

**MODELAGEM DO CRESCIMENTO DO CERNE COMO FERRAMENTA
ESTRATÉGICA NO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO EM PLANTIOS
CLONAIS DE *Tectona grandis* Linn F.**

MARIO LIMA DOS SANTOS
TESE DE DOUTORADO

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL
FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA-UnB**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS**

**MODELAGEM DO CRESCIMENTO DO CERNE COMO FERRAMENTA
ESTRATÉGICA NO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO EM PLANTIOS
CLONAIS DE *Tectona grandis* Linn F.**

MARIO LIMA DOS SANTOS

ORIENTADOR: **Dr. EDER PEREIRA MIGUEL**

TESE DE DOUTORADO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

BRASÍLIA – DF, AGOSTO DE 2023

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

**“MODELAGEM DO CRESCIMENTO DO CERNE COMO FERRAMENTA
ESTRATÉGICA NO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO EM PLANTIOS DE
CLONAS *Tectona grandis* Linn F.”**

MARIO LIMA DOS SANTOS

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS FLORESTAIS.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Eder Pereira Miguel (Departamento de Engenharia Florestal – EFL/UnB) -
(Orientador)

Prof. Dra. Juscelina Arcanjo dos Santos (Departamento de Engenharia Florestal –
EFL/UnB) - (Examinador Interno)

Prof. Dr. Gileno Brito de Azevedo (Universidade Federal Mato Grosso do Sul – UFMS)
- (Examinador Externo à UnB)

Prof. Dr. José Natalino Macedo Silva (Universidade Federal Rural da Amazônia – UFRA)
- (Examinador Externo à UnB)

Prof. Dr. Michael Douglas Roque Lima (Universidade Estadual da Região Tocantina do
Maranhão – UEMASUL) – Suplente Externo

BRASÍLIA/DF, AGOSTO DE 2023

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

LS237m LIMA DOS SANTOS, MARIO
MODELAGEM DO CRESCIMENTO DO CERNE COMO FERRAMENTA
ESTRATÉGICA NO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO EM PLANTIOS CLONAIS
DE *Tectona grandis* Linn F. / MARIO LIMA DOS SANTOS;
orientador EDER PEREIRA MIGUEL. -- Brasília, 2023.
128 p.

Tese(Doutorado em Ciências Florestais) -- Universidade de
Brasília, 2023.

1. Equações dinâmicas. 2. Funções taper. 3. Proporção de
cerne. 4. Rotação. 5. Modelos mistos. I. PEREIRA MIGUEL,
EDER, orient. II. Título.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SANTOS, M. L. 2023. **Modelagem do crescimento do cerne como ferramenta estratégica no planejamento da produção em plantios de clonais *Tectona grandis* Linn F.** Tese de Doutorado em Ciências Florestais, Publicação Programa de Pós-graduação em Ciências Florestais Departamento de Engenharia Florestal, Universidade de Brasília, Brasília, DF. 128 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Mario Lima dos Santos

TÍTULO: Modelagem do crescimento do cerne como ferramenta estratégica no planejamento da produção em plantios clonais de *Tectona grandis* Linn F.

GRAU: Doutor ANO: 2023

É concedido à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Mario Lima dos Santos

mariolimaeng@gmail.com

BRASÍLIA/DF, AGOSTO DE 2023

Dedico este trabalho aos familiares, em especial a minha mãe Ivanilde Lima, irmãs Karine Lima e Camile Ferreira, pois sempre me apoiaram e me incentivaram a crescer nesta jornada.

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar, em primeiro lugar, seus agradecimentos a Deus, pois sem ele não teria forças para chegar até aqui e por ser meu melhor amigo, conselheiro, exemplo de amor e possibilitar a oportunidade de servi-lo verdadeiramente.

A minha mãe Ivanilde Lima, irmãs Karine Lima e Camile Ferreira, e sobrinha Manuzinha, pelo amor, educação e compreensão que me deram para a realização deste sonho. Assim como, minha namorada Laís Viana, pelo cuidado, preocupação, amor, incentivo nesta etapa.

Ao meu orientador, Eder Pereira Miguel, por sua orientação, ensinamentos, dedicação, estímulos, debates, ideias, preocupação e cobranças. Com sua grande capacidade técnica e científica, me orientou a construir este estudo tão valioso para comunidade florestal.

À professora Rosangela Sousa por ser uma pessoa maravilhosa em minha vida, como uma mãe nestes 10 anos de amizade e ensinamentos, nos quais me incentivou a fazer o mestrado e o doutorado.

Ao professor Paulo Contente, por todos os ensinamentos repassados, sendo um verdadeiro mentor e incentivador de seguir o ramo de florestas plantadas.

Ao professor e orientador de mestrado José Natalino Macedo Silva, que sempre esteve ensinando, orientando e incentivando nesta caminhada e contribuindo com esta tese de doutorado com suas valiosas considerações.

À professora Juscelina Arcanjo dos Santos, professor Gileno Brito de Azevedo e Michael Douglas Roque Lima, por aceitarem avaliar e colaborar com este trabalho.

À empresa Tietê Agrícola Ltda. em especial ao Sr. Luiz Gonzaga e Edson, por todo apoio logístico e disponibilização dos dados.

Ao Engenheiro Florestal Jorge Cruz por proporcionar o conhecimento da área de estudo e coleta de dados.

Ao Engenheiro Florestal Jan Walotek, pelas orientações e disponibilização de materiais base para elaboração deste trabalho.

Aos colegas de trabalho e amigos que nos auxiliaram na coleta de dados em campo e que proporcionaram momentos de muito aprendizado, companheirismo e de muitas alegrias: Roberta, Fabrícia, Denner, Elizane, Larissa, Beatriz, Líbina e Lídia.

Aos amigos e amigas da pós graduação pelo convívio durante 4 anos, em especial Hallefy, Rafael, Dione, Arllen, Kennedy, Matheus, Sara, Maísa, Fernanda, Yanara, Ravana, Michelle, Andreza, Larissa e Rafael.

A todos os professores que me capacitaram para esta formação, com dedicação e responsabilidade no curso da pós em Ciências Florestais da UnB.

A todos da família “Lima” representada por meus tios, tias, primos e primas, que incentivaram e torceram por esta conquista.

Ao Ministério Sal e Luz – DF, por serem minha família nesse tempo em Brasília, representado pelo pastor João Alexandre, pastora Laudiana e amigos (as) de fé Janaína, Danilo, Alice, Milton, Alcina, Suelene, Davi, Samuel, Bárbara, Jackson, Leia, Wanderson, Clarice, Adriana, Leonado, Ellen, Raquel, Flávio, Lena e Fabrício.

A todos aqueles que de maneira direta e indiretamente me apoiaram para a construção deste trabalho, o meu muito obrigado.

Em especial, gostaria de dedicar este trabalho a uma pessoa muito especial, tia **Irailde Lima** (*in memoriam*) pela força, cuidado, amor e compaixão com seu próximo e pelo acolhimento em sua casa e em seu coração, sempre que precisei, com seu apelido carinhoso “Maruim.”

“Então disse Deus: Cubra-se a terra de vegetação: plantas que deem sementes e árvores cujos frutos produzam sementes de acordo com as suas espécies. E assim foi. A terra fez brotar a vegetação: plantas que dão sementes de acordo com as suas espécies, e árvores cujos frutos produzem sementes de acordo com as suas espécies. E Deus viu que ficou bom” (GÊNESIS 1:11- 12).

RESUMO

O estudo foi desenvolvido a partir de uma rede de parcelas permanentes monitoradas durante 10 anos em florestas clonais de teca (*Tectona grandis* Linn. F.), localizadas na Amazônia Oriental brasileira. Objetivamos modelar o crescimento e a produção das florestas de teca, em nível de árvore individual, utilizando a abordagem da diferença algébrica (ADA), abordagem da diferença algébrica generalizada (GADA) e inclusão de covariável. Para alcançar tal objetivo, o estudo foi dividido em três capítulos. No primeiro capítulo, determinamos o crescimento em altura dominante usando ADA e GADA, como uma indicação da capacidade produtiva e sua concordância com a produção volumétrica. Os modelos de base de Lundqvist-Korf, revelaram-se precisos e realistas na estimativa da altura dominante em ambas as abordagens. As abordagens que utilizam equações dinâmicas e geram curvas polimórficas representam efetivamente os sítios e indicam a produção volumétrica das plantações, com 98,3% de taxa de concordância. No segundo capítulo, propusemos um modelo não linear de efeito misto para descrever a evolução do perfil do fuste e do cerne. O modelo Demaerschalk forneceu as estimativas mais precisas e compatíveis para todos os três tipos de diâmetro do caule. Além disso, a idade como efeito aleatório melhorou significativamente a precisão do modelo em 7,2%. A proporção de cerne aumentou com a idade, enquanto casca e alburno diminuíram. A taxa de crescimento do cerne diferiu do volume total, destacando a importância de modelar seu crescimento no planejamento estratégico em plantios de teca. No terceiro capítulo, desenvolvemos um sistema de modelagem em nível de árvore individual, capaz de projetar idades técnicas de intervenção e de quantificar a produção do cerne ao longo da rotação. O modelo base de Lundqvist-Korf - ADA foi o mais preciso na estimativa dos diâmetros e alturas futuras das árvores. Utilizar o número de árvores como covariável para representar o processo de desbaste resultou em um efeito significativo e positivo nas projeções. O sistema de modelagem indicou rotações técnicas entre 17,1 a 21,3 anos com base na capacidade produtiva, considerando o volume total. Uma evolução na proporção do diâmetro e volume do cerne foi observada, alcançando 78% do diâmetro e 53% do volume de cerne nas idades de rotação. O sistema de modelagem proposto, demonstrou-se eficiente e preciso nas previsões dos diferentes atributos do povoamento, tornando-se ferramenta importante nas tomadas de decisões para empresas que trabalham com tecas clonais.

Palavras-chave: Equações dinâmicas; curvas polimórficas; funções taper; proporção de cerne; idade técnica; desbaste; rotação; modelos mistos.

ABSTRACT

The study was developed from a network of permanent plots monitored for 10 years in clonal teak forests (*Tectona grandis* Linn. F.), located in the Brazilian Eastern Amazon. We aimed to model the growth and yield of teak forests at the individual tree level using the algebraic difference (ADA) and generalized algebraic difference (GADA) approaches, and covariate inclusion. To achieve this, the study was divided into three chapters. In the first chapters, we determined dominant height growth using ADA and GADA, as an indication of productive capacity and its agreement with volumetric yield. The Lundqvist-Korf base models proved to be accurate and realistic in estimating the dominant height in both approaches. Approaches that use dynamic equations and generate polymorphic curves effectively represent the sites and indicate the volumetric production of the plantations, with 98.3% of agreement rate. In the second chapter, we proposed a non-linear mixed-effect model to describe the evolution of the stem and heartwood profile. The Demaerschalk model provided the most accurate and compatible estimates for all three types of stem diameter. In addition, age as a random effect significantly improved the model's accuracy by 7.2%. The proportion of heartwood increased with age, while bark and sapwood decreased. Heartwood growth rate differed from the total volume, highlighting the importance of modeling its growth in strategic planning in teak plantations. In the third chapter, we developed a modeling system at the individual tree level, able to project technical ages of intervention and quantifying heartwood production over the rotation. The Lundqvist-Korf - ADA base model was the most accurate in estimating future tree diameters and heights. Using the number of trees as a covariate to represent the thinning process resulted in a significant and positive effect on the projections. The modeling system indicated technical rotations between 17.1 and 21.3 years based on production capacity, considering the total volume. An evolution in the proportion of heartwood diameter and volume was observed, reaching 78% of diameter and 53% of heartwood volume at rotation ages. The proposed modeling system proved to be efficient and accurate in predicting the different attributes of the stand, becoming important tools in decision making for companies working with clonal teak.

Keywords: Dynamic equations; polymorphic curves; taper functions; heartwood proportion; technical age; thinning; rotation; mixed models.

SUMÁRIO

MODELAGEM DO CRESCIMENTO DO CERNE COMO FERRAMENTA ESTRATÉGICA NO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO EM PLANTIOS CLONAIS DE *Tectona grandis* Linn F.

1. CONTEXTUALIZAÇÃO E APRESENTAÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	4
2.1 Geral.....	4
2.2 Específicos.....	4
3. ESTRUTURA DA TESE.....	5
4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	6

CAPÍTULO 1..... 15

REVISÃO DE LITERATURA: AS TÉCNICAS DE MODELAGEM EMPREGADAS NAS PREDIÇÕES E PROJEÇÕES DA PRODUÇÃO EM PLANTIOS DE *Tectona grandis* Linn F..... 15

1. ESPÉCIE TECA.....	15
1.1. Teca.....	15
1.2. Condições edafoclimáticas.....	16
1.3. Melhoramento genético da teca.....	17
1.4. Produção florestal.....	20
2. MODELAGEM DA CAPACIDADE PRODUTIVA.....	21
3. AFILAMENTO DO FUSTE DE TECA.....	26
4. MODELAGEM A NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL.....	29
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	32

CAPÍTULO 2 – ARTIGO 1 38

APPROACHES TO FOREST SITE CLASSIFICATION AS AN INDICATOR OF TEAK VOLUME PRODUCTION 38

ABSTRACT.....	39
INTRODUCTION.....	39
2. MATERIALS AND METHODS.....	41
2.1. Study Area and Silvicultural Practices.....	41
2.2. Forest Inventory.....	42
2.3. Modeling the Production Capacity.....	42
2.4. Model Selection and Validation.....	43
2.5. Hierarchical Cluster Analysis.....	44
3. RESULTS.....	44
3.1. Modeling of Production Capacity.....	44
3.2. Relationship between Site Index and Volume Production.....	49
4. DISCUSSION.....	51
5. CONCLUSIONS.....	53
6. BIBLIOGRAPHICAL REFERENCES.....	53

CAPÍTULO 3 – ARTIGO 2	56
THE EFFECT OF AGE ON THE EVOLUTION OF THE STEM PROFILE AND HEARTWOOD PROPORTION OF TEAK CLONAL TREES IN THE BRAZILIAN AMAZON	56
ABSTRACT	57
1. INTRODUCTION.....	57
2. MATERIALS AND METHODS	59
2.1 Study are and Silvicultural Practices	59
2.2 Stem Assessment	59
2.3 Modeling and Selection of Tapering Models	60
2.4 Volume Estimation and Increase	61
3. RESULTS.....	62
3.1. Tapering of the Stem-Forming Structures	62
3.2. Diameter Estimation and Volume from Stem-Forming Structures	65
4. DISCUSSION	69
5. CONCLUSIONS.....	72
6. REFERENCES.....	73

CAPÍTULO 4.....	75
SISTEMA DE MODELAGEM EM NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL PARA PROJEÇÃO DO FUSTE E CERNE EM PLANTIOS CLONAIIS DE TECA.....	75
RESUMO	75
ABSTRACT	76
1. INTRODUÇÃO	77
2. MATERIAL E MÉTODOS	79
2.1 Área de estudo e práticas silviculturais	79
2.2 Inventário florestal.....	81
2.3 Sistema de modelagem de árvore individual	81
2.4 Seleção e validação dos modelos.....	83
2.5 Simulação de desbaste e rotação	85
3. RESULTADOS	86
4. DISCUSSÃO.....	98
5. CONCLUSÃO	103
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104

APÊNDICES DA TESE.....	110
------------------------	-----

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2 - ARTIGO 1: APPROACHES TO FOREST SITE

CLASSIFICATION AS AN INDICATOR OF TEAK VOLUME PRODUCTION

Figure 1. Study site location in Capitão Poço municipality, Pará state, Eastern Brazilian Amazon.....	41
Figure 2. Distribution of absolute estimation errors (a), correlation between observed and predicted volumes (b) and histogram of the absolute error frequency (c) of ADA models, fitted to dominant height data in clonal teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon.	46
Figure 3. Distribution of absolute estimation errors (a), correlation between observed and predicted volumes (b) and histogram of the absolute error frequency (c) of the GADA models, fitted to dominant height data in clonal teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon.	46
Figure 4. Dominant height observed and predicted by ADA and GADA models, in clonal teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon. Green color represents the predicted data distribution. Yellow color represents the observed data distribution.....	47
Figure 5. Site index curves generated by the ADA and GADA approaches in clonal teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon. Lines in green: SI = 20 m; yellow: SI = 18 m; red: SI = 16 m; dashed lines: boundaries between classes; gray lines: observed dominant heights; wine colored dashed vertical lines: reference age (12 years).	48
Figure 6. Tanglegram comparing dendrograms between volume and site index by the ADA and GADA approach, based on hierarchical clustering, in clonal teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon. Colored lines connect common branches between the two dendrograms.	50
Figure 7. Comparison between site classes and volumetric production ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) in descending order for each site classification approach, in clonal teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon.	51

**CAPÍTULO 3 - ARTIGO 2: THE EFFECT OF AGE ON THE EVOLUTION OF
THE STEM PROFILE AND HEARTWOOD PROPORTION OF TEAK
CLONAL TREES IN THE BRAZILIAN AMAZON**

Figure 1. Study site location in the Capitão Poço municipality, Pará State, eastern Brazilian Amazon.	59
Figure 2. Schematic representation of the sequential procedures for collecting and modeling the stem and heartwood profiles of teak clonal plantations in the eastern Brazilian Amazon.....	62
Figure 3. Distributions of the percentage estimation errors, correlations between the observed and predicted diameters, and histograms of the relative frequency of errors of the Demaerchalk original tapering model with dummy variable, adjusted to data from clonal teak plantations in the Brazilian eastern Amazon. The red and orange lines (LOESS and linear regression, respectively) represent the data tendency lines.....	64
Figure 4. Distributions of the percentage estimation errors, correlations between the observed and predicted diameters, and histograms of the relative frequency of errors of the Demaerchalk mixed tapering model with age as a random effect variable, adjusted to data from clonal teak plantations in the eastern Brazilian Amazon. The red and orange lines (LOESS and linear regression, respectively) represent the data tendency lines....	65
Figure 5. Evolution of the trunk-forming structures of teak clonal trees between 4 and 12 years of age estimated using the Demaerschalk mixed model in teak clonal trees in the Brazilian eastern Amazon.....	66
Figure 6. Evolution of the proportions of bark, sapwood, and heartwood, with ages between 4 and 12 years, in relation to the total volume with bark, of trees in teak plantations in the eastern Brazilian Amazon.....	67
Figure 7. Evolution of the proportions of bark, sapwood, and heartwood, with ages between 4 and 12 years, in relation to the commercial volume with bark, of trees in teak plantations in the eastern Brazilian Amazon.....	67
Figure 8. Production (1) and increment (2) in bark volume and heartwood volume of teak clonal trees in the eastern Brazilian Amazon. In graphs (a1) and (b1), the continuous line represents volumetric production of stem with bark and heartwood, respectively. In graphs (a2) and (b2), the dotted lines represent the CAI, and the continuous lines represent the MAI. The continuous line in red, represents the moment when the MAI and CAI curves cross.	68

CAPÍTULO 4 - SISTEMA DE MODELAGEM EM NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL PARA PROJEÇÃO DO FUSTE E CERNE EM PLANTIOS CLONAIIS DE TECA

- Figura 1. Localização da área de estudo no município de Capitão Poço, estado do Pará, Amazônia Oriental Brasileira. 80
- Figura 2. Resumo gráfico dos procedimentos sequenciais da coleta e modelagem em nível de árvore individual dos plantios clonais de teca na Amazônia Oriental, Brasil. 86
- Figura 3. Distribuição dos erros absolutos de estimativa do diâmetro futuro com casca (a), correlação entre os diâmetros com casca observados e preditos (b) e histograma de frequência absoluta de erros (c), dos modelos de ADA e GADA ajustados em nível de árvore individual dos plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira. 89
- Figura 4. Distribuição dos erros absolutos de estimativa da altura total futura (a), correlação entre as alturas observadas e preditas (b) e histograma de frequência absoluta de erros (c), dos modelos de ADA e GADA ajustados em nível de árvore individual dos plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira. 90
- Figura 5. Curvas de crescimento e produção por classe de produtividade. (a) representa a produção e (b) os incrementos de volume com casca no cenário sem desbaste; (c) representa a área basal no cenário com desbaste e (d) volume com casca no cenário com desbaste; (e, f e g) representam os incrementos por classe de sítio do volume no cenário com desbaste em plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira. As linhas com cor tracejadas representam o incremento corrente anual (ICA) e as linhas com cor contínuas representam incremento anual médio anual (IMA) (gráficos: b, e, f e g). As linhas verdes indicam a classe de sítio de IS = 20 m; as linhas amarelas representam a classe de sítio de IS = 18 m; e as linhas vermelhas representam a classe de sítio de IS = 16 m. As linhas verticais pretas tracejadas e os pontos pretos representam o momento em que o IMA atinge o seu valor máximo (gráficos: b, e, f e g)..... 93
- Figura 6. Evolução do diâmetro com casca e do cerne e sua proporção, por classe de produtividade em plantios de teca na Amazônia Oriental Brasileira. 96
- Figura 7. Evolução do volume de cerne em nível de árvore (m^3), por unidade de área ($m^3 ha^{-1}$) e proporcional (%) em relação ao volume total com casca, por classe de produtividade em plantios de teca na Amazônia Oriental Brasileira. Em que, 1° D, 2° D e 3° D: são sinalizações do primeiro, segundo e terceiro desbaste..... 97

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2 - ARTIGO 1: APPROACHES TO FOREST SITE

CLASSIFICATION AS AN INDICATOR OF TEAK VOLUME PRODUCTION

Table 1. Dominant height growth models selected to fit data from teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) clonal plantations in the Eastern Brazilian Amazon.....	43
Table 2. Descriptive statistics of variables of teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) clonal plantations in the Eastern Brazilian Amazon.	44
Table 3. Estimators and precision statistics of dominant height growth models fitted using ADA (M1, M2, and M3) and GADA (M4, M5, and M6) approaches in clonal teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon.....	45
Table 4. Validation of the ADA and GADA models for estimating the dominant height in teak (<i>Tectona grandis</i> Linn F.) clonal plantations in the Eastern Brazilian Amazon.	47

CAPÍTULO 3 - ARTIGO 2: THE EFFECT OF AGE ON THE EVOLUTION OF

THE STEM PROFILE AND HEARTWOOD PROPORTION OF TEAK

CLONAL TREES IN THE BRAZILIAN AMAZON

Table 1. Descriptive statistics of trees used for modeling the stem tapering of teak clonal plantations in eastern Brazilian Amazon	60
Table 2. Tapering models selected to fit the data from clonal teak plantations in the eastern Brazilian Amazon	60
Table 3. Estimators and precision statistics of the thinning models for estimating each type of diameter, with the models modified with dummy variables and with a random age effect, for clonal teak plantations in the Brazilian eastern Amazon.....	63
Table 4. Estimators of the random effect of the Demaerschalk thinning model for estimating diameters with bark, without bark, and heartwood for clonal teak plantations in the Brazilian eastern Amazon.....	63
Table 5. Increases in the bark and heartwood volumes of average trees by age estimated with tapering modeling for clonal teak plantations in the eastern Brazilian Amazon....	69

**ARTIGO 4 - SISTEMA DE MODELAGEM EM NÍVEL DE ÁRVORE
INDIVIDUAL PARA PROJEÇÃO DO FUSTE E CERNE EM PLANTIOS
CLONAIIS DE TECA**

Tabela 1. Modelos de crescimento em diâmetro com casca e altura total por ADA e GADA, selecionados para ajustar aos dados em nível de árvore individual em plantações clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.....	82
Tabela 2. Estatística descritiva de variáveis em nível de árvore dos plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.....	85
Tabela 3. Estimadores e estatísticas de precisão de modelos ADA e GADA para estimativa do diâmetro futuro com casca, para plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.....	87
Tabela 4. Estimadores e estatísticas de precisão de modelos ADA e GADA para estimativa da altura total futura, para plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.....	88
Tabela 5. Validação dos modelos selecionados para estimar diâmetro e altura total em plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.	91
Tabela 6. Projeções e simulações de desbaste por classe de produtividade, geradas pelo sistema de modelagem em nível de árvore individual em plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira..	96

MODELAGEM DO CRESCIMENTO DO CERNE COMO FERRAMENTA ESTRATÉGICA NO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO EM PLANTIOS CLONAIIS DE *Tectona grandis* Linn F.

1. CONTEXTUALIZAÇÃO E APRESENTAÇÃO

A procura por produtos de base florestal foi intensificada nas últimas décadas, pela necessidade de matéria-prima para indústria, gerando riquezas e bem estar social (SABOGAL et al., 2006; FERREIRA; SILVA, 2008; REIS et al., 2010; WARMAN, 2014; FELTON et al., 2019; IBÁ, 2022). Essa demanda crescente por insumos florestais, resultou em aumento das taxas de exploração sobre florestas naturais, levando, por exemplo, a situações como a diminuição ou esgotamento do estoque de madeira em todos os continentes (FAO, 2011; MOREIRA, 2011; WINKEL, 2017). As tendências atuais indicam que a dependência global por madeira continuará a aumentar (WINKEL, 2017; FELTON et al., 2019).

Nesse contexto, as plantações florestais adquiriram grande relevância na perspectiva econômica, social e ambiental, pois a demanda por madeira e produtos florestais, deve triplicar até 2050 devido ao crescimento da população mundial e às mudanças nos padrões de consumo. Tal fato ressalta a importância das áreas de reflorestamento como alternativas de minimizar o impacto sobre florestas nativas (FERREIRA; SILVA, 2008; PUETTMANN et al., 2015; PAYN et al., 2015; PASA et al., 2017; CUONG et al., 2020).

O Brasil apresenta elevada capacidade de produção de florestas plantadas por suas condições edafoclimáticas em comparação a de outros países (KLEIN et al., 2007; SANTOS et al., 2017). Essas características tendem a gerar maior crescimento das florestas quando aliadas à tecnologia no manejo de precisão, sendo conjunto de técnicas que se vale de alta tecnologia de detecção e ferramentas analíticas para dar suporte econômico e ambiental específico de um local, para a tomada de decisão sustentável para a cadeia produtiva florestal (BRANDELERO et al., 2007; IBÁ, 2022; MEDEIROS et al., 2020). Atualmente, o país ocupa o oitavo lugar em extensão de florestas plantadas no mundo, com dez milhões de hectares, com predomínio dos gêneros *Eucalyptus* e *Pinus* (IBÁ, 2022).

Nas últimas décadas, algumas culturas alternativas passaram a fazer parte do cenário mundial do reflorestamento comercial, como a *Tectona grandis* Linn F. (teca), que, antes, limitava-se aos países asiáticos (LOURENÇO et al., 2015; PACHAS et al.,

2019). Diversas áreas de plantio dessa espécie despontaram em novas zonas tropicais, com propósito de remediar o esgotamento das florestas naturais, causado pela superexploração e pelo desmatamento descontrolado na Índia e no Sudeste Asiático (KOLLERT; KLEINE, 2017; PACHAS et al., 2019). Este acontecimento intensificou a domesticação em regiões além de seu habitat natural, especialmente na África Ocidental, América do Sul e Central (PANDEY; BROWN, 2000; MIDGLEY et al., 2015; KOLLERT; KLEINE, 2017; PACHAS et al., 2019).

A teca tem apresentado alto impacto econômico e relevância no cenário florestal, sendo amplamente utilizada em plantios comerciais devido ao atrativo valor agregado de sua madeira, que é justificado por suas qualidades industriais (PANDEY; BROWN, 2000; BERMEJO; CAÑELLAS; SAN MIGUEL, 2004; MINN; PRINZ; FINKELDEY, 2014; RIZANTI et al., 2018; MARSHALL et al., 2020). Sua madeira é de alta durabilidade, boa estabilidade dimensional, qualidades estéticas e resistência a fungos e insetos, o que permite a utilização em diversas finalidades, como: construção naval e carpintaria, entre outras (TEWARI; MARISWAMY; ARUNKUMAR, 2013; MINN; GAILING; FINKELDEY, 2015; CHAIYASEN et al., 2017; QUINTERO-MÉNDEZ; JEREZ-RICO, 2017).

Estima-se que existam cerca de 6,8 milhões de ha de plantações de teca no mundo, dos quais 88,2% estão na Ásia, 7,8% na África, 4% na América Tropical (MIDGLEY et al., 2015; KOLLERT; KLEINE, 2017; KENZO et al., 2020). No Brasil, os primeiros plantios com a espécie foram estabelecidos no final da década de 1960 (TSUKAMOTO FILHO et al., 2003; PASSOS; BUFULIN JUNIOR; GONÇALVES, 2006; ALCÂNTARA; VEASEY, 2013; UGULINO; DE FIGUEIREDO LATORRACA; FILHO, 2014; ROSA et al., 2017). A produção nacional total da espécie em área plantada é de aproximadamente 94 mil ha, representando cerca de 1,2% do total de plantios florestais no país, concentrando-se na região Centro-Oeste (Mato Grosso) e nas últimas década na região Norte (Pará, Roraima e Acre) (EMBRAPA, 2023).

A valorização e alta demanda do cultivo da espécie no Brasil e no mundo, frente ao cenário internacional, principalmente pelos mercados indiano e chinês, exigem grandes avanços no manejo desses plantios (ZHOU et al., 2016; QUINTERO-MÉNDEZ; JEREZ-RICO, 2017; KOLLERT; KLEINE, 2017). Por este motivo, foram desenvolvidos indivíduos geneticamente superiores, resultando na produção e cultivo de clones que estão no Brasil, Costa Rica, Costa do Marfim, Índia, Indonésia, Malásia, Tanzânia e Tailândia. A clonagem de teca tem se mostrado eficiente no desenvolvimento de florestas,

com maior produtividade, com madeira de alta qualidade e alto valor comercial (SCHUHLI; PALUDZYSZYN FILHO, 2010; CHAIX et al., 2011; MOYA; MARÍN, 2011; MOYA; BOND; QUESADA, 2014; ANISH et al., 2015; YASODHA et al., 2018; KUSBACH et al., 2021).

Diante da importância proeminente dos plantios de teca para o setor florestal brasileiro, as pesquisas que utilizam e avaliam a modelagem do crescimento e produção desses plantios clonais devem ser priorizadas. Estas pesquisas promovem subsídios para aumento da eficiência e gestão competitiva, visando à redução de custos e viabilidade da produção (GARCÍA, 2011; POUDEL; CAO, 2013; SOCHA et al., 2017; VENDRUSCOLO et al., 2019; KUSBACH et al., 2021; SANTOS et al. 2022). Contudo, os estudos que possibilitam bases para tratamentos silviculturais, planejamento de desbaste, prescrições de colheita, forma do fuste e proporção do cerne ainda são incipientes quando comparados com outras espécies tais como *Eucalyptus* spp. e *Pinus* spp.

Em escala nacional, as investigações sobre a modelagem do crescimento da espécie, em sua maioria, são realizadas em povoamentos seminais, destacando-se: pesquisas de modelagem da altura e do volume (TONINI; COSTA; SCWENGBER, 2009; ROSSI et al., 2011; PELISSARI; CALDEIRA; DRESCHER, 2013; SILVA et al., 2015; PELISSARI et al., 2016; CERQUEIRA et al., 2017; RIBEIRO et al., 2019), da capacidade produtiva (CRUZ et al., 2008a; CRUZ et al., 2008b; CONCEIÇÃO et al., 2012; SILVA et al., 2015; CHAVES et al., 2016; DRESCHER et al., 2016; ZIECH et al., 2016; VENDRUSCOLO et al., 2019; SANTOS et al., 2022b; SANTOS et al., 2023), do afilamento do fuste para uso múltiplo da madeira (FIGUEIREDO; SCOLFORO; OLIVEIRA, 2006; LEITE et al., 2011a; LEITE et al., 2011b; FAVALESSA et al., 2012; SCHMIDT et al., 2017; SILVA; WOJCIECHOWSKI; SANTOS, 2017), do crescimento e produção (LEITE et al., 2006; NOGUEIRA et al., 2006; MADI et al., 2017; MEDEIROS et al., 2017; SANTOS et al. 2022a; SOUZA et al., 2022) e modelagem do cerne de árvores da espécie (LEITE et al., 2011a; LEITE et al., 2011b).

Dentre os atributos da espécie importante na modelagem, mas pouco explorado, o cerne destaca-se, por ser um dos componentes formadores do fuste mais valorizado no mercado, devido à sua cor, alta durabilidade e resistência (LOURENÇO et al., 2015; FERNÁNDEZ-SÓLIS; BERROCAL; MOYA, 2018; MOYA et al., 2020). Devido a esses aspectos únicos do cerne, muitas pesquisas concentram-se na formação, proporção e propriedades do cerne (KOKUTSE et al., 2004; MIRANDA; SOUSA; PEREIRA, 2011;

ANISH et al., 2015; GALEANO et al., 2015) e estimativas do atributo utilizando equações matemáticas (LEITE et al., 2011a; LEITE et al., 2011b; FERNÁNDEZ-SÓLIS; BERROCAL; MOYA, 2018; MOYA et al., 2020). O desenvolvimento de modelos matemáticos permitem estimar medidas do cerne em árvores em pé, a partir de informações quantificáveis nos inventários florestais (MOYA; BOND; QUESADA, 2014; FERNÁNDEZ-SÓLIS; BERROCAL; MOYA, 2018). No entanto, há necessidade de estudos que tratem de previsões do diâmetro e volume do cerne e seu sortimento durante e ao final da rotação, com intuito de auxiliar no processo de planejamento florestal. Por este contexto, o cerne consiste no principal atributo de estudo desta tese.

2. OBJETIVOS

2.1 Geral

Modelar o crescimento e produção do fuste e do cerne em nível de árvore em plantios clonais de teca, submetidos a desbastes na Amazônia oriental, Capitão Poço, Brasil.

2.2 Específicos

- Determinar o crescimento em altura dominante usando as abordagens ADA (Diferença Algébrica) e GADA (Diferença Algébrica Generalizada) como uma indicação do potencial produtivo e sua concordância com a produção volumétrica.
- Propor uma modelagem não linear com covariável, capaz de descrever a evolução do perfil do fuste com casca, sem casca e do cerne.
- Desenvolver um sistema de modelagem em nível de árvore individual, capaz de projetar idades técnicas de intervenção e de quantificar a produção do cerne ao longo da rotação.

3. ESTRUTURA DA TESE

Neste contexto, a tese está organizada e fundamentada em uma sequência lógica, buscando responder às questões norteadoras, testar e verificar as hipóteses elaboradas apresentadas em cada capítulo e alcançar os objetivos propostos. Para tanto, a tese foi estruturada em quatro capítulos, abordando as seguintes temáticas:

Capítulo 1: Revisão de literatura: As técnicas de modelagem empregadas nas previsões e projeções da produção em plantios de *Tectona grandis* Linn F.

Capítulo 2 – Artigo 1: Approaches to forest site classification as an indicator of teak volume production.

Capítulo 3 – Artigo 2: The effect of age on the evolution of the stem profile and heartwood proportion of teak clonal trees in the Brazilian amazon.

Capítulo 4: Sistema de modelagem em nível de árvore individual para projeção do fuste e cerne em plantios clonais de teca.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKAIKE, H. On the likelihood of a time series model. **The Statistician**, v. 27, p. 217–235, 1978.

ALCÂNTARA, B. K.; VEASEY, E. A. Genetic diversity of teak (*Tectona grandis* L.F.) from different provenances using microsatellite markers. **Revista Árvore**, v. 37, n. 4, p. 747–758, 2013.

ALVARES, C. A. et al. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711–728, 2013.

ANISH, M. C. et al. Effect of growth rate on wood quality of teak (*Tectona grandis* L. f.): a comparative study of teak grown under differing site quality conditions. **Journal of the Indian Academy of Wood Science**, v. 12, n. 1, p. 81–88, 2015.

ASSMANN. **The Principles of Forest Yield Study: Studies in the Organic Production, Structure, Increment and Yield of Forest Stands**. [s.l.] Pergamon, 1970.

BERMEJO, I.; CAÑELLAS, I.; MIGUEL, A. S. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, v. 189, n. 1–3, p. 97–110, Feb. 2004.

BINOTI, D. H. B. et al. Gem da Distribuição Diamétrica em Povoamentos de Eucalipto Submetidos a Desbaste Utilizando Autômatos Celulares. **Revista Arvore**, v. 36, n. 5, p. 931–939, 2012.

BLISS, C. I.; REINKER, K. A. A Lognormal Approach to Diameter Distributions in Even-Aged Stands. **Forest Science**, v. 10, n. 3, p. 350–360, 1964.

BRANDELERO, C. et al. Silvicultura de precisão: nova tecnologia para o desenvolvimento florestal. **Ambiência**, v. 3, n. 2, p. 269–281, 2007.

BURKHART, H. E.; CAO, Q. V; WARE, K. D. **A comparison of growth and yield prediction models for loblolly pine**. Virginia: [s.n.].

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling forest trees and stands**. [s.l.] Springer, 2012.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: Perguntas e respostas**. 5. Aufl. Viçosa: UFV, 2017.

CARRIJO, J. V. N. et al. The growth and production modeling of individual trees of *Eucalyptus urophylla* plantations. **Journal of Forestry Research**, v. 31, n. 5, p. 1663–1672, 2020.

CASTRO, R. V. O. et al. Crescimento e produção de plantios comerciais de eucalipto estimados por duas categorias de modelos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 48, n. 3, p. 287–295, 2013.

CERQUEIRA, C. L. et al. Modelagem da altura e volume de *Tectona grandis* L.F. na mesorregião Nordeste do Pará. **Nativa**, v. 5, n. January, 2017.

CHAIX, G. et al. Genetic variation in major phenotypic traits among diverse genetic origins of teak (*Tectona grandis* L.f.) planted in Taliwas, Sabah, East Malaysia. **Annals of Forest Science**, v. 68, n. 5, p. 1015–1026, 2011.

CHAIYASEN, A. et al. Diversity of arbuscular mycorrhizal fungi in *Tectona grandis* Linn.f. plantations and their effects on growth of micropropagated plantlets. **New Forests**, v. 48, n. 4, p. 547–562, 2017.

CHAVES, A. G. S. et al. Productive capacity of *Tectona grandis* L.f in Southwestern Mato Grosso State, Brazil. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, v. 44, n. 110, p. 415–424, 2016.

CLUTTER, J. L. et al. **Timber Management: a quantitative approach**. New York: John Wiley & Sons, 1983.

CRUZ, J. P. DA et al. Curvas de crescimento e de índice de local para povoamentos de *Tectona grandis* em Tangará da Serra, Mato Grosso. **Revista Árvore**, v. 32, n. 4, p. 679–685, 2008.

CUONG, T. et al. Economic performance of forest plantations in Vietnam: Eucalyptus, Acacia mangium, and Manglietia conifera. **Forests**, v. 11, n. 3, 2020.

DA CONCEIÇÃO, F. X. et al. Capacidade produtiva local de *Tectona grandis* em monte dourado, estado do Pará, Brasil. **Ciencia Rural**, v. 42, n. 5, p. 822–827, 2012.

DA CRUZ, J. P. et al. Modelos de crescimento e produção para plantios comerciais jovens de *Tectona grandis* em Tangará da Serra, Mato Grosso. **Revista Arvore**, v. 32, n. 5, p. 821–828, 2008.

DAVIS, L. S. et al. **Forest Management . Fourth edition Forest management : To sustain ecological , economic , and social values**. [s.l: s.n.].

DE AZEVEDO, G. B. et al. Modelagem da produção em nível de povoamento e por distribuição diamétrica em plantios de eucalipto. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, v. 44, n. 110, p. 383–392, 2016.

DRESCHER, R. et al. CAPACIDADE PRODUTIVA DO SÍTIO EM POVOAMENTOS JOVENS DE *Tectona grandis* L. f. DE DUAS REGIÕES DO ESTADO DE MATO GROSSO - BRASIL. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 34, n. 2, p. 233–242, 2016.

ELZHOV, T. et al. **Package „minpack. Im“[https://Cran.R-Project.Org/Web/Packages/Minpack.Lm/Minpack.Lm.Pdf](https://cran.r-project.org/web/packages/Minpack.Lm/Minpack.Lm.Pdf)**, 2016. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/web/packages/minpack.lm/minpack.lm.pdf>>

FAO. **State of the World's Forests**. Rome, 2011.

FAVALESSA, C. M. C. et al. Funções de afilamento não segmentadas e segmentadas para *Tectona grandis* na região centro-sul matogrossense. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 32, n. 72, p. 373–387, 2012.

FELTON, A. et al. Keeping pace with forestry: Multi-scale conservation in a changing production forest matrix. **Ambio**, v. 49, n. 5, p. 1050–1064, 2019.

FERNÁNDEZ-SÓLIS, D.; BERROCAL, A.; MOYA, R. Heartwood formation and prediction of heartwood parameters in *Tectona grandis* L.f. trees growing in forest plantations in Costa Rica. **Bois et Forêts des Tropiques**, v. 335, p. 25–37, 2018.

FERRAZ FILHO, A. C. et al. Modeling growth and yield of loblolly pine stands under intensive management. **Pesquisa Agropecuaria Brasileira**, v. 50, n. 8, p. 707–717, 2015.

FERREIRA, C. A.; SILVA, H. D. DA. Formação de Povoamentos Florestais. p. 68–70, 2008.

FIGUEIREDO, E. O.; SCOLFORO, J. R. S.; DE OLIVEIRA, A. D. Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* L.f. **Acta Amazonica**, v. 36, n. 4, p. 465–482, 2006.

FONSECA, T. F.; MARQUES, C. P.; PARRESOL, B. R. Describing maritime pine diameter distributions with Johnson's SB distribution using a new all-parameter recovery approach. **Forest Science**, v. 55, n. 4, p. 367–373, 2009.

GALEANO, E. et al. Large-scale transcriptional profiling of lignified tissues in *Tectona grandis*. **BMC Plant Biology**, v. 15, n. 1, 2015.

GARCÍA, O. A parsimonious dynamic stand model for interior spruce in British Columbia. **Forest Science**, v. 57, n. 4, p. 265–280, 2011.

GOMPERTZ, B. On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 115, p. 513–583, 1825.

IBÁ. Brazilian tree industry annual report - base year 2021. **Associação Brasileira de Árvores**, p. 160, 2022.

IBGE. **Manual Técnico da Vegetação Brasileira 2ª edição**. v. 55

KENZO, T. et al. General estimation models for above- and below-ground biomass of teak (*Tectona grandis*) plantations in Thailand. **Forest Ecology and Management**, v. 457, n. August 2019, p. 117701, Feb. 2020.

KLEIN, W. L. et al. Altura do ipê-roxo (*Tabebuia avellanedae*) nos manejos convencional e de precisão, analisada pela geoestatística. **Ciência Florestal**, v. 17, n. 4, p. 299, 2007.

KOKUTSE, A. D. et al. Proportion and quality of heartwood in Togolese teak (*Tectona grandis* L.f.). **Forest Ecology and Management**, v. 189, n. 1–3, p. 37–48, 2004.

KOLLERT, W.; KLEINE, M. **The Global Teak Study: Analysis, Evaluation and Future Potential of Teak Resources**, 2017.

KUSBACH, A. et al. Site-specific approach to growth assessment and cultivation of teak (*Tectona grandis*) in Nicaraguan dry tropics. **Forest Ecology and Management**, v. 480, n. July 2020, 2021.

LEITE, H. G. et al. UM MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA PARA

POVOAMENTOS DE *Tectona grandis* SUBMETIDOS A DESBASTE. **Revista Árvore**, v. 30, n. 1, p. 89–98, 2006.

LEITE, H. G. et al. Estimation of inside-bark diameter and heartwood diameter for *Tectona grandis* Linn. trees using artificial neural networks. **European Journal of Forest Research**, v. 130, n. 2, p. 263–269, 2011a.

LEITE, H. G. et al. Taper models of heartwood of *Tectona grandis* L.f. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, n. 89, p. 53–59, 2011b.

LEUSCHNER, W. A. **Forest regulation, harvest scheduling, and planning techniques**. New York: Wiley-Interscience, 1990.

LOURENÇO, A. et al. Characterization of lignin in heartwood, sapwood and bark from *Tectona grandis* using Py–GC–MS/FID. **Wood Science and Technology**, v. 49, n. 1, p. 159–175, 2015.

MADI, J. P. S. et al. Univariate models to represent the diametric distribution of thinned stand of *Tectona grandis* Linn.F. **Advances in Forestry Science**, v. 4, n. 2, p. 119–123, 2017.

MALTAMO, M.; PUUMALAINEN, J.; PÄIVINEN, R. Comparison of beta and weibull functions for modelling basal area diameter distribution in stands of pinus sylvestris and picea abies. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 10, n. 1–4, p. 284–295, 1995.

MARSHALL, A. et al. Early indications of success rehabilitating an underperforming teak (*Tectona grandis*) plantation in Panama through enrichment planting. **New Forests**, n. 0123456789, 2020.

MEDEIROS, G. et al. Optimising tree plantation land use in brazil by analysing trade-offs between economic and environmental factors using multi-objective programming. **Forests**, v. 11, n. 7, p. 1–22, 2020.

MEDEIROS, R. A. et al. Idade técnica do primeiro desbaste de povoamentos de teca em diferentes espaçamentos. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, v. 45, n. 116, p. 705–716, 2017.

MIDGLEY, S. et al. Global Markets for Plantation Teak; Implications for Growers in Lao PDR. **Australian Centre for International Agricultural Research. Canberra.**, p. 74pp, 2015.

MIGUEL, E. P. et al. USING THE WEIBULL FUNCTION FOR PROGNOSIS OF YIELD BY MIGUEL, E. P. et al. DIAMETER CLASS IN Eucalyptus urophylla STANDS. **Cerne**, v. 16, n. 1, p. 94–104, 2010.

MINN, Y.; GAILING, O.; FINKELDEY, R. Genetic diversity and structure of teak (*Tectona grandis* L. f.) and dahat (*Tectona hamiltoniana* Wall.) based on chloroplast microsatellites and Amplified Fragment Length Polymorphism markers. **Genetic Resources and Crop Evolution**, v. 63, n. 6, p. 961–974, 2015.

MINN, Y.; PRINZ, K.; FINKELDEY, R. Genetic variation of teak (*Tectona grandis* linn. F.) in Myanmar revealed by microsatellites. **Tree Genetics and Genomes**, v. 10, n. 5, p.

1435–1449, 2014.

MIRANDA, I.; SOUSA, V.; PEREIRA, H. Wood properties of teak (*Tectona grandis*) from a mature unmanaged stand in East Timor. **Journal of Wood Science**, v. 57, n. 3, p. 171–178, 2011.

MOREIRA, J. M. M. Á. P. Potencial e participação das florestas na matriz energética. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 31, n. 68, p. 363–372, 2011.

MOYA, R. et al. Equations for predicting heartwood merchantable volume and tradable sawlog in *Tectona grandis*. **Journal of Tropical Forest Science**, v. 32, n. 4, p. 379–390, 2020.

MOYA, R.; BOND, B.; QUESADA, H. A review of heartwood properties of *Tectona grandis* trees from fast-growth plantations. **Wood Science and Technology**, v. 48, n. 2, p. 411–433, 2014.

MOYA, R.; MARÍN, J. D. Grouping of *Tectona grandis* (L.F.) clones using wood color and stiffness. **New Forests**, v. 42, n. 3, p. 329–345, 2011.

NANANG, D. M. Suitability of the Normal, Log-normal and Weibull distributions for fitting diameter distributions of neem plantations in Northern Ghana. **Forest Ecology and Management**, v. 103, n. 1, p. 1–7, 1998.

