UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Modelos de Equilíbrio Geral Dinâmicos e Estocásticos: Aplicações ao Caso Brasileiro

Helano Borges Dias

Orientador: Joaquim Pinto de Andrade

Trabalho apresentado como requisito à conclusão do curso de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade de Brasília.

Brasília
Agosto
2009

Aos meus amores: Gleice e Milena

Agradecimentos

A Deus.

À Gleice, amor e abdicação. À Milena, motivação.

Aos meus pais, João Luiz e Angélica, e irmãos, Robson, Flávio e Lorena, pelo apoio incondicional em todos os momentos.

Ao meu orientador, Joaquim, pelo incentivo e compreensão.

A todos colegas de curso e de outras jornadas, em especial ao pessoal das turmas de *macro* (Flávio, Gilvan, Luiz e Márcio).

Resumo

Esta dissertação tem como objetivo principal avaliar as estruturas básicas dos modelos de equilíbrio geral estocásticos e dinâmicos para o caso brasileiro. As abordagens utilizadas fundamentam-se na assunção dos pressupostos Clássicos e Novo-Keynesiano, que se assemelham ao priorizarem a microfundamentação das principais equações de análise, mas que divergem quanto aos diagnósticos de política econômica. Esse aspecto ficou evidente na avaliação, sob a imposição de que a autoridade monetária reage por meio da mesma regra diante de distintos choques (monetário e tecnológico). Contudo, os resultados artificiais não mostraram aderência relevante aos dados observados ao longo do regime de metas de inflação em nenhuma das abordagens.

Palavras-Chave: modelos de equilíbrio geral dinâmcios e estocásticos, choques exógenos, rigidez de preços e curva de Phillips.

Classificação JEL: E27, E52, E62.

Abstract

This dissertation aims to discuss the basic structures of dynamic stochastic equilibrium models for the Brazilian case. The approaches are based on Classic and New Keynesian assumptions. That are similar in the way that they prioritize the micro fundamentatin of the main equations of analyses, but that differ significantly in the diagnoses of economic policy. This aspect was evident in the evaluation, under the imposition that the monetary authority reacts by the same rule in the event of different shocks (monetary and technological). However, the artificial results showed no relevant adhesion to the observed data over the system of inflation target in any of the approaches.

Keywords: dynamics stochastics general equilibrium models, exogenous shocks, staggered prices and Phillips curve.

JEL Classification: E27, E52, E62.

Sumário

Introdução

O objetivo deste trabalho é apresentar diferentes abordagens dos Modelos de Equilíbrio Geral Dinâmicos e Estocásticos para explicar o comportamento das principais variáveis macroeconômicas. Esse instrumental ganhou relevância na pesquisa de vários fenômenos econômicos, a exemplo dos ciclos e da política monetária, e tem conquistado aceitação fora dos meios acadêmicos, sendo utilizado bastante em exercícios de simulação por bancos centrais. Grande parte dessa disseminação está associada à construção de uma estrutura que microfundamenta o comportamento de importantes equações macroeconômicas.

Contudo, os resultados das investigações que utilizam esse método diferem significativamente em decorrência das suposições efetuadas para derivação dos modelos. É nesse contexto que se situa essa pesquisa, que busca derivar e avaliar quais as implicações da assunção dos pressupostos que suportam os modelos Clássico e Novo-Keynesiano. Para tanto, impôs-se que a autoridade reage a diferentes choques da mesma maneira em ambas as abordagens. Além disso, o trabalho busca verificar como são os comportamentos das principais variáveis macroeconômicas quando os parâmetros estruturais dos modelos são calibrados para reproduzir o caso do Brasil.

Nesse sentido, buscou-se adotar uma estratégia de investigação amplamente utilizada na literatura, dada pelas seguintes etapas: *i)* formulação do problema econômico; *ii)* determinação do modelo; *iii)* resolução do modelo de forma a determinar o comportamento das variáveis endógenas, dadas as variáveis exógenas e os parâmetros; *iv)* determinação dos parâmetros e dos processos estocásticos das variáveis exógenas para simular os caminhos das variáveis endógenas; *v)* estipulação de uma métrica que possibilitasse comparar os resultados do modelo com fatos estilizados; e *vi)* análise dos efeitos econômicos.

Com respeito aos resultados, ressaltou-se que a abordagem Clássica coloca o fator tecnológico no centro da determinação do comportamento das variáveis reais, enquanto que no caso Novo-Keynesiano a rigidez nominal de preços dá lugar também aos efeitos monetários. Em relação à avaliação empírica, os desvios-padrão das variáveis artificiais dos modelos não mostraram significativa aderência aos dados observados ao longo do regime de Metas de Inflação. De fato, quando utilizou-se a calibragem baseada em parâmetros estimados para o caso brasileiro, as volatilidades das séries artificiais apresentaram diferenças importantes aos dados observados na economia brasileira em ambos os modelos.

Diante do propósito desse trabalho, além dessa breve Introdução, a dissertação ficou estruturada da seguinte maneira: no primeiro capítulo efetua-se uma revisão sucinta da literatura para dar um panorama do estado das artes dos Modelos de Equilíbrio Geral Dinâmicos e Estocásticos . No segundo capítulo trata-se da abordagem Clássica e, no seguinte, da Novo-Keynesina. No quarto capítulo é realizada a avaliação empírica dos dois modelos para o caso do Brasil e, posteriormente, a Conclusão.

Capítulo I

1 Modelos de Equilíbrio Geral Dinâmicos e Estocásticos

Entender quais são os objetivos e como deve ser conduzida a política monetária constituem uns dos importantes desafios da teoria monetária moderna. Apesar do vasto campo de pesquisa, nas últimas décadas o debate a respeito do papel da política monetária alcançou maior grau de convergência, sobretudo a partir dos anos de 1980, quando os bancos centrais das principais economias conseguiram reduzir a inflação e estabilizar os preços com sucesso significativo. Como aspecto importante para esse processo, destacou-se a utilização de regras disciplinadas de estabilização de preços para a condução da política monetária, aliada ao acompanhamento sistemático e fundamentado de seus efeitos [Woodford (2003)].

Contudo, durante algum tempo a discussão a respeito da importância dos efeitos monetários perdeu força no meio acadêmico, principalmente com o advento da teoria dos Ciclos Reais de Negócios[1]. De fato, com a divulgação do artigo seminal de Kydland e Prescott (1982), reforçou-se a fundamentação do argumento de que as flutuações econômicas estariam relacionadas apenas aos aspectos reais da economia. Naquele trabalho os autores descreveram como desenvolver um modelo estocástico

[1] Doravante denominado *RBC - Real Business Cycle*.

de equilíbrio geral[2] para a economia norte-americana, com o comportamento das principais variáveis macroeconômicas sendo explicados a partir da otimização da escolha intertemporal das famílias e das firmas.

A abordagem derivada de Kydland e Prescott contribuiu para substituir suposições *ad hoc*, com a incorporação de fundamentação microeconômica, e para acrescentar o papel das expectativas na explicação dos ciclos econômicos. Além disso, o desenvolvimento dos modelos *RBC* tornou relevante o aspecto quantitativo das modelagens.

Galí (2008) aponta como principais contribuições e características dos modelos *RBC*: *i)* a eficiência dos ciclo dos negócios, que mostra a existência de equilíbrio com flutuações em decorrência de respostas a choques reais, mesmo num ambiente caracterizado pela concorrência perfeita e ausência de fricção; *ii)* a importância dos choques tecnológicos como fonte das flutuações econômicas, em contraposição à visão de que as mudanças tecnológicas geravam crescimento apenas no longo prazo, não relacionadas com as flutuações econômicas; e *iii)* a função limitada dos fatores monetários.

Contudo, embora os modelos de *RBC* tivessem uma grande influência sobre o mundo acadêmico, na prática tinham baixo alcance sobre o comportamento dos bancos centrais e de outras instituições, uma vez que a introdução do setor monetário nessa abordagem gera como resultado a neutralidade da política monetária. Dessa

[2]Tratados daqui por diante apenas como *DSGE - Dynamic Stochastic General Equilibrium.*

forma, para efeito das decisões dos bancos centrais, ainda predominavam os modelos macroeconométricos de larga escala, apesar das limitações levantadas para esse tipo de análise[3].

Como resposta às insatisfações presentes no arcabouço do *RBC* e diante de evidências mostrando a influência da política monetária sobre o produto, pelo menos no curto prazo, suposições keynesianas foram introduzidas à estrutura do *RBC*, dando origem aos modelos monetários Novos-Keynesianos. Segundo Galí (2008), essa nova abordagem mantém como herança dos modelos clássicos a fundamentação microeconômica, entretanto são acrescentados os seguintes elementos: *a)* a competição monopolística, que dá poder de mercado às firmas, incorporando um *mark-up* sobre os preços; *b)* a rigidez nominal de preços, uma vez que as firmas estão sujeitas às restrições de ajustamento *a la Calvo*; e *c)* a não-neutralidade da política monetária no curto prazo, em decorrência da rigidez nominal de preços.

A consideração desses elementos é muito importante, uma vez que vários trabalhos mostraram evidências dos efeitos da política monetária sobre o lado real da economia. Walsh (2003) fez uma resenha de importantes trabalhos que estimaram os efeitos da moeda sobre o produto, a exemplo de Friedman e Schwartz (1963), Sims (1992) e Christiano, Eichenbaum e Evans (1999). Esses últimos autores, por

[3]Notadamente a Crítica de Lucas (1976), que ressalta a fragilidade das avaliações de política econômica baseadas em dados passados, especialmente quando agregados, uma vez que os parâmetros desses modelos não são estruturais (preferências, tecnologias, restrições orçamentárias, etc.). Essa percepção já sugeria a importância da incorporação do comportamento individual nos modelos, ou seja, a fundamentação microeconômica.

exemplo, revisitaram vários modelos disponíveis na literatura para avaliar os efeitos dos choques de política monetária e encontraram a existência de consenso quanto aos efeitos qualitativos dos choques de política monetária diante dos diferentes modelos estudados.

Esse tipo de percepção confronta os argumentos apresentados nos modelos clássicos de equilíbrio geral, que consideram o nível de preços absoluto irrelevante para alocação dos recursos. Contudo, a ênfase Novo-Keynesiana na manutenção de níveis baixos e estáveis de inflação tem consolidado-se frente ao desafio de conduzir a política monetária, especialmente com a disseminação do arcabouço de metas de inflação em vários países a partir da década de 1990. Ou seja, o argumento de que a política monetária é útil para estabilizar preços e alcançar objetivos de produto e desemprego ganhou importância, especialmente diante dos indícios de que a instabilidade de preços causa distorções reais [Woodford (2003)].

Diante desse contexto, ganham relevância estudos de caso referentes à aplicação dos modelos DSGE em diferentes economias, especialmente porque os dignósticos de política econômica podem variar de acordo com os pressupostos incorporados no modelo e, também, por causa dos diferentes parâmetros de cada país. Para o caso brasileiro torna-se instigante o estudo dos modelos DSGE principalmente a partir da adoção do regime de metas de inflação, em julho de 1999, como arcabouço para condução da política monetária.

Capítulo II

2 O Paradigma Clássico

Este capítulo apresenta um modelo simples de uma economia monetária clássica, nos moldes abordados por Galí (2008), caracterizada pela competição perfeita e completa estabilização dos preços em todos os mercados. Essa abordagem teve papel fundamental para o desenvolvimento dos modelos *DSGE* e tem como uma de suas principais características a função limitada para o desempenho da moeda, que é utilizada apenas como unidade de conta.

Nesse contexto, sempre que a política monetária for especificada por uma regra de juros *a la* Taylor, não haverá qualquer referência à quantidade de moeda em circulação para determinar o equilíbrio. Sob essa perspectiva a abordagem assume dois agentes: uma família representativa resolvendo um problema de otimização dinâmica e uma firma, também representativa, que determina seu comportamento ótimo sob a suposição de que preços e salários são dados.

