

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UMA ABORDAGEM EULERIANA-LAGRANGEANA
PARA SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS
TURBULENTOS COM FRONTEIRAS MÓVEIS

LUCIANO GONÇALVES NOLETO

TESE DE DOUTORADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

BRASÍLIA/DF: JULHO - 2010.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
UMA ABORDAGEM EULERIANA-LAGRANGEANA
PARA SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS
TURBULENTOS COM FRONTEIRAS MÓVEIS
LUCIANO GONÇALVES NOLETO

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

Prof. Antonio César Pinho Brasil Junior, DSc. (ENM-UnB)
(Orientador)

Prof. Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior, PhD. (FGA-UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Mário Benjamim Baptista de Siqueira, PhD. (ENM-UnB)
(Examinador Interno)

Prof^a. Lavínia Maria Sanabio Alves Borges, DSc. (COPPE - UFRJ)
(Examinadora Externa)

Prof. Carlos Alberto Gurgel Veras, DSc. (ENM-UnB)
(Examinador Suplente)

BRASÍLIA/DF, 23 DE JULHO DE 2010.

FICHA CATALOGRÁFICA

NOLETO, LUCIANO GONÇALVES

Uma Abordagem Euleriana-Lagrangeana Para Simulação de Escoamentos Turbulentos com Fronteiras Móveis [Distrito Federal] 2010.

xvii, 174p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Doutor, Ciências Mecânicas.)

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| 1. Escoamentos em Fronteiras Móveis | 2. Modelagem da Turbulência |
| 3. Malhas móveis | 4. Método dos Elementos Finitos |
| I. ENM/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

NOLETO, L. G. (2010). Uma Abordagem Euleriana-Lagrangeana Para Simulação de Escoamentos Turbulentos com Fronteiras Móveis, Publicação ENM.TD - 07/2010, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 174p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Luciano Gonçalves Noletto.

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Uma Abordagem Euleriana-Lagrangeana Para Simulação de Escoamentos Turbulentos com Fronteiras Móveis.

GRAU / ANO: Doutor / 2010

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Luciano Gonçalves Noletto
SQN 316 Bloco I Apartamento 405
70775-090 Brasília - DF - Brasil.

“A pessoa deve seguir seu caminho como um pequeno verme que rasteja pela terra, de pouco em pouco. Deuses e Budas começaram com um só voto.”

“Na região de Kamigata, existe uma espécie de marmita que é usada durante um único dia, em que se apreciam as flores. Depois elas são descartadas e quebradas com os pés. Esta é uma das minhas recordações de Kyoto. O fim de todas as coisas é importante”

(Excertos do *Hagakure*, de Yamamoto Tsunetomo)

AGRADECIMENTOS

A Deus.

A meus pais e irmão Marcos.

Ao prof. Antonio C. P. Brasil Junior, pela orientação e pelos anos de convivência profissional.

Ao prof. Manuel Barcelos, cuja ajuda foi crucial para o andamento deste trabalho.

Ao prof. Taygoara Oliveira, cuja visão crítica exerceu enorme contribuição sobre este trabalho.

Ao prof. Sérgio Frey, da UFRGS, que durante a qualificação deste doutorado forneceu valiosos comentários que deram a este trabalho a forma que possui agora.

A todos os membros do Laboratório de Energia e Ambiente, em especial ao Prof. Lucio Salomon, Prof. Aldo João, José Gustavo, Anna Paula, Thiago Oliveira, Márcio Lima e a todos os funcionários do ENM, especialmente José Filipe e Marco Lopes.

Ao grupo de Aikido Aizenkai, em especial ao mestre Ichitami Shikanai, aos professores Nelson e Iliana Takayanagi, Hélio Sobrino, Elson Leal, Edison Nascimento, José Mauricio, Aginaldo Andrade e José Nunes. Aos amigos e companheiros de tatame Lênin Velozo, Luciene Arakaki, Ronaldo Arakaki, Pedro Carlos, Alessandro Rocha, José Leonardo Santos, Tiago Cunico, Claudionor Nunes, Diana Brito, Ricardo Meira e Nicolas Tissot.

Ao mestre Phil Relnick, sua esposa Nobuko, e seus alunos dos EUA, que em um curto espaço de tempo me ensinaram muito mais do que a arte do bastão.

E a todos que de alguma forma ajudaram neste trabalho.

RESUMO

UMA ABORDAGEM EULERIANA-LAGRANGEANA PARA SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS COM FRONTEIRAS MÓVEIS

Autor: Luciano Gonçalves Noletto

Orientador: Antonio César Pinho Brasil Junior

Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas

Brasília, 23 de julho de 2010

O presente trabalho irá apresentar resultados da simulação de escoamentos turbulentos com geometria móvel. Sua motivação decorre do fato de que este tipo de escoamento ainda representa um desafio em termos de engenharia e de pesquisa. A ocorrência de problemas práticos de escoamentos turbulentos que possuem geometrias móveis é percebida em várias áreas de conhecimento. Para efetuar as simulações, foi empregado o código CORDEL, desenvolvido em linguagem MATLAB pelo laboratório de energia e ambiente da UnB. Para efetuar a simulação da fronteira móvel, metodologias de movimentação de malha foram implementadas no código. Para a simulação do escoamento, empregou-se a modelagem clássica da turbulência com o método dos elementos finitos e a formulação Euleriana-Lagrangeana Arbitrária.

Inicialmente, foram implementadas cinco metodologias de movimentação de malha. Quatro baseadas em uma abordagem pseudo-estrutural e uma abordagem pseudo-escoamento. A abordagem pseudo-escoamento, baseada no escoamento de Stokes, foi ineditamente discretizada em um contexto de métodos de projeção em elementos finitos. Os resultados obtidos para a movimentação da malha mostraram que a maioria das metodologias movimentaram a malha de forma adequada, sem apresentar problemas de integridade de malha. A metodologia do pseudo-escoamento mostrou bons resultados mas exigiu um passo de tempo mais baixo.

Posteriormente foram simulados dois casos com domínios fixos. Os resultados obtidos se mostram em consonância com a literatura pesquisada. Em uma das simulações com modelagem da turbulência híbrida foi feita uma alteração no valor de uma de suas constantes. Esta alteração objetiva obter resultados mais realistas do arrasto. Os resultados obtidos com o novo valor da constante mostraram um valor de arrasto em maior proximidade com dados numéricos obtidos pela literatura. Finalmente foram efetuadas simulações do escoamento em fronteiras móveis. Os resultados obtidos mostram em consonância com a literatura, mas o caso do cilindro necessita de dados experimentais que o validem.

ABSTRACT

A EULERIAN-LAGRANGEAN APPROACH FOR NUMERICAL SIMULATION OF TURBULENT FLOWS WITH MOVING BOUNDARIES

Author: Luciano Gonçalves Noletto

Advisor: Antonio César Pinho Brasil Junior

Graduation Program in Mechanical Sciences

Brasília, july of 2010

The present work presents results of numerical simulations of turbulent flows with moving boundaries. Its motivation is given by the fact that this kind of flow still represents a challenge in terms of engineering and research. The occurrence of practical problems of turbulent flows that has moving boundaries is known in several research areas. To perform the simulations, the Finite Element code CORDEL, developed in MATLAB language by the Laboratory of Energy and Environment of University of Brasilia was employed. It was used a classical turbulence modeling, discretized in a finite element projection method with the Arbitrary Lagrangean Eulerian approach for the moving boundary.

Initially, five mesh motion methodologies were implemented: Four based on a pseudo-structural approach and one based on a pseudo-flow approach. The pseudo-flow approach was based on a Stokes flow problem and newly discretized into a finite element projection method. The results obtained for the mesh moving showed that the majority of the methodologies moved the mesh adequately, without presenting integrity problems. The pseudo-flow methodology showed good results, but demanded a lower timestep.

Finally, flows with fixed and moving boundaries were simulated. The obtained results showed resemblance with the literature. It was made in one of the hybrid simulations an alteration of the value of one of its constants. This alteration has the objective of obtain more realistic results for drag coefficient. The results with the new value showed an average drag that is closer to tridimensional results at the literature. The results with moving boundaries are similar with the literature, but one of the simulated cases need experimental validation.

SUMÁRIO

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 | MOTIVAÇÃO | 1 |
| 1.2 | OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO | 5 |
| 1.3 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 6 |
| 2 | ALGORITMOS DE MOVIMENTAÇÃO DA MALHA | 15 |
| 2.1 | PROBLEMAS DE FRONTEIRA MÓVEL - DEFINIÇÕES | 15 |
| 2.1.1 | Formulação ALE para Problemas com Domínio Variável | 16 |
| 2.2 | FORMULAÇÃO MATEMÁTICA | 19 |
| 2.2.1 | Campo de Deslocamento Nodal | 20 |
| 2.2.2 | Campo de Velocidade Nodal | 21 |
| 2.3 | MALHAS TRIANGULARES E QUALIDADE DA MALHA | 23 |
| 2.3.1 | Lei de Conservação Geométrica | 25 |
| 2.4 | DISCRETIZAÇÃO | 29 |
| 2.4.1 | Solução Pseudo-Estrutural | 29 |
| 2.4.2 | Algoritmo de Projeção Pseudo-Stokes - Pseudo Escoamento | 32 |
| 2.5 | RESULTADOS | 34 |
| 2.5.1 | Movimentação da Malha | 35 |
| 2.5.2 | Parâmetro de Qualidade e Divergente da Velocidade da Malha | 39 |
| 3 | FORMULAÇÃO MATEMÁTICA - ESCOAMENTO | 44 |
| 3.1 | NOÇÕES DE TURBULÊNCIA EM FLUIDOS | 44 |
| 3.2 | DECOMPOSIÇÃO DE REYNOLDS | 49 |
| 3.2.1 | O Problema de Fechamento | 49 |
| 3.2.2 | Hipótese de Boussinesq | 52 |
| 3.2.3 | Modelo de Turbulência SST (<i>Shear Stress Transport</i>) | 54 |
| 3.2.4 | Modelo DES-SST | 56 |
| 3.2.5 | Distância até a Parede | 59 |
| 4 | FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS | 63 |
| 4.1 | FORMULAÇÃO FORTE | 63 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.2 | MÉTODO DE PROJEÇÃO INCREMENTAL | 64 |
| 4.2.1 | Discretização Temporal | 65 |
| 4.2.2 | Forma Fraca Padrão | 67 |
| 4.2.3 | Discretização Espacial | 70 |
| 4.2.4 | Passo de Tempo | 72 |
| 4.3 | ESTRUTURA DO CÓDIGO <i>CORDEL</i> | 74 |
| 5 | RESULTADOS PARA ESCOAMENTOS COM DOMÍNIOS FIXOS | 76 |
| 5.1 | ESCOAMENTO SOBRE UM PERFIL NACA 0012 FIXO | 76 |
| 5.1.1 | Descrição do escoamento | 76 |
| 5.1.2 | Detalhes Computacionais | 77 |
| 5.1.3 | Resultados e Análise | 79 |
| 5.2 | ESCOAMENTO SOBRE UM CILINDRO PRÓXIMO A UM PLANO . | 86 |
| 5.2.1 | Descrição do escoamento | 86 |
| 5.2.2 | Detalhes Computacionais | 88 |
| 5.2.3 | Resultados e Análise | 90 |
| 6 | MÉTODO EULERIANO-LAGRANGEANO ARBITRÁRIO | 117 |
| 6.1 | DEFORMAÇÃO DE UM MEIO CONTÍNUO | 117 |
| 6.2 | FORMULAÇÃO EULERIANA-LAGRANGEANA ARBITRÁRIA . . . | 121 |
| 6.3 | FORMAS FORTE E FRACA - ALE | 124 |
| 7 | RESULTADOS PARA ESCOAMENTOS COM DOMÍNIOS MÓVEIS | 129 |
| 7.1 | ESCOAMENTO SOBRE UM PERFIL NACA 0012 MÓVEL | 129 |
| 7.1.1 | Descrição do Problema - <i>Stall</i> Dinâmico | 129 |
| 7.1.2 | Modelos Simplificados de <i>Stall</i> Dinâmico | 133 |
| 7.1.3 | Detalhes Computacionais | 136 |
| 7.1.4 | Resultados e Análise | 137 |
| 7.2 | ESCOAMENTO SOBRE UM CILINDRO OSCILATÓRIO PRÓXIMO A UM PLANO | 152 |
| 7.2.1 | Descrição do Problema | 152 |
| 7.2.2 | Detalhes Computacionais | 152 |
| 7.2.3 | Resultados e Análise | 153 |
| 8 | CONCLUSÕES | 161 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 165 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|-----|--|-----|
| 2.1 | Valores mínimos para q e máximos para o divergente da velocidade da malha - aerofólio | 43 |
| 2.2 | Valores mínimos para q e máximos para o divergente da velocidade da malha - Cilindros em Aproximação | 43 |
| 5.1 | Coefficiente de Arrasto médio e Número de Strouhal para diferentes distâncias | 113 |
| 5.2 | Coefficiente de Arrasto Médio - DES SST | 116 |

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|------|---|-----|
| 2.1 | Evolução Temporal do Domínio | 16 |
| 2.2 | Evolução Temporal da Malha | 16 |
| 2.3 | Movimentação ALE | 17 |
| 2.4 | Mapeamentos do Domínio | 17 |
| 2.5 | Exemplos de elementos de malha | 25 |
| 2.6 | Elemento com molas fictícias nos nós | 30 |
| 2.7 | Malhas antes e após movimentação - Aerofólio | 37 |
| 2.8 | Malha de cálculo antes e após deformação - Cilindros em Aproximação | 38 |
| 2.9 | Parâmetro de Qualidade da Malha - Aerofólio | 41 |
| 2.10 | Parâmetro de Qualidade da Malha - Cilindros em Aproximação | 42 |
| 4.1 | Estrutura do Código CORDEL | 75 |
| 5.1 | Domínio e Malha - Aerofólio Estático | 78 |
| 5.2 | Vetores Velocidade - Aerofólio Estático | 80 |
| 5.3 | Linhas de Corrente - Aerofólio Estático | 81 |
| 5.4 | Contornos de Pressão - Aerofólio Estático | 82 |
| 5.5 | Contornos de Vorticidade - Aerofólio Estático | 83 |
| 5.6 | Coeficientes Aerodinâmicos | 85 |
| 5.7 | Configuração do domínio do Escoamento | 88 |
| 5.8 | Topologia do Escoamento (Adaptado de [8]) | 88 |
| 5.9 | Domínio e Malha - Cilindro próximo a um Plano | 89 |
| 5.10 | Vetores Velocidade - $h/d = 0.2$ | 92 |
| 5.11 | Linhas de Corrente - $h/d = 0.2$ | 93 |
| 5.12 | Contornos de Pressão - $h/d = 0.2$ | 94 |
| 5.13 | Contornos de Vorticidade - $h/d = 0.2$ | 95 |
| 5.14 | Vetores Velocidade - $h/d = 0.4$ | 96 |
| 5.15 | Linhas de Corrente - $h/d = 0.4$ | 97 |
| 5.16 | Contornos de Pressão - $h/d = 0.4$ | 98 |
| 5.17 | Contornos de Vorticidade - $h/d = 0.4$ | 99 |
| 5.18 | Vetores Velocidade - $h/d = 0.5$ | 100 |

| | | |
|------|--|-----|
| 5.19 | Linhas de Corrente - $h/d = 0.5$ | 101 |
| 5.20 | Contornos de Pressão - $h/d = 0.5$ | 102 |
| 5.21 | Contornos de Vorticidade - $h/d = 0.5$ | 103 |
| 5.22 | Vetores Velocidade - $h/d = 0.6$ | 104 |
| 5.23 | Linhas de Corrente - $h/d = 0.6$ | 105 |
| 5.24 | Contornos de Pressão - $h/d = 0.6$ | 106 |
| 5.25 | Contornos de Vorticidade - $h/d = 0.6$ | 107 |
| 5.26 | Coefficientes instantâneos de Arrasto | 110 |
| 5.27 | Coefficientes instantâneos de Sustentação | 112 |
| 5.28 | Coefficiente de Pressão | 114 |
| 5.29 | Resultados DES SST (Contornos com mesmos valores que os resultados anteriores) | 115 |
| 5.30 | Coefficientes instantâneos de Arrasto - DES SST | 116 |
| 6.1 | Deformação de um Meio Contínuo triangular | 118 |
| 6.2 | Formulação ALE em coordenadas cartesianas | 121 |
| 6.3 | Estrutura do Código CORDEL ALE | 128 |
| 7.1 | Topologia do <i>stall</i> dinâmico em um perfil NACA 0015 (Adaptado de [62]) | 131 |
| 7.2 | Aerofólio NACA 0012 após movimentação | 137 |
| 7.3 | Vetores Velocidade - Aerofólio Dinâmico para cima | 140 |
| 7.4 | Linhas de Corrente - Aerofólio Dinâmico para cima | 141 |
| 7.5 | Contornos de Pressão - Aerofólio Dinâmico para cima | 142 |
| 7.6 | Contornos de Vorticidade - Aerofólio Dinâmico para cima | 143 |
| 7.7 | Vetores Velocidade - Aerofólio Dinâmico para baixo | 144 |
| 7.8 | Linhas de Corrente - Aerofólio Dinâmico para baixo | 145 |
| 7.9 | Contornos de Pressão - Aerofólio Dinâmico para baixo | 146 |
| 7.10 | Contornos de Vorticidade - Aerofólio Dinâmico para baixo | 147 |
| 7.11 | Coefficientes Aerodinâmicos dinâmicos | 151 |
| 7.12 | Cilindro próximo ao plano após movimentação | 153 |
| 7.13 | Vetores Velocidade | 156 |
| 7.14 | Linhas de Corrente | 157 |
| 7.15 | Contornos de Pressão | 158 |
| 7.16 | Contornos de Vorticidade | 159 |
| 7.17 | Coefficientes Aerodinâmicos dinâmicos | 160 |

LISTA DE SÍMBOLOS

Ω : Domínio de Cálculo

Γ : Fronteiras do domínio

τ : Número de elementos

Φ, Ψ, χ : Funções de Mapeamento

t : Tempo (s)

x_i : Coordenadas cartesianas espaciais (m)

X_i : Coordenadas cartesianas materiais (m)

w_i : Velocidade da Malha (m/s)

q_i : Vetor Deslocamento (m)

ρ : Massa Específica (kg/m^3)

σ_{ij} : Tensor de Tensões (kg/m^3)

λ, K : Constantes de Lamé (N/m^2)

e : Dilatação

E_{ij} : Tensor Deformação

δ_{ij} : Delta de Kronecker

p : Campo de Pressão (Pa)

ν : Viscosidade Cinemática (m^2/s)

q_m : Parâmetro de qualidade da malha

A_e : Área do elemento de malha (m^2)

a, b, c : lados do elemento de malha (m)

J : Jacobiano

b, ϕ, ξ : Funções Escalares Advectadas

u_i : Velocidade do escoamento (m/s)

\mathbf{M} : Matriz de massa

\mathbf{C} : Matriz de Amortecimento

\mathbf{K} : Matriz de Rigidez

\mathbf{R} : Vetor Força de Reação

η : Velocidade Angular (rad/s)

N : Funções de forma

τ_{ij} : Tensor Taxa de Deformação

μ : Viscosidade Dinâmica (Pa.s)

$\overline{\rho u'_i u'_j}$: Tensor de Reynolds

k : Energia Cinética de Turbulência

ε : Dissipação de Turbulência

ω : Frequência Turbulenta

ν_t, μ_t : Viscosidade Turbulenta Cinemática e dinâmica

$\beta', \alpha_1, \beta_1, \sigma_{k1}, \sigma_{\omega1}, \alpha_2, \beta_2, \sigma_{k2}, \sigma_{\omega2}$: Constantes do modelo SST

L_t : Escala de comprimento (m)

Δ_1 : Espaçamento local da malha (m)

C_{DES} : Constante do modelo DES SST

θ : Potencial da distância até a parede

Re_L : Número de Reynolds baseado no comprimento da placa plana

Re_x : Número de Reynolds do escoamento

U_0 : Velocidade do Escoamento não-perturbado (m/s)

c_f : Coeficiente de Atrito

y : Distância até a parede (m)

y^+ : Distância adimensionalizada até a parede

u^* : Velocidade de Atrito (m/s)

n : Vetor normal de um elemento

\mathbf{v}, q : Funções Peso

α : Ângulo de Ataque (graus)

C_d, C_l, C_p : Coeficientes de Arrasto, Sustentação e Pressão

F_d, F_l : Forças de Arrasto e Sustentação (N)

A : Área de Superfície (m^2)

h : Distância entre o cilindro e o plano (m)

d : Diâmetro do Cilindro (m)

L : Comprimento do Plano (m)

St : Número de Strouhal

F_{ir} : Tensor gradiente de deformação material

ϵ_{rst} : Permutador de Levi-Cevita

B_{ij} : Tensor de Cauchy-Green à direita

ϑ : Velocidade Relativa (m/s)

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Problemas com fronteiras móveis são muito comuns na engenharia [117]. Típicos exemplos são o processamento de materiais, propagação de chama e recuperação de óleo, movimento de partes móveis em máquinas hidráulicas, quilhas de barcos, rompimento de barragens, movimentação de superfícies de controle em aviões, ação do vento sobre estruturas, fragmentação de superfícies sólidas, explosões e estruturas infláveis dentre muitos outros. Outros exemplos de escoamentos em fronteiras móveis são vistos na bioengenharia, o escoamento do sangue em artérias e vasos sanguíneos é fortemente influenciado pelo movimento pulsátil do coração. O mecanismo de enchimento e esvaziamento de ar dos pulmões é outro exemplo deste problema.

Dentro deste tipo de problema encontra-se uma área da engenharia denominada como interação fluido-estrutura, onde o problema hidrodinâmico e mecânico (este último podendo ser um problema de vibrações mecânicas, ou de mecânica dos materiais) interagem entre si mutuamente. Esse tipo de problema é caracterizado por fronteiras internas ou interfaces que demarcam regiões com propriedades físicas diferentes. Nestas interfaces as propriedades do material que compõem a fronteira, bem como sua fase, composição ou característica do escoamento podem variar rapidamente. O elemento mais importante de problemas de fronteira móvel é a combinação entre a dinâmica da interface e o transporte de quantidades ligadas ao escoamento.

Um típico exemplo de escoamento em torno de fronteiras móveis ocorreu na ponte de Tacoma Narrows na década de 40. Neste caso, o projeto da ponte não levou em conta o efeito dinâmico do vento na ponte. Quatro meses depois de sua inauguração, um vento de 67 km/h levou ao surgimento de vibrações na frequência natural¹ da ponte, causando sua ruína estrutural. Muito por conta deste incidente, pesquisas nesta área começaram a ser feitas de modo a evitar que este ocorrido se repetisse. Cabe ressaltar que a influência exercida pode ser mútua, ou seja, o escoamento influencia a fronteira

¹Este fenômeno é conhecido como *Aerodinamical Flutter*, onde as forças aerodinâmicas se unem ao modo natural de vibração de uma dada estrutura.

móvel, que por sua vez influencia o escoamento. Este problema deu origem à formação da área de pesquisa denominada aeroelasticidade.

Além da interação entre fluido e estrutura, outros mecanismos, como processos químicos, mudança de fase de sólido para líquido e sua recíproca, e derretimento por contato, muito presente em processos de Tribologia [117], podem ocorrer em problemas desta natureza. Esses fatores tornam o estudo do escoamento em fronteiras móveis altamente complexo, mesmo quando os modelos matemáticos constitutivos de cada mecanismo estão bem estabelecidos. Um dos grandes complicadores ocorre no momento em que os problemas precisam ser acoplados, de modo a se observar a influência de um mecanismo em outro. Além disto, sob o ponto de vista da mecânica dos meios contínuos, a fronteira sólida costuma ser tratada como uma descontinuidade no escoamento, o que leva a problemas de geração de malha e cálculo do escoamento.

Muito dos escoamentos presentes em problemas com fronteiras móveis são turbulentos. A movimentação dos corpos imersos no escoamento pode inibir ou precipitar a transição à turbulência. Exemplos destes fenômenos são o *stall* dinâmico [30], geração ou interrupção de esteiras turbulentas em corpos rombudos e aerodinâmicos [58] e fenômenos de vibração induzida pelo escoamento [86]. O regime do escoamento pode inserir uma complexidade adicional no escoamento devido à natureza da turbulência.

A turbulência é um fenômeno presente na natureza, no dia-a-dia da vida humana e na engenharia. O seu movimento é regido por equações diferenciais parciais não lineares. Por conta disto, soluções analíticas podem ser encontradas apenas para escoamentos bem simples [95]. Ainda hoje, esta não-linearidade representa uma dificuldade, sendo que a grande maioria das pesquisas em turbulência visam encontrar modelos capazes de prever escoamentos turbulentos com adequado grau de precisão e de baixo custo computacional [67]. O custo é outro fator restritivo: embora a tecnologia de processamento numérico tenha ganhado enorme desenvolvimento ao longo da década de 90 e da década atual, o desenvolvimento de ferramentas numéricas para a turbulência ainda é limitado pela capacidade computacional existente [103]. Por outro lado, é inegável o avanço das metodologias numéricas atuais, que seriam impossíveis com os recursos existentes no passado. Graças a isto, é possível realizar experimentações numéricas de escoamentos com grau moderado de simplicidade em questão de algumas horas de cálculo computacional [58]. Outra evidência deste avanço reside no fato de que as simulações numéricas de alto desempenho realizada nos dias de hoje compreendem geometrias complexas e o estudo de fenômenos de combustão e de escoamentos multifásicos com

técnicas numéricas modernas, antes restritas pela capacidade computacional [104]. A junção de problemas de escoamentos turbulentos com problemas de fronteiras móveis ainda representa um campo inexplorado pela pesquisa acadêmica dos dias atuais [67], [95].

Problemas de fronteiras móveis são usualmente explorados nas seguintes abordagens [119],[117]:

- Abordagens Lagrangeanas
- Abordagens Eulerianas
- Abordagens Eulerianas-Lagrangeanas

Entre as abordagens Lagrangeanas, citam-se os métodos onde a malha move-se juntamente com o escoamento. Isto impõe a necessidade de um cálculo da posição dos nós e elementos da malha após a resolução do problema hidrodinâmico [27]. Isto se deve ao fato de que a malha precisa se reconfigurar após o deslocamento da geometria. Outra possibilidade é a simulação de métodos que dispensam a utilização de malha. Um exemplo desta possibilidade é o SPH² [84], que utiliza a movimentação lagrangeana de partículas no escoamento.

As abordagens Eulerianas são os métodos de malha fixa. Aqui se citam os problemas que fazem uso de condições de contorno dinâmicas para contemplar a movimentação da geometria. Aqui, a movimentação da geometria é feita de modo a se encaixar na malha fixa. Uma exigência destes métodos é a imposição de condições de pressão e velocidade na superfície móvel. Métodos do tipo VOF³ são representativos deste tipo de método [119], [117].As abordagens Eulerianas-Lagrangeanas compreendem referenciais distintos para o escoamento, para a geometria móvel e para a malha. Exemplos desta abordagem são denotados pelo método da Fronteira Imersa ([58]) e o esquema Euleriano-Lagrangeano Arbitrário [1], [77].

Em formulações do tipo Euleriana-Lagrangeana Arbitrárias o domínio de cálculo pode se mover de forma independente do escoamento. Enquanto o escoamento é calculado normalmente, o domínio é movimentado através de técnicas de movimentação de malha

²*Smooth Particle Hydrodynamics*

³*Volume of Fluid*

[36], e os dois problemas se relacionam através da velocidade relativa entre os nós da malha e o escoamento. Para evitar instabilidades no cálculo do escoamento originadas pela alteração da posição dos nós, regras de conservação geométrica são impostas para manter a integridade do elemento de malha.

O aperfeiçoamento de um código para escoamentos turbulentos em elementos finitos para superfícies móveis permitirá a simulação de uma variedade de escoamentos com fronteiras móveis. Isto se justifica pelo fato de que uma grande parte dos escoamentos presentes em problemas desta natureza é turbulenta, conforme mencionado anteriormente. Como consequência, ainda não se conhece de forma detalhada os efeitos físicos da turbulência em geometrias móveis, bem como a imposição de condições iniciais e de contorno, geração de malha e efeitos numéricos da alteração da configuração original da malha [67], [104]. Além de todos estes fatores, o custo computacional surge como outra variável, visto que o simples fato da geometria imersa no escoamento se movimentar pode representar significativo efeito no tempo de simulação.

As contribuições que o presente trabalho propõe apresentar são:

- Existem poucos trabalhos na literatura que aplicam uma formulação Euleriana Lagrangeana arbitrária para a resolução de escoamentos turbulentos transientes em fronteiras móveis. O presente trabalho visa ocupar a lacuna existente ao fornecer resultados numéricos transientes do escoamento turbulento em geometrias móveis através de métodos de movimentação de malha utilizando o método dos Elementos Finitos. Com os resultados oriundos deste trabalho, será possível estudar a resposta do escoamento, e da turbulência, à movimentação da geometria. Para estas simulações, serão utilizadas metodologias de movimentação de malha tradicionais e uma nova proposta.
- O presente trabalho estudará uma formulação de movimentação de malha baseada em campo de velocidade dos nós da malha. Esta formulação se baseia em um pseudo-escoamento baseado no escoamento de Stokes. A inovação consiste em resolver a movimentação da malha através de um método de projeção em elementos finitos. Neste método, o campo de velocidade da malha é projetado em um campo solenoidal. Esta restrição mantém a integridade geométrica do elemento da malha automaticamente, conforme será mostrado nos capítulos subsequentes.
- Em uma das simulações estáticas será feita uma alteração da modelagem da

turbulência em modelos híbridos do tipo DES⁴. Objetiva-se observar se esta mudança resultará em valores simulados mais próximos da realidade mensurada do escoamento.

1.2 OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O objetivo do presente trabalho é estudar numericamente o problema do escoamento turbulento em torno de geometrias móveis com o uso de movimentação de malha. Será utilizado o método dos Elementos Finitos para a resolução do problema hidrodinâmico. A formulação Euleriana-Lagrangeana Arbitrária será utilizada, juntamente com métodos de movimentação de malha baseados no deslocamento de nós e métodos baseados no campo de velocidade da malha. Para este estudo, será utilizado o código CORDEL bidimensional implementado em MATLAB totalmente desenvolvido no laboratório de Energia e Ambiente da UnB.

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Estudar e implementar metodologias de movimentação de malha em códigos bidimensionais. Pretende-se observar se os algoritmos representativos das metodologias produzem resultados consistentes e com qualidade adequada;
- Simular escoamentos turbulentos sem superfícies móveis com o método dos elementos finitos, de modo a verificar se o código produz resultados condizentes com a realidade do escoamento. Além disto, pretende-se analisar a modelagem híbrida da turbulência com alterações em uma de suas constantes, para observar seu efeito no escoamento simulado;
- Simular escoamentos turbulentos com superfícies móveis com o método dos elementos finitos e malhas móveis. Pretende-se utilizar a metodologia Euleriana-Lagrangeana arbitrária para estudar casos pouco conhecidos na literatura;

O presente trabalho se dividirá em oito capítulos. O segundo capítulo descreverá a metodologia matemática utilizada para movimentação da malha, e os resultados obtidos para testes das diferentes metodologias de movimentação. O terceiro capítulo mostrará

⁴*Detached Eddy Simulation*

a formulação matemática de escoamentos turbulentos. O quarto capítulo descreverá a formulação de elementos finitos empregada pelo presente trabalho. O quinto capítulo mostrará os resultados obtidos para dois casos bidimensionais fixos simulados: Escoamento em torno do perfil NACA 0012 fixo e o escoamento em torno de um cilindro próximo a um plano. O sexto capítulo trará a formulação matemática da metodologia Euleriana-Lagrangeana arbitrária. O sétimo capítulo mostrará a formulação teórica do fenômeno de *stall* dinâmico, cujos efeitos foram estudados por um dos resultados obtidos para superfícies móveis: Escoamento em torno do perfil NACA 0012 móvel. Este capítulo trará também os resultados do escoamento em torno de um cilindro oscilatório próximo a um plano. O oitavo capítulo descreverá as conclusões obtidas, juntamente com sugestões de atividades futuras.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

De forma simples, o método dos elementos finitos é um método que trabalha com funções de base locais, que são multiplicadas por funções peso e integradas. O resultado final é dependente das integrais resultantes. Este método tem como vantagem a possibilidade de aplicação a geometrias complexas, a facilidade de programação dos esquemas de interpolação, e a sólida base matemática, disponível em vários trabalhos ao longo de várias décadas. Cabe ressaltar que o maior desafio do método dos elementos finitos na solução de escoamentos fluidos é encontrar, na forma fraca, equações que sejam equivalentes às equações da forma forte, e a garantia de estabilização do termo advectivo. A junção do método dos elementos finitos com a metodologia Euleriana Lagrangeana Arbitrária para simulação numérica de escoamentos fluidos vem sendo utilizada a algum tempo. É possível encontrar na literatura exemplos deste aplicações onde o escoamento é resolvido em um contexto de elementos finitos e a malha é movimentada através de outros métodos numéricos.

- O estudo de Bazilevs e Hughes [7] sobre curvas do tipo NURBS⁵, curvas estas que permitem a descrição exata de geometrias circulares, visa observar a discretização em elementos finitos de geometrias representativas de escoamentos rotativos ou de superfícies móveis em movimento de rotação. Analisou-se o escoamento em dois rotores confinados em uma geometria retangular. A metodologia dos autores buscou manter em sua formulação características de consistência e estabilidade,

⁵*Non-Uniform Rational B-Splines*

de modo a obter robustez e precisão. Os resultados obtidos mostraram que a metodologia foi bem sucedida;

- Dettmer e Peric [29] avaliaram as formas de acoplamento entre a movimentação da malha e a movimentação do escoamento. A importância deste acoplamento se deve ao fato de que qualquer metodologia Euleriana-Lagrangeana Arbitrária depende de como a malha se move em relação ao escoamento. A malha irá se mover de acordo com a movimentação desejada da geometria. O artigo mostra que, se alguns termos de acoplamento forem calculados de forma exata, a eficiência computacional para vários casos pode ser aumentada significativamente. Um dos casos onde se observou o aumento da eficiência computacional é o escoamento em tubos flexíveis;
- Braun e Awruch [11] estudaram numericamente a ação do vento na ponte que cruza o rio Guamá, localizada no estado do Pará. Os autores apresentam análises aerodinâmicas e aeroelásticas, de modo a comparar com resultados experimentais previamente obtidos. Para a simulação numérica, utilizou-se o método de pseudo-compressibilidade e simulação de grandes escalas, juntamente com a metodologia Euleriana-Lagrangeana Arbitrária. Foi utilizado o método dos elementos finitos para a discretização, com o esquema de estabilização *Taylor-Galerkin*. Os problemas estrutural e de escoamento do fluido foram resolvidos pelo código de forma sequencial através de um esquema de acoplamento particionado. Os resultados obtidos mostraram boa concordância com a literatura, e permitiram a obtenção de coeficientes aerodinâmicos críticos do fenômeno de *flutter*. Os autores ressaltam que, para a geometria analisada, não se observou muitas distorções;
- Dubcova et al. [33] estudaram a vibração induzida por turbulência em aerofólios. O escoamento estudado é em duas dimensões. O aerofólio vibra em dois graus de liberdade: um em torno de seu eixo elástico e na direção vertical. Utilizou-se o método dos elementos finitos com a metodologia Euleriana-Lagrangeana Arbitrária. Utilizaram-se os modelos de Cebeci-Smith e de Baldwin-Lomax para modelagem da turbulência. O perfil utilizado é o NACA 0012. Os resultados laminares obtidos mostraram perda de estabilidade. Os resultados turbulentos mostraram maior precisão;
- Dettmer e Peric [28] avaliaram a modelagem do escoamento em superfícies móveis. O escoamento é discretizado via método dos elementos finitos, com um esquema de estabilização para a pressão em forma completamente implícita. Utilizou-se a metodologia Euleriana-Lagrangeana Arbitrária para a superfície móvel. Os au-

tores ressaltam em suas conclusões que, embora a metodologia e os resultados sejam bidimensionais, a forma de modelagem apresentada é passível de expansão para três dimensões, desde que se disponibilize a capacidade computacional requisitada;

- Duan e Li [32] utilizaram o método dos elementos finitos com estabilização CBS⁶ e a metodologia Euleriana-Lagrangeana para a simulação de escoamentos de fluidos não-Newtonianos com transferência de calor para simular um processo de fabricação de injeção de polímeros em um molde. O método é implementado em sua forma totalmente implícita com um modelo de lei de potência para o fluido não-Newtoniano. Os resultados obtidos mostraram boa concordância com os resultados da literatura, validando a metodologia adotada pelos autores;
- Sung et al. [108] utilizaram o método dos Elementos Finitos e a metodologia Euleriana-Lagrangeana arbitrária para estudar a precisão temporal de escoamentos transientes com movimentação da geometria e com vórtices que transitam no domínio do escoamento. Os esquemas de estabilização de Galerkin e SUPG⁷ foram utilizados nas simulações numéricas. Abordaram-se os problemas de vórtices estáticos e em movimentação, o problema de *sloshing* e da movimentação de uma onda. Observou-se que os resultados numéricos obtidos mostram-se em boa concordância com resultados experimentais disponíveis na literatura.
- Masud e Hughes [77] investigaram a estabilidade numérica das equações de movimento do fluido quando a malha de cálculo é submetida a movimentação pela metodologia Euleriana-Lagrangeana arbitrária. É apresentada uma prova matemática do efeito de desestabilização e da convergência da malha móvel ao longo do cálculo do escoamento. Os autores observaram que o erro residual é passível de aumento devido à movimentação da malha. São sugeridas algumas condições de modo a minorar tais efeitos e evitar que simulações transientes saiam de estáveis e precisas para instáveis e imprecisas. A análise feita pelo artigo permite a expansão desta investigação para as equações de Navier-Stokes reescritas pela metodologia Euleriana Lagrangeana Arbitrária.
- Kershaw et al. [60] desenvolveram um esquema numérico para escoamentos fluidos tridimensionais com a metodologia Euleriana-Lagrangeana arbitrária e o método dos Elementos Finitos. O esquema em questão envolve o esquema de Godunov com malhas não estruturadas. Para a discretização espacial, elementos isoparamétricos trilineares são utilizados. Para a discretização temporal, o

⁶ *Characteristic Based Split*

⁷ *Streamline Upwind Petrov-Galerkin*

método explícito de Runge-Kutta de segunda ordem é utilizado. A programação do código é feita com orientação a objeto através da linguagem C++. Segundo os autores, os resultados obtidos mostram que o código possui boa robustez para escoamentos compressíveis supersônicos.

O desenvolvimento de metodologias para a simulação numérica de escoamentos com fronteiras móveis tem sido intenso, especialmente nos últimos anos. Metodologias tipo VOF, o método da Fronteira Imersa e metodologias completamente Lagrangeanas têm sido exaustivamente pesquisadas. O método Euleriano-Lagrangeano Arbitrário tem como característica ter uma parte do domínio de cálculo que se move e se deforma de acordo com o movimento fluido. Esta movimentação pode ser representada através da movimentação da malha. Para garantir que o escoamento tenha coerência física, é necessário que o algoritmo de cálculo atenda a lei de conservação geométrica, que impõe que independente do movimento da malha, esta seja capaz de preservar a solução de escoamento uniforme após deformação.

- Degand e Farhat [26] apresentaram uma metodologia de movimentação de malha baseada em uma analogia com molas tridimensionais para controle do movimento dos nós da malha. O método visa evitar triangularizações inválidas nos tetraedros da malha, garantindo assim robustez do cálculo do escoamento com esta malha. A metodologia foi aplicada a problemas de superfícies móveis com geometrias complexas. Os autores ressaltaram nos resultados obtidos como a metodologia evita triangularizações inválidas, além de manter a robustez e a qualidade da malha.
- Guillard e Farhat [52] propõem uma base teórica para a lei de conservação geométrica. Os autores mostram que a lei de conservação geométrica corresponde a uma condição mínima de precisão temporal de primeira ordem para a malha móvel. Se esta condição for atendida, a malha deformada é capaz de reproduzir com exatidão um escoamento uniforme, atendendo assim a lei de conservação geométrica.
- Farhat e Geuzaine [37] revisaram duas metodologias de integração temporal para discretização das equações de Navier-Stokes na abordagem Euleriana Lagrangeana arbitrária. Cada metodologia se baseia em conceitos matemáticos distintos. Inicialmente, os autores verificaram a capacidade de cada metodologia em atender a lei de conservação geométrica. Isto garantido, os autores aplicaram

cada metodologia em casos distintos, desenvolvendo assim uma metodologia que possibilita o desenvolvimento de algoritmos robustos para resolver problemas de escoamentos fluidos com malhas móveis.

- Lesoinne e Farhat [70] apresentam uma teoria unificada para a lei de conservação geométrica. Métodos numéricos de discretização conhecidos na literatura são aplicados para este estudo. Os autores ressaltam que a lei de conservação geométrica impõe restrições aos algoritmos de modo a garantir que o cálculo não resulte em soluções espúrias ou sem significado físico. São mostrados resultados de problemas de aeroelasticidade que enfatizam a importância da lei de conservação geométrica, bem como o seu impacto no custo computacional destas simulações.
- Kamakoti e Shyy [59] apresentam formas alternativas da lei de conservação geométrica. Estas formas se baseiam na avaliação do Jacobiano e do volume de cada elemento de malha em um algoritmo que resolve as equações de Navier-Stokes. Os autores observaram que a velocidade da malha e a relação entre a solução do fluido e lei de conservação geométrica são mais impactantes no cumprimento da lei do que a ordem de precisão temporal.
- Farhat et al. [39] apresentam uma metodologia para criação de procedimentos que possibilitem a solução de problemas de interação fluido-estrutura utilizando malhas móveis. É empregado um algoritmo de solução para o fluido que possui precisão temporal de segunda ordem para a malha e um algoritmo de solução para a estrutura adequado para problemas desta natureza. Os autores apresentam resultados de simulações tridimensionais em problemas de aeroelasticidade. Estes resultados apresentam desempenho computacional estável para cada parte do problema.

Diversas pesquisas numéricas e experimentais referentes a *Stall* dinâmico já foram desenvolvidos. A maioria dos trabalhos experimentais presentes na literatura preocupou-se em medir os coeficientes aerodinâmicos em um perfil oscilando segundo uma função temporal senoidal, variando a frequência e a amplitude de oscilação em torno de um ângulo médio. Também é comum encontrar trabalhos experimentais contendo visualização de escoamento com técnicas de PIV ⁸ e LDV ⁹. Por sua vez, os trabalhos numéricos verificam a influência de parâmetros, tais como o ângulo de ataque e o

⁸*Particle Image Velocimetry*

⁹*Laser Doppler Velocimetry*

número de Reynolds no *stall* dinâmico. Outras aplicações numéricas se referem a validar técnicas numéricas para movimentação do aerofólio e para a previsão do *stall* dinâmico.

- Larsen et al.[62] apresentaram um modelo de previsão da sustentação para perfis aerodinâmicos, que se baseia na forma da previsão da sustentação em *stall* estático como uma função do ângulo de ataque. Assumindo que os parâmetros da sustentação estática são conhecidos, efeitos transientes são incluídos. O modelo proposto é comparado com outros cinco modelos para *stall* dinâmico em duas situações distintas. Os autores ressaltam que, devido à falta de dados experimentais, a calibração para os modelos analisados ficou limitada, e os resultados obtidos ilustram a capacidade dos modelos em prever de forma básica a sustentação. O modelo proposto usa menos parâmetros para descrever a sustentação dinâmica, sendo assim menos caro computacionalmente.
- Sahin et al. [99] estudaram numericamente o *stall* dinâmico e a atenuação deste através de uma metodologia que deforma o bordo de ataque de um perfil NACA 0012. Esta deformação foi feita através do aumento do raio do bordo de ataque e do aumento da espessura do perfil para altos ângulos de ataque. Os autores observaram que os efeitos histeréticos do *stall* dinâmico são minorados com estas modificações para um número de Mach de 0.3. Para valores superiores do número de Mach (em torno de 0.4) os efeitos do *stall dinâmico* aumentaram consideravelmente, devido ao descolamento da camada limite induzida por ondas de choque.
- Visbal et al. [112] estudaram numericamente o escoamento em torno de perfis aerodinâmicos em movimento e flexíveis para observar a separação do escoamento em situações onde o perfil se mantém estático e em movimento. Os autores notaram que o escoamento começa com uma camada cisalhante que se desenvolve para um vórtice que, posteriormente, começa a mostrar sinais de instabilidade turbulenta. Esta instabilidade levam ao surgimento de estruturas turbulentas que levam à separação do escoamento (no caso estático) e que podem colar o escoamento no extradorso do perfil (no caso dinâmico)
- Ol et al. [92] realizaram estudos numéricos, experimentais e teóricos da física do escoamento em torno de perfis aerodinâmicos rígidos. Diferentes regimes de *stall* dinâmico foram estudados de modo a determinar a precisão de cada método em prever a sustentação, mesmo na presença de efeitos de descolamento. Os

autores concluíram que em regimes leves do *stall* dinâmico o escoamento pode ser aproximado para bidimensional, ao passo que para regimes onde o *stall* é mais profundo, efeitos tridimensionais importantes ocorrem. Estes efeitos são responsáveis pelos mecanismos de recolamento e de separação do escoamento.

- Em [90] é feito um trabalho de previsão numérica do *stall* dinâmico para escoamentos turbulentos. Este artigo é parte integrante de um trabalho de estudo do *stall* dinâmico desenvolvido pela ONERA. Os modelos de turbulência de Baldwin-Lomax e a variação do modelo $k - \varepsilon$ de Launder e Sharma foram empregados. Os autores notaram que os modelos de turbulência não foram capazes de prever adequadamente os coeficientes. Por outro lado, os métodos numéricos utilizados mostraram capacidade de prover resultados coerentes.
- Em [91] é feita uma comparação entre três metodologias numéricas para modelamento do *stall* dinâmico. Duas metodologias utilizam as equações de Navier-Stokes e a última utiliza um acoplamento de interação entre fenômenos viscosos e invíscidos. Os autores observaram que o ponto onde o escoamento transiciona para a turbulência exerce efeito significativo na previsão das forças aerodinâmicas. Além disto, concluiu-se que a utilização de malhas grosseiras tendem a produzir camadas limites mais espessas e, conseqüentemente, conduzir a uma separação prematura do escoamento.

O completo entendimento do escoamento ao redor de corpos rombudos tem sido alvo de intensa pesquisa. Esse tema encontra interesse nas mais diversas áreas da engenharia, aplicando-se a problemas tais como: Vibrações induzidas pelo escoamento, transferência de calor em trocadores de calor, feixes de barras de material físsil, determinação de esforços fluido-dinâmicos em aeronaves entre outros. Embora haja significativa literatura dedicada ao estudo de escoamento sobre cilindros alguns pontos ainda permanecem obscuros como é o caso de cilindros junto a superfícies estacionárias. Soluções completas acerca das características da camada limite são necessárias, pois poderão responder questões quanto ao ponto de separação da camada limite, se há ou não transição do regime do escoamento e como as características superficiais podem influenciar na formação da esteira viscosa a jusante do corpo.

- Bimbato et al. [8] estudaram numericamente o escoamento ao redor de um cilindro próximo a um plano em movimento. Os autores observaram as atividades importantes ao escoamento externo, observando que estas são fundamentalmente encontradas nessa região. A vorticidade gerada junto a superfície do

corpo é lançada à esteira viscosa, que se desenvolve e produz cargas dinâmicas devido a quantidades flutuantes da turbulência. Cargas dinâmicas podem induzir vibrações harmônicas em estruturas, que, sincronizadas ao desprendimento de vórtices podem ter sua segurança operacional abalada.

- Estudos numéricos e experimentais sobre as características do desprendimento de vórtices a jusante de um cilindro próximo a um plano móvel foram conduzidos por Nishino et al. [88], Nishino e Roberts [87] e Nishino et al. [89]. O primeiro trabalho é experimental, onde mostraram-se resultados de arrasto e sustentação médias obtidas via PIV. Duas configurações distintas foram submetidas a ensaios: uma com placas nas extremidades do cilindro e a outra sem placas nas extremidades. Observou-se que sem as placas, o escoamento mostrou-se essencialmente bi-dimensional. Os resultados mostraram que o desprendimento de vórtices do tipo von Kármán ocorria logo a jusante do cilindro, sempre quando a distância adimensional entre o cilindro e a placa h/d era maior que 0,50. Contudo, quando esse este número adimensional diminuía, para valores inferiores a 0,35, o desprendimento cessava. As camadas cisalhantes, oriundas da separação da camada limite, produziam apenas pequenos vórtices e atrás do cilindro uma zona pobre em termos de vorticidade era formada. Os valores de coeficiente de arrasto também foram computados. Quando a valor de h/d diminuía de 0,50 para 0,35, o coeficiente de arrasto também decrescia. Na configuração sem placas os resultados mostraram pouco efeito da distância adimensional entre o cilindro e a placa. O segundo trabalho é numérico, onde o número de Reynolds das simulações foi baseado na velocidade do escoamento livre, U , e no diâmetro do cilindro, D . Foram simulados $Re = 0.4 \times 10^5$ e 1.0×10^5 . Os autores observaram que os resultados tinham semelhança com os resultados experimentais, mas observaram que as simulações URANS não previram a inibição da emissão de vórtices. Uma análise sobre a teoria da estabilidade aplicada a este escoamento e o efeito da modelagem da turbulência nesta estabilidade explicaram a imprecisão do cálculo numérico. No terceiro trabalho as instabilidades que originam a emissão de vórtices para este escoamento foi estudada. Os autores determinaram que dois tipos de instabilidades ocorriam neste escoamento: Instabilidades absolutas e instabilidades advectivas. Cada instabilidade exerce um efeito distinto na esteira do cilindro, e portanto, cada instabilidade tem um papel no início e na interrupção da emissão de vórtices.
- Lei et al [64] estudaram o escoamento no redor de um cilindro próximo a um plano estacionário com técnicas experimentais. Observou-se a influência da espessura

da camada limite do plano e o gradiente de pressão gerado por esta última nos coeficientes aerodinâmicos e na esteira do cilindro. Os autores observaram que os coeficientes aerodinâmicos variam com a distância entre o cilindro e o plano. Para diferentes camadas limite, o comportamento da esteira do cilindro também variou. Os autores também observaram que para pequenas distâncias entre o cilindro e o plano, a emissão de vórtices tende a diminuir e finalmente a completa cessação.

- Huang e Sung [55] efetuaram simulações numéricas do escoamento em torno de um cilindro próximo a um plano em movimento. Os autores mostraram as variações das forças e as frequências de desprendimento de vórtices. Os resultados mostraram que a inibição e completa interrupção da emissão de vórtices tem sua origem no efeito estabilizador que a proximidade do cilindro com o plano exerce na esteira. Observou-se também o intervalo onde a emissão de vórtices cessa completamente, e a camada cisalhante na parte inferior do cilindro se desenvolve de forma passiva, alterando a topologia da esteira.
- Wang e Tan [113] compararam padrões do escoamento na esteira de um cilindro circular e quadrado próximos a um plano. Os efeitos da distância entre o cilindro e o plano, e da forma do cilindro foram analisadas. Os autores observaram que as duas formas do cilindro tiveram o mesmo padrão de formação da esteira de vórtices e da supressão da emissão de vórtices. Por outro lado, as formas mostraram diferenças na formação da camada cisalhante, comprimento da esteira, desenvolvimento da esteira e advecção de quantidade de movimento.
- Price et al. [96] visualizaram o escoamento em torno de um cilindro circular próximo a um plano utilizando PIV. Os autores observaram quatro padrões distintos: Para pequenas distâncias entre o cilindro e o plano, a esteira apresenta uma topologia sem emissão de vórtices ou separação da camada limite. Para regiões um pouco maiores, a topologia é análoga, com a diferença que existe uma camada cisalhante que é emitida para a esteira do cilindro. Para distâncias intermediárias, a esteira apresenta comportamento de emissão de vórtices e para distâncias grandes, a camada limite do plano não é separada.

2 ALGORITMOS DE MOVIMENTAÇÃO DA MALHA

Este capítulo descreverá o problema de movimentação de malha. Será descrita a formulação matemática deste problema e as estratégias de resolução. Posteriormente, serão discutidos critérios de avaliação da qualidade da malha após a movimentação. Finalmente serão mostrados resultados das metodologias implementadas pelo presente trabalho.

2.1 PROBLEMAS DE FRONTEIRA MÓVEL - DEFINIÇÕES

Seja o problema de escoamento de fluido definido em um domínio espacial $\Omega_t \in \mathbb{R}^N$ ($N=2$ ou 3), limitado por fronteiras fechadas $\{\Gamma_k; k = 1, n_s\}$, como ilustrado na figura 2.1. No contexto de problemas de fronteira móvel, parte das superfícies Γ_k movimentam-se induzindo assim uma modificação geométrica do domínio ao longo do tempo.

A utilização de métodos numéricos adaptados aos problemas de fronteira móvel induz a uma discretização espacial do domínio Ω_t que se modifica ao longo do tempo, necessitando assim uma abordagem que considere a evolução dinâmica da malha. Considerando portanto problemas bidimensionais discretizados por elementos finitos triangulares, Ω_t é repartido em um conjunto de elementos não superpostos $\tau_{h,t}$. No presente trabalho, a estratégia adotada consiste em modificar unicamente a posição de nós ao longo do tempo, sem modificar o arranjo estrutural dos elementos que constituem a malha (figura 2.2). Assim, estabelece-se uma formulação que considera um algoritmo de malha móvel.

