

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE FÍSICA

Preparação de Estados Não-Clássicos do Campo Eletromagnético

Ardiley Torres Avelar

*Tese submetida ao Instituto de Física
da Universidade de Brasília como parte dos
requisitos necessários para a obtenção do
título de Doutor em Física.*

ORIENTADOR: *Prof. Tarcísio Marciano da Rocha Filho*

CO-ORIENTADOR: *Prof. Basílio Baseia*

BRASÍLIA

27 de Abril de 2006

*Aos meus pais
Alcebíades e Zilda.*

Agradecimentos

- Aos Profs. Tarcísio Marciano da Rocha Filho e Basilio Baseia por terem orientado este trabalho com extrema competência.
- Aos Profs. Jorge M. C. Malbouisson (UFBA), Norton G. de Almeida (UCG), Ademir Santana (UNB), Salviano A. Leão (UFG) e Victor V. Dodonov (UNB) pelas inúmeras discussões, sugestões, auxílios e referências que muito contribuíram para a realização deste trabalho.
- À Coordenação de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade de Brasília, em especial ao Prof. Sebastião William da Silva pelo apoio constante e incentivo no decorrer deste trabalho.
- Aos amigos de doutorado Clodoaldo Valverde, Heibbe Cristhian B. de Oliveira, Leomar Alves de Souza e Luciano Ribeiro pela intensa e agradável convivência.
- Aos companheiros do Grupo de Óptica Quântica do Instituto de física da Universidade Federal de Goiás: Bruno M. Escher, Geisa Pires, Simone S. Souza, Wesley B. Cardoso pela dedicação e competência que muito me inspiraram na realização deste trabalho.
- Aos funcionários do Instituto de Física da UNB, em especial a Célia Regina e a Salete.
- Aos meus irmãos e irmãs, que sempre me deram força ao longo desse trabalho.
- Em especial à minha namorada Maria da Glória Trindade pelo apoio, dedicação, compreensão e carinho em todos os momentos.
- Enfim, agradeço à Deus pela fé que motiva e criação que inspira.

Este trabalho foi financiado pelo CNPq.

Conteúdo

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	vi
Resumo	vii
Abstract	viii
1 Introdução e motivação	1
2 Estados não-clássicos - Conceitos básicos	6
2.1 Quantização do campo eletromagnético	6
2.1.1 Estados de Fock	9
2.1.2 Estados coerentes	14
2.1.3 Estados comprimidos	18
2.1.4 Estados de fase de Pegg-Barnett	26
2.2 Interação átomo-campo	27
2.2.1 Aproximação de dipolo elétrico	28
2.2.2 Modelo Jaynes-Cummings	29
2.2.3 Interação dispersiva	32
2.2.4 Interação Raman	33
3 Preparação de estados não-clássicos em cavidades de microondas	35
3.1 Elementos da preparação de estados em cavidades	35
3.1.1 Átomos de Rydberg	35
3.1.2 Seletores de velocidade atômica	37
3.1.3 Zonas de Ramsey	37
3.1.4 Cavidades de microondas de alta qualidade	37
3.1.5 Detectores atômicos	38

3.2	Superposição circular de estados coerentes	38
3.2.1	Geração da SCEC via interação dispersiva	39
3.2.2	Propriedades estatísticas da SCEC	42
3.2.3	Preparando estados de Fock do tipo $ 2^N\rangle$	43
3.2.4	Preparação dos estados $A k2^N\rangle + B (k + 1)2^N\rangle$	47
3.2.5	Limitações experimentais	55
3.2.6	Geração da SCEC via interação Raman	56
3.2.7	Geração da SECC com interação dispersiva e bombeio clássico	59
3.3	Superposição circular de estados coerentes comprimidos	63
3.3.1	Preparando estados de número da SCECC	65
3.4	Cavando buracos no espaço de Fock	69
3.4.1	Cavando buracos via interação Raman	69
3.4.2	Cavando buracos via interação ressonante	72
3.5	Preparando superposições de estados de fase via interação Raman	74
4	Preparação de Estados não-Clássicos em Campos Viajantes	77
4.1	Elementos da preparação de estados em campos viajantes	77
4.1.1	Fontes de 1-Fóton	77
4.1.2	Divisores de feixe	78
4.2	Geração da SCEC em campos viajantes	79
4.3	Superposição de estados coerentes comprimidos	82
4.4	Superposição de estados de fase de Pegg-Barnett	83
4.5	Limitações experimentais em modos viajantes	84
4.6	Preparando estados de Fock	85
4.6.1	Probabilidade de sucesso	87
4.7	Medição indireta da função de Wigner	90
4.8	Operador de deslocamento condicional	94
5	Conclusões e Perspectivas	97
	Bibliografia	117

Lista de Figuras

2.1	Representação no espaço de fase do estado de Fock.	12
2.2	Função de Wigner para os estados de Fock (a) $ 0\rangle$; (b) $ 1\rangle$; (c) $ 2\rangle$ e (d) $ 3\rangle$	14
2.3	Distribuição do número de fótons para um estado coerente com $\alpha = 2.6$	17
2.4	(a) Representação no espaço de fase do estado coerente. (b) Função de Wigner do estado coerente com $\alpha = 2$	18
2.5	Significado de ϕ	19
2.6	Representação no espaço de fase dos estados: comprimido (a) e comprimido ideal (b).	19
2.7	<i>Estado</i> $ \alpha, z\rangle$ e $ z, \alpha\rangle$	21
2.8	Distribuição de fótons do estado coerente comprimido $ z, \alpha\rangle$, com $\alpha = 3$, e (a) $\varepsilon = 0$; (b) $\varepsilon = 0,5$; (c) $\varepsilon = 1,0$ e (d) $\varepsilon = 2,0$	22
2.9	Função de Wigner do estado do coerente comprimido $ z, \alpha\rangle$, com $\varepsilon = 0,5$ para (a) $\alpha = 2$ e (b) $\alpha = 6$; com $\varepsilon = 1,0$ (c) $\alpha = 2$ e (d) $\alpha = 6$	24
2.10	Função de Wigner do estado de vácuo comprimido $ z, 0\rangle$, com $\varepsilon = 0,5$, e (a) $\phi = 0$; (b) $\phi = \pi$; (c) $\pi/2 = 1,0$ e (d) $\pi = 3\pi/2$	25
2.11	Diagrama dos níveis de energia do átomo, com a frequência de transição ω_0 ressonante com a frequência do campo ω	30
2.12	Diagrama dos níveis de energia de um átomo em que frequência do campo ω está fora da ressonância (interação dispersiva - a frequência de transição atômica (ω_0)).	33
2.13	Diagrama dos níveis de energia de um átomo de três-níveis degenerado tipo- Λ interagindo com um modo do campo.	34
3.1	Esquema para a detecção atômica.	38
3.2	Representação pictórica no espaço de fase da geração da SECC.	39
3.3	Ilustração esquemática do arranjo experimental para produção da SCEC numa cavidade de alta qualidade, usando interação dispersiva átomo-campo.	39
3.4	Esquema dos níveis de energia dos átomos de Rydberg envolvidos no processo de geração da SCEC.	40

3.5	Fator de Mandel q como uma função de α^2 ($=x$) e θ ($=y$) para o estado $ \Psi_4(\alpha, \theta)\rangle$.	44
3.6	Distribuição de número de fótons dos estados $ \Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$, para alguns valores de α : (a) $\alpha = 1.5$, (b) $\alpha = 2.5$, (c) $\alpha = 3.5$, (d) $\alpha = 4.5$, (e) $\alpha = 5.5$, (f) $\alpha = 6.5$. . .	46
3.7	Evolução do processo de preparação do estado de Fock $ 8\rangle$. Em todos os gráficos, fixamos $\alpha = 2.61$. As sub-figuras (a) a (d) correspondem aos valores $N = 0$ até $N = 3$	47
3.8	Evolução do processo de escultura do estado de Fock $ 32\rangle$; em todos os gráficos, fixamos $\alpha = 4.96$, e as sub-figuras (a) a (f) correspondem a $N = 0$ até $N = 5$. . .	48
3.9	Função de Wigner para a SECC ($=SCCS$) com $N = 5$ e $\alpha = 4.96$, isto é $ \Psi_5(4.96, \pi)\rangle$	49
3.10	Diferença entre as funções de Wigner da SECC $ \Psi_5(4.96, \pi)\rangle$ e do estado de Fock $ 32\rangle$	50
3.11	Fidelidade entre os estados $ \Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ e $ \Phi_{4,0}(y)\rangle = \sqrt{1-y} 0\rangle + \sqrt{y} 16\rangle$, como uma função de $x = \alpha^2$, para alguns valores de y : 0.1 (linha pontilhada), 0.5 (linha cheia), 0.9 (linha tracejada); os máximos ocorrem em $x \simeq 5.93, 6.80$ e 7.80. Eles são iguais a 1 com precisão de 6 casas decimais.	51
3.12	Fidelidade entre os estados $ \Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ e $ \Phi_{4,0}(y)\rangle$, como uma função de y , para alguns valores de $x = \alpha^2$: 6.0 (linha pontilhada), 7.0 (linha cheia), 8.0 (linha tracejada). Os valores de máximos fidelidade ocorrem em $y \simeq 0.12, 0.61$ e 0.93, e sendo iguais a 1 com precisão de 6 casas decimais.	52
3.13	Parâmetro y versus $x_m = \alpha_{max}^2$	52
3.14	Distribuição de fótons do estado $ \Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ para vários valores de α^2 : (a) 2.0; (b) 6.4; (c) 6.8; (d) 7.4; (e) 12.8; (f) 22.0; (g) 24.0; (h) 26.0; (i) 31.0.	54
3.15	Esquema experimental para produção SCEC via interação Raman.	57
3.16	Representação pictorial do processo levando à superposição $ \Psi_3\rangle$ no espaço de fase: (a) $ \Psi_0\rangle$, (b) $ \Psi_1\rangle$, (c) $ \Psi_2\rangle$ e (d) $ \Psi_3\rangle$; $ \Psi_0\rangle = \alpha, z\rangle = D(\alpha)S(z) 0\rangle$	66
3.17	Fidelidade entre $ \Psi(\alpha, z, \pi)\rangle$ e $ k2^N\rangle$ versus z , para alguns valores de α : 3.0 (linha pontilhada); 4.0 (linha cheia), 5.0 (linha tracejada).	67
3.18	Distribuição de fótons para $\alpha = 2.0$ e $z = 0.6$, mostrando a preparação do estado $ 4\rangle$, que coincide com $ k2^N\rangle$ para $k = 1$ e $N = 2$	67
3.19	O mesmo da Fig.(3.18) para $\alpha = 5.0$ e $z = 0.9$, produzindo o estado $ 24\rangle$; isto é, $ k2^N\rangle$ para $k = 3$ e $N = 3$	67
3.20	O mesmo da Fig.(3.18) para $\alpha = 7.2$ e $z = 0.7$, levando ao estado $ 48\rangle$; isto é, $ k2^N\rangle$ para $k = 3$ e $N = 4$	68

3.21	Arranjo experimental.	70
3.22	(a) Buracos na distribuição de fótons em $ n\rangle = 11\rangle$, para $\alpha = 3.3$; (b) O mesmo da Fig.3.23(a), com buracos em $ 5\rangle$ e $ 11\rangle$, para $\alpha = 2.7$; (c) O mesmo da Fig.3.23(a), com buracos em $ 5\rangle$, $ 11\rangle$ e $ 16\rangle$, para $\alpha = 3.1$	72
3.23	Buracos na distribuição de fótons, para $\alpha = 2.0$, (a) em $n_1 = 4$, para o 1º átomo; (b) em $n_1 = 4$ e $n_2 = 1$, para o 2º átomo; (c) em $n_1 = 4$, $n_2 = 1$ e $n_3 = 7$, para o 3º átomo.	74
4.1	(A) Ilustração esquemática do arranjo experimental para produção da SECC num interferômetro de Mach-Zehnder com meio Kerr em um dos braços; (B) Seqüência de IMZs.	80
4.2	Esquema experimental para a geração do estado de Fock $ 2\rangle$	85
4.3	Arranjo experimental para produzir o estado de Fock $ N\rangle$ a partir dos estados de Fock $ 1\rangle$ nos modos a and b_j , $j = 1, 2, 3, \dots$	87
4.4	Fidelidade $F(x)$ versus o time-jitter normalizado pela largura de pulso $x = \epsilon/\tau$ para os estados de Fock $ 2\rangle$ (solido), $ 5\rangle$ (pontilhado), e $ 10\rangle$ (cruz).	90
4.5	Arranjo experimental para reconstruir estado em modos viajantes.	91
4.6	Ilustração esquemática do dispositivo ODC: consiste em um meio Kerr entre dois divisores de feixe ao longo do trajeto dos sinais de entrada.	95

Lista de Tabelas

3.1	Evolução do estado átomo-campo durante a passagem do primeiro átomo através do sistema.	41
3.2	Evolução do estado átomo-campo durante a passagem do segundo átomo através do sistema.	41
3.3	Valores de α que otimizam as fidelidades entre $ \Psi_N(\alpha_{\max}, \pi)\rangle$ e $ 2^N\rangle$. Os inteiros entre parênteses representam números de decimais para os quais a aproximação é válida.	45
3.4	Tempos de interação e velocidades atômicas para cada átomo envolvido na preparação do estado de número $ 8\rangle$	59
3.5	Valores dos tempos de interação para cada átomo na preparação do estado de Fock $ 8\rangle$	62
3.6	Evolução do sistema átomo-campo durante a passagem do primeiro átomo através do arranjo experimental.	64
3.7	O mesmo da Tabela 3.6, para o segundo átomo.	65

Resumo

Neste trabalho investigamos a preparação de estados não-clássicos do campo eletromagnético quantizado, confinado em cavidade microonda, ou em modo viajante; a saber: superposições circulares de estados coerentes e de estados coerentes comprimidos; superposições de estados de fase de Pegg-Barnett e estados de Fock arbitrários. Mostramos que, para convenientes escolhas de parâmetros, a superposição circular de estados coerentes permitem obter estados de Fock do tipo $|2^N\rangle$, com $N = 1, 2, 3, \dots$, incluindo suas superposições $A|2^N\rangle + B|2^{N+1}\rangle$. Enquanto que a superposição circular de estados coerentes comprimidos possibilita obter uma classe mais ampla de estados de Fock, a saber, $|k2^N\rangle$, $k = 1, 2, 3, \dots$. Apresentamos também propostas de medida indireta da função de Wigner e de dispositivo que implementa a operação de deslocamento condicional para estados em modos viajantes, apropriado para gerar superposições do tipo $|\psi\rangle \pm \hat{D}(\alpha)|\psi\rangle$, incluindo interessantes casos particulares.

Abstract

In this work we investigate the preparation of the nonclassical states of the quantized electromagnetic field, for trapped modes in microwave cavity and traveling modes, namely: circular superpositions of coherent states and squeezed coherent states; superpositions of (Pegg-Barnett) phase states and arbitrary Fock states. The circular superpositions of coherent states allow us to get Fock states of the kind $|2^N\rangle$, with $N = 1, 2, 3, \dots$, including their superpositions: $A|2^N\rangle + B|2^{N+1}\rangle$. Whereas the circular superpositions of squeezed coherent states allow to get a more large family of Fock states, namely, $|k2^N\rangle$, $k = 1, 2, 3, \dots$. An alternative proposal to measure the Wigner function and a device to implement the conditional displacement operation for traveling fields are presented - appropriate to create new superpositions, like, $|\psi\rangle \pm \hat{D}(\alpha)|\psi\rangle$, which includes interesting particular cases.

Capítulo 1

Introdução e motivação

Estados não-clássicos do campo eletromagnético quantizado são, por definição [1], aqueles para os quais a distribuição $P(\alpha)$ de Glauber-Sudarshan torna-se altamente singular¹ ou assume valores negativos [1,2,3,4]. Esses estados quânticos não são produzidos por fontes usuais de luz [5], como lasers, lâmpadas e estrelas, sendo necessário processos mais sofisticados para sua produção, tais como a interação campos eletromagnéticos com cristais não-lineares, amplificadores paramétricos, divisores de feixes, defasadores e fotodetectores. Tais estados também podem ser produzidos fazendo átomos de Rydberg interagir com um campo estacionário numa cavidade microonda de alta qualidade, com zonas Ramsey e detectores atômicos. Desse modo, o campo luminoso criado por lâmpada incandescente² (estado térmico) é um exemplo de estado clássico, uma vez que sua $P(\alpha)$ é uma distribuição de probabilidade positiva usual. Por outro lado, a luz produzido por um laser (estado coerente) é um exemplo de estado quântico puro bem-comportado, sua $P(\alpha)$ é uma distribuição delta. Os estados não-clássicos são caracterizados por efeitos ópticos não-clássicos que exibem, por exemplo: antiagrupamento de fótons (*photon antibunching*) [6], estatística sub-poissoniana [7], compressão do ruído quântico (*squeezing*) [8], inibição de fóton-contagem [9], colapso e ressurgimento de oscilações na inversão atômica [10], etc.

Em Óptica Quântica há um enorme número de estados não-clássicos [5], tais como: estado de número $|n\rangle$ (estado de Fock), estado coerente comprimido $|z, \alpha\rangle$ [11], estado de número

¹Envolve derivadas de funções delta.

²Se a lâmpada for fluorescente, o campo luminoso estará no estado caótico também clássico.

comprimido $|z, n\rangle$ [12,13], estado de número deslocado $|\alpha, n\rangle$ [14], estado de fase $|\theta\rangle$ [15], estado binomial [16], estado binomial recíproco [17], estado coerente complementar [18], estado polinomial [19], estado de fóton adicionado [20], etc, e suas superposições: superposições de estados coerentes [21], superposições de estados de número [22], superposições de estados coerentes pares e ímpares [23], superposições de estados coerentes comprimidos [24], superposições de estados fase [25], superposição de estados de número deslocados [26], superposição de estados de número deslocados e comprimidos [27], etc. Superposições exibem propriedades distintas das mostradas pelas suas componentes, por exemplo, enquanto os estados coerentes sempre mostram estatística poissoniana, suas superposições podem ter estatísticas subpoissonianas ou superpoissonianas [28]. Resultados similares ocorrem para superposições de estados coerentes comprimidos [29].

A preparação, caracterização e investigação de propriedades dos estados não-clássicos são motivados pelas potenciais aplicações em avançados ramos de pesquisa, tais como: teletransporte quântico [30], computação quântica [31,32], comunicação quântica [33], criptografia quântica [34], litografia quântica [35], e pelas pesquisas em fundamentos da física, onde eles permitem testar: princípios, postulados, paradoxos e limites da Mecânica Quântica [36].

A eletrodinâmica quântica de cavidade é um dos campos mais ativos onde tais experimentos são realizados. Nela, um avanço notável no controle das técnicas de preparação e manipulação de estados do campo eletromagnético em cavidades foi alcançado através da interação átomo-campo [37]. Tais avanços possibilitaram: a implementação de medidas quânticas não-demolidoras por interação dispersiva átomo-campo [38]; a proposta de geração de estados do tipo “gato de Schrödinger” [39] e de chave quântica óptica [40]; sugestões para a realização experimental do teletransporte de estados atômicos [41], de porta lógica quântica para 2-bit quânticos [42] e de endoscopia quântica [43]; a observação experimental das oscilações quânticas de Rabi³ [44] e do processo de decoerência de superposições mesoscópicas envolvendo campos eletromagnéticos [45,46]; geração de estados EPR atômicos [47]; implementação de memória

³teste direto da quantização do campo

quântica com um único fóton [48] e reversibilidade de decoerência [49]; proposta de preparação de estados de Fock [50] e detecção não-demolidora do estado de 1-fóton [51]; a realização experimental de porta de fase controlada [52], bem como a medida de valores negativos da função de Wigner [53], seguindo uma proposta de medida direta da função de Wigner [54], controle coerente de colisões atômicas na cavidade [55], permitindo implementar algoritmos de busca [56]; controle de interação atômica com dois modos do campo eletromagnético [57], abrindo perspectivas para o teletransporte dentro [58] e entre cavidades bimodais [59, 60]. A preparação experimental de estados de Fock ainda constitui um problema aberto, sendo possível preparar experimentalmente estados de 1 e 2 fótons [61]. Mais recentemente, realizou-se o emaranhamento de estado mesoscópicos [62], a inibição da emissão espontânea via campo elétrico [63] e técnicas de contagem de átomos [64] foram alcançados.

Paralelamente, observou-se também grandes avanços na manipulação de estados no domínio de ondas viajantes, como: a preparação de estados comprimidos [8]; a demonstração de teletransporte quântico [65, 66, 67, 68]; a preparação e caracterização dos estados de Fock $|1\rangle$ [14], de Fock deslocado [14] e coerente com um fóton adicionado [20]; implementação de circuitos ópticos para a realização de computação quântica [69, 69] e preparação remota de estados [70].

Diversas propostas experimentais foram feitas para: a preparação de estados arbitrários [71, 72, 73] e a medição da função de Wigner [74, 75]. Alguns estados não-clássicos específicos tiveram suas propostas de geração motivadas por serem usados como estados de referência para medição de propriedades de outros estados, por exemplo, a medição da distribuição de fase $P(\theta)$, de estado arbitrário, pelo método da síntese de projeção [17], cujo esquema dependia da existência do estado binomial recíproco, motivou a proposta da ref. [76] de sua preparação; da mesma forma, as propostas de preparação dos estados coerente complementar [77] e polinomial [78] foram inspiradas na aplicação potencial de medição da função $Q(\alpha)$ de Husimi e medir variações de quadratura do campo [18].

Assim, a preparação de estados não-clássicos tornou-se um importante tópico na última

década, tanto no que se refere ao avanço teórico quanto às realizações experimentais, quer seja para campos estacionários como viajantes. No primeiro caso, a interação átomo-campo pode ser ressonante [79] ou dispersiva [38]. Algumas vezes, a combinação destes dois esquemas é necessária para a obtenção do estado desejado [80]. No segundo caso, os procedimentos usuais empregam um arranjo conveniente de divisores de feixe [71] e meios não-lineares [81]. Neste trabalho investigamos a preparação de alguns estados não-clássicos tanto em cavidade quanto em modo viajantes, a saber: superposição circular de estados coerentes [82] e de estados coerentes comprimidos; superposição de estados de fase de Pegg-Barnett e estados de Fock arbitrários. Apresentamos também propostas de medição indireta da função de Wigner [75] e de um dispositivo que implementa a operação de deslocamento condicional para estados em modos viajantes [83].

No Capítulo 2 fazemos uma breve revisão da quantização do campo eletromagnético e introduzimos os principais estados relevantes para este trabalho: de Fock, coerente, coerente comprimido e de fase. Apresentamos, em seguida, a interação átomo-campo através do modelo Jaynes-Cummings, no casos ressonante e dispersivo. No Capítulo 3 discutimos a preparação de superposições circulares de estados coerentes e coerentes comprimidos em cavidades de microondas por interação átomo-campo dispersiva [84], Raman [85] e dispersiva com bombeio clássico [86]. Mostramos que para escolhas convenientes de parâmetros obtemos estados de Fock do tipo $|2^N\rangle$ ($N > 2$) e as suas superposições $A|k2^N\rangle + B|(k+1)2^N\rangle$ [87]. Na sequência, discutimos a preparação de superposições de estados de fase de Pegg-Barnett [88] e a produção controlada de estados com buracos na distribuição de fótons P_n [89]. No Capítulo 4 estendemos os resultados do Capítulo 3 para campos viajantes, como preparação de superposições de estados de fase [90] e coerente comprimido [91, 92]. Fizemos propostas de preparação de estados de Fock arbitrários [93] e estados contendo buracos na distribuição de fótons utilizando apenas dispositivos lineares [94]. Mostramos também um procedimento para medir indiretamente a função de Wigner [75]. Por último, apresentamos um esquema para a realização da operação de deslocamento condicional em campos viajantes [83], importante para geração de novos es-

tados superpostos do tipo $|\psi\rangle + \hat{D}(\alpha)|\psi\rangle$. No capítulo 5 apresentamos nossas conclusões e perspectivas.

Capítulo 2

Estados não-clássicos - Conceitos básicos

O campo eletromagnético numa cavidade pode ser expandido em termo dos infinitos modos normais de vibração de ondas estacionárias. A partir das equações de Maxwell obtém-se que cada um dos coeficientes dessa expansão obedece às mesmas equações dos osciladores harmônicos com frequência igual ao do modo normal e massa unitária. Portanto, a quantização do campo é realizada quantizando esses osciladores harmônicos, associados aos vários modos normais da cavidade. A seguir discutiremos a quantização no caso de uma cavidade unidimensional e em seqüência apresentaremos os principais estados do campo eletromagnético relevantes para o presente trabalho, a saber, os estados de Fock, coerente, coerente comprimido e de fase.

2.1 Quantização do campo eletromagnético

A quantização do campo eletromagnético realizada pela primeira vez por Born, Heisenberg e Jordan em 1926, num dos artigos centrais da Mecânica Quântica [95], e em 1927 por Dirac [96], era tida como uma formulação alternativa, sofisticada e mesmo dispensável para explicar os fenômenos luminosos conhecidos, uma vez que a teoria semi-clássica fornecia os mesmos resultados¹. Entretanto, a partir da formulação quântica da teoria da coerência óptica, desenvolvida em 1963 por Glauber [2,3,1], inspirada na realização experimental do laser, tornou possível a previsão de novos efeitos, tais como: o antiagrupamento de fótons (*photon antibun-*

¹Nessa teoria o átomo é tratado quanticamente e a luz é descrita classicamente como um campo eletromagnético obedecendo as equações de Maxwell e possuindo fase e amplitude bem determinadas.

ching), cuja explicação não é obtida classicamente. Verificado experimentalmente em 1977, por Kimble, Dagenais e Mandel [6], esse efeito marcou o efetivo nascimento da Óptica Quântica com *status* de teoria necessária [97, 98].

Considere um modo do campo eletromagnético, linearmente polarizado na direção x e de frequência ω , confinado numa cavidade unidimensional de comprimento L formada por duas paredes perfeitamente condutoras [99]. Dentro da cavidade não há nenhuma fonte de radiação, seja de corrente ou de cargas. O campo elétrico satisfazendo as equações de Maxwell e as condições de contorno (campo elétrico nulo nas paredes) é dado por

$$E_x(z, t) = \left(\frac{2\omega^2}{L\epsilon_0} \right)^{1/2} q(t) \text{sen}(kz), \quad (2.1)$$

sendo o vetor de onda k e a frequência ω relacionados por $k = (\omega/c)$ e ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo. A amplitude do campo é descrita pelo fator dependente do tempo² $q(t)$. Do mesmo modo, o campo magnético é descrito por

$$H_y(z, t) = \left(\frac{\epsilon_0}{k} \right) \left(\frac{2\omega^2}{L\epsilon_0} \right)^{1/2} p(t) \text{cos}(kz), \quad (2.2)$$

sendo a amplitude do campo magnético controlada pelo análogo de um momento canônico: $p(t) = \dot{q}(t)$.

A hamiltoniana descrevendo esse modo único do campo eletromagnético é então:

$$H_{CE} = \frac{1}{2} \int dz (E_x^2(z, t) + H_y^2(z, t)). \quad (2.3)$$

Substituindo as Eqs. (2.1) e (2.2) em (2.3) obtemos

$$H_{CE} = \frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2). \quad (2.4)$$

Portanto, a hamiltoniana de um único modo do campo eletromagnético equivale ao de um oscilador harmônico clássico com a coordenada e momento canônicos dados pelos campos $E_x(z, t)$ e $H_y(z, t)$. Neste ponto, a quantização é imediata [99], já que ela é efetuada substituindo as variáveis canônicas q e p , pelos seus correspondentes operadores \hat{q} e \hat{p} , obedecendo à regra de

²Como este fator tem dimensão de comprimento, o campo elétrico pode ser um tipo de posição canônica.

quantização canônica $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar$. Os operadores de campo elétrico e magnético assumem então as seguintes formas:

$$\hat{E}_x(z, t) = \left(\frac{2\omega^2}{V\epsilon_0}\right)^{1/2} \hat{q}(t) \text{sen}(kz), \quad (2.5)$$

$$\hat{H}_y(z, t) = \left(\frac{\epsilon_0}{k}\right) \left(\frac{2\omega^2}{\epsilon_0 V}\right)^{1/2} \hat{p}(t) \text{cos}(kz), \quad (2.6)$$

e, assim, o hamiltoniano descrevendo um único modo do campo eletromagnético resulta

$$\hat{H}_{CE} = \frac{1}{2}(\hat{p}^2 + \omega^2 \hat{q}^2), \quad (2.7)$$

onde \hat{q} e \hat{p} são subentendidos de (2.5) e (2.6).

Agora definimos operadores não-hermitianos \hat{a} e \hat{a}^\dagger :

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}}(\omega\hat{q} + i\hat{p}), \quad (2.8)$$

$$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}}(\omega\hat{q} - i\hat{p}). \quad (2.9)$$

denominados de operadores de aniquilação e criação, respectivamente. Usando estes operadores, reescrevemos a eq. (2.7) como

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (2.10)$$

Veremos na próxima seção que o hamiltoniano do campo livre, escrito em termos de \hat{a} e \hat{a}^\dagger , facilita a determinação dos níveis e estados de energia.

Levando em conta os demais modos do campo eletromagnético, a generalização do hamiltoniano (2.10) é então dada por³:

$$\hat{H}_{CE} = \sum_k \hbar\omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k. \quad (2.11)$$

Desse forma, cada modo do campo também se comporta como um oscilador harmônico simples.

Usando os análogos das relações (2.8) e (2.9) para os operadores \hat{a}_k e \hat{a}_k^\dagger , conseguimos isolar o operador \hat{q}_k , que nos permite escrever o operador campo elétrico como:

$$\hat{\vec{E}} = \sum_k \left(\hat{a}_k \vec{E}_k + \hat{a}_k^\dagger \vec{E}_k^* \right), \quad (2.12)$$

³Nesta generalização temos dispensado a energia de ponto zero.

onde $\vec{E}_k = \sqrt{\hbar/2\omega} \text{sen}(kz) \vec{i}$ pode ser heurísticamente considerada como o campo elétrico devido a um único fóton (\vec{i} é o vetor unitário na direção do eixo x).

A quantização do campo apresentada aqui é evidentemente bastante simplificada, mas suficiente para os objetivos da presente tese. Para uma descrição mais formal e detalhada, vide, por exemplo, a Referência [100]. Na próxima seção mostraremos que os estados de Fock são autoestados de energia do operador hamiltoniano (2.10).

2.1.1 Estados de Fock

Os estados de Fock, ou estados de número, são os autoestados do operador hermitiano⁴ $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$, onde \hat{a} é um operador qualquer que satisfaz com seu adjunto a relação de comutação $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ [101]. Note que se $|\gamma\rangle$ é um autoestado normalizado tal que $\hat{a}^\dagger \hat{a} |\gamma\rangle = \gamma |\gamma\rangle$, então os autovalores γ serão todos números reais não-negativos pois

$$\gamma = \langle \gamma | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \gamma \rangle = \|\hat{a} |\gamma\rangle\|^2 \geq 0. \quad (2.13)$$

Usando a relação de comutação e a identidade $[AB, C] = A[B, C] + [A, C]B$ obtemos,

$$[\hat{n}, \hat{a}] = [\hat{a}^\dagger, \hat{a}] \hat{a} = -\hat{a} \quad (2.14)$$

$$[\hat{n}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a}^\dagger [\hat{a}^\dagger, \hat{a}] = \hat{a}^\dagger \quad (2.15)$$

A partir da eq. (2.14) vemos que

$$(\hat{a}^\dagger \hat{a}) \hat{a} |\gamma\rangle = \hat{a} (\hat{a}^\dagger \hat{a} - 1) |\gamma\rangle = \hat{a} (\gamma - 1) |\gamma\rangle = (\gamma - 1) \hat{a} |\gamma\rangle. \quad (2.16)$$

Assim $\hat{a} |\gamma\rangle$ é um autoestado de $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ com autovalor $\gamma - 1$, a menos que $\hat{a} |\gamma\rangle = 0$. De maneira análoga $\hat{a}^\dagger |\gamma\rangle$ é um autoestado de $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ com autovalor $\gamma + 1$. A norma de $\hat{a} |\gamma\rangle$ é dada por $\|\hat{a} |\gamma\rangle\| = \sqrt{\gamma}$ uma vez que $\|\hat{a} |\gamma\rangle\|^2 = \langle \gamma | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \gamma \rangle = \gamma$. Similarmente, $\|\hat{a}^\dagger |\gamma\rangle\| = \sqrt{\gamma + 1}$.

Agora, a suposição de um autoestado $\hat{a}^n |\gamma\rangle \neq 0$ com autovalor⁵ $\gamma - n$ para todo n leva a uma contradição, com positividade dos autovalores de \hat{n} , pois para n suficientemente grande

⁴A condição de hermiticidade $\hat{n} = \hat{n}^\dagger$ garante a existência de autovalores reais e autoestados ortonormalizados formando uma base completa.

⁵O autovalor é obtido repetindo n vezes a eq. (2.16)

teremos $\gamma - n < 0$. Portanto, devemos postular que se $\hat{a}^n |\gamma\rangle \neq 0$, então $\hat{a}^{n+1} |\gamma\rangle = 0$ para algum inteiro não-negativo n . Desse modo, teremos $\sqrt{\gamma - n} = \|\hat{a}^{n+1} |\gamma\rangle\| = 0$, isto é, $\gamma = n$ e $\hat{a}|0\rangle = 0$. A atuação do sucessiva operador \hat{a}^\dagger no estado fundamental $|0\rangle$ produz autoestados $\hat{a}^n |0\rangle$ com autovalores inteiros não-negativos: $0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots$. Os autoestados correspondentes serão indicados, na notação de Dirac, por $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, \dots, |n\rangle, \dots$, tais que

$$|1\rangle = \hat{a}^\dagger |0\rangle; \quad |2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}^\dagger |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}^{\dagger 2} |0\rangle; \quad \dots; \quad |n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n |0\rangle. \quad (2.17)$$

Neste ponto a ação dos operadores \hat{n} , \hat{a} e \hat{a}^\dagger atuando nos estados de Fock $|n\rangle$ pode ser resumida como segue:

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle, \quad (2.18)$$

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \quad (2.19)$$

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle, \quad (2.20)$$

e motiva a denominação de operador de criação (aniquilação) para o operador \hat{a}^\dagger (\hat{a}).

Portanto, os estados de Fock $|n\rangle$ são autoestados de energia do hamiltoniano de um único modo do campo eletromagnético com autovalores $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$, ou seja, com um número bem definido de fótons (pacotes de energia $\hbar\omega$). Estes estados constituem uma base completa ortonormalizada, satisfazendo às relações de completeza,

$$\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle \langle n| = 1, \quad (2.21)$$

e ortonormalização,

$$\langle n|m\rangle = \delta_{n,m}. \quad (2.22)$$

Existe um conjunto de propriedades que serve para caracterizar a natureza não-clássica dos estados do campo eletromagnético, tais como: distribuição estatística de número de fótons, parâmetro Q de Mandel, variância nas quadraturas, as funções de quasi-distribuição no espaço de fase e profundidade não-clássica entre outras, que passamos a discutir.

Distribuição de número de fótons

A distribuição de número de fótons de um estado puro arbitrário $|\Psi\rangle$ fornece a probabilidade de encontrar m fótons nesse estado. Ela é definida como:

$$P_m = |\langle m|\Psi\rangle|^2. \quad (2.23)$$

Para os estados de Fock $|n\rangle$, a definição (2.23) resulta em:

$$P_m = \delta_{n,m}. \quad (2.24)$$

Parâmetro Q de Mandel

Uma outra forma de caracterizar propriedades estatísticas dos estados é através do parâmetro Q de Mandel [102], definido por:

$$Q = \frac{(\Delta\hat{n})^2 - \langle\hat{n}\rangle}{\langle\hat{n}\rangle}, \quad (2.25)$$

onde $(\Delta\hat{n})^2 = \langle\hat{n}^2\rangle - \langle\hat{n}\rangle^2$ e $\langle \ \rangle$ indica o valor médio de um operador. Esse parâmetro varia no intervalo $[-1, \infty)$ e define a estatística de fótons da seguinte maneira:

- $Q > 0 \implies$ superpoissoniana;
- $Q = 0 \implies$ poissoniana;
- $Q < 0 \implies$ subpoissoniana.

Para os estados de Fock temos $Q = -1$. Assim estes estados são os mais subpoissonianos dentre todos os estados possíveis.

Variância das quadraturas

Definimos os operadores de quadratura \hat{X}_1 e \hat{X}_2 por:

$$\hat{X}_1 = \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar}}\hat{q} = \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{2}, \quad (2.26)$$

$$\hat{X}_2 = \sqrt{\frac{1}{2\omega\hbar}}\hat{p} = \frac{\hat{a} - \hat{a}^\dagger}{2i}. \quad (2.27)$$

Eles são hermitianos e adimensionais, e satisfazem a relação de comutação $[\hat{X}_1, \hat{X}_2] = i/2$, e, conseqüentemente, a relação de incerteza

$$(\Delta\hat{X}_1)^2(\Delta\hat{X}_2)^2 \geq \frac{1}{16}, \quad (2.28)$$

onde $(\Delta X_i)^2 \equiv \langle \hat{X}_i^2 \rangle - \langle \hat{X}_i \rangle^2$ é a variância do operador de quadratura \hat{X}_i . Através desta variância observamos um importante efeito não-clássico: o efeito de compressão do ruído quântico ou *squeezing*, o qual ocorre quando a variância num dos operadores de quadratura é menor que $1/4$. Em particular os estados de Fock não exibem *squeezing*, uma vez que para estes estados temos que:

$$(\Delta X_1)^2 = (\Delta X_2)^2 = \frac{1}{4}(2n + 1). \quad (2.29)$$

Usando um plano complexo, cujos eixos são especificados pelas quadraturas X_1 e X_2 , podemos representar o estado de Fock no espaço de fase por um coroa circular (ver figura 2.1), que corresponde à projeção em duas dimensões da função de Wigner definida a seguir.

Função de Wigner

As representações do espaço de fase são muito úteis na Mecânica Quântica, porque elas transformam o cálculo de funções de correlação de operadores em integrais clássicas [54]. A mais antiga de tais representações foi introduzida por

Wigner [103]. A função de Wigner é uma distribuição de quasi-probabilidade⁶ definida como

$$W(\beta) = \frac{1}{\pi^2} \int \exp(\eta^* \beta - \eta \beta^*) \chi(\eta) d^2 \eta, \quad (2.30)$$

⁶O princípio de incerteza proíbe a interpretação desta função como uma distribuição de probabilidade, uma vez que não é possível determinar simultaneamente o momento e a posição da partícula. Além disso, ela assume valores negativos para diversos estados [54].

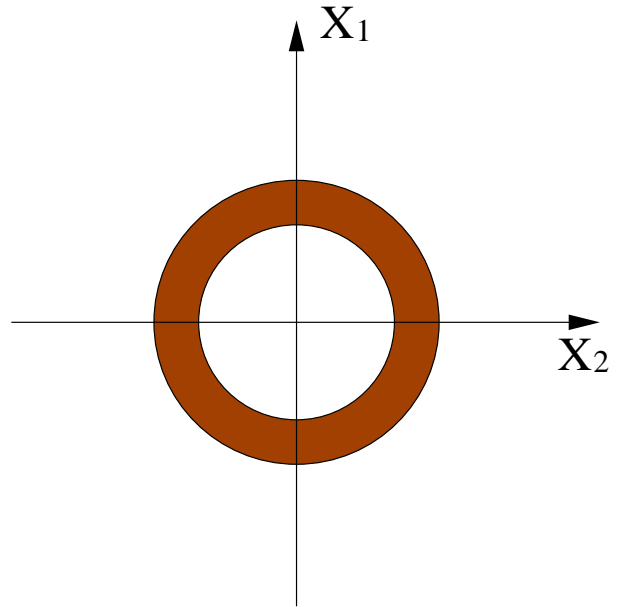


Figura 2.1: Representação no espaço de fase do estado de Fock.

onde $\chi(\eta)$ representa a função característica simetricamente ordenada, calculada em termos do operador densidade $\hat{\rho}$ como

$$\chi(\eta) = \text{Tr}[\hat{\rho}e^{\eta\hat{a}^\dagger - \eta^*\hat{a}}]. \quad (2.31)$$

A função de Wigner para o estado de Fock $|n\rangle$ é dada por:

$$W(x, y) = \frac{2}{\pi}(-1)^n L_n(4r^2)e^{-2r^2}, \quad (2.32)$$

onde $r^2 = x^2 + y^2$, $x = X_1$ e $y = X_2$, e $L_n(z)$ é o polinômio de Laguerre. Na figura 2.2 mostramos os gráficos das funções de Wigner para os estados de número $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$ e $|3\rangle$. Os valores negativos da função de Wigner para os estados de Fock indicam a natureza não-clássica destes.