2.1 As Famílias

A família representativa maximiza a seguinte função objetivo:

$$\max \quad E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \; U(C_t, N_t) \tag{1}$$

onde $\beta_t \in (0,1)$ é a taxa de desconto intertemporal, C_t é o consumo do único bem e N_t refere-se ao número de horas trabalhadas ou emprego[4]. Assume-se também que a função de utilidade $U(C_t, N_t)$ das famílias é estritamente quase-côncava, contínua e duas vezes diferenciável, com $U_{c,t} = \frac{\partial U(C_t,N_t)}{\partial C_t} > 0$, $U_{cc,t} = \frac{\partial^2 U(C_t,N_t)}{\partial C_t^2} \leq 0$, $U_{n,t} = \frac{\partial U(C_t,N_t)}{\partial n_t} \leq 0$, e $U_{nn,t} = \frac{\partial^2 U(C_t,N_t)}{\partial n_t^2} \leq 0$. Ou seja, a utilidade marginal do consumo $U_{c,t}$ deve ser positiva e não-crescente, enquanto que a desutilidade marginal do trabalho $-U_{n,t}$ deve ser positiva e não decrescente. A maximização de (1) está sujeita a um fluxo sequenciado de restrição orçamentária, representado por

$$P_t C_t + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t - T_t \tag{2}$$

para todo $t = 0, 1, 2, ...$, onde P_t é o preço do bem, B_t representa de título de um período, sem risco, comprado no período t e com vencimento no período $t+1$ e Q_t é o preço do título. W_t corresponde ao salário nominal. Por sua vez, T_t representa um imposto *lump-sum* adicionado ou subtraído da renda do período t. Adicionalmente, assume-se que a família está sujeita a uma condição de restrição de solvência que previne contra a permanência de dívida no longo prazo, conhecida como condição de No-Ponzi-Game (NPG):

$$\lim_{T\to\infty} E_t\{B_T\} \geq 0 \tag{3}$$

As condições de otimalidade do problema das famílias podem ser facilmente obtidas isolando-se C_t na restrição orçamentária (2), substituindo na função objetivo

[4]Observe que N_t pode ser interpretado como o número de membros da família empregados, assumindo-se uma família grande e ignorando outras restrições

(1), e tomando-se a derivada com respeito a N_t e a B_t. Os resultados alcançados são:

$$
\begin{aligned}
-\frac{U_{n,t}}{U_{c,t}} &= \frac{W_t}{P_t} && (4)\\
Q_t &= \beta E_t\left[\frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] && (5)
\end{aligned}
$$

Considerando-se como forma funcional da utilidade $U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$, as condições de otimalidade do consumidor (4) e (5) ficam caracterizadas por

$$
\begin{aligned}
\frac{W_t}{P_t} &= \frac{N_t^{\varphi}}{C_t^{-\sigma}} && (6)\\
Q_t &= \beta\ E_t\left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right]. && (7)
\end{aligned}
$$

A equação (6) pode ser interpretada como a condição intratemporal ótima dada pela igualdade do salário real e da taxa marginal de substituição entre lazer e consumo, tratada também como oferta de trabalho, uma vez que mostra a relação direta entre o trabalho e o salário real. Já a equação (7) representa a condição de Euler para a alocação intertemporal ótima do consumo. De fato, essa equação determina o consumo presente em função das expectativas quanto ao consumo futuro e à inflação. Por fim, um ponto importante de se observar da função de utilidade, pois será utilizado na seção de calibragem, é que a desutilidade marginal do trabalho em relação à oferta de trabalho é dada por φ, pois $-U_{n,t} = N_t^{\varphi}$.

2.2 As Firmas

O problema da firma representativa é resolvido a partir da seguinte maximização de lucro intratemporal, dada uma restrição de produção:

$$\max_{N_t} \quad P_t Y_t - W_t N_t \tag{8}$$

$$s.a. \;\; Y_t = A_t N_t^{1-\alpha} \tag{9}$$

em que a economia é formada por uma firma que produz um único bem, com a tecnologia sendo representada por meio da função de produção expressa pela equação (9). Vale observar que a tecnologia é exógena, tendo seu movimento determinado por um processo estocástico.

Das condições de primeira ordem tem-se que o salário real é igual à produtividade marginal do trabalho

$$\frac{W_t}{P_t} = (1-\alpha) A_t N_t^{-\alpha} \tag{10}$$

Automaticamente o Custo Marginal no período t (CM_t) fica determinado, uma vez que no ambiente de concorrência perfeita deve-se igualar ao preço:

$$P_t = CM_t = \frac{W_t}{(1-\alpha) A_t N_t^{-\alpha}}. \tag{11}$$

Um aspecto importante de evidenciar em relação à equação anterior é a falta de poder de mercado das firmas em decorrência da estrutura de mercado e do produto homogêneo, o que se reflete por meio da ausência de um *mark-up* sobre o preço.

2.3 Log-Linearizações

As log-linearizações das condições de otimalidade do problema da família, representadas nas equações (6) e (7), são dadas por

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \varphi n_t \tag{12}$$

$$c_t = E_t\{c_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho) \tag{13}$$

onde as letras minúsculas denotam os logs das variáveis originais. Além disso, $i_t = -\log Q_t$ é a taxa de juros de curto prazo, $\rho = -\log \beta$ é a taxa de desconto e $\pi_{t+1}(= p_{t+1} - p_t)$ é a taxa de inflação entre o período t e $t+1$. A equação anterior pode ser reescrita como $E_t\{c_{t+1}\} - c_t = \frac{1}{\sigma}(r_t - r_t^n)$. Onde utiliza-se a tradicional equação de Fisher ($r_t = i_t - E_t\{\pi_{t+1}\}$) e considera-se que a $r_t^n = \rho$ para mostrar que a elasticidade de substituição intertemporal do consumo é dada por $\frac{\partial(E_t\{c_{t+1}\}-c_t)}{\partial r_t} = \frac{1}{\sigma}$. Em países com baixo nível de crédito ou pouco acesso ao mercado de capitais a taxa de substituição intertemporal do consumo tende a ser baixa, a exemplo do esperado para o caso brasileiro. Ou seja, quanto maior σ, menos sensível é a suavização do consumo em relação aos desvios das taxas de juros.

Com relação ao problema das firmas, as log-linearizações de (10) e (11) são derivadas de forma direta, apenas tomando o logaritmo de ambos os lados das equações:

$$y_t = a_t + (1-\alpha)n_t \tag{14}$$

$$w_t - p_t = a_t - \alpha n_t + \log(1-\alpha). \tag{15}$$

A equação (15) pode ser interpretada como a programação da demanda de trabalho, onde o valor pago pela firma ao trabalhador está associado a sua produtividade marginal.

2.4 O Equilíbrio do Modelo Clássico

O modelo não trata de outros componentes da demanda, como investimentos, gastos do governo, exportações e importações, de forma que no *market clearing* tem-se

$$y_t = c_t \tag{16}$$

ou seja, todo produto é consumido. Dada a condição de equilíbrio, pode-se subtrair a equação (12) da (15) e considerar a equação (14) para determinar o emprego em termos da tecnologia:

$$n_t = \psi_{na} a_t + \vartheta_n. \tag{17}$$

Para obter o produto em termos da tecnologia basta substituir a equação anterior na função de produção, de forma que

$$y_t = \psi_{ya} a_t + \vartheta_y \tag{18}$$

onde $\psi_{na} = \frac{1-\sigma}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}$, $\vartheta_n = \frac{\log(1-\alpha)}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}$, $\psi_{ya} = \frac{1+\varphi}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}$ e $\vartheta_y = (1-\alpha)\vartheta_n$.

Prosseguindo na determinação das variáveis do modelo, a taxa real de juros também pode ser obtida utilizando-se a equação de Euler em sua versão log-linearizada

(13):

$$
\begin{aligned}
y_t &= E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(\underbrace{i_t - E_t\{\pi_{t+1}\}}_{r_t} - \rho) \\
r_t &= \rho + \sigma E_t\{\Delta y_{t+1}\} \qquad (19)
\end{aligned}
$$

Além disso, considerando-se a equação (18), pode-se escrever a taxa real de juros em função da tecnologia:

$$
\begin{aligned}
r_t &= \rho + \sigma\psi_{ya} E_t\{\Delta a_{t+1}\} \\
&= \rho - \sigma\psi_{ya}(1-\rho_a)a_t \qquad (20)
\end{aligned}
$$

Dessa forma, a equação de Fisher pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$
i_t = \rho + \sigma\psi_{ya} E_t\{\Delta a_{t+1}\} + E_t\{\pi_{t+1}\}. \qquad (21)
$$

O resultado anterior permite uma leitura mais profícua da taxa nominal de juros, pois possibilita identificar duas dimensões básicas para essa variável: a real, representada pela expectativa de variação da tecnologia, e a monetária, incorporada na expectativa de inflação.

2.5 O Equilíbrio Dinâmico Sob uma Regra de Juros

Caso assuma-se que o banco central conduza a política monetária a partir de uma regra de Taylor[5] do tipo $i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \widetilde{y}_t + v_t$[6]. Onde $v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v$ representa um

[5] Um questionamento que surge naturalmente ao tratar-se das repercussões do choque monetário na abordagem clássica diz respeito ao uso de uma função de reação nesses moldes. No entanto, dada a natureza comparativa desse trabalho e a prática adotadas nas principais economias, optou-se por essa consideração na abordagem clássica.

[6] Observe que as respostas do produto em relação às mudanças exógenas são eficientes, portanto

choque exógeno com média zero e variância constante. Assume-se que os coeficientes ϕ_π e ϕ_y são não-negativos, escolhidos pela autoridade monetária. Dessa forma, pode-se derivar o comportamento da inflação em função da tecnologia e do choque monetário utilizando-se a equação de Fisher:

$$\pi_t = \frac{1}{\phi_\pi} E_t\{\pi_{t+1}\} + \frac{1}{\phi_\pi}\widehat{r_t} - \frac{1}{\phi_\pi} v_t \tag{22}$$

onde $\widehat{r_t} = r_t - \rho$. Entretanto, $\phi_\pi > 1$ para que a equação em diferença supracitada seja estacionária. Resolvendo no sentido *forwarding looking* obtém-se

$$\pi_t \;\; = \;\; \frac{1}{\phi_\pi^k} E_t\{\pi_{t+k}\} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\phi_\pi^k} E_t\{\widehat{r}_{t+k}\} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\phi_\pi^k} E_t\{v_{t+k}\}.$$

Como o primeiro termo do lado direito da equação anterior tende a zero, pode-se reescrevê-la como

$$\pi_t = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\phi_\pi^k} E_t\{\widehat{r}_{t+k}\} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\phi_\pi^k} E_t\{v_{t+k}\}. \tag{23}$$

A equação (23) determina a inflação em função da taxa real de juros e, conseqüentemente, da tecnologia, mas também dependente do fator monetário. Dessa forma, caso a tecnologia siga um processo AR(1) estacionário do tipo $a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a$, com $\rho_a \in [0, 1)$, então $\widehat{r_t} = -\sigma\psi_{ya}(1 - \rho_a)a_t$, que aplicado na equação (23) fornece o seguinte resultado:

$$\pi_t = -\frac{\sigma\psi_{ya}(1 - \rho_a)}{\phi_\pi - \rho_a} a_t - \frac{1}{\phi_\pi - \rho_v} v_t. \tag{24}$$

não há hiato, ou seja, $\phi_{\widetilde{y}}\ \widetilde{y}_t = 0$. Além disso, $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ representa a inflação no período t.