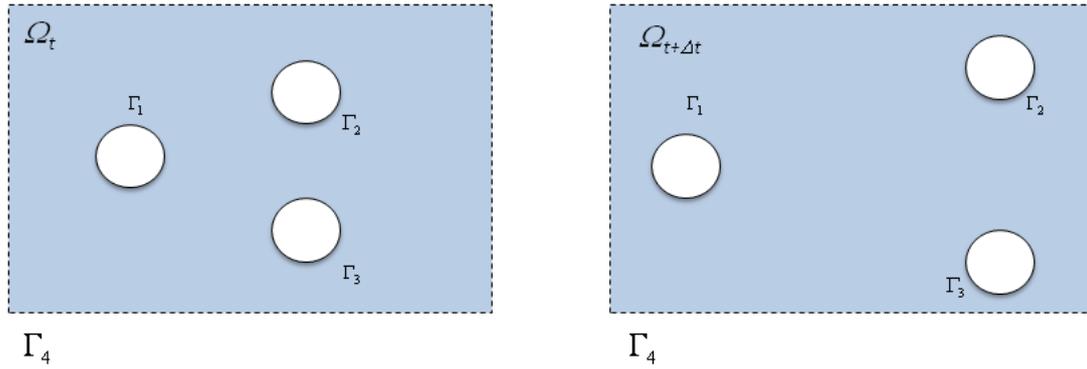


Figura 2.1: Evolução Temporal do Domínio

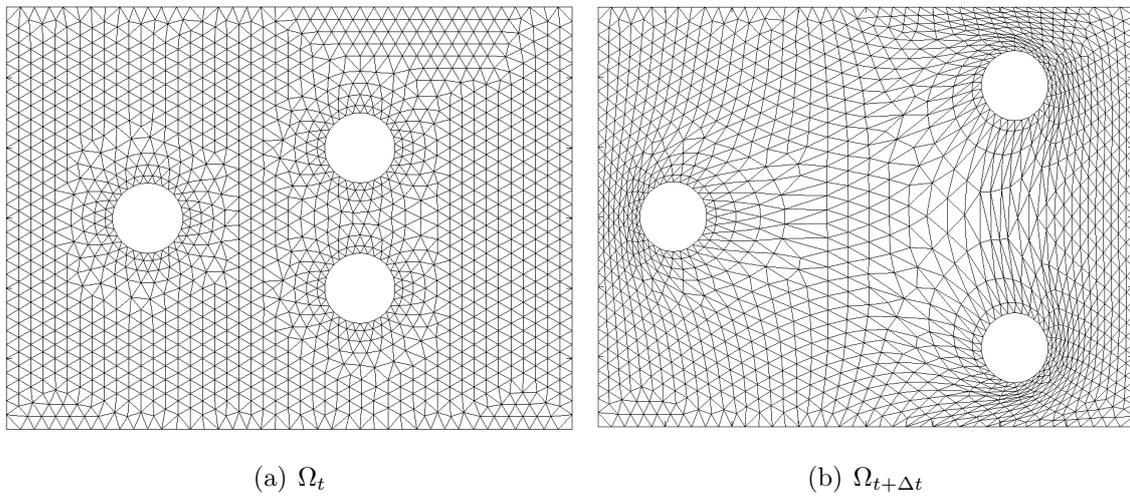


Figura 2.2: Evolução Temporal da Malha

2.1.1 Formulação ALE para Problemas com Domínio Variável

A formulação do método ALE¹ parte de uma descrição do escoamento que leve em conta a movimentação da malha e a movimentação do escoamento, de modo a acoplar o problema fluido com o problema da movimentação da fronteira. Esta movimentação parte de uma configuração de referência (Ω_0) para uma configuração (Ω) ao longo de um espaço percorrido (A_t), denotado da seguinte forma:

$$A_t : \Omega_0 \longrightarrow \Omega_t, X \longmapsto x(X, t) = A_t(X) \quad (2.1)$$

¹Do inglês *Arbitrary Eulerian-Lagrangean* - ALE

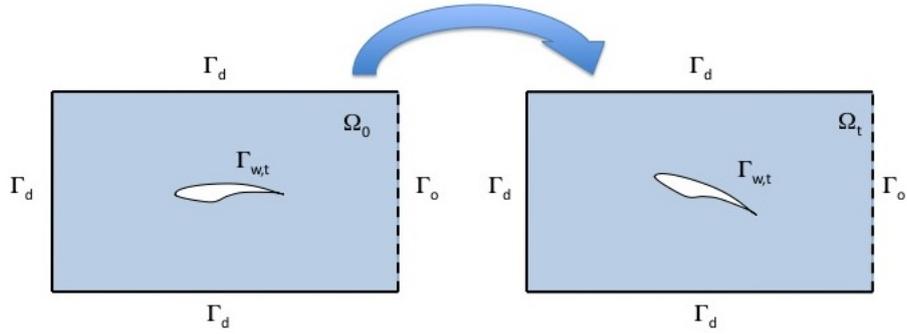


Figura 2.3: Movimentação ALE

Na formulação ALE a configuração de referência é mapeada através de transformações distintas Φ e Ψ . Cada transformação mapeia a configuração de referência em domínios espacial (Euleriano) e material (Lagrangeano) respectivamente, conforme mostra a figura 2.4. A configuração de referência é introduzida para identificar os nós da malha. O mapeamento concernente ao domínio espacial durante dois instantes t_i e t_f é dado por:

$$\begin{aligned} \Phi & : \quad \Omega_0 \times [t_i, t_f[\implies \Omega_x \times [t_i, t_f[\\ (x_0, t) & \longrightarrow \Phi(x_0, t) = (x, t) \end{aligned} \tag{2.2}$$

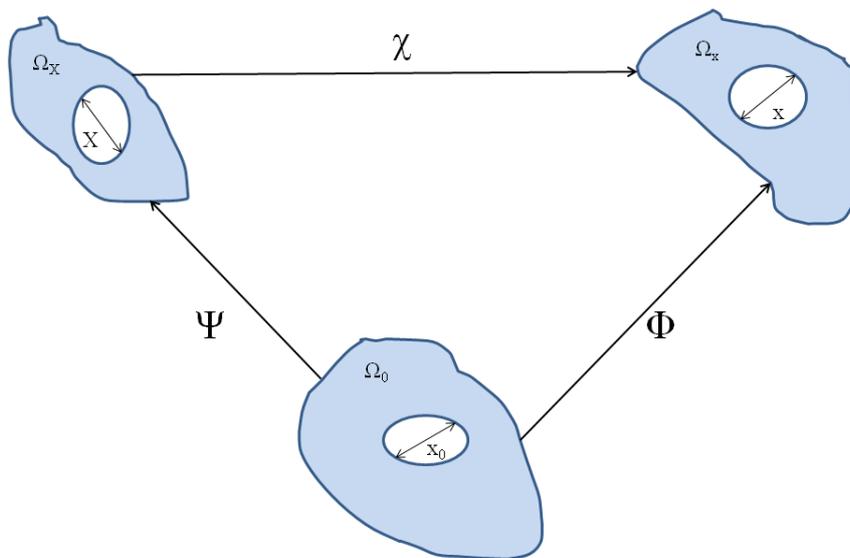


Figura 2.4: Mapeamentos do Domínio

Já o mapeamento concernente ao domínio material entre os mesmos instantes será convenientemente escrito pela sua inversa:

$$\begin{aligned} \Psi^{-1} & : \quad \Omega_0 \times [t_i, t_f[\Longrightarrow \Omega_X \times [t_i, t_f[\\ (X, t) & \longrightarrow \Psi^{-1}(X, t) = (x_0, t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

O mapeamento espacial irá se referir ao movimento dos nós da malha, ao passo que o mapeamento material irá se referir ao movimento das partículas do escoamento. É possível escrever um mapeamento do domínio material para o domínio espacial χ , tal que:

$$\chi = \Phi \cdot \Psi^{-1} \quad (2.4)$$

Portanto, o mapeamento χ será dado por:

$$\begin{aligned} \chi & : \quad \Omega_X \times [t_i, t_f[\Longrightarrow \Omega_x \times [t_i, t_f[\\ (X, t) & \longrightarrow \chi(X, t) = (x, t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

O método Euleriano-Lagrangeano Arbitrário consiste em reescrever as equações de movimento fluido, de modo a compreender a movimentação da geometria e, por consequência, da malha. Esta reformulação é feita devido a um re-mapeamento do domínio, partindo de uma configuração inicial para uma configuração final, ocorrida em um dado tempo. A idéia do método é obter uma descrição generalizada que combine as vantagens das abordagens Euleriana e Lagrangeana em calcular escoamentos numericamente e minimize as desvantagens de cada abordagem [31]. A formulação de toda a teoria matemática do método ALE pode ser vista em [6] e [7]. Será feita na seção a seguir a formulação matemática da movimentação da malha. A formulação matemática do escoamento será feita no capítulo 3. A relação entre ambas as formulações será vista no capítulo 5.

2.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O algoritmo de malha móvel deve resolver a cinemática do domínio Ω , definida apenas pelo movimento de uma parte do domínio $\Gamma_{w,t}$. O movimento previsto da fronteira móvel define a movimentação geométrica do domínio através da função de mapeamento χ e sua velocidade local $w_i(x, t)$. Logo, o problema de movimentação de malha é definido pelo seguinte problema matemático:

Encontrar $x_i(X_i, t)$ tal que:

$$\mathcal{L}(x_i) = 0 \tag{2.6}$$

A condição de contorno é dada por:

$$x_i = x_w \quad \text{em} \quad \Gamma_{w,t} \tag{2.7}$$

$\mathcal{L}(\cdot)$ representa um operador matemático relacionado com a função de mapeamento χ devido à deformação do domínio.

As estratégias de resolução do problema de movimento da malha são dadas por:

- Campo de deslocamento nodal
- Campo de velocidade nodal

Na primeira opção a malha é tratada como um sistema dinâmico, onde o problema é discretizado e as condições de contorno da malha são impostas através do deslocamento de seus nós. A configuração final da malha é determinada através da solução da equação constitutiva do problema pseudo-estrutural, onde o campo de deslocamento é adicionado à configuração original da malha.

Na segunda opção, a malha é tratada como um escoamento, onde os nós são partículas carregadas por um escoamento fluido fictício. A configuração final da malha é determinada através da solução das equações governantes de um pseudo-escoamento, aonde o

campo de velocidade é convertido em deslocamento dos nós da malha através de um incremento temporal e adicionado à configuração original da malha.

2.2.1 Campo de Deslocamento Nodal

A equação governante para um meio pseudo-estrutural contínuo é representado através das equações da elastodinâmica para situações com ausência de forças de corpo [36], [61]:

$$\rho_{ps} \frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = f_{ps} \quad (2.8)$$

Com condição de contorno:

$$q_i(t) = q_0(t) \text{ em } \Gamma_{ps} \quad (2.9)$$

Aqui, $q(t)$ é o campo de deslocamento, ρ_{ps} é a densidade pseudo-estrutural, σ_{ij} é o pseudo-tensor de tensões de Cauchy e f_{ps} é o vetor de força de reação atuando no domínio. O campo de deslocamento deverá descrever um movimento possível de um meio elástico sujeito a pequenas deformações para satisfazer a equação 2.8.

Dada a relação constitutiva do tensor de tensões de Cauchy [61]:

$$\sigma_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2K E_{ij} \quad (2.10)$$

E substituindo na equação 2.8, tem-se:

$$\rho_{ps} \frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} - \lambda \frac{\partial e}{\partial x_j} \delta_{ij} - 2K \frac{\partial E_{ij}}{\partial x_j} = f_{ps} \quad (2.11)$$

Mas [61]:

$$E_{ij} = 0.5 \left(\frac{\partial q_i}{\partial x_j} + \frac{\partial q_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.12)$$

Inserindo a equação 2.12 em 2.11 tem-se :

$$\rho_{ps} \frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} - (\lambda + K) \frac{\partial e}{\partial x_i} - K \frac{\partial^2 q_i}{\partial x_j \partial x_j} = f_{ps} \quad (2.13)$$

Admitindo ausência de forças de reação e inexistência de variação volumétrica no meio em questão:

$$\rho_{ps} \frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} - K \frac{\partial^2 q_i}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \quad (2.14)$$

Na seção a seguir será feita uma discussão desta formulação Laplaciana, bem como o papel do coeficiente de difusão.

2.2.2 Campo de Velocidade Nodal

As equações governantes para um pseudo-escoamento laminar, incompressível e transiente são dadas por [4]:

$$\frac{\partial w_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} + w_i \frac{\partial w_j}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho_{pf}} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu_{pf} \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) + f_{pf} \quad (2.16)$$

Aqui, w_i são as componentes cartesianas dos campos de velocidade da malha, p é o campo de pressão do pseudo-escoamento, ρ_{pf} e ν_{pf} são a massa específica e viscosidade cinemática do pseudo-escoamento e f_{pf} é o termo fonte. As condições de contorno são definidas na fronteira $\Gamma_{pf} = \Gamma_d \cup \Gamma_m \cup \Gamma_o$, tal que:

$$\begin{aligned}
w_i(x, t) &= u_d \text{ em } \Gamma_d \\
w_i(x, t) &= v \text{ em } \Gamma_m \\
p(x, t) &= p_{ref} \text{ em } \Gamma_o
\end{aligned} \tag{2.17}$$

A fronteira Γ_d representa os valores de contorno que são constantes quando se utilizar condições de contorno do tipo Dirichlet para o campo de velocidade da malha. Por sua vez, Γ_m representa a fronteira móvel, onde a velocidade do escoamento é equivalente à velocidade do domínio. Finalmente, Γ_o é a condição de contorno de saída, aonde é imposto uma pressão de referência como condição de contorno.

O problema de Stokes (também conhecido como *creeping flow*) tem como principal característica o fato de que as forças advectivas são de menor magnitude quando comparadas com as forças difusivas [46]. Neste caso a velocidade w e as escalas de comprimento do escoamento serão pequenas. Sob estas circunstâncias e admitindo a ausência do termo fonte, a equação 2.16 pode ser simplificada para:

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} - \nu_{pf} \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) = \frac{1}{\rho_{pf}} \frac{\partial p}{\partial x_i} \tag{2.18}$$

A desvantagem de se utilizar a equação 2.18 está no fato de que a maior movimentação da malha ocorre perto da fronteira móvel, podendo levar a uma degeneração da qualidade da malha local. Esta desvantagem pode ser contornada utilizando uma difusividade variável, que confinará a maior deformação na parte interna da malha. Este tipo de difusividade foi aplicada pelo presente trabalho.

O coeficiente de difusão (K para o campo de deslocamento e ν_{pf} para o campo de velocidade) tem grande importância em operadores Laplacianos. Seu valor pode garantir deformação adequada para o elemento de malha [71], determinando o estado final da malha. Se o seu valor for imposto com a unidade, o problema de movimentação de malha é identificado como um problema Laplaciano puro. Neste caso, a literatura mostra que os pequenos elementos tendem a distorcer exageradamente. Por outro lado quando o coeficiente difusivo é variável os efeitos de distorção excessiva tendem a minorar [71]. Quando se aplica um coeficiente difusivo variável na equação de Laplace, esta variação pode se basear em fornecer maiores gradientes de velocidade para elementos maiores.

A forma de determinar o valor dos coeficientes difusivos é bem conhecida na literatura para algoritmos baseados em elementos [71]. O operador Laplaciano pode ser recuperado através das abordagens pseudo-estrutural e pseudo-escoamento (equações 2.14 e 2.18). O que os diferencia é a forma de obtenção da equação de Laplace.

A difusividade pode ser variada de acordo com a distância entre o nó e a fronteira móvel. Via de regra, o coeficiente de difusividade pode ser escrito como uma função desta distância de tal forma que pequenas distâncias resultem em altos valores para o coeficiente, e vice-versa [71], [56]. A lógica desta variação pode ser descrita como uma função da distância l até a fronteira móvel mais próxima:

- Linear: K ou $\nu_{pf} = \frac{1}{l}$
- Quadrático: K ou $\nu_{pf} = \frac{1}{l^2}$
- Exponencial K ou $\nu_{pf} = e^{-l}$

O presente trabalho utilizará uma difusividade fixa para o campo de deslocamento da malha e uma difusividade variável para a formulação advinda do campo de velocidade da malha. Para este método o problema da malha é estabilizado através da escolha de uma viscosidade em cada elemento compatível com o passo de tempo para o problema de Stokes. Portanto o passo de tempo é definido em um contexto de métodos de projeção para a obtenção desta estabilização [45]:

$$\nu_{pf} = \frac{h^2}{2\Delta t} \quad (2.19)$$

Onde H representa a dimensão da malha, que será definida pela equação 4.48.

2.3 MALHAS TRIANGULARES E QUALIDADE DA MALHA

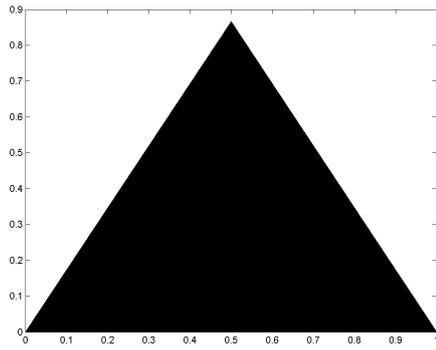
O processo de geração de malha inicia com a subdivisão de um dado domínio de cálculo em elementos menores. Esta divisão visa facilitar a resolução numérica de equações diferenciais neste domínio, substituindo-as por um conjunto de equações algébricas. Estes elementos podem ser triângulos ou retângulos (para domínios bidimensionais)

ou elementos tetraédricos ou hexaédricos. A geração de malha constitui uma etapa importante do pré-processamento da simulação numérica, logo, é exigido dos geradores de malha a capacidade de gerar malhas de boa qualidade. Este cuidado se torna ainda mais importante quando o caso em questão é constituído de superfícies móveis que utilizem malhas deformáveis. A malha deverá, após o processo de deformação, manter um mínimo de qualidade, de modo a não afetar o cálculo do problema. Portanto, um método de avaliação da qualidade da malha é necessário para se garantir que a deformação não afetará a precisão ou a robustez da simulação. O presente trabalho utilizará o trabalho de [97], que consiste em avaliar a qualidade de cada elemento bidimensional de malha comparando-o a um triângulo equilátero. Este parâmetro é expresso por:

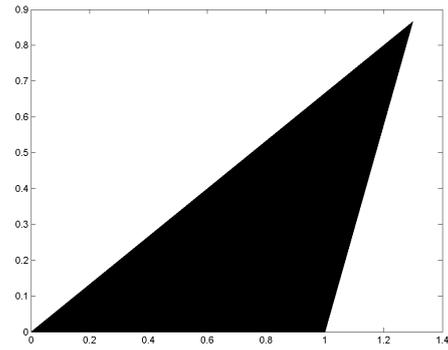
$$q_m = f \frac{A}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (2.20)$$

Onde A é a área do elemento, a , b e c são os valores dos lados do elemento triangular e f é um parâmetro normalizador. Para um elemento triangular equilátero, este parâmetro é igual a 1. Inicialmente, é necessário indicar quais valores de q_m são adequadas para o cálculo computacional.

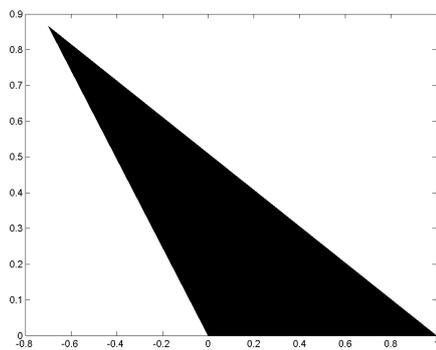
A figura 2.5 mostra um triângulo equilátero cujo valor de qualidade é igual a 1. As figuras 2.5(b), e 2.5(c) mostram elementos que, embora estejam deformados, apresentam uma forma que não irá afetar o cálculo do escoamento de forma extrema. Isto se deve ao fato de que elementos com esta forma podem aparecer em uma malha não deformada, dependendo da complexidade do domínio de cálculo. Já as figuras 2.5(d) apresenta um elemento com um nível elevado de deformação, chegando ao ponto de serem bem estreitos. Elementos que, após a deformação, adquirem esta forma, podem afetar de forma significativa a simulação, levando a problemas de robustez e convergência. Baseado nestes resultados, pode-se afirmar que a faixa de valores adequados para a qualidade se situa entre 1 e 0,5. Neste intervalo, os elementos de malha não irão apresentar formas que afetem o cálculo do escoamento. Valores abaixo deste intervalo indicam elementos que poderão afetar a simulação e, valores muito abaixo deste intervalo indicam elementos exageradamente deformados, podendo acarretar problemas na simulação.



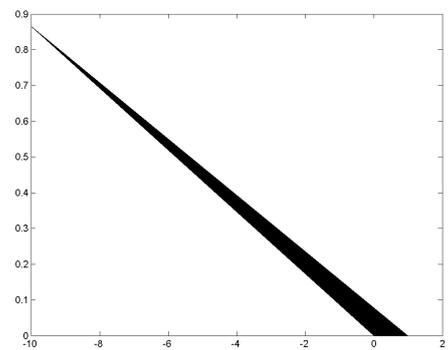
(a) $q_m=1$



(b) $q_m=0.7$



(c) $q_m=0.5$



(d) $q_m=0.01$

Figura 2.5: Exemplos de elementos de malha

2.3.1 Lei de Conservação Geométrica

Um algoritmo de movimentação de malha precisa atender três condições para ser confiável [38], [39]:

- Obedecer a lei de conservação geométrica;
- A malha após movimentação deve ter boa qualidade;
- Ter baixo custo computacional;

A lei de conservação geométrica [59], [52] afirma que a mudança de área ou volume de um elemento de malha entre dois instantes consecutivos deverá ser igual a área

ou volume varrida pela fronteira do elemento durante o tempo ocorrido entre estes instantes [70]. Em situações onde esta condição não é atendida, as soluções obtidas serão espúrias ou não representarão a realidade física do escoamento, decorrentes de instabilidades numéricas [59], [37], [52].

É possível desenvolver a relação governante da evolução de grandezas geométricas da malha ditadas pela velocidade da malha. Logo, considera-se que, dado um escoamento em uma malha móvel, \mathbf{X}_i represente partículas vistas sob uma abordagem Euleriana-Lagrangeana, e \mathbf{x}_i represente partículas vistas sob uma abordagem Euleriana. Toma-se uma função de mapeamento $\chi(\mathbf{X}_i, t)$ de \mathbf{X}_i para \mathbf{x}_i , tal que:

$$\mathbf{x} = \chi(\mathbf{X}_i) \quad (2.21)$$

O Jacobiano desta transformação é dado por:

$$J_\chi = \det \left(\frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial \mathbf{X}_i} \right) \quad (2.22)$$

Aplicando a identidade de Piola e a regra da cadeia, tem-se [76]:

$$\frac{\partial J_\chi}{\partial t} = J_{\chi t} \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \quad (2.23)$$

Toma-se agora a equação hiperbólica de transporte de uma grandeza qualquer ξ em um escoamento de velocidade u_j :

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial u_j \xi}{\partial x_j} = 0 \implies \frac{\partial \xi}{\partial t} = - \frac{\partial u_j \xi}{\partial x_j} \quad (2.24)$$

Escrevendo a derivada material de ξ em um referencial que se move junto com a malha (Lagrangeano), tem-se:

$$\frac{D\xi}{Dt} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + w_j \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \quad (2.25)$$

Onde w_j é a velocidade da malha. Inserindo a derivada temporal da equação 2.24 na equação 2.25, tem-se:

$$\frac{D\xi}{Dt} = -\frac{\partial u_j \xi}{\partial x_j} + w_j \frac{\partial \xi}{\partial x_j} \quad (2.26)$$

Agora, considera-se V_t uma partição arbitrária de Ω_t , tal que $V_t \subset \Omega_t$. Considera-se também, para a configuração inicial do domínio, uma partição arbitrária V_0 , tal que $V_0 \subset \Omega_0$. Portanto:

$$V_t = \chi(V_0) \quad (2.27)$$

Toma-se a derivada material de ξ no elemento de malha, tal que:

$$\frac{D\xi}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int_{V_t} \xi d\Omega = \frac{D}{Dt} \int_{V_0} \xi J_\chi d\Omega_0 \quad (2.28)$$

Desenvolvendo a integral de volume à direita na equação 2.28:

$$\begin{aligned} \frac{D\xi}{Dt} &= \int_{V_0} \frac{D}{Dt} (\xi J_\chi) d\Omega_0 \\ &= \int_{V_0} \left(\frac{D\xi}{Dt} J_\chi + \frac{D J_\chi}{Dt} \xi \right) d\Omega_0 \quad ; \text{aplica-se a equação 2.23} \\ &= \int_{V_0} \left(\frac{D\xi}{Dt} J_\chi + J_\chi \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \xi \right) d\Omega_0 \\ &= \int_{V_0} \left(\frac{D\xi}{Dt} + \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \xi \right) J_\chi d\Omega_0 \\ &= \int_{V_t} \left(\frac{D\xi}{Dt} + \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \xi \right) d\Omega \quad ; \text{aplica-se a equação 2.25} \\ &= \int_{V_t} \left[-\frac{\partial(u_j \xi)}{\partial x_j} + w_j \frac{\partial \xi}{\partial x_j} + \frac{\partial w_i}{\partial x_i} \xi \right] d\Omega \\ &= \int_{V_t} \left[-\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j - w_j) \xi \right] d\Omega \end{aligned} \quad (2.29)$$

Se a malha após movimentação precisa preservar o estado de escoamento uniforme, então a taxa de variação de ξ deve ser nula, ou seja:

$$\frac{D\xi}{Dt} = 0 \quad (2.30)$$

Logo:

$$\int_{V_i} \left[-\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j - w_j) \xi \right] d\Omega = 0 \quad (2.31)$$

Aplicando o teorema da localização na equação 2.31:

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j - w_j) \xi = 0 \quad (2.32)$$

Considerando $\xi \neq 0$, toma-se a solução trivial:

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j - w_j) = 0 \quad (2.33)$$

E admitindo que o campo de velocidade do escoamento seja solenoidal, tem-se:

$$\frac{\partial w_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.34)$$

A principal conclusão que a equação 2.34 fornece é a respeito do divergente do campo de velocidade. A manutenção da condição solenoidal para o campo de velocidade da malha irá garantir que a lei de conservação geométrica seja atendida. Portanto, a equação 2.34 representa uma condição necessária para preservar a integridade do elemento e para garantir que a malha preservará o resultado de escoamento uniforme após a movimentação.

2.4 DISCRETIZAÇÃO

2.4.1 Solução Pseudo-Estrutural

Ao se tratar a malha como um sistema dinâmico, admite-se que este sistema possua matrizes massa, rigidez e amortecimento fictícias, onde o seu comportamento mecânico é governado pela seguinte equação discreta [5], [26]:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} - \mathbf{R} \quad (2.35)$$

Onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são os tensores massa, amortecimento e rigidez respectivamente. Estes tensores são associados com a malha de cálculo. O vetor \mathbf{R} é a força de reação existente no sistema. Para um modelo quase estático, os tensores massa e amortecimento podem ser desprezados, resultando em:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}) = \mathbf{K}\mathbf{x} - \mathbf{R} \quad (2.36)$$

Na literatura, a precisão necessária para a movimentação da malha é obtida após algumas iterações, onde este número é determinado pelo tipo de método numérico utilizado. Impor que o nó seja tratado como uma partícula material ou não fica como opção do usuário [27].

Por outro lado, a construção das matrizes massa, rigidez e amortecimento é feita através de [36]:

- Condensar (*lumping*) a matriz massa em cada vértice da malha;
- Condensar a matriz amortecimento em cada borda que ligue dois vértices;
- Adicionar uma mola fictícia em cada borda que ligue dois vértices;

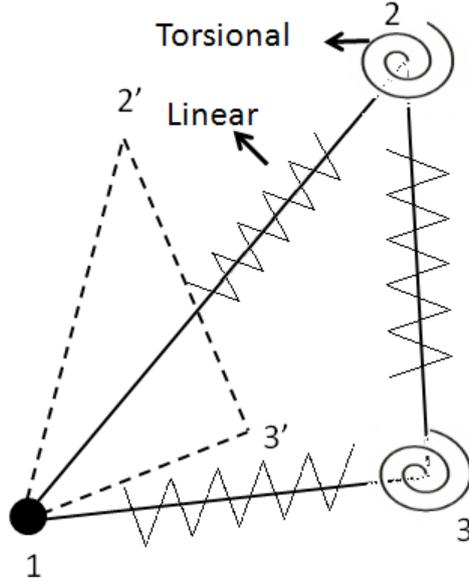


Figura 2.6: Elemento com molas fictícias nos nós

Para o método linear, uma mola fictícia é anexada a cada extremidade que conecta dois dados vértices (Figura 2.6). A rigidez e as constantes físicas do método pseudo-estrutural são determinadas de acordo com os parâmetros geométricos da malha. O método linear utiliza uma relação da rigidez inversamente proporcional à distância entre a borda conectada à mola fictícia l [36]:

$$\mathbf{K}_L \propto \frac{1}{l_{ij}} \quad (2.37)$$

Esta definição é justificada pelo fato de que durante a movimentação da malha dois vértices tendem a se aproximar, fazendo com que a mola entre estes vértices se comprima e se torne mais rígida. Para o caso de molas torsionais, utilizam-se molas torsionais fictícias nos vértices. A rigidez deste caso é calculada como [36]:

$$\mathbf{K}_T = \frac{l_{ij}l_{ik}}{4A_{ijk}^2} \quad (2.38)$$

Observa-se que a rigidez deste caso se relaciona explicitamente com a área do elemento. A formulação quase estática costuma ser usada para modelagem de problemas de interação fluido-estrutura. Isto se deve ao fato de que as equações de movimento obedecem a compatibilidade cinemática entre fluido e estrutura. Esta compatibilidade

determina como a posição da malha na fronteira móvel se relaciona com a velocidade da malha na fronteira em um dado passo de tempo, tal que:

$$x_{\Gamma_{ps}} = \Delta t w_{\Gamma_{ps}} \quad (2.39)$$

Onde Δt é o passo de tempo do problema. Para um dos casos do presente trabalho os nós de fronteira da malha possuem uma rotação uniforme de raio \mathbf{r} em relação a um centro de giro especificado. Portanto a fronteira se moverá de forma igual a uma estrutura rígida rotacionando a uma velocidade angular η :

$$v_{\Gamma_{ps}} = \eta \mathbf{r} \quad (2.40)$$

O tensor rigidez e o vetor força de reação na equação podem ser divididos em partes relacionadas aos graus de liberdade interno e externo da malha de cálculo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\Omega_{ps}\Omega_{ps}} & \mathbf{K}_{\Omega_{ps}\Gamma_{ps}} \\ \mathbf{K}_{\Gamma_{ps}\Omega_{ps}} & \mathbf{K}_{\Gamma_{ps}\Gamma_{ps}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\Omega_{ps}} \\ x_{\Gamma_{ps}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\Omega_{ps}} \\ \mathbf{R}_{\Gamma_{ps}} \end{bmatrix} = \mathcal{L}(\mathbf{x}) \quad (2.41)$$

A equação 2.41 é resolvida com a condição de força nula nos nós internos da malha (em $\mathbf{R}_{\Omega} = 0$). Além disto, no presente trabalho, um modelo quase estático é utilizado, conforme descrito na equação 2.36. A matriz de rigidez é construída através de uma metodologia que se vale de uma analogia com molas [35]. Portanto, baseado na metodologia pseudo-estrutural, quatro métodos ligados a esta abordagem serão utilizados pelo presente trabalho [36]:

- Operador Laplaciano
- Molas lineares (*lineal springs*);
- Molas torsionais (*torsional springs*);
- Molas lineares-torsionais (*lineal-torsional springs*);

Para problemas com fronteiras móveis de pequena e média escala (tais como asas ou aerofólios isolados), a solução numérica pode envolver um método direto para resolução do sistema linear, devido a sua simplicidade e robustez. A posição da malha x^{n+1} é atualizada somando o vetor deslocamento da malha com a configuração inicial do vetor posição x^n , tal que:

$$x^{n+1} = x^n + \begin{bmatrix} x_{\Omega_{ps}} \\ x_{\Gamma_{ps}} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Por outro lado, problemas cuja amplitude de movimentação seja maior, ou que envolva geometrias complexas pode levar a deformações que degenerem substancialmente a qualidade da malha. Isto acontece pela própria formulação da movimentação da malha [36].

2.4.2 Algoritmo de Projeção Pseudo-Stokes - Pseudo Escoamento

Para a solução das equações 2.15 e 2.16, será utilizada uma metodologia semi-implícita iterativa. Esta metodologia será descrita em mais detalhes no capítulo 4. Para um dado passo de tempo $\Delta t > 0$, considera-se um conjunto de variáveis conhecidas no passo de tempo anterior t , denotadas por (w^n, p^n, x^n) . A solução no tempo $t + \Delta t$, denotada por $(w^{n+1}, p^{n+1}, x^{n+1})$ é obtida através de uma metodologia de segregação do cálculo entre velocidade e pressão, dados por

$$\frac{1}{\Delta t} (w_i^* - w_i^n) + w_j^n \frac{\partial w_i^n}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_{pf}} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_{pf}^n \left(\frac{\partial w_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j^n}{\partial x_i} \right) \right] + f \quad (2.43)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (w^{n+1} - w^*) = -\frac{1}{\rho_{pf}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial w_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.45)$$

Na equação 2.43 o termo advectivo será desprezado, evidenciando uma formulação de Stokes para a movimentação da malha. O algoritmo de passo fracional (*fractional-step*) introduz uma velocidade predita \mathbf{w}^* , que será corrigida no final de cada passo.

Ao se tomar o divergente da equação 2.44 e utilizando a equação 2.45, uma equação de Poisson para a pressão pode ser obtida:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (p^{n+1} - p^n) = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial \mathbf{w}_i^*}{\partial x_i} \quad (2.46)$$

A condição de contorno para a equação 2.46 é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (p^{n+1} - p^n) n_j = \frac{\rho}{\Delta t} \mathbf{w}_i^* n_i \quad \text{em } \Gamma \quad (2.47)$$

O algoritmo de projeção descrito é o esquema de projeção incremental (*Incremental Projection Scheme*), que será discutido mais detalhadamente no capítulo 4. A forma matricial é dada pelos seguintes passos:

1. Cálculo da velocidade através da equação de quantidade de movimento:

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{w}^* = \mathbf{F}_w^*(\mathbf{w}^n, \mathbf{w}^n, p^n) \quad (2.48)$$

2. Cálculo da equação de Poisson:

$$\mathbf{A} \cdot \Delta p = \mathbf{F}_p(\mathbf{w}^*) \quad (2.49)$$

3. Projeção da velocidade no campo de divergência nula:

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{w}^{n+1} = \mathbf{F}_w(\Delta p) \quad (2.50)$$

4. Atualização da malha:

$$x^{n+1} = x^n + w^{n+1} \Delta t \quad (2.51)$$

A projeção no campo de divergência nula é o diferencial desta metodologia. Como visto na seção acima, garantir que o campo de velocidade da malha seja solenoidal irá fazer com que a lei de conservação geométrica seja automaticamente cumprida. Portanto, observa-se que ao se realizar o terceiro passo, o algoritmo automaticamente garante que a malha após deformação cumpra a condição de preservar a solução de escoamento uniforme.

Para as equações 2.48 a 2.51, as matrizes \mathbf{M} e \mathbf{A} são as matrizes massa e Laplaciano e N representa as funções de forma, dadas por [31]:

$$\mathbf{M}_{ij} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j) \quad ; \quad \mathbf{A}_{i,j} = (\nabla N_i, \nabla N_j) \quad (2.52)$$

Os vetores F_w^* , F_p e F_w estão relacionados com a discretização do lado direito das equações através dos passos 1 até 3. Já os termos de integrais de contorno concernentes às condições de contorno já se encontram incluídas nestes vetores.

A vantagem deste esquema numérico reside na matriz massa. De modo a melhorar a convergência, a matriz massa é condensada em uma forma diagonal, e a mesma é montada apenas quando a posição da malha é atualizada. A equação de Poisson 2.49 é resolvida através de um método de gradientes conjugados pré-condicionado, onde o pré-condicionador utilizado é a fatorização parcial de Cholesky. O cálculo do passo de tempo está diretamente relacionado com o termo de viscosidade ν_{pf} e vice-versa conforme a equação 2.19 [75]. No caso do esquema empregar a equação 2.18, o passo 1 se torna:

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{w}^{n+1} = \mathbf{F}_v(v, x^n) \quad (2.53)$$

Onde \mathbf{F}_v é o lado direito resultante do processo de aplicação das condições de contorno na equação de Laplace. Além disto, a malha é atualizada conforme mostrado pela equação 2.51.

2.5 RESULTADOS

As metodologias do operador Laplaciano baseado na teoria estrutural, molas lineares, molas torsionais, molas lineares torsionais e Pseudo-Stokes foram implementadas. Dois casos foram selecionados para avaliar os algoritmos de movimentação de malha baseados nas metodologias escritas acima. O primeiro caso é o de um perfil NACA 0012 que aumenta o ângulo de ataque até um máximo de 30 graus. O segundo caso é o de dois cilindros que se aproximam até o limite de área negativa. O desempenho de cada metodologia será avaliado através da visualização da malha deformada, visualização

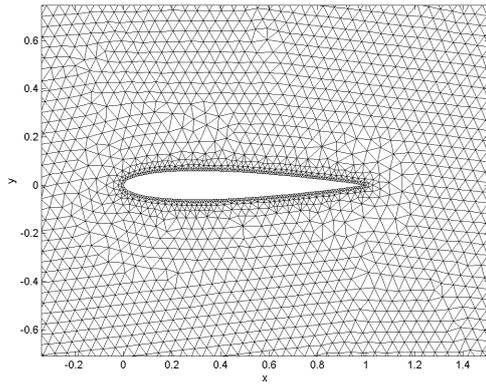
e análise do parâmetro de qualidade da malha e análise dos valores obtidos para o divergente do campo de velocidade da malha.

2.5.1 Movimentação da Malha

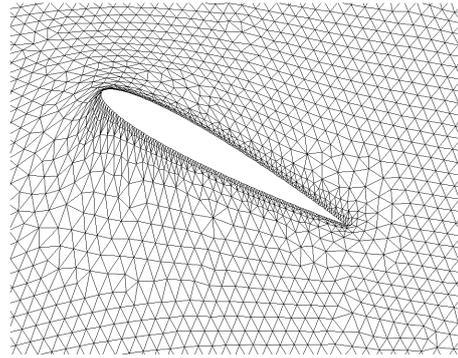
A figura 2.7 mostra a malha sem movimentação e com movimentação para cada metodologia para o aerofólio. Nota-se que algumas metodologias mostram elementos que se deformaram de forma diferente nas redondezas do aerofólio, enquanto outras mostraram deformação similar. As metodologias do operador Laplaciano e as molas lineares (figuras 2.7(b) e 2.7(c)) mostram baixo número de elementos achatados acima do aerofólio quando comparadas com as demais metodologias. No bordo de ataque, a metodologia de molas lineares apresentou elementos deformados com triangularização negativa. Este tipo de triangularização acontece quando um nó atravessa a fronteira definida pela linha que conecta os outros dois nós do elemento [35]. Este resultado acarretou na interrupção da simulação antes do aerofólio atingir os 30 graus. Observa-se que os nós na superfície do aerofólio levam ao achatamento do elemento nas metodologias torsional e Linear torsional (figuras 2.7(c) e 2.7(d)). Esta é uma evidência de que a metodologia não está produzindo elementos de triangularização negativa, pois o elemento se deforma para absorver a movimentação da malha. Abaixo do aerofólio, os elementos das metodologias previamente citadas aparentam estar menos esticadas quando comparadas com as demais metodologias. Os nós da base dos elementos abaixo do aerofólio permanecem em suas posições enquanto os nós próximos do intradorso do aerofólio se movem. As metodologias Torsional, Linear Torsional e Pseudo-Stokes (figuras 2.7(c), 2.7(d) e 2.7(e)) mostram mais elementos achatados do que as demais metodologias, com pouca variação entre os elementos esticados abaixo do aerofólio, sem produzir elementos com triangularização negativa.

A figura 2.8 mostra a malha sem movimentação e com movimentação para cada metodologia para os cilindros. Neste caso cada metodologia moveu os cilindros até a menor distância possível antes do surgimento de elementos com triangularização negativa. Nota-se que a principal diferença dos resultados de cada metodologia reside na aparência e número dos elementos achatados e esticados. As metodologias do operador Laplaciano e molas lineares (figuras 2.8(a) e 2.8(b)) apresentam menos elementos achatados entre os cilindros. Este resultado é uma consequência do surgimento de elementos com triangularização negativa. Observa-se que nestes resultados vários elementos na superfície dos cilindros apresentam nós que atravessaram a linha que une

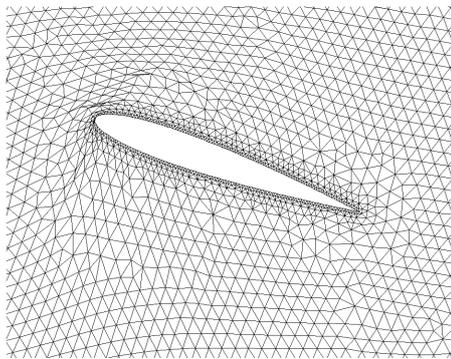
os outros nós do elemento. Observa-se que as metodologias Torsional, linear torsional e pseudo-Stokes (figuras 2.8(c), 2.8(d) e 2.8(e)) apresentam menos elementos esticados atrás dos cilindros. Estas metodologias apresentam elementos achatados entre os cilindros, mas sem sinais de triangularização negativa. Observa-se que estas metodologias foram capazes de mover os cilindros a uma distância maior que as demais, visto que os resultados destas metodologias mostram que os cilindros se aproximaram mais. Os cilindros se mantiveram mais distantes nas metodologias do operador Laplaciano e linear devido ao fato de que a simulação foi interrompida no momento do aparecimento da triangularização negativa. Este resultado é coerente com a literatura [35], que mostrou outros tipos de simulação com resultados similares aos apresentados pelo presente trabalho. A diferença entre os resultados as metodologias do operador Laplaciano e pseudo-Stokes se deve ao fato do coeficiente de difusão variável e da restrição imposta pela projeção no campo de divergência nula efetuado pelo algoritmo.



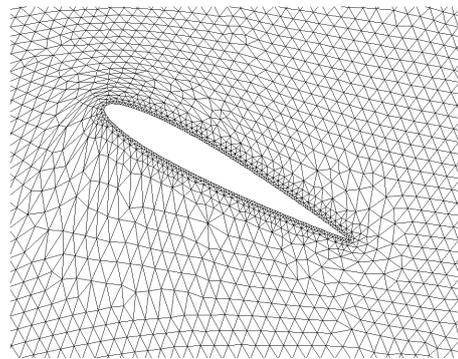
(a) Malha sem Movimentação



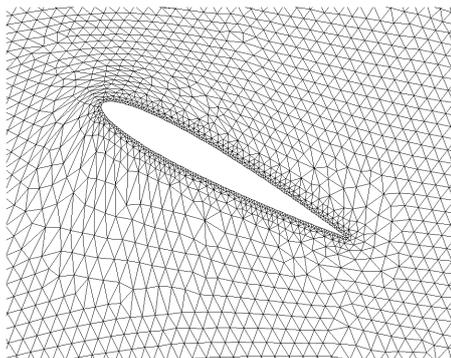
(b) Operador Laplaciano



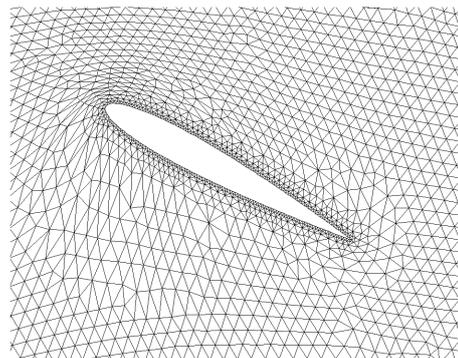
(c) Molas Lineares



(d) Molas Torsionais

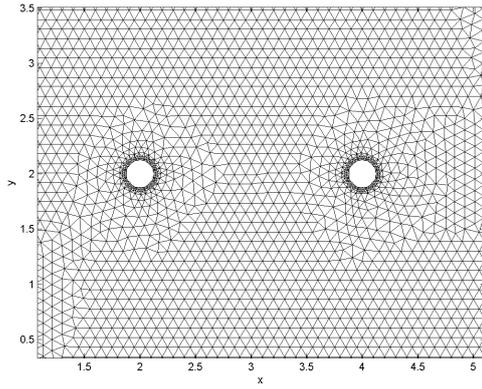


(e) Molas Lineares-Torsionais

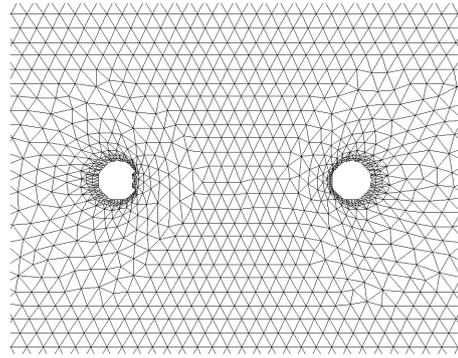


(f) Pseudo-Stokes

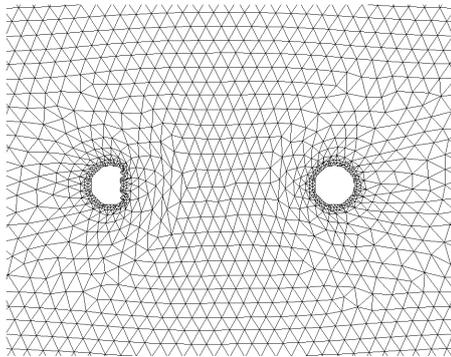
Figura 2.7: Malhas antes e após movimentação - Aerofólio



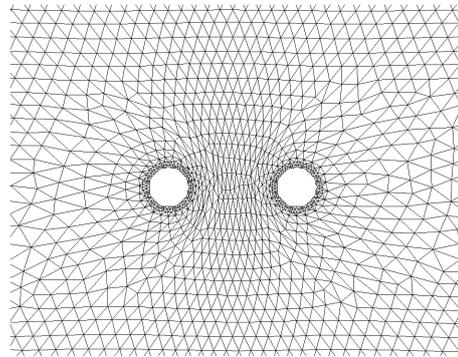
(a) Malha sem Movimentação



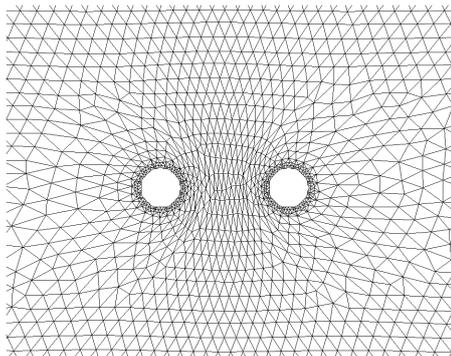
(b) Operador Laplaciano



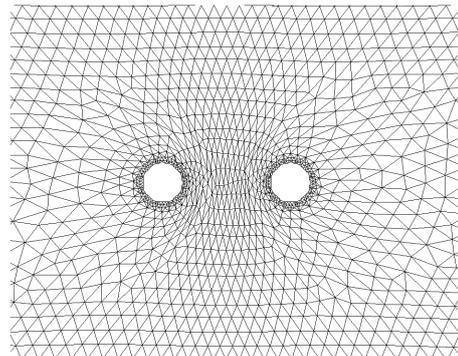
(c) Molas Lineares



(d) Molas Torsionais



(e) Molas Lineares-Torsionais



(f) Pseudo-Stokes

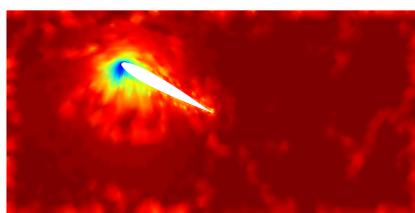
Figura 2.8: Malha de cálculo antes e após deformação - Cilindros em Aproximação

2.5.2 Parâmetro de Qualidade e Divergente da Velocidade da Malha

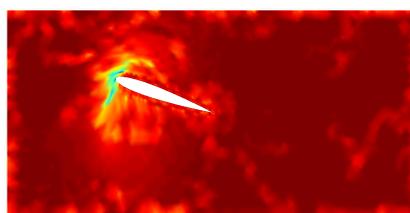
As figuras 2.9 e 2.10 mostram o parâmetro de qualidade da malha plotado para cada metodologia para o aerofólio e para os cilindros respectivamente, após a movimentação. As metodologias do operador Laplaciano e linear (figuras 2.9(a), 2.9(b), 2.10(a) e 2.10(b)) mostraram elementos com qualidade abaixo de 0,5 no bordo de fuga do aerofólio e entre os cilindros. As metodologias torsional, linear torsional e pseudo-Stokes (figuras 2.9(c), 2.9(d), 2.9(e) 2.10(c), 2.10(d) e 2.10(e)) apresentaram elementos com melhores valores do parâmetro nas mesmas regiões. Nota-se que os resultados obtidos pelas metodologias do operador Laplaciano e linear são um reflexo direto das visualizações da malha deformada, onde o cilindro perdeu sua forma original devido a triangularizações negativas. As tabelas 2.1 e 2.2 mostram os valores mínimos do parâmetro de qualidade da malha para cada caso em cada metodologia. Observa-se que as metodologias do operador Laplaciano e linear mostraram elementos com qualidade bem abaixo de 1. Este é outro reflexo dos resultados de visualização de malha, ocorrentes devido à triangularização negativa. Cabe ressaltar que o fato dos elementos possuírem o parâmetro abaixo de 0,5 não necessariamente significa que a qualidade do elemento é ruim. Conforme visto na seção 2.1.3 os valores que irão afetar o cálculo do escoamento estão bem abaixo de 1. Portanto, pode-se estabelecer um limite para o valor do parâmetro. Este limite deverá ser determinado pelos efeitos causados pela forma do elemento no cálculo do escoamento. Estes efeitos são percebidos pelos resultados do escoamento fornecidos por estas malhas. Existem situações onde o elemento com parâmetro bem inferior a 1 pode fornecer bons resultados [97]. Estas situações serão dependentes da física do problema em questão.

As tabelas 2.1 e 2.2 mostram os valores máximos do divergente do campo de velocidade da malha. Para o divergente, observa-se que todas as metodologias calcularam divergentes com valores baixos. Este é um indicativo de que os algoritmos atendem a lei de conservação geométrica. No caso da metodologia pseudo-Stokes, a restrição imposta pela projeção da velocidade da malha em um campo de divergência nula faz com que a malha automaticamente atenda a lei de conservação geométrica. Pode-se entender que o divergente do campo de velocidade da malha é adequado como um parâmetro para avaliar a qualidade da malha. Nota-se que as metodologias torsional, linear torsional e pseudo-Stokes mostram valores menores do divergente do que as demais. Conforme reportado na literatura, as duas primeiras metodologias provêm salvaguardas contra elementos com qualidade ruim, enquanto que a metodologia pseudo-Stokes tem como salvaguarda a difusividade variável e a projeção em campo de divergência nula. En-

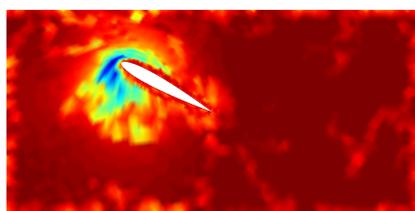
tretanto, para garantir estas restrições, foi necessário empregar um passo de tempo baseado na viscosidade da malha. Por conta disto, o passo de tempo foi menor do que as outras metodologias, de modo a garantir estabilidade do cálculo, especificamente para a pressão da malha. Como consequência o custo computacional do método Pseudo-Stokes foi um pouco maior do que os demais.



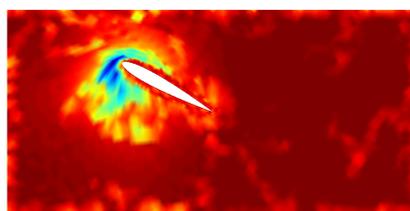
(a) Operador Laplaciano



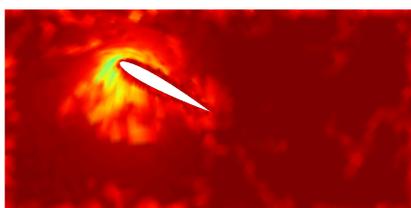
(b) Molas lineares



(c) Molas Torsionais



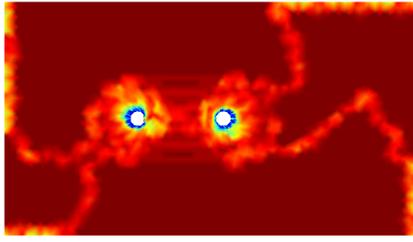
(d) Molas lineares-torsionais



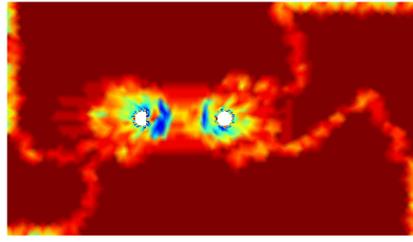
(e) Pseudo-Stokes



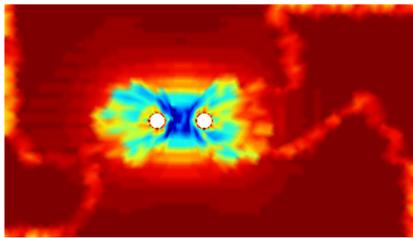
Figura 2.9: Parâmetro de Qualidade da Malha - Aerofólio



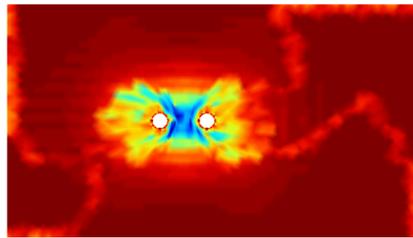
(a) Operador Laplaciano



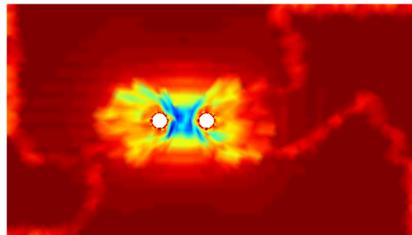
(b) Molas lineares



(c) Molas Torsionais



(d) Molas lineares-torsionais



(e) Pseudo-Stokes

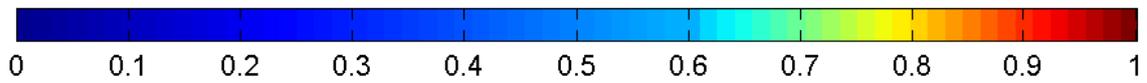


Figura 2.10: Parâmetro de Qualidade da Malha - Cilindros em Aproximação

Tabela 2.1: Valores mínimos para q e máximos para o divergente da velocidade da malha - aerofólio

| | Min q | Max $\nabla \cdot u$ |
|---------------------------|----------|----------------------|
| Operador Laplaciano | 2,53E-02 | 9,08E-06 |
| Molas Lineares | 2,53E-04 | 9,76E-06 |
| Molas Torsionais | 0,25 | 9,78E-06 |
| Molas Lineares-Torsionais | 0,28 | 7,80E-06 |
| Pseudo-Stokes | 0,48 | 9,80E-06 |

Tabela 2.2: Valores mínimos para q e máximos para o divergente da velocidade da malha - Cilindros em Aproximação

| | Min q | Max $\nabla \cdot u$ |
|---------------------------|----------|----------------------|
| Operador Laplaciano | 5,32E-03 | 8,00E-06 |
| Molas lineares | 1,73E-02 | 7,08E-06 |
| Molas Torsionais | 0,2 | 8,90E-06 |
| Molas lineares-torsionais | 0,27 | 9,00E-06 |
| Pseudo-Stokes | 0,4 | 8,00E-06 |

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA - ESCOAMENTO

Este capítulo apresentará toda a formulação matemática para os escoamentos estudados pelo presente trabalho. Será descrita a formulação da modelagem da turbulência e o seu estado da arte. Posteriormente serão apresentados os modelos de turbulência utilizados e o cálculo da menor distância até a parede.