NELSON, T. Diameter distribution and growth of loblolly pine. **Forest Science**, v. 10, p. 105–115, 1964.

NOGUEIRA, G. S. et al. Modelo De Distribuição Diamétrica Para Povoamentos De Eucalyptus sp. SUBMETIDOS A DESBASTE. **Revista Árvore**, v. 29, n. 4, p. 579–589, 2005.

NOGUEIRA, G. S. et al. Evaluation of a diametric distribution model adjusted for thinned *Tectona grandis* stands. **Revista Arvore**, v. 30, n. 3, p. 377–387, 2006.

PACHAS, A. N. A. et al. Teak (*Tectona grandis*) silviculture and research: applications for smallholders in Lao PDR. **Australian Forestry**, v. 82, n. sup1, p. 94–105, 15 Mai 2019.

PALAHÍ, M. et al. Comparison of beta, Johnson's SB, Weibull and truncated Weibull functions for modeling the diameter distribution of forest stands in Catalonia (north-east of Spain). **European Journal of Forest Research**, v. 126, n. 4, p. 563–571, 2007.

PANDEY, D.; BROWN, C. Teak: A global overview. **Unasylva**, v. 51, n. 201, p. 3–13, 2000.

PASA, D. L. et al. Análise Econômica De Plantios Florestais Na Agricultura Familiar Da Região Sul Do Brasil. **Revista de Economia e Agronegócio**, v. 15, n. 2, p. 277–292, 2017.

PASSOS, C. A. M.; BUFULIN JUNIOR, L.; GONÇALVES, M. R. Avaliação silvicultural de *Tectona grandis* L.f., em Cáceres – MT, Brasil: resultados preliminares. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 2, p. 225, 2006.

- PAYN, T. et al. Changes in planted forests and future global implications. **Forest Ecology and Management**, v. 352, p. 57–67, 2015.
- PELLISSARI, A. L. et al. Effect of systematic sampling intensity in the hypsometric relationship of teak stands. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 34, n. 1, p. 23–32, 2016.
- PELLISSARI, A. L.; CALDEIRA, S. F.; DRESCHER, R. Desenvolvimento quantitativo e qualitativo de *Tectona grandis* l.f. em mato grosso. **Floresta e Ambiente**, v. 20, n. 3, p. 371–383, 2013.
- PINHEIRO, J.; BATES, D. **Linear, Generalized Linear, and Nonlinear Mixed Effects Models** *Pharmacometrics: The Science of Quantitative Pharmacology*, 2021.
- PORTÉ, A.; BARTELINK, H. H. Modelling mixed forest growth: A review of models for forest management. **Ecological Modelling**, v. 150, n. 1–2, p. 141–188, 2002.
- POUDEL, K. P.; CAO, Q. V. Characterizing Diameter Distributions. **Forest Science**, v. 59, n. 2, p. 243–252, 2013.
- PRETZSCH, H. et al. Models for forest ecosystem management: A European perspective. **Annals of Botany**, v. 101, n. 8, p. 1065–1087, 2008.
- PUETTMANN, K. J. et al. Silvicultural alternatives to conventional even-aged forest management - What limits global adoption? **Forest Ecosystems**, v. 2, n. 1, 2015.
- QUINTERO-MÉNDEZ, M. A.; JEREZ-RICO, M. Heuristic forest planning model for optimizing timber production and carbon sequestration in teak plantations. **IForest**, v. 10, n. 2, p. 430–439, 2017.
- R CORE TEAM. **A language and environment for statistical computing: R foundation for statistical computing** Vienna, Austria, 2021.
- RACHID, C. C. et al. Volume and Taper Equations for *P. taeda* (L.) and *E. grandis* (Hill ex. Maiden). **Agrociencia Uruguay**, v. 18, n. 2, p. 47–60, 2014.
- REIS, L. P. et al. Avaliação do potencial madeireiro na Floresta Nacional do Tapajós após 28 anos da exploração florestal. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 30, n. 64, p. 265–281, 2010.
- RETSLAFF, F. A. DE S. et al. Prognose do crescimento e da produção em classes de diâmetro para povoamentos desbastados de *Eucalyptus grandis* no Sul do Brasil. **Revista Arvore**, v. 36, n. 4, p. 719–732, 2012.
- RIBEIRO, C. V. G. et al. 530 2017. **MODELOS VOLUMÉTRICOS PARA *Tectona grandis* L. f. NO DISTRITO FEDERAL**, v. 16, n. 29, p. 1092, 2019.
- RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, v. 10, n. 2, p. 290–301, 1959.
- RIZANTI, D. E. et al. Comparison of teak wood properties according to forest management: short versus long rotation. **Annals of Forest Science**, v. 75, n. 2, p. 1–12, 2018.

ROSA, T. DE F. DE D. et al. PRODUÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE SERAPILHEIRA EM POVOAMENTOS DE TECA NO ESTADO DE MATO GROSSO, BRASIL. **Agroforestry Database**, v. 27, n. 4, p. 1117–1127, 2017.

ROSSI, A. S. et al. Relação hipsométrica e crescimento de *Tectona grandis* L.f. no município de Monte Dourado, Pará. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, n. 91, p. 301–307, 2011.

SABOGAL, C. et al. **Silvicultura na Amazônia brasileira : avaliação de experiências e recomendações para implementação e melhoria dos sistemas.**

SANTOS, M. C. DOS et al. Inventário Florestal Utilizando Técnicas de Silvicultura de Precisão em Povoamentos de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden. **Floresta e Ambiente**, v. 24, n. 0, 2017.

SANTOS, Mario Lima dos et al. Approaches to Forest Site Classification as an Indicator of Teak Volume Production. **Forests**, Bd. 14, Nr. 8, S. 1613, 2023. Verfügbar unter: <https://www.mdpi.com/1999-4907/14/8/1613>.

SANTOS, Mario L. et al. Forecasting production in thinned clonal stands of *Tectona grandis* in Eastern Amazonia. **Forest Systems**, Bd. 31, Nr. 3, S. e024, 2022a. Verfügbar unter: <https://revistas.inia.es/index.php/fs/article/view/19379>.

SANTOS, Mario Lima dos et al. Spatial variability of the productive capacity of teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the eastern Amazonia. **Australian Journal of Crop Science**, Bd. 16, Nr. 16(10):2022, S. 1193–1202, 2022b. Verfügbar unter: https://www.cropj.com/santos_16_10_2022_1193_1202.pdf.

SCHMIDT, L. N. et al. MODELAGEM DO PERFIL E DO VOLUME DO FUSTE DE *Tectona grandis* L. f. NO ESTADO DO PARÁ. **Centro Científico Conhecer**, v. 4, n. 7, p. 325, 2017.

SCHUHLLI, G. S. E; PALUDZYSZYN FILHO, E. O cenário nacional da silvicultura de teca (*Tectona grandis* L. f.) e perspectivas de melhoramento. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 30, n. 63, p. 217–230, 2010.

SEPPÄNEN, P.; MÄKINEN, A. Comprehensive yield model for plantation teak in Panama. **Silva Fennica**, v. 54, n. 5, p. 1–25, 2020.

SGHAIER, T. et al. Modelling diameter distribution of *Tetraclinis articulata* in Tunisia using normal and weibull distributions with parameters depending on stand variables. **IForest**, v. 9, n. 5, p. 702–709, 2016.

SILVA, F. R. DA et al. Aplicação do modelo de Schumacher para expressar a capacidade produtiva em um plantio jovem de *Tectona grandis*. **Advances in Forestry Science**, v. 2, n. 4, p. 79–84, 2015.

SILVA, F. R. DA; WOJCIECHOWSKI, J. C.; SANTOS, A. F. A. Perfil do fuste comercial da espécie *Tectona grandis* L.f. **Revista de Ciências Agroambientais Ciências**, v. 15, n. 140–143, 2017.

SOCHA, J. et al. Modelling top height growth and site index using repeated laser scanning

- data. **Forest Ecology and Management**, v. 406, n. May, p. 307–317, 2017.
- SOUZA, Hallefy Junio de *et al.* Thinning-response modifier term in growth models: An application on clonal *Tectona grandis* Linn F. stands at the amazonian region. **Forest Ecology and Management**, Bd. 511, Nr. December 2021, S. 120109, 2022.
- TEWARI, V. P.; MARISWAMY, K. M. Heartwood, sapwood and bark content of teak trees grown in Karnataka, India. **Journal of Forestry Research**, v. 24, n. 4, p. 721–725, Dez. 2013.
- TEWARI, V. P.; MARISWAMY, K. M.; ARUNKUMAR, A. N. Total and Merchantable Volume Equations for *Tectona grandis* Linn. f. Plantations in Karnataka, India. **Journal of Sustainable Forestry**, v. 32, n. 3, p. 213–229, 2013.
- TONINI, H.; COSTA, M. C. G.; SCWENGBER, L. A. M. Crescimento da Teca (*Tectona grandis*) em Reflorestamento na Amazônia Setentrional. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 0, n. 59, p. 5–14, 2009.
- TSUKAMOTO FILHO, A. DE A. et al. Análise econômica de um plantio de teca submetido a desbastes. **Revista Árvore**, v. 27, n. 4, p. 487–494, 2003.
- TWERY, M. J.; WEISKITTEL, A. R. Forest-Management Modelling. **Environmental Modelling: Finding Simplicity in Complexity: Second Edition**, n. October 2018, p. 379–398, 2013.
- UGULINO, B.; DE FIGUEIREDO LATORRACA, J. V.; FILHO, M. T. Tree-ring growth response of teak (*Tectona grandis* L.f.) to climatic variables in central-west region of Brazil. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, v. 42, n. 104, p. 473–482, 2014.
- VALERIANO, M. F. DE O. et al. Are models of volumetric production at the diametric distribution and total stand level mutually compatible? **Journal of Forestry Research**, v. 31, n. 5, p. 1691–1698, 2018.
- VENDRUSCOLO, D. G. S. et al. Dominant height growth in *Tectona grandis* plantations in Mato Grosso, Brazil. **Floresta e Ambiente**, v. 26, n. 4, 2019.
- WANG, X. et al. Heartwood and sapwood allometry of seven Chinese temperate tree species. **Annals of Forest Science**, v. 67, n. 4, p. 410–410, 2010.
- WARMAN, R. D. Global wood production from natural forests has peaked. **Biodiversity and Conservation**, v. 23, n. 5, p. 1063–1078, 2014.
- WEIBULL, B. W. A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. **Journal of Applied Mechanics**, v. Vol. 18, p. 293–297, 1951.
- WEISKITTEL, A. R. et al. **Forest growth and yield modeling**. Chichester: Wiley, 2011.
- WINKEL, G. **Towards a sustainable European forest-based bioeconomy – assessment and the way forward** | **European Forest Institute**. [s.l: s.n.].
- YASODHA, R. et al. Draft genome of a high value tropical timber tree, Teak (*Tectona grandis* L. f): insights into SSR diversity, phylogeny and conservation. **DNA Research**,

v. 25, n. 4, p. 409–419, 1 Aug. 2018.

ZHOU, Z. et al. Growth and mineral nutrient analysis of teak (*Tectona grandis*) grown on acidic soils in south China. **Journal of Forestry Research**, v. 28, n. 3, p. 503–511, 2016.

ZIECH, B. G. et al. Modelos de crescimento em altura dominante e índice de sítio para Teca em Glória D'Oeste-MT. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 34, n. 4, p. 533–542, 2016.

CAPÍTULO 1

REVISÃO DE LITERATURA: AS TÉCNICAS DE MODELAGEM EMPREGADAS NAS PREDIÇÕES E PROJEÇÕES DA PRODUÇÃO EM PLANTIOS DE *Tectona grandis* Linn F.

1. ESPÉCIE TECA

1.1. Teca

A teca (*Tectona grandis* Linn F.), pertencente à Família Lamiaceae (anteriormente, Verbenaceae), uma espécie com uma das madeiras mais valorizadas em todo o mundo, apresentando uma cor dourada a marrom-avermelhada e uma textura uniforme, com veios retos ou levemente ondulados (NIDAVANI et al., 2014). Além de sua aparência atraente, a teca também é conhecida por sua resistência natural à deterioração causada por fungos, insetos e umidade. Essa resistência se deve à produção a óleos naturais presentes na madeira, que atuam como um agente impermeabilizante e protegem a mesma contra danos. Tais características a tornam uma escolha popular para a fabricação de móveis, pisos, painéis, barcos e uma variedade de outros produtos (MOYA; MARÍN, 2011; MIDGLEY et al., 2015). A madeira da espécie é frequentemente usada em áreas onde a exposição à água é comum, como em decks de piscinas, mobiliário de jardim e embarcações marítimas. Sua capacidade de resistir à umidade e ao apodrecimento a torna uma escolha confiável nessas aplicações (KOLLERT; KLEINE, 2017).

Sua ocorrência natural se dá em países tropicais da Ásia, como Índia, Laos, Mianmar e Tailândia, apresentando uma distribuição fitogeográfica ampla em termos de condições edafoclimáticas, o que inclusive contribui com a formação de diferentes procedências genéticas da espécie, com características bastante distintas (PANDEY; BROWN, 2000; GRAUDAL; MOESTRUP, 2017). Porém, de modo geral, sua ocorrência natural se dá, preferencialmente, em condições de clima tropical quente e úmido, com precipitação pluviométrica média anual de 1200 a 2500 mm. Em termos edafológicos, a espécie se desenvolve melhor em solos mais profundos e bem drenados, preferencialmente, com pH próximo à neutralidade (QUINTERO-MÉNDEZ; JEREZ-RICO, 2017).

A teca foi introduzida na América em 1913, quando sementes vindas de Tenasserim, Birmânia, foram levadas para Trinidad e Tobago. A partir de Trinidad, a espécie se espalhou por quase toda América Central e do Sul. As sementes foram exportadas para diversos países, incluindo Belize, Antilhas, República Dominicana, Jamaica, Costa Rica, Cuba, Colômbia, Venezuela, Haiti, Porto Rico, Equador, Guiana Francesa, México, Peru, El Salvador, Honduras, Argentina e Brasil (EMBRAPA FLORESTAS, 2023).

Em ambientes naturais, a teca desenvolve tronco retilíneo, com casca áspera e fina, que se desprende em placas, atingindo aproximadamente 1,2 cm de espessura. As folhas, opostas e elípticas, são decíduas, coriáceas e com pecíolos curtos ou ausentes. Indivíduos adultos apresentam folhas com cerca de 30 a 40 cm de comprimento por 25 cm de largura, enquanto os mais jovens, até três anos de idade, podem ter folhas com o dobro dessas dimensões (FIGUEIREDO; SCOLFORO; OLIVEIRA, 2006).

1.2. Condições Edafoclimáticas

Dentre os fatores que influenciam o desenvolvimento das árvores, além da idade, encontram-se os aspectos ambientais, como temperatura, precipitação, vento, insolação e nutrientes. Além disso, fatores físicos do espaço, características edáficas, como propriedades químicas, físicas e biológicas do solo, e elementos topográficos, como inclinação, altitude e exposição, também desempenham um papel significativo. Adicionalmente, os fatores de competição, como a influência de outras espécies, o tamanho e a constituição genética das árvores, são determinantes em seu desenvolvimento. É importante ressaltar que todos esses elementos podem interagir conjuntamente ou afetar o crescimento das árvores de forma isolada. O crescimento, nesse contexto, é considerado como uma variação de qualquer característica mensurável, como altura, diâmetro, volume, peso, entre outros, ao longo do tempo (EMBRAPA FLORESTAS, 2023).

A teca é uma espécie com notável capacidade de adaptação ecofisiológica, o que permite seu crescimento em ambientes com características bastante diversificadas. No entanto, quando o objetivo é obter madeira de qualidade, adequada para serraria e laminação, são necessários alguns requisitos climáticos e edáficos específicos. O clima mais favorável para a espécie é o tropical úmido, com um verão chuvoso e um inverno seco, seguindo os seguintes parâmetros: precipitação anual entre 1.250mm e 2.500mm e

um período seco de três a cinco meses, que coincida com a época de temperaturas mais baixas. A temperatura média anual deve ser superior a 22°C, pois o calor beneficia o crescimento da teca. Por exemplo, na Tailândia, as mudas de teca crescem durante o dia com temperaturas entre 27°C e 36°C, e à noite entre 22°C e 31°C. A teca é sensível a geadas e, portanto, as temperaturas baixas devem ser evitadas (MOTTA et al., 2016; MEDEIROS et al., 2017).

Quanto ao solo, é necessário que seja profundo, permitindo o desenvolvimento radicular até a profundidade de um metro, com boa permeabilidade para facilitar a passagem de ar e água, além de ter capacidade adequada de retenção de água. A textura do solo também é relevante, sendo recomendados solos de textura média, com predominância de areia sobre a argila. A teca não se desenvolve bem em solos excessivamente úmidos ou secos. Para um bom desenvolvimento, é essencial que a fertilidade do solo seja considerada, especialmente a saturação de bases representada pelo parâmetro "V%", com valor superior a 50%. Outro fator importante é o pH, sendo recomendado um valor igual ou superior a 5,5 para a teca (EMBRAPA FLORESTAS, 2023).

1.3. Melhoramento genético da teca

O processo de produção de mudas de teca pode se dar por dois métodos principais: a partir de propagação seminal (sexuada) por meio de propagação clonal (assexuada). A escolha entre o uso de mudas seminais ou clonais dependerá dos objetivos do plantio, das características desejadas e das condições ambientais em que as mudas serão estabelecidas. As mudas seminais são obtidas a partir do processo de germinação e emergência de plântulas provenientes de sementes de árvores matrizes de teca (COSTA; RESENDE; SILVA, 2012). Nesse processo, a semente a ser germinada apresenta um embrião formado a partir do cruzamento gamético entre estruturas reprodutivas de uma ou mais árvores de teca. As principais características das mudas seminais de teca são a maior variação e diversidade genética (devido à combinação aleatória de genes provenientes dos pais das árvores que produziram as sementes) e, como consequência, menor uniformidade morfofisiológica. Com isto, as mudas seminais tendem a apresentar diferenças no crescimento e em características morfológicas. Isso pode resultar em menor uniformidade nas plantações de teca estabelecidas com mudas seminais (EMBRAPA, 2023).

Já as mudas clonais são obtidas por meio da propagação vegetativa de uma árvore selecionada com características desejáveis. Isso pode ser feito por processos clonais como estaquia, enxertia, micropropagação (cultura de tecidos), dentre outros métodos. Dentre estes métodos, porém, a produção de mudas a partir de cepas (estacas) tem sido o mais comumente utilizado. A principal característica das mudas clonais de teca são a maior uniformidade e menor diversidade genética (SANTOS et al., 2104a).

Com isto, as mudas clonais são geneticamente idênticas à árvore mãe utilizada para a propagação. Isso significa que todas as mudas clonais terão as mesmas características genéticas, incluindo crescimento, resistência a pragas, qualidade da madeira, entre outros. Isto permite a preservação de características desejáveis, oriundas da árvore fonte dos propágulos vegetativos, sobretudo no que se refere à uniformidade das características silviculturais do povoamento a ser implantado (em especial, crescimento e produtividade) (SURENDRAN, 2014). Porém, como as mudas clonais são geneticamente idênticas, há uma menor diversidade genética nas plantações estabelecidas com essas mudas. Isso pode resultar em menor adaptabilidade a diferentes condições ambientais e maior suscetibilidade a pragas e doenças específicas.

O melhoramento genético da teca tem como objetivo aprimorar as características silviculturais da espécie por meio da seleção e cruzamento de árvores com características desejáveis, visando obter plantas superiores em termos de crescimento, qualidade da madeira, resistência a doenças, entre outros atributos. Programas de melhoramento desta espécie geralmente envolve as seguintes etapas: coleta de germoplasma; avaliação e seleção de indivíduos; cruzamento e hibridização; produção de sementes e mudas; e testes de progênies (EMBRAPA FLORESTAS, 2023).

O germoplasma é o material genético disponível para a reprodução das plantas. No caso da teca, isso envolve a coleta de sementes de árvores que exibem características desejáveis, como crescimento rápido, alta densidade da madeira, resistência a pragas e doenças, boa forma da copa, entre outros atributos. Este processo pode ser feito por meio de observação direta das árvores em campo, avaliação de características morfológicas, análise de parâmetros fisiológicos ou testes de desempenho em condições controladas. Com isto, os indivíduos a serem coletados são avaliados com base em características desejáveis, como crescimento rápido, resistência a pragas e doenças, qualidade da madeira, entre outros (CHIMELLO et al., 2017).

Os indivíduos selecionados são então cruzados entre si para combinar as características desejáveis em seus descendentes. Por se tratar de uma espécie cuja

reprodução é, predominantemente, sexuada, opta-se por realizar a transferência do pólen de uma árvore para a flor de outra árvore, visando obter híbridos com características superiores de ambos os indivíduos selecionado (processo de polinização cruzada). Os cruzamentos podem ser realizados manualmente ou por meio de técnicas de polinização assistida (TANGMITCHAROEN; OWENS, 1997).

Após o processo de polinização cruzada, são obtidas sementes ou mudas dos híbridos selecionados. As sementes podem ser colhidas dos frutos maduros, processadas e armazenadas para posterior utilização. As mudas são cultivadas em viveiros para serem posteriormente transplantadas para o campo onde será estabelecido os plantios comerciais. As sementes ou mudas produzidas são então plantadas em experimentos ou plantações comerciais para avaliar seu desempenho em diferentes condições. Com base nos resultados desses testes, são selecionadas as progênies com as melhores características desejáveis para a produção das mudas, finalizando o processo de melhoramento (GIUSTINA et al., 2017). Vale ressaltar, porém, que o processo de melhoramento genético da teca é contínuo e pode levar vários ciclos de cruzamentos e seleções para aprimorar as características desejáveis. Por conta disto, as etapas de melhoramento supramencionadas são repetidas ao longo do tempo para desenvolver novas variedades de teca com melhor desempenho (TANGMITCHAROEN; OWENS, 1997).

Com isto, as mudas ou sementes selecionadas são utilizadas para o estabelecimento de plantios comerciais. Esses plantios são manejados adequadamente, com práticas de silvicultura aplicadas para promover o crescimento rápido, controle de pragas e doenças, e garantir a qualidade da madeira. É importante ressaltar que o melhoramento genético da teca visa não apenas melhorar as características da madeira, mas também garantir a sustentabilidade dos plantios, a resistência a doenças e pragas, além de considerar aspectos econômicos e ambientais relacionados à produção dessa espécie (PALANISAMY et al., 2009; SURENDRAN, 2014).

Os plantios clonais de teca têm sido amplamente utilizados para obter índices de crescimento, produtividade e qualidade mais satisfatórios do que aqueles já obtidos em plantios seminais. Povoamentos clonais da espécie têm apresentado uma taxa de crescimento mais rápida em comparação com plantios com mudas seminais. Além disso, as árvores provenientes de plantios clonais de teca tendem a exibir uma maior uniformidade em relação à altura e ao diâmetro do tronco. Isso ocorre porque as mudas clonais são geneticamente idênticas, resultando em um crescimento mais homogêneo das

árvores. A uniformidade na altura e no diâmetro do tronco é vantajosa para a colheita da madeira em plantios comerciais, facilitando o manejo e a colheita eficiente (CONCEIÇÃO et al., 2012; KOLLERT; KLEINE, 2017; YASODHA et al., 2018). Os plantios clonais de teca também podem apresentar uma maior uniformidade em relação às características da copa, como forma e densidade. Isso é importante para a otimização do uso do espaço no plantio, permitindo uma melhor distribuição da luz solar e uma melhor produção de madeira ao longo do ciclo de crescimento (SANTOS et al., 2022b; SOUZA et al., 2022).

Devido ao crescimento acelerado e uniforme das árvores nos plantios clonais de teca, é possível alcançar a idade de corte e a produção de madeira de forma mais rápida em comparação com plantios com mudas seminais. Enquanto plantios seminais apresentam uma rotação que varia de 20 a 25 anos, plantios clonais têm seu ciclo de corte inferior a 20 anos (SANTOS et al., 2022a). Isso significa que os plantios clonais podem oferecer uma colheita antecipada e uma maior produtividade de madeira em um período de tempo mais curto. Além do crescimento acelerado, os plantios clonais de teca também podem apresentar características de qualidade da madeira consistentes e desejáveis. Isso ocorre porque as mudas clonais são selecionadas com base em características de qualidade da madeira, como densidade, teor de óleo e resistência, que são transmitidas para as árvores no plantio (QUINTERO-MÉNDEZ; JEREZ-RICO, 2017). É importante ressaltar, no entanto, que, as características silviculturais da teca, mesmo em plantios clonais, podem ser influenciadas por fatores ambientais, práticas de manejo e condições sítio-específicas e sítio-dependentes. Um manejo adequado, incluindo o fornecimento de nutrientes adequados, controle de pragas e doenças, e monitoramento do crescimento, é fundamental para otimizar o crescimento e a produção dos plantios clonais de teca (KOLLERT; KLEINE, 2017; SANTOS et al., 2022a).

1.4. Produção florestal

A teca é uma madeira valiosa e tem uma demanda significativa no mercado mundial. Os principais mercados consumidores de teca estão em países como Estados Unidos, países da União Europeia, Japão e China, além da própria Índia (MIDGLEY et al., 2015). Os preços da teca no mercado mundial são influenciados por vários fatores, incluindo oferta e demanda, qualidade da madeira, dimensões das toras (circunferência e comprimento da tora), local de origem, restrições comerciais e regulamentações

ambientais. É importante ressaltar que os preços da teca também podem ser influenciados por fatores macroeconômicos, flutuações cambiais e restrições comerciais. A crescente conscientização sobre a importância da sustentabilidade tem levado muitos compradores a procurar madeira de teca de fontes certificadas e legalmente colhida, o que ressalta a importância dos povoamentos plantados da espécie, diminuindo a pressão por sua madeira em áreas naturais (KOLLERT; KLEINE, 2017).

O cultivo da teca é realizado principalmente em países com clima tropical e subtropical, sendo os principais produtores a Indonésia, a Mianmar, a Tailândia e a Índia. No entanto, outros países como Costa Rica, Panamá, Colômbia, Brasil e alguns países africanos também possuem plantações de teca. Em relação ao quantitativo de áreas plantadas de teca no mundo, estima-se que haja 7 milhões de ha, sendo a terceira espécie florestal mais cultivada (IBÁ, 2022).

No Brasil, a teca tem ganhado destaque como uma espécie florestal emergente no setor de plantações florestais. O país possui condições edafoclimáticas favoráveis para o cultivo da teca, o que tem impulsionado o seu cultivo de forma massiva em muitas regiões. Os povoamentos de teca no Brasil são considerados de boa qualidade e, por conta disso, têm atraído investidores interessados em colher madeira para diversas finalidades, como a produção de móveis e pisos. Além disso, a teca é valorizada como uma opção de investimento de longo prazo, pois sua taxa de crescimento permite um retorno financeiro significativo ao longo dos anos (EMBRAPA FLORESTAS, 2023).

No entanto, é importante mencionar que o cultivo da teca no Brasil também enfrenta desafios, como a necessidade de planejamento adequado, manejo florestal responsável e preocupações ambientais. A conscientização sobre a importância da sustentabilidade tem se fortalecido no país, e cada vez mais empresas e investidores buscam práticas de manejo florestal sustentável para a produção de teca. A demanda pela madeira da espécie continua a crescer, impulsionada por diferentes setores, e há um interesse crescente em fontes sustentáveis de teca para garantir a preservação dessa espécie e seus ecossistemas associados (FERREIRA et al., 2009).

2. MODELAGEM DA CAPACIDADE PRODUTIVA

A produtividade florestal, sobretudo em florestas plantadas, tem crescido vertiginosamente no Brasil. A disponibilidade de extensas áreas é um fator relevante, juntamente com condições climáticas e de solo diversas, para adesão ao cultivo de

espécies florestais. Esses fatores a programas avançados de melhoramento genético e de práticas de manejo, o levaram a esse crescimento expressivo na produtividade madeireira nestas áreas. Com isto, o Brasil passou a ter, especialmente nos últimos anos, um papel de destaque no cenário mundial quanto à oferta de madeira e de outros produtos florestais provenientes de plantações. Ao proporcionar um maior abastecimento de madeira para a indústria, as plantações florestais acabam por também ser responsáveis pela diminuição na pressão por demanda de madeira oriundas de florestas nativas, auxiliando, portanto, na minimização de um grande passivo ambiental (MOREIRA, 2011; DRESCHER et al., 2016; IBÁ, 2022).

Neste cenário de aumento da produtividade florestal, a teca tem ganhado considerável destaque, como uma das espécies florestais mais emergentes, tanto no Brasil como no mundo (KOLLERT et al., 2017; YASODHA et al., 2018). Apesar de ainda haver uma quantidade considerável de plantios seminais de teca, a utilização de materiais genéticos melhorados tem aumentado nos últimos anos, contribuindo com o aumento da produtividade e performance desta espécie (CAÑADAS-L et al., 2018; MULYADIANA; TRIKOESOEMANINGTYAS; SIREGAR, 2020).

Contudo, apenas o melhoramento genético não é suficiente para garantir o aumento da produtividade e da eficiência destes povoamentos. O uso de técnicas silviculturais adequadas, tais como adubações de plantio e de cobertura (FERNÁNDEZ-SÓLIS; BERROCAL; MOYA, 2018), desrama artificial (BUDIADI; WIDIYATNO; ISHII, 2017) e, sobretudo, o desbaste (em especial, no caso da teca) (MADI et al., 2017; SANTOS et al., 2022a), são igualmente importantes, visando a manutenção ou ganho em produtividade de madeira.

O uso eficiente de tais técnicas, no entanto, depende da aquisição de informações chave sobre o povoamento, associadas, principalmente, ao comportamento biológico e silvicultural da espécie, seu ritmo de crescimento e seus índices de produtividade (JUMWONG et al., 2020). A obtenção destas informações ocorre, fundamentalmente, por meio da adoção de inventários florestais contínuos. Os dados robustos provenientes destes inventários permitem a geração de novas informações pertinentes à produtividade dos povoamentos, por meio de métodos quantitativos, dentre os quais, destaca-se a modelagem matemática (SHARMA et al., 2011).

Modelos matemáticos têm sido primordiais no intuito de gerar informações importantes na construção de bases mais sólidas para tomadas de decisão quanto ao manejo de povoamentos plantados (SHARMA et al., 2011; PRADA et al., 2019). A

modelagem tem sido utilizada tanto para predição quanto para projeção da produtividade florestal. No contexto da predição, tem sido comum o uso de ajustes de modelos, visando a estimativa de variáveis de mais difícil medição, tais como volume de madeira (SEPPÄNEN; MÄKINEN, 2020), afilamento do fuste (FAVALESSA et al., 2012) e biomassa (SANTOS et al., 2022a), utilizando variáveis de mais fácil medição como preditoras (ex.: diâmetro, altura e área basal). Tais estimativas otimizam a obtenção destas variáveis de forma mais prática, com níveis de precisão e acurácia aceitáveis. Modelos de projeção da produção, por sua vez, têm sido utilizados para auxiliar na previsão da produção futura e no estabelecimento prévio de práticas de manejo e logísticas de colheita, utilizando-se, principalmente, de equações de crescimento (SANTOS et al., 2022a; SOUZA et al., 2022)

Neste sentido, em diversas culturas florestais, em especial para plantios de teca, tem sido comum o uso da modelagem matemática para o estabelecimento de sistemas de índices de sítios produtivos. A modelagem aplicada à classificação de sítios florestais tem sido uma ferramenta extremamente importante para estratificação de povoamentos florestais em classes de capacidade produtiva. Isto permite a previsão de práticas silviculturais futuras de forma a otimizar a produção (SILVA et al., 2016; JUMWONG et al., 2020).

Para plantios de teca, o estabelecimento de índices de sítios produtivos é fundamental, principalmente, para estabelecer regimes de desbaste (SANTOS et al., 2022b). Além disso, a classificação de sítios florestais permite a distribuição da produção volumétrica nas diferentes classes de capacidade produtiva obtidas. Esta distribuição viabiliza, dentre outras coisas, a previsão do volume de madeira para cada classe produtiva e, com isso, a destinação de um uso mais adequado para a madeira proveniente de cada classe (BARRANTES-MADRIGAL et al., 2021).

Por se tratar de uma espécie cuja madeira apresenta um alto valor agregado em função, especialmente, da proporção de cerne, a produtividade da teca em nível individual é tão importante quanto (ou até mais importante que) a produtividade em nível de povoamento (MOYIA et al., 2014; YANG et al., 2020). Com isto, o desbaste de forma sistemática e/ou seletiva é comumente utilizado, visando maximizar a produção e a qualidade das árvores remanescentes, além de permitir o uso alternativo e diversificado da madeira proveniente das árvores desbastadas (PÉREZ CORDERO; KANNINEN, 2003). Neste contexto, o estabelecimento de classes produtivas em povoamentos de teca tem sido um importante aliado na seleção de regimes de desbaste, bem como na seleção

de árvores para o desbaste, tendo como base o seu potencial produtivo e a previsão da estagnação teórica do seu crescimento (BUDIADI; WIDIYATNO; ISHII, 2017).

Diversos atributos dendrométricos podem ser utilizados como variáveis resposta na modelagem da capacidade produtiva de plantios florestais, tais como a densidade do povoamento e a produção volumétrica. Visando a estimativa destas variáveis, o diâmetro à altura do peito, a área basal e a altura total podem atuar como variáveis independentes na composição dos modelos a serem ajustados (SOCHA; TYMIŃSKA-CZABAŃSKA, 2019). Porém, a dificuldade na obtenção contínua destas variáveis e a maior influência que as mesmas sofrem em função de alterações no manejo e na estrutura dos povoamentos dificultam a viabilidade na utilização das mesmas.

Com isto, tem se optado pelo uso da altura das árvores dominantes como variável resposta para a obtenção de índices de sítio, na composição de modelos de crescimento, tendo a idade dos povoamentos como variável independente (MINOCHE et al., 2017; KOIRALA et al., 2021; MIRANDA et al., 2021). Estes modelos de altura dominante em função da idade têm sido amplamente utilizados em plantios florestais, especialmente em povoamentos de teca, com a obtenção de informações bastante satisfatórias em termos de precisão quanto à dinâmica de crescimento das árvores dispostas nas diferentes classes de potencial produtivo (SAJJADUZZAMAN, MD.; MOLLICK, A. S.; MITLOHNER, R.; MUHAMMED, NUR; KAMAL, 2005; JUMWONG et al., 2020).

Diferentemente de outras variáveis, a altura dominante é de obtenção relativamente fácil, sendo altamente correlacionada com a produção volumétrica, o que permite uma inferência mais precisa da capacidade produtiva em função da idade. Além disso, trata-se de uma variável muito pouco influenciada por mudanças temporais na densidade do povoamento (ocasionadas, por exemplo, por regimes de desbaste) e nas práticas silviculturais empregadas. Tais características justificam a utilização massiva da altura dominante como variável dependente em modelos de classificação de sítios, sobretudo em plantios de teca, os quais são frequentemente submetidos a regimes intensos de desbaste (ZIECH et al., 2016; CAMPOS; LEITE, 2017).

O critério para se estabelecer a altura das árvores dominantes possui algumas variações, porém, de modo geral, o critério estabelecido por Assman (1970) tem sido o mais comumente utilizado em plantios florestais tropicais, como os de teca (ASSMANN, 1970). Este autor considera a altura dominante como sendo a altura média das 100 árvores de maior *dap* por hectare. A utilização deste critério permite a obtenção, como variável resposta, de uma altura que representa de forma bastante eficiente as árvores que

dominam o povoamento em termos de ocupação do espaço (área basal), o que permite uma inferência mais sólida quanto aos diferentes níveis de capacidade produtiva dos plantios (CAMPOS; LEITE, 2017).

Diversos modelos têm sido utilizados para compor equações de altura dominante em função da idade, sendo em sua grande maioria, modelos biológicos não lineares. Dentre tais modelos, o modelo de Chapman-Richards tem sido um dos mais utilizados, gerando curvas anamórficas. Os modelos de Hossfeld, Ciezewski e Schumacher também estão entre os mais utilizados, sendo tais modelos responsáveis por gerar curvas polimórficas de crescimento. Porém, o modelo de Bailey-Clutter é talvez o modelo mais comumente utilizado, principalmente em plantações de teca, o que se deve, provavelmente, à maior precisão e acurácia deste modelo (CIESZEWSKI; BAILEY, 2000; CIESZEWSKI; STRUB, 2008; TEWARI; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; GARCÍA, 2014).

Como mencionado anteriormente, o estabelecimento do índice de sítio em povoamentos florestais ocorre por meio da construção de curvas de crescimento da altura dominante em função da idade. Estas curvas têm como parâmetros de estratificação os índices de sítio pré-estabelecidos, com os pontos de máxima baseados em uma idade de referência, a qual, via de regra, representa a idade de rotação do povoamento (CAMPOS; LEITE, 2017). As curvas são construídas a partir dos modelos de altura dominante previamente ajustados, analisados e selecionados. Porém, para a construção de tais curvas, é necessário que se utilize algum método de abordagem destes modelos, permitindo a geração de equações dinâmicas (SANTOS et al., 2023).

No Brasil, para diversas culturas, sobretudo para o cultivo da teca, o método da curva-guia ainda é o mais utilizado para abordagem da capacidade produtiva em plantações florestais (CHAVES et al., 2016; MOTTA et al., 2016; ZIECH et al., 2016). Entretanto, este método de abordagem possui uma série de limitações que comprometem a sua precisão para povoamentos plantados em condições tropicais. Dentre as principais desvantagens da curva-guia, destaca-se o fato desta abordagem gerar curvas anamórficas, as quais são unimodais e homogêneas. Tais características comprometem a estimativa do comportamento biológico do crescimento de forma realista, sobretudo para espécies tropicais que apresentam um crescimento heterogêneo (BURKHART; TOMÉ, 2012), como é o caso da teca. Além de mudanças no crescimento em função da idade, espécies como a teca também apresentam variações no crescimento em função das mudanças nas práticas de manejo.

De forma alternativa à curva-guia, a abordagem da diferença algébrica (ADA) tem sido empregada, apresentando resultados bastante aceitáveis de classificação de sítios, especialmente para plantações de teca. Este método de abordagem se baseia na adequação (quando pertinente) das equações de altura dominante ajustadas, com substituição de parâmetros, o que permite a geração de equações dinâmicas. Estas adequações permitem a geração de curvas polimórficas, as quais são multimodais e heterogêneas. Para espécies com crescimento dinâmico, tais curvas são mais interessantes para representar o crescimento nas diferentes classes de capacidade produtiva (JORDAN et al., 2006; SALEKIN et al., 2020). Apesar destas vantagens, o método ADA apresenta uma limitação, atrelada à possibilidade da geração de curvas com uma única assíntota (curvas unimodais), o que pode comprometer a acurácia na estimativa do crescimento em altura dominante (CIESZEWSKI; STRUB, 2008).

Visando dirimir esta possível limitação associada à ADA, desenvolveu-se uma adaptação deste método, a qual consiste na generalização desta abordagem algébrica. Esta abordagem diferencial algébrica generalizada (GADA) prevê o uso de mais de um parâmetro na construção das equações dinâmicas, o que garante de forma mais eficiente a geração de curvas polimórficas com múltiplas assíntotas. A utilização de múltiplos parâmetros em GADA pode se dar a partir da utilização de variáveis ambientais, o que pode aumentar ainda mais a eficiência deste método de abordagem em plantações florestais, especialmente em povoamentos de teca (CIESZEWSKI; STRUB, 2008; SANTOS et al., 2022a; SOUZA et al., 2022).

3. AFILAMENTO DO FUSTE DE TECA

A teca apresenta uma das madeiras mais valiosas do mundo, o que está associado à sua qualidade, beleza estética e, em especial, aos seus principais usos (i.e.: construção civil, construção naval e movelaria) (MOYA et al., 2014; YANG et al., 2020). Estes usos, por dependerem de uma madeira mais resistente, tornam a maior proporção de cerne particularmente importante no processo de formação do fuste das árvores em povoamentos desta espécie. Isto se deve ao fato de o cerne ser uma estrutura fisiologicamente inativa e, portanto, apresentar alta resistência mecânica e a patógenos. Além disto, o cerne confere à madeira (em particular, à madeira de teca) uma beleza estética bastante distinta, o que também contribui consideravelmente com a agregação de

valor da madeira desta espécie e viabiliza as suas principais aplicações industriais, citadas acima (VENDRUSCOLO et al., 2017).

Isto ressalta a importância de se lançar mão de ferramentas analíticas e de monitoramento que permitam a compreensão de como se dá a evolução do cerne e das demais estruturas formadoras do fuste em árvores de teca ao longo do seu crescimento em povoamentos plantados (LEITE et al., 2011; MOYA et al., 2020; NOVAES et al., 2017). Este entendimento acerca da proporção de cerne em relação ao alburno e à casca pode ajudar a inferir sobre práticas de manejo que sejam mais adequadas para garantir o maior crescimento do cerne no perfil do fuste, ao longo da rotação (MOYA et al., 2014; YANG et al., 2020). Além disto, a compreensão da evolução destas estruturas permite uma previsão do uso potencial mais adequado e diferenciado para determinadas árvores do povoamento, tendo como base a maior ou menor proporção entre cerne e alburno que estas árvores possuem (KOKUTSE et al., 2010; LEITE et al., 2011; VIGULU et al., 2019).

Dentre as ferramentas analíticas que podem auxiliar na compreensão da evolução das estruturas formadoras do fuste ao longo da rotação em povoamentos de teca, a função de afilamento tem se mostrado extremamente promissora (FAVALESSA et al., 2012). O afilamento de povoamentos consiste na utilização de modelos matemáticos capazes de descrever a variação do diâmetro do fuste ao longo da altura da árvore, o que permite a estimativa, de forma muito mais fidedigna, do volume total do povoamento, uma vez que estas equações consideram a forma da árvore ao longo do perfil do fuste (SILVA; WOJCIECHOWSKI; SANTOS, 2017).

Além da estimativa mais precisa do volume total, a função de afilamento torna possível a previsão dos volumes de cerne, alburno e casca ao longo da altura do fuste. Este conhecimento amplia as possibilidades de utilização da madeira (considerando suas diferentes estruturas), o que permite, ao mesmo tempo, a maior diversificação da produção e o maior aproveitamento do fuste das árvores a serem colhidas. Outra vantagem associada ao uso de equações de afilamento reside na possibilidade de utilização desta técnica para a realização de prognoses mais realistas acerca dos momentos mais adequados para a colheita de madeira nos plantios de teca. Isto pode garantir o máximo aproveitamento da madeira colhida, sobretudo em termos de produção de cerne, uma vez que a formação desta estrutura no fuste pode variar ao longo da rotação (KOKUTSE et al., 2010; SHAHZAD et al., 2020).

Os modelos utilizados para funções de afilamento do fuste podem ser tanto lineares quanto não lineares. Os modelos de afilamento lineares são mais simples, podendo ser ajustados pelo método dos mínimos quadrados, o que facilita o seu uso do ponto de vista matemático. Contudo, o comportamento linear dos parâmetros que compõem estes modelos torna-os menos flexíveis, o que pode comprometer a qualidade na estimativa da variação do diâmetro no perfil do fuste. Especialmente para espécies tropicais como a teca, as quais, em geral, apresentam um crescimento heterogêneo e uma variação das estruturas do fuste ao longo da altura também heterogênea, a ausência de flexibilidade do modelo de afilamento pode ser um fator bastante limitante em termos de realismo biológico. Isto faz com que modelos lineares de afilamento, muitas vezes, não sejam capazes de prever a complexidade na variação do diâmetro das estruturas formadoras do fuste, ao longo do seu perfil (CAMPOS; LEITE, 2017).

Neste sentido, os modelos não-lineares têm sido mais recomendados para estimativas de afilamento do fuste, dada a sua maior flexibilidade em relação aos modelos lineares, apesar de serem modelos mais complexos, especialmente, quanto ao ajuste dos seus parâmetros (LEITE et al., 2011). Estes modelos, em geral, utilizam o diâmetro a ser estimado (diâmetro do cerne, diâmetro com casca e diâmetro sem casca), como variável resposta. Para prever estes diâmetros ao longo do perfil do fuste, as equações a serem ajustadas utilizam, como variáveis preditoras, o *dap*, juntamente com as alturas a cada seção e altura total do fuste, sendo estas últimas associadas aos coeficientes angulares do modelo. Modelos como o de Schoepfer (1966), de quinta ordem e de Kozak (1969), de segunda ordem, têm sido utilizados para afilamento de povoamentos florestais, tendo resultados bastante satisfatórios. Porém, modelos que utilizam os coeficientes de forma exponencial, como Demaerschalk (1973) e Garay (1979), também têm se mostrado precisos e aplicáveis.

Entretanto, apesar de promissores, estes modelos, em sua forma simples (sem modificações estruturais), podem também apresentar limitações em termos de qualidade de ajuste e de realismo biológico para prever a variação do diâmetro nas diferentes alturas do fuste. Isto está atrelado ao fato de tais modelos não considerarem, em seu ajuste, fatores externos que podem influenciar no crescimento e na proporção entre cerne, alburno e casca ao longo do perfil do fuste e ao longo da rotação do povoamento (TÉO et al., 2018). Em especial, espécies tropicais, como a teca, têm o crescimento do fuste e a formação de suas diferentes estruturas altamente influenciados por fatores ambientais e associados ao tempo. Portanto, a não inclusão destes fatores como variáveis preditoras

pode comprometer a capacidade destes modelos de captar, de forma fidedigna, toda a complexidade no processo de formação das estruturas do fuste de povoamentos como a teca (TÉO et al., 2018; TÉO; ESTEVES, 2022).

Com isto, um artifício que pode ajudar a dirimir tal limitação é a inclusão de fatores externos como covariáveis acessórias a estes modelos. O uso de covariáveis pode permitir a inclusão do efeito de fatores que influenciam diretamente na variação do diâmetro ao longo do perfil do fuste, inculindo maior complexidade e, conseqüentemente, maior realismo ao comportamento da variação do fuste, a ser previsto pelo modelo (TÉO et al., 2022). O uso deste artifício de forma eficiente depende, portanto, da adoção, como covariável, de atributos que influenciam diretamente no comportamento do diâmetro do fuste (FERNÁNDEZ-SÓLIS; BERROCAL; MOYA, 2018). Atividades silviculturais, como desbaste e desrama, fatores ambientais, como fertilidade do solo e condições climáticas, estão entre exemplos de fatores que podem ser interessantes como covariáveis para compor modelos de afilamento. Fatores de natureza genotípica e fenotípica também podem influenciar na variação do diâmetro do fuste, sobretudo em povoamentos clonais, os quais tendem a ser mais homogêneos (KOKUTSE et al., 2010).

De todos estes fatores, porém, a idade do povoamento tem se mostrado o mais promissor, apesar de ainda pouco utilizada para este propósito em funções de afilamento em plantios de teca. Além de ser um atributo de mais fácil determinação em comparação à maioria dos atributos mencionados acima, a idade é, comprovadamente, um dos fatores que mais influência na evolução do cerne, alburno e casca ao longo da altura do fuste (MOYA, 2014; FERNÁNDEZ-SÓLIS; BERROCAL; MOYA, 2018). Estudos comprovam a influência da idade na formação e na forma do fuste em povoamentos florestais em geral e, sobretudo, em plantios de espécies de crescimento mais lento, como é o caso da teca (BAMBER, 1976; KOKUTSE et al., 2004). Isto reforça a viabilidade da utilização da idade como covariável nestes modelos de afilamento.

