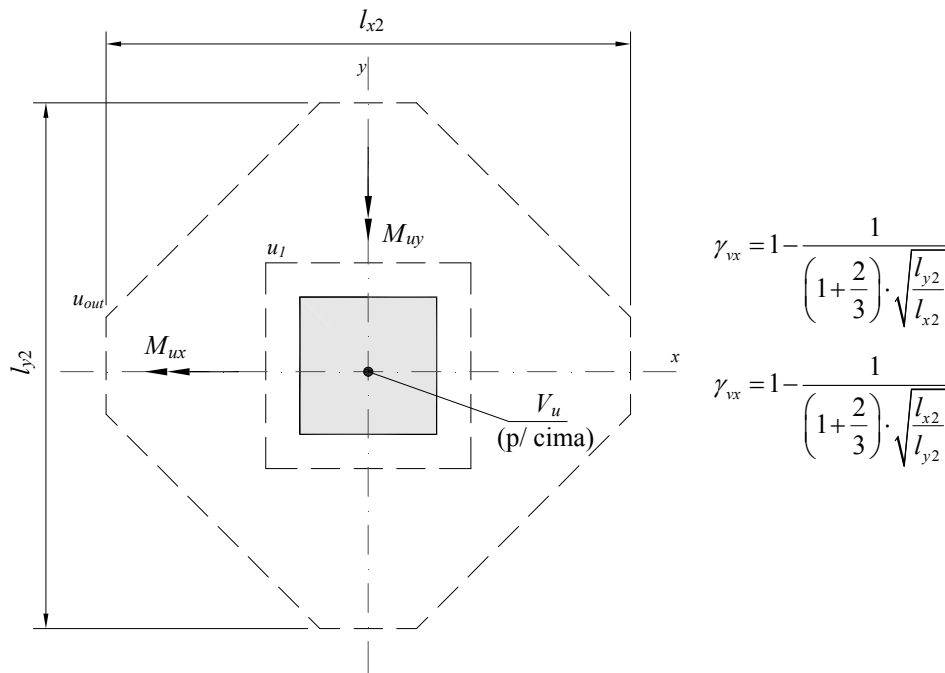


Figura 2.19 – Ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento e momentos desbalanceados

O perímetro de controle é geralmente composto por linhas retas. Os valores de A_c , I_x e I_y podem ser determinados pela soma da contribuição de cada segmento, conforme apresentado na Equação 2.21, onde x_i , y_i , x_j e y_j são as coordenadas dos pontos i e j nas extremidades de cada segmento cujo comprimento é igual a l , conforme apresentado na Figura 2.20.

$$\begin{aligned}
 A_c &= d \cdot \sum l \\
 I_x &= d \cdot \sum \left[\frac{l}{3} \cdot (y_i^2 + y_i \cdot y_j + y_j^2) \right] \\
 I_y &= d \cdot \sum \left[\frac{l}{3} \cdot (x_i^2 + x_i \cdot x_j + x_j^2) \right]
 \end{aligned}
 \tag{Equação 2.21}$$

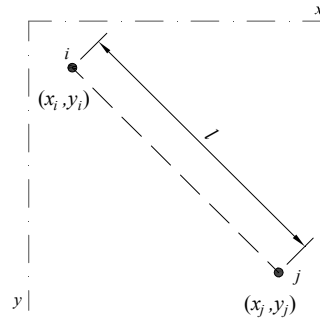


Figura 2.20 – Representação dos parâmetros de um segmento reto do perímetro de controle

2.3.4. Recomendações da norma Eurocode 2:2004

O Eurocode recomenda que a verificação da resistência à punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento deve ser feita em um perímetro de controle afastado $2 \cdot d$ da face do pilar ou área carregada, conforme indicado na Figura 2.21. Já a estimativa da resistência à punção de uma laje desse tipo pode ser feita utilizando-se a Equação 2.22.

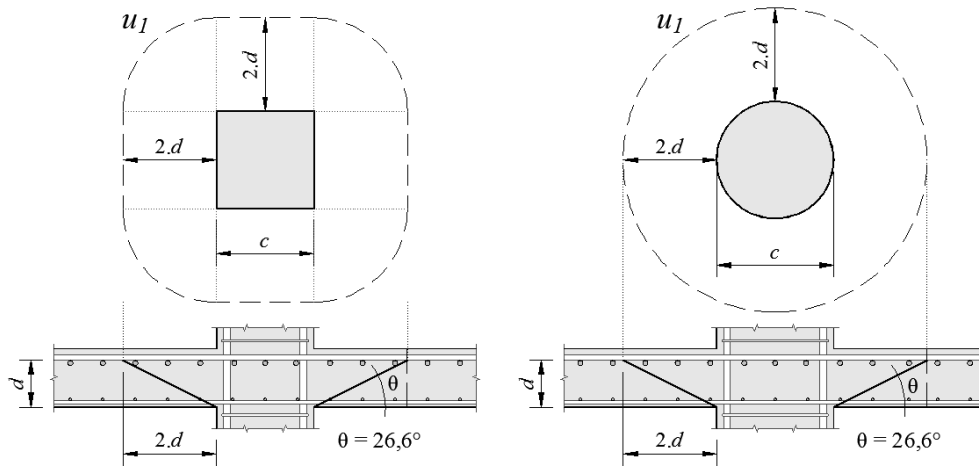


Figura 2.21 – Modelo para verificação da punção do Eurocode 2:2004

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.22}$$

onde

d é a altura útil da laje;

f'_c é a resistência à compressão do concreto, que segundo o Eurocode deve ser menor que 90 MPa, porém respeitando-se os limites estabelecidos pelos Anexos de cada país membro da comunidade européia;

ρ é a taxa de armadura de flexão tracionada média da laje. Ela deve ser calculada como $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02$, onde ρ_x e ρ_y são as taxas nas direções x e y , respectivamente. Devem ser consideradas as barras dentro de uma região afastada $3 \cdot d$ das faces do pilar.

ξ é o *size effect*, assumido como $\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$, com d em mm;

u_1 é o comprimento do perímetro de controle afastado $2 \cdot d$ das faces do pilar.

Nos casos de lajes com armaduras de cisalhamento, esta norma também recomenda a verificação de três possíveis modos de ruptura. O primeiro trata rupturas por cisalhamento dentro da região das armaduras e considera a resistência máxima devido à combinação das armaduras de cisalhamento e do concreto ($V_{R,cs}$ expresso pela Equação 2.23). O segundo refere-se à ruptura ocorrendo fora da região das armaduras de cisalhamento ($V_{R,out}$ calculado segundo a Equação 2.24). Por fim, ainda recomenda a verificação da resistência da biela comprimida próxima das extremidades do pilar ($V_{R,max}$ obtido pela Equação 2.25). A Figura 2.22 apresenta alguns detalhes típicos recomendados por esta norma quando da utilização de armaduras de cisalhamento, podendo-se observar também alguns detalhes necessários para a definição do perímetro de controle externo às armaduras de cisalhamento (u_{out} e $u_{out,ef}$).

$$V_{R,cs} = 0,75 \cdot V_{R,c} + \left(1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \right) \quad \text{Equação 2.23}$$

$$V_{R,out} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c')^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \quad \text{Equação 2.24}$$

$$V_{R,max} = 0,3 \cdot f_c' \cdot \left(1 - \frac{f_c'}{250} \right) \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.25}$$

onde

u_0 é o perímetro do pilar;

u_1 é o comprimento de um perímetro de controle afastado à $2 \cdot d$ da face do pilar;

u_{out} é o comprimento do perímetro de controle afastado à $1,5 \cdot d$ da camada mais externa de armaduras de cisalhamento, respeitando-se um limite de $2 \cdot d$ para a distância máxima entre duas linhas concêntricas de *studs* concêntricas. No caso deste limite não ser atendido, deve ser utilizado o perímetro de controle externo efetivo ($u_{out,ef}$) conforme indicado na Figura 2.22;

s_r é a distância entre camadas de armaduras de cisalhamento;

A_{sw} é a área das armaduras de cisalhamento por camada;

$f_{yw,ef}$ é a tensão efetiva na armadura de cisalhamento, que deve ser calculado como

$$f_{yw,ef} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot d) \leq f_{ysw}, \text{ dado em N/mm}^2 \text{ e com } d \text{ em mm.}$$

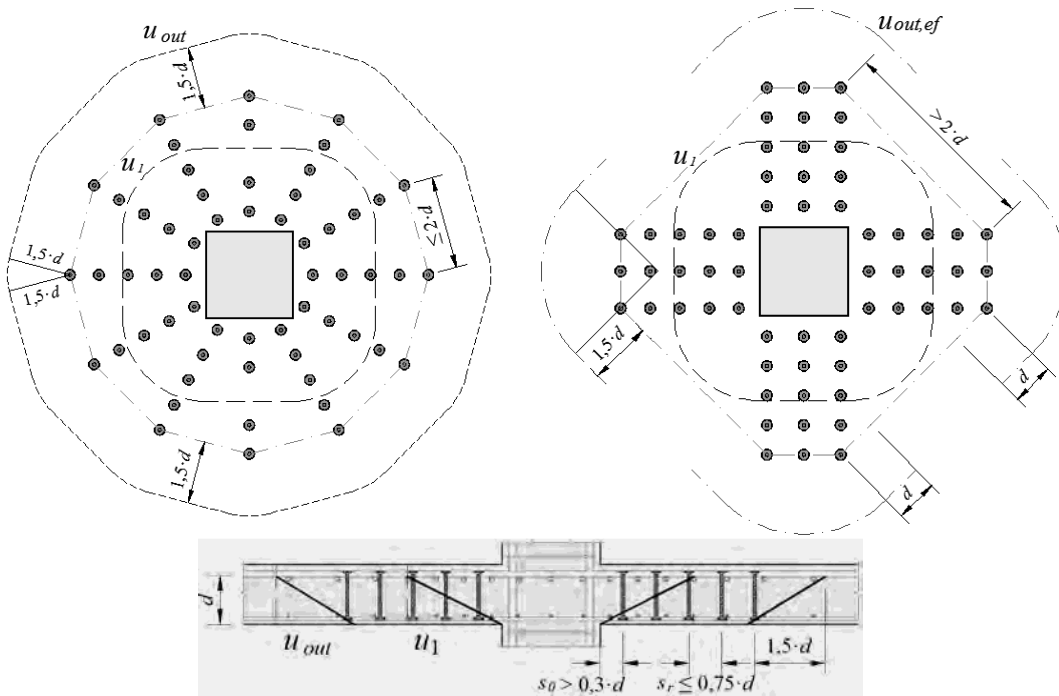


Figura 2.22 – Detalhes típicos para arranjos com *studs* (EC2, 2004)

Nos casos em que ocorra a transferência de momentos na ligação laje-pilar, esta norma recomenda que a verificação da resistência à punção seja feita dividindo-se à resistência de uma laje sem momentos desbalanceados (Equação 2.22, Equação 2.23, Equação 2.24 e Equação 2.25) por um coeficiente β , calculado conforme a Equação 2.26. Nesta equação, o efeito do momento desbalanceado nas tensões de cisalhamento é calculado para o perímetro de controle u_1 e então extrapolado para os demais perímetros, no caso de lajes com armaduras de cisalhamento (u_0 e u_{out}).

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_u}{V_u} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad \text{Equação 2.26}$$

onde

k é um coeficiente dependente da razão entre o lado maior e o lado menor do pilar (c_1/c_2) e seu valor é uma função da parcela de momento desbalanceado transmitida por cisalhamento, flexão e torção, conforme apresentado na Tabela 2.1.

M_u é o momento desbalanceado atuante na ligação laje pilar;

V_u é a carga vertical ou reação do pilar;

W_1 é uma propriedade do perímetro de controle u_1 para uma distribuição de cisalhamento conforme a indicada na Figura 2.23 e calculado segundo a Equação 2.27.

$$W_1 = \int_0^u |e| \cdot dl \quad \text{Equação 2.27}$$

onde

dl é o comprimento incremental do perímetro de controle

e é a excentricidade do carregamento, calculada como M_u/V_u .

Tabela 2.1 – Valores de k para áreas carregadas retangulares (EC2, 2004)

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	3,0
k	0,45	0,60	0,70	0,80

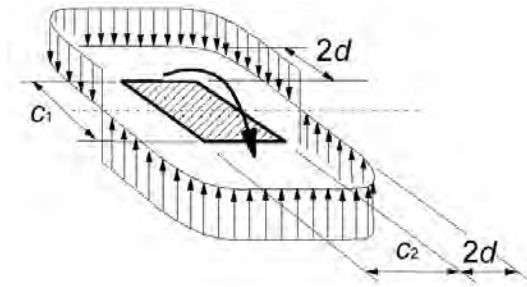


Figura 2.23 – Distribuição do cisalhamento provocada por um momento desbalanceado em pilares interno (EC2, 2004)

Para pilares retangulares W_1 pode ser calculado segundo a Equação 2.28.

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1 \quad \text{Equação 2.28}$$

onde

c_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

c_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Para pilares internos circulares, β é calculado pela Equação 2.29.

$$\beta = 1 + 0,6 \cdot \pi \frac{e}{c + 4 \cdot d} \quad \text{Equação 2.29}$$

2.3.5. Recomendações da norma NBR 6118:2003

O modelo de cálculo da norma brasileira é baseado nas recomendações da norma CEB-FIP MC90:1993, na qual baseiam-se também praticamente todas as recomendações apresentados pela norma Eurocode 2:2004. A resistência à punção da laje também deve ser avaliada nos perímetros de controle: u_0 , para a verificação indireta da resistência à compressão da biela próxima ao pilar; u_1 , para a verificação da resistência à tração diagonal; e u_{out} , apenas nos casos de lajes com armaduras de cisalhamento. A fim de não tornar esta seção repetitiva, serão apresentadas apenas as recomendações presentes na norma brasileira que diferem das recomendações do Eurocode 2:2004.

Tanto a norma CEB-FIP MC90:1993 quanto a norma Eurocode 2:2004 utilizam um coeficiente de segurança γ_c igual à 1,5. Já a norma brasileira adota o valor de 1,4. Por questões de ajustes destas equações ao coeficiente de segurança que é diferente e também por questões práticas de arredondamento, se forem retirados das equações apresentadas na norma brasileira o efeito dos seus coeficientes de segurança, serão verificadas pequenas diferenças na segunda casa decimal para alguns termos da equação. Como em sua essência as equações são as mesmas, estas diferenças serão ignoradas e para as estimativas de resistência à punção podem ser utilizadas as equações apresentadas para o Eurocode 2:2004, porém com ajustes de alguns termos, como descrito a seguir.

Uma diferença básica entre estas normas é que na norma brasileira o *size effect* não é limitado a um valor igual a 2,0. Seguindo as recomendações da MC90, a norma brasileira permite que este coeficiente assumira valores maiores que 2,0 e calculado segundo a Equação 2.30. A norma brasileira também não limita a taxa de armadura de flexão tracionada em 0,02, podendo adotar-se valores superiores. Outro termo que merece atenção é o que leva em consideração a tensão efetiva nas armaduras de flexão ($f_{yw,ef}$). Na norma brasileira esse termo deve ser simplesmente utilizando-se a Equação 2.31.

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad \text{Equação 2.30}$$

$$f_{yw,ef} = \frac{f_{ys,w}}{1,15} \leq 345 \text{ MPa para studs} \quad \text{Equação 2.31}$$

Outra importante mudança refere-se à geometria e comprimento do perímetro de controle fora da região das armaduras de cisalhamento. Para o perímetro de controle u_{out} , a norma brasileira recomenda que este seja adotado como afastado $2 \cdot d$ da última camada de armaduras e que seja circular, no caso de arranjos radiais, e não poligonal como no Eurocode 2:2004. No caso de $u_{out,ef}$ a geometria é a mesma adotada no Eurocode 2:2004, mas este perímetro também deve estar afastado à $2 \cdot d$ da última camada de armaduras e não $1,5 \cdot d$ como na norma anterior. Esses detalhes, bem como os espaçamentos para as armaduras são apresentados na Figura 2.24.

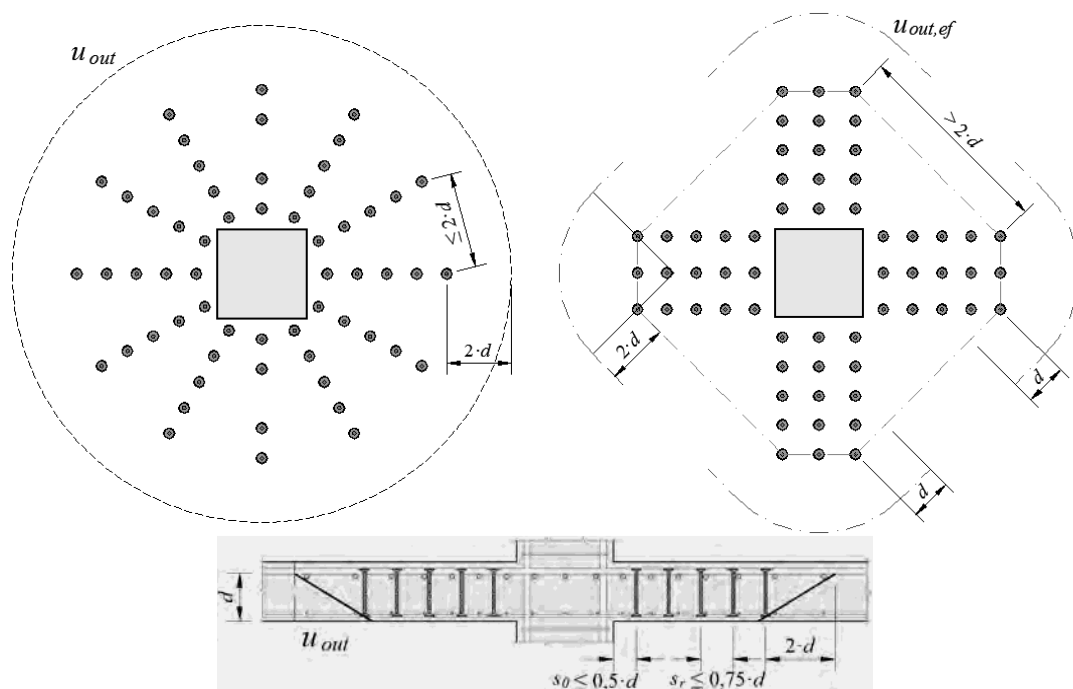


Figura 2.24 – Detalhes típicos para arranjos com *studs* (NB1, 2003)

3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Ao longo dos anos diferentes programas experimentais foram conduzidos buscando estudar o comportamento e a resistência à punção de lajes lisas de concreto. Analisar um pavimento em proporções reais até a ruptura em um laboratório é uma atividade complexa que envolve custos elevados e requer uma infra-estrutura que poucos laboratórios de estruturas possuem. Por questões de praticidade e de custos, o estudo da punção tem sido normalmente realizado em modelos locais. A idealização destes modelos locais para os casos de ligações laje-pilar internos busca representar a região da laje em torno do pilar delimitada por uma circunferência de raio $0,21 \cdot l$ que, numa análise elástica, representa a região de momentos negativos simétricos. Para os casos de pilares de borda e de canto o ponto de momentos nulos varia em função da rigidez da ligação laje-pilar e, nesses casos, o que normalmente é feito é determinar as dimensões do modelo local de modo a representar casos particulares de espessuras de laje, vãos, dimensões do pilar e altura do pavimento. A Figura 3.1 ilustra a idealização feita para a determinação da geometria dos modelos locais usualmente testados em laboratório como os da série de ensaios descrita neste capítulo.

O uso de modelos locais já se mostrou eficiente para o estudo da maioria dos aspectos relevantes para o dimensionamento de lajes lisas. No entanto, nos casos onde o interesse é analisar a influência da distribuição do carregamento, o efeito de carregamentos laterais ou o efeito de forças de membrana existentes na laje devido ao confinamento que o pavimento como um todo proporciona, pode ser necessário que os ensaios sejam realizados em modelos de maiores dimensões e sob procedimentos de ensaio mais complexos. Alguns exemplos de testes mais complexos em lajes apoiadas em pilares internos são apresentados na Figura 3.2. Já na Figura 3.3 são apresentados modelos de ensaio para os casos de pilares de borda e de canto.

O modelo apresentado na Figura 3.2a foi utilizado por LONG e MASTERSON (1974) e representa a área de uma laje cercada pelas linhas de centro de lajes adjacentes. Trata-se de uma boa representação das condições reais, permitindo o desenvolvimento de forças de membrana, tendo como desvantagem suas grandes dimensões em planta e a complexidade dos procedimentos de ensaio. Na Figura 3.2b apresenta-se um modelo semelhante ao

utilizado por REGAN *et al.* (1978) com características semelhantes às do modelo anterior, porém mais simples de ser ensaiado. Já na Figura 3.2c e d são mostrados modelos testados por REGAN (1986) que permitem simular o efeito da redistribuição dos momentos, ou de modo geral, variar a posição das linhas de momento nulo em espécimes com dimensões inferiores aos apresentados em na Figura 3.2a e b. Por fim, o modelo da Figura 3.2e tem sido utilizado para estudar o efeito das ações compressivas de membrana, podendo-se variar esse efeito alterando a largura do trecho de laje além dos apoios.

Para pilares de borda, pequenos modelos como os apresentados na Figura 3.3a, b, c e d têm sido utilizados por diversos pesquisadores. Em modelos como o da Figura 3.3a o momento no pilar pode ser gerado por forças horizontais, como na Figura 3.3b, ou através da excentricidade do carregamento, como na Figura 3.3c. Porém, nenhum destes modelos é capaz de representar o que ocorre quando uma rótula plástica se forma na ligação laje-pilar e o momento transferido permanece constante, mas o carregamento pode aumentar graças à redistribuição dos esforços. Isso é válido também para o modelo apresentado na Figura 3.3d, no qual o carregamento pode ser distribuído radialmente e contenções nos segmentos de pilar podem ser adicionadas para permitir a transferência de momento, sendo que sua seção transversal pode ser semelhante às apresentadas na Figura 3.3b ou c.

Alternativas óbvias para ensaios em pilares de borda são os arranjos apresentados na Figura 3.3e e f. O modelo da Figura 3.3e foi utilizado por KINNUNEN (1971), porém sem os trechos superiores dos pilares, e por REGAN (1981 e 1993) com os trechos superiores dos pilares. Para que seja possível o desenvolvimento de momentos nos pilares é necessária a utilização de sistemas de contenção para restringir a movimentação dos segmentos de pilar. Já o modelo mais robusto, apresentado na Figura 3.3f foi utilizado por GILBERT e GLASS (1987). No caso de pilares de canto, ensaios como os de ZAGHLOOL e PAIVA (1973) foram feitos com modelos locais como os da Figura 3.1e, mas com a laje projetando-se em torno de $0,21 \cdot l$. Porém, no caso de pesquisas com elementos de maior dimensão, foram utilizadas lajes apoiadas em sistemas de quatro pilares. Nas pesquisas de ZAGHLOOL *et al.* (1970) e INGVARSSON (1974) os pilares projetavam-se apenas para baixo, mas WALKER e REGAN (1987) utilizaram modelo exatamente igual ao da Figura 3.3g, sendo que em ambos foi necessário restringir os movimentos dos pilares.

Os modelos apresentados na Figura 3.2 e na Figura 3.3 e a breve descrição de pesquisas nas quais eles foram empregados para o estudo do fenômeno da punção serve de alerta para a complexidade que os ensaios laboratoriais podem atingir caso se queira simular todas as variáveis reais que podem interferir no fenômeno. Porém, merece ser ressaltado que todos os tratamentos teóricos desenvolvidos assumem como hipótese básica que se trata de um fenômeno local que não é significativamente afetado por condições de contorno mais genéricas, a não ser que tais condições estejam muito próximas da região de ruptura e, deste ponto de vista, o uso de modelos locais é suficiente.

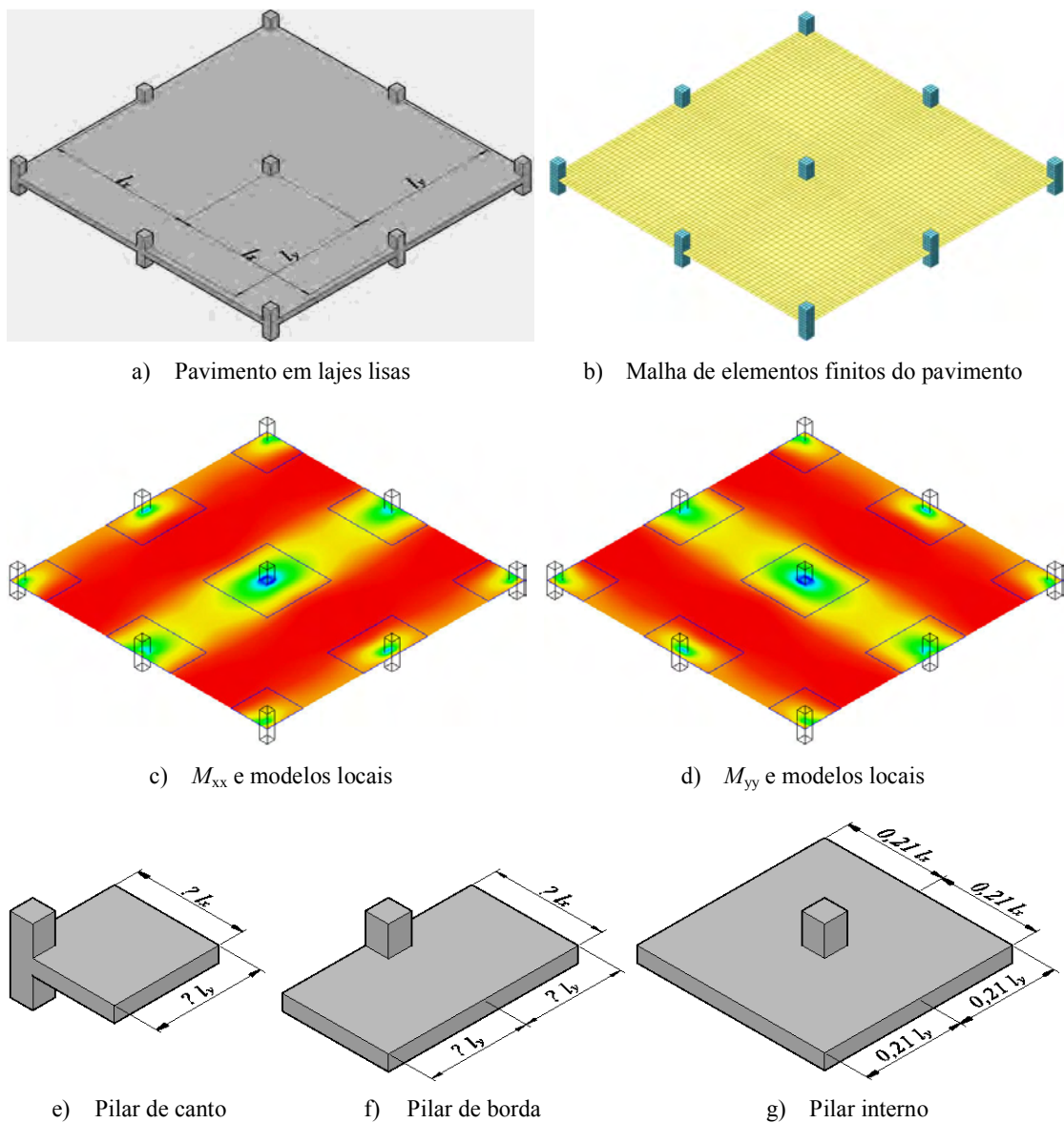


Figura 3.1 – Idealização dos modelos locais para análise experimental

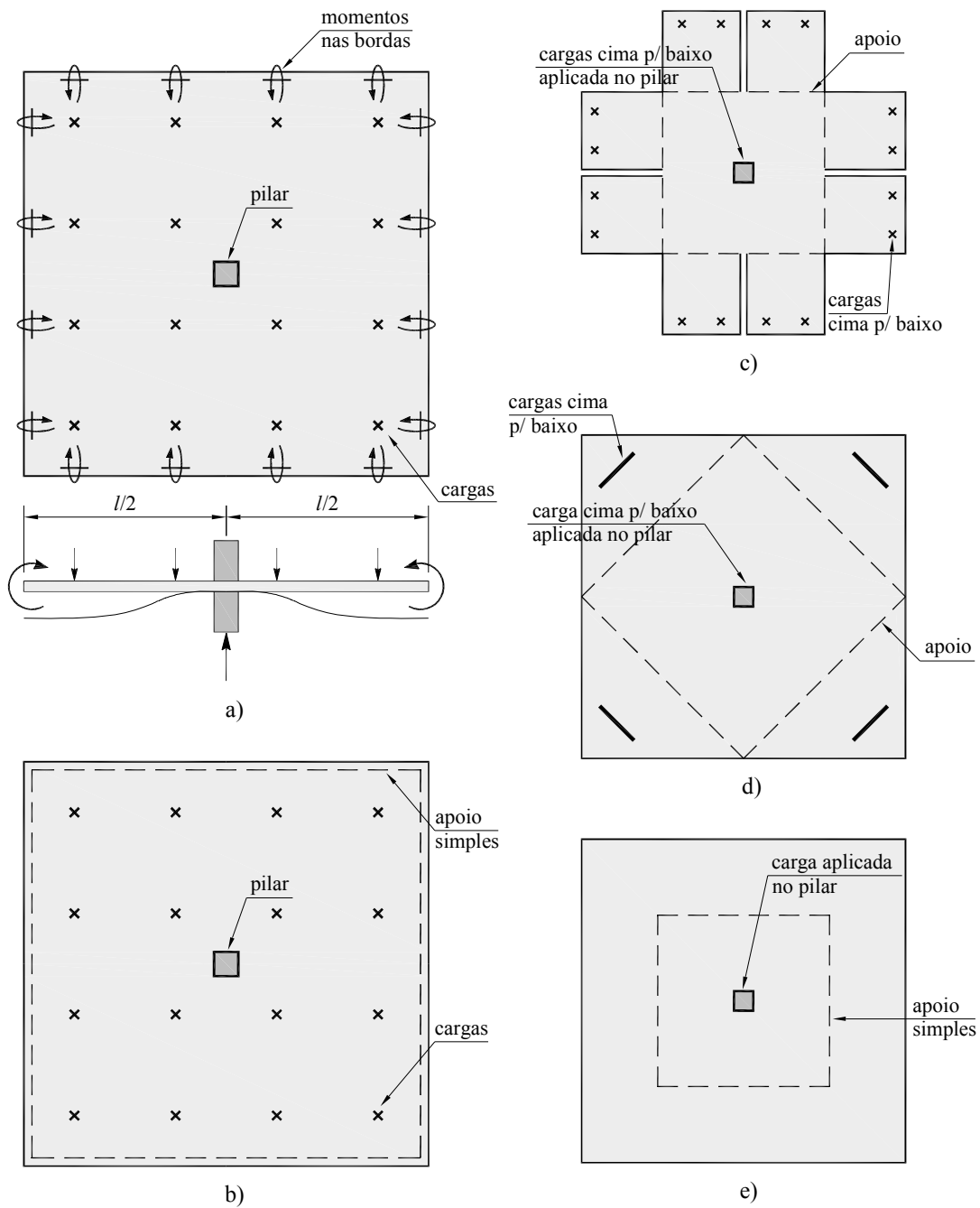


Figura 3.2 – Modelos complexos utilizados para o estudo de ligações laje-pilar interno

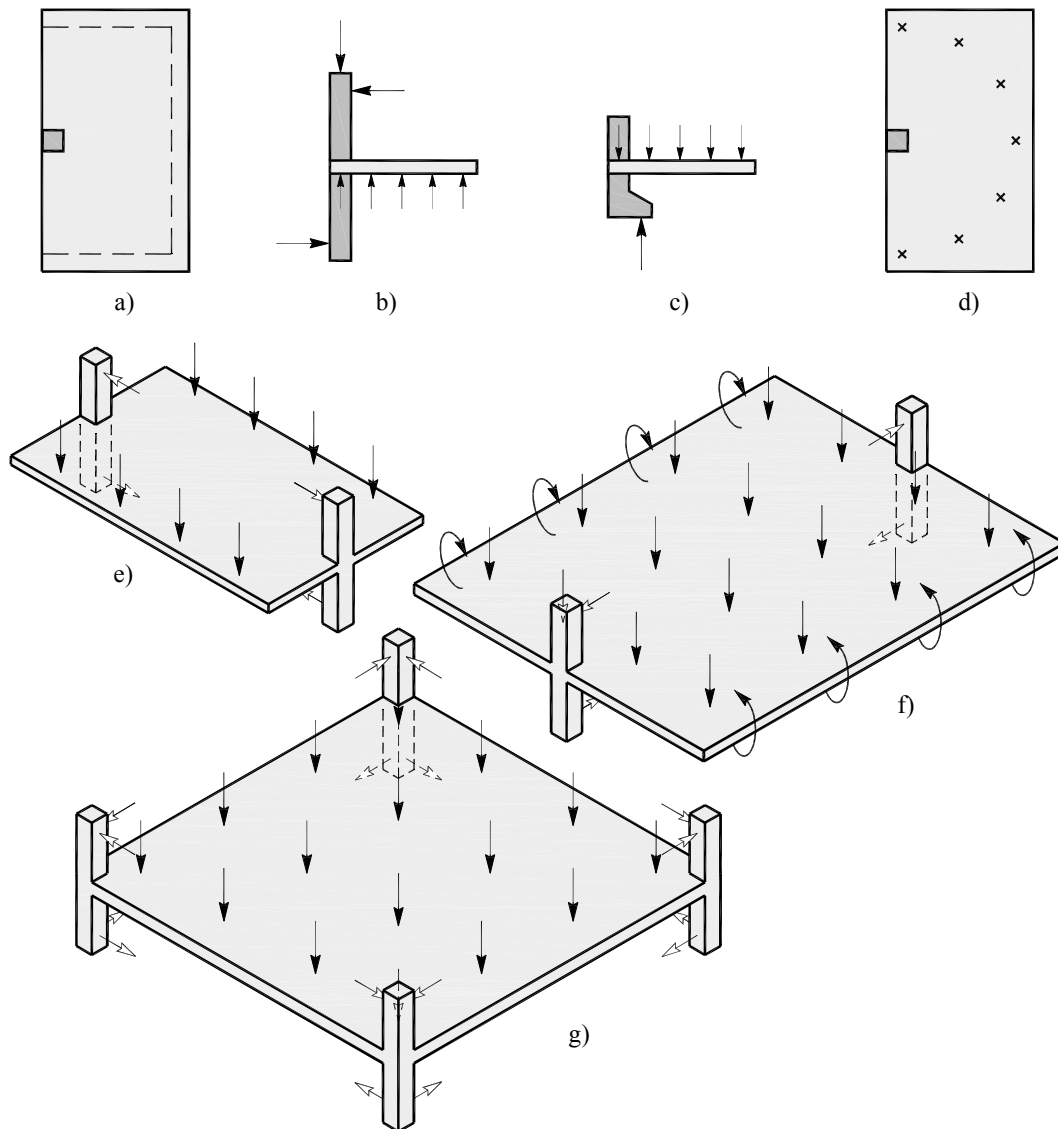


Figura 3.3 – Modelos complexos para o estudo de ligações laje-pilar de borda e canto

3.1. CARACTERÍSTICAS DAS LAJES

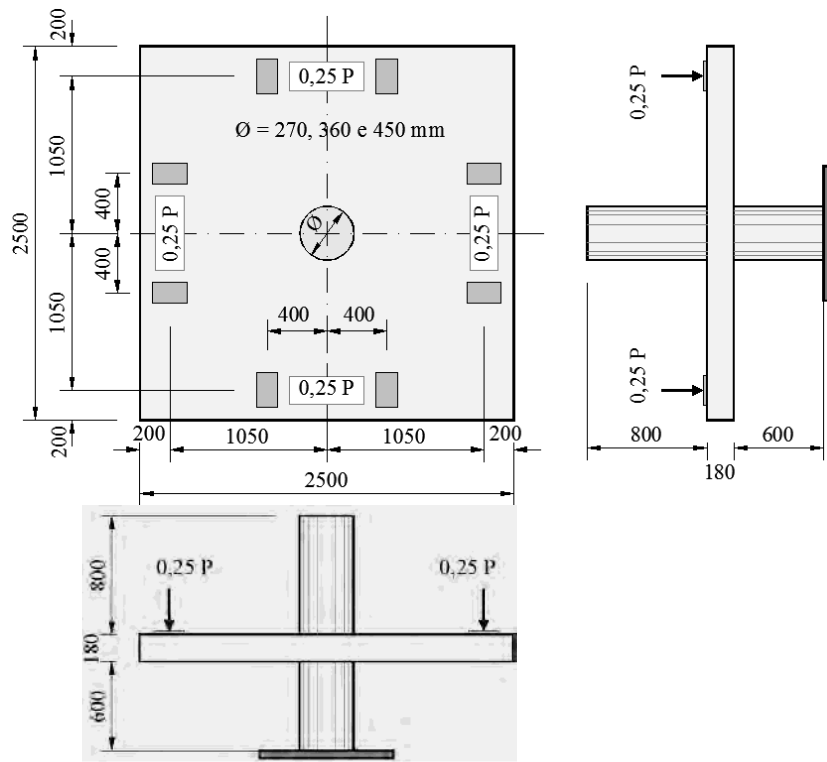
Para investigar a resistência e o comportamento de ligações laje-pilar interno com armaduras de cisalhamento foram realizados 16 ensaios experimentais no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. Foram ensaiadas lajes quadradas com lados de 2.500 mm e espessura de 180 mm e estes ensaios foram divididos em duas séries de 8 testes. Na primeira série o objetivo principal era observar como se dava o modo de ruptura das lajes tendo-se como variáveis: dimensões do pilar; taxa de armadura de flexão tracionada; taxa de armadura de flexão comprimida; quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento. Na segunda série o objetivo era verificar experimentalmente o

efeito da transferência de momentos em uma direção na resistência à punção de ligações laje-pilar interno sem e com armaduras de cisalhamento.

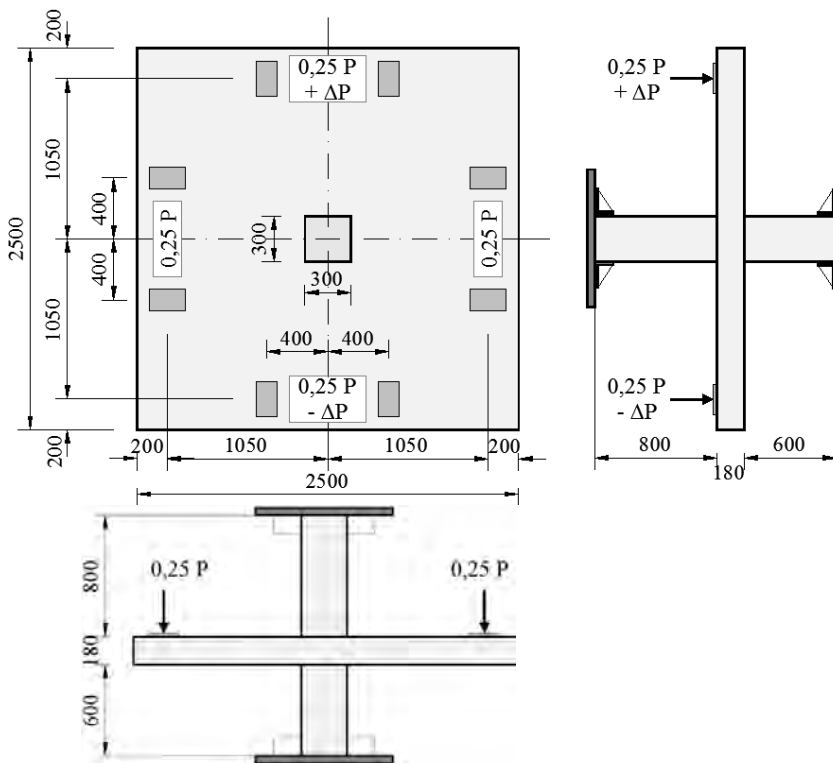
As lajes da primeira série de ensaios foram apoiadas em pilares de seção circular com diâmetros de 270 mm, 360 mm e 450 mm, resultando em relações c/d de 1,875, 2,500 e 3,125, respectivamente. A taxa de armadura de flexão tracionada destas lajes variou entre 1,50 % a 2,00 % e o concreto apresentou resistências em torno de 50 MPa. Com exceção da laje LC04, onde as armaduras de cisalhamento foram distribuídas “em cruz”, em todas as lajes as armaduras de cisalhamento foram distribuídas radialmente.

Como o banco de dados disponível com resultados de ensaios de lajes de concreto armado com armaduras de cisalhamento é significativo, praticamente cada uma das lajes desta série de ensaios foi determinada visando fornecer resultados em relação a um objetivo específico. As lajes LC01 à LC03 foram ensaiadas visando avaliar a influência do tamanho do pilar na resistência e no modo de ruptura de lajes com armaduras de cisalhamento, tendo-se mantido as mesmas quantidades de armaduras de flexão e cisalhamento. Com a laje LC04 buscou-se avaliar a eficiência da distribuição “em cruz” para as armaduras de cisalhamento, tendo sido adotado uma taxa de armadura de flexão por camada superior as demais. As lajes LC05 e LC06 visavam avaliar a contribuição da elevação das taxas de armadura de flexão tracionada (LC05) e comprimida (LC06) na resistência à punção. O efeito de se aproximar as armaduras de cisalhamento do pilar foi avaliado na laje LC07. Por fim, na laje LC08 buscou-se uma comparação direta com a laje LC04, tendo a mesma quantidade de armaduras de cisalhamento, porém distribuídos de forma radial.

Para que a transferência de momentos na ligação laje-pilar durante a realização da segunda série de ensaios fosse possível, foi necessário desenvolver um dispositivo para restringir a translação dos segmentos de pilar durante a aplicação do carregamento desbalanceado. Para facilitar a confecção desse dispositivo, optou-se por utilizar pilares de seção quadrada. Buscando permitir alguma comparação entre as lajes da primeira e da segunda série de ensaios, definiu-se que esses pilares teriam seção quadrada e lado de 300 mm, o que segundo recomendações de normas como NBR 6118:2003, EUROCODE 2:2004 e CEB-FIP MC90:1993 resulta em um perímetro de controle u_1 aproximadamente igual ao de um pilar circular com diâmetro de 360 mm. A Figura 3.4 ilustra o programa de ensaio das lajes e a Tabela 3.1 apresenta as suas características principais.



a) Lajes da 1ª série de ensaios



b) Lajes da 2ª série de ensaios

Figura 3.4 – Esquema de carregamento das lajes

Tabela 3.1 – Características das lajes

Série de Ensaios	Laje	Pilar (mm)	d (mm)	ρ (‰)	f'_c (MPa)	Armaduras de Cisalhamento			e (mm)
						No. Camadas	No. Linhas	$A_{sw} / Cam.$ (mm ²)	
1ª Série	LC01*	270	143	1,50	48	6	10	785,4	0
	LC02*	360	140	1,55	47	6	10	785,4	0
	LC03*	450	142	1,41	49	6	10	785,4	0
	LC04*	360	140	1,55	48	6	12	942,5	0
	LC05*	360	140	2,05	50	6	10	785,4	0
	LC06○	360	143	1,45	49	6	10	785,4	0
	LC07†	360	144	1,60	49	7	10	785,4	0
	LC08*	360	144	1,62	48	6	12	942,5	0
2ª Série	LS01*	300	145	1,54	48	2	12	942,5	0
	LS02*	300	143	1,46	49	4	12	942,5	0
	LS03*	300	145	1,54	50	2	12	942,5	315
	LS04*	300	143	1,46	49	4	12	942,5	315
	LS05	300	143	1,58	50	--	--	--	0
	LS06	300	144	1,56	50	--	--	--	315
	LS07#	300	143	1,70	49	4	12	1.472,7	0
	LS08#	300	144	1,68	48	4	12	1.472,7	315

Obs.:

$f_{ys, \phi 16,0} = 557 \text{ MPa}$ $f_{ys, \phi 20,0} = 541 \text{ MPa}$

* $s_0 = 70 \text{ mm}$ $s_r = 100 \text{ mm}$ $\phi_w = 10,0 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 573 \text{ MPa}$

† $s_0 = 55 \text{ mm}$ $s_r = 80 \text{ mm}$ $\phi_w = 10,0 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 573 \text{ MPa}$

$s_0 = 70 \text{ mm}$ $s_r = 100 \text{ mm}$ $\phi_w = 12,5 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 530 \text{ MPa}$

○ $s_0 = 70 \text{ mm}$ $s_r = 100 \text{ mm}$ $\phi_w = 10,0 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 573 \text{ MPa}$ $\rho' = 1,14 \text{ ‰}$

3.2. ARMADURA DE FLEXÃO

As armaduras de flexão eram formadas por barras retas de aço CA50 distribuídas nas faces superior e inferior das lajes. As armaduras superiores eram compostas por barras de 16,0 mm em todas as lajes, com exceção da laje LC05, onde foram empregadas barras de 20,0 mm na faixa central da laje e barras de 16,0 mm nas faixas externas. Inicialmente, estabeleceu-se que as barras horizontais e verticais teriam espaçamento de 90 mm e 100 mm, respectivamente, buscando fazer com que as lajes tivessem a mesma resistência a flexão em ambas as direções ortogonais. Posteriormente, optou-se por mover as barras de flexão de acordo com a necessidade a fim de se manter o máximo possível a distribuição e os espaçamentos determinados entre as camadas das armaduras de cisalhamento, mantendo-se, no entanto a quantidade total de barras em cada direção.

Com exceção da laje LC06, em todas as demais foram distribuídas barras de 8,0 mm na face inferior das lajes, a fim de se evitar fissuras durante seu transporte e também para manter consolidada a ligação laje-pilar após a ruptura por punção. As barras horizontais foram espaçadas a cada 180 mm e as barras verticais foram espaçadas a cada 200 mm. Na laje LC06 buscou-se combater uma possível ruptura por flexão com esmagamento do concreto em torno da ligação laje-pilar empregando-se uma elevada taxa de armadura de flexão comprimida. Essa armadura foi composta por 4 barras horizontais e verticais de 16,0 mm cruzando a seção do pilar e por barras de 12,5 mm no restante da laje, ambas com espaçamento igual ao utilizado nas armaduras superiores. Foram utilizados ganchos em forma de “u” feitos com barras de 12,5 mm de diâmetro nas extremidades das lajes com o objetivo de garantir a ancoragem das armaduras de flexão. A Figura 3.5 apresenta um projeto geral das armaduras de flexão das lajes. A descrição detalhada da distribuição das armaduras de flexão em cada laje, conforme adotado para sua moldagem é apresentada no Apêndice A.

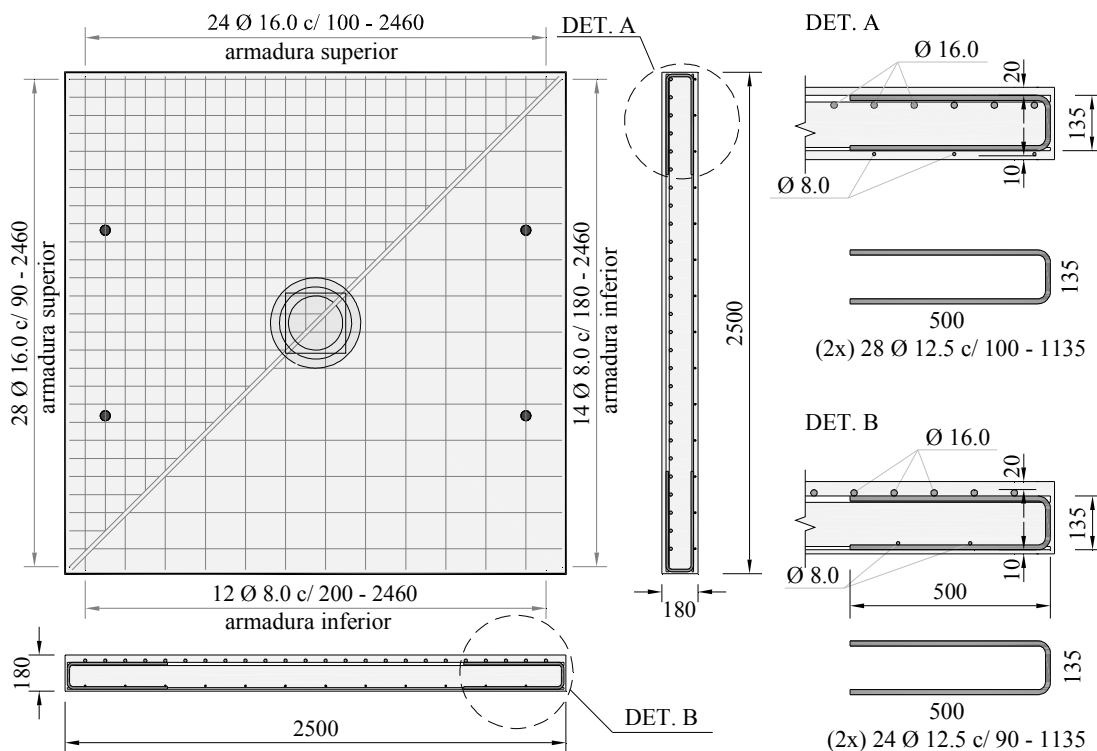


Figura 3.5 – Projeto das armaduras de flexão das lajes

Foi adotado um cobrimento de 20 mm para as barras na face superior e de 10 mm para as armaduras na face inferior, tendo sido utilizadas 6 barras de aço de 8,0 mm de diâmetro

dobradas na forma de “caranguejos” a fim e garantir estes valores. Antes da concretagem das lajes, foram realizadas medições a fim de verificar os valores reais da altura útil dos espécimes. Os valores da taxa de armadura apresentados na Tabela 3.1 foram calculados segundo a Equação 3.1.

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad \text{Equação 3.1}$$

onde

A_s é a área de aço da armadura de flexão;

b_w é a largura da seção de concreto considerada para o cálculo, aqui considerada como

$$b_w = c + 2 \cdot (3 \cdot d);$$

d é a altura útil da laje;

c é o lado do pilar quadrado ou diâmetro do pilar circular.

3.3. ARMADURA DE CISALHAMENTO

As armaduras de cisalhamento utilizadas nessa pesquisa foram os *double headed studs*. Essas armaduras caracterizam-se por possuírem como ancoragem apenas duas chapas de aço circulares, com diâmetro normalmente igual a $3 \cdot \phi_w$, onde ϕ_w é o diâmetro da barra do *stud*. Dependendo do fabricante deste tipo de armadura, elas podem ser posicionadas antes ou depois da montagem das armaduras de flexão, tendo para tal, chapas ou barras delgadas de aço, apenas para permitir sua fixação. A Figura 3.6 mostra detalhes das armaduras da HALFEN DEHA e a Figura 3.7 apresenta detalhes do sistema de armaduras contra punção SCHÖCK BOLE®.



Figura 3.6 – Detalhes do sistema de armaduras da HALFEN DEHA

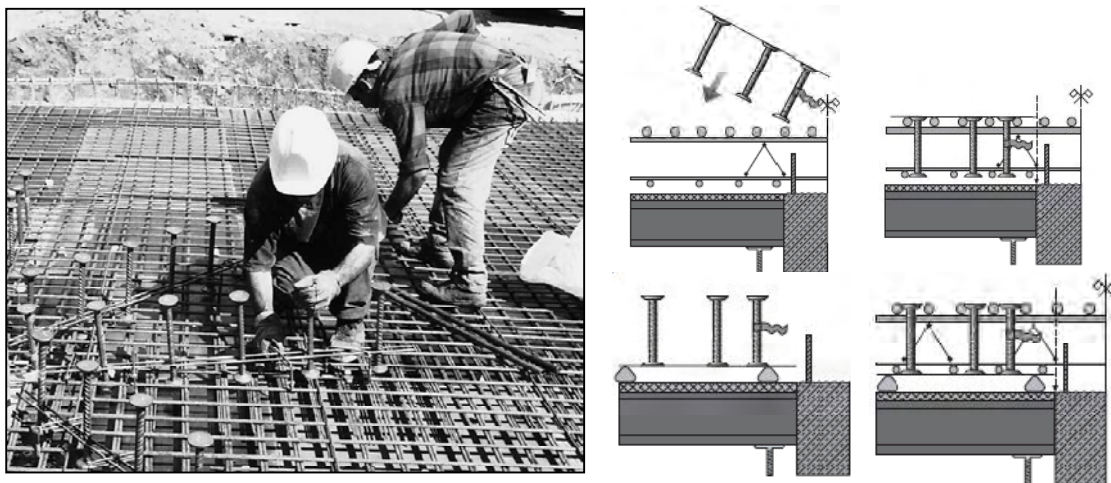


Figura 3.7 – Detalhes do sistema de armaduras SCHÖCK BOLE

As armaduras utilizadas nessa pesquisa foram fabricadas por profissionais da própria Universidade de Brasília, de modo artesanal, visto que este tipo de armadura ainda não é comercializado no Brasil. Para facilitar esse processo e baratear os custos, foram feitas algumas simplificações no projeto das armaduras. As cabeças de ancoragem dos *studs* comerciais são normalmente forjadas, utilizando-se o próprio aço da barra que compõe o corpo do *stud*, e sua geometria resultante é um tronco de cone. Não foi possível executar este mesmo processo na fabricação destas armaduras na Universidade de Brasília.

O processo criado consistiu de fatiar barras de aço 1020 com diâmetro aproximadamente igual a $3 \cdot \phi_w$, mantendo-se uma espessura h_{st} constante de 10 mm. Depois de fatiadas, essas “bolachas” de aço eram furadas e as barras de aço que iriam formar o corpo do *stud* eram instaladas. Posteriormente, utilizando-se um processo de soldagem MIG, as barras de aço eram unidas com as cabeças de ancoragem. Os *studs* eram então unidos em grupos com dois ou no máximo três elementos através de barras chatas de aço e eram instalados após a montagem das armaduras de flexão. A Figura 3.8 apresenta detalhes das armaduras de cisalhamento utilizadas nesta pesquisa. Já na Figura 3.9 é possível ver um detalhe das armaduras de cisalhamento utilizadas na laje LC01.

Nas lajes com pilares circulares o foco era analisar rupturas dentro da região das armaduras de cisalhamento, o que justifica o uso de 6 ou 7 camadas de *studs*. Já nas lajes com pilar quadrado, como são poucos os resultados de ensaios em lajes com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados, era importante produzir resultados para rupturas

dentro e fora da região das armaduras de cisalhamento. A Figura 3.10 apresenta detalhes da distribuição dos *studs* nas lajes LC01 à LC04. Já na Figura 3.11 e na Figura 3.12 é possível observar a distribuição adotada para armaduras de cisalhamento das lajes LC05 à LC08 e LS01 à LS08, respectivamente.

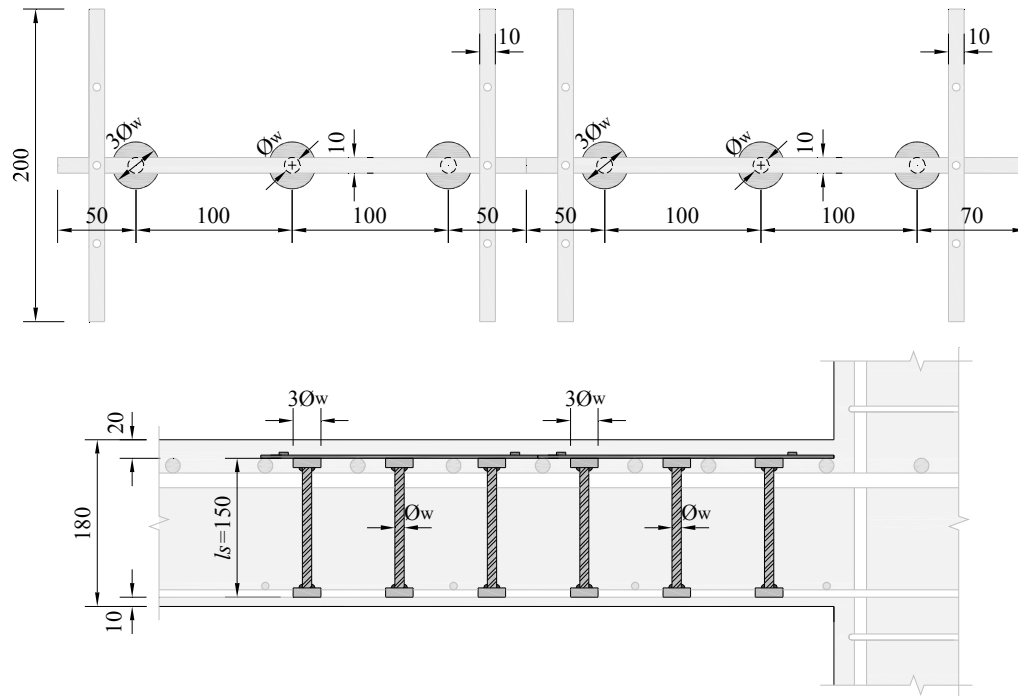
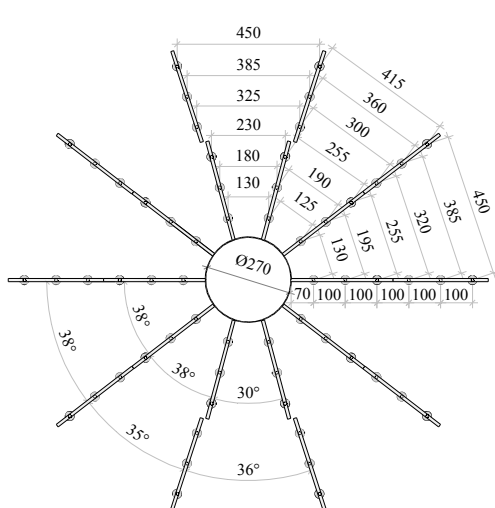


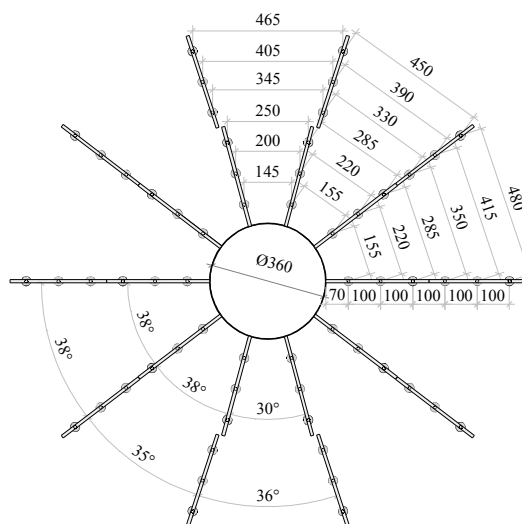
Figura 3.8 – Projeto das armaduras de cisalhamento



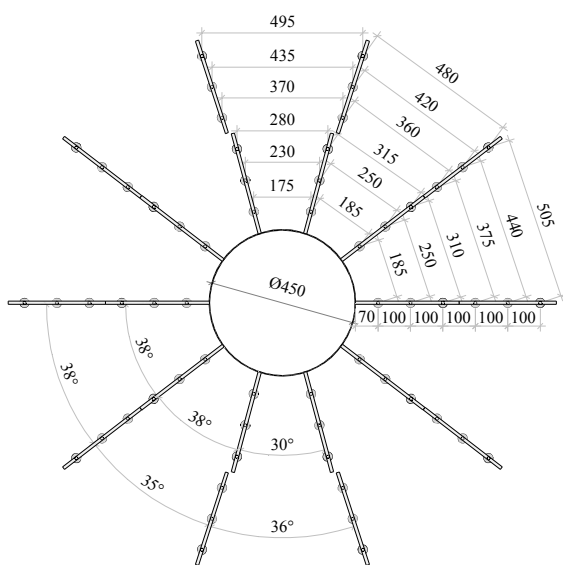
Figura 3.9 – Detalhe das armaduras de cisalhamento da laje LC01



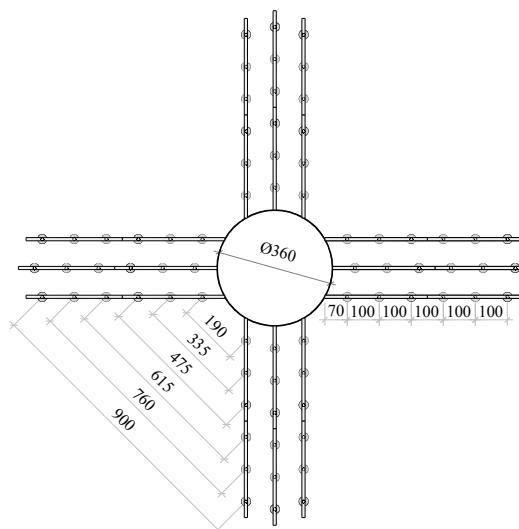
a) Laje LC01



b) Laje LC02

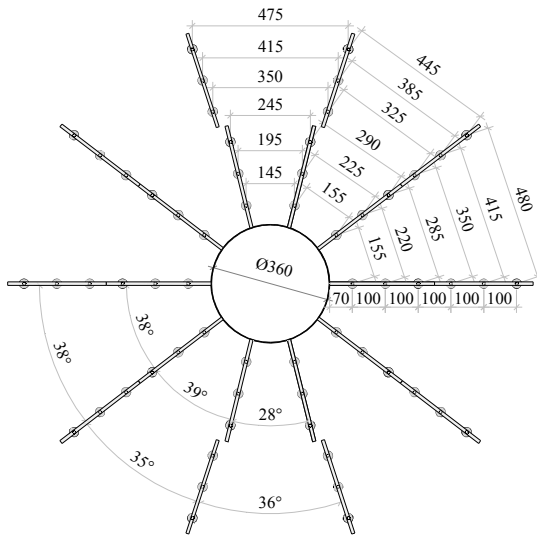


c) Laje LC03

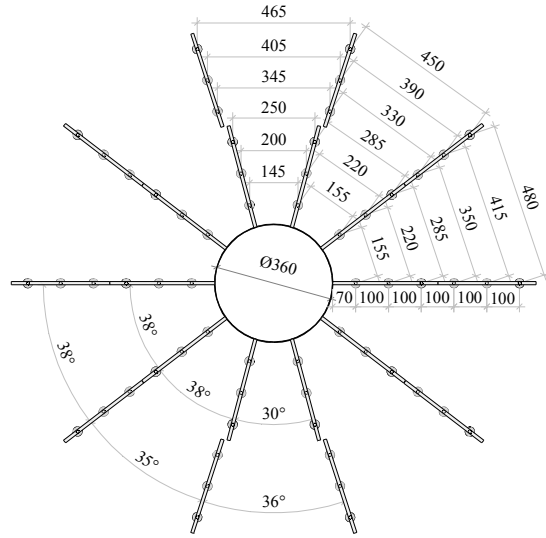


d) Laje LC04

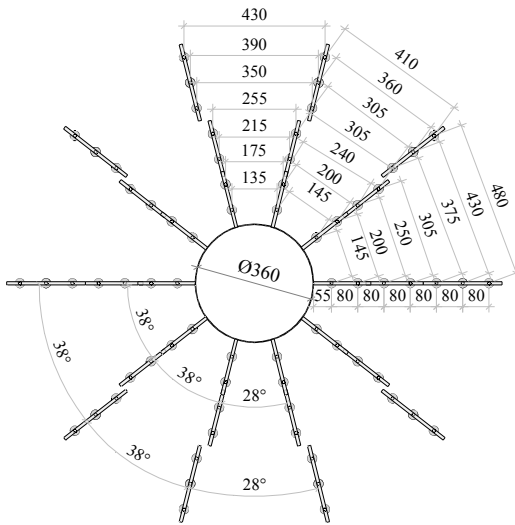
Figura 3.10 – Distribuição dos studs das lajes LC01 à LC04



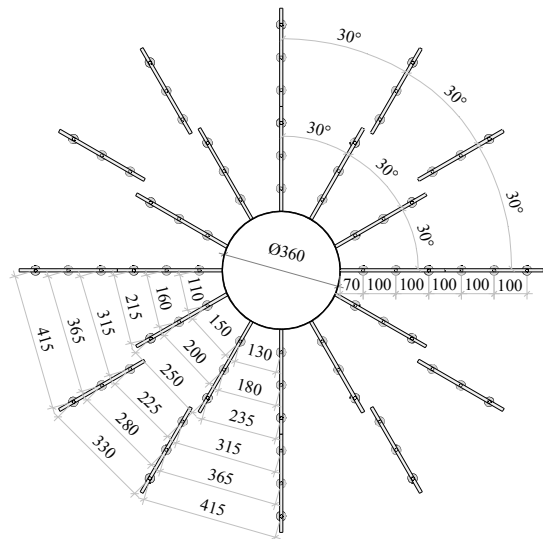
a) Laje LC05



b) Laje LC06



c) Laje LC07



d) Laje LC08

Figura 3.11 – Distribuição dos studs das lajes LC05 à LC08

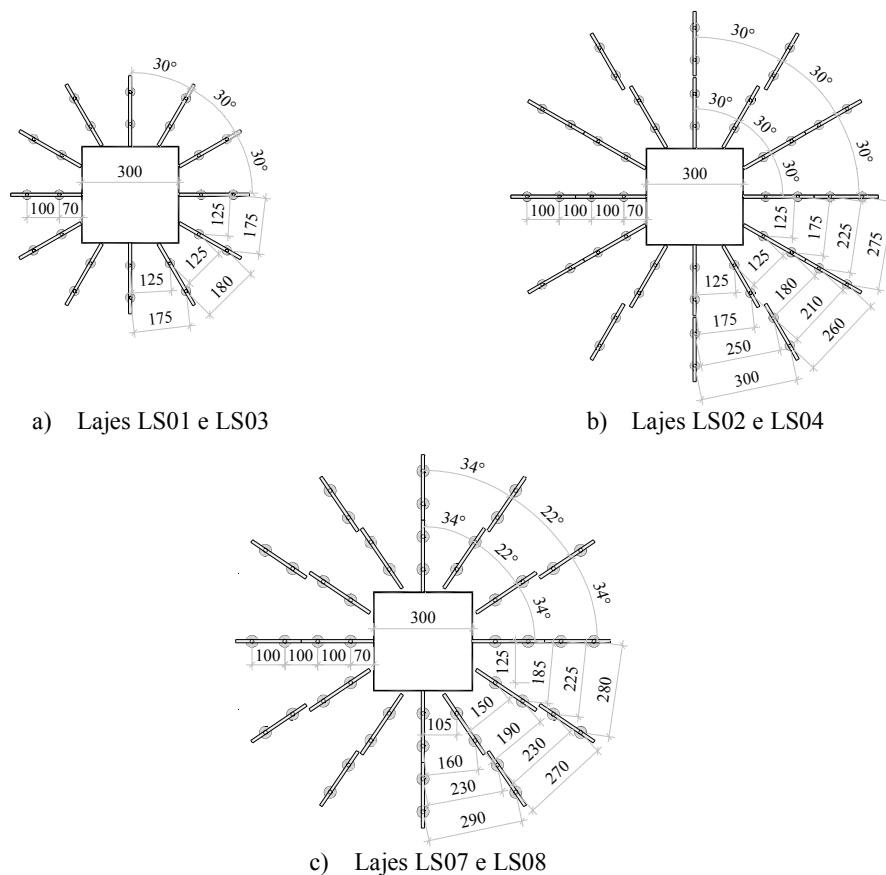


Figura 3.12 – Distribuição dos *studs* das lajes LS01 à LS08

3.4. ARMADURA DOS PILARES

A armadura dos pilares circulares foi composta por barras de 12,5 mm de diâmetro na direção longitudinal e por estribos de 6,3 mm e 8,0 mm espaçados a cada 120 mm. Já para os pilares de seção quadrada, utilizou-se barras de 25,0 mm na direção longitudinal e estribos de 10,0 mm espaçados a cada 75 mm, pois estes seriam submetidos a grandes esforços de flexão devido ao desbalanceamento do carregamento. Foram utilizadas barras retas nas armaduras longitudinais dos pilares circulares, porém, nos pilares quadrados, optou-se por utilizar barras dobradas em “u” para compor estas armaduras, a fim de se evitar a possibilidade de uma ruptura localizada por problemas de ancoragem. Ressalta-se que o dobramento destas barras não seguiu as recomendações da NBR 6118:2003, uma vez que isso inviabilizaria o uso de barras de 25,0 mm nestes pilares. Os resultados mostraram que estas armaduras foram adequadas, pois mesmo sob elevados níveis de solicitação, não foram observadas fissuras nestes pilares. Alguns detalhes das armaduras utilizadas nos pilares podem ser observados na Figura 3.13.

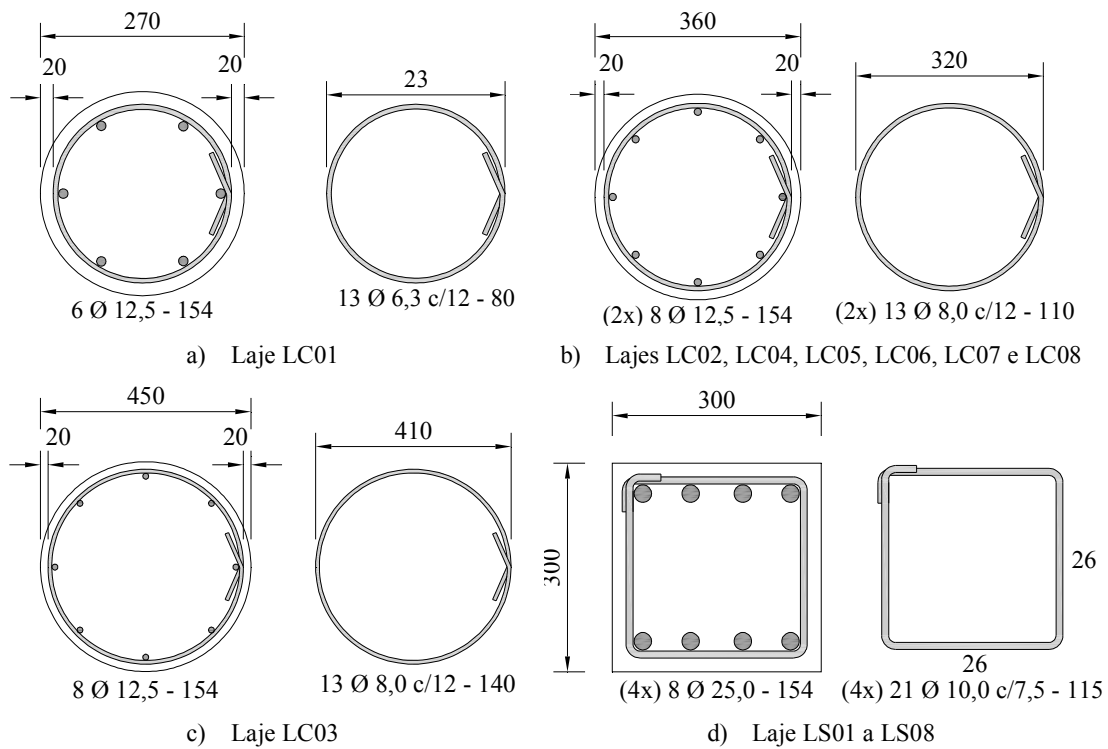


Figura 3.13 – Projeto de armação dos pilares

3.5. INSTRUMENTAÇÃO

3.5.1. Deslocamentos Verticais

Os deslocamentos verticais das lajes foram medidos em 14 pontos selecionados previamente, utilizando-se defletômetros analógicos, fabricados pela empresa *Huggenberger AG*. Em dois quadrantes das lajes os deslocamentos foram medidos em 4 pontos distintos, sendo que nos quadrantes opostos os deslocamentos foram monitorados em 3 posições. Os defletômetros 1, 7, 8 e 14 foram posicionados na face inferior da laje, imediatamente abaixo dos pontos de carga, a fim de medir o deslocamento máximo. Todos os demais defletômetros foram posicionados na face superior da laje, tendo sido apoiados em um sistema de suporte metálico independente. Os pontos monitorados foram sempre os mesmos para permitir a comparação dos resultados das diferentes lajes. A Figura 3.14 apresenta os pontos onde foram monitorados os deslocamentos verticais nas lajes e a Figura 3.15 mostra os defletômetros utilizados durante os ensaios.

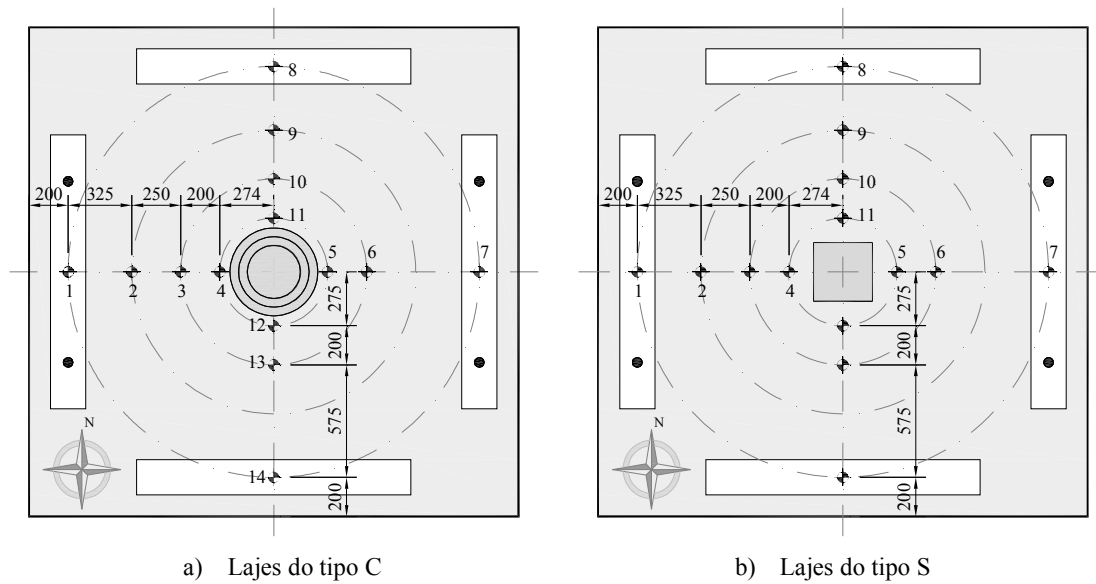


Figura 3.14 – Posicionamento dos defletômetros nas lajes

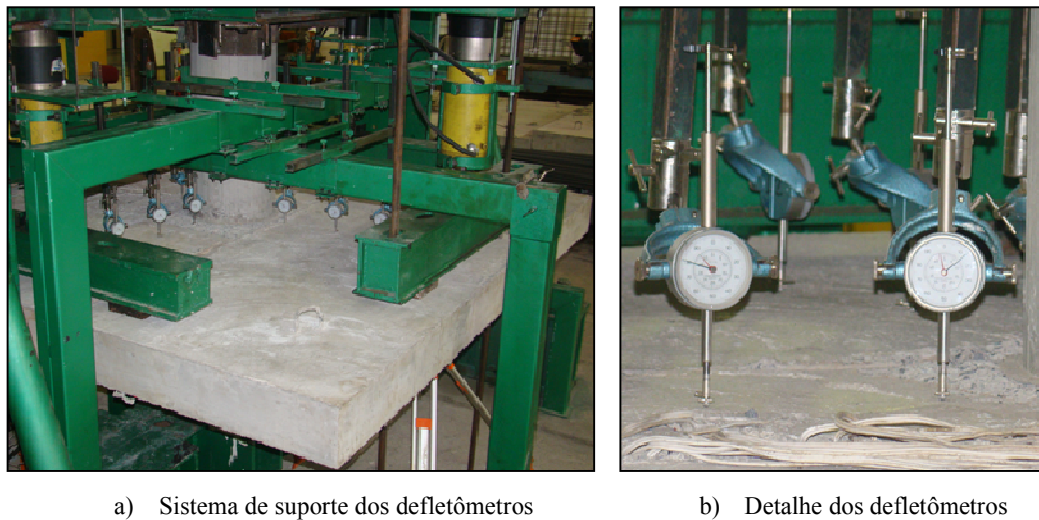


Figura 3.15 – Defletômetros utilizados para medir os deslocamentos verticais

3.5.2. Deformações nas Armaduras e no Concreto

Foram monitoradas as deformações nas armaduras de flexão, cisalhamento e também na superfície do concreto, a fim de se acompanhar o comportamento das lajes durante todas as fases de carregamento. A medição destas deformações foi feita utilizando-se extensômetros elétricos de resistência. Nas armaduras de flexão e de cisalhamento foram utilizados extensômetros do tipo KFG-5-120-C1-11, medindo (9,4 x 2,8) mm, fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments*. Foram posicionados dois extensômetros por

barra, em posição diametralmente oposta, buscando eliminar possíveis efeitos de flexão localizada das barras. A deformação apresentada para cada barra consiste da média aritmética dos resultados registrados nos pares de extensômetros.

A escolha das barras de flexão tracionadas a serem monitoradas seguiu alguns critérios. O principal objetivo era determinar com segurança a que proximidade de uma ruptura por flexão as lajes chegaram durante os ensaios. Para isso, era necessário acompanhar, ao longo da seção da laje, se estas armaduras atingiram a tensão de escoamento. Nas lajes com carregamento balanceado (tipo C), devido às condições de simetria, era suficiente monitorar apenas um quadrante da laje. Já naquelas onde haveria um desbalanceamento do carregamento (tipo S), o mais importante era observar a intensidade das deformações nas armaduras na direção em que atuaria o momento desbalanceado.

Foi decidido então monitorar 6 barras de flexão em apenas uma das direções ortogonais das lajes. Estas barras localizavam-se na camada externa das armaduras de flexão tracionada e foram escolhidas partindo-se da região central em direção à borda da laje. Os extensômetros foram posicionados de modo a ficarem em uma seção a 50 mm da face do pilar, sempre do lado de maior carregamento para que tanto nas lajes com carregamento simétrico quanto naquelas com carregamento assimétrico fosse possível acompanhar as prováveis deformações máximas em cada barra. A Figura 3.16 apresenta um detalhe típico das barras de flexão tracionadas monitoradas. Na laje LC06 foram instrumentadas ainda algumas barras da armadura de flexão comprimida. Foram selecionadas 2 barras centrais em cada direção ortogonal, totalizando 4 barras.

As armaduras de cisalhamento das lajes foram instrumentadas com os mesmos extensômetros usados nas armaduras de flexão, utilizando-se também dois extensômetros em cada *stud*, em posição diametralmente oposta. Existe controversa na determinação do número de camadas que realmente contribui para a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado. A norma americana ACI 318:2008 admite que apenas a primeira camada contribua, enquanto que a norma européia Eurocode 2:2004 considera que duas camadas contribuem efetivamente para a resistência à punção, sendo que ambas as normas consideram ainda que estas armaduras não atinjam a tensão de escoamento do aço. Logo, o monitoramento dos *studs* é essencial a fim de se compreender melhor o comportamento de cada laje testada.

As lajes ensaiadas apresentavam dez ou doze linhas de *studs* e admitiu-se que monitorar quatro destas linhas em cada laje seria suficiente. Nas lajes do tipo C, que apresentavam seis ou sete camadas de armaduras, decidiu-se que deveriam ser monitoradas as três primeiras camadas. Já para as lajes do tipo S, onde foram utilizadas 2 ou 4 camadas de *studs*, optou-se por monitorar todas as camadas existentes ao longo das quatro linhas de armaduras selecionadas. A Figura 3.17 apresenta os *studs* nos quais as deformações foram monitoradas durante os ensaios.

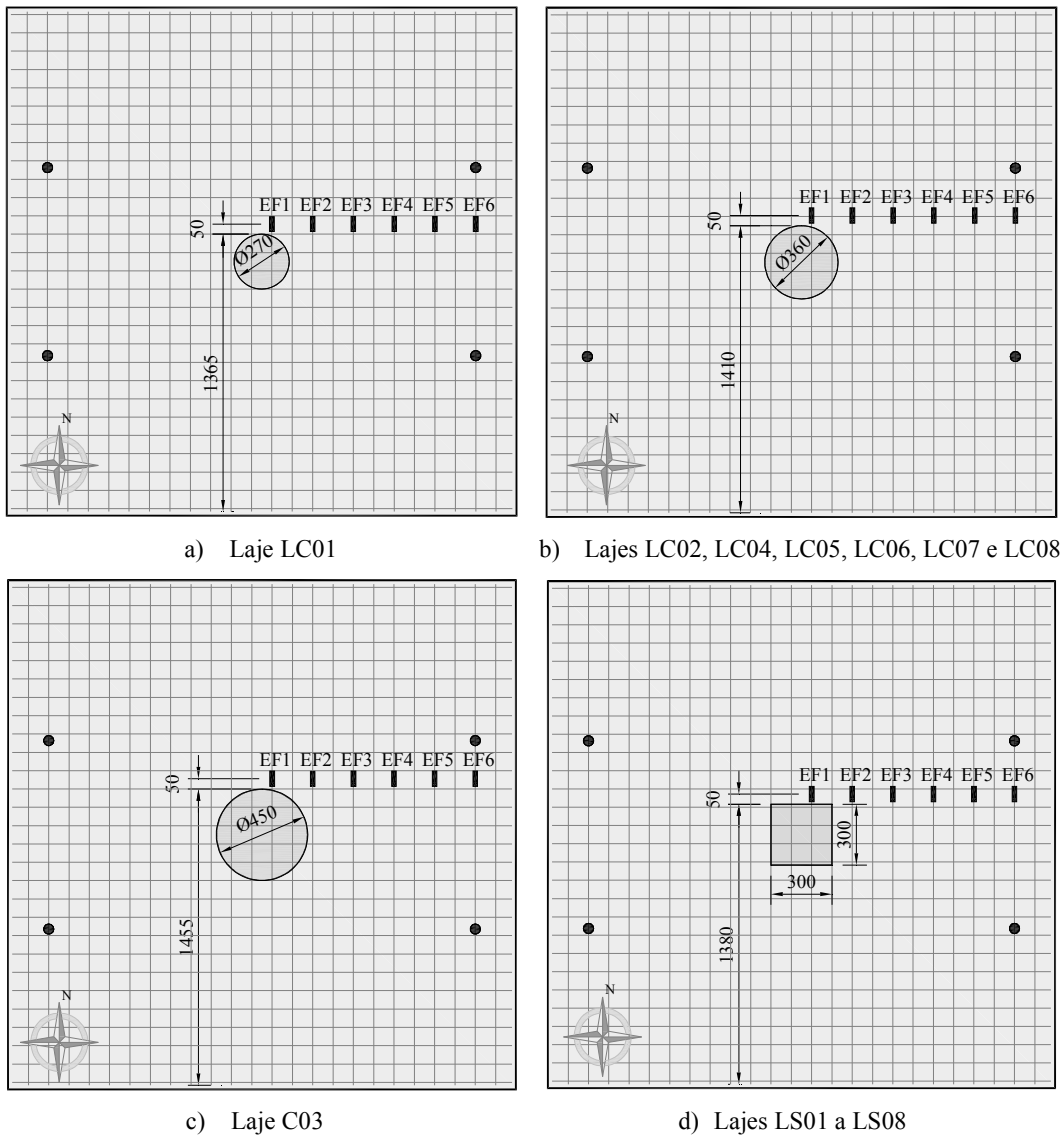


Figura 3.16 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão

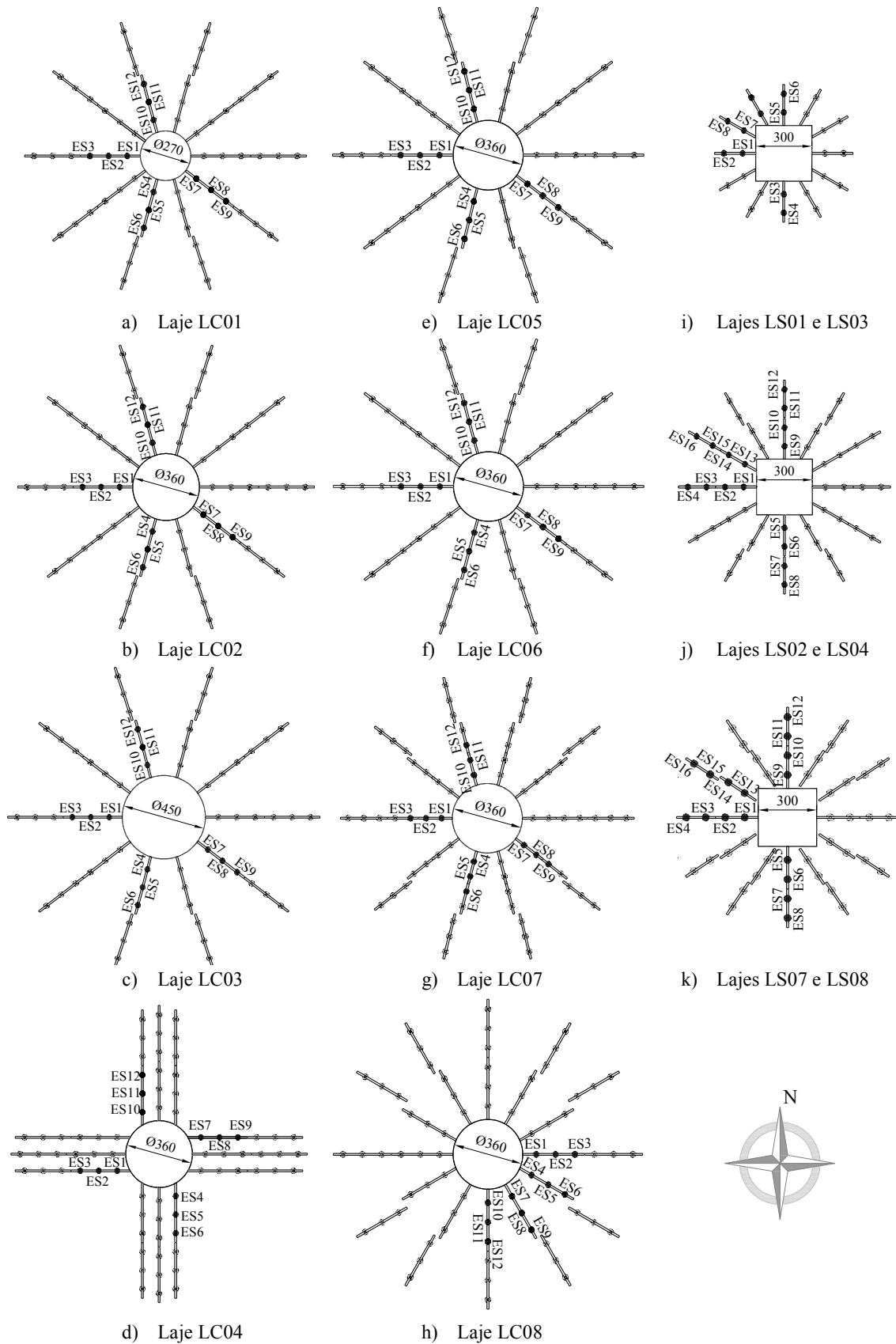


Figura 3.17 – Posição dos extensômetros nos *studs*

As deformações na superfície inferior das lajes também foram monitoradas, a fim de se verificar a possibilidade de ruptura por flexão, porém causada por esmagamento do concreto. Para tal, foram utilizados extensômetros do tipo KC-70-120-A1-11 posicionados na região adjacente ao pilar. Nas lajes com carregamento simétrico foram utilizados quatro extensômetros, sendo dois para registrar as deformações radiais e dois para registrar as deformações tangenciais no concreto. Já para as lajes com carregamento assimétrico, foi utilizado mais um par de extensômetros (EC05 e EC06), totalizando seis extensômetros, com o objetivo de comparar as deformações no concreto na direção de atuação do momento desbalanceado.

A posição de máxima deformação na superfície do concreto na região adjacente ao pilar é desconhecida. Sabe-se que não ocorre no ponto imediatamente adjacente às bordas do pilar, mas sim afastado de certa distância deste. Assim, na primeira bateria de ensaios (lajes LC01 à LC04 e lajes LS01 à LS04) foi decidido que o primeiro extensômetro, que media as deformações tangenciais, seria posicionado a 20 mm da face do pilar. Optou-se ainda por posicioná-los nos eixos da laje, conforme pode ser observado na Figura 3.18.

A observação dos resultados da primeira série de ensaios fez com que uma pequena alteração fosse feita na posição dos extensômetros na superfície do concreto das lajes da segunda série de ensaios (lajes LC05 à LC08 e lajes LS05 à LS08). Foi decidido afastar o primeiro extensômetro posicionando-o a 40 mm da face do pilar. Isto foi feito porque nos primeiros ensaios, observou-se que o concreto na superfície inferior da laje apresentava indícios de esmagamento, mas as deformações de compressão registradas durante os ensaios foram inferiores a 3,0 %.

Houve a suspeita de que 20 mm poderiam ser ainda muito próximos da face do pilar e de que deformações superiores pudessem ser registradas se os extensômetros estivessem mais afastados. A nova configuração dos extensômetros nas lajes da segunda série de ensaios pode ser observada na Figura 3.19. Adiante será possível ver que com essa alteração foi possível registrar deformações de compressão superiores àquelas observadas nos ensaios anteriores, sempre superiores a 3,0 %.