3.1 NOÇÕES DE TURBULÊNCIA EM FLUIDOS

Nesta seção, pretende-se fazer uma breve introdução à turbulência. Objetiva-se aqui a inserção do trabalho no contexto desta área específica da mecânica dos fluidos. Não se pretende aqui fazer uma descrição detalhada. Descrições mais exaustivas podem ser encontradas na literatura especializada, em especial [102], [85], [95] e [40].

Pode-se entender turbulência como um comportamento inerente a um determinado sistema. Na física aplicada, define-se que um sistema detém regime turbulento quando o mesmo funciona com um elevado número de graus de liberdade, visto que todo sistema dinâmico com esta característica tende a apresentar comportamento caótico [102]. Um escoamento de um fluido pode perfeitamente ser encaixado nesta categoria.

A maior parte dos escoamentos existentes na natureza é turbulento. Por isto, há muito interesse em compreender estes escoamentos a fundo. Os escoamentos turbulentos são instáveis e possuem flutuações que variam no espaço e no tempo. A turbulência e o campo correlato de transição advindo de um regime laminar têm sido alvo de intensa pesquisa no último século. Atualmente a turbulência é vista como uma das mais incompreendidas áreas da física moderna [102]. O histórico do estudo da turbulência remete à Leonardo da Vinci até os tempos atuais [42].

Escoamentos turbulentos incompressíveis e isotérmicos são modelados usualmente através das equações de conservação da massa e quantidade de movimento, descritas abaixo [4]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + g_j, \quad (3.2)$$

Aqui, u_i representa as componentes cartesianas do vetor velocidade e x_i representa as componentes das coordenadas cartesianas do sistema de origem do escoamento. O tensor de tensões σ_{ij} pode ser separado em uma parte isotrópica (Relacionada com as tensões normais) e uma parte deviatórica (Relacionada com as tensões cisalhantes) [4]:

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} - \delta_{ij}p. \quad (3.3)$$

A parte isotrópica de σ se relaciona com a pressão, ao passo que a parte deviatórica se relaciona com os efeitos viscosos do escoamento [4]. Inserindo a relação 3.3 na equação 3.2, tem-se:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) + g_j. \quad (3.4)$$

A parte deviatórica do tensor de tensões é escrita através de uma relação tensão-taxa de deformação, definida por um modelo de fluido Newtoniano [4]:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.5)$$

As equações definidas acima são capazes de descrever o escoamento contínuo de um fluido Newtoniano. Escoamentos turbulentos podem se encaixar nesta categoria ([4], [115]). Isto se deve ao fato de que todas as escalas turbulentas são significativamente maiores do que as escalas de movimento moleculares, excetuando os escoamentos em altíssimos números de Mach (superiores a 15).

Não existe atualmente uma definição para a turbulência. O nível de conhecimento acerca da mesma ainda não permite uma definição completa. Por isto, prefere-se identificar a turbulência através de características peculiares quando o fenômeno ocorre em um escoamento. Estas características são: [102], [85]

- **Irregularidade**

Esta característica está associada a uma desorganização do escoamento turbulento. Esta desorganização traz uma grande dificuldade do ponto de vista matemático, visto que a dificuldade em deduzir modelos matemáticos que prevejam de forma precisa propriedades turbulentas aumenta drasticamente. Pode-se afirmar que a turbulência é um fenômeno determinístico, pois possui equações (equações 3.1 e 3.4) que regem seu fenômeno. Com condições iniciais e de contorno impostas, as equações citadas podem ser resolvidas para escoamentos turbulentos. Entretanto, efetuar este cálculo diretamente ainda é computacionalmente demandante devido ao fato da turbulência ser um fenômeno não-linear. Logo as utilizações de técnicas estatísticas vem no sentido de diminuir o custo do cálculo das equações para o escoamento turbulento. Tanto que, em aplicações de engenharia, o tratamento estatístico completo do escoamento já é suficiente para a sua análise.

- **Difusividade**

No regime turbulento, a difusão de massa, (ex. poluentes), energia térmica e quantidade de movimento são muito mais intensas do que no regime laminar. O processo de difusão no escoamento turbulento se dá por ação das flutuações de velocidade. A consequência direta disto é a geração de altos gradientes de potenciais associados, acelerando a difusão molecular. Nota-se que a turbulência aumenta o poder de difusão do escoamento.

- **Múltiplas Escalas**

Um escoamento turbulento tem como peculiaridade a multiplicidade de escalas. Isto significa que cada instabilidade dentro do escoamento é composta de outras instabilidades, cujo comprimento de onda é menor do que as primeiras [102]. É possível visualizar esta peculiaridade nos escoamentos. Esta multiplicidade também é uma forma de representação do número de graus de liberdade do escoamento. A cascata de energia presente nos escoamentos turbulentos representa a transferência de energia das grandes escalas (produtoras de energia) para as pequenas escalas (dissipadoras de energia). As grandes escalas são compostas de escalas menores, que por sua vez, são compostas

de escalas ainda menores, o que faz com que a transferência de energia seja devido às interações entre as escalas do escoamento.

- **Rotacionalidade e Tridimensionalidade**

A turbulência só ocorre em escoamentos com algum nível de rotacionalidade. Os mecanismos de transição à turbulência têm relação com a geração de vorticidade através das mais diversas instabilidades. Exemplos são as instabilidades de Kelvin-Helmholtz, ou as de “Grampo de Cabelo” (*hairpin*).

A equação de transporte da vorticidade é obtida através da aplicação do operador rotacional na equação 3.4 [85]. Um dos termos da equação de vorticidade é o responsável pela variação de vorticidade via torção ou extensão de uma linha de vórtices. Em escoamentos bidimensionais, este termo se anula, devido ao fato de que o vetor vorticidade se torna normal ao plano do escoamento em qualquer região do mesmo [4]. A cascata de energia, que está presente na turbulência, utiliza a extensão de uma linha de vórtices para se desenvolver. Se esta extensão inexistir em escoamentos bidimensionais, a cascata de energia mencionada anteriormente deixa de existir, fazendo a turbulência inexistir nos escoamentos em duas dimensões ou mudar qualitativamente, dependendo da circunstância [95]. As simulações do presente trabalho serão realizadas em duas dimensões. Será considerado que os casos simulados do presente trabalho possuem as mesmas características qualitativas hidrodinâmicas de seus correspondentes tridimensionais. Esta assertiva permitirá a realização da simulação em duas dimensões.

- **Dissipativa**

Na turbulência, as tensões cisalhantes são intensificadas e fazem a energia cinética do escoamento ser transformada em aquecimento via dissipação viscosa. Este efeito dissipativo está relacionado com as flutuações de velocidade, e quanto mais intensas, maior é o efeito dissipativo. Sem a inserção de energia, a turbulência decai rapidamente. Isto mostra que a turbulência não sobrevive sem o fornecimento contínuo de energia.

- **Difícil Previsão**

As interações não lineares que caracterizam a turbulência e o sistema dinâmico que a define são extremamente dependentes de condições iniciais. E estas condições tornam os modelos de solução imprecisos. Por esta razão, é impossível repetir duas vezes o mesmo experimento com 100% de fidelidade. Portanto, mesmo com pequenas diferenças nas condições iniciais, os fenômenos não-lineares inerentes ao escoamento turbulento amplificam estas diferenças. Esta característica destaca o fato de que a turbulência é uma característica do escoamento, e não do fluido.

Dadas estas características, a turbulência é estudada através de várias frentes, dentre elas, a experimentação em laboratório e a simulação numérica. A experimentação utiliza uma vasta gama de equipamentos de medida, como anemometria de fio quente e laser, PIV¹, LIF² e LDV³ [3]. Esses recursos, especialmente os três últimos, permitem uma visualização bi e tridimensional do escoamento.

A simulação numérica tem avançado significativamente nos últimos anos devido à evolução tecnológica dos computadores. Essa é a frente utilizada neste trabalho. Algumas das abordagens numéricas existentes atualmente para o estudo de escoamentos turbulentos podem ser descritas como [105]:

- Simulação numérica direta (DNS - *Direct Numerical Simulation* [104]);
- Simulação numérica de grandes escalas (LES - *Large Eddy Simulation* [98], [69], [104]);
- Decomposição de Reynolds (RANS - *Reynolds Averaged Navier-Stokes* e URANS - *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes* [40]);
- Simulação por metodologias híbridas (Decomposição de Reynolds e grandes escalas simultaneamente [98]);

Nas seções a seguir, será feita uma descrição das duas últimas abordagens mencionadas. Para o presente trabalho, será considerado em todas as demonstrações que o escoamento é incompressível e isotérmico. Maiores discussões acerca destas abordagens podem ser encontradas em [104], [103].

¹*Particle Image Velocimetry*

²*Laser Induced Fluorescence*

³*Laser Doppler Velocimetry*

3.2 DECOMPOSIÇÃO DE REYNOLDS

3.2.1 O Problema de Fechamento

Reynolds propôs um processo de decomposição das equações de Navier-Stokes através de uma média temporal [40], [102]. Isto é conhecido como URANS⁴ e consiste em analisar o comportamento médio do escoamento e modelar as suas flutuações.

A tomada de média temporal é feita da seguinte forma, para uma grandeza qualquer f :

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t) dt \quad (3.6)$$

Onde t é um tempo inicial e T é o tempo decorrido de observação do escoamento, superior à escala de tempo de Kolmogorov [95]. Portanto, para esta grandeza qualquer, faz-se a separação da mesma em uma média e uma flutuação:

$$f = \bar{f} + f' \quad (3.7)$$

Têm-se ainda as seguintes propriedades (admitindo que a média é um valor constante):

- A média da flutuação é zero;
- A média do produto entre uma média e uma flutuação é zero;
- A média do produto é o produto das médias;

Portanto para a equação da continuidade (equação 3.1), tomando a média e utilizando a comutatividade das derivadas parciais, tem-se que:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.8)$$

Subtraindo 3.1 de 3.8, tem-se a equação da continuidade para a flutuação da velocidade:

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.9)$$

⁴ *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*

Para a equação 3.4 com ausência de forças de campo, tem-se que, aplicando a média e utilizando a comutatividade novamente:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \left[-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \right] \quad (3.10)$$

Onde a parte deviatórica média do tensor de tensões é definida por:

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.11)$$

Aplicando a separação de escalas para a velocidade (equação 3.7) no interior do termo advectivo de 3.10 e utilizando das propriedades mencionadas, tem-se:

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} &= \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} \\ &= \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j + u'_i \bar{u}_j + u'_j \bar{u}_i + u'_i u'_j} \\ &= \bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Inserindo este resultado na equação 3.10 e multiplicando a equação pela massa específica:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} = \left[-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \right] \quad (3.13)$$

Utilizando a equação da continuidade, a derivada do termo advectivo pode ser escrita como:

$$\frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} = \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (3.14)$$

Agrupando o termo $\overline{u'_i u'_j}$ no lado direito da equação, tem-se:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{\rho u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (3.15)$$

Rearranjando o lado direito da equação 3.15, tem-se finalmente:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (3.16)$$

Faz-se necessário aqui o tratamento do tensor de Reynolds. O termo $\overline{\rho u'_i u'_j}$ o denota. Este tensor é simétrico e é uma incógnita suplementar do problema. Por conta disto não é possível resolver o sistema de equações nesta forma, devido ao fato do sistema de equações estar aberto, ou seja, há mais incógnitas (10, sendo elas, as três componentes da velocidade, as seis tensões de Reynolds e a pressão) do que equações (4, sendo estas, a equação da continuidade e as três componentes da equação de Navier-Stokes). Por isto é necessário introduzir modelos para este tensor de modo a “fechar” o problema. Daí a denominação de problema de fechamento.

É possível deduzir uma equação para o tensor de Reynolds [40]. Entretanto, na dedução desta equação são criadas novas incógnitas suplementares de ordem superior, responsáveis pelos processos turbulentos eliminados pelo processo de tomada da média. Com as novas incógnitas, o sistema de equações se mantém aberto. Uma nova dedução para as novas incógnitas é possível, mas mais incógnitas de ordem superior irão surgir. Esta característica faz com que este procedimento de dedução seja insuficiente para solucionar o problema de fechamento. Faz-se necessário determinar uma ordem de fechamento.

O sucesso da abordagem URANS depende principalmente da configuração do escoamento e da ordem estatística desejada para o resultado [104]. Os modelos de turbulência conhecidos podem ser classificados de acordo com sua ordem de fechamento [40]:

- Primeira ordem: Tensões de Reynolds definidas através de funções da velocidade média e da geometria do escoamento;
- Segunda ordem: Possuem equações para as correlações de segunda ordem e modelam as correlações de ordem superior;

- Terceira ordem: Possuem equações para as correlações de terceira ordem e modelam as correlações de ordem superior;

O presente trabalho utilizará um fechamento de primeira ordem para calcular o escoamento. Neste fechamento será empregada a hipótese de Boussinesq para modelamento das tensões de Reynolds.

3.2.2 Hipótese de Boussinesq

A primeira hipótese para o problema de fechamento foi teorizada por Joseph Boussinesq em 1872 [40], [102]. Esta hipótese foi a geratriz da maioria dos modelos de turbulência, e é até hoje muito utilizada como ponto de partida para os modelos de turbulência de fechamento de primeira ordem. Esta hipótese consiste em propor que, na transição de um escoamento laminar para turbulento, ocorre um aumento nos coeficientes de atrito do fluido. O próprio regime turbulento origina um novo coeficiente de atrito chamado de atrito interno, sendo este uma grandeza escalar cuja dependência é linear com os gradientes de velocidade média do escoamento e independente da pressão e da temperatura. Portanto, o campo de tensões gerado por este atrito interno é função de uma variável denominada viscosidade turbulenta μ_t , e dos gradientes de velocidade média do escoamento turbulento. A hipótese de Boussinesq portanto, assume a seguinte forma [95]:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad (3.17)$$

A energia cinética de turbulência é definida como $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$. O termo envolvendo esta grandeza pode ser incorporada ao termo de pressão. Isto gera um termo de pressão efetiva, definida por:

$$\overline{p^*} = \overline{p} + \frac{2}{3} k \quad (3.18)$$

Nota-se que para que o sistema de equações se tornar fechado, é necessário modelamento para a viscosidade turbulenta. A forma que a viscosidade turbulenta é calculada é o que define os modelos de turbulência baseados neste conceito.

Cabe ressaltar que a hipótese de Boussinesq possui deficiências conceituais [40]:

- A viscosidade turbulenta foi teorizada por Boussinesq através de uma analogia com a teoria cinética dos gases, e graças a esta analogia a viscosidade foi formulada como propriedade termodinâmica, quando na realidade a viscosidade é uma variável que é função do escoamento;
- A grandeza da viscosidade é escalar, quando deveria ser tensorial. Em determinadas situações, aproximar a viscosidade turbulenta para uma grandeza escalar pode se converter em resultados errôneos;
- Na diagonal principal do tensor de Reynolds, a hipótese prevê valores nulos para a energia cinética de turbulência e isso não necessariamente será sempre verdadeiro;

A razão da utilização da hipótese de Boussinesq atualmente se deve ao fato de que os modelos baseados na mesma fornecem resultados consistentes em alguns casos com baixo custo computacional. Porém em casos onde o escoamento médio é predominantemente anisotrópico, as inconsistências são justamente a causa dos resultados falhos que os modelos apresentam. Os modelos de fechamento de primeira ordem propõem modelagens diferentes para a viscosidade. Atualmente, os modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq se dividem em [40], [116]:

- Modelos a zero equação - Utilizam equações algébricas para a viscosidade turbulenta. Citam-se como exemplos o modelo de comprimento de mistura de Prandtl e o modelo de Baldwin-Lomax;
- Modelos a meia equação - Utilizam uma equação diferencial ordinária para a viscosidade turbulenta. Esta classe de modelos pode ser entendida como uma evolução dos modelos a zero equação. Um exemplo é o modelo de Johnson e King;
- Modelos a uma equação - Utilizam uma equação diferencial parcial para a viscosidade turbulenta. Citam-se como exemplos o modelo $k - l$ e o modelo de Spalart-Allmaras;
- Modelos a uma e meia equação - Utilizam uma equação diferencial ordinária e uma equação diferencial parcial para a viscosidade turbulenta;

- Modelos a duas equações - Utilizam duas equações diferenciais parciais para a viscosidade turbulenta. Esta categoria de modelos é a mais utilizada atualmente na indústria. Citam-se como exemplos os modelos $k-\varepsilon$, $k-\omega$ e o modelo SST;

O presente trabalho utilizará um modelo a duas equações para a simulação numérica. O item a seguir descreverá o modelo SST.

3.2.3 Modelo de Turbulência SST (*Shear Stress Transport*)

O modelo SST foi criado por Menter [81]. Neste modelo, longe da região de parede é utilizada a formulação do modelo $k - \varepsilon$ e perto da parede, se utiliza a formulação do modelo $k - \omega$. A lógica deste modelo é dada pelo seguinte: O modelo $k - \omega$ é o modelo desejado para descrever o interior da camada limite. Ao contrário de outros modelos a duas equações, este modelo dispensa leis de parede ou funções de amortecimento. Isto possibilita a especificação de condições de contorno de Dirichlet. Além disto, o modelo é conhecido por sua estabilidade numérica [116]. Sabe-se que o comportamento do modelo $k - \omega$ é muito superior ao modelo $k - \varepsilon$ no interior da região logarítmica em escoamentos com gradientes adverso de pressão e em escoamentos compressíveis [81]. Em regiões de esteira, o modelo é substituído pelo modelo $k - \varepsilon$. O modelo $k - \omega$ tem forte sensibilidade às condições de corrente livre. Além disto, este modelo não é muito preciso ao analisar escoamentos cisalhantes livres, como jatos, camadas de mistura e desenvolvimento de esteiras turbulentas. Para que esta lógica de troca de modelos funcione, o modelo $k - \varepsilon$ é multiplicado por uma função de mistura e adicionado ao modelo $k - \omega$ também multiplicado por esta função de mistura. Daí, impõe-se que a função tenha valor unitário na região logarítmica (interior da camada limite) e, gradativamente, torne-se nula fora da mesma.

As equações de transporte do modelo são:

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = P_k - \beta' k \omega \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (3.19)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) = \alpha \rho S^2 + \beta \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} + \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (3.20)$$

Onde ε é a dissipação turbulenta e ω é a frequência turbulenta. A definição da viscosidade turbulenta é feita de modo a contabilizar o transporte das tensões cisalhantes principais turbulentas:

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, (S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}} F_2)} \quad (3.21)$$

O termo $(S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}}$ é uma medida invariante do tensor taxa de deformação e F_2 é uma de duas funções de mistura do modelo. A formulação das funções de mistura F_1 e F_2 é baseada na distância até a parede e nas variáveis do escoamento.

As funções de mistura têm como característica a delimitação das zonas onde cada modelo irá atuar. Através dos valores encontrados para as funções, o modelo irá mudar a formulação nas equações de transporte. A primeira função de mistura (F_1) é responsável pela troca de modelos na segunda equação de dissipação do modelo. Esta função de mistura também é a responsável pela determinação das constantes do modelo. A segunda função (F_2) é responsável pela troca de modelos na formulação da viscosidade turbulenta. Portanto, as funções de mistura são denotadas por:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (3.22)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \quad (3.23)$$

$$CD_{k\omega} = \max(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \nabla \omega, 1, 0.10^{-10}) \quad (3.24)$$

F_1 é igual a zero na região afastada da parede (modelo $k - \varepsilon$) e muda para 1 no interior da camada limite, na região perto da parede (modelo $k - \omega$). F_2 é dada por:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (3.25)$$

$$\arg_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \quad (3.26)$$

Um limitador de produção é utilizado para evitar o crescimento de turbulência em regiões de estagnação:

$$P_k = \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.27)$$

$$\widetilde{P}_k = \max(P_k, 10 \cdot \rho \beta^* k \omega) \quad (3.28)$$

Se α_1 representa qualquer constante do modelo $k-\omega$ e α_2 representa qualquer constante do modelo $k-\varepsilon$, então α , que é a constante correspondente no modelo SST é computada como uma síntese dos dois primeiros modelos através da seguinte função:

$$\alpha = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 (1 - F_1) + \dots \quad (3.29)$$

As constantes são $\beta'=0.09$, $\alpha_1=5/9$, $\beta_1=3/40$, $\sigma_{k1}=0.5$, $\sigma_{\omega1}=0.5$, $\alpha_2=0.44$, $\beta_2=0.0828$, $\sigma_{k2}=1$, $\sigma_{\omega2}=0.856$. As expressões para ω fornecidas por suas equações de transporte permitem uma formulação próxima à parede, mudando gradualmente de leis de parede para formulações de baixo número de Reynolds próximo a parede.

As vantagens deste modelo de turbulência residem na formulação zonal empregada. Esta formulação advém das funções de mistura, que garantem uma seleção conveniente dos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$. Esta seleção mantém a formulação $k-\omega$ em regiões perto da parede e a formulação $k-\varepsilon$ longe da parede, garantindo assim que os comportamentos deficitários de cada modelo sejam evitados. A formulação do modelo SST necessita o cômputo da distância até a parede, demandado nas funções de mistura. A formulação do cálculo da distância até a parede será mostrado mais a frente.

3.2.4 Modelo DES-SST

Uma modelagem híbrida da turbulência tem como conceito a mistura de metodologias de simulação, ou seja, a combinação de qualidades dos modelos de turbulência com elementos de simulação de grandes escalas. A maior motivação para a hibridização entre URANS e simulação de grandes escalas reside na redução do custo inerente a última, causada por dois fatores [98]:

- A necessidade de se resolver diretamente todas as escalas responsáveis pela produção de turbulência
- A limitação de boa parte das modelagens submalha de simulações de grandes escalas em contabilizar corretamente efeitos de anisotropia.

Tais fatores passam pelo uso de malhas extremamente refinadas. Isto pode se constituir em um problema severo se a escala de comprimento característica for uma função decrescente do número de Reynolds. Portanto, a utilização combinada de simulação de grandes escalas e equações médias de Reynolds visa obter resultados semelhantes a da simulação de grandes escalas a um custo menor. [98] classifica as técnicas híbridas de simulação numérica da turbulência da seguinte forma:

- Formulação Zonal - O domínio computacional é dividido em subdomínios que recebem diferentes abordagens.
- Equações de Perturbação não-lineares - Este método consiste em computar a parte de baixa frequência da solução utilizando equações médias, e o campo flutuante é calculado utilizando grandes escalas.
- Modelagem Universal - Substitui a modelagem submalha por um modelo de turbulência resultante de uma combinação entre um modelo RANS e um modelo submalha.

A transição de abordagens pode ser feita de forma abrupta, onde se desconsidera uma região de transição entre a interface das abordagens URANS e grandes escalas. Outra opção é uma transição mais gradual, onde se considera uma região de transição que será dependente do caso estudado. A formulação utilizada no presente trabalho é zonal e utiliza uma transição gradual, onde as escalas características ocorrentes na abordagem URANS são substituídas por escalas correspondentes à filtragem da simulação de grandes escalas. Com isto, a viscosidade turbulenta e as tensões turbulentas exibem comportamento contínuo, levando a uma transição gradual de formulações.

A proposta de [105] para a simulação híbrida é denominado de DES (*Detached Eddy Simulation*), que pode ser traduzido como simulação de escala descolada. A formulação DES procura fugir dos comportamentos deficitários de cada abordagem se valendo das qualidades de cada. A formulação procura manter o escoamento médio na camada

limite não descolada e, simultaneamente, oferece a capacidade de capturar esteiras turbulentas ou zonas de recirculação. Na prática, o modelo DES utiliza um modelo de turbulência que funciona como uma modelagem submalha para a formulação.

Existem dois problemas a serem resolvidos nesta formulação:

- Quão rapidamente as estruturas turbulentas transientes se desenvolvem após a troca de formulação de equações médias para grandes escalas?
- Como o mecanismo de troca de formulação deve ser modelado, de modo que o modelo não induza ao cálculo prematuro do descolamento da camada limite?

As respostas destes dois problemas podem ser obtidas através das funções de mistura definidas no modelo SST. Estas funções irão “blindar” a camada limite, reduzindo o problema de descolamento induzido pela malha. Como o modelo SST é baseado em uma formulação zonal, diferenciando a região da camada limite do resto do escoamento, as funções de mistura do modelo podem ser utilizadas para evitar o descolamento induzido pela malha. A formulação irá mudar quando a escala de comprimento turbulenta obtida pela parte de equações médias do modelo for maior que o espaçamento da malha local. Neste instante, esta escala é substituída pelo espaçamento da malha local (Δ_1) para o cômputo da taxa de dissipação na equação da energia cinética de turbulência. Para tanto, o modelo DES-SST utiliza a formulação do modelo SST descrita anteriormente, juntamente com o modelamento matemático responsável pela troca, que é denotado por:

$$\varepsilon = k\beta'\omega = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L_t} \Rightarrow \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_{DES}\Delta_1} \quad (3.30)$$

Para $C_{DES}\Delta_1 < L_t$:

$$\Delta_1 = \max(\Delta_i); L_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta'\omega} \quad (3.31)$$

Aqui, a troca do modelo SST para uma formulação de grandes escalas é feita somente onde a escala de comprimento turbulenta, L_t , é maior do que o espaçamento local da malha. Longe da parede, a escala de comprimento é redefinida, elevando a magnitude

do termo de destruição na equação de energia cinética de turbulência. A constante C_{DES} é calibrada de forma a exibir um comportamento similar ao da modelagem de Smagorinsky para turbulência isotrópica [69].

A escala de comprimento utilizada no cômputo da taxa de dissipação na equação da energia cinética de turbulência é substituída por Δ_1 . A razão desta escolha é que o modelo deverá retornar para o modelo SST na região onde a camada limite estiver colada. Logo, esta medida é a forma mais segura de se garantir esta condição. [107] propôs a seguinte modificação no modelo, formulado como um multiplicador do termo de destruição na equação da energia cinética de turbulência:

$$\varepsilon = k\beta'\omega \Rightarrow k\beta'\omega F_{DES} \quad (3.32)$$

A constante C_{DES} será o limitador que deverá estar ativo na região de equações médias, especificamente na região do modelo $k - \varepsilon$ inerente ao modelo SST. Logo, a terceira função de mistura é modelada como:

$$F_{DES} = \max\left(\frac{\sqrt{k}}{C_{DES}\Delta_1\beta'\omega}, 1\right) \quad (3.33)$$

O valor padrão de C_{DES} é igual a 0,61 para reproduzir o comportamento da modelagem de Smagorinsky. Em problemas bidimensionais de simulação de grandes escalas, a constante de Smagorinsky é alvo de mudanças em seu valor para melhor reproduzir a cascata de energia da turbulência [78], [68]. Propõe-se aqui uma redução da constante C_{DES} para obter uma melhor representação da cascata de energia para um dos escoamentos simulados pelo presente trabalho, de forma análoga a obtenção de valores para a constante de Smagorinsky. Esta redução se baseia no fato da simulação ser bidimensional e na natureza da turbulência do escoamento em questão.

3.2.5 Distância até a Parede

Conforme mencionado na seção 3.2.3, os modelos SST e DES SST necessitam do cálculo da distância até a parede. Isto se deve ao fato do modelo SST admitir que a turbulência próxima a parede é de baixo Reynolds [82]. Por isto, o cálculo da menor distância até

a parede y é mandatório para esta modelagem da turbulência. Para malhas com baixo número de nós, é suficiente checar o número de nós de parede em relação ao número total de nós da malha para obter y . Mas para malhas com alto número de nós, este procedimento torna-se caro computacionalmente.

Atualmente problemas de interesse de engenharia possuem número total de nós da ordem de milhões. Este fator torna o cálculo da menor distância até a parede crucial para os modelos SST e DES SST [93], [44]. Este cálculo pode ser feito através da determinação da norma da distância média dos nós de cada elemento até a parede [119]. Outra possibilidade é a utilização de equações de Poisson para este cálculo de modo a reduzir o custo computacional. O presente trabalho emprega uma formulação de Poisson de cálculo da distância até a parede baseada em uma equação diferencial. Logo, resolve-se a seguinte equação diferencial para o potencial da distância até a parede θ em um contexto de problema de valor de contorno [111]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \left| \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right| = \Lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.34)$$

A equação de Poisson é recuperada impondo $\partial \theta / \partial t = \Lambda = 1$ e $\partial \theta / \partial x_j = 0$. Os gradientes de θ são utilizados para o cálculo de y , tal que:

$$y = \left(\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right)^2 + 2\theta \right)^{0.5} - \left(\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right)^2 \right)^{0.5} \quad (3.35)$$

Como condição de contorno da equação 3.35, impõe-se que $\theta = 0$ na fronteira da parede Γ_w . A equação de Poisson tem suas derivadas discretizadas em um contexto de elementos finitos [120]. Com a distância até a parede determinada, é possível calcular a distância adimensionalizada até a parede.

A literatura reporta que o modelo SST mostra seu melhor desempenho quando a distância adimensionalizada até a parede é inferior a 2 [82]. Logo, a distância entre a parede e o nó mais próximo da parede deve levar em conta esta restrição para que a região de camada limite possua resolução adequada para prever efeitos difusivos adequadamente.

O presente trabalho utilizou a estimativa desta distância se baseando em uma correlação

para placa plana. Esta correlação produz resultados consistentes, conforme reportado na literatura [81]. O número de Reynolds baseado no comprimento da placa plana é dado por:

$$Re_L = \frac{U_0 L}{\nu} \quad (3.36)$$

Onde U_0 é a velocidade do escoamento não-perturbado e L é o comprimento da placa plana. O coeficiente de atrito para a placa plana é dado por [115], [46]:

$$c_f = 0.027 Re_x^{-1/7} \quad (3.37)$$

Onde x é a coordenada cartesiana ao longo do comprimento da placa, cuja origem está no bordo de ataque da placa. A distância adimensionalizada até a parede (Também chamado de número de Reynolds da camada limite) é dada por:

$$y^+ = \frac{u^* y}{\nu} \quad (3.38)$$

Aqui, y é a distância entre a parede e o nó mais próximo desta, e u^* é a velocidade de atrito [95]. O coeficiente de atrito (equação 3.37) pode ser reescrito como:

$$c_f = 2 \left(\frac{u^*}{U_0} \right)^2 \quad (3.39)$$

Isolando a velocidade de atrito na equação 3.39 e inserindo na equação 3.38, tem-se:

$$y = y^+ \left(\frac{2}{c_f} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\nu}{U_0} \quad (3.40)$$

Aplicando a equação 3.37 e efetuando algumas manipulações, tem-se:

$$y = y^+ L \sqrt{74} \frac{Re_x^{1/14}}{Re_L} \quad (3.41)$$

Assumindo $Re_L = CRe_x$ e que $C^{1/14} \cong 1$ (excetuando para baixíssimos números de Reynolds), a equação 3.41 simplifica para:

$$y = y^+ L \sqrt{74} Re_x^{-13/14} \quad (3.42)$$

Com isto, é possível calcular a distância que deve haver entre a parede e o nó mais perto da malha para que a resolução da malha fique adequada no interior da camada limite.

4 FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo será apresentada a formulação matemática do método dos elementos finitos. A metodologia de discretização segundo um algoritmo de projeção será mostrada, bem como a forma de determinação do passo de tempo do escoamento e a estrutura do código CORDEL.

4.1 FORMULAÇÃO FORTE

Conforme apresentado no capítulo anterior o problema do escoamento turbulento incompressíveis com um modelo URANS SST é posto na seguinte forma [9], [74], [120], [10]:

Encontrar os campos de velocidade $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$, pressão $\mathbf{p}(\mathbf{x},t)$, energia cinética de turbulência $\mathbf{k}(\mathbf{x},t)$, e frequência turbulenta $\omega(\mathbf{x},t)$ definidos em $\Omega_t \times [0, T]$, onde Ω_t é um domínio aberto em \mathbb{R}^d (onde $d=2$ ou 3) com fronteira $\Gamma_t = \partial\Omega_t$, tal que:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + F_{SST1} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + F_{SST2} \quad (4.4)$$

Onde:

$$F_{SST1} = P_k - \beta' k \omega \quad (4.5)$$

$$F_{SST2} = \alpha \rho S^2 + \beta \omega + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} + \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (4.6)$$

As condições de contorno são dadas por:

$$u_i(x, t) = u^*; \quad \text{em } \Gamma_u \quad (4.7)$$

$$p(x, t) = p_{\text{ref}}; \quad \text{em } \Gamma_p \quad (4.8)$$

$$k(x, t) = k^*; \quad \text{em } \Gamma_k \quad (4.9)$$

$$\omega(x, t) = \omega^*; \quad \text{em } \Gamma_\omega \quad (4.10)$$

Para as condições acima descritas, Γ_u , Γ_k e Γ_ω representam a fronteira de entrada, onde se prescrevem condições de contorno do tipo Dirichlet. Finalmente, Γ_p é a fronteira de saída, aonde a condição de contorno para a pressão é prescrita através de uma pressão de referência.

4.2 MÉTODO DE PROJEÇÃO INCREMENTAL

Os métodos de projeção [12], [18], [21], [20], [31] tem como característica o fato de que as equações de Navier-Stokes discretizadas precisam, a cada passo de tempo, atender a uma condição de divergência nula [12], [115]. Este método é largamente utilizado para a integração temporal em problemas transientes. Na sequência deste método, faz-se uma segregação do cálculo da velocidade e da pressão, dividindo em passos a solução iterativa do problema. Nesta separação um campo intermediário de velocidade é resolvido em um

passo e atualizado no passo seguinte através de sua projeção em campos de divergência nula. O que diferencia os métodos de projeção é a forma de se efetuar os passos do problema. Uma das vantagens dos métodos de projeção é a possibilidade de se utilizar algoritmos numéricos diferentes para os termos advectivo e difusivo, respectivamente [54], [118]. Por outro lado, metodologias de projeção demandam passos de tempo pequenos [54]. Uma sequência de cálculo para cada passo de tempo pode ser [12]:

1. Resolução do campo de velocidade intermediário sem atender a condição de divergência nula;
2. Cálculo da pressão;
3. Projeção da velocidade obtida no passo 1, onde a velocidade calculada agora deve atender a condição de divergência nula, sendo esta velocidade agora corrigida pela pressão;
4. Cálculo de grandezas adicionais advectadas pelo escoamento.

Uma vez que a iteração se completa, a velocidade estimada no início do processo é descartada, e a velocidade calculada no terceiro passo é utilizada para a próxima iteração como estimativa inicial. Cabe ressaltar aqui que estes passos se repetem a cada iteração do problema. O que diferencia os métodos de projeção é como é feito o acoplamento entre a pressão e a velocidade. Três escolhas necessitam ser feitas para estes métodos: A aproximação inicial da pressão, a condição de contorno da velocidade e a forma de cálculo da pressão. A aproximação inicial da pressão pode ser feita através de condições de contorno de pressão. A condição de contorno de velocidade vem da física do problema. Já a pressão pode ser calculada através de uma equação de Poisson [18].

A metodologia que será descrita a seguir é uma solução iterativa e semi-implícita das equações 4.2 a 4.4 considerando metodologias de projeção [49], [45], [72].

4.2.1 Discretização Temporal

Para a discretização temporal, define-se que para um dado passo de tempo $\Delta t > 0$, considera-se um conjunto de variáveis conhecidas no passo de tempo anterior t , denotadas por $(u^n, p^n, k^n, \omega^n)$. A solução no tempo $t + \Delta t$, denotada por $(u^{n+1}, p^{n+1}, k^{n+1}, \omega^{n+1})$

é obtida através de uma metodologia de segregação do cálculo entre velocidade e pressão, e cálculo posterior das grandezas turbulentas, dados por:

$$\frac{1}{\Delta t} (\bar{u}_i^* - \bar{u}_j^n) + u_i^n \frac{\partial \bar{u}_i^n}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^n}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_T) \left(\frac{\partial \bar{u}_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j^n}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^n}{\partial x_i} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (k^{n+1} - k_i^n) + u_j^n \frac{\partial k^n}{\partial x_j} = \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k^n}{\partial x_i} \right] + F_{SST1} \quad (4.14)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (\omega^{n+1} - \omega_i^n) + u_j^n \frac{\partial \omega^n}{\partial x_j} = \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega^n}{\partial x_i} \right] + F_{SST2} \quad (4.15)$$

O algoritmo de passo fracional introduz grandezas preditas u_i^* , k^{n+1} , e ω^{n+1} . Destas, apenas u_i^* será corrigida no final de cada passo. Este tipo de algoritmo transforma o problema no somatório de dois problemas: um de advecção pura e outro de difusão, resolvidos em sequência em cada etapa da integração temporal [31]. Ao se tomar o divergente da equação 4.12 e utilizando a equação 4.13, uma equação de Poisson para a pressão pode ser obtida:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (p^{n+1} - p^n) = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \quad (4.16)$$

A condição de contorno para a equação 4.16 é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (p^{n+1} - p^n) n_j = \frac{\rho}{\Delta t} u_i^* n_i \quad \text{em } \Gamma_p \quad (4.17)$$

O algoritmo de projeção descrito é denominado esquema de projeção incremental [83], [51], [50], [118]. Este algoritmo é uma modificação da versão proposta por Chorin

[19]. Observa-se aqui que este esquema se baseia em uma metodologia de correção pela pressão. Estes esquemas são técnicas de marcha no tempo composto de etapas executadas em cada passo de tempo. A pressão pode ser tratada explicitamente ou ignorada no primeiro passo, para no segundo passo ser corrigida. Nota-se que como a pressão é caracterizada por uma equação de Poisson, a solução desta irá ser utilizada diretamente para projetar a velocidade em um campo de divergência nula [49], [79]. Na implementação utilizada pelo presente trabalho, a pressão é mantida no primeiro passo, e corrigida no passo seguinte para ser utilizada no passo final. Esta implementação melhora a precisão do cálculo, bem como a convergência das propriedades envolvidas [49], [21]. Isto se deve ao fato de que a separação em passos da velocidade e da pressão resultará em sub-problemas que podem ser resolvidos facilmente [47]. Outros esquemas baseados em métodos de projeção que corrigem a pressão, ou a calculam de forma segregada podem ser encontrados em [49].

4.2.2 Forma Fraca Padrão

De modo a obter a forma fraca do problema imposto anteriormente pelas equações 4.1 a 4.4, serão mostradas algumas definições preliminares [22], [9], [119], [13]. A partir desta seção até o fim deste capítulo as equações serão mostradas em notação compacta. Logo, grandezas vetoriais serão mostradas em negrito.

Define-se um espaço $L_2(\Omega_t)$ de funções quadrado-integráveis no domínio Ω_t , tal que :

$$L_2(\Omega_t) = \left[u : \Omega_t \rightarrow \mathbb{R}(\Omega_t); \int_{\Omega_t} u^2 d\Omega_t < +\infty \right] \quad (4.18)$$

Nesta forma o produto interno entre dois elementos u e v pertencentes a $L_2(\Omega_t)$ é escrito por:

$$(u, v) = (u, v)_{L_2(\Omega_t)} = \int_{\Omega_t} uv d\Omega_t \quad (4.19)$$

Definem-se em seguida o conjunto dos espaços de Sobolev $H^1(\Omega_t)$, onde as derivadas também são quadrado-integráveis, e o subespaço de funções $H_0^1(\Omega_t)$ com valor nulo nas fronteiras do domínio:

$$H^1(\Omega_t) = \left[v \in L_2(\Omega_t); \frac{\partial v}{\partial x} \in L_2(\Omega_t) \right] \quad (4.20)$$

$$H_0^1(\Omega_t) = [v \in H^1(\Omega_t); v(x) = 0, x \in \Gamma_t] \quad (4.21)$$

O conjunto de soluções admissíveis para a equação 4.2 é denotado por:

$$U = [\mathbf{u} \in H^1(\Omega_t)/\mathbb{R}; u_i(x) = g, x \in \Gamma_u] \quad (4.22)$$

Tendo definidos os espaços funcionais, definem-se agora um conjunto de funções peso de forma similar às soluções admissíveis:

$$V = [\mathbf{v} \in H_0^1(\Omega_t)] \quad (4.23)$$

$$Q = [q \in L_2(\Omega_t)/\mathbb{R}] \quad (4.24)$$

Aplicando um método de resíduos ponderados e utilizando definições anteriores a forma fraca das equações 4.11 a 4.15 toma a seguinte forma:

$$m(\Delta \mathbf{u}^*, \mathbf{v}) + c(\mathbf{u}^n, \mathbf{u}^n, \mathbf{v}) + D_u a(\mathbf{u}^n, \mathbf{v}) + \frac{1}{\rho} b(p, \mathbf{v}) = 0 \quad (4.25)$$

$$a(\Delta p, q) = -\frac{\rho}{\Delta t} b(\mathbf{u}^*, q) \quad (4.26)$$

$$m(\mathbf{u}^{n+1}, \mathbf{v}) = -\frac{1}{\rho} b(\Delta p, \mathbf{v}) \quad (4.27)$$

$$m(\Delta k^{n+1}, \mathbf{v}) + c(\mathbf{u}^n, k^n, \mathbf{v}) + D_k a(k^n, \mathbf{u}) = (F_{SST1}, \mathbf{v}) \quad (4.28)$$

$$m(\Delta \omega^{n+1}, \mathbf{u}) + c(\mathbf{u}^n, \omega^n, \mathbf{v}) + D_\omega a(\omega^n, \mathbf{v}) = (F_{SST2}, \mathbf{v}) \quad (4.29)$$

Onde:

$$D_u = (\nu + \nu_T); D_k = \left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right); D_\omega = \left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\omega} \right) \quad (4.30)$$

E as seguintes formas são introduzidas :

$$\begin{aligned} m(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \frac{1}{\Delta t} \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) d\Omega \\ c(\mathbf{u}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \mathbf{v} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) d\Omega \\ a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \nabla \mathbf{v} (\nabla \mathbf{u}) d\Omega \\ b(q, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} q (\nabla \cdot \mathbf{v}) d\Omega \\ m(k, \mathbf{v}) &= \frac{1}{\Delta t} \int_{\Omega} (k \cdot \mathbf{v}) d\Omega \\ c(\mathbf{u}, k, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \mathbf{v} (\mathbf{u} \cdot \nabla k) d\Omega \\ a(k, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \nabla \mathbf{v} (\nabla k) d\Omega \\ m(\omega, \mathbf{v}) &= \frac{1}{\Delta t} \int_{\Omega} (\omega \cdot \mathbf{v}) d\Omega \\ c(\mathbf{u}, \omega, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \mathbf{v} (\mathbf{u} \cdot \nabla \omega) d\Omega \\ a(\omega, \mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \nabla \mathbf{v} (\nabla \omega) d\Omega \end{aligned} \quad (4.31)$$

Os incrementos dos campos de velocidade, pressão, energia cinética de turbulência e frequência turbulenta são dados por:

$$\begin{aligned} \Delta u^* &= u^* - u^n \\ \Delta u^{n+1} &= u^{n+1} - u^* \\ \Delta p &= p^{n+1} - p^n \\ \Delta k &= k^{n+1} - k^n \\ \Delta \omega &= \omega^{n+1} - \omega^n \end{aligned} \quad (4.32)$$

O método de projeção incremental descrito aqui se baseia em uma discretização temporal de primeira ordem. Discretizações de ordem superior podem ser utilizadas de acordo com o problema em questão e com a precisão e custo computacional desejado [57], [109], [53], [14]. Logo, a solução das equações 4.25 a 4.29 levará a uma formulação consistente de todos os campos no tempo $t + \Delta t$.

4.2.3 Discretização Espacial

Agora, será descrita a forma discreta do problema, equivalente à forma fraca apresentada na seção anterior. Esta forma discreta se justifica pelo fato de se garantir estabilidade para regimes predominantemente advectivos [25], [24]. Logo, toma-se uma partição regular $T^h(\Omega_t)$ do domínio Ω_t aonde podem ser construídos os espaços $Q_h \subset Q$, $V_h \subset V$ e $U_h \subset U$ como subespaços para os espaços definidos pelas equações 4.20 a 4.23. A formulação variacional discreta associada com a forma fraca do problema será dada por:

Dado $\mathbf{u}_h^n, p_h^n, k_h^n, \omega_h^n$, deve-se encontrar $\mathbf{u}_h^{n+1}, p_h^{n+1}, k_h^{n+1}, \omega_h^{n+1} \in U_h \times Q_h$, tal que $\forall \{\mathbf{v}_h, q_h\} \in V_h \times Q_h$:

$$m(\Delta \mathbf{u}_h^*, \mathbf{v}_h) = -c(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) - D_u a(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) - \frac{1}{\rho} b(p_h, \mathbf{v}_h) - s(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) \quad (4.33)$$

$$a(\Delta p_h, q_h) = -\frac{\rho}{\Delta t} b(\mathbf{u}_h^*, q_h) \quad (4.34)$$

$$m(\mathbf{u}_h^{n+1}, \mathbf{v}_h) = -\frac{1}{\rho} b(\Delta p_h, \mathbf{v}_h) \quad (4.35)$$

$$m(\Delta k_h^*, \mathbf{v}_h) + c(\mathbf{u}_h^n, k_h^n, \mathbf{v}_h) + D_k a(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) = (F_{SST1}, \mathbf{v}_h) \quad (4.36)$$

$$m(\Delta \omega_h^*, \mathbf{v}_h) + c(\mathbf{u}_h^n, \omega_h^n, \mathbf{v}_h) + D_\omega a(\omega_h^n, \mathbf{v}_h) = (F_{SST2}, \mathbf{v}_h) \quad (4.37)$$

A forma discreta é obtida através da aproximação dos campos de velocidade e pressão. Observa-se que o processo de obtenção da forma discreta é similar aos métodos descritos em [23] e [48]. Ao longo deste processo, nota-se o surgimento de um termo extra na equação 4.33 denotado por $s(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h)$. Este termo é o responsável por garantir estabilidade em regimes dominados por advecção. Sendo assim, pode-se considerar que este termo é o parâmetro de estabilização da velocidade. Este termo é dado por:

$$s(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) = ((\nabla \mathbf{u}_h^n) \mathbf{u}_h^n, \Delta t (\nabla \mathbf{v}) \mathbf{u}_h^n) \quad (4.38)$$

Logo, considerando que a dimensão dos espaços $\dim(V_h) = \dim(U_h) = \dim(Q_h)$ seja igual a N e as funções base sejam denotadas por $\{\mathbf{N}_i; i = 1, N\}$ e $\{N_i; i = 1, N\}$, o problema em sua forma discreta, vista sob notação matricial será dada pelos seguintes passos:

Passo 1: Cálculo da velocidade:

$$\mathbf{M}_u \cdot \Delta \mathbf{u}_h^* = \mathbf{F}_u^*(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h^n, p_h^n) \quad (4.39)$$

Passo 2: Cálculo da pressão - Equação de Poisson:

$$\mathbf{A} \cdot \Delta p_h = \mathbf{F}_p(\mathbf{u}_h^*) \quad (4.40)$$

Passo 3: Correção da velocidade através da projeção desta no campo de divergência nula:

$$\mathbf{M}_u \cdot \Delta \mathbf{u}_h^{n+1} = \mathbf{F}_u(\Delta p_h) \quad (4.41)$$

Passo 4: Cálculo da energia cinética de turbulência:

$$\mathbf{M}_k \cdot \Delta k_h^{n+1} = \mathbf{F}_k^*(k_h^n, \mathbf{v}_h^n) \quad (4.42)$$

Passo 5: Cálculo da frequência turbulenta:

$$\mathbf{M}_\omega \cdot \Delta \omega_h^{n+1} = \mathbf{F}_\omega^*(\omega_h^n, \mathbf{v}_h^n) \quad (4.43)$$

Onde as matrizes $\mathbf{M}_u, \mathbf{M}_k, \mathbf{M}_\omega$ são as matrizes massa para a velocidade e as grandezas turbulentas e \mathbf{A} é a matriz Laplaciana da pressão. Estas matrizes são dadas por:

$$\mathbf{M}_{ij} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j) \ ; \ \mathbf{A}_{i,j} = (\nabla N_i, \nabla N_j) \quad (4.44)$$

Por sua vez, os vetores $\mathbf{F}_u^*, \mathbf{F}_p$ e \mathbf{F}_u estão relacionados à discretização do lado direito das equações matriciais dos passos 1 a 3, e os vetores \mathbf{F}_k^* e \mathbf{F}_ω^* estão relacionados à discretização do lado direito das equações matriciais dos passos restantes. Já os termos de integral de contorno, relacionados às condições de contorno, são adicionados a estes vetores.

Observações:

- A solução dos sistemas lineares nos passos 1 a 3 envolvem a matriz de massa. Esta matriz é condensada na forma diagonal para proporcionar velocidade no cálculo. O processo de condensar a matriz é feito uma vez no início do processo iterativo.
- O sistema linear para a correção da pressão (passo 2) é resolvido pelo método dos gradientes conjugados pré-condicionado. Neste método, o pré-condicionamento é efetuado pela fatoração parcial de Cholesky. Esta matriz é armazenada utilizando a metodologia *Morse*, e o pré-condicionamento é executado quando a matriz é primeiramente calculada.
- O passo de tempo, para o presente trabalho, é controlado através de uma média ponderada, que será mostrada a seguir.

4.2.4 Passo de Tempo

A estabilidade do método de projeção incremental é condicional, ou seja, a estabilidade é dependente do passo de tempo [119]. Faz-se necessário estabelecer limites de estabilidade para o passo de tempo. As dependências do passo de tempo podem ser:

- Dimensão dos elementos da malha;

- Viscosidade do fluido;
- Campo de Velocidade;

As seguintes relações podem ser obtidas por análise dimensional, e representam os limites de estabilidade entre os efeitos advectivos e difusivos do escoamento:

$$\Delta t_{adv} = \frac{H}{|u|} \quad (4.45)$$

$$\Delta t_{dif} = \frac{H^2}{2\nu} \quad (4.46)$$

Zienkiewicz [119] mostra que uma forma conveniente de incorporar ambos os limites de estabilidade é denotada por:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta t_{adv} \Delta t_{dif}}{\Delta t_{adv} + \Delta t_{dif}} \quad (4.47)$$

Cabe ressaltar que os limites do passo de tempo são avaliados a nível dos nós. H representa a dimensão da malha, que deve ser estimada de acordo com o elemento, tal que:

$$H = \sqrt{2A_e} \quad (4.48)$$

Onde A_e é a área do elemento. A estabilidade numérica é uma propriedade desejada em algoritmos numéricos. Se não há estabilidade no cálculo, os resultados poderão não reproduzir a física do escoamento. Esta característica é originada nos erros que se acumulam com a evolução da simulação. O algoritmo apresentado garante estabilidade para a velocidade e para a pressão de forma consistente. Esta consistência é automaticamente imposta através da equivalência entre as formas forte e fraca (ambas as formas devem possuir a mesma solução) [41]. O parâmetro estabilizador (equação 4.38) tem como utilidade a estabilização do termo advectivo. Este termo é origem de instabilidades na aproximação da equação da quantidade de movimento 4.2. A presença deste

termo na forma fraca evita a origem destas instabilidades. Este parâmetro utiliza o passo de tempo para a estabilização. A ordem do passo de tempo normalmente é da ordem da dimensão da malha, não podendo ser muito menor que esta dimensão. Neste caso erros no cálculo da pressão poderão acumular e afetar o campo de velocidade [45].