4. MODELAGEM EM NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL

A modelagem florestal consiste em uma técnica imprescindível para o manejo, tanto de florestas naturais como de florestas plantadas. Os modelos utilizados auxiliam no planejamento e ordenamento da floresta, possibilitando simular o crescimento e a produção (SCOLFORO, 1993; LANDSBERG, 2003; CAMPOS; LEITE, 2017; PECCHI et al., 2019). Eles também possibilitam uma representação física ou abstrata das variáveis

reais, auxiliando em processos de tomada de decisão, nos quais sua representação matemática dependa do conhecimento do sistema, de algumas escolhas de modelagem (por exemplo, a escala espacial de representação) e do objetivo do processo de modelagem (BURKHART; TOMÉ, 2012; MOTTA; PAPPALARDO, 2013; NEITTAANMÄKI; REPIN; TUOVINEN, 2016). No setor florestal são empregados diversos modelos biométricos (hipsométricos, volumétricos, entre outros), de planejamento e otimização, e de simulação do crescimento e produção (SCOLFORO, 2006; ASRAT et al., 2020).

A modelagem do crescimento e da produção possui aplicabilidade nas etapas inerentes ao gerenciamento florestal, possibilitando gerar prognoses de produções futuras por intermédio de dados presentes (POUDEL; CAO, 2013). Estas projeções são empregadas em definições de rotação biológica, silvicultural, técnica, física ou de máximo incremento médio anual, determinando o momento ideal de realizar desbaste, o tipo (sistemático, seletivo ou misto) e a intensidade (CLUTTER et al., 1983; VANCLAY, 1994; SCOLFORO, 2006; HARRELL, 2015; ASRAT et al., 2020).

Os modelos podem ser classificados em três níveis distintos, de acordo com o detalhamento de suas resoluções. O primeiro nível são os globais, no qual o povoamento florestal é considerado como um todo, ignorando-se as subdivisões, mais conhecidos como modelagem em nível de povoamento total (MPT). O segundo é por classes, ou melhor, modelagem em nível de distribuição diamétrica (MDD), que considera todos os efeitos e as subdivisões da floresta, geralmente classes de diâmetro. E por fim o terceiro, em que a modelagem é para árvores individuais, sendo cada uma registrada e modelada de acordo com o seu desenvolvimento individual, sendo a modelagem em nível de árvore individual (MAI) (VANCLAY, 1994; SCOLFORO, 2006; BURKHART; TOMÉ, 2012). É crucial estabelecer antecipadamente o modelo mais adequado para a situação em estudo, considerando cuidadosamente os objetivos almejados (CAMPOS; LEITE, 2017).

Os modelos que se concentram na análise e modelagem individual de árvores direcionam a investigação para a compreensão do crescimento, da competição e da mortalidade de cada árvore em particular. Essa abordagem minuciosa oferece insights significativos sobre a dinâmica da floresta (LIU; ASHTON, 1995), considerando a dinâmica populacional e a interação competitiva das árvores de forma individualizada. Esses modelos também permitem uma avaliação mais abrangente do povoamento, agregando os volumes individuais para calcular o volume por hectare (CAMPOS; LEITE, 2017), conferindo uma modelagem implícita. Essa abordagem é especialmente

recomendada quando é desejado um nível mais profundo de detalhamento das informações (MABVURIRA e MIINA, 2002).

A distinção mais proeminente entre MPT e MAI, reside na abordagem da entrada de dados no contexto da pesquisa, ou seja, na estruturação da base de dados (SCOLFORO, 2006). Os modelos que se concentram na análise de árvores individuais são mais complexos, exigindo uma maior quantidade de informações para sua formulação, quando comparados aos de MPT e MDD. Além disso, eles demandam um monitoramento mais rigoroso nas medições e avaliações contínuas das áreas sob análise. A modelagem do crescimento das árvores individuais envolve componentes-chave, incluindo a avaliação do crescimento do diâmetro ou área basal, da altura e a probabilidade de mortalidade em um intervalo de tempo específico. A integração de uma função de sobrevivência nesse processo viabiliza a projeção do potencial futuro do estoque florestal (VANCLAY, 1994; BURKHARD; TOMÉ, 2012; CAMPOS; LEITE, 2017).

Os modelos que se concentram na análise individual das árvores possuem a habilidade de retratar o desenvolvimento de cada árvore em cenários diversos. Dentro desses modelos de crescimento, os coeficientes requerem geração com base nas discrepâncias entre duas ou mais medições, o que implica a necessidade de uma série histórica da área, como registros de inventários florestais ou relatórios silviculturais (BURKHARD; TOMÉ, 2012). Isso ocorre porque a obtenção das medidas das árvores deve ser repetida em várias ocasiões ao longo do tempo, sendo essencial manter um controle metuculoso de identificação (SCOLFORO, 2006).

De acordo com alguns autores (VANCLAY, 1994; SCOLFORO, 2006; BURKHARD; TOMÉ, 2012; CAMPOS; LEITE, 2017), podemos destacar principais benefícios e aplicações de utilizar MAI:

- Precisão: Ao considerar as árvores individuais, os modelos podem levar em conta as diferenças entre árvores da mesma espécie ou diferentes espécies plantadas juntas, bem como fatores ambientais específicos, como a disponibilidade de luz, água e nutrientes.
- Flexibilidade: Essa abordagem permite simular diferentes cenários de manejo, como diferentes idades de corte, espaçamentos entre as árvores, intervenções silviculturais e até mesmo simular efeitos de pragas ou mudanças climáticas.
- Tomada de decisões (Planejamento Florestal) sobre como gerenciar a floresta para otimizar o crescimento e a produção de madeira. Permite simular diferentes

cenários de manejo ao longo do tempo, considerando diferentes idades de corte, rotações, taxas de crescimento, intervenções silviculturais como desbaste.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASRAT, Zerihun et al. Modelling and quantifying tree biometric properties of dry Afromontane forests of south-central Ethiopia. **Trees - Structure and Function**, Bd. 34, Nr. 6, S. 1411–1426, 2020. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1007/s00468-020-02012-8>.

ASSMANN, Ernest. **The principles of forest yield study: Studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands**, 1970.

BAMBER, R. K. Heartwood, its function and formation. **Wood Science and Technology**, Bd. 10, Nr. 1, S. 1–8, 1976. Verfügbar unter: <http://link.springer.com/10.1007/BF00376379>.

BARRANTES-MADRIGAL, Katherine et al. Tabla de volumen comercial para teca clonal en diferentes índices de sitio en la Zona Norte de Costa Rica. **Revista de Ciencias Ambientales**, Bd. 55, Nr. 1, S. 211–229, 2021.

BUDIADI; WIDIYATNO; ISHII, H. Response of a Clonal teak plantation to thinning and pruning in Java, Indonesia. **Journal of Tropical Forest Science**, Bd. 29, Nr. 1, 2017.

BURKHARD, Haroldo E.; TOMÉ, Margarida. **Modeling forest trees and stands**. New York London, 2012, ISSN 1098-6596.

BURKHART, Harold E.; TOMÉ, Margarida. **Modeling forest trees and stands**, Springer, 2012.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: Perguntas e respostas**. 5. Aufl. Viçosa: UFV, 2017.

CAÑADAS-L, Álvaro et al. Growth and Yield Models for Teak Planted as Living Fences in Coastal Ecuador. **Forests**, Bd. 9, Nr. 2, S. 55, 2018. Verfügbar unter: <http://www.mdpi.com/1999-4907/9/2/55>.

CHAVES, Arthur Guilherme Schirmbeck et al. Productive capacity of *Tectona grandis* L.f in Southwestern Mato Grosso State, Brazil. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, Bd. 44, Nr. 110, S. 415–424, 2016.

CHIMELLO, A. M. et al. Morphological descriptors and ISSR molecular markers in the evaluation of genetic variability of *Tectona grandis* genotypes. **Genetics and Molecular Research**, Bd. 16, Nr. 2, S. 1–16, 2017.

CIESZEWSKI, Chris J.; BAILEY, R. L. Generalized Algebraic Difference Approach: Theory Based Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes. **Forest Science**, Bd. 46, Nr. 1, S. 116–126, 2000.

CIESZEWSKI, Chris J.; STRUB, Mike. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. **Forest Science**, Bd. 54, Nr. 3, S. 303–315, 2008. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1093/forestscience/54.3.303>.

CLUTTER, Jerome L. et al. **Timber Management: a quantitative approach**. New

York: John Wiley & Sons, 1983.

CONCEIÇÃO, Fábio Xavier et al. Local productive capacity of *Tectona grandis* in Monte Dourado, Pará State, Brazil. **Ciencia Rural**, Bd. 42, Nr. 5, S. 822–827, 2012.

COSTA, Reginaldo; RESENDE, Marcos; SILVA, Versides. Experimentação e seleção no melhoramento genético de TECA (*Tectona grandis* L.f.). **Floresta e Ambiente**, Bd. 14, Nr. 1, S. 76–92, 2012.

DRESCHER, Ronaldo et al. CAPACIDADE PRODUTIVA DO SÍTIO EM POVOAMENTOS JOVENS DE *Tectona grandis* L. f. DE DUAS REGIÕES DO ESTADO DE MATO GROSSO - BRASIL. **Revista Brasileira de Biometria**, Bd. 34, Nr. 2, S. 233–242, 2016.

EMBRAPA FLORESTAS. **Teca (*Tectona grandis* L. F.) no Brasil**. 21. Aufl. Brasília, DF, 2023. E-book. Verfügbar unter: <http://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/handle/item/14>.

FAVALESSA, Cyro Matheus Cometti et al. Funções de afilamento não segmentadas e segmentadas para *Tectona grandis* na região centro-sul matogrossense. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Bd. 32, Nr. 72, S. 373–387, 2012.

FERNÁNDEZ-SÓLIS, David; BERROCAL, Alexander; MOYA, Róger. Heartwood formation and prediction of heartwood parameters in *Tectona grandis* L.f. trees growing in forest plantations in Costa Rica. **Bois et Forêts des Tropiques**, Bd. 335, S. 25–37, 2018.

FERREIRA, R de A et al. Entomofauna observada na cultura da teca (*Tectona grandis* L.f), no campo. **Rev. Cient. Elet. Engen. Flores.**, Bd. 8(14), Nr. 14, S. 24 p., 2009. Verfügbar unter: [http://www.revista.inf.br/florestal14/pages/artigos/Entomofauna_Teca_campo\[1\].pdf](http://www.revista.inf.br/florestal14/pages/artigos/Entomofauna_Teca_campo[1].pdf).

FIGUEIREDO, Evandro Orfanó; SCOLFORO, José Roberto Soares; DE OLIVEIRA, Antônio Donizette. Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* L.f. **Acta Amazonica**, Bd. 36, Nr. 4, S. 465–482, 2006.

GIUSTINA, Luana Della et al. Genetic variability of teak (*Tectona grandis* Linn. F.) based on ISSR molecular markers and morphological characterization. **Ciencia Florestal**, Bd. 27, Nr. 4, S. 1311–1324, 2017.

GRAUDAL, Lars; MOESTRUP, Søren. The genetic variation in natural and planted teak forests: Characterisation, use and conservation for the future. In: KOLLERT, Walter; KLEINE, Michael (Hrsg.). **The global teak study analysis, evaluation and future potential of teak resources**. Vienna, Austria, 2017. S. 19–36.

HARRELL, J. F. E. **Regression modeling strategies: with applications to linear models, logistic regression, and survival analysis**. Nashville: Springer, 2015. ISSN 0962-2802.

INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES IBÁ. Relatório Anual IBÁ 2022. S. 80 p, 2022. Verfügbar unter: <https://iba.org/datafiles/publicacoes/relatorios/iba-relatorioanual2022.pdf>.

JORDAN, Lewis et al. Application of the Algebraic Difference Approach for Developing Self-Referencing Specific Gravity and Biomass Equations. **Forest Science**, Bd. 52, Nr. 1, S. 81–92, 2006.

JUMWONG, Narinthorn et al. Site indicator species for predicting the productivity of

- teak plantations in phrae province, Thailand. **Biotropia**, Bd. 27, Nr. 2, S. 104–114, 2020.
- KOIRALA, Anil et al. Developing taper equations for planted teak (*Tectona grandis* L.f.) trees of central lowland Nepal. **Trees, Forests and People**, Bd. 5, S. 100103, 2021. Verfügbar unter: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S266671932100042X>.
- KOKUTSE, Adzo Dzifa et al. Proportion and quality of heartwood in Togolese teak (*Tectona grandis* L.f.). **Forest Ecology and Management**, Bd. 189, Nr. 1–3, S. 37–48, 2004.
- KOKUTSE, Adzo Dzifa et al. Which factors most influence heartwood distribution and radial growth in plantation teak?. **Annals of Forest Science**, Bd. 67, Nr. 4, S. 407–407, 2010.
- KOLLERT, Walter; KLEINE, Michael. **IUFRO World Series Volume 36 The Global Teak Study**. 2017.
- LANDSBERG, Joe. Modelling forest ecosystems: State of the art, challenges, and future directions. **Canadian Journal of Forest Research**, Bd. 33, Nr. 3, S. 385–397, 2003.
- LEITE, H.G. et al. Taper models of heartwood of *Tectona grandis* L.f. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, Nr. 89, S. 53–59, 2011.
- LIU, Jianguo; ASHTON, Peter S. Individual-based simulation models for forest succession and management. **Forest Ecology and Management**, Bd. 73, Nr. 1–3, S. 157–175, 1995. Verfügbar unter: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/037811279403490N>.
- MADI, João Paulo Sardo et al. Univariate models to represent the diametric distribution of thinned stand of *Tectona grandis* Linn.F. **Advances in Forestry Science**, Bd. 4, Nr. 2, S. 119–123, 2017. Verfügbar unter: <http://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/afor/article/view/4726/pdf>.
- MEDEIROS¹, Reginaldo Antonio et al. Idade técnica do primeiro desbaste de povoamentos de teca em diferentes espaçamentos Technical age for the first thinning of teak stands in different spacings. **Scientia Forestalis 705 Sci. For**, Bd. 45, Nr. 116, S. 705–716, 2017. Verfügbar unter: <http://www.ipef.br/publicacoes/scientia/nr116/cap11.pdf>.
- MIDGLEY, Stephen et al. Global Markets for Plantation Teak; Implications for Growers in Lao PDR. **Valtip**, Bd. 2, S. 74, 2015.
- MINOCHE, Djhon et al. Determining the site index of Teak (*Tectona grandis* L.) plantations in Tabasco, Mexico. **Ciencia e Investigacion Agraria**, Bd. 44, Nr. 2, S. 154–167, 2017.
- MIRANDA, Rodrigo Otávio Veiga de et al. Métodos da curva guia e equação das diferenças na classificação de sítio e sua relação na descrição da altura em Pinus taeda L. **Scientia Forestalis**, Bd. 49, Nr. 131, S. 1–12, 2021.
- MOREIRA, José Mauro Magalhães Ávila Paz. Potencial e participação das florestas na matriz energética. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Bd. 31, Nr. 68, S. 363–372, 2011.
- MOTTA, Alessandro Soares da et al. MODELAGEM DA ALTURA DE *Tectona grandis* L. f. CLONAL E SEMINAL. **Revista Brasileira De Biometria**, Bd. 34, Nr. 4, S. 395–406, 2016. Verfügbar unter: <https://www.researchgate.net/publication/308774588>.
- MOTTA, Santo; PAPPALARDO, Francesco. Mathematical modeling of biological systems. **Briefings in Bioinformatics**, Bd. 14, Nr. 4, S. 411–422, 2013.

- MOYA, R. et al. Equations for predicting heartwood merchantable volume and tradable sawlog in *Tectona grandis*. **Journal of Tropical Forest Science**, Bd. 32, Nr. 4, S. 379–390, 2020.
- MOYA, Róger; MARÍN, Juan Diego. Grouping of *Tectona grandis* (L.f.) clones using wood color and stiffness. **New Forests**, Bd. 42, Nr. 3, S. 329–345, 2011.
- MULYADIANA, Asep; TRIKOESOEMANINGTYAS; SIREGAR, Iskandar Z. Evaluation of early growth performance of 41 clones of teak (*Tectona grandis* Linn. f.) at four microsites in Purwakarta, Indonesia. **Journal of Forestry Research**, Bd. 31, Nr. 3, S. 901–907, 2020. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1007/s11676-019-00878-0>.
- NEITTAANMÄKI, Pekka; REPIN, Sergey; TUOVINEN, Tero. **Mathematical modeling and optimization of complex structures**. Barcelona: CIMNE, 2016-. ISSN 2194-3206. Bd. 40
- NIDAVANI, Ramesh B.; AM, Mahalakshmi. Teak (*Tectona grandis* Linn.): A renowned timber plant with potential medicinal values. **International Journal of Pharmacy and Pharmaceutical Sciences**, Bd. 6, Nr. 1, S. 48–54, 2014.
- NOVAES, Daniel Menezes et al. Modeling *Tectona grandis* tree and stand growth using stem analysis and permanent plot data. **Revista Arvore**, Bd. 41, Nr. 5, 2017.
- PANDEY, D.; BROWN, C. Teak: A global overview. **Unasylva**, Bd. 51, Nr. 201, S. 3–13, 2000.
- PECCHI, Matteo et al. Species distribution modelling to support forest management. A literature review. **Ecological Modelling**, Bd. 411, Nr. May, S. 108817, 2019. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2019.108817>.
- PÉREZ CORDERO, Luis Diego; KANNINEN, Markku. Heartwood, sapwood and bark content, and wood dry density of young and mature teak (*Tectona grandis*) trees grown in Costa Rica. **Silva Fennica**, Bd. 37, Nr. 1, S. 45–54, 2003.
- POUDEL, Krishna P.; CAO, Quang V. Characterizing Diameter Distributions. **Forest Science**, Bd. 59, Nr. 2, S. 243–252, 2013.
- PRADA, Marta et al. Development of a dynamic growth model for sweet chestnut coppice: A case study in Northwest Spain. **Ecological Modelling**, Bd. 409, Nr. March, S. 108761, 2019.
- QUINTERO-MÉNDEZ, María Alejandra; JEREZ-RICO, Mauricio. Heuristic forest planning model for optimizing timber production and carbon sequestration in teak plantations. **IForest**, Bd. 10, Nr. 2, S. 430–439, 2017.
- SAJJADUZZAMAN, MD.; MOLLICK, A. S.; MITLOHNER, R.; MUHAMMED, NUR; KAMAL, M. T. Site Index for Teak (*Tectona grandis* Linn. F.) in Forest Plantations of Bangladesh. **International Journal of Agriculture & Biology**, Bd. 7, Nr. 4, S. 547–549, 2005.
- SALEKIN, Serajis et al. A preliminary growth and yield model for eucalyptus globoidea blakely plantations in New Zealand. **New Zealand Journal of Forestry Science**, Bd. 50, 2020.
- SANTOS, Mario Lima dos et al. Approaches to Forest Site Classification as an Indicator of Teak Volume Production. **Forests**, Bd. 14, Nr. 8, S. 1613, 2023a. Verfügbar unter: <https://www.mdpi.com/1999-4907/14/8/1613>.
- SANTOS, Anne Francis Agostini et al. Clones production of *Tectona grandis*. **Adv. For.**

Sci, Bd. 1, Nr. 2, S. 75–82, 2104. Disponível unter: <http://www.periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/afor/article/view/>.

SANTOS, Mario Lima dos et al. Spatial variability of the productive capacity of teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the eastern Amazonia. **Australian Journal of Crop Science**, Bd. 16, Nr. 16(10):2022, S. 1193–1202, 2022b. Disponível unter: https://www.cropj.com/santos_16_10_2022_1193_1202.pdf.

SCOLFORO, José Roberto Soares. **Biometria florestal: Modelos de crescimento e produção florestal**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006.

SCOLFORO, José Roberto. **Mensuração Florestal; Módulo 3: Relações quantitativas, volume, peso e a relação hipsométrica**. Lavras: ESAL/FAEPE, 1993.

SEPPÄNEN, Petteri; MÄKINEN, Antti. Comprehensive yield model for plantation teak in Panama. **Silva Fennica**, Bd. 54, Nr. 5, S. 1–25, 2020.

SHAHZAD, Muhammad Khurram et al. Stem taper functions for *Betula platyphylla* in the Daxing'an Mountains, northeast China. **Journal of Forestry Research**, Bd. 32, Nr. 2, S. 529–541, 2020. Disponível unter: <https://doi.org/10.1007/s11676-020-01152-4>.

SHARMA, Ram P. et al. Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. **Forest Ecology and Management**, Bd. 262, Nr. 12, S. 2162–2175, 2011. Disponível unter: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378112711004816>.

SILVA, Raiane Scandiane et al. Silvicultural performance of *Tectona grandis* L.f. at different spacings in Cáceres, Mato Grosso state, Brazil. **Floresta e Ambiente**, Bd. 23, Nr. 3, S. 397–405, 2016.

SILVA, Fabricia Rodrigues da; WOJCIECHOWSKI, Júlio Cesar; SANTOS, Anne Francis Agostini. Perfil do fuste comercial da espécie *Tectona grandis* L.f. **Revista de Ciências Agroambientais Ciências**, Bd. 15, Nr. 140–143, 2017.

SOCHA, Jarosław; TYMIŃSKA-CZABAŃSKA, Luiza. A Method for the Development of Dynamic Site Index Models Using Height–Age Data from Temporal Sample Plots. **Forests**, Bd. 10, Nr. 7, S. 542, 2019. Disponível unter: <https://www.mdpi.com/1999-4907/10/7/542>.

SOUZA, Hallefy Junio de et al. Thinning-response modifier term in growth models: An application on clonal *Tectona grandis* Linn F. stands at the amazonian region. **Forest Ecology and Management**, Bd. 511, Nr. December 2021, S. 120109, 2022.

SURENDRAN, T. Growth of field planted teak clones at Karulai. Nr. 485, 2014.

TANGMITCHAROEN, Suwan; OWENS, John N. Floral biology, pollination, pistil receptivity, and pollen tube growth of teak (*Tectona grandis* Linn f.). **Annals of Botany**, Bd. 79, Nr. 3, S. 227–241, 1997.

TÉO, Saulo Jorge et al. Stem taper equation with extensive applicability to several age classes of *Pinus taeda* L. **Floresta**, Bd. 48, Nr. 4, S. 471–482, 2018.

TÉO, Saulo Jorge; ESTEVES, João Henrique. EFEITO DA IDADE SOBRE O POLINÔMIO DO QUINTO GRAU PARA AFILAMENTO DE *Pinus taeda* L. **BIOFIX Scientific Journal**, Bd. 7, Nr. 1, S. 66, 2022.

TEWARI, Vindhya; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, Juan; GARCÍA, Oscar. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, Bd. 1, Nr. 1, S. 9, 2014. Disponível unter: <http://forestecosyst.springeropen.com/articles/10.1186/2197->

5620-1-9.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests**. Wallingford: CAB International, 1994.

VENDRUSCOLO, Diogo G. S. et al. Estimativa da altura de árvores de *Tectona grandis* L.f. utilizando regressão e redes neurais artificiais. **Nativa**, Bd. 5, Nr. 1, S. 52–58, 2017.

VIGULU, Vaeno et al. Growth and yield of 5 years old teak and flueggea in single and mixed species forestry systems in the Solomon Islands. **New Forests**, Bd. 50, Nr. 4, S. 629–642, 2019.

YANG, Baoguo et al. Horizontal and vertical distributions of heartwood for teak plantation. **Forests**, Bd. 11, Nr. 2, 2020.

YASODHA, Ramasamy et al. Draft genome of a high value tropical timber tree, Teak (*Tectona grandis* L. f): insights into SSR diversity, phylogeny and conservation. **DNA Research**, Bd. 25, Nr. 4, S. 409–419, 2018. Verfügbar unter: <https://academic.oup.com/dnaresearch/article/25/4/409/5003450>.

ZIECH, Beno Guilherme et al. Modelos de crescimento em altura dominante e índice de sítio para Teca em Glória D'Oeste-MT. **Revista Brasileira de Biometria**, Bd. 34, Nr. 4, S. 533–542, 2016.

ZIECH, Beno Guilherme et al. Models of growth in dominant height and site index for teak in Glória D'Oeste-MT. **Revista Brasileira de Biometria**, Bd. 34, Nr. 4, S. 533–542, 2016.

CAPÍTULO 2 - ARTIGO 1

**APPROACHES TO FOREST SITE CLASSIFICATION AS AN INDICATOR OF
TEAK VOLUME PRODUCTION**

**Artigo publicado em 10 de agosto de 2023
Revista: Forests**

Disponível em: <https://doi.org/10.3390/f14081613>

Article

Approaches to Forest Site Classification as an Indicator of Teak Volume Production

Mario Lima dos Santos ^{1,*}, Eder Pereira Miguel ¹, Mauro Eloi Nappo ¹, Hallefy Junio de Souza ¹, Cassio Rafael Costa dos Santos ², José Natalino Macedo Silva ³ and Eraldo Aparecido Trondoli Matricardi ¹

¹ Department of Forest Sciences, Campus Universitário Darcy Ribeiro W/N, University of Brasília, Brasília 70910-900, DF, Brazil; miguelederpereira@gmail.com (E.P.M.); mauronappo@yahoo.com.br (M.E.N.); hallefyj.souza@gmail.com (H.J.d.S.); ematricardi@unb.br (E.A.T.M.)

² Capitão Poço Campus, Federal Rural University of Amazonia, Travessa Pau Amarelo W/N, Vila Nova, Capitão Poço 68650-000, PA, Brazil; cassio.santos@ufra.edu.br

³ Department of Forest Sciences, Belém Campus, Federal Rural University of Amazonia, Av. Presidente Tancredo Neves 2501, Terra Firme, Belém 66077-830, PA, Brazil; silvanatalino734@gmail.com

* Correspondence: mariolimaeng@gmail.com; Tel.: +55-91-98170-8268

Abstract: We conducted a study on the dominant height growth of clonal teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the Brazilian Amazon to assess their potential and its agreement with volumetric production. We employed two approaches, ADA (algebraic difference) and GADA (generalized algebraic difference), and analyzed data from 58 permanent plots collected over a 10 year period. To classify the sites, we developed equations and evaluated their accuracy using various criteria, including correlation coefficient, mean square of residual, Akaike's criterion, distribution of residuals, and validation through equivalence testing (TOST). We also assessed the biological realism of the constructed curves. We used cluster evaluation and dendrogram comparison to assess the agreement between site index and volumetric production for each approach. The Lundqvist–Korf baseline models (M1–ADA and M4–GADA) proved to be accurate and realistic in estimating dominant height in both approaches. Our findings indicate that the approaches utilizing dynamic equations and generating polymorphic curves effectively represent the sites and indicate the volumetric production of the plantations, with 98.3% of agreement rate. Based on our results, we recommend the use of ADA and GADA approaches for estimating the dominant height of clonal teak plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

Keywords: dynamic equations; productive classes; anamorphic curves; polymorphic curves



Citation: Santos, M.L.d.; Miguel, E.P.; Nappo, M.E.; Souza, H.J.d.; Santos, C.R.C.d.; Silva, J.N.M.; Matricardi, E.A.T. Approaches to Forest Site Classification as an Indicator of Teak Volume Production. *Forests* **2023**, *14*, 1613. <https://doi.org/10.3390/f14081613>

Academic Editor: Roberto Molowny-Horas

Received: 21 June 2023

Revised: 13 July 2023

Accepted: 21 July 2023

Published: 10 August 2023



Copyright: © 2023 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Teak (*Tectona grandis* Linn F.) is one of the most cultivated timber forest species in the world, which is due to its high commercial timber value, given its unique mechanical, structural, and aesthetic qualities. This species is originating from several tropical and subtropical climate Asian countries, such as India, Myanmar, Laos, and Thailand, where natural forest stands still exist. Furthermore, teak is currently observed in Asia, Africa, and Latin America, with more than 4 million hectares of planted stands [1–3]. In Brazil, it is among the most emerging cultivated tree species, and its cultivation in planted areas has grown substantially, along with other species, such as *Schizolobium parahyba* var. *amazonicum* (Huber × Ducke) Barneby and *Acacia mangium* [4]. Due to the characteristics of its wood, teak plantations are considered an important source of high-quality wood, which has contributed to mitigating human pressure on native forests [5]. The worldwide expansion of this tree species indicates teak's high ecological versatility, especially regarding its adaptability to diverse soil and climate conditions [6].

Despite the great aptitude that teak has for large-scale timber production, it is crucial to adopt advanced silvicultural management tools and techniques aiming to ensure successful

establishment, growth, and production [7]. In this regard, information on the silvicultural behavior of this tree species, coupled with advanced mathematical modeling techniques, has been extremely important for strategies to optimize teak production [8,9]. It requires an advancement of those techniques, especially for clonal stands of these tree species, given the greater potential of those stands to leverage productivity [10] compared to seminal stands.

In this context, the site classification through dominant height modeling, aiming to determine the productive capacity of teak stands, has been one of the most promising tools to support management practices for this species [11,12]. There are several available techniques to optimize site index curves, but most of them are based on the following methods [13]: Guide curve, parameter prediction, algebraic difference approach (ADA), and generalized algebraic difference approach (GADA) [14].

In Brazil, commercial forests occupy about 10 million hectares, and these forests are responsible for the production of a significant amount of wood, with part of this production intended for export and being able to meet the international market demand [4]. Given the crucial role that Brazilian forests play, it is essential to determine an accurate and realistic method to assess the productive capacity of these areas. Although the guide curve method is still widely used in the country for several species and management practices, such as *Eucalyptus* spp. [15], *Pinus* spp. [16], *Khaya* spp. [17], and teak [18], it has some restrictions and shortcomings that may affect the accuracy of projections in volumetric production of Brazilian planted forests, as reported by [19].

As an alternative to the guide curve method, the authors of [20] proposed an algebraic difference-based approach (ADA). This method consists of deriving dynamic equations, allowing for the substitution of equation parameters and generation of anamorphic or polymorphic curves. Polymorphic curves can describe the dominant height growth of hardwood forest species, such as teak, which, as a rule, presents dynamic growth that changes in response to the environment and silvicultural practices [21]. Several studies have used ADA as a way to determine the productive capacity of forest stands [22]. Despite the benefits offered by this method, there is the possibility of obtaining curves with one single asymptote, depending on the parameters replaced in the equation. This may lead to inconsistencies in the dominant height estimation [23].

Some studies have used an adaptation of the ADA method, which consists of a generalization of the algebraic difference approach (GADA). This adaptation of the ADA method aims to predict polymorphic curves more efficiently, using more than one parameter and multiple asymptotes, which can be based on characteristics of the environment where the forest stand is located [23–25]. For clonal teak stands located in tropical regions, such as the Eastern Amazon, the use of the GADA-based approach can be an interesting management tool to make a prediction of volumetric production [26] and/or to support thinning practices [12] with ADA, for example.

The comparison among different approaches to determine the productive capacity of teak is indispensable in forestry studies. This comparison should take into account not only the accuracy of the estimates, the biological realism of the dominant height growth curves, and their generated productive capacity classes, but also their indicative yield. Therefore, the estimates performed by each site classification approach may generate a distinct degree of responsiveness in volumetric production. They affect the projections of forest growth and production models since height is strongly correlated with potential volume growth [27].

This study investigates the relationship between dominant height growth, productive potential, and volumetric production in teak clonal plantations. Field data collected from permanent plots in teak forest stands in the Amazon region are used for this analysis. The main research question is whether the ADA (algebraic difference) and GADA (generalized algebraic difference) approaches are suitable for accurately and realistically representing the relationship between the productive capacity (site) and volumetric production in teak clonal plantations. Our hypothesis proposes that dynamic equations employed in these approaches offer an accurate and realistic representation of the productive potential,

thereby providing an indication of the volumetric yield. The objectives of this study were to determine and compare the productive capacity of teak clonal plantations in the Eastern Brazilian Amazon using the ADA and GADA approaches. Additionally, this study aimed to evaluate the agreement of each approach with the volumetric production to investigate their effectiveness in confirming the yield.

2. Materials and Methods

2.1. Study Area and Silvicultural Practices

We conducted the present study in clonal teak plantations, located in the municipality of Capitão Poço, State of Pará, Eastern Brazilian Amazon (central coordinates: $2^{\circ}30'0''$ S; $47^{\circ}20'00''$ W and $2^{\circ}20'0''$ S; $47^{\circ}30'0''$ W) (Figure 1). The region presents a slightly undulating and flat relief, originally covered by Dense Ombrophylous Forest [28]. The predominant soils are Petroplintic Dystrophic Yellow Latosol, Typical Dystrophic Yellow Latosol, and Petric Concretionary Plintosoil [29]. According to the Köppen classification, the climate is Am type and it is characterized as hot and humid, with a short dry season [30]. The average annual rainfall and temperature are 2256 mm and 26.1°C , respectively [31].

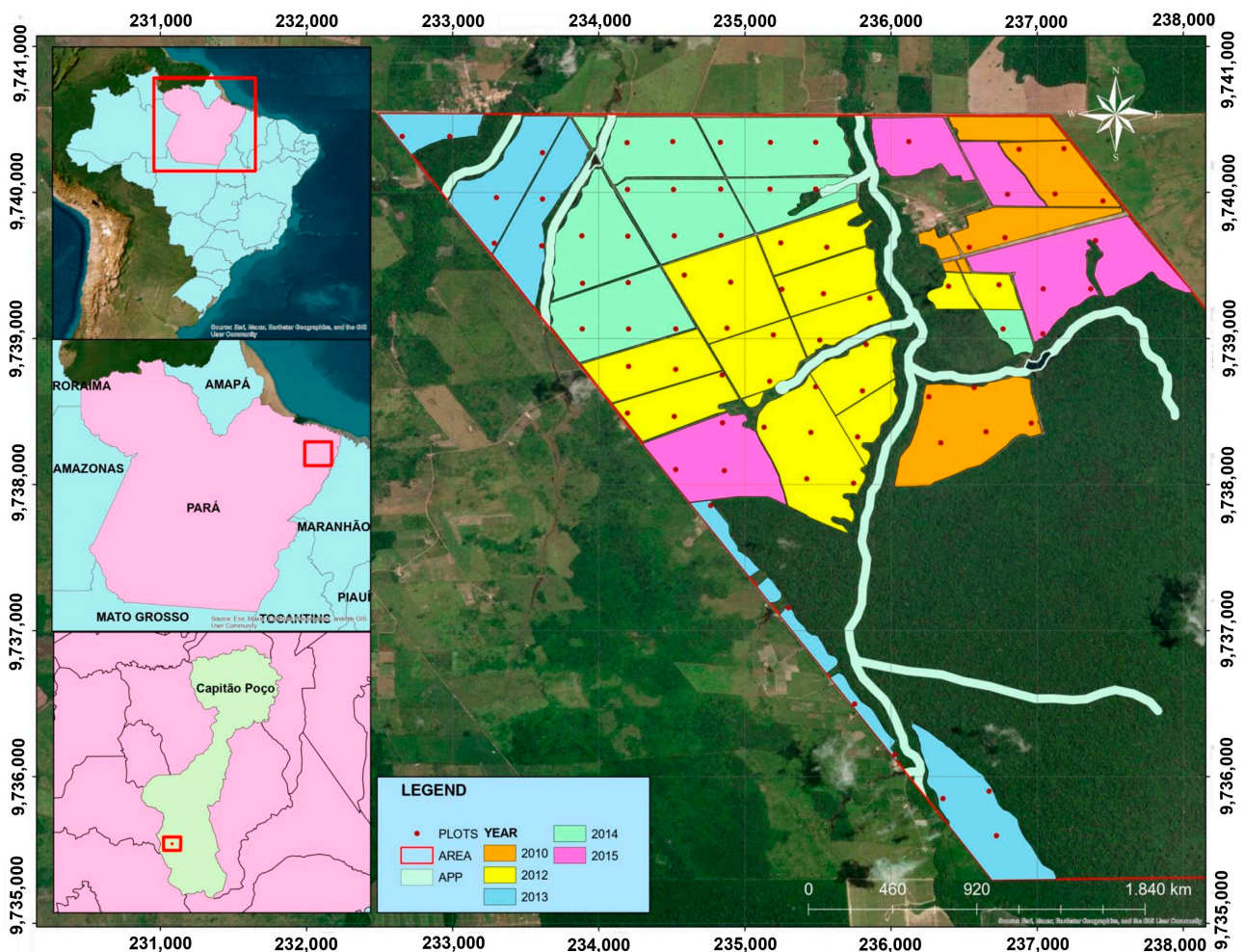


Figure 1. Study site location in Capitão Poço municipality, Pará state, Eastern Brazilian Amazon.

The monoclonal teak stands are between 7 and 12 years old and were manually planted at 3.5×3.5 m, 3.75×3.75 m, and 4×4 m spacings. The same silvicultural practices were applied in all plantings established between 2010 and 2015, as well as in the sampling plots established in these plantings, in identical calendars. These silvicultural practices consisted of combating leaf-cutting ants with ant bait; cleaning the area with a bulldozer; liming with

dolomitic limestone (3 t ha^{-1}); planting fertilization in the planting hole (200 g plant^{-1} of NPK 8-28-16 and 100 g plant^{-1} of KCl); control of weeds through crowning with hoe; mechanized and semi-mechanized weeding with a hydraulic tractor; maintenance fertilization with application of Boron (7 g plant^{-1}) and KCl (100 g plant^{-1}) and artificial pruning with a saw and motor pruner [12]. Thinning was systematically performed at 4.5 (1st) and 8.5 (2nd) years, reducing the basal area by 50% in both interventions [12,26].

2.2. Forest Inventory

We performed periodic inventories for 10 years in 58 circular plots (500 m^2), using the systematic sampling process. The plots were distributed on a regular grid of $320 \text{ m} \times 320 \text{ m}$ (Figure 1). The measured variables were: diameter at 1.3 m from the ground (dbh) measured with a diametric tape and total height (h) with a Vertex IV hypsometer [32]. We determined the dominant height (Dh) according to the criteria established by [33], which consisted of the average height of the 100 trees with the highest dbh per hectare; therefore, measuring five dominant trees per plot. We also calculated the volume of a single tree with bark (v) using the Takata model (Equation (1)), constructed for the same stand by [12,34], and then extrapolated to the equivalent measurement of one hectare ($\text{m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$).

$$v = \frac{dbh^2 h}{(20,510.8 + 286.7 dbh)} \quad (1)$$

where h : total height (m); dbh : diameter at 1.3 m from the ground (cm); v : volume of single tree with bark (m^3).

2.3. Modeling the Production Capacity

Site indices (SI) were obtained using the algebraic difference approach (ADA) and generalized algebraic difference approach (GADA), with the selection of the Lundqvist–Korf (M1), Chapman–Richards (M2), and Hossfeld (M3) models for ADA and Lundqvist–Korf (M4), also known as the Bailey–Clutter model (which is widely used in forestry modeling), Cieszewski (M5), and Schumacher (M6) for GADA [7,23,24,35] (Table 1). These models were fitted to data pairs of current Dh (Y_0) as a function of current age (t_0) and future Dh (Y) as a function of future age (t_1). These constructed models allowed us to generate anamorphic (M2) and polymorphic (M1, M3, M4, M5, and M6) curves, which can accurately represent the growth of major forest variables [7]. Candidate dynamic functions have the property of temporal invariance, which means that projections that use different initial ages but have the same final ages are equivalent [36].

The generalized algebraic differences approach (GADA) is an improvement of the traditional ADA method, which allows for more flexibility of dynamic equations, making them polymorphic and with multiple asymptotes. When only one parameter of the base model is associated with a theoretical measurement of site quality, GADA is equivalent to ADA [37]. The development of GADA models is based on modifying parameters of the baseline model by explicit functions of X , and it can be constructed to account for the expected temporal correlation for longitudinal data of dominant height evolution [7]. It consists of an unobservable independent variable, in which it can describe the bioedaphoclimatic factors from the site [26]. As defined by [26] and [12], the plantations were stratified into three productive capacity classes, namely, low (class 3), medium (class 2), and high (class 1) productivities, with a reference age (RA) of 12 years, consisting of the age closest to the rotation age [38], which, in accordance with [26], can range between 14 and 17 years in the Eastern Amazon.

Table 1. Dominant height growth models selected to fit data from teak (*Tectona grandis* Linn F.) clonal plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

Model No.	Base Model	Parameters Related to the Target Variable X	Initial Solution for X with Y ₀ and t ₀	Dynamic Equation
M1	Lundqvist-Korf $Y = A \exp(-B t^{-\Gamma})$	$B = X$	$X_0 = -Ln\left(\frac{Y_0}{b_1}\right) t_0^{b_3}$	$Y = b_1 \exp^{[Ln\left(\frac{Y_0}{b_1}\right)\left(\frac{t_0}{t_1}\right)^{b_3}]}$
M2	Chapman-Richards $Y = A [1 - \exp(-Bt)]^\Gamma$	$A = X$	$X_0 = \frac{Y_0}{[1 - \exp(-b_1 t_0)]^{b_2}}$	$Y = Y_0 \left[\frac{1 - \exp(-b_1 t_1)}{1 - \exp(-b_1 t_0)} \right]^{b_2}$
M3	Hossfeld $Y = \frac{A}{1+B t^{-\Gamma}}$	$B = X$	$X_0 = t_0^{-b_3} \left(\frac{b_1}{Y_0} - 1 \right)$	$Y = b_1 / \left[1 - \left(1 - \frac{b_1}{Y_0} \right) \left(\frac{t_0}{t_1} \right)^{b_3} \right]$
M4	Lundqvist-Korf $Y = A \exp(-B t^{-\Gamma})$	$A = \exp(X)$ $B = (b_1 + b_2) / X$	$X_0 = \frac{1}{2} t_0^{-b_3} \left[b_1 + t_0^{b_3} Ln(Y_0) \pm \sqrt{4b_2 t_0^{b_3} + L_0} \right]$ With, $L_0 = (-b_1 - t_0^{b_3} Ln(Y_0))^2$	$Y = \exp^{(X_0)} \exp^{-\left(\frac{b_1+b_2}{X_0}\right)t_1^{-b_3}}$
M5	Cieszewski $Y = \frac{\beta t^\Gamma}{t^\Gamma + A}$	$A = B + X$ $B = \frac{A}{X}$	$X_0 = h_0 - b_1 + \sqrt{(h_0 - b_1)^2 + 2 h_0 \exp\left(\frac{b_1}{t_0^{b_3}}\right)}$	$Y = Y_0 \left[\frac{t_1^{b_3} (t_0^{b_3} X_0 \exp(b_2))}{t_0^{b_3} (t_1^{b_3} X_0 \exp(b_2))} \right]$
M6	Schumacher $Y = \exp^{(A+B t^{-1})}$	$A = X$ $B = b_1 X$	$X_0 = \frac{Ln Y_0}{\left(\frac{t_0+b_1}{t_0}\right)}$	$Y = \exp^{[X_0+X_0\left(\frac{b_1}{t_1}\right)]}$

where Y and Y₀: variables of interest at age t₀ and t₁, respectively; t, t₀, and t₁: stand ages (months); X: unobservable and unquantifiable theoretical variable; X₀: solution of X for initial height and age; A, B, and Γ: parameters of the base model; b₁, b₂, and b₃: global parameters of the dynamic equations. Source: [7,19,23,39].

2.4. Model Selection and Validation

For each approach, the model that showed the highest accuracy, as well as logical behavior and biological realism in the dominant height growth curves, was selected by evaluating the inflection point, growth rate, and asymptotic point [40]. The model selection adopted the following statistical criteria: highest Pearson’s linear correlation coefficient between the observed and predicted values (r_{yy}), lowest root mean square error (RMSE), lowest root mean square error percentage (MSPE), and lowest Akaike information criterion (AIC) [41]. We also performed the graphical analysis of the absolute residues, distribution of the observed and predicted values, histogram of the relative error frequency with residual classes that represent ranges of values in which these residuals are grouped, significance of the regression parameters, and the normality of the residuals by the Shapiro–Wilk test at 95% probability [42].

Complementarily, we performed fittings of the dominant height growth models using the least squares method—generalized nonlinear, from the “gnls” function of the “nlme” package, from R® studio software, 4.3.1. version [43]. For assessing potential autocorrelation, we modeled the error term using a first-order continuous autoregressive error structure, a method that allowed the models to be applied to longitudinal and unbalanced data [44]. We assumed an autoregressive structure of residuals, whose models were fitted separately [45].

We divided the database of dominant heights into two random groups, considering all ages, with one group for model fitting (80%) and the other one for model validation (20%) (Table 2). For validation of the selected models, we adopted the regression-based TOST (two one-sided test) equivalence test using bootstrap, since this is one of the most suitable methods for assessing equivalence between estimated and observed values [46,47]. The dissimilarity hypothesis is rejected or not rejected according to the equivalence regions for the regression parameters (intercept and slope, with 25% at the 99% probability level, with 1000 bootstraps). This test is a statistical procedure used to evaluate whether a model is equivalent to a given standard or reference [12]. We also performed a linear regression between the observed and predicted values to calculate two confidence limits for the parameters and their respective comparison with the estimated equivalence region. Part of the hypothesis of the present article, which is about the accuracy of the models and, consequently, the approach to estimating the dominant height, was tested through statistical criteria for model selection, model validation, and evaluation of biological realism in the

estimation of site index curves. This validation test was also applied to clonal teak stands in the studies by [12,26].

Table 2. Descriptive statistics of variables of teak (*Tectona grandis* Linn F.) clonal plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

Variables	Fit Data				Validation Data			
	Min.	Max.	Mean	SD	Min.	Max.	Mean	SD
<i>t</i>	1.00	12.00	5.31	2.65	1.00	12.00	5.68	2.51
<i>Dh</i>	3.14	21.18	13.84	3.49	5.22	20.31	14.34	2.95
Plots	1.0	46.0	23.5	13.42	1.0	12.0	6.5	3.61
<i>n</i>	1.0	427.0	214	123.41	1.0	107.0	54.0	31.03
<i>V</i>	68.35	227.53	158.84	31.23	-	-	-	-
<i>dbh</i>	17.51	24.44	20.93	2.04	-	-	-	-

where *t*: age (years); *Dh*: dominant height (m); *n*: number of observations (pairs of dominant height and age); *V*: total volume per plot (m³ ha⁻¹); *dbh*: diameter at 1.3 m from the ground (cm); SD: standard deviation.

2.5. Hierarchical Cluster Analysis

To conclude the hypothesis test of the present article, we used the extent of agreement between the site index (SI) and the volumetric production for each approach method. This procedure was performed through hierarchical clustering analysis, using the “dendextend” package and applying the “tanglegram” function [48]. This test was conducted to assess the extent of agreement between the volume production and site indices of each classification approach. To achieve it, dendrograms were created for ADA and GADA to support comparisons of the similarity among the inventoried plots. We performed the grouping comparison (cluster) from matrices, comparing in pairs, dendrograms consisting of SI data and total volume (m³ ha⁻¹). The total volume with bark consisted of the net production, which was calculated by the sum of the remaining production with the accumulated production in the thinning practices at 7 years of plantation age. The age of 7 years was chosen for comparison purposes, since at that age we had volume monitoring available in all 58 sampling plots of the forest inventory.

We compared each pair of dendrograms (volume × SI method) using the tanglegram method, which checks the existing correlation for each plot individually, comparing its position in each of the two dendrograms to be compared. In the volume dendrogram, three groups (clusters) were expected to be formed, aiming to compare them with the three classes of productive capacity, generated by each method. The distances between clusters were recalculated by using the Lance–Williams dissimilarity update formula, and the unweighted pair group method with arithmetic mean (UPGMA) was selected. The degree of agreement between the two dendrograms was expressed as the entanglement metric (based on the positioning of each plot in the two dendrograms), where zero indicates no entanglement and one is full entanglement.

