

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA / FACULDADE DO GAMA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**CARACTERIZAÇÃO DA MICROTURBULÊNCIA EM PROPULSORES HALL**  
**UTILIZANDO TEORIA DE INFORMAÇÃO: A ENTROPIA DE SHANNON**

**RODRIGO ALKIMIM FARIA ALVES**

**ORIENTADOR: PROF. DR. RODRIGO ANDRÉS MIRANDA CERDA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB  
FACULDADE DE TECNOLOGIA / FACULDADE DO GAMA

**CARACTERIZAÇÃO DA MICROTURBULÊNCIA EM PROPULSORES HALL  
UTILIZANDO TEORIA DE INFORMAÇÃO: A ENTROPIA DE SHANNON**

**RODRIGO ALKIMIM FARIA ALVES**

ORIENTADOR: PROF. DR. RODRIGO ANDRÉS MIRANDA CERDA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA  
PUBLICAÇÃO: 099A/2022

BRASÍLIA/DF, MARÇO DE 2022

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB  
FACULDADE DE TECNOLOGIA / FACULDADE DO GAMA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS  
DA ENGENHARIA

**CARACTERIZAÇÃO DA MICROTURBULÊNCIA EM PROPULSORES  
HALL UTILIZANDO TEORIA DE INFORMAÇÃO:  
A ENTROPIA DE SHANNON**

RODRIGO ALKIMIM FARIA ALVES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:

PROF. DR. RODRIGO ANDRÉS MIRANDA CERDA  
ORIENTADOR

DRA. ADRIANE BEATRIZ SCHELIN  
EXAMINADOR INTERNO - IF/UNB

DR. RENATO PAKTER  
EXAMINADOR EXTERNO - IF/UFRGS

**Relatório (ata) de defesa de dissertação assinado eletronicamente pela banca avaliadora, via Sistema Eletrônico de Informações - SEI, DOCUMENTO 7903495, PROCESSO 23106.022090/2022-21.**

BRASÍLIA/DF, MARÇO DE 2022

## FICHA CATALOGRÁFICA

ALVES, R. A. F.

Caracterização da microturbulência em propulsores Hall utilizando teoria de informação: A entropia de Shannon  
[Distrito Federal], 2022.

55p., 210 × 297 mm (FGA/FT/UnB, Mestre, Integridade de Materiais da Engenharia, 2022).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Faculdade do Gama

- |                           |                      |
|---------------------------|----------------------|
| 1. Mecânica computacional | 2. Física de plasmas |
| 3. Propulsores elétricos  | 4. Propulsor Hall    |
| I. ENC/FGA/FT/UnB.        | II. Título (série)   |

## REFERÊNCIA

ALVES, R. A. F. (2022). Caracterização da microturbulência em propulsores Hall utilizando teoria de informação: A entropia de Shannon. Dissertação de mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia, Publicação 099A/2022, Programa de Pós-Graduação, Faculdade de Tecnologia / Faculdade do Gama, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 55p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Rodrigo Alkimim Faria Alves

TÍTULO: Caracterização da microturbulência em propulsores Hall utilizando teoria de informação: A entropia de Shannon

GRAU: Mestre

ANO: 2022

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

[rodrigoalkimim@gmail.com](mailto:rodrigoalkimim@gmail.com)

Brasília, DF – Brasil

## **AGRADECIMENTOS**

A minha família, por ter me apoiado e me motivado, ajudando-me nos momentos mais difíceis e cansativos, em especial aos meus pais Núbia e Antônio e minha vó Lúbia que mesmo morando em outra cidade nunca deixaram de estar ao meu lado me incentivando.

A minha irmã Monike, pelos seus puxões de orelha, conselhos e elogios mesmo que nem sempre estes fossem merecidos.

Ao meu tio Allan, por me acolher e me ensinar os primeiros passos nesta jornada acadêmica.

A minha namorada Fernanda, por sempre estar comigo desde o início desta caminhada e ser meu porto seguro, principalmente neste momento de pandemia, ela foi e está sendo muito importante.

Aos meus amigos Daniel e Mauricio pelas conversas e alegrias vividas desde o nosso primeiro semestre da graduação e que felizmente perduraram até o presente momento. Espero que nossa amizade dure gerações, uma vez que ter amigos igual a vocês faz com que a gente supere os nossos limites.

E por fim, não menos importante, agradeço imensamente o professor Dr. Rodrigo Andrés Miranda Cerda, por me orientar, partilhar seus conhecimentos, pelas conversas paralelas e por todo apoio nessa jornada árdua.

## RESUMO

O propulsor Hall é um dispositivo de propulsão elétrica comumente usado para fins de manutenção da órbita de satélites e em missões no espaço profundo desde 1971. Este dispositivo gera impulso a partir da interação entre um plasma e campos eletromagnéticos. Vários aspectos dessa interação e da operação do propulsor ainda não são bem compreendidos. Recentemente, simulações numéricas e medidas experimentais mostraram a ocorrência de uma instabilidade de alta frequência e pequeno comprimento de onda, conhecida como instabilidade de deriva de elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$ . Esta instabilidade modifica a mobilidade dos elétrons através do campo magnético, fazendo com que estes se propaguem pelo canal de aceleração na direção contrária ao cátodo, fazendo com que essas partículas se aproximem mais do ânodo do que o previsto na teoria.

Neste estudo foram realizadas simulações numéricas de um propulsor Hall, modelo SPT-100. O algoritmo usado é baseado no método Particle-in-cell (PIC) com colisões de Monte Carlo (MCC). As simulações foram desenvolvidas em um domínio bidimensional o qual teve as suas coordenadas axial e azimutal consideradas, enquanto a coordenada radial foi desprezada, uma vez que o fenômeno de interesse não é detectado nesta direção. As simulações foram desenvolvidas usando dois tipos diferentes de propelente, argônio e xenônio.

Para compreender os dados gerados pela simulação, analisou-se os espectros de potências do campo elétrico azimutal e da densidade de íons os quais foram obtidos pela transformada rápida de Fourier. Tal método tornou possível identificar que a instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$  induz uma onda com comprimento de  $\approx 2mm$  e frequência acima de  $10MHz$ . O espectro de potência gerado demonstra uma lei de potência similar a turbulência magneto-hidrodinâmica (MHD). Por fim foi aplicado o conceito da entropia de Shannon ao campo elétrico azimutal, possibilitando identificar que a entropia do sistema varia com o propelente utilizado.

Palavras-chave: Instabilidade de deriva dos elétrons, SPT-100, Simulação PIC, Propulsor Hall.

## ABSTRACT

The Hall thruster is an electric propulsion device commonly used for station-keeping in satellites and deep-space missions since 1971. This device generates thrust from the interaction between a plasma and electromagnetic fields. Several aspects of this interaction and the operation of the propellant are still not well understood. Recently, numerical simulations and experimental measurements have shown the occurrence of a high-frequency and low wave number instability, known as the  $\vec{E} \times \vec{B}$  electron drift instability. This instability modifies the electron mobility across the magnetic field, allowing the electrons to reach the acceleration channel and the anode in a smaller time than predicted by the theory.

In this study, numerical simulations of a SPT-100 Hall thruster are performed using the two-dimensional Particle-in-cell (PIC) method in cylindrical coordinates in which the axial and azimuthal directions are kept, disregarding variations in the radial direction. The simulations were developed using two different types of propellant, argon and xenon.

The power spectra obtained by the fast Fourier transform shows that the  $\vec{E} \times \vec{B}$  electron drift instability induces a wave in the azimuthal electric field and the ion density with a wavelength of  $\approx 2mm$  and frequency around  $10MHz$ . The power spectra displays power-law behavior similar to magnetohydrodynamic turbulence. The Shannon entropy is applied to the azimuthal electric field, and a dependency on the neutral gas used as propellant is observed.

Keywords: electron drift instability, SPT-100, particle-in-cell, Hall thruster.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Propulsão elétrica</b>	<b>3</b>
2.1	Histórico da Propulsão Elétrica . . . . .	3
2.2	Modelos de Propulsores Elétricos . . . . .	4
2.3	Propulsor Hall . . . . .	6
2.3.1	Geometria e funcionamento propulsor Hall . . . . .	7
2.3.2	Parâmetros de operação . . . . .	9
2.3.3	SPT - 100 . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Plasma</b>	<b>15</b>
3.1	Produção do plasma . . . . .	17
3.2	Teoria orbital de partículas . . . . .	17
3.2.1	Campo elétrico estático e uniforme, $(\vec{E} = E_0\hat{i})$ e $(B = 0)$ . . . . .	19
3.2.2	Campo magnético estático e uniforme $(\vec{E} = 0)$ e $(\vec{B} \neq 0)$ . . . . .	19
3.2.3	Campos elétrico e magnéticos estáticos e uniformes . . . . .	23
3.3	A instabilidade de deriva eletrônica em propulsores Hall . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Modelo computacional</b>	<b>27</b>
4.1	XOOPIC . . . . .	28
4.2	Simulação por partículas . . . . .	28
4.3	Descrição do modelo . . . . .	31
<b>5</b>	<b>Ferramentas de análise</b>	<b>36</b>
5.1	Transformada de fourier . . . . .	36
5.2	Entropia de Shannon . . . . .	36

<b>6 Resultados e Discussão</b>	<b>39</b>
6.1 SPT-100 (xenônio) . . . . .	39
6.1.1 Critérios de convergência . . . . .	39
6.1.2 Campo elétrico azimutal e densidade dos íons . . . . .	41
6.1.3 Espectro de potência 1D . . . . .	41
6.2 SPT-100 (argônio) . . . . .	44
6.2.1 Critérios de convergência . . . . .	44
6.2.2 Campo elétrico azimutal e densidade dos íons. . . . .	46
6.2.3 Espectro de potência 1D . . . . .	46
6.3 Entropia de Shannon 2D . . . . .	49
<b>7 Conclusão</b>	<b>51</b>
<b>Lista de Referências</b>	<b>52</b>

## LISTA DE TABELAS

2.1	Comparativo entre os propulsores elétricos . . . . .	6
2.2	Parâmetros utilizados na simulação do SPT-100 . . . . .	14

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Propulsor Hall em funcionamento (à esquerda) e desligado (à direita) (Mikellides <i>et al.</i> , 2019)	7
2.2	Corte esquemático de um propulsor Hall (Taccogna e Garrigues, 2019)	8
2.3	Esquema de um propulsor Hall (Boeuf, 2017)	9
2.4	Foto de um SPT-100 (real) (Pidgeon <i>et al.</i> , 2006)	14
3.1	Decomposição do vetor velocidade em componentes (Bittencourt, 2013)	20
3.2	Parâmetros da trajetória helicoidal, traçada por uma partícula carregada. No sistema de coordenadas cartesianas (Bittencourt, 2013)	22
3.3	O campo elétrico azimutal (painel à esquerda) e a densidade de íons (painel à direita) na presença da instabilidade de deriva dos elétrons $\vec{E} \times \vec{B}$ (Coche e Garrigues, 2014)	25
3.4	Comparação da trajetória do elétron na ausência da instabilidade de deriva dos elétrons $\vec{E} \times \vec{B}$ (figura à esquerda) e com a presença da instabilidade (figura à direita). (Perez-Luna <i>et al.</i> , 2008)	26
4.1	Fluxograma básico de uma iteração no método Particle-in-Cell (Birdsall e Langdon, 2004)	29
4.2	Ilustração do domínio da simulação	32
4.3	Diagrama das condições de contorno no domínio de simulação	34
4.4	Perfis do campo magnético e da densidade de partículas neutras do propulsor SPT-100. A linha tracejada indica a posição em que o campo magnético é máximo.	35
5.1	Ocorrência dos valores máximo e mínimo da entropia de Shannon, as figuras a) e c) representam uma série senoidal e uma entropia igual a zero respectivamente, enquanto as figuras b) e d) representam uma série completamente aleatória a qual resulta em uma entropia máxima.	38
6.1	Série temporal da densidade dos íons (vermelha) e elétrons (azul), para o xenônio.	39
6.2	Perfis de velocidade axial dos íons (xenônio).	40
6.3	Campo elétrico azimutal (painel superior) e densidade dos íons (painel inferior), para o xenônio.	41

6.4	Séries referente ao campo elétrico e a densidade de íons. . . . .	42
6.5	Espectro de potência para identificação do comprimento de onda da instabilidade de deriva eletrônica $\vec{E} \times \vec{B}$ . Painel de cima: Espectro correspondente ao campo elétrico azimutal. Painel de baixo: Espectro correspondente à densidade dos íons. . . . .	43
6.6	Espectro de potência em escala logarítmica (a) e espectro de potência compensado (b), para o xenônio. . . . .	44
6.7	Densidade dos íons (vermelho) e densidade de elétrons (azul), para o argônio. .	45
6.8	Perfis de velocidade axial dos íons (argônio). . . . .	45
6.9	Campo elétrico azimutal (painel superior) e densidade dos íons (painel inferior), para o argônio. . . . .	46
6.10	Espectro de potência para identificação do comprimento de onda SPT-100 (argônio). .	47
6.11	Campo elétrico azimutal (painel superior) e densidade dos íons (painel inferior), para o argônio após a retirada da onda de 10mm de comprimento. . . . .	48
6.12	Espectro de potência do campo elétrico azimutal e da densidade de íons após a retirada da onda de comprimento ( $\lambda = 10mm$ ). . . . .	48
6.13	Espectro de potência em escala logarítmica (a) e espectro de potência compensado (b), para o argônio. . . . .	49
6.14	Série temporal da entropia de Shannon 2D do propulsor SPT-100 usando argônio e xenônio . . . . .	50



# 1 INTRODUÇÃO

A propulsão elétrica é uma tecnologia utilizada pela a indústria aeroespacial, tem a finalidade de gerar empuxo, possibilitando que satélites e sondas espaciais executem manobras no espaço. Estes equipamentos também tem sido utilizados como propulsão principal em sondas espaciais que são enviadas para a exploração do espaço profundo. Dentro da propulsão elétrica existem diversos modelos de propulsores, porém há um modelo que vem recebendo uma atenção maior por parte da comunidade científica, devida a suas propriedades de funcionamento. Este equipamento é denominado propulsor de efeito Hall ou propulsor Hall. Ele é capaz de gerar empuxo a partir da aceleração de íons por meio da aplicação de uma diferença de potencial elétrico.

Para obter a ionização de um gás neutro, o propulsor Hall possui um cátodo oco que tem a função de emitir elétrons, os quais são confinados por um campo magnético predominantemente radial, gerando uma espécie de nuvem de elétrons, próximo a saída do canal de ionização. No lado oposto do propulsor são inseridas partículas de algum gás neutro dentro do canal de ionização, as quais colidirão com a nuvem de elétrons, promovendo a ionização deste gás. De acordo com a teoria de plasmas, os íons possuem um raio de Larmor muito maior do que os dos elétrons e devido a esta característica o propulsor Hall é projetado de forma que, o canal de ionização também possua um raio menor do que o raio de giro dos íons. Essa especificidade faz com que os íons não fiquem aprisionados no propulsor. Já para acelerar estes íons, tem-se a presença de um campo elétrico majoritariamente axial, o qual é gerado devido a diferença de potencial entre o ânodo, localizado no interior do canal de ionização e o cátodo oco. A exaustão deste fluxo de íons gera o empuxo necessário. Tradicionalmente os gases neutros utilizados neste propulsor, são: xenônio (Xe), criptônio (Kr), iodo (I) e argônio (Ar).

Essa tecnologia conta com mais de 50 anos de desenvolvimento, mas ainda existem certos tipos de fenômenos que não estão totalmente explicados. Um dos problemas que vem sendo bastante investigado pela comunidade científica é o deslocamento anômalo do elétron, este refere-se a transposição que alguns elétrons conseguem efetuar dentro do campo magnético o qual gera uma espécie de nuvem de elétrons no interior do canal de ionização, mais próximo do ânodo do que previsto na teoria. O entendimento que tem se mostrado mais robusto para explicar este problema é a instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$ , este fenômeno é provocado devida a grande velocidade de deriva dos elétrons.

No presente trabalho tem-se o objetivo de investigar a instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$  por meio de simulações computacionais, usando um algoritmo particle-in-cell com co-

lisões de Monte Carlo (PIC-MCC) em sistema 2D axial-azimutal. Técnicas de espectro de potência e a entropia da informação serão usadas a fim de caracterizar este fenômeno tão intrigante. Tal abordagem será empregada no propulsor SPT-100, com o uso de dois propelentes distintos, tornando possível uma comparação entre ambas simulações. O equipamento adotado foi desenvolvido em 1971, e vem sendo um dos propulsores mais utilizados atualmente.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. No capítulo 2 são demonstrados alguns dos marcos históricos mais importantes da propulsão elétrica e também são relacionados alguns modelos distintos de propulsores elétricos. No capítulo 3 demonstram-se as características do plasma, os conceitos matemáticos da dinâmica das partículas do plasma e descrevem-se a instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$ . No capítulo 4 tem-se a primeira parte da metodologia empregada, descrevendo o código (PIC-MCC), o programa utilizado XOOPI e o modelo de simulação usado. O capítulo 5 apresenta a transformadas de Fourier subsecutivo da entropia de Shannon, estas que foram técnicas matemáticas utilizadas na obtenção dos resultados. No capítulo 6 é explanado os resultados das simulações de xenônio seguido das simulações com argônio. No capítulo 7 são descritos as conclusões e os trabalhos futuros.

## 1.1 OBJETIVOS

1. Efetuar uma simulação que torne possível a identificação da instabilidades de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$
2. Caracterizar e comparar a instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$  de um propulsor SPT-100 com propelente de xenônio e argônio.
3. Verificar, através do espectro de potência, se a instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$  proporciona uma micro turbulência no campo elétrico do propulsor.
4. Quantificar e comparar as entropias de cada sistema, utilizando a entropia da informação também conhecida como entropia de Shannon.

## 2 PROPULSÃO ELÉTRICA

A propulsão elétrica é uma tecnologia que utiliza energia elétrica para acelerar um propelente com a finalidade de produzir empuxo. Estes dispositivos são caracterizados por fornecerem altas velocidades de ejeção, um baixo consumo de propelente e funcionar durante grandes períodos de tempo. São utilizados principalmente na indústria aeroespacial e seus atributos acarretam em uma grande redução na quantidade de propelente necessária para uma determinada missão espacial quando comparado com outros métodos de propulsão. A massa propulsora reduzida pode diminuir significativamente a massa de lançamento de uma espaçonave ou satélite, levando a custos mais baixos com o uso de veículos de lançamento menores para entregar uma mesma massa desejada em uma determinada órbita ou em um alvo no espaço profundo.

Um bom exemplo para demonstrar os benefícios da utilização da propulsão elétrica foi descrito por (Sutton e Biblarz, 2016), onde foi proposto imaginar um típico satélite de telecomunicações com uma vida útil de 15 anos e uma massa  $\approx 2600$  kg, caso este satélite necessite de um aumento de velocidade anual por volta de 50m/s. Para que seja possível atingir este aumento de velocidade por meio de um propulsor químico é necessário acrescentar uma massa  $\approx 750$  kg. Já usando um sistema de propulsão elétrica com um impulso específico de 2800 segundos (cerca de nove vezes maior que o de um propulsor químico) a massa adicional referente ao sistema de propulsão pode ser reduzida para  $\approx 300$  kg, acarretando em uma diminuição por volta de 450 kg. Estima-se que os custos de lançamento são por volta \$50.000 por quilograma, portanto a escolha da propulsão elétrica pode acarretar em uma economia de \$22.500.000 por satélite.

Outro benefício da propulsão elétrica, quando comparado aos propulsores químicos, é que este método de propulsão pode aumentar a vida útil do equipamento de cinco para quinze anos. Esta tecnologia ainda necessita de aperfeiçoamentos, mas ela vem demonstrando um grande potencial como principal propulsão em viagens de espaço profundo. Foi o que aconteceu, por exemplo, em 1998, quando a nave Deep Space 1, movida com a tecnologia de propulsão elétrica alcançou, em 2000, o cometa Borelli.

### 2.1 HISTÓRICO DA PROPULSÃO ELÉTRICA

A propulsão elétrica foi prevista pela primeira vez há mais de 100 anos e, durante a maior parte do século 20, foi considerada a tecnologia do futuro para a propulsão de naves espaciais. Devido ao grande potencial dessa tecnologia foram desenvolvidas diversas pesquisas

em todo o mundo. Estes estudos possibilitaram a utilização de propulsores elétricos na contemporaneidade. Tais dispositivos operam em inúmeros modelos de satélites tendo como função principal a correção das trajetórias percorridas por estes equipamentos. Os propulsores elétricos em especial os propulsores iônicos e os de efeito Hall também tem sido utilizado como fonte de propulsão primária em sondas espaciais para a exploração do espaço profundo

Com a finalidade de entender o desenvolvimento dessa tecnologia no tempo, segue-se uma sucinta relação de datas dos êxitos que marcaram a história da propulsão elétrica (Goebel e Katz, 2008).

