

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO DE SISTEMAS CÁRSTICOS UTILIZANDO O MÉTODO DO  
PONTO MATERIAL**

**DANIELA TORO ROJAS**

**ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc.**

**CO-ORIENTADORA: ALBA YERRO, Ph.D.**

**TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G.TD-202/2024**

**BRASÍLIA/DF: AGOSTO/2024**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO DE SISTEMAS CÁRSTICOS UTILIZANDO O MÉTODO DO  
PONTO MATERIAL**

**DANIELA TORO ROJAS**

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTORA.**

**APROVADA POR:**

---

**Manoel Porfírio Cordão Neto, DSc. (UnB)  
(ORIENTADOR)**

---

**Alba Yerro Colom, Ph.D. (Virginia Tech)  
(CO-ORIENTADORA)**

---

**Juan Félix Rodríguez Rebolledo, Ph.D. (UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**Igor Fernandes Gomes, Ph.D. (UFPE)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

---

**Jonathan da Cunha Teixeira, Ph.D. (UFAL)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 23 de AGOSTO de 2024.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

TORO ROJAS, DANIELA

Estudo de sistemas cársticos utilizando o método do ponto material [Distrito Federal]  
2024.

xxvii, 280 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2024)

Tese de doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de  
Engenharia Civil e Ambiental

1. Sistemas cársticos

2. Método do ponto material

3. Barragens de rejeito

4. Modelo de dano

I. ENC/FT/UnB

II. Doutor

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

TORO ROJAS, D. (2024). Estudo de sistemas cársticos utilizando o método do ponto material. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-202/2024, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 279 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Daniela Toro Rojas

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Estudo de sistemas cársticos utilizando o método do ponto material.

GRAU / ANO: Doutor / 2024

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Daniela Toro Rojas  
SQN 406, Bloco K, apto. 204  
CEP: 70847-110, Asa Norte, Brasília/DF - Brasil  
dtr1593@gmail.com

## DEDICATÓRIA

*Para todas as mulheres que me antecederam.  
Para minha mãe, minha irmã e minhas amigas.*

*Às mestras da mutação... Revolucionárias  
Jardineiras da sabedoria e da esperança  
A elas, minha gratidão*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à coragem das decisões passadas que me fizeram chegar à conclusão deste trabalho. Cinco anos se passaram no meio de desafios pessoais e mundiais para, finalmente, agradecer a todas as pessoas que me acompanharam durante esse processo. Antes de mais nada, agradeço a Martha, a mãe desse sonho, a criadora das ideias mais eternas e permanentes que ainda hoje ecoam na minha consciência. Obrigada pela luz!

Agradeço a minha irmã Ana María, minha base e minha força, a outra pessoa além de mim que sustenta essa família. Agradeço à vida que tive junto dela e honro todos os esforços que ela fez e que me permitiram chegar até aqui.

Agradeço ao meu professor Manoel Porfírio Cordão Neto pela dedicação, paciência e ensinamentos que superam as teorias e os conceitos técnicos. Muitas portas foram abertas por causa de seu apoio e de sua crença no meu trabalho. Levarei sempre comigo todos os aprendizados.

Agradeço à professora Alba Yerro pela constância e consistência na elaboração desse trabalho. Sua orientação foi a chave para a execução de muitas ideias que surgiram durante a investigação. Sou muito grata pela oportunidade de trabalhar com uma mulher, professora e investigadora como você. Toda a minha admiração a você, sempre.

Agradeço às mulheres, criadoras e cuidadoras da vida. A Claudia, por tornar todos os meus sonhos realidade. A Juliana, por sua amizade autêntica e corajosa que me permite ser, crescer e evoluir constantemente. A Maria Paz, por seu jeito acolhedor de sempre trazer a paz que necessito nos momentos mais desafiadores. A Nathaly, pelas conversas que trazem à tona a clareza que a rotina tira. A Katarina, Beatriz, Juliana e Danielle, por serem um verdadeiro lar nos tempos em que fui estrangeira, e nos dias de hoje, em que somos uma família.

Não há vida sem história. Agradeço a Viviana, Lina e Angela por se manterem firmes na amizade que tem construído nossa história. Acreditem, a força de vocês me acompanhou nos dias mais escuros, e tê-las em minha vida, depois de tanto tempo, nos torna irmãs.

Agradeço ao melhor grupo de amigos colombianos que fiz no Brasil, Julian, Carlos e Wilson. Que alegria tem sido compartilhar tantas histórias e conversas com vocês. Aos meus amigos brasileiros, Luiza, Priscila e Paulo, pelo apoio constante desde nosso primeiro encontro. Sou muito afortunada por ter vocês em minha vida.

Agradeço ao Bruno, a Isabella e ao João Pedro pelo apoio essencial que me deram durante a finalização deste trabalho. O amor, a amizade e a companhia de vocês fazem parte desta tese, assim como minha profunda admiração e meu respeito pelo suporte que me deram na reta final desta pesquisa. Obrigada, mais uma vez, por tudo que fizeram e por me manterem firme nos dias de fraqueza.

Agradeço aos professores do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da UnB, um grupo de pessoas valiosas e exemplares.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

## RESUMO

Do ponto de vista geológico, as regiões cársticas têm sido estudadas por mais de um século. Estima-se que a cobertura cárstica representa aproximadamente 20% da superfície terrestre. No Brasil, 19 regiões cársticas foram identificadas em todo seu território. Nesse contexto, esta tese investiga o comportamento geomecânico dos sistemas cársticos e os problemas gerados a partir de seu desenvolvimento e seu colapso utilizando o Método do Ponto Material (MPM). A pesquisa revisa a geologia e a geomecânica desses sistemas e os métodos numéricos mais utilizados para avaliar problemas na engenharia geotécnica. São aprofundados conceitos relacionados ao MPM, à elastoplasticidade, aos modelos constitutivos e de dano que subsidiam, posteriormente, uma análise paramétrica para avaliar os mecanismos de colapso e subsidência em ambientes cársticos valendo-se do método numérico selecionado, implementado no *software* Anura3D.

No contexto do Quadrilátero Ferrífero, uma das regiões cársticas brasileiras, foi realizado um estudo de caso sobre os impactos do colapso e da subsidência cárstica em barragens de rejeitos. A complexa geologia da região facilita a formação de feições cársticas que ameaçam a estabilidade das barragens. Os estudos de caso mostram que a presença de cavernas e descontinuidades geológicas pode levar a instabilidades severas, influenciando diretamente os mecanismos de ruptura e a cinemática pós-falha das barragens.

Para finalizar, a tese valida o modelo de dano HyperDamage no *software* GeoStudio, demonstrando a capacidade de representar o comportamento de rochas e materiais quase-frágeis. Este modelo, com base em um comportamento hiperbólico e na mecânica de dano contínuo, mostrou-se robusto após as validações com ensaios de laboratório. Futuras implementações em outros *softwares*, como o Anura3D, poderão expandir as aplicações na mecânica das rochas e na avaliação de feições cársticas.

## **ABSTRACT**

Karst regions have been studied from a geological perspective for over a century. It is estimated that karst coverage represents around 20% of the Earth's surface. In Brazil, 19 karst regions have been identified across its territory. In this context, this thesis investigates the geomechanical behavior of karst systems and the problems arising from their development and collapse using the Material Point Method (MPM). The research reviews the geology and geomechanics of these systems and the most used numerical methods to evaluate problems in geotechnical engineering. Concepts related to MPM, elastoplasticity, constitutive models, and damage models are explored in depth, which subsequently support a parametric analysis that evaluates the mechanisms of collapse and subsidence in karst environments using the selected numerical method, implemented in the Anura3D software.

Within the context of the Iron Quadrangle, one of Brazil's karst regions, a case study is conducted on the impacts of karst collapse and subsidence on tailings dams. The region's complex geology facilitates the formation of karst features that threaten the stability of the dams. The case studies show that caves and geological discontinuities can lead to severe instabilities, directly influencing the dams' failure mechanisms and post-failure kinematics.

Finally, the thesis validates the HyperDamage constitutive model in GeoStudio software, demonstrating its capability to represent the behavior of rocks and quasi-brittle materials. Based on hyperbolic behavior and continuous damage mechanics, this model proved robust after validations with laboratory tests. Future implementations in other software, such as Anura3D, could expand applications in rock mechanics and karst feature evaluation.



## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 PROBLEMA .....</b>	<b>5</b>
<b>1.3 JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>5</b>
<b>1.4 HIPÓTESE.....</b>	<b>6</b>
<b>1.5 OBJETIVOS.....</b>	<b>6</b>
<b>1.6 METODOLOGIA DA PESQUISA .....</b>	<b>7</b>
<b>1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO.....</b>	<b>10</b>
<b>CAPÍTULO 2.....</b>	<b>11</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>11</b>
<b>2.1 SISTEMAS CÁRSTICOS.....</b>	<b>11</b>
<b>2.1.1 GEOMECÂNICA DAS FEIÇÕES CÁRSTICAS .....</b>	<b>18</b>
<b>2.1.2 CARSTES NO BRASIL .....</b>	<b>23</b>
<b>2.1.3 QUADRILÁTERO FERRÍFERO.....</b>	<b>30</b>
<b>2.1.3.1 LITOESTRATIGRAFIA.....</b>	<b>30</b>
<b>2.1.3.2 REGIÃO CÁRSTICA.....</b>	<b>34</b>
<b>2.2 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ANÁLISES GEOMECÂNICAS .....</b>	<b>35</b>
<b>2.2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FEM).....</b>	<b>36</b>
<b>2.2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS (DEM).....</b>	<b>39</b>
<b>2.3 MECÂNICA DA FRATURA E MECÂNICA DOS MEIOS CONTÍNUOS.....</b>	<b>41</b>
<b>2.3.1 FRATURA .....</b>	<b>42</b>
<b>2.3.2 MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO .....</b>	<b>44</b>
<b>2.3.2.1 MODELOS DE FISSURA DISTRIBUÍDA .....</b>	<b>46</b>
<b>2.3.2.2 MODELOS DE PLASTICIDADE E DANO .....</b>	<b>48</b>

2.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	53
	CAPÍTULO 3.....	54
3.	MÉTODO DO PONTO MATERIAL .....	54
3.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	54
3.2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	66
3.2.1	EQUAÇÕES GOVERNANTES .....	67
3.2.2	DISCRETIZAÇÃO.....	67
3.2.3	ALGORITMO DE CÁLCULO .....	70
3.2.4	FORMULAÇÕES PARA ANÁLISES ACOPLADAS.....	74
3.3	MODELOS CONSTITUTIVOS.....	77
3.3.1	MODELO ELASTOPLÁSTICO COM CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB.....	77
3.3.2	MOHR-COULOMB COM AMOLECIMENTO (MCSS).....	79
3.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	81
	CAPÍTULO 4.....	82
4.	VALIDAÇÕES.....	82
4.1	<i>SOFTWARE</i> : ANURA3D .....	82
4.2	BLOCOS EM PLANO INCLINADO .....	83
4.3	CONSOLIDAÇÃO UNIDIMENSIONAL .....	86
4.4	CONSOLIDAÇÃO 2D .....	91
4.5	SOLUÇÃO DE KIRSCH .....	93
4.6	RECALQUES SUPERFICIAIS .....	97
4.6.1	CONVERGÊNCIA DE MALHA .....	98
4.6.2	SOLUÇÃO EMPÍRICA DE PECK (1969).....	100
4.6.3	SOLUÇÃO ANALÍTICA DE VERRUIJT (1997) .....	103
4.6.4	SOLUÇÃO NUMÉRICA COM FEM.....	108

4.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	109
	CAPÍTULO 5.....	111
5.	MODELAGEM NUMÉRICA DE FEIÇÕES CÁRSTICAS .....	111
5.1	ESTUDO DE CASO: TRÊS CAVERNAS .....	111
5.1.1	CONFIGURAÇÃO DO PROBLEMA.....	113
5.1.2	MODELO NUMÉRICO.....	114
5.1.3	RESULTADOS .....	115
5.2	ESTUDO DE CASO: UMA CAVERNA .....	119
5.3	ESTUDO DE CASO: UMA CAVERNA COM DESCONTINUIDADES PREENCHIDAS.....	125
5.4	ANÁLISE PARAMÉTRICA .....	130
5.4.1	COLAPSO .....	135
5.4.2	SUBSIDÊNCIA .....	140
5.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	149
	CAPÍTULO 6.....	150
6.	ESTUDO DE CASO .....	150
6.1	CONTEXTO GERAL .....	151
6.2	MODELAGEM NUMÉRICA .....	155
6.2.1	MATERIAIS .....	156
6.2.2	ELABORAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO.....	159
6.2.2.1	EQUILIBRIO .....	159
6.2.2.2	FORMAÇÃO DO MECANISMO DE RUPTURA.....	162
6.2.2.3	PÓS-RUPTURA .....	163
6.2.3	CONFIGURAÇÃO FINAL DO MODELO NUMÉRICO.....	163
6.2.4	RESULTADOS .....	166
6.2.4.1	EQUILÍBRIO .....	166

6.2.4.2	FORMAÇÃO DO MECANISMO DE RUPTURA .....	170
6.2.4.3	PÓS - RUPTURA .....	177
6.2.4.4	ANÁLISE EM TENSÕES TOTAIS .....	180
6.2.4.5	ANÁLISE DE RESULTADOS .....	186
6.2.5	COMPARAÇÃO COM FEM .....	196
6.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	203
CAPÍTULO 7.....		205
7.	MODELO DE DANO .....	205
7.1	MODELO DE DANO ISOTRÓPICO .....	205
7.1.1	CRITÉRIO DE DEGRADAÇÃO.....	208
7.1.2	LEI DE EVOLUÇÃO DA VARIÁVEL DE DANO .....	210
7.2	MODELO DE DANO HIPERDAMAGE .....	212
7.2.1	MODELO HIPERBÓLICO.....	212
7.2.2	FUNÇÃO DE DANO SIGMOIDE E CRITÉRIO DE DEGRADAÇÃO.....	214
7.2.3	LEI DE EVOLUÇÃO DA VARIÁVEL DE DANO .....	215
7.2.4	IMPLEMENTAÇÃO.....	216
7.2.5	VALIDAÇÕES.....	218
7.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	220
CAPÍTULO 8.....		222
8.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS .....	222
8.1	CONCLUSÕES.....	222
8.2	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS .....	224
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....		226
APÊNDICES.....		243
A.	CONVERGÊNCIA DA MALHA (CAPÍTULO 6) .....	243
B.	RESULTADOS B00 (CAPÍTULO 6) .....	245

<b>C.</b>	<b>RESULTADOS B01 (CAPÍTULO 6)</b> .....	<b>251</b>
<b>D.</b>	<b>RESULTADOS B10 (CAPÍTULO 6)</b> .....	<b>257</b>
<b>E.</b>	<b>RESULTADOS B11 (CAPÍTULO 6)</b> .....	<b>263</b>
<b>F.</b>	<b>RESULTADOS B20 (CAPÍTULO 6)</b> .....	<b>269</b>
<b>G.</b>	<b>RESULTADOS B21 (CAPÍTULO 6)</b> .....	<b>275</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1.</b> Metodologia da tese.....	9
<b>Figura 2.1.</b> Regiões com rochas carbonáticas no mundo (Travassos, 2019) .....	12
<b>Figura 2.2.</b> Feições exocársticas (Ford & Williams, 2007 <i>apud</i> Travassos, 2019).....	14
<b>Figura 2.3.</b> Epicarste (Jones, 2013 <i>apud</i> Travassos <i>et al.</i> , 2015).....	15
<b>Figura 2.4.</b> Feições cársticas epigênicos e hipogênicos (Sendra <i>et al.</i> , 2014 <i>apud</i> Travassos <i>et al.</i> , 2015). .....	16
<b>Figura 2.5.</b> Tipos de cavernas organizadas por mecanismo de formação (Modificado de White & Culver, 2019 e Travassos, 2019) .....	17
<b>Figura 2.6.</b> Principais tipo de dolinas não originadas na dissolução da rocha (Sauro, 2019) .	18
<b>Figura 2.7.</b> Exemplo do colapso de uma caverna. Goiás, Brasil (Autora, 2023).....	20
<b>Figura 2.8.</b> Janelas cársticas. Goiás, Brasil (Autora, 2023) .....	20
<b>Figura 2.9.</b> Evolução de uma fratura estreita para uma fissura larga e depois para uma caverna aberta, e sua eventual destruição por colapso ou perda através do rebaixamento da superfície (Adaptado de Waltham <i>et al.</i> , 2005) .....	21
<b>Figura 2.10.</b> Desenvolvimento de subsidência (Adaptado de Waltham <i>et al.</i> , 2005).....	22
<b>Figura 2.11.</b> Regiões cársticas no Brasil (Timo, 2014).....	24
<b>Figura 2.12.</b> Mapa de áreas de ocorrência de cavernas no Brasil (Adaptado de CECAV, 2018) .....	25
<b>Figura 2.13.</b> Distribuição das cavernas disponibilizadas na base de dados do CECAV por região cárstica brasileira até dezembro/2011 (Adaptado de Cavalcanti <i>et al.</i> , 2012) .....	26
<b>Figura 2.14.</b> Feições cársticas em rochas ferruginosas no Brasil (Auler <i>et al.</i> , 2019).....	27
<b>Figura 2.15.</b> Mapa de Potencialidade de Ocorrência de Cavernas no Brasil (Adaptado de Cavalcanti, 2012) .....	29
<b>Figura 2.16.</b> Coluna estratigráfica do Quadrilátero Ferrífero (Endo <i>et al.</i> , 2019) .....	31
<b>Figura 2.17.</b> Mapa Geológico do Quadrilátero Ferrífero (Endo <i>et al.</i> , 2019).....	32
<b>Figura 2.18.</b> Distribuição das cavernas no QF por litologia (Endo <i>et al.</i> , 2019) .....	34
<b>Figura 2.19.</b> Ruptura frágil (Adaptado de Oller, 2001).....	42
<b>Figura 2.20.</b> Ruptura dúctil (Adaptado de Oller, 2001) .....	43
<b>Figura 2.21.</b> Modos de propagação de fraturas (Adaptado de Oller, 2001).....	44
<b>Figura 2.22.</b> Início do dano macroscópico (Adaptado de Chaboche, 1980).....	45
<b>Figura 2.23.</b> Mecânica da fratura e mecânica do dano contínuo.....	46

<b>Figura 2.24.</b> Representação do deslocamento e da deformação na aproximação do fenômeno de fratura em Modo I (Adaptado de Oller, 2001) .....	47
<b>Figura 2.25.</b> Modelo de Hillerborg (Adaptado de Oller, 2001) .....	48
<b>Figura 2.26.</b> Deformações elásticas e inelásticas no modelo de Rots (Oller, 2001) .....	48
<b>Figura 2.27.</b> Amolecimento (Adaptado de Oller, 2001) .....	49
<b>Figura 2.28.</b> Modelo Chen & Chen (Oller, 2001) .....	50
<b>Figura 2.29.</b> Modelo plástico - fraturável de Bažant (Adaptado de Oller, 2001) .....	51
<b>Figura 2.30.</b> Componentes da taxa de tensão e deformação total: a) elástico, b) elástico-plástico, c) elástico-dano, d) elástico-plástico-dano (Klisiński & Mroz, 1988).....	52
<b>Figura 2.31.</b> Decomposição do comportamento de um material no modelo de zona inerte de Frantziskonis & Desai (Adaptado de Oller, 2001) .....	53
<b>Figura 3.1.</b> Malha computacional e pontos materiais no MPM (Autora, 2024) .....	55
<b>Figura 3.2.</b> Algoritmo geral do MPM (Autora, 2024).....	55
<b>Figura 3.3.</b> Sequência de cálculo no MPM .....	56
<b>Figura 3.4.</b> Modelo elástico perfeitamente plástico .....	77
<b>Figura 3.5.</b> Representação gráfica do critério de ruptura de Mohr-Coulomb .....	78
<b>Figura 3.6.</b> Critério de Mohr-Coulomb – Superfície de plastificação no espaço de tensões principais .....	79
<b>Figura 3.7.</b> Modelo elastoplástico com endurecimento e amolecimento .....	79
<b>Figura 3.8.</b> Ensaio de cisalhamento direto – Esquema do problema .....	80
<b>Figura 3.9.</b> Ensaio de cisalhamento direto – Curvas tensão vs deformação para diferentes valores de $\eta$ .....	81
<b>Figura 4.1.</b> Configuração inicial dos blocos deslizantes (modificado Yerro <i>et al.</i> , 2021).....	83
<b>Figura 4.2.</b> Movimento dos blocos para diversos tempos com MPM.....	84
<b>Figura 4.3.</b> Blocos em plano inclinado - Diagrama do corpo livre .....	85
<b>Figura 4.4.</b> Blocos em plano inclinado – Resultados analíticos (A) e numéricos (N): .....	86
<b>Figura 4.5.</b> Problema de consolidação unidimensional de Terzaghi.....	87
<b>Figura 4.6.</b> Consolidação unidimensional – Solução analítica (A) e numérica (N).....	88
<b>Figura 4.7.</b> Consolidação unidimensional – Influência do <i>damping</i> (d): (a) poropressão e (b) deslocamento .....	89
<b>Figura 4.8.</b> Consolidação unidimensional – Influência da quantidade de Pontos Materiais (PM): (a) poropressão e (b) deslocamento .....	90
<b>Figura 4.9.</b> Consolidação unidimensional – Influência do refinamento de malha: (a) poropressão e (b) deslocamentos.....	91

<b>Figura 4.10.</b> Problema de consolidação bidimensional.....	92
<b>Figura 4.11.</b> Consolidação bidimensional – Solução analítica (A) e numérica (N).....	93
<b>Figura 4.12.</b> Tensões ao redor de um poço (Brady & Brown, 2005).....	94
<b>Figura 4.13.</b> Solução de Kirsch – Esquema do problema .....	96
<b>Figura 4.14.</b> Solução de Kirsch – Resultados da modelagem numérica: (a) Tensão horizontal (kPa) e (b) vertical (kPa) .....	96
<b>Figura 4.15.</b> Solução de Kirsch – Solução analítica (A) e numérica (N) para as tensões radial e tangencial.....	97
<b>Figura 4.16.</b> Solução de Kirsch – Solução analítica (A) e numérica (N) para o deslocamento radial.....	97
<b>Figura 4.17.</b> Recalques superficiais – Esquema do problema.....	98
<b>Figura 4.18.</b> Convergência da malha – Discretização e deslocamento vertical (m) com as cinco configurações.....	99
<b>Figura 4.19.</b> Convergência da malha – Deslocamentos verticais na superfície .....	100
<b>Figura 4.20.</b> Recalques superficiais – Resultados da modelagem numérica: Deslocamento vertical (m) .....	100
<b>Figura 4.21.</b> Modelo empírico de Peck (Pinto & White, 2014 <i>apud</i> Ferrão, 2018).....	101
<b>Figura 4.22.</b> Recalques superficiais – Solução empírica e numérica .....	102
<b>Figura 4.23.</b> Recalques superficiais – Solução analítica: deslocamento radial e ovalização (Verruijt & Booker, 1996).....	103
<b>Figura 4.24.</b> Singularidade (Verruijt & Booker, 1996).....	105
<b>Figura 4.25.</b> Recalques superficiais – Convergência radial (linha contínua) e ovalização (linha tracejada) (Verruijt & Booker, 1996).....	107
<b>Figura 4.26.</b> Recalques superficiais – Solução analítica e numérica .....	108
<b>Figura 4.27.</b> Recalques superficiais – Convergência de malha no FEM .....	108
<b>Figura 4.28.</b> Recalques superficiais – Modelo numérico em FEM.....	109
<b>Figura 4.29.</b> Recalques superficiais – Solução numérica com FEM e MPM .....	109
<b>Figura 5.1.</b> Geometria de referência (Mattos, 2019).....	112
<b>Figura 5.2.</b> Geometria de referência – Tamanho das feições cársticas (Mattos, 2019) .....	112
<b>Figura 5.3.</b> Três cavernas – Cenário base: geometria e malha do problema em MPM .....	114
<b>Figura 5.4.</b> Modelo numérico – Etapas de cálculo.....	115
<b>Figura 5.5.</b> Três cavernas – Cenário 1: Deslocamento vertical (m).....	115
<b>Figura 5.6.</b> Três cavernas – Cenário 2: Deslocamento vertical (m).....	116
<b>Figura 5.7.</b> Três cavernas – Recalque no topo da geometria .....	116



<b>Figura 5.8.</b> Três cavernas – Cenário 1: Deformação desviadora .....	117
<b>Figura 5.9.</b> Três cavernas – Cenário 2: Deformação desviadora .....	117
<b>Figura 5.10.</b> Três cavernas – Cenário 1: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa) ...	118
<b>Figura 5.11.</b> Três cavernas – Cenário 2: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa) ...	119
<b>Figura 5.12.</b> Uma caverna – Cenário base: geometria e malha do problema .....	120
<b>Figura 5.13.</b> Uma caverna – Cenário 1: Deslocamento vertical (m).....	121
<b>Figura 5.14.</b> Uma caverna – Cenário 2: Deslocamento vertical (m).....	121
<b>Figura 5.15.</b> Uma caverna – Recalque no topo da geometria .....	121
<b>Figura 5.16.</b> Uma caverna – Cenário 1: Deformação desviadora .....	122
<b>Figura 5.17.</b> Uma caverna – Cenário 2: Deformação desviadora .....	123
<b>Figura 5.18.</b> Uma caverna – Cenário 1: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa) ....	124
<b>Figura 5.19.</b> Uma caverna – Cenário 2: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa) ....	124
<b>Figura 5.20.</b> Uma caverna com descontinuidades – Cenário base: geometria e malha do problema.....	126
<b>Figura 5.21.</b> Uma caverna com descontinuidades – Cenário 1: Deslocamento vertical (m)	127
<b>Figura 5.22.</b> Uma caverna com descontinuidades – Cenário 2: Deslocamento vertical (m)	127
<b>Figura 5.23.</b> Uma caverna com descontinuidades – Recalque no topo da geometria.....	128
<b>Figura 5.24.</b> Uma caverna com descontinuidades – Cenário 1: Deformação desviadora.....	128
<b>Figura 5.25.</b> Uma caverna com descontinuidades – Cenário 2: Deformação desviadora.....	128
<b>Figura 5.26.</b> Uma caverna com descontinuidades – Cenário 1: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa).....	129
<b>Figura 5.27.</b> Uma caverna com descontinuidades – Cenário 2: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa).....	130
<b>Figura 5.28.</b> Análise paramétrica – Colapso: Configurações C1 a C15.....	133
<b>Figura 5.29.</b> Análise paramétrica – Subsidiência: Configurações C1S a C14S e C1SC a C12SC .....	134
<b>Figura 5.30.</b> Análise paramétrica – Colapso: Deslocamento vertical (m) .....	136
<b>Figura 5.31.</b> Análise paramétrica – Colapso: Deformação desviadora.....	137
<b>Figura 5.32.</b> Análise paramétrica – Colapso: Tensão vertical (kPa).....	138
<b>Figura 5.33.</b> Análise paramétrica – Colapso: Tensão horizontal (kPa).....	139
<b>Figura 5.34.</b> Análise paramétrica – Subsidiência com solo não coesivo: Deslocamento vertical (m).....	141
<b>Figura 5.35.</b> Análise paramétrica – Subsidiência com solo não coesivo: Deformação desviadora.....	142

<b>Figura 5.36.</b> Análise paramétrica – Subsidência com solo não coesivo: Tensão vertical (kPa) .....	143
<b>Figura 5.37.</b> Análise paramétrica – Subsidência com solo não coesivo: Tensão horizontal (kPa) .....	144
<b>Figura 5.38.</b> Análise paramétrica – Subsidência com solo coesivo: Deslocamento vertical (m) .....	145
<b>Figura 5.39.</b> Análise paramétrica – Subsidência com solo coesivo: Deformação desviadora .....	146
<b>Figura 5.40.</b> Análise paramétrica – Subsidência com solo coesivo: Tensão vertical (kPa)..	147
<b>Figura 5.41.</b> Análise paramétrica – Subsidência com solo coesivo: Tensão horizontal (kPa) .....	148
<b>Figura 6.1.</b> Localização das barragens de mineração no Brasil (SIGBM, 2014).....	151
<b>Figura 6.2.</b> Cavernas cadastradas no CECVAV (2022) e barragens de mineração cadastradas no SIGBM (2024) na região do Quadrilátero Ferrífero .....	154
<b>Figura 6.3.</b> Configuração do problema: (a) inicial e (b) proposta.....	155
<b>Figura 6.4.</b> Configuração do problema - Geometria modificada .....	156
<b>Figura 6.5.</b> Rejeito - Tensão cisalhante vs deformação cisalhante para diferentes valores de $\eta$ .....	157
<b>Figura 6.6.</b> Alçamento – Tensão cisalhante vs deformação cisalhante para diferentes valores de $\eta$ .....	158
<b>Figura 6.7.</b> Condições de contorno para representação da feição cárstica.....	160
<b>Figura 6.8.</b> Velocidade horizontal na face da barragem com diferentes valores de <i>damping</i> e $\eta = 20$ .....	161
<b>Figura 6.9.</b> Velocidade horizontal na face da barragem para diferentes valores de $\eta$ e <i>damping</i> = 0.75.....	162
<b>Figura 6.10.</b> Discretização B00-B01: 9305 elementos, 4972 nós, 3 PM/Célula.....	165
<b>Figura 6.11.</b> Discretização B10-B11: 9393 elementos, 5057 nós, 3 PM/Célula.....	165
<b>Figura 6.12.</b> Discretização B20-B21: 9751 elementos, 5237 nós, 3 PM/Célula.....	165
<b>Figura 6.13.</b> 1ª Etapa – Tensão vertical total no reservatório: Resultado analítico e numérico .....	166
<b>Figura 6.14.</b> 1ª Etapa – Tensão efetiva vertical: (a) B00 – B01, (b) B10 – B11 e (c) B20 – B21 .....	167
<b>Figura 6.15.</b> 1ª Etapa – Poropressão: Resultado analítico e numérico.....	167
<b>Figura 6.16.</b> 1ª Etapa – Poropressão (kPa): (a) B00 – B01, (b) B10 – B11 e (c) B20 – B21	168

<b>Figura 6.17.</b> 2ª Etapa – Colapso: Deslocamento horizontal (m) (a) B00, (b) B10 e (c) B20	169
<b>Figura 6.18.</b> 2ª Etapa – Subsidiência: Deslocamento horizontal (m) (a) B01, (b) B11 e (c) B21	170
<b>Figura 6.19.</b> 3ª Etapa – Colapso B00: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)	171
<b>Figura 6.20.</b> 3ª Etapa – Subsidiência B01: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)	172
<b>Figura 6.21.</b> 3ª Etapa – Colapso B10: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)	173
<b>Figura 6.22.</b> 3ª Etapa – Subsidiência B11: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)	174
<b>Figura 6.23.</b> 3ª Etapa – Colapso B20: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)	175
<b>Figura 6.24.</b> 3ª Etapa – Subsidiência B21: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)	176
<b>Figura 6.25.</b> 4ª Etapa – <i>Runout</i> (m): (a) B00, (b) B10, (c) B20	177
<b>Figura 6.26.</b> 4ª Etapa – <i>Runout</i> (m): (a) B01, (b) B11, (c) B21	178
<b>Figura 6.27.</b> 4ª Etapa – Colapso: Configuração final (a) B00, (b) B10 e (c) B20	179
<b>Figura 6.28.</b> 4ª Etapa – Subsidiência: Configuração final (a) B01, (b) B11 e (c) B21	180
<b>Figura 6.29.</b> 1ª Etapa – Tensão efetiva vertical (kPa): B00ND - B01ND	181
<b>Figura 6.30.</b> 1ª Etapa – Tensão vertical total no reservatório: Resultado analítico e numérico	182
<b>Figura 6.31.</b> 2ª Etapa – Deslocamento horizontal (m): (a) B00ND: Colapso e (b) B01ND: Subsidiência	182
<b>Figura 6.32.</b> 3ª Etapa – Colapso B00ND: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)	183
<b>Figura 6.33.</b> 3ª Etapa – Subsidiência B01ND: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)	184
<b>Figura 6.34.</b> 4ª Etapa – <i>Runout</i> (m): (a) B00ND: Colapso e (b) B01ND: Subsidiência	185
<b>Figura 6.35.</b> 4ª Etapa – Configuração final: (a) B00ND: Colapso e (b) B01ND: Subsidiência	186
<b>Figura 6.36.</b> Deslocamento horizontal – Face da barragem	187
<b>Figura 6.37.</b> Velocidade horizontal – Face da barragem	189
<b>Figura 6.38.</b> Tensão desvio – Reservatório	191

<b>Figura 6.39.</b> Poropressão – Reservatório .....	192
<b>Figura 6.40.</b> Colapso (B00ND) e subsidência (B01ND).....	194
<b>Figura 6.41.</b> Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – Colapso (B00) .....	195
<b>Figura 6.42.</b> Configuração do problema no FEM .....	197
<b>Figura 6.43.</b> Malha e condições de contorno: 22717 nós e 22415 elementos de 2 m.....	197
<b>Figura 6.44.</b> 1º Etapa – Tensão efetiva vertical .....	198
<b>Figura 6.45.</b> 1º Etapa – Poropressão .....	198
<b>Figura 6.46.</b> 2º Etapa – Colapso: Deslocamento horizontal .....	199
<b>Figura 6.47.</b> 2º Etapa – Subsidência: Deslocamento horizontal .....	199
<b>Figura 6.48.</b> 3º Etapa – Colapso: Deformação desviadora .....	199
<b>Figura 6.49.</b> 3º Etapa – Subsidência: Deformação desviadora .....	200
<b>Figura 6.50.</b> 3º Etapa – Colapso: Deslocamento horizontal .....	200
<b>Figura 6.51.</b> 3º Etapa – Subsidência: Deslocamento horizontal .....	200
<b>Figura 6.52.</b> 3º Etapa – Colapso: Malha deformada .....	201
<b>Figura 6.53.</b> 3º Etapa – Subsidência: Malha deformada.....	201
<b>Figura 6.54.</b> 3º Etapa – Colapso: Pontos de ruptura .....	202
<b>Figura 6.55.</b> 3º Etapa – Subsidência: Pontos de ruptura .....	202
<b>Figura 6.56.</b> 1º Etapa – Fator de segurança .....	202
<b>Figura 6.57.</b> 3º Etapa – Colapso: Fator de segurança .....	203
<b>Figura 6.58.</b> 3º Etapa – Subsidência: Fator de segurança .....	203
<b>Figura 7.1.</b> Seção transversal .....	205
<b>Figura 7.2.</b> Elemento unidimensional submetido a um carregamento uniaxial (Beserra, 2015) .....	206
<b>Figura 7.3.</b> Evolução da variável de dano (Gonçalves, 2003) .....	209
<b>Figura 7.4.</b> Comportamento do material após o limite elástico: a) dano perfeito, b) endurecimento linear, c) abrandamento linear, d) abrandamento exponencial.....	210
<b>Figura 7.5.</b> Curva hiperbólica representativa .....	212
<b>Figura 7.6.</b> Variação de $Ei$ com a tensão de confinamento (Neves & Caldeira, 2018) .....	213
<b>Figura 7.7.</b> Generalização do modelo .....	214
<b>Figura 7.8.</b> Função de dano sigmoide $ad = 100$ ; $\varepsilon_0 = 0$ – Influência de $nd$ .....	216
<b>Figura 7.9.</b> Função de dano sigmoid $nd = 10$ ; $\varepsilon_0 = 0$ – Influência de $ad$ .....	216
<b>Figura 7.10.</b> Diagrama de fluxo HyperDamage .....	217
<b>Figura 7.11.</b> Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 1 .....	219

<b>Figura 7.12.</b> Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 2.....	219
<b>Figura 7.13.</b> Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 3.....	219
<b>Figura 7.14.</b> Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 4.....	220
<b>Figura 7.15.</b> Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 5.....	220
<b>Figura A.1.</b> Discretização e distância percorrida com as quatro configurações .....	243
<b>Figura A.2.</b> Deslocamento horizontal: (a) Ponto 1, (b) Ponto 3 .....	244
<b>Figura B.1.</b> Deslocamento horizontal – Face da barragem – B00 .....	245
<b>Figura B.2.</b> Deslocamento horizontal – Reservatório – B00 .....	245
<b>Figura B.3.</b> Deslocamento horizontal – Carste - B00 .....	245
<b>Figura B.4.</b> Deslocamento vertical – Face da barragem – B00.....	246
<b>Figura B.5.</b> Deslocamento vertical – Reservatório – B00.....	246
<b>Figura B.6.</b> Deslocamento vertical – Carste – B00.....	246
<b>Figura B.7.</b> Velocidade horizontal – Face da barragem – B00 .....	247
<b>Figura B.8.</b> Velocidade horizontal – Reservatório – B00 .....	247
<b>Figura B.9.</b> Velocidade horizontal – Carste – B00 .....	247
<b>Figura B.10.</b> Velocidade vertical – Face da barragem – B00 .....	248
<b>Figura B.11.</b> Velocidade vertical – Reservatório – B00 .....	248
<b>Figura B.12.</b> Velocidade vertical – Carste – B00.....	248
<b>Figura B.13.</b> Trajetórias p'-q – Reservatório – B00.....	249
<b>Figura B.14.</b> Trajetórias p'-q – Carste – B00.....	249
<b>Figura B.15.</b> Tensão desvio x tempo – Reservatório – B00.....	249
<b>Figura B.16.</b> Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B00.....	250
<b>Figura B.17.</b> Poropressão x tempo – Reservatório.....	250
<b>Figura B.18.</b> Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B00 .....	250
<b>Figura C.1.</b> Deslocamento horizontal – Face da barragem – B01 .....	251
<b>Figura C.2.</b> Deslocamento horizontal – Reservatório – B01 .....	251
<b>Figura C.3.</b> Deslocamento horizontal – Carste – B01 .....	251
<b>Figura C.4.</b> Deslocamento vertical – Face da barragem - B01 .....	252
<b>Figura C.5.</b> Deslocamento vertical – Reservatório – B01 .....	252
<b>Figura C.6.</b> Deslocamento vertical – Carste – B01.....	252
<b>Figura C.7.</b> Velocidade horizontal – Face da barragem – B01 .....	253
<b>Figura C.8.</b> Velocidade horizontal – Reservatório – B01 .....	253
<b>Figura C.9.</b> Velocidade horizontal – Carste – B01 .....	253

<b>Figura C.10.</b> Velocidade vertical – Face da barragem – B01 .....	254
<b>Figura C.11.</b> Velocidade vertical – Reservatório – B01 .....	254
<b>Figura C.12.</b> Velocidade vertical – Carste – B01 .....	254
<b>Figura C.13.</b> Trajetórias p'-q – Reservatório – B01 .....	255
<b>Figura C.14.</b> Trajetórias p'-q – Carste – B01.....	255
<b>Figura C. 15.</b> Tensão desvio x tempo – Reservatório – B01 .....	255
<b>Figura C.16.</b> Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B01.....	256
<b>Figura C.17.</b> Poropressão x tempo – Reservatório – B01.....	256
<b>Figura C.18.</b> Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B01 .....	256
<b>Figura D.1.</b> Deslocamento horizontal – Face da barragem – B10 .....	257
<b>Figura D.2.</b> Deslocamento horizontal – Reservatório – B10 .....	257
<b>Figura D.3.</b> Deslocamento horizontal – Carste – B10 .....	257
<b>Figura D.4.</b> Deslocamento vertical – Face da barragem – B10 .....	258
<b>Figura D.5.</b> Deslocamento vertical – Reservatório – B10 .....	258
<b>Figura D.6.</b> Deslocamento vertical – Carste – B10.....	258
<b>Figura D.7.</b> Velocidade horizontal – Face da barragem – B10.....	259
<b>Figura D.8.</b> Velocidade horizontal – Reservatório – B10.....	259
<b>Figura D.9.</b> Velocidade horizontal – Carste – B10 .....	259
<b>Figura D.10.</b> Velocidade vertical – Face da barragem – B10 .....	260
<b>Figura D.11.</b> Velocidade vertical – Reservatório – B10 .....	260
<b>Figura D.12.</b> Velocidade vertical – Carste – B10 .....	260
<b>Figura D.13.</b> Trajetórias p'-q – Reservatório – B10 .....	261
<b>Figura D.14.</b> Trajetórias p'-q – Carste – B10.....	261
<b>Figura D.15.</b> Tensão desvio x tempo – Reservatório – B10 .....	261
<b>Figura D.16.</b> Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B10.....	262
<b>Figura D.17.</b> Poropressão x tempo – Reservatório – B10.....	262
<b>Figura D.18.</b> Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B10 .....	262
<b>Figura E.1.</b> Deslocamento horizontal – Face da barragem – B11 .....	263
<b>Figura E.2.</b> Deslocamento horizontal – Reservatório – B11 .....	263
<b>Figura E.3.</b> Deslocamento horizontal – Carste – B11.....	263
<b>Figura E.4.</b> Deslocamento vertical – Face da barragem – B11.....	264
<b>Figura E.5.</b> Deslocamento vertical – Reservatório – B11.....	264

<b>Figura E.6.</b> Deslocamento vertical – Carste – B11 .....	264
<b>Figura E.7.</b> Velocidade horizontal – Face da barragem – B11 .....	265
<b>Figura E.8.</b> Velocidade horizontal – Reservatório – B11 .....	265
<b>Figura E.9.</b> Velocidade horizontal – Carste – B11 .....	265
<b>Figura E.10.</b> Velocidade vertical – Face da barragem – B11 .....	266
<b>Figura E.11.</b> Velocidade vertical – Reservatório – B11 .....	266
<b>Figura E.12.</b> Velocidade vertical – Carste – B11.....	266
<b>Figura E.13.</b> Trajetórias p'-q – Reservatório – B11.....	267
<b>Figura E.14.</b> Trajetórias p'-q – Carste – B11.....	267
<b>Figura E.15.</b> Tensão desvio x tempo – Reservatório – B11.....	267
<b>Figura E.16.</b> Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B11 .....	268
<b>Figura E.17.</b> Poropressão x tempo – Reservatório – B11 .....	268
<b>Figura E.18.</b> Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B11 .....	268
<b>Figura F.1.</b> Deslocamento horizontal – Face da barragem – B20.....	269
<b>Figura F.2.</b> Deslocamento horizontal – Reservatório – B20.....	269
<b>Figura F.3.</b> Deslocamento horizontal – Carste – B20.....	269
<b>Figura F.4.</b> Deslocamento vertical – Face da barragem – B20.....	270
<b>Figura F.5.</b> Deslocamento vertical – Reservatório – B20.....	270
<b>Figura F.6.</b> Deslocamento vertical – Carste – B20 .....	270
<b>Figura F.7.</b> Velocidade horizontal – Face da barragem – B20 .....	271
<b>Figura F.8.</b> Velocidade horizontal – Reservatório – B20 .....	271
<b>Figura F.9.</b> Velocidade horizontal – Carste – B20.....	271
<b>Figura F.10.</b> Velocidade vertical – Face da barragem – B20.....	272
<b>Figura F.11.</b> Velocidade vertical – Reservatório – B20.....	272
<b>Figura F.12.</b> Velocidade vertical – Carste – B20.....	272
<b>Figura F.13.</b> Trajetórias p'-q – Reservatório – B20.....	273
<b>Figura F.14.</b> Trajetórias p'-q – Carste – B20 .....	273
<b>Figura F.15.</b> Tensão desvio x tempo – Reservatório – B20.....	273
<b>Figura F.16.</b> Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B20 .....	274
<b>Figura F.17.</b> Poropressão x tempo – Reservatório – B20 .....	274
<b>Figura F.18.</b> Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B20 .....	274
<b>Figura G.1.</b> Deslocamento horizontal – Face da barragem – B21 .....	275

<b>Figura G.2.</b> Deslocamento horizontal – Reservatório – B21 .....	275
<b>Figura G.3.</b> Deslocamento horizontal – Carste – B21 .....	275
<b>Figura G.4.</b> Deslocamento vertical – Face da barragem – B21 .....	276
<b>Figura G.5.</b> Deslocamento vertical – Reservatório – B21 .....	276
<b>Figura G.6.</b> Deslocamento vertical – Carste – B21 .....	276
<b>Figura G.7.</b> Velocidade horizontal – Face da barragem – B21 .....	277
<b>Figura G.8.</b> Velocidade horizontal – Reservatório – B21 .....	277
<b>Figura G.9.</b> Velocidade horizontal – Carste – B21 .....	277
<b>Figura G.10.</b> Velocidade vertical – Face da barragem – B21 .....	278
<b>Figura G.11.</b> Velocidade vertical – Reservatório – B21 .....	278
<b>Figura G.12.</b> Velocidade vertical – Carste – B21 .....	278
<b>Figura G.13.</b> Trajetórias p'-q – Reservatório – B21 .....	279
<b>Figura G.14.</b> Trajetórias p'-q – Carste – B21 .....	279
<b>Figura G.15.</b> Tensão desvio x tempo – Reservatório – B21 .....	279
<b>Figura G.16.</b> Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B21 .....	280
<b>Figura G.17.</b> Poropressão x tempo – Reservatório – B21 .....	280
<b>Figura G.18.</b> Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B21 .....	280



## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 2.1.</b> Regiões cársticas do Brasil.....	23
<b>Tabela 2.2.</b> Principais cavernas em quartzo e quartzito no Brasil (Modificado de Auler & Sauro, 2019).....	28
<b>Tabela 2.3.</b> Grau de potencialidade de ocorrência de cavernas no Brasil de acordo com a litologia (Adaptado de Jansen <i>et al.</i> , 2012).....	28
<b>Tabela 3.1.</b> Resumo das características mais relevantes das formulações MPM atualmente disponíveis para solos não saturados (Adaptado de Yerro <i>et al.</i> , 2022) .....	62
<b>Tabela 4.1.</b> Blocos em plano inclinado - Propriedades dos materiais.....	84
<b>Tabela 4.2.</b> Consolidação unidimensional - Propriedades do material (Yerro <i>et al.</i> , 2023) ...	87
<b>Tabela 4.3.</b> Convergência da malha .....	98
<b>Tabela 4.4.</b> Distância horizontal ao ponto de inflexão (Adaptado de Acosta, 2007).....	101
<b>Tabela 5.1.</b> Propriedades das rochas – Cenário 1 (Mattos, 2019).....	113
<b>Tabela 5.2.</b> Propriedades das rochas – Cenário 2 (Mattos, 2019).....	113
<b>Tabela 5.3.</b> Propriedades das rochas – Parâmetros, modelos constitutivos e condições.....	114
<b>Tabela 5.3.</b> Três cavernas – Convergência dos carstes .....	117
<b>Tabela 5.4.</b> Uma caverna – Convergência dos carstes .....	122
<b>Tabela 5.6.</b> Uma caverna com descontinuidades – Parâmetros dos materiais .....	126
<b>Tabela 5.7.</b> Características dos modelos .....	131
<b>Tabela 5.8.</b> Análise paramétrica – Parâmetros dos materiais.....	132
<b>Tabela 6.1.</b> Informações gerais das barragens de mineração no estado de Minas Gerais (Adaptado do SIGBM, 2024).....	152
<b>Tabela 6.2.</b> Modelo numérico – Parâmetros, modelos constitutivos e condições.....	158
<b>Tabela 6.3.</b> Modelo numérico – Identificação das configurações .....	164
<b>Tabela 6.4.</b> Características do modelo para cada estágio de análise .....	165
<b>Tabela 6.5.</b> Análise em tensões totais – Parâmetros, modelos e condições .....	181
<b>Tabela 6.6.</b> Distância máxima percorrida.....	188
<b>Tabela 6.7.</b> Velocidade máxima .....	188
<b>Tabela 6.8.</b> Resultados configurações Não Drenadas (ND).....	193
<b>Tabela 6.9.</b> Deslocamento vertical do carste – Ponto I (Contato fundação e barragem) .....	196
<b>Tabela 7.1.</b> Informações dos corpos de prova (Turichshev & Hadjigeorgiou, 2016).....	218
<b>Tabela 7.2.</b> Parâmetros calibrados - HyperDamage .....	218
<b>Tabela A.1.</b> Convergência da malha .....	243

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIATURAS

ALE	Lagrangeano Euleriano Arbitrário
CPDI	Método de Interpolação de Domínio de Partículas Convectivas
CDM	Mecânica do Dano Contínuo
DEM	Método dos Elementos Discretos
EPP	Elástico Perfeitamente Plástico
GIMP	<i>Generalized Interpolation Material Point</i>
FEM	Método dos Elementos Finitos
LEM	Método de Equilíbrio Limite
MPM	Método do Ponto Material
PIC	Partículas em Células
PIV	Velocimetria de Imagens de Partículas
SPH	<i>Smoothed Particle Hydrodynamics</i>

$A$	Área
$\bar{A}$	Área efetiva
$A_D$	Área degradada
$\underline{a}$	Vetor de acelerações
$a_d$	Parâmetro de ajuste no modelo HyperDamage
$\underline{b}$	Vetor de forças de corpo
$C$	Parâmetro adimensional no modelo hiperbólico
$c$	Coesão
$c'$	Coesão efetiva
$c'_p$	Coesão efetiva de pico
$c'_r$	Coesão efetiva residual
$c_v$	Coefficiente de adensamento unidimensional
$d$	Variável de dano
$\underline{\underline{D}}$	Tensor da relação constitutiva tensão - deformação
$\Delta t$	Incremento de tempo no passo de cálculo
$\Omega$	Domínio
$\partial\Omega_{v_l}$	Velocidade prescrita da fase líquida
$\partial\Omega_p$	Pressão prescrita da fase líquida
$\partial\Omega_u$	Deslocamento prescrita da fase sólida
$\partial\Omega_\sigma$	Condição de contorno de tensão total
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	Tensor de deformação
$\varepsilon'_l$	Deformação volumétrica do líquido
$\varepsilon^{peq}$	Deformação plástica equivalente acumulada
$\underline{\underline{\xi}}_p$	Tensor de deformações da partícula

$E$	Módulo de Young
$E_D$	Módulo de Young degradado
$E_i$	Módulo de Young inicial no modelo hiperbólico
$E_t$	Módulo tangencial
$E_{ur}$	Módulo de descarga-recarga
$\eta_s$	Porosidade do esqueleto sólido
$\eta$	Fator de forma no MCSS
$\underline{f}_n^{ext}$	Vetor de forças externas nos nós
$\underline{f}_n^{int}$	Vetor de forças internas nos nós
$\phi$	Ângulo de atrito
$\phi'$	Ângulo de atrito efetivo
$\phi'_p$	Ângulo de atrito efetivo de pico
$\phi'_r$	Ângulo de atrito efetivo residual
$\underline{\Phi}$	Tensor da parte não simétrica do gradiente dos deslocamentos
$G$	Módulo de cisalhamento
$g$	Gravidade
$\underline{G}_n$	Vetor do gradiente das funções de interpolação dos nós
$\underline{\tilde{G}}_{np}$	Vetor do gradiente das funções de interpolação dos nós na posição das partículas
$\gamma$	Peso específico
$\gamma_w$	Peso específico da água
$H$	Módulo de endurecimento
$h$	Variável de endurecimento da tensão
$h_d$	Altura de drenagem
$i$	Distância horizontal ao ponto de inflexão da curva
$k$	Permeabilidade isotrópica de Darcy
$K_0$	Coefficiente de empuxo em repouso
$m_p$	Massa da partícula
$m_v$	Coefficiente de compressibilidade volumétrico
$\mu$	Força resistente gerada pelo atrito
$N$	Força normal perpendicular a um plano
$n$	Parâmetro adimensional no modelo hiperbólico
$n_d$	Parâmetro de ajuste no modelo HyperDamage
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$q$	Variável limite de dano
$\underline{q}_n$	Vetor de quantidade de movimento nos nós
$\underline{q}_p$	Vetor de quantidade de movimento da partícula
$R_f$	Coefficiente de ruptura no modelo hiperbólico
$\rho$	Densidade
$\rho_l$	Densidade do líquido
$\rho_p$	Densidade da partícula

$\rho_s$	Densidade do sólido
$S_n$	Funções de interpolação dos nós
$\bar{S}_{np}$	Funções de interpolação dos nós na posição das partículas
$s$	Variável de endurecimento da deformação
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões principais
$\sigma$	Tensão
$\sigma_h$	Tensão horizontal
$\sigma_r$	Tensão radial
$\sigma_\theta$	Tensão tangencial
$\sigma_v$	Tensão vertical
$\sigma_f$	Tensão normal no plano de ruptura
$\bar{\sigma}$	Tensão efetiva
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tensor de tensões
$\underline{\underline{\sigma}}_p$	Tensor de tensões da partícula
$\underline{\underline{\sigma}}^J$	Tensor de tensões de Jaumann
$\underline{t}$	Vetor de forças de superfície
$t$	Tempo
$T$	Fator tempo
$\tau_f$	Tensão cisalhante de ruptura
$\tau_{r\theta}$	Tensão cisalhante
$\underline{u}$	Vetor de deslocamentos
$u_{m\acute{a}x}$	Deslocamento vertical máximo
$\underline{u}_n$	Vetor de deslocamento nos nós
$u_r$	Deslocamento radial
$u_\theta$	Deslocamento tangencial
$\underline{v}$	Vetor de velocidade do corpo
$\underline{v}_l$	Vetor de velocidade da fase líquida
$\underline{v}_p$	Vetor de velocidade da partícula
$\underline{v}_s$	Vetor de velocidade da fase sólida
$V$	Volume do corpo
$V_p$	Volume da partícula
$V_s$	Volume da subsidência na superfície
$w$	Funções de ponderação
$W$	Força peso
$\underline{x}_p$	Vetor de posição da partícula
$\chi_p$	Função característica no MPM

# CAPÍTULO 1

## 1.1 INTRODUÇÃO

As regiões cársticas são ambientes extremamente frágeis e complexos que envolvem um conjunto de elementos físicos, bióticos, sociais e econômicos, representados por cavidades naturais superficiais e subterrâneas (Travassos, 2019). Em geral, esses sistemas se desenvolvem em rochas solúveis, como carbonatos e evaporitos, sendo mais comuns em calcários, mármores e dolomitos. Não obstante, autores como De Waele *et al.*, (2009) e Frumkin (2013) advertem que as feições cársticas também podem se desenvolver em outros tipos de rochas siliciclásticas ou silicatadas. Sendo assim, estima-se que no mundo a cobertura cárstica representa 20% da superfície terrestre (Travassos, 2019).

Países como Rússia, China, Vietnã, França, Espanha, México e Estados Unidos possuem em seu território importantes sistemas cársticos. No Brasil, estima-se que o 2,8% do território do país apresenta carbonatos aflorantes, além de regiões não carbonáticas, totalizando 19 regiões cársticas (Karmann & Sallun Filho, 2007).

Segundo White & White (2013), as feições cársticas são o tipo de paisagem em que a dissolução química da rocha predomina sobre os processos mecânicos. Em geral, essas feições ocorrem em regiões com hidrologia e formatos específicos e surgem da combinação de rochas com alta solubilidade e porosidade secundária bem desenvolvida em forma de juntas, fraturas e planos de acamamento (Ford & Williams, 2007).

Embora a dissolução da rocha seja a principal origem dos carstes, existem outros tipos de mecanismos de formação, como os colapsos, a subsidência, as interseções e os cobrimentos (Sauro, 2019). Os colapsos estão condicionados às propriedades geomecânicas e espessuras das rochas e, caso aconteçam, podem modificar a morfologia de uma região (Travassos, 2019). Esse fenômeno não seria um problema em regiões afastadas, longe da população, com mínima intervenção humana e pouca infraestrutura, mas existem outras realidades. Segundo Johnson (2008) as atividades humanas podem induzir ou aumentar os processos cársticos e, em alguns tipos de rocha, os resultados podem ser catastróficos. A construção de barragens e estruturas de

represamento, assim como a perfuração de sondagem e a abertura de minas, são exemplos de atividades que aumentam e modificam as cavidades em regiões cársticas.

As barragens construídas sobre rochas cársticas, principalmente em evaporitos, não são capazes de reter água e podem, com o tempo, colapsar e acarretar o rompimento da barragem. Se as rochas se encontram no represamento, a água penetra por elas e escapa do reservatório, sendo, portanto, automaticamente ineficiente. Em outros casos, como em edifícios, rodovias e estruturas construídas sobre áreas cársticas, os danos resultam em fissuras e até mesmo a falha estrutural total (Johnson, 2008).

Outro exemplo é a perfuração de poços que permitem o ingresso de água e a posterior dissolução da rocha, favorecendo a propagação de falhas para cima da cavidade. Em casos extremos, o desenvolvimento desse sistema cárstico pode resultar em subsidência, colapso catastrófico e criação de sumidouros com mais de 10 m de largura e dezenas de metros de profundidade. Johnson (2008) adverte que as indústrias de mineração e de petróleo podem causar esse tipo de problemas.

Além disso, a exploração de petróleo e gás tem revelado que a porosidade de algumas rochas carbonáticas em profundidades de 4 a 5 km pode ser de 18% a 28% e em rochas aluminosilicatadas de 30% a 35%. Nessas profundidades, as pressões dos fluidos são geralmente maiores do que as hidrostáticas, aproximando-se mais dos valores geostáticos e, portanto, podendo superar os valores de resistência da rocha. Nesses cenários, as cavernas e os condutos endocársticos podem existir apenas se forem preenchidos com fluídos de alta pressão que os impeça de falhar, como é o caso dos reservatórios profundos de hidrocarbonetos (Dublyansky, 2019).

Sobre essas regiões, nota-se que podem ser encontrados diferentes tipos de estruturas e, em seu interior, podem existir diferentes tipos de matérias primas, minerais, petróleo, gás, água, entre outros. Estudar e avaliar seu comportamento em diferentes cenários se torna necessário em casos específicos e, possivelmente, complexos. Na atualidade, as ferramentas numéricas permitem executar esse tipo de análises.

O Método dos Elementos Finitos (FEM, sigla do inglês *Finite Element Method*), formulado na mecânica dos contínuos, e o Método dos Elementos Discretos (DEM, do inglês *Discrete*

*Element Method*) pautado nos fenômenos descontínuos, são as ferramentas mais utilizadas na análise numérica e computacional do comportamento das rochas. Alguns estudos feitos para analisar o comportamento desses materiais foram desenvolvidos utilizando o FEM como o de Yang *et al.* (2015), Liu *et al.* (2015), Hauseux *et al.* (2016), Zhang *et al.* (2016), Saksala *et al.* (2017) e Cheng & Zhou (2018), enquanto as pesquisas de Lorig (1985), Rawlings *et al.* (1993), Kochen & Andrade (1997), Gutierrez & Makurat (1997), Bahrani *et al.* (2014), Huang *et al.* (2015), Chiu & Weng (2019), Medina *et al.* (2019) e Rasmussen (2021) são exemplos de estudos executados com o DEM.

O FEM é amplamente utilizado porque permite que cada elemento tenha diferentes formas e propriedades do material e tem considerável adaptabilidade geométrica e flexibilidade para lidar com diferentes parâmetros físicos. Entretanto, sua precisão de cálculo pode ser afetada ao resolver problemas de grandes deformações, pois com sua formulação tradicional, são geradas excessivas distorções da malha. Do mesmo modo, problemas onde surgem descontinuidades ou fraturas podem representar dificuldade quando analisados com o FEM. Nesses casos, é necessário implementar modelos mais específicos ou fazer modificações, o que pode não ser suficiente e tornar a abordagem computacionalmente mais onerosa.

Por outro lado, o DEM descreve o comportamento do material pela interação de corpos rígidos ou deformáveis de forma arbitrária, por isso o método é adequado para simular o comportamento de materiais granulares ou o movimento de maciços rochosos fraturados já que a fratura pode ser tratada com bastante facilidade (Jenabidehkordi, 2019). Não obstante, as principais dificuldades do DEM são a escolha das leis de contato e a calibração dos parâmetros dos materiais cuja previsão continua sendo um grande desafio. Os procedimentos para calibrar de forma padrão esses parâmetros, a fim de capturar uma variedade de propriedades macroscópicas, são inexistentes. Como Jenabidehkordi (2019) explica, não existe uma única fonte que preveja essas propriedades, a maioria das contribuições relata apenas alguns desses parâmetros e, além disso, não existe uma análise de sensibilidade completa que quantifique a influência dos parâmetros do material e da geometria.

Apesar dos desafios, o DEM mostra bons resultados no estudo de fraturas e problemas dinâmicos na engenharia, embora seu custo computacional seja alto com o aumento do número de elementos e superfícies de contato. Além disso, na maioria dos algoritmos utilizados, existem problemas de transferências de erros causados por acumulação contínua (Dong *et al.*, 2018).

Para superar essas dificuldades foram propostos outros métodos como o Método de Galerkin Livre de Elementos (*Element Free Galerkin*), o *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH), o Método Lagrangeano Euleriano Arbitrário (ALE) o Método do Ponto Material (MPM), dentre outros. O MPM, em particular, é uma ferramenta adequada na resolução de problemas de grandes deformações relacionados à engenharia geotécnica, onde o ponto material é visto como um elemento de volume representativo. Nesse método é utilizada uma malha de fundo que permite a implementação de condições de contorno de maneira semelhante ao FEM e em comparação com outros métodos sem malha, o MPM possui recursos computacionalmente eficientes (Abe *et al.*, 2014).

O MPM tem sido utilizado para simular diferentes problemas geotécnicos como o estudo da influência dos parâmetros de resistência no desenvolvimento de movimentos de massa (Toro Rojas *et al.*, 2021), comparação de métodos para analisar problemas de grandes deformações (Alelvan *et al.*, 2020), interação solo estrutura (Dong, 2020), movimentos de massa (Yerro *et al.*, 2019; Dong *et al.*, 2019; Xu *et al.*, 2019; Wang *et al.*, 2018; Dong *et al.*, 2017; Llano Serna *et al.*, 2016; Llano Serna *et al.*, 2015), impacto de interfaces em uma rocha em camadas na propagação de fraturas (Hammerquist *et al.*, 2019), aumento da poropressão num talude (Troncone *et al.*, 2019), fluxo de detritos (Liu *et al.*, 2018), fundações (Lorenzo *et al.*, 2017; Galavi *et al.*, 2017), deslizamentos em minas (Septian *et al.*, 2017), erosão interna (Yerro *et al.*, 2017), fraturas (Bardenhagen *et al.*, 2011; Daphalapurkar *et al.*, 2007; Nairn & Guo, 2005), simulação de ensaios relacionados com deformações induzidas por movimentos de falhas (Johansson & Konagai, 2007), modelação de cargas de escavadoras (Coetzee *et al.*, 2006), modelação de âncoras em solos (Coetzee *et al.*, 2005), análise de propagação de fluxos em solo induzidos por terremotos (Konagai *et al.*, 2004), problemas de fluxo granular em um silo (Wieckowski 2003) e a resposta de geomembranas a recalques (Zhou *et al.*, 1999).

No geral, o MPM usa modelos constitutivos baseados na mecânica dos contínuos como o Mohr-Coulomb e o Cam-Clay Modificado, além de oferecer a possibilidade de implementar outros modelos elastoplásticos, viscoplásticos e de dano. Esses últimos são baseados em processos termodinâmicos irreversíveis que descrevem os mecanismos prévios à formação da macro fratura em diferentes tipos de materiais apresentando assim, alternativas para as análises numéricas (Ahmed *et al.*, 2020). No entanto, apesar das vantagens que o uso desses modelos de dano pode oferecer, a implementação deles no MPM é pouco extensa, havendo só alguns estudos na literatura que proporcionam referências da eficácia dessas ferramentas, como é o



caso de Sofianos & Koumouisis (2017), Nairn *et al.* (2017), Wolper *et al.* (2019), Raymond *et al.* (2019), Huth *et al.* (2021) e Nairn (2022).

Assim, a pesquisa apresentada nesta tese de doutorado utiliza o Método do Ponto Material, para analisar o comportamento geomecânico dos sistemas cársticos através de uma abordagem numérica no âmbito da mecânica dos contínuos.

## **1.2 PROBLEMA**

Avaliar o comportamento mecânico dos sistemas cársticos em diferentes cenários é uma necessidade. Alguns efeitos considerados secundários nesses ambientes como as juntas, as fraturas e os planos de acamamento podem afetar, significativamente, seu comportamento. As abordagens numéricas tradicionais utilizadas no estudo da mecânica das rochas podem ser insuficientes ou computacionalmente muito custosas. Utilizar o Método do Ponto Material no estudo geomecânico de sistemas cársticos surge como uma boa alternativa numérica e computacionalmente eficiente.

Dessa forma, o problema central deste trabalho é determinar se o MPM é uma ferramenta adequada para avaliar o comportamento geomecânico dos sistemas cársticos e os problemas que podem desencadear em gatilhos de instabilidade devido ao desenvolvimento de possíveis colapsos.

## **1.3 JUSTIFICATIVA**

Desde o século XIX os sistemas cársticos têm sido amplamente estudados ao redor do mundo. As principais pesquisas são executadas desde perspectivas geológicas e geomorfológicas que melhoram o entendimento da formação e desenvolvimento desses ambientes, permitindo assim entender sua importância. Segundo a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) as áreas cársticas representam os mais significativos e seguros mananciais de água potável para a população mundial (Aureli, 2010) e como Travassos (2019) afirma, é inegável a importância natural, econômica e turística dessas regiões.

No entanto, é fundamental que os sistemas cársticos também sejam examinados sob a perspectiva geomecânica, especialmente, em cenários que envolvam grandes obras de

infraestrutura em sua superfície como barragens, ou a extração de recursos naturais como minerais, petróleo e gás.

Tais análises podem ser executadas com diferentes tipos de técnicas sendo as numéricas um exemplo delas. Porém, a modelagem numérica de geomateriais ainda necessita de aprimoramentos. Nos sistemas cársticos, especificamente, desafios geomecânicos como a presença de juntas, fraturas e planos de acamamento dificultam a análise devido à complexidade dos fenômenos envolvidos.

Estes efeitos podem ser mais eficientemente estudados com abordagens numéricas contínuas que permitam avaliar grandes deformações e que possam ser integradas com modelos que representem o comportamento do material, incluindo modelos constitutivos e modelos de dano. Portanto, este trabalho propõe avaliar a capacidade do MPM para analisar o comportamento dos sistemas cársticos utilizando diferentes modelos e estudando diferentes cenários.

#### **1.4 HIPÓTESE**

Para estudar o comportamento geomecânico dos sistemas cársticos utilizando métodos numéricos, é necessário que uma ferramenta seja capaz de lidar com grandes deformações e permita simular a degradação do material. Neste contexto, as hipóteses desse estudo são:

O Método do Ponto Material é uma ferramenta adequada para avaliar o comportamento geomecânico dos sistemas cársticos e os problemas que desencadeiam ao se transformar em gatilhos de instabilidade devido ao seu desenvolvimento e potenciais colapsos;

Os modelos de dano são capazes de representar o comportamento quase-frágil de diferentes tipos de rocha, simulando a degradação desse material como resposta a solicitações externas.

#### **1.5 OBJETIVOS**

Esta pesquisa tem como objetivo geral avaliar o comportamento geomecânico dos sistemas cársticos e os problemas gerados pelo seu desenvolvimento e colapso, utilizando abordagens numéricas avançadas, como o Método do Ponto Material, e modelos constitutivos capazes de capturar o comportamento quase-frágil das rochas.

Para alcançar este objetivo, a pesquisa se desdobra em três objetivos específicos essenciais:

- Investigar a capacidade do MPM em modelar e analisar as características geomecânicas dos sistemas cársticos, identificando suas vantagens e limitações;
- Estudar o comportamento geomecânico dos mecanismos de colapso e subsidência que se desenvolvem em feições cársticas;
- Compreender os impactos do comportamento geomecânico dos sistemas cársticos em barragens de mineração, avaliando sua influência na estabilidade e integridade dessas estruturas;
- Propor um novo modelo de dano para avaliar o comportamento quase-frágil de diferentes tipos de rocha.

## 1.6 METODOLOGIA DA PESQUISA

O início desta pesquisa se deu com a definição do problema apresentado no item 1.2. Para desenvolver os objetivos propostos a partir desse problema, foi realizada uma revisão bibliográfica para aprimorar a compreensão dos sistemas cársticos. Complementarmente, foram revisadas diferentes abordagens e métodos numéricos utilizados para analisar problemas na mecânica das rochas, tais como o Método dos Elementos Finitos (FEM), o Método dos Elementos Discretos (DEM) e o Método do Ponto Material (MPM), sendo este último selecionado para as análises deste trabalho. Além disso, foram estudados diferentes modelos constitutivos que permitem representar o comportamento das rochas em diversos cenários, incluindo modelos elastoplásticos e modelos de dano. Nesta primeira etapa, foram utilizados artigos de congressos e revistas, trabalhos acadêmicos, teses e livros relacionados aos temas mencionados.

Na segunda etapa, foi apresentado o *software* Anura3D (2022), uma implementação 2D e 3D do MPM utilizada para simular a fenomenologia envolvida na interação solo-água-estrutura e problemas de grandes deformações. O *software* foi validado para a modelagem de diferentes

problemas geotécnicos, incluindo problemas de adensamento, escavações e recalques superficiais.

Em seguida, para estudar o comportamento geomecânico dos sistemas cársticos, foram investigados os fenômenos de colapso e subsidência, mecanismos típicos de desenvolvimento nesses tipos de sistemas. Nessa etapa, foi realizada uma análise preliminar dos problemas abordados no estudo de caso, que avaliou os mecanismos mencionados em um cenário que inclui uma barragem de contenção de rejeitos de mineração.

Paralelamente, foi proposto um novo modelo de dano, baseado em modelos hiperbólicos, com o intuito de desenvolver um modelo constitutivo capaz de representar o comportamento quase-frágil das rochas. O modelo foi validado com ensaios de laboratório e implementado em um *software* de elementos finitos.

O esquema da metodologia adotada é apresentado na Figura 1.1.

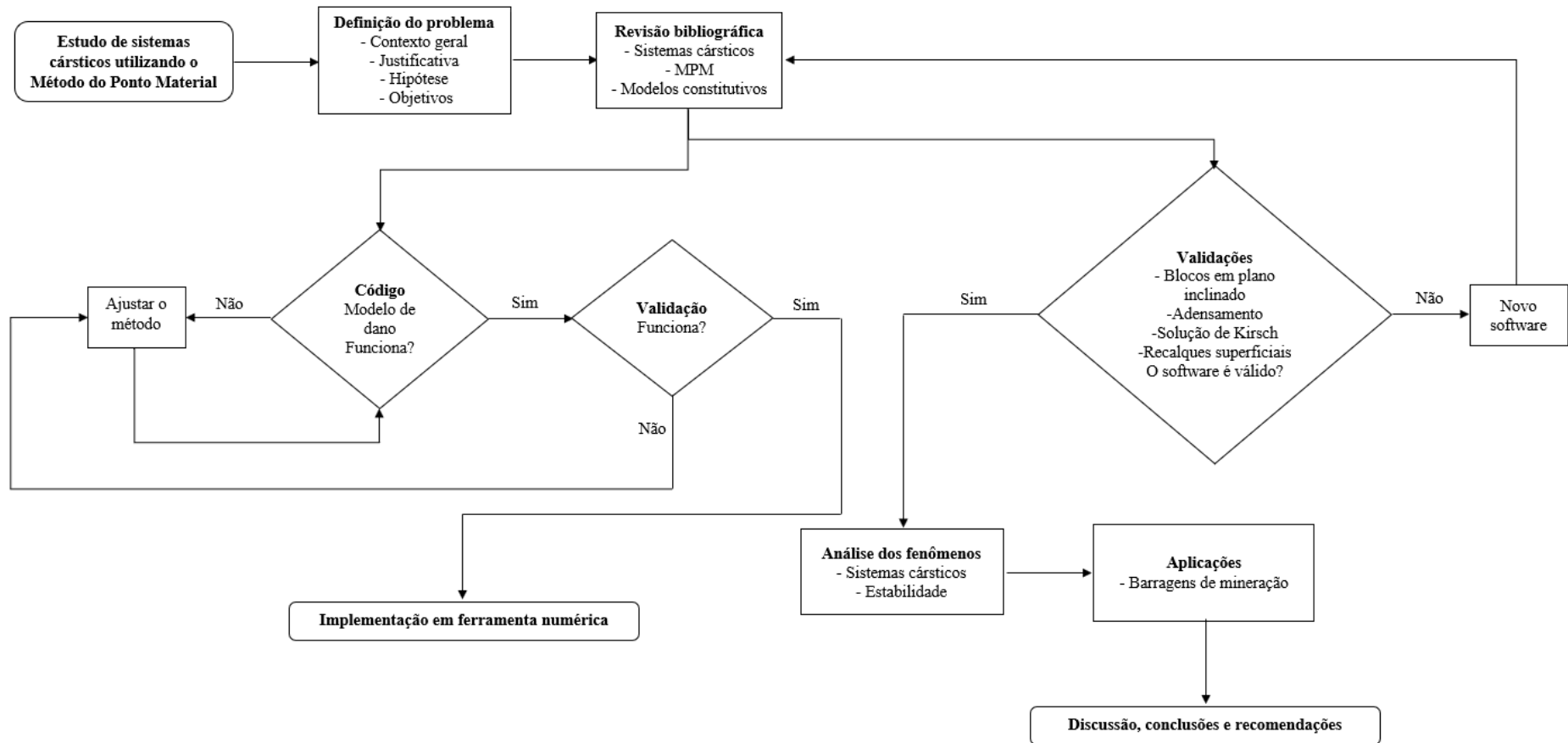


Figura 1.1. Metodologia da tese.

## 1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta tese foi dividida em oito capítulos, detalhados a seguir:

No Capítulo 1, é apresentada a introdução à pesquisa, o problema que a motivou, a hipótese proposta, a justificativa e os objetivos. Além disso, descreve a metodologia utilizada e fornece uma visão geral da estrutura e do conteúdo do trabalho;

No Capítulo 2, é realizada uma revisão bibliográfica abrangente, abordando os principais temas relacionados à tese e revisando trabalhos anteriores relevantes para o estudo;

No Capítulo 3, é apresentada a fundamentação teórica por trás do Método do Ponto Material, incluindo a formulação do MPM no *software* Anura3D;

No Capítulo 4, são apresentadas validações para o uso do MPM e o *software* Anura3D;

No Capítulo 5, é feita uma análise geomecânica das feições cársticas, explorando suas particularidades e desafios;

No Capítulo 6, é abordado um estudo de caso hipotético em que uma barragem de rejeitos atinge a ruptura pelo colapso de um sistema cárstico;

No capítulo 7, são abordados conceitos relevantes dos modelos de dano para, posteriormente, apresentar o modelo constitutivo HyperDamage;

No Capítulo 8, são apresentadas as conclusões e as recomendações para pesquisas futuras.

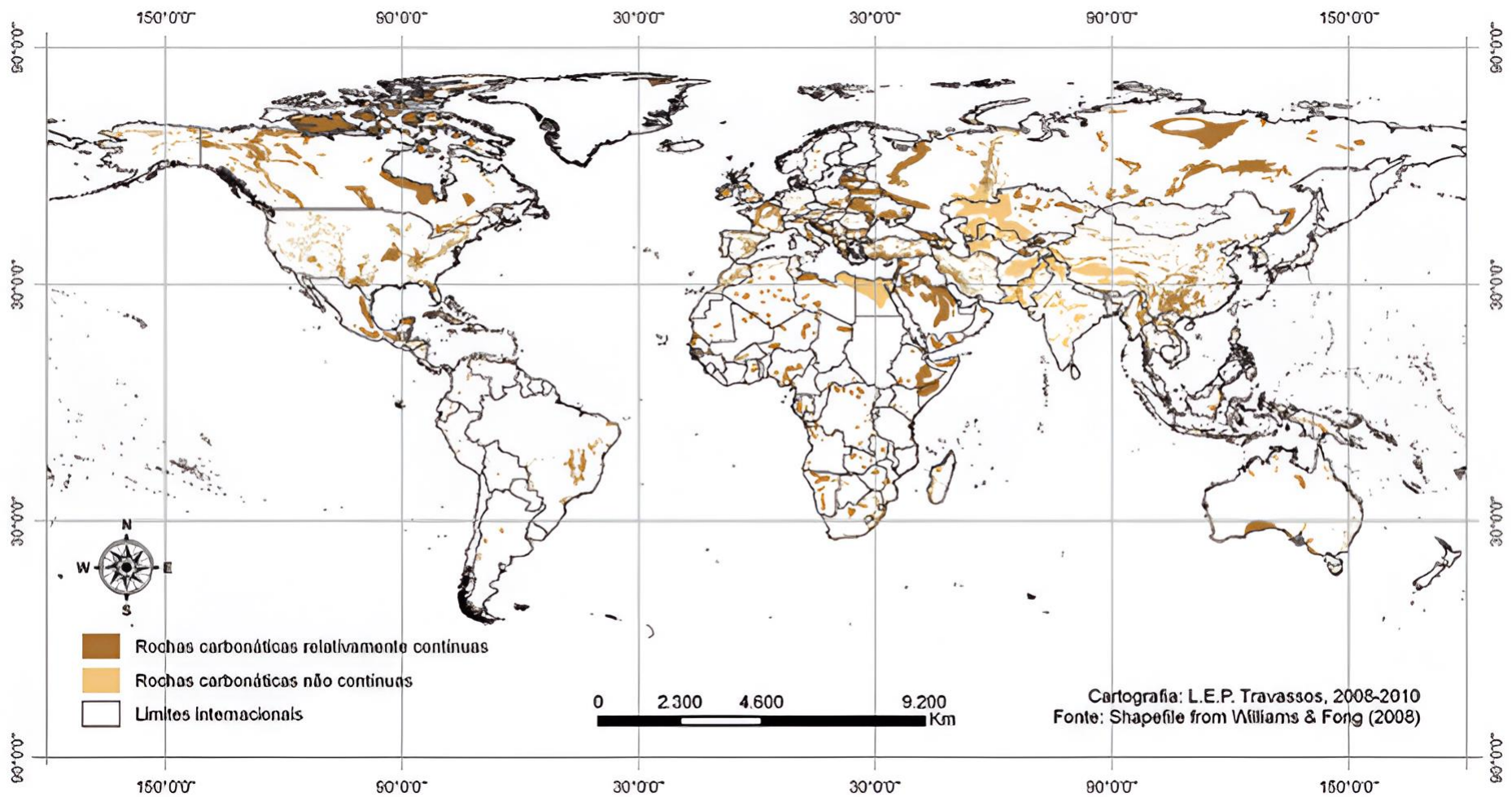
# CAPÍTULO 2

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo oferece uma revisão bibliográfica específica para a compreensão e contextualização da pesquisa desenvolvida. Inicialmente se exploram os conceitos relacionados aos sistemas cársticos, com especial atenção ao seu contexto no âmbito brasileiro, enfatizando a sua localização, características e importância geológica. Posteriormente, são apresentados alguns métodos numéricos empregados em análises geomecânicas, com destaque para o Método dos Elementos Finitos (FEM) e o Método dos Elementos Discretos (DEM). Finalmente, o capítulo aprofunda na mecânica da fratura e na mecânica dos meios contínuos, abordando sua aplicação no estudo das descontinuidades em materiais geológicos e de engenharia.

### 2.1 SISTEMAS CÁRSTICOS

O termo carste se refere a áreas com características hidrológicas e formas de relevo diferenciadas, resultantes da combinação de rochas altamente solúveis e uma porosidade bem desenvolvida, geralmente causada por fraturas na rocha. Essas regiões se destacam por apresentar grandes buracos que desaparecem sob a superfície, além de cavernas, depressões fechadas, afloramentos rochosos e grandes nascentes (Ford & Williams, 2007). Autores como De Waele *et al.* (2009) e Frumkin (2013) advertem que as feições cársticas também podem se desenvolver em outros tipos de rochas siliciclásticas ou silicatadas, sendo conhecidos como feições cársticas não tradicionais. Incluindo-se todos os tipos, se estima que no mundo a cobertura cárstica representaria um 20% da superfície terrestre (Travassos, 2019). Na Figura 2.1 é ilustrada a distribuição espacial de rochas carbonáticas ao redor do mundo.



**Figura 2.1.** Regiões com rochas carbonáticas no mundo (Travassos, 2019)



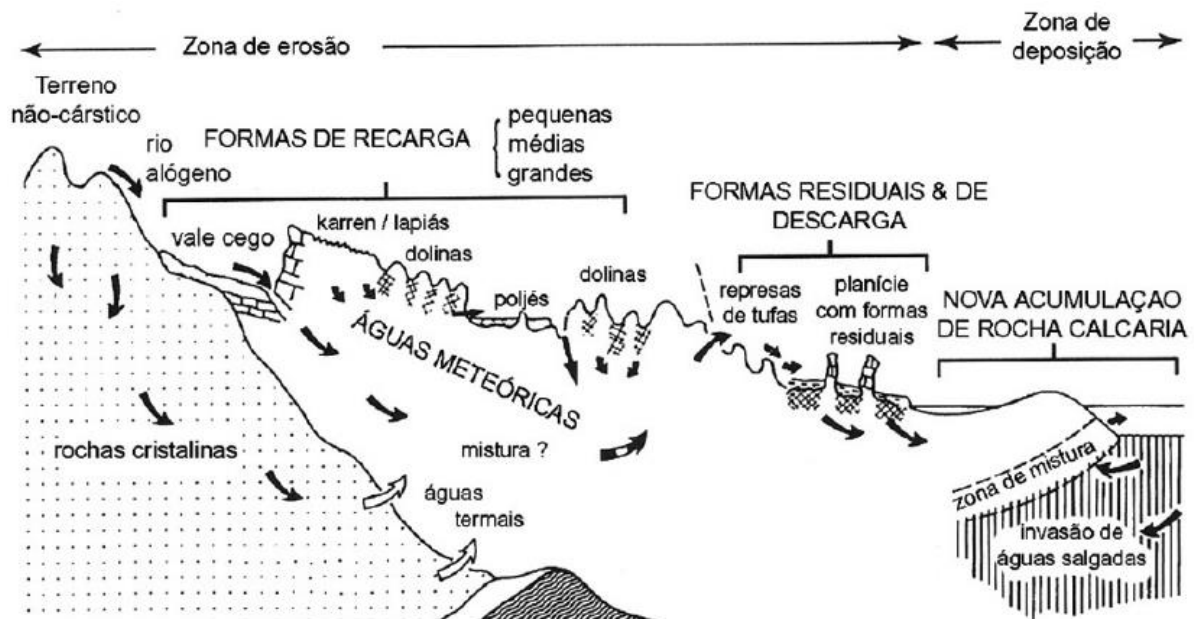
Nas feições cársticas a dissolução química da rocha predomina sobre os processos mecânicos (White & White, 2013). Não obstante, a solubilidade acentuada por si só não é suficiente para criar uma paisagem cárstica. Ford & Williams (2007) destacam que as melhores formações cársticas geralmente se desenvolvem em rochas densas, maciças, puras e com fraturas bem pronunciadas. Por outro lado, rochas solúveis com uma alta porosidade primária (de 30% a 50%) tendem a apresentar características cársticas menos desenvolvidas. Entretanto, rochas solúveis com porosidade primária insignificante (menos de 1%) que, posteriormente, desenvolvem uma porosidade secundária significativa, podem dar origem a grandes paisagens cársticas.

O fator chave para a formação do carste está relacionado ao desenvolvimento de uma hidrologia subterrânea peculiar, cuja evolução é impulsionada pelo ciclo hidrológico. Esse ciclo atua como um motor que alimenta os processos cársticos. As distintas características superficiais e subterrâneas que são típicas das áreas cársticas resultam da dissolução das rochas pela ação das águas naturais ao longo das vias proporcionadas pela estrutura geológica (Ford & Williams, 2007).

Assim, segundo Andreychouk *et al.* (2009), o carste também pode ser definido pelos processos e fenômenos de interação entre as rochas solúveis e a água que compreendem a dissolução, o transporte e a deposição de matéria, tendo como resultado três domínios nas suas formas topográficas: um superficial conhecido como exocarste, outro subterrâneo chamado de endocarste e um terceiro compartimento intermediário chamado de epicarste ou zona subcutânea (Travassos, 2019). Nesses sistemas a dissolução é favorecida pelas temperaturas frias, o ambiente ácido, os altos índices de CO<sub>2</sub>, a abundância de água e os tempos de contato longo (Gilli, 2015). Assim, zonas intertropicais e montanhosas ou periglaciais são favoráveis para a carstificação pelas suas características de vegetação, produção de CO<sub>2</sub>, temperatura e umidade. Por outro lado, zonas áridas e árticas são menos favoráveis ao desenvolvimento desses sistemas pelas condições e a baixa concentração de vegetação e água.

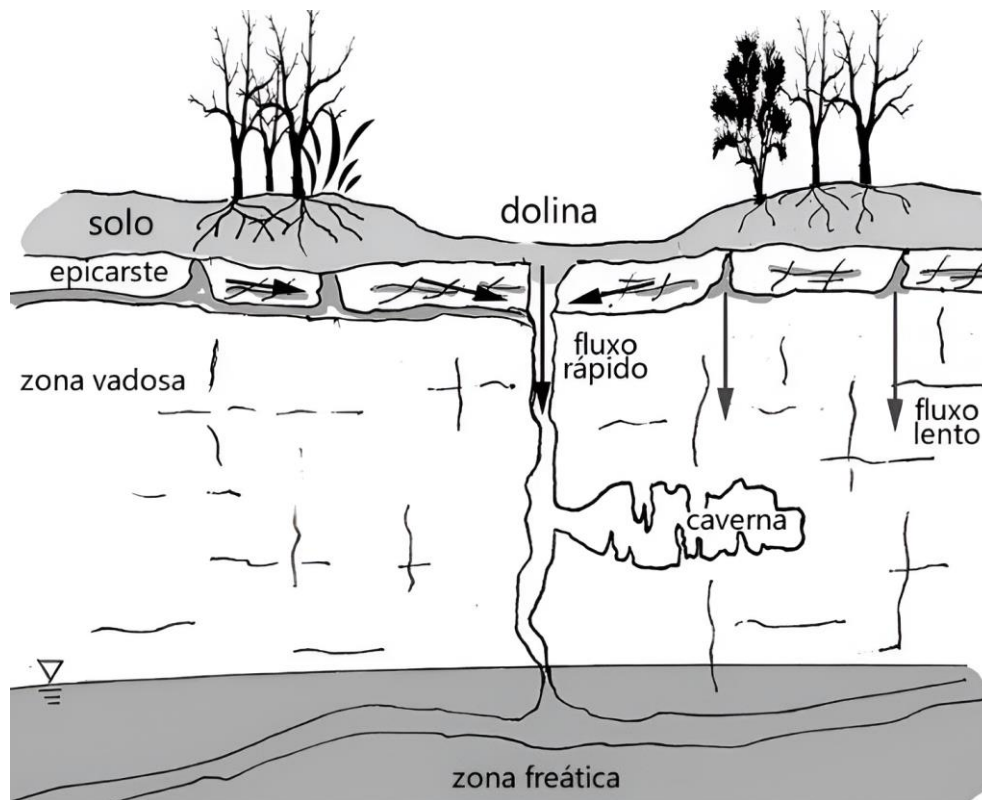
Enquanto os tipos de topografia, os exocarstes são principalmente formados pelos processos de dissolução das rochas sob o efeito de águas naturalmente aciduladas, embora outros processos físicos também estejam envolvidos. Apresentam formas de torres, dolinas, pontes naturais, vales etc., como apresentado na Figura 2.2, onde é ilustrado o complexo sistema cárstico com

a circulação de água e as feições exocársticas em formas de recarga, residual, descarga e de acumulação (Travassos, 2019).



**Figura 2.2.** Feições exocársticas (Ford & Williams, 2007 *apud* Travassos, 2019).

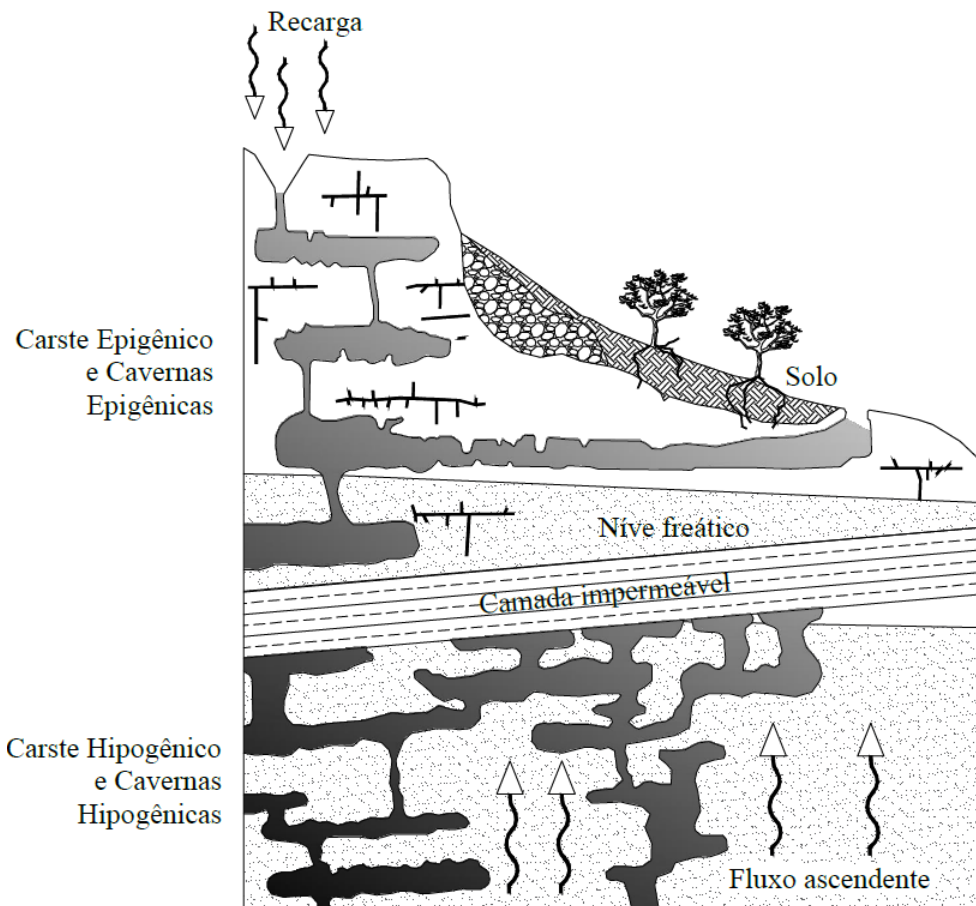
O epicarste é a zona subsuperficial e pouco profunda das áreas cársticas. Fatores como o clima e a vegetação influenciam essa zona aumentando as juntas e as fraturas da rocha favorecendo a circulação da água e, portanto, os processos de dissolução. O epicarste se sobrepõe ao maciço rochoso do endocarste onde ocorrem algumas juntas verticais abertas e outras fissuras mais finas, não obstante, ele não é contínuo em todas as superfícies dos sistemas cársticos, sendo mais ou menos espesso e podendo estar constituído por solo numa cobertura descontínua. Essa camada pode atuar como um reservatório para o acúmulo de matéria orgânica que, uma vez decomposta, produz  $\text{CO}_2$  acidificando a água, o principal agente nos processos cársticos quando dissolvidos em água subterrâneas, sendo assim fundamental no desenvolvimento de todo o sistema. (Bakalowicz, 2019). Na Figura 2.3 é ilustrado uma composição típica de uma região cárstica onde o epicarste se localiza na subsuperfície acima de uma zona vadosa ou não saturada.



**Figura 2.3.** Epicarste (Jones, 2013 *apud* Travassos *et al.*, 2015).

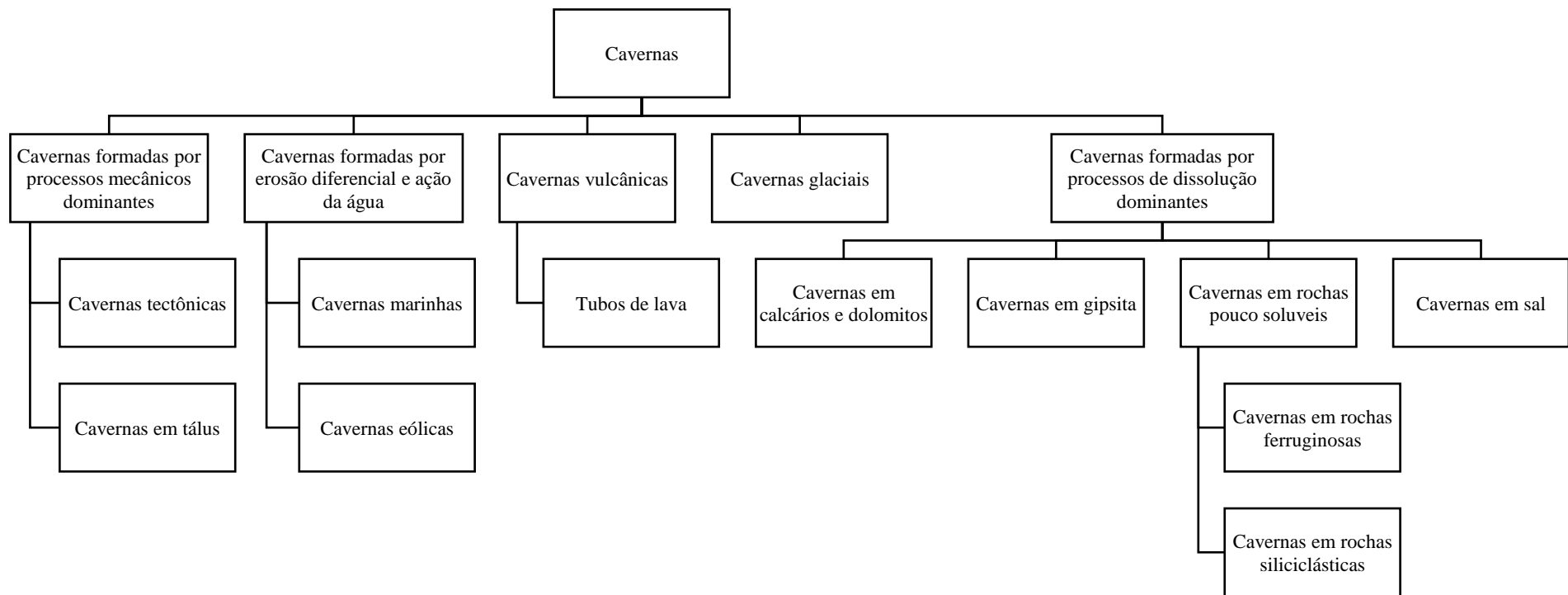
Embora os processos de dissolução sejam muito mais fortes na superfície e na subsuperfície, eles continuam agindo no subterrâneo formando cavernas e complexas redes de condutos cársticos (De Waele *et al.*, 2009) devido, principalmente, ao gradiente hidráulico e a circulação de água favorecida por redes de juntas e fraturas causadas pelas tensões resultantes de processos de diagênese, soerguimento e dobramentos (Gilli, 2015; Travassos, 2019).

Em fraturas de maior tamanho, a possibilidade de formação de cavidades angulares, irregulares e, posteriormente, mais arredondadas, é maior, gerando uma grande quantidade de formas nos condutos e passagens subterrâneos que no seu conjunto formarão o endocarste, que por sua vez é dividido em feições cársticas epigênicas, onde a distribuição subterrânea é realizada por águas meteóricas circulantes; e feições cársticas hipogênicas, onde a dissolução é realizada por águas profundas ascendentes tal como é ilustrado na Figura 2.4 (Ford & Williams, 2007).



**Figura 2.4.** Feições cársticas epigênicos e hipogênicos (Sendra *et al.*, 2014 *apud* Travassos *et al.*, 2015).

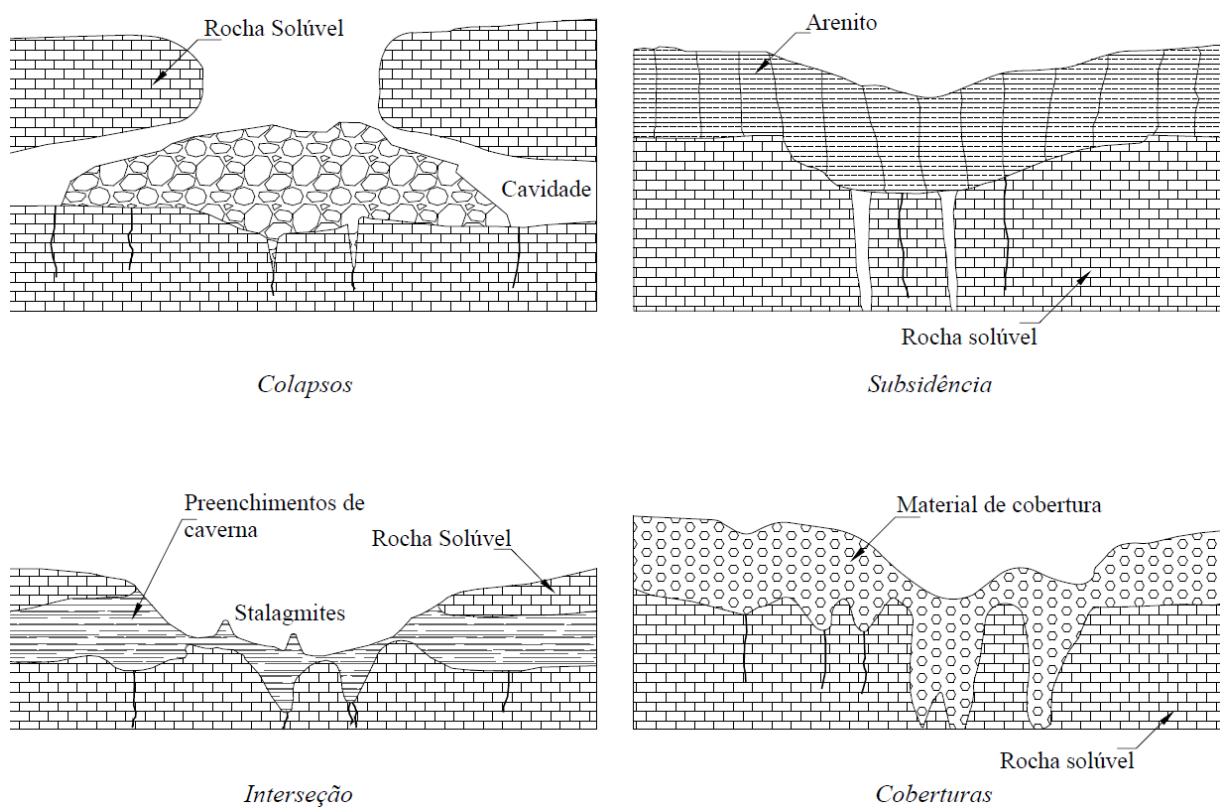
De Waele *et al.* (2009) destacam que a evolução dos sistemas cársticos desde sua origem até o seu completo desenvolvimento, ou seja, até a formação das cavernas, é conhecida como espeleogênese, um processo bem-organizado e originado do movimento de fluidos ao longo das fissuras e discontinuidades das rochas sujeitas a dissolução. Essas cavernas podem ser classificadas de acordo com sua genética, geologia, tamanho, características proeminentes, processos de formação, tipos de rocha etc., como apresentado na Figura 2.5.



**Figura 2.5.** Tipos de cavernas organizadas por mecanismo de formação (Modificado de White & Culver, 2019 e Travassos, 2019)

## 2.1.1 GEOMECÂNICA DAS FEIÇÕES CÁRSTICAS

Embora a dissolução da rocha seja a principal origem dos carstes, existem outros mecanismos que também contribuem para a formação desses sistemas. Os principais tipos, identificados principalmente em dolinas e ilustrados na Figura 2.6, são os colapsos, a subsidência, a interseção e as coberturas. Há ainda outros tipos que se originam de processos distintos, tais como as formações ao longo de falhas geológicas resultantes de movimentos tectônicos e as formações antropogênicas, resultantes de intervenções humanas que intensificam o fraturamento da rocha (Sauro, 2019).



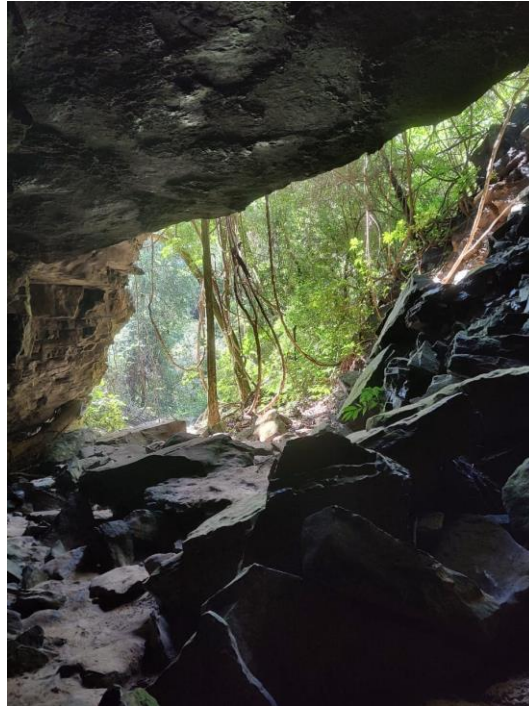
**Figura 2.6.** Principais tipo de dolinas não originadas na dissolução da rocha (Sauro, 2019)

As interseções são, sobretudo, depressões formadas quando um antigo sistema de cavernas, parcial ou totalmente preenchido por sedimentos, é cortado pela superfície devido a um rebaixamento gerado por uma erosão química. Quando ocorre a abertura dessas cavernas, são reativadas antigas hidroestruturas que facilitam o desenvolvimento de depressões fechadas. Esse tipo de formação é comum nos carstes clássicos (altamente solúveis), podendo ocorrer em forma de cadeias de depressões ou em depressões alongadas (Sauro, 2019).

As dolinas de cobertura, depressões fechadas formadas em materiais incoerentes como depósitos aluviais e superficiais, geleiras e sedimentos de solo, são influenciadas por hidroestruturas cársticas subterrâneas. Suas características variam conforme o tipo, continuidade e espessura dos depósitos, bem como a presença de relevo cárstico desenvolvido sob os depósitos ou uma hidrologia cárstica ainda em estágios iniciais, entre outros fatores. Em alguns casos, as planícies aluviais de rios de grande porte e, os fundos planos de grandes dolinas de solução, que retêm depósitos de enchimento, podem ser considerados como estágios avançados na sequência de ambientes de desenvolvimento dessas dolinas. Sauro (2019) explica que a evolução dessas formas pode ser atribuída a diversos processos, como infiltração de água, lavagem e canalização, erosão, sucção de sedimentos devido a oscilações no lençol freático, liquefação de sedimentos, fluxos de lama interligados e mudanças no volume causadas pelos ciclos de congelamento e degelo.

O colapso resulta da instabilidade de cavernas subterrâneas, apresentando uma variedade de formas que incluem paredes verticais ou saliências. Travassos (2019) destaca que todo tipo de caverna está sujeito ao colapso, um fenômeno condicionado pelas propriedades geomecânicas e espessura da rocha. Se acontecer, o colapso pode modificar a morfologia dos condutos e com o tempo adquirir novas formas mais elípticas e arredondadas (Figura 2.7). Os colapsos que proporcionam acesso a sistemas subterrâneos são frequentemente chamados de janelas cársticas, pois abrem uma entrada para os ambientes subterrâneos (Figura 2.8). No entanto, a maioria não proporciona acesso direto, devido à acumulação de detritos no fundo da cavidade (Sauro, 2019).

A amplitude de tamanhos dos colapsos varia desde algumas dezenas até centenas de metros, com as maiores depressões excedendo 100 milhões de metros cúbicos em volume. Estes se formam em correspondência com extensas câmaras de cavernas, que abrigam rios subterrâneos. É importante destacar que os colapsos não resultam de um único evento, mas sim de uma série de colapsos frequentemente associados a oscilações do lençol freático (Sauro, 2019).



**Figura 2.7.** Exemplo do colapso de uma caverna. Goiás, Brasil (Autora, 2023)

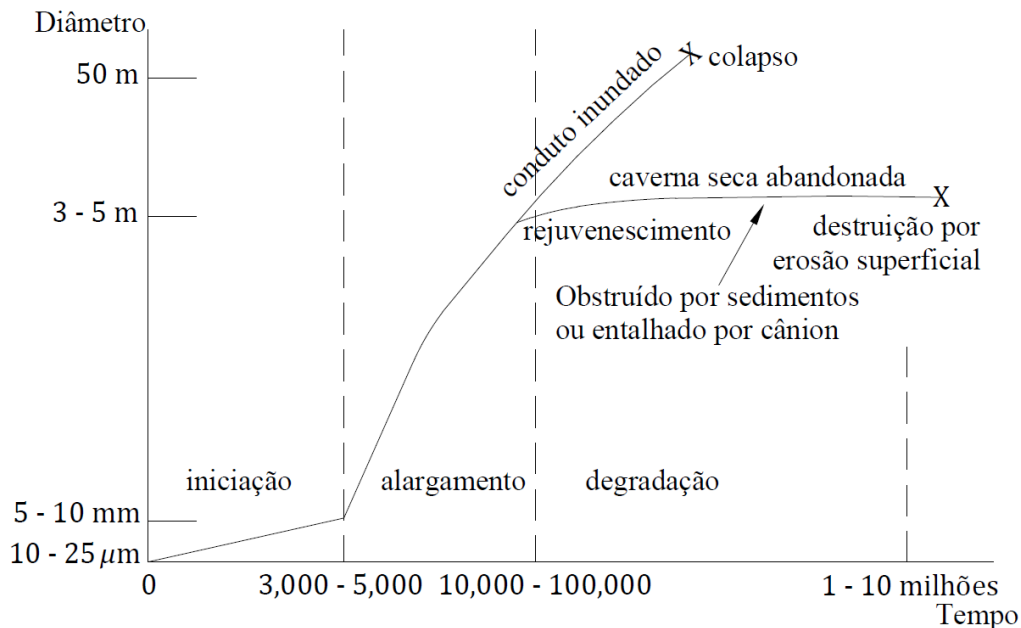


**Figura 2.8.** Janelas cársticas. Goiás, Brasil (Autora, 2023)

Os colapsos ocorrem quando a ampliação das cavidades subterrâneas ultrapassa o limite de estabilidade de seu próprio teto rochoso. A consequência natural da falha progressiva desse teto é o crescimento ascendente da cavidade que, eventualmente, pode alcançar a superfície,



resultando em subsidência instantânea. Segundo Waltham *et al.* (2005) o colapso do teto é um processo natural e inevitável em todas as cavernas cársticas. No entanto, o desenvolvimento até uma escala maior, que influencie a estabilidade da superfície, depende das estruturas geológicas necessárias e dos longos períodos geológicos para que os processos amadureçam (Figura 2.9). Não obstante, a falha pode ser iniciada ou acelerada por solicitações externas próprias de obras de construção.



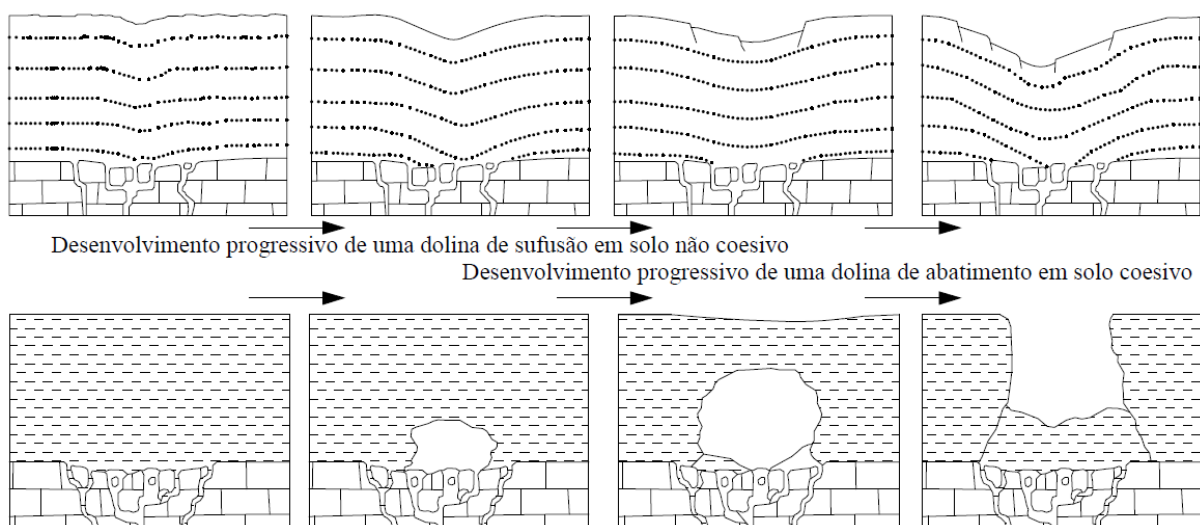
**Figura 2.9.** Evolução de uma fratura estreita para uma fissura larga e depois para uma caverna aberta, e sua eventual destruição por colapso ou perda através do rebaixamento da superfície (Adaptado de Waltham *et al.*, 2005)

É importante destacar que cavernas e câmaras localizadas em zonas de rocha fortemente fraturada ou próximas à superfície apresentam maior risco de colapso. Em contrapartida, cavidades desenvolvidas a maiores profundidades tendem a se considerar extremamente estáveis (Waltham *et al.*, 2005)

Na maioria de maciços rochosos cársticos, ocorrem fissuras que, no caso de obras de engenharia, podem ser facilmente seladas com concreto. Para calcáreos, estima-se que a rocha sólida representa 96-98% do terreno com uma capacidade de carga de 2-4 MPa. Os restantes 2-4% são vazios abertos com uma capacidade de suporte nula, que é justamente o perigo mais significativo do colapso cárstico (Waltham *et al.*, 2005).

Finalmente, a subsidência é uma depressão fechada gerada pelo afundamento de uma área. Esse tipo de carste tem a sua origem na propagação ascendente de um colapso inicial do teto de uma cavidade profunda, que teve um desenvolvimento de uma estrutura de tubo de brecha, que quando atinge a superfície forma uma depressão fechada com fundo instável. As subsidências podem ser encontradas em rochas insolúveis, assentes em rochas solúveis, e são frequentemente identificadas em rochas que recobrem minerais solúveis como o gesso e o sal (Sauro, 2019).

Diferentemente dos colapsos, em que a falha do teto das cavidades migra através de rochas não cársticas, na subsidência há uma cobertura de solo acima da feição, que é levada para fissuras estáveis na rocha (Figura 2.10). Assim, um arco de solo sobre qualquer vazio é inerentemente instável, podendo falhar imediatamente ou durante uma tempestade subsequente. Por esse motivo, falhas de solo são muito mais comuns do que falhas de rocha no carste e, portanto, as chances de uma estrutura projetada ser danificada ou destruída pelo desenvolvimento de dolinas devido à falha do solo, durante sua vida útil projetada, é muito maior quando comparada com o colapso rochoso (Waltham *et al.*, 2005).



**Figura 2.10.** Desenvolvimento de subsidência (Adaptado de Waltham *et al.*, 2005)

O desenvolvimento da subsidência pode ocorrer em qualquer solo não consolidado uma vez que, os únicos requisitos para o fenômeno acontecer, são a existência de cavernas ou redes de fissuras até o topo da rocha e a percolação de água como agente transportador. Waltham *et al.* (2005) destacam que, em terrenos cársticos cobertos por solo, a subsidência é uma característica permanente ou em evolução da paisagem, representando um perigo significativo nessas regiões.

## 2.1.2 CARSTES NO BRASIL

Diversos estudos foram realizados para identificar as regiões cársticas no Brasil (Karmann & Sánchez, 1979; Karmann & Sánchez, 1986; Auler *et al.*, 2001). De acordo com Karmann (1994), as áreas cársticas no país representam entre 5% e 7% de todo o seu território e, segundo Karmann & Sallun Filho (2007) estima-se que 2,8% dele apresenta carbonatos aflorantes. Em 2009 analistas ambientais do Centro Nacional de Pesquisa e Conservação de Cavernas (CECAV) ampliaram a classificação feita pelos autores supracitados a partir dos dados do mapa geológico do Brasil, da litoestratigrafia do Geobank (agora GeoSGB) e da sua própria base de dados. Utilizando essas informações, Cavalcanti *et al.* (2012) elaboraram o mapa das regiões cársticas do país, identificando um total de 19 regiões carbonáticas e não carbonáticas (Figura 2.11, Tabela 2.1).