4.3 ESTRUTURA DO CÓDIGO *CORDEL*

O código *CORDEL* é um código escrito em MATLAB para simulação numérica transiente de fluidos. Este código foi desenvolvido para o método CBS no trabalho de [94]. Versões do código para outros métodos de estabilização foram feitas por [10]. O presente trabalho se encaixa no contexto de desenvolvimento deste código para escoamentos turbulentos e para movimentação da malha. Para a geração de malha e pré-processamento, foi utilizado o programa GiD, desenvolvido no CIMNE¹, visto a facilidade oferecida pelo programa para geração de malha e imposição de condições de contorno. Para o pós-processamento foi utilizada a saída gráfica do MATLAB. A estrutura operacional para a simulação de um problema sem movimentação da malha é apresentada na figura 4.1:

¹Centro Internacional para desenvolvimento de Métodos Numéricos em Engenharia. O sítio do programa GiD é: <http://gid.cimne.upc.es/>

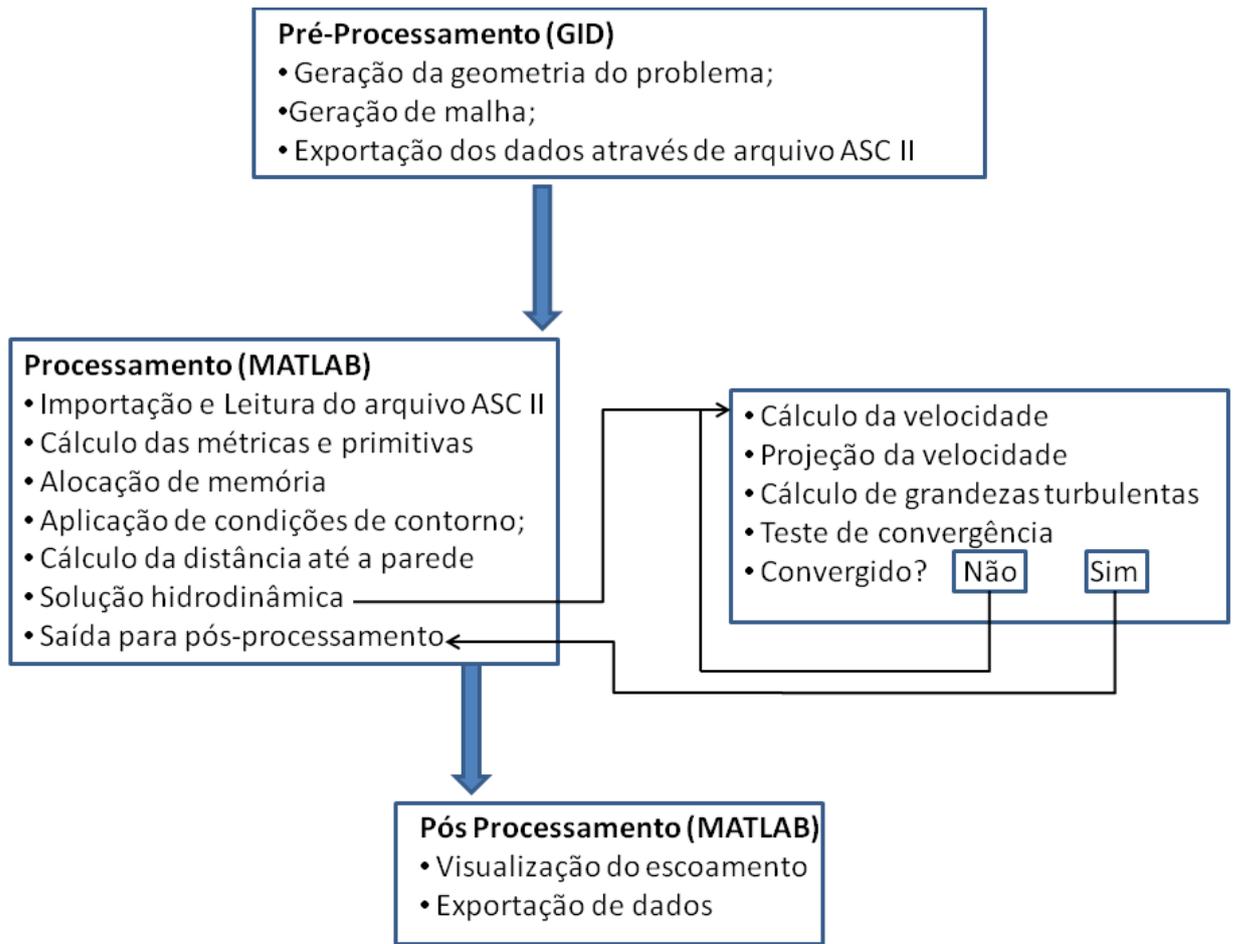


Figura 4.1: Estrutura do Código CORDEL

O código CORDEL foi estruturado de forma a chamar *scripts* do MATLAB que possuem um conjunto de funções responsáveis por construir a solução do problema. A interface com o usuário do código é feita com um *script* que contém as funções de pré e pós-processamento. Os módulos com e sem movimentação de malha, e de simulação laminar e turbulenta são ativadas por intermédio de *flags* inseridas na inicialização do algoritmo. O código lê o arquivo ASC II gerado pelo GiD, e efetua inicialmente o pré-processamento da solução através do *script* correspondente. Este *script* é inserido no programa pelo usuário. Após esta inserção, são definidos os dados do problema através do arquivo lido, das condições de contorno e do tipo de problema. Na inicialização do código são impostos os valores iniciais do problema. Após esta etapa, o cálculo do escoamento é feito utilizando toda a formulação desenvolvida neste capítulo. Finalmente, os resultados são pós-processados pelas funções de pós-processamento contidas no *script*.

5 RESULTADOS PARA ESCOAMENTOS COM DOMÍNIOS FIXOS

O presente capítulo apresentará os resultados obtidos para o escoamento turbulento em um domínio fixo. Dois casos serão apresentados: O escoamento transiente em torno do perfil NACA 0012 fixo e o escoamento transiente em torno de um cilindro próximo a um plano. Será mostrada a física de cada escoamento, os detalhes computacionais e os resultados obtidos.

5.1 ESCOAMENTO SOBRE UM PERFIL NACA 0012 FIXO

5.1.1 Descrição do Escoamento

O escoamento em torno de perfis aerodinâmicos é um problema de mecânica dos fluidos muito difundido na engenharia. Sua aplicação é vista em várias áreas, tais como estudo do voo de aviões e pás diretrizes de turbinas hidráulicas. O estudo de formas aerodinâmicas permitiu maior conhecimento sobre este escoamento. Observou-se que a forma do corpo imerso no escoamento possui efeito significativo na topologia do escoamento [2]. Os efeitos das forças aerodinâmicas nos corpos imersos no escoamento costuma variar com a forma do corpo, com a posição e com o regime do escoamento em questão. Um aerofólio pode ser definido como um corpo aerodinâmico. A sua posição no escoamento pode ser definida pelo seu ângulo de ataque. Este ângulo é conhecido como o ângulo em que o aerofólio “ataca” o escoamento e é formado pela corda do aerofólio e pela direção do movimento relativo do ar [2]. Duas das forças aerodinâmicas existentes neste escoamento são o arrasto e a sustentação, cujos coeficientes são dados por [2]:

$$C_l = \frac{F_l}{0.5\rho U_0^2 A} \quad (5.1)$$

$$C_d = \frac{F_d}{0.5\rho U_0^2 A} \quad (5.2)$$

O perfil NACA 0012 é um perfil aerodinâmico da série NACA¹. Os aerofólios NACA são descritos através dos dígitos localizados após a palavra NACA. Os parâmetros previstos nos dígitos são inseridos em fórmulas matemáticas de modo a determinar a geometria do perfil e determinar as suas propriedades. Esta família de perfis é dividida em:

- NACA 4 dígitos:
 - O primeiro dígito representa o *camber*² como um percentual da corda do perfil;
 - O segundo dígito representa o *camber* máximo do perfil em termos de múltiplos de dez da corda do aerofólio medido a partir do bordo de ataque do perfil;
 - Os dois últimos dígitos representam a espessura do perfil medido em termos percentuais da corda;

- NACA 5 dígitos:
 - O primeiro dígito é igual ao coeficiente de sustentação do perfil dividido por 0,15;
 - O segundo e terceiro dígitos são iguais ao *camber* máximo do perfil em termos de múltiplos de dez da corda do aerofólio medido a partir do bordo de ataque do perfil multiplicados por 2;
 - Os dois últimos dígitos representam a espessura do perfil medido em termos percentuais da corda;

Para o perfil NACA 0012, significa dizer que o perfil é simétrico com espessura de 12% da corda do perfil.

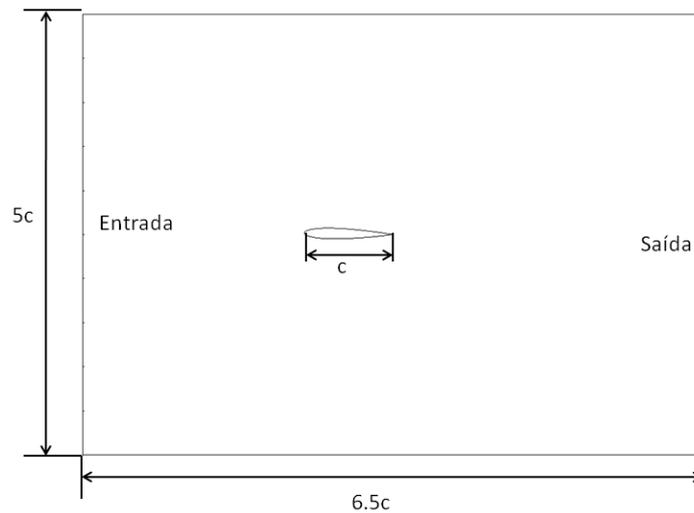
5.1.2 Detalhes Computacionais

O presente trabalho simulou o trabalho de [63] estático, que ensaiou experimentalmente o perfil NACA 0012 para vários ângulos de ataque. O domínio simulado pelo presente trabalho é dado pela figura 5.1(a).

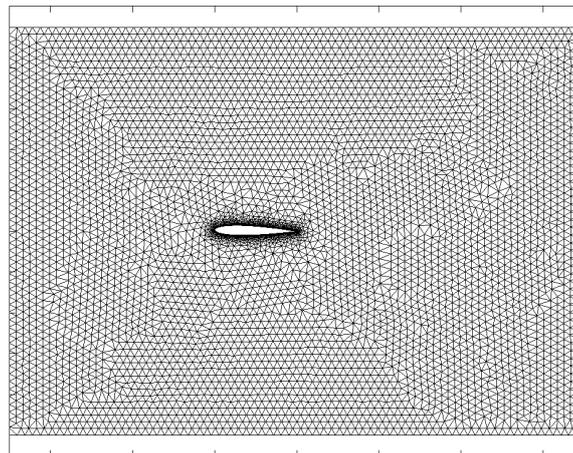
¹*National Advisory Committee for Aeronautics*

²Medida da assimetria entre as curvas do intradorso e do extradorso do aerofólio

Na entrada, a velocidade foi acertada para levar a um número de Reynolds de 10^5 . Foi imposta uma pressão de referência nula na condição de contorno de saída. Nos nós do aerofólio foi imposta a condição de não escorregamento. Quinze ângulos de ataque foram simulados, e em cada resultado foi determinado os valores do coeficiente de arrasto e sustentação. As malhas de cada ângulo possuem 10455 nós e 20332 elementos P1. A equação 3.42 foi empregada para determinar qual é a distância entre a parede do aerofólio e os nós mais próximos desta. O tempo computacional de cada malha foi de 1 hora e meia, em um computador DELL POWEREDGE com processador INTEL XEON quatro núcleos de 2.4 GHz.



(a) Domínio de Cálculo

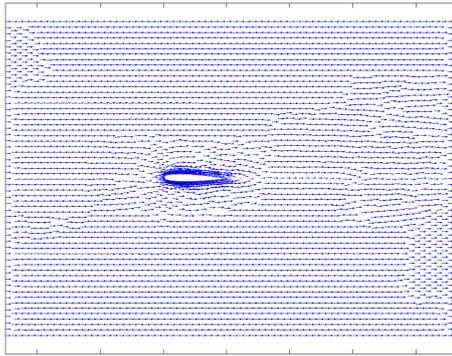


(b) Malha de Cálculo

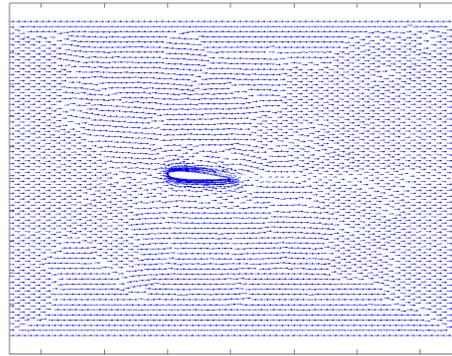
Figura 5.1: Domínio e Malha - Aerofólio Estático

5.1.3 Resultados e Análise

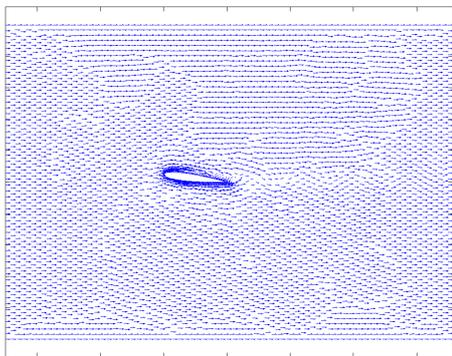
As figuras 5.2 a 5.5 mostram a topologia do escoamento para vários ângulos de ataque. Observa-se que para ângulos de ataque inferiores a 7 graus, o escoamento encontra-se colado na superfície do aerofólio. Os contornos de vorticidade mostram a camada cisalhante próxima à superfície do aerofólio. Os contornos de pressão mostram zonas de média pressão no extradorso do aerofólio, junto com zonas de pressão alta no bordo de ataque para o ângulo de 1 grau. De 4 até 7 graus nota-se a expansão da zona de pressão ao longo do extradorso do aerofólio. Os vetores velocidade começam a mostrar pequenas recirculações nesta região. Os contornos de vorticidade começam a mostrar o crescimento da camada cisalhante e o processo de seu descolamento. As linhas de corrente mostram pequenos desvios em sua trajetória, representando nestes desvios as regiões de recirculação. Em 7 graus a esteira de emissão de vórtices começa a tomar forma com a formação de zonas de baixa pressão no extradorso do aerofólio. Os contornos de vorticidade mostram gradual descolamento da camada cisalhante da superfície do aerofólio. Em 10 graus inicia-se o desprendimento de vórtices, representado pelas zonas de baixa pressão que se deslocam a jusante do aerofólio. Esta topologia é identificada nos contornos de vorticidade, aonde se visualiza zonas de vorticidade se deslocando a jusante do aerofólio. Os vetores velocidade mostram pares de vórtices que se iniciam no bordo de fuga do aerofólio e seguem a jusante. As linhas de corrente mostram linhas que delineiam a esteira, contornando os vórtices emitidos. Este instante representa o momento de *stall*, onde a sustentação atinge seu valor máximo [63]. Nos ângulos subsequentes, a esteira de vórtices ganha força, representado pela topologia de emissão coerente de vórtices. Esta característica é observada em cada visualização. Neste ponto, a sustentação decai, com aumento do arrasto gerado.



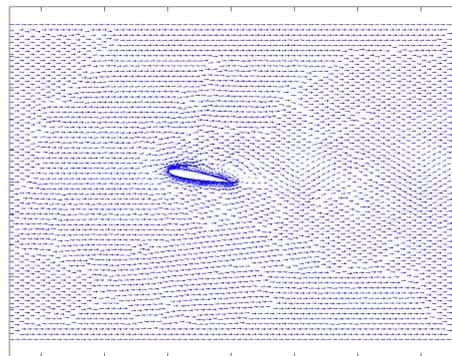
(a) $\alpha = 1$



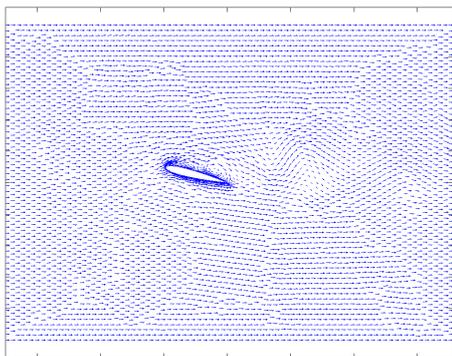
(b) $\alpha = 4$



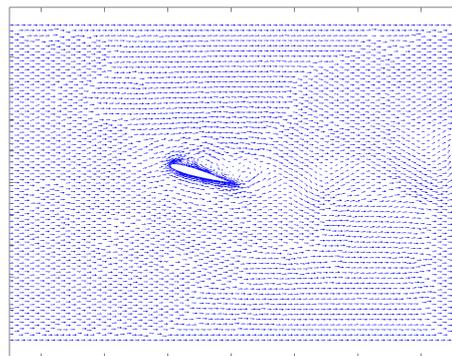
(c) $\alpha = 7$



(d) $\alpha = 10$

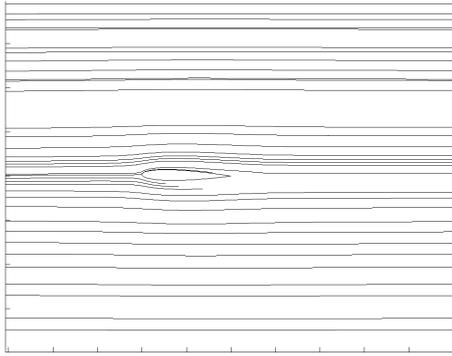


(e) $\alpha = 13$

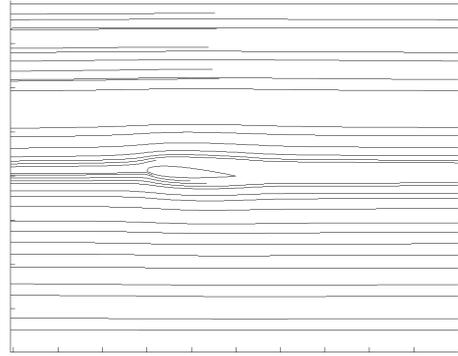


(f) $\alpha = 15$

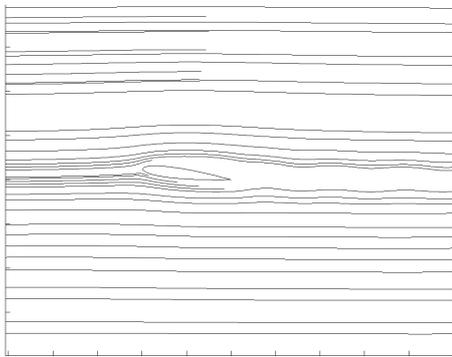
Figura 5.2: Vetores Velocidade - Aerofólio Estático



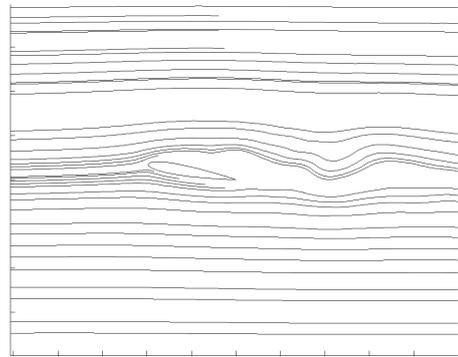
(a) $\alpha = 1$



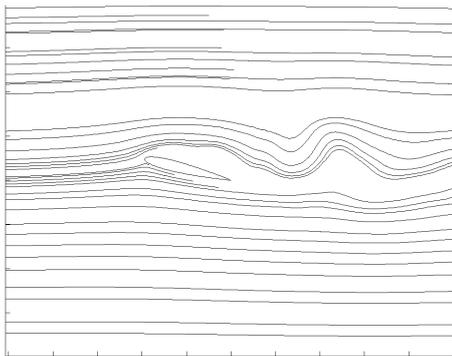
(b) $\alpha = 4$



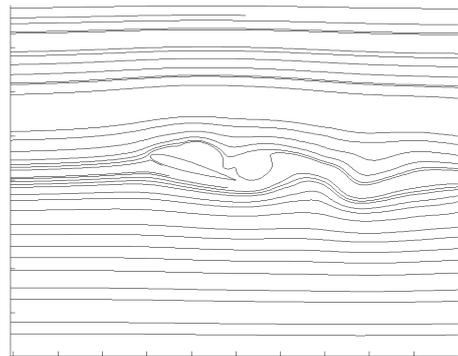
(c) $\alpha = 7$



(d) $\alpha = 10$

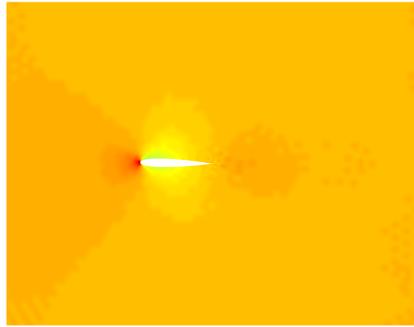


(e) $\alpha = 13$

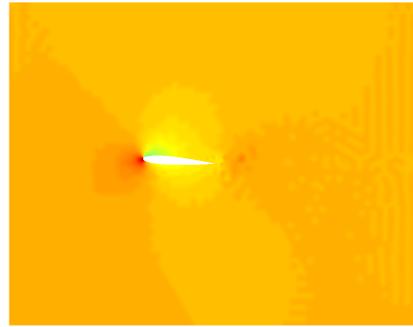


(f) $\alpha = 15$

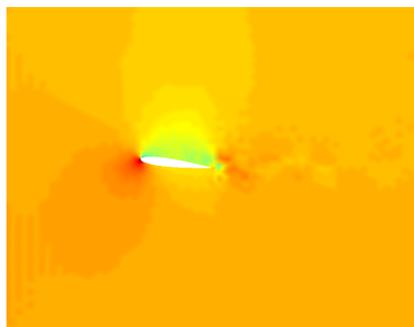
Figura 5.3: Linhas de Corrente - Aerofólio Estático



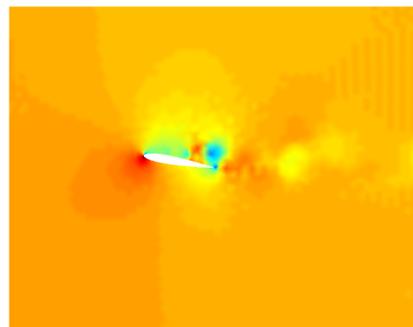
(a) $\alpha = 1$



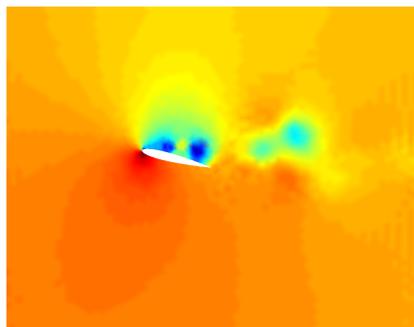
(b) $\alpha = 4$



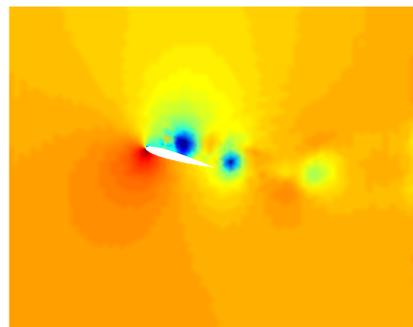
(c) $\alpha = 7$



(d) $\alpha = 10$



(e) $\alpha = 13$



(f) $\alpha = 15$

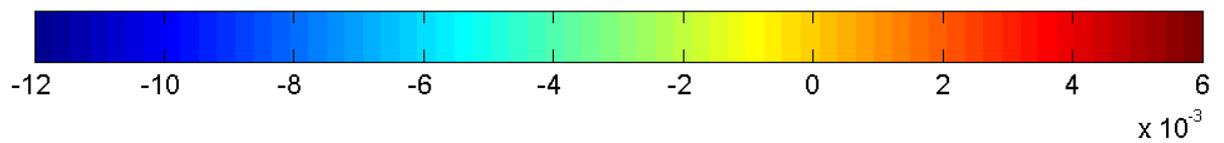
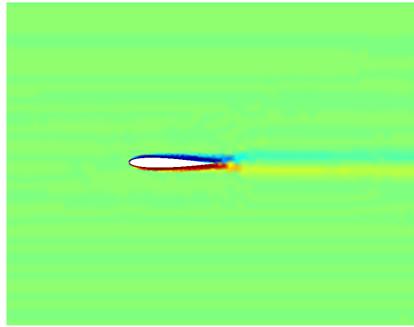
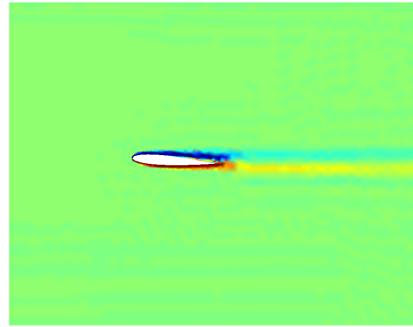


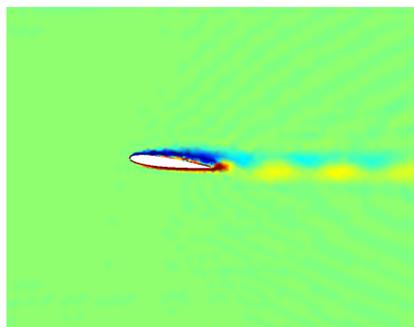
Figura 5.4: Contornos de Pressão - Aerofólio Estático



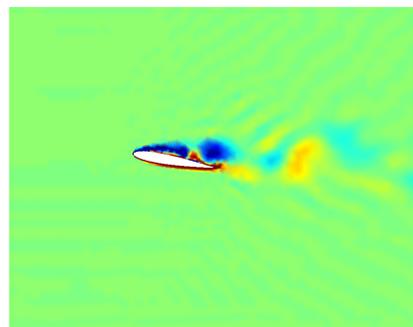
(a) $\alpha = 1$



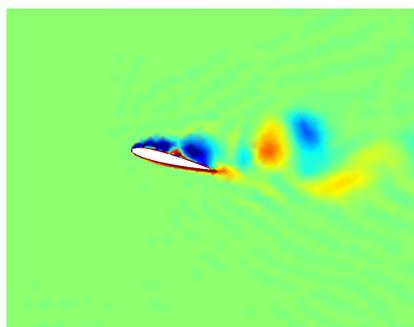
(b) $\alpha = 4$



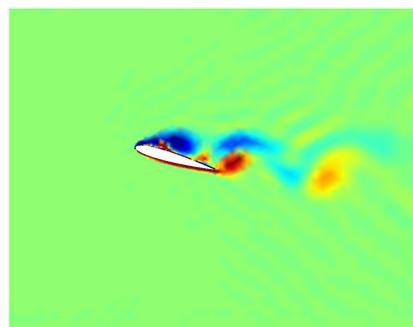
(c) $\alpha = 7$



(d) $\alpha = 10$



(e) $\alpha = 13$



(f) $\alpha = 15$

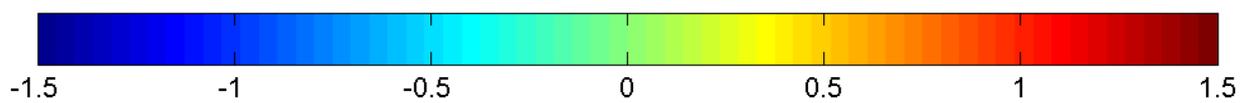
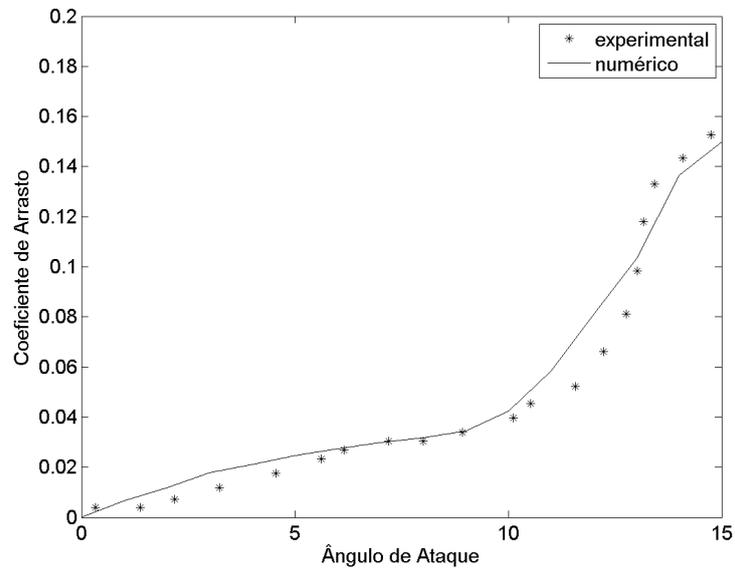


Figura 5.5: Contornos de Vorticidade - Aerofólio Estático

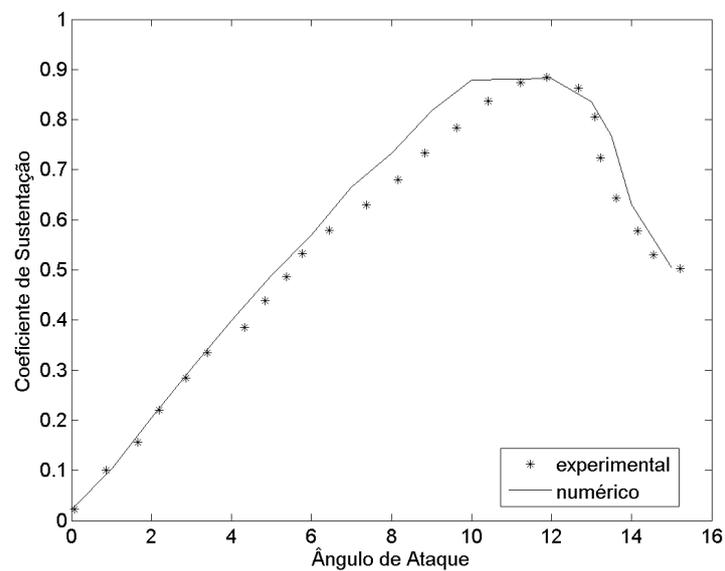
A figura 5.6 mostra a evolução dos coeficientes aerodinâmicos para cada ângulo de ataque. Observa-se que os coeficientes tendem a aumentar o seu valor com o aumento do ângulo de ataque de forma quase linear. Em torno de 10 graus esta tendência muda. O arrasto tende a aumentar de forma mais intensa, ao passo que a sustentação mostra um cenário de decréscimo do seu valor. Este ponto é identificado como o ponto de *stall* do aerofólio. Antes deste ponto, nota-se que o escoamento inicia o processo de descolamento, mas a camada cisalhante fica presa à superfície do aerofólio na maior parte do regime anterior ao *stall* [2]. Em ângulos de ataque próximos ao *stall*, a separação do escoamento próximo ao aerofólio inibe a capacidade do aerofólio de gerar sustentação. No ponto de *stall*, o escoamento próximo à superfície do aerofólio mostra zonas de recirculação que foram aumentando de tamanho. Estas zonas absorvem o escoamento laminar ocorrente, fazendo com que o escoamento transicione para a turbulência. Após o ponto de *stall* o escoamento mostra o desprendimento de vórtices originados das zonas de recirculação mencionadas anteriormente. O arrasto continua a aumentar, ao passo que a sustentação decresce. Este efeito se deve ao fato da incapacidade de geração de sustentação por parte do aerofólio neste ângulo de ataque. A esteira do aerofólio mostra neste ângulo a emissão de vórtices de forma coerente. O desprendimento de vórtices é um dos sinais físicos da geração de arrasto, advindo dos efeitos de pressão e dos efeitos viscosos oriundos do escoamento na superfície do perfil.

Observa-se da figura 5.6 que os resultados simulados mostram similaridade com os resultados experimentais de [63]. Para valores inferiores do ângulo de *stall*, os valores de arrasto e sustentação mostram-se em consonância com os resultados experimentais. Os valores simulados de arrasto mostram-se próximos dos dados experimentais, ao passo que os valores simulados de sustentação seguem os valores experimentais até o ângulo de 5 graus. Entre 5 e 10 graus, observa-se que os valores numéricos de sustentação começam a mostrar maiores que os experimentais, superestimando a previsão da sustentação. Os valores do coeficiente de arrasto mostram mais perto dos valores experimentais. Neste instante, a física do escoamento é caracterizada pela formação das zonas de recirculação e início do processo de separação do escoamento. Nota-se dos gráficos que a simulação prevê o *stall* do perfil em torno de 10 graus, ao passo que os valores experimentais mostram o *stall* um pouco acima deste valor, por volta de 12 graus. Neste ponto, os valores simulados de arrasto se mostram superiores aos experimentais. Este efeito está de acordo com a visualização do escoamento, que mostra a emissão de vórtices iniciada em 10 graus. Observa-se no gráfico de sustentação que a sustentação numérica é superestimada, com a inflexão ocorrendo antes do previsto pelos dados experimentais. Após este ponto, os valores simulados de arrasto e sustentação seguem de

acordo com a física do escoamento, com alguma diferença com os valores experimentais. Os valores numéricos previram o decréscimo da sustentação e o aumento dos valores de arrasto, mantendo-se em relativa proximidade com os dados experimentais. Pode-se afirmar com estes resultados que o código retratou de forma adequada a realidade física do escoamento, com poucas diferenças entre os valores simulados e experimentais.



(a) Arrasto



(b) Sustentação

Figura 5.6: Coeficientes Aerodinâmicos

5.2 ESCOAMENTO SOBRE UM CILINDRO PRÓXIMO A UM PLANO

5.2.1 Descrição do escoamento

O escoamento ao redor de um cilindro circular é um problema bem conhecido na mecânica dos fluidos. Este problema mantém muito interesse de pesquisa devido ao fato de possuir uma configuração simples e de possuir conceitos aplicáveis a problemas reais de engenharia. Este escoamento pode ser definido como não-isotrópico [73]. O comportamento do escoamento pode variar de acordo com o número de Reynolds baseado na velocidade do escoamento não-perturbado, do diâmetro do cilindro e dos efeitos viscosos. Para baixos números de Reynolds, a esteira do cilindro apresenta comportamento simétrico. Quando o número de Reynolds aumenta, o escoamento começa a se desprender da parte posterior do cilindro, gerando uma emissão de vórtices. Neste caso, efeitos de viscosidade e do desprendimento de vórtices no campo de pressão são observados. Efeitos de arrasto na parede do cilindro são dependentes do número de Reynolds em questão.

O escoamento sobre um plano liso estacionário é um caso clássico da mecânica dos fluidos. Neste caso ocorre o desenvolvimento da camada limite, subdividida em duas camadas com propriedades distintas [4]: a primeira, adjacente a sub-camada viscosa, é a região logarítmica da camada limite. A segunda região é a região de esteira, aonde ocorre a transição da região logarítmica para a região de corrente livre. O caso laminar possui solução cuja pesquisa remete à década de quarenta, ao passo que o caso turbulento ainda representa uma perspectiva de novas pesquisas devido à complexidade inerente da turbulência neste escoamento [42]. No caso de uma camada limite turbulenta em uma placa plana, a camada limite turbulenta pode ser dividida em seis regiões distintas aonde é possível obter soluções assintóticas distintas [73]. Estas soluções são baseadas em quatro escalas características diferentes, que delimitam cada região e as suas intersecções. Dentre estas regiões observam-se a região viscosa adjacente a superfície, a região logarítmica, onde efeitos turbulentos são importantes e a região de esteira, onde predominam forças inerciais [73].

Escoamentos em torno de cilindros próximos de planos (figura 5.7) móveis e estacionários tem como característica a emissão de vórtices do cilindro. As características de cargas dinâmicas nessas estruturas não são unicamente dependentes do número de Reynolds, mas também do parâmetro adimensional h/d . Na relação adimensional h/d ,

a distância entre o centro do cilindro até o plano estacionário é h e d é o diâmetro do cilindro. A relação altura-diâmetro tem sido apontada como principal parâmetro adimensional para o estudo dos efeitos do escoamento sobre cilindros próximos a planos estacionários. Tanto que na literatura o número de Reynolds é mantido em um valor da ordem de 10^5 , onde se variam apenas a distância entre o cilindro e o plano [64]. A origem da interrupção da emissão de vórtices na esteira do cilindro é a característica que diferencia o escoamento em planos móveis de planos estacionários. Neste último caso, escoamentos onde o parâmetro h/d é pequeno, ou seja, o cilindro se encontra próximo do plano, o escoamento é restringido no espaço compreendido entre a parte inferior do cilindro e o plano. Esta restrição inibe a propagação de instabilidades na região de esteira, e conseqüentemente, inibe a emissão de vórtices [88]. Para valores de h/d elevados, a esteira assume uma forma de “cogumelo” [8] (figura 5.8), e vai se tornando o caso clássico da esteira de Von Kármán à medida em que o cilindro se afasta mais do plano estacionário. Por sua vez, a esteira de corpos rombudos bidimensionais próximos a planos estacionários cujo parâmetro h/d é pequeno apresenta uma esteira intermitente, [87]. Em distâncias bem pequenas, ocorre a completa interrupção da esteira turbulenta. Neste caso, observam-se linhas de vorticidade ocorrentes nas laterais do cilindro. A natureza do fenômeno de interrupção da emissão de vórtices, bem como o efeito da camada limite nesta interrupção é um dos pontos obscuros deste escoamento. Outro efeito pouco conhecido reside na relação entre o início e a interrupção da emissão de vórtices com a variação de arrasto na superfície do cilindro. A literatura concernente a este fenômeno ainda diverge ao apontar qual é o fator determinante da redução do arrasto.

De modo a evitar os efeitos da camada limite na esteira do cilindro, experiências foram executadas com o plano se movendo na mesma velocidade do escoamento de corrente livre. Neste caso, a formação da camada limite é inibida. Como consequência, a velocidade normal é inibida e o escoamento é estabilizado, suprimindo a emissão de vórtices. Com a movimentação do plano, observou-se que as instabilidades que se originam para escoamentos com h/d pequenos tendem a não ocorrer. Desprendimento de vórtices do tipo Von Kármán na esteira de cilindros circulares ocorrem devido à existência de instabilidades locais que se propagam a montante e a jusante do cilindro [89]. O estado da esteira tende a variar com a distância até o plano. Para pequenas distâncias, as velocidades contrárias a direção do escoamento tendem a se reduzir e, portanto, a tendência para a geração e desprendimento de vórtices acaba por ser inibido [87]. É possível identificar dois tipos de instabilidades neste escoamento [87]: Instabilidades absolutas e Instabilidades advectivas. No primeiro tipo, as instabilidades que levam a

formação da esteira de Von Kármán têm origem advectiva e viscosa, ao passo que no segundo tipo, as instabilidades são de origem estritamente advectiva. As instabilidades absolutas surgem para valores maiores de h/d , ao passo que as instabilidades advectivas surgem para valores menores de h/d [89], [87]. Nota-se que a esteira tende a ser mais instável se a espessura da camada limite do plano aumenta devido à diminuição do fluxo volumétrico no espaço definido entre a parte inferior do cilindro e o plano. Logo o início e supressão da emissão de vórtices ocorrem nas duas situações (plano estacionário e plano móvel), mas devido a mecanismos diferentes, todos estes originados pelo parâmetro h/d , conhecido na literatura como *ground effect*.

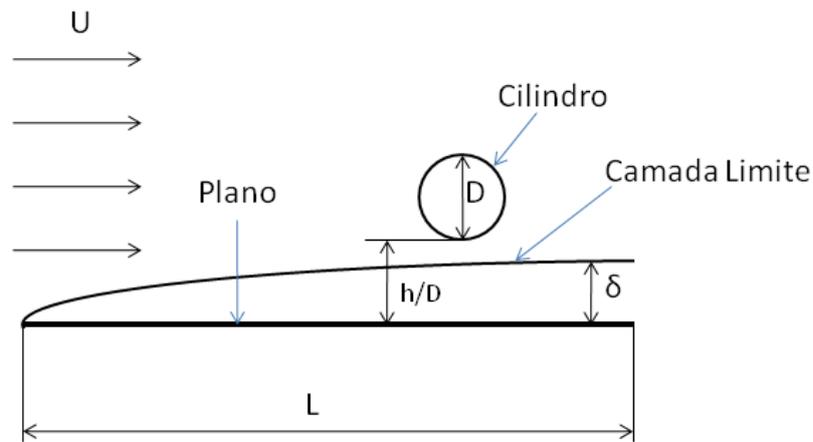


Figura 5.7: Configuração do domínio do Escoamento

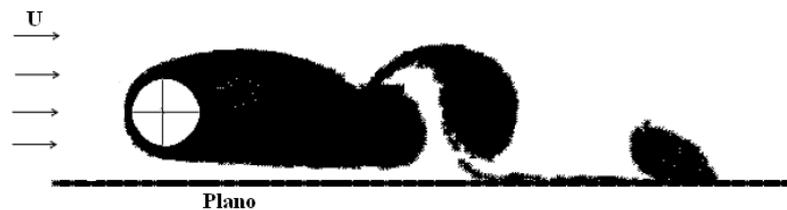
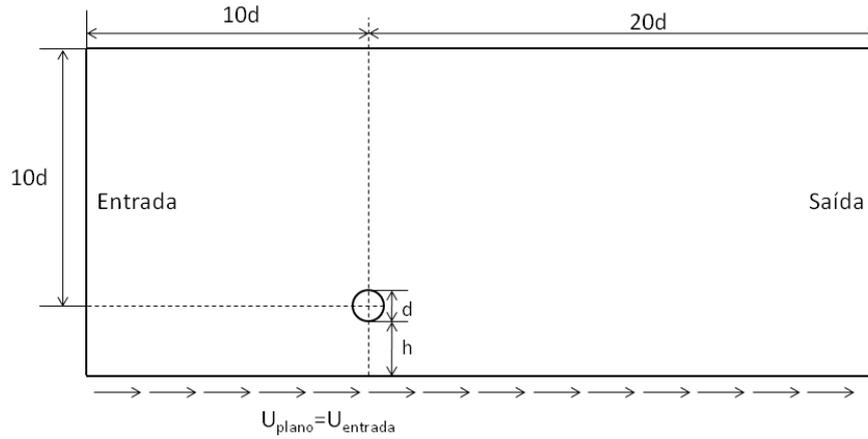


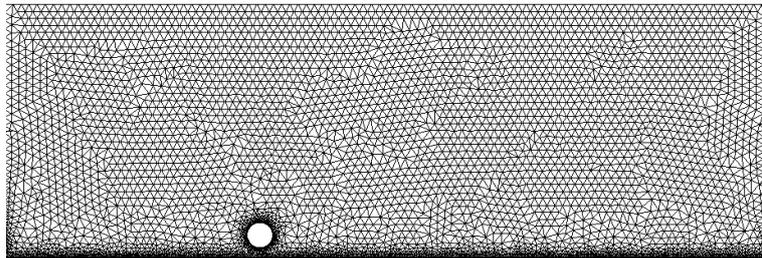
Figura 5.8: Topologia do Escoamento (Adaptado de [8])

5.2.2 Detalhes Computacionais

O presente trabalho simulou o caso bidimensional de [89], que simulou o caso de um cilindro próximo a um plano móvel para várias distâncias entre o cilindro e o plano:



(a) Domínio de Cálculo



(b) Malha de Cálculo

Figura 5.9: Domínio e Malha - Cilindro próximo a um Plano

Na entrada, a velocidade foi acertada para levar a um número de Reynolds de 4×10^4 . Foi imposta uma pressão de referência nula na condição de contorno de saída. Nos nós do cilindro foi imposta a condição de não escorregamento. Por sua vez, foi imposto nos nós do plano a velocidade da entrada do domínio para recuperar a condição de plano móvel. As malhas possuem 15992 nós e 28072 elementos P1. A equação 3.42 foi empregada para determinar qual é a distância entre a parede do cilindro e os nós mais próximos desta. Neste caso foram feitas simulações com o modelo SST em quatro posições ($h/d = 0,2; 0,4; 0,5$ e $0,6$) e em cada resultado foi determinado os valores instantâneos do coeficiente de arrasto e sustentação (equações 5.1 e 5.2), bem como o número de Strouhal e o coeficiente de pressão, dados por:

$$St = \frac{fD}{U_0} \quad (5.3)$$

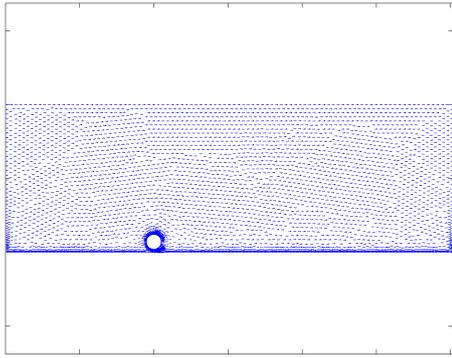
$$C_p = \frac{p - p_0}{0.5\rho U_\infty^2} \quad (5.4)$$

Além disto uma simulação com a formulação DES SST foi feita para $h/d = 0,5$. Nesta simulação foi avaliado o efeito da mudança da constante C_{DES} nos resultados de arrasto, de modo a se avaliar a calibragem do modelo. Os valores utilizados para a constante C_{DES} são 0.61 e 0.4 respectivamente. Este segundo valor foi escolhido de acordo com a calibragem da simulação de grandes escalas para escoamentos bidimensionais feita em [78]. Os casos simulados com o modelo SST e DES levaram 4 horas em um computador DELL POWEREDGE com processador INTEL XEON quatro núcleos de 2.4 GHz.

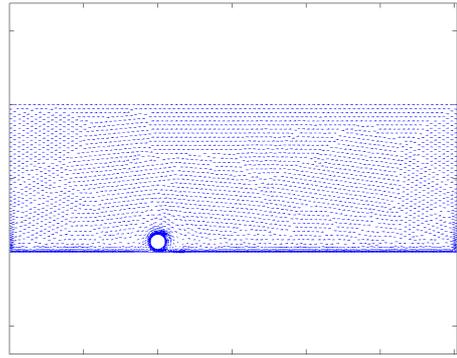
5.2.3 Resultados e Análise

As figuras 5.10 a 5.25 mostram as visualizações instantâneas do escoamento para as diferentes distâncias entre o cilindro e o plano. Para $h/d = 0,2$ (figuras 5.10 a 5.13), observa-se o desenvolvimento de uma esteira de vórtices intermitente. A camada cisalhante que recobre o cilindro começa a se desenvolver e gradualmente separa do cilindro, formando estruturas vórticas. Estas estruturas são formadas na superfície superior e inferior do cilindro. Nota-se a formação de um vórtice que rapidamente adere ao plano móvel e se movimenta a jusante do cilindro (figuras 5.13(a) e 5.13(b)). Observa-se nos contornos de pressão (figura 5.12) a formação de zonas de baixa pressão, que correspondem ao desenvolvimento da camada cisalhante que originará os vórtices a serem desprendidos do cilindro. A zona de recirculação observada nos contornos de vorticidade é representada aqui pela região de baixa pressão que se separa do cilindro e se move a jusante. As linhas de corrente (figura 5.11) mostram linhas próximas ao cilindro que delineam este vórtice, assim como é possível visualizá-lo nos vetores velocidade (figura 5.10). Para tempos mais adiante, observa-se a formação de pares de vórtices, que se desprendem logo após a movimentação do vórtice que adere à superfície do plano. Neste instante, os vórtices são emitidos sempre aos pares e de forma intermitente, se movendo a jusante e na direção superior do domínio de cálculo. Junto a estes pares de vórtices nota-se a formação de vórtices, que giram nas direções horária e anti-horária (cores azul e vermelha na figura 5.13), e se movimentam a jusante aderidas no plano. Para $h/d = 0,4$ (figuras 5.14 a 5.17) observa-se nos contornos de pressão dos tempos iniciais (figura 5.16(a) e 5.16(b)) a formação de uma distribuição de pressão perto de simétrica. Esta assimetria pode ser explicada pela proximidade do cilindro com o plano. Nota-se que a distribuição da camada cisalhante na superfície do cilindro segue a mesma lógica nos contornos de vorticidade (5.17(a) e 5.17(b)). Observa-se o desprendimento de zonas de baixa pressão na parte inferior do cilindro, que representa o vórtice que inicia seu desprendimento do cilindro e adere ao plano. Nota-se que este

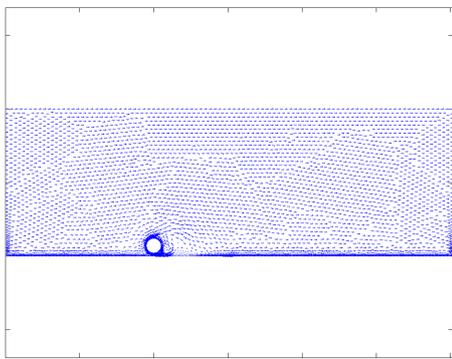
vórtice se mostra mais fraco do que o vórtice observado em $h/d = 0,2$. Este efeito também pode ser creditado ao fato da proximidade do cilindro com o plano. Após este vórtice se mover a jusante, outros vórtices se formam e se desprendem do cilindro, formando uma esteira turbulenta caracterizada pela intermitência da emissão, de forma diferente da observada em $h/d = 0,2$. Observa-se que os vórtices emitidos se movem para a região superior do domínio de forma menos intensa $h/d = 0,2$. Os vetores velocidade (figura 5.14) mostram a formação e desprendimento do vórtice que adere ao plano, bem como a formação da esteira de emissão de vórtices. As linhas de corrente (figura 5.15) mostram linhas que delineam estas estruturas em seus respectivos momentos. Para $h/d = 0,5$ observa-se a rápida formação de zonas de baixa pressão na superfície do cilindro (figuras 5.20(a) e 5.20(b)). Estas zonas se convertem em vórtices que se desprendem do cilindro, configurando uma esteira com topologia análoga a esteira de Von Kármán (figuras 5.21(a) e 5.21(b)). Observa-se que o vórtice que se formava na parte inferior do cilindro e aderira ao plano após se desprender do cilindro se torna bem mais fraco do que seus correspondentes nas distâncias anteriores, mostrando uma relação entre a formação deste vórtice e a distância entre o cilindro e o plano. Observa-se que os vórtices possuem a forma de “cogumelo” observada em [8]. Observa-se a aderência de pequenos vórtices no plano, efeito este ocorrente nas posições anteriores. Nesta posição os vórtices ainda mostram a tendência de se mover para a parte superior do domínio, mas em menos intensidade do que as distâncias anteriores. As linhas de corrente (figura 5.19) e os vetores velocidade (figura 5.18) mostram as estruturas que se desprendem do cilindro, bem como os vórtices que aderem ao plano. Para $h/d = 0,6$ observa-se a formação de uma distribuição de pressão mais perto da simetria do que a distância anterior (figuras 5.24(a) e 5.24(b)). Nota-se a formação de estruturas que se desprendem do cilindro e se movimentam a jusante, representadas pelas zonas de baixa pressão. Os contornos de vorticidade (figura 5.25) mostram que o vórtice que adere ao plano possui vorticidade parecida com o seu correspondente em $h/d = 0,5$. Observa-se que o escoamento se mostra quase simétrico até a aderência do vórtice no plano. Após isto, nota-se o desprendimento de estruturas que se movem para a parte superior do domínio, bem como o desprendimento de vórtices que se mantêm próximas ao plano. A esteira turbulenta neste caso mostra similaridade com a esteira de Von Kármán, a exemplo da distância anterior. Nota-se nas linhas de corrente o delineamento dos vórtices emitidos do cilindro (figura 5.23). Observa-se também que a estrutura mostra uma desorganização inicial, que aos poucos adquire uma coerência de emissão oscilatória de vórtices, também observado nos vetores velocidade (figura 5.22).