3. Results

3.1. Modeling of Production Capacity

Dominant height modeling using ADA and GADA revealed the following order of accuracy: M3 > M1 > M4 > M5 > M2 > M6, with estimation errors of less than 1 m (*RMSE*) and 6% (*RMSPE*) (Table 3). The M3 and M4 models showed the highest accuracy in each approach for predicting the dominant height according to the statistical criteria, with estimation errors of less than 1 m (*RMSE*), errors between 4 and 5% (*RMSPE*), highest correlation ($r_{\hat{y}y}$), and the smallest value of Akaike’s criterion (*AIC*). The ADA models, M1 and M3, stood out when compared to the GADA models, except for M2, which presented the second highest error (0.7687 and 5.2047%).

Table 3. Estimators and precision statistics of dominant height growth models fitted using ADA (M1, M2, and M3) and GADA (M4, M5, and M6) approaches in clonal teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

Model No.	Parameters	Standard Error of the Parameters	r_{yy}^{\wedge}	RMSE	RMSPE	AIC
M1	$b_1 = 24.958604$ $b_3 = 0.605413$	1.2115007 0.0382228	0.9678	0.6683	4.5251	875.63
M2	$b_1 = 0.0232586$ $b_2 = 0.7577856$	0.00201532 0.03424046	0.9596	0.7687	5.2047	995.12
M3	$b_1 = 20.870433$ $b_3 = 1.102182$	0.5513357 0.0416282	0.9678	0.6676	4.5199	874.65
M4	$b_1 = -42,437.13$ $b_2 = 136,544.68$ $b_3 = 0.6054006$	4286.562 14,206.718 0.035	0.9677	0.6684	4.5254	877.67
M5	$b_1 = 10.707307$ $b_2 = 5.031924$ $b_3 = 0.751607$	3.184992 0.507783 0.026144	0.9648	0.7029	4.7595	920.76
M6	$b_1 = -4.44418$	0.08000048	0.9589	0.8324	5.6363	1059.93

where b_i : model parameters; *RMSE*: square root of the mean error; *RMSPE*: square root of the percentage mean error; r_{yy}^{\wedge} : correlation coefficient between observed and predicted values; and *AIC*: Akaike Information Criterion.

The distributions of the residuals for the ADA models showed similarities, especially for models M1 and M3, which revealed less bias in the estimation of the dominant height both in the constructed statistics and in the residue patterns. In both models (Figure 2a), the amplitude of ± 2.4 m of absolute residual was concentrated in the central error classes, indicating a greater number of observations close to zero, which was confirmed by the Shapiro–Wilk test, concluding that the residuals follow a normal distribution (Figure 2c), with significant and high correlations between observed and predicted values (>0.96) (Figure 2b). When evaluating model M2, a particular trend was noted, with residue amplitudes of ± 2.8 m, evidencing underestimation and overestimation in the smaller and larger dominant heights, respectively.

On the other hand, model M6 of the GADA approach presented underestimations of up to 2.91 m in the prediction of the dominant height at early ages, while it showed a trend of overestimation of up to 2.8 m (Figure 3a). Model M4, in turn, showed no bias in the estimations, presenting residual amplitudes of ± 2.3 m (Figure 3a). Additionally, this model showed a high correlation between the estimated and observed values (>0.96) (Figure 3b), and the residuals of this model followed a normal distribution, concentrating on the central error classes (Figure 3c).

The ADA and GADA models indicated accurate estimates for dominant height and were validated by the equivalence test, except for model M6, in which the intercept parameter of test (14.44 ± 14.81), corresponding to the similarity region, extrapolated the acceptance margin (14.14 ± 14.64) (Table 4). For model M1, the test generated a reliability interval for the intercept of 14.34 ± 14.84 , and the similarity region (14.48 ± 14.78) was within this interval. The same pattern was observed for the slope parameter, with the region of similarity (0.95 ± 1.07) contained within the confidence interval (0.75 ± 1.25). Therefore, the test of the straight-line equation parameters estimated values within the confidence region, indicating reliability of the results. The validation confirmed the accuracy of models M1, M2, M3, M4, and M5, to re-estimate the dominant height, indicating no statistical difference between observed and predicted values. The hypothesis of dissimilarity was rejected for the models fitted by ADA and GADA, since the confidence intervals of their parameters were found within the region of similarity.

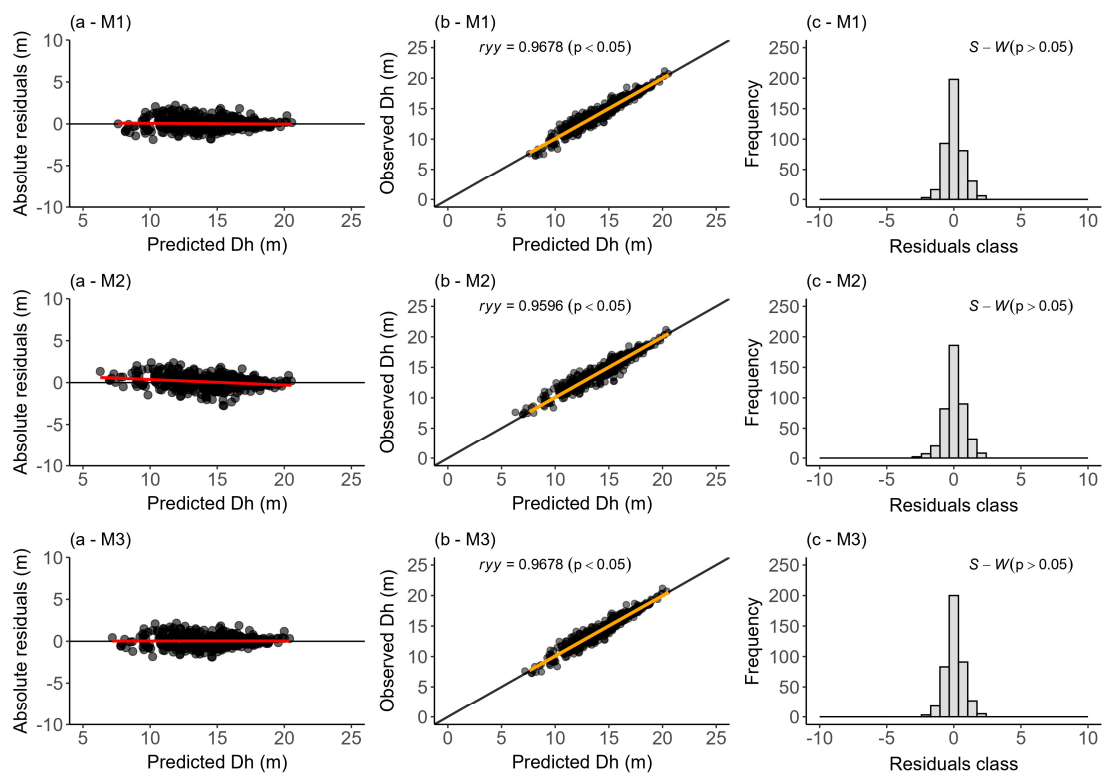


Figure 2. Distribution of absolute estimation errors (a), correlation between observed and predicted volumes (b) and histogram of the absolute error frequency (c) of ADA models, fitted to dominant height data in clonal teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

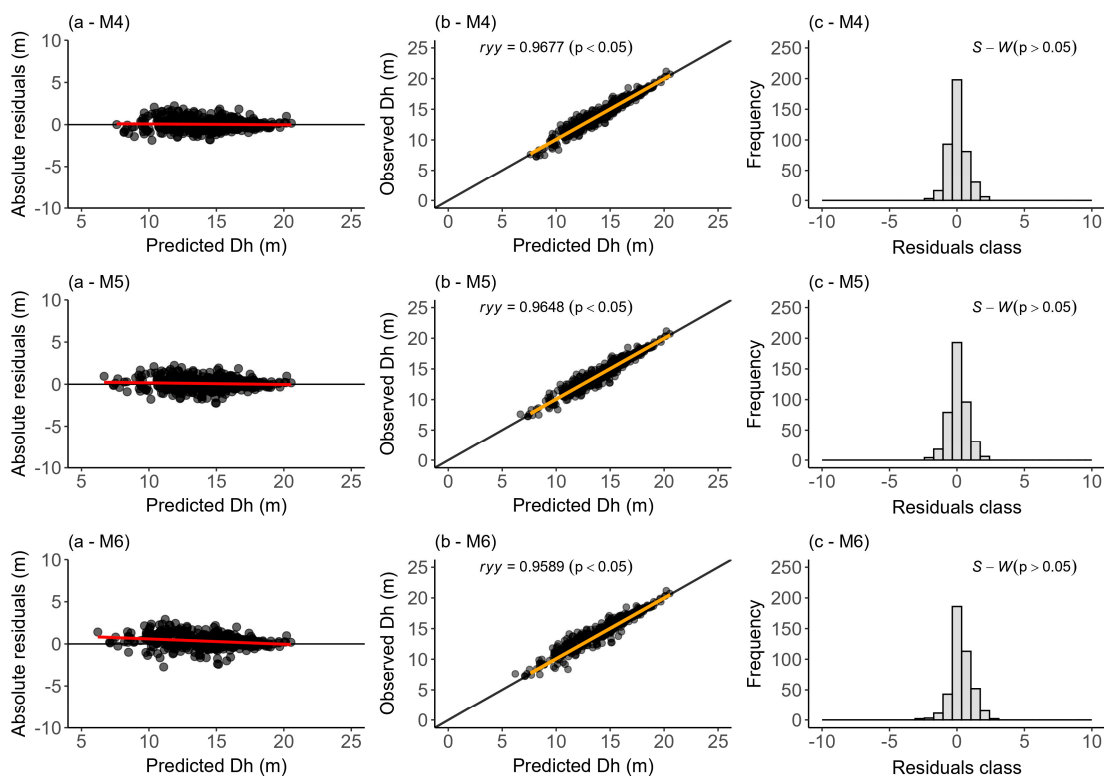
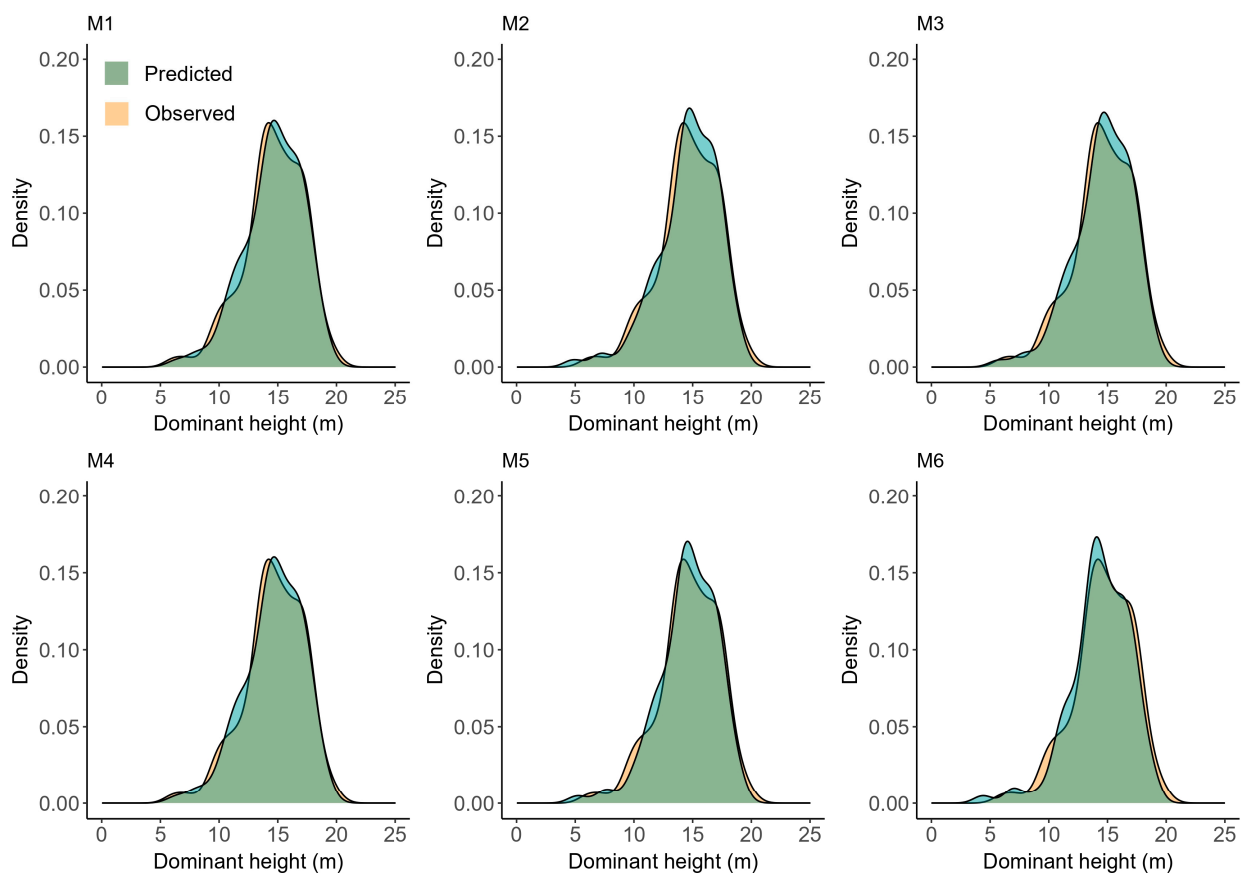


Figure 3. Distribution of absolute estimation errors (a), correlation between observed and predicted volumes (b) and histogram of the absolute error frequency (c) of the GADA models, fitted to dominant height data in clonal teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

Table 4. Validation of the ADA and GADA models for estimating the dominant height in teak (*Tectona grandis* Linn F.) clonal plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

Model No.	Parameters	Confidence Interval	Similarity Region	Dissimilarity
M1	Intercept slope	14.34 ± 14.84 0.75 ± 1.25	14.48 ± 14.78 0.95 ± 1.07	Reject Reject
M2	Intercept slope	14.33 ± 14.83 0.75 ± 1.25	14.46 ± 14.79 0.90 ± 1.04	Reject Reject
M3	Intercept slope	14.35 ± 14.85 0.75 ± 1.25	14.47 ± 14.78 0.96 ± 1.07	Reject Reject
M4	Intercept slope	14.34 ± 14.84 0.75 ± 1.25	14.47 ± 14.79 0.96 ± 1.08	Reject Reject
M5	Intercept slope	14.31 ± 14.81 0.75 ± 1.25	14.47 ± 14.79 0.95 ± 1.08	Reject Reject
M6	Intercept slope	14.14 ± 14.64 0.75 ± 1.25	14.44 ± 14.81 0.89 ± 1.06	Do not reject Reject

When analyzing the density of the dominant height estimation performed by the approaches, we found a greater overlap between observed and predicted values for models M1 and M4, followed by M3 (Figure 4). On the other hand, models M2, M5, and M6 presented larger oscillations between the estimated and observed areas. These results corroborate the greater errors obtained for these models in estimating the dominant height, as also evidenced by the equivalence test, which did not validate model M6.

**Figure 4.** Dominant height observed and predicted by ADA and GADA models, in clonal teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon. Green color represents the predicted data distribution. Yellow color represents the observed data distribution.

For model M6, larger discrepancies were obtained between the observed and estimated values, especially in the range from 3 to 15 m of dominant height. The lack of agreement between these heights indicates a lower accuracy of model M6 with regard to the observed data. This probability density analysis between observed and estimated values from modeling provided a more detailed understanding of the performance of each model with respect to the estimation of the dominant height. Models M1 and M4 showed better adherence to the observed data, while M2, M5, and M6 showed greater discrepancies and oscillations, indicating their lower accuracy.

The site index curves obtained in each approach highlight the existence of sites with distinct productive characteristics, reflecting the variation in teak productive potential. This variation was represented by site indexes at 16, 18, and 20 m (Figure 5), indicating different levels of tree growth quality. Both approaches yielded equivalent results, revealing that most plots were concentrated in the intermediate yield capacity classes, corresponding to 63% of the total plots. On the other hand, the lower and upper classes showed smaller proportions, representing 23% and 13% of the plots, respectively. This distribution indicates that the study area has a significant number of plots with moderate production capacity, while plots with lower or higher productive potential are less common.

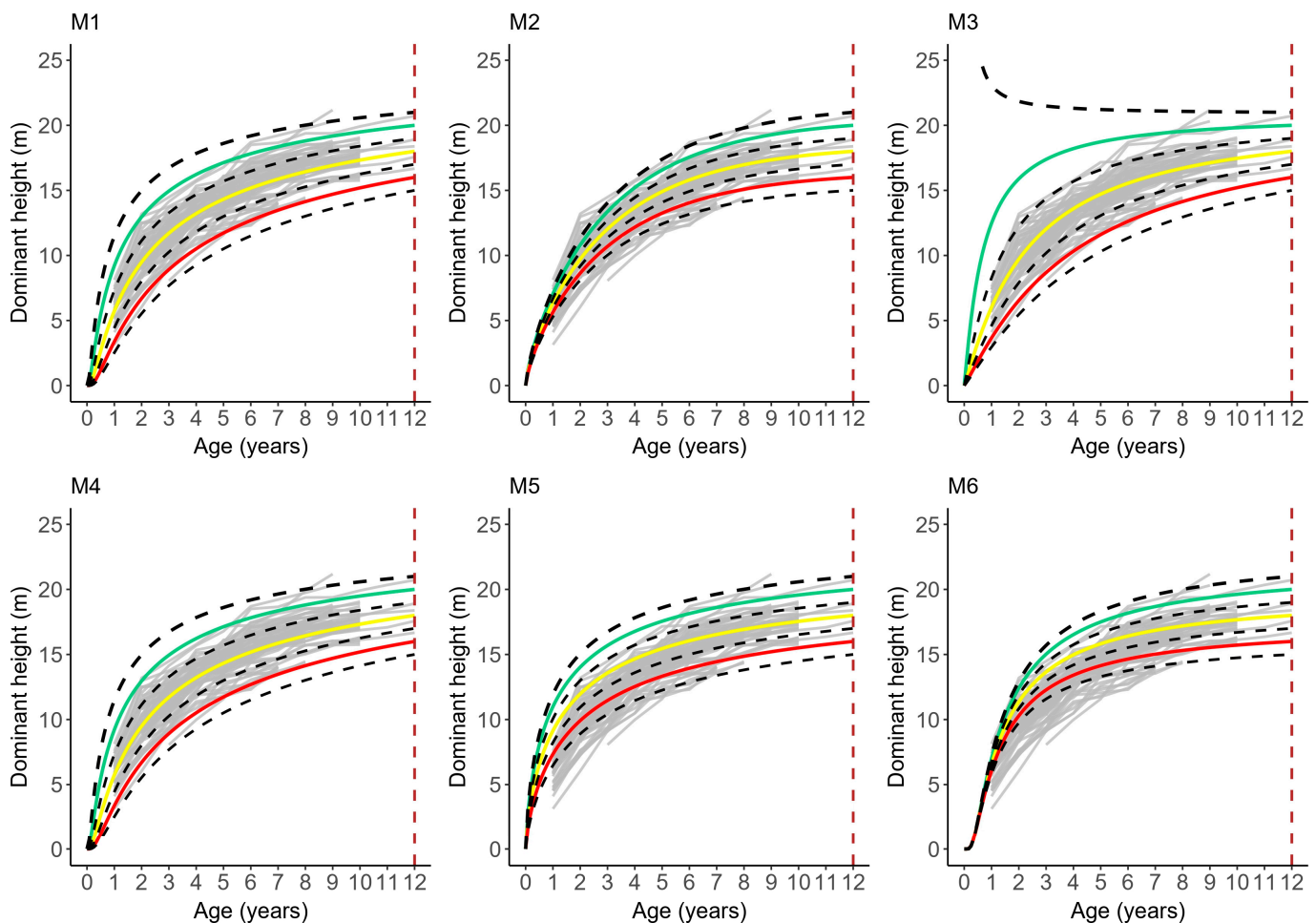


Figure 5. Site index curves generated by the ADA and GADA approaches in clonal teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon. Lines in green: $SI = 20$ m; yellow: $SI = 18$ m; red: $SI = 16$ m; dashed lines: boundaries between classes; gray lines: observed dominant heights; wine-colored dashed vertical lines: reference age (12 years).

Although the quality of fitting values indicated that model M3 had greater accuracy in the ADA approach, the site index curves generated by this model presented unrealistic

shapes, as illustrated in Figure 5—M3. These inconsistencies were observed when projecting curves that exceeded the real limits of the dominant height values, especially in the most productive class. This projection compromised the adequate representation of the productive characteristics of the sites. On the other hand, model M2 generated anamorphic curves (Figure 5—M2), which were not able to include the dominant height values among the classes, resulting in a distorted representation of the forest sites' characteristics. The GADA models, M5 and M6, in turn, projected curves that could not include the dominant height values at ages lower than 7 years, not adhering to the actual observed values. This limitation compromised the accuracy of the representation of forest site characteristics at younger ages.

The best models, M1 from ADA (Figure 5—M1) and M4 from GADA (Figure 5—M4), generate polymorphic site index curves that consistently follow the biological behavior of the dominant height. The actual points of the dominant height variable were plotted broadly within the boundaries of the protected site classes. These curves provide an accurate representation of the productive characteristics of the forest sites. Both the ADA and GADA approaches provided equivalent heights for the estimation of dominant height and the construction of site curves. However, the ADA approach stood out by providing a more accurate classification of the forest sites. This means that the ADA approach was able to capture site characteristics more accurately, generating site index curves that are more faithful to reality.

We provide a practical example of how to use the equation developed in this study, specifically focusing on the algebraic difference approach represented by model M1. Equation (2) enables the projection of the future dominant height (Dh_1) based on the current dominant height (Dh_0), current age (t_0), and future age (t_1). When the future age (t_1) is equal to the reference age (RA), which is 144 months (or 12 years) in this case, the future dominant height (Dh_1) equals the site index (SI). This process culminates in the construction of Equation (3), which can be employed to estimate the dominant height (Dh). Furthermore, by inverting Equation (3), we obtain Equation (4), which allows for the prediction of the site index based on the dominant height (Dh), demonstrating consistency of the methodology employed.

$$Dh_1 = b_1 \cdot \left(\frac{Dh_0}{b_1} \right)^{\left(\frac{t_0}{t_1} \right)^{b_3}} = 24.958604 \cdot \left(\frac{Dh_0}{24.958604} \right)^{\left(\frac{t_0}{t_1} \right)^{0.605413}} \quad (2)$$

$$Dh = b_1 \cdot \left(\frac{SI}{b_1} \right)^{\left(\frac{144}{t} \right)^{b_3}} = 24.958604 \cdot \left(\frac{SI}{24.958604} \right)^{\left(\frac{144}{t} \right)^{0.605413}} \quad (3)$$

$$SI = b_1 \cdot \left(\frac{Dh}{b_1} \right)^{\left(\frac{t}{144} \right)^{b_3}} = 24.958604 \cdot \left(\frac{Dh}{24.958604} \right)^{\left(\frac{t}{144} \right)^{0.605413}} \quad (4)$$

3.2. Relationship between Site Index and Volume Production

The analyses of the ADA and GADA approaches, despite revealing differences in the estimation of dominant height by models M1 and M4, indicated the same results in the dendrograms. These approaches generated the same levels of agreement (both for Volume \times IS-ADA and Volume \times IS-GADA) when comparing the respective site indices with the volumetric yields for each sample plot (Figure 6). The resulting dendrogram was stratified into three distinct volumetric yield groups. Group 1 (represented in green) comprised volume values between 189.44 and 227.53 m³ ha⁻¹, Group 2 (represented in orange) comprised values between 131.98 and 188.07 m³ ha⁻¹, and Group 3 (represented in blue) encompassed values between 68.35 and 118.99 m³ ha⁻¹. This volumetric stratification allowed for a more congruent comparison with the three groups represented by the 16, 18, and 20 m site indexes.

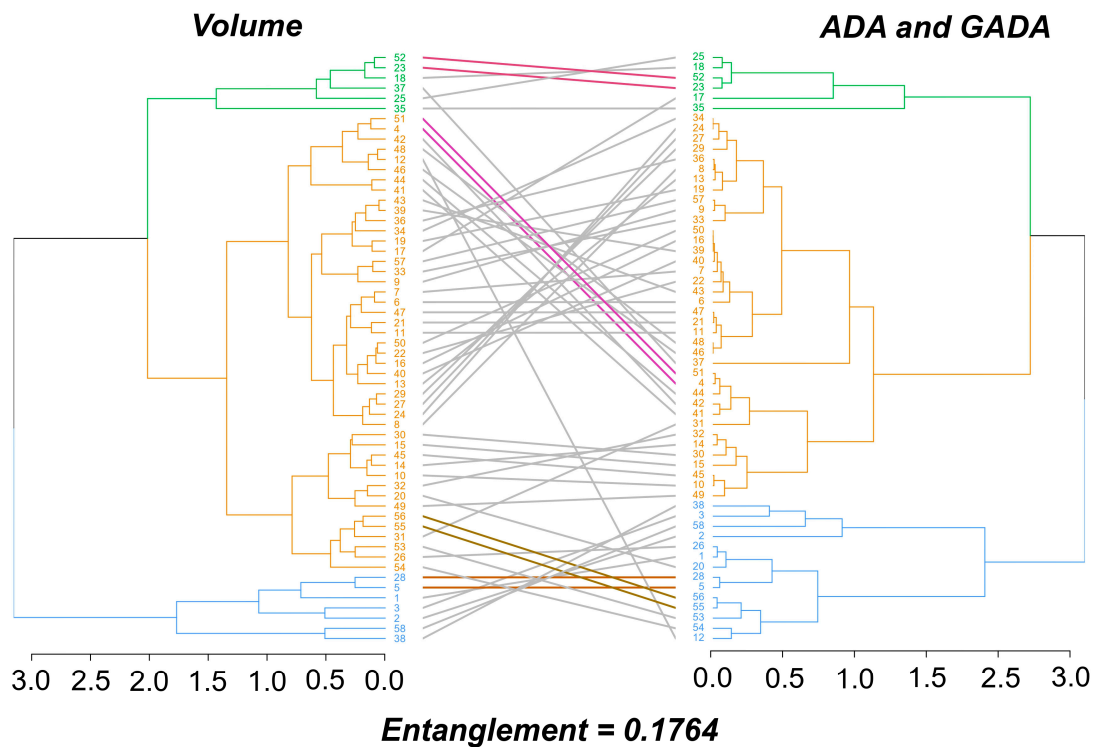


Figure 6. Tanglegram comparing dendrograms between volume and site index by the ADA and GADA approach, based on hierarchical clustering, in clonal teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon. Colored lines connect common branches between the two dendrograms.

We observed that the ADA and GADA approaches represented by models M1 and M4, respectively, besides faithfully representing the productive capacity, presented a strong cause-and-effect relationship with the volume, allowing us to observe a greater influence of the productive capacity on the volumetric production of teak in a more explicit way. The approaches with dynamic equations generated equal site indexes for each plot and, consequently, the same level of agreement (mismatch) between volume and site index (0.1764). As ADA presents greater simplicity of model application, slight superiority in accuracy and the same level of agreement when compared to GADA, we recommend the ADA approach for classification of production units as indicative of the volumetric production of the evaluated teak clonal stands.

By analyzing Figure 7, it is possible to observe the distribution of site classes regarding volumetric production, with classes presented in descending order. We found that the volumetric production hierarchy agrees with the site classes, which indicate higher, intermediate, and lower productive capacities, according to the ADA and GADA approaches. This means that plots with higher volume production are associated with site classes that have a higher productive capacity, while plots with lower volume production correspond to site classes with lower productive capacities. The analysis revealed a 96.5% accuracy rate in the volume ranking order with regard to site classes for both approaches. There were discrepancies only in two pair cells, whose volumes were 143.58 and 155.72 m³ ha⁻¹, with regard to the predicted site classes. These results highlight the relationship between volume and site index, demonstrating that volumetric production has a strong responsiveness with the productive capacity of the different site classes.

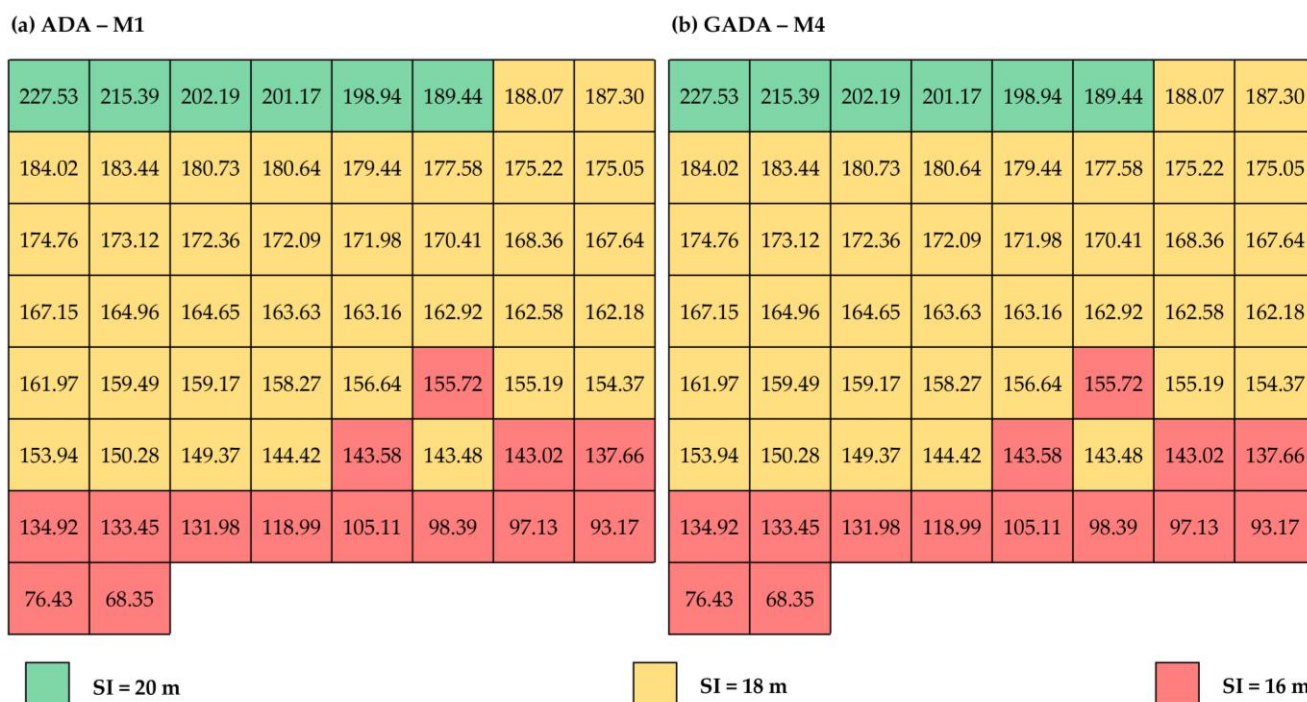


Figure 7. Comparison between site classes and volumetric production ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) in descending order for each site classification approach, in clonal teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

4. Discussion

The constructed models from the ADA and GADA approaches provided accuracy in estimating the dominant height, especially for models M1 and M4, which are Lundqvist–Korf base models. These results may be related to the fact that ADA and GADA are dynamic auto reference equations, which express the variable Dh at future age as a function of future age and Dh at initial age as a function of initial age [7,19,26], considering a base age of 12 years for our study. Conventional biological models of dominant height growth are widely used to classify teak production units with anamorphic curves [49]. However, errors above 1 m in height are common, and trends in the distribution of residuals can be observed in estimates [11,49]. Several studies have achieved efficient results for modeling the productive capacity for teak stands using dynamic equations, both for ADA, e.g., [12] and GADA, e.g., [7,26,50], indicating the predictive potential of these approaches for estimating the dominant height of teak stands.

The selection of mathematical models should also consider the biological interpretation of their estimates, and not only conventional accuracy by statistical criteria [19] and validation by comparison tests. Although model M4 proved to be more accurate, based on statistical criteria, it was not enough for its implementation in the construction of the site index curves, since this model showed inconsistency related to the growth trend of teak, which was not able to represent its biological behavior realistically. It is highlighted that statistical accuracy does not always represent an assurance of biological consistency, especially when it comes to the growth dynamics of planted forest stands [17].

Regarding the analysis of the residuals' dispersion, we observed an unstable distribution in the early ages of the plantings for model M6, and this model was the only one not validated. The plots of the generated residuals, from each approach, showed lower trends for the M1–ADA and M4–GADA dynamic models. This behavior shows an association with the nature of the data used in the dynamic equations, as they consider simultaneous comparisons of the change rate of dominant height with age [51]. The characteristic of differential equations enables them to obtain the evolution pattern of the variable and,

consequently, to generate more accurate estimates that are consistent with the biological behavior of the species, as previously described. Age-invariant equations, such as ADA and GADA, polymorphic and with one or multiple asymptotes, allow for the derivation of dynamics when appropriate, which gives more realistic predictions of the variable of interest [19].

Among the models assessed by the present study, model M2, which generated anamorphic curves, was not able to describe the behavior of the real values of Dh . According to [52], this can be justified by the fact that the proportionality behavior (anamorphic) is not able to describe the biological realism of the dominant height as a function of stand age in a reliable way, even when we use the algebraic approach (ADA). Those authors also claim that the curve shapes vary between sites and are dynamic over time, and for this reason, the dominant height structure has a polymorphic character. According to [53], the height growth curve assumes a more accentuated sigmoid shape in places with higher productivity, indicating that the proportionality between the local curves is flawed. On the other hand, in less productive sites, the height growth pattern is smoother, with the inflection point being reached later than in more productive locations. Therefore, the use of polymorphic models results in growth curves which are more representative of biological reality.

The meristematic activity of the studied species is responsive to the environment, resulting in different height growth rates for different forest sites, which justifies the polymorphic character of the dominant height growth curves [12]. The polymorphic curves, generated by ADA and GADA, reflected the cloud scattering trend of the observed dominant height values, suggesting that the algebraic difference method is efficient and accurate for determining teak stand site indices. The site indices generated by model M1 (ADA) provided site class centers ranging from 16 to 20 m, and it was the most accurate model among the approaches.

The existence of different sites, represented by the SI of 16, 18, and 20 m, was verified, representing distinct bioedaphoclimatic conditions. One of the justifications for the differences in productive potential observed for these stands lies in the fact that there are differences in the concentration of cationic macronutrients in the soil, such as Ca and Mg, which are important for cell structure and formation of bark and wood and composition of chlorophyll molecules, respectively [54–56]. This influence of soil exchangeable Ca and Mg content on the dominant height of teak stands was found by [57], in which higher content of these nutrients indicated sites with higher productive capacity in a significant way.

To predict the dominant height growth and, consequently, design the site index curves of the teak clone plantations studied, the ADA (M1) modeling framework was superior to GADA (M4) when assessing accuracy. However, modeling using GADA (M4) was also shown to be adequate; therefore, this model can be recommended, as also observed in the study of [26], which reported an error of 0.67 m when using the same Lundqvist–Korf base model, also called the Bailey–Clutter model. This approach is suitable to explain the growth rate in such a way that more than one parameter of the model has dependence on the production capacity of the site, making the curves more flexible, and thus able to portray polymorphism with multiple asymptotes [24].

With the analysis of the tanglegram, in which the dendrograms of the total volume and site index for each approach method were compared, we observed that the classification approach of the productive units of the investigated plantation can serve as an indicator of volumetric production, as well as being the response of the volume in relation to the estimated productive capacity. This result demonstrates that approaches that encompass the growth dynamics of dominant height are more accurate and efficient in indicating productivity, ratifying the assumption that dominant height is an effective integrator in indicating and responding to biological determinants of growth [44].

When sites are properly classified, there is a smaller tendency for systematic errors to influence the prognosis of stands' growth and production, in which the site index is a significant factor. The expected biological behavior in areas with greater productive

capacity is that the trees will present greater volume, and the opposite occurs in areas with lower productive capacity, as shown in Figure 7. In this regard, when evaluating the accuracy, validation, and biological realism of the approaches and their correspondence with the volumetric production, we cannot reject the formulated hypothesis that the ADA and GADA approaches offer an accurate and realistic representation of the volumetric production, through the site index. Therefore, it is inferred that these dynamic equations and their polymorphic curves can serve as indicators of the volumetric production of the teak clonal stands that were evaluated.

5. Conclusions

This study aimed to determine the most accurate approach for assessing the productive capacity of clonal teak plantations and its relationship with volumetric production. Among the six models evaluated, the Lundqvist–Korf equations for ADA and GADA yielded the highest accuracy, with errors lower than 0.67 m and 5.53%, consistently describing the evolution of dominant height. We observed that dynamic equations generating polymorphic curves effectively represent the sites, providing a connection and indication of the plantations volumetric production, with an agreement rate of 98.3%. Based on our findings, we recommend using the ADA and GADA approaches for estimating the dominant height of clonal teak plantations in the Eastern Brazilian Amazon.

Author Contributions: Conceptualization, M.L.d.S., E.P.M., M.E.N., H.J.d.S. and C.R.C.d.S.; methodology, M.L.d.S., E.P.M. and M.E.N.; software, M.L.d.S.; validation, M.L.d.S., H.J.d.S. and C.R.C.d.S.; formal analysis, M.L.d.S., H.J.d.S. and C.R.C.d.S.; investigation, M.L.d.S.; resources, M.L.d.S., E.P.M. and M.E.N.; data curation, M.L.d.S.; writing—original draft preparation, M.L.d.S.; writing—review and editing, M.L.d.S., E.P.M. and M.E.N.; visualization, M.L.d.S., E.P.M., H.J.d.S., C.R.C.d.S., J.N.M.S., E.A.T.M. and M.E.N.; supervision, E.P.M., J.N.M.S., E.A.T.M. and M.E.N.; project administration, M.L.d.S. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research received no external funding.

Data Availability Statement: The data are not publicly available due to the policy of the company (Tietê Agrícola Ltd.a) that owns the teak plantations.

Acknowledgments: We thank the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and the National Council for Scientific and Technological Development (CNPq) for providing scholarships. We are grateful to the company Tietê Agrícola Ltda for making the study area available and for providing logistic support, and we also thank the University of Brasilia (UnB, Brazil) for research support.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses, or interpretation of data; in the writing of the manuscript; or in the decision to publish the results.

References

1. Midgley, S.; Somaiya, R.T.; Stevens, P.R.; Brown, A.; Kien, N.D.; Laity, R. Planted teak: Global production and markets, with reference to Solomon Islands. *Aust. Cent. Int. Agric. Res.* **2015**, *85*, 92.
2. Kollert, W.; Kleine, M. *IUFRO World Series Volume 36 The Global Teak Study*; IUFRO: Vienna, Austria, 2017; ISBN 9783902762771.
3. Midgley, S.; Mounlamai, K.; Flanagan, A.; Phengsopha, K. Global Markets for Plantation Teak; Implications for Growers in Lao PDR. *Valtip* **2015**, *2*, 74.
4. Indústria Brasileira de Árvores. *Brazilian Tree Industry Annual Report—Base Year 2020*; Indústria Brasileira de Árvores: São Paulo, Brazil, 2021; Volume 21, pp. 1–176.
5. Maisuria, H.J.; Dhaduk, H.L.; Kumar, S.; Sakure, A.A.; Thounaojam, A.S. Teak population structure and genetic diversity in Gujarat, India. *Curr. Plant Biol.* **2022**, *32*, 100267. [[CrossRef](#)]
6. Kusbach, A.; Šebesta, J.; Meason, D.F.; Mikita, T.; Meyrat, A.M.C.; Janata, P.; Maděra, P.; Hybler, V.; Smola, M. Site-specific approach to growth assessment and cultivation of teak (*Tectona grandis*) in Nicaraguan dry tropics. *For. Ecol. Manag.* **2021**, *480*, 118658. [[CrossRef](#)]
7. Tewari, V.; Álvarez-gonzález, J.; García, O. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. *For. Ecosyst.* **2014**, *1*, 9. [[CrossRef](#)]

8. Kenzo, T.; Himmaman, W.; Yoneda, R.; Tedsorn, N.; Vacharangkura, T.; Hitsuma, G.; Noda, I. General estimation models for above- and below-ground biomass of teak (*Tectona grandis*) plantations in Thailand. *For. Ecol. Manag.* **2020**, *457*, 117701. [CrossRef]
9. Koirala, A.; Montes, C.R.; Bullock, B.P.; Wagle, B.H. Developing taper equations for planted teak (*Tectona grandis* L.f.) trees of central lowland Nepal. *Trees For. People* **2021**, *5*, 100103. [CrossRef]
10. Mulyadiana, A.; Trikoesoemaningtyas; Siregar, I.Z. Evaluation of early growth performance of 41 clones of teak (*Tectona grandis* Linn. f.) at four microsites in Purwakarta, Indonesia. *J. For. Res.* **2020**, *31*, 901–907. [CrossRef]
11. Vendruscolo, D.G.S.; Drescher, R.; de Pádua Chaves e Carvalho, S.; Medeiros, R.A.; Mõra, R.; Soares, A.A.V. Dominant height growth in tectona grandis plantations in Mato Grosso, Brazil. *Floresta Ambient* **2019**, *26*, 1–10. [CrossRef]
12. Souza, H.J.d.; Miguel, E.P.; Nascimento, R.G.M.; Cabacinha, C.D.; Rezende, A.V.; dos Santos, M.L. Thinning-response modifier term in growth models: An application on clonal *Tectona grandis* Linn F. stands at the amazonian region. *For. Ecol. Manag.* **2022**, *511*, 120109. [CrossRef]
13. Clutter, J.; Fortson, J.; Pienaar, L.; Brister, G.; Bailey, R. *Timber Management: A Quantitative Approach*; Hrsrg, I., Ed.; John Wiley & Sons: New York, NY, USA; London, UK, 1983; ISBN 0471029610.
14. Filho, A.M.; Netto, S.P.; Machado, S.A.; Corte, A.P.D.; Behling, A. Site classification for *Eucalyptus* sp. in a tropical region of Brazil. *An. Acad. Bras. Cienc.* **2023**, *95*, e20200038. [CrossRef] [PubMed]
15. Carrijo, J.V.N.; de Ferreira, A.B.F.; Ferreira, M.C.; de Aguiar, M.C.; Miguel, E.P.; Matricardi, E.A.T.; Rezende, A.V. The growth and production modeling of individual trees of *Eucalyptus urophylla* plantations. *J. For. Res.* **2020**, *31*, 1663–1672. [CrossRef]
16. de Miranda, R.O.V.; Figueiredo Filho, A.; Costa, E.A.; Fiorentin, L.D.; Kohler, S.V.; Ebling, Â.A. Métodos da curva guia e equação das diferenças na classificação de sítio e sua relação na descrição da altura em *Pinus taeda* L. *Sci. For.* **2021**, *49*, 1–12. [CrossRef]
17. Ribeiro, A.; Ferraz Filho, A.C.; Tomé, M.; Scolforo, J.R.S. Site quality curves for african mahogany plantations in brazil. *Cerne* **2016**, *22*, 439–448. [CrossRef]
18. Chaves, A.G.S.; Drescher, R.; Caldeira, S.F.; Martinez, D.T.; Vendruscolo, D.G.S. Productive capacity of *Tectona grandis* L.f in Southwestern Mato Grosso State, Brazil. *Sci. For. Sci.* **2016**, *44*, 415–424. [CrossRef]
19. Burkhart, H.E.; Tomé, M. *Modeling Forest Trees and Stands*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2012.
20. Cieszewski, C.J.; Bella, I.E. Polymorphic height and site index curves for lodgepole pine in Alberta. *Can. J. For. Res.* **1989**, *19*, 1151–1160. [CrossRef]
21. Salekin, S.; Mason, E.G.; Morgenroth, J.; Meason, D.F. A preliminary growth and yield model for eucalyptus globoidea blakely plantations in New Zealand. *N. Z. J. For. Sci.* **2020**, *50*, 1–15. [CrossRef]
22. Jordan, L.; Souter, R.; Parresol, B.; Daniels, R.F. Application of the Algebraic Difference Approach for Developing Self-Referencing Specific Gravity and Biomass Equations. *For. Sci.* **2006**, *52*, 81–92.
23. Cieszewski, C.J.; Strub, M. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. *For. Sci.* **2008**, *54*, 303–315. [CrossRef]
24. Cieszewski, C.J.; Bailey, R.L. Generalized Algebraic Difference Approach: Theory Based Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes. *For. Sci.* **2000**, *46*, 116–126. [CrossRef]
25. Sharma, R.P.; Brunner, A.; Eid, T.; Øyen, B.-H. Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. *For. Ecol. Manag.* **2011**, *262*, 2162–2175. [CrossRef]
26. Dos Santos, M.L.; Miguel, E.P.; Dos Santos, C.R.C.; De Souza, H.J.; Martins, W.B.R.; Lima, M.D.R.; Arce, J.E.; Silva, J.N.M. Forecasting production in thinned clonal stands of *Tectona grandis* in Eastern Amazonia. *For. Syst.* **2022**, *31*, e024. [CrossRef]
27. Kimberley, M.O.; Watt, M.S. A novel approach to modelling stand-level growth of an even-aged forest using a volume productivity index with application to new zealand-grown coast redwood. *Forests* **2021**, *12*, 1155. [CrossRef]
28. IBGE. *Technical Manual of the Brazilian Vegetation*; IBGE: Rio de Janeiro, Brazil, 2012.
29. EMBRAPA. *Sistema Brasileiro de Classificação de Solos: 5a Edição 2018*; EMBRAPA: Brasília, Brazil, 2018.
30. Alvares, C.A.; Stape, J.L.; Sentelhas, P.C.; De Moraes Gonçalves, J.L.; Sparovek, G. Köppen's climate classification map for Brazil. *Meteorol. Z.* **2013**, *22*, 711–728. [CrossRef]
31. INMET. National Institute of Meteorology. *Meteorological Data*. Available online: <https://portal.inmet.gov.br/dadoshistoricos>. (accessed on 3 February 2023).
32. HAGLÖF SWEDEN AB. *Vertex IV and Transponder T3 Manual*; HAGLÖF SWEDEN AB: Långsele, Sweden, 2007; pp. 1–27.
33. Assmann, E. *The Principles of Forest Yield Study: Studies in the Organic Production, Structure, Increment and Yield of Forest Stands*; Hrsrg.: Pergamon, Turkey, 1970.
34. Takata, K. Construction of universal diameter-height-curves. *J. Jpn. For. Soc. Tóquio* **1958**, *40*, 1–6.
35. Kiviste, A.; Kiviste, K. Algebraic difference equations for stand height, diameter, and volume depending on stand age and site factors for Estonian state forests. *Math. Comput. For. Nat. Sci.* **2009**, *1*, 67–77.
36. Palahí, M.; Tomé, M.; Pukkala, T.; Trasobares, A.; Montero, G. Site index model for *Pinus sylvestris* in north-east Spain. *For. Ecol. Manag.* **2004**, *187*, 35–47. [CrossRef]
37. Tahar, S.; Marc, P.; Salah, G.; Antonio, B.J.; Youssef, A.; Miriam, P. Modeling Dominant Height Growth in Planted *Pinus pinea* Stands in Northwest of Tunisia. *Int. J. For. Res.* **2012**, *2012*, 1–12. [CrossRef]
38. Campos, J.C.C.; Leite, H.G. *Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas*; 5. Aufl.; UFV: Viçosa, Brazil, 2017; ISBN 9788572695794.
39. Cieszewski, C.J. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. *Can. J. For. Res.* **2001**, *31*, 165–173. [CrossRef]

40. Aguirre, A.; Moreno-Fernández, D.; Alberdi, I.; Hernández, L.; Adame, P.; Cañellas, I.; Montes, F. Mapping forest site quality at national level. *For. Ecol. Manag.* **2022**, *508*, 120043. [[CrossRef](#)]
41. Akaike, H. On the likelihood of a time series model. *J. R. Stat. Soc.* **1978**, *27*, 217–235. [[CrossRef](#)]
42. Shapiro, S.S.; Wilk, M.B. An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). *Biometrika* **1965**, *52*, 591. [[CrossRef](#)]
43. R Core Team. *A Language and Environment for Statistical Computing: R Foundation for Statistical Computing 2021*; R Foundation for Statistical Computing: Vienna, Austria, 2021.
44. Gregoire, T.G.; Schabenberger, O.; Barrett, J.P. Linear modelling of irregularity spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. *Can. J. For. Res.* **1995**, *25*, 137–156. [[CrossRef](#)]
45. García, O.; Burkhart, H.E.; Amateis, R.L. A biologically-consistent stand growth model for loblolly pine in the Piedmont physiographic region, USA. *For. Ecol. Manag.* **2011**, *262*, 2035–2041. [[CrossRef](#)]
46. Robinson, A.P.; Duursma, R.A.; Marshall, J.D. A regression-based equivalence test for model validation: Shifting the burden of proof. *Tree Physiol.* **2005**, *25*, 903–913. [[CrossRef](#)]
47. Weiskittel, A.R.; Hann, D.W.; Kershaw, J.A.; Vanclay, J.K. *Forest Growth and Yield Modeling*; John Wiley & Sons, Ltd.: Chichester, UK, 2011; ISBN 9781119998518.
48. Galili, T. *Extending 'dendrogram' Functionality in R*. Package 'Dendextend'. Available online: <https://cran.r-project.org/web/packages/dendextend/index.html> (accessed on 25 April 2023).
49. Ziech, B.G.; de Moraes, V.S.; Drescher, R.; Vendruscolo, D.G.S. Models of growth in dominant height and site index for teak in Glória D'Oeste-MT. *Rev. Bras. Biom.* **2016**, *34*, 533–542.
50. Cañadas-L, Á.; Andrade-Candell, J.; Domínguez-A, J.; Molina-H, C.; Schnabel-D, O.; Vargas-Hernández, J.; Wehenkel, C. Growth and Yield Models for Teak Planted as Living Fences in Coastal Ecuador. *Forests* **2018**, *9*, 55. [[CrossRef](#)]
51. Hernández-Cuevas, M.; Santiago-García, W.; De Los Santos-Posadas, H.M.; Martínez-Antúnez, P.; Ruiz-Aquino, F. Models of dominant height growth and site indexes for *Pinus ayacahuite* Ehren. *Agrociencia* **2018**, *52*, 437–452.
52. Corral Rivas, J.J.; Álvarez González, J.G.; Ruíz González, A.D.; Von Gadow, K. Compatible height and site index models for five pine species in El Salto, Durango (Mexico). *For. Ecol. Manag.* **2004**, *201*, 145–160. [[CrossRef](#)]
53. Scolforo, J.R.S. *Biometria Florestal: Modelos de Crescimento e Produção Florestal*; UFLA/FAEPE: Lavras, Brazil, 2006.
54. Fernandes, L.I.; Lima, A.P.L.; Lima, S.F.; Corrêa, R.P.; Queiroz, A.L.S. Biomassa e nutrientes no tronco de clones de eucalipto em plantio de curta rotação. *Braz. Appl. Sci. Rev.* **2019**, *3*, 1987–2004. [[CrossRef](#)]
55. Lima, M.D.R.; Barros, U.O.; Barbosa, M.A.M.; Segura, F.R.; Silva, F.F.; Batista, B.L.; Lobato, A.K.d.S. Silicon mitigates oxidative stress and has positive Effects in *Eucalyptus platyphylla* under aluminium toxicity. *Plant Soil Environ.* **2016**, *62*, 164–170. [[CrossRef](#)]
56. Silva, L.F.F.; Lima, M.D.R.; Lima, E.J.A.; Castro, A.R.S.; Barros Junior, U.O.; Lobato, A.K.S. Differential behaviours in two species of *Eucalyptus* exposed to aluminium. *Indian J. Plant Physiol.* **2017**, *22*, 107–113. [[CrossRef](#)]
57. dos Santos, M.L.; Miguel, E.P.; Silva, J.N.M.; dos Santos, C.R.C.; Lima, M.D.R.; Costa, B.C.; Costa, L.R.R.; Martins, W.B.R.; Raddatz, D.D.; da Rosa, R.C. Spatial variability of the productive capacity of teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the eastern Amazonia. *Aust. J. Crop Sci.* **2022**, *16*, 1193–1202. [[CrossRef](#)]

Disclaimer/Publisher's Note: The statements, opinions and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of MDPI and/or the editor(s). MDPI and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions or products referred to in the content.