Por sua vez, a taxa nominal de juros assume a forma

$$i_t \;=\; \rho - \frac{\sigma\psi_{ya}(1-\rho_a)\phi_\pi}{\phi_\pi - \rho_a}a_t - \frac{\rho_v}{\phi_\pi - \rho_v}v_t$$

Essas equações completam o sistema e colocam a tecnologia como o principal fator responsável pelas flutuações das variáveis econômicas, relegando o papel da política monetária na explicação dos ciclos econômicos, embora mostra-se que a taxa de juros nominais e a inflação sejam afetadas por um choque monetário exógeno. Dois aspectos importantes devem ser ressaltados nesse contexto: *i)* tanto a inflação, quanto os juros nominais são afetados negativamente pelo choque monetário; *ii)* a magnitude do choque monetário é mais pronunciada sob a inflação do que nos juros nominais. Uma leitura para esse aspecto é que o impacto do choque monetário reduz a inflação numa proporção que permite a queda da taxa de juros, via equação de reação. Esses aspectos mostram que o controle da inflação sob essa perspectiva não geram ônus sob as demais variáveis.

A partir das equações de equilíbrio fica evidente que as dinâmicas do produto, emprego e taxa real de juros dependem apenas de fatores reais, notadamente a tecnologia. Ou seja, sob as considerações de concorrência perfeita e flexibilidade de preços, a política monetária é neutra. Mais especificadamente, dados os parâmetros estruturais, o fator tecnológico se relaciona positivamente com o produto e emprego, porém negativamente com a inflação e taxas de juros. Já o choque monetário tem relação inversa com a taxa de juros e com a inflação, sem contribuir para a dinâmica das variáveis reais, e, conseqüentemente, do ciclo econômico. Essas conclusões estão em linha com os postulados da escola *RBC*, que coloca os choques reais no centro da explicação para as flutuações da economia. Por fim, é importante observar que tanto as expansões, quanto as retrações, das variáveis em questão são respostas eficientes às variações exógenas.

Capítulo III

3 O Paradigma Novo-Keynesiano

Este capítulo apresenta os principais elementos do modelo Novo-Keynesiano Básico (NKB). Assim como referido anteriormente, o desenvolvimento dessa classe de modelos parte de suposições clássicas e introduz a competição imperfeita no mercado de bens, assim como assume que cada firma produz um bem diferenciado e determina seu preço, ao invés de ser dado. A interpretação de que os preços têm influência sobre as principais variáveis econômicas é adicionada a essa estrutura de abordagem por meio da incorporação de restrições ao mecanismo de ajustamento de preços, pois considera-se que apenas uma fração das firmas podem efetuar reajustamento em cada período, nos moldes de Calvo (1983). Por fim, a abertura do modelo segue a linha adotada por Galí (2008).

3.1 As Famílias

A família representativa maximiza a mesma função objetiva do capítulo anterior[7], entretanto, como os bens são diferenciados, C_t é um índice de consumo dado por

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} \, di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \tag{25}$$

[7] $E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \, U(C_t, N_t)$.

com $C_t(i)$ representando a quantidade do bem i consumido pela família no período t. Caso elasticidade de substituição entre os bens, ϵ, não seja infinita, haverá *mark-up*, como será evidenciado à frente. As mesmas especificações quanto à função utilidade continuam válidas, com a restrição do problema assumindo inicialmente a forma seguinte:

$$\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di + Q_tB_t \leq B_{t-1} + W_tN_t - T_t \tag{26}$$

para todo $t = 0, 1, 2, ...$, onde $P_t(i)$ é o preço do bem i. Também permanece válida a condição NPG.

As famílias irão decidir sobre como alocar os gastos de consumo entre os diferentes bens e quanto ofertar de trabalho. Para isso é necessário que o índice de consumo C_t seja maximizado para qualquer nível de gastos $\int_0^1 P_t(i)C_t(i)\ di$, o que fornece o seguinte resultado[8]:

$$C_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\epsilon} C_t \tag{27}$$

para todo $i \in [0, 1]$, onde $P_t = \left[\int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon}di\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$ é o índice agregado de preço. Além disso, condicional sobre o comportamento otimizador, tem-se que:

$$\int_0^1 P_t(i)C_t(i)\ di = P_tC_t \tag{28}$$

ou seja, os gastos totais de consumo podem ser escritos como produto de índice de preços vezes o índice de quantidade. Substituindo essa expressão dentro da restrição

[8]Vide Apêndice.

orçamentária encontra-se:

$$P_t C_t + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + T_t. \tag{29}$$

A equação anterior tem um significado qualitativo significativamente diferente da restrição do caso Clássico, pois a estrutura de mercado comporta a existência de bens diferenciados. Contudo, do ponto de vista quantitativo, os resultados não diferem, de forma que as condições ótimas de consumo e oferta de trabalho permanecem as mesmas. Esses resultados podem ser facilmente obtidos isolando-se C_t na restrição orçamentária (29), substituindo na função objetivo, e tomando-se a derivada com respeito a N_t e a B_t.

3.2 As Firmas

Considera-se que a economia é formada por um contínuo de firmas indexadas por $i \in [0, 1]$ e que cada uma produz um bem diferente, embora utilizem tecnologias idênticas, por meio da função de produção:

$$Y_t(i) = A_t N_t(i)^{1-\alpha} \tag{30}$$

onde A_t representa o nível de tecnologia exógeno. A especificação da função de produção mostra que cada firma produz um produto i, utilizando uma mão-de-obra específica, $N_t(i)$.

Todas as firmas enfrentam uma demanda isoelástica dada por (27), e tomam o consumo agregado C_t e o preço agregado P_t como dado. Com respeito à dinâmica dos preços, segue-se a proposição de Calvo (1983)[9] dada por

$$\Pi_t^{1-\epsilon} = \theta + (1-\theta)\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}\right)^{1-\epsilon}, \tag{31}$$

onde $\Pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$ é a inflação entre o período $t-1$ e t. Já P_t^* é o preço escolhido pela firma para reotimizar seus preços no período t.

Diante dessas considerações, uma firma que reotimiza no período t irá escolher o preço P_t^* para maximizar o valor presente dos lucros gerados enquanto os preços permaneceram efetivos. Formalmente, a firma resolve o problema

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \left(P_t^* Y_{t+k|t} - \Psi_{t+k|t}(Y_{t+k|t}) \right) \right\} \tag{32}$$

$$s.a. \;\; Y_{t+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right)^{-\epsilon} C_{t+k} \tag{33}$$

onde $Q_{t,t+k} = \beta E_t \left\{ \frac{U_{c,t+k}}{U_{c,t}} \frac{P_t}{P_{t+k}} \right\}$ é o fator de desconto estocástico dos retornos nominais, $\Psi_{t+k|t}(Y_{t+k|t})$ é a função custo, e $Y_{t+k|t}$ denota o produto no período $t+k$ para a firma que reajustou seu preço pela última vez no período t.

A condição de otimalidade do problema da firma pode ser facilmente obtida substituindo-se $Y_{t+k|t}$ da restrição (33) na função objetivo (32), e tomando-se a derivada com respeito a P_t^*. O que resulta na seguinte equação:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left((1-\epsilon) + \epsilon \frac{\Psi'_{t+k|t}}{P_t^*} \right) \right\} = 0$$

[9]De acordo com esse autor, cada firma pode reajustar seus preços com a probabilidade $1-\theta$ em qualquer período, independente do tempo decorrido do último reajuste. Dessa forma, a cada período $1-\theta$ produtores reajustam seus preços, enquanto θ mantêm seus preços inalterados. Como resultado, a duração média de um preço é dada por $(1-\theta)^{-1}$. Neste contexto, θ torna-se um índice de rigidez de preços.

onde $\Psi'_{t+k|t}$ representa o custo marginal nominal no período $t+k$ para uma firma que reajustou seus preços pela última vez no período t. Multiplicando-se ambos os lados da igualdade por P_t^* e dividindo-se por $1-\epsilon$ encontra-se a forma geral

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left(P_t^* - \Omega \Psi'_{t+k|t} \right) \right\} = 0 \tag{34}$$

onde $\Omega = \frac{\epsilon}{\epsilon-1}$. Observe que num caso limite, em que não haja rigidez de preços (ou seja, $\theta = 0$), de forma que não haja defasagens entre os períodos de reajuste porque os preços são reajustados instantâneamente, a condição anterior resulta em

$$P_t^* = \Omega \Psi'_{t|t} \tag{35}$$

que é a fixação de preços ótimos sob preços flexíveis num mercado com concorrência monopolística. Dessa maneira, Ω pode ser interpretado como o *mark-up*, ou seja, a estrutura monopolística cria poder de mercado para as firmas.

A equação (34) ainda pode ser reescrita em função do Custo Marginal Real (CMR), bastando dividir ambos os lados por P_{t-1}, bem como fazer o jogo algébrio de multiplicar e dividir o custo marginal nominal por P_t, e considerar $\Pi_{t,t+k} = \frac{P_{t+k}}{P_t}$:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \Omega CMR_{t+k|t} \Pi_{t-1,t+k} \right) \right\} = 0 \tag{36}$$

onde $CMR_{t+k|t} = \frac{\Psi'_{t+k|t}}{P_{t+k}}$ é o Custo Marginal Real no período $t+k$ para a firma que reajustou seu preço em t. Esse arranjo é importante porque permite uma visualização específica de um dos fatores mais relevantes nas escolhas efetuadas pela firma, o custo marginal real, e por facilitar na demonstração da relação existente entre variáveis reais e nominais, expressa por meio da Curva de Phillips.

3.3 O Equilíbrio do Modelo Básico Novo-Keynesiano

O equilíbrio no mercado de bens requer que

$$Y_t(i) = C_t(i) \tag{37}$$

para todo $i \in [0,1]$ e todo t. Dado que o produto agregado é definido por $Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}}\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$, então tem-se que $Y_t = C_t$ será aceito para todo t.

Já o equilíbrio no mercado de trabalho requer que

$$N_t = \int_0^1 N_t(i)\ di. \tag{38}$$

Usando as equações (30) e (33), bem como o equilíbrio do mercado de bens e o fato que $Y(i)$ corresponde a $Y_{t+k|t}$ e $P_t(i)$ a P_t^*, obtém-se

$$N_t = \left(\frac{Y_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\frac{\epsilon}{1-\alpha}} di, \tag{39}$$

que descreve o equilíbrio no mercado de trabalho, dependente tanto de fatores nominais, quanto reais.

3.4 Log-Linearizações

As condições de equilíbrio no mercado de bens e de trabalho fornecem as mesmas equações encontradas no caso Clássico:

$$y_t = E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho) \quad (40)$$

$$w_t - p_t = a_t - \alpha n_t + \log(1-\alpha). \quad (41)$$

A log-linearização da dinâmica dos preços agregados[10] fornece a seguinte equação

$$\pi_t = (1-\theta)(p_t^* - p_{t-1}). \quad (42)$$

Essa equação mostra que a inflação resulta do fato das firmas, ao reotimizarem, escolherem preços diferentes do preço agregado da economia observado no período anterior.

Já tomando o logaritmo da equação (40) tem-se

$$(1-\alpha)n_t = y_t - a_t + d_t, \quad (43)$$

onde $d_t = (1-\alpha)\log\int_0^1 (P_t(i)/P_t)^{-\frac{\epsilon}{1-\alpha}}\, di$ é uma medida de dispersão de preço entre as firmas e assume valor igual a zero sob uma aproximação de primeira ordem na vizinhança em torno do *steady state*[11]. Dessa forma, a equação anterior pode ser aproximada para

$$y_t = a_t + (1-\alpha)n_t. \quad (44)$$

[10] Vide Apêndice.

[11] Ver Galí(2008).

Em termos quantitativos a equação anterior é igual a encontrada no caso Clássico, apesar das suposições diferentes quanto à estrutura do mercado.