1906 – A propulsão elétrica foi concebida por Robert Goddard.

1911 – Na Rússia, Tsiolkovskiy descreveu sobre o potencial da propulsão elétrica.

1929 – Na Alemanha, Hermann Oberth incluiu na literatura alguns conceitos da propulsão elétrica para diversas aplicações espaciais.

1949 – Na Grã-Bretanha, os pesquisadores Shepherd e Cleaver aprimoram o trabalho desenvolvido por Hermann Oberth.

1964 – Ernst Stuhlinger fez a primeira análise sistemática dos propulsores elétricos no seu livro *Propulsion for Space Flight*.

1968 – Robert Jahn descreveu pela primeira vez sobre a física dos propulsores elétricos em seu livro.

A propulsão elétrica conta com alguns modelos diferentes de propulsores, as características mais relevantes desses dispositivos serão abordadas no capítulo posterior. Este trabalho tem como objeto principal de estudo o propulsor Hall, tal dispositivo também recebe o nome de Propulsor de Plasma estacionário (SPT), do inglês *stationary plasma thruster*, seu desenvolvimento iniciou-se na década de 60 e o primeiro satélite que o utilizou essa tecnologia foi o METEOR-18 lançado em 29 de dezembro de 1971 na Rússia. A primeira sonda espacial a usar um propulsor Hall como propulsão primária fora da órbita da Terra foi a espaçonave SMART-1 da ESA lançada em 27 de setembro de 2003.

## 2.2 MODELOS DE PROPULSORES ELÉTRICOS

Propulsores elétricos normalmente são classificados de acordo com o método de aceleração utilizado na produção do empuxo. Estes métodos podem ser separados em três categorias: eletrotérmica, eletrostática e eletromagnética.

### 1. Propulsores eletrotérmicos

A propulsão eletrotérmica compreende todas as técnicas pelo qual o propelente é eletricamente aquecido em uma câmara e depois é expandido através de um bocal adequado, convertendo sua energia térmica em um fluxo direcionado. Com a finalidade de gerar potência de empuxo reativa ao veículo. Como descrito por (Albuquerque, 2009) este dispositivo é indicado para manutenção de posição de satélites geo-síncronos, manutenção

da altitude de veículos espaciais em órbitas baixas, controle de atitude, ajuste de órbita, mudança de órbitas e pequenas manobras. Existem diferentes modelos de propulsores eletrotérmicos, porém os mais conhecidos são:

- O resistojet, esse dispositivo é o modelo mais simples de um propulsor elétrico, faz com que componentes sólidos com alta resistência elétrica dissipem energia e aqueçam o propelente, em grande parte por meio de convecção. A sua maior adversidade é o material sólido que limita as temperaturas operacionais abaixo de 2700 K, produzindo um impulso específico máximo 300 s.
- O arcjet, faz com que um propelente não inflamável seja aquecido por um arco elétrico dentro de uma câmara. Após o gás ser superaquecido, este é ejetado através de um bocal a altas velocidades de forma a gerar o empuxo necessário. Como este método introduz calor diretamente no gás, o impulso específico (Isp) torna-se limitado em  $\approx 600$ s.

## 2. Propulsores eletrostáticos

Os propulsores eletrostáticos tem como característica ionizarem um dado fluido de trabalho por meio da extração de elétrons, estes íons são acelerados por um campo elétrico. Este dispositivo busca mitigar as limitações nas velocidades de exaustão e o tempo de vida associado aos processos de aquecimento e expansão dos propulsores eletrotérmicos, são exemplos dessa tecnologia:

- Os propulsores Electro spray e Field Emission Electric (FEEP) são dois dispositivos que geram um empuxo muito baixo ( $< 1mN$ ) tal característica faz com que sejam utilizados para efetuar um controle preciso da posição ou altitude de satélites.
- Os propulsores de íons empregam uma variedade de técnicas de geração de plasma para ionizar uma grande fração do propelente. Esses dispositivos também utilizam de grades polarizadas para extrair eletrostaticamente os íons e acelerá-los a alta velocidade. Os propulsores de íons apresentam uma eficiência entre 60 e 80%, tornando o modelo de propulsor mais eficiente. Estes equipamentos também alcançam um impulso específico muito alto variando entre 2000 até mais de 10.000 s.

## 3. Propulsores eletromagnéticos

Esta categoria de propulsor elétrico depende da interação entre campos elétricos e magnéticos em um dado fluido de trabalho com a finalidade de fornecer o empuxo necessário. Tais sistemas podem produzir velocidades de exaustão consideravelmente maiores do que as dos dispositivos eletrotérmicos e densidades plasmáticas muito maiores do que as dos propulsores eletrostáticos, mas são fenomenologicamente mais complexos e analiticamente menos extraíveis do que qualquer uma das demais alternativas. Exemplos desse tipo de propulsor são: o MPDT (Propulsor Magnetoplasmadinâmico) e o PPT (Propulsor de plasma pulsado).

- O MPDT é propulsor que usa um arco elétrico de corrente muito alta para ionizar uma fração significativa do propelente e, em seguida, forças eletromagnéticas (forças de Lorentz  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ ) na descarga de plasma para acelerar o propelente carregado. Como o campo atual e o campo magnético são geralmente gerados pela descarga de plasma, os MPD tendem a operar com potências muito altas, a fim de gerar força suficiente para a operação de alto impulso específico e, assim gerar empuxo.
- O PPT é um propulsor que utiliza uma descarga pulsada para ionizar uma fração de um propelente em estado sólido produzindo plasma deste material, esse plasma é ejetado do propulsor pela força de Lorentz. A taxa de repetição de pulso é usada para determinar o nível de empuxo.

<b>Propulsor</b>	<b><math>P(kw)</math></b>	<b><math>I_{sp}(s)</math></b>	<b><math>\eta(\%)</math></b>
Arcjet	0.3 - 100	500 - 2000	$\geq 55$
Resistojet	0.5 - 1	300	65 - 90
Íons	0.3 - 5	1000 - 4000	60 - 80
FEEP	0.005 - 0.015	400 - 2300	$\leq 80$
MPDT	200 - 1000	2000 - 5000	30 - 50
PPT	$\geq 0.2$	850 - 1200	7 - 13
HET	0.1 - 20	1000 - 3000	30 - 50

**Tabela 2.1.** Comparativo entre os propulsores elétricos

Na Tabela 2.1 é possível fazer uma comparação entre os principais parâmetros de operação dos propulsores elétricos: potência ( $P$ ), impulso específico ( $I_{sp}$ ) e a eficiência do propulsor ( $\eta$ ). O propulsor Hall (HET) é o principal objeto de estudo deste trabalho e diante desta importância a próxima seção é destinada a este dispositivo.

### 2.3 PROPULSOR HALL

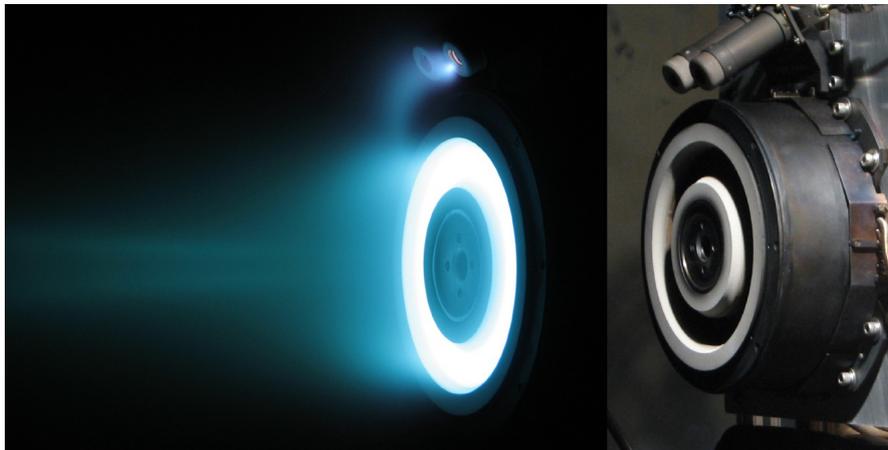
Os propulsores Hall são equipamentos de constituição relativamente simples, mas em contra partida ao comparar este dispositivo com os demais propulsores elétricos, tem-se que este modelo depende de conceitos físicos mais complexos para explicar o seu funcionamento. Mais adiante serão explicadas a sua geometria e a sua operação.

No que diz respeito, a qual classe o propulsor Hall pertence? É visto na literatura que existe uma certa divergência. Já que (Goebel e Katz, 2008) define em seu trabalho, que este equipamento é um propulsor eletrostático e demonstra a sua semelhança de funcionamento com o propulsor iônico. Enquanto (Jahn, 2006) o caracteriza como um propulsor eletromagnético e lembra que a derivação de seu nome vem do efeito Hall que é concebido, devido a presença de campos eletromagnéticos mutuamente perpendiculares. Há também trabalhos como o de (Sutton e Biblarz, 2016) que não fazem nenhuma classificação a respeito deste modelo de propulsor.

Normalmente os propulsores Hall (figura 2.1) são comparados com os propulsores iônicos

pois são dois dispositivos de construção bastante parecida e também contam com parâmetros de operação bem aproximados. Em relação a este equipamento, a eficiência e o impulso específico do propulsor Hall são inferiores, porém o propulsor Hall conta com uma relação empuxo / potência maior e também requer uma menor fonte de alimentação. A potência do propulsor Hall pode variar de 100 W a 20 kW, com empuxo entre alguns mN até 1N, já o impulso específico está entre 1000 e 3000 s. A geração de empuxo em propulsores Hall ocorre por meio da ionização e aceleração do propelente, o qual é submetido aos efeitos dos campos elétrico e magnético mutuamente perpendiculares (Goebel e Katz, 2008).

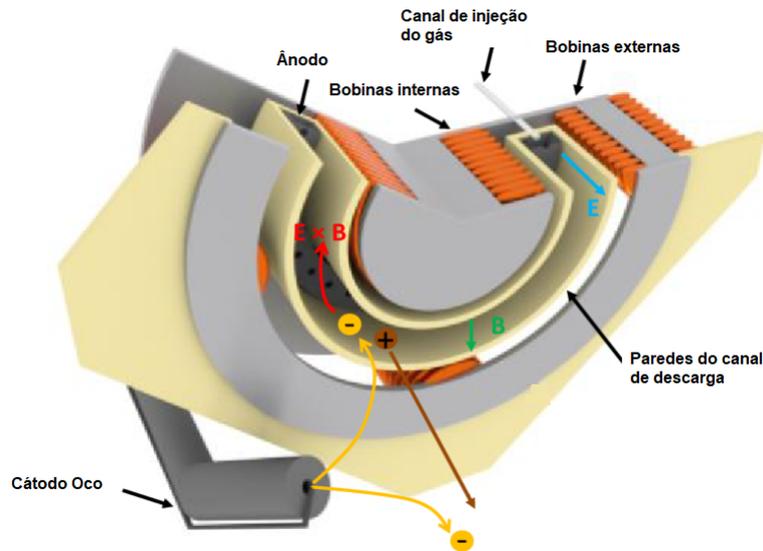
Este equipamento usa normalmente xenônio (Xe), criptônio (Kr), iodo (I) e argônio (Ar) como propelente. Tendo em vista o funcionamento básico desse propulsor, aquele que possuir menor energia de ionização será o propelente mais favorável.



**Figura 2.1.** Propulsor Hall em funcionamento (à esquerda) e desligado (à direita) (Mikellides *et al.*, 2019)

### 2.3.1 Geometria e funcionamento propulsor Hall

O propulsor Hall é um equipamento constituído por dois cilindros coaxiais de forma a deixar um vão entre eles, esse espaço recebe o nome de canal de ionização. Ficam localizados dentro deste canal o ânodo e o canal de alimentação, responsável por inserir o propelente. No lado oposto ao ânodo e externo do canal de ionização, está localizado um cátodo oco, este equipamento é usado como fonte de elétrons para sustentar a descarga do plasma e fornecer elétrons para neutralizar o feixe de íons acelerado. A figura 2.2 mostra uma seção esquemática de um propulsor Hall, onde é possível identificar os componentes descritos acima.



**Figura 2.2.** Corte esquemático de um propulsor Hall (Taccogna e Garrigues, 2019)

Para gerar o campo magnético são usados solenoides ou ímãs permanentes, posicionados em volta do canal de ionização em ambos os lados interno e externo. Este posicionamento é adotado afim de gerar um campo magnético predominantemente radial e com uma intensidade máxima nas proximidades da saída do propulsor. Já o campo elétrico é produzido principalmente devido a diferença de potencial existente entre o ânodo e o cátodo.

O seu funcionamento é dado pela inserção de gás neutro dentro do canal de descarga através do canal de alimentação, este propelente é ionizado devido aos impactos eletrônicos ocorrido entre as partículas neutras e uma espécie de nuvens de elétrons. Este fenômeno é devido a grande diferença de potencial existente entre o ânodo e o cátodo que atraem alguns elétrons emitidos pelo cátodo oco para o interior do canal de ionização. O movimento desses elétrons forma uma densidade de corrente  $J_e$ . Porém esses elétrons sofrem uma deflexão em sua trajetória, devido ao campo magnético  $B$ , o que acarreta em uma densidade de corrente  $J_H$  na direção positiva do eixo azimutal, definida como densidade de corrente Hall, de onde deriva-se o nome dessa tecnologia.

Após a ionização os íons são acelerados a altas velocidades na direção axial pelo campo elétrico, para fora do canal, gerando o empuxo necessário por conservação de momento. Na figura 2.3 é possível visualizar o sentido das trajetórias das partículas neutras, elétrons e íons, como também as direções e sentidos dos campos elétrico e magnético descritos anteriormente.

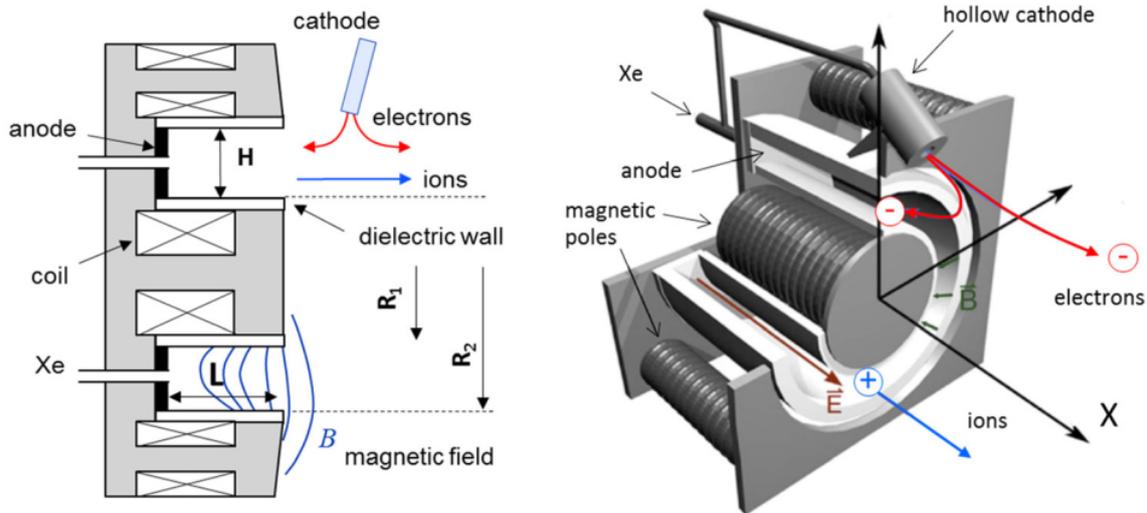


Figura 2.3. Esquema de um propulsor Hall (Boeuf, 2017)

### 2.3.2 Parâmetros de operação

Existem diversos parâmetros relacionados a propulsão elétrica, porém os de maior relevância para os engenheiros e projetistas são o empuxo, impulso específico ( $I_{sp}$ ) e a eficiência total do propulsor, essa que relaciona o desempenho do propulsor com a massa fornecida e a variação da velocidade da espaçonave durante os períodos de propulsão, uma das formas de analisar a eficiência total de um propulsor é verificando a potência produzida pelo feixe de empuxo dividida pela potência elétrica fornecida que alimenta o sistema. Enquanto o empuxo é um parâmetro altoexplicativo, o impulso específico ( $I_{sp}$ ) é definido como a velocidade de escape do propulsor dividida pela a constante de aceleração gravitacional ( $g$ ), que resulta em unidades incomuns de segundos (s).

- Empuxo

O empuxo é a força fornecida pelo propulsor para impulsionar o veículo espacial. Tal grandeza pode ser analisada a partir da equação de conservação de momentum, já que o propelente é ejetado em uma determinada direção com a finalidade de impulsionar o propulsor em uma mesma trajetória com sentido oposto. Considerando que a massa do propelente é variável devido ao seu consumo, o empuxo ( $T$ ) pode ser descrito como:

$$T = v_{ex} \dot{m}_p \quad (2.1)$$

onde  $\dot{m}_p$  é a taxa do fluxo de massa do propelente em kg/s e o  $v_{ex}$  é a velocidade de exaustão efetiva, essa velocidade ocorre no final da região de aceleração do plasma, e seu valor é uma média das velocidades de saída dos íons. É importante ressaltar que a taxa de fluxo de massa do propelente pode ser descrita como:

$$\dot{m}_p = Qm \quad (2.2)$$

onde:  $Q$  é o fluxo de partículas que no formato do SI pode ser expresso como partículas por segundo e  $m$  é a massa da partícula.

A energia cinética do feixe de propulsão por unidade de tempo é conhecida como *jet power* (potência do jato) e é definida como:

$$p_{jet} = \frac{1}{2} \dot{m}_p v_{ex}^2 \quad (2.3)$$

Isolando a velocidade de exaustão efetiva na equação 2.1 e substituindo na equação 2.3, tem-se que:

$$p_{jet} = \frac{T^2}{2\dot{m}_p} \quad (2.4)$$

A partir da equação 2.4 é possível verificar que, ao aplicar técnicas que aumentem o empuxo sem aumentar a taxa de fluxo do propelente resultará em um aumento na potência do jato.

No propulsor Hall é usado um campo elétrico com a finalidade de fazer com que os íons atinjam velocidades saída extremamente altas, dessa forma a velocidade dos íons excede e muito a velocidade das demais partículas do plasma, portanto a função do empuxo pode ser transcrita em função dos íons:

$$T = \frac{dm_p}{dt} v_{ex} \approx \dot{m}_i v_i \quad (2.5)$$

onde:  $m_i$  é a taxa de fluxo mássico do íon e  $v_i$  é a velocidade do íon.

Para encontrar os respectivos valores de  $v_i$  e  $\dot{m}_i$ , basta aplicar o teorema da conservação de energia. Como demonstrado por (Goebel e Katz, 2008) a energia cinética devida a velocidade dos íons é dada por ( $K = \frac{1}{2} \dot{m}_i v_i$ ) enquanto a energia potencial elétrica é ( $U = qV_b$ ). Após a colocação dos termos, tem-se que:

$$v_i = \sqrt{\frac{2qV_b}{m_i}} \quad (2.6)$$

$$\dot{m}_i = \frac{I_b m_i}{q} \quad (2.7)$$

onde  $V_b$  é a tensão de aceleração dos íons,  $q$  é a carga da partícula,  $m_i$  é a massa do íon e  $I_b$  é a corrente de feixe de íons. Reescrevendo a equação 2.5 em função das equações 2.6 e 2.7, considerando que o propelente é composto por íons singularmente carregados e que a carga assume o valor ( $q = e$ ), onde  $e$  é a carga do elétron, tem-se:

$$T = \sqrt{\frac{2m_i}{e}} I_b \sqrt{V_b} \quad (2.8)$$

É importante considerar que nos propulsores Hall a energia está espalhada pelo canal de aceleração, e a equação 2.8 pode ser aplicada apenas para um fluxo unidirecional de um feixe de íons singularmente carregados. Sendo assim, esta equação deve ser modificada para

admitir um feixe divergente e considerar a ocorrência de íons multiplamente carregados.

De acordo com (Goebel e Katz, 2008) a correção da equação 2.8 devido ao ângulo efetivo do vetor de empuxo para um propulsor com um perfil de densidade de corrente de íons constante acelerado por campos elétricos uniformes é:

$$\gamma = \cos(\theta) \quad (2.9)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de divergência do feixe.