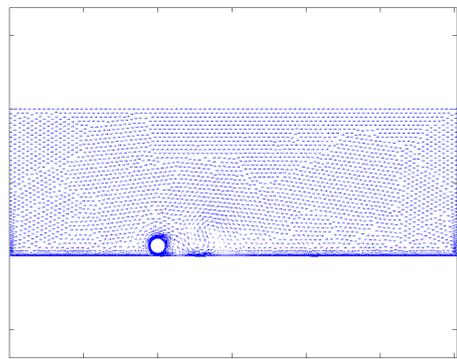
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



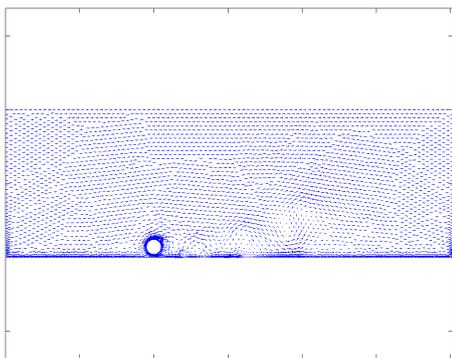
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



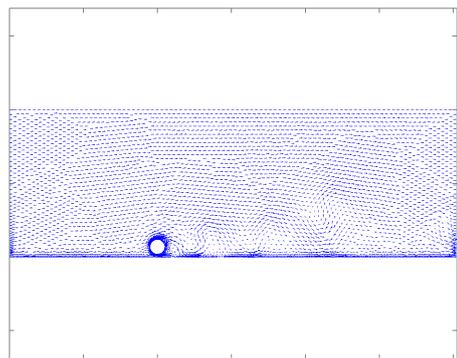
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$

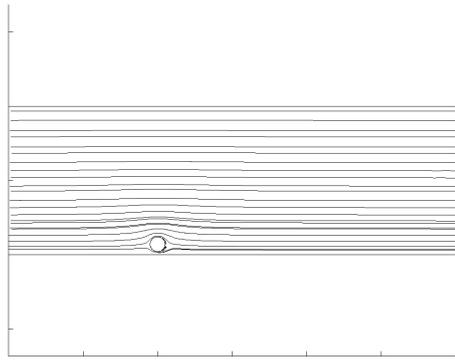


(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$

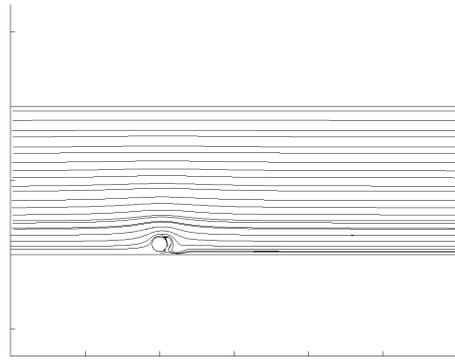


(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

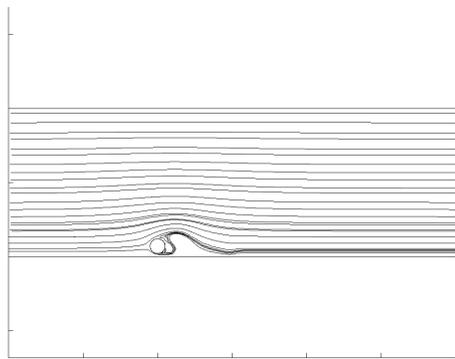
Figura 5.10: Vetores Velocidade - $h/d = 0.2$



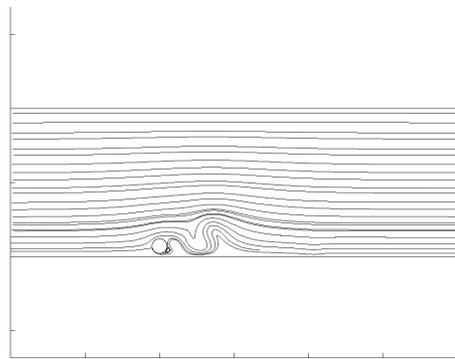
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



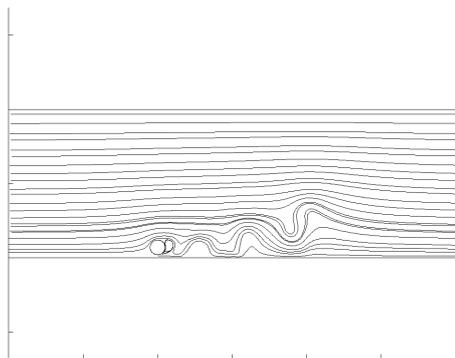
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



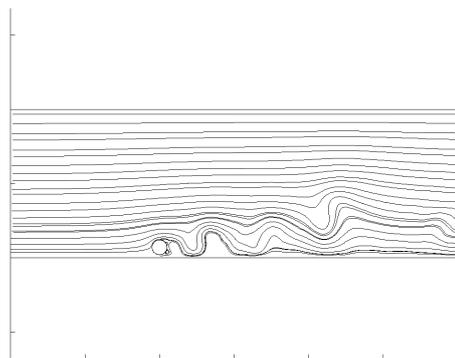
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$

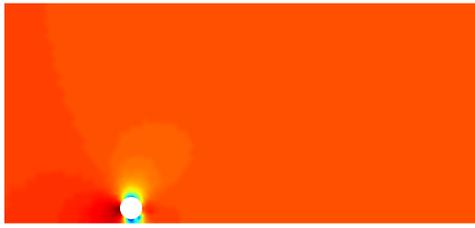


(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$

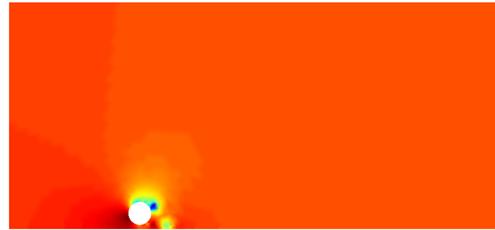


(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

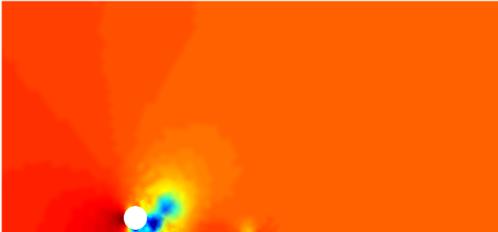
Figura 5.11: Linhas de Corrente - $h/d = 0.2$



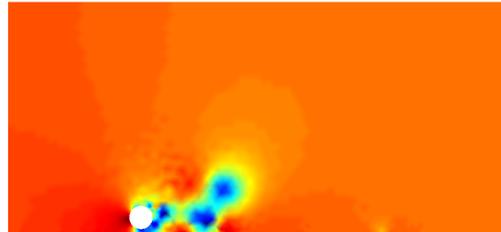
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



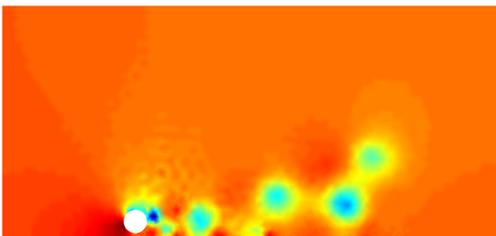
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



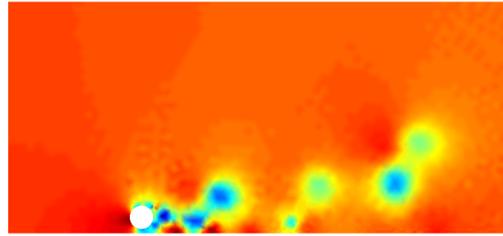
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$



(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$



(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

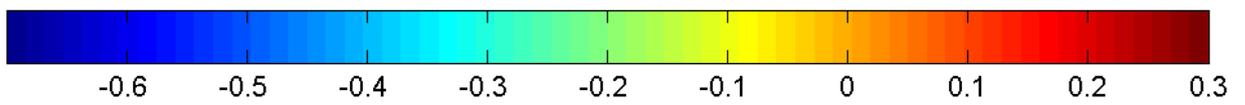


Figura 5.12: Contornos de Pressão - $h/d = 0.2$

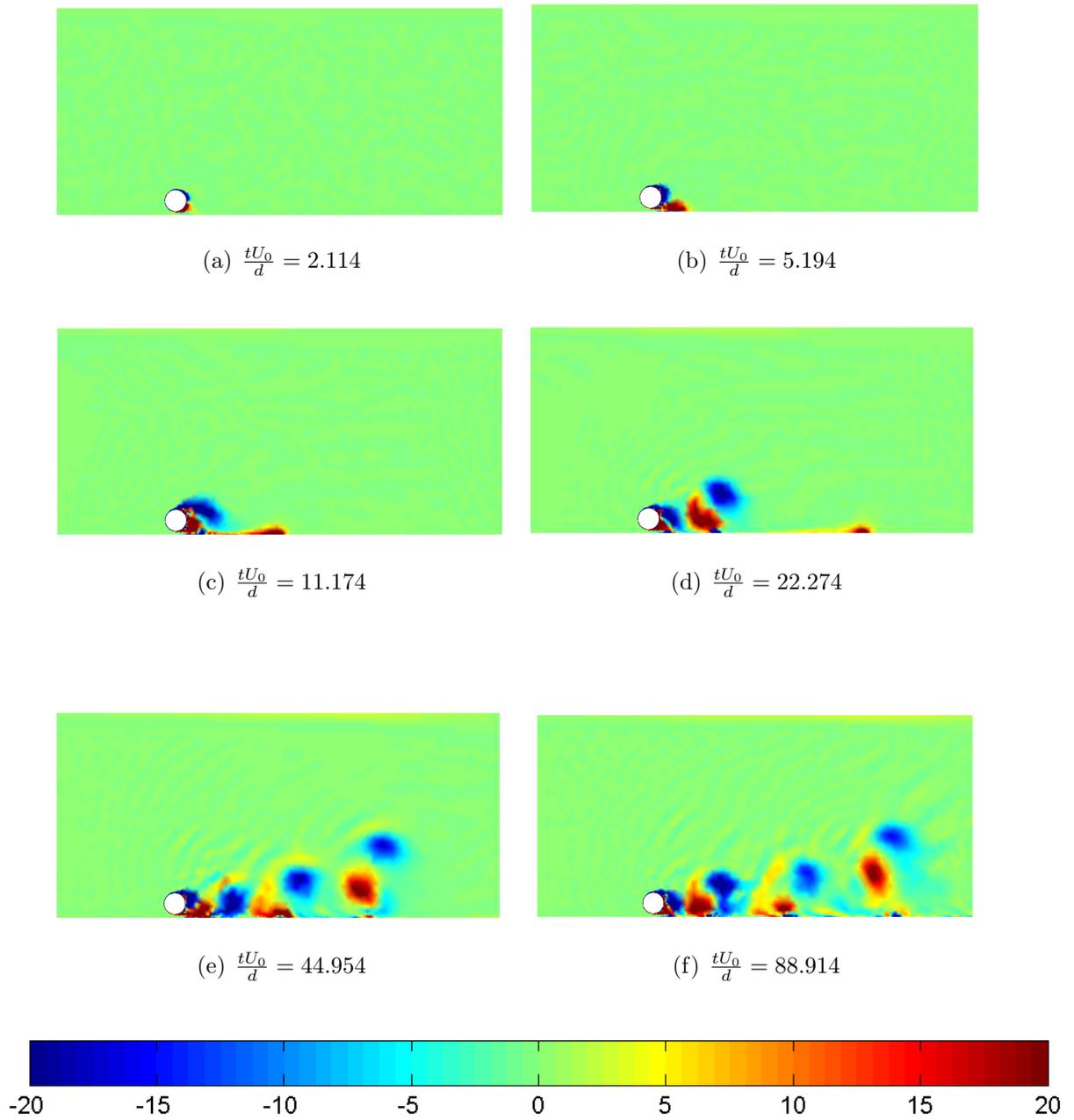
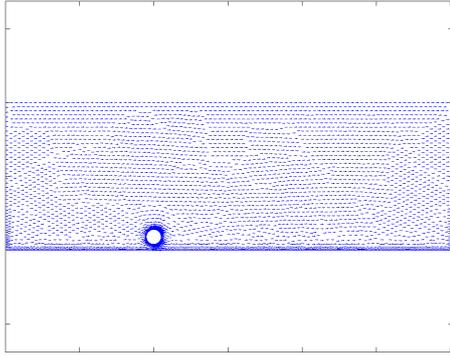
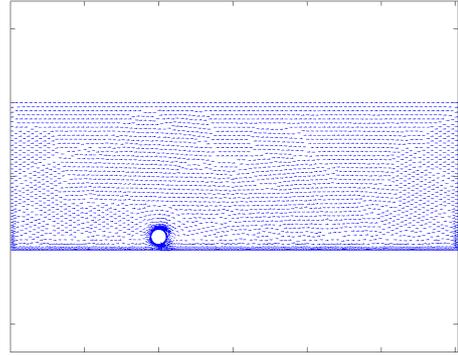


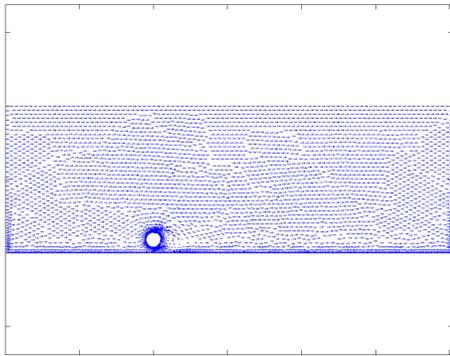
Figura 5.13: Contornos de Vorticidade - $h/d = 0.2$



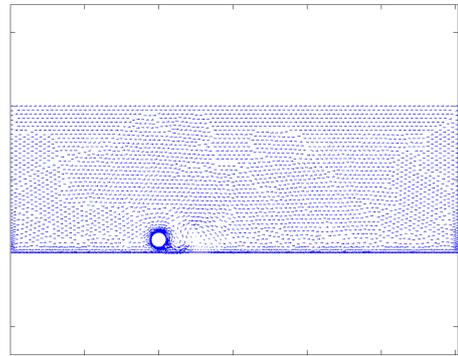
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



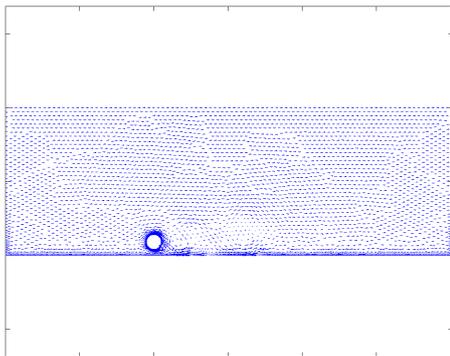
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



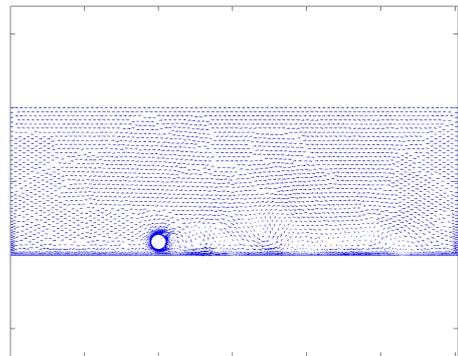
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$

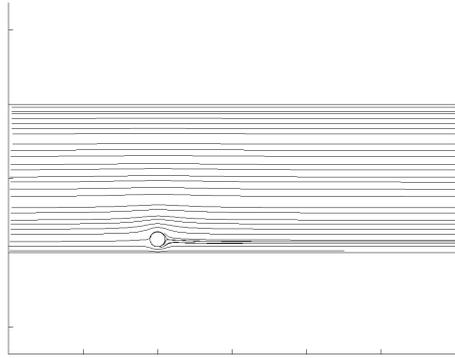


(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$

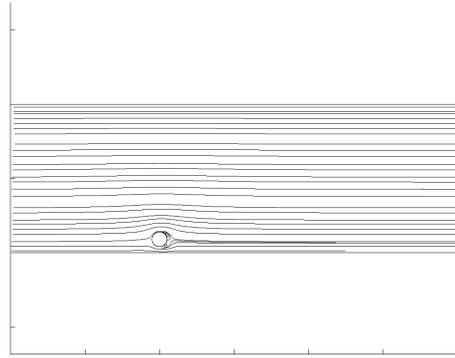


(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

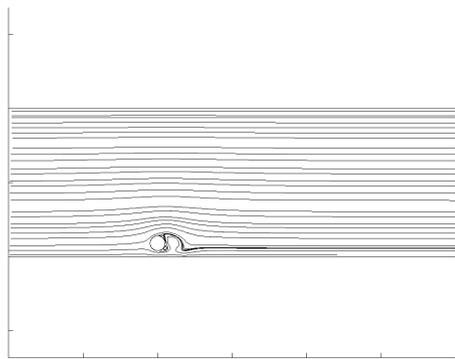
Figura 5.14: Vetores Velocidade - $h/d = 0.4$



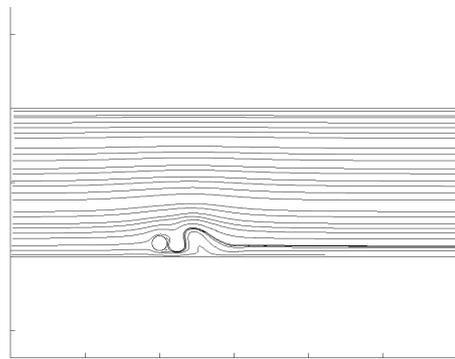
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



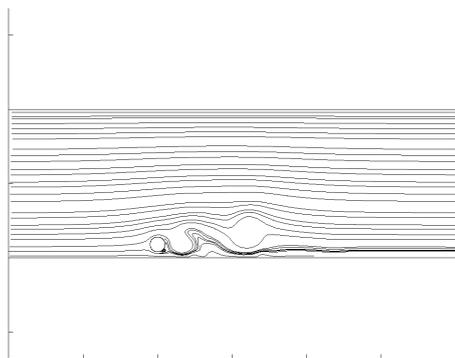
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



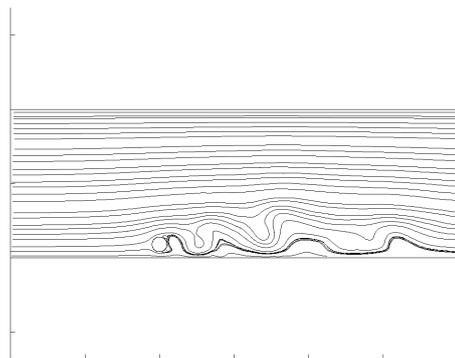
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$



(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$



(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

Figura 5.15: Linhas de Corrente - $h/d = 0.4$

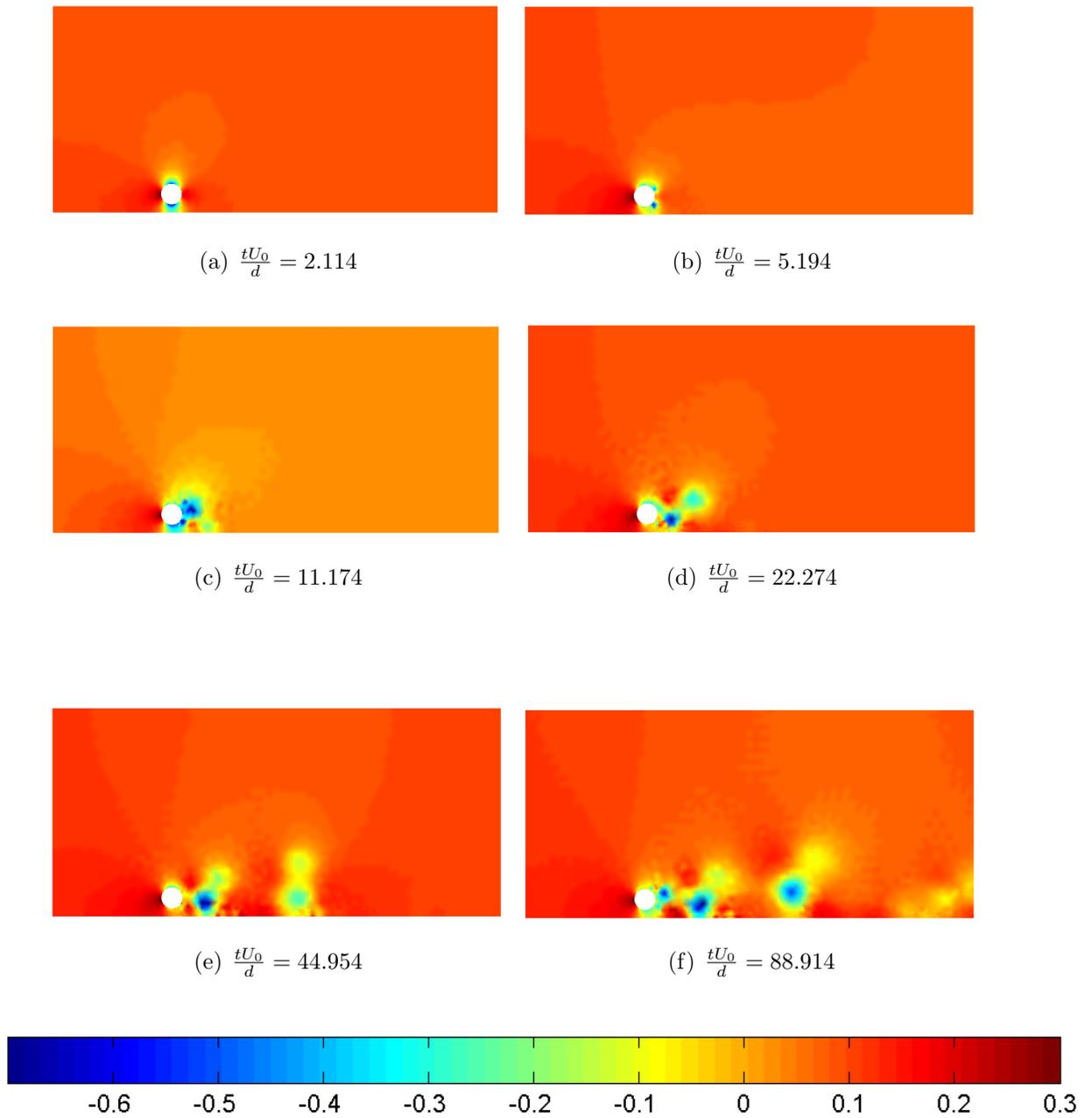


Figura 5.16: Contornos de Pressão - $h/d = 0.4$

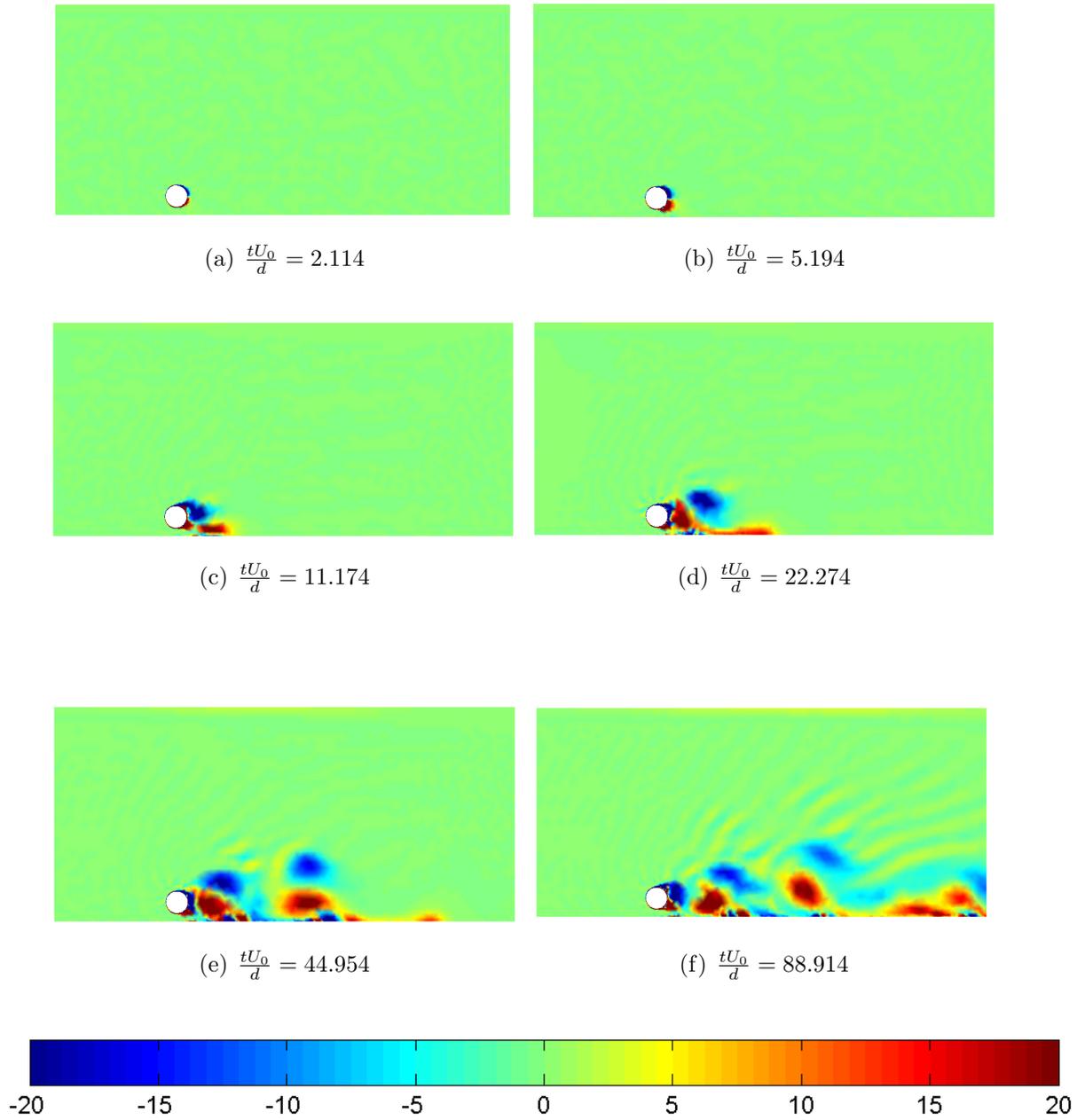
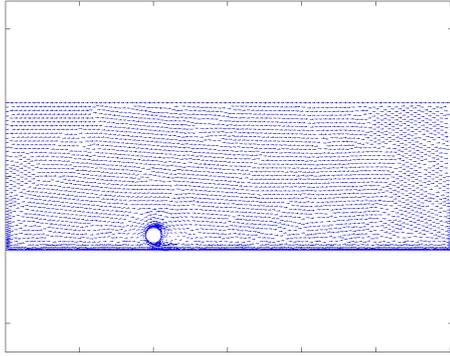
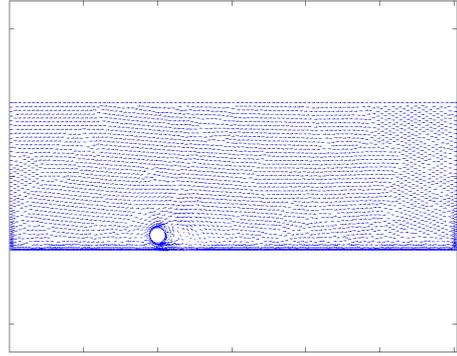


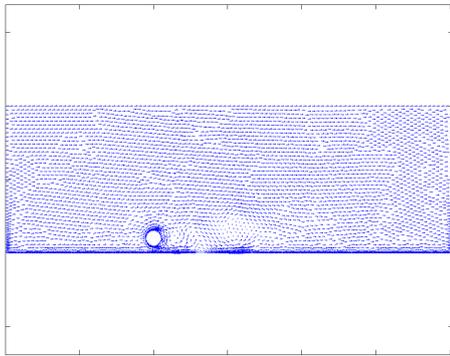
Figura 5.17: Contornos de Vorticidade - $h/d = 0.4$



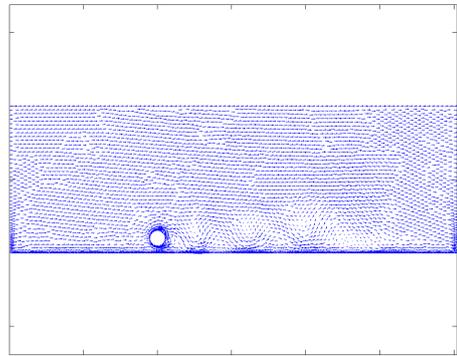
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



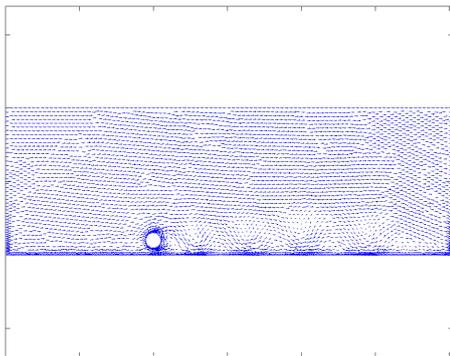
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



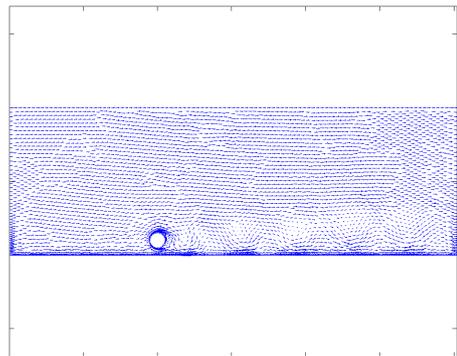
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$

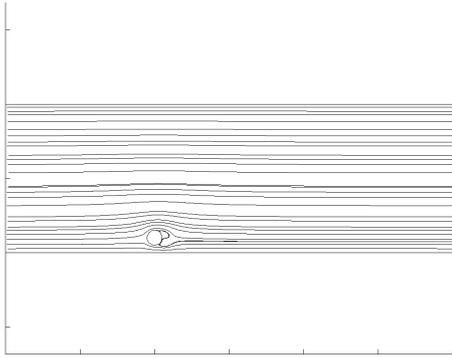


(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$

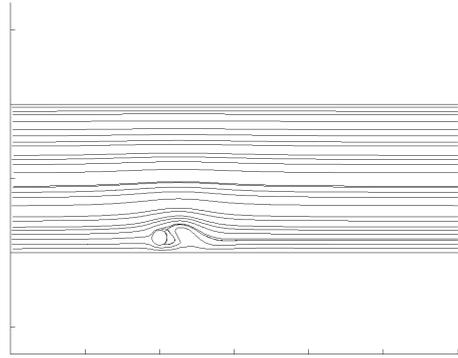


(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

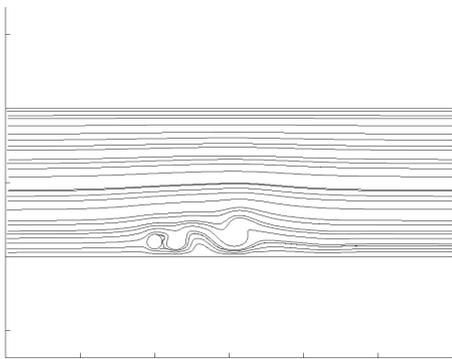
Figura 5.18: Vetores Velocidade - $h/d = 0.5$



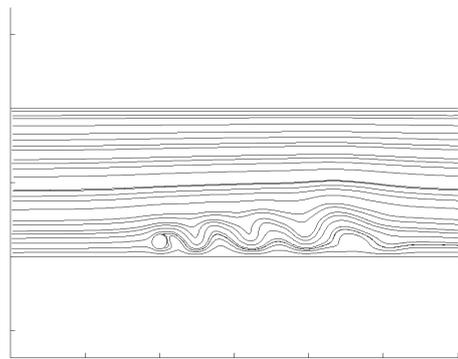
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



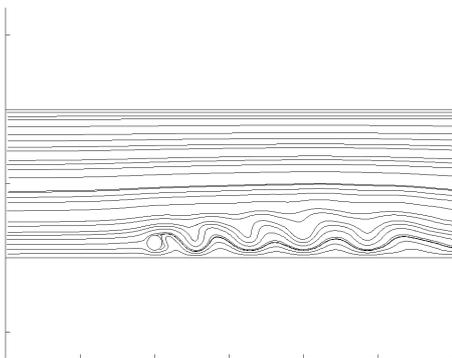
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



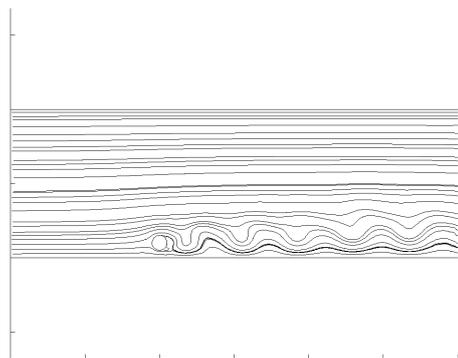
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$



(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$



(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

Figura 5.19: Linhas de Corrente - $h/d = 0.5$

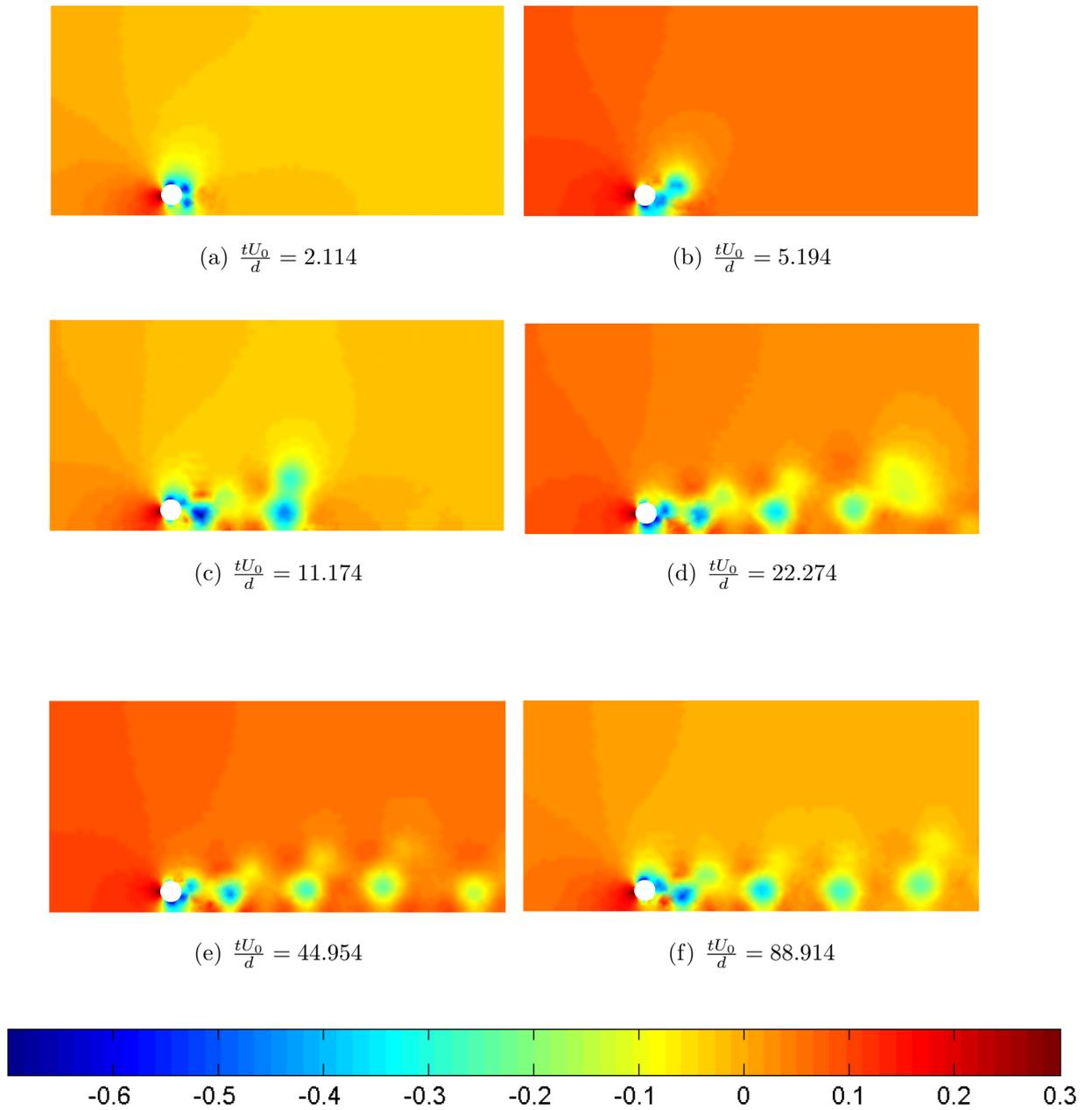


Figura 5.20: Contornos de Pressão - $h/d = 0.5$

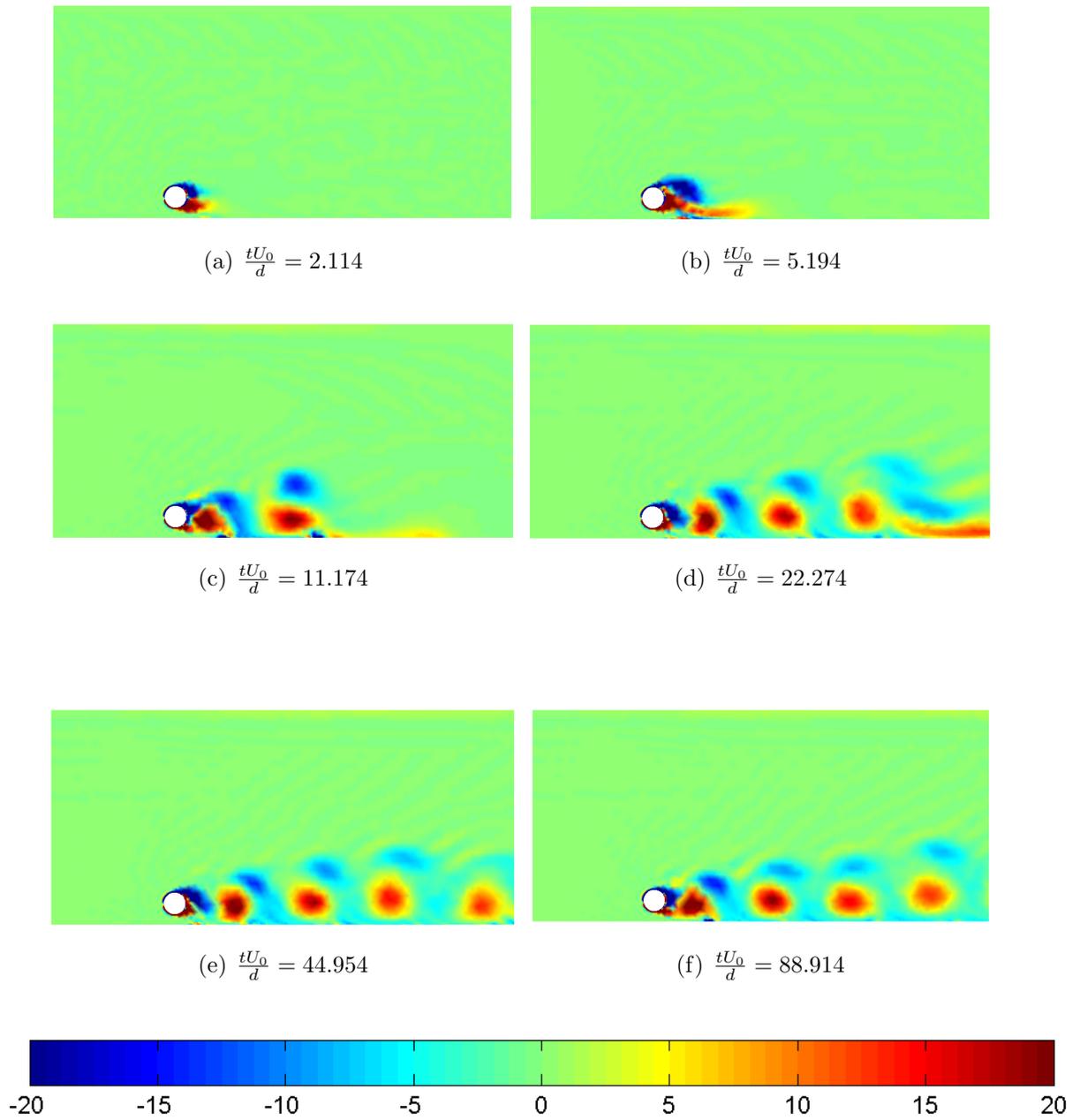
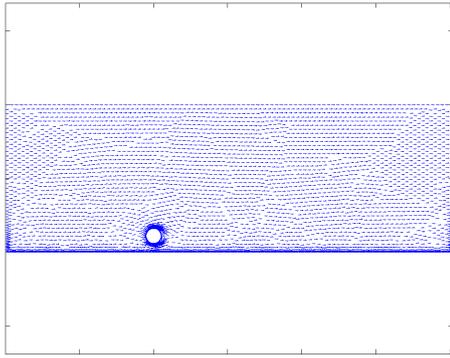
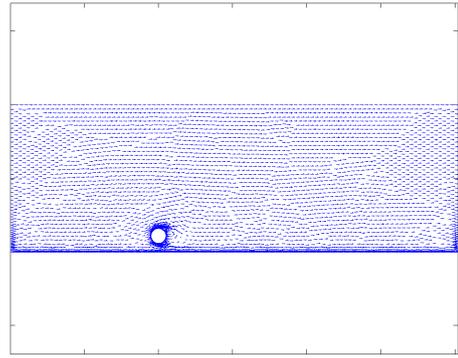


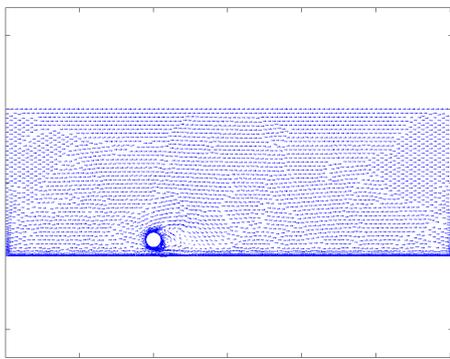
Figura 5.21: Contornos de Vorticidade - $h/d = 0.5$



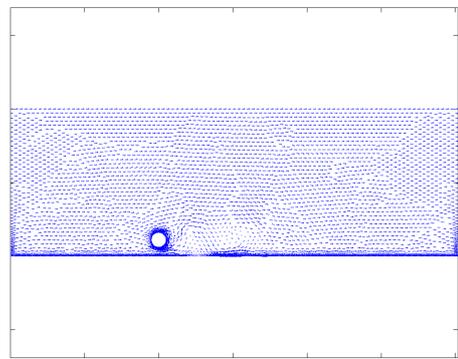
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



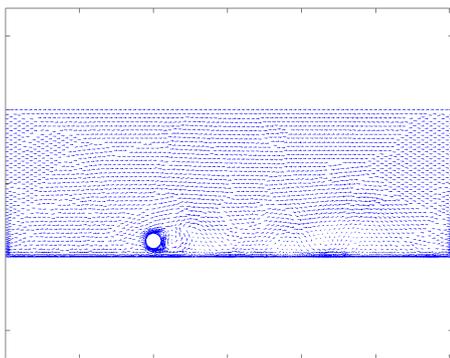
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



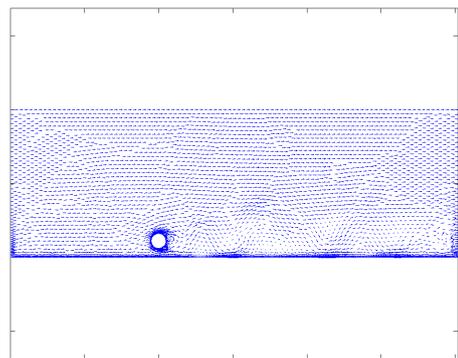
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$

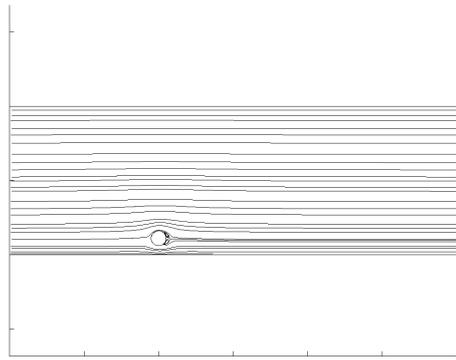


(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$

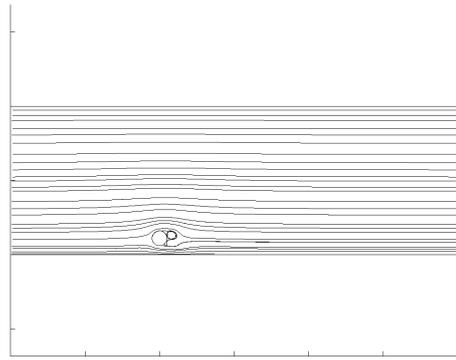


(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

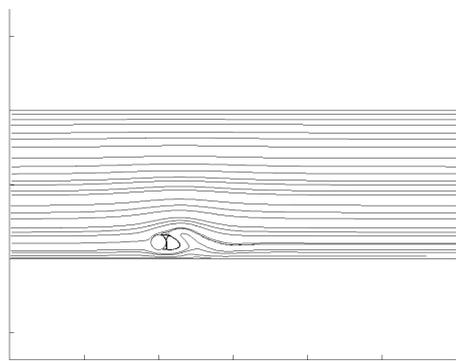
Figura 5.22: Vetores Velocidade - $h/d = 0.6$



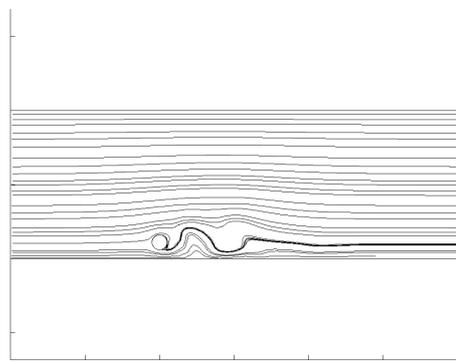
(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$



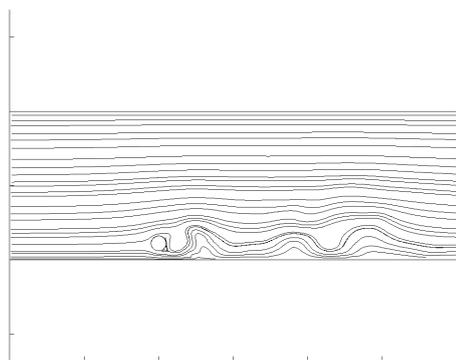
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



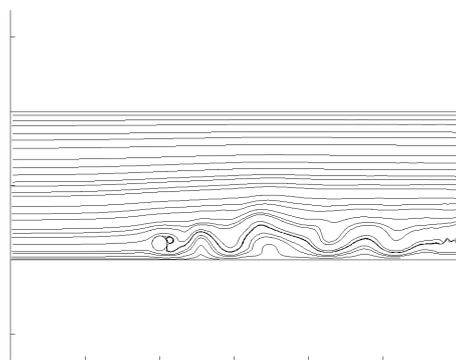
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$



(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$



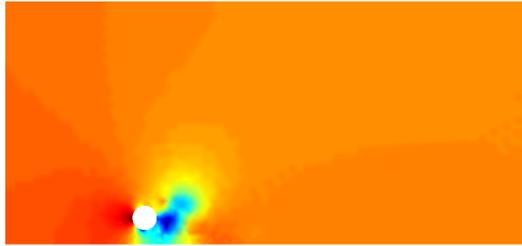
(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

Figura 5.23: Linhas de Corrente - $h/d = 0.6$

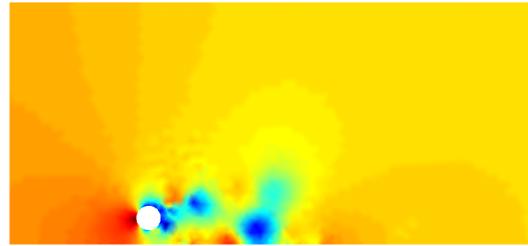


(a) $\frac{tU_0}{d} = 2.114$

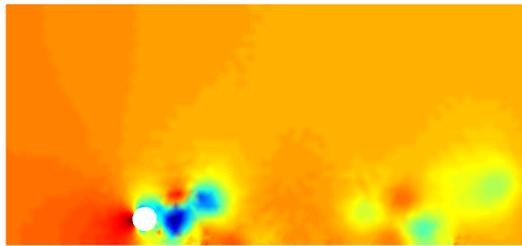
(b) $\frac{tU_0}{d} = 5.194$



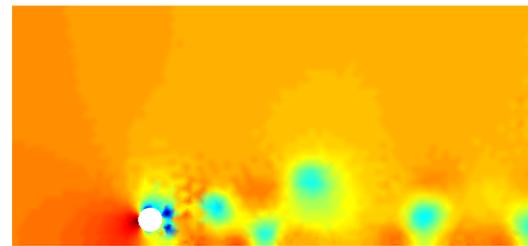
(c) $\frac{tU_0}{d} = 11.174$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 22.274$



(e) $\frac{tU_0}{d} = 44.954$



(f) $\frac{tU_0}{d} = 88.914$

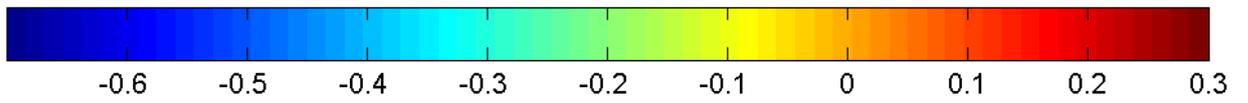


Figura 5.24: Contornos de Pressão - $h/d = 0.6$

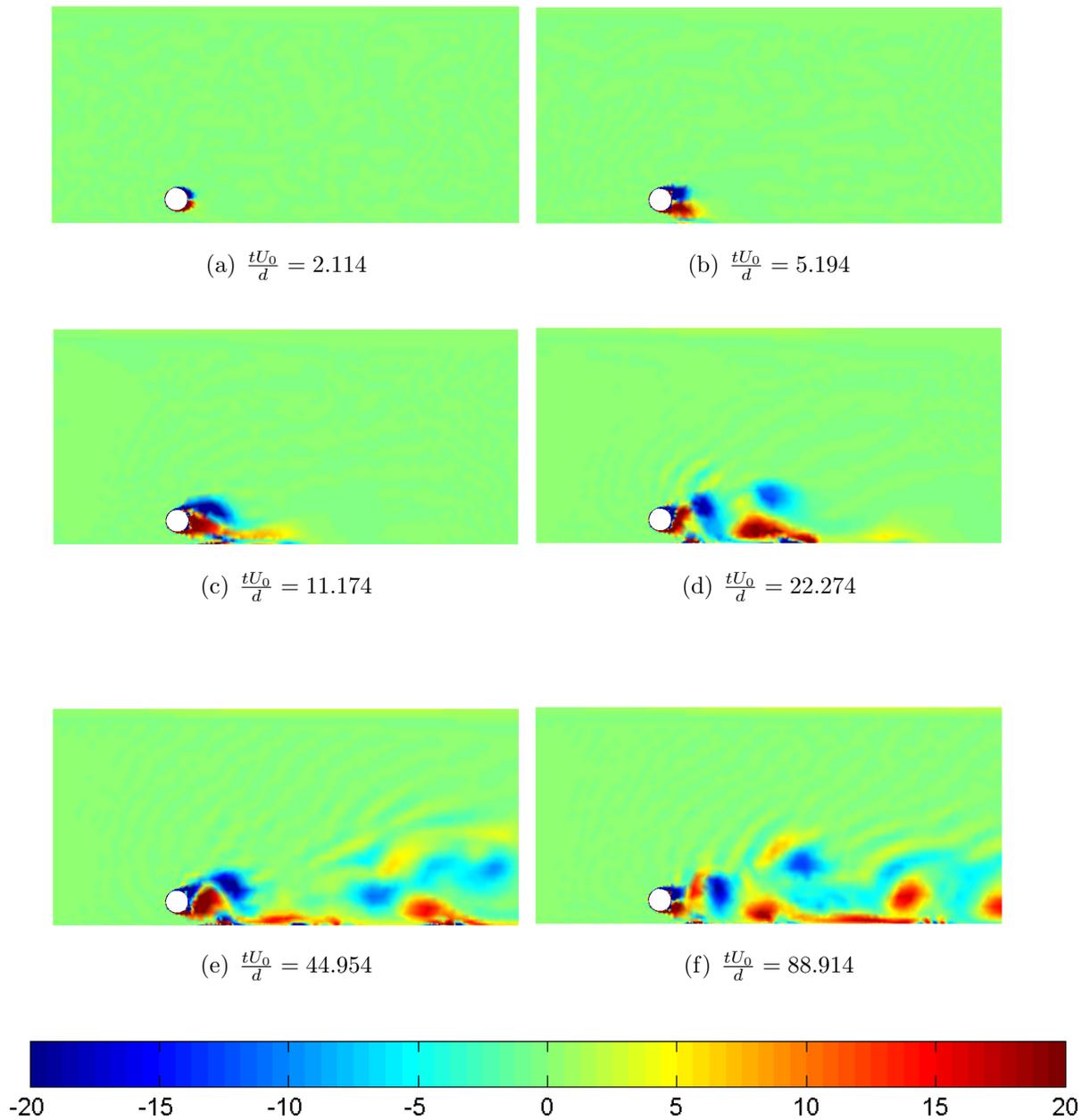


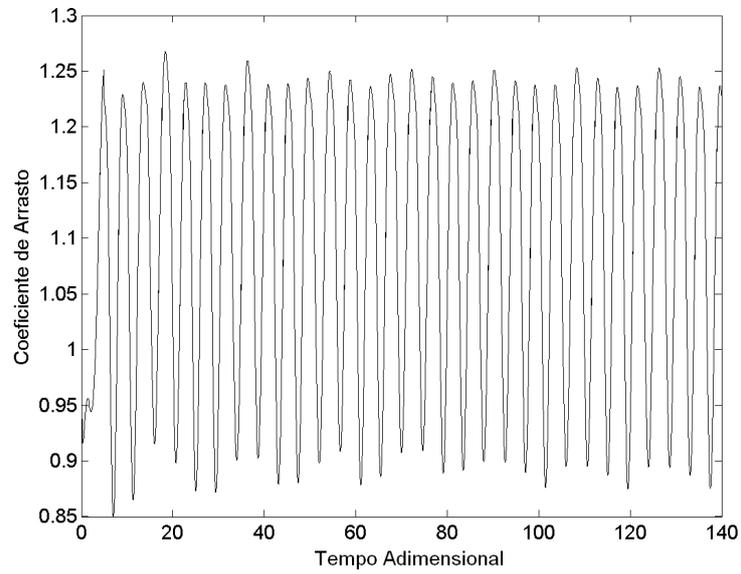
Figura 5.25: Contornos de Vorticidade - $h/d = 0.6$

As figuras 5.26 e 5.27 mostram a evolução temporal dos coeficientes aerodinâmicos preditos pela simulação para cada distância entre o cilindro e o plano. O tempo adimensional é dado por $\frac{tU_0}{d}$. Observa-se que todos os coeficientes de sustentação apresentam comportamento oscilatório. Este comportamento está relacionado com a emissão de vórtices. Logo se pode afirmar que a emissão de vórtices possui uma frequência periódica para todos os casos. Os coeficientes de arrasto também mostraram comportamento oscilatório, mas para $h/d = 0.2$ e $h/d = 0.4$ nota-se a ocorrência de picos e vales de tamanhos diferentes. Este resultado pode ser explicado pelos vórtices que

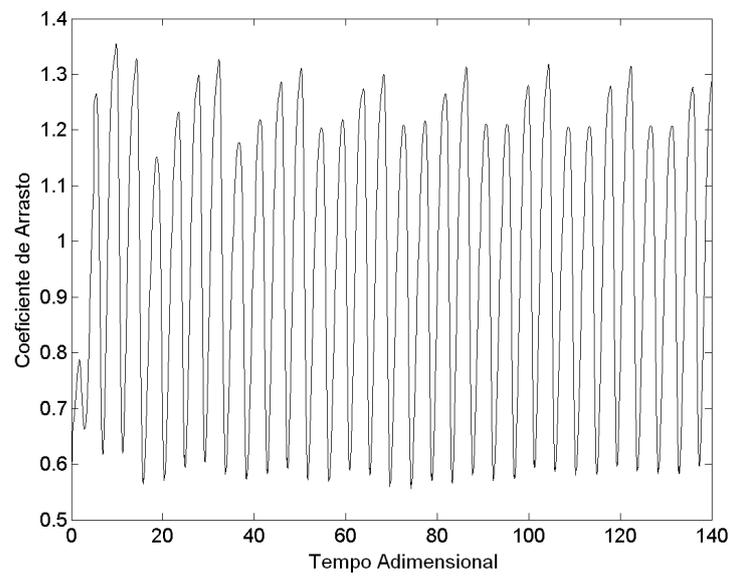
aderem no plano próximo ao cilindro, dando um caráter mais intermitente à emissão de vórtices. A tabela 5.1 mostra os valores do número de Strouhal e do coeficiente de arrasto médio para cada distância. Nota-se que as frequências de emissão de vórtices são parecidas para cada caso. Observa-se que as distâncias menores ($h/d = 0.2$ e $h/d = 0.4$) mostram valores levemente maiores para o número de Strouhal. Este resultado pode ser explicado pelo fato de que nestas distâncias o vórtice que adere ao plano mostra mais força do que as demais posições. A consequência é o aumento da frequência de emissão de vórtices e, portanto, do número de Strouhal. O coeficiente médio de arrasto mostra decréscimo do seu valor com o aumento da distância entre o cilindro e o plano. Os dados experimentais preveem um aumento no valor do arrasto entre $h/d = 0.2$ e $h/d = 0.6$, com diminuição deste valor acima de $h/d = 0.6$. Observa-se que os coeficientes de arrasto médio do presente trabalho se mostram distantes do trabalho experimental de [88], mas se mostram de acordo com os resultados numéricos bidimensionais de [89]. Os dados simulados preveem a diminuição antes da distância prevista pelos dados experimentais. Uma explicação para esta discrepância reside no fato de que as simulações não foram capazes de prever a interrupção da emissão de vórtices. No parágrafo seguinte, será feita uma discussão sobre esta característica do escoamento. Ressalta-se que os dados obtidos pelo presente trabalho são um indicativo de que o código utilizado pelo presente trabalho calcula o escoamento de forma coerente, pois estes dados ficaram em consonância com os dados numéricos.