A condição de otimalidade da firma (36), por sua vez, tem o seguinte resultado log-linearizado[12]:

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\widehat{cmr}_{t+k|t} + (p_{t+k} - p_{t-1})\} \tag{45}$$

onde $\widehat{cmr}_{t+k|t} = cmr_{t+k|t} - cm$ denota o desvio, em log, do custo marginal no período $t+k$ de seu valor no *steady state*. Além disso, $cmr = -\omega = -\log\Omega$.

3.5 A Curva de Phillips

O problema de minimização de custos intratemporal da firma i é dado por

$$\min_{N_t(i)} \quad W_t N_t(i)$$

$$s.a \quad Y_t(i) = A_t N_t(i)^{1-\alpha}.$$

Segundo Walsh (2003) esse problema pode ser reescrito em termos reais como

$$\min_{N_t(i)} \quad \left(\frac{W_t}{P_t}\right) N_t(i) + \psi_t\left[Y_t(i) - A_t N_t(i)^{1-\alpha}\right] \tag{46}$$

em que ψ_t representa o multiplicador de lagrange, ou o Custo Marginal Real no período t (CMR_t). Dessa forma, a condição de primeria ordem do problema fornece

$$\frac{W_t}{P_t} = CMR_t(1-\alpha)A_t N_t(i)^{-\alpha}, \tag{47}$$

[12] Veja a demonstração no Apêndice.

que pode ser reescrita em termos da Produtividade Marginal do Trabalho no período t (PMT_t). Essa última variável, por sua vez, também pode ser obtida a partir da derivação da função de produção, de forma que $PMT_t = (1-\alpha)A_t N_t^{-\alpha}$. Portanto, a equação (47) pode assumir a forma seguinte:

$$\frac{W_t}{P_t} = CMR_t PMT_t. \tag{48}$$

Tomando o logaritmo de ambos os lados da equação anterior chega-se a:

$$cmr_t \quad = \quad w_t - p_t - pmt_t. \tag{49}$$

Seja $pmt_t = \log(1-\alpha) + a_t - \alpha n_t$ em sua versão log-linearizada, com utilização da equação (44), a expressão (49) pode ser redefinida como

$$cmr_t = w_t - p_t - \frac{1}{1-\alpha}(a_t - \alpha y_t) - \log(1-\alpha). \tag{50}$$

Além disso, sabendo-se que os salários e os preços são dados, mas que o custo marginal real e a produtividade marginal do trabalho dependem de quando a firma reajustou seu preços, tem-se que $cmr_{t+k|t} = w_{t+k} - p_{t+k} - pmt_{t+k|t}$, de forma que a equação (50) pode ser escrita para qualquer período como

$$cmr_{t+k|t} = w_{t+k} - p_{t+k} - \frac{1}{1-\alpha}(a_{t+k} - \alpha y_{t+k|t}) - \log(1-\alpha). \tag{51}$$

Fazendo a diferença entre a equação (51) e a equação (50) atualizada para o período $t+k$, tem-se que

$$cmr_{t+k|t} \quad = \quad cmr_{t+k} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(y_{t+k|t} - y_{t+k}). \tag{52}$$

A equação anterior pode ser reescrita utilizando-se a programação da demanda descrita em (27) em sua versão log-linearizada e o equilíbrio no mercado de bens, o que fornece a próxima equação

$$cmr_{t+k|t} = cmr_{t+k} - \frac{\alpha\epsilon}{1-\alpha}(p_t^* - p_{t+k}) \tag{53}$$

Retirando-se cmr de ambos os lados da equação anterior obtém-se o desvio do custo marginal real em relação ao *steady state*, ou seja, $\widehat{cmr}_{t+k|t} = cmr_{t+k|t} - cmr$, de forma que

$$\widehat{cmr}_{t+k|t} = \widehat{cmr}_{t+k} - \frac{\alpha\epsilon}{1-\alpha}(p_t^* - p_{t+k}) \tag{54}$$

Substituindo (54) em (45) e rearranjando os termos segue que

$$p_t^* - p_{t-1} \;\; = \;\; (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\widehat{cmr}_{t+k} + \frac{\alpha\epsilon}{1-\alpha}(p_t^* - p_{t+k}) + (p_{t+k} - p_{t-1})\}.$$

Como p_t^* e p_{t-1} não têm influência de k, pode-se retirá-los do somatório:

$$p_t^* - p_{t-1} \;\; = \;\; (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\widehat{cmr}_{t+k} + \frac{\alpha\epsilon}{1-\alpha}p_{t+k} + p_{t+k}\} - \frac{\alpha\epsilon}{1-\alpha}p_t^* - p_{t-1}.$$

Usando o artifício algébrico de se retirar o termo $\left(\frac{\alpha\epsilon}{1-\alpha}\right)p_{t-1}$ de ambos os lados da equação anterior e rearranjando-se os termos obtém-se

$$\left(\frac{1-\alpha+\alpha\epsilon}{1-\alpha}\right)(p_t^* - p_{t-1}) = (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\widehat{cmr}_{t+k} + \left(\frac{1-\alpha+\alpha\epsilon}{1-\alpha}\right)(p_{t+k} - p_{t-1})\}.$$

Sendo $\Theta = \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\epsilon}$, de forma que $\Theta \leq 1$, chega-se a

$$\begin{aligned}
p_t^* - p_{t-1} &= (1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\Theta\ \widehat{cmr}_{t+k} + (p_{t+k} - p_{t-1})\} \\
&= (1-\beta\theta)\Theta\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\widehat{cmr}_{t+k}\} + \underbrace{(1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{p_{t+k} - p_{t-1}\}}_{I}.
\end{aligned} \tag{55}$$

Avaliando-se apenas a parte em destaque I, a abertura de seus componentes, bem como a efetuação dos devidos cancelamentos, fornecem os seguinte resultado

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k(p_{t+k} - p_{t-1}) - \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^{k+1}(p_{t+k} - p_{t-1}) \\
&= p_t - p_{t-1} + \theta\beta(p_{t+1} - p_t) + \cdots + (\theta\beta)^k p_{t-1} \\
&= \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\pi_{t+k}\} + (\theta\beta)^k p_{t-1}
\end{aligned}$$

como o último termo da equação anterior tende a zero, a equação (55) toma a forma seguinte:

$$p_t^* - p_{t-1} = (1-\beta\theta)\Theta\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\widehat{cmr}_{t+k}\} + \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E_t\{\pi_{t+k}\}. \tag{56}$$

Note que a expressão pode ser reescrita mais compactamente como a seguinte equação em diferença

$$p_t^* - p_{t-1} = \beta\theta E_t\{p_{t+1}^* - p_t\} + (1-\beta\theta)\Theta\ \widehat{cmr}_t + \pi_t. \tag{57}$$

De fato, aplicando-se interações *forward looking* na equação anterior retorna-se à equação (56).

Finalmente, combinando (57) com (42) tem-se a equação de inflação

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \lambda\widehat{cmr}_t \tag{58}$$

onde $\lambda = \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta}\Theta$. Observe que esse parâmetro é estritamente decrescente com relação ao índice de rigidez de preços θ, à medida de retornos de escala α e à elasticidade de demanda ϵ. Resolvendo (58) no sentido *forward*, a inflação pode ser expressada como o valor presente dos desvios do custo marginal de seu *steady state*

$$\pi_t = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t\{\widehat{cmr}_{t+k}\}. \tag{59}$$

Essa expressão mostra que inflação será maior quando as firmas esperarem que o *mark-up* médio fique abaixo do *steady state*. Neste caso, as firma que tiverem a oportunidade de reajustarem seus preços irão escolher um preços acima do preço médio da economia com o objetivo de alinhar o *mark-up* o mais próximo com o nível desejado.

Galí(2008) ressalta a diferença existente nos mecanismos que causam flutuações no modelo exposto e no Clássico, uma vez que no presente modelo a inflação decorre de conseqüências agregadas advindas do conjunto de decisões de preço das firmas, que reajustam seus preços em função da expectativa dos custos. Já no modelo Clássico, a inflação é uma consequência de mudanças no nível agregado de preços requeridas para suportar as alocações de equilíbrio, independentemente da evolução de variáveis nominais.

Uma outra leitura do comportamento da inflação no modelo estudado pode ser obtida considerando-se uma outra derivação da equação (49). De fato, utilizando-se a equação (41), bem como as condições de equilíbrio e a produtividade marginal, obtém-se

$$cmr_t = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right) y_t - \frac{1+\varphi}{1-\alpha}\, a_t - \log(1-\alpha) \tag{60}$$

Como mostrado, sob preços flexíveis, o custo marginal real é constante e dado por cmr. Definindo o nível natural do produto como y_t^n, como o nível do produto sobre preços flexíveis chega-se a

$$cmr = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right) y_t^n - \frac{1+\varphi}{1-\alpha}\, a_t - \log(1-\alpha) \tag{61}$$

o que implica que

$$y_t^n = \psi_{ya}^n a_t + \vartheta_y^n \tag{62}$$

onde $\vartheta_y^n = -\frac{(1-\alpha)(cmr-\log(1-\alpha))}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha} > 0$ e $\psi_{ya}^n = \frac{1+\varphi}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}$. Quando $cmr = 0$, situação que ocorre quando a competição é perfeita, o nível do produto natural corresponde ao equilíbrio do modelo Clássico. A presença de poder de mercado das firmas tem o efeito de diminuir o nível do produto uniformemente ao longo do tempo, sem afetar a sensibilidade de mundança na tecnologia.

Subtraindo (61) de (60) obtém-se

$$\widehat{cmr}_t = \left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1-\alpha}\right)(y_t - y_t^n) \tag{63}$$

ou seja, o desvio do log do custo marginal real de seu *steady state* é proporcional ao desvio em log do produto com sua contrapartida de preços flexíveis. Seguindo a denominação amplamente utilizada na literatura, esse desvio é chamado de hiato do produto, denotado por $\widetilde{y}_t = y_t - y_t^n$.

Pela combinação de (63) e (59) pode-se obter uma equação que relaciona a inflação com a sua expectativa um perído à frente e com o hiato do produto

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \kappa \widetilde{y}_t \tag{64}$$

onde $\kappa = \lambda\left(\sigma + \frac{\varphi+\alpha}{1-\alpha}\right)$. A equação (64) é referida como a Curva de Phillips Novo Keynesiana, e constitui uma das chaves do modelo Novo Keynesiano. A segunda equação que descreve o modelo Novo Keynesiano é obtida a partir da equação de Euler (40), bastando retirar y_t^n e y_{t+1}^n de ambos os lados da equação, bem como utilizar a definição da taxa natural de juros, r_t^n:

$$\widetilde{y}_t = -\frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - r_t^n) + E_t\{\widetilde{y}_{t+1}\} \tag{65}$$

onde r_t^n é dada por

$$\begin{aligned} r_t^n &= \rho + \sigma E_t\{\Delta y_{t+1}^n\} \\ &= \rho + \sigma \psi_{ya}^n E_t\{\Delta a_{t+1}\} \end{aligned} \tag{66}$$

A equação (65) é chamada de IS Dinâmica. Sob a suposição de de que os efeitos dos preços nominais somem assintoticamente, $\lim_{T\to\infty} E_t\{\widetilde{y}_{t+T}\} = 0$ e resolvendo ela para frente

$$\widetilde{y}_t = \frac{1}{\sigma}\sum_{k=0}^{\infty}(r_{t+k} - r^n_{t+k}) \tag{67}$$

onde $r_t = i_t - E_t\{\pi_{t+1}\}$ é o valor real do retorno experado para o título de um período (ou seja, a taxa real de juros). A expressão anterior enfatiza o fato de que o hiato do produto é proporcional à soma dos desvios corrente e esperados da taxa de juros real e a sua contrapartida natural. As equações (64) e (65), juntamente com o processo da taxa de juros r^n_t (a qual dependerá, em geral, de forças exógenas do modelo) constituem o modelo básico Novo Keynesiano. O bloco tem uma estrutura simples e recursiva: a curva de Phillips determina a inflação, dado o caminho do hiato, onde a IS determina o caminho do hiato do produto dado um caminho exógeno para a taxa natural de juros e a taxa real. Para fechar o modelo, adiciona-se a essas duas equações com mais uma determinando como a taxa nominal de juros i_t irá se comportar ao longo do tempo, ou seja, com a descrição de como a política monetária será conduzida.