Preparação e aplicação

Além de serem importantes do ponto de vista teórico, os estados de Fock têm relevantes aplicações: em comunicação quântica segura [104], em criptografia quântica [105], em otimização da capacidade de codificação em canais quânticos [106], em interferometria quântica de alta precisão [107], na reconstrução de operador densidade [108], entre outras. Contudo, sua geração em laboratório não é trivial, particularmente para estados de Fock altamente excitados. Isso tem motivado varias propostas para a geração desses estados, seja para campos estacionários [109, 84] ou campos viajantes [110, 111, 84, 112]. Diversas propostas de preparação de estados de Fock para campos estacionários [113] e viajantes [111] podem ser encontradas na literatura. Resultados experimentais para campos estacionários, para os casos $|1\rangle$ e $|2\rangle$ são dados nas Refs. [51, 114], respectivamente. Para valores maiores de n , a dificuldade crucial surge devido a efeitos de decoerência [115] após a construção do estado, que perde sua integridade durante um tempo de decoerência $\tau_d \propto 1/n$. Todavia, a esperança é que procedimentos futuros combinados com rápidos avanços de tecnologia possam contornar essa dificuldade e tornar factível a manipulação experimental desses estados.

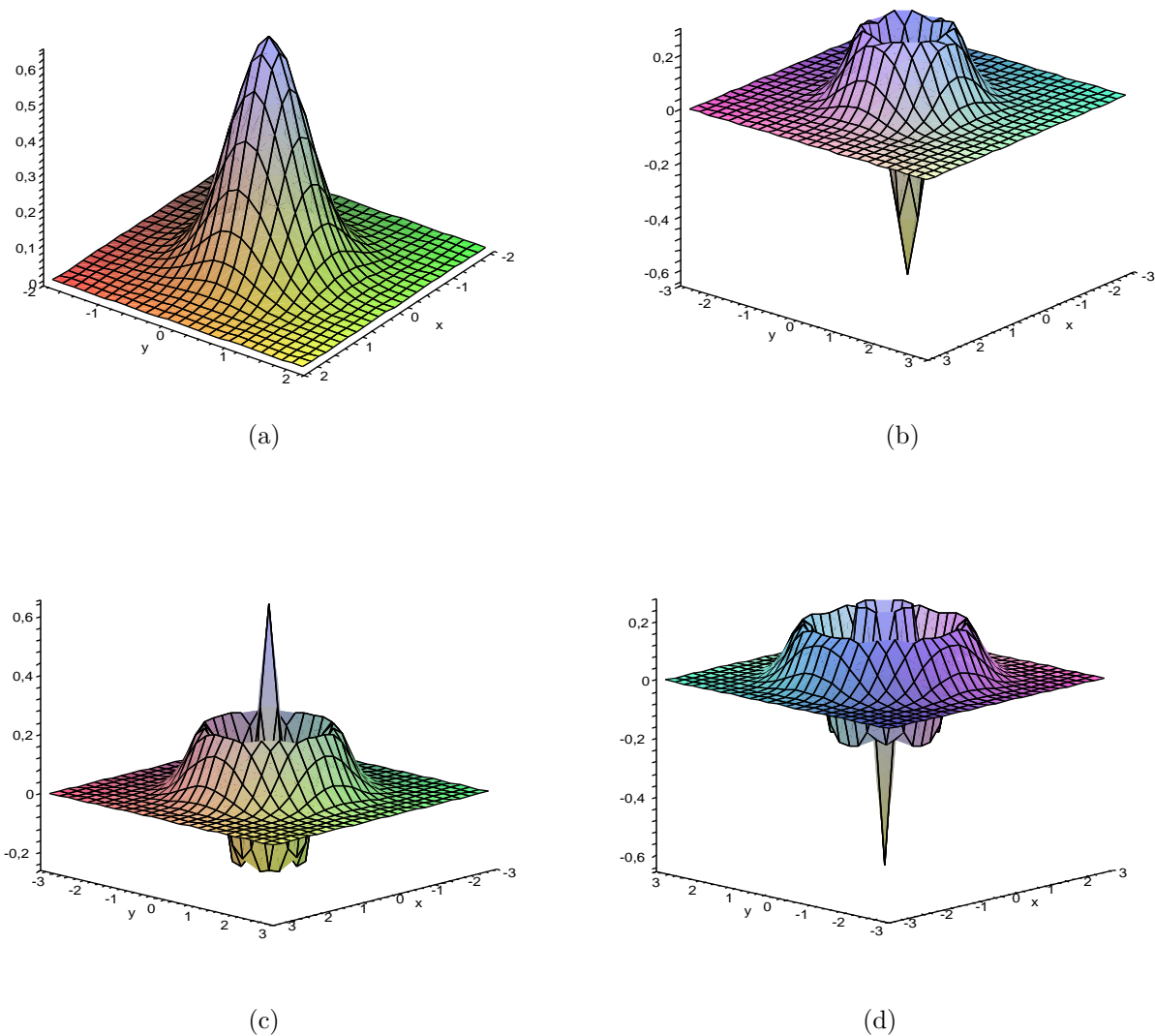


Figura 2.2: Função de Wigner para os estados de Fock (a) $|0\rangle$; (b) $|1\rangle$; (c) $|2\rangle$ e (d) $|3\rangle$.

2.1.2 Estados coerentes

Os estados coerentes, representados na notação de Dirac por $|\alpha\rangle$, tornaram-se conhecidos e extensivamente usados a partir dos trabalhos de Glauber e Sudarshan [2, 3, 1, 4], em particular no problema de coerência do campo eletromagnético [5]. Eles são autoestados do operador de aniquilação, isto é:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle, \quad (2.33)$$

com $\alpha = re^{i\theta}$. Eles são obtidos do estado de vácuo $|0\rangle$ pela aplicação do operador de desloca-

mento $\hat{D}(\alpha)$:

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle, \quad (2.34)$$

onde

$$D(\alpha) = \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}), \quad (2.35)$$

que é um operador unitário:

$$\hat{D}^\dagger(\alpha) = \hat{D}(-\alpha) = \hat{D}^{-1}(\alpha). \quad (2.36)$$

Mostra-se que

$$\hat{D}(\alpha)\hat{a}^\dagger\hat{D}^\dagger(\alpha) = \hat{a}^\dagger - \alpha^* \quad (2.37)$$

$$\hat{D}(\alpha)\hat{a}\hat{D}^\dagger(\alpha) = \hat{a} - \alpha. \quad (2.38)$$

Os estados coerentes são representados na base de Fock como

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (2.39)$$

e, através da eq. (2.39), pode-se mostrar que eles são não-ortogonais

$$\begin{aligned} \langle\beta|\alpha\rangle &= \exp(-|\beta|^2/2)\exp(-|\alpha|^2/2) \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\beta^{*j}}{\sqrt{j!}} \frac{\alpha^k}{\sqrt{k!}} \delta_{jk} \\ &= \exp[-(|\beta|^2 + |\alpha|^2)/2] \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\beta^*\alpha)^j}{j!} \\ &= \exp[\beta^*\alpha - (|\alpha|^2 + |\beta|^2)/2]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Contudo, eles se tornam aproximadamente ortogonais quando $|\alpha - \beta| \gg 1$, onde $|\langle\beta|\alpha\rangle|^2 = e^{-|\alpha-\beta|^2} \simeq 0$. A ortogonalidade é uma propriedade conveniente para um base de estados, porém não é essencial [1]. A propriedade fundamental é que ela seja completa. Utilizando a eq. (2.39) demonstramos que os estados coerentes satisfazem à seguinte relação de completeza:

$$\begin{aligned} \int |\alpha\rangle\langle\alpha| \frac{d^2\alpha}{\pi} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty |\alpha| d|\alpha| \exp(-|\alpha|^2) \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{j+k}}{\sqrt{j!k!}} \exp[i(j-k)\theta] |i\rangle\langle k| \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} |j\rangle\langle j| \int_0^\infty d|\alpha|^2 \exp(-|\alpha|^2) |\alpha|^{2j} / j! \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} |j\rangle\langle j| = 1. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Uma outra consequência direta da não-ortogonalidade, exibida pela eq. (2.40) e pela relação de completudeza (2.41), é que os estados coerentes são supercompletos:

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \frac{1}{\pi} \int d^2\alpha' |\alpha'\rangle \langle\alpha'|\alpha\rangle \\ &= \frac{1}{\pi} \int d^2\alpha' |\alpha'\rangle \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2 + \alpha'^*\alpha - \frac{1}{2}|\alpha'|\right), \end{aligned} \quad (2.42)$$

isto é, qualquer estado coerente pode ser expandido em termos dos outros estados coerentes. Assim, a supercompletudeza é uma consequência da não-ortogonalidade.

Um outra propriedade importante desses estados é que qualquer operador densidade $\hat{\rho}$ possui uma representação diagonal em termos de estados coerentes:

$$\hat{\rho} = \int P(\alpha) |\alpha\rangle \langle\alpha| d^2\alpha, \quad (2.43)$$

onde $P(\alpha)$ é a distribuição de Glauber-Sudarshan⁷. Como exemplos de funções $P(\alpha)$ temos:

- Estado de Fock

$$P(\alpha) = \frac{e^{|\alpha|^2}}{n!} \frac{\partial^{2n}}{\partial\alpha^n \partial\alpha^{*n}} \delta^{(2)}(\alpha). \quad (2.44)$$

- Estado Coerente

$$P(\alpha) = \delta^{(2)}(\alpha - \alpha_0). \quad (2.45)$$

A função $P(\alpha)$ permite definir os estados não-clássicos como sendo aqueles estados que a tornam negativa, ou mais singular que uma função delta [5]. Tal definição tem origem no trabalho de Glauber [3], no qual: “Se as singularidades de $P(\alpha)$ são de tipos mais fortes que aquelas da função delta, i.e. derivadas de uma função delta, o campo representado não terá nenhum análogo clássico.” Nesse sentido, os estados de Fock são não-clássicos, enquanto os estados coerentes são os mais clássicos dentre os estados quânticos.

Distribuição de número de fótons

A distribuição de número de fótons de um estado coerente é poissoniana,

$$P_n = \frac{|\alpha|^{2n} e^{-|\alpha|^2}}{n!} = \frac{\langle n \rangle^n e^{-\langle n \rangle}}{n!}, \quad (2.46)$$

⁷A hermiticidade de $\hat{\rho}$ garante valores reais para $P(\alpha)$, enquanto que $Tr[\hat{\rho}] = 1$ implica numa norma unitária.

onde $\langle n \rangle = |\alpha|^2$ é o número médio de fótons nesse estado. A Fig.2.3 mostra a distribuição P_n como função de n para um estado coerente $|\alpha\rangle$ com $\alpha = 2.6$.

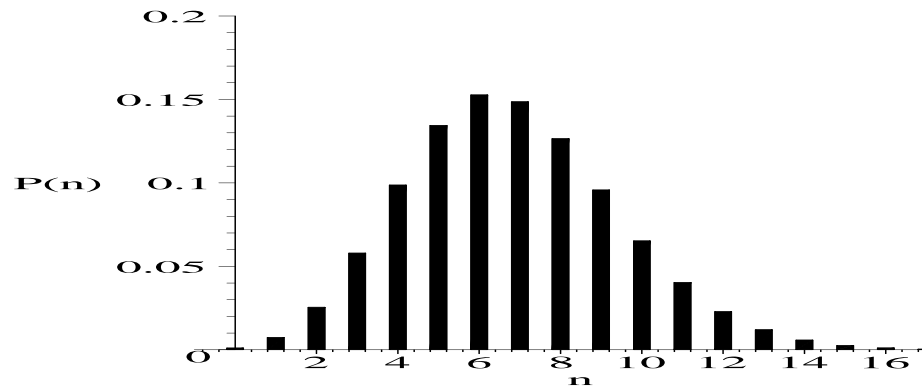


Figura 2.3: Distribuição do número de fótons para um estado coerente com $\alpha = 2.6$.

Parâmetro Q de Mandel

No estado coerente a flutuação no número é igual ao número médio de fótons, isto é, $(\Delta\hat{n})^2 = \langle\hat{n}\rangle$, o que resulta em $Q = 0$. O estado obedece assim à estatística poissoniana.

Variância nas quadraturas

O estado coerente é um estado de mínima incerteza, isto é:

$$(\Delta X_1)^2 = (\Delta X_2)^2 = \frac{1}{4}. \quad (2.47)$$

Na Fig. 2.4(a) mostramos a representação do estado coerente no espaço de fase.

Função de Wigner

A função de Wigner do estado coerente $|\alpha\rangle$ é dada por

$$W(\beta) = \frac{2}{\pi} \exp \left[-\frac{1}{2} |\alpha - \beta|^2 \right]. \quad (2.48)$$

A Fig. 2.4(b) exibe o gráfico da Função de Wigner de um estado coerente, para $\alpha = 2$.

Um estado coerente em cavidade pode ser produzido facilmente conectando um gerador de microondas na cavidade [44, 46]. Em modo viajante, ele é obtido usando um feixe de laser de alta qualidade (alta coerência, monocromaticidade e direcionalidade).

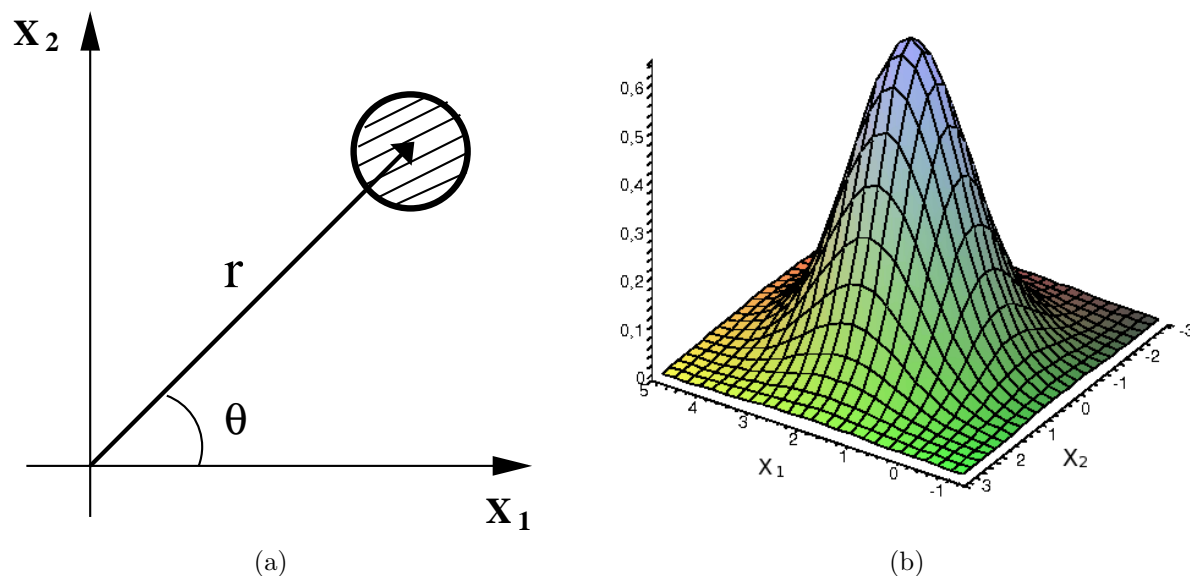


Figura 2.4: (a) Representação no espaço de fase do estado coerente. (b) Função de Wigner do estado coerente com $\alpha = 2$.

2.1.3 Estados comprimidos

Os estados comprimidos são estados de mínima incerteza, onde a compressão numa das quadraturas é menor que aquela observada no estados de vácuo. Dois exemplos de estados comprimidos, dentre vários, são: o estado coerente comprimido $|z, \alpha\rangle$ [11, 116, 117] e o estado comprimido ideal $|\alpha, z\rangle$ [118]. O primeiro é obtido aplicando o operador deslocamento no estado de vácuo, e em seguida aplicando operador de compressão:

$$|z, \alpha\rangle = \hat{S}(z)\hat{D}(\alpha)|0\rangle, \quad (2.49)$$

onde

$$\hat{S}(z) = e^{(z^*\hat{a}^2 - z\hat{a}^{\dagger 2})/2}, \quad (2.50)$$

e $z = \varepsilon e^{i\phi}$ é um parâmetro complexo, cujo módulo ε é o parâmetro de compressão e o ângulo ϕ é a direção de compressão mostrada na figura 2.5. $\phi/2$ é o ângulo entre X_1 e a reta que tem a direção da maior compressão (eixo menor da elipse). Isso é análogo a dizer que

$\phi/2$ é o ângulo que o eixo maior da elipse faz com X_2 pois X_1 e X_2 são perpendiculares. A razão pela qual usamos $\phi/2$ na figura 2.5 e não simplesmente ϕ é que para um rotação de 180° na elipse leva ela nela mesma, para usarmos $0 \leq \phi \leq 2\pi$ temos que definir o ângulo entre o eixo X_1 e a reta que tem a direção da maior compressão como sendo $\phi/2$.

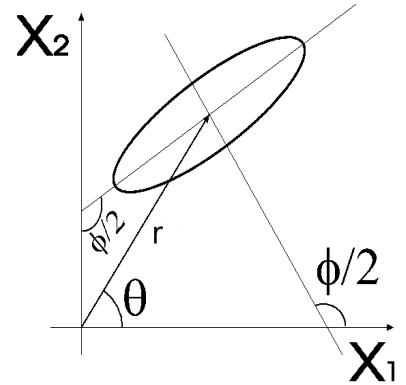


Figura 2.5: Significado de ϕ .

Na figura 2.6(a) ilustramos de forma esquemática a ação dos operadores $\hat{S}(z)$ e $\hat{D}(\alpha)$ no espaço de fase. O segundo tipo de estado comprimido é obtido aplicando o operador de compressão no estado de vácuo e depois o operador de deslocamento:

$$|\alpha, z\rangle = \hat{D}(\alpha)\hat{S}(z)|0\rangle. \tag{2.51}$$

Essa operação está ilustrada na figura 2.6(b).

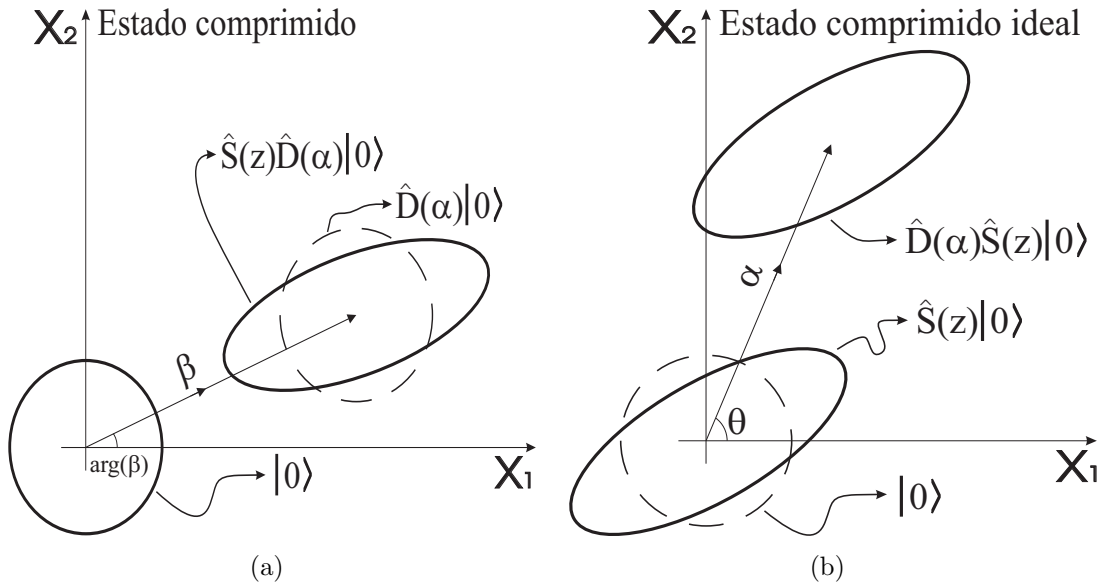


Figura 2.6: Representação no espaço de fase dos estados: comprimido (a) e comprimido ideal (b).

O operador de compressão satisfaz às seguintes propriedades:

$$\hat{S}^\dagger(z) = \hat{S}(-z) = \hat{S}^{-1}(z), \quad (2.52)$$

$$\hat{S}(z)\hat{S}^\dagger(z) = \hat{S}^\dagger(z)\hat{S}(z) = \hat{1}, \quad (2.53)$$

$$\hat{S}(z)\hat{a}\hat{S}^\dagger(z) = \mu\hat{a} + \nu\hat{a}^\dagger, \quad (2.54)$$

$$\hat{S}^\dagger(z)\hat{a}^\dagger\hat{S}^\dagger(z) = \mu\hat{a}^\dagger + \nu^*\hat{a}, \quad (2.55)$$

onde

$$\mu = \cosh \varepsilon, \quad \nu = e^{i\phi} \sinh \varepsilon. \quad (2.56)$$

A transformação unitária do operador deslocamento $\hat{D}(\alpha)$ pelo operador de compressão resulta em

$$\begin{aligned} \hat{S}(z)\hat{D}(\alpha)\hat{S}^\dagger(z) &= \hat{D}(\mu\alpha - \nu\alpha^*), \\ \hat{S}^\dagger(z)\hat{D}(\alpha)\hat{S}(z) &= \hat{D}(\mu\alpha + \nu\alpha^*), \end{aligned} \quad (2.57)$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} \hat{S}(z)\hat{D}(\alpha) &= \hat{D}(\mu\alpha - \nu\alpha^*)\hat{S}(z), \\ \hat{D}(\alpha)\hat{S}(z) &= \hat{S}(z)\hat{D}(\mu\alpha + \nu\alpha^*). \end{aligned} \quad (2.58)$$

Vemos claramente que $\hat{D}(\alpha)$ e $\hat{S}(z)$ não comutam, $[\hat{D}(\alpha), \hat{S}(z)] \neq 0$. A representação desse fato é mostrado na figura (2.7). Das relações (2.50) e (2.58) e denotando

$$\beta = \mu\alpha + \nu\alpha^*, \quad (2.59)$$

vemos que podemos transformar um estado no outro

$$|\alpha, z\rangle = |z, \beta\rangle. \quad (2.60)$$

Distribuição de número de fótons

O estado coerente comprimido $|z, \beta\rangle$, expandido na base de Fock resulta em

$$|z, \alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (2^n n! \mu)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\nu}{\mu}\right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{|\beta|^2}{2} + \frac{\nu^*}{2\mu}\beta^2} H_n\left(\frac{\beta}{\sqrt{2\mu\nu}}\right) |n\rangle, \quad (2.61)$$

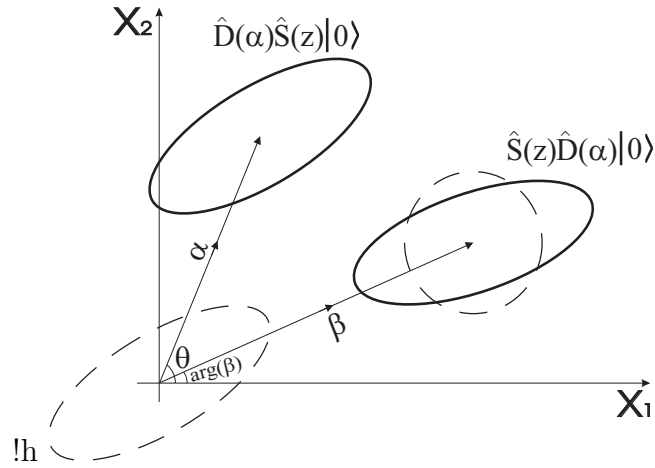


Figura 2.7: Estado $|\alpha, z\rangle$ e $|z, \alpha\rangle$.

donde se obtém a distribuição de número de fótons na forma

$$P_n = \frac{|\nu/(2\mu)|^n}{2^n n! \mu} \exp\left[\frac{\nu^*}{2\mu}\beta^2 - |\beta|^2\right] \left|H_n\left(\frac{\beta}{\sqrt{2\mu\nu}}\right)\right|^2. \quad (2.62)$$

Na figura 2.8 apresentamos as distribuições de fótons para o estado coerente comprimido $|z, \alpha\rangle$, para $\alpha = 3$ e alguns valores do parâmetro de compressão ε . À medida que este parâmetro cresce, a distribuição passa a apresentar oscilações, caracterizando interferências no espaço de fase e a natureza não-clássica do estado.

Parâmetro Q de Mandel

O número médio de fótons no estado comprimido ideal $|\alpha, z\rangle$ é dado por

$$\langle \hat{n} \rangle = r^2 + |\nu|^2. \quad (2.63)$$

Assim, a compressão contribui com $|\nu|^2$ fótons em média, enquanto que o deslocamento contribui com r^2 fótons. É interessante notar que o vácuo comprimido $|0, z\rangle$ tem um número médio de fótons igual a $|\nu|^2$, não sendo de fato um estado de vácuo. A dispersão no número de fótons é dada por:

$$(\Delta \hat{n})^2 = r^2[1 + 2 \sinh^2 r - \sinh(2\varepsilon) \cos(\phi - 2\theta)] + \sinh^2(2\varepsilon)/2, \quad (2.64)$$

que depende do valor de ϕ e θ do estado comprimido ideal. Na realidade, se relacionarmos esses ângulos por $\phi = 2\theta$, para dados valores de r e ε , temos a dispersão mínima no número de fótons, ao passo que se $\phi = 2\theta - \pi$, a dispersão no número de fótons é máxima.

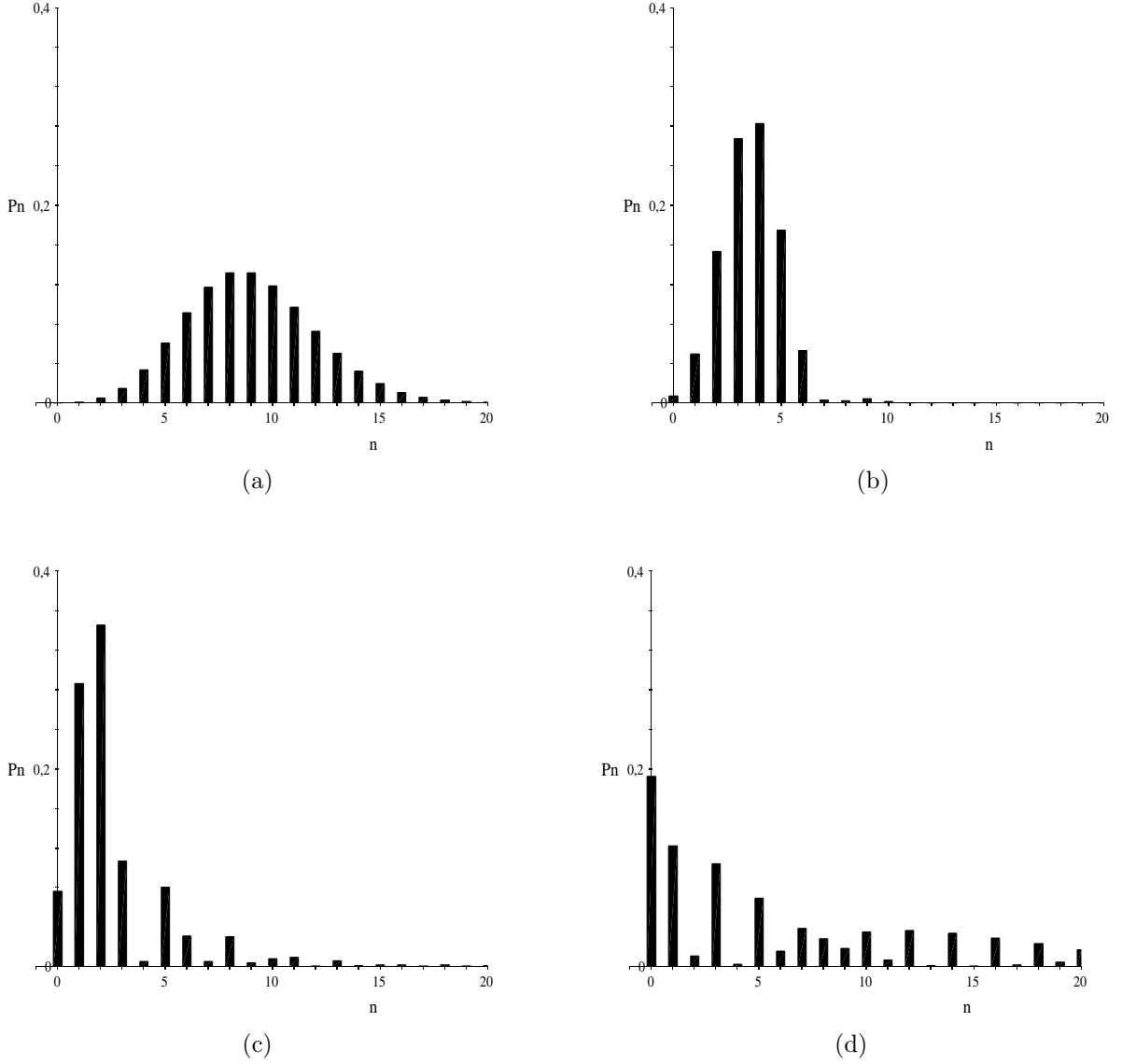


Figura 2.8: Distribuição de fótons do estado coerente comprimido $|z, \alpha\rangle$, com $\alpha = 3$, e (a) $\varepsilon = 0$; (b) $\varepsilon = 0,5$; (c) $\varepsilon = 1,0$ e (d) $\varepsilon = 2,0$.

Para o estado comprimido ideal temos, usando as equações (2.63) e (2.64), que:

$$Q = \frac{r^2 [e^{-2\varepsilon} \cos^2(\phi - 2\theta) + e^{2\varepsilon} \sin^2(\phi - 2\theta)] + 2 \sinh^2 \varepsilon \cosh^2(\varepsilon)}{r^2 + \sinh^2 \varepsilon} - 1. \quad (2.65)$$

Note que a dependência nos ângulos θ e ϕ indica que quando $\theta = \phi/2$, com $r > \varepsilon$, o valor de Q denota um caráter subpoissoniano, o que indica uma diminuição na flutuação no número de fótons. Ao contrário, quando $\theta = \phi/2 + \pi/2$, a flutuação no número de fótons aumenta. De fato, quando $\phi = 2\theta$ ($\phi = 2\theta - \pi$) a elipse do estado comprimido está sempre em uma direção

na qual a superposição overlap com os anéis do estado de número é maior (menor).

Compressão nas quadraturas

O estado coerente comprimido é um estado de mínima incerteza com incertezas nas quadraturas dadas por

$$(\Delta\hat{Y}_1)^2 = \frac{1}{4}e^{-2\varepsilon}, \quad (2.66)$$

$$(\Delta\hat{Y}_2)^2 = \frac{1}{4}e^{2\varepsilon}, \quad (2.67)$$

onde \hat{Y}_1 e \hat{Y}_2 são novos operadores de quadratura, que satisfazem:

$$\hat{Y}_1 + i\hat{Y}_2 = (\hat{X}_1 + i\hat{X}_2)e^{i\phi/2}, \quad (2.68)$$

onde \hat{X}_1 e \hat{X}_2 são os operadores de quadratura definidos anteriormente.

Função de Wigner

A função de Wigner do estado coerente comprimido $|z, \alpha\rangle$, descrito pelo operador densidade $\hat{\rho} = \hat{S}(z)|\alpha\rangle\langle\alpha|\hat{S}^\dagger(z)$, é obtida da função característica ,

$$\begin{aligned} \chi(\eta) &= \langle\alpha|\hat{S}^\dagger e^{\eta\hat{a}^\dagger - \eta^*\hat{a}}\hat{S}|\alpha\rangle \\ &= \exp\left\{-\frac{|\eta|^2}{2}\cosh(2\varepsilon) + [\eta\cosh(\varepsilon) + \eta^*e^{i\phi}\sinh(\varepsilon)]\alpha^* - [\eta e^{-i\phi}\sinh(\varepsilon) + \eta^*\cosh(\varepsilon)]\alpha \right. \\ &\quad \left. - (\eta^2 e^{i\phi} + \eta^* e^{i\phi})\sinh(2\varepsilon)/4\right\}, \end{aligned} \quad (2.69)$$

que substituindo na eq. (2.30), nos leva a

$$\begin{aligned} W(\beta) &= \frac{1}{\pi^2} \int \exp\left\{ -\frac{\cosh(2\varepsilon)}{2}|\eta|^2 + [\alpha^*\cosh(\varepsilon) - \alpha e^{i\phi}\sinh(\varepsilon) - \beta^*]\eta \right. \\ &\quad \left. - [\alpha\cosh(\varepsilon) - \alpha^*e^{i\phi}\sinh(\varepsilon) - \beta]\eta^* - \frac{e^{-i\phi}\sinh(2\varepsilon)}{4}\eta^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{e^{i\phi}\sinh(2\varepsilon)}{4}\eta^{*2}\right\} d^2\eta. \end{aligned} \quad (2.70)$$

A integral na eq. (2.70) pode ser resolvida usando a identidade:

$$\int \exp[-A|\eta|^2 + B\eta + C\eta^* + D\eta^2 + E\eta^{*2}] d^2\eta = \frac{\pi}{\sqrt{A^2 - 4DE}} \exp\left[\frac{ABC + B^2E + C^2D}{A^2 - 4DE}\right]. \quad (2.71)$$

Assim, a função de Wigner do estado coerente comprimido é dada por

$$W(\beta) = \frac{2}{\pi} \exp\{-4A|B|^2 + 8\text{Re}\{B^2 E\}\}, \quad (2.72)$$

onde $A = \cosh(2\varepsilon)/2$, $B = \alpha^* \cosh(\varepsilon) - \alpha e^{-i\phi} \sinh(\varepsilon) - \beta^*$ e $E = -e^{i\phi} \sinh(2\varepsilon)/4$.

Na figura 2.9 exibimos gráficos da Função de Wigner para o estado coerente comprimido para diversos valores dos parâmetros de compressão e deslocamento. No caso do estado de vácuo

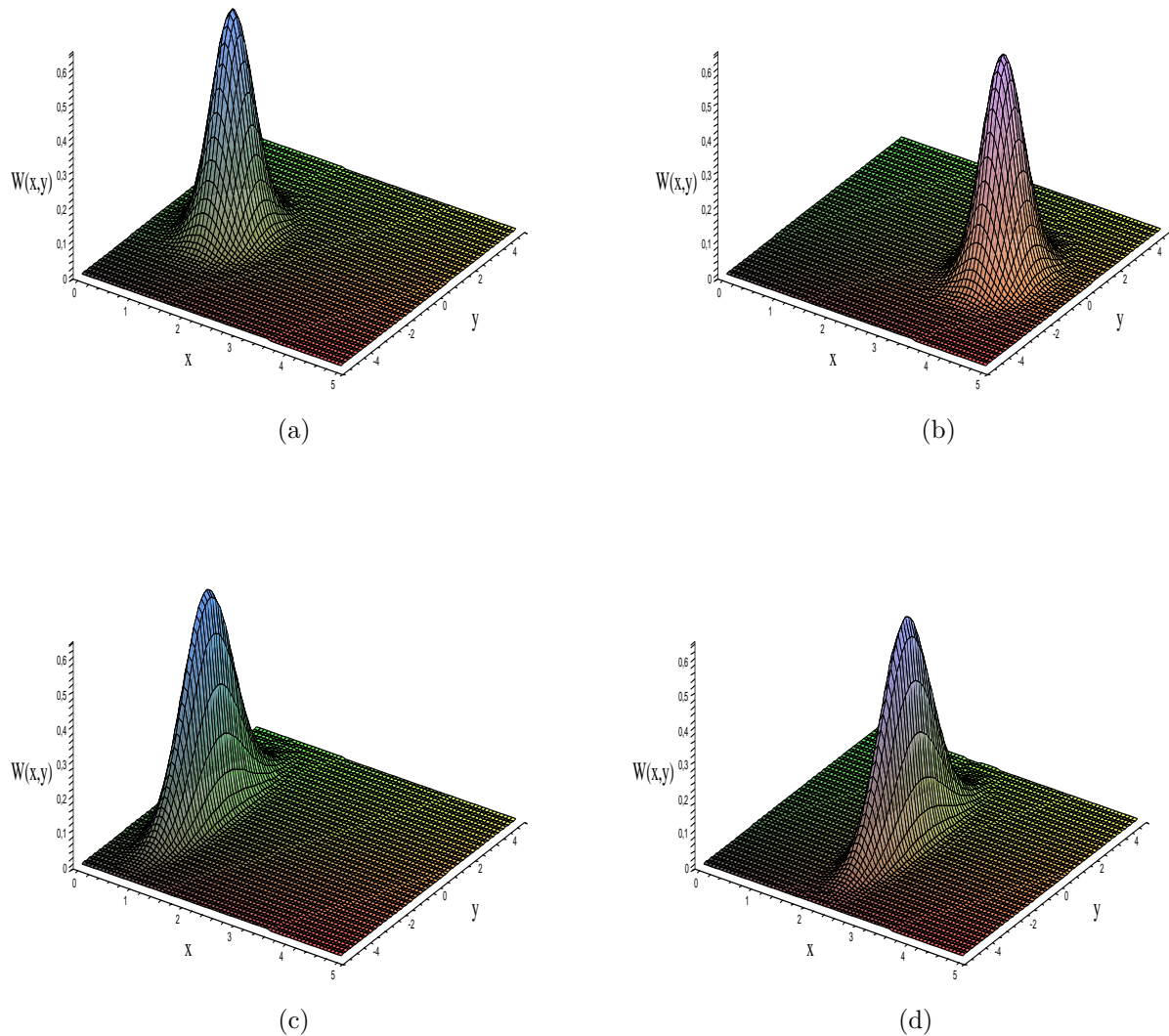


Figura 2.9: Função de Wigner do estado do coerente comprimido $|z, \alpha\rangle$, com $\varepsilon = 0,5$ para (a) $\alpha = 2$ e (b) $\alpha = 6$; com $\varepsilon = 1,0$ (c) $\alpha = 2$ e (d) $\alpha = 6$.

comprimido $|0, z\rangle$, a função Wigner é dada por:

$$W(\beta) = \frac{2}{\pi} \exp\left\{ - 2[\cosh(2\varepsilon) + \sinh(2\varepsilon)\cos(\phi)]x^2 - 2[\cosh(2\varepsilon) - \sinh(2\varepsilon)\cos(\phi)]y^2 + 4xy\sinh(2\varepsilon)\sin(\phi) \right\}. \quad (2.73)$$

A figura 2.10 mostra gráficos da Função de Wigner para estados de vácuo comprimido, com $\alpha = 2$, $\varepsilon = 0.5$ e $\phi = 0, \pi/2, \pi$, e $3\pi/2$. É interessante notar que a função de Wigner do estado de vácuo comprimido é sempre positiva, embora este estado seja não-clássico.

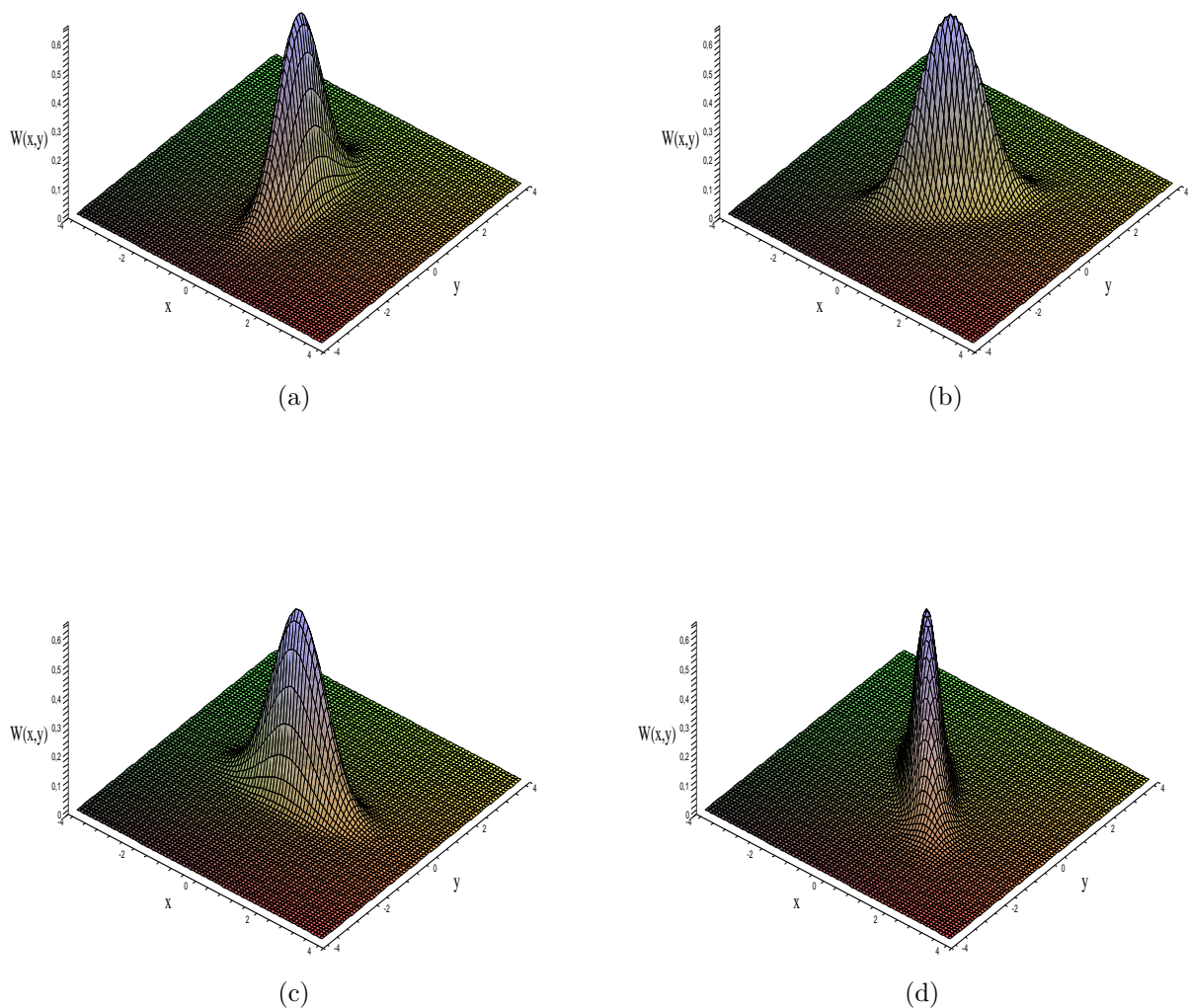


Figura 2.10: Função de Wigner do estado de vácuo comprimido $|z, 0\rangle$, com $\varepsilon = 0,5$, e (a) $\phi = 0$; (b) $\phi = \pi$; (c) $\pi/2 = 1,0$ e (d) $\pi = 3\pi/2$.

