

CONFIABILIDADE, QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA E ANÁLISE DAS  
TENSÕES EM CANTONEIRAS DE AÇO FORMADAS A FRIO PARAFUSADAS E  
SOB EFEITO *SHEAR LAG*

**JÉSSICA FERREIRA BORGES**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS  
E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

CONFIABILIDADE, QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA E ANÁLISE DAS TENSÕES  
EM CANTONEIRAS DE AÇO FORMADAS A FRIO PARAFUSADAS E SOB EFEITO  
*SHEAR LAG*

JÉSSICA FERREIRA BORGES

ORIENTADOR: LUCIANO MENDES BEZERRA, PH.D.

COORIENTADOR: FRANCISCO EVANGELISTA JR, PH.D.

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**TESE DE PUBLICAÇÃO: E.TD - 11A/21**

**BRASÍLIA/DF: DEZEMBRO/2021**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

CONFIABILIDADE, QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA E ANÁLISE DAS TENSÕES  
EM CANTONEIRAS DE AÇO FORMADAS A FRIO PARAFUSADAS E SOB EFEITO  
*SHEAR LAG*

JÉSSICA FERREIRA BORGES

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO  
CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Profº Luciano Mendes Bezerra (ENC-UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Profº Francisco Evangelista Junior, PhD (ENC-UnB)**  
**(Coorientador)**

---

**Profº Wanderlei Malaquias Pereira Junior, DSc (PPGEC-UFCAT)**  
**(Examinador Externo)**

---

**Profº Valdeir Francisco de Paula, DSc, (ENGENHARIAS-IFG)**  
**(Examinador Externo)**

---

**Profº Ramon Saleno Y. R. Costa Silva, DSc, (ENC-UnB)**  
**(Examinador Interno)**

**BRASÍLIA/DF, DEZEMBRO DE 2021**

## FICHA CATALOGRÁFICA

BORGES, JÉSSICA FERREIRA

Confiabilidade, quantificação de incerteza e análise das tensões em cantoneiras de aço formadas a frio parafusadas e sob efeito *shear lag*. [Distrito Federal] 2021.

xxiii. 202p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2021). Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.Ruptura por seção líquida  
2.Quantificação de incerteza.  
3.Confiabilidade estrutural.  
I.ENC/FT/UnB

4.Análise de tensões.  
5.*Shear lag*.  
II.Título Doutor

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BORGES, J. F. (2021). Confiabilidade, quantificação de incerteza e análise das tensões em cantoneiras de aço formadas a frio parafusadas e sob efeito *shear lag*. Tese de doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação 11A/21, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília – DF, 225 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTORA: Jéssica Ferreira Borges.

TÍTULO: Confiabilidade, quantificação de incerteza e análise das tensões em cantoneiras de aço formadas a frio parafusadas e sob efeito *shear lag*.

GRAU: Doutor

ANO: 2021

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Jéssica Ferreira Borges  
Rua 538, nº 111, Bairro Santa Cruz.  
75.706-640 Catalão – GO – Brasil.  
jessicafb.eng@gmail.com

**Dedico essa tese a minha família!  
Em especial a minha mãe e irmã.**

“A orientação inicial que alguém recebe da educação  
também marca a sua conduta ulterior.”  
Platão

## AGRADECIMENTOS

Bom, gostaria de agradecer primeiramente a Deus pelas oportunidades que me ofereceu de chegar até aqui. Quantas foram as situações de sentimento de incapacidade que me fizeste superar.

Agradecer a minha família, em especial minha mãe, por todo o seu carinho, compreensão e cuidado. A minha irmã, por toda força e auxílio, sempre me acalmando e por ser minha inspiração de força e profissionalismo. Ao meu pai, com as palavras de que vai dar certo, mas ao mesmo tempo de me mostrar que na vida sou eu por eu mesma.

Por conseguinte, vem a gratidão a todos os professores por todo conhecimento transmitido desde o início da Pós-Graduação, em especial, ao meu orientador professor Luciano Mendes Bezerra pela cordialidade no tratamento e pela preocupação com meu desenvolvimento pessoal e profissional. Ao professor Evangelista Jr., que sempre me fez acreditar no meu potencial ao acreditar em mim para este doutorado. Ao professor Jorge Bonilla, que me auxiliou no modelo numérico deste trabalho, sendo uma referência para todos os alunos com sua prestatividade.

Aos amigos, de todos os cantos, que pude criar durante os estudos. Primeiro, àquele que esteve presente todos os dias, tornando-se um excelente companheiro, Davidson França. E àqueles com quem compartilhei risadas e dificuldades ao longo dos tempos, cito aqui alguns: Jéssica Siqueira, Iago, Nelson, Carlos Araújo, Nattaly, Marília Marcy, Nicolás, Álvaro, Nicolle e tantos outros. Ao Jerfson, pelo auxílio com o modelo computacional, sendo sempre prestativo. Além da teoria aprendida, retiro como principal o convívio com todos, tantas culturas e personalidades incríveis que tive oportunidade de conhecer.

À Universidade de Brasília (UnB), ao Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC-UnB) e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo auxílio financeiro.

Pra seguir  
Com toda sua crença  
Insistir, fazendo a diferença  
Aplaudir  
Mas com sinceridade  
Não fugir dessa realidade  
Encarar  
A vida de frente, mostrar pra essa gente  
Vai ser diferente  
Vai melhorar  
É bola pra frente, depende da gente  
A nossa corrente não pode quebrar.  
(MARIA RITA, Bola pra frente)

## RESUMO

### CONFIABILIDADE, QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA E ANÁLISE DAS TENSÕES EM CANTONEIRAS DE AÇO FORMADAS A FRIO PARAFUSADAS E SOB EFEITO *SHEAR LAG*

**Autora:** Jéssica Ferreira Borges

**Orientador:** Luciano Mendes Bezerra, Ph.D.

**Coorientador:** Francisco Evangelista Junior, Ph.D.

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, dezembro de 2021**

Nos perfis metálicos que não possuam todas as abas conectadas por parafusos ocorrem efeitos de concentrações de tensões desiguais ao longo da seção transversal. Esse efeito é denominado *shear lag* e vários pesquisadores têm explorado formulações matemáticas para representá-lo. Para considerar o *shear lag*, normas técnicas e trabalhos científicos conceituados na área de conexões em aço utilizam o coeficiente de redução de área líquida ( $C_l$ ) expresso por equações obtidas através de regressão. Este trabalho avalia as incertezas das formulações apresentadas no EN 1993:2005 (2005a), apresentadas também por Paula, Bezerra e Matias (2008), ABNT NBR 14762:2010 (2010), AISI:2016 (2016) e por Pereira (2020). Tais formulações são escritas em termos das geometrias das conexões e da aleatoriedade de algumas outras variáveis. Para isso, foi contabilizada a dispersão das predições de ruptura por área líquida aplicando-se testes de aderência. Também foram realizadas análises de sensibilidade e experimentos estocásticos por LHS (ou HLS - Simulação por Hipercubo Latino). Dessa forma, foi possível estabelecer orientações para projetistas em relação a assertividade de cada predição considerando diferentes configurações geométricas das ligações parafusadas de cantoneiras formadas a frio. Também foi realizada a calibração das equações propostas para garantir a confiabilidade necessária para tornar a predição um valor de projeto, segundo recomendações do EN1990:2002. Em paralelo às análises citadas, 29 modelos numéricos foram discretizados e validados através do Método dos Elementos Finitos (MEF), por meio do programa *Abaqus*<sup>®</sup>, com o intuito de investigar a resposta estrutural da conexão sob tração e o contato entre parafusos e chapas conectadas até a ruptura da seção líquida. Para isto, foi considerado um modelo elasto-plástico para o aço, bem como as suas propriedades de comportamento ao dano dúctil e a plasticidade usando o modelo de Johnson-Cook. Com os resultados obtidos das análises, foi possível observar que não há uma variável única que controle o efeito de *shear lag*. Entretanto, foi possível concluir que o aumento do número de seções conectadas traz menor incerteza aos modelos. Ficou também estabelecido que para tornar os modelos matemáticos mais precisos, mais atenção deve ser dada às conexões com duas seções de conectores parafusados. Também se concluiu que a equação de Paula, Bezerra e Matias (2008) apresentou menor coeficiente para a calibração, demonstrando que ela possui boa representatividade matemática. Nota-se ainda que o EN 1993:2005 instrui um uso de coeficiente de minoração inferior ao encontrado com o conjunto de dados usados nesta pesquisa. Os resultados do modelo computacional pelo MEF tiveram êxito na consideração da teoria do dano dúctil de Johnson-Cook, com valores numéricos de força última e deslocamento na ruptura razoavelmente compatíveis com os resultados experimentais. As tensões e deformações numéricas apresentaram comportamento próximo para cantoneira de abas iguais e abas desiguais, com um decréscimo acentuado de valor de intensidade de tensão em pontos mais afastados do perímetro do furo do parafuso. Em todas as abas desconectadas ( $b_d$ ) houve um ponto de inflexão nos valores de tensão normal a uma distância de  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{2} b_d$  da borda livre, após se atingir a não linearidade física das tensões na aba conectada ( $b_c$ ). No caso de duas linhas de parafusos por seção transversal, toda a  $b_c$  apresentou concentrações de tensão próximas.

**Palavras-chave:** Ruptura por seção líquida. Quantificação de incerteza. Confiabilidade estrutural. Análise de tensões. *Shear lag*.

## ABSTRACT

### RELIABILITY, UNCERTAINTY QUANTIFICATION AND STRESS ANALYSIS IN COLD-FORMED BOLTED STEEL ANGLE UNDER SHEAR LAG EFFECT

**Author:** Jéssica Ferreira Borges

**Advisor:** Luciano Mendes Bezerra, Ph.D.

**Co-advisor:** Francisco Evangelista Junior, Ph.D.

**Postgraduat program in Structural Engineering and Construction**

**Brasília, December of 2021**

Shear lag occurs when steel profiles do not have all legs appropriately connected by bolts, resulting in unequal stress distributions. Many researchers have looked into mathematical representations of the shear lag phenomenon. Standards and notable scientific papers in the field of steel connections use the net area reduction coefficient ( $C_t$ ) expressed by regression equations to account for shear lag. This study will assess the formulations presented in EN 1993:2005 (2005a), as well as Paula, Bezerra, and Matias (2008), ABNT NBR 14.762:2010 (2010), AISI:2016 (2016), and Pereira (2020). The geometries of the connections and the random uncertainties of some other variables are used to express such formulations. For the assessment of the presented formulations, the dispersion of the net section rupture predictions were considered for adherence tests, sensitivity analyses, and stochastic experiments were also performed by LHS (*Latin Hipercubo Simulation*). In this way, it was possible to establish guidelines to designers with respect to the assertiveness of each prediction considering different geometric configurations of cold-formed steel angle bolted connections. The proposed equations were also calibrated to ensure the reliability required for use in design, as per EN1990:2002 recommendations. In addition to the aforementioned analyses, 29 numerical models were discretized and validated using the Finite Element Method (FEM) and the Abaqus<sup>®</sup> software to investigate the structural response of the connection under traction and the contact between bolts and surfaces until the net section rupture. An elasto-plastic model for steel, as well as its properties for ductile damage and plasticity behavior using the Johnson-Cook's plasticity model, was considered in the FEM. From the FEM results, it was possible to observe that there is no single variable that can control alone the shear lag effect. However, it is possible to conclude that as the number of connected sections grows, the model's uncertainty decreases. It was also determined that, in order to improve the accuracy of mathematical models, more attention should be paid to connections involving two bolted sections. It was also determined that the equation of Paula, Bezerra, and Matias (2008) had the lowest calibration coefficient, indicating that it is mathematically representative. It's also worth noting that the EN 1993:2005 specifies a lower reduction coefficient than the one found in this study's data set. The FEM results were successful in considering the ductile damage theory of Johnson-Cook plasticity, with numerical values of ultimate stress, rupture load, and displacement that were reasonably compatible with the experimental results. For angles with equal legs and unequal legs, the numerical stresses and strains showed similar behavior, with a significant decrease in stress intensity value for points away from the bolt hole borders. After the physical nonlinearity of stresses in the connected leg was achieved, there was an inflection point in the normal stress values at a distance of 1/4 to 1/2 of the disconnected leg ( $b_d$ ) from the free edge of all disconnected legs. All connected leg ( $b_c$ ) showed similar stress concentration in the case of two rows of bolts per cross section.

Key words: Net section rupture. Uncertainty Quantification. Reliability Structural. Stress Analysis. *Shear lag*.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E HISTÓRICO.....	1
1.2	MOTIVAÇÃO .....	5
1.3	OBJETIVOS .....	5
1.3.1	Objetivos específicos.....	6
1.4	ORIGINALIDADE.....	7
1.5	PUBLICAÇÕES .....	8
1.6	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	8
2	ESTADO DA ARTE .....	10
2.1	RUPTURA POR SEÇÃO LÍQUIDA .....	10
2.2	MODELOS NUMÉRICOS PARA CONEXÕES .....	15
2.3	QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA E VEROSIMILHANÇA .....	17
3	REVISÃO TEÓRICA.....	21
3.1	RUPTURA POR SEÇÃO LÍQUIDA .....	21
3.2	MODELO NUMÉRICO EM ELEMENTOS FINITOS.....	24
3.2.1	Abaqus/Explicit .....	25
3.2.2	Modelo constitutivo.....	28
3.3	INCERTEZAS, REGRESSÃO E CONFIABILIDADE .....	33
3.3.1	Método de regressão .....	34
3.3.2	Análise de sensibilidade .....	37
3.3.3	Análise de incerteza.....	39
3.3.4	Método de Monte Carlo ( <i>MMC</i> ).....	41
3.3.5	Confiabilidade estrutural .....	43
4	METODOLOGIA .....	47
5	QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA E CONFIABILIDADE BASEADAS EM EXPERIMENTOS E NAS PREDIÇÕES .....	50
5.1	BANCO DE DADOS .....	51
5.2	INCERTEZAS NOS MODELOS DE PREDIÇÃO .....	53
5.3	ADERÊNCIA ENTRE AS $P_{EXP}$ E $P_{PRED}$ .....	60
5.4	PARÂMETROS ESTÁTISTICOS DAS VARIÁVEIS .....	66
5.5	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E CORRELAÇÃO DAS VARIÁVEIS.....	69
5.6	QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA POR LHS.....	73
5.7	HOMOGENEIDADE DE FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE .....	76
5.8	CONFIABILIDADE - VALOR DE PROJETO .....	79
5.9	RESUMO.....	88
6	ANÁLISE DE TENSÕES NUMÉRICAS EM CANTONEIRAS CONECTADAS POR PARAFUSOS.....	91

6.1	CARACTERIZAÇÃO DO MODELO .....	91
6.1.1	Geometria e formas de contato .....	91
6.1.2	Modelo Constitutivo .....	94
6.1.3	Malha de elementos finitos.....	95
6.1.4	Condições de contorno .....	96
6.2	VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO .....	96
6.2.1	Modelo numérico considerando regime elasto – plástico .....	97
6.2.2	Modelo numérico considerando o dano na plastificação .....	123
6.2.3	Avaliação da modelagem numérica das cantoneiras .....	132
6.3	ANÁLISE DE TENSÕES .....	134
6.3.1	Cantoneira A121 – L50x2.23 .....	134
6.3.2	Cantoneira A131 – L50x2.26 .....	140
6.3.3	Cantoneira A141 – L50x2.25 .....	147
6.3.4	Cantoneira E131 – L50x100x2.58.....	153
6.3.5	Cantoneira F131 – L80x100x2.34 .....	158
6.3.6	Cantoneira B232 – L80x3.53 .....	163
6.3.7	Tensão longitudinal normalizada.....	169
6.4	RESUMO.....	170
7	CONCLUSÕES .....	173
7.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	175
	REFERÊNCIAS .....	177
	APÊNDICE A .....	188
	APÊNDICE B.....	191
	APÊNDICE C.....	193

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 – Linhas de tensões na área efetiva na região de conexões com influência do comprimento da conexão (à esquerda) e com a modificação do comprimento da conexão (à direita). (Fonte: FAKURY, SILVA, CALDAS, 2016). .....	1
Figura 2-1 – Modo de ruptura por seção líquida (YU; LABOUBE, 2010).....	10
Figura 2-2 – Forma do modelo e parâmetros de incerteza na modelagem multi-escala (Adaptado de WANG, MCDOWELL, 2020).....	18
Figura 2-3 – Técnicas para metamodelos (Adaptado de Simpson <i>et al</i> (2001)). .....	18
Figura 3.1 – Tensão vs deformação na região plástica, método de aproximação <i>Abaqus</i> <sup>®</sup> (Fonte: Adaptado de Dassault Systèmes Simulia Corp., 2011). .....	31
Figura 3.2 – Dano em material dúctil no gráfico tensão vs deformação (Fonte: Adaptado de Dassault Systèmes Simulia Corp., 2011). .....	31
Figura 3-3 – Algoritmo proposto do Método de Monte Carlo considerando distribuições não normais e correlação. Fonte: BORGES (2016). .....	42
Figura 3-4 – Índice de confiabilidade relacionado a um estado limite último para uma referência de período de um ano. Fonte: BORGES (2016).....	43
Figura 4-1 – Metodologia de estudo de resultados estatísticos. ....	47
Figura 4-2 – Metodologia de estudo de resultados numéricos. ....	49
Figura 5-1 – Configuração geométrica das conexões (a) seção transversal da cantoneira (b) com uma linha de conectores e (c) com duas linhas de conectores.....	50
Figura 5-2 – Porcentagem de ruptura por seção líquida para os casos ensaiados por Paula (2006) e o número de seções conectadas para <i>a</i> ) 1 seção (1 NS), <i>b</i> ) 2 seções (2 NS), <i>c</i> ) 3 seções (3 NS) e <i>d</i> ) 4 seções (4 NS).....	52
Figura 5-3 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de EN 1993. ....	54
Figura 5-4 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de Paula, Bezerra e Matias (2008). ....	54
Figura 5-5 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de ABNT NBR 14762:2010. ....	55
Figura 5-6 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de AISI:2016.....	56
Figura 5-7 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de Pereira (2020).....	56
Figura 5-8 – Desvio padrão da dispersão de predição ( $\sigma_\omega$ ) a) 1 seção conectada, b) 2 seções conectadas, c) 3 seções conectadas e d) 4 seções conectadas. ....	57
Figura 5-9 – Índice $C_i$ para os ensaios.....	58
Figura 5-10 – Índice $C_i$ experimentais para os ensaios. ....	59
Figura 5-11 – Gráfico da função densidade acumulada (CDF) para a força de ruptura experimental e predição por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com uma seção conectada .....	62
Figura 5-12 – Gráfico da função densidade acumulada (CDF) para a força de ruptura experimental e predição por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com 2 seções conectadas.....	63
Figura 5-13 – Gráfico da função densidade acumulada (CDF) para a força de ruptura experimental e predição por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com 3 seções conectadas.....	64
Figura 5-14 – Gráfico da função densidade acumulada (CDF) para a força de ruptura experimental e predição por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com 4 seções conectadas.....	65
Figura 5-15 – Gráfico da função densidade ( $f(P)$ ) para a força com todas as seções.....	66

Figura 5-16 – Função densidade acumulada ( $CDF(x)$ ) da $P_{exp}$ para os perfis $L 50x50$ , $L 80x80$ e $L 100x100$ , as linhas contínuas são as distribuições generalizadas de valor extremo. ....	67
Figura 5-17 – Função densidade acumulada ( $CDF(x)$ ) da $t$ para 2.25, 3.35 e 3.75, as linhas contínuas são as distribuições Gamma. ....	67
Figura 5-18 – Função densidade acumulada ( $CDF(x)$ ) da $C_t$ , aproximada de uma normal. ....	68
Figura 5-19 – Análise de sensibilidade global ( $S_i$ ) para os resultados experimentais ( $P_{exp}$ ). ....	69
Figura 5-20 – Matriz de dispersão de variáveis conforme a densidade de $C_t$ , $b_c$ , $b_d$ , $t$ , NS e NFs. ....	70
Figura 5-21 – Matriz de dispersão de variáveis conforme a densidade de $C_t$ , $f_u$ , Exc. e $b_d$ . ....	70
Figura 5-22 – Matriz de dispersão de variáveis conforme a densidade de $C_t$ , $b_c/b_d$ , $NS*Exc./L$ e $f_u/f_y$ . ....	71
Figura 5-23 – Função densidade da equação de estado limite $g(\mathbf{X})$ com 1 furo por seção transversal para (a) 1 seção (b) 2 seções, (c) 3 seções e (d) 4 seções conectadas. ....	74
Figura 5-24 – Função densidade da equação de estado limite $g(\mathbf{X})$ com 2 furos por seção transversal para (a) 1 seção, (b) 2 seções, (c) 3 seções e (d) 4 seções conectadas. ....	74
Figura 5-25 – Função densidade da equação de estado limite $g(\mathbf{X})$ para (a) 1 seção (b) 2 seções, (c) 3 seções e (d) 4 seções conectadas. ....	75
Figura 5-26 – Função densidade da equação de estado limite $g(\mathbf{X})$ . ....	76
Figura 5-27 – Área da função densidade da função desempenho inferior ao valor limite para 1 furo por seção transversal. ....	77
Figura 5-28 – Área da função densidade da função desempenho inferior ao valor limite para 2 furos por seção transversal. ....	77
Figura 5-29 – Área da função densidade da função desempenho inferior ao valor limite para conjunto para número de seções conectadas. ....	78
Figura 5-30 – Área da função densidade da função desempenho inferior ao valor limite para todo o conjunto. ....	78
Figura 5-31 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) todos os ensaios do caso A. ....	80
Figura 5-32 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com os ensaios do caso A apenas os de 1 NS. ....	82
Figura 5-33 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com os ensaios do caso A para 2 NS. ....	84
Figura 5-34 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com os ensaios do caso A para 3 NS. ....	85
Figura 5-35 – Coeficientes de minorações, $\gamma$ , para as formulações e conjuntos avaliados. ....	87
Figura 5-36 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com os ensaios do caso A para 4 NS. ....	87
Figura 6.1 – Modelo experimental laboratorial. Fonte: (PAULA, 2006). ....	92

Figura 6.2 – Dimensões ( <i>mm</i> ) das partes do modelo numérico (a) parafuso, (b) chapa <i>gusset</i> e (c) cantoneira. ....	93
Figura 6.3 – Destaque, unitário, das interações de contatos entre as superfícies. ....	93
Figura 6.4 – Valores de tensão e deformação verdadeiros do COR 420 e pontos do modelo trilinear. ....	94
Figura 6.5 – Elementos finitos no modelo numérico.....	96
Figura 6.6 – Condição de contorno para o ensaio de tração.....	96
Figura 6.7 – Curva <i>P vs d</i> experimental e simulação MEF A131. ....	97
Figura 6.8 – Deformada cantoneira A131 para o modelo numérico e foto do experimental, respectivamente. ....	98
Figura 6.9 – Modelo A131 com velocidade de 0.03 m/s (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).....	98
Figura 6.10 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira A131 (a) os três furos mais próximos da aplicação da carga e (b) os três furos mais próximos ao apoio. ....	99
Figura 6.11 – Curva <i>P vs d</i> experimental e simulação MEF A141. ....	100
Figura 6.12 – Tensões Von Mises e deformada da cantoneira A141 (em Pa). ....	101
Figura 6.13 – Deformada da cantoneira A141 modelo computacional e experimental. ...	101
Figura 6.14 – Curva <i>P vs d</i> experimental e simulação MEF B212. ....	102
Figura 6.15 – Deformada MEF do modelo B212 e foto do experimental.....	102
Figura 6.16 – Modelo B222 com velocidade de 0.03 m/s (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).....	103
Figura 6.17 – Perfil de tensões axiais nas seções dos furos da cantoneira B212 (a) a seção de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) a seção de furos mais próximos ao apoio. ....	103
Figura 6.18 – Curva <i>P vs d</i> experimental e simulação MEF B222. ....	104
Figura 6.19 – Deformada MEF do modelo B222 e foto do experimental.....	104
Figura 6.20 – Modelo B222 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).....	105
Figura 6.21 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B222 (a) os dois furos mais próximos da aplicação da carga e (b) os dois furos mais próximos ao apoio. ....	105
Figura 6.22 – Curva <i>P vs d</i> experimental e simulação MEF F121.....	106
Figura 6.23 – Deformada MEF do modelo F121 e foto do experimental. ....	107
Figura 6.24 – Modelo F121 com velocidade de 0.03 m/s (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).....	107
Figura 6.25 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira F121 (a) os dois furos mais próximos da aplicação da carga e (b) os dois furos mais próximos ao apoio. ....	108
Figura 6.26 – Curva <i>P vs d</i> experimental e simulação MEF F131.....	108
Figura 6.27 – Deformada MEF do modelo F131 e foto do experimental. ....	109
Figura 6.28 – Modelo F131 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).....	109
Figura 6.29 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira F131 (a) as três seções de furos mais próximas da aplicação da carga e (b) as três seções de furos mais próximas ao apoio.....	110
Figura 6.30 – Deformada MEF do modelo F141 e foto do experimental. ....	111

Figura 6.31 – Modelo F141 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).....	111
Figura 6.32 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira F141 (a) os quatro furos mais próximos da aplicação da carga e (b) os quatro furos mais próximos ao apoio. ....	112
Figura 6.33 – Curva $P$ vs $d$ experimental e simulação MEF B221 X1.....	113
Figura 6.34 – Deformada MEF do modelo B221 X1 e foto do experimental.....	113
Figura 6.35 – Modelo B221 X1 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa). ....	114
Figura 6.36 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B221 X1 (a) as duas seções de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) as duas seções de furos mais próximos ao apoio. ....	114
Figura 6.37 – Curva $P$ vs $d$ experimental e simulação MEF B231 X1.....	115
Figura 6.38 –Deformada MEF do modelo B231 X1 e foto do experimental.....	116
Figura 6.39 – Modelo B231 X1 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa). ....	116
Figura 6.40 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B231 X1 (a) as três seções de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) as três seções de furos mais próximos ao apoio. ....	117
Figura 6.41 – Curva $P$ vs $d$ experimental e simulação MEF B211 X2.....	118
Figura 6.42 –Deformada MEF do modelo B211 X2 e foto do experimental.....	118
Figura 6.43 – Modelo B211 X2 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa). ....	119
Figura 6.44 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B211 X2 (a) a seção de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) a seção de furos mais próximos ao apoio. ....	120
Figura 6.45 – Curva $P$ vs $d$ experimental e simulação MEF B221 X2. ....	121
Figura 6.46 –Deformada MEF do modelo B221 X2 e foto do experimental.....	121
Figura 6.47 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B221 X2 (a) as três seções de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) as três seções de furos mais próximos ao apoio. ....	122
Figura 6.48 – Modelo B221 X2 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa). ....	122
Figura 6.49 – Deformação na borda do furo indicando uma compressão na interface de contato com o parafuso. ....	124
Figura 6.50 – Curva $P$ vs $d$ experimental e simulação MEF A121. ....	124
Figura 6.51 – Deformada do modelo A121 (a) numérico elasto-plástico, (b) numérico com dano e (c) experimental. ....	125
Figura 6.52 – Modelo A121 e os resultados de (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).....	126
Figura 6.53 – Desenvolvimento de dano e da deformação plástica equivalente no modelo A121. ....	126
Figura 6.54 – Curva $P$ vs $d$ experimental e simulação MEF B232. ....	127
Figura 6.55 –Deformada do modelo B232 (a) numérico elasto-plástico, (b) numérico com dano e (c) experimental. ....	128
Figura 6.56 – Modelo B232 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).....	128

Figura 6.57 – Critério de dano e comportamento da deformação plástica equivalente no modelo B232. ....	129
Figura 6.58 – $P$ vs $d$ MEF do modelo B242. ....	130
Figura 6.59 – Deformada MEF do modelo B242 (a) numérico elasto-plástico, (b) numérico com dano e (c) experimental. ....	130
Figura 6.60 – Critério de dano e comportamento da deformação plástica equivalente no modelo B242. ....	131
Figura 6.61 – Modelo B242 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa). ....	131
Figura 6.62 – Dispersão dos valores de força máxima experimental e numérica .....	132
Figura 6.63 – Identificação (a) seções de corte e (b) orientações de eixos locais (z – axial longitudinal e x - axial transversal) e de orientação de coordenada de distância do corte. ....	134
Figura 6.64 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1 e no (b) furo 2 na cantoneira A121, para diferentes forças. ....	135
Figura 6.65 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\epsilon)$ ) no (a) furo 1 e (b) furo 2 na cantoneira A121, para diferentes forças. ....	136
Figura 6.66 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1 e (b) furo 2 na cantoneira A121, para diferentes forças. ....	137
Figura 6.67 – Seção de tensões de Von Mises ( $\sigma_{Von Mises}$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_{Von Mises}/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1 e (b) furo 2 na cantoneira A121, para diferentes forças. ....	137
Figura 6.68 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A121, para diferentes forças. ....	138
Figura 6.69 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A121, para diferentes forças. ....	139
Figura 6.70 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) no $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira A121, para diferentes forças. ....	139
Figura 6.71 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) no $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira A121, para diferentes forças. ....	140
Figura 6.72 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira A131, para diferentes forças. ....	141
Figura 6.73 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\epsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira A131, para diferentes forças. ....	142
Figura 6.74 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira A131, para diferentes forças. ....	143
Figura 6.75 – Seção de tensões de Von Mises ( $\sigma_{Von Mises}$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_{Von Mises}/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira A131, para diferentes forças. ....	144
Figura 6.76 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A131, para diferentes forças. ....	145
Figura 6.77 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A131, para diferentes forças. ....	145
Figura 6.78 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira A131, para diferentes forças. ....	146

Figura 6.79 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira A131, para diferentes forças. ....	146
Figura 6.80 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\varepsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2, (c) furo 3 e (d) furo 4 na cantoneira A141, para diferentes forças. ....	147
Figura 6.81 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2, (c) furo 3 e (d) furo 4 na cantoneira A141, para diferentes forças. ....	148
Figura 6.82 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2, (c) furo 3 e (d) furo 4 na cantoneira A141, para diferentes forças. ....	149
Figura 6.83 – Seção de tensões de Von Mises ( $\sigma_{Von Mises}$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_{Von Mises}/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2, (c) furo 3 e (d) furo 4 na cantoneira A141, para diferentes forças. ....	150
Figura 6.84 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A141, para diferentes forças. ....	151
Figura 6.85 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A141, para diferentes forças. ....	151
Figura 6.86 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) no meio da altura e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira A141, para diferentes forças. ....	152
Figura 6.87 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) no $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira A141, para diferentes forças. ....	152
Figura 6.88 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira E131, para diferentes forças. ....	154
Figura 6.89 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\varepsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira E131, para diferentes forças. ....	155
Figura 6.90 – Cantoneira E131 deformada experimental. ....	155
Figura 6.91 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira E131, para diferentes forças. ....	156
Figura 6.92 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira E131, para diferentes forças. ....	156
Figura 6.93 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira E131, para diferentes forças. ....	157
Figura 6.94 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira E131, para diferentes forças. ....	157
Figura 6.95 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira E131, para diferentes forças. ....	158
Figura 6.96 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira F131, para diferentes forças. ....	159
Figura 6.97 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\varepsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira F131, para diferentes forças. ....	160
Figura 6.98 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira F131, para diferentes forças. ....	161
Figura 6.99 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira F131, para diferentes forças. ....	161

Figura 6.100 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira F131, para diferentes forças. ....	162
Figura 6.101 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira F131, para diferentes forças.....	162
Figura 6.102 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira F131, para diferentes forças. ....	163
Figura 6.103 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira B232, para diferentes forças. ....	164
Figura 6.104 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\epsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira B232, para diferentes forças. ....	165
Figura 6.105 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira B232, para diferentes forças. ....	166
Figura 6.106 – Seção de tensões de Von Mises ( $\sigma_{Von\ Mises}$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_{Von\ Mises}/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira B232, para diferentes forças. ....	166
Figura 6.107 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) nas seções longitudinais no centro dos furos da cantoneira B232, para diferentes forças.....	167
Figura 6.108 – Deformação logarítmica (LE) nas seções longitudinais no centro dos furos da cantoneira B232, para diferentes forças. ....	168
Figura 6.109 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na $\frac{1}{2} b_d$ e (b) a $\frac{1}{4} b_d$ da borda livre da cantoneira B232, para diferentes forças.....	168
Figura 6.110 – Tensão normalizada nas seções transversais de conectores de 9 cantoneiras. ....	169

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5-1– Características especiais de ensaio (adaptado PAULA, 2006).....	51
Tabela 5-2– Quantidade de dados para os casos ensaiados, o modo de ruptura e quantidade de seções.....	52
Tabela 5-3– Média e desvio padrão de $\omega$ para dos casos estudados. ....	58
Tabela 5-4– Média, desvio e coeficiente de variação para as predições. ....	59
Tabela 5-5– KS-test entre os dados experimentais e de predição. ....	60
Tabela 5-6 – Goodness of fit entre os dados experimentais e de predição com NRMSE para todos os casos. ....	61
Tabela 5-7 – Máxima verossimilhança (MLE) e parâmetros estatísticos estimados. ....	61
Tabela 5-7– Parâmetros estatísticos. ....	68
Tabela 5-9– Matriz de correlação, C. ....	72
Tabela 5-10 – Matriz de correlação razão de variáveis, CCt.....	72
Tabela 5-11– Parâmetros estatísticos avaliação para valores de projeto, EN 1990:2002. ..	81
Tabela 5-12– Parâmetros estatísticos avaliação de valores de projeto, EN 1990:2002, desprezando condição de única seção conectada. ....	83
Tabela 5-13– Parâmetros estatísticos avaliação valores de projeto, EN 1990:2002, considerando 2 seções conectadas. ....	83
Tabela 5-14– Parâmetros estatísticos avaliação de valores de projeto, EN 1990:2002, considerando 3 seções conectadas.....	86
Tabela 5-14– Parâmetros estatísticos avaliação de valores de projeto, EN 1990:2002, considerando 4 seções conectadas.....	86
Tabela 5-16– Resumo das metodologias de avaliações estatísticas e os melhores modelos de predições.....	90
Tabela 6.1 – Propriedades dos materiais .....	95
Tabela 6.2 – Resumo de eficiência do modelo computacional .....	133
Tabela C.1 – Propriedades geométricas e forças últimas experimentais (BOLANDIM; BECK; MALITE, 2013; CARRIL; YU; LABOUBE, 1995; PAULA, 2006; PEREIRA, 2020; TEH; GILBERT, 2014a; YIP; CHENG, 2000).....	193

## LISTA DE SÍMBOLOS

### DECIMAL

- . Divisão de unidade decimal

### LATINOS

- $A_e$  Área líquida efetiva
- $A_g$  Área bruta
- $A_n$  Área líquida
- $b$  Coeficiente de inclinação da reta entre dados experimentais e de predição
- $b_c$  Comprimento da aba conectada
- $b_{cn}$  Comprimento líquido da aba conectada
- $b_d$  Comprimento da aba desconectada
- $C$  Matriz de correlação de variáveis
- $C'$  ou  $R$  Matriz de correlação de variáveis corrigida para variáveis normais
- $c_d$  Velocidade de onda dilatacional
- $CDF$  Função densidade acumulada
- $C_t$  Coeficiente de redução de área líquida
- $C_{t,exp}$  Coeficiente de redução de área líquida experimental
- $d$  Diâmetro do conector
- $D$  Dano
- $D_0^{el}$  Tensor de rigidez elástica
- $D_1$  a  $D_5$  Constante de Johnson Cook
- $\Delta\tau$  Variação do tempo
- $e$  Distância do centro do furo à borda mais próxima
- $E$  Módulo de Young
- $e_2$  Distância entre a borda e o furo perpendicular a ação da força
- $f(.)$  Função densidade de probabilidade
- $F(.)$  Função densidade de probabilidade acumulada
- $\mathbf{f}(.)$  Vetor de valores conhecidos dos experimentos
- $F_0$  Teste de hipótese
- $F_0$  Teste de significância
- $f_m$  Fator de escala de massa
- $F_p$  Força de aperto
- $f_u$  Resistência última
- $f_y$  Tensão de escoamento
- $g$  Espaçamento de centro a centro dos furos
- $g$  Fluxo potencial
- $G$  Módulo de elasticidade transversal
- $g_{rt}$  e  $r_t$  Resistência de predição
- $H_{i,a}$  Parâmetro de endurecimento
- $h_{i,a}$  Lei de endurecimento
- $I$  Matriz identidade
- $F^I$  Vetor de forças internas
- $k$  Número de variáveis em fatorial
- $K$  Módulo volumétrico
- $\underline{K}$  Fator de porca
- $L$  Comprimento da conexão
- $L_{min}$  Dimensão mínima do elemento da malha

$m$	Número de simulações
$M^{NJ}$	Matriz de massa
$n$	Número de experimentos
$NMSE$	Erro normal médio quadrático
$p$	Pressão hidrostática
$P$	Força modelo numérico
$p_1$	Espaçamento entre os conectores na direção paralela à força
$p_2$	Espaçamento entre os conectores na direção perpendicular à força
$P_{exp}$	Força experimental
$P_{EXP}$	Força experimental
$p_f$	Probabilidade de falha
$P^J$	Vetor de força aplicada
$p_m$	Número de momentos estatísticos
$P_{PRED}$	Força predição
$Q$	Desvio padrão do logaritmo do produto de $r_i$ e $\delta$
$q$	Tensão equivalente de Von Mises
$\underline{Q}$	Desvio padrão do logaritmo do produto de $r_i$ e $\delta$
$Q_{rt}$	Desvio padrão do logaritmo da resistência de predição
$\underline{Q}_{rt}$	Desvio padrão do logaritmo da resistência de predição
$Q_\delta$	Desvio padrão do logaritmo do erro
$\underline{Q}_\delta$	Desvio padrão do logaritmo do erro
$r$	Razão entre o número de furos na seção e o total de conectores
$R^2$	Coefficiente de regressão
$R^2_{adj}$	Coefficiente de regressão ajustado
$r_d$	Resistência de projeto
$r_e$	Resistência experimental
$r_k$	Resistência característica
$R_N$	Resistência nominal
$S$	Desvio padrão amostral
$\mathbf{S}$	Tensor desviador
$S_i$	Fator de sensibilidade
$SS_E$	Somatória do quadrado dos erros
$SS_R$	Somatória do quadrado dos erros da regressão
$SS_T$	Somatória do quadrado dos erros total
$t$	Espessura da chapa
$T$	Temperatura de deformação
$T$	Torque
$T_m$	Temperatura média
$T_{ref}$	Temperatura de referência
$u$	Dobro da distância entre a borda e o furo perpendicular a ação da força
$u^N$	Deslocamento do grau de liberdade N
$\ddot{u}^N$	Aceleração do nó do elemento
$\ddot{u}^N_i$	Aceleração do incremento
$V_{X_i}$	Coefficiente de variação da variável, $X_i$
$V_\delta$	Coefficiente de variação do erro relativo
$\mathbf{w}$	Vetor de combinação de variáveis
$x_k$	Variáveis de entrada
$\bar{x}$	Centroide
$\hat{Y}$	Resposta de saída ou <i>output</i>
$\hat{y}$	Predição de saída

$z_i$  Ponto no espaço normal padrão  
 $\bar{Y}$  Média da predição

## GREGOS

$\beta$	Índice de confiabilidade
$\beta_2$	Coefficientes de distância entre conectores EN 1993
$\beta_3$	Coefficientes de distância entre conectores EN 1993
$\beta_k$	Coefficientes da equação
$\beta_{TARGET}$	Índice de confiabilidade alvo
$\gamma$	Fator de minoração da resistência
$\delta_i$	Erro de predição propagado relativo
$\varepsilon$	Erro do modelo
$\varepsilon_u$	Deformação última do material
$\varepsilon_{nom}$	Deformação nominal
$\varepsilon_{verdadeira}$	Deformação verdadeira
$\dot{\varepsilon}^{el}$	Taxa de deformação elástica
$\dot{\varepsilon}^{pl}$	Taxa de deformação plástica
$\varepsilon_{vol}$	Deformação volumétrica
$\epsilon$	Deformação desviadora
$\xi$	Taxa de deformação plástica equivalente
$\varepsilon_{PEEQ}^{pl}$	Deformação plástica equivalente
$\bar{\varepsilon}_f$	Deformação de fratura
$\eta$	Tensão triaxial
$\lambda$	Vetor de interpolação
$\dot{\lambda}_i$	Taxa de deformação no tempo
$\hat{\lambda}$	Constante de Lâmen do material
$\mu_{xi}^N$	Média equivalente do ponto xi no espaço normal
$\mu$	Média
$\hat{\mu}$	Constante de Lâmen do material
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho$	Densidade do material
$\rho_{xi,xj}$	Correlação de Pearson
$\Sigma$	Matriz de covariância entre os resultados dos metamodelos já simulados
$\Sigma_\varepsilon$	Matriz de covariância da média dos erros intrínsecos
$\sigma_{xi}^N$	Desvio padrão equivalente do ponto $x_i$ no espaço normal
$\sigma_{nom}$	Tensão normal nominal
$\sigma_{verdadeira}$	Tensão normal verdadeira
$\sigma$	Tensor de tensão normal
$\sigma^2$	Variância
$\sigma_x$	Tensão normal longitudinal
$\sigma_z$	Tensão normal transversal
$\sigma_{Von Mises}$	Tensão Von Mises
$\Phi$	Função densidade acumulada de uma distribuição normal padrão
$\phi$	Função densidade de probabilidade de uma distribuição normal padrão
$\omega$	Razão entre valores de predição e experimental

## LISTA DE ABREVIACOES

AISC	<i>American Institute of Steel Construction</i>
AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
ASCE	<i>American Society of Civil Engineers</i>
ASD	<i>Allowable Stress Design</i>
CC	Classe de confiabilidade
CDF	Função densidade acumulada
CV	Coeficiente de variação
Dist.	Distribuição probabilística
DUCTCRT	Crítério de dano dúctil
EN	<i>European Standard</i>
Exc.	Excentricidade para o centroide do perfil cantoneira
JCSS	<i>Joint Committee on Structural Safety</i>
KS	Komogorov-Smirnov teste
LE	Deformação logarítmica máxima
LHS ou HLS	Simulação Hipercubo Latino
LRFD	<i>Load and Resistance Factor Design</i>
MCMC	Markov cadeia de Monte Carlo
MLE	Máxima verossimilhana
MMC	<i>Método de Monte Carlo</i>
NBR	Norma Brasileira
NFs	Número de furos por seção
NS	Número de seoes conectadas
<i>pdf</i>	Função densidade de probabilidade
PEEQ	Deformação plástica equivalente
R.S.L.	Ruptura por seção líquida
SA	Análise de sensibilidade
vs	Versus

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E HISTÓRICO

As estruturas metálicas têm sido cada vez mais utilizadas devido à agilidade na construção e ao baixo peso próprio dos perfis quando comparado a outros materiais. Outra vantagem é que o aço, por ser um material industrializado, possui menor variabilidade em suas propriedades. Apesar de todas as vantagens estabelecidas anteriormente, as regiões das conexões são os pontos mais propensos à ruptura devido à concentração de tensões e à transposição dos esforços (KULAK; FISHER; STRUIK, 1988; SALMON; JOHNSON; MALHAS, 2009).

As conexões podem ser realizadas com parafusos, soldas e rebites. A conexão com parafusos é muito utilizada devido à facilidade de execução, à montagem e à desmontagem. Mas, algumas vezes, não são realizadas por todas as abas do perfil e as tensões são amplificadas devido à transferência de esforços para a aba conectada (Figura 1-1), que denomina o fenômeno de *shear lag*. Outro fato que torna essa região a mais propensa à ruptura é a diminuição da seção transversal e à amplificação da tensão devido à presença dos furos (TEH; ASCE; GILBERT, 2013). Este aumento de tensão em bordas de furos já foi estudada pela teoria clássica da mecânica da fratura, usando funções de Airy, para obter a concentração de tensão em uma chapa submetida a tração com um furo (ANDERSON, 2005; HERTZBERG, 1995; NGUYEN-HOANG; BECKER, 2020).

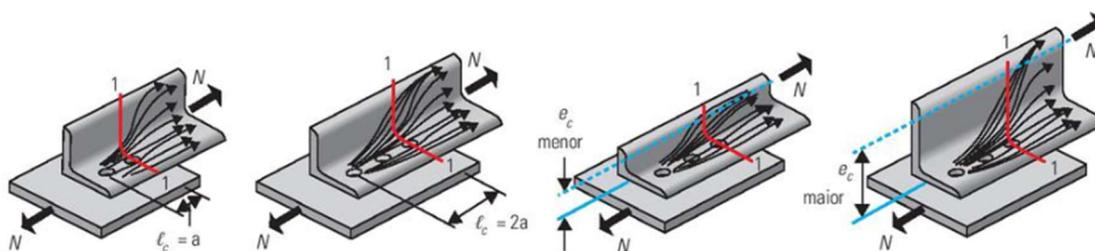


Figura 1-1 – Linhas de tensões na área efetiva na região de conexões com influência do comprimento da conexão (à esquerda) e com a modificação do comprimento da conexão (à direita). (Fonte: FAKURY, SILVA, CALDAS, 2016).

Para compreender o comportamento de ruptura das conexões, pesquisadores (CARRIL; YU; LABOUBE, 1995; PAULA, 2006; PEREIRA, 2020; TEH; GILBERT, 2012; TEH; YAZICI, 2013; YIP; CHENG, 2000) realizaram ensaios experimentais para que ocorresse um aparecimento de fissura em alguma seção transversal do perfil, denominada ruptura por seção líquida (*R.S.L.*), modificando a geometria das conexões em diferentes ligas de aço (Figura 1-1). Dispondo dos valores experimentais é possível calcular a razão entre a força experimental e a força resultante da área líquida estimando coeficientes, denominados coeficientes de redução

de área líquida ( $C_t$ ), que multiplicam a área líquida da seção ( $A_n$ ) para torná-la uma área efetiva ( $A_e$ ). Por meio de processos de regressão é possível obter equações de predição para o  $C_t$  que aplicará essa redução de capacidade da cantoneira sob tração.

As pesquisas em *R.S.L.* têm sido desenvolvidas para diferentes formatos de perfis e posicionamento dos conectores, mas o perfil cantoneira (também conhecido como perfil  $L$ ) é muito estudado, pois as suas conexões são em grande parte assimétricas, possuindo uma não linearidade de tensões (CARRIL; YU; LABOUBE, 1995). Desta forma, as tensões na vizinhança dos conectores se concentrarão mais na aba conectada, mas precisam ser transmitidas aos conectores sem causar cisalhamento do parafuso ou fratura na seção conectada. Ressalta-se que é fundamental a compreensão e a previsibilidade da força última, pois a ruptura da conexão pode ocasionar uma falha pontual ou de todo o sistema, como no caso da ponte I-35W em Minneapolis (ELLIOTT, 2019).

As formas de ruptura das peças conectadas por parafuso são pesquisadas desde a década de 1960, com relatos na literatura sobre experimentos para a predição de uma equação para cada modo de ruptura (MUNSE; CHESSON, 1963). Posteriormente, o trabalho de Carril, Yu e LaBoube (1995) definiu uma nova formulação de predição de ruptura por seção líquida (*R.S.L.*) e também efetuou um conjunto de dados experimentais. Yip e Cheng (2000) também realizaram uma série de experimentos para perfis cantoneira, definindo equações para reduzir a área líquida em área efetiva por meio do  $C_t$ .

O banco de dados experimentais de *R.S.L.* em perfis cantoneira teve um aumento significativo com o trabalho de Paula (2006) e com o acréscimo de quase 150 ensaios avaliando as possíveis variáveis que podem influenciar este sistema, como o torque, o uso de arruela, a punção, ou o posicionamento do furo quanto às bordas do perfil. As pesquisas desenvolvidas por Teh (TEH; ASCE; GILBERT, 2013; TEH; GILBERT, 2014a; TEH; YAZICI, 2013) abordaram o fenômeno de *shear lag* com diferentes configurações experimentais dos conectores, tanto para perfis em cantoneira, quanto para perfis  $U$ .

Bolandim, Beck e Malite (2013) também estudaram a ruptura por seção líquida de perfis cantoneira e perfis  $U$  avaliando a propagação dos erros de predição e a confiabilidade das equações da NBR 14.762:2001 e da AISI:2010. As pesquisas vêm representando o efeito nessas conexões da influência da elevação de temperatura (CHO et al., 2021) para diferentes tipos de liga metálica (MOŽE; BEG; LOPATIČ, 2007; SALIH; GARDNER; NETHERCOT, 2013) e a representação dessas rupturas por modelos numéricos (FLEITAS et al., 2020; MOŽE; BEG; LOPATIČ, 2007; PEREIRA, 2020; SALIH; GARDNER; NETHERCOT, 2010). Ressalta-se que para o modelo de elementos finitos há inúmeras considerações como velocidade de

incremento de força e o contato entre a chapa metálica e os conectores, o que torna complexa a convergência do modelo.

Em outra perspectiva, diversos trabalhos vêm caracterizando modelos de ductilidade para o aço para inserir nos modelos de elementos finitos e conseguir caracterizar com precisão a região de falha. As relações de microfraturas no início do dano no aço com o comportamento das tensões tornam os modelos de plasticidade complexos, pois são diferentes para cada tipo de liga metálica (BAO, 2003, 2005). Várias metodologias foram desenvolvidas vinculando a triaxialidade de tensão com a deformação de fratura para diferentes aços (JUN; ZENG JIE; MING JING, 1991; MIRZA; BARTON; CHURCH, 1996; WANG et al., 2019; YUE et al., 2021). Como há diferentes relações de tensões triaxiais com a deformação para cada tipo de ruptura (tração, compressão ou cisalhamento), todos os materiais demandam uma série de experimentos para caracterização de suas propriedades (CELENTANO; CHABOCHE, 2007; LEMAITRE, 1985; LEVANGER, 2012), e na falta desses dados podem ser utilizados outros modelos de plasticidade ou danos no material.

Outra vertente é o uso do método de energia para abertura de fratura e dano do material (XIANG et al., 2017). Johnson e Cook (1985) desenvolveram uma metodologia para relacionar a deformação de fratura a diferentes taxas de deformação, temperatura e pressão. Umbrello, M'Saoubi e Outeiro (2007) avaliaram a influência da definição das constantes do modelo de Johnson-Cook na simulação em elementos finitos. Com os modelos validados é possível realizar um estudo do comportamento dessas concentrações de tensões e os danos por meio do uso de modelo numérico.

Tais pesquisas auxiliam na compreensão do comportamento das conexões metálicas em diferentes situações. Hancock (2016) ressalta o aumento de estudos em aço formado a frio, o que julga ter fundamento na ampliação do uso de sistemas de construções modulares. No perfil formado a frio alguns aspectos auxiliam na resistência, pois devido ao processo de fabricação existem tensões residuais do processo de dobra e perfuração do perfil. Assim, o processo de fabricação do aço formado a frio aumenta a vida útil, principalmente quando submetido à fadiga (MAXIMOV; DUNCHEVA; GANEV, 2012).

Com o banco de dados disponível na literatura (CARRIL; YU; LABOUBE, 1995; PAULA, 2006; TEH; GILBERT, 2014a; TEH; YAZICI, 2013; YIP; CHENG, 2000) de resultados experimentais de *R.S.L.*, torna-se possível o conhecimento da dispersão das variáveis e também a realização de modelos experimentais estatísticos para caracterizar a incerteza e avaliar a sensibilidade das diversas variáveis do problema. Mas, com o avanço computacional, é possível realizar experimentos no espaço probabilístico de cada variável, aumentando o banco

de resultados e podendo definir a variabilidade do resultado final de cada equação de predição (BORGES et al., 2020).