A segunda correção aplicada à equação de empuxo considera a existência de íons multiplamente carregados. A qual torna possível analisar um feixe que contém íons singularmente e duplamente carregados, de modo que a corrente total do feixe é:

$$I_b = I^+ + I^{++} \quad (2.10)$$

onde  $I^+$  representa a corrente composta por íons com uma única carga enquanto  $I^{++}$  descreve a corrente de íons com carga dupla

O cálculo do empuxo médio devido a uma corrente que apresenta íons com multiplicidade de carga  $T_m$  é uma soma entre os empuxos gerados pelo dois diferentes tipos de íons, tal expressão pode ser escrita como:

$$T_m = I^+ \sqrt{\frac{2m_i V_b}{e}} + I^{++} \sqrt{\frac{m_i V_b}{e}} = I^+ \sqrt{\frac{2m_i V_b}{e}} \left( 1 + \frac{I^{++}}{\sqrt{2}I^+} \right) \quad (2.11)$$

O fator de correção do empuxo na presença de íons singularmente e duplamente carregados  $\alpha$  é a razão entre as equações 2.11 e 2.8, dessa forma tem-se que  $\alpha$  é:

$$\alpha = \frac{1 + \frac{I^{++}}{I^+ \sqrt{2}}}{1 + \frac{I^{++}}{I^+}} \quad (2.12)$$

Com isso é possível descrever a equação para o empuxo corrigido  $T_c$ , como:

$$T_c = \gamma \alpha T \quad (2.13)$$

- Impulso específico

O Impulso específico ( $I_{sp}$ ) é uma relação entre o empuxo e a taxa do consumo de propelente, também pode ser visto como uma medida de eficiência do empuxo. Em um propulsor com empuxo e taxa de fluxo de propelente constante, considera-se:

$$I_{sp} = \frac{T}{\dot{m}_p g} \quad (2.14)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade local.

Como nos propulsores Hall o empuxo gerado é devido principalmente aos íons, aplica-se a equação 2.5 na equação 2.14:

$$I_{sp} = \frac{v_i \dot{m}_i}{g \dot{m}_p} \quad (2.15)$$

Dessa forma, tem-se novamente uma equação que relaciona valores para um feixe unidirecional e monoenergético. Como descrito por (Goebel e Katz, 2008) para que o impulso específico fique o mais próximo do valor real, é necessário considerar a eficiência de utilização da massa de propelente, esta que leva em consideração a razão entre o propelente ionizado e não ionizado a qual é representada abaixo:

$$\eta_m = \alpha_m \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_p} = \alpha_m \frac{I_b m_i}{e \dot{m}_p} \quad (2.16)$$

onde  $\eta_m$  é a eficiência de utilização do propelente e  $\alpha_m$  é o termo que considera fato dos íons serem singulamente ou duplamente carregados possuírem apenas uma unidade de massa.

Para obter o fator de correção  $\alpha_m$  basta aplicar um processo análogo ao que foi executado para encontrar o fator de correção de empuxo, o qual resultará em:

$$\alpha_m = \frac{1 + \frac{I^{++}}{2I^+}}{1 + \frac{I^+}{I^+}} \quad (2.17)$$

Para encontrar o impulso específico corrigido ( $I_{sp}'$ ), substitui-se o empuxo da equação 2.14 pelo empuxo corrigido descrito na equação 2.13, resultando em:

$$I_{sp}' = \frac{T_c}{g \dot{m}_p} = \frac{T \gamma \alpha}{g \dot{m}_p} = \frac{v_i \dot{m}_i \gamma \alpha}{g \dot{m}_p} \quad (2.18)$$

Como descrito no trabalho de (Goebel e Katz, 2008) para o caso de feixes predominantemente composto por íons singulamente carregados pode-se considerar  $\alpha = \alpha_m = 1$ . Substituindo velocidade dos íons ( $v_i$ ) e razão entre os fluxos mássicos ( $\dot{m}_i/\dot{m}_p$ ) pelas respectivas equações 2.6 e 2.16 encontra-se a expressão para o impulso específico corrigido:

$$I_{sp}' = \frac{\gamma \eta_m}{g} \sqrt{\frac{2eV_b}{M}} \quad (2.19)$$

- Eficiência

Como demonstrado por (Goebel e Katz, 2008) a eficiência de qualquer propulsor elétrico pode ser obtida a partir da razão entre a potência do feixe e a potência de entrada no propulsor, como descrito na equação abaixo:

$$\eta_T = \frac{T \cdot v_{esc}}{P_{in}} \quad (2.20)$$

onde a potência do feixe de íons é o produto entre o empuxo ( $T$ ) e a velocidade de escape ( $v_{esc}$ ), já  $P_{in}$  representa a potência de entrada.

A velocidade de escape dos propulsores pode ser calculada:

$$v_{esc} = \frac{Isp \cdot g}{2} \quad (2.21)$$

Ao substituir as equações 2.21 e 2.14 na equação 2.20 tem-se que a eficiência total é tida como:

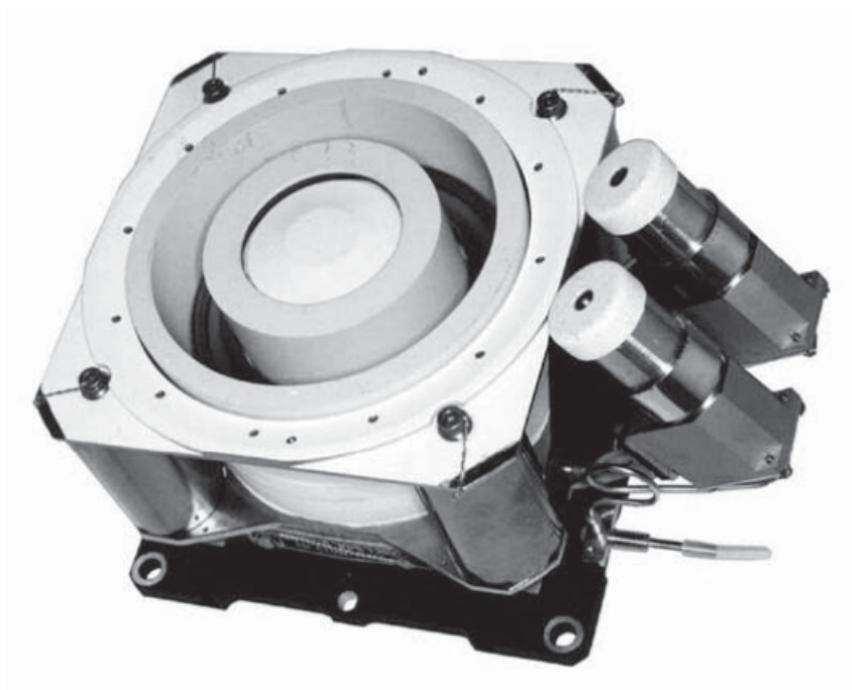
$$\eta_T = \frac{T^2}{2\dot{m}_p P_{in}} \quad (2.22)$$

A equação 2.22 também foi utilizadas nos seguintes trabalhos (Sutton e Biblarz, 2016) e (Komurasaki e Arakawa, 1995) para o cálculo da eficiência de propulsores Hall.

### 2.3.3 SPT - 100

O propulsor SPT foi desenvolvido na Rússia e testado pela primeira vez em 1971 no satélite Meteor (figura 2.4). Este modelo de propulsor Hall apresenta diferentes tamanhos e tal característica está representada em seu nome. A sigla (SPT) vem do inglês *stationary plasma thruster* e significa propulsor de plasma estacionário, este nome é devido a operação contínua (estacionária) que o propulsor Hall apresenta quando comparado com o propulsor de plasma pulsado (PPT) que os russos também haviam testado e voado anteriormente na década de 1960 (Goebel e Katz, 2008).

A parte numeral que vem escrita ao lado da sigla SPT representa o diâmetro externo do dispositivo, que para o caso analisado define um propulsor com um diâmetro externo de 100mm, os demais dados sobre as dimensões deste dispositivo e características de funcionamento estão relacionados na tabela 2.2.



**Figura 2.4.** Foto de um SPT-100 (real) (Pidgeon *et al.*, 2006)

Os propulsores SPT, principalmente os modelos usados comercialmente contam com um canal de ionização revestido por um material dielétrico como o borosil ou nitreto de boro. A utilização desses materiais é respaldada pelo fato deles apresentarem baixa emissão de elétrons secundários, baixo rendimento de pulverização catódica e boas propriedades mecânicas e térmicas (Sukys, 2020). Os demais componentes já foram explicados anteriormente.

<b>SPT-100</b>	
Comprimento do canal (mm)	25
Diâmetro externo do canal (mm)	100
Largura do canal (mm)	15
Ânodo (V)	300
Cátodo (V)	0
Corrente de emissão (A)	4.5
Campo magnético (G)	170
Densidade do gás neutro ( $m^{-3}$ )	$1 \times 10^{16}$
Resolução da malha axial	256
Resolução da malha axial	256

**Tabela 2.2.** Parâmetros utilizados na simulação do SPT-100

Para gerar a simulação desse equipamento no software XOOPIC foram utilizados alguns parâmetros descritos na Tabela 2.2. Estas mesmas informações também foram utilizadas em trabalhos passados os quais buscavam compreender o efeito das erosões no propulsor Hall (Braga e Miranda, 2019)

### 3 PLASMA

A palavra plasma vem do grego e significa “algo moldado”. Foi aplicado pela primeira vez por Tonks e Langmuir, em 1929, para descrever um gás brilhante ionizado produzido por uma descarga elétrica em uma região interna de um tubo (Bittencourt, 2013).

O plasma é conhecido popularmente como o quarto estado da matéria. A distinção básica entre os estados físicos da matéria está na intensidade das forças intermoleculares que mantêm suas partículas constituintes juntas. Para que seja possível a transição de fase de uma substância, faz-se necessário o aumento da energia cinética dos constituintes, quando a energia é grande o bastante. Tem-se o rompimento das energias de ligações, isso leva a transições de fase que ocorrem a uma temperatura constante para uma dada pressão.

Caso este fornecimento de energia aconteça para uma substância que se encontra no estado gasoso, em temperaturas suficientemente elevadas, fará com que as partículas do gás colidam umas com as outras podendo “arrancar” um elétron de algum dos átomos, resultando em um gás ionizado ou plasma. No entanto, esta transição de um gás para um plasma não é uma fase de transição no sentido termodinâmico, uma vez que ocorre gradualmente com o aumento da temperatura.

Geralmente os gases e o plasma apresentam características em comum como a baixa densidade e a capacidade de fluir. Apesar disso, eles não podem ser classificados da mesma maneira, pois a nível atômico apresentam estruturas e propriedades diferentes. O plasma pode conduzir corrente elétrica melhor do que o cobre, fluir como um líquido viscoso e interagir com campos eletromagnéticos.

Além disso, o plasma sempre emite luz ao entrar em contato com alguma excitação elétrica e com campos magnéticos. Um exemplo disso são as auroras polares, que se formam a partir da interação entre as partículas solares que se encontram eletricamente carregadas e o campo magnético terrestre.

É importante ressaltar que nem todo gás ionizado pode ser caracterizado como plasma, pois sempre há um pequeno grau de ionização em qualquer gás. Uma definição útil é a seguinte: Um plasma é um gás “quasi-neutro” formado por partículas carregadas e neutras que exhibe comportamento coletivo (Chen *et al.*, 2016).

De acordo com (Chen *et al.*, 2016) há três condições que um gás ionizado deve satisfazer para que seja considerado um plasma.

- $\lambda_D \ll L$ .

- $N_D \gg \gg 1$ .
- $\omega t > 1$ .

onde  $\lambda_D$  é o comprimento de Debye, este é um parâmetro físico que fornece uma medida da distância sobre qual é a influência do campo elétrico de uma partícula carregada individual (ou de uma superfície com algum potencial diferente de zero) é sentida pelas outras partículas carregadas dentro do plasma. As partículas carregadas se organizam de maneira a proteger efetivamente quaisquer campos eletrostáticos a uma distância da ordem do comprimento de Debye. Essa blindagem dos campos eletrostáticos é uma consequência dos efeitos coletivos das partículas do plasma.

O cálculo da distância de blindagem foi realizado pela primeira vez por Debye, para um eletrólito. Resultando na equação abaixo a qual demonstra que o comprimento de Debye ( $\lambda_D$ ) é diretamente proporcional à raiz quadrada da temperatura ( $T$ ) e inversamente proporcional à raiz quadrada da densidade do número de elétrons ( $n_e$ ).

$$\lambda_D = \left( \frac{\epsilon_0 k_B T}{n_e e^2} \right)^{1/2}. \quad (3.1)$$

Diante disso, é definido que se o plasma tiver dimensão  $L$ , o comprimento de Debye deverá ser muito menor que a dimensão do plasma ( $\lambda_D \ll L$ ).

O símbolo  $N_D$  representa o número de partículas existentes dentro de um espaço delimitado pelo comprimento de Debye ( $\lambda_D$ ), a equação 3.1 é válida apenas se houver um grande número de partículas dentro da região delimitada. Caso houvesse apenas uma ou duas partículas na região da bacia, a blindagem de Debye não seria um conceito estatisticamente válido. Visto que um plasma em condição de equilíbrio e na ausência de campos externos, é macroscopicamente neutro. O plasma resultante da ionização de um gás neutro geralmente possui um número de íons aproximadamente igual ao número de elétrons.

Usando a equação 3.1 é possível calcular o número de partículas ( $N_D$ ) presentes em uma “esfera de Debye”.

$$N_D = \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 n_e = \frac{4}{3} \pi \left( \frac{\epsilon_0 k_B T}{n_e^{1/3} e^2} \right)^3. \quad (3.2)$$

Visto que a neutralidade macroscópica é uma importante característica a ser cumprida e que uma pequena perturbação momentânea é o suficiente para geração de intensas forças eletrostáticas, fazendo com que surja um movimento coletivo de cargas. De forma que para restaurar a neutralidade do sistema, este movimento é oscilatório e ocorre com uma frequência característica. Este parâmetro é conhecido por frequência eletrônica do plasma:

$$\omega_p = \left( \frac{n_e e^2}{m \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (3.3)$$

onde  $m$  é a massa do elétron. (Chen *et al.*, 2016) demonstrou que para o gás ter um comportamento de plasma, em vez de um gás neutro, é necessário que  $\omega_p t > 1$ , na qual  $\omega_p$  é a frequência de oscilações plasmática típica e  $t$  é o tempo médio entre colisões com átomos neutro.

### 3.1 PRODUÇÃO DO PLASMA

Há três maneiras de produzir plasma, são elas: aumentando a temperatura, fotoionização e descarga elétrica.

Como mencionado, é possível criar plasma aumentando a temperatura de um gás, fazendo com que seu grau de ionização aumente devido aos impactos eletrônicos. E quanto mais alta for a temperatura do gás, maior será a energia dos elétrons livres, ocasionando em uma probabilidade maior de ionização dos átomos.

Outra maneira é a através da fotoionização, na qual os átomos do gás neutro absorvem fótons com energia igual ou maior que a energia de ionização desses átomos. A energia excedente é convertida em energia cinética para o par elétron-íon formado.

No caso de uma descarga elétrica, um campo elétrico é aplicado através do gás ionizado, acelerando os elétrons livres para energias suficientemente altas para ionizar outros átomos por colisão. Uma característica desse processo é que o campo elétrico aplicado transfere energia muito mais eficientemente para os elétrons do que para os íons que são relativamente pesados.

Quando a fonte ionizante é desligada, a ionização diminui gradualmente por causa da recombinação até atingir um valor de equilíbrio consistente com a temperatura do meio. No laboratório, a recombinação geralmente ocorre tão rápido que o plasma desaparece completamente em uma pequena fração de segundo.

### 3.2 TEORIA ORBITAL DE PARTÍCULAS

Agora será descrito o movimento de partículas carregadas na presença de campos eletromagnéticos. Para este estudo assume-se que os campos elétrico e magnético são prescritos e não são afetados pelas partículas carregadas.

Como descrito nos trabalhos de (Bittencourt, 2013) e (Chen *et al.*, 2016) a equação relativística de movimento para uma partícula carregada com velocidade  $v$  na presença de campos elétrico e magnético pode ser descrita pela equação de Lorentz:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.4)$$

onde:  $\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$  é o momento relativístico da partícula,  $q$  e  $m_0$  são respectivamente a carga e a massa da partícula. O fator  $\gamma$  é dado como:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.5)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz e  $v$  a velocidade da partícula, mas na grande maioria das situações práticas a fração  $v^2/c^2 \ll 1$ , acarretando em um  $\gamma \approx 1$  (Chen *et al.*, 2016).

Dessa forma é possível reduzir a equação de movimento à:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.6)$$

Para avaliar as contribuições dos campos elétrico e magnético, usa-se as equações de Maxwell:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.7)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.9)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (3.10)$$

onde  $\rho$  é a densidade de carga no plasma,  $\vec{E}$  é o campo elétrico,  $\vec{J}$  é a densidade de corrente no plasma, e  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  são respectivamente a permissividade elétrica e a permeabilidade do espaço livre.

É importante ressaltar que  $\rho$  e  $\vec{J}$  englobam todas as cargas e correntes presentes no plasma, incluindo íons multiplamente carregados dessa forma a densidade de carga e a densidade de corrente pode ser vista como:

$$\rho = \sum_k q_k n_k = e(Zn_i - n_e) \quad (3.11)$$

$$\vec{J} = \sum_k q_k n_k \vec{v}_k = e(Zn_i \vec{v}_i - n_e \vec{v}_e) \quad (3.12)$$

onde  $q_k$  é a condição da carga da espécie  $k$ ,  $Z$  é o estado da carga,  $n_i$  é a densidade de íons, e  $n_e$  é a densidade de elétrons,  $\vec{v}_k$  é a velocidade da espécie de carga,  $\vec{v}_i$  é a velocidade do íon,  $\vec{v}_e$  é a velocidade do elétron.

Agora serão apresentados a trajetória e a velocidade de uma partícula carregada nas seguintes situações: campo elétrico estático e uniforme, campo magnético estático e uniforme e

por último a interação da partícula como os campos elétrico e magnético estáticos e uniformes.

### 3.2.1 Campo elétrico estático e uniforme, $(\vec{E} = E_0\hat{i})$ e $(B = 0)$

Como descrito anteriormente, partículas carregadas na presença de campos eletromagnéticos estão sujeitas à força de Lorentz. Aplicando as iniciais de  $\vec{E} = E_0\hat{i}$  e  $\vec{B} = 0$  a equação 3.6 se reduz à:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m}E_0 \quad (3.13)$$

Para encontrar a velocidade e a posição desta partícula, basta fazer uma integração direta, resultando em:

$$\int_{v(0)}^{v(t)} dv = \frac{q}{m}E_0 \int_0^t dt \rightarrow v(t) = v(0) + \frac{q}{m}E_0t \quad (3.14)$$

$$\int_0^t \frac{dr}{dt} dt = \int_0^t v(0)dt + \frac{q}{m}E_0 \int_0^t t dt \rightarrow r(t) = r(0) + v(0)t + \frac{q}{2m}E_0t^2 \quad (3.15)$$

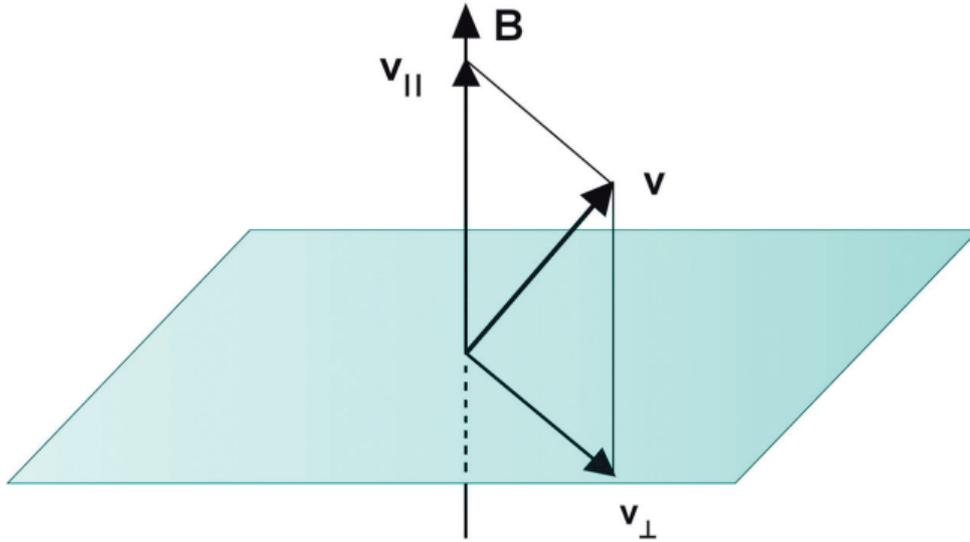
Para o caso específico é possível identificar, que se trata de um movimento acelerado em uma dimensão com orientação  $\hat{i}$  e  $r(t)$  representa a posição da partícula em qualquer instante de tempo.