**Tabela 2.1.** Regiões cársticas do Brasil.

Nº	Região	Estado
1	Formação Caatinga	BA
2	Formação Carajás	PA
3	Formação Salinas	MG
4	Formação Vazante	MG
5	Grupo Açungui	PR, SP
6	Grupo Apodi	CE, RN
7	Grupo Araras	MT
8	Grupo Bambuí	BA, DF, GO, MG, TO
9	Grupo Brusque	SC
10	Grupo Corumbá	MS
11	Grupo Paranoá	DF, GO, MG, TO
12	Grupo Rio Pardo	BA
13	Grupo Ubajara	CE
14	Grupo Una	BA
15	Grupo Vargem Grande	PI
16	Grupo Xambioá	PA, TO
17	Região cárstica de São Joao del Rei	MG
18	Região cárstica Quadrilátero Ferrífero	MG
19	Supergrupo Canudos	BA, SE

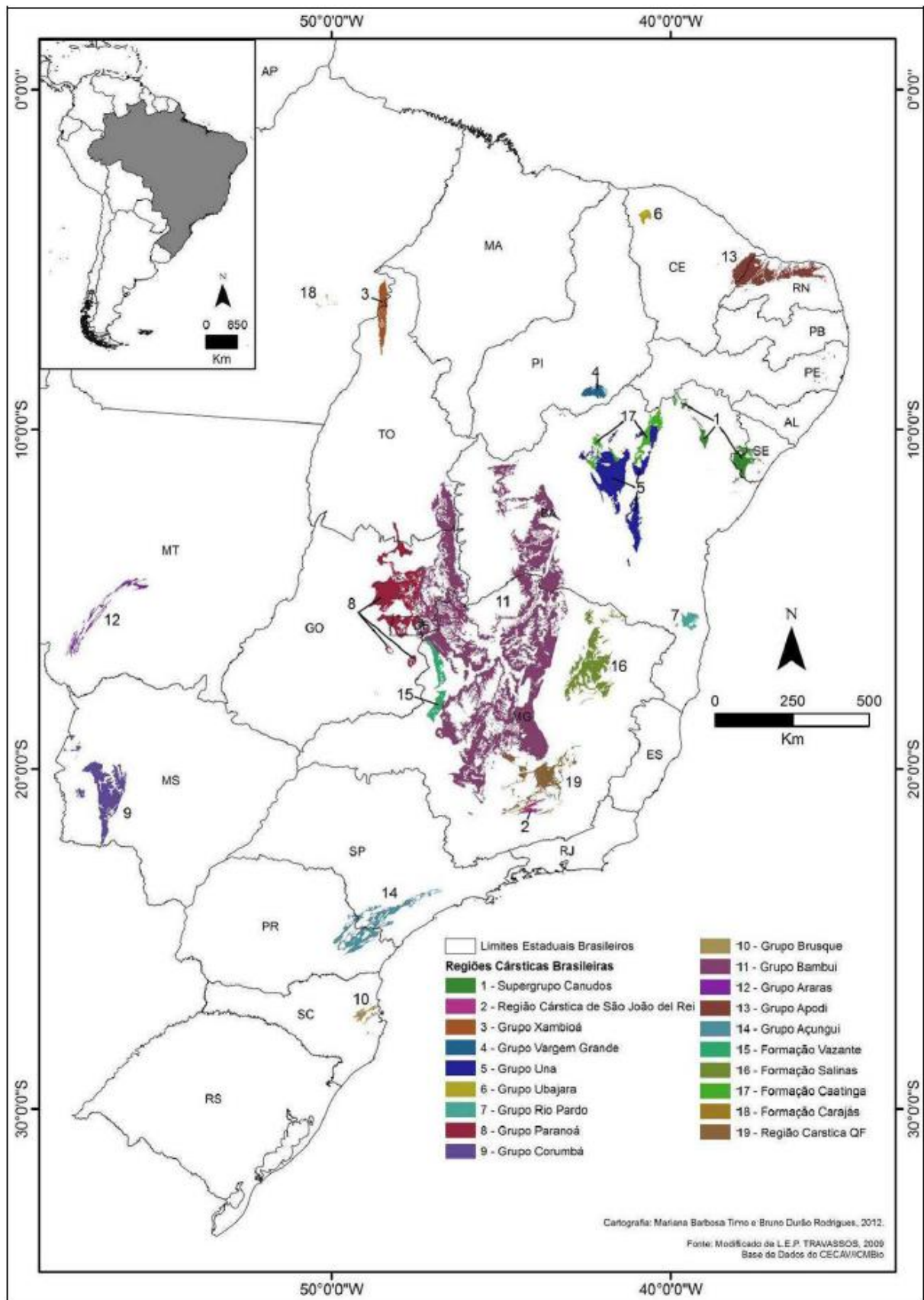
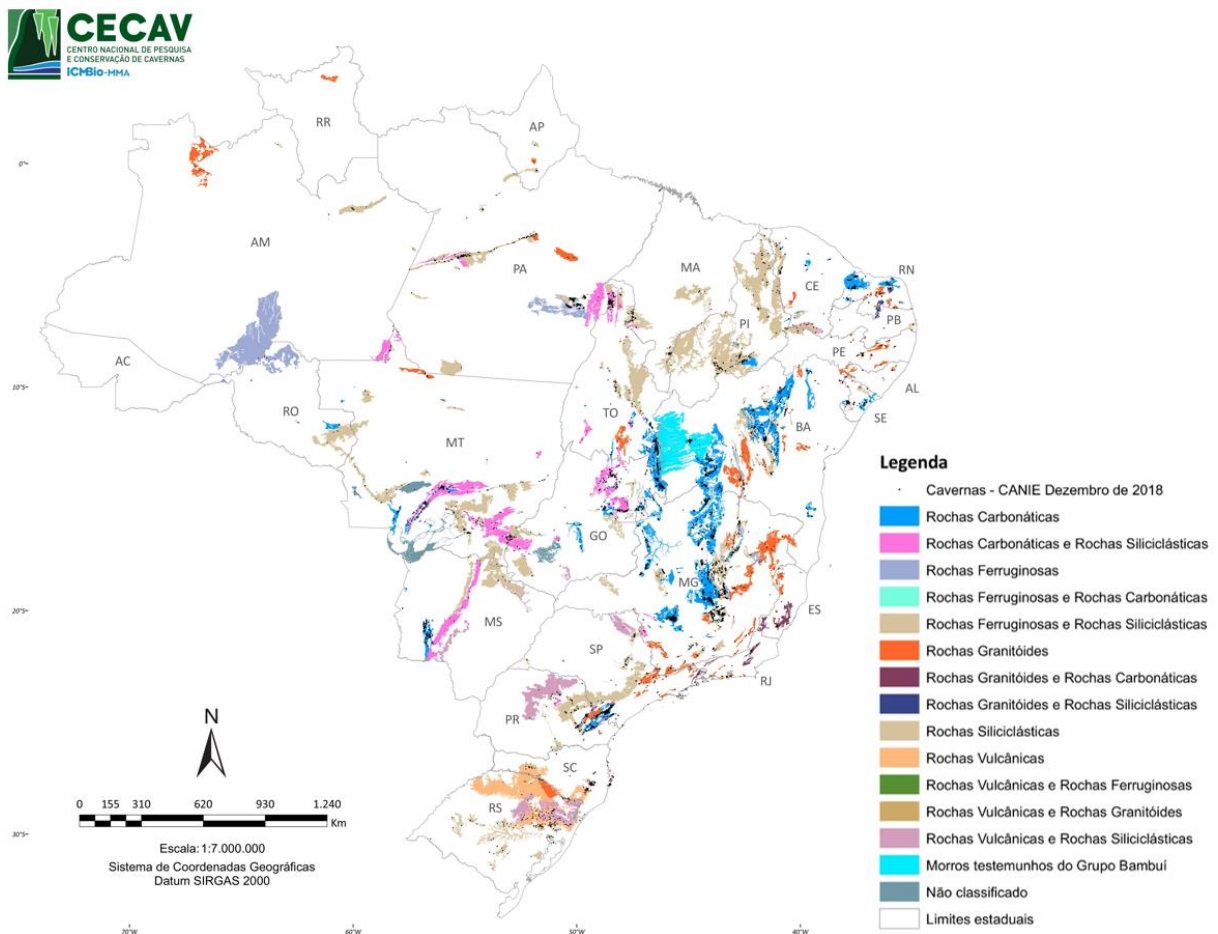
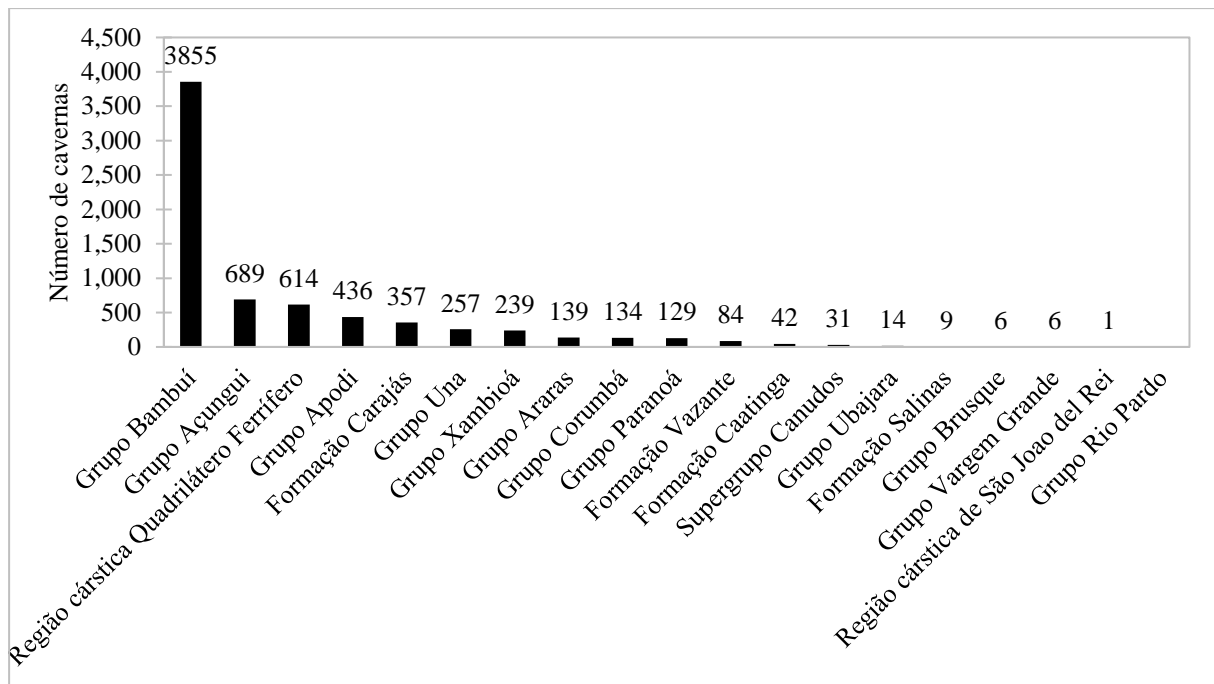


Figura 2.11. Regiões cársticas no Brasil (Timo, 2014)

Em 2018, o CECAV delimitou as áreas de interesse espeleológico no território brasileiro considerando cavernas encontradas tanto em rochas carbonáticas quanto em rochas não carbonáticas, ou seja, em áreas cársticas não tradicionais (Figura 2.12). Cavalcanti *et al.* (2012) apresentaram a distribuição dessas cavidades cadastradas e disponibilizadas pelo CECAV até dezembro de 2011, considerando as regiões cársticas brasileiras. Os autores encontraram que essas formações ocorrem, principalmente, no Grupo Bambuí, Grupo Açungui e na Região Cárstica Quadrilátero Ferrífero (Figura 2.13).



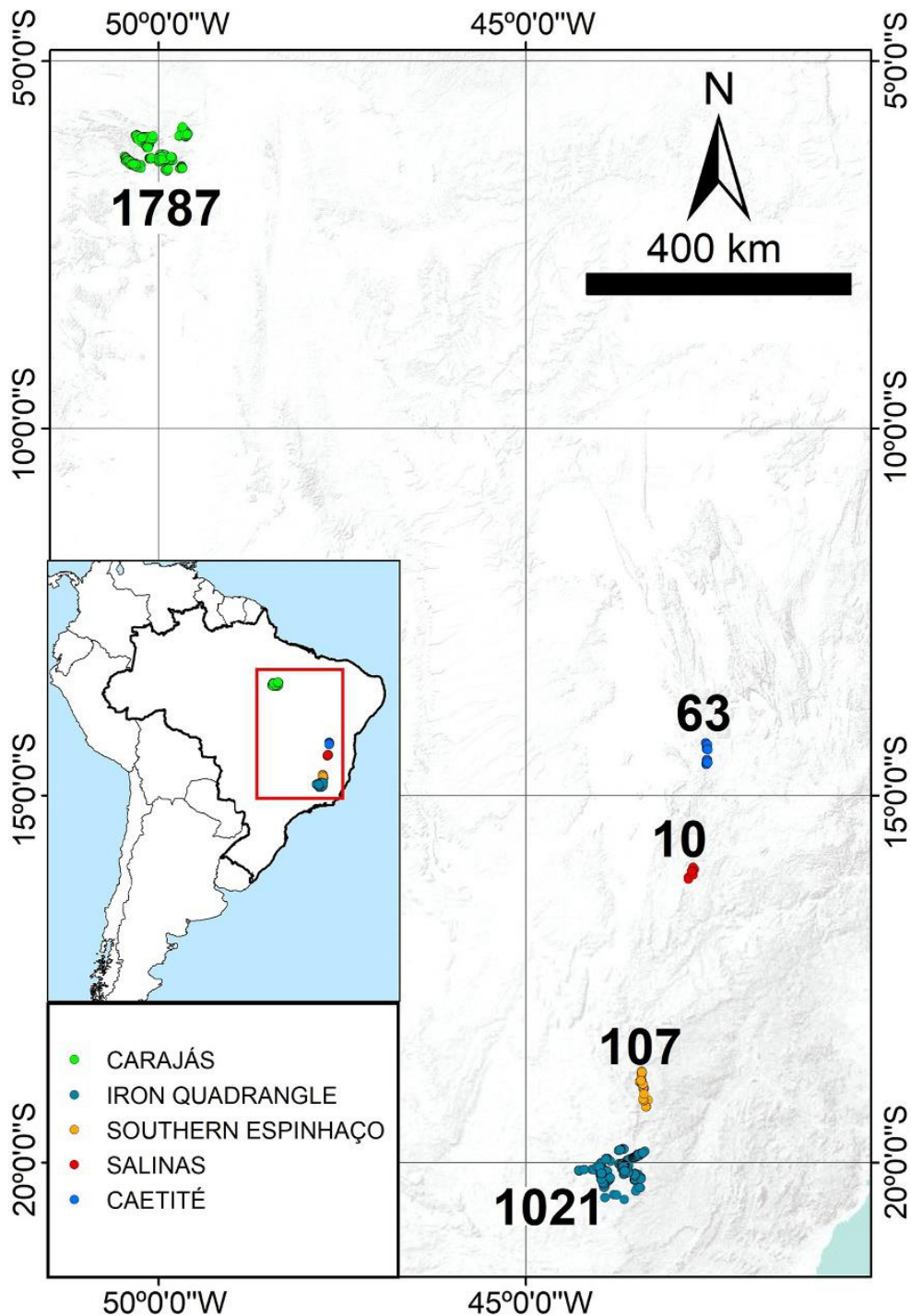
**Figura 2.12.** Mapa de áreas de ocorrência de cavernas no Brasil (Adaptado de CECAV, 2018)



**Figura 2.13.** Distribuição das cavernas disponibilizadas na base de dados do CECAV por região cárstica brasileira até dezembro/2011 (Adaptado de Cavalcanti *et al.*, 2012)

Apesar de que as regiões cársticas se distribuem ao longo do Brasil em diferentes litologias do território, historicamente, as pesquisas focaram no estudo do carste em rocha carbonática, negligenciando as feições cársticas em outros tipos de litologias. Auler & Piló (2005) destacaram que, embora os primeiros trabalhos científicos sobre rochas ferruginosas no Brasil datem da década de 1960, a importância espeleológica do minério de ferro só foi reconhecida no início dos anos 2000.

Não obstante e embora a literatura científica seja escassa em pesquisas acadêmicas, o número de estudos espeleológicos realizados com a finalidade de licenciamento ambiental no Brasil aumentaram significativamente, trazendo com eles uma grande quantidade de dados que permitiram concluir duas coisas: as cavernas ferríferas são numerosas e muito mais comuns do que se imaginava e que sendo o Brasil o maior detentor de reservas de minério de ferro do mundo, o potencial para a ocorrência dessas feições é grande e significativa (Calux & Cassimiro, 2015). As bases de dados oficiais apresentam mais de 4000 cavernas em rochas ferruginosas distribuídas, principalmente, nas províncias espeleológicas da Serra dos Carajás na Amazônia, no Quadrilátero Ferrífero em Minas Gerais, na Serra do Espinhaço entre Minas Gerais e Bahia e algumas outras localizadas na área de Salinas na mesma Serra do Espinhaço e em Caetité no sul da Bahia como observado na Figura 2.14.



**Figura 2.14.** Feições cársticas em rochas ferruginosas no Brasil (Auler *et al.*, 2019)

Recentemente Auler & Sauro (2019) ressaltaram a presença de feições cársticas em quartzitos e arenitos de quartzo na América do Sul, incluindo o Brasil. Como aconteceu com as rochas ferríferas, só nos últimos anos a exploração sistemática nesse tipo de rochas começou a revelar sistemas de cavernas notáveis. No entanto, o número de feições cársticas em quartzitos e arenitos de quartzo ainda é baixo em comparação com as cavernas em rochas carbonáticas, devido à menor ocorrência, dificuldades de acesso e exploração reduzida.

A maioria das cavernas em quartzo possuem algumas dezenas ou centenas de comprimento e profundidade, porém, nas últimas décadas foi possível descobrir cavernas com mais de 2 km de desenvolvimento (Tabela 2.2). Estima-se que no Brasil, lugares como Mato Grosso, Bahia e Minas Gerais abrigam outras feições cársticas nesses tipos de rochas (Auler & Sauro, 2019).

**Tabela 2.2.** Principais cavernas em quartzo e quartzito no Brasil (Modificado de Auler & Sauro, 2019).

Nome	Comprimento	Profundidade	Área
<b>Gruta do Centenário</b>	3.8 km	484 m	Inficionado
<b>Gruta de Torras</b>	3.6 km	190 m	Chapada Diamantina
<b>Gruta de Bocaina</b>	3.5 km	404 m	Inficionado
<b>Gruta Martimiano II</b>	3.3 km	-	Ibitipoca
<b>Gruta das Bromélias</b>	2.7 km	-	Ibitipoca

Com base no conhecimento acumulado, analistas ambientais do CECAV elaboraram o Mapa de Potencialidade de Ocorrência de Cavernas no Brasil (Jansen *et al.*, 2012), considerando cinco classes de grau de potencialidade: “Muito Alto”; “Alto”; “Médio”; “Baixo”; e “Ocorrência Improvável”. Das cavidades identificadas até a data, 78,4% estavam localizadas em áreas com potencialidade de ocorrência “Muito Alta” e “Alta”, 12,8% em áreas com potencialidade “Média” e 8,7% em locais com potencialidade “Baixa” e “Ocorrência Improvável” (Tabela 2.3 e Figura 2.15).

**Tabela 2.3.** Grau de potencialidade de ocorrência de cavernas no Brasil de acordo com a litologia (Adaptado de Jansen *et al.*, 2012).

Litotipo	Grau de Potencialidade
Calcário, Dolomito, Evaporito, Metacalcário, Formação ferrífera bandada, Itabirito e Jaspilito.	Muito Alto
Calcrete, Carbonatito, Mármore e Marga.	Alto
Arenito, Conglomerado, Filito, Folhelho, Fosforito, Grauvaca, Metaconglomerado, Metapelito, Metassiltito, Micaxisto, Milonito, Quartzito, Pelito, Riolito, Ritmito, Rocha calci-silicática, Siltito e Xisto.	Médio
Anortosito, Arcóseo, Augengnaise, Basalto, Charnockito, Diabasio, Diamictito, Enderbitto, Gabro, Gnaise, Granito, Granitóide, Granodiorito, Hornfels, Kinzigito, Komatito, Laterita, Metachert, Migmatito, Monzogranito, Olivina gabro, Ortoanfíbolito, Sienito, Sienogranito, Tonalito, Trondhjemitto, entre outros litotipos.	Baixo
Aluvião, Areia, Argila, Cascalho, Lamito, Linhito, Turfa e outros sedimentos.	Ocorrência Improvável



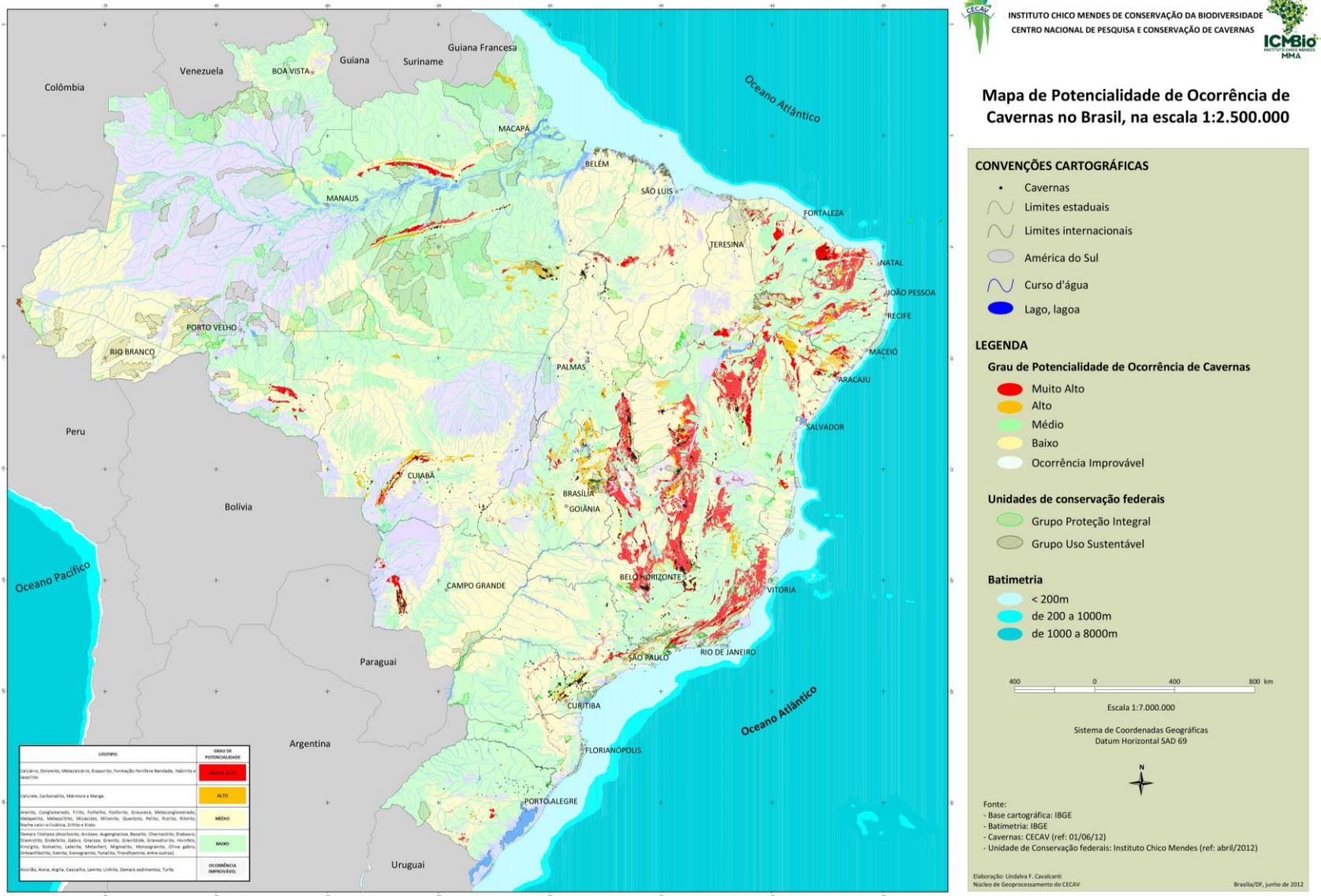


Figura 2.15. Mapa de Potencialidade de Ocorrência de Cavernas no Brasil (Adaptado de Cavalcanti, 2012)

### **2.1.3 QUADRILÁTERO FERRÍFERO**

O Quadrilátero Ferrífero (QF) é a mais importante província mineral ferrífera do Brasil. Está localizado na região centro sul do estado de Minas Gerias, abrangendo uma área de 15000 km<sup>2</sup> em 30 municípios: Barão de Cocais, Belo Horizonte, Belo Vale, Betim, Brumadinho, Caeté, Catas Altas, Congonhas, Conselheiro Lafaiete, Ibirité, Igarapé, Itabira, Itabirito, Itatiaiuçu, Itaúna, Jeceaba, Joao Monlevade, Mariana, Mário Campos, Mateus Leme, Moeda, Nova Lima, Ouro Preto, Raposos, Rio Acima, Rio Manso, Rio Piracicaba, Sabará, Santa Bárbara, Santa Luzia, São Gonçalo do Rio Abaixo e São Joaquim das Bicas.

O QF está geotectonicamente situado no extremo sul do Cráton do São Francisco (Almeida, 1977), que concentra grande volume de bens minerais. O grande marco da investigação geológica no QF é o convênio, iniciado em 1957, entre o Departamento Nacional de Produção Mineral (DNPM) e o *United States Geological Survey* (USGS) que culminou na publicação coordenada por Nostrand Dorr II (1969).

#### **2.1.3.1 LITOESTRATIGRAFIA**

O Quadrilátero Ferrífero é constituído por unidades litodêmicas e litoestratigráficas do Arqueano, do Paleo-Mesoproterozoico e do Cenozoico, conforme coluna litoestratigráfica (Figura 2.16) e mapa geológico (Figura 2.17) elaborados por Endo *et al.* (2019).

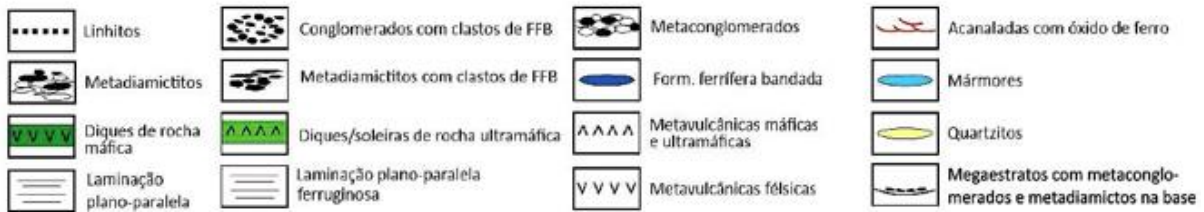
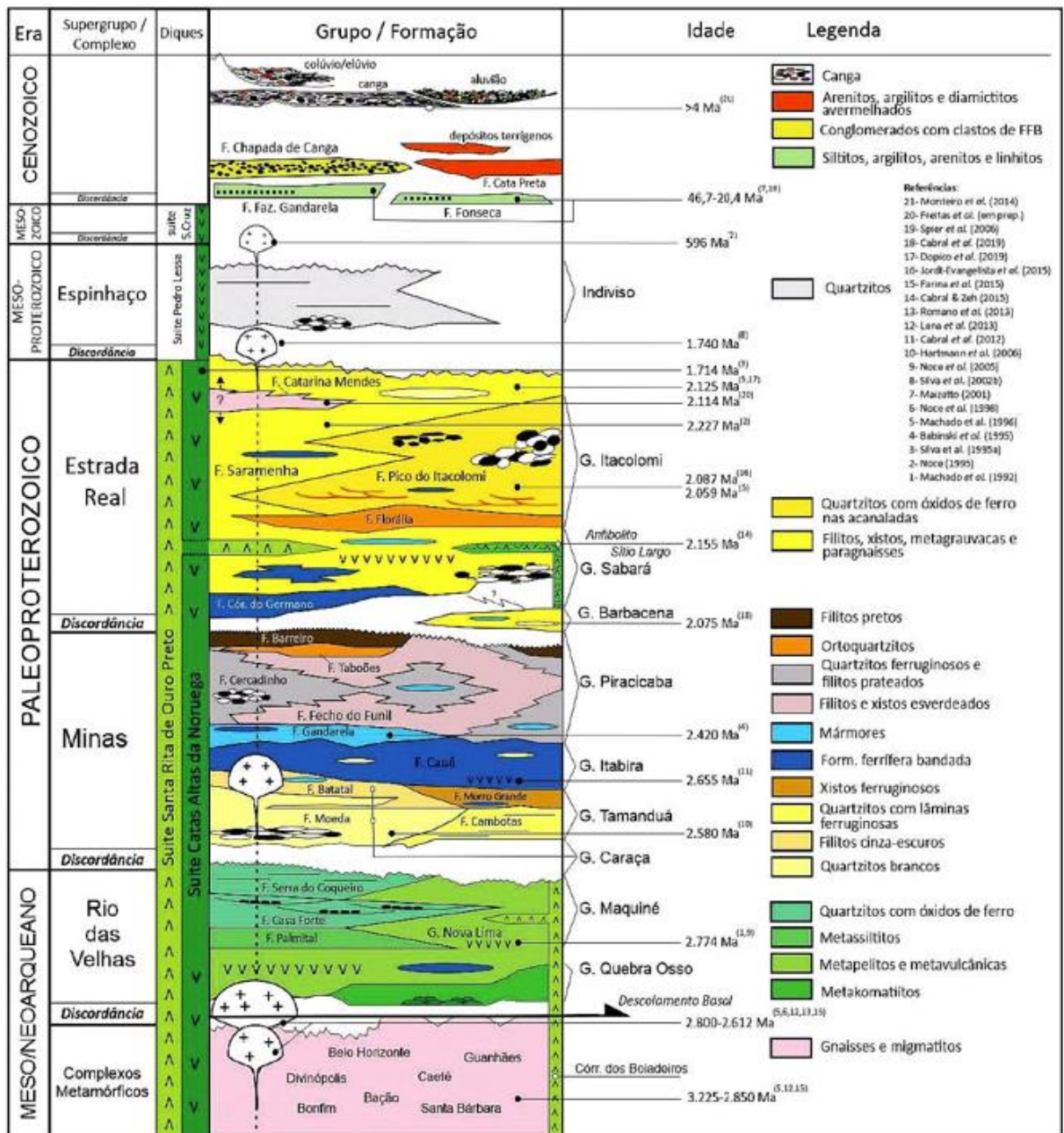


Figura 2.16. Coluna estratigráfica do Quadrilátero Ferrífero (Endo *et al.*, 2019)

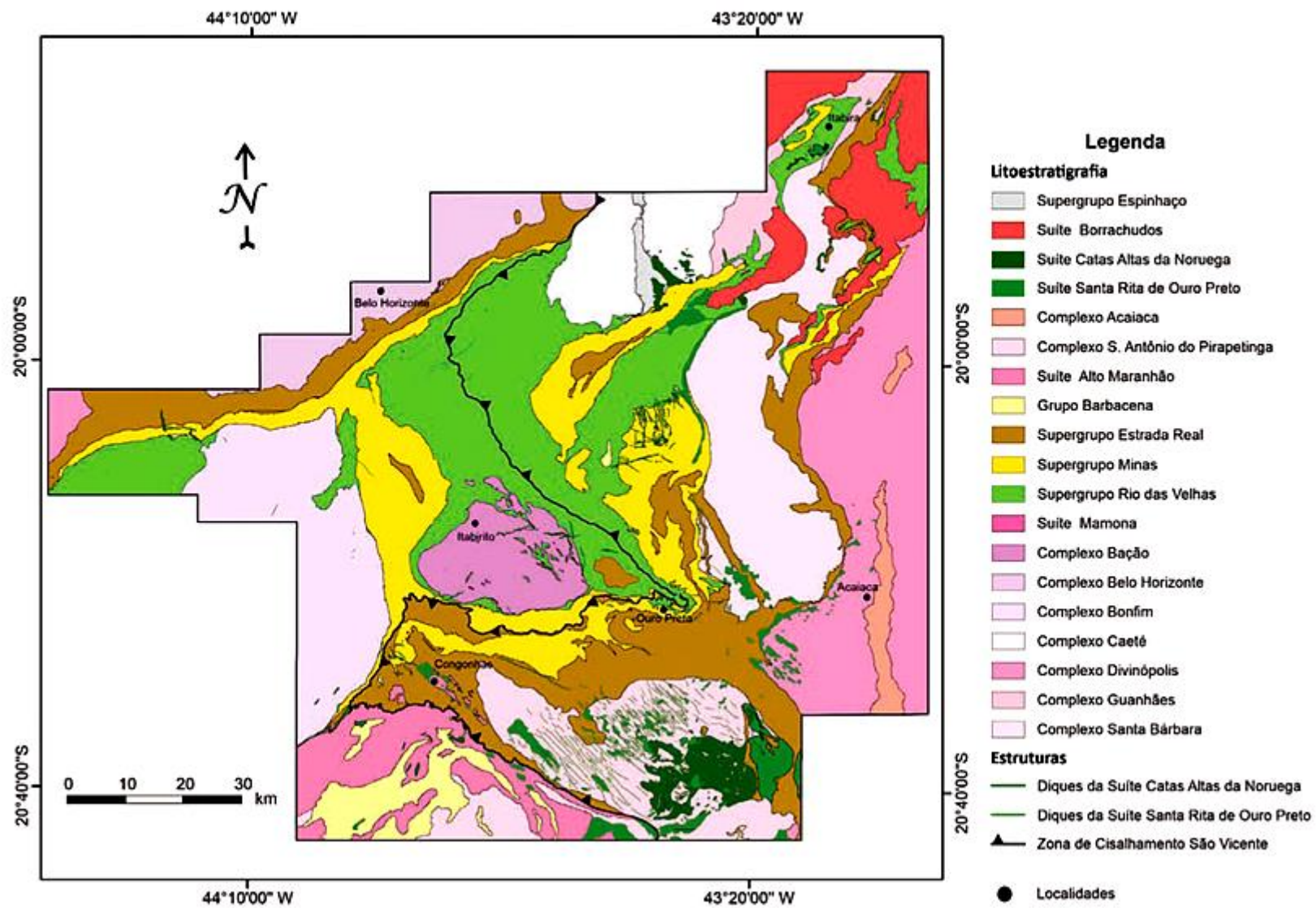


Figura 2.17. Mapa Geológico do Quadrilátero Ferrífero (Endo *et al.*, 2019)

Os Complexos Metamórficos, que representam o embasamento cristalino mesoarqueano, são formados por ortognaisses bandados, migmatitos, granitoides leucocráticos, anfibolitos e corpos máficos/ultramáficos.

O Supergrupo Rio das Velhas é uma sequência Arqueana do tipo greenstone belt caracterizada por um conjunto de rochas metavulcânicas máficas ultramáficas e félsicas, metavulcanoclásticas, metavulcanossedimentar química, metassedimentar clástica marinha e metassedimentar costeiro, compreendendo o Grupo Nova Lima e Grupo Maquiné, estando descolados dos Complexos Metamórficos por uma discordância angular.

Também separado por uma discordância angular, o Supergrupo Minas é composto, da base para o topo, pelos grupos Tamanduá, Caraça, Itabira e Piracicaba, constituindo uma sucessão continental-marinha, compreendendo rochas metassedimentares paleoproterozoicas. Especificamente, o Grupo Itabira é representado por sedimentos com grande contribuição química, subdividindo-se em Formação Cauê, composta por itabiritos quartzosos, dolomíticos, anfibolíticos e minério de alto teor e em Formação Gandarela, constituída por metadolomito, itabiritos dolomíticos, filitos e filitos hematíticos. Os litotipos do Grupo Itabira configuram as rochas com maior suscetibilidade à formação de cavernas no Quadrilátero Ferrífero, conforme detalhado no item 2.1.3.2.

Sobreposto ao Supergrupo Minas, o Supergrupo Estrada Real é formado por rochas metassedimentares marinhas do Grupo Sabará e rochas continentais do Grupo Itacolomi. O Grupo Sabará apresenta quartzitos, clorita xistos, mica xistos, formações ferríferas bandadas e lentes de dolomito. Já o Grupo Itacolomi é composto por ortoquartzitos, quartzitos com estratificação cruzada e metaconglomerados com seixos e matacões de itabirito, filito e granito.

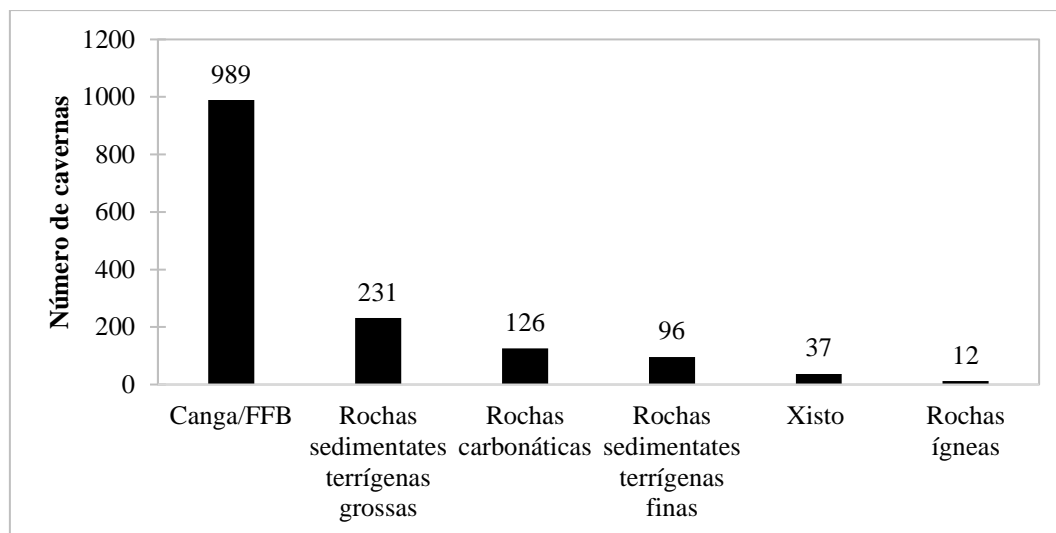
As unidades cenozoicas consistem em depósitos sedimentares transportados formados por complexa sucessão de fácies dispostos, em caráter discordante, sobre o saprólito das rochas do substrato. Encontram-se em baixos topográficos, localizados ao longo de zonas de fraqueza crustal pré-existent, as quais condicionaram à geração de sistemas de falhamentos normais no cenozoico, formando grabens e calhas. Dessa maneira, essas unidades são caracterizadas a partir de seus processos deposicionais, área fonte dos sedimentos e processos pedogenéticos, originando diversas fácies sedimentares que variam de granulometria argilosa até blocos e matacões (Endo *et al.*, 2019).

A canga ou crosta laterítica consiste em um material composto por fragmentos de rocha e solo cimentados por meio da oxidação e hidratação de óxidos de ferro em um processo de laterização, próximo a superfície, formando um aglomerado rochoso de elevada resistência que recobre grande parte do Quadrilátero Ferrífero (Dorr, 1969; Rosiere & Chemale Jr, 2000).

Apesar de diversas contribuições anteriores ao convênio DNPM-USGS, o modelo geológico concebido por Dorr (1969) ainda se aproxima muito do atual entendimento acerca dessa província mineral, servindo de base para todas as contribuições posteriores. Nesse contexto, Endo *et al.* (2019) apresenta uma atualização do mapa geológico concebido no convênio USGS-DNPM, consolidando os projetos de mapeamentos geológicos realizados por universidades brasileiras e seus convênios com mineradoras.

### 2.1.3.2 REGIÃO CÁRSTICA

As ocorrências de cavidades e cavernas no Quadrilátero Ferrífero estão, majoritariamente, associadas às formações ferríferas e carbonáticas do Grupo Itabira (Figura 2.18). As diferenças na espeleogênese dos condutos e cavernas em cada litotipo são atribuídas à hidrogeologia, geomorfologia, geoquímica, sedimentologia, geocronologia e biologia (Ford e Williams, 2007).



**Figura 2.18.** Distribuição das cavernas no QF por litologia (Endo *et al.*, 2019)

Dutra (2013) elaborou uma síntese dos processos que originam cavidades em formações ferríferas, detalhando as principais características e modos de formação destas feições. A autora afirma que a maioria das cavidades em formações ferríferas têm idade pós-terciário inferior

(idade de formação das cangas), ocorrendo na canga e no contato canga/solo residual ou rocha, sendo o processo de formação predominante da erosão por drenagem temporária superficial. A partir deste alargamento inicial, a cavidade se desenvolve por abatimentos.

Desse modo, as cavernas em litotipos ferruginosos, têm sua gênese associada à erosão do solo abaixo do manto de canga, que suporta as bordas dos vales. Como são materiais com grau de solubilidade muito baixo, a gênese associada à dissolução do material tem caráter secundário.

De acordo com Dutra (2015), as cavernas associadas às formações ferríferas ocorrem na Formação Cauê e na canga que recobre esta formação. As cavernas associadas à litotipos ferruginosos são menos desenvolvidos quando comparadas com as rochas carbonáticas, de modo que cavernas com projeção horizontal superiores a 100 metros no QF são muito raras (menos que 2% do total de cavernas).

Por outro lado, a formação de cavernas em rochas carbonáticas distingue-se das formações ferríferas por conta de sua elevada solubilidade na presença de água com pH ácido, gerando cavidades/cavernas por dissolução, e não por erosão mecânica. Na natureza, o processo mais comum de diminuição do pH da água está relacionado ao contato das águas meteóricas com o dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) presente na atmosfera, formando ácido carbônico ( $\text{H}_2\text{CO}_3$ ) o qual infiltra no terreno e acelera o processo de solubilização dos carbonatos presentes nas rochas calcáreas. Além disso, a água que percola pelos horizontes superficiais de solo entra em contato com a matéria orgânica de raízes, contribuindo para a diminuição do pH da água.

O potencial de dissolução está associado à quantidade de minerais capazes de serem dissolvidos em um determinado período. Por sua vez, a capacidade de dissolução depende da concentração inicial de produtos diluídos na água, de modo que haverá mais dissolução se a água inicial possuir baixas concentrações de produtos dissolvidos e vice-versa. Assim, quanto mais próximo da área de recarga, menos íons dissolvidos a água intersticial possui, aumentando sua capacidade de dissolução (Fitts, 2015).

## **2.2 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ANÁLISES GEOMECÂNICAS**

Na área de análises geomecânicas, uma ampla gama de métodos numéricos tem sido desenvolvida, com constantes avanços e implementações de novas técnicas, com o objetivo de

aprimorar a precisão dessas análises. Neste capítulo serão abordados dois métodos em particular: o Método dos Elementos Finitos (FEM) e o Método dos Elementos Discretos (DEM). Cada um desses métodos oferece abordagens distintas para a modelagem e simulação de problemas geomecânicos, contribuindo para um entendimento mais aprofundado e uma representação mais precisa do comportamento de materiais e estruturas em condições simples ou complexas.

### **2.2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FEM)**

O FEM é um método de análise numérica que fornece soluções aproximadas para problemas de engenharia. Substitui a estrutura real por um conjunto de elementos finitos, dos quais obtém-se a solução aproximada de toda a estrutura. Esta solução aproximada geralmente satisfaz as necessidades de solução dos problemas com precisão suficiente (Dong *et al.*, 2018).

O processo de análise neste método consiste em discretizar corpos de geometria qualquer em elementos com forma relativamente simples. Esses elementos finitos compartilham nós, arestas e superfícies, todas elas compondo uma malha. Nos nós de cada elemento são prescritos deslocamentos e forças relacionados ao problema. Com essa informação, a equação de rigidez de cada elemento e a equação global do sistema são construídas. As restrições de deslocamento, as condições de tensão e as de contorno são processadas e a solução é encontrada. (Dong *et al.*, 2018).

O FEM é amplamente utilizado porque permite que cada elemento tenha diferentes formas e propriedades do material, tem as vantagens de forte adaptabilidade geométrica e flexibilidade para lidar com diferentes parâmetros físicos. Porém, sua precisão de cálculo pode ser afetada ao tentar resolver problemas de grandes deformações, pois com sua formulação tradicional gera excessivas distorções da malha. Problemas com descontinuidades ou fraturas também representam uma dificuldade quando analisados com o FEM. Nesses casos, é necessário implementar modelos mais específicos ou modificações que podem não ser suficientes ou tornar a abordagem computacionalmente mais cara.

Nesta análise é necessário considerar a implementação de modelos constitutivos que representem o comportamento do material. No caso das rochas são geralmente adotados modelos simplificados elásticos lineares e elásticos-perfeitamente plásticos. Porém, alguns



autores têm desenvolvido modelos mais complexos que consideram um comportamento abrangente do material, para serem implementados no FEM.

Gil & Roegiers (2003) apresentaram uma base teórica para construir um modelo elastoplástico acoplado em três dimensões que permitia simular o fraturamento hidráulico em rochas não consolidadas. Zhou & Zhu (2010) desenvolveram um modelo constitutivo elastoplástico de dano com dupla superfície de escoamento baseado na teoria irreversível termodinâmica e na teoria da mecânica do dano, considerando fluxo não associado e dois tipos de mecanismo de deformação plástica, para avaliar o comportamento de rochas moles saturadas.

Outros autores como Li *et al.* (2011) estudaram o comportamento das rochas moles para desenvolver um modelo constitutivo com amolecimento utilizando e adaptando a equação da teoria unificada de resistência à geotecnia. Pourhosseini & Shabanimashcool (2014) desenvolveram um modelo para descrever o comportamento não-linear de rochas intactas submetidas a carregamentos estáticos, Li *et al.* (2015) trabalharam num novo modelo elastoplástico para rochas moles que considera a mobilização do ângulo de atrito e da coesão e Yuan & Xiao (2015) fizeram um modelo constitutivo elastoplástico multiparamétrico que considera um mecanismo de dano de tensão e cisalhamento.

Nos últimos anos diferentes pesquisas de engenharia de rochas foram desenvolvidas utilizando o FEM. Yang *et al.* (2015) estudaram o comportamento mecânico de maciços rochosos fraturados analisando a ruptura progressiva, o efeito escala, as características anisotrópicas, a resistência à compressão uniaxial e a deformação nos maciços rochosos. Liu *et al.* (2015) desenvolveram a teoria de reforço da deformação para avaliar a ruptura de taludes em rocha e, posteriormente, testá-la em casos típicos e importantes de estabilidade utilizando um *software* de elemento finitos não-linear.

Hauseux *et al.* (2016) implementaram no Método de Elementos Finitos Melhorados (E-FEM por suas siglas em inglês de *Enhanced – Finite Element Method*) um modelo numérico tridimensional com descontinuidades para tratar problemas de fraturamento múltiplo. Zhang *et al.* (2016) também utilizaram uma das modificações do FEM para modelar maciços rochosos com descontinuidades. O método conhecido como SFEM (*Smoothed Finite Element Method*) permitiu analisar o comportamento dos maciços assumindo as fraturas como elementos de interface de espessura zero. Saksala *et al.* (2017) desenvolveram um modelo constitutivo

baseado na mecânica do dano e viscoplasticidade da rocha para, posteriormente, ser implementado num código FEM dinâmico e explícito, com a finalidade de avaliar o comportamento do granito “Kuru” submetido a grandes tensões de confinamento. Já Cheng & Zhou (2018) propuseram um novo método para simular o contato por atrito no X-FEM (*Extended Finite Element Method*) estudando o comportamento de fraturas preexistentes.

Além do desenvolvimento e modificações do método original, o FEM é ainda utilizado como uma ferramenta para avaliar aplicações práticas relacionadas a maciços rochosos. Pradhan, & Siddique (2020) utilizaram o FEM com o critério generalizado não-linear de Hoek-Brown e o critério de Mohr-Coulomb, para analisar a estabilidade das encostas cortadas por estradas de Rishikesh a Devprayag nos Himalaias, que se viram afetadas devido a escavações inadequadas durante os projetos de construção e alargamento das rodovias, gerando faturas secundárias no maciço rochoso. Valendo-se da técnica de redução de resistência, os autores analisaram o grau de estabilidade dos taludes da região, identificando cinco encostas instáveis com fator de segurança (FS) menor ou igual a 1, quatro encostas marginalmente instáveis ( $1 < FS \leq 1.3$ ) e outras onze estáveis.

Bağrıaçık, *et al.* (2022) investigaram a tensão normal e a deformação em ambas as direções, horizontal e vertical, ocorridas pelo impacto de rocha em tubos de túneis de concreto, utilizando o FEM em condições tridimensionais. Os autores encontraram que as deformações no tubo de concreto aumentaram à medida que a energia de impacto aumentou devido ao aumento da velocidade e da massa.

No estudo de sistemas cársticos Eisenlohr *et al.* (1997) fizeram simulações numéricas de fluxos de águas subterrâneas com FEM, para testar a sensibilidade de alguns métodos estatísticos na interpretação desses fluxos. Para isso, introduziram estruturas cársticas teóricas bem definidas em um modelo de elementos finitos para analisar a resposta global simulada de acordo com os esquemas de interpretação aceitos. Apesar das limitações inerentes aos modelos numéricos, os resultados mostraram a necessidade de boas informações hidrogeológicas sobre um aquífero cárstico e a dificuldade de encontrar parâmetros estruturais e comportamento hidrodinâmico apenas por métodos estatísticos.

Liu *et al.* (2014) abordaram o estudo de aquíferos cársticos, focando na modelagem numérica para entender melhor a dinâmica de fluxo em tais sistemas. O estudo apresentou um modelo

acoplado contínuo de fluxo em tubulação/Darcy (CCPF), que simplificou os condutos na matriz contínua do aquífero em uma rede de tubos unidimensionais. O modelo dividiu a estrutura do aquífero em duas partes: uma rede de tubos (representando os condutos cársticos) e uma matriz porosa circundante. No estudo também foram utilizados elementos finitos em malhas anisotrópicas para resolver a equação de Darcy na matriz porosa e elementos finitos em malhas regulares para a parte do conduto. Com bons resultados, foi demonstrada a aplicabilidade do modelo para a análise de fluxo em aquíferos cársticos.

## **2.2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS (DEM)**

O Método dos Elementos Discretos (DEM), proposto por Cundall em 1971, tem sido utilizado para modelar numericamente o comportamento mecânico de geomateriais. Diferentemente dos métodos baseados no contínuo, o DEM trata o material como um conjunto de partículas discretas, cada uma regida por leis fundamentais da física (Soni *et al.*, 2012). No DEM, o comportamento do material é descrito pela interação de corpos rígidos ou deformáveis de maneira arbitrária, tornando-o adequado para simular o comportamento de materiais granulares ou para simular o movimento de maciços rochosos fraturados, pois a fratura pode ser tratada com bastante facilidade (Jenabidehkordi, 2019).

O algoritmo geral de cálculo do DEM inicia com a discretização dos corpos e a seleção das leis de contato. A relação entre as forças e os deslocamentos relativos é utilizada para obter as forças normais e tangenciais entre os corpos. As forças atuantes em todas as direções entre os elementos, bem como outras forças externas, são combinadas, e a aceleração dos elementos é determinada conforme a segunda lei de Newton. Essa aceleração é integrada para obter a velocidade e o deslocamento dos elementos em qualquer instante (Dong *et al.*, 2018).

Uma das principais dificuldades do DEM é a escolha das leis de contato e a calibração dos parâmetros dos materiais cuja previsão continua sendo um grande desafio. Os procedimentos para determinar de forma única os parâmetros do material para os elementos discretos, a fim de capturar uma variedade de propriedades macroscópicas, são inexistentes. Como Jenabidehkordi (2019) explica, não existe uma única fonte que preveja essas propriedades, a maioria das contribuições relata apenas alguns desses parâmetros e, além disso, não existe uma análise de sensibilidade completa que quantifique a influência dos parâmetros do material e da geometria.

Apesar de suas vantagens no estudo de fraturas e problemas dinâmicos na engenharia, o DEM ainda apresenta algumas deficiências e o seu método teórico precisa ser aprimorado. Por exemplo, o custo computacional e a velocidade de cálculo aumentam significativamente com o número de elementos e superfícies de contato, e muitos algoritmos têm alta propensão à transferência e acumulação de erros (Dong *et al.*, 2018).

Contudo, com o DEM já foram simulados diferentes problemas em rocha como sistemas de reforços (Lorig, 1985; Cui *et al.*, 2022), estabilidade de poços e furos (Rawlings *et al.*, 1993), comportamento de tuneis em rochas intemperizadas (Kochen & Andrade, 1997), reservatórios (Gutierrez & Makurat, 1997), escavações (Bahrani *et al.*, 2014; Protosenya & Vilner, 2022; Fan *et al.*, 2023), juntas em maciços rochosos (Huang *et al.*, 2015; Liu *et al.*, 2022; Wang *et al.*, 2022), estabilidade de taludes em rocha (Chiu & Weng, 2019; Zhou *et al.*, 2021; Berger & Hofmann, 2022) e modelagem numérica de ensaios laboratoriais (Medina *et al.*, 2019).

Estudos relacionados ao comportamento dos sistemas cársticos também foram desenvolvidos utilizando o DEM. Luu *et al.* (2019) examinaram o papel das inundações na ocorrência de colapsos cársticos em camadas de solo coesivo cobrindo rocha calcárea carstificada, Motivada pelo evento meteorológico que ocorreu na primavera de 2016 na região de Orléans na França, quando chuvas intensas e inundações provocaram um número incomum de colapsos cársticos, na pesquisa foi aplicado um modelo hidromecânico inovador para simular cenários de campo, executando simulações numéricas que combinavam o DEM para modelar a fase sólida com o Método de Boltzmann em Rede (LBM) para a fase fluida. A análise numérica focou na desestabilização da camada de solo coesivo sob carga hidráulica e explorou a fenomenologia das formações de colapsos cársticos, incluindo simulações que determinaram a expansão de cavidades subterrâneas. O artigo concluiu ressaltando a importância da aplicação de métodos de modelagem numérica avançados na previsão de colapsos cársticos e na gestão de riscos em áreas susceptíveis a tais fenômenos geológicos.

Lai *et al.* (2021) abordaram o desafio da irrupção de água em túneis, um problema comum em regiões cársticas na China, particularmente agravado pela complexidade geológica e a presença de cavidades cársticas ocultas com alta pressão de água. Focando em estratos resistentes à água entre túneis e cavidades cársticas, o estudo empregou o DEM com acoplamento fluido-sólido para simular e analisar o processo de desastre de irrupção de água e a evolução de informações catastróficas, como pressão de infiltração e deslocamento. Essa abordagem considerou

diferentes pressões de água, profundidades de túneis e coeficientes de pressão lateral, revelando que fraturas podem se desenvolver, propagar e juntar sob a influência da pressão da água e perturbação da escavação, levando potencialmente a desastres. Este método mostrou-se mais eficaz e preciso em comparação com abordagens teóricas tradicionais e testes de modelos físicos, oferecendo novas perspectivas e ferramentas para a prevenção e o alerta precoce de irrupções de água em túneis cársticos, um avanço significativo para a segurança e eficiência na construção de túneis nessas regiões desafiadoras.

### **2.3 MECÂNICA DA FRATURA E MECÂNICA DOS MEIOS CONTÍNUOS**

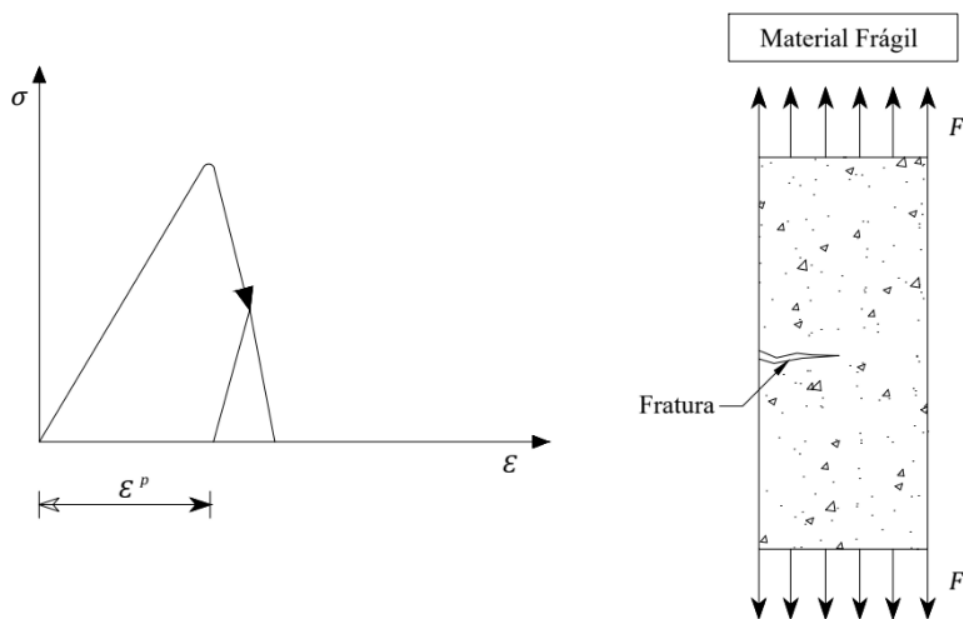
Na primeira metade do século XX, foi estabelecida a base teórica para a disciplina da mecânica da fratura, uma área dedicada ao estudo de falhas em materiais sob a ação de tensões. Essa área surgiu da necessidade de entender e prevenir falhas catastróficas em componentes estruturais, principalmente, em aeronaves e estruturas de grande porte durante a Segunda Guerra Mundial (Anderson, 2017). Os estudos iniciaram com Inglis (1913), que introduziu o conceito de concentração de tensões na teoria clássica da elasticidade. Griffiths (1921), expandiu o estudo com verificações experimentais e conceitos de estabilidade de trinca e sua propagação. Posteriormente, Irwin (1948) estudou o comportamento na ponta da fissura e Orowan, (1955), explorou os critérios e os tipos de fratura, estabelecendo os conceitos mais importantes nessa disciplina: tenacidade, ductilidade, fragilidade, resistência, fator de intensidade etc.

Na segunda metade do século, os primeiros modelos de comportamento de materiais à fratura foram desenvolvidos e implementados em técnicas numéricas. Segundo Oller (2001), isso permitiu o estudo de estruturas complexas com bons resultados, aumentando a confiabilidade das técnicas desenvolvidas.

De forma semelhante, em 1960, a mecânica dos meios contínuos surgiu como uma alternativa para estudar o fenômeno da fratura, apesar da sua natureza descontínua. Técnicas numéricas, como o FEM, permitiram a incorporação de modelos constitutivos mais avançados e complexos em comparação aos utilizados na mecânica da fratura clássica. Esses modelos possibilitaram tratar diferentes estados tensionais nos materiais e permitiram a coexistência de fenômenos como a própria fratura, a plasticidade, o dano por degradação, a viscosidade, a temperatura, o acoplamento hidromecânico, entre outros (Oller, 2001). Conceitos relacionados a essas disciplinas serão explicados a seguir.

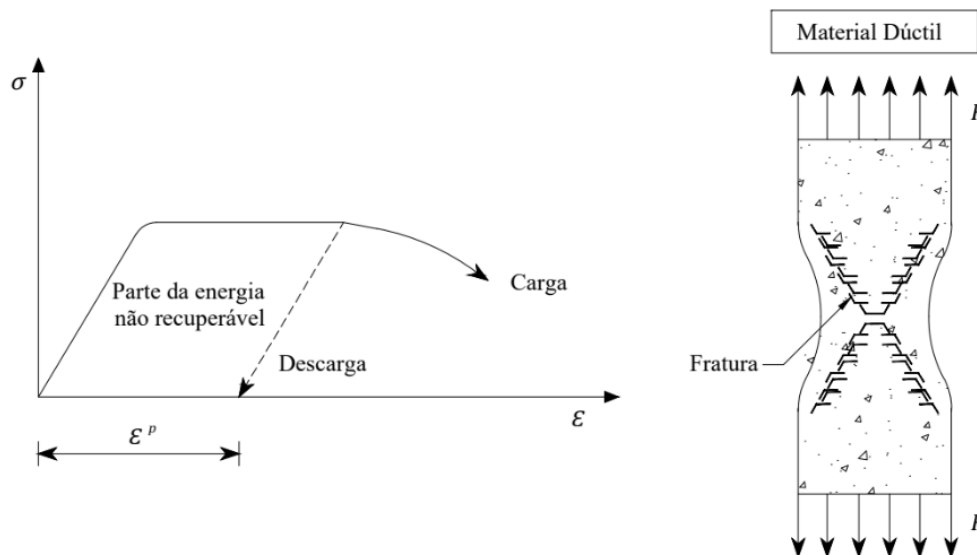
### 2.3.1 FRATURA

Na engenharia, a fratura se entende como uma descontinuidade física em um sólido. Dependendo do material, a ruptura pode acontecer de forma frágil ou dúctil. O primeiro caso ocorre quando durante a falha que provoca a propagação de uma ou várias fissuras, a tensão na ponta destas descontinuidades é sempre menor que a tensão limiar de escoamento plástico do material (Oller, 2001), ou seja, quando não se desenvolvem mecanismos plásticos. Geralmente, esse tipo de fratura é plana e responde às tensões axiais na direção da força aplicada (Figura 2.19).



**Figura 2.19.** Ruptura frágil (Adaptado de Oller, 2001)

A ruptura dúctil, por outro lado, caracteriza-se por excessivas deformações plásticas que, como ilustrado na Figura 2.20, alteram a forma do material antes do surgimento da descontinuidade. Esse tipo de fratura se desenvolve em estados tensionais tangenciais, formando bandas a  $45^\circ$  em relação ao eixo de aplicação da carga. Como explicado por Oller (2001), a ruptura dúctil avisa previamente sobre sua ocorrência.

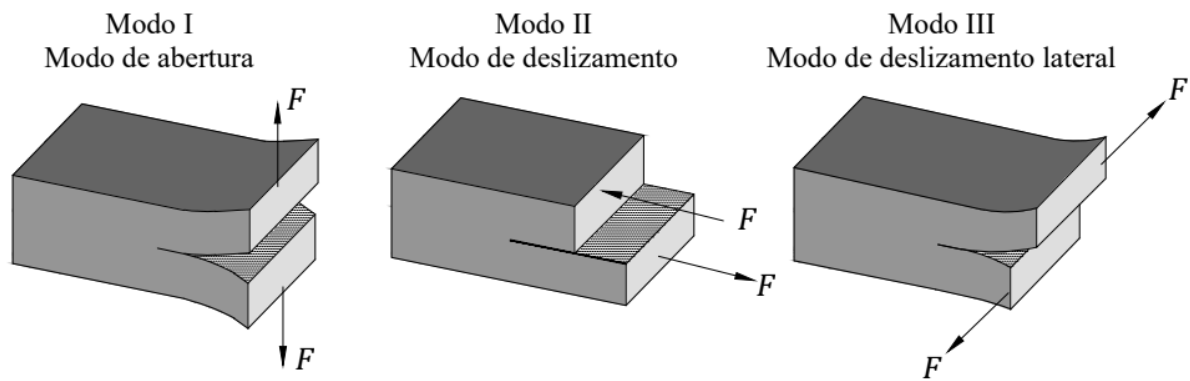


**Figura 2.20.** Ruptura dúctil (Adaptado de Oller, 2001)

Fatores que propiciam o surgimento de fraturas nos materiais sólidos estão relacionados com as ações mecânicas da temperatura e da umidade, os carregamentos cíclicos, os fenômenos reológicos e as reações químicas. Em alguns casos, os fenômenos podem combinar-se, gerando mecanismos de fratura que variam de dúcteis a frágeis (Oller, 2001).

Irwin (1957) introduziu uma sistematização relacionada com as formas de ruptura para entender melhor o fenômeno da fratura, permitindo estudar a concentração de tensões na ponta das trinças e seus modos de propagação. Ele identificou três modos básicos de fratura, descrevendo três movimento cinematicamente independentes (Figura 2.21), sendo eles:

- Modo I – Abertura ou modo a tração: as superfícies da trinca se separam praticamente paralelamente entre si;
- Modo II – Deslizamento ou cisalhamento no plano: as superfícies da trinca se deslizam uma sobre a outra;
- Modo III – Rasgamento ou cisalhamento fora do plano: as superfícies da trinca se movimentam paralelamente, uma em relação a outra.

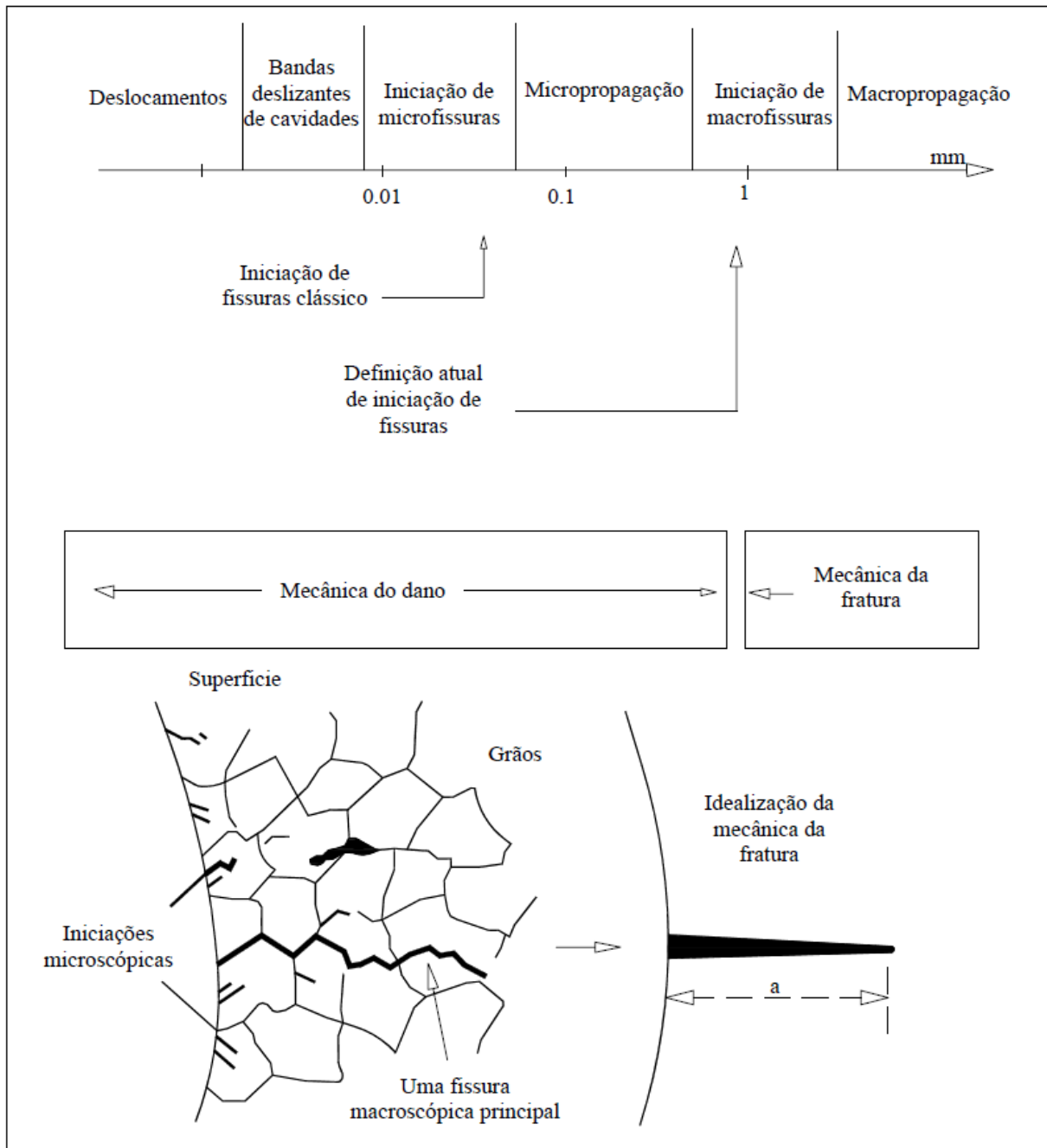


**Figura 2.21.** Modos de propagação de fraturas (Adaptado de Oller, 2001)

### 2.3.2 MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO

Embora a fratura seja um problema de separação, desde meados do século XX começou a se estudar o comportamento das descontinuidades na mecânica dos meios contínuos. Autores como Kachanov (1958), Robotnov (1969), Rashid (1968) e Hillerborg, Modeer & Petersson (1976), formularam as primeiras aproximações para trabalhar com o conceito de início do dano macroscópico. Segundo Chaboche (1980) esses conceitos permitiram desenvolver a Mecânica do Dano Contínuo (CDM), introduzida e empregada extensamente para descrever a degradação progressiva experimentada pelas propriedades mecânicas dos materiais antes do início das fissuras (Figura 2.22).

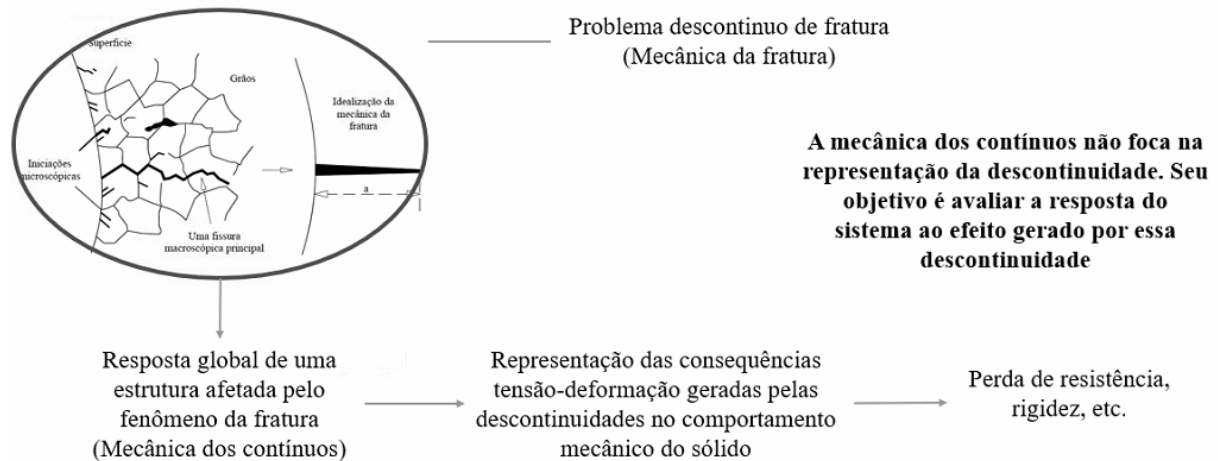




**Figura 2.22.** Início do dano macroscópico (Adaptado de Chaboche, 1980)

Como explicado previamente, a fratura é vista como um desmembramento ou descontinuidade no material. Para avaliar esse problema na mecânica dos meios contínuos é necessário entender as consequências desse fenômeno sem representá-lo com exatidão. Dessa forma, a CDM foca em avaliar a resposta mecânica global do sistema ao efeito gerado pelas descontinuidades. Assim, a fratura pode se entender como o resultado de diferentes comportamentos que geram perda de resistência e rigidez nos materiais, problemas que podem ser descritos e tratados por modelos constitutivos desenvolvidos na mecânica clássica (Figura 2.23). Estes modelos podem

se incorporar em formulações cinemáticas de pequenas ou grandes deformações em situações estáticas e dinâmicas, simples ou complexas que, como explicado no item 2.2, podem ser suportadas pelos métodos numéricos utilizados na análise de problemas geomecânicos (Oller, 2001).

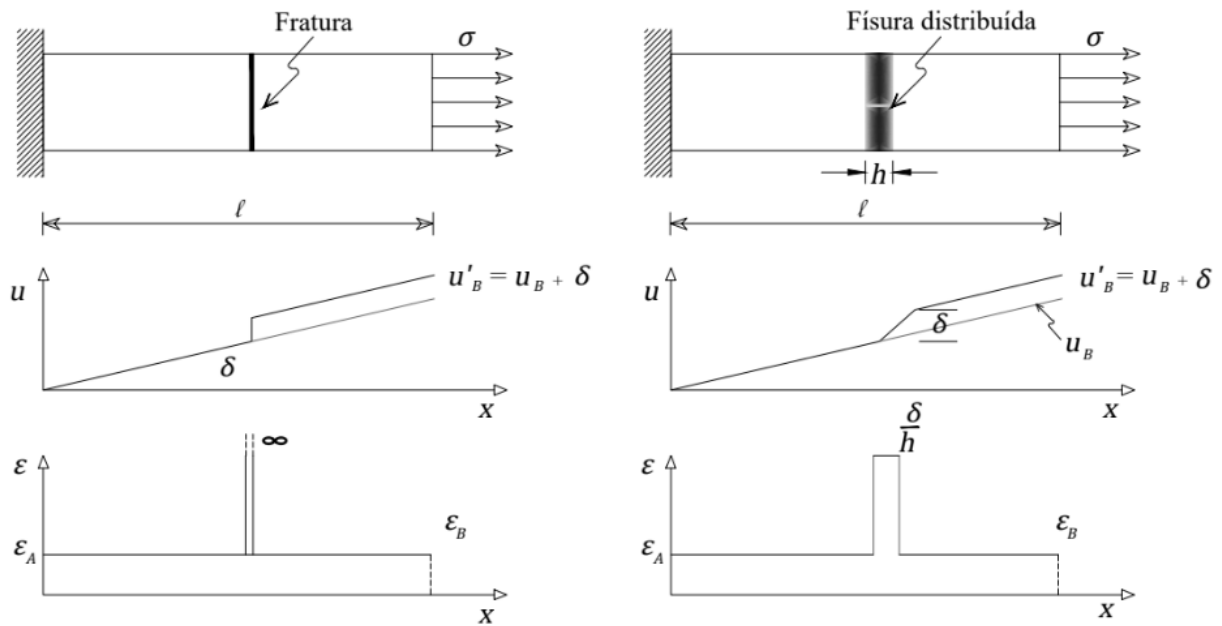


**Figura 2.23.** Mecânica da fratura e mecânica do dano contínuo

Os modelos constitutivos para descrever o comportamento de fratura em materiais dúcteis e frágeis, segundo Oller (2001), podem ser classificados em três grupos: modelos baseados na teoria da elasticidade linear e não-linear, modelos de fissura difusa e modelos baseados na teoria da plasticidade e dano. Alguns deles são explicados a seguir.

### 2.3.2.1 MODELOS DE FISSURA DISTRIBUÍDA

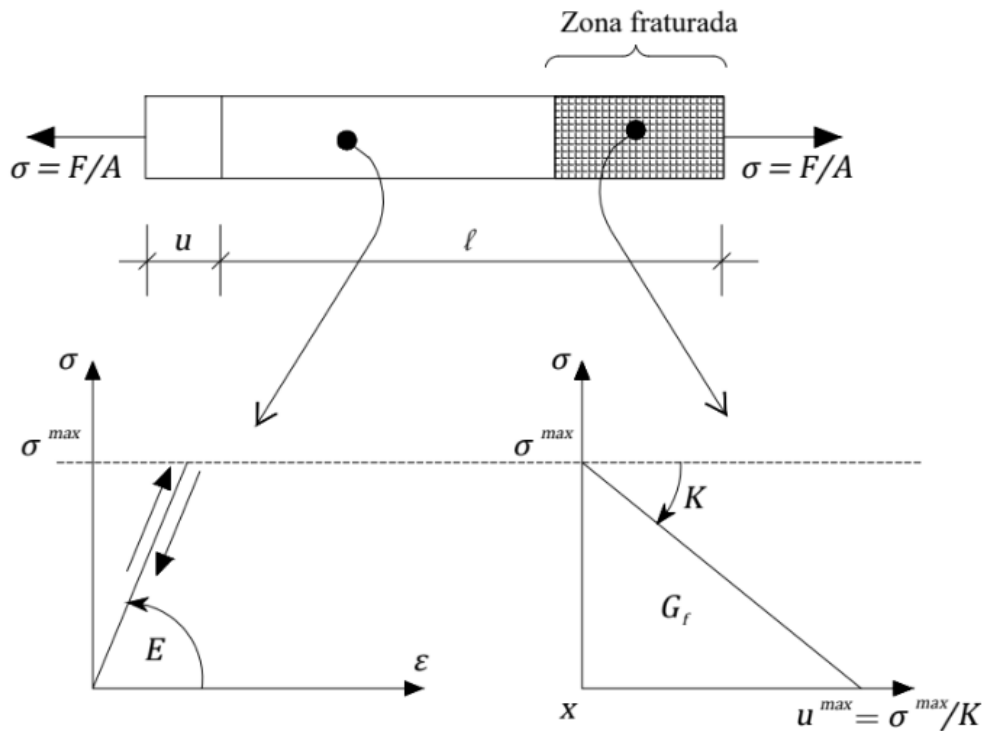
Este tipo de modelo é formulado na mecânica dos meios contínuos contendo hipóteses e parâmetros da mecânica da fratura, oferecendo a possibilidade de incluir outros fenômenos como a viscosidade, plasticidade etc. Nos modelos de fissura distribuída é feita uma média de distribuição da fratura numa zona de dimensões finitas, permitindo definir uma deformação localizada, evitando a indefinição própria da fratura (Figura 2.24).



**Figura 2.24.** Representação do deslocamento e da deformação na aproximação do fenômeno de fratura em Modo I (Adaptado de Oller, 2001)

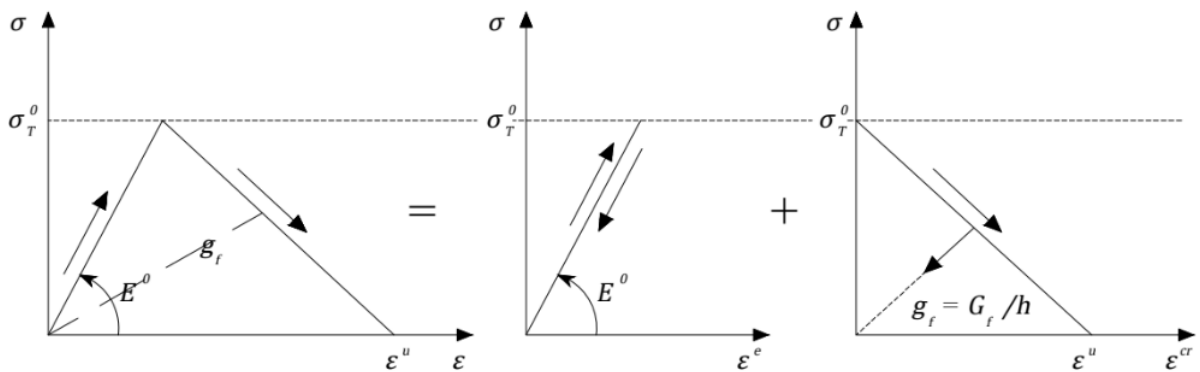
Exemplos desses modelos incluem:

- Modelo de Hillerborg: Hillerborg, Modeer & Peterson (1976) apresentaram uma formulação do fenômeno de fratura através de uma relação tensão-deslocamento, em que uma vez atingido o limite de ruptura se produz a falha e o material adopta a forma de um sólido ortótropo com resposta diferenciada segundo a direção da tensão principal maior e menor. Na zona fissurada o material perde resistência na direção normal à fissura como ilustrado na Figura 2.25.



**Figura 2.25.** Modelo de Hillerborg (Adaptado de Oller, 2001)

- Modelo de Rots (1986): apresenta uma lei constitutiva na zona fraturada em termos de tensão-deformação. Como em outros modelos da mecânica clássica, o comportamento do material é dividido numa parte elástica e outra inelástica com diferenciação das deformações em cada uma dessas etapas (Figura 2.26).



**Figura 2.26.** Deformações elásticas e inelásticas no modelo de Rots (Oller, 2001)

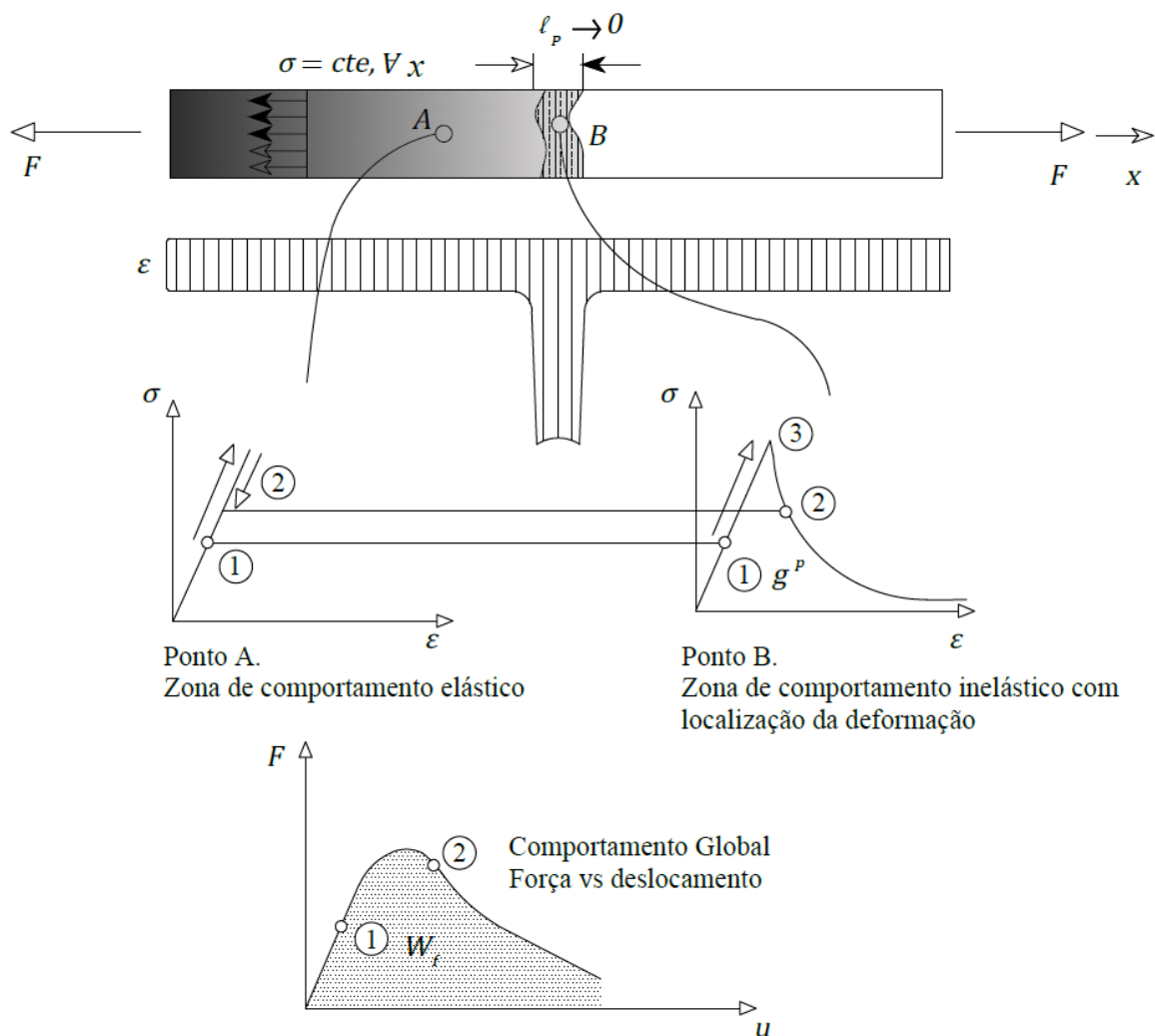
### 2.3.2.2 MODELOS DE PLASTICIDADE E DANO

Os modelos de plasticidade e dano envolvem e combinam ideias da teoria da plasticidade e da mecânica do dano contínuo. Nesse tipo de modelos a teoria da plasticidade fornece a estrutura

matemática básica que é complementada com uma série de variáveis internas que permitem representar o fenômeno da fratura em uma formulação continua. Por sua versatilidade são amplamente utilizados e segundo Oller (2001) podem se classificar em três grandes grupos: modelos de plasticidade com amolecimento com e sem degradação da rigidez, modelos de plasticidade com endurecimento com e sem degradação da rigidez e modelos de zona inerte combinados com plasticidade e endurecimento. A seguir são apresentados alguns desses modelos.

### a) Modelos de Plasticidade com Amolecimento com e sem Degradação

Nesse tipo de modelos é utilizado o conceito de amolecimento para tratar a evolução do critério de fluência, se apresentando fisicamente como uma diminuição na magnitude da tensão concomitante com um incremento de deformação (Figura 2.27).



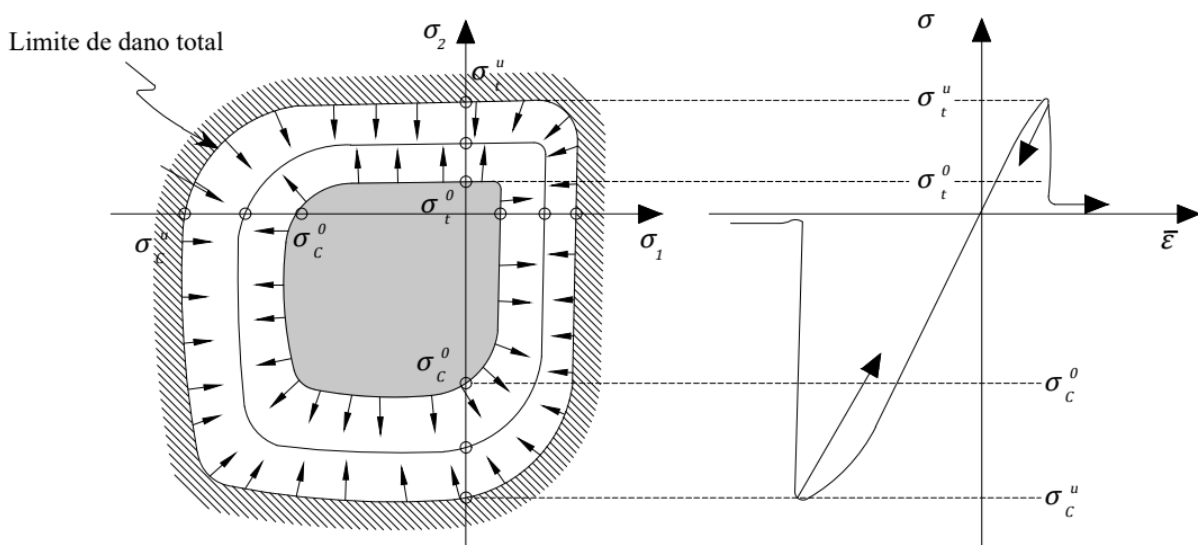
**Figura 2.27.** Amolecimento (Adaptado de Oller, 2001)

A teoria de plasticidade com amolecimento permite definir um limite de tensão a partir do qual o material vai perder resistência. Se formulado com regras de fluxo não associadas e degradação de rigidez permite representar o comportamento do sólido quando ocorre o fenômeno da fratura.

### b) Modelos de Plasticidade com Endurecimento com e sem Degradação

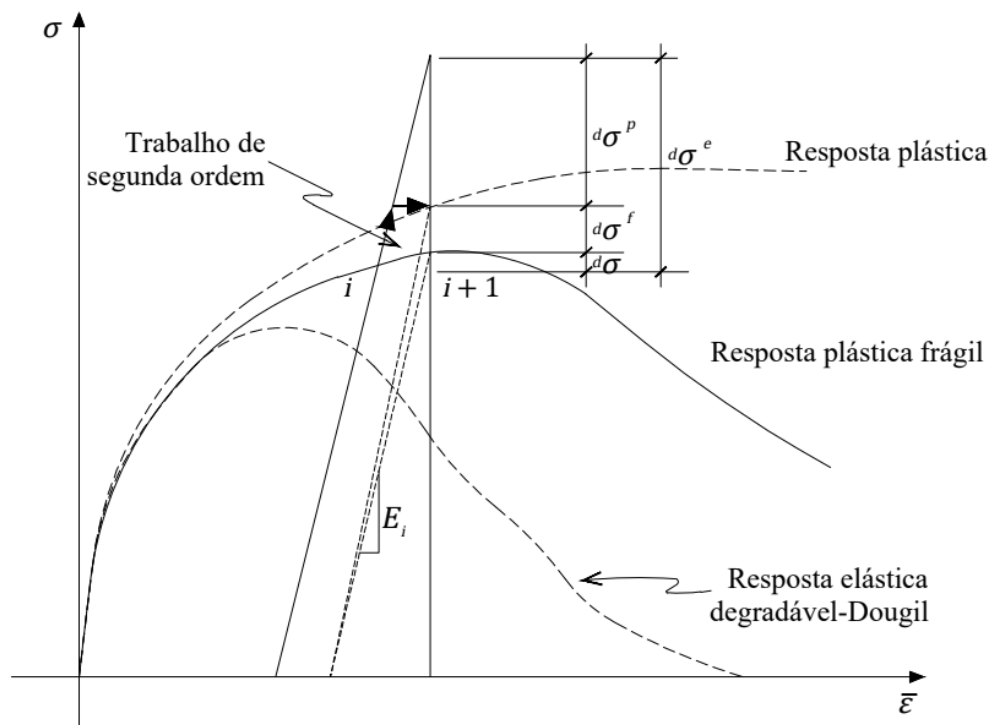
Os modelos elastoplásticos podem considerar um processo de endurecimento plástico que após atingir um limite podem se desenvolver de duas formas: considerando uma queda abrupta da tensão ou incluir o fenômeno de microfissuração para suavizar a perda de resistência. A seguir são apresentados exemplos desse tipo de modelos formulados nas últimas décadas.

- O modelo de Chen & Chen (1975) considera três períodos de comportamento: elástico, elastoplástico com endurecimento e perda total de resistência (Figura 2.28).



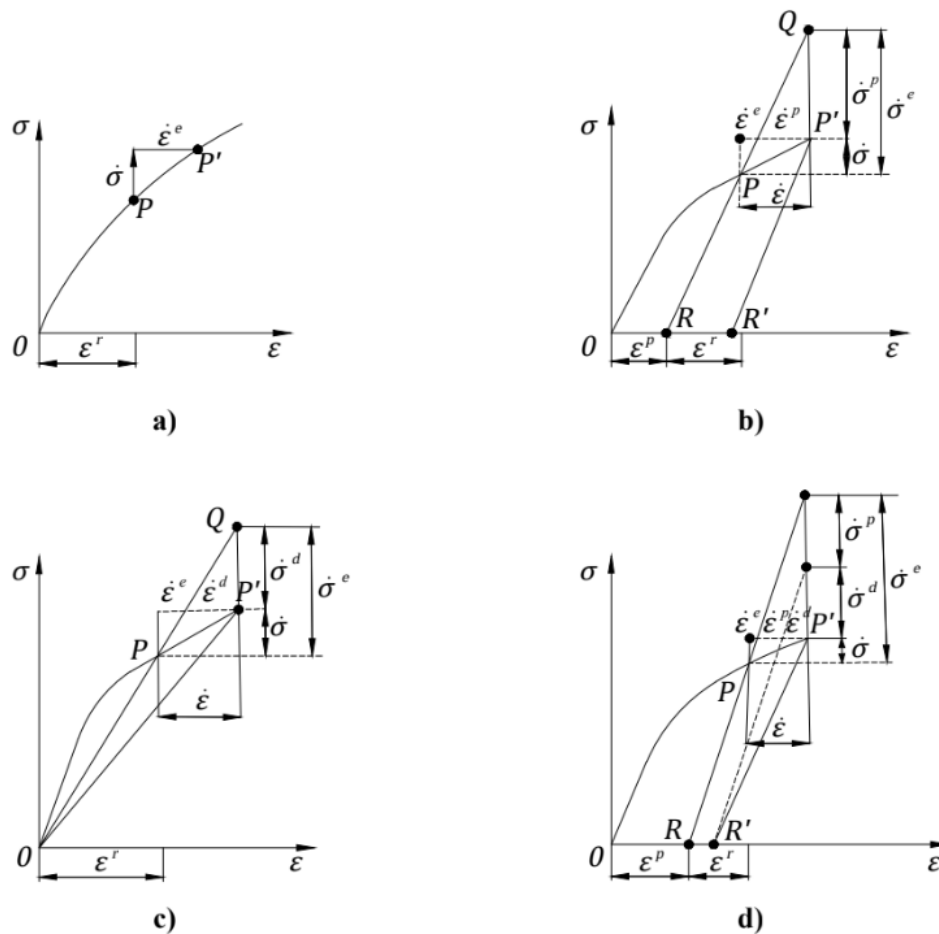
**Figura 2.28.** Modelo Chen & Chen (Oller, 2001)

- O modelo de Bažant & Kim (1979) considera a teoria da plasticidade com a degradação de rigidez num modelo de implementação complexa. A sua principal vantagem é que consegue representar acuradamente resultados experimentais, porém, a difícil definição dos critérios de carga e a impossibilidade de incluir uma regra de fluxo não associada se apresentam como suas grandes desvantagens (Figura 2.29).



**Figura 2.29.** Modelo plástico - fraturável de Bažant (Adaptado de Oller, 2001)

- Simo & Ju (1987) introduziram os modelos constitutivos baseados no CDM onde o dano se entende como uma degradação da rigidez do material e como uma microfissuração em todas as direções. Esses modelos são baseados em processos termodinâmicos irreversíveis que descrevem os mecanismos prévios à formação da macro fratura. Por sua versatilidade e potente estrutura teórica, têm sido utilizados em problemas de grandes deformações, creep, fissuração ortótropa etc. Porém, a degradação é aplicada à rigidez na mesma proporção na parte volumétrica e desviadora e não permite considerar a dilatância dos materiais devido a sua lei de fluxo associada.
- O modelo de Klisiński & Mroz (1988) também combinaram a teoria da plasticidade com os fenômenos de degradação de rigidez, não obstante, é complicado definir o acoplamento entre os dois comportamentos com a sua formulação. A sua principal vantagem é que as deformações podem ser deduzidas a partir do estado de tensão do material (Figura 2.30).

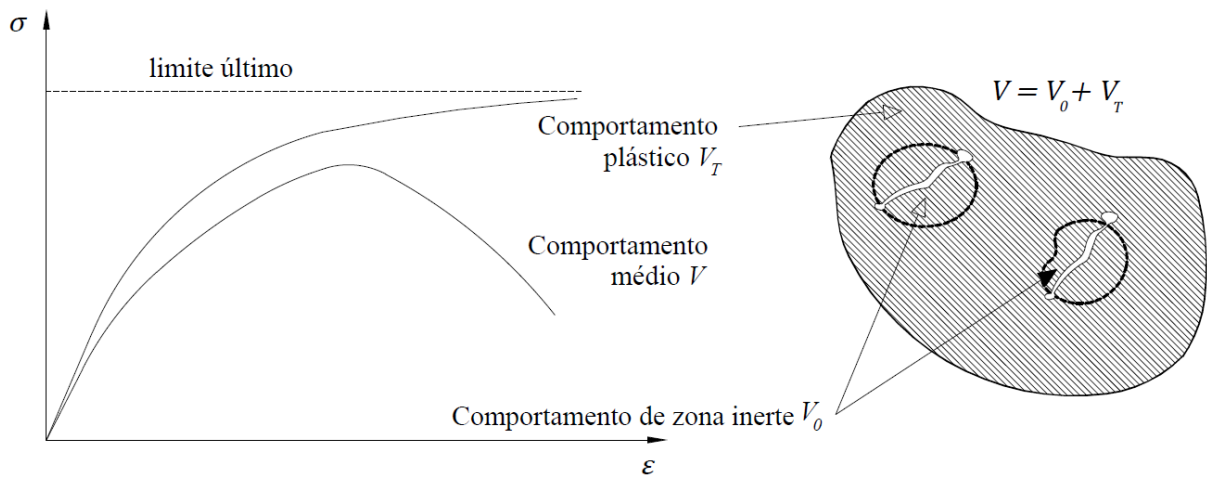


**Figura 2.30.** Componentes da taxa de tensão e deformação total: a) elástico, b) elástico-plástico, c) elástico-dano, d) elástico-plástico-dano (Klisiński & Mroz, 1988)

### c) Modelos de Zona Inerte Combinados com Plasticidade

Oller (2001) explica que os modelos de zona inerte são formulações que atribuem resistência à tração nula a uma região finita do sólido, para qualquer estado de deformação. Dentre os poucos modelos existentes para materiais frágeis, destaca-se o de Frantziskonis & Desai (1987). Esses modelos apresentam uma diferença fundamental em relação aos modelos de fissura distribuída e os modelos de plasticidade e dano. Eles são baseados na ideia de considerar um processo elastoplástico com endurecimento para uma parte do sólido, combinado com um processo de comportamento inerte, que não tem resposta, para o restante do sólido. Durante a evolução do processo mecânico do sólido como um todo, a parte inerte aumenta em volume, enquanto a outra parte diminui proporcionalmente. Assim, ao final do processo, todo o volume do sólido se torna insensível a qualquer resposta (Figura 2.31).





**Figura 2.31.** Decomposição do comportamento de um material no modelo de zona inerte de Frantziskonis & Desai (Adaptado de Oller, 2001)

## 2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foi apresentada uma revisão bibliográfica que contextualiza a pesquisa desenvolvida. Foram considerados os sistemas cársticos, destacando sua formação, características e importância geológica, com foco especial no contexto brasileiro e o Quadrilátero Ferrífero.

A revisão abordou também os principais métodos numéricos utilizados em análises geomecânicas, com ênfase no Método dos Elementos Finitos (FEM) e no Método dos Elementos Discretos (DEM). Foram apresentadas discussões sobre os avanços e as limitações desses métodos para aplicações na engenharia geotécnica e a mecânica das rochas.

Adicionalmente, o capítulo incluiu uma discussão sobre a mecânica da fratura e a mecânica dos meios contínuos no estudo de discontinuidades em materiais geológicos e de engenharia. Os conceitos de fratura e da Mecânica do Dano Contínuo (CDM) foram particularmente relevantes para entender o comportamento das rochas e a sua representação por meio de modelos físicos e matemáticos.

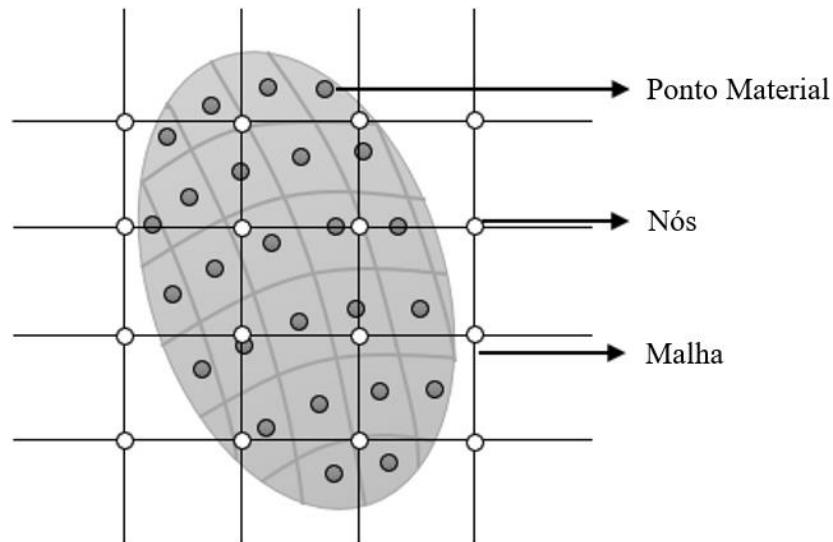
# CAPÍTULO 3

## 3. MÉTODO DO PONTO MATERIAL

Este capítulo apresenta uma revisão do Método do Ponto Material (MPM), com as principais pesquisas que têm sido desenvolvidas ao longo dos anos a partir do seu surgimento. Começando com um breve histórico, o método é apresentado e explicado a partir dos conceitos fundamentais, sequência de cálculo e principais vantagens frente a outros métodos numéricos. São exploradas pesquisas relacionadas às novas formulações, métodos de integração, validações e aplicabilidade em estudos de engenharia geotécnica. Posteriormente, explora-se a fundamentação teórica do MPM, destacando as equações governantes, discretização, algoritmo de cálculo e formulações para análises acopladas. Por fim, é abordado o modelo elastoplástico com critério de ruptura de Mohr-Coulomb padrão e com amolecimento, que foram empregados junto com o MPM, nas modelagens numéricas desenvolvidas.

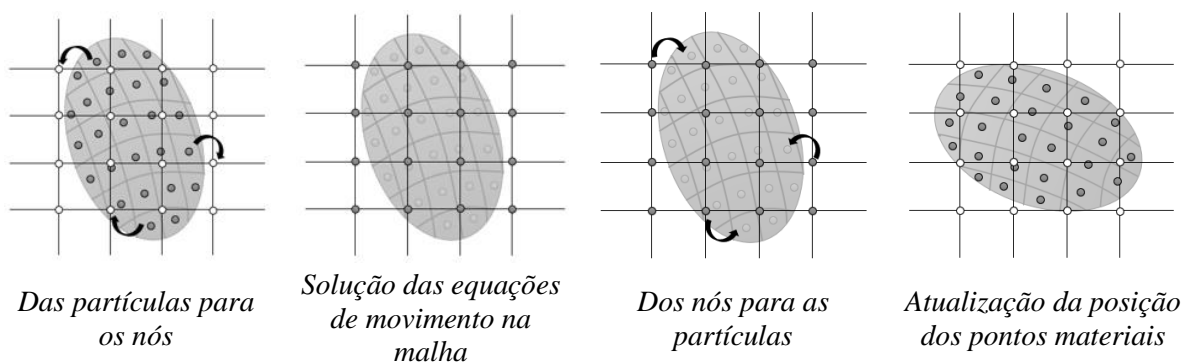
### 3.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O Método do Ponto Material (MPM), desenvolvido por Sulsky *et al.* (1994, 1995), é uma abordagem computacional híbrida lagrangeana-euleriana proposta como uma alternativa para resolver problemas na mecânica dos contínuos que envolvam grandes deformações. Diferentemente do Método dos Elementos Finitos (FEM), que requer mapeamento e realocação das variáveis de estado, gerando potenciais perdas de informação e imprecisões, o MPM surge como uma solução para as limitações do FEM (Llano *et al.*, 2015). Ele combina ideias e procedimentos do Método de Partículas em Células (PIC) e do FEM. Neste método, os corpos são discretizados como uma coleção de pontos materiais não conectados, que transportam uma massa cujo valor se mantém fixo para garantir a conservação da massa. Outros parâmetros necessários para definir o estado do corpo como a tensão, a densidade e a história das variáveis também são associadas aos pontos materiais (Zabala & Alonso, 2011). A interação entre os pontos materiais, ou seja, o cálculo das equações de movimento, ocorre nos nós de uma malha computacional euleriana estacionária similar às utilizadas no FEM, a qual permanece constante para todo o cálculo, eliminando assim o problema da distorção (Figura 3.1). A malha é utilizada para determinar a solução incremental das equações governantes por meio de uma descrição euleriana (Al-Kafaji, 2013).

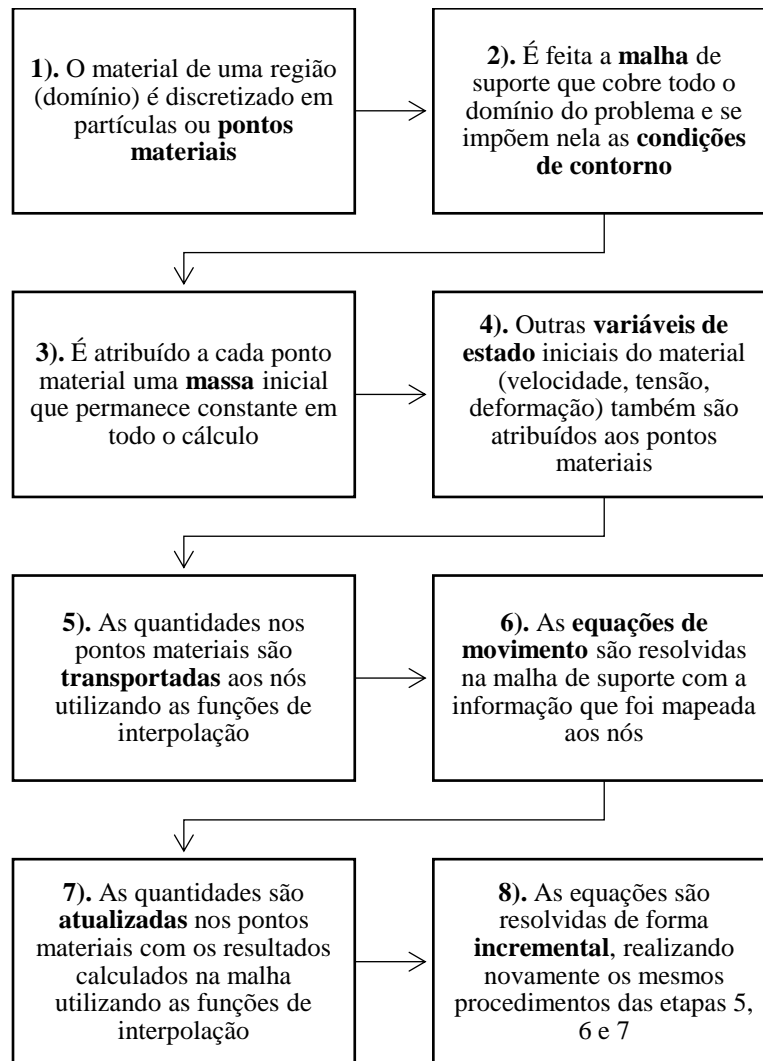


**Figura 3.1.** Malha computacional e pontos materiais no MPM (Autora, 2024)

No MPM as equações de movimento são resolvidas nessa malha computacional que cobre todo o domínio do problema. Em cada etapa da análise, as quantidades transportadas pelos pontos materiais se interpolam aos nós da malha, utilizando as funções de forma similares às do FEM. As condições de contorno podem ser impostas tanto nos pontos materiais quanto nos nós da malha onde as equações de movimento se resolvem de forma incremental. Em seguida, são atualizadas as magnitudes das variáveis nos pontos materiais mediante a ponderação dos resultados dos nós, utilizando novamente as mesmas funções de forma (Figura 3.2). No MPM, as informações armazenadas na malha não são necessárias para a próxima etapa da análise, podendo ser descartadas (Zabala, 2010). Um resumo dos passos de uma análise com MPM é apresentado na Figura 3.3.



**Figura 3.2.** Algoritmo geral do MPM (Autora, 2024)



**Figura 3.3.** Sequência de cálculo no MPM

A integração temporal no MPM pode ser tanto implícita quanto explícita. No entanto, a abordagem explícita tem sido mais utilizada, apesar de, em alguns casos, gerar problemas de instabilidade numérica (Wang *et al.*, 2016). Nos últimos anos foi desenvolvida uma formulação generalizada do MPM para eliminar esse problema que surge exatamente quando uma partícula passa de uma célula para outra. O método, conhecido como *Generalized Interpolation Material Point* (GIMP), modifica as funções de interpolação utilizadas no método convencional para evitar essa instabilidade (Lorenzo *et al.*, 2013), além de assumir a massa das partículas como distribuída e não concentrada em um ponto, permitindo a continuidade dos gradientes das funções de interpolação e uma transição suave das forças internas das células quando um ponto material passa para outro elemento (Zabala, 2010).

Wang *et al.* (2016) desenvolveram outra variante do MPM para abordar o problema da instabilidade numérica. Eles utilizaram um esquema de integração de tempo implícito que além de limitar o tamanho do passo temporal diminuindo potencialmente os custos computacionais, melhora a precisão do algoritmo do MPM, especialmente importante para alguns modelos constitutivos elastoplásticos. Com essa variante tanto os problemas dinâmicos como os quase estáticos podem ser resolvidos.

Como apontado por Alsardi & Yerro (2023) a formulação tradicional do MPM bem acompanhado pelo esquema de integração de tempo de Euler-Cromer, que, embora eficaz, pode levar a oscilações numéricas de alta frequência. Para superar isso, os autores implementaram o esquema de integração de tempo explícito generalizado-a, desenvolvido inicialmente por Hulbert & Chung (1996). Segundo os autores, esse esquema é notável por ser preciso, autoinicializável e por permitir um amortecimento controlado pelo usuário, oferecendo uma solução mais robusta e precisa para as oscilações numéricas de alta frequência. A implementação foi verificada comparando a resposta do MPM com o FEM e algumas soluções analíticas lineares, focando em assegurar sua eficácia e precisão na simulação da resposta sísmica do solo.

O desempenho do MPM tem sido validado e comparado com diferentes métodos e técnicas. Pinyol *et al.* (2017) utilizaram a técnica de Velocimetria por Imagens de Partículas (PIV) na análise da falha de uma encosta de areia em condições secas feita no laboratório a escala 1 g, para depois comparar o comportamento com os resultados numéricos obtidos com MPM. As variáveis do modelo numérico armazenadas nos pontos materiais (deslocamentos, velocidades, acelerações e deformações) eram conferidas diretamente com as medidas experimentais obtidas através de um código de pós-processamento para o PIV desenvolvido pelos autores. Concluíram que a técnica PIV e seu código implementado são ferramentas apropriadas para interpretar ensaios que envolvam grandes deslocamentos, além de ter a capacidade de validar resultados do MPM, pois as discrepâncias encontradas nas comparações com o ensaio da encosta foram relativamente pequenas.

Kumar *et al.* (2017) simularam fluxos granulares transientes em geometrias pequenas com o Métodos dos Elementos Discretos (DEM) por ser uma ferramenta que reproduz acuradamente o fenômeno dinâmico não trivial de dissipação de energia além de ter a capacidade de fazer uma análise a escala de grão. No entanto, esse método apresentou uma falha grave no número

de partículas que podem ser simuladas em um tempo razoável, mesmo em condições simples. Por esse motivo, os autores compararam esses resultados com simulações feitas com MPM ao considerar que sua abordagem contínua pode reproduzir em menos tempo a evolução de um fluxo granular. Eles concluíram que a distribuição da energia cinética na massa granular tem um efeito na cinemática do fluxo e que o MPM é capaz de simular essa distribuição e a evolução transitória do fluxo granular. Gabrieli & Ceccato (2016) utilizaram também o DEM (discreto) e o MPM (contínuo) para comparar os resultados das duas abordagens nas simulações de impacto de fluxos granulares em paredes rígidas. Os resultados, embora qualitativamente similares, diferem quantitativamente devido à diferença da simulação da zona morta que gera valores de força diferentes com cada método. Os autores sugerem o uso de diferentes modelos constitutivos para melhorar as comparações.

Em análises acopladas, Spiezia *et al.* (2015) realizaram simulações numéricas com o MPM do ensaio oedométrico unidimensional submetido a grandes e pequenas deformações para conferir os resultados obtidos com o FEM e a solução analítica de Terzaghi. Os autores concluíram que os dois métodos descrevem eficientemente os processos de deslocamento de sólidos e de difusão do fluido típico de um problema de adensamento. Além disso, os métodos utilizaram diferentes esquemas de integração de tempo: implícito para um problema quase estático no caso do FEM e explícito para um problema dinâmico no caso do MPM. No entanto, os incrementos pequenos de tempo garantem uma solução muito precisa para ambos os métodos. Outra conclusão importante foi que tanto o FEM como o MPM calcularam os deslocamentos previstos com grandes deformações, não obstante, a evolução da distribuição da poropressão não foi igual. Os autores afirmam que a diferença está no modo como as grandes deformações são tratadas nos métodos FEM e MPM.

Nesse contexto surgiu a necessidade de estudar novas formulações do MPM para grandes deformações em análises hidromecânicas acopladas e seu comportamento com diferentes modelos constitutivos. Abe *et al.* (2014) por exemplo, propuseram uma formulação para resolver problemas hidromecânicos acoplados de solo saturado com fluido sujeito a grande deformação. Eles também compararam seus resultados com a solução analítica de um ensaio oedométrico unidimensional, encontrando que os resultados são mais acurados com a seleção do tamanho da malha e a densidade de partículas apropriados. Em geral, uma malha fina e o aumento do número de partículas diminuem o erro nas variáveis básicas.

As análises hidromecânicas incluem também as formulações de fluxo acoplado (água e ar) para o estudo de solos não saturados com MPM. Yerro *et al.* (2015) fizeram uma formulação trifásica para um único ponto material. Na abordagem as propriedades do solo, as tensões e as variáveis de estado são agrupadas nos pontos materiais. As equações de conservação de massa e das relações constitutivas são formuladas no ponto material e o equilíbrio é estabelecido em termos dinâmicos para as três fases. As acelerações são calculadas na malha de fundo enquanto as velocidades, deslocamentos e deformações são obtidos nos pontos materiais. Como no MPM original, o esquema de integração foi explícito oferecendo uma vantagem em termo de custo computacional.

Os mesmos autores (Yerro *et al.*, 2016) fizeram uma análise do efeito do número de pontos materiais e do amortecimento comparando os resultados com a solução analítica de Terzaghi de adensamento unidimensional. No primeiro caso, encontraram que os resultados com um e quatro pontos materiais são muito próximos à solução analítica. Porém, com quatro pontos materiais as duas soluções ficam praticamente iguais. Com o amortecimento (0.05 e 0.75) se apresenta uma variabilidade maior nos resultados, concluindo que esse parâmetro é determinante para o comportamento da simulação.

Bandara *et al.* (2016) apresentaram uma formulação dinâmica totalmente acoplada baseada no MPM, para solos saturados e não saturados que sofrem grandes deformações. As equações governantes foram aplicadas ao material poroso, considerando-o como um contínuo em que os poros do esqueleto sólido são preenchidos com água e ar. Eles usaram uma formulação derivada da abordagem fenomenológica de Biot, na qual o esqueleto sólido é representado usando coordenadas materiais e o movimento do fluido é representado em termos de velocidade relativa média em relação ao esqueleto sólido. Nessa formulação a aceleração relativa do fluido e seus termos convectivos foram considerados negligenciáveis.

Wang *et al.* (2018) apresentaram uma formulação MPM para solos não saturados, considerando duas fases e um único ponto material. Nessa formulação, do tipo tensão efetiva, foi incluída uma função de forma B-bar para estabilizar a pressão dos poros, o que não tinha sido considerado anteriormente em outras formulações hidromecânicas de MPM. Além disso as equações governantes foram derivadas do equilíbrio dinâmico da fase líquida e da mistura, e as incógnitas primárias foram as acelerações absolutas do sólido e do líquido. O gradiente espacial da fração volumétrica do líquido foi negligenciado na equação de balanço de massa do líquido,

sendo que, como explica Ceccato *et al.* (2019), isso é aceitável ao considerar problemas onde o grau de saturação varia em uma faixa limitada e a inclinação da curva de retenção solo-água é pequena.

Lei *et al.* (2020) estenderam essa abordagem para estudar o processo acoplado de infiltração, erosão e deformação em solos não saturados. Eles modelaram o solo erodível não saturado como um meio poroso de três fases e múltiplas espécies, usando o GIMP para a discretização. O estudo apresentou as equações governantes que descrevem a deformação do esqueleto sólido, fluxo de líquido, liquefação de partículas finas sólidas e convecção de partículas finas liquidificadas. Os autores concluíram que o MPM oferece uma abordagem promissora para estudar problemas de erosão interna em solos não saturados com acoplamentos complexos entre fluxo de infiltração, mudança de fase e grandes deformações, que são desafiadores para modelar com métodos tradicionais baseados em malha.

Ceccato *et al.* (2021) apresentaram uma formulação dinâmica de MPM bifásica para solos não erodíveis e não saturado. No método, as equações governantes foram derivadas do balanço de massas das fases sólida e líquida, e o solo foi discretizado em um conjunto único de pontos materiais que se movimentavam de acordo com o deslocamento da fase sólida. Diferentemente de trabalhos anteriores, o estudo considerou a aceleração do líquido e os gradientes da fração volumétrica do líquido, tornando a formulação mais adequada para problemas dinâmicos, como a propagação de ondas e casos com grandes mudanças em sucções e grau de saturação. Além disso, os autores discutiram a implementação de condições de contorno fundamentais, como a face de infiltração e infiltração/evaporação, essenciais para simular problemas geomecânicos com solos não saturados.

Recentemente, Yerro *et al.* (2022) apresentaram uma visão geral das abordagens de MPM disponíveis para modelar solos não saturados, discutindo as diferenças e semelhanças das formulações e o impacto delas nos resultados sob diferentes condições em uma gama de aplicações geotécnicas. Na revisão foram destacados os dois frameworks desenvolvidos para estudar problemas multifásicos: a abordagem de um único ponto material e a abordagem de múltiplos pontos. Quando utilizado um único ponto material, a mistura do solo (sólido-líquido-ar) é representada como um contínuo único. Nessa formulação todos os pontos materiais se movem com o deslocamento do esqueleto sólido usando a formulação Lagrangiana e,



consequentemente, a massa sólida no ponto material permanece constante. Essa abordagem é geralmente selecionada para representar solos em condições não saturadas.

Na formulação de múltiplos pontos é necessário mais de um conjunto de pontos materiais para representar as diferentes fases. Como indicado por Yerro *et al.*, (2022) está disponível na literatura a abordagem de duplo ponto para solo saturado em que o esqueleto sólido e líquido é representado por dois conjuntos de pontos materiais completamente separados, que carregam as informações e se movimentam de acordo com o deslocamento da fase correspondente. Geralmente nessa formulação, o solo é considerado totalmente seco ou totalmente saturado, não obstante, Feng *et al.* (2021) propuseram uma extensão das abordagens disponíveis, para incluir interações hidromecânicas resultantes de condições parcialmente saturadas, onde os pontos materiais líquidos carregam informações do grau de saturação.

A Tabela 3.1 sintetiza as características mais relevantes das formulações MPM atualmente disponíveis para solos não saturado, apresentadas por Yerro *et al.* (2022), e adaptadas para este documento.

A formulação numérica do MPM, definida na mecânica dos contínuos, também facilita a aplicação das leis constitutivas do solo (Abe *et al.*, 2017). Modelos como o Mohr-Coulomb e o Cam-Clay modificado são alguns exemplos encontrados nas últimas pesquisas desenvolvidas. No entanto, para problemas mais complexos, modelos mais avançados são necessários. Moorman & Hamad (2015) por exemplo, utilizaram o modelo elastoplástico com critério de ruptura de Mohr-Coulomb para avaliar um caso real de um fluxo de detritos gerado por um sismo em Taiwan no ano de 1999. Embora os resultados tenham sido próximos à realidade, o MPM com sua formulação baseada no contínuo superestimou o movimento lateral do material quando empregado esse modelo. Os autores afirmaram que é necessário utilizar modelos constitutivos mais avançados para obter melhores resultados e para utilizar o método em outros problemas da estabilidade de taludes quando o material é diferente do solo (rocha).