Dessa forma, os métodos de simulação estocásticos têm sido grandes aliados na definição de comportamentos das predições, sendo possível inserir as incertezas que são divididas em duas linhas: a epistêmica, composta por ocorrências que se consegue definir, pelo fato de ser ocultado ou simplificado algum aspecto (por exemplo, considerações matemáticas de aproximação), e a vertente que diz respeito à aleatoriedade que pode ser compreendida por meio de aproximações estatísticas (variabilidade das propriedades dos materiais), ou seja, elas serão propagadas (KLEIJNEN, 2015).

Inserindo a aleatoriedade das variáveis nas predições dos códigos normativos, Borges et al. (2020) concluíram que as formulações apresentam média distinta da função densidade experimental. Outro resultado de destaque foi a diferença do desvio da dispersão da densidade para uma ou duas linhas de conectores, sendo que os valores experimentais se dispersam muito mais que os valores preditos. As principais formulações relatadas para  $C_t$  foram desenvolvidas na metodologia de regressão múltipla com minimização de resíduos, mas normalmente se aplica em todo o conjunto de dados experimentais, sendo que os projetistas não compreendem qual a geometria que obteria maior precisão na predição.

Por esse motivo, para considerações de projeto, faz-se necessário estudos mais minuciosos sobre as incertezas que as predições podem causar, como a realizada por Može (2020), que conseguiu visualizar regiões e aplicações em que o modelo apresenta maiores dispersões (incertezas). Outra teoria que vem sendo aplicada em sistemas complexos são os metamodelos, que se baseiam em traçar superfícies que consigam capturar as incertezas das variáveis, que normalmente em equações algébricas são consideradas como valores determinísticos, não considerando suas variações e as correlações com a geometria.

Segundo Chen, Shen e Liu (2018), incorporar a incerteza das variáveis nos modelos numéricos de elementos finitos torna os experimentos mais realísticos. Além disso, os autores consideram a validação do erro do modelo baseado no intervalo de incerteza da variável, atualizando o modelo de elementos finitos, corroborando para a importância da consideração probabilística das variáveis do problema, ou seja, as incertezas aleatórias.

Cursi e Sampaio (2015) relatam a importância da consideração das incertezas das variáveis para uma correta consideração da confiabilidade deste sistema. Por esse motivo, para considerações de projeto se faz necessário estudos mais minuciosos sobre essa incerteza que as predições podem resultar, como a realizada por Može (2020).

A calibração para garantir a confiabilidade do modelo de predição é especificada em todos os códigos de projeto. O ideal seria seu valor ser especificado juntamente com a formulação, mas nem sempre é. Desta forma, ocorre que os valores convertidos em valores de projeto podem ser superestimados ou subestimados. Uma das metodologias utilizadas para essa avaliação é a do EuroCode, EN1990:2002, que apresenta uma teoria de conversão de valores característicos em valores de projeto considerando a variação das variáveis envolvidas e dos valores experimentais, sendo possível obter os valores com a confiabilidade necessária.

## **1.2 MOTIVAÇÃO**

Com base na complexidade do modelo e das informações extraídas de um ensaio físico foi necessário averiguar quais variações poderiam ocorrer que influenciariam em mudança de comportamento dos modelos de predição matemáticos, ou quanto a incerteza das variáveis poderia ocasionar uma dispersão não segura no sistema. Com os avanços computacionais, tornou-se comum o projeto de simulação de experimentos para averiguar essas possibilidades (FERRETTI; SALTELLI; TARANTOLA, 2016; IYAPPAN; GANGULI, 2020; MEHDAD; KLEIJNEN, 2018; MOŽE, 2020).

Com a vasta bibliografia descrita, comprova-se a importância do estudo deste fenômeno não linear de ruptura de seção líquida. As formulações levam em conta parâmetros geométricos para aplicar uma redução na capacidade de carga do perfil estrutural, entretanto a variabilidade que o número de seções conectadas pode aplicar ao modelo ainda não foi apresentada em nenhuma pesquisa.

Também foi averiguada qual a modificação do comportamento dos perfis de tensão quando a peça está com diferentes taxas de carregamento em cada seção transversal conectada, o que significou a observação de instantes em que o material está em regime elástico ou plástico. Essa motivação se deu devido à diferença das deformações nos furos em cada seção transversal, o que já foi visto nas fotos experimentais (PAULA, 2006; PEREIRA, 2020).

## **1.3 OBJETIVOS**

Diante do exposto, a pesquisa objetivou avaliar as equações de predições por meio dos dados experimentais dos trabalhos de Pereira (2020), Teh e Gilbert (TEH; ASCE; GILBERT, 2013; TEH; GILBERT, 2014a), Paula (2006), Yip e Cheng (2000) e Carril, Yu e LaBoube (1995) sobre cantoneiras conectadas com parafuso em uma aba. Com base nesses dados foi avaliada a dispersão e o comportamento esperado das variáveis de predição e das equações dos principais códigos normativos.

Foi compreendido o comportamento das variáveis de predição e da variação que elas podem inserir no sistema por meio do método de simulação estocástico, utilizando a amostragem por Hipercubo Latino na geração de milhares de pontos computacionais. Assim, cada variável foi considerada com sua distribuição probabilística, média e coeficiente de variação, e foram inseridas as incertezas de aleatoriedade das variáveis para avaliar a predição com o número de seções conectadas e com todo o conjunto amostral.

A diversificação dessas avaliações resultou em melhores escolhas para as equações de predição conforme o número de seções conectadas. Também demonstra para qual tipo de configuração de projeto as equações de predição apresentam melhor desempenho. Foi possível avaliar se a consideração da incerteza dos parâmetros realiza alguma alteração na qualidade da predição, bem como foi realizada a calibração das predições de acordo com o EN 1990, de modo a garantir a segurança necessária para o uso de cada equação na predição do projeto.

Além disso, buscando uma análise das tensões nas bordas dos furos foi utilizada a teoria de elementos finitos para simulação computacional do ensaio de tração e mensuração das tensões em diferentes incrementos de carregamentos. Esse resultado foi validado com a curva força *vs* deslocamento experimental.

Dessa forma, foi factível compreender e aferir as deformadas e tensões do corpo de prova. Na maioria das vezes não é viável contabilizar em ensaios experimentais os perfis de tensões, pois em alguns pontos é inexecutável a instalação de *strain gages*, como abaixo da cabeça do parafuso. Além disso, a instrumentação aumenta consideravelmente o custo financeiro do experimental, tornando-se mais uma vantagem do modelo numérico.

Também foi aplicada a teoria do dano por meio da deformação de fratura, definindo o valor da tensão triaxial para a deformada de fratura e os coeficientes do critério de Johnson-Cook para o aço COR-420. Com o modelo de ruptura por seção líquida validado foi possível o uso do modelo de elementos finitos para auxílio na determinação de novas geometrias para projetos, permitindo avaliar a possível causa de ruptura do elemento.

### **1.3.1 Objetivos específicos**

Os objetivos específicos da pesquisa são:

- Tratar os resultados experimentais para definir as propriedades estatísticas das variáveis;
- Aquilatar as equações propostas para a previsão de ruptura por seção líquida;

- Realizar simulação computacional por amostragem hipercubo Latino (*LHS*) em simulação computacional para inserir a incerteza das variáveis nas formulações matemáticas;
- Analisar a sensibilidade da força de ruptura (força última) com as variáveis;
- Realizar a calibração de um coeficiente de segurança para as equações propostas;
- Simular as conexões com parafusos em perfis tipo cantoneira no *software Abaqus*<sup>®</sup>;
- Simular o ensaio de tração das conexões pelo modelo explícito do *Abaqus*<sup>®</sup>;
- Aferir as tensões e as deformações em seções especificadas para compreensão da não linearidade física e geométrica do *shear lag*;
- Aplicar a teoria de ductilidade dos metais (Tensão triaxial e critério de Johnson-Cook) para inserir o dano no modelo numérico.

#### 1.4 ORIGINALIDADE

Neste trabalho foi realizado um estudo estocástico com um vasto banco de dados de ensaios de ruptura por seção líquida, em perfis cantoneira formadas a frio, e com a união dos resultados experimentais de diferentes autores se amplificou os tipos de aço (diferentes  $f_u/f_y$ ) da amostra. Realizou-se a calibração para as equações de Paula, Bezerra e Matias (2008) e Pereira (2020) a fim de tornar esses os valores de projeto, sendo uma avaliação pioneira. Também foi feita a calibração das equações normativas com esse banco de dados.

Por fim, há também a parcela de contribuição com a descrição da metodologia de elaboração de modelo numérico para ensaio de tração das cantoneiras conectadas por parafusos. Os modelos numéricos realizados neste trabalho trazem maior complexidade à análise, pois incorporam dano ao material, contato entre as superfícies e são representados em um modelo explícito (quase-estático). Ressalta-se que em trabalhos estudados na literatura sobre ruptura por seção líquida em cantoneiras não há nenhuma implementação com o aço COR 420. A maioria dos estudos só considera o regime elasto-plástico do material. Com isto, o presente trabalho fornece um subsídio acerca da consideração de dano e eliminação de elementos da malha de elementos finitos, com a incorporação de propriedades do material da cantoneira nos modelos de danos dúcteis e de Johnson-Cook, definidos e aplicados no aço COR 420.

Também foi explorada a variação de tensões e deformações nas seções próximas aos conectores, buscando compreender a influência da não linearidade física e geométrica nas seções transversais, como identificar as regiões em que há maior intensidade de tensão para diferentes geometrias de cantoneiras por meio da avaliação de tensão normalizada.

## 1.5 PUBLICAÇÕES

Uma das contribuições científicas foi a publicação de artigo na revista *Advances in structural engineering*, no ano de 2020, volume 23, intitulado de “*Reliability and uncertainty quantification of the net section tension capacity of cold-formed steel angles with bolted connections considering shear lag*”, que foi uma das etapas ao longo deste trabalho (BORGES et al., 2020).

A avaliação computacional fruto dessa tese resultou na incorporação de um capítulo no livro: *Coleção Desafios das Engenharias: Engenharia de Computação*, da Atena Editora, intitulado de "Influência do número de seções de conectores na eficiência da ruptura por seção líquida em cantoneira de chapa dobrada" (BORGES et al., 2021).

Este estudo também produziu o artigo para o XXXVIII *Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*, do ano de 2017, intitulado por “Evolução da predição de carga de ruptura de perfis de aço em chapa dobradas conectadas por parafuso” (BORGES; BEZERRA; EVANGELISTA JR, 2017).

Além dessas publicações, também há o artigo “Resistência de conexões parafusadas a ruptura de seção líquida em aço formado a frio”, que foi submetido à *Revista da Estrutura de Aço*.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

A organização da tese se dá em sete capítulos, sendo que o capítulo 1 se destina a apresentação do contexto histórico de *shear lag*, da evolução de métodos computacionais estocásticos e numéricos, indicando a relevância da pesquisa e a sua motivação.

No capítulo 2 é apresentada uma breve revisão bibliográfica das pesquisas na área de ruptura de conexões e as metodologias utilizadas nas suas avaliações, ressaltando o avanço e o modo de abordagem do problema. Também é descrito o avanço na literatura para as metodologias de quantificação de incerteza e verossimilhança, que tornam os sistemas mais fidedignos. Posteriormente é realizada uma pesquisa sobre as modelagens numéricas e o seu desenvolvimento quase-estáticos e as condições de contorno aplicadas no sistema. O capítulo retrata, ainda, o uso de modelos de danos em elementos finitos.

No capítulo 3 é apresentada uma revisão teórica sobre os principais temas utilizados nessa tese, sendo que o primeiro subtópico trata das equações de predições para a ruptura por seção líquida, com as principais abordagens, que são o código europeu, o norte-americano, o brasileiro e duas equações do grupo de pesquisa da Universidade de Brasília que ainda não se encontram em nenhum código, mas apresentam excelência em seus resultados, dando

seguimento com partes teóricas que constam no *software Abaqus*<sup>®</sup> e que são de fundamental importância para o modelo.

A teoria envolvida nas metodologias de quantificação de incerteza, nos métodos de regressão e na confiabilidade das predições também está disposta no capítulo 3. É abordada a simulação para propagação de incertezas e a metodologia estabelecida pelo EN 1990:2002 para garantir a confiabilidade de projeto. No capítulo 4 é descrita a metodologia utilizada nesta tese.

Nos capítulos 5 e 6 os resultados da pesquisa são apresentados. O capítulo 5 apresenta as avaliações de modelos de predição e os valores experimentais. Para isso, são utilizadas diferentes metodologias buscando compreender a melhor configuração de projeto para o desempenho da equação. Também é apresentada a calibração para cada equação de modo a atingir a confiabilidade necessária para o projeto.

Os resultados numéricos do modelo de cantoneira com parafusos submetido à tração para atingir a ruptura por seção líquida estão no capítulo 6. Nele são apresentados os resultados para quando se considera apenas o regime elasto-plástico e quando se considera o dano dúctil do material. Ao todo são descritos os resultados de 11 modelos validados para representar diferentes situações, como: a excentricidade dos furos, o número de seções conectadas e o número de furos por seção transversal. Ainda é apresentado o perfil de tensões e deformações nas seções transversais e longitudinais na região da conexão.

O capítulo 7 traz a conclusão sobre os objetivos alcançados e as sugestões para trabalhos futuros. Nos Apêndices há os valores do banco de dados utilizado e os cálculos adotados nas análises estatísticas. Também são demonstrados os resultados de validação de mais 18 modelos numéricos do experimento de tração, para frisar a validade do modelo executado.

No próximo capítulo é apresentada uma breve revisão bibliográfica das principais teorias utilizadas nessa tese.

## 2 ESTADO DA ARTE

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os principais conceitos utilizados nesta tese, iniciando-se pelos estudos do modo de ruptura por seção líquida.

### 2.1 RUPTURA POR SEÇÃO LÍQUIDA

Um dos modos de ruptura das conexões metálicas é a ruptura por seção líquida, que resulta da ruptura por fratura do perfil próximo aos furos dos conectores (YU; LABOUBE, 2010), conforme a Figura 2-1. Na região das conexões a distribuição de tensões não é uniforme, tendo em vista que nessa região deve ocorrer a transferência dos esforços para os conectores, além disso, com a presença dos furos a área na seção transversal da peça será menor, tornando-se uma região de importância para o projeto, pois uma ruptura na conexão pode ocasionar a ruptura de todo o sistema.

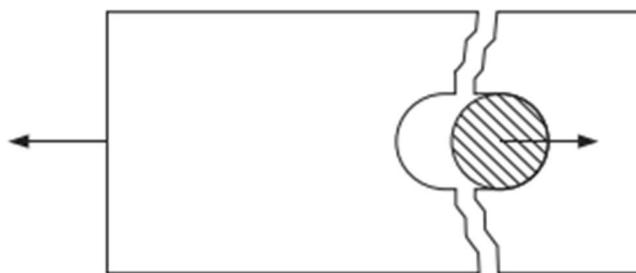


Figura 2-1 – Modo de ruptura por seção líquida (YU; LABOUBE, 2010).

Estudos têm sido desenvolvidos para encontrar uma equação que represente a carga de ruptura da seção contabilizando a não uniformidade e a amplificação de tensão nas proximidades do furo. Por meio da realização de ensaios os pesquisadores buscam compreender esse fenômeno de ruptura e as principais variáveis dependentes. Alguns trabalhos que podem ser citados são Pereira (2020), Teh e Gilbert (TEH; ASCE; GILBERT, 2013; TEH; GILBERT, 2012, 2013, 2014a), Teh e Yazici (2013), Yu e LaBoube (2010), Paula, Bezerra e Matias (2008), Pan (2004), Maiola et al. (2002), Yip e Cheng (2000), Kulak e Wu (1997) e LaBoube, Carril e Yu (1994).

Maiola et al. (2002) realizaram ensaios de perfil cantoneira e perfil *U* conectando todos os membros ou não para avaliar a efetividade da resistência à ruptura do perfil. Para conexões realizadas parcialmente nos membros da seção, o  $C_t$  representou menores valores. Se todos os

elementos dos perfis forem conectados esse valor é 1.00 e neste trabalho aconselhou um valor de 0.90. A equação de predição da *AISI:1996* foi avaliada com os resultados experimentais concluindo que os valores de predição na maioria dos casos foram menores que o valor experimental. Assim, essa equação representa valores a favor da segurança, mesmo com grande dispersão.

No estudo do efeito *shear lag* em perfil cantoneira, Pan (2006) realizou 24 ensaios com conexões realizadas apenas em uma aba, concluindo que as tensões na aba conectada serão sempre maiores que na aba desconectada. A norma britânica apresentou uma discrepância com os valores experimentais e concluiu que as redes neurais conseguem prever os valores de força última de ruptura dos perfis.

O trabalho de Paula (2006) realizou 158 experimentos em perfis cantoneira de aço formado a frio, COR 420. Nos ensaios considerou variações de uso de arruela, aplicação de torque, furo realizado por punção, deslocamento dos furos na aba na direção das bordas, conexões em abas diferentes. Para essa avaliação usou 1 a 4 seções conectadas, com 1 ou 2 linhas de parafuso por seção transversal. Também realizou uma avaliação numérica utilizando o *software Ansys*<sup>®</sup>, na qual considerou o parafuso como uma restrição rígida na cantoneira.

Outro material que foi ensaiado foi o perfil em aço inox (tipo 14306 e 14016) conectado com parafusos. O trabalho de Salih, Gardner e Nethercot (2010) retrata as principais diferenças entre o comportamento do aço inox e o aço carbono. Modelos numéricos foram elaborados para verificar quais os principais fatores que afetam a ruptura por seção líquida para esse material, pois as equações utilizadas são as mesmas das normas para aço formado a frio e inox, EN 1993-1-3 e EN 1993-1-4, respectivamente. Também trabalharam modificando as características geométricas dos conectores para avaliar a distribuição e a ruptura pela seção líquida. Os pesquisadores concluíram que a ductilidade do aço inox é suficiente para garantir a redistribuição de tensões antes da fratura e que para esse tipo de material não é necessário utilizar uma equação de redução da eficiência da seção líquida. O estudo retrata a ductilidade ou a fragilidade do material e os aspectos da mecânica da fratura. Posteriormente, foi analisada a confiabilidade do sistema para definir o valor do coeficiente de minoração da resistência do mesmo.

Outro pesquisador que desenvolveu as equações para representar a não linearidade dessas conexões foi Teh, Professor da *University of Wollongong*, que publicou diversas pesquisas com diferentes perfis e geometrias. Iniciando a série de publicações, Teh e Gilbert (2012) examinaram as equações das normas americana, europeia e australiana com os dados experimentais de diferentes seções. Concluíram que algumas normas subestimavam o valor de

ruptura, e para corrigir propuseram novas equações para diferentes conexões. As principais variáveis deste artigo são o diâmetro do conector e o comprimento da chapa conectada.

Maximov, Duncheva e Ganev (2012) realizaram estudos de fadiga dos conectores com ruptura por seção líquida. Na pesquisa, eles defendem que ocorre um aumento de vida útil do elemento devido à tensão residual, essa contribuição foi observada em ensaios analisados com raios-x e depois simuladas em elementos finitos. Considerando que a tensão residual irá aumentar a segurança das estruturas sob tração, não deve ser apreciada. Nos experimentos ainda foram realizados os furos por punção, que aumentam a parcela de tensão residual, e em alguns casos utilizaram conectores que se expandem quando inseridos. Assim, eles desenvolveram uma técnica de contato e aplicação dos conectores para que houvesse um incremento de tensão residual que aumentasse o tempo de vida na fadiga, e conseguiram comprovar a eficiência dessa metodologia. Essa abordagem visa à melhoria da vida de fadiga da seção transversal em conexões parafusadas por meio do fechamento de fraturas existentes, impedindo o surgimento de novas fraturas.

No ano seguinte, Teh, ASCE e Gilbert (2013) apresentaram o trabalho em que foram realizados 61 ensaios com o perfil cantoneira conectados apenas por uma aba, o aço utilizado foi o G450. Os ensaios contêm perfis cantoneira de abas iguais e desiguais. A equação proposta utiliza fatores para representar o cisalhamento no plano e fora dele, além do efeito de momento devido ao comprimento da conexão. A equação apresentada foi baseada na equação proposta para perfis *C* desenvolvida pelos mesmos autores em 2013 (TEH; GILBERT, 2013).

No caso de perfis cantoneira com abas diferentes, Teh e Gilbert (2014a) propuseram outra equação, pois esse modo de conexão é muito utilizado devido às disposições construtivas. Os ensaios foram realizados com perfis de pequeno comprimento, utilizados como conectores entre a placa *Gusset* e o perfil *I* da estrutura. A equação é derivada do trabalho de perfis cantoneira de única aba conectada e no caso de abas iguais o valor dependerá apenas da excentricidade da conexão. Os autores conseguiram provar, comparando as equações dos outros artigos e dos códigos, que o comprimento da peça entre as conexões não afetará sua resistência.

Girão Coelho, Mottram e Harries (2015) produziram experimentos e modelagens computacionais no *Abaqus*<sup>®</sup> de conexões parafusadas em compósito polimérico de fibra de vidro para reforço. Eles modificaram a espessura da placa, o espaçamento de centro a centro dos furos (*g*) e a distância do centro do furo à borda mais próxima (*e*), especificando os valores ótimos dessas distâncias para ruptura por seção líquida. Foram encontradas também equações que representam a influência desses parâmetros na tensão de ruptura com coeficientes de regressão de até 0.98.

O trabalho de Tajeuna et al. (2015) avalia experimental e numericamente os parâmetros geométricos da ligação entre chapas de alumínio e aço. Nos estudos experimentais, os autores modificaram a distância entre o conector e a borda do perfil, a distância entre as linhas de conectores ou entre as colunas. Eles avaliaram apenas conexões com uma ou duas seções. Para conexões com único conector o espaçamento entre as bordas ótimo é de  $3d$  e  $4d$  e para valores menores a ruptura preponderante é a de esmagamento. Para duas linhas de conectores, única seção, observaram que o parâmetro geométrico para definir o melhor modo de falha é a distância entre os conectores na seção transversal, tendo valor ótimo de  $3d$ . Para a conexão de dois conectores em seções transversais distintas a força de resistência aumentou até estagnar o valor quando aproximou de  $3d$  entre os conectores e  $4d$  entre a borda e o primeiro furo. A deformação fora do plano foi mais significativa nos casos de menor espessura e quando aumentou a distância do conector à borda do perfil.

Hancock (2016) realizou uma revisão sobre os trabalhos que envolvem o aço formado a frio. Para as conexões parafusadas a área que possui mais pesquisa é a de ruptura da seção líquida, pois é o modo de ruptura com maior ocorrência. Logo em seguida, tem-se o modo de ruptura por esmagamento e a ruptura por bloco de cisalhamento, em que ocorre a fratura em uma região à tração e outra é cisalhada. Mas, o autor não relata nenhuma pesquisa com o modo misto de ruptura por seção líquida e por esmagamento.

Ke et al. (2018) realizaram ensaios experimentais em cantoneiras de aço de alta resistência, com espessuras de 6, 8 e 10 mm, instrumentando algumas seções com *strain gages* para aferirem a deformação na aba conectada e na aba desconectada. Houve deformações de compressão na proximidade da borda livre da aba desconectada. Os autores realizaram um modelo numérico no qual as deformações coincidiram com o experimental. Os valores da razão de força última numérica e experimental ficaram com uma média de  $0.96$  e um CV de  $0.02$ .

Nguyen-Hoang e Becker (2020) aplicaram em chapas metálicas a teoria de concentração de tensão na borda de furo (Tensão de Airy) junto com a teoria de distância crítica para a fratura. Os experimentos computacionais ocorreram em materiais compósitos, considerados quase-isotrópicos. No modelo utilizaram a energia de fratura do material computacionalmente para avaliar a não convergência e concluíram que a teoria de distância crítica de fratura e tensão de Airy são eficientes para definir o valor de tensão e a ruptura em chapas com uma relação  $b/d$  menor que 3.

Borges et al. (2020) avaliaram a confiabilidade e as incertezas das normas europeia, brasileira, americana e de Paula, Bezerra e Matias (2008) do cálculo da capacidade de força

última dependente do número de seções conectadas em cantoneiras. Eles retratam em seu trabalho que a aleatoriedade das variáveis causou uma dispersão aproximada no experimental.

Pereira (2020) realizou um conjunto de ensaios em cantoneiras e perfis U conectados com diferentes arranjos e com diferentes tipos de liga de aço. Dessa forma, há um ganho para o conjunto de dados experimentais e uma compreensão da influência da ductilidade do aço na ruptura por seção líquida. Também realizou modelos numéricos que foram validados com os resultados experimentais com excelentes resultados para as duas geometrias.

Além da não linearidade física do material, que é avaliada por meio do emprego de diferentes materiais, a ruptura em conexões com parafusos também é influenciada pela não linearidade geométrica (excentricidade de ensaio e do perfil). Kim et al. (2020) avaliaram a influência da deformação fora do plano em chapas sob tração com 4 conectores, chegando à conclusão de que com esse deslocamento a equação do código Coreano não apresentou boa representatividade, definindo então uma nova equação para essa ruptura no aço inoxidável.

Devido à não linearidade de tensões no fenômeno *shear lag* o seu estudo com elementos finitos vem sendo aprimorado, como pode ser visto nos trabalhos de Sayed (2020a), que realizou a modelagem de cantoneiras conectadas apenas por uma aba avaliando a influência do deslocamento máximo na força última. O autor conclui neste trabalho com modelos numéricos do *ANSYS*<sup>®</sup> que o comportamento das tensões é não linear na aba desconectada.

Em um segundo trabalho, Sayed (2020b) inseriu um entalhe na aba desconectada da cantoneira, ou seja, criou um dano no material. Com a porcentagem de dano nessa aba conseguiu definir uma equação para prever a redução da capacidade de força da cantoneira considerando esse dano. Nestes dois trabalhos a conexão entre *gusset* e cantoneira foi por restrição de corpo rígido entre os elementos, para simular uma solda.

Jiang, Tan e Zhao (2021) realizaram ensaio em chapas de aço de alta resistência com furos intercalados para procederem ao estudo desse comportamento. Para conseguirem fazer estudos paramétricos validaram um modelo numérico em elementos finitos obtendo êxito no caminho da fratura numérica e experimental. Concluíram também que, para ruptura em zig-zag, as expressões do código Australiano e Europeu predizem melhor as rupturas no caso de dois furos intercalados ao invés de três furos.

Como visto, os trabalhos mais recentes na área de predição de força de ruptura pela seção líquida estão baseados em ensaios experimentais, métodos de regressão não linear e análise de equilíbrio estático. Há pesquisas que estudam a concentração de tensões na borda dos furos em chapas, já apresentando o quão complexo é esse fenômeno. Na busca por uma compreensão deste fenômeno a análise de elementos finitos validada consegue oferecer

algumas informações, mas para obtê-las experimentalmente precisa-se de equipamentos de difração, os quais são poucos acessíveis. No próximo tópico são apresentados alguns estudos sobre o tema.

## 2.2 MODELOS NUMÉRICOS PARA CONEXÕES

A simulação computacional utilizando o método de elementos finitos (*MEF*) é uma excelente ferramenta para análise de modelos complexos. Essa teoria já foi testada e avaliada em diversas pesquisas que conseguiram modelar o numérico para equivaler ao experimental. Na área de perfis de aço com conexões de parafusos vale citar os trabalhos de Kulak e Wu (1997), Lee e Wu (2000), Maiola (2002), Pan (2006, 2004), Paula (2006), Salih, Gardner e Nethercot (2010), Maximov, Duncheva e Ganev (2012), Teh e Yazici (2013), Fontes (2020) e Pereira (2020). Esses e mais alguns trabalhos validaram os resultados experimentais com os numéricos por meio de programas como *Abaqus*<sup>®</sup> e *Ansys*<sup>®</sup>.

No caso de conexões, além dos valores de acréscimo de carga, variação de deslocamento ou qualquer outra condição a considerar para conseguir representar um gráfico força por deslocamento similar, faz-se necessária a consideração do contato, que são formulações complexas e com altas probabilidades de não convergência. Algumas inconsistências no modelo de elementos finitos no *Abaqus*<sup>®</sup> têm sua solução apresentada em Boulbes (2020).

Os estudos numéricos quando validados com o experimental auxiliam no avanço de estudos paramétricos para melhor compreensão de deformações e concentração de tensões nas regiões de conexões. Os trabalhos desenvolvidos por Ke et al. (2018) e Sayed (2020a) validaram a medida de deformações numéricas em diferentes posições da cantoneira com valores experimentais de *strain gages*. Dessa forma, confirmam que além dos modelos de replicação e expansão de dados um modelo numérico bem validado pode auxiliar na compreensão de efeitos de concentrações em toda a extensão da peça, o que no experimento físico traria um elevado custo para a instrumentação.

Fleitas et al. (2020) realizaram a validação do modelo de elementos finitos em perfis cantoneira submetido à tração. Utilizaram o *Abaqus*<sup>®</sup> aplicando carregamento para atingir a curva de força vs deslocamento e aplicaram as propriedades de não linearidades do material e contato entre as partes, com isso, conseguiram o mesmo comportamento da deformada e de escoamento da ruptura por seção líquida.

Cho et al. (2021) fizeram a avaliação de mecanismo de falha por bloco de cisalhamento em chapas, implementaram o modelo numérico considerando a não linearidade do material e as suas propriedades de dano quando há variações de temperatura. Consideraram a plasticidade

do material pelo critério de Von-Mises e a regra do fluxo de Prandtl-Reuss para o endurecimento isotrópico.

Elliott, Teh e Asce (2019) modelaram em *Abaqus/Standart*<sup>®</sup> a conexão parafusada para ruptura em bloco de cisalhamento, conseguiram uma boa aproximação na sua curva força vs deslocamento. Como critério de plasticidade e fratura utilizaram a deformação triaxial com a deformação de fratura para o aço T-16. Bao (2005) relata a importância da definição correta entre tensão triaxial e deformação equivalente, pois são os dois fatores mais importantes que governam a fratura, enquanto a tensão e a deformação são efeitos secundários.

Com a ruptura por seção líquida a modelagem por elementos finitos vem sendo trabalhada por diversos pesquisadores. Salih, Gardner e Nethercot (2010) realizaram o modelo numérico para chapas com conectores e ressaltaram que os picos de ruptura do modelo não foram identificados, entretanto a deformação do experimental com o numérico apresentou comportamento similar de estricção. Por meio dos resultados avaliaram o comportamento da deformação plástica equivalente do furo à borda da chapa, resultado complexo de ser avaliado experimentalmente. Nos resultados encontraram um comportamento não linear e decrescente em direção à borda livre, sendo que quanto menor a relação entre a distância do centro do furo e o diâmetro do furo mais assíntota foi essa redução.

Para melhor resultado do comportamento da transferência de esforços, compreende-se que quanto mais o processo se aproximar do efetivado na realidade trará melhores resultados. Assim, para a condição de tração em chapas conectadas é realizado previamente o aperto do parafuso. Vilela et al. (2019) apresentaram o comportamento da tração de conexões com o aperto por um pré-carregamento no parafuso. Eles compararam os resultados obtidos de experimentos de tração e cisalhamento puro, chegando a uma acurácia de 5%. Apresentaram o bulbo de tensões de Von-Mises e a pressão de aperto para o pré-carregamento e concluíram que a metodologia aplicada pode ser facilmente empregada em técnicas de submodelagem.

Dursun e Soutis (2017) realizaram a modelagem em elementos finitos de conectores tipo rebites para avaliarem a influência do aperto da cabeça do parafuso na tensão em torno do furo. Chegaram à conclusão que essa pressão na borda do furo diminui a tensão de tração, sendo uma melhoria de desempenho para situação de fadiga. Também concluíram que o atrito gerado entre as duas chapas conectadas devido ao aperto do parafuso reduz a tensão de flexão, pois introduz um atrito entre as chapas. A estimativa correta desse coeficiente de atrito é de fundamental importância para considerar essas contribuições.

No trabalho de Marcadet e Mohr (2015) foi avaliada a influência da pré-deformação compressiva na abertura de fraturas em peças sob tração. Através da avaliação do campo de

deformação e tensão concluíram que ocorre um aumento significativo de ductilidade para a abertura de fratura, tanto quando se aplica carregamentos monótonos, quanto carregamentos cíclicos.

Kim, Yoon e Kang (2007) realizaram a comparação de quatro metodologias para considerar o aperto do parafuso em elementos finitos, sendo considerado o parafuso sólido. Inseriram elementos de vigas para representarem a restrição dos nós, pré-carregamento prensando as chapas e a restrição dos nós com acoplamento. Citaram as possibilidades como inserção por variação térmica, por aplicação de equação de restrição e por deformação inicial. Ressaltaram que a inserção por deformação inicial foi a aproximação mais direta. Em cada uma das metodologias a tensão próxima à borda do furo apresentou uma diferença entre os modelos, chegando à conclusão de que o modelo sólido apresenta melhores resultados para os casos estudados.

Com base nas pesquisas apresentadas nota-se a importância da modelagem numérica desses elementos, assim como a devida inserção da propriedade dos materiais. Em todas as pesquisas a complexidade do modo de ruptura que envolve normalmente escoamento e depois fratura utilizou mais de um critério de plasticidade e dano para ser representado. Com os estudos de aperto do parafuso foi possível perceber que em todas as situações melhorará a resistência da peça à fratura. Portanto, é um efeito não conservativo, pois aumentará a capacidade de força e é uma característica muito variável devido à falta de controle de intensidade de torque em algumas utilizações de conexões.

Além da complexidade física, também deve ser considerada a variabilidade das propriedades do material, a geometria, a realização do ensaio. Mas com os avanços computacionais, essas incertezas e complexidades têm tido melhores ferramentas para serem quantificadas e otimizadas, melhorando os modelos de regressão. Alguns trabalhos sobre as metodologias utilizadas para quantificar essas incertezas são citados a seguir.

### **2.3 QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA E VEROSIMILHANÇA**

Todo modelo matemático busca representar uma semelhança com o real, sendo quase impossível a determinação do valor exato, principalmente por que os materiais e geometrias sempre possuirão variações. Wang e McDowell (2020) apresentam uma visão geral das formas de incertezas a que os modelos podem estar expostos (Figura 2-2).

Categoria	Fonte	Exemplos
Modelo para a incerteza	Simplificação	Redução de dimensões Separação de escala e física Assumir independência
	Aproximação	Truncamento Tratamento numérico
	Subjetividade	Preferência em modelo Limitação de conhecimento
Parâmetro de incerteza	Dados experimentais	Erro sistemático e aleatório Sensibilidade do modelo
	Premissas do modelo	Incerteza na forma de modelagem Parâmetros de incerteza

Figura 2-2 – Forma do modelo e parâmetros de incerteza na modelagem multi-escala (Adaptado de WANG, MCDOWELL, 2020).

No mesmo trabalho, é apresentada uma coletânea de artigos, de diferentes áreas, que utilizam diversas metodologias de quantificação de incerteza, uma delas é a simulação probabilística, que conseguirá reduzir os erros das variáveis. Outra metodologia para quantificar as incertezas é a verossimilhança da predição com o experimental, que pode ocorrer com os dados experimentais ou simulados. As técnicas de regressão influenciam diretamente no comportamento dos erros de predição.

Simpson et al. (2001) realizaram um comparativo entre as técnicas de regressão e metamodelos. Na comparação realizada é relatado que algumas técnicas estatísticas utilizam apenas modelos, pois desprezam os erros cometidos. Outras geram os metamodelos que consideram o erro como parcela da predição. Os autores destacam que cada metamodelo precisa de uma técnica experimental, uma escolha do modelo e da sua aproximação. Um resumo dessas técnicas de metamodelo é apresentado na Figura 2-3.

Projeto experimental	Modelo de escolha	Modelo de aproximação
Fatorial	Polinomial (linear, quadrático)	Regressão de mínimos quadrados
D-optimal	Linhas (linear, cúbica)	Regressão de mínimos quadrados ponderada
Matriz ortogonal	Realização de processo estocástico	Predição imparcial linear
Híbrido	Função de base radial	Predição linear
Hipercubo latino	Redes neurais	Verossimilhança
Selecionado à mão	Kernel smoothing	Retro-propagação
Seleção aleatória	Árvore de decisão	Entropia

Figura 2-3 – Técnicas para metamodelos (Adaptado de Simpson *et al* (2001)).

A técnica de projeto experimental define a quantidade de pontos e qual o método para obtê-los, o modelo de escolha é como esses valores serão tratados e o método de aproximação

é a metodologia para encontrar os coeficientes da equação. Assim, a combinação de diferentes etapas de análises oferece diferentes metamodelos como superfície de resposta, redes neurais, Kriging, regressão não linear, entre outros (KLEIJNEN; MEHDAD, 2014; SIMPSON et al., 2001).

Iyappan e Ganguli (2020) estudaram a quantificação de incerteza e a multifidelidade (MF) da análise para vigas em vibração pela teoria de elementos finitos da barra de Timoshenko e por Euler-Bernoulli. O objetivo foi avaliar se ainda há alguma tendência nos erros apresentados, pois caso ocorra existem melhorias que podem ser realizadas no modelo de regressão. Utilizaram o método de simulação de Monte Carlo para quantificar as incertezas do modelo, considerando as variações do módulo de Young e da densidade do material. Para avaliarem a fidelidade do modelo utilizaram a média e o desvio da simulação e para avaliarem a MF utilizaram o modelo de elementos finitos com as duas teorias de barras supracitadas, concluindo que o gasto computacional foi menor que a teoria de Timoshenko, chegando a resultados de qualidade similar.

Shi, Chu e Braun (2019) avaliaram a propagação de incerteza das predições de grafeno com as modificações das direções das placas. Para isso, utilizaram o modelo de superfície de Kriging e o método de simulação de Monte Carlo aplicado a elementos finitos. Chegaram à conclusão, baseados no comportamento da função densidade da variabilidade, que o método de simulação é satisfatório para avaliar as incertezas e definir melhores resultados para avaliações dos compósitos de grafeno.

Chen, Shen e Liu (2018) realizaram a avaliação de incerteza em um modelo de massa mola submetido a uma frequência, para isso, realizaram o modelo de elementos finitos no *Ansys*<sup>®</sup> e depois aplicaram a incerteza nas variáveis, considerando um modelo de cúpula para o comportamento das variáveis. Dessa forma, consideraram uma faixa de variação de interesse para o resultado e utilizaram uma densidade não paramétrica de Kernel. Os autores obtiveram resultados com intervalo de confiança de 95%.

Pourreza, Mousazadeh e Basim (2020) aplicaram um método para incorporar as incertezas das propriedades dos materiais, da deterioração e de incremento de carregamentos dinâmicos considerando os ciclos no comportamento momento curvatura de um pórtico metálico. Depois de avaliarem a influência de cada um desses parâmetros no comportamento do pórtico, geraram uma superfície de resposta em combinação com o método de Monte Carlo para realizarem a propagação das incertezas de variações de força e de momento rotação. A conclusão foi de que a capacidade de colapso é altamente influenciada por esses dois fatores.

Na consideração de incertezas, Nannapaneni e Mahadevan (2016) estudaram com qual tipo de distribuição a variável do problema se aproxima utilizando a verossimilhança, depois modelaram o erro dado pela predição por uma distribuição normal. Em seguida, avaliaram a confiabilidade de sistemas considerando incerteza epistêmica, que é o comportamento probabilístico de cada variável do problema, e também a variabilidade do modelo de predição, aplicando-as na técnica de simulação de Monte Carlo (MCS) e FORM. Para uma barra engastada com momento na extremidade, consideraram a variação da resistência do material, do módulo de resistência e do momento fletor aplicado. Dessa forma, usando a MCS, encontraram  $p_f = 0.022$ , desprezando as incertezas epistêmicas encontraram uma  $p_f$  de  $0.001$  por MCS, ficando clara a importância da consideração das incertezas.

Em valores de projeto, essa probabilidade de falha menor que  $0.001$  é obtida através de métodos de calibração, que utilizam os conhecidos fatores de calibração ( $\gamma$ ). Uma das metodologias para o seu cálculo é utilizando o anexo D do EN 1990:2002, que leva em conta a variabilidade dos resultados experimentais. Alguns códigos, como o Europeu e o Brasileiro, utilizam esse coeficiente, que deveria ser calculado para todas as avaliações de estado limite do sistema. Može (2020) define, utilizando a metodologia do EN 1990:2002, os coeficientes de calibração para as funções de resistência de ruptura por seção líquida, bloco de cisalhamento e esmagamento para o aço S700.

Mas para aprimorar este fator inserindo as incertezas epistêmicas, Kang e Tao (2021) desenvolveram uma metodologia estatísticas para expandir o cálculo deste fator de calibração utilizando a teoria de Kriging. Com essa nova metodologia foi possível reduzir o coeficiente de variação do fator de redução.

Com a breve revisão bibliográfica apresentada aqui é possível perceber a importância das incertezas epistêmicas nos modelos e o quanto as teorias podem ser adotadas para otimizar as equações de código para incorporar as incertezas, de modo a atingir melhores predições.

Os métodos computacionais citados auxiliam na compreensão dos efeitos de concentrações de tensões e quanto mais se subdividir o comportamento para averiguar a influência de cada variável e suas dispersões mais certas se terá do modelo, o que pode auxiliar projetistas a realizarem boas escolhas em seus projetos.

No próximo capítulo será realizada uma revisão teórica sobre a ruptura por seção líquida e técnicas de modelagem em elementos finitos.

### 3 REVISÃO TEÓRICA

Este capítulo resume a teoria referente às conexões parafusadas com ruptura por seção líquida em cantoneiras. A seguir, o resumo acompanhado das equações de trabalhos e normas é apresentado e também é relatada parcialmente a teoria que fundamenta a modelagem numérica.

#### 3.1 RUPTURA POR SEÇÃO LÍQUIDA

Normalmente, os trabalhos consideram a força de ruptura ou resistência nominal ( $R_N$ ) pela equação (3.1).

$$R_N = C_t A_n f_u \quad (3.1)$$

Em que  $f_u$  é a resistência última do material,  $A_n$  é a área líquida e  $C_t$  é o coeficiente de fator de não linearidade. Em geral, são efetuados ensaios de modo que a ruptura ocorra pela seção líquida. Com o valor da força de ruptura, é realizado o cálculo do fator *shear lag*,  $C_t$ , que é a razão entre a área líquida efetiva ( $A_e$ ) e a área líquida do perfil, Eq. (3.2). Esse fator reduzirá a força resistente devido à não linearidade da tensão na conexão. Assim, com um banco de dados é possível empregar o processo de regressão pelo método dos mínimos quadrados para obter uma expressão matemática.

$$C_t = \frac{A_e f_u}{A_n f_u} = \frac{P_{exp}}{A_n f_u} \quad (3.2)$$

Em que  $A_e$  é a área líquida efetiva e  $P_{exp}$  é a força experimental. Como o fenômeno da amplificação de tensão ocorre em todas as peças conectadas com parafusos em seções assimétricas, as equações para  $C_t$  precisam ser desenvolvidas para diferentes materiais. Alguns trabalhos avaliam o comportamento de  $C_t$  com diferentes variáveis do processo e definem suas equações.

Yip e Cheng (2000) realizaram ensaios com 23 cantoneiras, além de utilizarem um *software* de elementos finitos para validar os modelos. Em sua análise chegaram à conclusão de que o coeficiente da área de seção líquida efetiva ( $C_t$ ) se relacionava com a razão entre o comprimento da aba ( $b_c$ ) e a espessura da chapa ( $t$ ) e com o diâmetro do conector ( $d$ ), além da excentricidade da aba com o centroide do perfil ( $\bar{X}$ ) e o comprimento da conexão ( $L$ ). A

equação (3.3) apresenta o resultado da regressão dos ensaios para o coeficiente de redução da área líquida.

$$C_t = 1 - 0.085 \left( \frac{\bar{x}}{L} \right)^{0.41} \left( \frac{b_c}{t} \right)^{0.36} \left( \frac{b_c}{d} \right)^{0.51} \quad (3.3)$$

A norma europeia que trata do dimensionamento de estruturas metálicas, o Eurocode (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 2005a, 2005b, 2006a, 2006b), considera que a força de resistência à tração seja determinada no estado limite último. Essa força será o menor valor entre o calculado com a área bruta ( $A_g$ ) e com a área líquida ( $A_n$ ). Com a Equação (3.4) se estima a força de resistência à tração.

$$R_{Nt} \leq \begin{cases} A_g f_y \\ A_n f_u \\ \left( (1 + 3r(d/u - 0.3)) \right) A_n f_u \end{cases} \quad (3.4)$$

Em que  $r$  é a razão entre o número de furos na seção e o total de conectores,  $u$  é duas vezes a distância entre a borda e o furo perpendicular à ação da força ( $e_2$ ), porém nunca superior ao espaçamento entre os conectores ( $p_2$ ), na mesma direção. As outras variáveis já foram especificadas. A equação (3.4) deve ser utilizada para qualquer seção, desde que não haja excentricidade de conexão ou assimetria na conexão. Quando houver, como no caso de perfis cantoneira conectada apenas por uma aba com uma linha de parafusos, o EN 1993 1-3 (2006b), define-se a previsão de ruptura de acordo com o número de seções conectadas, dada pela equação (3.5).

$$R_{Nt} = \begin{cases} 2(e_2 - 0.5d)t f_u & \text{para } 1 \text{ seção} \\ \beta_2 A_n f_u & \text{para } 2 \text{ seções} \\ \beta_3 A_n f_u & \text{para } 3 \text{ ou } + \text{ seções} \end{cases} \quad (3.5)$$

Sendo  $\beta_2$  e  $\beta_3$  coeficientes dependentes da distância entre os conectores na direção paralela à força ( $p_1$ ), especificados na Tabela 3.8 da EN 1993 1-8. Para valores intermediários dos relatados deve ser feita uma interpolação, obtendo para o espaçamento de três vezes o diâmetro um valor de 0.46 para  $\beta_2$  e 0.54 para  $\beta_3$ . Nota-se que esses coeficientes da Eq. (3.5) quando comparados com a Eq. (3.1) representam o  $C_t$ .

Para encontrar uma formulação para o coeficiente de redução da área líquida ( $C_t$ ), Paula, Bezerra e Matias (2008) realizaram uma série de experimentos para, através de regressão, encontrarem uma nova equação para o mesmo. Como previsto, a maioria dos perfis rompeu pela seção líquida e o resultado da regressão é dado pela equação (3.6).

$$C_t = 1.19 - 0.26(\bar{x}/L) - \frac{(0.63b_{cn} + 0.17b_d - 0.47d - 1.70t)}{b_c} \quad (3.6)$$

Em que  $\bar{x}$  é a excentricidade da aba conectada com o centroide do perfil,  $L$  o comprimento da conexão,  $b_{cn}$  a largura líquida da aba conectada,  $b_c$  a largura da aba conectada,  $b_d$  a largura da aba desconectada e  $t$  é a espessura do perfil.

No Brasil, a norma para perfis formados a frio, NBR 14.762 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2010), utiliza a equação do fator de *Shear Lag* dependente da quantidade de conectores. Em peças tracionadas com dois conectores ou mais, na linha de ação da força, a redução da área líquida considera a excentricidade da chapa de ligação com o centroide do perfil ( $\bar{x}$ ) e o comprimento da conexão ( $L$ ), (Eq. (3.7)), sendo que esse valor não deve ser inferior a 0.40 ou superior a 0.90.

$$C_t = 1 - 1.20(\bar{x}/L) \quad (3.7)$$

No caso de conectores em uma única seção, o perfil deve ser tratado como chapa equivalente e o coeficiente  $C_t$  é encontrado pela Eq. (3.8). Para peças conectadas pelas duas abas esse coeficiente valerá 1.

$$C_t = 2.50(d/g) \quad (3.8)$$

Em que  $d$  é o diâmetro do conector e  $g$ , para único conector na seção transversal é o comprimento das abas ou para dois conectores é a distância entre os conectores. Outra consideração é a redução em 10% da área líquida ( $A_n$ ) como apresentado na Eq.(3.9).

$$R_N = C_t 0.9A_n f_u \quad (3.9)$$

As equações da norma brasileira são baseadas no livro do Yu e LaBoube (2010), só que nesta pesquisa não é aconselhável o uso de apenas um conector, invalidando a Eq. (3.8) e a

configuração de único conector. Portanto, nessa metodologia desprezou-se os ensaios com apenas uma seção conectada. Mas a NBR 14.762:2010 continua permitindo a predição para uma única seção transversal.

A próxima equação a ser apresentada é a norte americana, AISI (INSTITUTE AMERICAN IRON AND STEEL, 2016), que trata de perfis formados a frio. A carga de ruptura pela seção líquida dessa especificação deve ser multiplicada por um coeficiente apresentado na Eq. (3.10), que foi obtido no conjunto de trabalhos de Teh e Gilbert (2014a).

$$C_t = \frac{1}{1.1 + \frac{0.5b_d}{b_c + b_d} + 2\left(\frac{\bar{x}}{L}\right)} \quad (3.10)$$

Em que leva em conta na predição a largura da aba conectada ( $b_c$ ), a largura da aba desconectada ( $b_d$ ) e a razão entre a excentricidade e o comprimento da conexão ( $\bar{x}/L$ ). As variáveis são similares às utilizadas por Paula, Bezerra e Matias (2008) e Yip e Cheng (2000).

A pesquisa desenvolvida por Pereira (2020) também buscou, por meio de métodos de regressão, aproximar os resultados de predição para a ruptura da seção líquida. Em seu trabalho realizou um conjunto de ensaios de perfis cantoneiras com diferentes tipos de aço para avaliar a influência da tensão de escoamento com a tensão de ruptura, mas percebeu que não há significância, chegando à conclusão de que esses valores ( $f_u$  e  $f_y$ ) intervêm na definição do modo de ruptura. Por fim, com os seus valores experimentais, aplicou um método de regressão para encontrar uma equação para tal predição (Eq. (3.11)).

$$C_t = 0.65 - 0.44\frac{\bar{x}}{L} + 0.44\left(\frac{t}{b_c + b_d}\right) \quad (3.11)$$

Esse modelo apresentou um bom comportamento de regressão e o conjunto experimental agrega aos pesquisadores devido à qualidade na execução experimental. Essas equações serão analisadas posteriormente com dados experimentais. Na próxima seção é apresentada uma breve revisão teórica sobre modelos numéricos em elementos finitos.

### 3.2 MODELO NUMÉRICO EM ELEMENTOS FINITOS

O método de elemento finito é um método numérico que utiliza equações diferenciais e matriciais para simular efeitos físicos dinâmicos ou estáticos, com variação de forças, calor,

aceleração, fluídos e uma infinidade de comportamentos (BATHE, 2014). Desta forma, através de funções de forma e matrizes constitutivas são obtidos os valores locais resultantes, sendo possível encontrar singularidades e não linearidades.

Para obter resultados coerentes é necessário compreender e aplicar condições geométricas, de contorno e constitutivas para que o conjunto de elementos finitos consiga representar o comportamento real do que se estuda através de modelos matemáticos. Sendo assim, deve-se interpretar e avaliar o modelo físico para aplicar condições de contorno lógicas para empregar corretamente os modelos numéricos (condições estáticas, dinâmicas, variações térmicas e uma infinidade de métodos). Mas como enfatizado por Bath (2014), por mais que o modelo matemático seja refinado, é possível haver algumas particularidades da natureza que não podem ser modeladas, necessitando extrema atenção na análise de resultados.

Khennane (2013) ressalta que os problemas envolvem diversas teorias e que os *softwares* comerciais já tiveram os algoritmos validados, reduzindo a possibilidade de erros com a elaboração de rotinas próprias. Há no mercado uma infinidade de *softwares* desenvolvidos para abranger tais teorias, sendo que neste trabalho optou-se pelo *Abaqus*<sup>®</sup> devido ao destaque de seus excelentes algoritmos de contato.