### 3.2.2 Campo magnético estático e uniforme $(\vec{E} = 0)$ e $(\vec{B} \neq 0)$

Para este caso a equação 3.6 é dada como:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m}\vec{v} \times \vec{B} \quad (3.16)$$

Decompondo a velocidade ( $\vec{v}$ ) em suas componentes paralela e perpendicular  $\vec{v} = \vec{v}_\perp + \vec{v}_\parallel$ , tais orientações são definidas em relação ao campo magnético, como mostrado na figura 3.1.



**Figura 3.1.** Decomposição do vetor velocidade em componentes (Bittencourt, 2013)

Vale ressaltar que o termo  $\vec{v}_{\parallel} \times \vec{B}$  é zero, pois os vetores são paralelos, com isso a equação 3.6 pode ser reescrita como:

$$\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m} \vec{v}_{\perp} \times \vec{B} \quad (3.17)$$

Como demonstrado por Bittencourt, 2013 nesta situação encontra-se dois movimentos distintos, sendo eles: na direção paralela, a partícula apresenta um movimento retilíneo uniforme ( $v_{\parallel} = v_0$ ); já na direção perpendicular, a partícula descreve um movimento ciclotrônico o qual apresenta uma frequência de giro, definido como:

$$\Omega_c = -\frac{q}{m} \vec{B} \quad (3.18)$$

Dessa forma, a equação de movimento se reduz à:

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \Omega_c \times \vec{v}_{\perp} \quad (3.19)$$

Como demonstrado anteriormente a frequência de giro é constante, possibilitando que a equação de movimento seja integrada diretamente:

$$\vec{v}_{\perp}(t) = \Omega_c \times \vec{r}_c(t) \quad (3.20)$$

onde  $\vec{r}_c$  representa a posição da partícula, a qual recebe o nome de raio de Larmor ou raio de giro, este vetor gira em um plano perpendicular ao  $\vec{B}$  (Bittencourt, 2013).

Agora considere que o campo magnético esteja orientado na direção ( $\hat{k}$ ), isso resultará em:

$$\vec{v}_{\parallel} = v_{0,\parallel} \hat{k} \quad (3.21)$$

$$\vec{v}_{\perp} \times \vec{B} = \vec{B}(v_y \hat{i} - v_x \hat{j}) \rightarrow \frac{d}{dt}(v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) = \frac{qB_0}{m}(v_y \hat{i} - v_x \hat{j}) \quad (3.22)$$

onde  $\vec{B} = B_0 \hat{k}$ . Decompondo a equação 3.22 nas direções x e y, tem-se:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{qB_0}{m}v_y = \Omega_c v_y \quad (3.23)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{qB_0}{m}v_x = -\Omega_c v_x \quad (3.24)$$

Tomando a derivada temporal da equação 3.23 e substituindo na equação 3.24:

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} + \Omega_c^2 v_x = 0 \quad (3.25)$$

De maneira análoga ao processo anterior, tem-se:

$$\frac{d^2 v_y}{dt^2} + \Omega_c^2 v_y = 0 \quad (3.26)$$

Essas equações descrevem um movimento harmônico simples de frequência angular ( $\Omega_c$ ), a qual também é conhecida como frequência de Larmor. Escrevendo esta frequência em função do campo magnético  $B_0$  dado em Tesla e adotando os valores de  $m_e = 9.109 \times 10^{-31} kg$ ,  $m_p = 1.637 \times 10^{-27} kg$ ,  $|q| = 1.602 \times 10^{-19} C$ , tem-se que as frequências de Larmor para o elétron e próton, são respectivamente:

$$\Omega_{c,e} = 1.76 \times 10^{11} B_0 \quad (3.27)$$

$$\Omega_{c,p} = 9.58 \times 10^7 B_0 \quad (3.28)$$

Voltando as equações 3.25 e 3.26, estas que são EDOs homogêneas que representam um oscilador harmônico de frequência  $\Omega_c$ , que tem como soluções as equações abaixo (Bittencourt, 2013).

$$v_x(t) = v_{\perp} \text{sen}(\Omega_c t + \theta_0) \quad (3.29)$$

$$v_y(t) = v_{\perp} \text{cos}(\Omega_c t + \theta_0) \quad (3.30)$$

Na qual  $v_{\perp}$  é a velocidade constante da partícula no plano  $(x, y)$  (perpendicular ao campo

magnético  $B$ ) e  $\theta_0$  é uma constante de integração que depende da relação entre as velocidades iniciais  $v_x(0)$  e  $v_y(0)$ , de acordo com:

$$\operatorname{tg}(\theta_0) = \frac{v_x(0)}{v_y(0)} \quad (3.31)$$

Integrando as equações 3.29 e 3.30

$$x(t) = -\frac{v_{\perp}}{\Omega_c} \cos(\Omega_c t + \theta_0) + X_0 \quad (3.32)$$

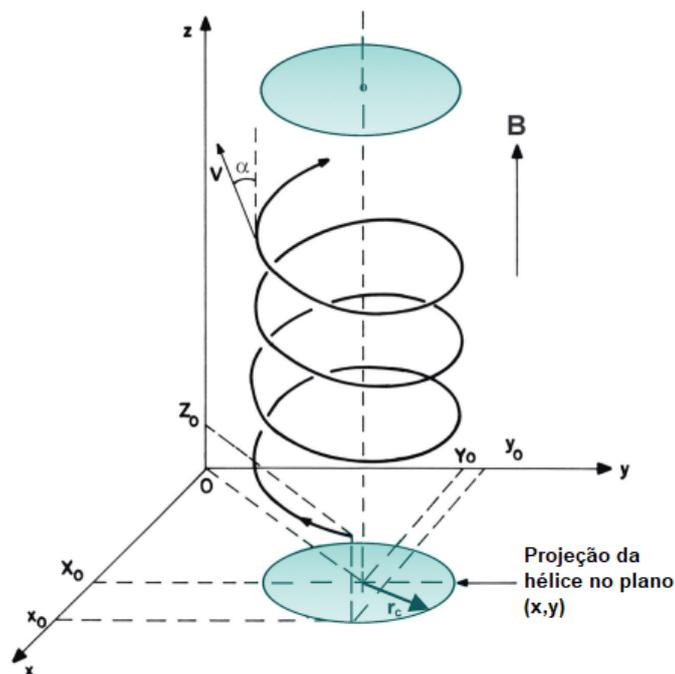
$$y(t) = \frac{v_{\perp}}{\Omega_c} \operatorname{sen}(\Omega_c t + \theta_0) + Y_0 \quad (3.33)$$

onde,  $X_0$  e  $Y_0$  são respectivamente:

$$X_0 = x_0 + \frac{v_{\perp}}{\Omega_c} \cos(\theta_0) \quad (3.34)$$

$$Y_0 = y_0 - \frac{v_{\perp}}{\Omega_c} \operatorname{sen}(\theta_0) \quad (3.35)$$

Com base nessas equações de movimento é possível identificar que a trajetória da partícula é dada pela superposição de um movimento retilíneo uniforme ao longo de  $B_0$  e um movimento ciclotrônico perpendicular a  $B_0$ , fazendo com que a trajetória partícula descreva uma hélice, como representado na figura 3.2.



**Figura 3.2.** Parâmetros da trajetória helicoidal, traçada por uma partícula carregada. No sistema de coordenadas cartesianas (Bittencourt, 2013)

O ângulo  $\alpha$  que aparece na figura 3.2 é conhecido como, ângulo de inclinação (ou de ataque). Ele é formado entre  $B_0$  e a direção da velocidade da partícula, seu valor pode ser identificado a partir da equação:

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \left( \frac{v_{\parallel}}{v} \right) = \text{tg}^{-1} \left( \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \right) \quad (3.36)$$

onde  $v = \sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}$  é o módulo da velocidade ( $v$ )

### 3.2.3 Campos elétrico e magnéticos estáticos e uniformes

Para campos elétrico e magnético estáticos e uniformes, decompondo  $\vec{v}$  e  $\vec{E}$  em suas componentes paralela e perpendicular, a equação 3.6 pode ser reescrita como:

$$\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m} (\vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp} + \vec{v}_{\perp} \times \vec{B}) \quad (3.37)$$

Para o caso da direção paralela, suas contribuições já foram demonstradas na primeira etapa, gerando as equações 3.14 e 3.15. Agora para o caso da direção perpendicular a equação 3.37 se reduz à:

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m} (\vec{E}_{\perp} + \vec{v}_{\perp} \times \vec{B}) \quad (3.38)$$

Para solucionar está equação perpendicular é necessário aplicar uma troca de referencial, no qual este novo sistema de referência terá uma velocidade constante ( $\vec{v}_{E \times B}$ ) em relação ao sistema anterior, fazendo com que a velocidade ( $\vec{v}_{\perp}$ ) seja:

$$\vec{v}_{\perp}(t) = \vec{v}_c(t) + \vec{v}_{E \times B} \quad (3.39)$$

onde  $\vec{v}_c(t)$  é a velocidade da partícula neste novo sistema de coordenadas.

Substituindo a equação 3.39 na equação 3.38, tem-se que:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} (\vec{E}_{\perp} + \vec{v}_c \times \vec{B} + \vec{v}_{E \times B} \times \vec{B}) \quad (3.40)$$

De acordo com Bittencourt, 2013 a velocidade do sistema de coordenada ( $v_{E \times B}$ ) é constante e é representada por:

$$\vec{v}_{E \times B} = \frac{\vec{E}_{\perp} \times \vec{B}}{B_0^2} \quad (3.41)$$

Substituindo a equação 3.41 na equação 3.40, obtém que:

$$\frac{d\vec{v}_c}{dt} = \frac{q}{m} \vec{v}_c \times \vec{B} \quad (3.42)$$

Como visto no caso anterior, a solução desta equação descreve um movimento ciclotrônico, dado por:

$$\vec{v}_c(t) = \Omega_c \times \vec{r}_c(t) \quad (3.43)$$

Então a equação geral da velocidade  $\vec{v}(t)$  que considera as direções paralela e perpendicular, mais a velocidade  $\vec{v}_{E \times B}$ , esta que também é conhecida como velocidade de deriva, pode ser escrita como:

$$\vec{v}(t) = \Omega_c \times \vec{r}_c(t) + \vec{v}_{E \times B} + \vec{v}_{\parallel}(0) + \frac{q\vec{E}_{\parallel}}{m}t \quad (3.44)$$

Vale ressaltar que a velocidade de deriva ( $\vec{v}_{E \times B}$ ) é independente da carga e da massa das partículas, então esta componente proporcionará uma velocidade constante de mesma intensidade, sentido e direção perpendicular aos campos magnético e elétrico para qualquer que seja a partícula (Bittencourt, 2013).

### 3.3 A INSTABILIDADE DE DERIVA ELETRÔNICA EM PROPULSORES HALL

De acordo com (Chen *et al.*, 2016) quando se faz o tratamento de ondas em plasma, assume-se que o plasma esteja em um estado imperturbado e em um equilíbrio termodinâmico perfeito. Em tal estado não há energia livre disponível para excitar as ondas, então considera-se que essas ondas são estimuladas por meios externos. Mas quando se considera estados que não estão em equilíbrio termodinâmico perfeito, a energia livre disponível pode causar a auto excitação de ondas.

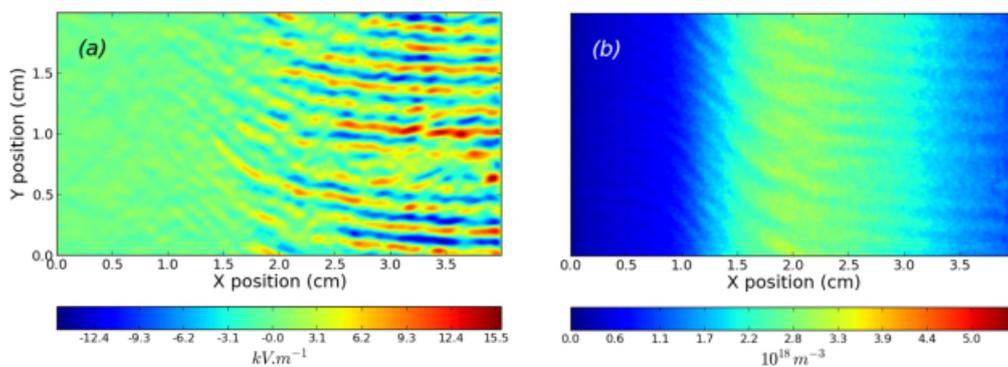
Como descrito anteriormente, os propulsores Hall são equipamentos baseados em plasma  $\vec{E} \times \vec{B}$  e contam com mais de 50 anos de desenvolvimento. Entretanto, existem alguns aspectos de operação do propulsor que não são bem compreendidos. Destaca-se a má compreensão do transporte anômalo de elétrons através do campo magnético. Este evento tem maior relevância nas proximidades da saída do propulsor, local que tem como característica ser mais quiescente.

De acordo com (Lafleur *et al.*, 2016) a fim de explicar este fenômeno foi proposto uma série de mecanismos diferentes, dos quais os principais são:

- colisões elétron-parede
- instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$
- instabilidades da bainha na direção radial devido à emissão secundária de elétrons

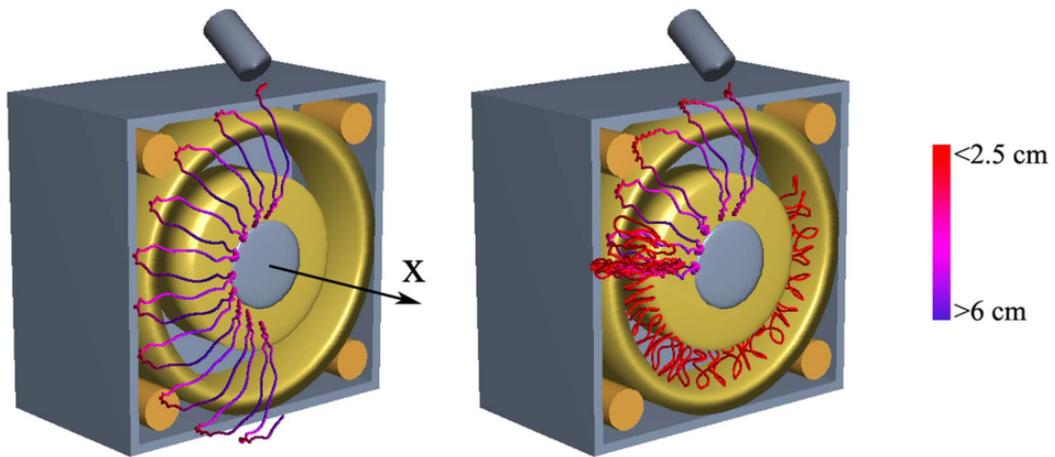
Atualmente, há evidências crescentes sugerindo que as colisões elétron-parede e a emissão secundária de elétrons não são suficientes para explicar o transporte anômalo do elétron, já em contra partida, as instabilidades de deriva dos elétrons apresenta-se ser a causa mais plausível para responder essa questão.

A instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$  também é conhecida como instabilidade azimutal, devido a sua ocorrência nessa mesma direção. Este fenômeno é ocasionado em virtude da grande velocidade de deriva das partículas na direção azimutal e é caracterizado pela geração de ondas na densidade do plasma e no campo elétrico azimutal. Nos trabalhos de (Coche e Garrigues, 2014) e (Adam *et al.*, 2004) confirmou-se a presença dessas ondas por meio de uma simulação Particle-In-Cell. Na figura 3.3a é possível identificar variações no campo elétrico azimutal que surgem durante a simulação. Vale ressaltar que o campo elétrico externo é predominantemente axial, enquanto na figura 3.3b é possível verificar também uma oscilação na densidade das partículas. Nesses trabalhos também foi constatado que essas ondas apresentam uma frequência e o comprimento de onda na ordem de MHz e mm respectivamente.



**Figura 3.3.** O campo elétrico azimutal (painel à esquerda) e a densidade de íons (painel à direita) na presença da instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$  (Coche e Garrigues, 2014)

Os autores (Perez-Luna *et al.*, 2008) fizeram um estudo das trajetórias eletrônicas em um propulsor Hall. A Figura 3.4 à esquerda mostra o deslocamento do elétron sem a presença das instabilidades azimutais. É evidente que o elétron fica preso ao longo da mesma linha de campo magnético e descreve um movimento de vai e volta, sem ingressar no canal de ionização. Já na Figura 3.4 à direita foi acrescida uma perturbação azimutal no campo elétrico. Esse fenômeno causa um desvio significativo no percurso do elétron em direção ao ânodo fazendo que o elétron ingresse no canal de ionização.



**Figura 3.4.** Comparação da trajetória do elétron na ausência da instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$  (figura à esquerda) e com a presença da instabilidade (figura à direita). (Perez-Luna *et al.*, 2008)

## 4 MODELO COMPUTACIONAL

Não muito diferente dos outros campos da ciência, as abordagens mais tradicionais para se estudar as propriedades dos plasmas são por meio de experimento/observação e por meio de técnicas analíticas, as quais são baseadas nas leis fundamentais da física. Mas devido ao crescimento explosivo da capacidade de processamento dos computadores durante o último meio século, foi possível o desenvolvimento de uma terceira abordagem para o estudo da ciência de modo geral. No caso da física em particular este método ficou conhecido como física computacional. O impacto dessa abordagem alternativa tem sido particularmente proeminente na física de plasmas.

De acordo com (Simoes Jr *et al.*, 2011) a simulação computacional em plasmas surgiu para minimizar a lacuna entre experimentos de laboratório e a teoria. É possível verificar que em muitos casos as simulações computacionais são bastante similares às técnicas tradicionais usadas em laboratórios nas quais os parâmetros físicos são variados de maneira controlada. Porém, estas simulações fornecem algumas vantagens; possibilitam obter informações mais detalhadas do sistema; os diagnósticos não são invasivos; efeitos físicos podem ser considerados ou não, permitindo identificar qual é o efeito mais importante de um fenômeno específico; experimentos podem ser reproduzidos de forma semelhante, sem a influência de agentes externos.

Como descrito na Unidade 3, as leis básicas que governam o comportamento do plasma, são bem conhecidas, sendo elas: as equações de Newton e as equações de Maxwell. Entretanto, a solução dessas teorias para um sistema complexo, que podem ser constituídos de  $\approx 10^{20}$  partículas são quase impossíveis de serem obtidos analiticamente. E por outro lado, os experimentos necessários podem ser difíceis e caros de realizar, pois é preciso adquirir e construir alguns dispositivos para atingir as condições desejadas para trabalhar com plasmas em um ambiente de laboratório. Dadas essas dificuldades, a simulação computacional de plasmas provou ser um meio mais prático de fazer progresso nesta área.

Vale ressaltar que as simulações computacionais de plasmas são divididas em duas grandes áreas, uma baseada na descrição cinética e outra na descrição de fluidos. Códigos baseados na teoria de fluidos resolvem numericamente as equações que consideram o plasma como um fluido magnético, que pode ou não estar eletricamente neutro. Enquanto os códigos cinéticos podem se basear nas equações de Vlasov ou Fokker-Plank (Chen *et al.*, 2016), ou em resolver as equações de movimento de várias partículas carregadas, sujeitos a ação de campos eletromagnéticos, tanto os aplicados externamente quanto os desenvolvidos pelas partículas que constituem o plasma (Simoes Jr *et al.*, 2011). Tal teoria também é conhe-

cida como teoria das órbitas de partículas a qual foi descrita mais detalhe na Unidade 3 deste trabalho. Este modelo de simulação de partículas em células permitem estudar alguns fenômenos não lineares, como: instabilidades de ondas, difusão, aquecimento e a aceleração das partículas.

#### 4.1 XOOPIIC

XOOPIIC é o programa que foi utilizado para efetuar a simulação deste trabalho, este software foi desenvolvido em meados de 1995 por membros do *Plasma Theory and Simulation Group* (PTSG) da Universidade de Berkeley na Califórnia, o programa se encontra em formato livre e pode ser acessado facilmente pelo site dos desenvolvedores <sup>1</sup>.