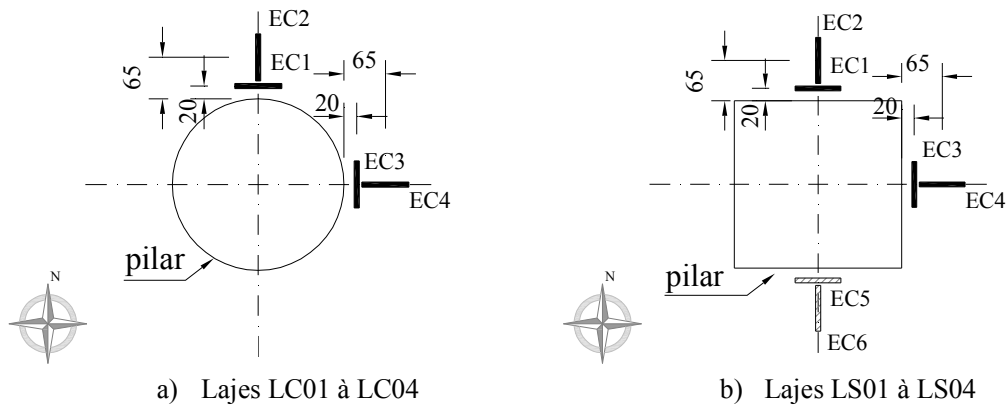


Figura 3.18 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto

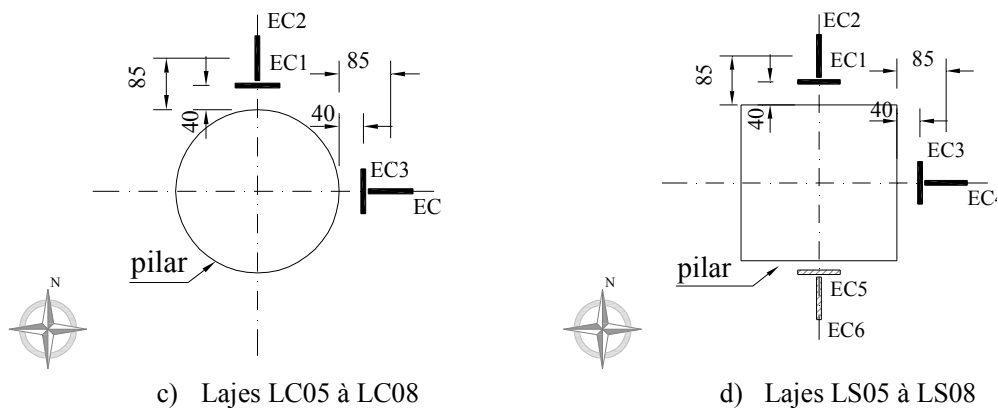


Figura 3.19 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto

3.6. SISTEMA DE ENSAIO

Várias alternativas foram estudadas até que se chegasse ao sistema de ensaio desenvolvido para esta pesquisa. O principal requisito para os ensaios era provocar transferência de momento em uma direção em uma ligação laje-pilar interno. Para que isso ocorresse era necessário aplicar nas lajes o carregamento de forma assimétrica e, além disso, atribuir aos segmentos de pilar nos quais as lajes se apoiavam restrições semelhantes às verificadas em um edifício de múltiplos pavimentos. Devido às limitações impostas pela laje de reação do laboratório, verificou-se que o único modo de se conseguir isso satisfatoriamente seria utilizando o pórtico de reação existente. Foi necessário ainda adaptar neste pórtico um dispositivo para restringir a translação dos segmentos de pilar, conforme apresentado no Apêndice B.

O modelo final utilizado nesta pesquisa era composto, além do pórtico de reação, por: 4 cilindros hidráulicos da marca *Yellow Power*, sendo 2 com capacidade de 500 kN (direção N-S) e 2 com capacidade de 1.000 kN (direção L-O); 4 conjuntos de células de carga e indicadores digitais fabricadas pela Kratos Equipamentos Industriais Ltda., sendo 2 com capacidade de 500 kN e 2 com capacidade de 1.000 kN, sendo que ambos apresentavam precisão de 1 kN; 4 rótulas de aço, posicionadas entre o êmbolo dos cilindros hidráulicos e as vigas metálicas, com o objetivo de compensar a rotação provocada pelo deslocamento do bordo da laje quando da aplicação das cargas; 4 bombas hidráulicas para acionamento independente dos cilindros hidráulicos; 4 vigas metálicas rígidas para distribuir o carregamento aplicado pelos cilindros em 2 chapas de aço, totalizando 8 pontos de aplicação do carregamento; 4 tirantes de aço com $\phi = 32,0$ mm, usados para reação dos carregamentos aplicados pelos cilindros na direção L-O; dispositivo de aço adicionado ao pórtico de reação do laboratório para a restrição da translação dos segmentos de pilar.

Para a aquisição dos dados fornecidos pelos extensômetros nas armaduras de flexão, cisalhamento e na superfície de concreto na face inferior da laje, foram utilizados vários módulos do sistema de aquisição *Spider 8*, modelos SR30 e SR55, fabricados pela empresa HBM. Para a medição dos deslocamentos das lajes, foram utilizados 14 defletômetros fabricados pela empresa *Huggenberger AG*. A Figura 3.20 e a Figura 3.21 mostram uma vista superior e cortes que compõem o projeto desenvolvido para o sistema de ensaio das lajes desta pesquisa. Na Figura 3.22 apresenta-se uma vista 3D deste projeto e na Figura 3.23 é possível ver como ficou este sistema no laboratório durante o ensaio da laje LS05.

3.7. MONTAGEM DO ENSAIO E PROCESSO DE CARREGAMENTO

Para facilitar a etapa de montagem e também para garantir a segurança ao longo dos testes, foram desenvolvidos alguns dispositivos para suporte de equipamentos como cilindros hidráulicos e células de carga. Os cilindros e células localizados na direção N-S ficavam permanentemente fixados na viga do pórtico de reação. Já os cilindros e células localizados na direção L-O também foram fixados em vigas metálicas, porém estes conjuntos eram retirados sempre que da montagem e desmontagem dos ensaios. Para inserir e retirar as lajes a serem ensaiadas no pórtico de reação foram utilizadas 2 traves e 4 tubos de aço, confeccionados para permitir que as lajes rolassem para dentro e para fora do pórtico.

Com a laje posicionada dentro do pórtico eram locadas e fixadas com gesso as 8 chapas metálicas utilizadas para distribuir o carregamento na laje. Acima destas chapas eram posicionadas 4 vigas de aço, com a função de distribuir para as chapas o carregamento aplicado pelos cilindros hidráulicos, e 4 rótulas universais, usadas para compensar a rotação das vigas de distribuição graças ao deslocamento da laje. A partir desse momento eram posicionados os 4 tirantes de aço, sendo estes travados em suas extremidades com 2 chapas de aço e 2 porcas. O travamento dos tirantes era sempre feito de modo a deixá-los com uma folga suficiente apenas para permitir que, quando do acionamento dos cilindros hidráulicos, o sistema todo se erguesse até se soltar dos braços metálicos que serviam apenas de suporte para as vigas de reação superiores, localizadas na direção L-O. O peso dos equipamentos apoiados sobre a laje foi estimado em 7,5 kN e foi somado, juntamente com o peso próprio das lajes, à carga de ruptura observada nos ensaios.

O carregamento foi aplicado na direção vertical, no sentido de cima para baixo, em passos de carga. Para as lajes com carregamento simétrico, foram adotados passos de carga de 10 kN em cada cilindro hidráulico, totalizando 40 kN por passo de carga. Já para as lajes com transferência de momento, optou-se por aplicar por passo de carga 30 kN. Metade dessa carga era dividida de forma igual entre os cilindros localizados na direção L-O e a outra metade era dividida entre os cilindros na direção N-S, porém buscando-se manter uma relação 4 entre as cargas destes cilindros. Foi possível manter essa relação até um estágio de carregamento significativamente próximo da ruptura das lajes. A partir dessa etapa final, no entanto, era operacionalmente impossível manter tal relação, pois a grande rotação da laje no sentido N-S fazia com que a carga no cilindro 2 aumentasse sem que houvesse aumento de pressão na bomba, pois com o giro a laje começava a comprimir este cilindro. A partir desse momento foi necessário aliviar gradativamente a pressão no cilindro 2 para que fosse possível continuar a aplicar carga nos demais, porém o nível de controle sobre esse alívio de pressão não era suficiente para manter a mesma relação entre as cargas.

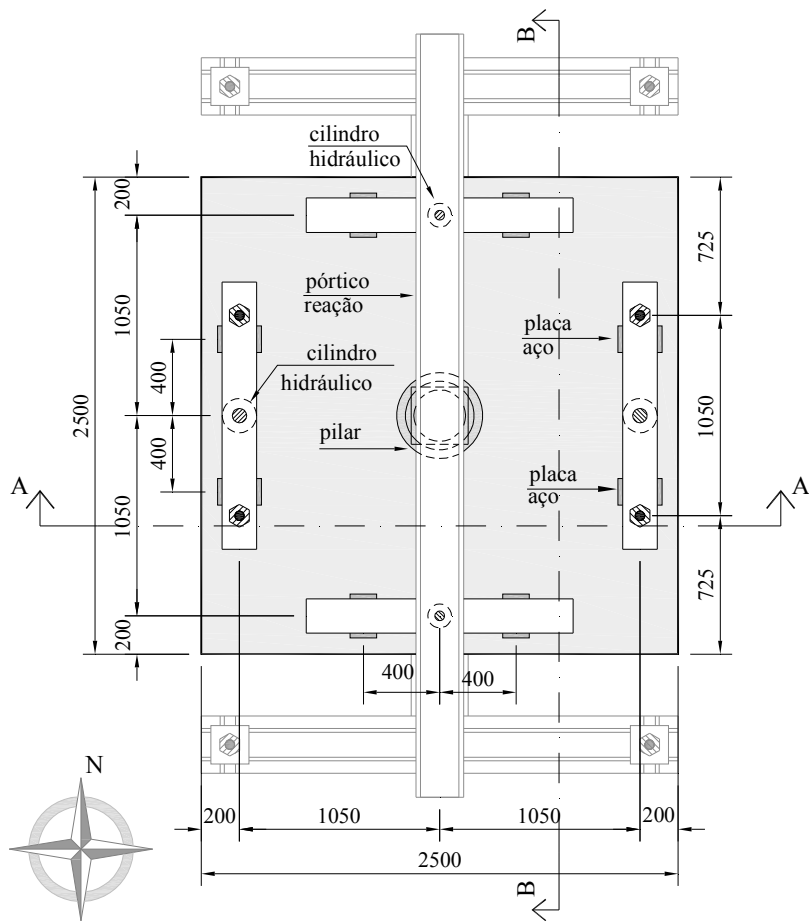


Figura 3.20 – Sistema de ensaio: vista superior

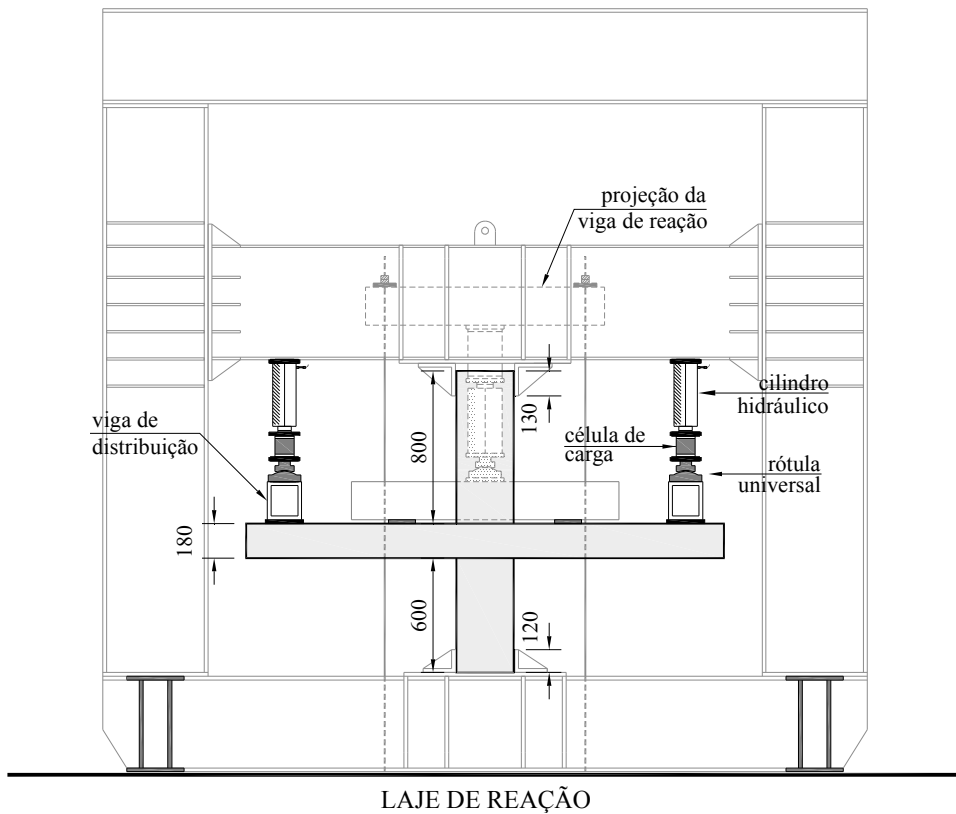
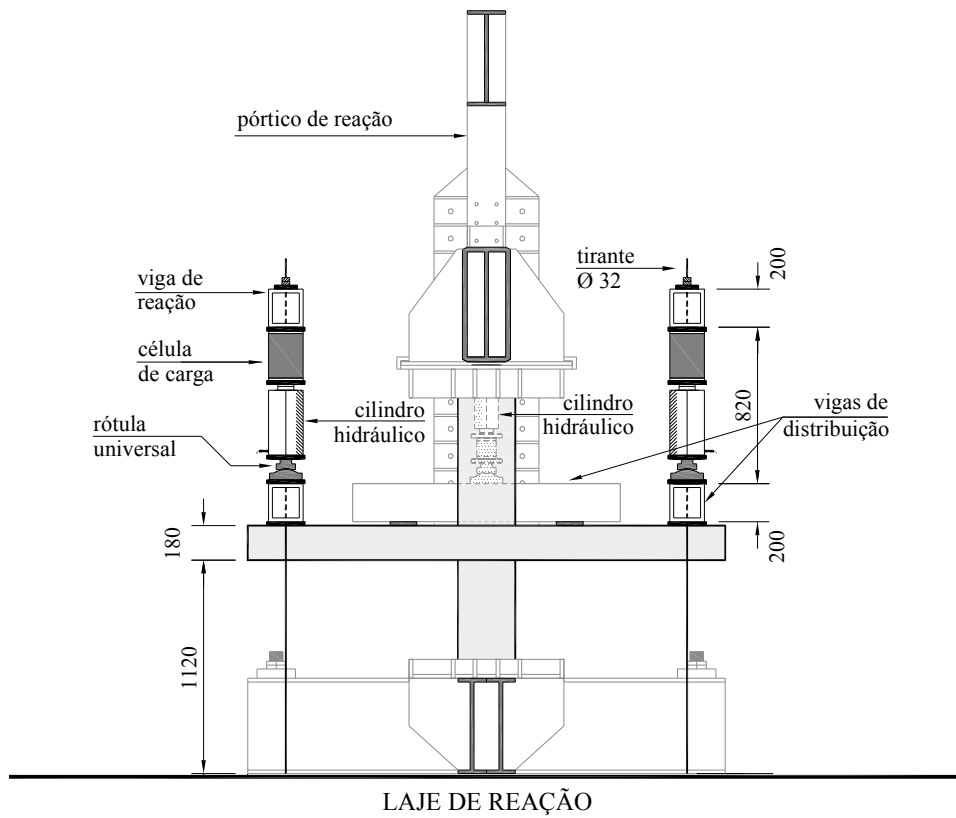


Figura 3.21 – Sistema de ensaio: cortes AA e BB

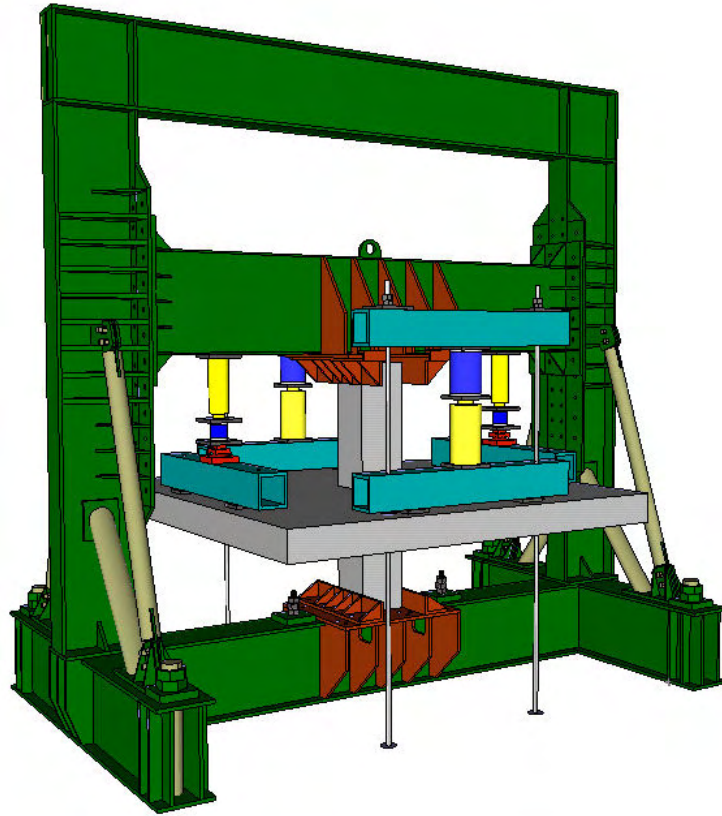


Figura 3.22 – Vistas 3D do sistema de ensaio

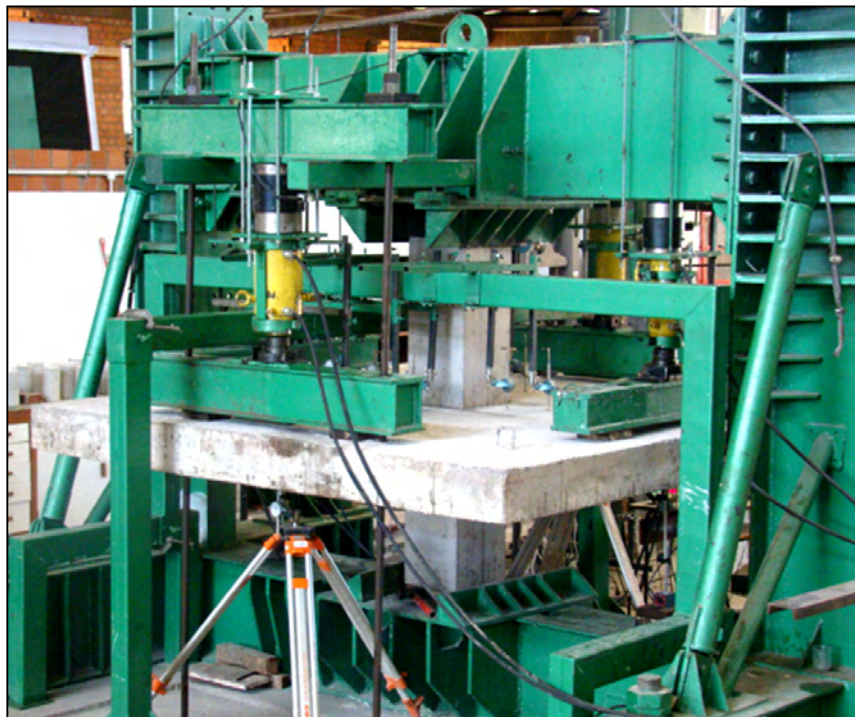


Figura 3.23 – Foto do sistema de ensaio da laje LS01

3.8. MATERIAIS

3.8.1. Concreto

3.8.1.1. Composição

O concreto utilizado para a confecção das lajes foi comprado junto à empresa Supermix Concreto S.A.. Na dosagem do concreto foi utilizado o cimento CP V-ARI (Cimento Portland de Alta Resistência Inicial). Como agregado miúdo foi utilizado 50 % de areia de quartzo, com módulo de finura de 1,34, e 50 % de areia artificial, material com módulo de finura de 3,21. Como agregado graúdo foi utilizado pedra britada no. 0, comumente chamada de brita 0, constituída basicamente de calcário e com diâmetro máximo dos grãos de aproximadamente 9,5 mm. Utilizou-se ainda o aditivo plastificante MIRA RT 67, fabricado pela empresa GRACE *Construction Products*. A Tabela 3.2 apresenta as quantidades de material utilizadas em cada m³ de concreto.

Tabela 3.2 – Quantidade de materiais por m³ de concreto

Material	Quantidade (kg/m ³)
Cimento (CP V-ARI)	488
Agregado Miúdo (Areia quartzo+artificial)	353 + 353
Agregado Graúdo (Brita 0)	975
Água	227
Aditivo MIRA RT 67	4
Relação água/cimento (<i>a/c</i>)	0,47

3.8.1.2. Concretagem e cura das lajes

As lajes foram moldadas em grupos de 4 espécimes. Para cada processo de concretagem foram necessários, em média, 6 m³ de concreto para a confecção das lajes e dos corpos de prova. Foram realizadas 4 concretagens para moldar as 16 lajes, consumindo-se aproximadamente 24 m³ de concreto. A Figura 3.24 apresenta detalhes da atividade de concretagem das lajes.



Figura 3.24 – Concretagem das lajes

Cerca de 5 horas após o término da concretagem iniciava-se o processo de cura das lajes e dos corpos de prova. O processo adotado tanto para as lajes como para os corpos de prova foi o mesmo e consistiu de colocar panos sobre toda a superfície de concreto que estivesse exposta, os quais foram molhados 2 vezes por dia durante 7 dias. Logo após a molhagem das lajes e dos corpos de prova, estes elementos eram cobertos por uma lona plástica, que tinha a função de auxiliar a retenção da umidade em torno das peças de concreto, uma vez que a umidade relativa do ar pode atingir índices muito baixos em determinados períodos do ano.

3.8.1.3. Propriedades Mecânicas

Para cada laje foram moldados 9 corpos de prova cilíndricos medindo 100 mm x 200 mm. Estes corpos de prova deveriam ser utilizados para a caracterização da resistência à compressão, da resistência à tração e do módulo de elasticidade do concreto no dia do ensaio de cada laje. Por limitações recentes do laboratório de materiais da Universidade de Brasília os ensaios para a determinação do módulo de elasticidade do concreto não foram realizados, tendo sido feitos apenas os ensaios de compressão simples e de compressão diametral para a determinação da resistência à compressão e da resistência à tração, respectivamente.

Os ensaios de compressão simples seguiram as recomendações da norma NBR 5739:1994 e os ensaios de compressão diametral atenderam às exigências da NBR 7222:1994. Tanto para a resistência à compressão (f'_c) quanto para a resistência à tração (f_{ct}) foi utilizada a média dos resultados dos ensaios de 3 corpos de prova. Na Tabela 3.3 é possível verificar as propriedades mecânicas do concreto, obtidas através dos ensaios dos corpos de prova. Nas demais tabelas desta tese os valores apresentados para a resistência à compressão do concreto foram arredondados para valores inteiros.

Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas do concreto das lajes

Série de Ensaio	Laje	f'_c (MPa)	f_{ct} (MPa)
1ª série	LC01	47,8	4,4
	LC02	46,9	4,3
	LC03	48,9	4,6
	LC04	47,9	4,3
	LC05	49,7	3,6
	LC06	48,6	3,8
	LC07	49,0	3,8
	LC08	48,1	3,9
2ª série	LS01	48,3	4,1
	LS02	49,4	4,2
	LS03	50,3	4,3
	LS04	49,2	4,4
	LS05	50,5	4,4
	LS06	50,1	4,9
	LS07	48,9	4,3
	LS08	48,4	4,0

3.8.2. Aço

Foram retirados 3 corpos de prova das barras utilizadas para a confecção das armaduras de flexão e de cisalhamento para caracterização das propriedades mecânicas do aço. Estes corpos de prova foram submetidos a ensaios de tração axial realizados no laboratório de engenharia mecânica da Universidade de Brasília, seguindo as recomendações da norma NBR 6892:2002. O aço utilizado nas armaduras apresentou patamar de escoamento bem definido. Para a determinação das propriedades mecânicas utilizou-se a média dos resultados dos 3 corpos de prova de cada diâmetro. Na Figura 3.25 são apresentados os resultados dos ensaios nas barras utilizadas para a confecção das armaduras de

cisalhamento e na Figura 3.26 são apresentados os resultados dos testes nas armaduras de flexão. A Tabela 3.4 sintetiza os resultados das propriedades mecânicas do aço utilizado nas lajes.

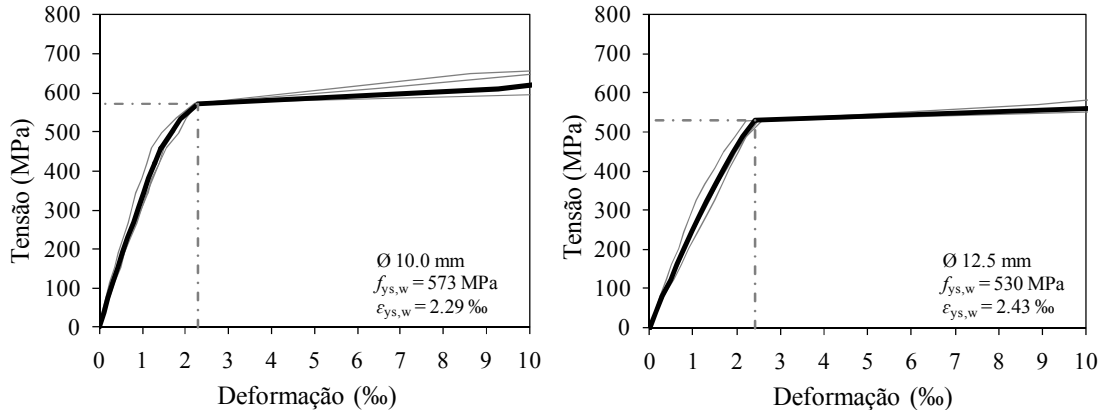


Figura 3.25 – Curvas tensão-deformação do aço das armaduras de cisalhamento

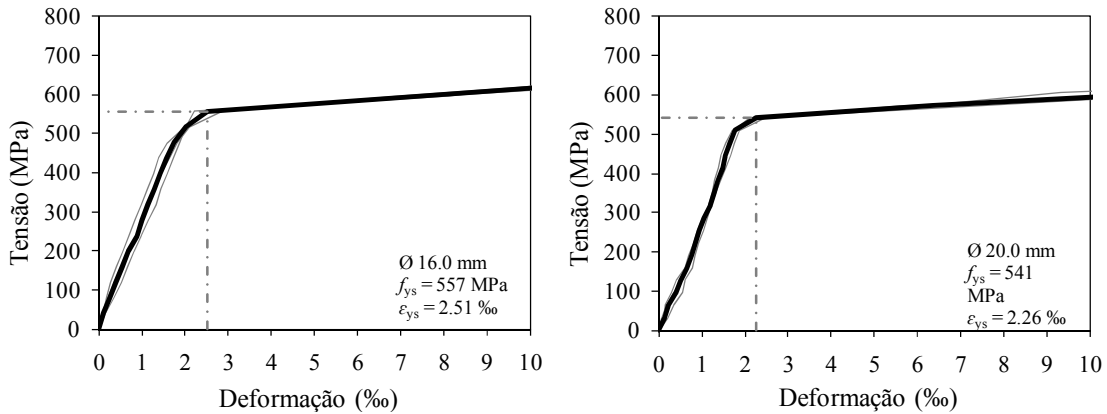


Figura 3.26 – Curvas tensão-deformação do aço das armaduras de flexão

Tabela 3.4 – Propriedades mecânicas do aço utilizado nas lajes

\varnothing (mm)	f_{ys} (MPa)	ϵ_{ys} (‰)	f_u (MPa)	E_s (GPa)
10,0	573	2,29	688	250
12,5	530	2,43	652	218
16,0	557	2,51	637	222
20,0	541	2,26	643	239

3.9. RESISTÊNCIA À FLEXÃO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO

Para o cálculo da resistência à flexão foram utilizadas as recomendações da norma Eurocode 2:2004. Admitiu-se que a ruptura por flexão aconteceria devido ao esgotamento da resistência das armaduras de flexão, com o escoamento de todas as barras de flexão ao longo da seção da laje, ignorando-se as barras de flexão distribuídas na face comprimida da laje, mesmo no caso da laje LC06. A resultante de tração nas armaduras pode ser obtida segundo a Equação 3.2. A Equação 3.3 apresenta a formulação para a determinação da resultante de compressão do concreto, válida para resistências inferiores à 50 MPa, onde foi desconsiderado o efeito Rush pois a carga não é de longa duração. O momento resistente da seção da laje pode ser calculado através da Equação 3.4.

$$F_{st} = \sum A_s \cdot f_{ys} \quad \text{Equação 3.2}$$

Onde

A_s é a soma da área das armaduras superiores ao longo de toda a seção da laje;

f_{ys} é a tensão de escoamento das armaduras, admitida nessa fase como 500 MPa.

$$F_{cc} = 0,95 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot x \quad \text{Equação 3.3}$$

Onde

f'_c é a resistência à compressão do concreto;

b_w é a largura da seção da laje;

x é a altura da linha neutra, determinada por $x = \frac{\sum A_s \cdot f_{ys}}{0,95 \cdot f'_c \cdot b_w}$.

$$M_R = \sum A_s \cdot f_{ys} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad \text{Equação 3.4}$$

Para estimar a resistência à flexão é preciso igualar o momento resistente (M_R) com o momento solicitante (M_S). O momento solicitante é a soma dos momentos devido ao peso próprio da laje e da carga aplicada, agindo através das reações nas placas de aço sob a laje. O calculo do momento solicitante pode ser feito como ilustrado na Figura 3.27. Na Figura 3.28 são apresentados os centros de carga para seções circulares e seções quadradas. A Tabela 3.5 apresenta um resumo do cálculo da resistência à flexão das lajes.

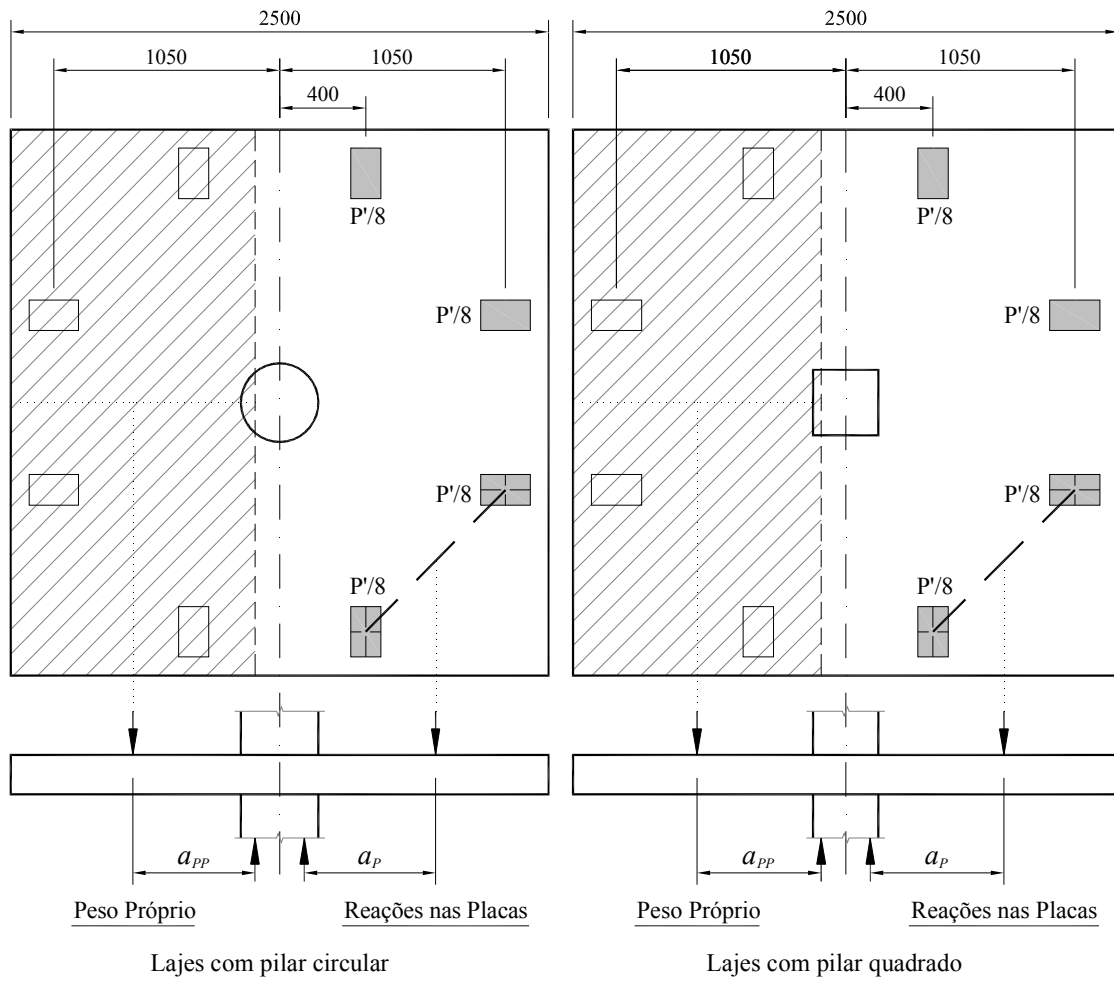


Figura 3.27 – Ilustração do cálculo do momento solicitante para as lajes

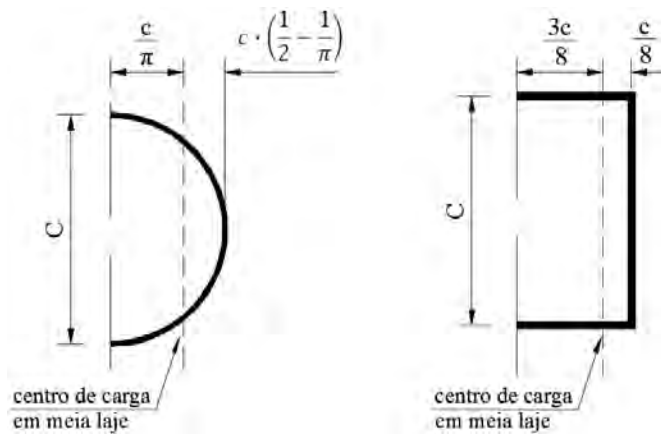


Figura 3.28 – Determinação do centro de carga para meia laje

Tabela 3.5 – Resistência à flexão das lajes

Série de Ensaios	Laje	f'_c (MPa)	a_{pp} (mm)	a_p (mm)	F_{st} (kN)	x (mm)	M_R (kN.m)	V_{flex} (kN)
1ª Série	LC01	48	582,0	639,1	2687,8	23,6	380,5	1.167,7
	LC02	47	567,7	610,4	2687,8	24,1	371,9	1.194,4
	LC03	49	553,4	581,8	2687,8	23,1	378,3	1.275,3
	LC04	48	567,7	610,4	2687,8	23,6	372,5	1.196,1
	LC05	50	567,7	610,4	2787,4	23,5	391,9	1.260,0
	LC06	49	567,7	610,4	2687,8	23,1	381,0	1.224,2
	LC07	49	567,7	610,4	2687,8	23,1	383,7	1.233,1
	LC08	48	567,7	610,4	2687,8	23,6	383,2	1.231,4
2ª Série	LS01	48	568,8	612,5	2687,8	23,6	385,9	1.235,9
	LS02	49	568,8	612,5	2687,8	23,1	381,0	1.220,1
	LS03	50	568,8	612,5	2687,8	22,6	386,9	1.239,2
	LS04	49	568,8	612,5	2687,8	23,1	381,0	1.220,1
	LS05	50	568,8	612,5	2687,8	22,6	381,5	1.221,7
	LS06	50	568,8	612,5	2687,8	22,6	384,2	1.230,5
	LS07	49	568,8	612,5	2687,8	23,1	381,0	1.220,1
	LS08	48	568,8	612,5	2687,8	23,6	383,2	1.227,2

4. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais obtidos através da realização da série de ensaios descrita no Capítulo 3. São apresentados: deslocamentos verticais; deformações na superfície do concreto; deformações nas armaduras de flexão e de cisalhamento; mapeamento das fissuras de flexão visíveis durante os ensaios; e a inclinação e localização da superfície de ruptura de cada laje. Apresentam-se ainda as cargas de ruptura observadas ao final de cada ensaio, as quais em conjunto com os resultados descritos acima, possibilitam a definição do modo de ruptura de cada laje. As cargas e os modos de ruptura observados em cada ensaio serão utilizados no Capítulo 6 para avaliar a eficiência de diferentes métodos teóricos disponíveis.

4.1. DESLOCAMENTOS VERTICAIS DAS LAJES

Os deslocamentos verticais das lajes foram monitorados em 14 pontos ao longo dos eixos destes elementos utilizando-se defletômetros analógicos. Em todas as lajes foram monitorados os mesmos pontos a fim de permitir a comparação direta entre os resultados observados. A leitura das flechas foi feita no decorrer dos ensaios durante pequenos intervalos entre cada passo de carga. Próximo ao final dos ensaios optou-se por interromper a leitura tanto dos deslocamentos verticais como das fissuras de flexão a fim de não comprometer a carga última das lajes.

A decisão de interromper estas leituras era tomada com base nos resultados das deformações no aço e no concreto, na própria leitura das flechas e também se utilizando as cargas de ruptura estimadas antes da realização dos ensaios. Após os ensaios verificou-se que a interrupção na leitura das flechas e das fissuras ocorreu a dois ou três passos da carga de ruptura das lajes. Os equipamentos disponíveis não permitiram que as flechas fossem acompanhadas até o momento da ruptura nem posteriormente ao carregamento de pico. Na Figura 4.1 até a Figura 4.16 são apresentados os deslocamentos verticais das lajes para diferentes passos de carga até aquele mais próximo à ruptura.

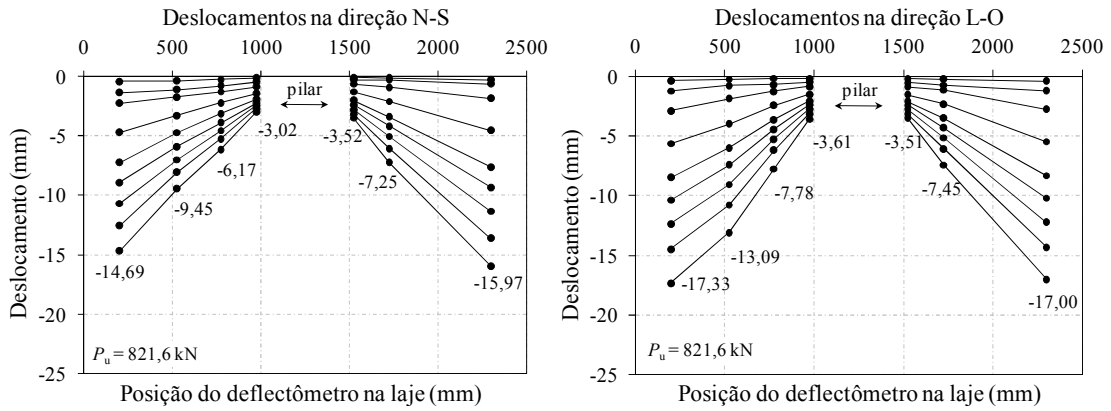


Figura 4.1 – Deslocamentos verticais da laje LC01

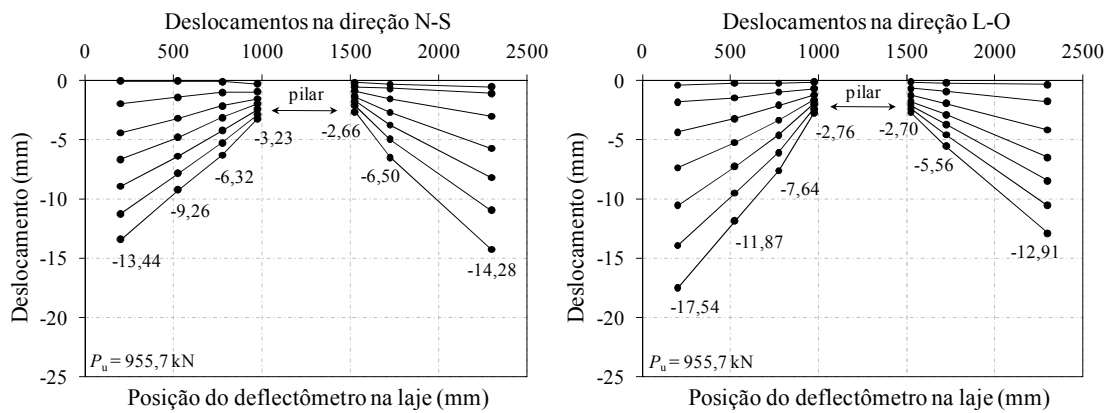


Figura 4.2 – Deslocamentos verticais da laje LC02

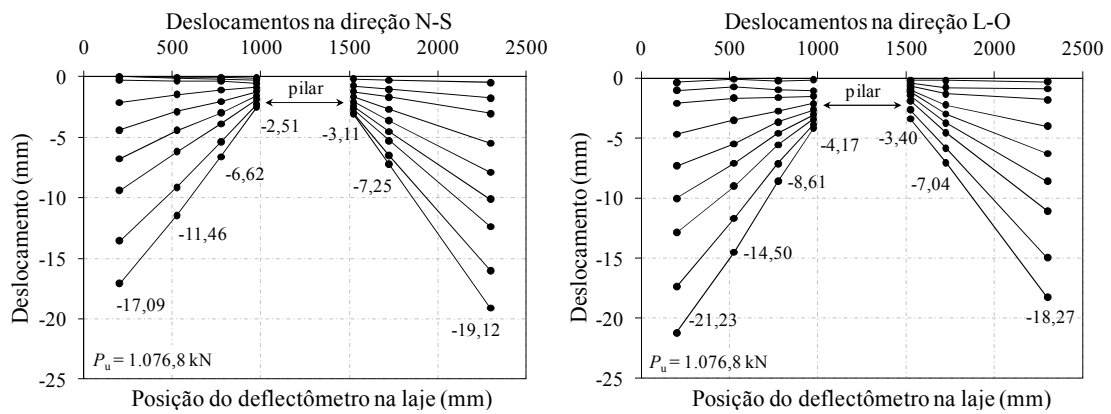


Figura 4.3 – Deslocamentos verticais na laje LC03

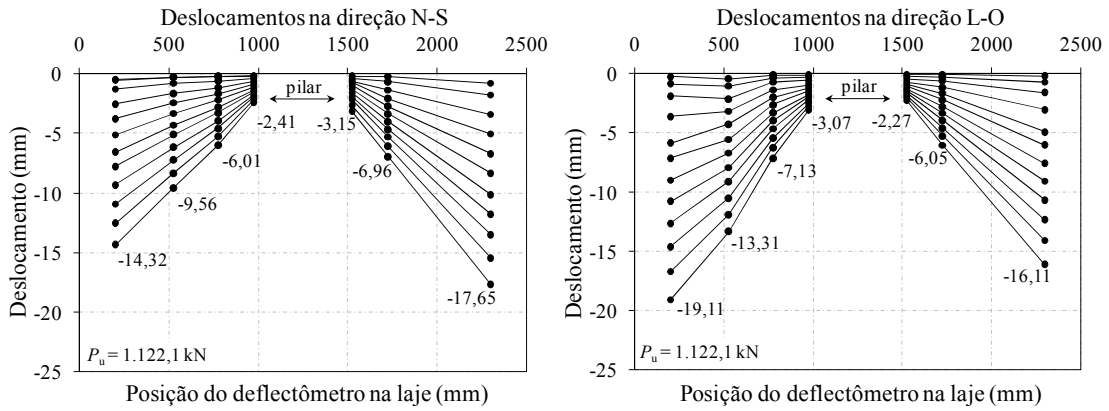


Figura 4.4 – Deslocamentos verticais na laje LC04

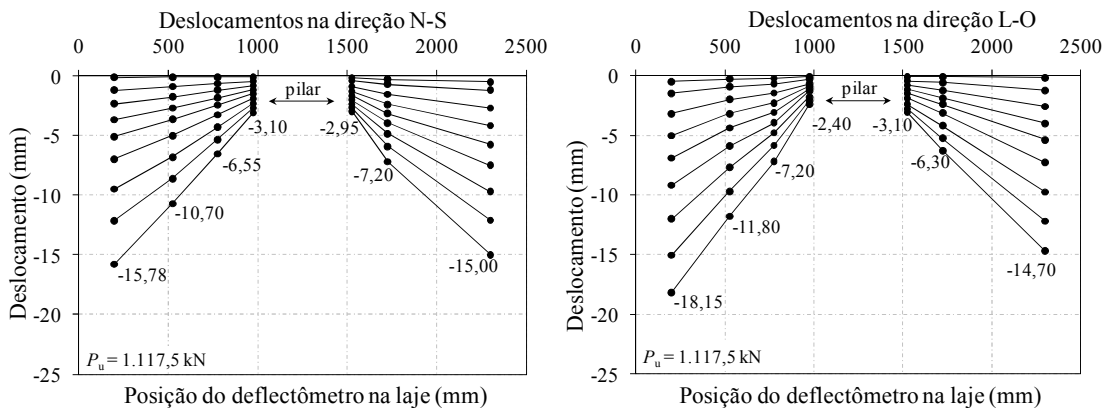


Figura 4.5 – Deslocamentos verticais na laje LC05

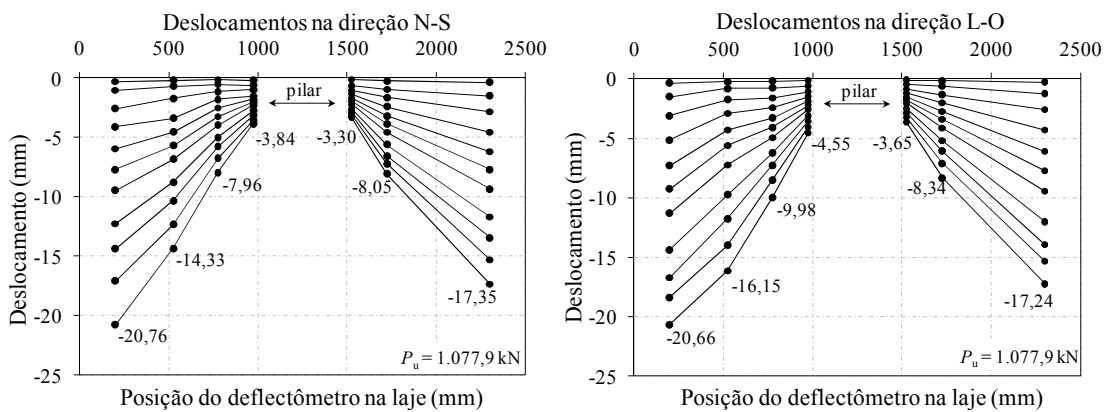


Figura 4.6 – Deslocamentos verticais na laje LC06

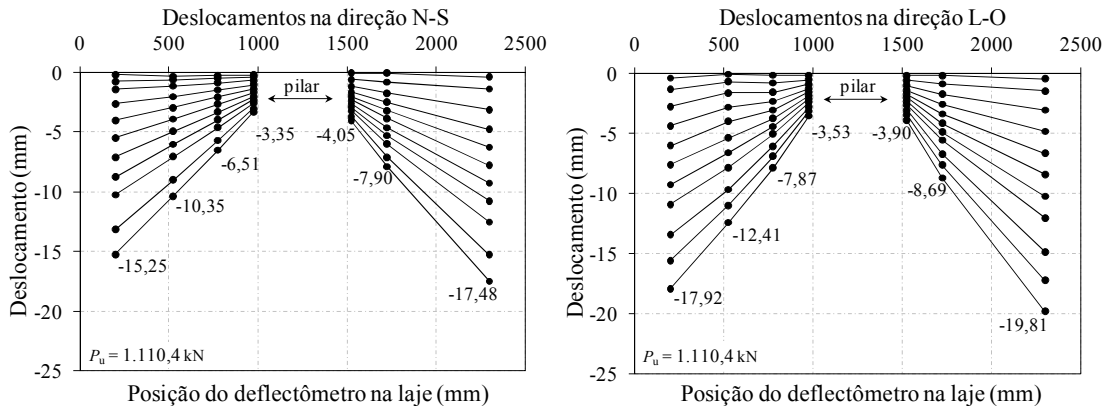


Figura 4.7 – Deslocamentos verticais na laje LC07

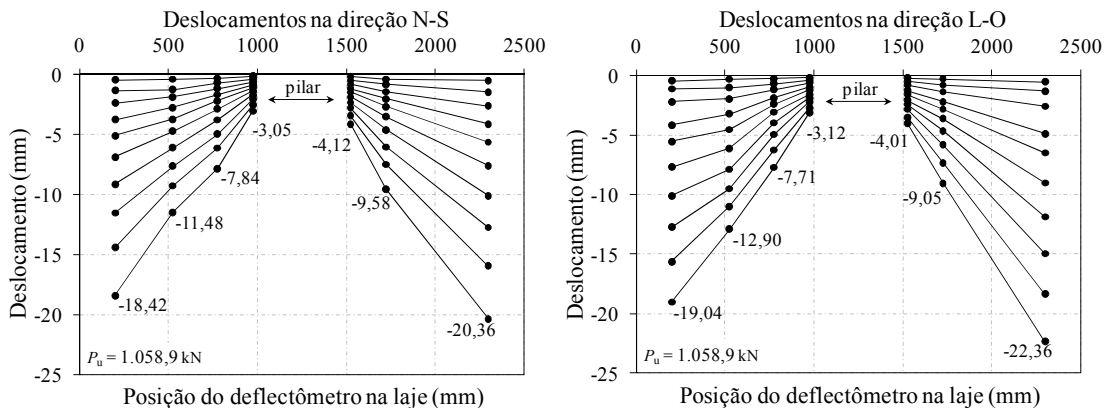


Figura 4.8 – Deslocamentos verticais na laje LC08

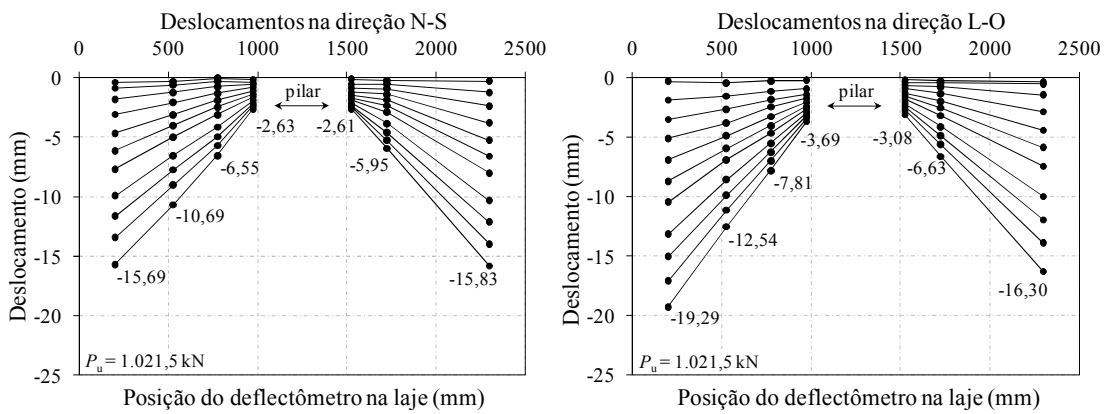


Figura 4.9 – Deslocamentos verticais na laje LS01

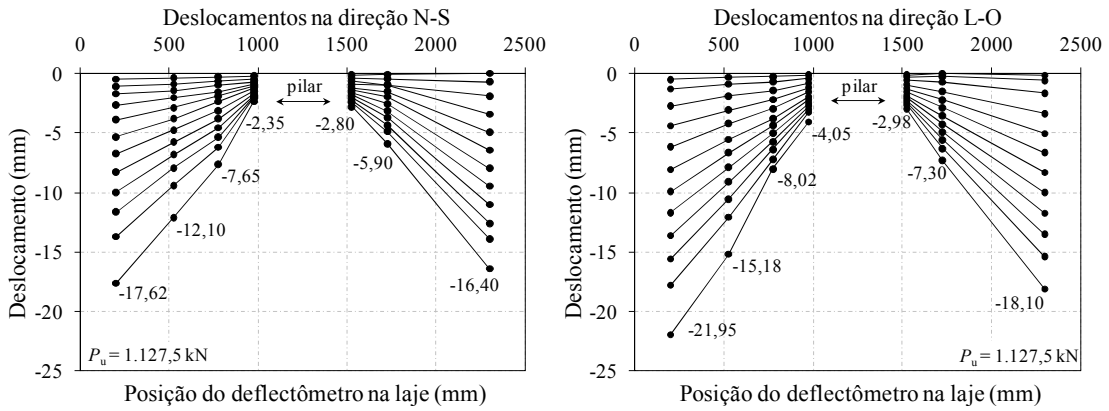


Figura 4.10 – Deslocamento verticais na laje LS02

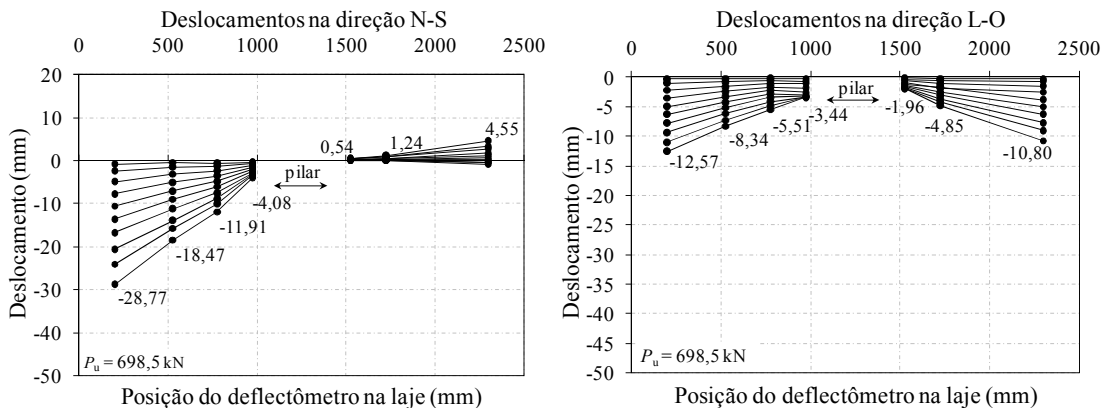


Figura 4.11 – Deslocamento verticais na laje LS03

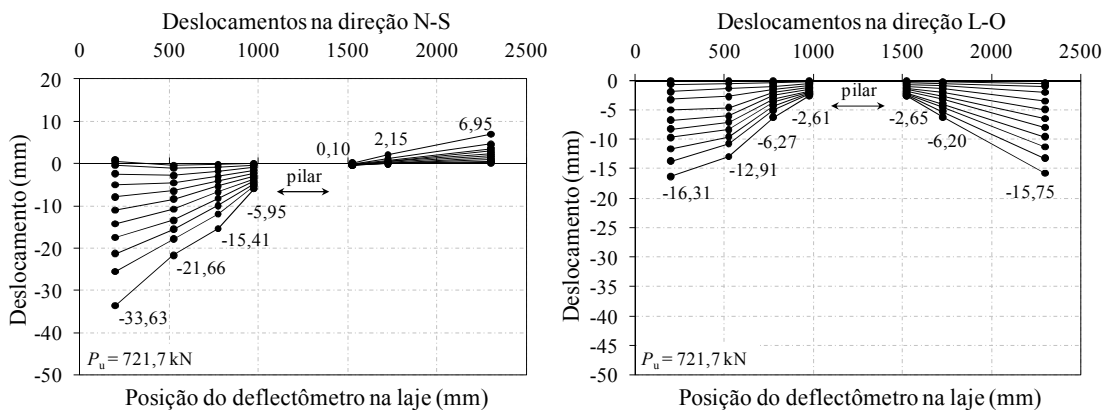


Figura 4.12 – Deslocamento verticais na laje LS04

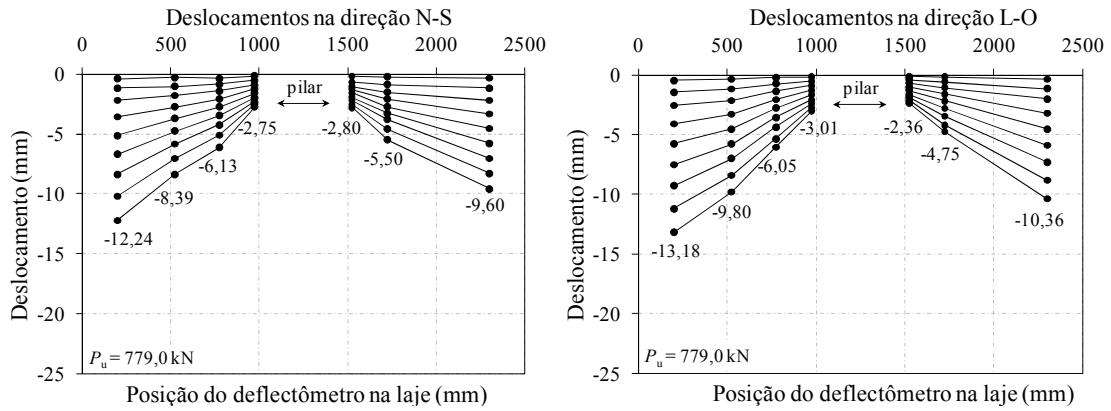


Figura 4.13 – Deslocamento verticais na laje LS05

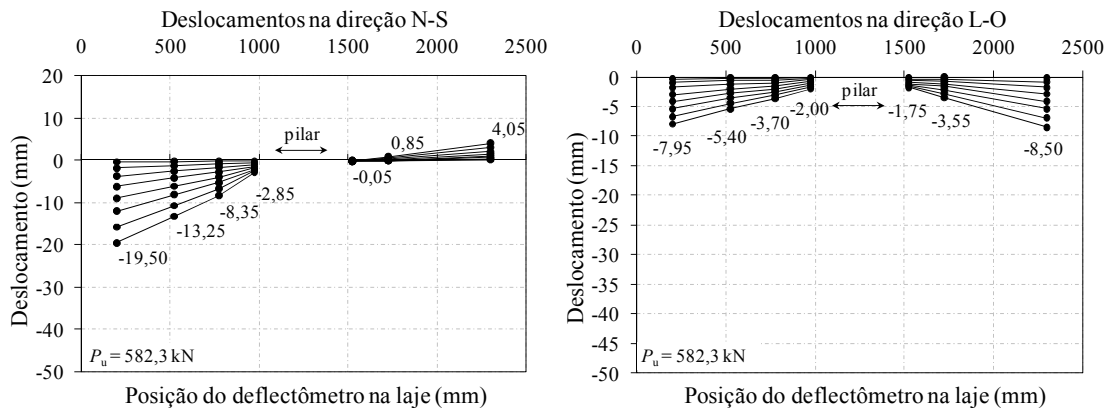


Figura 4.14 – Deslocamento verticais na laje LS06

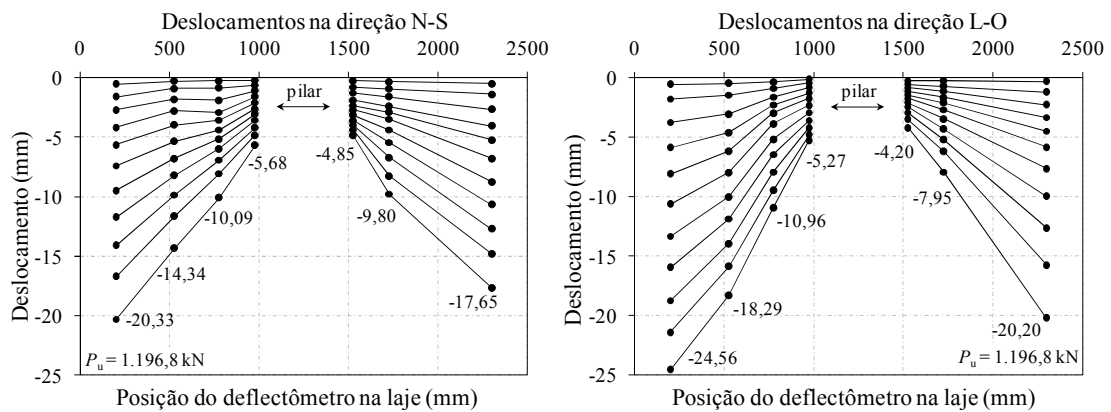


Figura 4.15 – Deslocamento verticais na laje LS07

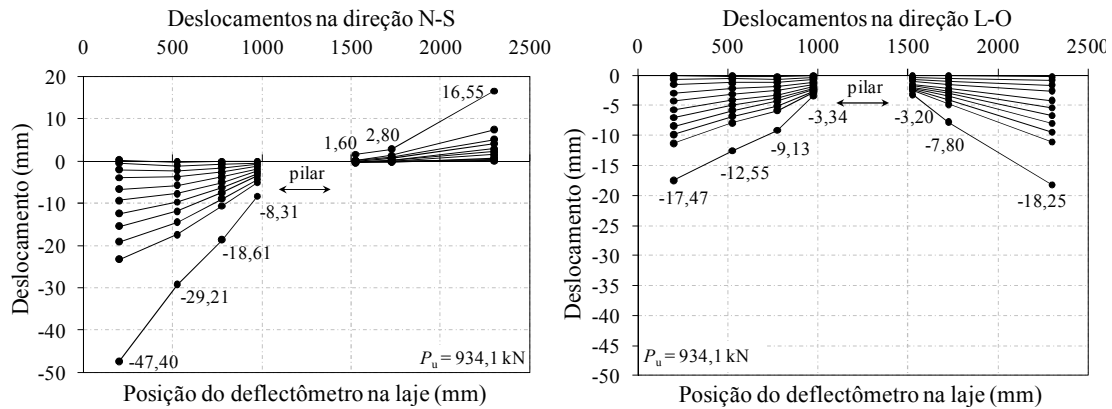


Figura 4.16 – Deslocamento verticais na laje LS08

Na Figura 4.17 é apresentada uma comparação entre as médias dos deslocamentos verticais nas bordas (defletômetros 1, 7, 8 e 14) para as lajes LC01 à LC08. Como essas lajes têm espessura e taxa de armadura de flexão similares, os deslocamentos médios foram muito próximos entre si até a última etapa de medição realizada. Analisando cada laje é possível perceber que a LC01, apoiada sobre o menor pilar da série (diâmetro de 270 mm), apresentou os maiores deslocamentos e que as lajes LC02 e LC03, que tinham as mesmas características da laje LC01, mas foram apoiadas em pilares com diâmetros de 360 mm e 450 mm, respectivamente, apresentaram deslocamentos verticais inferiores aos da laje LC01 em média 6 % e 12 %.

Todas as demais lajes desta série apoiavam-se em pilares com diâmetro de 360 mm, porém variando-se: a quantidade e a distribuição (cruz) das armaduras de cisalhamento na laje LC04; a taxa de armadura de flexão tracionada na laje LC05; a taxa de armadura de flexão comprimida na laje LC06; o espaçamento radial e o número de camadas de *studs* na laje LC07; e a quantidade e a distribuição (radial) dos *studs* na laje LC08. Percebe-se que as lajes LC04 e LC08, que apresentavam maiores quantidades de *studs* por camada, apresentaram as menores flechas. Já a laje LC05, a única laje na qual o monitoramento dos deslocamentos foi interrompido de forma prematura, é possível perceber uma leve tendência de aumento nos deslocamentos até o estágio final de medições, mesmo esta laje tendo uma maior concentração de armaduras de flexão em suas faixas centrais.

Analisando-se os resultados dos deslocamentos da laje LC06 é possível verificar que seu comportamento foi menos rígido que o das demais lajes com características semelhantes às suas, tendo flechas superiores às da laje LC02 e próximas às observados para a laje LC01.

Isso pode ser justificado pelo fato desta laje ter uma taxa de armadura de flexão tracionada ligeiramente inferior às outras lajes com pilar de 360 mm, considerando-se apenas as barras presentes dentro de uma faixa até $3 \cdot d$ das extremidades do pilar. Já a laje LC07 apresentou deslocamentos verticais médios praticamente idênticos aos da laje LC05.

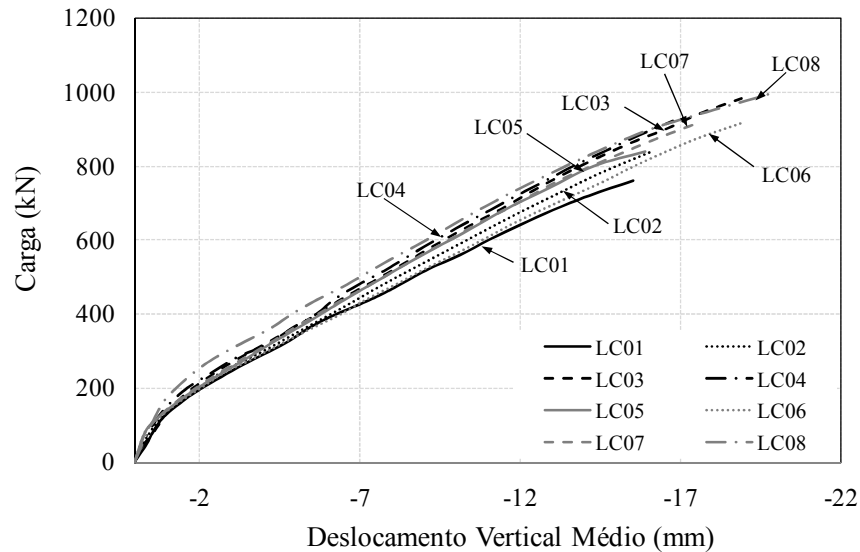


Figura 4.17 – Comparação dos deslocamentos verticais médios para as lajes com pilares circulares

A Figura 4.18 mostra os deslocamentos verticais médios para as lajes com pilares de seção quadrada e com carregamento simétrico. A laje LS01 apresentou os maiores deslocamentos, mas apresentou resultados muito semelhantes aos da laje LS02, a qual atingiu um maior estágio de carregamento por terem sido utilizadas quatro camadas de armaduras de cisalhamento ao invés de duas camadas, como na laje LS01. A laje LS05, que não possuía armaduras de cisalhamento, foi a que apresentou menores deslocamentos e também foi aquela que rompeu de modo mais brusco, sem que houvesse uma redução na relação carga/deslocamento antes da ruptura desta laje. A laje LS07 foi aquela que apresentou a maior carga de ruptura de todas as lajes ensaiadas e se comparada com todas as demais lajes onde o carregamento foi aplicado de forma centrada, foi também a laje que apresentou os menores deslocamentos para carregamentos superiores a 750 kN.

Na Figura 4.19 são apresentados os deslocamentos verticais médios na direção norte-sul para as lajes com pilares de seção quadrada e com momentos desbalanceados. Nesta figura foram utilizados os resultados fornecidos pelos defletômetros 8 e 14, que ficavam abaixo

dos cilindros hidráulicos nas direções norte e sul, respectivamente. É possível perceber que apenas na laje LS03 a extremidade sul deslocou-se para baixo, acompanhando o sentido do carregamento, até um estágio de carregamento de 200 kN, a partir do qual o sentido do deslocamento se inverteu e essa borda começou a subir. Nas demais lajes a extremidade sul apresentou deslocamento praticamente nulo no início do ensaio, passando a subir com o aumento do carregamento, resultado da transferência de momento na ligação laje-pilar. A Figura 4.20 apresenta uma foto da laje LS08 pouco antes da ruptura onde é possível observar o efeito da transferência de momentos nos deslocamentos da laje.

Revisando as características das lajes deste grupo observa-se que a laje LS03 apresentava uma taxa de armadura de cisalhamento por camada idêntica à da laje LS04, porém com quatro camadas de armaduras ao invés de duas. A laje LS06 não apresentava armaduras de cisalhamento e na laje LS08 foi utilizada a maior quantidade de armaduras de cisalhamento de toda a pesquisa. A mais importante observação que a Figura 4.19 fornece refere-se ao efeito da quantidade e do número de camadas de *studs* na ductilidade e resistência de lajes sob a ação de momentos desbalanceados. Comparando-se as curvas carga-deslocamento das lajes LS05 e LS07, com carregamento simétrico, e de lajes idênticas a estas, porém sob com carregamento assimétrico (LS06 e LS08), é possível perceber que tanto o ganho de resistência quanto o ganho de ductilidade devido ao uso de armaduras de cisalhamento foi muito mais acentuado nas lajes com momentos desbalanceados.

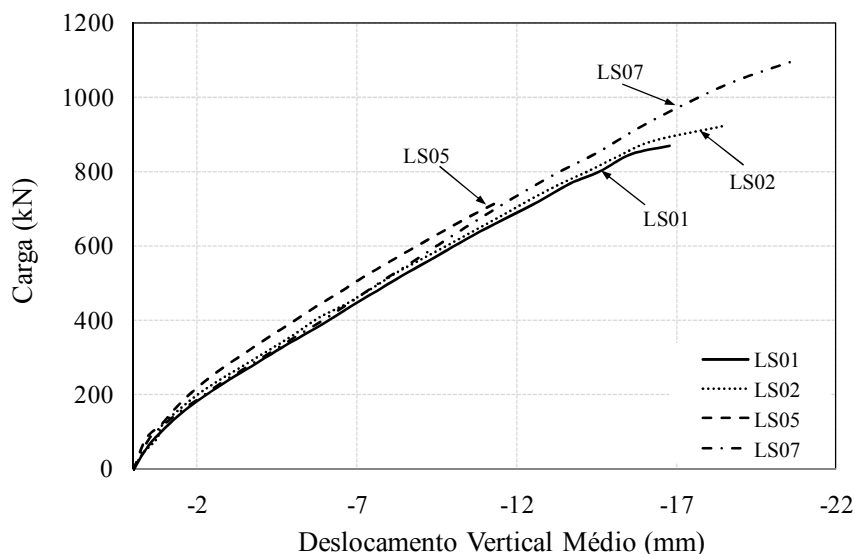


Figura 4.18 – Comparação dos deslocamentos verticais médios das lajes com pilares quadrados e carregamento simétrico

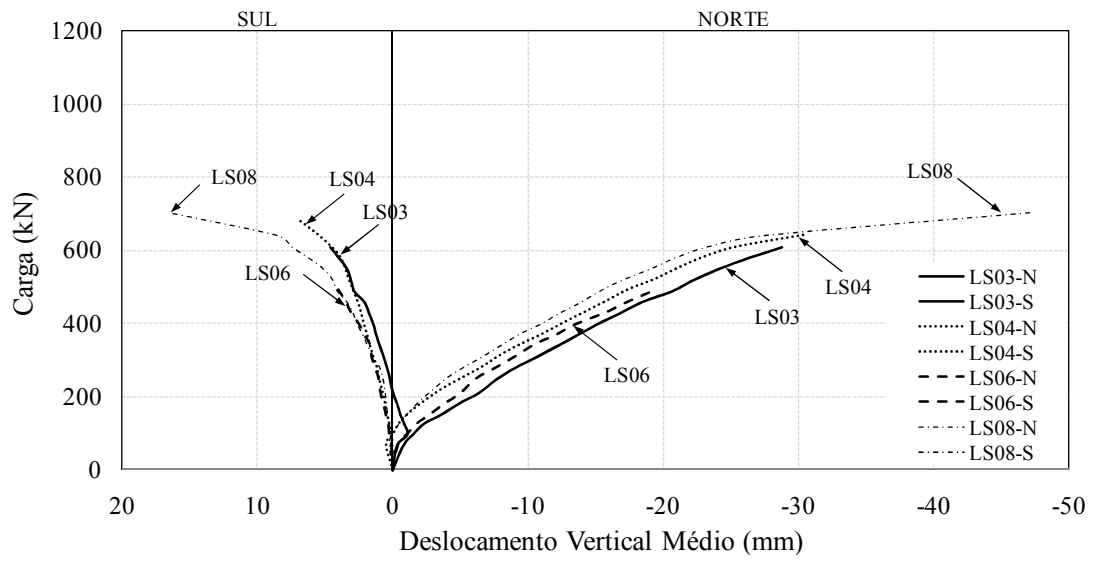


Figura 4.19 – Comparação dos deslocamentos verticais médios na direção norte-sul para as lajes com pilares quadrados e momentos desbalanceados



Figura 4.20 – Deslocamentos da laje LS08 pouco antes da ruptura

4.2. DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO

As deformações no concreto foram medidas utilizando-se extensômetros elétricos de resistência posicionados na superfície inferior das lajes, próximos às extremidades dos pilares. Estes extensômetros foram posicionados nos eixos das lajes e dispostos de modo a medir as deformações tangenciais (EC1 e EC3) e radiais (EC2 e EC4). Para as lajes com carregamento simétrico foram utilizados 4 extensômetros em cada laje, distribuídos em pares, cobrindo as duas direções ortogonais. Já nas lajes com carregamento assimétrico foi adicionado um par de extensômetros (EC5 e EC6) na direção norte-sul, na qual haveria a transferência de momentos na ligação laje-pilar.

Na primeira bateria de ensaios (LC01 à LC04 e LS01 à LS04) o primeiro extensômetro foi posicionado a 20 mm da face do pilar. As deformações observadas foram elevadas, mas inferiores às de esmagamento do concreto. Como havia incerteza quanto à possibilidade de algumas lajes terem rompido com esmagamento do concreto, optou-se por afastar os extensômetros nas demais lajes, posicionando-os a 40 mm da face do pilar. Na Figura 4.21 até a Figura 4.35 são apresentados os resultados da leitura das deformações na superfície do concreto de todas as lajes, com exceção da laje LS04 que teve seus resultados das deformações no concreto perdidos por falha do equipamento de aquisição de dados.

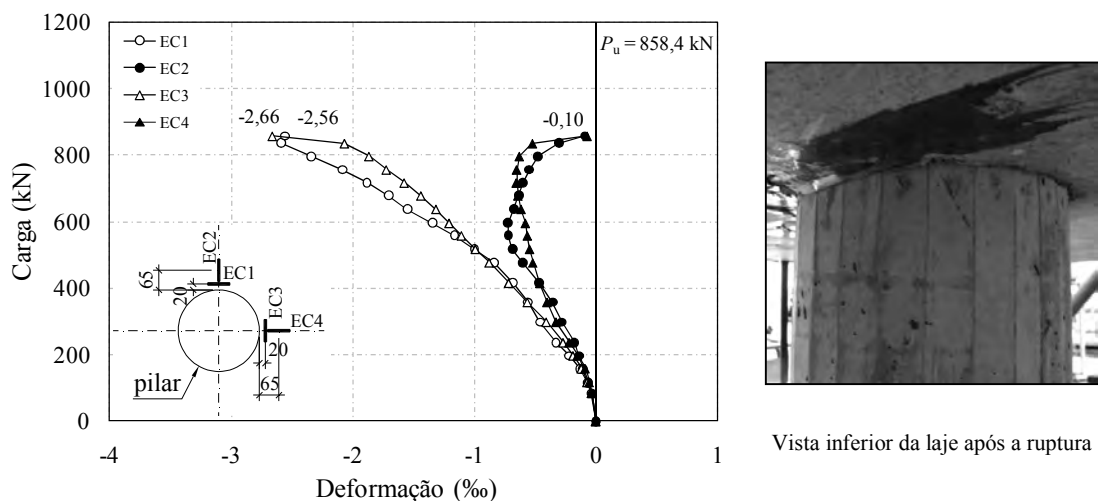
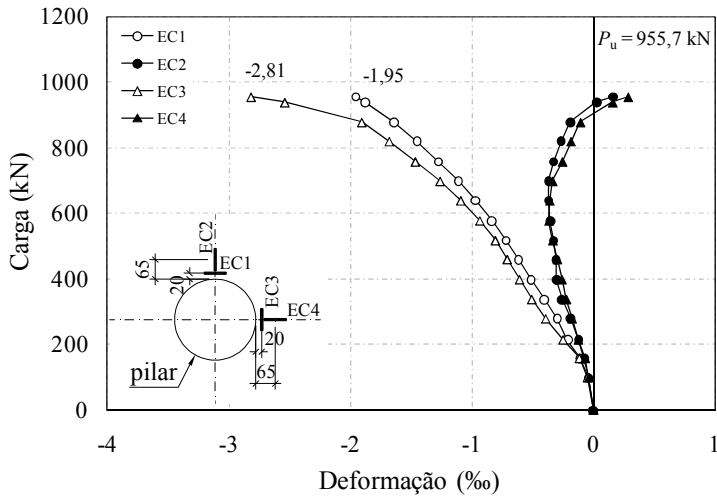
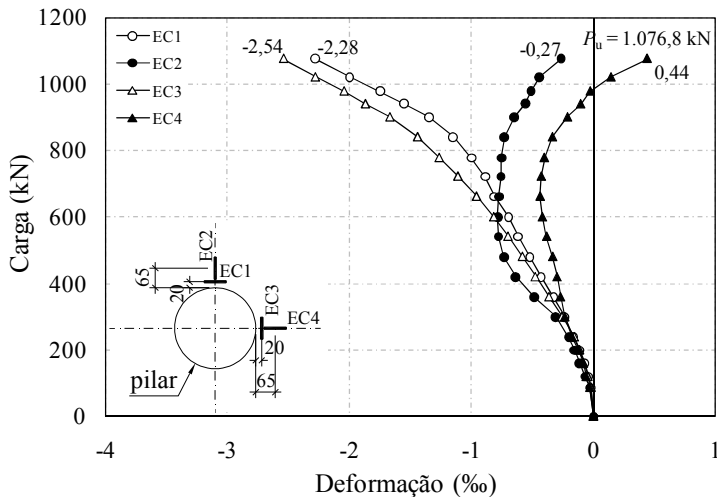


Figura 4.21 – Deformações na superfície do concreto da laje LC01



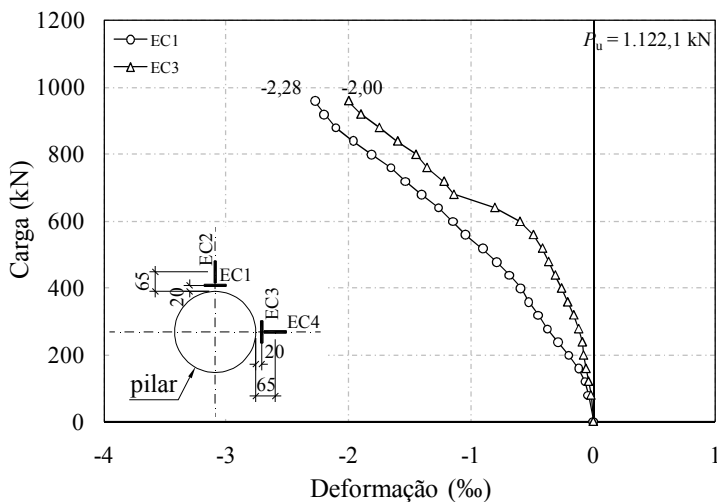
Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.22 – Deformações na superfície do concreto da laje LC02



Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.23 – Deformações na superfície do concreto da laje LC03



Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.24 – Deformações na superfície do concreto da laje LC04

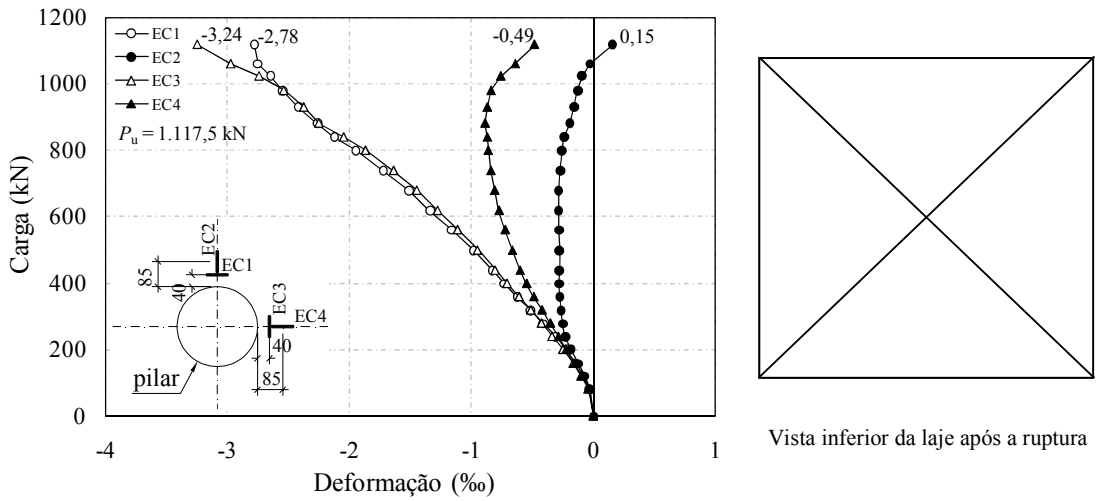


Figura 4.25 – Deformações na superfície do concreto da laje LC05

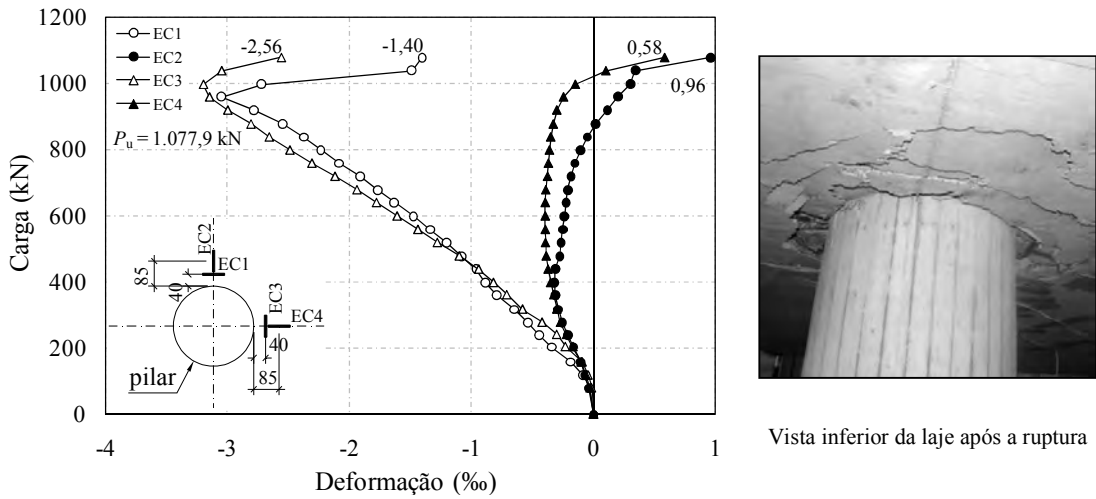


Figura 4.26 – Deformações na superfície do concreto da laje LC06

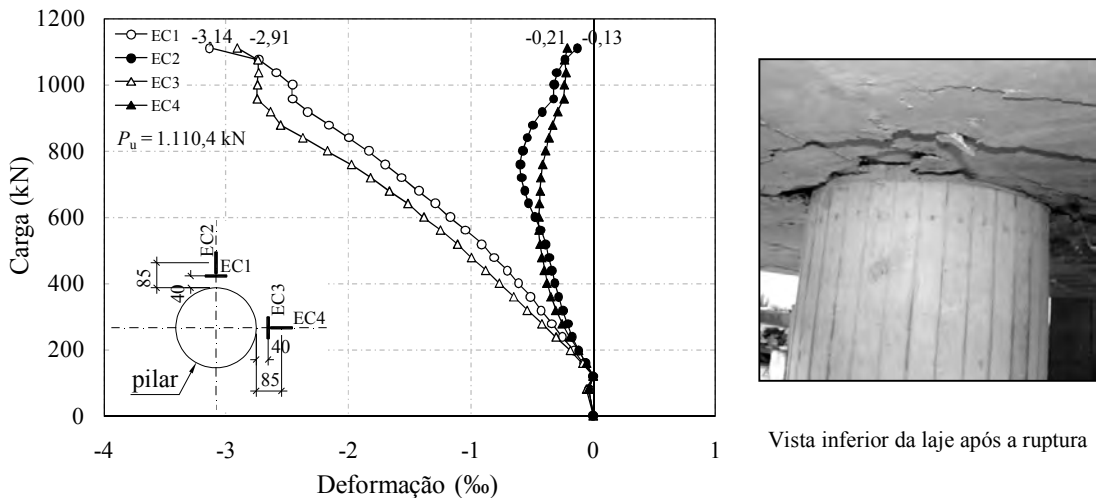
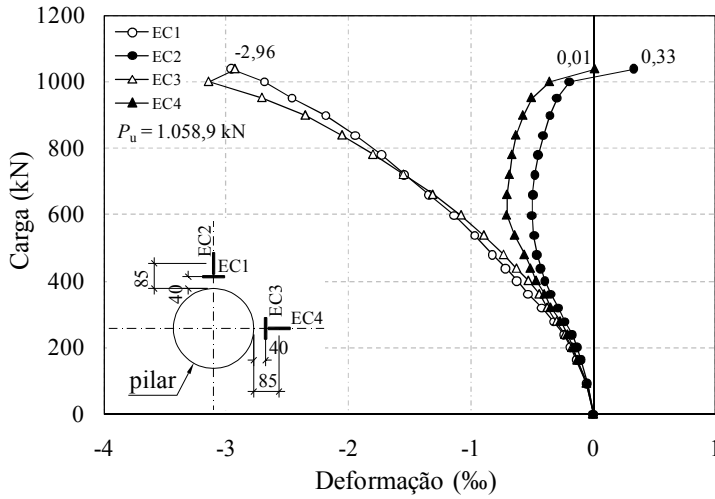
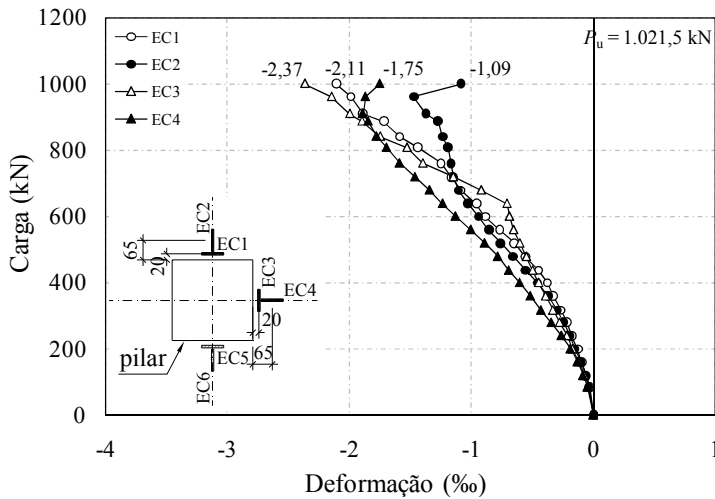


Figura 4.27 – Deformações na superfície do concreto da laje LC07



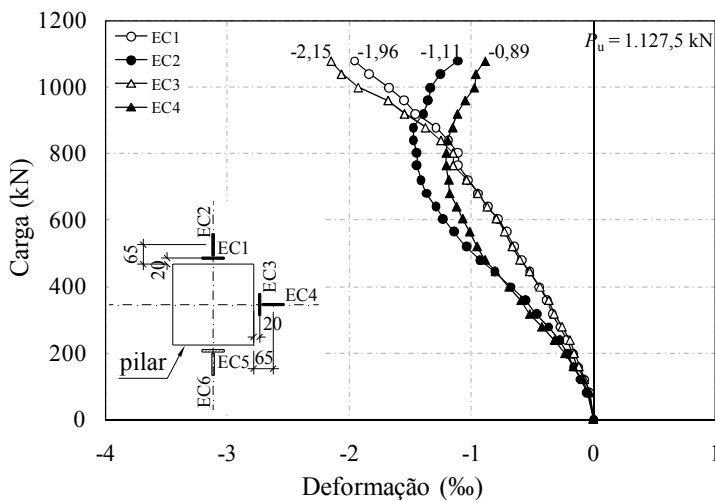
Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.28 – Deformações na superfície do concreto da laje LC08



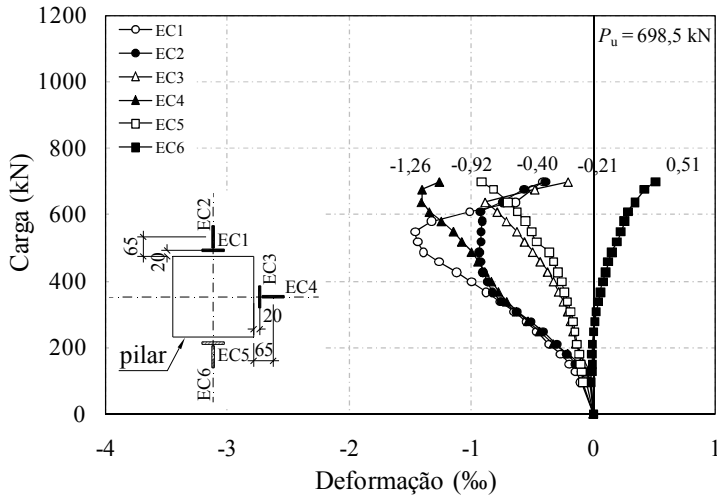
Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.29 – Deformações na superfície do concreto da laje LS01



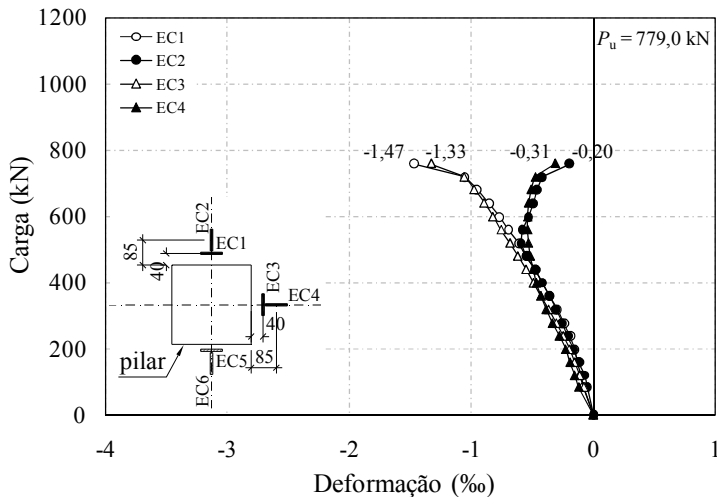
Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.30 – Deformações na superfície do concreto da laje LS02



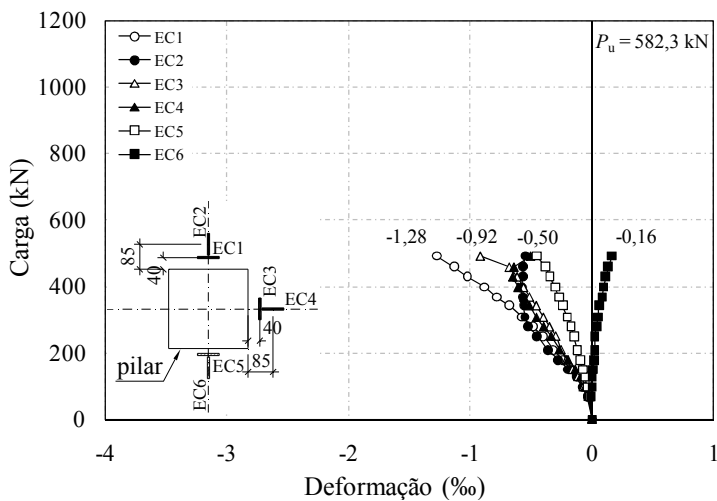
Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.31 – Deformações na superfície do concreto da laje LS03



Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.32 – Deformações na superfície do concreto da laje LS05



Vista inferior da laje após a ruptura

Figura 4.33 – Deformações na superfície do concreto da laje LS06

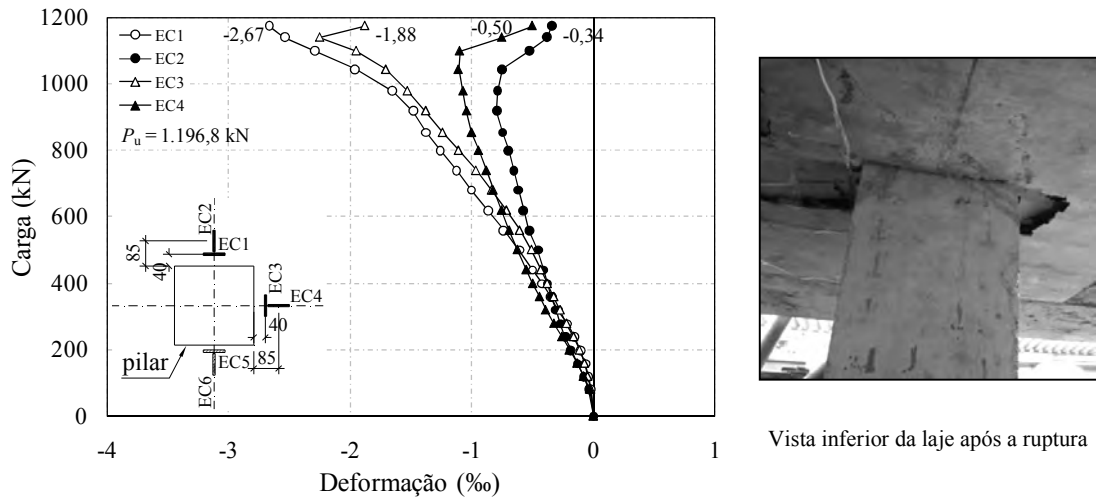


Figura 4.34 – Deformações na superfície do concreto da laje LS07

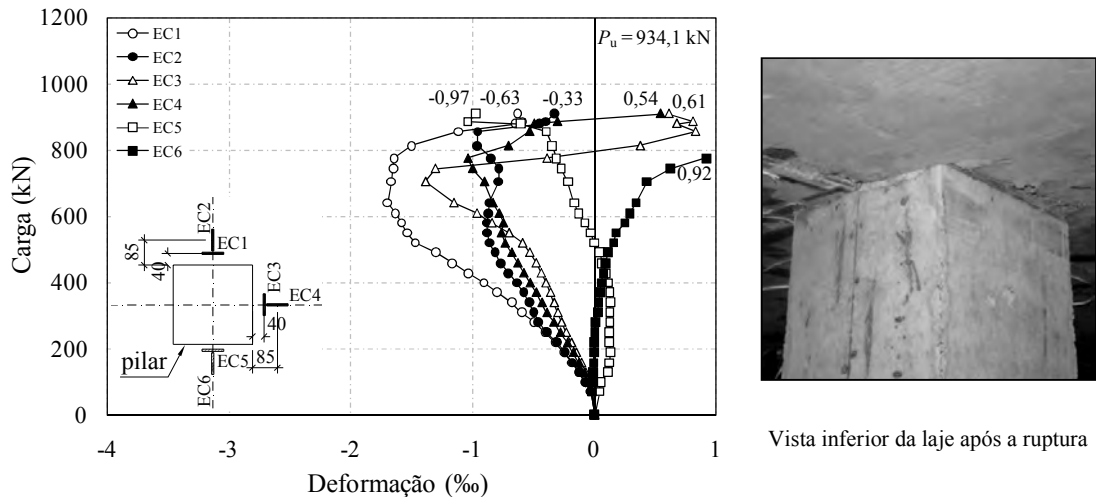


Figura 4.35 – Deformações na superfície do concreto da laje LS08

Os resultados das deformações na superfície do concreto mostraram que até o aparecimento da primeira fissura de flexão, usualmente numa faixa entre 100 kN e 200 kN, as deformações em ambas as direções encontravam-se em estágios similares. No entanto, após essa fase as deformações desenvolveram-se em proporções diferentes, com as deformações tangenciais apresentando valores mais elevados. Para as lajes com carregamento simétrico, em um estágio de carregamento em torno de 50 % da carga de ruptura, foi observado um alívio das deformações radiais, uma vez que sua intensidade começou a reduzir, chegando a passar de compressão para tração em algumas lajes como a LC06. Este fato já foi observado por outros pesquisadores e MUTTONI (2008) descreve que isso pode ser explicado pela formação de uma configuração de uma biela do tipo

“cotovelo”, devido ao surgimento da fissura crítica de cisalhamento, a qual altera a distribuição das tensões na região próxima ao pilar, conforme ilustrado na Figura 4.36 para um momento imediatamente anterior a ruptura por punção.