**Tabela 3.1.** Resumo das características mais relevantes das formulações MPM atualmente disponíveis para solos não saturados (Adaptado de Yerro *et al.*, 2022)

<b>Formulação</b>	<b>Yerro <i>et al.</i> (2015)</b>	<b>Yerro (2015)</b>	<b>Bandara <i>et al.</i> (2016)</b>	<b>Wang <i>et al.</i> (2016, 2018), Lee <i>et al.</i> (2019), Ceccato <i>et al.</i> (2019) Ceccato <i>et al.</i> (2019)</b>	<b>Lei &amp; Solowski (2019) e Lei <i>et al.</i> (2020)</b>	<b>Ceccato <i>et al.</i> (2020)</b>	<b>Martinelli <i>et al.</i> (2021)</b>	<b>Feng <i>et al.</i> (2021)</b>
<b>Número de conjuntos de pontos materiais</b>	Um	Um	Um	Um	Um	Um	Um	Dois
<b>Número de fases</b>	Sólido-líquido-gás	Sólido-líquido-gás	Sólido-líquido (+ sucção)	Sólido-líquido (+ sucção)	Sólido-líquido (+ sucção)	Sólido-líquido (+ sucção)	Sólido-líquido (+ sucção)	Sólido-líquido (+ sucção)
<b>Dinâmica</b>	Totalmente dinâmica	Totalmente dinâmica	Aceleração relativa do líquido é negligenciada	Totalmente dinâmica	Totalmente dinâmica	Totalmente dinâmica	Totalmente dinâmica	Totalmente dinâmica
<b>Principais equações governantes</b>	Momento da mistura, momento do líquido, momento do gás	Momento da mistura, momento do líquido, momento do gás	Momento da mistura, momento do líquido	Momento da mistura, momento do líquido	Momento da mistura, momento do líquido	Momento da mistura, momento do líquido	Momento do sólido, momento do líquido	Momento da mistura, momento do líquido
<b>Principais incógnitas</b>	$a_s, a_L, a_G^1$	$a_s, a_L, a_G^1$	$a_s, w^1$	$a_s, a_L^1$	$a_s, a_L^1$	$a_s, a_L^1$	$a_s, a_L^1$	$a_s, a_L^1$
<b>Troca de massa</b>	Líquido-Gás	Líquido-Gás	Não	Não	Sólido-líquido	Não	Não	Não
<b>Tensões no solo</b>	Variáveis de tensão independentes	Variáveis de tensão independentes	Tensão efetiva de Bishop	Tensão efetiva de Bishop	Tensão efetiva de Bishop	Tensão efetiva de Bishop	Tensão efetiva de Bishop	Tensão efetiva de Bishop
<b>Principais hipóteses</b>	<b>Grãos sólidos incompressíveis</b>	x	x	x	x	x	x	x

Formulação		Yerro <i>et al.</i> (2015)	Yerro (2015)	Bandara <i>et al.</i> (2016)	Wang <i>et al.</i> (2016, 2018), Lee <i>et al.</i> (2019), Ceccato <i>et al.</i> (2019) Ceccato <i>et al.</i> (2019)	Lei & Solowski (2019) e Lei <i>et al.</i> (2020)	Ceccato <i>et al.</i> (2020)	Martinelli <i>et al.</i> (2021)	Feng <i>et al.</i> (2021)
Principais hipóteses	Fluidos fracamente compressíveis	x	x	x	x	x	x	x	x
	Fluxo de fluido laminar (Lei de Darcy)	x	x	x	x	x	x	x	x
	Condições isotérmicas	x	x	x	x	x	x	x	x
	Aceleração relativa sólido–fluido é negligenciada			x					
	Pressão do gás é negligenciada			x	x	x	x	x	x
	Densidade do gás é negligenciada			x	x	x	x	x	x
	Gradiente de grau de saturação é negligenciado	x			x			x	
	Gradiente de porosidade é negligenciado	x			x			x	x
	Gradiente da densidade do líquido é negligenciado	x			x	x		x	

(1)  $a_s$  = aceleração da fase sólida,  $a_L$  = aceleração da fase líquida,  $a_G$  = aceleração da fase gasosa,  $w$  = velocidade de percolação do líquido

Por isso, alguns autores têm implementado outros modelos nos seus códigos de acordo com os tipos de problemas e materiais geotécnicos. Foi o caso de Yerro *et al.* (2016) que utilizaram o modelo elastoplástico com critério de ruptura de Mohr-Coulomb com amolecimento para simular a fragilidade das massas rochosas.

Redaelli *et al.* (2017a, 2017b) desenvolveram um modelo constitutivo capaz de reproduzir as características mais importantes dos materiais granulares, que dependendo das velocidades de deformação e o empacotamento dos grãos podem se comportar como um sólido, um líquido ou um gás. Quando os contatos dos grãos envolvidos em cadeias de força são duradouros, o material se comporta como sólido e quando as partículas se concentram e apresentam baixas velocidades de deformação num regime quase estático, o material se comporta com um gás. Quando é feita a transição entre as duas condições o comportamento é similar ao de um líquido. A abordagem proposta consegue modelar as três condições simulando a resposta mecânica de um material granular sob uma ampla faixa de velocidades de deformação, utilizando como base a teoria cinética e o estado crítico da elastoplasticidade. As únicas variáveis de estado necessárias no modelo são a temperatura granular e o índice de vazios que indica a transição entre os sólidos e os fluídos.

Outros autores, pelo contrário, utilizaram modelos mais simples como o elástico perfeitamente plástico com critério de ruptura de Von Mises. Foi o caso de Llano *et al.* (2016) que empregaram esse método para simular a falha da rodovia Tokai-Hokuriku no Japão e o deslizamento de terra de Vajont em Itália. Wang *et al.* (2016) utilizaram também esse modelo para analisar taludes com falhas regressivas e progressivas obtendo informações importantes do comportamento de um talude após a ruptura.

O modelo elástico perfeitamente plástico com critério de ruptura de Mohr-Coulomb também tem sido empregado recentemente em outras investigações. Toro Rojas *et al.* (2022) avaliaram a eficiência de barreiras rígidas na mitigação de corridas de lama de rejeito. Xie *et al.* (2022) utilizaram esse critério junto com o modelo elástico e linear para analisar e simular o desenvolvimento da deformação causada pela irrupção de água e solo em diferentes locais de um túnel blindado. Girardi *et al.* (2023) usaram o modelo para analisar o mecanismo de falha de elevação de base em diques, frequentemente desencadeado pelo desenvolvimento de altas pressões na fundação e acompanhado pela formação de ebulições de areia.

Outras formulações que descrevem o comportamento do material, como os modelos de dano, também têm sido implementadas no MPM para tratar diferentes problemas na engenharia. Huth *et al.* (2021), incluíram o modelo de dano *Shallow Shelf Approximation (SSA)* no GIMP para representar toda a progressão da fratura de prateleiras de gelo, desde a iniciação e evolução do dano subcrítico até a propagação de fendas agudas e o desprendimento de icebergs tabulares.

Sofianos & Koumoussis (2017) implementaram o modelo elastoplástico acoplado com dano de Lamaitre no MPM, modificando o módulo de elasticidade tangente. Os exemplos numéricos apresentados demonstraram a capacidade do método e do modelo para representar diferentes fenômenos. Raymond *et al.* (2019) também implementaram um modelo acoplado de dano e plasticidade para simular a falha de materiais agregados. Os autores combinaram o modelo elastoplástico com critério de ruptura de Drucker-Prager com o modelo de evolução de dano de Grady–Kipp para simular tanto falhas simples e frágeis quanto casos de falha mais complexos e multimodais.

Nairn *et al.* (2017) implementaram um modelo de dano anisotrópico no MPM, se baseando em tensores de dano anisotrópicos de quarta ordem. Nairn (2022) aprimorou essa primeira formulação, focando na redefinição do tensor de dano de quarta ordem, separando a deformação total em deformação do material em massa e uma deformação de fissura associada ao deslocamento de abertura dela. Essencial para modelagens 3D, essa abordagem também integrou três parâmetros de dano em um único, considerando as variáveis externas como temperatura e pressão, que são cruciais na resistência do material.

Em outras aplicações, o MPM tem sido empregado para analisar problemas relacionados à mecânica das rochas como Wan *et al.* (2022) que aplicaram pela primeira vez o GIMP e a técnica de interpolação do domínio de partículas convectivas (CPDI) para analisar a fratura tridimensional de rochas induzida por detonação. Os autores simularam um experimento de detonação usando modelo tridimensional com um único furo de sondagem, para examinar a aplicabilidade do acoplamento (GIMP-CPDI) sob condições de carga e limites realistas. Eles concluíram que o tamanho das partículas e os parâmetros do material desempenham um papel importante no dano da rocha.

Para auxiliar engenheiros de minas a compreender partes dos maciços rochosos que não podem ser facilmente observados, Basson *et al.* (2022) propuseram uma modificação que permite ao

MPM lidar com meios de permeabilidade variável, com o objetivo de simular rochas com permeabilidade heterogênea. O trabalho validou a performance do novo método com soluções analíticas conhecidas e comparou os resultados com métodos MPM acoplados convencionais. Os autores também aplicaram o método modificado em um estudo de caso real, modelando uma mina ativa, para investigar os efeitos da mudança de poropressão no estado de tensão circundante, em uma falha preenchida por fluido.

Li *et al.* (2022) utilizaram o GIMP para estudar a evolução dinâmica de deslizamentos de terra em misturas de solo-rocha (SRM), com o objetivo de identificar as características dinâmicas desses taludes quando ocorrem grandes deformações, a influência das rochas durante o processo de deslizamento e as características de acumulação que finalmente permitem atingir o estado estável. Wu *et al.* (2024) também estudaram as grandes deformações em encostas de SRM combinando técnicas de processamento de imagem digital e geração aleatória com o MPM.

Li *et al.* (2023) empregaram o MPM para simular as respostas de falha de um túnel rochoso durante a escavação através da zona de falha-fratura (FFZ), um desafio comum em condições geológicas complexas. Após a validação numérica com um modelo físico, o estudo incluiu um modelo numérico representando um projeto real de túnel em rocha, incorporando os detalhes e dimensões geológicas relevantes. Utilizando 190 casos de simulação, foi analisada a influência de fatores como a coesão, o ângulo de atrito, a profundidade do túnel e a espessura da FFZ nas respostas de falha. Os resultados revelaram padrões de deformação e auxiliam na previsão de danos potenciais em projetos de escavação de túneis.

### **3.2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

A formulação numérica do MPM é descrita a seguir com base nas explicações de Lorenzo (2015) e Zabala (2010) e a abordagem do *software* Anura3D (2022).

Nas equações a seguir, são utilizados os subscritos  $p$  e  $n$  para indicar onde se define cada uma das variáveis explicadas, isto é, pontos materiais e nós. Os sobrescritos  $i$  e  $t$  indicam o valor inicial da uma variável e o tempo de análise, respetivamente.

### 3.2.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES

A forma local espacial da conservação de momento ou da quantidade de movimento é expressa pela equação de Cauchy:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Forças internas por} & \text{Forças de massa por} & \\
 \text{unidade de volume} & \text{unidade de volume} & \\
 \hline
 \underbrace{\text{div}(\underline{\underline{\sigma}})} + \underbrace{\rho \underline{b}} = \rho \underline{a} & & (3.1) \\
 \hline
 \text{Segunda lei de Newton por unidade de} & & \\
 \text{Volume} & & 
 \end{array}$$

Onde  $\underline{\underline{\sigma}}$  é o tensor de tensões de 2ª ordem,  $\underline{b}$  é o vetor de forças de corpo por unidade de massa,  $\underline{a}$  é o vetor de acelerações e  $\rho$  a densidade da massa. A equação representa a segunda lei de Newton por unidade de volume.

### 3.2.2 DISCRETIZAÇÃO

Para obter a forma fraca da conservação da quantidade de movimento, a Equação 3.1 é multiplicada por funções arbitrárias da forma  $w(\underline{x})$  aplicando o método de resíduos ponderados:

$$\underbrace{\int_A \underline{w} \cdot \underline{t} dA + \int_V \rho \underline{w} \cdot \underline{b} dV}_{\text{Forças externas}} - \underbrace{\int_V \frac{dw}{d\underline{x}} : \underline{\underline{\sigma}} dV}_{\text{Forças internas}} = \int_V \rho \underline{w} \cdot \underline{a} dV \quad (3.2)$$

Para discretizar os corpos em uma coleção de partículas não conectadas entre elas, ou seja, em pontos materiais, é necessário utilizar uma função característica da partícula  $\chi_p(\underline{x})$ . Essa função precisa ser uma partição da unidade na configuração inicial, da forma:

$$\sum_p \chi_p^i(\underline{x}) = 1 \quad \forall \underline{x} \quad (3.3)$$

Onde  $\chi_p^i$  é a função característica e  $\underline{x}$  é o vetor de posição da partícula.

Com a função característica da partícula se representa o percentual que cada ponto material vai ter do domínio e, portanto, pode-se utilizar para discretizar qualquer propriedade  $f_p$ :

$$f(x) = \sum_p f_p \chi_p(x) \quad (3.4)$$

Assim, o volume dos corpos, sua massa, a quantidade de movimento e a tensão, são divididos e definidos nas partículas usando essa função:

$$V_p^i = \int_{V^i} \chi_p^i(x) dV \quad (3.5)$$

$$m_p^i = \int_{V^i} \rho^i(x) \chi_p^i(x) dV \quad (3.6)$$

$$q_p^i = \int_{V^i} \rho^i(x) v^i \chi_p^i(x) dV \quad (3.7)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_p^i = \int_{V^i} \underline{\underline{\sigma}}^i(x) \frac{\chi_p^i(x)}{V_p^i} dV \quad (3.8)$$

Onde  $V_p^i$  é o volume inicial da partícula,  $V^i$  é o volume inicial do corpo que se discretiza,  $m_p^i$  é a massa inicial da partícula,  $q_p^i$  é o vetor de quantidade de movimento inicial da partícula,  $v^i$  é o vetor de velocidade inicial do corpo,  $\underline{\underline{\sigma}}_p^i$  é o tensor de tensões inicial na partícula e  $\underline{\underline{\sigma}}^i(x)$  representa o tensor de tensões iniciais no contínuo.

As densidades iniciais  $\rho_p^i$  e as velocidades iniciais das partículas  $v_p^i$  são definidas considerando que:

$$\rho_p^i = \frac{m_p^i}{V_p^i} \quad (3.9)$$

$$v_p^i = \frac{q_p^i}{m_p^i} \quad (3.10)$$

Utilizando a Equação 3.4 para gerar a representação contínua das tensões, densidade e acelerações e usando as definições das Equações 3.9 e 3.10 para substituir na Equação 3.2, obtém-se:



$$\int_A \underline{w} \cdot \underline{t} dA + \int_{V^*} \sum_p \frac{m_p \chi_p}{V_p} \underline{w} \cdot \underline{b} dV - \int_{V^*} \frac{d\underline{w}}{dx} \sum_p \underline{\sigma}_p \chi_p dV = \int_{V^*} \underline{w} \cdot \sum_p \frac{q_p \chi_p}{V_p} dV \quad (3.11)$$

O  $V^* = V \cap V_p$  representa o domínio onde está definida a função característica da partícula.

Como explicado no item 3.1, as equações de momento são resolvidas na malha de fundo. Por isso as funções peso  $w(x)$  são expressas com os valores nos nós dessa malha  $w_n$  e as funções de interpolação para cada nó  $S_n(x)$  que, como as funções de característica da partícula e nas formulações do FEM, devem ser uma partição da unidade:

$$w(x) = \sum_n w_n S_n(x) \quad (3.12)$$

$$\sum_n S_n(x) = 1 \quad (3.13)$$

Com a definição das funções peso e substituindo na Equação 3.11, após realizar algumas operações algébricas obtém-se a forma discreta da equação de conservação de momento:

$$\int_A S_n \underline{t} dA + \sum_p m_p \underline{b} \bar{S}_{np} - \sum_p V_p \underline{\sigma}_p \cdot \bar{\underline{G}}_{np} = \sum_p \dot{q}_p \bar{S}_{np} \quad (3.14)$$

As funções  $\bar{S}_{np}$  e  $\bar{\underline{G}}_{np}$  são as funções de interpolação dos nós na posição das partículas e seu gradiente, respetivamente. Elas estão definidas pelas funções de interpolação em cada nó com as funções de característica da partícula:

$$\bar{S}_{np}(x) = \frac{1}{V_p} \int_{V^*} S_n(x) \chi_p(x) dV \quad (3.15)$$

$$\bar{\underline{G}}_{np}(x) = \frac{1}{V_p} \int_{V^*} \underline{G}_n(x) \chi_p(x) dV \quad (3.16)$$

A expressão  $\underline{G}_n$  é o gradiente das funções de interpolação dos nós da malha. A eleição das funções  $S_n(x)$  e  $\chi_p(x)$  determina as variantes do MPM. Por exemplo, a formulação original de Sulsky (1995) descreve a função característica da partícula como uma função delta de Dirac para que as partículas sejam verdadeiros pontos materiais, enquanto as funções de interpolação dos nós na posição da partícula são iguais as funções nos nós:

$$\bar{S}_{np}(\underline{x}) = S_n(\underline{x}) \quad (3.17)$$

$$\bar{G}_{np}(\underline{x}) = \nabla S_n(\underline{x}) \quad (3.18)$$

Se são agrupados os termos da Equação 3.14 obtém-se sua expressão compacta em termos de forças internas e externas, representando a segunda lei de Newton avaliada nos nós da malha:

$$\int_A S_n \underline{t} dA + \underbrace{\sum_p m_p \underline{b} \bar{S}_{np}}_{f_n^{ext}} - \underbrace{\sum_p V_p \underline{\sigma}_p \cdot \bar{G}_{np}}_{f_n^{int}} = \sum_p \dot{q}_p \bar{S}_{np} \quad (3.19)$$

$$f_n^{ext} - f_n^{int} = \dot{q}_n$$

### 3.2.3 ALGORITMO DE CÁLCULO

Como mencionado no item 3.1, uma vez discretizado o domínio e os pontos materiais estejam com as variáveis atribuídas, o processo para resolver problemas no MPM consiste em: 1) Transportar a informação dos pontos para os nós; 2) Resolver as equações de movimento nos nós; 3) Atualizar a informação dos nós para os pontos materiais e 4) Atualizar a posição dos pontos para que o processo seja feito novamente (Figura 3.3).

A formulação dinâmica explícita é geralmente utilizada nos códigos de MPM e, como o Anura3D também usa esta abordagem, a solução explícita é apresentada.

O aumento da quantidade de movimento nos nós no instante  $t$  é:

$$\Delta t (f_n^{ext,t} - f_n^{int,t}) = \Delta \dot{q}_n^t \quad (3.20)$$

Onde  $\Delta t$  é o incremento de tempo no passo de cálculo. As forças externas e as forças internas são avaliadas com a expressão da Equação 3.19:

$$f_n^{ext,t} = \int_A S_n \underline{t} dA + \sum_p m_p \underline{b} \bar{S}_{np} \quad (3.21)$$

$$\underline{f}_n^{int,t} = - \sum_p V_p \underline{\sigma}_p \cdot \bar{\underline{G}}_{np} \quad (3.22)$$

A quantidade de movimento atualizada no nó será  $\dot{q}_n^{t*} = \dot{q}_n^t + \Delta \dot{q}_n^t$ , ou seja:

$$\Delta t (\underline{f}_n^{ext} - \underline{f}_n^{int}) + \dot{q}_n^t = \dot{q}_n^{t*} \quad (3.23)$$

Quando definida a massa e a velocidade inicial dos pontos (Equações 3.6, 3.7 e 3.10) a quantidade de movimento, a massa e a velocidade são calculados nos nós da malha:

$$m_n^t = \sum_p \bar{S}_{np} m_p \quad (3.24)$$

$$\underline{q}_n^t = \sum_p \bar{S}_{np} m_p \underline{v}_p \quad (3.25)$$

$$\underline{v}_n^t = \frac{\underline{q}_n^t}{m_n^t} \quad (3.26)$$

Os incrementos de deslocamento e velocidade nos nós podem ser calculados na forma:

$$\Delta \underline{v}_n^t = \frac{\Delta \underline{q}_n^t}{m_n^t} \quad (3.27)$$

$$\Delta \underline{u}_n^t = \Delta t \underline{v}_n^{t*} = \Delta t \frac{\Delta \underline{q}_n^{t*}}{m_n^t} \quad (3.28)$$

Onde  $\underline{u}_n$  é o vetor de deslocamento nos nós.

A posição dos pontos materiais e a velocidade deles são atualizadas interpolando as quantidades dos nós por meio das funções de forma:

$$\underline{x}_p^{t+\Delta t} = \underline{x}_p^t + \Delta t \sum_n \frac{\bar{S}_{np} \dot{q}_n^{t*}}{m_n^t} \quad (3.29)$$

$$\underline{v}_p^{t+\Delta t} = \underline{v}_p^t + \Delta t \sum_n \frac{\bar{s}_{np} \dot{q}_n^t}{m_n^t} \quad (3.30)$$

Onde  $\underline{x}_p^{t+\Delta t}$  é o vetor da nova posição do ponto e  $\underline{v}_p^{t+\Delta t}$  é o vetor da velocidade atualizada do ponto.

O incremento da deformação nos pontos materiais  $\Delta \underline{\xi}_p^t$  é calculado com os gradientes e velocidade nos nós:

$$\Delta \underline{\xi}_p^t = \frac{\Delta t}{2} \sum_p (\bar{G}_{np}^t \underline{v}_n^{t*} + (\bar{G}_{np}^t \underline{v}_n^{t*})^T) \quad (3.31)$$

$$\underline{\xi}_p^{t+1} = \underline{\xi}_p^t + \Delta \underline{\xi}_p^t \quad (3.32)$$

Onde  $\underline{\xi}_p^{t+1}$  é o tensor de deformação do ponto no novo tempo.

Esse incremento de deformações é utilizado para calcular o incremento das tensões por meio das relações constitutivas impostas:

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} : d\underline{\underline{\xi}} \quad (3.33)$$

$$dh = H(\underline{\underline{\sigma}}, h) ds \quad (3.34)$$

Onde  $\underline{\underline{D}}$  é o tensor da relação constitutiva tensão-deformação,  $s$  e  $h$  são as variáveis de endurecimento de deformação e de tensão respectivamente e  $H$  é o modulo de endurecimento. Este tipo de equações tem que ser integradas em cada passo de tempo por intervalos de deformação e como não pode ter uma integração direta por sua complexidade, é solucionado de forma incremental (Lorenzo, 2015):

$$\underline{\underline{\sigma}}^{t+\Delta t} = \underline{\underline{\sigma}}^t + \int_0^{\Delta t} \underline{\underline{D}} : \dot{\underline{\underline{\xi}}} dt \quad (3.35)$$

As formulações explícitas com cálculo de passo automático de tempo são eficientes. Neste processo de integração a matriz constitutiva é considerada constante nos incrementos de tempo,

porém, na realidade a relação muda com os níveis de tensão e os parâmetros de endurecimento e, portanto, a integração deve ser feita em pequenos passos de tempo. Contudo, os incrementos de passos finitos geram erros na integração que podem ser acumulativos. Por isso, é necessário introduzir um algoritmo de cálculo que retorne o estado de tensão para a superfície de plastificação (Lorenzo, 2015).

Além disso, a Equação 3.35 não pode ser utilizada para integrar a relação constitutiva em problemas de grandes deformações. Neste caso, uma modificação tem que ser feita no tensor de tensões de Cauchy devido aos movimentos como corpo rígido que possam se apresentar. Geralmente é adotada a taxa de variação de tensão de Jaumann (Equação 3.36) para garantir a objetividade do tensor de tensões de Cauchy que não pode mudar quando acontecem essas rotações (Lorenzo, 2015). A formulação do Anura3D utiliza esta técnica que é expressa como:

$$d\underset{\sim}{\sigma}^J = d\underset{\sim}{\sigma} - d\underset{\sim}{\Phi} \cdot \underset{\sim}{\sigma} - \underset{\sim}{\sigma} \cdot d\underset{\sim}{\Phi}^T = \underset{\sim}{D} : d\underset{\sim}{\xi} \quad (3.36)$$

$$\underset{\sim}{\Phi} = \frac{1}{2} (\nabla \underset{\sim}{u} - (\nabla \underset{\sim}{u})^T) \quad (3.37)$$

Onde  $\underset{\sim}{\Phi}$  é a parte não simétrica do gradiente dos deslocamentos e  $\underset{\sim}{u}$  é o vetor de deslocamentos.

Agora, as tensões de Cauchy modificadas  $\hat{\underset{\sim}{\sigma}}^{t+\Delta t}$  para considerar rotações de corpo rígido podem ser calculadas integrando  $d\underset{\sim}{\sigma}$  de forma incremental:

$$\hat{\underset{\sim}{\sigma}}_p^{t+\Delta t} = \underset{\sim}{\sigma}^t + \Delta\underset{\sim}{\Phi} \cdot \underset{\sim}{\sigma}^t + \underset{\sim}{\sigma}^t \cdot \Delta\underset{\sim}{\Phi}^T + \underset{\sim}{D}(\underset{\sim}{\sigma}^t, h^t) : \Delta\underset{\sim}{\xi}_p^t \quad (3.38)$$

Com as tensões tem-se as forças internas e junto com as forças externas calculadas a partir das forças de corpo e de superfície e de acordo com Equação 3.20 a diferença entre as duas resulta na nova taxa de variação da quantidade de movimento que será incluída no próximo passo em forma de velocidade dos pontos.

Com a informação das Equações 3.29, 3.30 e 3.38 um novo incremento de tempo é dado e o algoritmo começa de novo.

### 3.2.4 FORMULAÇÕES PARA ANÁLISES ACOPLADAS

Em geral, as formulações para análises acopladas consideram duas possibilidades: atribuir as variáveis a um único ponto material, ou atribuir as variáveis de cada fase a um ponto material diferente.

Nas formulações para um único ponto material, é considerado que cada partícula é composta de uma mistura sólido-líquido ou sólido-líquido-gás. Neste caso, as partículas transportam todas as variáveis necessárias para representar o estado contínuo de um material em um tempo específico. Autores como Yerro *et al.* (2015), Bandara *et al.* (2016), Wang *et al.* (2016, 2018), Lee *et al.* (2019), Ceccato *et al.* (2019), Lei & Solowski (2019), Lei *et al.* (2020), Ceccato *et al.* (2020) e Martinelli *et al.* (2021) tem utilizado este tipo de formulação para tratar problemas em condições saturadas e não saturadas.

A seguir é apresentada a formulação de duas fases (sólido e líquido) num único ponto material, utilizada no Anura3D (2022):

A conservação de massa da fase sólida (Equação 3.39) e da fase líquida é expressa como:

$$[(1 - \dot{\eta}_s)\dot{\rho}_s] + (1 - \eta_s)\rho_s \nabla v_s = 0 \quad (3.39)$$

$$\dot{\eta}_s \dot{\rho}_l + \eta_s \rho_l \nabla v_l = 0 \quad (3.40)$$

Em que  $\eta_s$  é a porosidade do esqueleto sólido,  $v_s$  a velocidade da fase sólida e  $v_l$  a velocidade da fase líquida.  $\dot{\eta}_s$  e  $\dot{\rho}_l$  representam a taxa de variação temporal de  $\eta_s$  e  $\rho_l$  respectivamente

Ao considerar grãos sólidos incompressíveis e ignorar variações espaciais em densidades e porosidade, pode-se reduzir a expressão para a conservação de massa das fases sólida e líquida para:

$$-\dot{\eta}_s + (1 - \eta_s)\nabla v_s = 0 \quad (3.41)$$

$$\dot{\eta}_s \rho_l + \eta_s \dot{\rho}_l + \eta_s \rho_l \nabla v_l = 0 \quad (3.42)$$

Substituindo a Equação 3.41 na 3.42 permite eliminar  $\dot{\eta}_s$ :

$$(1 - \eta_s)\nabla v_s + \frac{\eta_s}{\rho_l}\dot{\rho}_l + \eta_s\nabla v_l = 0 \quad (3.43)$$

O líquido é um material praticamente incompressível. Assim a deformação volumétrica efetiva do líquido  $\varepsilon'_l$  é definida como

$$\dot{\varepsilon}'_l = -\frac{1}{\rho_l}\dot{\rho}_l \quad (3.44)$$

Substituindo a Equação 3.44 na Equação 3.43 obtém-se a equação de armazenamento que também representa a conservação de massa do solo saturado:

$$\dot{\varepsilon}'_l = \frac{1}{\eta_s}[(1 - \eta_s)\nabla v_s + \eta_s\nabla v_l] \quad (3.45)$$

A conservação de momento da fase sólida pode ser expressa como:

$$(1 - \eta_s)\rho_s\dot{v}_s - \nabla\sigma' - (1 - \eta_s)\nabla\rho_l - (1 - \eta_s)\rho_s g - \frac{\eta_s^2\rho_l g}{k}(v_l - v_s) = 0 \quad (3.46)$$

Sendo  $k$  a permeabilidade isotrópica de Darcy e  $g$  a gravidade. A conservação de momento da fase líquida pode ser expressa como:

$$\eta_s\rho_l\dot{v}_l - \eta_s\nabla\rho_l - \eta_s\rho_l g + \frac{\eta_s^2\rho_l g}{k}(v_l - v_s) = 0 \quad (3.47)$$

Somando o momento da fase sólida (Equação 3.46) ao momento da fase líquida (Equação 3.47), a conservação de momento para a mistura pode ser escrita como:

$$(1 - \eta_s)\rho_s\dot{v}_l + \eta_s\rho_l\dot{v}_l = \nabla\sigma + \rho_{sat}g \quad (3.48)$$

Assim, a formulação de duas fases é descrita pela Equação 3.47 e 3.48, a equação de armazenamento (3.45) e a equação constitutiva do solo. Essas equações são derivadas

negligenciando a variação espacial de densidades e porosidade, assumindo grãos de solo incompressíveis e assumindo a validade da lei de Darcy. Além disso, essa formulação requer que as condições de contorno do domínio sejam a união dos seguintes componentes:

$$\partial\Omega = \partial\Omega_u \cup \partial\Omega_\sigma = \partial\Omega_{v_l} \cup \partial\Omega_p \quad (3.49)$$

$$\partial\Omega_u \cap \partial\Omega_\sigma = \emptyset \quad e \quad \partial\Omega_{v_l} \cap \partial\Omega_p = \emptyset \quad (3.50)$$

Em que  $\partial\Omega_{v_l}$  e  $\partial\Omega_p$  são a velocidade e a pressão prescrita da fase líquida,  $\partial\Omega_u$  o deslocamento (velocidade) prescrito da fase sólida e  $\partial\Omega_\sigma$  a condição de contorno da tensão total. As condições da Equação 3.50 também devem ser satisfeitas.

Como mencionado no item 3.2.2, antes da discretização, a forma forte das equações governantes precisa ser transformada na forma fraca, multiplicando a função de ponderação  $\delta w$  pela Equação 3.47 e pela Equação 3.48, e integrando sobre o domínio atual  $\Omega$ :

$$\int_{\Omega} \delta w \rho_l \dot{v}_l d\Omega = \int_{\Omega} \delta w \nabla p_l d\Omega + \int_{\Omega} \delta w \rho_l \underline{g} d\Omega - \int_{\Omega} \delta w \frac{\eta_s \rho_l \underline{g}}{k} (v_l - v_s) d\Omega = 0 \quad (3.51)$$

$$\int_{\Omega} \delta w (1 - \eta_s) \rho_s \dot{v}_s d\Omega = \int_{\Omega} \delta w \nabla \sigma' d\Omega + \int_{\Omega} \delta w \rho_{sat} \underline{g} d\Omega - \int_{\Omega} \delta w \eta_s \rho_l \dot{v}_l d\Omega = 0 \quad (3.52)$$

Aplicando o teorema da divergência e as condições de contorno de tração, as formas fracas finais são:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta w \rho_l \dot{v}_l d\Omega &= \int_{\partial\Omega_p} \delta w p_l dA - \int_{\Omega} \nabla \delta w \rho_l d\Omega + \int_{\Omega} \delta w \rho_l \underline{g} d\Omega \\ &\quad - \int_{\Omega} \delta w \frac{\eta_s \rho_l \underline{g}}{k} (v_l - v_s) d\Omega \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta w (1 - \eta_s) \rho_s \dot{v}_s d\Omega \\ = \int_{\partial\Omega_\sigma} \delta w \tau dA - \int_{\Omega} \nabla \delta w \sigma d\Omega + \int_{\Omega} \delta w \rho_{sat} \underline{g} d\Omega - \int_{\Omega} \delta w \eta_s \rho_l \dot{v}_l d\Omega \end{aligned} \quad (3.54)$$



Sendo:

$$\int_{\Omega} \delta w \rho_l \dot{v}_l d\Omega \quad \text{e} \quad \int_{\Omega} \delta w (1 - \eta_s) \rho_s \dot{v}_s d\Omega \quad \rightarrow \quad \text{Inércia}$$

$$\int_{\partial\Omega_p} \delta w p_l dA \quad \text{e} \quad \int_{\partial\Omega_\sigma} \delta w \tau dA \quad \rightarrow \quad \text{Força externa aplicada no contorno}$$

$$\int_{\Omega} \nabla \delta w \rho_l d\Omega \quad \text{e} \quad \int_{\Omega} \nabla \delta w \sigma d\Omega \quad \rightarrow \quad \text{Força interna}$$

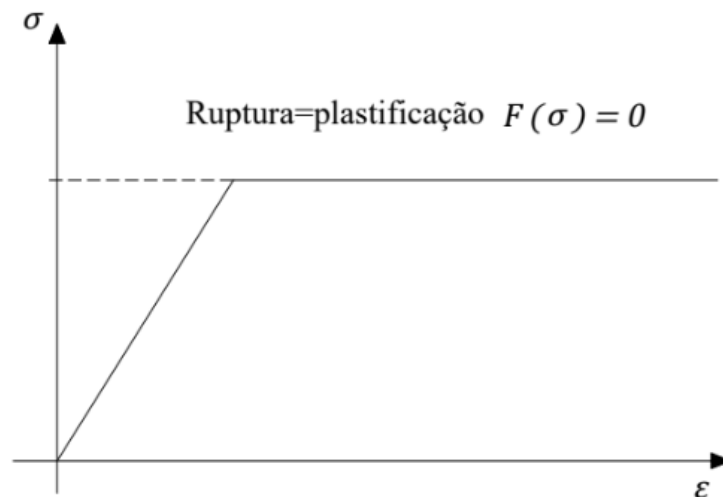
$$\int_{\Omega} \delta w \rho_l g d\Omega \quad \text{e} \quad \int_{\Omega} \delta w \rho_{sat} g d\Omega \quad \rightarrow \quad \text{Carga gravitacional}$$

$$\int_{\Omega} \delta w \frac{\eta_s \rho_l g}{k} (v_l - v_s) d\Omega \quad \rightarrow \quad \text{Força de arrasto}$$

$$\int_{\Omega} \delta w \eta \rho_l \dot{v}_l d\Omega \quad \rightarrow \quad \text{Inércia do líquido}$$

### 3.3 MODELOS CONSTITUTIVOS

Um modelo elástico perfeitamente plástico (EPP) não considera o endurecimento ou aumento do domínio elástico e, portanto, o ponto de ruptura é o mesmo ponto de plastificação como mostrado na Figura 3.4. Neste caso o critério de ruptura coincide com o critério de plastificação.



**Figura 3.4.** Modelo elástico perfeitamente plástico

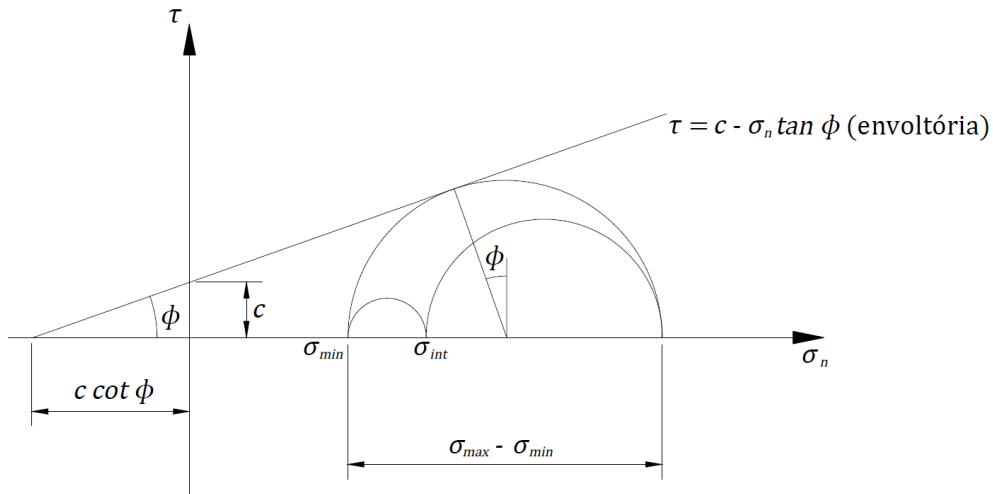
#### 3.3.1 MODELO ELASTOPLÁSTICO COM CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB

O critério de Mohr-Coulomb reconhece o caráter friccional do solo, apresentando uma envoltória de ruptura linear caracterizada pelos parâmetros de resistência do material: coesão  $c$

e o ângulo de atrito  $\phi$ . Nesse caso, o solo atinge o ponto de ruptura quando a tensão cisalhante num plano atinge um valor máximo dado por:

$$\tau_f = c + \sigma_f \tan \phi \quad (3.55)$$

Sendo  $\tau_f$  é a tensão cisalhante de ruptura e  $\sigma_f$  é a tensão normal no plano de ruptura.



**Figura 3.5.** Representação gráfica do critério de ruptura de Mohr-Coulomb

A tensão de plastificação em termos de tensões principais é expressa por:

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = \sigma_1(1 - \sin \phi) - \sigma_3(1 + \sin \phi) - 2c \cos \phi = 0 \quad (3.56)$$

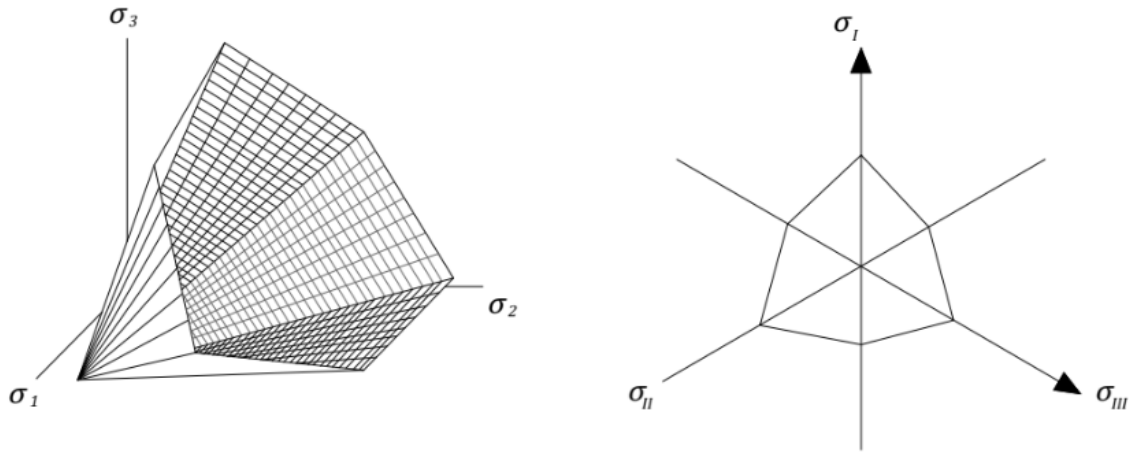
Simplificando:

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = \sigma_1 - K_p \sigma_3 - 2c\sqrt{K_p} = 0 \quad (3.57)$$

Onde:

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \quad (3.58)$$

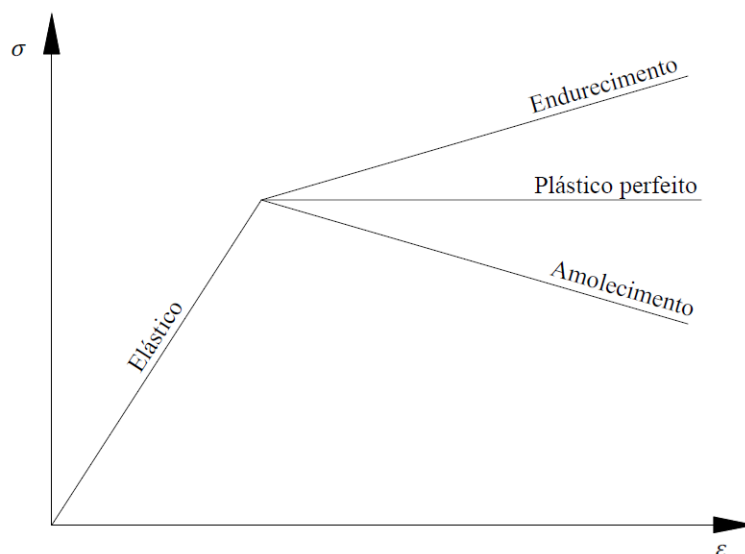
No espaço de tensões principais o critério de Mohr-Coulomb é uma pirâmide de base hexagonal irregular como ilustrado na Figura 3.6.



**Figura 3.6.** Critério de Mohr-Coulomb – Superfície de plastificação no espaço de tensões principais

### 3.3.2 MOHR-COULOMB COM AMOLECIMENTO (MCSS)

Nos modelos EPP, o comportamento não elástico do solo é descrito pela acumulação de deformações irreversíveis, que são deformações que não podem ser recuperadas mesmo após a remoção da carga. Entretanto, conforme apontam Neves & Caldeira (2018), o endurecimento e o amolecimento são fenômenos inseparáveis do comportamento elastoplástico dos solos, representando a evolução da resistência do material ao longo da deformação plástica. A Figura 3.7 ilustra esse comportamento, onde o solo pode endurecer com o aumento da deformação até alcançar um pico de resistência, ou pode amolecer, que corresponde a uma perda gradual de resistência com o aumento da deformação plástica.



**Figura 3.7.** Modelo elastoplástico com endurecimento e amolecimento

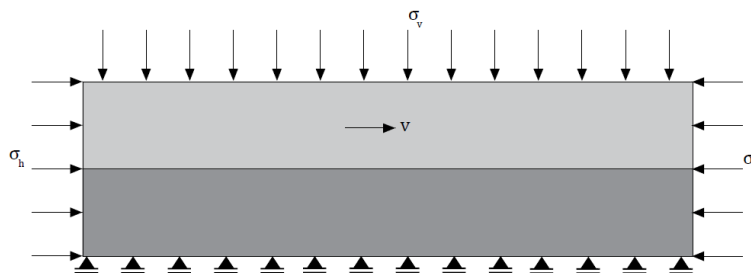
Em regime de amolecimento, um incremento de tensão pode gerar uma descarga elástica ou uma resposta elastoplástica de amolecimento, gerando uma ambiguidade no processo de descarga. Para isso, os modelos tendem a partir de incrementos de deformação para incrementos de tensão, que anula essa ambiguidade na resposta (Neves & Caldeira, 2018). Assim, no Mohr-Coulomb com amolecimento (MCSS) é considerada a redução dos parâmetros de resistência efetivos ( $\phi$  e  $c$  da Equação 3.55 em termos de tensões efetivas) com a deformação plástica equivalente acumulada  $\varepsilon^{peq}$ :

$$c' = c'_r + (c'_p - c'_r)e^{-\eta\varepsilon^{peq}} \quad (3.59)$$

$$\phi' = \phi'_r + (\phi'_p - \phi'_r)e^{-\eta\varepsilon^{peq}} \quad (3.60)$$

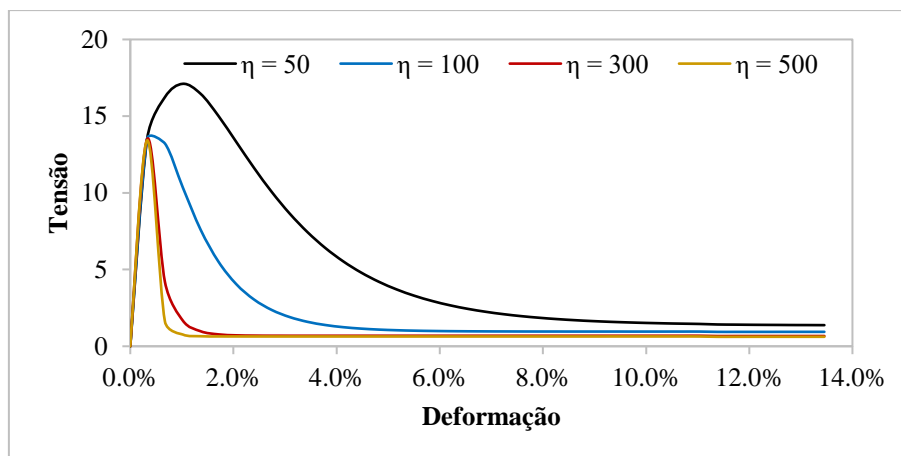
Onde  $c'_p$  e  $c'_r$  são a coesão efetiva de pico e residual,  $\phi'_p$  e  $\phi'_r$  são o ângulo de atrito efetivo de pico e residual, e  $\eta$  é o fator de forma que controla a taxa de queda dessa resistência (Yerro, 2015).

Para entender como  $\eta$  funciona, um ensaio de cisalhamento direto foi modelado (Figura 3.8). Inicialmente, uma tensão vertical foi aplicada na superfície de um corpo rígido apoiado numa camada de solo. Em seguida, uma tensão horizontal também foi aplicada para confinar a amostra. Os deslocamentos na base são restringidos e uma velocidade foi prescrita no corpo rígido.



**Figura 3.8.** Ensaio de cisalhamento direto – Esquema do problema

Os resultados do ensaio para diferentes valores de  $\eta$  são apresentados na Figura 3.9. A taxa de amolecimento para cada fator de forma depende do tamanho do elemento. Observa-se que com valores de  $\eta$  mais elevados, a queda de resistência ocorre de forma mais rápida, frente aos resultados de  $\eta = 50$  e  $\eta = 100$  em que ocorre mais lentamente.



**Figura 3.9.** Ensaio de cisalhamento direto – Curvas tensão vs deformação para diferentes valores de  $\eta$

### 3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O capítulo apresentou uma revisão bibliográfica do Método do Ponto Material (MPM), incluindo um breve histórico, conceitos fundamentais e vantagens computacionais. Foi explorada a sequência de cálculo, pesquisas sobre novas formulações, métodos de integração, validações e a aplicabilidade do MPM em estudos de engenharia geotécnica. A fundamentação teórica também foi apresentada, enfatizando as equações governantes, discretização, algoritmos de cálculo e formulações para análises acopladas.

Os modelos elastoplásticos com critério de ruptura de Mohr-Coulomb padrão e com amolecimento foram detalhados por serem os modelos empregados juntamente com o MPM nas simulações numéricas desenvolvidas nesta pesquisa.

Com as informações apresentadas, o capítulo mostrou a robustez e versatilidade do MPM em aplicações de geotecnia, especialmente para problemas envolvendo grandes deformações e comportamento complexo dos materiais. O desenvolvimento contínuo das formulações do MPM e sua validação com resultados experimentais e analíticos demonstram seu potencial como uma ferramenta poderosa para resolver problemas geomecânicos avançados. Pesquisas futuras devem focar em melhorar ainda mais a eficiência computacional do MPM e estender sua aplicabilidade para uma gama mais ampla de desafios na engenharia.

# CAPÍTULO 4

## 4. VALIDAÇÕES

Para validar a aplicação do Método do Ponto Material (MPM) e do *software* Anura3D (2022) neste estudo, foram conduzidas avaliações numéricas de diversos problemas, cujas soluções analíticas são amplamente conhecidas na literatura. Entre os cenários estudados, destaca-se a análise do deslizamento de blocos sobre um plano inclinado, que permitiu a validação da representação de deslizamentos e do tratamento do contato. Além disso, são examinados os problemas de consolidação 1D de Terzaghi e 2D de Biot, a fim de verificar a eficácia do programa na análise de problemas acoplados. Por fim, são explorados dois cenários relacionados à escavação de um túnel em um meio elástico e linear, com o propósito de validar o algoritmo de escavação implementado no *software*. Essas validações asseguram a confiabilidade e precisão das simulações realizadas no âmbito desta tese.

### 4.1 SOFTWARE: ANURA3D

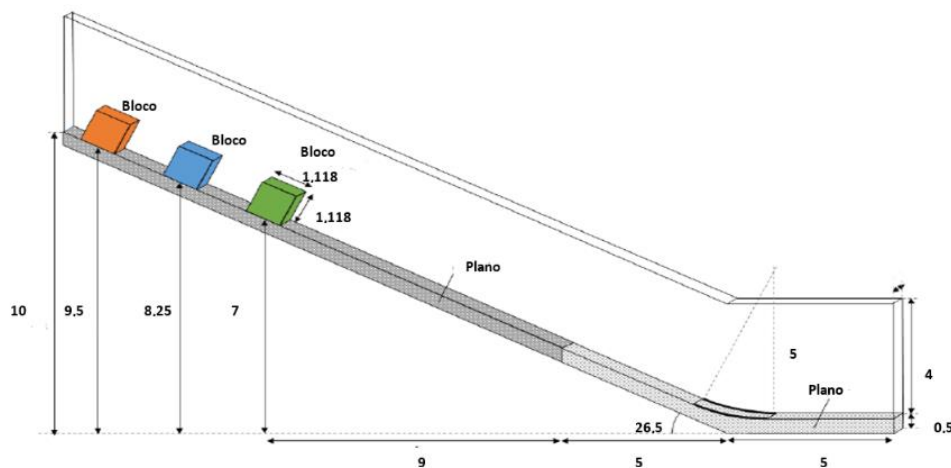
O Anura3D (2022), de acordo com seu manual, é uma ferramenta para análises de problemas geotécnicos com o método do ponto material, desenvolvido pela Anura3D Research Community (Grupo de pesquisa de mecânica de solos e rochas da escola de engenharia civil da Universidade Politécnica de Catalunha, grupo GeoSystems do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Berkeley de Califórnia, grupo de pesquisa de geotecnia e ambiente do Departamento de Engenharia da Universidade de Cambridge, Faculdade de Engenharia Civil e Geociências da Universidade de tecnologia de Delft, unidade de geoenharia e centro de *Software* Deltares, instituto de engenharia geotécnica e construção da universidade de Hamburgo, e grupo de pesquisa de geotecnia do departamento de engenharia civil, ambiental e engenharia de arquitetura da universidade Degli Studi di Padova).

Este *software* é uma implementação 3D do MPM e é usado para simular a fenomenologia envolvida na interação solo-água-estrutura e em grandes problemas de deformação. Para mudar as propriedades dos materiais o *software* disponibiliza dois tipos de modelos constitutivos: elástico-linear e Mohr-Coulomb. Existe ainda a possibilidade de implementar outros modelos por meio de DLL's e modificação do seu código aberto.

Nos últimos anos diferentes pesquisas foram desenvolvidas com o uso do Anura3D, como o estudo de fluxos granulares (Gabrieli & Ceccato, 2016; Fern & Soga, 2017; Ceccato *et al.*, 2018; Ceccato *et al.*, 2020), análise numérica de CPTU e FFP (Ceccato *et al.*, 2017; Zambrano-Cruzatty & Yerro, 2020; Yost *et al.*, 2023), túneis (Fern, 2019; Xiaochuang *et al.*, 2021; Xie *et al.*, 2022), sismos (Alsardi & Yerro, 2023), barragens (Ceccato *et al.*, 2019) e taludes (Toro Rojas, 2019; Carluccio *et al.*, 2019; Toro Rojas *et al.*, 2021; Alonso *et al.*, 2021; Pinyol *et al.*, 2021; Girardi *et al.*, 2023).

## 4.2 BLOCOS EM PLANO INCLINADO

Três blocos que deslizam sobre um plano formado por duas seções foi o primeiro caso analisado. No problema, considerado como de deformação plana, os blocos estão inicialmente em alturas diferentes como é apresentado na Figura 4.1.



**Figura 4.1.** Configuração inicial dos blocos deslizantes (modificado Yerro *et al.*, 2021)

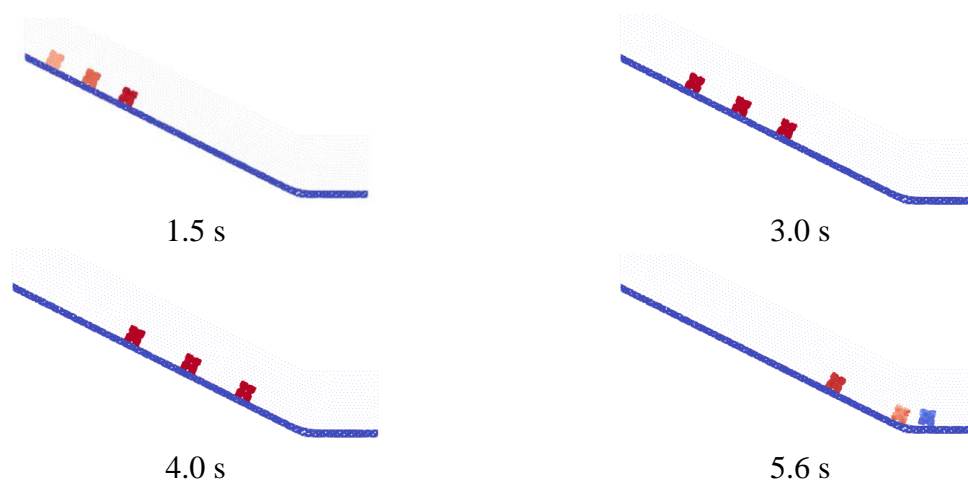
Na discretização foram utilizados 10 pontos materiais por célula nos blocos e 4 pontos materiais no plano inclinado. A malha de fundo foi gerada com 2910 elementos tetraédricos semiestruturados de 0,3 m e 6207 nós. As propriedades dos materiais são fornecidas na Tabela 4.1. Observa-se que todos os materiais nesta análise foram avaliados em condições secas e com o modelo elástico linear.

**Tabela 4.1.** Blocos em plano inclinado - Propriedades dos materiais

Material	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Plano
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2000	2000	2000	4000
Modelo	Elástico Linear			
Poisson	0.33	0.33	0.33	0.33
Módulo de Young (kPa)	20000	20000	20000	40000

No caso do contato, foram utilizados três coeficientes de atrito no plano inclinado: 0.3 para o bloco 1, 0.325 para o bloco 2 e 0.5 para o bloco 3, e um coeficiente para todos os blocos no plano horizontal de 0.45.

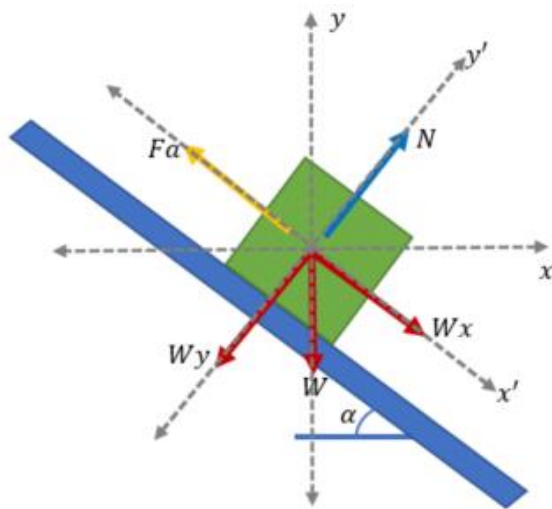
A modelagem numérica foi feita em duas etapas: na primeira foram geradas as tensões iniciais por uma carga gravitacional quase estática e na segunda foi inserida a formulação do contato permitindo o deslizamento dos blocos pelo plano inclinado. Durante toda a análise foi considerado um fator de amortecimento local de 0.05 para evitar problemas de oscilação. O resultado do deslizamento dos três blocos é ilustrado na Figura 4.2.



**Figura 4.2.** Movimento dos blocos para diversos tempos com MPM

Para avaliar a confiabilidade dos resultados foi calculada a solução analítica do problema através do diagrama de corpo livre apresentado na Figura 4.3. Em cada um dos blocos tem-se uma força peso ( $W$ ) decomposta em dois componentes ( $W_x$  e  $W_y$ ), a força normal perpendicular ao plano ( $N$ ) e uma força resistente gerada pelo atrito ( $\mu$ ) entre o bloco e o plano ( $F_a$ ).





Onde:

$$W_x = W \sin \alpha$$

$$W_y = W \cos \alpha$$

$$F_a = \mu N = \mu W \cos \alpha$$

**Figura 4.3.** Blocos em plano inclinado - Diagrama do corpo livre

Fazendo o equilíbrio de forças na direção  $x$  e de acordo com a segunda lei de Newton:

$$\sum F_r^x = W \sin \alpha - \mu W \cos \alpha = ma \quad (4.1)$$

Simplificando:

$$\sum F_r^x = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = a \quad (4.2)$$

Uma vez conhecida a aceleração é possível calcular o deslocamento  $u$  através da dupla integração da Equação 4.2.

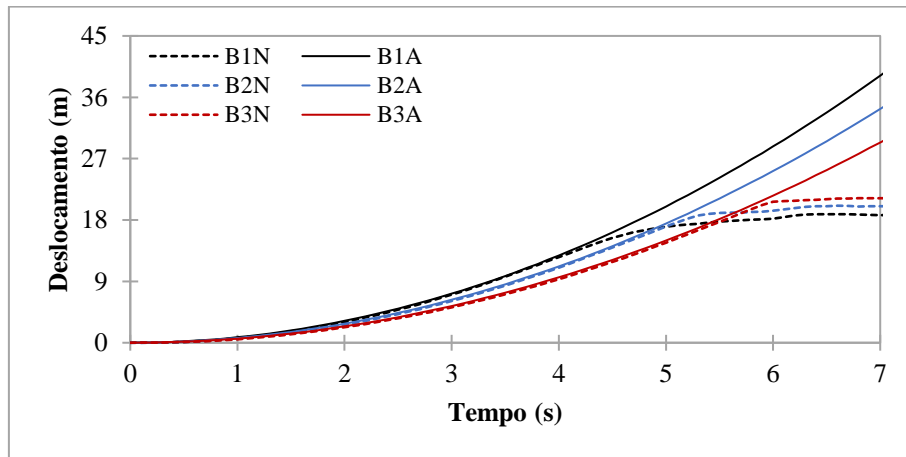
$$u = \int \left( \int (g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha) dt \right) dt \quad (4.3)$$

$$u = \frac{1}{2} (g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha) t^2 \quad (4.4)$$

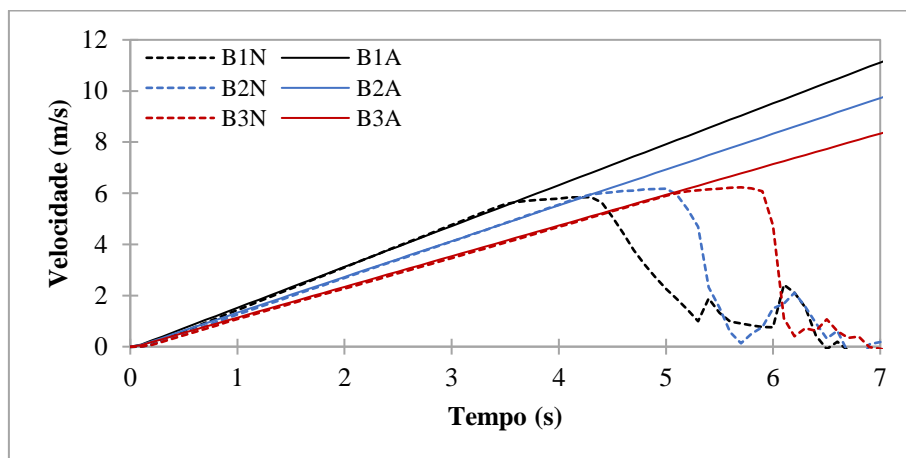
Transformando o sistema de referência  $x', y', z'$  para o sistema  $x, y, z$  o deslocamento horizontal é expresso como:

$$u = \frac{1}{2} (g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha) \cos \alpha t^2 \quad (4.5)$$

Utilizando a Equação 4.5 para calcular o deslocamento de cada bloco (mudando seu atrito) e com os resultados da simulação numérica com o MPM, tem-se a comparação da Figura 4.4. Nota-se que os resultados analíticos e numéricos são iguais quando os blocos estão no plano inclinado, comprovando assim a confiabilidade do *software*. Um estudo que compara esses resultados com os obtidos com o método Lagrangeano Euleriano Arbitrário (ALE) foi publicado por Alelvan *et al.* (2020) como parte dos artigos produzidos nesta pesquisa.



(a)



(b)

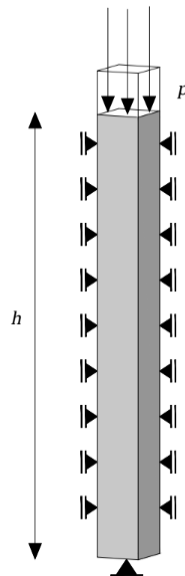
**Figura 4.4.** Blocos em plano inclinado – Resultados analíticos (A) e numéricos (N):

(a) deslocamento e (b) velocidade dos blocos

### 4.3 CONSOLIDAÇÃO UNIDIMENSIONAL

O problema de consolidação de Terzaghi, onde uma coluna de altura  $h$  confinada lateralmente é submetida a um carregamento distribuído  $p$ , foi analisado na segunda validação (Figura 4.5).

Considerou-se que a única superfície livre se encontrava na região superior do solo e que por tanto a água não podia sair pelas laterais nem pela base da coluna.



**Figura 4.5.** Problema de consolidação unidimensional de Terzaghi

Na discretização foram utilizados 4 pontos materiais por célula. A malha de fundo foi gerada com 66 elementos tetraédricos semiestruturados de 0.1 m e 207 nós. As propriedades do material são listadas na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2.** Consolidação unidimensional - Propriedades do material (Yerro *et al.*, 2023)

Parâmetro	Unidade	Valor
Porosidade	-	0.4
Densidade sólidos	kg/m <sup>3</sup>	2650
Densidade líquido	kg/m <sup>3</sup>	1000
Permeabilidade intrínseca	m <sup>2</sup>	1.0214x10 <sup>-9</sup>
Módulo volumétrico do líquido	kPa	2.15x10 <sup>4</sup>
Viscosidade dinâmica do líquido	kPa/s	1.002x10 <sup>-6</sup>
Módulo de Young (kPa)	kPa	1000
Coefficiente de Poisson	-	0.3

Segundo a teoria de consolidação unidimensional de Terzaghi o excesso de poropressão é dado por:

$$u_e = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2p}{M} \sin\left(\frac{Mz}{h_d}\right) e^{-M^2T} \quad (4.6)$$

Com:

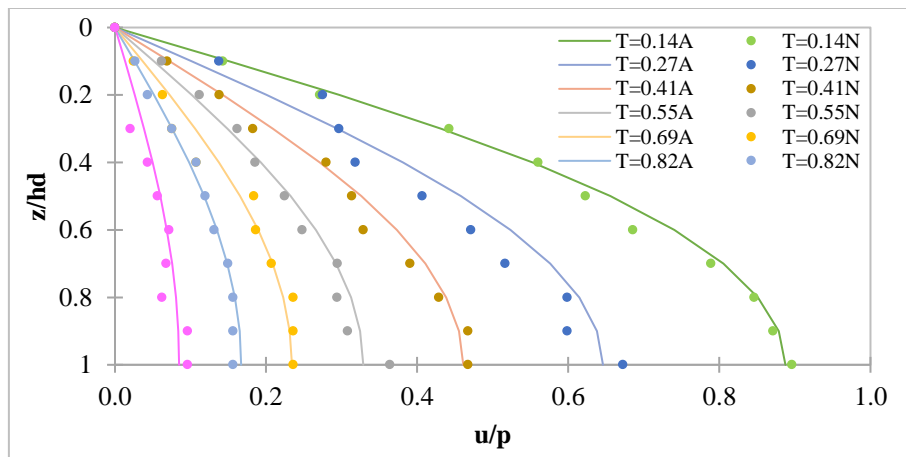
$$M = \pi(2m + 1)/2$$

$$T = c_v t / h_d^2$$

$$c_v = k / \gamma_w m_v$$

Sendo  $T$  o fator de tempo,  $c_v$  o coeficiente de adensamento unidimensional,  $t$  o tempo real,  $h_d$  a altura de drenagem ( $h_d = h$  no caso estudado),  $k$  a permeabilidade do solo,  $\gamma_w$  o peso específico da água e  $m_v$  o coeficiente de compressibilidade volumétrico.

A Figura 4.6 mostra os resultados numéricos (N) e os obtidos com a Equação 4.6 (A). Observa-se uma grande concordância nas duas soluções. As pequenas diferenças nos resultados numéricos são devidas às oscilações dos pontos materiais que diminuem quando utilizado um valor de amortecimento ou *damping* na modelagem numérica (Figura 4.7).



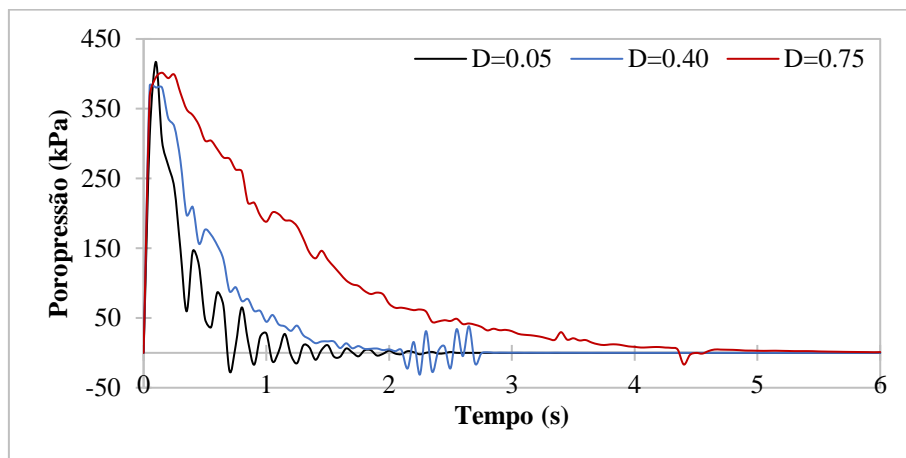
**Figura 4.6.** Consolidação unidimensional – Solução analítica (A) e numérica (N)

No Anura3D (2022) é utilizado um amortecimento local que tenta reproduzir em magnitude e forma as perdas de energia num sistema natural quando submetido a um carregamento dinâmico, considerando que, na realidade, esses sistemas contêm algum grau de amortecimento natural da energia de vibração dentro deles que impede a oscilação indefinida quando sujeito a solicitações externas. Fisicamente o amortecimento é devido, em parte, à perda de energia como resultado do atrito interno no material e ao deslizamento ao longo de interfaces existentes.

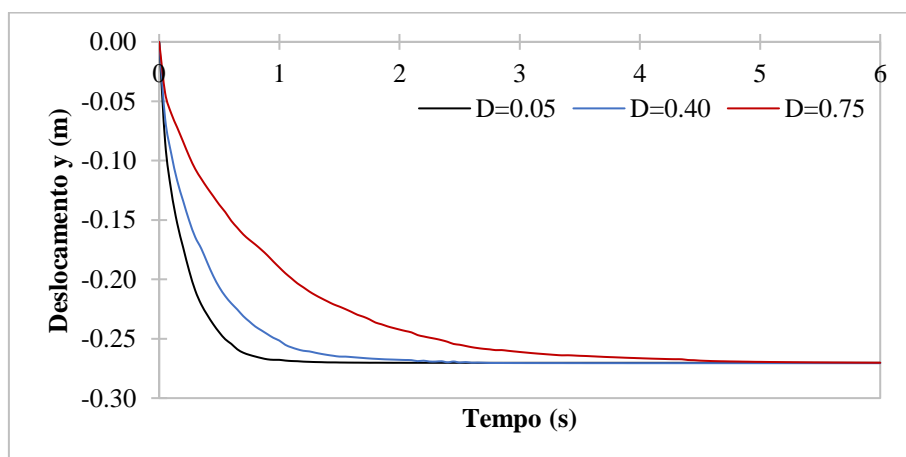
Embora o amortecimento local fosse originalmente projetado para simulações estáticas, possui algumas características que o tornam atraente para simulações dinâmicas se utilizados valores

adequados do coeficiente de amortecimento (usado no cálculo do amortecimento local). Em problemas quase estáticos, valores de 0.7-0.8 podem ser usados para acelerar a convergência. Já em problemas dinâmicos, valores de 0.05-0.15 permitem simular a dissipação natural da energia do material (Anura3D, 2022).

Para entender melhor o efeito do amortecimento, foi analisado o problema de adensamento unidimensional com diferentes coeficientes. Pode se observar na Figura 4.7 que quanto menor o coeficiente, maior a oscilação dos pontos, porém, a dissipação da poropressão acontece em menos tempo. O efeito também pode ser observado no deslocamento vertical total. Note-se que, embora o deslocamento máximo sempre seja o mesmo, o tempo para atingir essa magnitude aumenta com o valor do coeficiente de amortecimento.



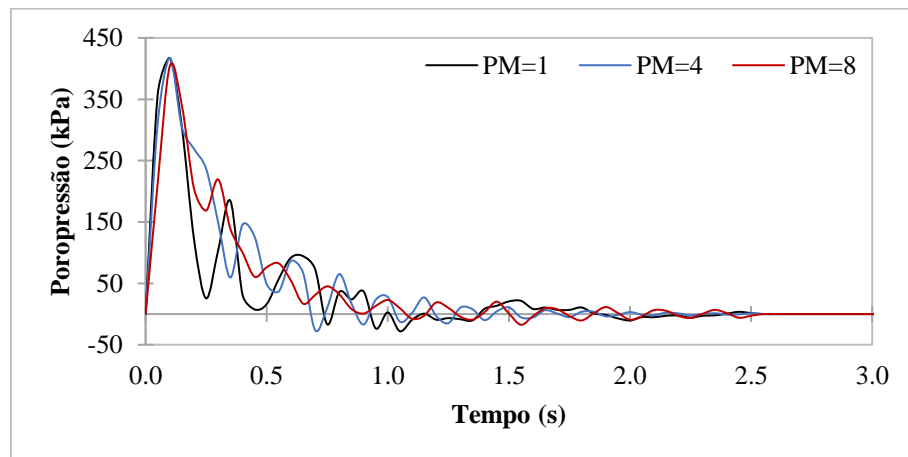
(a)



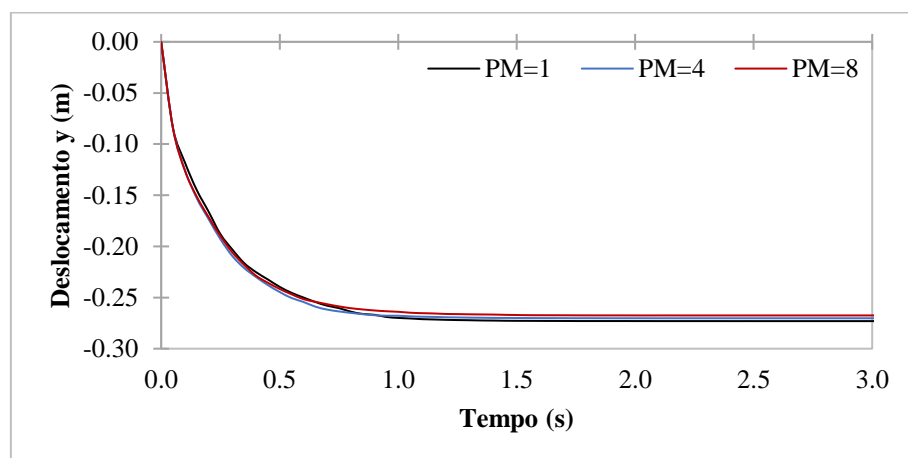
(b)

**Figura 4.7.** Consolidação unidimensional – Influência do *damping* (d): (a) poropressão e (b) deslocamento

O mesmo problema de consolidação unidimensional também foi avaliado utilizando diferentes quantidades de pontos materiais por célula (PM). Pode se observar na Figura 4.8 que a resposta numérica não varia significativamente aumentando ou diminuindo o número de pontos. A dissipação da poropressão continua apresentando grandes oscilações pela própria natureza do MPM e pelo ruído numérico gerado quando um ponto material passa de uma célula para outra, enquanto o deslocamento máximo vertical atinge a mesma magnitude nos três casos estudados.



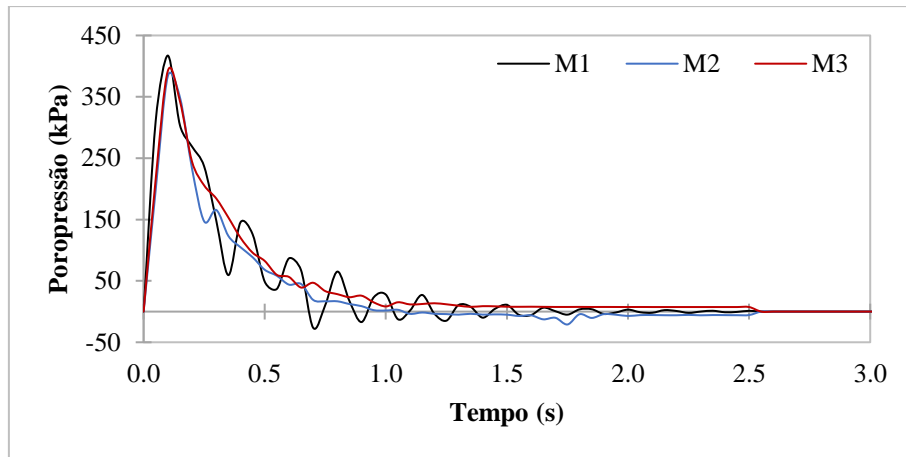
(a)



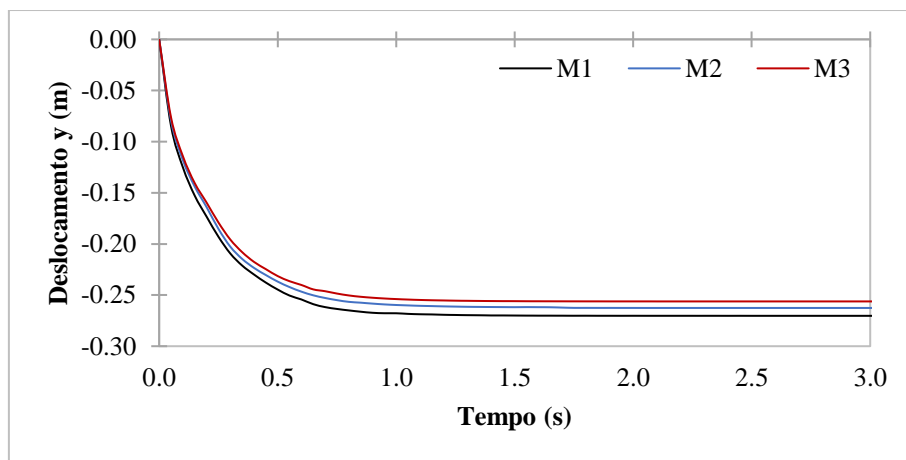
(b)

**Figura 4.8.** Consolidação unidimensional – Influência da quantidade de Pontos Materiais (PM): (a) poropressão e (b) deslocamento

Finalmente, o mesmo problema foi modelado numericamente com três configurações diferentes (M1=66 elementos, M2=264 e M3=1716). Como ilustrado na Figura 4.9, os resultados não variam significativamente com o refinamento da malha, porém, como explicado em outros estudos (Toro Rojas, 2019), em problemas de maiores dimensões a malha tem uma grande influência nos resultados.



(a)

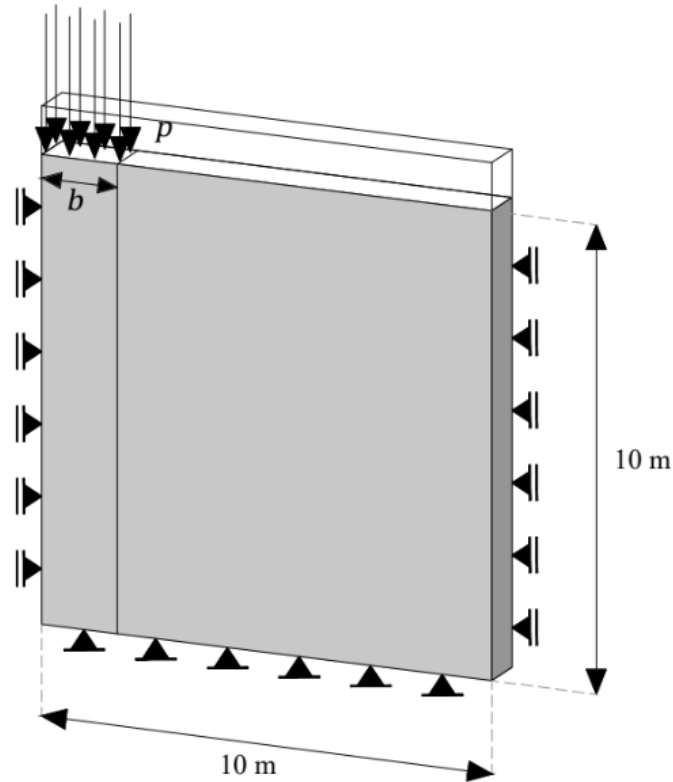


(b)

**Figura 4.9.** Consolidação unidimensional – Influência do refinamento de malha: (a) poropressão e (b) deslocamentos

#### 4.4 CONSOLIDAÇÃO 2D

No segundo problema de consolidação analisado, uma camada infinita de argila foi submetida a um carregamento distribuído aplicado no instante  $t = 0$  em condições de deformação plana. A argila se encontrava totalmente saturada e a saída da água foi permitida apenas pela superfície (Figura 4.10).



**Figura 4.10.** Problema de consolidação bidimensional

Segundo Biot (1941) o deslocamento na superfície do problema ( $w_s$ ) pode ser obtido por meio da expressão:

$$w_s = 2ap \left( \frac{c_v t}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ f \left( \frac{x+b}{(c_v t)^{\frac{1}{2}}} \right) - f \left( \frac{x-b}{(c_v t)^{\frac{1}{2}}} \right) \right] \quad (4.7)$$

Com:

$$f(\xi) = \frac{1}{4\pi^{\frac{1}{2}}} \xi \log \left( 1 + \frac{4}{\pi \xi^2} \right) + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{\frac{1}{\pi^{\frac{1}{2}} \xi}}{2} \right) + \frac{\xi}{2\pi^{\frac{1}{2}}(3.24 + \xi^2)} \quad (4.8)$$

E:

$$a = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \quad (4.9)$$

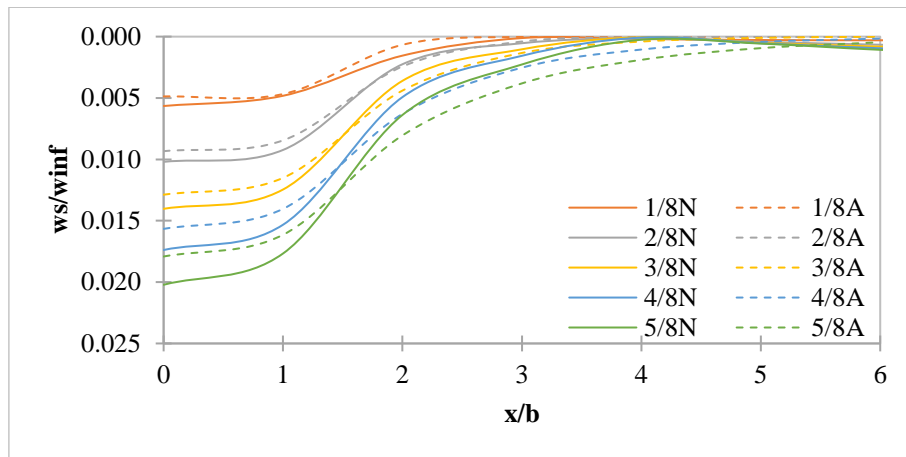


Sendo  $E$  o módulo de Young e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

Na Figura 4.11 é comparada a solução analítica e numérica do problema, apresentada em termos de distância ao eixo da simetria ( $x/b$ ) versus o deslocamento normalizado ( $w_s/w_{inf}$ ) para diferentes fatores de tempo  $T$ , calculado com as expressões:

$$w_{inf} = \frac{a p l}{4\sqrt{\pi}} \quad T = \frac{(c_v t)^2}{l}$$

Sendo  $l$  a largura total do carregamento ( $l = 2b$ ) e  $w_{inf}$  o deslocamento uniforme inicial que a superfície sofreria se a carga se estendesse de  $x = -\infty$  até  $x = +\infty$ .

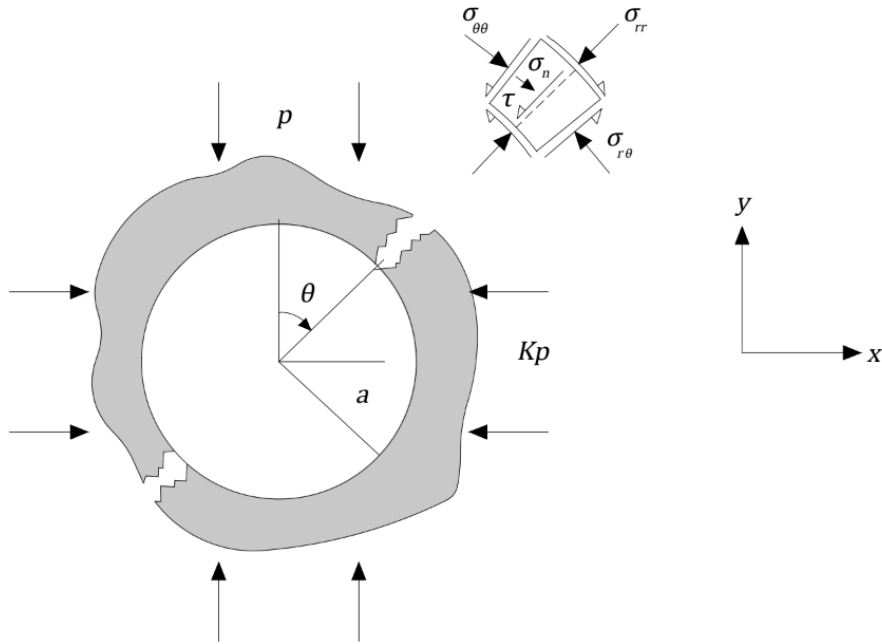


**Figura 4.11.** Consolidação bidimensional – Solução analítica (A) e numérica (N)

Observa-se que os resultados numéricos são satisfatórios em relação à solução analítica. As pequenas diferenças entre um e outro resultado são devidas às oscilações próprias dos pontos materiais e ao fato de que o problema numérico analisado tem um domínio finito enquanto a solução analítica é resolvida para um espaço semi-finito.

#### 4.5 SOLUÇÃO DE KIRSCH

A solução de Kirsch (1898) foi uma das primeiras soluções analíticas utilizadas para estudar o efeito de escavações circulares num meio elástico infinito regido por um estado de tensões planas e submetido a um estado de tensões principais (Figura 4.12).



**Figura 4.12.** Tensões ao redor de um poço (Brady & Brown, 2005)

Segundo Kirsch (1898) o estado de tensões na parede do poço pode ser calculado com as seguintes equações:

$$\sigma_r = \frac{p}{2} \left[ (1 + K_0) \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + (1 - K_0) \left( 1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (4.10)$$

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2} \left[ (1 + K_0) \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - (1 - K_0) \left( 1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (4.11)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{p}{2} \left[ -(1 - K_0) \left( 1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \right] \quad (4.12)$$

Sendo  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  e  $\tau_{r\theta}$  as tensões radial, tangencial e cisalhante respectivamente,  $\theta$  o ângulo medido no sentido anti-horário no plano  $xy$  e a partir da direção  $y$ ,  $r$  a distância radial a partir do eixo do poço,  $p$  a tensão aplicada,  $a$  o raio do poço e  $K_0$  a razão entre tensão maior e menor.

Adotando as hipóteses simplificadoras de um meio homogêneo, isotrópico e contínuo com comportamento elástico e linear, podem se escrever as Equações 4.10, 4.11 e 4.12 na forma:

$$\sigma_r = p \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (4.13)$$

$$\sigma_\theta = p \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (4.14)$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (4.15)$$

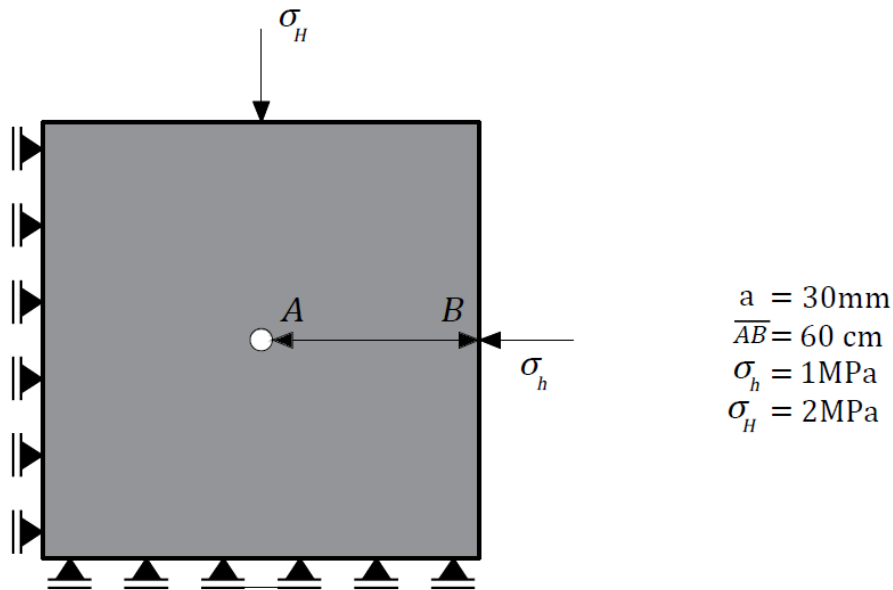
Observa-se que, considerando as simplificações, as tensões não dependem do ângulo  $\theta$ . Kirsch demonstrou que as tensões radial e tangencial correspondem às tensões principais menor e maior enquanto a tensão cisalhante é igual a zero.

Em relação à deformabilidade do maciço, os deslocamentos podem ser calculados segundo:

$$u_r = -\frac{1}{4} \frac{p + K_0 p}{G} \left( \frac{a^2}{r} \right) - \frac{1}{4} \frac{p - K_0 p}{G} \left( \frac{a^2}{r} \right) \left( 4 - 4\nu - \frac{a^2}{r} \right) \cos 2\theta \quad (4.16)$$

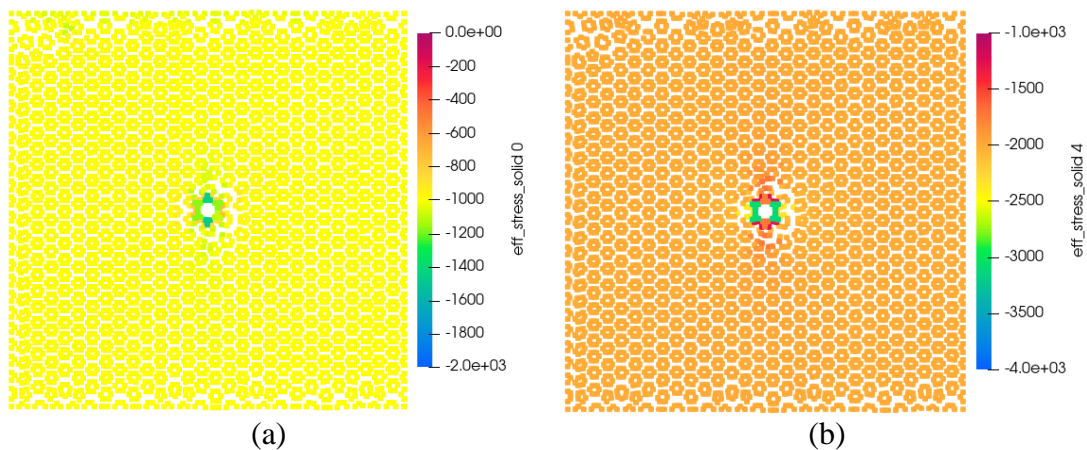
$$u_\theta = \frac{1}{4} \frac{p - K_0 p}{G} \left( \frac{a^2}{r} \right) \left( 2(1 - 2\nu) + \frac{a^2}{r} \right) \sin 2\theta \quad (4.17)$$

A geometria e condições utilizadas para reproduzir numericamente o problema supracitado são apresentadas na Figura 4.13. Foi adotado um Modulo de Young de 8.0 GPa e um coeficiente de Poisson de 0.15.



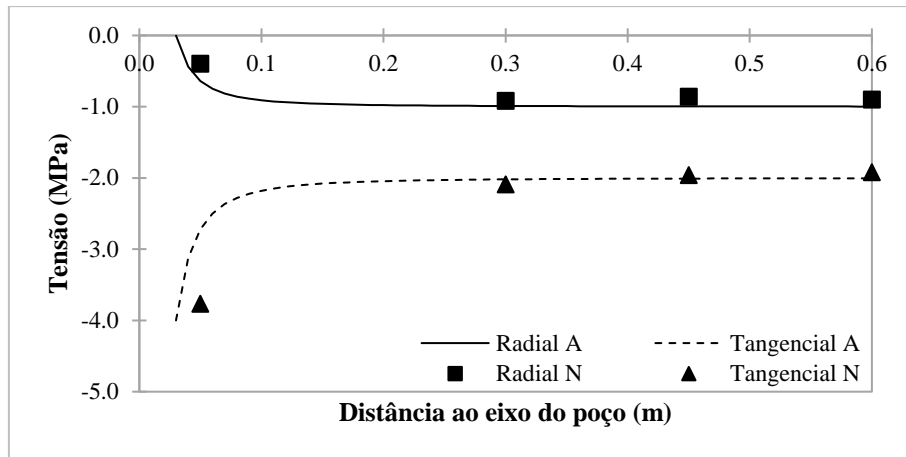
**Figura 4.13.** Solução de Kirsch – Esquema do problema

Na discretização foram empregados três pontos materiais por célula e uma malha de 2314 elementos triangulares estruturados de 0.4 m. Foram restringidos os deslocamentos na base e no lateral esquerdo do problema. Os resultados são ilustrados na Figura 4.14 em que se destaca a concentração de tensões nas proximidades da parede do poço.

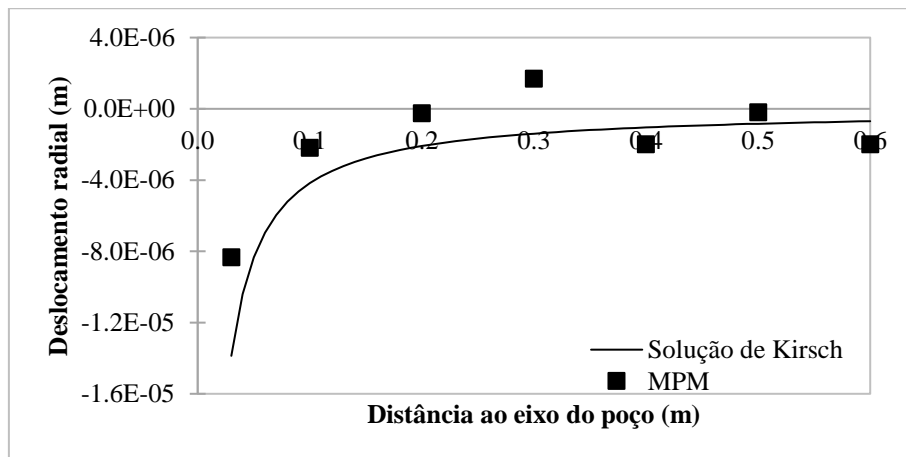


**Figura 4.14.** Solução de Kirsch – Resultados da modelagem numérica: (a) Tensão horizontal (kPa) e (b) vertical (kPa)

Os resultados analíticos calculados com as Equações 4.13, 4.14 e 4.16 e os obtidos com o MPM são comparados na Figura 4.15 e Figura 4.16. Observa-se que os valores numéricos são satisfatórios o que permite validar o algoritmo de escavação do Anura3D.



**Figura 4.15.** Solução de Kirsch – Solução analítica (A) e numérica (N) para as tensões radial e tangencial

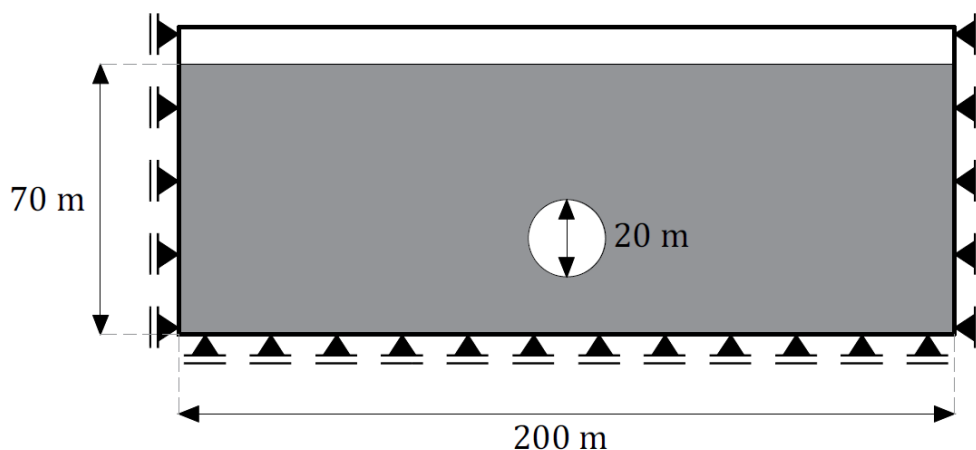


**Figura 4.16.** Solução de Kirsch – Solução analítica (A) e numérica (N) para o deslocamento radial

#### 4.6 RECALQUES SUPERFICIAIS

A alteração no estado de tensão devido à escavação de um túnel gera também recalques superficiais que podem ser estimados por soluções empíricas, analíticas e numéricas. No problema estudado foi utilizada a geometria apresentada na Figura 4.17 em que um túnel de 20 m de diâmetro é escavado num maciço rochoso de 70 m de profundidade.

Foram restringidos os deslocamentos na base e nas laterais do problema. Foi admitido um material com comportamento elástico e linear com Modulo de Young de 8.0 GPa e um coeficiente de Poisson de 0.15.



**Figura 4.17.** Recalques superficiais – Esquema do problema

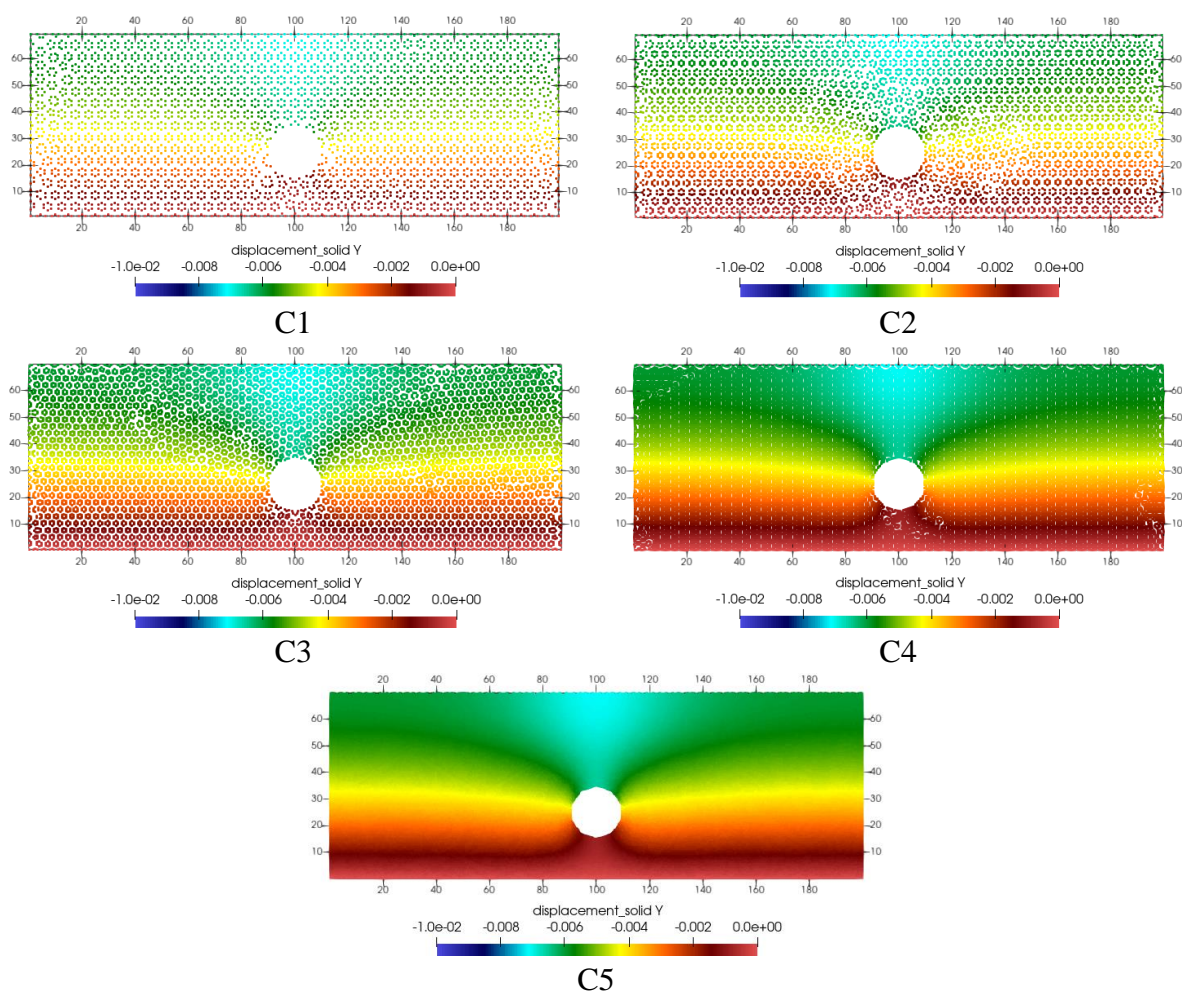
#### 4.6.1 CONVERGÊNCIA DE MALHA

Antes de fazer as análises é feito um estudo de convergência de malha para encontrar o número de células a serem empregadas nas simulações sem afetar o resultado. Na Tabela 4.3 é apresentada a identificação das simulações e o número de elementos (tetraedros), nós e pontos materiais por célula (PM) utilizados em cada uma delas.

**Tabela 4.3.** Convergência da malha

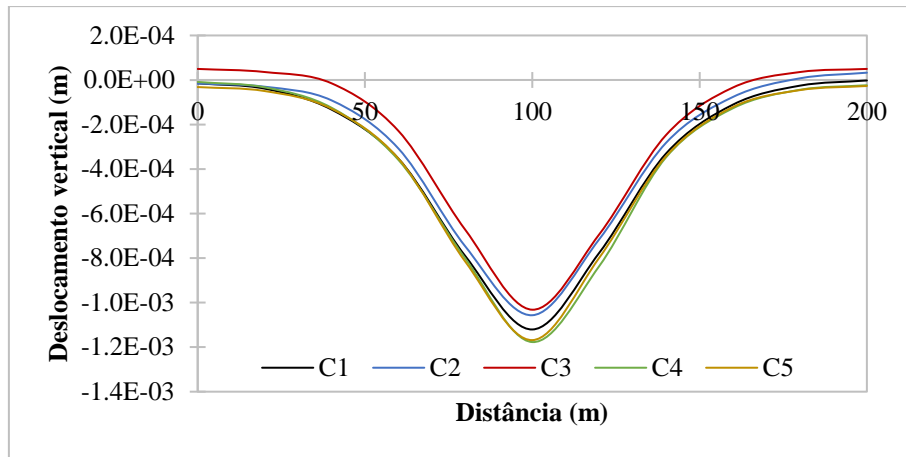
<b>Código</b>	<b>Tamanho Elemento (m)</b>	<b># Elementos</b>	<b># Nós</b>	<b># PM</b>
C1	5	1566	842	3
C2	4	2248	1191	3
C3	3	3893	2028	3
C4	2	8240	4230	3
C5	1	32212	16301	3

Na Figura 4.18 pode-se observar o resultado das análises com as cinco configurações estudadas. Com as malhas mais grossas (C1-C2) os deslocamentos verticais são menores se comparados com as malhas mais refinadas (C4-C5), onde os deslocamentos são maiores e se concentram no centro do maciço rochoso, justamente acima da caverna.



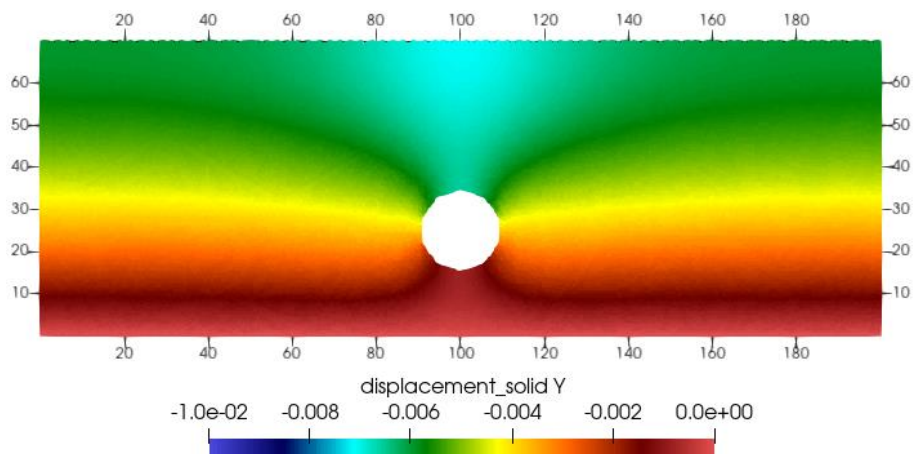
**Figura 4.18.** Convergência da malha – Discretização e deslocamento vertical (m) com as cinco configurações

Foram selecionados cinco pontos materiais ao longo da linha de referência da Figura 4.19 com a finalidade de comparar a magnitude dos deslocamentos verticais em cada uma das configurações. Observa-se que, ao refinar a malha, os deslocamentos finalmente convergem nas simulações C4 e C5. Assim, as análises apresentadas posteriormente são executadas utilizando a configuração C4.



**Figura 4.19.** Convergência da malha – Deslocamentos verticais na superfície

Assim, os resultados da modelagem numérica em termos de deslocamento vertical, utilizando o MPM, são ilustrados na Figura 4.20.

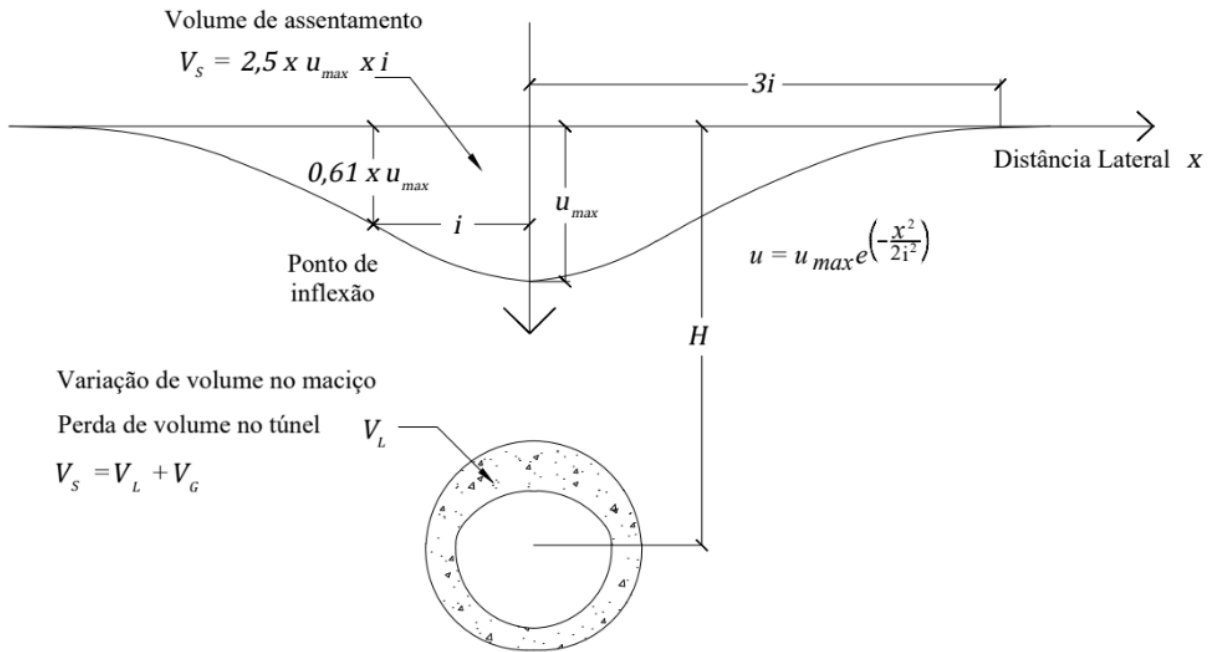


**Figura 4.20.** Recalques superficiais – Resultados da modelagem numérica: Deslocamento vertical (m)

#### 4.6.2 SOLUÇÃO EMPÍRICA DE PECK (1969)

As observações e estudos do professor Ralph B. Peck resultaram numa formulação empírica que permite estimar os assentamentos superficiais provocados pela escavação de um túnel. Peck (1969) sugeriu que a forma de esses recalques se assemelha a uma curva Gaussiana definida pela Equação 4.18 e a Figura 4.21:





**Figura 4.21.** Modelo empírico de Peck (Pinto & White, 2014 *apud* Ferrão, 2018)

$$u = u_{m\acute{a}x} e^{\left(\frac{-x^2}{2i^2}\right)} \quad (4.18)$$

Sendo  $u$  o recalque em um ponto a partir do eixo transversal,  $u_{m\acute{a}x}$  o deslocamento vertical máximo,  $x$  a distância ao eixo do túnel e  $i$  a distância horizontal ao ponto de inflexão da curva. Diferentes autores têm sugerido expressões empíricas para determinação do  $i$  como listado na Tabela 4.4.

**Tabela 4.4.** Distância horizontal ao ponto de inflexão (Adaptado de Acosta, 2007)

Referência	$i$	Observação
Peck (1969)	$\frac{i}{R} = \left(\frac{z_0}{2R}\right)^n$ $n = 0,8 - 1,0$	Observações de campo
Attewel & Farmer (1974)	$\frac{i}{R} = \left(\frac{z_0}{2R}\right)^n$ $n = 1,0$	Observações de campo de túneis no Reino Unido
Clough & Schmidt (1981)	$\frac{i}{R} = \left(\frac{z_0}{2R}\right)^n$ $n = 0,8$	Observações de campo de túneis no Reino Unido
O'Reilly & New (1982)	$i = 0,43z_0, 1,1m$ <i>solos coesivos</i> $3 \leq z_0 \leq 34m$  <i>solos granulares</i> $6 \leq z_0 \leq 10m$	Observações de campo de túneis no Reino Unido

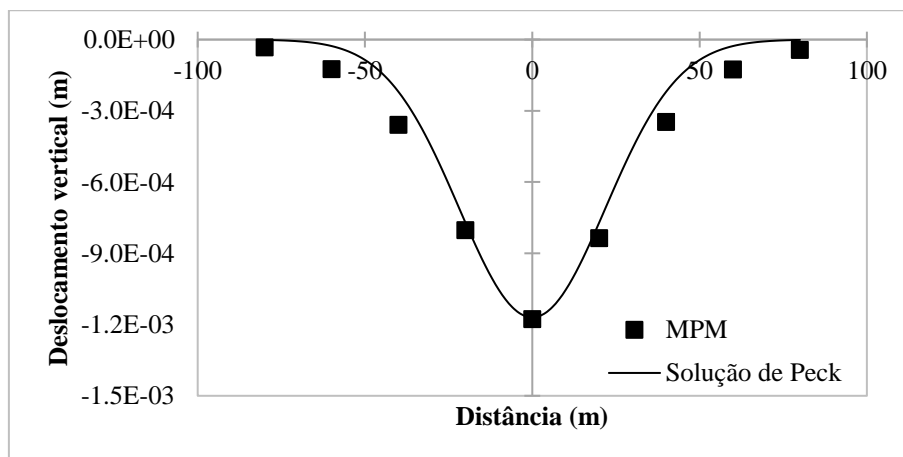
Referência	$i$	Observação
Atkinson & Potes (1977)	$i = 0,25(z_0 + R)$ <i>arena fofa</i>  $i = 0,25(1,5z_0 + 0,5R)$ <i>arena densa e argila sobreadensada</i>	Observações de campo e ensaios em modelos
Leach (1985)	$i = (0,57 + 0,45z_0) \pm 1,01m$	Regiões onde os efeitos do adensamento são insignificantes
Mair <i>et al.</i> (1983)	$i = 0,5z_0$	Observações de campo e ensaios em centrífuga

O deslocamento máximo pode ser calculado considerando a expressão:

$$u_{m\acute{a}x} = \frac{V_s}{i\sqrt{2\pi}} \quad (4.19)$$

Com  $V_s$  sendo o volume da subsidência na superfície induzida pela escavação do túnel.

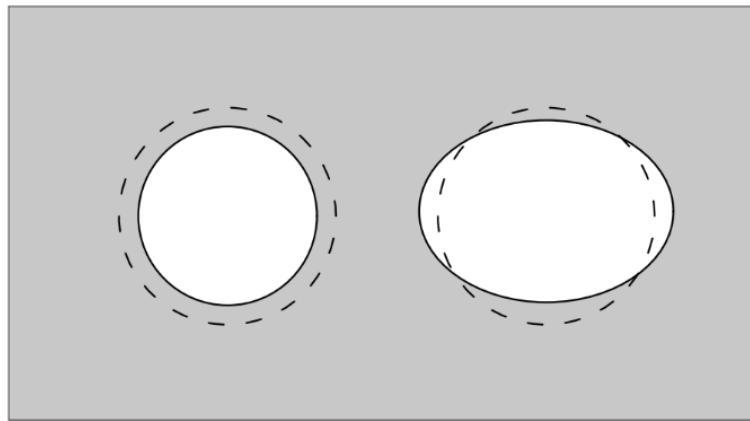
Na Figura 4.22 são apresentados os resultados da solução empírica de Peck para o problema da Figura 4.17, juntamente com os resultados da solução numérica obtidos através do MPM. A comparação entre os dois resultados mostrou uma notável congruência e proximidade entre as abordagens empírica e numérica, permitindo confirmar a robustez do Anura e do MPM na avaliação de recalques superficiais em cenários de escavação de túneis.



**Figura 4.22.** Recalques superficiais – Solução empírica e numérica

### 4.6.3 SOLUÇÃO ANALÍTICA DE VERRUIJT (1997)

Verruijt & Booker (1996) e Verruijt (1997) apresentaram uma aproximação de uma solução analítica para problemas em um semiplano elástico contendo um túnel circular sujeito a uma deformação específica. Os autores levaram em consideração o efeito circular da escavação, a aplicação do coeficiente de Poisson e o efeito da ovalização na abertura de um túnel como ilustrado na Figura 4.23.



**Figura 4.23.** Recalques superficiais – Solução analítica: deslocamento radial e ovalização (Verruijt & Booker, 1996)

A seguir, apresenta-se a formulação geral da solução analítica de Verruijt & Booker (1996) utilizando como referência o trabalho de Rodriguez, 2014.

Para descrever o efeito circular da escavação, a solução proposta descreve a perda de solo:

$$u_r = \frac{\varepsilon R^2}{r} \quad (4.20)$$

Sendo  $u_r$  o deslocamento radial e  $\varepsilon$  um parâmetro que indica o deslocamento relativo da superfície do túnel no caso de deslocamento radial uniforme.  $R$  é o raio do túnel. As componentes horizontal e vertical do deslocamento são:

$$u_x = -\frac{\varepsilon R^2 x}{r^2} \quad (4.21)$$

$$u_z = -\frac{\varepsilon R^2 z}{r^2} \quad (4.22)$$

As tensões são calculadas usando a lei de Hooke numa condição plana de deformações:

$$\frac{\sigma_{xx}}{2\mu} = \frac{\varepsilon R^2}{r^4} (x^2 - z^2) \quad (4.23)$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{2\mu} = \frac{\varepsilon R^2}{r^4} (z^2 - x^2) \quad (4.24)$$

$$\frac{\sigma_{xz}}{2\mu} = \frac{\varepsilon R^2}{r^4} 2xz \quad (4.25)$$

Sendo  $\mu$  o módulo cisalhante do material elástico.

Para descrever a ovalização considera-se:

$$u_x = \frac{\delta R^2 x (x^2 - kz^2)}{r^4} \quad (4.26)$$

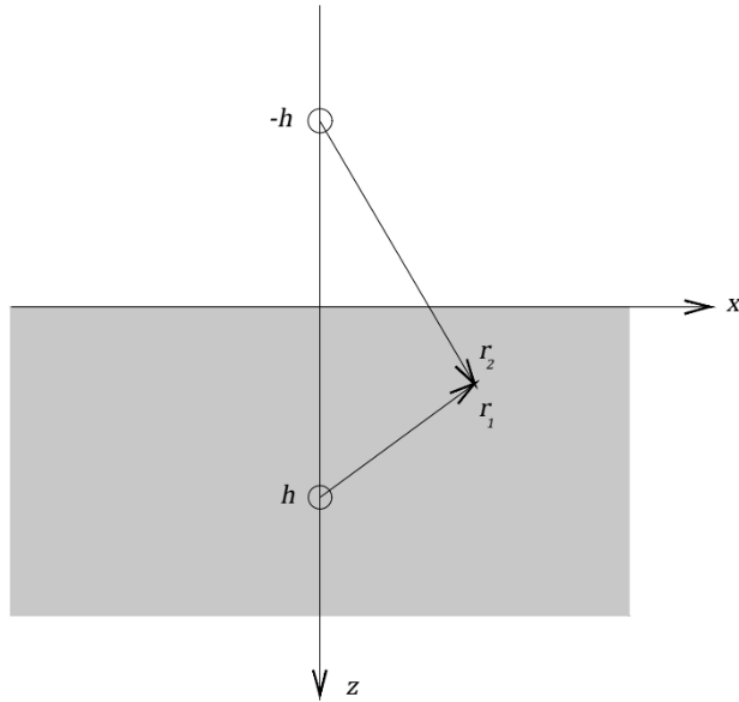
$$u_z = \frac{\delta R^2 z (kx^2 - z^2)}{r^4} \quad (4.27)$$

Sendo  $\delta$  um parâmetro que indica o deslocamento relativo da superfície do túnel no caso de ovalização e:

$$k = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad (4.28)$$

Com  $\nu$  sendo o coeficiente de Poisson.

Considerando a perda de solo e a ovalização para os pontos  $x = 0, z = h$  e  $x = 0, z = -h$  (Figura 4.24):



**Figura 4.24.** Singularidade (Verruijt & Booker, 1996)

$$u_x = -\varepsilon R^2 \left( \frac{x}{r_1^2} + \frac{x}{r_2^2} \right) + \delta R^2 \left( \frac{x(x^2 - kz_1^2)}{r_1^4} + \frac{x(x^2 - kz_2^2)}{r_2^4} \right) \quad (4.29)$$

$$u_z = -\varepsilon R^2 \left( \frac{z_1}{r_1^2} + \frac{z_2}{r_2^2} \right) + \delta R^2 \left( \frac{z_1(kx^2 - z_1^2)}{r_1^4} + \frac{z_2(kx^2 - z_2^2)}{r_2^4} \right) \quad (4.30)$$

Na Equação 4.29 e 4.30  $z_1 = z - h$  e  $z_2 = z + h$ ,  $r_1$  e  $r_2$  são distâncias desde o ponto de singularidade e sua imagem, e  $h$  é a profundidade até a superfície do eixo do túnel.

As tensões normais  $\sigma_{zz}$  induzidas pelas duas soluções são iguais e se somam a:

$$z = 0 : \sigma_{zz} = q(x) = -4\mu\varepsilon R^2 \frac{x^2 - h^2}{(x^2 + h^2)^2} - \frac{8\mu m \delta R^2}{m + 1} \cdot \frac{h^2(3x^2 - h^2)}{(x^2 + h^2)^3} \quad (4.31)$$

Sendo  $m$  uma constante elástica auxiliar relacionada ao coeficiente de Poisson:

$$m = \frac{1}{1 - 2\nu} \quad (4.32)$$

Para satisfazer a condição em que  $\sigma_{zz} = 0$  em  $z = 0$ , Verruijt & Booker (1996) adicionaram uma terceira solução para equilibrar a distribuição de tensão  $q(x)$ , considerando um problema de Boussinesq para um semiplano  $z > 0$  com as condições de contorno da Equação 4.33.

$$z = 0 : \sigma_{zz} = -q(x), \sigma_{xz} = 0 \quad (4.33)$$

Esse tipo de problema pode ser resolvido com a transformada de Fourier. Se a função de carga é  $q(-x) = q(x)$ , a solução do problema com as condições da Equação 4.33 pode ser escrita como:

$$u_x = \int_0^{\infty} C(1 - maz) \exp(-az) \text{sen}(ax) da \quad (4.34)$$

$$u_z = - \int_0^{\infty} C(1 + m + maz) \exp(-az) \text{cos}(ax) da \quad (4.35)$$

E  $C$  sendo definida pela integral:

$$C = - \frac{1}{m\pi\mu} \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} q(x) \text{cos}(ax) dx \quad (4.36)$$

Sendo  $q(x)$  definida na Equação 4.31:

$$C = - \frac{2\varepsilon R^2}{m} \exp(-ah) - \frac{2\delta R^2}{m+1} ah \exp(-ah) \quad (4.37)$$

Substituindo nas Equações 4.34 e (4.35):

$$u_x = - \frac{2\varepsilon R^2 x}{m} \left( \frac{1}{r_2^2} + \frac{2mzz_2}{r_2^4} \right) - \frac{2\delta R^2 xh}{m+1} \left( \frac{z_2}{r_2^4} + \frac{mz(x^2 - 3z_2^2)}{r_2^6} \right) \quad (4.38)$$

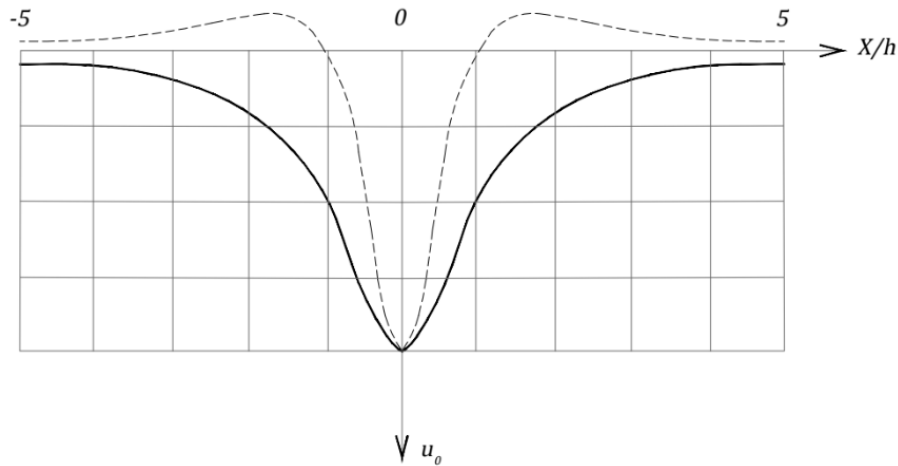
$$u_z = \frac{2\varepsilon R^2}{m} \left( \frac{(m+1)z_2}{r_2^2} + \frac{mz(x^2 - z_2^2)}{r_2^4} \right) - 2\delta R^2 h \left( \frac{x^2 - z_2^2}{r_2^4} + \frac{m}{m+1} \frac{2zz_2(3x^2 - z_2^2)}{r_2^6} \right) \quad (4.39)$$

Assim, a solução completa do problema é a soma das Equações 4.29, 4.30, 4.38 e 4.39.