Os estados comprimidos são de alta relevância e tem aplicações em: sistemas de comunicação óptica, onde a informação é transmitida na quadratura do campo com menor flutuação quântica [119]; medições precisas de ondas gravitacionais por interferometria [118]; teletransporte com variáveis contínuas [67]. Sua geração em modo viajante requer uso de meios não-lineares [8, 120].

2.1.4 Estados de fase de Pegg-Barnett

Um outro estado fundamental do campo eletromagnético quantizado é o estado de fase. Ele desempenha um papel complementar ao estado de número, no sentido de que o operador de número \hat{n} e o operador de fase $\hat{\phi}$ satisfazem a relação de comutação $[\hat{\phi}, \hat{N}] = i$, e constituem assim um par de grandezas canonicamente conjugadas conforme postulado por Dirac [96] em 1927. Em 1963, Louisell [121] mostrou que esta relação de comutação conduz a absurdos ($0 = i$). Essa dificuldade foi atribuída à inexistência de um operador hermitiano de fase. Em 1988 Pegg e Barnett [15, 122] propuseram um operador de fase hermiteano, construído a partir de estados de fase definidos em um espaço de Hilbert truncado, os chamados estados de fase de Pegg-Barnett. Esse é o formalismo apresentado mais aceito pela comunidade científica, embora não haja unanimidade.

Os estados de fase de Pegg-Barnett, denotado por $|\theta_m\rangle$, são definidos por:

$$|\theta_m\rangle = \frac{1}{\sqrt{M+1}} \sum_{n=0}^M e^{in\theta_m} |n\rangle, \quad (2.74)$$

com a condição complementar

$$\theta_m = \theta_0 + \left(\frac{2\pi}{M+1} \right) m; \quad m = 0, 1, 2, \dots, M. \quad (2.75)$$

Nessas equações a dimensão do espaço de Hilbert é $M+1$ e θ_0 é uma fase de referência, que pode ser qualquer número real. A escolha de θ_0 determina uma base particular no subespaço e, dentro dele, o conjunto $\{|\theta_m\rangle\}$ forma uma base. O estado de fase ideal⁸ é obtido no limite

⁸O estado de fase é ideal, quando é necessário uma energia infinita para produzi-lo, a incerteza na fase sendo então nula.

$M \rightarrow \infty$. As propriedades desses estados foram estudadas nas referências [15, 122, 123], e uma proposta de geração foi discutida em [124]. Os estados de número $|n\rangle$ são expandidos pelos estados de fase como [122]:

$$|n\rangle = (N + 1)^{-1/2} \sum_{m=0}^N e^{-in\theta_m} |\theta_m\rangle. \quad (2.76)$$

O operador de fase de Pegg-Barnett [15] é construído como

$$\hat{\phi}_\theta = \sum_{m=0}^M \theta_m |\theta_m\rangle \langle \theta_m|, \quad (2.77)$$

onde $\hat{\phi}_\theta |\theta_m\rangle = \theta_m |\theta_m\rangle$. Após a obtenção dos valores médios com esse operador, deve-se fazer limite $M \rightarrow \infty$. Note que agora estamos diante de um operador de fase hermiteano.

2.2 Interação átomo-campo

Até a presente seção estivemos tratando do campo eletromagnético livre ou em uma cavidade. Agora consideraremos a presença de um único átomo na cavidade interagindo com o campo eletromagnético quantizado. Seguindo a teoria de Dirac da interação radiação-matéria [96], podemos escrever o hamiltoniano do sistema átomo-campo como

$$\hat{H} = \hat{H}_{CE} + \hat{H}_A + \hat{H}_I, \quad (2.78)$$

sendo \hat{H}_{CE} o hamiltoniano do campo eletromagnético livre dado pela eq. (2.7), \hat{H}_A o hamiltoniano do átomo livre e \hat{H}_I o hamiltoniano descrevendo a interação átomo-campo.

Consideremos que o átomo que está interage com o campo eletromagnético possui um único elétron de valência, e que os demais elétrons juntos com o núcleo formam um caroço que está em repouso. O modelo resultante corresponde a um elétron de carga e e massa m confinado por um potencial $V(r)$ determinado pelo caroço, com um campo eletromagnético externo descrito pelos potenciais vetor $\vec{A}(\vec{r}, t)$ e escalar $U(\vec{r}, t)$, com a interação dada pela prescrição de acoplamento mínimo [125], ou seja,

$$\mathcal{H}_{am} = \frac{1}{2m} [\vec{p} - e\vec{A}(\vec{r}, t)]^2 + eU(\vec{r}, t) + V(r), \quad (2.79)$$

onde \vec{p} é o momento linear do elétron. Portanto, o hamiltoniano (2.78) é escrito como:

$$\hat{H} = \hat{H}_{CE} + \hat{\mathcal{H}}_{am}. \quad (2.80)$$

2.2.1 Aproximação de dipolo elétrico

Podemos fazer uma simplificação adicional na hamiltoniana de acoplamento mínimo usando a aproximação de dipolo. Para um campo eletromagnético que possua um comprimento de onda característico λ muito maior do que a dimensão atômica⁹ r , podemos desprezar a variação espacial do campo ao longo do átomo. Aproximação de dipolo consiste então em tomar $\vec{k} \cdot \vec{r} \ll 1$, o que nos permite escrever o potencial vetor na forma:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}(t)e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_0}, \quad (2.81)$$

onde \vec{r}_0 é a posição do núcleo. Além disso, se o efeito do campo magnético sobre o elétron for desprezível quando comparado ao campo elétrico¹⁰, teremos os campos $\vec{E} = \vec{E}(t)$ e $\vec{B} = 0$ gerados pelos potenciais $\vec{A} = 0$ e $U = -\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r}_0, t)$. Assim, a eq. (2.79) é reescrita nesta aproximação como:

$$\mathcal{H}_{am} = \frac{1}{2m}p^2 + V(r) - e\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r}_0, t). \quad (2.82)$$

Trocando as grandezas canônicas por operadores, nos dois primeiros termos da eq. (2.82), obtemos o hamiltoniano atômico

$$\hat{H}_A = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + V(\hat{r}), \quad (2.83)$$

cujos autovalores $\{E_i\}$ e autoestados $\{|\psi_i\rangle\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, são usados para reescrevê-lo numa forma mais conveniente:

$$\hat{H}_A = \sum_{i=1}^N E_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i| = \sum_{i=1}^N E_i \hat{\sigma}_{ii}. \quad (2.84)$$

onde $\hat{\sigma}_{ii} = |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$. O operador de momento de dipolo é escrito como:

$$\hat{\vec{d}} = e\hat{\vec{r}} = \sum_{i,j=1}^N \vec{d}_{ij} |\psi_i\rangle \langle \psi_j| = \sum_{i,j=1}^N \vec{d}_{ij} \hat{\sigma}_{ij}, \quad (2.85)$$

⁹O tamanho do átomo é da ordem 1\AA . Assim para frequências menores que 10^{18} Hz os campos “enxergam” o átomo como um ponto.

¹⁰Usualmente, a intensidade da força magnética sobre o elétron é muito menor do que a força elétrica por um fator v/c , onde v é a velocidade do elétron.

onde $\vec{d}_{ij} = e\langle\psi_i|\vec{r}|\psi_j\rangle$ é o elemento de matriz de dipolo entre os estados $|\psi_i\rangle$ e $|\psi_j\rangle$. Do mesmo modo, o hamiltoniano de interação átomo-campo é obtido do último termo da eq. (2.82), substituindo neste as eqs. (2.85) e (2.12):

$$\hat{H}_I = -\hbar \sum_{i,j=1}^N \sum_k \hat{\sigma}_{ij} \left[\vec{d}_{ij} \cdot \vec{E}_k \hat{a}_k + \vec{d}_{ij}^* \cdot \vec{E}_k^* \hat{a}_k^\dagger \right]. \quad (2.86)$$

Portanto, na aproximação de dipolo, o hamiltoniano total para o sistema átomo-campo com interação é obtido substituindo as equações (2.11), (2.84) e (2.86) na eq. (2.78):

$$\hat{H} = \hbar \sum_{k=0} \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \sum_{i=1}^N E_i \hat{\sigma}_{ii} - \hbar \sum_{i,j=1}^N \sum_k \hat{\sigma}_{ij} \left[\vec{d}_{ij} \cdot \vec{E}_k \hat{a}_k + \vec{d}_{ij}^* \cdot \vec{E}_k^* \hat{a}_k^\dagger \right]. \quad (2.87)$$

A dinâmica do sistema descrita pelo hamiltoniano acima, envolvendo todos os modos do campo e todos os níveis atômicos, é extremamente complexa. Em seguida, nós discutiremos algumas aproximações que acarretam uma considerável simplificação, levando ao modelo de Jaynes-Cummings, no qual um átomo de dois níveis interage apenas com um modo do campo eletromagnético.

2.2.2 Modelo Jaynes-Cummings

O modelo Jaynes-Cummings [126] foi proposto em 1963 e tem solução exata. Apesar de sua simplicidade, fornece um excelente intuição na descrição da interação radiação-matéria. Por essa razão, vem sendo extensamente usado em óptica quântica.

Considere uma cavidade cuja geometria é ajustada de tal forma que a frequência de transição ω_0 entre dois níveis atômicos (com energias $E_g < E_e$ e autoestados $|g\rangle$ e $|e\rangle$) esteja muito próxima da frequência ω de um dos modos do campo (conforme mostrado na figura 2.11) e de tal forma que nenhum outro par de estados satisfaça essa propriedade. Além disso, levando-se em consideração que o operador de dipolo é ímpar com respeito à inversão $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$, enquanto que o hamiltoniano atômico é invariante¹¹, teremos necessariamente que os elementos de dipolo \vec{d}_{gg} e \vec{d}_{ee} são nulos¹². Assim, o hamiltoniano (2.87) é consideravelmente simplificado:

$$\hat{H} = \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + E_g \hat{\sigma}_{gg} + E_e \hat{\sigma}_{ee} + \hbar\Omega(\hat{\sigma}_{ge} + \hat{\sigma}_{eg})(\hat{a} + \hat{a}^\dagger). \quad (2.88)$$

¹¹Os autoestados $|g\rangle$ e $|e\rangle$ têm paridade definida.

¹²Isso vale para uma integral sobre todo o espaço, cujo integrando é uma função ímpar.

com $\Omega = -\vec{d}_{ge} \cdot \vec{E}$.

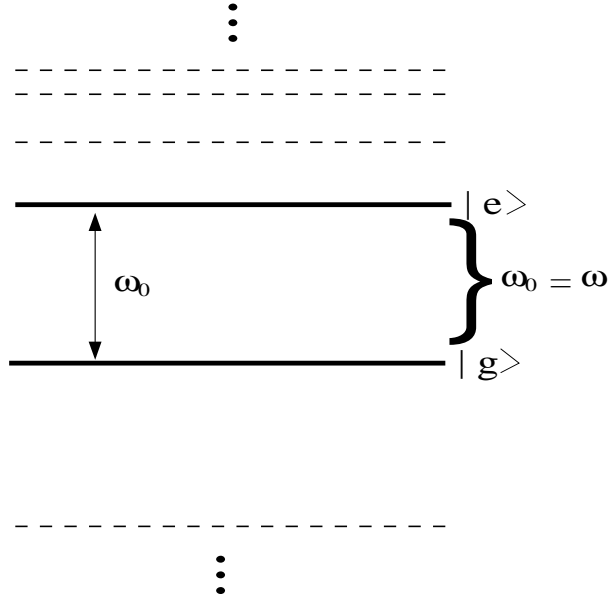


Figura 2.11: Diagrama dos níveis de energia do átomo, com a frequência de transição ω_0 ressonante com a frequência do campo ω .

Aproximação de onda girante

O sentido físico dos termos que aparecem na eq. (2.88) é melhor explicitado quando a reescrevemos na forma

$$\hat{H}_{JC} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\hbar\omega_0\hat{\sigma}_z + \hbar\Omega(\hat{a}\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-) + \hbar\Omega(\hat{a}\hat{\sigma}_- + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_+), \quad (2.89)$$

onde $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$, $\hat{\sigma}^- = \hat{\sigma}_{ge}$ e $\hat{\sigma}^+ = \hat{\sigma}_{eg}$. Note que na eq. (2.89) fizemos um deslocamento de $\hbar\omega_0/2$ na origem da energia da parte atômica.

O terceiro termo da eq. (2.89) descreve um processo ressonante, no qual a aniquilação de um fóton no campo (\hat{a}) está associado a uma excitação do átomo ($\hat{\sigma}_+$), e vice-versa, a criação de um fóton no campo (\hat{a}^\dagger) é seguido de um decaimento do átomo ($\hat{\sigma}^-$). Ou seja, o que se espera da interação átomo-campo. O quarto termo da eq. (2.89) representa um processo anti-ressonante ou contragirante, no qual a absorção de um fóton (\hat{a}) é seguida pela pelo decaimento do átomo $\hat{\sigma}^-$. A criação de um fóton (\hat{a}^\dagger) é seguida pela excitação do átomo. Agora vamos

escrever o hamiltoniano (2.89) na representação de interação através da relação

$$\hat{V} = \hat{U}_0^\dagger \hat{H}_{JC} \hat{U}_0 - i\hbar \hat{U}_0^\dagger \frac{\partial \hat{U}_0}{\partial t}, \quad (2.90)$$

onde

$$\hat{U}_0 = e^{-i\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} t} e^{-i\hbar\omega_0 \sigma_z t/2}. \quad (2.91)$$

Assim o hamiltoniano (2.89) na representação de interação é

$$\hat{V} = \hbar\Omega(\hat{a}^\dagger \sigma_- e^{-i\delta t} + \hat{a} \sigma_+ e^{-i\delta t}) + \hbar\Omega(\hat{a}^\dagger \sigma_+ e^{i(\omega_0+\omega)t} + \hat{a} \sigma_- e^{-i(\omega_0+\omega)t}), \quad (2.92)$$

onde $\delta = \omega_0 - \omega$ representa a dessintonia.

A aproximação de onda girante consiste em ignorar o terceiro e quarto termo do hamiltoniano (2.92) que oscilam rapidamente. Tal aproximação é válida quando $\Omega/\omega \ll 1$. Assim, na representação de interação, o hamiltoniano de Jaynes-Cumming na aproximação de onda girante é escrito como

$$\hat{V} = \hbar\Omega(\hat{a}^\dagger \sigma_- e^{-i\delta t} + \hat{a} \sigma_+ e^{-i\delta t}). \quad (2.93)$$

Para o caso ressonante, $\omega_0 = \omega$, temos

$$\hat{V}_{JC} = \hbar\Omega(\hat{a} \hat{\sigma}^+ + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^-). \quad (2.94)$$

As dinâmicas associadas com o modelo Jaynes-Cummings são solúveis exatamente.

Utilizando a relação $|i\rangle\langle j||k\rangle\langle l| = |i\rangle\langle l|\delta_{kj}$ temos que

$$\left(\frac{\hat{H}_{JC}}{\hbar}\right)^{2k} = \Omega^{2k}[(\hat{a}\hat{a}^\dagger)^k |e\rangle\langle e| + (\hat{a}^\dagger\hat{a})^k |g\rangle\langle g|], \quad (2.95)$$

$$\left(\frac{\hat{H}_{JC}}{\hbar}\right)^{2k+1} = \Omega^{2k+1}[(\hat{a}\hat{a}^\dagger)^k \hat{a} |e\rangle\langle g| + (\hat{a}^\dagger\hat{a})^k \hat{a}^\dagger |g\rangle\langle e|], \quad (2.96)$$

onde k ($k \geq 0$) é um número inteiro. Desse modo, o operador de evolução temporal $\hat{U}_{JC}(t) = \exp(-i\hat{V}_{JC}t/\hbar)$ do sistema átomo-campo pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} \hat{U}_{JC}(t) &= \cos(\Omega t \sqrt{\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1}) |e\rangle\langle e| + \cos(\Omega t \sqrt{\hat{a}^\dagger \hat{a}}) |g\rangle\langle g| \\ &- i \frac{\sin(\Omega t \sqrt{\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1})}{\sqrt{\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1}} \hat{a} |e\rangle\langle g| - i \frac{\sin(\Omega t \sqrt{\hat{a}^\dagger \hat{a}})}{\sqrt{\hat{a}^\dagger \hat{a}}} \hat{a}^\dagger |g\rangle\langle e| \end{aligned} \quad (2.97)$$

As soluções do modelo Jaynes-Cummings considerando a aproximação de onda girante revelam muitos efeitos decorrentes da natureza quântica do campo eletromagnético, tais como colapsos e ressurgimentos de inversão de população atômica para um campo inicialmente num estado coerente [10], antiagrupamento de fótons no campo de radiação [127] e modelam a geração de estados emaranhados em cavidades de microondas [47].

2.2.3 Interação dispersiva

Na seção anterior discutimos o modelo Jaynes-Cummings na aproximação de onda girante, onde um átomo de dois níveis interage com um único modo do campo ressonantemente. A obtenção de uma interação átomo-campo longe da ressonância, a chamada interação dispersiva, é possível através do efeito Stark¹³. Quando aplicamos um campo elétrico externo na cavidade, obtemos um alargamento dos níveis de energia do átomo, produzindo assim uma dessintonia entre as frequências de transição atômica e a do campo da cavidade, conforme mostrado na figura 2.12. Por um conveniente ajuste da dessintonia, apenas transições virtuais ocorrem entre os níveis $|e\rangle$ e $|g\rangle$. Assim uma característica importante desse tipo de interação é que não há troca de fótons entre o átomo e o campo, mas apenas mudança de fase nos níveis internos do átomo, que depende do número de fótons dentro da cavidade. Entre possíveis aplicações destacamos as medidas quânticas não-demolidoras [39] e a preparação de estados não-clássicos, sendo o estado tipo “gato de Schrödinger” [39] um exemplo deste último.

Podemos obter a forma do hamiltoniano dispersivo a partir do hamiltoniano (2.89) no limite de forte dessintonia. Para esta finalidade, utilizaremos a chamada aproximação de James [128]. Nesta aproximação, o hamiltoniano efetivo é escrito como

$$\hat{H}_{ef}(t) = \frac{1}{i\hbar} \hat{V}(t) \int \hat{V}(t') dt', \quad (2.98)$$

onde $\hat{V}(t)$ é o hamiltoniano inicial na representação de interação. Assim, substituindo a eq. (2.93) na eq. (2.98) e descartando os termos que oscilam rapidamente, obtemos o hamiltono-

¹³Alargamento dos níveis atômicos devido à aplicação de um campo elétrico.

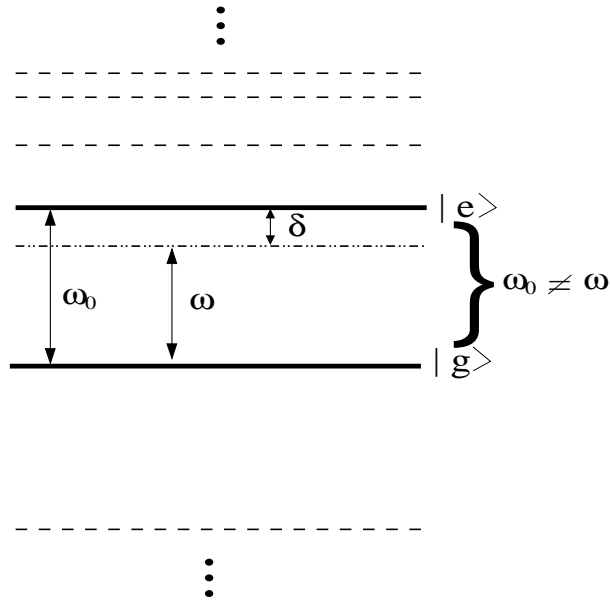


Figura 2.12: Diagrama dos níveis de energia de um átomo em que frequência do campo ω está fora da ressonância (interação dispersiva - a frequência de transição atômica (ω_0)).

niano efetivo que representa a interação dispersiva

$$\hat{H}_{disp} = \frac{\hbar\Omega^2}{\delta} [(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1)|e\rangle\langle e| - \hat{a}^\dagger\hat{a}|g\rangle\langle g|]. \quad (2.99)$$

2.2.4 Interação Raman

A interação Raman degenerada refere-se a um átomo de três níveis tipo Λ interagindo com um único modo do campo eletromagnético dentro da cavidade. O hamiltoniano do sistema é dado por

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \omega_f \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_i |i\rangle\langle i| + \omega_0 (|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|) \\ & + \lambda_1 (\hat{a}^\dagger |g\rangle\langle i| + \hat{a} |i\rangle\langle g|) + \lambda_2 (\hat{a}^\dagger |e\rangle\langle i| + \hat{a} |i\rangle\langle e|), \end{aligned} \quad (2.100)$$

onde $|e\rangle$ e $|g\rangle$ são os dois níveis inferiores degenerados [129], $|i\rangle$ é o nível superior do átomo, λ_1 (λ_2) é a constante de acoplamento do campo da cavidade com a transição atômica entre os níveis $|i\rangle$ e $|g\rangle$ ($|e\rangle$). ω_f , ω_0 e ω_i são, respectivamente, as frequências do campo, dos níveis de energia inferior e superior do átomo. Na Fig.2.13 exibimos um esquema dos níveis de energia.

Quando a frequência de transição atômica $\omega_i - \omega_0$ entre os níveis superior e inferior é altamente dessintonizada da frequência ω_f , i.e. $\Delta = (\omega_i - \omega_0) - \omega_f$ sendo grande, o nível

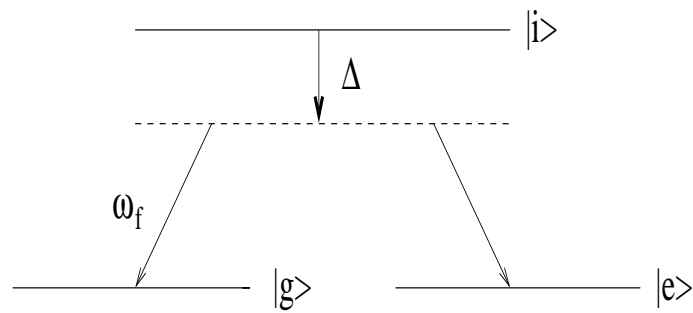


Figura 2.13: Diagrama dos níveis de energia de um átomo de três-níveis degenerado tipo- Λ interagindo com um modo do campo.

superior $|i\rangle$ pode ser adiabaticamente eliminado. Nesse caso, o hamiltoniano efetivo do sistema é dado por [130]:

$$H_e = -\beta a^\dagger a (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) - a^\dagger a (\beta_1 |g\rangle\langle g| + \beta_2 |e\rangle\langle e|), \quad (2.101)$$

onde

$$\beta = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\Delta}, \quad \beta_1 = \frac{\lambda_1^2}{\Delta}, \quad \beta_2 = \frac{\lambda_2^2}{\Delta}. \quad (2.102)$$

Capítulo 3

Preparação de estados não-clássicos em cavidades de microondas

Um importante tópico da Óptica Quântica é a preparação de estados não-clássicos do campo eletromagnético, tanto campos estacionários aprisionados em cavidades supercondutoras [79, 131, 41, 38, 25] como campos viajantes [90, 132, 124, 72, 71, 76, 81]. Neste Capítulo apresentamos propostas de preparação de estados não-clássicos de campos estacionários confinados em cavidade de microondas de alta qualidade. Discutimos a preparação da superposição circular de estados coerentes, assim como de estados coerentes comprimidos, e mostramos que, para convenientes escolhas de parâmetros, podem levar a estados de Fock do tipo $|2^N\rangle$ [84, 133, 85, 86] e também superposições de estados de Fock do tipo $A|k2^N\rangle + B|(k+1)2^N\rangle$ [87]. Discutimos ainda a preparação de estados contendo buracos, em posições controladas, na distribuição estatística de fótons.

3.1 Elementos da preparação de estados em cavidades

Nesta seção faremos uma introdução dos principais ingredientes envolvidos no processo experimental de preparação de estados, a saber: átomos de Rydberg, seletores de velocidade atômica, zonas de Ramsey, cavidades de micro-ondas de alta qualidade e detectores atômicos.

3.1.1 Átomos de Rydberg

Átomos de Rydberg são átomos artificiais, adequadamente preparados de modo que o

número quântico principal N do último elétron seja maior ou igual a 15 [134]. Devido ao alto valor de N , podem ser considerados de maneira aproximada como átomos hidrogenóides, sendo assim possível obter algumas propriedades importantes a partir das fórmulas para o átomo de Hidrogênio:

- Raio atômico: o raio atômico médio para o átomo de Hidrogênio é aproximadamente: $\bar{r} = N^2 a_0$, onde $a_0 = 0,5 \times 10^{-10}$ m. Para $N = 50$ (valor típico em experimentos de Óptica Quântica de Cavidade), o átomo de Rydberg será cerca de 2500 vezes maior que o átomo no estado fundamental, e conseqüentemente terá um volume da ordem de 10^9 vezes maior.
- Momento de dipolo: o momento de dipolo de transição entre os estados de Rydberg $N \rightarrow N - 1$ é aproximadamente: $d = N^2 e a_0$; portanto este átomo interage fortemente com campos eletromagnéticos.
- Tempo de vida: átomos de Rydberg do tipo circulares¹, com $N \sim 50$, possuem um tempo de vida da ordem de 30 ms (o tempo de vida cresce com N^5).

Usualmente, os átomos de Rydberg são preparados a partir de elementos alcalinos, tais como Rubídio (Rb) e Potássio (K). O processo de preparação parte de um feixe atômico no estado fundamental, que é então excitado por um feixe de laser. Experimentos em eletrodinâmica quântica de cavidade usam átomos de Rydberg com números quânticos adjacentes $n = 50$ (estado fundamental $|g\rangle$), $n = 51$ (estado excitado $|e\rangle$) e $n = 52$ (estado auxiliar $|i\rangle$). As cavidades são projetadas de forma que um dado modo interaja apenas com os níveis escolhidos, sendo os outros transparentes para o campo de radiação. Assim dizemos que temos dois ou três níveis, dependendo do número de níveis envolvidos no processo.

¹São uma classe especial de átomos de Rydberg em que o momento angular orbital l e sua projeção m , no eixo z , têm valores máximos: $m = l = n - 1$. Devido à regra de seleção de dipolo elétrico $\Delta l = \pm 1$, esses estados só podem se acoplar aos estados circulares imediatamente superiores ($n + 1$) ou inferiores ($n - 1$) e, por possuírem um momento de dipolo elevado, permitem um forte acoplamento com o campo eletromagnético.

3.1.2 Seletores de velocidade atômica

A seleção de velocidade atômica é um elemento essencial para realização de experimentos em cavidades de microondas. A técnica utilizada para esta finalidade envolve bombeamento óptico por seleção Doppler [47,51], que possibilita uma incerteza na velocidade menor que 2 m/s . Assim, a posição do átomo é determinada com uma precisão da ordem de 1 mm .

3.1.3 Zonas de Ramsey

Zonas de Ramsey são cavidades de baixo fator de qualidade ($Q \sim 10^3$) aprisionando campos eletromagnéticos deve ser constantemente bombeado devido a forte dissipação. Este processo mantém o caráter clássico do campo, mesmo quando este possui um baixo número médio de fótons (da ordem de 1), uma vez o átomo não se emaranha com o campo. A interação entre um átomo de Rydberg de dois níveis e o campo da zona de Ramsey é descrito pelo hamiltoniano

$$\hat{H}_{zR} = \hbar g |F| (\hat{\sigma}_+ e^{-i\varphi} + \hat{\sigma}_- e^{+i\varphi}), \quad (3.1)$$

sendo g a constante de acoplamento átomo-campo, $\hat{\sigma}_+$ e $\hat{\sigma}_-$ os operadores de Pauli e $|F|$ a intensidade do campo clássico. O hamiltoniano (3.1) conduz ao operador de evolução

$$\hat{U}_{zR} = \cos(\phi/2) \hat{I} - i \text{sen}(\phi/2) [e^{-i\varphi} \hat{\sigma}_+ + e^{+i\varphi} \hat{\sigma}_-] \quad (3.2)$$

com $\phi = 2g|F|t$ representando o ângulo de rotação e \hat{I} o operador identidade.

3.1.4 Cavidades de microondas de alta qualidade

Cavidades de Microondas são cavidades supercondutoras, normalmente de Nióbio, com alto fator de qualidade Q utilizadas para aprisionar o campo eletromagnético. O fator de qualidade determina o tempo de vida τ_v do campo eletromagnético no seu interior, e está conectado com a frequência do campo ω através da expressão

$$Q = \omega \tau_v. \quad (3.3)$$

Tais cavidades são resfriadas a temperaturas de aproximadamente $0,6\text{ K}$ por meio de um criostato de ^3He , resultando um número médio de fótons em torno de $0,02$. Para frequências na região de microondas ($\omega_c \sim 10^{10}\text{ Hz}$) e fator de qualidade $Q \sim 10^8$, os campos possuem um tempo de vida da ordem de 10^{-3} s a 10^{-2} s .

3.1.5 Detectores atômicos

Os detectores atômicos, ou detectores de ionização seletivos, são constituídos por duas placas metálicas, alimentadas por um campo elétrico, capaz de ionizar o átomo (conforme mostrado na figura 3.1). Devido à sua baixa eficiência ($\sim 70\%$), e a necessidade de discriminar os estados atômicos $|e\rangle$ e $|g\rangle$, são usados dois detectores seletivos D_e e D_g . Em D_e é aplicado um campo elétrico capaz de ionizar o átomo se este se encontrar no estado excitado $|e\rangle$, mas insuficiente para ionizá-lo caso se encontre no estado fundamental $|g\rangle$. No caso do segundo detector, D_g , um campo elétrico mais intenso é aplicado, suficiente para ionizá-lo no estado fundamental $|g\rangle$. Isso explica o fato do detector D_e ser sempre colocado antes de D_g .

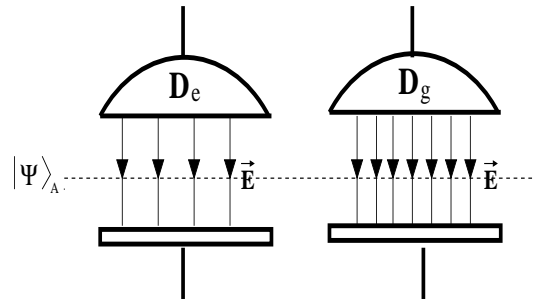


Figura 3.1: Esquema para a detecção atômica.

3.2 Superposição circular de estados coerentes

Nesta seção mostramos que a passagem sucessiva de átomos de Rydberg interagindo com um modo do campo eletromagnético estacionário, inicialmente preparado num estado coerente $|\alpha\rangle$, transforma-o numa Superposição Circular de Estados Coerentes (SCEC). Na figura 3.2 exibimos uma representação pictórica no espaço de fase do processo de geração da SCEC simetricamente distribuída. Na figura 3.2a o círculo cheio representa o estado coerente inicial,

que após a passagem do primeiro átomo transforma-se numa superposição de estados coerentes (figura 3.2b). Vários trabalhos da literatura [82] têm mostrado que tais estados formam uma

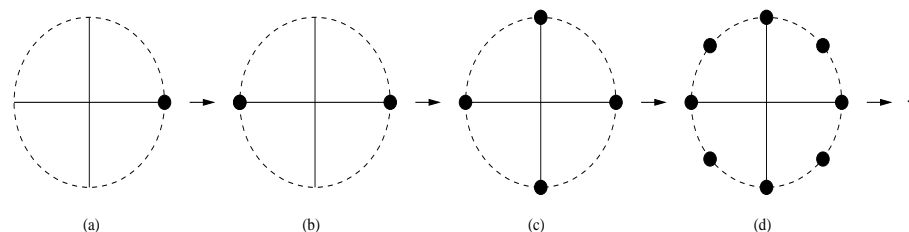


Figura 3.2: Representação pictórica no espaço de fase da geração da SECC.

boa base para representar estados quânticos, em particular estados de Fock. Essas idéias têm inspirado a investigação de estados circulares pares [135] e a produção de estados de número em armadilhas de íons [136, 22]. Por uma escolha conveniente de parâmetros, os fótons do estado coerente inicial $|\alpha\rangle$ são transferidos, no final do processo, para uma única componente $|2^N\rangle$ da base de Fock. Esse resultado pode ser verificado monitorando a função de Wigner, ou verificando a distribuição de número de fótons.

3.2.1 Geração da SCEC via interação dispersiva

A implementação da geração da SCEC via interação dispersiva [38] requer o uso de uma cavidade supercondutora de alta qualidade C , colocada entre duas cavidades de baixa qualidade (zonas de Ramsey R_1 e R_2), esquematicamente mostradas na figura 3.3.

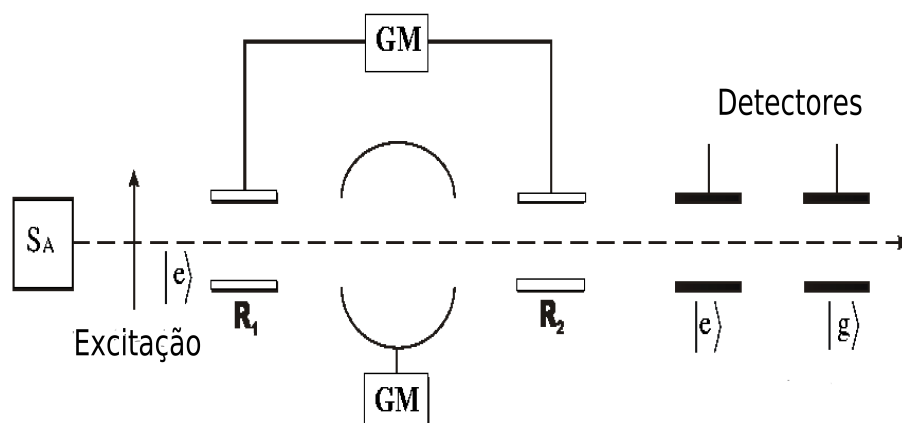


Figura 3.3: Ilustração esquemática do arranjo experimental para produção da SCEC numa cavidade de alta qualidade, usando interação dispersiva átomo-campo.

Os átomos de Rydberg são ejetados um a um da fonte S_A com velocidades atômicas selecionadas e, em seguida, preparados em estados excitados circulares $|e\rangle$ com número quântico principal $n = 51$. Quando atravessam as zonas de Ramsey R_1 e R_2 eles interagem com campos clássicos produzidos por um gerador de microondas (GM). Essas interações estão em ressonância com os níveis atômicos $|e\rangle$ e $|g\rangle$, e têm suas intensidades ajustadas para produzir um pulso $\pi/2$ sobre os estados atômicos, a saber:

$$|e\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle), \quad (3.4)$$

$$|g\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle - |e\rangle). \quad (3.5)$$

O papel do nível atômico auxiliar $|i\rangle$ é crucial no esquema (vide figura 3.4). A frequência da cavidade é ajustada próxima à ressonância (pequena dessintonia δ) com a frequência de transição $|e\rangle \longrightarrow |i\rangle$ longe da energia de transição $|g\rangle \longrightarrow |e\rangle$. Assim, o número de fótons do campo é mantido constante, e somente a fase pode variar. Em relação à transição $|g\rangle \longleftrightarrow |e\rangle$ a interação átomo-campo na cavidade C é dispersiva e descrita pelo hamiltoniano [99]:

$$H_{int} = \hbar\omega_{\text{eff}}\hat{a}^\dagger\hat{a} (|i\rangle\langle i| - |e\rangle\langle e|), \quad (3.6)$$

onde $\omega_{\text{eff}} = 2d^2/\delta$ e d é o momento de dipolo atômico. Desse modo, ao cruzar a cavidade, um átomo no estado $|e\rangle$ produz um deslocamento de fase no estado do campo. O átomo estado fundamental $|g\rangle$, por sua vez, não produz nenhum deslocamento de fase.

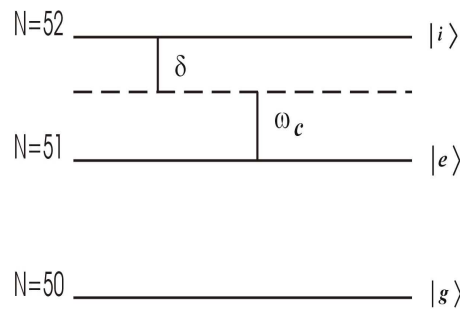


Figura 3.4: Esquema dos níveis de energia dos átomos de Rydberg envolvidos no processo de geração da SCEC.

Consideremos o campo na cavidade inicialmente no estado coerente $|\alpha\rangle$. A evolução do estado emaranhado átomo-campo quando o primeiro átomo cruza o sistema, segue os pas-

sos (desconsiderando normalizações e usando a identidade $e^{i\phi\hat{a}^\dagger\hat{a}}|\alpha\rangle = |e^{i\phi}\alpha\rangle$) apresentados na tabela 3.1, onde o subscrito 1 refere-se ao primeiro átomo e $\theta_1 = \omega_{\text{eff}}t_1$, e t_1 é o tempo que o átomo leva para cruzar a cavidade. A notação **ad** (**dd**) significa *antes de* (*depois de*). Quando o

Tabela 3.1: Evolução do estado átomo-campo durante a passagem do primeiro átomo através do sistema.

1 ^o átomo	$ \Psi\rangle_{\text{atomo+campo}}$
ad R ₁ :	$ e\rangle_1 \alpha\rangle$
dd R ₁ :	$(g\rangle_1 + e\rangle_1) \alpha\rangle$
dd C:	$ g\rangle_1 \alpha\rangle + e\rangle_1 e^{i\theta_1}\alpha\rangle$
dd R ₂ :	$ g\rangle_1(e^{i\theta_1}\alpha\rangle + \alpha\rangle) + e\rangle_1(e^{i\theta_1}\alpha\rangle - \alpha\rangle)$

átomo é detectado no estado $|g\rangle$ ($|e\rangle$), o campo na cavidade é projetado no estado $|e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |\alpha\rangle$ ($|e^{i\theta_1}\alpha\rangle - |\alpha\rangle$). Para nosso propósito, selecionamos a detecção no estado fundamental $|g\rangle$. Se um segundo átomo é ejetado depois da detecção do primeiro no estado fundamental $|g\rangle$ (o estado do campo na cavidade sendo $|e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |\alpha\rangle$), então o estado átomo-campo evolui como mostrado na tabela 3.2.

Tabela 3.2: Evolução do estado átomo-campo durante a passagem do segundo átomo através do sistema.

2 ^o átomo	$ \Psi\rangle_{\text{atomo+campo}}$
ad R ₁ :	$ e\rangle_2 (e^{i\theta_1}\alpha\rangle + \alpha\rangle)$
dd R ₁ :	$(g\rangle_2 + e\rangle_2) (e^{i\theta_1}\alpha\rangle + \alpha\rangle)$
dd C:	$ g\rangle_2 (e^{i\theta_1}\alpha\rangle + \alpha\rangle) + e\rangle_2 (e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha\rangle + e^{i\theta_2}\alpha\rangle)$
dd R ₂ :	$ g\rangle_2 [e^{i\theta_1}\alpha\rangle + \alpha\rangle + e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha\rangle + e^{i\theta_2}\alpha\rangle] + e\rangle_2 [- e^{i\theta_1}\alpha\rangle - \alpha\rangle + e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha\rangle + e^{i\theta_2}\alpha\rangle]$.