3.6 O Equilíbrio Dinâmico sob uma Regra de Juros

De maneira análoga ao caso Clássico, assume-se uma regra de política monetária *a la* Taylor, ou seja, a autoridade monetária tem uma função objetivo que penaliza as variações de preços e do hiato do produto: $i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \widetilde{y}_t + v_t$. Combinando-se a regra de política monetária com a curva de Phillips (64) e com a IS (65) o equilíbrio pode ser representado pelo seguinte sistema de equações em diferença:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{y}_t \\ \pi_t \end{bmatrix} = \mathbf{A_T} \begin{bmatrix} E_t\{\widetilde{y}_{t+1}\} \\ E_t\{\pi_{t+1}\} \end{bmatrix} + \mathbf{B_T}(\widehat{r}_t^n - \upsilon_t) \tag{68}$$

onde $\widehat{r}_t^n = r_t^n - \rho$, e

$$\mathbf{A_T} = \Lambda \begin{bmatrix} \sigma & 1 - \beta\phi_\pi \\ \sigma\kappa & \kappa + \beta(\sigma + \phi_y) \end{bmatrix} ; \; \mathbf{B_T} = \Lambda \begin{bmatrix} 1 \\ \kappa \end{bmatrix} ; \Lambda = \frac{1}{\sigma + \phi_y + \kappa\phi_\pi}$$

Uma vez que a inflação e o hiato do produto são variáveis não predeterminadas, a solução do sistema (68) é localmente único apenas se, e somente se, $\mathbf{A_T}$ tem ambos autovalores dentro do círculo unitário[13]. Sob a suposição de que os coeficientes ϕ_π e ϕ_y são não-negativos, a condição suficiente e necessária para que haja unicidade[14] da solução é dada por

$$\kappa(\phi_\pi - 1) + (1 - \beta)\phi_y > 0. \tag{69}$$

O requerimento mais fortemente implícito na desigualdade anterior está na resposta forte que a autoridade monetária deve dar aos desvios da inflação. Ou seja, o banco central deve responder às variações da inflação presente numa proporção de pelo menos um para um, no sentido de garantir a convergência do sistema. Galí (2008) discute essas regras também num ambiente em que a autoridade preocupa-se com as expectativas da inflação e do hiato, mostrando que respostas mais fortes

[13]Blanchard e Kahn (1980) tratam detalhadamente os aspectos relacionados à dinâmica de sistemas.

[14]Bullard e Mitra (2002) provam.

na taxa nominal de juros em relação ao desvio de inflação tendem a contribuir de maneira significativa para convergência.

3.6.1 Os Efeitos de Um Choque Monetário

Assumindo-se que o componente exógeno v_t da taxa de juros segue um processo AR(1) do tipo $v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_t^v$ onde $\rho_v \in [0, 1)$, pode-se interpretar ε_t^v como um choque contracionista ou expansionista na política monetária, que elevará ou diminuirá a taxa de juros, respectivamente, dados o hiato do produto e a inflação. Como a taxa natural de juros não é afetada por choques monetários, pode-se considerar que $\widehat{r}_t^n = 0$ para todo o período. Além disso, supõe-se que a solução assume a forma $\widetilde{y}_t = \psi_{yv} v_t$ e $\pi_t = \psi_{\pi v} v_t$ onde ψ_{yv} e $\psi_{\pi v}$ são coeficientes a serem determinados. Impondo essas condições ao sistema e usando o método dos coeficientes indeterminados, tem-se que

$$\widetilde{y}_t = -(1 - \beta\rho_v)\Lambda_v v_t \tag{70}$$

$$\pi_t = -\kappa\Lambda_v v_t \tag{71}$$

$$\widehat{r}_t = \sigma(1 - \rho_v)(1 - \beta\rho_v)\Lambda_v v_t \tag{72}$$

$$\widehat{i}_t = [\sigma(1 - \rho_v)(1 - \beta\rho_v) - \rho_v\kappa]\Lambda_v v_t \tag{73}$$

As equações anteriores mostram que, sob as suposições feitas, as variáveis de análise apresentam comportamento determinado pelos efeitos exógenos da política monetária. As conclusões decorrentes dessa percepção estão em linha com o pensamento Novo-Keynesiano, que considera a relevância dos efeitos monetários na explicação dos ciclos econômicos pelo menos no curto prazo.

3.6.2 Os Efeitos de um Choque Tecnológico

De maneira semelhante, assume-se que a tecnologia segue um processo AR(1), tal que:

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + e_t^a \tag{74}$$

onde $\rho_a \in [0, 1]$ e e_t^a é um ruído branco com média zero. Dessa forma, dada a equação (66), o desvio da taxa natural de juros do seu valor de *steady state* é dado por

$$\widehat{r}_t^n = -\sigma\psi_{ya}^n(1 - \rho_a)a_t \tag{75}$$

Além disso, considerando a ausência de choques monetários ($v_t = 0$), além de supor que a inflação e o hiato do produto são proporcionais a $\widehat{r}_t^n$, o método dos coeficientes indeterminados pode ser aplicado, de forma que o bloco de equações do sistema fica determinado em função da produtividade:

$$\widetilde{y}_t = -\sigma\psi_{ya}^n(1 - \rho_a)(1 - \beta\rho_a)\Lambda_a a_t \tag{76}$$

$$\pi_t = -\sigma\psi_{ya}^n(1 - \rho_a)\kappa\Lambda_a a_t \tag{77}$$

$$y_t = \psi_{ya}^n(1 - \sigma(1 - \rho_a)(1 - \beta\rho_a\Lambda_a)a_t \tag{78}$$

$$n_t = \frac{1}{1-\alpha}[(\psi_{ya}^n - 1) - \sigma\psi_{ya}^n(1 - \rho_a)(1 - \beta\rho_a)\Lambda_a]a_t \tag{79}$$

De maneira semelhante ao modelo Clássico, as equações anteriores mostram que, sob determinadas condições, as variáveis de análise apresentam comportamento determinado pelos efeitos exógenos do choque tecnológico. Essa percepção coloca a importância dessa variável também para explicar as variações dos ciclos econômicos no arcabouço Novo-Keynesiano. Deve-se destacar que, embora os efeitos da tecnologia sejam importantes também para explicar o comportamento das variáveis em comento, as respostas dos modelos Clássico e Novo-Keynesiano às mudanças exógenas dessa variável são diferentes.

Capítulo IV

4 Avaliação dos Modelos

Este capítulo tem por objetivo avaliar os resultados artificiais gerados pelos modelos Clássico e Novo-Keynesiano. Esse exercício permitirá a confrontação com os dados observados na economia brasileira após a implementação do regime de Metas de Inflação em 1999. Além disso, observar-se-á como as economias reagem à diferentes tipos de choques por meio das funções de Impulso-Resposta.

As condições de equilíbrio, bem como o *steady state*, o sistema log-linearizado e as condições de estabilidade dos modelos foram estabelecidos nos capítulos anteriores, o que permite a avaliação dos modelos por meio do procedimento de calibragem[15]. A avaliação será feita a partit da simulação de choques monetário, sob a perspectiva de analisar os impactos monetários e, também, tecnológicos, que representam os efeitos de uma mudança na estrutura da oferta.

[15] A definição de calibragem utilizada nesse trabalho segue Canova (2008), que a considera como um conjunto de procedimentos que visam responder questões econômicas específicas, em que o modelo teórico é considerado uma ferramenta para se empreender experimentos computacionais. Esse entendimento se contrapõe à percepção de que o modelo é uma referência para estimar parâmetros ou para realizar testes de hipóteses. Nesses termos, a estrutura do modelo ganha relevância, partindo-se de uma estrutura formal, com interações microfundamentadas.

4.1 Calibragem

A calibragem assumida nesse trabalho possui um caráter híbrido pois o tratamento dado aos parâmetros envolve arbitrariedade, a exemplo da pesquisa de Rotemberg e Woodford (1998), e estimativas disponibilizadas na literatura para os dados brasileiros, em linha com o procedimento usado por Carneiro e Duarte (2001), Araújo *et al.* (2006) e Cândido (2006). A escolha desse método deve-se, sobretudo, às limitações existentes em relação aos dados para economia brasileira, em especial ao pequeno número de observações para o período pesquisado. Esses aspectos, evidentemente, recomendam cautela na avaliação dos resultados.

Em que pesem as críticas relacionadas a esse procedimento, procurou-se mitigar algumas fragilidades utilizando-se parâmetros freqüentemente observados na literatura e efetuando-se análises de sensibilidade. Essa estratégia é amplamente empregada e parece adequada, uma vez que a investigação está pautada no uso de parâmetros que sejam consistentes com a teoria econômica e, também, representativos do caso brasileiro.

Dada a natureza do trabalho, a avaliação torna-se mais interessante quanto mais próximas forem as especificações dos modelos. Nesse sentido, um aspecto importante diz respeito à utilização dos mesmos parâmetros nos exercícios de simulação do modelo Clássico e do Novo-Keynesiano. Como referido anteriormente, para essa tarefa foram considerados aspectos relativos à política monetária e à oferta (em especial choques tecnológicos, que podem ser interpretados como eventuais crises na oferta de uma *commodity*, surgimento de uma nova tecnologia, etc).

Quanto aos valores dos parâmetros estruturais na avaliação de referência, considerando uma calibração para dados trimestrais, a taxa de desconto intertemporal e o inverso da elasticidade de substituição intertemporal, β e $\frac{1}{\sigma}$, foram escolhidas a partir dos estudos realizados por Issler e Piqueira (2001)[16], que fornecem os respectivos valores de 0,96 e 0,25. O resultado da taxa de desconto revela que os brasileiros tendem a ser mais impacientes do que agentes de outras economias, a exemplo dos norte-americanos. Por sua vez, a elasticidade de substituição não é muito alta quando comparada a padrões internacionais, o que sugere uma elevada restrição do consumidor brasileiro médio ao mercado de ativos.

Quanto à elasticidade de substituição entre diferentes bens, representada por ϵ, utilizou-se a mesma estratégia de Carneiro e Duarte (2001), que calibraram um valor compatível com os utilizados na literatura sobre *markup*, de forma que $\epsilon = 8$ e $\Omega = 1,14$. Desse último trabalho também obteve-se o valor para elasticidade da desutilidade marginal do trabalho em relação à oferta de trabalho, de forma que $\varphi = 0,65$. Já com respeito ao tempo médio em que os preços da economia ficam fixos no Brasil, Gouveia (2007) estimou em 3,9 meses, ou seja, 1,3 trimestre. Dessa forma θ assume o valor de 0,23 pois o tempo médio é dado por $\frac{1}{1-\theta}$.

O parâmetro α foi obtido de Bugarin *et al.* (2003), que faz uma discussão a

[16]Muinhos e Nakane (2006) trabalharam com valores próximos para a taxa de desconto.

respeito dos números utilizados para o caso brasileiro, sobretudo com respeito a possível subestimação da participação do trabalho no produto. Os autores encontraram um fator de correção a partir dos dados da PNAD de 1998, que sugere que a participação do trabalho no produto é cerca de 26% superior ao apresentado nas contas nacionais. Dessa forma, o valor que $(1 - \alpha)$ assumiu foi de 0,67.