O recalque total  $u_0$  na superfície  $z = 0$ , pode ser calculado usando a Equação 4.39:

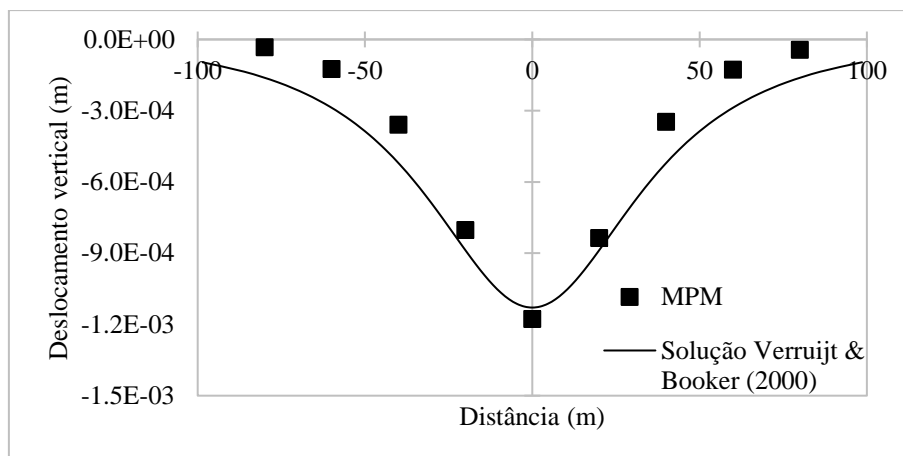
$$u_z = 2\varepsilon R^2 \frac{m+1}{m} \frac{h}{x^2 + h^2} - 2\delta R^2 \frac{h(x^2 + h^2)}{(x^2 + h^2)^2} \quad (4.40)$$

Na Figura 4.25 são ilustradas as duas superfícies de recalques. A linha contínua representa a convergência radial e a linha tracejada mostra o recalque pela ovalização do túnel.



**Figura 4.25.** Recalques superficiais – Convergência radial (linha contínua) e ovalização (linha tracejada) (Verruijt & Booker, 1996)

Devido à complexidade das soluções analíticas do professor Verruijt, foram disponibilizados programas que contêm as abordagens propostas para calcular, dentre outras variáveis de estado, as deformações e deslocamentos gerados pela escavação de um túnel (Verruijt & Delft, 2023). Valendo-se de ditas ferramentas, foram comparados os resultados obtidos analiticamente e com MPM (Figura 4.26). Como mencionado por Rodriguez (2014), com a solução analítica são obtidos perfis de deformação maiores aos produzidos pela escavação de um túnel, tal e como foi observado na comparação das duas abordagens.

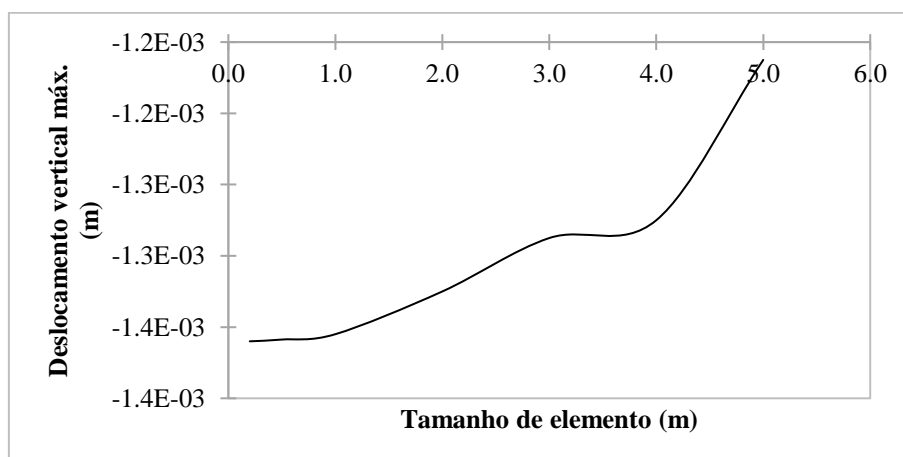


**Figura 4.26.** Recalques superficiais – Solução analítica e numérica

#### 4.6.4 SOLUÇÃO NUMÉRICA COM FEM

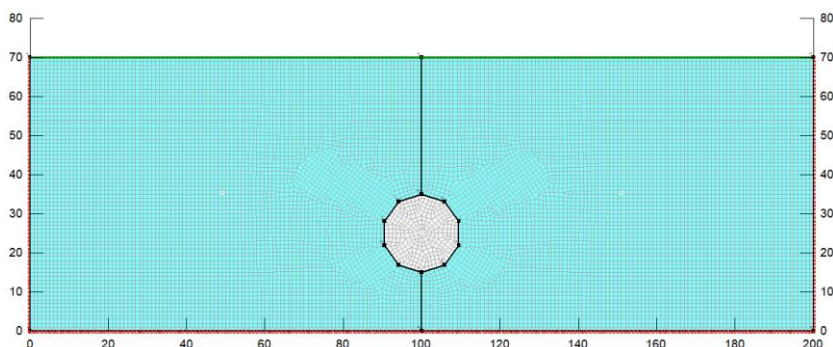
O problema da Figura 4.17 foi analisado a partir de procedimentos numéricos solucionados pelo Método dos Elementos Finitos (FEM) utilizando o *software* SIGMA/W, produzido pela empresa GeoStudio (2022). Inicialmente foi feito um estudo de convergência de malha para definir o tamanho do elemento a ser utilizado na discretização do domínio. O resultado, apresentado na Figura 4.27, mostra uma convergência nos deslocamentos verticais na ordem de  $10^{-5}$  a partir da malha com elementos de 1 m.

Assim, a configuração final do modelo numérico em FEM é ilustrada na Figura 4.28. Foram gerados 13904 elementos quadrados e triangulares de 1 m e foram restringidos os deslocamentos na base e nas laterais do problema.



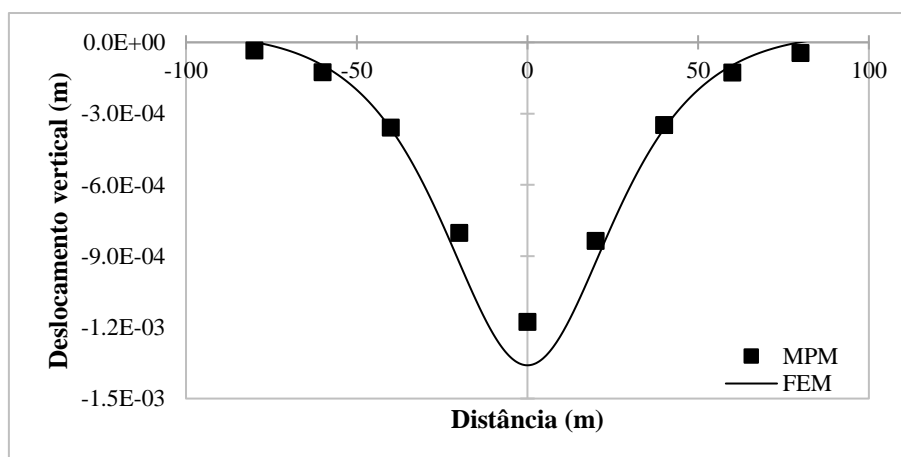
**Figura 4.27.** Recalques superficiais – Convergência de malha no FEM





**Figura 4.28.** Recalques superficiais – Modelo numérico em FEM

A comparação dos resultados obtidos por meio do FEM e do MPM é apresentada na Figura 4.29. Neste caso é importante destacar a considerável influência do tamanho dos elementos de malha empregadas em ambas as abordagens. Tanto no FEM quanto no MPM, o dimensionamento dos elementos de malha é fundamental na precisão e resolução das simulações. No entanto, apesar das diferenças inerentes nas metodologias, os resultados obtidos com ambas as abordagens demonstraram uma grande proximidade.



**Figura 4.29.** Recalques superficiais – Solução numérica com FEM e MPM

## 4.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As validações apresentadas neste capítulo demonstraram a confiabilidade e capacidade do Método do Ponto Material (MPM) e do *software* Anura3D, para simular numericamente diversos problemas geotécnicos. As avaliações numéricas apresentadas, que incluíram deslizamento de blocos em um plano inclinado, consolidação 1D de Terzaghi, consolidação 2D de Biot e escavação de túneis em um meio elástico e linear, produziram resultados consistentes com soluções empíricas e analíticas bem estabelecidas.

A análise do deslizamento de blocos em um plano inclinado mostrou a capacidade do *software* em representar com precisão deslizamentos e lidar com interações de contato. A correspondência entre os resultados numéricos e analíticos corroborou a precisão do *software* na simulação desses cenários. Da mesma forma, os problemas de consolidação de Terzaghi e Biot evidenciaram eficácia do Anura3D para lidar com problemas acoplados. Análises complementares para entender o efeito do *damping* e do tamanho da malha também foram realizadas, para melhorar a compreensão de sua influência nos resultados.

A solução de Kirsch e os cenários de recalques superficiais validaram o algoritmo de escavação implementado no Anura3D, demonstrando sua capacidade de simular com acurácia a distribuição de tensões e deslocamentos ao redor da escavação. A convergência dos resultados das soluções empíricas e analíticas com as simulações numéricas destacou novamente a robustez do *software* e a confiabilidade do MPM.

Conclui-se que as validações apresentadas fornecem uma base sólida para continuar com as análises dos próximos capítulos, onde modelos numéricos serão elaborados para entender o comportamento dos sistemas cársticos.

# CAPÍTULO 5

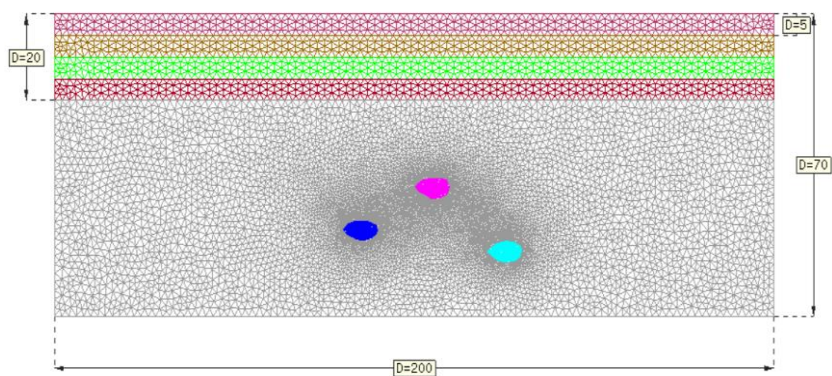
## 5. MODELAGEM NUMÉRICA DE FEIÇÕES CÁRSTICAS

Conforme explorado no Capítulo 2, existem diversos mecanismos que contribuem para a formação de feições cársticas. Dando continuidade a essa discussão, este capítulo apresenta uma avaliação dos mecanismos de subsidência e colapso induzidos pela instabilidade de cavidades subterrâneas, um fenômeno condicionado pela dissolução, propriedades geomecânicas e espessuras das rochas. Esta seção introduz três modelos numéricos desenvolvidos com o Método do Ponto Material, com o objetivo de avaliar os impactos associados à formação e ao potencial desenvolvimento de cavernas. Os resultados são utilizados para a realização de uma análise paramétrica subsequente, a qual investiga o tamanho e a profundidade das feições cársticas em questão.

### 5.1 ESTUDO DE CASO: TRÊS CAVERNAS

Mattos (2019) apresentou uma modelagem numérica elastoplástica de um meio poroso deformável com formação de carste. O estudo teve como objetivo analisar os impactos nas camadas capeadoras dos reservatórios de petróleo devido à geração de feições cársticas. Foi observado o campo de deformações, identificando possíveis regiões de ruptura por cisalhamento e verificando a convergência dos topos e das bases das cavernas. O estudo foi motivado pelo impacto da formação dessas cavidades na porosidade e permeabilidade da rocha, além dos problemas relacionados à perda de pressão e aos recalques em estruturas da indústria petrolífera.

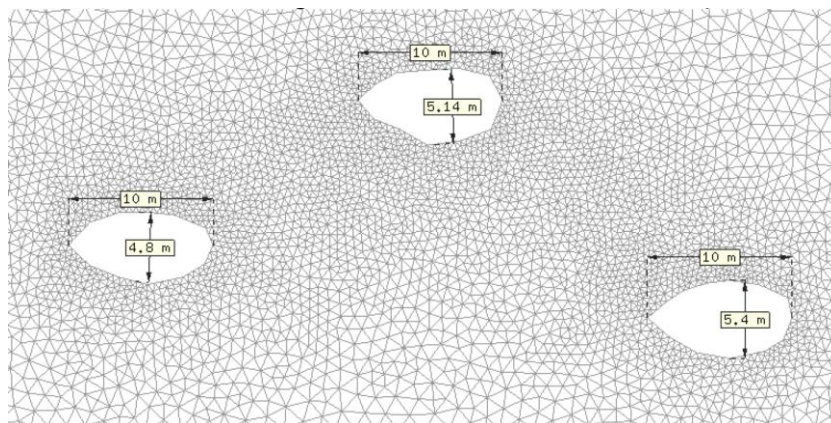
Neste contexto, a autora construiu um modelo de referência com uma camada de rocha de 70 m de espessura, estratificada em cinco camadas. As camadas mais superficiais, com 5 m de espessura, representavam as rochas capeadoras, e a camada inferior, com 50 m, era o local de formação das feições cársticas (Figura 5.1). A autora simplificou o processo de formação das cavernas, assumindo que, na camada onde se formam, não ocorriam fraturas ou heterogeneidades litológicas.



**Figura 5.1.** Geometria de referência (Mattos, 2019)

No modelo numérico de Mattos (2019), foi utilizada uma malha de elementos finitos do tipo triangular linear não estruturada, composta por 9639 nós e 19002 elementos. Os deslocamentos na base e nas faces laterais foram restringidos, enquanto na face superior foi prescrita uma tensão vertical em rampa de até 11.2 MPa, equivalente ao peso próprio das camadas sedimentares acima das rochas.

Na camada inferior da Figura 5.1 foi considerada a geração de três cavernas escavadas simultaneamente à aplicação da carga. Cada cavidade apresentava aproximadamente 10 m de abertura lateral e 5 m de altura, como mostrado na Figura 5.2.



**Figura 5.2.** Geometria de referência – Tamanho das feições cársticas (Mattos, 2019)

Com esse cenário de referência foram simulados dois casos. O primeiro utilizou o modelo elástico perfeitamente plástico com critério de ruptura de Mohr-Coulomb, e o segundo adotou o mesmo critério, mas considerando o amolecimento dos parâmetros de resistência. Os parâmetros utilizados em cada cenário são apresentados nas Tabela 5.1 e Tabela 5.2.

**Tabela 5.1.** Propriedades das rochas – Cenário 1 (Mattos, 2019)

Rocha	$c$ (MPa)	$\phi$ (°)	$E$ (GPa)	$\nu$	$n$ (%)
1	3.17	23	10.4	0.30	15
2	4	23	8.0	0.15	16
3	2	30	9.5	0.30	15
4	3.17	23	10.4	0.30	15
5	4	23	8.0	0.15	16

**Tabela 5.2.** Propriedades das rochas – Cenário 2 (Mattos, 2019)

Rocha	$c_p$ (MPa)	$c_r$ (MPa)	$\phi_p$ (°)	$\phi_r$ (°)	$E$ (GPa)	$\nu$	$n$ (%)
1	3.17	2	23	18	10.4	0.30	15
2	4	3	23	18	8.0	0.15	16
3	2	1	30	23	9.5	0.30	15
4	3.17	2	23	18	10.4	0.30	15
5	4	3	23	18	8.0	0.15	16

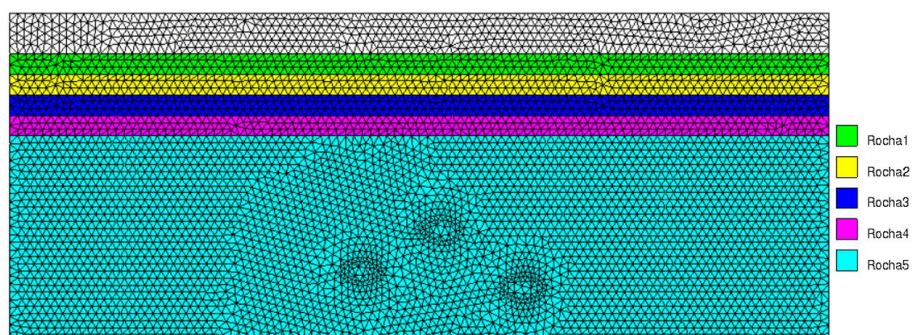
### 5.1.1 CONFIGURAÇÃO DO PROBLEMA

Ao configurar o modelo numérico para a análise de feições cársticas, foi considerada a geometria e estratificação da rocha utilizada por Mattos (2019) no modelo original. A reprodução foi feita utilizando o Método do Ponto Material, visando capturar o comportamento das rochas durante a formação do carste.

Para a discretização, optou-se por empregar três pontos materiais por célula, o que mostrou um equilíbrio eficiente entre a precisão dos resultados e a demanda computacional. A escolha de uma malha composta por 9330 elementos triangulares não estruturados, cada um com 2 m de lado, foi determinada considerando o estudo de convergência de malha apresentado no capítulo anterior. A Figura 5.3 ilustra a geometria com a estratificação das rochas e a malha de fundo.

Os deslocamentos foram restringidos tanto na base quanto nas faces laterais do modelo. Esta condição de contorno reflete o confinamento natural imposto pelas camadas rochosas adjacentes e pelo substrato, assegurando que o comportamento do modelo seja representativo das condições geomecânicas *in situ*.

A Tabela 5.3 apresenta os modelos constitutivos, parâmetros e condições utilizadas no MPM, de cada material indicado na Figura 5.3



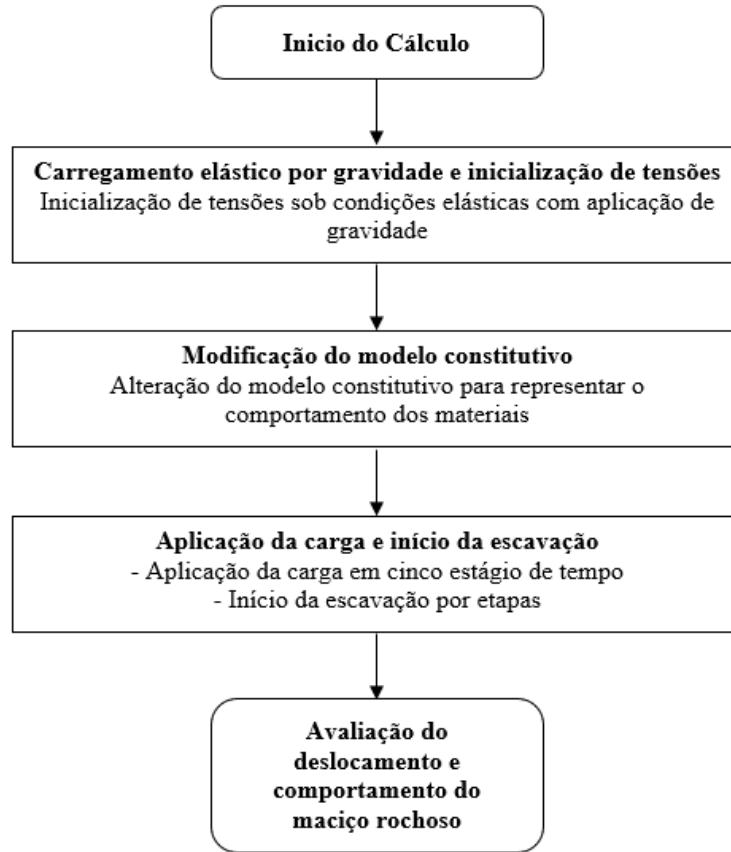
**Figura 5.3.** Três cavernas – Cenário base: geometria e malha do problema em MPM

**Tabela 5.3.** Propriedades das rochas – Parâmetros, modelos constitutivos e condições

Parâmetro	Unidade	Rocha 1	Rocha 2	Rocha 3	Rocha 4	Rocha 5
Modelo Constitutivo	-	MC/MCSS	MC/MCSS	MC/MCSS	MC/MCSS	MC/MCSS
Condição	-	Seca	Seca	Seca	Seca	Seca
Porosidade	-	0.15	0.16	0.15	0.15	0.16
Ângulo de atrito de pico	°	23	23	30	23	23
Ângulo de atrito residual	°	18	18	23	18	18
Coesão de pico	MPa	3.17	4	2	3.17	4
Coesão residual	MPa	2	3	1	2	3
Ângulo de dilatância de pico	°	0	0	0	0	0
Ângulo de dilatância residual	°	0	0	0	0	0
Fator de forma	-	500	500	500	500	500
Densidade do sólido	kg/m <sup>3</sup>	2500	2500	2500	2500	2500
Coefficiente de Poisson	-	0.30	0.15	0.30	0.30	0.15
Módulo de Young	GPa	10.4	8	9.5	10.4	8

### 5.1.2 MODELO NUMÉRICO

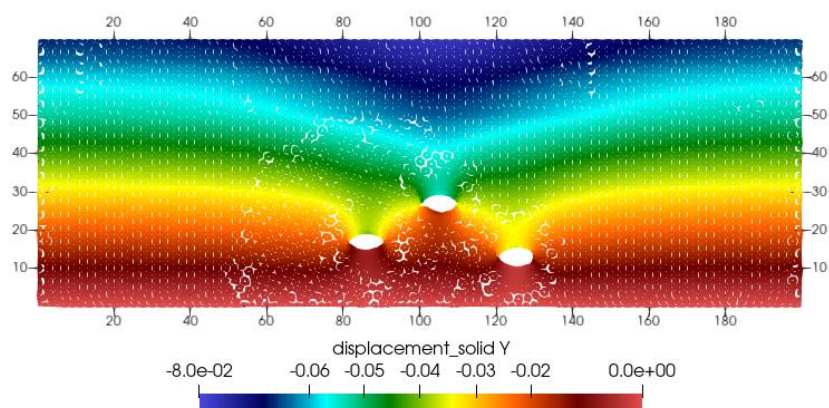
De maneira similar ao problema original de Mattos (2019), o modelo desenvolvido neste estudo adotou condições secas para todos os materiais. Foram empregados os mesmos modelos constitutivos, especificamente, o modelo elastoplástico com o critério de ruptura de Mohr-Coulomb (MC) e o Mohr-Coulomb com amolecimento (MCSS). A sequência dos passos de cálculo, é detalhada na Figura 5.4.



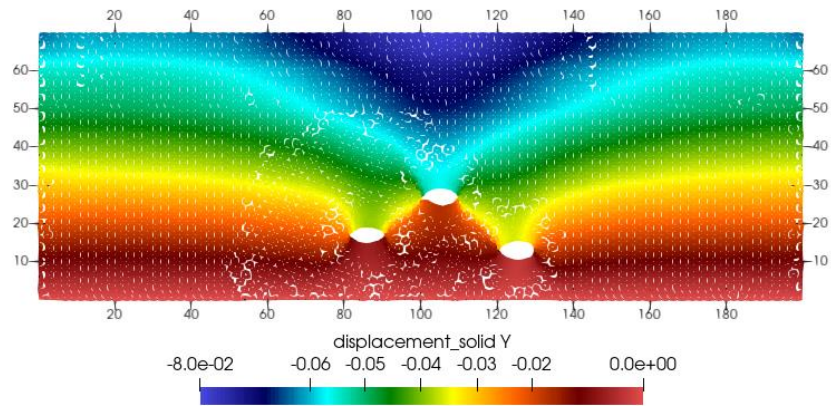
**Figura 5.4.** Modelo numérico – Etapas de cálculo

### 5.1.3 RESULTADOS

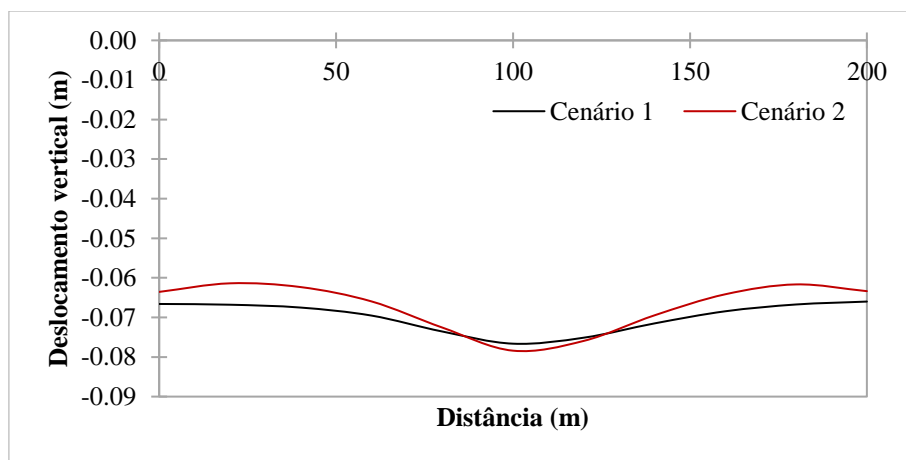
A análise dos deslocamentos verticais decorrentes da formação de feições cársticas e da aplicação de carga mostrou algumas diferenças com as diferentes condições de modelagem. A Figura 5.5 e Figura 5.6 ilustram os deslocamentos verticais para o Cenário 1 e Cenário 2, respectivamente, enquanto a Figura 5.7 apresenta os recalques medidos na superfície.



**Figura 5.5.** Três cavernas – Cenário 1: Deslocamento vertical (m)



**Figura 5.6.** Três cavernas – Cenário 2: Deslocamento vertical (m)



**Figura 5.7.** Três cavernas – Recalque no topo da geometria

Apesar da similaridade nos valores de deslocamento máximo no topo da geometria, com 7,091 cm no Cenário 1 e 7,268 cm no Cenário 2 (2.4% de diferença), uma análise mais detalhada do campo de deslocamento vertical revela diferenças entre os modelos constitutivos utilizados. Esta variação aponta que, embora os deslocamentos máximos sejam próximos, a distribuição e a extensão dos deslocamentos verticais ao longo da geometria são influenciadas pelo amolecimento dos parâmetros de resistência no Cenário 2.

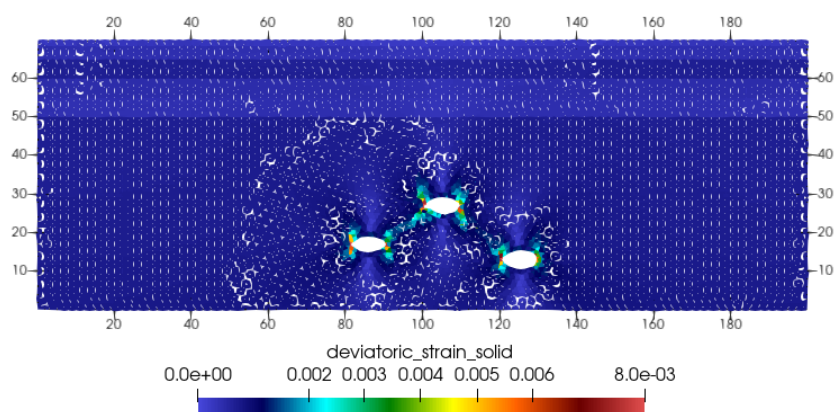
Adicionalmente, a distribuição espacial dos deslocamentos verticais indica áreas de maior ou menor estabilidade dentro do maciço rochoso. Para o Cenário 1 há um maior recalque na superfície e um menor deslocamento no topo das cavernas quando comparado com o Cenário 2, que concentra uma maior deformação acima das feições cársticas. Não obstante, a convergência das cavernas é muito próxima nos dois cenários conforme apresentado na Tabela 5.4.



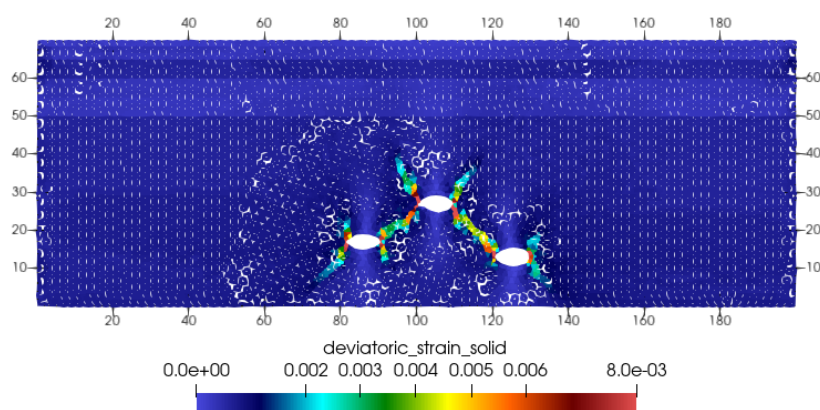
**Tabela 5.4.** Três cavernas – Convergência dos carstes

Cenário	Caverna 1		Caverna 2		Caverna 3	
	1	2	1	2	1	2
<b>Deslocamento Topo (m)</b>	0.036	0.035	0.051	0.053	0.033	0.033
<b>Deslocamento Base (m)</b>	0.003	0.004	0.013	0.014	0.002	0.001
<b>Convergência</b>	0.033	0.031	0.038	0.039	0.031	0.032
	6.0%		3.0%		4.6%	

A Figura 5.8 e Figura 5.9 ilustram a deformação desviadora para os Cenários 1 e 2, respectivamente, evidenciando a formação de zonas de cisalhamento ao redor e entre as cavidades. Essa deformação indica as áreas onde a estrutura rochosa está sendo cisalhada, o que pode levar a falhas. No Cenário 2 a zona de cisalhamento é muito mais definida, apontando uma maior susceptibilidade à formação de zonas de ruptura e áreas de maior deformação. Isso pode ser atribuído à progressiva degradação das propriedades mecânicas da rocha durante a análise.

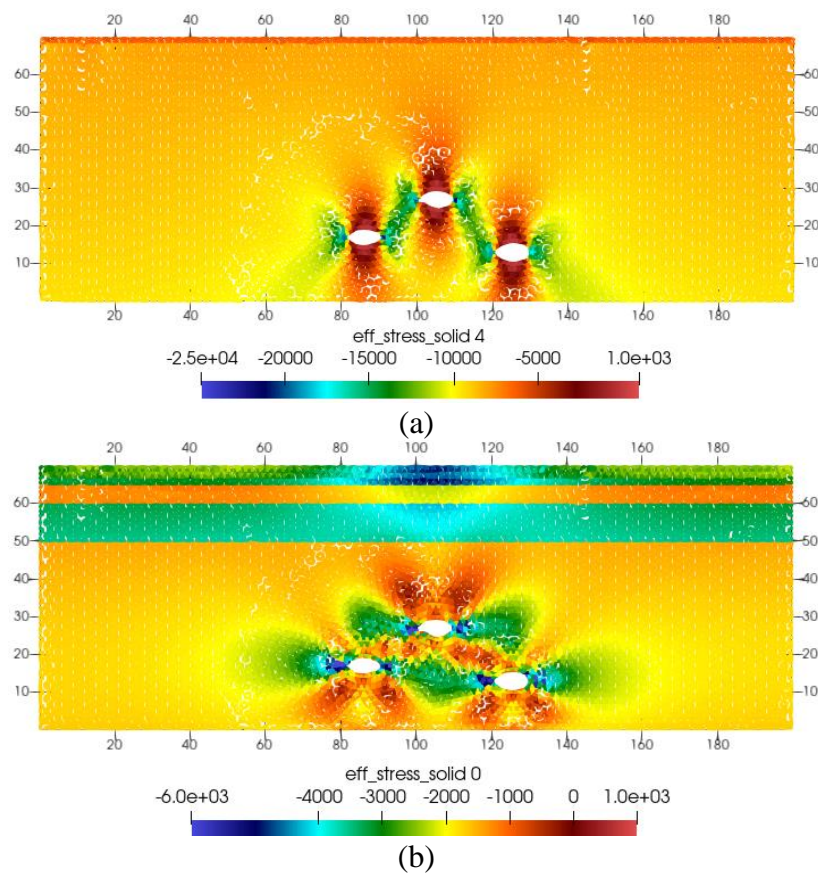


**Figura 5.8.** Três cavernas – Cenário 1: Deformação desviadora

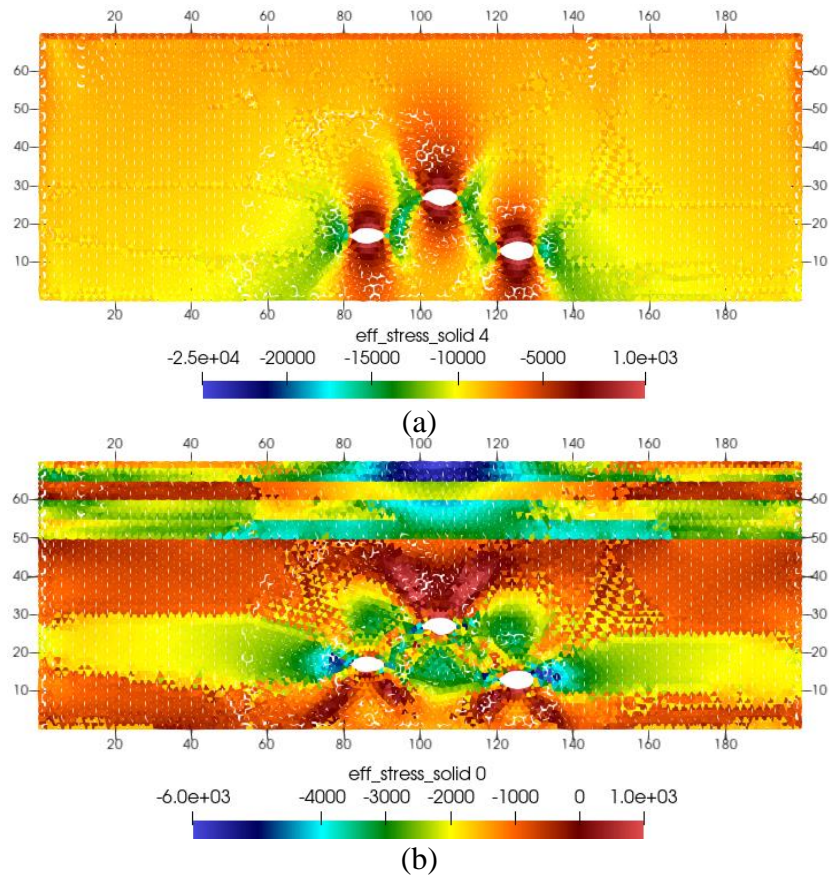


**Figura 5.9.** Três cavernas – Cenário 2: Deformação desviadora

A análise da tensão vertical e horizontal, conforme apresentado nas Figura 5.10 (Cenário 1) e Figura 5.11 (Cenário 2), mostra que as zonas de tração são mais pronunciadas no Cenário 2 (no Anura3D a tração é positiva e a compressão negativa). Isso acontece porque as condições constitutivas nesse cenário resultam em um estado de tensão que favorece o amolecimento do material e a possível formação de microfissuras, especialmente em áreas submetidas a tensões de tração (item 2.3). A concentração de tensões de compressão nas zonas de cisalhamento, mais significativas no Cenário 2, reflete o processo de arqueamento de tensões, decorrente do processo de escavação que representa a carstificação da rocha.



**Figura 5.10.** Três cavernas – Cenário 1: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa)



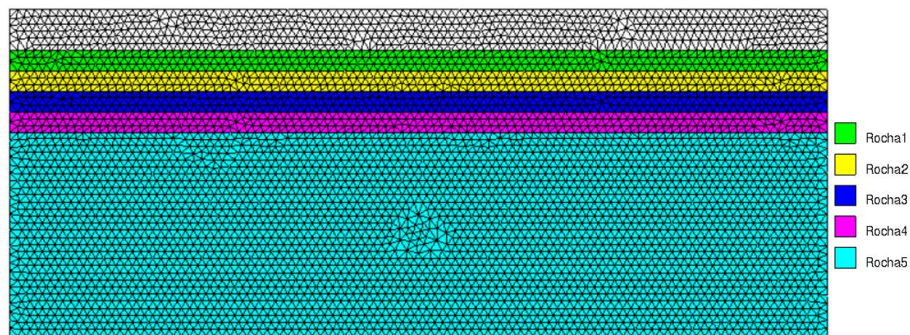
**Figura 5.11.** Três cavernas – Cenário 2: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa)

## 5.2 ESTUDO DE CASO: UMA CAVERNA

Em uma adaptação do modelo original proposto por Mattos (2019), este estudo apresenta uma modificação na abordagem da modelagem numérica original. Focando na simplificação do sistema de cavernas, o novo modelo se concentra, exclusivamente, na feição cárstica central, agora representada por uma única caverna de forma circular com um diâmetro de 10 metros (Figura 5.12).

A escolha de isolar a caverna central para esta análise decorre das observações feitas no item anterior, onde foi identificado que essa caverna apresentava os maiores deslocamentos, indicando um potencial significativo para o entendimento da dinâmica e da resposta geomecânica do sistema à formação cárstica. Além disso, essa modificação reflete cenários cársticos encontrados no Quadrilátero Ferrífero, conforme estudo de caso a ser apresentado no Capítulo 6.

Para a discretização do novo modelo, manteve-se o uso de três pontos materiais por célula, e uma malha com 9246 elementos triangulares não estruturados, cada um de 2 m de lado. Além disso, as condições de contorno, restringindo deslocamentos na base e nas faces laterais, foram preservadas conforme o modelo original, assegurando a consistência metodológica (Figura 5.12).

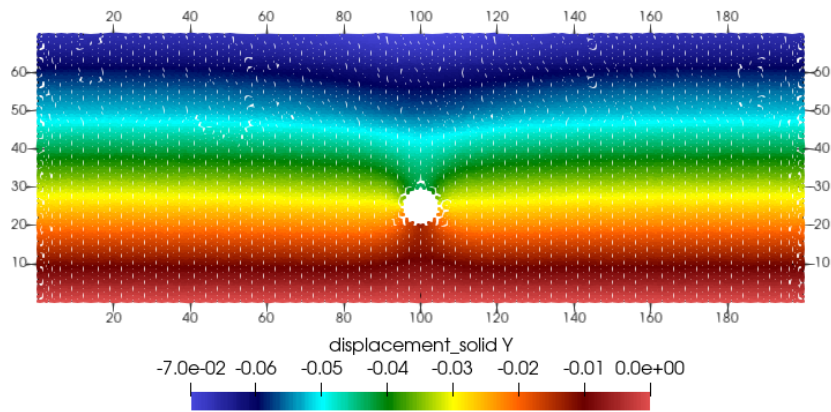


**Figura 5.12.** Uma caverna – Cenário base: geometria e malha do problema em MPM

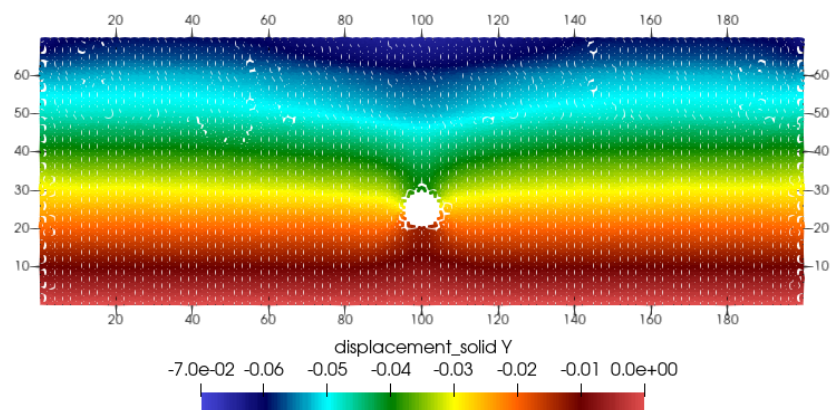
Assim como no procedimento anterior, a metodologia da Figura 5.4 foi empregada para essa nova adaptação.

A Figura 5.13 e Figura 5.14 apresentam os campos de deslocamento vertical resultantes para os cenários analisados. No Cenário 2, os deslocamentos verticais são mais pronunciados e se concentram ao longo do eixo central da caverna. Esta concentração indica uma interação mais intensa entre a feição cárstica e o maciço rochoso circundante, resultando em recalques mais acentuados em comparação com o observado no Cenário 1.

Da mesma forma, a localização e a extensão dos deslocamentos verticais sugerem que áreas imediatamente adjacentes à feição cárstica central são, particularmente, mais susceptíveis a mudanças significativas na estabilidade do maciço (Figura 5.14). Essas regiões tendem a ser mais vulneráveis aos processos de colapso.

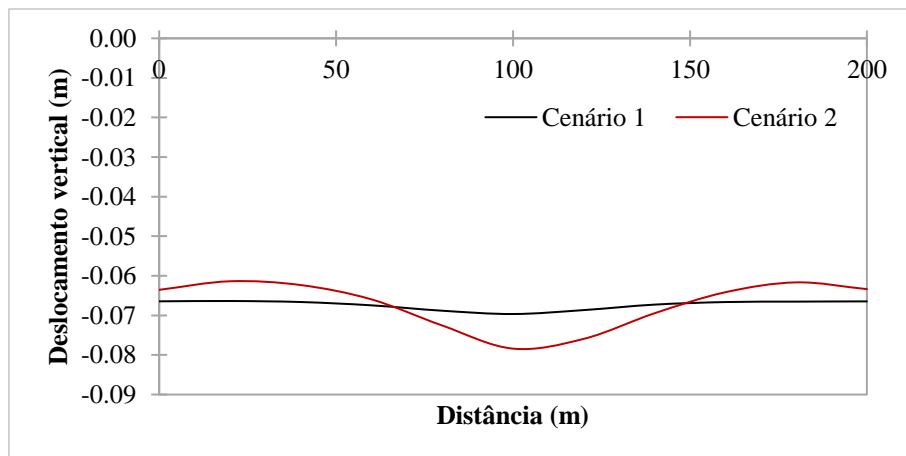


**Figura 5.13.** Uma caverna – Cenário 1: Deslocamento vertical (m)



**Figura 5.14.** Uma caverna – Cenário 2: Deslocamento vertical (m)

A Figura 5.15 apresenta a comparação do recalque no topo da geometria entre os dois cenários, indicando que o Cenário 2 experimenta uma resposta geomecânica mais severa à formação cárstica, o que pode ser atribuído ao modelo constitutivo empregado e, portanto, ao amolecimento dos parâmetros de resistência.



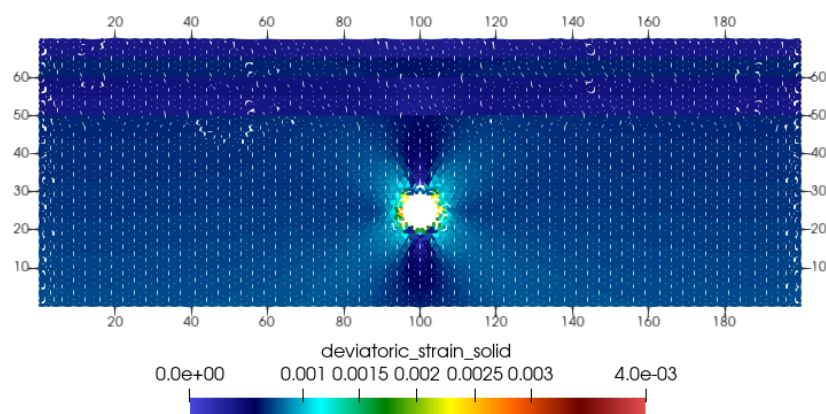
**Figura 5.15.** Uma caverna – Recalque no topo da geometria

**Tabela 5.5.** Uma caverna – Convergência dos carstes

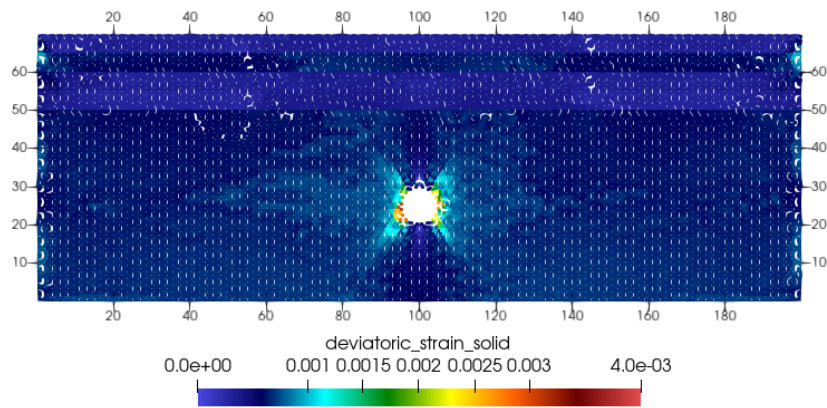
Cenário	Caverna	
	1	2
Deslocamento Topo (m)	0.042	0.040
Deslocamento Base (m)	0.013	0.013
Convergência	0.029	0.027
	7.4%	

A Figura 5.16 e Figura 5.17 ilustram o campo de deformação desviadora para os cenários analisados. Em ambos os casos é possível observar a formação de uma zona de cisalhamento, indicativa de áreas sob intensa deformação que predisõem o maciço rochoso à ruptura por cisalhamento.

No Cenário 2, a zona de cisalhamento não apenas aparece mais pronunciada, mas também demonstra uma delimitação mais clara quando comparada com o observado no Cenário 1. Essa maior definição mostra uma concentração de tensões mais elevada e uma distribuição de deformações mais ampla ao redor da caverna, o que pode indicar uma interação mais complexa e mais instável do maciço rochoso com a formação da feição cárstica. Novamente, o resultado do Cenário 2 reflete de melhor forma a resposta do maciço rochoso à alteração no estado de tensão, pela formação da caverna, devido à modificação das propriedades de resistência conforme representação do comportamento com o MCSS.

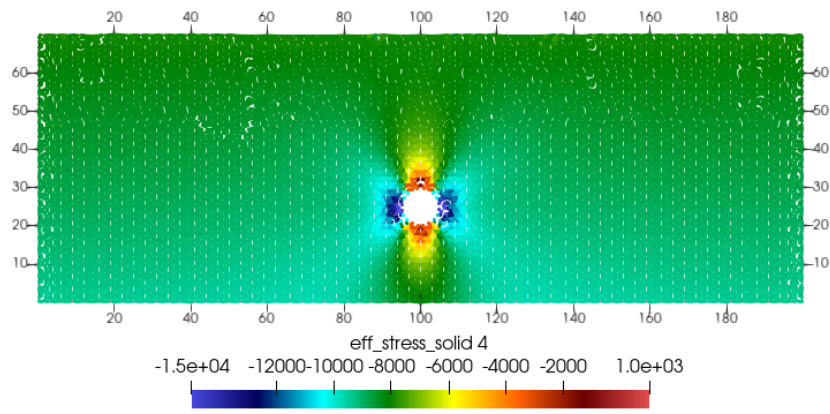


**Figura 5.16.** Uma caverna – Cenário 1: Deformação desviadora

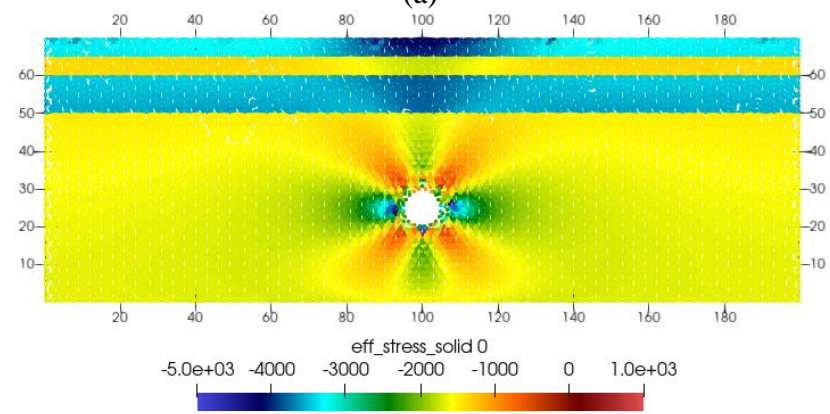


**Figura 5.17.** Uma caverna – Cenário 2: Deformação desviadora

Finalmente, a Figura 5.18 e Figura 5.19 ilustram o resultado da distribuição de tensões nos dois casos de estudo. É possível observar que há uma maior concentração de tensões de tração imediatamente acima e abaixo da caverna, enquanto as tensões de compressão predominam nas áreas laterais da feição cárstica. Esse resultado é consistente com o comportamento observado no modelo original envolvendo três cavernas, onde as tensões de tração foram igualmente identificadas como indicativos de potenciais zonas de microfissuração, o que pode aumentar a susceptibilidade ao colapso. Da mesma forma, a concentração de tensões de compressão, mais evidente no Cenário 2, reflete o processo de arqueamento de tensões, decorrente da escavação como representação da carstificação da rocha.

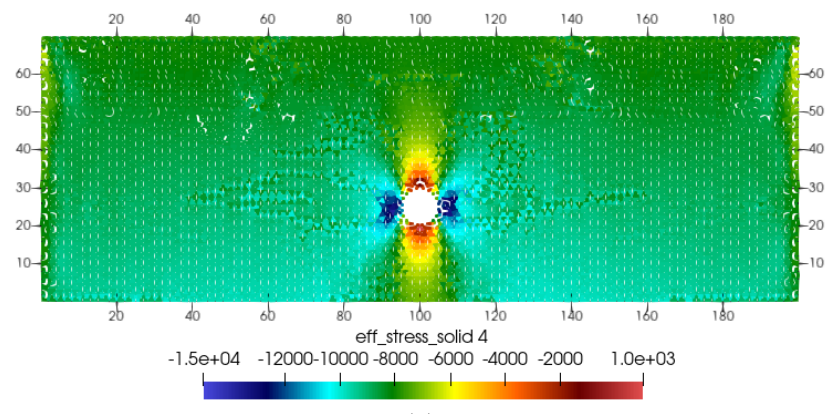


(a)

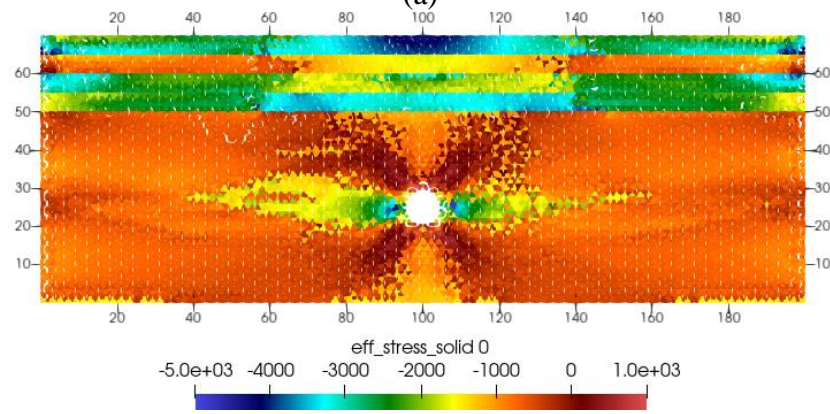


(b)

**Figura 5.18.** Uma caverna – Cenário 1: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa)



(a)



(b)

**Figura 5.19.** Uma caverna – Cenário 2: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa)

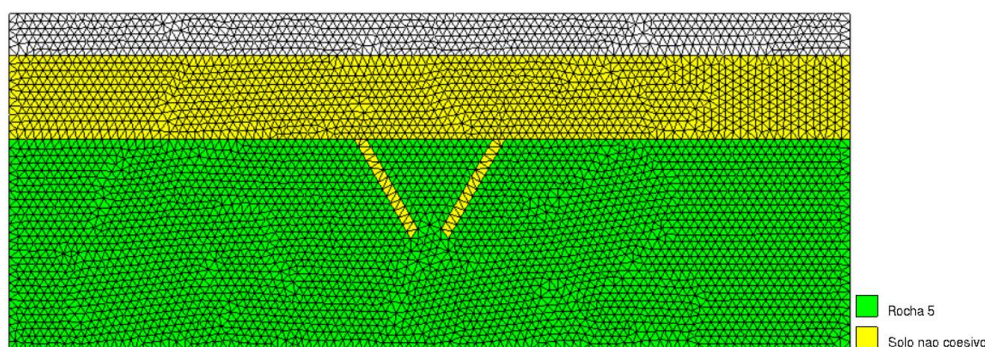


A localização e intensidade dessas tensões de tração acima e abaixo da caverna são particularmente significativas, pois destacam as forças que tendem a estender o material rochoso nessas regiões, possivelmente levando ao desenvolvimento de novas fissuras ou ao alargamento de fissuras preexistentes. Essas áreas de tensão de tração representam, portanto, locais de vulnerabilidade onde o maciço rochoso é mais propenso a experimentar alterações estruturais sob influências externas ou internas adicionais, como aplicações de carga, flutuações do nível freático ou o desenvolvimento de outras feições cársticas.

Por outro lado, as áreas de tensão de compressão nas laterais da caverna indicam regiões onde o maciço rochoso é submetido a forças que o pressionam, contribuindo para a estabilidade local. No entanto, a presença de tensões de compressão significativas também pode levar a problemas como o esmagamento da rocha, dependendo da magnitude dessas tensões e das propriedades mecânicas do material.

### **5.3 ESTUDO DE CASO: UMA CAVERNA COM DESCONTINUIDADES PREENCHIDAS**

Neste item é estudada uma variação do modelo de caverna única, introduzindo uma modificação ao cenário: a presença de camadas de solo não coesivo localizadas diretamente acima da rocha cárstica. Esta alteração buscou compreender as implicações da interação entre as feições cársticas e camadas de solo superficiais no comportamento do maciço rochoso. Adicionalmente, as zonas de cisalhamento, previamente identificadas, foram substituídas por duas franjas preenchidas com solo não coesivo, visando representar um cenário de subsidência (Figura 5.20). Neste caso, a análise por MPM permite calcular as grandes deformações e verificar o possível movimento do material para dentro da caverna, um fenômeno dinâmico que o FEM tradicional não pode capturar.



**Figura 5.20.** Uma caverna com descontinuidades – Cenário base: geometria e malha do problema

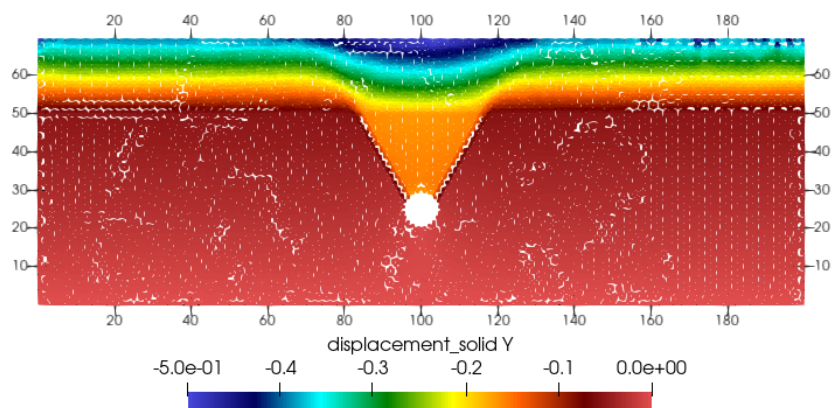
Para a discretização desse modelo foram utilizados três pontos materiais por célula e uma malha com 9044 elementos triangulares não estruturados, cada um de 2 m de lado (Figura 5.20). Como condições de contorno foram restringidos os deslocamentos na base e nas faces laterais, conforme o modelo original, continuando com a mesma metodologia (Figura 5.12). As propriedades de resistência e o modelo constitutivo utilizado em ambos os materiais são apresentados na Tabela 5.6.

**Tabela 5.6.** Uma caverna com descontinuidades – Parâmetros dos materiais

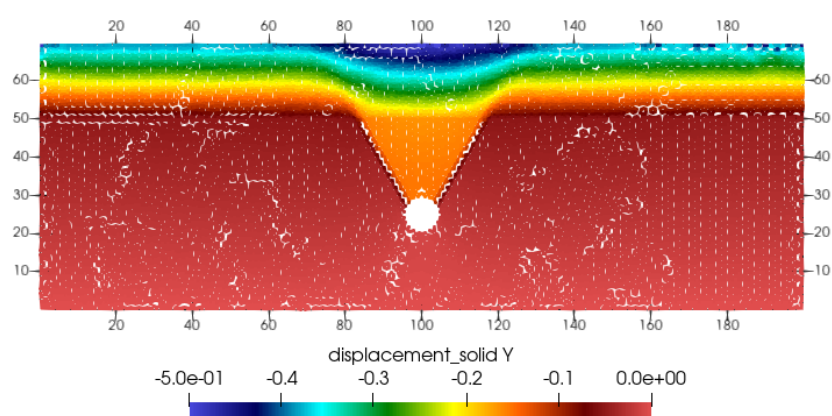
Material	Modelo	Parâmetros	Unidade	Valor
<b>Rocha</b>	Mohr–Coulomb e Mohr–Coulomb com amolecimento / Seco	Porosidade	-	0.16
		Ângulo de atrito	°	23
		Ângulo de atrito residual	°	18
		Coesão	MPa	4
		Coesão residual	MPa	3
		Ângulo de dilatância	°	0
		Ângulo de dilatância residual	°	0
		Densidade do sólido	kg/m <sup>3</sup>	2500
		Coeficiente de Poisson	-	0,15
		Módulo de Young	GPa	8
<b>Solo (Descontinuidades)</b>	Mohr – Coulomb / Seco	Porosidade	-	0.31
		Ângulo de atrito	°	30
		Coesão	kPa	0.1
		Ângulo de dilatância	°	0
		Densidade do sólido	kg/m <sup>3</sup>	2700
		Coeficiente de Poisson	-	0.3
		Módulo de Young	kPa	35000

Os deslocamentos verticais obtidos em cada cenário (utilizando Mohr–Coulomb e Mohr–Coulomb com amolecimento como modelo constitutivo na rocha) são apresentados na Figura 5.21 e Figura 5.22. A distribuição dos deslocamentos verticais em ambos os cenários apresenta um comportamento semelhante, com um recalque máximo quase idêntico de 0,49 m para o Cenário 1 e 0,50 m para o Cenário 2 (Figura 5.23). Esse resultado indica uma congruência na resposta do maciço rochoso aos processos de deformação impostos, apesar das diferenças nos modelos constitutivos utilizados nos dois cenários.

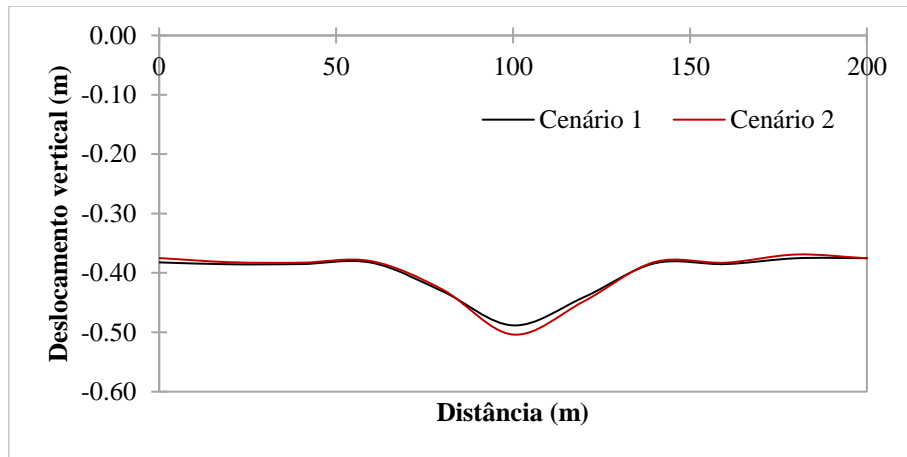
É possível observar também que são as descontinuidades preenchidas por solo não coesivo que determinam o comportamento predominante do modelo. Estas descontinuidades funcionam como dois caminhos preferenciais para o movimento da rocha, facilitando a reorganização do material e a consequente subsidência na superfície. A presença dessas franjas de solo não coesivo atua como zonas de enfraquecimento estrutural, onde a rocha é, particularmente, suscetível a se deslocar sob influências externas ou internas, resultando em uma maior facilidade para a ocorrência de subsidência.



**Figura 5.21.** Uma caverna com descontinuidades – Cenário 1: Deslocamento vertical (m)

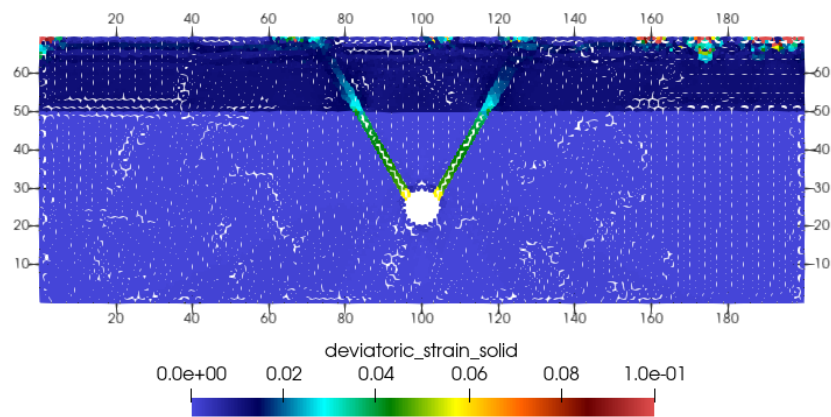


**Figura 5.22.** Uma caverna com descontinuidades – Cenário 2: Deslocamento vertical (m)

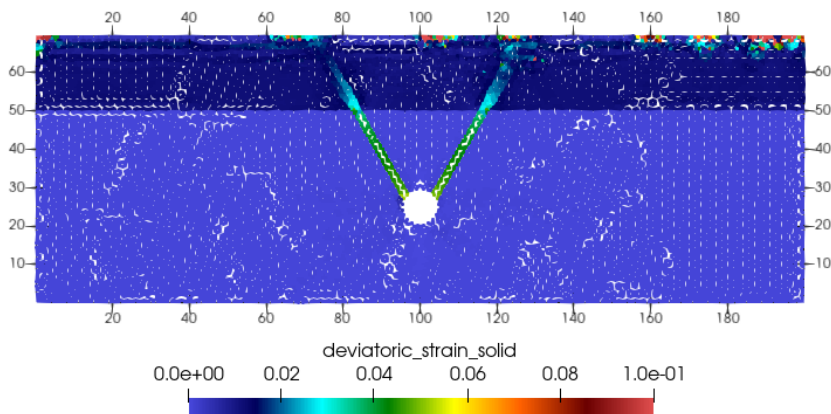


**Figura 5.23.** Uma caverna com descontinuidades – Recalque no topo da geometria

Quando observado o resultado da deformação desviadora é possível identificar com precisão as zonas de menor resistência no maciço rochoso, que coincidem precisamente com as áreas onde o solo não coesivo está localizado (Figura 5.24 e Figura 5.25).



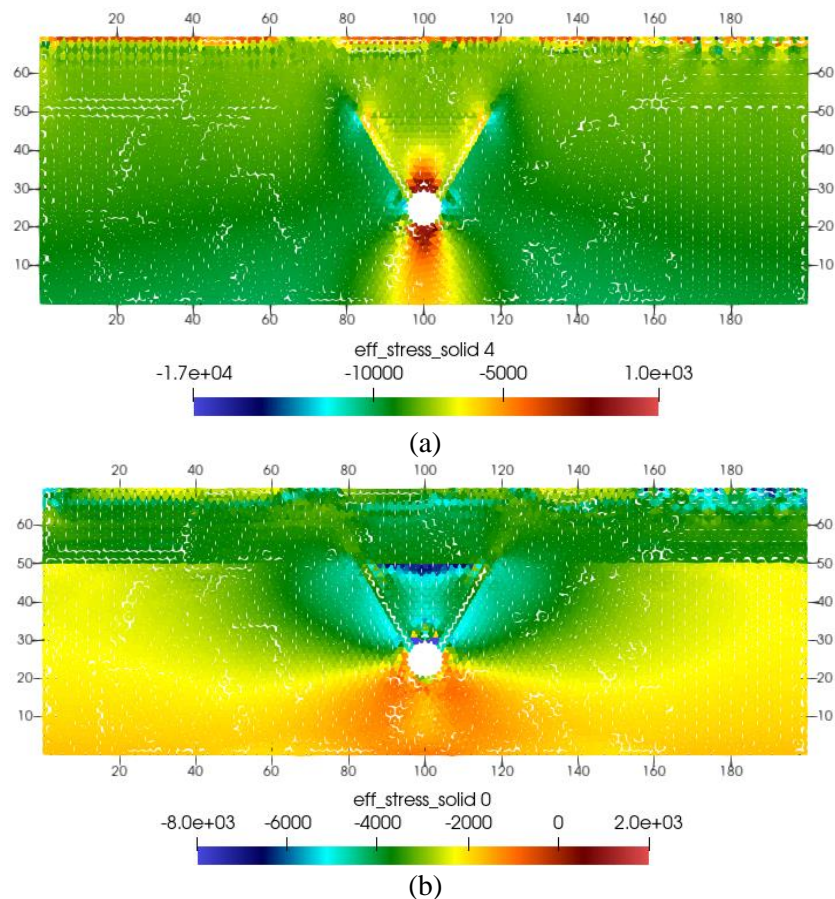
**Figura 5.24.** Uma caverna com descontinuidades – Cenário 1: Deformação desviadora



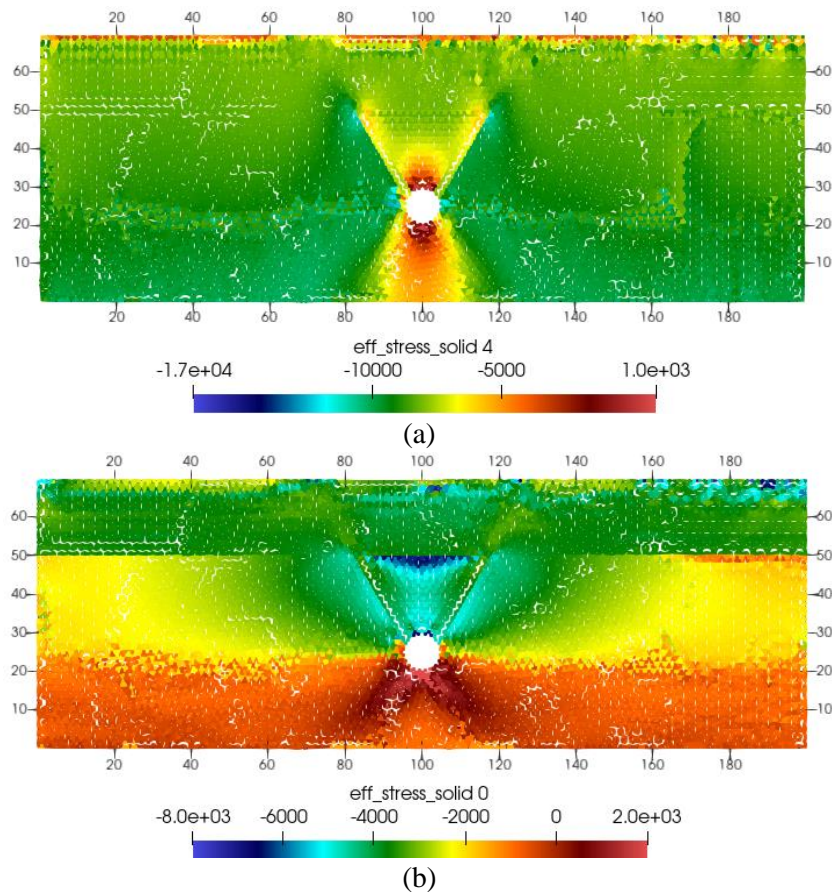
**Figura 5.25.** Uma caverna com descontinuidades – Cenário 2: Deformação desviadora

O campo de tensões resultantes em cada cenário é apresentado na Figura 5.26 e Figura 5.27. Observa-se uma mudança significativa no padrão de tensões verticais em comparação com os primeiros modelos. Embora as zonas de compressão, facilmente identificadas em análises prévias, não estejam tão marcadas, as áreas de tração se alinham com as regiões identificadas nos estudos anteriores.

Adicionalmente, há uma evidente diferença na distribuição de tensões horizontais nos dois cenários. Enquanto no Cenário 1 há predominância das tensões de compressão da ordem de 2000 kPa a 4000 kPa, no Cenário 1 são identificadas tensões de tração de 1000 kPa na base da caverna e tensões de compressão de 1000 kPa na rocha circundante a essa região.



**Figura 5.26.** Uma caverna com discontinuidades – Cenário 1: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa)



**Figura 5.27.** Uma caverna com discontinuidades – Cenário 2: (a) Tensão vertical (kPa) e (b) horizontal (kPa)

#### 5.4 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Com os resultados dos estudos de caso apresentados, é realizada uma análise paramétrica com o objetivo de avaliar os mecanismos de colapso e subsidência considerando diferentes tamanhos de caverna. Assim, foi simulado o desenvolvimento progressivo de uma feição cárstica, utilizando o algoritmo de escavação do Anura3D.

No modelo de colapso, as camadas situadas acima da rocha cárstica são consideradas idênticas às do modelo original desenvolvido por Mattos (2019), consistindo, portanto, das mesmas camadas de rocha. Este cenário é representativo de uma situação em que a cobertura rochosa, diretamente sobreposta à cavidade cárstica, é submetida a tensões que podem levar ao seu colapso.

Contrastando com o cenário de colapso, o modelo de subsidência é analisado considerando camadas de material diferente, (solo coesivo e solo não coesivo) localizadas acima da rocha cárstica. Este modelo permite avaliar como diferentes tipos de solo influenciam a resposta do maciço rochoso à formação de cavidades e à subsequente subsidência.

Na análise é considerada a simulação de diferentes cenários, variando o diâmetro das cavernas de 9.5 m até 38 m (Figura 5.28 e Figura 5.29). Para cada cenário são estabelecidos parâmetros específicos de escavação, reproduzindo o crescimento gradual da caverna até alcançar os diâmetros predefinidos. Cada cenário é avaliado sob as mesmas condições geomecânicas, garantindo que as diferenças observadas nos resultados sejam atribuíveis unicamente ao tamanho da cavidade e à distância do seu teto à superfície.

Foram mantidas as condições de contorno e de carga utilizadas no estudo do item anterior, isto é, restrição de deslocamentos na base e nas faces laterais do modelo, e aplicação de uma carga de 11.2 MPa na superfície.

A Tabela 5.7 lista as características de cada modelo, incluindo a discretização utilizada e o diâmetro final da caverna, e a Tabela 5.8 apresenta as propriedades de resistência e o modelo constitutivo utilizado nos materiais.

**Tabela 5.7.** Características dos modelos

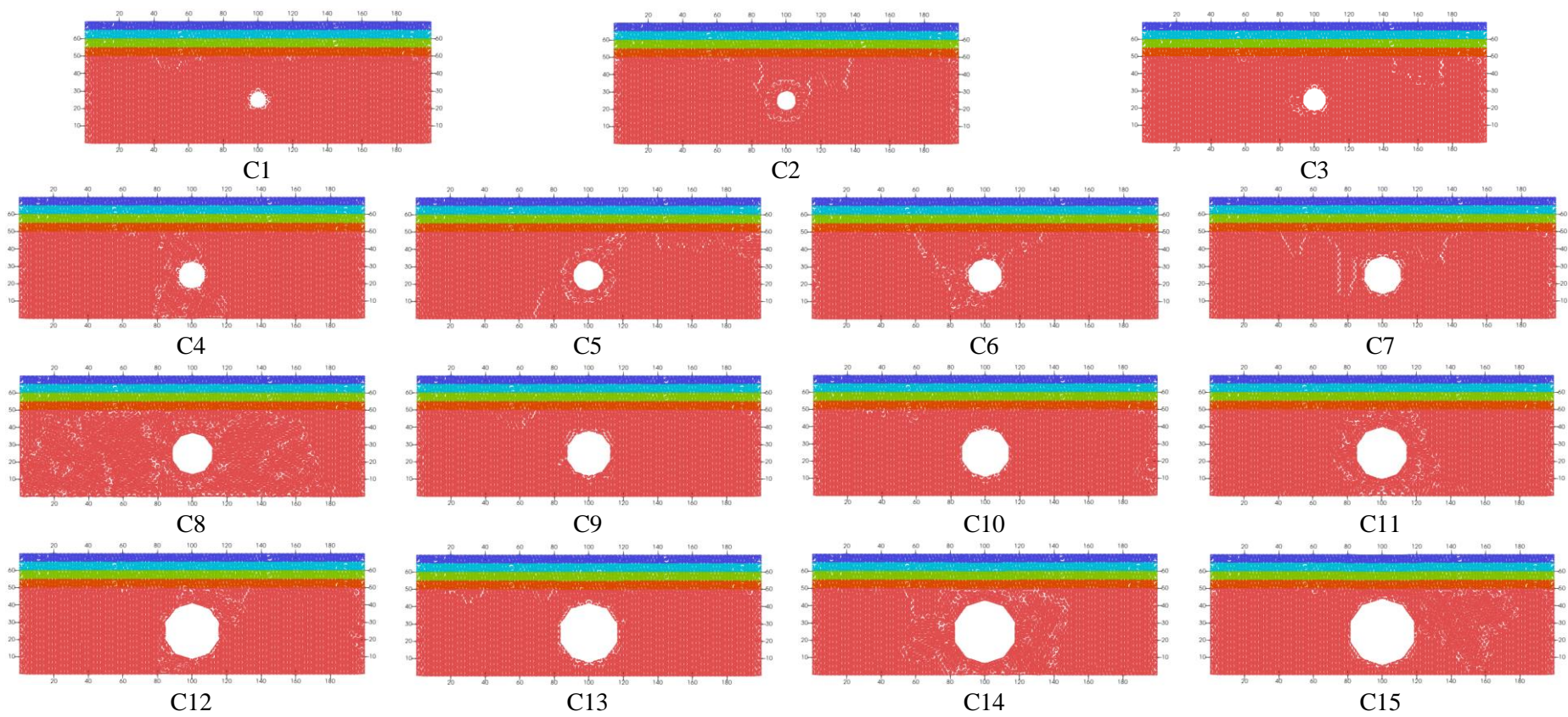
Modelo <sup>1</sup>	Discretização		Diâmetro Caverna	
	Elemento		Inicial (m)	Final (m)
	Tamanho (m)	Pontos Materiais		
C1/ C1S/C1SC	2	3	9.47	9.47
C2/ C2S/C2SC	2	3	9.47	11.58
C3/ C3S/C3SC	2	3	9.47	13.69
C4/ C4S/C4SC	2	3	9.47	15.79
C5/ C5S/C5SC	2	3	9.47	17.89
C6/ C6S/C6SC	2	3	9.47	20.00
C7/ C7S/C7SC	2	3	9.47	22.10
C8/ C8S/C8SC	2	3	9.47	24.20
C9/ C9S/C9SC	2	3	9.47	26.30
C10/ C11S/C11SC	2	3	9.47	28.41
C11/ C10S/C10SC	2	3	9.47	30.51
C12/ C12S/C12SC	2	3	9.47	32.61
C13	2	3	9.47	34.72
C14	2	3	9.47	36.82
C15	2	3	9.47	38.93

(1) C# = Colapso, C#S = Subsidência com solo não coesivo, C#SC = Subsidência com solo coesivo

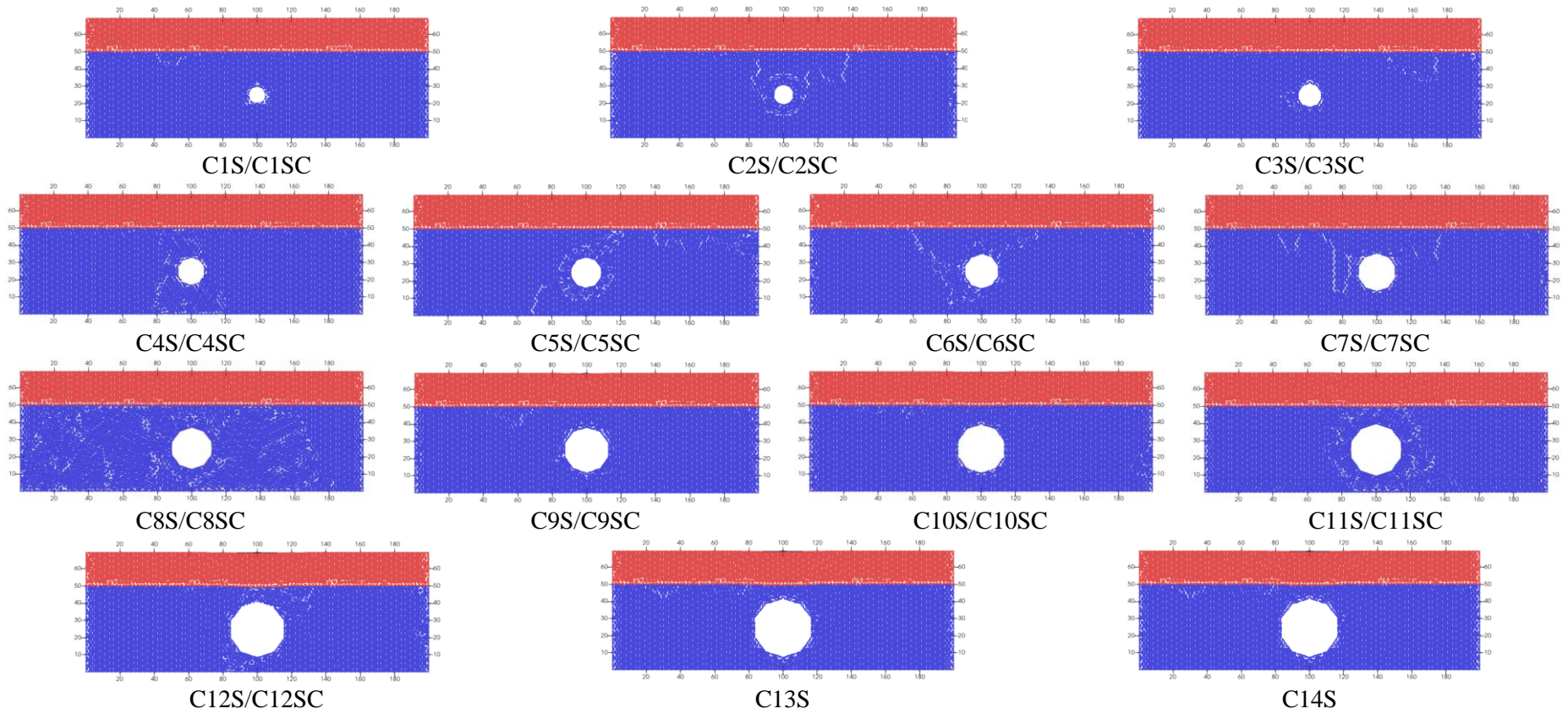
**Tabela 5.8.** Análise paramétrica – Parâmetros dos materiais

<b>Material</b>	<b>Modelo</b>	<b>Parâmetros</b>	<b>Unidade</b>	<b>Valor</b>
<b>Rocha</b>	Mohr–Coulomb com amolecimento / Seco	Porosidade	-	0.16
		Ângulo de atrito	°	23
		Ângulo de atrito residual	°	18
		Coesão	MPa	4
		Coesão residual	MPa	3
		Ângulo de dilatância	°	0
		Ângulo de dilatância residual	°	0
		Densidade do sólido	kg/m <sup>3</sup>	2500
		Coefficiente de Poisson	-	0,15
		Módulo de Young	GPa	8
<b>Solo não coesivo</b>	Mohr – Coulomb / Seco	Porosidade	-	0.31
		Ângulo de atrito	°	30
		Coesão	kPa	0.1
		Ângulo de dilatância	°	0
		Densidade do sólido	kg/m <sup>3</sup>	2700
		Coefficiente de Poisson	-	0.3
		Módulo de Young	kPa	35000
<b>Solo coesivo</b>	Mohr – Coulomb / Seco	Porosidade	-	0.37
		Ângulo de atrito	°	28
		Coesão	kPa	20
		Ângulo de dilatância	°	0
		Densidade do sólido	kg/m <sup>3</sup>	2700
		Coefficiente de Poisson	-	0.3
		Módulo de Young	kPa	15000





**Figura 5.28.** Análise paramétrica – Colapso: Configurações C1 a C15



**Figura 5.29.** Análise paramétrica – Subsidiência: Configurações C1S a C14S e C1SC a C12SC

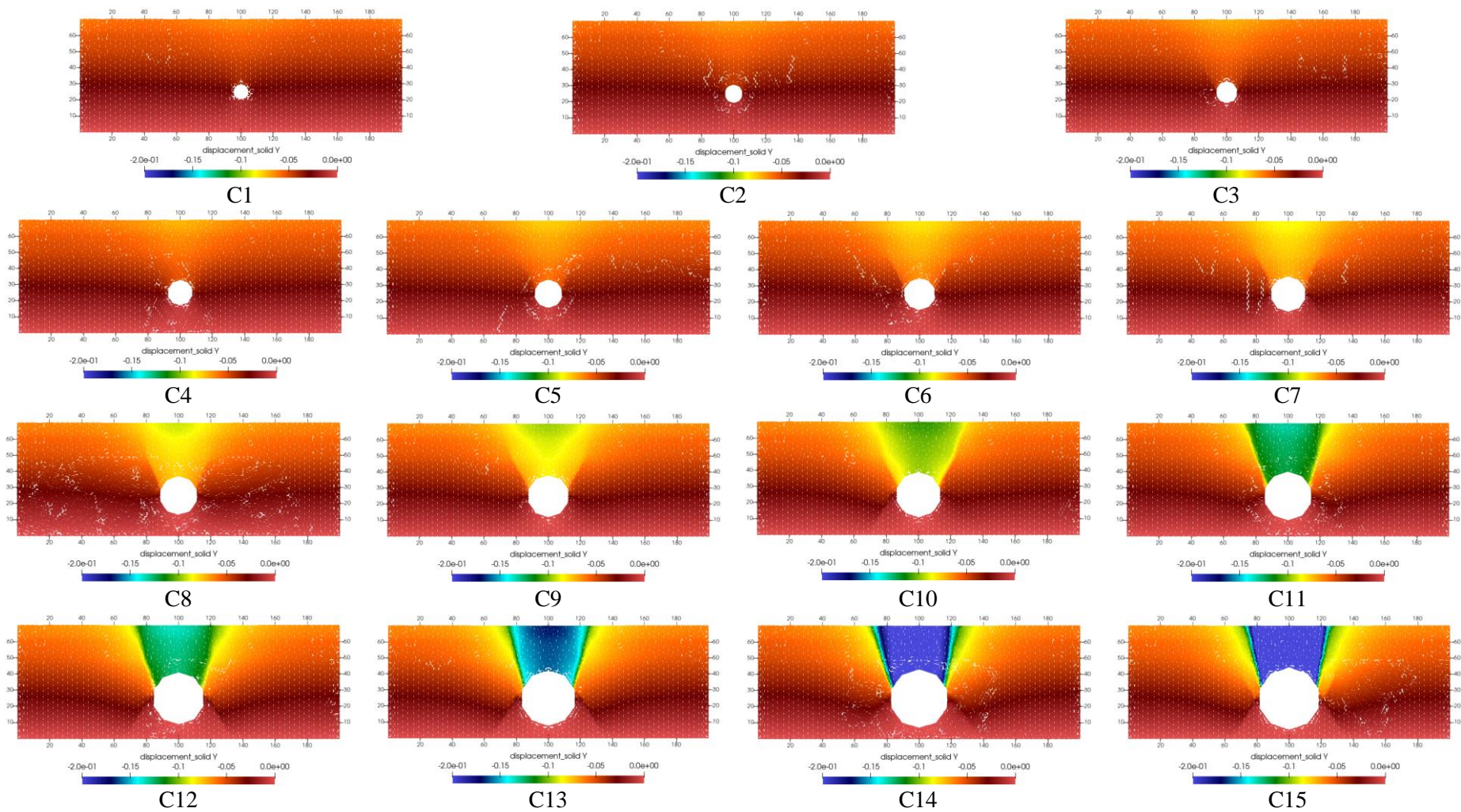
#### 5.4.1 COLAPSO

Os resultados obtidos a partir da análise paramétrica dos cenários do colapso são apresentados na Figura 5.30, Figura 5.31 e Figura 5.32. Contrário ao que poderia ser esperado, observa-se que o maciço rochoso não demonstra uma tendência iminente ao colapso, mesmo na presença de uma feição cárstica significativa, com uma abertura de 38.93 m de diâmetro, dimensão que quase corresponde à espessura total da camada cárstica.

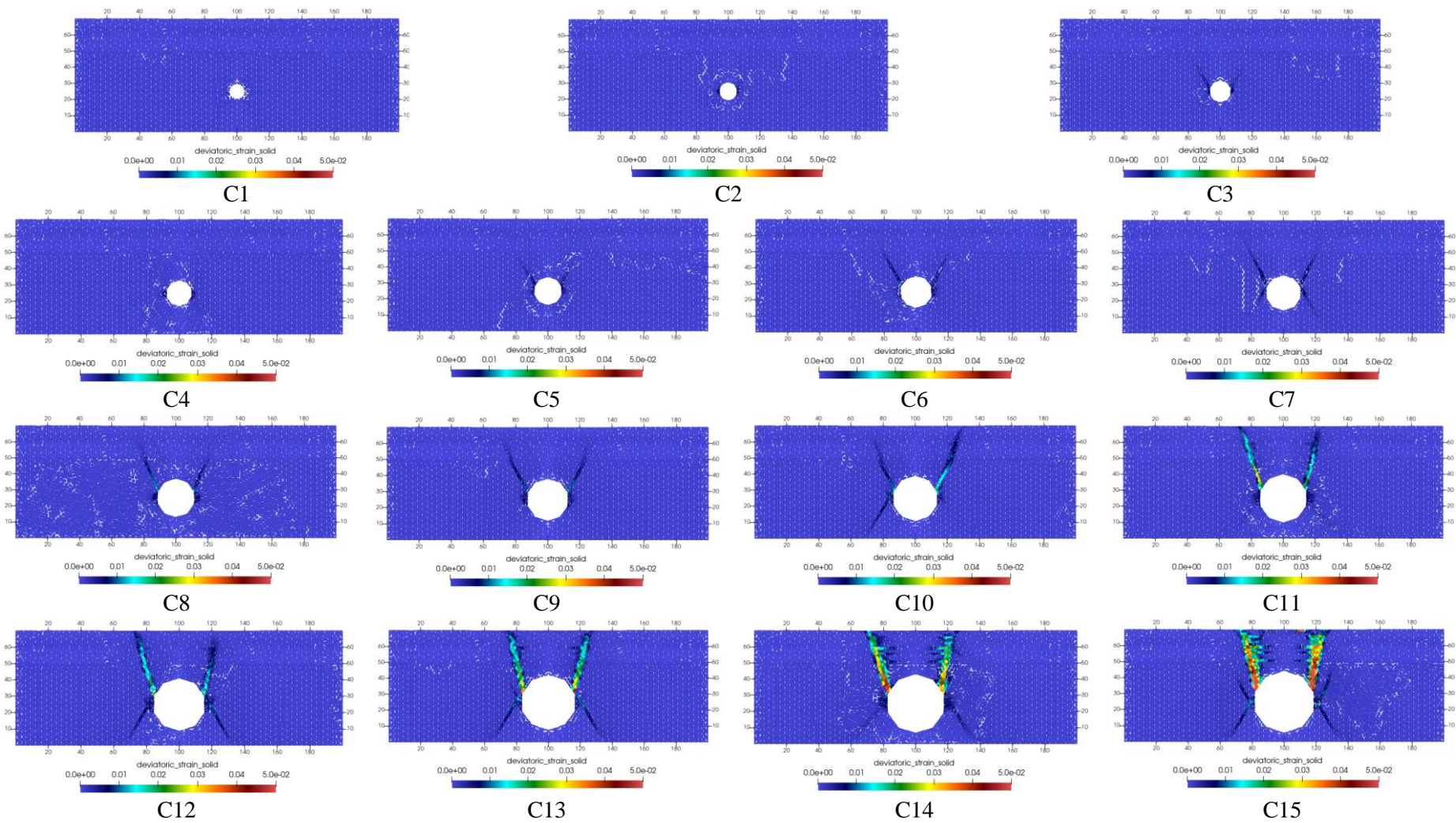
Na Figura 5.30 é possível identificar áreas suscetíveis ao colapso. Apesar das dimensões consideráveis da caverna, o maciço rochoso mostra uma capacidade importante de acomodar os deslocamentos induzidos sem evidenciar falha estrutural imediata. Este comportamento demonstra os mecanismos de resistência que mitigam o potencial de colapso.

Os resultados da deformação desviadora (Figura 5.31) revelam a formação progressiva de uma zona de cisalhamento, indicativo de concentração de tensões e potencial precursor de processos degradativos no maciço rochoso (Oller, 2001). No entanto, essa formação não se traduz necessariamente em uma perda de estabilidade global, uma vez que as condições para o colapso requerem uma análise mais complexa que considere diversos parâmetros geomecânicos, principalmente a formação de microfissuras e possível desenvolvimento de fraturas.

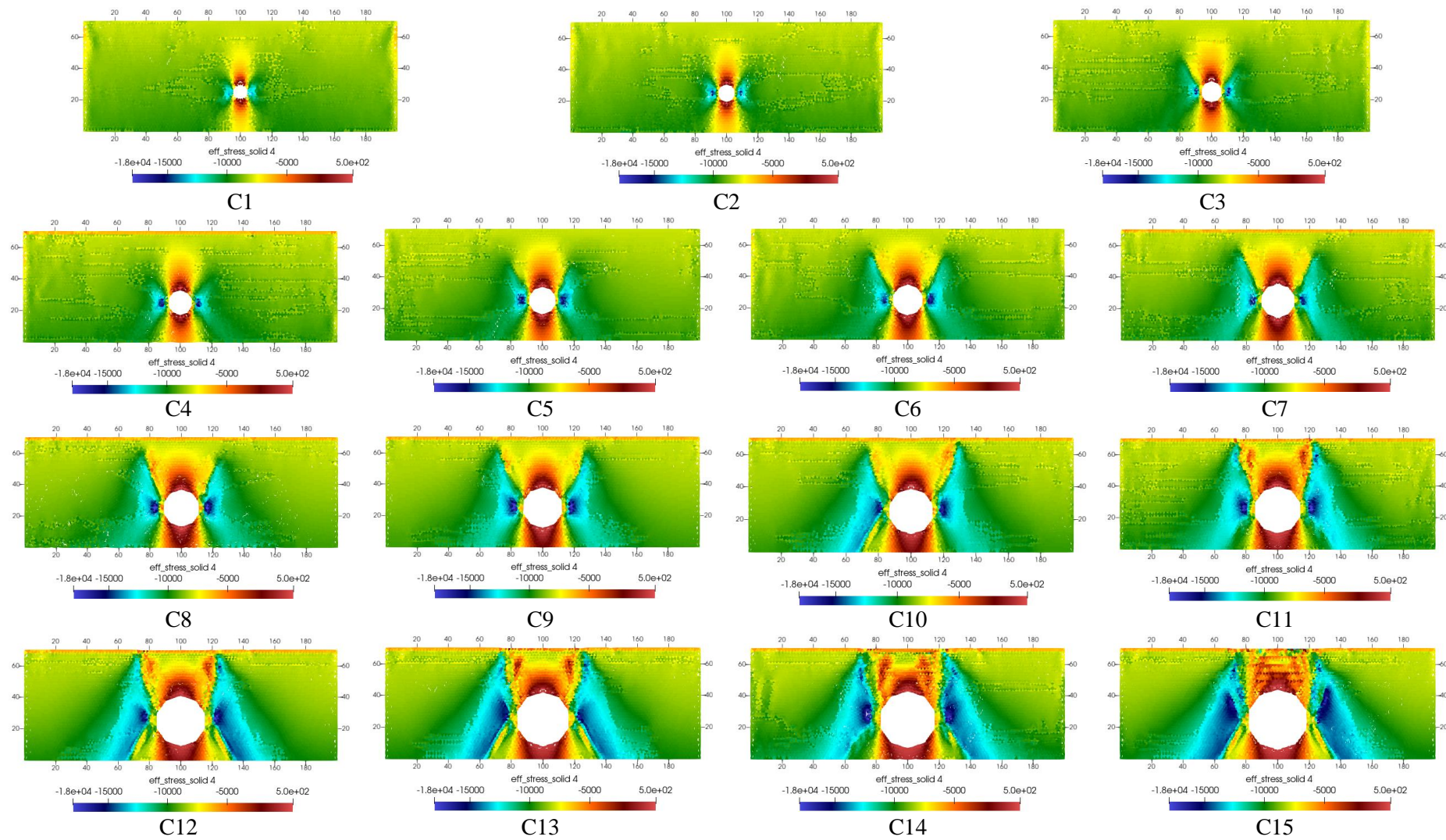
A avaliação das tensões (Figura 5.32 e Figura 5.33) destaca os pontos onde as tensões de tração e compressão se intensificam em função do aumento do diâmetro da caverna.



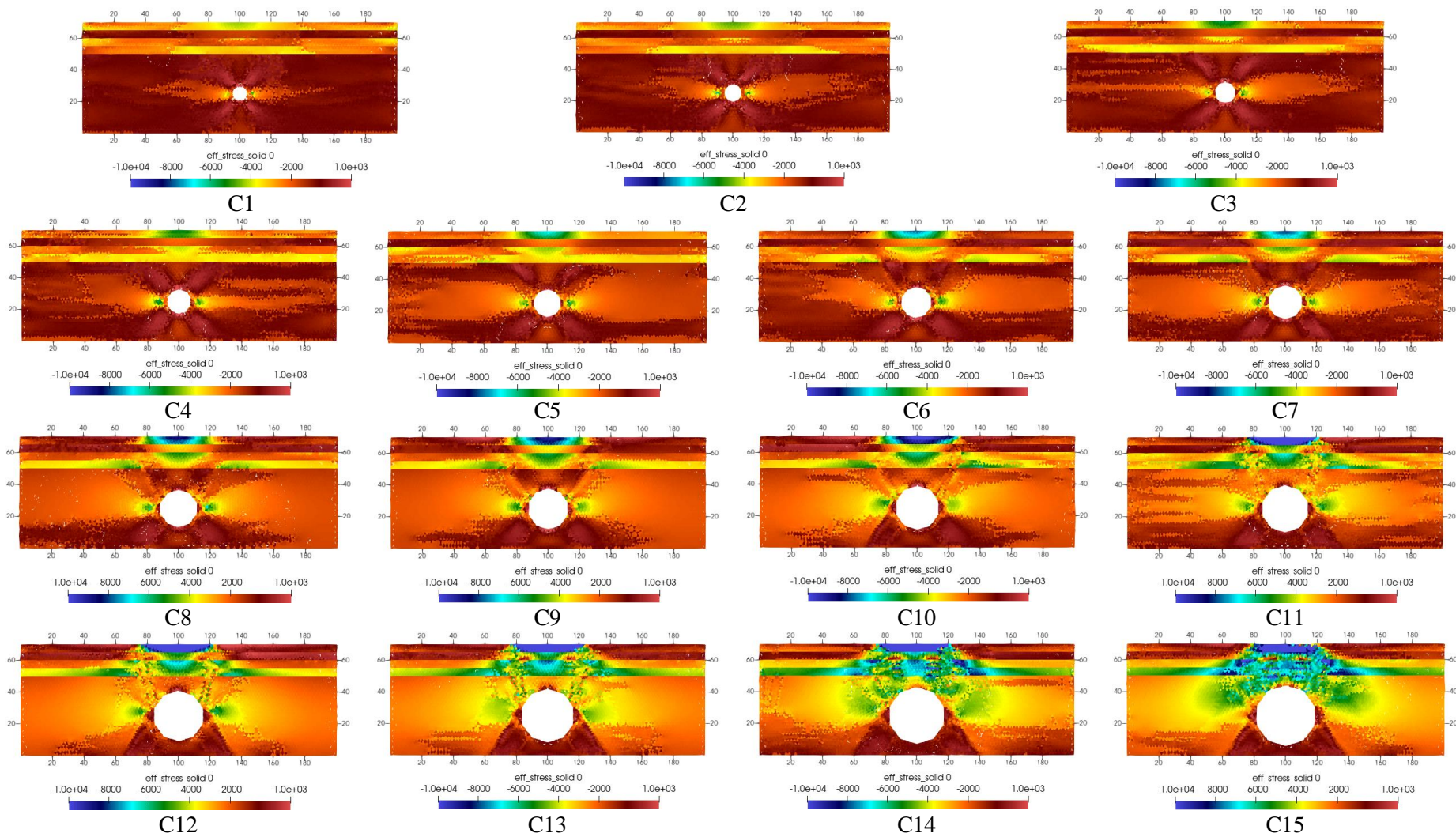
**Figura 5.30.** Análise paramétrica – Colapso: Deslocamento vertical (m)



**Figura 5.31.** Análise paramétrica – Colapso: Deformação desviadora



**Figura 5.32.** Análise paramétrica – Colapso: Tensão vertical (kPa)



**Figura 5.33.** Análise paramétrica – Colapso: Tensão horizontal (kPa)

## 5.4.2 SUBSIDÊNCIA

Nos casos de solo não coesivo, a análise dos deslocamentos verticais (Figura 5.34) identifica uma zona de ruptura bem definida acima do carste, evidenciando a formação crítica que antecede a ruptura. O limiar de abertura crítica para a ocorrência da subsidência é identificado em 36,82 m no caso C14. Este resultado demonstra a falha estrutural como resposta ao desenvolvimento da feição cárstica.

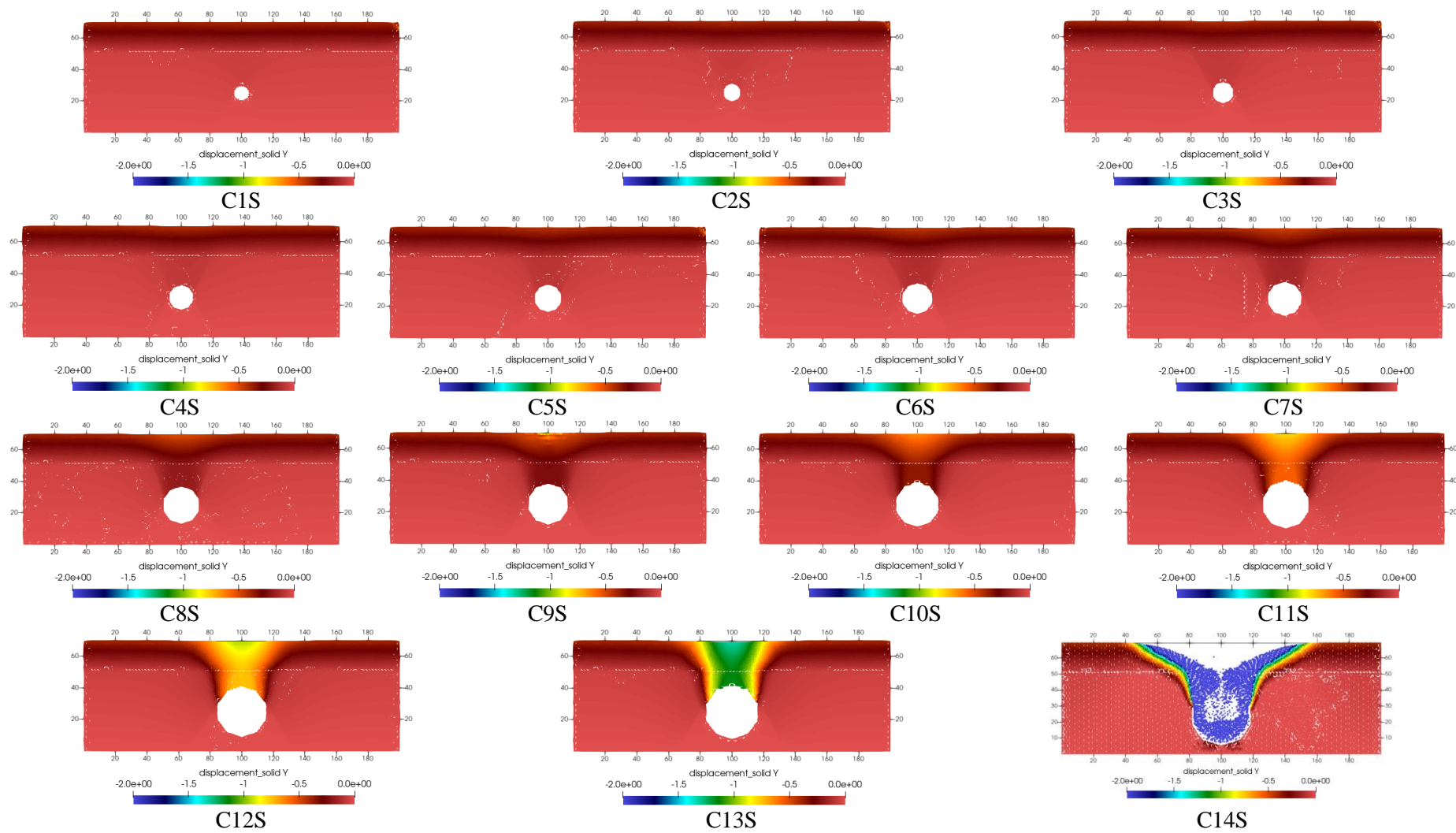
A deformação desviadora (Figura 5.35) ilustra claramente o desenvolvimento de uma zona de cisalhamento característica, marcada por duas franjas simétricas de cisalhamento. Essas franjas demarcam as áreas através das quais a subsidência do sistema eventualmente ocorreria, indicando os caminhos preferenciais para o movimento do solo e a reestruturação do maciço rochoso. Por sua vez, a análise de tensões (Figura 5.36 e Figura 5.37) permite identificar as zonas de tração e compressão, apontando para as regiões mais suscetíveis às mudanças induzidas pela expansão da cavidade.

A comparação com o solo coesivo expõe diferenças significativas no mecanismo de ruptura. Na Figura 5.38, Figura 5.39, Figura 5.40 e Figura 5.41 é possível observar que a zona de subsidência formada com o solo coesivo apresenta uma característica mais verticalizada, divergindo do padrão observado com o solo não coesivo.

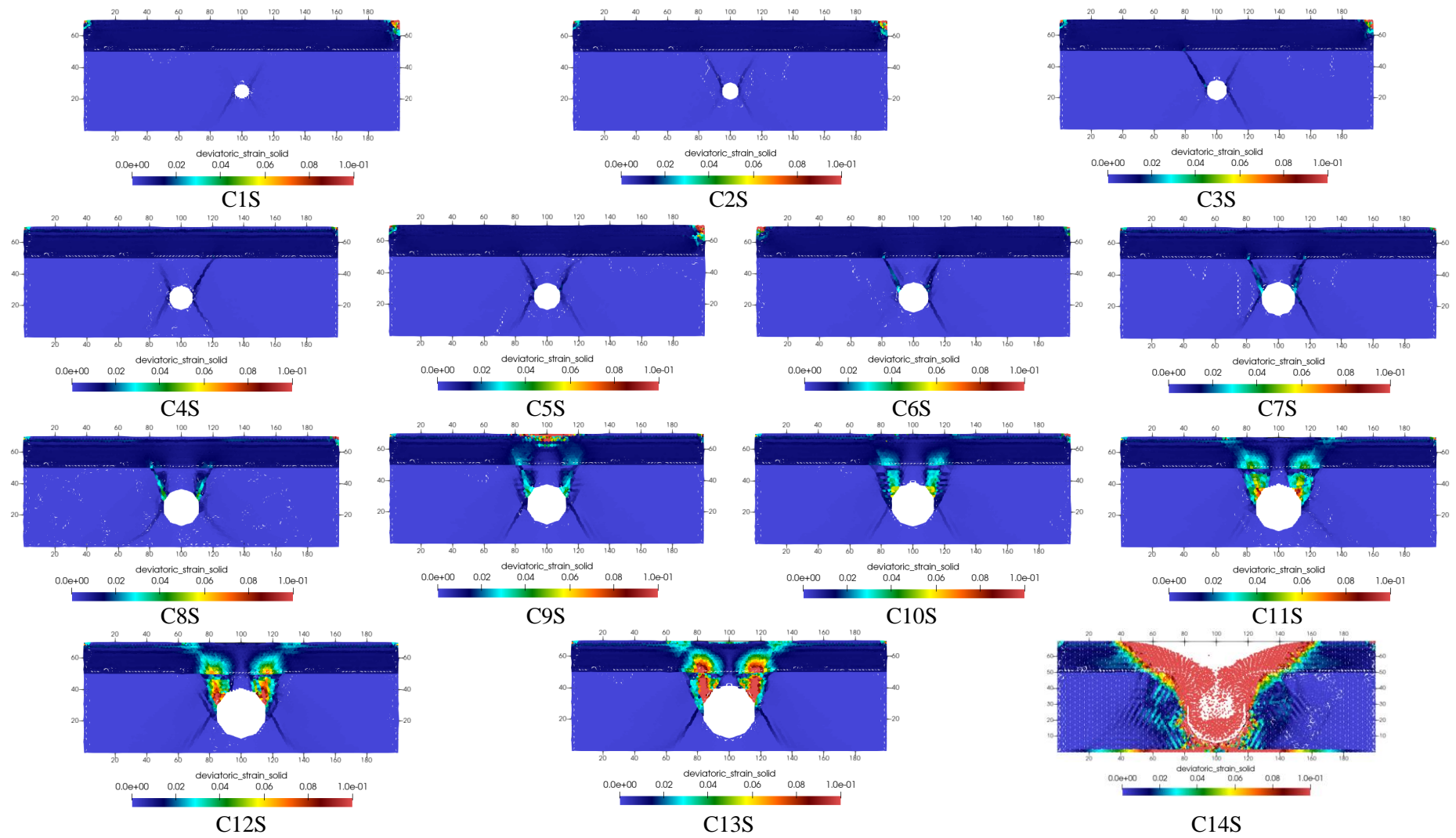
O deslocamento vertical (Figura 5.38) demonstra uma zona de ruptura que, embora distintamente definida, segue uma trajetória mais vertical, resultando numa subsidência mais contida e direcionada. Essa diferença indica uma influência significativa da coesão do solo na distribuição e no comportamento da subsidência.

A deformação desviadora (Figura 5.39) reforça essa observação, com as zonas de cisalhamento evidenciando um padrão de falha que conduz a uma subsidência mais vertical e concentrada. O tamanho crítico para a ocorrência de ruptura neste cenário foi de 32,61 m (caso C12), aproximadamente 2 m menos do que o necessário para o solo não coesivo, indicando uma maior susceptibilidade do maciço rochoso com o solo coesivo ao fenômeno de subsidência com feições cársticas de menores aberturas.