CAPÍTULO 3 - ARTIGO 2

**THE EFFECT OF AGE ON THE EVOLUTION OF THE STEM PROFILE AND
HEARTWOOD PROPORTION OF TEAK CLONAL TREES IN THE
BRAZILIAN AMAZON**

**Artigo publicado em 28 de setembro de 2023
Revista: Forests**

Disponível em: <https://doi.org/10.3390/f14101962>

Article

The Effect of Age on the Evolution of the Stem Profile and Heartwood Proportion of Teak Clonal Trees in the Brazilian Amazon

Mario Lima dos Santos ^{1,*}, Eder Pereira Miguel ¹, Leonardo Job Biali ¹, Hallefy Junio de Souza ¹, Cassio Rafael Costa dos Santos ² and Eraldo Aparecido Trondoli Matricardi ¹

¹ Department of Forest Sciences, University of Brasilia, Campus Universitário Darcy Ribeiro W/N, Brasilia 70910-900, DF, Brazil; miguelederpereira@gmail.com (E.P.M.); ljbiali@gmail.com (L.J.B.); hallefyj.souza@gmail.com (H.J.d.S.); ematricardi@unb.br (E.A.T.M.)

² Department of Forestry Engineering, Federal Rural University of Amazonia, Capitão Poço Campus, Travessa Pau Amarelo W/N, Vila Nova, Capitão Poço 68650-000, PA, Brazil; cassio.santos@ufra.edu.br

* Correspondence: mariolimaeng@gmail.com; Tel.: +55-91-98170-8268

Abstract: Stem profile modeling is crucial in the forestry sector, particularly for commercially valuable species like teak (*Tectona grandis* Linn F.), whose value depends on its stem dimensions, heartwood proportion, and age. We proposed a nonlinear mixed-effect model to describe the evolution of the stem and heartwood profiles of clonal teak trees with ages between 4 and 12 years in the Brazilian Amazon. Tapering models were used to estimate the bark, bark-free, and heartwood diameters. Dummy variables were included in each tapering model to estimate each type of diameter and enable compatibility. We used mixed models with age as a random effect in order to improve the accuracy. The Demaerschalk model provided the most accurate and compatible estimates for all three types of stem diameter. Also, age as a random effect significantly improved the model's accuracy by 7.2%. We observed a progressive increase in the heartwood proportion (14% to 34%) with advancing age, while the proportions of bark (23% to 20%) and sapwood (63% to 45%) showed inverse behavior. The growth rate of the heartwood differed from that of the bark volume, emphasizing the importance of considering the age of heartwood maximization when determining the cutting cycle of the species.

Keywords: trunk assessment; conicity; tapering; heartwood proportion; dummy variables; mixed models



Citation: Santos, M.L.d.; Miguel, E.P.; Biali, L.J.; Souza, H.J.d.; Santos, C.R.C.d.; Matricardi, E.A.T. The Effect of Age on the Evolution of the Stem Profile and Heartwood Proportion of Teak Clonal Trees in the Brazilian Amazon. *Forests* **2023**, *14*, 1962. <https://doi.org/10.3390/f14101962>

Academic Editors: Xiangdong Lei and Ram P. Sharma

Received: 31 July 2023

Revised: 1 September 2023

Accepted: 7 September 2023

Published: 28 September 2023



Copyright: © 2023 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Teak (*Tectona grandis* Linn F.) is one of the most cultivated forest species worldwide, with approximately 6.9 million ha planted, of which about 99 thousand hectares are planted in Brazil [1–3]. Its wood is highly regarded for its quality, durability, mechanical resistance, and resistance to pathogens, making it one of the most valuable tree species in the global timber market. Consequently, appropriate silvicultural practices in teak plantations are extremely important. Those practices should favor individual productivity over the total wood productivity of the stand, promote the tree's straight shape, minimize bifurcation and knots, and, most importantly, maximize the proportion of heartwood in comparison to sapwood [4,5].

These desirable characteristics of teak trees can be considered quality attributes of stands from such species, and they are important targets for monitoring through continuous forest inventories. Therefore, it is essential to quantify the bark, sapwood, and heartwood volumes in teak trees, aiming to size the final product to be generated [3,6]. Higher proportions of sapwood in the trunks are associated with wood treatability and lower natural resistance, while higher proportions of heartwood result in darker tones, which confer greater aesthetic beauty on the wood and greater natural resistance. On the other hand, larger bark dimensions indicate lower yields in the use of the trunk [3].

In this context, the usage of analytical tools is fundamental to ensure that the standing trees present the heartwood in their stem [7]. Among the various analytical tools, the tapering function is one of the most widespread and promising [6,8,9]. Tapering equations are used to describe the variation of the tree diameter along the trunk, i.e., in terms of height. These equations are useful to estimate the amount of wood in a tree and, consequently, to estimate the volume of wood in a forest stand [10,11]. Their importance lies in the possibility of estimating the diameter at a given height, as well as the volume of sections and portions along the profile. This analysis allows us to know the various uses of the stem that can be assigned to its different parts, allowing for greater yield and use of production [12–14].

In addition to the advantages of flexibility and range of information generated, tapering functions allow for the principle of compatibility between the estimated total and commercial volumes, i.e., the sum of the integral of the partitioned stem volumes must be equal to the total volume [15]. This procedure increases the range of forest products that can be marketed, according to demand. With different products, there is an increase in the production yield and, consequently, higher added value in the price of the wood [6,14].

Tapering models can be linear or nonlinear. Linear models, for being simpler, may often not be able to capture the complexity of the diameter variation along the trunk. On the other hand, nonlinear models can be more flexible but also more complex [16]. Tapering models, in their simple form (i.e., without modifications), are generally less accurate and less realistic in describing tree stem profile compared to nonlinear models. For this reason, several attributes can be used to compose forest stand tapering models, with an emphasis on age, which is one of the variables that most interferes with the shape of tree stems [17,18] and which has not been much explored in this kind of modeling.

This type of assortment analysis is widely used by companies in the planted forest sector for different species worldwide [15,19]. However, for teak clonal plantations, which have great economic importance and are increasing in the forest sector, there is still the need for studies involving tapering functions in addition to those already performed for seminal stands of this species [6,20].

The commercialization of teak wood has diversified its production for laminate, sawn timber, and chips for energy, among other purposes. Thus, in addition to knowing the tapering and assortment of the stem of this species, it is necessary to quantify the dimensions of bark, sapwood, and heartwood, as these are very evident structures and distinguishable by color and formation [21,22]. Among the internal structural variables of the stem, the heartwood is the attribute that adds the greatest value, as it is the portion that is valued by the teak wood market, which is justifiable because of its high resistance, easy workability, and different uses, such as furniture, civil, and naval construction [23–25].

In the current literature, several studies have described the stem profiles of trees in detail, covering various forest species across different regions. However, there is a scarcity of research focused on predicting the dimensions and proportions of heartwood in the stems of these species over time. In this analysis, we formulated the following scientific questions and corresponding hypotheses. Q1: Can the usage of nonlinear models with age as a random effect for modeling teak stem tapering result in more accurate estimates compared to traditional tapering models? H1: Nonlinear tapering models that incorporate age will provide more accurate and meaningful estimates of stem diameters compared to traditional models. Q2: Does the proportion of heartwood in teak clonal stands follow a pattern of evolution in relation to stem growth with and without bark? H2: There is a positive variation in the proportion of heartwood in the total volume as the trees mature. With these research questions and hypotheses, our objective was to propose a nonlinear model with age as a random effect that describes the evolution of the stem and heartwood profiles of clonal teak trees in the eastern Brazilian Amazon. This model aims to estimate diameters over time and quantify the ratio between heartwood and sapwood proportions.

2. Materials and Methods

2.1. Study Area and Silvicultural Practices

We performed the present study in teak clonal stands implanted in the municipality of Capitão Poço, State of Pará, eastern Amazon, Brazil (from 2°30'00" S; 47°20'00" W, to 2°20'0" S; 47°30'0" W) (Figure 1). The relief from the region ranges from slightly undulating to flat. The predominant soils are classified as latosol, typical dystrophic yellow latosol, petroplintic dystrophic yellow, and petric concretionary plintosoil [26]. The dominant natural vegetation in this region is dense ombrophylous forest [27]. The climate type can be classified as Am, according to the Köppen classification, and it is characterized as hot and humid, with a short dry season [28]. The region shows an average annual rainfall of 2256 mm and an average temperature of 26.1 °C [29].

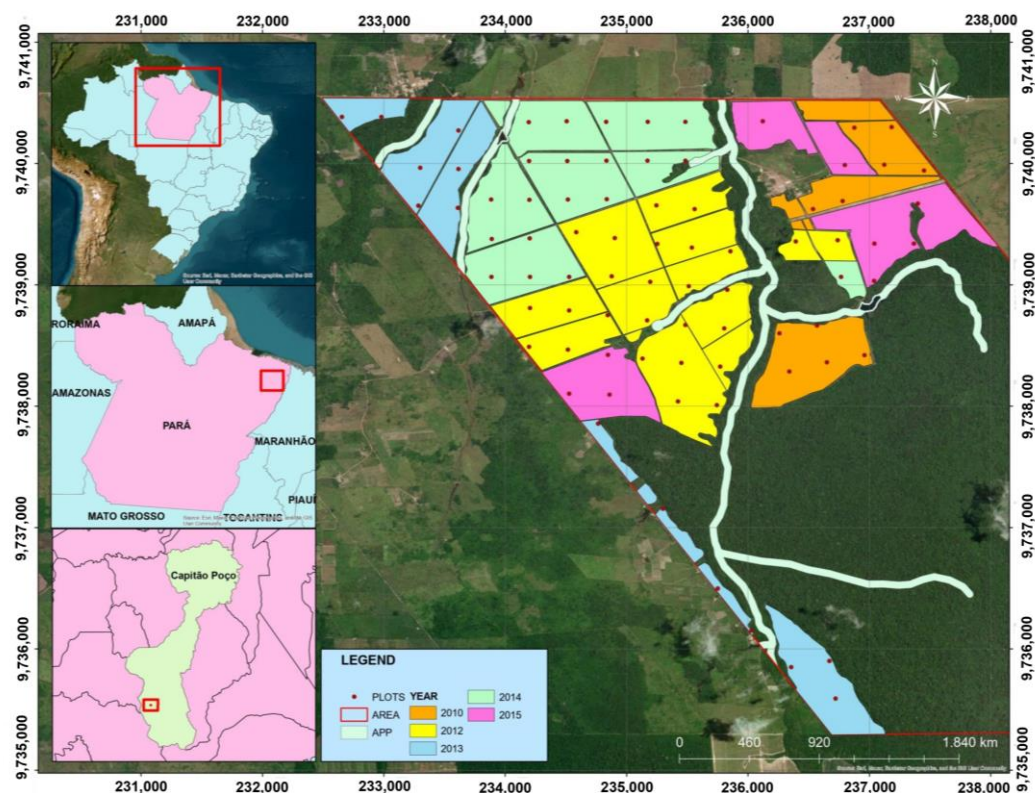


Figure 1. Study site location in the Capitão Poço municipality, Pará State, eastern Brazilian Amazon.

The teak clonal plantations were established in the years 2010, 2012, 2013, 2014, and 2015. The seedlings were manually planted at the following spacings: 3.5 × 3.5 m, 3.75 × 3.75 m, and 4 × 4 m. For all stands, the following silvicultural techniques were performed using identical calendars: cleaning the area with a bulldozer, combating leaf-cutting ants with ant bait; liming with dolomitic limestone, applying 3 t ha⁻¹; base fertilization, with application of 200 g plant⁻¹ of NPK 8-28-16 and 100 g plant⁻¹ of KCl, in the planting hole; weed control using crowning with the aid of a hoe, as well as mechanized and semi-mechanized weeding with a hydraulic tractor; coverage fertilization with application of 7 g plant⁻¹ of boron and 100 g plant⁻¹ of KCl; and artificial pruning with a saw and motor-pruner [30]. Systematic thinning was also performed at 4.5 (1st) and 8.5 (2nd) years, aiming to reduce the basal area by 50% for both thinning practices [30,31].

2.2. Stem Assessment

We performed a stem analysis of 121 sample trees, which were selected based on the different diameter classes (number of individuals selected pro-rata to each class) and age (4 to 12 years) of the stands (Table 1). Wood discs approximately 5 cm thick were

taken along the tree stem and measured at orthogonal positions using a 50 cm ruler at 12 positions following the Hohenadl method. We recorded the diameters ($d_{0,i}$) at positions corresponding to 0, 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, and 95% of the tree total height [32] and at 1.3 m from the ground (dbh). With this, we obtained the diameters for with bark (d_{wb}), without bark (d_{wob}), and heartwood (d_h).

Table 1. Descriptive statistics of trees used for modeling the stem tapering of teak clonal plantations in eastern Brazilian Amazon.

Variables	Min.	Max.	Mean	σ
t	4	12	6.8	2.32
dbh_{wb}	9.65	38.95	24.36	5.88
dbh_{wob}	7.75	35.00	21.43	5.26
dbh_h	2.50	25.70	13.52	4.76
th	8.70	20.05	16.51	2.05

t : Age (years); th : total height (m); dbh_{wb} : diameter at 1.3 m from the ground, with bark; dbh_{wob} : diameter at 1.3 m from the ground, without bark; dbh_h : heartwood diameter at 1.3 m from the ground; σ : standard deviation.

2.3. Modeling and Selection of Tapering Models

We applied four nonlinear tapering models for each diameter type (d_{wb} , d_{wob} , and d_h) (Table 2) to the data from 121 trees. These models were constructed considering the diameter at 1.3 m from the ground with bark (dbh_{wb}), total height (th), and specified height at any point of the stem (hi). To ensure consistency among the diameter estimates, we included dummy variables (Tx_1 and Tx_2), in which $Tx_1 = 0$ and $Tx_2 = 0$ for diameters with bark, $Tx_1 = 1$ and $Tx_2 = 0$ for diameters without bark, and $Tx_1 = 1$ and $Tx_2 = 1$ for heartwood diameters [6]. In our analysis, we defined as commercial those stems whose minimum diameters were 10 cm (d_{wb}) and 5 cm (d_{wob}). The reason for this definition is that diameters equal to or greater than 10 cm are considered viable for trade. The smaller ones represent the structure of the tree crown, which is not commercialized in the roundwood market, and the splitting of these stems is not viable in the sawmill.

Table 2. Tapering models selected to fit the data from clonal teak plantations in the eastern Brazilian Amazon.

Model No.	Model	Author
1	$d_i = dbh_{wb} \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{t_h}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{t_h}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{t_h}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{t_h}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{t_h}\right)^5 \exp \left(\left(\beta_6 Tx_1 \frac{1}{dbh_{wb}} \right) - \beta_7 Tx_2 \frac{1}{dbh_{wb}} \right) \right] + \epsilon_i$	Schöepfer (1966)
2	$d_i = \alpha_0 (dbh_{wb}^{\alpha_1}) (t_h^{\alpha_2}) (X_2)^{((\beta_1 X_2^4) + (\beta_2 (1/\exp(dbh_{wb}/t_h))) + \beta_3 (X_2^{0.1}) + \beta_4 (1/dbh_{wb}) + \beta_5 (t_h^Q + \beta_6 * X_2)) * \exp((- \beta_7 (Tx_1 \frac{1}{dbh_{wb}})) - \beta_8 (Tx_2 \frac{1}{dbh_{wb}})) + \epsilon_i}$ $X_2 = \left[1 - \left(\frac{h_i}{t_h}\right)^{1/3} \right] / \left[1 - \left(\frac{1.3}{t_h}\right)^{1/3} \right]$ $Q = \left[1 - \left(\frac{h_i}{t_h}\right)^{1/3} \right]$	Kozak (2004)
3	$d_i = dbh_{wb} \left[\sqrt{\beta_0 \left(\frac{(t_h - h_i)^{\beta_1}}{t_h^{\beta_1 + 1}}\right) + \beta_2 \left(\frac{(t_h - h_i)}{t_h}\right)^{\beta_3} + \beta_4 \left(\frac{(t_h - h_i)^{\beta_5}}{t_h^{\beta_5 + 1}}\right)} \right] \exp \left[\left(-\beta_6 Tx_1 \frac{1}{dbh_{wb}} \right) - \beta_7 Tx_2 \frac{1}{dbh_{wb}} \right] + \epsilon_i$	Demaerschalk (1973)

d_i : Diameter with bark, without bark, or heartwood (cm), being the correspondent at any height; h_i : height specified at any section of the stem; dbh_{wb} : diameter at 1.3 m from the ground, with bark; t_h : total height (m); α_i and β_i : regression parameters; ϵ_i : random error. Source: [10,16,33,34].

For each diameter type, we chose the model that showed the highest accuracy, as well as a coherent and biologically realistic stem profile. We fitted the tapering models by cross-validation using the *K-fold* approach, which is recommended in [35], with 10 groups. In [36], grouping the data into 10 parts was the best combination for the model selection. The method consisted of dividing the data into 10 equal parts. For this purpose, the method used 9 parts of these data for the adjustment, with the remainder for validation. Then, the results were combined by obtaining the averages of the following statistical criteria: highest coefficient of Pearson’s linear modification between the observed and predicted values ($r_{\hat{y}y}$),

lowest root mean square error (*RMSE*), lowest root mean square error (*RMSPE*) [37], and lowest Akaike's information criterion (*AIC*) [38]. We carried out a graphical analysis of the distribution of the percentage residuals for the observed and estimated values, calculated as the difference between the real and estimated values, divided by the real value multiplied by one hundred, with the significance of the regression parameters and the normality of the residuals using the Shapiro–Wilk test at a 95% probability [39].

We fitted the models using the nonlinear generalized least squares method utilizing the “*gnls*” function from the “*nlme*” package in R[®] Studio software, 4.3.1. version [40]. To assess any potential autocorrelation, we included a continuous first-order autoregressive error structure in the error term, which enabled the application of the models to longitudinal and unbalanced datasets [41]. The residuals were considered to have an autoregressive structure, and the models were fitted separately [42]. After selecting the most accurate model that efficiently described the tapering for each kind of diameter (d_{wb} , d_{wob} , and d_h), we applied mixed-effect modeling with age (t) as a random effect, thus testing the first hypothesis.

2.4. Volume Estimation and Increase

Because of the absence of defined integration in certain models for estimating the stem volume for each diameter type, we resorted to the numerical integration process. To carry out this numerical integration, we reformulated the tapering function as a function of the dependent variable, “ d_i ”, where applicable. Subsequently, we squared this function and multiplied it by the constant: “ $\pi/40,000$ ”. This transformation allowed us to utilize the variable “ d_i ” in centimeters and obtain the volume result in cubic meters [34].

The integration of the function was performed between two specified limits, employing 100 subdivisions within these limits for the integration process. Unlike the conventional method of calculating the height of a cylinder by multiplying the height by the sectional area, we did not apply this step in our numerical integration technique for the tapering function. This omission was unnecessary, as the height is already implicitly accounted for within the tapering function. The integration process was defined as follows:

$$v = \int_{l_i}^{l_s} \frac{\pi}{40000} w^2 di w$$

where v is the estimated stem volume (m^3); l_i is the lower limit used in the integration process; l_s is the upper limit used in the integration process; d_i is the diameter with bark, without bark, or heartwood (cm); and w is the tapering model as a function of the dependent variable, di [34].

After calculating the volume through the integral of each tapering model, we proceeded to analyze the proportions and calculate the increments of volumetric production to test the second hypothesis. The mean annual increment (*MAI*) was determined by dividing the current volume (v) by the tree age (t) (1). In addition, we calculated the current annual increment (*CAI*), defined as the difference between the current volume (v) and the volume at the previous age (v_0) (2). A schematic representation of the data collection and analysis procedures is shown in Figure 2.

$$IMA = \frac{v}{t} \quad (1)$$

$$CAI = v - v_0 \quad (2)$$

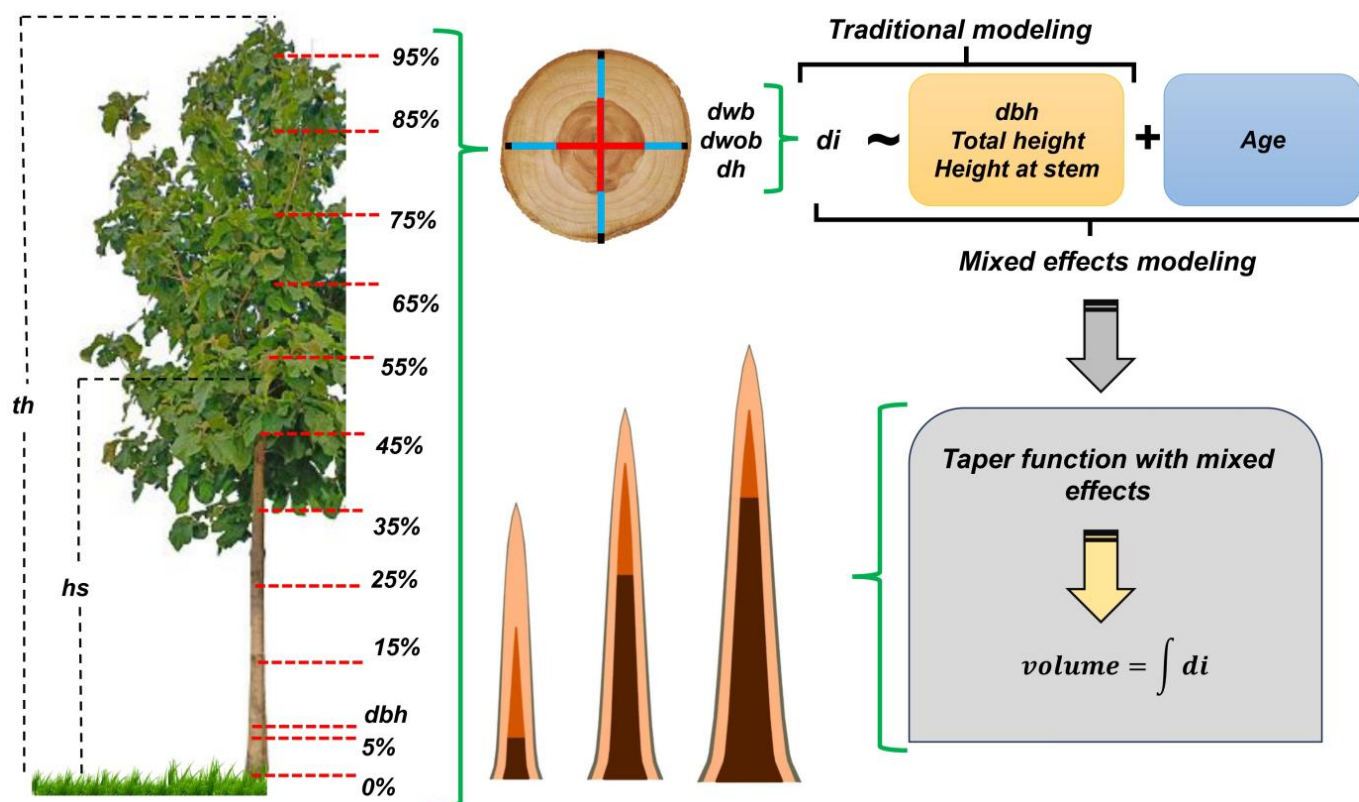


Figure 2. Schematic representation of the sequential procedures for collecting and modeling the stem and heartwood profiles of teak clonal plantations in the eastern Brazilian Amazon.

3. Results

3.1. Tapering of the Stem-Forming Structures

The selection criteria indicated that the Demaerschalk (M3) tapering model was the most accurate of the models fitted for the three types of diameters, with the lowest estimation errors for diameters $RMSE = 1.532$ cm and $RMSPE = 8.634\%$ (Table 3). The accuracy of this model was also confirmed by the lowest AIC value (6872.109). In addition, the correlation coefficient generated using the Demaerschalk model was 0.978, which indicates a strong degree of relationship between the estimated and observed values of the diameters along the trunk structures. Kozak's model was the one with the quality of fit measures closest to those of Demaerschalk's model. Demaerschalk's mixed model generated the following errors for each type of diameter: diameter with bark, with an $RMSE = 1.305$ cm and $RMSPE = 5.945\%$; diameter without bark, with an $RMSE = 1.415$ cm and $RMSPE = 7.321\%$; and heartwood diameter, with an $RMSE = 1.534$ cm and $RMSPE = 12.821\%$.

Based on the results obtained, we selected the Demaerschalk model for the mixed-effect modeling, with age as the random effect, in order to obtain more accurate estimates of stem diameters. The random effect was inserted into parameters b_0 , b_2 , b_4 , and b_7 , generating a better combination that indicated the significance of the parameters and greater precision, with realistic estimates of the types of diameters at different ages (Table 4). After adjusting the model, there was an average gain in accuracy of 7.2%, with 7.9%, 7.4%, and 5.4% for the diameters with bark, without bark, and heartwood, respectively, with the bark diameter being more influenced by age as a random effect.

Table 3. Estimators and precision statistics of the thinning models for estimating each type of diameter, with the models modified with dummy variables and with a random age effect, for clonal teak plantations in the Brazilian eastern Amazon.

Model No.	Model	Parameters	Standard Error of the Parameters	r_{yy}^{\wedge}	RMSE (cm)	RMSPE (%)	AIC
M1	Schöepfer (1966)	$b_0 = 1.33336^{**}$	0.00562	0.975	1.680	9.466	7015.47
		$b_1 = -7.03844^{**}$	0.153444				
		$b_2 = 42.12448^{**}$	1.678178				
		$b_3 = -131.16996^{**}$	7.104489				
		$b_4 = 189.42682^{**}$	12.618292				
		$b_5 = -102.60384^{**}$	7.912444				
		$b_6 = 3.44771^{**}$	0.124378				
		$b_7 = 10.68827^{**}$	0.181427				
M2	Kozak (2004)	$\alpha_0 = 0.91005^{**}$	0.05794	0.977	1.558	8.783	7036.914
		$\alpha_1 = 0.93388^{**}$	0.01907				
		$\alpha_2 = 0.11368^{**}$	0.03731				
		$b_1 = 46.68804^{**}$	2.1297				
		$b_2 = -11.19448^{**}$	3.89455				
		$b_3 = 98.48906^{**}$	4.26556				
		$b_4 = 40.37705^{**}$	32.4903				
		$b_5 = 0.40839^{**}$	0.11383				
		$b_6 = -142.92871^{**}$	6.23398				
		$b_7 = 3.26184^{**}$	0.11161				
		$b_8 = 10.91128^{**}$	0.16274				
M3	Demaerschalk (1973)	$b_0 = 12.687462^{**}$	0.5258129	0.978	1.532	8.634	6872.109
		$b_1 = 1.193167^{**}$	0.0496739				
		$b_2 = 0.753512^{**}$	0.0351115				
		$b_3 = 28.045142^{**}$	2.0379679				
		$b_4 = 0.017068^{**}$	0.0023329				
		$b_5 = 3.822944^{**}$	0.6839145				
		$b_6 = 3.331303^{**}$	0.1112617				
		$b_7 = 10.744412^{**}$	0.162351				
M4	Demaerschalk (1973) Mixed-age model	$b_0 = 12.397079^{**}$	0.5906596	0.981	1.429	8.055	7381.798
		$b_1 = 1.146381^{**}$	0.0468075				
		$b_2 = 0.72975^{**}$	0.0554166				
		$b_3 = 30.008968^{**}$	1.8642629				
		$b_4 = 0.019715^{**}$	0.0021929				
		$b_5 = 3.905267^{**}$	0.5021687				
		$b_6 = 3.343096^{**}$	0.1038175				
		$b_7 = 10.693234^{**}$	0.4430965				

b_i : Model parameters; RMSE: root mean square error (cm); RMSPE: root mean square percentage error; r_{yy}^{\wedge} : correlation coefficient between observed and estimated values; AIC: Akaike information criterion. Regression parameters were significant at a 99% (**) probability, using the Student's *t*-test. Mn: Model 1, 2, 3, 4.

Table 4. Estimators of the random effect of the Demaerschalk thinning model for estimating diameters with bark, without bark, and heartwood for clonal teak plantations in the Brazilian eastern Amazon.

Age (Years)	b_0	b_2	b_4	b_7
4	-0.4100792	-0.005000337	0.00145214	-2.02136461
5	-0.5018386	0.041447436	0.001243149	-0.96724703
6	0.0723395	-0.009890323	-0.000132658	0.01149478
7	0.6856371	-0.111748992	-0.00107921	-0.43425561
8	0.1880284	-0.014002156	-0.00048262	0.41547726
9	1.1536578	-0.119782213	-0.002578956	1.45521864
10	0.3420175	-0.036537151	-0.000753212	0.3976666
11	0.2428273	-0.026157271	-0.00053234	0.27544133
12	-1.7725899	0.281671007	0.002863706	0.86756865

b_i : Random-effect model parameters.

The Schöpfer model showed the largest errors (*RMSE* and *RMSPE*) and, consequently, biased estimates, with errors of approximately 1.60 cm for the three types of diameters. The order of the accuracy of the models (Demaerschalk > Kozak > Schöpfer) was observed for each type of diameter estimated. This result demonstrates the growth pattern of the variables that make up the stem of teak trees, confirmed by the high correlation among the bark, bark-free, and heartwood diameters along the stem. These results indicate that the Demaerschalk model was the most suitable for accurately estimating the stem diameters of the teak trees studied, with Equation (3), with age as a fixed effect, used for the estimates of each type of diameter.

$$d_i = dbh_{wb} \left[\sqrt{12.40 \left(\frac{(t_h - h_i)^{1.15}}{t_h^{1.15+1}} \right) + 0.73 \left(\frac{(t_h - h_i)}{t_h} \right)^{30.01} + 0.02 \left(\frac{(t_h - h_i)^{3.91}}{t_h^{3.91+1}} \right)} \right] \exp \left[\left(-3.34 Tx_1 \frac{1}{dbh_{wb}} \right) - 10.69 Tx_2 \frac{1}{dbh_{wb}} \right] \quad (3)$$

The distribution of the percentage residuals in the Demaerschalk models with the type of diameter as a dummy variable showed no bias in the estimates, with average residual amplitudes of 0.89 (Figure 3), as did the mixed model 0.21% (Figure 4). These models also showed a high correlation between the estimated and observed values (>0.97) (Figures 3 and 4) and residuals concentrated in the central error classes (Figures 3 and 4). These values represent a decrease in relation to the previous models, indicating a better adjustment of expectations when age is considered as a random effect. These results show the gain in accuracy of including age as a factor in the modeling of diameters, since it contributes to a more appropriate distribution of residues.

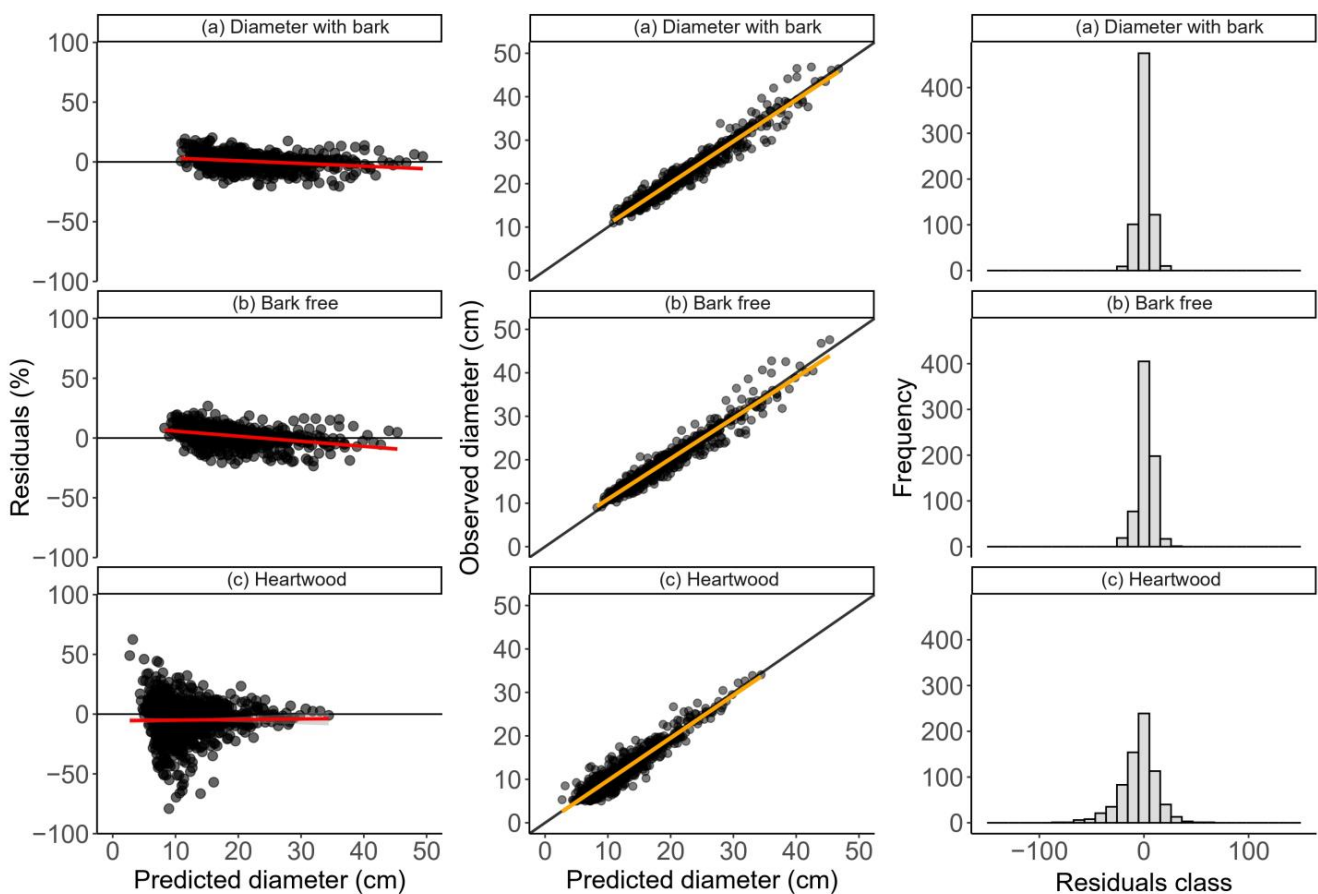


Figure 3. Distributions of the percentage estimation errors, correlations between the observed and predicted diameters, and histograms of the relative frequency of errors of the Demaerschalk original tapering model with dummy variable, adjusted to data from clonal teak plantations in the Brazilian eastern Amazon. The red and orange lines (LOESS and linear regression, respectively) represent the data tendency lines.

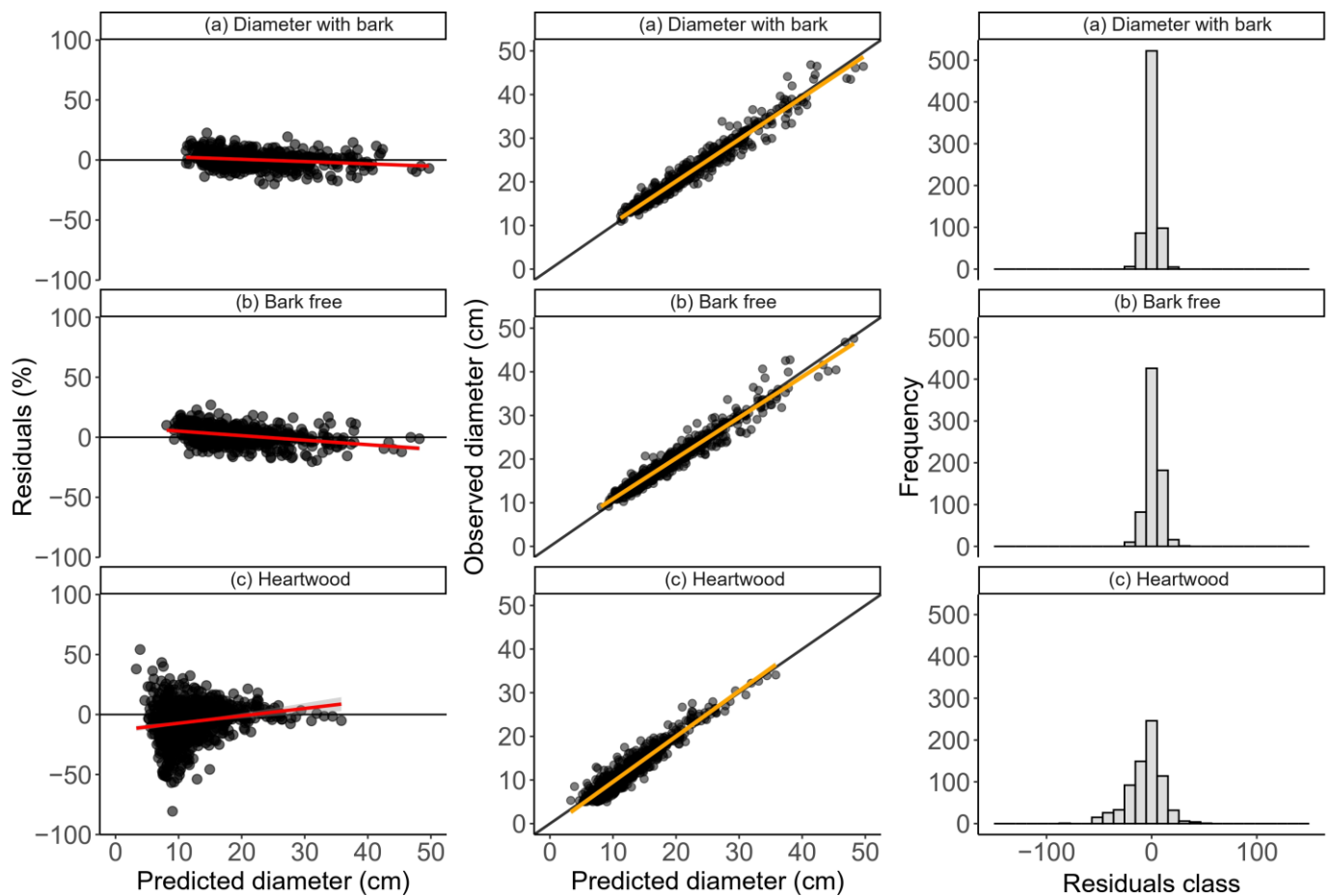


Figure 4. Distributions of the percentage estimation errors, correlations between the observed and predicted diameters, and histograms of the relative frequency of errors of the Demaerschalk mixed-tapering model with age as a random effect variable, adjusted to data from clonal teak plantations in the eastern Brazilian Amazon. The red and orange lines (LOESS and linear regression, respectively) represent the data tendency lines.

3.2. Diameter Estimation and Volume from Stem-Forming Structures

Using the Demaerschalk mixed model, we generated estimates of each type of diameter forming the trunk structures at different ages. Figure 5 illustrates the diameters with and without bark, as well as the heartwood diameters. Notably, we observed a progressive increase in heartwood diameter as the trees advanced in age, at a much higher rate compared to the growth of bark and sapwood. In addition to the changes in diameter, we also saw an evolution in the position of the heartwood formation in relation to the ground, which means that the height of the heartwood also varied with age.

Figures 6 and 7 describe the stem proportional composition of teak clonal trees over time regarding heartwood, sapwood, and bark for the total and commercial volumes. For the total volume, we observed a progressive increase in the heartwood production. During the period from 4 to 12 years of age, the proportion of the total bark volume decreased from 23% to 20%, and the sapwood volume decreased from 63% to 45%. Heartwood, on the other hand, showed a considerable increase, from 14% to 34% of the total volume. These results show the constant and consistent growth of heartwood over time, with an average rate of increase of approximately 2.8% per year.

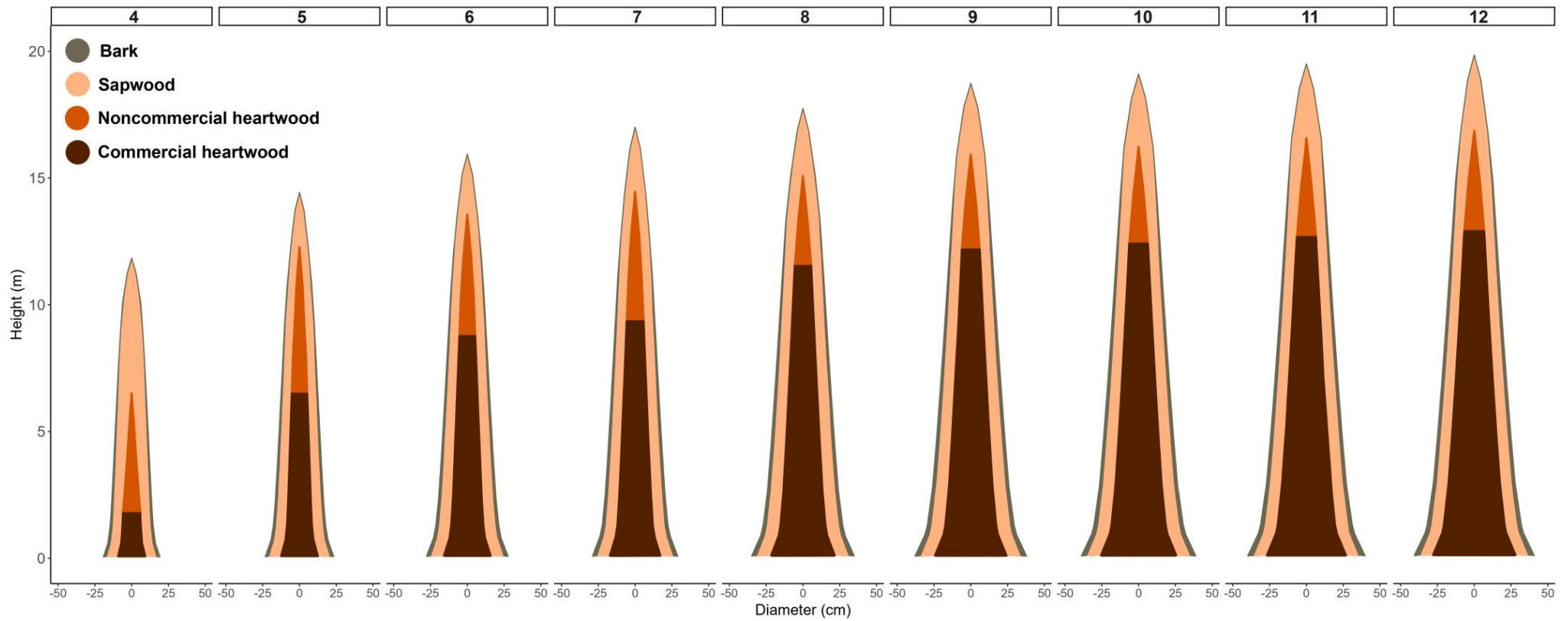


Figure 5. Evolution of the trunk-forming structures of teak clonal trees between 4 and 12 years of age estimated using the Demaerschalk mixed model in teak clonal trees in the Brazilian eastern Amazon.