Quanto aos parâmetros relativos à regra de política monetária, ϕ_π e ϕ_y, não há um consenso na literatura a respeito dos valores. Os números utilizados como referência foram os mesmos escolhidos por Muinhos e Alves (2003) para dados trimestrais, de 1,3 para ϕ_π e 0,3 para ϕ_y.

Quanto aos processos estocásticos exógenos, para o choque tecnológico há um certo consenso em torno da alta persistência do parâmetro ρ_a. A exemplo de Araújo *et al.* (2006), optou-se por utilizar o valor de 0,9. Entretanto, com respeito à persistência do choque monetário, dada a falta de estudos com relação ao uso desse parâmetro para economia brasileira, admitiu-se uma persistência com padrões mais baixos, com ρ_v assumindo os valores de 0,1 , 0,3 e 0,5. Por fim, a magnitude dos choques exógenos, que seguem um processo AR(1), foi determinada com base nas volatilidades das variações das séries de juros e produtividade observadas ao longo do regime de Metas de Inflação.

A tabela seguinte sintetiza os parâmetros de referência utilizados para simulação das economias artificiais:

Parâmetro	**Valor**
β (Taxa de Desconto Intertemporal)	0,96
σ (Inverso da Elast. de Substituição Intertemporal do Consumo)	4
ϵ (Elasticidade de Substituição entre Bens)	8
φ (Elast. Desutil. Marg. Trab. em relação à Oferta de Trab.)	0,65
$1-\alpha$ (Participação do Trabalho na Função de Produção)	0,67
θ (Grau de Rigidez)	0,23
ϕ_π (Coeficiente de Inflação)	1,3
ϕ_y (Coeficiente do Hiato)	0,3
ρ_v (Persistência do Choque Monetário)	0,5
ρ_a (Persistência do Choque Tecnológico)	0,9
σ_i (Desvio-Padrão da Taxa de Juros)	0,008
σ_a (Desvio-Padrão da PTF)	0,03

4.2 Os Dados

Esta seção tem por objetivo especificar os dados utilizados para verificar a adequação dos modelos à realidade. Algumas das séries utilizadas, no entanto, possuem limitações em decorrência da periodicidade ou inerentes a sua forma de cálculo[17]. O rol abaixo especifica a forma como os dados foram utilizados:

- Produto e Hiato (Y_t e $\widetilde{Y}_t$) - O Hiato representa a diferença entre o produto

[17] Às séries com periodicidade mensal foi dado tratamento adequado para uma abordagem trimestral.

efetivo e o natural. O dado do produto efetivo foi obtido nas séries de contas nacionais divulgadas trimestralmente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e o produto natural a partir do filtro HP[18]. Vale destacar que o produto potencial, e conseqüentemente o hiato do produto, não são variáveis diretamente observáveis, de forma que os cálculos estão envoltos de certo grau de incerteza.

- Inflação (Π_t) - o indicador utilizado como referência de preços foi o Índice Nacional de Preços ao Consumidor - Amplo (IPCA), divulgado pelo IBGE.

- Juros Nominais e Reais (I_t e R_t) - Taxa Selic divulgada pelo Banco Central do Brasil (BCB) correspondem aos juros nominais. Para obter o juros reais deflacionou-se os juros nominais pela inflação do IPCA acumulado no período.

- Produtividade (A_t) - o componente de tecnologia foi calculado de forma residual, a partir da função de produção especificada nos modelos, ou seja, $A_t = \frac{Y_t}{N_t^{1-\alpha}}$.

- Trabalho (N_t) - o trabalho foi determinado com base na população economicamente ativa, divulgada pela Pesquisa Mensal de Emprego do IBGE. Im-

[18]Souza Jr. (2005) fez uma apresentação das metodologias mais utilizadas na literatura para o cálculo do produto potencial, mostrando os principais atributos e fragilidades delas. Segundo o autor, as principais vantagens do filtro HP são a simplicidade, a transparência e a facilidade para utilização em comparações internacionais. Outro aspecto importante é tornar o hiato estacionário com um número extenso de valores suavizados, além de permitir a mudança da tendência ao longo do tempo, enquanto que negativamente pesam: a não incorporação de informações que representem a estrutura da economia; a arbitrariedade na definição do parâmetro de suavização λ; a imposição de simetria ao hiato de produto; a possibilidade de ocorrência de viés de final de amostra; a negligência de quebras estruturais, mudança da regimes; e o tratamento inadequado para dinâmicas não-estacionárias.

portante observar que a metodologia da série foi alterada em março de 2002, tendo-se que optar por trabalhar com uma série ajusta da metodologia antiga para os trimestres anteriores à mudança. Apesar dessa limitação, cabe observar que a volatilidade da série com a nova metodologia e da série ajustada são muito semelhantes.

Com respeito às estatísticas para avaliação da aderência dos modelos à realidade, a tabela abaixo sumariza os desvios-padrão das variáveis de interesse:

Tabela 1: **Desvios-Padrão RMI**

Produto	Inflação	Juros Nominais	Juros Reais	Hiato	Tecnologia
0,029	0,011	0,008	0,011	0,023	0,030

É importante observar que os desvios-padrão calculados dizem respeito às taxas de variação trimestral das séries e cobrem o período entre setembro de 1999 e março de 2009.

4.3 Um Choque Monetário

Como exposto na abordagem teórica, um choque monetário não altera a dinâmica das variáveis reais no modelo Clássico, apenas as variáveis nominais têm a trajetória afetada. De fato, os desvios-padrão do produto e dos juros reais são nulos nesse modelo e as funções de impulso-resposta tornam evidente esse aspecto, independentemente do grau de persistência do choque monetário. Em outras palavras, a política monetária é neutra pois as variáveis reais apenas apresentam flutuações em decorrência de choques tecnológicos, aspectos que serão abordados na próxima seção. Além disso, a partir dos dados da tabela abaixo, pode-se observar que as volatilidades da série artificial apresentam maior aderência com os dados observados ao longo do regime de metas de inflação quando a persistência é de 0,5.

Tabela 2: **Desvios-Padrão no RBC**

ρ_v	Produto	Inflação	*Juros Nominais*	*Juros Reais*
0,1	0,0000	0,0067	0,0007	0,0000
0,3	0,0000	0,0082	0,0025	0,0000
0,5	0,0000	0,0108	0,0054	0,0000
Obs.	**0,029**	**0,011**	**0,008**	**0,011**

Com respeito ao comportamento das funções de impulso-resposta, pode-se observar os efeitos negativos de um choque monetário positivo sob a inflação e os juros. Como antecipado na avaliação qualitativa do modelo, esse choque afeta negativamente os juros e a inflação, com impacto um pouco mais pronunciado sob esta última variável. Esse movimento não parece intuitivo, mas deve-se observar dois aspectos: *i)* os efeitos são simultâneos; e *ii)* o efeito poderia ser diferente caso $\phi_\pi \leq \rho_v$. Entretanto, para que isso ocorra, ou a condição de estacionariedade, ou a regra de *Taylor*, é violada.

Um questionamento que surge naturalmente ao tratar-se das repercussões do choque monetário na abordagem clássica diz respeito ao uso de uma função de reação nos moldes da regra de *Taylor* como recurso. No entanto, como tem sido essa a prática nas principais economias, julgou-se razoável essa consideração na abordagem clássica.

Para a calibragem do caso brasileiro, portanto, o choque monetário exógeno causa uma variação de -0,25% nos juros nominais e de -0,84% na inflação, no primeiro período e quando avaliado os parâmetros de referência. Outro aspecto notável é o aumento da volatilidade das séries nominais à medida que se eleva a persistência do choque. Contudo, em nenhum dos casos há ônus real ao longo do processo de queda de preços (Figura 1).

Figura 1: **Funções de Impulso-Resposta do Modelo Clássico**

Já no modelo Novo-Keynesiano um choque de política monetária exerce influência sobre o lado real da economia, com repercussões sobre todo o sistema. De maneira semelhante ao caso Clássico, os resultados mostraram-se bastante sensíveis às mudanças no parâmetro ρ_v, especialmente no que diz respeito ao período necessário para a convergência das variáveis ao *steady state*.

Ao realizar-se o exercício de comparação entre os desvios-padrão da série artificial e da observada, verificou-se que a volatilidade das séries artificiais são bastante inferiores aos desvios-padrão observados, o que sugere a presença de outros choques ao longo do período de análise.

Outro aspecto interessante é que o aumento da persistência contribuiu para elevar a volatilidade do produto, hiato e inflação, enquanto que no caso dos juros reais e nominais essa relação é inversa, ou seja, o aumento da persistência diminuiu o desvio-padrão das séries.

Quanto ao comportamento das funções de impulso-resposta, os mecanismos de transmissão da política monetária sobre as principais variáveis do sistema estão coerentes com a literatura. De uma forma geral, os resultados estão em linha com a

Tabela 3: **Desvios-Padrão no NKB**

ρ_v	Produto	Hiato	Inflação	*Juros Nominais*	*Juros Reais*
0,1	0,0010	0,0010	0,0033	0,0034	0,0037
0,3	0,0011	0,0011	0,0047	0,0018	0,0032
0,5	0,0013	0,0013	0,0071	0,0010	0,0026
Obs.	**0,029**	**0,023**	**0,011**	**0,008**	**0,011**

avaliação analítica efetuada anteriormente, com a inflação e o hiato caindo, enquanto que os juros reais e nominais sobem frente a esse choque. Cabe destacar que o produto natural não é alterado pelo choque monetário e, portanto, as variações do hiato correspondem às variações do produto efetivo.

Os resultados do modelo Novo-Keynesiano são substancialmente diferentes do observado no caso Clássico. Com efeito, frente ao mesmo choque, a variação do produto é de -0,12% e da inflação -0,48%; enquanto que os juros nominais sobem 0,18% e os reais 0,33%, impactos avaliados apenas no primeiro período. A Figura 2 ilustra os referidos resultados.

Vale ressaltar dois aspectos do comportamento dos juros nominais, que sobem menos do que o choque monetário em decorrência dos efeitos amortecedores da inflação e do hiato. Em especial, quando $\rho_v = 0,5$ esse efeito é tão intenso que as taxas nominais de juros vão para baixo do nível de equilíbrio após o choque monetário positivo, semelhantemente ao ocorrido no caso Clássico. O outro ponto diz respeito ao prazo de convergência das variáveis, que é nitidamente sensível ao grau de persistência do choque monetário, havendo uma volta mais rápida ao *steady state* quanto menor for a persistência. De fato, o retorno ao estado estacionário ocorre em aproximadamente um trimestre quando a persistência é baixa e supera quarenta trimestres quando ρ_v é maior.

Figura 2: **Funções de Impulso-Resposta do Modelo Novo-Keynesiano**

Esses resultados estão em consonância, pelo menos em termos qualitativos, com os observados na literatura que explora os efeitos monetários sobre a economia real. Contudo, esforços no sentido de especificar o parâmetro de persistência do choque monetário na economia brasileira mostram-se relevantes, sobretudo em decorrência da sensibilidade dos resultados apresentados as suas variações.

4.4 Um Choque Tecnológico

A tecnologia representa a eficiência da sociedade. Essa variável possui uma compreensão ampla, uma vez que aspectos como ambiente de negócios, grau de desenvolvimento das instituições e segurança jurídica devem ser contemplados em sua percepção. Essas particularidades dificultam a sua mensuração. Dadas as dificuldades inerentes ao cálculo da tecnologia, exercícios de confrontação com a realidade devem ser feitos com alguma cautela.

No que diz respeito à avaliação da volatilidade das séries, observou-se um descolamento do desvios-padrão do produto da série artificial e observada, em ambos os modelos. As estatísticas das séries artificiais foram razoavelmente diferentes dos resultados observados ao longo do período do Regime de Metas de Inflação. A especificação da função de produção e, conseqüentemente, do cálculo do choque do fator tecnológico podem estar por trás dessa incompatibilidade.