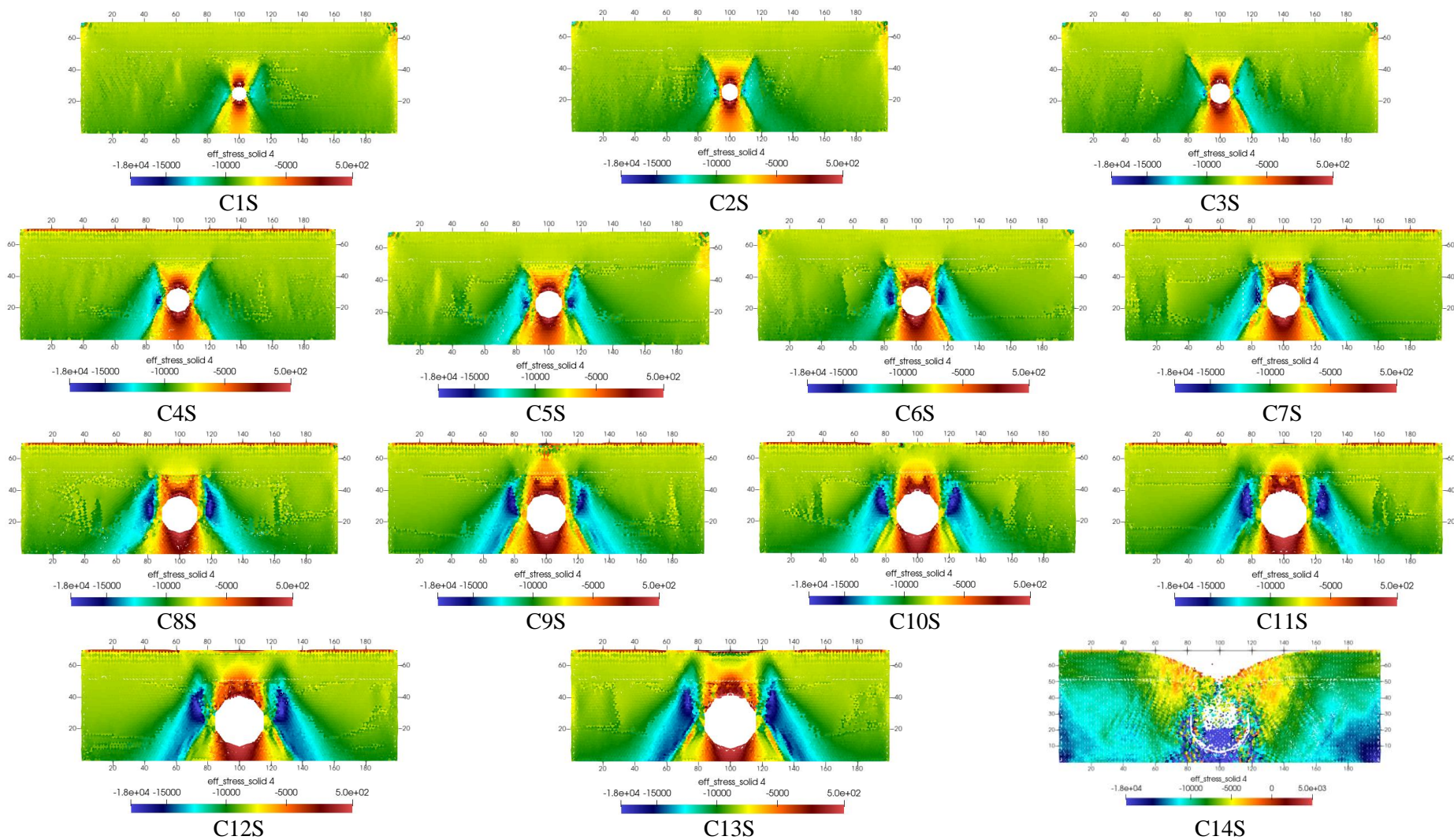




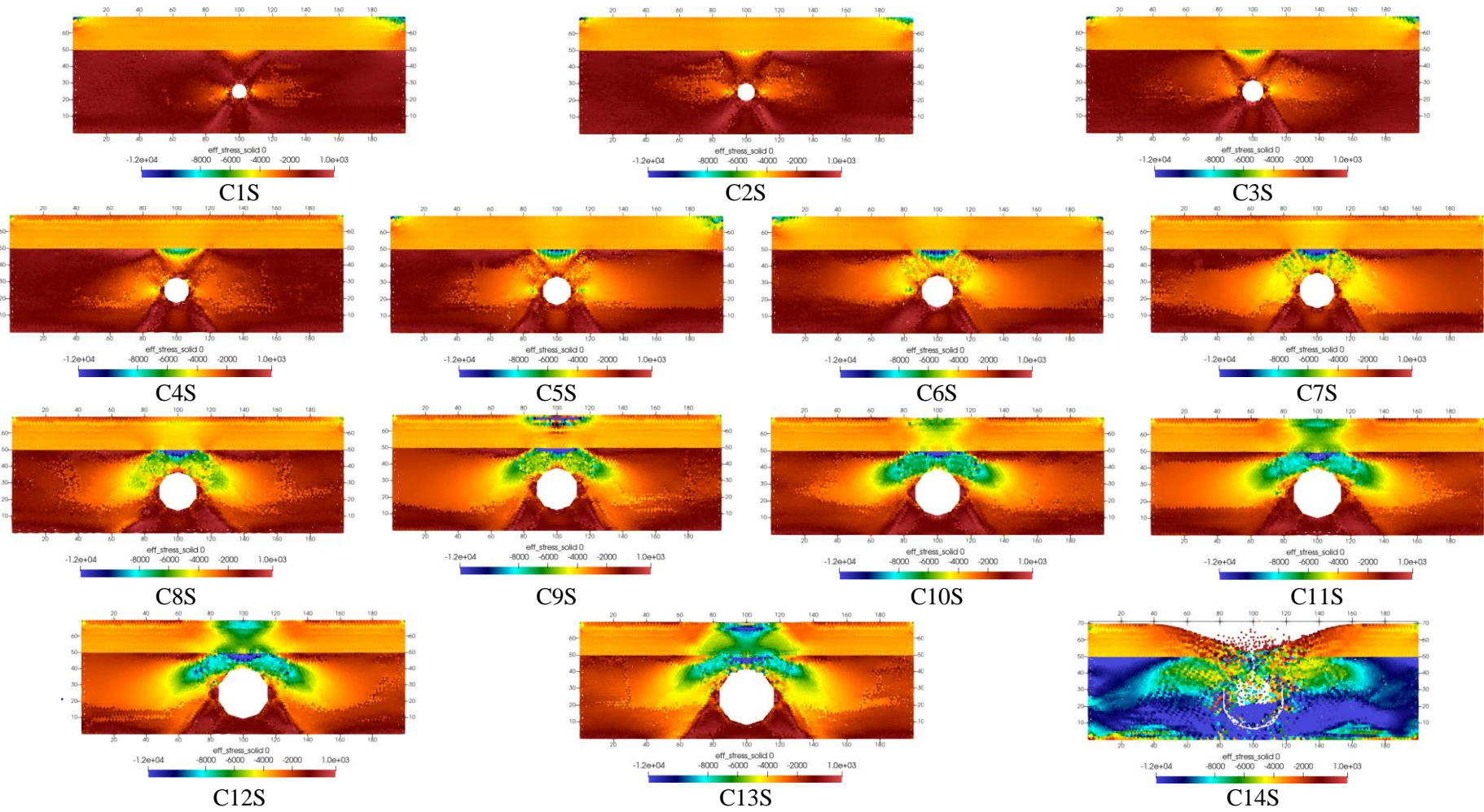
**Figura 5.34.** Análise paramétrica – Subsidiência com solo não coesivo: Deslocamento vertical (m)



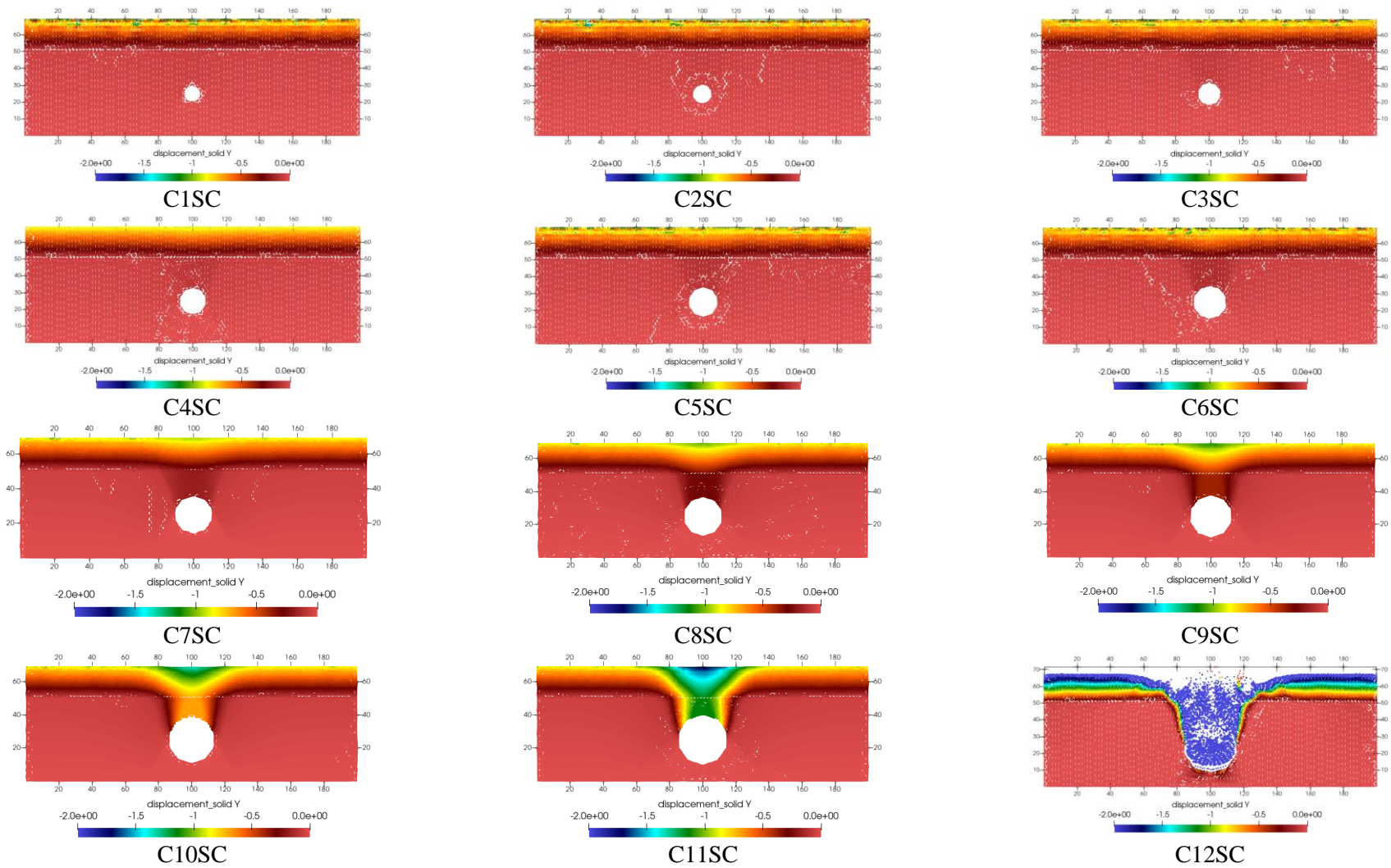
**Figura 5.35.** Análise paramétrica – Subsidiência com solo não coesivo: Deformação desviadora



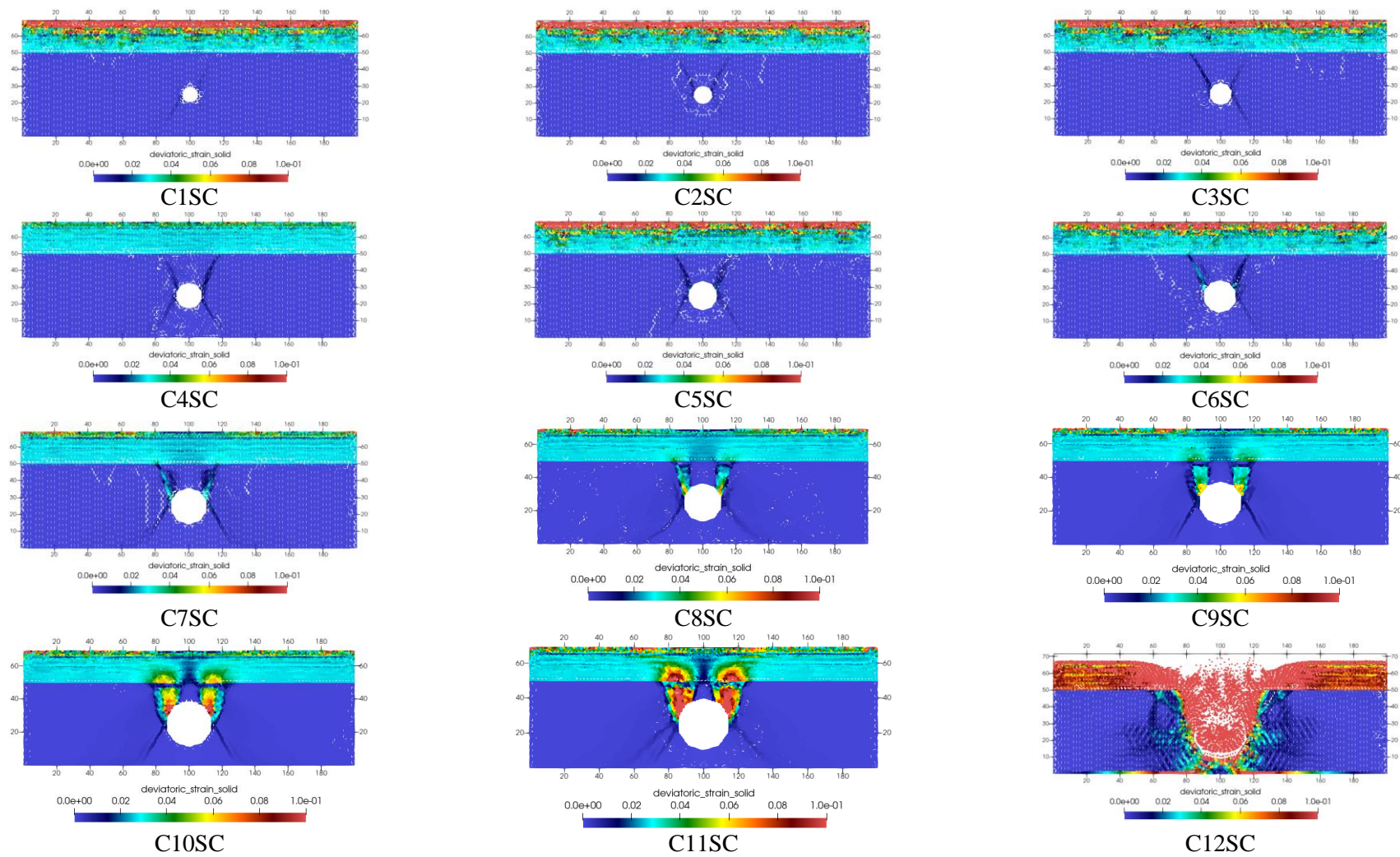
**Figura 5.36.** Análise paramétrica – Subsidiência com solo não coesivo: Tensão vertical (kPa)



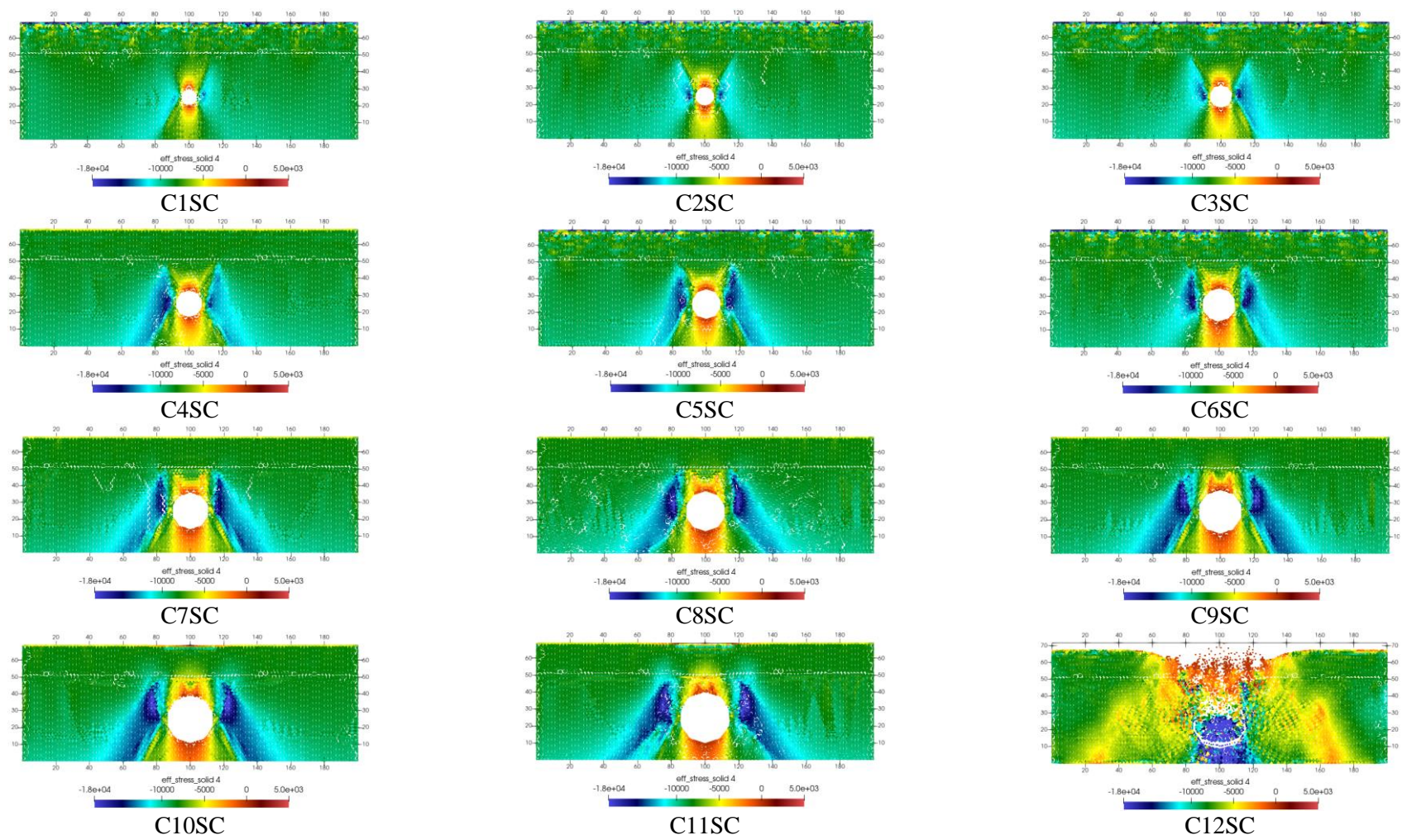
**Figura 5.37.** Análise paramétrica – Subsidiência com solo não coesivo: Tensão horizontal (kPa)



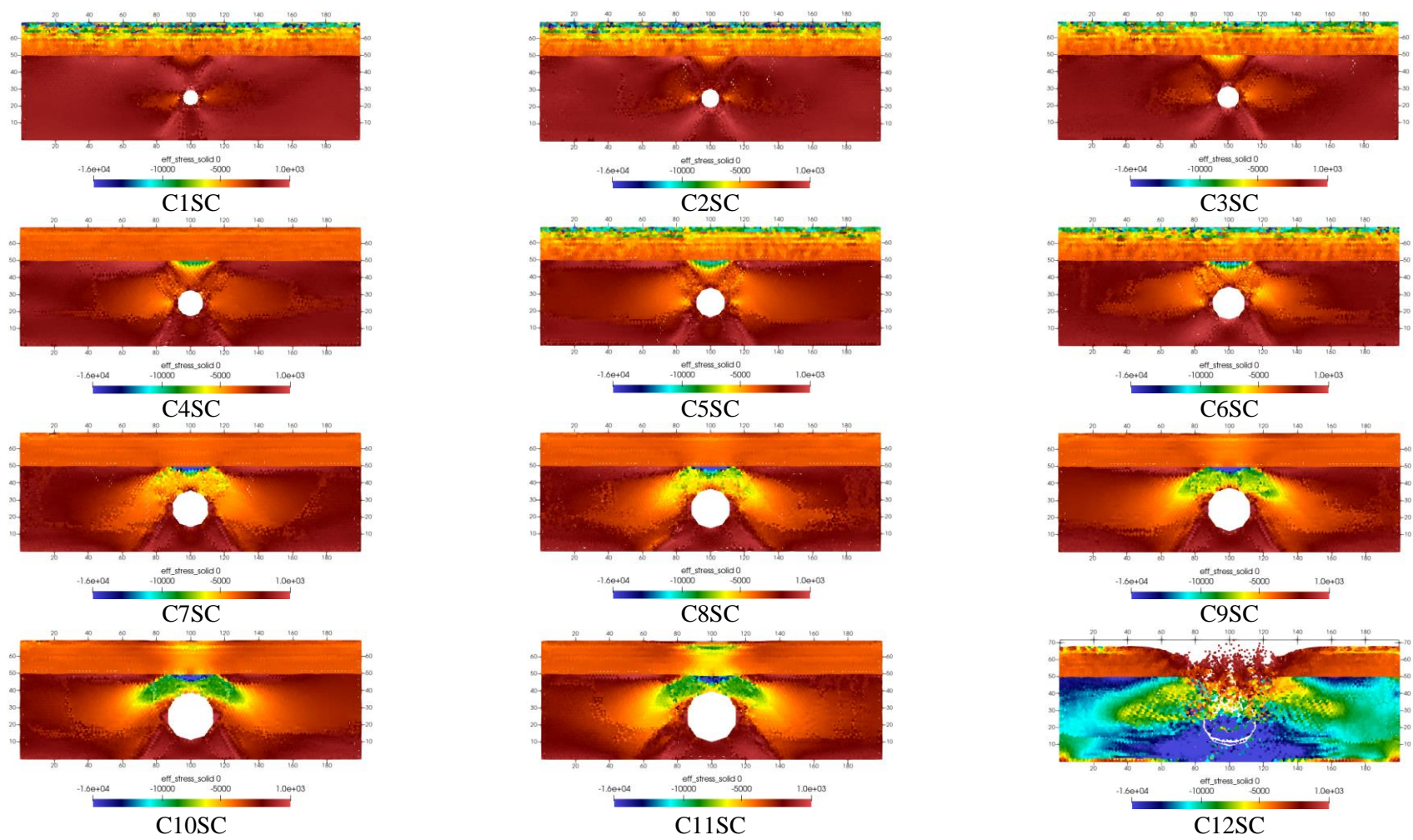
**Figura 5.38.** Análise paramétrica – Subsidência com solo coesivo: Deslocamento vertical (m)



**Figura 5.39.** Análise paramétrica – Subsidiência com solo coesivo: Deformação desviadora



**Figura 5.40.** Análise paramétrica – Subsidiência com solo coesivo: Tensão vertical (kPa)



**Figura 5.41.** Análise paramétrica – Subsidência com solo coesivo: Tensão horizontal (kPa)



## 5.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo foram analisados os mecanismos de colapso e subsidência em ambientes cársticos, utilizando como referência o modelo original proposto por Mattos (2019) e implementando algumas modificações para melhorar a compreensão desses fenômenos. Através de uma análise paramétrica, inicialmente foi feita uma simplificação do sistema de cavernas para incluir apenas uma feição cárstica central de forma circular, visando entender o comportamento do maciço rochoso frente à formação de uma única caverna.

As análises realizadas destacaram que, apesar das dimensões consideráveis da cavidade modelada, o maciço rochoso demonstrou uma capacidade significativa de acomodar tais deslocamentos sem evidenciar uma falha estrutural imediata. Isso foi observado nos resultados de deslocamentos verticais onde uma zona de ruptura bem definida acima do carste foi observada, e os resultados de deformação desviadora que mostraram o desenvolvimento progressivo de zonas de cisalhamento. A análise das tensões verticais forneceu entendimentos adicionais sobre as regiões mais suscetíveis a processos degradativos, identificando zonas de tração e compressão que variam conforme o aumento do diâmetro da cavidade.

Para os casos de colapso, foi considerada a presença de rocha acima do maciço cárstico, enquanto para a subsidência, foi analisado o efeito de camadas de solo coesivo e não coesivo situadas sobre a rocha cárstica. Os resultados dessas análises demonstraram que, embora o maciço rochoso não tenda a colapsar devido à presença da feição cárstica, a formação de zonas de cisalhamento e as variações nas tensões verticais indicam áreas de potencial instabilidade.

A comparação dos resultados considerando solos coesivos e não coesivos revelou diferenças no mecanismo de ruptura e nas condições críticas que levam à subsidência. Enquanto o solo não coesivo favorece a formação de zonas de cisalhamento que propiciam uma subsidência mais ampla, o solo coesivo tende a apresentar um padrão de subsidência mais verticalizado e concentrado.

# CAPÍTULO 6

## 6. ESTUDO DE CASO

Este capítulo apresenta um estudo de caso desenvolvido no contexto do Quadrilátero Ferrífero, a região de maior importância mineral no Brasil e uma das 19 regiões cársticas do seu território. Devido às suas características, o Quadrilátero Ferrífero abriga muitas barragens de rejeitos. O risco de falha de uma dessas estruturas pode aumentar se houver cavernas em sua fundação que, com o tempo, podem gerar subsidências ou colapsos devido ao processo de dissolução da rocha, às tensões exercidas pela estrutura, às condições de fluxo ou às intervenções próprias de grandes obras de engenharia.

Barragens projetadas nos últimos anos foram construídas levando em conta informações geológicas mais precisas da região; no entanto, esses dados não existem para estruturas mais antigas apesar da grande probabilidade de ocorrência de feições cársticas. As potenciais consequências de ruptura das barragens de rejeitos podem ser devastadoras para a sociedade e o meio ambiente, especialmente se o potencial de liquefação dos rejeitos armazenados for alto, pois o material pode se espalhar por longas distâncias. Portanto, entender os efeitos da subsidência e o colapso cárstico sobre a estabilidade, mecanismos de ruptura e cinemática pós-falha das barragens de rejeitos é crucial para garantir a segurança das comunidades no Quadrilátero Ferrífero.

O estudo deste problema é numericamente muito desafiador porque requer a avaliação de grandes deformações que se desenvolvem durante os mecanismos de colapso ou subsidência e a ruptura da barragem. Por esse motivo, são utilizadas as pesquisas e modelos desenvolvidos ao longo dessa tese para aplicá-los em um estudo de caso de uma barragem de rejeitos hipotética sobreposta a uma fundação cárstica.

Assim, o capítulo apresenta uma visão geral do Quadrilátero Ferrífero desde o ponto de vista geológico e mineral. Em seguida são apresentadas cada uma das etapas que permitiram desenvolver o modelo no MPM, considerando as particularidades do problema, as características geomecânicas dos materiais e as capacidades da ferramenta numérica para representar os fenômenos mencionados.



**Tabela 6.1.** Informações gerais das barragens de mineração no estado de Minas Gerais

(Adaptado do SIGBM, 2024)

Característica		Quantidade de Barragens	
Plano Nacional de Segurança de Barragens (PNSB)	Inseridas	202	
	Não inseridas	138	
Categoria de Risco	Alto	32	
	Médio	102	
	Baixo	205	
Dano Potencial Associado	Alto	153	
	Médio	34	
	Baixo	152	
Porte por Volume	Muito Pequeno ( $\leq 500$ mil m <sup>3</sup> )	225	
	Pequeno (500 mil a 5 milhões m <sup>3</sup> )	62	
	Médio (5 milhões a 25 milhões m <sup>3</sup> )	34	
	Grande (25 milhões a 50 milhões m <sup>3</sup> )	8	
	Muito Grande ( $\geq 50$ milhões m <sup>3</sup> )	11	
Plano de Ação de Emergência de Barragens de Mineração (PAEBM)	Necessita	202	
	Não Necessita	138	
Altura Máxima Atual	< 15 m	177	
	15.01 m – 29.99 m	63	
	30 m – 60 m	67	
	> 60.01 m	32	
Método Construtivo	Etapa única	222	
	Alteamento a jusante	60	
	Alteamento por linha de centro	22	
	Alteamento a montante ou desconhecido	34	
Nível de Emergência	Sem emergência	292	
	Nível de Alerta	16	
	Nível de emergência 1	25	
	Nível de emergência 2	4	
	Nível de emergência 3	3	
Declaração de Condição de Estabilidade (DCE)	RISR	Atestada	174
		Não enviada	3
		Não atestada	21
		Não enviada – Não obrigatória	4
	RPSB	Atestada	156
		Não enviada	15
		Não atestada	21
		Não enviada – Não obrigatória	7

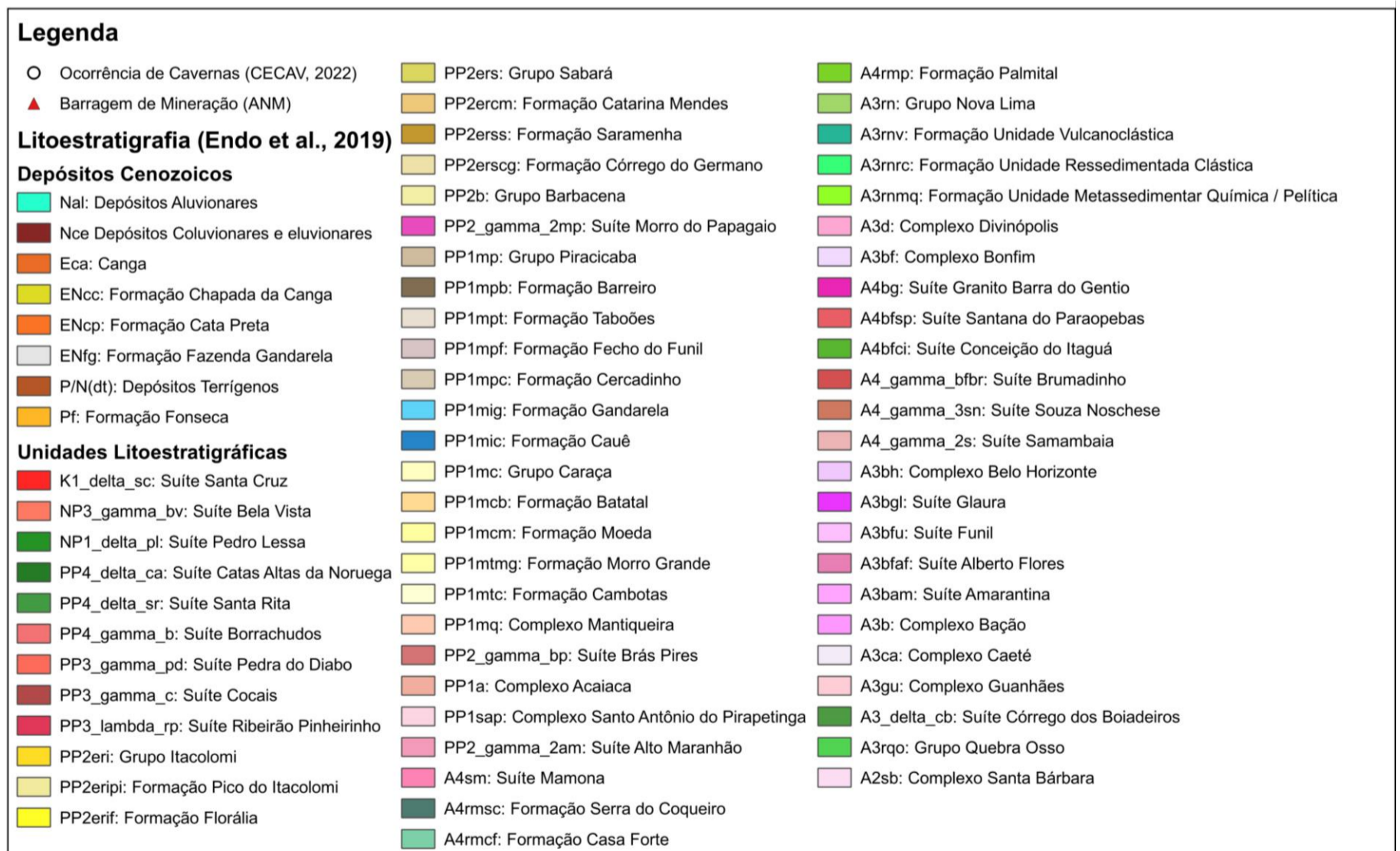
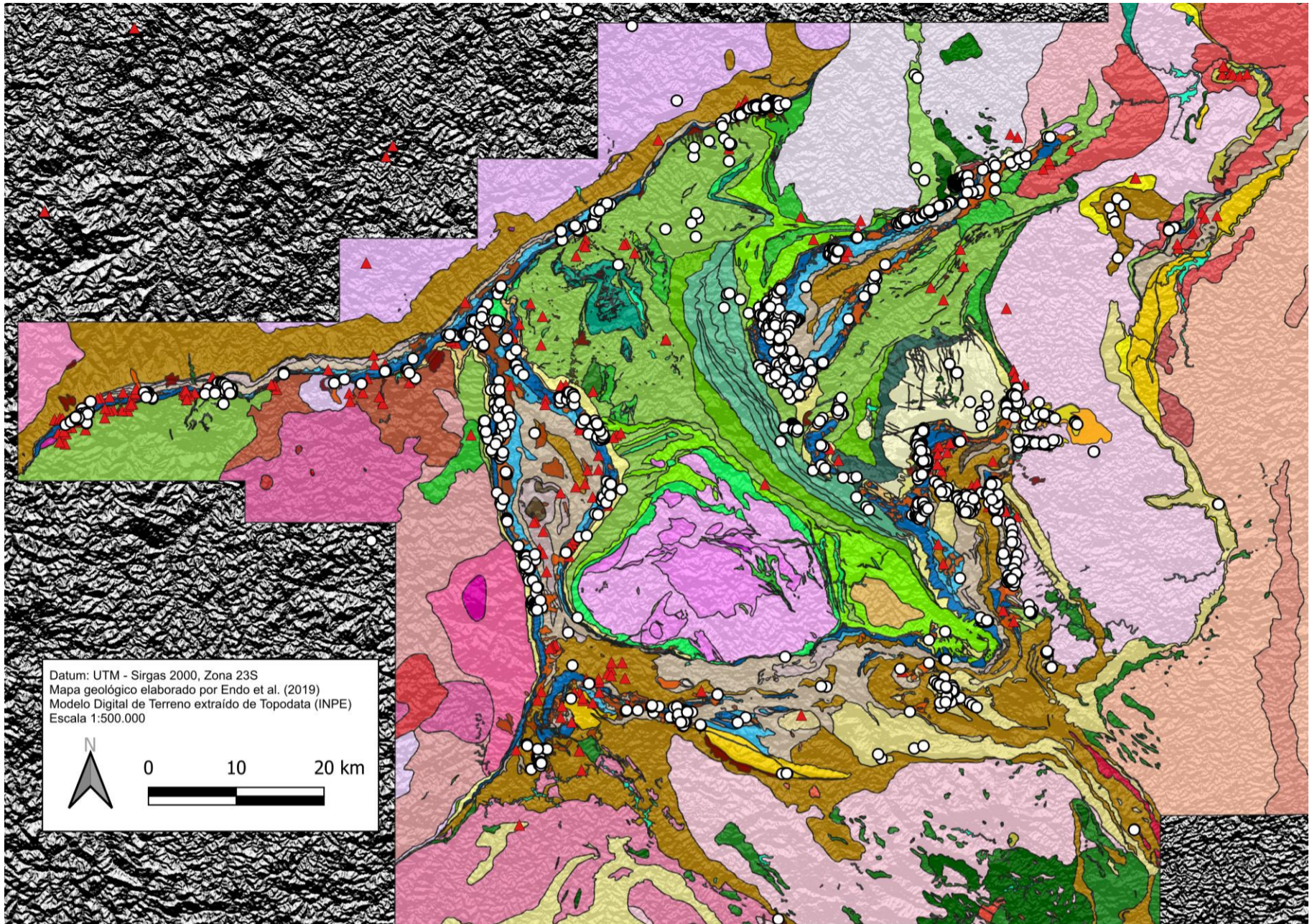
O Centro Nacional de Pesquisa e Conservação de Cavernas (CECAV) atualizou seu cadastro de cavernas no Brasil em 2022, disponibilizando esses dados ao público. O tratamento dessa informação em conjunto com os dados do SIGBM permitiu realizar o mapa da Figura 6.2, que mostra a ocorrência de cavernas e a localização de barragens de mineração dentro do Quadrilátero Ferrífero.

Foram identificadas 2282 cavernas e 240 barragens no levantamento feito nesta pesquisa. A maioria das barragens construídas nessa região estão próximas a essas cavernas, que ocorrem, predominantemente, em formações cársticas e ferríferas do Quadrilátero Ferrífero (ver Capítulo 2).

Sendo uma importante província mineral do Brasil, o Quadrilátero Ferrífero é constantemente modificado pela intervenção humana. Grandes empreendimentos minerais são frequentemente executados na área, com mineradoras nacionais e internacionais extraíndo os recursos disponíveis. Os riscos associados a essas intervenções aumentam devido à presença de feições cársticas na geologia local, que podem se desenvolver naturalmente ou por outros processos acelerados pelas atividades econômicas mencionadas.

Embora o conhecimento geológico do Quadrilátero Ferrífero tenha melhorado nos últimos anos, a identificação de cavernas e outras feições cársticas ainda depende de projetos de pesquisa e das investigações geológico-geotécnicas dos empreendimentos na região. Portanto, a verdadeira quantidade de cavernas dentro do território ainda é desconhecida.

Após os trágicos acidentes da barragem de Fundão em Mariana (2015) e da Barragem I em Brumadinho (2019), a legislação relacionada às barragens de mineração se tornou mais rigorosa. Assim, a avaliação das possíveis consequências de colapso ou subsidência cárstica dentro do Quadrilátero Ferrífero é imperativa para garantir a segurança da população, considerando o cenário apresentado na Figura 6.2. Nos itens a seguir é apresentada uma abordagem numérica para avaliar essa problemática.

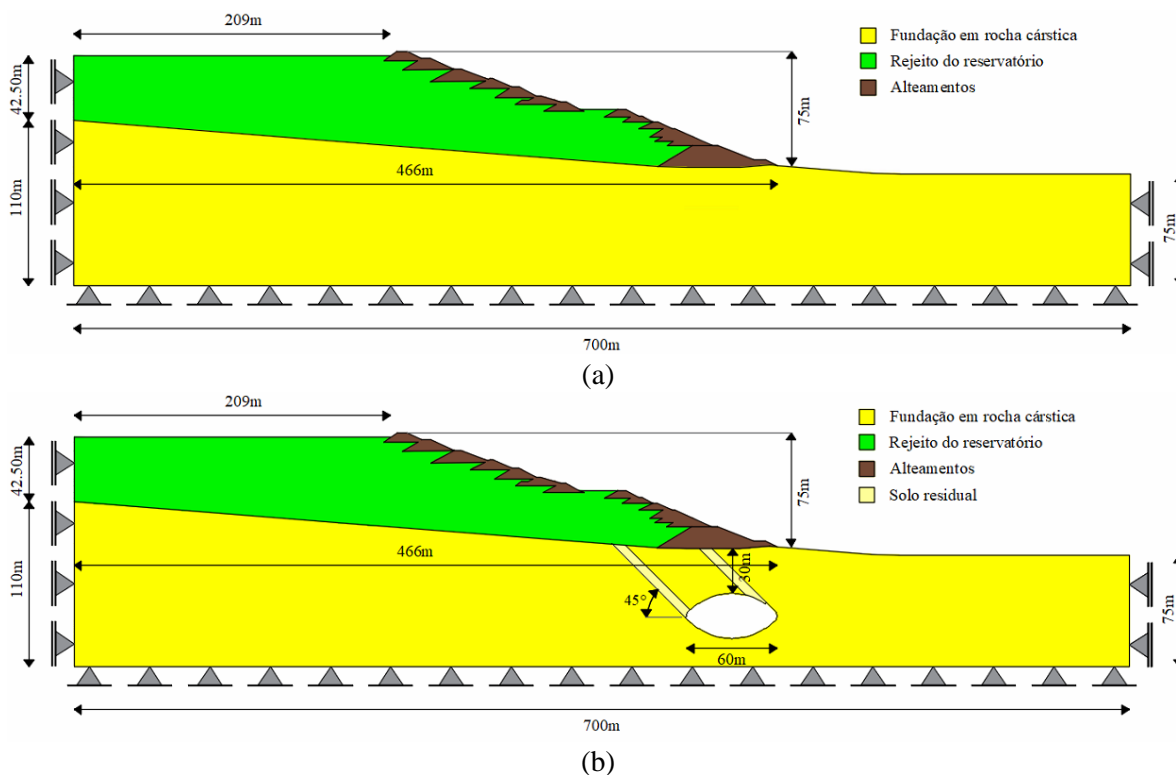


**Figura 6.2.** Cavernas cadastradas no CECAV (2022) e barragens de mineração cadastradas no SIGBM (2024) na região do Quadrilátero Ferrífero

## 6.2 MODELAGEM NUMÉRICA

Para investigar os potenciais riscos de colapso e subsidência cárstica em barragens de mineração, um modelo numérico de uma barragem alteada a montante, implantada sobre uma rocha cárstica, foi desenvolvido utilizando o Método do Ponto Material.

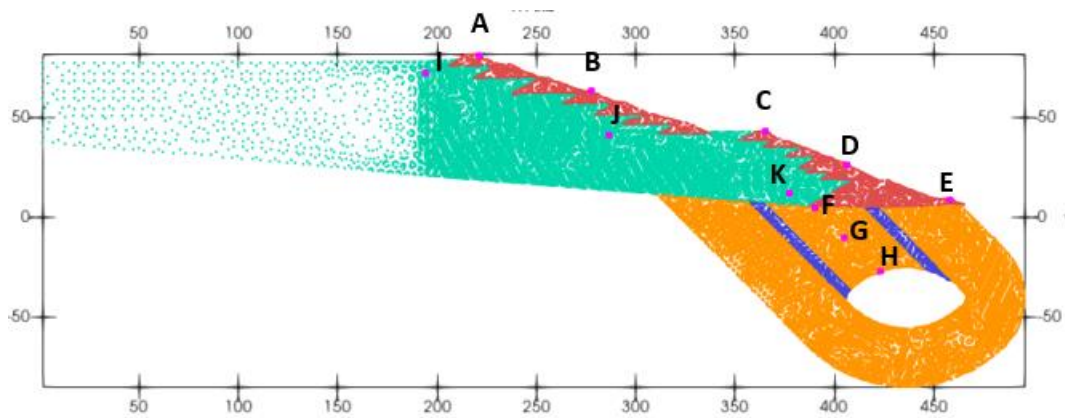
A geometria utilizada, ilustrada na Figura 6.3, reproduz a forma do talude original da Barragem I do Córrego do Feijão, que atingiu a ruptura no ano 2019 (Robertson *et al.*, 2019). Foi adicionada uma fundação em rocha cárstica, propensa à formação de cavernas por dissolução, conforme estudado no capítulo anterior.



**Figura 6.3.** Configuração do problema: (a) inicial e (b) proposta

Pela complexidade do problema, envolvendo diferentes tipos de materiais em condições saturadas e secas, topografia irregular, tamanho do modelo e a representação de diferentes fenômenos, a geometria foi modificada para facilitar o cálculo numérico e diminuir o custo computacional. A Figura 6.4 apresenta a geometria modificada que foi utilizada como base para o desenvolvimento dos estudos. Os pontos indicados serão monitorados e analisados ao longo dos seguintes itens, sendo que os pontos A, B, C, D e E estão localizados nos aterros

compactados, os pontos I, J, e K encontram-se no reservatório da barragem e os pontos F, G e H no material acima da feição cárstica.



**Figura 6.4.** Configuração do problema - Geometria modificada

A geometria representa um reservatório de rejeitos não compactados e saturados, contidos por uma série de alteamentos de material compactado e mais competente na face de jusante da estrutura. Na fundação cárstica é incluída uma caverna, já desenvolvida, de 60 m de diâmetro com um teto rochoso ou de solo, que representa os dois materiais em que podem ocorrer colapso ou subsidência, respectivamente. As franjas azuis representam descontinuidades geológicas que facilitam a representação numérica dos dois mecanismos supracitados.

### 6.2.1 MATERIAIS

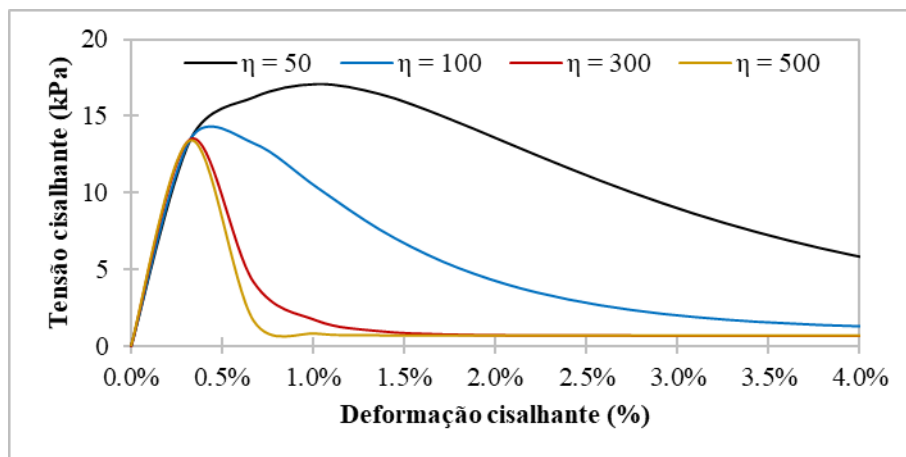
Para representar o comportamento dos materiais da Figura 6.3, optou-se por utilizar o modelo elástico perfeitamente plástico com critério de ruptura de Mohr-Coulomb (MC) nos materiais de fundação e o Mohr-Coulomb com amolecimento (MCSS) nos materiais da barragem. Como apresentado no estudo de caso de uma caverna com descontinuidades preenchidas do capítulo anterior (item 5.4), os resultados em termos de deslocamentos e forças são semelhantes quando estimados com os dois modelos constitutivos.

Para o rejeito e o material dos alteamentos, escolheu-se incluir o amolecimento para melhor representar o comportamento em cada fase de análise e, particularmente nos rejeitos, capturar um possível comportamento não drenado devido ao aumento imediato da pressão de poros.



Conforme explicado no item 3.3.2, isso pode ser representado com o MCSS através do fator de forma  $\eta$  que controla a taxa de queda da resistência. Para isso foram modelados numericamente ensaios de cisalhamento direto nos rejeitos e no solo dos alteamentos

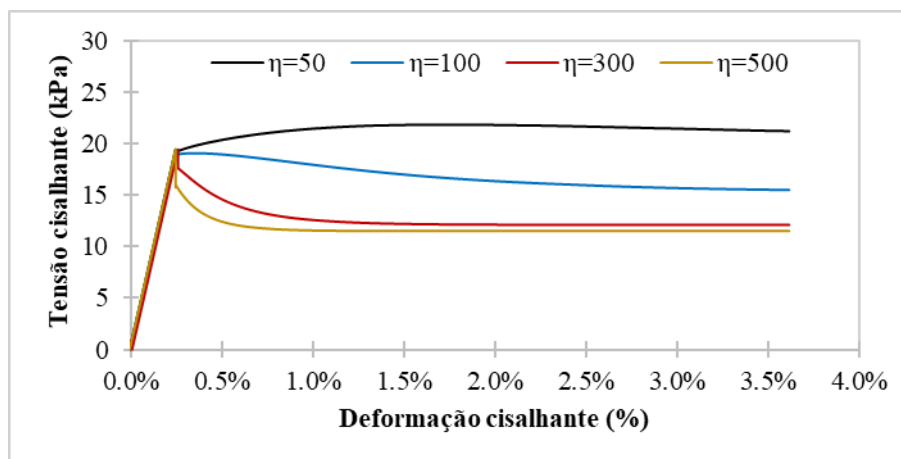
Os resultados do ensaio numa camada de rejeito, para diferentes valores de  $\eta$ , são apresentados na Figura 6.5, considerando uma tensão vertical de 310 kPa, uma tensão de confinamento de 300 kPa e uma velocidade prescrita no corpo rígido de 0.0001 m/s. Observa-se que com  $\eta = 300$  e  $\eta = 500$ , a queda de resistência ocorre de forma mais rápida, frente aos resultados de  $\eta = 50$  e  $\eta = 100$  em que ocorre mais lentamente. Destaca-se que a queda de resistência do material tende a zero em todos os casos. Isso acontece porque os parâmetros residuais utilizados no rejeito também são zerados.



**Figura 6.5.** Rejeito - Tensão cisalhante vs deformação cisalhante para diferentes valores de  $\eta$

O mesmo teste é feito para o solo compactado dos alteamentos. Dessa vez é aplicada uma tensão vertical de 150 kPa e uma tensão de confinamento de 100 kPa. A Figura 6.6 apresenta os resultados para diferentes valores de  $\eta$ . A taxa de queda de resistência é muito menor para o  $\eta = 50$  e  $\eta = 100$ , isso significa que serão necessárias deformações maiores para atingir os valores residuais.

Dessa forma, em cada estágio de análise, deverão ser modificados os valores de  $\eta$  para representar melhor o equilíbrio do sistema e a cinemática da ruptura.



**Figura 6.6.** Alteamento – Tensão cisalhante vs deformação cisalhante para diferentes valores de  $\eta$

A Tabela 6.2 apresenta os modelos constitutivos, parâmetros e condições utilizadas nos materiais supracitados.

**Tabela 6.2.** Modelo numérico – Parâmetros, modelos constitutivos e condições

Parâmetro	Unidade	Rejeito <sup>1</sup>	Alteamentos <sup>1</sup>	Solo Residual <sup>2</sup>	Rocha Carbonática <sup>3</sup>
Modelo Constitutivo	-	MCSS	MCSS	MC	MC
Condição	-	Saturada	Seca	Saturada	Saturada
Porosidade	-	0.33	0.16	0.33	0.6
Ângulo de atrito de pico	°	37	35	30	23
Ângulo de atrito residual	°	1	20	-	-
Coesão de pico	kPa	0,1	10	10	4000
Coesão residual	kPa	0,1	0.1	-	-
Ângulo de dilatância de pico	°	7	5	0	0
Ângulo de dilatância residual	°	4.5	0	-	-
Densidade do sólido	kg/m <sup>3</sup>	3800	2650	2700	2500
Coefficiente de Poisson	-	0.3	0.3	0.3	0.15
Módulo de Young	kPa	13500	20000	20000	8000000
Densidade do líquido	kg/m <sup>3</sup>	1000	-	1000	1000
Permeabilidade	m/s	1.00E-05	-	1.00E-05	1.00E-05

(1) Parâmetros de pico conforme relatório final de análise computacional da ruptura da Barragem I do Córrego do Feijão (CIMNE, 2021)

(2) Parâmetros de resistência definidos com base nos ensaios apresentados por Silva (2003)

(3) Parâmetros utilizados no estudo de caso do Capítulo 5

## 6.2.2 ELABORAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Para o desenvolvimento do modelo numérico é necessário identificar cada um dos estágios que ocorrem no estudo de caso proposto. Inicialmente, é necessário representar a barragem na condição de equilíbrio, permanecendo estável ainda em condições saturadas. Quando o gatilho de instabilidade surge, que neste caso é o colapso ou subsidência de uma feição cárstica, em conjunto com o potencial de liquefação do material reservado, o modelo deve ser capaz de mostrar a formação do mecanismo de ruptura da estrutura. Finalmente, o último estágio será a pós ruptura em que o material reservado se desloca para jusante em um movimento de massa de sólidos e líquidos.

Avaliando esses estágios (equilíbrio, formação do mecanismo de ruptura e pós ruptura) o modelo numérico foi elaborado considerando as seguintes etapas e características.

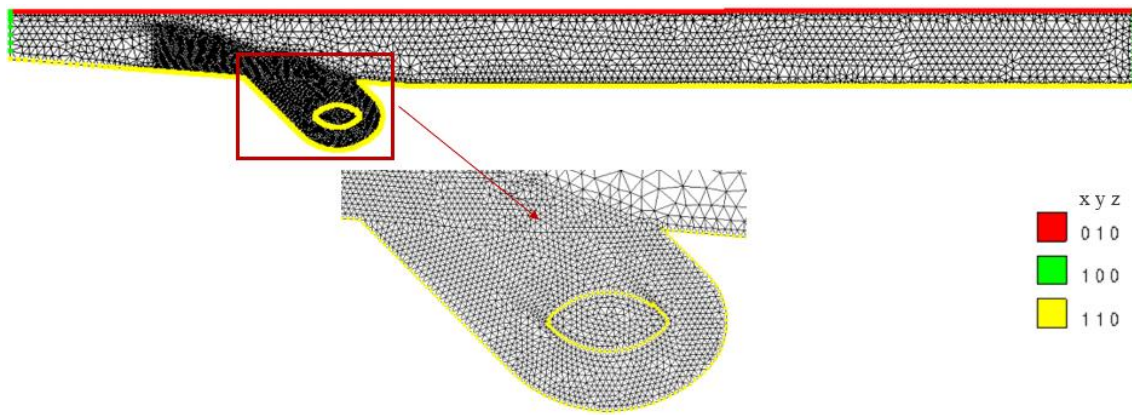
### 6.2.2.1 EQUILIBRIO

#### a) Carregamento elástico por gravidade e inicialização de tensões e pressão de poros

As tensões iniciais na fundação, no reservatório e nos alteamentos são geradas pela ação da gravidade, criando um campo vertical de tensão total  $\sigma_{yy}$  (que está em equilíbrio com as forças do corpo) e uma tensão vertical efetiva  $\sigma'_{yy} = \sigma_{yy} - u_w$ . As tensões horizontais são predominantemente controladas pelo coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) e pela geometria do problema. Nesta etapa, todos os materiais adotam um comportamento elástico e linear determinado pelo Modulo de Young ( $E$ ) e o coeficiente de Poisson. Tanto as tensões quanto as poropressões devem chegar aos valores geostáticos e hidrostáticos, correspondente ao peso específico do material pela altura de referência.

#### b) Representação da feição cárstica

A feição cárstica adotada para o estudo consiste numa caverna preexistente cuja estabilidade no modelo numérico é representada através de condições de contorno de restrição de deslocamento que impedem qualquer movimento no primeiro estágio de análise (Figura 6.7).



**Figura 6.7.** Condições de contorno para representação da feição cárstica

### c) Modificação do modelo constitutivo dos materiais de fundação e da barragem

O comportamento dos materiais é inicialmente assumido como elástico-linear durante a fase de geração de tensões. No entanto, para simular de maneira mais realista o comportamento dos materiais de fundação e da barragem sob condições de carregamento e ruptura, é modificado o modelo constitutivo para Mohr-Coulomb na fundação e Mohr-Coulomb com amolecimento nos materiais da barragem.

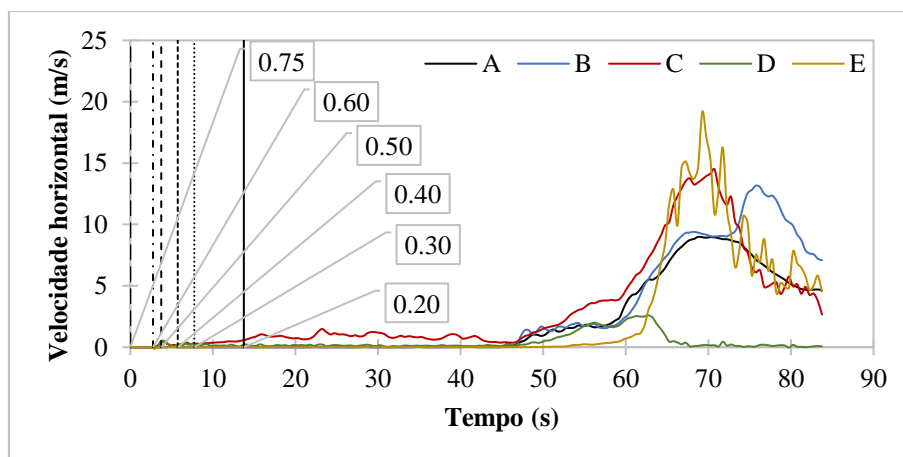
### d) *Damping*

Pelo fato da formulação do MPM ser totalmente dinâmica, pequenas deformações (causadas por ruído numérico, como uma solução não perfeitamente amortecida ou oscilações numéricas causadas pela própria natureza do MPM, além de erros acumulados devido à mudança no modelo constitutivo) podem desencadear irrealisticamente uma falha progressiva e a instabilidade da barragem. Para contornar esses problemas numéricos e forçar o equilíbrio no primeiro estágio de análise, foram manipulados o *damping* e o fator de forma  $\eta$  nos materiais da barragem.

Como explicado no item 4.3 desse trabalho, o *damping* tem um papel fundamental nas análises utilizando o MPM. Para condições estáticas, que é o caso de equilíbrio, o amortecimento deve ser alto o suficiente para alcançar uma inicialização quasistática das tensões, sem interferir na representação da primeira etapa. Quando do mecanismo de ruptura, o *damping* deverá capturar seu desenvolvimento sem desencadear um movimento precipitado. Finalmente, quando a ruptura acontece e o material tende a se deslocar para jusante, o valor do amortecimento deverá

ser baixo o suficiente para calcular as grandes deformações e melhor representar o comportamento dinâmico.

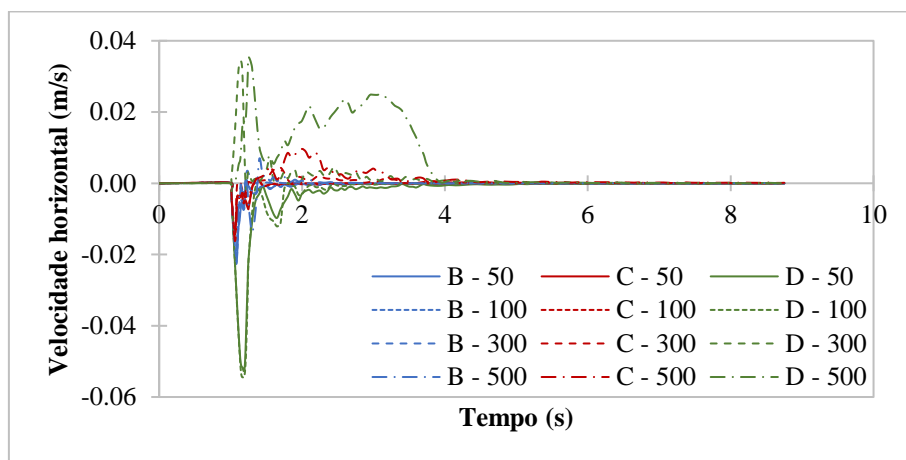
Assim, o *damping* foi avaliado combinando a mudança de modelo constitutivo que considera o amolecimento dos parâmetros de resistência do material, com o a influência dos valores de amortecimento. Inicialmente, foi verificada a estabilidade do modelo utilizando um *damping* de 0.75. A barragem permanecerá estável se após o rearranjo de partículas o deslocamento permanece constante e menor a 1% da altura de todos os alteamentos (0.75 m). Caso essa condição se cumpra, o amortecimento é diminuído até encontrar o valor crítico em que o sistema apresente deslocamentos maiores e que não tendam a se estabilizar. A Figura 6.8 ilustra os resultados desse exercício. Encontrou-se que, com um amortecimento de até 0.20, o sistema permanece estável e os deslocamentos constantes. Assim, entende-se que, a partir desse limite, o *damping* irá influenciar na resposta dinâmica do modelo.



**Figura 6.8.** Velocidade horizontal na face da barragem com diferentes valores de *damping* e  $\eta = 20$

Considerando a influência do fator de forma  $\eta$  na modelagem numérica, é possível afirmar que diferentes combinações dos valores de  $\eta$  com o *damping* podem ser utilizados para representar o equilíbrio da estrutura. Na Figura 6.8 são apresentados os resultados quando considerados parâmetros residuais críticos e, portanto, um fator de forma baixo ( $\eta = 20$ ). Não obstante, para esse primeiro estágio em que os materiais não estão sendo perturbados por nenhuma solicitação externa, é possível considerar que os parâmetros residuais sejam equivalentes ao estado crítico do material. Nesse caso, pode ser utilizado um valor de  $\eta = 500$  pois os parâmetros de resistência no estado crítico são razoavelmente altos.

O resultado desse exercício é apresentado na Figura 6.9, considerando parâmetros de resistência residuais com valores altos no rejeito e nos alteamentos do modelo, *damping* de 0.75 e  $\eta = 500$ , equivalente a uma taxa de queda de resistência rápida com menores deformações. Nesse caso, os deslocamentos observados são pequenos, correspondentes ao rearranjo de partículas na inicialização de tensões e, posteriormente, à mudança do valor de  $\eta$ . Em todos os casos, o modelo se estabiliza com deformações menores a 0.08% que não comprometem a condição de equilíbrio da barragem. Esse exercício é especialmente importante pois permite mostrar que com a correta combinação de parâmetros, fator de forma e *damping*, a barragem permanece estável.



**Figura 6.9.** Velocidade horizontal na face da barragem para diferentes valores de  $\eta$  e *damping* = 0.75

### 6.2.2.2 FORMAÇÃO DO MECANISMO DE RUPTURA

Uma etapa fundamental para o desenvolvimento do modelo numérico é a representação dos mecanismos de colapso e subsidência na feição cárstica. No capítulo anterior, os dois mecanismos foram estudados o que permitiu melhorar o entendimento do seu comportamento. Sabe-se que, para o caso do colapso, o material acima da caverna deverá ser uma rocha, neste caso, representada pelo dolomito da fundação. Para a subsidência, o material acima da caverna deverá ser um solo residual produto dos processos de intemperismo.

Como ilustrado na Figura 6.4, foram incluídas duas franjas na fundação do problema que representam duas discontinuidades geológicas que, pela finalidade dos estudos, permitirão simular os mecanismos mencionados. Por ser um modelo desenvolvido na mecânica dos

contínuos, essas descontinuidades são representadas por um material menos competente com uma espessura equivalente ao tamanho de um elemento de malha.

Como mencionado no primeiro estágio de análise, são as condições de contorno de restrição de deslocamento que mantém a caverna estável. No segundo estágio, onde se formará o mecanismo de ruptura na barragem, são removidas essas condições de contorno e é reduzida subitamente a resistência ao longo das descontinuidades pré-definidas no maciço rochoso. Isso permitirá que o material acima da caverna (rocha ou solo), se desloque e gere a instabilidade na estrutura.

### **6.2.2.3 PÓS-RUPTURA**

No último estágio de análise, o deslocamento para jusante do material contido no reservatório acontecerá pela instabilidade gerada do colapso ou subsidência do carste. Nessa etapa é necessário modificar os valores do fator de forma  $\eta$  nos materiais analisados com o MCSS e o valor do amortecimento para a correta representação do movimento.

É importante avaliar a forma como os mecanismos gerados na feição cárstica se desenvolvem e como influenciam na estabilidade da estrutura. Em seguida, é imperativo analisar o movimento do rejeito e do material compactado na face da barragem, quantificando o deslocamento vertical, a velocidade atingida e distância final percorrida.

### **6.2.3 CONFIGURAÇÃO FINAL DO MODELO NUMÉRICO**

Considerando os estágios de análise e as etapas apresentadas no item anterior, foram desenvolvidos seis modelos numéricos que avaliam três possíveis configurações da feição cárstica, conforme Tabela 6.3. Para cada configuração foi avaliado um caso de colapso (rocha) e outro de subsidência (solo), mecanismos previamente analisados no Capítulo 5.

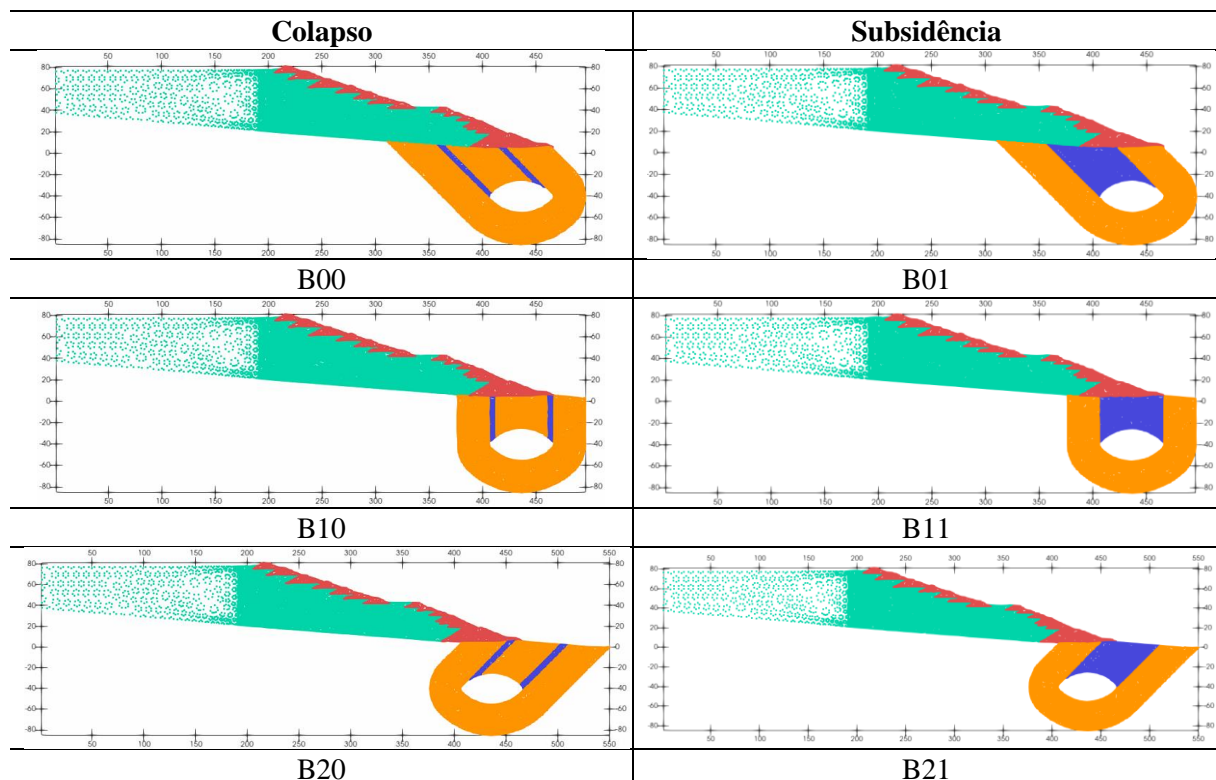
As três configurações representam as possíveis orientações de descontinuidades geológicas que podem ser encontradas em campo. Essas descontinuidades são características comuns na região do Quadrilátero Ferrífero, onde a geologia é marcada por uma complexa rede de fraturas, falhas e outras disjunções estruturais.

A combinação da orientação das descontinuidades com os mecanismos de desenvolvimento cárstico permite que a modelagem numérica proposta capture a diversidade das condições geológicas e sua influência na estabilidade da barragem. Isso possibilita a identificação de cenários extremos ou menos favoráveis, essenciais para a avaliação de riscos.

Além disso, avaliar os dois mecanismos é necessário, uma vez que o desenvolvimento do colapso ocorre em uma escala de tempo maior se comparado à subsidência. Embora um colapso repentino da feição cárstica seja menos provável, ele ainda é possível no contexto avaliado. Em contrapartida, a subsidência pode ocorrer de forma contínua e, portanto, representar um risco a curto prazo. Esse mecanismo, por exemplo, poderia ser monitorado com instrumentos de medição de deslocamentos instalados em lugares estratégicos.

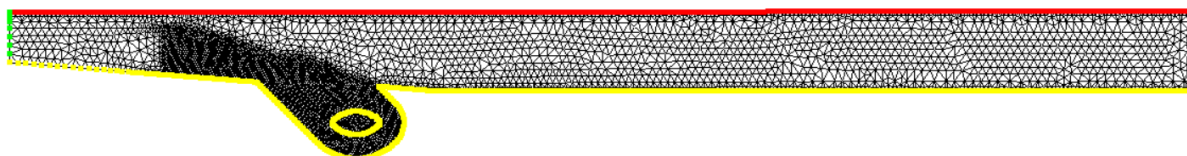
Assim, com esses modelos busca-se demonstrar a necessidade de avaliar diferentes cenários para identificar os riscos e possíveis ações de prevenção e mitigação. A análise de múltiplas configurações geológicas permite desenvolver estratégias mais robustas de monitoramento e intervenção, assegurando a integridade e segurança das barragens diante das complexidades geológicas da região do Quadrilátero Ferrífero.

**Tabela 6.3.** Modelo numérico – Identificação das configurações

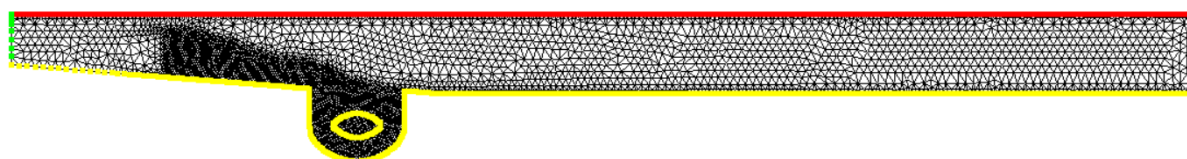




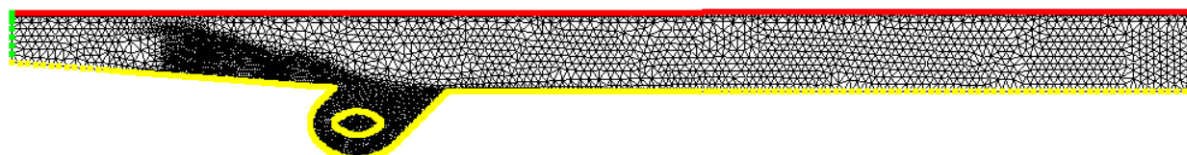
A discretização da malha é apresentada na Figura 6.10, Figura 6.11 e Figura 6.12. O estudo de convergência de malha é apresentado no Apêndice A deste documento. Em todas as configurações foram utilizados os mesmos parâmetros e condições com o objetivo de comparar os resultados de cada modelo.



**Figura 6.10.** Discretização B00-B01: 9305 elementos, 4972 nós, 3 PM/Célula



**Figura 6.11.** Discretização B10-B11: 9393 elementos, 5057 nós, 3 PM/Célula



**Figura 6.12.** Discretização B20-B21: 9751 elementos, 5237 nós, 3 PM/Célula

A Tabela 6.4 apresenta as características dos modelos para cada estágio de análise.

**Tabela 6.4.** Características do modelo para cada estágio de análise

Estágio	Etapa	Característica	
Equilíbrio	1º Etapa: Geração do estado de tensão	Modelo constitutivo	Elástico - Linear
		<i>Damping</i>	0.75
	2º Etapa: Alteração do Modelo Constitutivo	Modelo Constitutivo	MC/ MCSS
		Fator de forma MCSS	20
	<i>Damping</i>	0.75	
Formação do mecanismo de ruptura	3º Etapa: Representação do colapso/ subsidência do carste	Modelo Constitutivo	MC/MCSS
		Fator de forma MCSS	20
		<i>Damping</i>	0.20
Pós – ruptura	4º Etapa: <i>Runout</i>	Modelo Constitutivo	MC/MCSS
		Fator de forma	500
		<i>Damping</i>	0.05

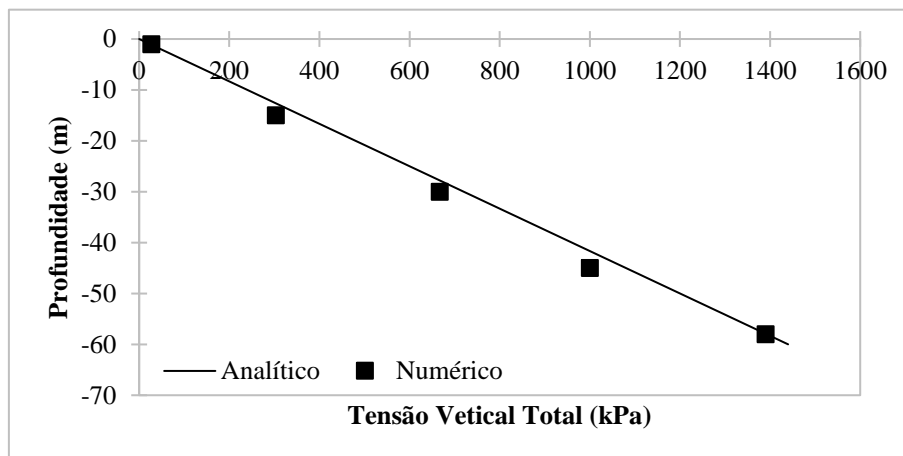
## 6.2.4 RESULTADOS

A seguir são apresentados os resultados dos modelos numéricos para cada uma das configurações propostas. São consideradas as etapas listadas na Tabela 6.4.

### 6.2.4.1 EQUILÍBRIO

#### 1º Etapa: Geração do estado de tensão

O resultado da inicialização de tensões e pressão de poros nos modelos desenvolvidos é ilustrado na Figura 6.14 a Figura 6.15. Observa-se que em todos os casos são atingidos os valores geostáticos (Figura 6.14) e hidrostáticos (Figura 6.16) esperados na barragem. No entanto, as tensões ao redor da caverna não são totalmente realistas. Isso se deve ao efeito das condições de contorno dentro da cavidade, que não imitam a geometria real com uma camada de rocha quase horizontal. Não obstante, a influência no resultado final é desprezível, uma vez que o foco do estudo é o comportamento da barragem.



**Figura 6.13.** 1ª Etapa – Tensão vertical total no reservatório: Resultado analítico e numérico

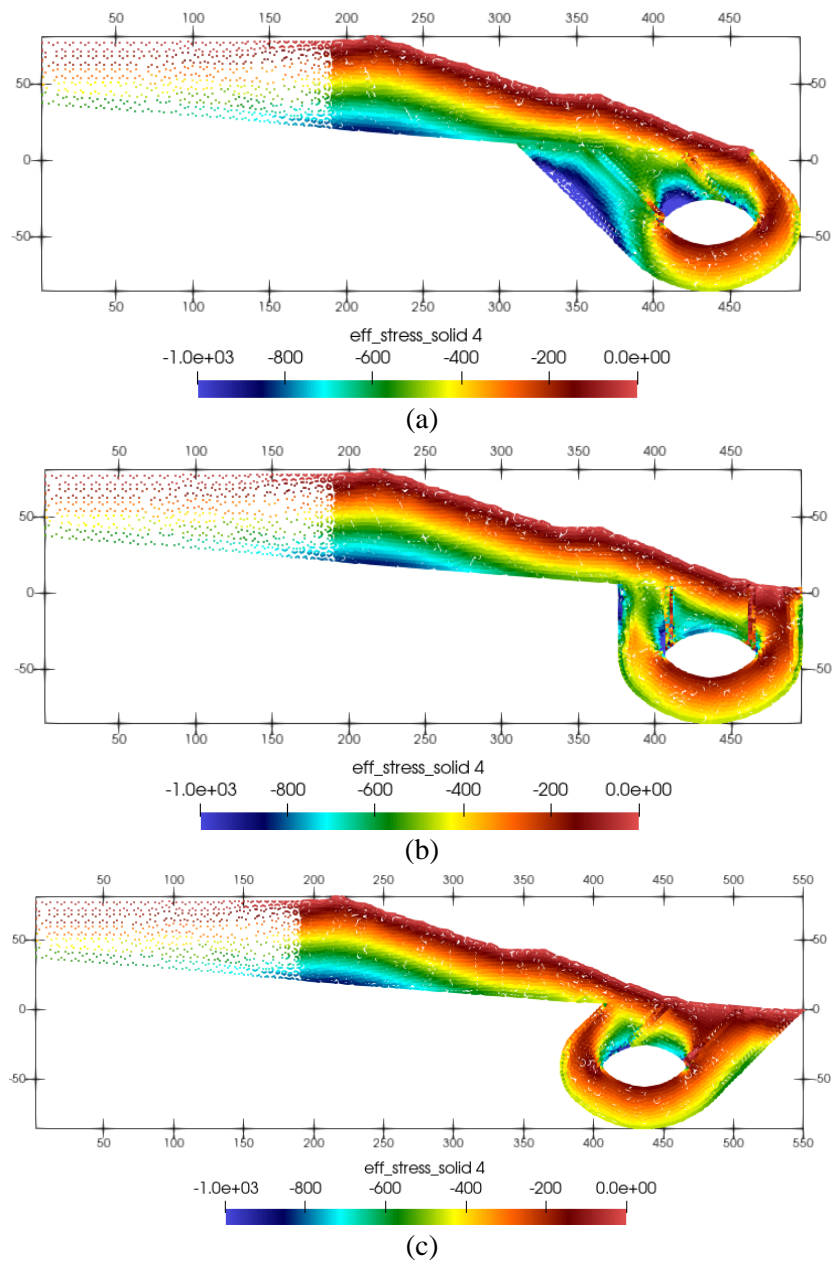


Figura 6.14. 1ª Etapa – Tensão efetiva vertical: (a) B00 – B01, (b) B10 – B11 e (c) B20 – B21

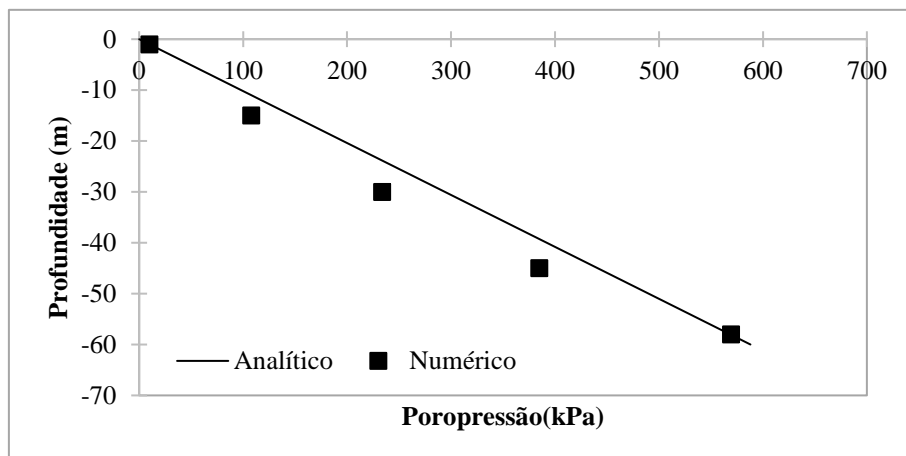
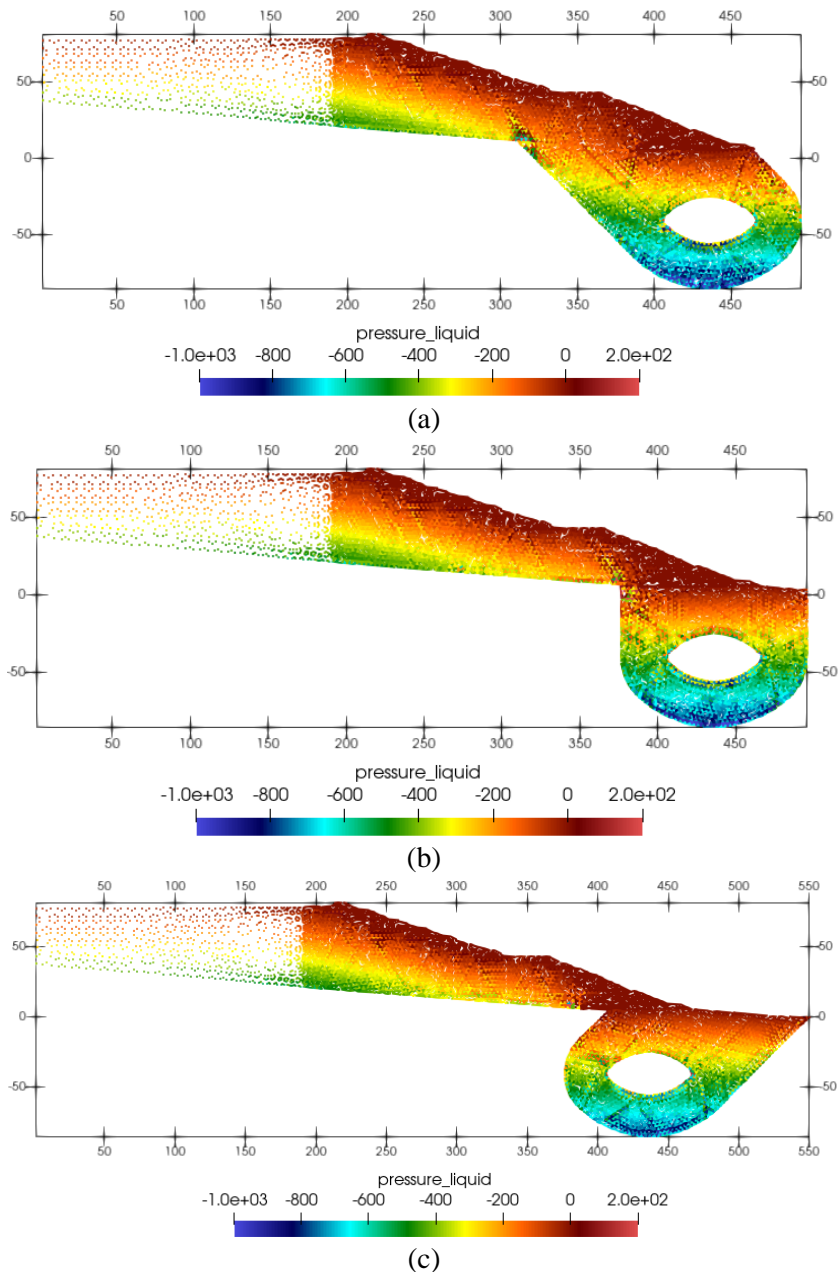


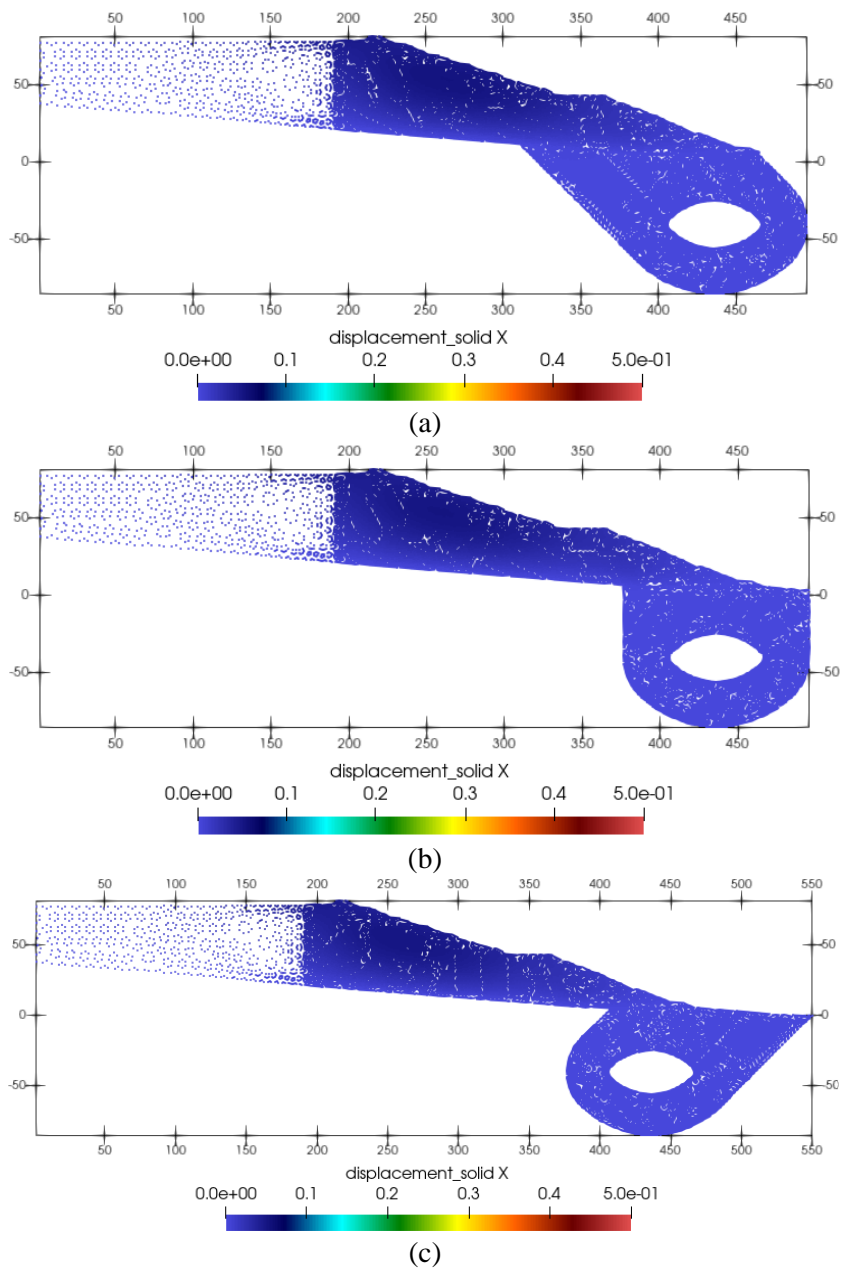
Figura 6.15. 1ª Etapa – Poropressão: Resultado analítico e numérico



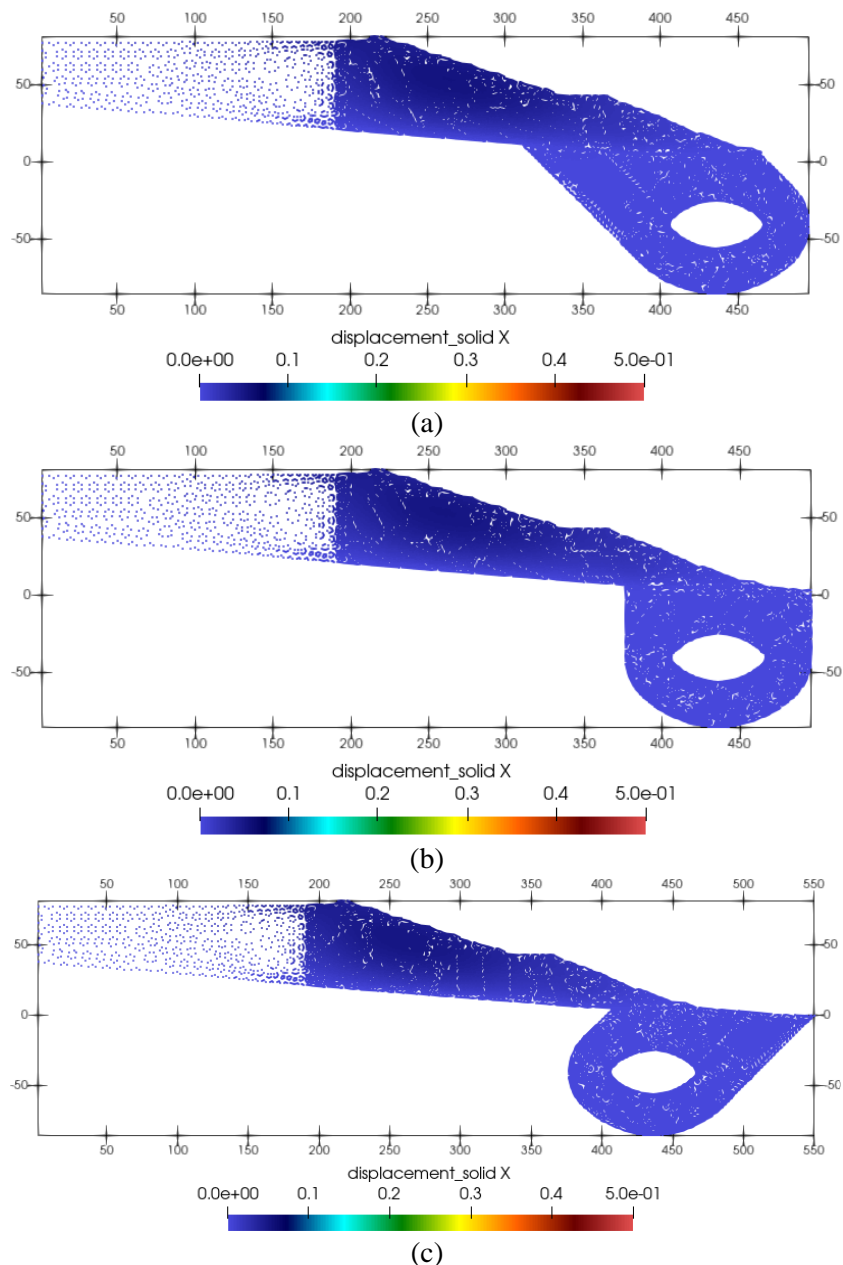
**Figura 6.16.** 1ª Etapa – Poropressão (kPa): (a) B00 – B01, (b) B10 – B11 e (c) B20 – B21

## 2º Etapa: Alteração do Modelo Constitutivo

Quando modificado o modelo constitutivo de Elástico Linear para MCSS no rejeito e alteamentos e MC na rocha e o solo residual, esperasse que não ocorra um desequilíbrio no modelo que altere seu estado de tensão, gerando deslocamentos que na realidade não se apresentam. A Figura 6.17 e Figura 6.18 ilustram os deslocamentos horizontais após a mudança dos modelos, constatando que não houve uma alteração de comportamento quando comparados aos resultados da primeira etapa de análise.



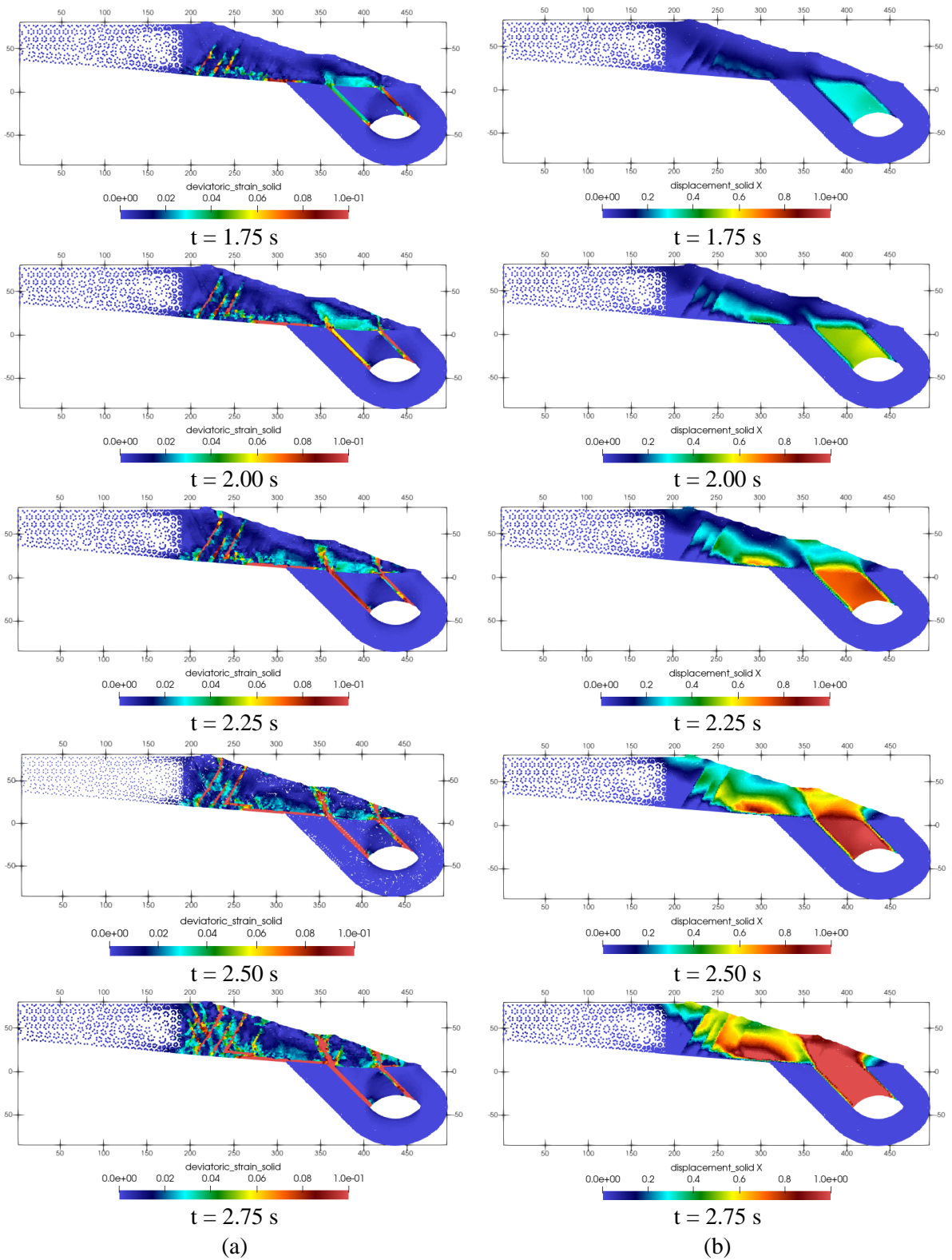
**Figura 6.17.** 2ª Etapa – Colapso: Deslocamento horizontal (m) (a) B00, (b) B10 e (c) B20



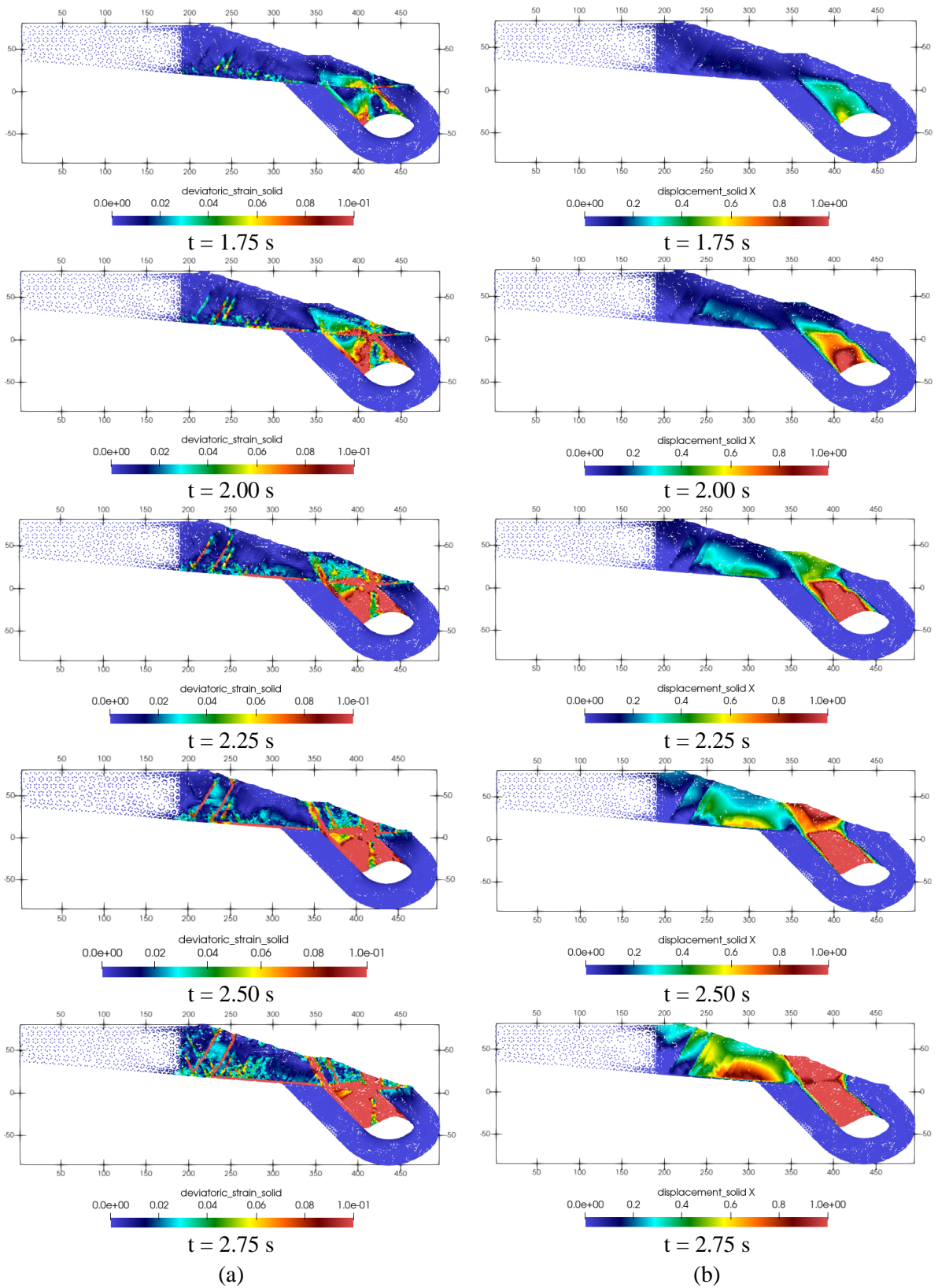
**Figura 6.18.** 2ª Etapa – Subsidência: Deslocamento horizontal (m) (a) B01, (b) B11 e (c) B21

#### 6.2.4.2 FORMAÇÃO DO MECANISMO DE RUPTURA

A formação do mecanismo de ruptura acontece quando acionados o colapso ou subsidência do carste. Observa-se que nas configurações B00 (Figura 6.19), B01 (Figura 6.20), B10 (Figura 6.21) e B11 (Figura 6.22) o mecanismo de ruptura se inicia próximo ao pé da barragem, onde as descontinuidades conectam a cavidade com a fundação. Nos casos B00 e B01, as descontinuidades na rocha definem as regiões de fraqueza que passam tanto pelo primeiro alteamento como pelo rejeito do reservatório. Na barragem B10 e B11 se forma também uma primeira cunha de ruptura no pé da barragem.

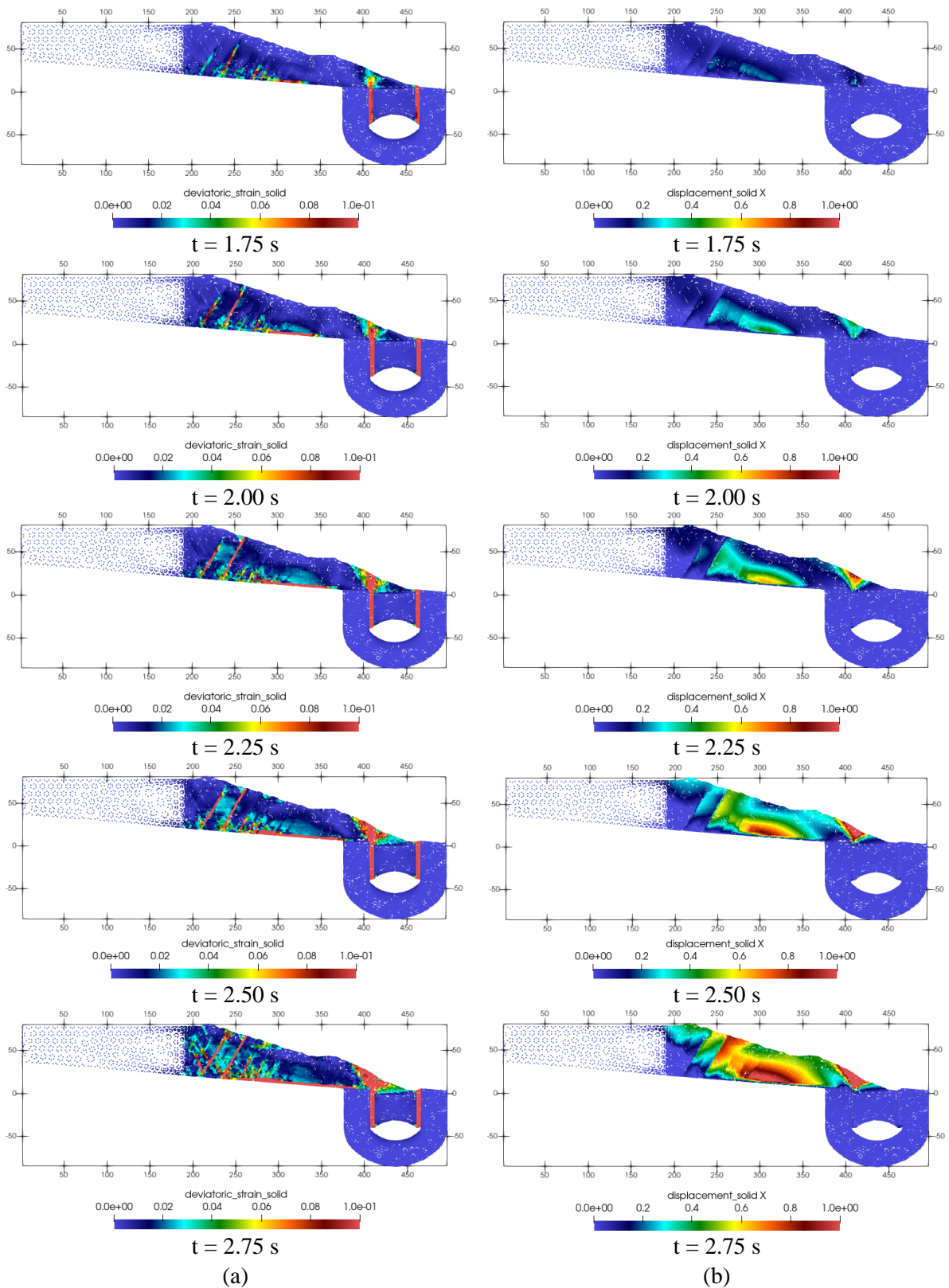


**Figura 6.19.** 3ª Etapa – Colapso B00: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)

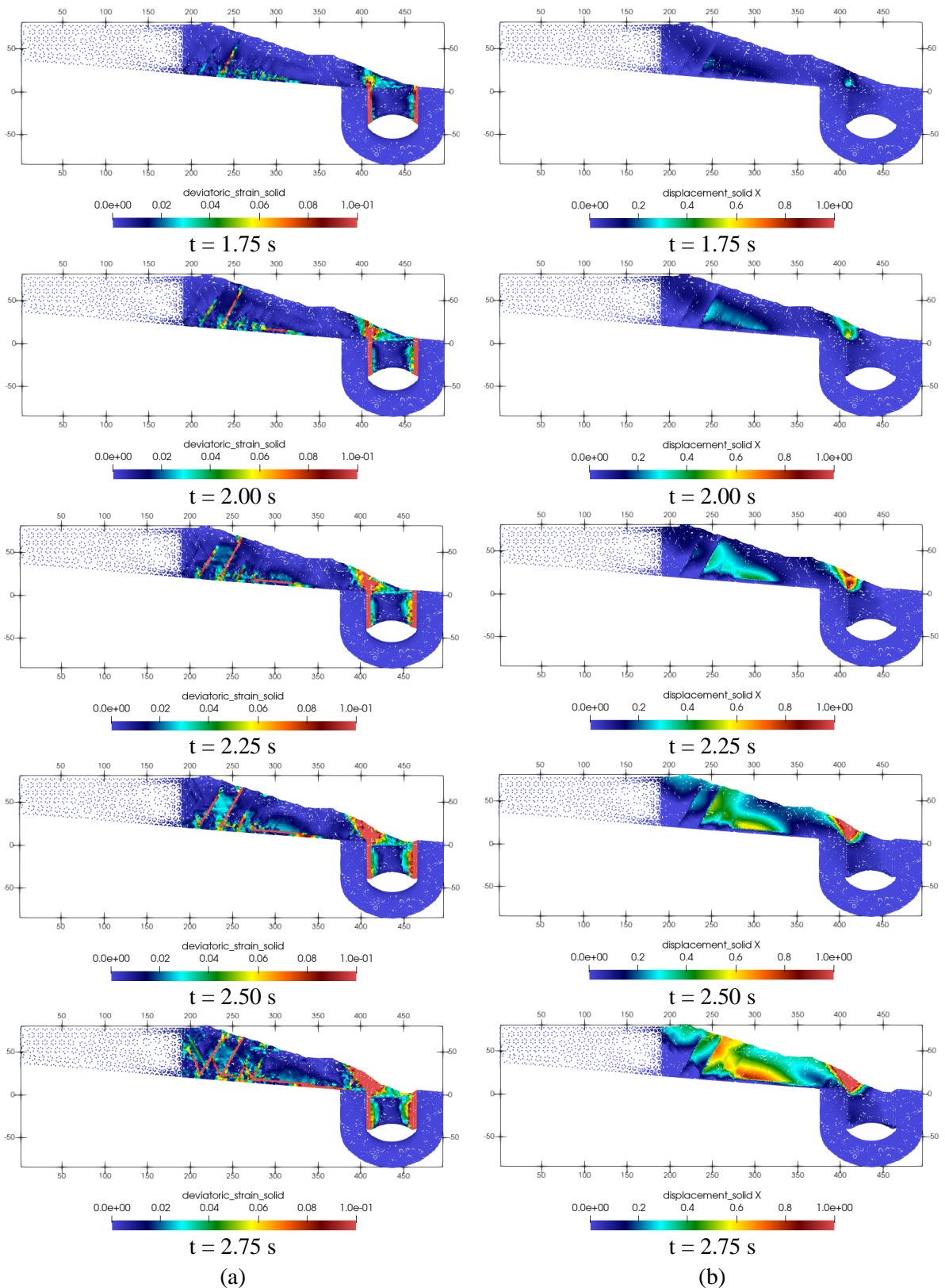


**Figura 6.20.** 3ª Etapa – Subsistência B01: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)



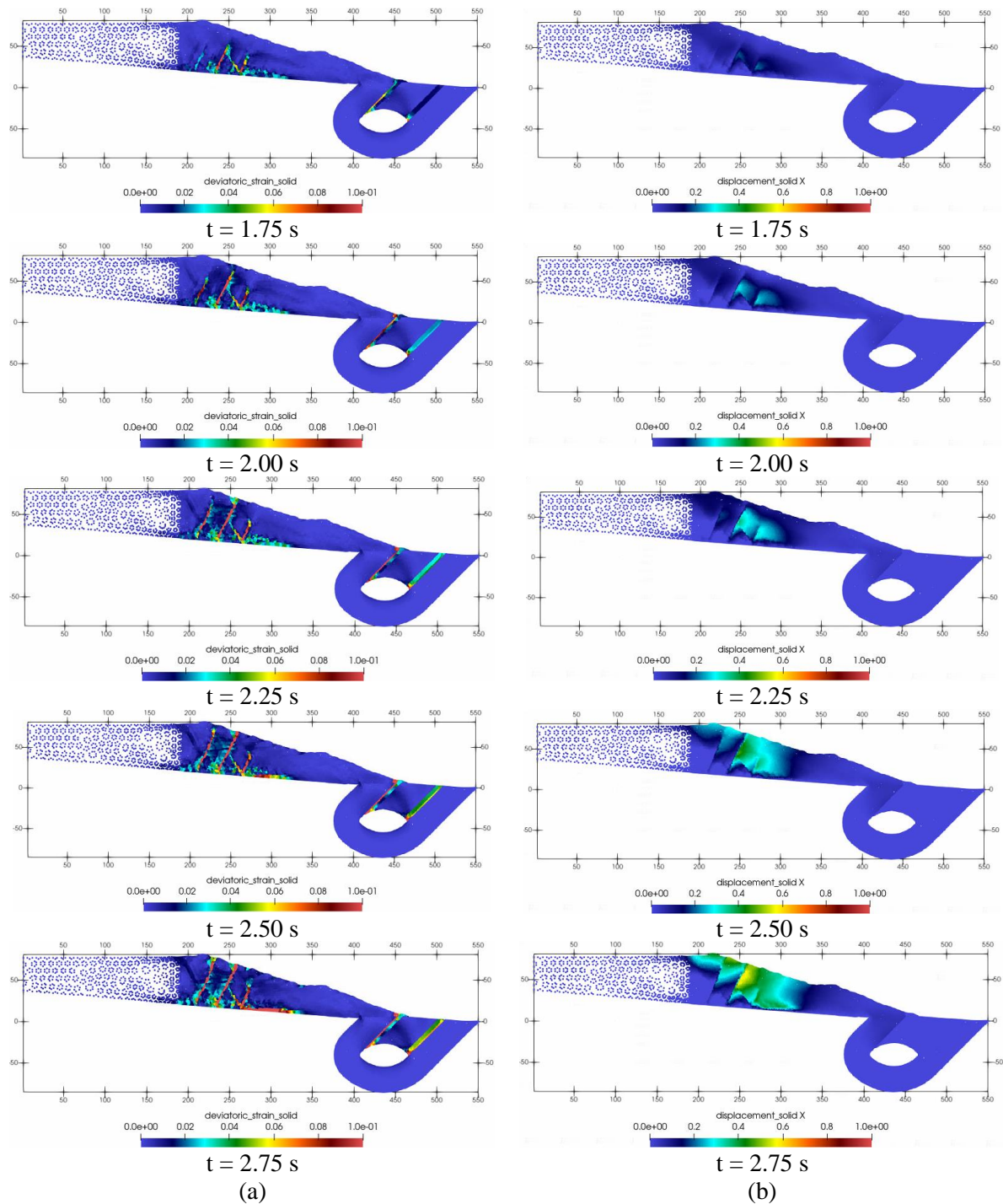


**Figura 6.21.** 3ª Etapa – Colapso B10: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)

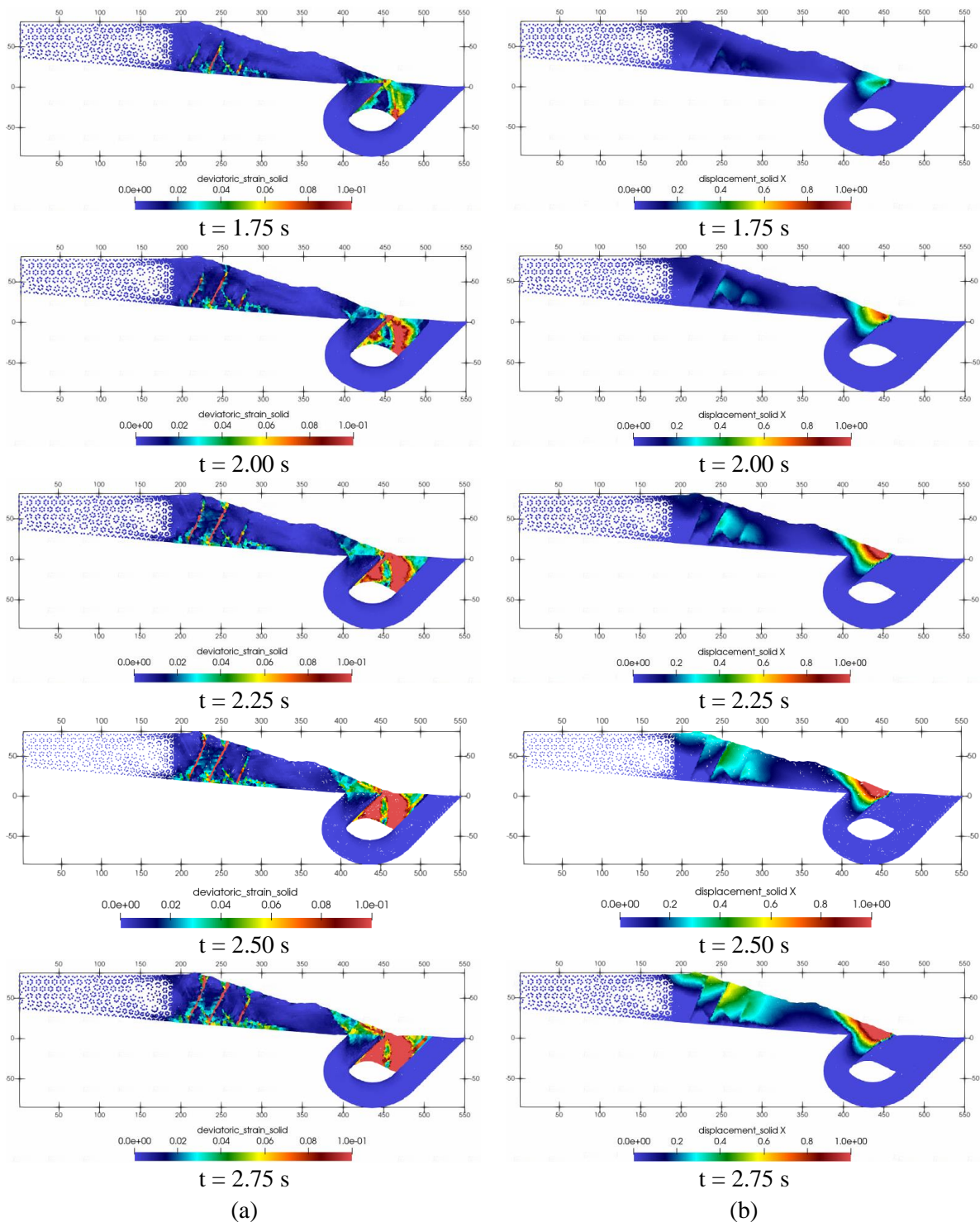


**Figura 6.22.** 3ª Etapa – Subsidência B11: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)

Na configuração B20 (Figura 6.23), o colapso do carste parece não influenciar significativamente a estabilidade da estrutura. Já a subsidência (Figura 6.24) gera um impacto importante na estabilidade do primeiro alteamento da barragem. Neste último caso, são observados deslocamentos de mais de 50 cm na rocha circundante à feição cárstica, que afetam diretamente na estabilidade da estrutura.



**Figura 6.23.** 3ª Etapa – Colapso B20: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)



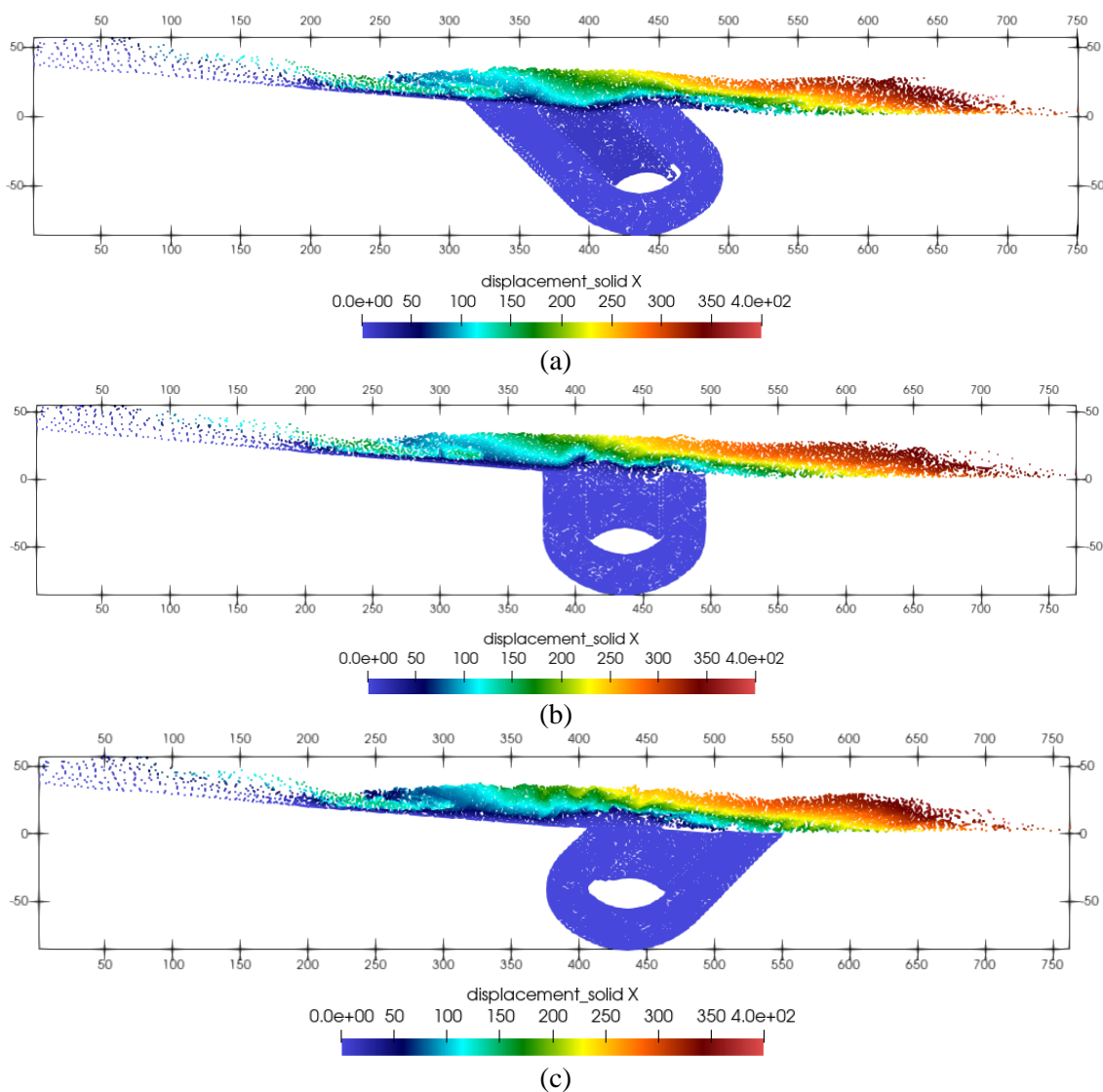
**Figura 6.24.** 3ª Etapa – Subsidência B21: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)

Em todos os cenários a ruptura se propaga para montante, sendo fortemente influenciada pela geometria da estrutura. Os alteamentos próximos à crista formam também zonas de fraqueza dentro do reservatório que, após a perturbação da feição cárstica, se desenvolvem em conjunto com a ruptura inicial próxima ao pé. A interação entre a geometria dos alteamentos e as

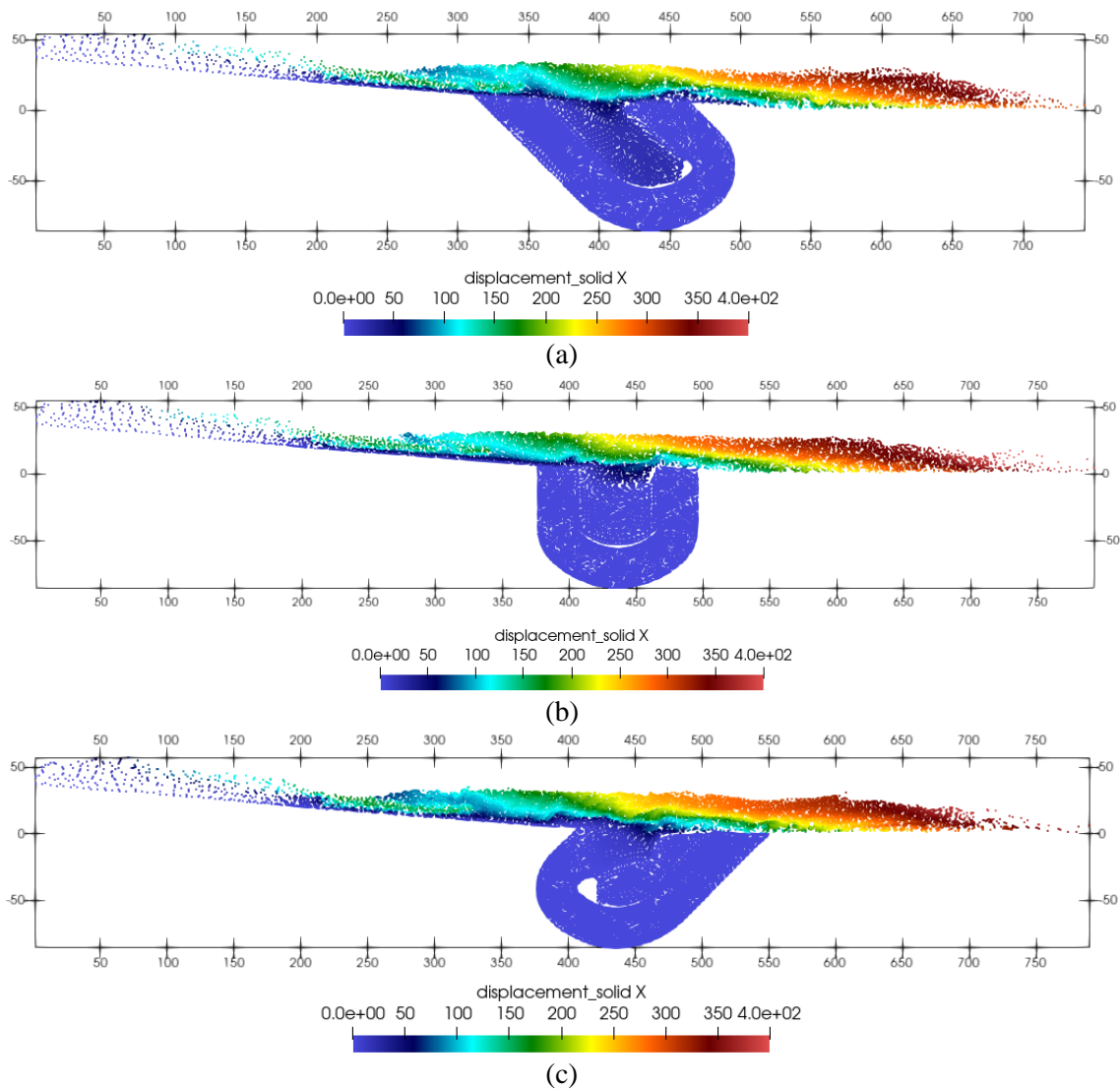
descontinuidades no material de fundação cria um caminho preferencial para a progressão da ruptura, evidenciando o impacto das feições cársticas na estabilidade da barragem.

### 6.2.4.3 PÓS - RUPTURA

Na etapa de pós-ruptura o material dos alteamentos e do reservatório se desloca para jusante num movimento de massa. Com pequenas diferenças em relação à distância final percorrida, em todos os casos o gatilho de colapso ou subsidência do carste é suficiente para gerar a instabilidade geral da estrutura, conforme Figura 6.25 e Figura 6.26.