Por se tratar de um experimento que exige muitos contatos entre superfícies, tornando o processo iterativo e caro computacionalmente, a opção neste trabalho foi o modo explícito. Outro ponto para a escolha do modo explícito foi pela análise quase-estática empregada, com a mesma metodologia de controle de deslocamento da máquina universal que realiza os ensaios de tração. A seguir, são apresentados alguns conceitos e metodologias utilizados no modelo numérico desse estudo. Vale ressaltar que outras teorias trabalharam conjuntamente com as apresentadas (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., 2011).

### 3.2.1 Abaqus/Explicit

A implementação numérica de modo explícito é para avaliar problemas dinâmicos, casos com muitas definições de contatos, casos de grandes deformações e quando as análises ou processos são extremamente descontínuos. Com a finalidade de reduzir a quantidade de incrementos, essa metodologia se baseia no equilíbrio dinâmico (Eq. (3.12)). O modelo é cinemático e para ter eficiência computacional é computada a aceleração do incremento ( $\ddot{u}_i^N$ ) com a diagonal da matriz de massa (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA, 2012a).

$$\ddot{u}_i^N = (M^{NJ})^{-1}(P_{(i)}^J - I_{(i)}^J) \quad (3.12)$$

Em que  $M^{NJ}$  é a matriz de massa,  $P^J$  é o vetor de força aplicada e  $I^J$  é o vetor de forças internas. A matriz de massa é utilizada por ser de fácil inversão, e requer sua aplicação em cada número de graus de liberdade do problema. Para realizar a variação no tempo é utilizada a regra de integração de diferença central, na velocidade do modelo (Eq. (3.13)).

$$\dot{u}_{i+\frac{1}{2}}^N = \dot{u}_{i-\frac{1}{2}}^N + \frac{\Delta t_{i+1} + \Delta t_i}{2} \ddot{u}_{(i)}^N \quad (3.13)$$

Realizando a integração da velocidade se obtém o deslocamento (Eq. (3.14)),  $u^N$  é o grau de liberdade de deslocamento que está contabilizando no incremento  $i$ .

$$u_{i+1}^N = u_i^N + \frac{\Delta t_{i+1}}{2} \dot{u}_{i+\frac{1}{2}}^N \quad (3.14)$$

E, por fim, com o deslocamento nodal se encontra deformação e tensão utilizando as equações constitutivas. A estabilidade do problema depende muito do incremento de tempo, pois se for elevado poderá causar uma instabilidade numérica. O tempo de incremento do modelo pode ser realizado de forma automática ou fixa. A escolha errônea do tempo de incremento pode modificar o comportamento do experimento computacional, resultando em valores com elevadas amplitudes, forças diferentes das reais e deslocamentos diferentes do experimental. Quando escolhido o incremento de forma automática ele realiza a verificação de estabilidade elemento a elemento e de modo global. O incremento de tempo estimado ( $\Delta t$ ) do modelo é (Eq. (3.15)):

$$\Delta t = \frac{L_{min}}{c_d} \quad (3.15)$$

Onde  $L_{min}$  é a menor dimensão do elemento da malha e  $c_d$  é a velocidade de onda dilatacional, que é expressa pela (Eq. (3.16)).

$$c_d = \sqrt{\left(\frac{\hat{\lambda} + 2\hat{\mu}}{\rho}\right)} \quad (3.16)$$

Em que  $\rho$  é a densidade do material e as outras variáveis são as constantes de Lamé que, para materiais isotrópicos, são dependentes do módulo de elasticidade ( $E$ ) e do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) (Eqs. (3.17) e (3.18)).

$$\hat{\lambda} = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (3.17)$$

$$\hat{\mu} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.18)$$

Assim, o custo computacional dependerá das propriedades do material ( $\nu$ ,  $E$ ,  $\rho$ ) e do refinamento da malha. A quantidade de incrementos ( $n$ ) dependerá da razão do tempo de cada evento ( $T$ ) simulado pelo incremento de tempo ( $\Delta t$ ).

Mas o tempo computacional para análise explícita é alto, dessa forma, um experimento de segundos pode durar semanas computacionalmente (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA, 2012b). Para contornar, é realizada a equivalência de tempos e/ou acrescida uma massa no material, mas ambas as técnicas podem ocasionar interferências nos resultados.

A mudança no tempo do evento ( $T$ ) pode ocasionar um aumento na força inercial devido à elevada velocidade. Ou caso experimentalmente houver mudança do comportamento do material ao longo do tempo essa equivalência de tempo não conseguirá reproduzir esse fato, tornando o seu uso inapropriado.

Já o aumento de escala de massa ( $f_m$ ) reduz a quantidade de incrementos necessários em  $n/f_m$  por reduzir o tempo de propagação de onda do elemento com o aumento de massa. Caso a rigidez das peças do conjunto seja diferente, também é necessário inserir um valor de escala de massa para cada peça do conjunto. Destarte, devem ser monitoradas a razão da energia cinética e a energia interna do modelo para que não ultrapassem 10%. Mas deve ser utilizado com cuidado para que a mudança de inércia do material não modifique a solução do problema.

O *Abaqus/Explicit*<sup>®</sup> é uma das melhores metodologias a se utilizar para convergência em contatos, realizando um modelo quase estático. Diversos problemas de engenharia são formados pela união de peças, sendo que um elemento transferirá através de contato as solicitações ao outro por fricção, restrições de graus de liberdade entre as peças e outros modos físicos. O *Abaqus*<sup>®</sup> possui algoritmos de precisão que matematicamente transmitirão essas solicitações. Essa transferência de solicitação pode ser feita através das superfícies em contato.

No *Abaqus/Explicit*<sup>®</sup> com contato entre superfícies (*surface-to-surface*) é verificada antes do passo inicial a sobreposição das faces, sendo que, caso haja, essa será removida com deformação livre, a qual não causará tensão no elemento. A partir da primeira iteração toda

sobreposição já ocasionará um esforço de contato em um plano tangente, que é a pressão de contato, propagando as solicitações aos demais elementos nó a nó.

Por isso, quando se realiza um contato em um modelo computacional a similaridade da densidade da malha de cada superfície é importante, devido à diferença de escala que pode surgir entre elas. Ainda deve ser realizada uma escolha dependendo da rigidez da estrutura e da forma de contato, pois a superfície escrava pode penetrar na superfície mestre (DASSAULT SYSTEMES SIMULIA CORP., 2011).

### 3.2.2 Modelo constitutivo

O modelo constitutivo do aço utilizado foi o elasto-plástico, já implementado no *Abaqus*<sup>®</sup> (DASSAULT SYSTEMES SIMULIA CORP., 2011). A análise do gráfico tensão deformação de caracterização do material possibilita a extração dos valores de caracterização do material, como o módulo de Young ( $E$ ), a tensão de escoamento ( $f_y$ ) e os valores de tensão e deformação de ruptura ( $f_u$  e  $\epsilon_u$ ). Esses valores são extraídos em laboratório na sua forma nominal ( $\sigma_{nom}$  e  $\epsilon_{nom}$ ), e devem ser transformados em tensão verdadeira ( $\sigma_{verdadeira}$ ) e deformação logarítmica ( $\epsilon_{verdadeira}$ ) (Eqs. (3.19)).

$$\begin{aligned}\epsilon_{verdadeira} &= \ln(1 + \epsilon_{nom}) \\ \sigma_{verdadeira} &= \sigma_{nom}(1 + \epsilon_{nom})\end{aligned}\quad (3.19)$$

Na região elástica o algoritmo do *Abaqus*<sup>®</sup> permite o uso de materiais com pequenas deformações (inferior a 5%), sendo aplicada a lei de Hooke para encontrar as tensões no elemento.

$$\dot{\sigma} = \mathbf{D}_0^{el} : \dot{\epsilon}^{el} \quad (3.20)$$

Em que  $\mathbf{D}_0^{el}$  é o tensor de rigidez elástica e  $\dot{\sigma}$  é o tensor de tensão. Quando o material já se situa na região plástica o algoritmo considerará a teoria da deformação incremental, onde a taxa de deformação mecânica será composta pela parcela elástica ( $\dot{\epsilon}^{el}$ ) e plástica ( $\dot{\epsilon}^{pl}$ ) (Eq. (3.21)).

$$\dot{\epsilon}_T = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{pl} \quad (3.21)$$

Para saber se haverá a parcela de plasticidade o material possui uma função de escoamento que contém as informações das suas propriedades, como por exemplo: valores de

parâmetros de endurecimento que delimitam o início da plasticidade (o mais comum), a dependência com a temperatura, a dependência com a taxa de deformação. Quando o material se encontra na região plástica a parcela da taxa de deformação é calculada com a Eq. (3.22).

$$\dot{\epsilon}^{pl} = \sum_i \dot{\lambda}_i \left( \frac{\partial g_i}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) \quad (3.22)$$

Onde  $\dot{\lambda}_i$  é a taxa de mudança de deformação no tempo ou uma constante,  $g$  é o fluxo potencial do sistema. É possível definir, conforme o parâmetro de endurecimento ( $H_{i,\alpha}$ ) do material, a sua taxa de deformação plástica, Eq. (3.23).

$$\dot{H}_{i,\alpha} = \dot{\lambda}_i h_{i,\alpha}(\boldsymbol{\sigma}, \theta, H_{i,\beta}) \quad (3.23)$$

Sendo  $h_{i,\alpha}$  a lei de endurecimento do material que independe dos parâmetros de escoamento. Considerando o modelo elasto-plástico, a função de escoamento de Mises é dada pelo fluxo médio da deformação volumétrica ( $\epsilon_{vol}$ ) (Eq. (3.24)).

$$\epsilon_{vol} = tr(\boldsymbol{\epsilon}) \quad (3.24)$$

Em que a deformação volumétrica será o traço da matriz de deformações ( $\boldsymbol{\epsilon}$ ). A deformação desviadora será:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon} - \frac{1}{3} \epsilon_{vol} \mathbf{I} \quad (3.25)$$

A elasticidade será considerada com a parcela volumétrica (Eq. (3.26)) e a desviadora (Eq. (3.27)).

$$p = -\frac{1}{3} tr(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) = -K \epsilon_{vol} \quad (3.26)$$

Em que  $p$  é a pressão hidrostática e  $K$  é o módulo volumétrico.

$$\mathbf{S} = 2G \boldsymbol{\epsilon}^{el} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} + p \mathbf{I} \quad (3.27)$$

A tensão equivalente de Von Mises ( $q$ ) será calculada por:

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S}} \quad (3.28)$$

A plasticidade requer que o material cumpra a relação tensão vs deformação de um ensaio uniaxial (Figura 3.1). Para que isso ocorra, os pontos de mudanças principais de declividade no regime plástico precisam ser identificados, na Figura 3.1 será  $\sigma_B^0$ ,  $\sigma_E^0$  e  $\sigma_U$ . Esses pontos deverão ser estabelecidos pelo usuário com as suas respectivas deformações plásticas ( $0$ ,  $\varepsilon_1^{pl}$  e  $(\varepsilon_2^{pl} + \varepsilon_1^{pl})$ ).

Assim, quando  $q$  excede o valor de  $\sigma_B^0$  as Eq. (3.27) e (3.28) devem ser integradas com o método de Euler. Com esse processo o tensor desviador pode ser escrito por:

$$\left(1 + \frac{3G}{q} \dot{\varepsilon}^{pl}\right) \mathbf{S} = 2G(\varepsilon^{el}|_t + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3.29)$$

Fazendo o produto interno na expressão anterior, ter-se-á:

$$(q + 3G\dot{\varepsilon}^{pl}) = 3G\dot{\xi} \quad (3.30)$$

Em que  $\dot{\xi}$  é a taxa de deformação plástica equivalente, obtida através da Eq. (3.31).

$$\dot{\xi} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\varepsilon}^{el}|_t + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}) : (\dot{\varepsilon}^{el}|_t + \Delta\boldsymbol{\varepsilon})} \quad (3.31)$$

Integrando essa taxa de deformação plástica equivalente e, caso exista, adicionando uma deformação plástica inicial imposta ( $\bar{\varepsilon}^{pl}|_0$ ) se obtém o valor da deformação plástica equivalente ( $\varepsilon_{PEEQ}^{pl}$ , Eq. (3.32)).

$$\bar{\varepsilon}_{PEEQ}^{pl} = \bar{\varepsilon}^{pl}|_0 + \int_0^t \dot{\xi} dt \quad (3.32)$$

Quando o valor de deformação plástica equivalente ( $\varepsilon_{PEEQ}^{pl}$ ) ultrapassa a deformação última do material subtraído de  $E/\sigma_U$ , sabe-se que esse material já se encontra na região de estricção, aproximando da deformação de falha. Mas no modelo clássico de plasticidade do aço, quando se atinge a tensão última ( $\sigma_U$ ) e a deformação daquele elemento continuam a crescer (Figura 3.2).

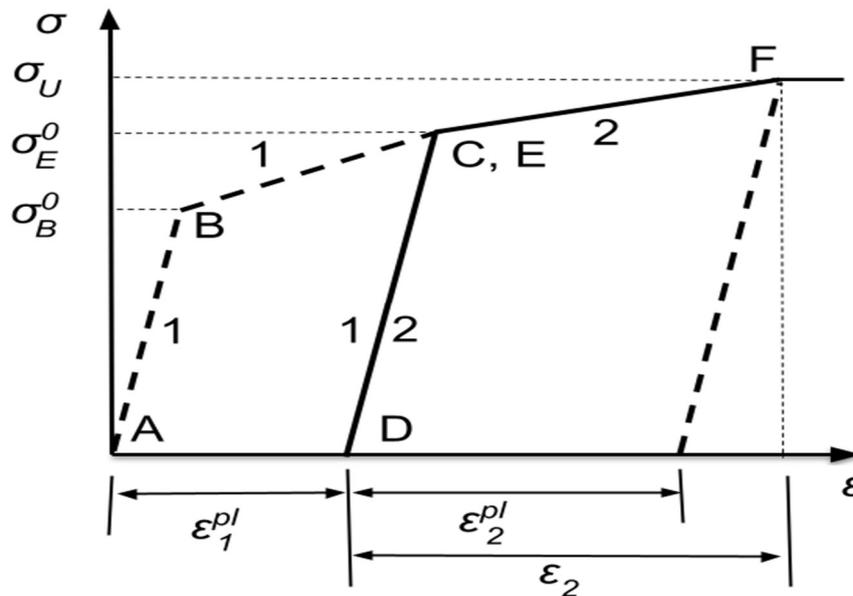


Figura 3.1 – Tensão vs deformação na região plástica, método de aproximação *Abaqus*<sup>®</sup> (Fonte: Adaptado de Dassault Systèmes Simulia Corp., 2011).

Para representar a estricção do material e sua ruptura é possível configurar as propriedades de danos dos materiais dúcteis. O *Abaqus*<sup>®</sup> possui vários algoritmos de processos de danos, os quais podem ser sobrepostos, sendo tratados independentemente. O critério de dano especificado iniciará a partir de uma determinada deformação última. No caso do dano para metais dúcteis, o marco de início do dano é atingir a deformação plástica equivalente da tensão última ( $\bar{\epsilon}_u^{pl}$ ), veja Figura 3.2.

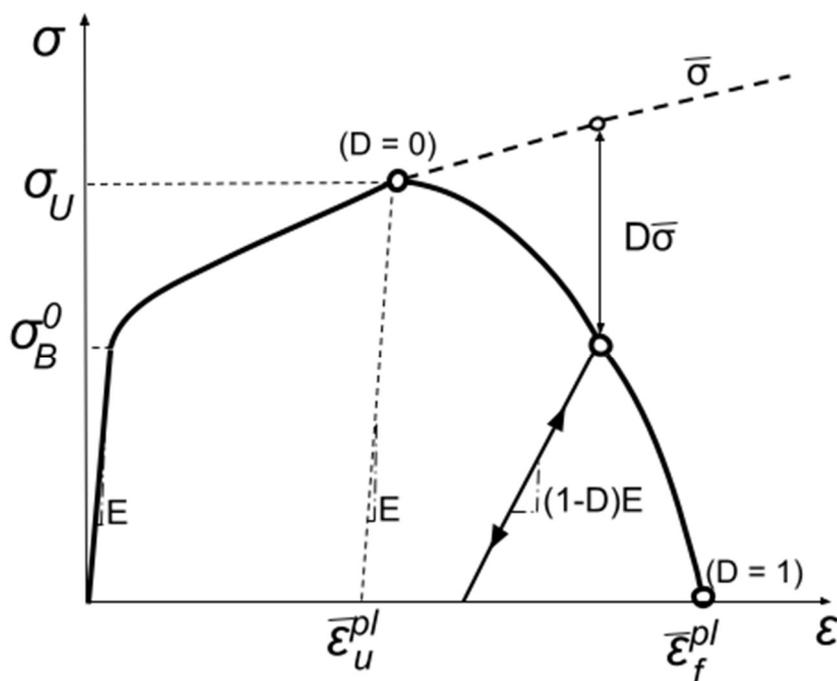


Figura 3.2 – Dano em material dúctil no gráfico tensão vs deformação (Fonte: Adaptado de Dassault Systèmes Simulia Corp., 2011).

Na região de estricção ( $\bar{\varepsilon}_u^{pl}$  à  $\bar{\varepsilon}_f^{pl}$ ) do material o tensor de tensão será corrigido por:

$$\dot{\sigma} = (1 - D)\dot{\bar{\sigma}} \quad (3.33)$$

O modelo assume que a deformação plástica do dano ( $\bar{\varepsilon}_D^{pl}$ ) é dependente da tensão triaxial ( $\eta = -p/q$ ) e da taxa de deformação ( $\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}$ ). Quando o dano ( $D$ ) se torna unitário é que o material já foi degradado, pois já atingiu a deformação de fratura ( $\bar{\varepsilon}_f^{pl}$ ) e o elemento terá toda sua rigidez reduzida, podendo ser “excluído” da malha. Essa teoria de dano dúctil foi utilizada por Ke et al. (2018).

Uma das teorias da plasticidade é que sempre existirá uma relação entre o valor de deformação de fratura e a tensão triaxial, mas essa relação não segue a mesma tendência para todos os materiais, como apresentado em Mirza, Barton e Church (1996), que comparam o aço, o ferro e o alumínio. Em alguns estudos experimentais (BRIDGMAN, 1964; BRUNIG et al., 2008; CELENTANO; CHABOCHE, 2007; JIA; KUWAMURA, 2014) pôde-se perceber que o tipo de material define se os comportamentos entre deformação de fratura e tensão triaxial ( $\eta$ ) serão crescentes ou decrescentes, tendo ainda comportamentos diferentes de modos de ruptura para cada modo de ruptura (BAO, 2005; ELLIOTT, 2019; GOSWAMI et al., 2020; WANG et al., 2015; WANG; MCDOWELL, 2020).

Esse modelo de dano em materiais dúcteis é utilizado nos trabalhos de Brunig et al. (2008), Brunig, Zistl e Gerke (ALTENBACH; ÖCHSNER, 2019, cap. 3), Celentano e Chaboche (2007), Ke et al. (2018) e Jiang et al. (2020), sendo que neles foram desenvolvidas validações do modelo constitutivo e realizadas as simulações numéricas. No conjunto desses trabalhos, avaliou-se a diferença do comportamento entre os materiais e as variações possíveis de valor de triaxialidade.

Assim, alguns trabalhos apresentaram equações para relacionar essas variáveis. Um dos modelos de ductilidade do aço bem difundido é o de Wierzbicki et al. (1999 apud Bao (2005)), o qual relaciona a deformação de fratura com a tensão triaxial pela Eq. (3.34).

$$\bar{\varepsilon}_f = \eta^{\frac{5}{3}} \quad (3.34)$$

Usando essa relação de deformação plástica encontra-se a tensão triaxial ( $\eta$ ), conseguindo aplicar as considerações de deformação de fratura do ensaio à tração e triaxialidade (HOOPUTRA et al., 2004). Pela aplicação da Eq. (3.34) com o valor da

deformação de fratura no ensaio à tração simples é possível definir com qual triaxialidade ( $\eta$ ) o material sofre ruptura.

Existem outros algoritmos que consideram o dano e que podem ser utilizados conjuntamente, sendo que uma teoria consolidada é a do dano de Johnson-Cook (JOHNSON; COOK, 1985). Esse modelo é amplamente usado por considerar a influência de efeitos de temperatura, taxa de deformação e tensão triaxial na deformação de fratura, Eq. (3.35).

$$\bar{\epsilon}_f = (D_1 + D_2 e^{D_3 \eta})(1 + D_4 \ln(\dot{\epsilon}_p)) \left( 1 + D_5 \frac{T - T_{ref}}{T_m - T_{ref}} \right) \quad (3.35)$$

Em que  $D_1$  a  $D_5$  são constantes do modelo,  $\dot{\epsilon}_p$  é a taxa de deformação com a taxa de referência,  $T$  é a temperatura da deformação,  $T_{ref}$  é a temperatura da taxa de deformação referente e  $T_m$  é a temperatura de fusão do material. No caso de realização de ensaios em temperatura ambiente a parcela de influência de temperatura se anula. A  $\dot{\epsilon}_p$  pode ser considerada como  $1 \text{ s}^{-1}$ . Com essas observações é possível definir as constantes  $D_1$  a  $D_3$  com resultados de ensaios de tração direta.

Para a definição das constantes  $D_1$  a  $D_5$  pode-se utilizar técnicas de regressão, otimização e até algoritmos genéticos. Vários artigos realizam ensaios experimentais e validaram essa simulação numérica, como em Murugesan e Jung (2019), que definiram os coeficientes para o aço AISI 1045, Banerjee et al. (2015), que definiram essas propriedades e as validaram para ensaio de impacto Charpy. Outras referências são Buchely et al. (2019), Wang (2016) e Umbrello, M'Saoubi e Outeiro (2007).

Com toda essa teoria é possível considerar um modelo constitutivo do material dúctil nos seus três comportamentos característicos do gráfico tensão vs deformação. Mas essa teoria do dano necessitaria da deformação de ruptura pelos três modos de falha para conseguir relacionar faixas de deformação e triaxialidade com o tipo de falha. Alguns ensaios são complexos para serem realizados, como o ensaio triaxial para iniciar a fratura em elementos sem entalhes (BAO, 2003). Após a apresentação de algumas teorias e considerações do modelo numérico, parte-se para uma terceira teoria utilizada na base deste trabalho no próximo tópico.

### 3.3 INCERTEZAS, REGRESSÃO E CONFIABILIDADE

Nesta seção são descritas algumas técnicas de regressão comumente utilizadas para encontrar equações com o intuito de minimizar as incertezas e a propagação dos erros nos modelos. Também trata sobre a modelagem computacional por simulações estatísticas,

utilizadas para inserir as incertezas das variáveis. A teoria de avaliação da sensibilidade é estudada e considerada para contabilizar a confiabilidade do modelo, cujo fundamento teórico também será descrito.

### 3.3.1 Método de regressão

Nesta seção são retratados os métodos de regressão clássicos e as avaliações de suas qualidades de aproximação.

#### 3.3.1.1 Método dos mínimos quadrados para regressão não linear

Alguns modelos físicos apresentam comportamento não linear, essa análise pode ser obtida por avaliar o comportamento experimental com as variáveis. Posteriormente, analisa-se qual a variável do modelo possui maior influência em cima dos resultados, para então encontrar uma função escrita, conforme a Eq. (3.36), onde  $\hat{Y}$  é a resposta de saída, *output* (HARTLEY, 1961).

$$\hat{Y} = f(x_1, x_2, \dots, x_k; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m) + \varepsilon \quad (3.36)$$

Em que os  $x_1, x_2, \dots, x_k$  são as variáveis de entrada, *input*, os  $\beta_1, \dots, \beta_m$  são os coeficientes da equação e  $\varepsilon$  é o erro do modelo. Os valores dos coeficientes de  $\hat{Y}$  serão aqueles que minimizam a somatória do quadrado dos erros,  $SS_E$  (Eq. (3.37)).

$$SS_E = \sum (y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (3.37)$$

Em que  $y_i$  é o valor experimental e  $\hat{Y}_i$  é o valor de predição dado pela equação (3.36). Quando a função a regredir é não linear o processo para minimizar deve ser realizado através das derivadas da suposta função de predição ( $\hat{Y}$ ). Sendo que quando o vetor de  $\beta$  conseguir o mínimo  $SS_E$ , a função está convergida. Segundo Cook e Weisberg (1982), uma simplificação que pode ser realizada para encontrar os valores de  $\beta$  é que a vizinhança do ponto medido é aproximadamente linear. Outra mensuração dos erros que pode ser feita é a somatória do quadrado dos erros comparando com o valor médio,  $SS_T$ , dado pela Eq. (3.38).

$$SS_T = \sum (y_i - \bar{Y})^2 \quad (3.38)$$

Em que  $\bar{Y}$  é o valor médio da predição. Para avaliar a qualidade dessa curva ( $\hat{Y}$ ) que se aproxima dos dados desenvolveu-se o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) dado pela Eq. (3.39). Esse valor deve estar entre 0 e 1 em módulo, quanto mais próximo do limite superior significa que a somatória dos erros foi mínima, representando uma excelente regressão.

$$R^2 = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} \quad (3.39)$$

O coeficiente de regressão é calculado considerando que as variáveis são independentes e distribuídas normalmente (CORNELL; BERGER, 1987), e que ocorre em poucos problemas. Mas o valor de  $R^2$  sofre variações com o tamanho do conjunto de dados e da distribuição das variáveis  $x_i$ . Para considerar o tamanho do conjunto e ponderar o valor de  $R^2$  desenvolveu-se o  $R^2$  ajustado com o tamanho do conjunto, denominado  $R^2_{adj}$ , Eq. (3.40).

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SS_E / (n - p)}{SS_T / (n - 1)} = 1 - \frac{n - 1}{n - p} (1 - R^2) \quad (3.40)$$

Em que  $n$  é o número de experimentos e  $p$  é o número de propriedades conhecidas. Para mais experimentos, o  $R^2_{adj}$  se aproxima do valor de  $R^2$ . Cornell e Berger (1987) consideraram para a relação não linear a equação de predição com um valor exponencial, transformando-a em uma equação linear. Os modelos de linearização de função não linear mais utilizados estão apresentados na equação (3.41), onde se omite a parcela de erro.

Função não linear	Transformação	Forma linear
$y = ae^{bx}$	$y^* = \ln y$	$y^* = \ln(a) + bx$
$y = ax^b$	$y^* = \log(y) \quad x^* = \log(x)$	$y^* = \log(a) + bx^*$
$y = a + b/x$	$x^* = 1/x^0$	$y = a + bx^* \quad x^* = 1/x^0$

Cook e Weisberg (1982) utilizaram o modo de análise da qualidade da regressão através da verossimilhança, justificando que o  $R^2$  não é um bom parâmetro no caso de equações não lineares. O procedimento de verossimilhança também avalia o erro entre dois modelos, sendo que quanto maior o valor, em módulo, maior a aproximação dos modelos. No trabalho são indicadas as equações para validar a regressão.

Myers, Montgomery e Anderson-Cook (2009) descrevem que o valor de  $R^2$  sempre melhorará ao se inserir mais variáveis, pois sempre aumenta a soma dos quadrados da regressão

e diminui o quadrado da soma dos erros. Entretanto, se é adicionada uma variável sem importância pode ocorrer o aumento do erro ao quadrado, diminuindo a semelhança do modelo. É realizado o teste para saber se as variáveis escolhidas apresentam comportamento linear com a variável de resposta, é conhecido como teste de hipótese de único coeficiente, mas pode ser realizado  $n$  vezes para múltiplos coeficientes.

Para realizar essa avaliação se calcula os valores de predição considerando todos os coeficientes não nulos, contabilizando o  $SS_E$  e a somatória do quadrado dos erros da regressão,  $SS_R$ , apresentado na Eq. (3.42).

$$SS_R = \sum_{i=1} (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (3.42)$$

Depois se considera o coeficiente com a variável  $k$  nulo e se recalcula o  $SS_R$ , encontrando então a somatória do quadrado da regressão sem o coeficiente  $\beta_k$ . Determina-se qual o erro da regressão condicionado a esse coeficiente, Eq. (3.43), também conhecido como soma extra de erros devido  $\beta_k$ .

$$SS_R(\beta_k | \beta) = SS_R(\beta) - SS_R(\beta_1, \dots, \beta_{k-1}, \beta_{k+1}, \dots, \beta_n) \quad (3.43)$$

Agora é necessário avaliar a hipótese de  $\beta_k$  ser nulo através do teste de significância:

$$F_0 = \frac{SS_R(\beta_k | \beta) / r}{SS_E / (n - p_m)} \quad (3.44)$$

Em que  $r$  é o número de grau de liberdade quando não se têm a variável  $k$ ,  $n$  é o número de experimentos e  $p_m$  é a quantidade de momentos estatísticos conhecidos. Se  $F_0$  for maior que  $F_{\alpha, r, n-p}$  a hipótese nula de  $\beta_k$  é rejeitada.

O processo descrito aqui é para funções não lineares que sejam passíveis de se transformar em funções lineares. E o método não incorpora as possíveis correlações entre as variáveis e nem as suas distribuições estatísticas. Por ser uma metodologia simples é uma das mais utilizadas.

O trabalho de Chakraborty e Sen (2014) é aplicado à metodologia de mínimos quadrados integrada à modelagem de elementos finitos. Assim o valor mínimo do erro estava sempre em

busca de convergência. Outros métodos de regressão já integram a correlação, como o método dos mínimos quadrados ponderados, autorregressivo e médias móveis.

Chen et al. (2016) afirmam que nem sempre a introdução de termos de regressão melhorará a mesma, indicando realizar um estudo mais cauteloso quanto à importância das variáveis. No próximo tópico será abordado como realizar.

### 3.3.2 Análise de sensibilidade

No processo de determinar o preditor ( $\hat{y}$ ) é necessário escolher as variáveis de modo coerente. Para tanto, é realizado algum teste modificando os valores de entrada ( $x$ ) e analisando a variação do valor de saída, *output*  $w$ , conhecido como análise de sensibilidade (*SA*). Segundo Hamby (1994), a *SA* não é utilizada para validar o modelo, mas serve de guia para minimizar os esforços da pesquisa.

Para o experimento fatorial a análise de sensibilidade é primordial, pois, como visto em Myers et al. (2009), a quantidade de experimentos a realizar está vinculada ao número de variáveis exponencialmente, o que torna o experimento mais caro computacionalmente quando se escolhe variáveis insignificantes. Um modo simples de avaliar a sensibilidade do modelo é com gráficos de dispersão (*scatter*) das variáveis e do resultado da simulação.

Para avaliar a sensibilidade da resposta em relação à variável deve ser realizado algum teste não paramétrico, que testará uma hipótese nula considerando que os dados possuem qualquer distribuição. Alguns testes, como Smirnov e Cramer - von Mises, comparam a frequência dos dados com a densidade de probabilidade de alguma distribuição na qual se averigua se são distribuições semelhantes (hipótese nula). Mas a análise de sensibilidade (*SA*) deve considerar a acurácia e a eficiência do modelo, restando escolher um bom método de *SA* para aplicar ao modelo (GE; CIUFFO; MENENDEZ, 2015).

Saltelli et al. (2004, p. 49) descrevem as propriedades desejáveis da análise de sensibilidade, que são: representar a forma, a escala e avaliar o efeito local (derivadas parciais), apresentar um modelo independente (principalmente em casos não lineares) e que possa mostrar fatores de grupos para diminuir a dimensão das tabelas de sensibilidade. Dos métodos analisados em seu livro os que abrangem todas essas propriedades são o Morris e o método baseado na variância. Na sua pesquisa afirmam que a filtragem por Monte Carlo só não apresenta os fatores de grupo.

A metodologia da análise de variância avalia a mudança do desvio padrão de saída com a fixação de algum parâmetro, ou seja, realiza a variância condicional. Assim o fator de sensibilidade ( $S_i$ ) será a razão entre a variância condicional ( $\sigma^2(\mathbf{Y}|\mathbf{X}_i=x_i^*)$ ) e a variância não

condicionada ( $\sigma^2(\mathbf{Y})$ ), denominada como efeito de primeira ordem de  $X_i$  em  $Y$ . Mas quando existem interações entre as variáveis, processo conhecido como efeito de segunda ordem, a parcela da variância condicionada é dada pela Eq. (3.45).

$$\sigma^2_{ir} = \sigma^2(E(Y | X_i, X_r)) - \sigma^2(E(Y | X_i)) - \sigma^2(E(Y | X_r)) \quad (3.45)$$

Onde  $E(Y | X_i, X_r)$  é a esperança dos dados condicionados a valores fixos de  $X_i$  e  $X_r$  e  $\sigma^2(Y | X_i)$  é a variância dos dados para  $X_i$  fixo e  $\sigma^2(Y | X_r)$  para  $X_r$  fixo. Se as variáveis forem ortogonais, independentes, não é necessário contabilizar os fatores de sensibilidade da interação. O fator de sensibilidade ( $S_i$ ) indica qual a contribuição da variável  $i$  na variância de  $Y$ , indicando assim quais são as variáveis que, se fixadas, reduzirão as incertezas do modelo.

A sensibilidade avaliada pela variância foi desenvolvida por Sobol (1993). Denomina de análise funcional da variância (FANOVA), cada valor de entrada contribuirá com uma parcela da variância do modelo, podendo-se escrever a decomposição da variância pela Eq. (3.46).

$$\sigma^2_Y = \sum_{j=1}^k \sigma_j^2 + \sum_{j < j'}^k \sigma_{j,j'}^2 + \dots + \sigma_{j,\dots,k}^2 \quad (3.46)$$

Em modelos lineares pode-se concluir que a somatória dos coeficientes de sensibilidade, Eq. (3.47), deve ser inferior a 1. Kleijnen (2015, p. 216) relata ainda que quanto mais variáveis e interações forem consideradas mais se aumenta o grau de complexidade para avaliar o quadro de sensibilidade.

$$S_{x_j y} = \frac{\sigma_j^2}{\sigma^2_Y} \quad (3.47)$$

Essa teoria é aplicável a variáveis independentes, mas há casos em que as variáveis podem ser dependentes. Tarantola e Mara (2017) transcrevem a metodologia para avaliar as variáveis correlacionadas em modelos computacionais, que pode ser o teste de amplitude de sensibilidade de Fourier (*FAST*), em que a correlação é tratada pela transformação de Nataf e de Rosenblatt. No trabalho de Mara, Tarantola e Annoni (2015) é desenvolvida uma metodologia para avaliar as variáveis correlacionadas através da transformação de Nataf e Rosenblatt (*RT*), em que é necessário conhecer a distribuição probabilística ( $f(\mathbf{x})$ ) das variáveis,

e aplicando a  $RT$  se obtém um conjunto de variáveis não correlacionadas ( $\mathbf{u}$ ) em uma distribuição normal, Eq. (3.48).

$$(x_i, x_{i+1}, \dots, x_n, x_1, \dots, x_{i-1}) \sim f(\mathbf{x}) \xrightarrow{RT} (u_1^i, \dots, u_n^i) \sim N^n(0,1) \quad (3.48)$$

Portanto, a variável  $\mathbf{x}$  que foi ordenada é substituída por  $\mathbf{u}$ , desde que haja uma função bijetiva,  $f(\mathbf{x}) = g_i(\mathbf{u}^i)$ . Como  $\mathbf{u}$  é independente agora se realiza a análise de variância em  $g_i(\mathbf{u}^i)$  pelo procedimento já descrito. Os índices de sensibilidade de  $u_k^i$  são relacionados aos  $x_k$  através do mapeamento da função bijetiva, podendo-se escrever a Eq. (3.49).

$$\left[ (x_i), (x_{i+1} | x_i), \dots, (x_n | x_i, x_{i+1} \dots x_{n-1}), \dots, (x_{i-1} | \mathbf{x}_{\sim(i-1)}) \right] \leftrightarrow (u_1^i, u_2^i, \dots, u_n^i) \quad (3.49)$$

O índice de sensibilidade ( $S_i$ ) devido à variável  $x_i$  será o mesmo de  $u_1^i$ , pois  $u_1^i$  é igual à função probabilidade cumulativa não condicionada ( $F_i$ ) de  $x_i$ . Os demais elementos do vetor de  $S_i$  de  $\mathbf{u}$  serão os  $S_i$  condicionados às  $x_i$ , obtendo-se assim as sensibilidades para cada variável. Xu (2013) desenvolveu uma metodologia por meio do *FAST* para contabilizar a contribuição do índice de sensibilidade através de sobreposição da parcela correlacionada e não correlacionada.

O uso da variância como medida das saídas das incertezas é criticado por Krykacz-Hausmann (2001 apud SALTELLI et al., 2004), que sugere o uso da entropia. Às vezes, o interesse está também no comportamento da média desta estimativa. Mas mesmo assim tem ocorrido o aumento de mais de 100% de aplicação de técnicas de análise de sensibilidade nas mais diversas áreas da ciência (FERRETTI; SALTELLI; TARANTOLA, 2016), sendo que a maioria das aplicações é para análise de incerteza. Na próxima seção será abordado sobre tal tema.

### 3.3.3 Análise de incerteza

A análise de incerteza é utilizada para avaliar a qualidade da predição com o que se espera dos dados, ou seja, a fidelidade entre ambos. Sullivan (2015) relata que os principais objetivos de quantificar a incerteza são: a propagação direta de incertezas, a confiabilidade, a predição do problema, a solução do problema inverso e a calibração do modelo.

Muito se discute sobre qual a melhor maneira para apresentar, pois são muitos os métodos considerados como quantificadores de incertezas. As incertezas estão inseridas em

todos os modelos, podem ser provenientes de modo epistêmico, em que são implantadas no modelo devido a simplificações matemáticas, com a variabilidade das propriedades do material e da geometria, e do modo de execução (DITLEVSEN; MADSEN, 2005; SULLIVAN, 2015).

A incerteza devido ao método de execução pode ser revertida aprimorando-se a execução para que mais se aproxime do sistema real físico. A variabilidade dos materiais pode ser propagada considerando as propriedades como aleatórias, o que é denominado de propagação de incertezas (KLEIJNEN, 2015). E as incertezas epistêmicas são reduzidas melhorando os modelos de regressão.

Assim, para minimizar as incertezas e tornar o modelo mais fidedigno, é conveniente considerar as variáveis de modo estocástico desde o início da modelagem dos experimentos. A avaliação do comportamento variável do parâmetro será aproximada de uma função densidade de probabilidade, em inglês *probability density function* ( $f(x)$  ou *pdf*), já estabelecida por meio de teste de máxima verossimilhança ou de testes de aderência, como o Komogorov-Smirnov (KS).

Estabelecida a distribuição que o parâmetro considerado segue, é possível gerar números aleatórios na quantidade desejada, conseguindo múltiplos pontos de simulações caso exista um modelo matemático para o experimento. Esse método é conhecido como Método de Monte Carlo (*MMC*) e é muito utilizado quando se deseja conhecer o comportamento estatísticos do modelo e/ou sua probabilidade de falha.

O *MMC* também pode ser utilizado como uma medida de incerteza para avaliar a função densidade de probabilidade do experimento e do modelo simulado, portanto, quanto mais próximo na forma, média e variância melhor o modelo. Mas esse é um método de alto esforço computacional, pois é necessário um grande conjunto aleatório para convergir os resultados. Diante disso, foram desenvolvidos métodos para reduzir a quantidade de números aleatórios gerados, como por exemplo, o quase-Monte Carlo, o Hipercubo latino (*HLS*) e o Markov cadeia de Monte Carlo (*MCMC*) (XIU; HESTHAVEN, 2005). É utilizado também para avaliar a distribuição dos modelos, como realizado por Schuëller (2007), que propagou as incertezas no modelo de elemento finito.

De Cursi e Sampaio (2015) relata que quando não se conhece a distribuição das variáveis deve-se obter conjuntos que possam extrair os momentos estatísticos. Se as variáveis seguem uma mesma distribuição a probabilidade de ambas se aproximará, mas não significa que os valores das variáveis se aproximam. Deve-se verificar se os seus momentos estatísticos (média, desvio, kurtosi) são próximos.

Na próxima seção é explicada a rotina de Monte Carlo que será utilizada para avaliar a equação regredida quanto a sua distribuição densidade acumulada, assim como a probabilidade de falha aproximada.

### 3.3.4 Método de Monte Carlo (MMC)

Como dito anteriormente, o método de Monte Carlo utiliza a aleatoriedade das variáveis para criar  $m$  simulações com variáveis que seguem uma função probabilística. Para isso, é necessário conhecer o modelo matemático e as propriedades estatísticas de cada uma delas. Para garantir as propriedades estatísticas é preciso verificar um número amplo de experimentos, o que pode tornar dispendioso.

A simulação de Monte Carlo considera a teoria da probabilidade para as variáveis, em que uma variável que possui um comportamento contínuo pode ser aproximada como uma função densidade probabilística, com parâmetros aproximados, possibilitando a geração de um conjunto de valores aleatórios que representará determinada conduta.

Mas como as variáveis possuem diferentes funções densidade e ainda podem ser correlacionadas foi necessário desenvolver procedimentos para representar o comportamento real. Por isso, Rosenblatt (1952) desenvolveu a metodologia para relacionar um ponto no espaço de uma distribuição qualquer ( $x_i$ ) com a mesma probabilidade de um ponto  $z_i$  no espaço normal padronizado, que terá uma média e um desvio equivalente, como se pode ver na Equação (3.50).

$$\Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{xi}^N}{\sigma_{xi}^N}\right) = F_{Xi}(x_i^*) \quad (3.50)$$

Em que  $x_i^*$  é o ponto aleatório de estudo na distribuição e  $\mu_{xi}^N$  e  $\sigma_{xi}^N$  são os parâmetros equivalentes procurados para que se tenha a mesma probabilidade em um espaço normal padrão e no espaço de distribuição da variável. Desenvolvendo a Equação (3.50) encontra-se a média equivalente expressa na Equação (3.51).

$$\mu_{xi}^N = x_i^* - \Phi(F_{Xi}(x_i^*))\sigma_{xi}^N \quad (3.51)$$

Onde  $\sigma_{xi}^N$  é dado na Equação (3.52).

$$\sigma_{xi}^N = \frac{\phi(\Phi^{-1}[F_{Xi}(x_i^*)])}{f_x(x_i^*)} \quad (3.52)$$

Encontrado os valores dos momentos estatísticos equivalentes se pode aplicar as operações no ponto de projeto  $x_i^*$ , considerando que segue uma normal com  $\mu_{xi}^N$  e  $\sigma_{xi}^N$ .

Os valores aleatórios que possuem correlação com outras variáveis também necessitam de correção. Nataf (1936 apud LIU; DER KIUREGHIAN, 1986; VOŘECHOVSKÝ, 2012; CHOI, 2007) desenvolveu uma metodologia que corrige a variável normal de acordo com a correlação no espaço de distribuição da variável real, ele realiza uma razão entre as duas correlações. Sendo assim, o coeficiente fatorará a matriz de correlação e obterá os seus auto vetores que multiplicam a matriz de variáveis aleatória não correlacionada, transformando-os em valores aleatórios correlacionados.

O algoritmo proposto para o MMC pode ser observado na Figura 3-3. Nele são apresentadas as etapas anteriormente descritas para gerar variáveis aleatórias, caso haja variáveis correlacionadas deve-se realizar a correção da correlação, depois a transformação de Rosenblatt e assim aplicar a correção de Nataf para considerar a correlação entre as variáveis. Com a variável no espaço normal padrão já correlacionado é necessário aplicar a operação inversa de Rosenblatt e obter as variáveis no espaço da sua distribuição, obtendo-se assim as funções densidades e acumulados do modelo estudado, considerando suas variáveis não normais e correlacionadas.

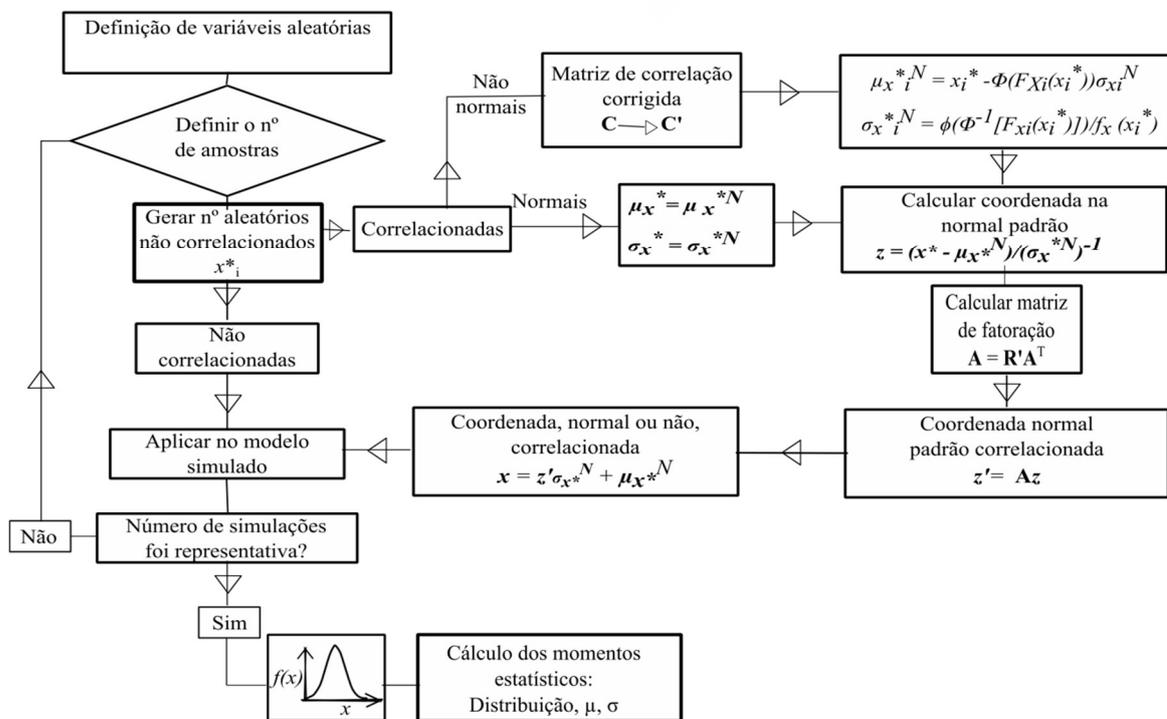


Figura 3-3 – Algoritmo proposto do Método de Monte Carlo considerando distribuições não normais e correlação. Fonte: BORGES (2016).

### 3.3.5 Confiabilidade estrutural

As equações de predição apresentarão uma variabilidade com o valor real devido às diversas incertezas do modelo. Portanto, é necessário que as equações de predição e ações sejam calibradas para apresentarem uma probabilidade de falha ( $p_f$ ) mínima. A  $p_f$  é relacionada com o chamado índice de confiabilidade ( $\beta$ ) pela Eq. (3.53).

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (3.53)$$

Onde  $\Phi^{-1}$  é a inversa da função cumulativa da normal padrão. Alguns comitês, como o *Joint Committee on Structural Safety* (JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY, 2001), estabelecem níveis de segurança para os elementos estruturais, como os apresentados na Figura 3-4. Na maioria dos códigos é considerada apenas a consequência de falha, desprezando-se o custo como classificado no *JCSS*.

O Eurocode – *Basis of structural design* (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 2002) classifica as estruturas quanto a catástrofes ao ser humano em três níveis. O CC1 é quando apresenta pequeno ou negligenciável risco à vida humana, o CC2 é quando apresenta um risco considerável e o CC3 é quando representa um alto risco. Exemplos de edificações em cada um dos grupos são construções agrícolas, residenciais/escritórios e estádios, respectivamente. Os  $\beta$ s mínimos são classificados de acordo com a classe de confiabilidade e o período de referência, como apresentado na Tabela B2 do EN 1990:2002. Para as edificações CC2 com período de referência de 50 anos o  $\beta_{TARGET}$  vale 3.80.

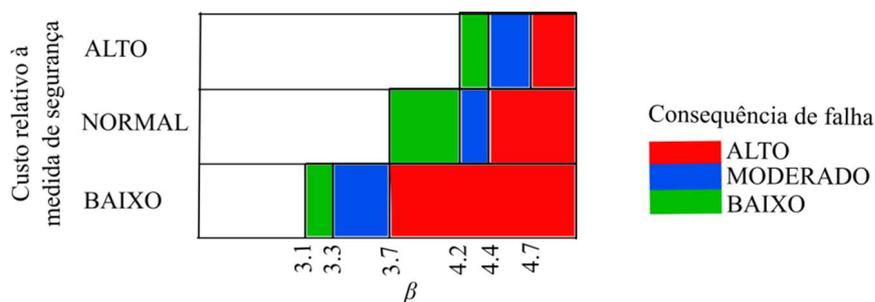


Figura 3-4 – Índice de confiabilidade relacionado a um estado limite último para uma referência de período de um ano. Fonte: BORGES (2016).

Uma das maneiras de alcançar o  $\beta_{TARGET}$  é avaliar se a equação prescrita não se apresenta maior que o valor experimental em uma probabilidade menor que 0.1%. Essa avaliação pode ser encontrada por meio de simulações estocásticas com processos de otimização para encontrar o coeficiente que garantirá essa probabilidade, ou pode ser feita em cima dos coeficientes de

variação das variáveis envolvidas e entre os valores experimentais e de predição. A seguir, é apresentada a segunda metodologia que é estipulada pelo código europeu.

### 3.3.5.1 Avaliação estatística baseada em experimentos

Para garantir o  $\beta_{TARGET}$  a equação precisa de uma calibração através de um fator de correção,  $\gamma$ . O código europeu utiliza a metodologia de conhecimento do comportamento estatístico das variáveis e da predição para encontrar  $\gamma$ . Isso porque o valor de projeto deve considerar as incertezas, os efeitos das propriedades e da realização do ensaio. O EN 1990:2002 no anexo D define o modelo de resistência de determinação estatística que deve considerar o desvio da geometria do elemento, o desvio das propriedades dos materiais, a variação do modelo de predição e as condições adversas de realização do ensaio.

O fator de calibração utilizado pelo EuroCode é, na maioria das vezes, estimado experimentalmente baseado em um modelo de predição definido. Em sua aplicação considera-se que todas as variáveis do modelo seguem uma distribuição normal ou lognormal, assim como os valores de resistência encontrados experimentalmente. Também deve conhecer os coeficientes de variação estatísticos das variáveis envolvidas, por isso, nos ensaios todas as variáveis devem ser aferidas. Outra consideração é que não há correlação entre as variáveis envolvidas na função resistência. Com essas premissas, descrever-se-á o procedimento padronizado de calibração dos modelos. Deve-se primeiramente desenvolver uma equação de modelo que represente a função resistência,  $r_t$  (Eq. (3.54)).

$$r_t = g_{rt}(X) \quad (3.54)$$

Essa equação de função resistência normalmente é obtida por regressão. Para verificar a aderência entre os valores experimentais traça-se um gráfico de dispersão com a abscissa, sendo o valor  $r_t$  e a ordenada o valor experimental ( $r_e$ ). São comparados os valores experimentais ( $r_e$ ) com os teóricos por meio de plotagem de linha ( $r_e = br_t$ ) e dispersão. Caso a predição da resistência seja exata todos os pontos estarão sobre a linha. O coeficiente  $\underline{b}$  da reta é encontrado através de mínimos quadrados, como mostra a Eq. (3.55).

$$\underline{b} = \frac{\sum r_e r_t}{\sum r_t^2} \quad (3.55)$$

Pode-se calcular o valor médio da resistência aplicando o vetor de variáveis médias na equação (3.54). Mas o valor médio possui um erro de dispersão ( $\delta$ ) que multiplica a  $r_t$  para considerar a variação estatística e aproximá-la do valor experimental. Portanto, é necessário estimá-lo, o que pode ser feito com a Eq. (3.56).

$$\delta_i = \frac{r_{ei}}{br_{ti}} \quad (3.56)$$

Para estimar o coeficiente de variação do erro ( $V_\delta$ ) é necessário calcular a variância ( $S^2$ ), o que é realizado de acordo com a Eq. (3.57).

$$S_\Delta^2 = \frac{1}{n-1} \sum \left( \ln(\delta_i) - \frac{1}{n} \sum \ln(\delta_i) \right)^2 \quad (3.57)$$

Em que  $n$  é o número de experimentos conhecidos. O  $V_\delta$  é obtido pela Eq. (3.58).

$$V_\delta = \sqrt{e^{S_\Delta^2} - 1} \quad (3.58)$$

Conhecido o erro do modelo deve-se avaliar se a equação de predição está fidedigna ao experimento, ou caso haja muita variação é necessário realizar subdivisões do conjunto ou remodelar a equação de predição. Esta avaliação de compatibilidade pode ser realizada com o gráfico de dispersão dos valores experimentais e da predição. Quando se realiza a divisão dos subconjuntos às vezes a quantidade de amostras fica reduzida, invalidando a avaliação de compatibilidade.