Concernente às funções de impulso-resposta, vale observar que o comportamento das variáveis pode ser ambígüo, dependendo da configuração dos parâmetros. No caso da calibração de referência, os resultados das variáveis de interesse estão em linha com as expectativas teóricas em ambos os casos.

Tabela 4: **Desvios-Padrão no RBC e NKB**

Modelo	Produto	Hiato	Inflação	*Juros Nominais*	*Juros Reais*
RBC	0,0175	–	0,0175	0,0227	0,0070
NKB	0,0158	0,0017	0,0355	0,0467	0,0147
Obs.	**0,029**	**0,023**	**0,011**	**0,008**	**0,011**

No modelo Clássico, um choque tecnológico positivo aumenta o produto e reduz a inflação. Quanto ao comportamento dessa última variável, a diminuição do custo marginal decorrente do aumento de produtividade gerado pelo choque tecnológico, permite uma redução dos preços.

Figura 3: **Funções de Impulso-Resposta do Modelo Clássico**

Já no modelo Novo-Keynesiano, ganhos tecnológicos causam distorções entre o produto natural e o efetivo, com aquele aumentando mais do que esse, contribuindo para uma queda no hiato do produto. Soma-se a esse efeito a redução do custo marginal, com repercussões sobre a taxa de inflação, que, por sua vez, cai. Esse movimento permite uma acomodação da política monetária, de forma que os juros nominais e reais diminuem.

Interessante notar que o choque afeta de maneira mais pronunciada os juros nominais e reais, bem como a inflação, no modelo Novo-Keynesiano. No caso Clássico, essas variáveis desviam do valor de *steady state* em -1,77%, -0,54% e -1,36%, respectivamente. Já no Novo-Keynesiano os valores são de -3,64%, -1,15% e -2,77%. Uma possível explicação para esse aspecto está relacionada a maior rigidez presente no modelo Novo-Keynesiano, que tende a contribuir para um ajustamento menos suave em direção ao estado estacionário.

Figura 4: **Funções de Impulso-Resposta do Modelo Novo-Keynesiano**

5 Conclusão

Esse trabalho teve como objetivo explorar as principais propriedades dos modelos de equilíbrio geral dinâmicos e estocásticos. Nesse sentido, selecionou-se duas classes de abordagens representativas da evolução desses modelos, a Clássica e a Novo-Keynesiana, que se diferem do ponto de vista teórico fundamentalmente em função do tratamento dado ao grau de rigidez de preços e à estrutura do mercado. Para avaliar o comportamento das duas abordagens frente a diferentes choques, utilizou-se a mesma função de reação do banco central e os mesmos parâmetros para as duas especificações. Como era de se esperar, os diagnósticos de política monetária encontrados foram bastante distintos.

A abordagem Clássica parte de uma economia fechada, de concorrência perfeita e com ausência de rigidez nominal de preços. O modelo desenvolvido é formado por famílias que fazem escolhas com respeito ao consumo e ao trabalho, dada restrição orçamentária. Sob a ótica qualitativa, as equações do modelo mostram que as variáveis reais não reagem a um choque monetário, enquanto que os juros nominais e a inflação têm relação inversa com esse choque. Concernente ao choque tecnológico, o produto reage positivamente, enquanto que a relação da inflação e dos juros nominais e reais é negativa.

O modelo Novo-Keynesiano também considera uma economia fechada, entretanto, tem como premissas um mercado de concorrência monopolística com rigidez nominal de preços. Essas considerações mostram que o comportamento das variáveis reais pode ser explicado a partir de efeitos monetários, com o hiato e a inflação relacionando-se negativamente com o componente exógeno do choque monetário, enquanto que as taxas de juros reagem positivamente a esse fator. Por sua vez, no que concerne aos efeitos do fator tecnológico, o hiato, a inflação e as taxas de juros apresentam relação negativa, enquanto que o emprego e o produto efetivo, positiva. Cabe destacar, no entanto, que o movimento dos juros nominais é bastante sensível à persistência do choque monetário.

Com respeito à avaliação empírica, os modelos Clássico e Novo-Keynesiano foram calibrados para o caso brasileiro, sendo que os desvios-padrão das variáveis artificiais não mostraram significativa aderência aos dados observados ao longo do Regime de Metas de Inflação. Curioso observar, entretanto, que a volatilidade do produto de ambos modelos aproximou-se da observada quando submetidos a um choque tecnológico. Esse resultado traz a tentação de sugerir que ao longo do período de Metas de Inflação os choques tecnológicos foram importantes para explicar os ciclos. Além disso, os comportamentos das variáveis endógenas, quando submetidas a choques exógenos, mostraram-se alinhados com as teorias que os dão suporte, em que pese a sensibilidade do movimento das taxas de juros à elevada persistência monetária no caso Novo-Keynesiano e da trajetória dos juros nominais no modelo Clássico.

Por fim, no que se refere ao desempenho nos exercícios propostos, não foi possível chegar a uma conlcusão sobre qual dos modelos reproduz melhor a os dados da economia brasileira. A exploração de uma avaliação mais sofisticada, a exemplo dos modelos tipo VAR como *benchmark* ou de uma calibração que procure reproduzir a volatilidade das demais séries, deve ser incorporada para uma investigação dessa natureza. Também pôde-se perceber a sensibilidade dos resultados aos parâmetros utilizados, especialmente os de persistência do choque monetário. Nesse sentido, dados os poucos estudos nessa área para economia brasileira, a consideração de novos instrumentos às abordagens – a exemplo da abertura das economias, inclusão do fator capital, etc. –, a mensuração dos parâmetros em questão, bem como a utilização de ferramentas que permitam comparar melhor os resultados dos modelos, são importantes para avançar nessa linha de pesquisa.

6 Referências Bibliográficas

ALTIG, D., L. CHRISTIANO, M. EICHENBAUM, e J. LINDE, **Firm-specific capital, nominal rigidities and the business cycle**. NBER Working Paper No. 11304, Jan, 2005.

ARAÚJO, M., M. BUGARIN, M. MUINHOS e J. SILVA, **The Effect of Adverse Supply Shocks on Monetary Policy and Output**. Banco Central do Brasil, WPS-103, 2006.

BERNANKE, B. **Measuring Monetary Policy**. National Bureau of Economic Research, 1996.

BLANCHARD, O. **Fiscal Dominance and Inflation Targeting: Lessons From Brazil**. National Bureau of Economic Research, Cambridgeper, 2004.

BUGARIN, M. N. S., ELLERY, R. G. e GOMES, V. **Long Run Implications of the Brazilian Capital Stock and Income Estimates**. Departamento de Economia da UnB. Texto para Discussão, n. 278, 2003.

CALVO, G. **Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework**. Journal of Monetary Economics, v. 12, n. 3, 1983.

CANOVA, F. **Methods for Applied Macroeconomic Research**. Princeton University Press, 2007.

CARNEIRO, D. e DUARTE, P. **Inércia de Juros e Regras de Taylor: Explorando as Funções de Resposta a Impulso em um Modelo de Equilíbrio Geral com Parâmetros Estilizados para o Brasil**. Departamento de Economia da PUC-Rio, TD 450, 2001.

CLARIDA, N., Galí, J. e GERTLER, M. **The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective**. Journal of Economic Literature, v. 37, p. 1661-707, 1999.

CHRISTIANO, L. J., EICHENBAUM, M. e EVANS, C. **Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy**, Journal of Political Economy, 113, 1-45, 2005.

CHRISTIANO, L. J., EICHENBAUM,M. e EVANS, C. **Monetary Policy Shocks: What Have We Learned and to What End?**, Handbook of Macroeconomics, Amsterdam, 1999.

FAVERO, C. A. **Applied Macroeconometrics**. Oxford University Press, Oxford, Cap. 6, 2001.

GALÍ, J. e GERTLER,M. **Macroeconomic modeling for monetary policy evaluation**, NBER Working Paper No. 13542, Journal of Economic Perspectives, vol. 21 (4), 25-45, 2007.

GALÍ, J., **Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework**, Princeton University Press, 2008.

GOUVEIA, S. **Price Rigidity in Brazil: Evidence from CPI Micro** , Banco Central do Brasil, WPS-143.

ISSLER, J. V. e PIQUEIRA, N. S. **Estimando a Aversão ao Risco, a Taxa de Desconto Intertemporal e a Substutibilidade Intertemporal do Consumo no Brasil usando Três Tipos de Função Utilidade**, Economics Working Papers (Ensaios Economicos da EPGE) 424, Graduate School of Economics, Getulio Vargas Foundation (Brazil), 2001.

KYDLAND, F. E. e PRESCOT, E. C., **Time to Build and Aggregate Fluctu-**

ations, Econometrica, Econometric Society, vol. 50(6), pág. 1345-70, Novembro, 1982.

LUCAS, R. E., **Econometric Policy Evaluation: A Critique**,*Carnegie-Rochester* Conference Series on Public Policy 1, 19-46, 1976.

MONACELLI, T., **Monetary Policy in a Low Pass-Through Environment**, Journal of Money,Credit, and Banking, 37(6), 1047-1066, 2005.

MUINHOS, M. e ALVES, S. **Medium-size Macroeconomic Model for the Brazilian Economy**, Banco Central do Brasil, WPS-64, 2003 .

MUINHOS, M. e NAKANE, M. **Comparing Equilibrium Real Interest Rates: Different Approaches to Measure Brazilian Rates**, Banco Central do Brasil, WPS-101.

ROTEMBERG, J. e WOODFORD, M. **An Optimization-Based Econometric Framework for the Evaluation of the Monetary Policy: expanded version.** NBER Technical Working Paper, n. 233, 1998.

ROTEMBERG, J. e WOODFORD, M. **Interest Rate Rules in an Estimated**

Sticky Price Model. In. TAYLOR, J. Monetary Policy Rules. University of Chicago Press, 1999.

SILVA, G. C. **Um Modelo Novo-Keynesiano de Política Monetária para a Economia Brasileira: Choques e Efeitos Macroeconômicos** , In: XXXIV ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 2006, SALVADOR. Anais da ANPEC 2006, 2006.

SIMS, C. A. **Interpreting the macroeconomic time series facts : The effects of monetary policy**, European Economic Review, Elsevier, vol. 36(5), pág. 975-1000, Julho, 1992.

SOUZA Jr., J. R. C. **Produto Potencial: conceitos, métodos de estimação e aplicação à economia brasileira**. Rio de Janeiro: Ipea, Texto para Discussão, n. 1.130, 2005.

WALSH, C. E., **Monetary Theory and Policy**, MIT Press, 2nd ed. 2003.

WOODFORD, M., **Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary**, Princeton University Press, 2003.