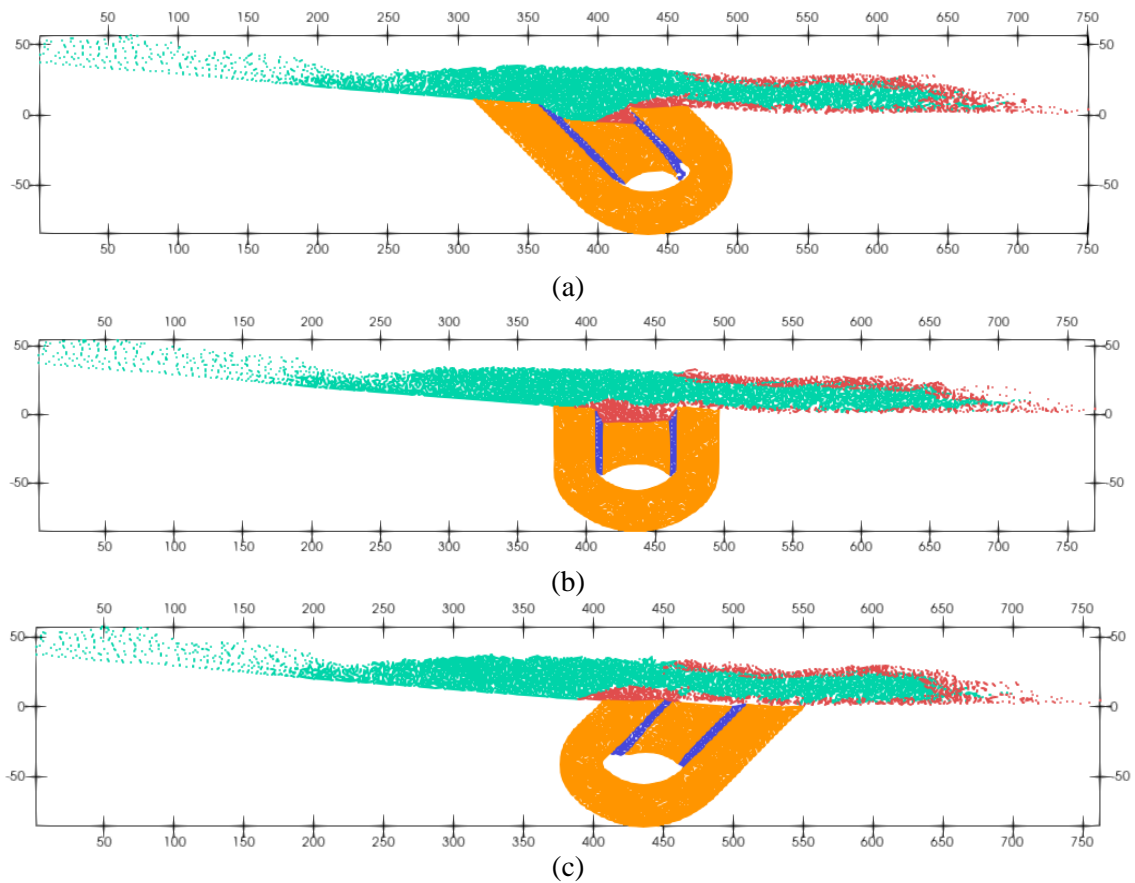


**Figura 6.25.** 4ª Etapa – *Runout* (m): (a) B00, (b) B10, (c) B20



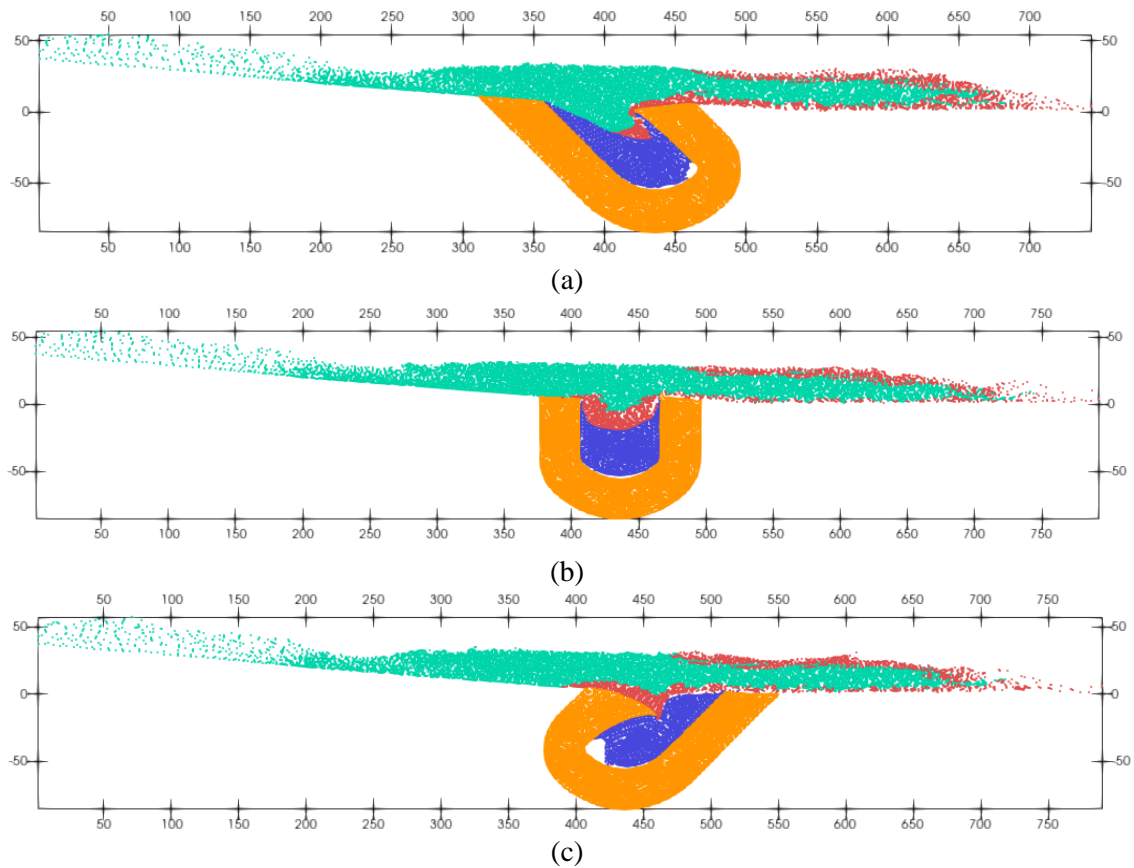
**Figura 6.26.** 4ª Etapa – *Runout* (m): (a) B01, (b) B11, (c) B21

A Figura 6.27 e Figura 6.28 ilustram a configuração final de todos os modelos analisados. Nos casos de colapso, a rocha acima da feição cárstica se movimenta até atingir novamente seu equilíbrio, sem fechar totalmente a caverna pré-existente. Pelo contrário, nos casos de subsidência, a caverna é totalmente coberta pelo material, conforme explicado no Capítulo 5.



**Figura 6.27.** 4ª Etapa – Colapso: Configuração final (a) B00, (b) B10 e (c) B20

Parte do material do reservatório e dos alteamentos preenche o espaço produto do recalque na superfície da fundação, sendo isso mais evidente nas configurações que avaliam a subsidência (Figura 6.28).



**Figura 6.28.** 4ª Etapa – Subsidência: Configuração final (a) B01, (b) B11 e (c) B21

#### 6.2.4.4 ANÁLISE EM TENSÕES TOTAIS

O problema também é analisado considerando que os parâmetros de resistência do rejeito correspondem a sua razão de resistência não drenada de pico  $Su_{pico} = 0.26$  e liquefeita  $Su_{liquefeita} = 0.04$  (CIMNE, 2021). Para esse tipo de análise são utilizados os parâmetros e condições listados na Tabela 6.5, assim como as características apresentadas previamente na Tabela 6.4.

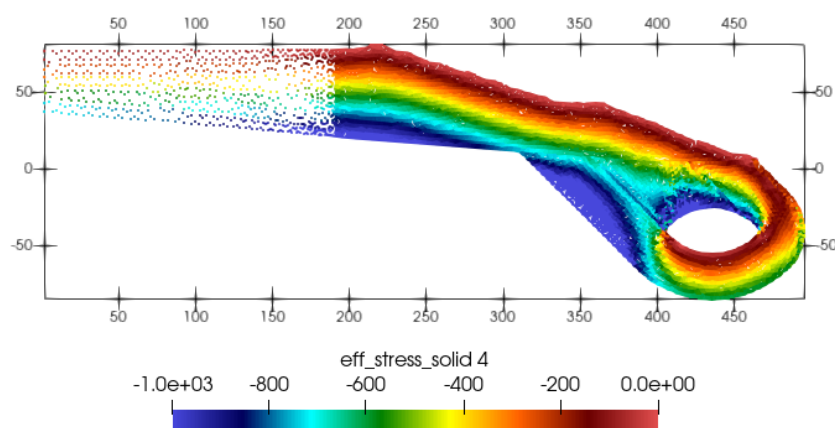
São analisadas as configurações B00 e B01 sendo identificadas como B00ND e B01ND, respectivamente.



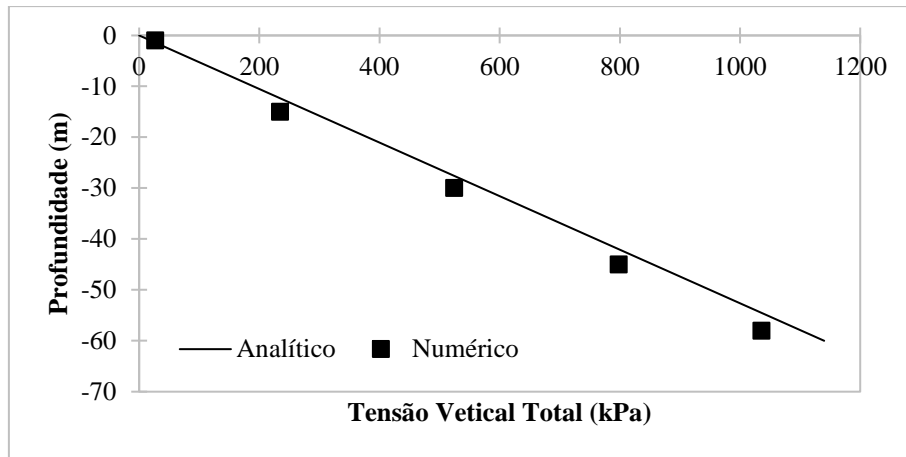
**Tabela 6.5.** Análise em tensões totais – Parâmetros, modelos e condições

Parâmetro	Unidade	Rejeito	Alteamentos	Solo Residual	Rocha Carbonática
Modelo Constitutivo	-	MCSS	MCSS	MC	MC
Condição	-	Seca	Seca	Seca	Seca
Porosidade	-	0.33	0.16	0.33	0.16
Ângulo de atrito de pico	°	1	35	30	23
Ângulo de atrito residual	°	1	20	-	400
Resistência não drenada média de pico	kPa	94.1	10	10	-
Resistência não drenada média residual	kPa	14.5	0.1	-	-
Ângulo de dilatação de pico	°	0	5	0	0
Ângulo de dilatação residual	°	0	0	-	-
Densidade do sólido	kg/m <sup>3</sup>	3800	2650	2700	2500
Coefficiente de Poisson	-	0.3	0.3	0.3	0.15
Módulo de Young	kPa	13500	20000	20000	8000000

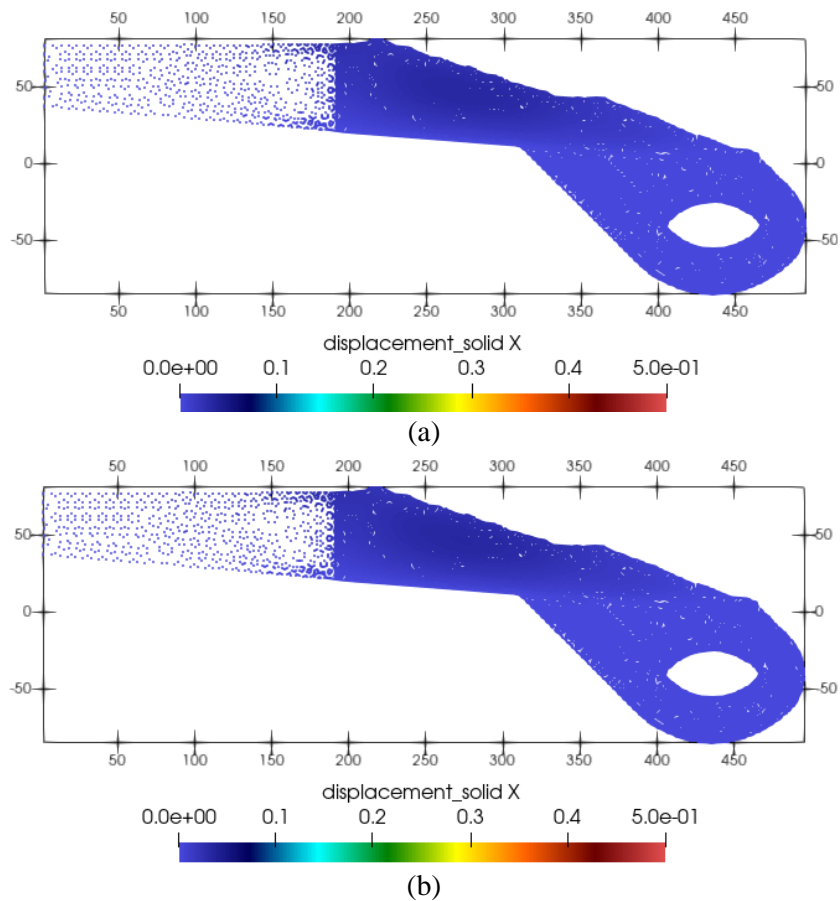
A Figura 6.29, Figura 6.30 e Figura 6.31 apresentam os resultados dos modelos para o primeiro estágio de análise, considerando as duas etapas de cálculo previamente explicadas. Observa-se que o estado de tensão foi corretamente inicializado na barragem e que a alteração do modelo constitutivo nos materiais não gerou um desequilíbrio na estrutura. De forma análoga às configurações B00 e B01, as tensões ao redor da caverna não são realistas, porém, a influência no resultado final é desprezível, uma vez que o foco do estudo é o comportamento da barragem.



**Figura 6.29.** 1ª Etapa – Tensão efetiva vertical (kPa): B00ND - B01ND



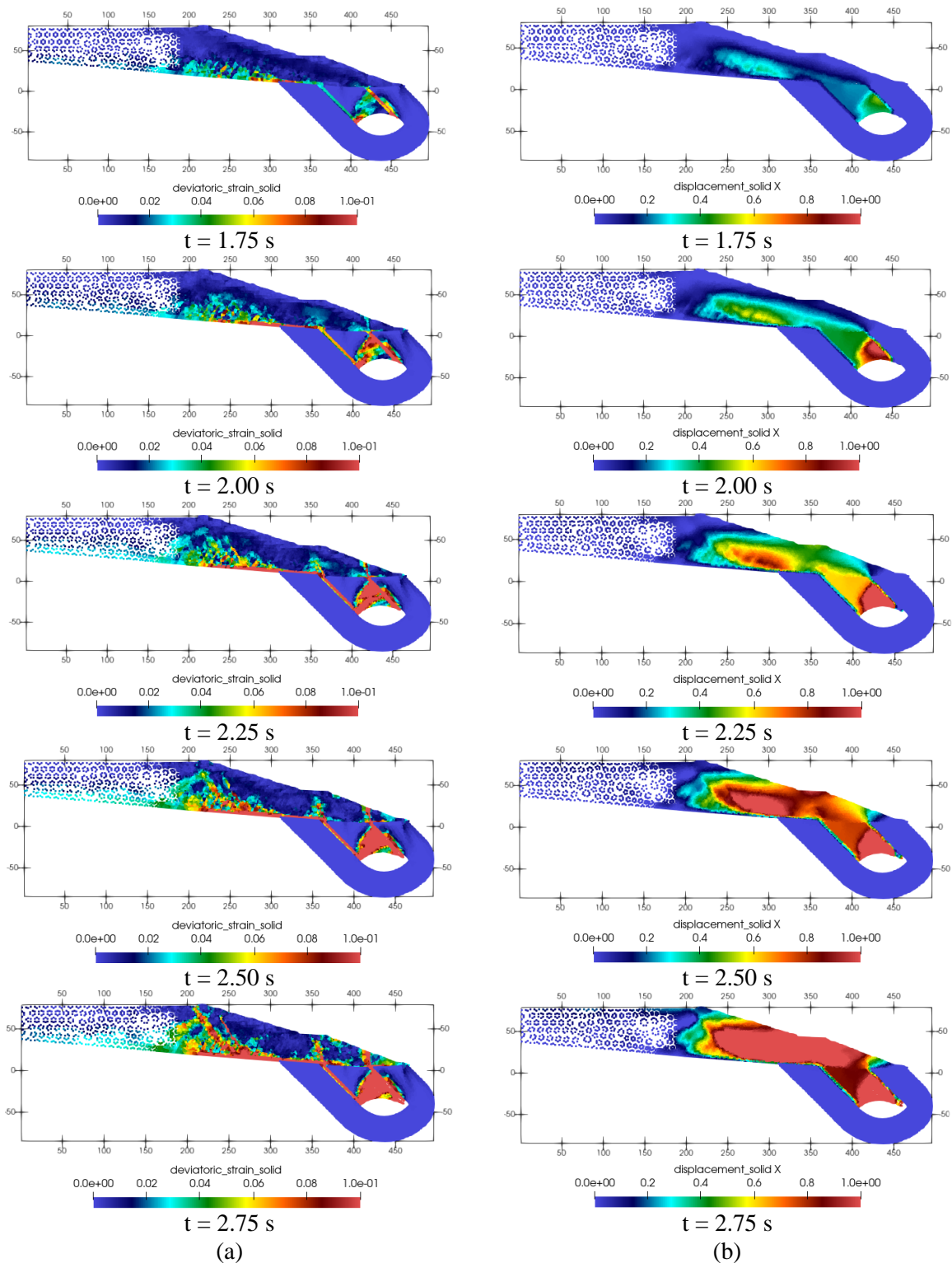
**Figura 6.30.** 1ª Etapa – Tensão vertical total no reservatório: Resultado analítico e numérico



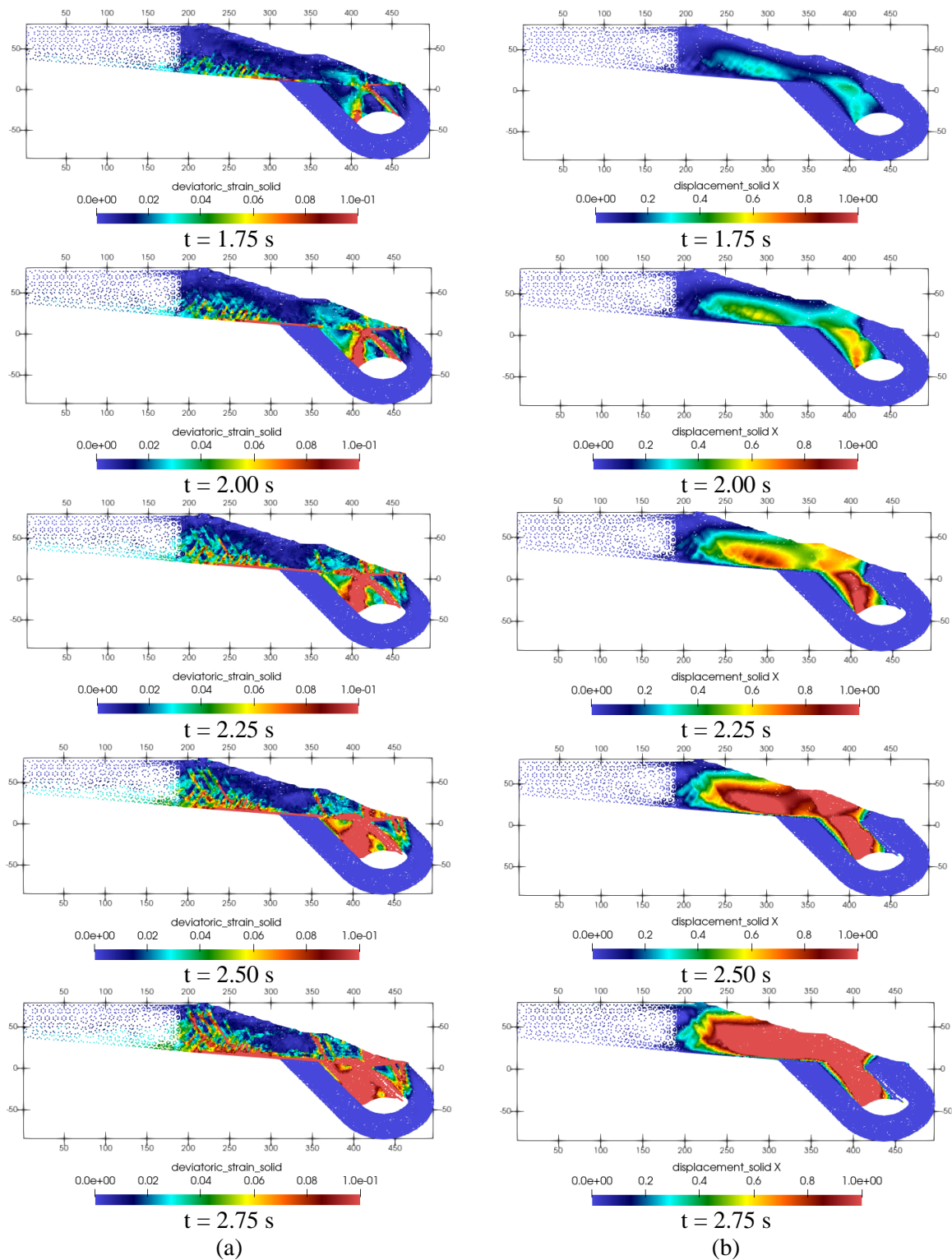
**Figura 6.31.** 2ª Etapa – Deslocamento horizontal (m): (a) B00ND: Colapso e (b) B01ND: Subsidiência

A formação do mecanismo de ruptura é apresentada na Figura 6.32 e Figura 6.33. Como nos modelos acoplados (B00 e B01) a ruptura se inicia no pé da barragem produto do colapso ou subsidência cárstica. Não obstante, há uma grande diferença no comportamento do rejeito armazenado na região central e mais a montante do reservatório. Contrário ao observado nas

configurações B00 e B01, a geometria dos alteamentos parece não condicionar a instabilidade, mas sim a própria queda de resistência do material em contato com a fundação, que gera deformações maiores.



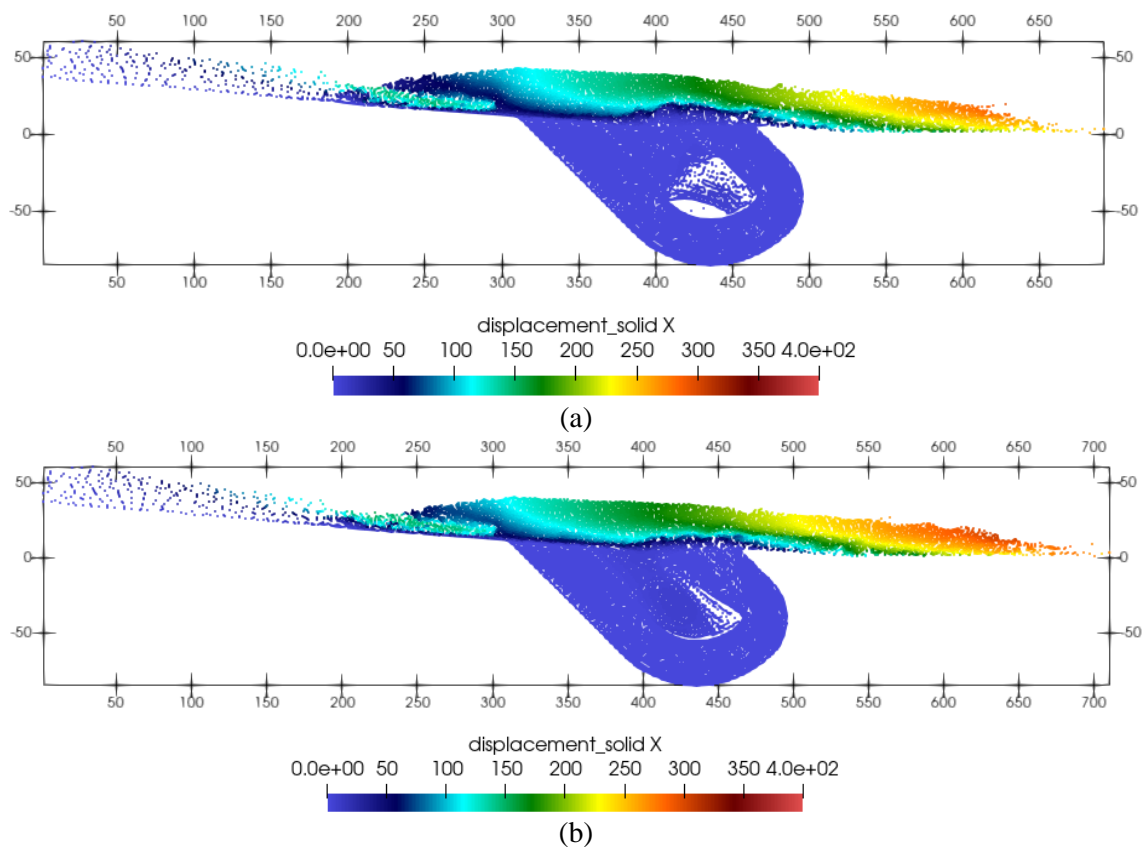
**Figura 6.32.** 3ª Etapa – Colapso B00ND: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)



**Figura 6.33.** 3ª Etapa – Subsidiência B01ND: Formação do mecanismo de ruptura (a) Deformação desviadora e (b) deslocamento horizontal (m)

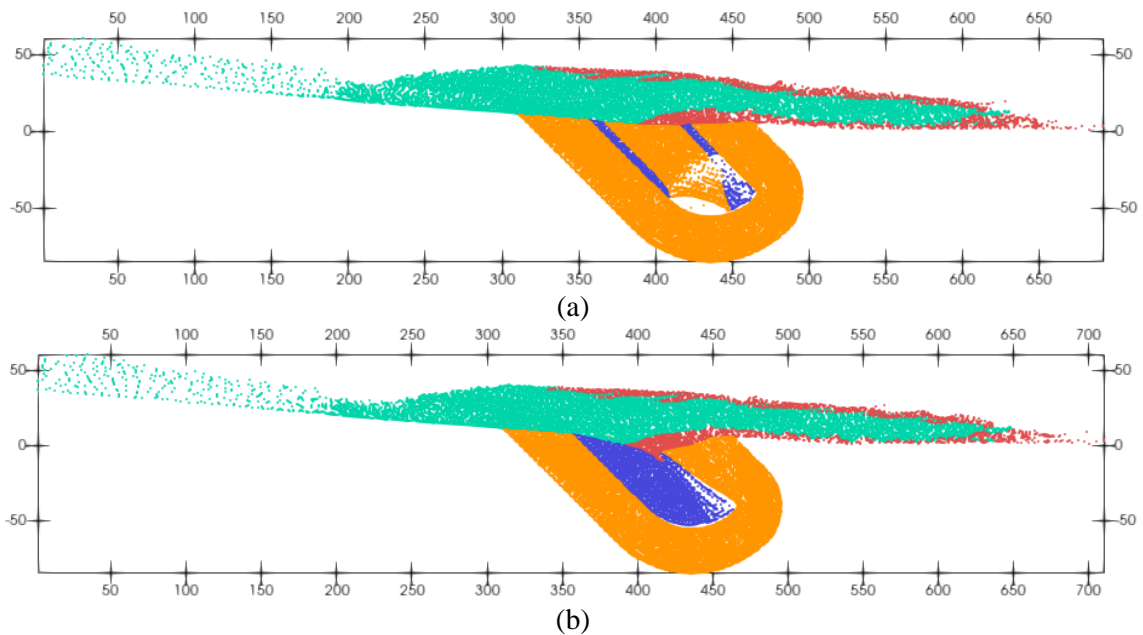
A escolha de utilizar um valor médio de resistência não drenada nos rejeitos, sem considerar a variação com a profundidade, simplifica o modelo, mas também limita sua precisão. Em um cenário real, a resistência não drenada varia significativamente com a profundidade,

influenciando a resposta do material ao colapso ou subsidência da fundação cárstica. Essa simplificação resulta em uma menor representação da queda de resistência e, conseqüentemente, em menores deslocamentos e velocidades quando comparados aos modelos que consideram tensões efetivas, acoplamento ou variação de  $S_u$  com a profundidade (Figura 6.34).



**Figura 6.34.** 4ª Etapa – *Runout* (m): (a) B00ND: Colapso e (b) B01ND: Subsidência

A configuração final dos modelos analisados é apresentada na Figura 6.35. Os dois mecanismos são representados de forma diferente quando comparados aos resultados dos modelos B00 e B01. No caso do colapso, o material acima da feição cárstica apresenta uma maior degradação e, na subsidência, apresenta-se mais instabilidade na rocha circundante. Neste caso, essas diferenças estão condicionadas pela ausência de água na modelagem numérica.



**Figura 6.35.** 4ª Etapa – Configuração final: (a) B00ND: Colapso e (b) B01ND: Subsidência

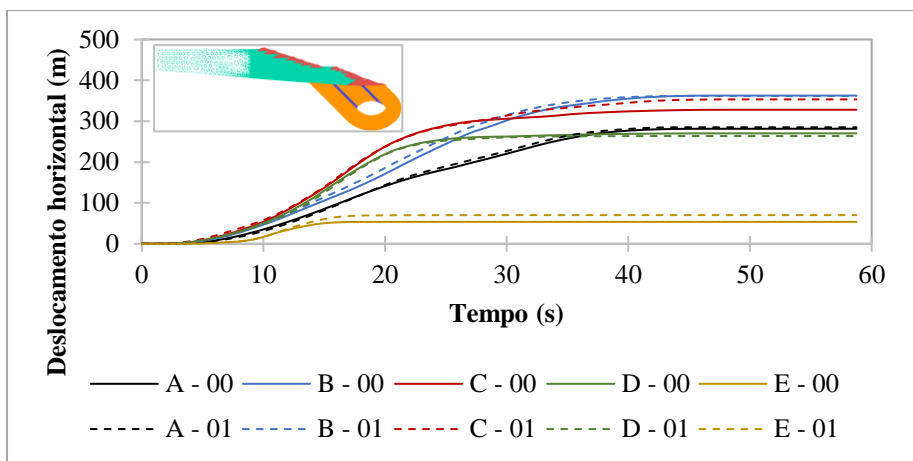
#### 6.2.4.5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Para analisar os resultados são monitorados os pontos indicados na Figura 6.4. É avaliado o comportamento da barragem em relação à distância percorrida total, velocidade, tensão desvio e poropressão, e a influência do carste no deslocamento necessário para gerar a instabilidade.

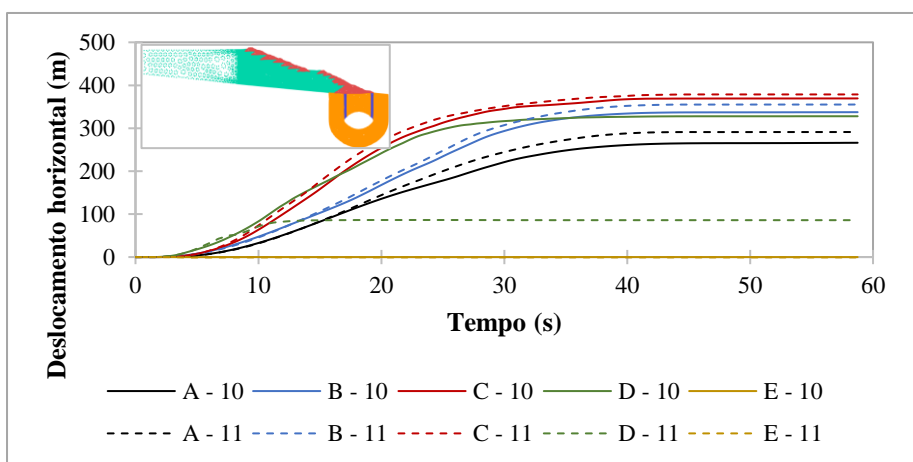
##### a) Comportamento da Barragem

O deslocamento horizontal dos pontos monitorados na face da barragem (A, B, C, D, E) é apresentado na Figura 6.36. Observa-se que, apesar de considerar dois mecanismos diferentes no carste (colapso e subsidência), a distância final percorrida pelo material da estrutura é praticamente a mesma. Isso ocorre porque o movimento é totalmente influenciado pelas propriedades do material, que se mantêm iguais em ambos os casos.

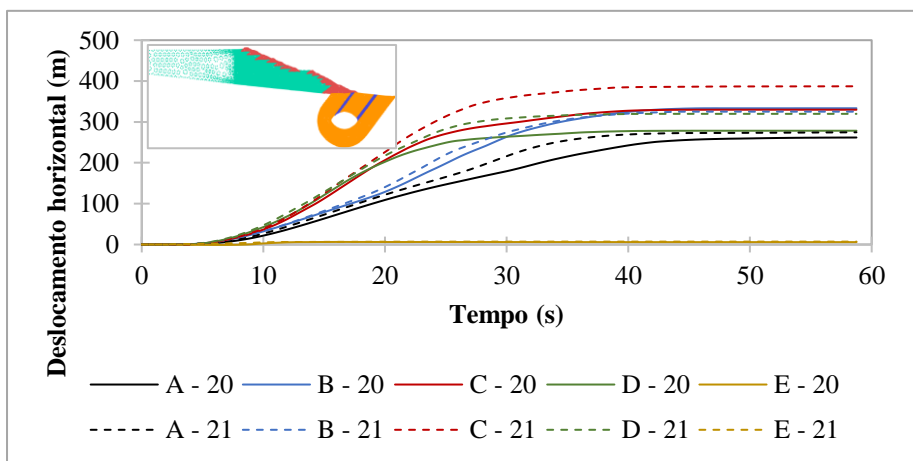
Esperava-se que o movimento de massa atingisse uma maior distância; porém, como o ângulo de atrito residual dos alteamentos na face da estrutura é de  $20^\circ$ , o movimento tende a se estabilizar quando se forma esse ângulo de repouso (Figura 6.27 e Figura 6.28). Além disso, a inclinação do terreno a jusante é praticamente plana, o que contribui na estabilização do movimento.



(a) Colapso (B00) e subsidência (B01)



(b) Colapso (B10) e subsidência (B11)



(c) Colapso (B20) e subsidência (B21)

**Figura 6.36.** Deslocamento horizontal – Face da barragem

Em todos os casos, os pontos B e C, localizados na parte superior e na berma da estrutura, apresentam maior deslocamento, seguido pelos pontos A e D, localizados na crista e na parte inferior da barragem. O ponto E, localizado no pé, apresenta pequenos deslocamentos

horizontais pois o material tende a ser depositado dentro da fundação, sem percorrer uma distância significativa. A Tabela 6.6 apresenta a distância máxima percorrida pelos pontos monitorados.

**Tabela 6.6.** Distância máxima percorrida

Configuração	Distância máxima percorrida (m)				
	A	B	C	D	E
B00	281.51	362.69	327.94	270.18	53.69
B01	285.11	361.70	353.32	263.66	70.17
B10	266.08	337.35	369.36	327.84	0.16
B11	291.14	355.14	378.64	86.29	1.07
B20	261.82	333.42	329.83	278.43	6.29
B21	274.62	325.09	387.23	319.72	7.12

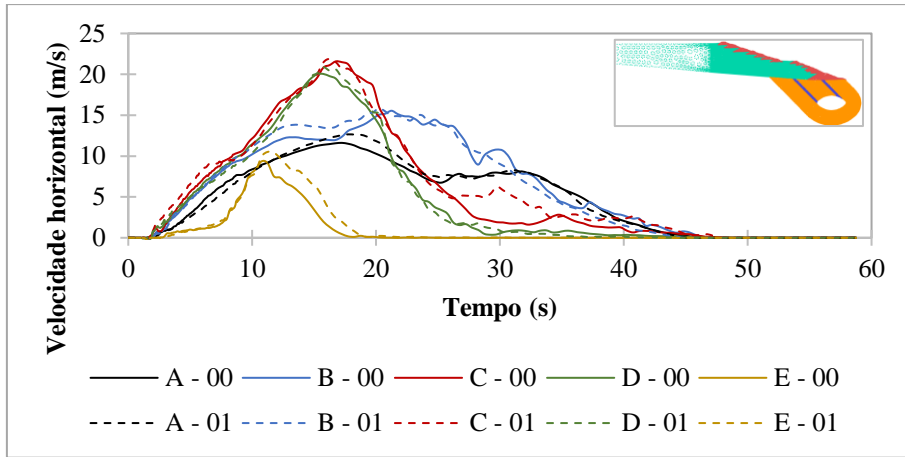
A Figura 6.37 apresenta a velocidade horizontal dos pontos monitorados na face da barragem (A, B, C, D, E). Correspondendo aos deslocamentos supracitados, identifica-se que a velocidade máxima ocorre no ponto C com um valor médio de 21.36 m/s, seguido pelo ponto D com 18.65 m/s e pelo ponto B com 15.48 m/s (Tabela 6.7).

**Tabela 6.7.** Velocidade máxima

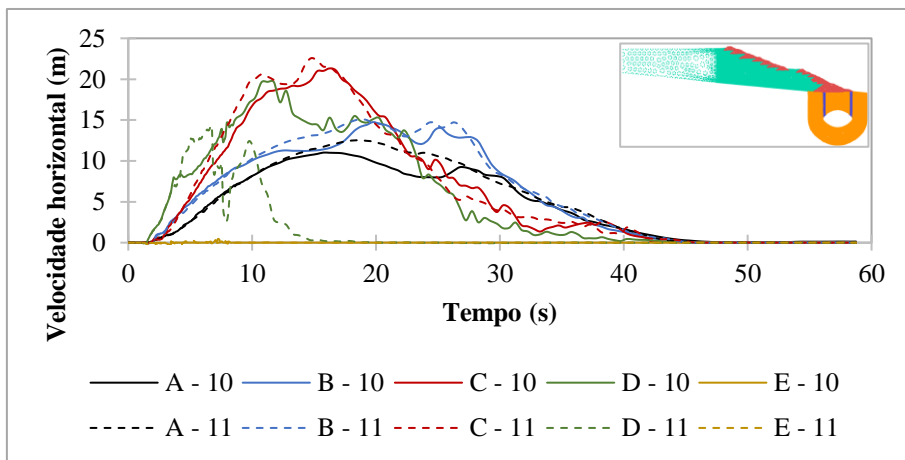
Configuração	Velocidade máxima (m/s)				
	A	B	C	D	E
B00	11.61	15.54	21.58	20.04	9.34
B01	12.65	15.86	21.89	20.86	10.51
B10	11.02	14.75	21.32	19.67	0.35
B11	12.52	15.07	22.56	14.30	1.09
B20	9.29	14.67	19.57	18.70	2.26
B21	11.11	16.98	21.22	18.32	1.10

Os pontos C e D tendem a atingir a velocidade máxima num intervalo de tempo  $10s < t < 20s$  enquanto os pontos A e B atingem seu valor máximo entre  $15s < t < 30s$ . Para o ponto E, há uma velocidade significativa nas configurações B00 e B01 e valores praticamente nulos nas configurações B10, B11 B20 e B21. Isso pode ser explicado pela deposição do material dentro da feição cárstica.

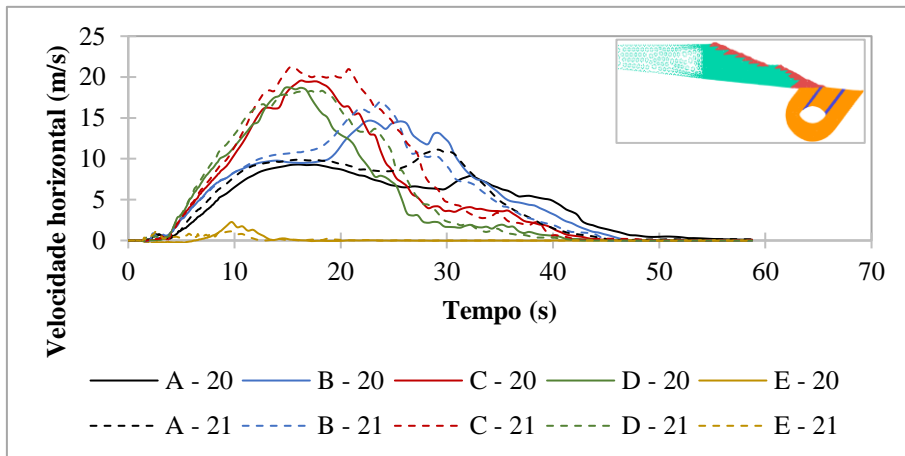




(a) Colapso (B00) e subsidência (B01)



(b) Colapso (B10) e subsidência (B11)



(c) Colapso (B20) e subsidência (B21)

**Figura 6.37.** Velocidade horizontal – Face da barragem

Observa-se também que o movimento se estabiliza ao redor dos 40s nas configurações B00, B01, B10 e B11 e em 50s nos casos B20 e B21. Deve-se considerar que a instabilidade nessas últimas duas configurações inicia num tempo posterior quando comparados com os resultados

dos casos B00 a B11. Essa diferença no tempo de estabilização do movimento é relevante, pois indica a variação da energia dissipada durante a pós-ruptura.

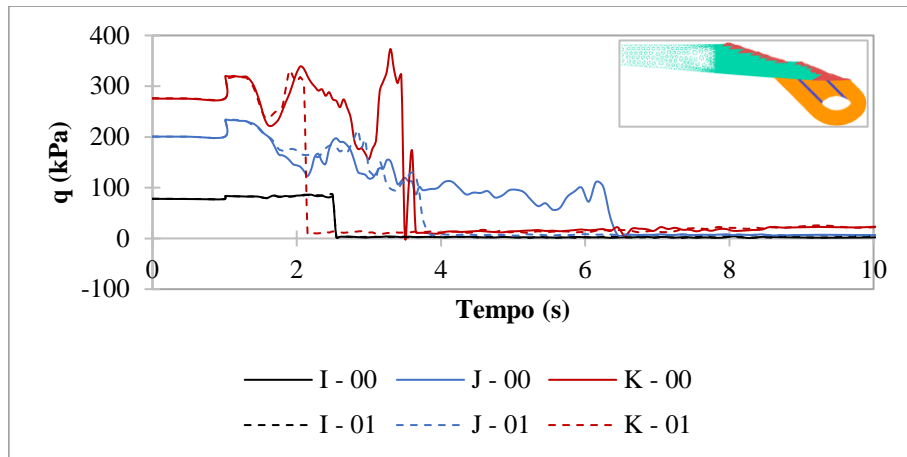
As altas velocidades iniciais sugerem que há uma grande quantidade de energia potencial disponível, que é transformada em energia cinética, sendo esta última gradualmente dissipada à medida que o material se move e interage com a superfície da fundação. No caso das configurações de subsidência (B01, B11, B21), há um impacto significativo na distribuição e na intensidade da dissipação de energia, o que resulta em velocidades ligeiramente maiores quando comparados aos casos de colapso (B00, B10, B20).

Por outro lado, os resultados da tensão desvio ao longo do tempo são apresentados na Figura 6.38. Em todos os casos, há uma queda significativa de resistência total no rejeito, resultado do colapso ou subsidência do carste, e representado através do modelo constitutivo adotado (MCSS).

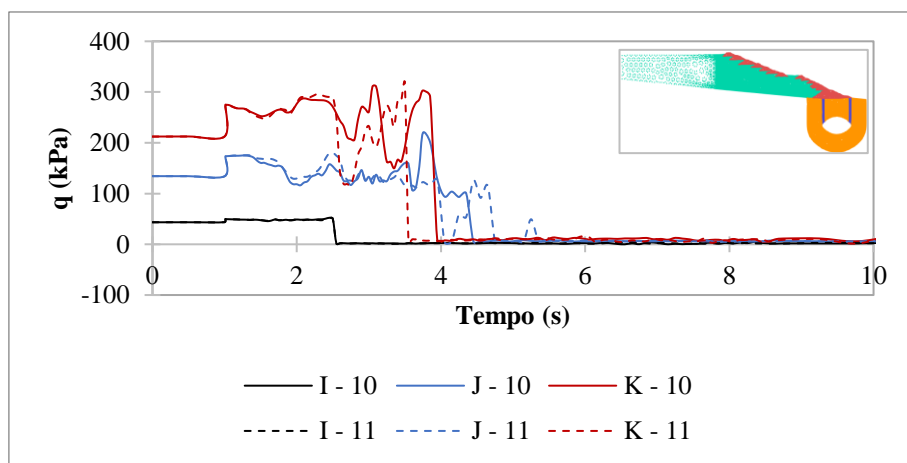
A diferença em cada configuração está no tempo em que essa queda total ocorre. Nos casos B00 e B01, a perda de resistência ocorre num tempo  $t < 4s$ . Nas configurações B10 e B11, essa perda acontece em  $t \approx 4s$ , enquanto em B20 e B21, ocorre em  $t > 4s$ . Esses resultados são coerentes com as geometrias utilizadas, uma vez que o impacto da posição da feição cárstica e as discontinuidades impostas é maior em B00 e B01, diminuindo em B20 e B21.

É notório também que o ponto J demora um pouco mais em relação aos outros pontos em perder totalmente a sua resistência. Isso é particular porque a posição desse ponto está alinhada, no sentido horizontal, com o ponto C na face do talude, que apresentou os maiores deslocamentos e velocidades.

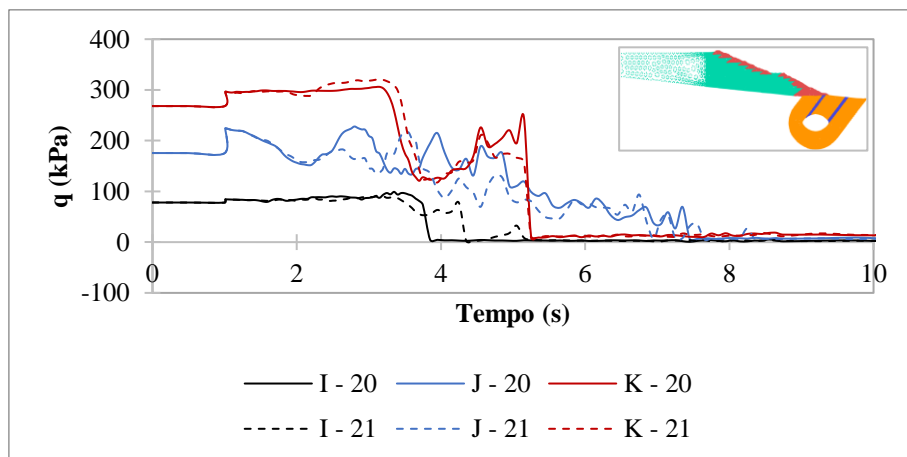
A queda de resistência observada pode também ser associada ao fenômeno de liquefação, típico em rejeitos de mineração. Embora o modelo constitutivo utilizado (MCSS) não represente diretamente esse fenômeno, a quase repentina queda de resistência do material é um forte indicador de uma possível liquefação. Esse comportamento reflete a rápida perda de resistência do rejeito sob condições de alta poropressão, exacerbada pelo colapso ou subsidência da fundação cárstica (Figura 6.39).



(a) Colapso (B00) e subsidência (B01)



(b) Colapso (B10) e subsidência (B11)

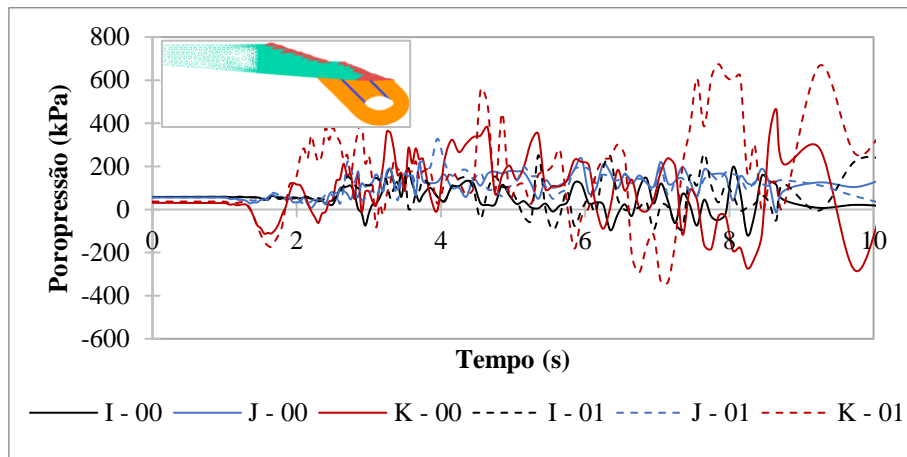


(c) Colapso (B20) e subsidência (B21)

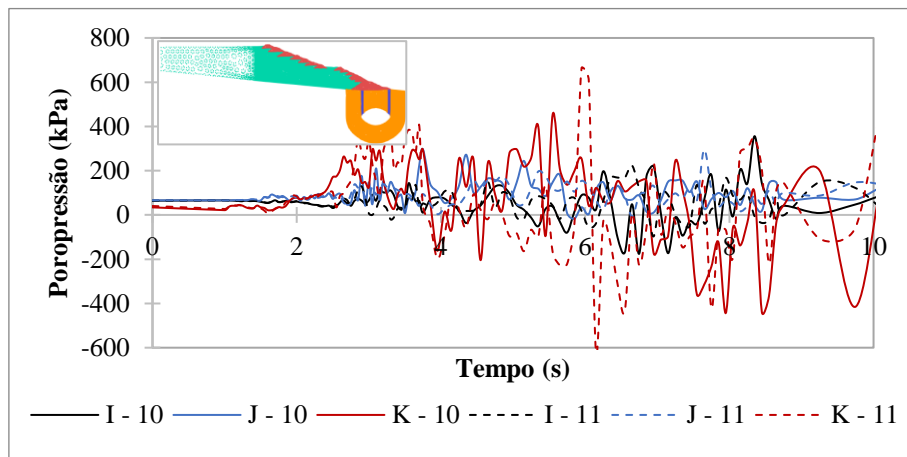
**Figura 6.38.** Tensão desvio – Reservatório

Essa variação positiva de poropressão gerada pelo colapso ou subsidência do carste é claramente observada na Figura 6.39. Em todas as configurações, há uma poropressão positiva que oscila entre 200 kPa e 600 kPa nos primeiros 10 segundos. Esta variação não apenas indica

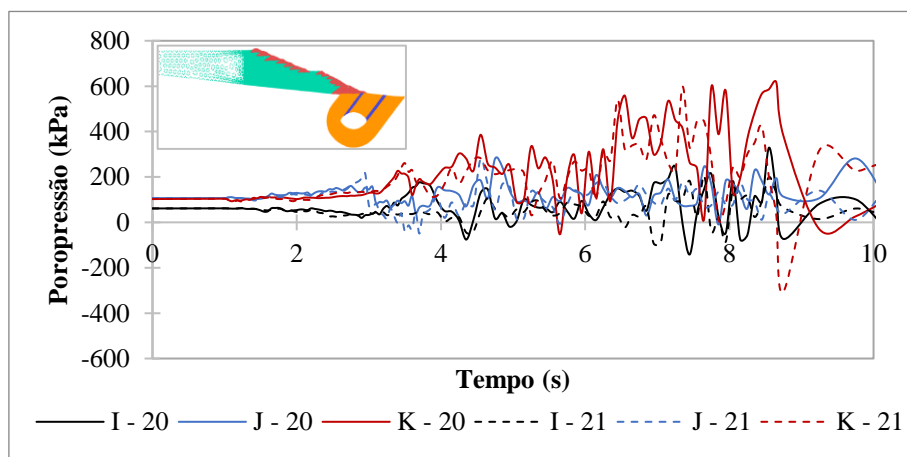
a instabilidade da estrutura, mas também sugere a ocorrência de liquefação, conforme mencionado anteriormente.



(a) Colapso (B00) e subsidência (B01)



(b) Colapso (B10) e subsidência (B11)



(c) Colapso (B20) e subsidência (B21)

**Figura 6.39.** Poropressão – Reservatório

É importante destacar a variabilidade nos valores de poropressão observada na Figura 6.39. Essa variabilidade é característica de um modelo dinâmico, especialmente quando valores de amortecimento baixos são utilizados na fase de pós-ruptura (0.05). Além disso, o ruído numérico, que ocorre quando um ponto material se desloca de uma célula para outra, contribui para essa flutuação nos valores de poropressão. Resultados semelhantes foram obtidos mesmo em problemas com geometrias menos complexas, como o exemplo do problema de adensamento de Terzaghi, apresentado no Capítulo 4.

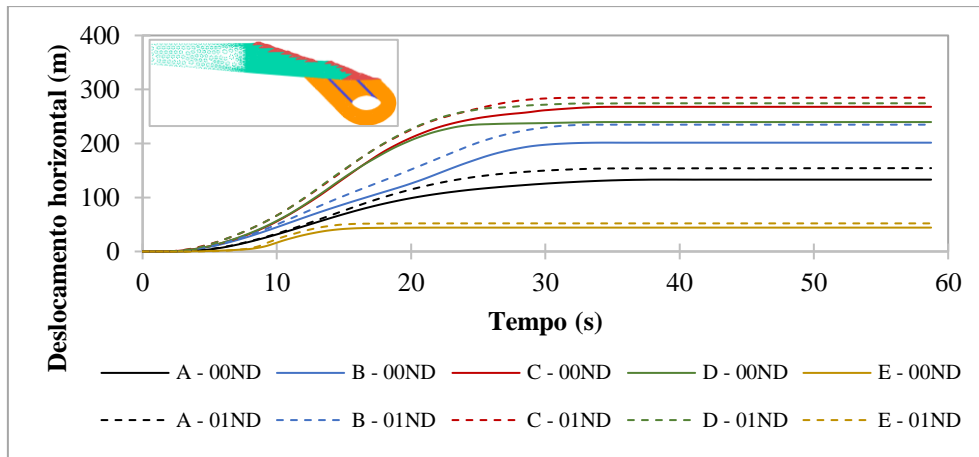
Os resultados de deslocamento, velocidade e tensão desvio dos modelos não drenados (ND) são apresentados na Figura 6.40 e Tabela 6.8. Observa-se que tanto os deslocamentos quanto as velocidades horizontais são maiores no caso de subsidência (B01ND).

No entanto, quando comparados os valores máximos resultantes dos pontos monitorados na face da barragem das configurações ND com as configurações previamente apresentadas, nota-se que os valores de deslocamento e velocidade são consideravelmente menores na análise de tensões totais (~35% e ~25% respectivamente). Isso pode ser explicado pelo fato de ter sido utilizado um valor médio de resistência não drenada nos rejeitos, desconsiderando a variação do  $S_u$  com a profundidade. Essa simplificação afeta significativamente os resultados do modelo numérico.

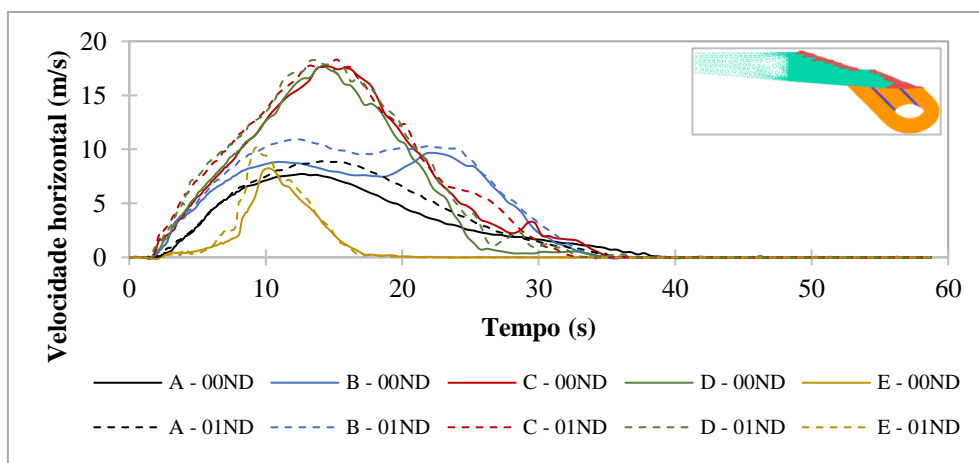
**Tabela 6.8.** Resultados configurações Não Drenadas (ND)

Pontos	Deslocamento horizontal (m)		Velocidade horizontal (m/s)	
	B00ND	B01ND	B00ND	B01ND
A	133.11	154.33	7.72	8.91
B	201.52	234.83	9.68	10.92
C	267.85	284.73	17.66	18.31
D	239.66	274.42	17.71	18.22
E	44.23	52.05	8.25	10.13

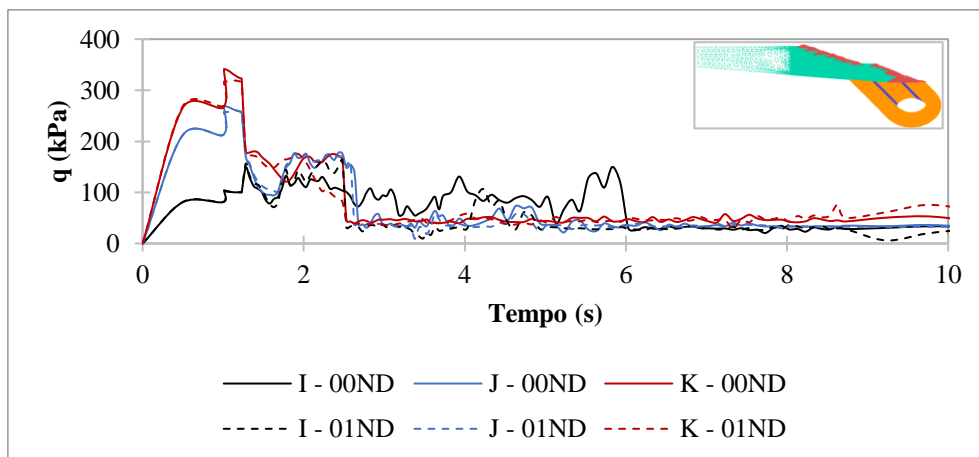
Assim como nos modelos B00 a B21, os pontos C e D tendem a atingir a velocidade máxima num intervalo de tempo de  $10s < t < 20s$ , enquanto para os pontos A e B isso ocorre em  $10s < t < 30s$ . O ponto E atinge seu valor máximo em  $t \approx 10s$ . Diferentemente dos modelos acoplados, a estabilização do movimento acontece em  $t \approx 30s$ , uma vez que a distância total percorrida pelo material também é menor.



(a) Deslocamento horizontal – Face da barragem



(b) Velocidade horizontal – Face da barragem



(c) Tensão desvio – Reservatório

**Figura 6.40.** Colapso (B00ND) e subsidência (B01ND)

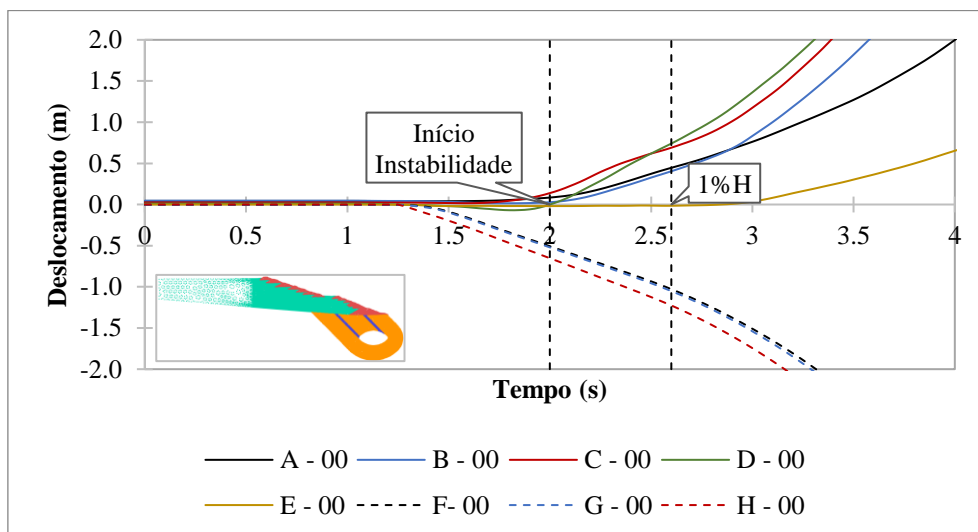
A estabilização mais rápida do movimento nos modelos ND, ocorrendo em, aproximadamente, 30 segundos, sugere que a energia dissipada no sistema é maior, resultando em um alcance menor do deslocamento final do material. Isso ocorre porque os parâmetros de resistência não

são afetados pelas variações na poropressão, como no caso anterior. Assim, a resistência a ser vencida acaba sendo superior neste caso do que no caso acoplado.

Em relação à tensão desvio, observa-se que a queda de resistência não é tão repentina quanto nos modelos acoplados. Essa perda de resistência ocorre num intervalo de  $1s < t < 6s$ , variando para todos os pontos monitorados (Figura 6.40). Esse resultado também pode ser explicado pela simplificação da resistência não drenada média sem variação ao longo da profundidade, o que impede de captar o mesmo fenômeno identificado nas configurações B00 a B21.

### b) Influência do Carste

A influência do carste pode ser avaliada identificando o deslocamento vertical necessário para gerar a instabilidade da estrutura e sua posterior ruptura. A Figura 6.41 apresenta o deslocamento horizontal dos pontos monitorados na face da barragem e o deslocamento vertical dos pontos localizados acima da feição cárstica na configuração B00. São indicados dois momentos, o primeiro corresponde ao início da instabilidade, quando o mecanismo desenvolvido na fundação gera os primeiros deslocamentos na estrutura; e o segundo quando são medidos deslocamentos de 0.75 m na direção vertical ou horizontal, correspondente a 1% da altura da barragem, porcentagem que, de acordo com Cruz (1996), é o máximo admissível nesse tipo de estruturas e, se superado, corresponde a uma situação de emergência.



**Figura 6.41.** Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – Colapso (B00)

O mesmo exercício é feito nas configurações B01 a B21, B00ND e B01ND. Os resultados são listados na Tabela 6.9 e os gráficos apresentados nos apêndices deste documento. Observa-se que o tempo médio em que começa a instabilidade é  $t = 1.84s$  e para atingir o 1% de deslocamento é  $t = 2.50s$ .

**Tabela 6.9.** Deslocamento vertical do carste – Ponto I (Contato fundação e barragem)

Configuração	Início instabilidade		1%H (0.75 m)	
	Tempo (s)	Deslocamento (m)	Tempo (s)	Deslocamento (m)
B00	2.00	0.51	2.60	1.02
B01	1.85	0.62	2.36	1.82
B10	1.68	0.64	2.18	2.50
B11	1.68	0.76	2.18	3.20
B20	2.20	0.26	3.25	0.53
B21	1.80	0.40	2.75	1.71
B00ND	1.85	0.28	2.40	0.70
B01ND	1.70	0.30	2.30	1.30

Nos casos B20 e B21 o deslocamento crítico ocorre num tempo posterior às outras configurações. Esse resultado é razoável considerando a geometria desses modelos, em que a feição cárstica se desenvolve na direção oposta e, portanto, sua influência é tardia.

Por outra parte, o deslocamento médio, no contato entre a barragem e a fundação, necessário para gerar a instabilidade da estrutura, é 0.47 m. Quando os pontos monitorados na face da barragem atingem um deslocamento horizontal de 0.75 m, o material acima da feição cárstica apresenta um deslocamento vertical médio de 1.60 m.

## 6.2.5 COMPARAÇÃO COM FEM

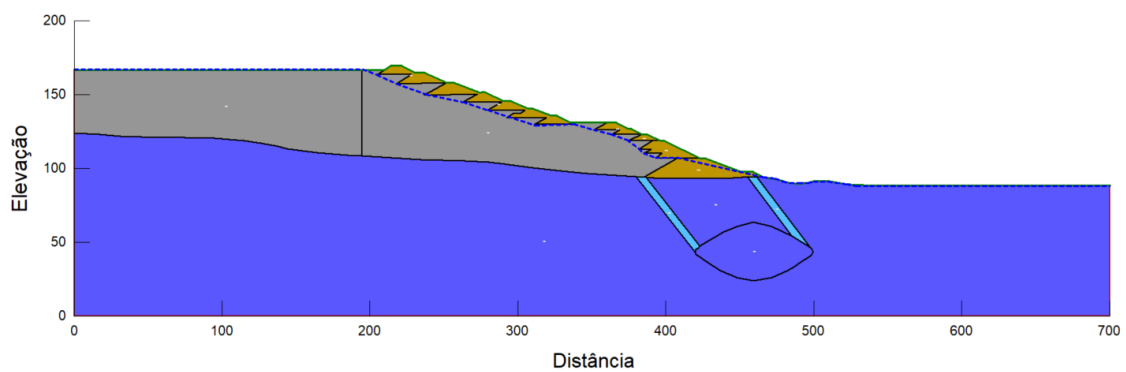
Para fins comparativos, o modelo numérico da Figura 6.3 foi analisado utilizando o FEM. A fim de garantir a equivalência com o modelo desenvolvido com o MPM, foram utilizados os mesmos parâmetros definidos na Tabela 5.6.

Cabe mencionar que o FEM permite reproduzir corretamente as etapas 1 a 3 descritas previamente. Isso inclui a geração do campo de tensões iniciais e a simulação de pequenas deformações. Não obstante, a etapa 4 em que ocorre a pós ruptura, não pode ser reproduzida corretamente pelas limitações do FEM tradicional no tratamento das grandes deformações e as



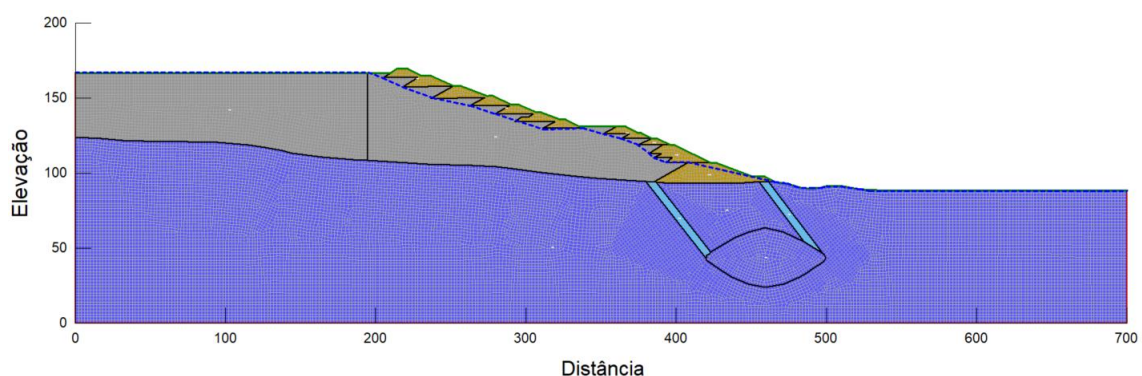
simulações dinâmicas (ver Capítulo 2). As grandes deformações e as rápidas mudanças de estado que ocorrem durante a pós-ruptura são desafios que o FEM tradicional enfrenta, principalmente, pela distorção dos elementos de malha.

Utilizando o *software* SIGMA/W, produzido pela empresa GeoStudio (2022), o modelo numérico foi elaborado considerando a geometria da Figura 6.42. Pela adaptabilidade que oferece o FEM, a configuração inicial do problema foi avaliada. O nível freático, representado pela linha tracejada azul na imagem, foi imposto próximo aos alteamentos da estrutura com o intuito de reproduzir as condições de saturação dos modelos analisados com MPM.



**Figura 6.42.** Configuração do problema no FEM

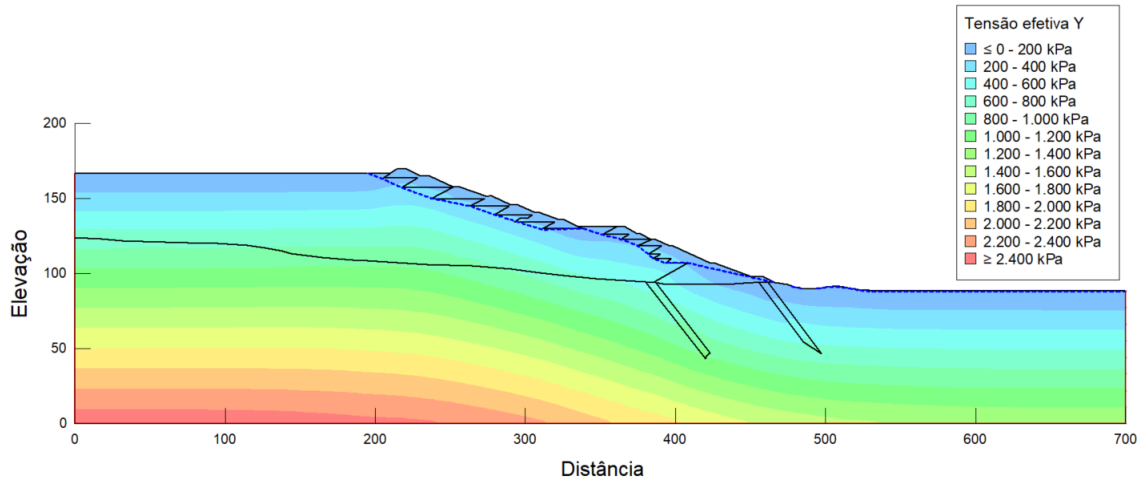
Foi utilizada uma malha de 22415 elementos quadráticos de 4 nós e triangulares de 3 nós de 2 m de comprimento. Foram restringidos os deslocamentos na base e nas laterais da geometria.



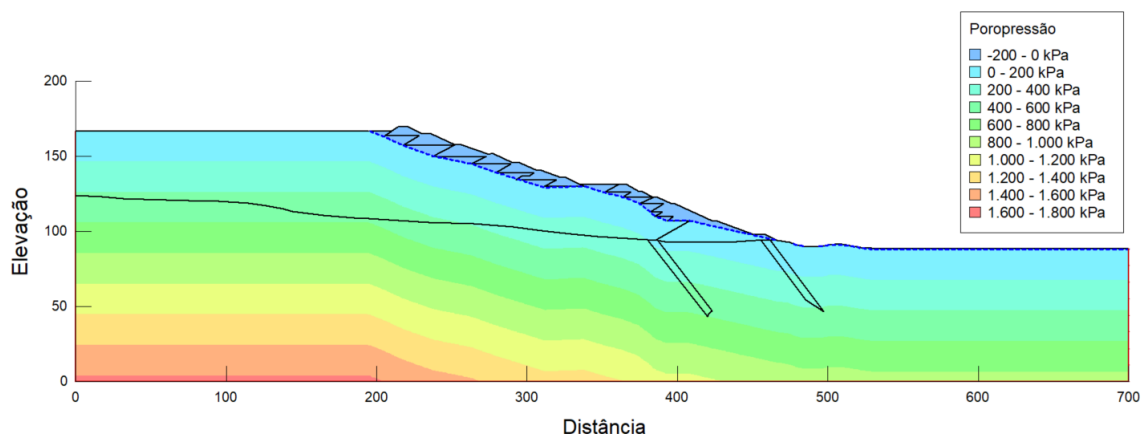
**Figura 6.43.** Malha e condições de contorno: 22717 nós e 22415 elementos de 2 m

Inicialmente, as tensões iniciais são geradas pela ação da gravidade, criando um campo vertical de tensão total  $\sigma_{yy}$  (que está em equilíbrio com as forças do corpo) e uma tensão vertical efetiva  $\sigma'_{yy} = \sigma_{yy} - u_w$ . As tensões horizontais são predominantemente controladas pelo coeficiente

de Poisson e pela geometria do problema. Todos os materiais adotam um comportamento elástico e linear nesta etapa (GeoStudio, 2022). A Figura 6.44 e Figura 6.45 mostram o campo de tensão vertical e a poropressão no final dessa etapa.

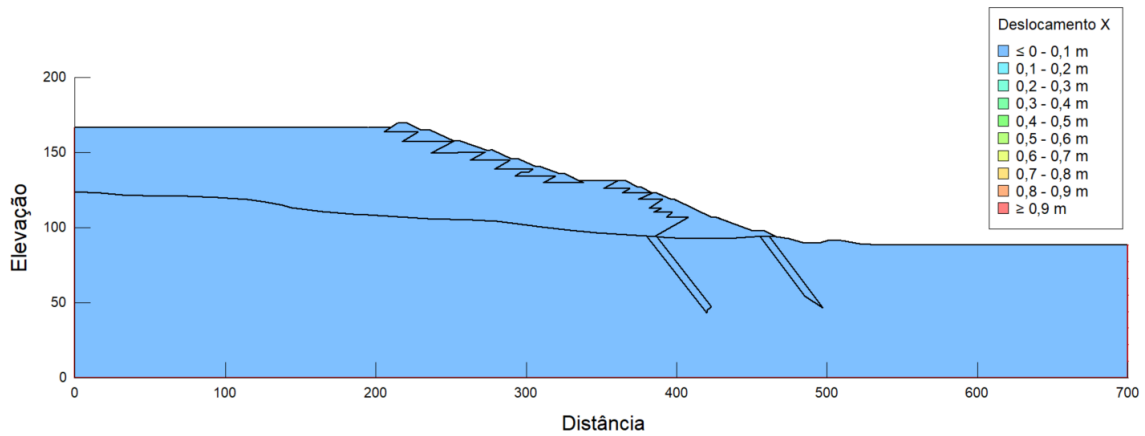


**Figura 6.44.** 1ª Etapa – Tensão efetiva vertical

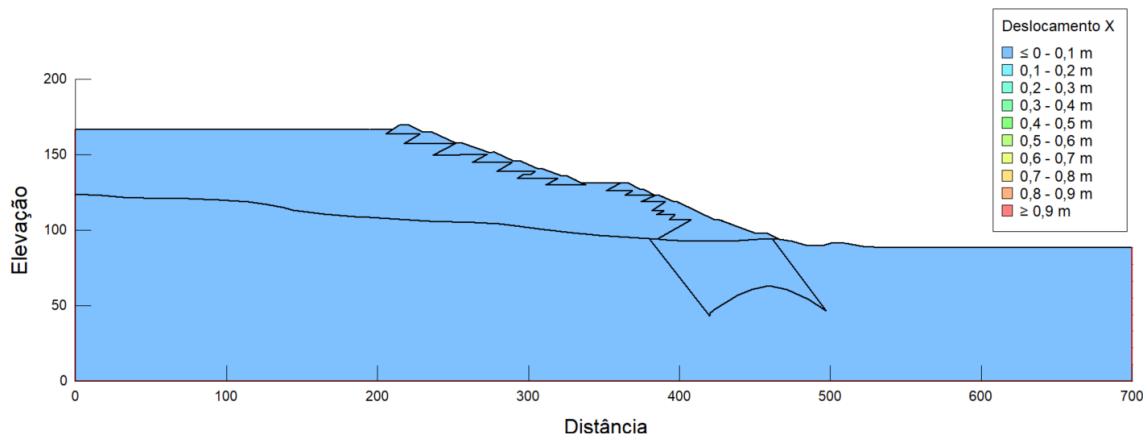


**Figura 6.45.** 1ª Etapa – Poropressão

Assim como nos casos estudados com MPM, os modelos constitutivos dos materiais foram modificados de elástico-linear para MC na fundação e MCSS na barragem. A Figura 6.46 e Figura 6.47 mostra o campo de deslocamento horizontal após essa mudança. Note-se que não há deslocamento produto da modificação, conforme esperado.

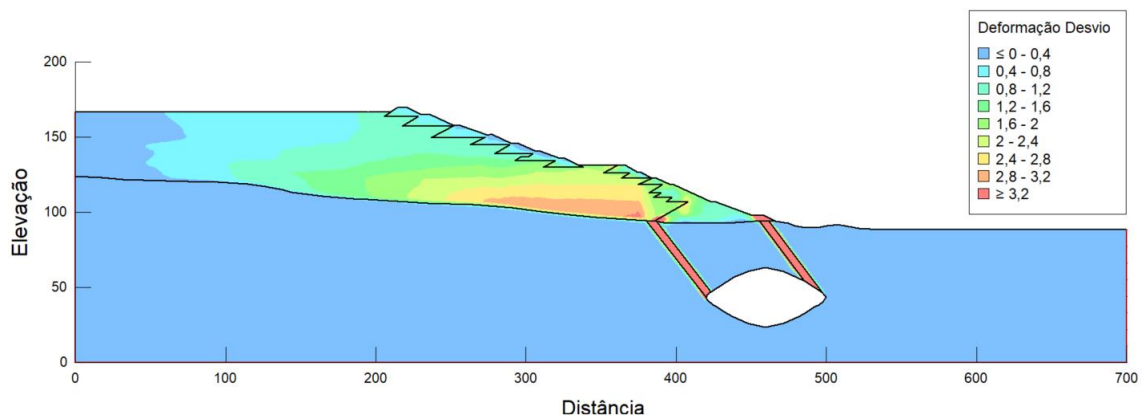


**Figura 6.46.** 2º Etapa – Colapso: Deslocamento horizontal

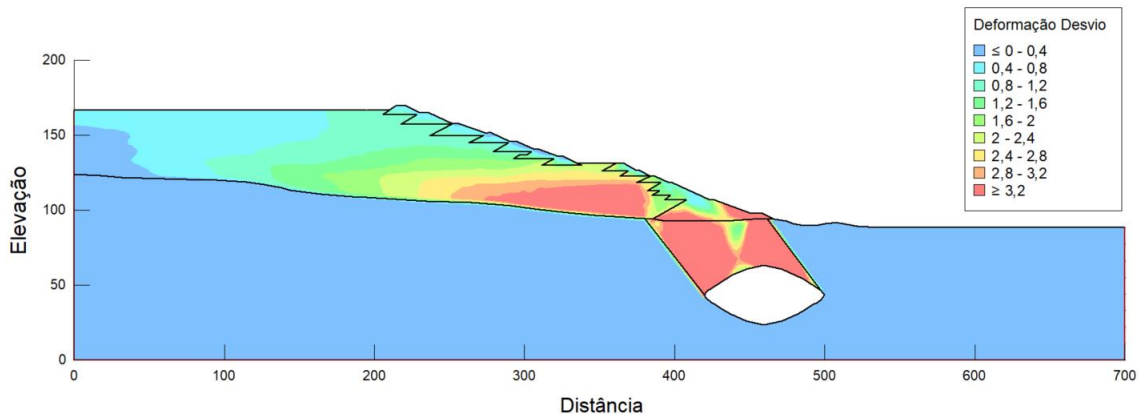


**Figura 6.47.** 2º Etapa – Subsidência: Deslocamento horizontal

Na 3º etapa, foi simulado o colapso/ subsidência do carste com a escavação do material da caverna (Figura 6.48 e Figura 6.49). Observa-se que essa perturbação é suficiente para gerar a instabilidade da barragem, conforme observado nos modelos B00 a B21.

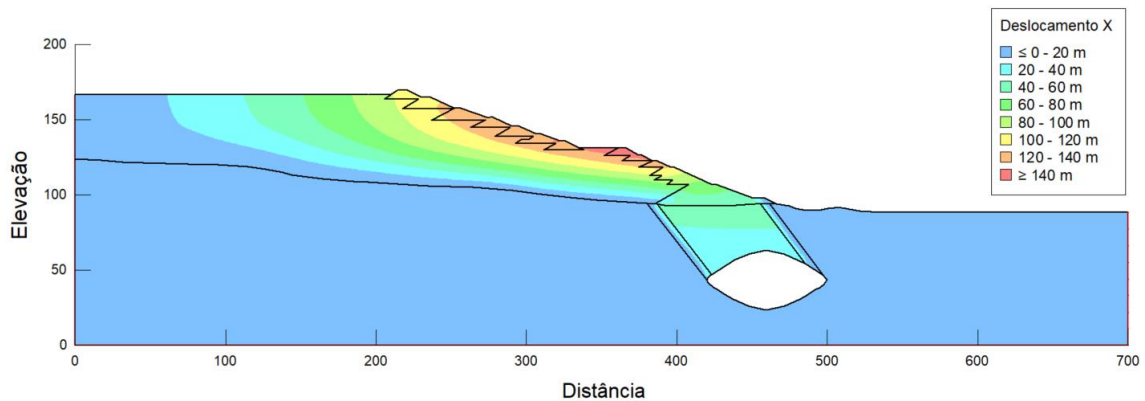


**Figura 6.48.** 3º Etapa – Colapso: Deformação desviadora

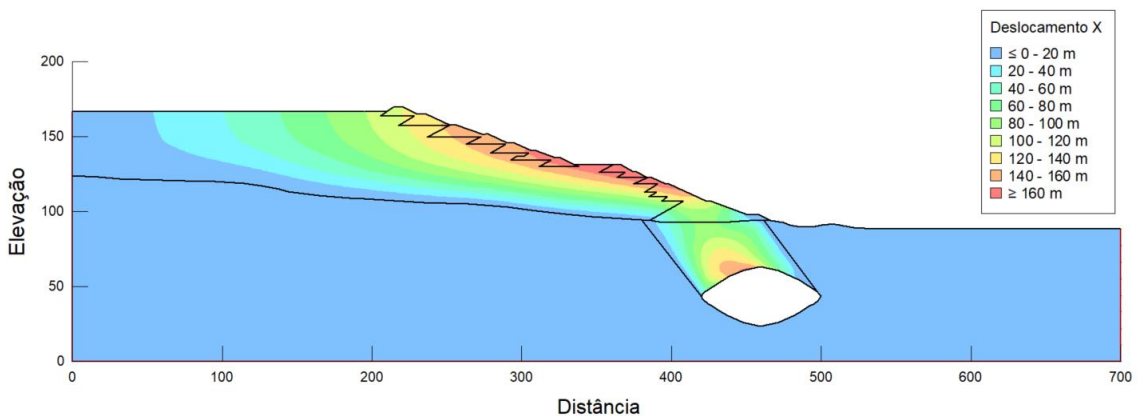


**Figura 6.49.** 3º Etapa – Subsidência: Deformação desviadora

Os deslocamentos gerados pela perturbação atingem magnitudes de 140 m na direção horizontal (Figura 6.50 e Figura 6.51). Como esperado, os deslocamentos na feição cárstica são maiores devido à movimentação do solo acima da caverna. O campo de deslocamento horizontal também permite identificar o mecanismo de ruptura da barragem.

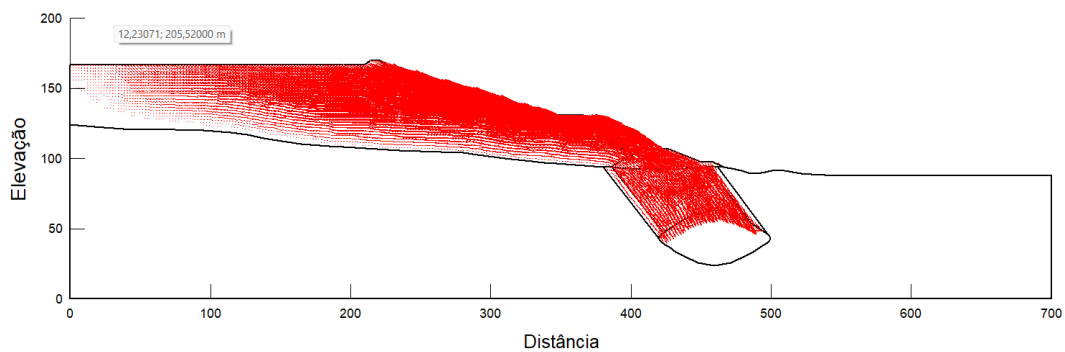


**Figura 6.50.** 3º Etapa – Colapso: Deslocamento horizontal

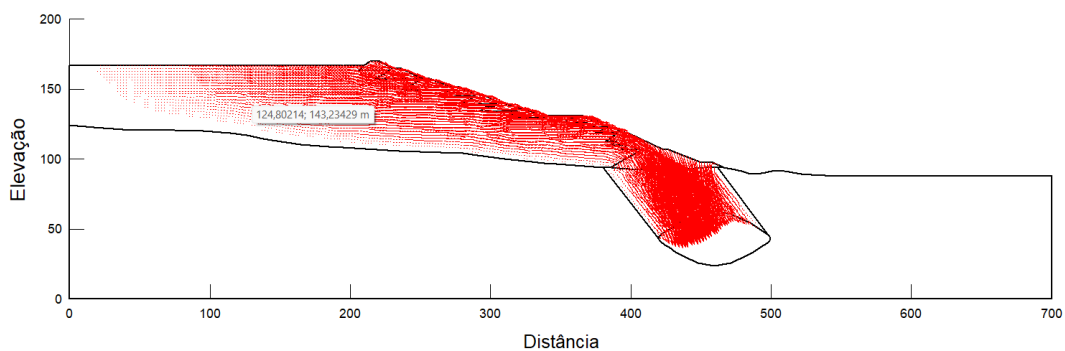


**Figura 6.51.** 3º Etapa – Subsidência: Deslocamento horizontal

A Figura 6.52 e Figura 6.53 apresentam os vetores de deslocamento na 3ª etapa de análise. Observa-se que no colapso, o material acima do carste tende a se estabilizar, e que o material localizado na parte inferior da barragem apresenta a maior deformação, conforme identificado nos modelos analisados com MPM. No caso da subsidência, o material acima da feição se desloca para dentro da caverna, com uma clara tendência de preenchimento, conforme esperado nesse mecanismo. Parte do material dos alteamentos e do reservatório é depositado na região onde ocorre o recalque superficial.

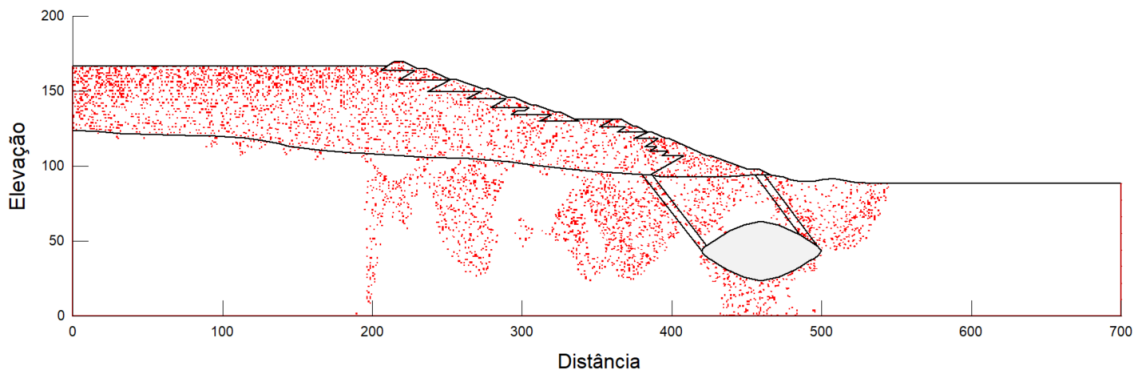


**Figura 6.52.** 3ª Etapa – Colapso: Malha deformada

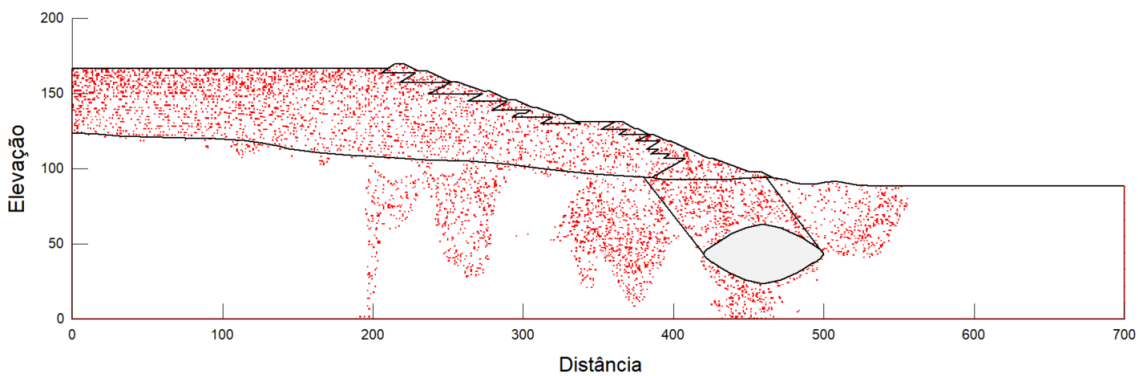


**Figura 6.53.** 3ª Etapa – Subsidência: Malha deformada

A Figura 6.54 e Figura 6.55 apresentam os pontos de plastificação na 3ª etapa de análise, indicadores críticos das áreas de falha potencial. Note-se que tanto nos alteamentos quanto no rejeito há uma ruptura generalizada, e que, na fundação, os pontos de ruptura se concentram na rocha circundante à feição cárstica.

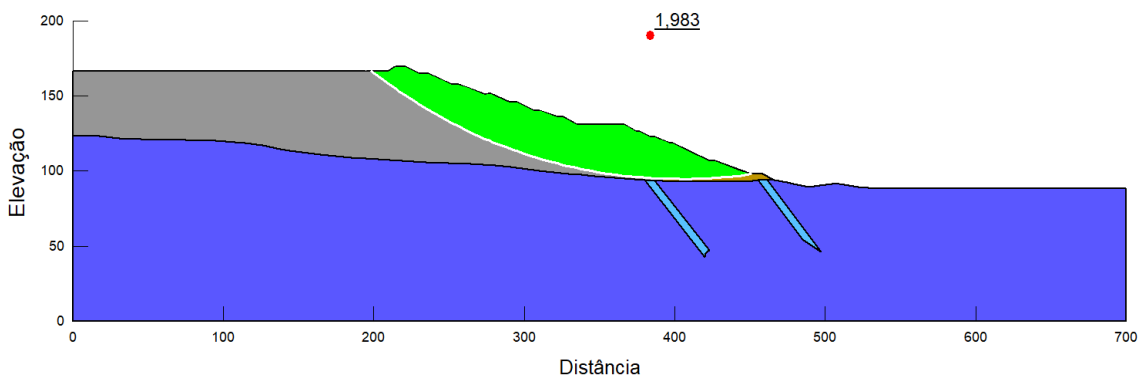


**Figura 6.54.** 3º Etapa – Colapso: Pontos de ruptura

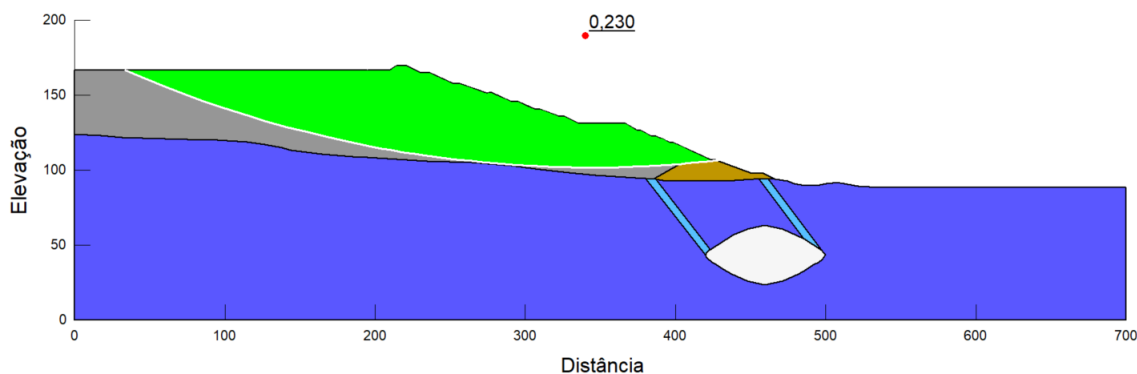


**Figura 6.55.** 3º Etapa – Subsidência: Pontos de ruptura

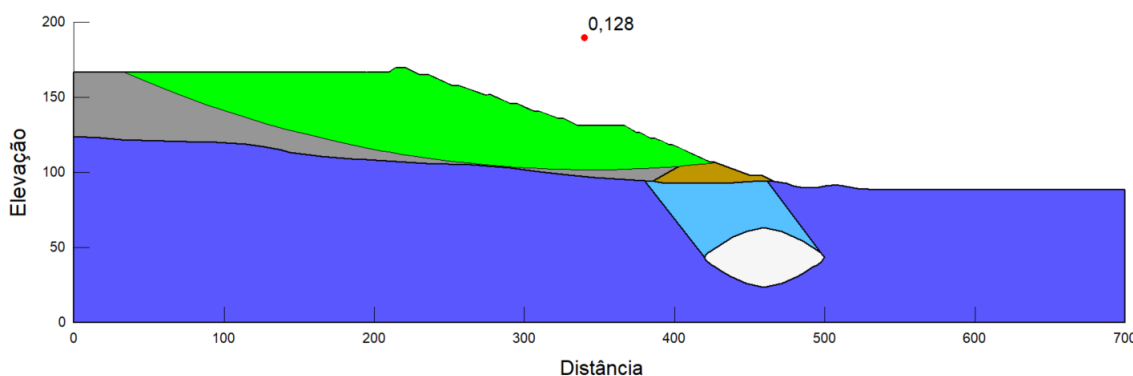
Finalmente, foi feita uma verificação do fator de segurança (FS) na 1º e no final da 3º etapa. Antes do desenvolvimento da feição cárstica, o FS na condição drenada era de 1.98 (Figura 6.56). Na legislação brasileira, uma estrutura se considera estável e segura com um  $FS > 1.5$  (ABNT NBR 13028/2017). Quando acionados os gatilhos, tanto no caso de colapso (Figura 6.57) quanto de subsidência (Figura 6.58) o FS é bem inferior a 1, demonstrando a ruptura no método de equilíbrio limite (LEM).



**Figura 6.56.** 1º Etapa – Fator de segurança



**Figura 6.57.** 3º Etapa – Colapso: Fator de segurança



**Figura 6.58.** 3º Etapa – Subsidência: Fator de segurança

### 6.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou um estudo de caso sobre os riscos e impactos do colapso e subsidência cárstica em barragens de rejeitos, inseridas dentro do contexto do Quadrilátero Ferrífero. A geologia complexa da região, com a presença de formações ferríferas e carbonáticas, contribuiu para a ocorrência de feições cársticas, que representam um risco adicional para a estabilidade das barragens.

Para o desenvolvimento do modelo numérico, foi necessário identificar e representar cada um dos estágios do comportamento da barragem: equilíbrio, formação do mecanismo de ruptura e comportamento pós-ruptura. A utilização do MPM permitiu analisar as grandes deformações e fazer a simulação dinâmica que ocorre durante a ruptura e o deslocamento para jusante do material da estrutura.

Os resultados das simulações com MPM mostraram que, independentemente da forma como se desenvolve o mecanismo de colapso ou subsidência, a barragem é totalmente influenciada pela

feição e sua estabilidade, como esperado, estará totalmente condicionada pelas suas propriedades de resistência. A análise de deslocamentos, velocidades e tensões desvio indicou que a subsidência do carste tende a gerar impactos mais significativos na estabilidade estrutural da barragem, com maiores deslocamentos horizontais e maiores velocidades iniciais.

A comparação com o FEM demonstrou que o método é eficaz para reproduzir as etapas iniciais de carregamento estático e pequenas deformações. No entanto, as limitações do FEM em lidar com grandes deformações e rápidas mudanças de estado foram evidenciadas durante a análise de pós-ruptura. As simulações com FEM corroboraram os resultados obtidos com MPM em termos do comportamento geral da estrutura, mas apresentaram limitações na representação da última etapa de análise.



# CAPÍTULO 7

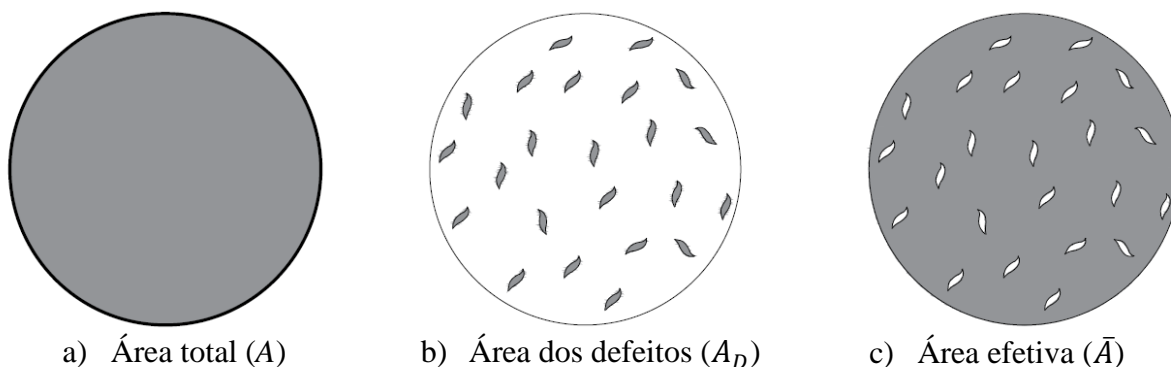
## 7. MODELO DE DANO

Este capítulo explora os principais conceitos dos modelos constitutivos desenvolvidos na Mecânica do Dano Contínuo (CDM), proporcionando uma visão geral da sua fundamentação teórica. Em seguida, é apresentado o modelo constitutivo de dano HyperDamage, proposto no âmbito desta tese com o objetivo de analisar o comportamento geomecânico dos sistemas cársticos. O modelo visa ser também uma ferramenta prática com aplicações potenciais no estudo de materiais quase-frágeis na mecânica dos meios contínuos. É feita uma revisão do modelo hiperbólico para, posteriormente, apresentar os parâmetros de entrada e a rotina de integração. Através da comparação com resultados de ensaios laboratoriais, o modelo HyperDamage é validado e implementado no *software* GeoStudio.

### 7.1 MODELO DE DANO ISOTRÓPICO

Nos modelos de dano, a degradação da rigidez do material produto do crescimento e interconexão das microfissuras existentes, é quantificada por uma variável de dano  $d$ . Quando o material se degrada isotropicamente, a variável de dano é escalar e pode se definir como a relação entre uma área degradada  $A_D$  e uma área nominal total  $A$  de uma seção transversal (Figura 7.1):

$$d = \frac{A_D}{A} \quad (7.1)$$



**Figura 7.1.** Seção transversal

Sendo que o conjunto de defeitos é incapaz de resistir às forças aplicadas, é possível definir uma área efetiva  $\bar{A}$  correspondente à parcela intacta da área total:

$$\bar{A} = A - A_D \quad (7.2)$$

Assim, a variável de dano pode ser escrita como:

$$d = 1 - \frac{\bar{A}}{A} \quad (7.3)$$

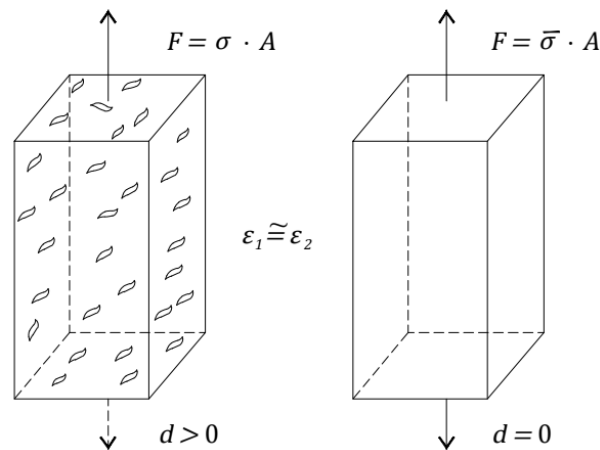
Se estabelecendo um intervalo  $0 \leq d \leq 1$  onde:

$$\begin{array}{lll} d = 0 & \text{material intacto} & \rightarrow A_D = 0 \\ d = 1 & \text{material degradado} & \rightarrow A_D = A \end{array} \quad (7.4)$$

Numa situação de solitação uniaxial sobre um elemento unidimensional como o apresentado na Figura 7.2, é possível definir uma tensão nominal  $\sigma$  associada à área total nominal da seção transversal e uma tensão efetiva  $\bar{\sigma}$  associada a área efetiva que resiste aos esforços solicitantes:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (7.5)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{\bar{A}} \quad (7.6)$$



**Figura 7.2.** Elemento unidimensional submetido a um carregamento uniaxial (Beserra, 2015)

Relacionando a tensão nominal e a efetiva e considerando a Equação 7.6, obtém-se:

$$\frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{A}}{A} = 1 - d \rightarrow \sigma = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (7.7)$$

Note-se que para um material em estado íntegro a tensão efetiva é igual à tensão nominal enquanto para um material totalmente degradado essa mesma tensão tende a infinito:

$$\begin{array}{lll} \sigma = \bar{\sigma} & \text{material intacto} & \rightarrow d = 0 \\ \bar{\sigma} = \infty & \text{material totalmente degradado} & \rightarrow d = 1 \end{array} \quad (7.8)$$

Lemaitre e Chaboche (1978) propuseram o princípio da equivalência de deformações segundo a qual a deformação associada a um estado danificado submetido a uma tensão  $\sigma$ , é equivalente à deformação associada ao estado não danificado submetido a uma tensão efetiva  $\bar{\sigma}$ . A partir dessa hipótese e do conceito de tensão efetiva, as deformações da Figura 7.2 podem se escrever na forma:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_D} \quad (7.9)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad (7.10)$$

Onde  $E_D$  é o módulo de elasticidade degradado e  $E$  o módulo de elasticidade intacto. Se pelo princípio da deformação equivalente  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , pode-se deduzir que:

$$\frac{\sigma}{E_D} = \frac{\bar{\sigma}}{E} \rightarrow E_D = E \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} \quad (7.11)$$

Substituindo a Equação 7.7 na Equação 7.11 tem-se a relação entre os módulos de elasticidade intacto e degradado:

$$E_D = (1 - d)E \quad (7.12)$$

A partir da Equação 7.9 e da Equação 7.12, chega-se finalmente à relação constitutiva total:

$$\sigma = E_D \varepsilon \rightarrow \sigma = (1 - d)E\varepsilon \quad (7.13)$$

E comparando a Equação 7.7 com a Equação 7.13:

$$\bar{\sigma} = E\varepsilon \quad (7.14)$$

### 7.1.1 CRITÉRIO DE DEGRADAÇÃO

O critério de degradação determina a região no espaço de tensões onde o comportamento do material é elástico e linear. Nos modelos constitutivos esse critério é definido pela função de dano:

$$f(\sigma) \leq 0 \quad (7.15)$$

Nos modelos de dano esse critério pode ser escrito como uma função da tensão equivalente  $\tau$  e da variável limite de dano  $q$ :

$$f(\sigma) = \tau(\sigma) - q \leq 0 \quad (7.16)$$

Onde  $\tau(\sigma)$  define a forma do domínio elástico e  $q$  define o tamanho desse mesmo domínio. No espaço das tensões efetivas, a Equação 7.16 pode ser escrita como:

$$f(\sigma) = \tau(\bar{\sigma}) - r \leq 0 \quad (7.17)$$

Com

$$r = \frac{q}{1 - d} \quad (7.18)$$

Onde  $r$  é a variável interna que define o tamanho do domínio elástico no espaço das tensões efetivas.

Reescrevendo a Equação 7.18, a variável de dano pode ser escrita em função das variáveis internas do modelo:

$$d = 1 - \frac{q}{r} \quad (7.19)$$

Como na teoria da plasticidade explicada nesse capítulo, pode-se definir as condições de carga e descarga de Kuhn-Tucker para o modelo de dano:

$$\begin{aligned} d &\geq 0 \\ f(\bar{\sigma}) &\leq 0 \end{aligned} \quad (7.20)$$

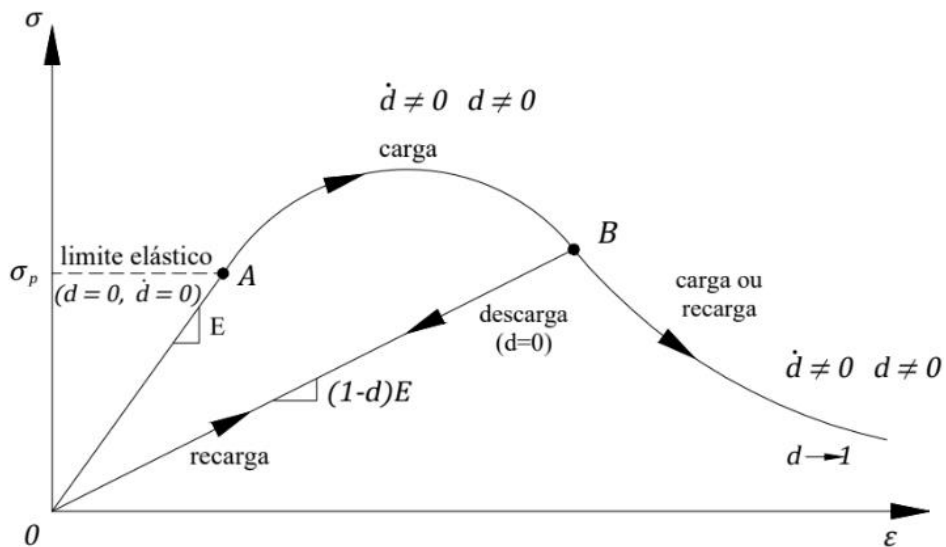
Sendo que:

$$df(\bar{\sigma}) \leq 0 \rightarrow \text{condição de consistência} \quad (7.21)$$

E se:

$$\begin{aligned} f(\bar{\sigma}) < 0 &\rightarrow d = 0 \rightarrow \text{regime elástico} \\ f(\bar{\sigma}) = 0 &\rightarrow \begin{cases} \dot{f}(\bar{\sigma}) < 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{d} = 0 \\ \dot{r} = 0 \end{cases} \rightarrow \text{descarga elástica} \\ \dot{f}(\bar{\sigma}) > 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{d} > 0 \\ \dot{r} > 0 \end{cases} \rightarrow \text{carga ou recarga} \end{cases} \end{aligned} \quad (7.22)$$

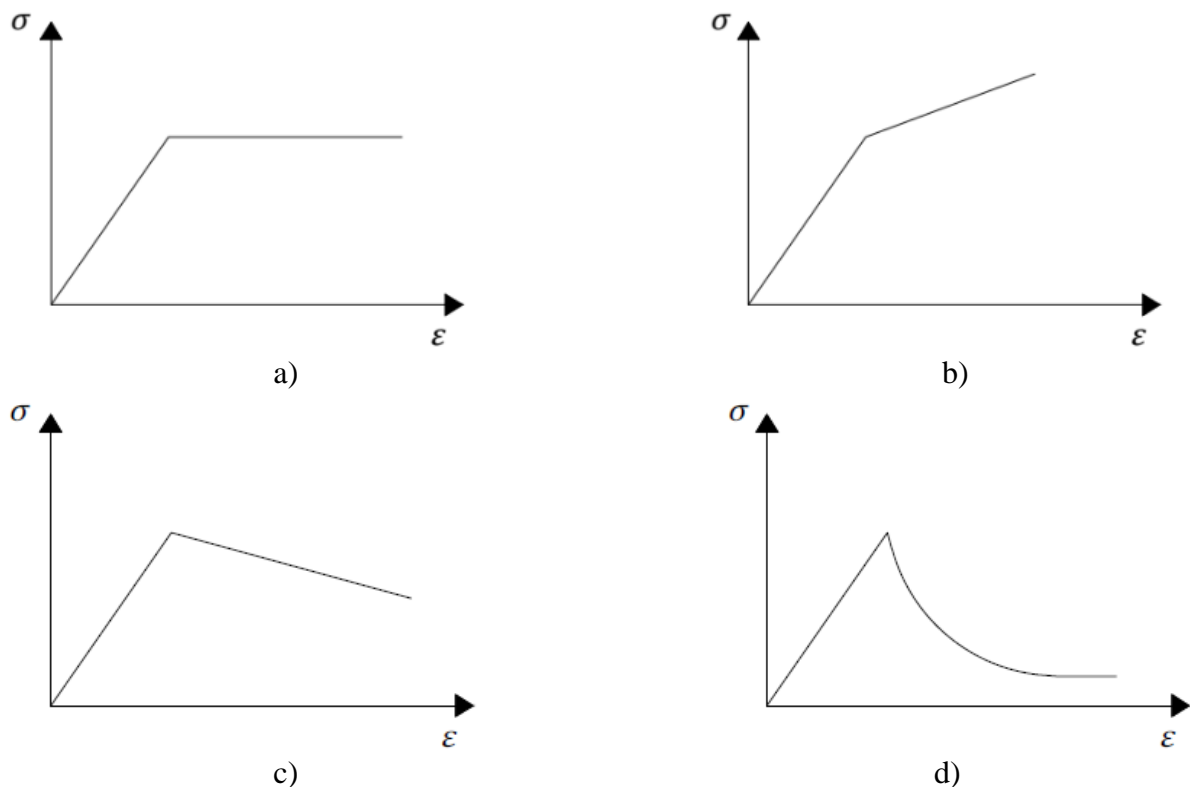
Onde  $\dot{d}$  é a taxa de variação da variável de dano. A curva tensão-deformação da Figura 7.3 apresenta a evolução da variável de dano e as etapas de carga, descarga e recarga do material.



**Figura 7.3.** Evolução da variável de dano (Gonçalves, 2003)

### 7.1.2 LEI DE EVOLUÇÃO DA VARIÁVEL DE DANO

Após atingido o limite elástico, a evolução da variável de dano produz diferentes respostas no material dependendo das suas características. Como ilustrado na Figura 7.4 essa resposta pode se dar num regime elastodegradável perfeito (a), com endurecimento linear (b), com abrandamento linear (c), com abrandamento exponencial (d), dentre outros. Esse comportamento pode-se associar a uma variável  $H$  conhecida como módulo de endurecimento/abrandamento.



**Figura 7.4.** Comportamento do material após o limite elástico: a) dano perfeito, b) endurecimento linear, c) abrandamento linear, d) abrandamento exponencial

Segundo Manzoli (1998), no modelo de dano isotrópico a lei de endurecimento/abrandamento pode ser expressa em função das variáveis internas do modelo:

$$\dot{q} = \frac{H}{1+H} \dot{r} \quad (7.23)$$

Sendo  $\dot{r} \geq 0$ .

Considerando a Equação 7.18 e a lei de endurecimento/amolecimento, pode se chegar à lei de evolução da variável de dano para carregamentos monotônicos em função do módulo  $H$  e da variável limite de dano:

$$\dot{d} = \left( \frac{1}{1+H} - d \right) \cdot \frac{\dot{r}}{r} \quad (7.24)$$

Como os modelos de dano são baseados em processos termodinâmicos irreversíveis, o processo de deformação implica que  $\dot{d} \geq 0$  e que a Equação 7.24 deva se conter no intervalo:

$$-1 < H < (1 - d) \quad (7.25)$$

Onde  $H$  pode variar através de qualquer função em termos da variável limite de dano. Assim, resolvendo a Equação 7.24 obtém-se a expressão fechada da evolução da variável de dano:

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \quad (7.26)$$

Com:

$$q(r) = \int \frac{H(r)}{1+H(r)} dr \quad (7.27)$$

Quando o módulo  $H$  é constante, pode-se definir a lei linear de dano em função de  $H$  e da variável limite de dano  $r$ :

$$d = 1 - \frac{r - r_0}{r(1+H)} \quad (7.28)$$

Já para um módulo  $H$  exponencial, usa-se a expressão:

$$H(r) = \frac{1}{1 + A \cdot e^{A\left(1-\frac{r}{r_0}\right)}} - 1 \quad (7.29)$$

Obtendo-se a lei exponencial de dano em função de  $r$  e do parâmetro  $A$  da lei de abrandamento exponencial que depende da energia de fratura do material:

$$d = 1 - \frac{r}{r_0} \cdot e^{A\left(1-\frac{r}{r_0}\right)} \quad (7.30)$$

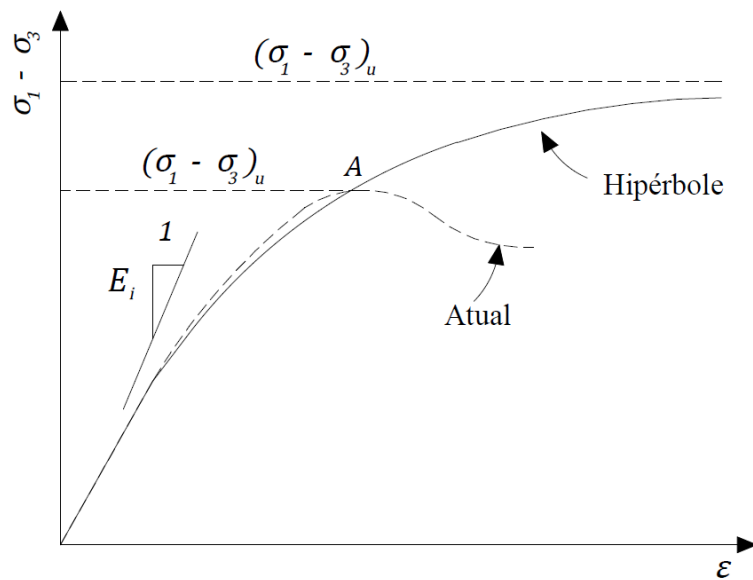
## 7.2 MODELO DE DANO HIPERDAMAGE

A seguir é apresentada a fundamentação teórica e as validações do modelo HyperDamage, que incorpora uma abordagem para avaliar o comportamento de materiais geomecânicoS, combinando a forma tradicional do modelo hiperbólico com uma avaliação do dano baseado em funções sigmóides.

### 7.2.1 MODELO HIPERBÓLICO

O Modelo Hiperbólico, formulado inicialmente por Kondner (1963), define a relação tensão-desvio – deformação axial de maneira hiperbólica, conforme Equação 7.31 e a Figura 7.5:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (7.31)$$



**Figura 7.5.** Curva hiperbólica representativa

Com:

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u} \quad (7.32)$$



$$a = \frac{1}{E_i} \quad (7.33)$$

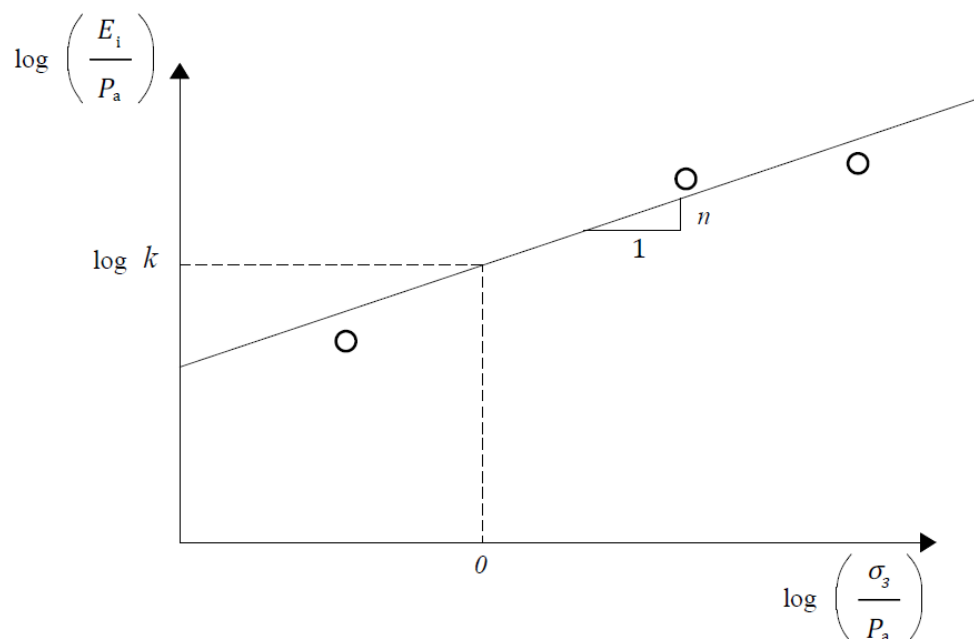
$$b = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u} \quad (7.34)$$

Sendo  $a$  e  $b$  constantes quando a equação é aplicada aos resultados de ensaios triaxiais em compressão triaxial e  $R_f$  o coeficiente de ruptura que varia normalmente entre 0.90 e 0.95.  $E_i$  é o módulo de Young inicial que pode se relacionar com a tensão  $\sigma_3$  utilizando a expressão proposta por Janbu (1963):

$$E_i = C\sigma_3^n \quad (7.35)$$

Em que  $C$  e  $n$  são parâmetros adimensionais que podem ser representados, em escala logarítmica, pela Equação 7.36 e a Figura 7.6.

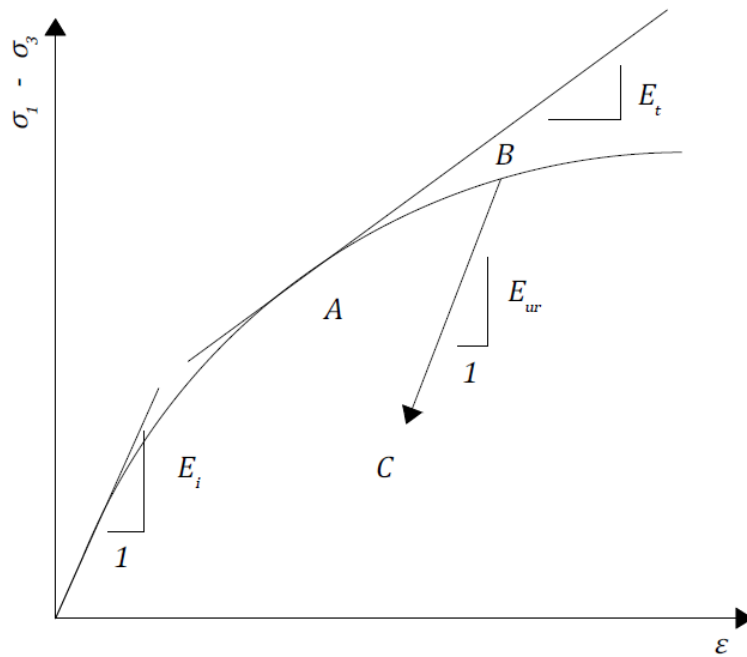
$$\log \frac{E_i}{P_a} = \log C + n \log \sigma_3 \quad (7.36)$$



**Figura 7.6.** Variação de  $E_i$  com a tensão de confinamento (Neves & Caldeira, 2018)

A generalização do modelo pode ser descrita utilizando a Equação 7.37 e a Figura 7.7.

$$E_t = \left[ 1 - \frac{R_f(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \text{sen}\phi)}{2c(\text{cos}\phi) + 2\sigma_3\text{sen}\phi} \right]^2 E_i \quad (7.37)$$



**Figura 7.7.** Generalização do modelo

Com:

$$E_{ur} = C_{ur}\sigma_3^n \quad (7.38)$$

$E_t$  e  $E_{ur}$  são os módulos tangencial e de descarga-recarga, respectivamente, ajustáveis através dos parâmetros do material e das condições de carga.