Para considerar a incerteza das variáveis da função de resistência se calcula o seu coeficiente de variação,  $V_{X_i}$ . Então, a média e o coeficiente de variação da resistência de predição serão:

$$r = \underline{b}g_{rt}(X_m) \quad (3.59)$$

$$V_{rt}^2 = \frac{1}{g_{rt}^2(X_m)} \sum_{i=1}^j \left( \frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i} \sigma_i \right)^2 \quad (3.60)$$

Possuindo menos de 100 experimentos sabe-se que o erro seguirá uma distribuição  $t$ . O valor da resistência de projeto ( $r_d$ ) será dado pela Eq. (3.61) quando possuir menos de 100 experimentos.

$$r_d = \underline{b}g_{rt}(\mathbf{X}_m)e^{(-k_{d,\infty}\alpha_{rt}Q_{rt}-k_{d,n}\alpha_\delta Q_\delta-0.5Q^2)} \quad (3.61)$$

Onde  $Q_{rt}$  é o desvio padrão do logaritmo da resistência de predição,  $Q_\delta$  é o desvio padrão do logaritmo do erro e  $Q$  é o desvio padrão do logaritmo do produto de  $r_t$  e  $\delta$ . O  $\alpha_{rt}$  é a razão de  $Q_{rt}$  e  $Q$  e  $\alpha_\delta$  são a razão entre  $Q_\delta$  e  $Q$ . O coeficiente  $k_\infty$  vale 1.64 e  $k_{d,\infty}$  e  $k_{d,n}$  valem 3.04 para  $n > 30$ . Caso haja menos amostras deve-se consultar a Tabela D1 e D2 do EN 1990:2002. O valor de resistência característico ( $r_k$ ) pode ser encontrado da seguinte forma:

$$r_k = \underline{b}g_{rt}(\mathbf{X}_m)e^{(-k_\infty\alpha_{rt}Q_{rt}-k_n\alpha_\delta Q_\delta-0.5Q^2)} \quad (3.62)$$

Onde  $k_n$  é encontrado na Tabela D1 do EN 1990. Sendo assim, o fator parcial de correção pode ser encontrado fazendo a resistência característica dividida pela resistência de projeto. Após a consideração da variabilidade da predição, dos experimentos e das variáveis é possível se obter o valor do fator de correção,  $\gamma$  (Eq. (3.63)).

$$\gamma = \frac{r_k}{r_d} \quad (3.63)$$

Os valores preditos deverão ser divididos pelo fator de correção para serem considerados de projeto. Essa fatoração ocorre para inserir uma margem de segurança na resistência, o que para o método máxima tensão admissível (*ASD*) independe dos coeficientes de carregamento.

Como visto, a calibração dos modelos deveria ser executada em todos os casos da ruptura última, pois é diretamente dependente da variância das variáveis básicas e do erro da predição de cada modelo. Na área de conectores alguns trabalhos já desenvolveram essa calibragem, como Bolandim, Beck e Malite (2013), Snijder, Dekker e Teeuwen (2017) e Schillos, Tara e Feldmann (2018). Alguns trabalhos de Teh também realizam a calibração, mas pelo método do AISC. Em sua maioria avaliaram apenas as suas equações prescritas.

## 4 METODOLOGIA

O primeiro passo desta tese foi o levantamento dos experimentos realizados por Yip e Cheng (2000), Teh, Asce e Gilbert (TEH; ASCE; GILBERT, 2013), Teh e Gilbert (2014a), Carril, Yu e LaBoube (1995) e Pereira (2020), totalizando 257 experimentos. Nesses experimentos ocorreu apenas ruptura por seção líquida, como relatado nos trabalhos. Também se averiguou a viabilidade e a precisão das metodologias de predição de tensão de ruptura já existentes. Essa verificação foi realizada buscando avaliar a incerteza da predição quanto a valores experimentais coletados na literatura (conforme APÊNDICE C). A Figura 4-1 apresenta a metodologia deste estudo.

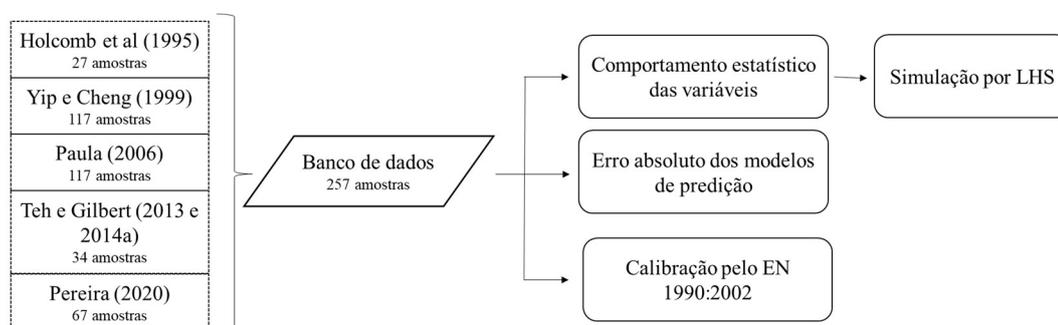


Figura 4-1 – Metodologia de estudo de resultados estatísticos.

Em um primeiro momento foi aferido o erro absoluto da predição e do valor experimental, sendo avaliado pela razão da força experimental pela força de predição, caso o erro fosse maior que 1 significava que o valor experimental foi maior que o valor de predição. Essa avaliação foi feita buscando compreender a influência do comprimento da conexão. Também foi realizada análise dos coeficientes de regressão de cada metodologia e avaliadas as funções densidades das metodologias para as suas forças de predição e sua respectiva confiabilidade. Todos esses cálculos e tratamento dos dados foram realizados utilizando algoritmos implementados em *Matlab*<sup>®</sup>.

Após avaliar a necessidade de continuar com a pesquisa e a compreensão dos pontos de melhoria de cada formulação o estudo deu continuidade com as avaliações estatísticas das variáveis. A consideração estocástica das variáveis auxilia na propagação da incerteza, sabe-se que quase nada possui o comportamento determinístico, portanto, considerando as variáveis com a sua distribuição, média e covariância os experimentos estarão considerando as incertezas aleatórias no modelo.

Com o avanço computacional e da teoria da probabilidade para as análises estruturais foi possível realizar um conjunto de experimentos computacionais que retornaram resultados

como ensaios laboratoriais, mas sem custos exorbitantes. Deste modo, as variáveis foram consideradas aleatórias e foram simulados mais experimentos. Para isso, foi realizada a simulação por hipercubo latino, que consegue gerar valores aleatórios em todas as regiões das probabilidades de ocorrência, obtendo o comportamento das predições em todo o domínio das variáveis.

Com o resultado da propagação de incerteza foi possível avaliar o comportamento das equações de predição e os seus erros com os valores aleatórios experimentais. Foi esperado que esse erro representasse a capacidade do modelo de abordar a dispersão das variáveis. A intenção foi verificar se o comportamento base dessa função desempenho seguiu uma média  $\theta$  e o menor desvio padrão possível. Também foi realizada a calibração pelo método EN 1990:2002 para garantir a confiabilidade necessária do modelo de ruptura por seção líquida.

Posteriormente, foi realizada a implementação do modelo em elementos finitos com o *software Abaqus*<sup>®</sup>. Foi utilizado o modelo explícito, com uma análise quase-estática, que aplica uma velocidade em uma das extremidades da peça para causar deslocamento longitudinal axial nos elementos. Toda essa metodologia foi realizada para resultar em um modelo mais similar ao real.

O modelo numérico foi realizado considerando a elasto-plasticidade e também critérios de danos dúcteis do material. Como critério de dano foi aplicado o critério de ductilidade e o critério de Johnson-Cook. Esses resultados foram validados com o modelo experimental e avaliada a sua eficiência.

No que diz respeito à precisão encontrada no modelo quanto à força última e à deformada do modelo numérico com o experimental, foram selecionadas cantoneiras para avaliar o comportamento das tensões e deformações em seções que conseguiriam representar a não linearidade desses tensores. Este estudo abrangeu diferentes geometrias, cantoneira de abas iguais ( $b_c/b_d = 1$ ), de abas desiguais ( $b_c/b_d = 0.5$  e  $b_c/b_d = 0.8$ ), com uma linha de parafusos com 2 até 4 seções conectadas. Também foi apresentado o estudo de uma cantoneira com duas linhas de parafusos.

Para essa avaliação se escolheu oito pontos de força no modelo numérico em cada curva força vs deslocamento, sendo que o máximo valor sempre foi o valor numérico mais próximo da força de ruptura experimental (força máxima). Para inibir a influência da dimensão das peças nos valores de tensão analisados foi apresentada a avaliação de tensões normalizadas, em que se divide a tensão normal média numérica do nó do elemento pela tensão média que está sendo aplicada na área líquida ( $P/A_n$ ) representando um fator para a concentração de tensão. Para aplicar essa metodologia de avaliação de tensões salienta-se que todos os modelos possuíam

orientação local. Também se apresentou as deformações logarítmicas para compreender a propagação da plastificação no material nessa região de *shear lag*. Um fluxograma desse processo é apresentado na Figura 4-2.

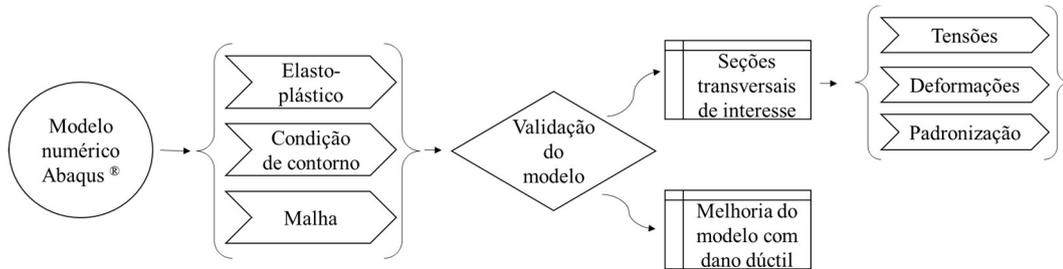


Figura 4-2 – Metodologia de estudo de resultados numéricos.

## 5 QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA E CONFIABILIDADE BASEADAS EM EXPERIMENTOS E NAS PREDIÇÕES

Os perfis cantoneiras formados a frio conectados por parafusos com ruptura por seção líquida é o foco deste trabalho. A maior porcentagem do conjunto amostral teve sua geometria conforme as especificações da NBR 14.762:2001, como a distância entre os furos e o dimensionamento do número de conectores.

Nos trabalhos de Paula (2006) e Pereira (2020) as características controláveis para melhoria de desempenho foram a geometria dos perfis ( $b_c$ ,  $b_d$  e  $t$ ) e a disposição dos conectores. As dimensões das cantoneiras foram de  $50 \times 50$ ,  $75 \times 75$ ,  $80 \times 80$ ,  $100 \times 100$  (em  $mm$ ) para situações de abas iguais e  $50 \times 75$ ,  $50 \times 80$ ,  $50 \times 100$ ,  $75 \times 100$ ,  $80 \times 100$  para abas desiguais. As espessuras dos perfis variaram de  $1.55$  a  $3.75$   $mm$ . Realizou-se uma (Figura 5-1(b)) ou duas (Figura 5-1(c)) linhas de conectores, em uma, duas, três ou quatro seções transversais. A distância entre as seções transversais foi de três vezes o diâmetro do conector e a distância da borda de duas e meia vezes o diâmetro do conector.

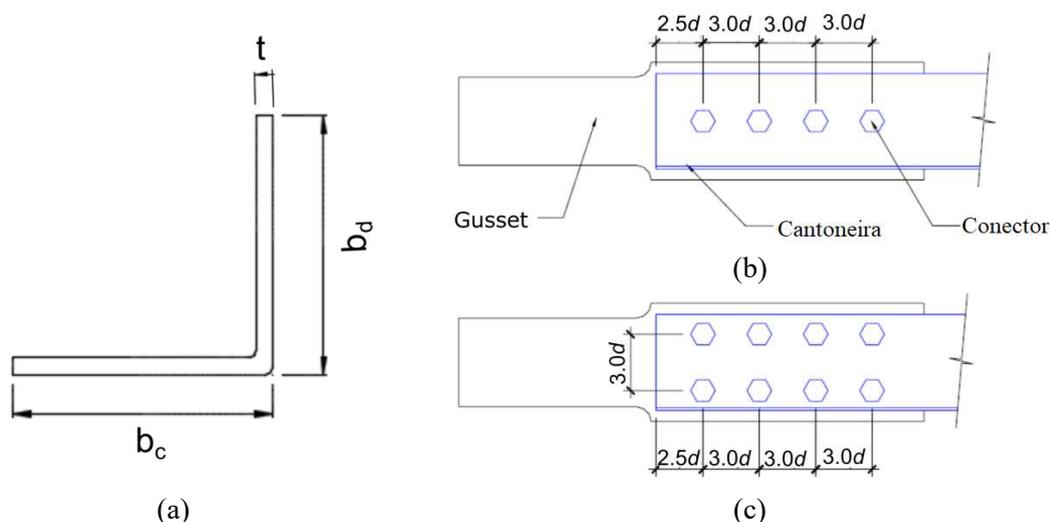


Figura 5-1 – Configuração geométrica das conexões (a) seção transversal da cantoneira (b) com uma linha de conectores e (c) com duas linhas de conectores.

Nos ensaios foram controlados o deslocamento, a carga última de ruptura e a tensão última de resistência. Além das características geométricas também se realizou algumas mudanças no modo de execução dos ensaios para avaliar outras influências, apresentadas na Tabela 5-1.

Tabela 5-1– Características especiais de ensaio (adaptado PAULA, 2006)

Identificação	Descrição	Caso
-	Cantoneira conectada por uma aba.	A
E1 – E5	Afastamento do primeiro furo à borda do perfil na direção da solicitação (1.5d a 3.5d)	B
F	Cantoneira conectada pelas 2 abas	C
L	Cantoneira de abas desiguais conectada pela maior aba	D
P	Furos executados por puncionamento	E
T	Parafusos instalados sem aplicação de torque mínimo	F
W	Parafusos instalados sem uso de arruelas	G
X1	Furos executados com excentricidade de 19 mm em relação ao eixo da aba, na direção da outra aba	H
X2	Furos executados com excentricidade de 19 mm em relação ao eixo da aba, na direção da borda livre	H
X3	Furos executados com excentricidade de 24 mm em relação ao eixo da aba, na direção da outra aba	H
X4	Furos executados com excentricidade de 24 mm em relação ao eixo da aba, na direção da borda livre	H

As condições estabelecidas na Tabela 5-1 foram escolhidas para avaliar a influência destes parâmetros nos ensaios. Algumas das condições apresentadas podem ocorrer em obras durante a execução ou são características escolhidas em projeto. Maiola e Malite (2007) concluíram que o uso de arruelas não influencia na distribuição de tensões das conexões e nem no seu valor de carga última.

Na predição dos valores de ruptura pela NBR 14.762:2001 todos os perfis romperiam por *R.S.L.*, mas uma porcentagem significativa rompeu por esmagamento. As conexões que possuíam apenas uma seção conectada foram as que mais apresentaram falha por esmagamento. A seguir, são apresentados os subgrupos realizados nos dados.

## 5.1 BANCO DE DADOS

Dos 158 ensaios realizados por Paula (2006), 72 foram feitos conectando apenas por uma aba (caso A, Tabela 5-1), 20 ensaios foram realizados no caso B, 8 no caso C, 16 com as considerações do caso D, 12 com o caso E, 6 do caso F, 8 do caso G e 16 do caso H. Todos os casos tiveram ensaios para até quatro seções conectadas (NS) com uma ou duas linhas de parafusos (1 NFs ou 2 NFs). Mesmo sendo prevista a ruptura por seção líquida para todos os ensaios segundo as diretrizes normativas de projeto, alguns tiveram ruptura por esmagamento ou modo misto (esmagamento com *R.S.L.*). A Tabela 5-2 apresenta a quantidade dos ensaios. Como o modo de ruptura foco desse trabalho é por seção líquida (*R.S.L.*), os dados disponíveis resultam em 114 ensaios, com apenas seis ensaios para uma seção conectada, segundo a Tabela 5-2.

Tabela 5-2– Quantidade de dados para os casos ensaiados, o modo de ruptura e quantidade de seções.

Modo de Ruptura	NS	Caso								Total
		A	B	C	D	E	F	G	H	
R.S.L.	1	3	0	1	1	0	0	0	1	6
	2	14	4	2	3	2	2	2	4	33
	3	18	3	2	4	3	2	2	4	38
	4	18	4	2	4	3	0	2	4	37
Esmagamento	1	12	8	1	3	2	2	1	3	32
	2	3	0	0	0	1	0	0	0	4
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Esm.+ R.S.L.	1	3	1	0	0	1	0	1	0	6
	2	1	0	0	1	0	0	0	0	2
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A Figura 5-2 apresenta a porcentagem dos ensaios quanto ao número de seções conectadas e os casos de ensaio.

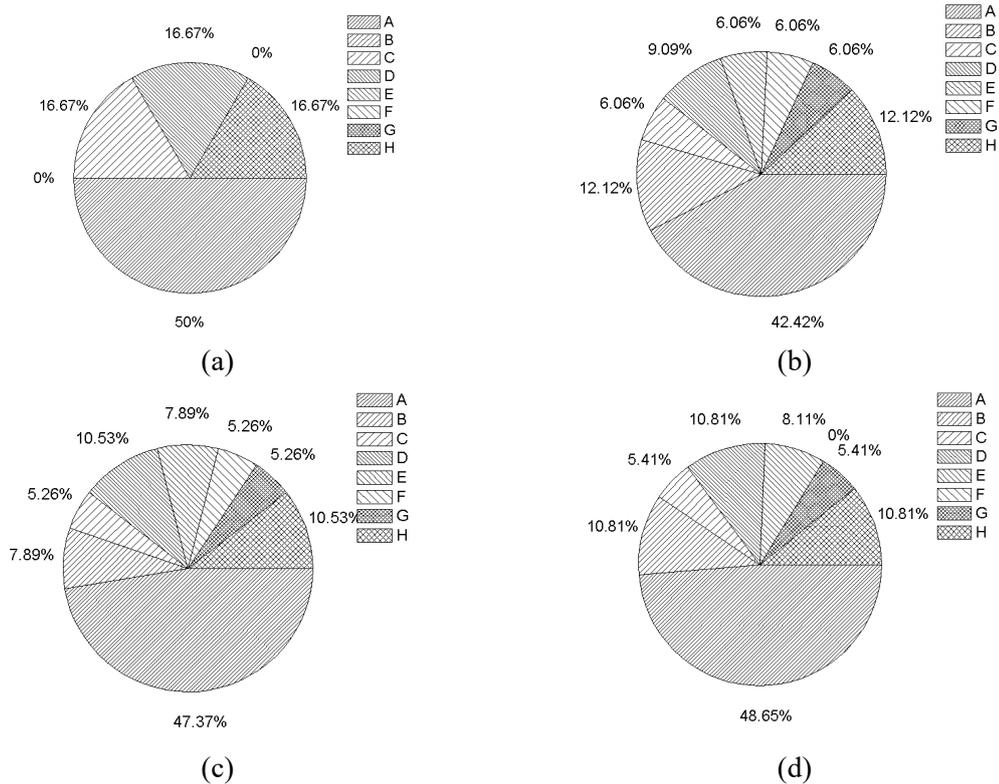


Figura 5-2 – Porcentagem de ruptura por seção líquida para os casos ensaiados por Paula (2006) e o número de seções conectadas para *a)* 1 seção (1 NS), *b)* 2 seções (2 NS), *c)* 3 seções (3 NS) e *d)* 4 seções (4 NS).

Independentemente do número de seções conectadas, o caso mais explorado foi com a cantoneira conectada por uma aba, caso A, seguido dos casos H e D, como pode ser visto na

Figura 5-2. Os casos de  $B$  a  $H$  possuem um pequeno conjunto amostral, assim, esses resultados não têm significância estatística para algumas análises. Posterior a essa análise realizou-se a coleta de mais resultados experimentais nos trabalhos de Carril, Yu e LaBoube (1995), Yip e Cheng (2000), Teh e Gilbert (2013) e Pereira (2020). Com a intenção de compreender os experimentos estatisticamente foi realizada simulação computacional com as variáveis estocásticas. Para isso, foi necessário fazer estimativas das variáveis do problema e também avaliar o comportamento das predições perante os valores experimentais.

## 5.2 INCERTEZAS NOS MODELOS DE PREDIÇÃO

Avaliar modelos de predição é verificar a sua compatibilidade com resultados experimentais. Um dos modos para averiguar é mensurar o erro da predição ( $\varepsilon$ ), que pode ser encontrado com a Eq. (5.1).

$$\varepsilon = \hat{Y} - y \quad (5.1)$$

Onde  $y$  é o valor de predição e  $\hat{Y}$  é o valor experimental. Portanto, quanto menor o valor de  $\varepsilon$  mais semelhança possui a predição do comportamento real, sendo a situação ideal para que o seu valor médio seja nulo. Esse valor é minimizado no processo de mínimos quadrados para validar a regressão e pode ser uma medida de verificação dos modelos de predição existentes. A teoria da regressão atribui que  $\varepsilon$  segue uma distribuição normal, ou seja,  $\varepsilon \sim N(0, var(\varepsilon))$ . Mas essa variação também pode ser representada pela razão entre a predição e o experimental ( $\omega$ ), vide Eq. (5.2).

$$\omega = \frac{\hat{Y}}{y} = \frac{P_{exp}}{P_{pred}} \quad (5.2)$$

É possível, então, avaliar a dispersão da equação de predição sem influência de unidade de medida ou magnitude da variável. Quanto mais próximo de 1 a média de  $\omega$ , menor a dissipação de erros do modelo de predição. Os  $\omega$  utilizando a equação do EN 1993 estão na Figura 5-3.

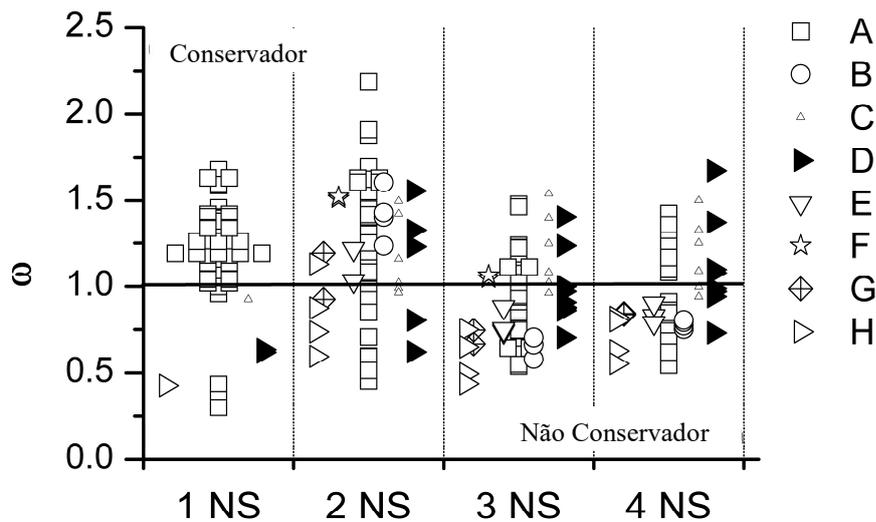


Figura 5-3 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de EN 1993.

Com a predição especificada pela norma europeia os valores apresentaram um desvio de dados considerável e uma média acima de 1 para 2 seções conectadas (2 NS). Nos casos G e H os valores médios foram não conservativos para 3 e 4 seções conectadas. A predição para uma seção conectada foi conservadora em média. De acordo com a avaliação, a equação para 3 e 4 seções resulta em melhores valores. A próxima equação a avaliar foi a expressão de Paula, Bezerra e Matias (2008), cujos resultados obtidos estão na Figura 5-4.

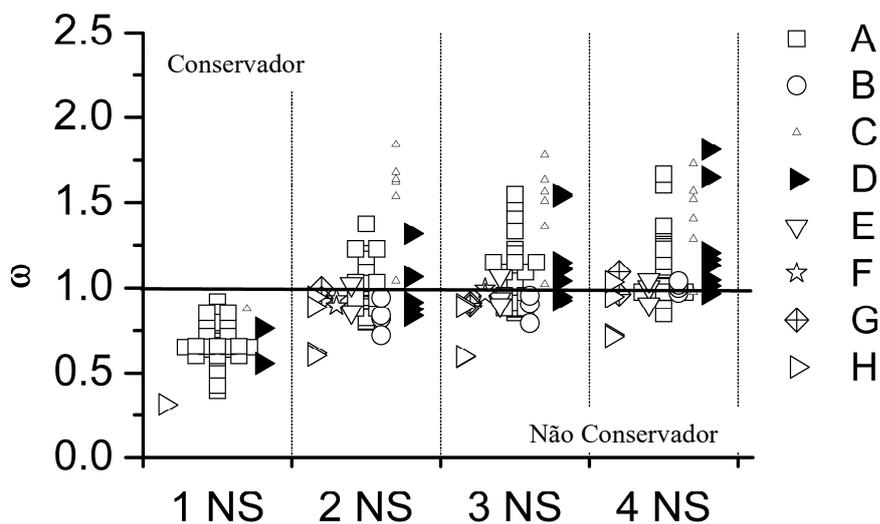


Figura 5-4 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de Paula, Bezerra e Matias (2008).

Na Figura 5-4 observa-se uma melhoria significativa comparando-se aos resultados apresentados pelo EN 1993, principalmente para duas seções conectadas (2 NS). A dispersão de todos os casos reduziu sua variabilidade e foi possível expressar mais próximos os casos de

estudo especiais (B, E, F e G), pois já estão com média mais próxima de 1. Ressalta-se que essa equação foi pioneira em considerar mais variáveis que influenciam no *shear lag*.

Baseado na formulação de predição do trabalho de Yu e LaBoube (2010), a ABNT NBR 14762:2010 prescreve como devem ser verificados os projetos brasileiros, os  $\omega$  estão apresentados na Figura 5-5.

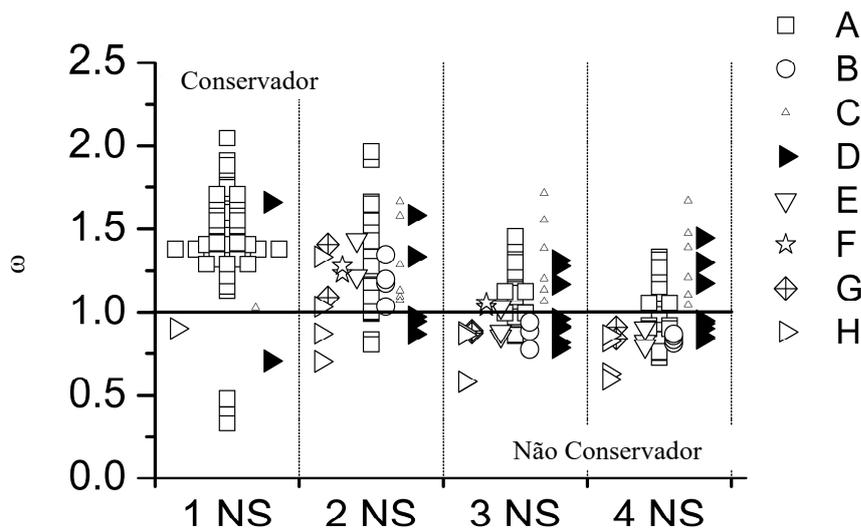


Figura 5-5 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de ABNT NBR 14762:2010.

Os valores de predição para 3 e 4 seções demonstram uma média próxima ao valor unitário, com uma baixa dispersão. Para os casos de duas seções conectadas os casos de ensaio especiais tiveram seus valores conservativos e mais dispersos. Para uma seção conectada os valores foram em sua maioria conservativos. Essa referência possui uma equação descrita apenas para o caso de uma seção conectada, entretanto, mesmo assim, os resultados foram conservativos, mas não foram bons. A AISI (2016) se baseou no trabalho de Teh, ASCE e Gilbert (2013) para atualizar sua equação, as dispersões são evidenciadas na Figura 5-6.

Com a formulação do AISI:2016 os valores de  $\omega$  apresentaram médias superiores a 1 para quase todos os casos avaliados. Nota-se que nos casos de conexões pelas duas abas (caso C) houve maior diferença entre a predição e o valor experimental para 2, 3, e 4 seções conectadas, indicando que não se deve reduzir a força de predição para esses casos, como já é informado em algumas normas. Para uma seção conectada a formulação resultou não conservativa. O mais recente trabalho na predição do índice  $C_t$  foi realizado por Pereira (2020), e para essa expressão tem-se os seguintes  $\omega$  na Figura 5-7.

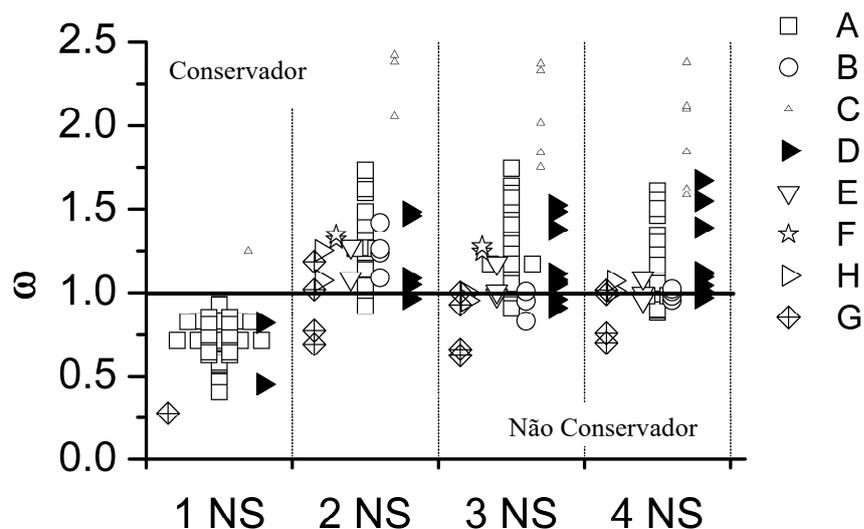


Figura 5-6 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de AISI:2016.

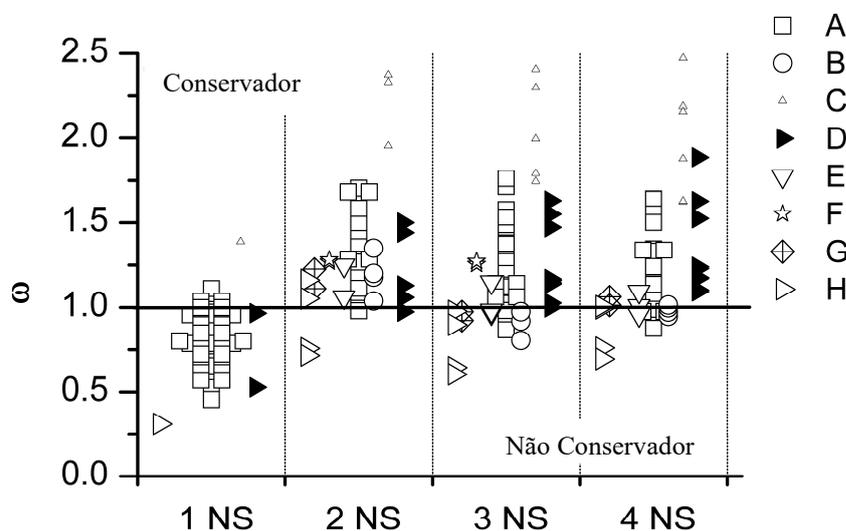


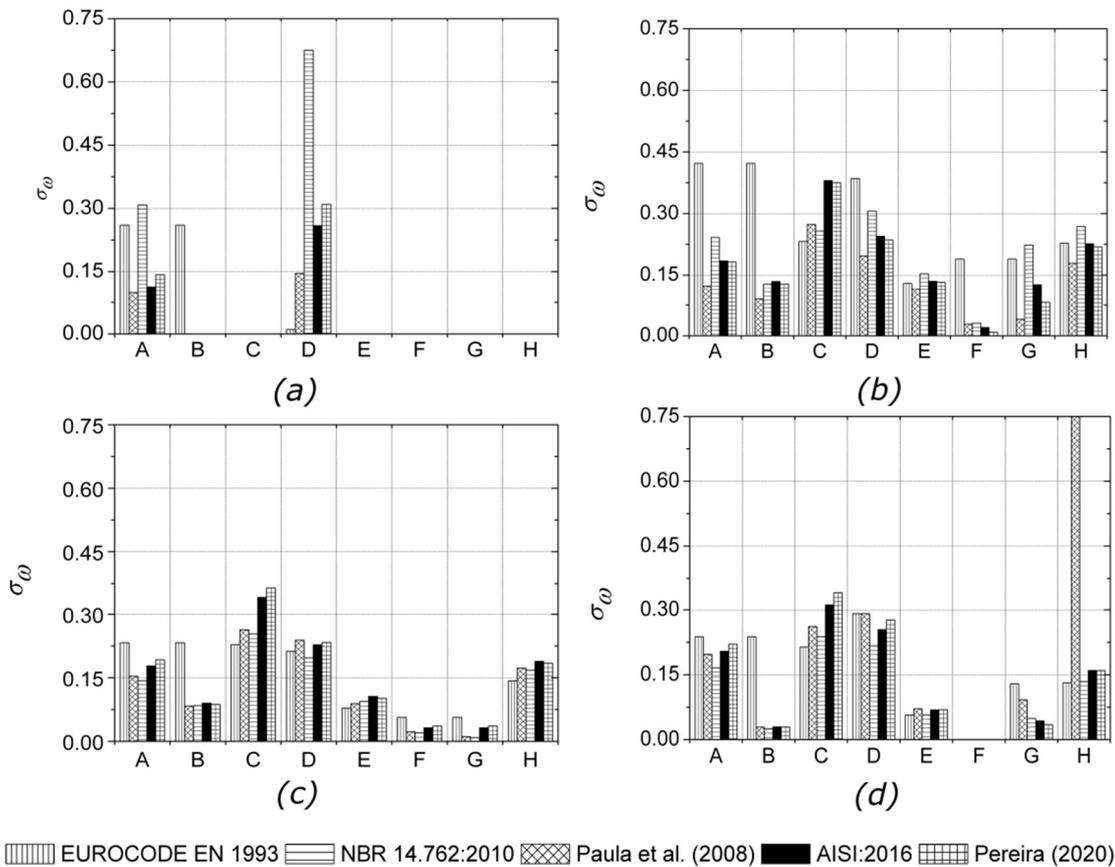
Figura 5-7 – Dispersão de predição ( $\omega$ ) de Pereira (2020).

A equação para o  $C_t$  proposta por Pereira (2020) resultou na maioria dos casos na região conservativa, apenas o caso H permaneceu na região não conservativa. Para apenas uma seção conectada essa formulação manteve média menor que 1. Pereira (2020) teve uma contribuição significativa no aumento de banco de dados dos ensaios, utilizando outras ligas metálicas.

Foi possível analisar que para uma única seção de parafusos nenhuma das expressões teve boa representatividade, mas nos experimentos de Paula (2006) e Pereira (2020) uma grande parcela de amostras não apresentou ruptura por seção líquida. O banco de dados que contribui para o caso de 1 NS é composto pelos trabalhos de Carril, Yu e LaBoube (1995), Yip e Cheng (2000) e Teh e Gilbert (TEH; ASCE; GILBERT, 2013; TEH; GILBERT, 2014b). Nos ensaios de Paula (2006) e Pereira (2020) foi possível observar que os experimentos com uma única

seção conectada, normalmente, sofrem ruptura por esmagamento, o que não condiz com a predição, que serve como um indicativo para que essa configuração não seja utilizada.

Como já dito, a variação da dispersão ( $\omega$ ) também é um instrumento de avaliação da qualidade da regressão. A dispersão das figuras anteriores pode ser um instrumento de medida, mas a mensuração deve ser realizada pelo seu desvio padrão,  $\sigma_\omega$ . Assim, a Figura 5-8 mostra  $\sigma_\omega$  subdividido por número de seções conectadas e por características de ensaio (Tabela 5-1).



EUROCODE EN 1993 NBR 14.762:2010 Paula et al. (2008) AISI:2016 Pereira (2020)

Figura 5-8 – Desvio padrão da dispersão de predição ( $\sigma_\omega$ ) a) 1 seção conectada, b) 2 seções conectadas, c) 3 seções conectadas e d) 4 seções conectadas.

Os  $\sigma_\omega$  máximos ocorreram com a formulação da Eurocode EN 1993 com duas seções conectadas. Com o aumento do número de seções conectadas houve uma redução no valor do desvio padrão para a maioria das formulações, alguns tipos de casos ensaiados (H, G, F, E e B) possuem um conjunto pequeno de dados (Tabela 5-2). Essa avaliação auxiliará os projetistas nas escolhas de melhores equações para o seu dimensionamento. As médias de  $\omega$  estão na Tabela 5-3.

Tabela 5-3– Média e desvio padrão de  $\omega$  para dos casos estudados.

		2 NS	3 NS	4 NS	Caso A	Casos especiais (B à H)	Todos
EN 1993	Média	1.119	0.993	1.025	1.044	1.023	1.038
	Desvio padrão	0.284	0.362	0.363	0.337	0.320	0.331
Paula, Bezerra e Matias (2008)	Média	0.828	1.062	1.076	0.905	0.940	0.915
	Desvio padrão	0.151	0.175	0.197	0.215	0.240	0.222
NBR 14.762:2010	Média	0.998	1.083	0.964	0.986	0.965	0.980
	Desvio padrão	0.263	0.161	0.166	0.246	0.238	0.243
AISI:2016	Média	1.095	1.211	1.154	1.108	1.030	1.086
	Desvio padrão	0.196	0.200	0.205	0.225	0.251	0.233
Pereira (2020)	Média	1.100	1.186	1.153	1.109	1.050	1.093
	Desvio padrão	0.204	0.216	0.221	0.229	0.266	0.240

Outro modo de avaliar os valores de dispersão ( $\omega$ ) seria sem a segregação pelo número de seções conectadas e considerando apenas o conjunto amostral do caso A. Essa é a condição comum e indicada para ser realizada nas normas, visto que o número de seções está indiretamente inserido pelo valor de  $L$ . Os resultados estão na Figura 5-9.

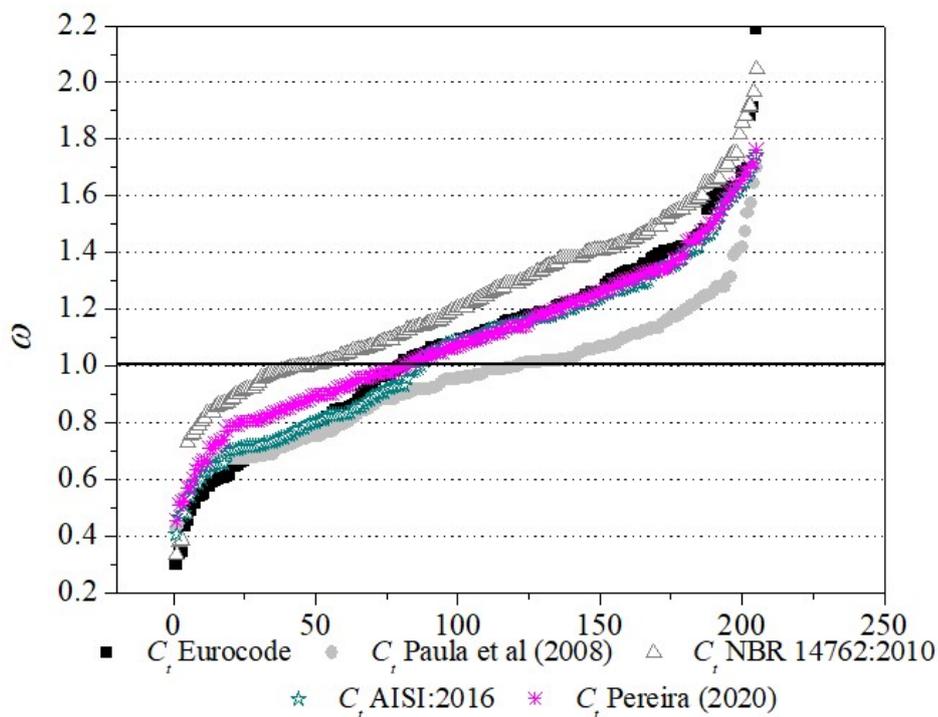


Figura 5-9 – Índice  $C_t$  para os ensaios.

Os resultados agora se apresentam com valores entre 0.3 e 2.2. Na Figura 5-9 as amostras que estão na parte mais da cauda das equações do EN 1993:2005, de Paula, Bezerra e Matias (2008), AISI:2016 e Pereira (2020) são resultantes das conexões de uma seção, como

pode ser observado nos gráficos anteriores. A formulação de Paula, Bezerra e Matias (2008) apresentou menor inclinação tendendo à reta  $\omega = 1$  (média ideal) com um maior conjunto de amostras nessa região. Os coeficientes de variação das equações analisadas estão dispostos na Tabela 5-4.

Tabela 5-4– Média, desvio e coeficiente de variação para as predições.

Equações de predição	Média	Desvio padrão	Coeficiente de variação
EN1993	1.07	0.33	0.31
Paula, Bezerra e Matias (2008)	0.95	0.23	0.24
NBR 14762:2010	1.23	0.30	0.24
AISI:2016	1.06	0.29	0.28
Pereira (2020)	1.09	0.27	0.25

O menor coeficiente de variação para  $C_t$  foi da equação proposta por Paula, Bezerra e Matias (2008), mas todos apresentam valores próximos (0.23 a 0.30). A Figura 5-10 apresenta a dispersão do coeficiente de  $C_{t,exp}$ , que busca representar o efeito do *shear lag* nas conexões dependendo do número de seções conectadas e do caso experimental.

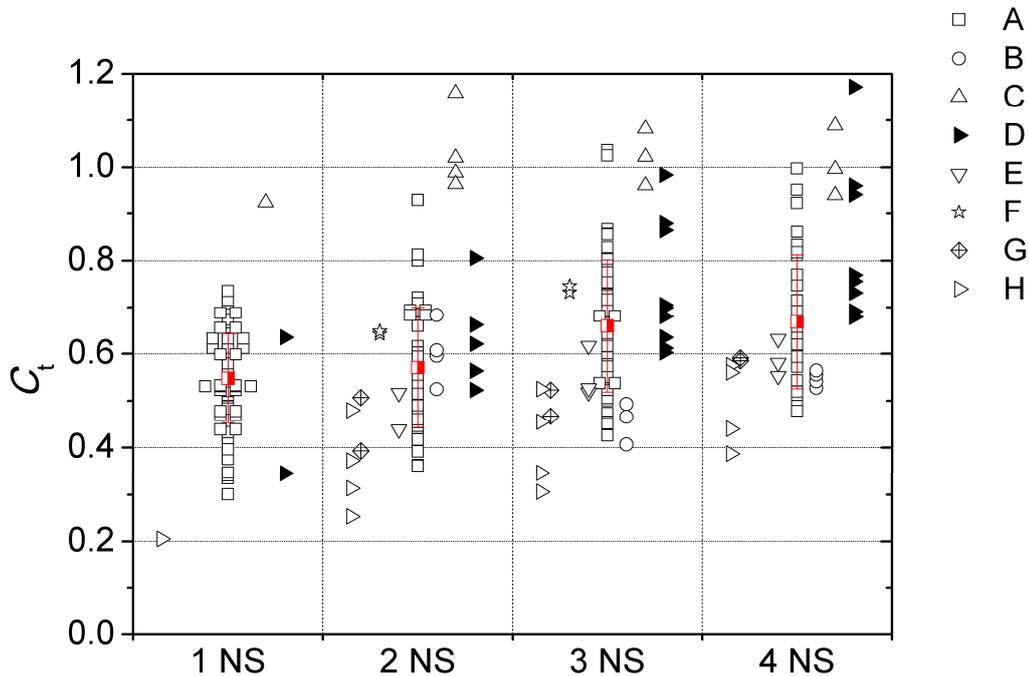


Figura 5-10 – Índice  $C_t$  experimentais para os ensaios.

Como apresentado na Figura 5-10, a média de  $C_{t,exp}$  se eleva com o aumento de número de seções e o seu desvio padrão tem um leve aumento. Calculando o coeficiente de variação dos resultados de  $C_{t,exp}$  encontra-se 0.17, 0.23, 0.22 e 0.21 para 1 NS, 2 NS, 3 NS e 4 NS, respectivamente. O maior valor ocorre para o caso de duas seções conectadas, significando que

os resultados são mais esparsos, entretanto a equação de Paula, Bezerra e Matias (2008) conseguiu bons resultados nessa avaliação.

### 5.3 ADERÊNCIA ENTRE AS $P_{EXP}$ E $P_{PRED}$

Uma das metodologias para analisar a propagação de incertezas e a qualidade da predição é avaliar as funções densidades de probabilidade do valor de predição e do valor experimental. O teste de Komogorov-Smirnov (*KS*) pode ser utilizado para os conjuntos de dados de cada grupo, o que significa testar se eles seguem a mesma função de distribuição de probabilidade. No caso de não seguirem a mesma função, a hipótese deve ser rejeitada ( $H_0 = I$ ). A Tabela 5-5 apresenta o resultado do teste de *KS* para cada número de seções conectadas (NS).

Tabela 5-5– *KS-test* entre os dados experimentais e de predição.

Método	1 NS		2 NS		3 NS		4 NS	
	$H_0$	p-value	$H_0$	p-value	$H_0$	p-value	$H_0$	p-value
EN 1993	1	1.16E <sup>-5</sup>	0	0.31	0	0.12	1	0.277
Paula, Bezerra e Matias	1	1.35E <sup>-13</sup>	0	0.94	0	0.99	0	0.62
NBR 14.762	1	9.11E <sup>-15</sup>	0	0.19	0	0.99	0	0.96
AISI:2016	1	4.74E <sup>-8</sup>	0	0.19	0	0.69	0	0.27
Pereira (2020)	1	2.64E <sup>-5</sup>	0	0.19	0	0.87	0	0.27

Os resultados mostram que para uma única seção conectada os comportamentos da densidade de distribuição são distintos, não aceitando a hipótese nula de que seguem a mesma distribuição ( $H_0 = I$ ). Já para as conexões com mais seções de parafusos, ou seja, um aumento do comprimento da ligação, as equações resultaram no mesmo comportamento de densidade que os valores experimentais. O EN 1993:2005 apresentou comportamento diferente para o caso de quatro seções conectadas. Na realização desses testes foi considerado o caso *A* (Tabela 5-1), por ser o conjunto com maior amostragem.

Outro modo de avaliar a acurácia entre os valores de predição e experimental é por meio da sua aproximação. Quanto mais próximos estiverem mais bem representados se encontram. A eq. (5.3) é a soma do erro médio quadrático, que é a função de qualidade do ajuste (*fit*).

$$fit = \frac{\|P_{exp} - \hat{y}\|}{\|P_{exp} - \bar{P}_{exp}\|} \quad (5.3)$$

Em que  $P_{exp}$  é o vetor de forças experimentais e  $\hat{y}$  é o vetor de valores de predição. Os valores de *fit* para as forças de predição e  $P_{exp}$  estão apresentados na Tabela 5-6.

Tabela 5-6 – *Goodness of fit* entre os dados experimentais e de predição com *NRMSE* para todos os casos.

Método	1 NS	2NS	3NS	4NS	Todas
EN 1993	-3.21	-0.69	-0.44	-0.47	-0.51
Paula et al (2008)	-2.04	-0.41	0.24	0.11	-0.05
NBR 14762:2010	-2.45	-0.15	0.26	0.17	0.03
AISI:2016	-2.16	0.04	0.016	0.02	0.01
Pereira (2020)	-2.13	0.05	0.016	-0.07	0.02

As melhores aproximações dos modelos foram pela predição definida por AISI:2016, em que o *NRMSE* se aproxima mais de 0. Nota-se que os valores para 1 NS e 2 NS são os mais altos, para 1 NS ressalta-se que todos os modelos de predição foram discrepantes com os valores experimentais, sendo o melhor deles o de Paula, Bezerra e Matias (2008). A fórmula especificada por AISI:2016 apresentou o melhor resultado quando se considera todo o conjunto amostral, sem distinção de número de seções conectadas.

A avaliação dos testes de aderência não permite definir qual o tipo de função densidade probabilística, o que poderia, por exemplo, auxiliar na escolha de quartis de fronteira para a força de ruptura. Portanto, para a sua definição utilizou-se a teoria da verossimilhança, que compara a função densidade da amostra com uma distribuição probabilística conhecida, obtendo a distribuição (Dist), a verossimilhança (MLE), a média ( $\mu$ ) e a variância ( $\sigma^2$ ) apresentados na Tabela 5-7.

Tabela 5-7 – Máxima verossimilhança (MLE) e parâmetros estatísticos estimados.

Método	Experi- mental	EN 1993	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016	Pereira (2020)	
		Gen. Extreme Value	Gen. Extreme Value	Extreme Value	Gen. Extreme Value	Gen. Extreme Value	
1 NS	Dist.	Weibull	Weibull	Weibull	Weibull	Weibull	
	MLE	-338.9	-310.6	-339.4	-267.8	-351.2	-343.9
	$\mu$	80.55	64.79	115.74	54.10	108.55	96.99
	$\sigma^2$	619.45	477.25	1120.71	134.24	1194.58	981.39
2 NS	Dist.	Weibull	Weibull	Weibull	Weibull	Weibull	
	MLE	-224.8	-239.1	-224.9	-210.3	-211.9	-211.4
	$\mu$	60.50	67.46	60.95	46.84	46.24	45.72
	$\sigma^2$	1234.81	3779.52	1258.67	641.45	708.36	693.54
3 NS	Dist.	Weibull	Weibull	Weibull	Weibull	Weibull	
	MLE	-197.4	-212.8	-185.4	-191.3	-180.8	-181.8
	$\mu$	82.47	107.68	78.91	79.07	67.67	68.55
	$\sigma^2$	2189.31	6119.18	1987.54	2122.59	1590.91	1702.96
4 NS	Dist.	Weibull	Gamma	Weibull	Weibull	Weibull	
	MLE	-165.7	-173.3	-169.5	-172.4	-159.3	-159.6
	$\mu$	103.52	123.56	98.70	109.62	88.63	88.82
	$\sigma^2$	1384.59	3470.91	1864.30	2238.30	1353.36	1378.85

Como pode se observar as distribuições de probabilidade seguiram a mesma distribuição dos dados experimentais, exceto para 1 NS, em concordância com os resultados do teste *KS*. Os valores das médias das distribuições probabilísticas foram distintos dos valores das previsões. A Figura 5-11 mostra a função densidade de probabilidade acumulada ( $CDF(P)$ ) aproximada para cada um dos métodos analisados com uma seção conectada. Os casos com mais seções conectadas estão dispostos nas de Figura 5-12 a Figura 5-14.