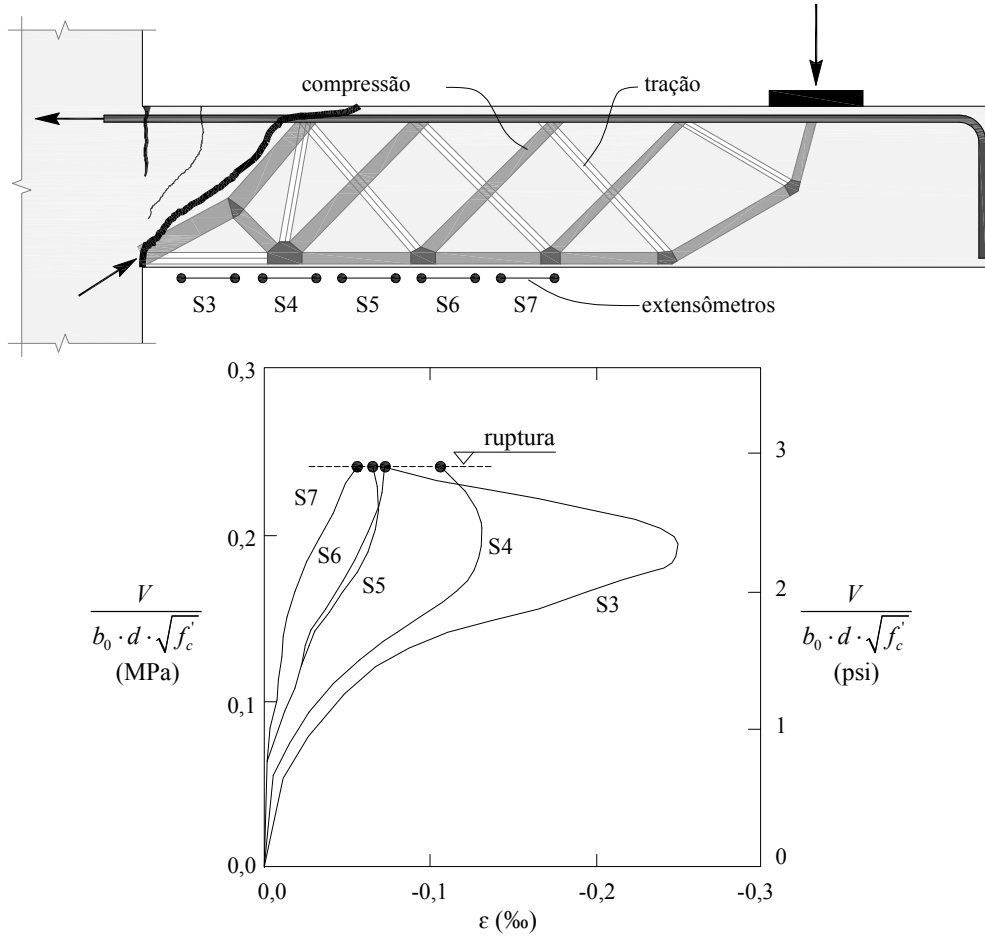


Figura 4.36 – Modelo de bielas e tirantes para ruptura por punção (MUTTONI, 2008)

Na Figura 4.37 são apresentados os resultados das deformações médias (média entre EC1 e EC3) na direção tangencial para as lajes com pilares circulares. Em preto estão representados os resultados das lajes onde os extensômetros foram posicionados a 20 mm da face do pilar e em cinza são mostrados os resultados das lajes nas quais estes extensômetros estavam a 40 mm da face do pilar. É possível perceber que a decisão de afastar um pouco mais os extensômetros da face do pilar foi adequada e possibilitou a leitura de deformações mais elevadas do que nas lajes da primeira bateria de ensaios.

Dentre as lajes com pilares circulares, a laje LC06 foi aquela que apresentou o maior nível de deformação na superfície do concreto, mesmo sendo a laje onde foi utilizada uma elevada taxa de armadura de flexão comprimida. É possível perceber ainda que nos três últimos passos de carga houve um alívio significativo das deformações no concreto logo após atingir uma deformação máxima de 3,20 %. Adiante serão apresentados os resultados das deformações nas armaduras de flexão e se forem observados os resultados das deformações nas armaduras inferiores é possível perceber que no mesmo passo de carga, estas armaduras, que estavam comprimidas, foram aliviadas a tal ponto que duas barras passaram a apresentar deformações de alongamento, ao invés de encurtamento. Este comportamento pode ser mais um indicativo do comportamento descrito por Muttoni na Figura 4.36.

Na Figura 4.38 é possível observar as deformações médias na superfície do concreto para as lajes com pilares quadrados e carregamento simétrico. A laje LS05 não possuía *studs* e rompeu de forma prematura quando comparada às demais que possuíam tal armadura. A laje LS01 possuía apenas 2 camadas de *studs* enquanto que as lajes LS02 e LS07 apresentavam 4 camadas. É interessante notar que nestas lajes a média das deformações seguiu a mesma tendência até um estágio de carregamento próximo de 675 kN, cerca de 90 % da carga de ruptura da laje LS05, quando a laje LS01 passou a apresentar maiores níveis de deformação no concreto, enquanto que as demais seguiram apresentando resultados próximos. Isto pode indicar que o número de camadas de *studs* influencia nas deformações tangenciais do concreto por alterar a distribuição das tensões nessa região. Deve-se ressaltar também que a deformação tangencial máxima registrada na superfície de concreto das lajes com pilares quadrados foi de 2,40 %, na laje LS07, bastante inferior aos 3,20 % observados na laje LC06, com pilar circular. Isto pode ser justificado pelo fato dos extensômetros terem sido posicionados nos eixos da laje, e sabe-se que em pilares quadrados as tensões máximas concentram-se em seus cantos.

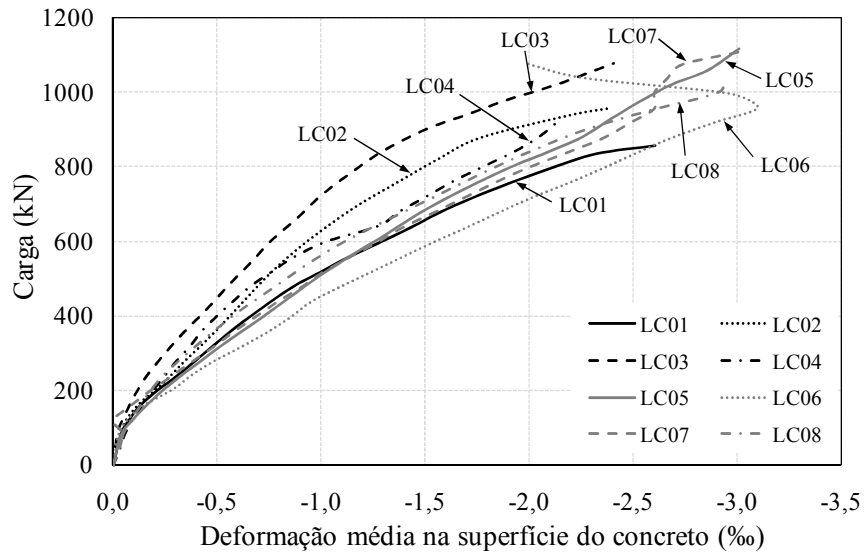


Figura 4.37 – Deformação média no concreto na direção tangencial para as lajes com pilares circulares

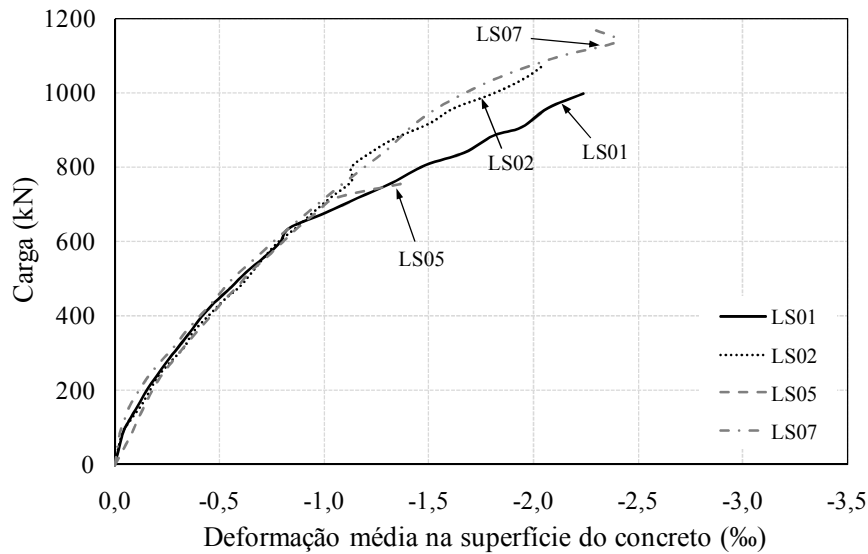


Figura 4.38 – Deformação média no concreto na direção tangencial para as lajes com pilares quadrados e carregamento simétrico

Na Figura 4.39 são mostrados os resultados das deformações tangenciais medidas pelos extensômetros EC1 e EC5, os quais estavam posicionados na direção norte-sul das lajes com momentos desbalanceados. Ocorreram problemas com o módulo de aquisição de dados durante o ensaio da laje LS04 e os resultados das deformações no concreto desta laje foram perdidos. A laje LS06 era a laje de referência (sem *studs*) e percebe-se que a transferência de momentos na ligação laje-pilar reduziu a capacidade resistente desta laje,

se comparada à laje LS05. Porém, é possível perceber que no lado norte ambas as lajes apresentaram deformação no concreto em torno de 1,40 ‰ no momento da ruptura.

Nas lajes com transferência de momento foi possível perceber que a ruptura é governada principalmente pelo cisalhamento, com a flexão tendo uma influência menos significativa do que nas lajes com carregamento simétrico. Deve-se notar que tanto para as lajes com carregamento simétrico quanto para aquelas onde houve transferência de momento as deformações na superfície do concreto de lajes sem e com armaduras de cisalhamento seguem a mesma tendência até um estágio de carregamento próximo da carga de ruptura da laje. A partir deste ponto as armaduras de cisalhamento são efetivamente solicitadas e a tendência dos resultados das deformações no concreto sofre alteração (ver curvas das lajes LS05 e LS07 e das lajes LS06 e LS08).

É importante perceber também que, no caso das lajes LS03 e LS06, no início do ensaio (fase elástica), foram observadas pequenas deformações de tração no concreto, na direção tangencial no lado sul da laje, enquanto que no lado norte destas lajes as deformações eram de compressão. Já para a laje LS08, este comportamento foi observado de modo mais intenso. Foram observadas deformações de tração significativamente superiores às observadas para as demais lajes e este comportamento se estendeu para níveis de carregamento mais elevados. A partir de um estágio de carregamento superior a 50% da carga de ruptura da laje LS08 foi que começaram a ser medidas deformações de compressão também no lado sul da laje.

No caso da laje LS06, que não possuía armaduras de cisalhamento, no momento da ruptura as deformações de compressão no lado norte da laje eram significativamente superiores às do lado sul. No entanto, para as demais lajes, as quais atingiram níveis de carregamento superiores, observou-se uma tendência de alívio das deformações tangenciais na superfície do concreto no lado norte da laje e de forte incremento das deformações de compressão no lado sul. Constatou-se que, no momento da ruptura, as deformações de compressão no lado sul da laje apresentavam intensidade superior à observada no lado norte. Este comportamento não era esperado e, possivelmente, pode ser fruto da forte elevação nos deslocamentos no lado norte da laje, para pequenos incrementos de carregamento, nos estágios últimos do ensaio, conforme destacado anteriormente.

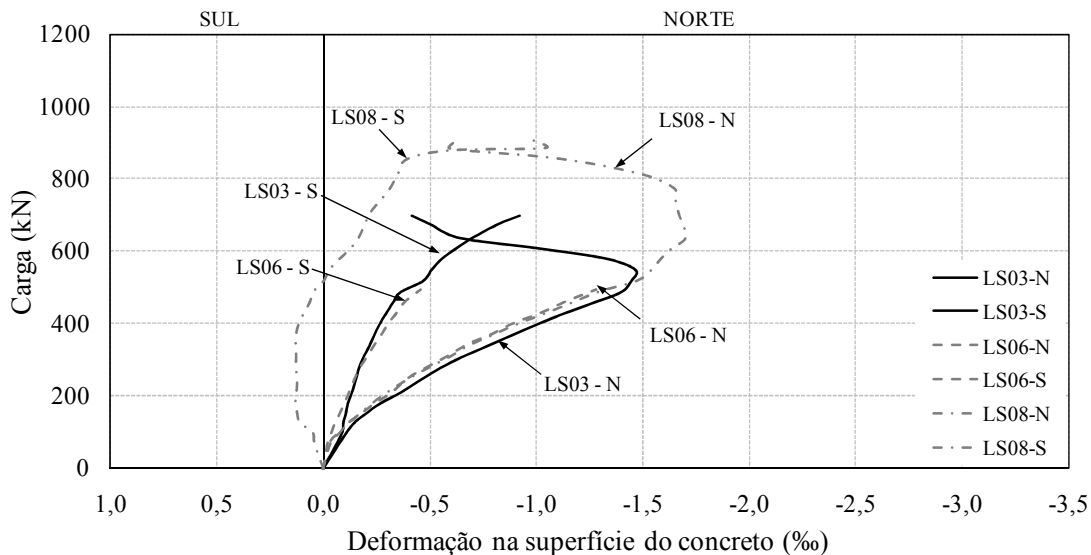


Figura 4.39 – Deformação no concreto registrada pelos extensômetros tangenciais (EC1 e EC5) posicionados na direção norte-sul das lajes com momentos desbalanceados

4.3. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE FLEXÃO

As deformações nas armaduras de flexão foram monitoradas apenas em barras distribuídas em uma das direções ortogonais da laje. Para as lajes com carregamento simétrico isso se justifica pelas condições de simetria enquanto que nas lajes com momentos desbalanceados a escolha das barras levou em consideração a posição de maior intensidade do carregamento, onde os esforços de flexão são superiores. Apenas na laje LC06 as deformações nas armaduras de flexão posicionadas na face inferior da laje foram monitoradas, uma vez que neste espécime foi utilizada uma quantidade significativa de armaduras nessa posição.

Na Figura 4.40 até a Figura 4.55 são apresentados gráficos das deformações nas armaduras de flexão posicionadas na parte superior da laje em função da posição de cada barra, para diferentes estágios de carregamento. Esses gráficos permitem avaliar a distribuição dos esforços de flexão ao longo da seção transversal da laje, facilitando a visualização do quão próximo de uma ruptura por flexão por escoamento das armaduras cada laje chegou. Já na Figura 4.56 até a Figura 4.59 são apresentadas as curvas de carga x deformação para as armaduras de flexão.

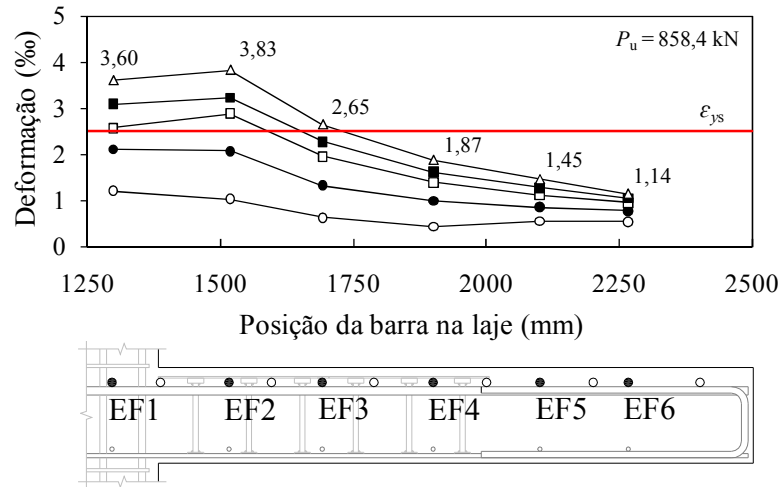


Figura 4.40 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LC01

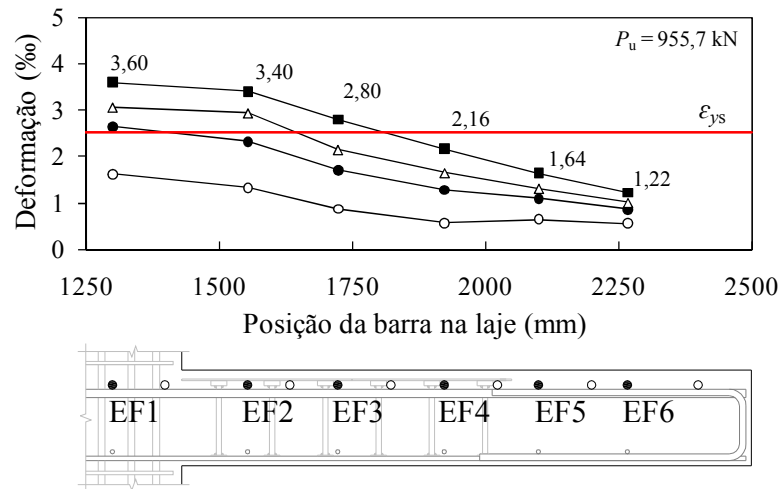


Figura 4.41 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LC02

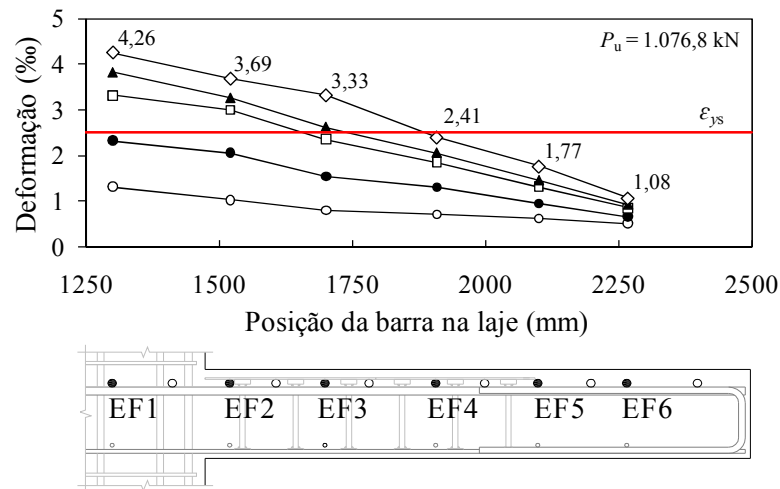


Figura 4.42 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LC03

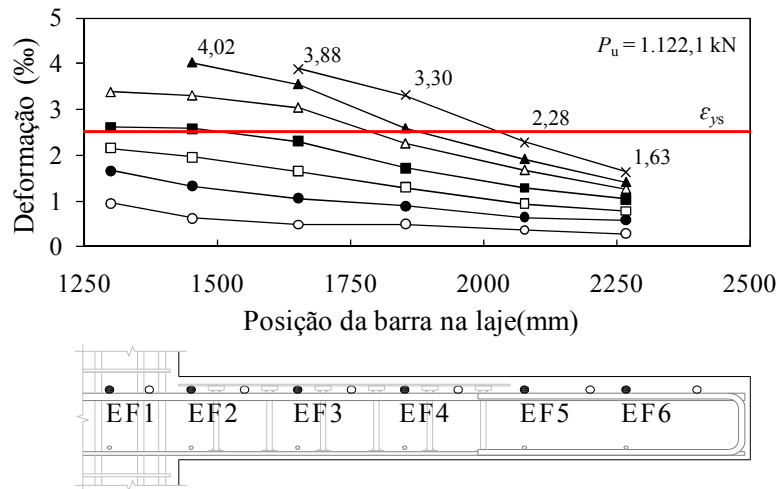


Figura 4.43 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC04

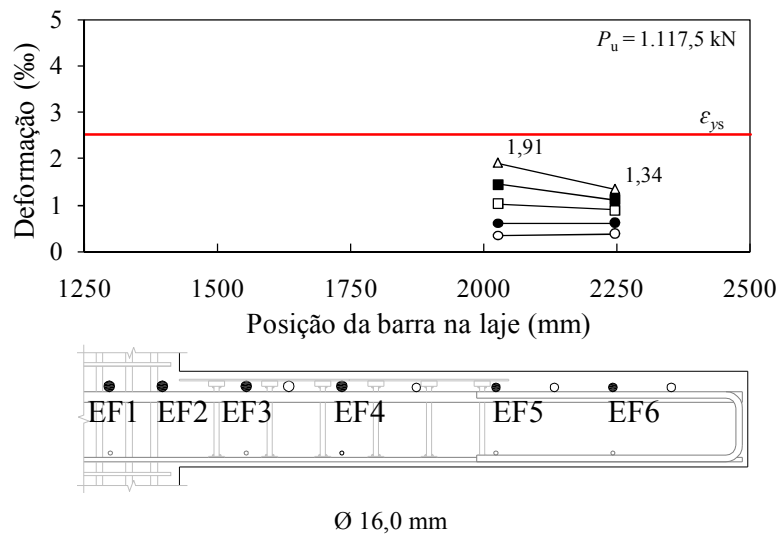
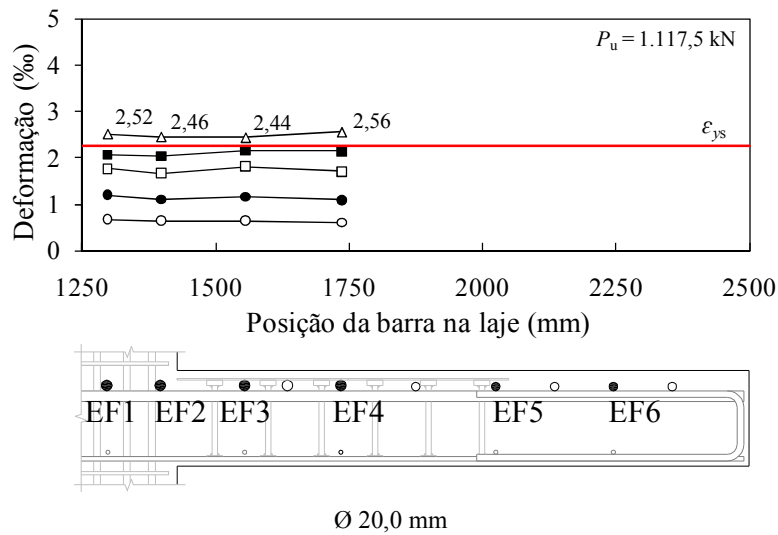


Figura 4.44 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC05

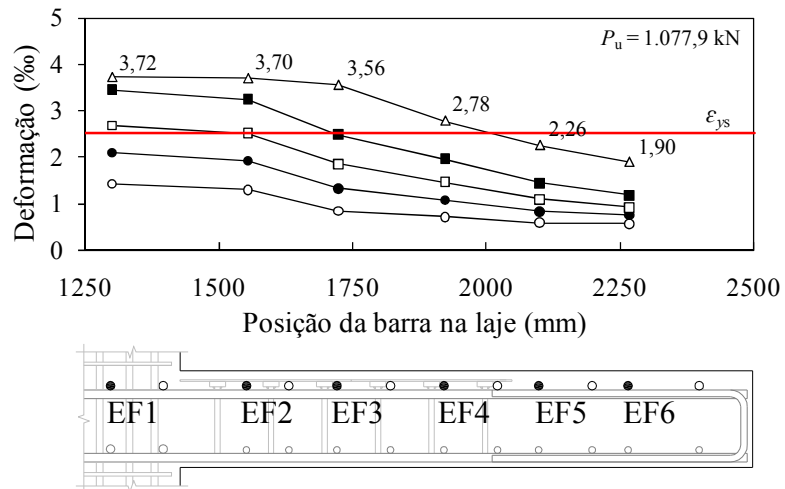


Figura 4.45 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC06

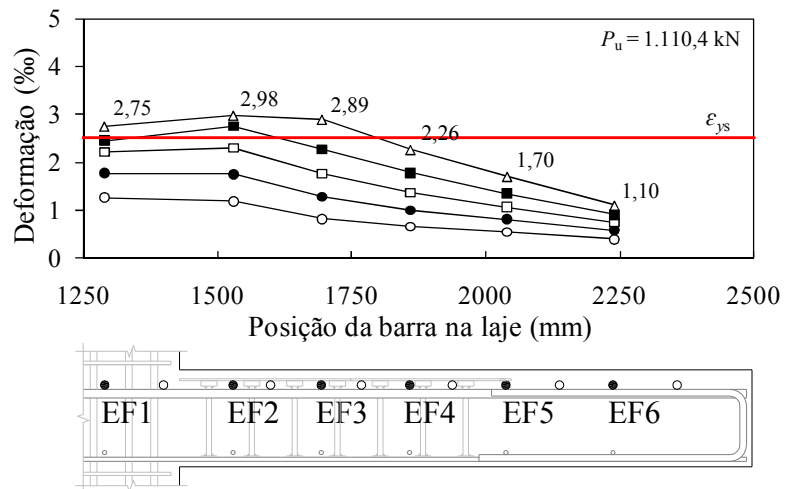


Figura 4.46 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC07

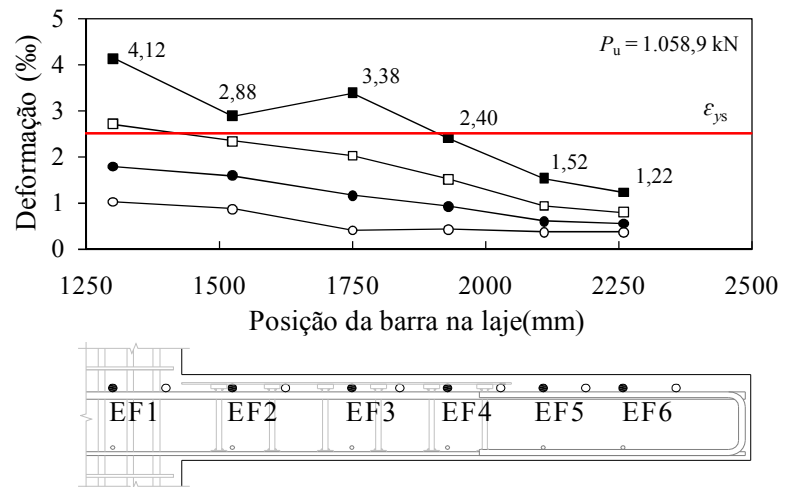


Figura 4.47 – Deformações na armaduras de flexão da laje LC08

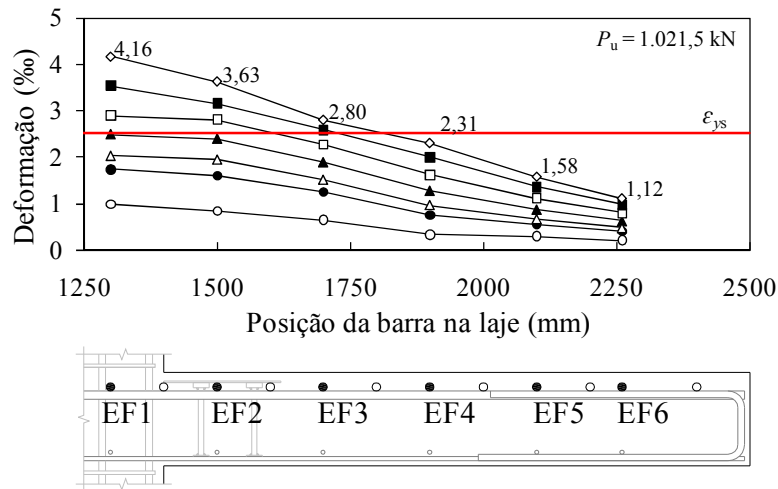


Figura 4.48 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS01

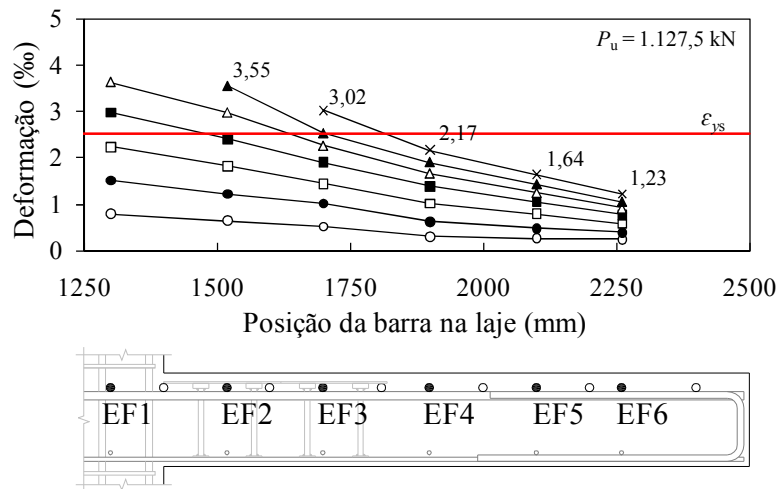


Figura 4.49 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS02

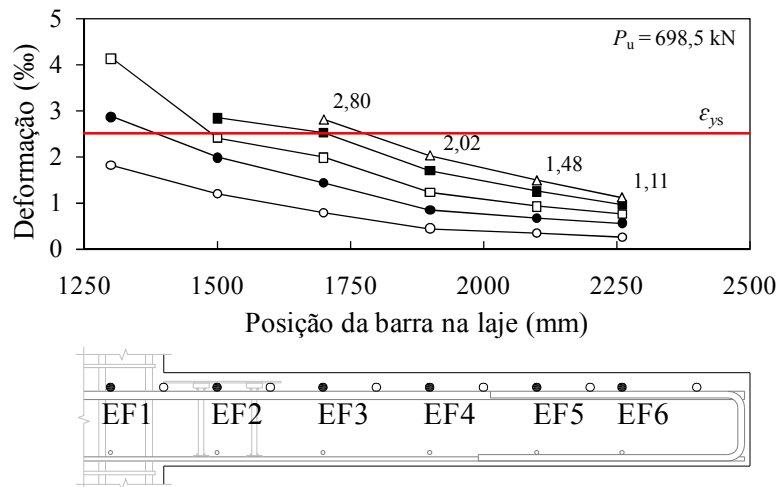


Figura 4.50 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS03

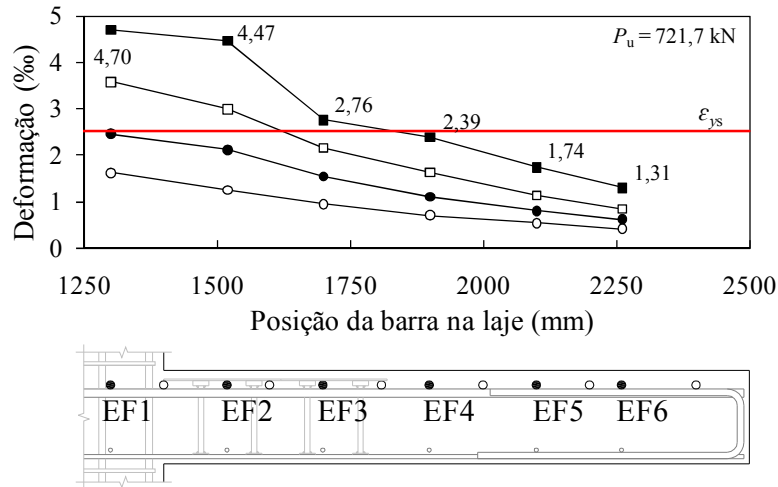


Figura 4.51 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS04

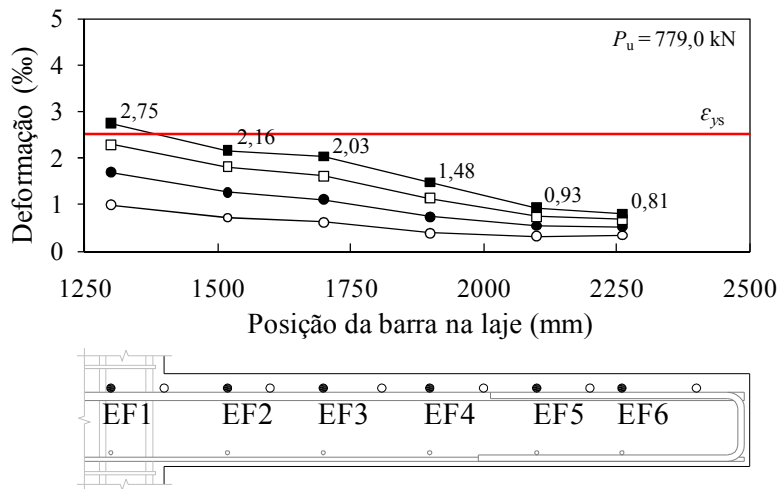


Figura 4.52 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS05

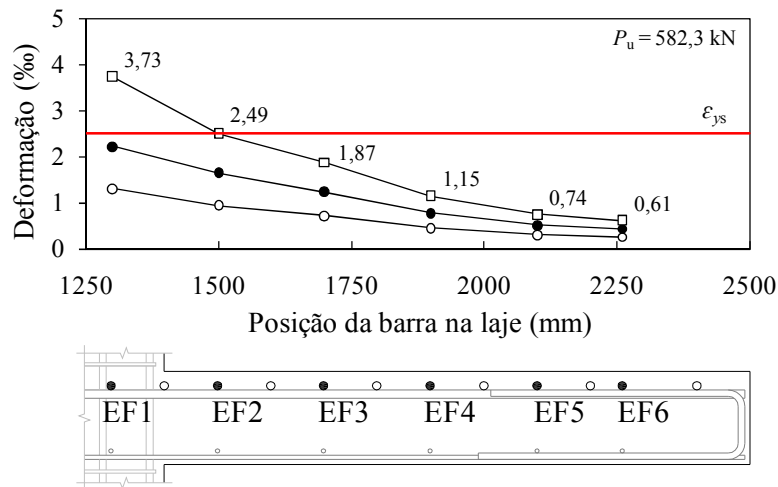


Figura 4.53 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS06

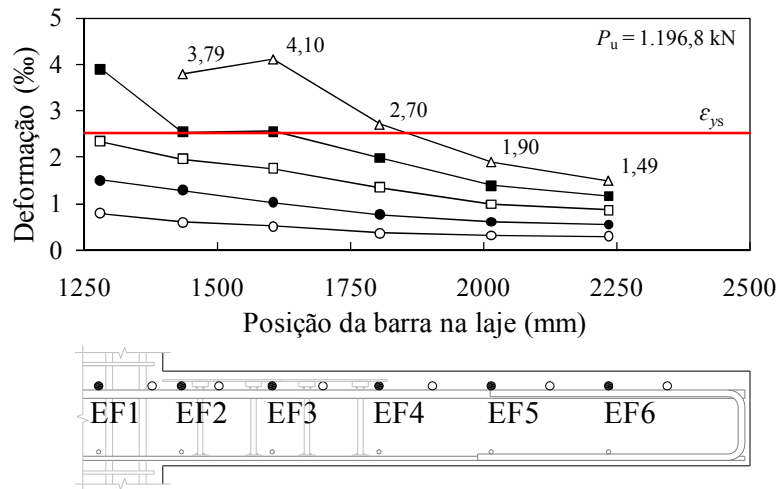


Figura 4.54 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS07

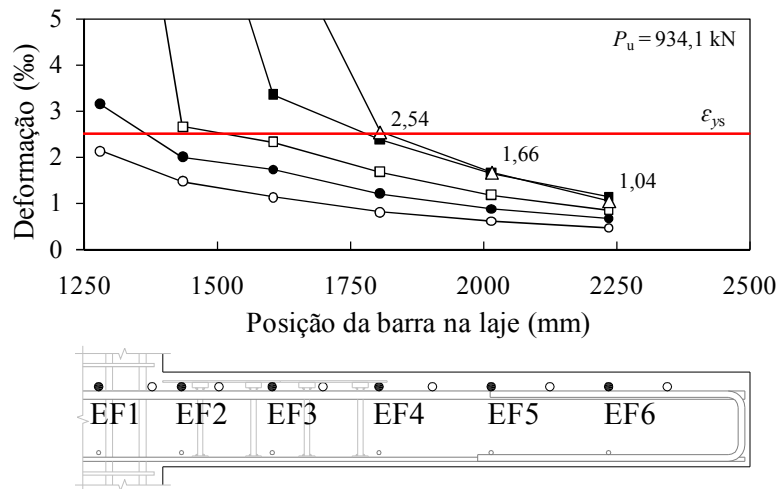


Figura 4.55 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LS08

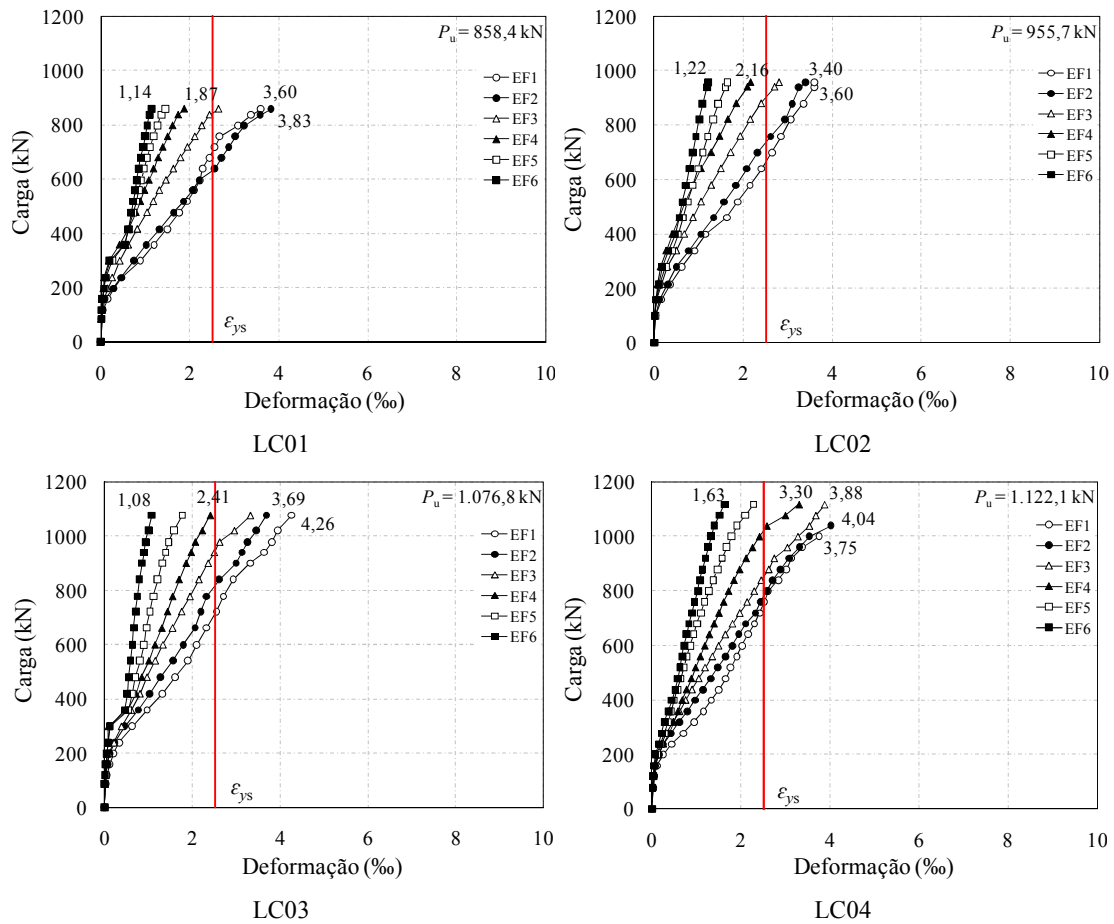


Figura 4.56 – Curvas carga-deformação para as lajes LC01 à LC04

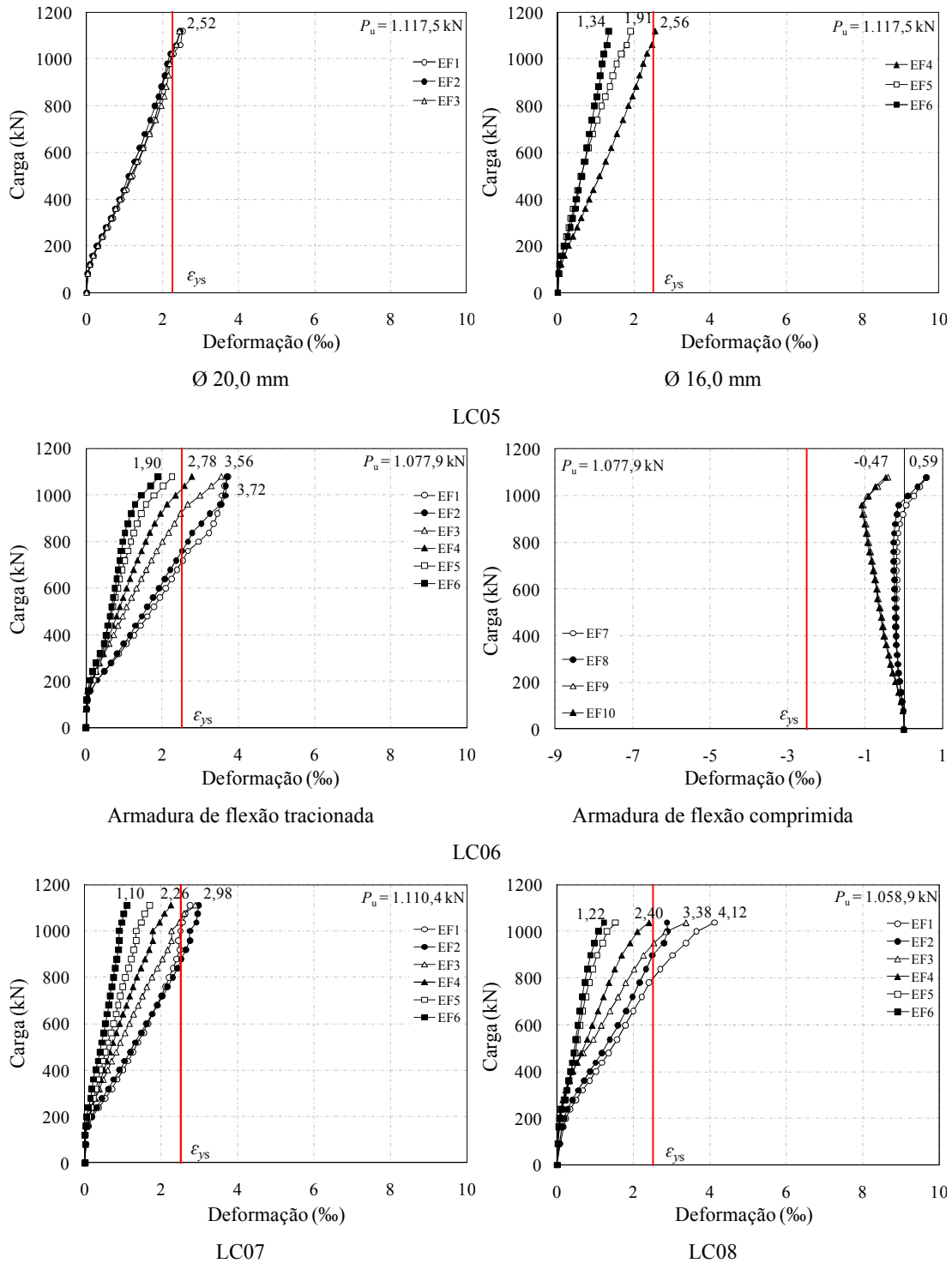


Figura 4.57 – Curvas carga-deformação para as lajes LC05 à LC08

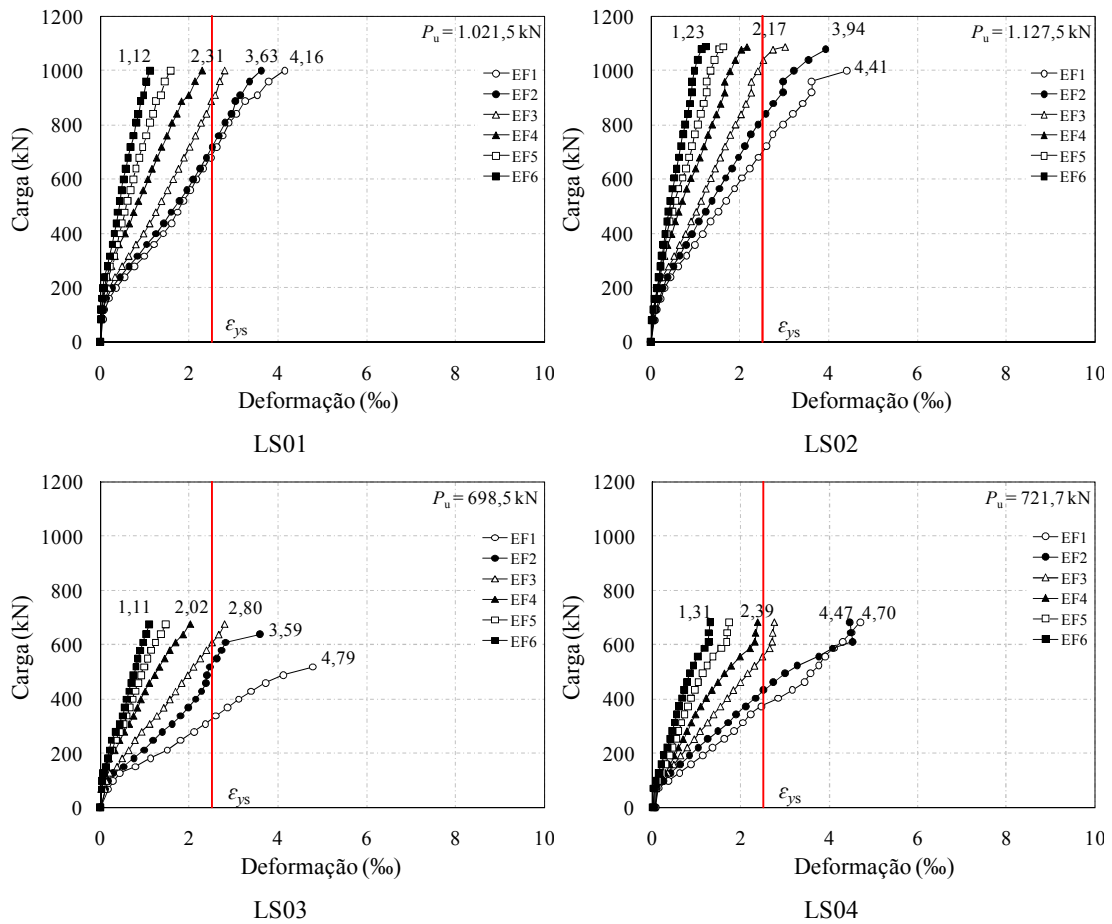


Figura 4.58 – Curvas carga-deformação para as lajes LS01 à LS04

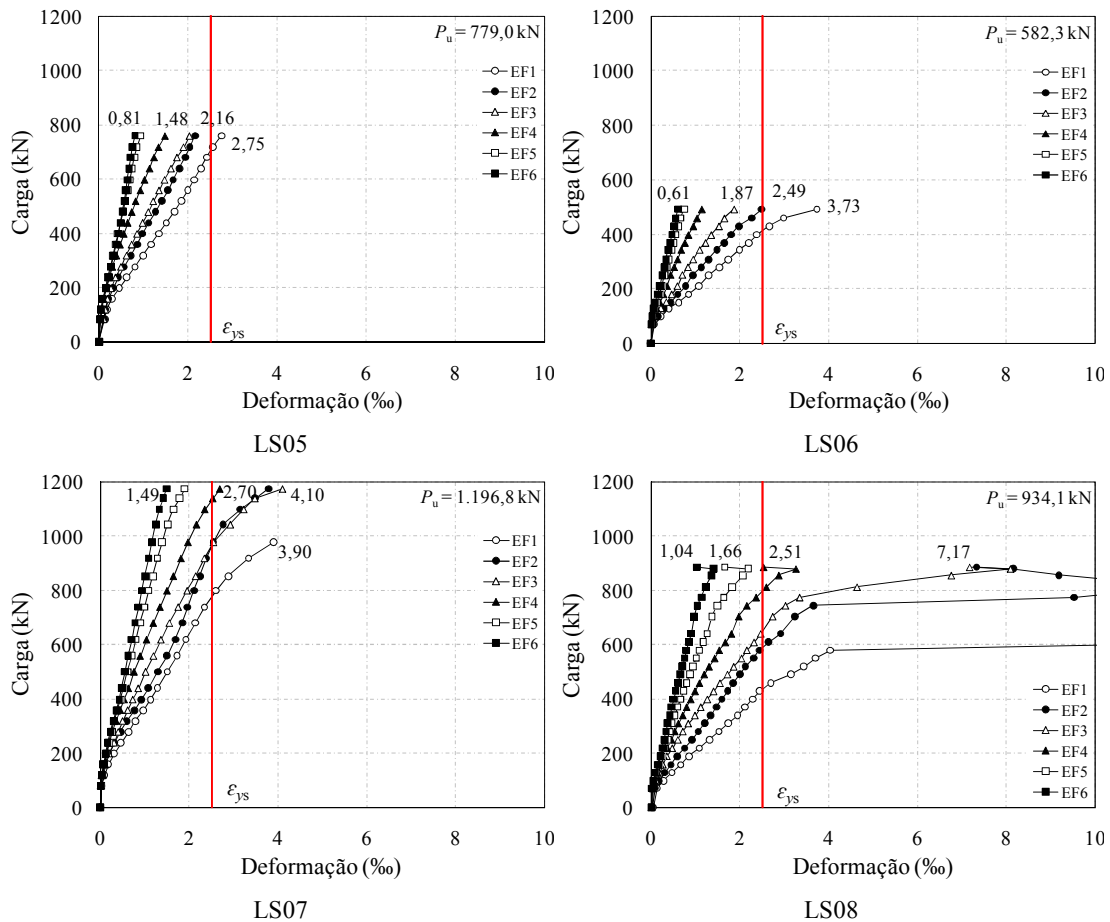


Figura 4.59 – Curvas carga-deformação para as lajes LS05 à LS08

Na Tabela 4.1 é apresentada uma síntese do nível de solicitação à flexão das lajes no momento de sua ruptura ao relacionar a tensão de cada barra monitorada no momento da ruptura com sua posição em relação ao eixo da laje. A idéia com isso é tentar distinguir através destes parâmetros o comportamento à flexão de cada laje, de acordo com cada variável estudada.

Nesta tabela a barra de no. 6 era sempre a última barra dentro do comprimento do raio do vão efetivo da laje (distância entre o eixo da laje e o ponto de aplicação da carga), que tinha um comprimento de aproximadamente $7,20 \cdot d$. Analisando-se a Tabela 4.1 é possível perceber que todas as lajes com pilares circulares apresentaram elevado nível de solicitação à flexão, pois a distribuição e a quantidade de *studs* adotadas nessa série mostraram-se bastante eficientes no combate ao cisalhamento. Dentre as lajes desta série, a laje LC01 foi aquela que apresentou menor nível de solicitação das armaduras de flexão, com as barras

localizadas dentro de uma faixa afastada $3,15 \cdot d$ do eixo da laje atingindo a tensão de escoamento antes da ruptura.

Analisando-se a influência do tamanho do pilar (lajes LC01, LC02 e LC03) é possível perceber que o aumento do pilar fez com que mais barras de flexão atingissem a tensão de escoamento, devido ao fato da maior dimensão do pilar elevar a carga de ruptura por punção das lajes. No entanto, a correta determinação da quantidade e da distribuição das armaduras de cisalhamento pode ser bem mais eficiente que o aumento da seção do pilar na tentativa de se evitar uma ruptura por punção. Comparando-se as lajes LC03, com pilar de 450 mm e com *studs* distribuídos radialmente, a laje LC04, com pilar de 360 mm e com os *studs* numa distribuição em cruz, e a laje LC08, idêntica a laje LC04, mas com os *studs* distribuídos de forma radial, é possível perceber que, mesmo estas lajes tendo apresentado cargas de ruptura com valores muito próximos (diferença máxima de 4 %), a distribuição em cruz por pouco não evitou a ruptura por punção e levou a laje a uma ruptura por flexão, visto que as barras localizadas dentro de uma faixa de 80 % do vão efetivo atingiram a tensão de escoamento. Outro parâmetro que mostrou forte influência no comportamento à flexão foi o acréscimo de armaduras de compressão, como na laje LC06.

Analisando-se os resultados das lajes com pilares quadrados, é possível perceber que a ação de momentos desbalanceados na ligação laje-pilar devido à aplicação de um carregamento assimétrico não influenciou tanto no nível de sollicitação à flexão das armaduras superiores. Para isso, basta ver os resultados das lajes LS01 e LS02, cujo carregamento foi simétrico, e das lajes LS03 e LS04, com características semelhantes às anteriores, porém submetidas a um carregamento assimétrico. Já as lajes LS05 e LS06 reforçam a certeza de que o uso de armaduras de cisalhamento pode acrescentar maior ductilidade para lajes de concreto armado, tanto quando submetidas a carregamentos simétricos quanto assimétricos, visto que apenas uma pequena parcela das armaduras de flexão atingiu a tensão de escoamento. Nas lajes LS07 e LS08 o uso de uma elevada quantidade de armaduras de cisalhamento por camada elevou sua carga de ruptura, se comparadas às lajes LS02 e LS04, respectivamente, porém, não o nível de sollicitação das armaduras de flexão, que foi semelhante.

Tabela 4.1 – Síntese do comportamento à flexão das lajes

Série de Ensaios	Laje	Parâmetros de Análise	No. da barra de flexão					
			01	02	03	04	05	06
1ª Série	LC01	Dist. até centro da laje	0,40d	1,90d	3,15d	4,60d	6,00d	7,15d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LC02	Dist. até centro da laje	0,40d	2,20d	3,45d	4,85d	6,15d	7,30d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LC03	Dist. até centro da laje	0,40d	1,95d	3,20d	4,70d	6,05d	7,20d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}^*$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LC04	Dist. até centro da laje	0,40d	1,50d	2,95d	4,35d	5,95d	7,30d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}^*$	$< \varepsilon_{ys}$
	LC05	Dist. até centro da laje	0,40d	1,15d	2,25d	3,55d	5,60d	7,30d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LC06	Dist. até centro da laje	0,40d	2,20d	3,45d	4,75d	6,00d	7,15d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}^*$	$< \varepsilon_{ys}$
	LC07	Dist. até centro da laje	0,40d	2,00d	3,15d	4,30d	5,55d	7,10d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}^*$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LC08	Dist. até centro da laje	0,40d	1,95d	3,55d	4,80d	6,05d	7,10d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
2ª Série	LS01	Dist. até centro da laje	0,40d	1,80d	3,15d	4,55d	5,90d	7,05d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}^*$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LS02	Dist. até centro da laje	0,40d	1,95d	3,20d	4,60d	6,00d	7,15d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LS03	Dist. até centro da laje	0,40d	1,80d	3,15d	4,55d	5,90d	7,05d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LS04	Dist. até centro da laje	0,40d	1,95d	3,20d	4,60d	6,00d	7,15d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}^*$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LS05	Dist. até centro da laje	0,40d	1,80d	3,15d	4,55d	5,90d	7,05d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LS06	Dist. até centro da laje	0,40d	1,95d	3,20d	4,60d	6,00d	7,15d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}^*$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LS07	Dist. até centro da laje	0,25d	1,35d	2,55d	3,95d	5,40d	7,15d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$
	LS08	Dist. até centro da laje	0,25d	1,35d	2,55d	3,95d	5,40d	7,15d
		Def. da barra na ruptura	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$\geq \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$	$< \varepsilon_{ys}$

Obs.: * barra atingiu 90 % de ε_{ys}

4.4. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO

Nas lajes com pilares de seção circular foram monitorados 4 *studs* por camada em 3 camadas das armaduras de cisalhamento. Já nas lajes com pilares de seção quadrada foram monitorados 4 *studs* em 2 ou 4 camadas das armaduras. Os resultados das deformações registradas durante os ensaios para estas armaduras são apresentados na Figura 4.60 até a Figura 4.77. É possível observar que para as lajes com pilares circulares, com exceção da laje LC07, onde os *studs* da primeira camada de armaduras de cisalhamento foram posicionados mais próximos à face do pilar que nas demais lajes, o nível de tensão nas armaduras da primeira camada foi superior à tensão de escoamento das barras. Já a segunda camada de *studs* não chegou a escoar em nenhum ensaio, porém esteve próximo nos casos das lajes: LC03, com pilar de diâmetro de 450 mm; LC06, onde foi utilizada uma elevada taxa de armadura de flexão comprimida; LC07, com espaçamento radial dos *studs* inferior ao utilizado nas demais lajes; LC08, com elevada quantidade de *studs* por camada; e, principalmente, a laje LC04, onde os *studs* foram distribuídos em cruz. O nível das deformações registradas nos *studs* da terceira camada foi, em geral, baixo, usualmente inferior a 40 % da deformação de escoamento das barras, com exceção da laje LC04, onde a média das deformações nessa camada foi superior a 60 % de $\varepsilon_{ys,w}$, e especialmente da laje LC06, onde as deformações médias registradas foram de 90 % de $\varepsilon_{ys,w}$.

Já nas lajes com pilares quadrados e carregamento simétrico (LS01, LS02 e LS07), observou-se que nas duas primeiras, onde foram usados *studs* com 10,0 mm de diâmetro, a primeira camada escoou e a segunda atingiu valores superiores a 90 % de $\varepsilon_{ys,w}$. Apenas na laje LS07, onde foi utilizada uma elevada quantidade de *studs* por camada (\varnothing 12,5 mm), o nível das deformações foi baixo, inferior a 60 % de $\varepsilon_{ys,w}$. Já nas lajes com momentos desbalanceados (LS03, LS04 e LS08) observou-se que as deformações nos *studs* dependem de sua posição em relação ao momento desbalanceado na ligação laje-pilar, pois seu efeito é o de aumentar as tensões de cisalhamento em um lado da ligação e, em contrapartida, aliviar as tensões no lado oposto. Os *studs* posicionados no lado norte da laje apresentaram deformações elevadas, assim como aqueles posicionados na linha do eixo L-O da laje. Já aqueles que ficaram abaixo do eixo L-O da laje apresentaram um baixo nível de deformações.

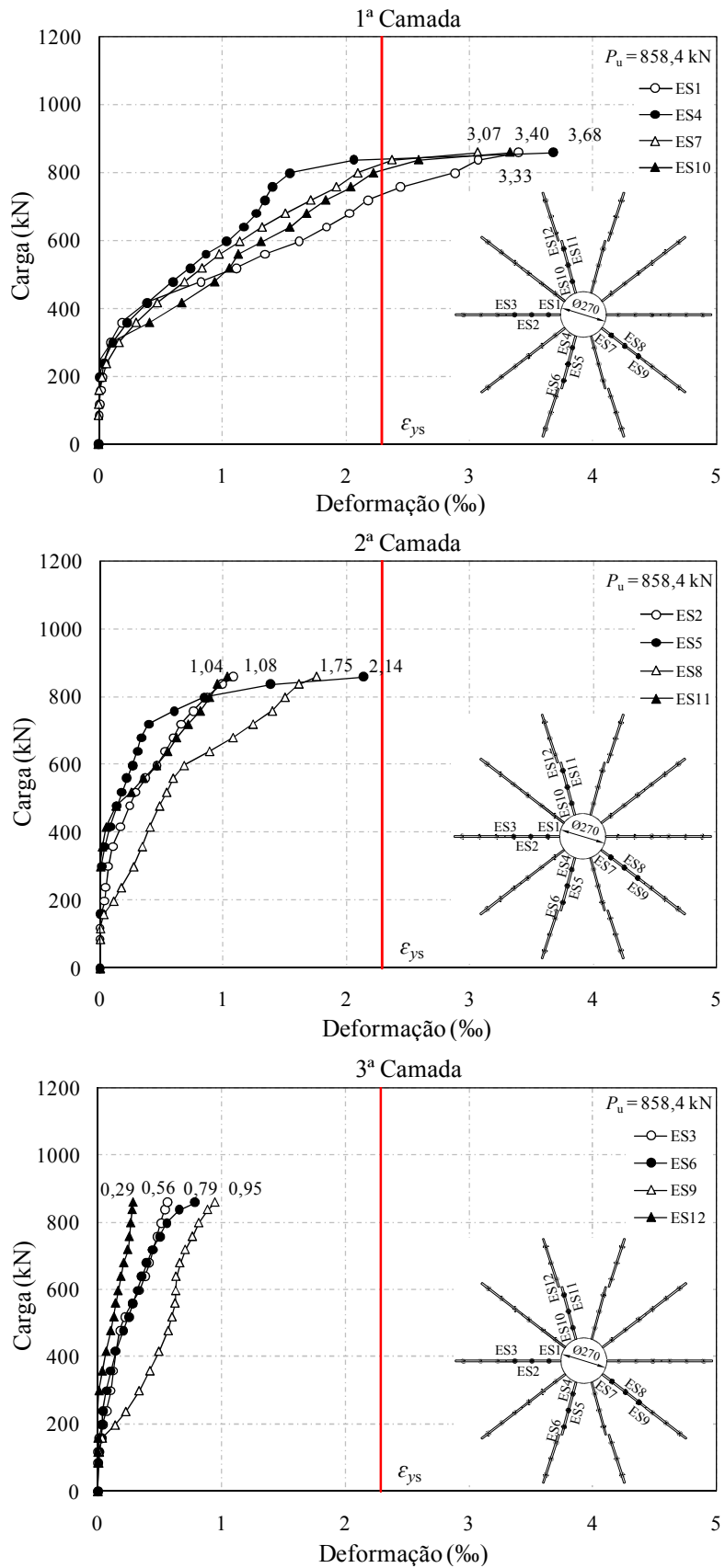


Figura 4.60 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC01

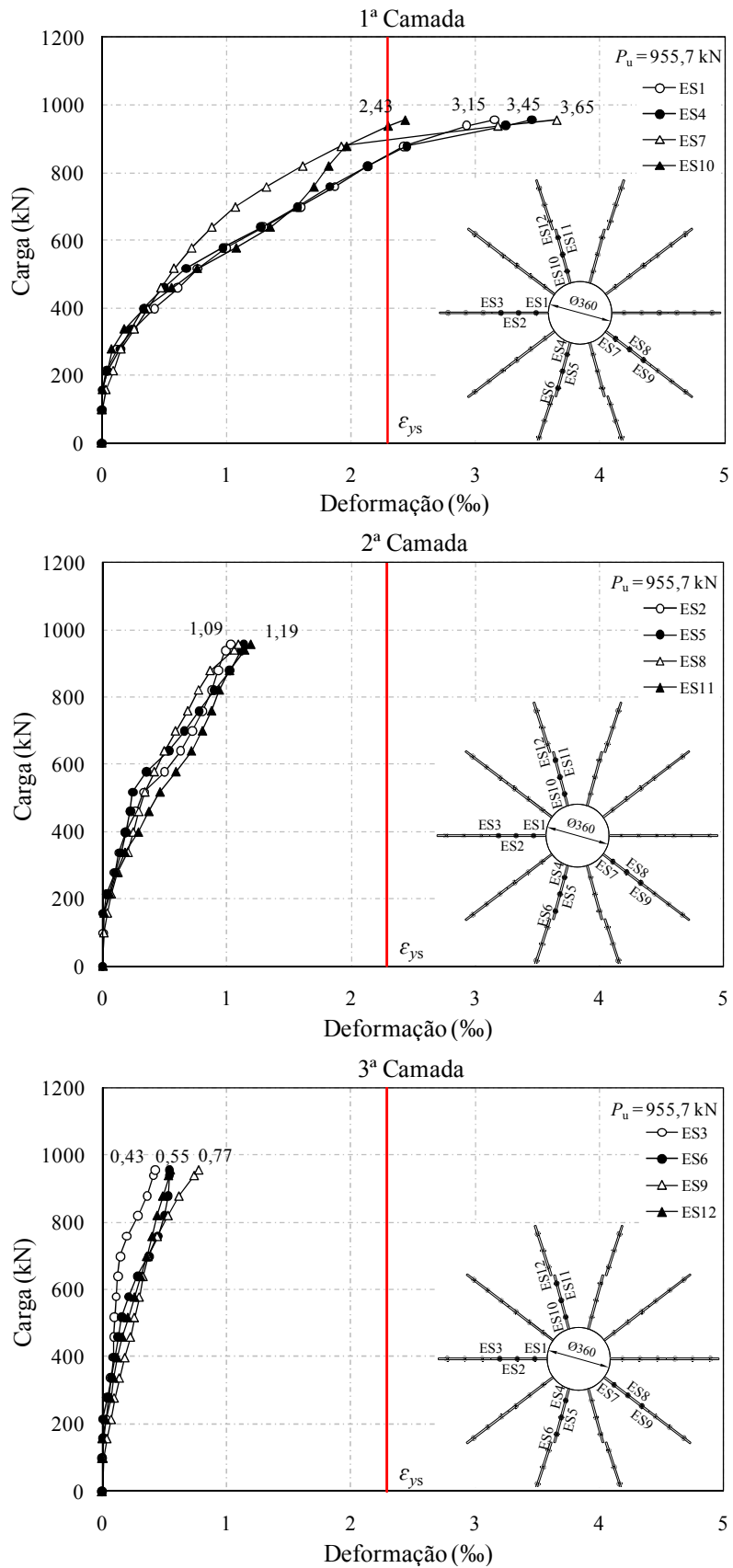


Figura 4.61 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC02

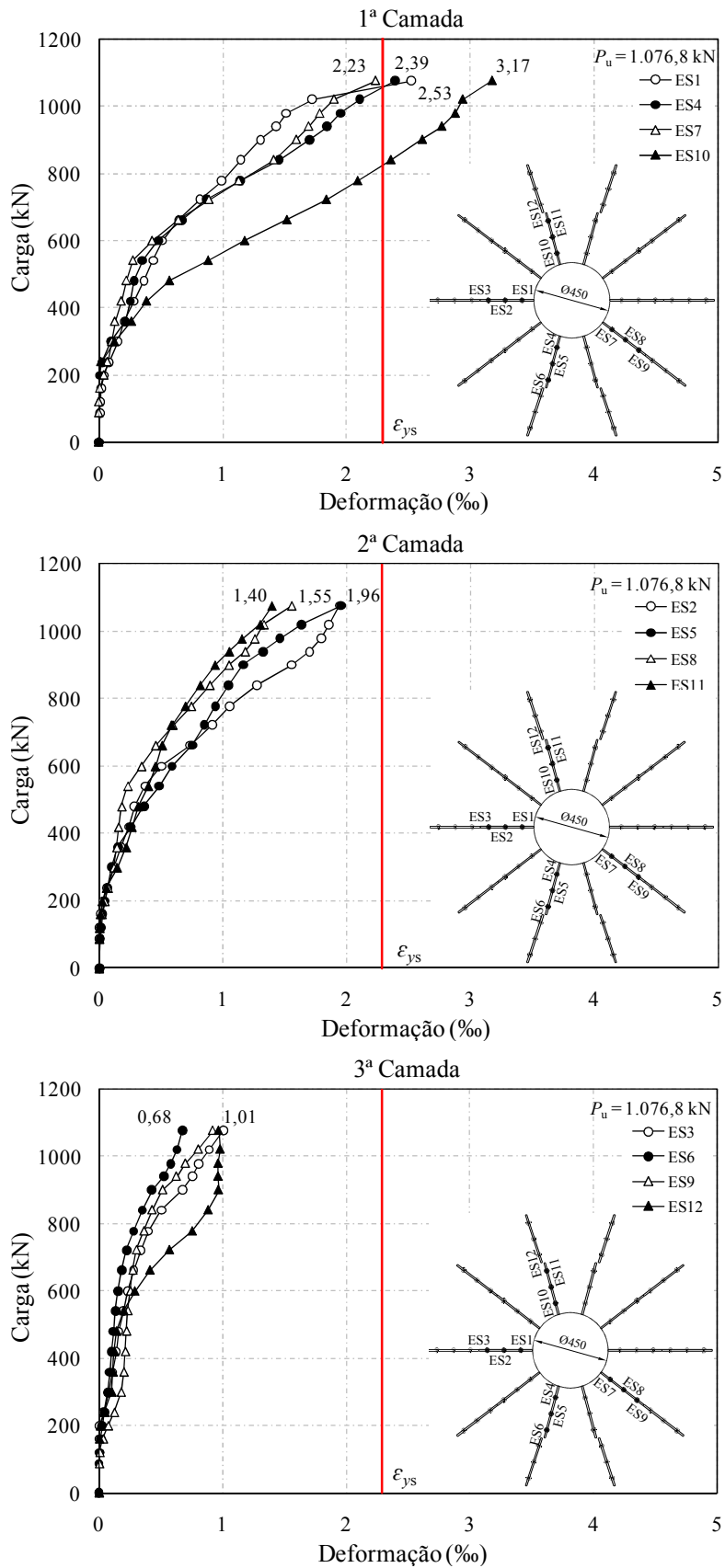


Figura 4.62 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC03

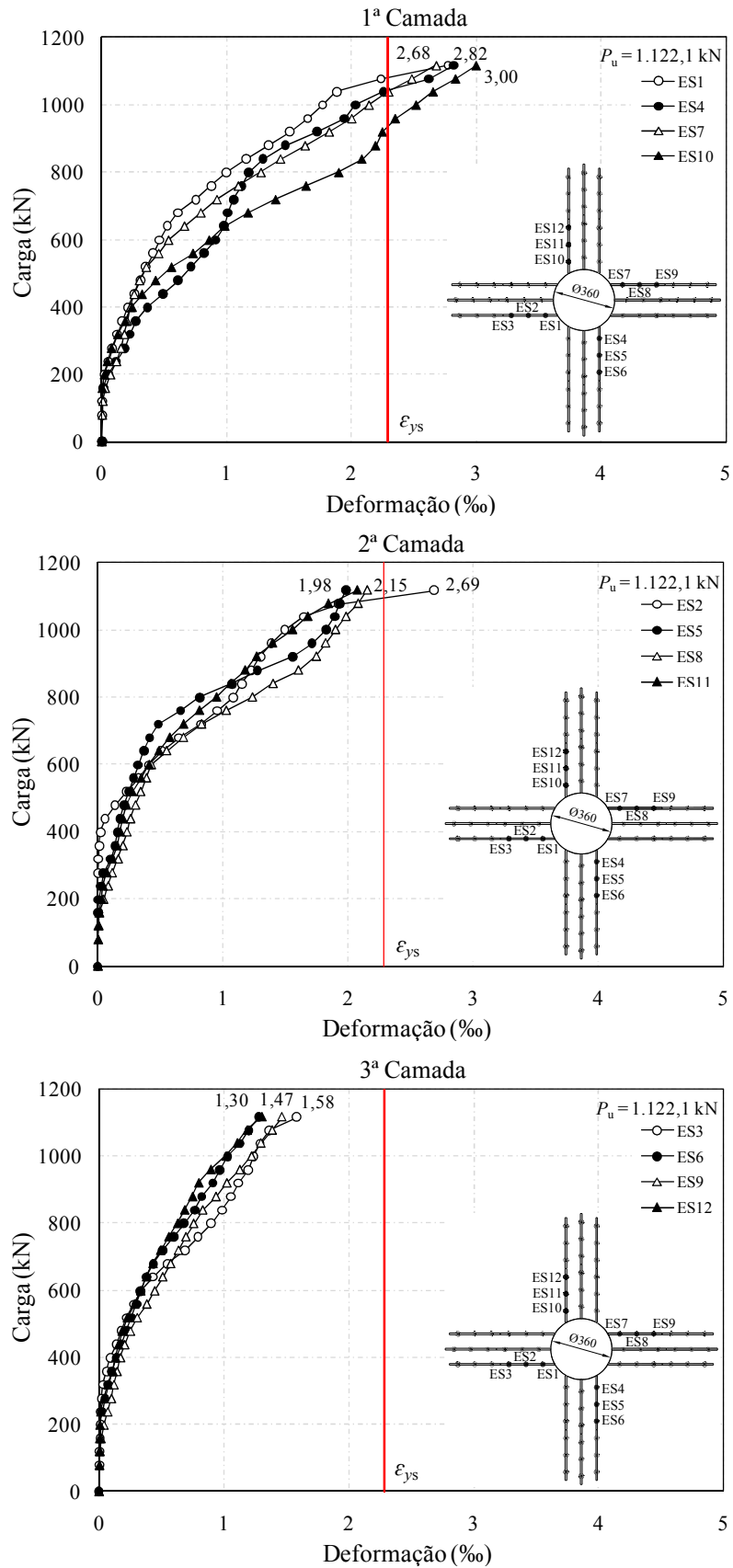


Figura 4.63 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC04

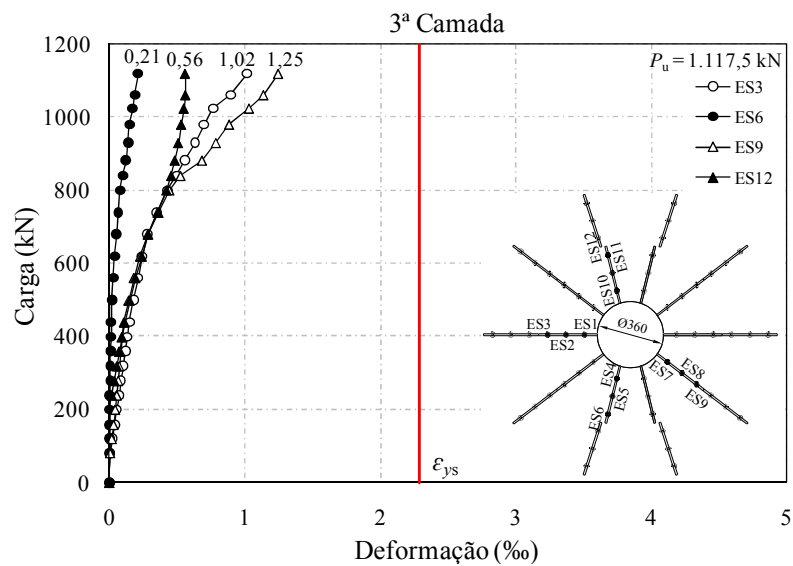
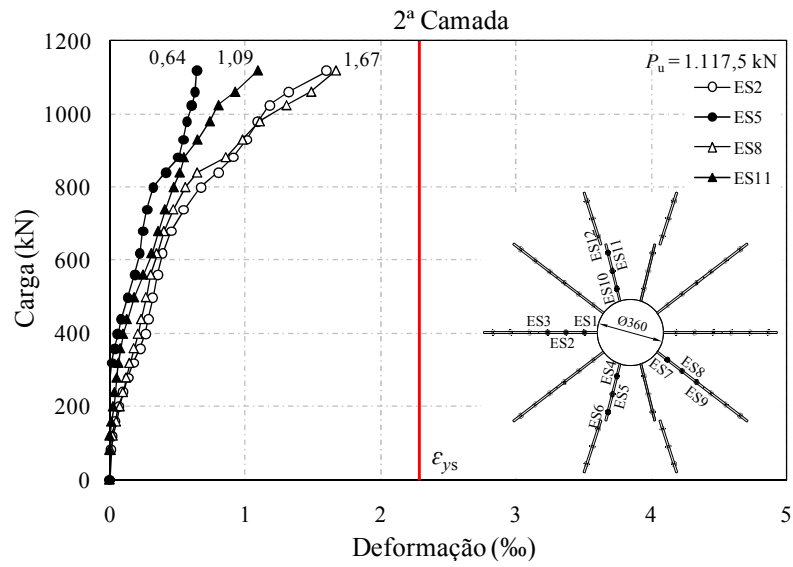
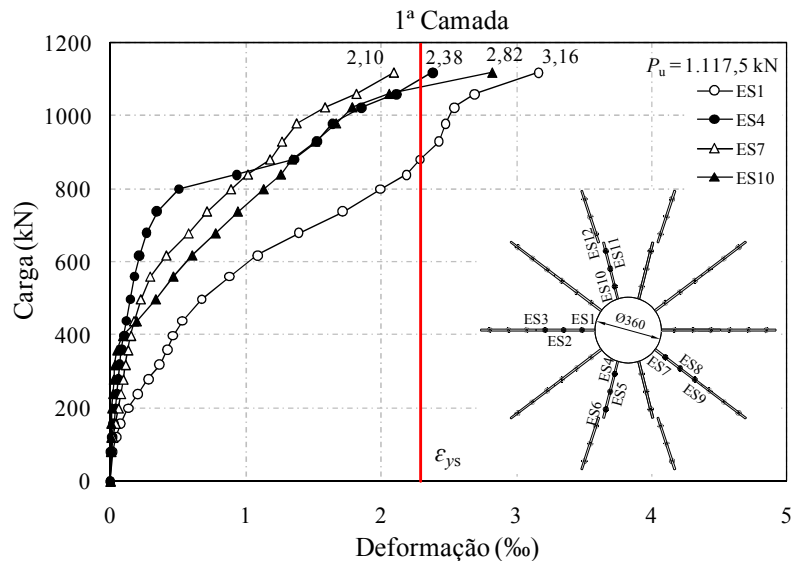


Figura 4.64 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC05

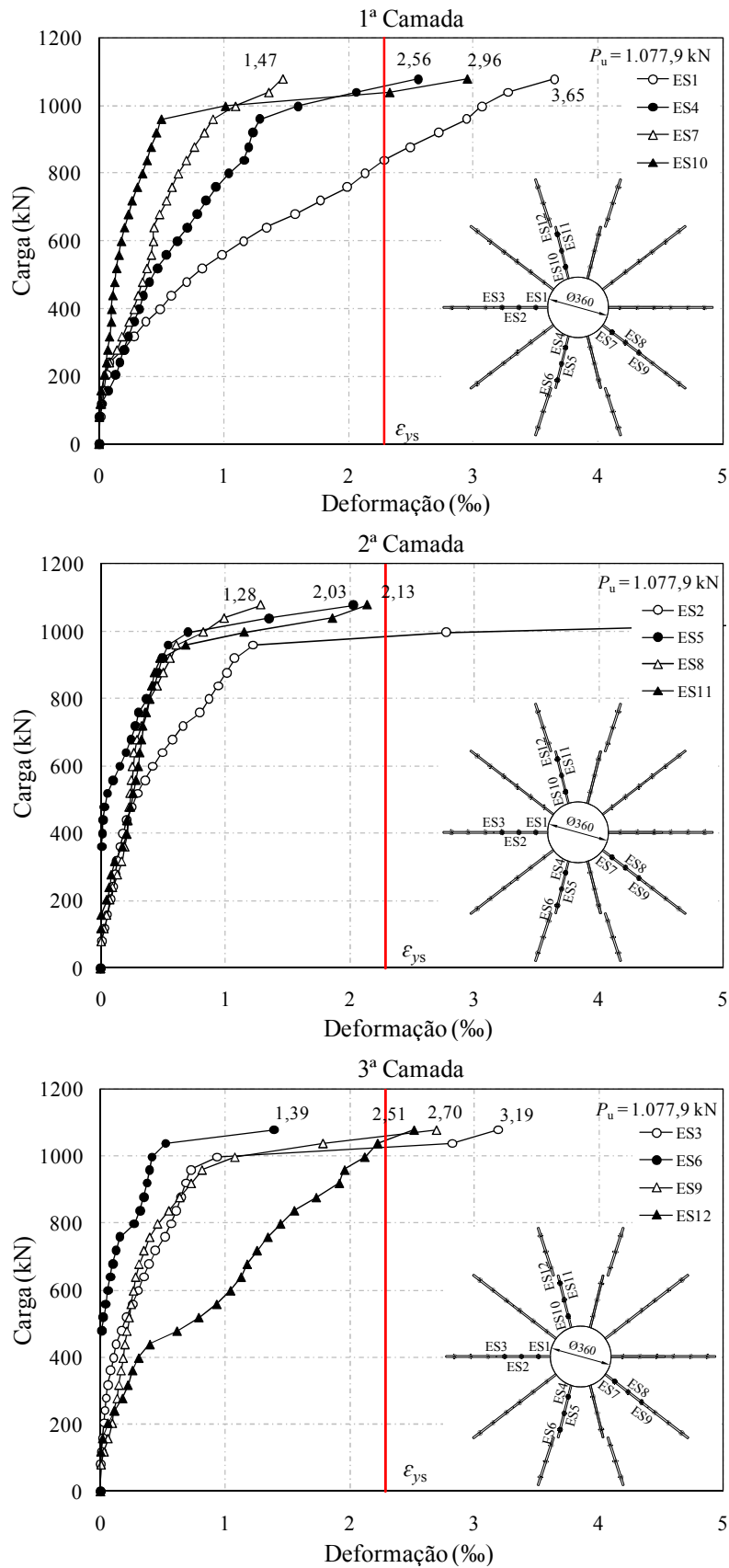


Figura 4.65 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC06

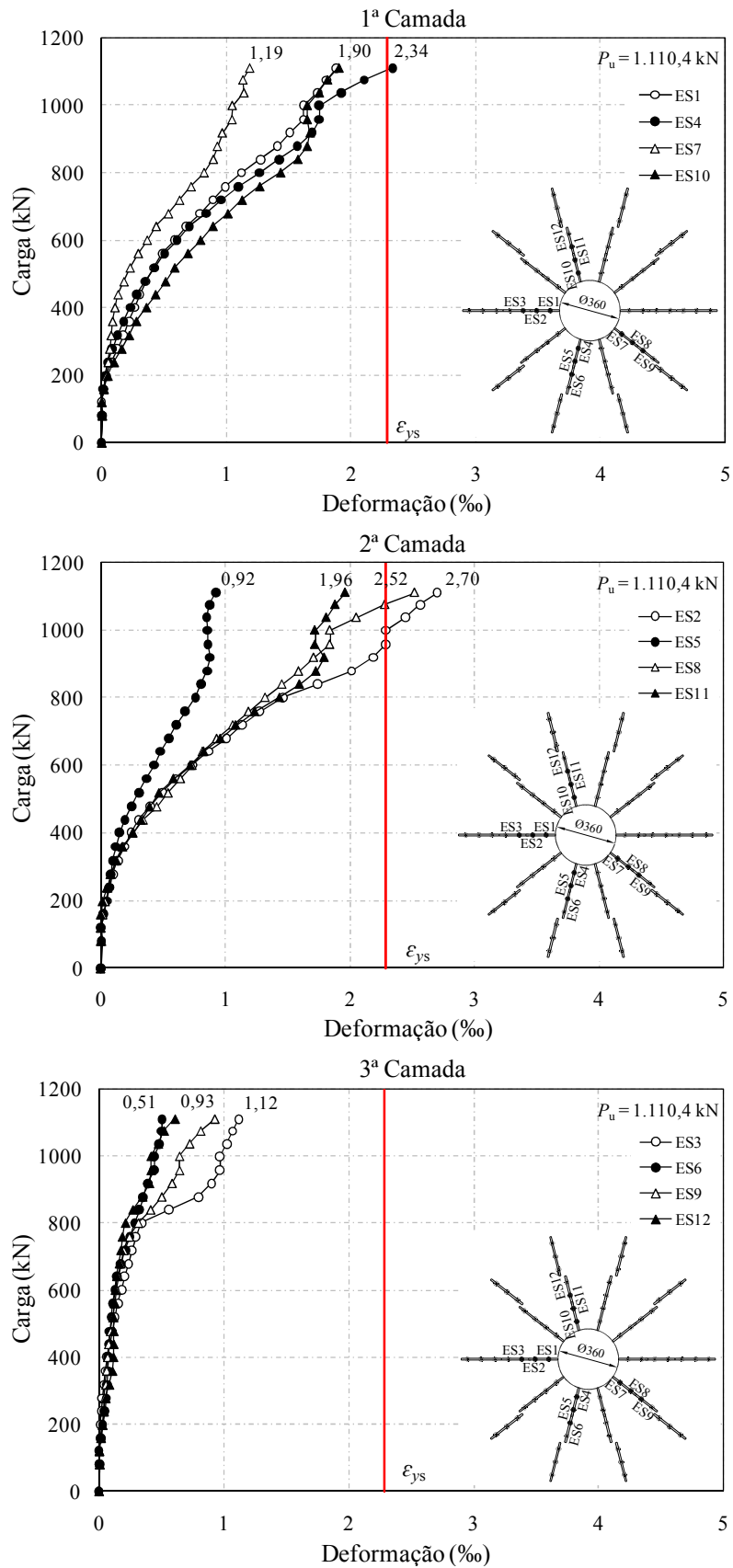


Figura 4.66 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC07

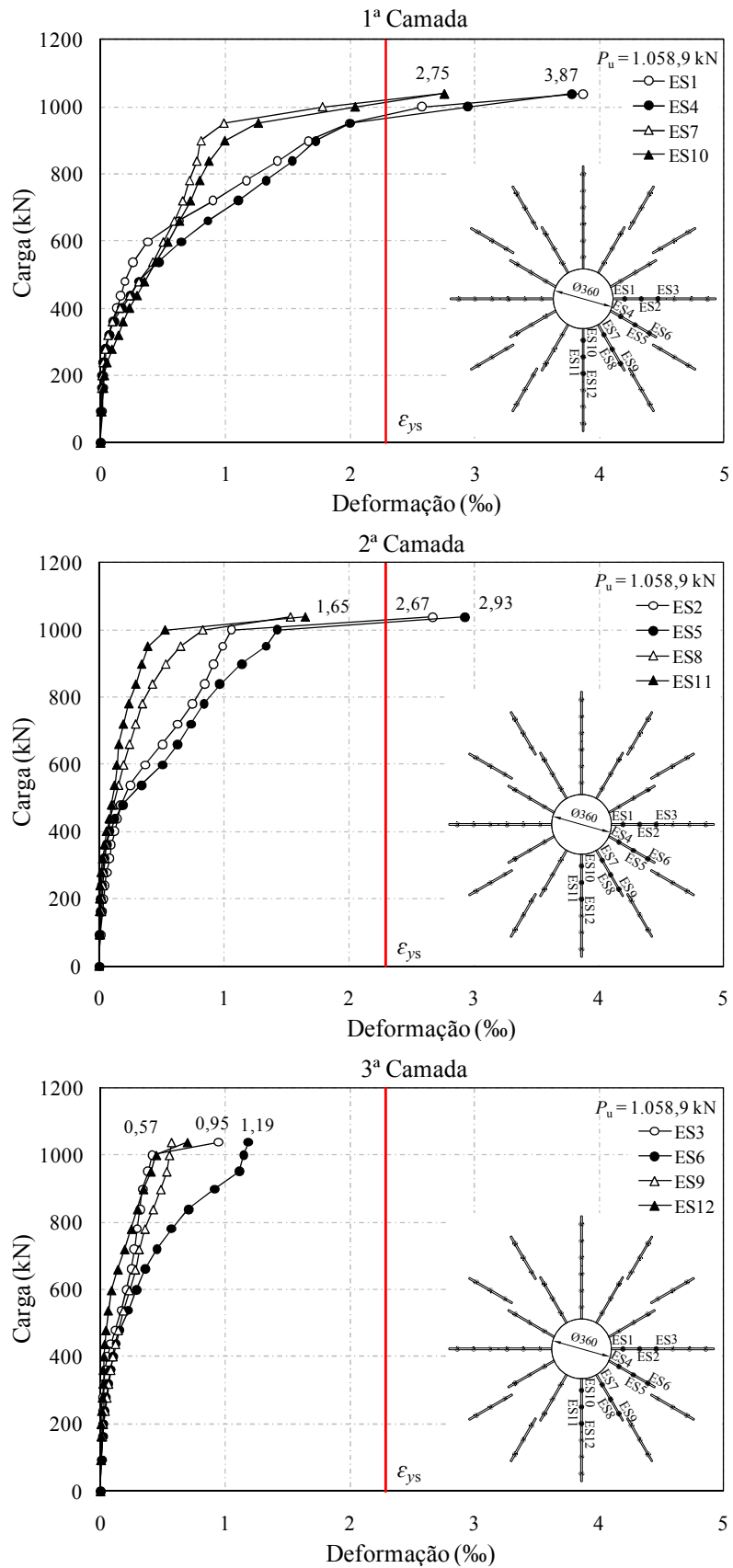


Figura 4.67 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LC08

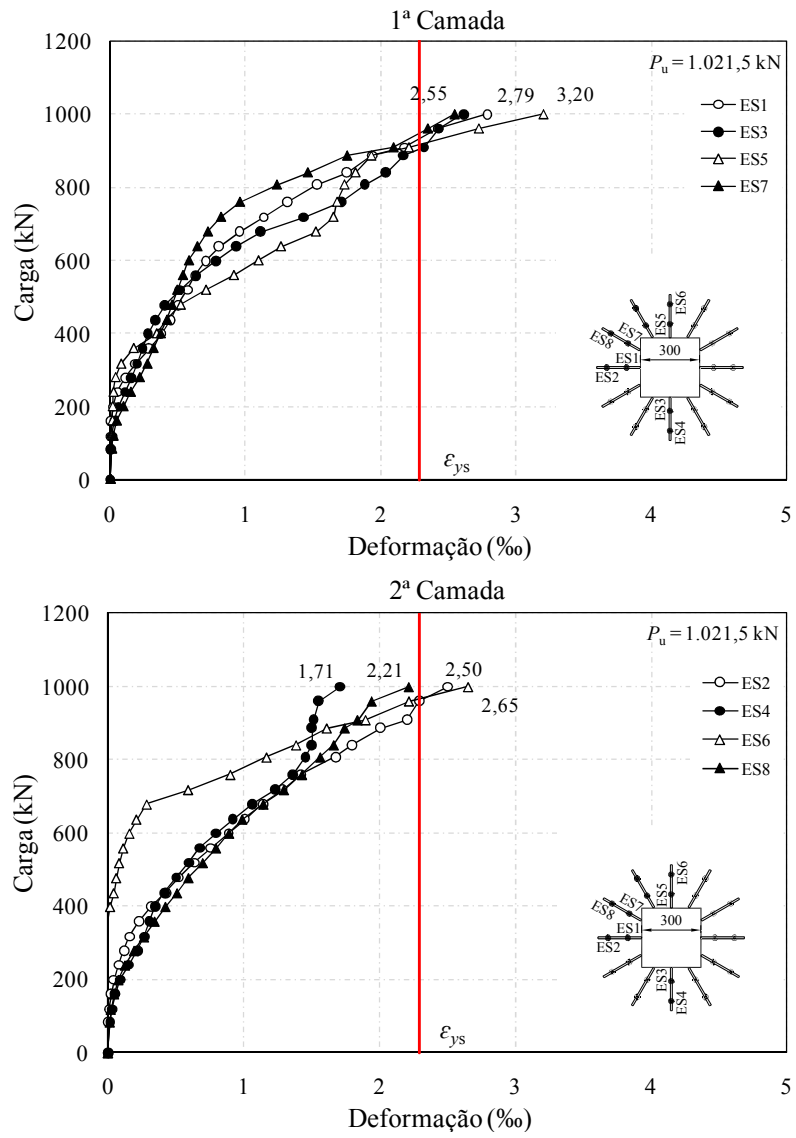


Figura 4.68 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS01

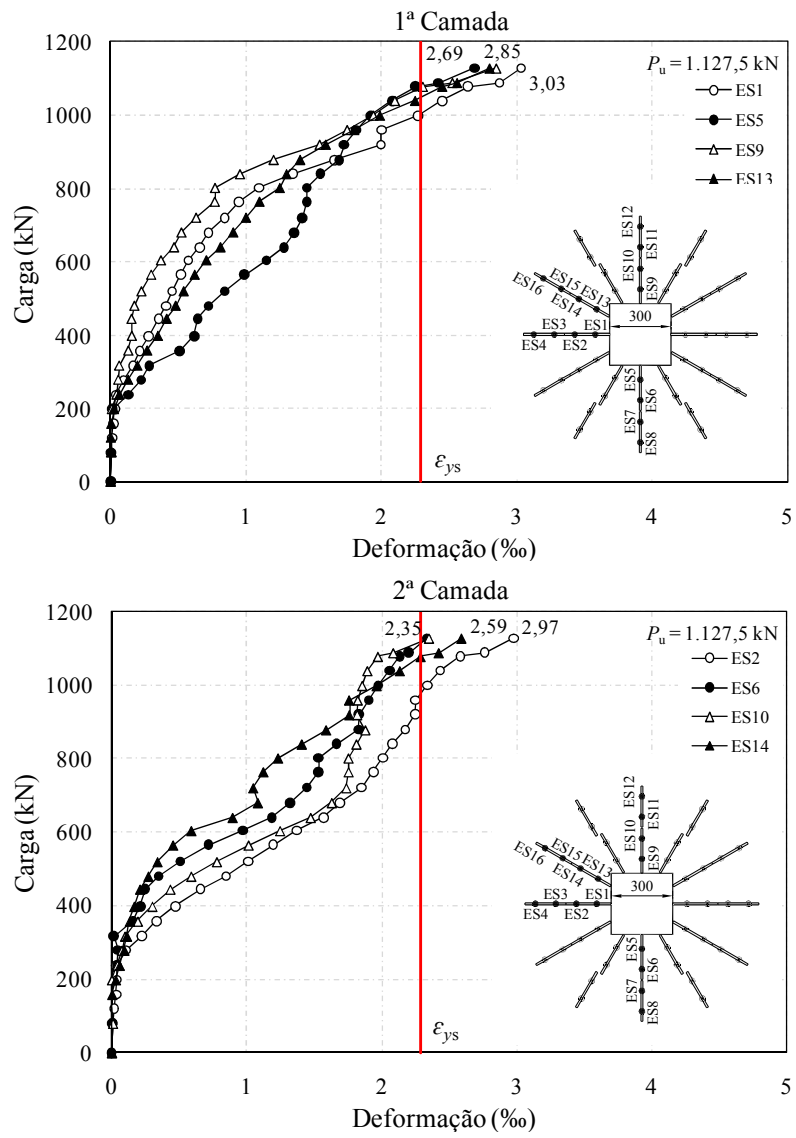


Figura 4.69 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS02 (1ª e 2ª camada)