Vale ressaltar que este programa foi o primeiro a utilizar uma técnica orientada a objeto para códigos de simulação de plasma. Este foi escrito usando a linguagem  $C_{++}$  e incluiu uma interface de usuário XGrafix. Com este software é possível descrever modelos de plasmas eletrostáticos e eletromagnéticos em duas dimensões espaciais que podem ser descritas em coordenadas cartesianas  $(x, y)$  e cilíndrica  $(r, z)$ . Todas as componentes de velocidade, dos campos magnético e elétrico são modeladas, mas a variação dos campos ao longo da coordenada ignorada não é computada (Bruhwiler *et al.*, 2001).

#### 4.2 SIMULAÇÃO POR PARTÍCULAS

No algoritmos cinéticos por partículas, obtém-se o movimento de elétrons e íons na presença de campos eletromagnéticos auto consistentes, a partir das soluções das equações de Maxwell. Este método traz a representação mais próxima do comportamento real do plasma entre todos os modelos de simulação já propostos (Büchner *et al.*, 2003). Este método pode ser utilizado para simular diversos processos de plasma sem colisão, podendo verificar relações linearizadas de dispersão de plasmas e também ser usado na dinâmica de plasmas em fases não lineares. Porém, possui limitada relação sinal-ruído e resolução espacial de densidade (Derouillat *et al.*, 2018).

Este modelo de simulação determina as posições e as velocidades das partículas carregadas (elétrons e íons) a partir da equação relativística do movimento, enquanto as equações de Maxwell calculam os campos eletromagnéticos gerados a partir das partículas do plasma. A interação dos campos eletromagnéticos com partículas carregadas faz com que essas se movimentem em um pequeno intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), com essas novas posições e com a adição/remoção de partículas são calculados os novos termos fontes que são usados para obter os novos campos. Uma vez obtidos os novos campos, as partículas podem ser movidas novamente de forma que se obtenha os termos fontes, atualizados, e assim o processo é repetido quantas vezes for necessário. O passo de tempo de cada iteração deve ser pequeno quando comparado com o período da onda estudada,  $\omega_p \Delta t \ll 1$ , onde  $\omega_p$  é a frequência do plasma. Em outras palavras o passo temporal deve ser pequeno o suficiente para que seja

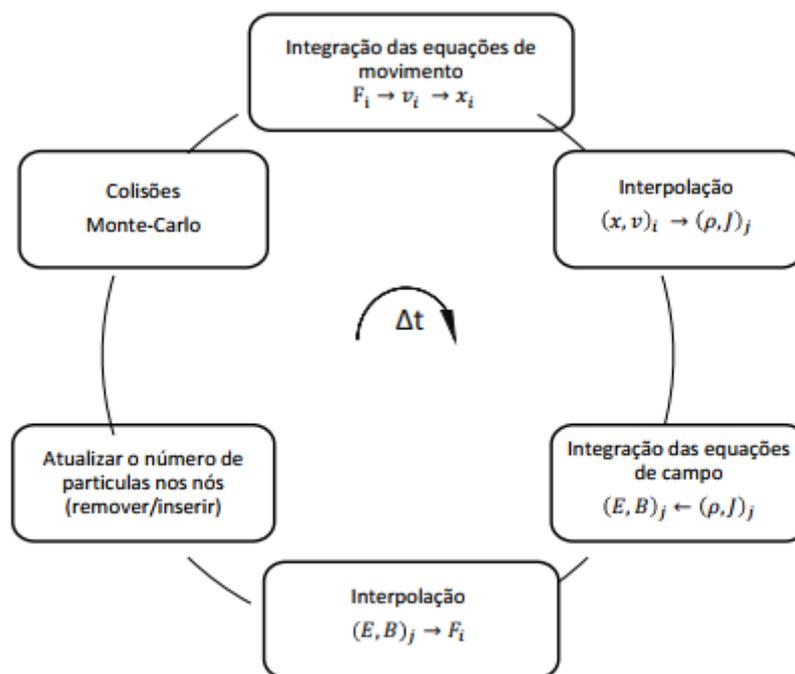
---

<sup>1</sup><https://ptsg.egr.msu.edu/>

possível observar as variações dos fenômenos estudados (Simoes Jr *et al.*, 2011).

Como visto anteriormente os campos são calculados a partir da carga e da densidade de corrente. Para que isso seja possível é necessário o uso de uma grade espacial a qual deverá apresentar um espaçamento de grade ( $\Delta x$ ) menor que o comprimento de onda de interesse  $k\Delta x \ll 1$ . A utilização de uma grade temporal e espacial inadequada pode introduzir um falso comportamento físico no sistema, o qual pode ser minimizado através da escolha de parâmetros adequados para a simulação (Birdsall e Langdon, 2004).

Na figura 4.1 pode ser visto o ciclo típico de evolução no tempo de um algoritmo de simulação cinética via partículas, descrito anteriormente, o qual se inicia a partir da integração das equações de movimento.



**Figura 4.1.** Fluxograma básico de uma iteração no método Particle-in-Cell (Birdsall e Langdon, 2004)

Os algoritmos de simulação com partículas faz o uso do método de diferenças finitas para discretizar as equações diferenciais que definem a física do problema estudado. Tal método faz uma aproximação das derivas primeira e segunda de uma função  $f$  contínua, que varia lentamente em um intervalo  $\Delta x$  (Simoes Jr *et al.*, 2011). Estas equações assumem a forma:

$$f' = \frac{f_{j+1} - f_{j-1}}{2\Delta x} \quad (4.1)$$

$$f'' = \frac{f_{j+1} - 2f_j + f_{j-1}}{\Delta x^2} \quad (4.2)$$

As equações de movimento consideradas não são relativísticas, uma vez que a velocidade do íon é muito menor que a velocidade da luz, essas equações podem ser reescritas no formato de diferenças finitas como (Verboncoeur, 2005):

$$\frac{\vec{x}^{t+\Delta t} - \vec{x}^t}{\Delta t} = \vec{v}^{t+\Delta t/2} \quad (4.3)$$

$$\frac{\vec{v}^{t+\Delta t/2} - \vec{v}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left( \vec{E} + \frac{\vec{v}^{t+\Delta t/2} - \vec{v}^{t-\Delta t/2}}{2} \times \vec{B} \right) \quad (4.4)$$

As equações acima são exemplos de como as equações que descrevem o modelo estudado pode ser representadas dentro do método de diferenças finitas, para um melhor entendimento sobre o funcionamento do algoritmo PIC, veja os trabalhos (Birdsall e Langdon, 2004, Simoes Jr *et al.*, 2011, Verboncoeur, 2005) os quais demonstram o funcionamento de forma bastante detalhada.

De acordo com os trabalhos (Simoes Jr *et al.*, 2011, Verboncoeur, 2005) neste modelo de simulação o tempo e o espaço devem ser discretizados. O espaço é discretizado devido o modo que a força eletromagnética é calculada, pois ao invés de ser calculada, partícula a partícula esta é calcula em uma super-partícula de acordo com as distâncias dos campos definidos nos pontos da malha ao seu redor. A utilização de uma super-partícula faz se necessário devido a grande quantidade de partículas existente no plasma, que pode ser da ordem de  $(10^{18}m^{-3})$ , visto que a quantidade de operações por partícula é bem elevado, fazendo com que as simulações se inviabilizariam devido ao grande período de tempo requisitado.

Alguns métodos foram desenvolvidos para determinar as densidades de cargas e correntes das super-partículas nos pontos da grade espacial. No software adotado para efetuar as simulações, usa-se o método Partícula em Célula do inglês (Particle In cell PIC) este define que a partícula é limitada pelas posições dos pontos da grade mais próximos, independentemente de sua posição na célula. A discretização é necessária quando se propõem solucionar as equações diferenciais parciais a partir de operações numéricas (Birdsall e Langdon, 2004).

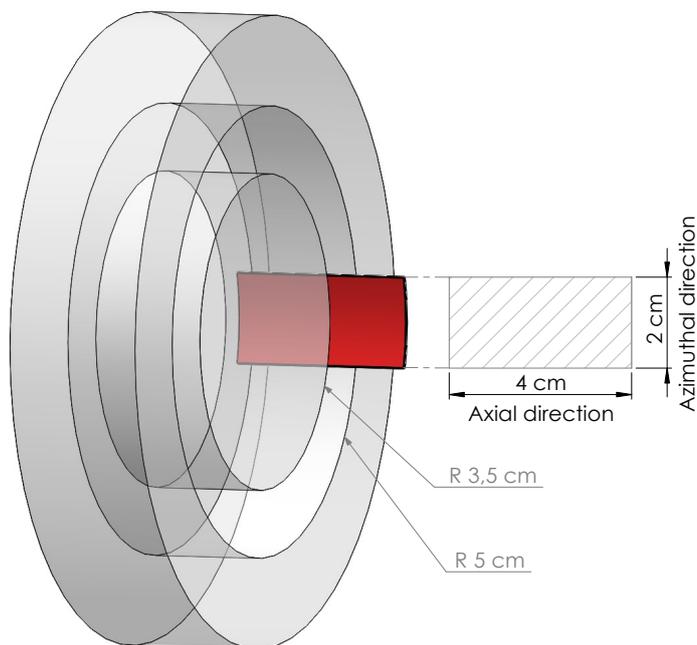
Com a finalidade de analisar as interações entre as partículas, usa-se o método colisão de Monte Carlo (MCC). Este é aplicado para contabilizar os efeitos das colisões de partículas. As partículas podem ser absorvidas, refletidas e causar a emissão de elétrons secundários. As principais interações entre as partículas são: espalhamento elástico, colisões de ionização e colisões de excitação entre elétrons e neutros, também são analisadas o espalhamento elástico e a mudança de carga entre íons e neutros (Vahedi e Surendra, 1995).

- Colisões de ionização: Esse tipo de colisão é responsável pela criação de íons e elétrons secundários na posição do elétron incidente. A energia do íon criado é determinada a partir da temperatura da partícula neutra correspondente. A energia do elétron incidente diminui devido à energia dissipada entre a ionização e à energia do elétron secundário (Miranda *et al.*, 2017).

- Colisões de excitação: Esse tipo de reação serve apenas como um dissipador de energia para os elétrons com uma energia  $\approx 11eV$ .
- Espalhamento não elástico: em uma colisão elétron-neutro, o elétron incidente se espalha através de um ângulo  $\alpha$  pré-determinado. Embora essa perda de energia seja pequena por causa da razão de massa, é o único mecanismo de perda de energia para os elétrons com baixa energia. Já no caso das colisões neutro-íon, essas são consideradas como colisões de esferas duras nas quais a energia sofre grande variação, a forma de calcular essas variações de energia pode ser vista em (Vahedi e Surendra, 1995)
- Mudança de carga: nesse tipo de colisão presume-se que um elétron salte do neutro para o íon, fazendo com que o nêutron se torne um novo íon e o íon de antes da colisão se torne um novo neutro e as velocidades das partículas se mantêm. Porém, as cargas das partículas foram alteradas e o antigo neutro sofrerá a influência dos campos eletromagnéticos.

### 4.3 DESCRIÇÃO DO MODELO

Para este estudo foi adotado um sistema cartesiano em 2D axial-azimutal baseado nos trabalhos (Coche e Garrigues, 2014, Boeuf e Garrigues, 2018). Desconsiderando a curvatura do propulsor Hall, o domínio extraído de dentro do propulsor Hall foi simplificado a um retângulo no qual o eixo vertical representa a direção azimutal também denominado por eixo  $\phi$  e o eixo horizontal representa a direção axial também intitulado como eixo  $x$ . A figura 4.2 demonstra com maior clareza como é extraído o domínio desta simulação, as dimensões do propulsor SPT-100 quanto do domínio são reais.



**Figura 4.2.** Ilustração do domínio da simulação

As condições de contorno usadas na simulação são: em relação ao eixo axial as partículas que saem do domínio das simulação tanto pela esquerda quanto pela direita serão removidas do sistema; já em relação ao eixo azimutal foi imposta uma condição de contorno periódica, fazendo com que todas as partículas que saem pela borda superior entrarão novamente na simulação pela borda inferior; no que diz respeito ao potencial eletrostático, usou-se condições de contorno com valores fixos, também conhecidas como condições de Dirichlet, sendo 0V no contorno à direita e 300V no contorno à esquerda (ânodo).

Ao analisar a figura 4.3, que é uma ampliação do domínio da simulação, é possível identificar uma linha tracejada verde nomeada de plano de exaustão, localizada em  $x = 2,5\text{cm}$ , esta divide o domínio em uma área de parede (o interior do propulsor) e uma área livre de parede (o lado externo do propulsor), vale ressaltar que o plano de exaustão coincide com o valor máximo do campo magnético, mais adiante será demonstrado como foi definido este campo magnético. Outro dado importante que é possível observar a partir da figura 4.3 é que os elétrons adentram a simulação pelo lado direito do domínio enquanto o gás neutro entra pelo lado oposto.

O domínio espacial é discretizado por uma malha com 65536 pontos distribuídos em um padrão de  $256 \times 256$ . Tal fator é necessário visto que o espaçamento da malha é tradicional-

mente de um a três vezes maior que o comprimento de Debye (Simoes Jr *et al.*, 2011), mas também há trabalhos como o de (Coche e Garrigues, 2014) o qual demonstra que se a malha tiver um espaçamento mínimo dado por:

$$\Delta x = \lambda_D \sqrt{n}. \quad (4.5)$$

onde  $\Delta x$  é o espaçamento da malha,  $\lambda_D$  é o comprimento de Debye do plasma simulado e  $n$  é uma constante que pode variar entre os valores (0,100] sem que haja instabilidades numéricas na simulação.

O comprimento de Debye do plasma simulado é obtido a partir da equação 3.1, resultando um valor aproximado de  $7,44 \times 10^{-5}m$  e o espaçamento da malha na direção axial é dado por:

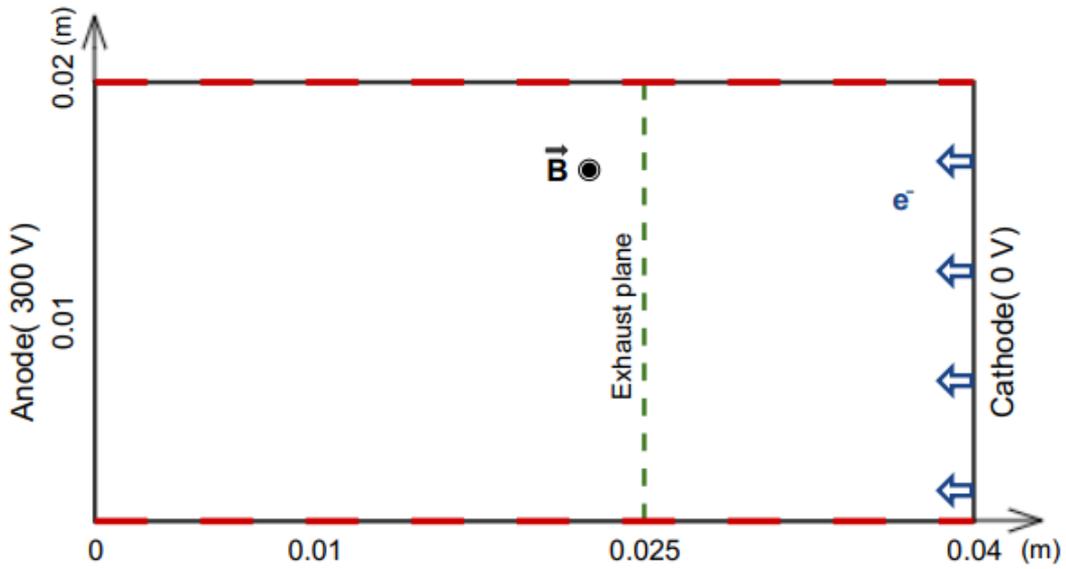
$$\Delta x = \frac{0.04}{256} = 15,625 \times 10^{-5}m \quad (4.6)$$

Com isso é possível verificar que o maior espaçamento da malha é somente 2,1 vezes maior que o comprimento de Debye. Para definir o passo de tempo ideal para este modelo de simulação de maneira que não exista instabilidades numéricas, usa-se a condição de Courant-Fredericks-Lewis (CFL) dada por:

$$\Delta x > v_{max} \Delta t \quad (4.7)$$

onde  $\Delta x$  é o espaçamento da grade,  $\Delta t$  é o passo temporal e  $v_{max}$  a velocidade máxima que as partículas do sistema podem adquirir. Esta condição garante que em um passo temporal a distância percorrida pelas partículas com velocidade  $v_{max}$  não serão maior que  $\Delta x$ .

Com base na equação 4.7 e considerando a velocidade máxima que um íon pode atingir é a sua velocidade de exaustão final, a qual é aproximadamente  $25 \times 10^4 m/s$ . Dadas estas informações é possível verificar que o passo de tempo pode ser escolhido como  $\Delta t = 10^{-11}s$  valor muito próximo aos usados nos trabalhos (Coche e Garrigues, 2014, Boeuf, 2017).



**Figura 4.3.** Diagrama das condições de contorno no domínio de simulação

Para inserir o campo magnético no software XOOPIIC, foi usada uma analogia com os trabalhos (Coche e Garrigues, 2014, Boeuf e Garrigues, 2018, Adam *et al.*, 2004) os quais demonstram que o campo magnético deste modelo de propulsores comporta próximo a uma função gaussiana onde o máximo do campo magnético  $B_0$  apresenta-se no plano de exaustão e diminui de acordo com a distância percorrida na direção axial. O vetor do campo magnético tem uma direção puramente radial e sua magnitude pode ser expressa pela equação 4.8:

$$\mathbf{B}(z) = \begin{cases} B_0 \exp\left(-\frac{(z-z_B)^2}{\sigma_{B1}^2}\right) \hat{\mathbf{r}} & 0 < z < z_B, \\ B_0 \exp\left(-\frac{(z-z_B)^2}{\sigma_{B2}^2}\right) \hat{\mathbf{r}} & z_B < z. \end{cases} \quad (4.8)$$

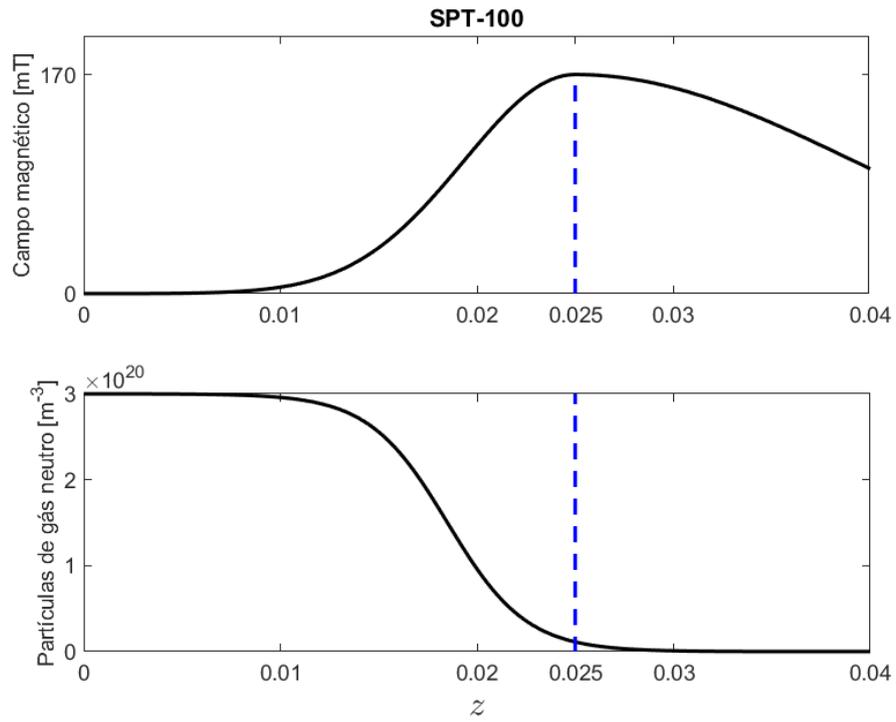
onde  $z_B$  é o comprimento do canal do propulsor simulado,  $\sigma_{B1}^2 = 6.4 \times 10^{-5}$  e  $\sigma_{B2}^2 = 4 \times 10^{-4}$ .

A distribuição do gás neutro dentro da região de aceleração varia de acordo com a direção axial e é dada por

$$n_N(z) = n_0 \left(1 - \tanh\left(\frac{z - z_N}{\sigma_N}\right)\right), \quad (4.9)$$

onde  $n_0 = 3 \times 10^{19} m^{-3}$ ,  $z_N = 0.02m$  e  $\sigma_n = 0.004$ .

A figura 4.4 representa os perfis dos campos magnéticos e as densidades do gás neutro. Tais perfis variam de acordo com as especificações das simulações.



**Figura 4.4.** Perfis do campo magnético e da densidade de partículas neutras do propulsor SPT-100. A linha tracejada indica a posição em que o campo magnético é máximo.