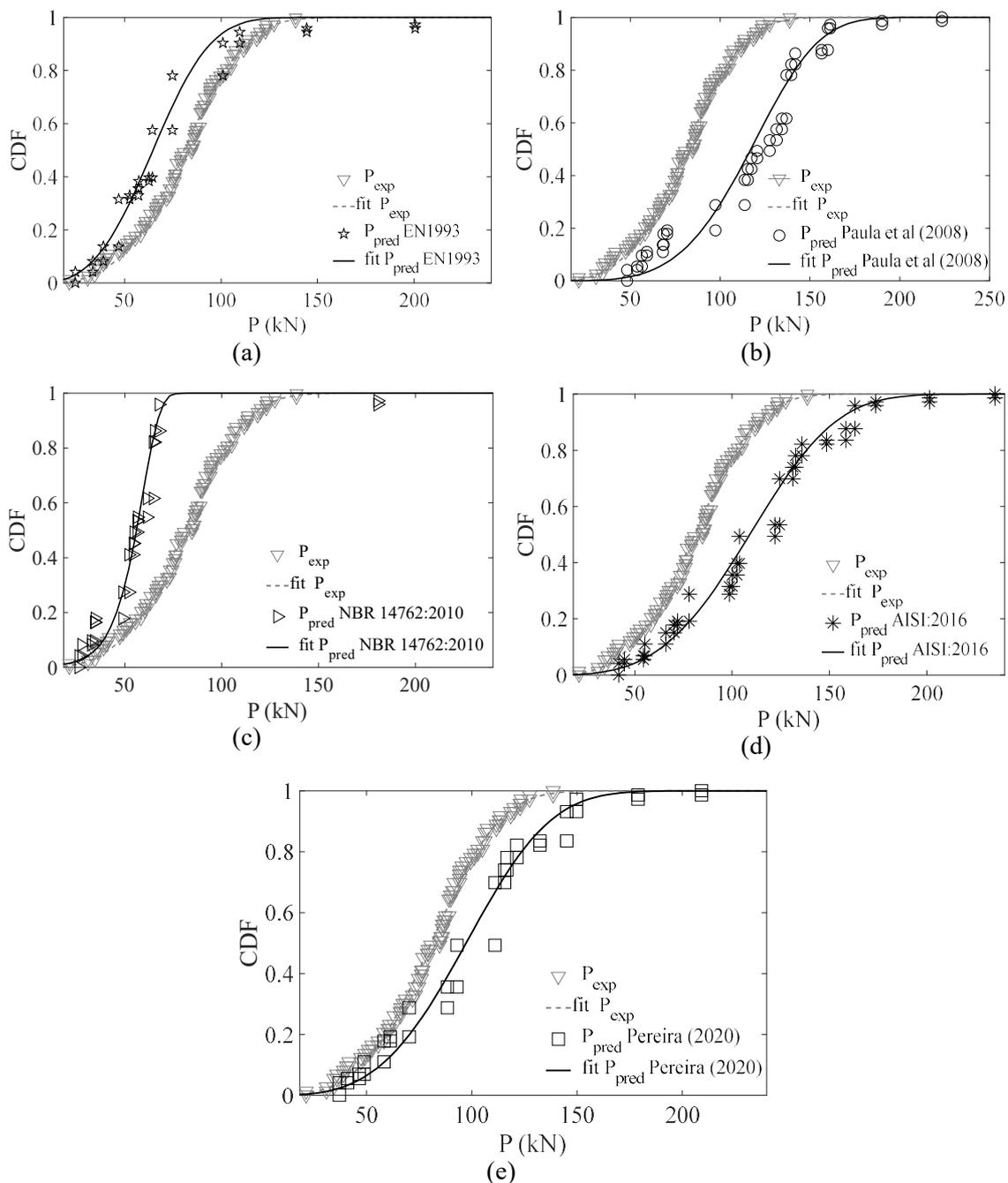


Figura 5-11 – Gráfico da função densidade acumulada ( $CDF$ ) para a força de ruptura experimental e previsão por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com uma seção conectada

Presume-se que os melhores modelos de predição para  $I NS$  são o de Pereira (2020) e o EN 1993, pois apresentam melhor aderência entre  $CDFs$ . Observa-se na Figura 5-12 que a densidade da predição por Paula, Bezerra e Matias (2008) mostrou aderência símil com os valores experimentais. Verificando as  $CDF$  para o caso de três seções conectadas (Figura 5-13) nota-se que a formulação descrita por Paula, Bezerra e Matias (2008) e pela NBR 14.762:2010 é muito próxima dos valores experimentais e as distribuições adequadas se aderem bem à distribuição experimental.

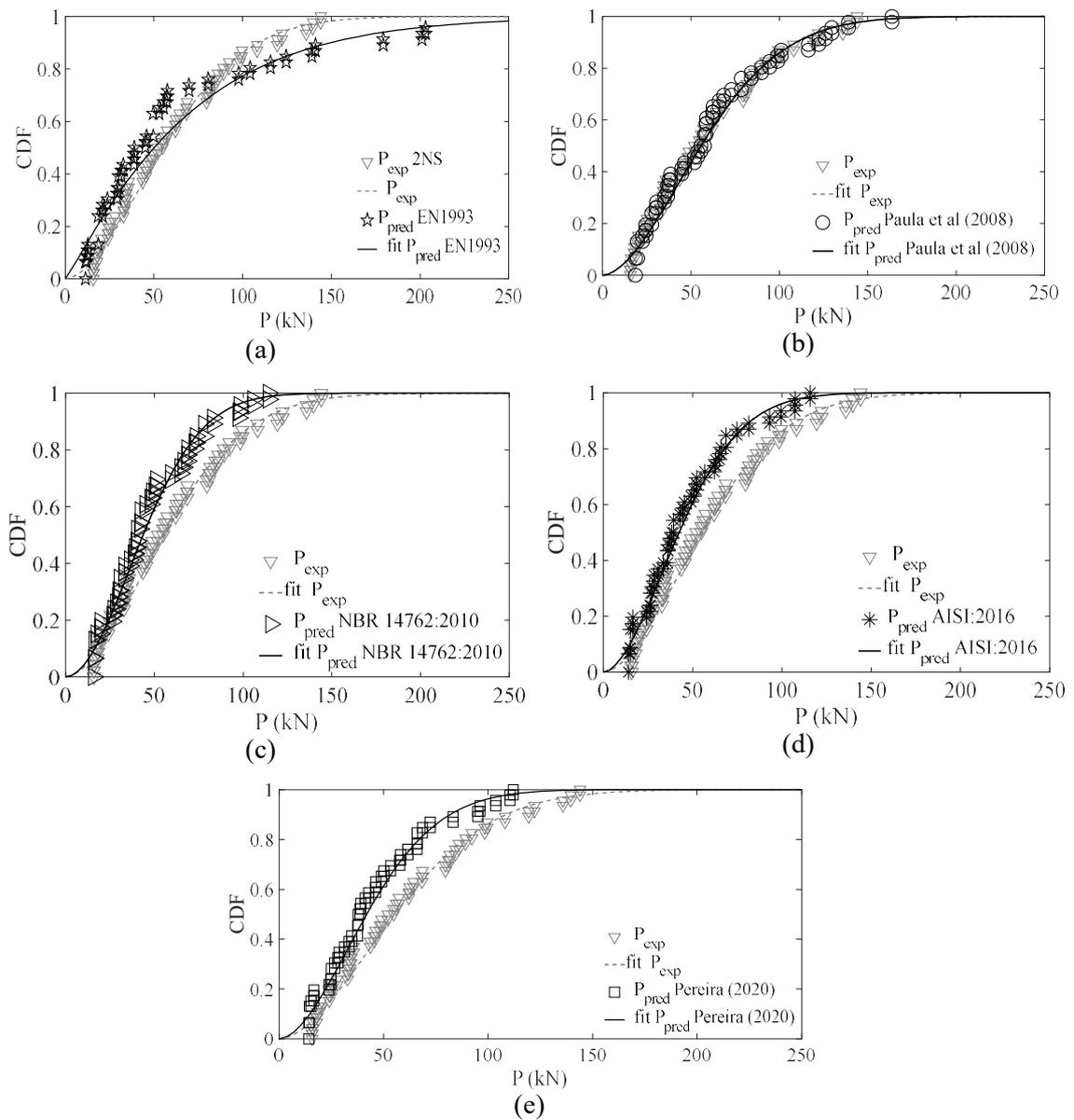


Figura 5-12 – Gráfico da função densidade acumulada ( $CDF$ ) para a força de ruptura experimental e predição por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com 2 seções conectadas.

O modelo que mais adere é o de Paula, Bezerra e Matias (2008) evidenciando o quanto os valores de força e a sua densidade acumulada são próximos. A predição pela NBR 14.762:2010 já apresenta valores mais próximos do experimental para forças inferiores a 125 kN, depois mostrou diferenças maiores. Com esse resultado pode-se concluir que existe mais dispersão dos valores com a formulação de predição para maiores forças de ruptura.

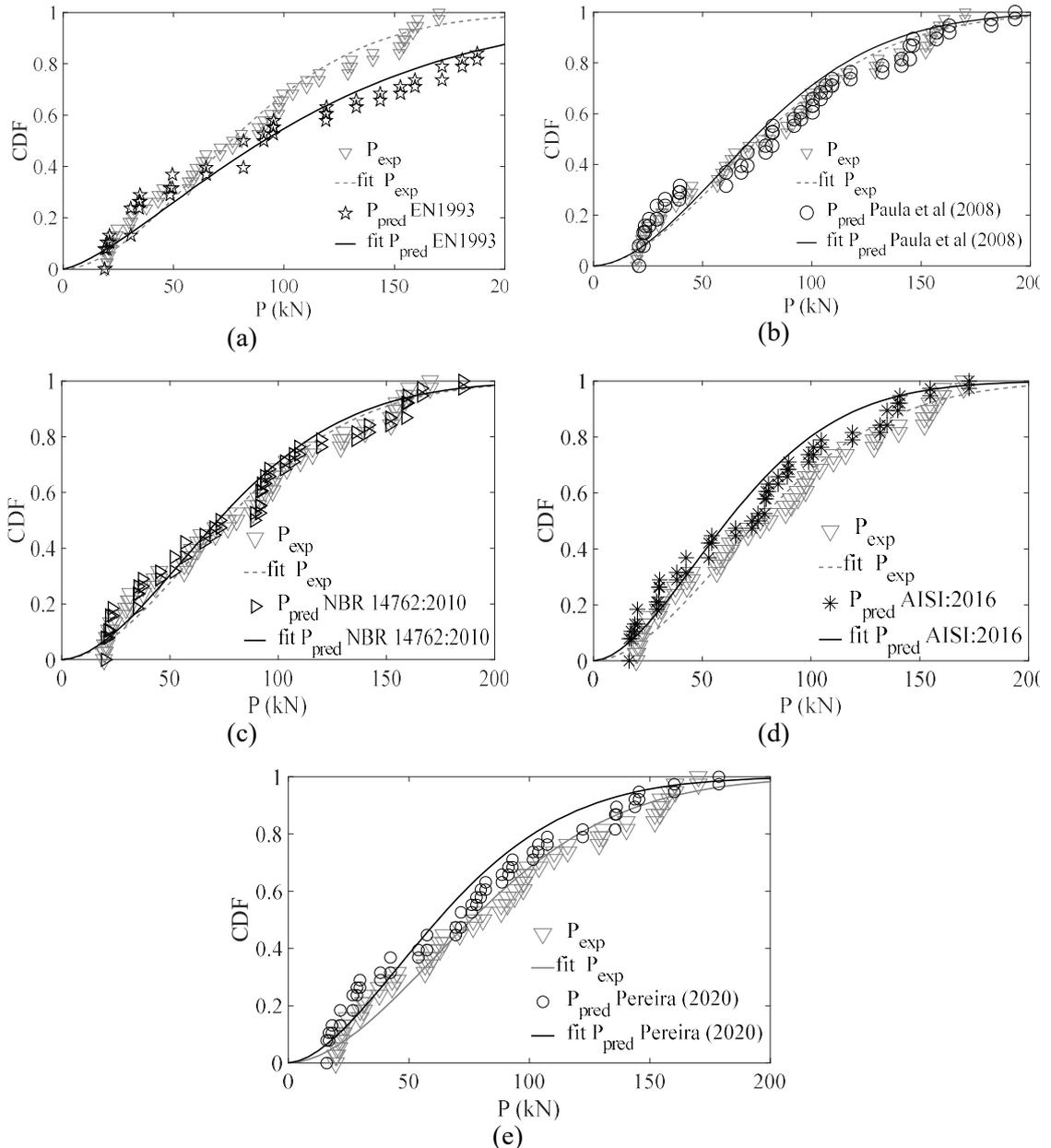


Figura 5-13 – Gráfico da função densidade acumulada (CDF) para a força de ruptura experimental e predição por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com 3 seções conectadas.

Para avaliar a função densidade de probabilidade ( $f(P)$ ) independentemente do número de seções conectadas e verificar se a diferença das médias e dispersões ocorrem se traçou as  $f(P)$ , apresentadas na Figura 5-15.

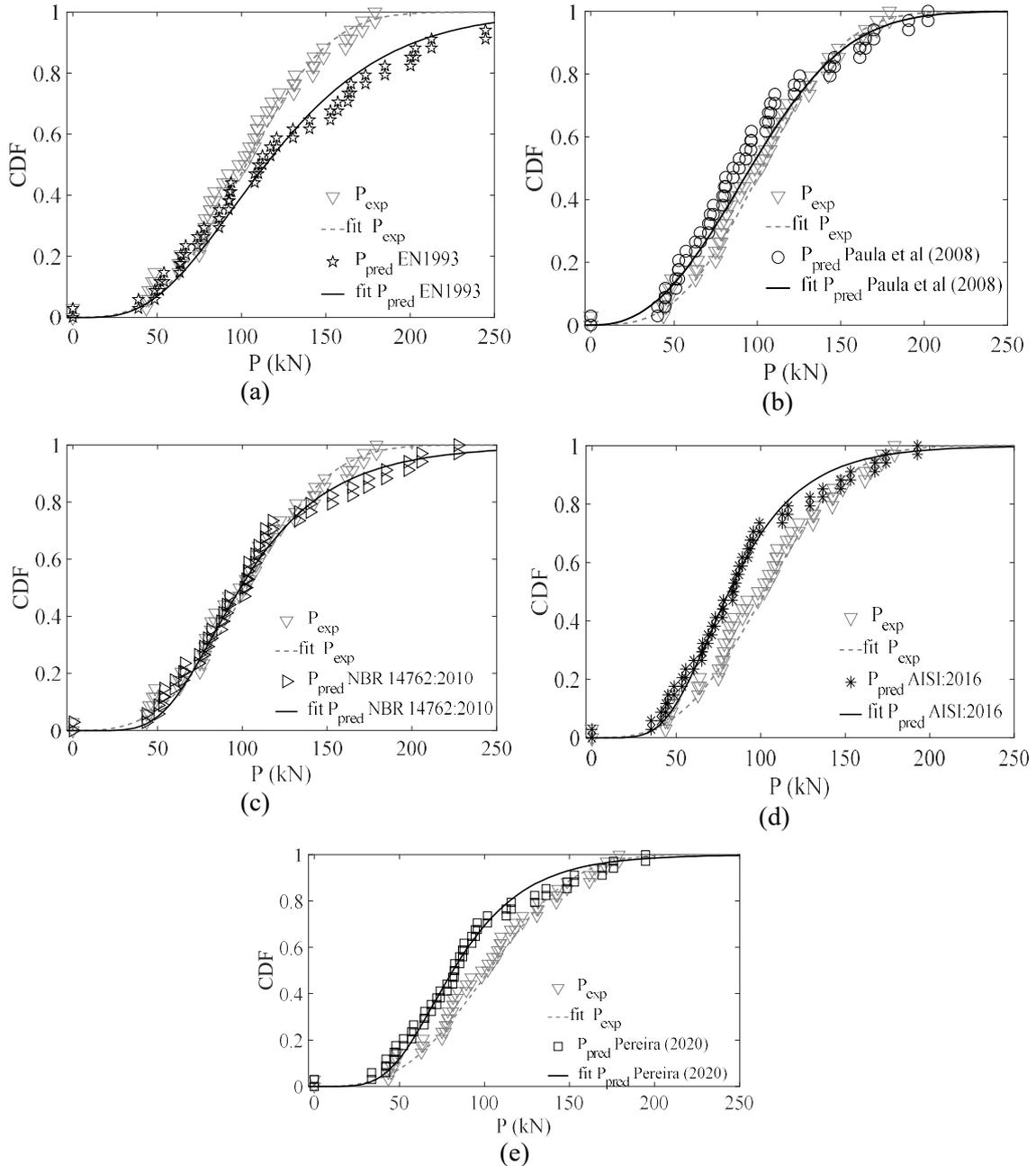


Figura 5-14 – Gráfico da função densidade acumulada (CDF) para a força de ruptura experimental e predição por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com 4 seções conectadas.

Na Figura 5-15 a fórmula estipulada pela ABNT NBR 14.762:2010 demonstra distribuição mais concentrada e diferente das demais funções de probabilidade das predições e dos valores experimentais. Na próxima seção será apresentada a correlação das variáveis.

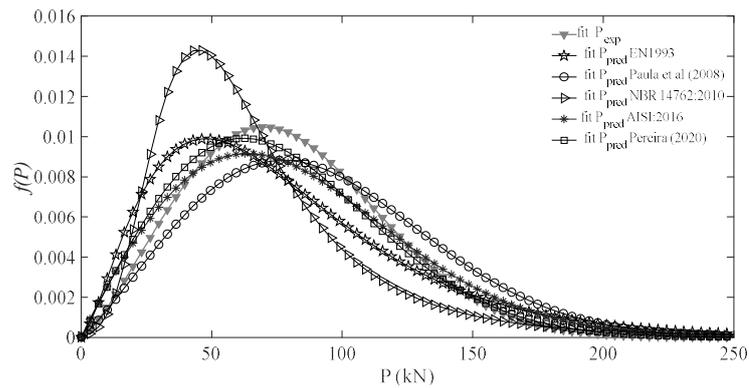


Figura 5-15 – Gráfico da função densidade ( $f(P)$ ) para a força com todas as seções.

#### 5.4 PARÂMETROS ESTÁTISTICOS DAS VARIÁVEIS

Para o estudo aleatório dos problemas é necessário verificar com qual distribuição probabilística a variável se aproxima e qual o coeficiente de variação da mesma. Quanto maior o conjunto de dados para encontrar essas características, mais adequada será a determinação deste comportamento, sendo necessário definir o tipo de distribuição probabilística que mais se adequa ao problema, sua média e coeficiente de variação.

Mas os dados da pesquisa ora proposta possuem médias diferentes, por exemplo, a espessura que pode ser 2.25, 3.35 e 3.75 mm. Assim, estes parâmetros foram avaliados subdivididos, sendo preferível representar pelo coeficiente de variação ( $CV$ ), que é a razão do desvio pela média. No banco de dados os parâmetros que foram controlados foram a espessura ( $t$ ) e a força de ruptura experimental, obtendo-se os valores de  $CV$  de 0.02 e 0.19, respectivamente.

Para uma propagação de incertezas quanto mais variáveis forem utilizadas de modo aleatório, mais se terá a abrangência do comportamento. Conquanto, durante os ensaios algumas características foram consideradas constantes. Os valores foram a distância entre os furos, os comprimentos das abas e o diâmetro do furo. As duas últimas possuem seus dados estatísticos descritos no trabalho de Salih, Gardner e Nethercot (2010), em que são relatados os  $CV$  para estas características geométricas, sendo  $CV_b = 0.005$  e  $CV_d = 0.005$ . Como são características geométricas foi adotada uma distribuição normal.

As excentricidades dos perfis (posição do centroide) e o comprimento da conexão ( $3df$ ) são obtidos com os parâmetros geométricos estocásticos e o número de furos por seção é um valor determinístico. A tensão de resistência última ( $f_u$ ) para aço formado a frio é descrita em Bolandim, Beck e Malite (2013) como uma distribuição lognormal e um  $CV$  de 0.11.

Resta agora a definição do tipo de distribuição probabilística das variáveis. Os coeficientes que possuem dados computam a densidade acumulada ( $F(x)$ ) para ser realizado o

teste Komogorov-Smirnov (*KS-test*) de aderência com alguma distribuição conhecida. Realizando esses testes com os subconjuntos obtêm-se que o  $P_{exp}$  segue uma distribuição generalizada de valor extremo (GEV). A função de densidade acumulada ( $F(x)$ ) é apresentada na Figura 5-16 com a densidade experimental (marcadores).

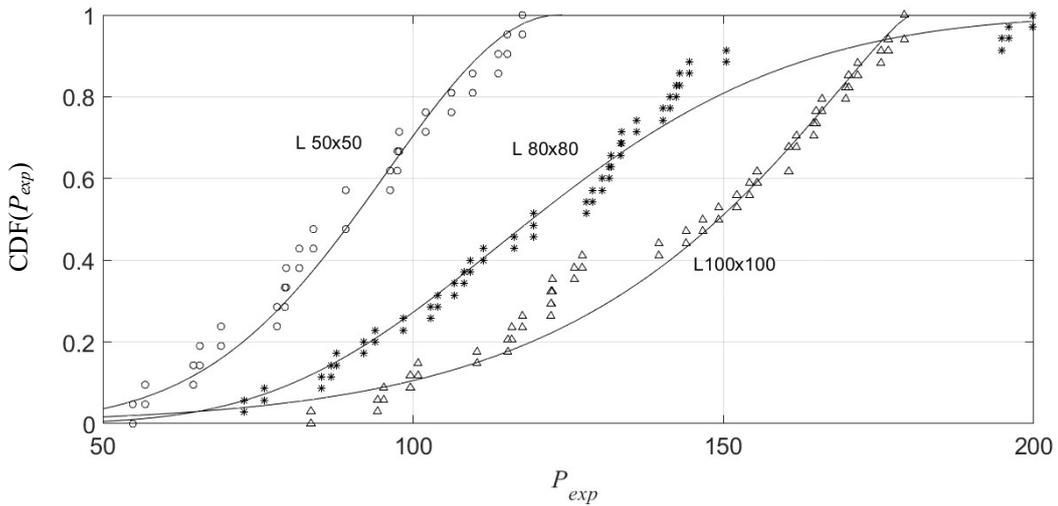


Figura 5-16 – Função densidade acumulada ( $CDF(x)$ ) da  $P_{exp}$  para os perfis  $L 50x50$ ,  $L 80x80$  e  $L 100x100$ , as linhas contínuas são as distribuições generalizadas de valor extremo.

Na Figura 5-16 os valores dispersos são as densidades acumuladas dos dados, nota-se um comportamento similar na distribuição e no conjunto de dados para os três perfis analisados. A subdivisão pela dimensão do perfil foi escolhida por ter uma contribuição direta no valor de  $P_{exp}$ . Utilizou-se as cantoneiras de abas iguais em virtude do seu maior conjunto de dados. Nos ensaios as espessuras dos perfis permaneceram em torno de 2.25, 3.35 e 3.75, os valores foram divididos nestes subconjuntos, para então se realizar o *KS-test*; o gráfico das funções densidades está exposto na Figura 5-17.

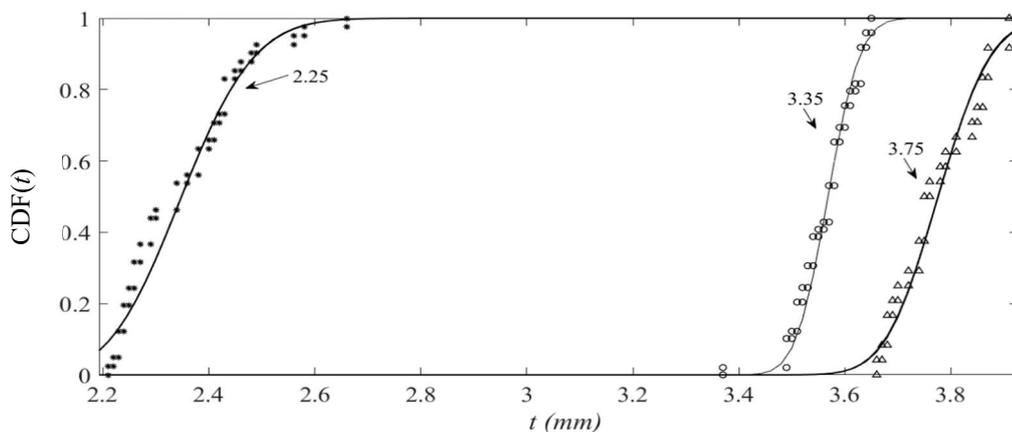


Figura 5-17 – Função densidade acumulada ( $CDF(x)$ ) da  $t$  para 2.25, 3.35 e 3.75, as linhas contínuas são as distribuições Gamma.

Por ser uma característica geométrica é comum que a distribuição vinculada seja gamma, pois ela não permite valores negativos. Isto se comprovou com o *KS-test* nos dados e na Figura 5-17. O valor da redução ( $C_t$ ) pode ser retirado dos valores experimentais e é interessante conhecer o seu comportamento de densidade. Assim, realizou-se o *KS-test* com hipótese nula de seguir uma distribuição normal aceita. Na Figura 5-18 é apresentada a função densidade acumulada de  $C_t$ .

Evidencia-se que em torno do valor de 0.58 para  $C_t$  a distribuição normal se distancia dos valores experimentais. Sendo assim, a predição de  $C_t$  não é bem representada pela função de distribuição normal, contudo, também não se aproxima das demais. Outra observação que pode ser feita é que ocorreram valores de  $C_t$  inferiores a 0.40 e superiores a 0.9, que são os limites da ABNT NBR 14.762:2010.

Com os coeficientes de variação e as distribuições foi possível avaliá-las estocasticamente. Na Tabela 5-8 é apresentado um resumo das distribuições e dos parâmetros.

Tabela 5-8– Parâmetros estatísticos.

Variável	Distribuição	Média	CV
$b_c$	Normal	Comprimento da aba	0.005
$b_d$	Normal	Comprimento da aba	0.005
$d_f$	Normal	$d_b+1.5$	0.005
$t$	Gamma	Perfil	0.020
$P_{exp}$	GEV	Estimada	0.190
$f_u$	Lognormal	Resistência do material	0.110
$C_t$	Normal	Variável	0.260

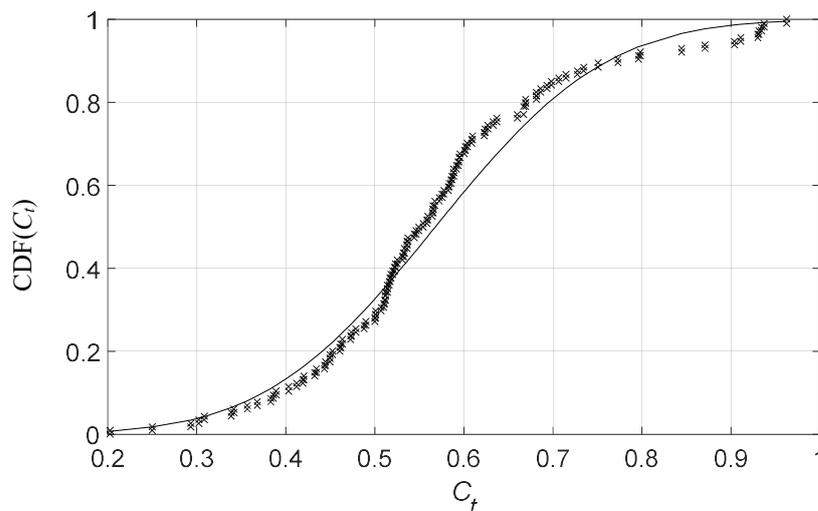


Figura 5-18 – Função densidade acumulada ( $CDF(x)$ ) da  $C_t$ , aproximada de uma normal.

No próximo tópico se retornará à análise dos modelos de predição existentes, buscando avaliar a sensibilidade das variações dos parâmetros no experimento e o valor de predição, assim como a correlação entre as variáveis.

## 5.5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E CORRELAÇÃO DAS VARIÁVEIS

A mensuração da influência das variáveis com os resultados das forças, seja de predição ou experimental, pode ser aferida com o índice de sensibilidade ou dispersão para realizar uma análise de sensibilidade ( $SA$ ). A análise de sensibilidade global pode ser feita aferindo a variância do *output* quando o parâmetro  $x_j$  é fixo, ou seja, sua variância condicional pela razão da variância total ( $V(Y)$ ) (NOWAK; COLLINS, 2012). Na Figura 5-19 é apresentada a análise de sensibilidade total.

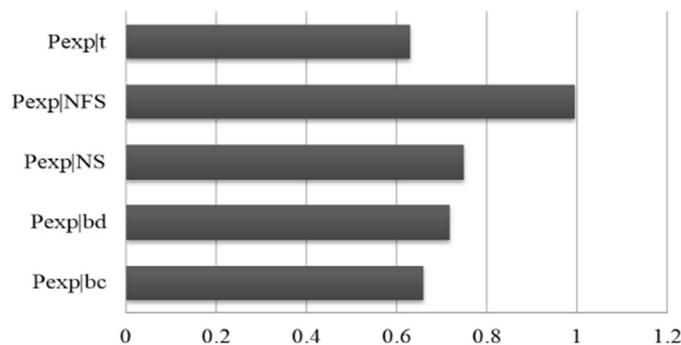


Figura 5-19 – Análise de sensibilidade global ( $S_i$ ) para os resultados experimentais ( $P_{exp}$ ).

Conforme observado na Figura 5-19, a variável que mais se aproximou do conjunto de todas as forças experimentais foi o número de furos por seção ( $S_{NFS} \approx 1$ ). As variáveis que mais aproximam, em sequência, foram o número de seções ( $NS$ ), o comprimento das abas ( $b_c$  e  $b_d$ ) e, por conseguinte, a espessura ( $t$ ). Vale ressaltar que esses valores são determinísticos e uma escolha de projeto. Outro modo de avaliar a sensibilidade dos parâmetros é por meio de um gráfico de dispersão (espalhamento) entre variáveis e os seus histogramas. Na Figura 5-20 são expostas as densidades e dispersões das variáveis geométricas que poderiam influenciar ou ser mais determinantes no que se deseja encontrar, que é a influência da geometria na redução da resistência da peça, através do  $C_t$ .

Nenhuma das variáveis geométricas apresentou um comportamento similar ao  $C_t$ , pode-se observar uma distribuição uniforme de dados na primeira linha e coluna da matriz. Os valores de  $C_t$  se concentram entre  $0.3$  e  $1.5$ , região com mais dados como pode ser observado pela concentração de pontos em  $b_c$ ,  $b_d$  e  $t$ . Na Figura 5-21 está evidenciada a sensibilidade de  $C_t$  com as variáveis  $f_u$ , excentricidade do perfil (Exc.) e diâmetro do parafuso ( $d_b$ ).

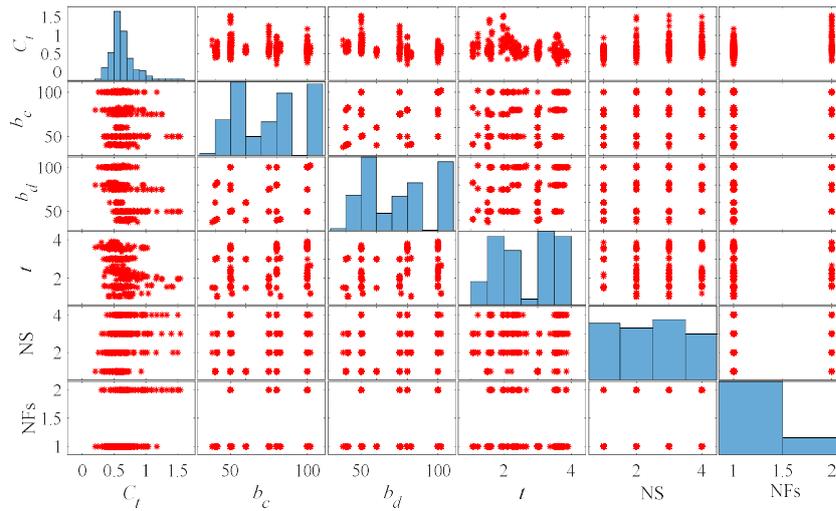


Figura 5-20 – Matriz de dispersão de variáveis conforme a densidade de  $C_t$ ,  $b_c$ ,  $b_d$ ,  $t$ , NS e NFs.

Verificou-se que para os valores de tensão última do material de 600 MPa houve menor dispersão de valores de  $C_t$  indicando uma sensibilidade entre essas variáveis. A excentricidade da peça também apresentou sensibilidade com os coeficientes de redução de área líquida ( $C_t$ ). As demais variáveis não mostraram tendência de dados. Assim, buscou-se analisar o  $C_t$  com as razões das variáveis que causam uma sensibilidade nos mesmos (Figura 5-22).

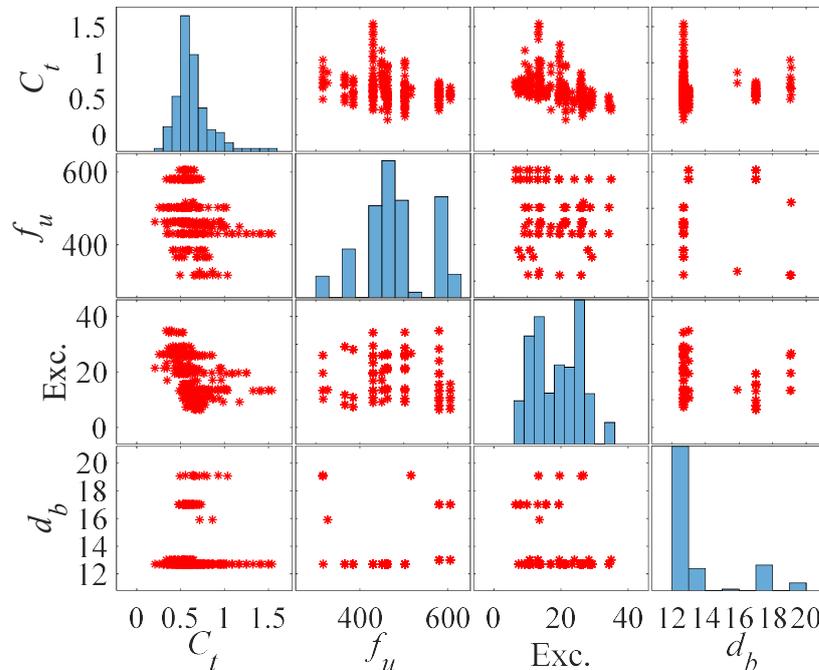


Figura 5-21 – Matriz de dispersão de variáveis conforme a densidade de  $C_t$ ,  $f_u$ , Exc. e  $d_b$ .

Foi possível observar uma sensibilidade considerável quando se relacionou o  $C_t$  com a operação entre número de seções (NS), excentricidade (Exc.) e comprimento da conexão (L).

Também se conclui com esses resultados que para menores valores de  $b_c/b_d$  ocorrem menores valores de  $C_t$ , resultando na compreensão de que quanto maior o valor da aba desconectada se comparado ao da aba conectada se terá uma menor eficiência estrutural.

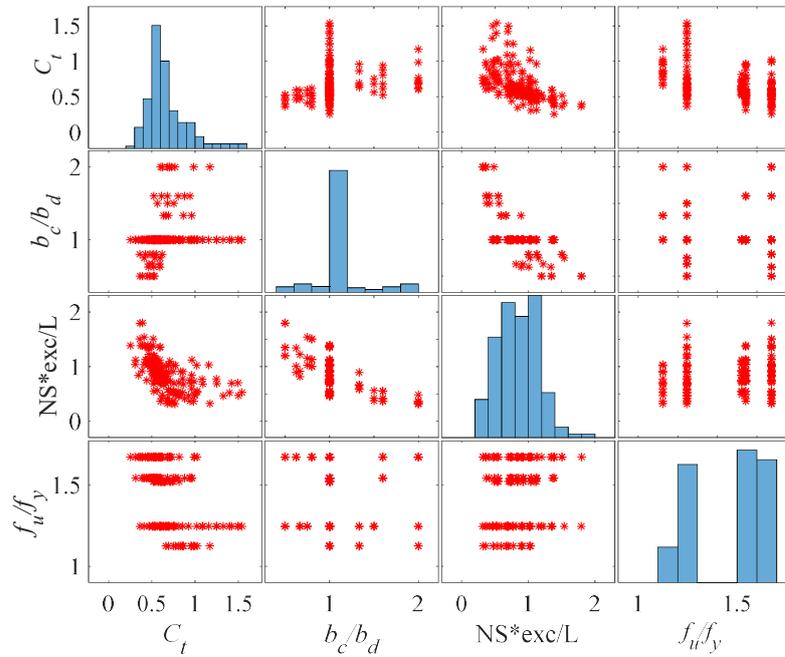


Figura 5-22 – Matriz de dispersão de variáveis conforme a densidade de  $C_t$ ,  $b_c/b_d$ ,  $NS*Exc./L$  e  $f_u/f_y$

As variáveis aleatórias podem estar relacionadas estatisticamente. Este efeito é mensurado pela correlação de Pearson ( $\rho_{x_i,x_j}$ ), calculada com a covariância entre  $x_i$  e  $x_j$  ( $\sigma_{x_i,x_j}$ ) e os desvios padrões de cada variável ( $\sigma_{x_i}$  e  $\sigma_{x_j}$ ):

$$\rho_{x_i,x_j} = \frac{\sigma_{x_i,x_j}}{\sigma_{x_i}\sigma_{x_j}} \quad (5.4)$$

em que  $\rho_{x_i,x_j}$  possui valores de  $-1$  a  $1$ .

No problema abordado as variáveis do sistema são as características geométricas, a resistência do material ( $f_u$ ) e o coeficiente de redução de área líquida ( $C_t$ ). Aqui foi utilizado o  $C_t$  calculado com a relação entre a força experimental e o produto da área líquida ( $A_n$ ) pelo  $f_u$ . Os valores foram considerados sem segregação de casos (A – H) para manter um bom conjunto de dados para avaliação de comportamento.

A dependência estatística é apresentada por uma matriz de correlação de Pearson ( $C$ ) que terá a diagonal principal com valores unitários e sempre será simétrica. Com os dados

experimentais calculou-se  $\rho_{xi,xj}$  e  $C$  é apresentado na Tabela 5-9, neste caso, foram analisadas apenas as propriedades geométricas com o  $C_t$ .

Tabela 5-9 – Matriz de correlação,  $C$ .

	$b_c$	$b_d$	$t$	NS	NF/S	$f_y$	$f_u$	$\bar{x}$	$L_t$	$C_t$
$b_c$	1.00	0.57	0.16	0.38	0.25	-0.01	-0.11	0.28	0.39	-0.11
$b_d$		1.00	0.20	0.34	0.18	-0.10	-0.12	0.94	0.36	-0.39
$t$			1.00	-0.06	0.01	-0.65	0.35	0.18	-0.10	-0.28
NS				1.00	0.16	0.06	-0.53	0.26	0.99	0.31
NF/S					1.00	-0.06	-0.10	0.11	0.14	0.40
$f_y$						1.00	-0.62	-0.14	0.06	0.41
$f_u$							1.00	-0.11	-0.56	-0.29
$\bar{x}$								1.00	0.27	-0.43
$L_t$									1.00	0.32
$C_t$										1.00

Na Tabela 5-9 é possível concluir que as variáveis mais correlacionadas com  $C_t$ , negativamente, são a excentricidade ( $\bar{x}$ ), o comprimento da aba desconectada ( $b_d$ ). Já as variáveis NF/S e  $f_y$  são as mais correlacionadas positivamente. As correlações com maior intensidade ocorreram entre  $\bar{x}$  com o  $b_d$ , que apresentou uma correlação de 0.94, e o  $L_t$  com o número de seções (NS), pois a determinação do valor de  $L_t$  é diretamente proporcional ao NS.

Como a metodologia para correção do efeito *shear lag* é por meio de um coeficiente ( $C_t$ ) de correção da área líquida, é necessário que sua equação não possua unidade de medida. Portanto, a seguir é apresentada (Tabela 5-10) a correlação de  $C_t$  com algumas razões consideradas baseadas em avaliação do fenômeno físico.

Tabela 5-10 – Matriz de correlação razão de variáveis,  $C_{Ct}$ .

	$C_t$	$b_c/t$	$b_d/t$	$\bar{x}/L_t$	$b_c/b_d$	$b_{cn}/b_d$	NS/NFs	$NS\bar{x}/L_t$	$f_u/f_y$
$C_t$	1.0	0.13	-0.08	-0.47	0.25	0.03	0.07	-0.55	-0.43
$b_c/t$		1.00	0.72	-0.13	0.37	0.43	0.23	-0.14	-0.55
$b_d/t$			1.00	0.25	-0.30	-0.20	0.23	0.37	-0.51
$\bar{x}/L_t$				1.00	-0.48	-0.38	-0.51	0.88	0.10
$b_c/b_d$					1.00	0.93	-0.01	-0.66	-0.04
$b_{cn}/b_d$						1.00	0.19	-0.49	-0.03
NS/NFs							1.00	-0.25	-0.04
$NS\bar{x}/L_t$								1.00	0.14
$f_u/f_y$									1.00

Com esses resultados foi possível avaliar quais as variáveis que mais influenciam o valor de  $C_t$  é  $NS\bar{x}/L_t$ . Depois, têm-se a  $f_u/f_y$  de modo inversamente proporcional. Na seção subsequente, é utilizada simulação computacional estocástica para avaliar o comportamento de cada modelo de predição e o comportamento estrutural.

## 5.6 QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA POR LHS

Uma das formas de representar a variabilidade e realizar experimentos de projeto é utilizando o seu comportamento probabilístico de cada variável. O método de geração das variáveis aleatórias por Hipercubo Latino (LHS) consegue com menores quantidades de valores aleatórios representar o seu comportamento em todos os quartis. Deste modo, torna-se uma excelente ferramenta para a compreensão da incerteza que cada variável atribui às formulações.

Sendo assim, conhecendo as distribuições probabilísticas de cada variável e o seu respectivo coeficiente de variação, é possível realizar milhares de ensaios que contabilizarão as incertezas do modelo. Com o estudo do conjunto de dados apresentados por Paula (2006) e de outras pesquisas foi possível definir, para este modelo, os comportamentos de interesse, dispostos na Tabela 5-8.

Seguindo as distribuições descritas e com o auxílio de uma rotina computacional, foram gerados 500000 valores no conjunto de dados para cada valor da combinação das médias geométricas, sendo que se utilizou dimensões de abas de 50 mm, 80 mm e 100 mm. A espessura teve valores médios de 2.75, 3.35 e 3.75 mm, respectivamente. Com as combinações dessas dimensões foram totalizados 13.5 milhões de pontos experimentais computacionais.

Com essa quantidade de dados se calculou uma função de desempenho para avaliar os modelos de predição (Eq. (5.5)). Com a função desempenho se têm uma reta de estado limite para a região segura da função, que, neste caso, é a que passa por  $\theta$ .

$$g(\mathbf{X}) = P_{exp} - P_{pred} \quad (5.5)$$

Os valores  $P_{exp}$  foram simulados baseados nos valores médios e com os  $CVs$  dos ensaios de Paula (2006), já os  $P_{pred}$  foram encontrados com os valores aleatórios das variáveis utilizados em cada formulação. As simulações resultaram nas distribuições para  $g(\mathbf{X})$  apresentadas a seguir, para os casos com 1 furo por seção transversal (Figura 5-23).

O comportamento para cada número de seções ( $NS$ ) foi distinto, independentemente da equação de predição utilizada (Figura 5-23). Para uma única seção transversal, foi possível encontrar a maior área na região considerada não conforme ( $g(\mathbf{X}) < \theta$ ). Com o aumento do número de seções ocorreu uma melhoria significativa para o valor médio mais próximo de  $\theta$  e um achatamento da curva, indicando um menor desvio destes resultados. Os modelos do EN 1993 apresentaram as menores médias para os casos de 3 e 4 seções conectadas. As formulações do AISI:2016 e de Pereira (2020) foram as que mostraram a média mais próxima de zero e com menor desvio.

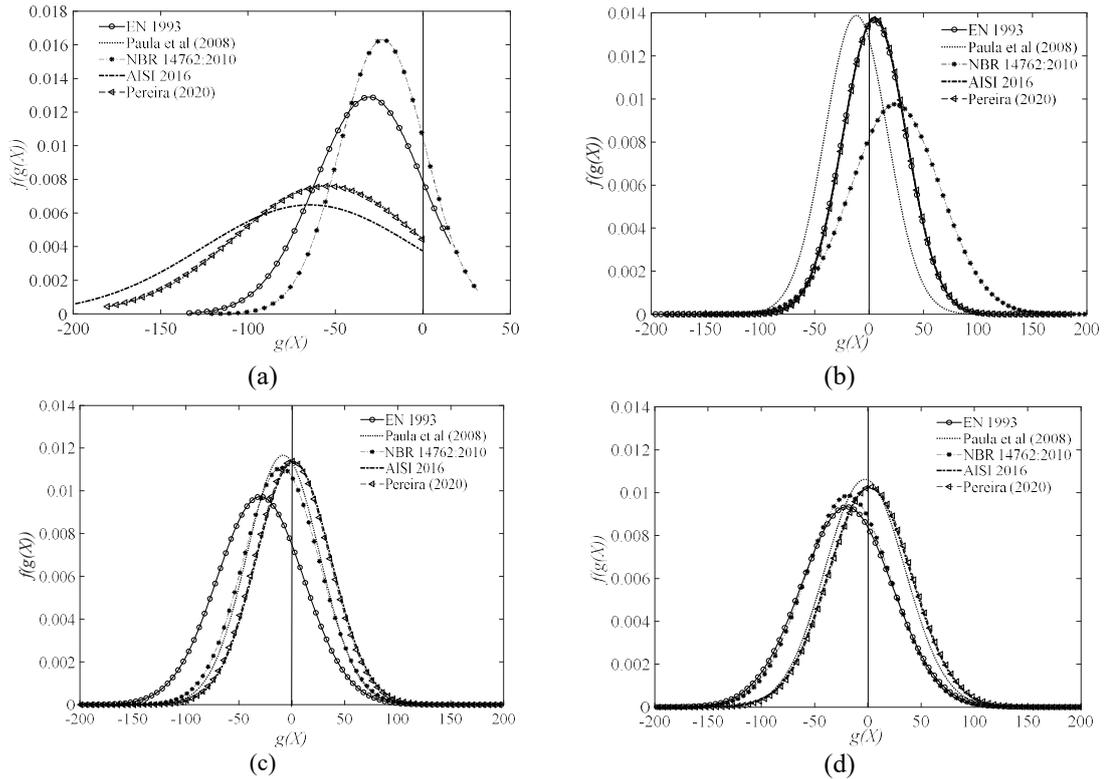


Figura 5-23 – Função densidade da equação de estado limite  $g(\mathbf{X})$  com 1 furo por seção transversal para (a) 1 seção (b) 2 seções, (c) 3 seções e (d) 4 seções conectadas.

Na Figura 5-24 são evidenciadas as funções densidade para as configurações com dois furos por seção transversal para uma a quatro seções conectadas ((a) à (d)).

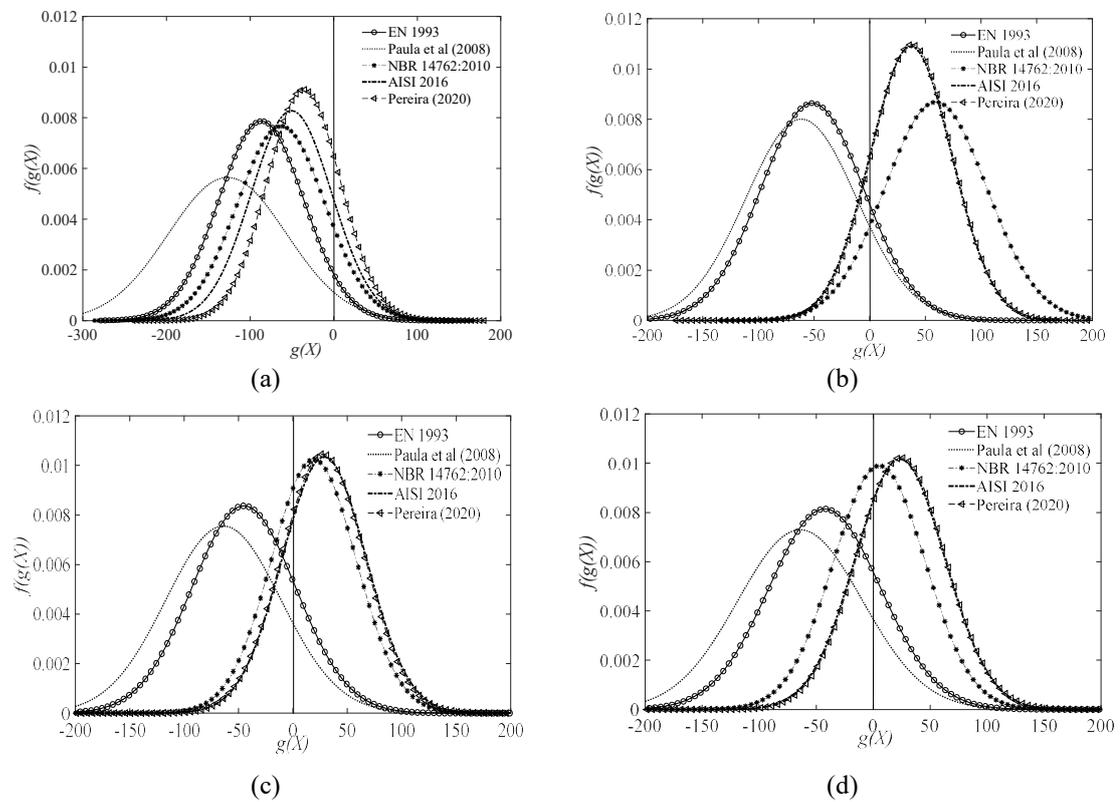


Figura 5-24 – Função densidade da equação de estado limite  $g(\mathbf{X})$  com 2 furos por seção transversal para (a) 1 seção, (b) 2 seções, (c) 3 seções e (d) 4 seções conectadas.

Fazendo a avaliação para as situações com 2 furos por seção transversal (Figura 5-24) notou-se que os modelos de predição apresentaram valores com a média deslocada de  $\theta$  quando comparada a 1 furo por seção. É possível concluir que os valores de predição para a configuração de duas seções geram maiores incertezas, por mais que na maioria dos casos tenha ocorrido o deslocamento da função densidade para a região de subestimativa da força de predição, ou seja, mais distante do valor experimental. Por outro lado, avaliando sem distinção de números de furos por seção, apenas com o comprimento da conexão ou número de seções conectadas, tem-se a Figura 5-25.