A figura 5.28 mostra o coeficiente médio de pressão calculado no cilindro em cada posição. Este resultado mostra os mecanismos de arrasto e sustentação, bem como o seu comportamento para este escoamento. Ou seja, pode-se afirmar que a variação do arrasto é um efeito recorrente da variação da pressão na distância entre o cilindro e o plano. Por sua vez, a sustentação varia com a mudança do ponto de estagnação da montante para o limite inferior do cilindro. Quando são analisadas as distribuições dos coeficientes de pressão para os casos de $h/d = 0.5$ e $h/d = 0.6$, pode-se notar que são bastante semelhantes entre si. Ainda, guardam uma semelhança com distribuições encontradas em cilindros isolados. Observa-se que a separação da camada limite dá-se em aproximadamente 70° . Entretanto, quando são avaliados os casos $h/d = 0.4$ e $h/d = 0.5$, estes apresentam alguma diferença. A principal delas diz respeito ao retardo da camada limite quando a relação h/d passa de 0.2 para 0.4. O retardo da separação da camada limite com o aumento da relação h/d , tem sido discutida por [88] e [89]. Os autores mostraram que o ângulo de separação para de crescer a partir de $h/d \cong 0.5$. Nota-se que as curvas apresentam assimetria. Este fato pode ser um indicativo do efeito do plano na formação e desprendimento dos vórtices (*Ground Effect*). Cabe ressaltar

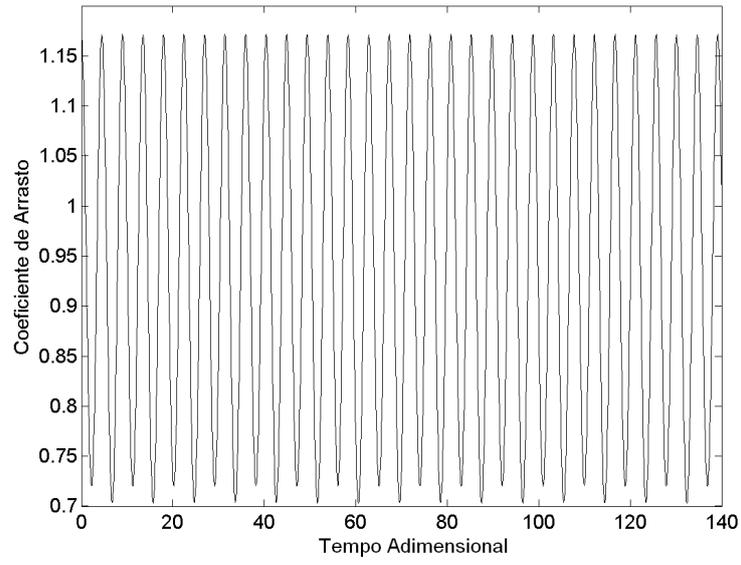
que ainda não existem dados experimentais disponíveis de coeficiente de pressão. Por isto os dados obtidos foram comparados com a simulação numérica de [89]. Os dados da simulação do presente trabalho mostram similaridade com os dados da referência.



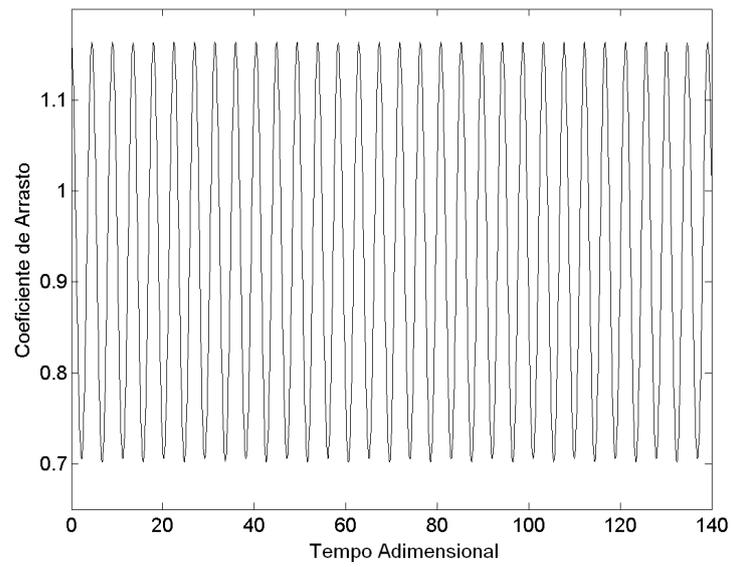
(a) $h/d = 0.2$



(b) $h/d = 0.4$

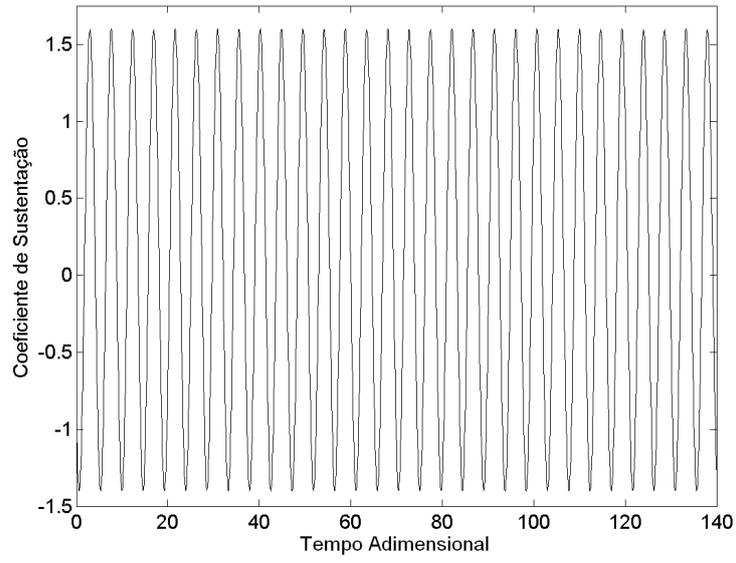


(c) $h/d = 0.5$

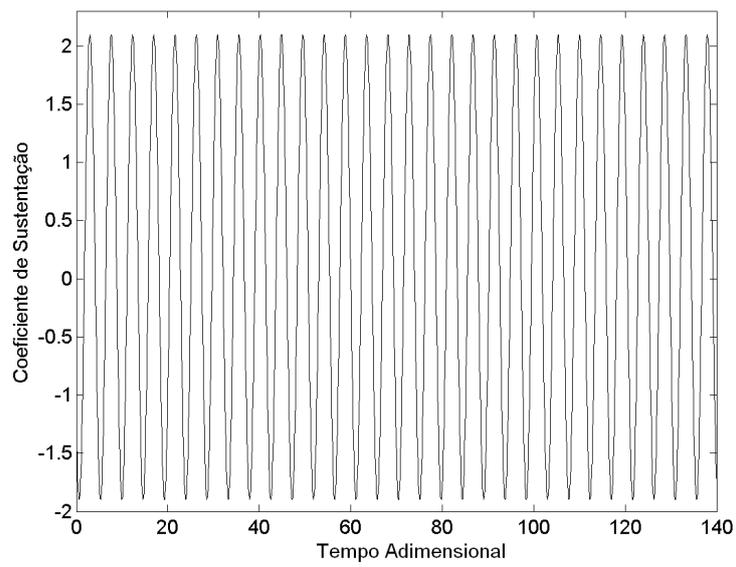


(d) $h/d = 0.6$

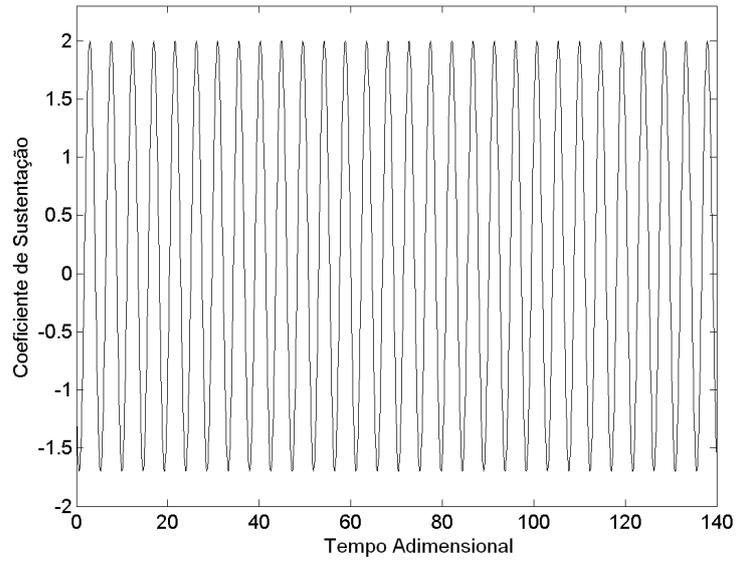
Figura 5.26: Coeficientes instantâneos de Arrasto



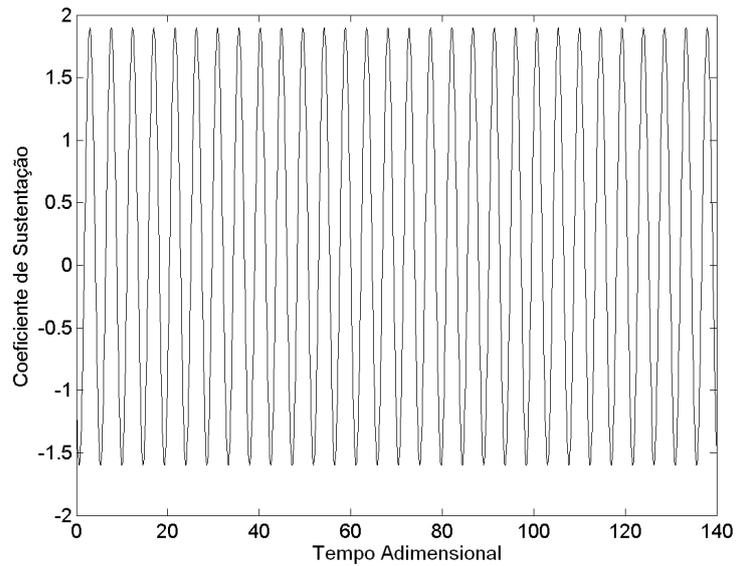
(a) $h/d = 0.2$



(b) $h/d = 0.4$



(c) $h/d = 0.5$



(d) $h/d = 0.6$

Figura 5.27: Coeficientes instantâneos de Sustentação

Comparando os dados simulados com a literatura, observa-se que quando a distância entre o cilindro e o plano é pequena, a emissão de vórtices deveria cessar. Entretanto, este efeito não foi observado pelas visualizações e pelos resultados de arrasto médio do presente trabalho. As simulações realizadas mostraram emissão de vórtices, mesmo quando a regra geral de simulações em URANS tendem a produzir valores maiores da viscosidade turbulenta [89]. Na referência citada, foram feitas simulações 2D e 3D

deste mesmo caso, e observou-se também a não-interrupção da emissão de vórtices. Uma explicação apresentada e que pode justificar os resultados do presente trabalho está no formato do perfil de velocidade da esteira, que prevê maior ocorrência de escoamento reverso (contra a direção preferencial do escoamento) e gerando um perfil mais estreito. Este fenômeno está vinculado à estabilidade da esteira [89], [102]. A formação de vórtices tipo Von Kármán em corpos rombudos bidimensionais está vinculada à formação de instabilidades na região de esteira mais próxima do cilindro. Estas instabilidades se propagam, transicionando o escoamento e gerando o desprendimento de vórtices [87]. O efeito do plano nestas instabilidades também pode ajudar na propagação destas instabilidades. Logo as instabilidades formadas devido à presença do plano podem levar à transição a turbulência do escoamento próximo ao cilindro, dando início ao desprendimento de vórtices. Uma ligação que pode ser estabelecida entre estes dois raciocínios é que se a esteira inicial antes do desprendimento se mostrar mais estreita, esta pode levar a emissão, ao passo que se a esteira inicial for mais larga, o desprendimento poderá ser inibido. A geração de esteiras mais largas ou mais estreitas está vinculado com os efeitos dissipativos da modelagem da turbulência utilizada. Logo os valores da viscosidade turbulenta poderão exercer efeitos no tamanho da esteira do cilindro. Cabe ressaltar que este tipo de escoamento carece de dados experimentais que descrevam adequadamente os mecanismos da geração e interrupção da esteira [89], [88].

Tabela 5.1: Coeficiente de Arrasto médio e Número de Strouhal para diferentes distâncias

| h/d | 0.2 | 0.4 | 0.5 | 0.6 |
|-----------------------------|----------|----------|---------|----------|
| C_d (Presente Trabalho) | 1.092 | 0.9633 | 0.9368 | 0.9289 |
| C_d (Nishino et al. [89]) | 1.102 | 1.0005 | 0.911 | 0.8851 |
| C_d (Nishino et al. [88]) | 0.960474 | 1.14545 | 1.27352 | 1.30198 |
| St (Presente Trabalho) | 0.224985 | 0.226384 | 0.2186 | 0.219084 |

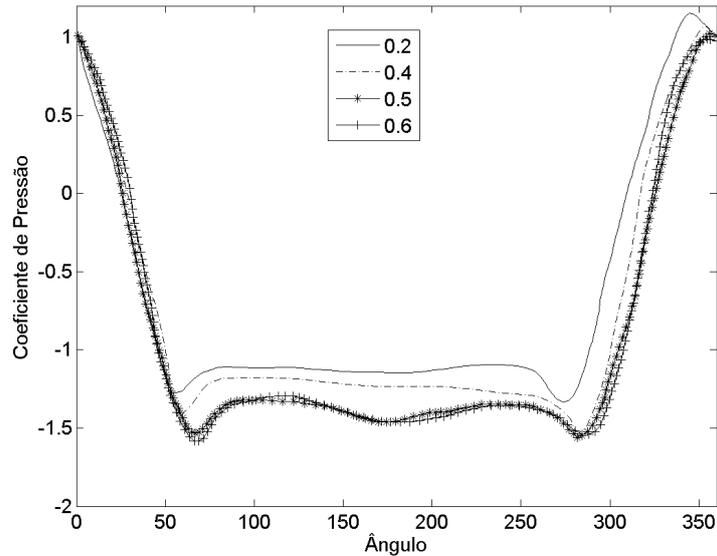


Figura 5.28: Coeficiente de Pressão

Observa-se que os resultados obtidos com a formulação DES SST mostram pouca diferença nas visualizações. Ambas as calibrações calcularam a mesma topologia para o escoamento. Nota-se a rápida formação de zonas de baixa pressão na superfície do cilindro. Observa-se que os vórtices possuem a forma de “cogumelo” observada nos resultados simulados com o modelo SST. Nota-se que a principal diferença entre os modelos SST e DES SST está no campo de vorticidade. Logo abaixo dos vórtices existe uma região com valor de vorticidade simétrica ao do vórtice. Esta alternância é notada para os vórtices que se desprendem e se deslocam para a jusante do cilindro. Estas estruturas vórticas se originam na parte inferior do cilindro e possuem valor simétrico às estruturas formadas na parte superior. Das estruturas formadas na parte inferior, uma porção adere ao plano e outra é advectada para a jusante. Observa-se que estas estruturas se locomovem simultaneamente a jusante. A existência destas estruturas adicionais pode ser atribuída a formulação DES. A função de mistura (equação 3.33) faz a troca de uma formulação baseada na modelagem da turbulência perto da parede para uma formulação de grandes escalas afastado da parede. Em virtude disto, o cálculo da esteira ficou diferente do cálculo do modelo SST. Cabe ressaltar que as visualizações não mostraram resultados diferentes para as diferentes calibrações da constante C_{DES} . A diferença entre as calibrações é mais evidente nos coeficientes de arrasto médio. O valor de arrasto médio obtido para $C_{DES} = 0.4$ está mais próximo do resultado de DES obtido por [89]. Cabe ressaltar que o resultado obtido pela referência é tridimensional e advindo de um código comercial. Logo, pode-se afirmar que com a calibragem

adequada, a formulação DES bidimensional pode fornecer resultados do mesmo nível de simulações tridimensionais mais complexas para determinados escoamentos. Esta gama de escoamentos ficará restrita a influência dos efeitos tridimensionais de cada escoamento. Futuras pesquisas deverão ser realizadas para confirmar esta assertiva.

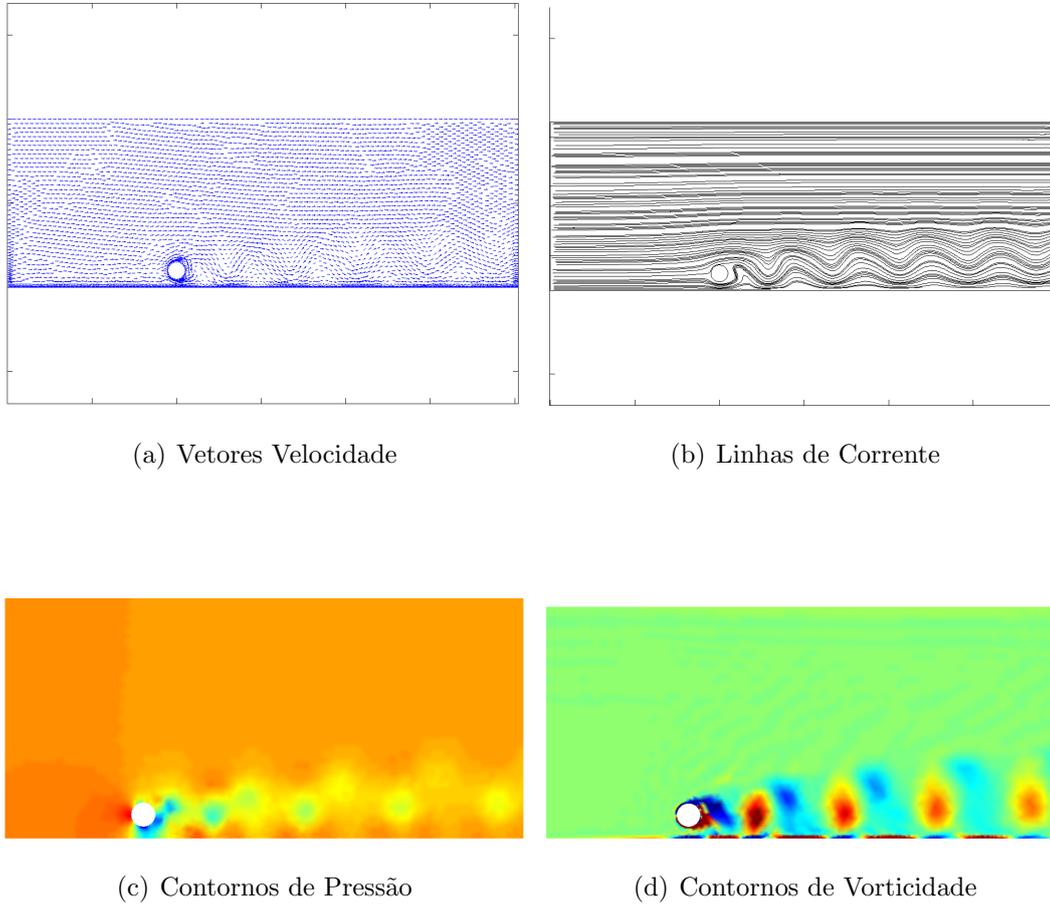
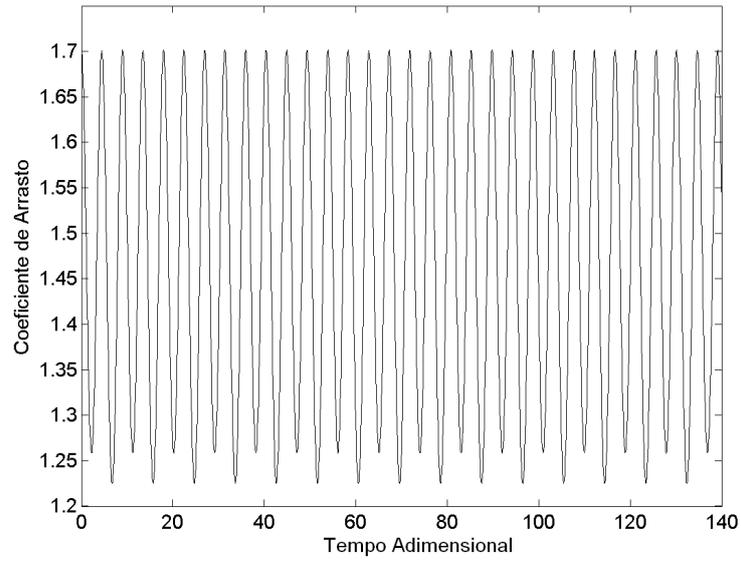
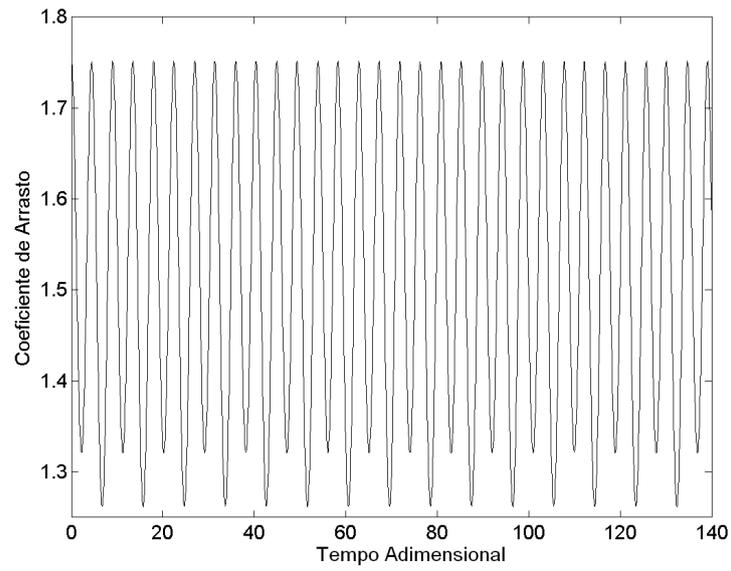


Figura 5.29: Resultados DES SST (Contornos com mesmos valores que os resultados anteriores)



(a) $C_{DES} = 0.4$



(b) $C_{DES} = 0.61$

Figura 5.30: Coeficientes instantâneos de Arrasto - DES SST

Tabela 5.2: Coeficiente de Arrasto Médio - DES SST

| | C_d |
|------------------|--------|
| $C_{DES} = 0.4$ | 1.4668 |
| $C_{DES} = 0.61$ | 1.5167 |

6 MÉTODO EULERIANO-LAGRANGEANO ARBITRÁRIO

Será feita nas seções a seguir a descrição matemática da deformação de um meio contínuo e da relação entre as velocidades da malha e do escoamento, cujas formulações matemáticas foram vistas nos capítulos anteriores.

6.1 DEFORMAÇÃO DE UM MEIO CONTÍNUO

O método Euleriano Lagrangeano Arbitrário se vale da teoria da mecânica dos meios contínuos para descrever o que acontece com o elemento de malha após a movimentação da malha. De fato, o que acontece é uma deformação do elemento de malha, através da movimentação de seus nós para acomodar a movimentação de fronteiras. A deformação de um meio contínuo é um movimento deste meio onde ocorre uma mudança na sua forma. Na análise de uma deformação, costuma-se separar os movimentos concernentes a corpo rígido dos movimentos concernentes a deformação [106], [17]. Nesta mudança, as partículas que compõem o meio contínuo (Os nós da malha, para o presente trabalho) tem suas distâncias entre si em mudança. Para descrever o movimento relativo de uma partícula às suas partículas vizinhas, utiliza-se o tensor gradiente de deformação material [61]:

$$F_{ir} = \frac{\partial x_i}{\partial X_r} \quad (6.1)$$

Onde X_r se refere às coordenadas da configuração de referência, antes da deformação, e x_i se refere às coordenadas da configuração após a deformação. Ressalta-se que o tensor gradiente de deformação atende as leis de transformação tensorial, possibilitando assim descrever o movimento entre partículas [61], [106]. Além disto, se o determinante de F_{ir} for não-nulo, é possível escrever a sua inversa, dada por:

$$F_{ir}^{-1} = \frac{\partial X_r}{\partial x_i} \quad (6.2)$$

Considera-se um meio contínuo triangular (semelhante a um elemento de malha) cujos vértices P_o , Q_o e R_o na configuração de referência possuem vetores posição X^o , $X^o + \delta X^1$ e $X^o + \delta X^2$, e o elemento possui área δS e vetor normal N , conforme a figura 6.1.

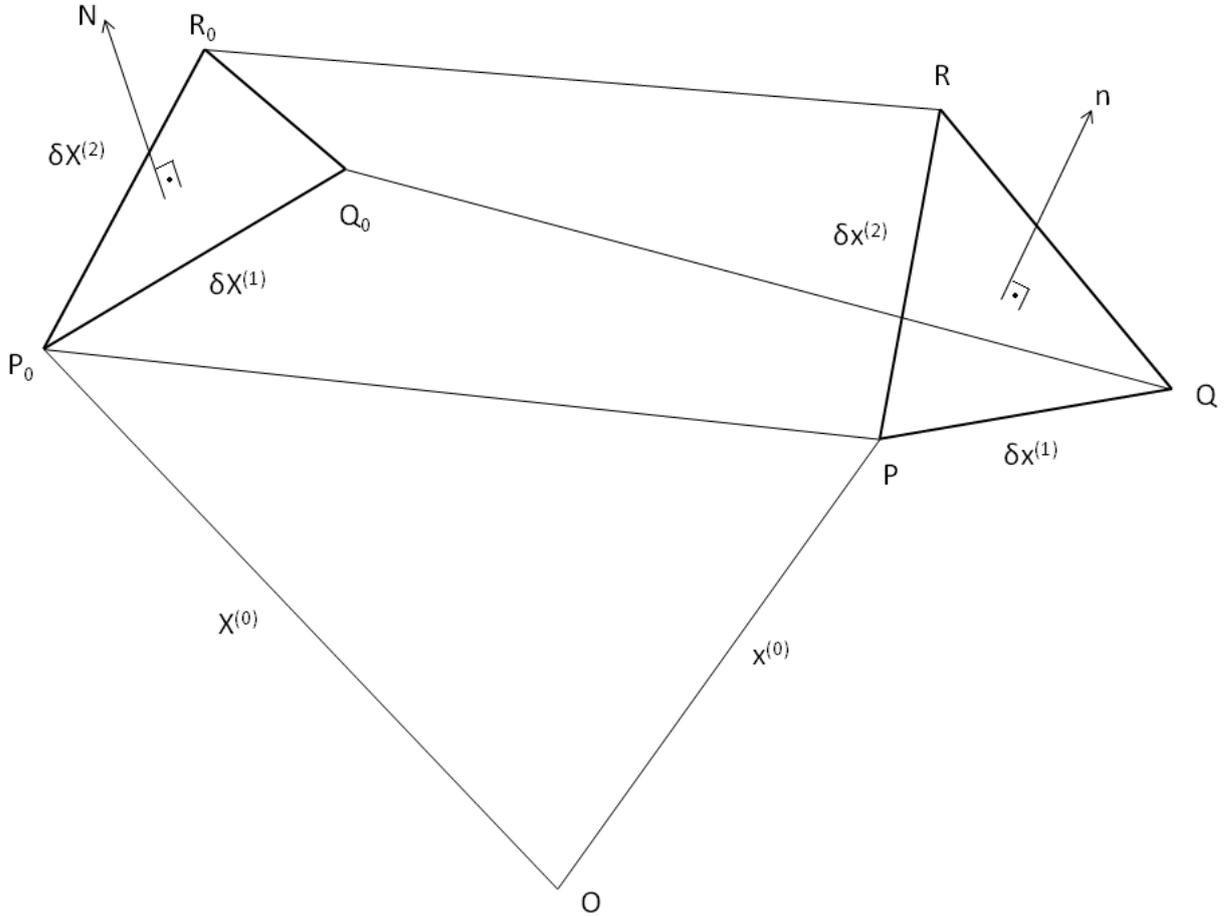


Figura 6.1: Deformação de um Meio Contínuo triangular

Utilizando álgebra vetorial, é possível escrever:

$$N_r \delta S = \frac{1}{2} \epsilon_{rst} \delta X_s^1 \delta X_t^2 \quad (6.3)$$

Para uma deformação definida pela equação do tipo $x_i = x_i(X_r, t)$, as partículas localizadas em P_o , Q_o e R_o se moverão para posições P , Q e R com vetores posição x^o , $x^o + \delta x^1$ e $x^o + \delta x^2$, e o elemento deformado possui área δs e vetor normal n , conforme a figura. Para esta configuração, escreve-se, analogamente à equação 6.3:

$$n_i \delta s = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \delta x_j^1 \delta x_k^2 \quad (6.4)$$

Como a deformação é definida por equações do tipo $x_i = x_i(X_r, t)$, é possível escrever:

$$\delta x_i^1 = \frac{\partial x_i}{\partial X_r} \delta X_r^1 + O(\delta X_r^\alpha)^3 \quad (\alpha = 1, 2) \quad (6.5)$$

$$\delta x_j^2 = \frac{\partial x_j}{\partial X_s} \delta X_s^2 + O(\delta X_s^\alpha)^3 \quad (\alpha = 1, 2) \quad (6.6)$$

Inserindo as relações 6.5 e 6.6 na equação 6.4:

$$n_i \delta s = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \frac{\partial x_j}{\partial X_r} \frac{\partial x_k}{\partial X_s} \delta X_r^1 \delta X_s^2 + O(\delta X_s^\alpha)^3 \quad (6.7)$$

Multiplicando ambos os lados por $\partial x_i / \partial X_r$ e utilizando a seguinte relação algébrica (Tensor Cofator):

$$\epsilon_{rst} \det(A) = \epsilon_{ijk} A_{ir} A_{js} A_{kt} \quad (6.8)$$

A equação 6.7 se torna:

$$n_i \delta s \frac{\partial x_i}{\partial X_r} = \frac{1}{2} \epsilon_{rst} \frac{\partial(x_1, x_2, x_3)}{\partial(X_1, X_2, X_3)} + \delta X_s^1 \delta X_t^2 + O(\delta X_r^\alpha)^3 \quad (6.9)$$

Aplicando a equação 6.3 na equação 6.9:

$$n_i \delta s \frac{\partial x_i}{\partial X_r} = \frac{1}{2} \epsilon_{rst} \frac{\partial(x_1, x_2, x_3)}{\partial(X_1, X_2, X_3)} N_r \delta S + O(\delta X_r^\alpha)^3 \quad (6.10)$$

Rearranjando a equação e desprezando os termos de ordem superior:

$$n_i \frac{\delta s}{\delta S} \frac{\partial x_i}{\partial X_R} = \frac{1}{2} \epsilon_{rst} \frac{\partial(x_1, x_2, x_3)}{\partial(X_1, X_2, X_3)} N_r \quad (6.11)$$

Tomando o limite para $\delta X^1 \rightarrow 0$ e $\delta X^2 \rightarrow 0$, a equação 6.11 se torna:

$$n_i \frac{ds}{dS} \frac{\partial x_i}{\partial X_r} = \frac{1}{2} \epsilon_{rst} \frac{\partial(x_1, x_2, x_3)}{\partial(X_1, X_2, X_3)} N_r \quad (6.12)$$

Mas:

$$\det(F_{ir}) = \frac{\partial(x_1, x_2, x_3)}{\partial(X_1, X_2, X_3)} \quad (6.13)$$

Logo a equação 6.12 pode ser escrita como:

$$N_r = n_i \frac{\partial x_i}{\partial X_r} \frac{ds}{dS} (\det(F_{ir}))^{-1} \quad (6.14)$$

Mas como N_r é o vetor unitário, vale a relação $N_r N_r = 1$. Logo, pode-se escrever:

$$N_r N_r = n_i n_j \frac{\partial x_i}{\partial X_r} \frac{\partial x_j}{\partial X_r} \frac{ds}{dS} (\det(F_{ir}))^{-2} \quad (6.15)$$

Mas:

$$\frac{\partial x_i}{\partial X_r} \frac{\partial x_j}{\partial X_r} = B_{ij} \quad (6.16)$$

Onde B_{ij} é o tensor de Cauchy-Green à direita [106], [17], [61]. Logo, escreve-se uma relação entre áreas antes e após a deformação em termos da deformação em si e do vetor normal n , tal que:

$$\left(\frac{ds}{dS} \right)^2 = \frac{(\det(F_{ir}))^2}{n_i n_j B_{ij}} \quad (6.17)$$

6.2 FORMULAÇÃO EULERIANA-LAGRANGEANA ARBITRÁRIA

Agora, é necessário determinar o valor da propriedade nos nós após a deformação. Para isto, é necessário estabelecer uma relação entre as derivadas dos domínios material, espacial e de referência, vistos no capítulo 2. Logo, monta-se um problema do tipo advecção-difusão de um dado escalar ϕ em um escoamento de velocidade u_i na forma:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + u_i \frac{\partial\phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_i} \right) \quad (6.18)$$

Aqui, K_ϕ é o coeficiente de difusão de ϕ . A derivada material irá relacionar as configurações de referência e final através de uma velocidade relativa [31]. Para obter esta velocidade, considera-se que ϕ será transportado para uma nova posição P_f (concerente ao escoamento), dado um incremento temporal Δt com velocidade igual a u_i , conforme a figura 6.2. Já um nó da malha pode se movimentar para uma nova posição P_r , dado o mesmo incremento temporal Δt e velocidade igual a w_i . O escalar ϕ na posição P_f e no tempo $t + \Delta t$ é dado através de uma expansão em série de Taylor no espaço e no tempo:

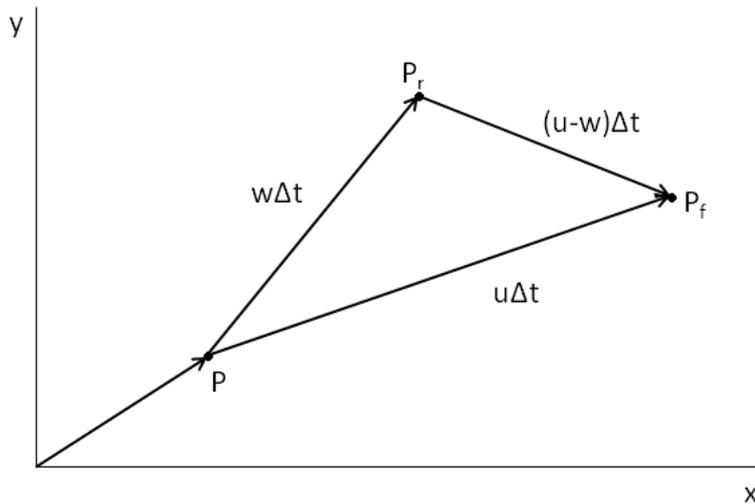


Figura 6.2: Formulação ALE em coordenadas cartesianas

$$\phi_{P_f}^{n+1} = \phi_{P_f}^n + \Delta t \frac{\partial\phi_{P_f}^n}{\partial t} + \dots, \text{ em } \Delta x_i \quad (6.19)$$

Tomando o valor de $\phi_{P_f}^n$ através da mesma expansão, tem-se:

$$\phi_{P_f}^n = \phi_P^n + u_i \Delta t \frac{\partial \phi_P^n}{\partial x_i} + \dots, \text{ em } \Delta t \quad (6.20)$$

Substituindo 6.20 em 6.19 e desprezando termos de ordem igual ou maior a 2, tem-se:

$$\phi_{P_f} = \phi^{n+1} = \phi_P^n + \Delta t \frac{\partial \phi_{P_f}^n}{\partial t} + u_i \Delta t \frac{\partial \phi_P^n}{\partial x_i} \dots \quad (6.21)$$

Aqui, u_i representa as componentes do campo de velocidade do escoamento. De forma similar, ϕ na posição P_r e no tempo t será dado através de uma expansão em série de Taylor apenas no espaço, visto que o incremento temporal para ambas as movimentações é o mesmo:

$$\phi_{P_r} = \phi^n = \phi_P^n + w_i \Delta t \frac{\partial \phi_P^n}{\partial x_i} + \dots \quad (6.22)$$

Onde w_i representa as componentes do campo de velocidade da malha. Logo o valor relativo de ϕ entre uma partícula do escoamento e um nó da malha é denotado como:

$$\Delta \phi = \phi^{n+1} - \phi^n = \Delta t \frac{\partial \phi_{P_f}^n}{\partial t} + (u_i - w_i) \Delta t \frac{\partial \phi_P^n}{\partial x_i} \quad (6.23)$$

Tomando o limite da equação 6.23 na condição $\Delta t \rightarrow 0$, chega-se à derivada material de ϕ :

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + (u_i - w_i) \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (6.24)$$

Substituindo 6.24 em 6.18, tem-se a equação de transporte para ϕ com a formulação ALE:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (u_i - w_i) \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \left(K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) \quad (6.25)$$

Observações [31]:

- A velocidade relativa $\vartheta = u_i - w_i$ pode ser entendida como a velocidade relativa entre o escoamento e a malha. A cinemática definida pela equação 6.25 permite que as abordagens Euleriana e Lagrangeana possam ser obtidas como casos particulares.
- A formulação ALE provê a liberdade de separar o problema de movimentação da malha do problema fluido. Por outro lado, é necessário que o cálculo da velocidade da malha seja adequado para o problema em questão. Portanto o algoritmo para movimentação de malha deve ser customizado para o problema proposto e pro tipo de movimentação desejada.
- A interpretação da derivada material sob a formulação ALE é dada por: O termo de derivada temporal representa a variação local de ϕ , e o termo do gradiente denota uma variação advectiva de ϕ , levando em conta o movimento relativo entre o escoamento e a malha.

Logo, as equações da continuidade (equação 3.8), Navier-Stokes médio (equação 3.16) e as equações do modelo SST (equações 3.19 e 3.20) na forma incompressível de acordo com a formulação ALE são escritas como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (6.26)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \vartheta \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \rho \bar{u}'_i u'_j) \quad (6.27)$$

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + \vartheta \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = P_k - \beta' k \omega \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (6.28)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vartheta \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) = \alpha \rho S^2 + \beta \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} + \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (6.29)$$

Observa-se que para escoamentos incompressíveis a equação da continuidade (6.26) mantém a forma original. A velocidade relativa aparecerá em caso do escoamento possuir massa específica variável [119].

6.3 FORMAS FORTE E FRACA - ALE

As formas forte e fraca vistas no capítulo 4 podem ser reescritas de acordo com a formulação ALE. Logo o problema posto naquele capítulo é colocado sob a seguinte perspectiva:

Encontrar os campos de velocidade $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, pressão $p(\mathbf{x}, t)$, energia cinética de turbulência $k(\mathbf{x}, t)$ e frequência turbulenta $\omega(\mathbf{x}, t)$ definidos em $\Omega_t \times [0, T]$, onde Ω_t é um domínio aberto em \mathbb{R}^d (onde $d=2$ ou 3) com fronteira $\Gamma_t = \partial\Omega_t$, ambos variando no tempo, tal que:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (6.30)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \vartheta \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (6.31)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \vartheta \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + F_{SST1} \quad (6.32)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vartheta \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + F_{SST2} \quad (6.33)$$

Onde os termos fonte são os mesmos (equações 4.5 e 4.6). As condições de contorno são dadas por:

$$u_i(x, t) = u_d; \quad \text{em } \Gamma_u \quad (6.34)$$

$$u_i(x, t) = w; \quad \text{em } \Gamma_{w,t} \quad (6.35)$$

$$p(x, t) = p_{\text{ref}}; \quad \text{em } \Gamma_p \quad (6.36)$$

$$k(x, t) = k_o; \quad \text{em } \Gamma_k \quad (6.37)$$

$$\omega(x, t) = \omega_o; \quad \text{em } \Gamma_w \quad (6.38)$$

Nota-se a presença da condição $\Gamma_{w,t}$, que é a fronteira móvel, aonde a velocidade do fluido será igual a velocidade da malha. A cinemática da fronteira móvel será definida apenas pelo movimento de $\Gamma_{w,t}$. O movimento prescrito definirá o mapeamento definido anteriormente, bem como a velocidade da malha nesta fronteira. Esta movimentação é definida pelo problema representado pelas equações 2.6 e 2.7.

A discretização temporal agora deverá levar em conta a velocidade relativa e o problema de movimentação de malha:

$$\frac{1}{\Delta t} (\bar{u}_i^* - \bar{u}_j^n) + \vartheta^n \frac{\partial \bar{u}_i^n}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^n}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_T) \left(\frac{\partial \bar{u}_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j^n}{\partial x_i} \right) \right] \quad (6.39)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^{n+1}}{\partial x_i} \quad (6.40)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0 \quad (6.41)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (k^* - k_i^n) + \vartheta^n \frac{\partial k^n}{\partial x_j} = \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k^n}{\partial x_i} \right] + F_{SST1} \quad (6.42)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (\omega^* - \omega_i^n) + \vartheta^n \frac{\partial \omega^n}{\partial x_j} = \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega^n}{\partial x_i} \right] + F_{SST2} \quad (6.43)$$

$$\mathcal{L}(x^{n+1}) = 0 \quad ; \quad w^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} (x^{n+1} - x^n) \quad (6.44)$$

O cálculo da pressão é feito da mesma forma descrita no capítulo anterior. A formulação variacional discreta associada com a forma fraca do problema reescrita sob a abordagem ALE será dada por:

Dado $u_h^n, p_h^n, w_h^n, k_h^n, \omega_h^n$, deve-se encontrar $u_h^{n+1}, p_h^{n+1}, w_h^{n+1}, k_h^{n+1}, \omega_h^{n+1} \in U_h \times Q_h$, tal que $\forall \{\mathbf{v}_h, q_h\} \in V_h \times Q_h$:

$$m_u(\Delta \mathbf{u}_h^*, \mathbf{v}_h) = -c(\vartheta_h^n, \mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) - D_u a(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) - \frac{1}{\rho} b(p_h, \mathbf{v}_h) - s(\mathbf{u}_h^n, \vartheta_h^n, \mathbf{v}_h) \quad (6.45)$$

$$a(\Delta p_h, q_h) = -\frac{\rho}{\Delta t} b(\mathbf{u}_h^*, q_h) \quad (6.46)$$

$$m(\mathbf{u}_h^{n+1}, \mathbf{v}_h) = -\frac{1}{\rho} b(\Delta p_h, \mathbf{v}_h) \quad (6.47)$$

$$m(\Delta k_h^*, \mathbf{v}_h) + c(\vartheta_h^n, k_h^n, \mathbf{v}_h) + D_k a(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{v}_h) = (F_{SST1}, \mathbf{v}_h) \quad (6.48)$$

$$m(\Delta \omega_h^*, \mathbf{v}_h) + c(\vartheta_h^n, \omega_h^n, \mathbf{v}_h) + D_\omega a(\omega_h^n, \mathbf{v}_h) = (F_{SST2}, \mathbf{v}_h) \quad (6.49)$$

O parâmetro de estabilização da velocidade é dado por:

$$s(\mathbf{u}_h^n, \vartheta_h^n, \mathbf{v}_h) = ((\nabla \mathbf{u}_h^n) \vartheta_h^n, \Delta t (\nabla \mathbf{v}) \vartheta_h^n) \quad (6.50)$$

Finalmente, o problema em sua forma discreta com movimentação de fronteira vista sob notação matricial será dada pelos seguintes passos:

Passo 1: Cálculo da velocidade:

$$\mathbf{M}_u \Delta \mathbf{u}_h^* = \mathbf{F}_u^*(\mathbf{u}_h^n, \mathbf{w}_h^n, p_h^n) \quad (6.51)$$

Passo 2: Cálculo da pressão - Equação de Poisson:

$$\mathbf{A} \cdot \Delta p_h = \mathbf{F}_p(\mathbf{u}_h^*) \quad (6.52)$$

Passo 3: Correção da velocidade através da projeção desta no campo de divergência nula:

$$\mathbf{M}_u \cdot \Delta \mathbf{u}_h^{n+1} = \mathbf{F}_u(\Delta p_h) \quad (6.53)$$

Passo 4: Cálculo da energia cinética de turbulência:

$$\mathbf{M}_k \cdot \Delta k_h^* = \mathbf{F}_k^*(k_h^n, \mathbf{w}_h^n) \quad (6.54)$$

Passo 4: Cálculo da frequência turbulenta:

$$\mathbf{M}_\omega \cdot \Delta \omega_h^* = \mathbf{F}_\omega^*(\omega_h^n, w_h^n) \quad (6.55)$$

Passo 5: Movimentação e atualização dos nós da malha:

$$x^{n+1} = x^n + w^{n+1} \Delta t \quad (6.56)$$

Aonde w é obtido pelas equações descritas no capítulo 2. Cabe ressaltar que aqui valem as mesmas observações sobre os vetores, matrizes e o passo de tempo descritas no capítulo 4.

A sequência operacional do código CORDEL para a simulação de um problema com movimentação da malha é dada por:

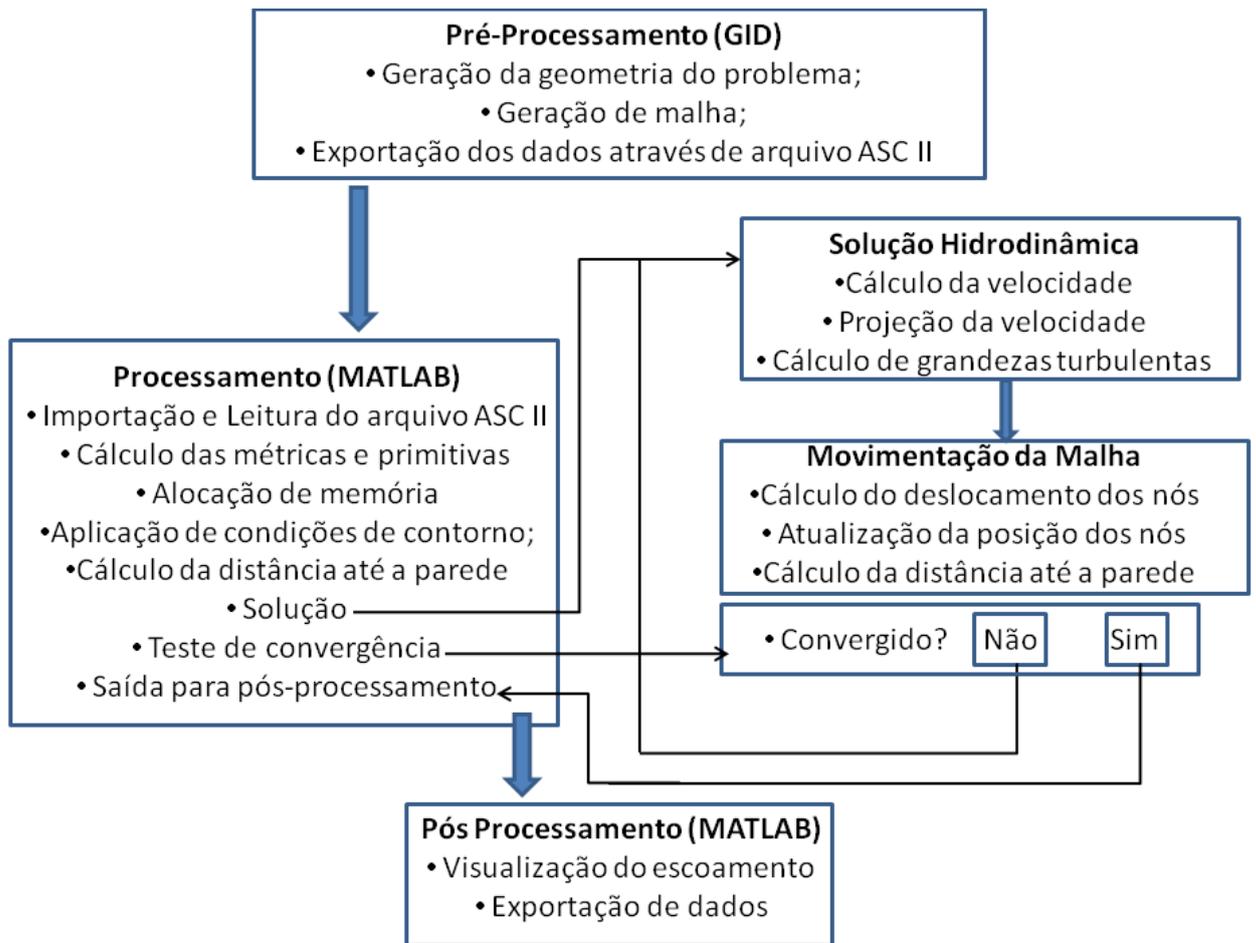


Figura 6.3: Estrutura do Código CORDEL ALE

O processo de cálculo aqui tem as etapas de cálculo da movimentação da malha e de cálculo da distância até a parede inseridos no *loop* principal do programa. Com a ativação das *flags* correspondentes as equações ALE são utilizadas pelo código ao invés das equações dos capítulos 3 e 4. As etapas de pré e pós processamento são feitas de maneira igual ao caso sem movimentação de malha.

7 RESULTADOS PARA ESCOAMENTOS COM DOMÍNIOS MÓVEIS

O presente capítulo apresentará os resultados obtidos para o escoamento turbulento em um domínio fixo. Dois casos serão apresentados: O escoamento transiente em torno do perfil NACA 0012 fixo e o escoamento transiente em torno de um cilindro próximo a um plano. Será mostrada a física de cada escoamento, os detalhes computacionais e os resultados obtidos.

7.1 ESCOAMENTO SOBRE UM PERFIL NACA 0012 MÓVEL

7.1.1 Descrição do Problema - *Stall* Dinâmico

O fenômeno de *stall* é caracterizado pela redução da sustentação gerada por um aerofólio no momento em que seu ângulo de ataque ultrapassa um determinado valor crítico [2]. O *stall* é frequentemente relacionado com a aviação, visto que a perda de sustentação é um fator a ser considerado no projeto de aeronaves. No momento em que o aerofólio atinge o ângulo de ataque crítico, regiões de descolamento de camada limite se tornam mais evidentes. Após este ângulo, a sustentação começa a decrescer, com aumento significativo do arrasto gerado. Cabe ressaltar que este fenômeno é dependente não apenas do ângulo de ataque, mas da velocidade do escoamento e do tipo de aerofólio em questão. No caso, cada aerofólio terá um valor crítico do ângulo de ataque onde o qual ocorrerá o valor máximo da sustentação.

Por sua vez, o *stall* dinâmico ocorre quando o valor do ângulo de ataque varia rapidamente. [34], [43], [80]. Esta variação pode ocorrer devido a um aumento brusco no ângulo de ataque ou devido ao movimento de oscilação ocorrente no aerofólio. O *stall* dinâmico pode ser definido como o conjunto de fenômenos aerodinâmicos decorrentes do movimento angular de um aerofólio [30]. O estudo do *stall* dinâmico, já há algum tempo, é reconhecido como uma importante área de pesquisa devido a sua ocorrência freqüente em muitas aplicações práticas.

Diversas pesquisas numéricas e experimentais referentes a este assunto já foram desenvolvidos. A maioria dos trabalhos experimentais presentes na literatura preocupou-se em medir os coeficientes aerodinâmicos em um perfil oscilando segundo uma função temporal senoidal, variando a frequência e a amplitude de oscilação em torno de um ângulo médio. Também é comum encontrar trabalhos experimentais contendo visualização de escoamento com técnicas de PIV e LDV [62], [114]. Por sua vez, os trabalhos numéricos verificam a influência de parâmetros, tais como o ângulo de ataque e o número de Reynolds no *stall* dinâmico. Outras aplicações numéricas se referem a validar técnicas numéricas para movimentação do aerofólio e para a previsão do *stall* dinâmico [99].

Uma das principais características do *stall* dinâmico se refere à situação onde o aerofólio oscila. Neste fenômeno, tanto o arrasto quanto a sustentação aumentam significativamente quando comparados com o *stall* estático, seguido de um decaimento menos pronunciado da sustentação. É possível encontrar na literatura situações onde o *stall* dinâmico mostra o dobro do valor da sustentação em relação ao *stall* estático [101]. Nesta situação, os coeficientes de sustentação, arrasto e momento mostram um comportamento histerético. Muito desta ocorrência, junto com os altos valores de arrasto e sustentação se devem às disparidades entre escalas de tempo dos fenômenos invíscido e viscoso do escoamento em torno do aerofólio [30]. Esta diferença é fisicamente definida pelo atraso no descolamento da camada limite e pela formação e transporte de vórtices que se originam no bordo de ataque do aerofólio e se deslocam ao longo do extradorso (parte superior) do aerofólio [30], [34].

A fenomenologia do *stall* dinâmico segue um desenvolvimento em etapas definidas pelo aumento do ângulo de ataque. A topologia do escoamento desde o seu desenvolvimento até a ocorrência do *stall* dinâmico são dadas por 4 etapas [63], [100]:

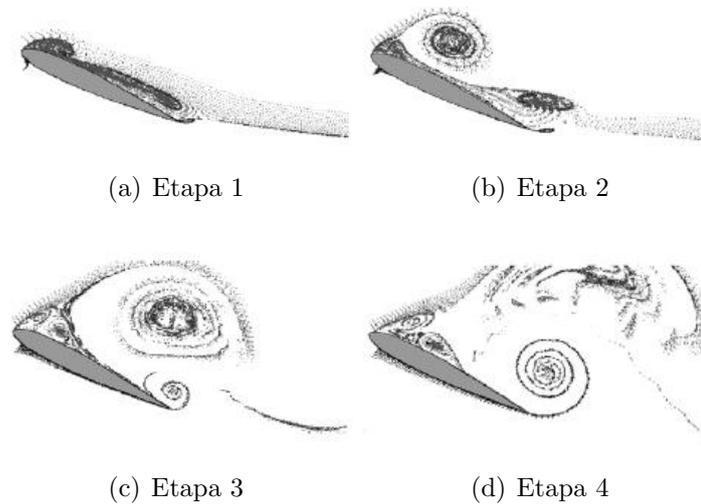


Figura 7.1: Topologia do *stall* dinâmico em um perfil NACA 0015 (Adaptado de [62])

Escoamento sem descolamento de camada limite (Figura 7.1(a)): Nesta fase é possível haver algum descolamento no bordo de fuga, mas de modo geral, o escoamento possui topologia parecida com o escoamento em torno de um aerofólio estático pré-*stall*. Observa-se o início de uma região de recirculação no extradorso do aerofólio, no bordo de ataque;

Fluxo Reverso (Figura 7.1(b)): Nesta etapa observa-se o desenvolvimento da região de recirculação. Esta região se propaga no extradorso do perfil, partindo do bordo de ataque até o bordo de fuga. Ao chegar no bordo de fuga, a região de recirculação se separa do aerofólio, dando início a uma esteira caracterizada pela emissão de estruturas coerentes;

Descolamento da camada limite (Figura 7.1(c)): O descolamento da camada limite se propaga do bordo de fuga para o bordo de ataque, aumentando a região de recirculação observada na etapa anterior. Nesta etapa observa-se a formação de um vórtice no bordo de ataque do perfil. Nesta etapa, nota-se que o aerofólio fica mais rombudo devido à presença do vórtice;

Formação e advecção do vórtice (Figura 7.1(d)): O escoamento inicia o transporte do vórtice formado na etapa anterior do bordo de ataque para o bordo de fuga. No bordo de fuga este vórtice descola e se integra à esteira do perfil, caracterizando o ponto de *stall*, onde a sustentação atinge seu valor máximo para posteriormente decrescer.