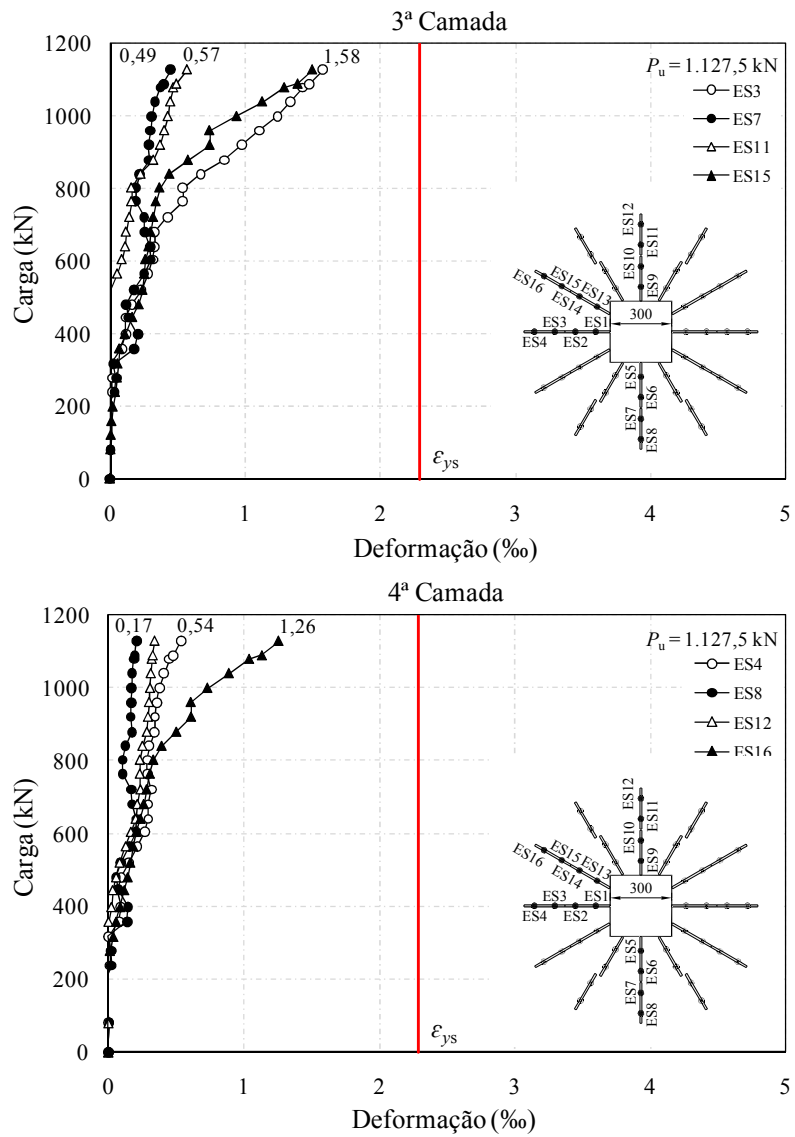


Figura 4.70 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS02 (3ª e 4ª camada)

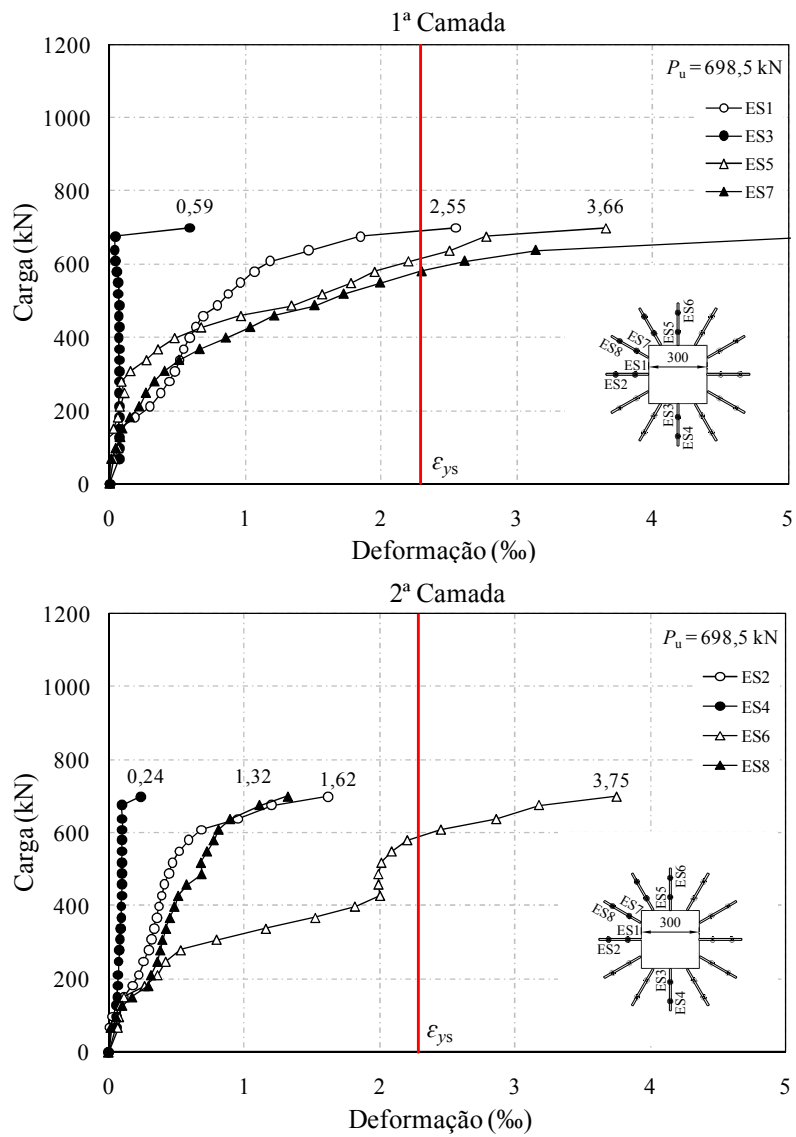


Figura 4.71 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS03

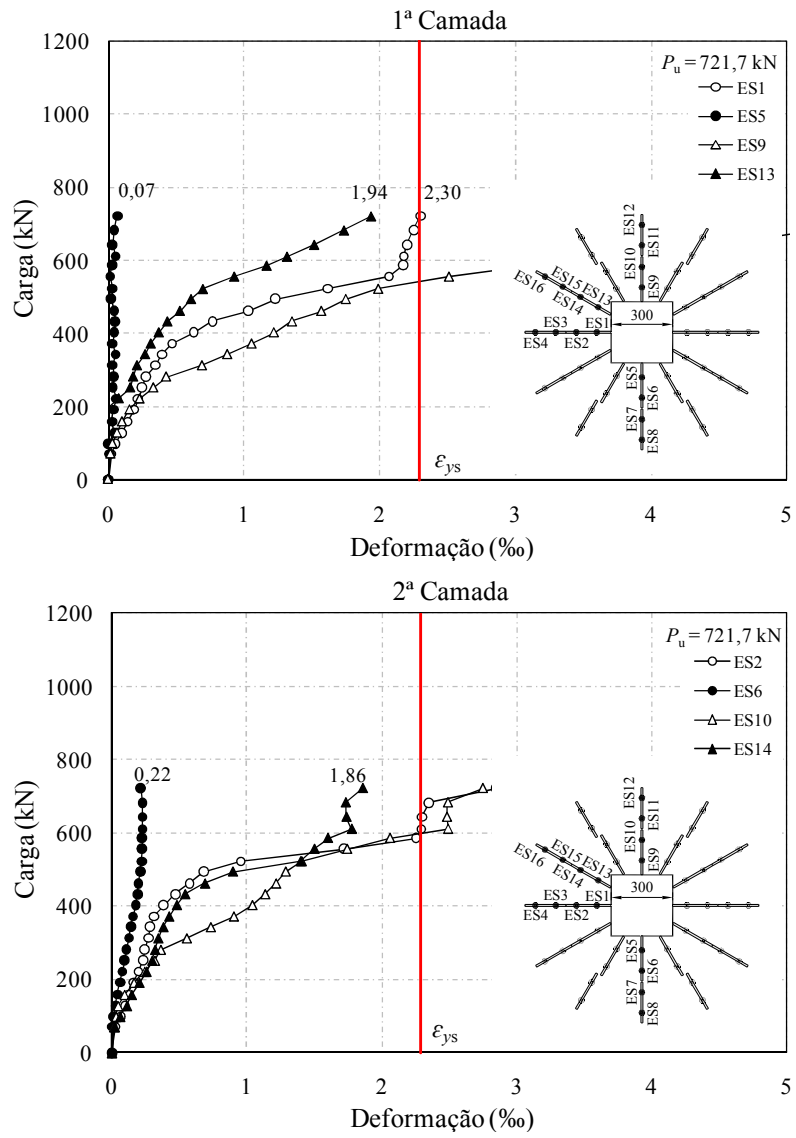


Figura 4.72 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS04 (1ª e 2ª camada)

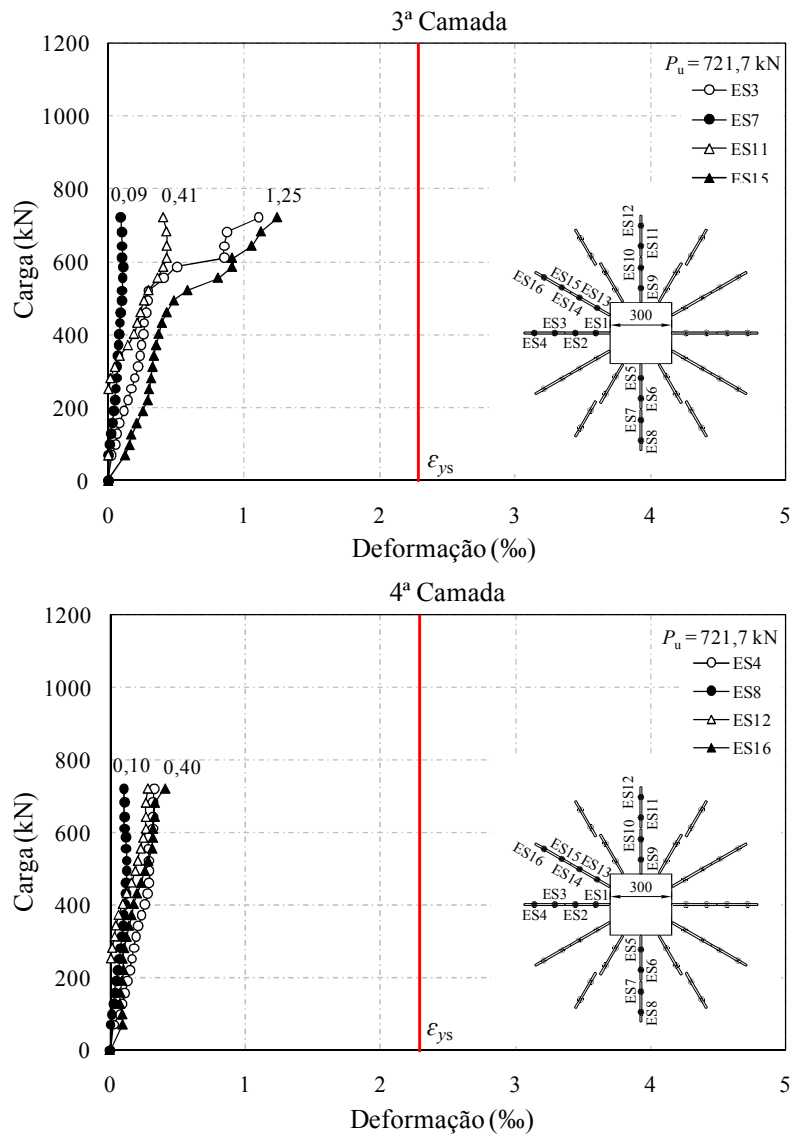


Figura 4.73 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS04 (3ª e 4ª camada)

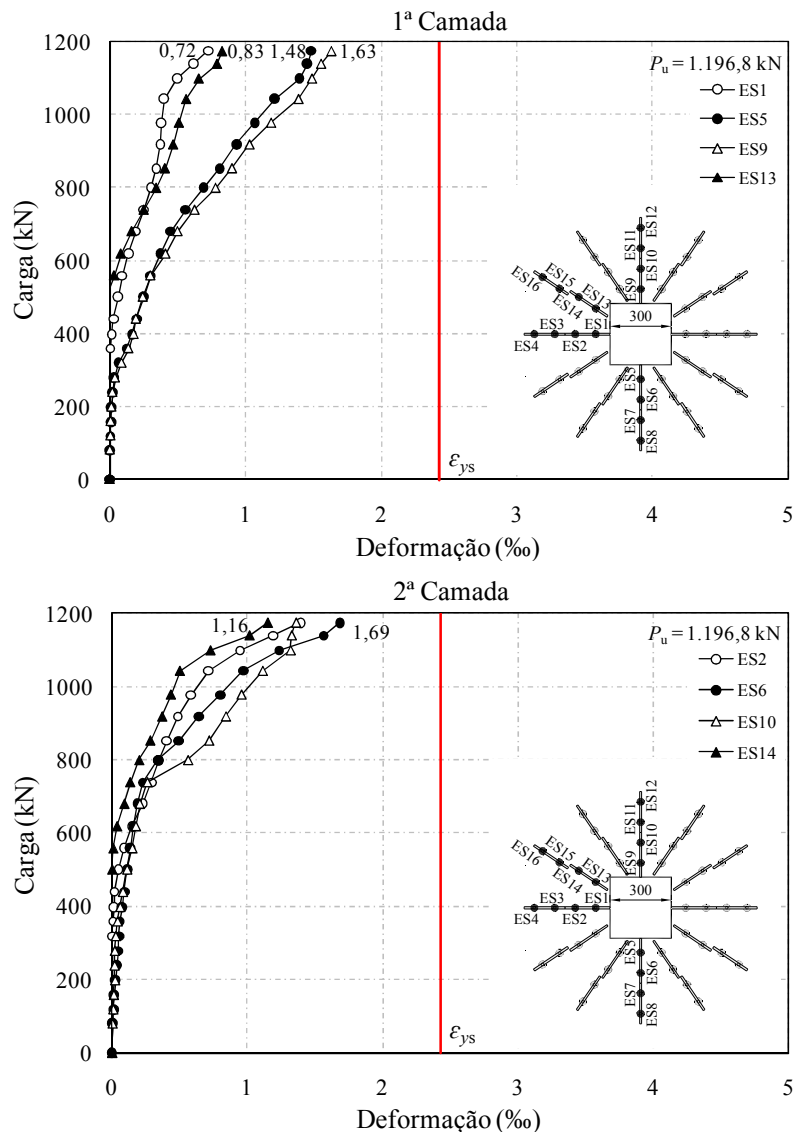


Figura 4.74 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS07 (1ª e 2ª camada)

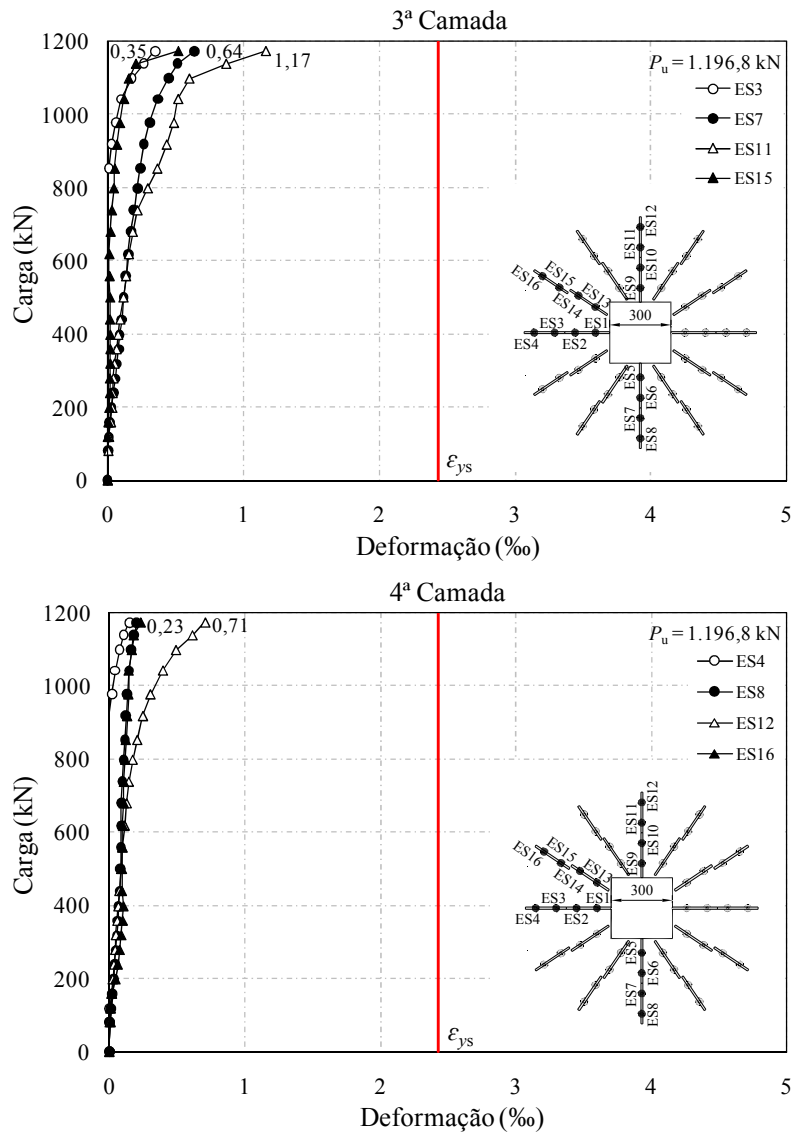


Figura 4.75 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS07 (3ª e 4ª camada)

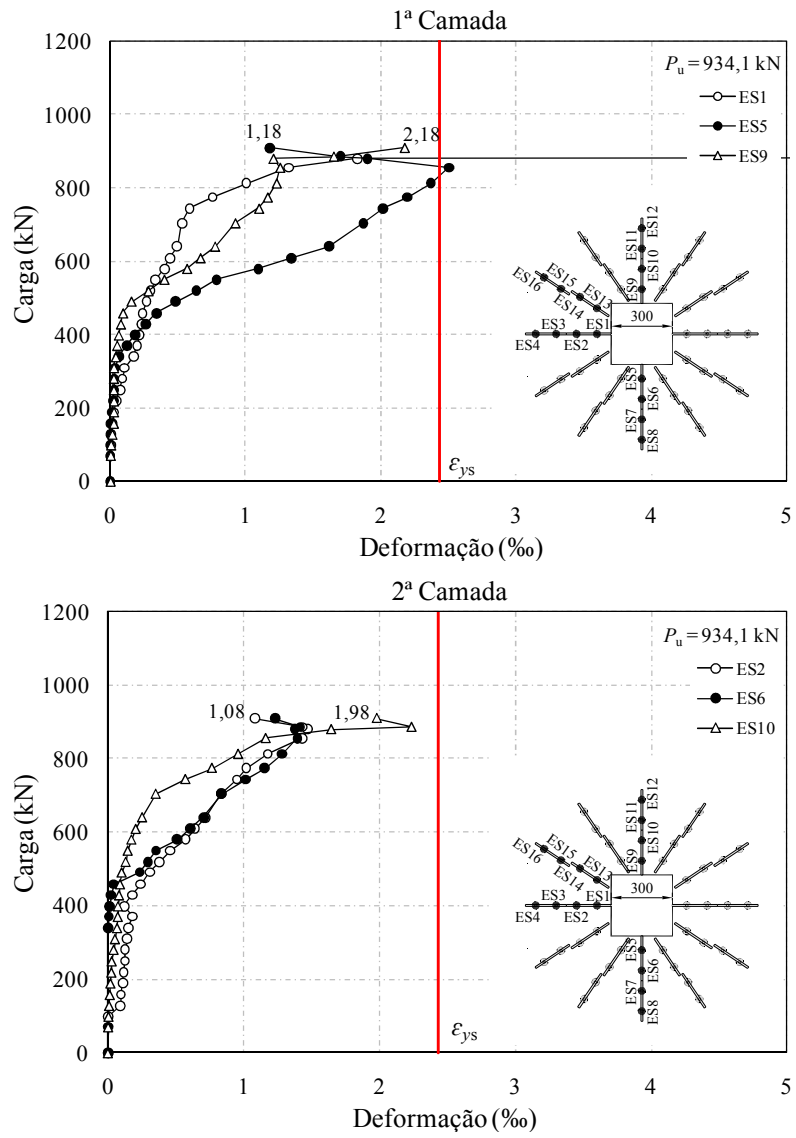


Figura 4.76 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS08 (1ª e 2ª camada)

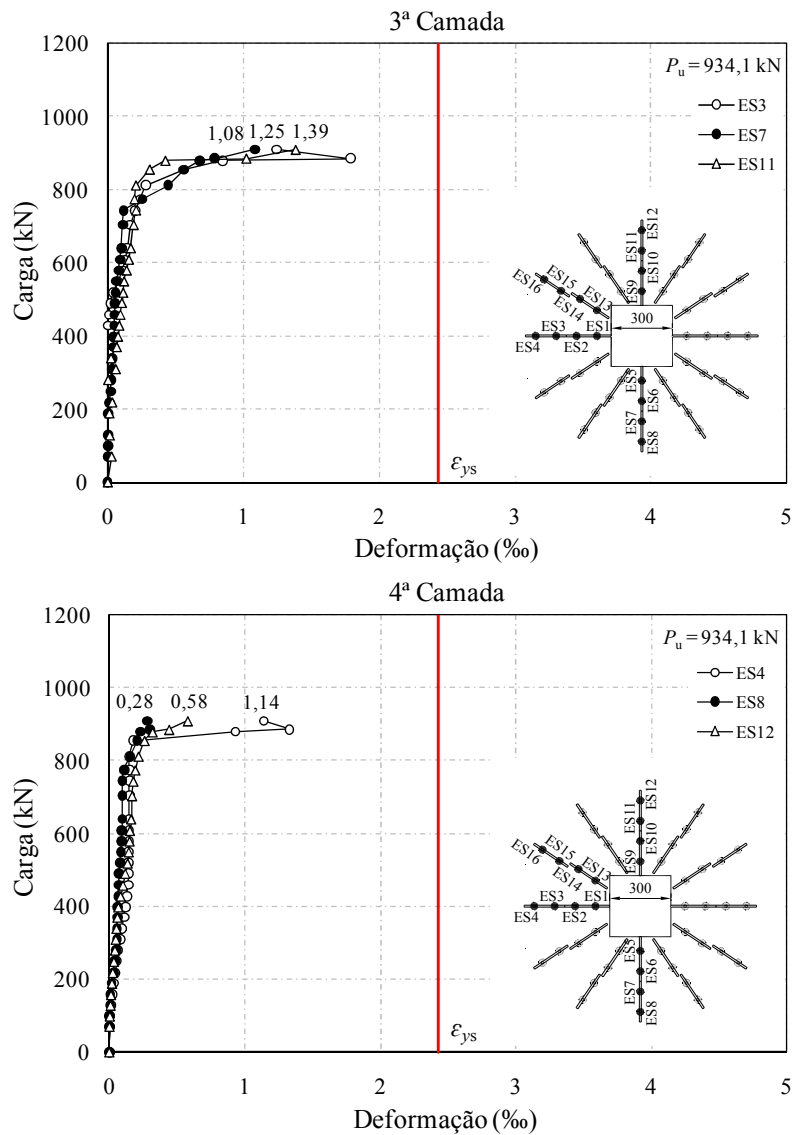


Figura 4.77 – Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje LS08 (3ª e 4ª camada)

A Tabela 4.2 resume os resultados das deformações médias em cada camada das armaduras de cisalhamento e compara estes resultados com as superfícies de ruptura observadas após os ensaios e que serão apresentadas a seguir. Com exceção da laje LS07 (*studs* com $\varnothing 12,5 \text{ mm}$), em todas as lajes com carregamento simétrico os *studs* da primeira camada de armaduras de cisalhamento escoaram. Nas lajes com momentos desbalanceados a média das deformações da primeira camada foi inferior a 60 % de $\epsilon_{ys,w}$, para as lajes LS03 e LS04, e inferior a 80 % de $\epsilon_{ys,w}$, para a laje LS08. A confrontação entre as deformações nos *studs* e a posição e inclinação da superfície de ruptura das lajes auxilia no entendimento do mecanismo de ruptura e demonstra a consistência dos resultados apresentados.

Tabela 4.2 – Síntese do comportamento ao cisalhamento das lajes

Série de Ensaios	Laje	Parâmetros de Análise	No. da Camada de <i>Studs</i>				Sup. Ruptura
			01	02	03	04	
1ª Série	LC01	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	65	28	---	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	não	não	---	
	LC02	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	50	25	---	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	não	não	---	
	LC03	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	75	40	---	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	não	não	---	
	LC04	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	93	62	---	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	não	não	---	
	LC05	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	55	33	---	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	não	não	---	
	LC06	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	85	90	---	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	não	não	---	
	LC07	% dos <i>studs</i> que escoaram	80	81	35	---	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	sim	não	---	
	LC08	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	84	38	---	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	não	não	---	
2ª Série	LS01	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	92	---	---	Out
		Cruzada pela superfície de ruptura?	---	---	---	---	
	LS02	% dos <i>studs</i> que escoaram	100	100	45	25	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim	sim	não	não	
	LS03	% dos <i>studs</i> que escoaram	58	44	---	---	Out
		Cruzada pela superfície de ruptura?	---	---	---	---	
	LS04	% dos <i>studs</i> que escoaram	55	55	22	9	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim*	não*	não*	não*	
	LS05	% dos <i>studs</i> que escoaram	---	---	---	---	---
		Cruzada pela superfície de ruptura?	---	---	---	---	
	LS06	% dos <i>studs</i> que escoaram	---	---	---	---	---
		Cruzada pela superfície de ruptura?	---	---	---	---	
	LS07	% dos <i>studs</i> que escoaram	48	58	30	15	Out
		Cruzada pela superfície de ruptura?	---	---	---	---	
	LS08	% dos <i>studs</i> que escoaram	79	59	51	27	In
		Cruzada pela superfície de ruptura?	sim*	não*	não*	não*	

Obs.: $\epsilon_{yw, cam}$ deformação máxima por camada de *studs* nos ensaios, não superior à ϵ_{ys} ;
* lajes com momento desbalanceado.

4.5. MAPA DE FISSURAÇÃO

Durante os ensaios o carregamento foi aplicado usualmente em passos de carga de 40 ou 30 kN no total. Após a aplicação de cada passo de carga, havia um intervalo para o registro das deformações no aço e no concreto, para a leitura das flechas e também para o acompanhamento da fissuração de cada laje. As primeiras fissuras a surgir na laje são fissuras de flexão, localizadas na região em torno do pilar. Nas lajes com pilares circulares observou-se que esta primeira fissura surgiu circundando praticamente toda a seção do pilar devido à distribuição uniforme dos esforços. Já nas lajes com pilares de seção quadrada ficou evidente a concentração de tensões que ocorre nos cantos destes pilares. As primeiras fissuras foram vistas apenas nos cantos e, conforme o incremento do carregamento, tais fissuras avançaram em direção aos eixos da laje até contornar toda a seção do pilar.

Logo após o surgimento das primeiras fissuras em torno da seção do pilar surgiram fissuras radiais em toda a laje. Essas fissuras partiam do pilar e atingiram as bordas das lajes com um estágio de carregamento em torno de 30 % a 40 % de sua carga de ruptura. A partir daí havia um pequeno estágio de estabilização destas fissuras, onde não era observado o surgimento de novas fissuras radiais e onde as existentes apenas ficavam mais abertas. Esse estágio era normalmente seguido do surgimento de fissuras tangenciais, afastadas de uma distância aproximadamente igual à altura útil das lajes em relação à face do pilar. Essas fissuras tangenciais surgiam entre as fissuras radiais, com um nível de carregamento de 40 % a 50 % de sua carga de ruptura, e avançavam tentando circular a seção do pilar.

Após essa etapa observava-se que as fissuras radiais começavam a se ramificar, dividindo-se em outras sub-fissuras que atingiam ou não as bordas das lajes. Dependendo do nível de carregamento, também era possível observar o surgimento de mais uma ou duas camadas de fissuras tangenciais, mas isso só foi observado nas lajes com armadura de cisalhamento, evidenciando um comportamento extremamente dúctil destes elementos, que ao final dos ensaios apresentavam um elevado grau de fissuração. Na Figura 4.78 até a Figura 4.93 são apresentadas fotos superiores registradas após a ruptura das lajes, onde é possível observar a distribuição das fissuras. Na Tabela 4.3 é apresentado o registro das cargas de fissuração. Este não é um registro preciso, uma vez que o acompanhamento das fissuras era feito apenas entre cada passo de carga, mas pode auxiliar a avaliação de estruturas em serviço.

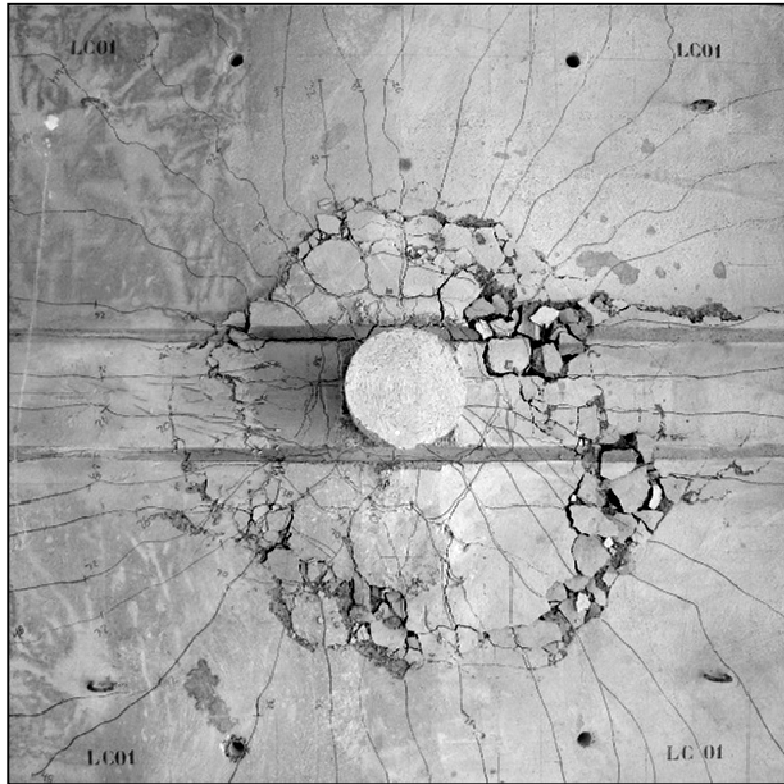


Figura 4.78 – Mapa de fissuração da laje LC01

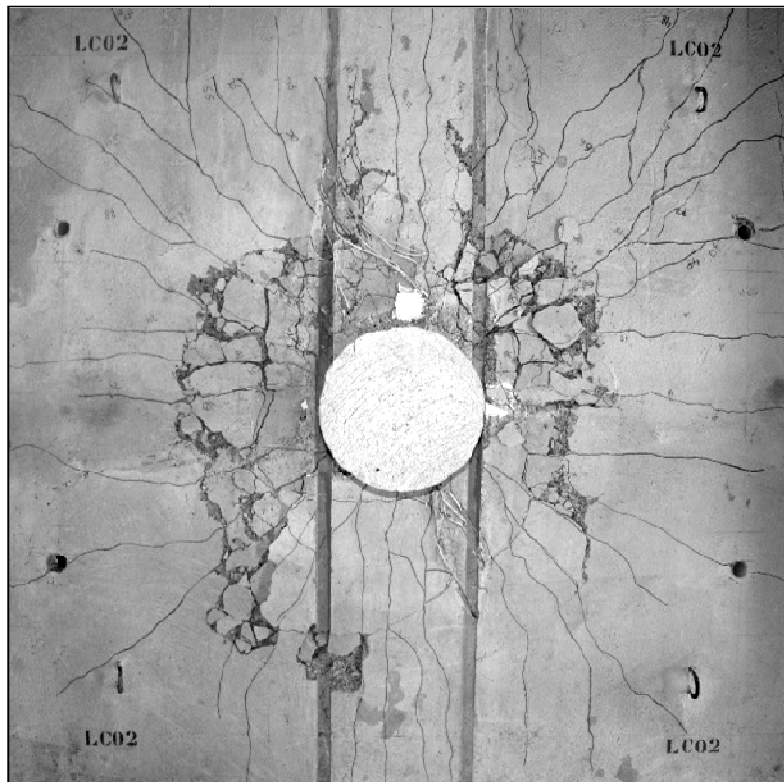


Figura 4.79 – Mapa de Fissuração da laje LC02

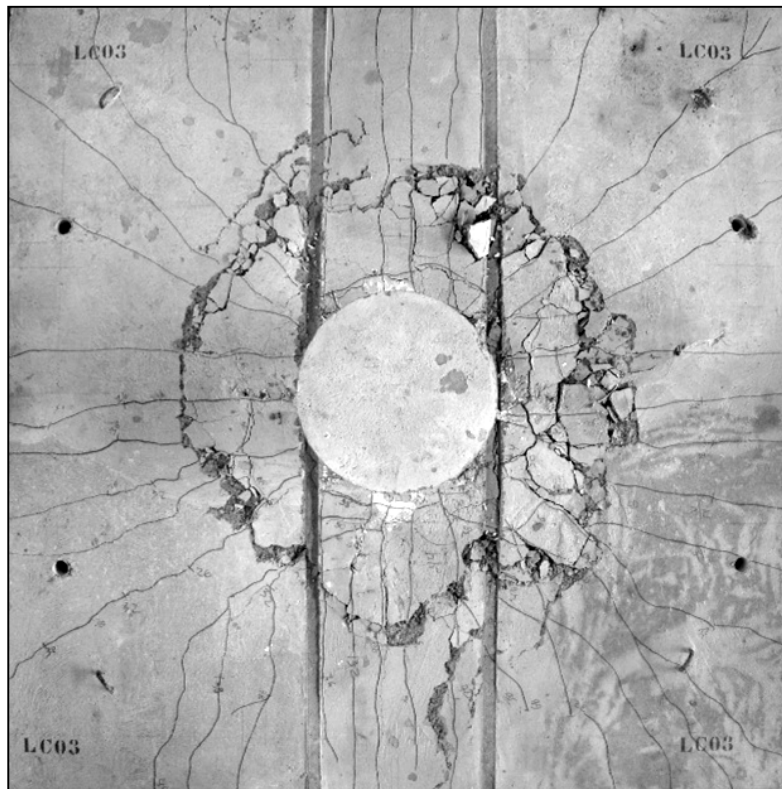


Figura 4.80 – Mapa de fissuração da laje LC03

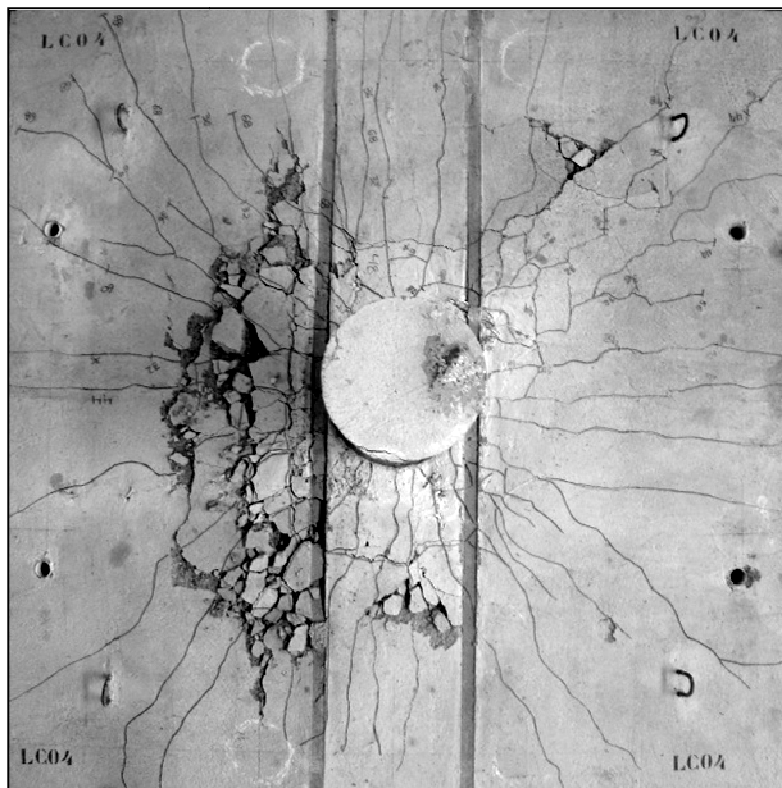


Figura 4.81 – Mapa de fissuração da laje LC04

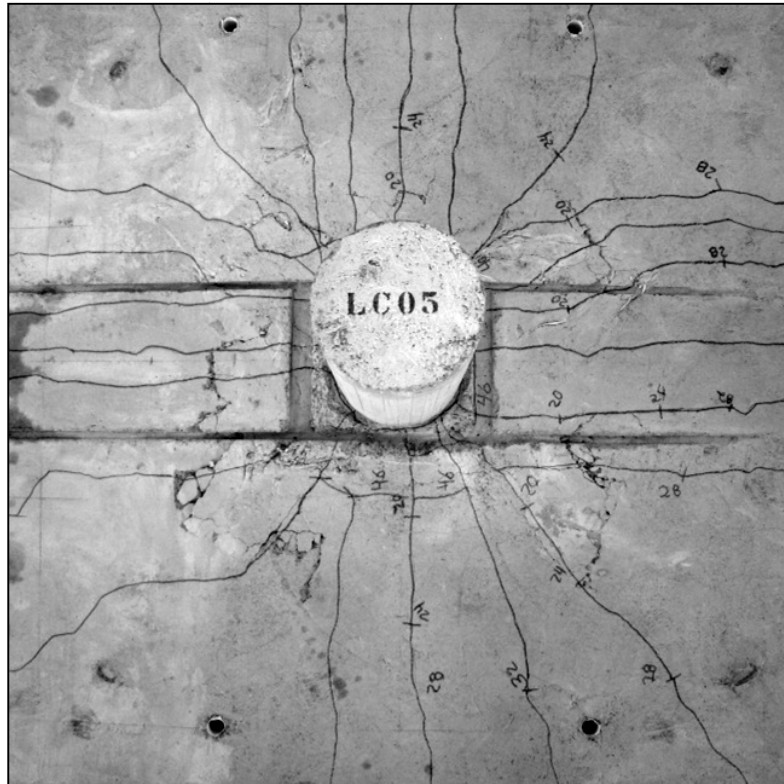


Figura 4.82 – Mapa de fissuração da laje LC05

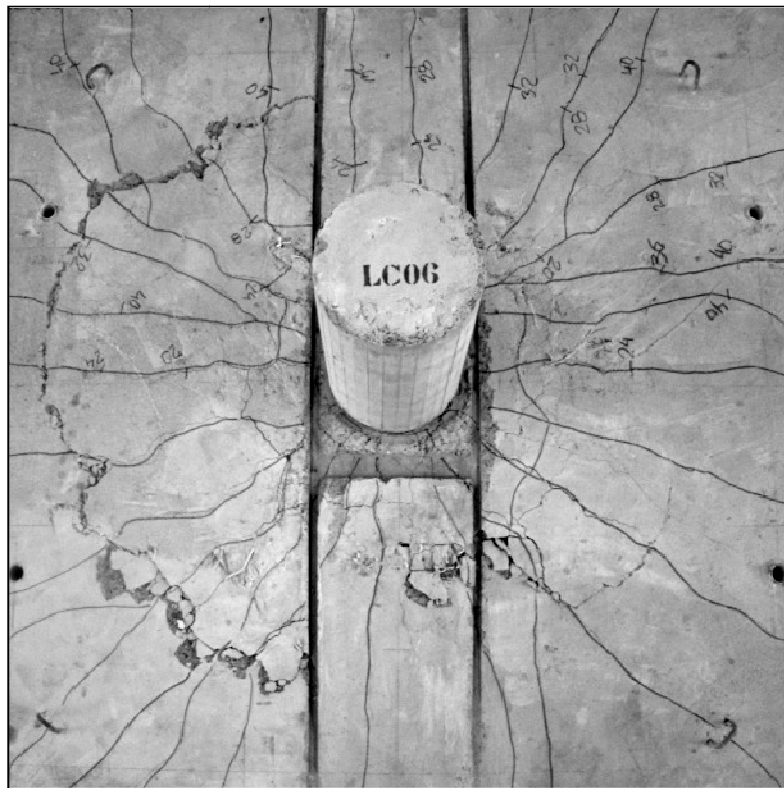


Figura 4.83 – Mapa de fissuração da laje LC06

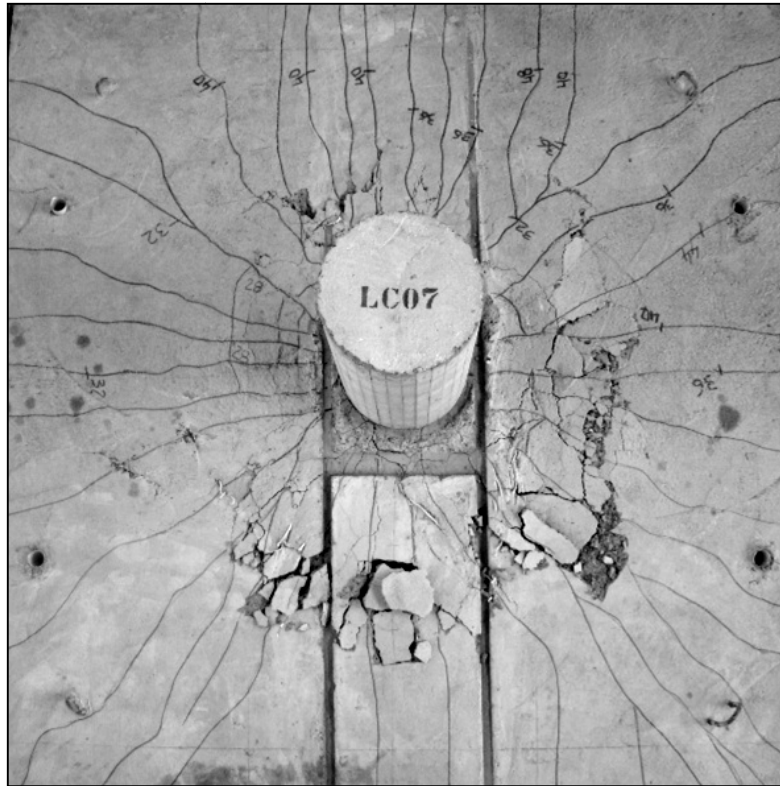


Figura 4.84 – Mapa de fissuração da laje LC07

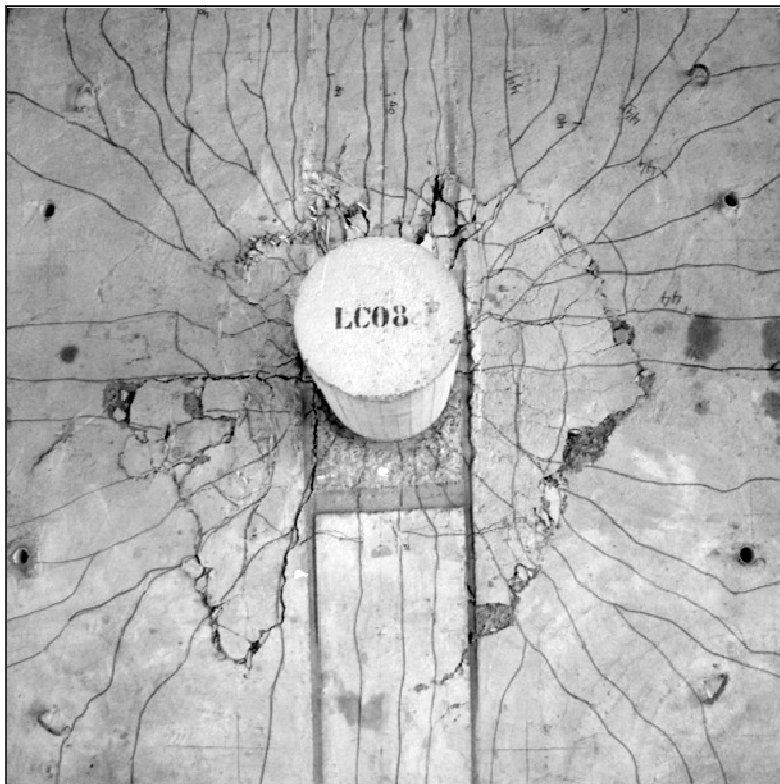


Figura 4.85 – Mapa de fissuração da laje LC08

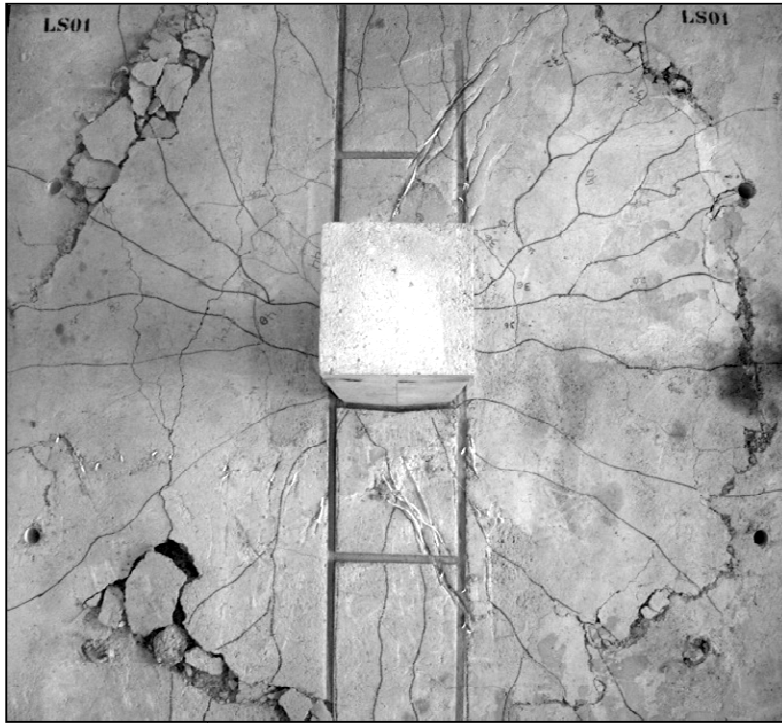


Figura 4.86 – Mapa de fissuração da laje LS01

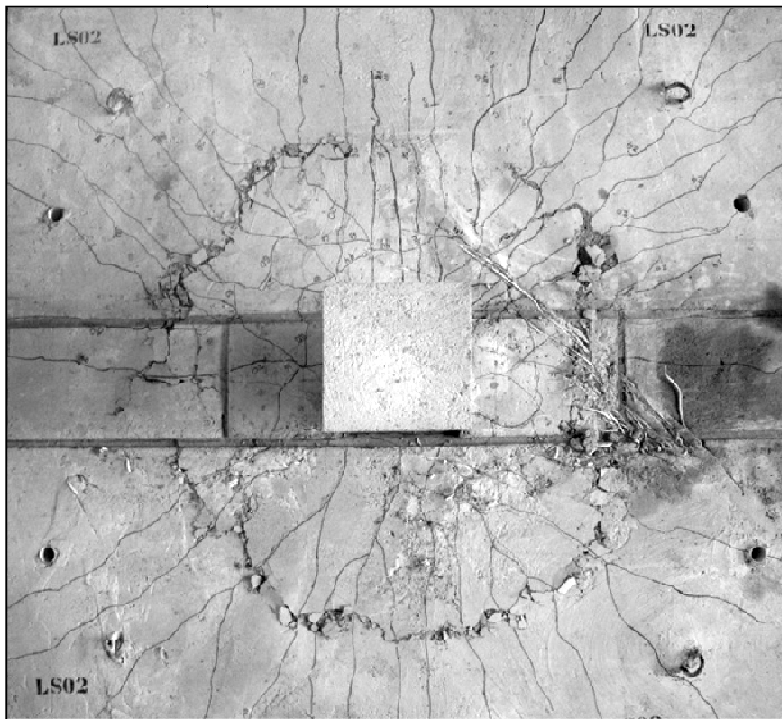


Figura 4.87 – Mapa de fissuração da laje LS02

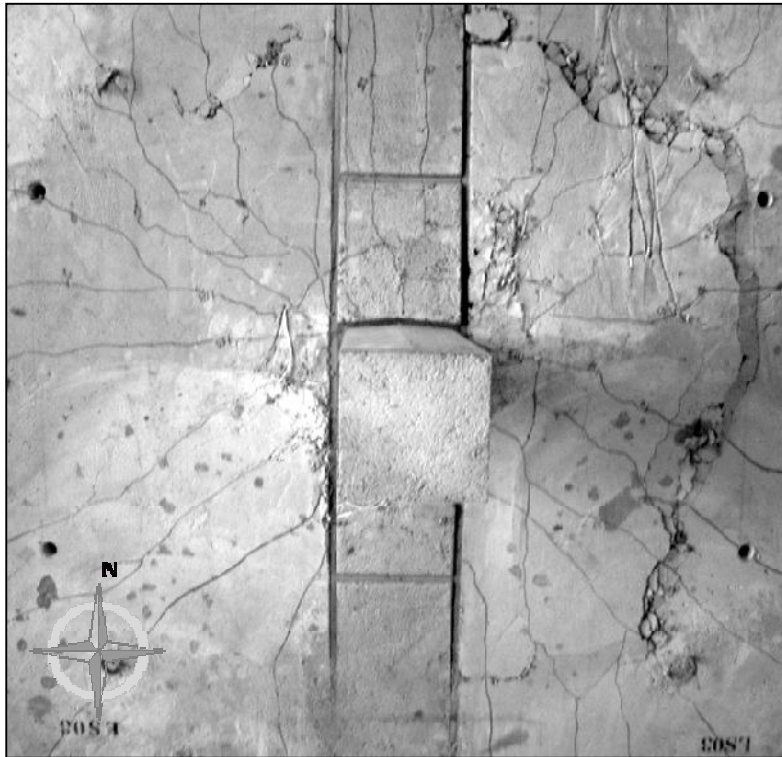


Figura 4.88 – Mapa de fissuração da laje LS03

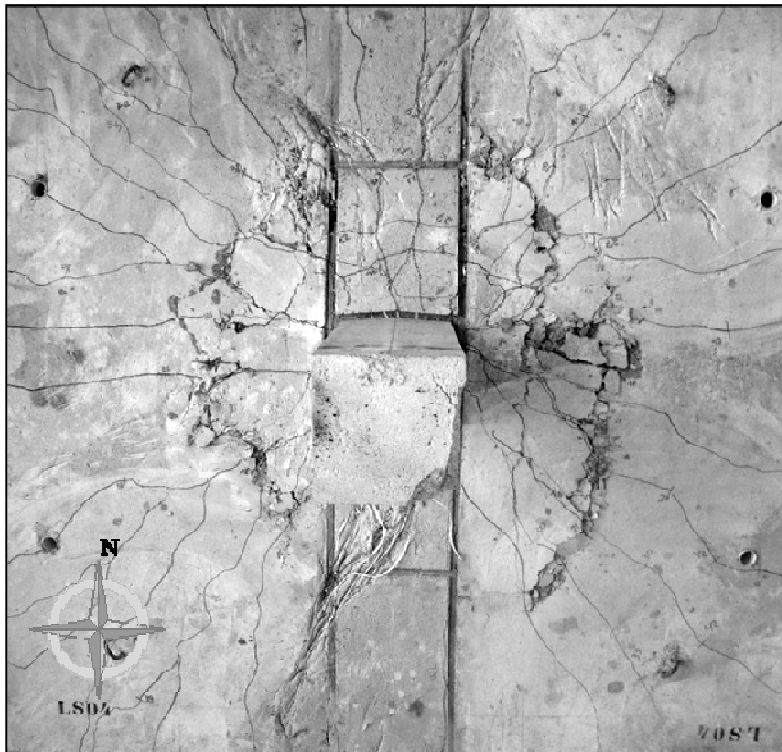


Figura 4.89 – Mapa de fissuração da laje LS04

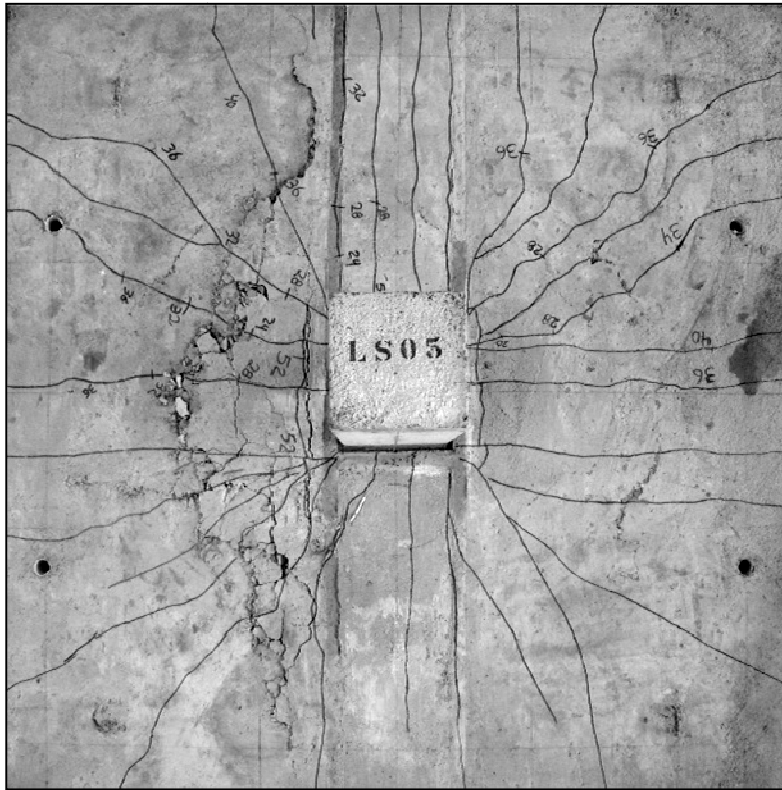


Figura 4.90 – Mapa de fissuração da laje LS05

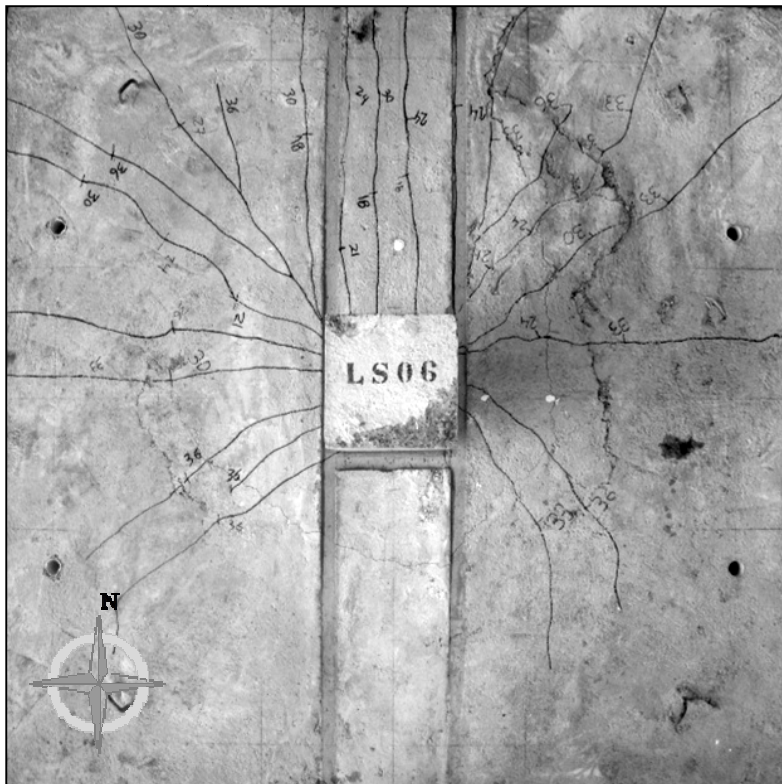


Figura 4.91 – Mapa de fissuração da laje LS06

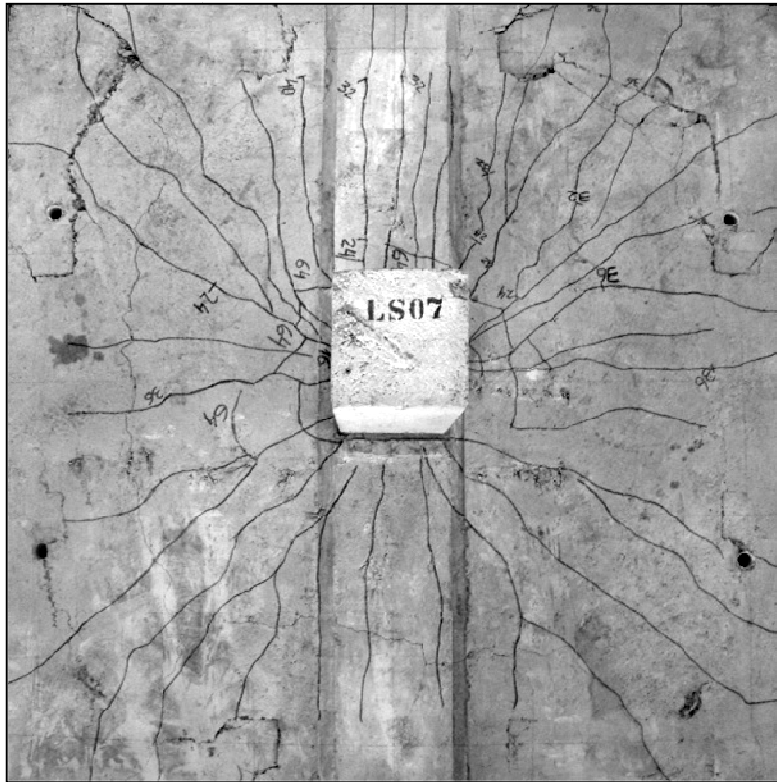


Figura 4.92 – Mapa de fissuração da laje LS07

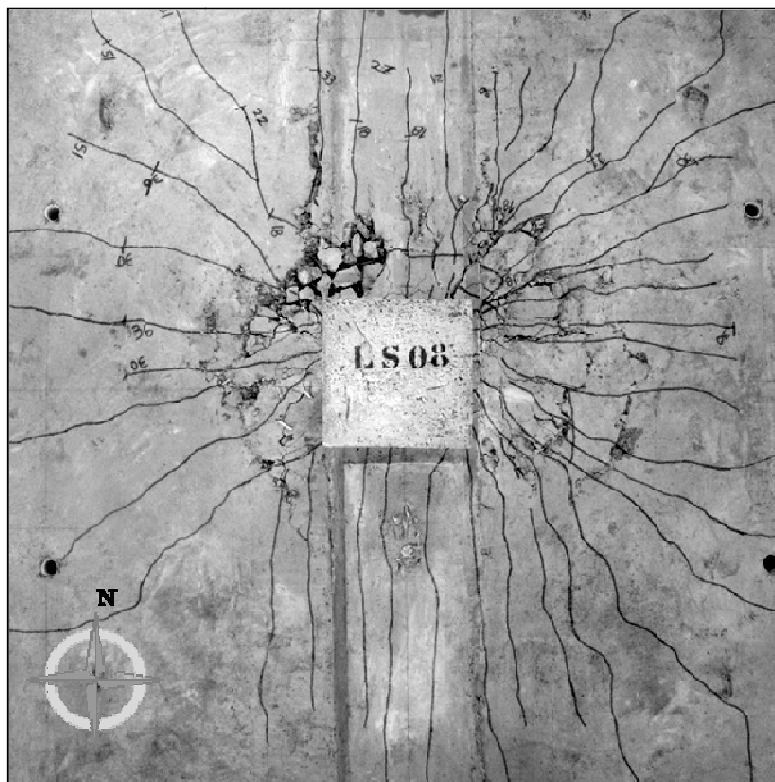


Figura 4.93 – Mapa de fissuração da laje LS08

Tabela 4.3 – Registro das cargas de fissuração

Série de Ensaio	Laje	1ª Fissura Radial		1ª Fissura Tangencial	
		$P_{fis,r}$ (kN)	% de P_u	$P_{fis,t}$ (kN)	% de P_u
1ª Série	LC01	120	14	380	44
	LC02	120	13	360	38
	LC03	200	19	380	35
	LC04	200	18	440	39
	LC05	120	11	460	41
	LC06	120	11	360	33
	LC07	160	14	480	43
	LC08	160	15	500	47
2ª Série	LS01	160	16	360	35
	LS02	120	11	400	35
	LS03	90	13	240	34
	LS04	150	21	300	42
	LS05	160	21	520	67
	LS06	120	23	N.O.	---
	LS07	160	13	640	53
	LS08	150	16	510	55
Obs.: N.O.: fissura não observada no ensaio					

4.6. SUPERFÍCIE DE RUPTURA

Após a realização dos ensaios todas as lajes foram cortadas com o objetivo de identificar a posição e a inclinação de sua superfície de ruptura. O corte foi executado pela empresa LOCBRAS Locadora de Ferramentas Elétricas Ltda. e na Figura 4.94 até a Figura 4.97 são apresentados os planos de corte de cada laje. Nas lajes com carregamento simétrico foi cortado apenas um quadrante para a visualização da superfície de ruptura, devido às condições de simetria. Já nas lajes com carregamento assimétrico, foi necessário retirar dois quadrantes das lajes a fim de avaliar a influência do momento desbalanceado na superfície de ruptura das lajes. Na Figura 4.98 são apresentadas as ferramentas utilizadas pela empresa LOCBRAS para o corte das lajes e na Figura 4.99 até a Figura 4.114 são mostrados detalhes da superfície de ruptura observada para cada laje. Nestas figuras apresenta-se a distância horizontal medida da face do pilar até o ponto onde a superfície de ruptura atinge a altura útil da laje, com estas medidas apresentadas em centímetros.

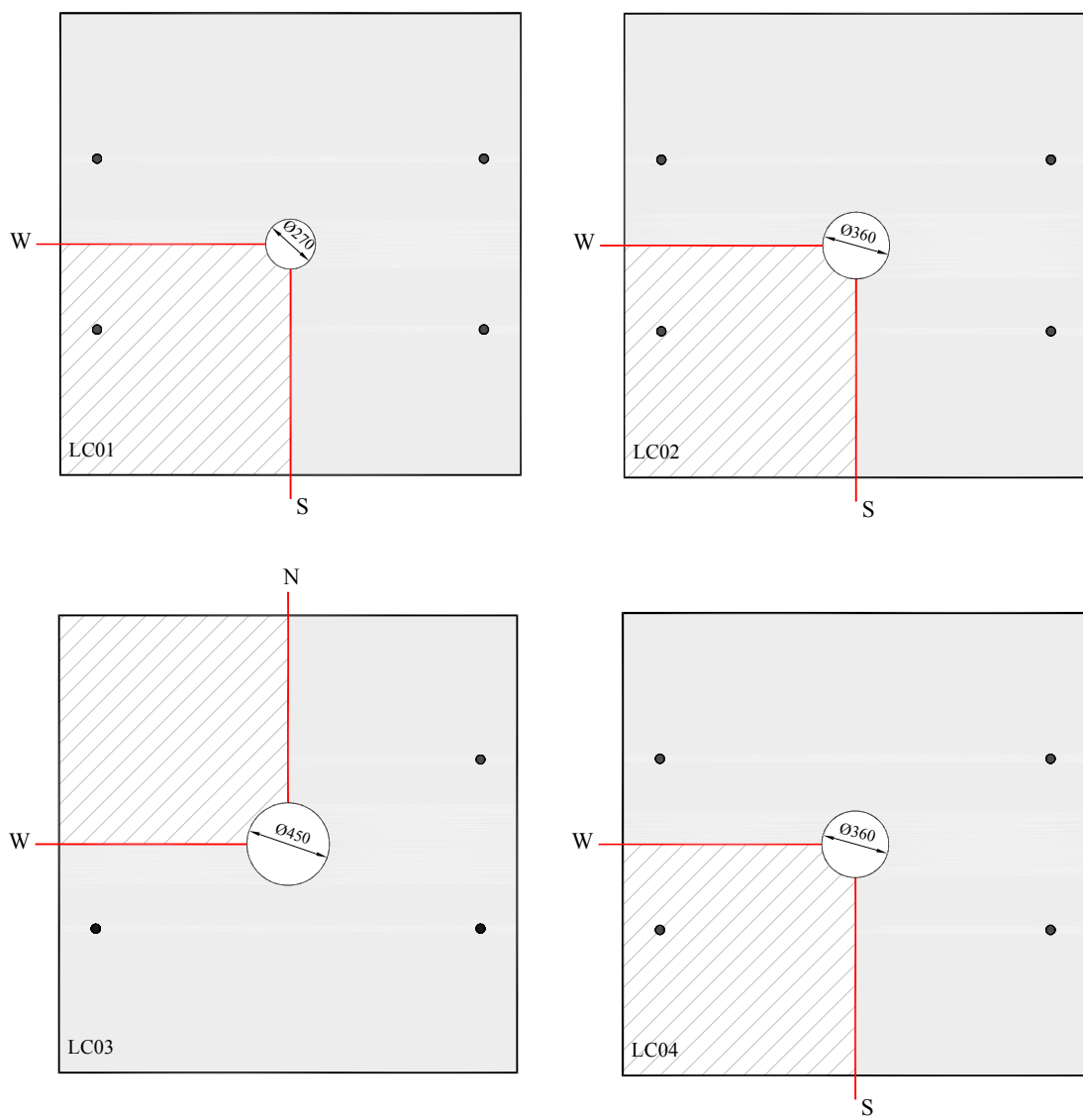


Figura 4.94 – Plano de corte das lajes LC01 à LC04

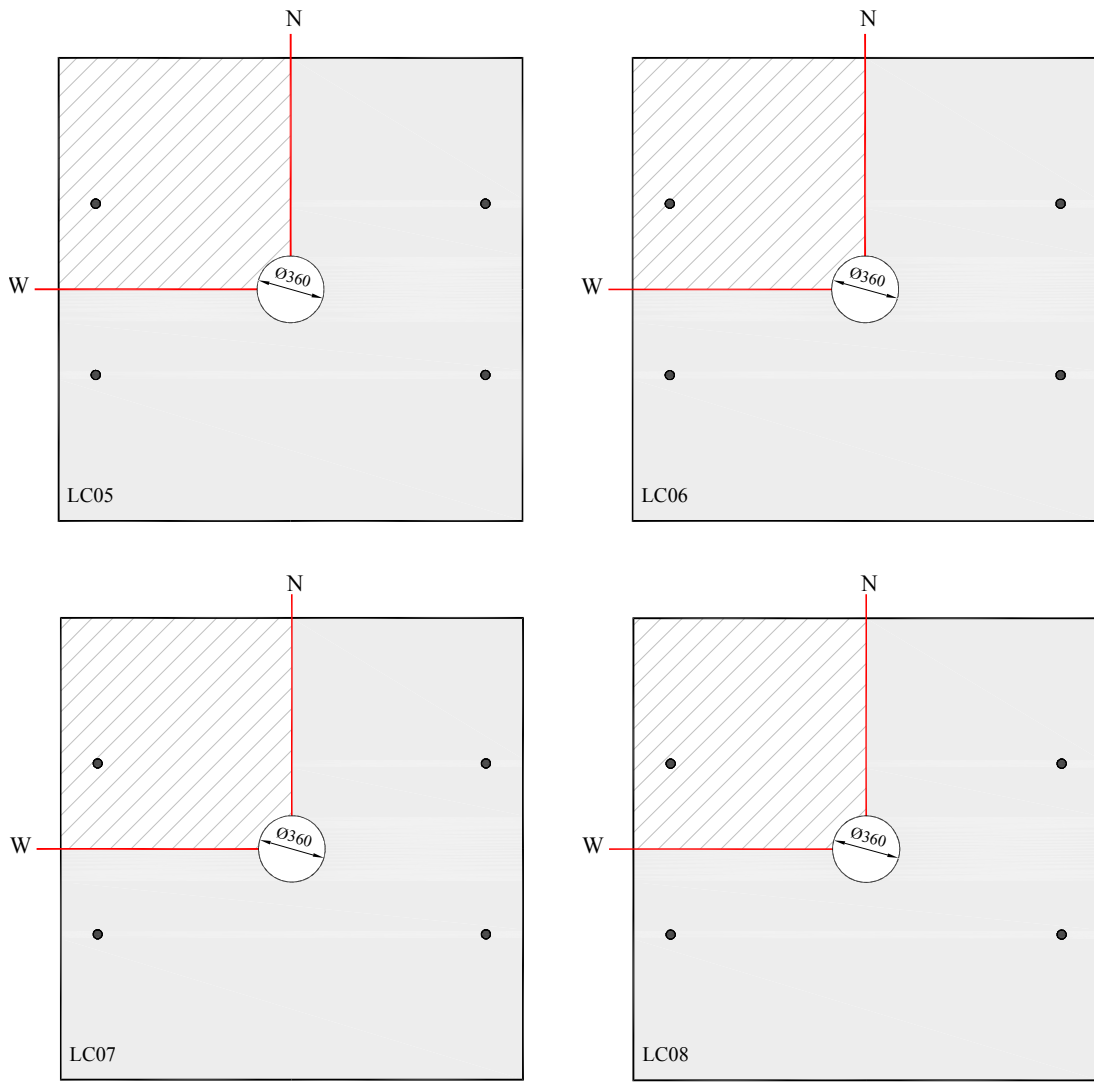


Figura 4.95 – Plano de corte das lajes LC04 à LC08

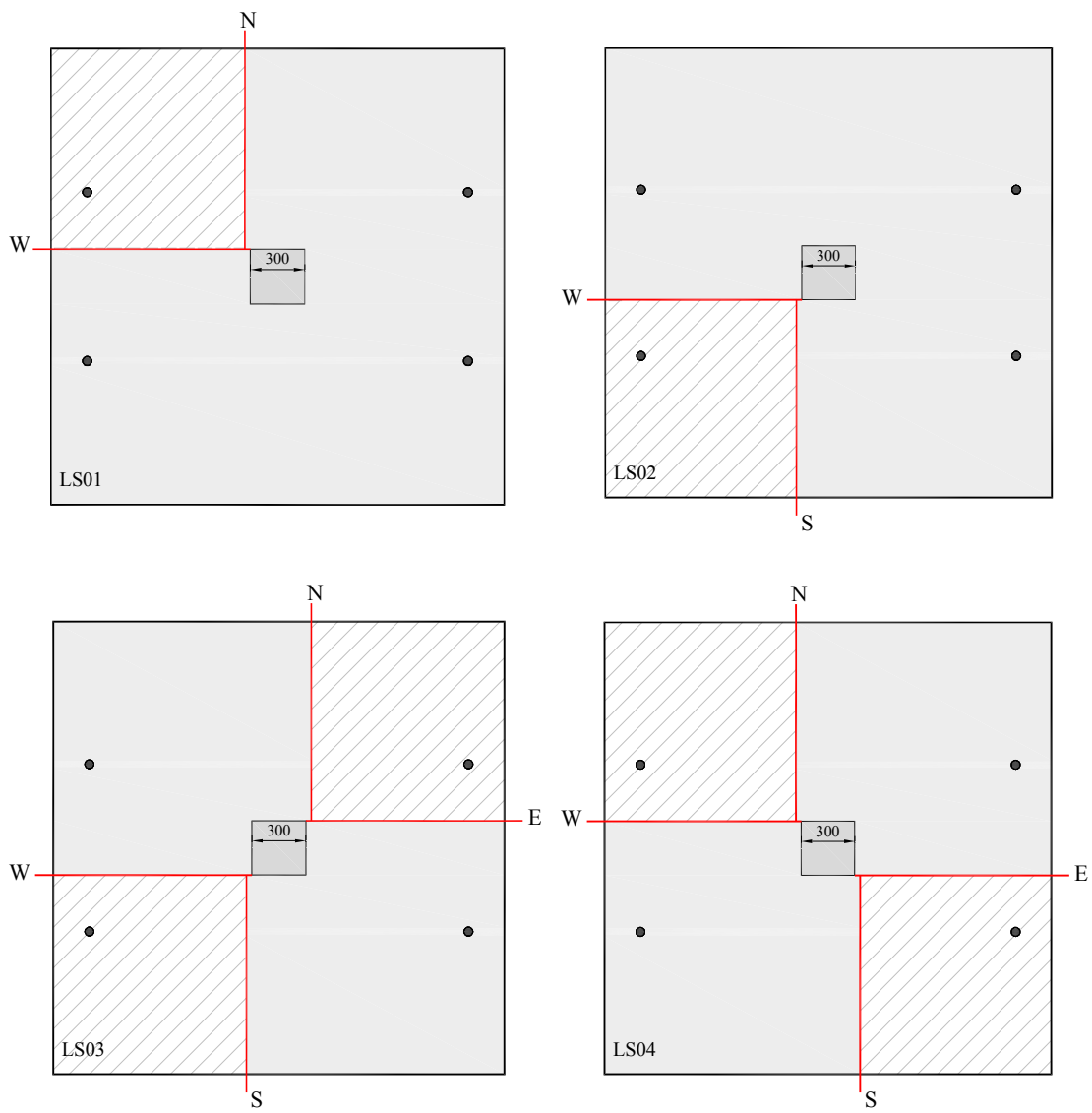


Figura 4.96 – Plano de corte das lajes LS01 à LS04

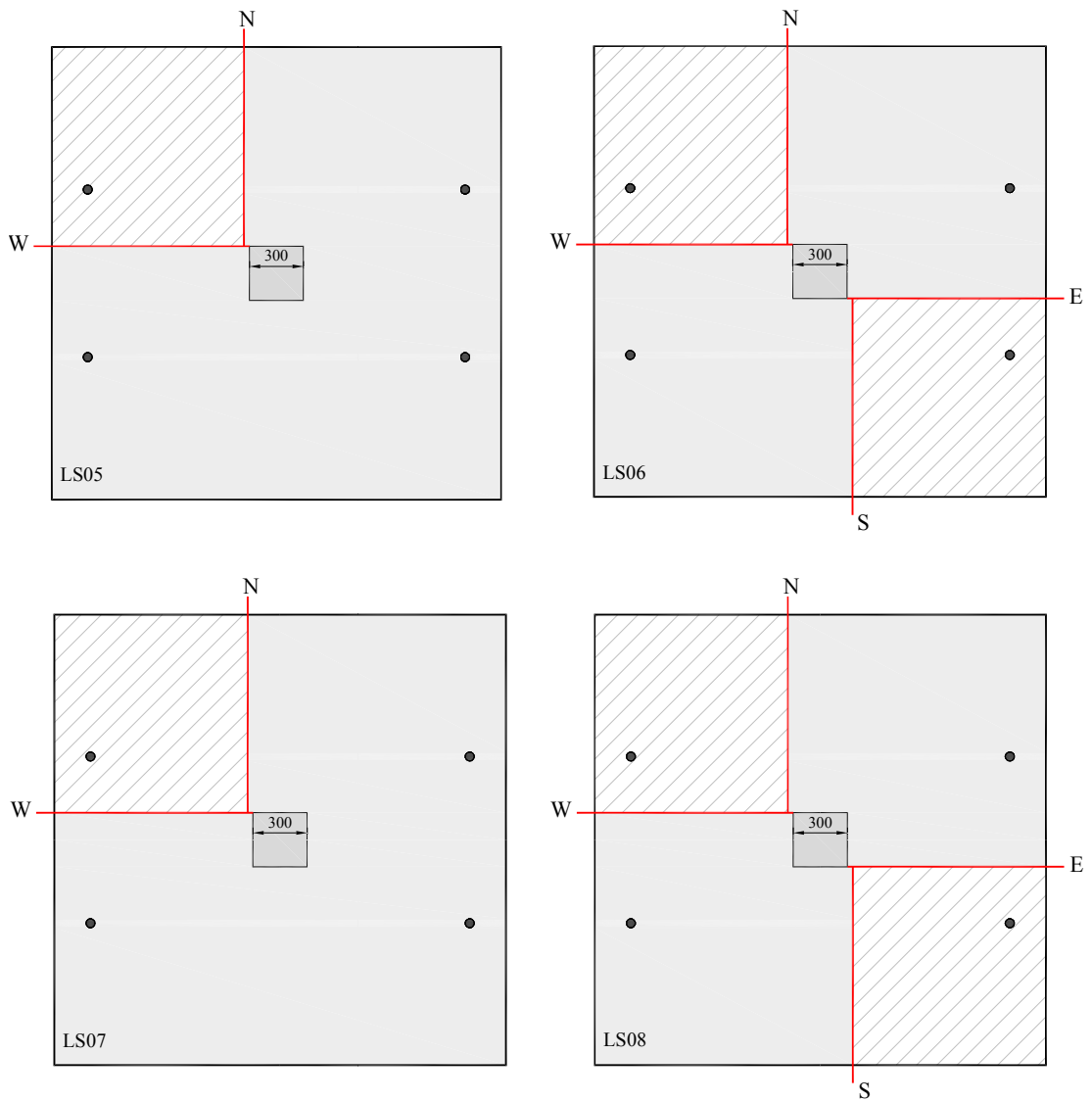


Figura 4.97 – Plano de corte das lajes LS05 à LS08



Figura 4.98 – Ferramentas utilizadas para o corte das lajes

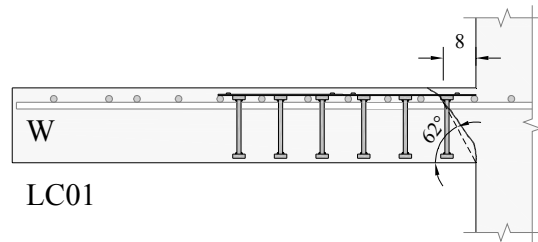
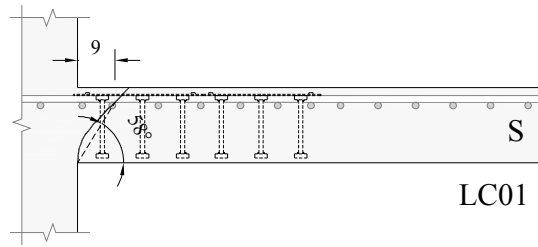
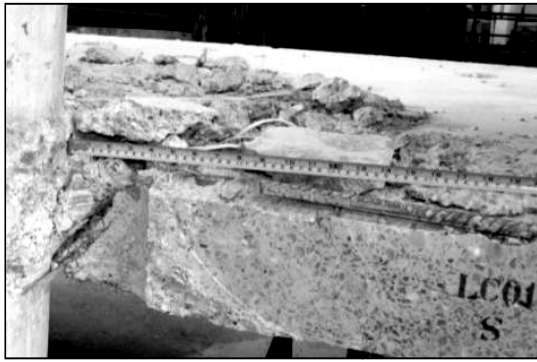


Figura 4.99 – Superfície de ruptura da laje LC01

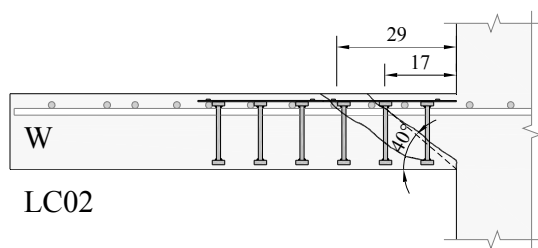
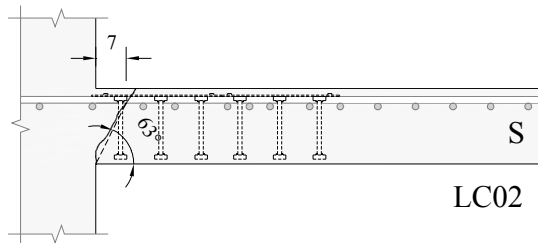


Figura 4.100 – Superfície de ruptura da laje LC02

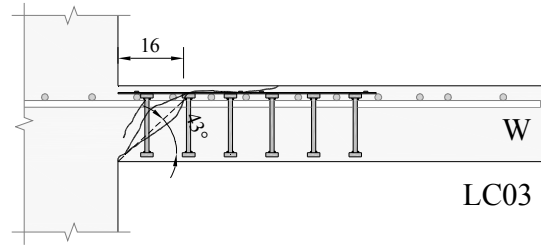
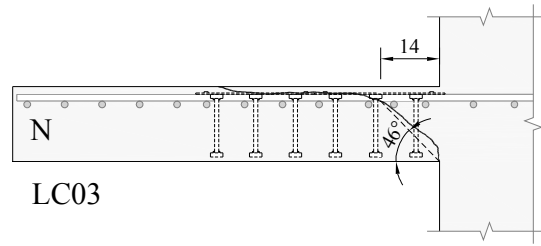


Figura 4.101 – Superfície de ruptura da laje LC03

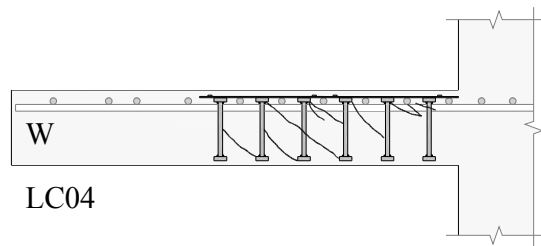
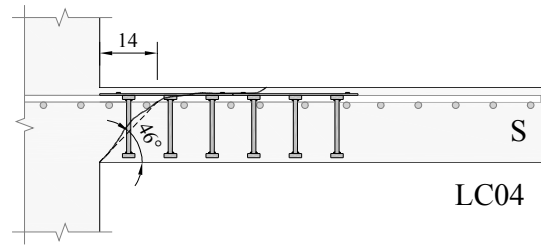


Figura 4.102 – Superfície de ruptura da laje LC04

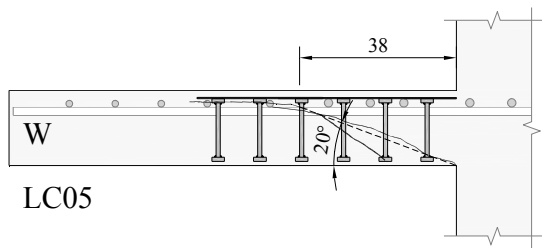
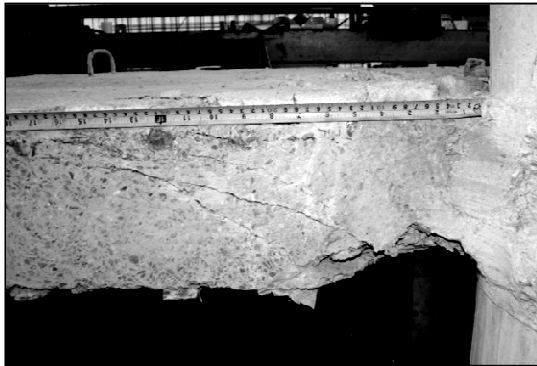
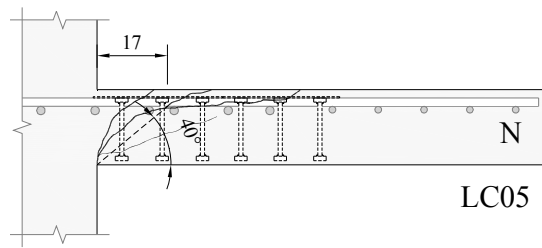