## 5 FERRAMENTAS DE ANÁLISE

### 5.1 TRANSFORMADA DE FOURIER

Para uma melhor compreensão dos dados gerados pela simulação PIC-MCC, foi feita uma análise por meio de uma transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform -FFT), uma técnica comum para o cálculo da transformada de Fourier.

Historicamente a transformada de Fourier é considerada uma parte do processamento de sinal e permite representar as funções não periódicas por meio de séries de Fourier. Essa representação é muito útil em situações físicas, principalmente no estudo da Análise Espectral, tal método torna possível correlacionar os dados de uma função no domínio do tempo  $f(t)$  com uma função no domínio da frequência  $F(\omega)$ . É tido que  $f(t)$  e  $F(\omega)$  são duas representações diferentes da mesma função. (Press *et al.*, 2007).

$$\begin{cases} F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp^{i\omega t} dt, \\ f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp^{-i\omega t} d\omega \end{cases} \quad (5.1)$$

se  $t$  é medido em segundos, então  $\omega$  na equação acima está em ciclos por segundos  $s^{-1}$  ou Hertz (Hz). No entanto, essas equações também podem ser aplicadas em função da posição. Considere  $f$  uma função dada em relação a posição  $x$  ( $x$  em metros), então  $F$  será uma função do inverso do comprimento da onda  $F(k)$  onde  $k$  é conhecido como  $\lambda^{-1}$  e  $\lambda$  é o comprimento da onda.

Neste trabalho a equação de Fourier foi aplicada para o caso de uma série espacial a qual pode ser reescrita em sua forma discreta como:

$$E_{\phi}(k) = \sum_{j=1}^N E_{\phi}(x_j) \exp(i\omega t_j) \quad (5.2)$$

onde  $E_{\phi}(x_j)$  representa a componente do campo elétrico na direção azimutal, obtida através das simulações numéricas.

### 5.2 ENTROPIA DE SHANNON

O conceito de entropia de Shannon advém da teoria matemática da comunicação ou teoria da informação, a qual destinava-se principalmente a sistemas de comunicação, criptografia, codificação, teoria do ruído e compressão de dados. De acordo com o trabalho de

Shannon, 1949 a entropia da informação é a quantidade média de informação, surpresa ou incerteza inerente aos possíveis resultados de um certo evento. Tal propriedade pode ser calculada a partir da equação.

$$H(x) = - \sum_{i=1}^n P(x_i) \log_b P(x_i) \quad (5.3)$$

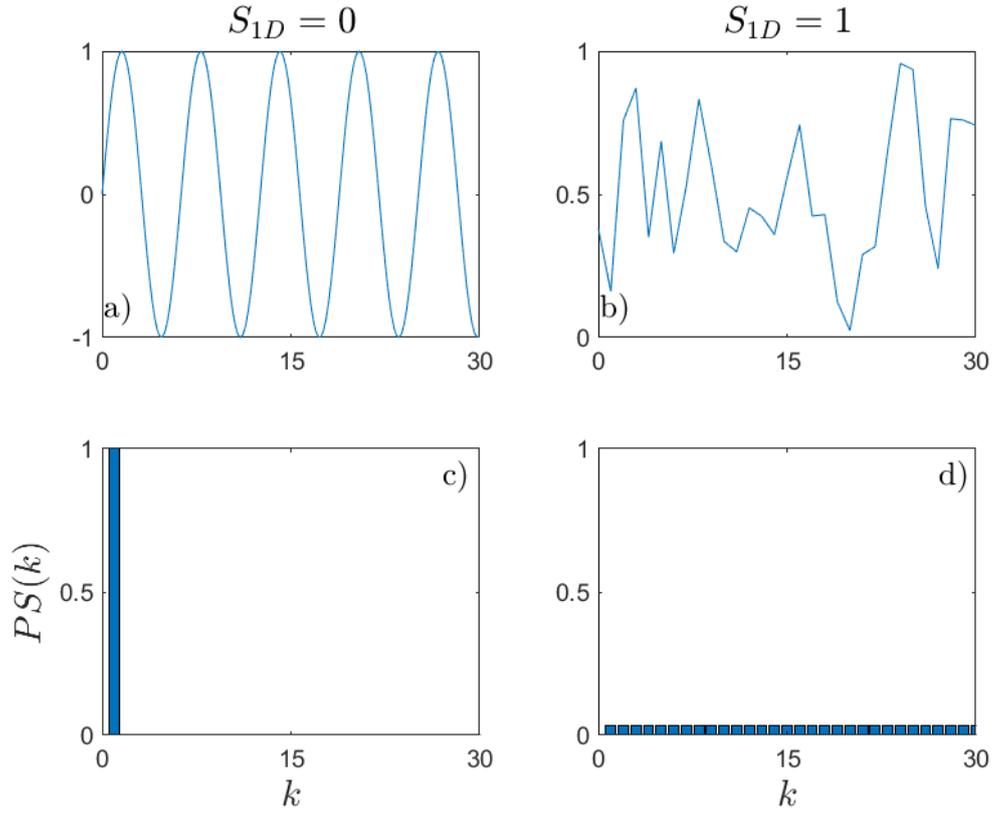
onde  $P(x_i)$  é a probabilidade de um dado evento ocorra.  $H(x)$  é o valor entropia da informação ou entropia de Shannon, a unidade de medida dessa grandeza está associada à base do logaritmo, que neste trabalho usou a base  $b = e$  devido a isso a unidade de medida é dada em nats (unidade natural da informação).

Essa técnica tem se mostrado útil em diversas áreas do conhecimento. Logrou êxito ao ser aplicada em espectros de potências obtidos a partir das transformadas de Fourier (Miranda *et al.*, 2015, Chian *et al.*, 2010, Vogel *et al.*, 2020). Tal metodologia recebe o nome de entropia espectral de potência e pode ser obtida da seguinte equação:

$$S_{1D} = - \sum_{k=1}^N P_k \ln(P_k) \quad (5.4)$$

onde  $P_k = \frac{|E_\phi(k)|^2}{\sum_{k=1}^N |E_\phi(k)|^2}$ ,  $E_\phi(k)$  é o  $k$ -ésimo coeficiente de Fourier do campo elétrico na direção azimutal.

A fim de obter uma melhor compreensão sobre o funcionamento da equação 5.4, veja a figura 5.1, na qual foram comparadas duas distribuições de dados. No quadro *a)* tem-se que o espectro de potência de uma função senoidal, acarretando em um sistema completamente organizado, ou em outras palavras que a entropia deste sistema é igual a zero. Ao aplicar a entropia de Shannon para um caso deste é possível verificar que toda energia estará caracterizada em um único número de onda como demonstrado na figura *c)*. Já na figura *b)* tem-se uma série temporal obtida através da geração de números aleatórios com distribuição uniforme, representando um sistema de entropia máxima, uma vez que é impossível determinar qual será o próximo passo. A figura *d)* é apresentada com a finalidade de demonstrar que para o caso de entropia total, todas as amplitudes tem a mesma probabilidade de surgir.



**Figura 5.1.** Ocorrência dos valores máximo e mínimo da entropia de Shannon, as figuras a) e c) representam uma série senoidal e uma entropia igual a zero respectivamente, enquanto as figuras b) e d) representam uma série completamente aleatória a qual resulta em uma entropia máxima.

Com a finalidade de encontrar uma entropia que descreve-se melhor o sistema analisado, usou-se a equação da entropia Shannon para o caso bidimensional, está tem o funcionamento análogo ao mencionado anteriormente e pode ser escrita como:

$$S_{2D} = - \sum_{k_x=1}^N \sum_{k_y=1}^M P_{k_x k_y} \ln(P_{k_x k_y}) \quad (5.5)$$

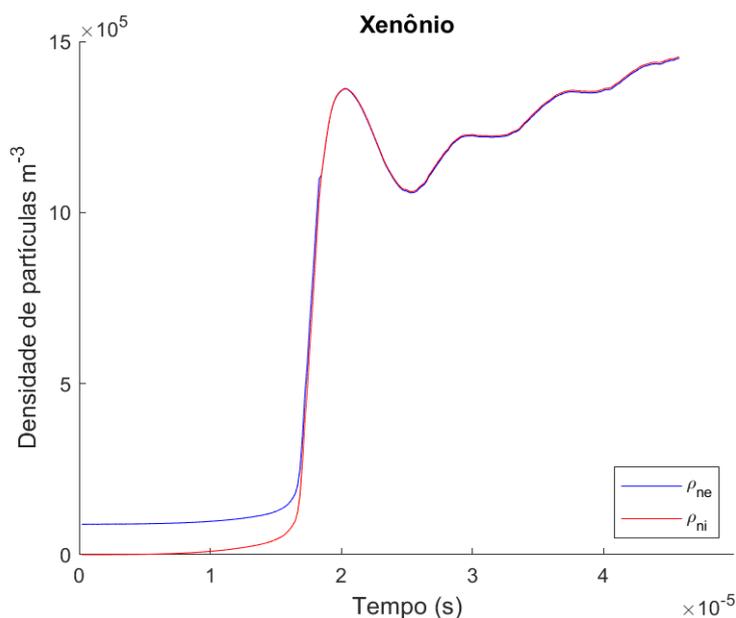
onde  $P_{k_x k_y} = \frac{|E_\phi(k_x, k_y)|^2}{\sum_{k_x=1}^N \sum_{k_y=1}^N |E_\phi(k_x, k_y)|^2}$

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 6.1 SPT-100 (XENÔNIO)

#### 6.1.1 Critérios de convergência

Para avaliar se as simulações haviam convergido ou não, foram usados dois tipos de parâmetros. O primeiro diz respeito às densidades de partículas presentes na simulação, pois a densidade do plasma apresenta um comportamento bastante característico. Lembre-se que a densidade de elétrons inicial é diferente de zero, mas isso não é válido para os íons, uma vez que é necessária a ocorrência de colisões entre elétrons e neutros para a geração das partículas positivas. Com um certo tempo de simulação, é visto que as densidades de íons e elétrons cresce de maneira bastante similar. Porém as densidades atingem um ponto de saturação, onde este crescimento é interrompido e as densidades decrescem, gerando um pico no gráfico 6.1. Também é possível verificar que as próximas oscilações apresentam variações relativamente menores que o ponto de saturação. Diante tal situação presume-se que a simulação devará apresentar um comportamento mais homogêneo. Afim de verificar se a simulação aqui realizada sofreria alguma variação maior que a encontrada anteriormente deixou-se o algoritmo rodando por mais alguns dias.

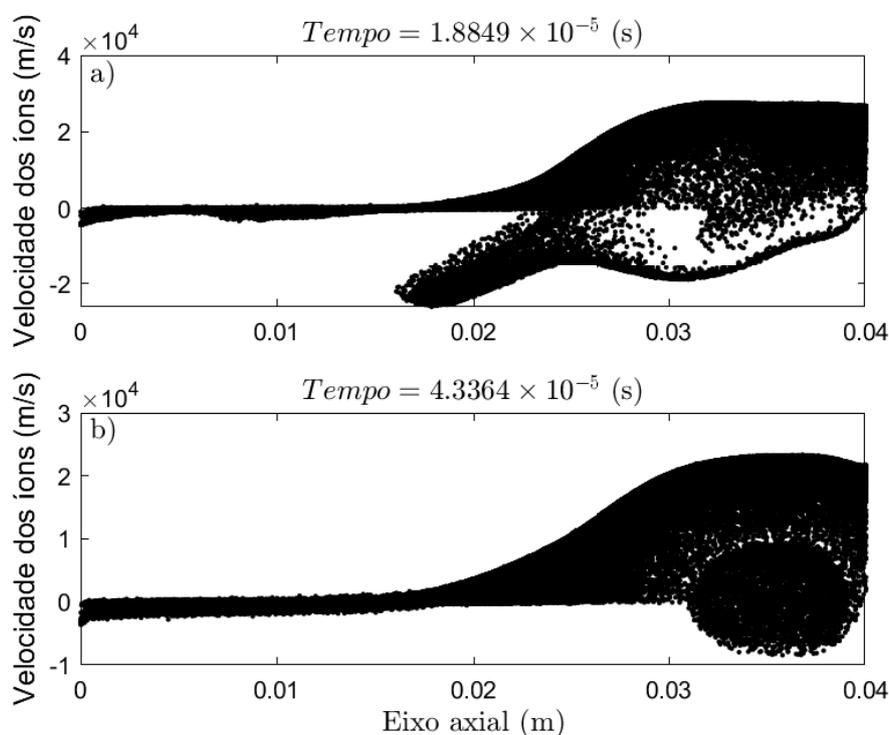


**Figura 6.1.** Série temporal da densidade dos íons (vermelha) e elétrons (azul), para o xenônio.

O outro dado observado é a velocidade axial dos íons, este que quando atinge um estado estacionário, apresenta um gráfico bem característico, que será descrito a seguir.

O perfil de velocidade axial apresentado na figura 6.2-a refere-se ao tempo de simulação  $1,8849 \times 10^{-5} s$ , veja que neste passo de tempo a densidade de partícula figura 6.1 ainda não tinha alcançado o ponto de saturação. E por isso o perfil de velocidade axial dos íons não se encontrava como esperado, uma vez que muitos íons dentro do canal de ionização estão apresentando velocidades negativas na direção axial. Tal fenômeno é inconsistente com o estado estacionário já que nessa região, as partículas positivas sofrem uma grande aceleração no sentido contrário devido a diferença de potencial existente neste local.

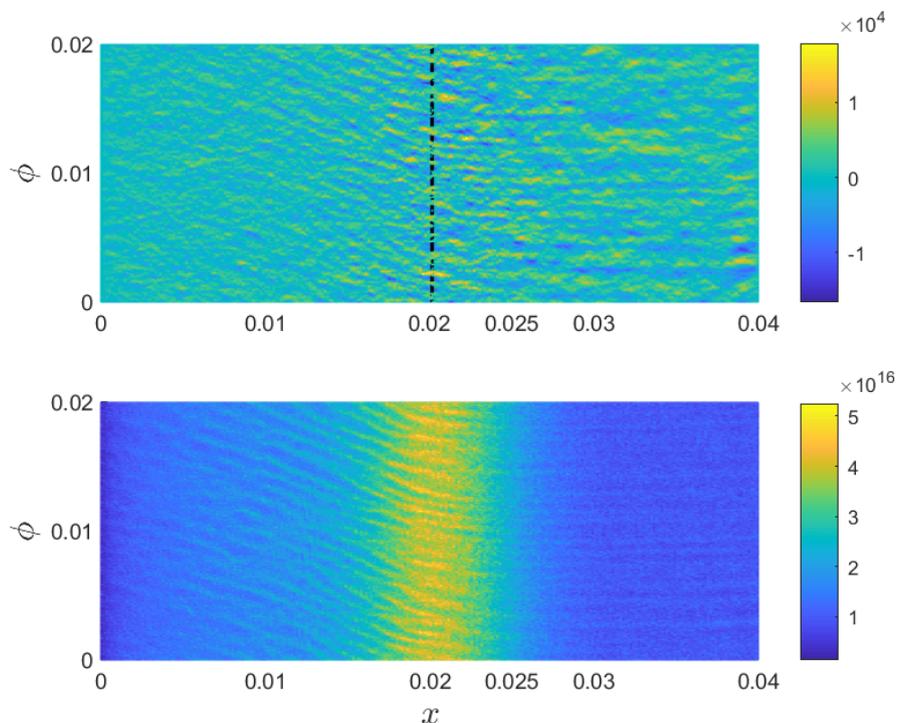
A figura 6.2-b representa o perfil de velocidade axial dos íons no tempo  $= 4,3364 \times 10^{-5} s$ , veja que este tempo encontra-se bem a frente do ponto de saturação e resulta em um perfil de velocidade muito mais coerente com a teoria, uma vez que os íons dentro do canal de ionização quase não apresentam velocidades axiais negativas. Também é possível observar uma grande variação de velocidade nas proximidades da saída do canal em  $x = 0,025$ . Isso ocorre devido ao potencial eletrostático presente na direção axial e também ao íon possuir um raio de giro muito grande até mesmo maior que o próprio propulsor Hall, isso faz com que o íon consiga escapar do aprisionamento proporcionado pelo campo magnético. Este perfil de velocidade formou-se no tempo  $= 3,3113 \times 10^{-5} s$  e se manteve até o último dado gerado pela simulação. Vale ressaltar que nos trabalhos (Braga e Miranda, 2019, Taccogna *et al.*, 2005) a velocidade dos íons apresentam este mesmo padrão.



**Figura 6.2.** Perfis de velocidade axial dos íons (xenônio).

### 6.1.2 Campo elétrico azimutal e densidade dos íons

As simulações PIC para o propulsor SPT-100 usando como propelente o xenônio foram executadas até  $t = 4.3364 \times 10^{-5} s$  (isto é, após 4336400 etapas de tempo). Neste período a simulação demonstrou atingir um estado estacionário no qual os íons criados por colisões entre elétrons e o gás neutro são acelerados em direção à região de saída. Afim de identificar as instabilidades no plasma, foi gerada a figura 6.3. O painel superior representa o campo elétrico na direção azimutal  $E_\phi$  visto a partir do plano formado pelas direções axial ( $x$ ) e azimutal ( $\phi$ ), enquanto o painel inferior demonstra a densidade de íons ( $n_i$ ), usou-se uma escala de cores contínuas afim de destacar a instabilidade de deriva de elétrons. Perfis de campo elétrico azimutal e densidade de íons muito próximo aos encontrados neste trabalho também podem ser vistos nos artigos (Coche e Garrigues, 2014, Adam *et al.*, 2004).



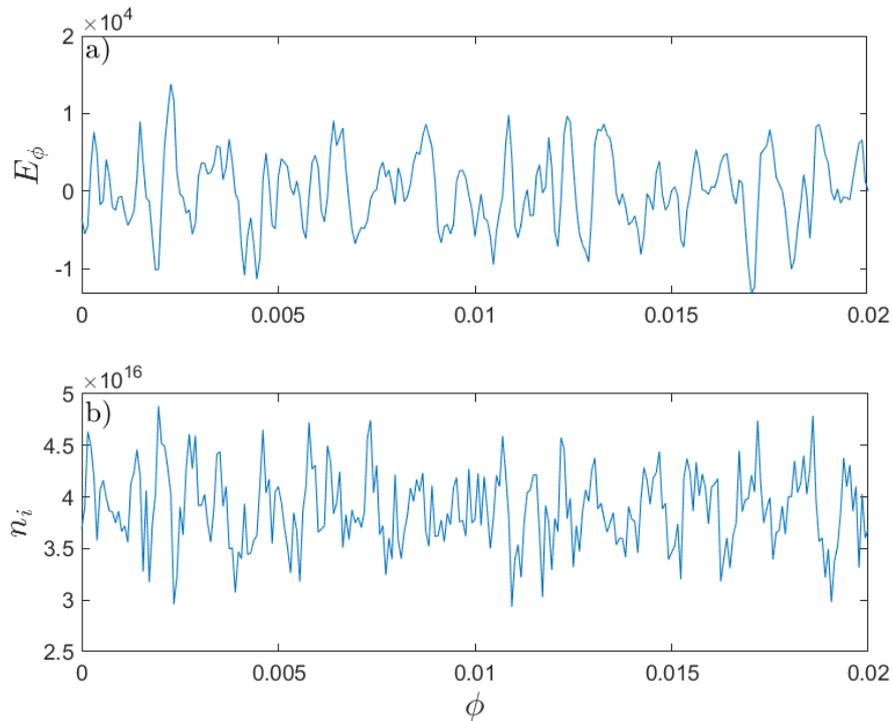
**Figura 6.3.** Campo elétrico azimutal (painel superior) e densidade dos íons (painel inferior), para o xenônio.

### 6.1.3 Espectro de potência 1D

Ao fazer a comparação entre a figura 6.3 deste trabalho, com as figuras: (4) do trabalho de (Coche e Garrigues, 2014); (11) do trabalho de (Adam *et al.*, 2004) e (5) do trabalho de (Boeuf e Garrigues, 2018) é possível identificar uma grande semelhança, levando a uma confirmação visual da instabilidade de deriva de elétrons, uma vez que essas podem ser elucidadas como estruturas semelhantes a ondas alongadas que aparecem nas proximidades de saída do propulsor Hall. Afim de se obter dados mais concretos referente a essa onda azimutal, foi desenvolvida uma análise espectral com os dados do campo elétrico na região

que apresenta grandes oscilações, tal região está representada por uma linha tracejada no painel superior da figura 6.3.

A figura 6.4 representa as séries extraídas da região ( $x = 0,02015625m$ ) identificada pela linha pontilhada preta na figura 6.3-a. A figura 6.4-a é a série devida aos dados do campo elétrico azimutal enquanto a figura 6.4-b é a série devida aos dados da densidade de íons. A esta série será aplicada uma transformada de Fourier para que seja possível plotar o espectro de potência dessas grandezas.