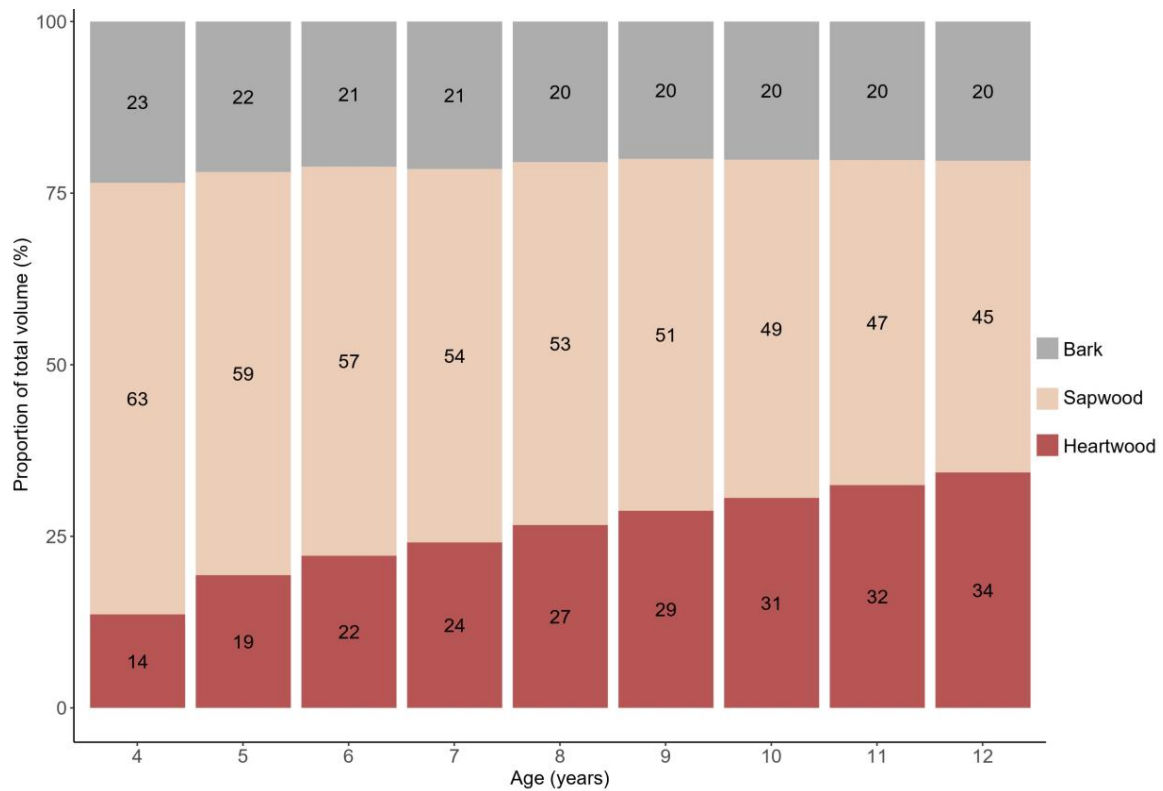


Figure 6. Evolution of the proportions of bark, sapwood, and heartwood, with ages between 4 and 12 years, in relation to the total volume with bark, of trees in teak plantations in the eastern Brazilian Amazon.

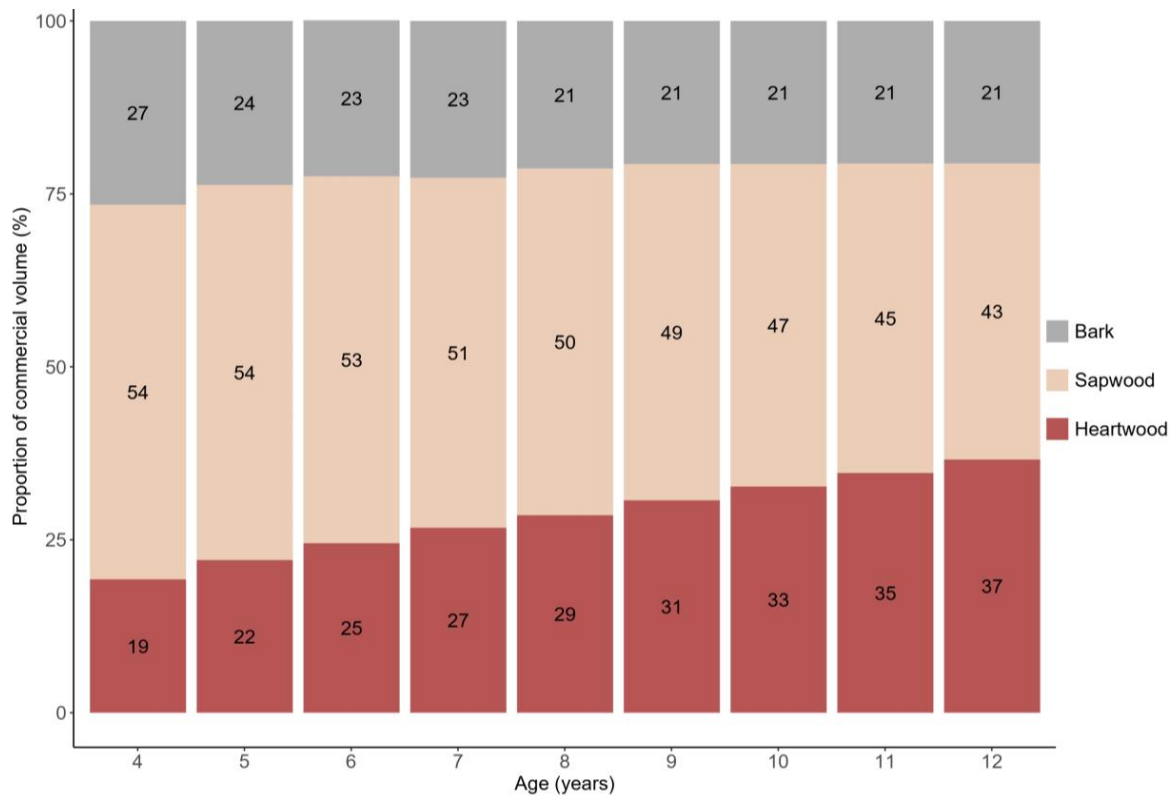


Figure 7. Evolution of the proportions of bark, sapwood, and heartwood, with ages between 4 and 12 years, in relation to the commercial volume with bark, of trees in teak plantations in the eastern Brazilian Amazon.

When specifically examining the evolution of commercial wood production in teak stems, we observed a significant variation in the proportions of bark, sapwood, and heartwood volume over time (see Figure 8). During the period from 4 to 12 years of stand age, the proportion of bark volume decreased from 27% to 21%, and sapwood decreased from 54% to 43%. Conversely, the proportion of heartwood increased from 19% to 37% of the total volume. These findings underscore a consistent trend of increasing heartwood content in teak tree stems as they mature.

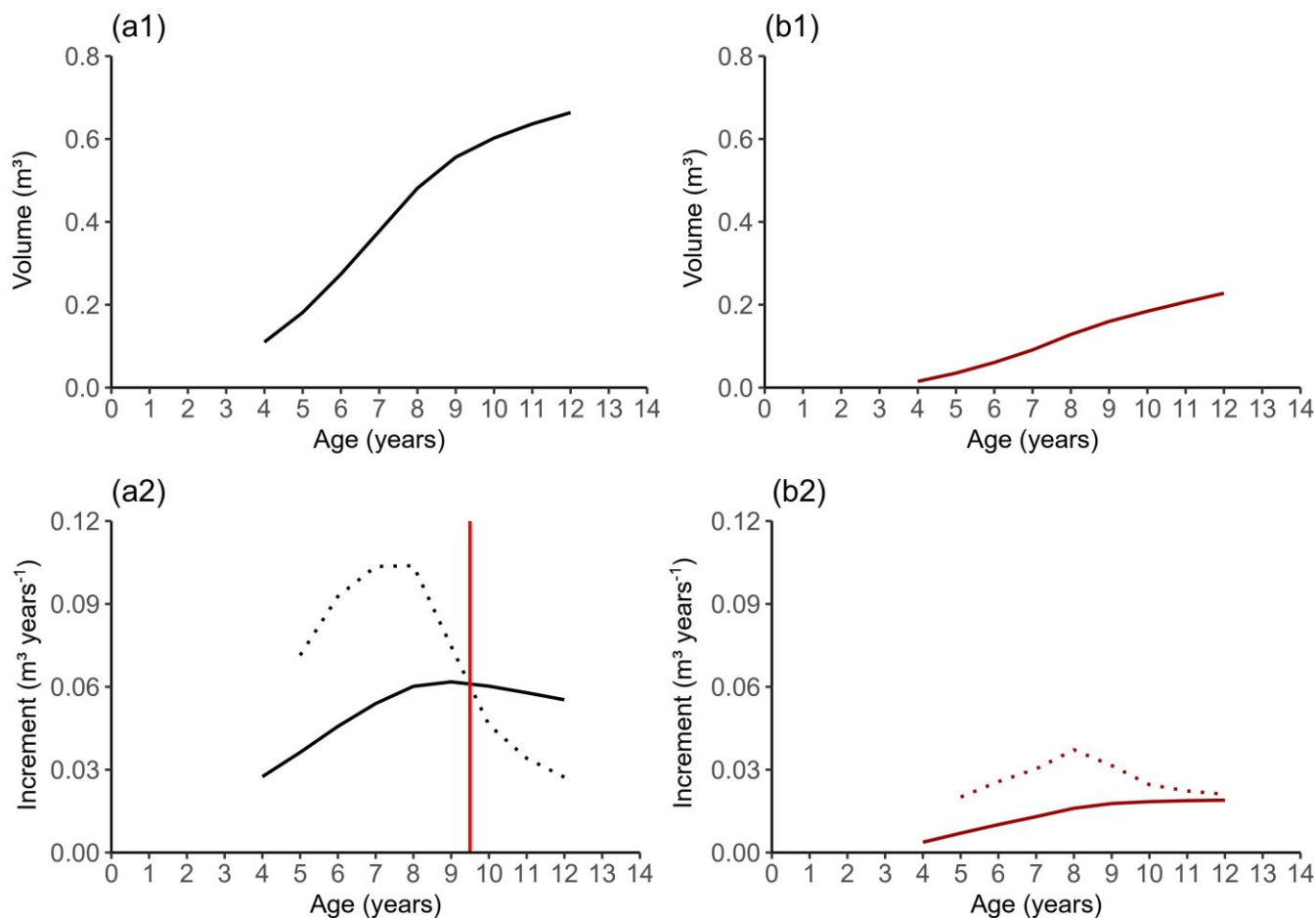


Figure 8. Production (1) and increment (2) in bark volume and heartwood volume of teak clonal trees in the eastern Brazilian Amazon. In graphs (a1) and (b1), the continuous line represents volumetric production of stem with bark and heartwood, respectively. In graphs (a2) and (b2), the dotted lines represent the CAI, and the continuous lines represent the MAI. The continuous line in red, represents the moment when the MAI and CAI curves cross.

Table 5 presents information on teak stem growth, including measurements for both bark and heartwood. It includes data on the total and maximum heartwood heights concerning age and specific trees, along with the corresponding volumes for bark and heartwood, as well as their respective increments. Over the 12-year period, we observed an average increase of $0.0553 \text{ m}^3 \cdot \text{year}^{-1}$ in bark volume and $0.0190 \text{ m}^3 \cdot \text{year}^{-1}$ in heartwood volume. Notably, there was a noticeable difference in the growth rates of the bark and heartwood volumes. Specifically, we observed an inflection point in the growth of the bark volume between ages 9 and 10 years. In this interval, the curves for the bark volume increment (CAI) and maximum annual increment (MAI) crossed, indicating a reduction in the growth rate (Figure 8). On the other hand, the growth of heartwood did not show any signs of stagnation until the trees reached 12 years

of age. This finding supports the notion of a distinct and independent development of heartwood compared to the rest of the tree stem.

Table 5. Increases in the bark and heartwood volumes of average trees by age estimated with tapering modeling for clonal teak plantations in the eastern Brazilian Amazon.

Age (Years)	With Bark					Heartwood			
	<i>th</i>	<i>dbh</i>	<i>Vwb</i>	<i>CAI Vwb</i>	<i>MAI Vwb</i>	<i>hh</i>	<i>Vh</i>	<i>CAI Vh</i>	<i>MAI Vh</i>
4	11.84	14.31	0.1099	-	0.0275	6.51	0.0150	-	0.0037
5	14.43	17.78	0.1813	0.0714	0.0363	12.27	0.0351	0.0201	0.0070
6	15.94	21.46	0.2740	0.0927	0.0457	13.55	0.0607	0.0257	0.0101
7	17.00	22.51	0.3776	0.1036	0.0539	14.45	0.0910	0.0303	0.0130
8	17.74	27.22	0.4814	0.1038	0.0602	15.08	0.1282	0.0372	0.0160
9	18.74	29.61	0.5561	0.0747	0.0618	15.93	0.1597	0.0315	0.0177
10	19.10	30.48	0.6023	0.0462	0.0602	16.24	0.1843	0.0246	0.0184
11	19.50	31.36	0.6364	0.0341	0.0579	16.58	0.2066	0.0223	0.0188
12	19.85	32.23	0.6637	0.0273	0.0553	16.87	0.2277	0.0211	0.0190

th: Tree total height (m); *hh*: heartwood maximum height in the tree (m); *dbh_{wb}*: diameter at 1.3 m from the ground, with bark (cm); *Vwb*: total volume with bark from the average tree (m³); *Vh*: heartwood total volume from the average tree (m³); *CAI*: current annual increase in volume (m³ year⁻¹); *MAI*: mean annual increase in volume (m³ year⁻¹).

4. Discussion

The Demaerschalk model was the most accurate in estimating the structures of the stem profiles in clonal teak trees with bark, without bark, and heartwood, especially when including age as a random effect in the mixed models assessed, with errors of 1.305, 1.415, and 1.534 cm. A study conducted in seminal teak plantations in the State of Mato Grosso, Brazil, covering trees with ages between 3 and 12 years, recommended the Garay model [6]. This model presented errors (1.34 cm with bark, 1.35 cm without bark, and 2.10 cm heartwood) close to those found in our work, except for heartwood diameter. In the study conducted in [8], in the Baixo Rio Acre microregion, Acre State, Brazil, the authors investigated the profile of stems with bark of seminal teak trees, with ages ranging from 6 to 10 years. During the research, the authors used the model in [43], which provided favorable results to describe the stem profile. However, they found that this model had a percentage error of more than 8%, which is 2% more than the error found for our study (6%). It is important to note that both studies cited above did not test any mixed models with age as a random effect.

The study carried out in [17] investigated the impact of age on the parameters of a fifth-degree polynomial (Schöepfer model). This study was used to describe the profile of the stem with bark of trees of the species *Pinus taeda* L. in the midwest region of the state of Santa Catarina, Brazil. The authors examined eight decomposition combinations and found that the modification of the b_1 and b_5 coefficients resulted in the best statistical performance, biological realism, and consistency of the trunk shape of these trees. The results achieved through our research, which involved an in-depth analysis of teak clonal trees, revealed that the performance of the Demaerschalk model (without the inclusion of random effects) showed lower levels of accuracy. However, once we implemented the mixed-effects modeling approach, we observed notable improvements in the predictive capacity of the Demaerschalk model, particularly with regard to the prediction of tree heartwood characteristics. These findings reinforce the importance of the adequate decomposition of model parameters according to the age of the studied trees, since the modification of specific parameters resulted in more accurate models and in conformity with the real characteristics of the trunks of the species.

The findings of our research suggest that the Demaerschalk model can be a suitable and reliable tool for estimating stem diameters in clonal teak plantations, leading to more accurate results when tree age is considered. Based on this, the results of the present study did not indicate evidence to reject the first hypothesis elaborated, which claims that

mixed models that include age as a random effect in their fitting are more accurate and significant in estimating the diameters of the stem-forming structures of clonal teak trees. This inclusion of age as a random effect in the mixed models provided better statistical indicators compared to conventional models, especially for the estimation of with bark diameter (7.9% gain).

There are several factors that influence the heartwood profile and formation in teak wood. Studies, such as those performed in [4,21], highlight age, longitudinal variation, geographical location, environmental conditions, and silvicultural activities as factors of great importance that affect the extractive content of heartwood, color variation, and wood durability. Furthermore, genotypic and phenotypic factors, linked to more or less homogeneous genetic material, also influence the production and proportion of heartwood to sapwood. These studies highlight the complexity and diversity of elements that contribute to heartwood characteristics in teak trees. In addition, ref. [44] found that the heartwood proportion varies significantly among trees depending on the ecological zone in which they are located. These findings highlight the influence of ecological and structural factors on heartwood formation in teak trees.

Several studies have investigated the influence of age on heartwood growth in teak trees, offering valuable insight into this subject. Ref. [45] found that the heartwood/sapwood ratio, as well as the extractive content, tends to increase with age. In addition, ref. [4] noted that factors such as age, location, and environmental conditions can affect the heartwood extractive content, color variation, and wood durability. This highlights the need for considering multiple factors in studies on heartwood growth in teak trees. Another relevant study was conducted in [22], which found that heartwood formation starts at 4 years of age and progressively increases with time. Finally, ref. [46] observed that both cambial activity and wood structure are influenced by tree age and rainfall. Taken together, these studies suggest that age is a major factor to be considered when studying heartwood growth in teak trees. This corroborates the positive results found in our study for the modeling of tapering, considering the inclusion of age as a covariate, especially in the description of the heartwood profile.

The proportion of heartwood volume found in the stem of clonal teak trees in this study is in line with or below the values found by other studies. In the Brazilian context, the research carried out in [6], when evaluating teak trees at 12 years of age, found that approximately 50% of the commercial volume with bark corresponded to heartwood. In other countries, technical rotation periods are longer when compared to plantations in Brazil. In Costa Rica, this resulted in heartwood proportions of 16% at 12 years and 61% at 47 years [47], which were lower than the 34% reported in our study at 12 years. In Bolivia, ref. [48] observed that an 8-year-old teak plantation had a heartwood proportion of 28% in relation to the bark-free volume. Our results for commercial volumes (29%) and total volumes (27%) with bark were close to those found by these authors.

In addition to age, ref. [47] also observed higher heartwood contents in dry areas (those experiencing 5 months with precipitation less than 100 mm) than in humid zones. This result may justify the higher proportion of heartwood (>50%) in teak seedlings located in the midwest region of Brazil in comparison to our study (37%), as this region has better climate and soil conditions for the development and yield of the species [6], with defined drought seasons. Moreover, it is important to highlight that improved genetic material responds well to growth when compared to seminal trees, presenting high growth rates when total production with bark is evaluated. However, heartwood development and formation resulted in lower heartwood proportions, indicating that its growth rate is lower.

Higher heartwood contents occur at older ages in teak trees, confirming the behavior of heartwood evolution in our study. These variations may be influenced by other factors, such as different spacing, thinning regimes, growth rate, genetic origin, and edaphoclimatic variations [6,44]. In sites with a lower tree density, lower intraspecific competition may favor heartwood formation. Therefore, thinning in these stands tends to favor an increase in heartwood proportions [47]. Dominant and codominant trees are more efficient at

producing heartwood than subdominant and dominated trees, which reinforces the idea of interventions with selective thinning of suppressed trees in order to favor the development of dominant trees. Thus, moderate and heavy thinning tends to produce a higher percentage of heartwood volume [5,47].

Our results reveal a significant increase in the heartwood proportion at younger ages (4, 5, and 6 years), followed by a stabilization in the growth rate from 6 years onwards. These results are corroborated by those obtained in [44], which observed higher growth rates of the heartwood proportion with an increasing trunk diameter in young trees. According to the observations in [44] in West Africa, specifically in Togo, the proportion of heartwood is strongly influenced by the ecological zone in which the trees are located, and, thus, it is an important factor to be analyzed. In cases in which there are sites with significantly different characteristics, the age of the trees alone may not be a reliable determinant to predict whether there will be a higher or lower amount of heartwood. In plantations where no thinning is carried out, the relationships between *dbh* and age, as well as between heartwood volume and age, may not be significant. This finding was confirmed in [44], which was a study of teak plantations at 40 years of age without thinning practices in which a slow heartwood growth was observed, and its formation was not significant with the evolution of age.

Regarding the larger diameters, we observed the evolution of the amount of heartwood of teak trees with age in the teak clonal plantations studied. On the other hand, the amount of sapwood bark decreased, which is an expected biological behavior during the stem formation and development of the species, as stated in [6,49]. In general, the tendency is for bark to decrease as the tree age increases [47]. A higher proportion of heartwood in trees can be advantageous for sawn timber production, especially when the appearance of the wood is an important requirement to be considered, which is an indispensable characteristic of teak wood [3]. In addition, because it is the physiologically inactive part of the wood, the heartwood has higher lignin contents, which gives it greater mechanical strength and resistance to pitting, characteristics that are also essential to produce sawn timber for furniture and shipbuilding [4]. The value of a piece of teak wood is influenced by the proportion of heartwood contained in that piece, stratifying the quality and value of the wood for commercialization [3,6].

It is possible that the favorable environmental conditions and the genetic material (clonal material, which tends to be more productive) in our study provided an accelerated growth rate for teak trees in terms of biomass production, which had positive reflections on the productivity of wood with bark. This fact was confirmed in [31], in which it was suggested that the final harvest in clonal teak plantations in the Brazilian Amazon should be carried out between 13.9 and 16.6 years at the sites with the highest and lowest productive capacities, respectively.

However, this acceleration of the rotation ages suggested for clonal materials of the species may not be the same for heartwood production, since higher growth rates favor higher sapwood production due to the need for a constant flow of mineral nutrients to assist in photosynthesis (production of photo-assimilates). In view of this and based on the results, we accept the second hypothesis of this study, which states that there is a positive variation in the share of heartwood in the composition of the total volume as the trees mature. However, the heartwood growth did not follow the rate of the volume of the with-bark production of the trees, represented by the noncrossing of the *CAI* and *MAI* curves of the heartwood production, up to 12 years. In view of this, it is important to continue evaluating heartwood evolution at later ages, since the theoretical stagnation in the bark production growth was different to the heartwood growth and formation.

Heartwood tapering mixed models incorporating age as a random effect hold significant importance, particularly for highly valuable woods like teak. Heartwood plays a crucial role in determining the value of such woods, making it essential for the timber industry to comprehend and predict the heartwood growth pattern. In clonal teak plantations, although the overall growth is accelerated, the growth of heartwood does not

follow this pattern proportionally. Consequently, even if a tree has reached a commercially viable diameter with bark, and the apex of the average increment in the total or commercial volume indicates the technical rotation point, it may be prudent to wait a little longer before harvesting. This is because the heartwood continues to increase in size and, therefore, the value of the wood will keep rising as the heartwood proportion in the tree increases.

The utilization of heartwood tapering mixed models in this research, incorporating age as a random variable, facilitated a more precise characterization of future heartwood development concerning the tree diameter. These models established a connection between the tree age and the proportion of heartwood to wood, furnishing valuable information for decision making in clonal teak plantation management and offering more accurate guidelines for harvest planning. Forest owners and the timber industry can employ these models to gain a clearer understanding of when the wood will attain its maximum potential for value in the industrial process. This discovery helps prevent premature harvests and ensures the maximum economic return from plantations with clones of the species in the region, optimizing the estimated stem diameter.

5. Conclusions

Based on the models adjusted in this investigation, the Demaerschalk model showed the greatest accuracy in estimating diameters with bark, without bark, and heartwood, as dummy variables, with errors of 1.532 cm and 8.634%. Including age as a random effect in the mixed models positively impacted the accuracy and significance of the diameter estimates along the teak stem, improving the diameter estimation accuracy by 7.2%. The mixed model estimates reveal a gradual and consistent increase in the proportion of heartwood (14 to 34%) as the trees matured, while the bark (23 to 20%) and sapwood (63 to 45%) dimensions showed an inverse pattern. The rate of heartwood growth was found to be distinct from the total or commercial volume, enhancing the importance of considering heartwood increment when making decisions regarding plantation interventions. The employed tapering modeling proved to be an efficient and realistic tool for describing heartwood dimensions and their evolution in clonal teak stands. This modeling provides valuable information for the appropriate planning of harvests, offering essential data to optimize the value of wood through the optimization of product dimension (i.e., length and diameter).

Author Contributions: Conceptualization, M.L.d.S., E.P.M., L.J.B., H.J.d.S. and C.R.C.d.S.; methodology, M.L.d.S., E.P.M. and L.J.B.; software, M.L.d.S.; validation, M.L.d.S., H.J.d.S. and C.R.C.d.S.; formal analysis, M.L.d.S., H.J.d.S. and C.R.C.d.S.; investigation, M.L.d.S.; resources, M.L.d.S., E.P.M. and L.J.B.; data curation, M.L.d.S.; writing—original draft preparation, M.L.d.S.; writing—review and editing, M.L.d.S., E.P.M. and L.J.B.; visualization, M.L.d.S., E.P.M., H.J.d.S., C.R.C.d.S., E.A.T.M. and L.J.B.; supervision, E.P.M., E.A.T.M. and L.J.B.; project administration, M.L.d.S. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research received no external funding.

Data Availability Statement: The data are not publicly available because of the policy of the company (Tietê Agrícola Ltd.a) that owns the teak plantations.

Acknowledgments: We thank the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and to the National Council for Scientific and Technological Development (CNPq) for providing scholarships. We are grateful to the company Tietê Agrícola Ltd.a for making the study area available and for providing logistical support, and we also thank the University of Brasilia (UnB, Brazil) for the research support.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses, or interpretation of data; in the writing of the manuscript; or in the decision to publish the results.

References

1. Midgley, S.; Mounlamai, K.; Flanagan, A.; Phengsopha, K. *Global Markets for Plantation Teak; Implications for Growers in Lao PDR*; Australian Centre for International Agricultural Research: Canberra, ACT, Australia, 2015; p. 74.
2. Chaiyasen, A.; Douds, D.D.; Gavinlertvatana, P.; Lumyong, S. Diversity of arbuscular mycorrhizal fungi in *Tectona grandis* Linn.f. plantations and their effects on growth of micropropagated plantlets. *New For.* **2017**, *48*, 547–562. [[CrossRef](#)]
3. Embrapa Florestas. *Teca (Tectona grandis L. F.) no Brasil*; Reis, C.A.F., de Oliveira, E.B., Santos, A.M., Eds.; Hrsg.; 21. Aufl.; Embrapa Florestas: Brasília, Brazil, 2023; ISBN 9786589957904.
4. Moya, R.; Bond, B.; Quesada, H. A review of heartwood properties of *Tectona grandis* trees from fast-growth plantations. *Wood Sci. Technol.* **2014**, *48*, 411–433. [[CrossRef](#)]
5. Yang, B.; Jia, H.; Zhao, Z.; Pang, S.; Cai, D. Horizontal and vertical distributions of heartwood for teak plantation. *Forests* **2020**, *11*, 225. [[CrossRef](#)]
6. Leite, H.G.; De Oliveira-Neto, R.R.; Monte, M.A.; Fardin, L.; De Alcantara, A.M.; Da Silva Binoti, M.L.M.; Castro, R.V.O. Taper models of heartwood of *Tectona grandis* L.f. *Sci. For. Sci.* **2011**, *39*, 53–59.
7. Pérez, D.; Kanninen, M. Stand growth scenarios for *Tectona grandis* plantations in Costa Rica. *For. Ecol. Manag.* **2005**, *210*, 425–441. [[CrossRef](#)]
8. Figueiredo, E.O.; Scolforo, J.R.S.; De Oliveira, A.D. Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* L.f. *Acta Amaz.* **2006**, *36*, 465–482. [[CrossRef](#)]
9. Aye, T.N.; Brännström, Å.; Carlsson, L. Prediction of tree sapwood and heartwood profiles using pipe model and branch thinning theory. *Tree Physiol.* **2022**, *42*, 2174–2185. [[CrossRef](#)]
10. Scolforo, J.R.S. *Biometria Florestal: Modelos de Crescimento e Produção Florestal*; UFLA/FAEPE: Lavras, Brazil, 2006.
11. Beltran, H.A.; Chauchard, L.; Iaconis, A.; Pastur, G.M. Equações de afilamento e volume para tamanhos comerciais de nothofagus obliqua e N. alpina. *Cerne* **2017**, *23*, 299–309. [[CrossRef](#)]
12. Kokutse, A.D.; Stokes, A.; Kokutse, N.K.; Kokou, K. Which factors most influence heartwood distribution and radial growth in plantation teak? *Ann. For. Sci.* **2010**, *67*, 407. [[CrossRef](#)]
13. Martins, A.P.M.; Machado, S.D.A.; Figueiredo Filho, A.; Corte, A.P.D.; Gorenstein, M.R. Efeito da idade na forma do fuste de *Araucaria angustifolia* na região Centro-Sul do Paraná. *Pesqui. Florest. Bras.* **2017**, *37*, 109. [[CrossRef](#)]
14. Shahzad, M.K.; Hussain, A.; Burkhart, H.E.; Li, F.; Jiang, L. Stem taper functions for *Betula platyphylla* in the Daxing'an Mountains, northeast China. *J. For. Res.* **2020**, *32*, 529–541. [[CrossRef](#)]
15. Diéguez-Aranda, U.; Castedo-Dorado, F.; Álvarez-González, J.G.; Rojo, A. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Can. J. For. Res.* **2006**, *36*, 1190–1205. [[CrossRef](#)]
16. Campos, J.C.C.; Leite, H.G. *Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas*; 5. Aufl.; UFV: Viçosa, Brazil, 2017; ISBN 9788572695794.
17. Téó, S.J.; Esteves, J.H. Efeito da idade sobre o polinômio do quinto grau para afilamento de *Pinus taeda* L. *BIOFIX Sci. J.* **2022**, *7*, 66. [[CrossRef](#)]
18. Téó, S.J.; Machado, S.B.; Filho, A.F.; Tomé, M. Stem taper equation with extensive applicability to several age classes of *Pinus taeda* L. *Floresta* **2018**, *48*, 471–482. [[CrossRef](#)]
19. Tang, X.; Pérez-Cruzado, C.; Fehrmann, L.; Álvarez-González, J.G.; Lu, Y.; Kleinn, C. Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. *PLoS ONE* **2016**, *11*, e0147610. [[CrossRef](#)]
20. Favalessa, C.M.C.; Ubialli, J.A.; Caldeira, S.F.; Drescher, R. Funções de afilamento não segmentadas e segmentadas para *Tectona grandis* na região centro-sul matogrossense. *Pesqui. Florest. Bras.* **2012**, *32*, 373–387. [[CrossRef](#)]
21. Fernández-Sólis, D.; Berrocal, A.; Moya, R. Heartwood formation and prediction of heartwood parameters in *Tectona grandis* L.f. trees growing in forest plantations in Costa Rica. *Bois For. Trop.* **2018**, *335*, 25–37. [[CrossRef](#)]
22. Berrocal, A.; Gaitan-Alvarez, J.; Moya, R.; Fernández-Sólis, D.; Ortiz-Malavassi, E. Development of heartwood, sapwood, bark, pith and specific gravity of teak (*Tectona grandis*) in fast-growing plantations in Costa Rica. *J. For. Res.* **2020**, *31*, 667–676. [[CrossRef](#)]
23. Tewari, V.P.; Mariswamy, K.M. Heartwood, sapwood and bark content of teak trees grown in Karnataka, India. *J. For. Res.* **2013**, *24*, 721–725. [[CrossRef](#)]
24. Arce, N.; Moya, R. Propriedades da Madeira de Clones adultos de *Tectona grandis* crescendo na Costa Rica. *Cerne* **2015**, *21*, 353–362. [[CrossRef](#)]
25. Moya, R.; Gaitán-Álvarez, J.; Ortiz-Malavassi, E.; Berrocal, A.; Fernández-Sólis, D. Equations for predicting heartwood merchantable volume and tradable sawlog in *Tectona grandis*. *J. Trop. For. Sci.* **2020**, *32*, 379–390. [[CrossRef](#)]
26. EMBRAPA. *Sistema Brasileiro de Classificação de Solos: 5a Edição 2018*; EMBRAPA: Brasília, Brazil, 2018.
27. IBGE. *Technical Manual of the Brazilian Vegetation*; IBGE: Rio de Janeiro, Brazil, 2012.
28. Alvares, C.A.; Stape, J.L.; Sentelhas, P.C.; De Moraes Gonçalves, J.L.; Sparovek, G. Köppen's climate classification map for Brazil. *Meteorol. Z.* **2013**, *22*, 711–728. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
29. INMET National Institute of Meteorology. Meteorological Data. Available online: <https://portal.inmet.gov.br/dadoshistoricos> (accessed on 3 February 2023).
30. de Souza, H.J.; Miguel, E.P.; Nascimento, R.G.M.; Cabacinha, C.D.; Rezende, A.V.; Santos, M.L. dos Thinning-response modifier term in growth models: An application on clonal *Tectona grandis* Linn F. stands at the amazonian region. *For. Ecol. Manag.* **2022**, *511*, 120109. [[CrossRef](#)]

31. Dos Santos, M.L.; Miguel, E.P.; Dos Santos, C.R.C.; De Souza, H.J.; Martins, W.B.R.; Lima, M.D.R.; Arce, J.E.; Silva, J.N.M. Forecasting production in thinned clonal stands of *Tectona grandis* in Eastern Amazonia. *For. Syst.* **2022**, *31*, e024. [[CrossRef](#)]
32. Machado, S.B.; Figueiredo Filho, A. *Dendrometria*; UNICENTRO: Guarapuava, Brazil, 2014; ISBN 8589346196.
33. Kozak, A.; Munro, D.D.; Smith, J.H.G. Taper Functions and their Application in Forest Inventory. *For. Chron.* **1969**, *45*, 278–283. [[CrossRef](#)]
34. Demaerschalk, J.P. Integrated Systems for the Estimation of Tree Taper and Volume. *Can. J. For. Res.* **1973**, *3*, 90–94. [[CrossRef](#)]
35. Bergmeir, C.; Hyndman, R.J.; Koo, B. A note on the validity of cross-validation for evaluating autoregressive time series prediction. *Comput. Stat. Data Anal.* **2018**, *120*, 70–83. [[CrossRef](#)]
36. Kohavi, R.; Elud, S. A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection. *Proc. Int. Jt. Conf. Artif. Intell.* **1993**, *2*, 1137–1143.
37. Parresol, B.R. Assessing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons. *For. Sci.* **1999**, *4*, 573–593.
38. Akaike, H. On the likelihood of a time series model. *J. R. Stat. Soc.* **1978**, *27*, 217–235. [[CrossRef](#)]
39. Shapiro, A.S.S.; Wilk, M.B. Biometrika Trust An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples) Published by: Oxford University Press on behalf of Biometrika Trust Stable. *Biometrika* **1965**, *52*, 591–611. [[CrossRef](#)]
40. R Core Team. *A Language and Environment for Statistical Computing: R Foundation for Statistical Computing 2023*; R Foundation for Statistical Computing; R Core Team: Vienna, Austria, 2023.
41. Gregoire, T.G.; Schabenberger, O.; Barrett, J.P. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. *Can. J. For. Res.* **1995**, *25*, 137–156. [[CrossRef](#)]
42. García, O.; Burkhart, H.E.; Amateis, R.L. A biologically-consistent stand growth model for loblolly pine in the Piedmont physiographic region, USA. *For. Ecol. Manag.* **2011**, *262*, 2035–2041. [[CrossRef](#)]
43. Goulding, C.J.; Murray, J.C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. *N. Zeal. J. For. Sci.* **1976**, *5*, 313–322.
44. Kokutse, A.D.; Baillères, H.; Stokes, A.; Kokou, K. Proportion and quality of heartwood in Togolese teak (*Tectona grandis* L.f.). *For. Ecol. Manag.* **2004**, *189*, 37–48. [[CrossRef](#)]
45. Marshall, A.; McLaughlin, B.P.; Zerr, C.; Yanguas-Fernández, E.; Hall, J.S. Early indications of success rehabilitating an underperforming teak (*Tectona grandis*) plantation in Panama through enrichment planting. *New For.* **2020**, *52*, 377–395. [[CrossRef](#)]
46. Priya, P.B.; Bhat, K.M. Influence of rainfall, irrigation and age on the growth periodicity and wood structure in teak (*Tectona grandis*). *IAWA J.* **1999**, *20*, 181–192. [[CrossRef](#)]
47. Pérez Cordero, L.D.; Kanninen, M. Heartwood, sapwood and bark content, and wood dry density of young and mature teak (*Tectona grandis*) trees grown in Costa Rica. *Silva Fenn.* **2003**, *37*, 45–54. [[CrossRef](#)]
48. Rivero, J.; Moya, R. Propiedades físico-mecánicas de la madera de *Tectona grandis* Linn. F. (teca), proveniente de una plantación de ocho años de edad en Cochabamba, Bolivia. *Rev. For. Mesoam. Kurú* **2006**, *3*, 50–63.
49. Leite, H.G.; da Silva, M.L.M.; Binoti, D.H.B.; Fardin, L.; Takizawa, F.H. Estimation of inside-bark diameter and heartwood diameter for *Tectona grandis* Linn. trees using artificial neural networks. *Eur. J. For. Res.* **2011**, *130*, 263–269. [[CrossRef](#)]

Disclaimer/Publisher’s Note: The statements, opinions and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of MDPI and/or the editor(s). MDPI and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions or products referred to in the content.

CAPÍTULO 4

SISTEMA DE MODELAGEM EM NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL PARA PROJEÇÃO DO FUSTE E CERNE EM PLANTIOS CLONAIS DE TECA

RESUMO

A modelagem em nível de árvore individual (MAI) consiste em uma ferramenta bastante eficaz para povoamentos desbastados, sobretudo em plantações de teca (*Tectona grandis* Linn F.), sendo um sistema de modelagem implícita que permite estimar variáveis específicas para cada árvore. Dentre essas variáveis, o diâmetro e volume do cerne das árvores de teca destacam-se por ser uma parte do fuste com alto valor agregado, capaz de prognosticar suas medidas em árvores em pé. Com base nesse contexto, desenvolvemos um sistema de modelagem em nível de árvore individual em povoamentos clonais de teca, capaz de projetar idades técnicas de intervenção e de quantificar a produção do cerne ao longo da rotação na região da Amazônia Oriental brasileira. Este sistema foi composto por equações de altura total, índice de sítio, bem como de afilamento do diâmetro do fuste e do cerne. Os volumes foram calculados pela integral de suas respectivas equações de afilamento. O diâmetro e altura futuros foram estimados utilizando modelos pela abordagem da diferença algébrica (ADA) e da diferença algébrica generalizada (GADA). As idades técnicas de intervenção ocorreram quando o incremento médio anual em volume com casca atingiu o ponto de máxima. O modelo base de Lundqvist-Korf-ADA foi o mais preciso na estimativa dos diâmetros e alturas futuras das árvores. A incorporação do número de árvores como covariável para indicar o desbaste teve um impacto significativamente positivo nas projeções das variáveis. O sistema de modelagem indicou rotações técnicas ideais entre 17,1 a 21,3 anos com base na capacidade produtiva, considerando o volume com casca. Uma evolução na proporção do diâmetro e volume do cerne foi observada, alcançando 78% do diâmetro e 53% do volume de cerne nas idades de rotação. O sistema de modelagem construído provou ser uma ferramenta eficiente, gerando informações precisas e detalhadas para os gestores florestais, auxiliando nas tomadas de decisões eficazes para o manejo de plantações clonais de teca

Palavras-chave: Idade técnica; desbaste; rotação; covariável; classe de sítio; MAI.

INDIVIDUAL TREE LEVEL MODELING SYSTEM FOR STEM AND HEARTWOOD PROJECTION IN TEAK CLONAL PLANTATIONS

ABSTRACT

Modelling at the individual tree level (ITL) is a very promising tool for thinned stands, especially in teak plantations (*Tectona grandis* Linn F.), being an implicit modelling system that allows estimating specific variables for each tree. Among these variables, the diameter and volume of the heartwood of teak trees highlight for being a part of the stem with high added value, being able to predict its measurements in standing trees. Based on this context, we developed a modelling system at the individual tree level in clonal teak stands, which is capable of projecting technical intervention ages and quantifying heartwood production throughout the rotation in the Brazilian eastern Amazon region. This system was composed by equations for total height, site index, as well as stem and heartwood diameter thinning. The volumes were calculated by the integral of their respective thinning equations. Future diameter and height were estimated using algebraic difference approach (ADA) and generalized algebraic difference approach (GADA) models. Technical intervention ages occurred when the mean annual increment in bark volume reached a maximum point. The Lundqvist-Korf-ADA base model was the most accurate in estimating future tree diameters and heights. Incorporating the number of trees as a covariate to indicate thinning had a significantly positive impact on the variables projections. The modelling system indicated optimal technical rotations between 17.1 and 21.3 years based on productive capacity, considering the volume with bark. An evolution in the proportion of heartwood diameter and volume was observed, reaching 78% of diameter and 53% of heartwood volume at rotation ages. The constructed modelling system proved to be an efficient tool, generating accurate and detailed information for forest managers, assisting in making effective decisions for the management of clonal teak plantations.

Keywords: Technical age; thinning; rotation; thinning; covariate; site class; ITL.

1. INTRODUÇÃO

A espécie *Tectona grandis* Linn F. (teca), é uma árvore de grande apelo econômico e ambiental, amplamente cultivada em várias regiões tropicais (PACHAS et al., 2019). Apesar de ser uma das espécies mais cultivadas em todo mundo, o sucesso no plantio, estabelecimento e produtividade da espécie ainda apresentam alguns desafios que estão associados, principalmente, à obtenção de informações chave que auxiliarão nas tomadas de decisão quanto ao manejo dos povoamentos da espécie. Neste sentido, a modelagem do crescimento e produção da teca desempenha um papel crucial no planejamento sustentável de plantações florestais comerciais da espécie. Por intermédio da aplicação de modelos matemáticos e simulações computacionais, é possível prever o crescimento das árvores, estimar a produção de madeira ao longo do tempo e otimizar a gestão da plantação (BERROCAL et al., 2018). Essas ferramentas de modelagem oferecem insights valiosos para os gestores florestais, permitindo a obtenção de decisões mais precisas quanto a diversos aspectos silviculturais dos povoamentos, tais como espaçamento das árvores, densidade populacional, idade de colheita e manejo adequado das plantações (KUSBACH et al., 2021).

Dentre as projeções do crescimento e produção de plantações florestais, a escolha do sistema de modelagem a ser utilizado depende do nível de detalhamento desejado e das práticas de manejo que serão avaliadas. Esses modelos podem gerar, desde projeções que consideram o povoamento total, até projeções que levam em conta a distribuição diamétrica, bem como as árvores em nível individual (FERRAZ FILHO et al., 2015; DAVIS et al., 2017; CARRIJO et al., 2020). As duas últimas categorias mencionadas destacam-se, por fornecerem estimativas mais detalhadas do crescimento da floresta, permitindo inclusive a obtenção de informações sobre a produção de múltiplos produtos de madeira e, com isto, garantindo o seu máximo aproveitamento (MIGUEL et al., 2010; WEISKITTEL et al., 2011; CASTRO et al., 2013). Tais análises tornam possível um planejamento mais preciso e eficiente do manejo florestal, permitindo uma gestão adequada dos recursos e maximizando a produtividade da floresta.

Portanto, a modelagem em nível de árvore individual é uma abordagem crucial para povoamentos desbastados e para a produção de madeira serrada ao longo do ciclo de crescimento, características comuns em povoamentos de teca. A aplicação dessa técnica silvicultural permite considerar as alterações em cada árvore ao longo da rotação, fornecendo dados essenciais para determinar a idade técnica de colheita, bem como a

intensidade e momento adequados de desbaste (TONDJO et al., 2018). Por esta razão, embora a modelagem do crescimento e produção da teca seja predominantemente realizada em nível de povoamento total (SANTOS et al., 2022; SOUZA et al., 2022) e em classes de diâmetro (NOGUEIRA et al., 2005; LEITE et al., 2006; MADI et al., 2017; MEDEIROS1 et al., 2017), há uma necessidade crescente de estudos de crescimento em povoamentos de teca focados na modelagem em nível de árvore individual.

Adicionalmente, um aspecto frequentemente negligenciado nas projeções de crescimento para teca é a produção de cerne da madeira, que possui um valor agregado significativo. Indivíduos clonais de teca têm apresentado um rápido crescimento de sua produção total (SANTOS et al., 2022), mas informações quantificáveis de cerne de árvores em pé são escassas, dificultando a tomada de decisões relacionadas ao valor agregado do produto final. Devido ao alto valor econômico associado ao cerne, algumas pesquisas têm se concentrado na formação, variação e medição do cerne em árvores de teca, visando estabelecer o rendimento da madeira serrada e, conseqüentemente, garantir sua viabilidade comercial (LEITE et al., 2011; FERNÁNDEZ-SÓLIS; BERROCAL; MOYA, 2018; MOYA et al., 2020).

Os modelos existentes para a estimativa do cerne da teca são voltados apenas para a estimativa atual, não contemplando projeções do seu crescimento e produção ao longo do tempo. No entanto, essas projeções são de suma importância para o planejamento e gerenciamento florestal eficiente (PORTÉ; BARTELINK, 2002; PRETZSCH et al., 2008; TWERY; WEISKITTEL, 2013; SEPPÄNEN; MÄKINEN, 2020). A modelagem das estruturas internas das árvores, incluindo o diâmetro e o volume do cerne, é fundamental para a quantificação do produto final comercializável. Essa técnica deve ser realizada em conjunto com fatores que estão relacionados à formação do cerne, como as práticas silviculturais adotadas, a idade da árvore, sua altura, classe de sítio e o material genético (WANG et al., 2010; KOKUTSE et al., 2004; TEWARI; MARISWAMY, 2013; FERNÁNDEZ-SÓLIS; BERROCAL; MOYA, 2018). Ao considerar esses fatores de produção e incorporar projeções do crescimento e do cerne, é possível tomar decisões mais precisas e eficientes no manejo da teca, garantindo uma maximização dos recursos de forma estratégica, bem como uma otimização do valor comercial da madeira.

Diante deste cenário, nosso estudo buscou responder às seguintes questões: Primeira questão (Q1): Quais idades técnicas para o desbaste e corte final que maximizam a produção volumétrica com casca em plantios clonais de teca, quando consideramos a projeção em nível de árvores? Primeira hipótese (H1): A produção volumétrica com casca

é potencializada com três intervenções de desbaste, realizadas em momentos de máximo incremento, culminando em um ciclo de corte final com idade inferior a 25 anos. Como segunda questão (Q2), tem-se que: O sistema de modelagem em nível de árvore individual proposto demonstra-se aplicável e eficiente na previsão da formação e evolução do cerne em árvores em pé de teca durante o ciclo florestal? Segunda hipótese (H2): O sistema proposto é capaz de prever a formação e evolução do cerne em árvores de teca durante seu ciclo florestal, logo, permitirá quantificar a estrutura que agrega valor a madeira da espécie. Com base nas perguntas e hipóteses, o trabalho objetiva o desenvolvimento de um sistema de modelagem que opere em nível de árvore individual, capaz de projetar idades técnicas de intervenção e quantificar a produção de cerne ao longo da rotação das florestas de clones de teca na região da Amazônia oriental brasileira.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Área de estudo e práticas silviculturais

O estudo em questão foi conduzido em plantações clonais de teca, estabelecidas no município de Capitão Poço, situado no Estado do Pará, na região da Amazônia Oriental, Brasil (de 2°30'00" S; 47°20'00" W, a 2°20'0" S; 47°30'0" W) (Figura 1). O relevo da região varia de levemente ondulado a plano. Os solos predominantes são classificados como Latossolo Amarelo distrófico típico, Latossolo Amarelo Distrófico Petroplíntico e Plintossolo Pétrico Concrecionário (IBGE, 2012). A vegetação natural dominante nesta região é a Floresta Ombrófila Densa (EMBRAPA, 2018). O tipo climático pode ser classificado como *Am*, segundo a classificação de Köppen, e é caracterizado como quente e húmido, com uma estação seca curta (ALVARES et al., 2013). A região apresenta uma precipitação média anual de 2.256 mm e uma temperatura média de 26,1° C (INMET, 2023).