Ao longo destas etapas as forças e momentos aerodinâmicos sobre o perfil aumentam

devido à formação de um vórtice no bordo de ataque. Este vórtice é chamado de vórtice de bordo de ataque ou vórtice de *stall* dinâmico¹ [63]. É possível encontrar na literatura dados experimentais e numéricos que mostram que a topologia do escoamento é alterada pela movimentação do ponto de descolamento da camada limite [99], [112]. Um efeito ocorrente é o aumento de uma zona de sucção, causada por regiões de baixa pressão que surgem durante a movimentação deste vórtice no extradorso, devido às interações entre os vórtices formados nos bordos de ataque e fuga. A consequência desta movimentação é o adiamento do ponto de *stall* (O perfil tende a apresentar sustentação máxima em ângulos de ataque superiores ao *stall* estático). Outra consequência está no descolamento do vórtice do perfil. Neste instante as forças aerodinâmicas variam abruptamente. No caso do ângulo de ataque variar em baixas frequências, nota-se a movimentação do ponto de descolamento da camada limite do bordo de fuga para o bordo de ataque quando o ângulo de ataque aumenta. Quando o ângulo de ataque diminui, este ponto movimenta-se na direção contrária. Para variações em frequências elevadas, observa-se que não é mais possível definir posições de descolamento, e o descolamento ocorre de forma quase instantânea no perfil inteiro. Sumarizando, as características principais da física do *stall* dinâmico, que independem da frequência de vibração do aerofólio e da faixa de amplitude, são:

- Atraso do ponto de perda de sustentação em condições onde o escoamento encontra-se com a camada limite colada;
- Movimentação do ponto de descolamento da camada limite;
- Interação entre os vórtices formados nos bordos de ataque e fuga;

O *stall* dinâmico pode ocorrer em perfis de turbinas eólicas, pás diretrizes de turbomáquinas, aerogeradores e pás de helicópteros, entre alguns exemplos [43]. Além disto, o fenômeno é fortemente influenciado por efeitos de turbulência ou compressibilidade, descolamento transiente da camada limite, instabilidade de camadas cisalhantes no escoamento, interação entre ondas de choque e camada limite e a interação entre estruturas vórticas na superfície do aerofólio, assim como a interação entre vórtices e o movimento do aerofólio [30]. Dentre as consequências deste fenômeno estão, por exemplo, o já mencionado aumento dos coeficientes aerodinâmicos em comparação às medidas estáticas em uma mesma configuração, a flutuação das forças aerodinâmicas, o ganho de propulsão (efeito de Knoller-Betz) e o atraso no descolamento da camada

¹*Leading Edge Vortex*

limite [30], [92]. Os maiores desafios no estudo do *stall* dinâmico residem na complexidade inerente do escoamento, mas também pelos efeitos do escoamento que se relacionam entre si. Na literatura é possível encontrar trabalhos que mostram que os números de Reynolds e Mach, geometria do aerofólio, ângulo de incidência e o modo, frequência e amplitude de oscilação exercem considerável influência na caracterização do *stall* dinâmico.

7.1.2 Modelos Simplificados de *Stall* Dinâmico

Recentemente, a determinação numérica de carregamentos aerodinâmicos vem sendo obtida através da resolução numérica das equações de Navier-Stokes. Na literatura, observa-se resultados numéricos que forneçam informações sobre as mudanças de pressão durante os ciclos do *stall* dinâmico [62], [99], [112], [92]. É possível também obter na literatura resultados numéricos baseados em modelos semi-empíricos. A vantagem destes modelos é a possibilidade de se obter informações sobre as principais características do *stall* dinâmico. Por outro lado, estes modelos necessitam de dados para *stall* estático, obtidos comumente por interpolação ou ajuste de curvas. Estes modelos fornecem bons resultados para variações quase estáticas do ângulo de ataque [62]. A validade destes modelos em comparação com simulação numérica e experimentação se dá no fato de que estes modelos podem fornecer uma idéia dos valores da sustentação através de um cálculo simplificado.

Os modelos de *stall* dinâmico presentes na literatura podem ser categorizados em três grandes grupos [65], [62], [110]:

- Modelos onde as condições do escoamento são modeladas;
- Modelos onde a curva de sustentação é modelada sem recorrer a mecanismos físicos;
- Modelos que modificam o ângulo de ataque, introduzindo o conceito de ângulo de ataque dinâmico;

É possível encontrar em [62] uma descrição sobre os modelos existentes do *stall* dinâmico. Inicialmente, o modelo necessita de um modelo estático para a sustentação. Os modelos não lineares tem como essência a redução da sustentação devido ao descolamento.

Logo, em condições de não-descolamento o coeficiente de sustentação c_{L0} é dado pela seguinte linearização para pequenos ângulos de ataque:

$$c_{L0} = \left. \frac{\partial c_L}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0} (\alpha - \alpha_0) \quad (7.1)$$

Onde α_0 é o ângulo de ataque para sustentação nula. O coeficiente de sustentação para escoamento com descolamento é determinado ou através de mapeamento conforme ou através de formulação integral da teoria de aerofólios linearizados [62], [65]:

$$c_L \approx \left(\frac{1 + \sqrt{f}}{2} \right)^2 c_{L0} \quad (7.2)$$

A equação 7.2 determina o coeficiente estático de sustentação como uma redução linear da sustentação de acordo com o parâmetro de descolamento f . Ou seja, se $f = 1$, o valor de c_L será igual a c_{L0} . À medida que o ângulo de ataque aumenta, o ponto de descolamento se move para o bordo de ataque, fazendo com que o valor de f diminua. Quando $f = 0$, o valor de c_L será próximo de $1/4c_{L0}$. Se o ângulo de ataque continuar aumentando, o ponto de descolamento não irá alterar, mas o valor de c_{L0} dado pela equação irá aumentar linearmente com o ângulo de ataque [114]. Entretanto, dados experimentais mostram que c_L pode se manter constante ou mesmo diminuir com o ângulo de ataque. Logo uma modificação para c_{L0} se faz necessária:

$$c_{L0} = \begin{cases} \left. \frac{\partial c_L}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0} (\alpha - \alpha_0), & f > 0 \\ 4c_L, & f = 0 \end{cases} \quad (7.3)$$

O movimento do ponto de descolamento é dado de forma idêntica aos modelos de Beddoes-Leishman, Riso e Oye [65], [62], [110]:

$$dc_L = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{f}} \right) c_{L0} df \quad (7.4)$$

Em condições onde o escoamento se encontra separado, um pequeno incremento do parâmetro de descolamento (f) resulta em um grande incremento do coeficiente de sustentação. Esta singularidade é contornada através do mapeamento do aerofólio no

plano complexo. Este mapeamento visa utilizar o valor do ângulo polar θ ao invés de f , obtendo:

$$2f = 1 + \cos\theta \quad (7.5)$$

Esta modificação aplicada na equação 7.2 resulta em:

$$c_L = \cos^4\left(\frac{1}{4}\theta\right) c_{L0} \quad (7.6)$$

Onde o parâmetro θ é determinado através de dados experimentais. Cabe ressaltar que o desenvolvimento até aqui se refere a condições estáticas. Em condições dinâmicas, duas situações para o escoamento devem ser consideradas. Uma para baixos ângulos de ataque onde o escoamento é ajustado de modo a localizar o ponto de descolamento no bordo de fuga. O outra situação se refere ao escoamento já descolado, onde o movimento do ponto de descolamento é atrasado quando comparado a movimentação quase estática.

Para a situação onde o escoamento não apresenta descolamento, admite-se que uma mudança $d\alpha$ no ângulo de ataque irá causar um pequeno descolamento antes que o ponto de descolamento se reestabeleça no bordo de fuga através das zonas de recirculação nas vizinhanças do perfil. Esta mudança na recirculação irá causar alterações na sustentação. Entretanto o incremento dc_{L0} da sustentação linear devido ao incremento $d\alpha$ não é instantâneo. Este atraso da sustentação pode ser modelado através de uma função de resposta $\phi(t)$ de modo a que o incremento $dc_{L0,d}$ no tempo t devido ao incremento $d\alpha(\tau)$ em um tempo anterior τ possa ser escrito:

$$dc_{L0,d} = \phi(t - \tau) dc_{L0,d}\tau \quad (7.7)$$

Na equação 7.7 o subscrito d se refere à sustentação dinâmica. A função de resposta irá atender a condição $\phi(\infty) = 1$. Para escoamentos incompressíveis, pode-se mostrar que, para um perfil delgado, metade do incremento da sustentação ocorre instantaneamente, ou seja, $\phi(0) = 1/2$ [62]. Logo, superpondo os efeitos de todos os incrementos, a

sustentação dinâmica linear, válida para quando o escoamento não está descolado, é dado por:

$$c_{L0,d}(t) = \int_{-\infty}^t \phi(t - \tau) \dot{c}_{L0}(\tau) d\tau \quad (7.8)$$

A solução analítica de $\phi(t)$ pode ser aproximada por um filtro de primeira ordem, contendo duas escalas de tempo, para as componentes de alta e baixa frequência. Com isto, a seguinte expressão pode ser usada:

$$\phi(t) = 1 - A_1 e^{-\zeta_1 t} - A_2 e^{-\zeta_2 t} \quad (7.9)$$

Onde A_1 , A_2 , ζ_1 e ζ_2 são variáveis dependentes do escoamento, que descreverão o atraso. ζ_1 e ζ_2 representam as escalas de tempo para baixas e altas frequências respectivamente.

Considera-se agora a situação onde o escoamento está descolado. Devido ao atraso entre efeitos previamente mencionado, o ângulo de recolamento será menor quando o ângulo de ataque aumentar, e maior quando o ângulo de ataque diminuir, quando comparados com seus correspondentes estáticos. Embora a equação 7.6 seja válida para condições estáticas, esta pode fornecer a redução do coeficiente de sustentação linear dinâmico [62]:

$$c_{L,d}(t) = \cos^4 \left(\frac{1}{4} \theta_d \right) c_{L0,d}(t) \quad (7.10)$$

O presente trabalho utilizará esta modelagem simplificada para calcular a sustentação e comparar com os resultados experimentais e numéricos.

7.1.3 Detalhes Computacionais

Para o caso do aerofólio móvel, o mesmo domínio e a mesma malha foram utilizados para as simulações (figuras 5.1(a) e 5.1(b)). Reproduziu-se aqui o caso de [63]. A deformação da malha, efetuada com a metodologia linear-torsional (mostrada no capítulo 2), resultou na seguinte topologia:

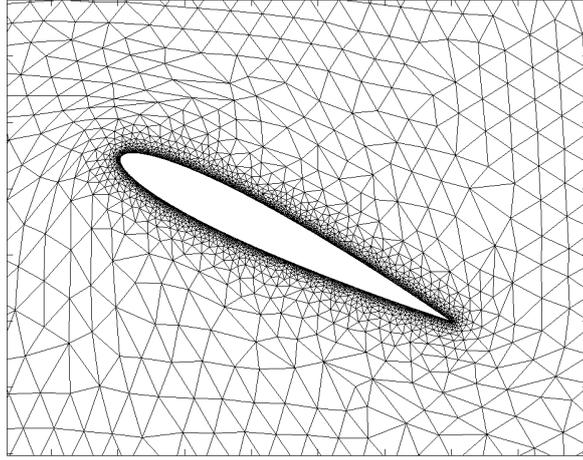


Figura 7.2: Aerofólio NACA 0012 após movimentação

Neste caso, o aerofólio é movido para valores de ângulo de ataque superiores aos do *stall* estático. A variação do ângulo de ataque é governado pela seguinte equação [63]:

$$\alpha(t) = 10 + 15 \sin(\eta t) \quad (7.11)$$

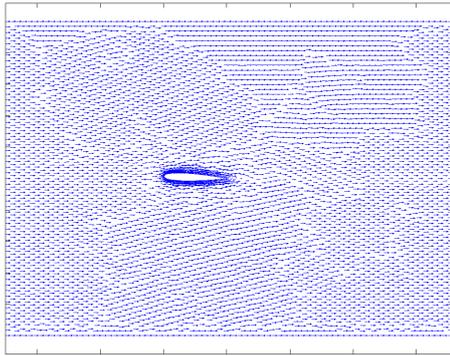
Na condição de entrada, a velocidade foi imposta de modo a acertar um valor de 1.35×10^5 para o número de Reynolds. A condição de saída foi imposta como pressão de referência nula, e nos nós constituintes do aerofólio foi imposta a velocidade da malha de modo a recuperar a velocidade do fluido igual a zero nas equações vistas sob a forma ALE (equações 6.27 a 6.29). O aerofólio foi movimentado até um ângulo de 25 graus. Posteriormente seu movimento foi revertido de volta a 0 graus, para se reproduzir o experimento de [63]. O tempo computacional deste caso foi de 5 dias, em um computador DELL POWEREDGE com processador INTEL XEON quatro núcleos de 2.4 GHz

7.1.4 Resultados e Análise

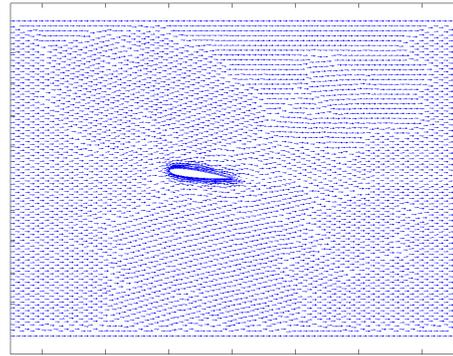
Quando o aerofólio oscila em ângulos superiores aquelas definidas pelo *stall* estático, a camada limite assume comportamento transiente. Os eventos característicos do *stall* dinâmico se tornam mais complexos devidos ao crescimento e movimentação do vórtice de bordo de ataque para a jusante. Além disto, o escoamento reverso e a degeneração

do escoamento para a turbulência levam ao aumento dos valores dos coeficientes aerodinâmicos, bem como o surgimento do comportamento histerético destes. Nota-se das figuras 7.3 a 7.6 a topologia do escoamento quando o aerofólio se move para cima. Abaixo de 10 graus, observa-se que a camada cisalhante (figuras 7.6(a) e 7.6(b)) se mantém colada na superfície do aerofólio, fazendo com que o escoamento se mantenha estável, conforme observado nas demais visualizações. Comparado com o correspondente estático, observa-se que o escoamento não apresenta a formação de estruturas vórtices, indicando que a movimentação do aerofólio deslocou o ângulo de *stall* para um valor mais elevado. Para valores entre 10 e 19 graus, nota-se que por volta de 14 graus inicia-se a formação do vórtice de bordo de ataque. Este vórtice é observado nas visualizações de pressão e vorticidade (figuras 7.5(c), 7.5(d), 7.6(c) e 7.6(d)). É possível observar nas linhas de corrente que linhas começam a delinear o aerofólio juntamente com o vórtice, mostrando que o escoamento desvia de um obstáculo mais rombudo devido à presença deste vórtice (figuras 7.4(c) e 7.4(d)). Neste intervalo observa-se a formação do contra-escoamento, visualizado nos vetores velocidade (figuras 7.3(c) e 7.3(d)) no meio do extradorso do aerofólio. A partir de 20 graus é possível observar que o vórtice de bordo de fuga aumentou de tamanho e iniciou seu deslocamento em direção à jusante. Observa-se também a formação de um vórtice no bordo de fuga que gira no sentido anti-horário (cor vermelha - figuras 7.6(e) e 7.6(f)). As figuras de pressão (figuras 7.5(e) e 7.5(f)) mostram o surgimento de zonas de baixa pressão no extradorso do aerofólio, representativas do vórtice de bordo de ataque e do vórtice contra-rotativo no bordo de fuga. Nos ângulos subsequentes, observa-se que estes vórtices crescem de tamanho, e o vórtice no bordo de fuga começa a se destacar do aerofólio. Estes fenômenos podem ser notados nas visualizações de vetores velocidade e linhas de corrente (figuras 7.3(e), 7.3(f), 7.4(e) e 7.4(f)). Este instante representa o *stall* dinâmico, aonde a sustentação inicia seu decréscimo e o aumento no valor do arrasto. No momento em que o aerofólio se move para baixo (figuras 7.7 a 7.10) observa que o vórtice de bordo de ataque, bem como o vórtice contra-rotativo no bordo de fuga se separam do aerofólio, dando início a uma emissão de vórtices. Esta emissão segue nos ângulos subsequentes, mas é possível observar que os vórtices começam a serem desprendidos do aerofólio em uma frequência menor em torno de 12 graus. Observa-se das visualizações de vorticidade e de pressão (figuras 7.9(c), 7.9(d), 7.10(c) e 7.10(d)) esta diminuição, bem como a estabilização do escoamento no extradorso do aerofólio. Neste instante, pode-se afirmar que ocorre o recolamento da camada limite, juntamente com a diminuição da emissão de vórtices. Observa-se das linhas de corrente que o obstáculo a ser desviado pelo escoamento vai se tornando aos poucos menos rombudo (figuras 7.8(c) e 7.8(d)). Pode-se afirmar que este é mais um sinal da estabilização do escoamento no

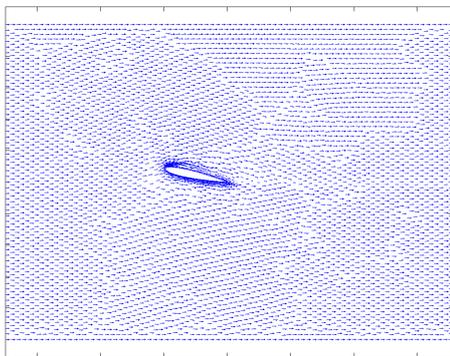
extradorso. Abaixo de 10 graus, os vetores velocidade (figuras 7.7(d) e 7.7(e)) mostram a esteira com uma emissão a uma frequência ainda menor. As visualizações de pressão e vorticidade (figuras 7.9(e), 7.9(f), 7.10(e) e 7.10(f)) mostram a interrupção da formação de vórtices e a reorganização da camada cisalhante, com alguns vórtices que se locomovem a jusante.



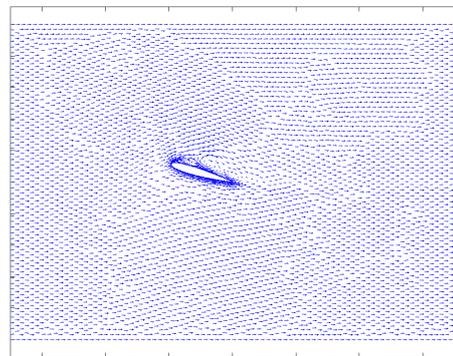
(a) $\alpha = 2$



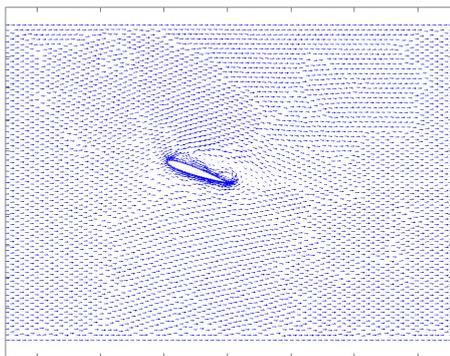
(b) $\alpha = 7$



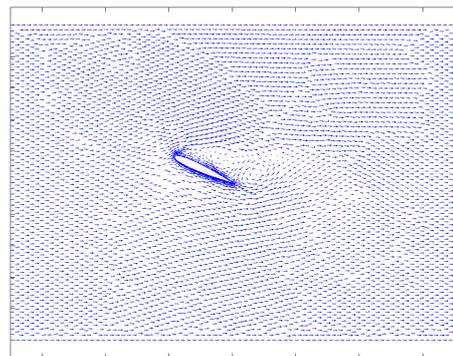
(c) $\alpha = 12$



(d) $\alpha = 16$

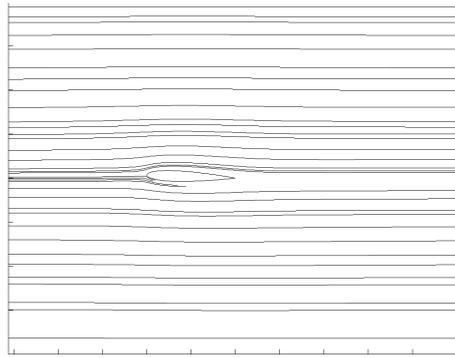


(e) $\alpha = 19$

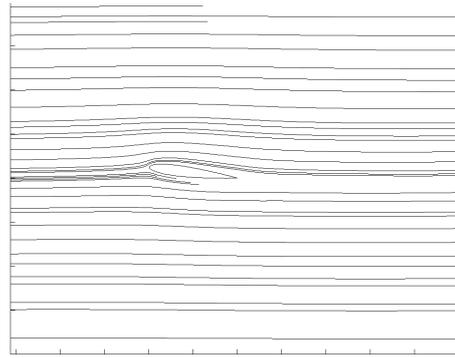


(f) $\alpha = 24$

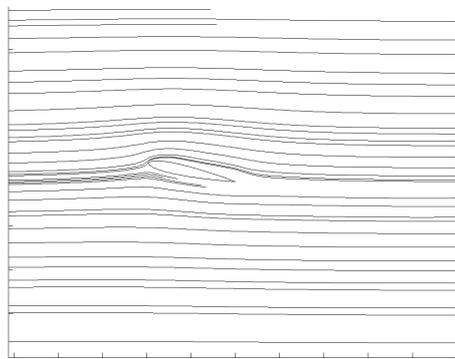
Figura 7.3: Vetores Velocidade - Aerofólio Dinâmico para cima



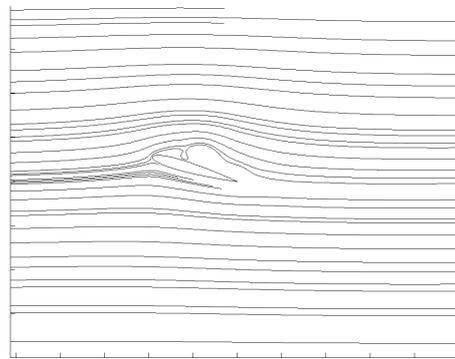
(a) $\alpha = 2$



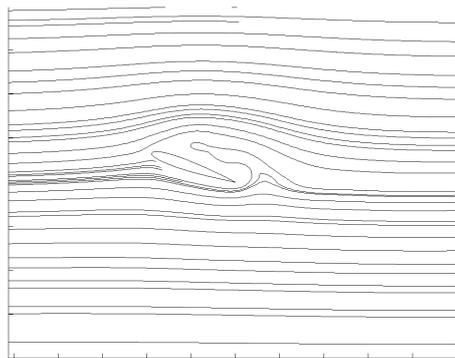
(b) $\alpha = 7$



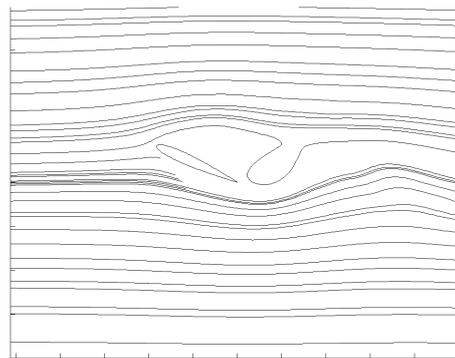
(c) $\alpha = 12$



(d) $\alpha = 16$

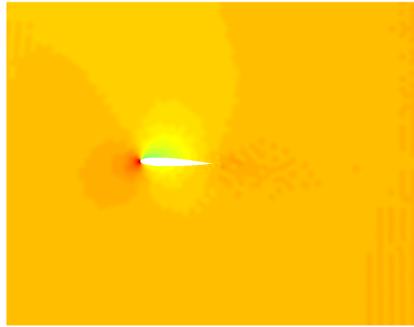


(e) $\alpha = 19$

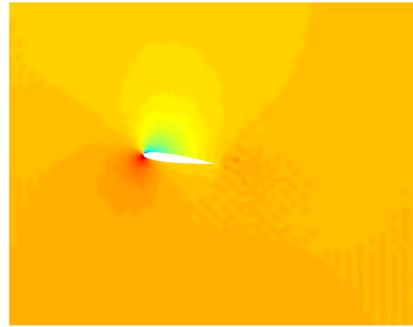


(f) $\alpha = 24$

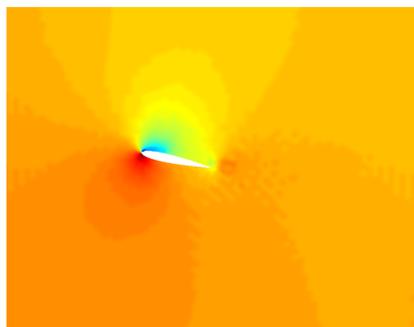
Figura 7.4: Linhas de Corrente - Aerofólio Dinâmico para cima



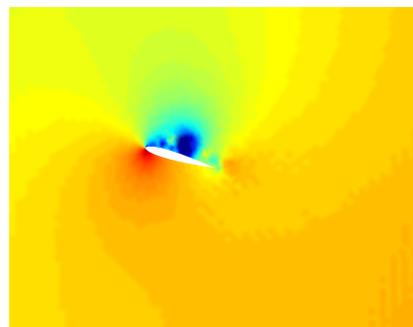
(a) $\alpha = 2$



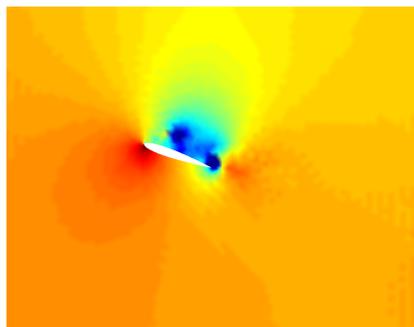
(b) $\alpha = 7$



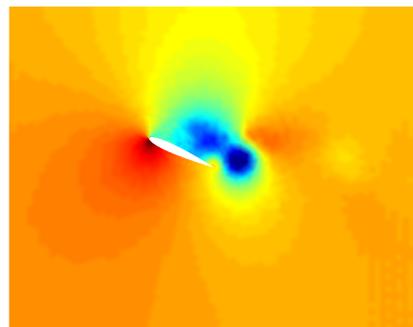
(c) $\alpha = 12$



(d) $\alpha = 16$



(e) $\alpha = 19$



(f) $\alpha = 24$

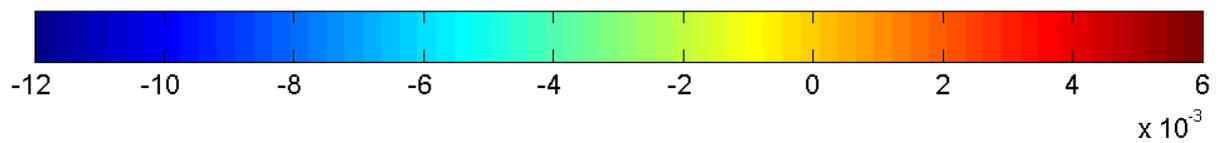
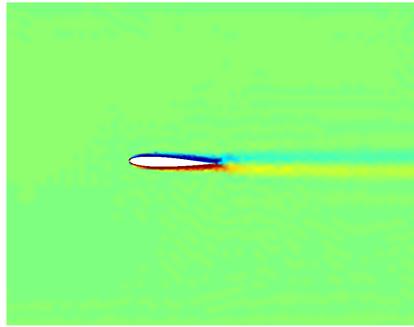
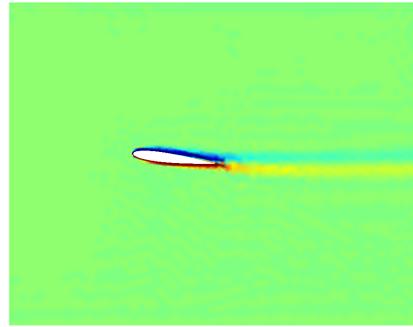


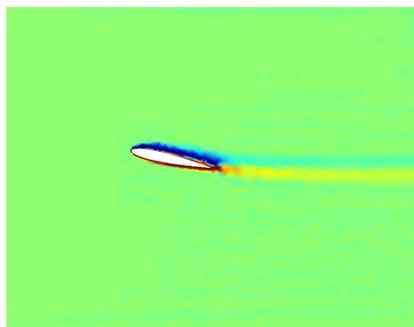
Figura 7.5: Contornos de Pressão - Aerofólio Dinâmico para cima



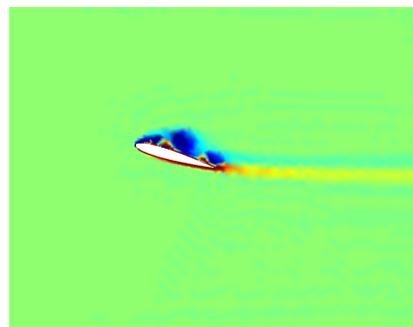
(a) $\alpha = 2$



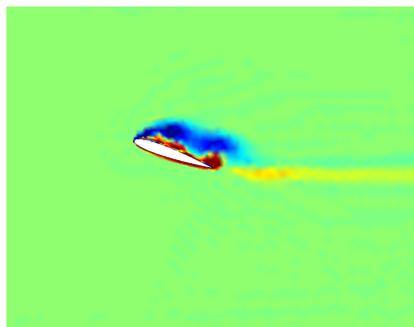
(b) $\alpha = 7$



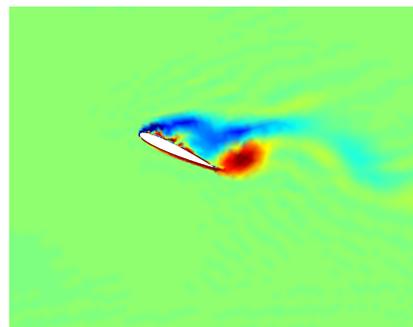
(c) $\alpha = 12$



(d) $\alpha = 16$



(e) $\alpha = 19$



(f) $\alpha = 24$

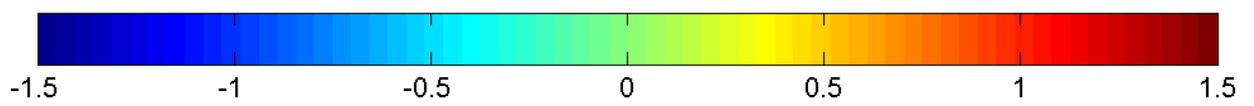
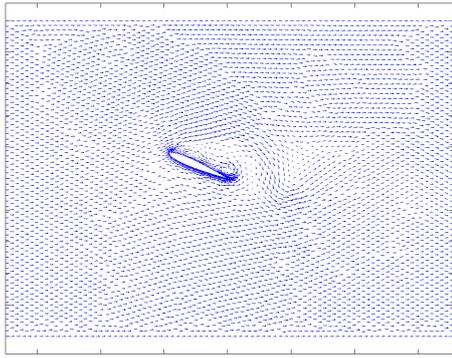
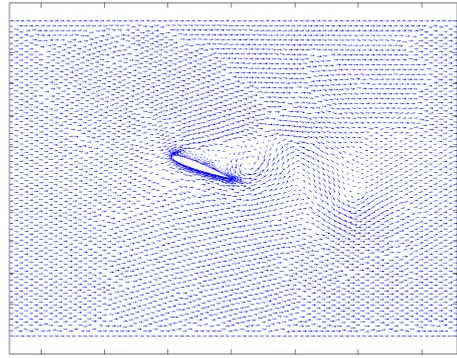


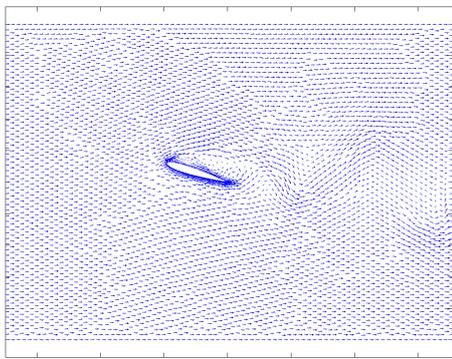
Figura 7.6: Contornos de Vorticidade - Aerofólio Dinâmico para cima



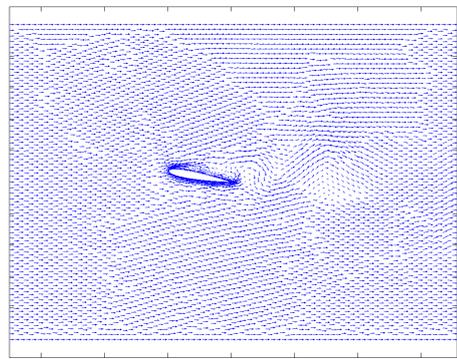
(a) $\alpha = 23$



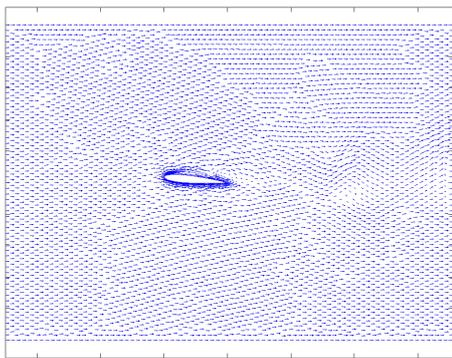
(b) $\alpha = 20$



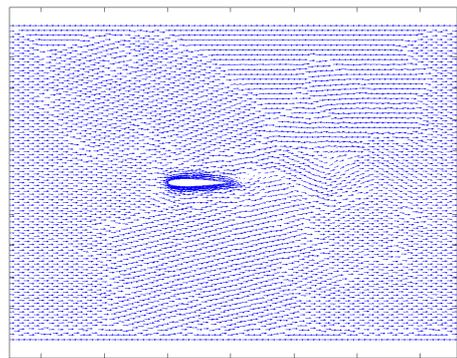
(c) $\alpha = 17$



(d) $\alpha = 10$

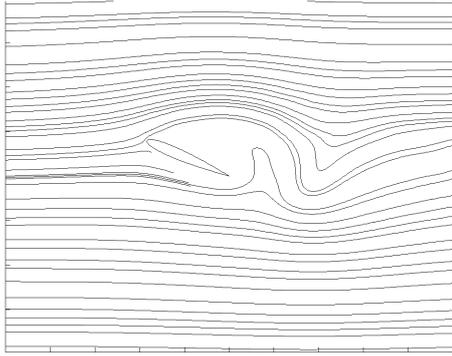


(e) $\alpha = 5$

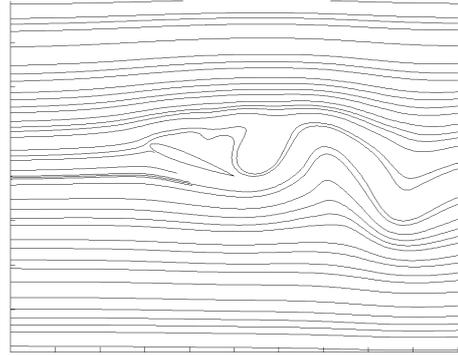


(f) $\alpha = 0$

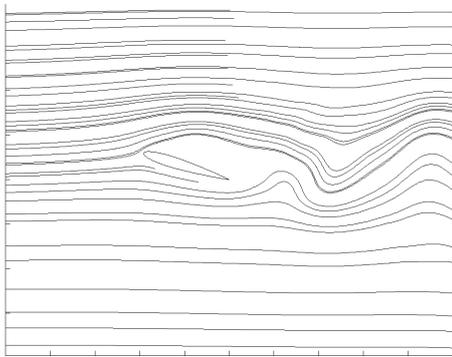
Figura 7.7: Vetores Velocidade - Aerofólio Dinâmico para baixo



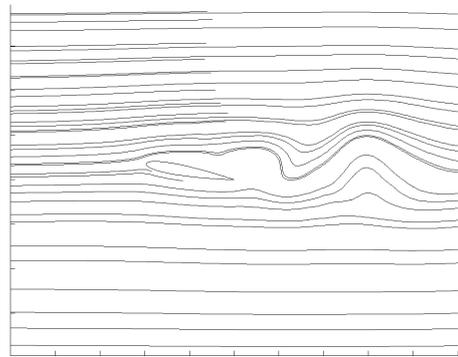
(a) $\alpha = 23$



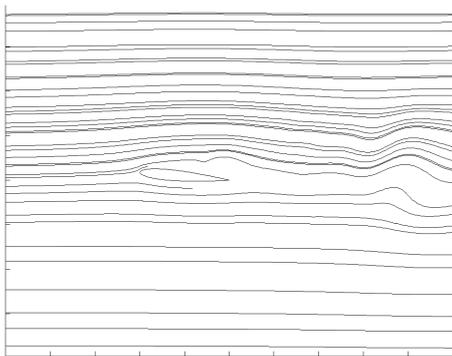
(b) $\alpha = 20$



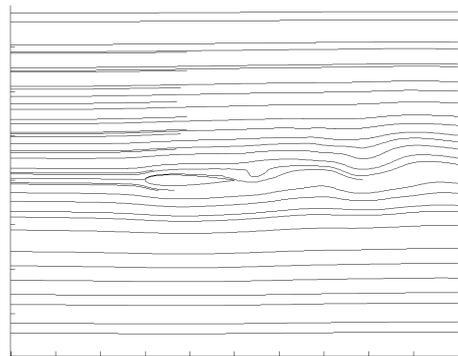
(c) $\alpha = 17$



(d) $\alpha = 10$

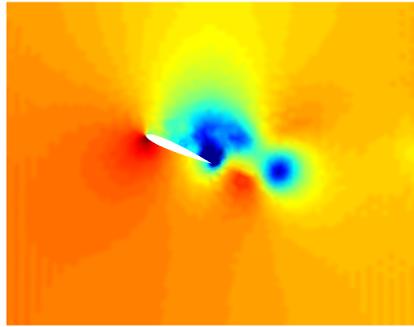


(e) $\alpha = 5$

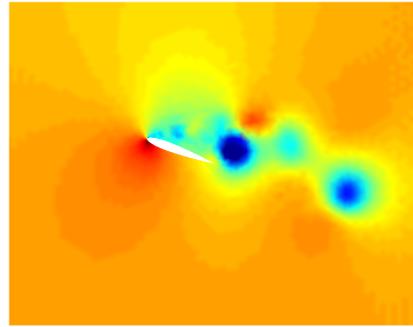


(f) $\alpha = 0$

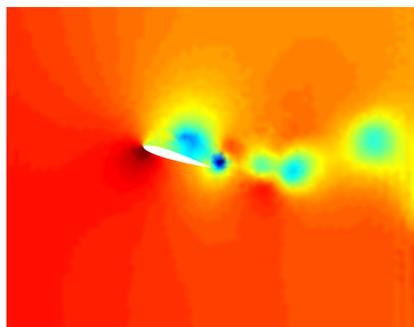
Figura 7.8: Linhas de Corrente - Aerofólio Dinâmico para baixo



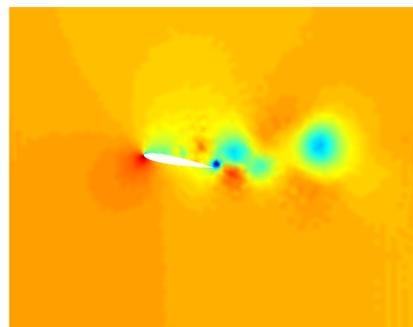
(a) $\alpha = 23$



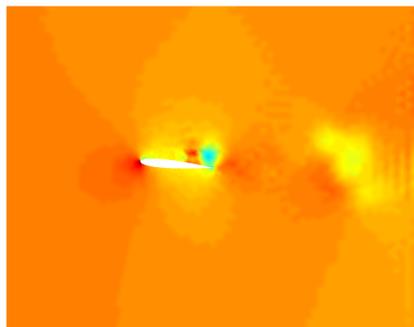
(b) $\alpha = 20$



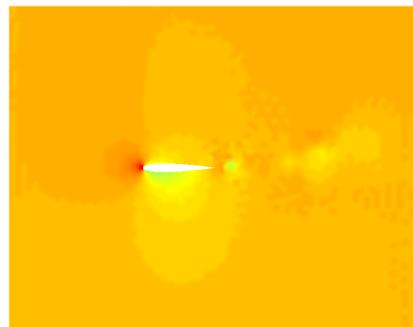
(c) $\alpha = 17$



(d) $\alpha = 10$



(e) $\alpha = 5$



(f) $\alpha = 0$

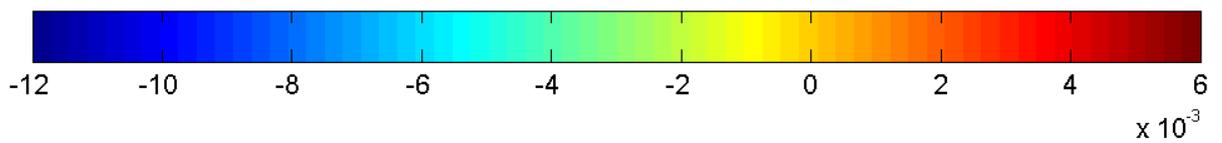
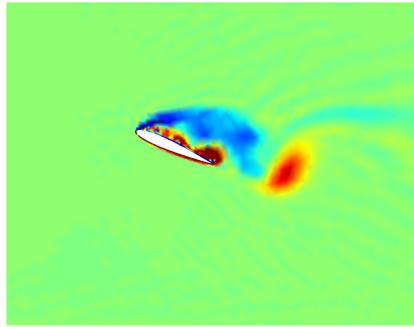
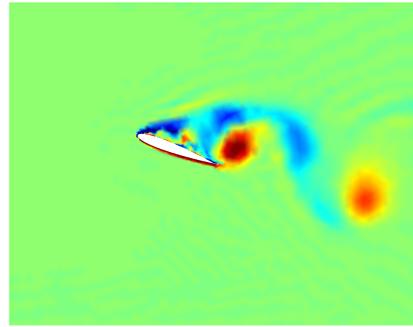


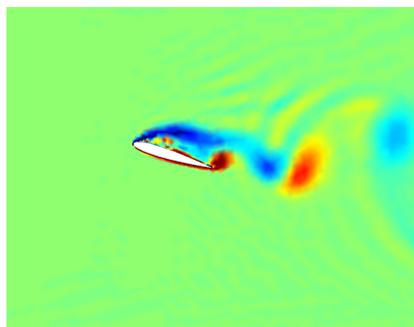
Figura 7.9: Contornos de Pressão - Aerofólio Dinâmico para baixo



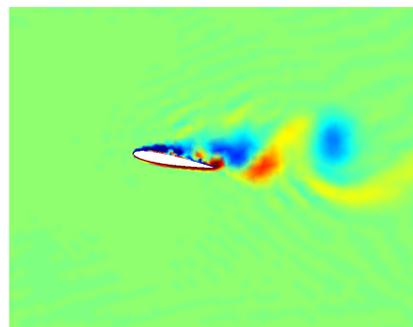
(a) $\alpha = 23$



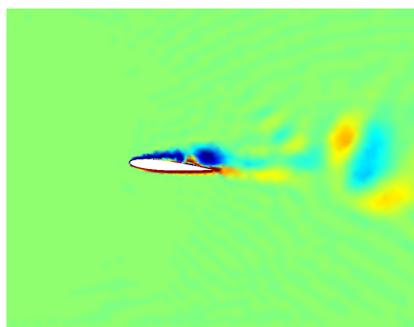
(b) $\alpha = 20$



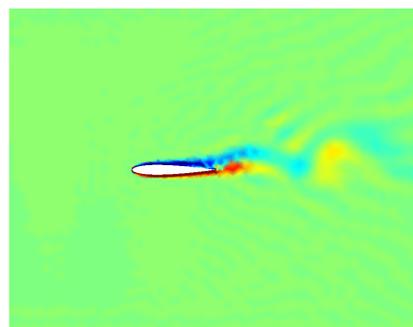
(c) $\alpha = 17$



(d) $\alpha = 10$



(e) $\alpha = 5$



(f) $\alpha = 0$

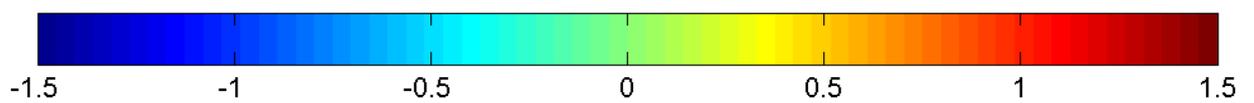


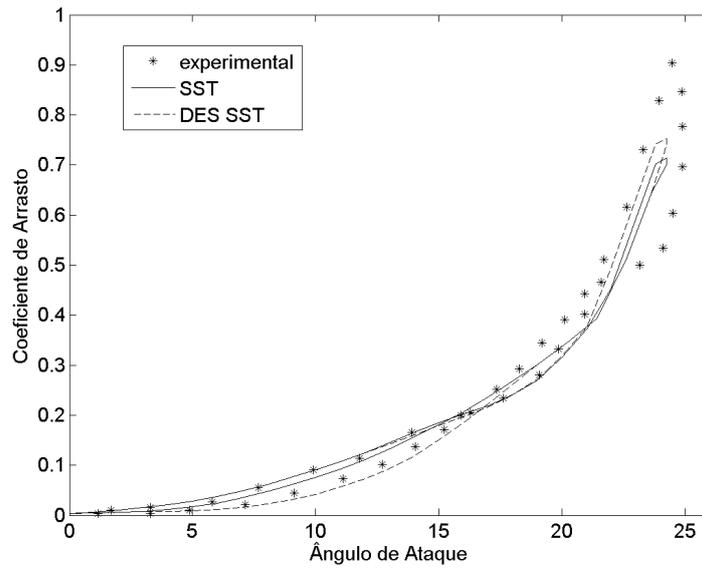
Figura 7.10: Contornos de Vorticidade - Aerofólio Dinâmico para baixo

A figura 7.11 mostra os coeficientes aerodinâmicos numéricos e experimentais (retirados de [63]) para o aerofólio móvel, bem como os valores obtidos do modelo simplificado para a sustentação. Observa-se o comportamento dos coeficientes com o ângulo de ataque. Para um intervalo compreendido entre 1 e 10 graus quando o aerofólio oscila para cima, as curvas mostram o aumento dos coeficientes. O coeficiente de sustentação mostra um aumento com semelhanças com um aumento linear. O coeficiente de arrasto mostra um aumento com semelhanças com um aumento quadrático. Neste intervalo as curvas se diferenciam de seus correspondentes estáticos pelo comportamento. Enquanto as curvas estáticas mostram alteração no seu comportamento em torno de 10 graus, as curvas dinâmicas continuam a manter o comportamento para a mesma faixa de ângulo de ataque. Esta característica reflete a diferença entre a física do escoamento para o aerofólio estático e o dinâmico. Observa-se que a movimentação do aerofólio tende a postergar o momento de *stall*, característica essa observada nas curvas. Entre 10 e 20 graus, as curvas tendem a atingir valores superiores de arrasto e sustentação que seus correspondentes estáticos. Estes valores são reflexos da formação e crescimento do vórtice de bordo de ataque, bem como do contra-escoamento ocorrente no extradorso do aerofólio, observados nas visualizações. Neste intervalo, os valores de sustentação estáticos tendem a decrescer. Observa-se que os valores dinâmicos de sustentação já se apresentam superiores aos correspondentes estáticos, e o comportamento se diferencia pelo fato de que os valores dinâmicos continuam a aumentar. Os valores de arrasto estáticos aumentam a uma taxa maior devido ao *stall*, ao passo que os valores dinâmicos aumentam a uma taxa menor. Para ângulos acima de 20 graus, observa-se que a sustentação atinge seu valor máximo em torno de 24 graus, caracterizando o momento aonde o *stall* dinâmico ocorre. Neste instante, observa-se que a sustentação, após atingir o seu máximo, decresce rapidamente. O arrasto apresenta também um valor máximo e subseqüente decréscimo nesta faixa. Quando a oscilação do aerofólio muda de sentido, observa-se que em valores acima de 20 graus o decréscimo repentino e estabilização do decréscimo dos valores dos coeficientes. Para valores entre 10 e 20 graus, os valores de arrasto e sustentação decrescem de forma mais gradual do que os valores na faixa acima de 20 graus. Observa-se que alguns dos valores de arrasto nesta faixa são levemente maiores que os valores do aerofólio oscilando para cima. Para valores entre 0 e 10 graus os valores dos coeficientes decrescem, caracterizando o comportamento histerético dos coeficientes aerodinâmicos. Observa-se dos valores obtidos do modelo simplificado que estes reproduzem com certa precisão os valores da sustentação até 20 graus (figura 7.11(b)). Acima de 20 graus o modelo simplificado começa a se distanciar dos valores experimentais. Esta discrepância é justificada pela forma como o modelo calcula a sustentação. A equação 7.8 aproxima o comportamento

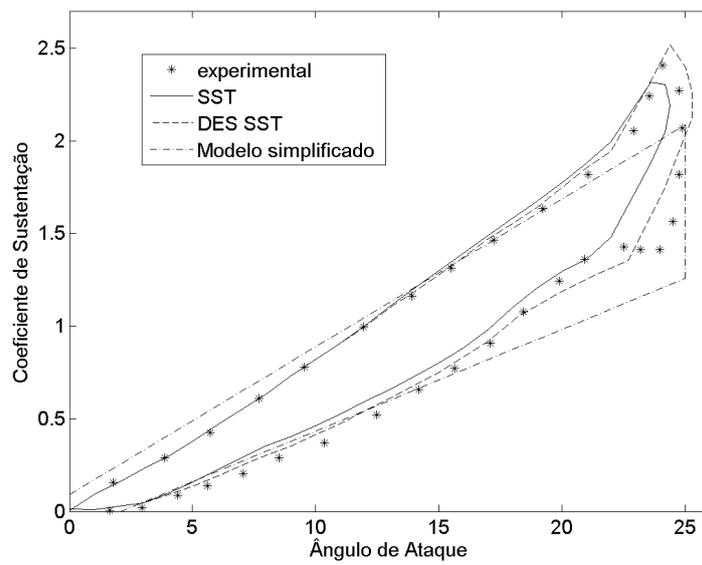
da sustentação para uma curva linear. Posteriormente esta curva é multiplicada por uma correção (equação 7.10) para a obtenção do valor da sustentação. Mas, em determinadas faixas do ângulo de ataque, o comportamento da sustentação não pode ser dito como linear. E é justamente nestas faixas onde o modelo simplificado mostra as maiores discrepâncias (acima de 20 graus). Observa-se que os valores de ângulo de ataque onde o aerofólio se move para cima ficam com pouca diferença para os dados simulados e para os dados experimentais. Esta pequena discrepância pode ser ajustada com uma linearização mais adequada para esta faixa do ângulo de ataque. Nota-se que o modelo simplificado prevê a histerese da curva da sustentação através de duas linearizações: Uma para a movimentação ascendente e outra para a movimentação descendente do aerofólio. Conclui-se que o modelo simplificado pode dar valores aceitáveis para ângulos de ataque abaixo de 20 graus. Acima deste valor, o modelo simplificado começa a mostrar diferenças significativas em relação aos dados experimentais e numéricos.

Comparando os resultados numéricos com os experimentais, observa-se que os dados simulados dos coeficientes com o modelo SST preveem a realidade física do escoamento até em torno de 17 graus. Após isto, os dados de arrasto são subestimados até o momento de *stall*. Os dados de sustentação se mostram levemente superestimados. Os dados simulados subestimam o valor máximo dos coeficientes aerodinâmicos. Os dados numéricos na oscilação para baixo tendem a superestimar os coeficientes aerodinâmicos. Os dados simulados com a formulação DES tendem a reproduzir melhor a realidade mensurada do escoamento. O coeficiente de sustentação simulado em DES é mais próximo dos valores experimentais do que os resultados do modelo SST ao longo da curva. Os resultados de arrasto para a formulação DES estão mais próximos dos dados experimentais na movimentação para baixo do aerofólio. Nota-se que ambas as modelagens da turbulência não reproduzem o pico de arrasto previsto pela experimentação. Esta discrepância pode ser explicada por dois fatores. O primeiro é relacionado com o valor da distância adimensional até a parede (y^+). A deformação da malha alterou a distância entre a parede e o nó mais perto desta parede e, conseqüentemente alterou o valor do y^+ . Esta alteração afeta a forma como a camada limite é calculada pelo modelo de turbulência. Portanto, pode-se admitir que esta mudança no valor da distância até a parede afetou o cálculo local do escoamento. O segundo fator está relacionado com a natureza da turbulência no momento em que o aerofólio oscila para baixo. Neste momento o escoamento tende a recolar na superfície do extradorso. Este escoamento não necessariamente é turbulento, mas pode estar em transição a turbulência ou relaminarizando [34]. Por isto, a previsão de um modelo de turbulência pode admitir que o escoamento neste instante seja turbulento, e este fato não será necessariamente ver-

dadeiro. Esta previsão é reportada pela literatura como um dos desafios de modelagem do escoamento para previsão de coeficientes aerodinâmicos. A utilização de modelos de transição a turbulência pode ser uma alternativa, visto que este tipo de modelo não irá tratar este instante do escoamento como turbulento. Os resultados numéricos obtidos pelo presente trabalho poderão se tornar mais precisos se for utilizado simulação tridimensional. Pode-se afirmar que as discrepâncias (principalmente nos resultados de arrasto) poderão ser creditadas a efeitos tridimensionais do escoamento que não foram considerados na simulação. Conclui-se que, mesmo com as discrepâncias observadas entre os dados numéricos e experimentais, os resultados podem ser considerados satisfatórios. Isto se deve ao fato de que os resultados obtidos estão parecidos com os resultados numéricos reportados na literatura para outras formas de se prever o *stall* dinâmico [34], [100].