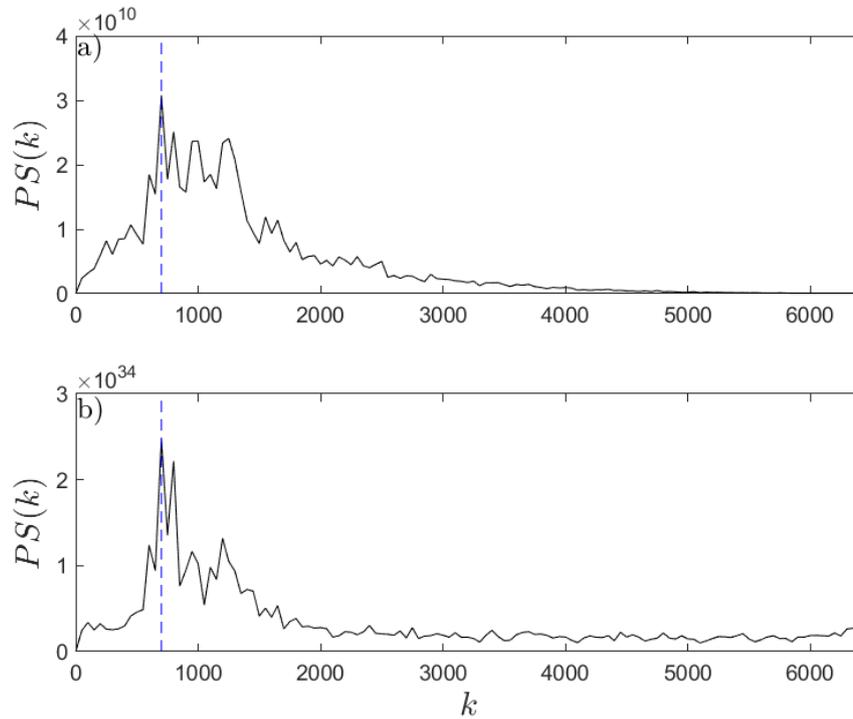


**Figura 6.4.** Séries referente ao campo elétrico e a densidade de íons.

A figura 6.5-a é o resultado do espectro de potência da componente azimutal do campo elétrico  $E_\phi$ . É importante ressaltar que este valor foi calculado como uma média de 30 espectros de potência em estado estacionário.

Com base nesta figura é possível verificar que o pico principal encontra-se com um número de onda ( $k = 700m^{-1}$ ), como o comprimento de onda é o inverso do número de onda, tem-se que  $\lambda \approx 1,43mm$ . Em relação a frequência desta onda, foi calculada que está possui uma frequência de 10MHz. Estes valores estão de acordo com resultados da teoria já existente (Adam *et al.*, 2004, Coche e Garrigues, 2014, Croes *et al.*, 2018).

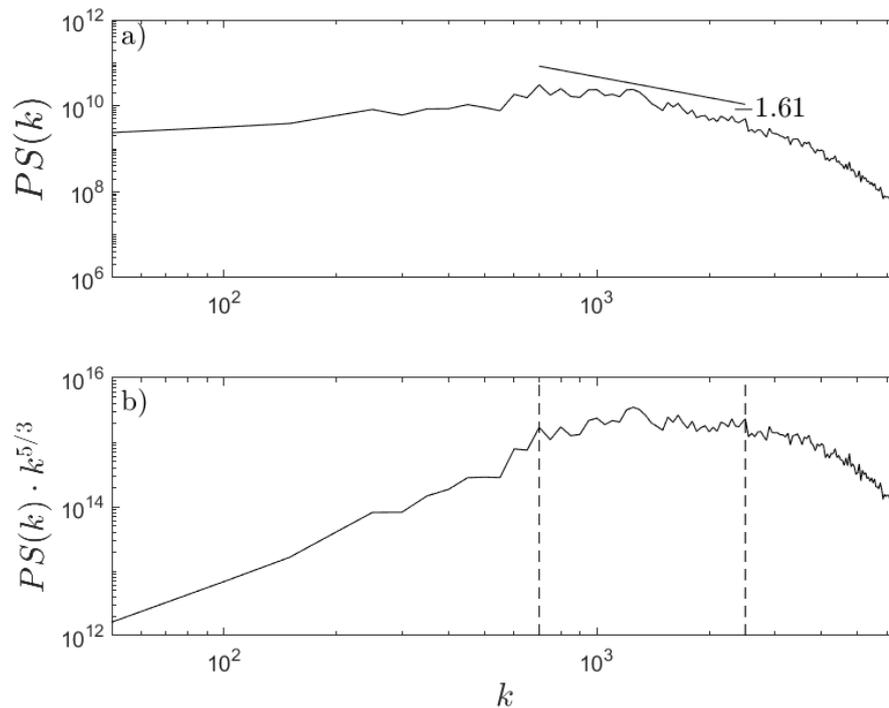
A figura 6.5-b é a aplicação direta da transformada de Fourier nos dados da densidade de íons ( $n_i$ ), este gráfico foi gerado somente para dar uma maior veracidade ao comprimento de onda, uma vez que este valor deve ser igual em ambas as séries.



**Figura 6.5.** Espectro de potência para identificação do comprimento de onda da instabilidade de deriva eletrônica  $\vec{E} \times \vec{B}$ . Painel de cima: Espectro correspondente ao campo elétrico azimutal. Painel de baixo: Espectro correspondente à densidade dos íons.

Na Figura 6.6 foi feita uma análise de turbulência baseada na teoria magnetohidrodinâmica, a qual possibilita compreender o regime da onda estudada. Na figura 6.6-b mostra o espectro de potência compensado, que foi obtido multiplicando o espectro de potência por  $k^{+\frac{5}{3}}$ . As linhas tracejadas indicam o intervalo do número de onda no qual o espectro de potência compensada é quase horizontal. Esta técnica permite elucidar claramente que o espectro de potência exibe um comportamento turbulento com base na lei de potência.

Ao observar a figura 6.6-a é possível verificar esta turbulência, uma vez que o espectro de potência apresenta uma lei de potência de  $-1,61 \pm 0,087$ . Este valor está bem próximo de  $-5/3 \approx -1,67$ , valor característico de um espectro de potência obtido usando dados de turbulência de fluidos e plasmas (Biskamp, 2003, Frisch e Kolmogorov, 1995).



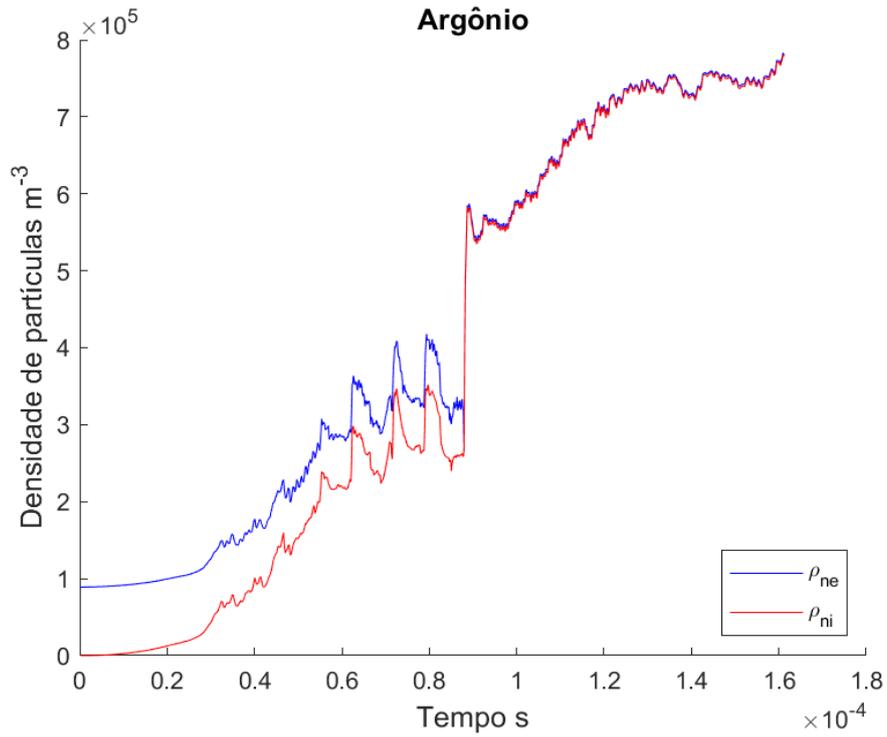
**Figura 6.6.** Espectro de potência em escala logarítmica (a) e espectro de potência compensado (b), para o xenônio.

Na análise 1D também foi aplicado a Entropia de Shannon nos dados do campo elétrico azimutal  $E_\phi$  com a finalidade de identificar o grau de desordem do sistema que pode ser classificado entre 0 e 1, onde 0 é um sistema completamente ordenado e 1 representa o mais alto nível de desordem. A valor obtido para o caso do propulsor SPT-100 usando xenônio é de  $0,56 \pm 0,01$ . Este parâmetro foi calculado fazendo a média de 30 resultados para diferentes valores de tempo.

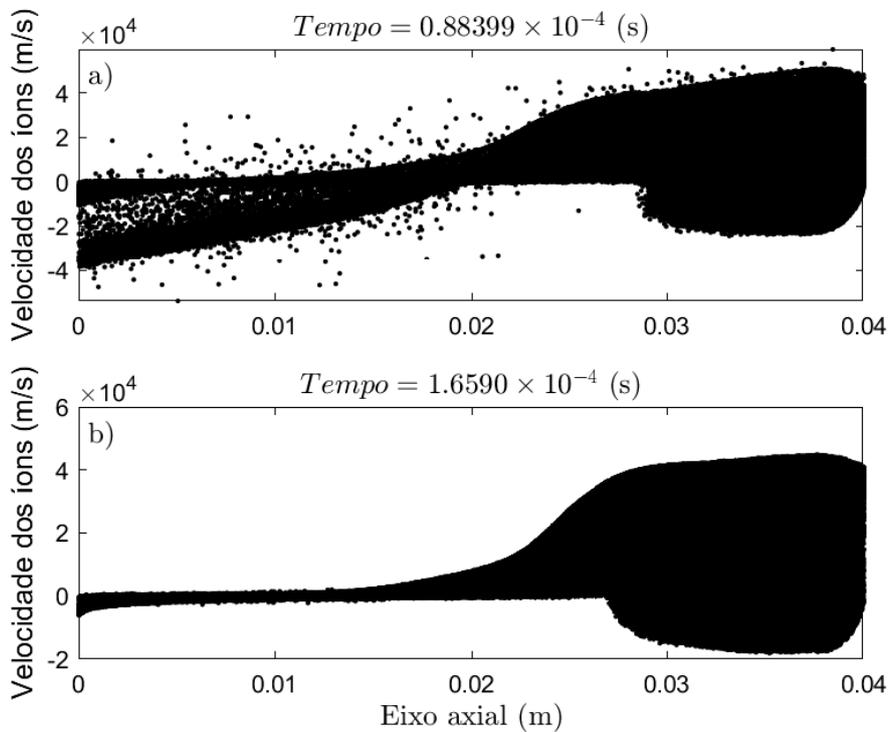
## 6.2 SPT-100 (ARGÔNIO)

### 6.2.1 Critérios de convergência

Baseando-se nos mesmos critérios de convergências já apresentado é possível notar que os perfis de densidades de elétrons e íons oscilam mais do que o argônio. Porém, a amplitude de oscilação sofre grande redução (figura 6.7). Já os dados de velocidade axial dos íons (figura 6.8-b) tiveram uma estabilização a partir do instante  $t = 1.2757 \times 10^{-4}$  e se mantiveram até o último dado coletado. Com base nesse gráfico também é possível notar que os íons de argônio alcançam velocidades mais altas, tal característica está diretamente relacionada com a diferença entre as massas atômicas dos dois propelentes utilizados.



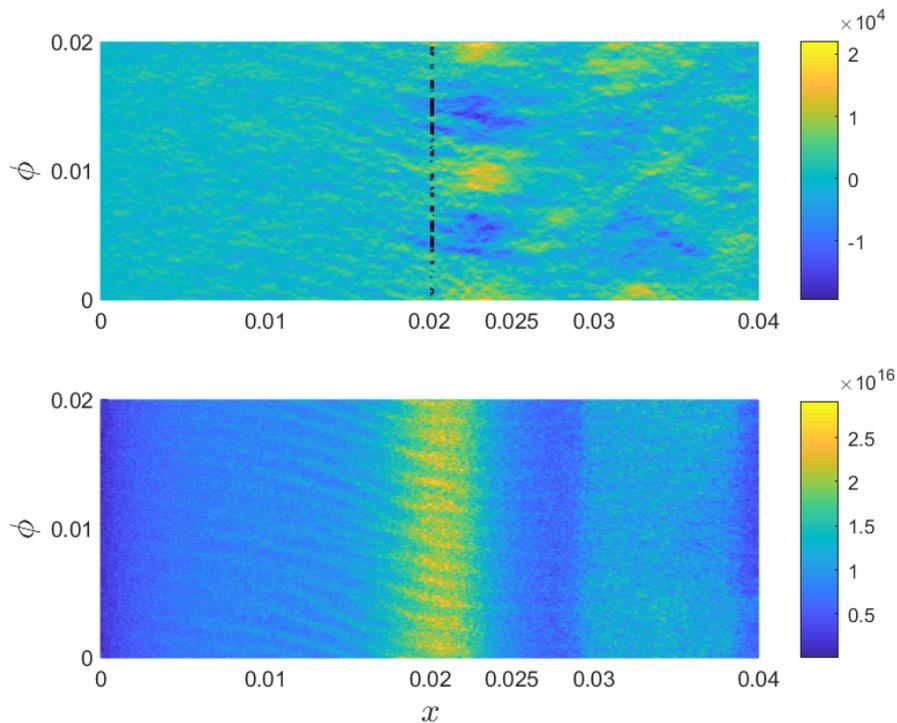
**Figura 6.7.** Densidade dos íons (vermelho) e densidade de elétrons (azul), para o argônio.



**Figura 6.8.** Perfis de velocidade axial dos íons (argônio).

### 6.2.2 Campo elétrico azimutal e densidade dos íons.

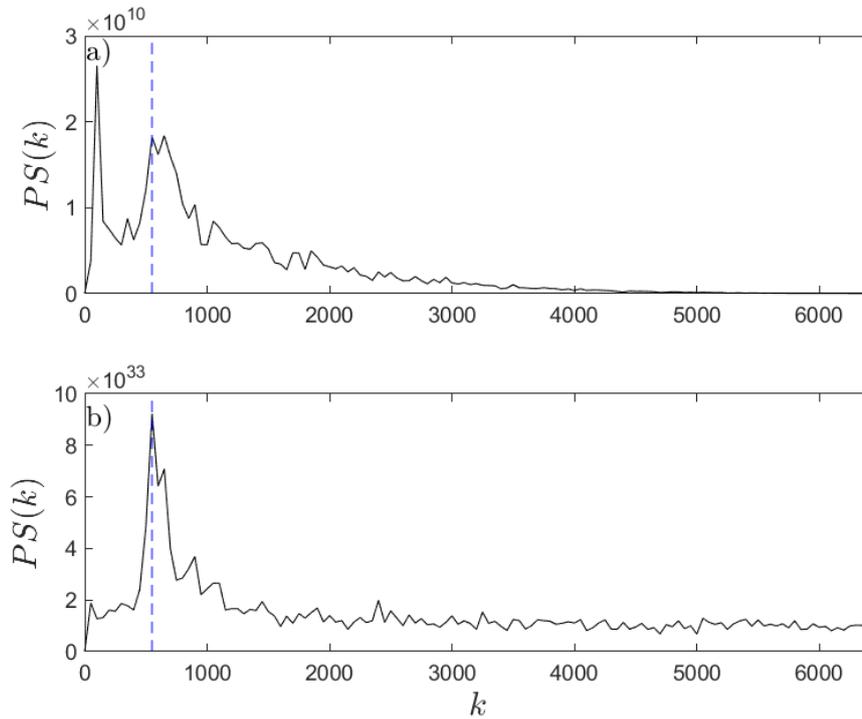
Ao analisar os painéis do campo elétrico e densidade dos íons das simulações do argônio (Figura 6.9) é possível ver a olho nu que o campo elétrico (painel superior) tem instabilidades, porém essas não tem características semelhantes as instabilidade de deriva do elétron encontradas na simulação anterior.



**Figura 6.9.** Campo elétrico azimutal (painel superior) e densidade dos íons (painel inferior), para o argônio.

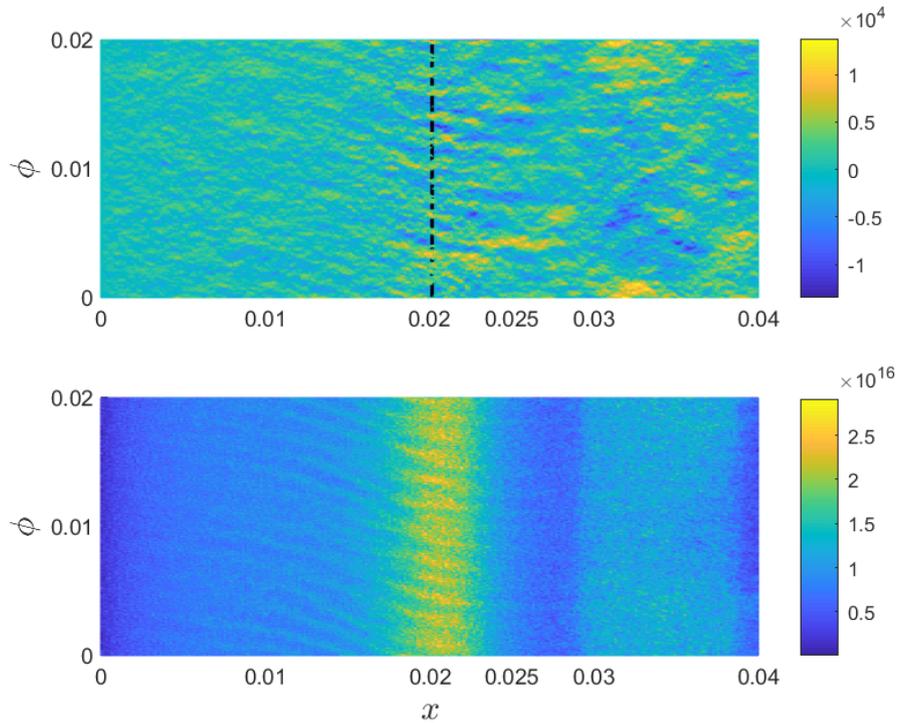
### 6.2.3 Espectro de potência 1D

Com a finalidade de mensurar essas ondas encontradas na simulação de argônio, usou-se a técnica de espectro de potência dos dados  $E_\phi$ . Porém este método identificou três comprimentos de onda no qual o pico de maior magnitude representa uma onda com comprimento de  $\lambda \approx 10mm$  (figura 6.10-a). Esta onda chega a ser aproximadamente 10 vezes maior do que o comprimento de onda esperado. Porém ao analisar os dados de densidade dos íons  $n_i$  (figura 6.10-b) não é possível identificar a presença dessa onda comprimento com comprimento de 10mm. No espectro de potência da densidade iônica a onda predominante tem comprimento de 1.81 mm ou  $k = 550$ . Esse parâmetro é igual ao segundo pico presente no painel referente aos dados  $E_\phi$ .