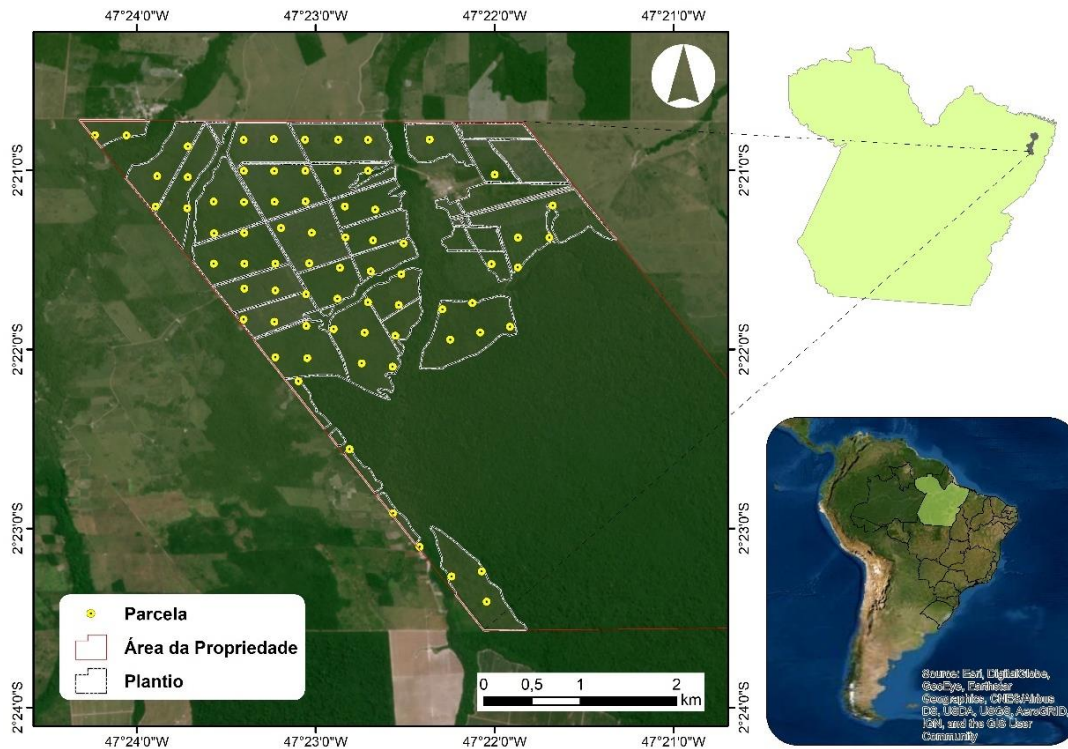


Figura 1. Localização da área de estudo no município de Capitão Poço, estado do Pará, Amazônia oriental Brasileira.

Os plantios clonais de teca foram estabelecidos nos anos de 2010, 2012, 2013, 2014 e 2015. As mudas foram plantadas manualmente nos seguintes espaçamentos: $3,5 \times 3,5$ m, $3,75 \times 3,75$ m e 4×4 m. Para todos os povoamentos, foram realizadas as seguintes técnicas silviculturais em calendários idênticos: limpeza da área com trator de esteira, combate às formigas cortadeiras com iscas para formigas; calagem com calcário dolomítico, aplicando 3 t ha^{-1} ; fertilização de base, com aplicação de $200 \text{ g planta}^{-1}$ de NPK 8-28-16 e $100 \text{ g planta}^{-1}$ de KCl, na cova de plantação; controle de plantas invasoras por intermédio de coroamento com auxílio de enxada, bem como poda mecanizada e semi-mecanizada com trator hidráulico; adubação de cobertura com aplicação de 7 g planta^{-1} de Boro e $100 \text{ g planta}^{-1}$ de KCl; e poda manual com serrote e moto-roçadora (SOUZA et al., 2022). Também foram realizados desbastes sistemáticos em média aos 4,5 (1°) e 8,5 (2°) anos, com o objetivo de reduzir o número de árvores e área basal em 50% em ambas intervenções de desbaste (SANTOS et al., 2022; SOUZA et al., 2022).

2.2 Inventário florestal

Foram efetuados inventários periódicos durante 10 anos em 58 parcelas circulares com área de 500 m², empregando processo de amostragem sistemático. Estas parcelas foram alocadas em uma malha regular de dimensões 320 x 320 m (Figura 1). Durante os inventários, foram anotadas e medidas as seguintes variáveis: idade das árvores (t), o diâmetro à 1,3 m do solo (dap), medido com o uso de uma fita diamétrica, altura total (ht), mensurada com um hipsômetro Vertex IV (HAGLÖF, 2007) e contagem de árvores desbastadas (d).

2.3 Sistema de modelagem de árvore individual

Os modelos para projetar o diâmetro (dap_1) e altura total (ht_1) futuros foram obtidos utilizando a abordagem de diferenças algébricas (ADA) e a abordagem de diferenças algébricas generalizadas (GADA). Os modelos bases construídos foram: Lundqvist-Korf (M1) e Hossfeld (M2) para a ADA, Cieszewski (M3) e Lundqvist-Korf (M4) para a GADA (CIESZEWSKI, 2000; CIESZEWSKI; STRUB, 2008; KIVISTE; KIVISTE, 2009; TEWARI; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; GARCÍA, 2014) (Tabela 1). Estes modelos foram ajustados aos dados de dap_1 ou ht_1 atual (Y_0) em função da idade atual (t_0) e dap_1 ou ht_1 futuro (Y) em função da idade futura (t_1). Os modelos construídos por estas abordagens, têm sido reconhecidos por sua capacidade de representar com precisão as principais variáveis que influenciam o desenvolvimento das florestas, conforme evidenciado por Tewari et al. (2014). Esses modelos baseiam-se em funções dinâmicas candidatas que apresentam uma propriedade essencial conhecida como "invariância temporal", conforme enfatizado por Palahí et al. (2004). Essa invariância temporal baseia-se no seguinte preceito: ao se realizar projeções com diferentes origens iniciais, mas com as mesmas origens finais, os resultados obtidos serão equivalentes.

Tabela 1. Modelos de crescimento em diâmetro com casca e altura total por ADA e GADA, selecionados para ajustar aos dados em nível de árvore individual em plantações clonais de teca na Amazônia oriental Brasileira.

Modelo n.º	Modelo base	Parâmetros relacionados com a variável alvo X	Solução inicial para X com Y_0 e t_0	Equação Dinâmica
M1	Lundqvist–Korf $Y = A \exp(-B t^{-r})$	$B = X$	$X_0 = -Ln \left(\frac{Y_0}{b_1} \right) t_0^{b_3}$	$Y = b_1 \exp \left[Ln \left(\frac{Y_0}{b_1} \right) \left(\frac{t_0}{t_1} \right)^{b_3} \right]$
M2	Hossfeld $Y = \frac{A}{1 + B t^{-r}}$	$B = X$	$X_0 = t_0^{-b_3} \left(\frac{b_1}{Y_0} - 1 \right)$	$Y = b_1 / \left[1 - \left(1 - \frac{b_1}{Y_0} \right) \left(\frac{t_0}{t_1} \right)^{b_3} \right]$
M4	Cieszewski $Y = \frac{B t^r}{t^r + A}$	$A = B + X$ $B = \frac{A}{X}$	$X_0 = Y_0 - b_1 + \sqrt{(Y_0 - b_1)^2 + 2 Y_0 \exp \left(\frac{b_1}{t_0^{b_3}} \right)}$	$Y = Y_0 \left[\frac{t_1^{b_3} (t_0^{b_3} X_0 \exp^{(b_2)})}{t_0^{b_3} (t_1^{b_3} X_0 \exp^{(b_2)})} \right]$
M4	Lundqvist–Korf $Y = A \exp(-B t^{-r})$	$A = \exp^{(X)}$ $B = (b_1 + b_2) X$	$X_0 = \frac{1}{2} t_0^{-b_3} \left[b_1 + t_0^{b_3} Ln(Y_0) \pm \sqrt{4 b_2 t_0^{b_3} + L_0} \right]$ Em que, $L_0 = (-b_1 - t_0^{b_3} Ln(Y_0))^2$	$Y = \exp^{(X_0)} \exp \left[- \left(\frac{b_1 + b_2}{X_0} \right) t_1^{-b_3} \right]$

Em que, Y e Y_0 : variáveis de interesse na idade t_0 e t_1 , respectivamente; t , t_0 e t_1 : idades da árvore (anos); X : variável teórica não observável e não quantificável; X_0 : solução de X para diâmetro, altura e idade inicial; A , B e r : parâmetros do modelo base; b_1 , b_2 e b_3 : parâmetros globais das equações dinâmicas. Fonte: (BURKHARD; TOMÉ, 2012; CIESZEWSKI; BAILEY, 2000; CIESZEWSKI; STRUB, 2008; TEWARI; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; GARCÍA, 2014).

Para considerar e incorporar a influência do desbaste no crescimento do diâmetro e da altura total de cada árvore individual nos povoamentos clonais de teca, aplicamos a técnica de regressão por meio da decomposição de parâmetros e inclusão da covariável número de árvores futuras (árvores ha^{-1}) (N_t). Nos modelos que apresentaram maior precisão para estimativa de diâmetro futuro com casca (dap_t) e altura total futura (ht_t), realizou-se a decomposição dos parâmetros e a inclusão da variável N_t , visando inserir o efeito do desbaste no crescimento destas variáveis. O efeito do desbaste na modelagem individual de árvores foi considerado como a redução do efeito da competição, excluindo-se a mortalidade do escopo da análise. Com isso, o sistema não considerou a mortalidade após o desbaste, cumprindo um dos alvos deste tratamento silvicultural, que é a diminuição da competição e da mortalidade natural das árvores, visando o maior desenvolvimento das árvores remanescentes.

Para o cálculo das variáveis florestais, empregamos um conjunto de modelos em nível de árvore individual. Primeiramente, utilizamos a Equação 1 ($r_{\hat{y}_y}$: 0,95; $RMSE$: 1,03 m; $RMSPE$: 7,98%; AIC : 20381) para estimar a altura total das árvores que não foram diretamente medidas nos inventários florestais. Essa modelagem incorporou a idade como covariável, derivada do modelo sigmoidal de Chapman-Richards (RICHARDS, 1959), permitindo uma estimativa precisa das alturas totais. Além disso, para determinar os índices de sítio com valores de 16, 18 e 20 metros, recorreremos à Equação 2 ($r_{\hat{y}_y}$: 0,97; $RMSE$: 0,67 m; $RMSPE$: 4,52%; AIC : 875), a qual se baseia na abordagem da diferença

algébrica (ADA) do modelo base de Lundqvist-Korf, conforme proposto por Santos et al. (2023). No que diz respeito aos diâmetros de cada árvore ao longo do fuste, utilizamos a Equação de afilamento 3 ($r_{\hat{y}y}$: 0,98; $RMSE$: 1,33 cm; $RMSPE$: 6,05 %; AIC : 2450) para os diâmetros com casca (d_{cc}) e a Equação de afilamento 4 ($r_{\hat{y}y}$: 0,97; $RMSE$: 1,22 cm; $RMSPE$: 10,17 %; AIC : 2176) para os diâmetros do cerne (d_c). Ambas utilizaram o modelo de afilamento de Demaerschalk e incorporaram a idade como covariável desenvolvidos para área de estudo.

$$h_t = 22.35397654 \cdot [1 - e^{(-0.05317149 \cdot dap_{cc})^{(1.09745889 - 0.01430881 \cdot t)}}] \quad (1)$$

$$IS = 24,958604 \cdot \left(\frac{hd}{24,958604} \right)^{\left(\frac{t}{12} \right)^{0,605413}} \quad (2)$$

$$d_{cc} = dap_{cc} \left[\sqrt{10,53 (-0,16 \cdot t) \left(\frac{(h_t - h_i)^{0,79}}{h_t^{0,79+1}} \right) + 0,69 \left(\frac{(h_t - h_i)^{26,96}}{h_t} \right) + 0,03 \left(\frac{(h_t - h_i)^{2,95}}{h_t^{2,95+1}} \right)} \right] \quad (3)$$

$$d_{cerne} = dap_{cc} \left[\sqrt{-2,21 (0,55 \cdot t) \left(\frac{(h_t - h_i)^{3,65}}{h_t^{3,65+1}} \right) + 0,22 \left(\frac{(h_t - h_i)^{1,63}}{h_t} \right) + 0,02 \left(\frac{(h_t - h_i)^{33,09}}{h_t^{33,09+1}} \right)} \right] \quad (4)$$

Em que, d_{cc} : diâmetro com casca (cm); d_c : diâmetro do cerne (cm), sendo diâmetro correspondente a qualquer altura; dap_{cc} : diâmetro à 1,3 m do solo com casca; ht : altura total (m); h_i : altura especificada a qualquer parte do fuste (m); hd : altura dominante (m); t : idade (anos); IS : índice de sítio (m), onde a idade de referência é 144 meses ou 12 anos.

Posteriormente, realizou-se o cálculo do volume total com casca (v_{cc}) e do volume total do cerne (v_c) para cada árvore, por meio da integração das suas respectivas funções de afilamento (DEMAERSCHALK, 1973). Por fim, com os volumes individuais das árvores obtidos, extrapolamos esses resultados para uma unidade equivalente a um hectare ($m^3 \text{ ha}^{-1}$). Essa etapa permite uma análise mais abrangente e comparativa do potencial produtivo da área florestal em estudo.

2.4 Seleção e validação dos modelos

Com a obtenção dos resultados dos ajustes dos modelos de dap_1 e ht_1 , estes foram combinados, considerando-se os seguintes critérios estatísticos: maior coeficiente de modificação linear de Pearson entre os valores observados e previstos ($r_{\hat{y}y}$), menor valor da raiz quadrada do erro médio ($RMSE$), menor raiz quadrada do erro médio percentual ($RMSPE$) (PARRESOL, 1999) e menor critério de informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1978). Realizamos uma análise gráfica dos resíduos, examinando a distribuição dos valores observados e estimados, além de construir um histograma da

frequência de erros relativos. Também avaliamos a significância dos parâmetros de regressão e verificamos a normalidade dos resíduos por meio do teste de Shapiro-Wilk com um nível de significância de 95% (SHAPIRO; WILK, 1965)

Complementarmente, procedeu-se ao ajuste dos modelos de dap_1 e ht_1 pelo método dos mínimos quadrados generalizados não lineares, a partir da função "gnls" do pacote "nlme", do software R® studio, versão 4.3.1 (R CORE TEAM, 2023). Para avaliar a autocorrelação potencial, foi modelado o termo de erro usando uma estrutura de erro auto-regressiva contínua de primeira ordem, sendo este um método que permite que os modelos sejam aplicados a dados longitudinais e desbalanceados (GREGOIRE, TIMOTHY G.; SCHABENBERGER, OLIVER; BARRETT, 1995). Assumimos uma estrutura auto-regressiva dos resíduos, cujos modelos foram ajustados separadamente (GARCÍA; BURKHART; AMATEIS, 2011).

O conjunto de dados foi dividido aleatoriamente em dois grupos, em nível de parcela, com um grupo destinado ao ajuste dos modelos ($n = 46 - 80\%$) e o outro para a validação desses modelos ($n = 12 - 20\%$) (Tabela 2). Para a validação dos modelos selecionados, adotou-se o teste de equivalência TOST (*two one-sided test*) baseado em regressão, utilizando a técnica de bootstrap, uma vez que esse método é considerado um dos mais adequados para avaliar a equivalência entre os valores estimados e observados (ROBINSON; DUURSMA; MARSHALL, 2005; WEISKITTEL et al., 2011). A hipótese de dissimilaridade é rejeitada ou não rejeitada com base nas regiões de equivalência dos parâmetros de regressão (intercepto e inclinação), estabelecendo-se um nível de 99% de probabilidade com 1000 bootstrap. Esse teste é um procedimento estatístico empregado para avaliar se um modelo é equivalente a um padrão ou referência específicos (SOUZA et al., 2022). Adicionalmente, realizou-se uma regressão linear entre os valores observados e preditos para calcular dois limites de confiança para os parâmetros, sendo estes comparados com a região de equivalência estimada, conforme procedido por Santos et al. (2022a) e Souza et al. (2022).

Tabela 2. Estatística descritiva de variáveis em nível de árvore dos plantios clonais de teca na Amazônia oriental Brasileira.

Variáveis	Dados de ajuste				Dados de validação			
	Mín.	Máx.	Média	DP	Mín.	Máx.	Média	DP
<i>t</i>	2	12	5,04	2,06	2	10	5,02	1,95
<i>dap_{cc}</i>	3,80	38,64	17,90	5,16	4,30	34,54	18,09	4,42
<i>dap_c</i>	0,77	24,68	8,55	3,74	1,33	20,26	8,60	3,29
<i>ht</i>	3,30	21,50	13,19	2,68	5,10	19,70	13,41	2,30
<i>N</i>	120	960	571,5	218,46	100	860	582,8	213,56

Em que, *t*: idade (anos); *dap_{cc}*: diâmetro à 1,3 m do solo com casca (cm); *dap_c*: diâmetro à 1,3 m do solo do cerne (cm); *ht*: altura total (m); *N*: número de árvores (árv. ha⁻¹); DP: desvio padrão.

2.5 Simulação de desbaste e rotação

As simulações dos desbastes foram realizadas com o objetivo de aprofundar o estudo do manejo florestal em povoamentos clonais de teca cultivados na região. Para esse propósito, foram consideradas as pesquisas de Santos et al. (2022) e Souza et al. (2022), que forneceram informações cruciais para a definição dos parâmetros de desbaste. No primeiro e segundo desbastes simulados, foi adotada uma intensidade de desbaste de 50%, enquanto no terceiro desbaste, a intensidade foi reduzida para 25%, conforme sugerido por Santos et al. (2022).

A escolha pelo desbaste com base no número de árvores foi deliberada, pois esse sistema já vinha sendo adotado na área de estudo com sucesso, utilizando um método sistemático em faixas para a remoção das árvores. Esse sistema de desbaste possibilitou a otimização da produtividade florestal, promovendo um espaçamento adequado entre as árvores remanescentes, garantindo um crescimento saudável e uma melhor qualidade da floresta.

Após obtermos os valores de volume com casca e de cerne por meio da integração das equações de afilamento, calculamos os incrementos da produção volumétrica, com o intuito de testar a primeira hipótese e determinar as idades técnicas de desbaste (*ITD*) e de rotação (*ITR*) por intermédio do máximo crescimento em volume com casca. O incremento médio anual (*IMA*) foi determinado dividindo o volume atual (*v*) pela idade da árvore (*t*) (Eq. 5). Além disso, calculamos o incremento corrente anual (*ICA*), que corresponde à diferença entre o volume atual (*v*) e o volume na idade anterior (*v₀*) (Eq. 6). A idade técnica de desbaste, foi definida no momento em que a curva em que as curvas de *ICA* e *IMA* volume encontraram-se (LEUSCHNER, 1990; CAMPOS; LEITE, 2017).

$$IMA = \frac{v}{t} \quad (5)$$

$$ICA = v - v_0 \quad (6)$$

O resumo gráfico na Figura 2 ilustra os procedimentos sequenciais da coleta de dados e análises realizadas neste artigo. A segunda hipótese foi avaliada através da implementação completa do sistema de modelagem em nível de árvore individual, culminando no cálculo do volume de cerne e sua proporção.

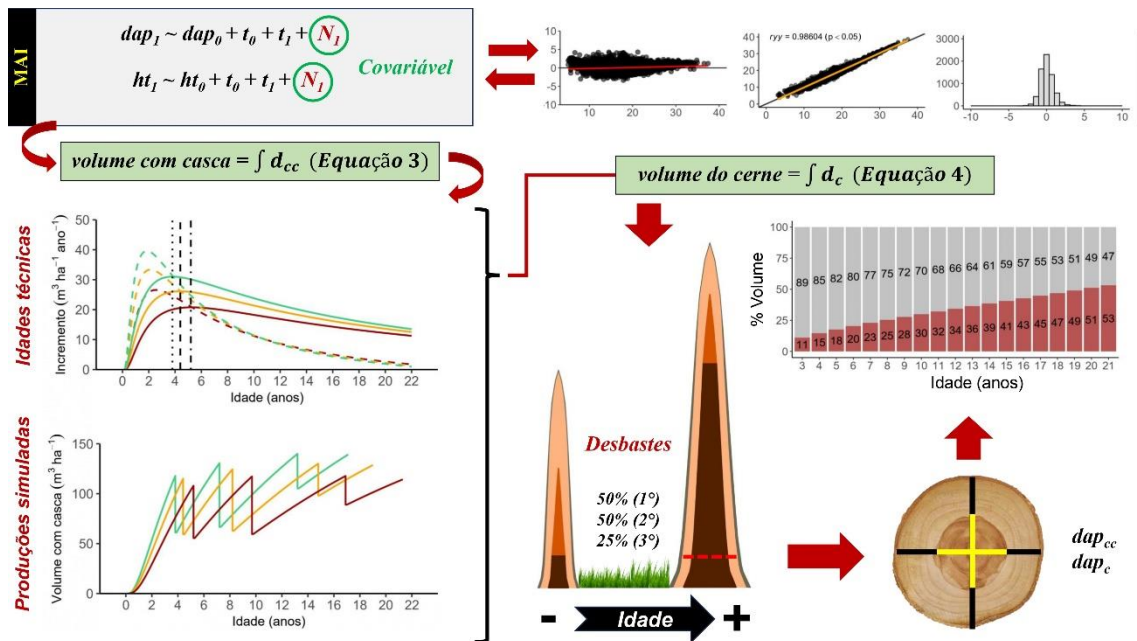


Figura 2. Resumo gráfico dos procedimentos sequenciais da coleta e modelagem em nível de árvore individual dos plantios clonais de teca na Amazônia oriental, Brasil.

3. RESULTADOS

Para a seleção do modelo de regressão mais adequado para estimar o diâmetro futuro das árvores, foram avaliados cinco modelos distintos, incluindo o modelo com a covariável número de árvores futuras por hectare (N_t) (M5) (Tabela 3). A ordem de precisão dos modelos de regressão, sem a inclusão da covariável, foi a seguinte: M1 > M4 > M2 > M3. Com a análise comparativa, o modelo M1-ADA mostrou-se o mais preciso entre as duas abordagens (ADA e GADA), apresentando menores erros (RMSE

= 0,8697 m RMSPE = 4,8592%), maior coeficiente de correlação ($r_{\hat{y}y} = 0,9860$) e menor Critério de Informação de Akaike (AIC = 17054,08).

Tabela 1. Estimadores e estatísticas de precisão de modelos ADA e GADA para estimativa do diâmetro futuro com casca, para plantios clonais de teca na Amazônia oriental Brasileira.

Modelo n.º	Parâmetros	Erro padrão dos parâmetros	$r_{\hat{y}y}$	RMSE	RMSPE	AIC
M1	$b_1 = 97,3876643^{**}$	4,179725	0,9860	0,8697	4,8592	17054,08
	$b_3 = 0,3303112^{**}$	0,007303				
M2	$b_1 = 49,7691944^{**}$	1,027055	0,9839	0,9243	5,1643	17865,77
	$b_2 = 0,9093365^{**}$	0,008548				
M3	$b_1 = 90,7372931^{**}$	19,0238	0,9827	0,9604	5,3661	18378,37
	$b_2 = 1,2795381^{**}$	0,3195				
	$b_3 = 0,7792979^{**}$	0,0129				
M4	$b_1 = -27504,89^{**}$	138,9	0,9869	0,9014	5,0366	17533,89
	$b_2 = 108345,2^{**}$	542,5				
	$b_3 = 0,4970162^{**}$	0,002856				
M5 [#]	$b_1 = 1456,5158427^{**}$	90,99	0,9888	0,7723	4,3150	15473,19
	$b_{11} = -0,5570456^{**}$	0,009599				
	$b_3 = 0,5948219^{**}$	0,009699				

Em que, b_i : parâmetros do modelo; *RMSE*: raiz quadrada do erro médio (cm); *RMSPE*: raiz quadrada do erro médio percentual (%); $r_{\hat{y}y}$: coeficiente de correlação entre os valores observados e previstos e; *AIC*: Critério de Informação de Akaike; e parâmetros de regressão significativos a 95% (*) e 99% (**) de probabilidade, e não significativos (^{ns}) pelo teste *t* de Student; modelo modificado com covariável N_I (#).

Como resultado, o modelo M1 foi aprimorado com a inclusão da variável número de árvores futuras (N_I), gerando o modelo M5, o qual demonstrou uma melhoria significativa na capacidade de explicar a variação do diâmetro de árvores em povoamentos desbastados com o passar da idade. A inclusão de N_I foi realizada nos dois parâmetros b_1 do modelo, o que resultou em uma redução do erro absoluto de aproximadamente 11% em relação à forma original do modelo, gerando $r_{\hat{y}y} = 0,9888$, RMSE = 0,7723 m, RMSPE = 4,3150% e AIC = 15473,19. Esses resultados reforçam a robustez e a precisão do modelo M5, tornando-o uma escolha adequada para estimar o diâmetro futuro das árvores em nível de árvore individual, especialmente considerando o efeito do desbaste representado pela densidade de plantio na variável em análise.

O modelo de regressão M1-ADA também demonstrou ser uma escolha adequada para a estimativa da altura total futura das árvores (ht_I). Nesse contexto, o modelo M5 foi criado, incorporando a variável N_I de forma semelhante a como se procedeu para o

diâmetro futuro, o que resultou em uma redução de 1,3% no erro absoluto em comparação com o modelo original. Esses dados indicam que a densidade das árvores também pode exercer uma influência, embora em menor escala em comparação ao diâmetro, sobre o crescimento em altura total das árvores, à medida que os povoamentos sofrem alterações na densidade individual ao longo de sua rotação. Com isso, o modelo M5 de altura gerou as seguintes medidas de precisão: $r_{\hat{y}y} = 0,9509$, $RMSE = 0,8203$ m, $RMSPE = 5,6781\%$, e $AIC = 5335,73$ (Tabela 4).

Tabela 2. Estimadores e estatísticas de precisão de modelos ADA e GADA para estimativa da altura total futura, para plantios clonais de teca na Amazônia oriental Brasileira.

Modelo n.º	Parâmetros	Erro padrão dos parâmetros	$r_{\hat{y}y}$	$RMSE$	$RMSPE$	AIC
M1	$b_1 = 24,623584^{**}$	0,68600	0,9494	0,8314	5,7551	5392,55
	$b_3 = 0,620765^{**}$	0,02274				
M2	$b_1 = 20,553092^{**}$	0,31340	0,9492	0,8322	5,7604	5396,57
	$b_2 = 1,130282^{**}$	0,02512				
M3	$b_1 = 22,7806696^{**}$	2,16785	0,9460	0,8652	5,9892	5568,54
	$b_2 = 1,7297633^{**}$	0,23648				
	$b_3 = 0,9219979^{**}$	0,02493				
M4	$b_1 = -29332,25^{**}$	396,8	0,9494	0,8314	5,7552	5394,64
	$b_2 = 94040,48^{**}$	1264				
	$b_3 = 0,6181125^{**}$	0,008423				
M5 [#]	$b_1 = 66,3899678^{**}$	7,56915	0,9509	0,8203	5,6781	5335,73
	$b_{11} = -0,1825608^{**}$	0,01971				
	$b_3 = 0,7895986^{**}$	0,03302				

Em que, b_i : parâmetros do modelo; $RMSE$: raiz quadrada do erro médio (m); $RMSPE$: raiz quadrada do erro médio percentual (%); $r_{\hat{y}y}$: coeficiente de correlação entre os valores observados e previstos e; AIC : Critério de Informação de Akaike; e parâmetros de regressão significativos a 95% (*) e 99% (**) de probabilidade, e não significativos (^{ns}) pelo teste t de Student; modelo modificado com covariável N_I (#).

A distribuição dos resíduos dos modelos para a projeção do diâmetro revelou padrões distintos. O modelo M4, adotando a abordagem GADA, apresentou superestimativa para diâmetros menores que 20 cm e subestimativa para diâmetros maiores que 20 cm, com amplitudes de $\pm 4,5$ cm (Figura 3a). No entanto, os modelos modificados com inclusão de covariável (M5), abrangendo diâmetro e altura total, demonstraram ausência de viés nas estimativas, apresentando amplitudes residuais de $\pm 3,95$ cm e $\pm 3,72$ m, respectivamente (Figura 3a e 4a).

Além disso, notou-se uma elevada correlação entre os valores estimados e observados para ambos os modelos modificados. O modelo de diâmetro obteve uma correlação superior a 0,98, enquanto o modelo de altura total alcançou 0,95. Os resíduos desses modelos apresentaram tendência de distribuição normal, com maior frequência de ocorrência nas classes de erros centrais (Figura 3c e 4c). Esses achados indicam que os modelos modificados (M5) são mais precisos em suas estimativas, superando as limitações do modelo M4 e mostrando-se promissores para aplicações futuras em projeções de diâmetro e altura de forma confiável, em condições semelhantes às da área de estudo.

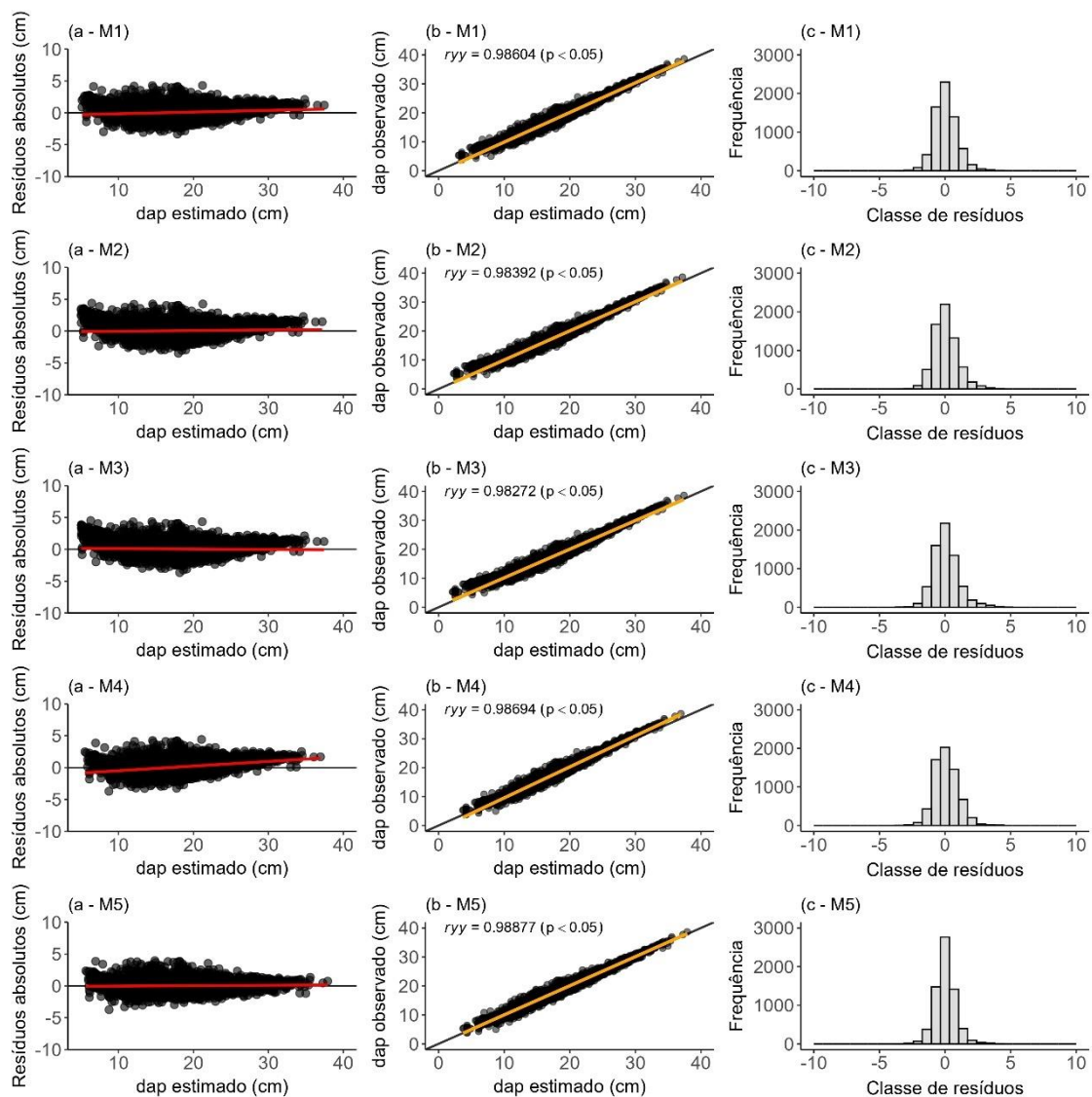


Figura 2. Distribuição dos erros absolutos de estimativa do diâmetro futuro com casca (a), correlação entre os diâmetros com casca observados e preditos (b) e histograma de frequência absoluta de erros (c), dos modelos de ADA e GADA ajustados em nível de árvore individual dos plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.

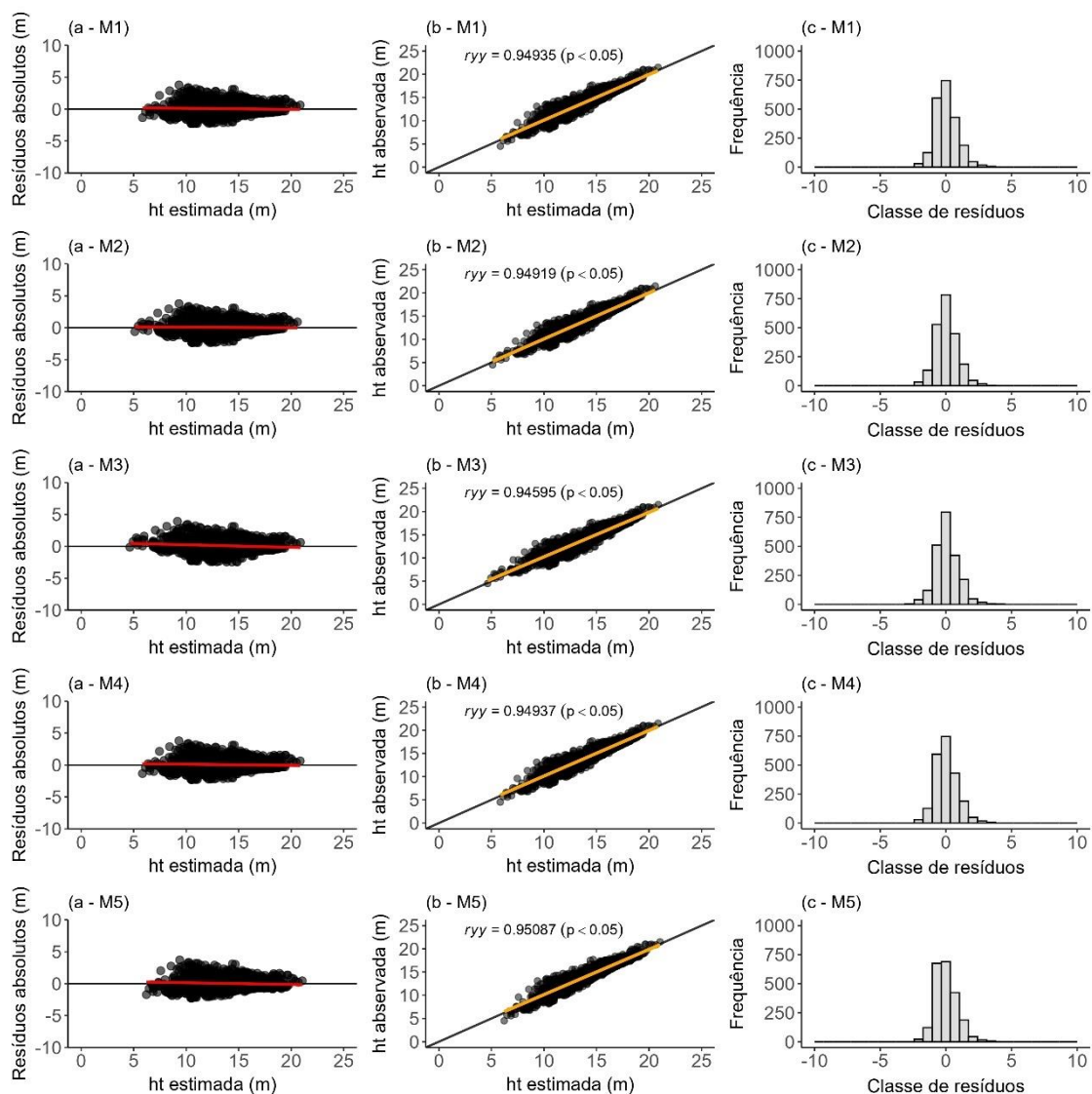


Figura 3. Distribuição dos erros absolutos de estimativa da altura total futura (a), correlação entre as alturas observadas e previstas (b) e histograma de frequência absoluta de erros (c), dos modelos de ADA e GADA ajustados em nível de árvore individual dos plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.

Os modelos de projeção, referentes ao diâmetro e à altura total, foram submetidos ao teste de equivalência para validação. Ambos os modelos (M5) geraram intervalos de confiança para os parâmetros do modelo, como intercepto e inclinação, situados dentro da região de similaridade. Isso significa que os valores estimados pelo teste dos parâmetros da equação da reta foram considerados estatisticamente equivalentes aos valores observados, tanto para o diâmetro quanto para a altura total. Essa constatação indica que não há diferença significativa entre as estimativas dos modelos e os valores observados para ambas as variáveis, reforçando a precisão e a confiabilidade desses modelos construídos para projeção (Tabela 5).

Tabela 3. Validação dos modelos selecionados para estimar diâmetro e altura total em plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.

Modelo n.º	Parâmetros	Região de similaridade	Intervalo de confiança	Dissimilaridade
M5 - diâmetro com casca	Intercepto	17,87 ± 18,37	18,04 ± 18,12	Rejeitar
	Inclinação	0,75 ± 1,25	0,98 ± 1,00	Rejeitar
M5 – altura total	Intercepto	14,22 ± 14,72	14,35 ± 14,48	Rejeitar
	Inclinação	0,75 ± 1,25	0,91 ± 0,98	Rejeitar

Dessa forma, após a seleção e validação dos modelos mais apropriados para a projeção do diâmetro (7) e altura total (8), optou-se por utilizar as equações base de Lundqvist–Korf-ADA, incorporando a covariável N_I , a fim de compor o sistema de modelagem em nível de árvore individual para as árvores clonais de teca. As equações obtidas são as que seguem:

$$dap_I = (b_I N_I^{b_{11}}) \left[\frac{dap_0}{(b_I N_I^{b_{11}})} \right]^{\left(\frac{t_0}{t_I}\right)^{b_3}} = (1456,51584 N_I^{-0,55705}) \left[\frac{dap_0}{(1456,51584 N_I^{-0,55705})} \right]^{\left(\frac{t_0}{t_I}\right)^{0,59482}} \quad (7)$$

$$ht_I = (b_I N_I^{b_{11}}) \left[\frac{ht_0}{(b_I N_I^{b_{11}})} \right]^{\left(\frac{t_0}{t_I}\right)^{b_3}} = (66,389968 N_I^{-0,1825608}) \left[\frac{ht_0}{(66,389968 N_I^{-0,1825608})} \right]^{\left(\frac{t_0}{t_I}\right)^{0,7895986}} \quad (8)$$

Em que, dap_0 e dap_I : diâmetro à 1,3 m do solo com casca inicial e futuro, respectivamente (cm); ht_0 e ht_I : altura total inicial e futura, respectivamente (cm); N_I : número de árvore futura (árv. ha⁻¹).

A partir dos modelos em nível de árvore individual, foram realizadas projeções dos diâmetros e alturas para cada árvore, considerando seus valores iniciais (dap_0 , ht_0 e N_0), aos 3 anos de idade. Essa escolha de idade para as projeções se deu em razão da presença de um padrão de crescimento estabelecido no povoamento e à disponibilidade de medidas iniciais para todas as árvores nessa faixa etária. As parcelas foram estratificadas com base na classe de sítio, representada pelos índices de sítio 16 m, 18 m e 20 m.

Após as projeções, os volumes totais com casca foram calculados pela integral da equação de afilamento (Equação 3). A estagnação teórica do crescimento e a necessidade de intervenção com desbaste foram determinados quando o incremento médio anual (*IMA*) atingiu seu valor máximo, coincidindo com os valores do incremento corrente anual (*ICA*). Os valores iniciais médios de dap_0 , ht_0 e N_0 , por classe de sítio aos 3 anos de idade, também foram determinados. Para a classe de sítio de 16 m, esses valores foram 11,79 cm, 9,63 m e 784 árv. ha⁻¹; para a classe de sítio de 18 m, os valores foram 13,81 cm, 10,91 m e 739 árv. ha⁻¹; e, para a classe de sítio de 20 m, os valores encontrados foram 15,34 cm, 12,05 m e 709 árv. ha⁻¹.

A estagnação teórica do crescimento do volume com casca foi observada em diferentes momentos ao longo da rotação e variou conforme a classe de sítio, sendo antecipada nos sítios mais produtivos, com esperado (Figura 5). Com base nas projeções iniciais, foram identificadas idades técnicas de desbaste (*ITD*) de 3,8, 4,4 e 5,2 anos para os índices de sítio de 20, 18 e 16 m, respectivamente (Figura 5, b, e, f e g). Quando essas primeiras *ITDs* foram atingidas, foi aplicada uma redução de 50% na densidade (*N*), conforme indicado na Figura 5 (b). As simulações das reduções de *N* geraram as seguintes idades técnicas de desbaste (*ITD*) ao longo da rotação:

- 1º desbaste - 50% de redução de *N* nos índices de sítio de 16, 18 e 20 m: *ITD* aos 5,2, 4,4 e 3,8 anos, respectivamente.
- 2º desbaste - 50% de redução de *N* nos índices de sítio de 16, 18 e 20 m: *ITD* aos 9,7, 8,2 e 7,2 anos, respectivamente.
- 3º desbaste - 25% de redução de *N* nos índices de sítio de 16, 18 e 20 m: *ITD* aos 16,9, 14,8 e 13,2 anos, respectivamente.
- Rotação – 100% de redução de *N* remanescente nos índices de 16, 18 e 20m: *ITR* aos 21,3, 19 e 17,1 anos, respectivamente.

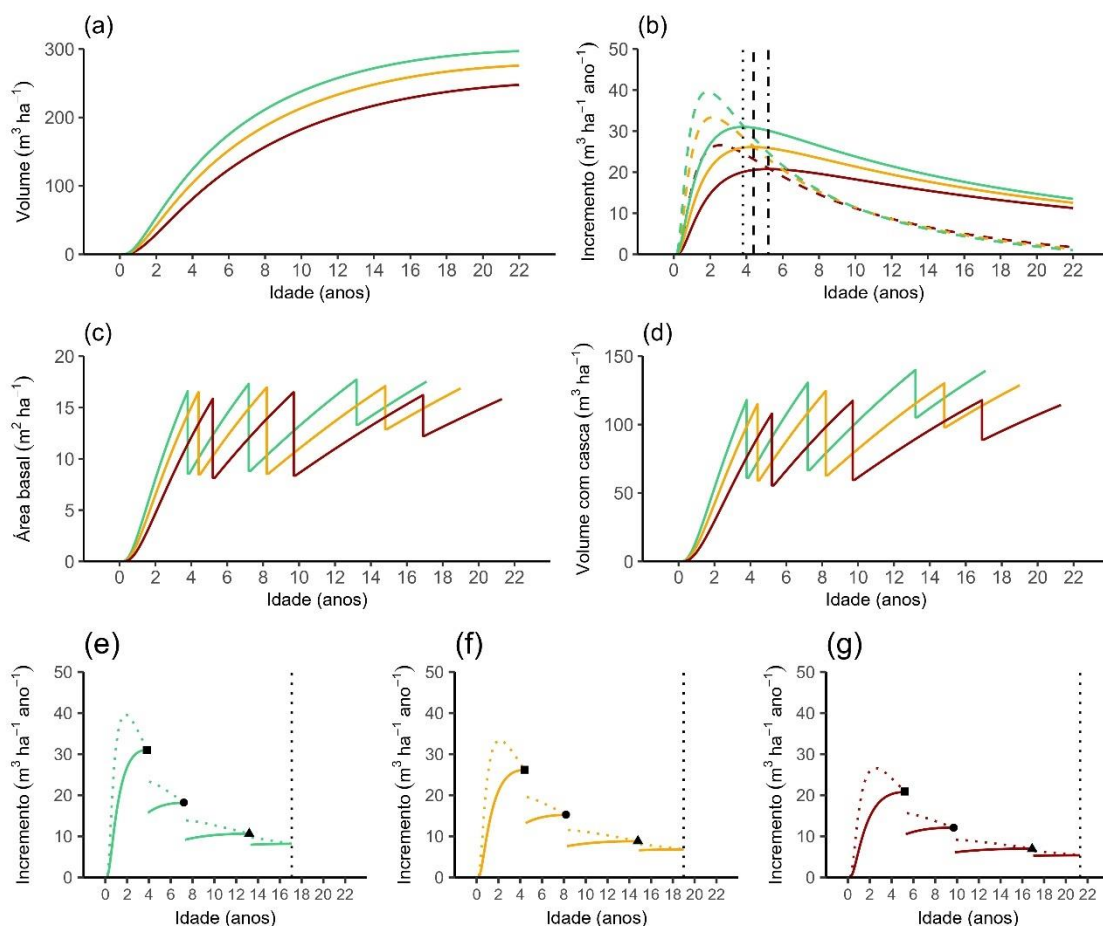


Figura 4. Curvas de crescimento e produção por classe de produtividade. (a) representa a produção e (b) os incrementos de volume com casca no cenário sem desbaste; (c) representa a área basal no cenário com desbaste e (d) volume com casca no cenário com desbaste; (e, f e g) representam os incrementos por classe de sítio do volume no cenário com desbaste em plantios clonais de teca na Amazônia oriental brasileira. As linhas com cor tracejadas representam o incremento corrente anual (ICA) e as linhas com cor contínuas representam incremento anual médio anual (IMA) (gráficos: b, e, f e g). As linhas verdes indicam a classe de sítio de IS = 20 m; as linhas amarelas representam a classe de sítio de IS = 18 m; e as linhas vermelhas representam a classe de sítio de IS = 16 m. As linhas verticais pretas tracejadas e os pontos pretos representam o momento em que o IMA atinge o seu valor máximo (gráficos: b, e, f e g).