Percebemos que a detecção de um segundo átomo novamente em $|g\rangle$, leva à superposição do estado $|e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |\alpha\rangle$ com o estado $|e^{i\theta_1}\alpha\rangle - |\alpha\rangle$, girado de θ_2 . Dessa forma, após a passagem de N átomos através do sistema, com velocidades ajustadas tais que $\theta_1 = \theta$, $\theta_2 = \theta/2$, ..., $\theta_N = \theta/2^{N-1}$, e todos sendo detectados no estado $|g\rangle$, o estado do campo preparado na cavidade será:

$$|\Psi_N(\alpha, \theta)\rangle = \mathcal{N}_N(\alpha, \theta) \sum_{j=0}^{J_N} (|e^{i\theta}\alpha_j\rangle + |\alpha_j\rangle), \quad (3.7)$$

onde $\alpha_j = \alpha \exp(i\theta j/2^{N-1})$, $J_N = 2^{N-1} - 1$, e $\mathcal{N}_N(\alpha, \theta)$ é um fator de normalização. Os estados coerentes, constituintes da superposição na eq. (3.7), podem ser representados por pontos igualmente separados sobre um círculo de raio $|\alpha|$ no espaço de fase (plano complexo), variando no intervalo $[\theta_0, \theta_0 + 2\theta(1 - 2^{-N})]$, com $\theta_0 = \arg(\alpha)$. Sem perda de generalidade, tomamos α real e positivo ($\theta_0 = 0$). Note que, fixando $\theta = \pi$, recuperamos o caso simétrico estudado na Ref. [137], que é um estado par no sentido $|\Psi_N(-\alpha, \pi)\rangle = |\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$.

3.2.2 Propriedades estatísticas da SCEC

Nesta subseção investigaremos a possibilidade de preparar estados de Fock, com fidelidade próxima a 1, como caso particular de SCEC. Para tal, analisaremos a dependência da distribuição de número de fótons com os parâmetros α e θ . A constante de normalização $\mathcal{N}_N(\alpha, \theta)$ em (3.7), obtida impondo que $\langle \Psi_N(\alpha, \theta) | \Psi_N(\alpha, \theta) \rangle = 1$, com α real, é dada por

$$\mathcal{N}_N(\alpha, \theta) = [2^N \exp(-\alpha^2) \mathcal{A}_N(\alpha^2, \theta)]^{-1/2}, \quad (3.8)$$

onde

$$\mathcal{A}_1(\alpha^2, \theta) = e^{\alpha^2} + e^{\alpha^2 \cos \theta} \cos(\alpha^2 \sin \theta). \quad (3.9)$$

E, para $N \geq 2$:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_N(\alpha^2, \theta) &= \mathcal{A}_1(\alpha^2, \theta) + \frac{1}{2^N} \sum_{l=1}^{J_N} (2^N - 2l) \left\{ 2e^{\alpha^2 \cos(\theta l/2^{N-1})} \cos[\alpha^2 \sin(\theta l/2^{N-1})] \right. \\ &\quad + e^{\alpha^2 \cos(\theta + \theta l/2^{N-1})} \cos[\alpha^2 \sin(\theta + \theta l/2^{N-1})] \\ &\quad \left. + e^{\alpha^2 \cos(\theta - \theta l/2^{N-1})} \cos[\alpha^2 \sin(\theta - \theta l/2^{N-1})] \right\}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

A distribuição de número de fótons para a SCEC é obtida fazendo a expansão do estado (3.7) na base de Fock, e aplicando a eq. (2.23). Obtemos assim

$$P_N(n; \alpha, \theta) = |\langle n | \Psi_N(\alpha, \theta) \rangle|^2 = \mathcal{F}(|n\rangle, |\Psi_N\rangle), \quad (3.11)$$

onde $\mathcal{F}(|n\rangle, |\Psi_N\rangle)$ representa a fidelidade entre $|n\rangle$ e $|\Psi_N(\alpha, \theta)\rangle$, e

$$\langle n | \Psi_N(\alpha, \theta) \rangle = \frac{\mathcal{N}_N(\alpha, \theta) e^{-\alpha^2} \alpha^n}{\sqrt{n!}} \sum_{j=0}^{J_N} \left[e^{in\theta(1+j/2^{N-1})} + e^{in\theta(j/2^{N-1})} \right]. \quad (3.12)$$

Realizando a soma da série geométrica acima, encontramos

$$P_N(n; \alpha, \theta) = \frac{(\alpha^2)^n [1 - \cos^2(n\theta)]}{2^{N-1} \mathcal{A}_N(\alpha, \theta) n! [1 - \cos(n\theta/2^{N-1})]}. \quad (3.13)$$

Note que a condição de normalização $\sum_{n=0}^{\infty} P_N(n; \alpha, \theta) = 1$ leva diretamente à expansão em série de potências de α^2 do fator $\mathcal{A}_N(\alpha^2, \theta)$:

$$\mathcal{A}_N(\alpha^2, \theta) = \frac{1}{2^{N-1}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha^2)^n}{n!} \frac{[1 - \cos^2(n\theta)]}{[1 - \cos(n\theta/2^{N-1})]}. \quad (3.14)$$

Podemos mostrar que as propriedades estatísticas dos estados $|\Psi_N(\alpha, \theta)\rangle$ são determinadas em termo da função $\mathcal{A}_N(\alpha^2, \theta)$ e de suas derivadas (no que se segue $\mathcal{A}_N^{(m)}$ denota a derivada de ordem m) em relação a α^2 . De fato, temos que

$$\langle \hat{n} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n P_N(n; \alpha, \theta) = \alpha^2 \frac{\mathcal{A}_N^{(1)}(\alpha^2, \theta)}{\mathcal{A}_N(\alpha^2, \theta)}, \quad (3.15)$$

$$\langle \hat{n}^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 P_N(n; \alpha, \theta) = \langle \hat{n} \rangle + \alpha^4 \frac{\mathcal{A}_N^{(2)}(\alpha^2, \theta)}{\mathcal{A}_N(\alpha^2, \theta)}, \quad (3.16)$$

e, conseqüentemente, o fator de Mandel dado na eq. (2.25) pode ser escrito como:

$$q_N(\alpha^2, \theta) = \alpha^2 \left[\frac{\mathcal{A}_N^{(2)}(\alpha^2, \theta)}{\mathcal{A}_N^{(1)}(\alpha^2, \theta)} - \frac{\mathcal{A}_N^{(1)}(\alpha^2, \theta)}{\mathcal{A}_N(\alpha^2, \theta)} \right]. \quad (3.17)$$

A natureza da estatística dos fótons oscila entre o comportamento super e subpoissoniano, quando α^2 ou θ são variados, como ilustrado na figura 3.5 para o caso $N = 4$. Para estudar estados de Fock, devemos procurar o mínimo do parâmetro de Mandel q , tentando obter o limite $q_{\min} \rightarrow -1$.

3.2.3 Preparando estados de Fock do tipo $|2^N\rangle$

Nesta subseção investigaremos em detalhe a expressão da distribuição de fótons na eq. (3.13), procurando os valores de N , α e θ para os quais a fidelidade \mathcal{F} entre $|\Psi_N(\alpha, \theta)\rangle$ e um estado de Fock $|M\rangle$ é máxima. Procuraremos máximos de \mathcal{F} próximos à unidade.

Um estado de número $|M\rangle$ é completamente caracterizado por $P(n) = \delta_{n,M}$. Assim o que temos que fazer é encontrar uma SCEC para a qual $P(n)$ seja quase zero para todo n ,

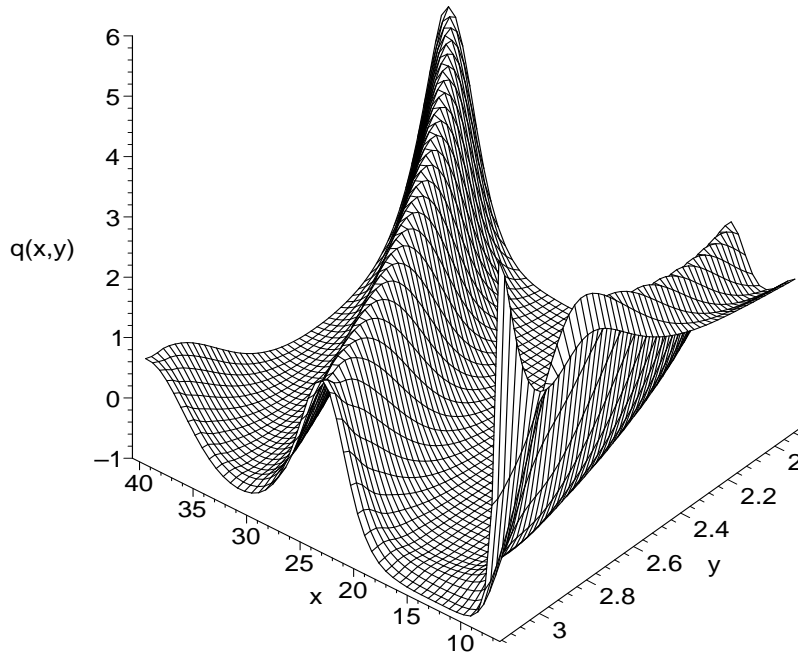


Figura 3.5: Fator de Mandel q como uma função de α^2 ($=x$) e θ ($=y$) para o estado $|\Psi_4(\alpha, \theta)\rangle$.

exceto para $n = M$. Da eq. (3.13), vemos que tal estado não existe. Todavia, quando θ é uma fração racional de π , a probabilidade $P_N(n; \alpha, \theta)$ apresenta zeros exatos, para α fixo. Essa característica é maximizada pela consideração de estados simétricos para os quais $\theta = \pi$. Nesse caso, os únicos estados de número ocupados são aqueles em que n é um múltiplo de 2^N , e a eq. (3.13) se reduz a

$$P_N(n; \alpha) = \frac{2^N (\alpha^2)^n}{\mathcal{A}_N(\alpha^2, \pi) n!} \delta_{n, 2^N k}, \quad (3.18)$$

com $k = 0, 1, 2, \dots$

O comportamento da probabilidade $P_N(n; \alpha, \theta)$, com relação a α , é ilustrado na figura 3.6 para o caso $N = 4$. Como vemos, para α pequeno, o sistema está essencialmente no estado de vácuo. Quando α cresce, a ocupação dos estados de Fock $|2^N\rangle$ aumenta a medida que a ocupação do estado $|0\rangle$ diminui, enquanto a participação do estado de vácuo na superposição $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ vai desaparecendo e se inicia a ocupação do estado de número $|2^{N+1}\rangle$. Prosseguindo nessa direção, a ocupação dos estados de n múltiplo de 2^N se torna significativa. Notamos também na figura 3.6 que um valor de α (α_{\max}) deve existir, para o qual a fidelidade entre $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ e $|2^N\rangle$ é máxima. Na tabela 3.3, apresentamos valores de α_{\max} para alguns valores

de N . Os valores otimizados de α são representados com duas casas decimais. Na prática no

Tabela 3.3: Valores de α que otimizam as fidelidades entre $|\Psi_N(\alpha_{\max}, \pi)\rangle$ e $|2^N\rangle$. Os inteiros entre parênteses representam números de decimais para os quais a aproximação é válida.

N	α_{\max}	$\mathcal{F}(\Psi_N(\alpha_{\max}, \pi)\rangle, 2^N\rangle)$
2	2,01	0,799
3	2,61	0,982
4	3,58	1 (3)
5	4,96	1 (8)
6	7,33	1 (13)

entanto, a fidelidade não é tão sensível à precisão de α . De fato, há um patamar nos valores de α para os quais $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ é próximo ao estado $|2^N\rangle$. Isto pode ser visto no gráfico do parâmetro de Mandel na figura 3.5 para o caso $N = 4$, onde há um patamar em torno de $\alpha^2 = 12,8$, no qual os valores de q_4 são muito próximos a -1 . Na figura 3.6(c) mostramos também que para $\alpha = 3,5$ (inferior a $\alpha_{\max} = 3,58$) já obtemos um estado que, com uma alta precisão, coincide com o estado de número $|16\rangle$.

O processo de geração de estados de Fock do tipo $|2^N\rangle$ pode ser ilustrado pela distribuição de fótons dos estados gerados em cada passo, quando N átomos passam através da cavidade ou, para o modo viajante, quando um campo externo cruza uma seqüência de N IMZs (ver Capítulo 4). Na figura 3.7 mostramos a preparação do estado $|8\rangle$ (correspondendo a $N = 3$). Observamos que a fidelidade entre o estado gerado e o estado de número $|8\rangle$ é alta (cerca de 98%). O restante de probabilidade está nos estados $|0\rangle$ e $|16\rangle$. Para o caso do estado de número $|16\rangle$ ($N = 4$), a figura 3.7(d) mostra que ele é obtido com fidelidade igual a 100%.

Para altos valores de N ($N > 4$), a fidelidade do estado $|2^N\rangle$ gerado torna-se altíssima, como mostrado na tabela 3.3. O processo de preparação do estado $|32\rangle$ é ilustrado pela distribuição de número de fótons do estado projetado quando N vai de 0 até 5, com o valor otimal de $\alpha_{\max} = 4,96$. Nesse caso, a fidelidade do estado $|32\rangle$ é igual a 1 com precisão de oito casas decimais. Mostramos seu gráfico na figura 3.8.

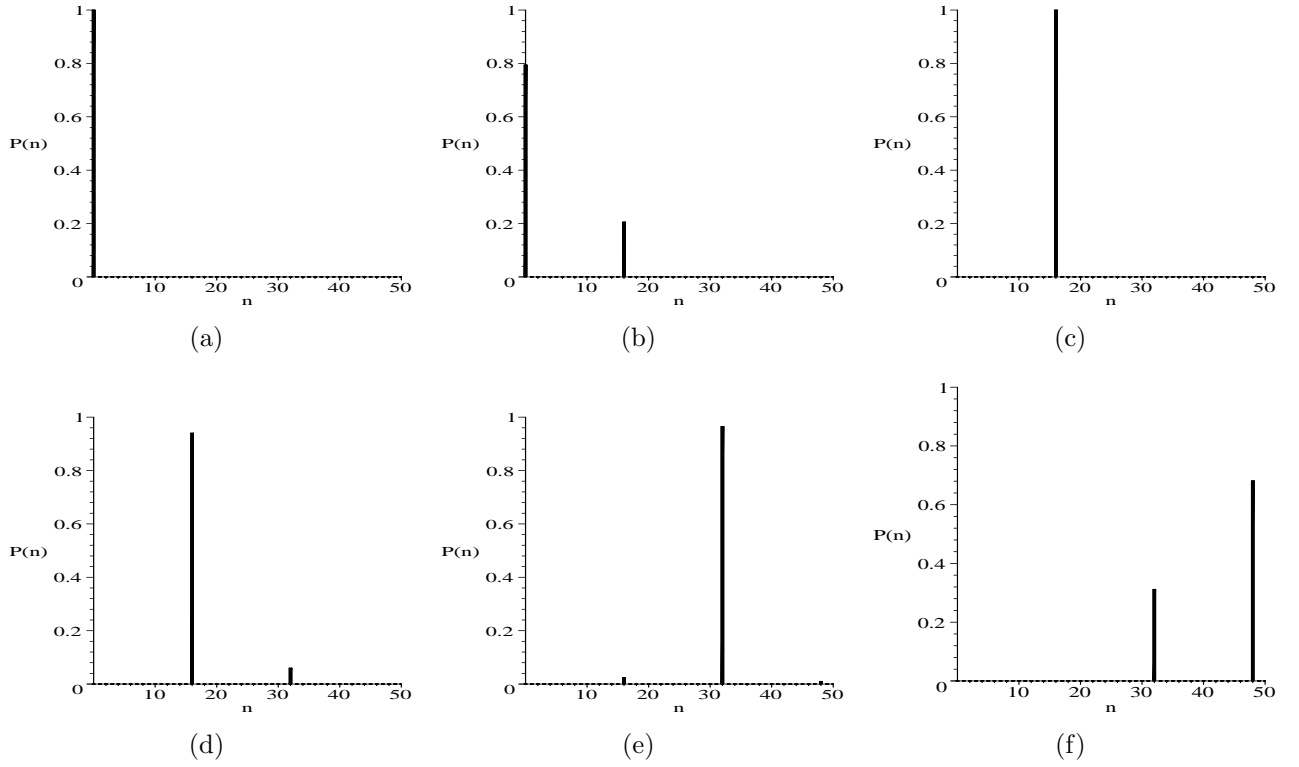


Figura 3.6: Distribuição de número de fótons dos estados $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$, para alguns valores de α : (a) $\alpha = 1.5$, (b) $\alpha = 2.5$, (c) $\alpha = 3.5$, (d) $\alpha = 4.5$, (e) $\alpha = 5.5$, (f) $\alpha = 6.5$.

Função de Wigner

De forma a verificar quão coincidente os estados $|\Psi_N(\alpha_{\max}, \pi)\rangle$ e $|2^N\rangle$ são, comparamos suas funções de Wigner. Essa função pode ser definida como a transformada de Fourier $W(\beta) = \pi^{-1} \int d^2\eta \exp(\eta^*\beta - \eta\beta^*)\chi(\eta)$, da função característica simetricamente ordenada da matriz densidade: $\chi(\eta) = \text{Tr}\{\rho \exp(\eta\hat{a}^\dagger - \eta^*\hat{a})\}$, onde $\beta = x + iy$ representa um ponto do espaço de fase. Considerando o estado (3.7) com $\theta = \pi$, obtemos depois de uma manipulação algébrica e integrações gaussianas, a função de Wigner do estado $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ na forma

$$W_{|\Psi_N\rangle}(\beta; \alpha) = \frac{e^{-2\beta\beta^*}}{2^{N-2}\pi\mathcal{A}_N(\alpha^2, \pi)} \sum_{j,k=0}^{J_N} \left\{ e^{-\alpha_j\alpha_k^*} \cosh[2(\alpha_j\beta^* + \alpha_k^*\beta)] + e^{\alpha_j\alpha_k^*} \cosh[2(\alpha_j\beta^* - \alpha_k^*\beta)] \right\}. \quad (3.19)$$

Para compará-la com a função de Wigner do estado $|2^N\rangle$, escolhemos para α o valor α_{\max} que maximiza a fidelidade. Na figura 3.9 mostramos o gráfico a função de Wigner para o caso de $N = 5$, com $\alpha = \alpha_{\max} = 4,96$.

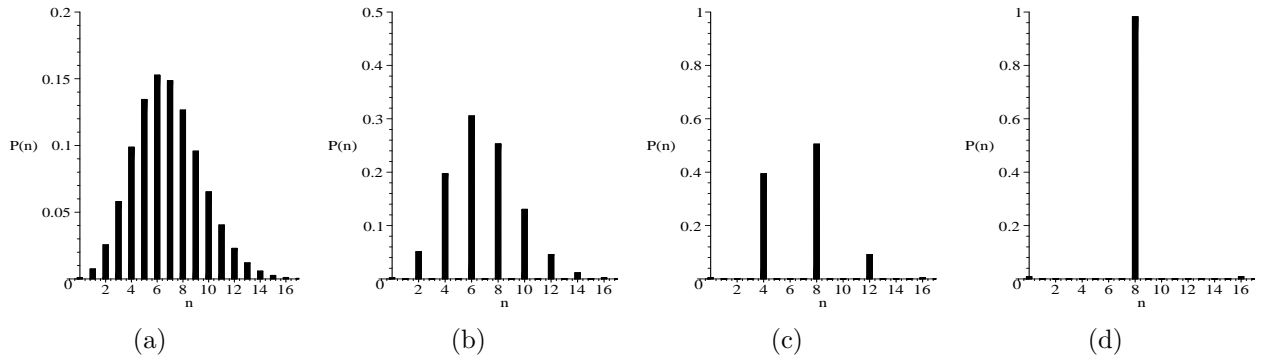


Figura 3.7: Evolução do processo de preparação do estado de Fock $|8\rangle$. Em todos os gráficos, fixamos $\alpha = 2.61$. As sub-figuras (a) a (d) correspondem aos valores $N = 0$ até $N = 3$.

Por outro lado, a função de Wigner do estado de Fock $|n\rangle$ é dada por

$$W_{|n\rangle}(\beta) = \frac{2}{\pi} (-1)^n e^{-2\beta\beta^*} L_n(4\beta\beta^*), \quad (3.20)$$

em que $L_n(z)$ representa os polinômios de Laguerre de ordem n . Observando a função de Wigner para o estado de Fock $|32\rangle$, não é possível distingui-lo daquele da figura 3.9. Para notar qualquer distinção tomamos a diferença entre as funções de Wigner do estado $|\Psi_5(4, 96, \pi)\rangle$ e do estado $|32\rangle$, mostrada na figura 3.10. Nela verificamos que a diferença entre os valores das funções é sempre inferior a 10^{-5} , que não detectável experimentalmente. Considerando o caso $N = 4$, a coincidência entre $|\Psi_4\rangle$ e $|16\rangle$ temos que $\max\{|W_{|\Psi_4\rangle}(\beta; 3.58) - W_{|16\rangle}(\beta)|\} \simeq 3 \times 10^{-3}$. Para maiores valores de N , a coincidência aumenta. Para $N = 6$ temos $\max\{|W_{|\Psi_6\rangle}(\beta; 7.33) - W_{|64\rangle}(\beta)|\} \simeq 3 \times 10^{-9}$. Para propósitos práticos, os estados $|\Psi_6(7.33, \pi)\rangle$ e $|64\rangle$ são os mesmos.

3.2.4 Preparação dos estados $A|k2^N\rangle + B|(k+1)2^N\rangle$

Aqui investigaremos a obtenção da Superposição de Dois Estados de Fock (SDEF) do tipo $A|k2^N\rangle + B|(k+1)2^N\rangle$ a partir da SCEC. Nosso procedimento será monitorar a distribuição de número de fótons da SCEC, verificando se ela se aproxima da distribuição de fótons da SDEF dada por $|A|^2\delta_{n_1, k2^N} + |B|^2\delta_{n_2, (k+1)2^N}$.

Como vimos na subseção anterior, quando θ é uma fração racional de π , $P_N(n; \alpha, \theta)$ dada pela eq. (3.13) apresenta zeros exatos (sistematicamente), independente do valor de α .

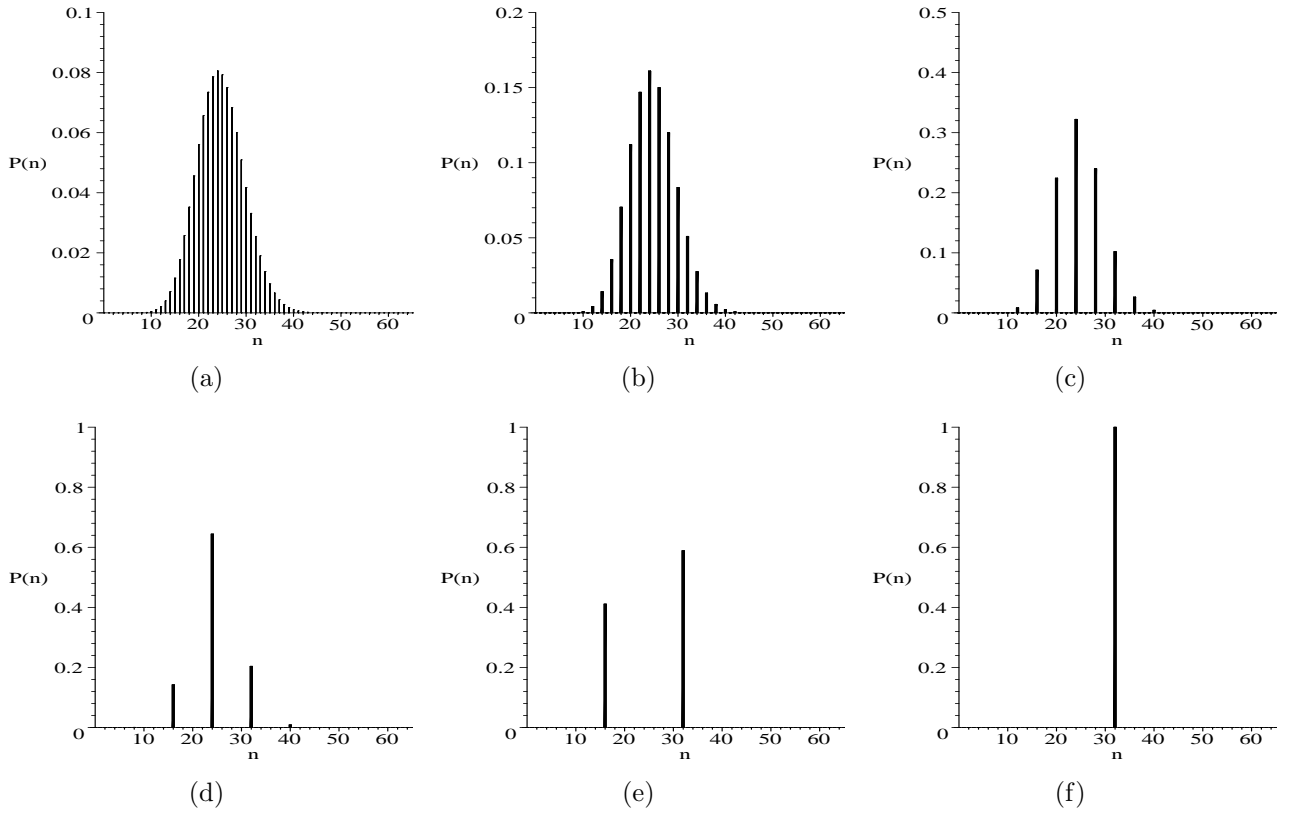


Figura 3.8: Evolução do processo de escultura do estado de Fock [32]; em todos os gráficos, fixamos $\alpha = 4.96$, e as sub-figuras (a) a (f) correspondem a $N = 0$ até $N = 5$.

Essa característica é maximizada quando consideramos o caso simétrico [137] onde $\theta = \pi$; nesse caso, os únicos estados de número são aqueles para os quais n é um múltiplo de 2^N . A expansão na base de Fock da SCEC simétrica resulta em:

$$|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle = \sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{2^N (\alpha^2)^{r2^N}}{(r2^N)! \mathcal{A}_N(\alpha^2, \pi)} \right)^{\frac{1}{2}} |r2^N\rangle, \quad (3.21)$$

onde $\mathcal{A}_1(\alpha^2, \pi) = 2 \cosh(\alpha^2)$ e, para $N \geq 2$,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_N(\alpha^2, \pi) &= 2 \cosh(\alpha^2) + \frac{1}{2^{N-3}} \sum_{l=1}^{J_N} (2^{N-1} - l) \\ &\times \cosh[\alpha^2 \cos(\pi l/2^{N-1})] \cos[\alpha^2 \sin(\pi l/2^{N-1})], \end{aligned} \quad (3.22)$$

que é uma forma simplificada da Eq. (3.10) para $\theta = \pi$.

O quadrado do coeficiente na expansão (3.21), considerada como função de $r2^N$, assemelha-se à distribuição de fótons do estado coerente inicial $|\alpha\rangle$: $P(n; \alpha) = (\alpha^2)^n / (n! e^{\alpha^2})$; a distinção entre elas ocorre pela presença do fator $2^{-N} \mathcal{A}_N(\alpha^2, \pi)$ no denominador da eq. (3.22). Este

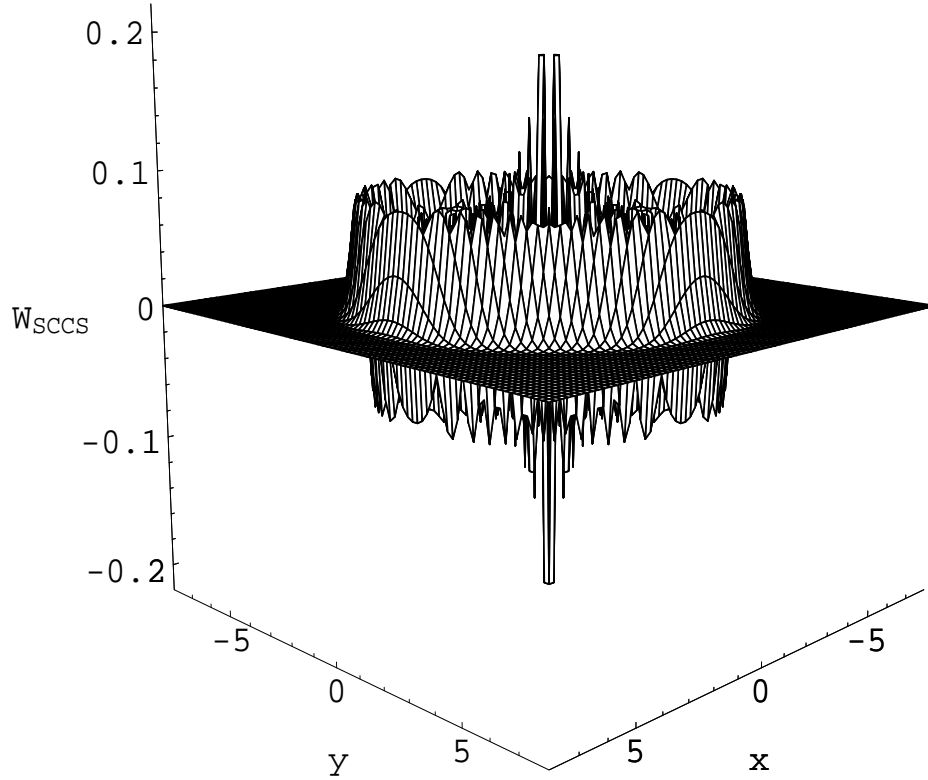


Figura 3.9: Função de Wigner para a SECC (= *SCCS*) com $N = 5$ e $\alpha = 4.96$, isto é $|\Psi_5(4.96, \pi)\rangle$.

fator também cresce exponencialmente com α^2 , mas pode ser verificado que para $\alpha \neq 0$, $e^{\alpha^2} > 2^{-1}\mathcal{A}_1(\alpha^2, \pi) > \dots > 2^{-N}\mathcal{A}_N(\alpha^2, \pi) > \dots$. Assim, a distribuição $C(n) = (\alpha^2)^n / (n! 2^{-N} \mathcal{A}_N(\alpha^2, \pi))$ tem valores maiores que aqueles de $P(n; \alpha)$, enquanto mantém a largura da distribuição de fótons essencialmente igual àquela do estado coerente inicial. Uma vez que o processo de “filtragem” da distribuição de fótons, levando à eq. (3.21), deixa ocupado somente estados de número múltiplos de 2^N , é razoável esperar que $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ se aproxime bem de uma superposição de estados de Fock tipo $\{|0\rangle, |2^N\rangle, \dots, |k2^N\rangle, \dots\}$. De fato, como é mostrado abaixo, a SDEF é obtida para $N \geq 4$.

Consideremos nossa SDEF como sendo uma superposição normalizada do tipo $A|k2^N\rangle + B|(k+1)2^N\rangle$; por simplicidade, fazemos $A = \sqrt{1-y}$ e $B = \sqrt{y}$, com $y \in [0, 1]$, o que nos dá:

$$|\Phi_{N,k}(y)\rangle = \sqrt{1-y}|k2^N\rangle + \sqrt{y}|(k+1)2^N\rangle. \quad (3.23)$$

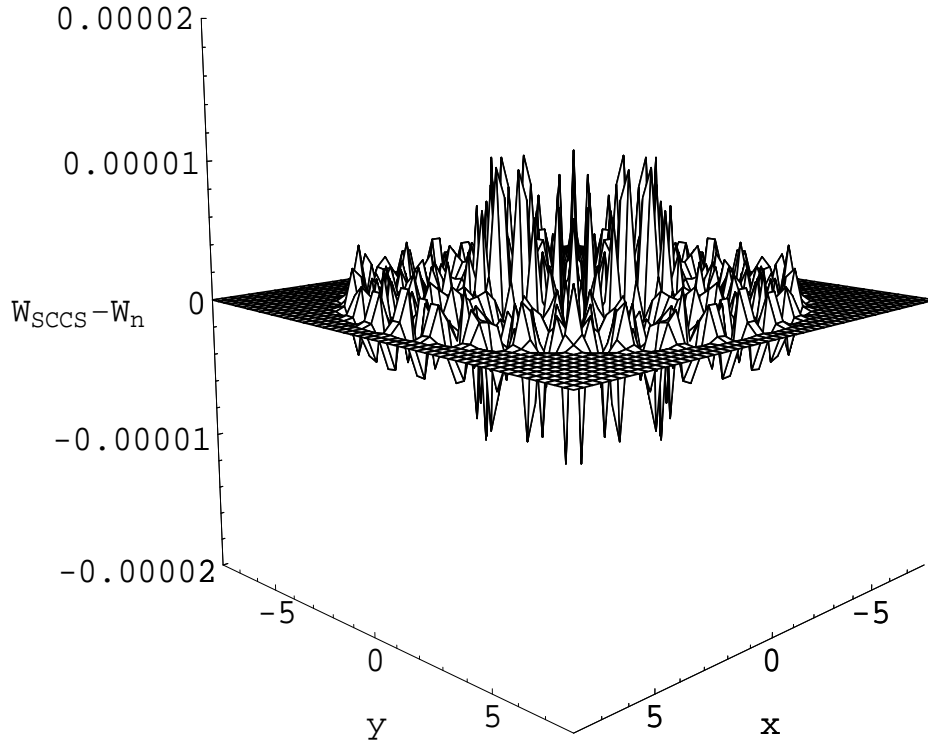


Figura 3.10: Diferença entre as funções de Wigner da SECC $|\Psi_5(4.96, \pi)\rangle$ e do estado de Fock $|32\rangle$.

Ao invés de olharmos para a distribuição de fótons da SCEC, vamos investigar como a fidelidade entre os estados $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ e $|\Phi_{N,k}(y)\rangle$ muda quando variamos os parâmetros α e y (para um valor fixo de N e k). Procuramos os valores ótimos que maximizem a fidelidade dada por:

$$\begin{aligned}
 F(|\Phi_{N,k}(y)\rangle, |\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle) &= |\langle \Phi_{N,k}(y) | \Psi_N(\alpha, \pi) \rangle|^2 \\
 &= \frac{2^N}{\mathcal{A}_N(\alpha^2, \pi)} \left\{ (1-y) \frac{(\alpha^2)^{k2^N}}{(k2^N)!} + y \frac{(\alpha^2)^{(k+1)2^N}}{[(k+1)2^N]!} \right. \\
 &\quad \left. + 2\sqrt{y(1-y)} \frac{(\alpha^2)^{k2^N+2^{N-1}}}{\sqrt{(k2^N)![(k+1)2^N]!}} \right\}. \tag{3.24}
 \end{aligned}$$

Para dados valores de N , k e y a fidelidade é uma função de α^2 ; na figura 3.11 exibimos os gráficos de $F = F(\alpha^2)$ para algumas superposições dos estados $|0\rangle$ e $|16\rangle$, isto é, fixando $N = 4$ e $k = 0$. Vemos que, para cada caso, a fidelidade atinge um máximo em algum valor de α^2 . Para $y = 0, 1, 0, 5$ e $0, 9$ (como mostrado na figura 3.11), os valores máximos ocorrem para

$\alpha^2 \simeq 5,93, 6,80$ e $7,80$ e são iguais a 1 com precisão de 6 casas decimais. Assim, com uma fidelidade extremamente alta, o estado $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ (para valores específicos de α) reproduz as superposições dos estados $|0\rangle$ e $|16\rangle$, com os correspondentes coeficientes.

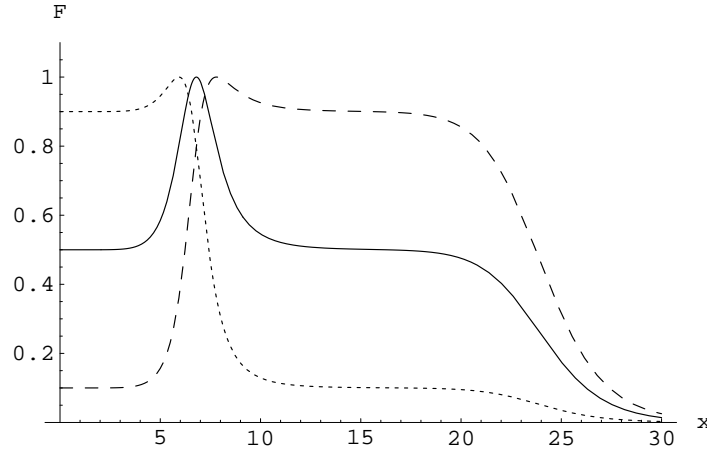


Figura 3.11: Fidelidade entre os estados $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ e $|\Phi_{4,0}(y)\rangle = \sqrt{1-y}|0\rangle + \sqrt{y}|16\rangle$, como uma função de $x = \alpha^2$, para alguns valores de y : 0.1 (linha pontilhada), 0.5 (linha cheia), 0.9 (linha tracejada); os máximos ocorrem em $x \simeq 5.93, 6.80$ e 7.80 . Eles são iguais a 1 com precisão de 6 casas decimais.

A correspondência entre $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ e $|\Phi_{4,0}(y)\rangle$, para valores apropriados de α e y , pode também ser encontrada analisando como a fidelidade desses estados depende de y . O gráfico da fidelidade é mostrada na figura 3.12 como uma função de y , para a família de estados com $N = 4$ e $k = 0$, e alguns valores de $x = \alpha^2$. Vemos novamente que, para cada valor de α^2 os valores máximos são atingidos para valores específicos de y , onde a fidelidade é muito próxima de 1. Neste exemplo, para α^2 igual a 6,0, 7,0 e 8,0, o valor máximo ocorre em $y \simeq 0,12, 0,61$ e $0,93$ respectivamente, a fidelidade sendo igual a 1 com precisão de 6 casas decimais. Os gráficos indicam que o estado $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$, quando variamos α , “interpola” entre os estados de Fock $|0\rangle$ e $|16\rangle$, com os valores correspondentes de x e y monotonicamente relacionados.

De fato, uma relação bijetiva conectando α^2 e y pode ser construída se associarmos a cada valor de $y \in [0, 1]$ um valor de α^2 (α_{max}^2) que maximiza a fidelidade entre estes estados. Reciprocamente, a relação inversa é encontrada se pesquisarmos os valor de y que maximiza a fidelidade entre $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ e $|\Phi_{4,0}(y)\rangle$ quando variamos α^2 . Na figura 3.13 mostramos o gráfico de y versus $x_m = \alpha_{max}^2$, exibindo a relação mencionada; consideramos $x_m \in [0, 12.8]$, os valores

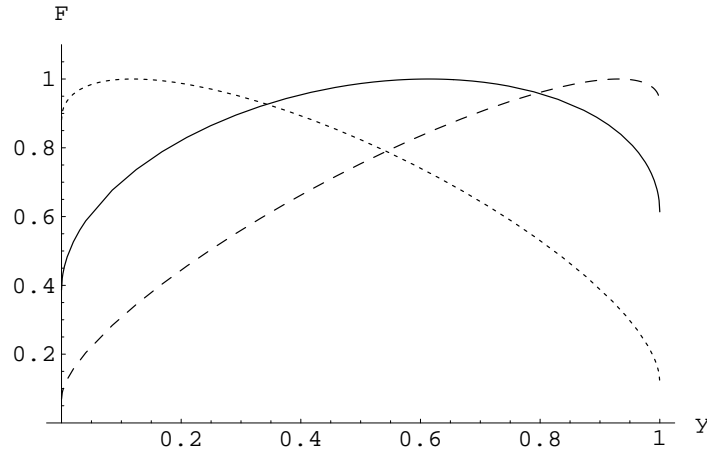


Figura 3.12: Fidelidade entre os estados $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ e $|\Phi_{4,0}(y)\rangle$, como uma função de y , para alguns valores de $x = \alpha^2$: 6.0 (linha pontilhada), 7.0 (linha cheia), 8.0 (linha tracejada). Os valores de máximos fidelidade ocorrem em $y \simeq 0.12, 0.61$ e 0.93 , e sendo iguais a 1 com precisão de 6 casas decimais.

extremos correspondendo àqueles que maximizam a fidelidade quando $y = 0$ e 1 , respectivamente. Notemos que, para pequenos e grandes valores de $x_m = \alpha_{max}^2$ (aproximadamente $x_m < 4.0$, $x_m > 11.0$), platôs aproximados aparecem onde o estado $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ torna-se muito próximo dos estados $|0\rangle$ e $|16\rangle$. Tais estados aparecem claramente em gráficos da fidelidade versus α^2 para $y = 0$ e $y = 1$, como pode ser visto extrapolando os comportamentos das curvas na figura 3.11. Somente no intervalo de valores de α^2 (aproximadamente entre 5.0 e 10.0) a interpolação entre os estados $|0\rangle$ e $|16\rangle$ acontece.