Figura 4.103 – Superfície de ruptura da laje LC05

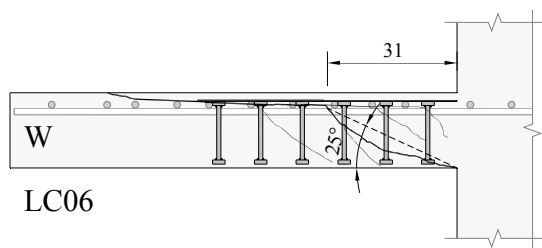
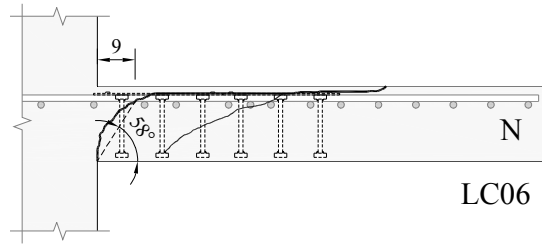


Figura 4.104 – Superfície de ruptura da laje LC06

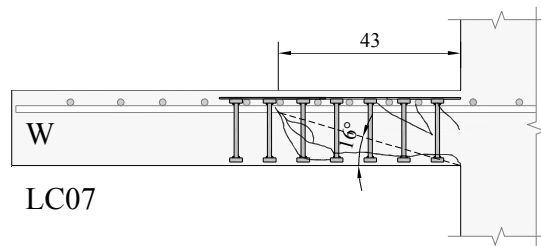
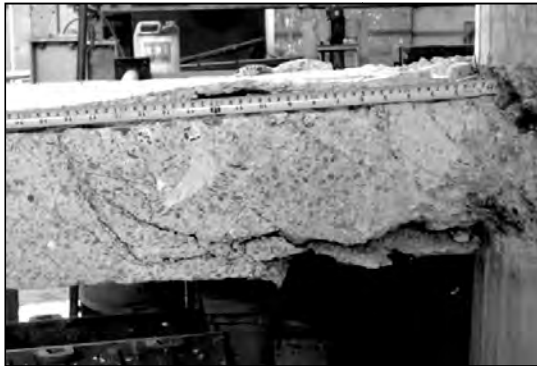
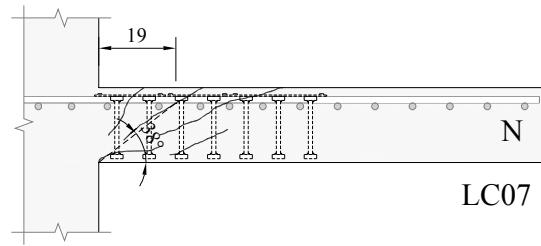
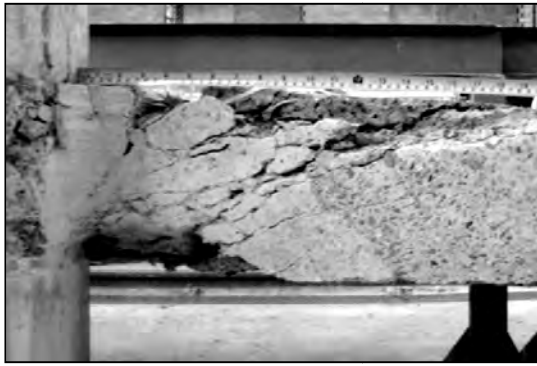


Figura 4.105 – Superfície de ruptura da laje LC07

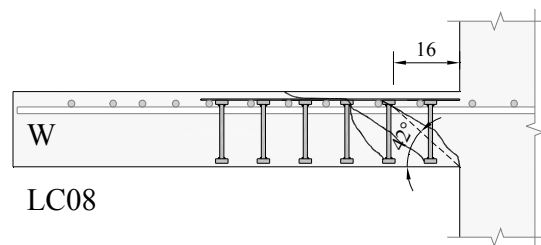
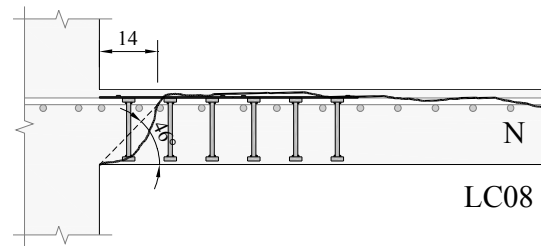


Figura 4.106 – Superfície de ruptura da laje LC08

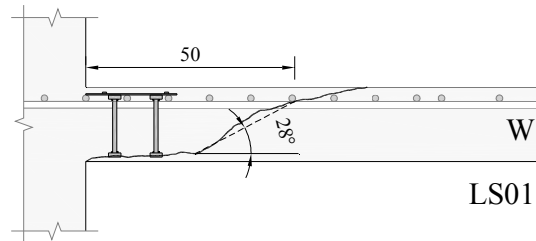
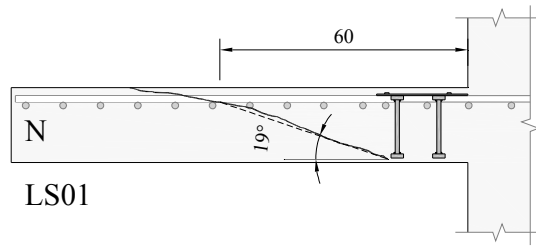


Figura 4.107 – Superfície de ruptura da laje LS01

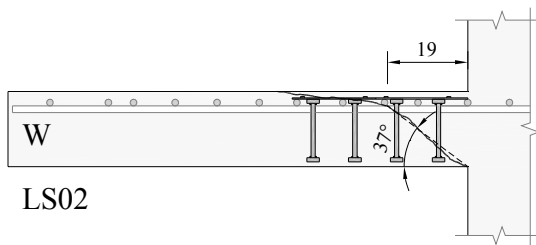
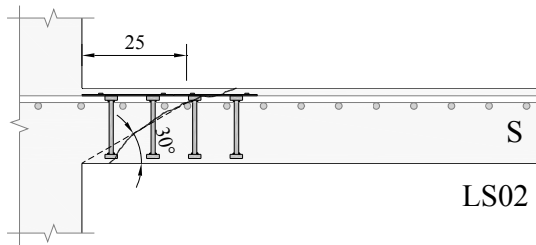


Figura 4.108 – Superfície de ruptura da laje LS02

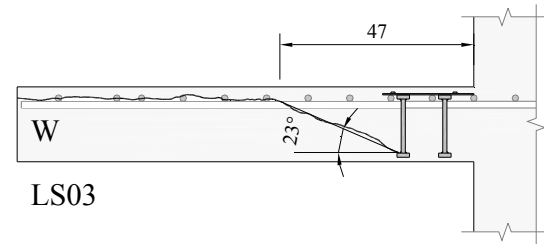
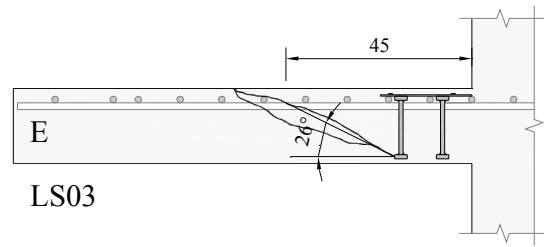
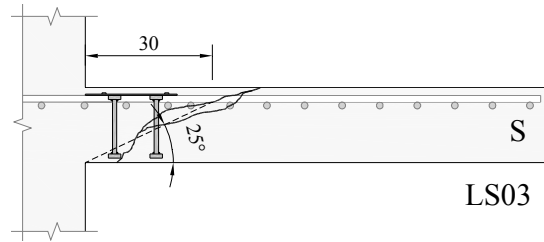
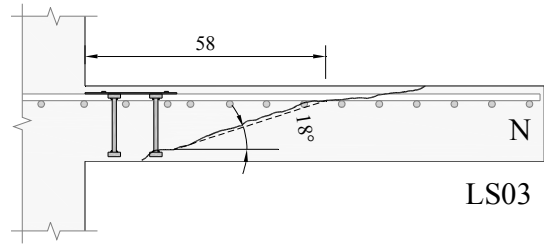


Figura 4.109 – Superfície de ruptura da laje LS03

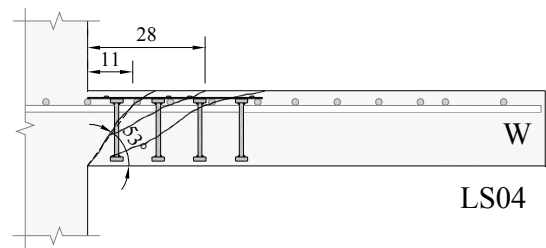
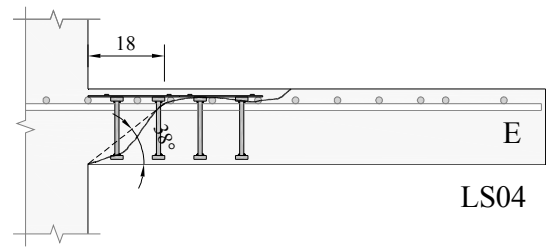
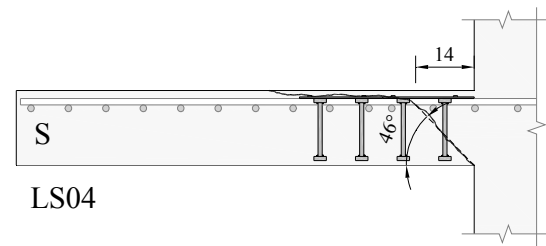
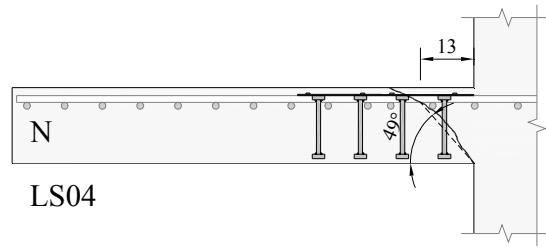


Figura 4.110 – Superfície de ruptura da laje LS04

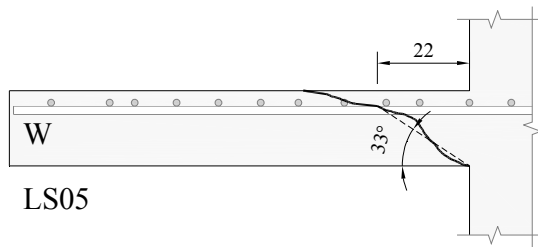
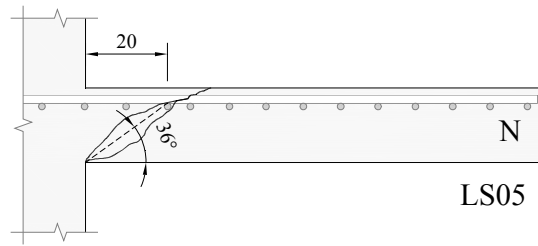


Figura 4.111 – Superfície de ruptura da laje LS05

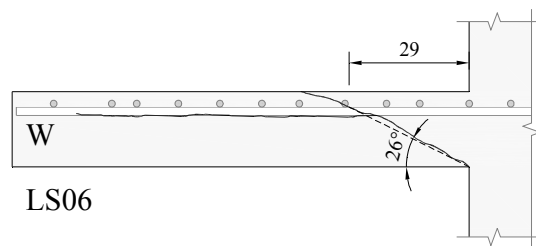
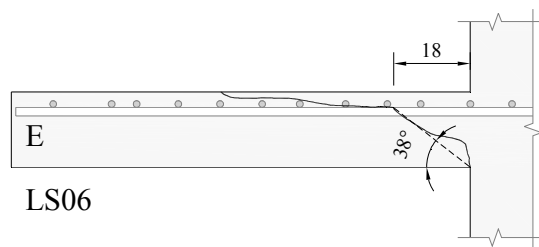
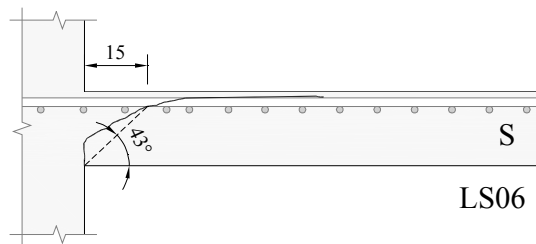
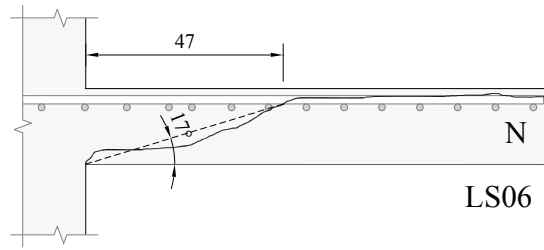


Figura 4.112 – Superfície de ruptura da laje LS06

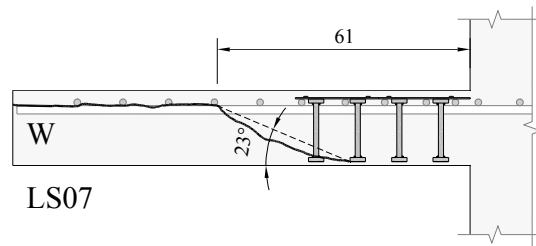
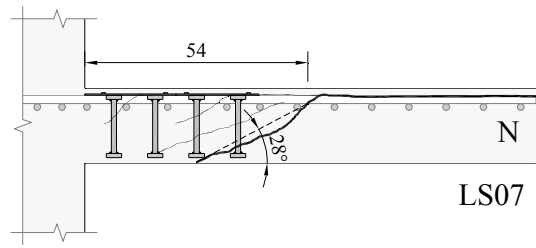


Figura 4.113 – Superfície de ruptura da laje LS07

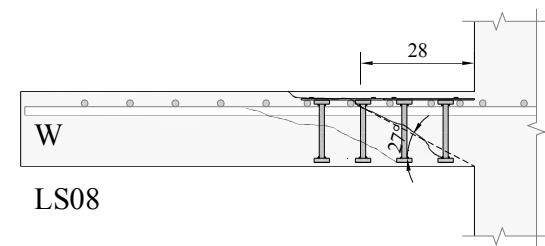
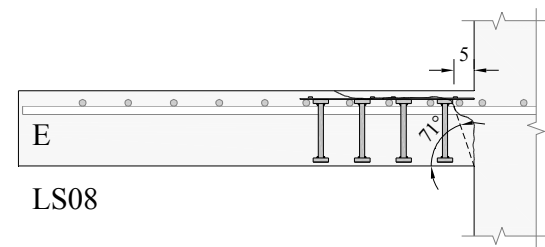
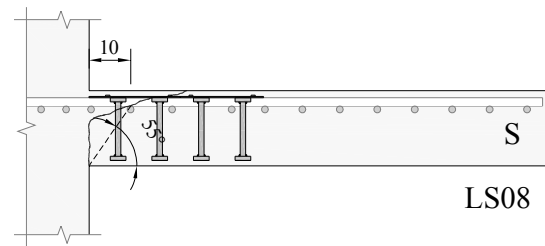
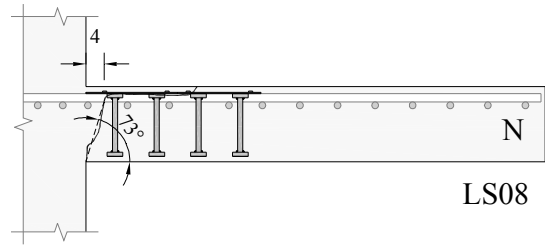


Figura 4.114 – Superfície de ruptura da laje LS08

Após o corte das lajes foi possível confirmar que todas aquelas com pilares circulares romperam dentro da região das armaduras de cisalhamento. A superfície de ruptura observada nestas lajes foi bastante íngreme, cortando, na maioria dos casos, apenas a primeira camada das armaduras de cisalhamento. Em muitas destas lajes foi possível observar diversas fissuras inclinadas de cisalhamento após seu corte, o que dificultou a determinação visual da fissura crítica de cisalhamento que define a superfície de ruptura da laje. Foi o caso das lajes LC05, LC06 e LC07, as quais em ambas as direções investigadas não apresentaram uma fissura crítica bem definida, mas sim um conjunto de várias fissuras de cisalhamento com aberturas semelhantes. Nestes casos, buscou-se utilizar os resultados das deformações nos *studs* para auxiliar a interpretação destes resultados.

Já nos casos das lajes LC01, LC02, LC03 e LC08 a identificação da superfície de ruptura foi simples, pois a fissura crítica apresentava grande abertura. No caso da laje LC04 ocorreu uma situação única, na qual na direção sul da laje a superfície de ruptura estava muito bem definida, enquanto que na direção oeste a laje não apresentava sinais claros de ruptura por punção. Nessa direção era possível ver apenas uma série de fissuras inclinadas ligando os *studs* e uma grande região do concreto de cobrimento inferior destacada. No caso específico desta laje optou-se por desconsiderar o visualizado na direção oeste e para a definição de sua superfície de ruptura considerar apenas os resultados fornecidos pela investigação na região sul.

Para as lajes com pilares quadrados, a laje de referência LS05, com carregamento simétrico e sem armaduras de cisalhamento, apresentou superfície de ruptura com inclinação média de $34,5^\circ$, ligeiramente superior aos $26,6^\circ$ estabelecidos pelo Eurocode 2:2004 em suas formulações. Já nas demais lajes com carregamento simétrico desta série constatou-se que as lajes LS01 e LS07 romperam fora da região reforçada ao cisalhamento e que a laje LS02 apresentou ruptura dentro da região das armaduras, com a fissura crítica cortando as duas primeiras camadas de *studs*. Tais resultados eram esperados uma vez que a laje LS01 apresentava apenas duas camadas de *studs* e a laje LS07 apresentava uma elevada quantidade de aço por camada por terem sido utilizados *studs* com diâmetro de 12,5 mm.

Já nas lajes com carregamento assimétrico a superfície de ruptura mostrou-se sensível à ação do momento desbalanceado, principalmente no caso de lajes sem armadura de cisalhamento, como a laje LS06, que apresentou uma fissura de cisalhamento pouco

inclinada no lado norte da laje (17°) enquanto que no lado sul a fissura crítica era bastante íngreme (43°). Os resultados da investigação realizada para identificar a superfície de ruptura das lajes são sintetizados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Síntese da superfície de ruptura das lajes

Série de Ensaios	Laje	Parâmetros de Análise				θ_{med} (grau)	Sup. Ruptura	
1ª Série	LC01	Direção investigada	S	W		60,0	In	
		Inclinação (°)	58	62				
	LC02	Direção investigada	S	W		51,5	In	
		Inclinação (°)	63	40				
	LC03	Direção investigada	N	W		44,5	In	
		Inclinação (°)	46	43				
	LC04	Direção investigada	S	W		46	In	
		Inclinação (°)	46	---				
	LC05	Direção investigada	N	W		30,0	In	
		Inclinação (°)	40	20				
	LC06	Direção investigada	N	W		41,5	In	
		Inclinação (°)	58	25				
	LC07	Direção investigada	N	W		27,0	In	
		Inclinação (°)	38	16				
	LC08	Direção investigada	N	W		44,0	In	
		Inclinação (°)	46	42				
2ª Série	LS01	Direção investigada	N	W		23,5	Out	
		Inclinação (°)	19	28				
	LS02	Direção investigada	S	W		33,5	In	
		Inclinação (°)	30	37				
	LS03	Direção investigada	N	S	E	W	23,0	Out
		Inclinação (°)	18	25	26	23		
	LS04	Direção investigada	N	S	E	W	46,5	In
		Inclinação (°)	49	46	38	53		
	LS05	Direção investigada	N	W			34,5	---
		Inclinação (°)	36	33				
	LS06	Direção investigada	N	S	E	W	31,0	---
		Inclinação (°)	17	43	38	26		
	LS07	Direção investigada	N	W			25,5	Out
		Inclinação (°)	28	23				
	LS08	Direção investigada	N	S	E	W	56,5	In
		Inclinação (°)	73	55	71	27		
Obs.: In: superfície de ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento; Out: superfície de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento.								

4.7. CLASSIFICAÇÃO DOS MODOS DE RUPTURA DAS LAJES

Lajes lisas de concreto armado sem e com armaduras de cisalhamento podem chegar à ruína de três diferentes modos: punção, flexão ou flexo-punção. A punção é um modo de ruptura que se caracteriza por ocorrer de forma brusca, usualmente em estágios de carregamento em que a laje não exhibe sinais de uma ruptura iminente, culminando com a formação do cone de punção. Já uma ruptura por flexão é normalmente caracterizada por ocorrer de modo mais dúctil que a punção, com a laje apresentando um ou mais dos seguintes sinais antes da ruptura: rápida elevação dos deslocamentos para pequenos incrementos de carga; elevado grau de fissuração; escoamento das armaduras de flexão; deformações na superfície inferior da laje próximas à de esmagamento do concreto. Já a flexo-punção é definida como um modo de ruptura intermediário, no qual a laje apresenta alguns sinais de ruptura por flexão, mas observa-se o cone de punção.

Pesquisadores como MENETREY (1998), OLIVEIRA (2003) e STEIN *et al.* (2007) já trataram a relação entre as rupturas por punção e flexão, mas não existe consenso quanto aos critérios para diferenciar uma da outra, uma vez que em lajes lisas, muitas vezes elas podem ocorrer praticamente juntas. Optou-se então por estabelecer um critério próprio, com base nos dados disponíveis, para poder classificar o modo de ruptura das lajes. A relação carga-deslocamento é usualmente utilizada para diferenciar rupturas por flexão e por cisalhamento, mas a descrição de diversos ensaios com lajes lisas já demonstrou que para lajes com taxa de armadura de flexão superior a 1,0 % é difícil observar grandes incrementos de deslocamento antes da ruptura. Sendo assim, para a classificação dos modos de ruptura das lajes foram utilizados apenas os resultados das deformações no aço e no concreto, além da superfície de ruptura visualizada após o corte das lajes.

A ruptura teórica por flexão de um elemento de concreto armado pode ocorrer devido à deformação excessiva de suas armaduras de flexão na face tracionada ou por esmagamento do concreto na face comprimida. No caso teórico de um elemento de laje isolado axissimétrico, o esgotamento da capacidade resistente das armaduras de flexão ocorre quando o raio da zona na qual as armaduras de flexão escoaram é igual ao raio do carregamento. Para uma ruptura por esmagamento do concreto, isso ocorre no momento em que a deformação na superfície inferior da laje atinge a deformação última de compressão no concreto ϵ_{cu} , a qual é definida pelo Eurocode 2 como 3,5 ‰ para concretos

com resistência inferior a 50 MPa. Já para a punção, o critério de ruptura básico para o qual não existe qualquer controversa é a visualização do cone de punção.

Com base nestes critérios teóricos de ruptura por flexão e por punção, foi estabelecido que a visualização clara do cone de punção, mesmo antes do corte das lajes, é o critério determinante para a classificação do modo de ruptura como punção. Em casos onde o cone não for visível será investigada a possibilidade de ruptura por flexão. Já o modo de ruptura de flexo-punção será atribuído às lajes em que o cone de punção foi identificado, porém foram registradas deformações no concreto iguais ou superiores a 80 % de ϵ_{cu} ($\epsilon_{c,max} \geq 2,80\%$) e/ou onde as barras de flexão tracionadas dentro de uma faixa com largura igual ou superior à 80 % do vão efetivo da laje ($b_{w,y} \geq 11,7 \cdot d$) atingiram a deformação de escoamento. A Figura 4.115 resume esses critérios.

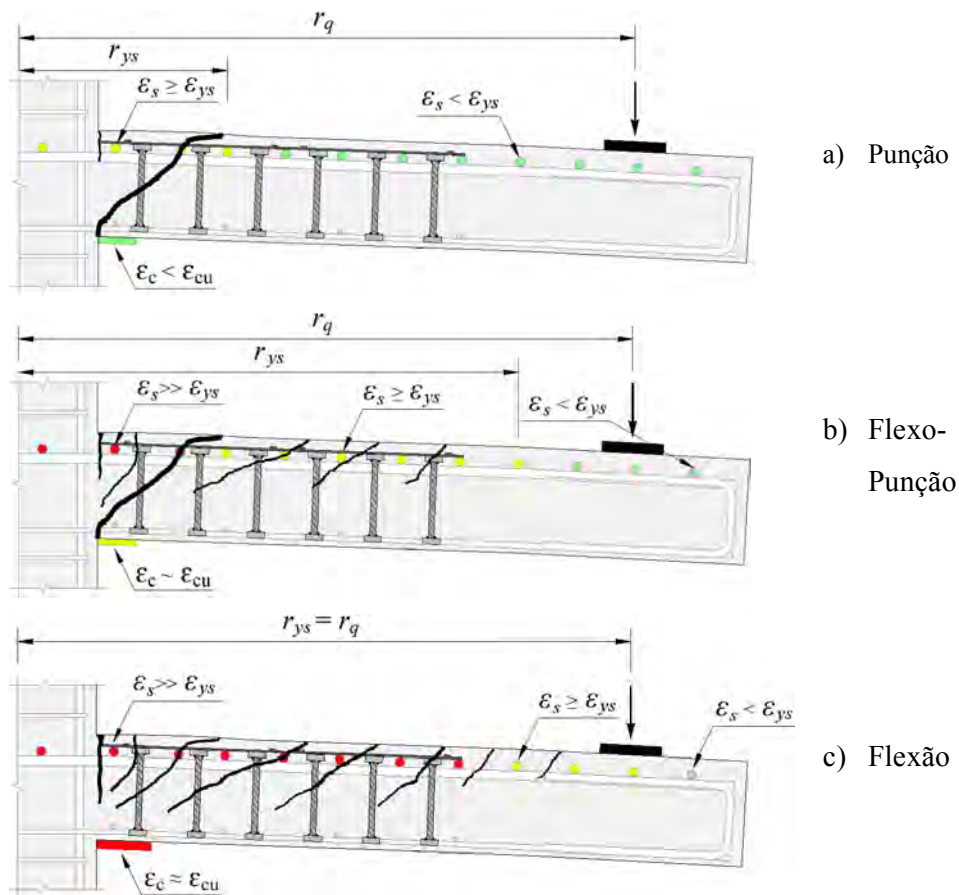


Figura 4.115 – Critérios para definição do modo de ruptura das lajes

Na Tabela 4.5 são apresentadas as cargas de ruptura das lajes, sendo esta o somatório da carga última observada nos ensaios com o peso dos equipamentos apoiados sobre a laje, estimado em 7,5 kN, além do peso próprio dos espécimes. Analisando-se as cargas de ruptura das lajes LC01, LC02 e LC03, constatou-se que a maior dimensão do pilar gerou acréscimos de carga de 11,3 % e 25,4 %, respectivamente. Comparando-se as lajes LC04 e LC08, que possuíam a mesma quantidade de *studs* por camada, porém com estes *studs* distribuídos em cruz, na laje LC04, e radialmente, na laje LC08, verificaram-se resultados animadores quanto ao uso de armaduras de cisalhamento distribuídas em cruz. Esse resultado pode ser considerado surpreendente uma vez que esse tipo de arranjo é penalizado em normas como o Eurocode 2:2004 e a NBR 6118:2003 por propiciar espaçamentos elevados entre os *studs* das camadas mais externas.

Considera-se, usualmente, que lajes com uma distribuição em cruz das armaduras de cisalhamento tendem a apresentar resistência inferior à de lajes onde os *studs* são distribuídos radialmente. No entanto, como apenas na laje LC04 a distribuição em cruz foi testada, recomenda-se que mais ensaios sejam realizados a fim de confirmar a efetividade desse tipo de arranjo. Já as lajes LC05, LC06 e LC07, se comparadas com a laje LC02, confirmaram que tanto o aumento da taxa de armadura de flexão tracionada como comprimida e também a redução no espaçamento radial dos *studs* pode favorecer a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado, uma vez que foram observados incrementos na carga de ruptura de 16,9 %, 12,8 % e 16,2 %, respectivamente.

Já as lajes com pilares quadrados mostraram o quanto a ação de momentos desbalanceados na ligação laje-pilar pode reduzir sua resistência à punção. No caso das lajes sem armadura de cisalhamento, LS05 e LS06, a redução na carga de ruptura foi de 32,2 %. Já nas lajes LS01 e LS03, com duas camadas de *studs*, e nas lajes LS02 e LS04, com quatro camadas de *studs*, como a posição da superfície de ruptura entre os pares de lajes foi a mesma, a redução na carga de ruptura foi proporcional, tendo sido de 31,6 % e 36 %, respectivamente. Já no caso das lajes LS07 e LS08, a posição da superfície de ruptura não foi a mesma. A laje LS07, que não tinha momento desbalanceado, apresentou a ruptura fora da região reforçada ao cisalhamento. Já a laje LS08 rompeu dentro da região das armaduras de cisalhamento. Isto fez com que a redução da carga de ruptura nesse par de lajes fosse inferior à observada para os demais pares, tendo sido de 22 %.

Tabela 4.5 – Carga de ruptura das lajes

Série de Ensaios	Laje	Pilar (mm)	d (mm)	ρ (‰)	f'_c (MPa)	Armaduras de Cisalhamento			e (mm)	P_u (kN)
						No. Cam.	No. Linhas	$A_{sw} / Cam.$ (mm ²)		
1ª Série	LC01*	270	143	1,50	48	6	10	785,4	0	858,4
	LC02*	360	140	1,55	47	6	10	785,4	0	955,7
	LC03*	450	142	1,41	49	6	10	785,4	0	1.076,8
	LC04*	360	140	1,55	48	6	12	942,5	0	1.122,1
	LC05*	360	140	2,05	50	6	10	785,4	0	1.117,5
	LC06○	360	143	1,45	49	6	10	785,4	0	1.077,9
	LC07†	360	144	1,60	49	7	10	785,4	0	1.110,4
	LC08*	360	144	1,62	48	6	12	942,5	0	1.058,9
2ª Série	LS01*	300	145	1,54	48	2	12	942,5	0	1.021,5
	LS02*	300	143	1,46	49	4	12	942,5	0	1.127,5
	LS03*	300	145	1,54	50	2	12	942,5	315	698,5
	LS04*	300	143	1,46	49	4	12	942,5	315	721,7
	LS05	300	143	1,58	50	--	--	--	0	779,0
	LS06	300	144	1,56	50	--	--	--	315	528,3
	LS07#	300	143	1,70	49	4	12	1.472,7	0	1.196,8
	LS08#	300	144	1,68	48	4	12	1.472,7	315	934,1
Obs.:										
* $s_0 = 70$ mm $s_r = 100$ mm $\phi_w = 10,0$ mm $f_{ys,w} = 573$ MPa										
† $s_0 = 55$ mm $s_r = 80$ mm $\phi_w = 10,0$ mm $f_{ys,w} = 573$ MPa										
# $s_0 = 70$ mm $s_r = 100$ mm $\phi_w = 12,5$ mm $f_{ys,w} = 530$ MPa										
○ $s_0 = 70$ mm $s_r = 100$ mm $\phi_w = 10,0$ mm $f_{ys,w} = 573$ MPa $\rho' = 1,14$ ‰										

Na Tabela 4.6 são apresentados os modos de ruptura das lajes. Todas as lajes com armaduras de cisalhamento apresentaram rupturas significativamente mais dúcteis que as lajes sem armaduras de cisalhamento. Mesmo no caso da laje LC01 (c/d de 1,875), com pilar inferior às demais, observou-se um considerável grau de fissuração e de deformação antes de sua ruptura, tanto no concreto quanto nas armaduras, mas ainda assim, seguindo os critérios estabelecidos, seu modo de ruptura foi classificado como punção. Na laje LC03 (c/d de 3,125), a grande dimensão do pilar reduziu os esforços de flexão, favorecendo a ocorrência da punção. Em todas as demais lajes com pilares circulares (c/d de 2,5) observou-se equilíbrio entre o comportamento à flexão e ao cisalhamento. Nas lajes LC04 e LC06 um grande número das barras de flexão escoou, enquanto que nas demais, a deformação máxima no concreto esteve próxima da deformação última, caracterizando-se a flexo-punção. Já nas lajes com pilares quadrados é possível que a concentração de tensões nos cantos tenha favorecido a ruptura por punção, uma vez que foi verificada uma menor sollicitação à flexão. No caso destas lajes, o modo de ruptura observado foi punção.

Tabela 4.6 – Definição do modo de ruptura das lajes

Série de Ensaio	Laje	Comportamento ao Cisalhamento			Comportamento à Flexão		Superfície de Ruptura	Modo de Ruptura	
		No. da camada de <i>studs</i>	01	02	03	$\epsilon_{c,max}$ (‰)			r_{ys}
1ª Série	LC01	% <i>studs</i> que escoaram	100	65	28	2,66	3,15· <i>d</i>	In	P
		Cortada pela sup. rup.?	sim	não	não				
	LC02	% <i>studs</i> que escoaram	100	50	25	2,81	3,45· <i>d</i>	In	FP
		Cortada pela sup. rup.?	sim	não	não				
	LC03	% <i>studs</i> que escoaram	100	75	40	2,54	4,70· <i>d</i>	In	P
		Cortada pela sup. rup.?	sim	não	não				
	LC04	% <i>studs</i> que escoaram	100	93	62	2,28♦	5,95· <i>d</i>	In	FP
		Cortada pela sup. rup.?	sim	não	não				
LC05	% <i>studs</i> que escoaram	100	55	33	3,24	3,55· <i>d</i>	In	FP	
	Cortada pela sup. rup.?	sim	não	não					
LC06	% <i>studs</i> que escoaram	100	85	90	3,20†	6,00· <i>d</i>	In	FP	
	Cortada pela sup. rup.?	sim	não	não					
LC07	% <i>studs</i> que escoaram	80	81	35	3,14	4,30· <i>d</i>	In	FP	
	Cortada pela sup. rup.?	sim	sim	não					
LC08	% <i>studs</i> que escoaram	100	84	38	3,14†	4,80· <i>d</i>	In	FP	
	Cortada pela sup. rup.?	sim	não	não					
2ª Série	LS01	% <i>studs</i> que escoaram	100	92	---	2,37	4,55· <i>d</i>	Out	P
		Cortada pela sup. rup.?	---	---	---				
	LS02	% <i>studs</i> que escoaram	100	100	45	2,15	3,20· <i>d</i>	In	P
		Cortada pela sup. rup.?	sim	sim	não				
	LS03	% <i>studs</i> que escoaram	58	44	---	1,46†	3,15· <i>d</i>	Out	P
		Cortada pela sup. rup.?	---	---	---				
	LS04	% <i>studs</i> que escoaram	55	55	22	---	4,60· <i>d</i>	In	P
		Cortada pela sup. rup.?	sim*	não*	não*				
	LS05	% <i>studs</i> que escoaram	---	---	---	1,47	0,40· <i>d</i>	---	P
		Cortada pela sup. rup.?	---	---	---				
	LS06	% <i>studs</i> que escoaram	---	---	---	1,28	1,95· <i>d</i>	---	P
		Cortada pela sup. rup.?	---	---	---				
	LS07	% <i>studs</i> que escoaram	48	58	30	2,67	3,95· <i>d</i>	Out	P
		Cortada pela sup. rup.?	---	---	---				
LS08	% <i>studs</i> que escoaram	79	59	51	1,70†	3,95· <i>d</i>	In	P	
	Cortada pela sup. rup.?	sim*	não*	não*					

Obs.:

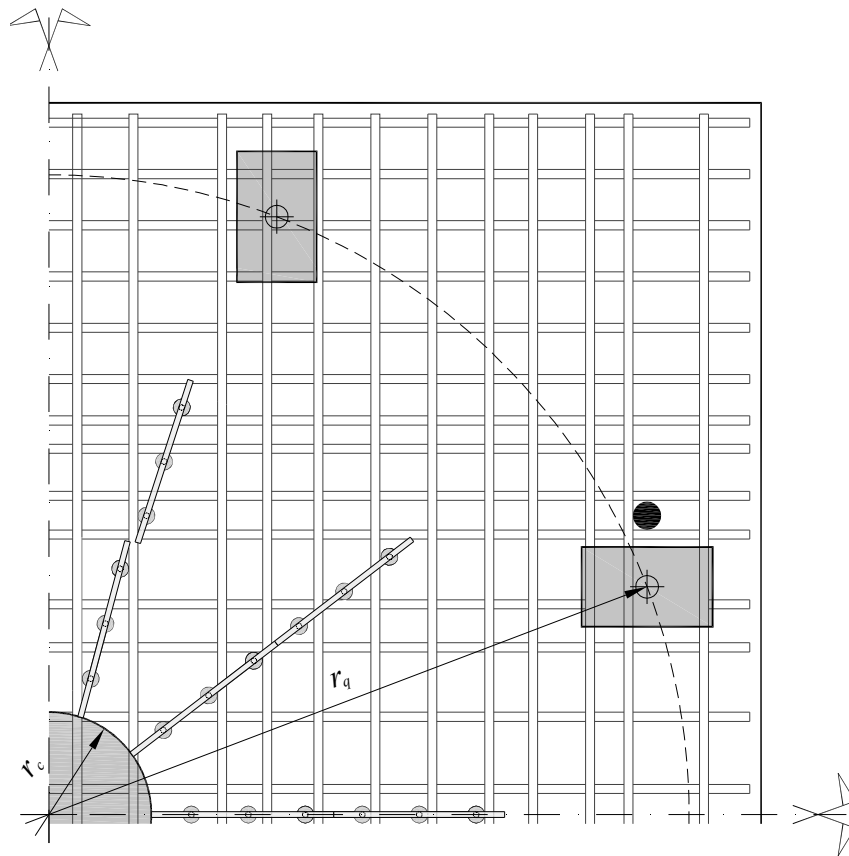
$\epsilon_{c,max}$ é a deformação máxima na superfície de concreto registrada durante o ensaio;
 r_{ys} raio da laje no qual as armaduras de flexão atingiram a tensão de escoamento;
♦ a leitura da deformação no concreto foi interrompida com 0,85· P_u por problemas com o equipamento;
† a deformação máxima no concreto não foi registrada no ultimo passo de carga;
* lajes com momento desbalanceado;
P é o modo de ruptura por punção; FP é o modo e ruptura por flexo-punção e F é o modo de ruptura por flexão.

5. ANÁLISE NUMÉRICA

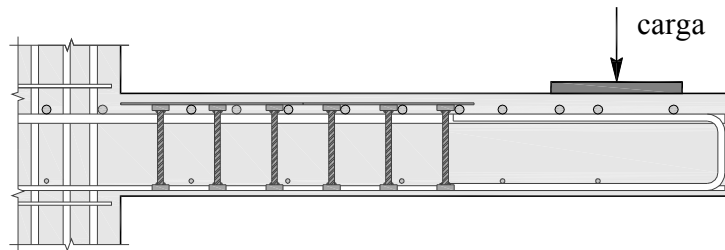
A realização de ensaios experimentais é de fundamental importância, pois seus resultados são utilizados para validar e aprimorar os métodos teóricos de estimativa da resistência à punção. No entanto, estas análises apresentam limitações por fornecerem resultados apenas em pontos específicos do modelo experimental. Quando o objetivo é analisar determinados aspectos do comportamento da laje a fim de entender melhor o mecanismo de ruptura por punção a análise apenas dos resultados experimentais pode não ser suficiente. Sob este aspecto, a realização de análises numéricas pode ser muito relevante já que viabilizam a investigação do modelo como um todo e podem servir como complementação para as análises experimentais. Neste capítulo serão apresentados os resultados de uma análise numérica não-linear realizada através do uso de ferramentas computacionais baseadas no método dos elementos finitos.

5.1. APRESENTAÇÃO DA ANÁLISE NÃO-LINEAR

A análise numérica descrita neste capítulo foi feita com o objetivo de analisar os resultados das lajes da primeira série de ensaios experimentais. Estas lajes possuíam armaduras de cisalhamento e foram apoiadas em pilares de seção circular, com o carregamento sendo aplicado de modo simétrico. De forma mais específica, buscou-se com estas análises avaliar a distribuição dos esforços ao longo da espessura da laje a fim de poder entender melhor o mecanismo de ruptura observado no laboratório. Para uma análise deste tipo o modelo numérico mais simples de ser gerado e analisado deve ser constituído por elementos axissimétricos. Estes elementos podem ser utilizados para analisar estruturas com simetria geométrica, de material e de carregamento. Dentre as lajes desta série de ensaios, optou-se por modelar, inicialmente, a laje LC02, que dentre as oito lajes que formaram esta série, era uma laje de referência, tanto para as demais seis lajes apoiadas em pilares com diâmetro de 360 mm, quanto para as duas lajes restantes, LC01 e LC03, apoiadas em pilares de 270 mm e 450 mm de diâmetro, respectivamente. Na Figura 5.1 são apresentados detalhes das armaduras e do carregamento para a laje LC02.



a) Detalhes da laje LC02



b) Seção transversal da laje LC02

Figura 5.1 – Detalhes gerais da laje LC02

Nenhuma destas lajes enquadra-se dentro da hipótese de simetria axial, basicamente pelo fato de terem sido utilizadas armaduras de flexão com distribuição ortogonal. MENETREY (1994) fez uma série de análises numéricas não-lineares buscando representar o comportamento de lajes à punção e propôs que lajes com armadura ortogonal poderiam ser analisadas numericamente utilizando-se elementos axissimétricos desde que as armaduras ortogonais fossem substituídas por uma armadura axissimétrica equivalente. Para modelar a laje IA15a (ver Figura 5.2), Menetrey utilizou uma malha composta por 288 elementos quadráticos axissimétricos para simular o concreto e substituiu as armaduras de flexão

ortogonais por elementos de “anel” e barras radiais. A transformação das barras ortogonais em elementos de anel e barras radiais foi feita assumindo-se que as armaduras ortogonais são equivalentes a uma chapa delgada de aço com espessura constante estimada segundo a Equação 5.1. Os elementos de anel têm o mesmo espaçamento s das barras ortogonais e sua área é proporcional a este espaçamento, e pode ser determinada através da Equação 5.2. Já os elementos de barra são caracterizados por sua espessura, a qual foi assumida como igual a da chapa de aço delgada equivalente. Na Figura 5.3 são apresentados os tipos de elementos utilizados por Menetrey para a construção do modelo axissimétrico.

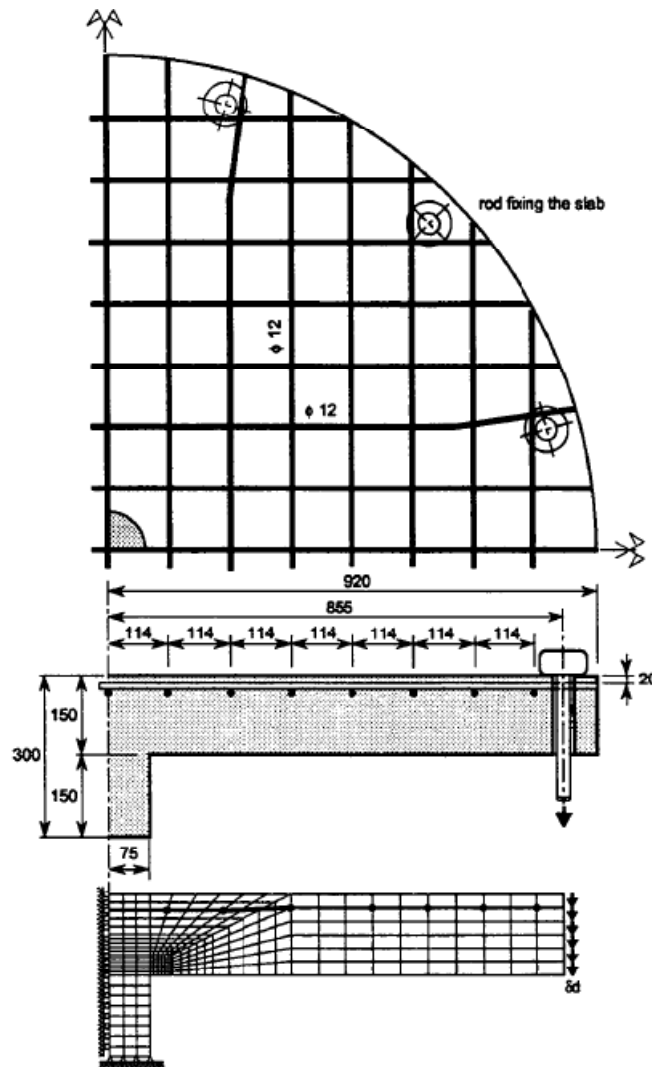


Figura 5.2 – Características da laje IA15a e do modelo numérico axissimétrico (MENETREY, 1994)

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot t}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot d} = \frac{t}{d} \quad \therefore \quad t = \rho \cdot d \quad \text{Equação 5.1}$$

$$A_s = t \cdot s \quad \text{Equação 5.2}$$

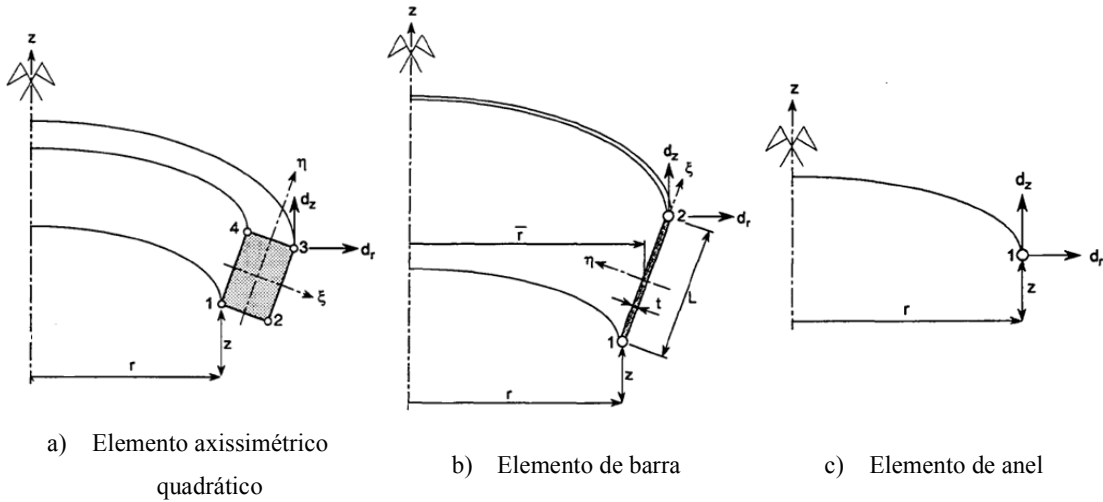


Figura 5.3 – Tipos de elementos para o modelo axissimétrico (MENETREY, 1994)

MENETREY (1994) ressalta que a transformação da armadura de flexão de uma distribuição ortogonal para uma distribuição axissimétrica influencia nos resultados numéricos. Do ponto de vista da resistência da laje essa substituição é correta e os resultados numéricos e experimentais são comparáveis. Porém, no que se refere à rigidez da laje, a transformação da armadura altera a resposta do modelo numérico equivalente, que tende a apresentar maior rigidez que o modelo experimental. O autor utiliza alguns ensaios de KINNUNEN e NYLANDER (1960) para justificar que esse fenômeno que ele observou numericamente retrata um comportamento que na prática também seria observado experimentalmente caso fossem comparadas lajes com características semelhantes diferenciando-se apenas pela distribuição das armaduras de flexão. Ele utilizou os resultados da laje IB15a, perfeitamente axissimétrica, e os da laje IA15a, com armaduras ortogonais, conforme indicado na Figura 5.4 para avaliar o efeito de se alterar a distribuição das armaduras de flexão. Menetrey afirma que o comportamento das lajes foi, de modo geral, semelhante, mas que os deslocamentos foram discrepantes. A laje com anéis apresentou deslocamentos significativamente inferiores ao da laje com barras ortogonais, pois os anéis tendem a deixar a laje mais rígida por combater de modo mais eficiente a fissuração radial. Deste ponto de vista, as diferenças de comportamento carga-deslocamento observadas numericamente podem na verdade retratar a realidade.

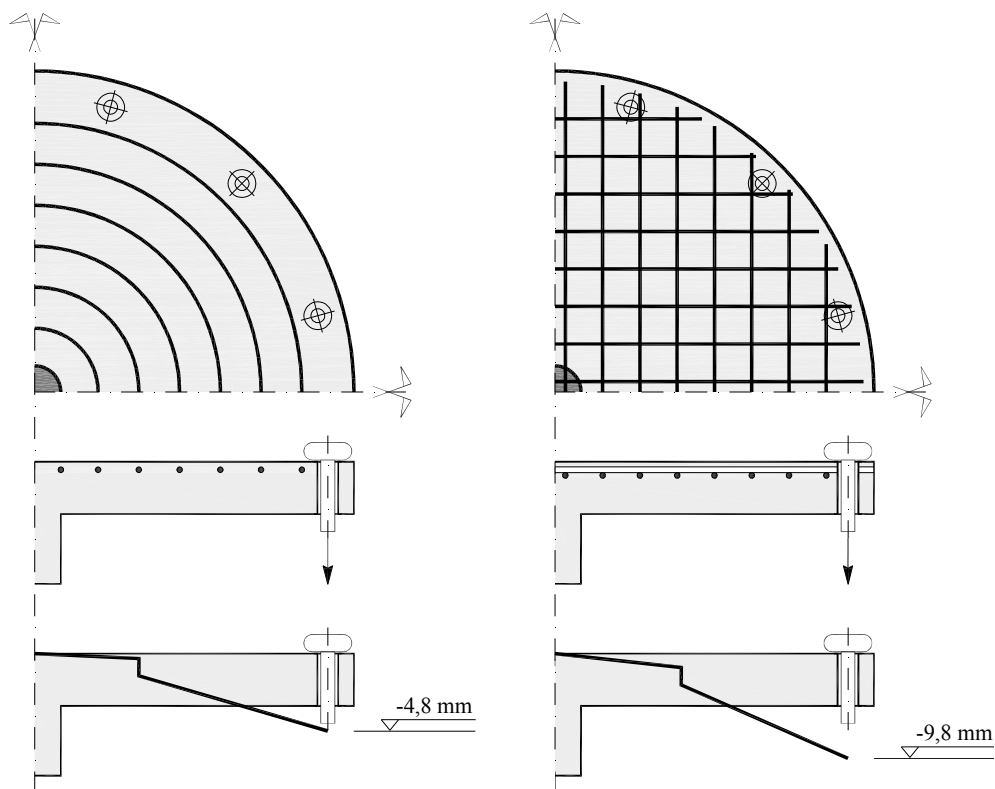
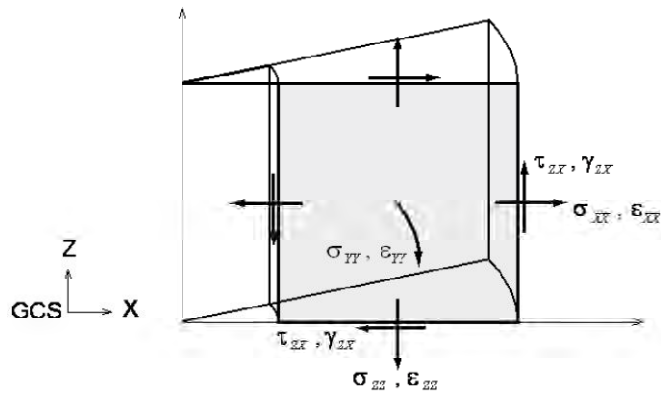


Figura 5.4 – Comparação entre os deslocamentos experimentais lajes Kinnunen e Nylander

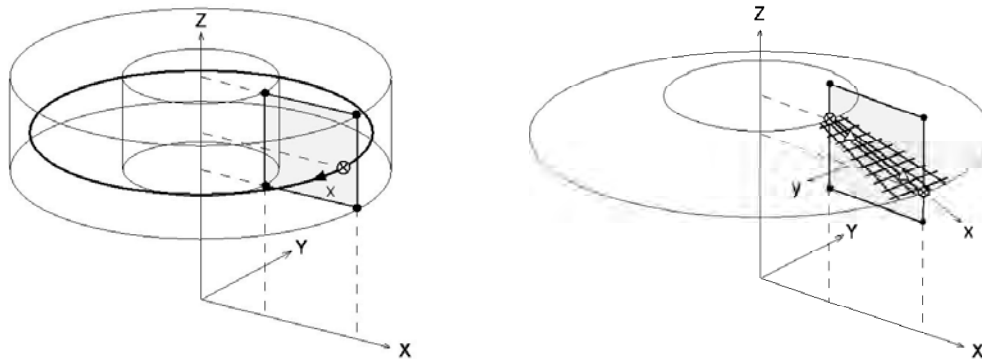
Para gerar o modelo numérico da laje LC02 foi utilizado o programa comercial midas FEA. A laje foi modelada utilizando-se 330 elementos quadráticos axissimétricos de 8 nós. Uma das camadas da armadura de flexão foi substituída por 12 elementos de barra axissimétrico (anel). Já a outra camada foi modelada utilizando-se a opção de gerar uma malha de barras dentro dos elementos quadráticos axissimétrico, sendo que em uma das direções a área de armadura foi considerada igual a zero. As armaduras de cisalhamento também foram modeladas utilizando-se malhas. Na Figura 5.5 são apresentados os elementos utilizados para a modelagem numérica.

O modelo constitutivo adotado para simular o comportamento do concreto foi o *Total Strain Crack* (TSC) que é fundamentado na *Modified Compression Field Theory* (MCFT) proposta por VECCHIO e COLLINS (1986), formulada com base em modelos bi-dimensionais. A redução da resistência à compressão devido a fissuração lateral foi modelada de acordo com as recomendações de VECCHIO e COLLINS (1993). A extensão proposta por SELBY e VECCHIO (1993), que leva em consideração o confinamento lateral passivo provocado pela restrição dos deslocamentos oriundos de esforços de tração

ou compressão, importante na modelagem tri-dimensional de estruturas de concreto, foi desconsiderada nas análises numéricas realizadas.



a) Convenção de sinais para o elemento quadrático axissimétrico



b) Barra para um elemento axissimétrico (anel)

c) Malha para um elemento axissimétrico

Figura 5.5 – Elementos utilizados para a modelagem numérica (midas FEA, 2010)

O TSC é formulado com duas metodologias distintas. Uma delas considera que os eixos das fissuras permanecem fixos a partir do momento em que a fissura se forma (*fixed crack model*) e a outra admite que a direção das fissuras gira continuamente em função das mudanças na direção das deformações principais (*rotating crack model*). Em ambos os casos a fissuração é verificada nos pontos de integração e a primeira fissura sempre surge na direção das deformações principais. Optou-se por utilizar o *fixed crack model*, também utilizado em trabalhos como os de VOLLUM *et al.* (2010) por ser reconhecidamente preciso na simulação do comportamento de elementos de concreto. Foi utilizada uma aproximação secante para o descarregamento na qual a relação tensão-deformação retorna a origem de forma linear antes da alternância das curvas de tração e compressão.

O diagrama tensão-deformação do concreto não-confinado sob tração uniaxial foi definido como linear até a fissuração e, após a fissuração, considerou-se que a tensão de tração reduziria exponencialmente em função da deformação na direção normal à fissura (ϵ_{nn}), conforme indicado na Figura 5.6a e expresso na Equação 5.3.

$$\sigma_{nn}^{cr}(\epsilon_{nn}^{cr}) = f_{ct} \exp\left(-\frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_{nn,ult}^{cr}}\right) \quad \text{Equação 5.3}$$

$$\epsilon_{nn,ult}^{cr} = \frac{G_f}{\alpha \cdot h_{cr} \cdot f_{ct}} \quad \text{Equação 5.4}$$

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right)^{0,7} \quad \text{Equação 5.5}$$

$$f_{cm} = f_c' + \Delta f \quad \text{Equação 5.6}$$

$$\alpha = \int_{x=0}^{x=\infty} y(x) dx \quad \text{Equação 5.7}$$

onde

f_{ct} é a resistência a tração do concreto;

$\epsilon_{nn,ult}^{cr}$ é a deformação última na direção normal à fissura, determinada com a Equação 5.4;

G_f é a energia de fratura necessária para gerar fissuração à tração, determinada com a Equação 5.5;

G_{f0} é um valor básico de energia de fratura determinado em função do diâmetro máximo do agregado conforme expresso na Tabela 5.1;

f_{cm} é a resistência à compressão média do concreto, definida pela Equação 5.6;

f_c' é a resistência à compressão do concreto obtida através de ensaios em corpos de prova cilíndricos;

Δf é admitido como igual a 8 MPa;

f_{cm0} é admitido como sendo igual a 10 MPa;

α é um coeficiente definido pela Equação 5.7 onde $y(x)$ é a função assumida para o *tension softening* (amolecimento à tração);

h_{cr} é o comprimento equivalente, assumido como $h_{cr} = a_h \cdot \sqrt{A_e}$, onde a_h é um coeficiente assumido como igual a 1,0 para elementos quadráticos e 1,41 para elementos lineares e A_e é a área do elemento.

Tabela 5.1 – Valores de G_{f0} (CEB-FIP MC90:1993)

d_{max} (mm)	G_{f0} (N.mm/mm ²)
8	0,025
16	0,030
32	0,058

Já o comportamento do concreto sob compressão é descrito por uma lei parabólica de *hardening* e *softening* (endurecimento e amolecimento) proposta por FEENSTRA (1993) conforme indicado na Figura 5.6b e expresso na Equação 5.8 até a Equação 5.14.

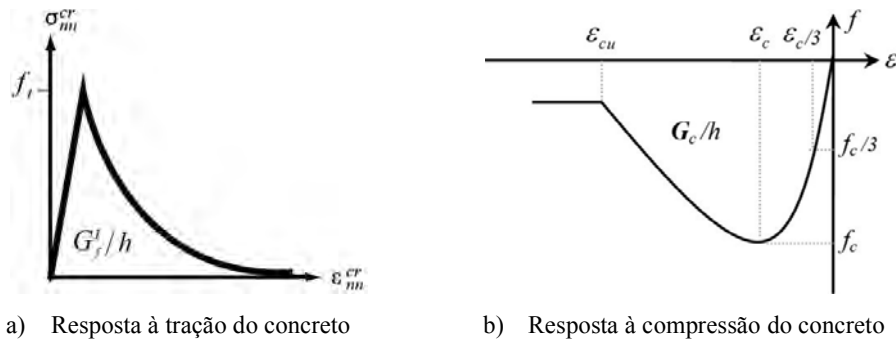


Figura 5.6 – Modelos adotados para comportamento tensão-deformação do concreto

$$\sigma_{(\varepsilon)} = -\frac{f'_c \cdot \varepsilon}{3 \cdot \varepsilon_{c/3}} \quad \dots \quad \varepsilon_{c/3} < \varepsilon \leq 0 \quad \text{Equação 5.8}$$

$$\sigma_{(\varepsilon)} = -\frac{f'_c}{3} \cdot \left[1 + 4 \cdot \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{c/3}}{\varepsilon_c - \varepsilon_{c/3}} \right) - 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{c/3}}{\varepsilon_c - \varepsilon_{c/3}} \right)^2 \right] \quad \dots \quad \varepsilon_c < \varepsilon \leq \varepsilon_{c/3} \quad \text{Equação 5.9}$$

$$\sigma_{(\varepsilon)} = -f'_c \cdot \left[1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \dots \quad \varepsilon_{cu} < \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad \text{Equação 5.10}$$

$$\sigma_{(\varepsilon)} = 0 \quad \dots \quad \varepsilon < \varepsilon_{cu} \quad \text{Equação 5.11}$$

$$\varepsilon_{c/3} = -\frac{f'_c}{3 \cdot E_c} \quad \text{Equação 5.12}$$

$$\varepsilon_c = -\frac{5 \cdot f'_c}{3 \cdot E_c} \quad \text{Equação 5.13}$$

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_c - \frac{3 \cdot G_c}{2 \cdot h_{cr} \cdot f'_c} \quad \text{Equação 5.14}$$

onde

ε_c é a deformação na qual a tensão de compressão é igual a resistência à compressão;

ε_{cu} é a deformação última para a qual o concreto amolece completamente à compressão;

E_c é o módulo de elasticidade do concreto;

G_c é a energia de fratura para ruptura por compressão.

A energia de fratura à compressão G_c é difícil de ser medida, pois depende significativamente dos procedimentos de ensaio. Existe pouca informação disponível na literatura quanto à definição deste parâmetro, e EDER *et al.* (2010) afirma que é comum considerar que ele seja de $100 \cdot G_f$ a $500 \cdot G_f$. Quando é utilizado o *fixed crack model* é necessário também simular o comportamento ao cisalhamento do concreto, normalmente considerando que a rigidez ao cisalhamento é reduzida após a fissuração. Isso é feito através da consideração de uma redução constante na rigidez ao cisalhamento conforme indicado na Equação 5.15. Para descrever o aço das armaduras de flexão e de cisalhamento foi utilizado o modelo de *Von Mises* que é um dos mais empregados para análises de materiais metálicos. Admitiu-se que aderência perfeita entre as barras e o concreto.

$$G^{cr} = \beta_c \cdot G \quad \text{Equação 5.15}$$

onde

β_c é o fator de retenção de cisalhamento (*shear retention factor*) que varia de $0 \leq \beta \leq 1,0$.

5.2. ESTUDO PARAMÉTRICO

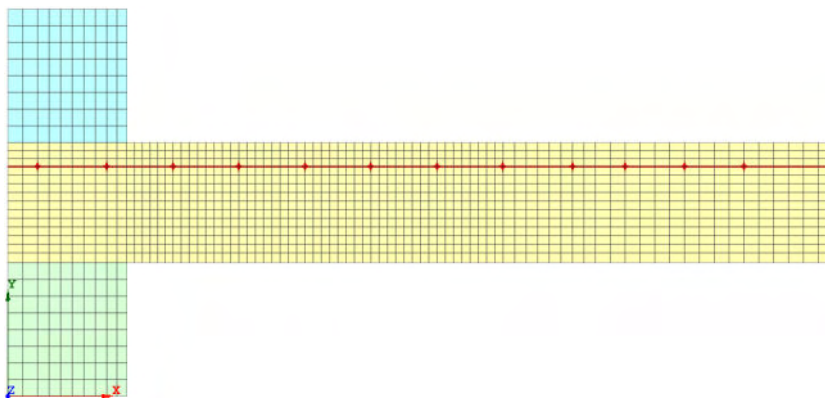
Foram desenvolvidos alguns estudos paramétricos com o objetivo de analisar a influência destes parâmetros na qualidade dos resultados obtidos numericamente. Estes estudos foram feitos em modelos sem armadura de cisalhamento, a fim de calibrar, principalmente, os parâmetros referentes à caracterização do concreto, adotando os valores mais adequados nos modelos com armaduras de cisalhamento. Nestes estudos, primeiramente foi verificada a influência do grau de refinamento da malha de elementos finitos do modelo nos resultados, a fim de economizar tempo de processamento. Posteriormente, foi avaliada a sensibilidade dos modelos para variações no módulo de elasticidade do concreto E_c , na resistência à tração do concreto f_{ct} e no fator de retenção de cisalhamento β_c , cujos resultados são apresentados a seguir.

5.2.1. Grau de Refinamento da Malha

Uma das primeiras questões que surge quando se inicia a modelagem numérica de uma estrutura refere-se ao nível de refinamento que a malha de elementos finitos que irá compor o modelo precisa ter para produzir resultados satisfatórios. Se a malha for pouco refinada os resultados podem ser inadequados, mas se a malha for muito refinada o tempo de processamento computacional pode inviabilizar o número de testes feitos com o modelo até se chegar numa configuração final. Para estas análises foram concebidos dois modelos de malhas, conforme apresentado na Figura 5.7. Na Figura 5.7a apresenta-se a malha menos refinada testada, onde foram utilizadas 7 camadas de elementos na espessura da laje. Já na Figura 5.7b é apresentada a malha mais refinada, onde foram utilizadas 14 camadas de elementos ao longo da espessura da laje. Em ambas as malhas houve o cuidado de definir os elementos de tal modo a respeitar uma proporção de no máximo 2 entre o lado maior e o lado menor do elemento.



a) Malha menos refinada (*coarse mesh*)



b) Malha mais refinada (*fine mesh*)

Figura 5.7 – Grau de refinamento da malha de elementos finitos

Nestas análises, os dados de entrada do modelo foram: peso específico do concreto $w_c = 2,40e-5 \text{ N/mm}^3$; coeficiente de Poisson do concreto $\nu_c = 0,15$; *fixed crack model*; efeito da fissuração lateral segundo Vecchio e Collins; não foi considerado o efeito do confinamento; valor básico de energia de fratura para um agregado de diâmetro máximo de 9,5 mm $G_{f0} = 0,0259 \text{ N.mm/mm}^2$; energia de fratura à compressão $G_c = 10 \text{ N.mm/mm}^2$; módulo de elasticidade do concreto $E_c = 27 \text{ GPa}$; resistência à tração do concreto $f_{ct} = 2,0 \text{ MPa}$; fator de retenção de cisalhamento $\beta_c = 0,1$; módulo de elasticidade do aço $E_s = 200 \text{ GPa}$; peso específico do aço $w_s = 7,85e-5 \text{ N/mm}^3$; coeficiente de Poisson do aço $\nu_s = 0,30$; tensão de escoamento do aço $f_{ys} = 550 \text{ N/mm}^2$.

A Figura 5.8 apresenta as curvas de carga-deslocamento em função da malha. É possível perceber que as diferenças observadas foram muito pequenas em função do grau de refinamento da malha. No que se refere à carga de ruptura, o modelo com malha menos refinada parou de convergir num nível de carregamento de 516,88 kN, enquanto que o modelo com malha refinada parou de convergir com 492,13 kN. Em uma laje com características semelhantes à deste modelo o Eurocode 2:2004 estimaria a carga de ruptura em torno de 608,88 kN, 15 % superior a estimada numericamente neste momento. A seguir serão apresentados resultados de análises paramétricas realizadas buscando identificar o efeito da variação de E_c , f_{ct} e β_c utilizando-se apenas a malha menos refinada, cujo tempo de processamento é seis vezes menor que o da malha muito refinada.

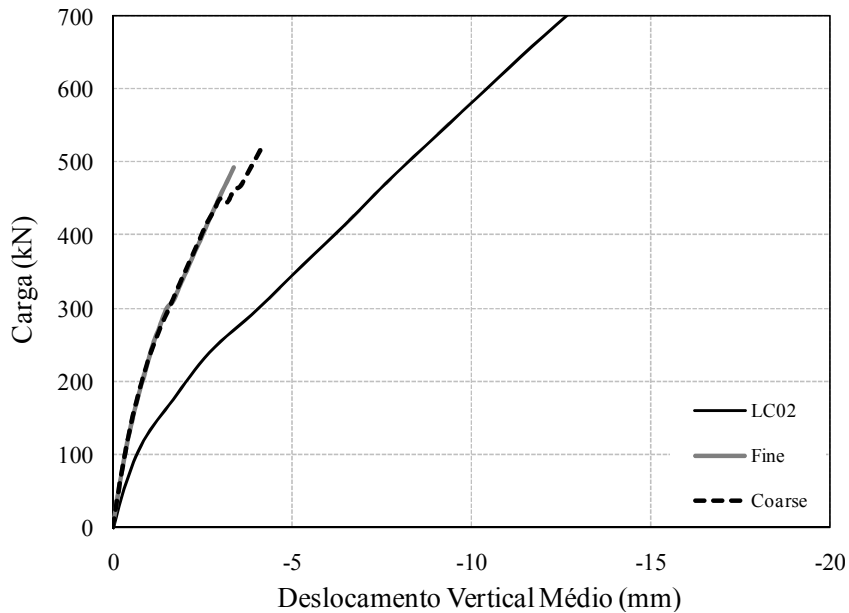


Figura 5.8 – Curvas carga-deslocamento em função da malha

5.2.2. Influência do Módulo de Elasticidade do Concreto (E_c)

Para a verificação da influência do módulo de elasticidade do concreto, utilizando-se a Equação 5.13, variou-se a deformação de compressão do concreto ε_c entre 2,0 ‰, 2,5 ‰ e 3,0 ‰, o que resultou nos valores de E_c de 40,42 GPa, 32,33 GPa e 26,95 GPa. A resistência à tração do concreto f_{ct} e o coeficiente de retenção de cisalhamento β_c foram mantidos em 2,0 MPa e 0,1, respectivamente. O carregamento aplicado foi na forma de um deslocamento, tendo sido utilizado o método de iteração de *Newton Raphson*, com 80 passos de carga e 200 iterações por passo de carga. Foi adotado um critério de convergência de energia com tolerância de 10^{-3} . Os resultados desta análise são apresentados na Figura 5.9. De uma forma geral é possível perceber que a carga de ruptura do modelo numérico é pouco influenciada pela variação do módulo de elasticidade do concreto e que se adotando um valor de $\varepsilon_c = 3,0$ ‰, muito comum em diversas pesquisas, o modelo teria um comportamento menos rígido.

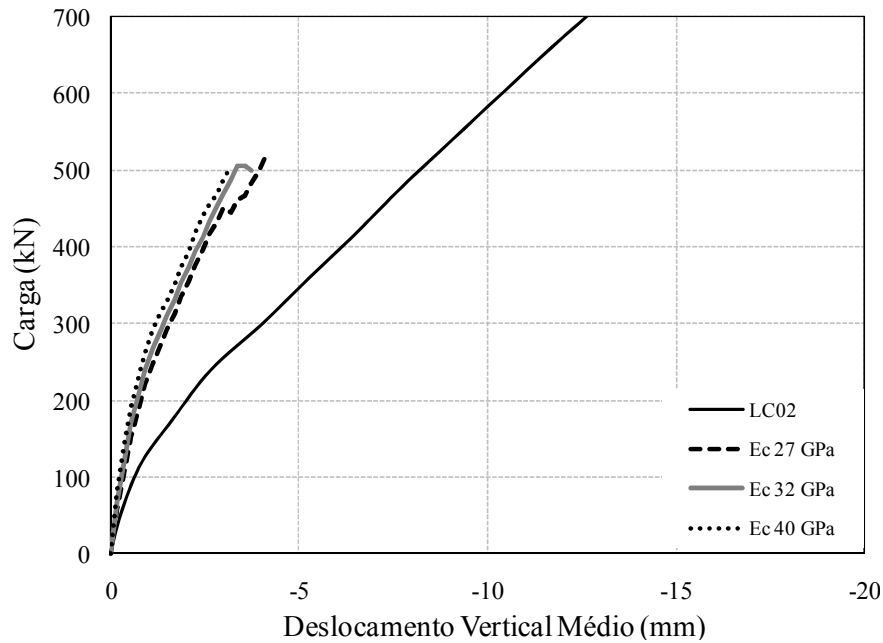


Figura 5.9 – Influência do módulo de elasticidade do concreto (E_c)

5.2.3. Influência da Resistência à Tração do Concreto (f_{ct})

Para a verificação da influência da resistência à tração do concreto, f_{ct} foi variado de 2,0 MPa, 3,0 MPa e 4,0 MPa. Os ensaios de compressão diametral realizados nos corpos de prova do concreto utilizado nas lajes forneceu a indicação que a resistência à tração do concreto seria da ordem de 4,0 MPa. Porém, trabalhos como os de LEE *et al.* (2008), que realizou uma série de ensaios de tração direta em elementos de concreto de grande escala indicam que utilizar os resultados de ensaios de compressão diametral para estimar a resistência à tração do concreto pode ser inadequado. Os resultados destes ensaios indicaram que em média a resistência à tração do concreto poderia ser calculada através da Equação 5.16, que fornece resultados semelhantes aos obtidos com a Equação 5.17, recomendada pelo ACI 209:1982. Estas equações e os resultados dos ensaios de compressão diametral justificam a variação analisada neste momento. Nestes modelos, o módulo de elasticidade do concreto E_c e o coeficiente de retenção de cisalhamento β_c foram mantidos em 26,95 GPa e 0,1, respectivamente. O carregamento aplicado foi na forma de um deslocamento, tendo sido utilizado o método de iteração de *Newton Raphson*, com 80 passos de carga e 200 iterações por passo de carga. Foi adotado um critério de convergência de energia com tolerância de 10^{-3} . Os resultados desta análise são apresentados na Figura 5.10.

$$f_{ct} = 0,30 \cdot \sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 5.16}$$

$$f_{ct} = 0,0069 \cdot \sqrt{w_c \cdot f'_c} \quad \text{Equação 5.17}$$

com f'_c em MPa

Os resultados indicam que tanto a carga de ruptura quanto os deslocamentos do modelo numérico são influenciados pela resistência à tração do concreto. Ao se utilizar um valor de resistência à tração do concreto de 2,0 MPa observou-se que o modelo parou de convergir em um nível de carregamento ligeiramente superior à 500 kN, o que é um resultado 15% inferior ao previsto pelo EUROCODE 2:2004 para uma laje como a deste modelo. Já para os valores de 3,0 MPa e 4,0 MPa, observou-se um comportamento inadequado do modelo numérico, que com esses valores não apresenta uma ruptura bem definida como nos demais casos.

É possível perceber vários picos de carregamento, indicando pontos de ruptura localizada, mas sem que o critério de convergência pare de ser atendido. Deste modo, a análise segue até o fim dos 80 passos de carga e provavelmente todos os resultados produzidos após o primeiro pico de carga devem ser descartados, não representando um comportamento real da laje. Estes resultados são importantes, pois indicaram que os valores de 3,0 MPa e 4,0 MPa para f_{ct} não são adequados para as análises realizadas neste momento.

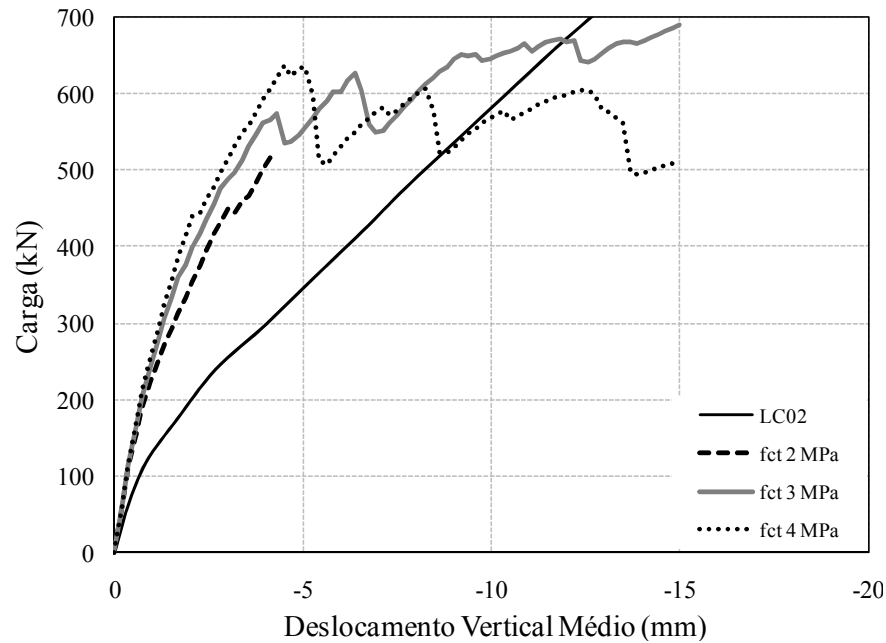


Figura 5.10 – Influência da resistência à tração do concreto (f_{ct})

5.2.4. Influência do Fator de Retenção de Cisalhamento (β_c)

Não existe na literatura uma recomendação específica sobre os valores que devem ser adotados para o fator de retenção de cisalhamento β_c , uma vez que este parâmetro varia de acordo com a estrutura, o tipo e a distribuição das armaduras e o modelo constitutivo escolhido para o concreto. ROTS (1988) recomenda que em estruturas de concreto, deve-se investigar $0,10 \leq \beta_c \leq 0,25$. TRAUTWEIN (2006), utilizando o software comercial DIANA, analisou através de modelos axissimétricos lajes com e sem armadura de cisalhamento ensaiadas experimentalmente por diversos autores, tendo utilizado em suas análises $\beta_c = 0,20$.

Buscando estabelecer o valor ideal para o parâmetro β foi feita uma análise variando-se seu valor de 0,10, 0,15, 0,20 e 0,25. Nestes modelos, o módulo de elasticidade do concreto E_c e a resistência à tração do concreto f_{ct} foram mantidos em 26,95 GPa e 2,0 MPa, respectivamente. O carregamento aplicado foi na forma de um deslocamento, tendo sido utilizado o método de iteração de *Newton Raphson*, com 80 passos de carga e 200 iterações por passo de carga. Foi adotado um critério de convergência de energia com tolerância de 10^{-3} . Os resultados desta análise são apresentados na Figura 5.11.

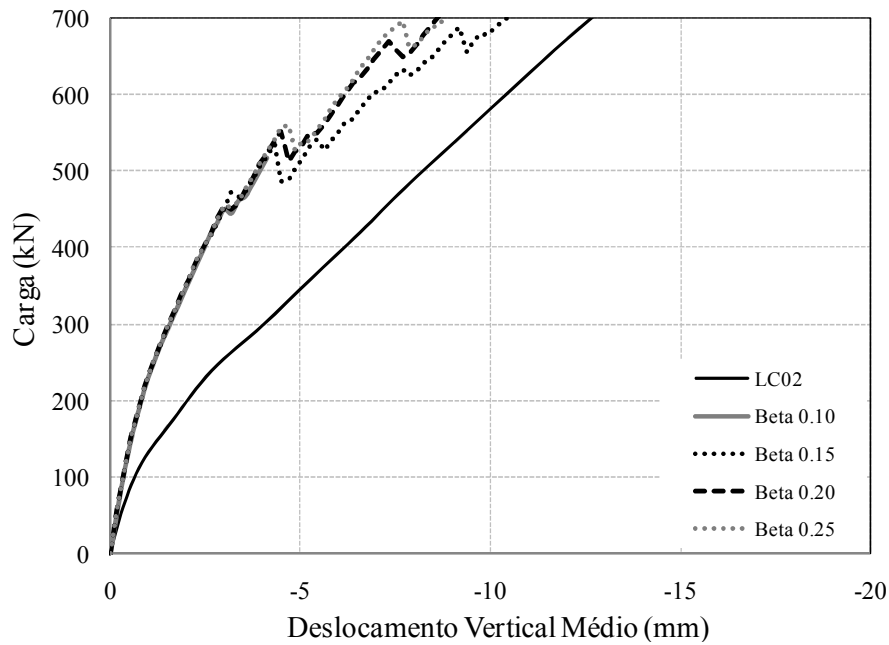


Figura 5.11 – Influência do fator de retenção de cisalhamento (β_c)

É possível perceber, inicialmente, que com exceção do modelo onde foi adotado $\beta_c = 0,10$, em todos os demais casos foi observado um comportamento inadequado dos modelos numéricos. É preciso ressaltar que todos esses testes foram realizados em modelos sem armadura de cisalhamento e, portanto, é inaceitável que o modelo numérico apresente rupturas localizadas e ainda assim seja capaz de desenvolver uma resistência superior a de uma laje com quantidade significativa de armaduras de cisalhamento. Para os testes realizados ficou claro que precisa ser adotado o valor de 0,10 para o fator de retenção de cisalhamento para que o modelo numérico possa produzir resultados adequados.

5.3. MODELAGEM DE LAJES SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO

Após as análises paramétricas realizadas ficou evidente que para a análise das lajes desta pesquisa seria mais adequado utilizar a malha menos refinada, que exigiu menor tempo de processamento e produziu resultados praticamente idênticos aos gerados com a malha mais refinada. Deve-se destacar que a malha aqui denominada de menos refinada, na verdade já é uma malha bem construída e por este motivo apresentou resultados satisfatórios. Ficou evidente também que os valores ideais para os parâmetros E_c , f_{ct} e β_c são 26,95 GPa, 2,0 MPa e 0,10, respectivamente. Com base nisto, foi feito um modelo da laje sem armaduras de cisalhamento, a fim de verificar se este modelo numérico é capaz de descrever satisfatoriamente o comportamento de lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento. Deste ponto em diante, optou-se por aplicar o deslocamento no modelo em 160 passos de carga, o dobro do utilizado nas análises para calibração de alguns parâmetros, a fim de evitar que, especialmente no caso do modelo sem armadura de cisalhamento, a análise parasse de convergir prematuramente, uma vez que já foi testado este modelo no item 5.2.1 e a carga de ruptura foi 15% inferior à estimada segundo o EUROCODE 2:2004 para uma laje deste tipo. O modelo numérico é apresentado na Figura 5.12 e na Figura 5.13 é apresentado o comportamento carga-deslocamento do modelo.

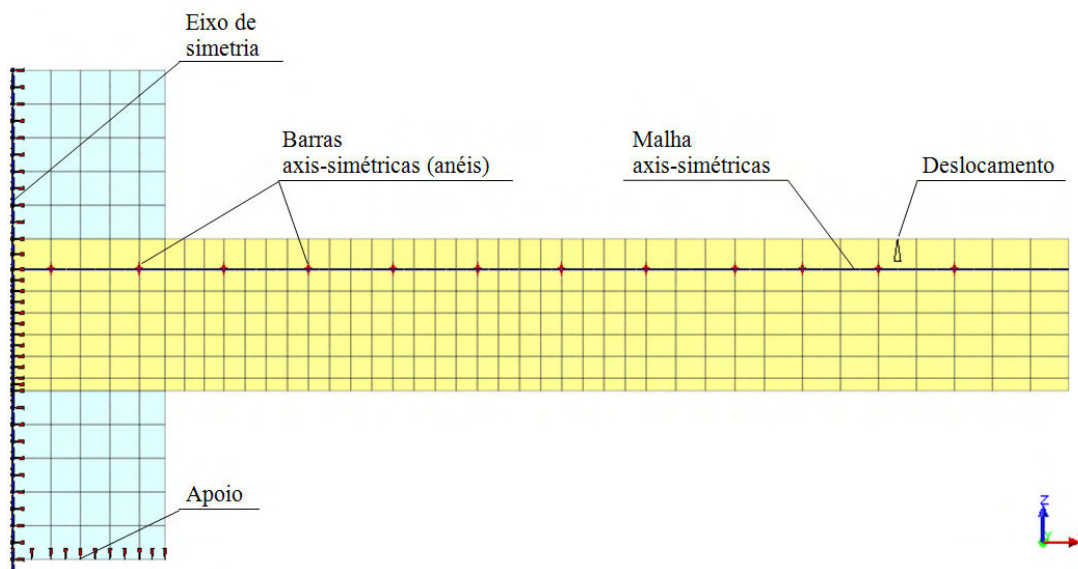


Figura 5.12 – Modelo numérico para a laje sem armadura de cisalhamento

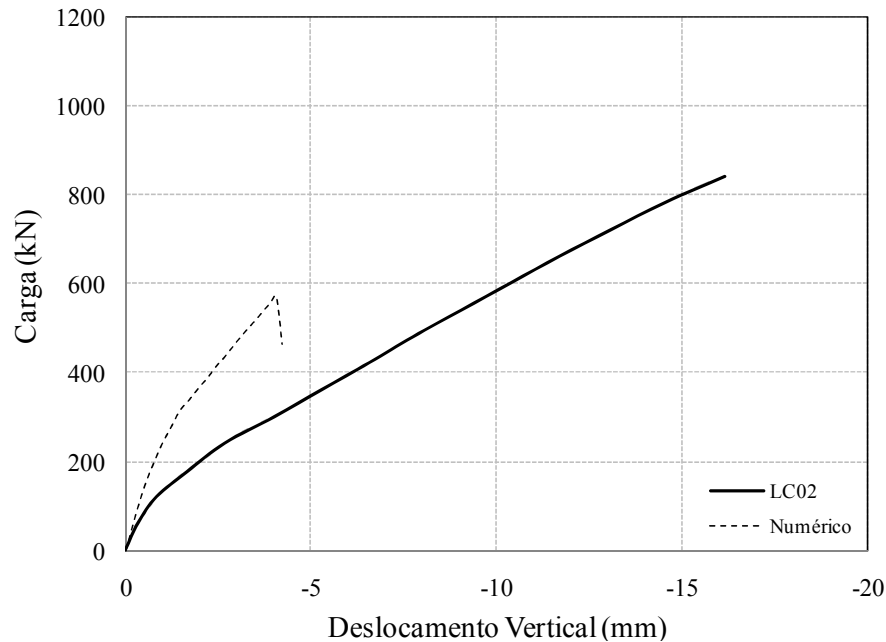
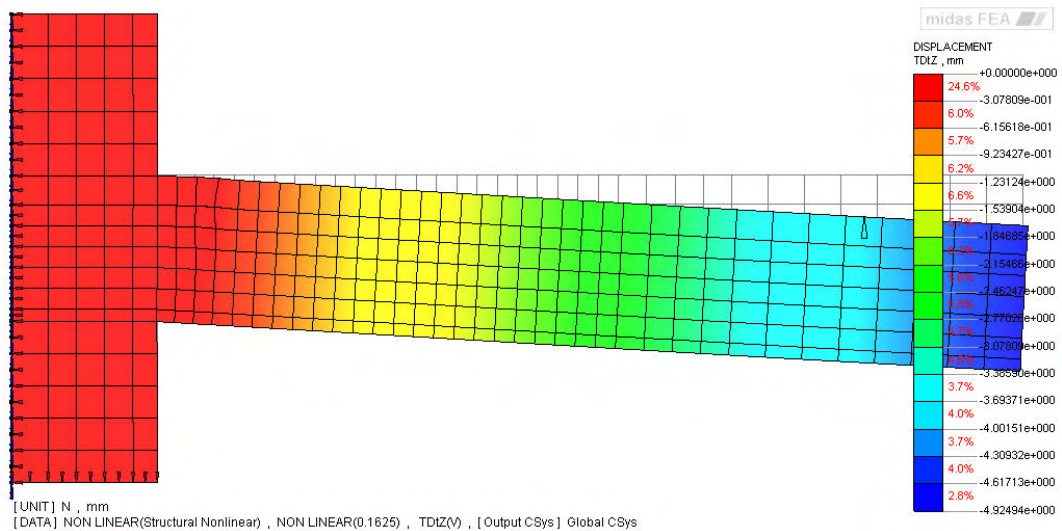


Figura 5.13 – Curvas carga-deslocamento para a laje sem armadura de cisalhamento

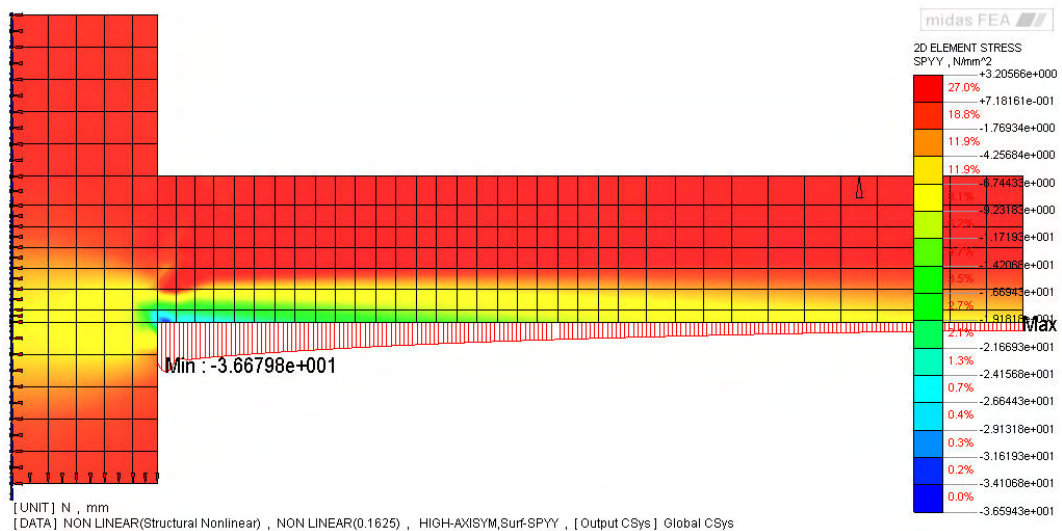
É possível perceber que assim como observado por MENETREY (1994) o modelo perfeitamente axissimétrico tem um comportamento carga-deslocamento mais rígido do que teria um modelo experimental com armaduras ortogonais. No entanto, do ponto de vista da estimativa da carga de ruptura, a alteração no número de passos de carga foi eficaz e o modelo numérico apresentou carga de ruptura de 569,53 kN, que seria 6,9% inferior a estimada pelo Eurocode 2:2004. Esta mudança foi importante também porque permitiu resultados além da carga de pico, viabilizando a observação da superfície de ruptura.

Na Figura 5.14a é apresentada a deformada do modelo numérico para o estágio de carregamento referente ao pico de resistência observado para a laje. É possível perceber que neste momento não existem distorções na malha, indicando que a ruptura ainda não ocorreu. Já na Figura 5.14b é apresentada a distribuição das tensões normais tangenciais na superfície inferior da laje para o carregamento de pico, podendo-se perceber que neste instante não é indicada a possibilidade de ruptura por flexão com esmagamento do concreto. Já na Figura 5.15a pode ser visualizada a distribuição das tensões de cisalhamento na laje para o carregamento de pico, sendo possível perceber a formação de uma biela comprimida que parte canto do pilar com inclinação de 33°. Na Figura 5.15b apresenta-se a fissuração da laje no carregamento de pico. É possível perceber que existe uma fissura tangencial de flexão na face do pilar e que esta fissura já está numa fase de

descarregamento e que existe uma fissura tangencial nova, ainda em fase de carregamento que surgiu à uma distância de aproximadamente $0,5 \cdot d$ da face do pilar e se desenvolveu em direção ao canto do pilar, porém sendo interrompida pela região comprimida na face inferior da laje. Esses resultados fornecem uma boa idéia do comportamento da laje num instante imediatamente anterior a sua ruptura por punção.