(a) Arrasto



(b) Sustentação

Figura 7.11: Coeficientes Aerodinâmicos dinâmicos

7.2 ESCOAMENTO SOBRE UM CILINDRO OSCILATÓRIO PRÓXIMO A UM PLANO

7.2.1 Descrição do Problema

Um cilindro oscilatório imerso em um escoamento pode exibir dois padrões distintos de esteira: Emissões de vórtices de baixa e de alta frequência [15]. A transição entre estes dois padrões corresponde a uma mudança na fase da oscilação das forças aerodinâmicas, na frequência da emissão de vórtices e na estrutura da esteira na imediata jusante do cilindro. A esteira de vórtices em um cilindro fixo é auto-sustentada pelas instabilidades originadas no cilindro. A perturbação, amplificação ou interrupção destas instabilidades é alvo de intensas pesquisas, conforme discutido no capítulo 5. A ocorrência da sincronização entre as frequências de oscilação do cilindro e de emissão de vórtices é denominado de *lock-on* [86]. Esta situação representa a sincronização entre a emissão de vórtices e instabilidades externas ao escoamento, que ocorrem de forma periódica. Este efeito amplifica as instabilidades que originam a emissão de vórtices devido a efeitos de ressonância no escoamento. Quando a frequência de oscilação do cilindro fica abaixo da frequência de emissão de vórtices, denomina-se esta situação como uma vibração de baixa frequência [86]. Neste caso a fase da oscilação dos coeficientes aerodinâmicos assume determinado comportamento. Este comportamento é caracterizado pela amplitude da variação dos coeficientes e pela topologia do escoamento. Ao se atingir o *lock-on*, a fase e amplitude dos coeficientes dão um salto. Este salto tem origem na forma como os vórtices se desprendem e nos efeitos de ressonância entre frequências. Acima do *lock-on*, atinge-se uma situação de alta frequência. Estes três cenários são diretamente relacionados com a frequência de emissão de vórtices [16]. A combinação representada pelo escoamento em torno de um cilindro oscilatório próximo a um plano pode alterar drasticamente as instabilidades que originam a esteira de vórtices. Cabe ressaltar que os efeitos combinados deste escoamento ainda são pouco pesquisados pela literatura [16].

7.2.2 Detalhes Computacionais

Para este caso utilizou-se o domínio e a malha do caso fixo na posição $h/d = 0.2$ (figuras 5.9(a) e 5.9(b)). A partir desta posição o cilindro foi movimentado em uma amplitude igual a $h/d = 0.4$, fazendo com que este atinja a posição final de $h/d = 0.6$. Esta mo-

vimentação foi feita a uma frequência de $0,625Hz$ com a metodologia linear-torsional (mostrada no capítulo 2). Foram observados três ciclos de oscilação do cilindro, de modo a se observar o estabelecimento da esteira a jusante do cilindro. O tempo computacional deste caso foi de 7 dias, em um computador DELL POWEREDGE com processador INTEL XEON quatro núcleos de 2.4 GHz

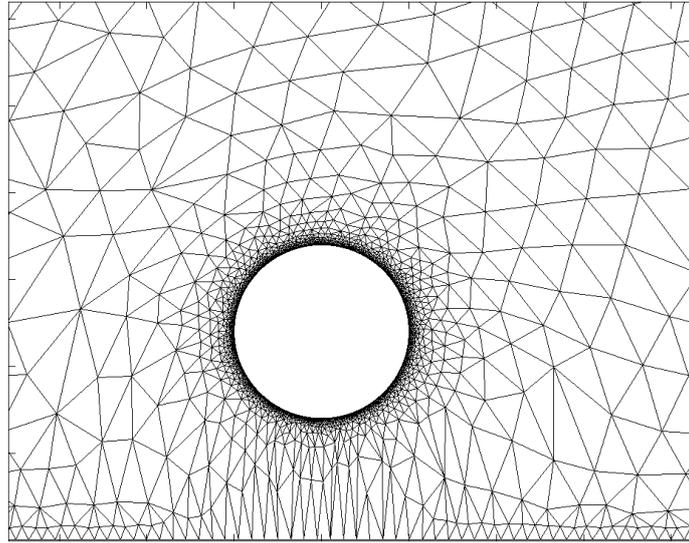


Figura 7.12: Cilindro próximo ao plano após movimentação

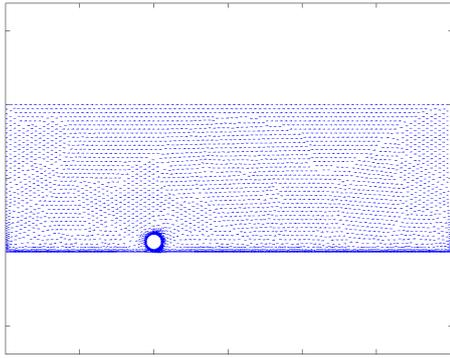
7.2.3 Resultados e Análise

As figuras 7.13 a 7.16 mostram o desenvolvimento do escoamento do seu estado inicial até três ciclos de oscilação do cilindro. Observa-se que as instabilidades que geram a esteira de emissão de vórtices atrás do cilindro se originam de forma parecida ao do escoamento do cilindro para $h/d = 0.2$. Nota-se o surgimento de um vórtice no plano que se movimenta a jusante do cilindro, juntamente com o início de uma emissão coerente de vórtices. À medida que o cilindro oscila para cima, vórtices se originam na parte de cima do cilindro e tendem a se movimentar para a jusante e para a parte superior do domínio, ao passo que os vórtices originados da camada cisalhante na parte de baixo do cilindro tendem a se movimentar apenas a jusante. Os vórtices que se originam e aderem ao plano reduz de tamanho. Quando o cilindro oscila para baixo, observa-se que os vórtices originados na parte de baixo do cilindro são empurrados na direção do plano. Este efeito é observado em menor intensidade nos vórtices originados na parte de cima do cilindro, e os cilindros que aderem ao plano aumenta de tamanho. Este padrão se repete ao longo dos ciclos de oscilação do cilindro. Nota-se que a

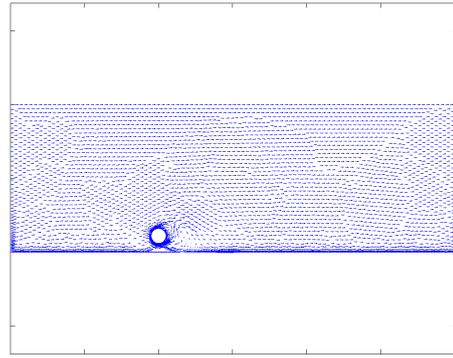
oscilação do cilindro altera a frequência de desprendimento dos vórtices, bem como a direção de deslocamento destes. A subida do cilindro move os vórtices advindos da parte de cima do cilindro para a jusante e para a parte superior do domínio, ao passo que a descida do cilindro conduz os vórtices desprendidos. As visualizações de pressão mostram zonas de baixa e média pressão na distância entre o cilindro e o plano. Estas zonas representam os vórtices originados na parte de baixo do cilindro que ou apenas se desprendem do cilindro ou se desprendem para aderir ao plano. Observa-se também que os vórtices que aderem ao plano são sucedidos de zonas de alta pressão, que se movimentam a jusante junto com os vórtices. As linhas de corrente e os vetores velocidade mostram os vórtices da esteira e os vórtices aderidos ao plano. Conclui-se que a oscilação do cilindro afeta a formação e desenvolvimento das instabilidades que originam a esteira. Outra característica observada nas visualizações é a assimetria e o alongamento dos vórtices. A assimetria advém não apenas da oscilação do cilindro, mas também da proximidade com o plano. Por sua vez, o esticamento de alguns vórtices ao se movimentar a jusante é um efeito da oscilação do cilindro, efeito este observado na literatura.

Os resultados para os coeficientes aerodinâmicos (figura 7.17) mostram mudanças devido a variação na posição do cilindro. O coeficiente de sustentação mostra mudanças em sua amplitude ao longo do tempo do escoamento. Observa-se que a amplitude da sustentação mostra seu menor valor nos intervalos definido pelos tempos adimensionais 0.02 a 0.03 e 0.04 a 0.05. Nestes intervalos observa-se das figuras que o cilindro oscila para cima. Nota-se que nos mesmos intervalos o arrasto aumenta de valor, mas mantém a amplitude de oscilação. Nos intervalos subsequentes o arrasto diminui de valor, mas mantendo a amplitude e a sustentação mostra aumento da amplitude. Observa-se que estas mudanças no comportamento do arrasto e da sustentação tem origem nas instabilidades que originam a esteira, bem como no comportamento dos vórtices emitidos. Observa-se dos resultados obtidos que a esteira turbulenta é afetada pela oscilação do cilindro. É possível encontrar na literatura situações onde esta oscilação pode controlar a emissão de vórtices [15]. A esteira de um cilindro pode ter os seus efeitos tridimensionais inibidos se o cilindro oscilar transversalmente à direção do escoamento em determinadas amplitudes. Entretanto a literatura ainda traz poucos resultados acerca dos mecanismos que atrasam ou inibem os efeitos tridimensionais [66], bem como os seus efeitos nos coeficientes aerodinâmicos. Esta inibição é observada na formação da esteira. Os vórtices emitidos podem se propagar para a parte inferior ou superior do domínio. Além disto, pode ocorrer a perda da simetria da esteira de vórtices. A introdução da proximidade do cilindro com o plano torna os efeitos sobre a esteira ainda

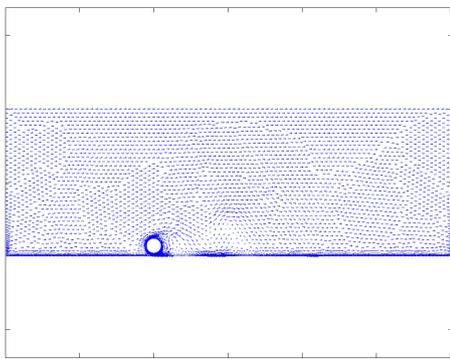
mais complexos. A frequência inicial de emissão de vórtices pode ser estimada com base nos casos do cilindro estacionário. Esta frequência é de $12.76Hz$ para $h/d = 0.2$. Logo, o escoamento analisado se encaixa em uma situação diversa do *lock-on*. Para melhor analisar esta simulação, são necessários dados experimentais para validar as visualizações obtidas. Outra forma de estudar este problema é ajustar a frequência de oscilação do cilindro na situação de *lock-on* para ver os efeitos hidrodinâmicos desta igualdade de frequências.



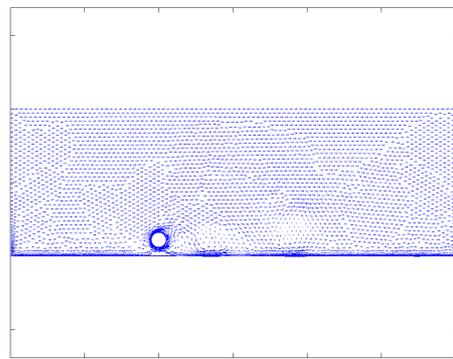
(a) $\frac{tU_0}{d} = 0$; $h/d = 0.2$



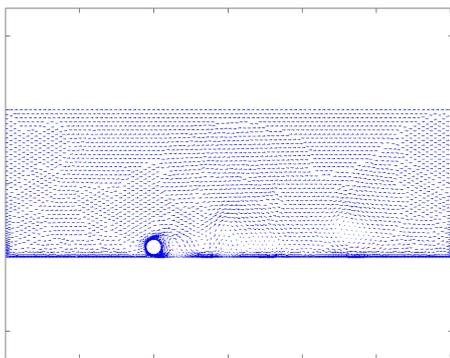
(b) $\frac{tU_0}{d} = 0.0012$; $h/d = 0.6$



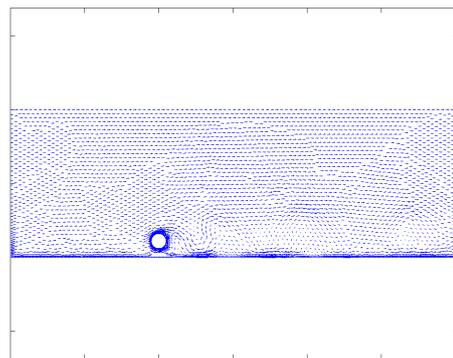
(c) $\frac{tU_0}{d} = 0.0224$; $h/d = 0.2$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 0.0336$; $h/d = 0.6$

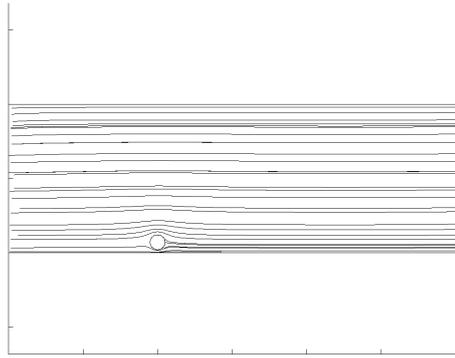


(e) $\frac{tU_0}{d} = 0.0448$; $h/d = 0.2$

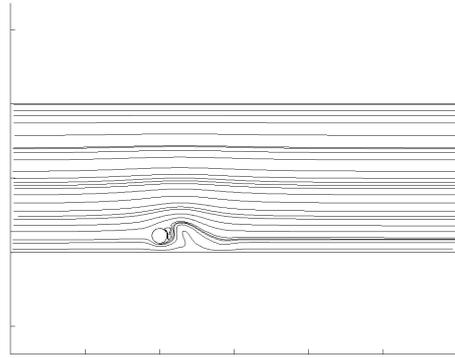


(f) $\frac{tU_0}{d} = 0.056$; $h/d = 0.6$

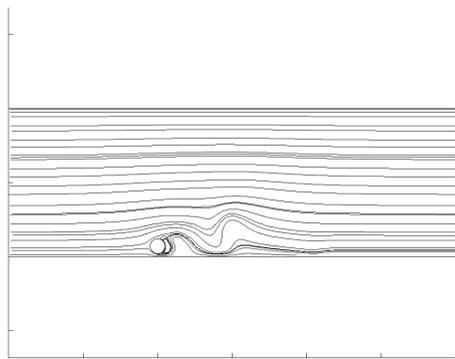
Figura 7.13: Vetores Velocidade



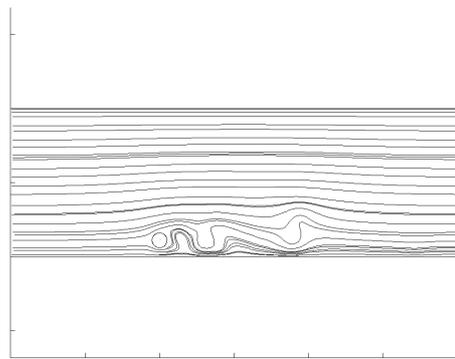
(a) $\frac{tU_0}{d} = 0$; $h/d = 0.2$



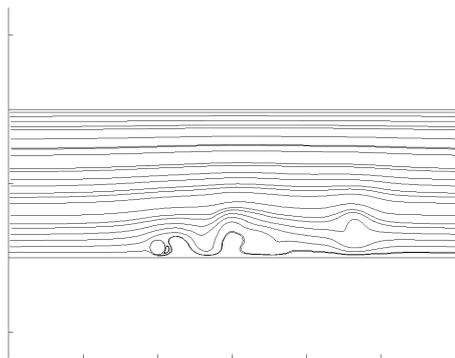
(b) $\frac{tU_0}{d} = 0.0012$; $h/d = 0.6$



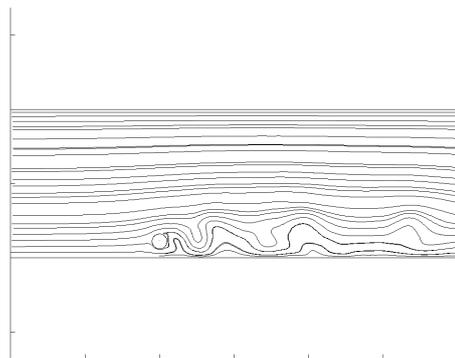
(c) $\frac{tU_0}{d} = 0.0224$; $h/d = 0.2$



(d) $\frac{tU_0}{d} = 0.0336$; $h/d = 0.6$



(e) $\frac{tU_0}{d} = 0.0448$; $h/d = 0.2$



(f) $\frac{tU_0}{d} = 0.056$; $h/d = 0.6$

Figura 7.14: Linhas de Corrente

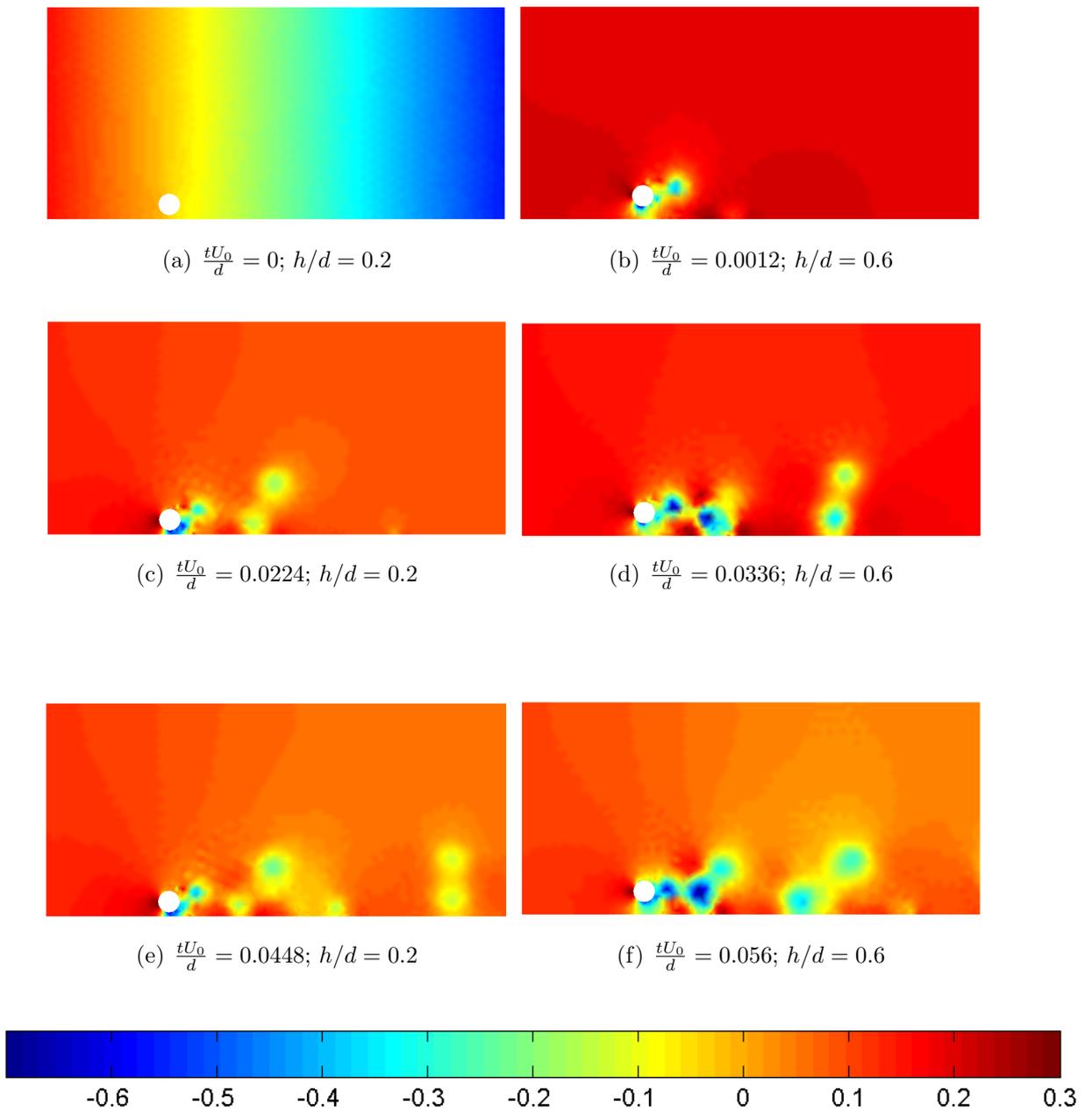


Figura 7.15: Contornos de Pressão

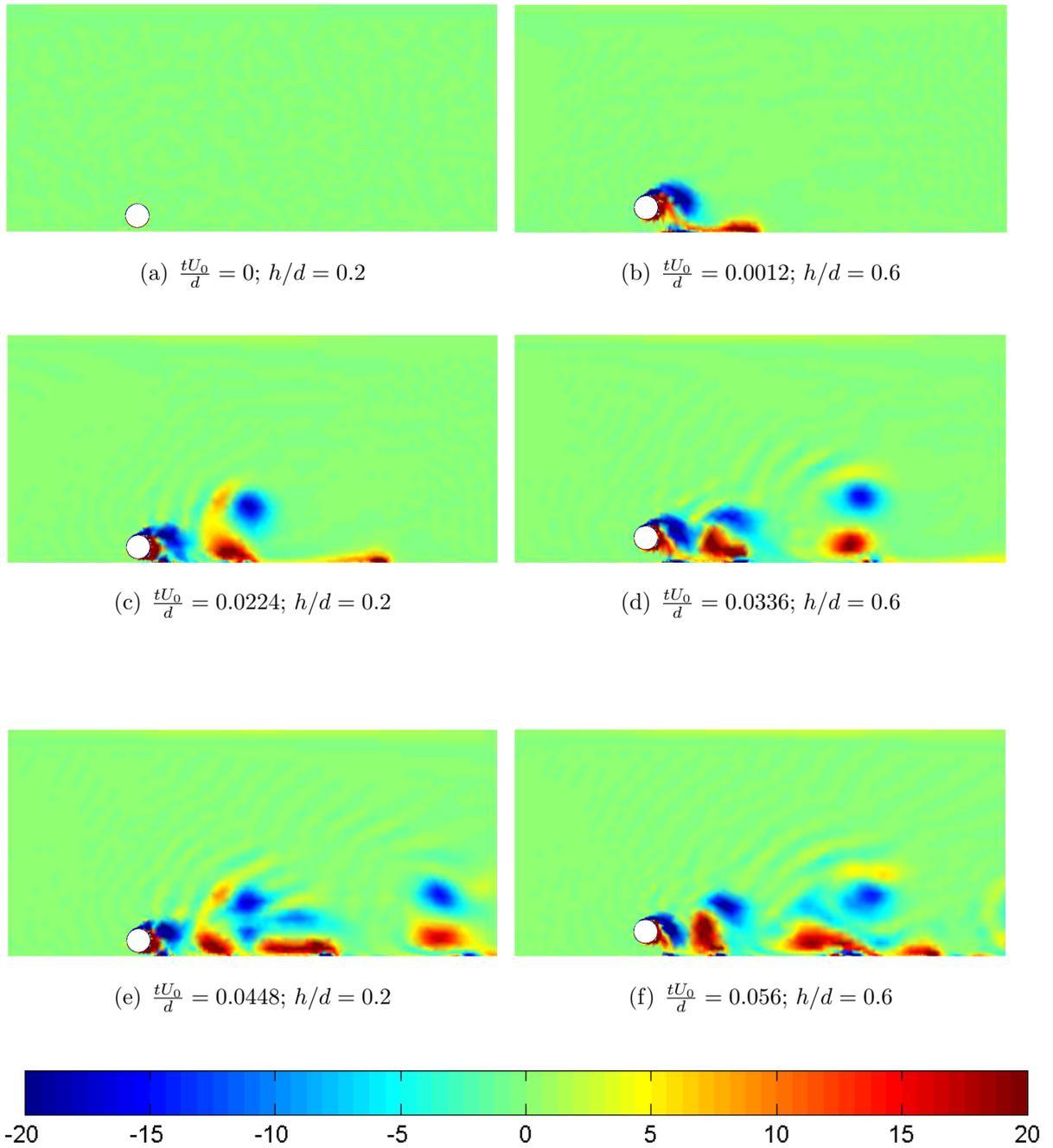
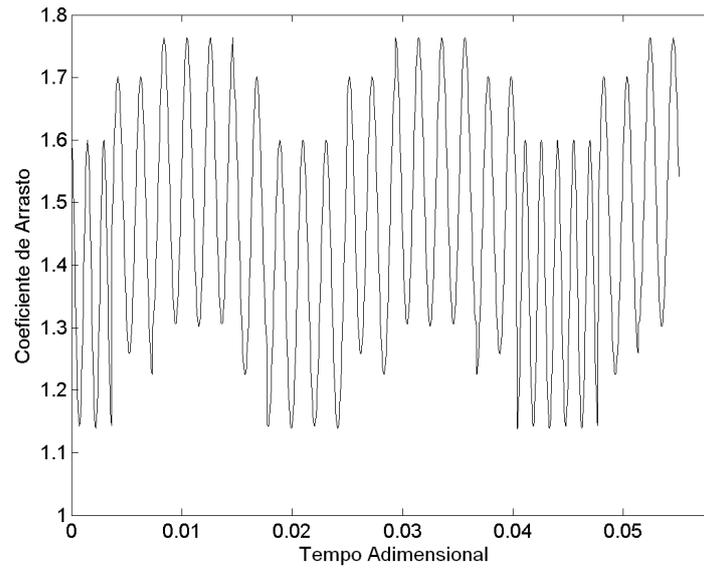
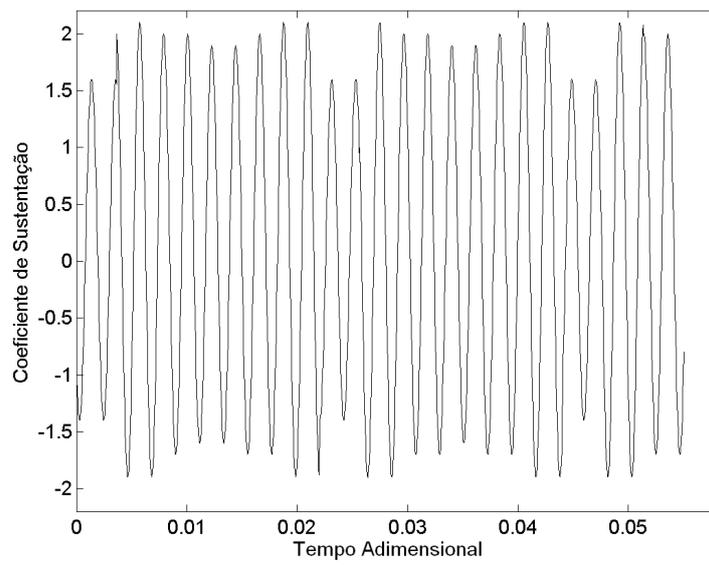


Figura 7.16: Contornos de Vorticidade



(a) Arrasto



(b) Sustentação

Figura 7.17: Coeficientes Aerodinâmicos dinâmicos

8 CONCLUSÕES

Resultados da simulação numérica bidimensional do escoamento turbulento em casos com superfícies fixas e móveis foram mostrados. Inicialmente, experimentações da movimentação da malha foram efetuadas de modo a se avaliar a implementação das metodologias de malha móvel. Dois casos foram simulados. Um aerofólio aumentando o seu ângulo de ataque e dois cilindros bidimensionais em aproximação até o seu limite foram simulados e analisados. Foi observada a topologia da malha após movimentação e a qualidade da malha resultante foi avaliada. Posteriormente, dois casos de escoamentos turbulentos foram estudados: O primeiro é o escoamento em torno do perfil NACA 0012 e o segundo é o escoamento em torno de um cilindro próximo a um plano. Nestes casos, mostraram-se visualizações do escoamento na forma de vetores velocidade, linhas de corrente e contornos de pressão e vorticidade. Os coeficientes de arrasto e sustentação foram calculados para ambos os casos. No caso do cilindro, avaliaram-se também o coeficiente de pressão e o número de Strouhal. Neste mesmo caso, avaliou-se uma simulação utilizando a formulação DES SST. Nesta simulação, variou-se o valor de uma de suas constantes de modo a se obter uma melhor calibração da modelagem da turbulência. Finalmente, dois casos dinâmicos foram simulados. O primeiro é o perfil NACA 0012 móvel em uma situação de *stall* dinâmico. O segundo é o caso de um cilindro oscilatório próximo a um plano. Visualizações da topologia do escoamento foram mostradas para ambos os casos. Para o caso do aerofólio, os coeficientes aerodinâmicos foram calculados e comparados com resultados experimentais.

Os resultados da movimentação da malha para cada metodologia mostraram que as metodologias torsionais e lineares-torsionais mantiveram melhor a integridade da malha. A metodologia linear mostrou problemas de triangularização negativa, fazendo com que a simulação fosse interrompida pelo código antes de atingir a movimentação desejada em ambos os casos. No caso dos cilindros em aproximação, observou-se que as metodologias do operador laplaciano e linear moveram os cilindros a uma menor distância, apresentando elementos com triangularização negativa. Estes resultados foram confirmados pelo cálculo do parâmetro de qualidade da malha. Observou-se que as metodologias do operador laplaciano e linear apresentaram elementos com qualidade muito inferior a 0,5. Elementos com estes valores mostram-se excessivamente deformados.

Em uma eventual simulação de escoamento, estes elementos poderão originar instabilidades numéricas no escoamento. As demais metodologias foram capazes de deformar os elementos sem comprometer severamente a qualidade dos mesmos. Entretanto, a metodologia Pseudo-Stokes foi a que levou mais tempo de simulação. Conclui-se com os resultados que a metodologia Pseudo-Stokes necessita de mais desenvolvimento, mas já mostra resultados promissores.

Os resultados dos escoamentos turbulentos sem movimentação de fronteira mostraram-se em boa concordância com resultados numéricos e experimentais obtidos na literatura. O perfil NACA 0012 mostrou a evolução da topologia do escoamento para diferentes ângulos de ataque. Efeitos como a formação e desprendimento de vórtices para altos ângulos de ataque e desenvolvimento de instabilidades concernentes ao aumento de ângulo de ataque foram observados. As curvas de arrasto e sustentação foram calculadas e comparadas com resultados experimentais. Os resultados simulados mostraram o comportamento destes coeficientes com o aumento do ângulo de ataque. Os efeitos de *stall*, notados na forma do decréscimo da sustentação e aumento do arrasto foram observados. Os resultados numéricos ficaram em consonância com os dados experimentais, mantendo-se em proximidade com estes. A simulação do cilindro próximo ao plano mostrou a topologia instantânea do escoamento para quatro distâncias entre o cilindro e o plano. Observou-se em todos os resultados a formação de uma esteira de emissão de vórtices que se torna mais similar a esteira de Von Kàrman a medida que o cilindro se afasta do plano. Estes vórtices são emitidos de forma coerente, fato este visualizado nas curvas instantâneas de arrasto e sustentação. Os números de Strouhal foram medidos para cada distância. Notou-se que a frequência de emissão de vórtices é parecida para cada caso. Os dados simulados mostraram similaridade com outros dados numéricos disponíveis na literatura. O coeficiente de pressão simulado mostrou comportamento assimétrico. Este padrão pode ser creditado à proximidade do cilindro com o plano. Observou-se destas curvas que a separação da camada limite dá-se em torno de 70 graus. Os dados de pressão mostraram similaridade com resultados numéricos da literatura. Foi feita uma discussão sobre os dados numéricos não terem previsto a interrupção da emissão de vórtices. Este fato está vinculado à forma em que o escoamento é calculado pela modelagem da turbulência. A formação da esteira do cilindro está ligada aos efeitos dissipativos calculados e a natureza das instabilidades formadas. Os resultados simulados com a formulação DES SST mostraram similaridade com os dados simulados com o modelo SST. A maior diferença está na formação de estruturas vórticas mais intensas que se aderem ao plano. A maior diferença entre as diferentes calibrações da formulação DES SST está na previsão do arrasto. Os valores

médios de arrasto se mostraram mais próximos de resultados numéricos tridimensionais com um valor diferente da constante C_{DES} . Entretanto, deve-se enfatizar que outros escoamentos não necessariamente terão melhora em seus resultados. Este fato deverá ser confirmado com mais pesquisas.

Os resultados dos escoamentos com movimentação de superfícies mostraram similaridade com experimentação e com escoamentos análogos. Para o perfil NACA 0012 móvel, foi possível reproduzir a topologia transiente do *stall* dinâmico. Observou-se nas visualizações que o momento onde vórtices são emitidos, bem como o ponto de separação da camada limite e formação de instabilidades foram postergados devido à movimentação do aerofólio. Os coeficientes aerodinâmicos mostraram o comportamento histerético do *stall* dinâmico. Observou-se o aumento dos valores máximos de arrasto e sustentação dinâmicos em comparação aos valores estáticos. Este resultado está em consonância com as características do fenômeno. Os resultados simulados foram capazes de prever o comportamento histerético, mas mostraram diferenças em determinados momentos. Os valores máximos obtidos com o modelo SST foram subestimados. O arrasto foi o valor mais subestimado pela simulação. Observou-se que os coeficientes aerodinâmicos calculados quando o aerofólio oscila para baixo foram superestimados. Os valores simulados com DES ficaram mais próximos dos dados experimentais do que os dados do modelo SST. Mas os valores simulados em DES mostraram o mesmo comportamento do modelo SST. Estes efeitos podem estar relacionados com a alteração da distância entre a parede móvel e nó mais perto desta, com o regime do escoamento durante a oscilação para baixo e com o fato da simulação ser bidimensional. O caso do cilindro oscilatório próximo a um plano mostrou em suas visualizações que a oscilação do cilindro tende a modificar a forma e a frequência de emissão de vórtices. A dinâmica destes vórtices é também alterada pela oscilação do cilindro. Ressalta-se que o caso simulado não se encaixa na situação de *lock-on*, onde o cilindro e a emissão de vórtices possuem a mesma frequência. A razão entre estas frequências define a fase de oscilação dos coeficientes aerodinâmicos, assim como eventuais efeitos de ressonância.

As principais conclusões deste trabalho podem ser dadas por:

- A implementação dos algoritmos de movimentação de malha foi bem sucedida. Foi possível mover geometrias de forma adequada sem comprometer a integridade dos elementos que cercam estas geometrias. Algumas formulações mostraram triangularizações inválidas. A metodologia Pseudo-Stokes levou mais tempo devido ao passo de tempo empregado pelo presente trabalho para estabilização

da pressão, mas foi capaz de produzir uma movimentação adequada sem comprometer a integridade do elemento.

- Os resultados turbulentos estáticos mostraram-se de acordo com a literatura. A simulação do aerofólio mostrou-se em concordância com os resultados experimentais e a simulação do cilindro mostrou-se parecida com resultados numéricos disponíveis na literatura. As simulações em DES mostraram similaridade com os resultados em SST. A alteração na calibração da formulação DES mostrou um resultado mais próximo de resultados tridimensionais para este escoamento.
- Os resultados turbulentos dinâmicos mostraram similaridade com a literatura. A simulação do aerofólio em *stall* dinâmico preveram o comportamento histerético, mas previram valores um pouco diferentes em determinados momentos do fenômeno. A simulação do cilindro foi capaz de visualizar o efeito da oscilação do cilindro na esteira deste.

Algumas sugestões para trabalhos futuros podem ser:

- Implementação de outras metodologias de estabilização da pressão para o algoritmo Pseudo-Stokes;
- Simulações de outros escoamentos com a formulação DES com diferentes calibrações, de modo a se verificar qual é o valor mais adequado para determinados tipos de escoamentos;
- Estudo de malha de modo a gerar uma malha que, ao se movimentar a geometria, não acarrete em mudanças significativas do valor da distância adimensionalizada até a parede;
- Experimentações em laboratório e numéricas deverão ser feitas de modo a se estudar melhor os mecanismos físicos da geração da esteira turbulenta no caso de cilindros estacionários e oscilatórios próximos a um plano.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Ahn, H. T. e Kallinderis, Y. Strongly coupled flow/structure interactions with a geometrically conservative ale scheme on general hybrid meshes. *Journal of Computational Physics*, 2006.
- [2] Anderson, J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 1991.
- [3] Azevedo, L. F. A. e Almeida, J. A. Velocimetria por imagem de partículas. In Deschamps, C. J. e Barbosa, J. R., editors, *Turbulência*, volume 3, pages 191–215. ABCM, 2002.
- [4] Batchelor, G. K. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 1983.
- [5] Batina, J. T. Unsteady euler algorithm with unstructured dynamic mesh for complex-aircraft aerodynamic analysis. *AIAA journal*, 29(3):327–333, 1991.
- [6] Bazilevs, Y. e Hughes, T. J. R. Isogeometric fluid-structure interaction: theory, algorithms, and computations. *Computational Mechanics*, 43(1):3–37, 2008.
- [7] Bazilevs, Y. e Hughes, T. J. R. Nurbs-based isogeometric analysis for the computation of flows about rotating components. *Computational Mechanics*, 43(1):143–150, 2008.
- [8] Bimbato, A., Pereira, L., e Hirata, M. Simulation of viscous flow around a circular cylinder near a moving ground. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 31(3):243–252, 2009.
- [9] Brasil-Junior, A. C. P. Elementos finitos em fluidos. Notas de Aula, 2005.
- [10] Brasil-Junior, A. C. P., Ruas, V., e Noguera, R. A stabilized fem algorithm for convection-diffusion problems. Technical report, École Nationale Supérieure d’Arts et Metiers, 2008.

- [11] Braun, A. e Awruch, A. Finite element simulation of the wind action over bridge sectional models: Application to the guamá river bridge (pará state, brazil). *Finite Elements in Analysis and Design*, 44:105–122, 2008.
- [12] Brown, D. L., Cortez, R., e Minionz, M. L. Accurate of exact projection methods for the incompressible navier-stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 168(169-499), 2001.
- [13] Burns, J., Lin, T., e Stanley, L. A petrov galerkin finite-element method for interface problems arising in sensitivity computations. *Computers and Mathematics with Applications*, 49(11-12):1889–1903, 2005.
- [14] Caia, C. e Minev, P. A finite element method for an averaged multiphase flow model. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 18(2):111–123, 2004.
- [15] Carberry, J., Sheridan, J., e Rockwell, D. Cylinder oscillations beneath a free-surface. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 23(1):81–88, 2004.
- [16] Carberry, J., Sheridan, J., e Rockwell, D. Controlled oscillations of a cylinder: Forces and wake modes. *Journal of Fluid Mechanics*, 538:31–69, 2005.
- [17] Chadwick, P. *Continuum Mechanics - Concise Theory and Problems*. 1999.
- [18] Chang, W., Giraldo, F., e Perot, B. Analysis of exact fractional step method. *Journal of Computational Physics*, 180(183-199), 2002.
- [19] Chorin, A. J. Numerical solution of the navier-stokes equations. *Mathematics of Computation*, 22:745–762, 1968.
- [20] Codina, R. Comparison of some finite element methods for solving the diffusion-convection-reaction equation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 156(185-210), 1998.
- [21] Codina, R. Pressure stability in fractional step finite element methods for incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 170(112-140), 2001.
- [22] Codina, R. e Blasco, J. Stabilized finite element method for the transient navier-stokes equations based on a pressure gradient projection. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 182(3-4):277–300, 2000.
- [23] Codina, R. e Folch, A. A stabilized finite element predictor-corrector scheme for the incompressible navier-stokes equations using a nodal-based implementation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44(5):483–503, 2004.

- [24] Codina, R., González-Ondina, J., Díaz-Hernández, G., e J.Principe,. Finite element approximation of the modified boussinesq equations using a stabilized formulation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 57(9):1249–1268, 2008.
- [25] Codina, R. e Soto, O. Approximation of the incompressible navier-stokes equations using orthogonal subscale stabilization and pressure segregation on anisotropic finite element meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(15-16):1403–1419, 2004.
- [26] Degand, C. e Farhat, C. A three-dimensional torsional spring analogy method for unstructured dynamic meshes. *Computers and Structures*, 80(3-4):305–316, 2002.
- [27] DelPin, F., Idelsohn, S., Onate, E., e Aubry, R. The ale/lagrangian particle finite element method: A new approach to computation of free surface flows and fluid object interactions. *Computer and Fluids*, 2007.
- [28] Dettmer, W. e Peric, D. A computational framework for fluid-structure interaction: Finite element formulation and applications. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:5754–5779, 2006.
- [29] Dettmer, W. G. e Peric, D. On the coupling between fluid flow and mesh motion in the modelling of fluid-structure interaction. *Computational Mechanics*, 43(1):81–90, 2007.
- [30] Divagalli, S. K. *Dynamic Stall of a NACA 0012 Airfoil in Laminar Flow*. Tese de Doutorado, Massachussetts Institute of Technology, 1993.
- [31] Donea, J. e Huerta, A. *Finite Element Method for Flow Problems*. Wiley, 2003.
- [32] Duan, Q. e Li, X. An ale based iterative cbs algorithm for non-isothermal non newtonian flow with adaptive coupled finite element and meshfree method. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196:4911–4933, 2007.
- [33] Dubcová, L., Feistauer, M., Horáček, J., e Sváček, P. Numerical simulation of airfoil vibrations induced by turbulent flow. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 218:34–42, 2008.
- [34] Ekaterinaris, J. e Platzer, M. Computational prediction of airfoil dynamic stall. *Progress in Aerospace Sciences*, 33(11-12):759–846, 1998.

- [35] Farhat, C., Degand, C., Koobus, B., e Lesoinne, M. Improved method of spring analogy for dynamic unstructured fluid meshes. volume 4, pages 3082–3091, 1998.
- [36] Farhat, C., Degand, C., Koobus, B., e Lesoinne, M. Torsional springs for two-dimensional dynamic unstructured fluid meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 163(1-4):231–245, 1998.
- [37] Farhat, C. e Geuzaine, P. Design and analysis of robust ale time-integrators for the solution of unsteady flow problems on moving grids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(39-41 SPEC. ISS.):4073–4095, 2004.
- [38] Farhat, C., Geuzaine, P., e Grandmont, C. The discrete geometric conservation law and the nonlinear stability of ale schemes for the solution of flow problems on moving grids. *Journal of Computational Physics*, 174(2):669–694, 2001.
- [39] Farhat, C., Zee, K. G. van der , e Geuzaine, P. Provably second-order time-accurate loosely-coupled solution algorithms for transient nonlinear computational aeroelasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(17-18):1973–2001, 2006.
- [40] Fontoura-Rodrigues, J. L. A. Escoamentos turbulentos parietais. In Silveira-Neto, A. e Mansur, S. S., editors, *Turbulência*, volume 2, pages 151–199. ABCM, 2003.
- [41] Franca, L. P., Hauke, G., e Masud, A. Revisiting stabilized finite element methods for the advective - diffusive equation. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:1560–1572, 2006.
- [42] Freire, A. P. S. Turbulência e seu desenvolvimento histórico. In Deschamps, C. J. e Barbosa, J. R., editors, *Turbulência*, volume 3, pages 53–81. ABCM, 2002.
- [43] Fujisawa, N. e Shibuya, S. Observations of dynamic stall on turbine blades. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89(2):201–214, 2001.
- [44] Gibson, M. M. e Dafa'Alla, A. A. Two equation model for turbulent wall flow. *AIAA Journal*, 33(8):1514–1518, 1994.
- [45] Goldberg, D. e Ruas, V. A numerical study of projection algorithms in the finite element simulation of three-dimensional viscous incompressible flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 30(3):233–256, 1999.
- [46] Graebel, W. P. *Advanced Fluid Mechanics*. Academic Press, 2007.

- [47] Griffith, B. An accurate and efficient method for the incompressible navier-stokes equations using the projection method as a preconditioner. *Journal of Computational Physics*, 228(20):7565–7595, 2009.
- [48] Guasch, O. e Codina, R. An algebraic subgrid scale finite element method for the convected helmholtz equation in two dimensions with applications in aeroacoustics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(45-48):4672–4689, 2007.
- [49] Guermond, J., Mineev, P., e Shen, J. An overview of projection methods for incompressible flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(44-47):6011–6045, 2006.
- [50] Guermond, J. e Quartapelle, L. Calculation of incompressible viscous flows by an unconditionally stable projection fem. *Journal of Computational Physics*, 132(1):12–33, 1997.
- [51] Guermond, J. e Quartapelle, L. A projection fem for variable density incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 165(1):167–188, 2000.
- [52] Guillard, H. e Farhat, C. On the significance of the geometric conservation law for flow computations on moving meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(11-12):1467–1482, 2000.
- [53] Hou, Y. e Li, K. Tangent space correction method for the galerkin approximation based on two-grid finite element. *Applied Mathematics and Computation*, 175(1):413–429, 2006.
- [54] Houzeaux, G. e M. Vázquez, J. M. C., R. Aubry. A massively parallel fractional step solver for incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 228(17):6316–6332, 2009.
- [55] Huang, W. e Sung, H. Vortex shedding from a circular cylinder near a moving wall. *Journal of Fluids and Structures*, 23(7):1064–1076, 2007.
- [56] Jasak, H. e Tukovic, C. Automatic mesh motion for the unstructured finite volume method. *Transactions of Famena*, 30(2):1–20, 2006.
- [57] Jobelin, M., Lapuerta, C., Latché, J., Angot, P., e Piar, B. A finite element penalty-projection method for incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 217(2):502–518, 2006.

- [58] Junior, R. C. *Modelagem Matemática Tridimensional para Problemas de Interação Fluido-Estrutura*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, 2005.
- [59] Kamakoti, R. e Shyy, W. Evaluation of geometric conservation law using pressure-based fluid solver and moving grid technique. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 14(7):849–863, 2004.
- [60] Kershaw, D. S., Prasad, M. K., Shaw, M. J., e Milovich, J. L. 3d unstructured mesh ale hydrodynamics with the upwind discontinuous finite element method. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 156:81–116, 1998.
- [61] Lai, M., Krempl, E., e Ruben, D. *Introduction to Continuum Mechanics*. 4 edition, 2009.
- [62] Larsen, J., Nielsen, S., e Krenk, S. Dynamic stall model for wind turbine airfoils. *Journal of Fluids and Structures*, 23(7):959–982, 2007.
- [63] Lee, T. e Gerontakos, P. Investigation of flow over an oscillating airfoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 512:313–341, 2004.
- [64] Lei, C., Cheng, L., e Kavanagh, K. *Numerical flow visualization of vortex shedding flow over a circular cylinder near a plane boundary*. 1999.
- [65] Leishman, J. Validation of approximate indicial aerodynamic functions for two-dimensional subsonic flow. *Journal of Aircraft*, 25(10):914–922, 1988.
- [66] Leontini, J., Thompson, M., e Hourigan, K. Three-dimensional transition in the wake of a transversely oscillating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 577:79–104, 2007.
- [67] Lesieur, M. *Turbulence in Fluids*. Kluwer Academic Publishers, 3 edition, 1997.
- [68] Lesieur, M. e Métais, O. New trends in large eddy simulation of turbulence. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 28:45–82, 1996.
- [69] Lesieur, M., Métais, O., e Comte, P. *Large Eddy Simulation of Turbulence*. Cambridge, 1 edition, 2005.
- [70] Lesoinne, M. e Farhat, C. Geometric conservation laws for flow problems with moving boundaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 134(1-2):71–90, 1996.

- [71] Lohner, R. e Yang, C. Improved ale mesh velocities for moving bodies. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 12(10):599–608, 1996.
- [72] Lohner, R., Yang, C., Cebal, J., Camelli, F., Soto, O., e Waltz, J. Improving the speed and accuracy of projection-type incompressible flow solvers. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(23-24):3087–3109, 2006.
- [73] Loureiro, J. B. R. e Neto, J. L. S. Princípios de anemometria térmica. In Freire, A. P. S., Ilha, A., e Colaço, M., editors, *Turbulência*, volume 5, pages 99–167. ABCM, 2006.
- [74] Macedo, A. P. Aplicação de métodos de elementos finitos totalmente estabilizados - gls - À simulação numérica de escoamentos laminares e turbulentos. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, 1995.
- [75] Massarotti, N., Arpino, F., Lewis, R., e Nithiarasu, P. Explicit and semi-implicit cbs procedures for incompressible viscous flows. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 66(10):1618–1640, 2006.
- [76] Masud, A. Effects of mesh motion on the stability and convergence of ale based formulations for moving boundary flows. *Computational Mechanics*, 38(4-5):430–439, 2006.
- [77] Masud, A. e Hughes, T. J. R. A space-time galerkin least-squares finite element formulation of the navier-stokes equations for moving domain problems. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 146:91–126, 1997.
- [78] Matos, A. D., Pinho, F., e Silveira-Neto, A. Large-eddy simulation of turbulent flow over a twodimensional cavity with temperature fluctuations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42(1):49–59, 1999.
- [79] Matthies, G. Local projection methods on layer-adapted meshes for higher order discretisations of convection-diffusion problems. *Applied Numerical Mathematics*, 59(10):2515–2533, 2009.
- [80] McCroskey, W. Unsteady airfoils. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 14:285–311, 1982.
- [81] Menter, F. R. e Kuntz, M. Development and application of a zonal des turbulence model for cfx 5. Ansys cfx validation report, 2003.
- [82] Menter, F. R., Kuntz, M., e Langtry, R. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 4, 2003.

- [83] Mineev, P. A stabilized incremental projection scheme for the incompressible navier-stokes equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 36(4):441–464, 2001.
- [84] Morris, J. P., Fox, P. J., e Zhu, Y. Modeling low reynolds number incompressible flows using sph. *Journal of Computational Physics*, 1997.
- [85] Möller, S. V. e Silvestrini, J. H. Turbulência: Fundamentos. In Möller, S. V. e Silvestrini, J. H., editors, *Turbulência*, volume 4, pages 1–31. ABCM, 2004.
- [86] Naudascher, E. e Rockwell, D. *Flow Induced Vibrations: An Engineering Guide*. 2005.
- [87] Nishino, T. e Roberts, G. T. Absolute and convective instabilities of two-dimensional bluff body wakes in ground effect. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 27(5):539–551, 2008.
- [88] Nishino, T., Roberts, G. T., e Zhang, X. Vortex shedding from a circular cylinder near a moving ground. *Physics of Fluids*, 19(2), 2007.
- [89] Nishino, T., Roberts, G., e Zhang, X. Unsteady rans and detached-eddy simulations of flow around a circular cylinder in ground effect. *Journal of Fluids and Structures*, 24(1):18–33, 2008.
- [90] Office National d’Etudes et de Recherches Aerospatiales (ONERA). *2D unsteady Navier-Stokes computations at ONERA for prediction of dynamic stall*, 1998.
- [91] Office National d’Etudes et de Recherches Aerospatiales (ONERA). *A Comparative Study of three methodologies for modeling Dynamic Stall*, 2002.
- [92] Ol, M. V., Bernal, L., Kang, C. K., e Shyy, W. Shallow and deep dynamic stall for flapping low reynolds number airfoils. *Experiments in Fluids*, 46(5):883–901, 2009.
- [93] Patel, V. C., Rodi, W., e Scheurer, G. Turbulence models for near-wall and low reynolds number flows: A review. *AIAA Journal*, 23(9):1308–1319, 1984.
- [94] Pereira, R. M. Simulação numérica de escoamentos laminares e turbulentos através do método dos elementos finitos com estabilização cbs. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, 2004.
- [95] Pope, S. B. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2006.

- [96] Price, S. J., Sumner, D., Smith, J. G., Leong, K., e Paidoussis, M. P. Flow visualization around a circular cylinder near to a plane wall. *Journal of Fluids and Structures*, 16(2):175–191, 2002.
- [97] Rypl, D. *Sequential and parallel generation of unstructured 3D meshes*. Tese de Doutorado, Czech Technical University, 1998.
- [98] Sagaut, P. *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows - A Introduction*. Springer-Verlag, 2 edition, 1988.
- [99] Sahin, M., Sankar, L. N., Chandrasekhara, M. S., e Tung, C. Dynamic stall alleviation using a deformable leading edge concept - a numerical study. *Journal of Aircraft*, 40(1):77–85, 2003.
- [100] Sarkar, S. e Venkatraman, K. Influence of pitching angle of incidence on the dynamic stall behavior of a symmetric airfoil. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 27(3):219–238, 2008.
- [101] Shipley, D. E., Miller, M. S., e Robinson, M. C. Dynamic stall occurrence on a horizontal axis wind turbine blade. volume 16, pages 167–173, 1995.
- [102] Silveira-Neto, A. Fundamentos da turbulência nos fluidos. In Freire, A. P. S., Menut, P., e Su, J., editors, *Turbulência*, volume 1, pages 3–48. ABCM, 2002.
- [103] Silveira-Neto, A. Simulação de grandes escalas de escoamentos turbulentos. In Freire, A. P. S., Menut, P., e Su, J., editors, *Turbulência*, volume 1, pages 157–188. ABCM, 2002.
- [104] Silvestrini, J. H. Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos. In Silveira-Neto, A. e Mansur, S. S., editors, *Turbulência*, volume 2, pages 1–72. ABCM, 2003.
- [105] Spalart, P. R. Strategies for turbulence modelling and simulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21:252–263, 2000.
- [106] Spencer, A. J. M. *Continuum Mechanics*. 1980.
- [107] Strelets, M. Detached eddy simulation of massively separated flows. *AIAA 2001-0879*, 2001.
- [108] Sung, J., Choi, H., e Yoo, J. Time-accurate computation of unsteady free surface flows using an ale-segregated equal-order fem. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:1425–1440, 2000.

- [109] Tan, Z., Lim, K., e Khoo, B. An adaptive mesh redistribution method for the incompressible mixture flows using phase-field model. *Journal of Computational Physics*, 225(1):1137–1158, 2007.
- [110] Tran, C. e Petot, D. Semi-empirical model for the dynamic stall of airfoils in view of the application to the calculation of responses of a helicopter blade in forward flight. *Vertica*, 5(1):35–53, 1981.
- [111] Tucker, P. G. Differential equation-based wall distance computation for des and rans. *Journal of Computational Physics*, 190:229–248, 2003.
- [112] Visbal, M., Gordnier, R., e Galbraith, M. High-fidelity simulations of moving and flexible airfoils at low reynolds numbers. *Experiments in Fluids*, 46(5):903–922, 2009.
- [113] Wang, X. e Tan, S. Comparison of flow patterns in the near wake of a circular cylinder and a square cylinder placed near a plane wall. *Ocean Engineering*, 35(5-6):458–472, 2008.
- [114] Wernert, P. Experimental and numerical investigations of dynamic stall on a pitching airfoil. Technical report, ISL, French-German Research Institute of Saint-Louis,, 1996.
- [115] White, F. M. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, 6th edition, 2008.
- [116] Wilcox, D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, 1 edition, 1993.
- [117] W.Shyy,, Udaykumar, S., Rao, M. M., e Smith, R. W. *Computational Fluid Dynamics with Moving Boundaries*. McGraw-Hill, 6th edition, 2008.
- [118] Z. Zhang, H. T. An adaptive phase field method for the mixture of two incompressible fluids. *Computers and Fluids*, 36(8):1307–1318, 2007.
- [119] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., e Nithiarasu, P. *The Finite Element Method for Fluid Dynamics*. Elsevier, 6th edition, 2005.
- [120] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., e Zhu, J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Elsevier, 6th edition, 2005.