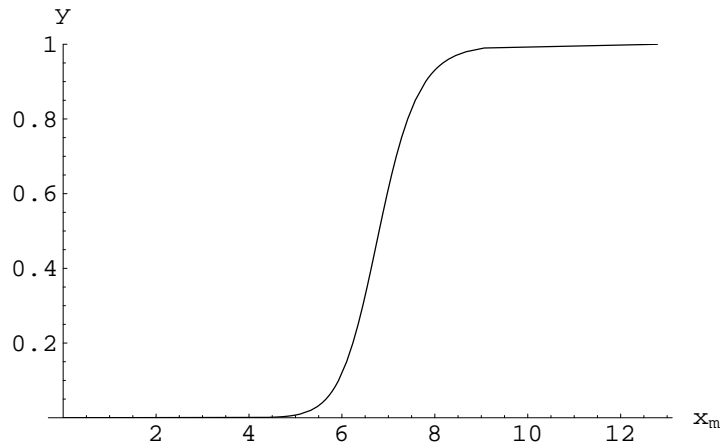


Figura 3.13: Parâmetro y versus $x_m = \alpha_{max}^2$.

Se consideramos valores maiores de α^2 ($\alpha^2 > 25.0$) a fidelidade entre $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ e

$|\Phi_{4,0}(y)\rangle$ torna-se muito pobre. Para ver o que acontece nesse caso, em comparação com os resultados para pequenos valores de α^2 , apresentamos na figura 3.14 a distribuição de fótons do estado $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ para vários valores de α^2 no intervalo $[0, 30]$. Observamos que, para valores maiores de α^2 , os estados $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ representam bem os elementos da família $|\Phi_{4,1}(y)\rangle = \sqrt{1-y}|16\rangle + \sqrt{y}|32\rangle$, mas a fidelidade máxima decresce para y muito próximo de 1 (correspondendo a $\alpha_{max}^2 \simeq 31.11$), como é evidenciado pelas pequenas ocupações dos estados de Fock $|16\rangle$ e $|48\rangle$ na figura 3.14(i); para $\alpha^2 = 22, 0, 24, 0, 26, 0$ e $31, 0$ (como considerado em figura 3.14(f)-(i)), os valores otimais correspondentes de y são aproximadamente 0.19, 0, 49, 0, 78 e 0, 93, com a fidelidade entre $|\Psi\rangle$ e $|\Phi\rangle$ sendo 0, 99997, 0, 99987, 0, 99926 e 0, 98495, respectivamente. Concluímos que o estado $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$, quando α aumenta a partir de 0, reproduz o estado de vácuo, superposição de $|0\rangle$ e $|16\rangle$, o estado de Fock $|16\rangle$ e superposição de $|16\rangle$ e $|32\rangle$, com a fidelidade levemente diminuída quando aproxima do estado $|32\rangle$.

Até aqui concentramos no exemplo com $N = 4$, que é uma boa representação da situação geral. De fato, a tendência geral é mantida para outros valores de N , isto é, o estado $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ reproduz superposições do tipo $|\Phi_{N,0}(y)\rangle = \sqrt{1-y}|0\rangle + \sqrt{y}|2^N\rangle$ (para pequenos valores de α^2) e superposições do tipo $|\Phi_{N,1}(y)\rangle = \sqrt{1-y}|2^N\rangle + \sqrt{y}|2^{N+1}\rangle$, para grandes valores de α^2 , mas com fidelidade levemente reduzida quando α^2 cresce. É interessante notar, todavia, que para pequenos valores de N (2 e 3) a fidelidade é menor que aquela do caso $N = 4$; para $N > 4$ a fidelidade torna-se extremamente alta. Agora, fazendo $y = 0$ (ou $y = 1$) e considerando os valores otimizados de α , obtém-se estados de Fock altamente excitados do tipo $|k2^N\rangle$, discutidos na seção anterior.

A produção da SDEF do tipo $\sqrt{1-y}|2^N k\rangle + \sqrt{y}|(k+1)2^N\rangle$, demanda um bom controle do parâmetros α e da fase dispersiva dada ao campo ($\pi/2^{j-1}$ na j -ésima etapa) no processo de geração do estado $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$. Isto envolve uma delicada configuração experimental para controlar a velocidade atômica e as intensidades do campo nas zonas de Ramsey.

Conforme indicado na figura 3.13, uma pequena mudança no valor de α^2 leva à geração de um estado $|\Psi_N(\alpha, \pi)\rangle$ que, embora de alta fidelidade, corresponde à SDEF com valor distinto

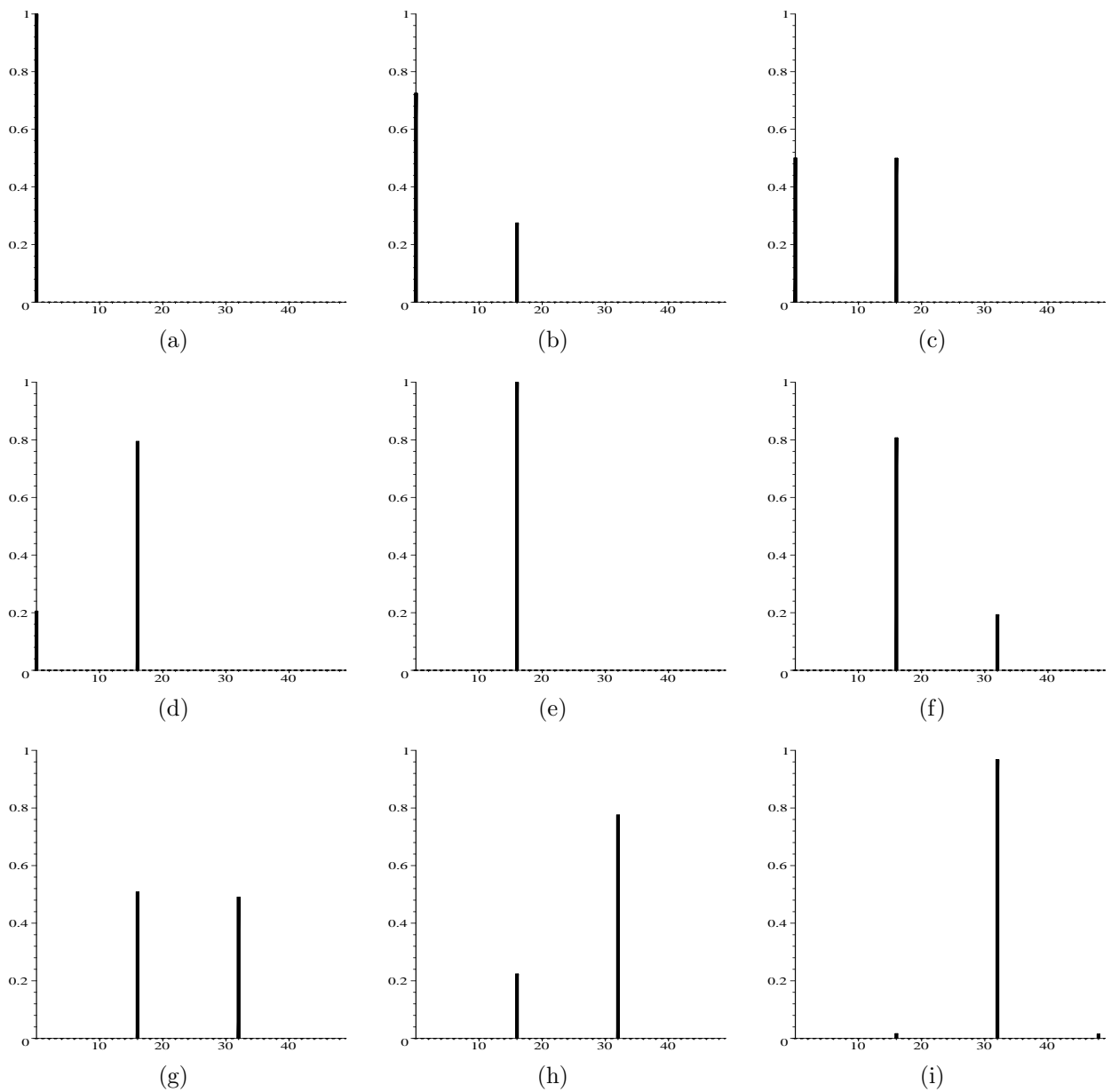


Figura 3.14: Distribuição de fótons do estado $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ para vários valores de α^2 : (a) 2.0; (b) 6.4; (c) 6.8; (d) 7.4; (e) 12.8; (f) 22.0; (g) 24.0; (h) 26.0; (i) 31.0.

de y . Por outro lado, o requerimento $\theta = \pi$ na SCEC de forma a obter uma SDEF desejada é bastante restritiva, pois a fidelidade entre os estados $|\Psi_N(\alpha, \theta)\rangle$ e $|\Phi_{N,k}(y)\rangle$ é muito sensível à precisão com que fixamos θ . Por exemplo, tomando pares de valores associados de α^2 e y (aqueles que aparecem nos casos considerados na figura 3.12: (5.93, 0.1), (6.80, 0.5) e (7.80, 0.9), para os quais a fidelidade entre $|\Psi_4(\alpha, \pi)\rangle$ e $|\Phi_{4,0}(y)\rangle$ são iguais a 1 (com precisão de seis casas decimais), a fidelidade entre $|\Psi_4(\alpha, \theta)\rangle$ e $|\Phi_{4,0}(y)\rangle$, para $\theta = \pi - \pi/100$, é 0.909, 0.815 e 0.850

respectivamente. Podemos ver que 1% de desvio de π leva a um decréscimo significativo na fidelidade, quando $|\Psi_4(\alpha, \theta)\rangle$ se aproxima de $|\Phi_{4,0}(y)\rangle$ para os três casos considerados. Esta situação é mais delicada para valores maiores de N , uma vez que devemos manter os deslocamentos de fase tão próximos de $\pi/2^{j-1}$ quanto possível, em cada etapa do processo. Além dos ajustes finos requeridos, a preparação da SCEC com valores grandes de N é também desfavorecida pelos efeitos de decoerência de estados, atingindo de modo drástico estados mais excitados.

3.2.5 Limitações experimentais

Citaremos alguns aspectos relevantes para a implementação experimental da geração de estados de Fock do tipo $|2^N\rangle$, tanto em cavidades de microondas quanto em modos viajantes. Para o caso de cavidades temos as seguintes considerações:

- A precisão no valor de α , como já mencionado, não é tão importante: variando α dentro de uma casa decimal em torno do valor ótimo não afeta os resultados. Tal liberdade não se aplica a θ que tem valor fixado em π . Variando θ na proximidade de $\theta = \pi$ altera substancialmente o estado $|\Psi_N(\alpha_{\max}, \theta)\rangle$, que deixa de ser um estado Fock, como indicado na figura 3.5, onde podemos ver que uma diminuição do valor de θ abaixo de π (de cerca de 0.1) eleva significativamente o parâmetro de Mandel para acima de -1 . Felizmente, a precisão experimental permite um controle do parâmetro θ na sua primeira casa decimal.
- É possível realizar experimentalmente um deslocamento de fase π no campo, induzido pela passagem do primeiro átomo através do arranjo apresentado na figura 3.3, permitindo a geração de estados do tipo “gatos de Schrödinger” em cavidades [45]. Além disso, temos de garantir que o segundo átomo produz um deslocamento de fase $\pi/2$ no campo, que o terceiro produz deslocamento de fase de $\pi/4$, e assim por diante. Isto requer uma seleção adequada de velocidade para os átomos que cruzam a cavidade.
- É necessário um controle delicado no tempo de chaveamento dos geradores de microondas

para ajustar adequadamente a intensidade do campo clássico nas zonas de Ramsey, de modo a produzir um pulso de $\pi/2$ nos estados atômicos, no instante em que o átomo entra na cavidade.

- Na prática, os detectores atômicos são não ideais. No momento os melhores detectores possuem uma eficiência de 70% [62].
- Por último, é necessário assegurar que o intervalo de tempo entre dois átomos consecutivos seja muito menor que o tempo de decoerência do campo deixado na cavidade pelo átomo anterior.

Portanto, aspectos experimentais sutis devem ser considerados na produção de estados de Fock em cavidades, mas em princípio o procedimento pode ser implementado, pelo menos para valores moderados de N - como usualmente se considera.

3.2.6 Geração da SCEC via interação Raman

Agora discutiremos a preparação da SCEC utilizando processos com interação Raman [85], que é um esquema mais simples, alternativo àquele apresentado na subseções anteriores. Nesse esquema, um átomo de três níveis degenerados tipo Λ (ver figura 2.13) interage com um modo do campo eletromagnético quantizado, confinado numa cavidade de microondas, e descrito pelo hamiltoniano (2.101). O procedimento é baseado num modelo prévio, proposto por Zheng e Guo [138], para geração de superposições arbitrárias de estados coerentes sobre um círculo centrado na origem do espaço de fase. O esquema experimental é mostrada na figura 3.15: S_A representa a “Fonte de átomos”. Na etapa seguinte prepara os átomos são excitados para o estado de Rydberg, “C” representa a cavidade de microondas e “MG” denota “gerador de microondas”, D_g (D_e) representa o detector atômico $|g\rangle$ ($|e\rangle$). Diferentemente do esquema da figura 3.21, o presente esquema dispensa as duas zonas de Ramsey.

Um átomo de Rydberg de três níveis tipo Λ , inicialmente preparado no estado excitado $|\Psi_A(0)\rangle = |e\rangle$, entra na cavidade e interage com um modo do campo eletromagnético preparado

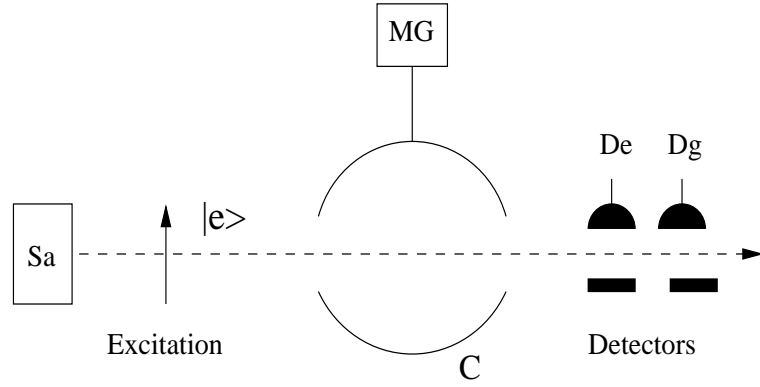


Figura 3.15: Esquema experimental para produção SCEC via interação Raman.

no estado coerente $|\alpha\rangle$ pelo gerador de microondas MG [37]. Por simplicidade, fazemos $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ no hamiltoniano (2.101), tal que $\beta_1 = \beta_2 = \beta$. Desse modo, a evolução temporal do estado inicial átomo-campo $|\Psi_{AF}(0) = |e\rangle|\alpha\rangle$ é dada por:

$$\begin{aligned} |\Psi_{AF}(t)\rangle &= \frac{1}{2} [e^{2i\hat{n}\beta t} - 1] |g, \alpha\rangle + \frac{1}{2} [e^{2i\hat{n}\beta t} + 1] |e, \alpha\rangle \\ &= \frac{1}{2} [(|e^{i\theta_1}\alpha\rangle - |\alpha\rangle) |g\rangle + (|e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |\alpha\rangle) |e\rangle], \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde $\theta_1 = 2\beta t$. Detectando o átomo no estado $|e\rangle$, o estado do campo é projetado na superposição par:

$$|\Psi_F(t)\rangle = \mathcal{N}_1 (|e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |\alpha\rangle), \quad (3.26)$$

onde \mathcal{N}_1 é a constante de normalização.

Na próxima etapa, um segundo átomo, também preparado no estado $|e\rangle$, é injetado na cavidade imediatamente após a detecção do primeiro. O estado inicial do campo encontrado pelo segundo átomo é dado pela eq. (3.26), de forma que o sistema átomo-campo evolui para o estado

$$\begin{aligned} |\Psi_{AF}^{(2)}(t)\rangle &= |e\rangle_2 [|\alpha\rangle + |e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |e^{i\theta_2}\alpha\rangle + |e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha\rangle] \\ &\quad - |g\rangle_2 [|\alpha\rangle + |e^{i\theta_1}\alpha\rangle - |e^{i\theta_2}\alpha\rangle - |e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha\rangle], \end{aligned} \quad (3.27)$$

e a detecção do segundo átomo no estado $|e\rangle$ leva o campo ao estado superposto

$$|\alpha\rangle + |e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |e^{i\theta_2}\alpha\rangle + |e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha\rangle. \quad (3.28)$$

Procedendo analogamente, após a passagem de N átomos através do sistema, com velocidades atômicas controladas, tais que $\theta_1 = \theta$, $\theta_2 = \theta/2$, \dots , $\theta_N = \theta/2^{N-1}$, com todos os átomos sendo detectados no estado $|e\rangle$, o estado do campo coincide com a SCEC dada na eq. (3.7):

$$|\Psi_N(\alpha, \theta)\rangle = \mathcal{N}_N(\alpha, \theta) \sum_{j=0}^{J_N} (|e^{i\theta}\alpha_j\rangle + |\alpha_j\rangle), \quad (3.29)$$

onde $\alpha_j = \alpha \exp(i\theta j/2^{N-1})$, $J_N = 2^{N-1} - 1$ e $\mathcal{N}_N(\alpha, \theta)$ é a constante de normalização.

Do mesmo modo que o esquema baseado na interação dispersiva, o procedimento de preparação da superposição (3.29) tem como consequência o crescimento exponencial da velocidade atômica. Isso constitui uma limitação do esquema, demandando um alto controle de velocidade. Na prática, velocidades atômicas no intervalo $v \sim 20 - 500$ m/s são realizáveis [139].

Para exemplificar tempos e velocidades atômicos envolvidos, discutimos a seguir mais realisticamente a criação do estado de Fock $|8\rangle$. Utilizamos os seguintes valores típicos de parâmetros envolvidos [44]: constante de acoplamento $\lambda \simeq 2\pi \times 24$ KHz, comprimento da cavidade $L_c \simeq 1$ cm, tempo de relaxação $t_{cav} \simeq 10^{-2}$ s [44]. Ajustando a dessintonia em $\Delta = 10\lambda$, obtemos os tempos de interação e as velocidades atômicas mostradas na tabela 3.4 para os átomos sucessivos. O tempo de interação total é de $182 \mu s$, menor que o tempo de decoerência $t_d = t_{cav}/2\alpha^2 \simeq 734 \mu s$ (para $\alpha = 2.61$ usado na preparação de $|8\rangle$ conforme a tabela 3.3). Assim, a princípio, o esquema é experimentalmente factível usando cavidades de microondas.

Em resumo, apresentamos um proposta alternativa para preparar a SCEC [85], e consequentemente, uma certa família de estados de Fock do tipo $|2^N\rangle$. Nossa proposta emprega a interação Raman de um átomo de Rydberg de três níveis tipo Λ com um modo do campo eletromagnético, preparado inicialmente no estado coerente. O presente procedimento constitui uma simplificação em comparação com o esquema baseado no uso de uma interação dispersiva [84], apresentada na subseção anterior, uma vez que economiza duas zonas de Ramsey. Esta simpli-

Tabela 3.4: Tempos de interação e velocidades atômicas para cada átomo envolvido na preparação do estado de número $|8\rangle$.

Átomo	θ_k	$\tau_k = \frac{\Delta}{2g^2}\theta_k$	$v_k = L_c/\tau_k$
1	π	104 μs	96 m/s
2	$\pi/2$	52 μs	192 m/s
3	$\pi/4$	26 μs	384 m/s

ficção não ocorre quando o estado atômico inicial é uma superposição da forma $C_e|e\rangle + C_g|g\rangle$, como empregada na referência [138] para outros propósitos. Diferentemente, nosso protocolo parte de um átomo preparado no estado $|e\rangle$, que torna a primeira zona de Ramsey desnecessária, simplificando o arranjo experimental.

3.2.7 Geração da SECC com interação dispersiva e bombeio clássico

Nesta subseção, mostraremos outro esquema alternativo para preparar a SCEC [86], e conseqüentemente, produzir os estados de Fock tipo $|2^N\rangle$. O presente procedimento é baseado num trabalho anterior de Zheng e Guo [140] e utiliza a interação de um átomo de Rydberg de dois níveis (bombeado por um campo clássico) com um modo do campo eletromagnético quantizado, aprisionado numa cavidade de microondas. Desse modo, através do efeito Stark escolhemos se o átomo vai interagir com o campo dispersivamente, ou sobre a ação do bombeio clássico, que simula zona de Ramsey. A principal vantagem desse esquema é que a velocidade atômica é fixa.

O procedimento descrito na referência [140] utiliza o hamiltoniano de Jaynes-Cummings com bombeio clássico [141] descrito por

$$\hat{H} = \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_a(t) \hat{S}_z + g(\hat{a}^\dagger \hat{S}^- + \hat{a} \hat{S}^+) + \varepsilon(t) e^{i\omega_L t} \hat{S}^+ + \varepsilon^*(t) e^{-i\omega_L t} \hat{S}^- \quad (3.30)$$

onde \hat{a} (\hat{a}^\dagger) é o operador de aniquilação (criação) de fótons, \hat{S}^\pm e \hat{S}_z representam os operadores atômicos, $\omega_a(t)$ é a frequência de transição atômica entre os estados $|e\rangle$ e $|g\rangle$, ω_c e ω_L são as frequências da cavidade e do campo clássico, respectivamente; g é a constante de acoplamento

e $\varepsilon(t)$ é a amplitude do campo clássico. Os parâmetros $\omega_a(t)$ e $\varepsilon(t)$ são dependentes do tempo e controlados externamente [140]. No presente trabalho não precisamos variar a amplitude do campo clássico; assim, por conveniência, $\varepsilon(t) = \varepsilon$. Isto torna o controle da interação mais simples do que na referência [140]. O arranjo experimental é o mesmo da figura 3.15. Para facilitar o entendimento, apresentamos a evolução temporal do sistema passo a passo [86]:

Primeira passo: inicialmente, considere que o átomo esteja em ressonância com o campo clássico, mas longe da ressonância com o campo quantizado. Desse modo, o hamiltoniano descrevendo o campo clássico atuando sobre o átomo é escrito como ($\hbar = 1$)

$$\hat{H}_{driven} = \omega_L \hat{S}_z + \varepsilon \hat{S}^+ e^{i\omega_L t} + \varepsilon^* \hat{S}^- e^{-i\omega_L t}, \quad (3.31)$$

onde $\varepsilon = |\varepsilon|e^{-i\pi/2}$. O átomo, inicialmente preparado no estado $|e\rangle$, interage com o campo clássico dentro da cavidade. Depois de um tempo τ , ele evolui para o estado

$$|\psi_A(\tau)\rangle = \cos(|\varepsilon|\tau)|g\rangle + \text{sen}(|\varepsilon|\tau)|e\rangle, \quad (3.32)$$

a partir do qual, tomando $\tau = \pi/4|\varepsilon|$, obtemos:

$$|\psi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle + |e\rangle). \quad (3.33)$$

Segundo passo: em seguida, ajustamos a frequência atômica ω_0 para ficar dessintonizada com o modo do campo na cavidade de frequência ω_c . A dessintonia é então $\Delta = \omega_0 - \omega_c$. A implementação é feita com o efeito Stark produzido por um campo elétrico estático aplicado na cavidade [42]. O hamiltoniano dispersivo para a interação átomo-campo é [142] dada por

$$\hat{H}_{disp} = \frac{2g^2}{\Delta} \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{S}_z. \quad (3.34)$$

Suponha agora que a cavidade esteja inicialmente preparada no estado coerente $|\alpha\rangle$ ($\alpha = re^{i\phi}$). Assim, após um tempo de interação τ_1 , o estado do sistema é descrito por

$$|\psi_{AF}^{(1)}\rangle = |g\rangle|e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |e\rangle|e^{-i\theta_1}\alpha\rangle, \quad (3.35)$$

com $\theta_1 = (2g^2/\Delta)\tau_1$. Notamos na eq. (3.35) que o átomo que cruza a cavidade produz um deslocamento de fase negativo (positivo) no estado do campo quando o átomo está no estado $|e\rangle$ ($|g\rangle$).

Terceiro passo: removemos o campo elétrico estático sobre o átomo, deixando-o novamente em ressonância com o campo clássico pelo mesmo tempo τ do primeiro passo, após o que o estado é

$$|\psi_{AF}^{(1)}\rangle = |g\rangle(|e^{i\theta_1}\alpha\rangle + |e^{-i\theta_1}\alpha\rangle) - |e\rangle(|e^{i\theta_1}\alpha\rangle - |e^{-i\theta_1}\alpha\rangle). \quad (3.36)$$

Quarto passo: detectamos o átomo, e caso ele esteja no estado $|g\rangle$, o campo na cavidade colapsa no estado de superposição desejado (a menos do fator de normalização)

$$|\Psi_F^{(1)}\rangle = |e^{-i\theta_1}\alpha\rangle + |e^{i\theta_1}\alpha\rangle, \quad (3.37)$$

e dessa forma fechamos o ciclo. A repetição do procedimento para um segundo átomo é feita com o sistema no estado inicial $|e\rangle|\Psi_F^{(1)}\rangle$. Assim, o estado final do campo na cavidade, construído no primeiro ciclo, funciona como estado inicial para o ciclo seguinte. Após o segundo ciclo, o estado colapsado na cavidade será

$$|\psi_F^{(2)}\rangle = |e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha\rangle + |e^{i(\theta_1-\theta_2)}\alpha\rangle + |e^{-i(\theta_1-\theta_2)}\alpha\rangle + |e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha\rangle, \quad (3.38)$$

onde $\theta_2 = (2g^2/\Delta)\tau_2$.

Repetindo o procedimento para N -átomos obtemos

$$|\psi_F^{(N)}\rangle = \sum_{j=1}^{2^{N-1}} (|e^{i\gamma_j}\alpha\rangle + |e^{-i\gamma_j}\alpha\rangle), \quad (3.39)$$

com

$$\gamma_j = \sum_{k=1}^N \theta_k (-1)^{B_k^{(N)}(j-1)}, \quad (3.40)$$

onde $B_k^{(N)}(j-1)$ representa a k -ésima posição, em binário, do número $j-1$ com N dígitos. Por exemplo, para $N=3$ e $j=3$, temos $B_1^{(3)}(2)=0$, $B_2^{(3)}(2)=1$ e $B_3^{(3)}(2)=0$, já que o número 2 ($=j-1$) é representado por 010 na forma binária com 3 dígitos. Assim, de acordo com eq. (3.40), obtemos $\gamma_3 = \theta_1 - \theta_2 + \theta_3$, e assim por diante.

Tomando os valores $\theta_k = \pi/2^k$ e $\phi = \pi/2^N$ nos dá:

$$|\Psi_F^{(N)}\rangle = \mathcal{N}_N(r) \sum_{j=0}^{J_N} \left(|-re^{\frac{i\pi j}{2^{N-1}}}\rangle + |re^{\frac{i\pi j}{2^{N-1}}}\rangle \right), \quad (3.41)$$

onde $J_N = 2^{N-1} - 1$ e $\mathcal{N}_N(r)$ representa o fator de normalização. A eq. (3.41) recupera o resultado obtido com na eq. (3.7).

Podemos comparar esse esquema com o da subseção anterior para preparação do estado de número $|8\rangle$, usando átomos de Rydberg com estados $|g\rangle$ e $|e\rangle$ com números quânticos principais dados por 50 e 51 e frequência de transição de 51.1 GHz [39]. Usamos os seguintes valores típicos para os parâmetros envolvidos [39]: constante de acoplamento $g \simeq 4.2 \times 10^5 s^{-1}$, comprimento da cavidade $L_c \simeq 1cm$, $|\varepsilon| \simeq 2.5 \times 10^5$ e tempo de decaimento $t_{cav} \simeq 10^{-2}s$. Ajustando a dessintonia para o valor $\Delta = 30g$, obtemos os tempos de interação mostrados na tabela 3.5 para os sucessivos átomos. Para tal é necessário obter uma velocidade atômica

Tabela 3.5: Valores dos tempos de interação para cada átomo na preparação do estado de Fock $|8\rangle$.

átomo	$\tau = \frac{\pi}{4 \varepsilon }$	θ_k	$\tau_k = \frac{\Delta}{2g^2}\theta_k$	$\tau_{all} = 2\tau + \tau_k$
1	4 μs	$\pi/2$	56 μs	64 μs
2	4 μs	$\pi/4$	28 μs	36 μs
3	4 μs	$\pi/8$	14 μs	22 μs

$v_a \simeq 150m/s$ (no intervalo típico disponível em laboratório: $v_a \sim 70 - 500 m/s$ [39]), correspondente ao tempo de vôo dentro da cavidade de $L_c/v_a \simeq 67\mu s$, maior que o tempo total de interação. Da tabela 3.3 obtemos $r = 2.61$ para o estado $|8\rangle$, que possui um tempo de decoerência $t_d = t_{cav}/2r^2 \simeq 734\mu s$, maior que $122\mu s$, que é o tempo total de interação dos três átomos. Portanto, a princípio, o esquema é experimentalmente factível dentro do atual domínio da técnica de cavidade.

Em resumo, nesta subseção estudamos uma proposta de preparação de estados de Fock tipo $|2^N\rangle$ [86], alternativa àquelas das referências [84, 85]. O método constitui uma adaptação conveniente de um trabalho anterior [140] para a preparação de superposições circulares arbitrárias no espaço de fase. Comparando o presente trabalho com aquele das referências [84, 85],

é pertinente notar que: primeiro, eles tem em comum o segundo e quarto passo, mas as duas zonas de Ramsey usadas em [84] são substituídas por duas interações do átomo com o campo clássico [86] e pelo hamiltoniano Ramam [85]; em segundo, nas referências [84,85] são necessárias velocidades diferentes para os sucessivos átomos cruzando a cavidade, enquanto que aqui elas são fixadas. Isto constitui uma grande vantagem deste esquema, uma vez que o controle de velocidade é mais complicado do que o controle do tempo de interação utilizando o efeito Stark [57]. Quando comparamos com o procedimento de Szabo *et al.* [143], notamos que são requeridos N átomos cruzando a cavidade para gerar uma superposição arbitrária de $N + 1$ estados coerentes, e assim, seriam necessários $2^N - 1$ átomos para criar o estado $|\Psi_F^{(N)}\rangle$. Aqui preparamos essa superposição utilizando apenas N átomos. Conclusão similar é obtida em relação à referência [39]. Por outro lado, no trabalho de Law e Eberly [144] embora somente um átomo de três-níveis seja usado para criar o estado de Fock $|M\rangle$, o número de operações necessárias é de $2M$. Por exemplo, para criar o estado $|8\rangle$ é necessário realizar 16 operações sucessivas com um átomo [144], enquanto nosso procedimento necessita de 9 operações (3 átomos e 3 operações por átomo). Assim, o esquema de Law e Eberly, além de genérico, é mais econômico que o nosso em relação ao número de átomos, mas é menos econômico em relação ao número de operações. Já no trabalho de Domokos *et al.* [50], os autores propõem um esquema interessante para criar estados de Fock, utilizando um único átomo que interage com dois modos de uma cavidade transferindo fótons de uma para a outra. O procedimento porém padece da limitação $|5\rangle$, a partir de onde exibe baixa precisão. Na nova abordagem essa limitação não ocorre.

3.3 Superposição circular de estados coerentes comprimidos

Na seção anterior discutimos três propostas para a preparação de uma SCEC em cavidades [84,85,86], e conseqüentemente, a criação de estado de Fock do tipo $|2^N\rangle$ e suas superposições. Agora consideraremos a preparação da Superposição Circular de Estados Coerentes Comprimidos (SCECC) [133,145], que possibilita a obtenção de uma classe mais ampla de estados de

Fock [133], a saber, $|k2^N\rangle$, $k = 1, 2, 3, \dots$ e $N = 2, 3, 4, \dots$. Para preparar a SCECC em campos estacionários numa cavidade de microondas, utilizaremos o esquema baseado na interação dispersiva [38, 137, 84]. O arranjo experimental é mesmo mostrado na figura 3.21.

Considere que o campo na cavidade esteja inicialmente no estado coerente comprimido $|\alpha, z\rangle$, que pode ser preparado pelo método proposto recentemente por Villas-Boas *et al.* [146, 147]. A evolução do estado emaranhado átomo-campo para o primeiro átomo é mostrado na tabela 3.6 (a menos do fator de normalização).

Tabela 3.6: Evolução do sistema átomo-campo durante a passagem do primeiro átomo através do arranjo experimental.

1º atomo	$ \Psi\rangle_{\text{atomo-campo}}$
antes de R_1 :	$ e\rangle_1 \alpha, z\rangle$
depois de R_1 :	$(g\rangle_1 + e\rangle_1) \alpha, z\rangle$
depois de C:	$ g\rangle_1 \alpha, z\rangle + e\rangle_1 e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle$
depois de R_2 :	$ g\rangle_1(e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle + \alpha, z\rangle) + e\rangle_1(e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle - \alpha, z\rangle)$

Na tabela 3.6, o subscrito 1 refere-se ao primeiro átomo e $\theta_1 = \omega_{\text{eff}}t_1$, t_1 sendo o tempo que o átomo gasta para cruzar a cavidade. Se o primeiro átomo é detectado no estado $|g\rangle$ ($|e\rangle$), o campo na cavidade é projetado no estado $|e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle + |\alpha, z\rangle$ ($|e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle - |\alpha, z\rangle$). Para o presente objetivo, precisamos detectar o átomo em $|g\rangle$.

Se um segundo átomo em $|g\rangle$ atravessa a cavidade logo após a detecção do primeiro - o estado do campo sendo $|e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle + |\alpha, z\rangle$ - o estado do sistema evolui com mostrado na Tabela 3.7.

Novamente, vemos que detectando o segundo átomo em $|g\rangle$ leva ao estado superposto $|e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle + |\alpha, z\rangle + |e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha, e^{2i(\theta_1+\theta_2)}z\rangle + |e^{i\theta_2}\alpha, e^{2i\theta_2}z\rangle$. Prosseguindo de maneira análoga, depois que N átomos atravessam o arranjo com suas velocidades tais que $\theta_1 = \theta$, $\theta_2 = \theta/2$, \dots , $\theta_N = \theta/2^{N-1}$, com todos os átomos sendo detectados em $|g\rangle$, o estado do campo na cavidade é:

$$|\Psi_N(\alpha, z, \theta)\rangle = \mathcal{N}_N \sum_{j=0}^{J_N} (|e^{i\theta}\alpha_j, e^{2i\theta}z_j\rangle + |\alpha_j, z_j\rangle), \quad (3.42)$$

onde $\alpha_j = \alpha \exp(i\theta j/2^{N-1})$, $z_j = z \exp(i\theta j/2^{N-2})$, $J_N = 2^{N-1} - 1$ e \mathcal{N}_N é a constante de

Tabela 3.7: O mesmo da Tabela 3.6, para o segundo átomo.

2º atomo	$ \Psi\rangle_{\text{atom0-campo}}$
antes de R ₁ :	$ e\rangle_2 (e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle + \alpha, z\rangle)$
depois de R ₁ :	$(g\rangle_2 + e\rangle_2) (e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle + \alpha, z\rangle)$
antes de C:	$ g\rangle_2 (e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle + \alpha, z\rangle) + e\rangle_2 (e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha, e^{2i(\theta_1+\theta_2)}z\rangle + e^{i\theta_2}\alpha, e^{2i\theta_2}z\rangle)$
depois de R ₂ :	$ g\rangle_2 (e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle + \alpha, z\rangle) + e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha, e^{2i(\theta_1+\theta_2)}z\rangle + e^{i\theta_2}\alpha, e^{2i\theta_2}z\rangle$ $+ e\rangle_2 (- e^{i\theta_1}\alpha, e^{2i\theta_1}z\rangle - \alpha, z\rangle + e^{i(\theta_1+\theta_2)}\alpha, e^{2i(\theta_1+\theta_2)}z\rangle + e^{i\theta_2}\alpha, e^{2i\theta_2}z\rangle)$

normalização:

$$|\mathcal{N}_N(\alpha, z, \theta)|^{-2} = \exp[-\alpha^2 e^z \operatorname{sech}(z)] \operatorname{sech}(z) \mathcal{A}_N(\alpha, z, \theta), \quad (3.43)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_N(\alpha, z, \theta) = & \sum_{j,j'=0}^{J_N} \left\{ \frac{2}{\sqrt{1 - \tanh^2(z) \exp(2i\Theta_{jj'})}} \exp \left[\frac{\alpha^2 e^{2z} \operatorname{sech}^2(z) \exp(i\Theta_{jj'})}{1 + \tanh(z) \exp(i\Theta_{jj'})} \right] \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{1 - \tanh^2(z) \exp[2i(\Theta_{jj'} + \theta)]}} \exp \left[\frac{\alpha^2 e^{2z} \operatorname{sech}^2(z) \exp[i(\Theta_{jj'} + \theta)]}{1 + \tanh(z) \exp[i(\Theta_{jj'} + \theta)]} \right] \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{1 - \tanh^2(z) \exp[2i(\Theta_{jj'} - \theta)]}} \exp \left[\frac{\alpha^2 e^{2z} \operatorname{sech}^2(z) \exp[i(\Theta_{jj'} - \theta)]}{1 + \tanh(z) \exp[i(\Theta_{jj'} - \theta)]} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

com $\Theta_{jj'} = \theta(j - j')/2^{N-1}$.

Os estados comprimidos participantes da superposição (3.42) podem ser representados por elipses simetricamente separadas sobre um círculo de raio $|\alpha|$ no plano complexo, como mostrado na figura 3.16 para o caso em que 3 átomos atravessaram a cavidade.

3.3.1 Preparando estados de número da SCECC

A distribuição de fótons do SCECC, $P_N(n; \alpha, z, \theta) = |\langle n | \Psi_N(\alpha, z, \theta) \rangle|^2$, é dada por

$$P_N(n; \alpha, z, \theta) = \frac{1}{\mathcal{A}_N(\alpha, z, \theta)} \frac{(\tanh z)^n}{2^n n!} H_n^2 \left(\frac{\alpha e^z}{\sqrt{\sinh(2z)}} \right) \frac{2 \sin^2(n\theta)}{1 - \cos(n\theta/2^{N-1})}, \quad (3.45)$$

onde $H_n(x)$ são polinômios de Hermite. O último fator na expressão acima se anula para vários valores de n quando θ é um fração racional de π . Esta característica é realçada quando fazemos

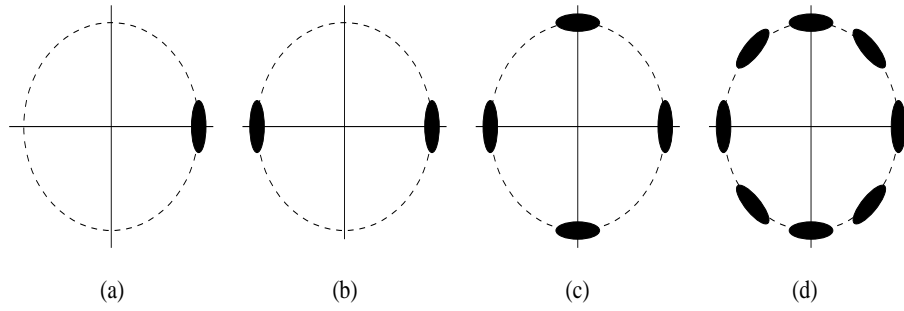


Figura 3.16: Representação pictorial do processo levando à superposição $|\Psi_3\rangle$ no espaço de fase: (a) $|\Psi_0\rangle$, (b) $|\Psi_1\rangle$, (c) $|\Psi_2\rangle$ e (d) $|\Psi_3\rangle$; $|\Psi_0\rangle = |\alpha, z\rangle = D(\alpha)S(z)|0\rangle$.

$\theta = \pi$ e, neste caso, somente os estados de número do tipo $|k2^N\rangle$, com $k = 0, 1, 2, \dots$, existirão. Na verdade, no limite $\theta \rightarrow \pi$, o último fator em (3.45) reduz a $2^{2N}\delta_{n,k2^N}$, onde $k = 0, 1, 2, \dots$; em outras palavras, $|\Psi_N(\alpha, z, \pi)\rangle$ é uma superposição envolvendo apenas estados do tipo $|k2^N\rangle$. Como é mostrado abaixo, dependendo da apropriada escolha de parâmetros α e z , um tal estado torna-se um estado de número do tipo $|k2^N\rangle$ com alta fidelidade.

Para investigar se uma SCECC corresponde a estados de Fock tipo $|k2^N\rangle$, vamos estudar sua fidelidade \mathcal{F} , obtida da eq. 3.45) fazendo $\theta = \pi$ e $n = k2^N$:

$$\mathcal{F}(|\Psi_N(\alpha, z, \pi)\rangle, |k2^N\rangle) = \frac{2^{2N}}{\mathcal{A}_N(\alpha, z, \pi)} \frac{(\tanh z)^{k2^N}}{2^{k2^N} (k2^N)!} H_{k2^N}^2 \left(\frac{\alpha e^z}{\sqrt{\sinh(2z)}} \right). \quad (3.46)$$

Como procedimento geral, vamos pesquisar os valores de α e z que maximizam a fidelidade (3.46), para valores fixos de N e k , aproximando-a de 1 tanto quanto possível; neste caso, dizemos que o estado $|\Psi_N(\alpha, z, \pi)\rangle$ se aproxima do estado de número $|k2^N\rangle$. O comportamento de \mathcal{F} versus α e z é apresentado na Fig.3.17 para alguns valores de N e k .