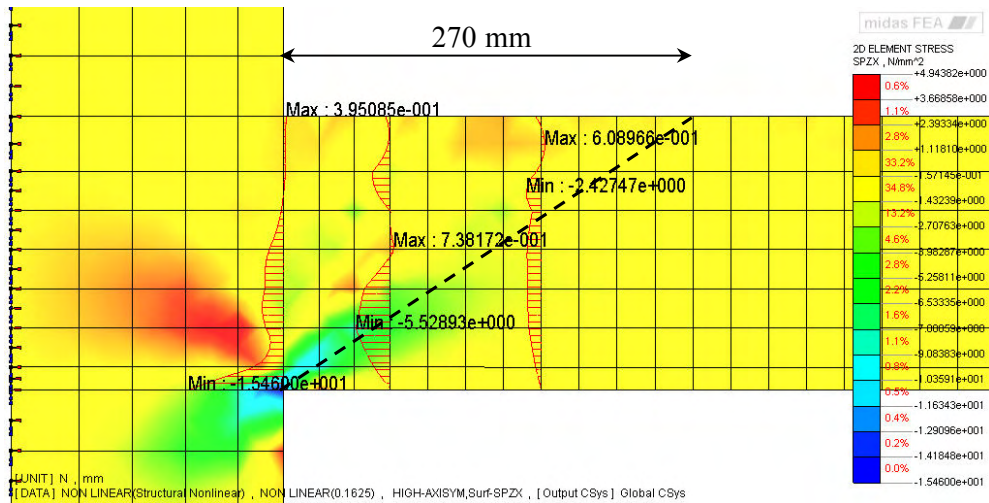


a) Deformada da malha para o carregamento de pico

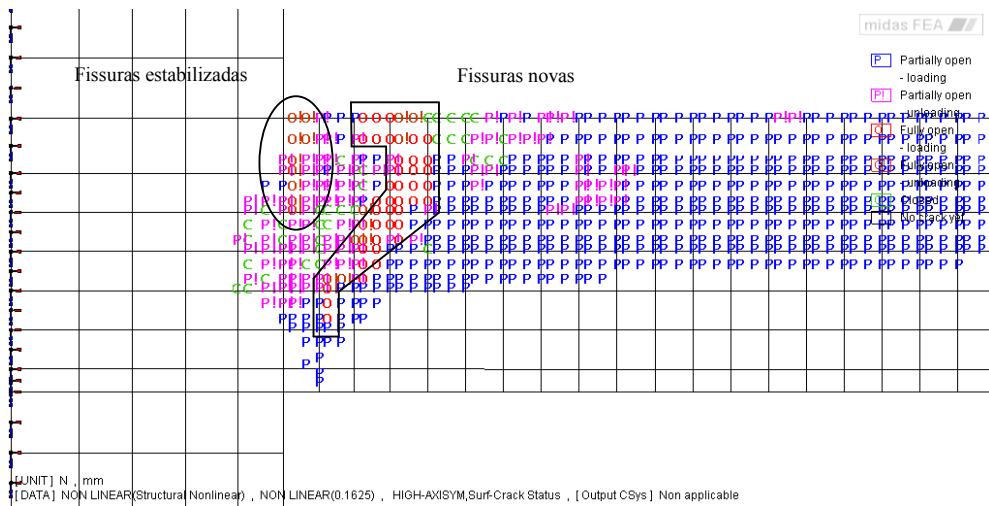


b) Distribuição das tensões σ_{yy} na face inferior da laje para o carregamento de pico

Figura 5.14 – Deformada e distribuição das tensões tangenciais na superfície inferior da laje para o carregamento de pico



a) Distribuição das tensões σ_{xz} em diferentes perímetros de controle para o carregamento de pico

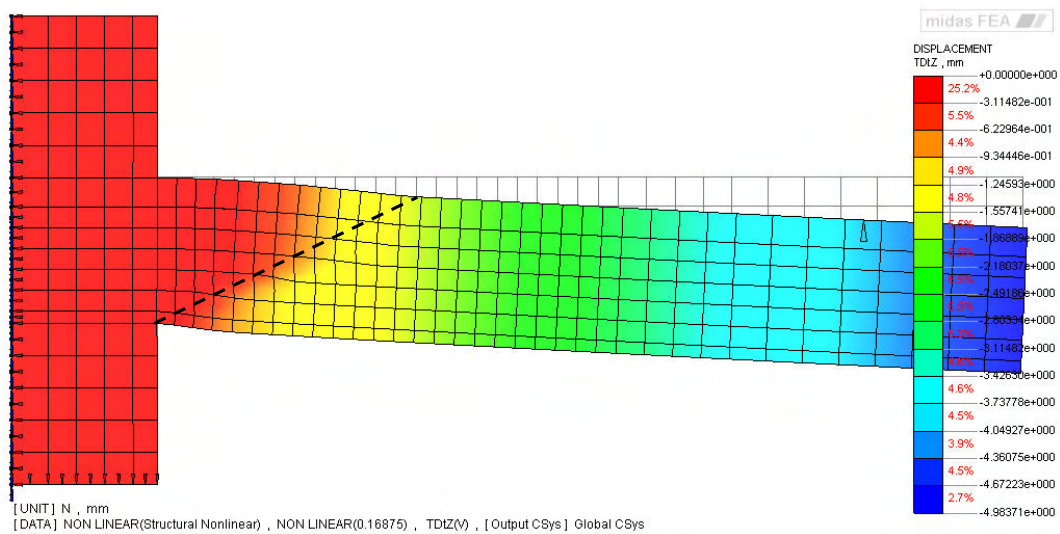


b) Fissuração da laje para o carregamento de pico

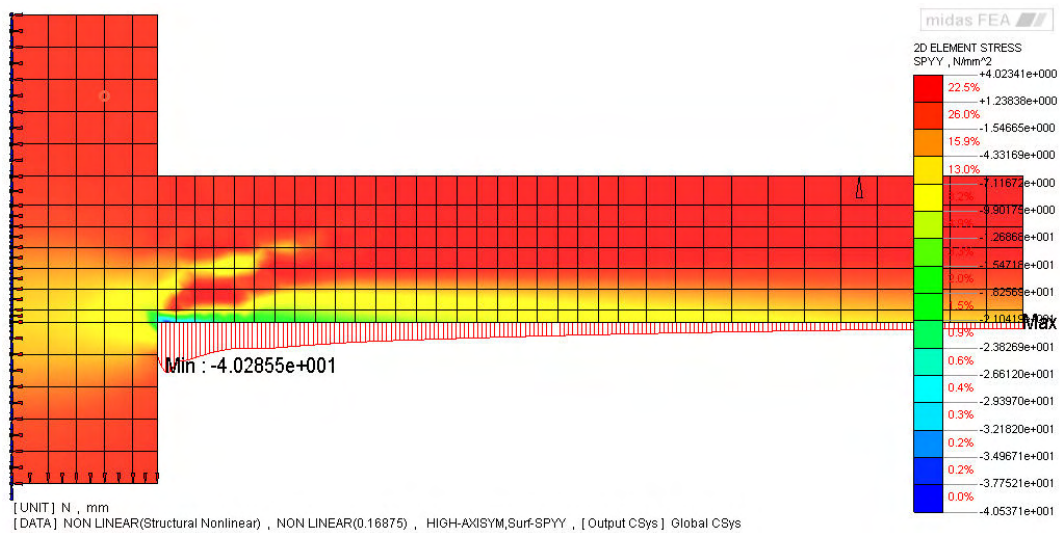
Figura 5.15 – Distribuição da tensões de cisalhamento e fissuração da laje para o carregamento de pico

Na Figura 5.16a apresenta-se a deformada da laje no estágio de carregamento pós-pico, podendo-se perceber uma forte distorção dos elementos, indicando que a ruptura ocorreu e que esta está afastada da face do pilar. Na Figura 5.16b é possível perceber que no pós-pico houve um acréscimo das tensões de compressão tangenciais na superfície inferior da laje, mas ainda assim sem que haja indícios de ruptura por esmagamento do concreto. Já na Figura 5.17a apresenta-se a distribuição das tensões de cisalhamento na laje para o instante imediatamente posterior a sua ruptura (pós-pico). É possível perceber o surgimento de tensões de tração inclinadas, como que cortando a biela comprimida, alterando a sua

configuração. Já na Figura 5.17b apresenta-se o estado de fissuração da laje no instante posterior a ruptura, sendo possível perceber que, as fissuras já existentes no estágio de carregamento de pico estabilizaram, e que houve o surgimento de fissuras novas, que juntas podem constituir a fissura crítica de cisalhamento, que no modelo apresentou inclinação em torno de $27,6^\circ$, que é semelhante a comumente observada em ensaios e praticamente coincide com a inclinação recomendada pelo Eurocode 2:2004 para definição do perímetro de controle u_1 .

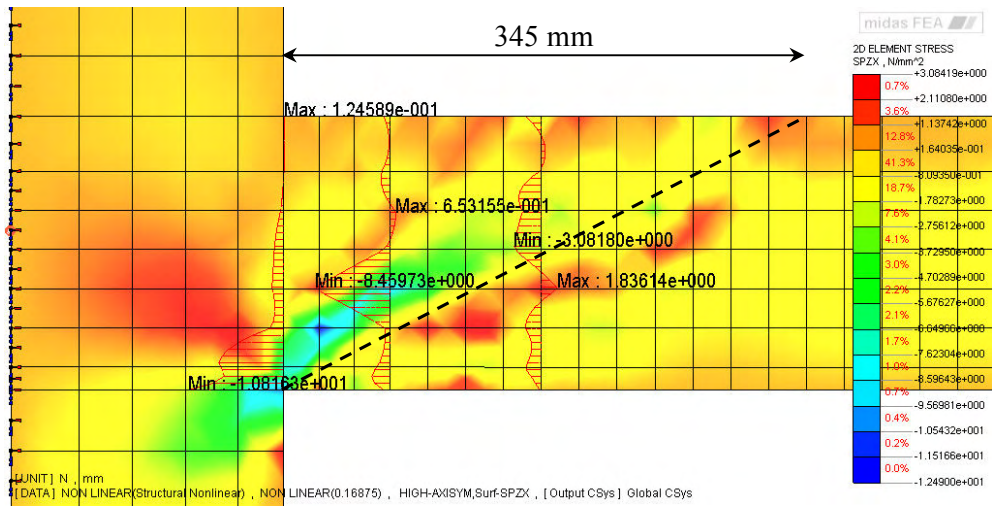


a) Deformada da malha para o pós-pico

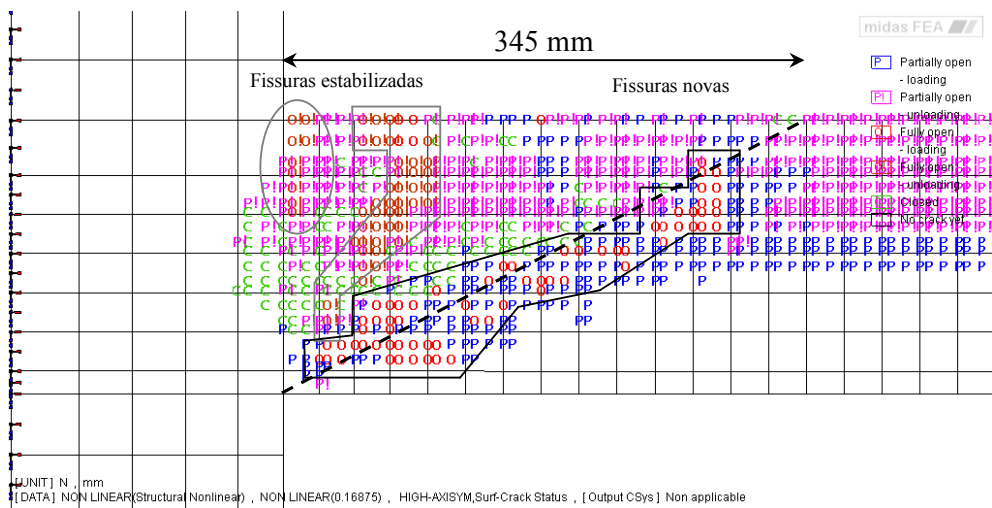


b) Distribuição das tensões σ_{yy} na face inferior da laje para o pós-pico

Figura 5.16 – Deformada e distribuição das tensões tangenciais na superfície inferior da laje para o pós-pico



a) Distribuição das tensões σ_{xz} em diferentes perímetros de controle para o pós-pico



b) Fissuração da laje para o pós-pico

Figura 5.17 – Distribuição da tensões de cisalhamento e fissuração da laje para o pós-pico

5.4. MODELAGEM DE LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO

Para a construção do modelo numérico das lajes com armadura de cisalhamento foi utilizado o mesmo modelo usado para as análises anteriores, apenas acrescentando-se as seis camadas de armaduras de cisalhamento, conforme mostrado na Figura 5.18. Na Figura 5.19 é apresentado o comportamento carga-deslocamento do modelo.

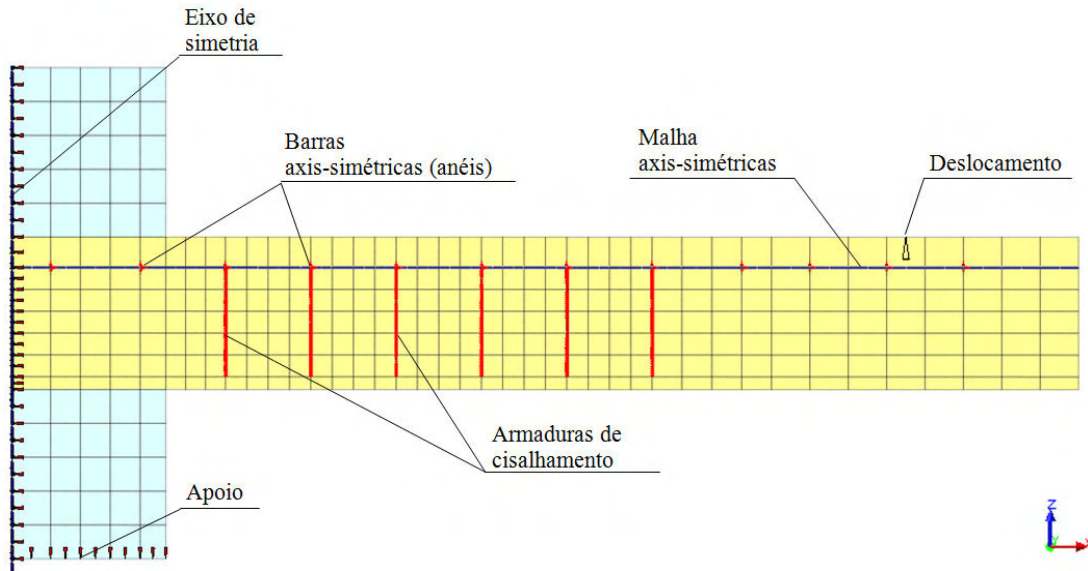


Figura 5.18 – Modelo numérico para a laje com armadura de cisalhamento

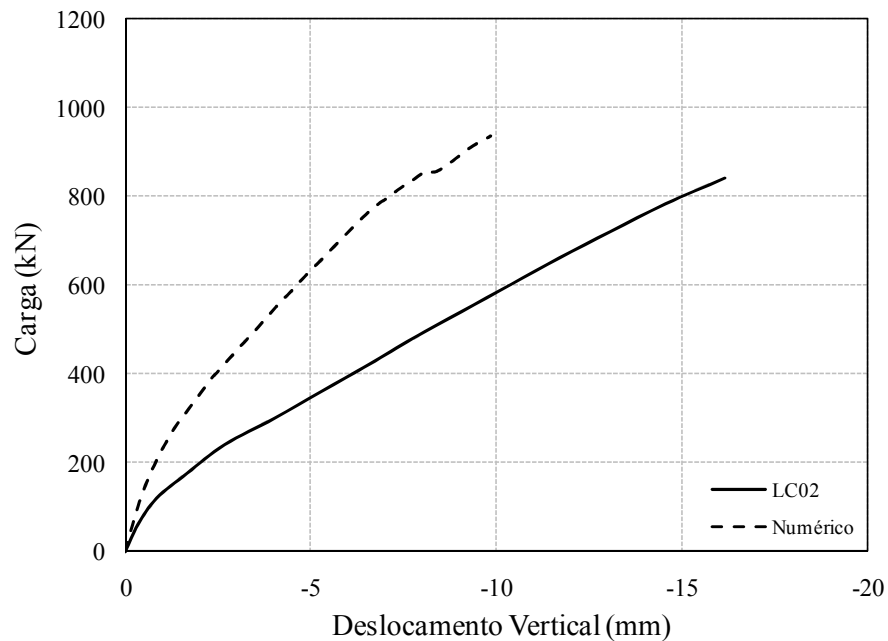


Figura 5.19 – Curvas carga-deslocamento para a laje com armadura de cisalhamento

É possível perceber que o modelo numérico é praticamente duas vezes mais rígido que o modelo experimental, com deslocamentos significativamente inferiores, fruto da utilização das armaduras de flexão de modo axissimétrico (anéis e barras radiais), conforme justificado anteriormente. Porém, no que se refere à estimativa de resistência da laje com armadura de cisalhamento, o modelo numérico apresentou bom desempenho, tendo sido observado que a análise parou de convergir para um nível de carregamento de 934,28 kN. A carga de ruptura experimental observada foi de 956 kN, apenas 2,3% superior à prevista teoricamente através da análise numérica. Ao contrário da análise anterior, este modelo não produziu resultados para estágios de carregamento posteriores ao de pico, e deste modo, os resultados disponíveis referem-se a um estágio de carregamento imediatamente anterior à ruptura da laje, não sendo possível acompanhar detalhes como a distribuição dos esforços num momento posterior à ruptura, nem tão pouco definir com precisão a superfície de ruptura da laje. Na Figura 5.20 é mostrada a deformada da laje não sendo possível identificar distorções na malha que caracterizam a formação da superfície de ruptura.

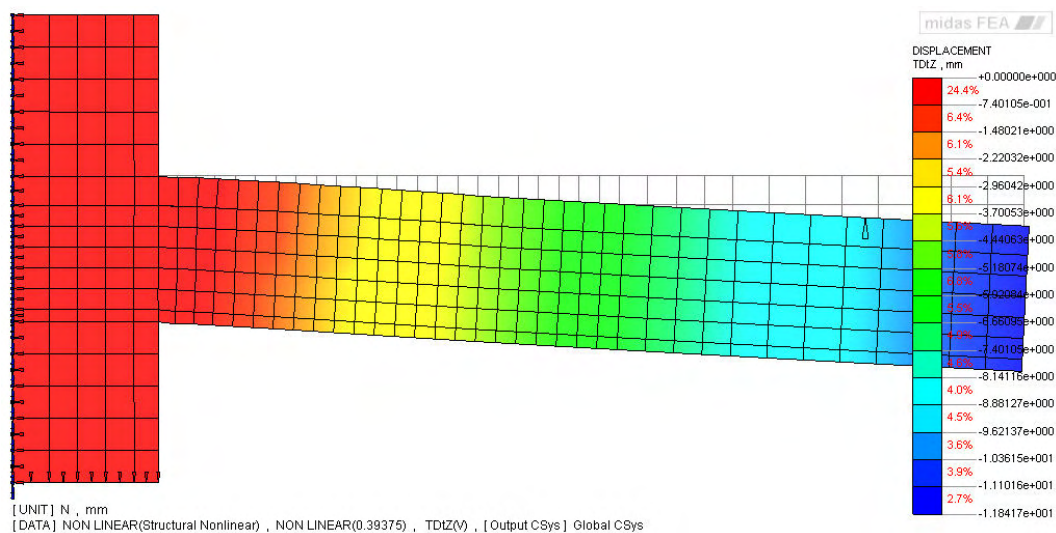


Figura 5.20 – Deformada da laje com armadura de cisalhamento para a carga de pico

Na Figura 5.21 é apresentada a variação das tensões tangenciais no concreto da superfície inferior da laje para diferentes níveis de carregamento, uma vez que as lajes com pilar circular de 360 mm de diâmetro apresentaram elevadas deformações na superfície do concreto, com suspeita de que a ruptura pode ter se iniciado devido ao esmagamento do concreto. É possível verificar que, até um estágio de carregamento de 763,74 kN ($\approx 0,82 \cdot P_u$) a tensão máxima é localizada à uma distância de 12 mm da face do pilar. A

partir deste estágio há um alívio das tensões na região mais próxima do pilar e as tensões máximas passam a ficar a 45 mm da face do pilar, comportamento semelhante ao observado experimentalmente. É possível perceber também que no momento da ruptura as tensões no concreto são superiores à 50 MPa, o que contribui para a interpretação de que a ruptura pode ter iniciado devido ao esmagamento do concreto em algumas destas lajes.

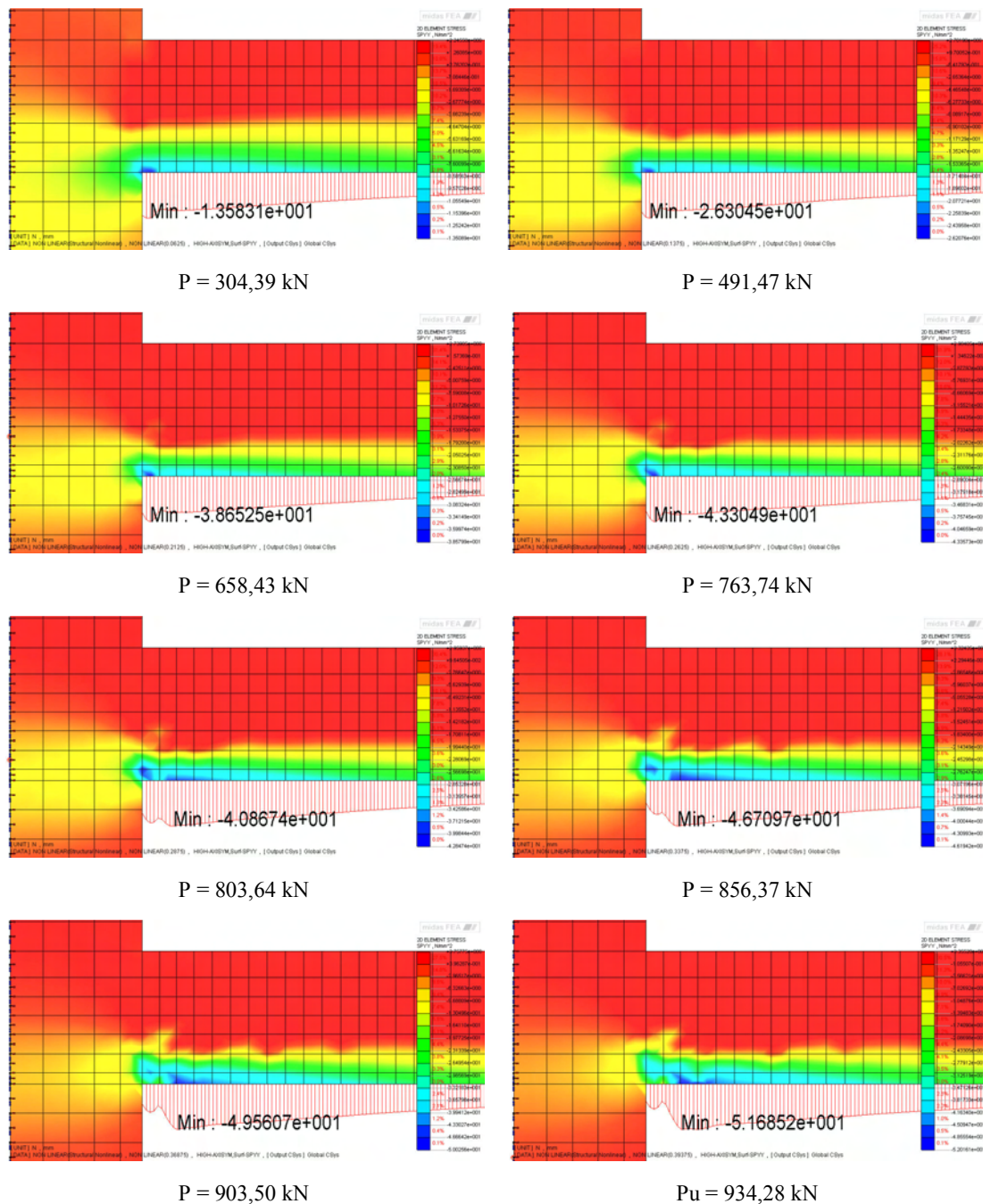
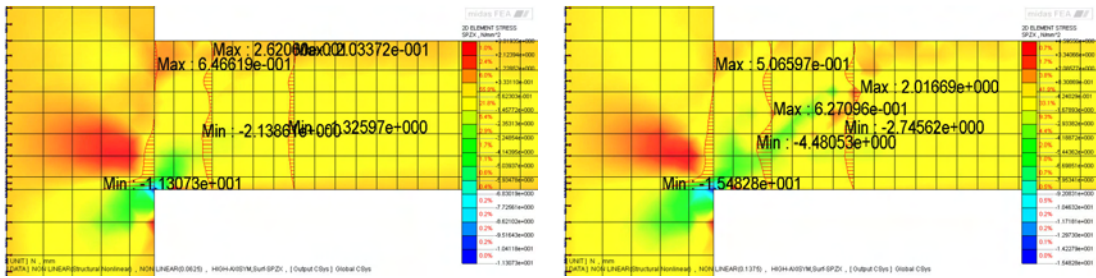


Figura 5.21 – Variação das tensões tangenciais na superfície inferior da laje

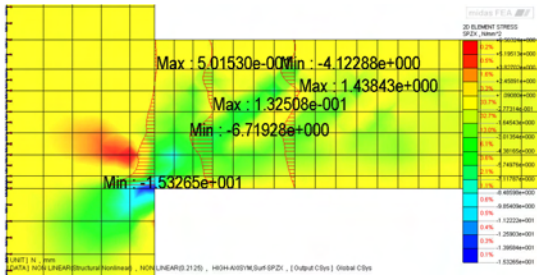
Na Figura 5.22 são mostradas as tensões de cisalhamento ao longo da espessura da laje para diferentes estágios de carregamento. É possível perceber que para um estágio de carregamento em torno de $0,5 \cdot P_u$ é nítida a formação de apenas uma biela de compressão, com uma geometria semelhante à um prisma, como ocorre em uma laje sem armaduras de cisalhamento e que, para estágios de carregamento superiores, fica mais nítida a configuração de uma biela comprimida em leque, partindo do pilar em direção ao nó superior das duas primeiras camadas de armadura de cisalhamento. É possível perceber também a formação de uma terceira e de uma quarta biela em forma de prisma ligando os nós inferiores da primeira e da segunda camada de *studs* aos nós superiores da terceira e da quarta camada de *studs*. Nota-se ainda que para estágios bastante avançados de carregamento, acima de 800 kN, o ponto de convergência da biela de compressão em leque está deslocado para cima em relação ao canto do pilar. Isso se deve ao fato de na região imediatamente posterior à face do pilar, na face inferior da laje, surgirem tensões de tração na direção radial. Este fato já foi relatado experimentalmente por outros pesquisadores e também foi constatado em algumas das lajes ensaiadas, como discutido em itens anteriores desta tese, e é apresentado na Figura 5.23.

Já na Figura 5.24 e na Figura 5.25 apresenta-se o avanço da fissuração da laje em função do estágio de carregamento. É possível perceber que o modelo numérico descreve bem o comportamento observado experimentalmente. A primeira fissura a surgir é uma fissura tangencial na face do pilar, devido aos esforços de flexão. Para estágios de carregamento mais avançados, superiores a $0,5 \cdot P_u$, surgem fissuras tangenciais afastadas da face do pilar. Essas fissuras avançam de forma inclinada ao longo da espessura da laje em direção ao canto do pilar. É possível observar a formação de quatro fissuras radiais, afastadas progressivamente entre si. No estágio último de carregamento, num instante imediatamente anterior à ruptura, é possível perceber que as duas primeiras fissuras afastadas do pilar estão em um estágio crítico, sendo difícil determinar qual delas poderia determinar a superfície de ruptura da laje, uma vez que não se tem resultados para um estágio de carregamento após a ruptura da laje. Ainda assim, para este modelo numérico, a fissura crítica poderia ocorrer com uma inclinação variando de 48° até 64° . Analisando a Figura 4.99, que mostra o resultado da investigação da superfície de ruptura experimental da laje LC02, é possível perceber uma boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos, uma vez que em uma das direções a inclinação foi de 63° e na outra foi de 40° .

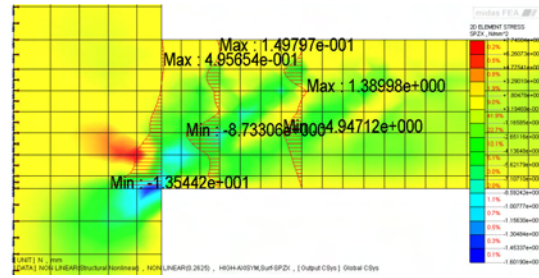


P = 304,39 kN

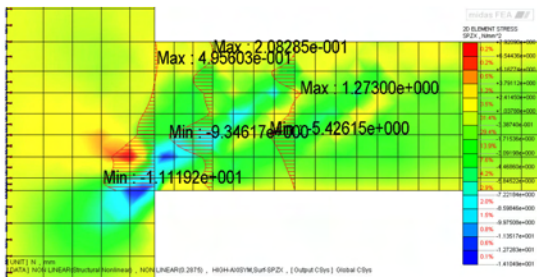
P = 491,47 kN



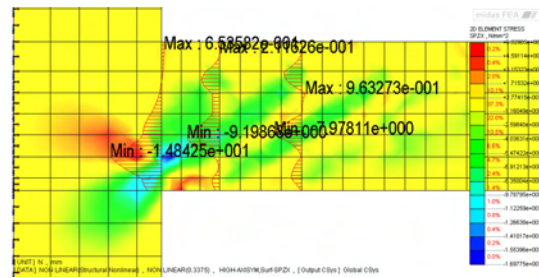
P = 658,43 kN



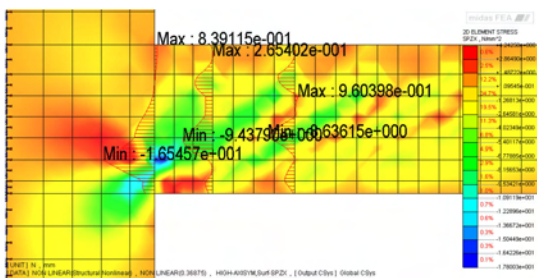
P = 763,74 kN



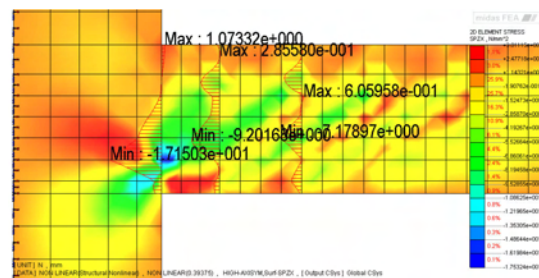
P = 803,64 kN



P = 856,37 kN



P = 903,50 kN



Pu = 934,28 kN

Figura 5.22 – Variação das tensões de cisalhamento na laje em função da carga aplicada

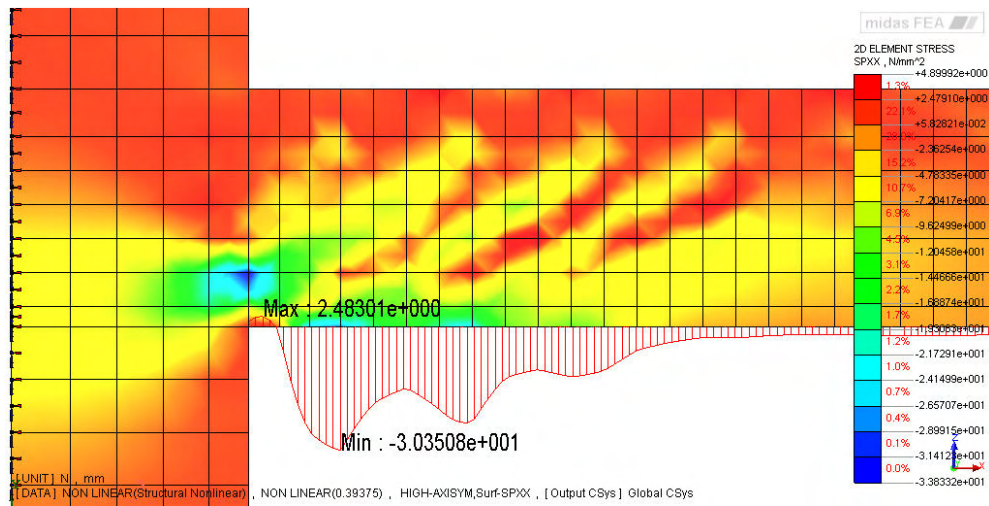


Figura 5.23 – Variação das tensões radiais na superfície inferior da laje para a carga última

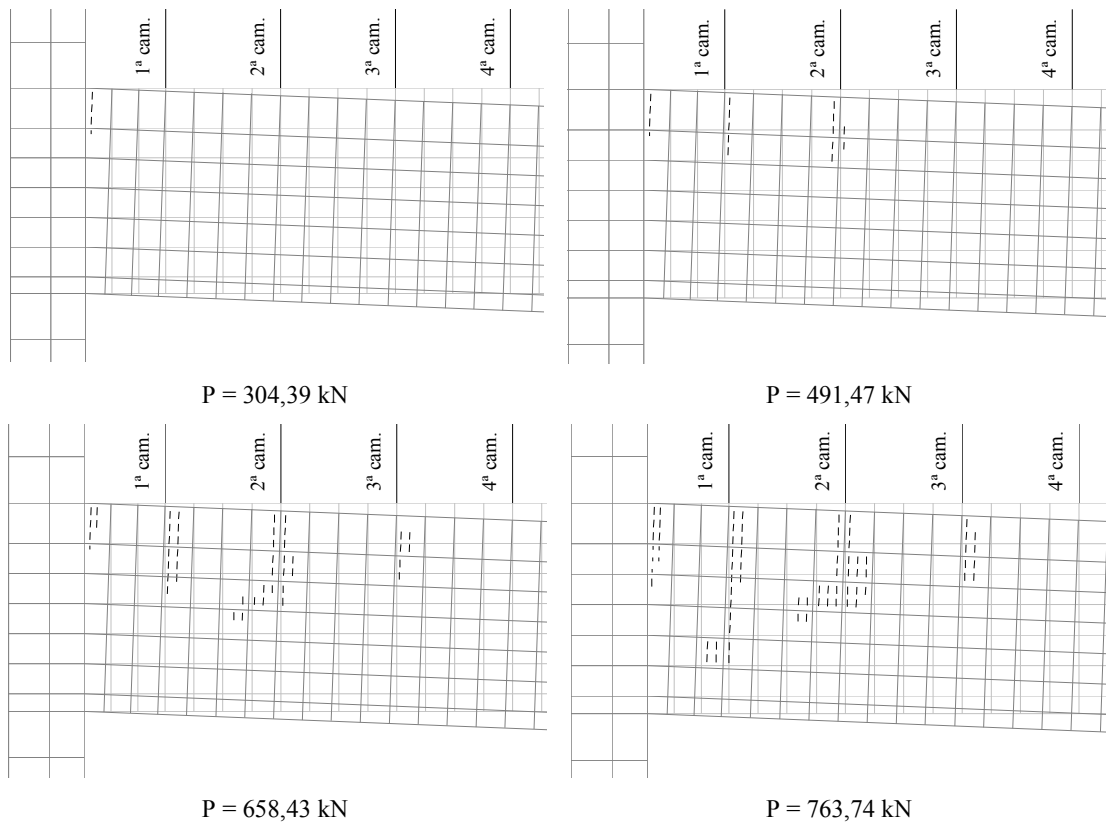


Figura 5.24 – Avanço da fissuração da laje em função da carga aplicada

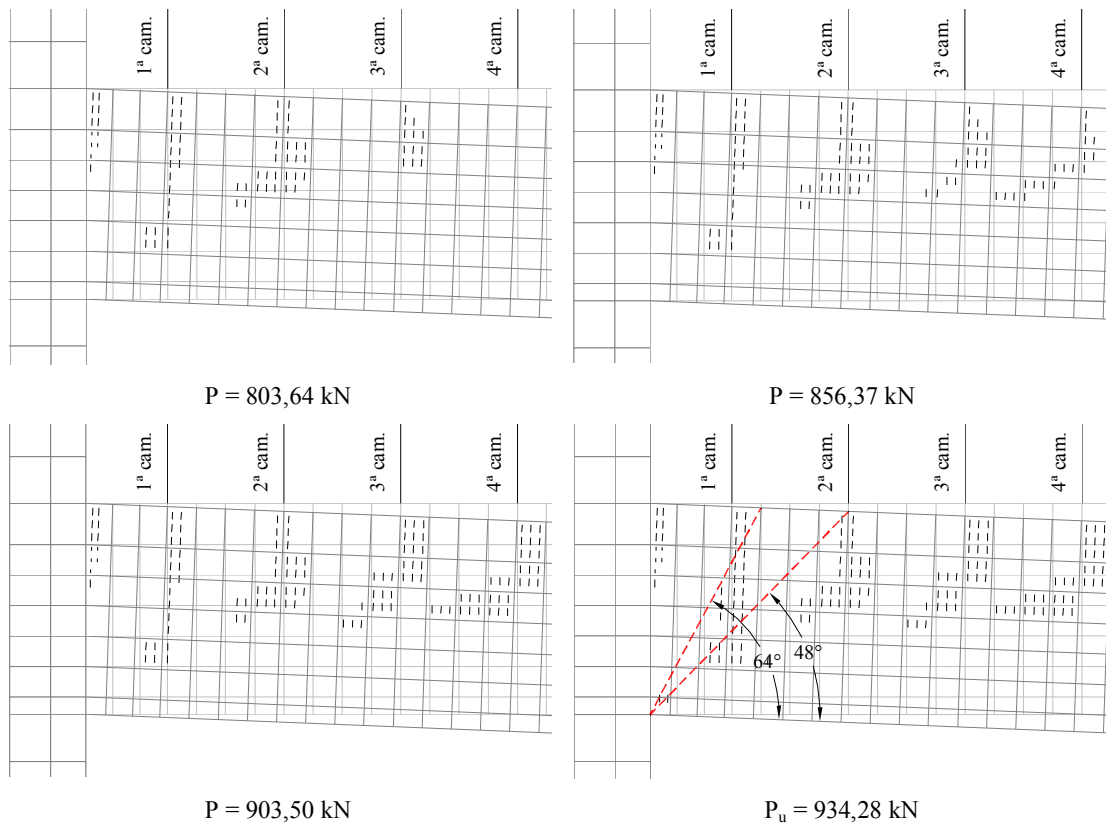


Figura 5.25 – Avanço da fissuração da laje em função da carga aplicada

6. ANÁLISE DOS MODELOS TEÓRICOS DE CÁLCULO

Nesse capítulo buscou-se avaliar a precisão dos métodos teóricos disponíveis para a estimativa da resistência à punção de lajes lisas de concreto armado. Isso foi feito com a utilização de resultados de ensaios disponíveis na literatura, confrontando-se os resultados experimentais com os resultados teóricos. Foram analisadas quatro situações de projeto de lajes lisas de concreto armado. A primeira trata lajes sem armadura de cisalhamento com carregamento simétrico. Posteriormente foram analisadas lajes com armadura de cisalhamento e com carregamento simétrico. Adiante foram analisadas lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento assimétrico com transferência de momentos na ligação laje-pilar. Por fim, foram analisados os casos de lajes com armadura de cisalhamento e com momentos desbalanceados.

Para a situação específica de lajes com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados existem poucos resultados experimentais disponíveis, sendo que na maioria dos casos foram utilizados estribos como armadura de cisalhamento. Por este motivo optou-se por analisar apenas as lajes ensaiadas nessa pesquisa. Os métodos teóricos escolhidos para essa análise foram as recomendações das normas ACI 318:2008 (ACI), Eurocode 2:2004 (EC2) e NBR 6118:2003 (NB1). Utilizou-se também a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (CSCT) com diferentes níveis de precisão (CSCTsimp. e CSCTaver.). No final deste capítulo apresenta-se uma proposta de modificação para a norma Eurocode 2:2004 para os casos de lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico.

6.1. ANÁLISE DE LAJES SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO SIMÉTRICO

Para estas análises foi formado um banco de dados formado por 74 lajes selecionadas em pesquisas com grande aceitação no meio científico. Os resultados experimentais foram comparados com os resultados teóricos fornecidos pelas normas ACI, EC2 e NB1 e são apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento simétrico

Autores	Lajes	c (mm)	d (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	V_u (kN)	V_{ACI} (kN)	V_u / V_{ACI}	V_{EC2} (kN)	V_u / V_{EC2}	V_{NB1} (kN)	V_u / V_{NB1}
Elstner e Hognestad (1956)	A-1b	254*	118	1,20	25,2	365	293,8	1,24	330,7	1,10	380,6	0,96
	A-1c	254*	118	1,20	29,0	356	315,2	1,13	346,6	1,03	398,9	0,89
	A-1d	254*	118	1,20	36,6	351	354,1	0,99	374,5	0,94	431,1	0,81
	A-1e	254*	118	1,20	20,3	356	263,7	1,35	307,7	1,16	354,2	1,01
	A-2b	254*	114	2,50	19,5	400	247,0	1,62	340,8	1,17	426,7	0,94
	A-2c	254*	114	2,50	37,4	467	342,1	1,37	423,4	1,10	530,1	0,88
	A-7b	254*	114	2,50	27,9	512	295,5	1,73	384,0	1,33	480,8	1,06
	A-3b	254*	114	3,70	22,6	445	265,9	1,67	358,0	1,24	510,7	0,87
	A-3c	254*	114	3,70	26,5	534	287,9	1,85	377,5	1,41	538,6	0,99
	A-3d	254*	114	3,70	34,5	547	328,5	1,66	412,2	1,33	588,1	0,93
	A-4	356*	118	1,20	26,1	400	381,0	1,05	389,2	1,03	448,0	0,89
	A-5	356*	114	2,50	27,8	534	376,7	1,42	447,4	1,19	560,2	0,95
	B-9	254*	114	2,00	43,9	505	370,6	1,36	446,6	1,13	519,1	0,97
	B-14	254*	114	3,00	50,5	578	397,5	1,45	468,0	1,24	622,6	0,93
Kinnunen e Nylander (1960)	IA15a/5	150†	117	0,80	27,9	255	172,9	1,48	230,3	1,11	265,7	0,96
	IA15a/6	150†	118	0,80	25,8	275	168,1	1,64	227,6	1,21	261,9	1,05
	IA30a/24	300†	128	1,00	25,9	430	292,1	1,47	347,9	1,24	391,4	1,10
	IA30a/25	300†	124	1,10	24,6	408	273,3	1,49	335,3	1,22	380,6	1,07
Moe (1961)	S1-60	254*	114	1,10	23,3	389	270,0	1,44	296,3	1,31	344,4	1,13
	S1-70	254*	114	1,10	24,5	393	276,9	1,42	301,3	1,30	350,2	1,12
	S5-60	203*	114	1,10	22,2	343	227,0	1,51	267,3	1,28	310,6	1,10
	S5-70	203*	114	1,10	23,0	378	231,1	1,64	270,4	1,40	314,3	1,20
	H1	254*	114	1,10	26,1	372	285,8	1,30	307,7	1,21	357,6	1,04
	M1A	305*	114	1,50	20,8	433	290,5	1,49	342,7	1,26	398,3	1,09
Regan (1986)	I/2	200*	77	1,20	23,4	176	137,7	1,28	149,0	1,18	194,6	0,90
	I/4	200*	77	0,92	32,3	194	161,7	1,20	151,8	1,28	198,2	0,98
	I/6	200*	79	0,80	21,9	165	137,6	1,20	132,5	1,25	171,6	0,96
	I/7	200*	79	0,80	30,4	186	162,0	1,15	147,7	1,26	191,4	0,97
	II/1	250*	200	0,98	34,9	825	708,7	1,16	820,9	1,00	820,9	1,00
	II/2	160*	128	0,98	33,3	390	283,6	1,38	331,0	1,18	372,4	1,05
	II/3	160*	128	0,98	34,3	365	287,9	1,27	334,4	1,09	376,3	0,97
	II/4	80*	64	0,98	33,3	117	70,9	1,65	82,8	1,41	114,5	1,02
	II/5	80*	64	0,98	34,3	105	72,0	1,46	83,6	1,26	115,7	0,91
	II/6	80*	64	0,98	36,2	105	73,9	1,42	85,1	1,23	117,7	0,89
	III/1	150*	95	0,83	23,2	197	149,5	1,32	164,4	1,20	201,5	0,98
	III/3	150*	95	0,83	37,8	214	190,9	1,12	193,6	1,11	237,2	0,90
	III/5	150*	93	1,52	26,8	214	156,0	1,37	203,7	1,05	251,3	0,85
	III/6	150*	93	1,52	42,6	248	196,8	1,26	237,9	1,04	293,3	0,85
	V/1	54*	118	0,80	34,3	170	158,5	1,07	217,7	0,78	250,6	0,68
	V/2	170*	118	0,80	32,2	280	257,0	1,09	271,2	1,03	312,2	0,90
	V/3	110*	118	0,80	32,4	265	204,2	1,30	241,7	1,10	278,2	0,95
	V/4	102*	118	0,80	36,2	285	208,4	1,37	246,8	1,15	284,0	1,00
Obs.:												
* pilar com seção quadrada; † pilar com seção circular												

Tabela 6.1 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento simétrico (cont.)

Autores	Lajes	c (mm)	d (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	V_u (kN)	V_{ACI} (kN)	V_u / V_{ACI}	V_{EC2} (kN)	V_u / V_{EC2}	V_{NBI} (kN)	V_u / V_{NBI}
Marzouk e Hussein (1991)	HS2	150*	95	0,70	70,0	249	259,6	0,96	224,5	1,11	275,1	0,91
	HS3	150*	95	1,20	69,0	356	257,8	1,38	267,4	1,33	327,7	1,09
	HS4	150*	90	2,10	66,0	418	234,0	1,79	285,6	1,46	361,5	1,16
	HS7	150*	95	0,90	74,0	356	267,0	1,33	248,7	1,43	304,7	1,17
	HS8	150*	120	1,00	69,0	436	358,8	1,22	373,5	1,17	427,8	1,02
	HS9	150*	120	1,50	74,0	543	371,6	1,46	437,6	1,24	501,3	1,08
	HS10	150*	120	2,10	80,0	645	386,4	1,67	494,4	1,30	575,6	1,12
	HS11	150*	70	0,70	70,0	196	171,8	1,14	136,4	1,44	183,5	1,07
	HS12	150*	70	1,20	75,0	258	177,8	1,45	167,1	1,54	224,8	1,15
	HS13	150*	70	1,60	68,0	267	169,3	1,58	178,0	1,50	239,4	1,12
	HS14	220*	95	1,20	72,0	498	338,6	1,47	313,5	1,59	384,2	1,30
	HS15	300*	95	1,20	71,0	560	421,6	1,33	360,2	1,55	441,5	1,27
	NS1	150*	95	1,20	42,0	320	201,1	1,59	226,6	1,41	277,7	1,15
Tomaszewicz (1993)	ND65-1-1	200*	275	1,50	64,3	2050	1.396,6	1,47	1.790,0	1,15	1.790,0	1,15
	ND65-2-1	150*	200	1,70	70,2	1200	782,0	1,53	1.103,6	1,09	1.103,6	1,09
	ND95-1-1	200*	275	1,50	83,7	2250	1.593,4	1,41	1.954,4	1,15	1.954,4	1,15
	ND95-1-3	200*	275	2,50	89,9	2400	1.651,4	1,45	2.203,0	1,09	2.373,1	1,01
	ND95-2-1	150*	200	1,70	88,2	1100	876,5	1,25	1.190,8	0,92	1.190,8	0,92
	ND95-2-1D	150*	200	1,70	86,7	1300	869,1	1,50	1.184,1	1,10	1.184,1	1,10
	ND95-2-3	150*	200	2,60	89,5	1450	883,0	1,64	1.263,3	1,15	1.378,7	1,05
	ND95-2-3D	150*	200	2,60	80,3	1250	836,4	1,49	1.218,4	1,03	1.329,8	0,94
	ND95-2-3D+	150*	200	2,60	98,0	1450	924,0	1,57	1.302,1	1,11	1.421,1	1,02
	ND95-3-1	100*	88	1,80	85,1	330	203,5	1,62	255,2	1,29	320,0	1,03
	ND115-1-1	200*	275	1,50	112,0	2450	1.843,2	1,33	2.153,7	1,14	2.153,7	1,14
	ND115-2-1	150*	200	1,70	119,0	1400	1.018,1	1,38	1.315,9	1,06	1.315,9	1,06
ND115-2-3	150*	200	2,60	108,1	1550	970,4	1,60	1.345,3	1,15	1.468,3	1,06	
Hallgren (1996)	HSC 1	250†	200	0,80	91,3	1021	900,5	1,13	992,8	1,03	992,8	1,03
	HSC 2	250†	194	0,80	85,7	889	835,0	1,06	921,4	0,96	928,4	0,96
	HSC 4	250†	200	1,20	91,6	1041	902,0	1,15	1.137,7	0,91	1.137,7	0,91
	HSC 6	250†	201	0,60	108,8	960	990,2	0,97	963,6	1,00	963,6	1,00
	N/HSC 8	250†	198	0,80	94,9	944	904,9	1,04	988,0	0,96	990,5	0,95
	HSC 9	250†	202	0,30	84,1	565	876,8	0,64	707,2	0,80	707,2	0,80
Obs.:												
* pilar com seção quadrada; † pilar com seção circular												

As normas de um modo geral estimam a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento estabelecendo uma tensão resistente ao cisalhamento atuante em uma área definida pelo produto entre um perímetro de controle u_1 e a altura útil d da laje. Como foi mostrado anteriormente, as normas apresentam recomendações diferentes para a região em que deve ser verificada a resistência ao cisalhamento, o que causa diferenças na geometria o no comprimento do perímetro de controle u_1 .

As normas apresentam também diferenças quanto à formulação utilizada para o estabelecimento da tensão resistente ao cisalhamento. O ACI 318:2008 considera que a resistência ao cisalhamento é função apenas da resistência à compressão do concreto. Já normas como o Eurocode 2:2004 e a NBR 6118:2003 consideram que a resistência ao cisalhamento deve ser estimada segundo a consideração de outros fatores como a taxa de armadura de flexão tracionada, que influencia na rotação da laje e, conseqüentemente, na sua resistência ao cisalhamento, e também a altura útil da laje, através da utilização do *size effect*, que nada mais é que a redução na tensão nominal resistente ao cisalhamento com o incremento da espessura do elemento.

A Figura 6.1 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais das 74 lajes selecionadas com as recomendações apresentadas pelo ACI 318:2008. A linha cheia nas figuras representa o nível dos resultados característicos e a linha tracejada representa os resultados de cálculo. Variando-se os parâmetros f'_c (resistência à compressão do concreto) e B/d (diâmetro equivalente do pilar u_0/π dividido pela altura útil d da laje) percebe-se apenas 4% de resultados contra segurança. Um desses resultados, ponto sem preenchimento nos gráficos, está abaixo da resistência de cálculo estimada pelo ACI, porém ele refere-se à laje HSC 9 de HALLGREN (1996), a qual apresentava pequena taxa de armadura (0,3 %) e possivelmente rompeu por flexão.

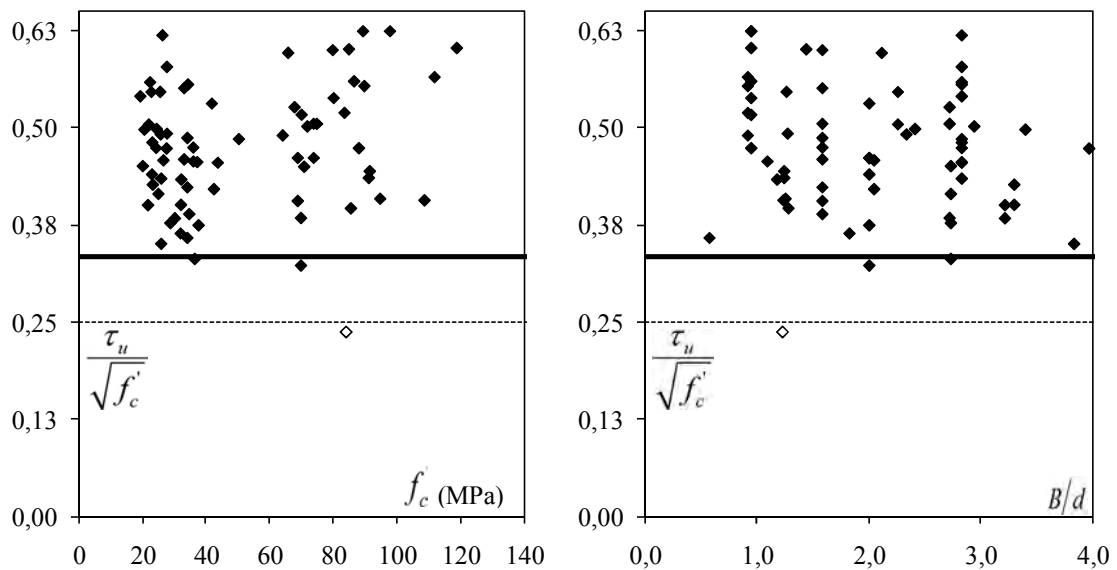


Figura 6.1 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento – comparação dos resultados de ensaios com as recomendações do ACI 318:2008

A Figura 6.2 e a Figura 6.3 apresentam comparações dos resultados experimentais com as recomendações das normas EC2 e NB1, respectivamente. É possível perceber que a EC2, que apresenta recomendações semelhantes à NB1, porém com limitações quanto ao valor do *size effect* ($\xi \leq 2,0$) e da taxa de armadura de flexão ($\rho \leq 2\%$) apresenta de 8% a 10% de resultados contra a segurança, porém nenhum resultado abaixo da linha da resistência de cálculo. Já a NB1 apresenta resultados característicos muito próximos da média dos resultados experimentais e está longe de atender o limite de apenas 5% de resultados contra a segurança, porém, sem apresentar resultados abaixo da resistência de cálculo.

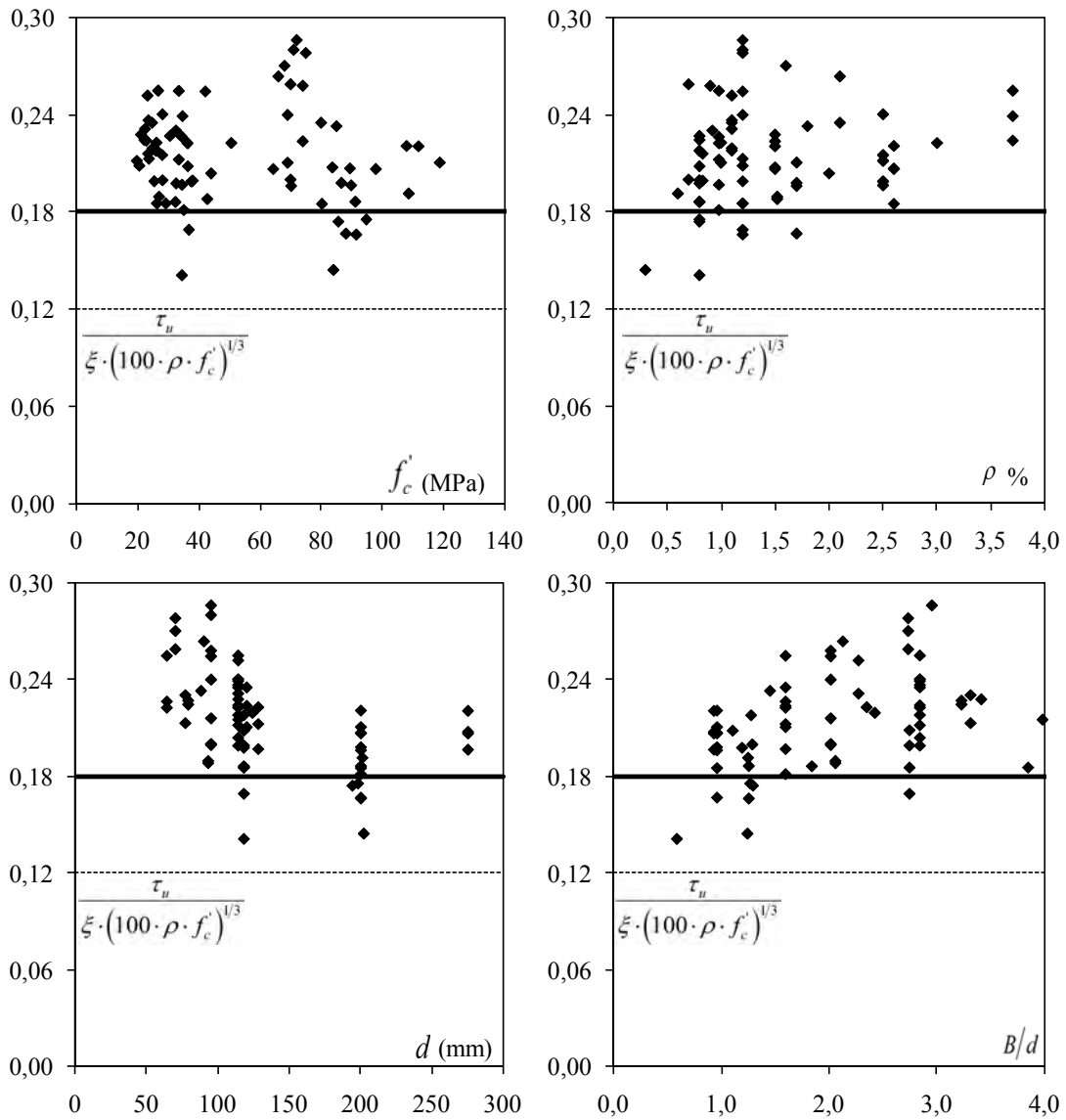


Figura 6.2 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento – comparação dos resultados de ensaios com as recomendações do Eurocode 2:2004

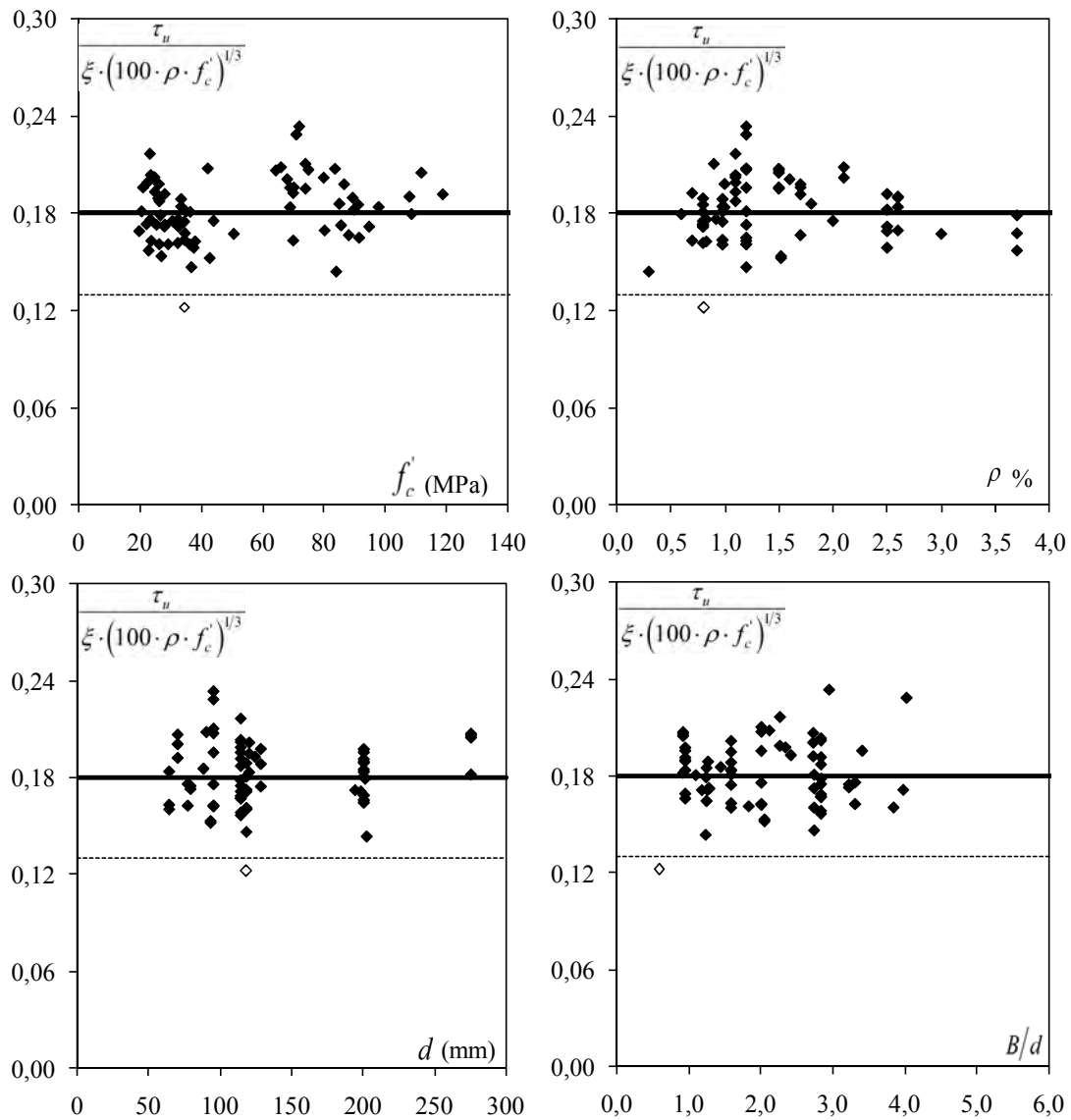


Figura 6.3 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento – comparação dos resultados de ensaios com as recomendações da NBR 6118:2003

A Figura 6.4, a Figura 6.5 e a Figura 6.6 apresentam gráficos com a tendência dos resultados das normas ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e NBR 6118:2003, respectivamente, confrontados com os resultados experimentais das 74 lajes selecionadas. É possível perceber que a dispersão destes resultados, quando utilizadas as recomendações da NBR 6118:2003, é muito pequena.

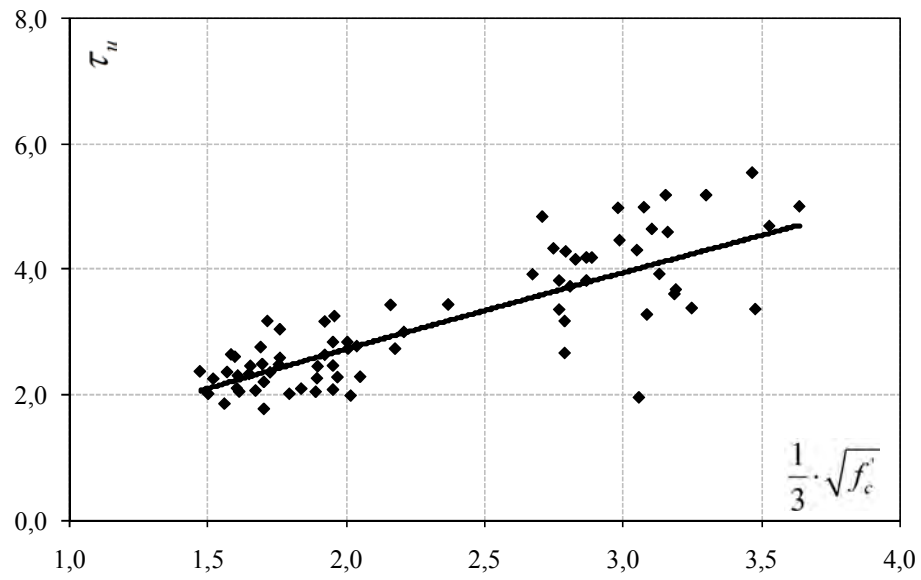


Figura 6.4 – Tendência dos resultados utilizando-se as recomendações do ACI 318:2008

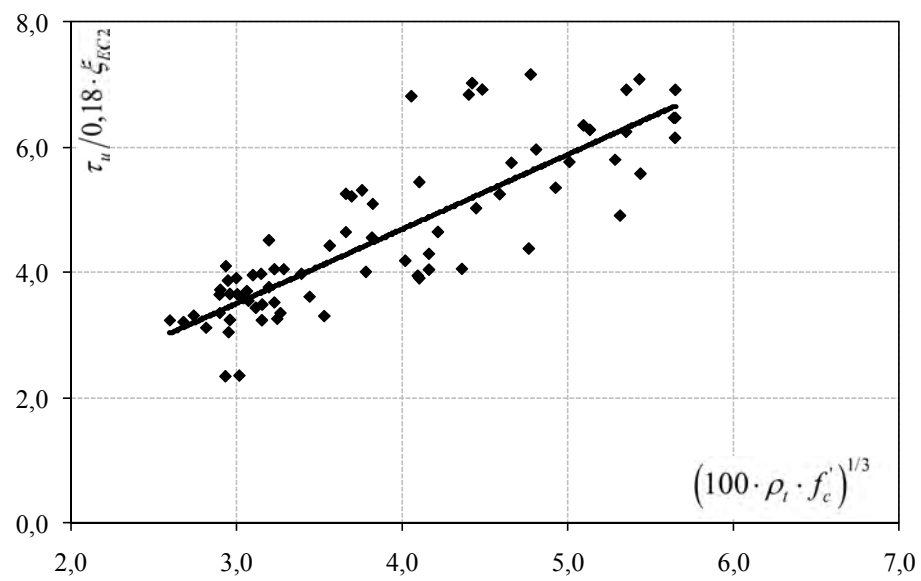


Figura 6.5 – Tendência dos resultados utilizando-se as recomendações do Eurocode 2:2004

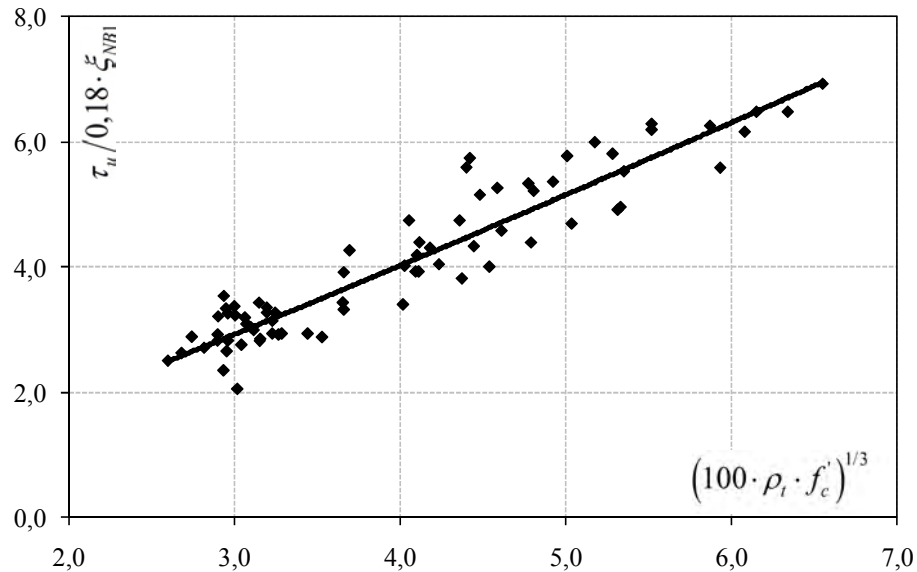


Figura 6.6 – Tendência dos resultados utilizando-se as recomendações da NBR 6118:2003

A Tabela 6.2 pode ser utilizada para avaliar a precisão das recomendações normativas para lajes de concreto armado sem armaduras de cisalhamento. São apresentados os valores médios e os coeficientes de variação para a razão entre a carga de ruptura nos ensaios e a carga teórica estimada pelas normas. É possível perceber que as recomendações do ACI são conservadoras e que o coeficiente de variação é elevado, uma vez que o único parâmetro utilizado para estimar a resistência ao cisalhamento é a resistência à compressão do concreto. Os resultados da EC2 são satisfatórios e os da NB1 merecem ser destacados devido ao baixo coeficiente de variação.

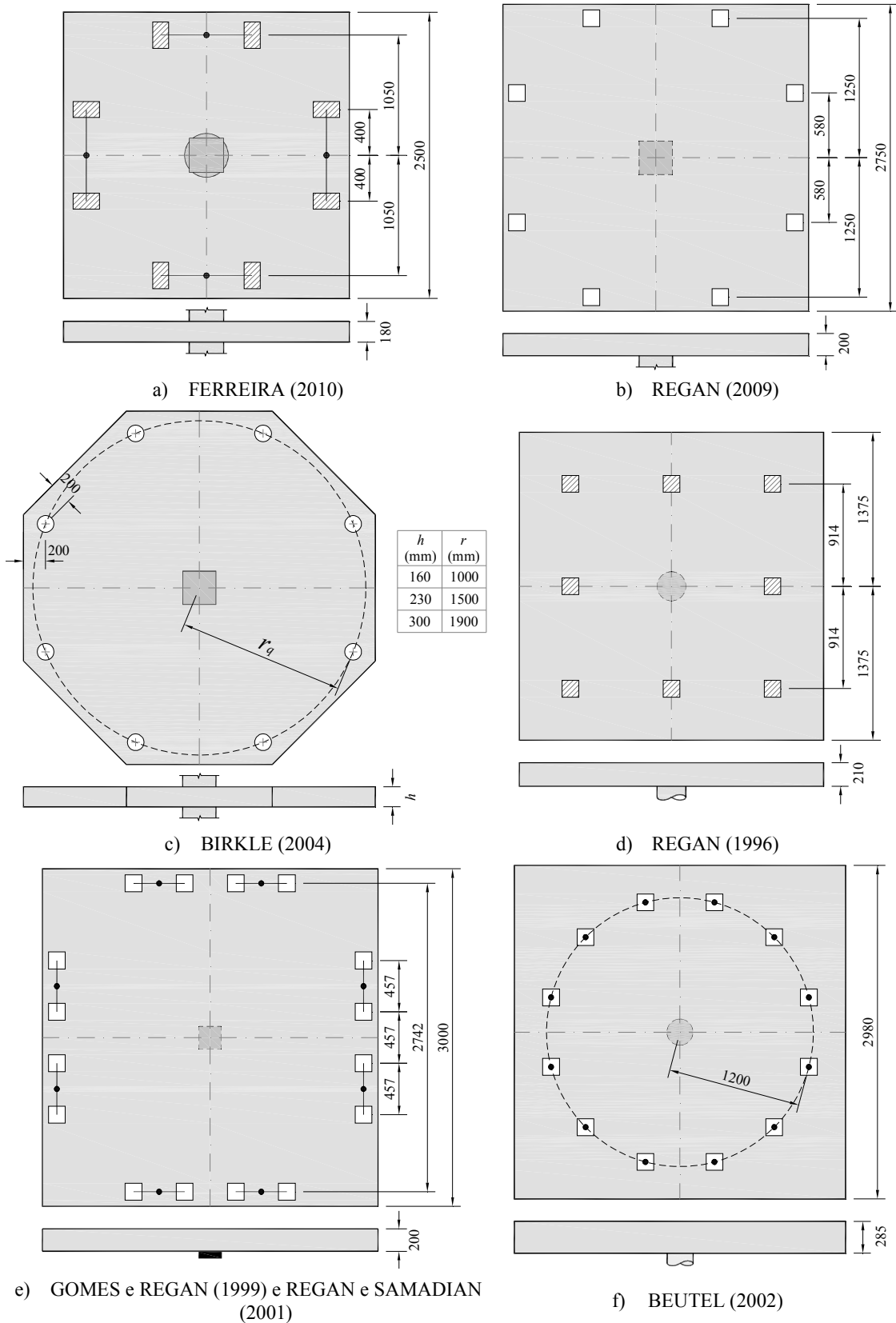
Tabela 6.2 – Comparação entre os resultados experimentais e os normativos para lajes sem armadura de cisalhamento

Autor	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	V_u / V_{norma}					
				ACI		EC2		NB1	
				Méd.	COV	Méd.	COV	Méd.	COV
Elstner e Hognestad (1956)	114 – 118	1,2 – 3,7	20 – 50	1,42	0,19	1,17	0,11	0,94	0,07
Kinnunen e Nylander (1960)	117 – 128	0,8 – 1,1	25 – 28	1,52	0,05	1,19	0,05	1,05	0,06
Moe (1961)	114	1,1 – 1,5	20 – 26	1,47	0,08	1,30	0,05	1,11	0,05
Regan (1986)	64 – 200	0,8 – 1,5	22 – 43	1,28	0,11	1,14	0,12	0,93	0,09
Marzouk e Hussein (1991)	70 – 120	0,7 – 2,1	42 – 80	1,44	0,17	1,39	0,11	1,12	0,09
Tomaszewicz (1993)	88 – 275	1,5 – 2,6	64 – 119	1,69	0,10	1,11	0,08	1,06	0,07
Hallgren (1996)	194 – 202	0,3 – 1,2	84 – 109	1,16	0,20	0,94	0,09	0,94	0,08
Média				1,43		1,19		1,01	
COV				0,17		0,14		0,11	

6.2. ANÁLISE DE LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO SIMÉTRICO

Para analisar os resultados de lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico também foi montado um banco de dados com resultados experimentais. A definição das lajes utilizadas nesse banco de dados teve como critérios o tipo de armadura de cisalhamento e as dimensões dos modelos experimentais. Estes critérios de seleção foram estabelecidos para que as lajes apresentassem condições de ancoragem das armaduras de cisalhamento semelhantes. Optou-se por analisar neste momento apenas lajes com armaduras cujo comportamento mecânico fosse semelhante ao dos *double-headed studs*, que foram as armaduras utilizadas nessa pesquisa e que nos últimos anos vem se consolidando como o tipo de armadura mais empregado em construções com lajes lisas, tanto nos EUA como na Europa e Ásia. Quanto às dimensões dos espécimes, buscou-se analisar lajes com espessura igual ou superior a das lajes ensaiadas nessa pesquisa, uma vez que em lajes menos espessas as condições de ancoragem seriam extremas.

Foram selecionadas 56 lajes, sendo 12 desta pesquisa e as demais retiradas de outras 6 pesquisas. Detalhes gerais dos ensaios destas lajes são apresentados na Figura 6.7. Na Tabela 6.3 são apresentadas as características principais destas lajes. As lajes de REGAN (2009) não foram publicadas ainda, tendo sido repassadas através de correspondência pessoal com o autor. As lajes de BIRKLE (2004) foram selecionadas por serem lajes com elevada espessura, fornecendo resultados importantes quanto ao *size effect*. A série de ensaios conduzida por BEUTEL (2002) é importante pois eram lajes fortemente armadas ao cisalhamento cujos resultados podem ser utilizados para avaliar as estimativas quanto à rupturas por esmagamento das bielas de compressão. As lajes de GOMES e REGAN (1999) e REGAN e SAMADIAN (2001) foram utilizadas com o objetivo de analisar lajes com ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento e também lajes com menor quantidade de armaduras de cisalhamento por camada. Com exceção das lajes de Gomes e Regan, cujas armaduras de cisalhamento eram compostas por perfis I fatiados, todas as demais utilizaram *double-headed studs*.



—●— : cilindro ou tirante gerando duas cargas ou reações; ● : cilindro ou tirante; (cilindros abaixo dos pilares não representados)

Figura 6.7 – Detalhes das lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico

Tabela 6.3 – Características das lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico selecionadas

Autores	Laje	d (mm)	c (mm)	ρ (%)	\varnothing_w (mm)	No. Lines	A_{sw} / layer (mm ²)	No. Layer	s_0 (mm)	s_r (mm)	f_c (MPa)	f_{ys} (MPa)	$E_{s,f}$ (GPa)	$f_{ys,w}$ (MPa)	$E_{s,w}$ (GPa)	d_g (mm)
Ferreira (2010)	LC01	143	270†	1,50	10	10	785	6	70	100	48	557	222	573	250	9,5
	LC02	140	360†	1,55	10	10	785	6	70	100	47	557	222	573	250	9,5
	LC03	142	450†	1,41	10	10	785	6	70	100	49	557	222	573	250	9,5
	LC04	140	360†	1,55	10	12	942	6	70	100	48	557	222	573	250	9,5
	LC05	140	360†	2,05	10	10	785	6	70	100	50	541	239	573	250	9,5
	LC06	143	360†	1,45	10	10	785	6	70	100	49	557	222	573	250	9,5
	LC07	144	360†	1,60	10	10	785	7	55	80	49	557	222	573	250	9,5
	LC08	144	360†	1,62	10	12	942	6	70	100	48	557	222	573	250	9,5
	LS01	145	300*	1,54	10	12	942	2	70	100	48	557	222	573	250	9,5
	LS02	143	300*	1,46	10	12	942	4	70	100	49	557	222	573	250	9,5
	LS05	143	300*	1,58	---	---	---	---	---	---	50	557	222	---	---	9,5
LS07	143	300*	1,70	13	12	1.473	4	70	100	49	557	222	530	218	9,5	
Regan (2009)	1	150	300*	1,45	10	10	785	4	80	120	33	550	210	550	210	20,0
	2	150	300*	1,76	10	12	942	6	60	100	30	550	210	550	210	20,0
	3	150	300*	1,76	12	10	1.131	5	60	120	26	550	210	550	210	20,0
	4	164	240†	0,85	10	8	628	4	80	120	39	550	210	550	210	20,0
	5	160	240†	1,65	12	12	1.357	5	80	120	62	550	210	550	210	20,0
Regan e Samadian (2001)	R3	160	200*	1,26	12	8	905	4	80	120	33	670	210	442	210	20,0
	R4	160	200*	1,26	12	8	905	6	80	80	39	670	210	442	210	20,0
	A1	160	200*	1,64	10	8	628	6	80	80	37	570	210	519	210	20,0
	A2	160	200*	1,64	10	8	628	4	80	120	43	570	210	519	210	20,0
	R5	240	500*	0,72	14	12	1.847	4	90	60	32	550	210	350	210	20,0
	R6	236	350*	0,67	14	8	1.232	5	70	140	25	550	210	350	210	20,0
Regan (1996)	1	151	235†	1,78	10	10	785	5	35	100	31	500	210	500	210	20,0
	2	156	235†	1,57	10	10	785	5	35	100	35	500	210	500	210	20,0
	3	165	235†	1,56	10	10	785	5	35	100	35	500	210	500	210	20,0
Beutel (2002)	Z1	250	200†	0,80	14	12	1.847	5	100	200	25	889	197	580	199	20,0
	Z2	250	200†	0,80	14	12	1.847	5	88	200	26	889	197	580	199	20,0
	Z3	250	200†	0,80	14	12	1.847	5	95	188	24	889	197	580	199	20,0
	Z4	250	200†	0,80	14	12	1.847	5	88	175	32	889	197	580	199	20,0
	Z5	250	263†	1,25	16	12	2.413	5	94	188	28	889	197	544	192	20,0
	Z6	250	200†	1,25	16	12	2.413	5	94	188	37	889	197	544	192	20,0
Obs.:																
* pilar com seção quadrada;																
† pilar com seção circular.																

Tabela 6.3 – Características das lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico selecionadas (cont.)

Autores	Laje	d (mm)	c (mm)	ρ (%)	\emptyset_w (mm)	No. Lines	A_{sw} / layer (mm ²)	No. Layer	s_0 (mm)	s_r (mm)	f'_c (MPa)	f_{ys} (MPa)	$E_{s,f}$ (GPa)	$f_{ys,w}$ (MPa)	$E_{s,w}$ (GPa)	d_g (mm)	
Gomes e Regan (1999)	1	159	200*	1,27	---	---	---	---	---	---	40	680	215	---	---	20,0	
	1A	159	200*	1,32	---	---	---	---	---	---	41	680	215	---	---	20,0	
	2	153	200*	1,32	6	8	226	2	80	80	34	680	215	430	205	20,0	
	3	158	200*	1,27	7	8	301	2	80	80	39	670	185	430	205	20,0	
	4	159	200*	1,27	8	8	402	3	80	80	32	670	185	430	205	20,0	
	5	159	200*	1,27	10	8	628	4	80	80	35	670	185	430	205	20,0	
	6	159	200*	1,27	10	8	628	4	80	80	37	670	185	430	205	20,0	
	7	159	200*	1,27	12	8	905	5	80	80	34	670	185	430	205	20,0	
	8	159	200*	1,27	12	8	905	6	80	80	34	670	185	430	205	20,0	
	9	159	200*	1,27	12	8	940	9	80	80	40	670	185	430	205	20,0	
	10	154	200*	1,31	6	8	226	5	80	80	35	670	185	430	205	20,0	
11	154	200*	1,31	7	8	301	5	80	80	35	670	185	430	205	20,0		
Birkle (2004)	S1	124	250*	1,53	---	---	---	---	---	---	36	488	195	---	---	14,0	
	S2	124	250*	1,53	10	8	567	6	45	90	29	488	195	393	200	14,0	
	S3	124	250*	1,53	10	8	567	6	45	90	32	488	195	393	200	14,0	
	S4	124	250*	1,53	10	8	567	5	30	60	38	488	195	465	200	14,0	
	S5	124	250*	1,53	10	8	567	7	30	60	36	488	195	465	200	14,0	
	S6	124	250*	1,53	10	8	567	7	30	60	33	488	195	465	200	14,0	
	S7	190	300*	1,29	---	---	---	---	---	---	---	35	531	200	---	---	20,0
	S8	190	300*	1,29	10	8	567	5	50	100	35	531	200	460	200	20,0	
	S9	190	300*	1,29	10	8	567	6	75	150	35	531	200	460	200	20,0	
	S10	260	350*	1,10	---	---	---	---	---	---	---	31	524	200	---	---	20,0
	S11	260	350*	1,10	13	8	1.013	5	65	130	30	524	200	409	200	20,0	
	S12	260	350*	1,10	13	8	1.013	6	95	195	34	524	200	409	200	20,0	
Obs.:																	
* pilar com seção quadrada.																	

Os resultados experimentais desses ensaios foram utilizados para avaliar as recomendações das normas ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e NBR 6118:2003 e também com os resultados teóricos obtidos através da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento pelo método simplificado (CSCTsimp.) e pelo método mais complexo (CSCTaver.). Os resultados destas análises são apresentados nas tabelas abaixo.

Tabela 6.4 – Cargas de ruptura previstas pelo ACI 318:2008

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u /$ $V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	$V_u /$ V_{out}	V_{max} (kN)	$V_u /$ V_{max}	V_{ACI} (kN)	$V_u /$ V_{ACI}	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LC01	858	793	1,08	797	1,08	643	1,34	643	1,34	1,46	0,15
	LC02	956	839	1,14	815	1,17	754	1,27	754	1,27		
	LC03	1.077	931	1,16	892	1,21	924	1,16	892	1,21		
	LC04	1.122	935	1,20	784	1,43	762	1,47	762	1,47		
	LC05	1.118	851	1,31	841	1,33	778	1,44	778	1,44		
	LC06	1.078	867	1,24	852	1,26	791	1,36	791	1,36		
	LC07	1.110	993	1,12	821	1,35	798	1,39	798	1,39		
	LC08	1.059	965	1,10	852	1,24	790	1,34	790	1,34		
	LS01	1.022	1.021	1,00	432	2,36	894	1,14	596	1,71		
	LS02	1.128	1.009	1,12	637	1,77	887	1,27	637	1,77		
	LS05	779	597	1,30	---	---	---	---	597	1,30		
LS07	1.197	1.328	0,90	636	1,88	887	1,35	636	1,88			
Regan (2009)	1	881	801	1,10	609	1,45	777	1,13	609	1,45	1,52	0,16
	2	1.141	961	1,19	666	1,71	735	1,55	666	1,71		
	3	1.038	935	1,11	601	1,73	683	1,52	601	1,73		
	4	733	687	1,07	682	1,08	654	1,12	654	1,12		
	5	1.268	1.155	1,10	992	1,28	789	1,61	789	1,61		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	840	1,01	592	1,44	666	1,28	592	1,44	1,31	0,15
	R4	950	1.121	0,85	683	1,39	964	0,99	683	1,39		
	A1	1.000	880	1,14	666	1,50	940	1,06	666	1,50		
	A2	950	730	1,30	671	1,42	756	1,26	671	1,42		
	R5	1.440	3.586	0,40	937	1,54	2.666	0,54	1.333	1,08		
	R6	1.280	1.422	0,90	1.223	1,05	1.391	0,92	1.223	1,05		
Regan (1996)	1	920	752	1,22	545	1,69	507	1,81	507	1,81	1,73	0,04
	2	960	798	1,20	602	1,59	566	1,70	566	1,70		
	3	1.040	851	1,22	644	1,62	614	1,69	614	1,69		
Beutel (2002)	Z1	1.323	1.410	0,94	1.456	0,91	880	1,50	880	1,50	1,72	0,09
	Z2	1.442	1.423	1,01	1.483	0,97	906	1,59	906	1,59		
	Z3	1.616	1.468	1,10	1.368	1,18	868	1,86	868	1,86		
	Z4	1.646	1.604	1,03	1.478	1,11	992	1,66	992	1,66		
	Z5	2.024	1.884	1,07	1.516	1,34	1.066	1,90	1.066	1,90		
	Z6	1.954	1.891	1,03	1.700	1,15	1.079	1,81	1.079	1,81		

Tabela 6.4 – Cargas de ruptura previstas pelo ACI 318:2008 (cont.)

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u /$ $V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	$V_u /$ V_{out}	V_{max} (kN)	$V_u /$ V_{max}	V_{ACI} (kN)	$V_u /$ V_{ACI}	Méd.	COV
Gomes e Regan (1999)	1	560	483	1,16	---	---	---	---	483	1,16	1,66	0,19
	1A	587	488	1,20	---	---	---	---	488	1,20		
	2	693	499	1,39	324	2,14	846	0,82	423	1,64		
	3	773	604	1,28	360	2,15	944	0,82	472	1,64		
	4	853	659	1,29	396	2,15	862	0,99	431	1,98		
	5	853	861	0,99	482	1,77	897	0,95	482	1,77		
	6	1.040	874	1,19	502	2,07	930	1,12	502	2,07		
	7	1.120	1.087	1,03	553	2,02	885	1,26	553	2,02		
	8	1.200	1.089	1,10	631	1,90	889	1,35	631	1,90		
	9	1.227	1.146	1,07	939	1,31	963	1,27	939	1,31		
	10	800	507	1,58	545	1,47	864	0,93	507	1,58		
11	907	564	1,61	539	1,68	855	1,06	539	1,68			
Birkle (2004)	S1	483	372	1,30	---	---	---	---	372	1,30	1,29	0,20
	S2	574	557	1,03	465	1,24	499	1,15	465	1,24		
	S3	572	568	1,01	519	1,10	521	1,10	519	1,10		
	S4	636	778	0,82	370	1,72	762	0,83	381	1,67		
	S5	624	772	0,81	361	1,73	745	0,84	373	1,67		
	S6	615	760	0,81	368	1,67	715	0,86	368	1,67		
	S7	825	734	1,12	---	---	---	---	734	1,12		
	S8	1.050	1.003	1,05	813	1,29	1.469	0,71	813	1,29		
	S9	1.091	854	1,28	1.214	0,90	1.105	0,99	854	1,28		
	S10	1.046	1.185	0,88	---	---	---	---	1.185	0,88		
	S11	1.620	1.698	0,95	1.311	1,24	2.317	0,70	1.311	1,24		
	S12	1.520	1.471	1,03	2.074	0,73	1.836	0,83	1.471	1,03		

Tabela 6.5 – Cargas de ruptura previstas pelo Eurocode 2:2004

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u / V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	V_u / V_{out}	V_{max} (kN)	V_u / V_{max}	V_{EC2} (kN)	V_u / V_{EC2}	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LC01	858	978	0,88	901	0,95	1.411	0,61	901	0,95	1,19	0,15
	LC02	956	997	0,96	868	1,10	1.813	0,53	868	1,10		
	LC03	1.077	1.053	1,02	877	1,23	2.373	0,45	877	1,23		
	LC04	1.122	1.109	1,01	670	1,67	1.842	0,61	670	1,67		
	LC05	1.118	1.048	1,07	964	1,16	1.900	0,59	964	1,16		
	LC06	1.078	1.021	1,06	896	1,20	1.911	0,56	896	1,20		
	LC07	1.110	1.187	0,94	940	1,18	1.925	0,58	940	1,18		
	LC08	1.059	1.158	0,91	1.066	0,99	1.895	0,56	1.066	0,99		
	LS01	1.022	1.117	0,91	761	1,34	2.025	0,50	761	1,34		
	LS02	1.128	1.145	0,99	1.005	1,12	2.028	0,56	1.005	1,12		
	LS05	779	661	1,18	---	---	---	---	661	1,18		
LS07	1.197	1.544	0,78	1.057	1,13	2.028	0,59	1.057	1,13			
Regan (2009)	1	881	941	0,94	866	1,02	1.552	0,57	866	1,02	1,04	0,14
	2	1.141	1.168	0,98	1.011	1,13	1.412	0,81	1.011	1,13		
	3	1.038	1.145	0,91	847	1,22	1.241	0,84	847	1,22		
	4	733	833	0,88	793	0,92	1.232	0,59	793	0,92		
	5	1.268	1.462	0,87	1.436	0,88	1.680	0,75	1.436	0,88		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	1.026	0,83	815	1,04	1.112	0,76	815	1,04	1,06	0,03
	R4	950	1.351	0,70	861	1,10	1.273	0,75	861	1,10		
	A1	1.000	1.108	0,90	924	1,08	1.222	0,82	924	1,08		
	A2	950	921	1,03	968	0,98	1.368	0,69	921	1,03		
	R5	1.440	3.516	0,41	1.325	1,09	3.984	0,36	1.325	1,09		
	R6	1.280	1.793	0,71	1.257	1,02	2.252	0,57	1.257	1,02		
Regan (1996)	1	920	997	0,92	917	1,00	901	1,02	901	1,02	0,98	0,04
	2	960	1.042	0,92	979	0,98	1.037	0,93	979	0,98		
	3	1.040	1.127	0,92	1.095	0,95	1.103	0,94	1.095	0,95		
Beutel (2002)	Z1	1.323	1.897	0,70	1.928	0,69	1.053	1,26	1.053	1,26	1,34	0,09
	Z2	1.442	1.910	0,75	1.967	0,73	1.109	1,30	1.109	1,30		
	Z3	1.616	1.974	0,82	1.880	0,86	1.026	1,57	1.026	1,57		
	Z4	1.646	2.129	0,77	1.967	0,84	1.297	1,27	1.297	1,27		
	Z5	2.024	2.564	0,79	2.330	0,87	1.541	1,31	1.541	1,31		
	Z6	1.954	2.602	0,75	2.522	0,77	1.495	1,31	1.495	1,31		

Tabela 6.5 – Cargas de ruptura previstas pelo Eurocode 2:2004 (cont.)