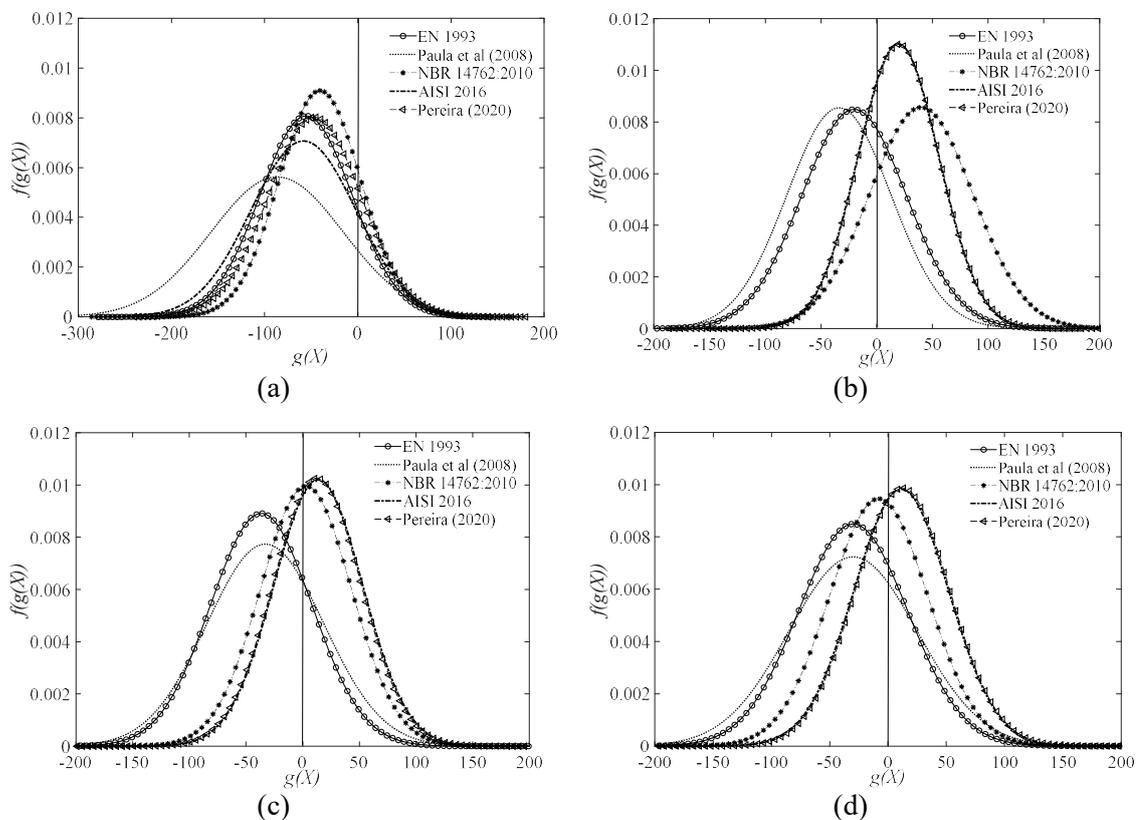


Figura 5-25 – Função densidade da equação de estado limite  $g(\mathbf{X})$  para (a) 1 seção (b) 2 seções, (c) 3 seções e (d) 4 seções conectadas.

Verifica-se que o comportamento da função densidade se aproximou mais da média ideal, que é nula para 4 NS, sendo que a formulação de Pereira (2020) esteve com melhor desempenho nessa avaliação. Para uma única seção conectada se faz necessário um desenvolvimento de equação mais aderida ou a não utilização dessa configuração de projeto. Sem distinção de número de seções o comportamento de cada predição já se modifica, como pode ser visto na Figura 5-26.

Independentemente do número de seções conectadas, as formulações de Pereira (2020), AISI:2016 e NBR 14762:2010 resultaram em uma média muito próxima de  $\theta$  e com um baixo desvio, resultando em uma baixa dispersão. Com a simulação computacional estocástica foi possível obter um conjunto de dados de dispersão e avaliação mais completo para avaliar o comportamento das equações de predição.

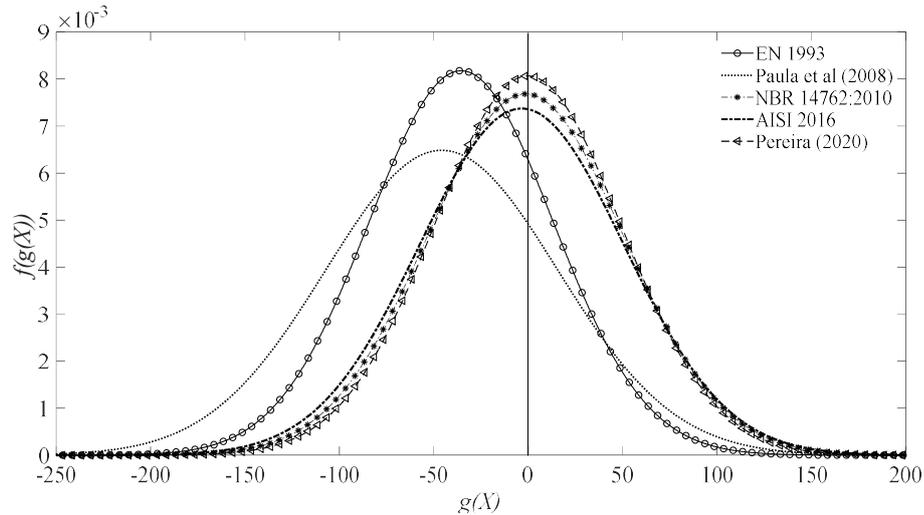


Figura 5-26 – Função densidade da equação de estado limite  $g(\mathbf{X})$ .

Com a densidade da função desempenho pode-se avaliar se a predição manterá uma porcentagem média abaixo e acima do valor limite, o que necessitaria de um coeficiente de minoração apenas para as incertezas inseridas pelas variáveis que são estocásticas, ou se o coeficiente de minoração necessitar considerar a superestimativa dos dados. Essa avaliação pode ser realizada contabilizando-se a área até o limite de  $\theta$  e de  $0.50$  ou definir o seu comportamento. Essa teoria será aplicada na próxima seção.

## 5.7 HOMOGEINEIDADE DE FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE

Se for contabilizada a área sob a curva da função densidade será obtido o valor da probabilidade da ocorrência de valores inferiores ao limite estabelecido. Se considerar o valor abaixo do valor limite de  $\theta$  da função desempenho será obtida a probabilidade de a formulação prever uma força maior que a força de ruptura experimental, sendo uma situação não segura.

Entretanto, como a formulação não está com nenhum coeficiente de majoração ou minoração, o valor ideal para a área que esteja inferior à reta de estado limite seria de  $0.50$  ou  $50\%$  com a menor variabilidade em torno do  $\theta$ . Na Figura 5-27 é apresentada a área para as metodologias avaliadas, considerando as diferentes configurações geométricas estudadas.

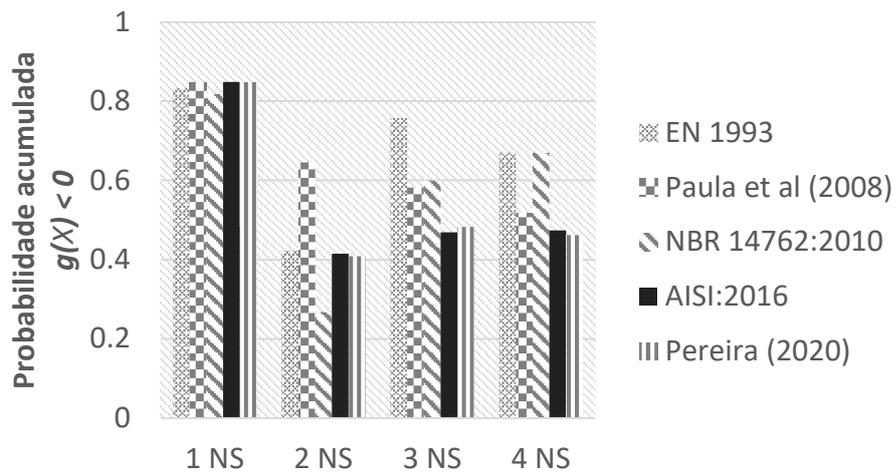


Figura 5-27 – Área da função densidade da função desempenho inferior ao valor limite para 1 furo por seção transversal.

Como evidenciado, para apenas uma seção conectada os valores concentram mais que 80% dos casos em região não conservativa. Já para 2, 3 e 4 seções conectadas essa predição possui melhores valores, com valores próximos de 0.50. Então, com o aumento do comprimento da conexão foi possível obter valores mais assertivos. Os melhores resultados foram o de Pereira (2020) e AISI:2016. A Figura 5-28 apresenta o caso de 2 furos por seção transversal.

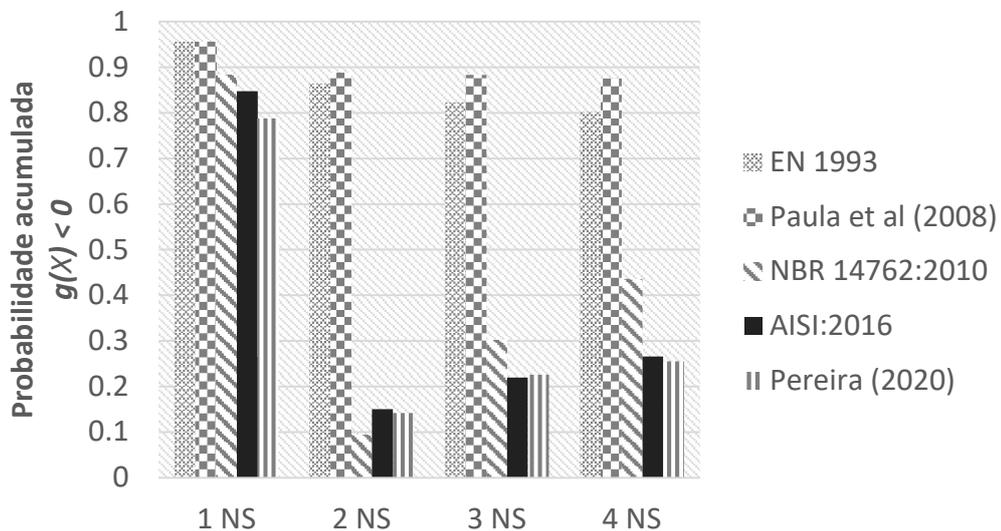


Figura 5-28 – Área da função densidade da função desempenho inferior ao valor limite para 2 furos por seção transversal.

Para o caso de 2 furos por seção transversal, as formulações mais recentes se apresentam conservativas. Mas, para o caso de uma única seção transversal conectada houve uma área contabilizada de 90% na região não conservativa. Com a avaliação subdividida é possível afirmar que as formulações de predição da NBR 14.762:2010, AISI:2016 e Pereira (2020) já

inserir uma segurança ao calcularem a força para os casos com dois furos por seção transversal. Sem realizar distinção de número de furos por seção transversal, as formulações apresentam os resultados na Figura 5-29.

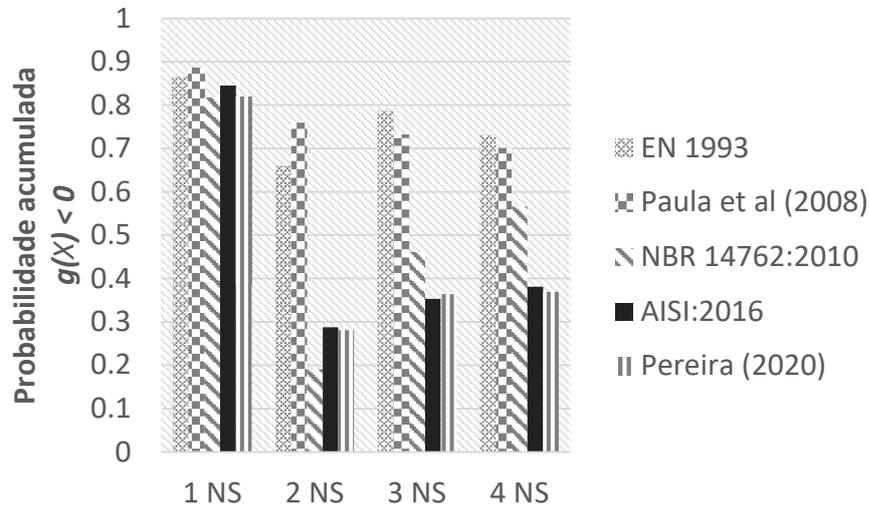


Figura 5-29 – Área da função densidade da função desempenho inferior ao valor limite para conjunto para número de seções conectadas.

O comportamento apresentou uma mudança na magnitude dessa área, mas permaneceu o indicativo de melhoria de predição com o aumento de número de seções conectadas. Novamente, para uma única seção conectada, comprova-se que as formulações descritas não são eficientes. Com a união do conjunto amostral da simulação numérica a dispersão está demonstrada na Figura 5-30.

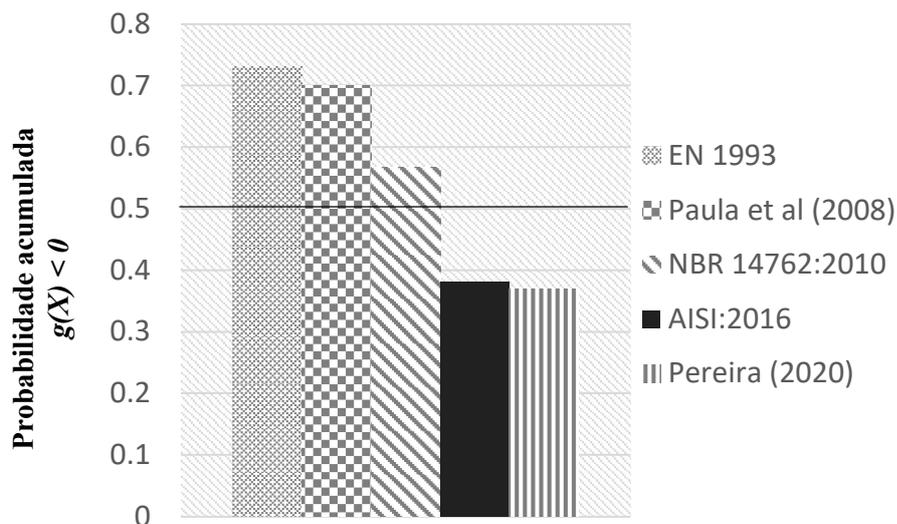


Figura 5-30 – Área da função densidade da função desempenho inferior ao valor limite para todo o conjunto.

Com todo o conjunto amostral por simulação estocástica pode-se avaliar que a predição com melhor desempenho foi a NBR 14762:2010 com valor de área aproximada de 0.56 (Figura 5-30). Logo em seguida, tem-se que a formulação de AISI:2016 e Pereira (2020) apresentam o maior conjunto de dados na região conservativa. Esses resultados já eram esperados, conforme curvas de função densidade apresentadas na Figura 5-23 e na Figura 5-26.

Ao se verificar a avaliação com a incerteza das variáveis e um conjunto de dados de 13.50 milhões de simulações pode-se compreender e apresentar melhor o comportamento de cada formulação nas possíveis configurações. Estes valores são melhor avaliados que o comportamento experimental por considerarem a aleatoriedade de todos os parâmetros. Com a avaliação de dispersão dos dados experimentais algumas dessas análises não representariam todo o comportamento, como por exemplo: se fosse avaliada a Figura 5-15 sem a incerteza aleatória as conclusões seriam diferentes pela proximidade das funções densidades experimentais e de predição.

Na próxima seção será realizada a avaliação dos coeficientes de calibração para cada uma das equações de predição com a teoria especificada em EN 1990 (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 2002).

## **5.8 CONFIABILIDADE - VALOR DE PROJETO**

O EN1990:2002 retrata metodologias para consideração de valores de projeto, apreciando as incertezas das variáveis e das formulações e descreve, em seu anexo D, as considerações para cálculo do coeficiente  $\gamma$  utilizado para tornar os valores característicos de predição em valores de projeto (vide 3.3.5.1, pág. 44).

A magnitude deste valor leva em conta a dispersão apresentada entre a predição e o valor experimental. Essa dispersão é plotada na Figura 5-31, para as formulações estudadas, considerando um grupo de 205 amostras, todo o conjunto de dados experimentais do caso A.

O espalhamento mostra que as variáveis ou modelos experimentais inserem incertezas nos modelos. Pode-se concluir que para as forças inferiores a 50 kN as predições apresentaram melhores resultados, aproximando-se da reta. Os fatores que podem influenciar nessa dispersão pode ser a variação das variáveis do problema, a mudança de comportamento do modelo com o aumento da sua capacidade de carga, ou até mesmo erros experimentais.

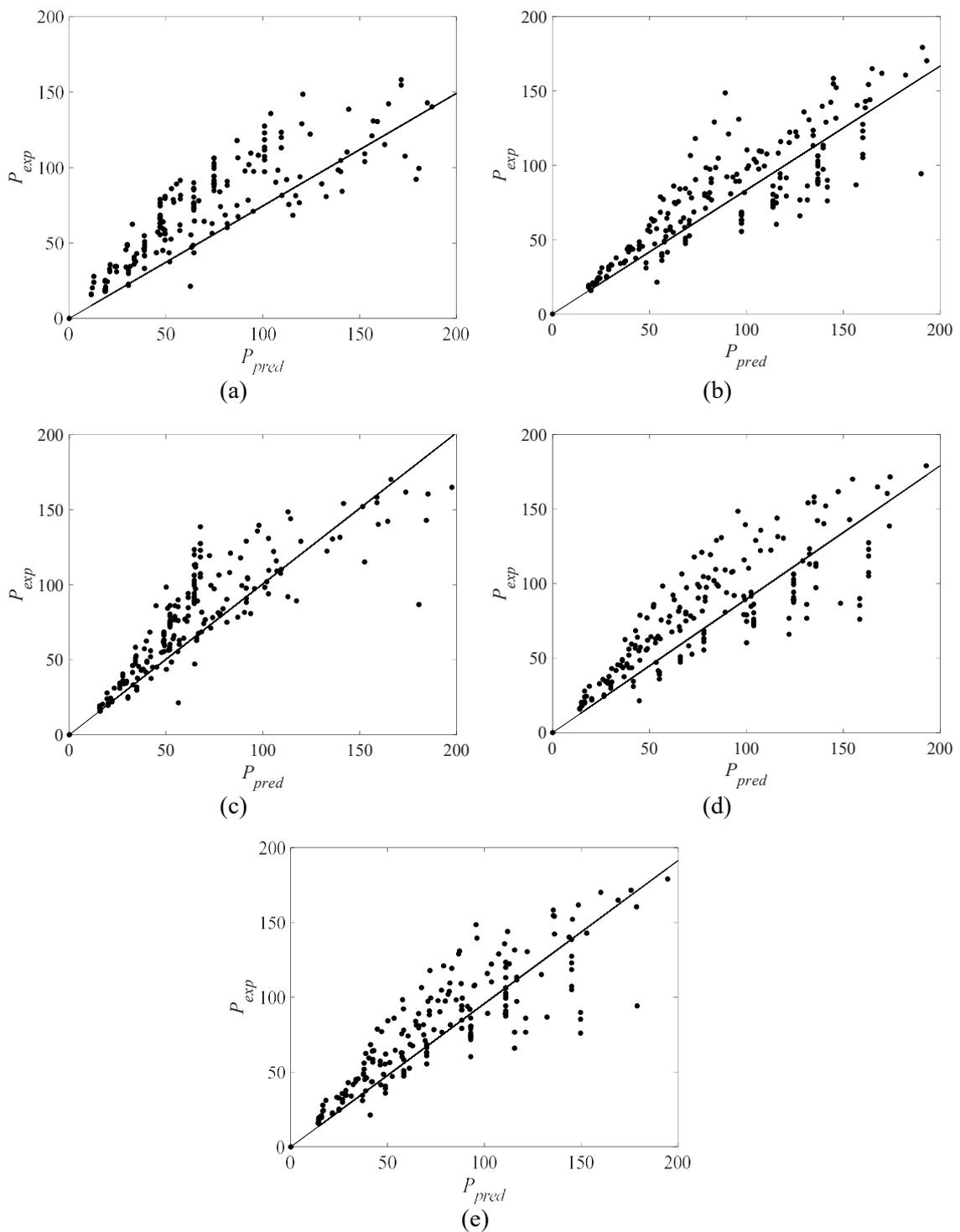


Figura 5-31 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) todos os ensaios do caso A.

Quanto mais próximos os dados estiverem de uma linha a 45 graus, ou com inclinação de 1:1, melhor a predição. Pela dispersão dos dados conclui-se que devido ao modo complexo que é a ruptura por seção líquida, a maioria das predições não conseguiram acompanhar o

comportamento experimental. Os valores da inclinação da reta obtida por mínimos quadrados de cada modelo estão apresentados na Tabela 5-11.

Tabela 5-11– Parâmetros estatísticos avaliação para valores de projeto, EN 1990:2002.

Método	b	$\bar{\Delta}$	$V_{\delta}$	$V_r$	$r_k$	$r_d$	$\gamma$
EN 1993	0.746	0.3099	0.3540	0.1379	0.5166	0.3107	1.6630
Paula et al. (2008)	0.834	0.0625	0.2521	0.0761	0.6154	0.4196	1.4668
NBR 14.762:2010	1.007	0.166	0.274	0.0876	0.5932	0.3937	1.5068
AISI:2016	0.896	0.1257	0.3022	0.1039	0.5653	0.3624	1.5601
Pereira (2020)	0.957	0.1001	0.2636	0.0821	0.6037	0.4058	1.4877

Em proporcionalidade (**b**) as previsões da NBR 14.762:2010 demonstraram um melhor comportamento, seguida da formulação de Pereira (2020). As demais colunas da Tabela 5-11 são valores para o cálculo do coeficiente de minoração ( $\gamma$ ) do valor característico para o valor de projeto (ELLINGWOOD; GALAMBOS, 1982). Esse valor busca tornar o valor de previsão seguro, considerando os coeficientes de variação das variáveis do modelo e a margem de segurança considerada pelo EN 1990:2002. Assim, a probabilidade de observar um valor abaixo do de projeto será menor que 0.1%, tornando o esforço ou solicitação passível de uso em projeto.

O menor resultado foi o da previsão de Paula, Bezerra e Matias (2008) precedido por Pereira (2020). Comparando os valores estabelecidos pelos códigos normativos de projeto, encontra-se um valor de coeficiente solicitado pelo EN 1993:2005 de 1.25 confrontado com o calculado, que foi de 1.663, dessa forma a previsão pelo código permite uma probabilidade maior que 0.1%, ou seja, menor segurança. A NBR 14.762:2010 sugere um uso de 1.65 para tornar o valor de previsão de ruptura por seção líquida em valor de projeto, mas o calibrado segundo o conjunto de dados experimentais é de 1.5068, portanto os projetos que seguem a prescrição do código brasileiro estão conservadores ( $p < 0.1\%$ ). Já o código norte-americano recomenda o uso de um coeficiente de 2, mas com a avaliação dos dados experimentais nota-se que o valor é de 1.5601, garantindo uma probabilidade de as previsões serem menores que os valores reais em menos de 0.1%. Exceto o EN 1993:2005, todos os códigos estão acima da confiabilidade necessária.

Como nos estudos prévios (Figura 5-3 a Figura 5-7) de avaliação de dispersão de dados, evidenciou-se uma má previsão para quando há apenas uma seção conectada. Além disso, nos experimentos foi retratada uma porcentagem significativa que teve ruptura por esmagamento. Foi realizado o mesmo processo retirando o conjunto de dados experimentais para uma única

seção, mesmo assim ainda houve um conjunto de 118 ensaios. Os gráficos de dispersão estão apresentados na Figura 5-32.

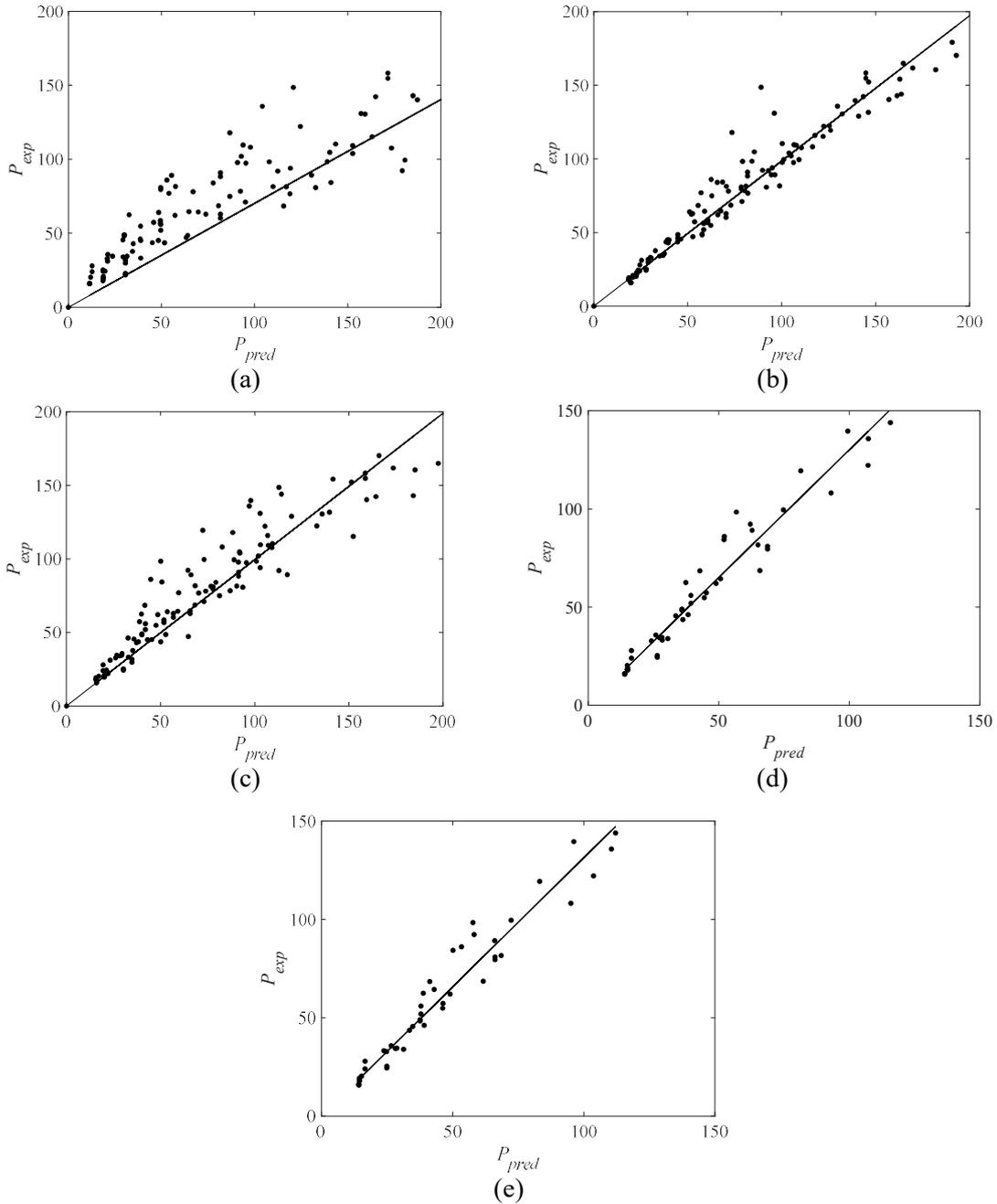


Figura 5-32 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com os ensaios do caso A apenas os de 1 NS.

Notou-se uma redução na dispersão dos dados, indicando que as cantoneiras com apenas uma seção conectada apresentaram comportamento atípico ao que as predições consideram, inserindo perda de qualidade no processo. A inclinação da reta de regressão apresentou pior

comportamento em EN 1993:2005 e em Pereira (2020), indicando que as mesmas conseguem prescrever bem os resultados de 1 NS. Na formulação descrita pela NBR 14762:2010 e em Paula, Bezerra e Matias (2008) houve uma melhoria significativa. Os resultados estão apresentados na Tabela 5-12.

Tabela 5-12– Parâmetros estatísticos avaliação de valores de projeto, EN 1990:2002, desprezando condição de única seção conectada.

Método	b	$\bar{\Delta}$	$V_{\delta}$	$V_r$	$r_k$	$r_d$	$\gamma$
EN 1993	0.7024	0.3050	0.3590	0.1415	0.5122	0.3061	1.6731
Paula et al. (2008)	0.9859	0.0249	0.1321	0.0300	0.7416	0.5819	1.2745
NBR 14.762:2010	0.9945	0.0889	0.1925	0.0496	0.6781	0.4969	1.3647
AISI:2016	1.1315	0.0678	0.1516	0.0356	0.7215	0.5542	1.3018
Pereira (2020)	1.1209	0.0799	0.1618	0.0388	0.7107	0.5396	1.3169

Todas as formulações apresentaram melhoria, exceto a formulação do EN 1993:2005. Os valores de  $b$  já se apresentaram mais próximos de 1, significando que o estudo do subconjunto de dados reduziu as incertezas. Os valores de  $\gamma$  tiveram reduções de 15%, em média, sendo que novamente o seu menor valor foi o encontrado por Paula, Bezerra e Matias (2008). Se for realizada uma comparação com as sugestões de coeficientes dados pelos códigos, a maioria torna o modelo super conservador, com valores sugeridos superiores aos necessários, aumentando significativamente a confiabilidade. Novamente, apenas o EN 1993:2005 não garantiu a confiabilidade sugerida ( $p = 0.1\%$ ), considerando a situação de apenas duas seções conectadas; os resultados estão na Tabela 5-13.

Tabela 5-13– Parâmetros estatísticos avaliação valores de projeto, EN 1990:2002, considerando 2 seções conectadas.

Método	b	$\bar{\Delta}$	$V_{\delta}$	$V_r$	$r_k$	$r_d$	$\gamma$
EN 1993	0.659	0.5380	0.4169	0.1864	0.4627	0.2578	1.7949
Paula et al. (2008)	0.985	-0.0006	0.1207	0.0271	0.7531	0.5980	1.2594
NBR 14.762:2010	1.297	-0.0393	0.1867	0.0474	0.6842	0.5048	1.3554
AISI:2016	1.300	-0.0058	0.1406	0.0323	0.7329	0.5698	1.2862
Pereira (2020)	1.315	-0.0057	0.1363	0.0311	0.7374	0.5760	1.2802

De um modo geral, houve uma minoração do fator de redução quando se separou o grupo de análise, em média de  $0.009$ . Mas apenas a equação de Paula, Bezerra e Matias (2008) continuou com boa representatividade. As imagens de dispersão das equações estão na Figura 5-33, onde se pode observar uma melhor adequação dos dados experimentais na formulação de predição.

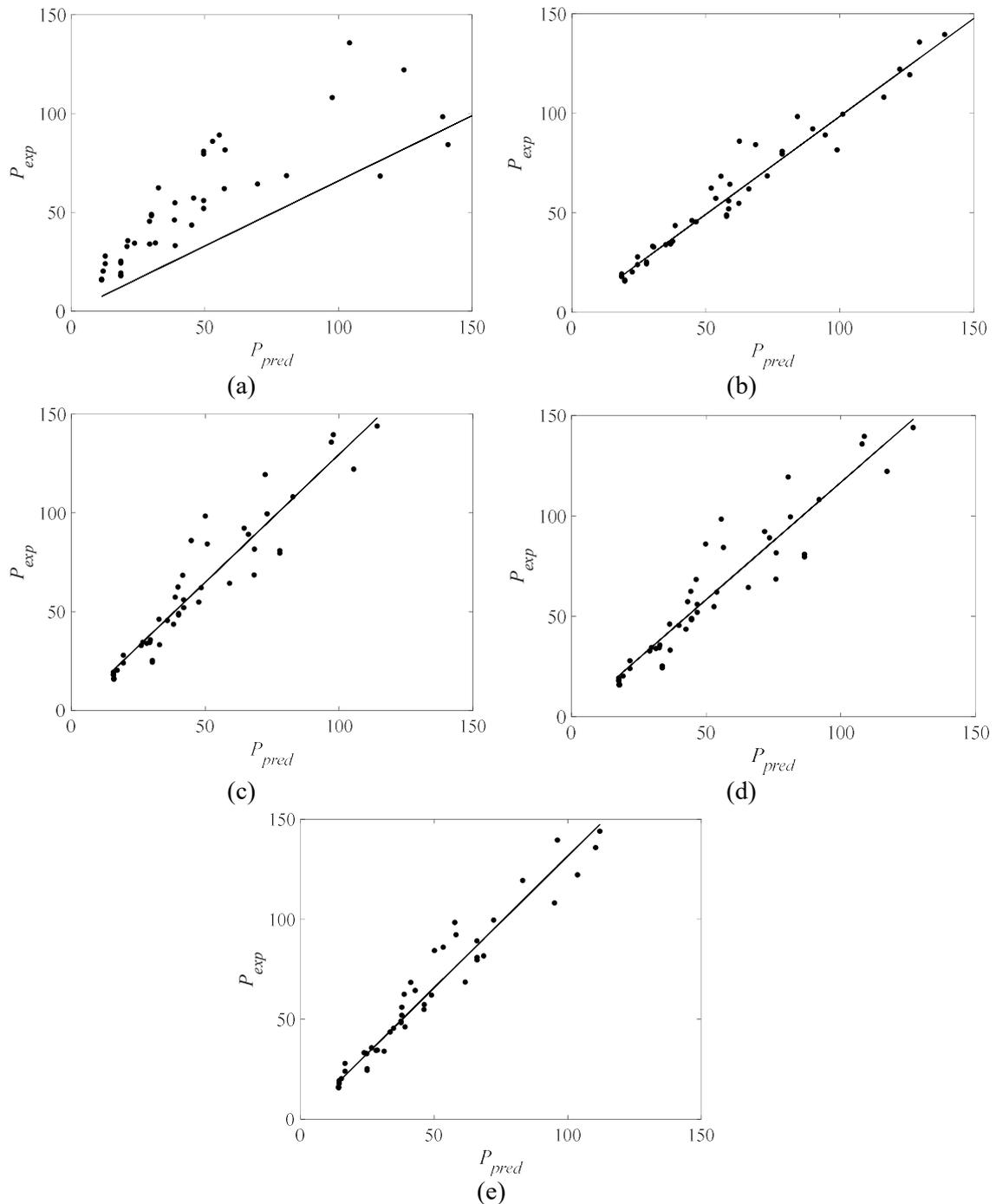


Figura 5-33 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com os ensaios do caso A para 2 NS.

Verifica-se que para duas seções conectadas há uma dispersão por EN 1993:2005, com os pontos coordenados distantes da reta de regressão. Nas demais, até os 50 kN, as predições conseguiram prever bem a ruptura. A formulação de Paula, Bezerra e Matias (2008) apresentou um valor de baixa dispersão e uma inclinação de reta mais próxima de 1. Continuando com essa segregação de dados, para melhor representatividade se tem a condição de três seções conectadas (Figura 5-34).

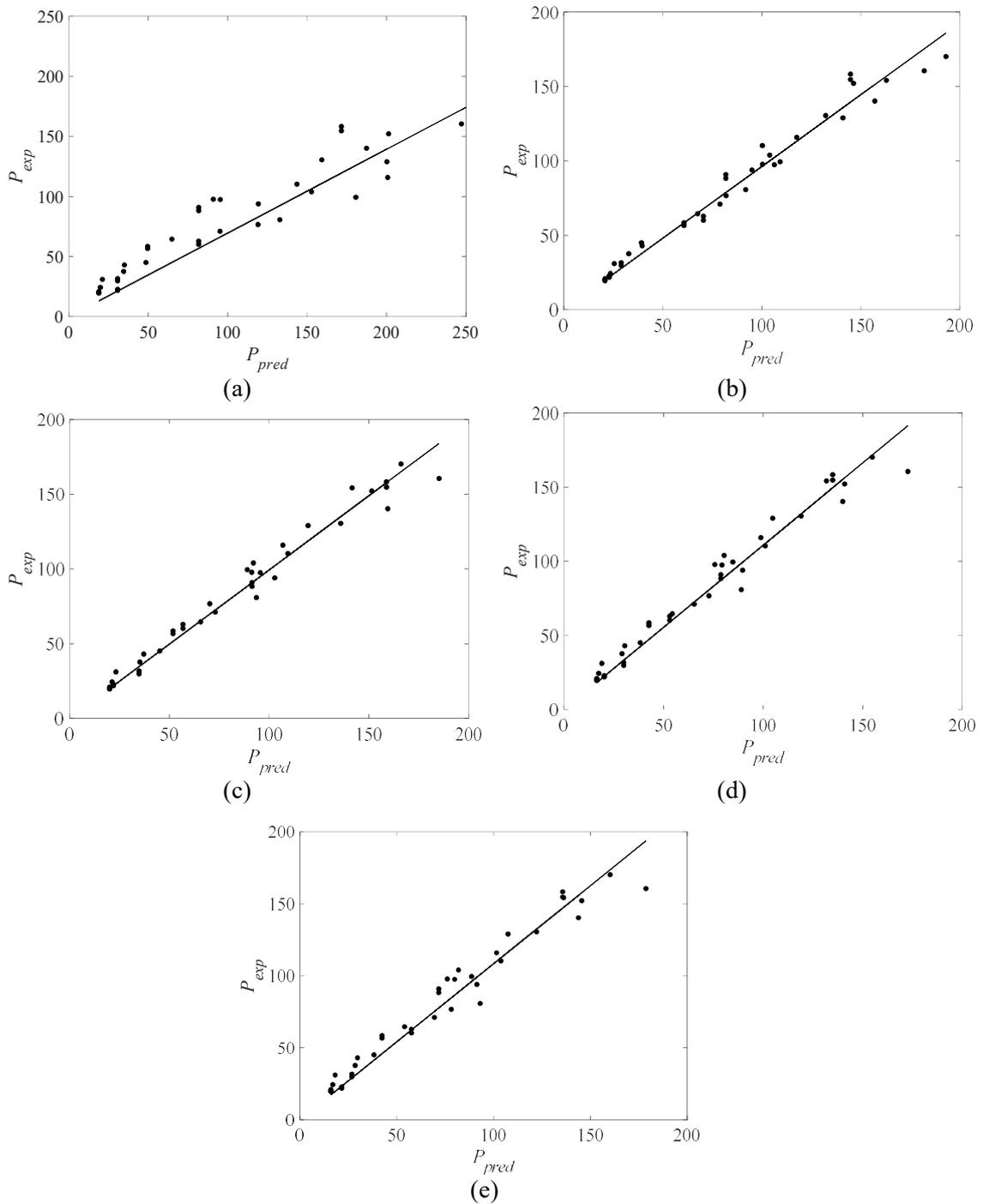


Figura 5-34 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com os ensaios do caso A para 3 NS.

Observa-se uma redução de dispersão em todas as metodologias de predição, mas o EN 1993:2005 continua apresentando a pior relação entre predição e experimental. A melhor relação por ser vista pelo resultado de **b** na Tabela 5-14.

Tabela 5-14– Parâmetros estatísticos avaliação de valores de projeto, EN 1990:2002, considerando 3 seções conectadas.

Método	b	$\bar{\Delta}$	$V_{\delta}$	$V_r$	$r_k$	$r_d$	$\gamma$
EN 1993	0.6969	0.2079	0.2679	0.0844	0.5993	0.4007	1.4956
Paula et al. (2008)	0.9628	0.0264	0.0886	0.0204	0.7832	0.6412	1.2214
NBR 14.762:2010	0.9930	0.0288	0.0927	0.0212	0.7796	0.6360	1.2258
AISI:2016	1.1081	0.0516	0.1172	0.0263	0.7565	0.6029	1.2549
Pereira (2020)	1.0835	0.0694	0.1375	0.0315	0.7361	0.5742	1.2819

Os coeficientes de variação da dispersão ( $V_{\delta}$ ) foram inferiores ao caso de duas seções conectadas. Os  $\gamma$  também tiveram seus valores reduzidos devido a uma melhor representatividade das equações de predição, mas uma redução, em média de 0.09, comparado à Tabela 5-12. No caso de quatro seções conectadas os parâmetros estatísticos estão apresentados na Tabela 5-15.

Tabela 5-15– Parâmetros estatísticos avaliação de valores de projeto, EN 1990:2002, considerando 4 seções conectadas.

Método	b	$\bar{\Delta}$	$V_{\delta}$	$V_r$	$r_k$	$r_d$	$\gamma$
EN 1993	0.7340	0.1451	0.2604	0.0804	0.6069	0.4096	1.4819
Paula et al. (2008)	1.0086	0.0645	0.1677	0.0407	0.7045	0.5314	1.3258
NBR 14.762:2010	0.9110	0.0561	0.1666	0.0403	0.7057	0.5330	1.3241
AISI:2016	1.0837	0.0625	0.1712	0.0419	0.7008	0.5265	1.3311
Pereira (2020)	1.0781	0.0669	0.1838	0.0463	0.6874	0.5089	1.3507

Verificando este subgrupo de análise nota-se que os  $V_{\delta}$  foram maiores que os anteriores, o que resulta em uma maior dispersão. Mas a relação entre predição e experimental (**b**) foi mais próxima de 1. Comparando os valores de  $\gamma$  com os da Tabela 5-12 computa-se um aumento de 2.35%, em média. As dispersões estão apresentadas na Figura 5-36. A predição com melhor comportamento continua sendo a de Paula, Bezerra e Matias (2008). Na Figura 5-35 está demonstrado o  $\gamma$  para os subgrupos avaliados.

Com a pequena diferença entre os  $\gamma$  para cada subgrupo, é possível concluir que não convém realizar essa subdivisão. Sugere-se o uso do coeficiente de minoração ( $\gamma$ ) para o grupo de duas, três e quatro seções conectadas, estabelecendo em norma aos projetistas que evitem o uso de conexões com uma seção transversal, pois os modelos possuem incertezas de modo de ruptura. Aconselha-se o uso dos  $\gamma$  da Tabela 5-12.

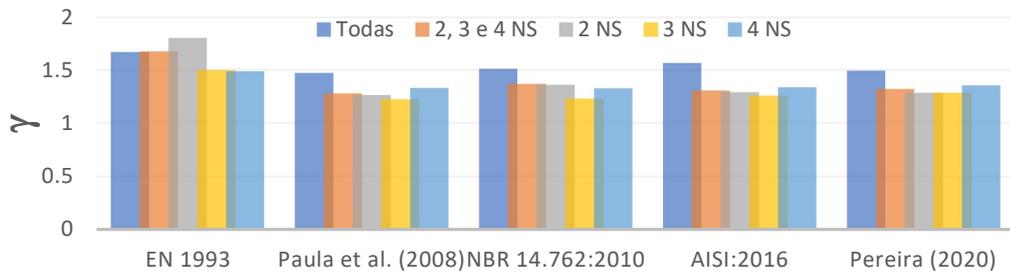


Figura 5-35 – Coeficientes de minorações,  $\gamma$ , para as formulações e conjuntos avaliados.

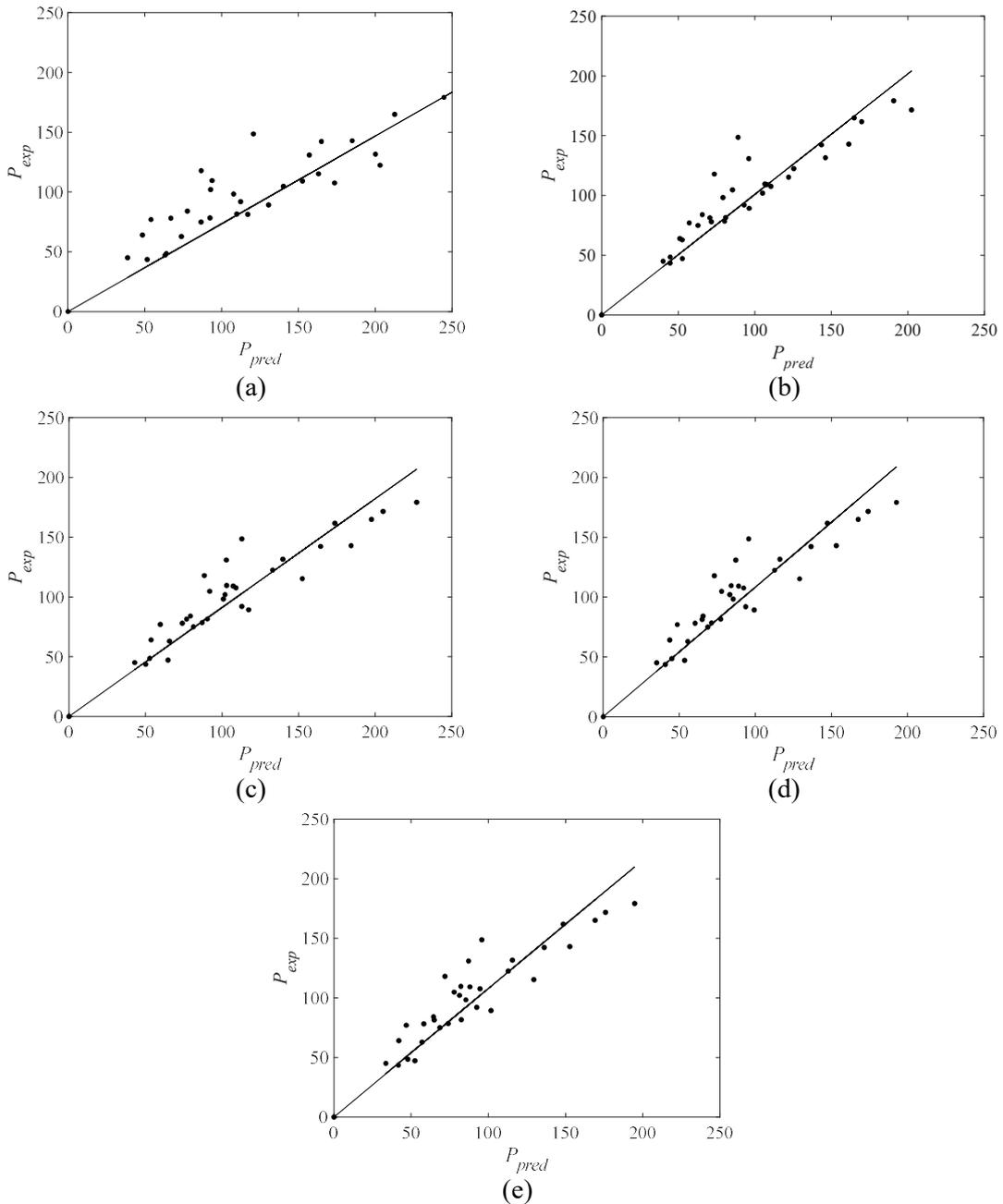


Figura 5-36 – Dispersão de força de predição e experimental com a sua linha de inclinação por mínimos quadrados (EN 1990:2002) por (a) EN 1993:2005, (b) Paula, Bezerra e Matias (2008), (c) NBR 14762 (2010), (d) AISI:2016 e (e) Pereira (2020) com os ensaios do caso A para 4 NS.

A metodologia de cálculo do EN 1990:2002 utiliza a teoria de tensão admissível de projeto na resistência (ASD) que foi desenvolvida e é aplicada em estruturas de aço formado a frio desde 1990 (AISC, 1989). Essa metodologia é a utilizada na maioria das normas mundiais, mas o AISI:2016 também dispõe os coeficientes da metodologia do fator de carregamento e resistência de projeto (LRDF) (HSIAO et al., 1990).

O LRDF aplicado no AISC e no código chinês apresenta conservadores para a ruptura por seção líquida em chapas com furos intercalados (WEI et al., 2015). Hoje, com o avanço computacional e o conhecimento e controle das propriedades do aço na região plástica já estão sendo desenvolvidas metodologias para cada projeto ter a sua segurança, sem a necessidade de se aplicar coeficientes fixos, como pode ser visto no trabalho de Peng et al. (2018), Wei, Liu e Tang (2018) e Nguyen, Hancock e Pham (2020).

## 5.9 RESUMO

As avaliações estatísticas realizadas nos 257 modelos apresentam elevada dispersão dos resultados, indicando complexidade e incerteza neste modo de ruptura de seção líquida. As predições existentes conseguiram prever com maior precisão conexões com mais seções conectadas, essa conclusão só foi possível por avaliar a predição em função do número de seções conectadas. A tendência de comportamento de um erro às vezes pode ser ajustada com a correção das formulações de predição.

Para as situações de apenas uma seção conectada todas as normativas não apresentaram uma boa predição, sendo que a predição do código europeu teve melhor resultado. Para 2, 3 e 4 NS as predições pela formulação da NBR 14.762:2010 e Paula, Bezerra e Matias (2008) resultaram nas equações mais precisas. É possível concluir que as variações de aspectos executivos (Tabela 5-1) não mostraram mudanças de comportamentos extremos, sendo que com as equações existentes se pode estimar a força última sem singularidades. Os erros de  $C_I$  de todo o conjunto tiveram melhores resultados por Paula, Bezerra e Matias (2008), como apresentado na Figura 5-9.

Na avaliação estocástica do comportamento da predição com os valores experimentais conclui-se que as formulações apresentam o mesmo comportamento probabilístico que os valores experimentais. Mas os seus momentos estatísticos possuem uma diferença significativa, fazendo com que o comportamento probabilístico de ambos não tenha os mesmos quartis (Figura 5-11 a Figura 5-14).

As propriedades geométricas que mais são correlacionadas com o coeficiente de redução de área líquida ( $C_I$ ) são a excentricidade, a tensão de escoamento do material ( $f_y$ ) e o número de

furos por seção. Mas nenhuma demonstrou comportamento preponderante, pois a máxima correlação foi de  $0.43$ . As análises de sensibilidade reafirmam os resultados. Mas com o conjunto de dados experimentais e pesquisa em referências consolidadas se definiu os tipos de distribuições probabilísticas e os momentos estatísticos das variáveis de interesse (Tabela 5-8).

Inseriu-se as incertezas das variáveis devido a sua variação estatística através de simulação por amostragem de Hipercubo Latino (LHS), em que se produziu um conjunto de 500 mil variáveis, aplicando-as nas equações de predição, que também geraram valores para a média e desvio padrão dos valores experimentais. A função de estado limite sobre essas condições tende a seguir uma distribuição normal com média ideal de  $0$  e com o mínimo desvio possível, com a curva densidade se aproximando de um sino chato. Houve uma melhoria de modelo com o aumento de seção conectada, similar ao caso determinístico. Entretanto, a predição de Paula, Bezerra e Matias (2008) apresentou melhor a influência da variabilidade por incorporar mais variáveis ao problema. Os casos com dois furos por seção transversal também resultaram em maior variabilidade.

As áreas contabilizadas na parte não conservativa das funções densidades podem ser consideradas uma probabilidade de a predição não ser inferior ao valor experimental, representando falha do sistema. Por esse motivo, os códigos de segurança (JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY, 2001) prescrevem que as funções sejam fatoradas até se atingir uma área menor ou igual a  $0.1\%$ . Nota-se que as maiores áreas encontradas independentemente do número de seções são as obtidas pelo EN 1993. Com o aumento do número de seções houve uma redução dessa área, indicando melhoria do modelo. Pensando na ideia de coeficientes únicos para diferentes avaliações de falha é aconselhável um valor próximo a  $0.50$ , sendo que a NBR 14.762:2010 foi a que mais se aproximou.

Realizando a calibração de coeficientes que garantiriam a confiabilidade das equações de predição segundo as instruções do EN 1990:2002, obteve-se o menor valor de coeficiente de minoração para Paula, Bezerra e Matias (2008). É notório que os casos de uma única seção conectada não são bem representados, aconselhando o não uso dessa configuração em projeto. Comparando-se os valores calculados de coeficientes de minoração e os indicados nas normas vê-se que são conservativos quanto à segurança, exceto o Eurocode para o aço COR 420 avaliado nesse trabalho.

Para facilitar a ponderação dos melhores modelos de predição em cada análise estatísticas é apresentada uma tabela resumo dos casos (Tabela 5-16).

Tabela 5-16– Resumo das metodologias de avaliações estatísticas e os melhores modelos de predições.

Método	1 NS	2 NS	3 NS	4 NS	Todas
Menor dispersão de $\omega$	Paula, Bezerra e Matias (2008)	Paula, Bezerra e Matias (2008)	NBR 14762:2010	NBR 14762:2010	-
Teste KS	Nenhum	Paula, Bezerra e Matias (2008)	Paula, Bezerra e Matias (2008)	NBR 14762:2010	-
Good of fitness	Pereira (2020)	Paula, Bezerra e Matias (2008)	NBR 14762:2010	Paula, Bezerra e Matias (2008)	Pereira (2020)
PDF (g(X)) para 1NFs	Pereira (2020) e AISI:2016	Pereira (2020) e AISI:2016	Pereira (2020)	Pereira (2020)	-
PDF (g(X)) para 2NFs	Pereira (2020)	Pereira (2020)	NBR 14762:2010	NBR 14762:2010	-
PDF (g(X))	NBR 14762:2010	Pereira (2020)	NBR 14762:2010	Pereira (2020) e NBR 14762:2010	Pereira (2020)
Calibração ( $\gamma$ )	-	Paula, Bezerra e Matias (2008)	NBR 14762:2010	Paula, Bezerra e Matias (2008)	Paula, Bezerra e Matias (2008)

Com a Tabela 5-16 projetistas e pesquisadores poderão conhecer em qual situação já há melhores condições de predição e comportamento da ruptura por seção líquida em cantoneiras conectadas por parafuso em uma aba, garantindo assim melhores predições e minimização de incertezas. No próximo capítulo serão realizadas as análises de tensões e deformações considerando a ruptura por seção líquida por meio de modelos numéricos. Com os resultados foi possível ter uma melhor compreensão física da não linearidade nessa região de *shear lag*.