Como ressaltamos na seção anterior, uma maneira simples de ilustrar a preparação de um estado de número do tipo $|k2^N\rangle$ consiste visualizar a distribuição de fótons do estado $|\Psi_N(\alpha, z, \pi)\rangle$, depois que escolhemos convenientemente valores dos parâmetros α e z , e fazemos N variar, como apresentado nas figuras 3.18-3.20 para alguns valores de N . A figura 3.18 corresponde à preparação do estado $|4\rangle$ da família $|k2^N\rangle$ para $k = 1$ e $N = 2$. A figura 3.19 corresponde à geração do $|24\rangle$, para $k = 3$ e $N = 3$; e a figura 3.20 mostra o estado $|48\rangle$, para $k = 3$ e $N = 4$.

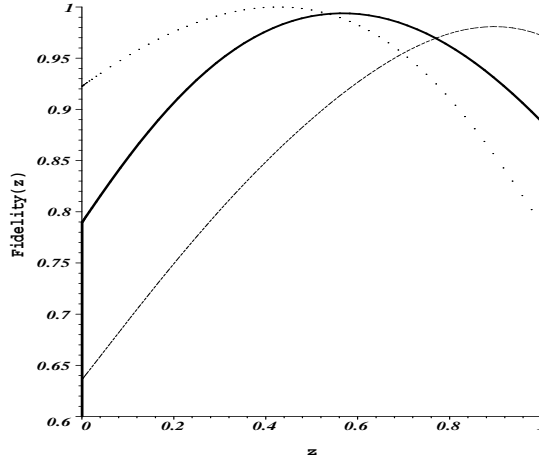


Figura 3.17: Fidelidade entre $|\Psi(\alpha, z, \pi)\rangle$ e $|k2^N\rangle$ versus z , para alguns valores de α : 3.0 (linha pontilhada); 4.0 (linha cheia), 5.0 (linha tracejada).

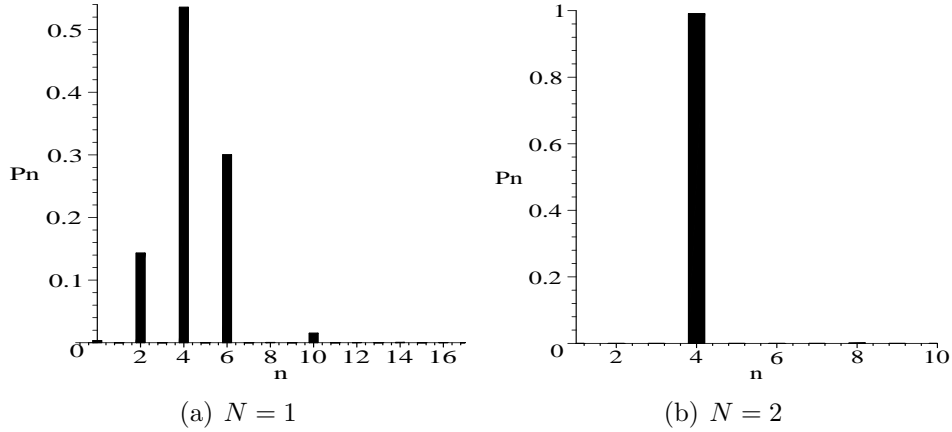


Figura 3.18: Distribuição de fótons para $\alpha = 2.0$ e $z = 0.6$, mostrando a preparação do estado $|4\rangle$, que coincide com $|k2^N\rangle$ para $k = 1$ e $N = 2$.

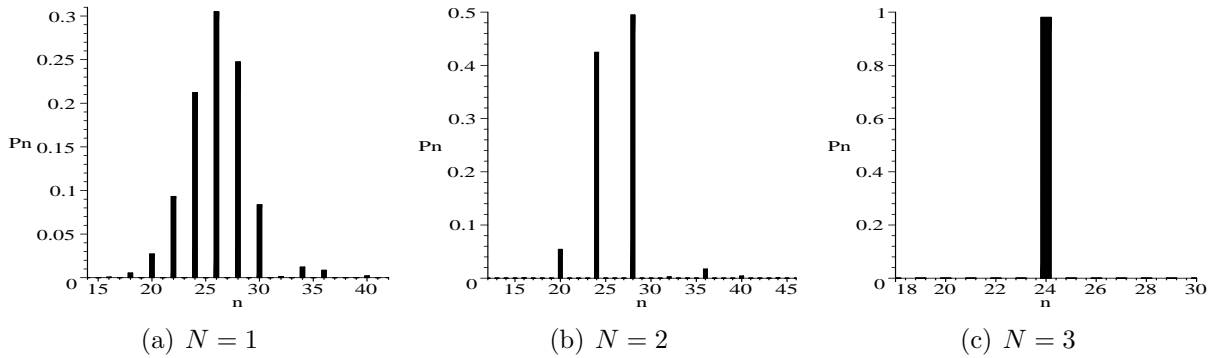


Figura 3.19: O mesmo da Fig.(3.18) para $\alpha = 5.0$ e $z = 0.9$, produzindo o estado $|24\rangle$; isto é, $|k2^N\rangle$ para $k = 3$ e $N = 3$.

Em resumo, apresentamos uma proposta alternativa de preparação de estados de Fock do tipo $|k2^N\rangle$, baseada na interação dispersiva de um átomo de Rydberg com estados campo

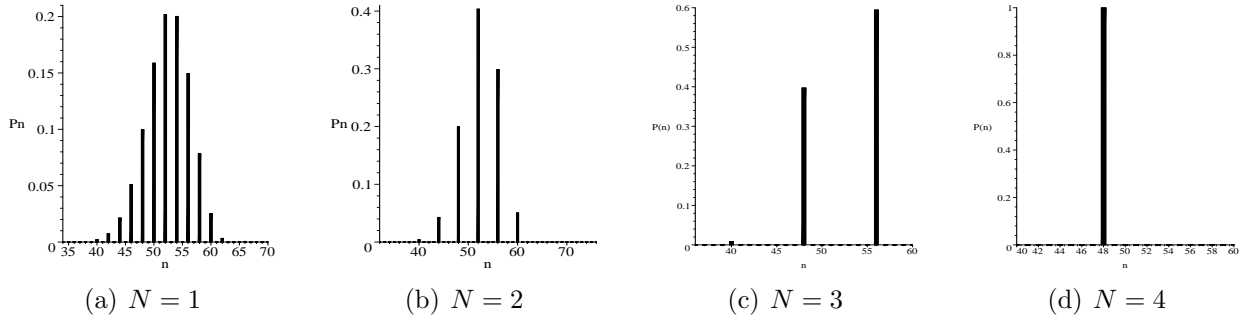


Figura 3.20: O mesmo da Fig.(3.18) para $\alpha = 7.2$ e $z = 0.7$, levando ao estado $|48\rangle$; isto é, $|k2^N\rangle$ para $k = 3$ e $N = 4$.

eletromagnético aprisionados em cavidade de microondas. A estratégia consiste em preparar uma SCECC, da qual os estados de número mencionados emergem por uma escolha apropriada dos parâmetros α e z , caracterizando o estado inicial $|\Psi_0\rangle = |\alpha, z\rangle$. Como resultado, mostramos que usando 2 átomos obtemos o estado $|4\rangle$ com fidelidade $\mathcal{F} = 99.1\%$ (3.18). Usando 3 átomos (3.19) preparamos o estado $|24\rangle$ com $\mathcal{F} = 98.0\%$. Temos os seguintes resultados para outros estados não mostrados nas figuras: $|8\rangle$ ($\alpha = 3.0$ e $z = 0.4$, com $\mathcal{F} = 99.9\%$); $|16\rangle$ ($\alpha = 4.0$ e $z = 0.6$, com $\mathcal{F} = 99.3\%$); $|32\rangle$ e $|40\rangle$, ambos com fidelidade de 97%. Para 4 átomos, obtemos os estados de número: $|16\rangle$, $|32\rangle$, $|48\rangle$ (vide figura 3.20), $|64\rangle$, $|80\rangle$, $|96\rangle$ e $|112\rangle$, todos tendo fidelidade maior que 99.9%.

O procedimento para preparação da SCECC foi implementado aqui usando interação dispersiva [133], o mesmo resultado poderia ser obtido usando a interação Raman [85] ou a interação dispersiva com bombeio clássico [86]. É interessante notar que o presente esquema estende a família de estados de número que podem ser preparados quando comparados com os procedimentos da seção anterior. Contudo, do ponto de vista prático, ele necessita de um passo adicional preliminar: a preparação do estado coerente comprimido inicial, que pode ser feito pelo esquema das referências [146, 147]. Do ponto de vista teórico, a SCEC é um caso particular da SCECC fazendo $z = 0$. Todavia, apesar das dificuldades tecnológicas adicionais, os resultados obtidos com a SCECC são melhores do que com a SCEC. Por exemplo, quando dois átomos cruzam a cavidade temos que $|n\rangle_{SCECC} = |4\rangle$ enquanto que nenhum estado de número $|n\rangle_{SCEC}$ é realizado. Também pode-se obter superposições de dois estados de número [87].

Esse procedimento padece das mesmas limitações mencionadas anteriormente, embora com um número inferior de átomos.

3.4 Cavando buracos no espaço de Fock

Entre os vários interessantes estados estudados na Óptica Quântica, uma classes são os que possuem buracos em posições controladas no espaço de Fock [148]. Como argumentado na referência [148], tais estados são candidatos a aplicações em armazenamento de dados ópticos e comunicação óptica, onde a presença (ausência) de um buraco estaria associada a algum sinal, tipo: sim, 1, ou + (não, 0, ou -). De acordo com o teorema de Hillery [149], tais estados são sempre não-clássicos, uma vez que é um estado puro não-coerente. De fato, como mostrado por Mandel e Wolf [150], um estado arbitrário: $\hat{\rho} = \int P(\alpha)|\alpha\rangle\langle\alpha|d^2\alpha$ tem sua distribuição de fótons dada por $P_n = \int P(\alpha)|\langle n|\alpha\rangle|^2d^2\alpha$; uma vez que $|\langle n|\alpha\rangle|^2 > 0$, então $P_n = 0$, para algum valor de n , corresponde a um estado sem análogo clássico, pois isso obriga $P(\alpha)$ a também assumir valores negativos. Assim, ao fazer buracos no espaço de Fock estamos também preparando estados não-clássicos.

A preparação de tais estados tem sido considerada em junções Josephson [151], em cavidade de microondas [148, 152, 89, 153] e em modos viajantes [154, 94]. Em cavidades, as propostas de preparação empregam interação dispersiva [152], Raman [89] ou ressonante [153]. Em modo viajantes, a geração, em princípio, pode ser feita usando um interferômetro de Mach-Zehnder munido de um meio Kerr [154], ou por um esquema simplificado usando um único divisor de feixe mais um fotodetector [94]. Nas subseções seguintes discutiremos a criação de tais estados em cavidades seja utilizando interação Raman [89] ou uma interação ressonante [153].

3.4.1 Cavando buracos via interação Raman

Para cavar buracos no espaço de Fock, utilizaremos o hamiltoniano (2.101) que descreve uma interação Raman entre um átomo de três níveis degenerado tipo Λ com um modo do campo eletromagnético estacionário numa cavidade de microondas. O esquema experimental

é descrito na Fig.3.21, onde S_A representa a fonte de átomos, a etapa de excitação prepara o átomo de Rydberg, “R” representa a zona de Ramsey, “C” indica a cavidade e “MG” o gerador de microondas. De e Dg são detectores.

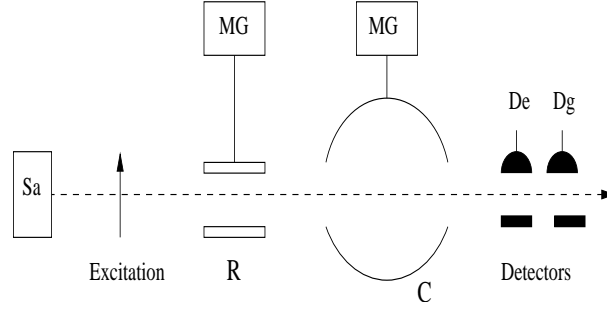


Figura 3.21: Arranjo experimental.

O átomo, inicialmente preparado na zona de Ramsey, no estado superposto

$$|\Psi_A(0)\rangle = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle, \quad (3.47)$$

interage com um modo do campo, previamente preparado no estado coerente $|\alpha\rangle$. A evolução do estado inicial do sistema átomo-campo $|\Psi_{AF}(0) = (c_g|g\rangle + c_e|e\rangle)|\alpha\rangle$ é realizada pelo operador de evolução $U(t) = \exp(-it\hat{H}_R/\hbar)$, onde \hat{H}_R é o hamiltoniano Raman (2.101), e é dado por:

$$|\Psi_{AF}(t)\rangle = \frac{1}{2} [(c_e + c_g)e^{2i\hat{n}\beta t} - (c_e - c_g)] |g, \alpha\rangle + \frac{1}{2} [(c_e + c_g)e^{2i\hat{n}\beta t} + (c_e - c_g)] |e, \alpha\rangle. \quad (3.48)$$

A detecção do átomo no estado $|e\rangle$ faz o campo colapsar no estado

$$|\Psi_F(t)\rangle = \mathcal{N} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} [(c_e + c_g)e^{2in\beta t} + (c_e - c_g)] |n\rangle \quad (3.49)$$

onde \mathcal{N} é a constante de normalização. A eq. (3.49) pode ser reescrita na seguinte forma equivalente, com $\mathcal{N}' = \mathcal{N}(c_e - c_g)$:

$$|\Psi_F(t)\rangle = \mathcal{N}' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \left[\frac{c_e + c_g}{c_e - c_g} e^{2in\beta t} + 1 \right] |n\rangle. \quad (3.50)$$

Agora, fazendo $c_e = \cos(\theta)$, $c_g = i\sin(\theta)$, $\theta = (1 - N_1/N)\pi/2$ e $t = \pi/2N\beta$, obtemos

$$|\Psi_F(t)\rangle = \mathcal{N}' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \left[e^{i(1+\frac{n-N_1}{N})\pi} + 1 \right] |n\rangle. \quad (3.51)$$

onde N_1 e N são números inteiros que definem a posição do buraco e a distância entre buracos vizinhos, respectivamente [148].

Em seguida, fazendo um segundo átomo, preparado no estado

$$|\Psi_A(0)\rangle = c_g^{(2)}|g\rangle + c_e^{(2)}|e\rangle, \quad (3.52)$$

interagir com o campo preparado pelo primeiro átomo dado na eq. (3.54) obtemos

$$|\Psi_{AF}^{(2)}(t)\rangle = \frac{1}{2} [(c_e^{(2)} + c_g^{(2)})e^{2i\dot{n}\beta t} - (c_e^{(2)} - c_g^{(2)})] |g, \Psi_F\rangle + \frac{1}{2} [(c_e^{(2)} + c_g^{(2)})e^{2i\dot{n}\beta t} + (c_e^{(2)} - c_g^{(2)})] |e, \Psi_F\rangle, \quad (3.53)$$

onde $c_e^{(2)} = \cos(\theta^{(2)})$ e $c_g^{(2)} = \text{irmsen}(\theta^{(2)})$, com $\theta^{(2)} = (1 - N_2/N)\pi/2$; N_2 representa a posição do segundo buraco. Assim, detectando o segundo átomo no estado $|e\rangle$, o campo da cavidade colapsará no estado

$$|\Psi_F(t)\rangle = \mathcal{N}'_2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \left[e^{i(1+\frac{n-N_1}{N})\pi} + 1 \right] \left[e^{i(1+\frac{n-N_2}{N})\pi} + 1 \right] |n\rangle. \quad (3.54)$$

Repetindo o procedimento, obtemos, após o k -ésimo átomo

$$|\Psi_F^K(t)\rangle = \mathcal{N}'_K \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \prod_{j=1}^K \left[e^{i(1+\frac{n-N_j}{N})\pi} + 1 \right] |n\rangle, \quad (3.55)$$

onde K coincide com o número de buracos e N_j representa a posição do j -ésimo buraco.

Da eq. (3.61) encontramos a distribuição de fótons:

$$P_n = \frac{(r^{2n}/n!) \prod_{j=1}^K \cos^2 \{[1 + (n - N_j)/N]\pi/2\}}{\sum_{m=0}^{\infty} (r^{2m}/m!) \prod_{j=1}^K \cos^2 \{[1 + (m - N_j)/N]\pi/2\}}, \quad (3.56)$$

cujos gráficos são mostramos na figura 3.22. A eq. (3.56) coincide com a eq. (12) da Ref. [152].

É interessante notar que a posição dos buracos é controlada pela intensidade da zona de Ramsey e o tempo de interação. A criação de um buraco não afeta os criados anteriormente [152]. Vamos calcular agora, o tempo gasto na preparação de um buraco com $N = 40$. Os valores típicos [139] para os parâmetros envolvidos são: constante de acoplamento $\lambda \simeq 7 \times 10^5 \text{s}^{-1}$ e dessintonia $\Delta/2\pi \simeq 39 \text{ MHz}$. Estes dados acarretam $\beta = \lambda^2/\Delta \simeq 2 \times 10^4 \text{s}^{-1}$ e,

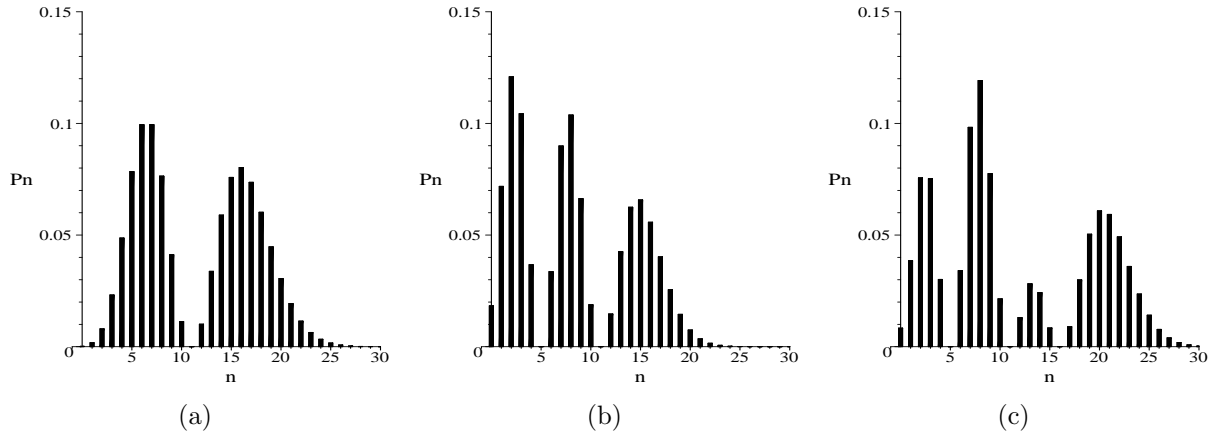


Figura 3.22: (a) Buracos na distribuição de fótons em $|n\rangle = |11\rangle$, para $\alpha = 3.3$; (b) O mesmo da Fig.3.23(a), com buracos em $|5\rangle$ e $|11\rangle$, para $\alpha = 2.7$; (c) O mesmo da Fig.3.23(a), com buracos em $|5\rangle$, $|11\rangle$ e $|16\rangle$, para $\alpha = 3.1$.

conseqüentemente, um tempo de interação $t = \pi/2N\beta \simeq 2 \times 10^{-6}s$. Isto requer átomos de Rydberg com velocidade $v \simeq 382m/s$, que pertence ao intervalo disponível em laboratório $v \sim 300 - 500m/s$ [139]. Assim, a princípio o esquema é experimentalmente factível dentro do domínio de microondas. A vantagem [89] em relação ao procedimento prévio [152] é que ele economiza uma zona de Ramsey.

3.4.2 Cavando buracos via interação ressonante

Apresentaremos agora um esquema alternativo [153] que simplifica mais ainda a geração de estados contendo buracos em cavidades de microondas. Diferentemente dos procedimentos que utilizam uma interação dispersiva [152] ou Raman [89], o esquema desta subseção emprega uma interação ressonante. Aqui utilizaremos o modelo Jaynes-Cummings (2.89) descrevendo a interação de um átomo de dois níveis com um modo do campo. Mostramos que o tempo necessário para a preparação desses estados é consideravelmente reduzido. O arranjo experimental é o mesmo da figura 3.15.

Temos então o seguinte protocolo de preparação: um átomo de dois-níveis previamente preparado no estado $|e\rangle$ entra na cavidade e interage com um modo do campo inicialmente preparado no estado coerente $|\alpha\rangle$. O operador de evolução é dado pela eq. (2.97) e sua aplicação

no estado inicial $|\Psi_{AF}(0)\rangle = |e\rangle|\alpha\rangle$, nos dá

$$|\Psi_{AF}(t)\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \{ \cos(\Omega_n \tau) |e, n\rangle - i \sin(\Omega_n \tau) |g, n+1\rangle \}, \quad (3.57)$$

onde $\Omega_n = \sqrt{n+1}\lambda$. Desse modo, se detectarmos o átomo no estado $|e\rangle$, depois de um tempo τ_1 , o campo colapsa no estado

$$|\Psi_F(\tau_1)\rangle = \mathcal{N}_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \cos(\Omega_n \tau_1) |n\rangle, \quad (3.58)$$

onde \mathcal{N}_1 é a constante de normalização. Agora, escolhendo o tempo de interação τ_1 de modo que $\sqrt{n_1+1}\lambda\tau_1 = \pi/2$, a componente $|n_1\rangle$ na eq. (3.64) se anula.

Em seguida, enviamos um segundo átomo, também no estado $|e\rangle$, para interagir com o campo preparado no final do estágio anterior eq. (3.64). Como resultado, o sistema átomo-campo evolui para o estado (a menos da normalização):

$$|\Psi_{AF}(\tau_2)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \{ \cos(\Omega_n \tau_2) \cos(\Omega_n \tau_1) |e, n\rangle - \cos(\Omega_n \tau_1) \sin(\Omega_n \tau_2) |g, n+1\rangle \}. \quad (3.59)$$

Conseqüentemente, se detectarmos o segundo átomo no estado $|e\rangle$, o campo na cavidade colapsará no estado

$$|\Psi_F(\tau_2)\rangle = \mathcal{N}_2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \{ \cos(\Omega_n \tau_2) \cos(\Omega_n \tau_1) |n\rangle \}, \quad (3.60)$$

onde \mathcal{N}_2 é o fator de normalização. Aqui a escolha de $\sqrt{n_2+1}\lambda\tau_2 = \pi/2$ produz outro buraco, agora na componente $|n_2\rangle$.

Pela repetição do procedimento, obtemos o resultado generalizado para o N -ésimo átomo:

$$|\Psi_F(\tau_N)\rangle = \mathcal{N}_N \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \prod_{j=1}^N \cos(\Omega_n \tau_j) |n\rangle, \quad (3.61)$$

onde τ_j representa o tempo de interação para o j -ésimo átomo cruzando a cavidade. A substituição da eq. (3.61) na eq. (2.23) fornece a distribuição de fótons:

$$P_n = \frac{(|\alpha|^{2n}/n!) \prod_{j=1}^N \cos^2(\Omega_n \tau_j)}{\sum_{m=0}^{\infty} (|\alpha|^{2m}/m!) \prod_{j=1}^N \cos^2(\Omega_m \tau_j)}. \quad (3.62)$$

Notamos como comentado anteriormente, que a presença de um buraco não afeta os demais buracos já criados [152, 89, 94]. Os resultados são exibidos na figura 3.23 para alguns casos.

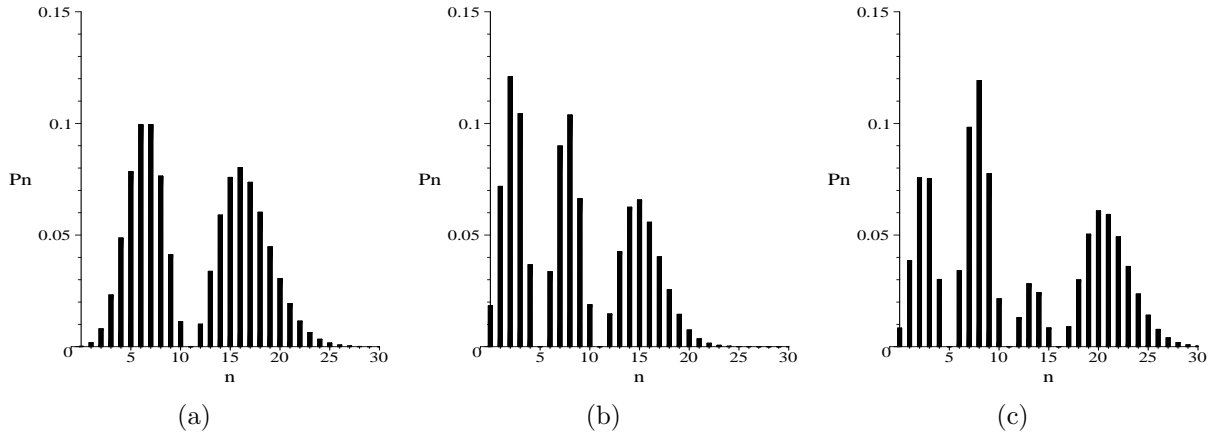


Figura 3.23: Buracos na distribuição de fótons, para $\alpha = 2.0$, (a) em $n_1 = 4$, para o 1^o átomo; (b) em $n_1 = 4$ e $n_2 = 1$, para o 2^o átomo; (c) em $n_1 = 4$, $n_2 = 1$ e $n_3 = 7$, para o 3^o átomo.

Para exemplificar o procedimento utilizamos os parâmetros experimentais de átomos de Rydberg com números quânticos principais 50 e 51. Isto implica numa constante de acoplamento $\lambda \simeq 2\pi \times 47$ KHz [57], o que leva a um tempo de interação $\tau_1 = \pi/(2\sqrt{n_1 + 1}\lambda) \simeq 3.8\mu s$ para $n_1 = 1$; $\tau_2 = 2,4\mu s$, para $n_2 = 4$ e $\tau_3 = 1.9\mu s$, para $n_3 = 7$. Por outro lado, o tempo de amortecimento $t_{cav} \simeq 10ms$ [39] e o estado coerente inicial $|\alpha\rangle$, com $|\alpha| = 2.0$, leva a um tempo de decoerência $t_d = t_{cav}/2|\alpha|^2 \simeq 1.3ms$, maior que $8.1\mu s$ (que é a soma do tempo de interação total requerido para completar a produção dos três buracos). Portanto, o esquema é experimentalmente factível no domínio da eletrodinâmica quântica de cavidades, onde o tempo de decaimento dos átomos de Rydberg é $T_r = 30ms$.

Em resumo, empregamos interação ressonante descrito pelo modelo Jaynes-Cummings para criar buracos em posições controladas no espaço de Fock. O presente esquema [153] simplifica os anteriores, uma vez que economiza as duas zonas de Ramsey usadas na ref. [152] e uma das duas usadas na ref. [89]. Esta simplificação é relevante, uma vez que os intervalos temporais gastos para os átomos cruzarem a zonas de Ramsey são eliminados.

3.5 Preparando superposições de estados de fase via interação Raman

Uma proposta para preparar Superposições de Estados de Fase Truncados (SEFT) foi

apresentada na ref. [25] para campos aprisionados numa de cavidade de microondas, utilizando interação dispersiva e para modos viajantes na ref. [90]. O esquema da ref. [25] baseia-se no colapso do estados emaranhados causado pelo processo de detecção seletiva. O processo é similar à preparação de “gatos deSchrödinger” [38]. Nesta seção discutiremos um esquema alternativo usando a interação Raman (c.f. eq. (2.101)) de átomo de três níveis degenerado tipo Λ , com um modo estacionário do campo eletromagnético numa cavidade [88]. Como comentamos nas seções anteriores, este esquema economiza duas zonas de Ramsey.

Um átomo previamente preparado no estado $|e\rangle$ interage com um modo do campo eletromagnético estacionário inicialmente preparado num estado de fase de Pegg-Barnett [122]. Uma vez que o hamiltoniano na eq. (2.101) é independente do tempo, o operador de evolução é da forma $U(t) = \exp(-itH/\hbar)$, cuja aplicação no estado inicial, $|\Psi_{AF}(0)\rangle = |e\rangle|\theta_l\rangle$, fornece

$$|\Psi_{AF}(t)\rangle = \frac{1}{2} \{ [e^{2i\hat{n}\beta t} - 1] |g, \theta_l\rangle + [e^{2i\hat{n}\beta t} + 1] \} |e, \theta_l\rangle. \quad (3.63)$$

Como consequência, se detectarmos o átomo no estado $|e\rangle$ o campo colapsará no estado,

$$|\Psi_F^{(\pm)}(\tau)\rangle = \mathcal{N}^{(\pm)} \sum_{n=0}^N [e^{in(\phi(\tau)+\theta_l)} \pm e^{in\theta_l}] |n\rangle, \quad (3.64)$$

onde $\phi(\tau) = 2\beta\tau$, com $\tau = L/v_a$, L representando o comprimento da cavidade e v_a a velocidade atômica e $\mathcal{N}^{(\pm)}$ é o fator de normalização. Note que o estado $|\Psi_F^{(\pm)}(\tau)\rangle$ na eq. (3.64) corresponde à SEFT,

$$|\Psi_F^{(\pm)}(\tau)\rangle = |\theta_m\rangle \pm |\theta_l\rangle, \quad (3.65)$$

onde $\theta_m = \phi(\tau) + \theta_l$, a fase $\phi(\tau)$ satisfazendo as prescrições dadas pela eq. (2.75), e controlada pelo tempo τ gasto pelo átomo ao cruzar a cavidade. O esquema precedente requer uma preparação prévia do estado de fase truncado $|\theta_l\rangle$, conforme sugerido nos esquemas das refs. [124, 155, 72].

Para ser mais específico, consideraremos a preparação da SEFT $|\theta_l\rangle + |\theta_m\rangle$, que faz parte de um espaço de Hilbert de dimensão 7, com $l = 0$ e $m = 1$. Os parâmetros típicos envolvidos [156] são: constante de acoplamento $\lambda \simeq 7 \times 10^5 s^{-1}$ e dessintonia $\Delta/2\pi \simeq 39$ MHz. Estes dados

levam a $\beta = \lambda^2/\Delta \simeq 2 \times 10^4 s^{-1}$ e a um tempo de interação $\tau = \pi(m-l)/(N+1)\beta \simeq 1.9 \times 10^{-5} s$. Para tal necessitamos de átomos de Rydberg com velocidade $v \simeq 382 m/s$. Assim, o esquema é factível dentro das técnicas de cavidade. A extensão para a superposição de 2^K estados de fase é obtida passando K átomos através do sistema. Assim,

$$|\Psi_K(\phi)\rangle = \mathcal{N}(\phi) \sum_{j=0}^{J_K} (e^{i\phi\hat{n}}|\theta_j\rangle + |\theta_j\rangle), \quad (3.66)$$

onde $|\theta_j\rangle = e^{\frac{ij\phi\hat{n}}{2^{K-1}}}|\theta_0\rangle$, $J_K = 2^{K-1} - 1$ e $\mathcal{N}(\phi)$ é o fator de normalização. Na prática, a extensão é acompanhada de algumas dificuldade, como a diminuição da probabilidade de sucesso e da fidelidade [38, 157], incluindo problemas de decoerência. Em relação às propriedades não-clássicas exibidas por esse estado, elas foram estudadas na ref. [25].

Capítulo 4

Preparação de Estados não-Clássicos em Campos Viajantes

Neste Capítulo discutimos a preparação de estados não-clássicos do campo eletromagnético em modos viajantes, tais como: estados de Fock, superposições de estados de fase e estados comprimidos. Mostramos como estender a preparação da SCEC e da SCECC para modos viajantes usando um interferômetro de Mach-Zehnder (IMZ) munido de um meio Kerr num dos braços. A conexão entre o esquema de cavidade e de modo viajante é estabelecida, evidenciando o caráter análogo e complementar dos mesmos. Discutimos também a preparação de estados de Fock arbitrários, utilizando somente meios ópticos lineares e, por último, fazemos uma proposta de medição indireta da função de Wigner para estados arbitrários do campo eletromagnético e apresentamos uma proposta para implementação da operação de deslocamento condicional.

4.1 Elementos da preparação de estados em campos viajantes

4.1.1 Fontes de 1-Fóton

Uma fonte ideal de 1-fóton produz um único fóton num estado quântico definido. Diversas tentativas experimentais estão sendo feitas para realizar fontes de 1-fóton sob demanda [158], tais como: pontos quânticos [159], vacância de Nitrogênio em estrutura de diamante [160, 161], átomo único ou íons acoplados em cavidades [162], molécula [163]; junções semicondutoras

[164]; e conversão paramétrica descendente [165]. Todavia, tais fontes não são capazes de produzir fótons com todas as características requeridas. Por exemplo, num átomo ou ponto quântico, a largura de pulso¹ e a largura de banda² não permite distinguir os fótons, mas a incerteza do tempo de emissão do fóton (*time-jitter*), sim [166]. Enquanto vários tipos de distinguibilidade podem ser eliminados, o *time-jitter* permanece como uma causa inevitável de distinguibilidade [166]. Este último acarreta uma fase temporal na interferência de fótons³, que constitui um problema afetando todos os esquemas que usam muitos estados de 1-fóton em modos viajantes (vide por exemplo as refs. [84, 110, 71]).

4.1.2 Divisores de feixe

Um divisor de feixe é um dispositivo óptico implementado por um meio linear onde o vetor de polarização é proporcional ao campo de entrada: $\hat{\vec{P}} = \chi^{(1)} \hat{\vec{E}}$, onde $\chi^{(1)}$ é a susceptibilidade linear de primeira ordem. O operador de campo é escrito, para os modos a e b de mesma frequência ω , como:

$$\hat{\vec{E}}(\vec{r}, t) = i \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} [(\hat{a} + \hat{b})e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} + h.c.], \quad (4.1)$$

onde \hat{a} e \hat{b} são os operadores de aniquilação para os modos a e b . O hamiltoniano de interação contém somente termos ressonantes:

$$\hat{H}_I = -\hat{\vec{P}} \cdot \hat{\vec{E}} = -\chi^{(1)} \hat{\vec{E}}^2 = \frac{\chi^{(1)} \hbar\omega}{2\epsilon V} (\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{a} \hat{b}^\dagger). \quad (4.2)$$

Desse modo, a ação do divisor de feixe corresponde ao operador de evolução temporal, dado por

$$\hat{R}_{ab} = e^{i\theta(\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{a} \hat{b}^\dagger)}, \quad (4.3)$$

onde $\theta = \chi^{(1)} \hbar\omega / 2\epsilon V$. As equações de Heisenberg para os operadores de criação nos modos do

¹Intervalo de tempo gasto pela fonte para que o pulso seja emitido.

²Largura de frequência do feixe de luz emitido.

³Esta não é uma fase individual do fóton, que não tem nenhuma fase definida [167].

campo a e b acarretam as seguintes transformações:

$$\begin{aligned}\hat{R}_{ab}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{R}_{ab} &= t\hat{a}^\dagger + r\hat{b}^\dagger, \\ \hat{R}_{ab}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{R}_{ab} &= t\hat{b}^\dagger + r\hat{a}^\dagger,\end{aligned}\tag{4.4}$$

onde $t = \cos(\theta)$ e $r = i\sin(\theta)$ são os coeficientes de transmissão e reflexão do divisor de feixe, respectivamente, satisfazendo à condição $|r|^2 + |t|^2 = 1$.

4.2 Geração da SCEC em campos viajantes

Nesta Seção estendemos os resultados precedentes para o caso de ondas viajantes [84]. O esquema de geração é análoga ao esquema da cavidade, no sentido de que as partes de um esquema encontram seus análogos operacionais no outro esquema. O arranjo experimental descrito na figura 4.5B consiste de um conjunto de IMZ [81] alimentados por estados de Fock $|1\rangle$ (modo **b**) e pelo vácuo $|0\rangle$ (modo **a**). Cada um dos IMZs contém um meio Kerr num dos braços, que acopla o modo externo (modo **a**) ao modo interno (modo **b**).

Inicialmente um modo do campo eletromagnético com único fóton (modo **b**) e um modo do campo eletromagnético no estado de vácuo (modo **c**) incidem num divisor de feixe DF1 (ideal, simétrico, 50/50) do IMZ. A ação de DF1 é descrita pelo operador unitário (4.3), que em termos de operadores de aniquilação \hat{b} e \hat{c} para os modos **b** e **c** é reescrito como:

$$\hat{R}_{bc} = \exp\left[i\frac{\pi}{4}(\hat{b}^\dagger\hat{c} + \hat{b}\hat{c}^\dagger)\right].\tag{4.5}$$

Logo após o divisor de feixe DF1, o estado do sistema é:

$$|\Psi\rangle_{abc} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_b|0\rangle_c + i|0\rangle_b|1\rangle_c)|\alpha\rangle_a,\tag{4.6}$$

sendo $|\alpha\rangle_a$ o estado coerente inicial no modo **a**. A ação dispersiva do meio Kerr sobre os modos **a** e **b** é descrita pelo hamiltoniano de interação [168]:

$$\hat{H}_K = \hbar K \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{b}^\dagger \hat{b},\tag{4.7}$$

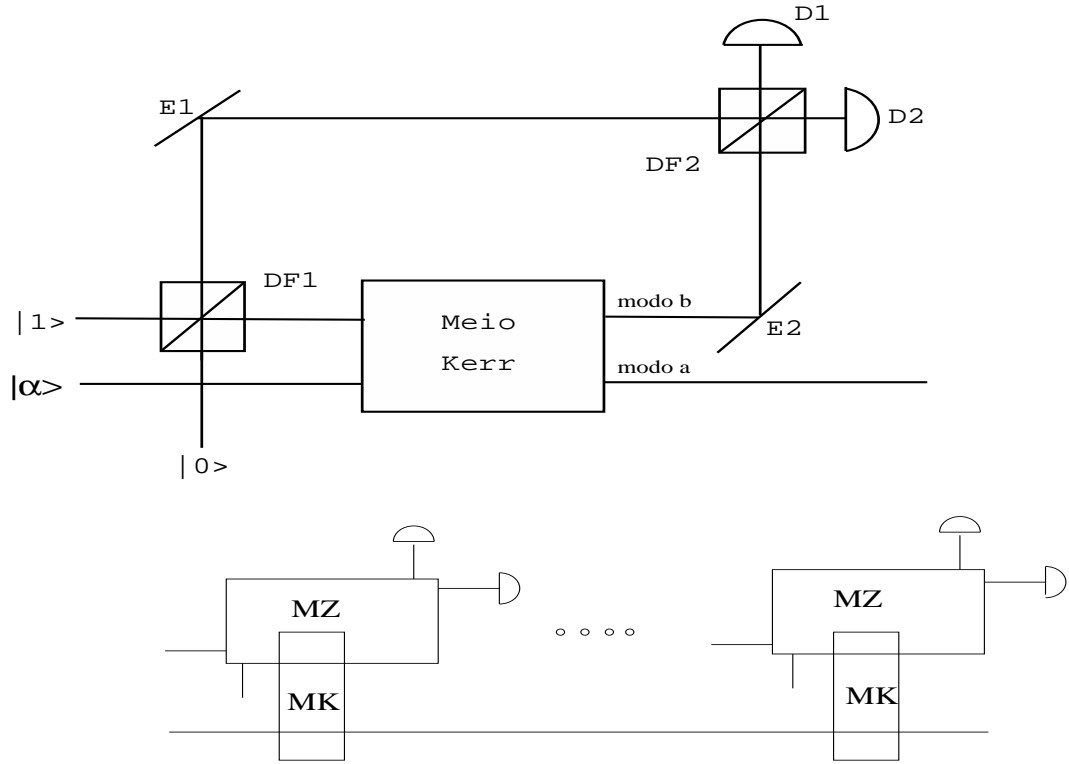


Figura 4.1: (A) Ilustração esquemática do arranjo experimental para produção da SECC num interferômetro de Mach-Zehnder com meio Kerr em um dos braços; (B) Sequência de IMZs.

sendo K proporcional à susceptibilidade não-linear de terceira ordem $\chi^{(3)}$; e, conseqüentemente, sua ação é representada pelo operador unitário

$$\hat{U}_K = \exp(-i\theta\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{b}^\dagger\hat{b}) \quad (4.8)$$

em que $\theta = Kl/v$, l é o comprimento do meio Kerr e v é a velocidade da luz no meio. Após atravessar o meio Kerr, o sistema inteiro está no estado:

$$|\Psi'\rangle_{abc} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_b|0\rangle_c + i|0\rangle_b|1\rangle_c)|\alpha e^{-i\theta}\rangle. \quad (4.9)$$

O deslocamento de fase condicional θ , causado pelo meio Kerr, corresponde àquele produzido pela interação dispersiva átomo-campo no esquema que usa cavidade para gerar estados estacionários. Conforme às equações (4.4), DF2 produz as seguintes transformações:

$$\begin{aligned} |1\rangle_b|0\rangle_c &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_b|0\rangle_c + i|0\rangle_b|1\rangle_c), \\ |0\rangle_b|1\rangle_c &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_b|1\rangle_c + i|1\rangle_b|0\rangle_c). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Assim, após atravessar o divisor de feixe BS2, o estado emaranhado do sistema é dado por:

$$|\Psi\rangle''_{abc} = \frac{1}{2} [|1\rangle_b |0\rangle_c (|\alpha\rangle_a - |\alpha e^{-i\theta}\rangle_a) + i |0\rangle_b |1\rangle_c (|\alpha\rangle_a + |\alpha e^{-i\theta}\rangle_a)]. \quad (4.11)$$

Se o detector D1 (D2) registra 1 fóton (nenhum fóton), sinalizando a detecção do estado $|1\rangle_b |0\rangle_c$ ($|0\rangle_b |1\rangle_c$), e o modo a é projetado no estado $|e^{-i\theta}\alpha\rangle_a - |\alpha\rangle_a$ ($|e^{-i\theta}\alpha\rangle_a + |\alpha\rangle_a$). Assim, considerando a detecção de fótons em D2 (modo c), o estado projetado no modo a é $|\Psi_1(\alpha, -\theta)\rangle$, conforme mencionado na ref. [81].