A Tabela 6 apresenta as variáveis resultantes do sistema de modelagem em nível de árvore individual para cada *ITD* e *ITR*, discriminadas por classe de sítio. É notável que o sítio mais produtivo alcançou um volume projetado na *ITR* de $139,28 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, superando as médias de $128,69 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ e $114,32 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ para as classes de sítio de média e baixa capacidade produtiva, respectivamente. Mesmo com a antecipação do corte final em 1,9 anos e 4,2 anos, em relação as classes de sítio 18 m e 16 m, respectivamente, o sítio mais produtivo ainda prevaleceu em termos de volume, assim como em todas as *ITDs*. Essa observação ressalta a relevante influência que o sítio exerce sobre a produção volumétrica total com casca, comprovando que sítios mais produtivos tendem a proporcionar maiores volumes.

Tabela 6. Projeções e simulações de desbaste por classe de produtividade, geradas pelo sistema de modelagem em nível de árvore individual em plantios clonais de teca na Amazônia Oriental Brasileira.

Variáveis	ITD				ITR	ITD				ITR	ITD									
	1°			2°			3°				1°			2°			3°			
	IS = 16 m												IS = 18 m				IS = 20 m			
<i>IT</i>	5,2	9,7	16,9	21,3	4,4	8,2	14,8	19	3,8	7,2	13,2	17,1								
<i>N_a</i>	784	392	196	147	739	369	183	137	709	354	177	132								
<i>N_I</i>	392	196	147	147	369	183	137	137	354	177	132	132								
<i>ht_I</i>	12,29	15,46	18,47	19,68	12,69	15,82	19,00	20,29	13,09	16,24	19,43	20,73								
<i>dap_{1cc}</i>	16,04	23,14	32,45	37,01	16,86	24,18	34,47	39,59	17,26	24,95	35,70	41,11								
<i>dap_{1c}</i>	7,55	13,71	23,39	28,95	7,53	13,53	23,63	29,59	7,40	13,40	23,53	29,57								
<i>G_{Icc}</i>	8,14	8,36	12,24	15,82	8,49	8,55	12,89	16,86	8,58	8,82	13,33	17,52								
<i>V_{Icc}</i>	55,55	59,56	88,97	114,32	59,35	62,91	98,21	128,69	61,19	66,69	105,32	139,28								
<i>V_{Ic}</i>	10,24	17,55	39,87	61,54	10,22	16,74	39,47	62,07	10,05	16,61	38,89	61,35								

Em que: *ITD*: idade técnica de desbaste (anos); *ITR*: idade técnica de rotação (anos); *IS*: índice de sítio (m); *IT*: idade técnica de intervenção (anos); *N_a*: número de árvores antes do desbaste (árv. ha⁻¹); *N_I*: número de árvores futuras, pós desbaste (árv. ha⁻¹); *ht_I*: altura total, pós desbaste (m); *dap_{1cc}*: diâmetro à 1,3 m do solo com casca (cm), pós desbaste; *dap_{1c}*: diâmetro à 1,3 m do solo do cerne (cm), pós desbaste; *G_I*: área basal do diâmetro com casca (m² ha⁻¹), pós desbaste; *V_{Icc}*: volume total com casca (m³ ha⁻¹), pós desbaste; *V_{Ic}*: volume de cerne (m³ ha⁻¹), pós desbaste.

Além disso, esse padrão também se manifestou no diâmetro com casca, altura total e área basal das árvores, onde os maiores valores foram registrados nas classes de sítio mais produtivas em todas as *ITs*. Para a classe de *IS* 16 na *ITR*, foram observados valores de 37,01 cm, 19,68 m e 15,82 m² ha⁻¹, para diâmetro, altura total e área basal, respectivamente. Na classe *IS* 18, os valores correspondentes foram de 39,59 cm, 20,29 m e 16,86 m² ha⁻¹, enquanto a classe *IS* 20 apresentou 41,11 cm, 20,73 m e 17,52 m² ha⁻¹. Esses resultados corroboram a ideia de que sítios mais produtivos contribuem para o desenvolvimento de árvores com maiores diâmetros, alturas e áreas basais.

A Figura 6 ilustra a variação do diâmetro do cerne em árvores clonais de teca, expressando a sua proporção em relação ao diâmetro projetado da árvore com casca. Evidencia-se um padrão notável de aumento na proporção do diâmetro do cerne ao longo do tempo. Inicialmente, aos 3 anos de idade, o diâmetro do cerne representa aproximadamente 37% (4 cm) a 39% (6 cm) do diâmetro total da árvore com casca de acordo com o seu respectivo *ISs*. Esse valor cresce progressivamente, atingindo a faixa de 72% a 78% até as *ITRs*, com considerações para diferentes classes produtivas. Constatamos que a taxa de crescimento do diâmetro do cerne segue um padrão ascendente, resultando em diâmetro médio em torno de 30 cm de cerne ao se alcançar as *ITRs*. Notavelmente, para sítios menos produtivos, caracterizados por rotações mais longas, a média da proporção do diâmetro do cerne projetado por árvore atinge 78% (equivalente a 29 cm) do diâmetro total da árvore com casca aos 21 anos de idade. Esses

resultados denotam a dinâmica do crescimento do cerne em árvores de teca e sua alta relação tanto com o desenvolvimento temporal como com as características produtivas do plantio.

Na Figura 7, foi realizada uma análise da quantidade e proporção do volume de cerne em relação ao volume total das árvores durante todo o ciclo dos clones de teca, considerando também as classes de sítio. Verificou-se que a proporção de cerne foi maior nas classes menos produtivas a partir dos 14 anos de idade até a *ITR*. Aos 21 anos de idade, na classe de menor capacidade produtiva, a quantidade de cerne nas árvores foi de 53% do volume total, o que é equivalente a $60 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. Comparativamente, na classe de média capacidade produtiva, aos 19 anos de idade, a proporção de cerne foi de 48% ($62 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$), e na classe de alta capacidade produtiva, aos 17 anos, a mesma foi de 44% ($61 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$). Isso sugere que árvores em sítios menos produtivos tendem a desenvolver uma maior proporção de cerne em relação ao seu volume total, quando comparadas com árvores em sítios mais produtivos.

Entretanto, ao analisar a volumetria média de cerne por árvore, observou-se uma tendência oposta. Quanto melhores foram as condições de sítio, maior foi o volume de cerne encontrado em cada árvore. Aos 21 anos por exemplo, o volume médio de cerne foi de $0,408 \text{ m}^3$, aos 19 anos foi de $0,453 \text{ m}^3$ e aos 17 anos foi de $0,460 \text{ m}^3$ para as classes de sítio de 16, 18 e 20 m, respectivamente. Esses resultados indicam que, embora as árvores em sítios menos produtivos apresentem uma maior proporção de cerne em relação ao volume total, as árvores individuais em sítios mais produtivos possuem um maior volume médio de cerne. Isso sugere que, mesmo em sítios mais produtivos, onde o crescimento das árvores é mais acelerado e o ciclo de corte pode ser mais curto, a qualidade do cerne não é prejudicada. Na verdade, a qualidade desta estrutura do fuste pode ser até mesmo favorecida.

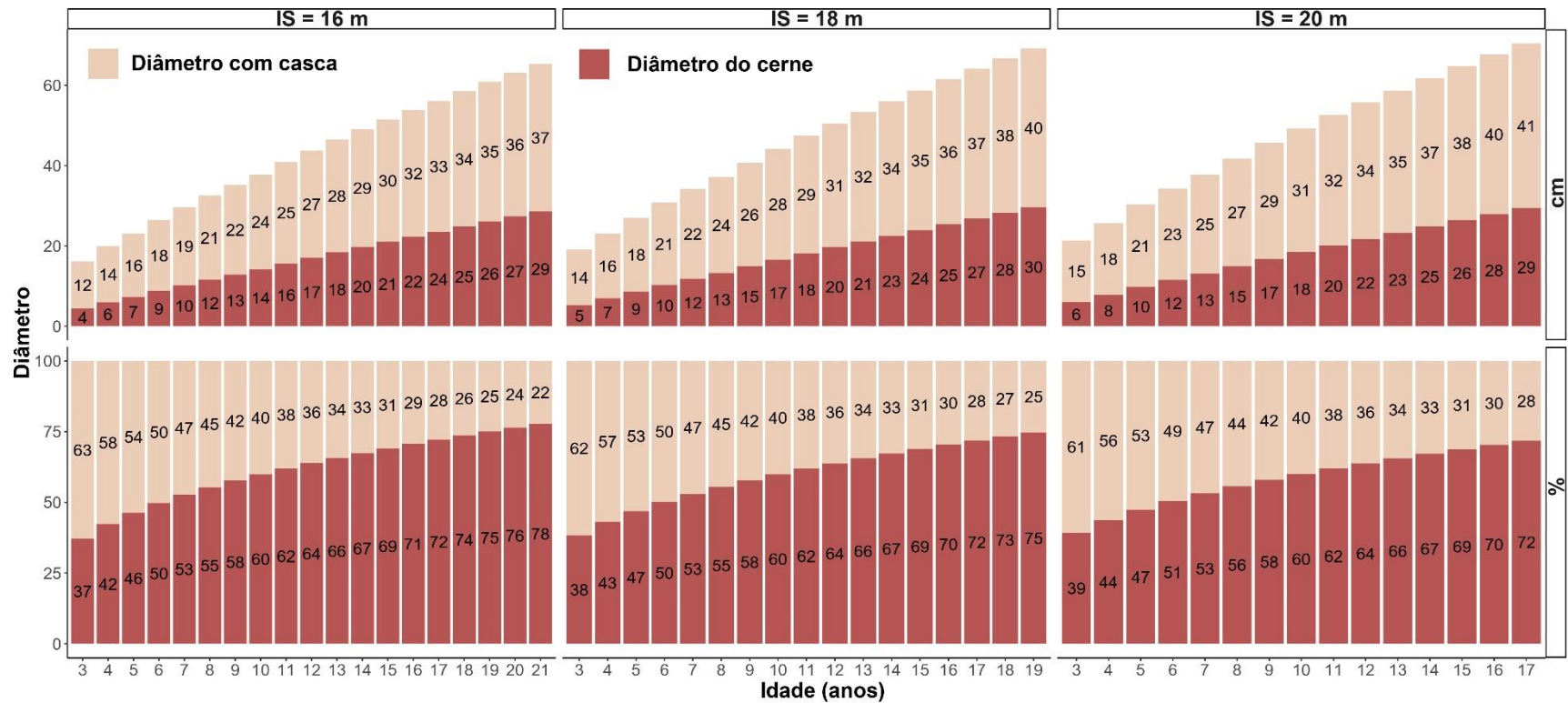


Figura 5. Evolução do diâmetro com casca e do cerne e sua proporção, por classe de produtividade em plantios de teca na Amazônia Oriental Brasileira.

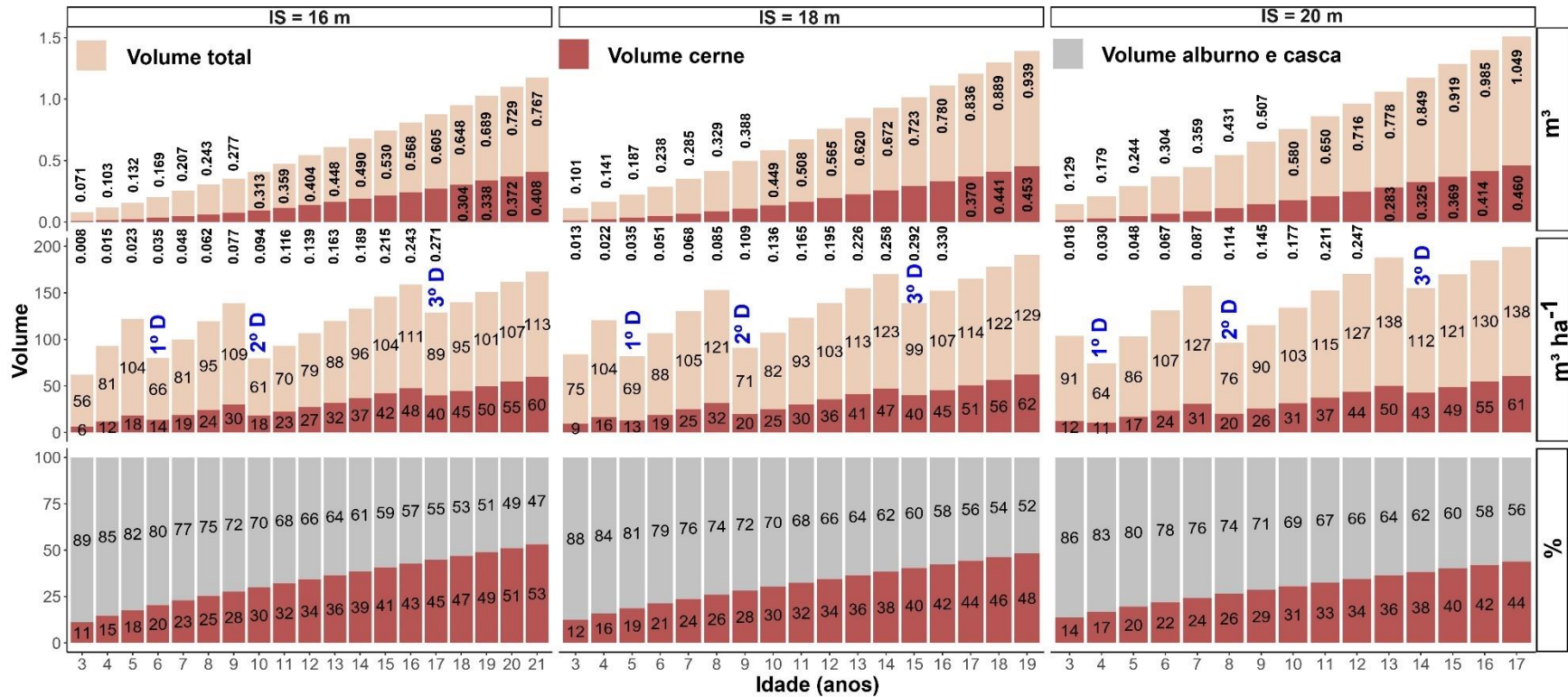


Figura 6. Evolução do volume de cerne em nível de árvore (m³), por unidade de área (m³ ha⁻¹) e proporcional (%) em relação ao volume total com casca, por classe de produtividade em plantios de teca na Amazônia Oriental Brasileira. Em que, 1° D, 2° D e 3° D: são sinalizações do primeiro, segundo e terceiro desbaste.

4. DISCUSSÃO

O número de árvores mostrou-se como uma variável relevante e significativa para a predição de diâmetro e altura futuros das árvores, tornando o modelo base modificado de Lundqvist–Korf-ADA a escolha preferencial para futuras aplicações e inferências relacionadas ao crescimento das árvores de teca que sofrem desbaste, tendo como base as condições estabelecidas pelo presente estudo.

Esse resultado reforça a importância de se considerar fatores silviculturais, como a densidade de árvores, ao se desenvolver modelos dinâmicos de projeção de crescimento e produtividade florestais (WIRABUANA et al., 2022). Neste sentido, para que a análise do crescimento e da produção de povoamentos de teca sujeitos a desbaste seja eficiente, faz-se necessária a incorporação de informações relacionadas ao desbaste, como covariáveis na modelagem. Incorporar possibilita uma melhor compreensão da influência desse tratamento sobre as variáveis florestais ao longo da rotação. Tal constatação é corroborada pela pesquisa conduzida por Souza et al. (2022). Estes autores utilizaram o número de árvores antes e pós desbaste, altura dominante e idade de desbaste como covariáveis preditoras em modelos de área basal para povoamentos clonais de teca, obtendo resultados precisos para estimativa desta variável.

A inclusão do número de árvores resultou em melhorias significativas na precisão das projeções em nosso estudo, com um foco particular no diâmetro, por se tratar de uma variável altamente sensível à densidade do povoamento, quando comparada a outras variáveis dendrométricas (SETA et al., 2021). A influência mais proeminente do desbaste nos povoamentos de teca é observada no diâmetro, e a abordagem realizada pelo presente estudo valida esse comportamento. Esse aprimoramento é particularmente valioso ao se considerar as flutuações na densidade dos povoamentos ao longo do tempo, uma vez que a densidade do povoamento é uma variável determinística e, portanto, de fácil obtenção nos inventários florestais (FERRAZ FILHO et al., 2018).

A incorporação do número de árvores (N) como covariável nos modelos dinâmicos de projeção possibilitou não apenas melhor acurácia nas previsões, mas também contribuiu de maneira significativa para a tomada de decisões no contexto do manejo dos povoamentos clonais da espécie. Desta forma, a construção de modelos com a incorporação de N permitiu uma análise da influência desse fator na variação do diâmetro e altura total das árvores clonais de teca. Neste sentido, os resultados do número

de árvores como covariável nos modelos dinâmicos demonstram que a redução no número de árvores, ocasionada pelo desbaste, desencadeia uma nova dinâmica de crescimento das duas variáveis (WIRABUANA et al., 2022). Esse efeito pode ser atribuído ao fato de que o desbaste reduz a competição intraespecífica entre as árvores, permitindo uma retomada no franco crescimento dos indivíduos após uma aparente estagnação teórica, o que é essencial para garantir um incremento individual do volume de madeira (FERRAZ FILHO et al., 2018; NOGUEIRA et al., 2015; SADONO, 2017).

O comportamento de crescimento e produtividade de clones de teca mostraram-se consistentes com as classes de produtividade. Especificamente, observamos que em locais de alta produtividade, as idades técnicas de desbaste e rotação final ocorreram mais precocemente em comparação com áreas de baixa produtividade, como esperado. Essa descoberta está alinhada com os resultados encontrados por outros estudos, como os de Santos et al. (2022a) e Souza et al. (2022) realizados no Brasil em plantios clonais de teca na Amazônia oriental, bem como o estudo de Bermejo et al. (2004) conduzido na Costa Rica. Vale destacar que todos os estudos citados utilizaram a modelagem de povoamento total (MPT).

Nossos resultados referentes às intervenções em plantios clonais de teca foram comparados com pesquisas anteriores realizadas por Santos et al. (2022a) e Souza et al. (2022), que também estudaram o mesmo povoamento. Constatamos que as idades da primeira estagnação teórica do crescimento em volume (3,8 a 5,2 anos) estão em conformidade com os intervalos propostos na literatura, especialmente no período compreendido entre 3 e 8 anos de idade (CAÑADAS-L et al., 2018; KOLLERT; KLEINE, 2017; VENDRUSCOLO et al., 2017). Santos et al. (2022) encontraram uma faixa de 3,5 a 4,2 anos para a primeira estagnação teórica, enquanto Souza et al. (2022) observaram um intervalo de 4,7 a 6,3 anos. Nossos próprios resultados mostraram uma consistência notável com a literatura existente, reforçando as conclusões de estudos anteriores, como os citados acima.

Comparando nossos resultados com o estudo de Santos et al. (2022a), que simulou desbastes utilizando MPT, observamos diferenças menores que um ano nos intervalos de desbaste projetados mais próximos da idade de rotação. Enquanto nosso estudo indicou intervalos superiores a 6 anos entre o segundo e terceiro desbaste de acordo com a classe de sítio, Santos et al. (2022a) encontraram intervalos inferiores a 5,5 anos. Os intervalos mais espaçados entre as intervenções em nossa pesquisa, resultaram em idades de rotação mais longas, variando de 17,1 a 21,3 anos. Em contraste, Santos et al. (2022a) obtiveram

intervalos menores, com idades de rotação variando de 13,9 a 16,6 anos. Essa disparidade pode ser atribuída a variações nas metodologias de modelagem (MAI e MPT, respectivamente), bem como no fato de que nosso estudo utilizou uma fonte de dados mais abrangente em termos de temporalidade, consistindo em 10 anos de monitoramento, contra 7 anos do estudo supracitado.

Portanto, nossos resultados reforçam a consistência desses padrões de crescimento em plantios clonais de teca. A convergência entre nossos dados e estudos anteriores fortalece a confiança na avaliação e previsão do crescimento dessas florestas em idades mais jovens, contribuindo para a melhor gestão e planejamento desses povoamentos. Além disso, a adoção da modelagem em nível de árvore individual pode proporcionar uma compreensão mais detalhada dos comportamentos de crescimento e produtividade, permitindo o desenvolvimento de estratégias mais adequadas para o manejo dos plantios clonais.

Com base no exposto acima, temos evidências para não rejeitar a primeira hipótese formulada, a qual considera que a produção volumétrica com casca é potencializada por meio de três intervenções de desbaste, realizadas em momentos de máximo incremento médio anual, culminando em um ciclo de corte final inferior a 25 anos de idade. Este estudo revelou a superioridade dos povoamentos clonais em relação às idades de corte final quando comparados aos povoamentos seminais de teca no Brasil, onde rotações esperadas ocorrem aos 25 anos, conforme relatado por Bezerra et al. (2011).

A diferença entre as idades técnicas de acordo com a capacidade produtiva em nossos resultados, reforça a importância de levar em consideração a qualidade do sítio na gestão florestal e no planejamento de plantios clonais de teca (SANTOS et al., 2022b). Sítios mais produtivos apresentam condições mais favoráveis quanto à fertilidade, estrutura e drenagem do solo, balanço nutricional e microclima, proporcionando um ambiente mais propício para o crescimento das árvores (SANTOS et al., 2022b). O aumento do diâmetro, altura total, área basal e volume nas classes de sítio mais produtivas indica que tais variáveis são dependentes e que, portanto, fatores ambientais, como os mencionados acima, influenciam o desenvolvimento morfológico das árvores, resultando em características de crescimento que estimulam a produção (HLAING; TEPLYAKOV; THANT, 2014).

É importante ressaltar que o conhecimento sobre a relação entre sítio e crescimento das árvores de teca é relevante para o seu desenvolvimento, pois contribui

para uma melhor utilização dos recursos naturais de forma racional, evitando práticas que possam levar ao esgotamento dos solos e à degradação do ambiente (WATANABE et al., 2010; PREECHAMART et al., 2018). Os resultados deste estudo destacam a importância do sítio na produção volumétrica e no crescimento das árvores em plantios clonais de teca, sobretudo ao nível de árvores individuais (volume individual). Portanto, ao planejar e gerir plantios de teca, é fundamental considerar a capacidade produtiva do sítio, visando otimizar a produção e a qualidade da madeira obtida pela regulação florestal (SANTOS et al., 2022b).

A formação do cerne em árvores de teca é influenciada por diversos fatores, como a idade da árvore, variação longitudinal, localização geográfica, condições ambientais, práticas silviculturais e o regime de desbaste adotado (BERROCAL et al., 2018; KOKUTSE et al., 2004; MOYA; BOND; QUESADA, 2014; PÉREZ; KANNINEN, 2005). Os resultados evidenciam que a formação do cerne foi mais influenciada pela idade das árvores do que pela classe de sítio. A correlação positiva entre a idade e a quantidade de cerne demonstra que, ao longo do tempo, ocorre uma maior formação de cerne nas árvores (BERROCAL et al., 2018).

Esse comportamento é esperado, pois à medida que a árvore envelhece, o cerne se desenvolve gradualmente nas camadas mais internas do tronco (TEWARI; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; GARCÍA, 2014). Este processo ocorre com a lignificação dos anéis de crescimento mais velhos (mais internos), fazendo com que os mesmos se tornem fisiologicamente inativos, sendo esta uma estratégia de proteção das árvores contra agentes ambientais externos e patógenos (BAMBER, 1976). Por estar estritamente ligado à inativação dos anéis de crescimento mais internos, é natural que a formação do cerne esteja associado com o processo de maturação das árvores, o que ocorre com o passar da idade (BAMBER, 1976).

Adicionalmente, a relação entre o estresse ambiental e a formação do cerne é uma questão relevante, porém ainda não completamente esclarecida entre os estudiosos (LUO BEI, HE RUI, 2018). Em condições ambientais mais desfavoráveis, onde a planta enfrenta maior estresse hídrico e restrição de nutrientes, a proporção de cerne pode ser em alguns casos potencializada. Tal fato pode ocorrer porque a planta enfrenta dificuldades para o crescimento do alburno, que é a parte viva e ativa da árvore responsável pelo crescimento com novas camadas. Como resultado, o cerne é formado em camadas mais espessas e, conseqüentemente, há uma maior proporção de cerne em relação ao volume total, especialmente quando a árvore apresenta idades mais maduras.

Um estresse bastante característico das árvores de teca consiste em períodos de seca, o que impulsiona o amadurecimento de sua madeira, resultando no processo de cernificação (PÉREZ CORDERO; KANNINEN, 2003). Além disso, Kokutse et al. (2010) ao estudar os fatores que influenciam a formação do cerne na teca, encontraram uma possível relação entre árvores dominantes e uma maior proporção de cerne, que pode estar associada à idade.

Os resultados obtidos pelo presente estudo também evidenciam que, à medida que a idade de intervenção aumenta, ou seja, quanto mais avançada for a idade técnica no momento da colheita, maior é a quantidade de cerne encontrado nas árvores de teca (BERROCAL et al., 2018). Um dos aspectos que afetam a formação do cerne é a prática silvicultural, sendo o desbaste um exemplo disso. Desbastes moderados a pesados tendem a intensificar o processo de formação do cerne (PÉREZ; KANNINEN, 2005). Isso sugere que o tempo disponível para a formação do cerne é um fator determinante para a sua maior proporção no fuste das árvores. Árvores que passam por um ciclo de crescimento mais longo têm a oportunidade de acumular uma maior proporção de cerne (BERROCAL et al., 2018), especialmente em sítios onde as condições favorecem esse processo (TEWARI; MARISWAMY, 2013).

A relação entre a idade e a formação do cerne pode ser explicada pelo funcionamento fisiológico das árvores. Conforme as árvores envelhecem, a proporção de cerne em relação ao lenho juvenil tende a aumentar. Isso ocorre porque o cerne é formado à medida que as células da madeira ativa se tornam inativas, sendo a morte das células do parênquima um resultado para a formação do cerne (BAMBER, 1976). Com o passar do tempo, menos camadas de lenho juvenil são depositadas, aumentando a proporção de cerne, sugerindo que a formação do cerne é um processo regulador que serve para manter a quantidade de alburno em um nível ideal.

Os resultados obtidos neste estudo destacam que a formação do cerne dos plantios clonais de teca teve maior correlação com a idade das árvores do que propriamente com a classe de sítio. O envelhecimento das árvores proporciona mais tempo para acumular cerne, enquanto condições ambientais mais estressantes podem aumentar a proporção de cerne em relação ao volume total. A compreensão desses aspectos é de grande relevância para o manejo sustentável de florestas plantadas de teca, contribuindo para a maximização da qualidade da madeira e a otimização da produção volumétrica.

Com isto, o sistema de modelagem proposto neste trabalho não apenas auxilia os gestores florestais na tomada de decisões estratégicas e na minimização de impactos

prejudiciais de desbastes mal planejados, mas também desempenha um papel fundamental na estimativa de diâmetro e volume de cerne de árvores em pé. Ao operar em nível de árvore individual, essa ferramenta permite uma avaliação mais detalhada das características do cerne, contribuindo para uma gestão mais precisa e mais embasada em informações técnico-científicas sobre o povoamento. Com isso, temos evidências para não rejeitar a segunda hipótese formulada pelo presente estudo, de que o sistema de modelagem proposto em nível de árvore individual é capaz de prever a formação e evolução do cerne em árvores de teca durante seu ciclo florestal, o qual permite quantificar a estrutura que agrega maior valor a madeira da espécie.

A habilidade do conjunto de modelos em estimar o diâmetro e volume do cerne das árvores em pé, agrega um valor inestimável ao processo de manejo florestal. Combinando essa funcionalidade com a capacidade de simulação de cenários produtivos relacionados aos desbastes, o sistema de modelagem em nível de árvore individual se consolida como uma ferramenta verdadeiramente abrangente e poderosa para o manejo de plantios clonais de teca. Sua aplicação proporciona não apenas eficiência operacional, mas também contribui para a sustentabilidade a longo prazo e o sucesso econômico desses empreendimentos florestais. Isso oferece aos gestores uma visão mais completa e acurada da composição do povoamento, permitindo a identificação de árvores com potencial madeireiro de alta qualidade e otimizando a alocação de recursos durante o desbaste e a colheita.

5. CONCLUSÃO

Com base nos modelos ajustados utilizando a abordagem da diferença algébrica (ADA) e diferença algébrica generalizada (GADA), o modelo de Lundqvist-Korf-ADA se destacou ao apresentar a maior precisão na estimativa dos diâmetros e alturas futuras das árvores. A incorporação do número de árvores como covariável para indicar o processo de desbaste teve um impacto positivo significativo na precisão e dinâmica das projeções das variáveis. Esse sistema de modelagem em nível de árvore individual, especialmente desenvolvido para clones de teca, revelou-se uma ferramenta poderosa para o manejo florestal. Ao projetar as idades técnicas ideais para o desbaste, com base na capacidade produtiva, o modelo indicou rotações técnicas entre 17,1 a 21,3 anos, levando em consideração o volume com casca. Um padrão notável foi evidenciado ao longo do tempo, com um aumento progressivo na proporção do diâmetro e volume do

cerne em relação à produção com casca. Esse aumento atingiu até 78% do diâmetro de cerne e 53% do volume de cerne, indicando o potencial de aproveitamento de madeira de alta qualidade em idade mais avançada. Ao fornecer previsões mais precisas e detalhadas, essa abordagem permite uma gestão mais eficiente dos recursos florestais, otimizando os ciclos de desbaste e colheita para maximizar a produção de madeira de qualidade.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKAIKE, Hirotugu. On the likelihood of a time series model. **The Statistician**, Bd. 27, S. 217–235, 1978.

ALVARES, Clayton Alcarde *et al.* Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, Bd. 22, Nr. 6, S. 711–728, 2013.

BAMBER, R. K. Heartwood, its function and formation. **Wood Science and Technology**, Bd. 10, Nr. 1, S. 1–8, 1976. Disponível unter: <http://link.springer.com/10.1007/BF00376379>.

BERMEJO, Ivan; CAÑELLAS, Isabel; MIGUEL, Alfonso San. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, Bd. 189, Nr. 1–3, S. 97–110, 2004. Disponível unter: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378112703004158>.

BERROCAL, Alexander *et al.* Development of heartwood, sapwood, bark, pith and specific gravity of teak (*Tectona grandis*) in fast-growing plantations in Costa Rica. **Journal of Forestry Research**, Bd. 31, Nr. 2, S. 667–676, 2018.

BEZERRA, Adham Ferreira *et al.* Economic Analysis of Settlements of *Tectona grandis* Submitted to Thinning in Mato Grosso. **Cerne**, Bd. 17, Nr. 4, S. 583–592, 2011.

BURKHARD, Haroldo E.; TOMÉ, Margarida. **Modeling forest trees and stands**. New York London, 2012-. ISSN 1098-6596.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: Perguntas e respostas**. 5. Aufl. Viçosa: UFV, 2017.

CAÑADAS-L, Álvaro *et al.* Growth and Yield Models for Teak Planted as Living Fences in Coastal Ecuador. **Forests**, Bd. 9, Nr. 2, S. 55, 2018. Disponível unter: <http://www.mdpi.com/1999-4907/9/2/55>.

CARRIJO, João Victor Nobre *et al.* The growth and production modeling of individual trees of *Eucalyptus urophylla* plantations. **Journal of Forestry Research**, Bd. 31, Nr. 5, S. 1663–1672, 2020.

CASTRO, Renato Vinícius Oliveira *et al.* Crescimento e produção de plantios comerciais de eucalipto estimados por duas categorias de modelos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Bd. 48, Nr. 3, S. 287–295, 2013.

CIESZEWSKI, C. J.; Bailey R. L. Generalized Algebraic Difference Approach Derivation of Dynamic Site Equation with Polymorphism and Variable Asymptotes. **Forest Science**, Bd. 46, S. 116–126, 2000.

CIESZEWSKI, Chris J.; BAILEY, R. L. Generalized Algebraic Difference Approach: Theory Based Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes. **Forest Science**, Bd. 46, Nr. 1, S. 116–126, 2000.

CIESZEWSKI, Chris J.; STRUB, Mike. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. **Forest Science**, Bd. 54, Nr. 3, S. 303–315, 2008. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1093/forestscience/54.3.303>.

DAVIS, L S *et al.* **Forest Management . Fourth edition Forest management : To sustain ecological , economic , and social values**, 2017.

DEMAERSCHALK J P. Integrated Systems for the Estimation of Tree Taper and Volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Bd. 3, S. 90–94, 1973.

EMBRAPA. **Sistema Brasileiro de Classificação de Solos: 5ª Edição**. Brasília, 2018.

FERNÁNDEZ-SÓLIS, David; BERROCAL, Alexander; MOYA, Róger. Heartwood formation and prediction of heartwood parameters in *Tectona grandis* L.f. trees growing in forest plantations in Costa Rica. **Bois et Forêts des Tropiques**, Bd. 335, S. 25–37, 2018.

FERRAZ FILHO, Antonio Carlos *et al.* Modeling growth and yield of loblolly pine stands under intensive management. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Bd. 50, Nr. 8, S. 707–717, 2015.

FERRAZ FILHO, Antonio Carlos *et al.* Thinning regimes and initial spacing for eucalyptus plantations in Brazil. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, Bd. 90, Nr. 1, S. 255–265, 2018.

GARCÍA, Oscar; BURKHART, Harold E.; AMATEIS, Ralph L. A biologically-consistent stand growth model for loblolly pine in the Piedmont physiographic region, USA. **Forest Ecology and Management**, Bd. 262, Nr. 11, S. 2035–2041, 2011. Verfügbar unter: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378112711005494>.

GREGOIRE, TIMOTHY G.; SCHABENBERGER, OLIVER; BARRETT, James P. Linear modelling of irregularity spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. **Canadian Journal of Forest Research**, Bd. 25, S. 137–156, 1995.

HAGLÖF. Vertex IV and Transponder T3 manual. **Sweder**, Nr. January, S. 1–27, 2007. Verfügbar unter: https://www.haglof.jp/download/vertex_iv_me.pdf.

HLAING, Zar Chi; TEPLYAKOV, Victor K.; THANT, Naw May Lay. Influence of climate factors on tree-ring growth in teak (*Tectona grandis* L. f.) plantations in the Bago Yoma Range, Myanmar. **Forest Science and Technology**, Bd. 10, Nr. 1, S. 40–45, 2014.

IBGE. **Manual Técnico da Vegetação Brasileira 2ª edição**, 2012-. ISSN 0101-4234. Bd. 55 Verfügbar unter: <http://www.bcb.gov.br/pec/GCI/PORT/readout/readout.asp>.

INMET. **National Institute of Meteorology**. Disponível em: <<https://portal.inmet.gov.br/>>. Acesso em: 23 jan. 2023.

KIVISTE, Andres; KIVISTE, Külliki. Algebraic difference equations for stand height, diameter, and volume depending on stand age and site factors for Estonian state forests. **Mathematical and Computational Forestry and Natural-Resource Sciences**, Bd. 1, Nr. 2, S. 67–77, 2009.

KOKUTSE, Adzo Dzifa *et al.* Proportion and quality of heartwood in Togolese teak (*Tectona grandis* L.f.). **Forest Ecology and Management**, Bd. 189, Nr. 1–3, S. 37–48, 2004.

KOKUTSE, Adzo Dzifa *et al.* Which factors most influence heartwood distribution and radial growth in plantation teak?. **Annals of Forest Science**, Bd. 67, Nr. 4, S. 407–407, 2010.

KOLLERT, Walter; KLEINE, Michael. **The Global Teak Study: Analysis, Evaluation and Future Potential of Teak Resources**. 2017.

KUSBACH, Antonín *et al.* Site-specific approach to growth assessment and cultivation of teak (*Tectona grandis*) in Nicaraguan dry tropics. **Forest Ecology and Management**, Bd. 480, Nr. July 2020, 2021.

LEITE, Helio Garcia *et al.* Estimation of inside-bark diameter and heartwood diameter for *Tectona grandis* Linn. trees using artificial neural networks. **European Journal of Forest Research**, Bd. 130, Nr. 2, S. 263–269, 2011.

LEITE, Helio Garcia *et al.* Modelo de afileamento de cerne de *Tectona grandis* L.f. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, Nr. 89, S. 53–59, 2011.

LEITE, Helio Garcia *et al.* UM MODELO DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA PARA POVOAMENTOS DE *Tectona grandis* SUBMETIDOS A DESBASTE. **Revista Árvore**, Bd. 30, Nr. 1, S. 89–98, 2006.

LEUSCHNER, W.A. **Forest regulation, harvest scheduling, and planning techniques**. New York, 1990.

LUO BEI, HE RUI, Yang Yan. A review of physiological function of sapwood and formation mechanism of heartwood. **Journal of Beijing Forestry University**, Bd. 40, Nr. 1, S. 120–129, 2018.

MADI, João Paulo Sardo *et al.* Univariate models to represent the diametric distribution of thinned stand of *Tectona grandis* Linn.F. **Advances in Forestry Science**, Bd. 4, Nr. 2, S. 119–123, 2017. Disponível em: <http://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/afor/article/view/4726/pdf>.

MEDEIROS¹, Reginaldo Antonio *et al.* Idade técnica do primeiro desbaste de povoamentos de teca em diferentes espaçamentos Technical age for the first thinning of teak stands in different spacings. **Scientia Forestalis 705 Sci. For**, Bd. 45, Nr. 116, S. 705–716, 2017. Disponível em: <http://www.ipef.br/publicacoes/scientia/nr116/cap11.pdf>.

MIGUEL, Eder Pereira *et al.* USING THE WEIBULL FUNCTION FOR PROGNOSIS OF YIELD BY MIGUEL, E. P. *et al.* DIAMETER CLASS IN *Eucalyptus urophylla* STANDS. **Cerne**, Bd. 16, Nr. 1, S. 94–104, 2010.

MOYA, R. *et al.* Equations for predicting heartwood merchantable volume and tradable sawlog in *Tectona grandis*. **Journal of Tropical Forest Science**, Bd. 32, Nr. 4, S. 379–390, 2020.

MOYA, Róger; BOND, Brian; QUESADA, Henry. A review of heartwood properties of *Tectona grandis* trees from fast-growth plantations. **Wood Science and Technology**, Bd. 48, Nr. 2, S. 411–433, 2014.

NOGUEIRA, Gilciano Saraiva *et al.* Thinning Intensity and Pruning Impacts on *Eucalyptus* Plantations in Brazil. **International Journal of Forestry Research**, Bd. 2015, S. 1–10, 2015.

NOGUEIRA, Gilciano Saraiva *et al.* Modelo De Distribuição Diamétrica Para Povoamentos de *Eucalyptus sp.* SUBMETIDOS A DESBASTE. **Revista Árvore**, Bd. 29, Nr. 4, S. 579–589, 2005.

PACHAS, A. N. A. *et al.* Teak (*Tectona grandis*) silviculture and research: applications for smallholders in Lao PDR. **Australian Forestry**, Bd. 82, Nr. sup1, S. 94–105, 2019. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1080/00049158.2019.1610215>.

PARRESOL BERNARD R. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. **Forest science**, Bd. 4, Nr. 4, S. 573–593, 1999. Verfügbar unter: https://www.srs.fs.usda.gov/pubs/ja/ja_parresol009.pdf <https://academic.oup.com/forestscience/article-abstract/45/4/573/4627607>.

PÉREZ CORDERO, Luis Diego; KANNINEN, Markku. Heartwood, sapwood and bark content, and wood dry density of young and mature teak (*Tectona grandis*) trees grown in Costa Rica. **Silva Fennica**, Bd. 37, Nr. 1, S. 45–54, 2003.

PÉREZ, Diego; KANNINEN, Markku. Effect of thinning on stem form and wood characteristics of teak (*Tectona grandis*) in a humid tropical site in Costa Rica. **Silva Fennica**, Bd. 39, Nr. 2, S. 217–225, 2005.

PORTÉ, A.; BARTELINK, H. H. Modelling mixed forest growth: A review of models for forest management. **Ecological Modelling**, Bd. 150, Nr. 1–2, S. 141–188, 2002.

PREECHAMART, Sineenart *et al.* Variation in climate signals in teak tree-ring chronologies in two different growth areas. **Forests**, Bd. 9, Nr. 12, S. 1–12, 2018.

PRETZSCH, H. *et al.* Models for forest ecosystem management: A European perspective. **Annals of Botany**, Bd. 101, Nr. 8, S. 1065–1087, 2008.

R CORE TEAM. **A language and environment for statistical computing: R foundation for statistical computing**. Vienna, Austria, 2023.

RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, Bd. 10, Nr. 2, S. 290–301, 1959.

ROBINSON, Andrew P.; DUURSMA, Remko A.; MARSHALL, John D. A regression-based equivalence test for model validation: shifting the burden of proof. **Tree Physiology**, Bd. 25, Nr. 7, S. 903–913, 2005. Verfügbar unter: <https://academic.oup.com/treephys/article-lookup/doi/10.1093/treephys/25.7.903>.

SADONO, Ronggo. Advances in Environmental Biology Temporary Site Index for Two-Invented Teak Clones with Generative Regeneration in the State Forestland in East Java, Indonesia. Bd. 11, Nr. 5, S. 6–12, 2017.

SANTOS, Mario Lima dos *et al.* Approaches to Forest Site Classification as an Indicator of Teak Volume Production. **Forests**, Bd. 14, Nr. 8, S. 1613, 2023. Verfügbar unter: <https://www.mdpi.com/1999-4907/14/8/1613>.

SANTOS, Mario L. *et al.* Forecasting production in thinned clonal stands of *Tectona grandis* in Eastern Amazonia. **Forest Systems**, Bd. 31, Nr. 3, S. e024, 2022a. Verfügbar unter: <https://revistas.inia.es/index.php/fs/article/view/19379>.

SANTOS, Mario Lima dos *et al.* Spatial variability of the productive capacity of teak (*Tectona grandis* Linn F.) plantations in the eastern Amazonia. **Australian Journal of Crop Science**, Bd. 16, Nr. 16(10):2022, S. 1193–1202, 2022b. Verfügbar unter: https://www.cropj.com/santos_16_10_2022_1193_1202.pdf.

SEPPÄNEN, Petteri; MÄKINEN, Antti. Comprehensive yield model for plantation teak in Panama. **Silva Fennica**, Bd. 54, Nr. 5, S. 1–25, 2020.

SETA, Gama Widya *et al.* Impact of thinning and pruning on tree growth, stress wave velocity, and pilodyn penetration response of clonal teak (*Tectona grandis*) plantation. **Forest Science and Technology**, Bd. 17, Nr. 2, S. 57–66, 2021.

SHAPIRO, Author S S; WILK, M B. Biometrika Trust An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples) Published by : Oxford University Press on behalf of Biometrika Trust Stable. **Biometrika**, Bd. 52, Nr. 3, S. 591–611, 1965. Verfügbar unter: <https://pdfs.semanticscholar.org/1f1d/9a7151d52c2e26d35690dbc7ae8098beee22.pdf>.

SOUZA, Hallefy Junio de *et al.* Thinning-response modifier term in growth models: An application on clonal *Tectona grandis* Linn F. stands at the amazonian region. **Forest Ecology and Management**, Bd. 511, Nr. December 2021, S. 120109, 2022.

TEWARI, Vindhya Prasad; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, Juan Gabriel; GARCÍA, Oscar. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, Bd. 1, Nr. 1, 2014.

TEWARI, Vindhya Prasad; MARISWAMY, K. M. Heartwood, sapwood and bark content of teak trees grown in Karnataka, India. **Journal of Forestry Research**, Bd. 24, Nr. 4, S. 721–725, 2013.

TONDJO, Kodjo *et al.* Stochastic modelling of tree architecture and biomass allocation: application to teak (*Tectona grandis* L. f.), a tree species with polycyclic growth and leaf neof ormation. **Annals of Botany**, Bd. 121, Nr. 7, S. 1397–1410, 2018. Verfügbar unter: <https://academic.oup.com/aob/article/121/7/1397/4955412>.

TWERY, Mark J.; WEISKITTEL, Aaron R. Forest-Management Modelling.

Environmental Modelling: Finding Simplicity in Complexity: Second Edition, Nr. October 2018, S. 379–398, 2013.

VENDRUSCOLO, Diogo G. S. *et al.* Estimativa da altura de árvores de *Tectona grandis* L.f. utilizando regressão e redes neurais artificiais. **Nativa**, Bd. 5, Nr. 1, S. 52–58, 2017.

WANG, Xingchang *et al.* Heartwood and sapwood allometry of seven Chinese temperate tree species. **Annals of Forest Science**, Bd. 67, Nr. 4, S. 410–410, 2010.

WATANABE, Yoshinori *et al.* Teak (*Tectona grandis*) growth as influenced by soil physicochemical properties and other site conditions in Ashanti region, Ghana. **Journal of Food, Agriculture and Environment**, Bd. 8, Nr. 2, S. 1040–1045, 2010.

WEISKITTEL, Aaron R. *et al.* **Forest Growth and Yield Modeling**. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2011. Bd. 6

WIRABUANA, Pandu Yudha Adi Putra *et al.* Growth performance, biomass accumulation, and energy production in age series of clonal teak plantation. **Forest Science and Technology**, Bd. 18, Nr. 2, S. 67–75, 2022. Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1080/21580103.2022.2063952>.

APÊNDICES DA TESE

Coleta de dados

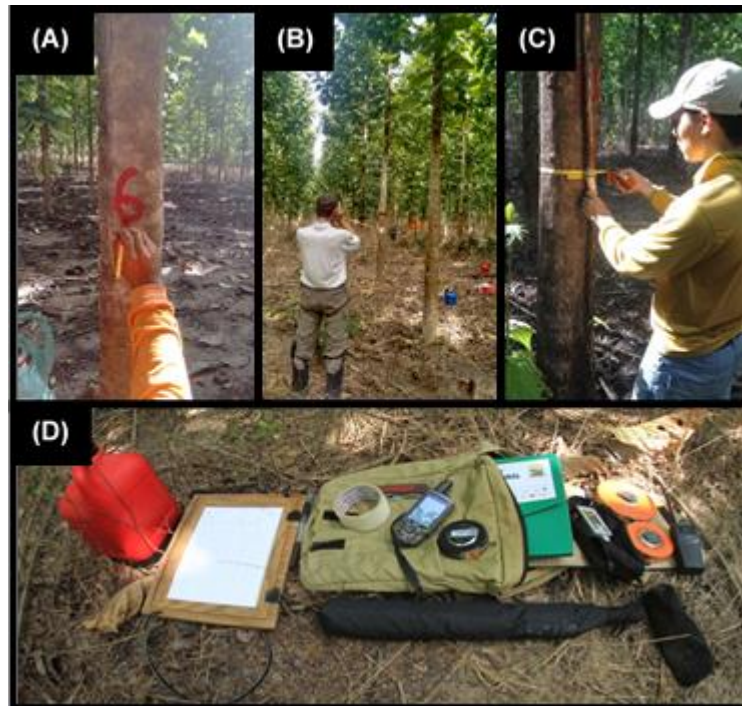


Figura 7. Procedimentos de coleta de campo: (A) Marcação dos indivíduos pertencentes a cada parcela; (B) Medição da altura; (C) Mensuração do diâmetro à 1,3 m do solo; (D) Equipamentos utilizados no levantamento de campo. Fonte: Santos (2020).



Figura 8. Procedimento de cubagem em plantios clonais de teca no município de Capitão Poço, estado do Pará, Amazônia Oriental, Brasil. Fonte: Santos (2021).