## 6 ANÁLISE DE TENSÕES NUMÉRICAS EM CANTONEIRAS CONECTADAS POR PARAFUSOS

Os modelos numéricos estão sendo utilizados em vários campos da ciência, principalmente na engenharia, para descrever fenômenos complexos que envolvam equações não lineares, ordinárias e diferenciais (FANG; LI; SUDJIANTO, 2006), podendo ser empregados para avaliação de mudanças no comportamento experimental e para a compreensão de múltiplas etapas que podem ocorrer e as suas influências.

Com o avanço computacional os experimentos conseguiram ser caracterizados finitamente, ou seja, em pequenas distâncias de comprimento (elemento finito), mas para que os resultados sejam satisfatórios a dimensão e a forma da malha e as condições de contorno devem conseguir aproximar o modelo numérico do modelo real (MAGGI et al., 2005). Com o intuito de compreender o comportamento de tensões e deformações ao longo da cantoneira, foi utilizado um *software* baseado na teoria de elementos finitos para simular esse experimento. O *software* escolhido foi o *Abaqus*<sup>®</sup>, pois apresenta bons algoritmos para contatos entre superfícies.

Neste capítulo são apresentadas as estratégias utilizadas para elaborar o modelo numérico em elementos finitos das cantoneiras conectadas por parafuso, dando a caracterização. Depois, é realizada a validação dos modelos por eficiência de força última, deslocamento, comportamento força vs deslocamento e por deformada em cada cantoneira. Após a validação dos modelos é demonstrado o comportamento das tensões e deformações em seções transversais especificadas, tanto no regime elástico, quanto no regime plástico do COR 420. Em seguida, é possível visualizar o comportamento da não linearidade destes tensores em momentos de força aplicadas ao modelo para entendimento do fenômeno de *shear lag* com os aspectos de não linearidade geométrica e do material. Também é mostrado o valor da tensão normalizada para verificar as concentrações de tensões.

A complexidade do *shear lag* pode ser afetada com simplificações nos modelos numéricos, como na forma de aplicação da força axial e simetria. Mas, inicialmente, será realizada a caracterização do modelo.

### 6.1 CARACTERIZAÇÃO DO MODELO

#### 6.1.1 Geometria e formas de contato

Os ensaios experimentais que foram instrumento de validação do modelo computacional estão apresentados no trabalho de Paula (2006), Figura 6.1. O experimento consta de tração

direta de um conjunto de conexão parafusada, em que foi realizado o controle de deslocamento e carga pela máquina universal. A tração foi realizada até atingir a ruptura da cantoneira, com o decréscimo de força pelo equipamento.



Figura 6.1 – Modelo experimental laboratorial. Fonte: (PAULA, 2006).

As peças para compor este conjunto foram os parafusos, a chapa *gusset* e a cantoneira, que no modelo numérico foram desenhadas individualmente (Figura 6.2). Os conectores foram considerados com as roscas fixas no corpo do parafuso e a cabeça foi simplificada como seção circular. Depois as peças foram posicionadas nos locais para a união geométrica, dependendo da quantidade de conectores e da dimensão da cantoneira. Mas entre as peças não houve nenhuma restrição ou acoplamento, apenas se identificou a interação que existe entre as superfícies.

Considerou-se o contato superfície/superfície explícito. Devido à quantidade de contato, a possibilidade de não convergência foi elevada. Um exemplo dos contatos entre as superfícies está destacado na Figura 6.3.

Para os contatos entre superfícies que iriam deslizar, Figura 6.3 (cantoneira com *gusset*, *gusset* com porca do parafuso, cantoneira com cabeça do parafuso), utilizou-se a formulação de penalidade para a restrição mecânica com deslizamento finito. Nessa formulação a força de contato é calculada durante o incremento da simulação para realizar o deslocamento da superfície mestre e escrava (Manual do usuário Abaqus, 2017). É um algoritmo que consegue abranger casos gerais de contato.

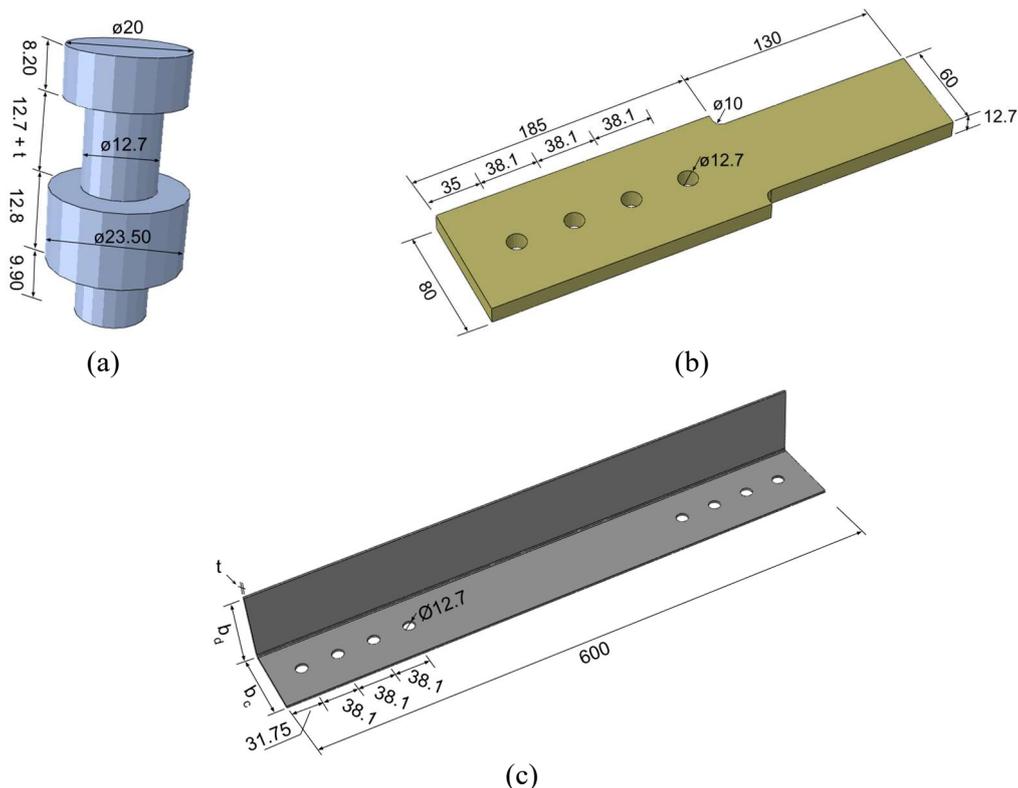


Figura 6.2 – Dimensões (*mm*) das partes do modelo numérico (a) parafuso, (b) chapa *gusset* e (c) cantoneira.

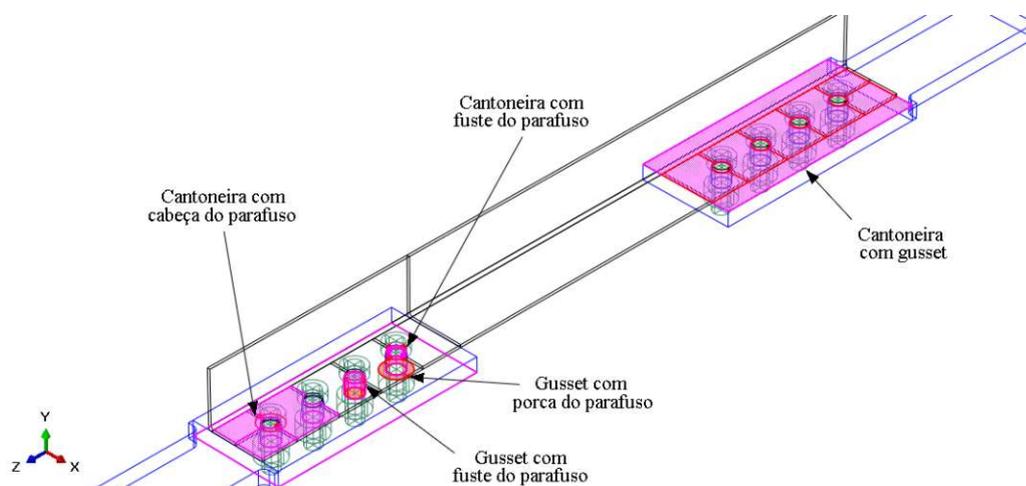


Figura 6.3 – Destaque, unitário, das interações de contatos entre as superfícies.

Para os contatos com o fuste do parafuso, a formulação utilizada foi a cinemática, pois permite penetração entre as superfícies com o avanço cinemático do modelo, e depois contabiliza a força para impedir a sobreposição. Com a massa associada ao nó e com a profundidade de penetração se obtém a força de contato necessária para remover a sobreposição em cada elemento (DASSAULT SYSTEMES SIMULIA CORP., 2011).

Considerou-se para as propriedades do contato o comportamento normal (com *hard contact*, pois não é transferido pressão de tração) e tangencial (formulação de penalidade e

coeficiente de fricção de 0.20). As propriedades do material inseridas no *software* e sua lei constitutiva estão descritas na próxima seção.

### 6.1.2 Modelo Constitutivo

Os materiais das peças foram considerados os mesmos do ensaio experimental (PAULA, 2006) na chapa *gusset*, em que se usou o aço SAE 1045, os conectores em aço ASTM A325 e a cantoneira em aço COR 420. Quanto às propriedades dos materiais, foram utilizadas as estabelecidas na ABNT NBR 8800:2008 para o aço SAE 1045 e ASTM A325 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008) e para o aço COR 420 foi adotada a caracterização do material realizada por Paula (2006). Considerou-se os valores de tensão e deformação verdadeiros de acordo com as Eqs. (3.19), sendo que na deformação extraiu-se a parcela elástica da deformação ( $\sigma_{true}/E$ ) (Figura 6.4).

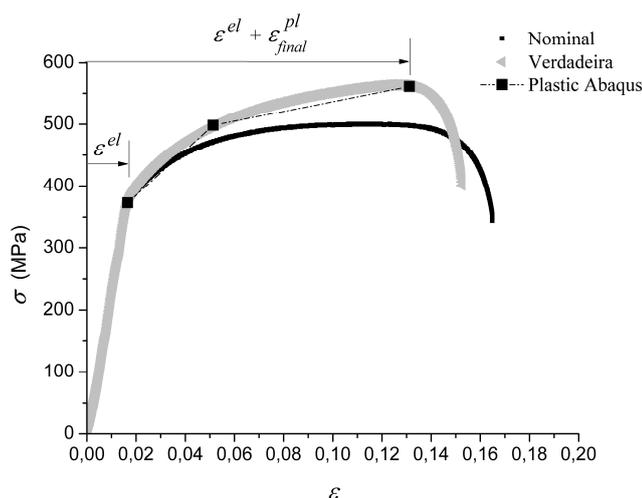


Figura 6.4 – Valores de tensão e deformação verdadeiros do COR 420 e pontos do modelo tri-linear.

A diferença entre as tensões verdadeiras e nominais para o material COR 420 está evidenciada na Figura 6.4. Notou-se que inserindo três pontos na região de plasticidade o comportamento do modelo representou melhor o endurecimento do material da cantoneira, considerando o modelo constitutivo tri-linear (AFSHAN; GARDNER, 2013). A boa escolha dos pontos de endurecimento foi imprescindível, porque o *Abaqus*<sup>®</sup> no modo *Explicit* realiza a linearização entre os pontos de plasticidade, e inserindo apenas dois pontos na plasticidade (bi-linear) o endurecimento do material estaria distante do seu comportamento real (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA, 2012a). Para os outros materiais, como não se possuía a sua

caracterização, foi utilizado o modelo bi-linear. As propriedades dos materiais estão descritas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Propriedades dos materiais

Propriedades	SAE 1045	ASTM A325	COR 420
E (GPa)	210.00	210.00	222.50
$\nu$	0.30	0.30	0.30
$f_y$ (MPa)	310.00	635.00	366.60
$f_u$ (MPa)	560.00	827.00	554.19
$\epsilon^{pl}_U$	0.17	0.14	0.19

Ao se trabalhar no modelo explícito é necessário inserir a densidade do material, que foi considerada de  $7850 \text{ kg/m}^3$  para todos os aços. A próxima seção trata dos elementos finitos utilizados.

### 6.1.3 Malha de elementos finitos

Para o modelo computacional a escolha do tipo do elemento finito e do tamanho da malha interfere diretamente na qualidade do modelo (KIM; KUWAMURA, 2007). Para essa escolha deve-se conhecer a biblioteca do *software* e, se possível, basear-se em experimentos computacionais já validados.

O elemento finito considerado para o parafuso foi o sólido contínuo, como realizado em Bursi e Jaspart (1998), com seis nós (C3D6). A chapa *gusset* também foi considerada como um elemento sólido e contínuo, ambos foram configurados com o elemento C3D6 da biblioteca do *Abaqus*<sup>®</sup>. A cantoneira, por possuir menor espessura, foi considerada como um elemento de casca contínuo com oito nós e integração reduzida (SC8R), conforme Figura 6.5.

O refinamento da malha (Figura 6.5) foi realizado principalmente no perímetro dos furos, pois é nessa região que se espera a concentração de tensões. Na região dos furos os elementos finitos possuíam dimensão aproximada de  $1.50 \text{ mm}$ . Os demais elementos estavam com  $5 \text{ mm}$ . Devido à distorção dos elementos do parafuso e para manter os contatos na região a sua malha foi mais densa. O parafuso e a chapa *Gusset* precisavam ter na região de borda as dimensões dos elementos próximas aos elementos da cantoneira, isso para evitar deformações excessivas entre esses elementos, além da diferença de massa entre os mesmos.

Com as malhas e as propriedades dos materiais definidas são apresentadas as condições de contorno na próxima seção.

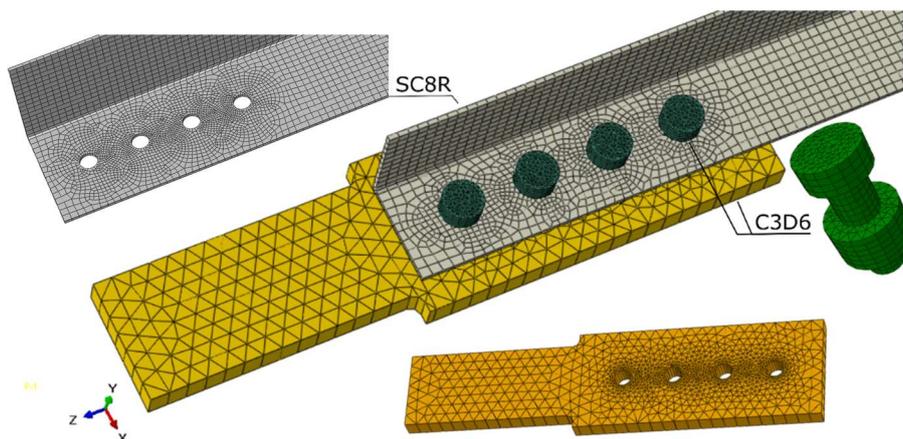


Figura 6.5 – Elementos finitos no modelo numérico.

### 6.1.4 Condições de contorno

Como condições de contorno aplicadas a esse modelo adotou-se a restrição dos três graus de liberdade de deslocamento em uma das extremidades da chapa *gusset*, denominada de garra fixa, e a outra chapa *gusset* com deslocamento livre na direção global  $z$ , impedindo o deslocamento em  $x$  e  $y$  (Figura 6.6).

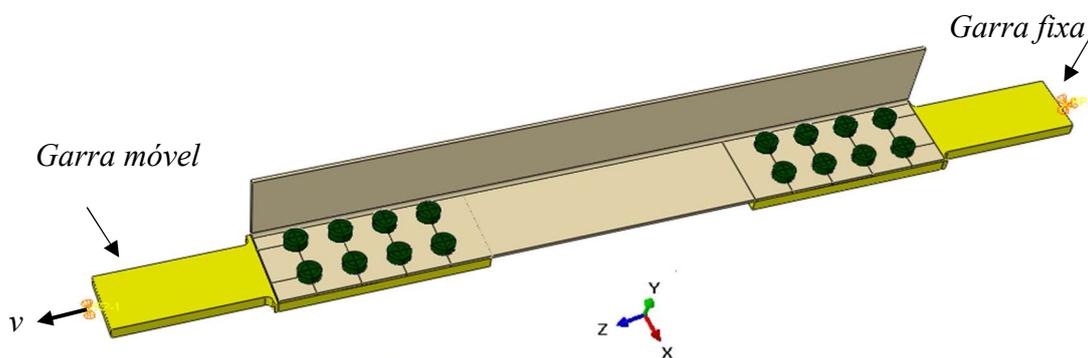


Figura 6.6 – Condição de contorno para o ensaio de tração.

Inseriu-se um ponto de referência com acoplamento de corpo rígido do tipo *tie* nos nós da face da garra móvel, para que a velocidade fosse aplicada uniformemente na peça.

## 6.2 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Para a simulação numérica de ensaio de tração utilizou-se o *Abaqus/Explicit*, com uma análise quase-estática (pequeno incremento de velocidade). Aqui, a simulação seguiu as premissas do ensaio físico com aplicação de velocidade na chapa *gusset* que transfere o esforço ao conector que tracionará a cantoneira. Desta forma, foi possível aplicar uma velocidade ao modelo e aferir a força reativa produzida, sendo o mesmo sistema experimental. Para realizar uma análise explícita, a matriz de massa discreta foi usada para obter o equilíbrio dos elementos. Assim, para auxiliar na eficiência computacional há como acrescentar uma massa artificial

(*mass scaling*) nos nós dos elementos de uma análise quase-estática, reduzindo o tempo computacional. Mas isso pode ser realizado desde que não haja interferência nos resultados e se tenha tempo de recuperação do conjunto (inércia), sendo verificado e garantido que a energia cinética permaneceu com valor inferior a 10% da energia interna do modelo (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., 2011).

A velocidade de aplicação do carregamento em uma análise explícita é importante devido às forças inerciais e para que todo o modelo consiga responder bem à sollicitação (BAZANT; CEDOLIN, 2003). Portanto, o modelo aplica uma velocidade que causa tração ao conjunto. A velocidade foi aplicada na garra considerada móvel, na direção do eixo global  $z$  e com uma intensidade de 30 mm/s, que varia ao longo do tempo por uma amplitude tabular.

Assim, ocorrem os esforços nas peças que levarão em conta as propriedades dos materiais até chegar à ruptura. Com os experimentos realizados por Paula (2006) fez-se a validação de 29 modelos numéricos. A seguir, são descritas as deformadas e as tensões individualmente dos modelos. A seção foi dividida em subseções conforme o critério de plasticidade e a consideração de dano.

## 6.2.1 Modelo numérico considerando regime elasto – plástico

### 6.2.1.1 Cantoneira A131 – L 50x2.26 mm

A cantoneira de abas iguais de 50 mm e 2.26 mm teve o ensaio realizado experimental e numericamente. Ambos apresentaram a curva força vs deslocamento (Figura 6.7).

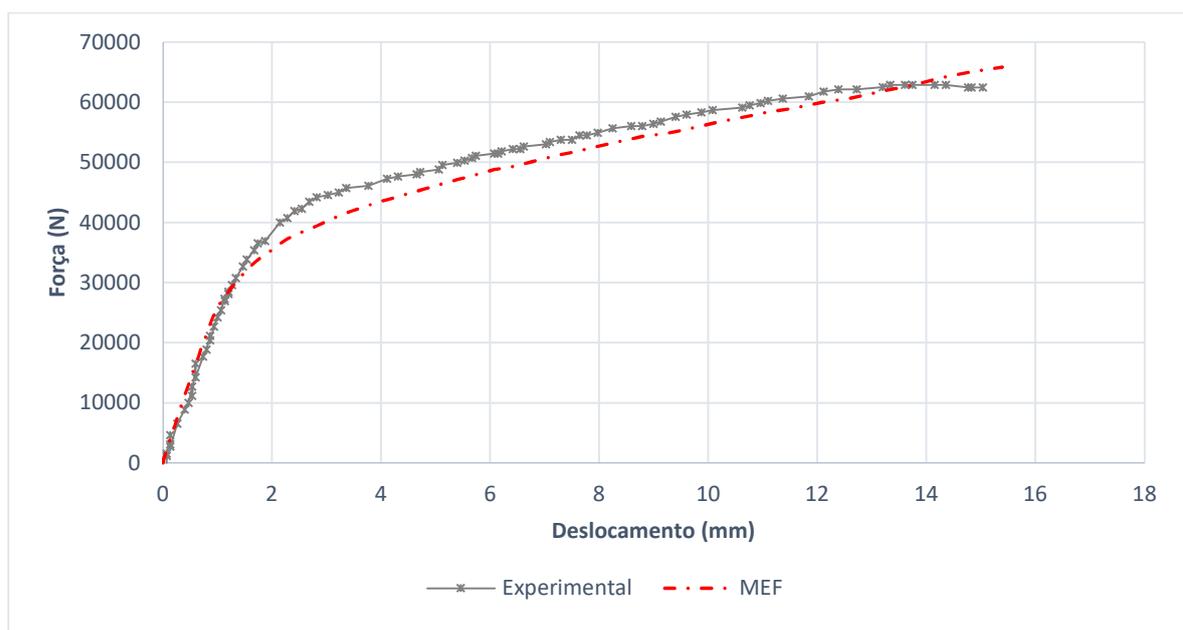


Figura 6.7 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF A131.

As curvas (Figura 6.7) mostraram o mesmo comportamento, na região de linearidade ficaram praticamente sobrepostas, indicando um excelente modelo. O valor de força última teve apenas 1.20% de diferença. Outro modo de validação foi avaliar a deformada da peça, conforme representado na Figura 6.8.



Figura 6.8 – Deformada cantoneira A131 para o modelo numérico e foto do experimental, respectivamente.

Observou-se o alargamento do furo, que ocorreu similar, principalmente para os furos mais internos, assim como uma maior estricção em direção à borda. As abas desconectadas do modelo numérico tiveram comportamento similar, com o encurvamento das duas extremidades. As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira estão apresentadas a seguir (Figura 6.9).

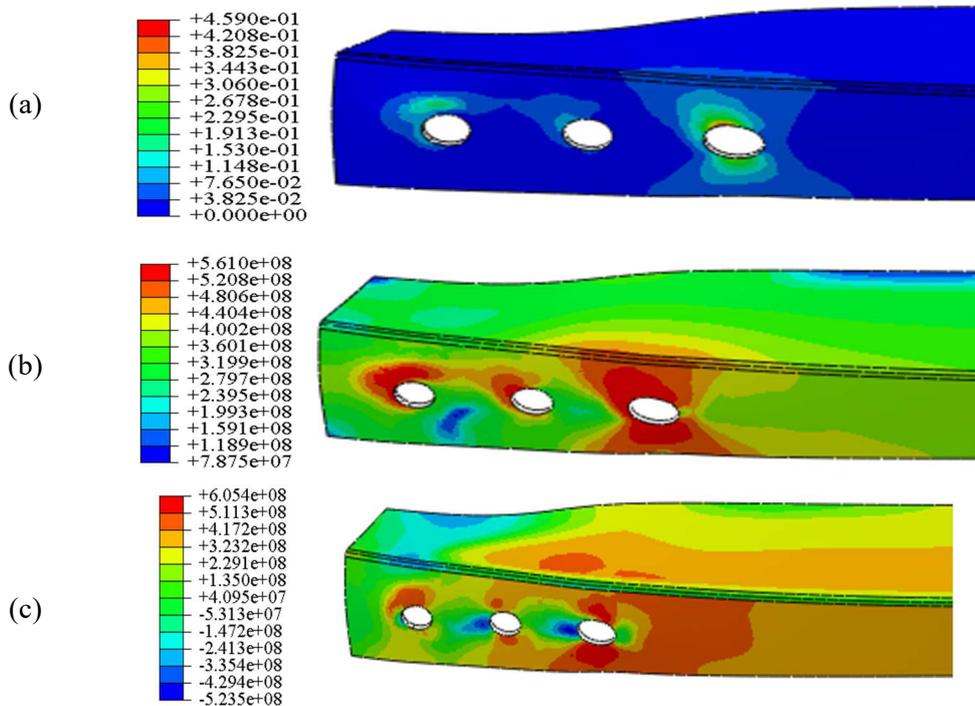


Figura 6.9 – Modelo A131 com velocidade de 0.03 m/s (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

Na Figura 6.9(a) a deformação plástica equivalente (PEEQ) alcançou um valor superior a deformação de ruptura do COR 420 nas proximidades dos furos mais internos, indicando que nessas regiões já se ultrapassou a continuidade do material (fraturou). Mas, nas duas primeiras seções de furos (1 e 2) os valores de PEEQ não ultrapassou este limite. É possível notar que os valores máximos de tensão estão nos furos mais afastados das bordas, tanto as tensões axiais longitudinais (Figura 6.9(c)) quanto as tensões de Von Mises (Figura 6.9(b)). Avaliando o perfil de tensões normais em cada seção do furo, é possível avaliar a não linearidade da mesma (Figura 6.10).

Próximos ao valor da força última, os valores de tensão em cada seção transversal com furos seguiram um comportamento não linear, com uma intensificação de tensão no perímetro desses orifícios (Figura 6.10) e uma redução não linear em direção às bordas livres. Ficou claro que na região das conexões a aba conectada foi a responsável pela tração do perfil, resultando ainda nas maiores forças de transmissão para o conector. Nas primeiras seções a aba desconectada chegou a apresentar tensões axiais de compressão, que podem ser resultantes do momento gerado entre a excentricidade da cantoneira e a linha de parafusos (não linearidade geométrica), ou podem ser relacionadas com o encurvamento (instabilidade) da aba desconectada.

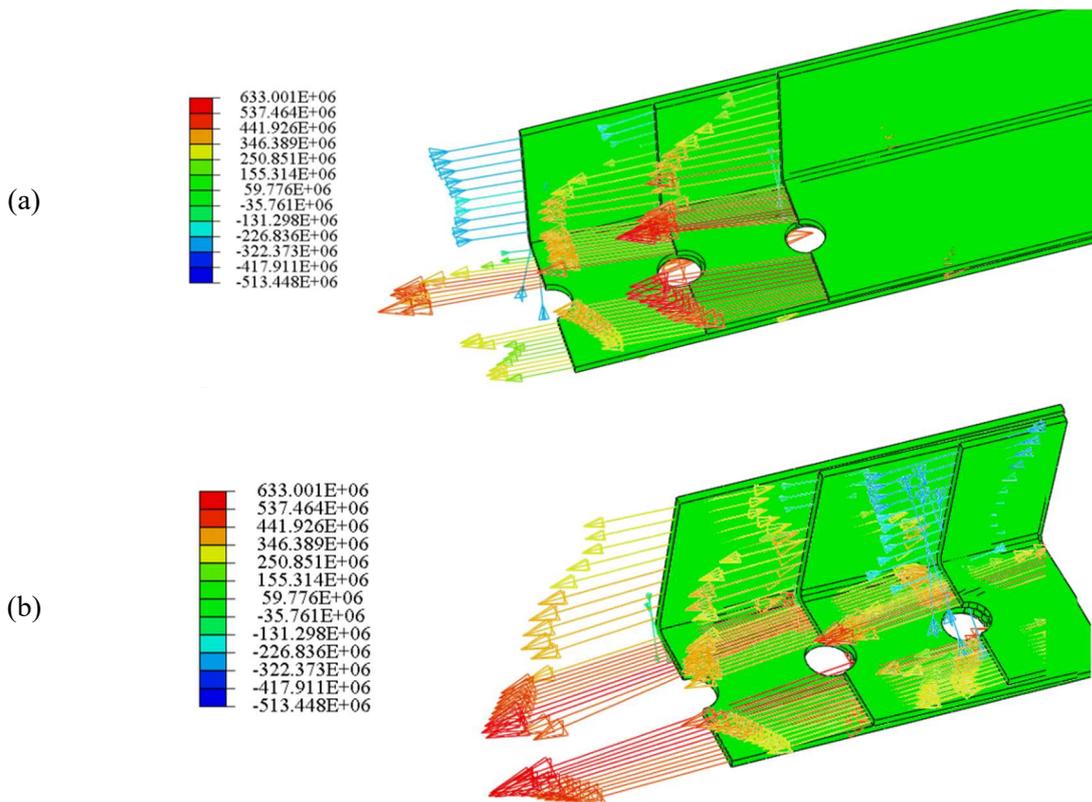


Figura 6.10 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira A131 (a) os três furos mais próximos da aplicação da carga e (b) os três furos mais próximos ao apoio.

Tanto a região de conectores próxima à garra móvel quanto à que se encontra próxima à garra fixa apresentaram o mesmo comportamento. Na próxima seção constam os resultados para a cantoneira com quatro furos.

### 6.2.1.2 Cantoneira A141 – L 50x2.25 mm

Para a cantoneira com 50 mm de aba, espessura de 2.25 mm implementada numericamente e com as considerações de modelo se obteve uma análise quase-estática. O comportamento força vs deslocamento das situações está exposto na Figura 6.11.

O modelo computacional no início da simulação se apresentou mais rígido que o real, entretanto foi possível visualizar que no início do experimental ocorreu um deslocamento de 0.75 mm com baixíssimo acréscimo de força, o que indicou experimentalmente um possível deslizamento (Figura 6.11). Esse deslizamento não tem como ser inserido no modelo numérico, pois não é um padrão. Mas avaliando a taxa de força vs deslocamento as duas são similares, validando este modelo.

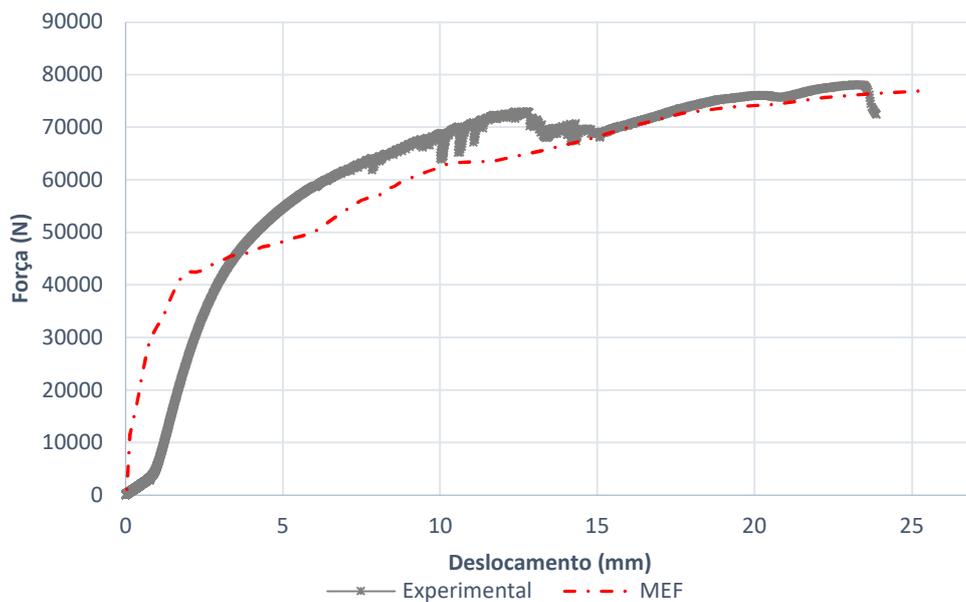


Figura 6.11 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF A141.

A eficiência no modelo ( $P_{exp}/P_{MEF}$ ) está em 1.5 %. As tensões de Von Mises estão apresentadas na Figura 6.12.

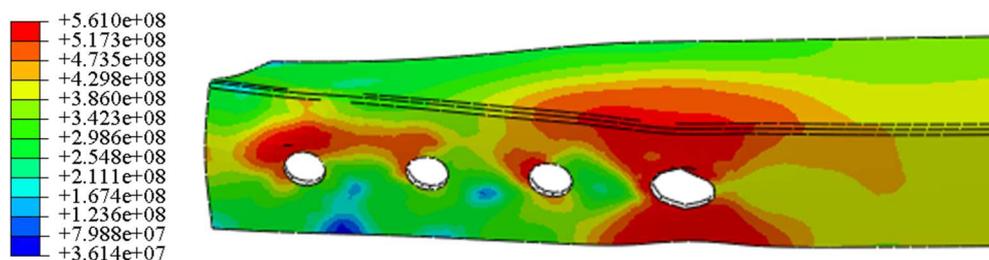


Figura 6.12 – Tensões Von Mises e deformada da cantoneira A141 (em Pa).

A tensão última de ruptura na cantoneira foi alcançada em vários pontos do material. A comparação da deformada experimental e computacional consta na Figura 6.13.



Figura 6.13 – Deformada da cantoneira A141 modelo computacional e experimental.

A deformação dos furos e das abas desconectadas ficou próxima das deformadas experimentais de Paula (2006). Como pôde ser visto, os furos das extremidades da conexão mostraram uma maior deformação e foram os que primeiro abriram a fratura de ruptura de seção líquida, demonstrando a eficiência do modelo numérico, mesmo com um problema tão complexo em não linearidade geométrica e de contato. Assim, o modelo foi considerado validado.

### 6.2.1.3 Cantoneira B212 – L 80x3.49 mm

Para a cantoneira de abas iguais de  $80\text{ mm}$ , espessura de  $3.49\text{ mm}$  e com as caracterizações de modelo se obteve uma análise quase estática. A geometria dessa conexão tem duas linhas de parafusos e uma seção conectada. O comportamento força vs deslocamento das situações está exibido na Figura 6.14.

O comportamento carga deslocamento do experimental apresentou um ganho de reação sem acréscimo de carga, singularidade de efeito que não ocorreu no experimento computacional, mas próximo à carga de ruptura do sistema os valores se aproximaram. A força última apresentou uma diferença de  $4.23\%$  entre os modelos. Avaliando as deformadas do modelo teve-se um comportamento símil, como pode ser visto na Figura 6.15.

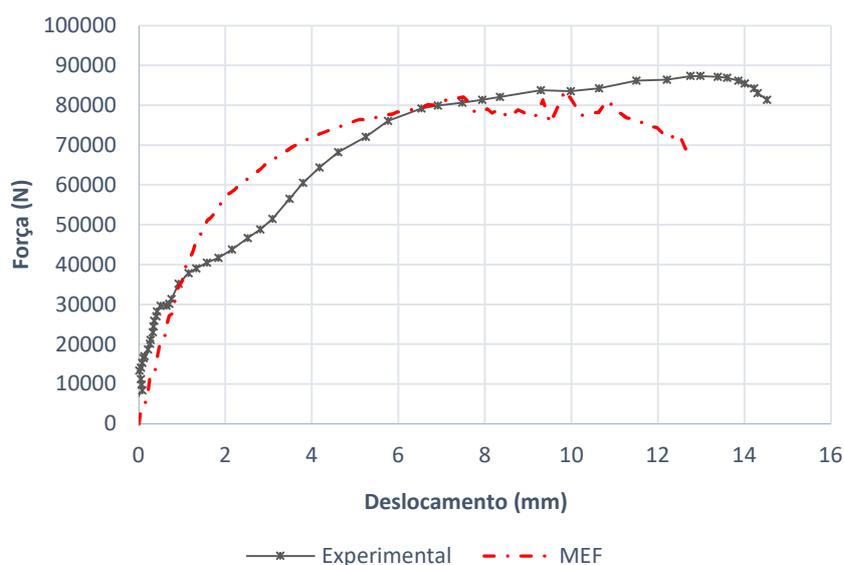


Figura 6.14 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF B212.

As deformações das abas tiveram comportamento similar, com destaque para as bordas extremas do perfil cantoneira (Figura 6.15), mas nessas os furos não apresentaram o alargamento até porque o modelo numérico não teve o mesmo deslocamento que o experimental, como visto na Figura 6.14.



Figura 6.15 – Deformada MEF do modelo B212 e foto do experimental.

As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira estão presentes na Figura 6.16.

Observou-se que a PEEQ (Figura 6.16(a)) apresentou valor máximo e traçado na mesma posição em que há formação de fratura no modelo experimental, lado esquerdo da peça. As máximas tensões de Von Mises também constaram nessa mesma região.

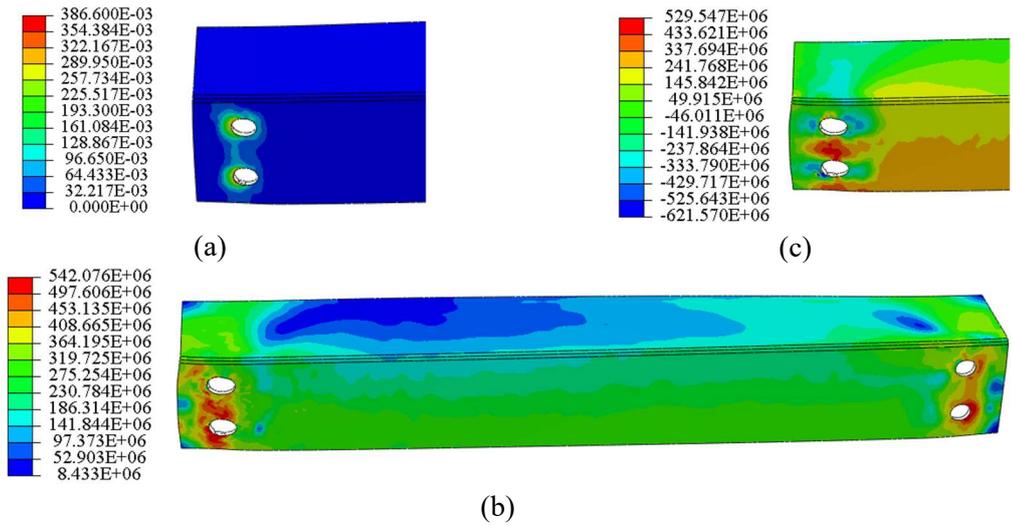


Figura 6.16 – Modelo B222 com velocidade de 0.03 m/s (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

O comportamento das tensões nas proximidades dos furos está disposto na Figura 6.17.

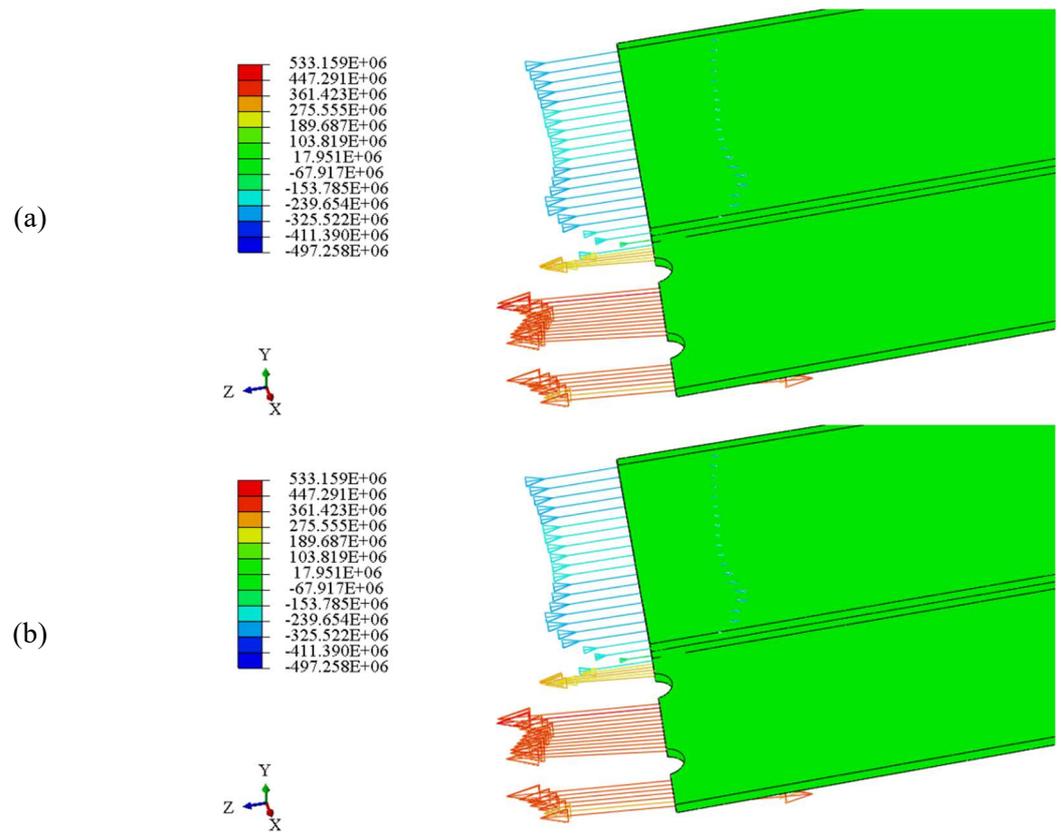


Figura 6.17 – Perfil de tensões axiais nas seções dos furos da cantoneira B212 (a) a seção de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) a seção de furos mais próximos ao apoio.

Tanto na região de aplicação da carga (Figura 6.17(a)) quanto das conexões próximas à garra fixa (Figura 6.17(b)) notou-se que todo o comprimento da aba desconectada apresentou

tensões de compressão. As tensões nas bordas dos furos ficaram próximas ao valor da tensão última do material, procedendo em ruptura nessa região.

#### 6.2.1.4 Cantoneira B222 – L 80x3.50 mm

Para a cantoneira de abas iguais de  $80\text{ mm}$ , espessura de  $3.50\text{ mm}$  e com as considerações de caracterização do modelo se obteve uma análise quase estática. O comportamento força vs deslocamento das situações está exibido na Figura 6.18.

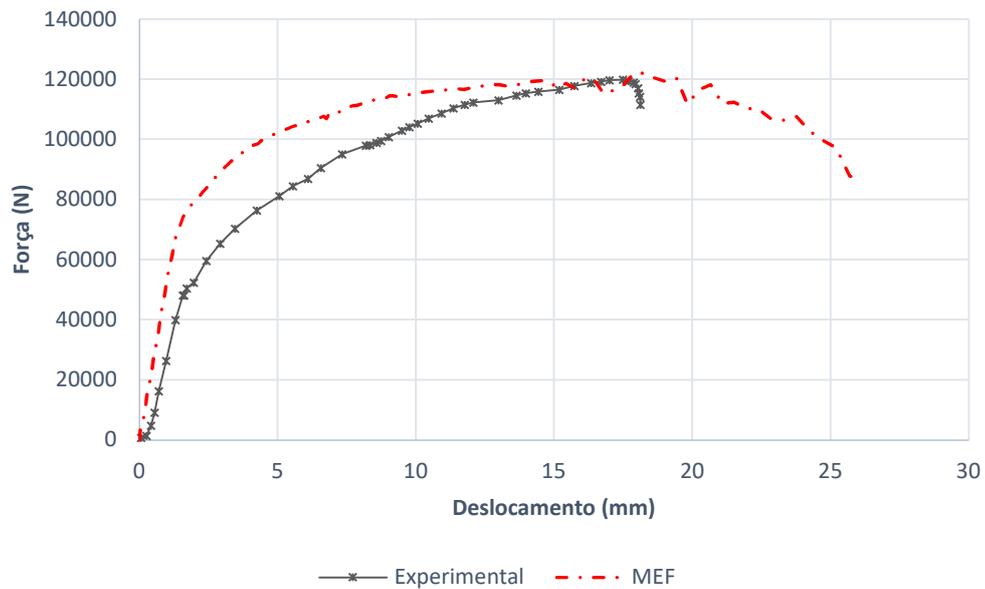


Figura 6.18 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF B222.

O comportamento carga deslocamento do experimental apresentou um deslocamento inicial dado no primeiro instante da máquina, como foi visto no início do seu comportamento. Mas o modelo computacional não apresentou a mesma tendência. A diferença entre os valores de força máxima foi de  $1.74\%$ . Avaliando as deformadas do modelo têm-se um comportamento semelhante, conforme a Figura 6.19.

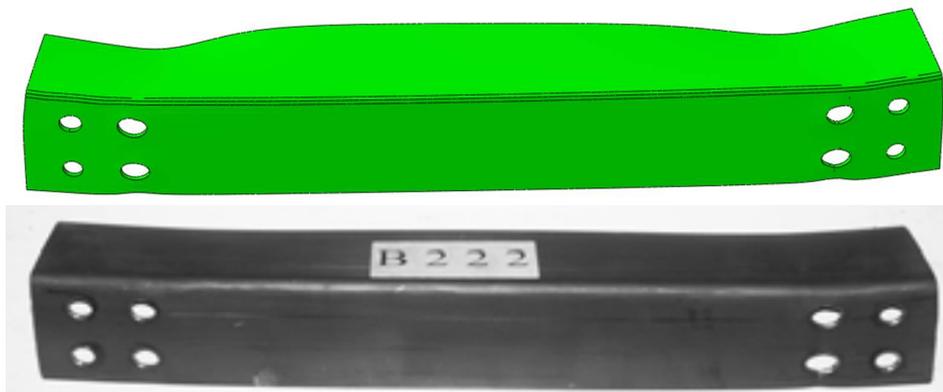


Figura 6.19 – Deformada MEF do modelo B222 e foto do experimental.

A deformação das abas e dos furos teve comportamento análogo, com destaque para a estricção na seção dos furos à direita da Figura 6.19. As tensões de Von Mises, a PEEQ e a tensão na direção axial da cantoneira são mostradas na Figura 6.20.

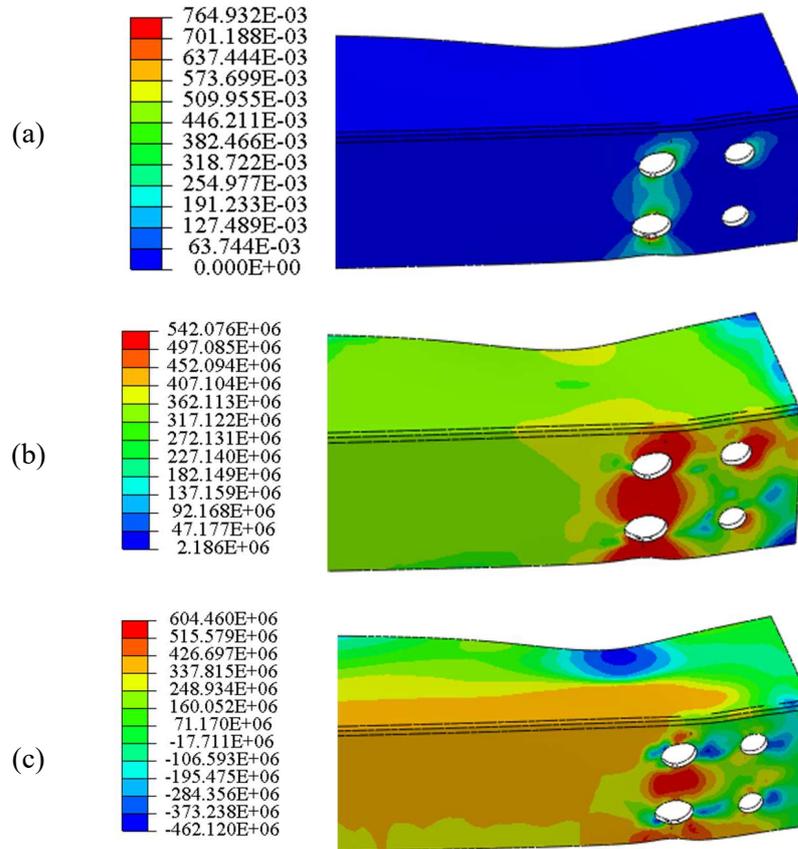


Figura 6.20 – Modelo B222 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

O furo da segunda seção à direita encontrou o máximo valor de PEEQ, demonstrando que foi o ponto que sofreu ruptura como no modelo experimental. O comportamento das tensões nas proximidades dos furos está disposto na Figura 6.21.

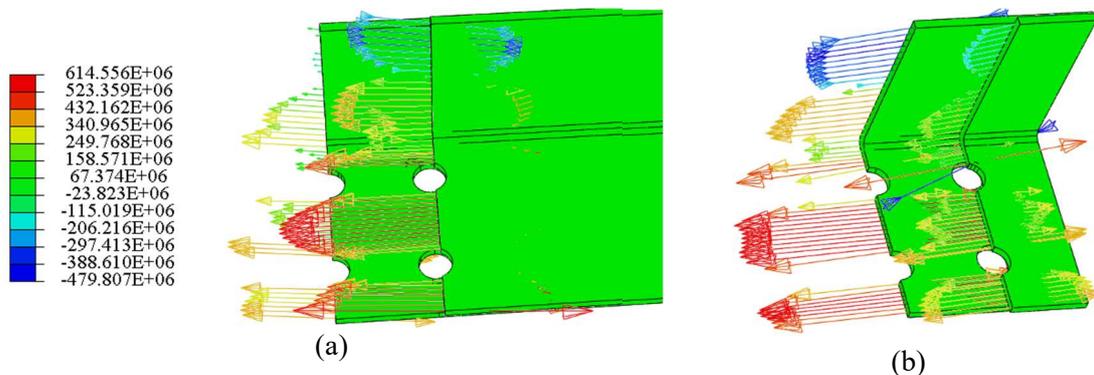


Figura 6.21 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B222 (a) os dois furos mais próximos da aplicação da carga e (b) os dois furos mais próximos ao apoio.

Na região de aplicação da carga (Figura 6.21(a)) e das conexões próximas à garra fixa (Figura 6.21(b)) notou-se tensões máximas no furo mais interno e que uma parte da aba desconectada foi criando tensões de compressão até o furo mais da extremidade da cantoneira, fenômeno típico de *shear lag*. As tensões nas bordas dos furos foram superiores ao valor da tensão última do material, procedendo em ruptura nessa região.

#### 6.2.1.5 Cantoneira F121 – L 80x100x2.34 mm

As cantoneiras com abas desiguais, com  $80 \times 100$  mm de aba, espessura de 2.34 mm, em que a menor aba estava conectada, foi modelada numericamente, com as considerações de modelo para análise quase-estática. O comportamento força vs deslocamento das situações está exposto na Figura 6.22.

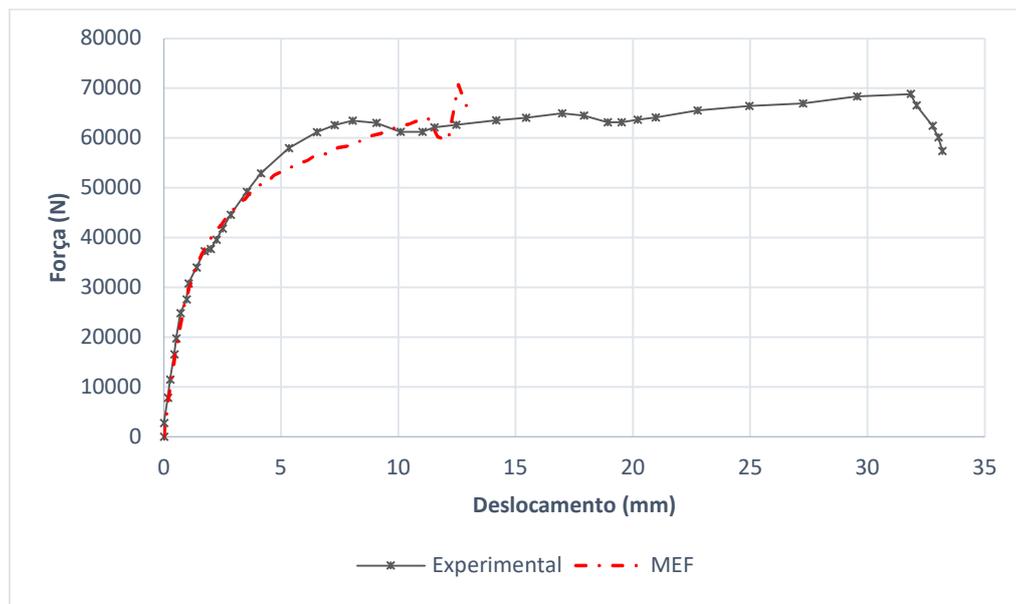


Figura 6.22 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF F121.