## 7.2.2 FUNÇÃO DE DANO SIGMOIDE E CRITÉRIO DE DEGRADAÇÃO

A função sigmoide é uma função matemática utilizada na engenharia devido à sua forma característica em "S", que permite uma transição gradual entre dois estados extremos. Matematicamente, a função sigmoide pode ser expressa como:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-k(x-x_0)}} \quad (7.39)$$

Em que  $x$  representa a variável de entrada, neste caso, a deformação do material;  $k$  é um parâmetro que determina a inclinação da curva, influenciando a rapidez da transição do dano e  $x_0$  é o valor de deformação que define o ponto médio da função sigmoide.

No modelo HyperDamage, a avaliação do dano em materiais geomecânicos é realizada por meio dessa função sigmoide, que permite uma transição suave entre estados não danificados e completamente danificados, baseada na deformação experimentada pelo material. A função é utilizada para modelar a progressão do dano de forma que seja fisicamente representativa e numericamente estável.

Assim, em termos do CDM, o critério de degradação pode ser definido considerando a expressão:

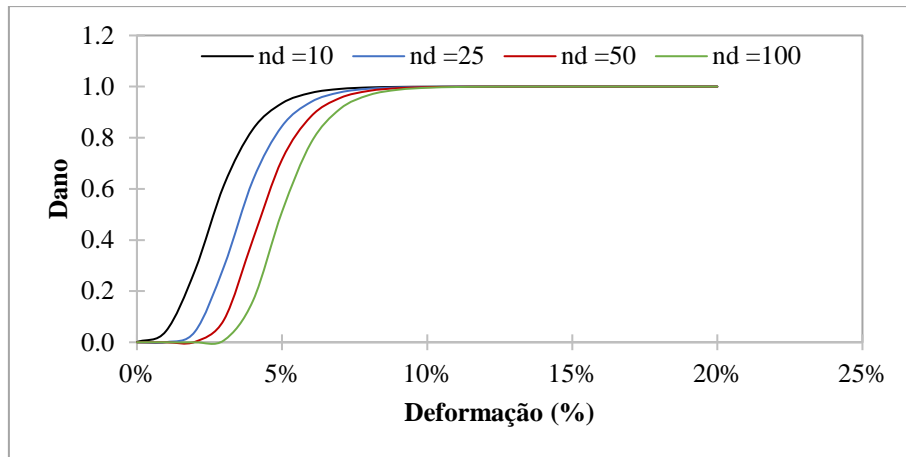
$$f(x) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-k(x-x_0)}} \quad (7.40)$$

### 7.2.3 LEI DE EVOLUÇÃO DA VARIÁVEL DE DANO

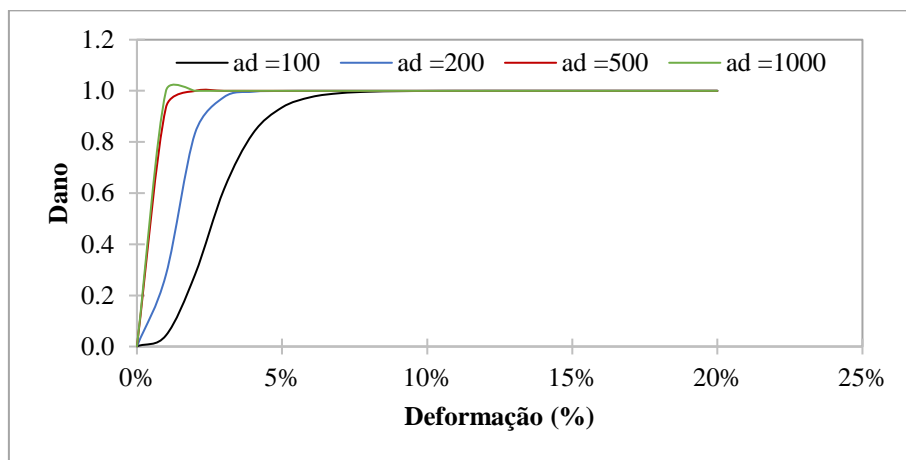
No contexto do modelo HyperDamage, a função sigmoide é adaptada para calcular o dano com base na deformação cumulativa do material, denotada como  $\varepsilon$ . A função de dano sigmoide que determina a sua evolução, é então definida como:

$$d = \frac{1}{(1 + e^{-a_d(\varepsilon-\varepsilon_0)})^{n_d}} \quad (7.41)$$

Sendo  $a_d$  um parâmetro que ajusta a inclinação da curva, similar ao parâmetro  $k$  na forma geral da função sigmoide;  $\varepsilon_0$  é o limiar de deformação a partir do qual o dano começa a aparecer, equivalente a  $x_0$  na Equação 7.39 e  $n_d$  é um fator que ajusta a resposta da curva, permitindo modelar diferentes comportamentos pós-pico do material. Na Figura 7.8 e Figura 7.9 são apresentadas curvas sigmoides, considerando diferentes valores de  $a_d$  e  $n_d$ .



**Figura 7.8.** Função de dano sigmoide ( $a_d = 100$ ;  $\varepsilon_0 = 0$ ) – Influência de  $n_d$



**Figura 7.9.** Função de dano sigmoide ( $n_d = 10$ ;  $\varepsilon_0 = 0$ ) – Influência de  $a_d$

#### 7.2.4 IMPLEMENTAÇÃO

A Figura 7.10 apresenta o diagrama de fluxo com a implementação computacional do modelo HyperDamage, descrevendo a integração entre a função de dano sigmoide, a matriz de rigidez e os mecanismos de acumulação de tensões e deformações. A implementação inicial foi realizada utilizando VBA e, posteriormente, no C#, como uma DLL do *software* GeoStudio.

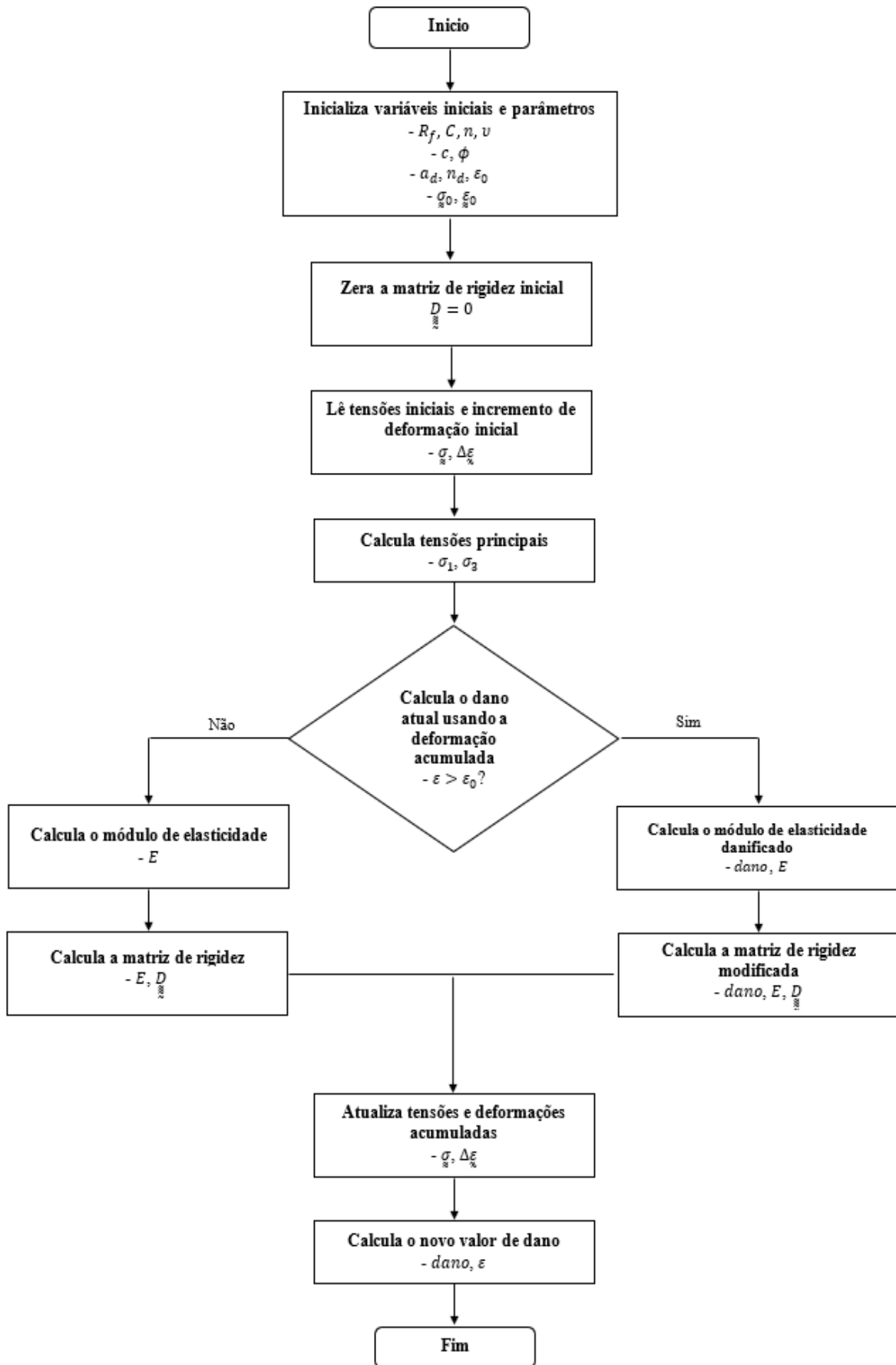


Figura 7.10. Diagrama de fluxo HyperDamage

## 7.2.5 VALIDAÇÕES

A validação do modelo foi realizada através da comparação dos resultados das simulações com dados de ensaios triaxiais executados em rochas e apresentados por Turichshev & Hadjigeorgiou (2016). A Tabela 7.1 e Tabela 7.2 listam as informações dos corpos de prova e os parâmetros de entrada e seus respectivos valores calibrados que demonstraram boa concordância com as respostas observadas experimentalmente, conforme Figura 7.11 a Figura 7.15.

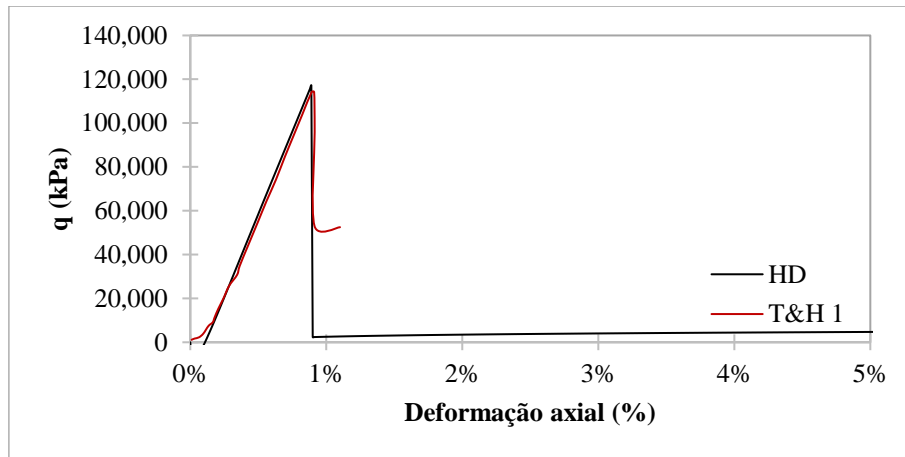
**Tabela 7.1.** Informações dos corpos de prova (Turichshev & Hadjigeorgiou, 2016)

	<b>CP1</b>	<b>CP2</b>	<b>CP3</b>	<b>CP4</b>	<b>CP5</b>
<b>Tensão confinante (MPa)</b>	30	2	60	45	5
<b>Módulo de Young (GPa)</b>	30	33.7	34	33.2	33.3
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0.22	0.24	0.16	0.11	0.19
<b>Coesão (kPa)<sup>1</sup></b>	20000	20000	20000	20000	20000
<b>Ângulo de atrito (°)<sup>1</sup></b>	40	40	40	40	40

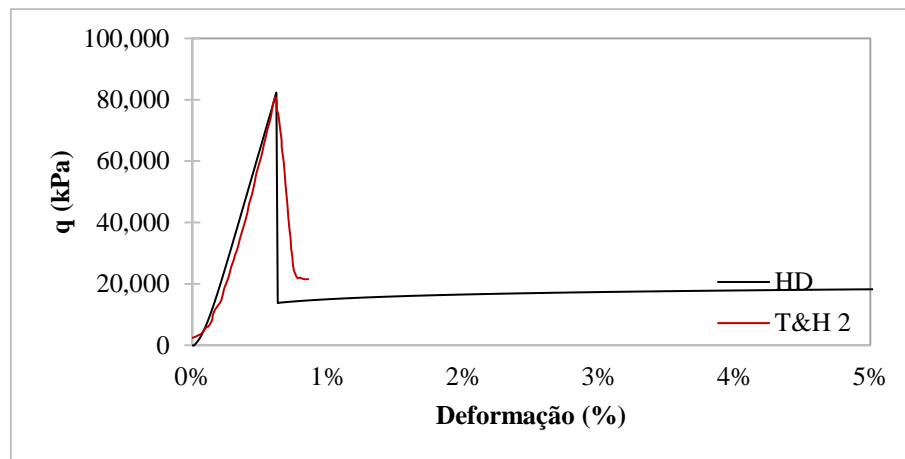
(1) Valores teóricos encontrados na literatura

**Tabela 7.2.** Parâmetros calibrados - HyperDamage

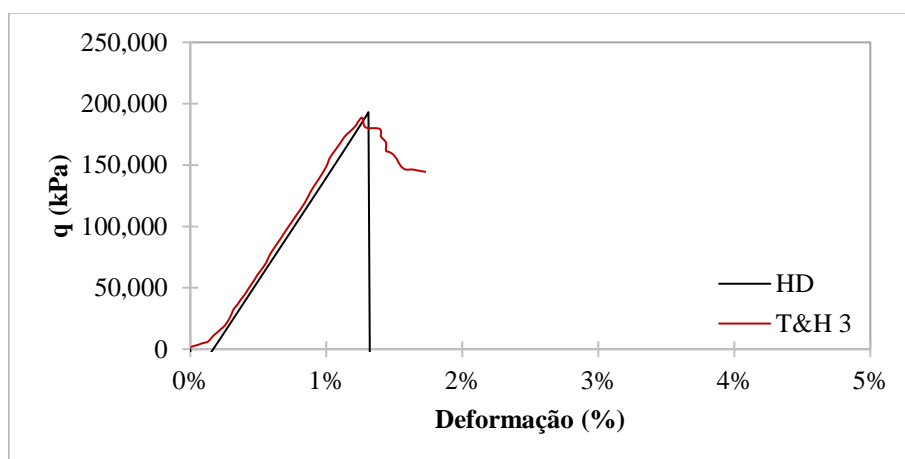
<b>Parâmetro</b>	<b>CP1</b>	<b>CP2</b>	<b>CP3</b>	<b>CP4</b>	<b>CP5</b>
<b><math>C</math></b>	650000	650000	650000	650000	650000
<b><math>n</math></b>	0.57	0.57	0.58	0.59	0.57
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22
<b><math>R_f</math></b>	1	1	1	1	1
<b>Coesão (kPa)</b>	20000	20000	20000	20000	20000
<b>Ângulo de atrito (°)</b>	40	40	40	40	40
<b><math>a_d</math></b>	850	850	850	850	850
<b><math>n_d</math></b>	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
<b><math>\epsilon_0</math></b>	0.0089	0.0062	0.0130	0.0097	0.00615



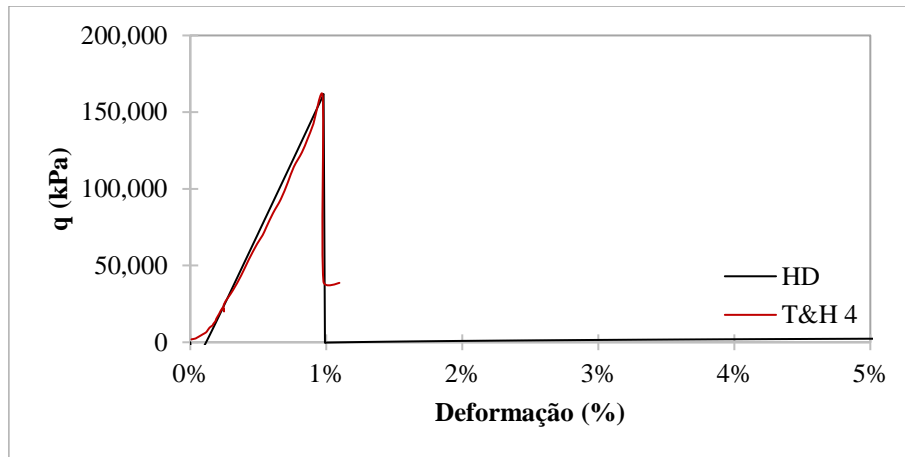
**Figura 7.11.** Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 1



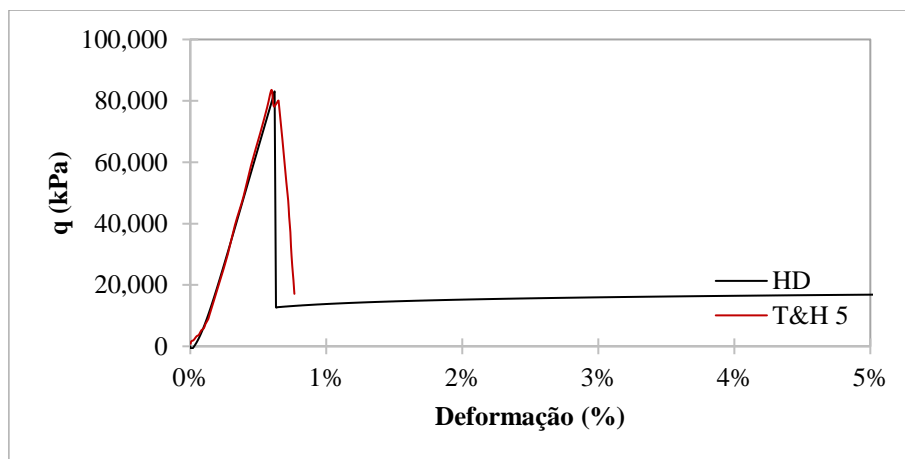
**Figura 7.12.** Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 2



**Figura 7.13.** Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 3



**Figura 7.14.** Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 4



**Figura 7.15.** Tensão desvio x deformação axial – Corpo de prova 5

### 7.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo explorou a fundamentação teórica do modelo de dano isotrópico desenvolvido na Mecânica do Dano Contínuo (CDM) para, posteriormente, apresentar o modelo de dano HyperDamage. A investigação começou com uma revisão dos conceitos fundamentais do CDM, destacando a importância da variável de dano e sua relação com a degradação da rigidez dos materiais devido à formação e crescimento de microfissuras.

O modelo HyperDamage foi embasado dentro do CDM, a partir da adaptação do modelo hiperbólico e a introdução de uma função de dano sigmoide. Esta combinação permitiu representar a evolução do dano em materiais geomecânicos, sendo uma ferramenta útil para a modelagem constitutiva desses materiais.



A validação do modelo foi realizada através da comparação com dados de ensaios triaxiais, demonstrando concordância entre os resultados simulados e os observados experimentalmente. A implementação dentro de um *software* de elementos finitos demonstrou a adaptabilidade do modelo e seu potencial para estudos geotécnicos.

Como pesquisas futuras, sugere-se implementar o modelo em outros *softwares* e inclusive no MPM para ser utilizado em diversas aplicações práticas no campo da geotecnia e da engenharia de materiais.

# CAPÍTULO 8

## 8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Neste capítulo são apresentadas as conclusões da tese de acordo com os objetivos da pesquisa. As sugestões de possíveis trabalhos futuros para dar continuidade ao tema proposto também são incluídas.

### 8.1 CONCLUSÕES

As regiões cársticas são ambientes extremamente complexos que se desenvolvem principalmente em carbonatos e evaporitos, embora possam ocorrer em diversos tipos de rochas. Estudar esses sistemas do ponto de vista geomecânico é fundamental para entender seu comportamento e suas implicações em diferentes contextos, dado que mais de 20% da superfície terrestre é formada por coberturas cársticas.

Devido as características desses sistemas, a modelagem numérica se apresenta como uma ferramenta robusta que permite fazer essa avaliação. Nesse trabalho, o Método do Ponto Material foi empregado de forma satisfatória na análise de sistemas cársticos, conforme apresentado nos Capítulos 5 e 6. Os resultados obtidos demonstraram que o MPM, com sua abordagem híbrida lagrangeana-euleriana, é uma alternativa eficaz para analisar uma variedade de fenômenos na engenharia geotécnica, em termos relativamente simples e com custo computacional aceitável se comparado com outros métodos como o DEM.

O *software* Anura3D, especializado em análises geotécnicas utilizando MPM, provou ser uma ferramenta adequada, fornecendo os recursos necessários para a execução deste estudo. Como um *software* voltado para a pesquisa acadêmica, Anura3D conta com atualizações constantes e melhorias contínuas promovidas por seu grupo de pesquisa. Estudos de caso, como os apresentados nesta tese, subsidiam essas atualizações e aprimoramentos no código base do *software*. Conforme apresentado no Capítulo 4, foi possível validar o método e o *software* para análises de movimentos de massa, escavações, problemas acoplados e recalques superficiais, obtendo em todos eles excelentes resultados.

Com essa ferramenta, vários modelos constitutivos foram utilizados no MPM, incluindo o modelo elástico perfeitamente plástico com critério de ruptura de Mohr-Coulomb (MC) e o Mohr-Coulomb com amolecimento (MCSS), que permitiram avaliar os comportamentos elastoplásticos dos materiais. Os resultados mostraram que a escolha do modelo constitutivo tem um impacto significativo na precisão e nos resultados das simulações. O MCSS, em particular, se mostrou eficaz na representação de processos de degradação de resistência, proporcionando uma visão mais acurada dos fenômenos associados ao colapso e subsidência cárstica.

Esses mecanismos de colapso e subsidência em ambientes cársticos foram analisados com base no modelo de Mattos (2019), incorporando modificações para melhor compreensão desses fenômenos. A análise paramétrica simplificou o sistema de cavernas para uma única feição cárstica circular, facilitando a avaliação do seu comportamento. Os resultados mostraram que, apesar da formação de cavernas, o maciço rochoso pode acomodar deslocamentos sem falha estrutural imediata, não obstante, a perturbação gerou zonas de ruptura e cisalhamento progressivo. A análise das tensões verticais identificou áreas suscetíveis a processos degradativos, com zonas de tração e compressão variando conforme o diâmetro da cavidade.

Comparações entre solos coesivos e não coesivos revelaram que o solo não coesivo favorece uma subsidência mais ampla, enquanto o solo coesivo apresenta uma subsidência mais verticalizada e concentrada, identificando diferenças importantes nos mecanismos de ruptura e nas condições críticas que permitem o desenvolvimento da subsidência.

Considerando esses resultados e o contexto geológico global, com especial atenção ao Brasil, foi conduzido um estudo de caso para avaliar os riscos e impactos do colapso e subsidência cárstica em barragens de rejeitos no Quadrilátero Ferrífero. A complexa geologia da região, com formações ferríferas e carbonáticas, facilita a formação de feições cársticas que ameaçam a estabilidade das barragens.

Os estudos de caso demonstraram que a presença de cavernas e descontinuidades geológicas pode levar a instabilidades severas, influenciando diretamente os mecanismos de ruptura e a cinemática pós-falha das barragens. A modelagem numérica utilizando o MPM permitiu a análise de grandes deformações e a simulação dinâmica durante a ruptura e o deslocamento do material da estrutura. Os resultados indicaram que a estabilidade das barragens é fortemente

influenciada pelas feições cársticas, com a subsidência gerando impactos mais significativos em termos de deslocamentos e velocidades.

Finalmente, a implementação e validação do modelo de dano HyperDamage no *software* de elemento finitos GeoStudio, demonstrou sua capacidade para representar o comportamento de rochas e materiais quase-frágeis, que sofrem processos de degradação por solicitações externas. Com poucos parâmetros de entrada e utilizando um modelo hiperbólico que captura a não linearidade do comportamento do material, o HyperDamage provou ser um modelo robusto dentro da mecânica do dano contínuo. Futuras validações e implementações em outros *softwares*, incluindo o Anura3D, permitirão a execução de novos modelos numéricos na área da mecânica das rochas e, especificamente, na avaliação de feições cársticas.

## 8.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Com a pesquisa realizada, a revisão bibliográfica, as limitações encontradas e as conclusões estabelecidas, sugere-se aprofundar nos seguintes tópicos em trabalhos futuros:

- Implementar e validar o modelo HyperDamage no *software* Anura3D;
- Usar o modelo HyperDamage no MPM para avaliar o comportamento de sistemas cársticos, reproduzindo a análise paramétrica apresentada no Capítulo 5;
- Usar o modelo HyperDamage no MPM no estudo de caso apresentado no Capítulo 6;
- No estudo de caso, inicializar o estado de tensão do modelo no FEM, mapear a informação para o MPM e realizar apenas o *runnout* com o MPM, de forma a simplificar a inicialização de tensões e reduzir o custo computacional;
- Implementar outros modelos constitutivos capazes de representar o comportamento dos materiais avaliados, incluindo o rejeito do estudo de caso e a possível ocorrência de liquefação produto do gatilho analisado (p.ex. NorSand, CASM);
- Implementar modelos visco plásticos para simular o comportamento dos materiais pós-ruptura;

- Considerar outras configurações da feição cárstica do estudo de caso apresentado. Incluir diferentes tamanhos de cavernas, profundidades e inclinações das descontinuidades impostas.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABE, K., NAKAMURA, S., NAKAMURA, H. & SHIOMI, K. (2017). Numerical study on dynamic behavior of slope models including weak layers from deformation to failure using material point method. *Soils and Foundations*, 57(2): 155-175, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.sandf.2017.03.001>.
- ABE, K., SOGA, K. & BANDARA, S. (2014). Material Point Method for Coupled Hydromechanical Problems. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 140(3): 04013033, doi: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001011.
- AHMED, Z., WANG, S., HASHMI, M. Z., ZISHAN, Z., & CHENGJIN, Z. (2020). Causes, characterization, damage models, and constitutive modes for rock damage analysis: a review. *Arabian Journal of Geosciences*, 13(16): 1-14, doi: <https://doi.org/10.1007/s12517-020-05755-3>.
- ALELVAN, G.M., TORO ROJAS, D., ROSSATO, A.C.P., LORENZO, R. & CORDÃO-NETO, M. (2020). MPM and ALE simulations of large deformations geotechnics instability problems. *DYNA*, 87(212): 226-235, doi: <http://doi.org/10.15446/dyna.v87n212.80975>.
- AL-KAJAJI, I. (2013). Formulation of a dynamic material point method (MPM) for geomechanical problems. Tese doutoral. Universität Stuttgart, Germany, 261p, doi: <http://dx.doi.org/10.18419/opus-496>.
- ALMEIDA, F. F. M. D. (1977). O cráton do São Francisco. *Revista Brasileira de geociências*, 7(4), 349-364.
- ALSARDI, A. & YERRO, A. (2023). Coseismic site response and slope instability using periodic boundary conditions in the material point method. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 15(3): 641-658, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2022.09.016>
- ALONSO PÉREZ DE AGREDA, E., PINYOL PUIGMARTÍ, N. M. & YERRO COLOM, A. (2021). Dinámica de deslizamientos en rocas blandas arcillosas. *Geotecnia (Lisboa)*, (152): 273-305, doi: [https://doi.org/10.14195/2184-8394\\_152\\_#](https://doi.org/10.14195/2184-8394_152_#)
- ANDERSON, T. L. (2017). *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. Fourth Edition. Taylor & Francis Group, CRC Press, EEUU, pp. 660.
- ANDREYCHOUK, V., DUBLYANSKY, Y., EZHOV, Y., & LYSENIN, G. (2009). Karst in the Earth's Crust: its distribution and principal types. University of Silesia/Ukrainian Academy of Sciences/Tavrishesky National University-Ukrainian Institute of Speleology and Karstology, Poland, 72p.
- ANURA3D Research Community. (2022). *Anura3D MPM software: scientific manual*. Anura3D MPM Research Community.
- ANURA3D Research Community. (2022). *Anura3D MPM software: tutorial manual*. Anura3D MPM Research Community.

- AULER, A. & SAURO, F. (2019). Quartzite and quartz sandstone caves of South America. *Encyclopedia of caves*. William B. White, David C. Culver & Tanja Pipan (eds.), Academic Press, EEUU, pp. 850-860.
- AULER, A. S. & PILÓ, L. B. (2015). Introdução às cavernas em minério de ferro e canga. *O Carste*, 17(3): 70-72
- AULER, A., PARKER, C., BARTON, H. & SOARES, G. (2019). Iron formation caves: Genesis and ecology. *Encyclopedia of caves*. William B. White, David C. Culver & Tanja Pipan (eds.), Academic Press, EEUU, pp. 559-566.
- AULER, A., RUBBIOLI, E., & BRANDI, R. (2001). As grandes cavernas do Brasil. Rona Editora, Belo Horizonte, Brasil, vol. 1, 230 p.
- AURELI, A. (2010). The UNESCO IHP's shared aquifer resources management global project. *AQUA Mundi*, 1: 1-6, doi: 10.4409/Am-013-10-0001
- BAĞRIAÇIK, B., ALTAY, G., ÖNAL, S., & KAYADELEN, C. (2022). Numerical modelling of concrete tunnels exposed to rock fall. *Revista de la construcción*, 21(2): 215-227, doi: <https://doi.org/10.7764/RDLC.21.2.215>.
- BAHRANI, N., VALLEY, B. & KAISER, P. (2014). Distinct element method simulation of stress fracturing around an underground opening. *EUROCK*, Spain, 499-504, doi: 10.1201/b16955-84.
- BAKALOWICZ, M. (2019). Epikarst. *Encyclopedia of caves*. William B. White, David C. Culver & Tanja Pipan (eds.), Academic Press, EEUU, pp. 394-398.
- BANDARA, S., FERRARI, A., & LALOUI, L. (2016). Modelling landslides in unsaturated slopes subjected to rainfall infiltration using material point method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 40(9): 1358-1380, doi: <https://doi.org/10.1002/nag.2499>
- BARDENHAGEN, S., NAIRN, J. & LU, H. (2011). Simulation of dynamic fracture with the Material Point Method using a mixed J-integral and cohesive law approach. *International Journal of Fracture*, 170(1): 49-66, doi: 10.1007/s10704-011-9602-1.
- BASSON, G., BASSOM, A. & SALMON, B. (2022). A flux based approximation to simulate coupled hydromechanical problems for mines with heterogeneous rock types using the material point method. *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 131(1): 379–409, doi: <https://doi.org/10.32604/cmes.2022.019112>
- BAŽANT, Z. P., & KIM, S. S. (1979). Plastic-fracturing theory for concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 105(3): 407-428, doi: <https://doi.org/10.1061/JMCEA3.000248>
- BERGER, S. & HOFMANN, R. (2022). Impacts on Protective Structures against Gravitational Mass Movements—Scaling from Model Tests to Real Events. *Geosciences*, 12(7): 278, doi: <https://doi.org/10.3390/geosciences12070278>

- BIOT, M. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12 (2): 155-164, doi: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01368635>
- CALUX, A. & CASSIMIRO, R. (2015). Geoespeleologia das cavernas em rochas ferríferas: aspectos dimensionais, morfológicos, hidrológicos e sedimentares. Patrimônio espeleológico em rochas ferruginosas: propostas para sua conservação no quadrilátero ferrífero, Minas Gerais, Sociedade Brasileira de Espeleologia, São Paulo, Brasil, pp. 132-157.
- CARLUCCIO, G. D., PINYOL PUIGMARTÍ, N. M., PERDICES COS, P. & HURLIMANN ZIEGLER, M. (2019). Numerical modelling of Val d'Arán landslide with Material Point Method. In *PARTICLES VI: proceedings of the VI International Conference on Particle-Based Methods: fundamentals and applications*, CIMNE, 534-542, doi: <http://hdl.handle.net/2117/186783>
- CAVALCANTI, L. F. (2012). Mapa de potencialidade de ocorrência de cavernas no Brasil, na escala 1: 2.500. 000. ICMBio, Brasília, DF, Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade.
- CAVALCANTI, L., DE LIMA, M., DE MEDEIROS, R. & MEGUERDITCHIAN, I. (2012). Plano de ação nacional para a conservação do patrimônio espeleológico nas áreas cársticas da bacia do rio São Francisco. ICMBio, Brasília, DF, 140 p.
- CECCATO, F., BEUTH, L., & SIMONINI, P. (2017). Adhesive contact algorithm for MPM and its application to the simulation of cone penetration in clay. *Procedia Engineering*, 175: 182-188, doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.004>
- CECCATO, F. & SIMONINI, P. (2017). Numerical study of partially drained penetration and pore pressure dissipation in piezocone test. *Acta Geotechnica*, 12: 195-209, doi: <https://doi.org/10.1007/s11440-016-0448-6>
- CECCATO, F., REDAELLI, I., DI PRISCO, C. & SIMONINI, P. (2018). Impact forces of granular flows on rigid structures: comparison between discontinuous (DEM) and continuous (MPM) numerical approaches. *Computers and Geotechnics*, 103: 201-217, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2018.07.014>
- CECCATO, F., GIRARDI, V., YERRO, A. & SIMONINI, P. (2019). Evaluation of dynamic explicit MPM formulations for unsaturated soils. In: Oñate, E., Bischoff, M., Owen, D., Wriggers, P., Zohdi, T. (Eds.), *Particles 2019*. Barcelona, doi: <http://hdl.handle.net/2117/186457>
- CECCATO, F., GIRARDI, V. & SIMONINI, P. (2020). Developing and testing multiphase MPM approaches for the stability of dams and river embankments. In *Proceedings of XXIV AIMETA Conference 2019* 24: 2179-2195. Springer International Publishing, doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-41057-5\\_173](https://doi.org/10.1007/978-3-030-41057-5_173)
- CECCATO, F., LEONARDI, A., GIRARDI, V., SIMONINI, P. & PIRULLI, M. (2020). Numerical and experimental investigation of saturated granular column collapse in air. *Soils and Foundations*, 60(3): 683-696, doi: <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2020.04.004>



- CECCATO, F., YERRO, A., GIRARDI, V. & SIMONINI, P. (2021). Two-phase dynamic MPM formulation for unsaturated soil. *Computers and Geotechnics*, 129: 103876, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103876>
- CECAV - Centro Nacional de Pesquisa e Conservação de Cavernas. Base digital de dados geoespacializados de cavernas do Brasil (2018). Instituto Chico Mendes. Disponível em: <http://www.icmbio.gov.br/cecav/projetos-e-atividades/provincias-espeleologicas.html>. Acesso em 22 jul. 2021.
- CHABOCHE, J-L. (1980). Continuous damage mechanics – A tool to describe phenomena before crack initiation. *Nuclear Engineering and Design*, 64 (1981): 233-247.
- CHEN, A. C., & CHEN, W. F. (1975). Constitutive relations for concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 101(4): 465-481, doi: <https://doi.org/10.1061/JMCEA3.0002034>
- CHENG, H & ZHOU, X. (2018). New Technique for Frictional Contact on Crack Slip in the Extended Finite-Element Method Framework. *Journal of Engineering Mechanics*, 144(8): pp. 17, doi: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0001476](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001476)
- CHIU, CHIA-CHI & WENG, MENG-CHIA. (2019). DEM simulation of planar sliding using a particulate interface model considering velocity-dependent friction. *Computers and Geotechnics*, 112(2019): 51-59, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.04.001>
- CIMNE (2021). Computational analyses of Dam I failure at the Corrego de Feijao mine in Brumadinho, Final Report. 561 p.
- CRUZ, P. (1996). 100 Barragens brasileiras: casos históricos, materiais de construção, projeto. Oficina de Textos, São Paulo, Brasil, pp 648.
- COETZEE, C. J., BASSON A. H., & VERMEER, P. A. (2006). Discrete and continuum modelling of excavator bucket filling. *Journal of Terramechanics*. 44(2): 177-186, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jterra.2006.07.001>
- COETZEE, C.J., VERMEER, P.A., & BASSON, A.H. (2005). The modelling of anchors using the material point method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(9): 879-895, doi: <http://dx.doi.org/10.1002/nag.439>.
- CUI, Z., ZHANG, M., & SHENG, Q. (2022). Mechanical Behavior of the Rock-Concrete Interface for a Bridge Anchorage Structure Using Discrete Element Method. *Journal of Marine Science and Engineering*, 10(2): 221, doi: <https://doi.org/10.3390/jmse10020221>
- DAPHALAPURKAR, N., LU, H., COKER, D. & KOMANDURI, R. (2007). Simulation of dynamic crack growth using the generalized interpolation material point (GIMP) method. *International Journal of Fracture*, 143: 79-102, doi: 10.1007/s10704-007-9051-z
- DE WAELE, J., PLAN, J. & AUDRA, P. (2009). Recent developments in surface and subsurface karst geomorphology: An introduction. *Geomorphology*, 106(1-2): 1-8, doi: <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2008.09.023>

- DE WAELE, J., PLAN, L. & AUDRA, P. (2009). Recent developments in surface and subsurface karst geomorphology: An introduction. *Geomorphology*, 106: 1-8. Doi: 10.1016/j.geomorph.2008.09.023
- DONG, L., WANG, J., LI, X. & PENG, K. (2018). Dynamic Stability Analysis of Rockmass: A Review. *Advances in Civil Engineering*, 2018: 22p, doi: <https://doi.org/10.1155/2018/4270187>
- DONG, Y. (2020). Reseeding of particles in the material point method for soil–structure interactions. *Computers and Geotechnics*, 127: 103716, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103716>
- DONG, Y., WANG, D., & RANDOLPH, M. F. (2017). Investigation of impact forces on pipeline by submarine landslide using material point method. *Ocean engineering*, 146: 21-28, doi: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.09.008>
- DONG, Y., WANG, D., & RANDOLPH, M. F. (2017). Runout of submarine landslide simulated with material point method. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 29(3): 438-444, doi: [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(16\)60754-0](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(16)60754-0)
- DORR, J. V. N. (1969). Physiographic, stratigraphic, and structural development of the Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais, Brazil, 641-A: A1-A110.
- DUBLYANSKY, Y. (2019). Hydrothermal caves. *Encyclopedia of caves*. William B. White, David C. Culver & Tanja Pipan (eds.), Academic Press, EEUU, pp. 546-552.
- DUBLYANSKY, Y. (2019). Hydrothermal caves. *Encyclopedia of caves*. William B. White, David C. Culver & Tanja Pipan (eds.), Academic Press, EEUU, pp. 546-552.
- DUTRA, G. (2013). Síntese dos processos de gênese de cavidades em litologias de ferro. In *Anais do 32º Congresso Brasileiro de Espeleologia*, Barreiras, Bahia, Brasil, pp. 415-426.
- DUTRA, G. (2015). Gênese e desenvolvimento de cavernas naturais subterrâneas em formações ferríferas. *Patrimônio espeleológico em rochas ferruginosas: propostas para sua conservação no quadrilátero ferrífero*, Minas Gerais, Sociedade Brasileira de Espeleologia, São Paulo, Brasil, pp. 159-173.
- EISENLOHR, L., BOUZELBOUDJEN, M., KIRÁLY, L., & ROSSIER, Y. (1997). Numerical versus statistical modelling of natural response of a karst hydrogeological system. *Journal of hydrology*, 202(1-4): 244-262, doi: [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(97\)00069-3](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(97)00069-3)
- ENDO I., GALBIATTI H. F., DELGADO C. E. R., OLIVEIRA M. M. F. DE, ZAPPAROLI A. DE C., MOURA L. G. B. DE, PERES G. G., OLIVEIRA A. H. DE, ZAVAGLIA G., DANDERFER Fº A., GOMES C. J. S., CARNEIRO M. A., NALINI JR. H. A., CASTRO P DE T. A., SUITA M. T. DE F., TAZAVA E., LANA C. DE C., MARTINS-NETO M. A., MARTINS M. DE S., FERREIRA Fº F. A., FRANCO A. P., ALMEIDA L. G., ROSSI D. Q., ANGELI G., MADEIRA T. J. A., PIASSA L. R. A., MARIANO D. F., CARLOS D. U. (2019). Mapa geológico do Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais, Brasil. Escala 1:150.000. Ouro Preto, Departamento de Geologia, Escola de Minas – UFOP - Centro de Estudos Avançados do Quadrilátero Ferrífero: [www.qfe2050.ufop.br](http://www.qfe2050.ufop.br)

- EWERS, R. O. (1972). A model for the development of subsurface drainage routes along bedding planes. Doctoral Thesis, University of Cincinnati.
- FABIN, C. E., CORREIA FILHO, O. J., ALENCAR, M. L., BARBOSA, J. A., MIRANDA, T. S. D., NEUMANN, V. H., ... SANTANA, F. R. D. (2018). Stratigraphic relations of the ipubi formation: siliciclastic-evaporitic succession of the araripe basin. *Anais Da Academia Brasileira de Ciências*, 90(2 suppl 1), 2049–2071. doi:10.1590/0001-3765201820170526.
- FAN, H., LI, L., ZONG, P., LIU, H., YANG, L., WANG, J., YAN, P. & SUN, S. (2023). Advanced stability analysis method for the tunnel face in jointed rock mass based on DFN-DEM. *Underground Space*, 13: 136-149, doi: <https://doi.org/10.1016/j.undsp.2023.03.009>
- FENG, K., HUANG, D. & WANG, G. (2021). Two-layer material point method for modeling soil–water interaction in unsaturated soils and rainfall-induced slope failure. *Acta Geotechnica*, 16(8): 2529-2551, doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s11440-02101222-9>
- FERN, E. J., DE LANGE, D.A., ZWANENBURG, C., TEUNISSEN, J. A. M., ROHE, A. & SOGA, K. (2017). Experimental and numerical investigations of dyke failures involving soft materials. *Engineering Geology* 219(9): 130–139, doi: <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2016.07.006>
- FERN, E. J. & SOGA, K. (2017). Granular column collapse of wet sand. *Procedia Engineering*, 175, 14-20, doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.005>
- FERN, E. J. (2019). Modelling tunnel-induced deformations with the material point method. *Computers and Geotechnics*, 111: 202-208, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.03.017>
- FERREIRA, E. (2013). Gênese e classificação de solos em ambiente cárstico na Chapada do Apodi. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, Rio de Janeiro Brasil, 107 p.
- FITTS, C.R. (2015). *Águas subterrâneas*. Elsevier Editora Ltda, Rio de Janeiro, Brasil, 571 p.
- FORD, D. & WILLIAMS, P. (2007). *Karst Hydrogeology and Geomorphology*. John Wiley & Sons Ltd, Chichester, West Sussex, England, 562 p.
- FRANTZISKONIS, G., & DESAI, C. S. (1987). Constitutive model with strain softening. *International Journal of Solids and Structures*, 23(6): 733-750, doi: [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(87\)90076-X](https://doi.org/10.1016/0020-7683(87)90076-X)
- FRUMKIN, A. (2013). *Karst Geomorphology. Treatise on geomorphology*, Shroder, J. & Frumkin, A. (eds), Academic Press, San Diego, California, USA, pp. 1-13.
- GABRIELI, F., & CECCATO, F. (2016). Impact of dry granular flows on a rigid wall: discrete and continuum approach. VI Italian conference of researchers in Geotechnical Engineering, Padova, Italia.
- GALAVI, V., BEUTH, L., COELHO, B. Z., TEHRANI, F. S., HÖLSCHER, P., & VAN TOL, F. (2017). Numerical simulation of pile installation in saturated sand using material point

GHOSTUDIO (2022). Seequent Limited, The Bentley Subsurface Company.

GIL, I., & ROEGIERS, J. C. (2003). Coupled elasto-plastic model for hydraulic fracturing of unconsolidated formations. 10th ISRM Congress, Sandton, South Africa.

GILLI, E. (2015). Karstology: karst, caves, and springs. CRC Press, New York, EEUU, 254p.

GIRARDI, V., CECCATO, F., ROHE, A., SIMONINI, P. & GABRIELI, F. (2023). Failure of levees induced by toe uplift: Investigation of post-failure behavior using material point method. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 15(4): 970-983, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2022.07.015>

GIRARDI, V., YERRO, A., SIMONINI, P., GABRIELI, F. & CECCATO, F. (2023). Wetting induced instabilities in layered slopes: A Material Point Method analysis. *Engineering Geology*, 313: 106978, doi: <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2022.106978>

GOMES, N. C., SANTOS, R. K., CORDEIRO, J., BARROS, M., LOPES, P. & CORDEIRO, J. L. (2019) Caracterização das barragens de contenção de rejeitos situadas no estado de Minas Gerais. *Research, Society and Development*, 8(2).

GRIFFITH, A. A. (1921). VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, 221(582-593), 163-198, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>

GUTIERREZ, M. & MAKURAT, A. (1997). Coupled HTM modelling of cold-water injection in fractured hydro-carbon reservoirs. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(3): 113.e1-113.e15, doi: [https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(97\)00140-8](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(97)00140-8)

HAMMERQUIST, C. C., NAIRN, J. A., AIMENE, Y., & OUNES, A. (2019). Modeling the Impact of Interfaces in a Layered Rock on Fracture Propagation and Resulting Height. 53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. OnePetro, New York, EEUU, 2883-2891.

HAUSEUX, P., ROUBIN, E., SEYEDI, D.M. & COLLIAT, J.B. (2016). FE modelling with strong discontinuities for 3D tensile and shear fractures: Application to underground excavation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 309: 269-287, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2016.05.014>

HILLERBORG, A., MODÉER, M., & PETERSSON, P.E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6: 773-782. Doi: [https://doi.org/10.1016/0008-8846\(76\)90007-7](https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7)

HUANG, D., WANG, J. & LIU, S. (2015). A comprehensive study on the smooth joint model in DEM simulation of jointed rock masses. *Granular Matter*, 17(6): 775-791, doi: <https://doi.org/10.1007/s10035-015-0594-9>

HUTH, A., DUDDU, R. & SMITH, B. (2021). A generalized interpolation material point method for shallow ice shelves. 2: Anisotropic nonlocal damage mechanics and rift

- propagation. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 13(8): 1-26, doi: <https://doi.org/10.1029/2020MS002277>
- INGLIS, C. E. (1997). Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. *Spie Milestone series MS*, 137: 3-17.
- IRWIN, G. R. (1948). *Fracture dynamics, Fracturing of Metals*. American Society of Metals. Cleveland, Ohio, 296.
- JANSEN, D. C., CAVALCANTI, L. F., & LAMBLÉM, H. S. (2012). Mapa de potencialidade de ocorrência de cavernas no Brasil, na escala 1: 2.500. 000. *Revista Brasileira de Espeleologia*, 2(1), 42-57.
- JENABIDEHKORDI, A. (2019). Computational methods for fracture in rock: a review and recent advances. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 13(2): 273-287, doi: <https://doi.org/10.1007/s11709-018-0459-5>
- JOHANSSON, J., & KONAGAI, K. (2007). Fault induced permanent ground deformations: experimental verification of wet and dry soil, numerical findings' relation to field observations of tunnel damage and implications for design. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 27(10): 938-956, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.soildyn.2007.01.007>.
- JOHNSON, K.S. (2008). Evaporite-karst problems and studies in the USA. *Environmental Geology* 53: 937–943, doi: <https://doi.org/10.1007/s00254-007-0716-8>
- KACHANOV, L. M. (1968). The time of failure under conditions of creep. *Izv. Akad. Nauk SSSR, Otd. Tekh. Nauk*, 8: 28-31.
- KARMANN, I. & SALLUN FILHO, W. (2007). Paisagens subterrâneas do Brasil. *Ciência Hoje*, 40(235): 18-25.
- KARMANN, I. & SÁNCHEZ, L. E. (1979). Distribuição das rochas carbonáticas e províncias espeleológicas do Brasil. *Revista Espeleotema*, 13: 105-167.
- KARMANN, I. & SÁNCHEZ, L. E. (1986) Speleological provinces in Brazil. 9<sup>o</sup> International Congress of Speleology, UIS, Barcelona, Spain, 1: 151-153.
- KARMMAN, I. (1994). *Evolução Dinâmica Atual do Sistema Cárstico do Alto Vale do Ribeira de Iguape, Sudeste do Estado de São Paulo*. Tese de doutorado, Instituto de Geociências, USP, São Paulo, SP, 228 p.
- KIRSCH (1898). Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre. *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, 42: 797–807.
- KLIMCHOUK, A., PALMER, A., DE WAELE, J., AULER., A. & AUDRA, P. (2017). *Hypogene Karst Regions and Caves of the World*. Springer International Publishing, Switzerland, 903 p, doi: 10.1007/978-3-319-53348-3

- KLISIŃSKI, M., & MROZ, Z. (1988). Description of inelastic deformation and degradation of concrete. *International journal of solids and structures*, 24(4): 391-416, doi: [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(88\)90070-4](https://doi.org/10.1016/0020-7683(88)90070-4)
- KOCHEN, R. & ANDRADE, J.C.O. (1997) Predicted behavior of a subway station in weathered rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(3): 160–e1–160.e13, doi: [https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(97\)00209-8](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(97)00209-8)
- KONAGAI, K., JOHANSSON, J., & ITOH, H. (2004). Pseudo-three dimensional lagrangian particle finite difference method for modeling earthquake induced soil flows. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering (No. 547)*, Vancouver, Canada.
- KONDNER, R. L. (1963). Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. *Proceedings ASCE, JSMFD, SM1*: 115-143.
- KUMAR, K., SOGA, K., DELENNE., J.Y. & RADJAI, F. (2017). Modelling Transient Dynamics of Granular Slopes: MPM and DEM. 1st International Conference on the Material Point Method, Delft, Netherlands. *Procedia Engineering*. 175: 94-101, doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.032>
- LAI, Y., LI, S., GUO, J., ZHU, Z., & HUANG, X. (2021). Analysis of seepage and displacement field evolutionary characteristics in water inrush disaster process of karst tunnel. *Geofluids*, 2021: 1-20, doi: <https://doi.org/10.1155/2021/5560762>
- LEE, W. L., MARTINELLI, M. & SHIEH, C. L. (2019). Modelling rainfall-induced landslides with the material point method: the Fei Tsui Road case. *Proceedings of the XVII ECSMGE*, doi: 10.32075/17ECSMGE-2019-0346
- LEI, X., HE, S., CHEN, X., WONG, H., WU, L., & LIU, E. (2020). A generalized interpolation material point method for modelling coupled seepage-erosion-deformation process within unsaturated soils. *Advances in Water Resources*, 141: 103578, doi: <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2020.103578>
- LEI, X. & SOŁOWSKI, W. T. (2019). MPM Simulation of fine particle migration process within unsaturated soils. In D. Liang, K. Kumar, & A. Rohe (Eds.), *Proceedings of the 2nd International Conference on the Material Point Method for Modelling Soil-Water-Structure Interaction (MPM 2019)*, doi: <https://urn.fi/URN:NBN:fi:aalto-201901301424>
- LI, H. Z., XIONG, G. D., & ZHAO, G. P. (2016). An elasto-plastic constitutive model for soft rock considering mobilization of strength. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 26(3): 822-834, doi: 10.1016/S1003-6326(16)64173-0
- LI, S., LIAO, H. J., & LI, H. Z. (2011). Constitutive Model of Strain Softening for Soft Rock. *Advanced Materials Research*, 250: 1932-1935, doi: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.250-253.1932>
- LI, X., XIE, P. F., ZHENG, Y., LIU, J., WANG, L. J., HE, K. Y. & JIANG, T. (2022). Modeling of soil–rock mixture landslides with the generalized interpolation material point method. *Frontiers in Earth Science*, 10: 968250, doi: <https://doi.org/10.3389/feart.2022.968250>

- LI, Z., HUANG, H., ZHOU, M. & ZHANG, D. (2023). Failure responses of rock tunnel faces during excavation through the fault-fracture zone. *Underground Space*, 10: 166-181, doi: <https://doi.org/10.1016/j.undsp.2022.09.002>
- LIU, C., SUN, Q. & ZHOU, G. (2018). Coupling of material point method and discrete element method for granular flows impacting simulations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 115(2): 172-188 doi: <https://doi.org/10.1002/nme.5800>
- LIU, W., WANG, Z., & LI, J. (2014). Anisotropic finite element approximation for a coupled continuum pipe-flow/Darcy model in Karst aquifers. *Computers & Mathematics with Applications*, 68(3), 86-100, doi: <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2014.05.009>
- LIU, W., XU, H., SUI, S., LI, Z., ZHANG, X., & PENG, P. (2022). Lower Bound Limit Analysis of Non-Persistent Jointed Rock Masses Using Mixed Numerical Discretization. *Applied Sciences*, 12(24): 12945, doi: <https://doi.org/10.3390/app122412945>
- LIU, Y., WU, Z., CHANG, Q., LI, B. & YANG, Q. (2015). Stability and reinforcement analysis of rock slope based on elasto-plastic finite element method. *Journal of Central South University*, 22(7): 2739-2751, doi: <https://doi.org/10.1007/s11771-015-2804-3>
- LLANO SERNA, M.A., MUNIZ-DE FARIAS, M., & MARTÍNEZ-CARVAJAL, H.E. (2015). Numerical modeling of the High Green slip using the material point method. *Dyna*, 82(193): 150-159, doi: <http://dx.doi.org/10.15446/dyna.v82n194.48179>.
- LLANO-SERNA, M.A., FARIAS, M.M., & PEDROSO, D.M. (2016). An assessment of the material point method for modelling large scale run-out processes in landslides. *Landslides*, 13(5): 1057-1066, doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s10346-015-0664-4>.
- LORENZO, R. (2015). Análise numérica do processo de instalação de estacas de deslocamento utilizando o método do ponto material. Tese Doutoral. Universidade de Brasília, Brasil. 159 p.
- LORENZO, R., CORDÃO, M. & PINTO, R. (2013). Material point method for geotechnical problems involving large deformation. III International Conference on Particle-Based Method, Stuttgart, Germany.
- LORENZO, R., CUNHA, R., CORDÃO-NETO, M. P. & NAIRN, J. (2017). Numerical Simulation of the Installation of Jacked Piles in Sand with the Material Point Method. *Canadian Geotechnical Journal* 4:55-65.
- LORIG, L. (1985). A simple numerical representation of fully bonded passive rock reinforcement for hard rocks. *Computers and Geotechnics*, 1(2): 79-97, doi: [https://doi.org/10.1016/0266-352X\(85\)90029-1](https://doi.org/10.1016/0266-352X(85)90029-1)
- LUU, L. H., NOURY, G., BENSEGHIER, Z., & PHILIPPE, P. (2019). Hydro-mechanical modeling of sinkhole occurrence processes in covered karst terrains during a flood. *Engineering geology*, 260: 105249, doi: <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2019.105249>

- MARTINELLI, M., LEE, W. L., SHIEH, C. L. & CUOMO, S. (2021). Rainfall boundary condition in a multiphase Material Point Method. *Understanding and Reducing Landslide Disaster Risk: Volume 4 Testing, Modeling and Risk Assessment 5*: 303-309, doi: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-60706-7\\_29](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-60706-7_29)
- MATTOS, R. (2019). Análise de colapsos gerados pela formação de estruturas cársticas através de simulação numérica empregando o método dos elementos finitos. *Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil*, 129 p.
- MEDINA, L. D., DE FARIAS, M. M., RASMUSSEN, L., & RE CAREY, C. A. (2019). Simulation of resistance and deformability of rocks via discrete elements with cemented particles. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 35(1), doi: 10.23967/j.rimni.2018.12.004
- MOORMAN, C. & HAMAD, F. (2015). MPM dynamic simulation of a seismically induced sliding mass. *International Symposium on Geohazards and Geomechanics (ISGG2015)*. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 26(1). doi:10.1088/1755-1315/26/1/012024
- NAIRN, J.A. & GUO, Y.J. (2005). Material point method calculations with explicit cracks, fracture parameters, and crack propagation. *11th International Conference on Fracture*, Turin, Italy, in press.
- NAIRN, J. A., HAMMERQUIST, C. C. & AIMENE, Y. E. (2017). Numerical implementation of anisotropic damage mechanics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 112(12): 1848-1868, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.5585>
- NAIRN, J. A. (2022). Generalization of anisotropic damage mechanics modeling in the material point method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 123(21): 5072-5097, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.7009>
- NEVES, E. & CALDEIRA, L. (2018). *As equações constitutivas na modelagem geotécnica*. IST Press, Lisboa, Portugal, 1 vol., 385 p.
- OLLER, S. (2001). *Fractura mecánica: un enfoque global (Vol. 1)*. Barcelona: CIMNE.
- OROWAN, E. (1955). Energy criteria of fracture. *Welding Journal Res. Supplement 34*: 157–160.
- PALMER, A. N. (1991). Origin and morphology of limestone caves. *Geological Society of America Bulletin*, 103(1), 1-21, doi: [https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1991\)103%3C0001:OAMOLC%3E2.3.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1991)103%3C0001:OAMOLC%3E2.3.CO;2)
- PECK, R.B. (1969): *Deep excavations and tunnelling in soft ground (State of the Art Report)*, Proceedings VIIth ICSMFE, Mexico, 7(3), 225-290.
- PINYOL, N., ALVARADO, M., PARERA, F. & YERRO, A. (2017). Novel Procedure to Validate MPM Results by Means of PIV Measurements. *1st International Conference on the Material Point Method*, Delft, Netherlands. *Procedia Engineering*. 175: 332-340, doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.039>



- PINYOL PUIGMARTÍ, N. M., ALVARADO BUENO, M. & GARCÍA NÚÑEZ, L. M. (2020). Dynamics of slow and fast landslides. In International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering Online Library: 13th International Symposium on Landslides (XIII ISL): 1-30, doi: <http://hdl.handle.net/2117/346907>
- POURHOSSEINI, O., & SHABANIMASHCOOL, M. (2014). Development of an elasto-plastic constitutive model for intact rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 66: 1-12, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2013.11.010>
- PRADHAN, S. P., & SIDDIQUE, T. (2020). Stability assessment of landslide-prone road cut rock slopes in Himalayan terrain: a finite element method based approach. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 12(1), 59-73, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2018.12.01>
- PROTOSENYA, A. & VILNER, M. (2022). Assessment of excavation intersections stability in jointed rock masses using the discontinuum approach. *Rudarsko-geološko-naftni zbornik*, 38(2): 137-147, doi: <https://doi.org/10.17794/rgn.2022.2.12>
- RABOTNOV, Y.N. (1968). Kinetics of Creep and Creep Rupture. In: Parkus, H., Sedov, L.I. (eds) *Irreversible Aspects of Continuum Mechanics and Transfer of Physical Characteristics in Moving Fluids*. IUTAM Symposia. Springer, Vienna. Doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-7091-5581-3\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-7091-5581-3_21)
- RASHID, Y. R. (1968). Analysis of prestressed concrete pressure vessels. *Nuclear Engineering and Design*, 7(4).
- RASMUSSEN, L. L. (2021). Hybrid lattice/discrete element method for bonded block modeling of rocks. *Computers and Geotechnics*, 130, 103907, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103907>
- RAWLINGS, C., BARTON, N., BANDIS, S., ADDIS, M. & GUTIERREZ M. (1993). Laboratory and numerical discontinuum modeling of wellbore stability. *Journal of Petroleum Technology*, 45(11): 1086–1092, doi: <https://doi.org/10.2118/25869-PA>
- RAYMOND, S. J., JONES, B. D. & WILLIAMS, J. R. (2019). Modeling damage and plasticity in aggregates with the material point method (MPM). *Computational Particle Mechanics*, 6: 371-382, doi: <https://doi.org/10.1007/s40571-018-00218-9>
- REDAELLI, I., CECCATO, F., DI PRISCO, C. G., & SIMONINI, P. (2017b). MPM simulations of granular column collapse with a new constitutive model for the solid-fluid transition. *PARTICLES V: proceedings of the V International Conference on Particle-Based Methods: fundamentals and applications* (pp. 539-551). CIMNE.
- REDAELLI, I., CECCATO, F., DI PRISCO, C., & SIMONINI, P. (2017a). Solid-fluid transition in granular flows: MPM simulations with a new constitutive approach. *Procedia Engineering*, 175: 80-85, doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.028>
- ROBERTSON, P. K.; MELO, L.; WILLIAMS, D. J. & WILSON, G. W. (2019). Relatório do Painel de Especialistas Sobre as Causas Técnicas do Rompimento da Barragem I do Córrego do Feijão.

- ROSIÈRE, C. A. & CHEMALE JR, F. (2000) Itabiritos e minérios de ferro de alto teor do Quadrilátero Ferrífero—uma visão geral e discussão. *Revista Geonomos*, 8(2), 27-42.
- ROTS, J. G. (1986). Strain-softening analysis of concrete fracture specimens. *Fracture toughness and fracture energy of concrete*, 137-148.
- SADEGHIRAD, A., BRANNON, R.M. & BURGHARDT, J. (2011). A convected particle domain interpolation technique to extend applicability of the material point method for problems involving massive deformations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 86(12): 1435–1456.
- SAKSALA, T., HOKKA, M. & KUOKKALA, V. (2017). Numerical 3D modeling of the effects of strain rate and confining pressure on the compressive behavior of Kuru granite. *Computers and Geotechnics*, 88(2017): 1-8, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2017.03.004>
- SAURO, U. (2019). Closed depressions in karst areas. *Encyclopedia of caves*. William B. White, David C. Culver & Tanja Pipan (eds.), Academic Press, EEUU, pp. 285-300.
- SEPTIAN, A., LLANO-SERNA, M. A., RUEST, M. R., & WILLIAMS, D. J. (2017). Three-dimensional kinematic analysis of Bingham Canyon mine pit wall slides. *Procedia Engineering*, 175: 86-93, doi: 10.1016/j.proeng.2017.01.030
- SHAO, C., XU, Y., CHEN, J., ZHENG, S., GU, H., & QIN, X. (2024). Numerical analysis method of equivalent deformation parameters for grouted arch dam abutment fractured rock masses considering scale effects and anisotropy. *Computers and Geotechnics*, 165, 105929, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2023.105929>
- SILVA, M (2003). Caracterização geotécnica de um solo de calcário da Encosta Continental/PE-18, Paulista-PE, com ênfase na resistência ao cisalhamento. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, 204 p. Recife, Brasil.
- SIMO, J. C., & JU, J. W. (1987). Strain-and stress-based continuum damage models—I. Formulation. *International journal of solids and structures*, 23(7): 821-840.
- SOFIANOS, C. D. & KOUMOUSIS, V. K. (2017). Smooth plasticity and damage model for the material point method. In *PARTICLES V: proceedings of the V International Conference on Particle-Based Methods: fundamentals and applications*, 683-690. CIMNE, doi: <http://hdl.handle.net/2117/187416>
- SPIEZIA, N., CECCATO, F., SALOMONI, V. & SIMONINI, P. (2015). Simulation of consolidation in large strains: a comparison between finite element method and material point method. *VI International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering*, Venice, Italy, doi: <http://hdl.handle.net/2117/191007>
- SULSKY, D., CHEN, Z., & SCHREYER, H.L. (1994). A particle method for history-dependent materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 118(1-2): 179-196, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0045-7825\(94\)90112-0](http://dx.doi.org/10.1016/0045-7825(94)90112-0).

- SULSKY, D., ZHOU, S.J., & SCHREYER, H.L. (1995). Application of a particle-in-cell method to solid mechanics. *Computer Physics Communications*, 87(1-2): 236-252, doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655\(94\)00170-7](http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655(94)00170-7).
- TIMO, M. B. (2014). Mapeamento geomorfológico da região cárstica do córrego do Cavalo, Pains, MG. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, MG, 114 p.
- TORO ROJAS, D. (2019). Avaliação da influência das propriedades do material na evolução dos movimentos de massa utilizando o método do ponto material. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-322/2019, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 140 p. Brasília, Brasil.
- TORO ROJAS, D., CORDÃO NETO, M., FARIAS, M., & LORENZO, R. (2021). Analysis of the failure modes and development of landslides using the material point method. *Soils and Rocks*, 40(1): e2021057820, doi: <https://doi.org/10.28927/SR.2021.057820>
- TORO ROJAS, D., DE FREITAS, L. M., NETO, M. P. C. & DE FARIAS, M. M. (2022) Eficiência de Barreiras Rígidas na Mitigação de Corridas de Lama de Rejeito. In Conferência brasileira sobre estabilidade de encostas COBRAE, Porto de Galinhas, Brasil.
- TRAVASSOS, L. (2019). Princípios de carstologia e geomorfologia cárstica. ICMBio, Brasília, DF, 1 vol, 246 p.
- TRAVASSOS, L.E.P.; RODRIGUES, B.D.; TIMO, M.B. (2015). Glossário conciso e ilustrado de termos cársticos e espeleológicos. PUC Minas, Belo Horizonte, MG, 65 p.
- TRONCONE, A., CONTE, E., & PUGLIESE, L. (2019). Analysis of the slope response to an increase in pore water pressure using the material point method. *Water*, 11(7): 1446, doi: 10.3390/w11071446
- VARDON, P., WANG, B. AND HICKS, M. (2017). Slope failure simulations with MPM. 1st International Conference on the Material Point Method. *Procedia Engineering*, 175:258-264.
- VERRUIJT, A. (1997). A complex variable solution for a deforming circular tunnel in an elastic half-plane. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 21(2), 77-89. Doi: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9853\(199702\)21:2<77::AID-NAG857>3.0.CO;2-M](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9853(199702)21:2<77::AID-NAG857>3.0.CO;2-M)
- VERRUIJT, A., & BOOKER, J. R. (1998). Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane. *Geotechnique*, 48(5), 709-713.
- VERRUIJT, A., & DELFT UNIVERSITY OF TECHNOLOGY. (2023). *Geotechnical Software* by Arnold Verruijt. <https://geo.verruijt.net/>
- WAN, D., WANG, M., ZHU, Z., WANG, F., ZHOU, L., LIU, R., GAO, W., SHU, Y. & XIAO, H. (2022). Coupled GIMP and CPDI material point method in modelling blast-induced three-dimensional rock fracture. *International Journal of Mining Science and Technology*, 32(5): 1097-1114, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2022.08.012>

- WANG, B., VARDON, P. & HICKS, M. (2016). Investigation of retrogressive and progressive slope failure mechanisms using the material point method. *Computers and Geotechnics*, 78: 88-98, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.04.016>
- WANG, B., VARDON, P. J., & HICKS, M. A. (2018). Rainfall-induced slope collapse with coupled material point method. *Engineering Geology*, 239: 1-12, doi: <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.02.007>
- WANG, P., LIU, C., QI, Z., LIU, Z., & CAI, M. (2022). A rough discrete fracture network model for geometrical modeling of jointed rock masses and the anisotropic behaviour. *Applied Sciences*, 12(3): 1720, doi: <https://doi.org/10.3390/app12031720>
- WANG, B., VARDON, P., HICKS, M. & CHEN, Z. (2016). Development of an implicit material point method for geotechnical applications. *Computers and Geotechnics*. 71: 159-167, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.08.008>
- WHITE, W. & CULVER, D. (2019). Cave, Definition of. *Encyclopedia of caves*. William B. White, David C. Culver & Tanja Pipan (eds.), Academic Press, EEUU, pp. 255-259.
- WHITE, W.B. & WHITE, E.L. (2013). Karst landforms: scope and processes in the early twenty-first century. *Treatise on geomorphology*, Shroder, J. & Frumkin, A. (eds), Academic Press, San Diego, California, USA, pp. 14-22.
- WIĘCKOWSKI, Z. (2003). Modelling of silo discharge and filling problems by the material point method. *Task Quarterly*, 4(4): 701-721.
- WOLPER, J., FANG, Y., LI, M., LU, J., GAO, M., & JIANG, C. (2019). CD-MPM: continuum damage material point methods for dynamic fracture animation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 38(4): 1-15.
- WU, Y., YAN, J., ZHANG, Y., KONG, Y. & SONG, Z. (2024). Combination of digital image processing and random generation in modeling soil-rock mixture slopes for post-failure analyses by material point method. *Computers and Geotechnics*, 165: 105886, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2023.105886>
- XIAO-CHUANG, X., CECCATO, F. & ZHANG, D. (2021). Simulating water and soil gushing around shield tunnel with Material Point Method. In *Numerical Methods in Geomechanics*, doi: 10.23967/coupled.2021.049
- XIE, X. C., CECCATO, F., ZHOU, M. L. & ZHANG, D. M. (2022). Hydro-mechanical behaviour of soils during water-soil gushing in shield tunnels using MPM. *Computers and Geotechnics*, 145: 104688, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2022.104688>
- XU, X., JIN, F., SUN, Q., SOGA, K., & ZHOU, G. G. (2019). Three-dimensional material point method modeling of runout behavior of the Hongshiyuan landslide. *Canadian Geotechnical Journal*, 56(9): 1318-1337, doi: <https://doi.org/10.1139/cgj-2017-0638>
- YANG, JIANPING., CHEN, WEIZHONG., YANG, DIANSEN. & YUAN, JINGQIANG. (2015). Numerical determination of strength and deformability of fractured rock mass by

- FEM modeling. *Computers and Geotechnics*, 64: 20-31, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.10.011>
- YERRO COLOM, A. (2015). MPM modelling of landslides in brittle and unsaturated soils. Tesi doctoral, Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental, UPC, 246 p. Doi 10.5821/dissertation-2117-102412. Disponible en: <http://hdl.handle.net/2117/102412>
- YERRO, A., ALONSO E.E. & PINYOL N. M. (2015). The material point method for unsaturated soils. *Geotechnique* 65(3): 201–217, doi: <https://doi.org/10.1680/geot.14.P.163>
- YERRO, A., ALONSO E.E. & PINYOL N. M. (2016). Modelling large deformation problems in unsaturated soils. E-UNSAT. ES3 Web of Conferences 9, 08019 Doi: 10.1051/e3sconf/20160908019
- YERRO, A., CHMELNIZKIJ, A., ROHE, A., FERN, J., MURPHY, J. & ZAMBRANO-CRUZATTY, L. (2021). Sliding blocks. Anura3D MPM *software*: tutorial manual. Anura3D MPM Research Community, pp 103-122.
- YERRO, A., GIRARDI, V., MARTINELLI, M. & CECCATO, F. (2022). Modelling unsaturated soils with the Material Point Method. A discussion of the state-of-the-art. *Geomechanics for Energy and the Environment*, 32: 100343, doi: <https://doi.org/10.1016/j.gete.2022.100343>
- YERRO, A., ROHE, A., & SOGA, K. (2017). Modelling internal erosion with the material point method. *Procedia Engineering*, 175: 365-372. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.048>
- YERRO, A., SOGA, K., & BRAY, J. (2019). Runout evaluation of Oso landslide with the material point method. *Canadian Geotechnical Journal*, 56(9): 1304-1317, doi: <https://doi.org/10.1139/cgj-2017-0630>
- YOST, K. M., MARTINELLI, M., YERRO, A., GREEN, R. A. & DE LANGE, D. A. (2023). Addressing complexities in MPM modeling of calibration chamber cone penetrometer tests in homogenous and highly interlayered soils. *Computers and Geotechnics*, 158: 105378, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2023.105378>
- YUAN, Y., & XIAO, M. (2015). A multiparameter damage constitutive model for rock based on separation of tension and shear. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015(1): 821093, doi: <http://dx.doi.org/10.1155/2015/821093>
- ZABALA, F. (2010). Modelación de problemas geotécnicos hidromecánicos utilizando el método del punto material. Tese doutoral. Polytechnic University of Catalonia, Spain, 118p, doi: <http://hdl.handle.net/2117/93583>
- ZABALA, F., & ALONSO, E.E. (2011). Progressive failure of Aznalcóllar dam using the material point method. *Geotechnique*, 61(9): 795-808, doi: <http://dx.doi.org/10.1680/geot.9.P.134>.

- ZAMBRANO-CRUZATTY, L. & YERRO, A. (2020). Numerical simulation of a free fall penetrometer deployment using the material point method. *Soils and Foundations*, 60(3): 668-682, doi: <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2020.04.002>
- ZHANG, W., DAI, B., LIU, Z. & ZHOU, C. (2016). Modeling discontinuous rock mass based on smoothed finite element method. *Computers and Geotechnics*, 79(2016): 22-30, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.05.020>
- ZHOU, C. Y., & ZHU, F. X. (2010). An elasto-plastic damage constitutive model with double yield surfaces for saturated soft rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(3): 385-395, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2010.01.002>
- ZHOU, S., STORMONT, J., & CHEN, Z. (1999). Simulation of geomembrane response to settlement in landfills by using the material point method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 23(15): 1977-1994, doi: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9853\(19991225\)23:15<1977::AID-NAG45>3.0.CO;2-3](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9853(19991225)23:15<1977::AID-NAG45>3.0.CO;2-3)
- ZHOU, X., WEI, P., FU, X., LI, L., & XUE, X. (2021). Dynamic process and mechanism of the catastrophic Taihongcun landslide triggered by the 2008 Wenchuan Earthquake based on field investigations and Discrete Element Method simulations. *Frontiers in Earth Science*, 9, 710031, doi: <https://doi.org/10.3389/feart.2021.710031>

# APÊNDICES

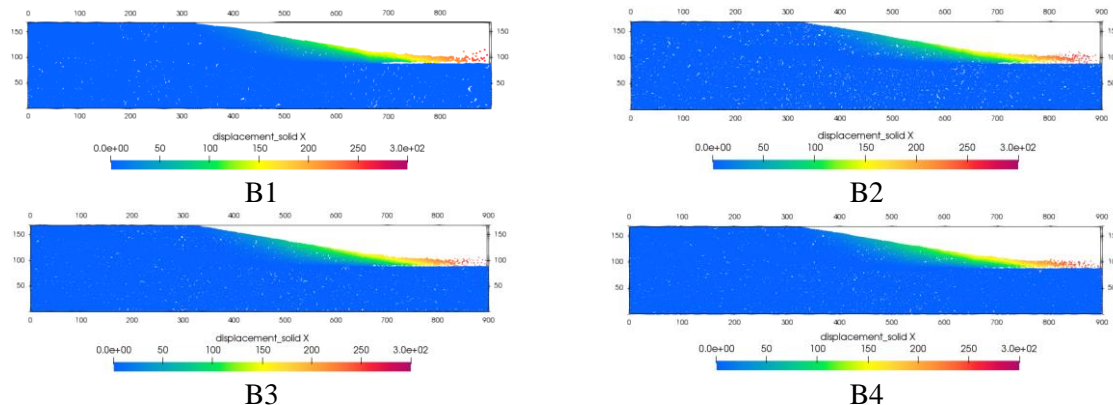
## A. CONVERGÊNCIA DA MALHA (CAPÍTULO 6)

Foi feito um estudo de convergência de malha sobre a geometria original do problema (sem carste e sem modificações) para encontrar o número de células a serem empregadas na modelagem numérica sem afetar o resultado. Nas condições iniciais, ou seja, na condição de equilíbrio, a barragem é estável com um fator de segurança (FS) de 1.98 segundo a análise de estabilidade feita previamente utilizando o Método de Equilíbrio Limite (LEM). Para avaliar os cenários de ruptura apresentados no Capítulo 6, foi empregado o modelo elastoplástico com critério de ruptura de Mohr-Coulomb considerando parâmetros de resistência ao cisalhamento reduzidos, de forma a forçar uma instabilidade e um posterior movimento. Nas configurações apresentadas na Tabela A.1 foi utilizado um ângulo de atrito de  $10^\circ$  e uma coesão de 0 kPa nos materiais da barragem. Foram utilizadas as mesmas condições de contorno mencionadas no Capítulo 6.

**Tabela A.1.** Convergência da malha

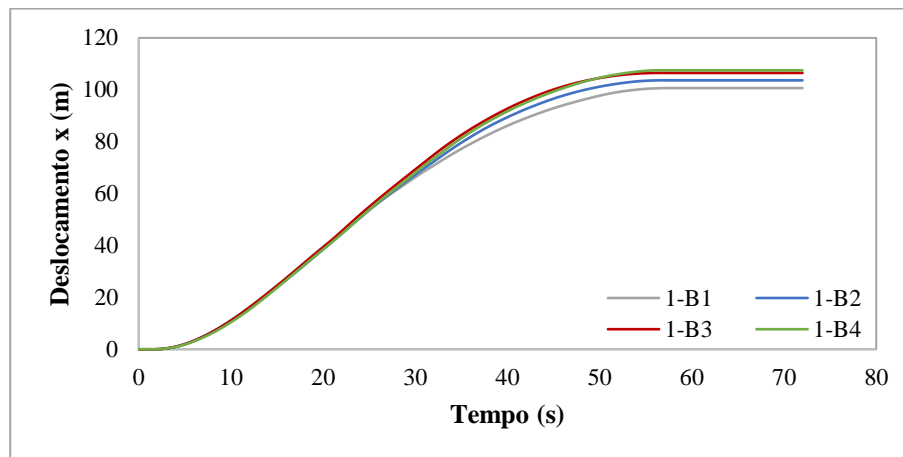
Código	Tamanho do elemento (m)	Nº de elementos	Nº de nós	PM/Célula
B1	5	14244	7308	4
B2	4	22148	11306	4
B3	3	38928	19772	4
B4	2	87079	44000	4

Na Figura A.1 pode-se observar o resultado das análises em termos de deslocamento horizontal quando modeladas com diferentes tamanhos de malhas. Em todos os casos a distância percorrida pelo material é praticamente a mesma.

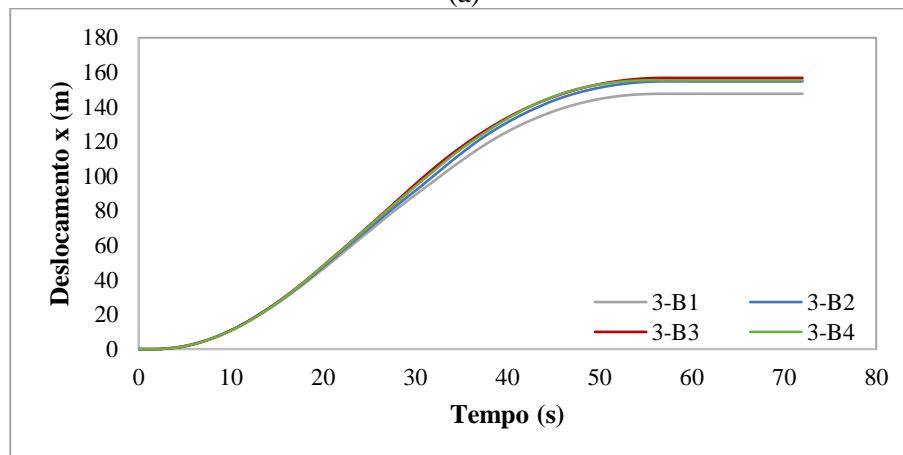


**Figura A.1.** Discretização e distância percorrida com as quatro configurações

Nas quatro configurações foram selecionados quatro pontos materiais no topo (1), na metade (2 e 3) e no pé do talude (4) com a finalidade de comparar a magnitude dos deslocamentos horizontais. Pode se observar na Figura A.2 que, ao refinar a malha, os deslocamentos finalmente convergem na configuração B3 e B4. As pequenas diferenças entre um ponto e outro são devidas à seleção dos pontos materiais que variam com a mudança da malha, sendo que, quanto maior a quantidade de células, maior a quantidade de pontos.



(a)



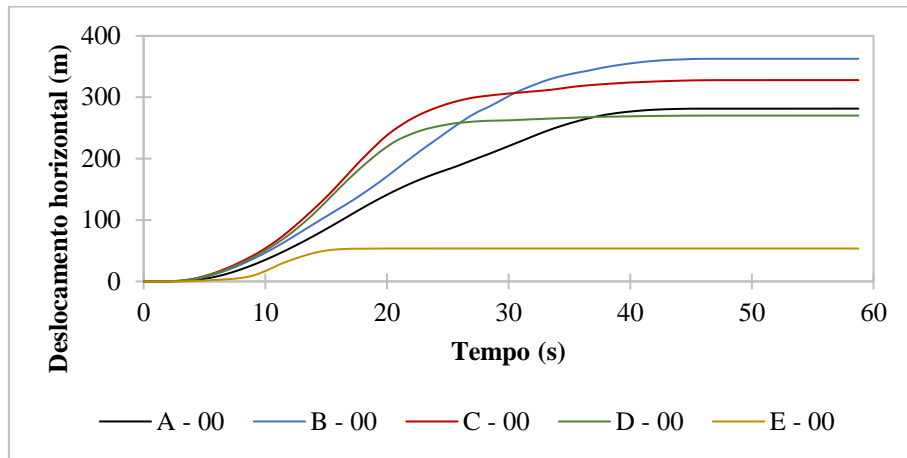
(b)

**Figura A.2.** Deslocamento horizontal: (a) Ponto 1, (b) Ponto 3

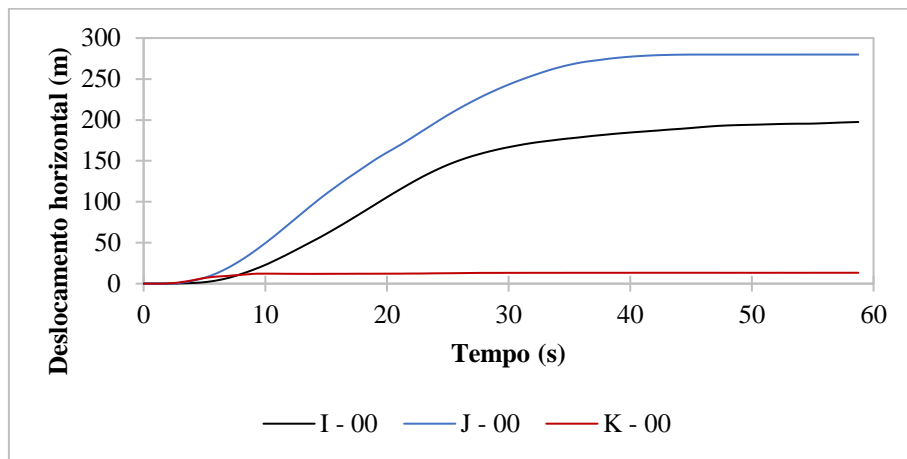
Nas configurações apresentadas no Capítulo 6, a malha foi otimizada de forma a utilizar o tamanho de elemento definido neste estudo (3 m), apenas na região onde se localiza o carste e o material da barragem onde se forma o mecanismo de ruptura. Isto com a finalidade de diminuir o custo computacional, refinando o domínio de interesse e mantendo uma malha mais grossa a jusante da estrutura.



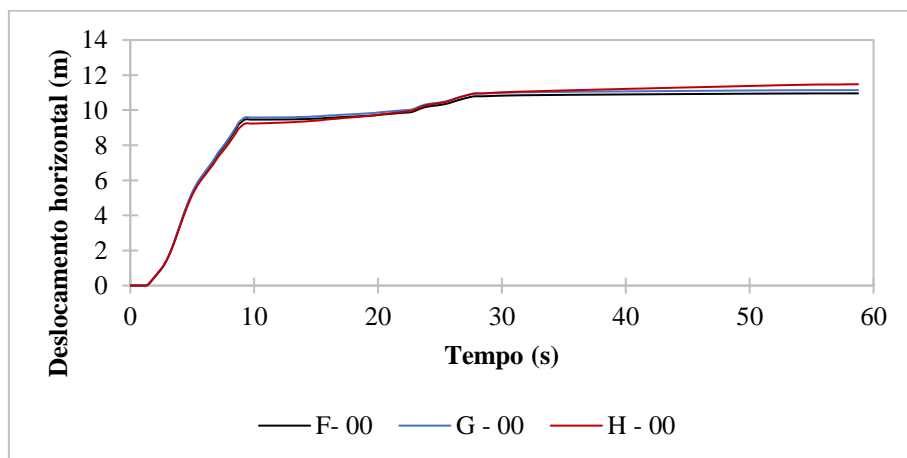
## B. RESULTADOS B00 (CAPÍTULO 6)



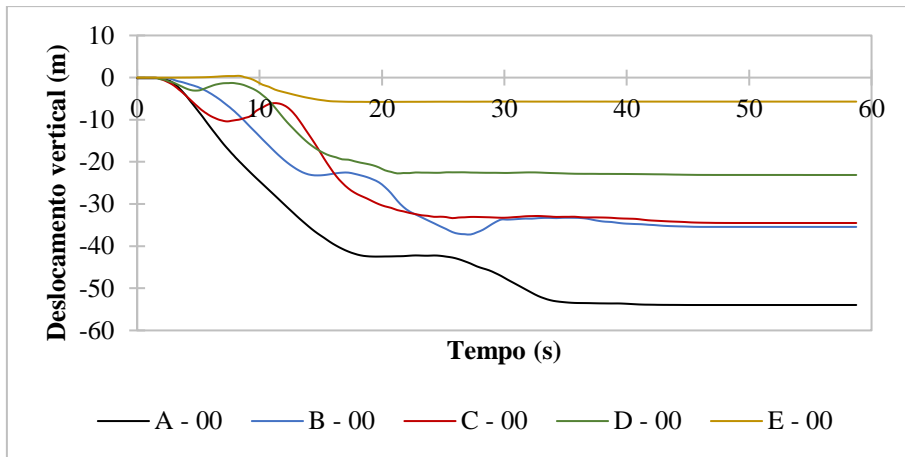
**Figura B.1.** Deslocamento horizontal – Face da barragem – B00



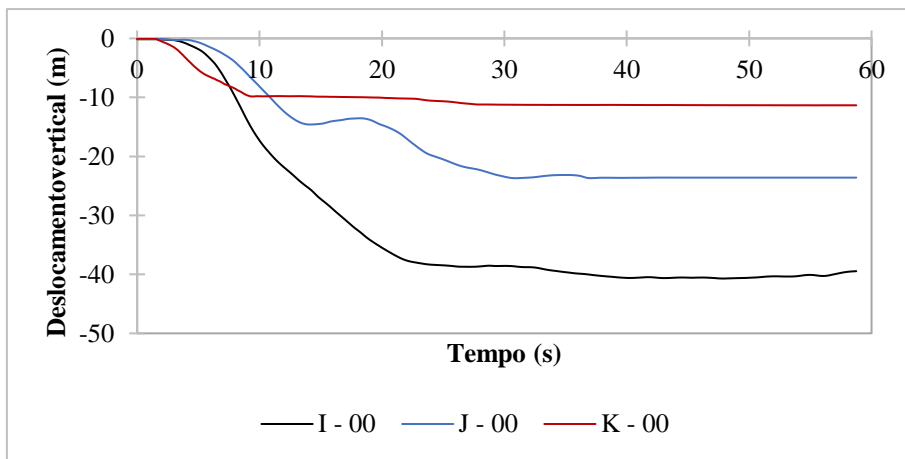
**Figura B.2.** Deslocamento horizontal – Reservatório – B00



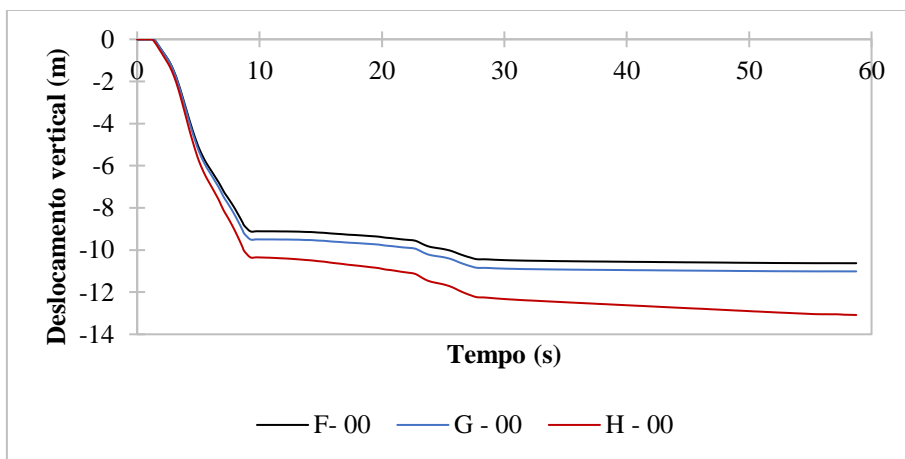
**Figura B.3.** Deslocamento horizontal – Carste - B00



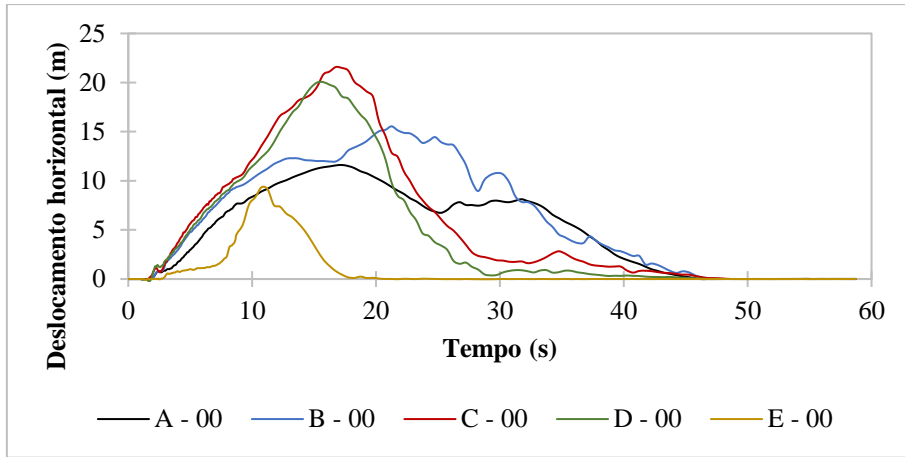
**Figura B.4.** Deslocamento vertical – Face da barragem – B00



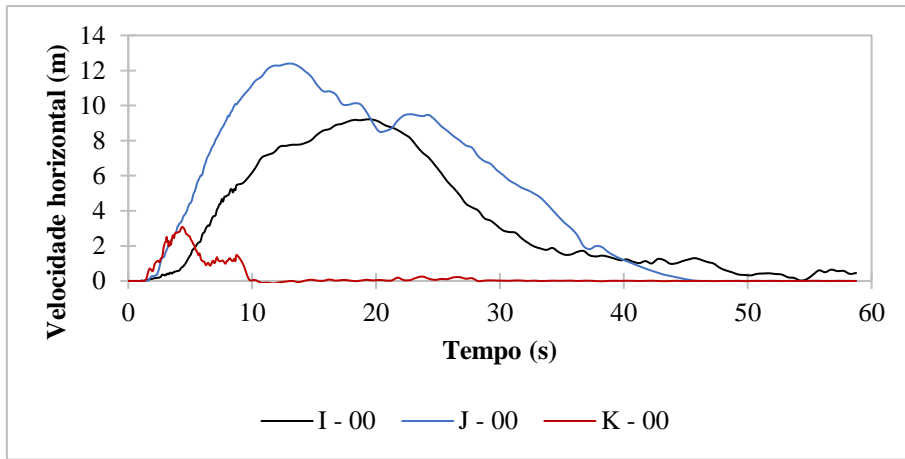
**Figura B.5.** Deslocamento vertical – Reservatório – B00



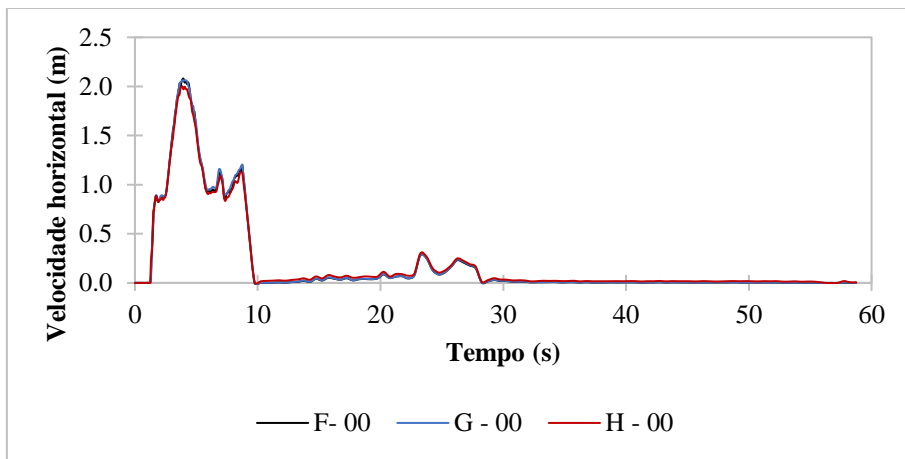
**Figura B.6.** Deslocamento vertical – Carste – B00



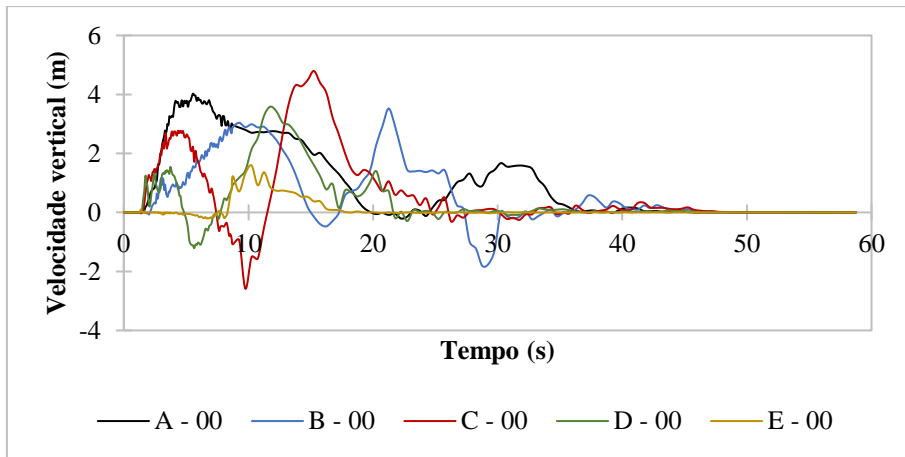
**Figura B.7.** Velocidade horizontal – Face da barragem – B00



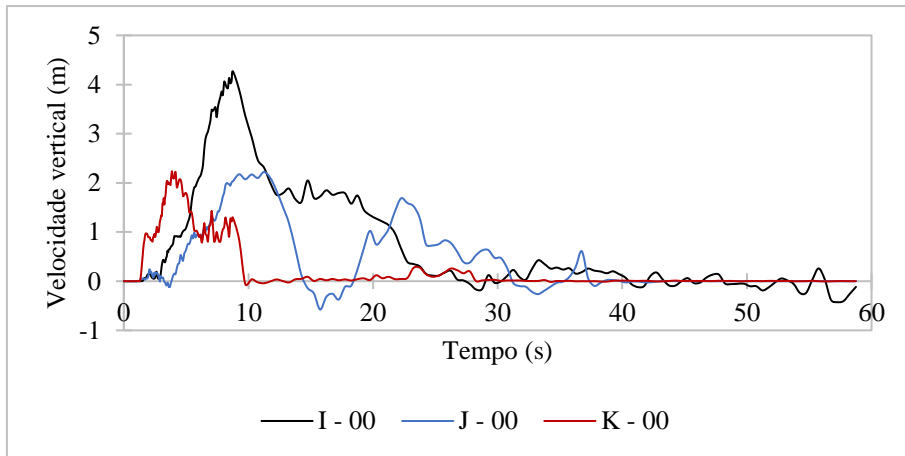
**Figura B.8.** Velocidade horizontal – Reservatório – B00



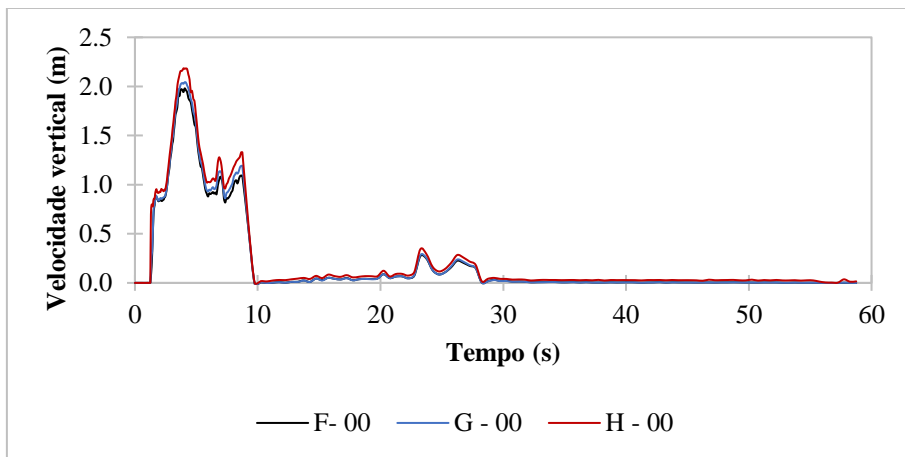
**Figura B.9.** Velocidade horizontal – Carste – B00



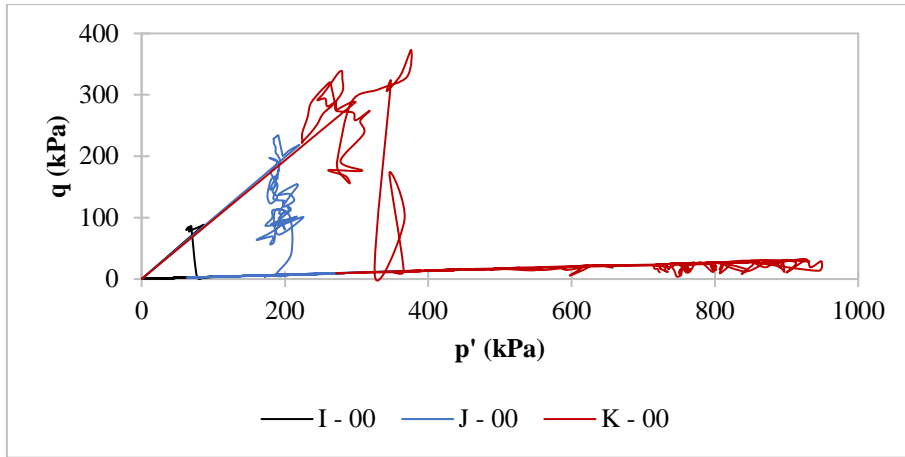
**Figura B.10.** Velocidade vertical – Face da barragem – B00



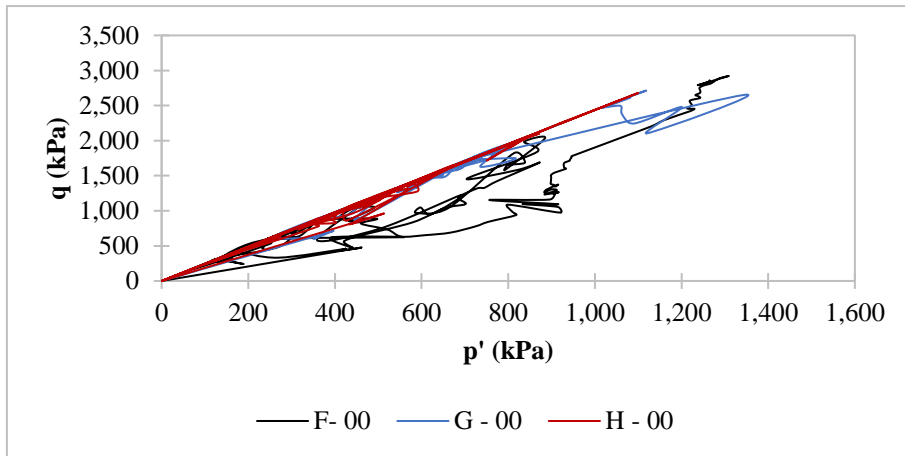
**Figura B.11.** Velocidade vertical – Reservatório – B00



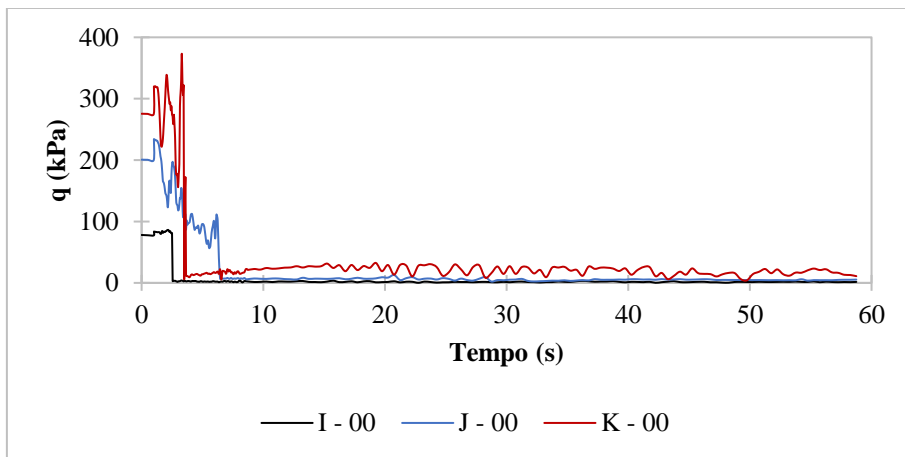
**Figura B.12.** Velocidade vertical – Carste – B00



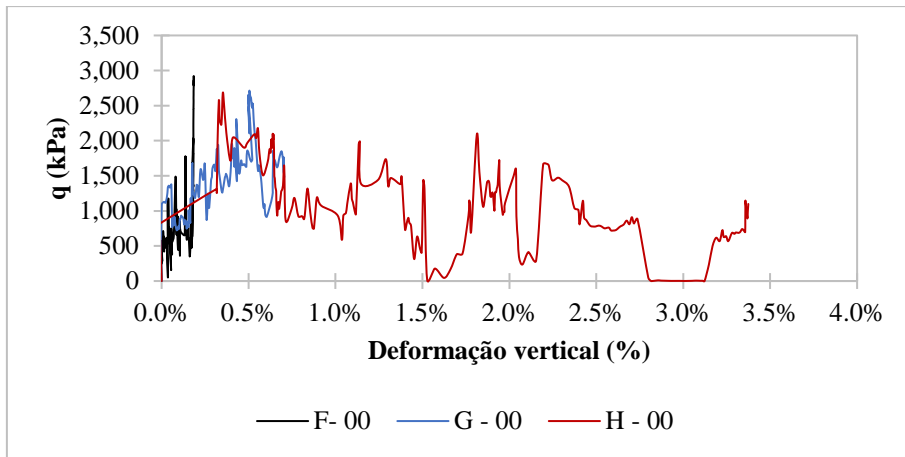
**Figura B.13.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Reservatório – B00



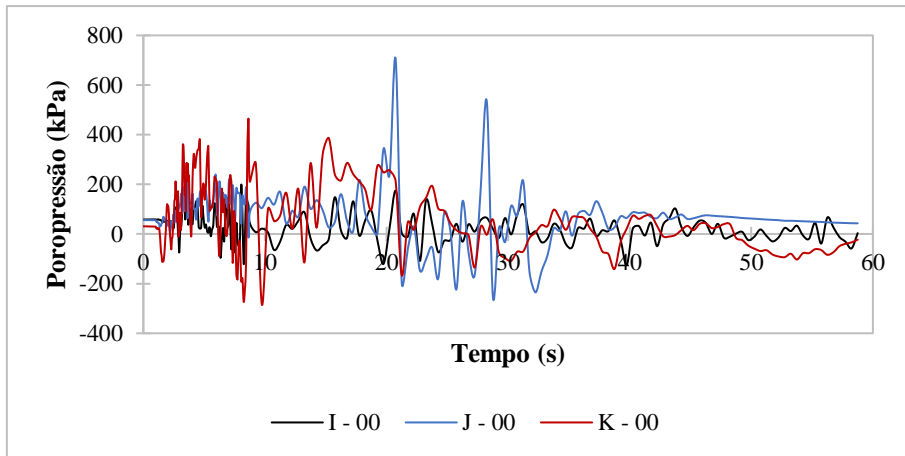
**Figura B.14.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Carste – B00



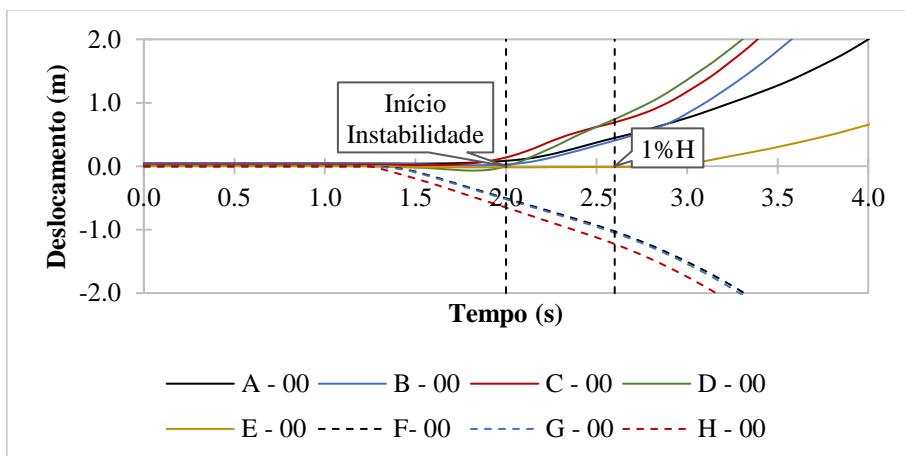
**Figura B.15.** Tensão desvio x tempo – Reservatório – B00



**Figura B.16.** Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B00

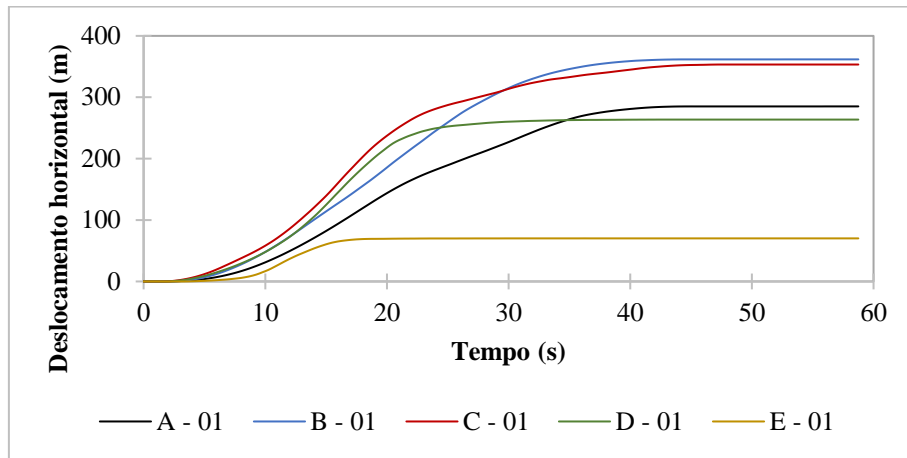


**Figura B.17.** Poropressão x tempo – Reservatório

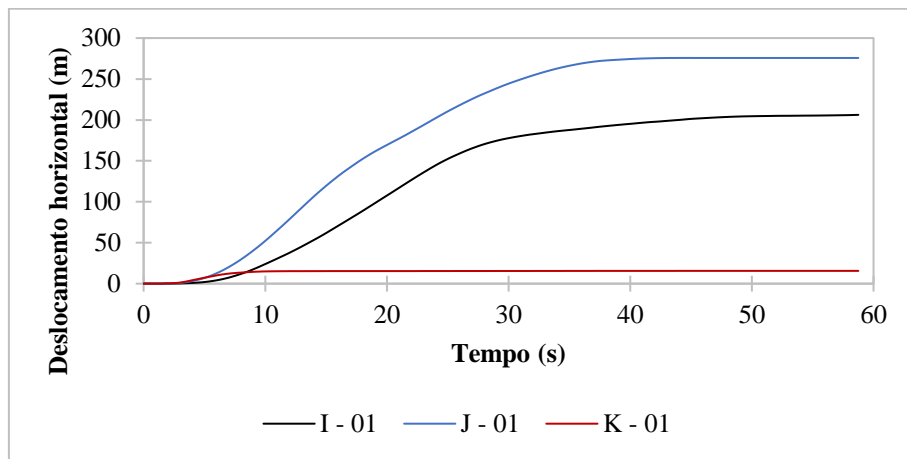


**Figura B.18.** Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B00

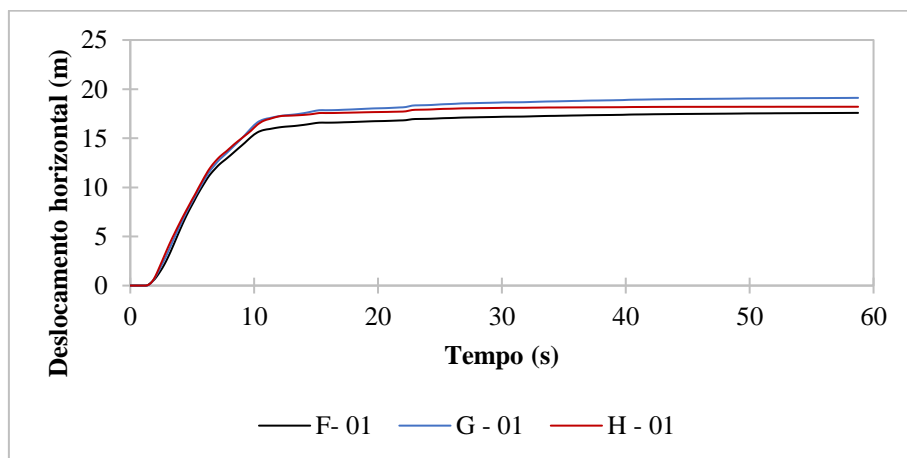
### C. RESULTADOS B01 (CAPÍTULO 6)



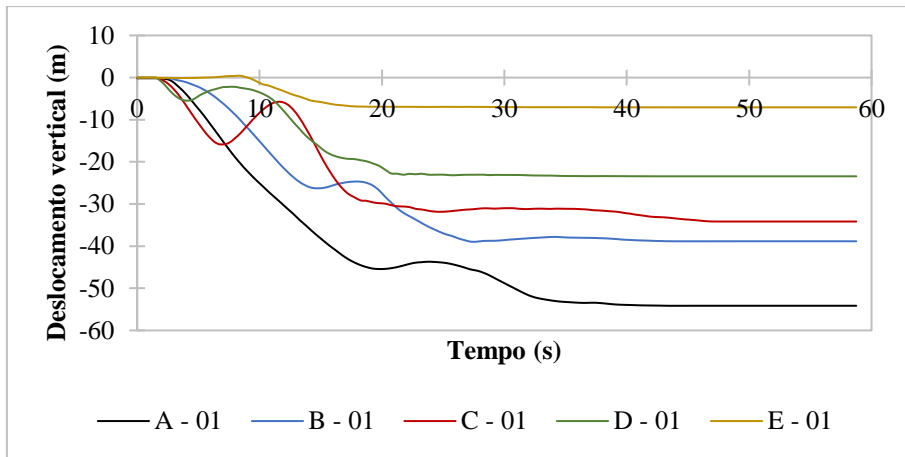
**Figura C.1.** Deslocamento horizontal – Face da barragem – B01



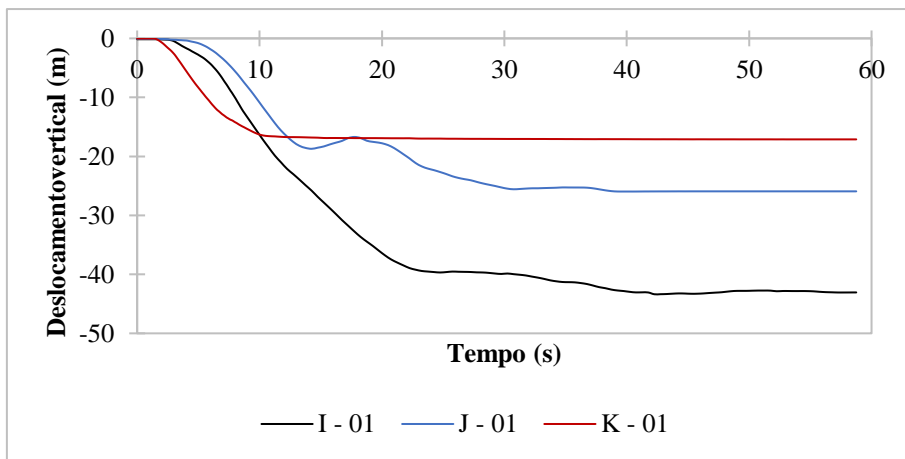
**Figura C.2.** Deslocamento horizontal – Reservatório – B01



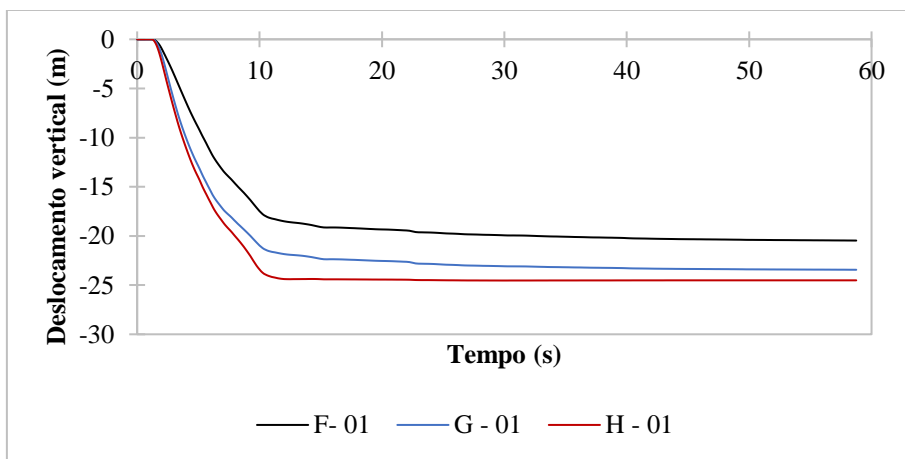
**Figura C.3.** Deslocamento horizontal – Carste – B01



**Figura C.4.** Deslocamento vertical – Face da barragem - B01

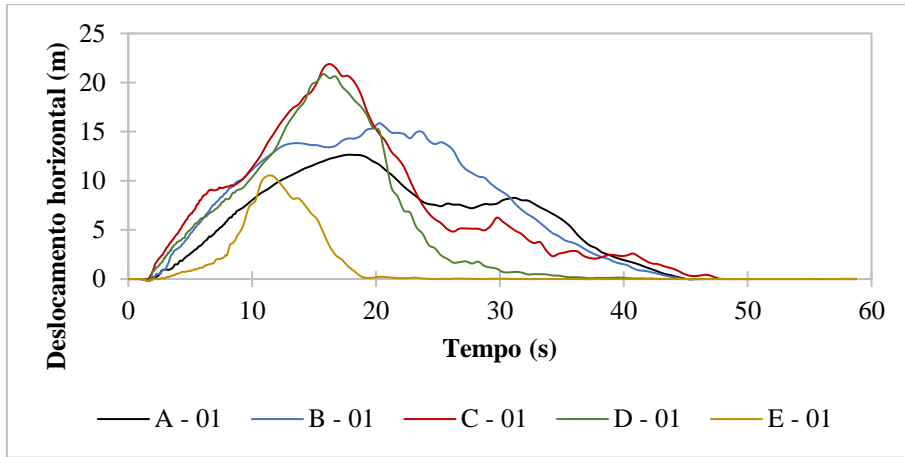


**Figura C.5.** Deslocamento vertical – Reservatório – B01

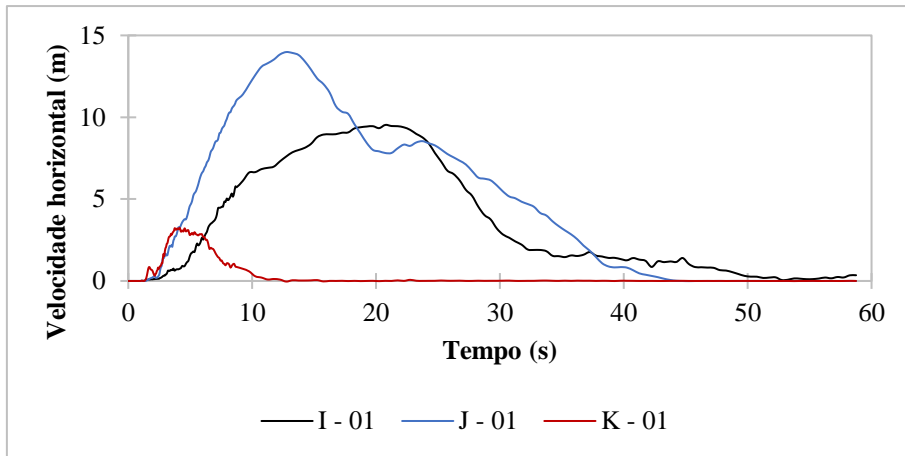


**Figura C.6.** Deslocamento vertical – Carste – B01

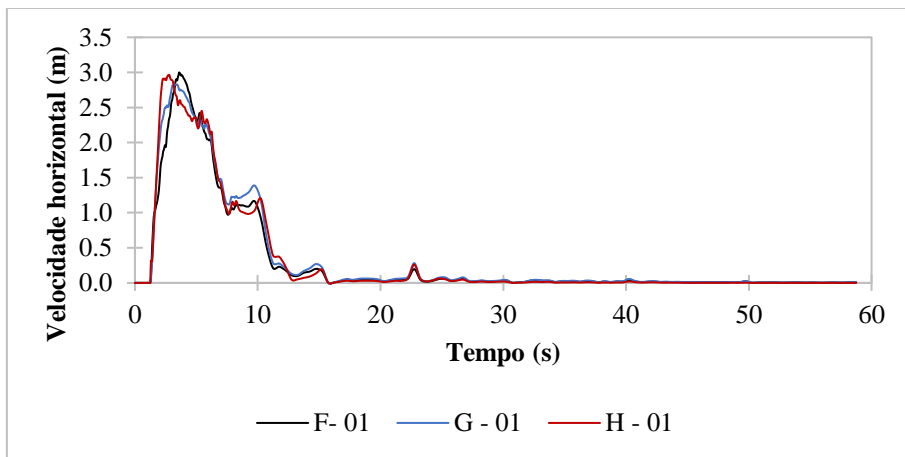




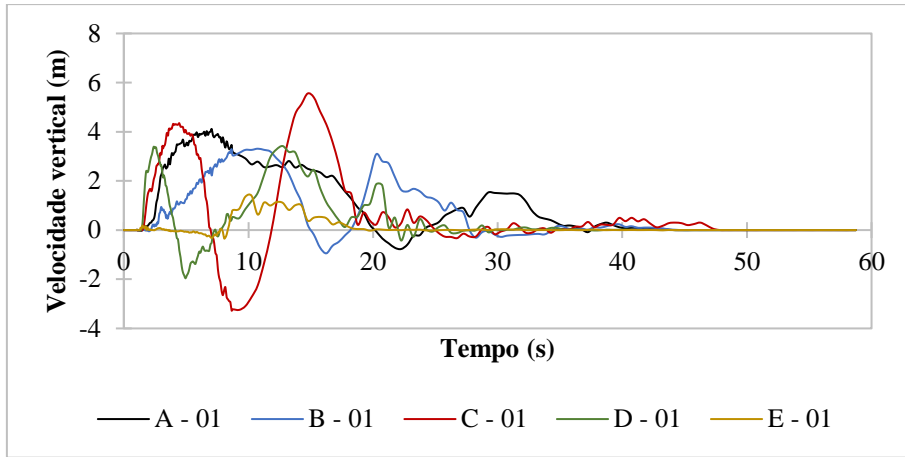
**Figura C.7.** Velocidade horizontal – Face da barragem – B01