7 Apêndice

7.1 Log-Linearizações

7.1.1 Equação de Euler

A log-linearização da Equação de Euler (7), bem como as demais log-linearizações que envolvem um grau maior de complexidade, é resolvida por meio do algoritmo proposto por Uhlig (1997)[19]. Dessa forma, o *steady state* (ss) do modelo pode ser facilmente calculado retirando-se todas esperanças e índices de $Q_t = \beta\, E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right]$, de maneira que no ($ss$) $Q = \beta \left(\frac{C}{C} \right)^{-\sigma} \frac{P}{P}$, ou seja, $Q = \beta$. Dando prosseguimento ao algoritmo desenvolvido por Uhlig (1997) e usando o resultado do ss reesecreve-se a

[19] As técnicas de log-linearização desenvolvidas por Uhlig decorrem da utilização da tradicional aproximação de primeira ordem de Taylor. O algoritmo proposto pelo autor estabelece as seguintes etapas basicamente : *i)* calcular o valor da equação no *steady state*; *ii)* escrever a variável X_t em base exponencial, de forma que $X_t = Xe^{\ln X_t} = Xe^{x_t}$; e *iii)* substituir e^{x_t} por sua aproximação linear, dada por $1 + x_t$.

equação de Euler:

$$
\begin{aligned}
Q_t &= \beta\ E_t\left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right] \\
&\Downarrow \\
Qe^{q_t} &= \beta\ E_t\left[\left(\frac{Ce^{-\sigma c_{t+1}}}{Ce^{-\sigma c_t}}\frac{Pe^{p_t}}{Pe^{p_{t+1}}}\right)\right] \\
&\Downarrow \\
1+q_t &= 1-\sigma(c_{t+1}-c_t)+p_t-p_{t+1} \\
&\Downarrow \\
\ln Q_t - \ln Q &= -\sigma(c_{t+1}-c_t)+p_t-p_{t+1} \\
&\Downarrow \\
-i_t+\rho &= -\sigma(c_{t+1}-c_t)+p_t-p_{t+1} \\
&\Downarrow \\
y_t &= E_t\{y_{t+1}\}-\frac{1}{\sigma}(i_t-E_t\{\pi_{t+1}\}-\rho)
\end{aligned}
$$

onde $i_t = -\ln Q_t, \rho = -\ln Q = -\ln\beta$ e $\pi_{t+1} = p_{t+1} - p_t$. Além disso, a última passagem considera as condições de equilíbrio do sistema, ou seja, $c_t = y_t$.

7.1.2 Alocação do Consumo entre Diferentes Bens

Para definir a alocação do consumo entre diferentes bens, as famílias maximizar o índice de consumo dado os gastos agregados, $\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di = Z_t$. Dessa forma, montando-se o Lagrangiano, tem-se que:

$$L = \left[\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} - \lambda\left[\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di - Z_t\right]$$

A combinação das condições de primeira ordem com respeito a $C(i)$ e $C(j)$ fornecem a relação

$$C_t(i) = C_t(j)\left[\frac{P_t(i)}{P_t(j)}\right]^{-\epsilon} dj.$$

Com isso, tem-se que

$$\begin{aligned} Z_t &= \int_0^1 P_t(j)C_t(j)dj \\ &\Downarrow \\ &= \int_0^1 P_t(j)C_t(i)\left[\frac{P_t(i)}{P_t(j)}\right]^{\epsilon} dj \\ &\Downarrow \\ &= C_t(i)P_t(i)^{\epsilon}\int_0^1 P_t(j)^{1-\epsilon}dj. \end{aligned}$$

Como $P_t = \left[\int_0^1 P_t(j)^{1-\epsilon}dj\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$ e $C_t = \left[\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}}di\right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$, pode-se usar a relação obtida anteriormente $\left[C_t(i) = \frac{Z_t}{P_t(i)^{\epsilon}P_t^{1-\epsilon}}\right]$ com a definição de consumo agregado para provar que

$$P_tC_t = Z_t = \int_0^1 P_t(i)C_t(i)di$$

e que, portanto, pode-se determinar o consumo de cada bem em função do preço e consumo agregados, bem como de seu próprio preço:

$$C_t(i) = \left[\frac{P_t(i)}{P_t}\right]^{-\epsilon} C_t$$

7.1.3 Dinâmica dos Preços Agregados

Para determinar o comportamento dos preços agregados considera-se um modelo de fixação de preços escalonados de Calvo. Formalmente, considere os seguintes aspectos: *i)* $S(t) \subset [0,1]$ representa o conjunto de firmas que não reotimizam seus preços no período t; *ii)* a definição de nível de preço agregado $P_t = \left[\int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$; *iii)* todas as firmas que reajustam seus preços escolhem P_t^*, uma vez que se deparam com o mesmo problema. Dessa forma, tem-se que

$$\begin{aligned} P_t &= \left[\int_{S(t)} P_{t-1}(i)^{1-\epsilon} di + (1-\theta)(P_t^*)^{1-\epsilon}\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \\ &= \left[\theta (P_{t-1})^{1-\epsilon} + (1-\theta)(P_t^*)^{1-\epsilon}\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \end{aligned} \tag{80}$$

ou seja, o preço agregado é dado pela distribuição dos preços entre as firmas que mantiveram os preços efetivos de $t-1$ e as que reajustaram, ponderadas pelos parâmetros θ e $1-\theta$. Importante observar que a distribuição de preços entre as firmas que não reajustaram seus preços no período $t-1$ é dada pelo preço naquele mesmo período ponderado pelo número de firmas que não reajustaram seus preços.

Para prosseguir a demonstração, divide-se ambos os lados da equação (81) por $P_{t-1}^{1-\epsilon}$, de forma que

$$\Pi_t^{1-\epsilon} = \theta + (1-\theta)\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}\right)^{1-\epsilon} \tag{81}$$

onde $\Pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$ representa a inflação acumulada entre $t-1$ e t. Observe que no *steady state* com inflação igual a zero $P_t^* = P_{t-1} = P_t$ para todo t. Usando o método de Uhlig (1999), percebe-se que o cálculo da equação (82) no *steady state* não fornece informação relevante, de forma que ela pode ser reescrita como

$$
\begin{aligned}
\left[\Pi e^{\pi_t}\right]^{1-\epsilon} &= (1-\theta)\left(\frac{Pe^{p_t^*}}{Pe^{p_{t-1}}}\right)^{1-\epsilon} \\
&\Downarrow \\
e^{\pi_t(1-\epsilon)} &= (1-\theta)(e^{(1-\epsilon)(p_t^*-p_{t-1})}) \\
&\Downarrow \\
1+(1-\epsilon)\pi_t &= 1+(1-\theta)\left[(1-\epsilon)(p_t^*-p_{t-1})\right] \\
&\Downarrow \\
\pi_t &= (1-\theta)(p_t^*-p_{t-1}) \qquad (82)
\end{aligned}
$$

7.1.4 Condição de Otimalidade da Firma

Considerando que o conjunto de preços ótimos escolhido pela firma podem ser sumarizados na equação

$$\sum_{k=0}^{\infty}\theta^k E_t\left\{Q_{t,t+k}Y_{t+k|t}\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}-\Omega\ CMR_{t+k|t}\Pi_{t-1,t+k}\right)\right\}=0$$

e utilizando as informações referentes à restrição de demanda, $Y_{t+k|t}=\left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right)^{-\epsilon}C_{t+k}$, e ao fator de desconto intertemporal, $Q_{t,t+k}=\beta^k\left(\frac{C_{t+k}}{C_t}\right)^{-\sigma}\left(\frac{P_t}{P_{t+k}}\right)$, pode-se reescrever o conjunto de preços ótimos como

$$\sum_{k=0}^{\infty}\theta^k E_t\left\{\beta^k\left(\frac{C_{t+k}}{C_t}\right)^{-\sigma}\left(\frac{P_t}{P_{t+k}}\right)\left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right)^{-\epsilon}C_{t+k}\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}-\Omega\ CMR_{t+k|t}\Pi_{t-1,t+k}\right)\right\}=0.$$

No *steady state* a equação anterior fornece o seguinte resultado:

$$\begin{aligned}
\beta^k C(1 - \Omega\, CMR) &= 0 \\
&\Downarrow \\
CMR &= \frac{1}{\Omega}.
\end{aligned}$$

Além disso, executando-se as devidas simplificações, bem como retirando de dentro dos somatórios as variáveis que não pertecem ao indexador, a condição de otimalidade da firma é dada por

$$\frac{P_t^*}{P_{t-1}} \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \frac{C_{t+k}^{1-\sigma}}{P_{t+k}^{1-\epsilon}} = \Omega \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \frac{C_{t+k}^{1-\sigma}}{P_{t+k}^{1-\epsilon}}\, CMR_{t+k|t}\, \Pi_{t-1,t+k}. \tag{83}$$

Partido-se para a log-linearização do lado esquerdo da equação (84), pelo método de Uhlig (1999), tem-se que ela corresponde a

$$
\begin{aligned}
&= \frac{Pe^{p_t^*}}{Pe^{p_{t-1}}}\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k\frac{Ce^{(1-\sigma)c_{t+k}}}{Pe^{(1-\epsilon)p_{t+k}}}\\
&\Downarrow\\
&= \frac{C}{P}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k e^{(1-\sigma)c_{t+k}-(1-\epsilon)p_{t+k}+p_t^*-p_{t-1}}\right\}\\
&\Downarrow\\
&= \frac{C}{P}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t\left[1+(1-\sigma)c_{t+k}-(1-\epsilon)p_{t+k}+p_t^*-p_{t-1}\right]\right\}\\
&\Downarrow\\
&= \frac{C}{P}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k+\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k(p_t^*-p_{t-1})+\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[(1-\sigma)c_{t+k}-(1-\epsilon)p_{t+k}]\right\}\\
&\Downarrow\\
&= \frac{C}{P}\left\{\frac{1}{1-\theta\beta}+\frac{1}{1-\theta\beta}(p_t^*-p_{t-1})+\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[(1-\sigma)c_{t+k}-(1-\epsilon)p_{t+k}]\right\} \qquad (84)
\end{aligned}
$$

Com respeito ao lado direito da equação (84), tem-se que

$$
\begin{aligned}
&= \Omega\ \sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k\ \frac{C_{t+k}^{1-\sigma}}{P_{t+k}^{1-\epsilon}}\ CMR_{t+k|t}\ \Pi_{t-1,t+k}\\
&\Downarrow\\
&= \sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k\frac{Ce^{(1-\sigma)c_{t+k}}}{Pe^{(1-\epsilon)p_{t+k}}}\ \Omega\ e^{\omega}\ CMR\ e^{cmr_{t+k|t}}\ \Pi\ e^{\pi_{t-1,t+k}}\\
&\Downarrow\\
&= \frac{C}{P}\ \Omega\ CMR\ \Pi\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k e^{(1-\sigma)c_{t+k}-(1-\epsilon)p_{t+k}+\omega+cmr_{t+k|t}+\pi_{t-1,t+k}}. \qquad (85)
\end{aligned}
$$

Lembrando que $\Omega = \frac{1}{CMR}$, ou seja, $\log\Omega = -\log CMR$, que pode ser escrita com a seguinte denominação $\omega = -cmr$. Dessa forma, a equação (86) pode ser reescrita como

$$
\begin{aligned}
&= \frac{C}{P}\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[1 + (1-\sigma)c_{t+k} - (1-\epsilon)p_{t+k} + \underbrace{\widehat{cmr_{t+k}}_{|t}}_{cmr_{t+k|t}-cmr} + \pi_{t-1,t+k}] \\
&\Downarrow \\
&= \frac{C}{P}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k + \sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[(1-\sigma)c_{t+k} - (1-\epsilon)p_{t+k}] + \sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[\widehat{cmr_{t+k}}_{|t} + \pi_{t-1,t+k}]\right\} \\
&\Downarrow \\
&= \frac{C}{P}\left\{\frac{1}{1-\theta\beta} + \sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[(1-\sigma)c_{t+k} - (1-\varepsilon)p_{t+k}] + \sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[\widehat{cmr_{t+k}}_{|t} + \pi_{t-1,t+k}]\right\}
\end{aligned} \quad (86)
$$

Igualando-se as equações (85) e (87), bem como efetuando-se os devidos cancelamentos de elementos que estão de ambos os lados da igualdade, obtém-se o resultado que se queria demonstrar:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{1-\theta\beta}(p_t^* - p_{t-1}) &= \sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[\widehat{cmr_{t+k}}_{|t} + \pi_{t-1,t+k}] \\
&\Downarrow \\
p_t^* - p_{t-1} &= (1-\theta\beta)\sum_{k=0}^{\infty}(\theta\beta)^k E_t[\widehat{cmr_{t+k}}_{|t} + p_{t+k} - p_{t-1}].
\end{aligned} \quad (87)
$$