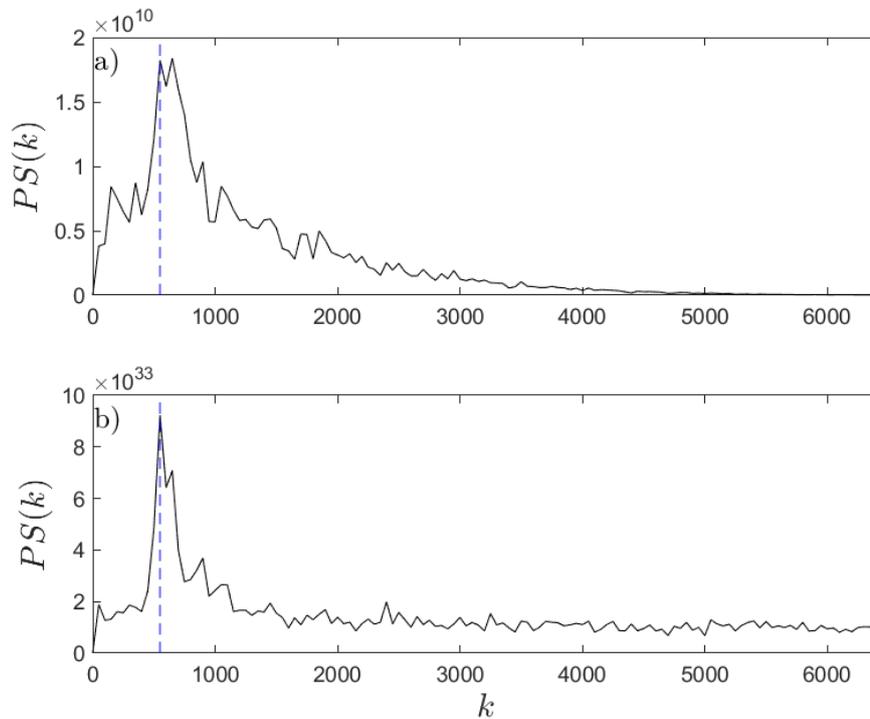


**Figura 6.10.** Espectro de potência para identificação do comprimento de onda SPT-100 (argônio).

Visto que na simulação do SPT-100 com xenônio os comprimentos de onda calculados a partir dos dados de campo elétrico  $E_\phi$  e da densidade de íons  $n_i$  resulta no mesmo comprimento de onda. De acordo com a teoria Coche e Garrigues, 2014, Adam *et al.*, 2004, a instabilidade de deriva dos elétrons  $\vec{E} \times \vec{B}$  é identificável nesses dois meios. Com base nisso a onda azimutal com comprimento de 10mm foi desconsiderada, para tornar isso possível foi feita uma ponderação sobre os dados da onda azimutal de 10mm e posteriormente foi empregada uma transformada de Fourier inversa, para que fosse gerado os novos gráficos de densidade de íons e campo elétrico.



**Figura 6.11.** Campo elétrico azimutal (painel superior) e densidade dos íons (painel inferior), para o argônio após a retirada da onda de 10mm de comprimento.

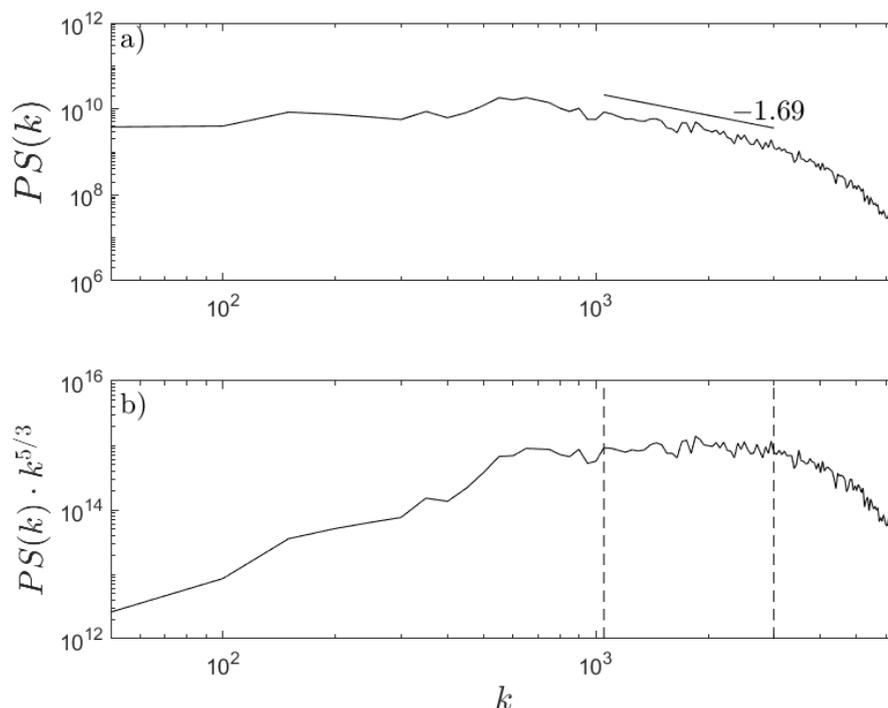


**Figura 6.12.** Espectro de potência do campo elétrico azimutal e da densidade de íons após a retirada da onda de comprimento ( $\lambda = 10mm$ ).

Com base na teoria magnetohidrodinâmica (Biskamp, 2003, Frisch e Kolmogorov, 1995),

é possível concluir que o espectro de potência analisado demonstra um comportamento turbulento pois a inclinação de seu espectro apresenta um valor de  $1,69 \pm 0,087$ . Já no que tange a entropia desse sistema, ele apresenta ter um acréscimo mínimo quando comparado com a simulação anterior o  $S_{1D} = 0,57 \pm 0,02$

Ao aplicar novamente a transformada de Fourier e plotar os gráficos do campo elétrico e densidade de íons figura 6.11 e dos espectros de potência figura 6.12 é possível confirmar que o comprimento da onda gerada pela instabilidade de deriva dos elétrons é ( $\lambda = 1,81mm$ ) a qual apresenta uma frequência de ( $f = 14,55MHz$ ). Ao analisar o espectro de potência da figura 6.13 usando a base teoria magnetohidrodinâmica (Biskamp, 2003, Frisch e Kolmogorov, 1995), encontra-se um comportamento turbulento, uma vez que a inclinação de seu espectro apresenta um valor de  $-1,69 \pm 0,087$ . Já no que tange a entropia desse sistema, ele apresenta ter um acréscimo mínimo quando comparado com a simulação anterior o  $S_{1D} = 0,57 \pm 0,02$  Com base nestes resultados é possível concluir que a simulação PIC-MCC fornece uma simulação bastante confiável, tornando possível averiguar qual é a contribuição das instabilidades de deriva no funcionamento de um propulsor Hall.

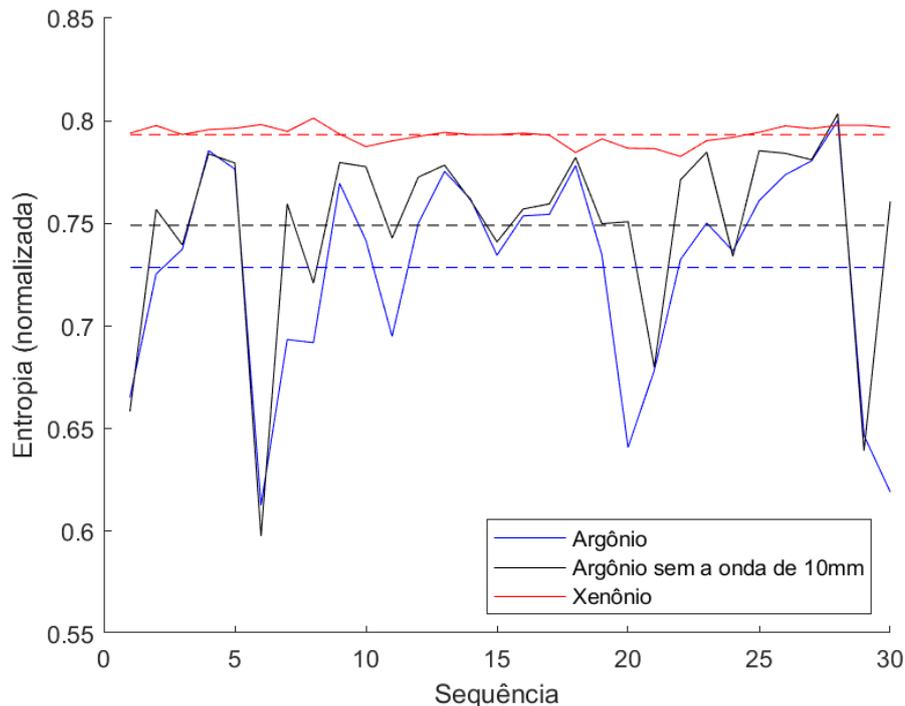


**Figura 6.13.** Espectro de potência em escala logarítmica (a) e espectro de potência compensado (b), para o argônio.

### 6.3 ENTROPIA DE SHANNON 2D

Já que as entropias calculadas no âmbito unidimensional, não possibilita a extração de informações relevantes dos sistemas estudados, fez-se o uso da transformada de Fourier rápida para 2D e a posteriori foi efetuado os cálculos da entropia de Shannon em duas dimensões. Esses métodos matemáticos foram aplicados sobre uma sequência de 30 arquivos

de cada simulação dentro do regime estacionário, afim de trazer uma melhor compreensão da entropia média dos sistemas abordados anteriormente. Vale ressaltar, que os dados do argônio que tiveram a onda de 10mm extraída também teve a sua entropia analisada. Na Figura 6.14 é possível analisar o comportamento da entropia dos três sistemas citados anteriormente, esse valores foram obtidos a partir dos dados do campo elétrico azimutal  $E_\phi$ .



**Figura 6.14.** Série temporal da entropia de Shannon 2D do propulsor SPT-100 usando argônio e xenônio

Ao aplicar a entropia de Shannon em duas dimensões, tem-se que um dos sistemas demonstra um grau de desordem um pouco superior, uma vez que cada sistema exibe as seguintes entropias médias:

- SPT-100 com xenônio  $S_{2D,Xe} = 0,7932 \pm 0,0006$
- SPT-100 com argônio  $S_{2D,Ar} = 0,7285 \pm 0,0199$
- SPT-100 com argônio, porém sem a presença das ondas de 10mm  $S_{2D,ArM} = 0,7491 \pm 0,0021$

Ao comparar estes casos é possível verificar que a entropia referente ao sistema que utiliza xenônio, apresenta uma entropia 5,5% maior que a entropia do argônio sem a presença da onda de 10mm e 5,9% maior que a entropia argônio não modificado. É importante ressaltar que as simulações efetuadas cotam com as mesmas condições de contorno, o que sugere que a diferença apresentada é devido ao gás utilizado como propelente. Outro aspecto que se pode observar é que o argônio apresenta-se ser mais suscetível a variação do campo elétrico, uma vez que a entropia deste sistema demonstra grandes oscilações.

## 7 CONCLUSÃO

Foi verificado que a partir de uma simulação PIC-MCC em coordenadas axial-azimutal é possível identificar e estudar a instabilidade de deriva dos elétrons, esta onda foi confirmada após uma análise espectral, resultando em uma onda com um comprimento  $1,43\text{mm}$  e frequência  $10\text{MHz}$  para o caso do xenônio enquanto para o caso com argônio obteve-se uma onda com comprimento de  $1,81\text{mm}$  e frequência de  $14,55\text{MHz}$ , tais valores são muito próximos aos descritos nos seguintes trabalhos (Coche e Garrigues, 2014, Adam *et al.*, 2004, Croes *et al.*, 2018, Boeuf e Garrigues, 2018).

Com base nos resultados é possível identificar que o plasma exibe um comportamento turbulento o qual pode está sendo induzido pela instabilidade de deriva dos elétrons. A micro-turbulência identificada é caracterizada por um subintervalo inercial que se estende a escalas menores que 2 mm.

A partir dos resultados gerados através da entropia de Shannon verifica-se que o propulsor SPT-100 com argônio apresenta uma entropia 5,5% menor, isso pode estar relacionado ao fato de que este sistema sofre uma maior perturbação com as oscilações do campo elétrico azimutal gerado pela instabilidade de deriva dos elétrons. Dito isso é possível interpretar que o gás argônio pode ser ionizado mais facilmente, uma vez que as partículas carregadas deste plasma se encontraram com um menor estado de desordem.

Estes resultados podem contribuir para o entendimento desta instabilidade de deriva dos elétrons como também ajudar na análise de quais são as suas contribuições negativas e positivas para com os propulsores Hall.

Nas simulações com argônio é possível identificar uma onda com comprimento de onda de 10mm ocorrendo simultaneamente com a onda de 1mm do ExB EDI. Vários autores também relataram a ocorrência de ondas superpostas ao ExB EDI em simulações numéricas. Por exemplo, (Coche e Garrigues, 2014) observaram uma onda axial no campo elétrico com frequência de 400 KHz, devido à instabilidade do tempo de trânsito. (Lafleur *et al.*, 2016) relataram uma onda com comprimento de onda igual ao comprimento da direção azimutal após dobrar o comprimento do domínio na direção azimutal. Eles interpretaram essa onda como um artefato de seu modelo, porém (Janhunen *et al.*, 2018) argumentam que esta onda pode ser o resultado de uma cascata de energia inversa do comprimento de onda ExB EDI de 1 mm para comprimentos de onda mais baixos.

A natureza da onda de 10mm observada em neste trabalho merece uma análise mais cuidadosa e será tema de trabalhos futuros. Outra pesquisa que pode ser

Para trabalhos futuros, pensa-se em aplicar esta simulação e análise da instabilidade  $\vec{E} \times \vec{B}$  em outros propulsores de efeito Hall. Um dos principais modelos que devem ser analisado é o propulsor PHall-IIc, este que foi projetado e desenvolvido pelo laboratório de plasmas do Instituto de Física da Universidade de Brasília.

## LISTA DE REFERÊNCIAS

aaaa, aaaa.

Adam *et al.*, 2004 Adam, J., Héron, A., e Laval, G. (2004). Study of stationary plasma thrusters using two-dimensional fully kinetic simulations. *Physics of Plasmas*, 11(1):295–305.

Albuquerque, 2009 Albuquerque, J. J. (2009). Desenvolvimento de um propulsor eletrotérmico catalítico para satélites usando óxido nitroso como propelente. Master's thesis, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos.

Birdsall e Langdon, 2004 Birdsall, C. K. e Langdon, A. B. (2004). *Plasma physics via computer simulation*. CRC press.

Biskamp, 2003 Biskamp, D. (2003). *Magnetohydrodynamic turbulence*. Cambridge University Press.

Bittencourt, 2013 Bittencourt, J. A. (2013). *Fundamentals of plasma physics*. Springer Science & Business Media.

Boeuf, 2017 Boeuf, J.-P. (2017). Tutorial: Physics and modeling of hall thrusters. *Journal of Applied Physics*, 121(1):011101.

Boeuf e Garrigues, 2018 Boeuf, J.-P. e Garrigues, L. (2018).  $E \times b$  electron drift instability in hall thrusters: Particle-in-cell simulations vs. theory. *Physics of Plasmas*, 25(6):061204.

Braga e Miranda, 2019 Braga, L. L. e Miranda, R. A. (2019). Particle-in-cell numerical simulation of the phall-iic hall thruster. *Physics of Plasmas*, 1365:012013.

Bruhwieler *et al.*, 2001 Bruhwieler, D. L., Giacone, R. E., Cary, J. R., Verboncoeur, J. P., Mardahl, P., Esarey, E., Leemans, W., e Shadwick, B. (2001). Particle-in-cell simulations of plasma accelerators and electron-neutral collisions. *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams*, 4(10):101302.

Büchner *et al.*, 2003 Büchner, J., Dum, C., e Scholer, M. (2003). *Space plasma simulation*, volume 615. Springer Science & Business Media.

Chen *et al.*, 2016 Chen, F. F. *et al.* (2016). *Introduction to plasma physics and controlled fusion*, volume 1. Springer, 3ª edição.

Chian *et al.*, 2010 Chian, A. C.-L., Miranda, R. A., Rempel, E. L., Saiki, Y., e Yamada, M. (2010). Amplitude-phase synchronization at the onset of permanent spatiotemporal chaos. *Physical review letters*, 104(25):254102.

Coche e Garrigues, 2014 Coche, P. e Garrigues, L. (2014). A two-dimensional (azimuthal-axial) particle-in-cell model of a hall thruster. *Physics of Plasmas*, 21(2):023503.

- Croes *et al.*, 2018 Croes, V., Tavant, A., Lucken, R., Martorelli, R., Lafleur, T., Bourdon, A., e Chabert, P. (2018). The effect of alternative propellants on the electron drift instability in hall-effect thrusters: Insight from 2d particle-in-cell simulations. *Physics of Plasmas*, 25(6):063522.
- Derouillat *et al.*, 2018 Derouillat, J., Beck, A., Pérez, F., Vinci, T., Chiaramello, M., Grassi, A., Flé, M., Bouchard, G., Plotnikov, I., Aunai, N., *et al.* (2018). Smilei: A collaborative, open-source, multi-purpose particle-in-cell code for plasma simulation. *Computer Physics Communications*, 222:351–373.
- Frisch e Kolmogorov, 1995 Frisch, U. e Kolmogorov, A. N. (1995). *Turbulence: the legacy of AN Kolmogorov*. Cambridge university press.
- Goebel e Katz, 2008 Goebel, D. M. e Katz, I. (2008). *fundamentals of electric propulsion: ion and hall thrusters*. John Wiley & Sons.
- Jahn, 2006 Jahn, R. G. (2006). *Physics of electric propulsion*. Courier Corporation.
- Janhunen *et al.*, 2018 Janhunen, S., Smolyakov, A., Chapurin, O., Sydorenko, D., Kaganovich, I., e Raites, Y. (2018). Nonlinear structures and anomalous transport in partially magnetized  $e \times b$  plasmas. *Physics of Plasmas*, 25(1):011608.
- Komurasaki e Arakawa, 1995 Komurasaki, K. e Arakawa, Y. (1995). Two-dimensional numerical model of plasma flow in a hall thruster. *Journal of Propulsion and Power*, 11(6):1317–1323.
- Lafleur *et al.*, 2016 Lafleur, T., Baalrud, S., e Chabert, P. (2016). Theory for the anomalous electron transport in hall effect thrusters. i. insights from particle-in-cell simulations. *Physics of Plasmas*, 23(5):053502.
- Mikellides *et al.*, 2019 Mikellides, I. G., Ortega, A. L., Chaplin, V. H., Snyder, J. S., e Lenguito, G. (2019). Mechanism behind the dependence of thrust on facility backpressure and implications on the operation of the spt-140 onboard the psyche mission. *IEPC*, 410:15–20.
- Miranda *et al.*, 2017 Miranda, R. A., Martins, A. A., e Ferreira, J. L. (2017). Particle-in-cell numerical simulations of a cylindrical hall thruster with permanent magnets. In *Journal of Physics. Conference Series (Online)*, volume 911.
- Miranda *et al.*, 2015 Miranda, R. A., Rempel, E. L., e Chian, A.-L. (2015). On–off intermittency and amplitude-phase synchronization in keplerian shear flows. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 448(1):804–813.
- Perez-Luna *et al.*, 2008 Perez-Luna, J., Dubuit, N., Garrigues, L., Hagelaar, G. J., e Boeuf, J.-P. (2008). Electron trajectories in a hall effect thruster anomalous transport induced by an azimuthal wave. *IEEE transactions on plasma science*, 36(4):1212–1213.
- Pidgeon *et al.*, 2006 Pidgeon, D., Corey, R., Sauer, B., e Day, M. (2006). Two years of on-orbit performance of spt-100 electric propulsion. In *24th AIAA International Communications Satellite Systems Conference*, página 5353.
- Press *et al.*, 2007 Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., e Flannery, B. P. (2007). *Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing*. Cambridge university press.

- Shannon, 1949 Shannon, C. E. (1949). *The Mathematical Theory of Communication, by CE Shannon (and Recent Contributions to the Mathematical Theory of Communication)*, W. Weaver. University of illinois Press.
- Simoes Jr *et al.*, 2011 Simoes Jr, F., Costa Jr, E., Alves, M., e Cardoso, F. (2011). Física de plasma espacial utilizando simulação computacional de partículas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 33:01–14.
- Sukys, 2020 Sukys, A. (2020). A study on hall effect thruster exhaust plume simulation.
- Sutton e Biblarz, 2016 Sutton, G. P. e Biblarz, O. (2016). *Rocket propulsion elements*. John Wiley & Sons.
- Taccogna e Garrigues, 2019 Taccogna, F. e Garrigues, L. (2019). Latest progress in hall thrusters plasma modelling. *Reviews of Modern Plasma Physics*, 3(1):1–63.
- Taccogna *et al.*, 2005 Taccogna, F., Longo, S., Capitelli, M., e Schneider, R. (2005). Plasma flow in a hall thruster. *Physics of plasmas*, 12(4):043502.
- Vahedi e Surendra, 1995 Vahedi, V. e Surendra, M. (1995). A monte carlo collision model for the particle-in-cell method: applications to argon and oxygen discharges. *Computer Physics Communications*, 87(1-2):179–198.
- Verboncoeur, 2005 Verboncoeur, J. P. (2005). Particle simulation of plasmas: review and advances. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 47(5A):A231.
- Vogel *et al.*, 2020 Vogel, E. E., Brevis, F. G., Pastén, D., Muñoz, V., Miranda, R. A., e Chian, A. C.-L. (2020). Measuring the seismic risk along the nazca–south american subduction front: Shannon entropy and mutability. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 20(11):2943–2960.