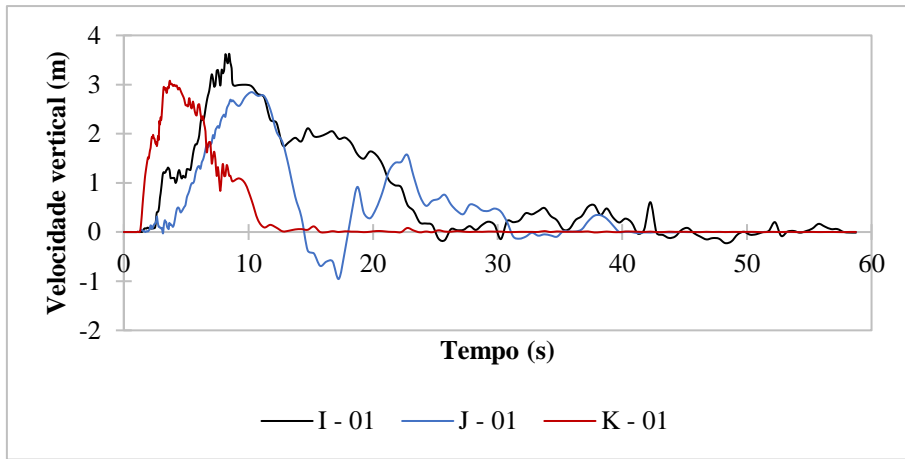
**Figura C.8.** Velocidade horizontal – Reservatório – B01



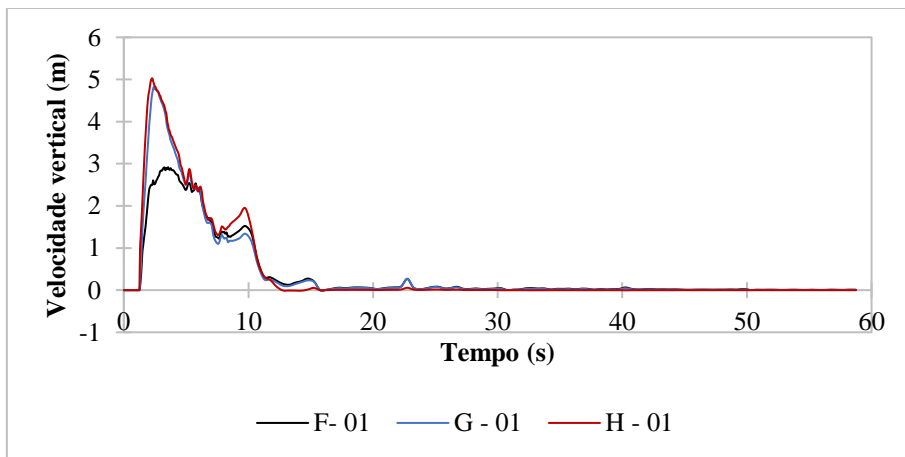
**Figura C.9.** Velocidade horizontal – Carste – B01



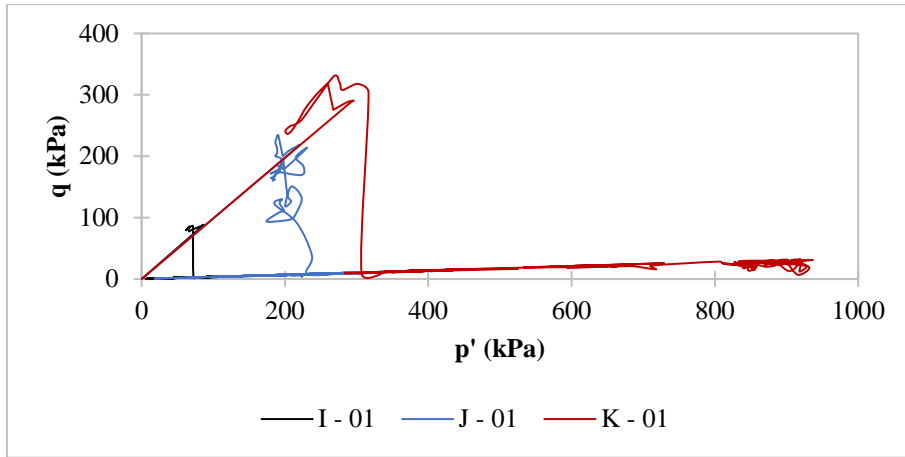
**Figura C.10.** Velocidade vertical – Face da barragem – B01



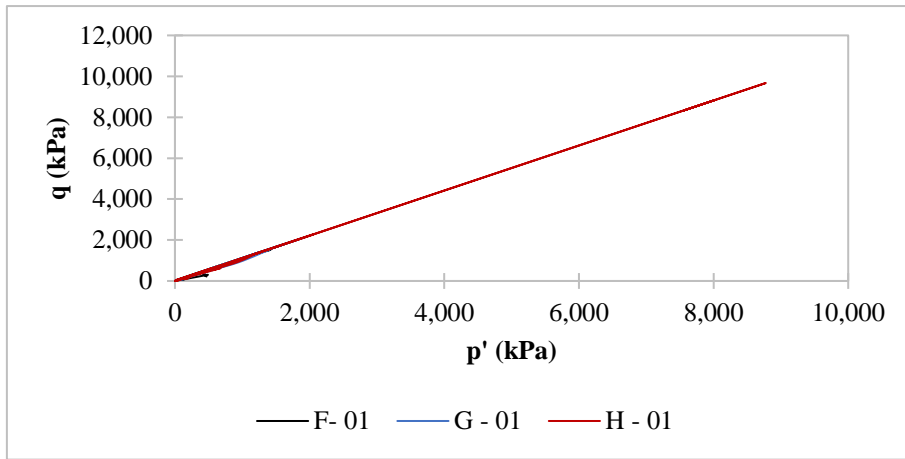
**Figura C.11.** Velocidade vertical – Reservatório – B01



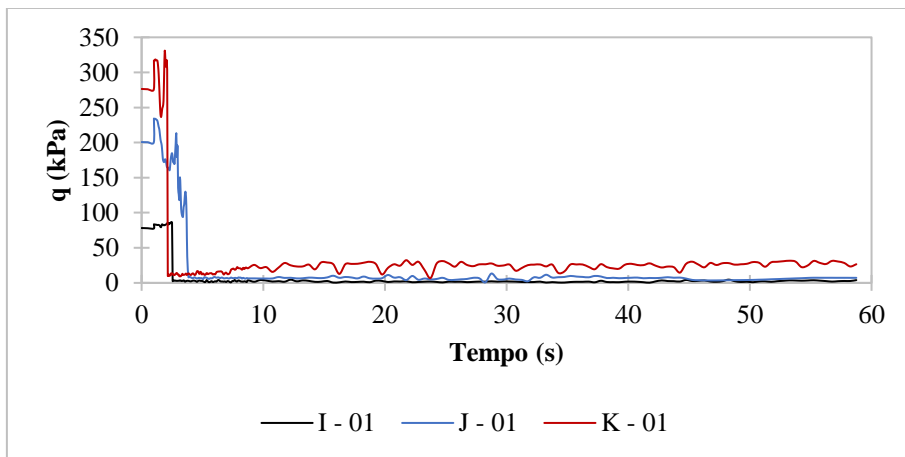
**Figura C.12.** Velocidade vertical – Carste – B01



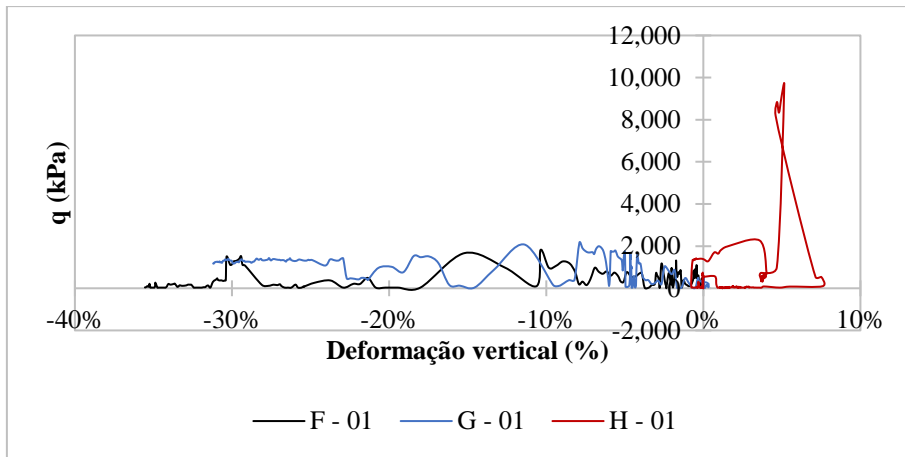
**Figura C.13.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Reservatório – B01



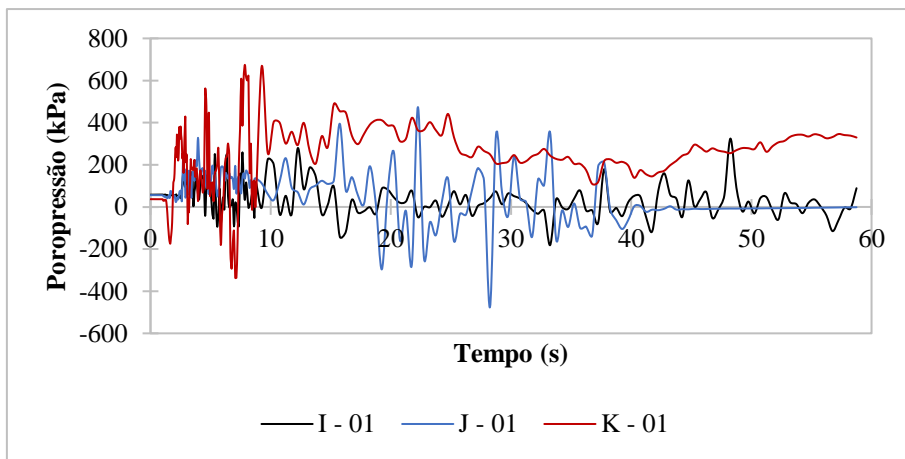
**Figura C.14.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Carste – B01



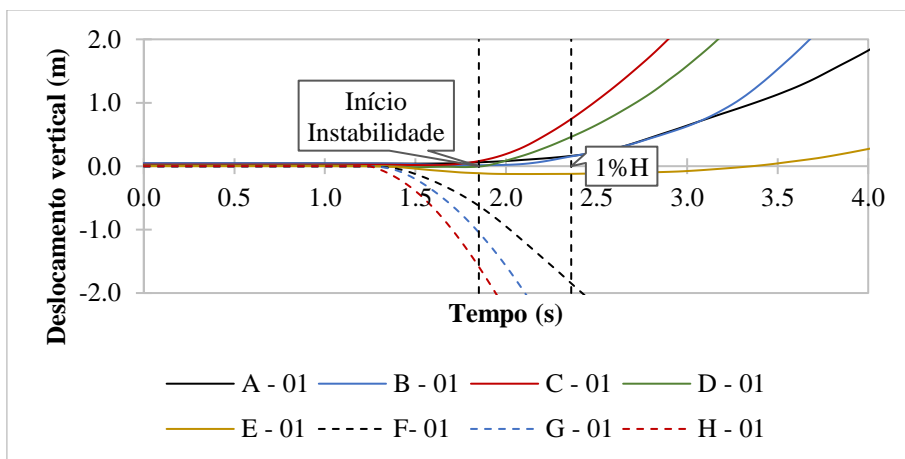
**Figura C. 15.** Tensão desvio x tempo – Reservatório – B01



**Figura C.16.** Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B01

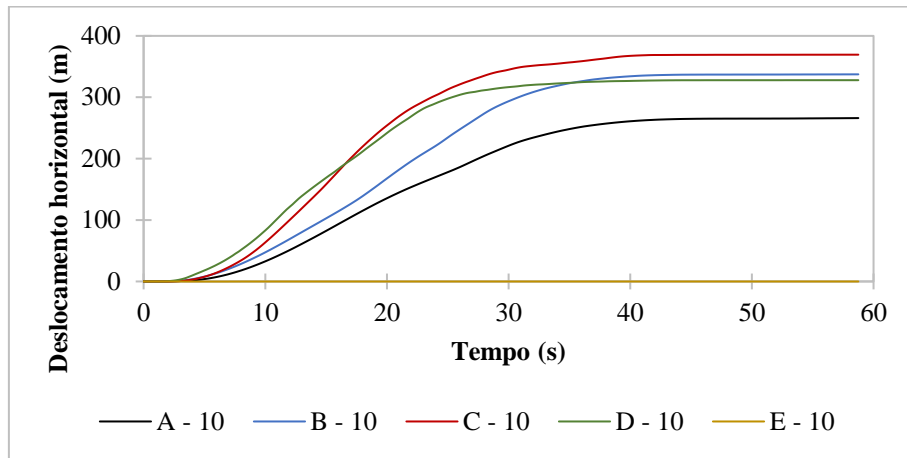


**Figura C.17.** Poropressão x tempo – Reservatório – B01

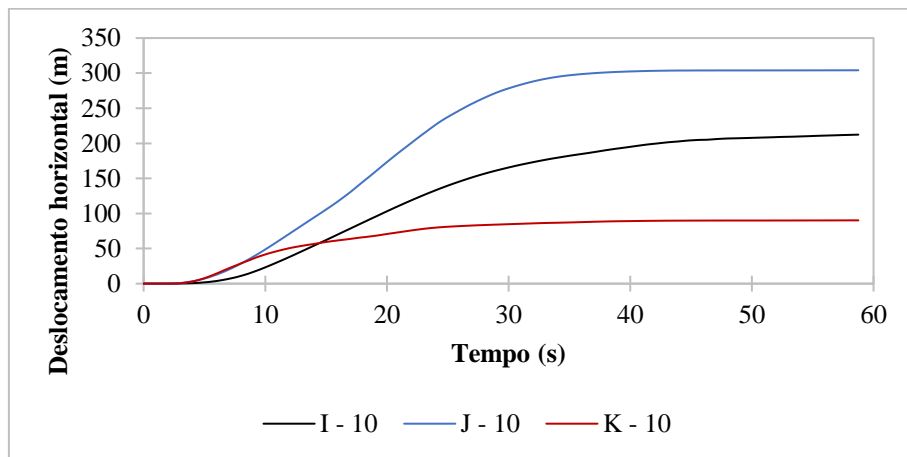


**Figura C.18.** Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B01

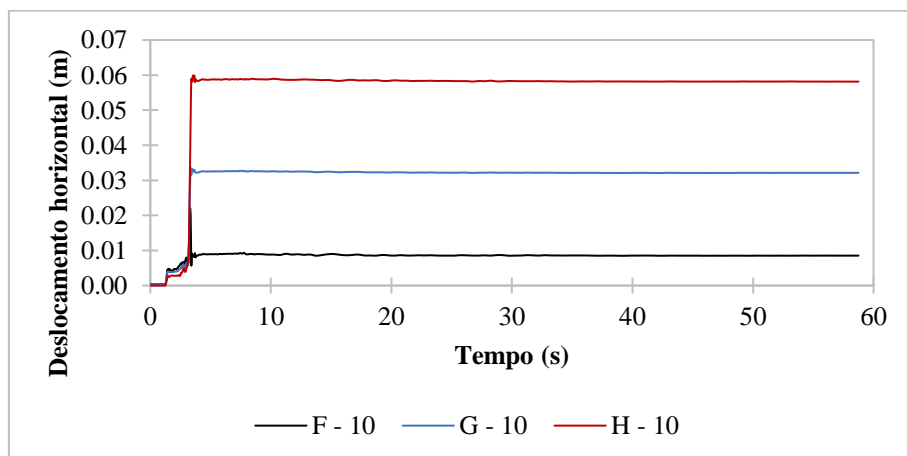
## D. RESULTADOS B10 (CAPÍTULO 6)



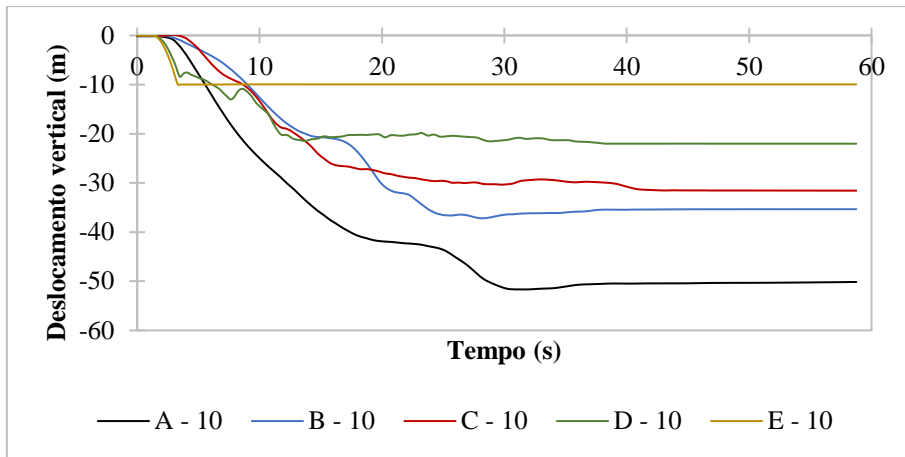
**Figura D.1.** Deslocamento horizontal – Face da barragem – B10



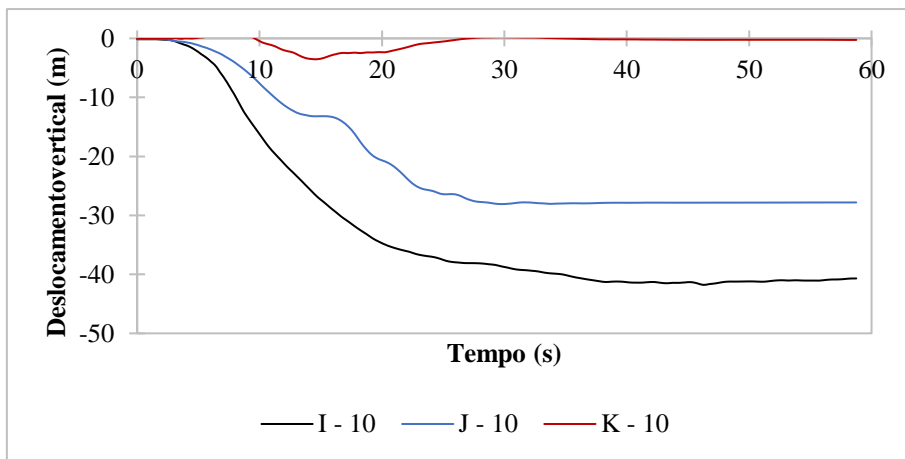
**Figura D.2.** Deslocamento horizontal – Reservatório – B10



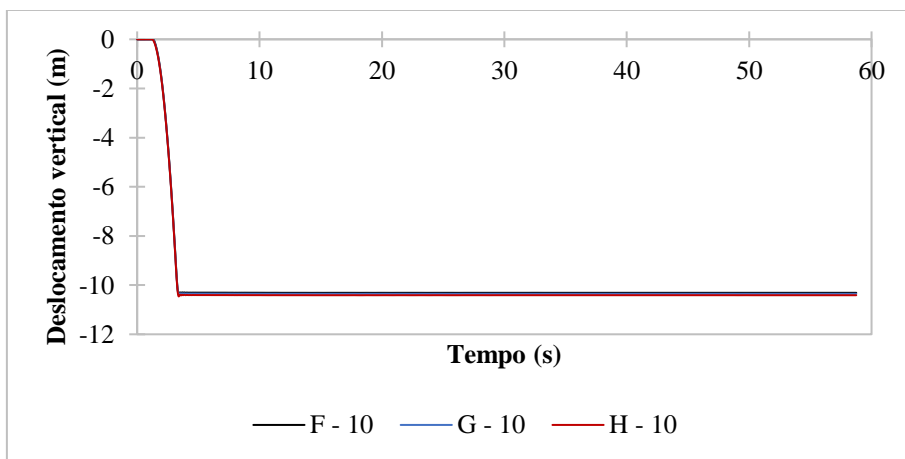
**Figura D.3.** Deslocamento horizontal – Carste – B10



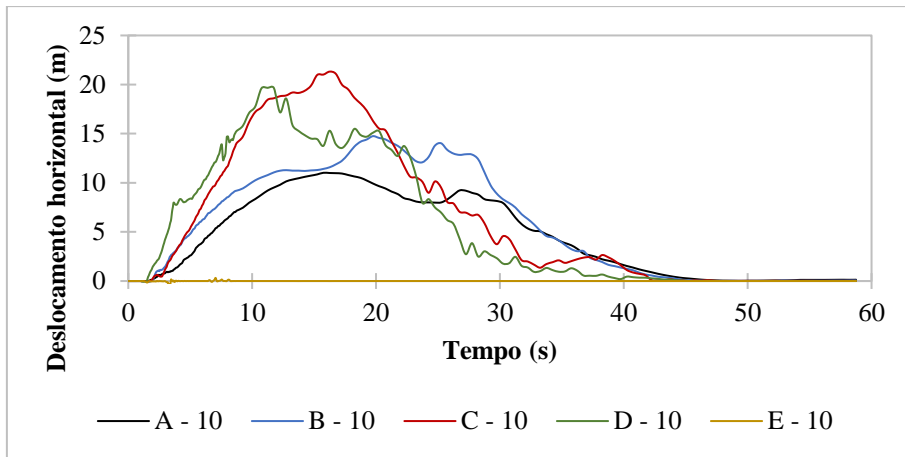
**Figura D.4.** Deslocamento vertical – Face da barragem – B10



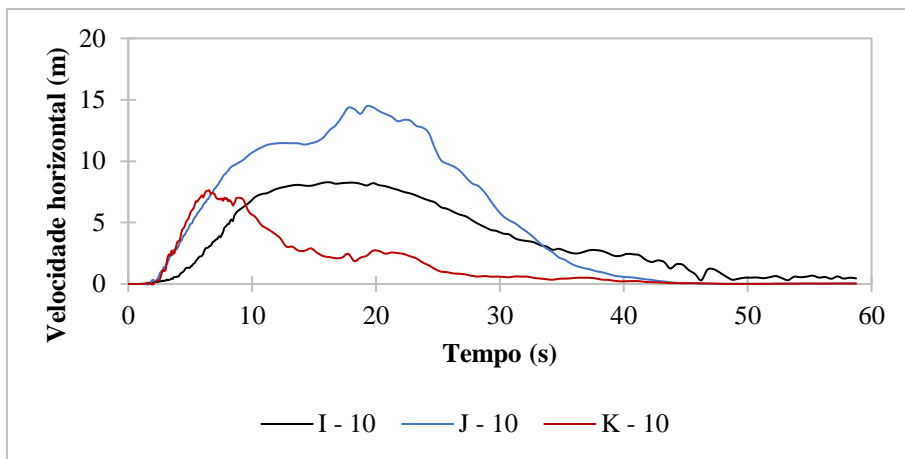
**Figura D.5.** Deslocamento vertical – Reservatório – B10



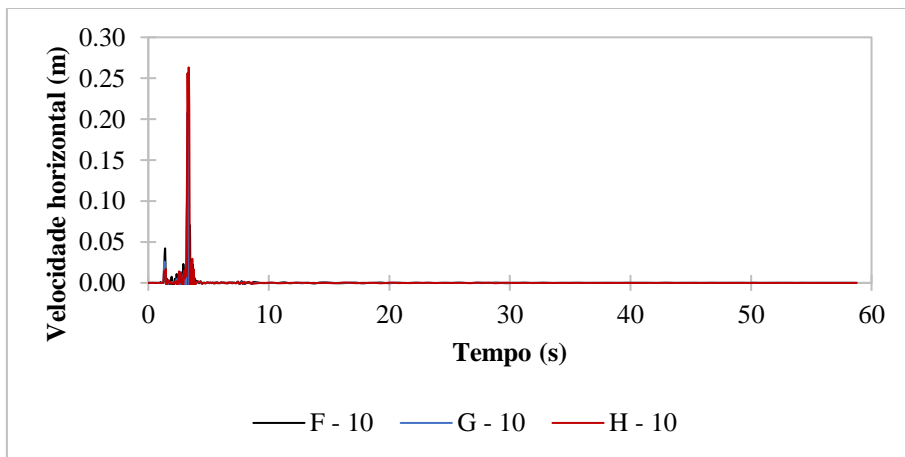
**Figura D.6.** Deslocamento vertical – Carste – B10



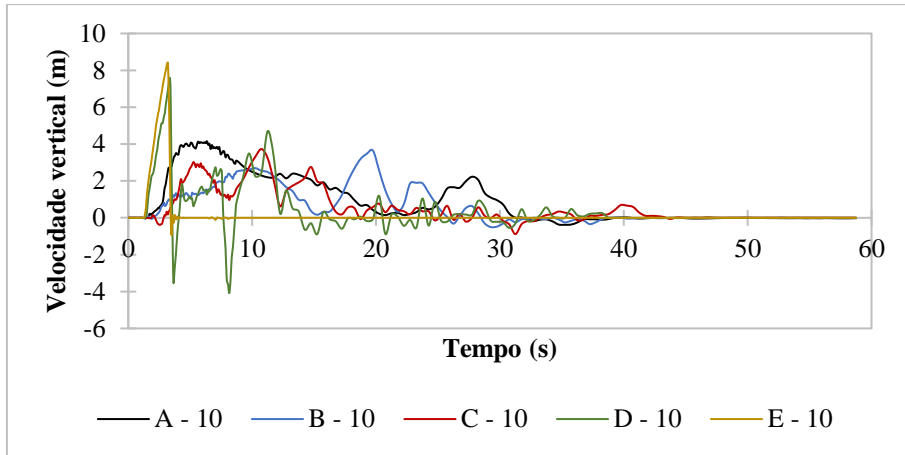
**Figura D.7.** Velocidade horizontal – Face da barragem – B10



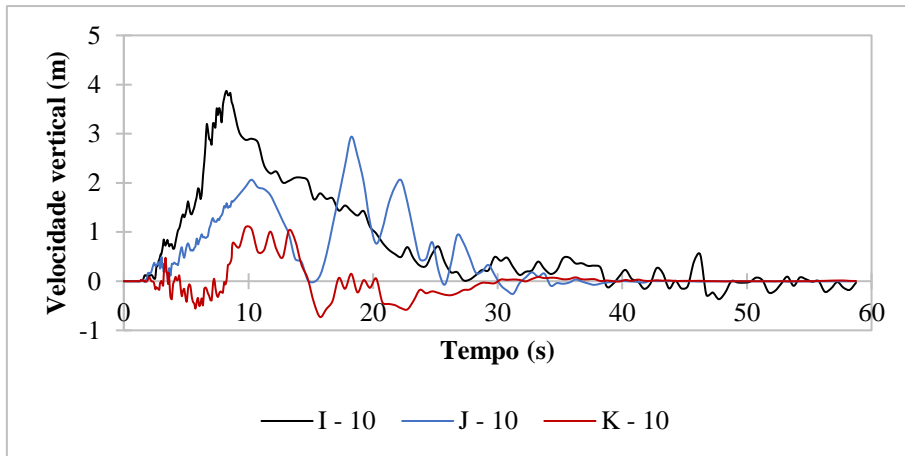
**Figura D.8.** Velocidade horizontal – Reservatório – B10



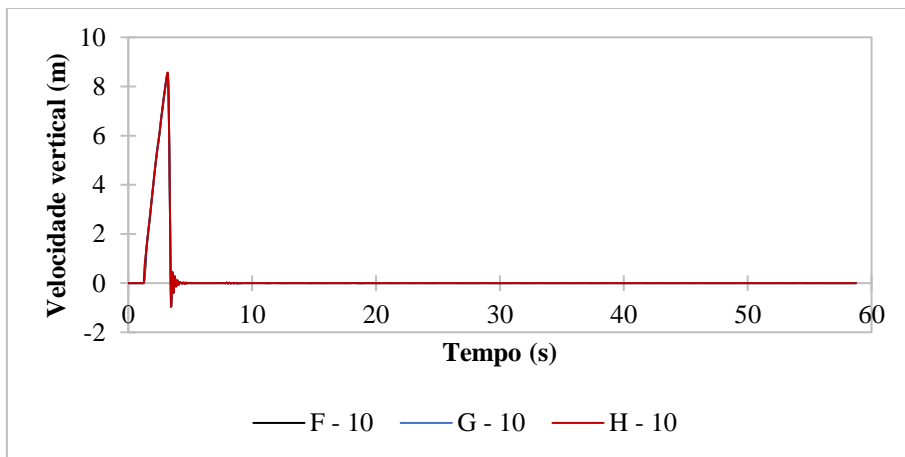
**Figura D.9.** Velocidade horizontal – Carste – B10



**Figura D.10.** Velocidade vertical – Face da barragem – B10

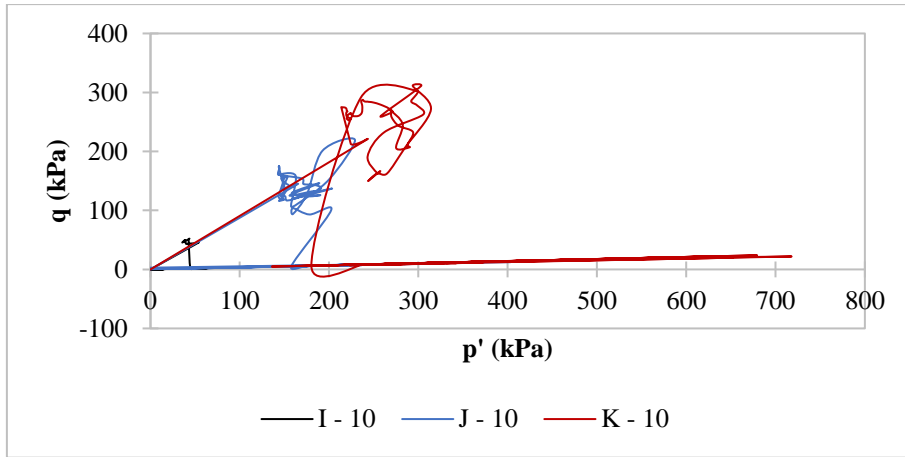


**Figura D.11.** Velocidade vertical – Reservatório – B10

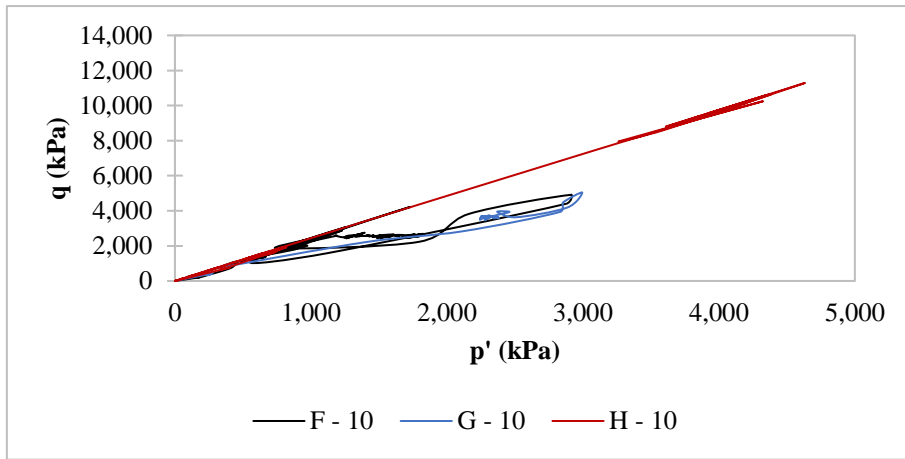


**Figura D.12.** Velocidade vertical – Carste – B10

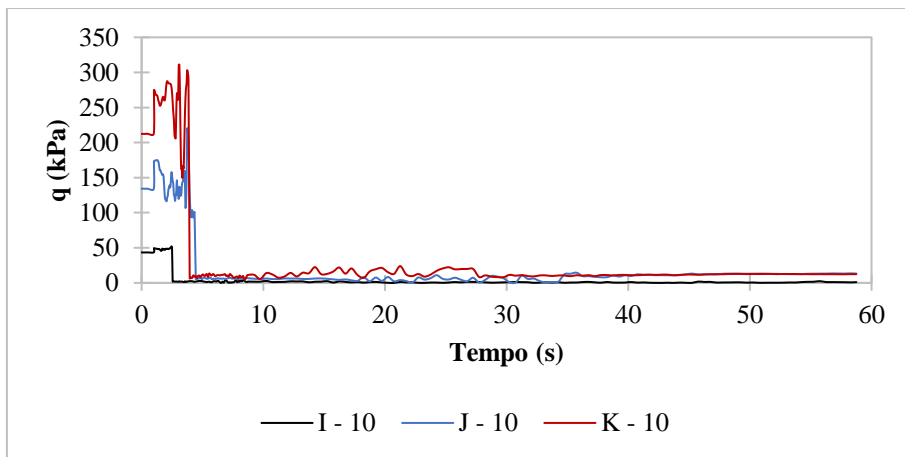




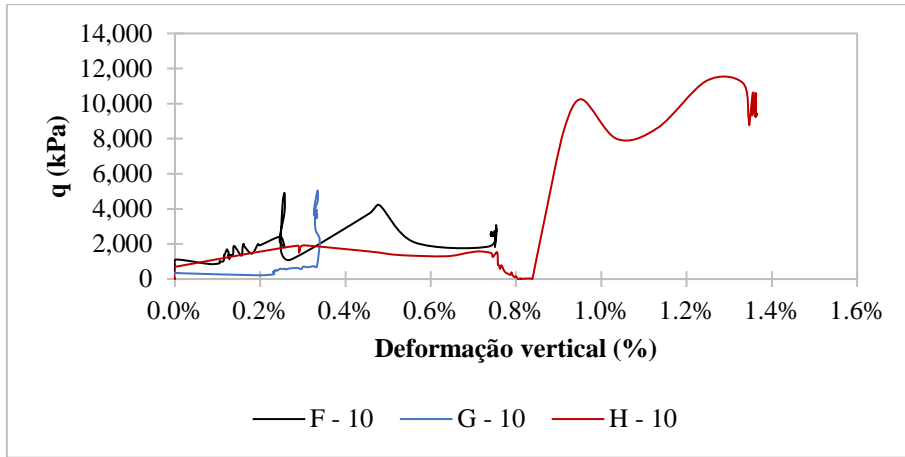
**Figura D.13.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Reservatório – B10



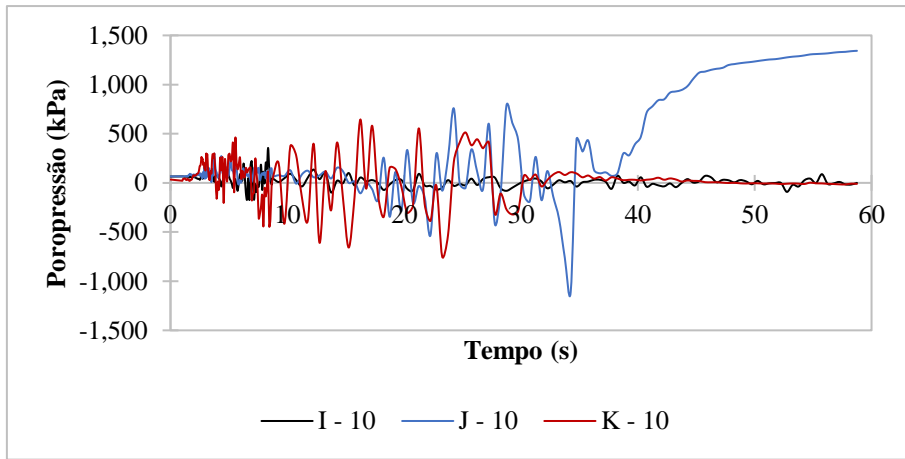
**Figura D.14.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Carste – B10



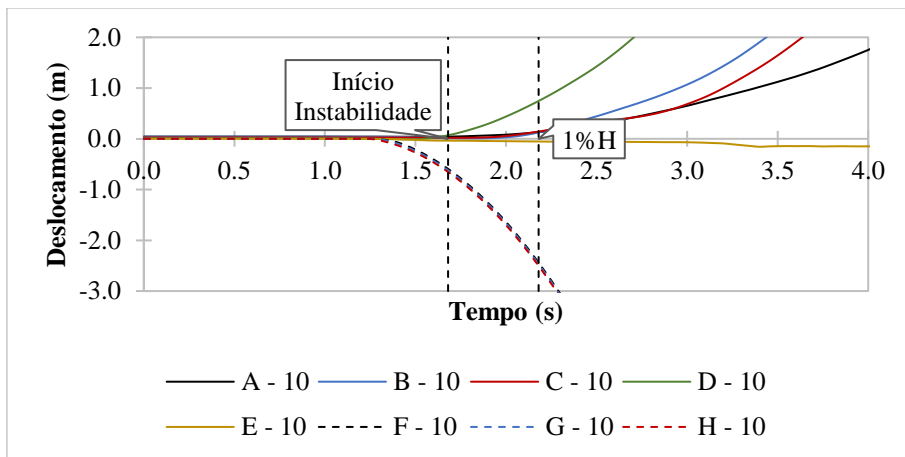
**Figura D.15.** Tensão desvio x tempo – Reservatório – B10



**Figura D.16.** Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B10

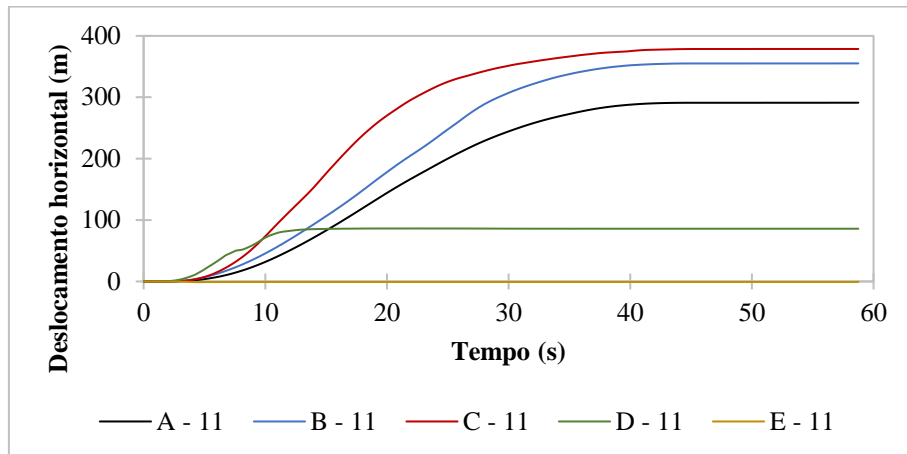


**Figura D.17.** Poropressão x tempo – Reservatório – B10

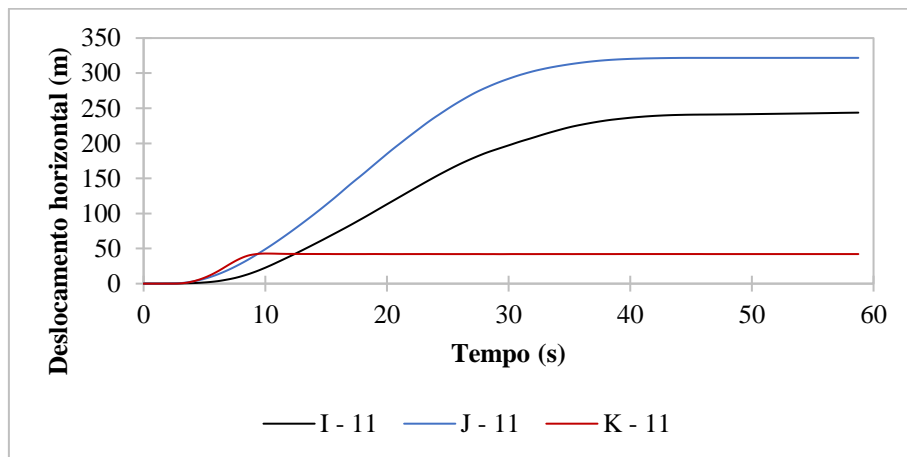


**Figura D.18.** Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B10

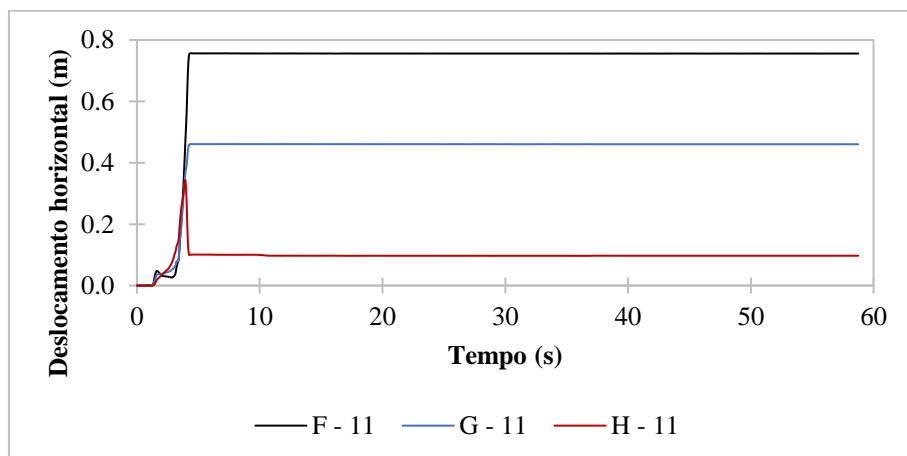
## E. RESULTADOS B11 (CAPÍTULO 6)



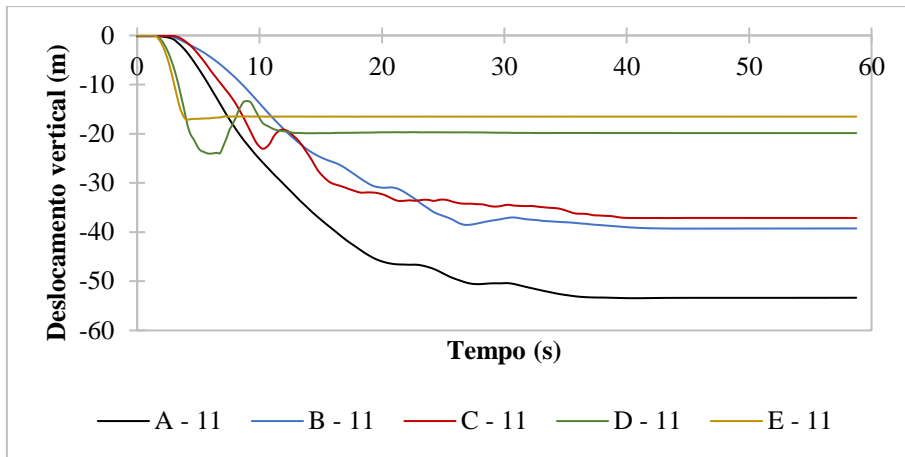
**Figura E.1.** Deslocamento horizontal – Face da barragem – B11



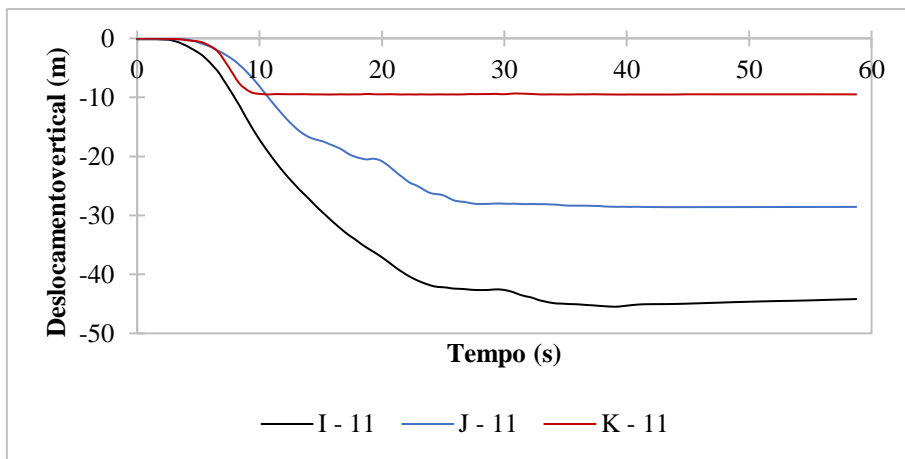
**Figura E.2.** Deslocamento horizontal – Reservatório – B11



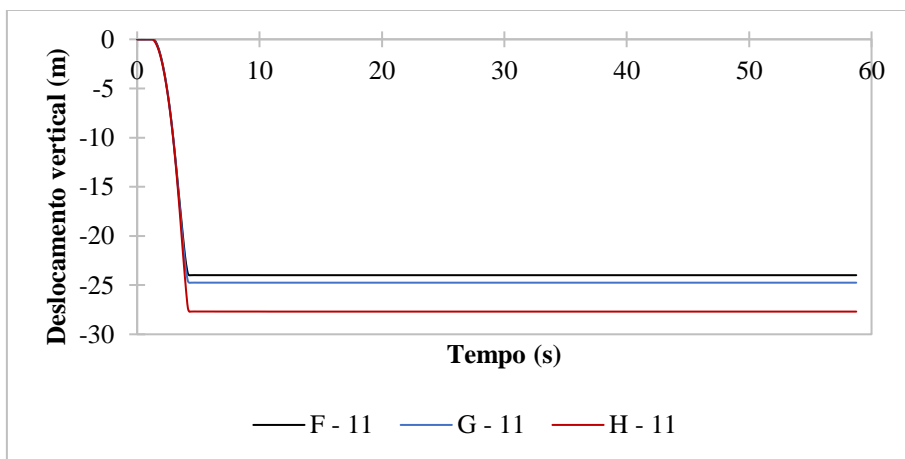
**Figura E.3.** Deslocamento horizontal – Carste – B11



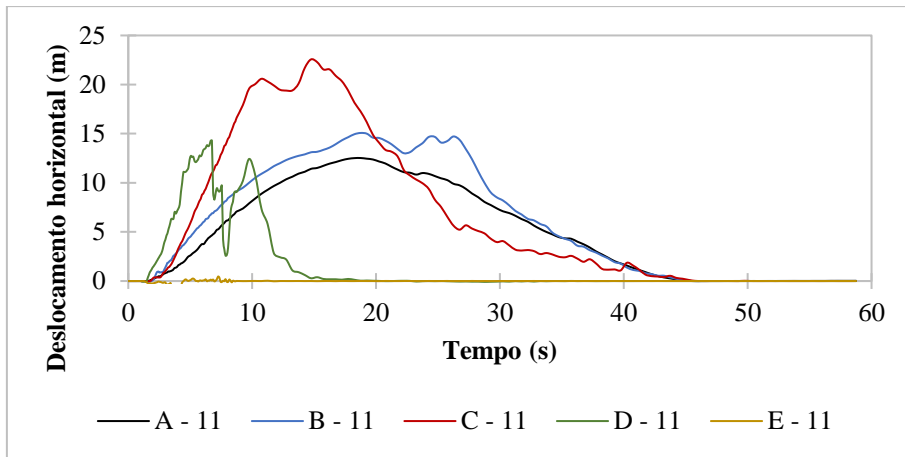
**Figura E.4.** Deslocamento vertical – Face da barragem – B11



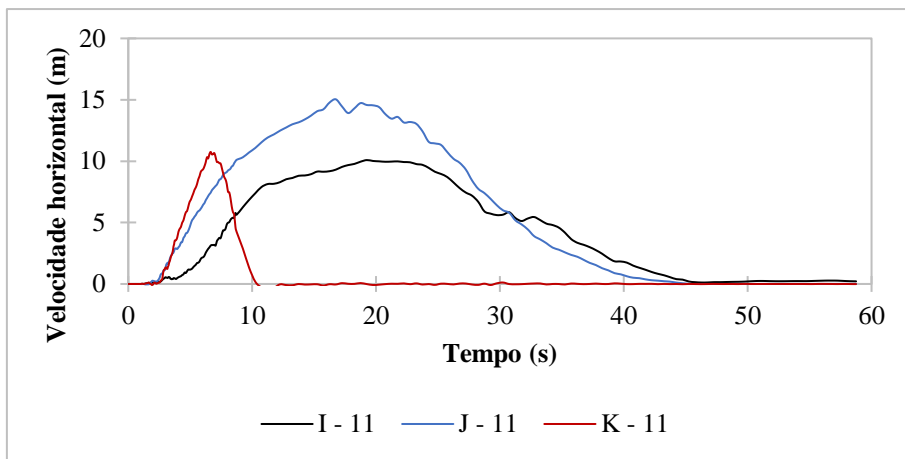
**Figura E.5.** Deslocamento vertical – Reservatório – B11



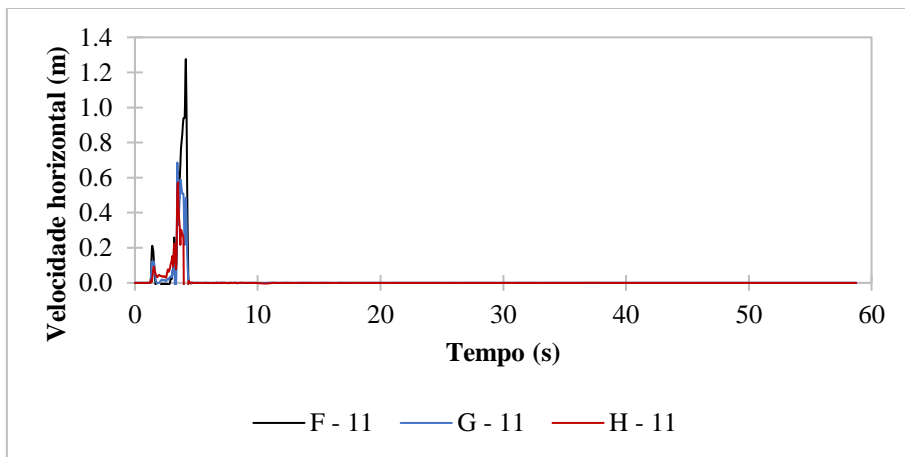
**Figura E.6.** Deslocamento vertical – Carste – B11



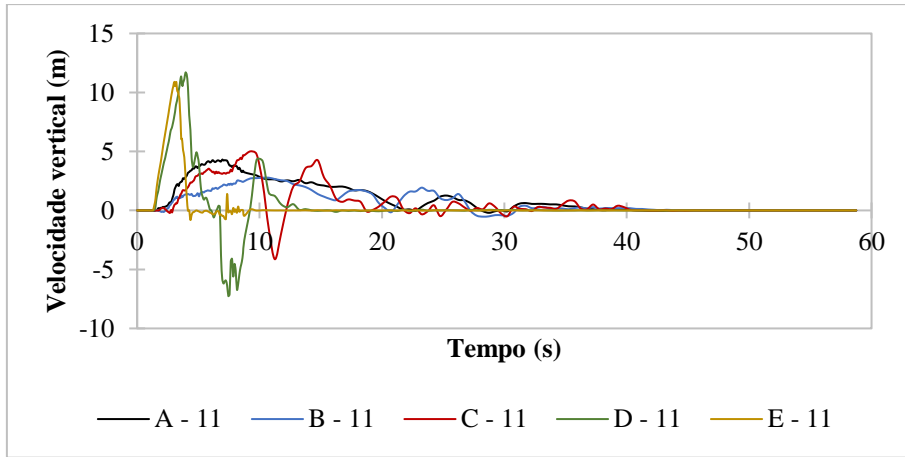
**Figura E.7.** Velocidade horizontal – Face da barragem – B11



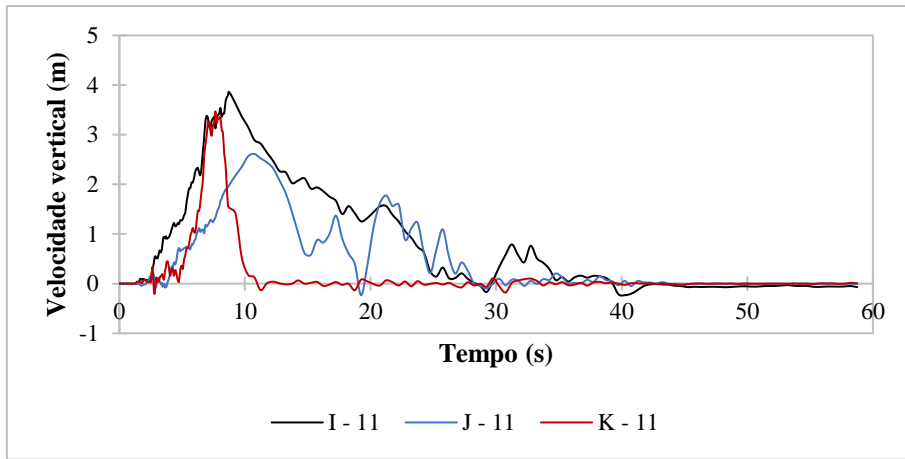
**Figura E.8.** Velocidade horizontal – Reservatório – B11



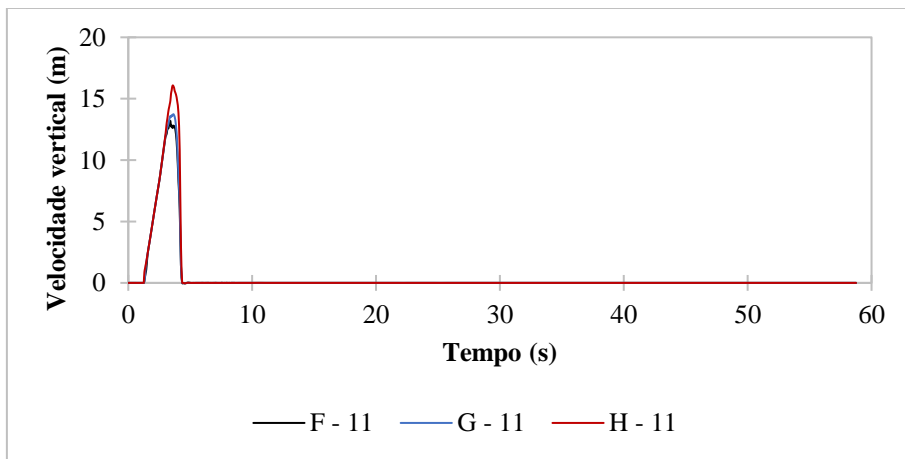
**Figura E.9.** Velocidade horizontal – Carste – B11



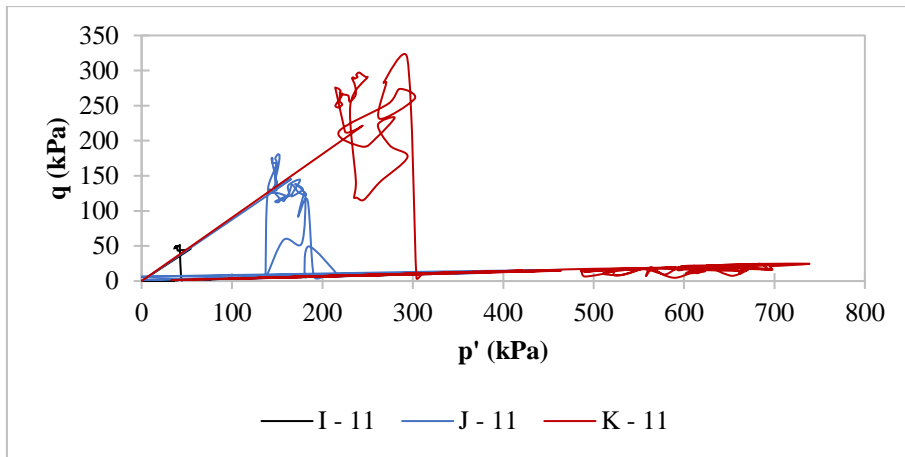
**Figura E.10.** Velocidade vertical – Face da barragem – B11



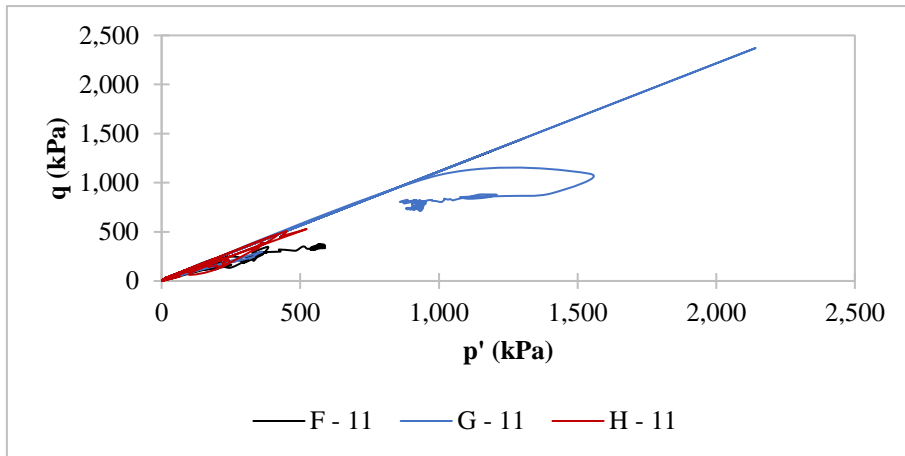
**Figura E.11.** Velocidade vertical – Reservatório – B11



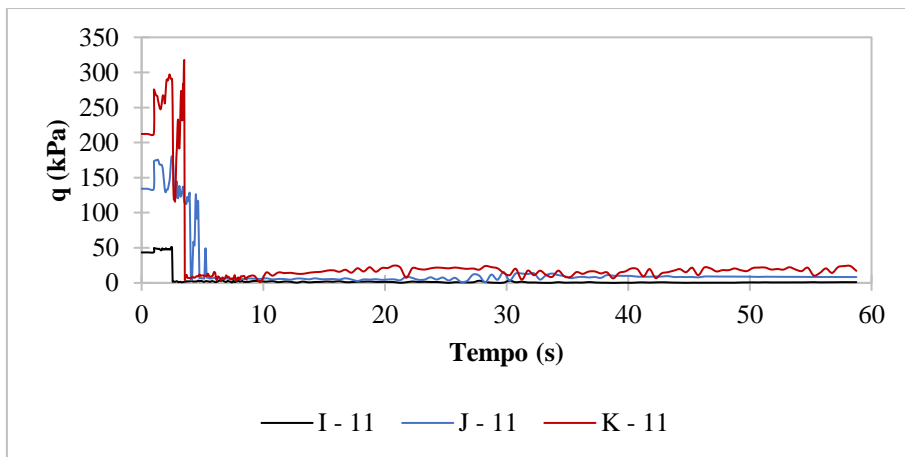
**Figura E.12.** Velocidade vertical – Carste – B11



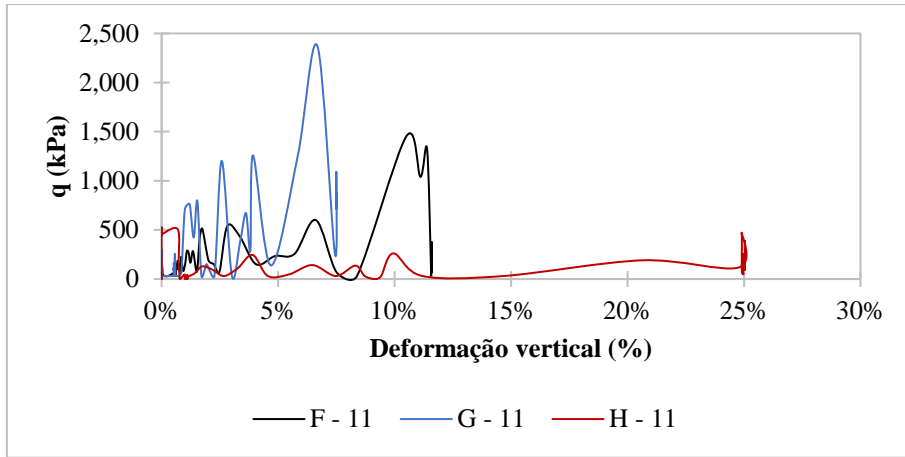
**Figura E.13.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Reservatório – B11



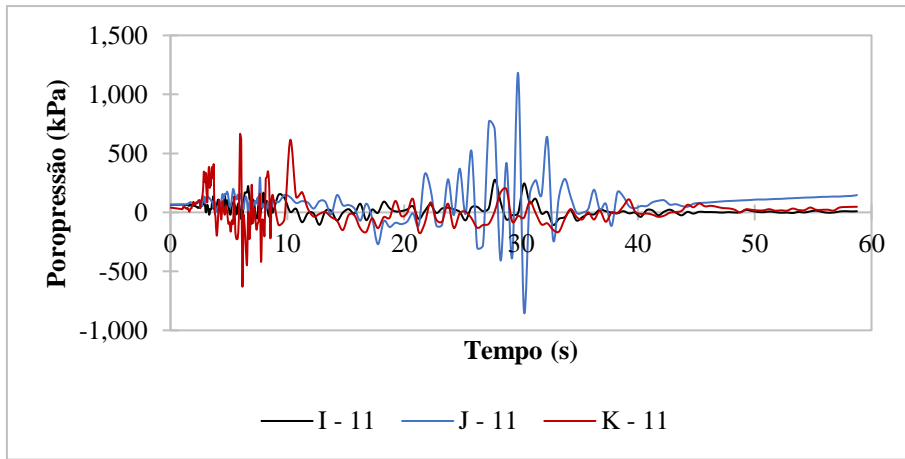
**Figura E.14.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Carste – B11



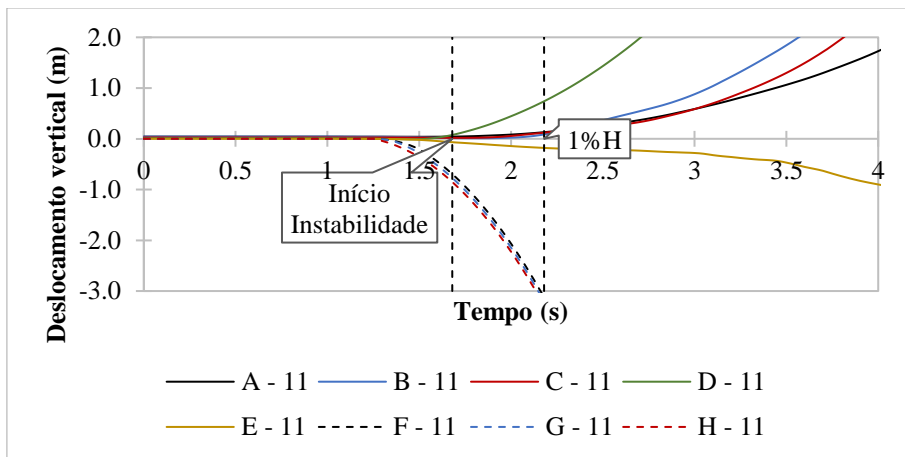
**Figura E.15.** Tensão desvio x tempo – Reservatório – B11



**Figura E.16.** Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B11



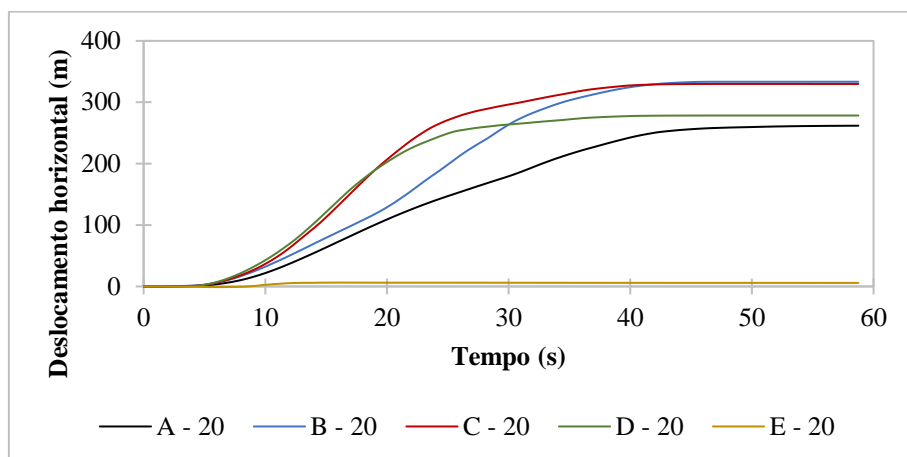
**Figura E.17.** Poropressão x tempo – Reservatório – B11



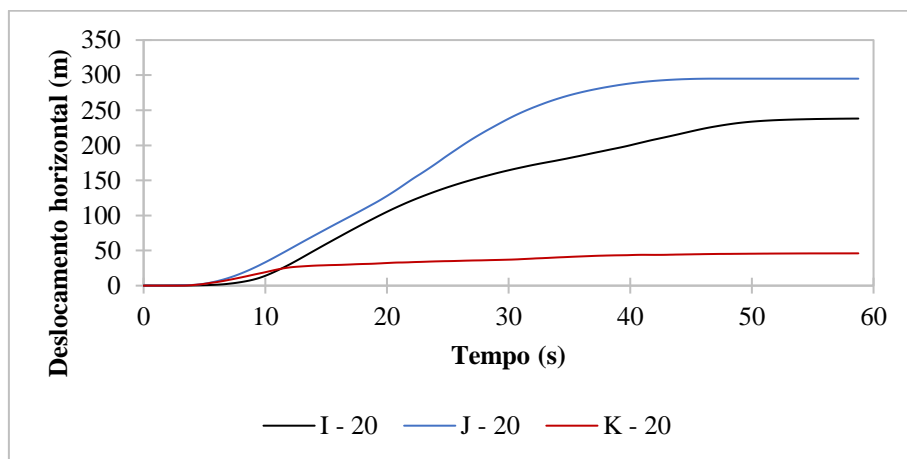
**Figura E.18.** Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B11



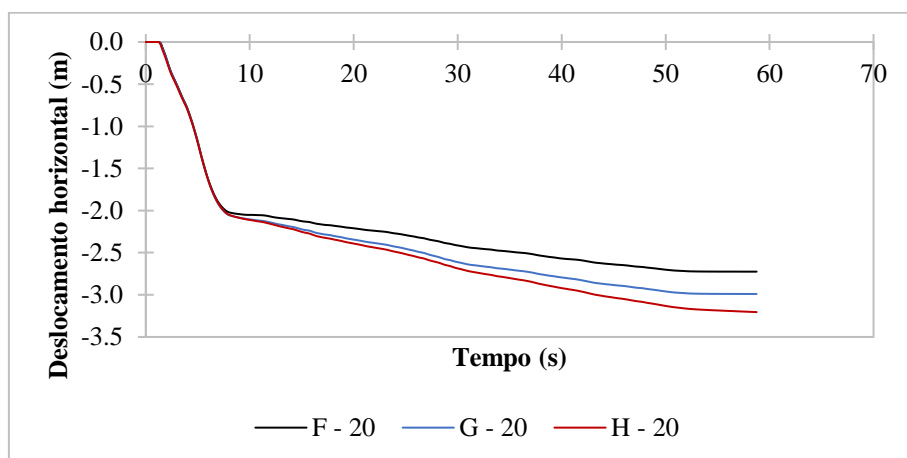
## F. RESULTADOS B20 (CAPÍTULO 6)



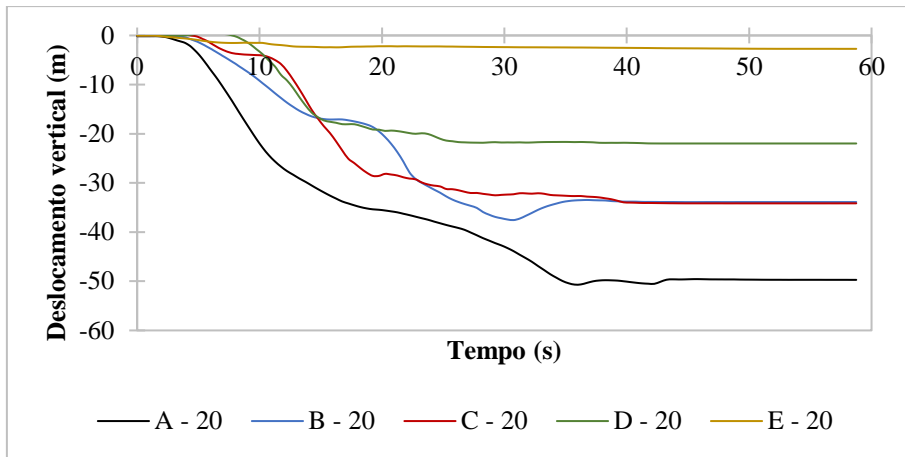
**Figura F.1.** Deslocamento horizontal – Face da barragem – B20



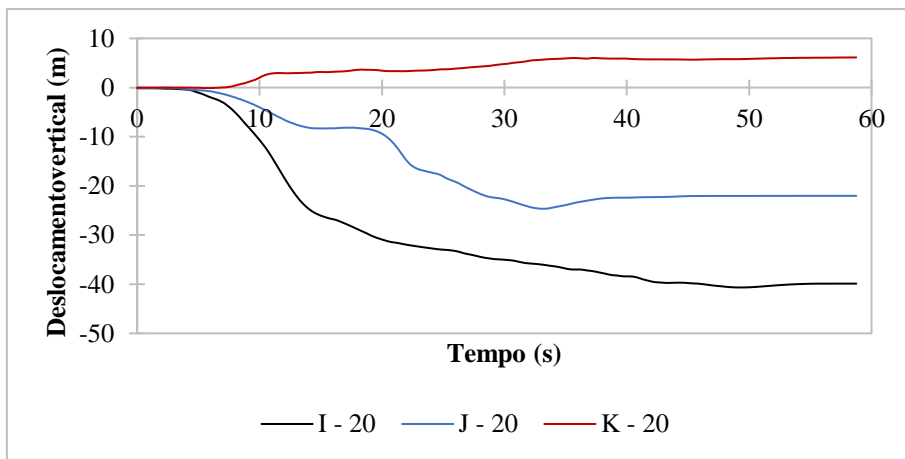
**Figura F.2.** Deslocamento horizontal – Reservatório – B20



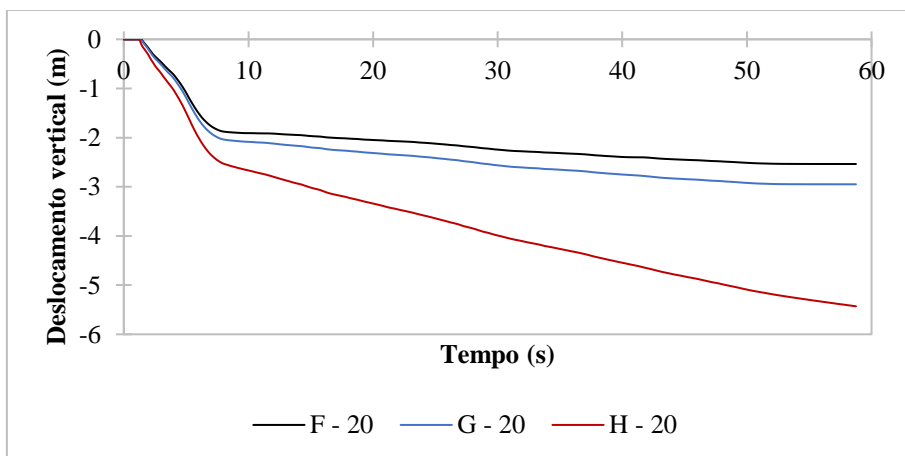
**Figura F.3.** Deslocamento horizontal – Carste – B20



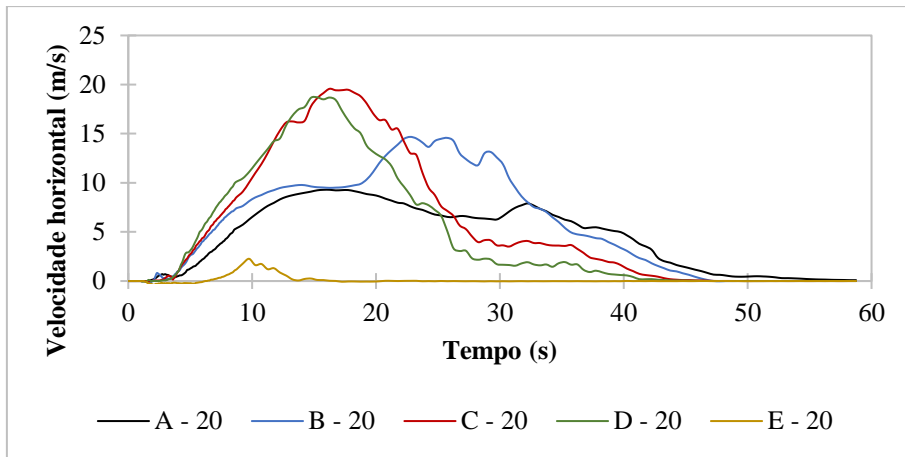
**Figura F.4.** Deslocamento vertical – Face da barragem – B20



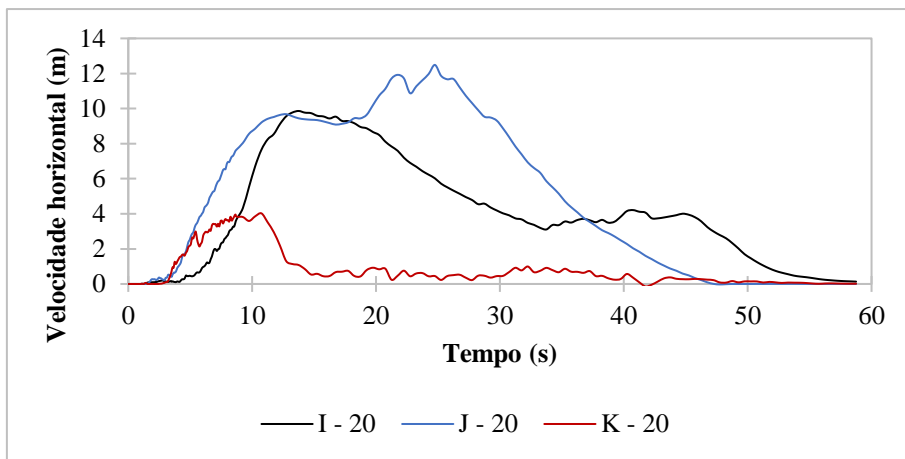
**Figura F.5.** Deslocamento vertical – Reservatório – B20



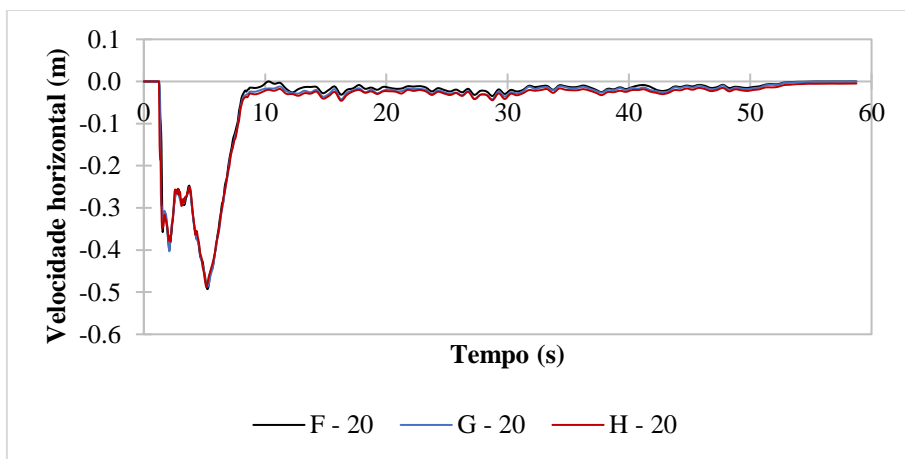
**Figura F.6.** Deslocamento vertical – Carste – B20



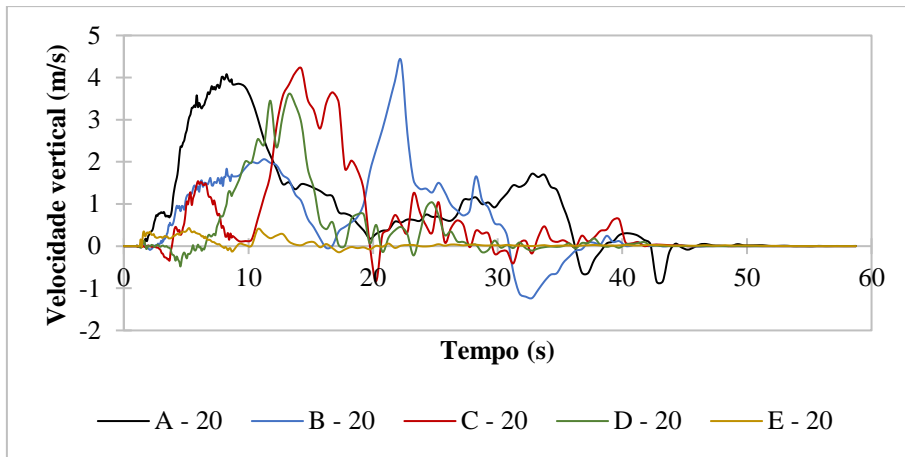
**Figura F.7.** Velocidade horizontal – Face da barragem – B20



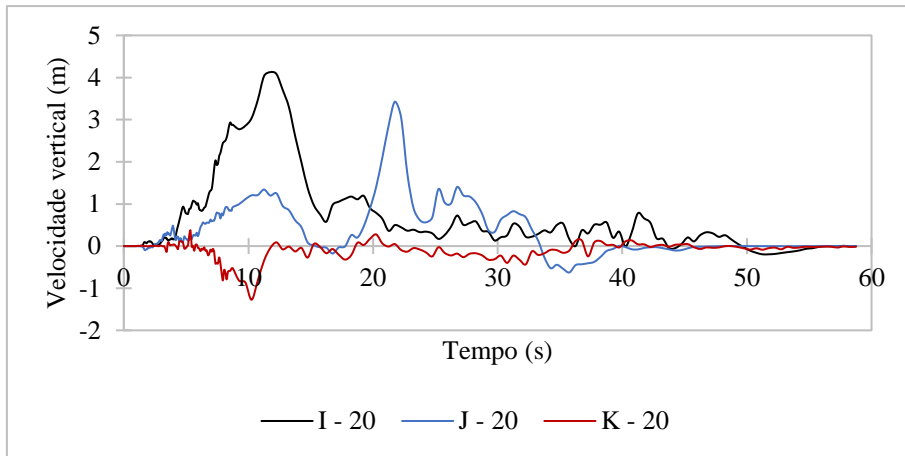
**Figura F.8.** Velocidade horizontal – Reservatório – B20



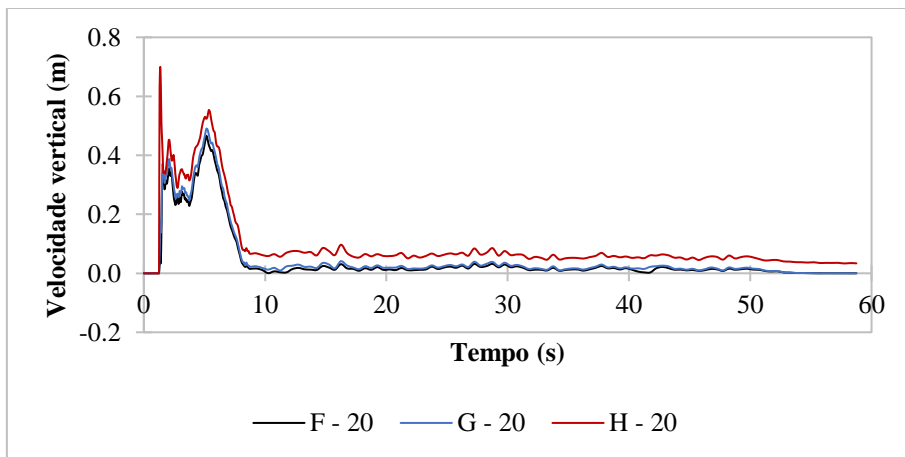
**Figura F.9.** Velocidade horizontal – Carste – B20



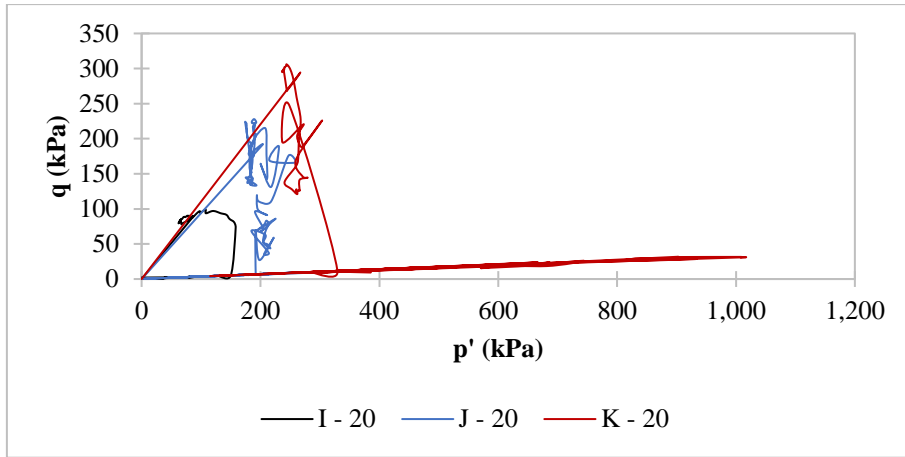
**Figura F.10.** Velocidade vertical – Face da barragem – B20



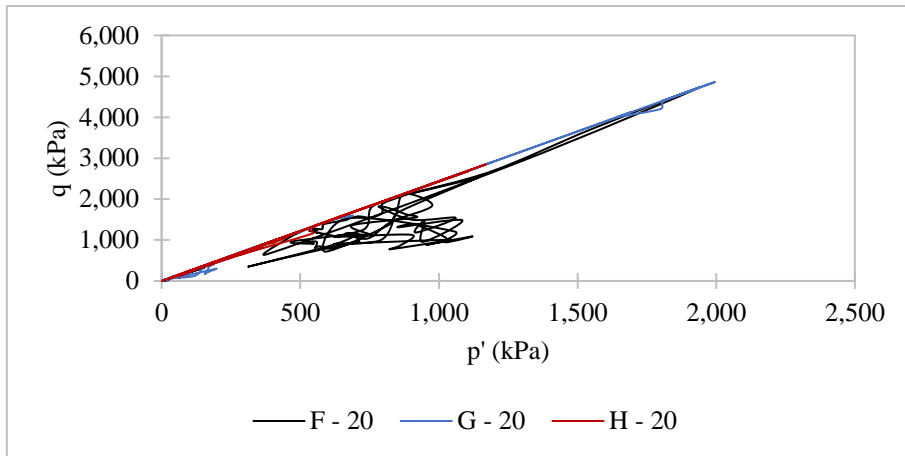
**Figura F.11.** Velocidade vertical – Reservatório – B20



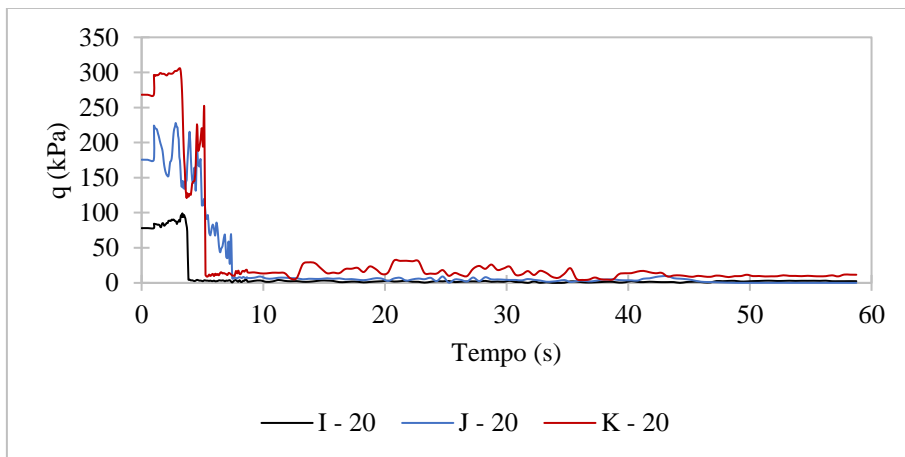
**Figura F.12.** Velocidade vertical – Carste – B20



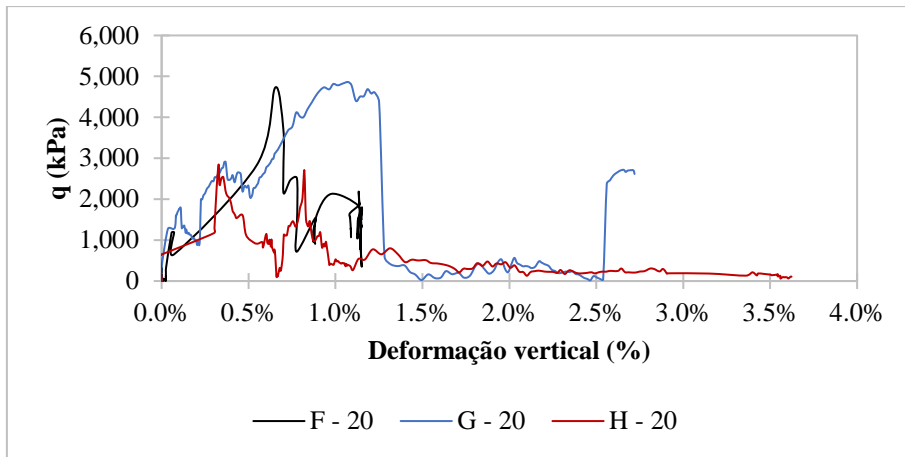
**Figura F.13.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Reservatório – B20



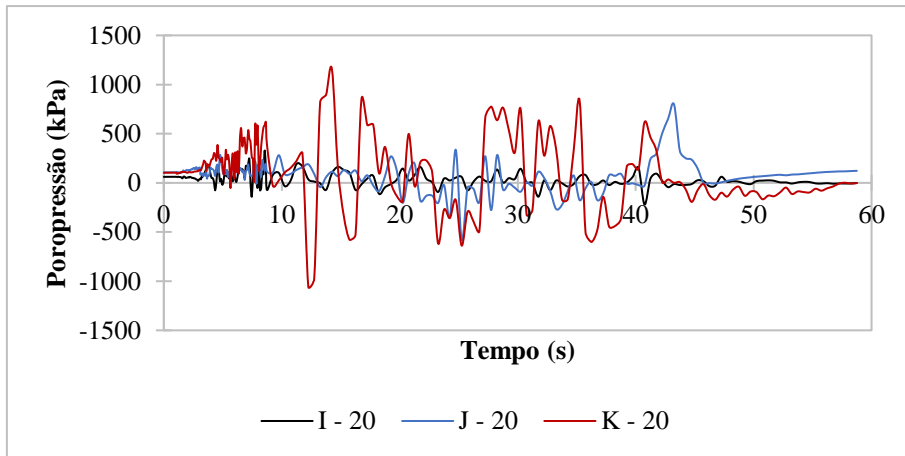
**Figura F.14.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Carste – B20



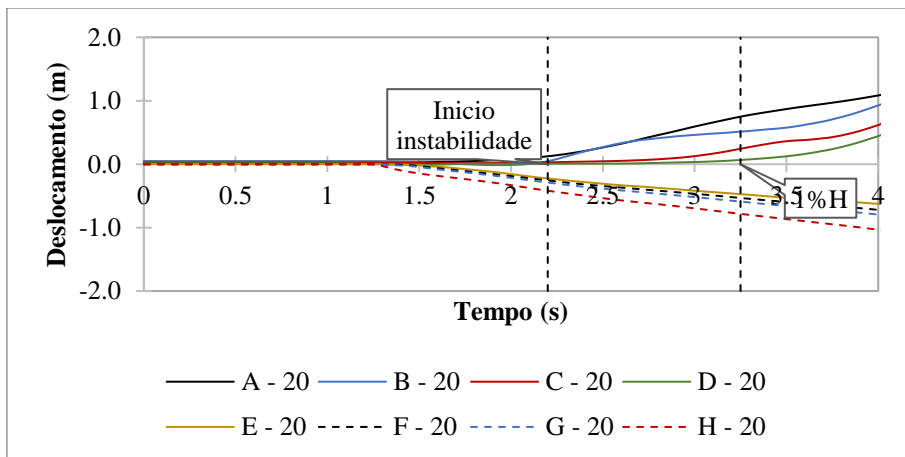
**Figura F.15.** Tensão desvio x tempo – Reservatório – B20



**Figura F.16.** Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B20



**Figura F.17.** Poropressão x tempo – Reservatório – B20



**Figura F.18.** Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B20

## G. RESULTADOS B21 (CAPÍTULO 6)

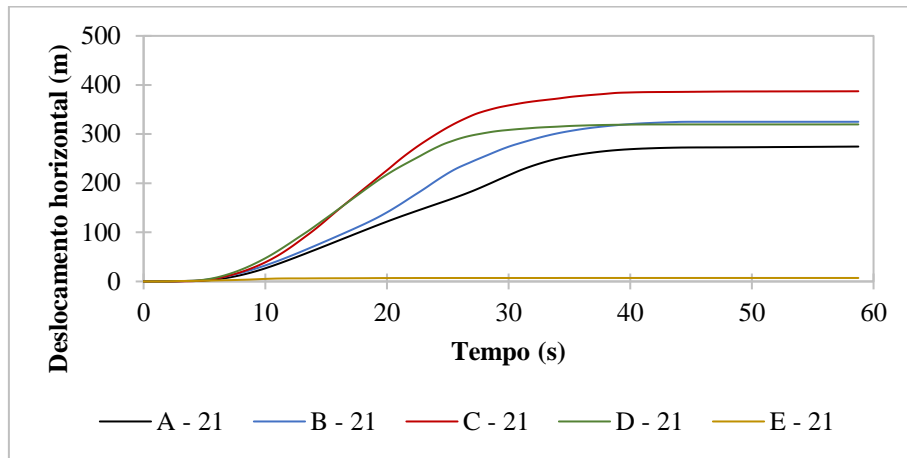


Figura G.1. Deslocamento horizontal – Face da barragem – B21

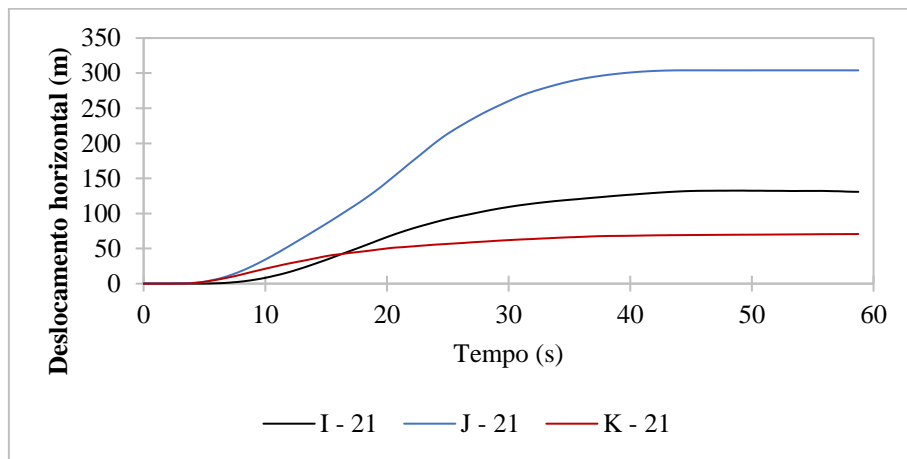


Figura G.2. Deslocamento horizontal – Reservatório – B21

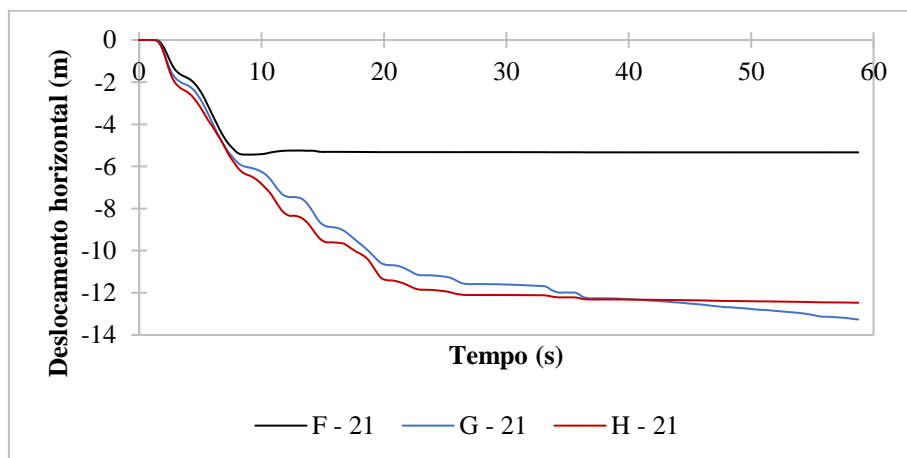
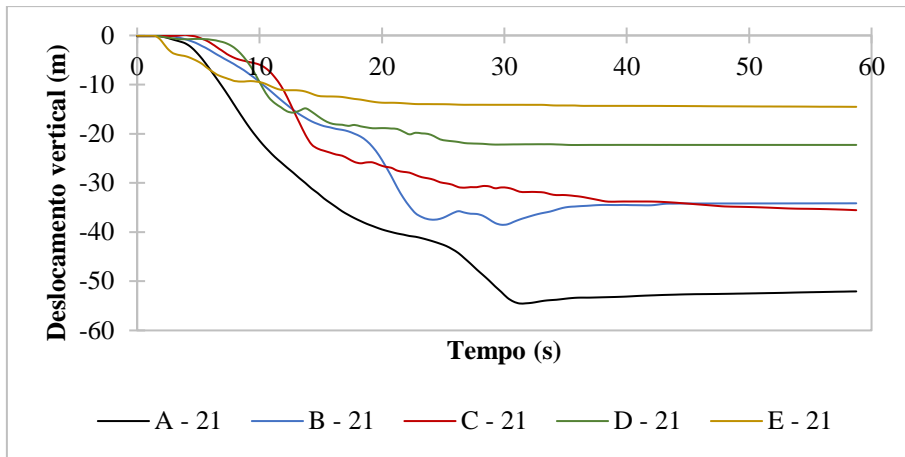
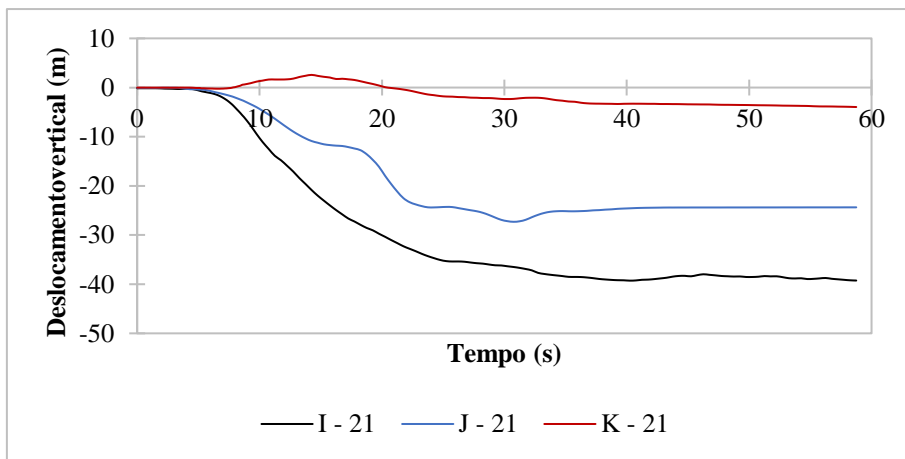


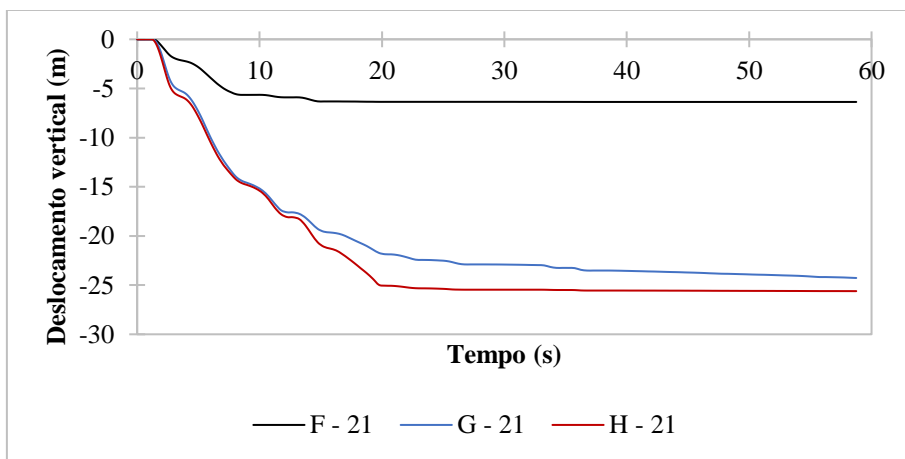
Figura G.3. Deslocamento horizontal – Carste – B21



**Figura G.4.** Deslocamento vertical – Face da barragem – B21

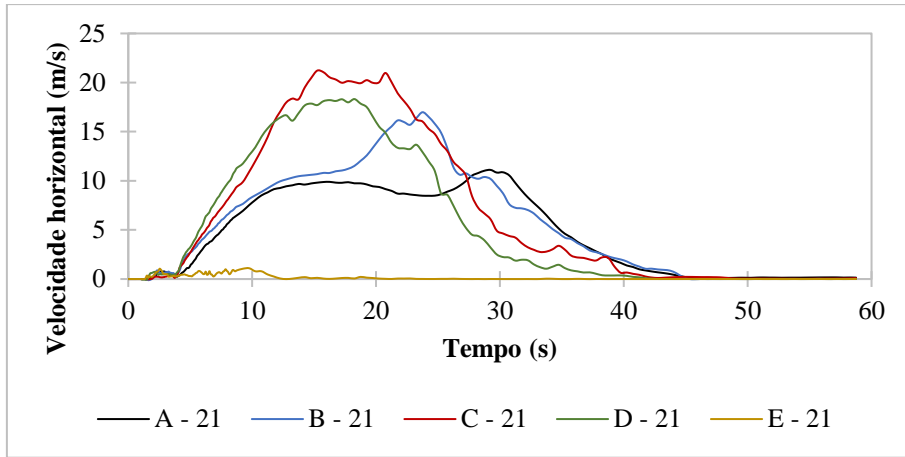


**Figura G.5.** Deslocamento vertical – Reservatório – B21

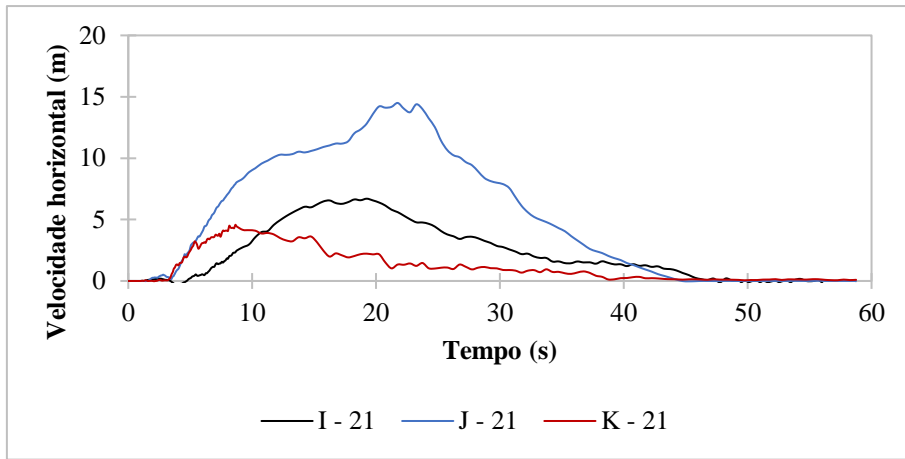


**Figura G.6.** Deslocamento vertical – Carste – B21

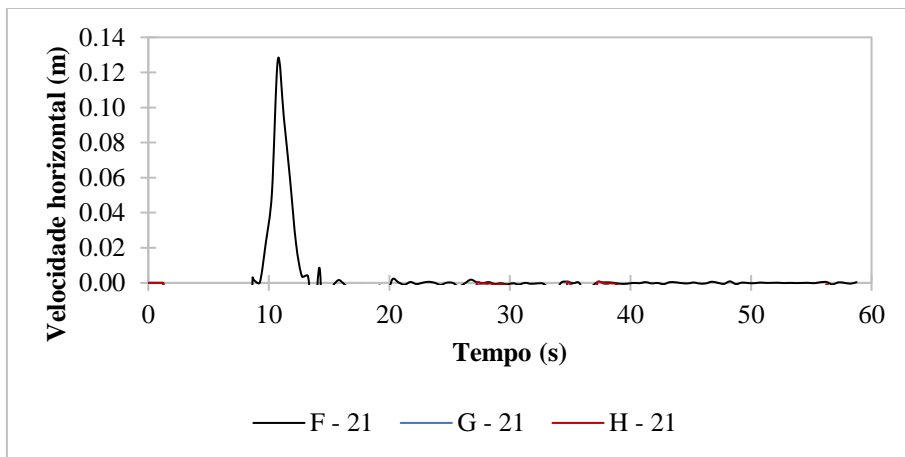




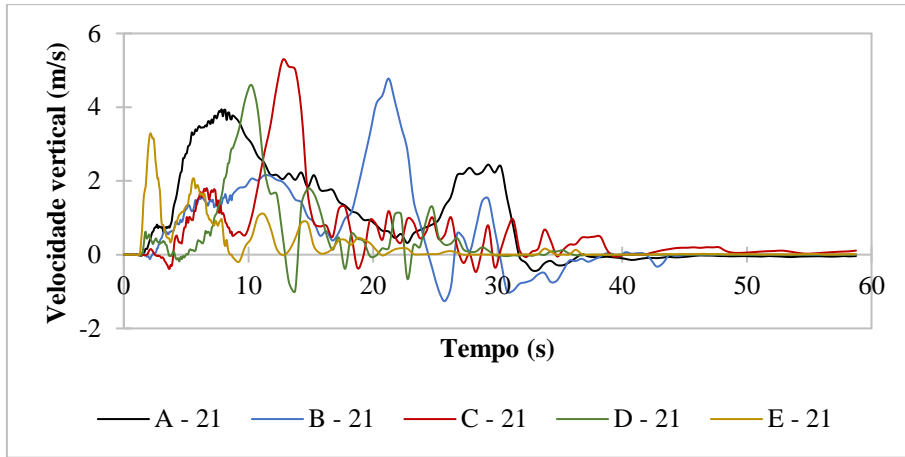
**Figura G.7.** Velocidade horizontal – Face da barragem – B21



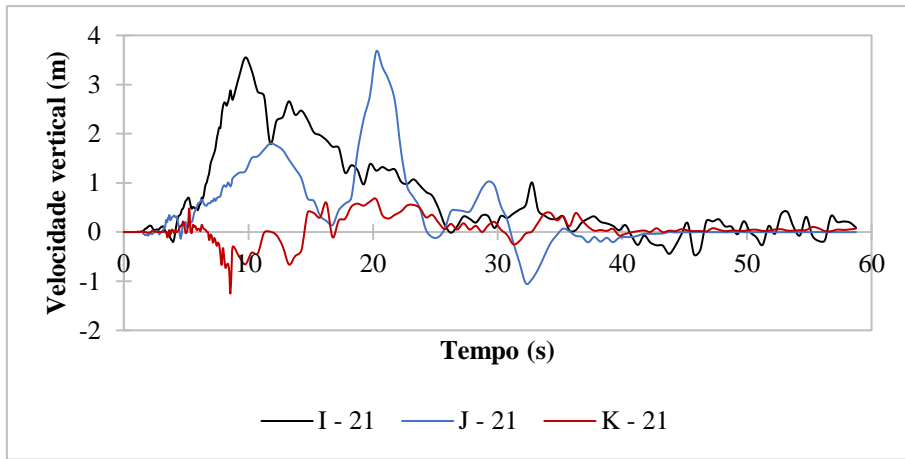
**Figura G.8.** Velocidade horizontal – Reservatório – B21



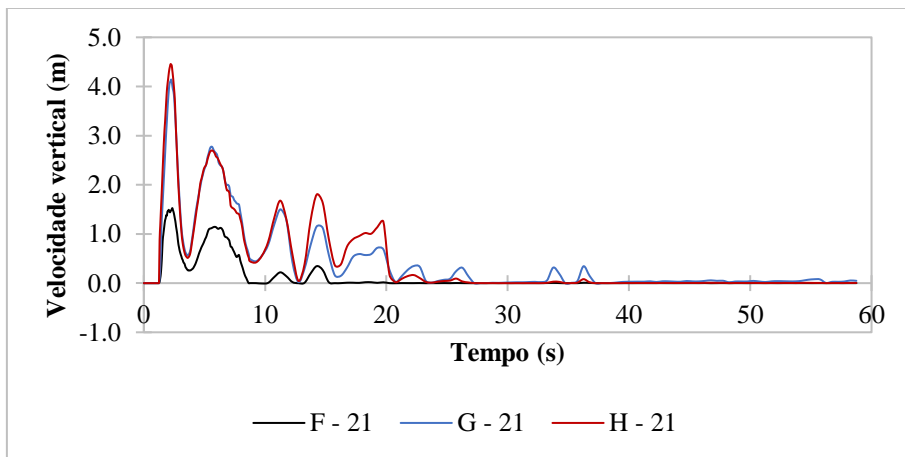
**Figura G.9.** Velocidade horizontal – Carste – B21



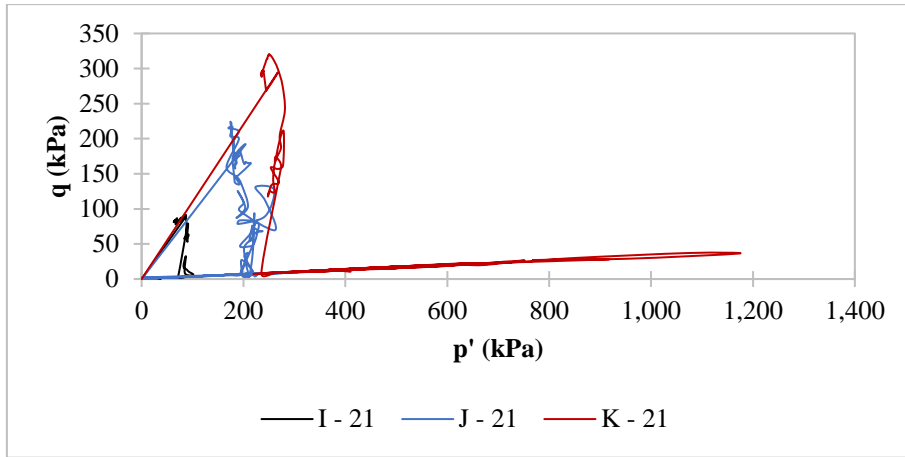
**Figura G.10.** Velocidade vertical – Face da barragem – B21



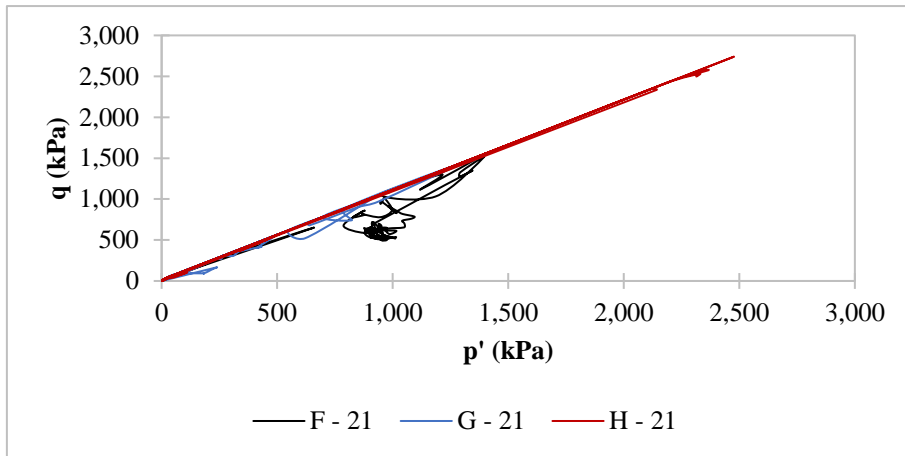
**Figura G.11.** Velocidade vertical – Reservatório – B21



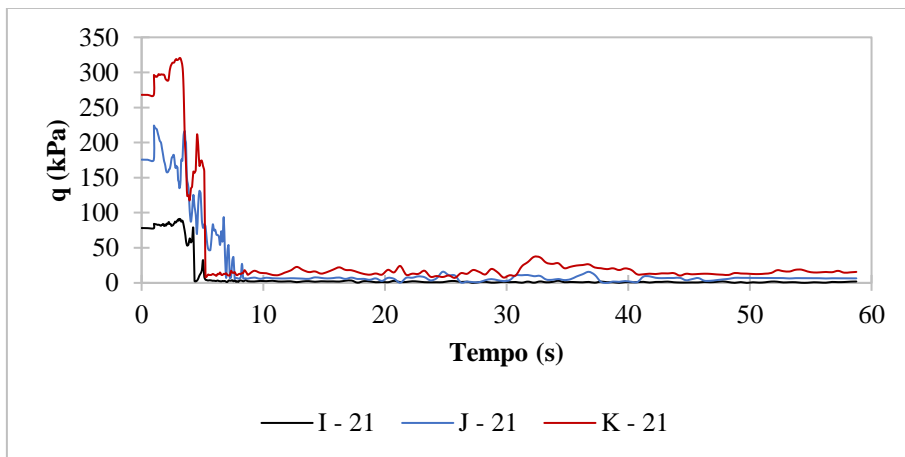
**Figura G.12.** Velocidade vertical – Carste – B21



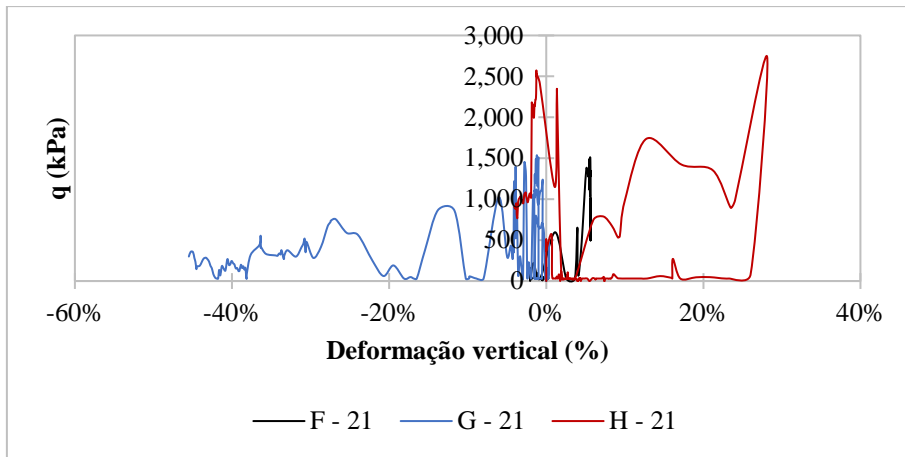
**Figura G.13.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Reservatório – B21



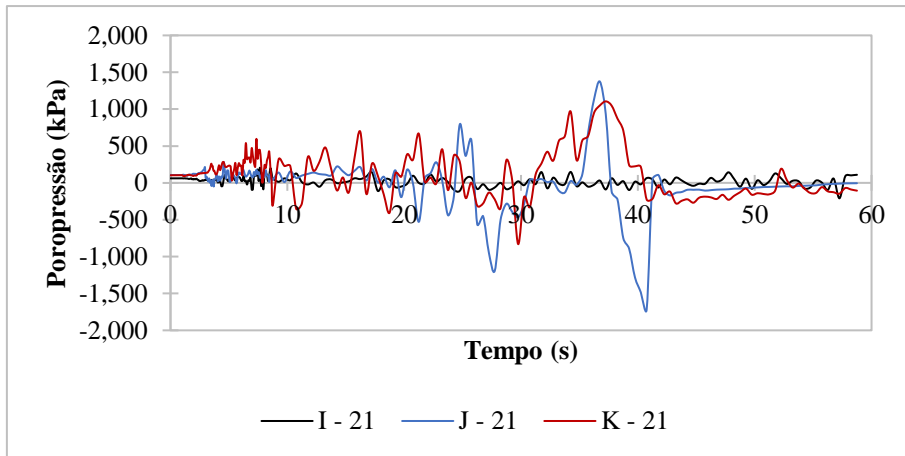
**Figura G.14.** Trajetórias  $p'$ - $q$  – Carste – B21



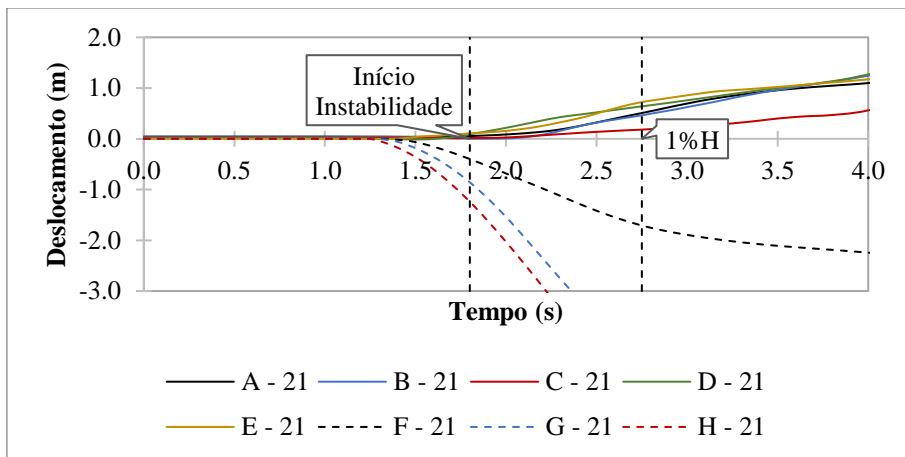
**Figura G.15.** Tensão desvio x tempo – Reservatório – B21



**Figura G.16.** Tensão desvio x deformação vertical – Carste – B21



**Figura G.17.** Poropressão x tempo – Reservatório – B21



**Figura G.18.** Deslocamento horizontal na face da barragem e deslocamento vertical no carste – B21