Agora, consideremos que um segundo IMZ esteja alinhado com o primeiro, novamente com um fóton incidente no modo \mathbf{b} e o vácuo no modo \mathbf{c} , mas com o modo \mathbf{a} no estado $|e^{-i\theta}\alpha\rangle_a + |\alpha\rangle_a$ que emerge do primeiro IMZ. Se o segundo meio Kerr é ajustado de modo que $\theta = \theta_2$, o estado emaranhado campo-campo no segundo IMZ evolui como mostrado na tabela 3.2, com $|e\rangle_2$ ($|g\rangle_2$) substituído por $|1\rangle_b |0\rangle_c$ ($i|0\rangle_b |1\rangle_c$) e θ_1 (θ_2) mudando para $-\theta_1$ ($-\theta_2$). Indo além, considerando uma sequência de N IMZs, fazendo $\theta_j = \theta/2^{N-1}$ e considerando que todos os fótons sejam detectados por D2 (correspondendo à detecção do estado $|0\rangle_b |1\rangle_c$), o estado no modo de saída \mathbf{a} será $|\Psi_N(\alpha, -\theta)\rangle$. Note que $|\Psi_N(\alpha, \theta + 2\pi)\rangle = |\Psi_N(\alpha, \theta)\rangle$, logo esses estados coincidem com a superposição simétrica para os casos $\theta = \pm\pi$.

É interessante enfatizar que os esquemas de geração da SECC em cavidades e em campos viajantes podem ser mapeados um no outro. Os divisores de feixe no segundo esquema desempenham o papel das zonas de Ramsey no procedimento na cavidade, enquanto a interação átomo-campo em C é simulada pela interação dispersiva campo-campo engendrada pelo meio Kerr. Além disso, o detector atômico de ionização para medir o estado $|g\rangle$ ($|e\rangle$) é equivalente ao detector de fóton D2 (D1). Naturalmente, o número de átomos cruzando o esquema de campo eletromagnético estacionário corresponde ao número de IMZs alinhados no esquema com campo eletromagnético viajante. Em ambos os casos o estado final numa etapa funciona como estado inicial na etapa seguinte.

4.3 Superposição de estados coerentes comprimidos

Agora estendemos para modos viajantes a preparação de superposições generalizadas de dois estados coerentes comprimidos da forma [91, 92]:

$$|\Psi(\xi)\rangle = \eta \left[\sqrt{\xi} |z_1, \alpha_1\rangle + \sqrt{1-\xi} e^{i\gamma} |z_2, \alpha_2\rangle \right], \quad (4.12)$$

onde $\xi \in [0, 1]$, $\gamma \in [0, 2\pi]$, $\alpha_j = r_j \exp(i\theta_j)$, $z_j = \varepsilon_j \exp(i\phi_j)$ e η é uma constante de normalização. A proposta de geração dessa superposição em cavidade de microondas, por uma interação dispersiva, foi apresentada na ref. [29].

É interessante notar que a superposição (4.12), inclui, como casos particulares: (i) a superposição generalizada de dois estados coerentes, para $r_1 = r_2 = r = 0$ [169]; (ii) a superposição de dois estados de vácuo comprimido, para $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$; estados de “gato” par e ímpar, para $r_1 = r_2 = 0$ e $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$; (iv) estados de “gato” par e ímpar com estados coerentes comprimidos [170].

O arranjo experimental é o mesmo da figura 4.5. Novamente, incidimos um fóton no modo **b** e um estado de vácuo no modo **c** do divisor de feixe DF1, descrito pelo operador (4.3), cuja ação sobre os estados de entrada fornece

$$\hat{R}_{bc} |1\rangle_b |0\rangle_c = t |1\rangle_b |0\rangle_c + ir |0\rangle_b |1\rangle_c, \quad (4.13)$$

onde $t = \cos(\theta)$ e $r = \sin(\theta)$ são os coeficientes de reflexão e transmissão, respectivamente.

Desse modo, após DF1 o estado do sistema é:

$$|\Psi_{abc}\rangle = (t |1\rangle_b |0\rangle_c + ir |0\rangle_b |1\rangle_c) |z, \alpha\rangle_a, \quad (4.14)$$

onde $|z, \alpha\rangle_a$ é o estado coerente comprimido inicial disponível no modo a. Após o meio Kerr, o estado descrevendo o sistema inteiro (modos **a**, **b** e **c**) é dado por:

$$|\Psi'_{abc}\rangle = e^{-i\phi\hat{a}^\dagger\hat{a}} t |z, \alpha\rangle_a |1\rangle_b |0\rangle_c + ir |z, \alpha\rangle_a |0\rangle_b |1\rangle_c. \quad (4.15)$$

Neste ponto, usamos a identidade $e^{-i\phi\hat{a}^\dagger\hat{a}} |z, \alpha\rangle = |e^{-2i\phi}z, e^{-i\phi}\alpha\rangle$ para obtermos o estado na forma

$$|\Psi'_{abc}\rangle = t |e^{-2i\phi}z, e^{-i\phi}\alpha\rangle_a |1\rangle_b |0\rangle_c + ir |z, \alpha\rangle_a |0\rangle_b |1\rangle_c. \quad (4.16)$$

Assim, após o DF2 o estado total torna-se:

$$\begin{aligned} |\Psi''_{abc}\rangle &= |1\rangle_b|0\rangle_c(r|z, \alpha\rangle_a - t|e^{-2i\phi}z, e^{-i\phi}\alpha\rangle_a) \\ &+ i|0\rangle_b|1\rangle_c(r|z, \alpha\rangle_a + t|e^{-2i\phi}z, e^{-i\phi}\alpha\rangle_a). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Agora, se o detector D1 (D2) disparar, corresponde à detecção do estado $|1\rangle_b|0\rangle_c$ ($|0\rangle_b|1\rangle_c$) e o modo a é projetado na superposição desejada $|\Psi_{l,m}^+\rangle$ ($|\Psi_{l,m}^-\rangle$), a menos da normalização:

$$|\Psi(\xi)^\pm\rangle_a = r|z, \alpha\rangle_a \pm t|e^{-2i\phi}z, e^{-i\phi}\alpha\rangle_a. \quad (4.18)$$

O estado na eq. (4.18) coincide com o da eq. (4.12) fazendo: $r = \sqrt{\xi}$, $t = \sqrt{1-\xi}$, $\alpha_1 = \alpha$, $\alpha_2 = e^{-i\phi}\alpha$, $z_1 = z$ e $z_2 = e^{-2i\phi}\alpha$.

Algumas propriedades não-clássicas dessa superposição foram estudadas na ref. [29].

Podemos igualmente preparar a SCECC.

4.4 Superposição de estados de fase de Pegg-Barnett

Propostas de preparação da superposição de estados de fase de Pegg-Barnett foram feitas em cavidade utilizando interações dispersiva [25] e Raman [88]. Devido às analogias mencionadas nas seções anteriores entre os procedimentos de cavidade e aquele utilizando um IMZ munido de um meio Kerr, esta superposição, em princípio, pode ser preparada em modos viajantes. O arranjo experimental é o mesmo da figura 4.5.

Novamente incidimos no DF1 o estado inicial $|1\rangle_b|0\rangle_c$, cujas componentes $|1\rangle_b$ e $|0\rangle_c$ são transformadas de acordo com a eq. (4.13). No modo a , incidimos um campo eletromagnético no estado de fase $|\theta\rangle_l$, dado pela eq. (2.74). Após o meio Kerr, o estado do sistema é dado por

$$|\Psi'_{abc}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\phi\hat{a}^\dagger\hat{a}}|\theta\rangle_a|1\rangle_b|0\rangle_c + i|\theta\rangle_a|0\rangle_b|1\rangle_c \right) \quad (4.19)$$

A ação do operador $e^{-i\phi\hat{a}^\dagger\hat{a}}$ é de rotacionar o estado de fase $|\theta_l\rangle$ para outro estado de fase $|\theta_m\rangle$, como segue,

$$|\theta_m\rangle = e^{-i\phi\hat{n}}|\theta_l\rangle = \frac{1}{\sqrt{N+1}} \sum_{n=0}^N e^{in(\theta_l-\phi)}|n\rangle, \quad (4.20)$$

uma vez que seja satisfeita a seguinte condição:

$$\phi = \theta_l - \theta_m = (l - m) \left(\frac{2\pi}{N + 1} \right), \quad (4.21)$$

com $m + 1 \leq l \leq N + m$. Desse modo, após o DF2, o estado do sistema torna-se

$$|\Psi'_{abc}\rangle = \frac{1}{2} [|1\rangle_b |0\rangle_c (|\theta_m\rangle_a - |\theta_l\rangle_a) + i |0\rangle_b |1\rangle_c (|\theta_m\rangle_a + |\theta_l\rangle_a)], \quad (4.22)$$

e por último, se o detector D1 (D2) dispara, o estado do modo a é projetado na superposição $|\Psi_{l,m}^+\rangle$ ($|\Psi_{l,m}^-\rangle$), dada por:

$$|\Psi_{m,l}^\pm\rangle_a = |\theta_m\rangle_a \pm |\theta_l\rangle_a. \quad (4.23)$$

O esquema descrito acima baseia-se na disponibilidade de um estado de fase inicial, o qual, em princípio, poderia ser preparado pelo procedimento da ref. [72]. As propriedades não-clássicas dessa superposição foram estudadas na ref. [25].

4.5 Limitações experimentais em modos viajantes

No caso de modos viajantes, os seguintes aspectos experimentais devem ser mencionados:

- O deslocamento de fase de π no primeiro IMZ: em campos ópticos, para obter um deslocamento de fase dessa ordem, precisamos de um meio com susceptibilidade não-linear muito alta ou de um meio Kerr muito longo [171]. No entanto, tamanhas não-linearidades não são ainda disponíveis, e longos caminhos no meio provocam forte dissipação. Algumas sugestões para aumentar a não-linearidade Kerr têm sido apresentadas para contornar essa maior dificuldade na preparação de estados de Fock em modos viajantes [172, 173, 174].
- A dificuldade da geração preliminar de estado de 1-fóton $|1\rangle$ para alimentar os modos \mathbf{b} do IMZ, contornada recentemente [160].
- Outro aspecto refere-se à sincronização dos estados de um fóton, de modo a ajustar os meios Kerr para garantir os deslocamentos de fase de $\pi/2^{j-1}$ no j -ésimo interferômetro.

- Finalmente, temos o problema da eficiência dos fotodetectores, que ainda permanecia como uma dificuldade. Contudo, mais recentemente [175], foram obtidos fotodetectores com eficiências próxima a 100%.

4.6 Preparando estados de Fock

Uma proposta interessante de geração de estados de Fock da família $|2^J\rangle$, $J = 1, 2, 3, \dots$, em modos viajantes e com máxima probabilidade de sucesso, foi apresentada por Steuernagel [110]. O esquema utiliza um arranjo de divisores de feixe 50/50, com as entradas externas alimentadas por estados de Fock de um fóton. Em todas as saídas, exceto na última, estão posicionados fotodetectores. Caso nenhum deles registrem alguma contagem, o estado na última saída será projetado, por essa medida condicional, no estado de Fock desejado. Nesta seção vamos estender esta proposta de geração para todos os estados de Fock [93], mantendo a máxima probabilidade de sucesso. Verificaremos que isto exige uma outra disposição do divisor de feixe com coeficientes de transmissão e reflexão devidamente escolhidos.

Na figura 4.2 mostramos a primeira etapa do arranjo, que consiste num divisor de feixe 50/50 alimentado por um fóton em cada modo. O papel desempenhado pelo divisor de feixe

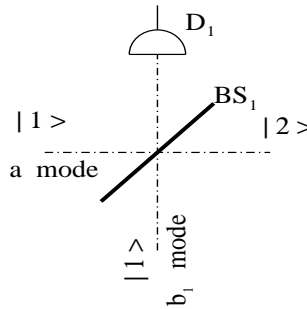


Figura 4.2: Esquema experimental para a geração do estado de Fock $|2\rangle$.

sobre o estado de entrada $|\Psi\rangle_{in} = |1\rangle_a |1\rangle_{b_1}$ é produzir o estado de saída $|\Psi\rangle_{out,1} = \hat{R}_1 |\Psi\rangle_{in}$, onde \hat{R}_1 denota o operador unitário [176]

$$\hat{R}_1 = \exp \left[i\theta_1 (\hat{a}^\dagger \hat{b}_1 + \hat{a} \hat{b}_1^\dagger) \right], \quad (4.24)$$

em termos dos operadores de criação \hat{a}^\dagger , \hat{b}_1^\dagger e aniquilação \hat{a} , \hat{b}_1 para os modos a e b_1 . Usando a

eq. (4.24), obtemos as seguintes relações:

$$\begin{aligned}\hat{R}_1 a^\dagger \hat{R}_1^\dagger &= t_1 \hat{a}^\dagger + r_1 \hat{b}_1^\dagger, \\ \hat{R}_1 b_1^\dagger \hat{R}_1^\dagger &= r_1 \hat{a}^\dagger + t_1 \hat{b}_1^\dagger.\end{aligned}\quad (4.25)$$

Desse modo, a aplicação do operador \hat{R}_1 sobre o estado de entrada $|\Psi\rangle_{\text{in}}$ leva ao estado de saída

$$\begin{aligned}|\Psi\rangle_{\text{out.1}} &= \hat{R}_1 |1\rangle_a |1\rangle_{b_1} = \hat{R}_1 \hat{a}^\dagger \hat{R}_1^\dagger \hat{R}_1 \hat{b}_1^\dagger \hat{R}_1^\dagger |0\rangle_a |0\rangle_{b_1} \\ &= \left(t_1 \hat{a}^\dagger + r_1 \hat{b}_1^\dagger\right) \left(r_1 \hat{a}^\dagger + t_1 \hat{b}_1^\dagger\right) |0\rangle_a |0\rangle_{b_1}\end{aligned}\quad (4.26)$$

onde $t_1 = \cos(\theta_1)$ e $r_1 = i\text{sen}(\theta_1)$ os coeficientes de transmissão e reflexão do DF_1 . O estado de Fock $|2\rangle$ é obtido no modo a quando uma medida condicional apropriada é feita, a saber, quando nenhum fóton é detectado na saída do modo b_1

$$|\phi^{(2)}\rangle = {}_b\langle 0|\Psi\rangle_{\text{out.1}} = r_1 t_1 (\hat{a}^\dagger)^2 |0\rangle_a, \quad (4.27)$$

o que corresponde, a menos da normalização, ao estado de Fock $|2\rangle$.

O mesmo procedimento é válido para a próxima etapa: agora o estado de Fock $|2\rangle$ entra no modo \mathbf{a} e o estado $|1\rangle$ no modo \mathbf{b}_2 do DF_2 . Quando nenhum fóton é detectado na saída do modo \mathbf{b}_2 , o estado na saída do modo \mathbf{a} é

$$|\phi^{(3)}\rangle = {}_{b_2}\langle 0|\Psi\rangle_{\text{out.2}} = \frac{r_2 t_2^2}{\sqrt{2}} (\hat{a}^\dagger)^3 |0\rangle_a. \quad (4.28)$$

Repetindo o procedimento $N - 1$ vezes, obtemos o estado de Fock $|N\rangle$ arbitrário

$$\begin{aligned}|\phi^{(N)}\rangle &= {}_{b_{N-1}}\langle 0| \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\binom{N-1}{n}}{\sqrt{N!}} t_k^{N-n-1} r_k^n (\hat{a}^\dagger)^{N-n-1} (\hat{b}_k^\dagger)^n \\ &\times \left(r_k \hat{a}^\dagger + t_k \hat{b}_k^\dagger\right) |0\rangle_a |0\rangle_{b_{N-1}}\end{aligned}\quad (4.29)$$

onde $t_k = \cos(\theta_k)$ e $r_k = i\text{sen}(\theta_k)$ são os coeficientes de transmissão e reflexão do k -ésimo divisor de feixe, respectivamente. O resultado na eq. (4.29) corresponde ao arranjo experimental mostrado na figura 4.3.

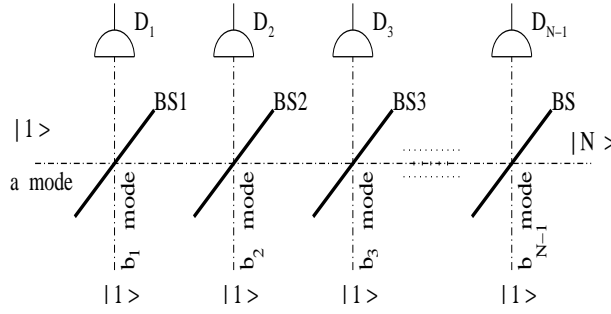


Figura 4.3: Arranjo experimental para produzir o estado de Fock $|N\rangle$ a partir dos estados de Fock $|1\rangle$ nos modos a and b_j , $j = 1, 2, 3, \dots$

4.6.1 Probabilidade de sucesso

A probabilidade de sucesso $P_{|2\rangle}$ de preparação do estado de Fock $|2\rangle$ é dada por:

$$P_{|2\rangle} = \langle \phi^{(2)} | \phi^{(2)} \rangle = 2(1 - t_1^2)t_1^2, \quad (4.30)$$

cujo valor máximo é $P_{|2\rangle}^{(max)} = 1/2$ para um transmitância $t_1 = \sqrt{1/2}$. O mesmo cálculo para o segundo divisor de feixe acarreta uma probabilidade de sucesso de preparação do estado de Fock $|3\rangle$ igual a $P_{|3\rangle}^{(max)} = 4/9$, com a transmitância do DF2 sendo $t_2 = \sqrt{2/3}$. Assim, para a k -ésima etapa, a probabilidade de sucesso é escrita como,

$$P_{|k+1\rangle} = (k+1)(1 - t_k^2)t_k^{2k}, \quad (4.31)$$

tendo o valor máximo

$$P_{|k+1\rangle}^{(max)} = \left(\frac{k}{k+1} \right)^k, \quad (4.32)$$

quando escolhermos a transmitância t_k igual a

$$t_k = \left(\frac{k}{k+1} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.33)$$

Portanto, a probabilidade de sucesso total \mathcal{P} , que é o produto das probabilidades de sucesso de cada uma das etapas mostrada na figura 4.3, é dada por

$$\mathcal{P}_{|N\rangle}^{(max)} = \prod_{k=1}^{N-1} P_{|k+1\rangle}^{(max)} = \prod_{k=1}^{N-1} \left[\left(\frac{k}{k+1} \right)^k \right] = \frac{N!}{N^N}, \quad (4.34)$$

a qual coincide com a probabilidade de sucesso máxima encontrada na ref. [110].

O presente procedimento é uma adaptação conveniente do esquema introduzido previamente por Dakna *et al.* [71], entre os quais podemos destacar algumas analogias e diferenças:

- São similares no uso de um arranjo sequencial e linear de divisores de feixe e com o emprego de detectores nos modos perpendiculares para a realização de medidas condicionais;
- Diferem no uso de estados distintos entrando no modo a da figura 4.3 (ref. [71] utiliza o estado de vácuo $|0\rangle$ como estado inicial enquanto nós temos empregado o estado $|1\rangle$), e o uso de divisor de feixe com diferentes transmitância, ajustadas para otimizar a probabilidade de sucesso de preparação do estado desejado (na Ref. [71] as transmitâncias são as mesmas para todos os divisores de feixe);
- Em ambos os casos são considerados detectores ideais (eficiência unitária), o que não constitui uma exigência forte devido ao desenvolvimento recente de fotodetectores com eficiência de $\simeq 100\%$ [175].
- Finalmente, enquanto na ref. [71] foi mostrado que a probabilidade de sucesso máxima na preparação do estado de fase coerente truncado não era significativamente afetada pelo emprego de divisores de feixe distintos. Aqui observamos que esse resultado não é verdade para a criação de estados de Fock. Por exemplo, a probabilidade de sucesso máxima para obter o estado $|2\rangle$ é 67% (20%) quando usamos distintos (idênticos) divisores de feixe.

Até agora, consideramos que todos os pacotes de onda representando os fóton são idênticos, portanto indistinguíveis. A observação de efeitos de interferência de dois fótons, que incidem num divisor de feixe, requer sua indistinguibilidade em termos da largura de banda, largura de pulso, polarização, frequência e *time-jitter* [166]. Isso acarreta que os perfis espaço-temporais dos fótons sejam idênticos, caso contrário, os efeitos de interferência serão reduzidos ou mesmo destruídos [177, 167, 178]. A identidade dos pacotes de ondas constituem também um requerimento crucial em processos de informação quântica [32] e em redes quânticas [179].

Vamos investigar agora como a fidelidade do estado desejado é afetada em decorrência dos efeitos de *time-jitter*. Na presença de um *time-jitter* ϵ , o estado de um-fotón no modo **a** é representado por [166]

$$|1\rangle_b = \int d\omega f(\omega) e^{i\omega\epsilon} \hat{b}^\dagger |0\rangle_b, \quad (4.35)$$

onde $f(\omega) = (\tau^2/\pi)^{1/4} e^{-(\omega-\omega_0)^2\tau^2/2}$ é o espectro do pacote de onda do fóton, com $\int f^2 d\omega = 1$.

Por conveniência, fazemos todos os fótons remanescentes ideais e indistinguíveis. Assim, o estado inicial $|\psi\rangle_{in} = |N\rangle_a |1\rangle_b$ no último divisor de feixe é escrito como

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{in}^* &= \frac{1}{\sqrt{N!}} \int d\omega_1 \dots d\omega_N f(\omega_1) \dots f(\omega_N) \hat{a}^\dagger(\omega_1) \dots \hat{a}^\dagger(\omega_N) \\ &\times \int d\omega_{N+1} f(\omega_{N+1}) e^{i\epsilon\omega_{N+1}} \hat{b}^\dagger(\omega_{N+1}) |0\rangle_a |0\rangle_b. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Usando a eq. (4.24), a relação de comutação $[\hat{a}(\omega_i), \hat{a}^\dagger(\omega_j)] = \delta(\omega_i - \omega_j)$ e assumindo detecção zero no modo **b**, o estado de saída no modo-**a** $|\phi^{(N+1)}\rangle^* = {}_b\langle 0|\psi\rangle_{in}^*$, colapsa em:

$$\begin{aligned} |\phi^{(N+1)}\rangle^* &= \frac{RT^N}{\sqrt{N!}} \int d\omega_1 \dots d\omega_{N+1} f(\omega_1) \dots f(\omega_{N+1}) \\ &e^{i\epsilon\omega_{N+1}} \hat{a}^\dagger(\omega_1) \dots \hat{a}^\dagger(\omega_{N+1}) |0\rangle. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Fazendo o *time-jitter* $\epsilon = 0$, a probabilidade de sucesso $\mathcal{P} = {}^*\langle \phi^{(N+1)} | \phi^{(N+1)} \rangle^*$ coincide com o resultado da eq. (4.34). A eq. (4.37) permite-nos encontrar os efeitos do **time-jitter** sobre a fidelidade:

$$F(\epsilon) = \prod_{k=1}^N \frac{|\langle \phi^{(k)} | \phi^{(k)} \rangle^*|^2}{\|\phi^{(k)}\|^2 \|\phi^{(k)}\|^*} = \frac{(N+1)!}{\prod_{k=1}^N (ke^{(\epsilon/\tau)^2/2} + 1)}. \quad (4.38)$$

A figura 4.4 mostra a fidelidade versus o *time-jitter* normalizado para os estados de Fock $|2\rangle$, $|5\rangle$, $|10\rangle$. Note que a fidelidade é 100% para $\epsilon = 0$.

Para uma fonte de 1-fóton, realizada por ponto quântico bombeado incoerentemente, o *time-jitter* é da ordem de 10^{-11} s, enquanto a largura de pulso é 10^{-9} s, resultando numa razão $\epsilon/\tau \cong 0.01$ [166], o que garante no nosso caso uma fidelidade maior que 99%, como mostrado na figura 4.4.

Em resumo, estendemos os resultados da ref. [110] sobre a preparação de estados de Fock do tipo $|2^J\rangle$ para estados de Fock arbitrários $|N\rangle$. Em ambos os casos a probabilidade

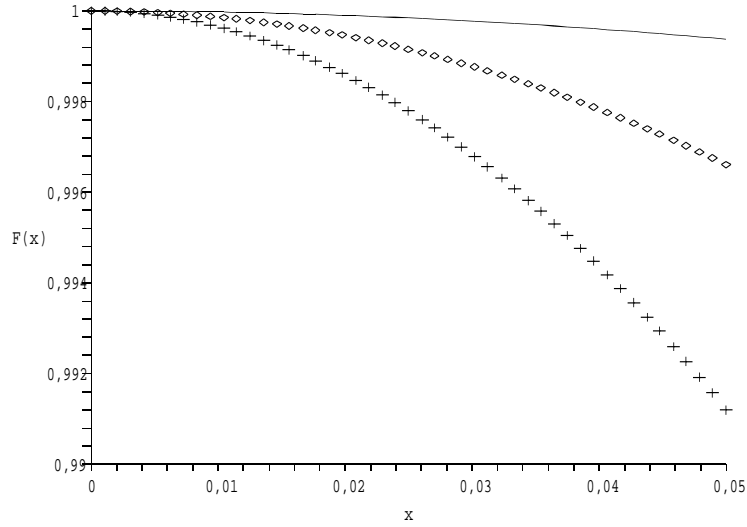


Figura 4.4: Fidelidade $F(x)$ versus o time-jitter normalizado pela largura de pulso $x = \epsilon/\tau$ para os estados de Fock $|2\rangle$ (sólido), $|5\rangle$ (pontilhado), e $|10\rangle$ (cruz).

de sucesso é maximizada. Obtivemos essa generalização empregando um conjunto de divisores de feixe com coeficientes de transmissão t_k devidamente ajustados. É interessante comparar com um recente *Rapid Communication* [112], onde o estado de Fock $|5\rangle$ é obtido por extração óptica de fótons de um estado coerente. A probabilidade de sucesso desse esquema é de $10^{-10}\%$ (com fidelidade de 79%), enquanto no nosso esquema resultam 4% e 100%, respectivamente. Finalmente, consideramos os efeitos de *time-jitter* sobre fidelidade dos estados preparados, que depende do esquema de geração utilizado e do tipo de fonte de 1-fóton empregada. Mostramos que no nosso esquema a fidelidade é maior que 99%, quando empregamos fontes 1-fóton implementada por ponto quântico (figura 4.4).

4.7 Medição indireta da função de Wigner

Todas as propriedades físicas de um sistema quântico estão contidas no vetor de estado, que não é uma quantidade mensurável diretamente. Contudo, é possível reconstruir o estado quântico através de um conjunto adequado de medidas. Com essa finalidade, diversas propostas e realizações experimentais têm sido feitas nos últimos 20 anos. A reconstrução de estados pode ser realizada pela obtenção da Função de Wigner, seja pela reconstrução tomográfica de

dados obtidos por medição *homodyne* [180, 181, 182, 183] ou através de convoluções obtidas por fotocontagem [184, 185]. Outros esquemas de reconstrução não-tomográficos foram propostos para campos estacionários [54, 186], íons aprisionados [187, 43, 188, 189] e campos viajantes [190, 191, 74, 192]. Em particular, alguns procedimentos levam à medição direta da Função de Wigner tanto em cavidade [54], quanto em modo viajantes [74]. Procedimentos alternativos para reconstruir estados quânticos são a medição da função Q de Husimi [18, 193] e da função característica simétrica [194, 73, 75].

Apresentamos agora um procedimento para reconstruir estados quânticos através da medição da função característica simétrica em modos viajantes [75]. O esquema experimental consiste de um interferômetro de Mach-Zehnder munido, num dos braços, de um meio não-linear (NM) auxiliar e de um defasador (η) no outro, como exibido na 4.5. O meio não-linear acopla os modos **a** e **b** do interferômetro de Mach-Zehnder. Medições da probabilidade de detecção de fótons nos modos **b** e **c** permitem reconstruir o estado de entrada do modo **a**.

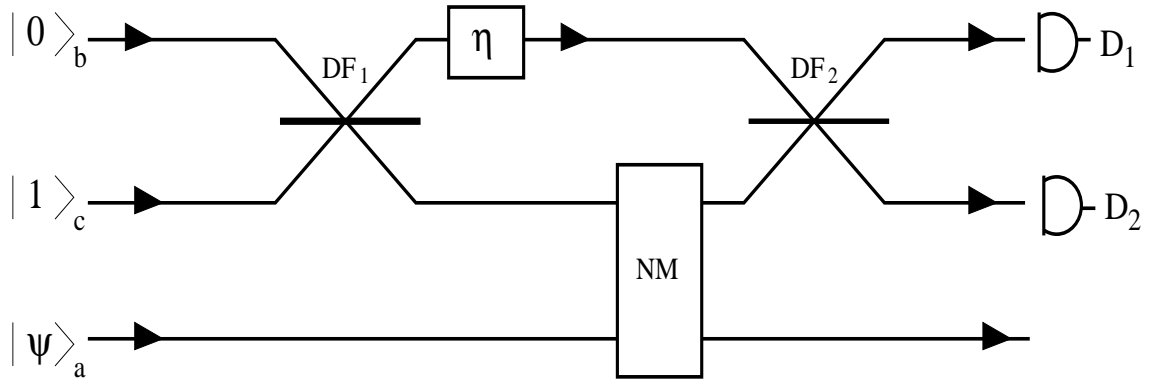


Figura 4.5: Arranjo experimental para reconstruir estado em modos viajantes.

Inicialmente, os estados de vácuo e 1-fóton incidem nos modos **b** e **c**, respectivamente, do DF1 (ideal, simétrico, 50/50), cuja ação é descrita pelo operador (4.3). Assim, de acordo com as relações (4.4), os estados de entrada são transformados em:

$$\hat{R}_{bc}|0\rangle_b|1\rangle_c = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_b|1\rangle_c + i|1\rangle_b|0\rangle_c), \quad (4.39)$$

$$\hat{R}_{bc}|1\rangle_b|0\rangle_c = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_b|0\rangle_c + i|0\rangle_b|1\rangle_c). \quad (4.40)$$

O defasador η adiciona uma fase $e^{i\eta}$ no campo que o atravessa. De forma que, logo depois do DF1, o estado do sistema é dado por

$$|\Psi\rangle_{abc} = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\eta}|0\rangle_b|1\rangle_c + i|1\rangle_b|0\rangle_c)|\Psi\rangle_a, \quad (4.41)$$

sendo $|\Psi\rangle_a$ o estado a ser reconstruído.

Consideraremos os modos \mathbf{a} e \mathbf{b} acoplados por um meio não-linear com susceptibilidade de terceira ordem, com dois modos adicionais acoplados (não mostrados na figura 4.5), alimentados por um campo coerente altamente excitado, tratado classicamente [195]. Desse modo, o efeito do meio não-linear é descrito pelo hamiltoniano [195, 196]

$$\hat{H}_{\text{NM}} = i\lambda\hat{b}^\dagger\hat{b}(\beta\hat{a}^\dagger - \beta^*\hat{a}), \quad (4.42)$$

onde λ é a constante de acoplamento entre os modos e β representa a amplitude do campo clássico. Disso resulta o operador de evolução de temporal

$$\hat{U}_{\text{NM}} = \exp\left[\lambda\tau\hat{b}^\dagger\hat{b}(\beta\hat{a}^\dagger - \beta^*\hat{a})\right] \quad (4.43)$$

onde τ é o tempo de passagem da luz através do meio não-linear. Após a travessar o MNL, o estado do sistema torna-se

$$|\Psi'\rangle_{abc} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{U}_{\text{NM}}(e^{i\eta}|0\rangle_b|1\rangle_c + i|1\rangle_b|0\rangle_c)|\Psi\rangle_a. \quad (4.44)$$

Como $\hat{U}_{\text{NM}}|1\rangle_b = |1\rangle_b\hat{D}_a(\alpha)$ e $\hat{U}_{\text{NM}}|0\rangle_b = |0\rangle_b$, onde $\alpha = \lambda\tau\beta$ e $\hat{D}_a(\alpha) = \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})$ é o operador deslocamento, a eq. (4.44) pode ser reescrita como

$$|\Psi'\rangle_{abc} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{i\eta}|0\rangle_b|1\rangle_c + i|1\rangle_b|0\rangle_c\hat{D}_a(\alpha)\right)|\Psi\rangle_a, \quad (4.45)$$

e após a passagem pelo BS2, o estado do sistema é

$$|\Psi''\rangle_{abc} = \frac{1}{2}\left\{|0\rangle_b|1\rangle_c\left[e^{i\eta} - \hat{D}_a(\alpha)\right]|\Psi\rangle_a + i|1\rangle_b|0\rangle_c\left[e^{i\eta} + \hat{D}_a(\alpha)\right]|\Psi\rangle_a\right\}. \quad (4.46)$$

Agora, se D1 disparar e D2 não, correspondendo à detecção do estado $|0\rangle_b|1\rangle_c$, o estado do campo eletromagnético no modo \mathbf{a} é projetado em

$$|\Psi\rangle_a^{\text{out}} = \frac{1}{2}\left[e^{i\eta} - \hat{D}_a(\alpha)\right]|\Psi\rangle_a. \quad (4.47)$$

A probabilidade $P(\alpha, \eta)$ para a ocorrência de um tal evento é dada por

$$\begin{aligned} P(\alpha, \eta) &= \frac{1}{4} \text{Tr}_a \left\{ \left[e^{i\eta} - \widehat{D}_a(\alpha) \right] \hat{\rho}_a \left[e^{-i\eta} - \widehat{D}_a^\dagger(\alpha) \right] \right\} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ e^{-i\eta} \text{Tr}_a \left[\widehat{D}(\alpha) \hat{\rho}_a \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.48)$$

onde $\hat{\rho}_a = |\Psi\rangle_a \langle \Psi|_a$ é operador densidade descrevendo o estado inicial no modo \mathbf{a} .

A eq. (4.48) pode ser reescrita, em termos da definição da função característica simétrica $\chi(\alpha) = \text{Tr} \left[\hat{\rho} \widehat{D}(\alpha) \right]$, como:

$$P(\alpha, \eta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ e^{-i\eta} \chi(\alpha) \right\}. \quad (4.49)$$

Assim, a medição da probabilidade $P(\alpha, \eta)$ para uma fase $\eta = 0$, fornece a parte real da função característica, enquanto a medição de $P(\alpha, \pi/2)$ fornece a parte imaginária $\chi(\alpha)$. Desse modo obtemos que:

$$\chi(\alpha) = 1 - 2P(\alpha, 0) + i \left[1 - 2P\left(\alpha, \frac{\pi}{2}\right) \right]. \quad (4.50)$$

Estas duas medidas, na verdade, levam a valores de $\chi(\alpha)$ em dois pontos (a saber, α e $-\alpha$) como consequência da propriedade $\chi^*(\alpha) = \chi(-\alpha)$.

Uma vez que a função de Wigner é a transformada de Fourier da função característica:

$$W(z) = \frac{1}{\pi^2} \int d^2\alpha \chi(\alpha) \exp(z\alpha^* - z^*\alpha), \quad (4.51)$$

a determinação de $\chi(\alpha)$ para um número razoável de pontos permite a reconstrução da função de Wigner do estado original do campo incidente no modo \mathbf{a} . A partir da função característica simétrica, podemos encontrar a função característica antinormal ordenada, $\chi_A(\alpha) = \chi(\alpha) \exp(-|\alpha|^2/2)$, que fornece a função Q de Husimi por uma transformada de Fourier. Neste caso, precisamos apenas encontrar os valores de $\chi(\alpha)$ na vizinhança de $\alpha = 0$, já que o fator exponencial torna desprezível $\chi_A(\alpha)$ para valores grandes $|\alpha|$. Note que α é um parâmetro livre na eq. (4.51), dado por $\alpha = \lambda\tau\beta$, onde $|\beta|$ é considerado grande (correspondendo a um campo clássico altamente excitado) e τ assume valores pequenos no experimento. Com isso α pode ser tratado na região de interesse através do controle de τ e $|\beta|$.

Possivelmente, a maior dificuldade experimental dessa proposta esteja na disponibilidade de um MNL descrito pelo hamiltoniano (4.42). Na próxima seção, mostramos como contornar essa dificuldade usando um meio Kerr e divisores de feixe.

4.8 Operador de deslocamento condicional

O *Operador Deslocamento Condicional* (ODC) é um dispositivo que acopla dois sistemas quânticos de tal modo que o estado de um deles condiciona a realização de um deslocamento no outro. Este dispositivo tem sido usado na literatura, por exemplo, em medidas quânticas não-demolidoras [195], em estudos sobre estatísticas de fótons [196], e na proposta de medição da função característica simétrica [75]. No domínio da eletrodinâmica quântica de cavidades, a implementação do ODC foi proposta usando átomos de dois níveis interagindo com um único modo do campo eletromagnético, e bombeado por um campo clássico intenso [73]. Contudo, até onde sabemos, não há uma proposta factível de como implementar esse operador para estados quânticos arbitrários no domínio de ondas viajantes. Aqui mostramos como deslocar condicionalmente um estado quântico arbitrário (puro ou de mistura) usando um meio Kerr entre dois divisores de feixe com uma de suas portas alimentadas por estados coerentes altamente excitados.

Um diagrama esquemático do procedimento de geração do ODC é mostrado na figura 4.6. Dois modos **a** e **b** são conectados por um meio não-linear do tipo Kerr, colocado entre dois divisores de feixe, DF_1 e DF_2 . Os divisores de feixe simulam a ação de um operador deslocamento sobre o estado do campo incidente no modo **a**, quando a outra porta é alimentada por estados coerentes altamente excitados $|\gamma\rangle$ e $|-\gamma\rangle$. Desta forma, se dois estados arbitrários $|\psi\rangle$ e $|\phi\rangle$ entram, respectivamente, nos modos **a** e **b**, resulta que depois do DF_1 , o estado total do sistema será [184, 185, 197]:

$$|\Psi'\rangle_{ab} = \hat{D}_a(\alpha)|\psi\rangle_a|\phi\rangle_b, \quad (4.52)$$

onde $\alpha = R\gamma$, sendo R o coeficiente de reflexão de DF_1 (com $R \ll 1$) e $\hat{D}_a(\alpha) = \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})$ o operador deslocamento no modo **a**.

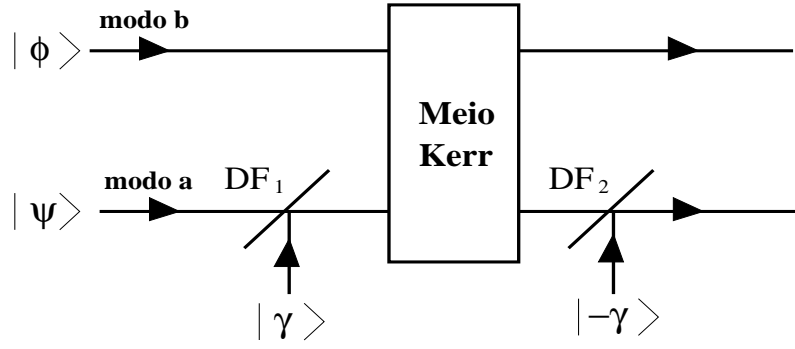


Figura 4.6: Ilustração esquemática do dispositivo ODC: consiste em um meio Kerr entre dois divisores de feixe ao longo do trajeto dos sinais de entrada.