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u /$ $V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	$V_u /$ V_{out}	V_{max} (kN)	$V_u /$ V_{max}	V_{EC2} (kN)	$V_u /$ V_{EC2}	Méd.	COV
Gomes e Regan (1999)	1	560	594	0,94	---	---	1.288	0,43	594	0,94	1,22	0,13
	1A	587	598	0,98	---	---	1.311	0,45	598	0,98		
	2	693	551	1,26	609	1,14	1.091	0,63	551	1,26		
	3	773	638	1,21	659	1,17	1.253	0,62	638	1,21		
	4	853	813	1,05	671	1,27	1.067	0,80	671	1,27		
	5	853	1.048	0,81	689	1,24	1.141	0,75	689	1,24		
	6	1.040	1.059	0,98	843	1,23	1.213	0,86	843	1,23		
	7	1.120	1.319	0,85	810	1,38	1.117	1,00	810	1,38		
	8	1.200	1.320	0,91	812	1,48	1.123	1,07	812	1,48		
	9	1.227	1.378	0,89	1.126	1,09	1.282	0,96	1.126	1,09		
	10	800	625	1,28	779	1,03	1.122	0,71	625	1,28		
11	907	693	1,31	773	1,17	1.101	0,82	693	1,31			
Birkle (2004)	S1	483	435	1,11	---	---	1.152	0,42	435	1,11	1,06	0,13
	S2	574	682	0,84	480	1,19	954	0,60	480	1,19		
	S3	572	691	0,83	513	1,12	1.027	0,56	513	1,12		
	S4	636	900	0,71	526	1,21	1.199	0,53	526	1,21		
	S5	624	895	0,70	518	1,21	1.154	0,54	518	1,21		
	S6	615	886	0,69	522	1,18	1.076	0,57	522	1,18		
	S7	825	435	1,11	---	---	2.059	0,40	435	1,11		
	S8	1.050	1.208	0,87	1.070	0,98	2.059	0,51	1.070	0,98		
	S9	1.091	1.025	1,06	1.072	1,02	2.069	0,53	1.025	1,06		
	S10	1.046	1.335	0,78	---	---	2.998	0,35	1.335	0,78		
	S11	1.620	2.088	0,78	1.626	1,00	2.883	0,56	1.626	1,00		
	S12	1.520	1.757	0,86	1.687	0,90	3.168	0,48	1.687	0,90		

Tabela 6.6 – Cargas de ruptura previstas pelo NBR 6118:2003

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u /$ $V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	$V_u /$ V_{out}	V_{max} (kN)	$V_u /$ V_{max}	V_{NB1} (kN)	$V_u /$ V_{NB1}	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LC01	858	1.045	0,82	1.103	0,78	1.411	0,61	1.045	0,82	1,00	0,14
	LC02	956	1.070	0,89	1.070	0,89	1.813	0,53	1.070	0,89		
	LC03	1.077	1.128	0,96	1.076	1,00	2.373	0,45	1.076	1,00		
	LC04	1.122	1.188	0,94	838	1,34	1.842	0,61	838	1,34		
	LC05	1.118	1.131	0,99	1.198	0,93	1.900	0,59	1.131	0,99		
	LC06	1.078	1.092	0,99	1.099	0,98	1.911	0,56	1.092	0,99		
	LC07	1.110	1.265	0,88	1.151	0,97	1.925	0,58	1.151	0,97		
	LC08	1.059	1.234	0,86	1.283	0,83	1.895	0,56	1.234	0,86		
	LS01	1.022	1.190	0,86	913	1,12	2.025	0,50	913	1,12		
	LS02	1.128	1.222	0,92	1.181	0,95	2.028	0,56	1.181	0,95		
	LS05	779	722	1,08	---	---	2.059	0,38	722	1,08		
	LS07	1.197	1.642	0,73	1.243	0,96	2.028	0,59	1.243	0,96		
Regan (2009)	1	881	997	0,88	1.021	0,86	1.552	0,57	997	0,88	0,90	0,08
	2	1.141	1.234	0,92	1.203	0,95	1.412	0,81	1.203	0,95		
	3	1.038	1.210	0,86	1.025	1,01	1.241	0,84	1.025	1,01		
	4	733	867	0,85	955	0,77	1.232	0,59	867	0,85		
	5	1.268	1.526	0,83	1.678	0,76	1.680	0,75	1.526	0,83		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	1.072	0,79	989	0,86	1.112	0,76	989	0,86	0,92	0,05
	R4	950	1.409	0,67	1.045	0,91	1.273	0,75	1.045	0,91		
	A1	1.000	1.158	0,86	1.122	0,89	1.222	0,82	1.122	0,89		
	A2	950	965	0,98	1.174	0,81	1.368	0,69	965	0,98		
	R5	1.440	3.431	0,42	1.501	0,96	3.984	0,36	1.501	0,96		
	R6	1.280	1.760	0,73	1.387	0,92	2.252	0,57	1.387	0,92		
Regan (1996)	1	920	1.052	0,87	1.104	0,83	901	1,02	901	1,02	0,96	0,05
	2	960	1.094	0,88	1.168	0,82	1.037	0,93	1.037	0,93		
	3	1.040	1.170	0,89	1.287	0,81	1.103	0,94	1.103	0,94		
Beutel (2002)	Z1	1.323	1.847	0,72	2.175	0,61	1.053	1,26	1.053	1,26	1,34	0,09
	Z2	1.442	1.860	0,78	2.200	0,66	1.109	1,30	1.109	1,30		
	Z3	1.616	1.921	0,84	2.122	0,76	1.026	1,57	1.026	1,57		
	Z4	1.646	2.072	0,79	2.272	0,72	1.297	1,27	1.297	1,27		
	Z5	2.024	2.495	0,81	2.432	0,83	1.541	1,31	1.541	1,31		
	Z6	1.954	2.532	0,77	2.788	0,70	1.495	1,31	1.495	1,31		

Tabela 6.6 – Cargas de ruptura previstas pelo NBR 6118:2003 (cont.)

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u /$ $V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	$V_u /$ V_{out}	V_{max} (kN)	$V_u /$ V_{max}	V_{NB1} (kN)	$V_u /$ V_{NB1}	Méd.	COV
Gomes e Regan (1999)	1	560	630	0,89	---	---	1.288	0,43	630	0,89	1,08	0,11
	1A	587	634	0,93	---	---	1.311	0,45	634	0,93		
	2	693	586	1,18	754	0,92	1.091	0,63	586	1,18		
	3	773	673	1,15	811	0,95	1.253	0,62	673	1,15		
	4	853	852	1,00	817	1,04	1.067	0,80	817	1,04		
	5	853	1.096	0,78	838	1,02	1.141	0,75	838	1,02		
	6	1.040	1.107	0,94	1.018	1,02	1.213	0,86	1.018	1,02		
	7	1.120	1.377	0,81	982	1,14	1.117	1,00	982	1,14		
	8	1.200	1.378	0,87	987	1,22	1.123	1,07	987	1,22		
	9	1.227	1.438	0,85	1.319	0,93	1.282	0,96	1.282	0,96		
	10	800	662	1,21	953	0,84	1.122	0,71	662	1,21		
11	907	733	1,24	946	0,96	1.101	0,82	733	1,24			
Birkle (2004)	S1	483	494	0,98	---	---	1.152	0,42	494	0,98	0,92	0,07
	S2	574	748	0,77	616	0,93	954	0,60	616	0,93		
	S3	572	758	0,75	623	0,92	1.027	0,56	623	0,92		
	S4	636	983	0,65	674	0,94	1.199	0,53	674	0,94		
	S5	624	977	0,64	663	0,94	1.154	0,54	663	0,94		
	S6	615	967	0,64	632	0,97	1.076	0,57	632	0,97		
	S7	825	885	0,93	---	---	2.059	0,40	885	0,93		
	S8	1.050	1.221	0,86	1.231	0,85	2.059	0,51	1.221	0,86		
	S9	1.091	1.037	1,05	1.233	0,88	2.069	0,53	1.037	1,05		
	S10	1.046	1.335	0,78	---	---	2.998	0,35	1.335	0,78		
	S11	1.620	2.035	0,80	1.856	0,87	2.883	0,56	1.856	0,87		
	S12	1.520	1.723	0,88	1.926	0,79	3.168	0,48	1.723	0,88		

Tabela 6.7 – Cargas de ruptura previstas pelo CSCT

Autores	Laje	V_u (mm)	CSCT simp.				CSCT aver.			
			V_{theo} (kN)	V_u / V_{theo}	Méd.	COV	V_{theo} (kN)	V_u / V_{theo}	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LC01	858	760	1,13	1,33	0,12	830	1,03	1,18	0,10
	LC02	956	805	1,19			887	1,08		
	LC03	1.077	855	1,26			945	1,14		
	LC04	1.122	700	1,60			818	1,37		
	LC05	1.118	890	1,26			983	1,14		
	LC06	1.078	815	1,32			893	1,21		
	LC07	1.110	937	1,19			1.090	1,02		
	LC08	1.059	900	1,18			975	1,09		
	LS01	1.022	660	1,55			762	1,34		
	LS02	1.128	770	1,46			895	1,26		
	LS05	779	562	1,39			645	1,21		
	LS07	1.197	825	1,45			960	1,25		
Regan (2009)	1	881	780	1,13	1,21	0,07	860	1,02	1,09	0,07
	2	1.141	862	1,32			940	1,21		
	3	1.038	820	1,27			955	1,09		
	4	733	630	1,16			695	1,05		
	5	1.268	1.085	1,17			1.193	1,06		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	713	1,19	1,18	0,07	938	0,91	0,99	0,10
	R4	950	808	1,18			1.018	0,93		
	A1	1.000	875	1,14			1.020	0,98		
	A2	950	740	1,28			825	1,15		
	R5	1.440	1.158	1,24			1.355	1,06		
	R6	1.280	1.208	1,06			1.413	0,91		
Regan (1996)	1	920	813	1,13	1,13	0,01	943	0,98	0,97	0,01
	2	960	850	1,13			988	0,97		
	3	1.040	932	1,12			1.088	0,96		
Beutel (2002)	Z1	1.323	1.262	1,05	1,24	0,11	1.385	0,96	1,16	0,10
	Z2	1.442	1.283	1,12			1.330	1,08		
	Z3	1.616	1.260	1,28			1.345	1,20		
	Z4	1.646	1.330	1,24			1.390	1,18		
	Z5	2.024	1.435	1,41			1.580	1,28		
	Z6	1.954	1.438	1,36			1.595	1,23		

Tabela 6.7 – Cargas de ruptura previstas pelo CSCT (cont.)

Autores	Laje	V_u (mm)	CSCT simp.				CSCT aver.			
			V_{theo} (kN)	V_u / V_{theo}	Méd.	COV	V_{theo} (kN)	V_u / V_{theo}	Méd.	COV
Gomes e Regan (1999)	1	560	480	1,17	1,43	0,11	558	1,00	1,24	0,11
	1A	587	490	1,20			563	1,04		
	2	693	532	1,30			618	1,12		
	3	773	555	1,39			645	1,20		
	4	853	580	1,47			670	1,27		
	5	853	650	1,31			755	1,13		
	6	1.040	663	1,57			770	1,35		
	7	1.120	693	1,62			808	1,39		
	8	1.200	742	1,62			865	1,39		
	9	1.227	820	1,50			960	1,28		
	10	800	543	1,47			610	1,31		
	11	907	580	1,56	650	1,40				
Birkle (2004)	S1	483	370	1,31	1,19	0,09	432	1,12	1,05	0,07
	S2	574	480	1,20			543	1,06		
	S3	572	495	1,16			555	1,03		
	S4	636	508	1,25			593	1,07		
	S5	624	500	1,25			583	1,07		
	S6	615	500	1,23			588	1,05		
	S7	825	690	1,20			805	1,02		
	S8	1.050	1.018	1,03			1.080	0,97		
	S9	1.091	820	1,33			938	1,16		
	S10	1.046	1.030	1,02			1.188	0,88		
	S11	1.620	1.525	1,06			1.590	1,02		
	S12	1.520	1.235	1,23			1.395	1,09		

Na Tabela 6.8 são apresentadas comparações entre os resultados teóricos e experimentais para as lajes com armadura de cisalhamento. Em negrito nestas tabelas estão ressaltados os casos onde o modo de ruptura previsto teoricamente por cada método analisado não correspondeu com o observado experimentalmente. Para esta análise foram desconsideradas as lajes 4 e 5 de REGAN (2009), as quais não tiveram modos de ruptura bem definido pelo autor, a laje R6 de REGAN e SAMADIAN (2001), que rompeu por flexão segundo os autores, e todas as lajes de BEUTEL (2002), que tiveram sua ruptura caracterizada como por flexão com esmagamento do concreto.

É possível notar que as recomendações normativas não prevêm de modo eficiente a ruptura de lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento. O EC2 foi quem teve pior rendimento, errando o modo de ruptura de 40% das lajes analisadas. Para as lajes desta pesquisa esta norma foi especialmente ineficiente, errando o modo de ruptura em 9 das 12 lajes, ou seja, um percentual de 75%. Logo após vem o ACI, que errou 38% dos

modos de ruptura das lajes analisadas. Dentre as normas a NB1 foi a que teve melhor resultado, errando o modo de ruptura de 29% das lajes. O método proposto por Muttoni (CSCT) mostrou-se bastante sensível quanto às variáveis de cada laje do banco de dados. Na sua forma simplificada (CSCTsimp.) errou o modo de ruptura de apenas 20% das lajes e na sua forma mais complexa (CSCTaver.) errou o modo de ruptura de apenas 13% das lajes.

Tabela 6.8 – Comparação dos métodos teóricos para lajes com armadura de cisalhamento

Autores	Laje	Modo de Ruptura	ACI - 08		EC2 - 04		NB1 - 03		CSCT simp.		CSCT aver.	
			V_u / V_{ACI}	Ruptura ACI	V_u / V_{EC2}	Ruptura EC2	V_u / V_{NB1}	Ruptura NB1	V_u / V_{theo}	Ruptura CSCT	V_u / V_{theo}	Ruptura CSCT
Ferreira (2010)	LC01	In	1,34	In	0,95	Out	0,82	In	1,13	In	1,03	In
	LC02	In	1,27	In	1,10	Out	0,89	Out	1,19	In	1,08	In
	LC03	In	1,21	Out	1,23	Out	1,00	Out	1,26	In	1,14	In
	LC04	In	1,47	In	1,67	Out	1,34	Out	1,60	Out	1,37	Out
	LC05	In	1,44	In	1,16	Out	0,99	In	1,26	In	1,14	In
	LC06	In	1,36	In	1,20	Out	0,99	In	1,32	In	1,21	In
	LC07	In	1,39	In	1,18	Out	0,97	Out	1,19	Out	1,02	Out
	LC08	In	1,34	In	0,99	Out	0,86	In	1,18	In	1,09	In
	LS01	Out	1,71	In	1,34	Out	1,12	Out	1,55	Out	1,34	Out
	LS02	In	1,77	Out	1,12	Out	0,95	Out	1,46	Out	1,26	Out
LS05	Punção	1,30	Punção	1,18	Punção	1,08	Punção	1,39	Punção	1,21	Punção	
LS07	Out	1,88	Out	1,13	Out	0,96	Out	1,45	Out	1,25	Out	
Regan (2009)	1	In	1,45	Out	1,02	Out	0,88	In	1,13	In	1,02	In
	2	FC/Out	1,71	Out	1,13	Out	0,95	Out	1,32	In	1,21	In
	3	FC/In	1,73	Out	1,22	Out	1,01	Out	1,27	Out	1,09	Out
	4	no failure	1,12	In	0,92	Out	0,85	In	1,16	In	1,05	In
	5	FC/Out/In	1,61	In	0,88	Out	0,83	In	1,17	MAX	1,06	In
Regan e Samadian (2001)	R3	Out	1,44	Out	1,04	Out	0,86	Out	1,19	In	0,91	Out
	R4	Out	1,39	Out	1,10	Out	0,91	Out	1,18	Out	0,93	Out
	A1	Out	1,50	Out	1,08	Out	0,89	Out	1,14	Out	0,98	Out
	A2	In	1,42	Out	1,03	In	0,98	In	1,28	In	1,15	In
	R5	Out	1,08	In	1,09	Out	0,96	Out	1,24	Out	1,06	Out
	R6	Flex	1,05	Out	1,02	Out	0,92	Out	1,06	Out	0,91	In/Out
Regan (1996)	1	Out	1,81	In	1,02	MAX	1,02	MAX	1,13	Out	0,98	Out
	2	Out	1,70	In	0,98	Out	0,93	MAX	1,13	Out	0,97	Out
	3	Out	1,69	In	0,95	Out	0,94	MAX	1,12	Out	0,96	Out
Beutel (2002)	Z1	FC	1,50	In	1,26	MAX	1,26	MAX	1,05	In	0,96	In
	Z2	FC	1,59	In	1,30	MAX	1,30	MAX	1,12	In	1,08	In
	Z3	FC	1,86	In	1,57	MAX	1,57	MAX	1,28	In	1,20	In
	Z4	FC	1,66	In	1,27	MAX	1,27	MAX	1,24	In	1,18	In
	Z5	FC/Out	1,90	In	1,31	MAX	1,31	MAX	1,41	In	1,28	In
	Z6	FC	1,81	In	1,31	MAX	1,31	MAX	1,36	In	1,23	In

Tabela 6.8 – Comparação dos métodos teóricos para lajes com armadura de cisalhamento
(cont.)

Autores	Laje	Modo de Ruptura	ACI - 08		EC2 - 04		NB1 - 03		CSCT simp.		CSCT aver.	
			V_u / V_{ACI}	Ruptura ACI	V_u / V_{EC2}	Ruptura EC2	V_u / V_{NB1}	Ruptura NB1	V_u / V_{theo}	Ruptura CSCT	V_u / V_{theo}	Ruptura CSCT
Gomes e Regan (1999)	1	Punção	1,16	Punção	0,94	Punção	0,89	Punção	1,17	Punção	1,00	Punção
	1A	Punção	1,20	Punção	0,98	Punção	0,93	Punção	1,20	Punção	1,04	Punção
	2	In	1,64	In	1,26	In	1,18	In	1,30	Out	1,12	In/Out
	3	In/Out	1,64	In	1,21	In	1,15	In	1,39	Out	1,20	Out
	4	Out	1,98	In	1,27	Out	1,04	Out	1,47	Out	1,27	Out
	5	Out	1,77	Out	1,24	Out	1,02	Out	1,31	Out	1,13	Out
	6	Out	2,07	Out	1,23	Out	1,02	Out	1,57	Out	1,35	Out
	7	Out	2,02	Out	1,38	Out	1,14	Out	1,62	Out	1,39	Out
	8	Out	1,90	Out	1,48	Out	1,22	Out	1,62	Out	1,39	Out
	9	Out	1,31	Out	1,09	Out	0,96	MAX	1,50	MAX	1,28	MAX
	10	In	1,58	In	1,28	In	1,21	In	1,47	In	1,31	In
11	In	1,68	Out	1,31	In	1,24	In	1,56	In	1,40	In	
Birkle (2004)	S1	Punção	1,30	Punção	1,11	Punção	0,98	Punção	1,31	Punção	1,12	Punção
	S2	In	1,24	Out	1,19	Out	0,93	Out	1,20	Out	1,06	In
	S3	In	1,10	Out	1,12	Out	0,92	Out	1,16	In	1,03	In
	S4	Out	1,67	In	1,21	Out	0,94	Out	1,25	Out	1,07	Out
	S5	Out	1,67	In	1,21	Out	0,94	Out	1,25	Out	1,07	Out
	S6	Out	1,67	Out	1,18	Out	0,97	Out	1,23	Out	1,05	Out
	S7	Punção	1,12	Punção	0,94	Punção	0,93	Punção	1,20	Punção	1,02	Punção
	S8	In	1,29	Out	0,98	Out	0,86	In	1,03	In	0,97	In
	S9	In	1,28	In	1,06	In	1,05	In	1,33	In	1,16	In
	S10	Punção	0,88	Punção	0,78	Punção	0,78	Punção	1,02	Punção	0,88	Punção
	S11	In	1,24	Out	1,00	Out	0,87	Out	1,06	In	1,02	In
	S12	In	1,03	In	0,90	Out	0,88	In	1,23	In	1,09	In
	Média		1,50		1,15		1,02		1,27		1,12	
	COV		0,19		0,15		0,16		0,12		0,12	

Os resultados mostraram que as recomendações disponibilizadas pelo ACI 318:2008 são significativamente conservadoras, com média da relação V_u / V_{norma} de 1,50. O coeficiente de variação também é elevado, com valor igual a 0,19. Destaca-se que a versão atual da norma americana, que vem substituir a versão anterior que era de 2005, apresenta recomendações diferenciadas para o dimensionamento de lajes com *studs*, isto porque esta norma considera que tais armaduras apresentam condições mecânicas de ancoragem superiores as demais, permitindo que seja considerada uma tensão resistente nestes casos superior aos valores recomendados para lajes armadas com outros tipos de armadura, como estribos, por exemplo. Ainda assim, seus resultados são muito conservadores e suas recomendações deveriam ser ajustadas a fim de evitar níveis exagerados de segurança, o que não é adequado do ponto de vista econômico.

Utilizando-se as recomendações da norma Eurocode 2:2004 foram verificados resultados adequados, com média da relação V_u/V_{norma} de 1,15 e coeficiente de variação de 0,15. A simples análise destes resultados poderia levar a conclusão de que suas recomendações são adequadas, porém, verificou-se uma forte tendência desta norma em estimar que a ruptura das lajes analisadas deveria ocorrer fora da região das armaduras de cisalhamento. A norma previu que 78% das lajes do banco de dados (nesse caso considerando-se apenas 50 das 56 lajes, pois em 6 não eram utilizadas armaduras de cisalhamento) teriam a superfície de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento. Com isto, além de errar em 40% dos casos o modo de ruptura, sua estimativa de resistência da região imediatamente posterior a armada ao cisalhamento é conservadora e requer usualmente o uso de uma quantidade de armaduras superior a necessária. A confrontação destes resultados deixa evidente que devem ser tomadas medidas a fim de tornar estas estimativas menos conservadoras.

Avaliando-se as recomendações da NBR 6118:2003 observa-se que de um modo geral esta norma apresenta um bom nível de precisão na previsão da resistência à punção de lajes com armadura de cisalhamento, tendo sido observada uma média da relação V_u/V_{norma} de 1,02 e coeficiente de variação de 0,16. Observou-se também que suas estimativas quanto à resistência da região imediatamente posterior a das armaduras de cisalhamento são menos conservadoras que as do Eurocode 2:2004, por considerar que o perímetro de controle externo deve estar afastado $2,0 \cdot d$ da última camada de armaduras, enquanto que o Eurocode 2:2004 admite que este deve estar afastado $1,5 \cdot d$. Porém, analisando especificamente as lajes com carregamento simétrico desta pesquisa, observa-se que essa norma também apresentou uma certa tendência de subestimar a resistência da região externa a das armaduras de cisalhamento, o que reforça a conclusão de que é conservadora a limitação do espaçamento entre *studs* na última camada ($2,0 \cdot d$).

Quanto a teoria da fissura crítica de cisalhamento, alguns comentários devem ser feitos. Este método mostrou-se sensível a diversas variáveis comuns no dimensionamento de lajes lisas e foi bastante eficiente em estimar o modo de ruptura das lajes. Apesar de suas equações apresentarem, aparentemente, um forte fundo empírico, o método é muito bem fundamentado e explica de modo satisfatório o fenômeno da punção. No entanto, deve ser ressaltado que, como o método considera que o trecho da laje externo à fissura crítica de cisalhamento apresenta apenas rotações de corpo rígido e que não ocorre o “deslizamento”

das superfícies na região desta fissura, o método apresenta a tendência de estimar deformações e, conseqüentemente, tensões superiores quanto mais afastadas do pilar estiverem as armaduras de cisalhamento, quando na realidade o efeito é oposto. Na prática isto pode levar a resultados inadequados.

Talvez seja isso que tenha levado o autor a estabelecer que esta fissura crítica teria inclinação fixa de 45° , fazendo com que se forem utilizados os espaçamentos máximos permitidos de norma, o que normalmente é feito por questões construtivas, no cálculo o projetista conte apenas com a primeira camada nas estimativas de resistência à punção da ligação laje-pilar. Porém, em situações onde sejam utilizados espaçamentos inferiores aos máximos, mas ainda assim dentro dos limites das normas, como na laje LC06 desta pesquisa, o método tende a superestimar demasiadamente a resistência da laje para uma ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras e suas estimativas só não são contra a segurança pelo fato da resistência na região externa às armaduras passar a ser determinante no dimensionamento. No caso da laje LC06 as estimativas de resistência foram conservadoras para ambos os níveis de complexidade do método e o modo de ruptura foi estimado de modo inadequado.

Outro ponto que pode gerar problemas para estimar a resistência de ligações laje-pilar utilizando-se este método vem do fato de a resistência à flexão da laje ser um fator importante neste processo. O autor recomenda que isto seja feito através do Método das Linhas de Ruptura, mas deve-se ressaltar que nem sempre a determinação do mecanismo de ruptura de uma laje a flexão é simples. No caso de um pavimento, pode ser bastante complexo, considerando-se ainda que de acordo com o nível de conhecimento do projetista, diferentes configurações de ruptura podem ser possíveis. Isso confere às estimativas feitas com este método um grau de subjetividade que não é adequado em se tratando de recomendações normativas. Por fim, outra questão que pode gerar divergências nos resultados encontrados com este método vem do fato dele ser um método gráfico, e deste modo, impreciso. A suavidade das curvas de carga-deslocamento e daquelas que determinam os critérios de ruptura será função do número de pontos utilizados para traçá-las, o que ser uma fonte de diferença para as previsões de resistência.

Mesmo com as considerações que foram feitas sobre o método, é importante deixar claro que se trata talvez mais do ponto de vista científico do que do ponto de vista técnico, de uma aproximação muito relevante para explicar o fenômeno da punção e estimar a resistência de lajes lisas. O método é correto em correlacionar a rotação à resistência à punção e como foi verificado através da comparação com as lajes selecionadas, pode apresentar resultados muito satisfatórios. A sua versão simplificada (CSCTsimp.) que apresenta uma formatação mais simples para se aplicar na prática dos projetos de lajes lisas apresenta resultados um tanto conservadores, com média de 1,27, porém deve-se ressaltar que isto foi proposto intencionalmente pelo autor a fim de respeitar o limite de apenas 5% de resultados contra a segurança necessários para as normas de projeto. Já o método mais complexo (CSCTaver.) é também mais preciso tendo tido média de 1,12, inferior ao do Eurocode 2:2004, tendo também o menor coeficiente de variação, que foi de 0,12.

6.3. ANÁLISE DE LAJES SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO ASSIMÉTRICO

Também foram selecionados alguns resultados experimentais disponíveis na literatura para avaliar a eficiência e a precisão de alguns métodos teóricos na estimativa de resistência à punção de lajes lisas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento sob carregamentos assimétricos com transferência de momentos na ligação laje-pilar. O banco de dados formado para estas análises é composto por 101 lajes de concreto armado. Optou-se por comparar os resultados experimentais com os obtidos teoricamente utilizando-se as recomendações das normas ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e NBR 6118:2003. O objetivo com essa análise foi, através de um universo vasto, verificar a segurança e a precisão das recomendações normativas dentro de um intervalo significativo das variáveis envolvidas.

A Tabela 6.9 apresenta um resumo dos resultados utilizados para compor este banco de dados. É possível perceber que foram analisadas desde lajes delgadas ($d = 60$ mm) até lajes mais espessas ($d = 120$ mm), com taxa de armadura variando de 0,5% à 2,2% e com concreto de 15 MPa a 74 MPa, sendo estas apoiadas em pilares quadrados e retangulares. Na Tabela 6.10 são apresentados os resultados experimentais e teóricos para as lajes do banco de dados.

Tabela 6.9 – Resumo das características das lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento assimétrico com transferência de momento na ligação laje-pilar

Autor	No. de lajes	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	c_1 (mm)	c_2 (mm)	c_{max} / d	c_{min} / c_{min}
Moe (1961)	12	114	1,50	15 – 27	254 – 305	254 – 305	2,2 – 2,7	1,2
Hanson e Hanson (1968)	7	57	1,65	30 – 36	152 – 305	152 – 305	2,7 – 5,4	2,0
Anis (1970)	7	76	2,19	29 – 38	203	203	2,7	1,0
Stamenkovic e Chapman (1974)	12	56	1,17	22 – 36	127 – 152	76 – 127	2,3 – 2,7	1,0 – 2,0
Regan (1981)	12	60 – 101	0,66 – 1,16	24 – 46	120 – 300	120 – 240	2,0 – 4,0	1,0 – 2,0
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	23	79 - 121	0,60 – 1,42	18 – 55	305	305	2,5 – 3,9	1,0
Kamaraldin (1990)	8	62 - 64	0,79 – 1,45	27 – 37	150	150	2,4	1,0
Marzouk, Emam e Hilal (1996 e 1998)	5	116	0,50 – 1,00	36 – 74	250	250	2,2	1,0
Kruger, Burdet e Favre (2000)	3	121	1,06	30 – 39	300	300	2,5	1,0
Shehata (1988)	6	95	1,37	22 – 30	150	150	1,6	1,0
Cordovil e Fusco (1995)	3	104	0,72	30	250	150	2,4	1,7
Souza (2008)	3	121 – 123	0,91 – 0,93	38 – 43	200 – 500	200 – 500	4,1	2,5

Tabela 6.10 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento assimétrico

Autores	Laje	d (mm)	ρ (%)	c_1 (mm)	c_2 (mm)	f_c (MPa)	V_u (kN)	M_u (kN.m)	ACI 318-08			EC2-04			NB1-03		
									V_u / V_{ACI}	Méd.	COV	V_u / V_{EC2}	Méd.	COV	V_u / V_{NB1}	Méd.	COV
Moe (1961)	M1A	114	1,50	305	305	20,8	436	0	1,50	1,28	0,14	1,27	0,99	0,18	1,09	0,86	0,18
	M2A	114	1,50	305	305	15,5	214	39	1,29			1,02			0,84		
	(M4A) ¹	114	1,50	305	305	17,7	145	62	1,19			0,87			0,76		
	M2	114	1,50	305	305	25,7	294	57	1,41			1,15			0,99		
	M3	114	1,50	305	305	22,7	209	70	1,34			1,04			0,89		
	(M4) ¹	114	1,50	305	305	24,7	133	58	1,09			0,72			0,62		
	(M5) ¹	114	1,50	305	305	27,0	102	62	0,84			0,64			0,56		
	M6	114	1,34	254	254	26,5	241	40	1,29			1,03			0,88		
	M7	114	1,34	254	254	25,0	314	19	1,34			1,10			0,96		
	(M8) ¹	114	1,34	254	254	24,6	151	65	1,29			0,96			0,83		
	M9	114	1,34	254	254	23,2	269	34	1,40			1,11			0,96		
M10	114	1,34	254	254	21,1	179	55	1,42	1,01	0,88							
Hanson e Hanson (1968)	A1	57	1,65	152	152	30,3	6	22	1,60	1,47	0,10	1,33	1,14	0,20	0,74	0,73	0,14
	A2	57	1,65	152	152	31,3	5	24	1,59			1,42			0,79		
	B7	57	1,65	305	152	33,0	5	36	1,46			1,16			0,80		
	C8	57	1,65	152	305	32,8	6	31	1,31			0,82			0,57		
	A12	57	1,65	152	152	33,2	27	21	1,59			1,24			0,81		
	B16	57	1,65	305	152	30,4	34	27	1,53			1,16			0,80		
	C17	57	1,65	152	305	36,0	32	25	1,21			0,84			0,58		
Anis (1970)	B1	76	2,19	203	203	31,2	0	71	1,90	1,89	0,24	1,25	1,37	0,19	0,92	1,02	0,20
	B2	76	2,19	203	203	37,9	223	0	1,28			1,08			0,81		
	B3	76	2,19	203	203	30,5	191	18	1,71			1,32			0,98		
	B4	76	2,19	203	203	29,8	140	26	1,63			1,21			0,90		
	B5	76	2,19	203	203	29,0	125	39	1,90			1,37			1,02		
	B6	76	2,19	203	203	31,3	116	74	2,72			1,91			1,42		
	B7	76	2,19	203	203	33,8	70	66	2,12			1,48			1,10		
Stamenkovic e Chapman (1974)	V/I/2	56	1,17	127	127	25,9	117	0	1,69	1,91	0,14	1,54	1,50	0,12	1,07	1,04	0,12
	C/I/1	56	1,17	127	127	36,0	85	7	1,60			1,41			0,98		
	C/I/2	56	1,17	127	127	29,7	62	11	1,74			1,43			0,99		
	C/I/3	56	1,17	127	127	25,5	34	14	1,75			1,34			0,92		
	C/I/4	56	1,17	127	127	25,1	21	17	1,87			1,37			0,95		
	M/I/1	56	1,17	127	127	28,1	0	18	1,63			1,16			0,80		
	V/Ir/1	56	1,17	152	76	25,2	109	0	1,71			1,50			1,04		
	C/Ir/1	56	1,17	152	76	22,6	86	7	2,29			1,82			1,26		
	C/Ir/2	56	1,17	152	76	29,2	67	11	2,13			1,70			1,18		
	C/Ir/3	56	1,17	152	76	28,6	40	16	2,26			1,71			1,18		
	C/Ir/4	56	1,17	152	76	26,6	22	17	2,19			1,59			1,10		
	M/Ir/1	56	1,17	152	76	26,0	0	19	2,08			1,44			1,00		

Tabela 6.10 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento assimétrico (cont.)

Autores	Laje	d (mm)	ρ (%)	c_1 (mm)	c_2 (mm)	f'_c (MPa)	V_u (kN)	M_u (kN.m)	ACI 318-08			EC2-04			NB1-03		
									V_u / V_{ACI}	Méd.	COV	V_u / V_{EC2}	Méd.	COV	V_u / V_{NB1}	Méd.	COV
Regan (1981)	SI/1	101	0,66	300	200	45,9	187	37	0,97	1,25	0,18	1,39	1,28	0,12	0,93	0,90	0,12
	SM1	60	1,05	240	240	24,2	122	0	1,03			1,12			0,79		
	SM3	60	1,05	240	240	33,3	95	21	1,29			1,40			0,99		
	SM4	60	1,05	240	120	26,3	101	0	1,03			1,05			0,74		
	SM5	60	1,05	240	120	32,0	72	16	1,42			1,38			0,98		
	SM6	60	1,05	240	120	28,6	105	0	1,02			1,06			0,75		
	SM7	60	1,05	120	120	28,6	105	0	1,36			1,27			0,90		
	SM8	60	1,05	120	120	25,9	49	11	1,63			1,26			0,89		
	SM9	60	1,05	240	120	37,7	97	11	1,29			1,32			0,94		
	SM10	60	1,05	240	120	37,7	88	19	1,61			1,59			1,13		
	SM11	60	1,16	240	240	36,9	91	20	1,16			1,24			0,88		
	SM12	60	1,16	240	240	31,9	88	19	1,22			1,28			0,90		
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	A1	121	0,60	305	305	31,3	169	90	1,09	1,12	0,13	1,13	1,08	0,07	1,01	0,91	0,08
	A2	117	0,96	305	305	30,7	187	98	1,24			1,15			1,00		
	A3	114	1,40	305	305	30,3	205	100	1,38			1,14			0,98		
	A4	121	0,60	305	305	22,7	244	33	1,02			1,11			0,97		
	A5	117	0,96	305	305	28,9	257	35	0,97			0,95			0,84		
	A6	114	1,40	305	305	27,0	319	43	1,33			1,14			0,98		
	B1	83	0,73	305	305	22,2	80	39	0,99			1,08			0,84		
	B2	83	0,95	305	305	19,8	94	45	1,22			1,21			0,94		
	B3	79	1,42	305	305	29,5	102	51	1,18			1,09			0,85		
	B4	83	0,73	305	305	18,1	130	13	0,92			1,04			0,80		
	B5	83	0,95	305	305	20,0	142	17	1,00			1,04			0,81		
	B6	79	1,42	305	305	20,5	162	21	1,23			1,12			0,87		
	C1	121	0,60	305	305	52,4	186	95	0,90			1,05			0,91		
	C2	117	0,96	305	305	57,2	218	113	1,07			1,08			0,95		
	C3	114	1,40	305	305	54,7	252	133	1,24			1,19			1,03		
	C4	121	0,60	305	305	49,5	273	37	0,96			0,96			0,84		
	C5	114	1,40	305	305	47,7	362	49	1,14			1,07			0,92		
	F1	114	1,02	305	305	25,9	153	74	1,11			0,98			0,85		
	F2	114	1,02	305	305	33,8	183	90	1,17			1,11			0,94		
	F3	114	1,38	305	305	31,2	206	103	1,39			1,04			0,99		
F4	121	0,59	305	305	25,9	227	27	0,86	0,97	0,85							
F5	114	1,02	305	305	18,1	240	27	1,17	1,04	0,90							
F6	114	1,02	305	305	26,5	290	35	1,18	1,12	0,97							

Tabela 6.10 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com carregamento assimétrico (cont.)

Autores	Laje	d (mm)	ρ (%)	c_1 (mm)	c_2 (mm)	f_c (MPa)	V_u (kN)	M_u (kN.m)	ACI 318-08			EC2-04			NB1-03		
									V_u / V_{ACI}	Méd.	COV	V_u / V_{EC2}	Méd.	COV	V_u / V_{NB1}	Méd.	COV
Kamaraldin (1990)	SA1	64	0,79	150	150	33,0	109	6	1,34	1,45	0,19	1,39	1,36	0,09	1,00	0,98	0,09
	SA2	64	0,79	150	150	34,0	141	0	1,32			1,46			1,05		
	SA3	64	0,79	150	150	36,0	85	9	1,20			1,23			0,89		
	SA4	64	0,79	150	150	32,0	49	17	1,35			1,26			0,91		
	SB1	62	1,45	150	150	27,0	133	0	1,46			1,27			0,91		
	SB2	62	1,45	150	150	28,0	61	22	1,97			1,48			1,06		
	SC1	62	1,04	150	150	36,0	129	0	1,23			1,25			0,90		
	SC2	62	1,04	150	150	37,0	65	22	1,75			1,53			1,10		
Marzouk, Emam e Hilal (1996 e 1998)	2	116	1,00	250	250	37,2	485	0	1,40	1,33	0,14	1,41	1,35	0,06	1,22	1,17	0,06
	5	116	1,00	250	250	36,2	164	118	1,58			1,32			1,14		
	8	116	1,00	250	250	67,2	512	0	1,10			1,23			1,06		
	9	116	0,50	250	250	74,0	200	118	1,19			1,43			1,23		
	10	116	1,00	250	250	73,8	262	133	1,40			1,36			1,17		
Kruger, Burdet e Favre (2000)	P0A	121	1,06	300	300	34,6	423	0	1,06	1,19	0,13	1,07	1,08	0,02	0,94	0,99	0,07
	P16A	121	1,06	300	300	38,6	332	53	1,14			1,10			0,96		
	P30A	121	1,06	300	300	30,4	270	86	1,36			1,07			1,07		
Shehata (1988)	1	95	1,37	150	150	28,2	265	0	1,61	1,74	0,09	1,28	1,28	0,08	1,04	1,04	0,08
	2	95	1,37	150	150	29,5	270	0	1,60			1,28			1,05		
	3	95	1,37	150	150	22,0	233	12	1,98			1,42			1,16		
	4	95	1,37	150	150	26,7	210	15	1,74			1,27			1,04		
	5	95	1,37	150	150	25,3	200	20	1,88			1,33			1,09		
	6	95	1,37	150	150	24,8	140	23	1,62			1,09			0,89		
Cordovil e Fusco (1995)	12	104	0,72	250	150	30,8	166	32	1,34	1,20	0,10	1,17	1,13	0,08	1,00	0,95	0,09
	13	104	0,72	250	150	30,1	101	40	1,14			1,02			0,85		
	15	104	0,72	250	150	29,9	258	0	1,13			1,19			0,99		
Souza (2008)	L1	121	0,93	500	200	37,8	475	0	1,13	1,23	0,12	1,14	1,16	0,08	1,00	1,08	0,07
	L14	121	0,93	500	200	42,4	274	126	1,39			1,26			1,15		
	L15	123	0,91	200	500	43,2	364	67	1,16			1,08			1,10		
									Média	1,41		1,22		0,95			
									COV	0,25		0,18		0,15			

Os resultados indicam que o ACI pode apresentar resultados precisos em lajes com baixa taxa de armadura, como as de HAWKINS *et al.* (1989), as de REGAN (1981) e as de CORDOVIL e FUSCO (1995), mas tende a ser conservador em lajes com taxas elevadas, como as de ANIS (1970) e HANSON e HANSON (1968). Já o EC2, que leva em consideração o efeito destas armaduras, tende a apresentar resultados mais precisos, como no caso das lajes de HAWKINS *et al.*, onde o EC2 apresenta resultados constantes mesmo com a variação da taxa de armadura, o que não é observado para o ACI.

De modo geral, ambas as normas tendem a apresentar resultados a favor da segurança, porém conservadores. Os resultados do ACI são conservadores, com média de 1,41 e merece destaque o elevado coeficiente de variação, que foi de 0,25. O EC2 apresenta resultados mais precisos, mas ainda assim levemente conservadores, com média de 1,22. Porém, por levar em consideração parâmetros como a taxa de armadura de flexão e o *size effect*, apresentou coeficiente de variação de 0,18, inferior ao do ACI. A norma brasileira, que apresenta recomendações semelhantes as do EC2, porém não limita os valores do *size effect* e da taxa de armadura, apresenta coeficiente de variação igual a 0,15, o menor dentre as normas analisadas. No entanto, é importante ressaltar que para as lajes testadas por MOE (1961), HANSON e HANSON (1968), REGAN (1981), HAWKINS *et al.* (1989), KAMARALDIN (1990), KRUGER *et al.* (2000) e CORDOVIL e FUSCO (1995), a norma tende a superestimar a resistência à punção, apresentando resultados contra a segurança. De uma forma geral, seus resultados estão levemente contra a segurança, com a média dos resultados sendo de 0,95.

6.4. ANÁLISE DE LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO ASSIMÉTRICO

Após uma vasta pesquisa constatou-se que existem poucos resultados experimentais disponíveis para os casos de lajes com armadura de cisalhamento e momentos desbalanceados. Dentre os resultados encontrados, observou-se que praticamente todos eram referentes a ensaios onde foram utilizados estribos ou *stud rails* como armadura de cisalhamento. Como estas armaduras apresentam condições de ancoragem diferentes das apresentadas pelos *double-headed studs*, optou-se por utilizar nesta avaliação apenas os resultados obtidos com esta pesquisa. Os resultados experimentais foram comparados com os obtidos teoricamente utilizando-se as recomendações das normas selecionadas. Na Tabela 6.11 são apresentados os resultados obtidos através do ACI 318:2008. Já na Tabela 6.12 podem ser conferidos os resultados do Eurocode 2:2004. Por fim, na Tabela 6.13 é possível ver os resultados da NBR 6118:2003. Para o ACI, é possível perceber que os resultados são de um modo geral, conservadores, com média de 1,65 e coeficiente de variação de 0,14. Os resultados são menos conservadores para as lajes testadas sem armadura de cisalhamento e também para aquelas onde a ruptura ocorreu dentro da região das armaduras de cisalhamento. Para a laje LS03, que rompeu fora da região das armaduras de cisalhamento, esta norma apresenta resultados extremamente conservadores.

Já a norma EC2 mostrou-se adequada, com resultados sempre a favor da segurança e sem apresentar resultados extremamente conservadores para nenhuma laje. A média do EC2 foi de 1,21 e o coeficiente de variação foi baixo, igual a 0,09. Já a NB1 apresentou a média dos resultados de 1,05 e um coeficiente de variação ainda mais baixo, de 0,08. Porém, esta norma apresentou alguns resultados levemente contra a segurança. É importante ressaltar que são necessários um número significativamente superior de ensaios a fim de se chegar a uma opinião mais conclusiva a respeito do rendimento das normas para esta situação.

Tabela 6.11 – Cargas de ruptura previstas pelo ACI 318:2008

Autores	Laje	V_u (kN)	M_u (kN)	Modo de Ruptura	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u / V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	V_u / V_{out}	V_{max} (kN)	V_u / V_{max}	V_{ACI} (kN)	V_u / V_{ACI}	Ruptura ACI	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LS01	1.022	0	Out	1.021	1,00	432	2,36	894	1,14	596	1,71	In	1,65	0,14
	LS02	1.128	0	In	1.009	1,12	637	1,77	887	1,27	637	1,77	Out		
	LS03	699	1.890	Out	602	1,16	319	2,19	533	1,31	356	1,96	In		
	LS04	722	1.900	In	595	1,21	545	1,32	523	1,38	523	1,38	In		
	LS05	779	0	Punção	597	1,30	---	---	896	0,87	597	1,30	Punção		
	LS06	528	1.407	Punção	354	1,49	---	---	531	0,99	354	1,49	Punção		
	LS07	1.197	0	Out	1.328	0,90	636	1,88	887	1,35	636	1,88	Out		
	LS08	934	1.909	In	867	1,08	560	1,67	576	1,62	560	1,67	Out		

Tabela 6.12 – Cargas de ruptura previstas pelo Eurocode 2:2004

Autores	Laje	V_u (kN)	M_u (kN)	Modo de Ruptura	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u / V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	V_u / V_{out}	V_{max} (kN)	V_u / V_{max}	V_{EC2} (kN)	V_u / V_{EC2}	Ruptura EC2	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LS01	1.022	0	Out	1.117	0,91	761	1,34	2.025	0,50	761	1,34	Out	1,21	0,09
	LS02	1.128	0	In	1.145	0,99	1.005	1,12	2.028	0,56	1.005	1,12	Out		
	LS03	699	1.890	Out	732	0,95	503	1,39	1.361	0,51	503	1,39	Out		
	LS04	722	1.900	In	751	0,96	658	1,10	1.327	0,54	658	1,10	Out		
	LS05	779	0	Punção	661	1,18	---	---	2.059	0,38	661	1,18	Punção		
	LS06	528	1.407	Punção	436	1,21	---	---	1.357	0,39	436	1,21	Punção		
	LS07	1.197	0	Out	1.544	0,78	1.057	1,13	2.028	0,59	1.057	1,13	Out		
	LS08	934	1.909	In	1.104	0,85	750	1,25	1.433	0,65	750	1,25	Out		

Tabela 6.13 – Cargas de ruptura previstas pela NBR 6118:2003

Autores	Laje	V_u (kN)	M_u (kN)	Modo de Ruptura	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u / V_{R,cs}$	V_{out} (kN)	V_u / V_{out}	V_{max} (kN)	V_u / V_{max}	V_{NB1} (kN)	V_u / V_{NB1}	Ruptura NB1	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LS01	1.022	0	Out	1.190	0,86	913	1,12	2.025	0,50	913	1,12	Out	1,05	0,08
	LS02	1.128	0	In	1.222	0,92	1.181	0,95	2.028	0,56	1.181	0,95	Out		
	LS03	699	1.890	Out	781	0,89	603	1,16	1.361	0,51	603	1,16	Out		
	LS04	722	1.900	In	802	0,90	772	0,93	1.327	0,54	772	0,93	Out		
	LS05	779	0	Punção	722	1,08	---	---	2.059	0,38	722	1,08	Punção		
	LS06	528	1.407	Punção	475	1,11	---	---	1.357	0,39	475	1,11	Punção		
	LS07	1.197	0	Out	1.642	0,73	1.243	0,96	2.028	0,59	1.243	0,96	Out		
	LS08	934	1.909	In	1.173	0,80	881	1,06	1.433	0,65	881	1,06	Out		

6.5. CONTRIBUIÇÕES PARA A ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURAS DE CISALHAMENTO E CARREGAMENTO SIMÉTRICO

Através da análise realizada no item 6.2 ficou evidente que a norma Eurocode 2:2004 apresenta uma tendência exagerada de estimar rupturas fora da região das armaduras de cisalhamento. Com isso, essa norma falhou em estimar o modo de ruptura de 40% das lajes analisadas. Esse efeito foi mais significativo ainda para as lajes desta pesquisa, onde o EC2 errou as estimativas do modo de ruptura de 9 das 11 lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico.

As lajes com pilar circular (LC01 à LC08) tinham como característica comum o elevado espaçamento entre os *studs* localizados na última camada das armaduras. Nestas lajes a distância máxima entre os *studs* na última camada (s_t) variou de $2,9 \cdot d$ a $3,6 \cdot d$, nas lajes com distribuição radial, e foi de $6,4 \cdot d$ na laje LC04, onde os *studs* foram distribuídos em cruz. O Eurocode 2:2004 recomenda que para valores de s_t superiores a $2,0 \cdot d$ seja utilizado um perímetro de controle reduzido ($u_{out,eff}$) para o cálculo da resistência à punção na região posterior a onde estão localizadas as armaduras de cisalhamento.

Como todas as lajes com pilares circulares romperam por punção dentro da região das armaduras de cisalhamento, fica evidente que o limite de $2,0 \cdot d$ para a distância entre os *studs* na camada mais externa é conservador. Deste modo, optou-se por avaliar o efeito que o aumento deste limite teria nas cargas e modos de ruptura previstos pelo EC2. Inicialmente foram selecionadas dentro do banco de dados apresentados na Tabela 6.3 apenas as lajes onde se observou experimentalmente que a ruptura ocorreu fora da região das armaduras de cisalhamento, o que resultou em 20 lajes. Com esse grupo de lajes testou-se dobrar o limite o limite de s_t , passando-o para $4,0 \cdot d$. Os resultados desta análise são apresentados na Tabela 6.14.

Tabela 6.14 – Comparação EC2 e EC2-MOD para as lajes que romperam fora da região das armaduras de cisalhamento

Autores	Laje	Teste		EC2 - 04					EC2 - 04 (MOD)				
		V_u (mm)	Modo de Ruptura	V_{EC2} (kN)	Modo de Ruptura EC2	V_u / V_{EC2}	Méd.	COV	$V_{EC2-MOD}$ (kN)	Modo de Ruptura EC2-MOD	$V_u / V_{EC2-MOD}$	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LS01	1.022	Out	761	Out	1,34	1,24	0,12	761	Out	1,34	1,24	0,12
	LS07	1.197	Out	1.057	Out	1,13			1.057	Out	1,13		
Regan (2009) e Regan e Samadian (2001)	2	1.141	FC/Out	1.011	Out	1,13	1,09	0,03	1.168	In	0,98	0,95	0,09
	R3	850	Out	815	Out	1,04			965	Out	0,88		
	R4	950	Out	861	Out	1,10			1.071	Out	0,89		
	A1	1.000	Out	924	Out	1,08			1.108	In	0,90		
	R5	1.440	Out	1.325	Out	1,09			1.325	Out	1,09		
Regan (1996)	1	920	Out	901	MAX	1,02	0,98	0,04	901	MAX	1,02	0,96	0,05
	2	960	Out	979	Out	0,98			1.037	MAX	0,93		
	3	1.040	Out	1.095	Out	0,95			1.103	MAX	0,94		
Gomes e Regan (1999)	3	773	In/Out	638	In	1,21	1,27	0,10	638	In	1,21	1,15	0,09
	4	853	Out	671	Out	1,27			710	Out	1,20		
	5	853	Out	689	Out	1,24			820	Out	1,04		
	6	1.040	Out	843	Out	1,23			843	Out	1,23		
	7	1.120	Out	810	Out	1,38			913	Out	1,23		
	8	1.200	Out	812	Out	1,48			1.013	Out	1,18		
	9	1.227	Out	1.126	Out	1,09			1.282	MAX	0,96		
Birkle (2004)	S4	636	Out	526	Out	1,21	1,20	0,01	633	Out	1,00	0,99	0,02
	S5	624	Out	518	Out	1,21			623	Out	1,00		
	S6	615	Out	522	Out	1,18			634	Out	0,97		
		Média		1,17					1,06				
		COV		0,12					0,13				

É possível perceber que a modificação proposta melhorou as estimativas do EC2. A média dos resultados diminuiu significativamente, passando de 1,17 para 1,06 e o coeficiente de variação apresentou leve aumento, passando de 0,12 para 0,13. Nessas lajes a norma errava o modo de ruptura apenas da laje 1 de REGAN (2009) e com esta alteração, passou a errar também os modos de ruptura das lajes A1, de REGAN e SAMADIAN (2001), e da laje 9, de GOMES e REGAN (1999). No caso da laje 2, de REGAN (2009) e das lajes 2 e 3, de REGAN (1996), a diferença entre as cargas estimadas para uma ruptura fora ou dentro da região das armaduras de cisalhamento foi muito pequena, inferior a 2%, e nestes casos apenas optou-se por apresentar dois possíveis modos de ruptura. Destaca-se que a alteração permitiu que a carga de ruptura na região fora das armaduras de cisalhamento em lajes como as de GOMES e REGAN (1999) e BIRKLE (2004) fosse estimada de modo mais preciso, mantendo-se a coerência com o modo de ruptura observado experimentalmente.

Decidiu-se então aplicar esta modificação para todas as 56 lajes do banco de dados de lajes com armaduras de cisalhamento e comparar os resultados obtidos com os observados originalmente para a norma Eurocode 2:2004. É possível perceber que a alteração corrigiu o modo de ruptura de praticamente todas lajes com pilares circulares ensaiadas nessa pesquisa. É possível perceber também que a média dos resultados melhorou de forma significativa, passando de 1,15 para 1,05, com o coeficiente de variação mantendo-se estável. No entanto, deve ser ressaltado que em algumas lajes, como a laje LC01, a tendência dos resultados ficou contra a segurança. Isto também foi observado para a média dos resultados das lajes de REGAN e SAMADIAN (2001) e BIRKLE (2004). É possível perceber que na maioria dos casos, após a alteração, os resultados passaram a ficar contra a segurança devido ao fato da carga de ruptura dentro da região das armaduras estimada pela norma não estar adequada, superestimando a resistência destas lajes.

Com base nestes resultados é possível constatar a necessidade de melhorar as estimativas de ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento, a fim de evitar as estimativas contra a segurança mencionadas acima. Uma das falhas de todas as normas no que se refere às estimativas da resistência ao cisalhamento de peças de concreto armado é fixar a inclinação da superfície de ruptura e apresentar formulações para estimar a contribuição do concreto e das armaduras de cisalhamento em função deste ângulo. Este procedimento pode gerar resultados inadequados para os casos onde sejam utilizadas quantidades extremas (baixas ou elevadas) de armaduras de cisalhamento por camada.

Tabela 6.15 – Comparação EC2 e EC2-MOD

Autores	Laje	Teste		EC2 - 04					EC2 - 04 (MOD)				
		V_u (mm)	Modo de Ruptura	V_{EC2} (kN)	Modo de Ruptura EC2	V_u / V_{EC2}	Méd.	COV	$V_{EC2-MOD}$ (kN)	Modo de Ruptura EC2-MOD	$V_u / V_{EC2-MOD}$	Méd.	COV
Ferreira (2010)	LC01	858	In	901	Out	0,95	1,19	0,15	978	In	0,88	1,07	0,13
	LC02	956	In	868	Out	1,10			997	In	0,96		
	LC03	1.077	In	877	Out	1,23			1.053	In	1,02		
	LC04	1.122	In	670	Out	1,67			908	Out	1,24		
	LC05	1.118	In	964	Out	1,16			1.048	In	1,07		
	LC06	1.078	In	896	Out	1,20			1.021	In	1,06		
	LC07	1.110	In	940	Out	1,18			1.187	In	0,94		
	LC08	1.059	In	1.066	Out	0,99			1.158	In	0,91		
	LS01	1.022	Out	761	Out	1,34			761	Out	1,34		
	LS02	1.128	In	1.005	Out	1,12			1.005	Out	1,12		
	LS05	779	Punção	503	Punção	1,18			661	Punção	1,18		
	LS07	1.197	Out	658	Out	1,13			1.057	Out	1,13		
Regan (2009)	1	881	In	661	Out	1,02	1,04	0,14	941	In	0,94	0,92	0,05
	2	1.141	FC/Out	436	Out	1,13			1.168	In	0,98		
	3	1.038	FC/In	1.057	Out	1,22			1.091	Out	0,95		
	4	733	no failure	750	Out	0,92			833	In	0,88		
	5	1.268	FC/Out/In	866	Out	0,88			1.462	In	0,87		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	Out	1.011	Out	1,04	1,06	0,03	965	Out	0,88	0,93	0,11
	R4	950	Out	847	Out	1,10			1.071	Out	0,89		
	A1	1.000	Out	793	Out	1,08			1.108	In	0,90		
	A2	950	In	1.436	In	1,03			921	In	1,03		
	R5	1.440	Out	815	Out	1,09			1.325	Out	1,09		
	R6	1.280	Flex.	861	Out	1,02			1.596	Out	0,80		
Regan (1996)	1	920	Out	924	MAX	1,02	0,98	0,04	901	MAX	1,02	0,96	0,05
	2	960	Out	921	Out	0,98			1.037	MAX	0,93		
	3	1.040	Out	1.325	Out	0,95			1.103	MAX	0,94		
Beutel (2002)	Z1	1.323	FC	1.257	MAX	1,26	1,34	0,09	1.053	MAX	1,26	1,34	0,09
	Z2	1.442	FC	901	MAX	1,30			1.109	MAX	1,30		
	Z3	1.616	FC	979	MAX	1,57			1.026	MAX	1,57		
	Z4	1.646	FC	1.095	MAX	1,27			1.297	MAX	1,27		
	Z5	2.024	FC/Out	1.053	MAX	1,31			1.541	MAX	1,31		
	Z6	1.954	FC	1.109	MAX	1,31			1.495	MAX	1,31		

Tabela 6.12 – Comparação EC2 e EC2-MOD (cont.)

Autores	Laje	Teste		EC2 - 04				EC2 - 04 (MOD)					
		V_u (mm)	Modo de Ruptura	V_{EC2} (kN)	Modo de Ruptura EC2	V_u / V_{EC2}	Méd.	COV	$V_{EC2-MOD}$ (kN)	Modo de Ruptura EC2-MOD	$V_u / V_{EC2-MOD}$	Méd.	COV
Gomes e Regan (1999)	1	560	Punção	594	Punção	0,94	1,22	0,13	594	Punção	0,94	1,14	0,11
	1A	587	Punção	598	Punção	0,98			598	Punção	0,98		
	2	693	In	551	In	1,26			609	Out	1,14		
	3	773	In/Out	638	In	1,21			659	Out	1,17		
	4	853	Out	671	Out	1,27			710	Out	1,20		
	5	853	Out	689	Out	1,24			820	Out	1,04		
	6	1.040	Out	843	Out	1,23			843	Out	1,23		
	7	1.120	Out	810	Out	1,38			913	Out	1,23		
	8	1.200	Out	812	Out	1,48			1.013	Out	1,18		
	9	1.227	Out	1.126	Out	1,09			1.282	MAX	0,96		
	10	800	In	625	In	1,28			625	In	1,28		
11	907	In	693	In	1,31	693	In	1,31					
Birkle (2004)	S1	483	Punção	435	Punção	1,11	1,06	0,13	435	Punção	1,11	0,93	0,11
	S2	574	In	480	Out	1,19			637	Out	0,90		
	S3	572	In	513	Out	1,12			691	In	0,83		
	S4	636	Out	526	Out	1,21			633	Out	1,00		
	S5	624	Out	518	Out	1,21			623	Out	1,00		
	S6	615	Out	522	Out	1,18			634	Out	0,97		
	S7	825	Punção	874	Punção	0,94			874	Punção	0,94		
	S8	1.050	In	1.070	Out	0,98			1.208	In	0,87		
	S9	1.091	In	1.025	In	1,06			1.025	In	1,06		
	S10	1.046	Punção	1.335	Punção	0,78			1.335	Punção	0,78		
	S11	1.620	In	1.626	Out	1,00			2.004	Out	0,81		
	S12	1.520	In	1.687	Out	0,90			1.757	In	0,86		
		Média		1,15				1,05					
		COV		0,15				0,16					

A resistência ao cisalhamento varia em função da inclinação da superfície de ruptura. Quanto menos inclinada a superfície, menor será a contribuição do concreto, porém, mais camadas de armaduras serão efetivas no combate ao cisalhamento. Na Figura 6.8 a variação da resistência ao cisalhamento em função do ângulo da superfície de ruptura é ilustrada para o caso de uma viga armada com estribos. Uma representação razoável da resistência à punção de lajes de concreto armado com armaduras de cisalhamento pode ser obtida admitindo-se que esta será investigada para cada possível superfície de ruptura e que será expressa pela soma de uma componente de resistência do concreto ($V_{R,c}$), que aumenta proporcionalmente ao aumento da inclinação da superfície de ruptura, e uma componente de resistência das armaduras de cisalhamento ($V_{R,s}$), que diminui a medida que a superfície de ruptura se torna mais íngreme. A resistência à punção da ligação pode ser determinada através da Equação 6.1.

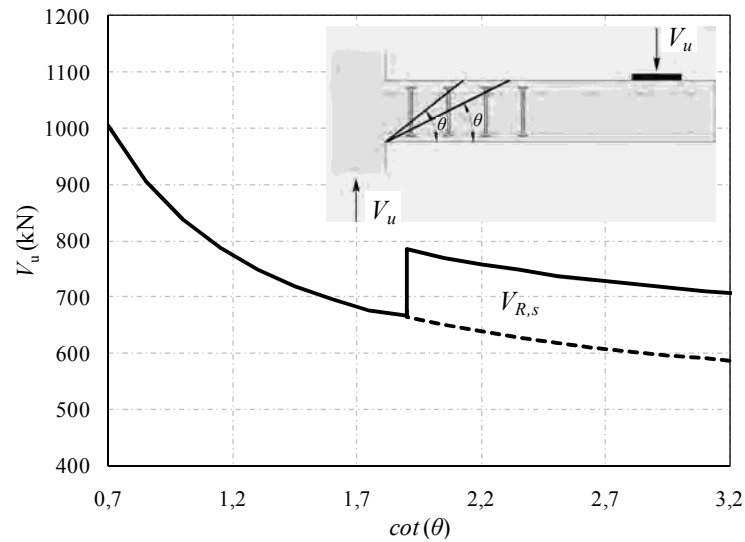


Figura 6.8 – Resistência ao cisalhamento em função da inclinação da superfície de ruptura

$$V_{R,cs} = \eta_c \cdot V_{R,c} \cdot \left(\frac{2 \cdot d}{a_i} \right) + V_{R,s} \quad \text{Equação 6.1}$$

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \cdot u_i \cdot d \quad \text{Equação 6.2}$$

$$V_{R,s} = \sum A_{sw, cam} \cdot f_{ys,w} \quad \text{Equação 6.3}$$

onde

η_c é um coeficiente aqui assumido como igual a 0,75;

$V_{R,c}$ é a parcela de contribuição do concreto obtida segundo a Equação 6.2;

d é a altura útil da laje;

a_i é a projeção horizontal da superfície de ruptura investigada;

$V_{R,s}$ é a parcela de contribuição das armaduras de cisalhamento efetivamente ancoradas e cortadas pela superfície de ruptura;

ξ é o *size effect* determinado como $\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$;

ρ é a taxa de armadura de flexão tracionada, definida como $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,2$;

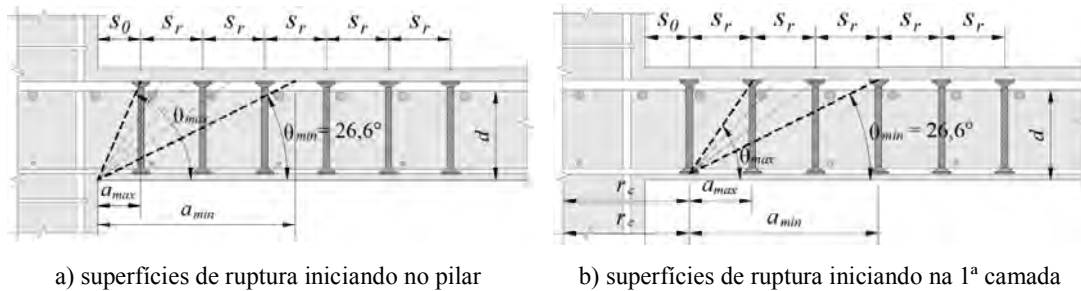
f'_c é a resistência à compressão do concreto;

u_i é o perímetro de controle com geometria igual a do EC2, porém definido à uma distância a_i da face do pilar ou do ponto inferior da superfície de ruptura investigada;

$A_{sw, cam}$ é a área de aço por camada de armaduras de cisalhamento;

$f_{ys,w}$ é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

Na Figura 6.9 são apresentadas as possíveis superfícies de ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento de uma ligação laje-pilar. Na Figura 6.9a é possível perceber que, considerando que a superfície de ruptura inicia-se na extremidade do pilar, a inclinação máxima que esta pode atingir é determinada por uma linha traçada da face do pilar até a ancoragem da primeira camada de armaduras, e para essa situação, apenas o concreto irá contribuir para a resistência à punção. O ângulo θ pode variar teoricamente de θ_{max} , que é função da distância da primeira camada de armaduras até a face do pilar (s_0) até θ_{min} , que é estabelecido como a inclinação da superfície de ruptura de uma laje sem armaduras de cisalhamento. É possível ainda que a superfície de menor resistência ao cisalhamento não inicie nas extremidades do pilar, mas sim nas camadas das armaduras de cisalhamento, conforme indicado na Figura 6.9b.



a) superfícies de ruptura iniciando no pilar b) superfícies de ruptura iniciando na 1ª camada

Figura 6.9 – Superfícies de ruptura teóricas dentro da região das armaduras de cisalhamento

Esse processo descrito acima pode ser empregado, mas requer o uso de alguma linguagem de programação para sua implementação, o que pode inviabilizar sua utilização para fins de projeto. Para que o método possa ser utilizado de modo mais simples e prático, é possível estabelecer que, preferencialmente, as possíveis superfícies de ruptura irão buscar sempre as extremidades das armaduras de cisalhamento. Deste modo, a determinação das superfícies de ruptura poderia ser feita conforme indicado na Figura 6.10. Na Figura 6.10a é mostrado que, partindo-se do pilar, devem ser traçadas superfícies buscando as extremidades das armaduras, mas nunca com inclinação inferior a θ_{min} . Deste ponto em diante, a definição das superfícies de ruptura deve ser feita conforme indicado na Figura 6.10b. Deste modo, o número total de superfícies a serem investigadas será sempre igual ao número de camadas adotadas. Este método pode ser bastante interessante para fins de verificação da capacidade resistente de uma ligação laje-pilar.

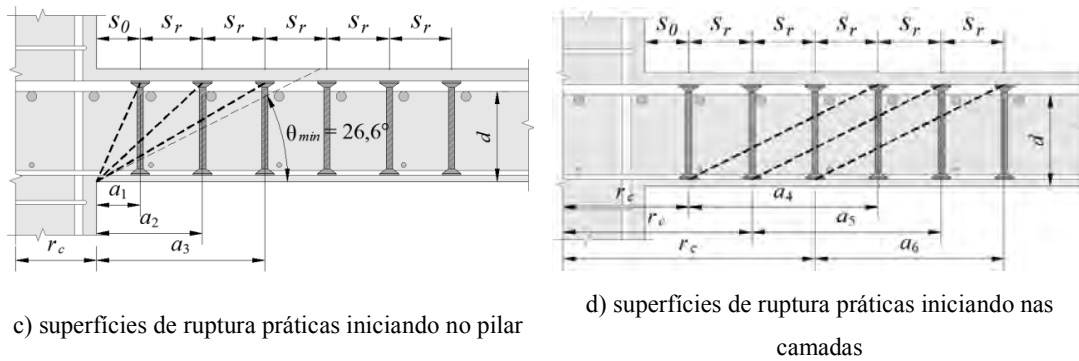


Figura 6.10 – Superfícies de ruptura práticas dentro da região das armaduras de cisalhamento

Para o dimensionamento da quantidade de armaduras de cisalhamento é necessário estabelecer uma inclinação para a superfície de ruptura. Pode ser sugerido aos projetistas estruturais que estipulem uma inclinação para a superfície de ruptura com o ângulo variando $26,6^\circ < \theta \leq 45^\circ$ e que o dimensionamento seja feito seguindo os critérios normais recomendados pelo EC2, porém adotando-se o limite de $4 \cdot d$ para as verificações de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento. Após o dimensionamento, o projetista deverá checar a capacidade resistente da região das armaduras através da verificação das possíveis superfícies de ruptura.

A fim de testar o método da superfície de resistência mínima ao cisalhamento (*Surface of Minimum Shear Resistance – SMSR*), foram selecionadas apenas as lajes com ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento. A resistência à punção da ligação laje-pilar foi verificada segundo este método e os resultados obtidos são apresentados na Tabela 6.16, onde também são apresentados novamente os resultados obtidos utilizando-se as recomendações do ACI, EC2 e NB1, além dos resultados utilizando-se o CSCT. Observa-se que o método apresentou um bom desempenho, corrigindo as estimativas de lajes como a LC01, que tinha sua resistência muito subestimada no ACI, mas em normas como a NB1, tinha sua resistência muito superestimada. Esses resultados indicam que este método, assim como o CSCT aver., são aproximações sensíveis do comportamento à punção, podendo prever melhor a resistência de lajes com armaduras de cisalhamento.

Tabela 6.16 – Comparação entre os métodos de cálculo para lajes rompendo dentro da região das armaduras de cisalhamento

Authors	Slab	V_u (mm)	Failure Type	SMSR		ACI - 08		EC2 - 04		NB1 - 03		CSCT simp.		CSCT aver.	
				V_{SMSR} (kN)	V_u / V_{SMSR}	V_{ACI} (kN)	V_u / V_{ACI}	V_{EC2} (kN)	V_u / V_{EC2}	V_{EC2} (kN)	V_u / V_{EC2}	V_{theo} (kN)	V_u / V_{theo}	V_{theo} (kN)	V_u / V_{theo}
Ferreira (2010)	LC01	858	In	845	1,02	643	1,34	901	0,95	1.045	0,82	760	1,13	830	1,03
	LC02	956	In	993	0,96	754	1,27	868	1,10	1.070	0,89	805	1,19	887	1,08
	LC03	1.077	In	1.103	0,98	892	1,21	877	1,23	1.076	1,00	855	1,26	945	1,14
	LC04	1.122	In	1.000	1,12	762	1,47	670	1,67	838	1,34	700	1,60	818	1,37
	LC05	1.118	In	1.086	1,03	778	1,44	964	1,16	1.131	0,99	890	1,26	983	1,14
	LC06	1.078	In	1.025	1,05	791	1,36	896	1,20	1.092	0,99	815	1,32	893	1,21
	LC07	1.110	In	1.286	0,86	798	1,39	940	1,18	1.151	0,97	937	1,19	1.090	1,02
	LC08	1.059	In	1.073	0,99	790	1,34	1.066	0,99	1.234	0,86	900	1,18	975	1,09
	LS02	1.128	In	1.074	1,05	637	1,77	1.005	1,12	1.181	0,95	770	1,46	895	1,26
Regan (2009) e Regan e Samadian (2001)	1	881	In	935	0,94	609	1,45	866	1,02	997	0,88	780	1,13	860	1,02
	2	1.141	FC/Out	1.097	1,04	666	1,71	1.011	1,13	1.203	0,95	862	1,32	940	1,21
	3	1.038	FC/In	1.125	0,92	601	1,73	847	1,22	1.025	1,01	820	1,27	955	1,09
	5	1.268	FC/Out/In	1.012	1,25	789	1,61	1.436	0,88	1.526	0,83	1.085	1,17	1.193	1,06
	A2	950	In	914	1,04	671	1,42	921	1,03	965	0,98	740	1,28	825	1,15
Beutel (2002)	Z1	1.323	FC	1.088	1,22	880	1,50	1.053	1,26	1.053	1,26	1.262	1,05	1.385	0,96
	Z2	1.442	FC	1.188	1,21	906	1,59	1.109	1,30	1.109	1,30	1.283	1,12	1.330	1,08
	Z3	1.616	FC	1.106	1,46	868	1,86	1.026	1,57	1.026	1,57	1.260	1,28	1.345	1,20
	Z4	1.646	FC	1.262	1,30	992	1,66	1.297	1,27	1.297	1,27	1.330	1,24	1.390	1,18
	Z5	2.024	FC/Out	1.579	1,28	1.066	1,90	1.541	1,31	1.541	1,31	1.435	1,41	1.580	1,28
	Z6	1.954	FC	1.494	1,31	1.079	1,81	1.495	1,31	1.495	1,31	1.438	1,36	1.595	1,23
Gomes e Regan (1999)	2	693	In	606	1,14	423	1,64	551	1,26	586	1,18	532	1,30	618	1,12
	3	773	In/Out	690	1,12	472	1,64	638	1,21	673	1,15	555	1,39	645	1,20
	10	800	In	616	1,30	507	1,58	625	1,28	662	1,21	543	1,47	610	1,31
	11	907	In	644	1,41	539	1,68	693	1,31	733	1,24	580	1,56	650	1,40
Birkle (2004)	S2	574	In	625	0,92	465	1,24	480	1,19	616	0,93	480	1,20	543	1,06
	S3	572	In	637	0,90	519	1,10	513	1,12	623	0,92	495	1,16	555	1,03
	S8	1.050	In	1.252	0,84	813	1,29	1.070	0,98	1.221	0,86	1.018	1,03	1.080	0,97
	S9	1.091	In	1.069	1,02	854	1,28	1.025	1,06	1.037	1,05	820	1,33	938	1,16
	S11	1.620	In	1.894	0,86	1.311	1,24	1.626	1,00	1.856	0,87	1.525	1,06	1.590	1,02
	S12	1.520	In	1.681	0,90	1.471	1,03	1.687	0,90	1.723	0,88	1.235	1,23	1.395	1,09
Média				1,08	1,48	1,17	1,06	1,27	1,14	1,27	1,14	1,14	1,14	1,14	1,14
COV				0,16	0,15	0,15	0,15	0,15	0,18	0,18	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10

7. CONCLUSÕES

7.1. PROGRAMA EXPERIMENTAL

7.1.1. Dimensões dos Modelos Locais

Considera-se que as dimensões adotadas para as lajes (2.500 mm x 2.500 mm x 180 mm) foram adequadas, tornando possível a observação do fenômeno da punção associado aos efeitos de flexão em uma proporção que se acredita representar situações reais de edifícios com lajes lisas. O uso de segmentos de pilar monoliticamente ligados à laje também se mostrou adequado, uma vez que são mais eficientes que as chapas metálicas na tentativa de se representar a ligação laje-pilar. A variação da geometria (pilares circulares e pilares quadrados) e das dimensões ($\varnothing = 270$ mm, 360 mm e 450 mm e $c = 300$ mm) enriqueceu a pesquisa, permitindo a observação da influência do pilar no comportamento e na capacidade resistente da ligação. A espessura das lajes e os cobrimentos adotados para as armaduras também se mostraram adequados, permitindo boas condições de ancoragem para as armaduras de cisalhamento.

7.1.2. Sistema de Ensaio

O sistema de ensaio adotado teve de ser desenvolvido a fim de permitir que pela primeira vez fossem ensaiadas lajes com estas dimensões no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. Sua complexidade deveu-se principalmente pela necessidade de aplicar o carregamento de forma assimétrica, permitindo a ocorrência da transferência de momentos na ligação laje-pilar. O carregamento foi aplicado no sentido de cima para baixo nas quatro bordas da laje e os segmentos de pilar foram travados mesmo nos casos onde o carregamento foi aplicado de forma simétrica, com o objetivo de evitar movimentos de corpo rígido das lajes que pudessem atrapalhar as medições dos deslocamentos verticais, pois se verificou durante a montagem que as lajes não ficavam firmes sem estas medidas.

A montagem dos ensaios foi facilitada com o uso de pórticos e tubos de aço que permitiam rolar as lajes para dentro e para fora do pórtico de reação e o uso de suportes metálicos nos cilindros hidráulicos e nas células de carga atribuiu maior segurança e reduziu

significativamente o tempo de montagem e desmontagem dos ensaios. Os equipamentos utilizados para aplicação e medição dos carregamentos foram considerados satisfatórios, mesmo considerando-se que cada um dos quatro cilindros hidráulicos utilizados nos ensaios era operado de forma independente. Os deslocamentos verticais foram medidos com defletômetros analógicos e os resultados eram lidos a cada intervalo de carregamento.

Uma sugestão para trabalhos futuros quanto a estes equipamentos seria tentar adquirir bombas que permitissem acionar vários cilindros ao mesmo tempo, a fim de reduzir o número de pessoas necessárias para a execução dos ensaios, e também utilizar equipamentos que permitissem a medição dos carregamentos e dos deslocamentos de forma computadorizada, a fim de que estes fossem acompanhados de forma contínua, mesmo após o pico de carregamento, podendo-se acompanhar o comportamento das lajes na etapa pós-puncionamento.

7.1.3. Monitoração dos Deslocamentos e das Deformações

Os deslocamentos verticais das lajes foram monitorados em 14 pontos das lajes, sempre os mesmos a fim de permitir a comparação direta entre os ensaios. Acredita-se que a quantidade e a distribuição adotada para estes defletômetros foram adequadas, fornecendo resultados satisfatórios quanto ao comportamento carga-deslocamento dos espécimes ensaiados.

As deformações nas armaduras de flexão foram monitoradas em 6 barras localizadas sempre na mesma direção, fato justificado pelas condições de simetria dos espécimes. Considera-se que o número de barras selecionado foi satisfatório, fornecendo uma boa noção do nível de tensão nestas armaduras ao longo da seção a laje. Já as deformações no concreto foram acompanhadas através de dois pares de extensômetro em cada direção ortogonal nas lajes com carregamento simétrico a fim de acompanhar as deformações radiais e tangenciais. Nas lajes com carregamento assimétrico foi adicionado mais um par de extensômetros na direção onde o carregamento seria aplicado com diferentes intensidades, a fim de observar o efeito da transferência de momentos na ligação laje-pilar nas deformações no concreto.

Os resultados indicaram que em lajes com armaduras de cisalhamento e com carregamento simétrico o acompanhamento das deformações no concreto é muito relevante, pois foram observadas deformações elevadas, existindo a suspeita de que em algumas delas a ruptura por punção pode ter iniciado devido ao esmagamento do concreto. Seria importante em trabalhos futuros intensificar esta monitoração a fim de se traçar, até uma determinada distância do pilar, a distribuição das deformações radiais e tangenciais. Nas lajes com pilares de seção quadrada seria importante também monitorar as deformações nos cantos dos pilares, além das deformações nos eixos, como foi feito nessa pesquisa, uma vez que elas devem ser superiores. Nas lajes com carregamento assimétrico não foram medidas deformações tão elevadas como nas lajes com carregamento simétrico, concluindo-se que nestes casos o esmagamento do concreto não deve ser um caso limite para a laje. No entanto, o comportamento foi bem diferente do observado nas lajes com carregamento simétrico e uma monitoração mais intensa poderia ser relevante para o melhor entendimento do fenômeno.

Foram monitorados de doze até dezesseis *studs* em cada laje, sempre em quatro linhas de armaduras e em três ou até quatro camadas. Considera-se que a monitoração foi eficiente, permitindo observar o nível de contribuição das diferentes camadas de armaduras. Para as lajes com carregamento simétrico observou-se que em praticamente todas a primeira camada de *studs* atingiu a tensão de escoamento. A única exceção foi a laje LS07, com elevada taxa de armaduras de cisalhamento por camada e que rompeu fora da região com *studs*. Ainda nas lajes com carregamento simétrico, observou-se que em média, as armaduras de cisalhamento localizadas na segunda camada atingiram um nível de deformação superior a 75% da deformação de escoamento. Com exceção da laje LC06, que apresentava um pequeno espaçamento radial dos *studs* e onde as armaduras da terceira camada atingiram 90% da deformação de escoamento, nas demais lajes o nível de deformação foi baixo, inferior a 40 % da deformação de escoamento. Ressalta-se que estes resultados não devem desencorajar o acompanhamento das deformações da terceira camada em diante, pois se acredita que em lajes com menor quantidade de armaduras por camada o nível de solicitação deve ser superior.

Nas lajes onde o carregamento foi aplicado de forma assimétrica com o objetivo de gerar transferência de momento na ligação laje pilar, foi observado um elevado nível de solicitação das armaduras localizadas no lado de maior carregamento, muito superior ao

detectado nas lajes com carregamento simétrico. Já no lado de menor carregamento, verificou-se um nível muito baixo de deformações. Considera-se que nestas lajes teria sido bom monitorar mais os *studs* localizados no lado de menor carregamento, a fim de verificar se o baixo nível de deformação observado na linha de *studs* localizada no eixo da lajes é semelhante ao das demais linhas de armaduras. Isso seria uma sugestão para pesquisas futuras pois caso isto seja confirmado, poderia ser analisada a possibilidade de propor uma distribuição assimétrica das armaduras em casos de momentos desbalanceados, uma vez que poderia ser mais eficiente concentrar as armaduras na região mais solicitada.

7.1.4. Fissuração e Superfícies de Ruptura

A fissuração das lajes foi acompanhada durante intervalos de carregamento. Após a ruptura das lajes foram retiradas fotos superiores das lajes a fim de se apresentar um mapeamento do nível de fissuração observado nos ensaios. Os resultados demonstraram que o uso de armaduras de cisalhamento pode atribuir maior ductilidade às lajes de concreto, tendo sido observado um elevado nível de fissuração radial e tangencial nas lajes com *studs*. Observou-se também que o desbalanceamento dos carregamentos altera a distribuição dos esforços de flexão e altera significativamente a fissuração de lajes sem armadura de cisalhamento, como a laje LS06, mas este efeito praticamente não foi observado em lajes com armaduras de cisalhamento, como a laje LS08.

Após os ensaios todas as lajes foram cortadas a fim de investigar a inclinação e a posição da superfície de ruptura das lajes. Na maioria das lajes esta superfície estava bem caracterizada, com a presença de uma grande fissura de cisalhamento. Em alguns casos a determinação da superfície de ruptura foi complexa devido a presença de várias fissuras inclinadas ao longo da espessura da laje. De um modo geral as fissuras observadas eram bastante íngremes, interceptando normalmente apenas a primeira camada das armaduras de cisalhamento. Acredita-se que isso se deve ao fato de ter sido utilizada uma elevada quantidade de armaduras de cisalhamento por camada e que em lajes com taxas de armadura menores esta fissura pode ser menos inclinada, cortando um maior número de camadas.

7.2. ANÁLISE NUMÉRICA

A análise numérica foi realizada através da utilização de modelos axissimétricos buscando simular as lajes com pilares circulares e carregamento simétrico. Como os modelos experimentais não eram perfeitamente axissimétricos, principalmente pelo fato de as armaduras utilizadas serem ortogonais, alguns ajustes foram feitos, seguindo a experiência relatada por outros autores, a fim de se simular corretamente o comportamento destas lajes. O principal objetivo com estas análises era avaliar a distribuição das tensões ao longo da espessura da laje e assim entender melhor o mecanismo de ruptura observado nos ensaios.

A comparação entre os resultados experimentais e os numéricos permitiu observar que os modelos numéricos apresentam um comportamento carga-deslocamento significativamente mais rígido que os modelos experimentais. Isso provavelmente é resultado de que as armaduras axissimétricas utilizadas no modelo numérico combatem de forma mais eficiente as fissuras radiais, reduzindo o deslocamento da laje. Mas no que se refere a resistência e a distribuição das tensões, observou-se que o modelo numérico, após calibrado, apresenta grande concordância com os resultados experimentais. As cargas de ruptura estimadas foram muito próximas e o modelo numérico foi capaz de reproduzir diversos aspectos observados nos ensaios, como o surgimento de tração na superfície inferior da laje, na direção radial, para estágios de carregamento avançado. O padrão de fissuração e a superfície de ruptura estimada pelo modelo numérico também se mostrou semelhante a observada experimentalmente, concluindo-se que para a análise de lajes sem e com armadura de cisalhamento e com carregamento simétrico, a análise numérica através de modelos axissimétricos é adequada.

7.3. ANÁLISE DOS MÉTODOS TEÓRICOS DE CÁLCULO

Buscou-se analisar a precisão de alguns métodos teóricos disponíveis para a estimativa da resistência à punção de lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento e com carregamento simétrico e assimétrico e também para lajes com armadura de cisalhamento e carregamento simétrico. Foram avaliadas as recomendações das normas ACI 318:2008 (ACI), Eurocode 2:2004 (EC2) e NBR 6118:2003 (NB1) e também a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (CSCT) em seu método simplificado (CSCTsimp.) e em sua versão mais complexa (CSCTaver.). Foram apresentadas também contribuições para as

recomendações da norma Eurocode 2:2004 a fim de melhorar suas estimativas para os casos de lajes com armaduras de cisalhamento sob carregamento simétrico. As conclusões obtidas são descritas a seguir para cada situação de projeto analisada.

7.3.1. Lajes Sem Armaduras de Cisalhamento e com Carregamento Simétrico

Para analisar esta situação foi montado um banco de dados de resultados experimentais com 74 lajes e estes resultados foram comparados com os obtidos utilizando-se as recomendações normativas. Observou-se que, de um modo geral, as recomendações do ACI estão a favor da segurança, porém são conservadoras, apresentando média subestimando em mais de 40% a resistência das lajes analisadas. Esta norma também apresentou um coeficiente de variação elevado (0,17) para este que é o caso mais simples no dimensionamento de uma ligação laje-pilar.

Já o EC2 apresentou resultados satisfatórios e a favor da segurança, sendo registrada média da relação V_u/V_{norma} de 1,19. Esta norma também apresentou um coeficiente de variação de 0,14, inferior ao da norma americana, possivelmente por considerar a influência de parâmetros como a taxa de armadura de flexão tracionada e o *size effect*, enquanto que a norma americana considera apenas a resistência à compressão do concreto. Já a norma brasileira NB1, que baseia suas recomendações na norma CEB-FIP MC90, apresentou resultados médios próximos aos experimentais, com média de 1,01. Por não limitar parâmetros como a taxa de armadura de flexão tracionada e o *size effect*, esta norma apresentou coeficiente de variação igual a 0,11, inferior ao das demais normas. Porém, em muitas lajes a carga de ruptura estimada foi superior a observada experimentalmente, devendo-se tomar medidas para evitar este comportamento.

7.3.2. Lajes Com Armaduras de Cisalhamento e com Carregamento Simétrico

Para analisar os casos de lajes com armadura de cisalhamento e com carregamento simétrico foi montado um banco de dados com os resultados de ensaios de 56 lajes. Estes resultados foram selecionados de modo que fossem comparadas apenas lajes com armaduras de cisalhamento cujo comportamento mecânico fosse semelhante ao dos *double-headed studs* utilizados nessa pesquisa e cujos espécimes tivessem espessura igual ou superior as das lajes ensaiadas, a fim de se ter condições de ancoragem semelhantes.

Estes resultados foram comparados com as recomendações normativas selecionadas e também com a teoria da fissura crítica de cisalhamento em diferentes níveis de complexidade.

As recomendações do ACI mostraram-se significativamente conservadoras, apresentando média de 1,50, sendo ainda o método teórico com maior coeficiente de variação (0,19). Os resultados do EC2 foram de um modo geral, satisfatórios, com média de 1,15 e coeficiente de variação de 0,15. Porém, confrontando-se os modos de ruptura previstos por esta norma com os observados experimentalmente é possível perceber que esta norma é falha no que se refere a estimar adequadamente o modo de ruptura das lajes. Verificou-se para o EC2 uma forte tendência de subestimar a resistência à punção da região imediatamente posterior às armaduras de cisalhamento, e assim, prevendo em 78% das lajes analisadas que a ruptura ocorreria na região externa, ficando distante da realidade observada experimentalmente. Isto indica que suas recomendações para a definição do perímetro de controle externo são conservadoras.

As recomendações da NB1 mostraram-se precisas para os casos de lajes com armaduras de cisalhamento, tendo apresentado média de 1,02, a menor entre os métodos analisados, e coeficiente de variação de 0,16. Esta norma mostrou-se também menos conservadora que o EC2 quanto às estimativas de resistência da região externa às armaduras de cisalhamento, fruto principalmente do fato de considerar o perímetro externo de controle afastado $2,0 \cdot d$ da última camada de armaduras, enquanto que o EC2 admite que este deve estar afastado $1,5 \cdot d$. Ainda assim, merece destaque o fato de que esta norma falhou na estimativa do modo de ruptura de algumas das lajes com pilar circular desta pesquisa, o que confirma que o limite de $2,0 \cdot d$ para a distância máxima entre *studs* na última camada (s_t) é conservador.

Já o CSCT, apesar de poucas ressalvas do ponto de vista teórico e de algumas mais do ponto de vista técnico, conforme descrito no capítulo anterior se mostrou como um bom método para estimar a resistência à punção de lajes lisas com armaduras de cisalhamento. Em sua forma simplificada (CSCTsimp.) seus resultados foram em média um tanto conservadores, com média de 1,27, porém deve ser destacado que isso foi feito intencionalmente pelo seu autor a fim de adequá-lo para ser possivelmente utilizado em normas futuras, respeitando os limites de apenas 5% de resultados frágeis (contra a

segurança). Em sua forma mais complexa, este método mostrou-se preciso principalmente em estimar o modo de ruptura das lajes selecionadas, apresentando resultados satisfatórios, com média de 1,12 e com o menor coeficiente de variação de 0,12, que foi o menor dentre todos os métodos analisados.

7.3.3. Lajes Sem Armaduras de Cisalhamento e com Carregamento Assimétrico

Foi montado ainda um banco de dados vasto com resultados experimentais de 101 ensaios com lajes de concreto armado submetidas a carregamentos assimétricos provocando transferência de momentos na ligação laje-pilar. Este banco de dados foi montado com o objetivo de avaliar a segurança das recomendações normativas selecionadas. Os resultados indicaram que as recomendações do ACI são, novamente, conservadores. A média dos resultados foi de 1,41, tendo sido observado nestes casos um coeficiente de variação também elevado, de 0,25, indicando que suas recomendações também devem ser revistas se o objetivo for explicar de forma adequada o fenômeno e gerar dimensionamentos econômicos.

O EC2 apresentou resultados satisfatórios, relativamente conservadores, porém não tanto quanto os obtidos com o uso da norma americana. A média dos resultados foi de 1,22 e o coeficiente de variação foi de 0,18, também um pouco elevado. Já a NB1, que se distingue basicamente do EC2 neste caso por não limitar nem o *size effect* nem a contribuição da taxa de armadura de flexão tracionada, apresenta resultados significativamente diferentes. Em média, fica o alerta de que seus resultados estão levemente contra a segurança, tendo sido observada uma média de 0,95. Já o coeficiente de variação foi o menor dentre os métodos analisados, tendo sido de 0,15. Deve então ficar o alerta de que, para os casos de lajes com momento desbalanceado e sem armadura de cisalhamento, as recomendações da NB1 podem não estar adequadas.

7.3.4. Lajes com Armaduras de Cisalhamento e com Carregamento Assimétrico

Foram poucos os resultados encontrados na literatura para estas situações e a maioria das lajes apresentava pequena espessura, tendo sido armadas com estribos ou *stud rails*. Deste modo, a condição de ancoragem seria significativamente diferente da observada nas lajes desta pesquisa e a comparação poderia ser pouco conclusiva. Sendo assim, optou-se por

utilizar apenas as lajes ensaiadas nesta tese para a comparação dos resultados experimentais com os obtidos através das normas ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e NBR 6118:2003.

Os resultados indicaram novamente que o ACI pode fornecer resultados extremamente conservadores e pouco precisos. A média dos resultados foi de 1,65 e o coeficiente de variação foi de 0,14, sendo que estes foram os piores resultados observados para esta situação. Já a norma EC2 mostrou-se a favor da segurança, mas sem ser conservativa, com média dos resultados de 1,21 e coeficiente de variação de 0,09. Quanto a norma NB1, a qual segue as recomendações da norma MC90, observou-se que seus resultados podem ser ainda mais precisos, mas em alguns casos, contra a segurança. A média foi de 1,05 e o coeficiente de variação foi de 0,08. Ressalta-se que para ser mais conclusivo a respeito da adequabilidade das recomendações normativas para os casos de lajes de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados é necessário realizar um número significativamente maior, variando-se a excentricidade do carregamento, a quantidade e distribuição das armaduras, além de, possivelmente, testar outros tipos de armadura que não sejam apenas os *double-headed studs*.

7.3.5. Contribuições para a Estimativa de Resistência de Lajes com Armadura de Cisalhamento sob Carregamento Simétrico

Foi verificado um comportamento significativamente inadequado das recomendações apresentadas pelo Eurocode 2:2004 para a estimativa do modo de ruptura de lajes com armaduras de cisalhamento sob carregamento simétrico. Para as lajes selecionadas verificou-se uma forte tendência em subestimar a resistência à punção da região externa às armaduras de cisalhamento. Isto de certa forma reduzia as estimativas de resistência das lajes, deixando a norma a favor da segurança, porém teria como efeito direto o incremento da quantidade de armaduras de cisalhamento necessárias nos dimensionamentos realizados utilizando esta norma, incremento este que não se justifica segundo as evidências experimentais disponíveis.

Comparando-se os resultados do EC2 com os da NB1, cujas recomendações são muitos semelhantes, mas onde tal efeito não foi tão significativo, ficou clara a necessidade de apresentar recomendações que possam contribuir para evitar este comportamento. Como a

NB1 também apresentou algumas falhas em suas previsões de resistência e de modo de ruptura das lajes com pilares circulares testadas nessa pesquisa, evidenciou-se que o motivo poderia ser o limite para s_t , comum em ambas as normas, e que se mostrou conservador. Foi proposto então alterar o limite, que era $s_t \leq 2 \cdot d$, passando-o para $s_t \leq 4 \cdot d$. Foi feita uma comparação apenas das lajes do banco de dados que romperam experimentalmente fora da região das armaduras, observando-se que a média dos resultados passou de 1,17, com as recomendações originais do EC2, para 1,06, o que deixaria a norma significativamente menos conservadora. Testando essa recomendação para todo o universo das lajes selecionadas, os resultados com a modificação do EC2 foram menos conservadores. Passaram de uma média de 1,15 para 1,05 com o coeficiente de variação mantendo-se praticamente o mesmo.

No entanto, observou-se que em algumas lajes, após a correção das estimativas de ruptura na região externa, as recomendações da norma para a estimativa da resistência da região das armaduras estavam inadequadas e em alguns casos contra a segurança. Isto se deve ao fato da norma fixar o ângulo da superfície de ruptura em $26,6^\circ$, o que normalmente faz com que a norma considere a contribuição de pelo menos duas camadas de armaduras. Nos casos das lajes desta pesquisa, que possuíam uma taxa de armadura de cisalhamento por camada elevada, verificou-se experimentalmente que a superfície de ruptura é significativamente mais inclinada que a recomendada na norma e que, portanto, a contribuição das armaduras de cisalhamento é menor e a do concreto é maior. É necessário, portanto um método que permita estimar de modo mais adequado a resistência à punção nessa região.

Com esse intuito foi apresentado um método que se acredita ser uma boa aproximação para analisar ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento. Denominado de Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento ele tem como base a consideração de que a resistência à punção deve ser tomada como o somatório da parcela de resistência atribuída ao concreto, que aumenta proporcionalmente com o aumento da inclinação da superfície de ruptura, e da parcela de contribuição das armaduras de cisalhamento, que reduz com o aumento da inclinação da superfície de ruptura. É apresentada uma equação para correlacionar o incremento da contribuição do concreto com a inclinação da superfície de ruptura, baseada em algumas análises já testadas para vigas.

A resistência à punção deve ser calculada através da investigação de todas as possíveis superfícies de ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento, partindo-se do pilar e investigando-se também superfícies iniciando nas camadas de armadura. Sua aplicação deste modo seria mais indicada através da utilização de linguagens de programação, o que poderia dificultar sua utilização em muitos escritórios de projeto de estruturas. Buscando simplificá-lo, foi proposto que para a verificação da capacidade resistente fosse investigado um número de superfícies de ruptura igual ao número de camadas de armaduras utilizado, apresentando-se alguns critérios para definição destas superfícies críticas. Este método foi então aplicado juntamente com a modificação proposta para as estimativas de ruptura da região externa às armaduras e os resultados indicaram que ele aliviou um pouco a tendência de resultados contra a segurança observada para o EC2 após as modificações propostas para a definição do perímetro de controle externo. Considera-se que sua utilização pode ser interessante do ponto de vista de projeto por diversos motivos, mas principalmente porque ele pode atribuir maior sensibilidade aos projetistas quanto ao fenômeno da punção.

7.4. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A pesquisa realizada contribuiu para a identificação de alguns aspectos relevantes sobre o comportamento à punção de lajes lisas com e sem armaduras de cisalhamento sob carregamento simétrico e assimétrico. Para dar continuidade ao trabalho realizado, outras pesquisas poderiam ser feitas, buscando investigar pontos críticos observados. Algumas delas poderiam ser:

- Realização de ensaios em lajes submetidas a carregamento simétrico com baixa e média taxa de armadura por camada, focando rupturas dentro da região das armaduras, buscando identificar a influência da quantidade de armaduras na inclinação da superfície de ruptura e na resistência à punção das lajes;
- Realização de ensaios em lajes submetidas a carregamento simétrico com elevada taxa de armadura, superior as aqui utilizadas, e também tendo como foco rupturas dentro da região das armaduras de cisalhamento, buscando analisar as recomendações quanto a $V_{R,max}$ das normas;

- Realização de ensaios em lajes submetidas a carregamento simétrico aumentando-se gradualmente o número de camadas de modo a terem-se incrementos do espaçamento máximo entre *studs* na última camada, focando rupturas fora da região das armaduras, a fim de testar as recomendações para a determinação do perímetro de controle externo;
- Realização de ensaios em lajes com armadura de cisalhamento e momento desbalanceado, buscando analisar o efeito de se concentrar as armaduras nos lados de maior carregamento;
- Avaliar numericamente o método da superfície de resistência mínima ao cisalhamento através do desenvolvimento de um programa, comparando-se os resultados não somente à lajes com *studs* mas também com lajes com outros tipos de armadura de cisalhamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.
2. ACI 421.1R-99, *Shear-Reinforcement for Slabs*. Reported by Joint ACI-ASCE Committee 421, ACI, Farmington Hills, Michigan, 1999.
3. ANDERSON, J. L., *Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement*. Royal Institute of Technology, Bulletin, No. 212, KTH Stockholm, Sweden, 1963, 59p.
4. ANIS, N. A., Shear strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement. PhD Thesis, Imperial College, London, Feb. 1970, 264p.
5. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739 – *Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto*. Rio de Janeiro, 1994-a.
6. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – *Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro, 2003.
7. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6892 – *Materiais metálicos – Ensaio de tração à temperatura ambiente*. Rio de Janeiro, 2002.
8. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 – *Argamassa e Concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 1994.
9. BACH, C. e GRAF, O., *Versuche mit allseitig aufliegenden, quadratischen und rechteckigen Eisenbetonplatten*. Deutscher Ausschluß für Eisenbeton, Heft 30, Berlin, 1915, 265p.

10. BEUTEL, R., *Punching of Flat Slabs with Shear Reinforcement at Inner Columns*, Germany, 2002, 267 pp. (em Alemão).
11. BIRKLE, G., *Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout*. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, University of Calgary, Calgary, Canadá, 2004, 152 pp.
12. BROMS, C. E., *Shear Reinforcement for Deflection Ductility of Flat Plates*, ACI Structural Journal, V. 87, No. 6, Nov.-Dec. 1990, pp. 696-705.
13. BROMS, C.E., *Elimination of Flat Plate Punching Failure Mode*, ACI Structural Journal, V. 97, No. 1, Jan.-Feb. 2000, pp. 94-101.
14. BROMS, C. E., *Concrete Flat Slabs and Footings: Design Method for Punching and Detailing for Ductility*. PhD Thesis. Department of Civil and Architectural Engineering, Division of Structural Design and Bridges, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2005, 114 pp.
15. Comité Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*. London, Thomas Telford, 1993.
16. CORDOVIL, F. A. B. e FUSCO, P. B. *Ensaio de placas de concreto armado – Punção excêntrica*. In: XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Tucumán 1995, p. 141-151.
17. DILGER, W.H., and GHALI, A., *Shear Reinforcement for Concrete Slabs*, ASCE Journal of Structural Division, Proceedings, V. 107, No. ST12, Dec. 1981, pp. 2403-2420.
18. EDER, M. A., VOLLUM, R. L., ELGHAZOULI, A. Y., ABDEL-FATTAH, T., *Modelling and experimental assessment of punching shear in flat slabs with shearheads*. Engineering Structures (2010), doi: 10.1016/j.engstruct.2010.09.004.

19. ELSTNER, R. C., e HOGNESTAD, E., *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs*. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, V. 53, No. 1, Jul. 1956, pp. 29-58.
20. Eurocode 2, *Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2004, 225 pp.
21. FEENSTRA, P. H., *Computational Aspects of Biaxial Stress in Plain and Reinforced Concrete*. PhD thesis. Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 1993, 149 p.
22. FURST, A., MARTI, D., *Robert Maillart's design approach for flat slabs*. Journal of Structural Engineering, 1997, No. 123(8), 1102–1110.
23. GASPARINNI D. A., *Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905–1999*. Journal of Structural Engineering, 2002, 128, No. 10, 1243–1252.
24. GILBERT, S. G., GLASS, C., *Punching failure of reinforced concrete flat slabs at edge columns*, The Structural Engineer, V65B, No 1, Mar 1987, pp 16-21.
25. GOMES, R. B., *Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1991, 185 p.
26. GOMES, R. B. e REGAN, P. E., *Punching Resistance of RC Flat Slabs with Shear Reinforcement*. Journal of Structural Engineering, 1999, 684-692.
27. GRAF, O.. *Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetonplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager*. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 73, Berlin, 1933, 16 pp.

28. GRAF, O., *Versuche über die Widerstandsfähigkeit von allseitig aufliegenden dicken Eisenbetonplatten unter Einzellasten*, Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 88, Berlin, 1938, 22p.
29. GUANDALINI, S., *Poinçonnement Symétrique des dalles en béton armé*. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2006, 257p.
30. HALLGREN, M., *Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs*. PhD-Thesis, KTH Stockholm, TRITA-BKN. Bulletin No. 23, 1996, 150p.
31. HANSON, N. W. e HANSON, J. N., *Shear and moment transfer between concrete slabs and columns*. Journal of the PCA Research and Development Laboratories, Vol. 10, No. 1, Jan. 1968; pp 1-16.
32. HAWKINS, N.M., FALLSEN, H.B., and HINOJOSA, R.C., *Influence of Column Rectangularity on the Behavior of Flat Plate Structures*, ACI Publication, Cracking, Deflection, and Ultimate Load of Concrete Slab Systems, V. SP-30, No. 6, 1971, pp. 127-146.
33. HAWKINS, N.M., CRISWELL, M.E., and ROLL, F., *Shear Strength of Slabs Without Shear Reinforcement*, ACI Publication, Shear in Reinforced Concrete, V. SP 42, No. 30, 1974, pp. 677-720.
34. HAWKINS, N. M., BAO, A., YAMAZAKI, J., *Moment Transfer from Concrete Slabs to Columns*. ACI Structural Journal, V.86, No. 6, Nov.-Dec. 1989, pp. 707-716.
35. INGVARSSON, H., *Experimentellt stadium av betong plattor understödda av hörnpelare*, Meddelande Nr 111, Institutionen för Byggnadsstatik KTH. Stockholm 1974, p26.
36. JONES, A. E. K., MORRISON, J., *Flat slab design: past, present and future*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures & Buildings, 2004, 158, No. SB2, 133-140.

37. KAMARALDIN, K., *Punching shear and moment transfer in reinforced concrete flat slabs*. PhD thesis, Polytechnic of Central London, Nov. 1990, 278p.
38. KINNUNEN, S., NYLANDER, H., *Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement*. Transactions of the Royal Institute of Technology, No. 158, Stockholm, Sweden, 1960, 112 pp.
39. KINNUNEN S., *Försök med betongplattor understödda av pelare vid fri kant*, Report R2, Statens Institut för Byggnadsforskning, Stockholm, 1971, p 103.
40. KRÜGER, G., BURDET, O., FAVRE, R., *Punching Strength of R.C. Flat Slabs with Moment Transfer*. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs – Proceedings, TRITA-BKN Bulletin 57, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, 2000, p. 333-341.
41. LEONG, K. K.; TENG, S., *Punching Shear Strength of Slabs with Opening and Supported on Rectangular Columns*. Nanyang Technological University, Singapore, 2000.
42. LI, K. K. L., *Influence of Size on Punching Shear Strength of Concrete Slabs*. M. Eng. Thesis, McGill University, Montreal, Québec, 2000, 78 pp.
43. LONG, A. E., MASTERSON, D. M., *Improved experimental procedure for determining the punching strength of reinforced concrete flat slab structures*. ACI Publication SP-42, Shear in Reinforced Concrete, Vol 2, 1974, pp 921-935.
44. LONG, A. E., *A Two-Phase Approach to the Prediction of Punching Strength of Slabs*. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, V. 72, No. 2, Feb. 1975, pp. 37-45.
45. LORD, A.R., *A Test of a Flat Slab Floor in a Reinforced Concrete Building*. National Association of Cement Users, ACI, No. 67, 1910, pp. 156-179.

46. MARZOUK, H.; HUSSEIN, A., *Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs*. ACI Structural Journal, V. 88, No. 6, Nov.-Dec. 1991, pp. 701-713.
47. MARZOUK, H., EMAM, M., HILAL, M. S., *Effect of high strength concrete columns on the behavior of slab-column connections*. ACI structural Journal, V. 93, No. 5, Sept.-Oct. 1996, pp. 545-554.
48. MARZOUK, H., EMAM, M., HILAL, M. S., *Effect of high strength concrete slab on the behavior of slab-column connections*. ACI structural Journal, V. 95, No. 3, May-Jun. 1998, pp. 227-237.
49. MEGALLY, S., GHALI, A., *Punching Of Concrete Slabs due To Column Moment Transfer*. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 126, No. 2, Feb. 2000, pp. 180-189.
50. MELO, G. S. S. A., *Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1990, 214p.
51. MENETREY, Ph., *Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures*. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 1994, 177 pp.
52. MENETREY, Ph., *Relationship between flexural and punching failure*. ACI Structural Journal, V. 95, No. 4, Jul.-Aug. 1998, pp. 412-419.
53. MIDAS Information Technology Co., *midas FEA: Analysis and Algorithm Manual*. Release 2.9.6, 2009, 463 p.
54. MOE, J., *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads*. Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, Apr. 1961, 129p.

55. MUTTONI, A., *Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement*, ACI Structural Journal, V. 105, No. 4, July-Aug. 2008, pp. 440-450.
56. MUTTONI, A., and SCHWARTZ, J., *Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement*, IABSE Colloquium, V. 62, Zurich, Switzerland, 1991, pp. 703-708.
57. OLIVEIRA, D. R., MELO, G. S., REGAN, P. E., *Punching Strengths of Flat Plates with Vertical or Inclined Stirrups*. ACI Structural Journal, V. 97, No. 3, May-June 2000, pp. 485-491.
58. OLIVEIRA, D. R. C., *Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares*. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 001A/2003, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2003, 214 p.
59. OLIVEIRA, D. R. C.; REGAN, P. E.; MELO, G. S. S., *Punching Resistance of RC Slabs with Rectangular Columns*. Magazine of Concrete Research, Vol. 56, No. 3, London, 2004, pp. 123-138.
60. PARK, H., CHOI, K., *Improved Strength Model for Interior Flat Plate–Column Connections Subject to Unbalanced Moment*. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 132, No. 5, May 2006, pp. 694-704.
61. REGAN P.E., WALKER P.R. and ZAKARIA K.A.A., *Tests of reinforced concrete slab*. Report to the Construction Industry Research and Information Association (CIRIA), London, Oct. 1978.
62. REGAN, P. E., *Behavior of reinforced concrete flat slabs*. Report 89, Construction Industry Research and Information Association (CIRIA); London, Feb. 1981, p 89.
63. REGAN, P. E.; BRÆSTRUP, M. W., *Punching Shear in Reinforced Concrete*. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information, No. 168, Jan. 1985, 232 pp.

64. REGAN, P. E., *Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs*. Magazine of Concrete Research, V. 38, No. 136, Sep. 1986, pp 115-128.
65. REGAN, P. E., *Tests of connections between flat slabs and edge columns*, School of Architecture and Engineering, University of Westminster, July 1993.
66. REGAN, P. E., *Double-headed studs as shear reinforcement – tests of slabs and anchorages for DEHA Ankersysteme GMBH*, School of Architecture and Engineering, University of Westminster, Aug. 1996.
67. REGAN, P. E., *Shear Reinforcement of Flat Slabs*, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings, TRITA-BKN, Bulletin 57, 2000, pp. 99-107.
68. REGAN, P. E., SAMADIAN, F., *Shear Reinforcement against Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs*, The Structural Engineer, V. 79, No. 10, May 2001, pp. 24-31.
69. REGAN, P. E., *Report on tests of reinforced concrete flat slabs with double-headed studs*. Correspondência pessoal com o autor.
70. RICHART, F. E., KLUGE, R. W., *Tests of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Concentrated Loads*. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 314, Jun. 1939, 75p.
71. RICHART, F. E., *Reinforced Concrete Wall and Column Footings*. ACI Journal, Proceedings, V. 45, No. 10, Oct. 1948, pp. 97-127.
72. ROTS, J. G., *Computational modelling of concrete fracture*. PhD thesis. Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Delft, Netherlands; 1988. p. 132.

73. SELBY R. G., VECCHIO, F. J., *Three-dimensional constitutive relations for reinforced concrete*. Technical Report 93-02, University of Toronto, Department of Civil Engineering, Toronto, Canada, 1993.
74. SHEHATA, I. A. E. M., *Punção Assimétrico em Lajes de Concreto*. In: Coloquia 88, Jornadas en Espanõl y Portugués sobre Estruturas y Materiales, 1988, Madrid. Anais do Coloquia 88, Jornadas en Espanõl y Portugués sobre Estruturas y Materiales. Madrid, 1988, V. 4, pp. 171-180.
75. SHEHATA, I. A. E. M., *Simplified Model For Estimating The Punching Resistance of Concrete Slabs*. Materials and Structures, França, v. 23, p. 364-371, 1990.
76. SHERIF, A. G.; DILGER, W. H., *Critical Review of the CSA A23.3-94 Punching Shear Provisions for Interior Columns*. Canadian Journal of Civil Engineering, V. 23, No. 5, 1996, pp 998-1011.
77. SHERIF, A. G.; DILGER, W. H., *Punching Failure of a Full Scale High Strength Concrete Flat Slab*. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs – Proceedings, TRITA-BKN Bulletin 57, Stockholm, Sweden, 2000, pp 235-243.
78. SOUZA, R. M., *Punção em lajes lisas de concreto armado com furos adjacentes ao pilar e transferência de momento*. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 003A/2008, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2008, 407 p.
79. STAMENKOVIC, A., CHAPMAN, J. C., *Local strength a column heads in flat slabs subjected to combined vertical and horizontal loading*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2, 57, Jun. 1974, pp 205-232.
80. STEIN, T.; GHALI, A.; DILGER, W., *Distinction between Punching and Flexural Failure Modes of Flat Plates*. ACI Structural Journal, V. 104, No. 3, May-June 2007, pp. 357-365.

81. TALBOT, A. N., *Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings*. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 67, Mar. 1913, 114p.
82. TALBOT, A. N., e SLATER, W. A., *Tests of Reinforced Concrete Buildings Under Load*. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 64, Jan. 1913, 104p.
83. TALBOT, A. N., e SLATER, W. A., *Tests of Reinforced Concrete Flat Slab Structures*. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 84, Jan. 1916, 128p.
84. TALBOT, A. N., e GONNERMAN, H. F., *Test of a Flat Slab Floor of the Western Newspaper Union Building*. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 106, Mai. 1918, 48p.
85. TOMASZEWICZ, A., *High-Strength Concrete. SP2 – Plates and Shells*. Report 2.3 Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs. Report No. STF70 A93082, SINTEF Structures and Concrete, Trondheim, 36pp.
86. TRAUTWEIN, L. M., *Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica*. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, 2006, 350 p.
87. VANDERBILT, M. D., *Shear Strength of Continuous Plates*. Journal of Structural Division, Proceedings, ASCE, V. 98, No. ST5, May 1972, pp. 961-973.
88. VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P., *The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear*. Proceedings V. 83, No. 2, Mar.-Apr. 1986, pp. 219-231.

89. VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P., *Compression response of cracked reinforced concrete*. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 12, December 1993, pp. 3590-3610.
90. VOLLUM, R. L., ABDEL FATTAH, T., EDER, M., ELGHAZOULI, A. Y., *Design of ACI type punching shear reinforcement to Eurocode 2*, Magazine of Concrete Research, 2010, V.62, pp 3-16.
91. WALKER, P. R., REGAN, P. E., *Corner column-slab connections in concrete flat plates*. Journal of Structural Engineering ASCE, V114, No 4, Apr 1987, pp 704-720.
92. WOOD, J. G. M., *Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997*. Report presented to Structural Studies & Design Ltd, England, 1997, 209 p.
93. ZAGHLOOL, E. R. F., PAIVA, H. A. R., *Tests of flat plate corner column-slab connections*, Journal of the Structural Division, ASCE, V99 No ST3, Mar 1973, pp 551-572.
94. ZAGHLOOL, E. R. F., PAIVA, H. A. R., GLOCKNER, P. G., *Tests of reinforced flat plate floors*. Journal of the Structural Division, ASCE, V96 No ST3, Mar 1970, pp 487-507.

APÊNDICE A – Distribuição das Armaduras das Lajes

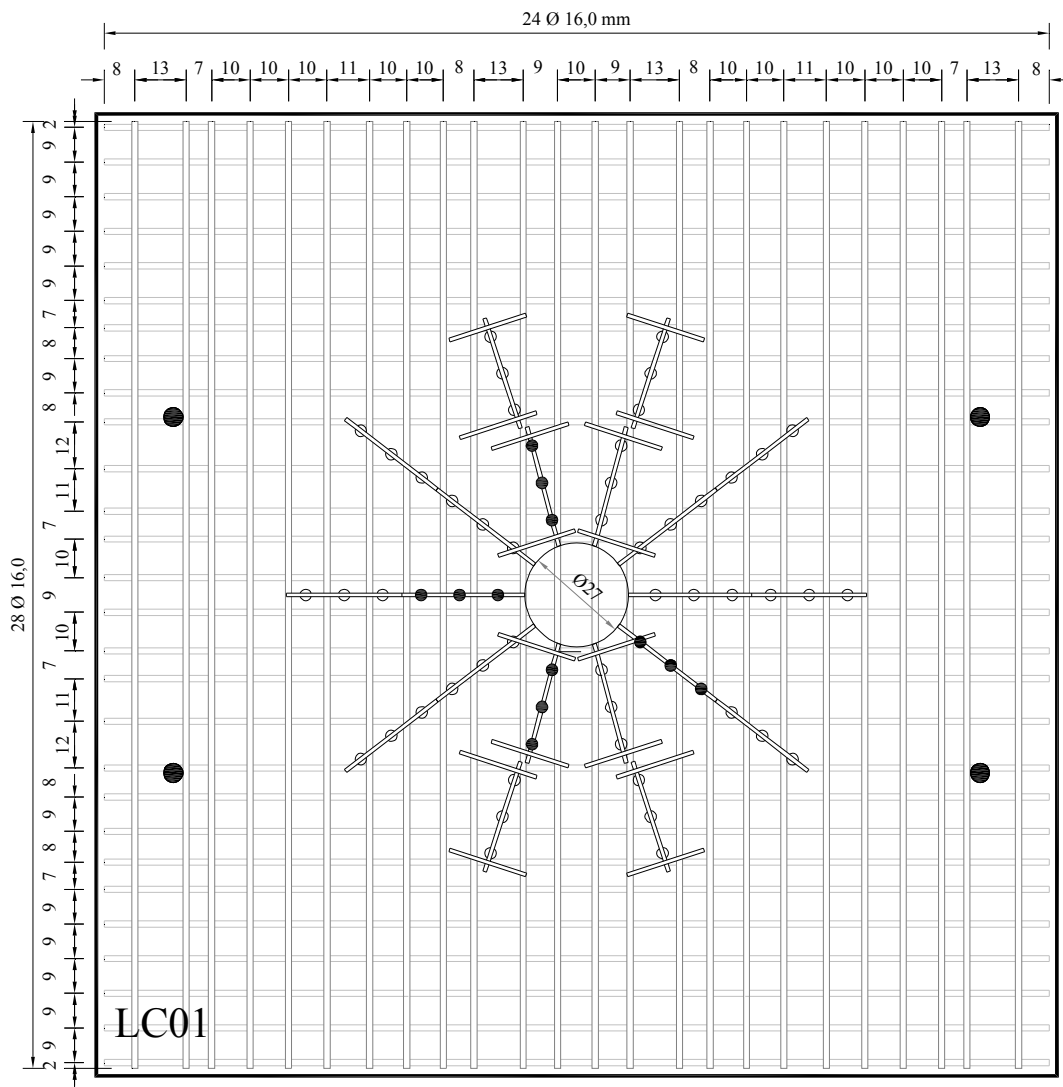


Figura 0.1 – Armaduras da laje LC01

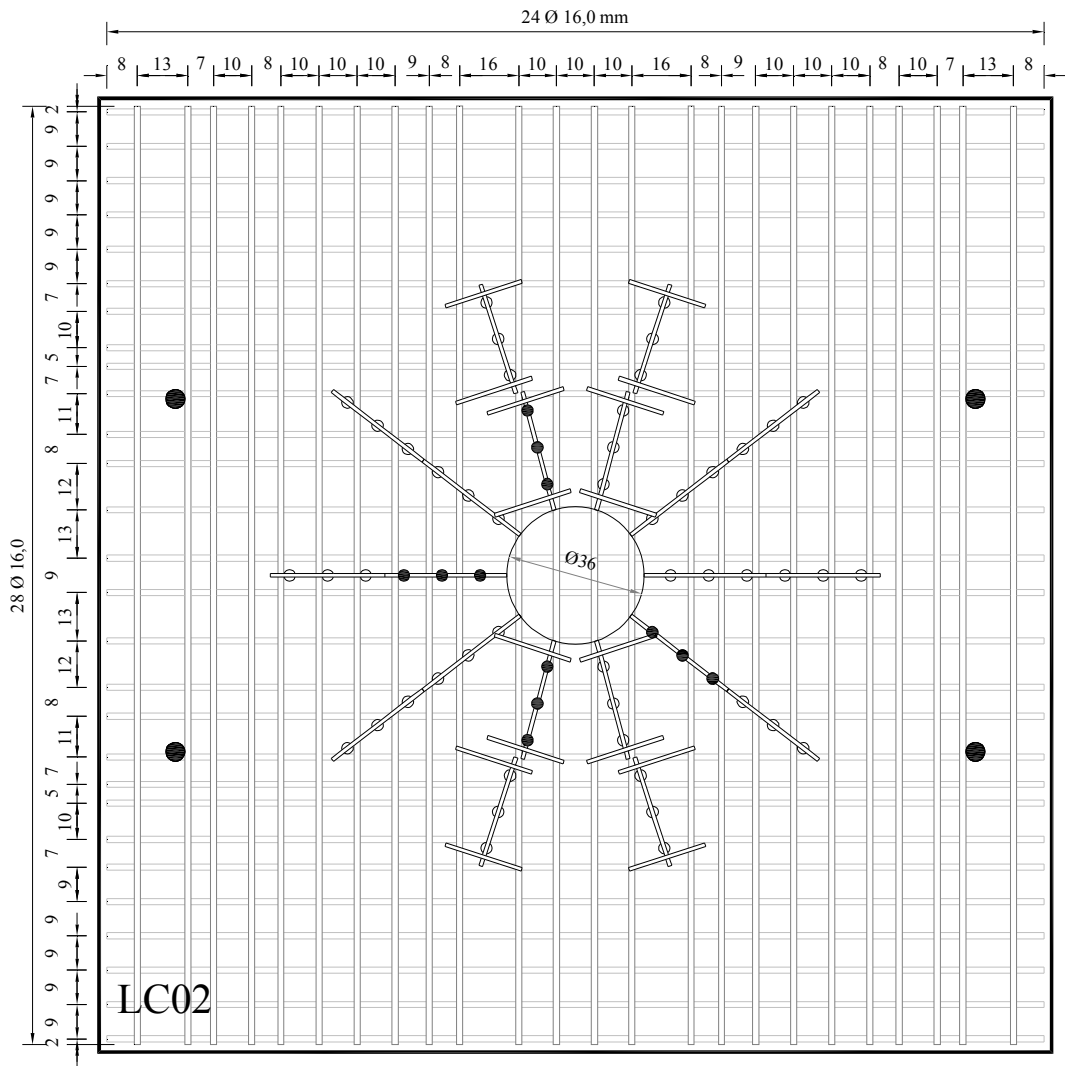


Figura 0.2 – Armaduras da laje LC02

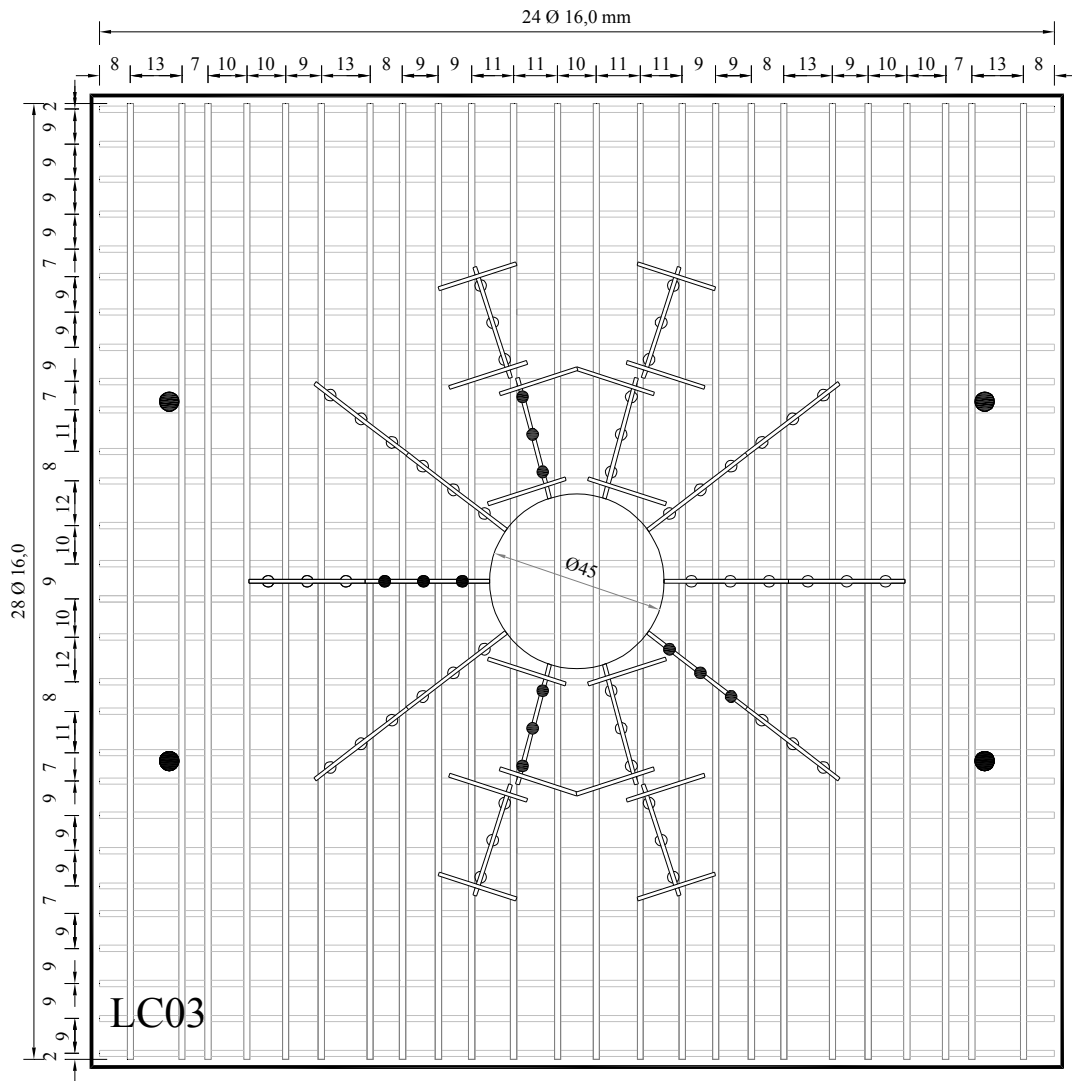


Figura 0.3 – Armaduras da laje LC03

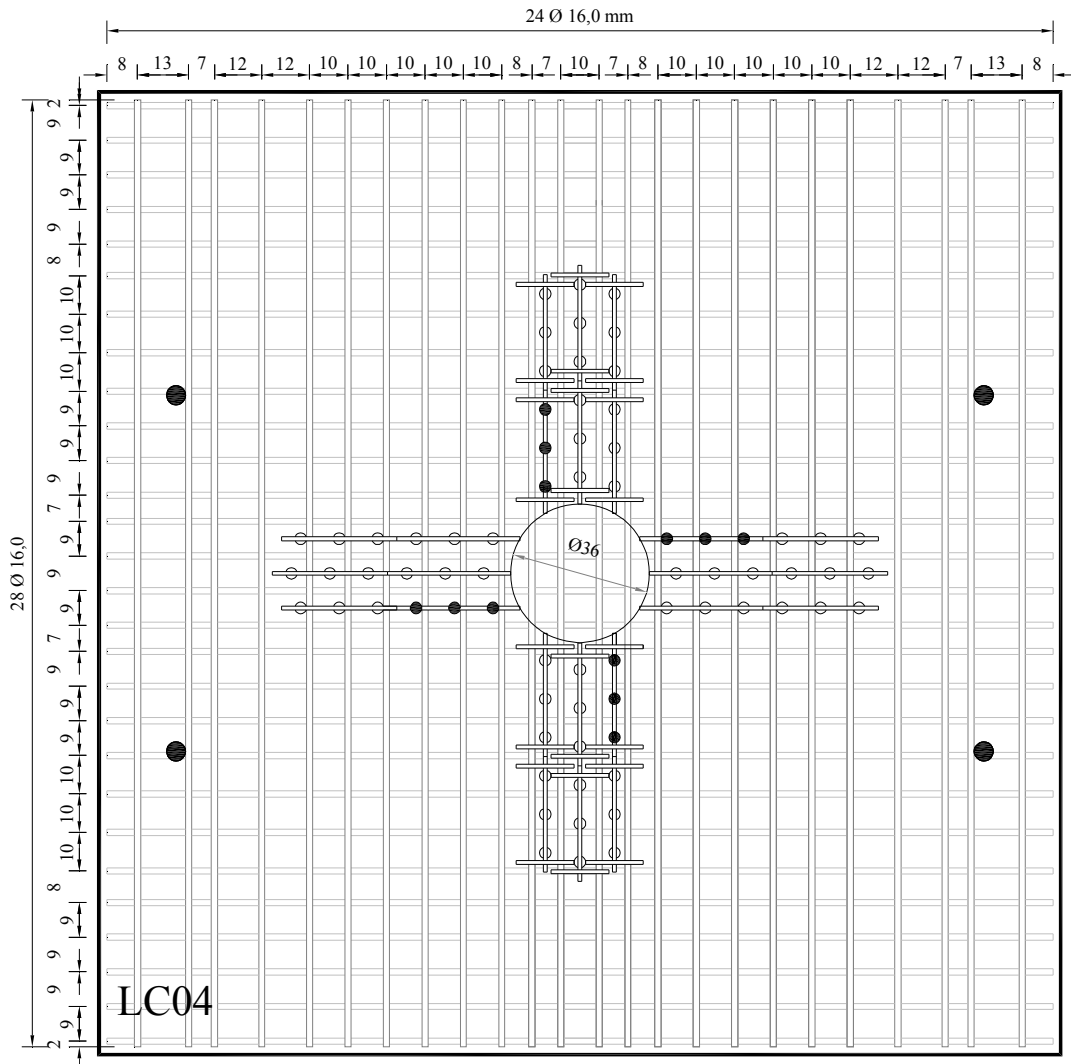


Figura 0.4 – Armaduras da laje LC04

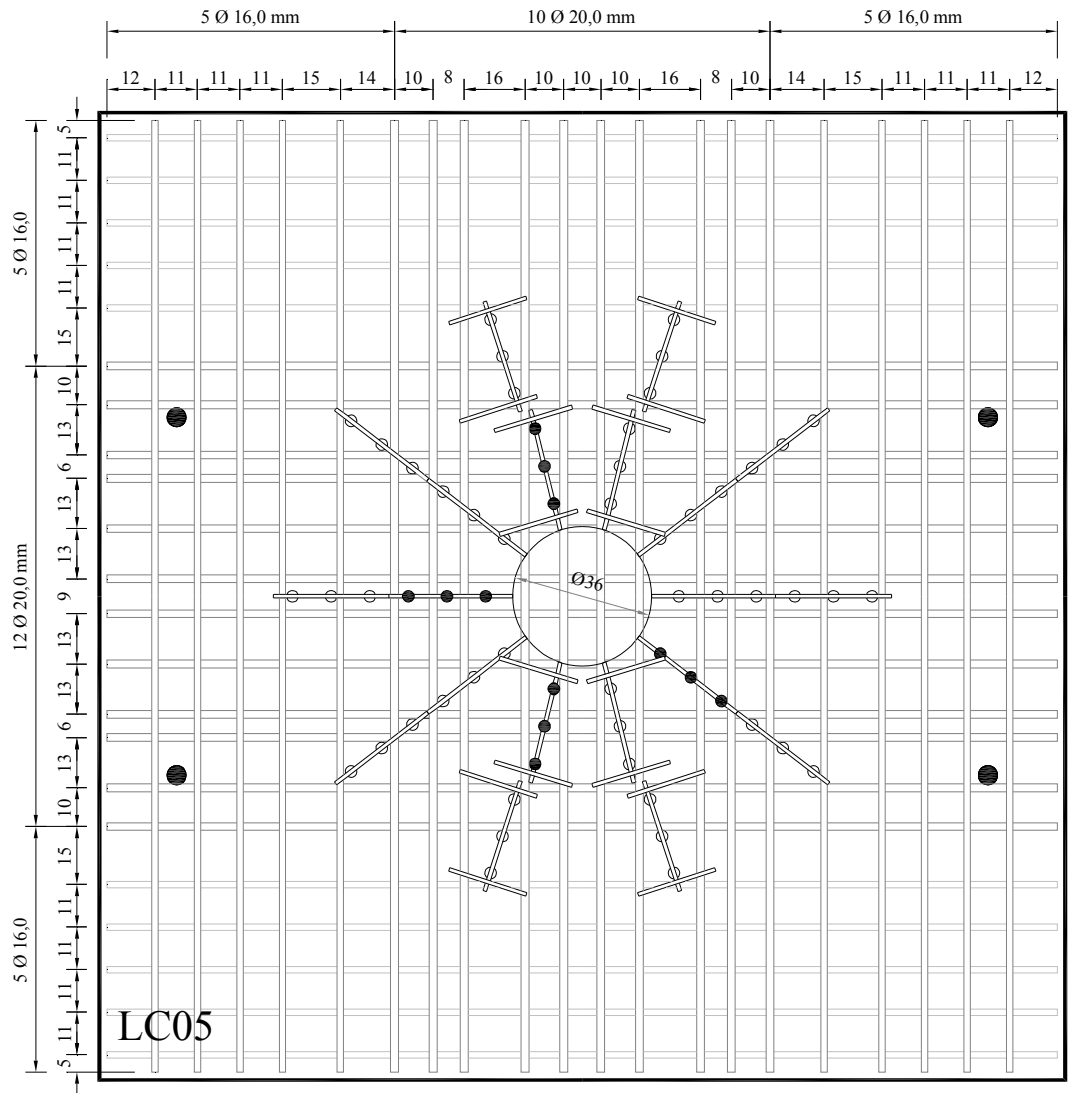


Figura 0.5 – Armaduras da laje LC05

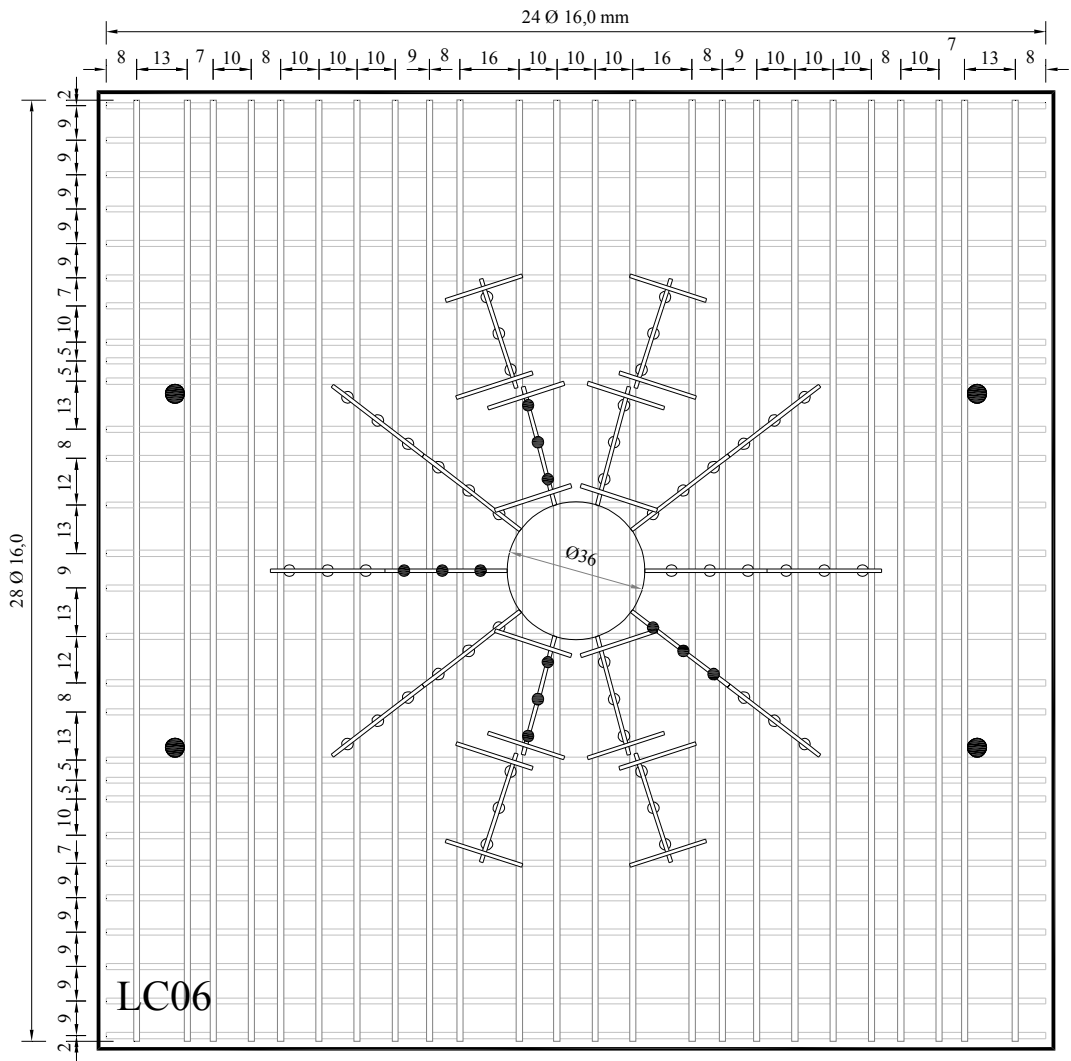


Figura 0.6 – Armaduras da laje LC06

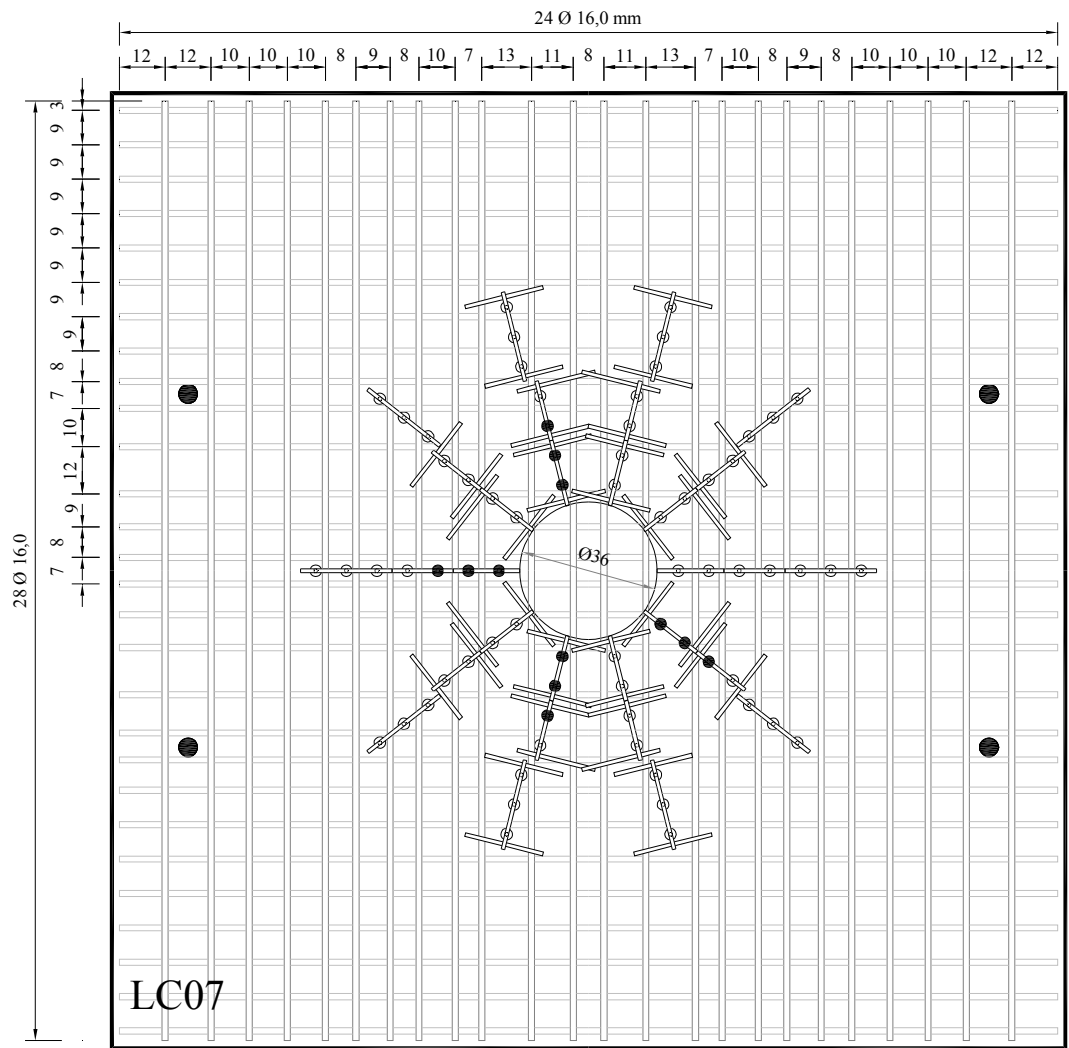


Figura 0.7 – Armaduras da laje LC07

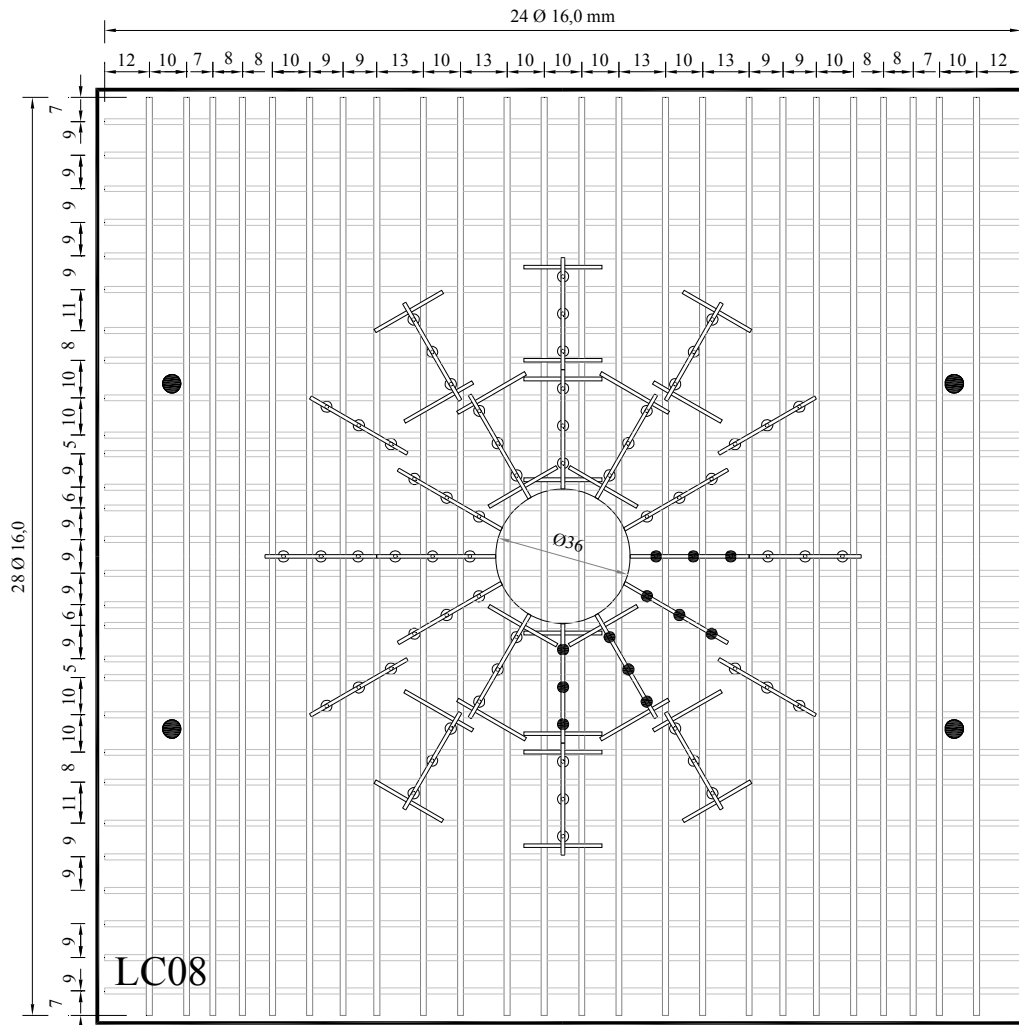


Figura 0.8 – Armaduras da laje LC08

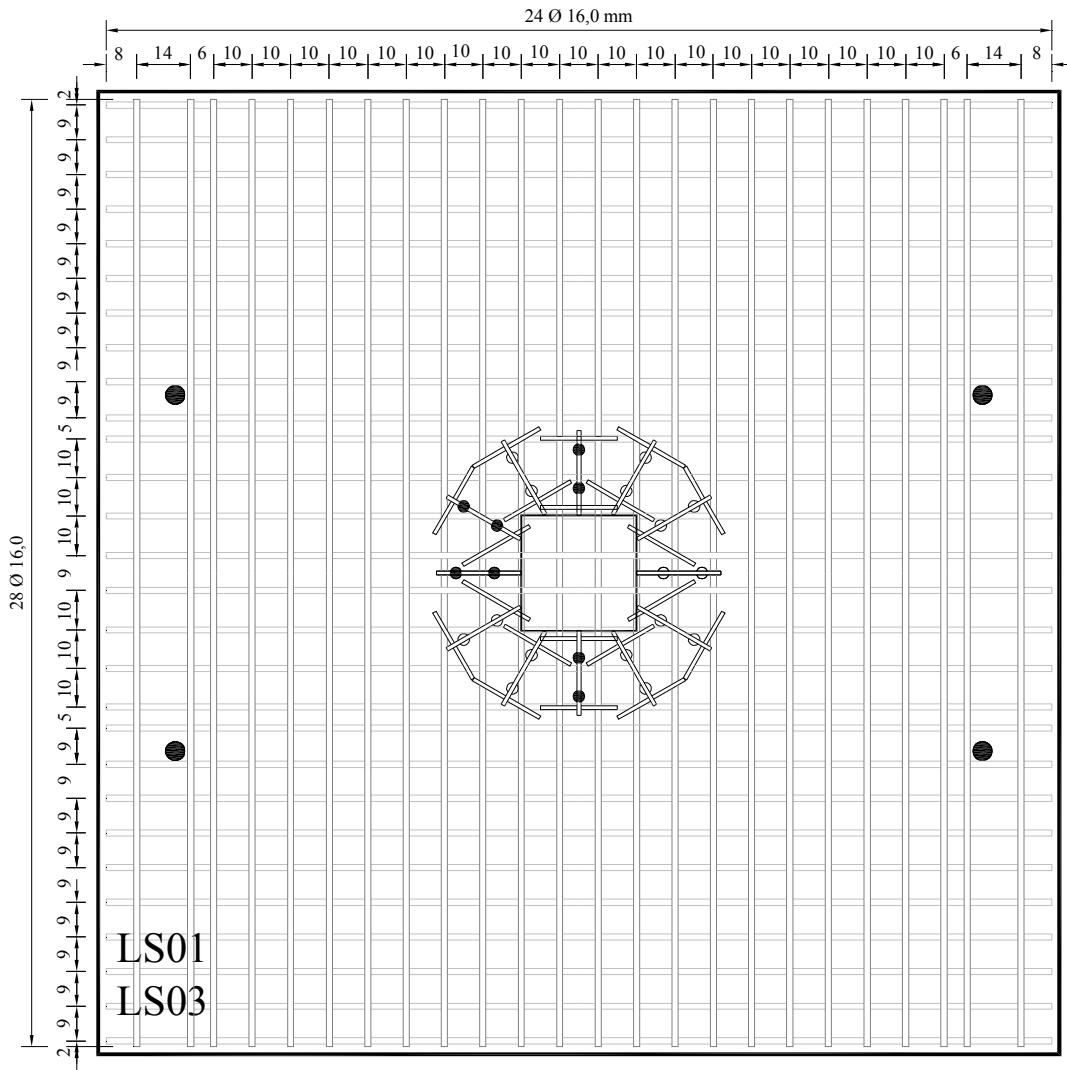


Figura 0.9 – Armaduras das lajes LS01 e LS03

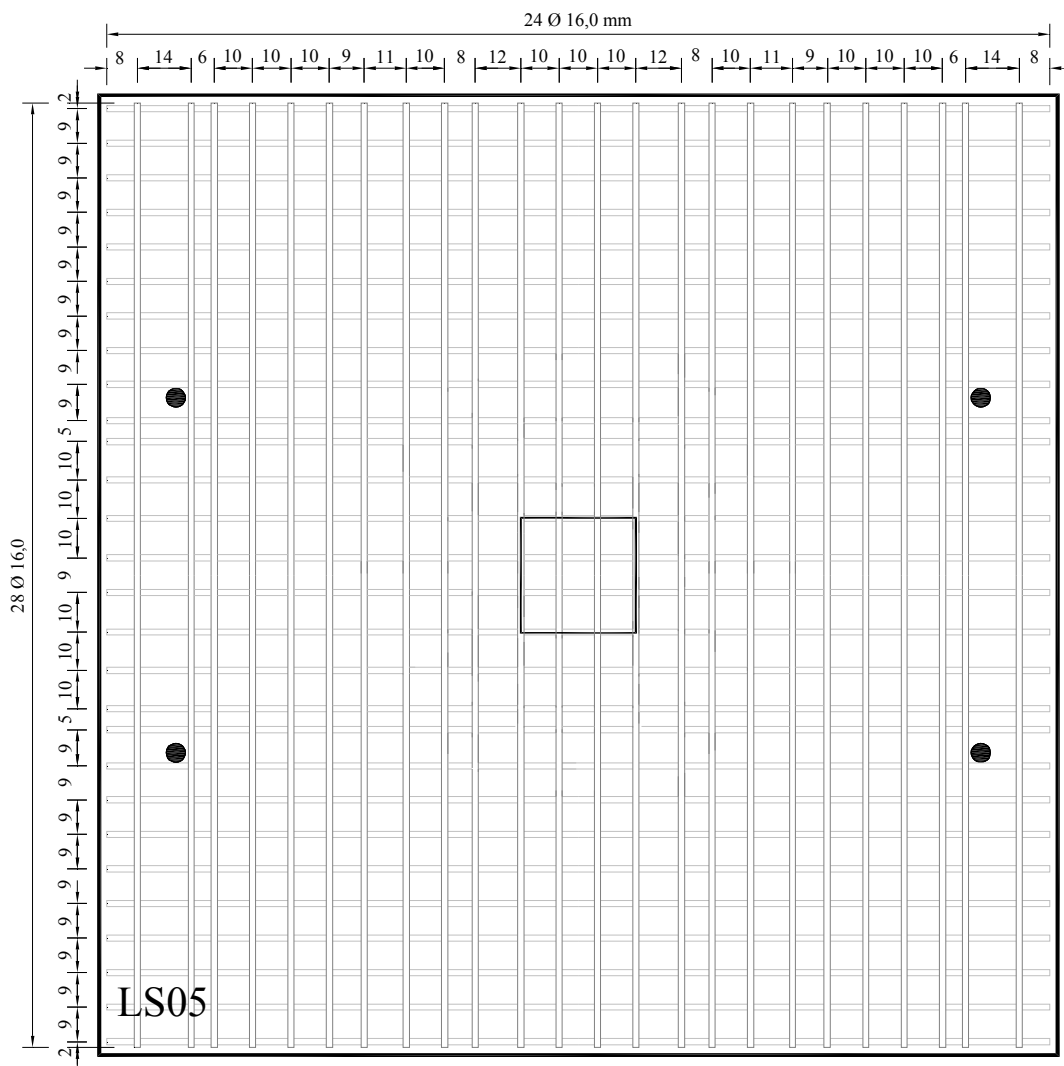


Figura 0.11 – Armaduras da laje LS05

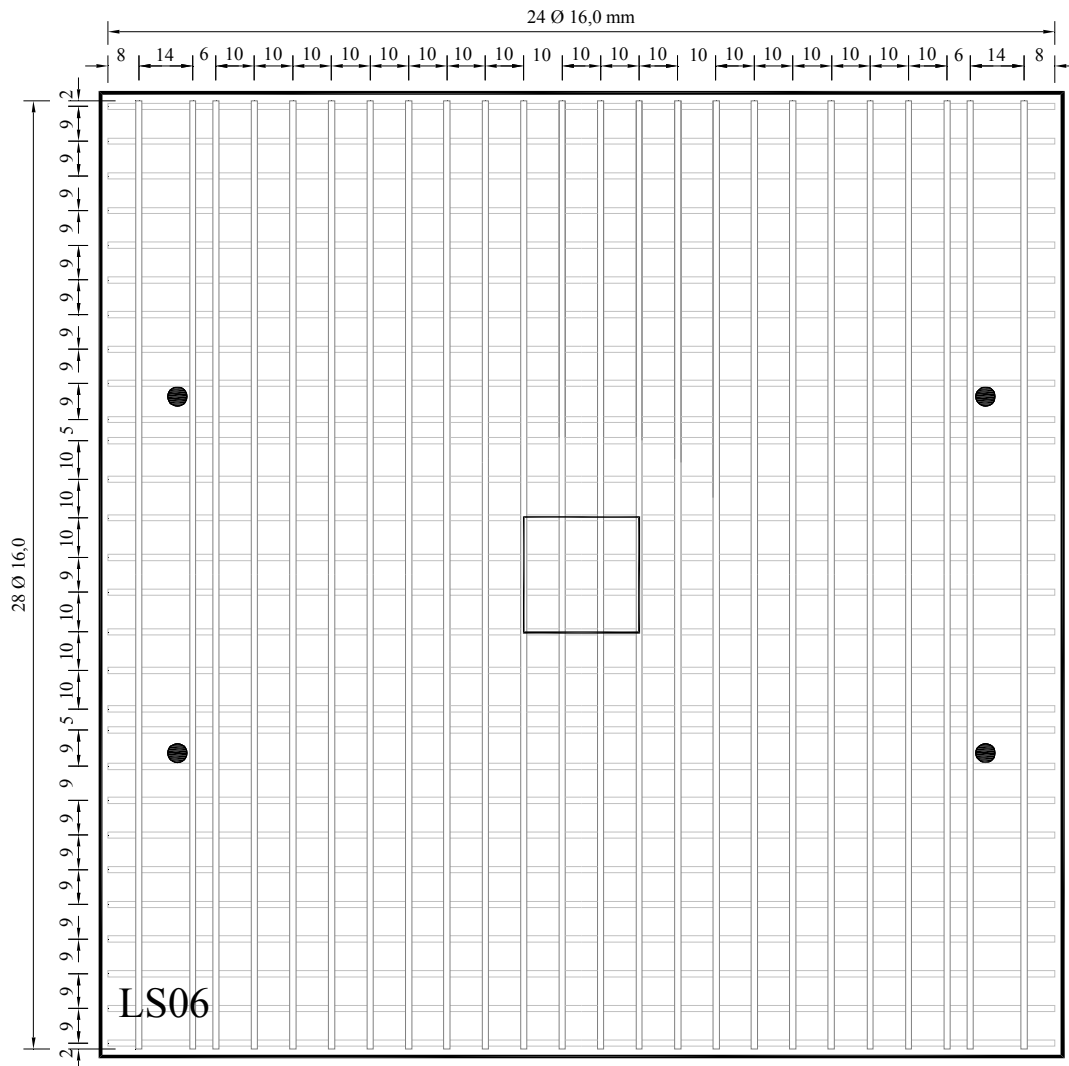


Figura 0.12 – Armaduras da laje LS06

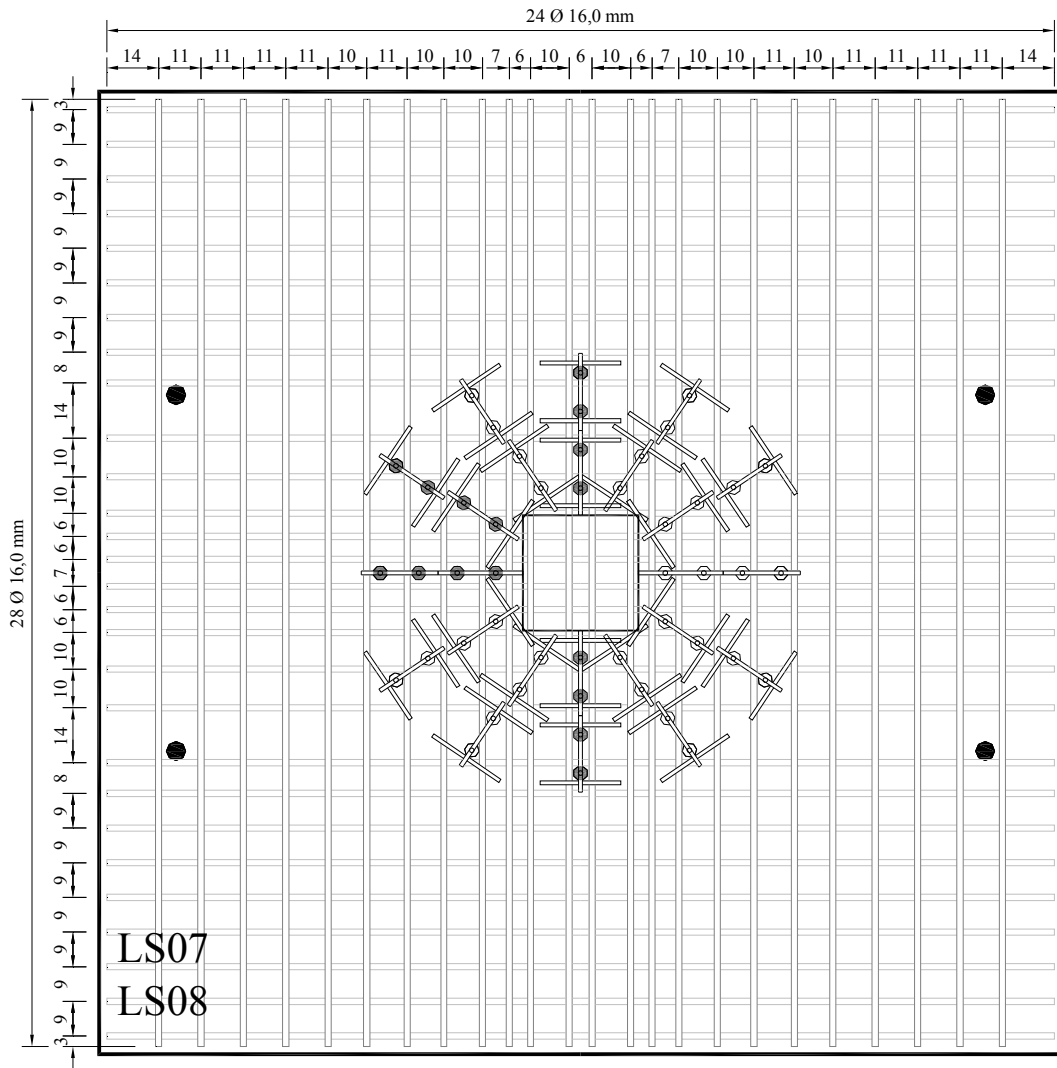
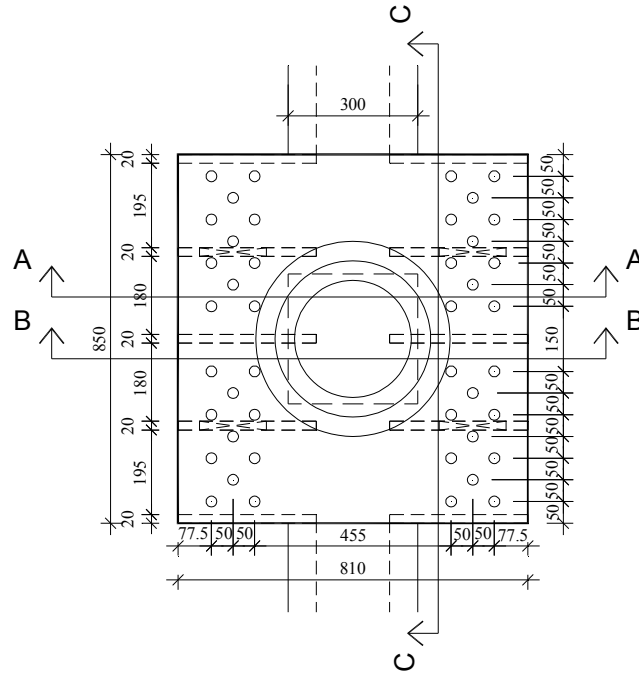


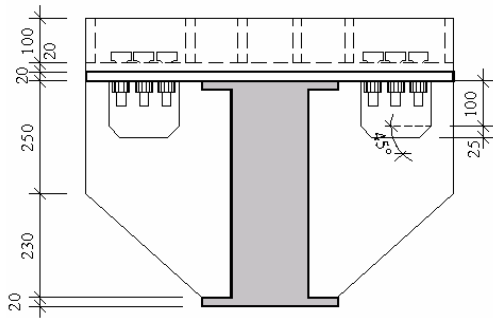
Figura 0.13 – Armaduras das lajes LS07 e LS08

APÊNCICE B - Dispositivo de Travamento dos Pilares

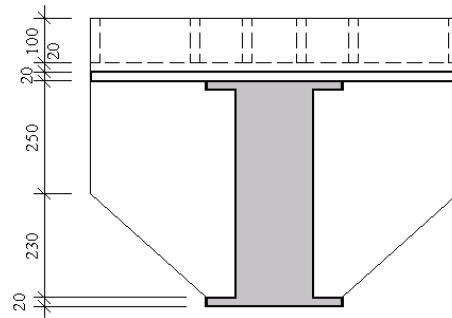
1. Peça Inferior



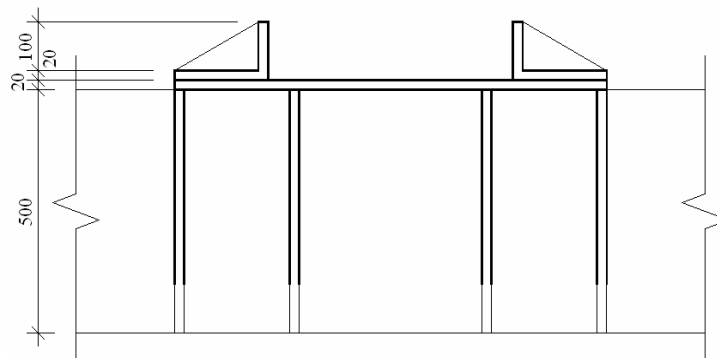
CORTE AA



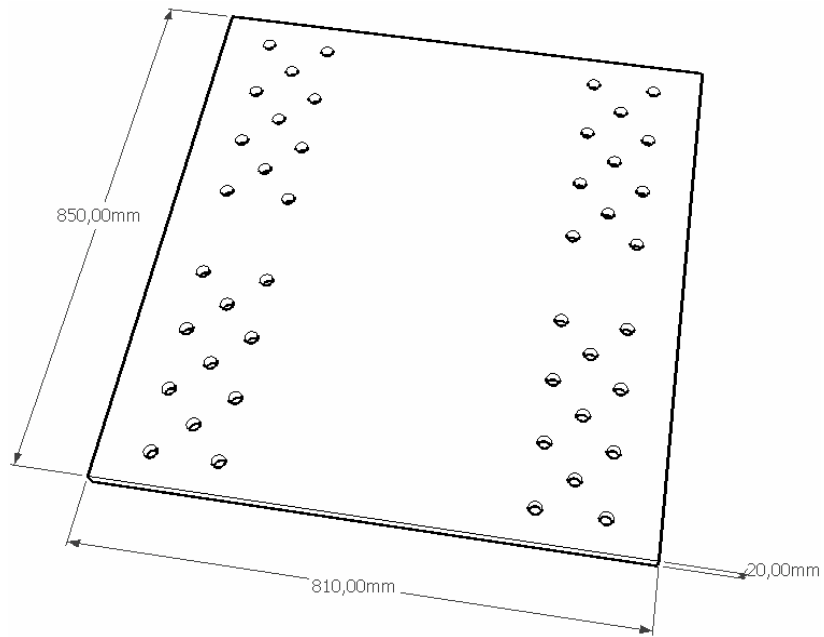
CORTE BB



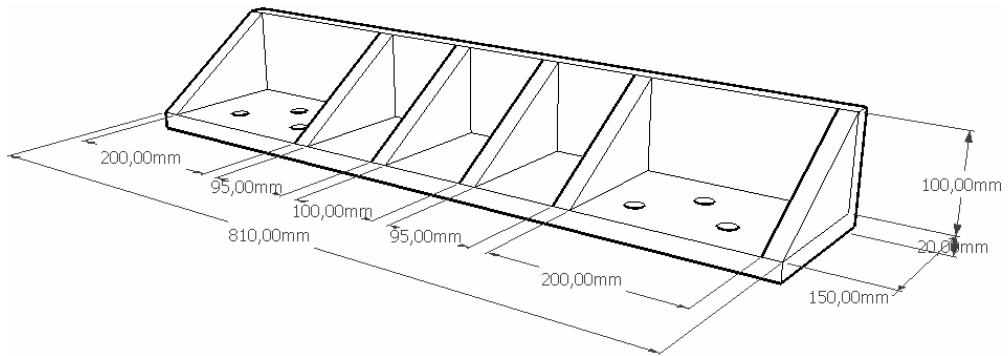
CORTE CC



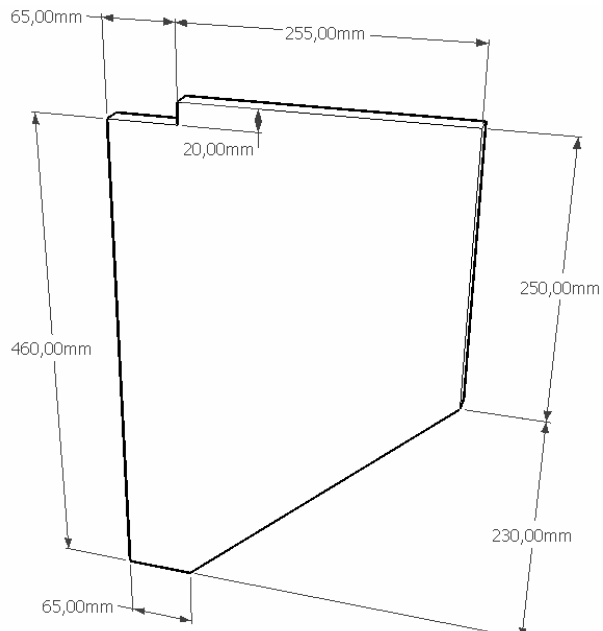
Planta e Cortes da Peça Inferior do Dispositivo



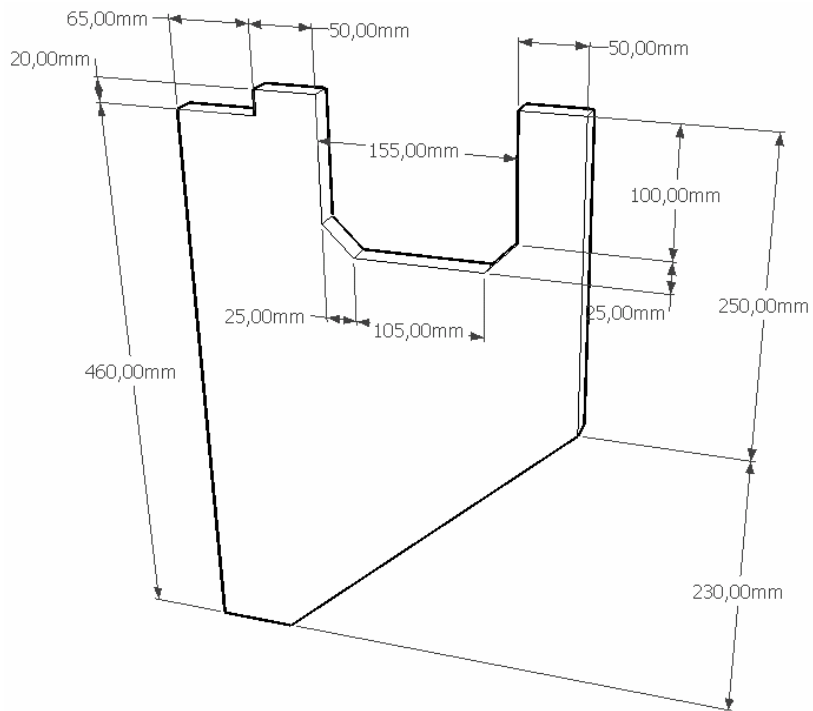
Chapa de base (01 unidade)



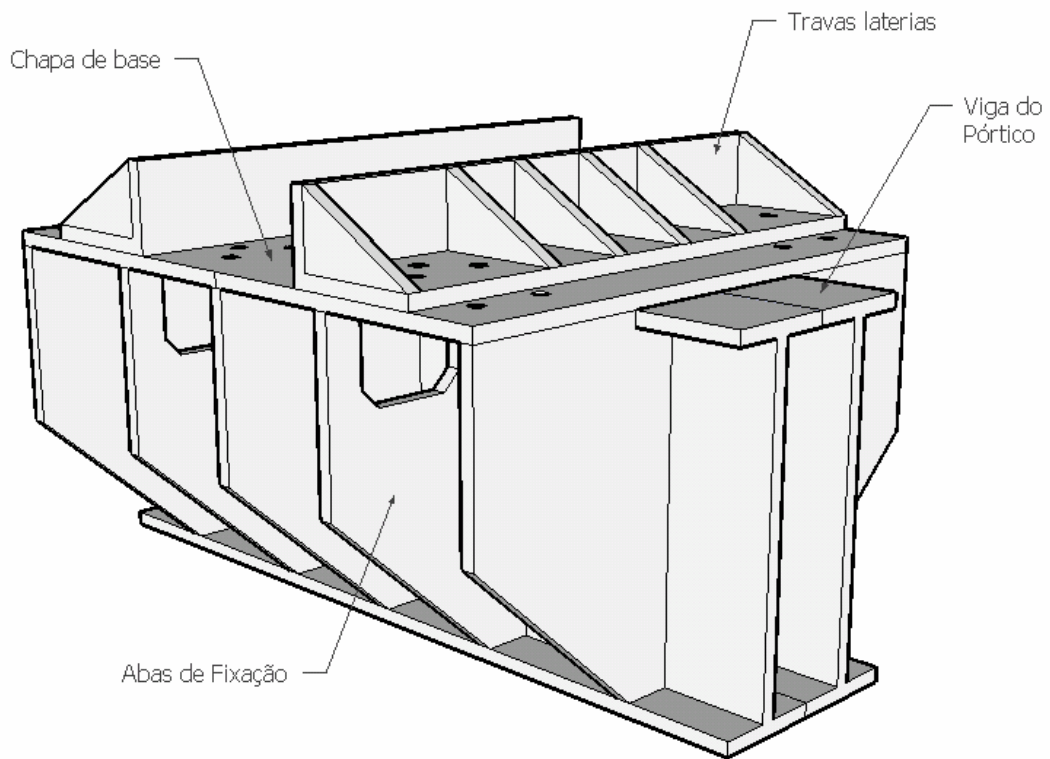
Travas laterais (02 unidades)



Abas de fixação sem entalhe (06 unidades)

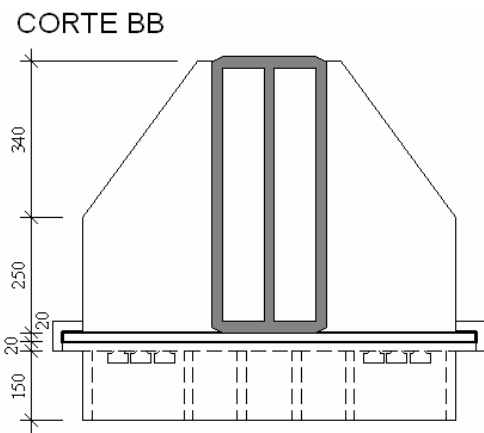
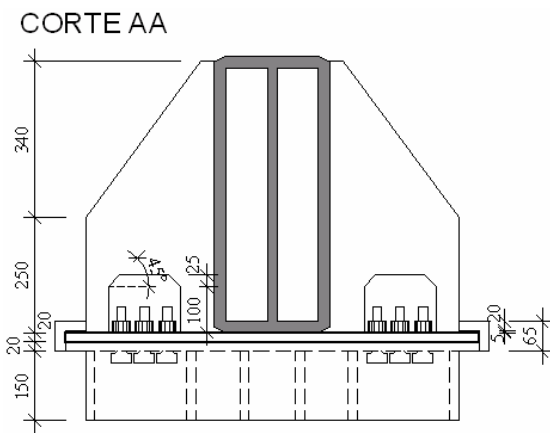
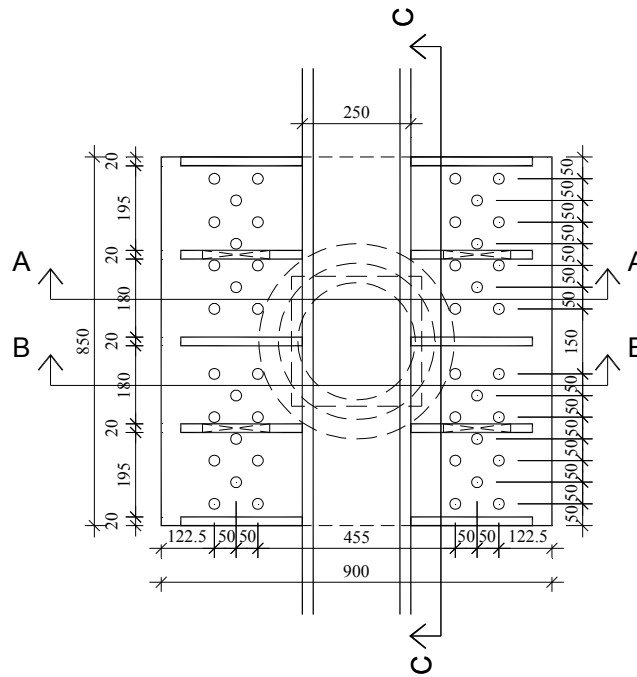


Abas de fixação com entalhe (04 unidades)

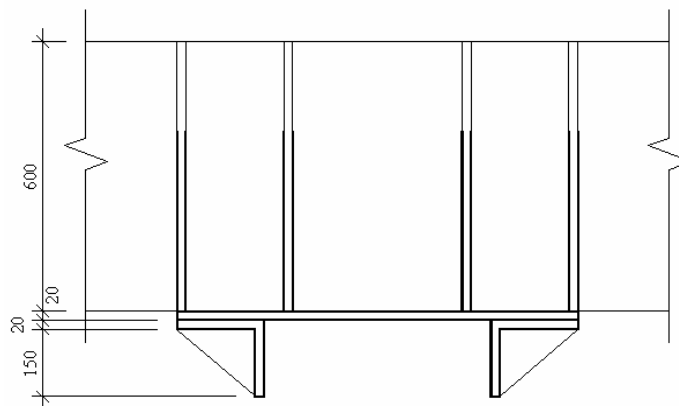


Vista 3d da peça inferior

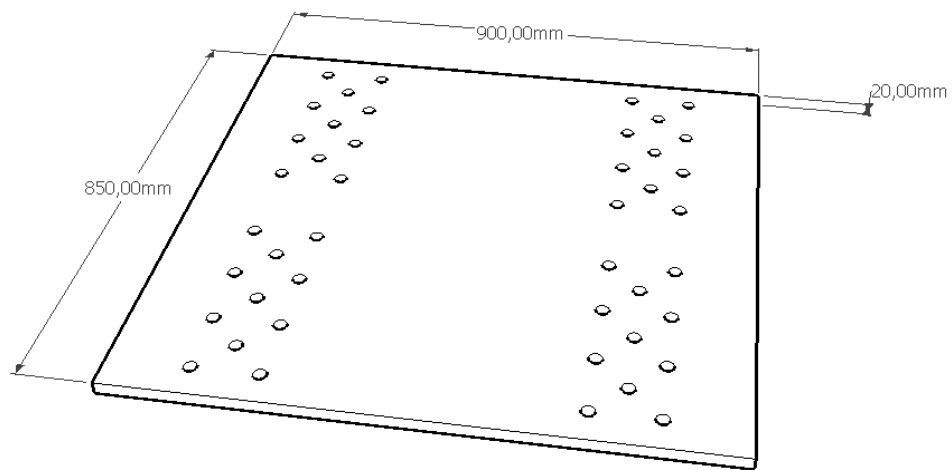
2. Peça superior



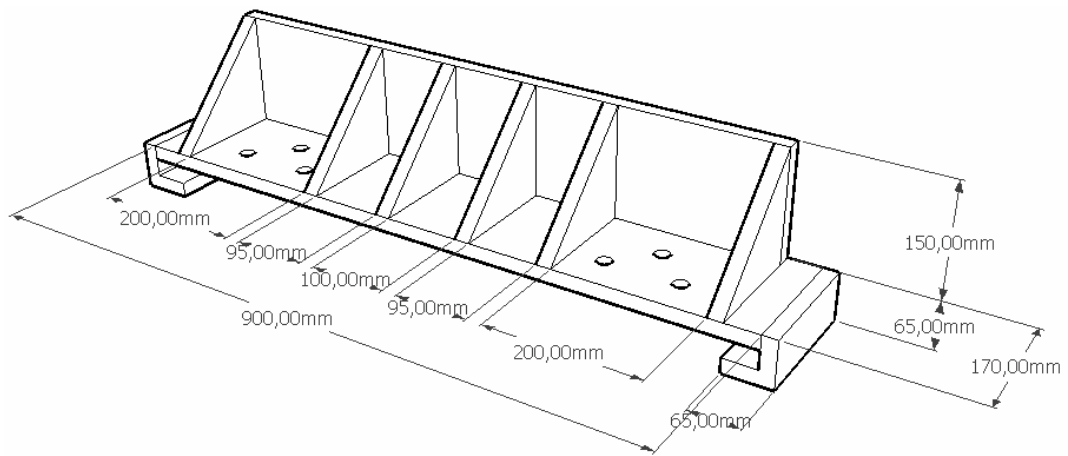
CORTE CC



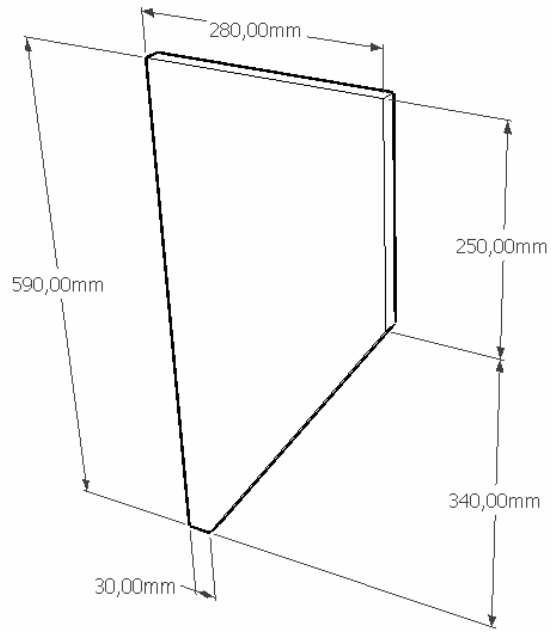
Planta e Cortes da Peça Superior do Dispositivo



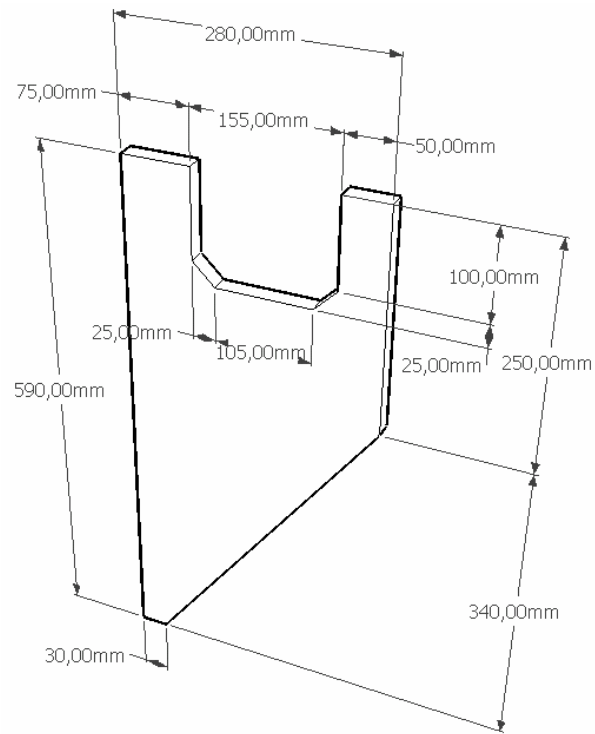
Chapa de base (01 unidade)



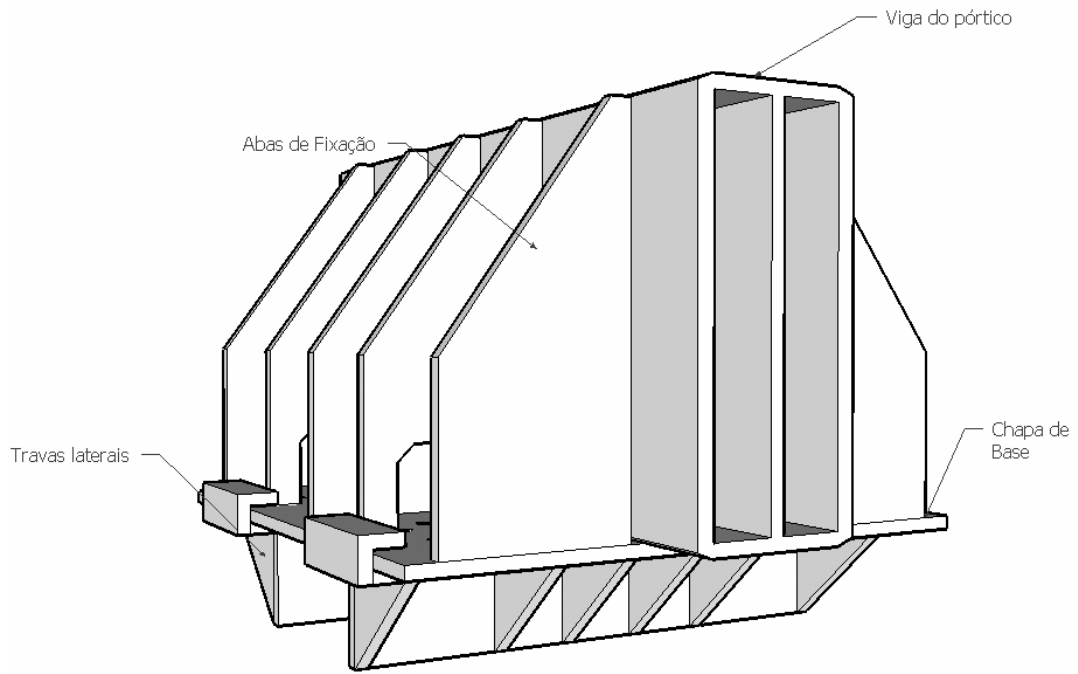
Travas laterais (02 unidades)



Abas de fixação sem entalhe (06 unidades)



Abas de fixação com entalhe (04 unidades)



Vista 3d da peça superior