O meio Kerr produz um acoplamento dispersivo entre os modos **a** e **b**, descrito pelo operador de evolução temporal (4.8). Devido à ação desse operador sobre os modos, seguido da ação do DF_2 , que corresponde a um segundo deslocamento, o estado do sistema evolui para:

$$|\Psi''\rangle_{ab} = \hat{D}_a^\dagger(\alpha) e^{-i\theta \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{b}^\dagger \hat{b}} \hat{D}_a(\alpha) |\psi\rangle_a |\phi\rangle_b . \quad (4.53)$$

Após alguma álgebra encontramos:

$$\begin{aligned} \hat{D}_a^\dagger(\alpha) e^{-i\theta \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{b}^\dagger \hat{b}} \hat{D}_a(\alpha) &= e^{-i\theta(\hat{a}^\dagger + \alpha^*)(\hat{a} + \alpha) \hat{b}^\dagger \hat{b}} \\ &= e^{(-i\theta \hat{a}^\dagger \hat{a} - i\theta \alpha \hat{a}^\dagger - i\theta \alpha^* \hat{a} - i\theta |\alpha|^2) \hat{b}^\dagger \hat{b}} , \end{aligned} \quad (4.54)$$

onde usamos $\hat{D}(\alpha)^\dagger \hat{a} \hat{D}(\alpha) = \hat{a} + \alpha$ e $\hat{D}(\alpha)^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{D}(\alpha) = \hat{a}^\dagger + \alpha^*$.

Para um meio Kerr realístico, apenas pequenas mudanças na fase θ são disponíveis em laboratórios. Para altos valores de α e campos pouco excitados a eq. (4.54) pode ser reescrita na forma:

$$\hat{D}_a^\dagger(\alpha) e^{-i\theta \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{b}^\dagger \hat{b}} \hat{D}_a(\alpha) \simeq e^{-i\theta |\alpha|^2 \hat{b}^\dagger \hat{b}} \hat{U}_{DC}(\beta), \quad (4.55)$$

onde $\beta = -i\theta\alpha$, $|\beta| = \theta|\alpha|$ finito e

$$\hat{U}_{DC}(\beta) = \exp[\hat{b}^\dagger \hat{b} (\beta \hat{a}^\dagger - \beta^* \hat{a})], \quad (4.56)$$

é o ODC desejado. Enfatizamos que a eq. (4.55) é uma relação algébrica do operador, independente do estado da entrada no dispositivo ODC.

Como comentário final, a substituição do MNL pelo ODC na figura 4.5, permite obter duas aplicações interessantes: a medição da indireta da função de Wigner para estados em modos viajantes, como mostrado na seção anterior, e a preparação de novos estados superpostos [83], tais como $|\psi\rangle \pm \hat{D}(\beta)|\psi\rangle$, onde $|\psi\rangle$ é um estado arbitrário no modo **a**.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas

Investigamos a preparação de alguns estados não-clássicos do campo eletromagnético quantizado, confinados em cavidade de microondas ou em modo viajante: superposição circular de estados coerentes [84, 87, 85, 86] e de estados coerentes comprimidos [145, 133]; superposição de estados de fase de Pegg-Barnett [90, 88] e de estados comprimidos [91, 92]; estados contendo buracos na distribuição de fótons P_n [89, 94, 153] e estados de Fock arbitrários [93]. Apresentamos também propostas de medição indireta da função de Wigner [75] e de um dispositivo que implementa a operação de deslocamento condicional para estado em modos viajantes [83].

A preparação da superposição circular de estados coerentes em cavidade pode ser feita, a princípio, utilizando a interação dispersiva [84], Raman [85] ou dispersiva com bombeio clássico [86]. Através de escolhas convenientes de parâmetros dessas superposições obtemos estados de Fock do tipo $|2^N\rangle$, com $N = 1, 2, 3, \dots$ e superposições do tipo $A|2^N\rangle + B|2^{N+1}\rangle$ [87]. Por exemplo, para preparar o estado $|2^N\rangle$ deixamos N átomos de Rydberg de três níveis atravessarem um arranjo constituído por uma cavidade de microondas colocada entre duas zonas de Ramsey. Cada átomo interage dispersivamente com um modo do campo eletromagnético confinado na cavidade e o estado descrevendo o sistema átomo-campo fica emaranhado; assim, pela manipulação do átomo, alteramos o estado do campo. Após conveniente detecção do estado atômico, o campo na cavidade é projetado no estado desejado. Desse modo, depois que N átomos atravessam o arranjo experimental, o campo é levado a uma superposição onde apenas a ocupação de um único estado de Fock é significativa. Como mostrado no Capítulo 3, a

superposição circular de 2^N estados coerentes consegue se aproximar do estado de Fock $|3\rangle$ com uma fidelidade de 98%; a comparação entre as funções de Wigner desses estados suporta esta afirmação. O procedimento necessita fixar o parâmetro $\theta = \pi$ e otimizar a intensidade α^2 do estado coerente inicial na cavidade, para obter o máximo de fidelidade entre o estado gerado $|\Psi_N(\alpha_{\max}, \pi)\rangle$ e o estado de número $|2^N\rangle$. É interessante mencionar que o método sugerido na Ref. [143] requer N átomos cruzando a cavidade para gerar uma SECC com $N + 1$ estados coerentes e, assim, necessitaríamos $2^N - 1$ átomos para criar o estado $|\Psi_N\rangle$. Por meio do esquema apresentado neste trabalho somos capazes de criar essa superposição com 2^N estados coerentes usando unicamente N átomos. Os procedimentos em cavidade e em modo viajante são complementares [84], no sentido de que o segundo caso estende realizações do domínio de microondas para o domínio óptico, e vice-versa. No domínio óptico, uma sequência de interferômetros de Mach-Zehnder, munidos de meio Kerr, são devidamente ajustados de tal forma que um campo eletromagnético, num estado coerente inicial, ao atravessar o sistema é transformado no mesmo estado que é gerado na cavidade pela passagem dos átomos. A preparação da superposição circular de estados coerentes em íons aprisionados, e conseqüentemente dos estados de estados de Fock, foi proposta na ref. [136], bem como das superposições de estados de Fock [22]. Em seguida consideramos a preparação da superposição circular de estados coerentes comprimidos [133, 145] e mostramos que ela possibilita a obtenção de uma classe mais ampla de estados de Fock [133], a saber, $|k2^N\rangle$, $k = 1, 2, 3, \dots$ e $N = 2, 3, 4, \dots$. Contudo, do ponto de vista prático, ele necessita de um passo adicional preliminar: a preparação do estado coerente comprimido inicial, que pode ser feito pelo esquema das referências [146, 147]. Investigamos também a preparação de estados contendo buracos na distribuição de número de fótons, em cavidade utilizando interação Raman [89] e ressonante [153]; e em modo viajante usando um único divisor de feixe mais um fotodetector [94].

Na seqüência propomos a preparação de estados de Fock em modos viajantes [93]. O esquema utiliza um arranjo seqüência de divisores de feixe com as entradas alimentadas por estados de Fock de 1-fóton e com coeficientes de transmissão e reflexão devidamente escolhidos

para otimizar probabilidade de sucesso. Comparamos nosso esquema com um recente *Rapid Communication* [112], onde o estado de Fock $|5\rangle$ é obtido por extração óptica de fótons de um estado coerente. A probabilidade de sucesso desse esquema é de $10^{-10}\%$ (com fidelidade de 79%), enquanto que na nossa proposta resultam 4% e 100%, respectivamente. Finalmente, consideramos os efeitos de *time-jitter* sobre fidelidade dos estados preparados, que depende do esquema de geração utilizado e do tipo de fonte de 1-fóton empregada. Mostramos que no nosso esquema a fidelidade é maior que 99%, quando empregamos fontes 1-fóton implementada por ponto quântico. Apresentamos também um procedimento para reconstruir estados quânticos em campos viajantes através da medição da função característica simétrica em modos viajantes [75] e propomos um dispositivo para implementar a operação de deslocamento condicional [83], que é útil na preparação de novos estados superpostos, tais como $|\psi\rangle \pm \hat{D}(\beta)|\psi\rangle$.

Como perspectivas futuras temos: (i) o estudo da influência da temperatura, via *Thermofield Dynamics* [198, 199], sobre estados gerados ; (ii) a investigação de processos de decoerência nestes estados [200, 26]; (iii) a preparação de estados em microcavidades semicondutoras [201].

Bibliografia

- [1] R. J. Glauber. Coherent and incoherent states of the radiation field. *Phys. Rev.*, **131**, 2766, 1963.
- [2] R. J. Glauber. Photon Correlations. *Phys. Rev. Lett.*, **10**, 84, 1963.
- [3] R. J. Glauber. The photon theory of optical coherence. *Phys. Rev.*, **130**, 2529, 1963.
- [4] E. C. G. Sudarshan. Equivalence of Semiclassical and Quantum Mechanical Descriptions of Statistical Light Beams. *Phys. Rev. Lett.*, **10**, 277, 1963.
- [5] V. V. Dodonov and V. I. Man'ko. Theory of nonclassical states of light. Taylor Francis, 2003.
- [6] H. J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel. Photon antibunching in resonance fluorescence. *Phys. Rev. Lett.*, **39**, 691, 1977.
- [7] R. Short and L. Mandel. Observation of Sub-Poissonian Photon Statistics. *Phys. Rev. Lett.*, **51**, 384, 1983.
- [8] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley. Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 2409, 1985.
- [9] R. Ghosh and L. Mandel. Observation of nonclassical effects in the interference of two photons. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1903, 1987.
- [10] G. Rempe, H. Walther, and N. Klein. Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 353, 1987.

-
- [11] H. P. Yuen. Two-photon coherent states of the radiation field. *Phys. Rev. A*, **13**, 2226, 1976.
- [12] M. S. Kim, F. A. M. de Oliveira, and P. L. Knight. Photon number distributions for squeezed number states and squeezed thermal states. *Opt. Comm.*, **72**, 99, 1989.
- [13] F. A. M. de Oliveira, M. S. Kim, P. L. Knight, and V. Buek. Properties of displaced number states. *Phys. Rev. A*, **41**, 2645, 1990.
- [14] A. I. Lvovsky and S. A. Babichev. Synthesis and tomographic characterization of the displaced Fock state of light. *Phys. Rev. A*, **66**, 011801(R), 2002.
- [15] D. T. Pegg and S. M. Barnett. Unitary phase operator in quantum mechanics. *Europhys. Lett.*, **6**, 483, 1988.
- [16] D. Stoler, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich. Binomial states of the quantized radiation field. *Optica Acta*, **32**, 345, 1985.
- [17] S. M. Barnett and D. T. Pegg. Phase Measurement by Projection Synthesis. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 4148, 1996.
- [18] B. Baseia, M. H. Y. Moussa, and V. S. Bagnato. Q-function measurements by projection synthesis. *Phys. Lett. A*, **231**, 331, 1997.
- [19] J. A. Bergou, M. Hillery, and D. Yu. Minimum uncertainty states for amplitude-squared squeezing: Hermite polynomial states. *Phys. Rev. A*, **43**, 515, 1991.
- [20] A. Zavatta, S. Viciani, and M. Bellini. Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of light. *Science*, **306**, 660, 2004.
- [21] W. Schleich, M. Pernigo, and F. L. Kien. Nonclassical state from two pseudoclassical states. *Phys. Rev. A*, **44**, 2171, 1991.
- [22] A. L. S. Silva, W. D. Jose, V. V. Dodonov, and S. S. Mizrahi. Production of two-Fock states superpositions from even circular states and their decoherence. *Phys. Lett. A*, **282**, 235, 2001.

- [23] V. V. Dodonov, I. A. Malkin, and V. I. Manko. Even and odd coherent states and excitations of a singular oscillators. *Physica A*, **72**, 597, 1974.
- [24] B. C. Sanders. Superposition of two squeezed vacuum states and interference effects. *Phys. Rev. A*, **39**, 4284, 1989.
- [25] L. A. de Souza, B. Baseia, and J. M. C. Malbouisson. Superposition of truncated phase states: generation and properties. *Phys. Lett. A*, **309**, 5, 2003.
- [26] V. V. Dodonov and L. A. de Souza. Decoherence of superpositions of displaced number states. *J. Opt. B*, **7**, S490, 2005.
- [27] A. S. F. Obada and G. M ABD Al-Kader. Superpositions of squeezed displaced Fock states: properties and generation. *J. Mod. Opt.*, **46**, 263, 1999.
- [28] M. Hillery. Amplitude-squared squeezing of the electromagnetic field. *Phys. Rev. A*, **36**, 3796, 1987.
- [29] Y. A. Barbosa, G. C. Marques, and B. Baseia. Generalized superposition of two squeezed states: generation and statistical properties. *Physica A*, **280**, 346, 2000.
- [30] C.H. Bennett, Gilles Brassard, Claude Crépeau, Richard Jozsa, Asher Peres, and William K. Wootters. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1895, 1993.
- [31] A. Ekert and R. Jozsa. Quantum computation and Shor's factoring algorithm. *Rev. Mod. Phys.*, **68**, 733, 1996.
- [32] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature*, **409**, 46, 2001.
- [33] T. Pellizzari. Quantum Networking with Optical Fibres. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 5242, 1997.
- [34] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, and H. Zbinden. Quantum cryptography. *Rev. Mod. Phys.*, **74**, 145, 2002.

- [35] G. Björk, L. L. Sánchez-Soto, and J. Söderholm. Entangled-State Lithography: Tailoring Any Pattern with a Single State. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 4516, 2001.
- [36] S. Haroche. Tests of quantum mechanics with single atoms in high Q cavities. *Hyperfine Interactions*, **114**, 87, 1998.
- [37] J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Rev. Mod. Phys.*, **73**, 565, 2001.
- [38] M. Brune, S. Haroche, V. Lefevre, J. M. Raimond, and N. Zagury. Quantum nondemolition measurement of small photon numbers by Rydberg-atom phase-sensitive detection. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 976, 1990.
- [39] M. Brune, S. Haroche, J. M. Raimond, L. Davidovich, and N. Zagury. Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling: Quantum-nondemolition measurements and generation of “Schrödinger cat” states. *Phys. Rev. A*, **45**, 5193, 1992.
- [40] L. Davidovich, A. Maali, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Quantum switches and nonlocal microwave fields. *Phys. Rev. A*, **71**, 2360, 1993.
- [41] L. Davidovich, N. Zagury, M. Brune, J.M. Raimond, and S. Haroche. Teleportation of an atomic state between two cavities using nonlocal microwave fields. *Phys. Rev. A*, **50**, R895, 1994.
- [42] P. Domokos, J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche. Simple cavity-QED two-bit universal quantum logic gate: The principle and expected performances. *Phys. Rev. A*, **52**, 3554, 1995.
- [43] P. J. Bardroff, E. Mayr, W. P. Schleich, P. Domokos, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Simulation of quantum-state endoscopy. *Phys. Rev. Lett.*, **53**, 2736, 1996.
- [44] M. Brune, F. Schmidt Kaler, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J. M. Raimond, and S. Haroche. Quantum Rabi Oscillation: A Direct Test of Field Quantization in a Cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 1800, 1996.

- [45] Davidovich L, Brune M, Raimond JM, and Haroche S. Mesoscopic quantum coherences in cavity QED: Preparation and decoherence monitoring schemes. *Phys. Rev. A*, **53**, 1295, 1996.
- [46] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maitre, A. Maali, C. Wunderlich, J. M. Raimond, and S. Haroche. Observing the Progressive Decoherence of the "Meter" in a Quantum Measurement. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 4887, 1996.
- [47] E. Hagley, X. Maître, G. Nogues, C. Wunderlich, J. M. Raimond M. Brune, and S. Haroche. Generation of Einstein-Podolsky-Rosen Pairs of Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 1, 1997.
- [48] X. Maître, E. Hagley, G. Nogues, C. Wunderlich, P. Goy, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Quantum Memory with a Single Photon in a Cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 769, 1997.
- [49] J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche. Reversible Decoherence of a Mesoscopic Superposition of Field States. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 1964, 1997.
- [50] P. Domokos, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Photon-number-state generation with a single two-level atom in a cavity: a proposal. *Eur. Phys. J. D*, **1**, 1, 1998.
- [51] G. Nogues, A. Rauschenbeutel, S. Osnaghi, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Seeing a single photon without destroying it. *Nature*, **400**, 239, 1999.
- [52] A. Rauschenbeutel, G. Nogues, S. Osnaghi, P. Bertet, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Coherent Operation of a Tunable Quantum Phase Gate in Cavity QED. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 5166, 1999.
- [53] G. Nogues, A. Rauschenbeutel, S. Osnaghi, P. Bertet, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, L. G. Lutterbach, and L. Davidovich. Measurement of a negative value for the Wigner function of radiation. *Phys. Rev. A*, **62**, 054101, 2000.
- [54] L. G. Lutterbach and L. Davidovich. Method for Direct Measurement of the Wigner Function in Cavity QED and Ion Traps. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 2547, 1997.

- [55] S. Osnaghi, P. Bertet, A. Auffeves, P. Maioli, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Coherent Control of an Atomic Collision in a Cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 037902, 2001.
- [56] F. Yamaguchi, P. Milman, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Quantum search with two-atom collisions in cavity QED. *Phys. Rev. A*, **66**, 010302, 2002.
- [57] A. Rauschenbeutel, P. Bertet, S. Osnaghi, G. Nogues, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Controlled entanglement of two field modes in a cavity quantum electrodynamics experiment. *Phys. Rev. A*, **64**, 050301, 2001.
- [58] G. Pires, N. G. de Almeida, A. T. Avelar, and B. Baseia. Teleporting a state inside a single bimodal high-Q cavity. *Phys. Rev. A*, **71**, 060301, 2005.
- [59] G. Pires, N. G. de Almeida, A. T. Avelar, and B. Baseia. Teleporting entanglements of cavity-fields states. *Phys. Rev. A*, **70**, 025803, 2004.
- [60] W. B. Cardoso, A. T. Avelar, B. Baseia, and N. G. de Almeida. Teleportation of entangled states without Bell-state measurement. *Phys. Rev. A*, **72**, 045802, 2005.
- [61] P. Bertet, S. Osnaghi, P. Milman, A. Auffeves, P. Maioli, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Generating and Probing a Two-Photon Fock State with a Single Atom in a Cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 143601, 2002.
- [62] A. Auffeves, P. Maioli, T. Meunier, S. Gleyzes, G. Nogues, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Entanglement of a Mesoscopic Field with an Atom Induced by Photon Graininess in a Cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 230405, 2003.
- [63] P. Hyafil, J. Mozley, A. Perrin, J. Tailleur, G. Nogues, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Coherence-preserving trap architecture for long-term control of giant Rydberg atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 103001, 2004.
- [64] P. Maioli, T. Meunier, S. Gleyzes, A. Auffeves, G. Nogues, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Nondestructive Rydberg Atom Counting with Mesoscopic Fields in a Cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 113601, 2005.

- [65] D. Bouwmeester, J-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. Experimental quantum teleportation. *Nature*, **390**, 575, 1997.
- [66] D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, and S. Popescu. Experimental Realization of Teleporting an Unknown Pure Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels. *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 1121, 1998.
- [67] A. Furusawa, J. Sorensen, S. L. Braunstein, C. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik. Unconditional quantum teleportation. *Science* 282, 706 (1998)., **282**, 706, 1998.
- [68] D. Fattal, E. Diamanti, K. Inoue, and Y. Yamamoto. Quantum Teleportation with a Quantum Dot Single Photon Source. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 037904, 2004.
- [69] T. C. Ralph, A. G. White, W. J. Munro, and G. J. Milburn. Simple scheme for efficient linear optics quantum gates. *Phys. Rev. A*, **65**, 012314, 2002.
- [70] S. A. Babichev, B. Brezger, and A. I. Lvovsky. Remote Preparation of a Single-Mode Photonic Qubit by Measuring Field Quadrature Noise. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 047903, 2004.
- [71] M. Dakna, J. Clausen, L. Knöll, and D.-G. Welsch. Generation of arbitrary quantum states of traveling fields. *Phys. Rev. A*, **59**, 1658, 1999.
- [72] C. J. Villas-Boas, Y. Guimarães, M. H. Y. Moussa, and B. Baseia. Recurrence formula for generalized optical state truncation by projection synthesis. *Phys. Rev. A*, **63**, 55801, 2001.
- [73] XuBo Zou, K. Pahlke, and W. Mathis. Phase measurement and generation of arbitrary superposition of Fock states. *Phys. Lett. A*, **323**, 329, 2004.
- [74] C. J. Villas-Bôas, G. A. Prata, and M. H. Y. Moussa. Direct measurement of the Wigner distribution of a traveling field. *Phys. Rev. A*, **64**, 065801, 2001.
- [75] A. T. Avelar, B. Baseia, and J. M. C. Malbouisson. Scheme for direct measurement of the Wigner characteristic function of traveling fields. *Opt. Comm.*, **259**, 754, 2006.
- [76] C. Valverde, A. T. Avelar, B. Baseia, and J. M. C. Malbouisson. Generation of the truncated reciprocal-binomial state for optical fields. *Phys. Lett. A*, **315**, 213, 2003.

- [77] A. T. Avelar, B. Baseia, and N. G. de Almeida. Complementary coherent state for measuring the Q-function: generation and properties. *J. Opt. B: Quantum and Semiclass. Opt.*, **6**, 41, 2004.
- [78] S. Souza, A. T. Avelar, N. G. de Almeida, and B. Baseia. Polynomial state of the electromagnetic field: generation and statistical properties. *Opt. Comm.*, **239**, 359, 2004.
- [79] K. Vogel, V. M. Akulin, and W. P. Schleich. Quantum state engineering of the radiation field. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 1816, 1993.
- [80] M. H. Y. Moussa and B. Baseia. Generation of the reciprocal-binomial state. *Phys. Lett. A*, **238**, 223, 1998.
- [81] C. C. Gerry. Generation of optical macroscopic quantum superposition states via state reduction with a Mach-Zehnder interferometer containing a Kerr medium. *Phys. Rev. A*, **59**, 4095, 1999.
- [82] P. Domokos, J. Janszky, and P. Adam. Single-atom interference method for generating Fock states. *Phys. Rev. A*, **50**, 3340, 1994.
- [83] S. Souza, A. T. Avelar, J. M. C. Malbouisson, and B. Baseia. Conditional displacement operator for traveling wave fields. Submetido para publicação., 2006.
- [84] L. P. A. Maia, B. Baseia, A. T. Avelar, and J. M. C. Malbouisson. Sculpturing coherent states to get highly excited Fock states for stationary and travelling fields. *J. Opt B: Quantum and Semiclass. Opt.*, **6**, 351, 2004.
- [85] A. T. Avelar, T. M. da Rocha Filho, L. Losano, and B. Baseia. Preparing Fock states of the electromagnetic field via Raman interaction. *Phys. Lett. A*, **340**, 74, 2005.
- [86] A. T. Avelar and B. Baseia. Preparing highly excited Fock states of a cavity field using driven atoms. *J. Opt. B*, **7**, 198, 2005.
- [87] A. Aragão, A. T. Avelar, J. M. C. Malbouisson, and B. Baseia. Generation of states $A|k2N\rangle + B|(k+1)2N\rangle$ for electromagnetic fields. *Phys. Lett. A*, **329**, 284, 2004.

- [88] A. T. Avelar, L. A. de Souza, T. M. da Rocha Filho, and B. Baseia. Generation of superposed phase states via Raman interaction. *J. Opt. B: Quantum and Semiclass. Opt.*, **6**, 383, 2004.
- [89] A. T. Avelar and B. Baseia. Controlled hole burning in the Fock space via Raman interaction. *Opt. Comm.*, **239**, 281, 2004.
- [90] A. T. Avelar, B. M. Escher, and B. Baseia. A comment on: "Superpositions of truncated phase states: generation and properties" [*Phys. Lett. A* 309 (2003) 5]. *Phys. Lett. A*, **318**, 161, 2003.
- [91] A. T. Avelar, T. M. da Rocha Filho, and B. Baseia. Generation of superpositions of squeezed states for optical fields. *Opt. Commun.*, **231**, 297, 2004.
- [92] A. T. Avelar, J. M. C. Malbouisson, and B. Baseia. A note on "Generalized superposition of two squeezed states: generation and statistical properties". *Physica A*, **334**, 139, 2004.
- [93] B. M. Escher, A. T. Avelar, and B. Baseia. Synthesis of arbitrary Fock states via conditional measurement on beam splitters. *Phys. Rev. A*, **72**, 045803, 2005.
- [94] B. M. Escher, A. T. Avelar, T. M. R. Filho, and B. Baseia. Controlled hole burning in the Fock space via conditional measurements on beam splitters. *Phys. Rev. A*, **70**, 025801, 2004.
- [95] B. L. Van Der Waerden. *Sources of Quantum Mechanics*. Dover Publications, 1967.
- [96] P. A. M. Dirac. The quantum theory of the Emission and Absorption of Radiation. *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, **114**, 243, 1927.
- [97] D. F. Walls and G. J. Milburn. *Quantum Optics*. Springer-Verlag, 1994.
- [98] B. Baseia. Sobre a real necessidade de uma teoria quântica para a luz: óptica quântica. *Rev. Bras. Ens. Fis.*, **17**, 1, 1995.
- [99] C. C. Gerry and P. L. Knight. Quantum superpositions and Schrödinger cat states in quantum optics. *Am. J. Phys.*, **65**, 964, 1997.

- [100] William H. Louisell. *Quantum statistical properties of radiation*. John Wiley & Sons, 1973.
- [101] R. P. Feynman. *Statistical Mechanics A set of Lectures*. Addison-Wesley Publishing Company, 1972.
- [102] L. Mandel. *Opt. Lett.*, **4**, 205, 1979.
- [103] M. Hillery, R. F. O'Connell, M. O. Scully, and E. P. Wigner. *Distribution functions in physics: Fundamentals*. *Phys. Rep.*, **106**, 121, 1984.
- [104] H Zbinden, N Gisin, B Huttner, A Muller, and W Tittel. *Practical Aspects of Quantum Cryptographic Key Distribution*. *J. Cryptol*, **13**, 207, 2000.
- [105] W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin. *Quantum Cryptography Using Entangled Photons in Energy-Time Bell States*. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4737, 2000.
- [106] C.M. Caves and P.D. Drummond. *Quantum limits on bosonic communication rates*. *Rev. Mod. Phys.*, **66**, 481, 1994.
- [107] M.J. Holland and K. Burnett. *Interferometric detection of optical phase shifts at the Heisenberg limit*. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 1355, 1993.
- [108] Ole Steuernagel and John A. Vaccaro. *Reconstructing the Density Operator via Simple Projectors*. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 3201, 1995.
- [109] M. F. Santos, E. Solano, and R. L. de Matos. *Conditional Large Fock State Preparation and Field State Reconstruction in Cavity QED*. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 093601, 2001.
- [110] O. Steuernagel. *Synthesis of Fock state via beam splitters*. *Opt. Comm.*, **138**, 71, 1997.
- [111] G. M. D'Ariano, L. Maccone, M. G. A. Paris, and M. F. Sacchi. *Optical Fock-state synthesizer*. *Phys. Rev. A*, **61**, 053817, 2000.
- [112] K. Sanaka. *Linear optical extraction of photon-number Fock states from coherent states*. *Phys. Rev. A*, **71**, 021801(R), 2005.

- [113] J. Krause, M. O. Scully, T. Walther, and H. Walther. Preparation of a pure number state and measurement of the photon statistics in a high-Q micromaser. *Phys. Rev. A*, **39**, 1915, 1989.
- [114] B.T.H. Varcoe, S. Brattke, M. Weidinger, and H. Walther. Preparing pure photon number states of the radiation field. *Nature*, **403**, 743, 2000.
- [115] W. H. Zurek. Decoherence and the transition from quantum to classical. *Phys. Today*, page 36, 1991.
- [116] D. Stoler. Equivalence classes of minimum uncertainty packets. I. *Phys. Rev. D*, **1**, 3217, 1970.
- [117] D. Stoler. Equivalence classes of minimum uncertainty packets. II. *Phys. Rev. D*, **4**, 1925, 1971.
- [118] C. M. Caves. Quantum-mechanical noise in an interferometer. *Phys. Rev. D*, **23**, 1693, 1981.
- [119] D. F. Walls. Squeezed states of light. *Nature*, **306**, 141, 1983.
- [120] H. J. Kimble. Squeezed states of light: an (incomplete) survey of experimental progress and prospects. *Phys. Rep.*, **219**, 227, 1992.
- [121] W. H. Louisell. Amplitude and phase uncertainty relations. *Phys. Lett.*, **7**, 60, 1963.
- [122] D.T. Pegg and S. M. Barnett. Phase properties of the quantized single-mode electromagnetic field. *Phys. Rev. A*, **39**, 1665, 1989.
- [123] J. A. Vaccaro and D. T. Pegg. Wigner function for number and phase. *Phys. Rev. A*, **41**, 5156, 1990.
- [124] Y. Guimarães, B. Baseia, C. J. Villas-Boas, and M. H. Y. Moussa. On the generation of the phase state. *Phys. Lett. A*, **268**, 260, 2000.
- [125] M. O. Scully and M. S. Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1997.

- [126] E. T. Jaynes and F. W. Cummings. 'Comparison of Quantum and Semiclassical Radiation Theory with Application to the Beam Maser. Proc. IEEE., **51**, 89, 1963.
- [127] R. Short and L. Mandel. Observation of Sub-Poissonian Photon Statistics. Phys. Rev. Lett., **51**, 384, 1983.
- [128] D. F. V. James. quantum Computation with hot and cold ions: an assessment of proposed schemes. Fortschr. Phys., **48**, 823, 2000.
- [129] A. S. Parkins, P. Marte, P. Zoller, and H. J. Kimble. Synthesis of arbitrary quantum states via adiabatic transfer of Zeeman coherence. Phys. Rev. Lett., **71**, 3095, 1993.
- [130] L. Xu and Z.-M. Zhange. Modified effective Hamiltonian for degenerate Raman process. Z. Phys. B, **95**, 507, 1994.
- [131] M. Brune, P. Nussenzveig, F. Schmidt-Kaler, F. Bernardot, A. Maali, J. M. Raimond, and S. Haroche. From Lamb shift to light shifts: Vacuum and subphoton cavity fields measured by atomic phase sensitive detection. Phys. Rev. Lett., **72**, 3339, 1994.
- [132] D.T. Pegg, L.S. Phillips, and S.M. Barnett. Optical State Truncation by Projection Synthesis. Phys. Rev. Lett., **81**, 1604, 1998.
- [133] P. B. Monteiro, B. Baseia, A. T. Avelar, and J. M. C. Malbouisson. Sculpturing squeezed states to get highly excited fock states. Braz. J. Phys., **35**, 579, 2005.
- [134] R. Ejnisman and P. Nussenzveig. Átomos de Rydberg: estudos quânticos com átomos "quase-clássicos". Rev. Bras. Ens. Fis., **19**, 90, 1997.
- [135] b. Baseia B R. Ragi and S. S. Mizrahi. Non-classical properties of even circular states. J. Opt. B, **2**, 299, 2000.
- [136] W. D. José and S. S. Mizrahi. Generation of circular states and Fock states in a trapped ion. J. Opt. B, **2**, 306, 2000.
- [137] J. M. C. Malbouisson and B. Baseia. Higher-generation Schrödinger cat states in cavity QED. J. Mod. Opt., **46**, 2015, 1999.

- [138] S.-B. Zheng and G.-C. Guo. Preparation of superpositions of coherent states of a field via the Raman interaction. *J. Opt. B*, **9**, L45, 1997.
- [139] M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Theory of the Rydberg-atom two-photon micromaser. *Phys. Rev. A*, **35**, 154, 1987.
- [140] S.-B. Zheng and C.-G. Guo. Generation of superpositions of coherent states of a cavity field with a driven atom. *Phys. Lett. A*, **244**, 512, 1998.
- [141] P. Alsing, D. S. Guo, and H. J. Carmichael. Dynamic Stark effect for the Jaynes-Cummings system. *Phys. Rev. A*, **45**, 5135, 1992.
- [142] M. J. Holland, D. F. Walls, and P. Zoller. Quantum nondemolition measurements of photon number by atomic beam deflection. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 1716, 1991.
- [143] S. Szabo, P. Adam, J. Janszky, and P. Domokos. Construction of quantum states of the radiation field by discrete coherent-state superpositions. *Phys. Rev. A*, **53**, 2698, 1996.
- [144] C. K. Law and J. H. Eberly. Arbitrary Control of a Quantum Electromagnetic Field. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 1055, 1996.
- [145] P. B. Monteiro, A. Aragão, A. T. Avelar, and B. Baseia. Generation and properties of 2^N superposed squeezed states. *Physica A*, **354**, 235, 2005.
- [146] C. J. Villas-Boas, N. G. de Almeida, R. M. Serra, and M. H. Y. Moussa. Squeezing arbitrary cavity-field states through their interaction with a single driven atom. *Phys. Rev. A*, **68**, 061801, 2003.
- [147] N. G. de Almeida, R. M. Serra, C. J. Villas-Boas, and M. H. Y. Moussa. Engineering squeezed states in high-Q cavities. *Phys. Rev. A*, **69**, 035802, 2004.
- [148] B. Baseia, M. H. Y. Moussa, and V. S. Bagnato. Hole burning in Fock space. *Phys. Lett. A*, **240**, 277, 1998.
- [149] M. Hillery. Classical pure states are coherent states. *Phys. Lett. A*, **111**, 409, 1985.

- [150] L. Mandel and E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge Univ. Press (NY), 1995.
- [151] J. Zou, B. Shao, and X. Xing. *Int. J. Mod. Phys. B*, **13**, 2727, 1999.
- [152] J. M. C. Malbouisson and B. Baseia. Controlled hole burning in the photon-number distribution of field states in a cavity. *Phys. Lett. A*, **290**, 234, 2001.
- [153] A. T. Avelar and B. Baseia. Controlled hole burning in Fock space via resonant interaction. *Phys. Rev. A*, **72**, 025801, 2005.
- [154] C. C. Gerry and A. Benmoussa. Hole burning in the Fock space of optical fields. *Phys. Lett. A*, **303**, 30, 2002.
- [155] A. Aragão, A. T. Avelar, and B. Baseia. States of the quantized electromagnetic field with highly concentrated phase distribution. *Phys. Lett. A*, **331**, 366, 2004.
- [156] M. Brune, J. M. Raimond, P. Goy, L. Davidovich, and S. Haroche. Realization of a two-photon maser oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1899, 1987.
- [157] L. G. Lutterbach and L. Davidovich. Production and detection of highly squeezed states in cavity QED. *Phys. Rev. A*, **61**, 023813, 2000.
- [158] E. Jeffrey, N. A. Peters, and P. G. Kwiat. Towards a periodic deterministic source of arbitrary single-photon states. *New J. Phys.*, **6**, 100, 2004.
- [159] P. Michler et al. *Science*, **290**, 1502, 2002.
- [160] A. Beveratos, R. Brouri, T. Gacoin, J-P. Poizat, and P. Grangier. Nonclassical radiation from diamond nanocrystals. *Phys. Rev. A*, **64**, 061802, 2001.
- [161] A. Beveratos, S. Kuhn, R. Brouri, T. Gacoin, J.P. Poizat, and P. Grangier. *Eur. Phys. J. D*, **18**, 191, 2002.
- [162] A. Kuhn, M. Hennrich, and G. Rempe. Deterministic Single-Photon Source for Distributed Quantum Networking. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 067901, 2002.

- [163] B. Lounis and W.E. Moerner. Single photons on demand from a single molecule at room temperature. *Nature*, **407**, 491, 2000.
- [164] J. Kim, O. Benson, H. Kan, and Y. Yamamoto. A single-photon turnstile device. *Nature*, **397**, 500, 1999.
- [165] C. K. Hong and L. Mandel. Experimental realization of a localized one-photon state. *Phys. Rev. Lett.*, **56**, 58, 1986.
- [166] A. Kiraz, M. Atatüre, and A. Imamoglu. Quantum-dot single-photon sources: Prospects for applications in linear optics quantum-information processing. *Phys. Rev. A*, **69**, 032305, 2004.
- [167] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2044, 1987.
- [168] N. Imoto, H. A. Haus, and Y. Yamamoto. Quantum nondemolition measurement of the photon number via the optical Kerr effect. *Phys. Rev. A*, **32**, 2287, 1985.
- [169] R. Ragi, B. Baseia, and V. Bagnato. *Int. J. Mod. Phys. B*, **12**, 1595, 1998.
- [170] Z. Z. Xin, D. B. Wang, M. Hirayama, and K. Matumoto. Even and odd two-photon coherent states of the radiation field. *Phys. Rev. A*, **50**, 2865, 1994.
- [171] B. C. Sanders and G. J. Milburn. Quantum limits to all-optical phase shifts in a Kerr nonlinear medium. *Phys. Rev. A*, **45**, 1919, 1992.
- [172] G. S. Agarwal. *Opt. Commun.*, **72**, 253, 1989.
- [173] H. Schmidt and A. Imamoglu. *Opt. Lett.*, **21**, 1936, 1996.
- [174] J. D. Franson. Cooperative enhancement of optical quantum gates. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 3852, 1997.
- [175] A. Imamoglu. High Efficiency Photon Counting Using Stored Light. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 163602, 2002.

- [176] R. A. Campos, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich. Quantum-mechanical lossless beam splitter: SU(2) symmetry and photon statistics. *Phys. Rev. A*, **40**, 1371, 1989.
- [177] A. Imamoglu. *Physica E*, **16**, 47, 2003.
- [178] C. Santori, D. Fattal, J. Vuckovic, G.S. Solomon, and Y. Yamamoto. *New J. Phys.*, **6**, 89, 2004.
- [179] C. Monroe. Quantum information processing with atoms and photons. *Nature*, **416**, 238, 2002.
- [180] K. Vogel and H. Risken. Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase. *Phys. Rev. A*, **40**, 2847, 1989.
- [181] D. T. Smithey, M. Beck, and M. G. Raymer. Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography: Application to squeezed states and the vacuum. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1244, 1993.
- [182] G. M. D'Ariano, U. Leonhardt, and H. Paul. Homodyne detection of the density matrix of the radiation field. *Phys. Rev. A*, **52**, R1801, 1995.
- [183] T. J. Dunn, I. A. Walmsley, and S. Mukamel. Experimental Determination of the Quantum-Mechanical State of a Molecular Vibrational Mode Using Fluorescence Tomography. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 884, 1995.
- [184] K. Banaszek and K. Wódkiewicz. Direct Probing of Quantum Phase Space by Photon Counting. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 4344, 1996.
- [185] S. Wallentowitz and W. Vogel. Unbalanced homodyning for quantum state measurements. *Phys. Rev. A*, **53**, 4528, 1996.
- [186] C. T. Bodendorf, G. Antesberger, M. S. Kim, and H. Walther. Quantum-state reconstruction in the one-atom maser. *Phys. Rev. A*, **57**, 1371, 1998.
- [187] P. J. Bardroff, E. Mayr, and W. P. Schleich. Quantum state endoscopy: Measurement of the quantum state in a cavity. *Phys. Rev. Lett.*, **51**, 4963, 1995.

- [188] D. Leibfried, D. M. Meekhof, B. E. King, C. Monroe, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Experimental Determination of the Motional Quantum State of a Trapped Atom. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 4281, 1996.
- [189] P. J. Bardroff, M. T. Fontenelle, and S. Stenholm. Simple scheme for state measurement. *Phys. Rev. A*, **59**, R950, 1999.
- [190] H. Paul, P. Törmä, T. Kiss, and I. Jex. Photon Chopping: New Way to Measure the Quantum State of Light. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 2464, 1996.
- [191] O. Steuernagel and J. A. Vaccaro. Reconstructing the Density Operator via Simple Projectors. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 2464, 1996.
- [192] K. L. Pregnell and D. T. Pegg. Measuring the elements of the optical density matrix. *Phys. Rev. A*, **66**, 013810, 2002.
- [193] R. Juárez-Amaro, H. Moya-Cessa, and I. Ricárdez-Vargas. Direct measurement of the Q-function in a lossy cavity. *Phys. Lett. A*, **307**, 179, 2003.
- [194] M. S. Kim, G. Antesberger, C. T. Bodendorf, and H. Walther. Scheme for direct observation of the Wigner characteristic function in cavity QED. *Phys. Rev. A*, **58**, R65, 1998.
- [195] G. J. Milburn and D. F. Walls. Quantum nondemolition measurements via quantum counting. *Phys. Rev. A*, **28**, 2646, 1983.
- [196] M. Ban. Quasicontinuous measurements of photon number. *Phys. Rev. A*, **49**, 5078, 1994.
- [197] M. G. A. Paris. Displacement operator by beam splitter. *Phys. Lett. A*, **217**, 78, 1996.
- [198] G. R. de Melo. Dinâmica de Campos Térmicos e Estados de Superposição do Campo Eletromagnético Quantizado. Tese de Doutorado, Instituto de Física - Universidade Federal da Bahia, 2004.
- [199] F. C. Khanna and A. E. Santana. Introduction to thermal field dynamics. A ser publicado.
- [200] N. G de Almeida, R. Napolitano, and M. H. Y. Moussa. Phenomelological-operator approach to dissipation in cavity quantum electrodynamics. *Phys. Rev. A*, **62**, 033815, 2000.

-
- [201] D. Erenso, R. Vyas, and S. Singh. Quantum well in a microcavity with injected squeezed vacuum. *Phys. Rev. A*, **67**, 013818, 2003.