Nesse modelo a diferença de força última ficou com 2.03%. Mas no deslocamento último houve uma diferença significativa, contudo o modelo experimental antes de 10 mm já apresentou um decréscimo de força e depois não ocorreu aumento de força significativo, indicando um deslizamento entre as peças. Avaliando as deformadas do modelo teve-se um comportamento similar, como pode ser visto na Figura 6.23.

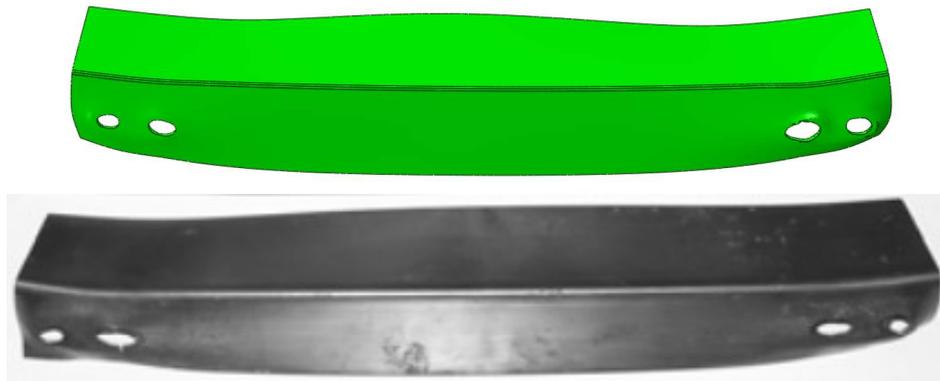


Figura 6.23 –Deformada MEF do modelo F121 e foto do experimental.

As deformações mostraram o esmagamento do quarto furo e o alargamento dos furos mais internos da cantoneira, resultado análogo ao comportamento experimental. As tensões de Von Mises, a PEEQ e a tensão na direção axial da cantoneira estão presentes na Figura 6.24.

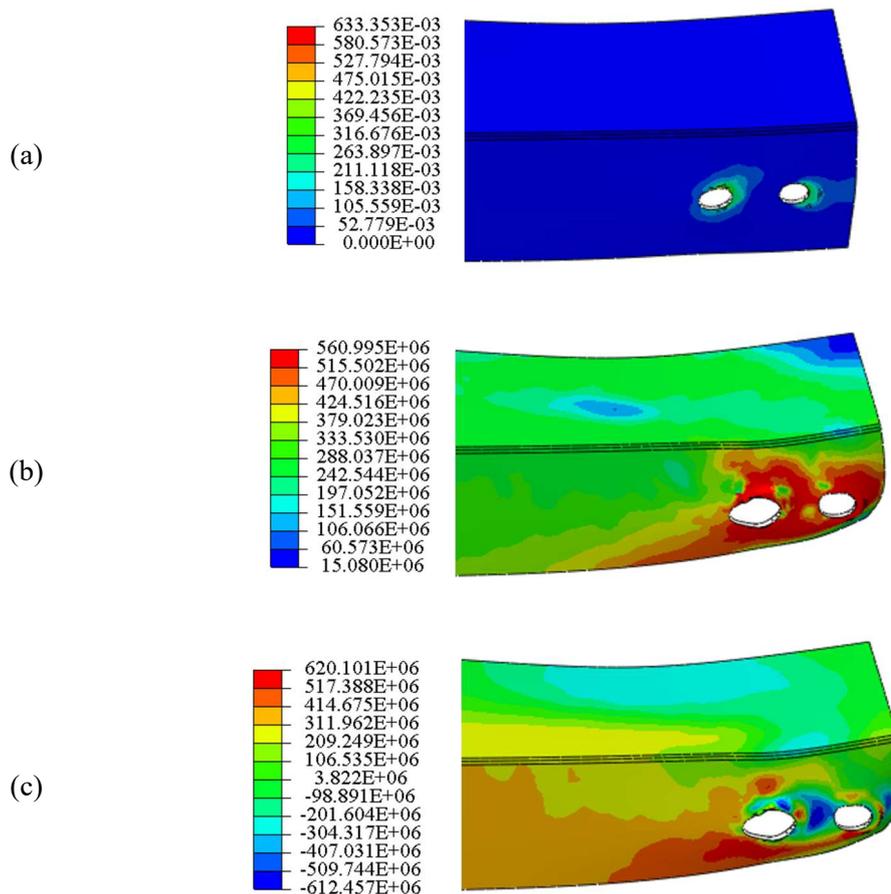


Figura 6.24 – Modelo F121 com velocidade de 0.03 m/s (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

Houve concentração de tensões nas bordas dos furos com uma deformação plástica superior à característica do material, indicando a falha (Figura 6.24). O comportamento das tensões nas proximidades dos furos consta na Figura 6.25.

No perfil de tensão foi possível observar que na seção transversal dos furos mais internos a aba desconectada encontrou-se parcialmente comprimida, já no furo da extremidade toda a aba estava comprimida. Nas bordas dos furos as tensões axiais foram superiores às máximas.

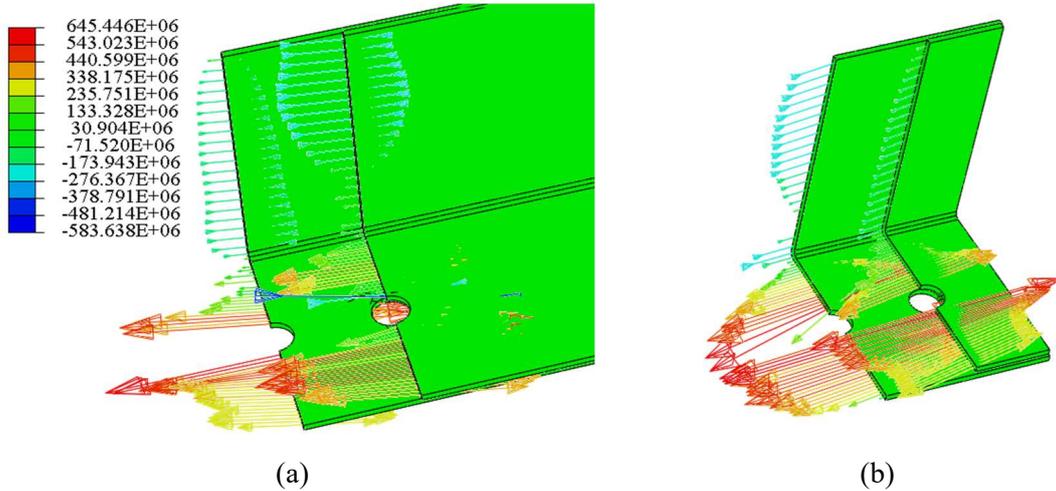


Figura 6.25 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira F121 (a) os dois furos mais próximos da aplicação da carga e (b) os dois furos mais próximos ao apoio.

#### 6.2.1.6 Cantoneira F131 – L 80x100x2.34 mm

As cantoneiras com abas desiguais, com  $80 \times 100$  mm, espessura de 2.34 mm, em que a menor aba está conectada foram modeladas. O comportamento força vs deslocamento das situações está exposto na Figura 6.26.

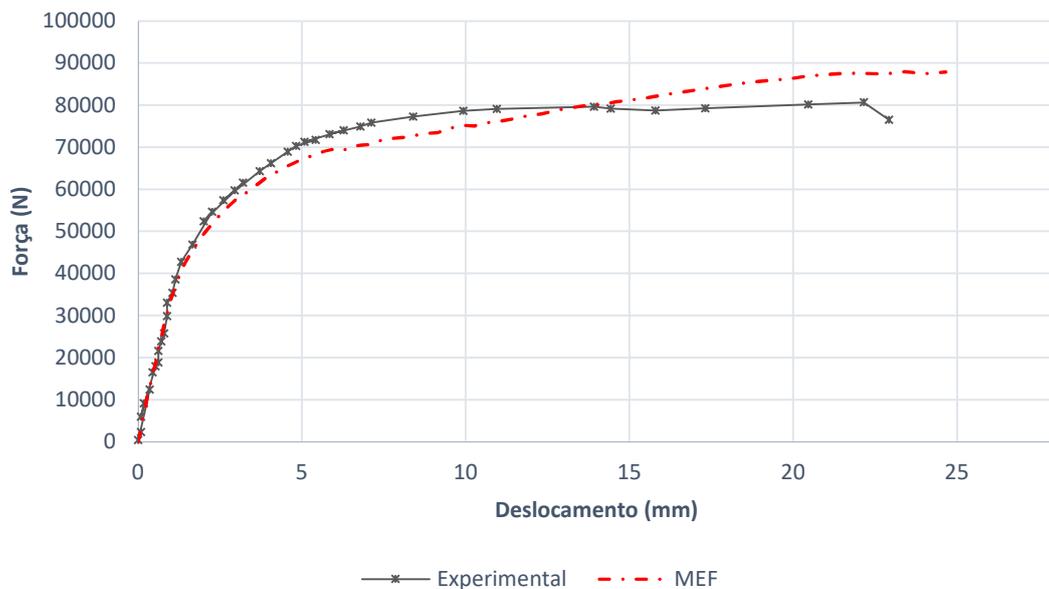


Figura 6.26 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF F131.

O modelo numérico resultou em um valor 8% superior ao experimental. Aplicou-se velocidade de 30 mm/s ao modelo com amplitude bi linear. Avaliando as deformadas do modelo obteve-se um comportamento parecido, como pode ser visto na Figura 6.27.

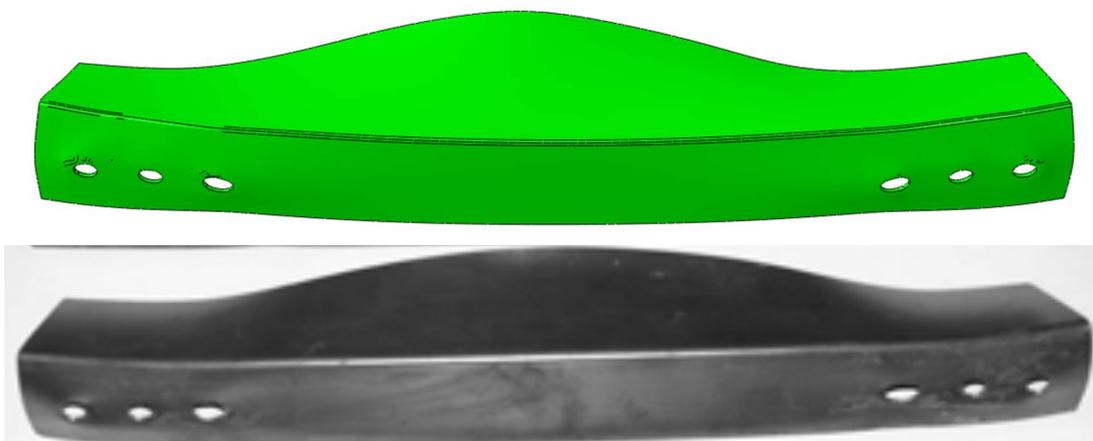


Figura 6.27 –Deformada MEF do modelo F131 e foto do experimental.

A analogia da deformação foi vista com o comportamento de instabilidade nas extremidades das abas desconectadas no meio do seu comprimento. Os furos internos alargados e o furo mediano ficaram menos deformados tanto no modelo experimental como no numérico. As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira estão expostas a seguir (Figura 6.28).

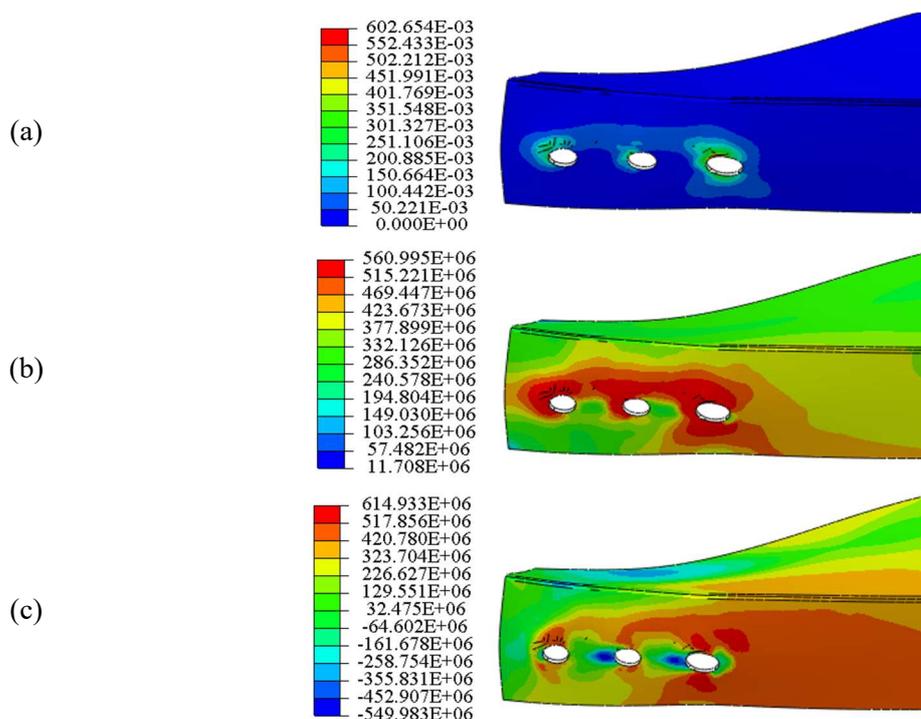


Figura 6.28 – Modelo F131 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

A PEEQ ultrapassou o valor de deformação do material, inferindo a ruptura do material. As tensões axiais (Figura 6.28(c)) apresentaram um bulbo de tração máxima a 90° do contato com o parafuso, região em que ocorreu ruptura por seção líquida. O comportamento das tensões nas proximidades dos furos está evidenciado na Figura 6.29.

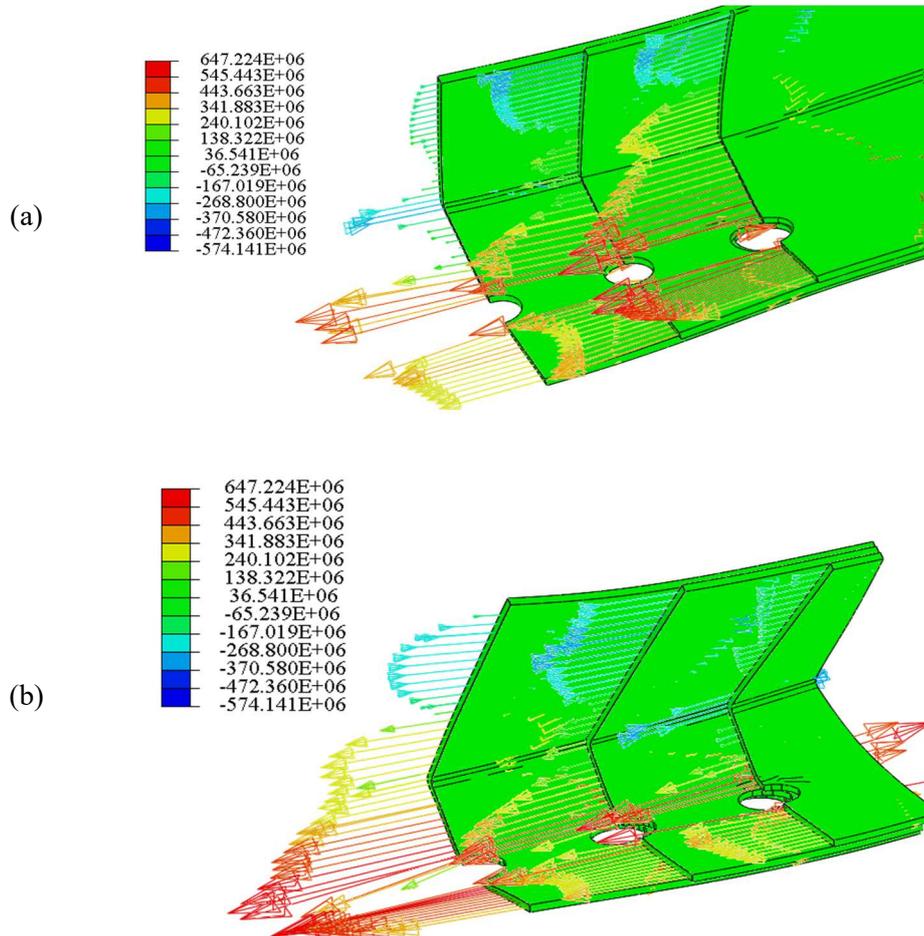


Figura 6.29 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira F131 (a) as três seções de furos mais próximas da aplicação da carga e (b) as três seções de furos mais próximas ao apoio.

Como nos demais modelos, a aba desconectada tendeu a estar com tensões de compressão em uma menor área nos furos mais internos, ampliando a extensão de compressão nos furos mais externos. As tensões nas bordas do furo foram superiores aos extremos, como esperado pela teoria de Timoshenko e Goodier (1970) para chapas tracionadas.

#### 6.2.1.7 Cantoneira F141 – L 80x100x2.30 mm

Com a cantoneira de abas desiguais, 80x100 com espessura de 2.30 mm, mas agora com quatro seções de conectores, o modelo numérico resultou em uma força máxima com uma diferença de 8.68% superior ao valor experimental. Neste caso, apenas o valor de força último

foi apresentado no trabalho experimental (PAULA, 2006), para este ensaio não foi disponibilizada a curva força vs deslocamento.

Mas com as mesmas condições de contorno dos exemplos anteriores e confrontando as deformadas do modelo se afirmou a sua validação, pois os comportamentos foram similares (Figura 6.30).

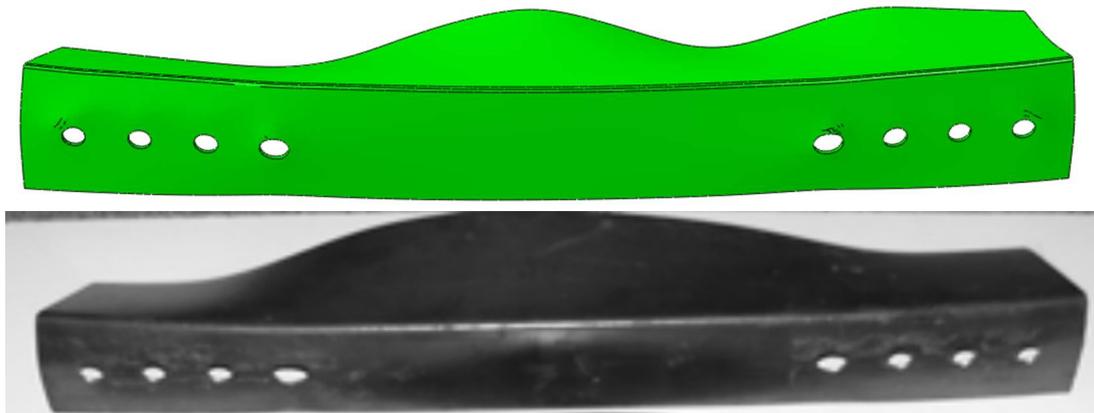


Figura 6.30 – Deformada MEF do modelo F141 e foto do experimental.

A deformação foi aproximada, o comportamento de instabilidade nas duas abas no meio do seu comprimento. As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira estão expostas a seguir (Figura 6.31).

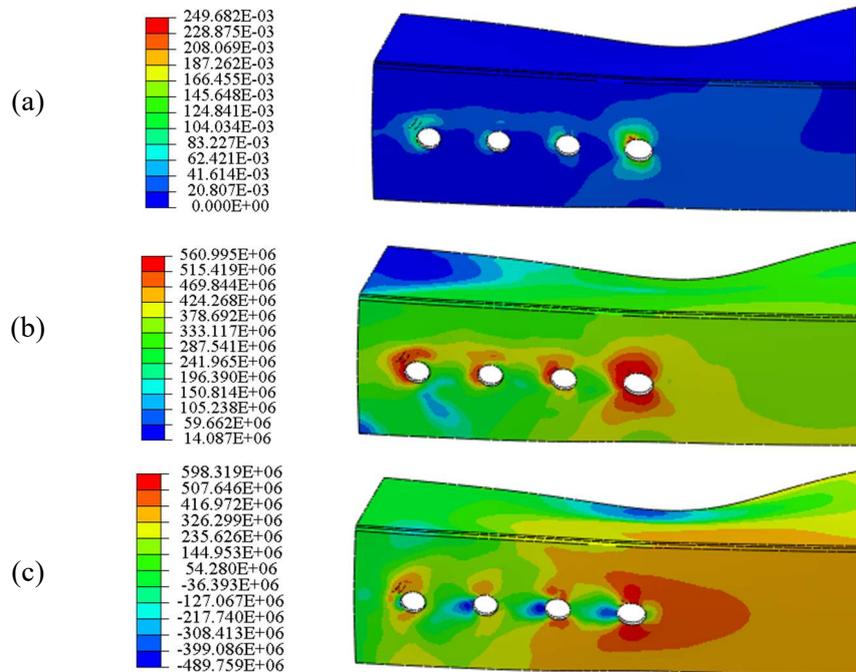


Figura 6.31 – Modelo F141 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

As deformadas plásticas equivalentes foram superiores à deformação de fratura do material. Neste caso foi possível verificar o quanto a aba desconectada encurvou. O comportamento das tensões nas proximidades dos furos está demonstrado na Figura 6.32.

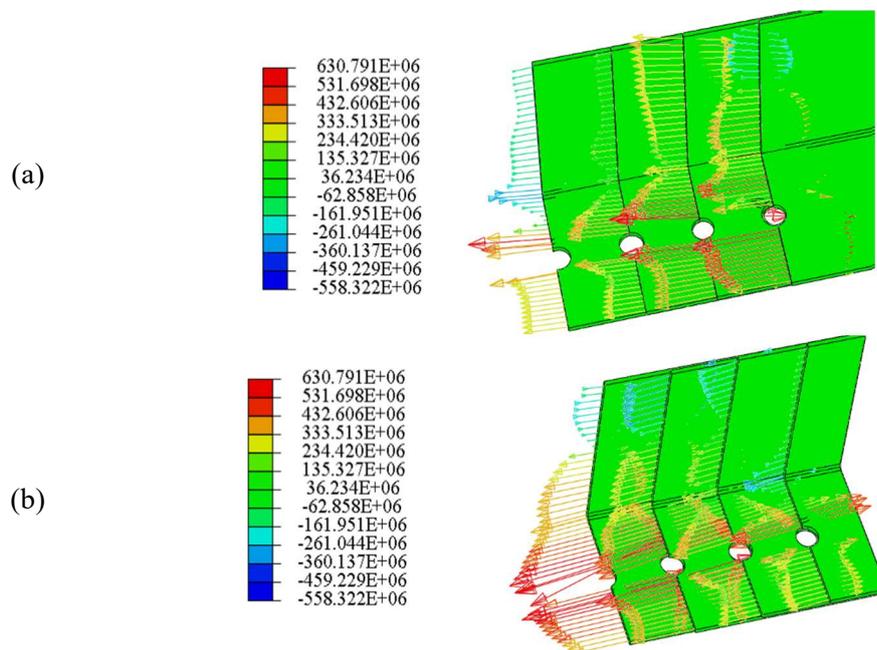


Figura 6.32 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira F141 (a) os quatro furos mais próximos da aplicação da carga e (b) os quatro furos mais próximos ao apoio.

Quanto mais interno o furo do modelo mais a sua seção transversal contribuirá com tensões de tração. Quanto mais longo o comprimento da conexão mais suave ocorre o efeito de *shear lag* nas peças, por esse motivo os  $C_i$  nas formulações existentes aumentaram o seu valor.

### 6.2.1.8 Cantoneira B221-X1 – L 80x3.57 mm

Avaliando agora os modelos de cantoneira com excentricidade de conexão, tem-se a cantoneira de abas iguais de 80 mm, espessura de 3.57 mm. Nesse modelo o furo contém uma excentricidade de 19 mm do centro da aba conectada para a direção da aba desconectada, com duas seções de conectores. O comportamento força vs deslocamento das situações está exposto na Figura 6.33.

O comportamento carga deslocamento do experimento computacional destoou do experimental, mas se observou que a inclinação foi próxima (Figura 6.33). Notou-se que o ensaio experimental já se iniciou com um pequeno deslocamento e houve patamares de deslocamentos bruscos, característicos de um deslizamento do conjunto de peças, não propriamente de um material. A força máxima dos modelos se diferiu em cerca de 10%. Esse valor é um excelente resultado, haja vista a não linearidade geométrica deste conjunto.

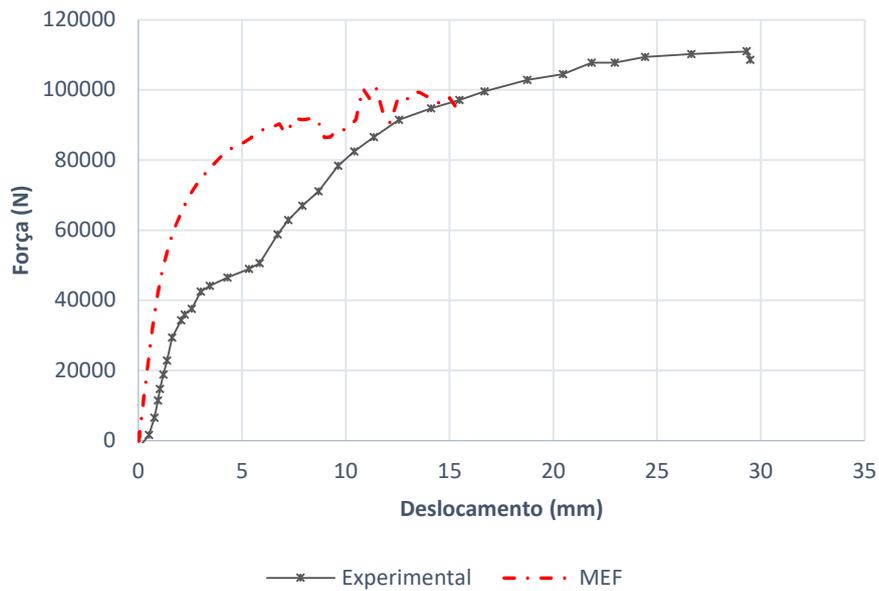


Figura 6.33 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF B221 X1.

Avaliando as deformadas do modelo teve-se um comportamento símil, como pode ser visto na Figura 6.34.

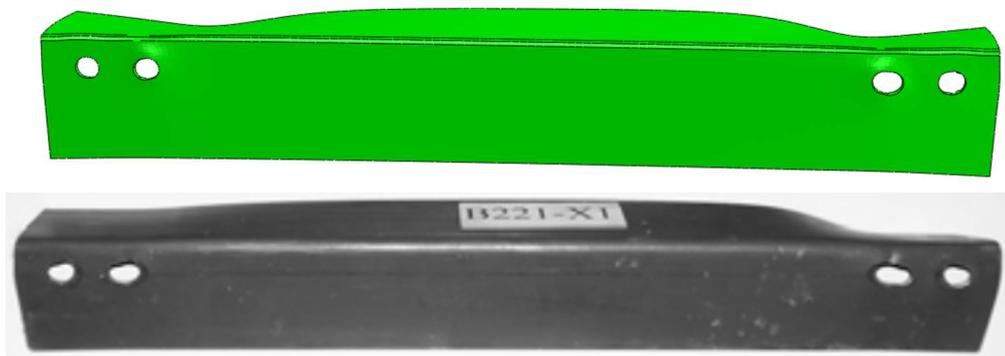


Figura 6.34 – Deformada MEF do modelo B221 X1 e foto do experimental.

Todos os furos da conexão apresentaram alargamento excessivo nas suas bordas. As abas desconectadas equitativamente fletiram em suas extremidades internamente e no meio para a parte externa. As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira estão apresentadas a seguir (Figura 6.35).

A deformação plástica equivalente foi superior à deformação última do material na seção que apresentou ruptura (Figura 6.35(a)). As tensões principais de Von Mises (Figura 6.35(b)) e as axiais (Figura 6.35(c)) também resultaram em valores máximos nas seções transversais mais internas.

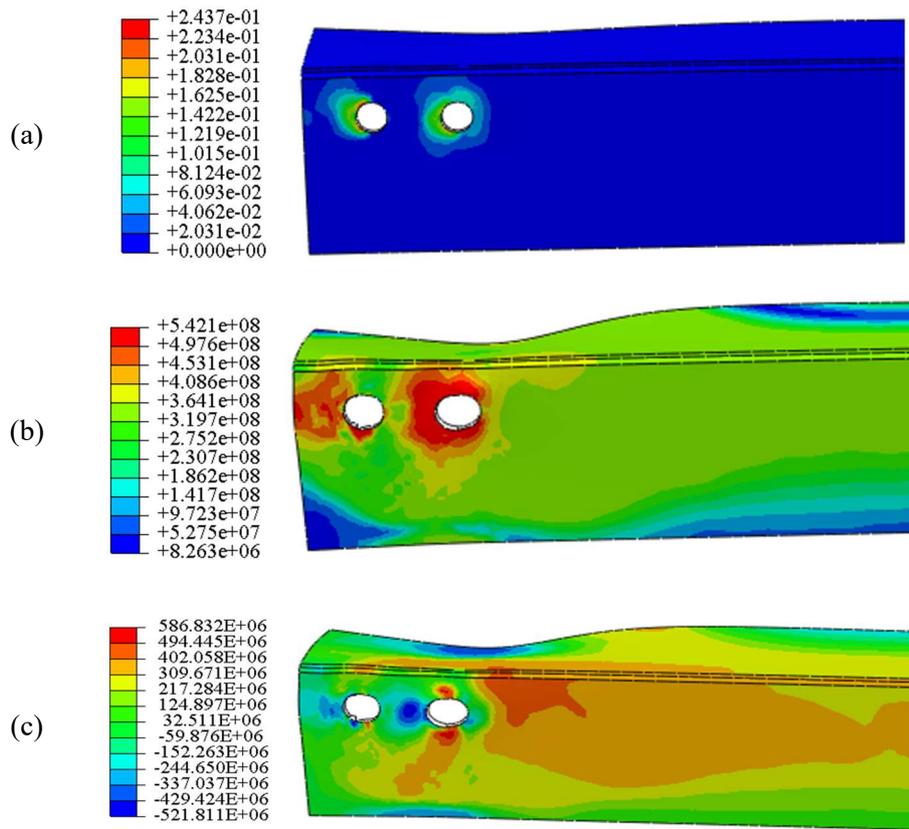


Figura 6.35 – Modelo B221 X1 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

O comportamento das tensões nas proximidades dos furos está disposto na Figura 6.36.

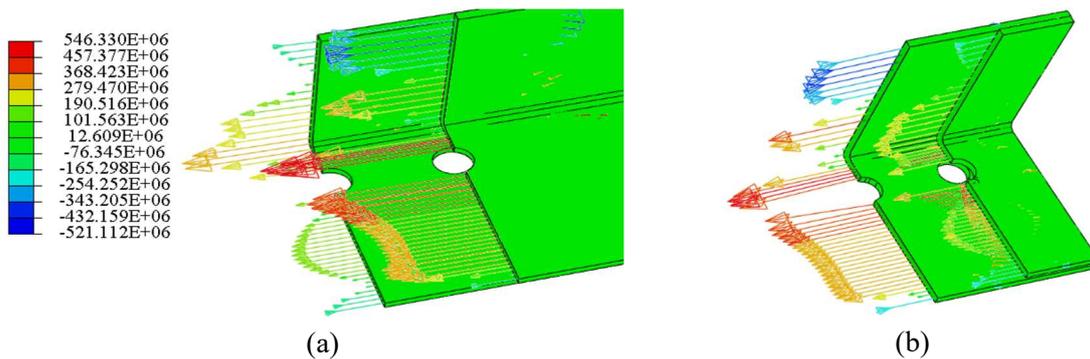


Figura 6.36 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B221 X1 (a) as duas seções de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) as duas seções de furos mais próximos ao apoio.

Comparando o perfil com e sem excentricidade percebeu-se que ao aproximar o furo da borda da cantoneira as tensões no momento de ruptura tendenciam a ser mais uniformes com uma área de compressão menor que com o furo no centro da aba, garantindo assim uma maior

estabilidade do mesmo. Fisicamente o conector está mais próximo do centroide da cantoneira na direção global  $x$ , que pode ser o motivo dessa melhoria.

Na região de aplicação da carga (Figura 6.36(a)) e nas conexões próximas à garra fixa (Figura 6.36(b)) notou-se tensões máximas no furo mais interno e que uma parte da aba desconectada possuía tensões de compressão até o furo mais da extremidade da cantoneira. As tensões nas bordas dos furos ficaram no valor da tensão última do material, procedendo em ruptura nessa região.

### 6.2.1.9 Cantoneira B231-X1 – L 80x3.57 mm

O modelo cantoneira com abas iguais de 80 mm e excentricidade no furo de 19 mm para o sentido da aba desconectada quando possuiu três seções conectadas apresentou um comportamento força vs deslocamento similar, conforme Figura 6.37.

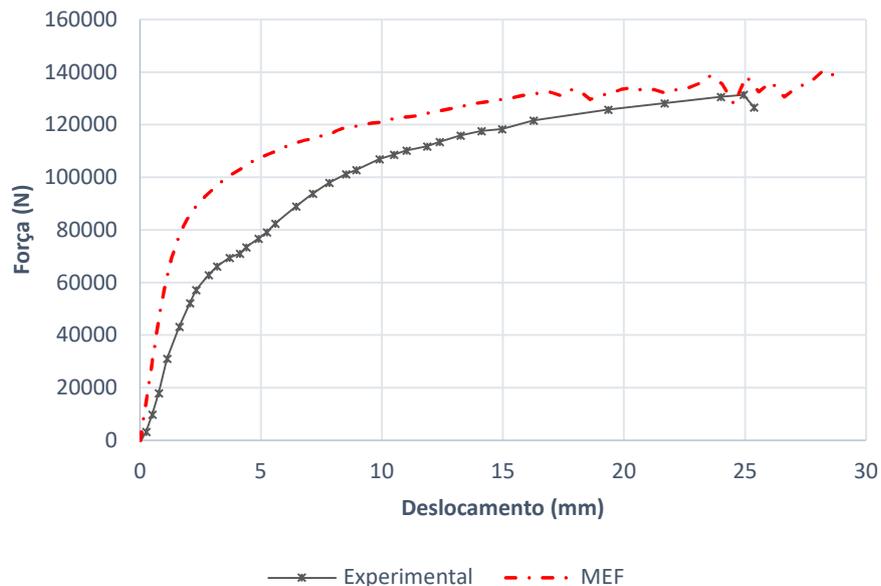


Figura 6.37 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF B231 X1.

O comportamento carga deslocamento do experimento computacional foi próximo, sendo que o modelo computacional se apresentou mais rijo que o experimental. Mas a carga última foi praticamente a mesma, com uma diferença de 7%. Avaliando as deformadas do modelo obteve-se um comportamento símil, como pode ser visto na Figura 6.38.



Figura 6.38 – Deformada MEF do modelo B231 X1 e foto do experimental.

As abas conectadas do modelo tiveram o mesmo comportamento, apresentando maior deformação na região que sofreu fratura. Mas a aba desconectada teve uma pequena diferença, com um encurvamento mais acentuado no modelo computacional. As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira estão descritos a seguir (Figura 6.39).

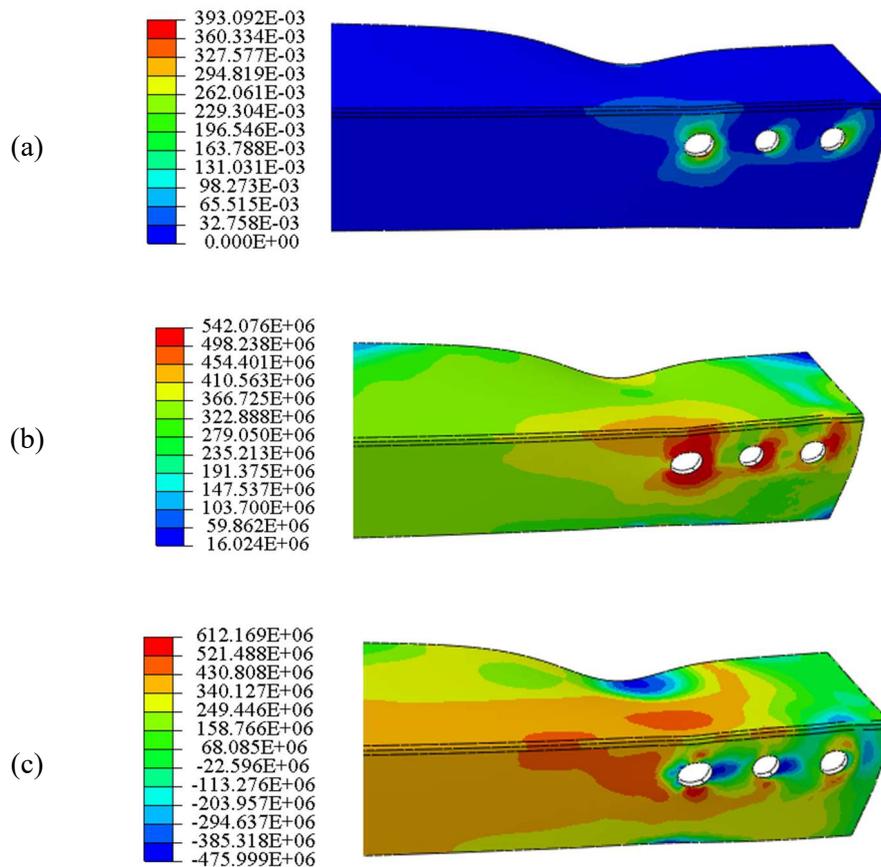


Figura 6.39 – Modelo B231 X1 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

A deformação plástica equivalente foi superior à deformação última do material na seção que mostrou ruptura (Figura 6.39(a)). As tensões principais de Von Mises (Figura 6.39(b)) e as axiais (Figura 6.39(c)) também resultaram em valores máximos nas seções transversais mais internas. O comportamento das tensões nas proximidades dos furos está demonstrado na Figura 6.40.

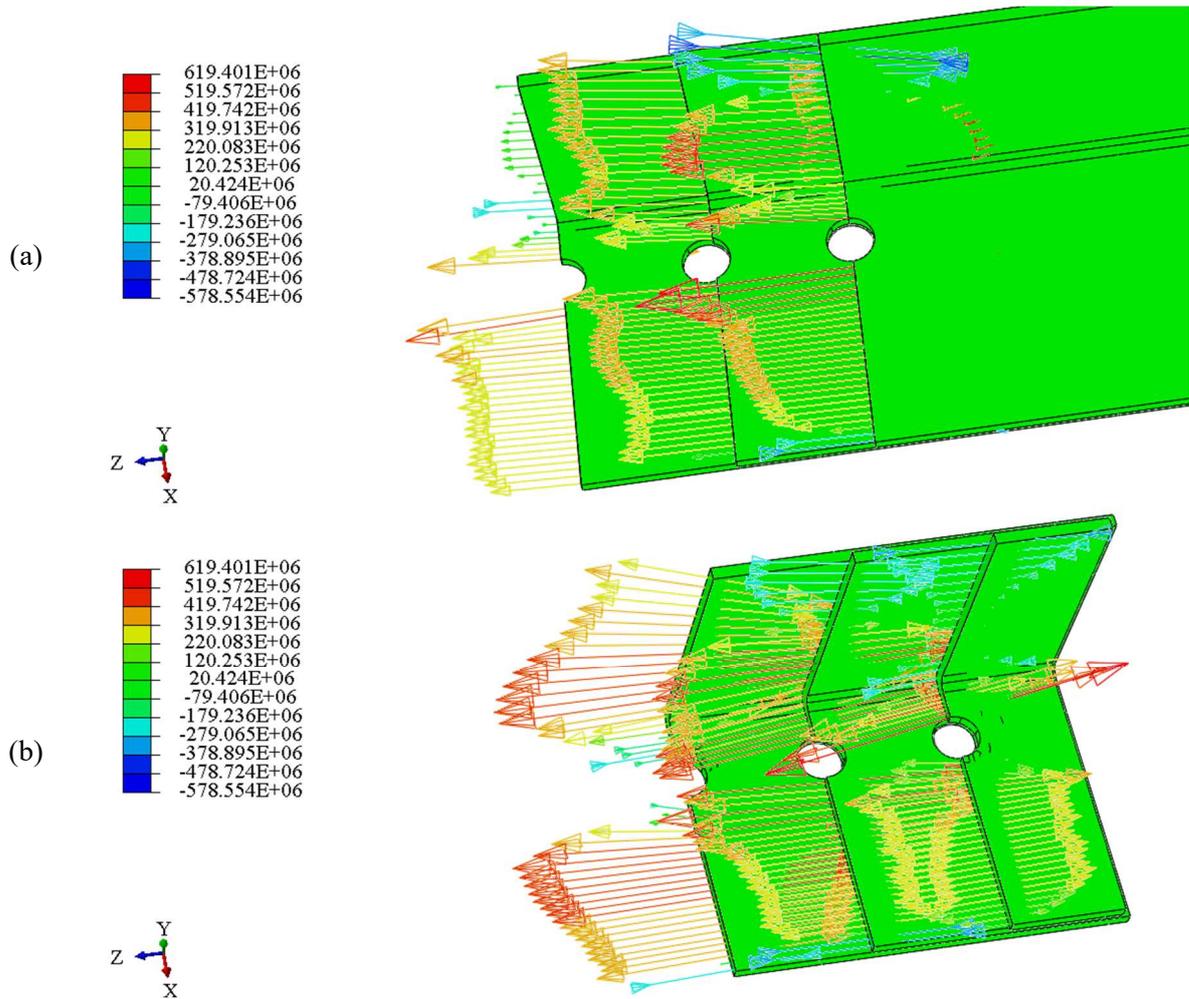


Figura 6.40 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B231 X1 (a) as três seções de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) as três seções de furos mais próximos ao apoio.

Comparando o perfil com e sem excentricidade do conector na chapa percebeu-se que ao aproximar o furo da borda da cantoneira as tensões no momento de ruptura tendenciam a ser mais uniformes, com uma área de compressão menor que com o furo no centro da aba, garantindo uma melhoria na estabilidade do mesmo. Na região de aplicação da carga (Figura 6.40 (a)) e das conexões próximas à garra fixa (Figura 6.40 (b)) notou-se tensões máximas no furo mais interno e que uma parte da aba desconectada foi criando tensões de compressão até o furo mais da extremidade da cantoneira.

### 6.2.1.10 Cantoneira B211-X2 – L 80x3.61 mm

Outro modelo interessante de mudança de geometria foi a inserção de excentricidade na direção da borda livre da aba conectada. Considerando um perfil de aba de 80 mm, com 3.61 mm de espessura e furo de conexão excêntrico em 19 mm em direção à borda livre, a força deslocamento teve o comportamento conforme apresentado na Figura 6.41.

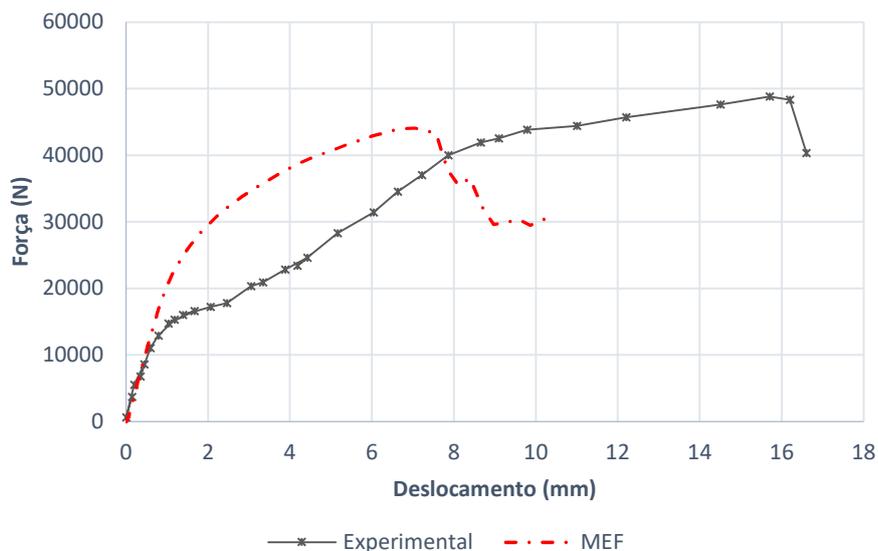


Figura 6.41 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF B211 X2.

O comportamento força vs deslocamento do experimento computacional teve deslocamento máximo, aproximadamente da metade do experimental, mas a carga última foi inferior em 10%. O modelo experimental apresentou um deslocamento de 0.80 mm praticamente sem ganho de força, entre 1.18 mm e 2 mm. Mesmo com essa representação de variação de comportamento no conjunto experimental, indicando mais ainda as dificuldades do modelo, o numérico teve boa representatividade. Avaliando as deformadas do modelo obteve-se um comportamento similar, como pode ser visto na Figura 6.42.

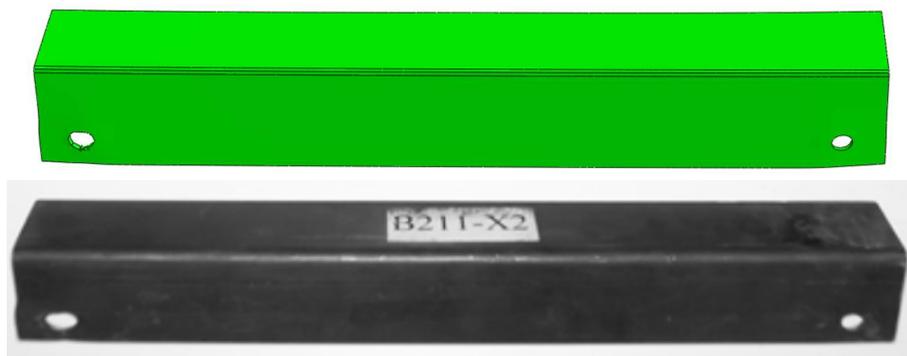


Figura 6.42 – Deformada MEF do modelo B211 X2 e foto do experimental.

Foi possível observar uma pequena curvatura da aba conectada nas proximidades dos furos, mas o modelo experimental mostrou um alongamento muito maior, tendendo à ruptura por bloco de cisalhamento (deformação excessiva na direção das duas bordas livres). A aba desconectada apresentou pequena deformação e a aba conectada sofreu praticamente o mesmo comportamento em todos os modelos. As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira são descritas a seguir (Figura 6.43).

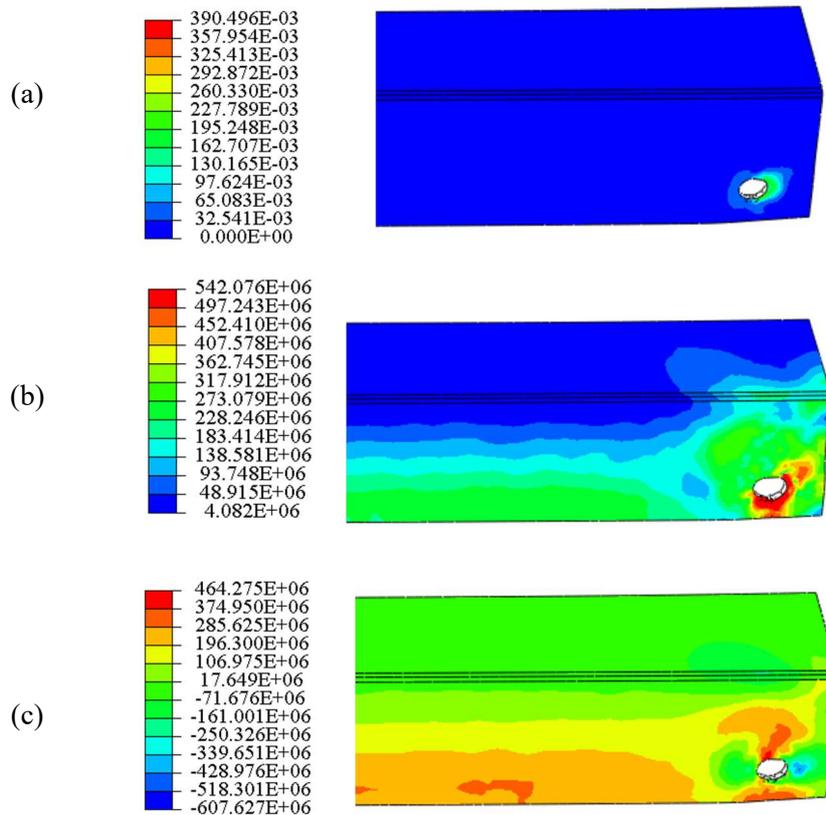


Figura 6.43 – Modelo B211 X2 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

A deformação plástica equivalente foi superior à deformação última do material na seção que apresentou ruptura (Figura 6.43(a)). Demarcando a região de fratura para a direção da borda livre, observou-se as máximas tensões no furo à direita. As tensões principais de Von Mises e as axiais também resultaram em valores máximos nas seções transversais mais internas. O comportamento das tensões nas proximidades dos furos está presente na Figura 6.44.

Nesse caso, as tensões de tração foram máximas novamente nas proximidades dos furos e a aba desconectada apresentou compressão em todo o comprimento da cantoneira. Tanto na região de aplicação da carga (Figura 6.44 (a)) e nas conexões próximas à garra fixa (Figura 6.44

(b)) notou-se tensões máximas no furo mais interno e que uma parte da aba desconectada foi criando tensões de compressão até o furo mais da extremidade da cantoneira.

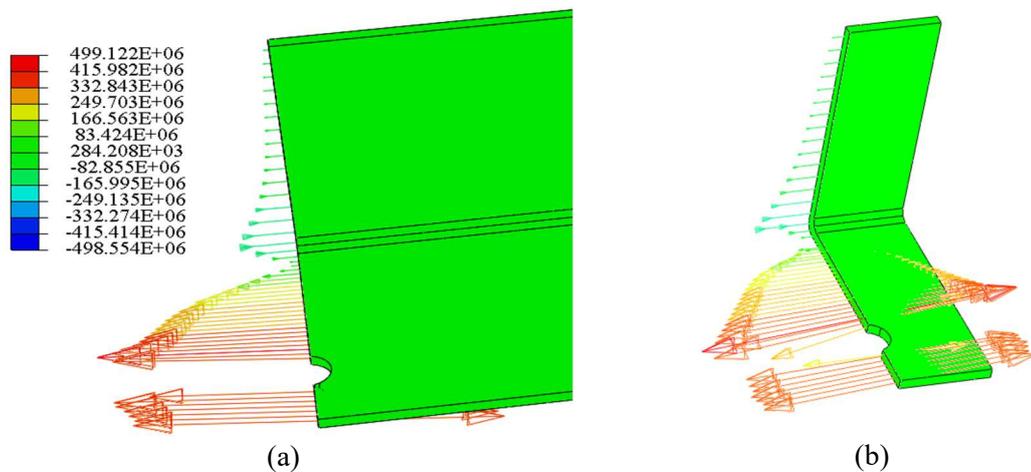


Figura 6.44 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B211 X2 (a) a seção de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) a seção de furos mais próximos ao apoio.

Ressalta-se que o comportamento apenas para uma seção conectada foi complexo, havendo várias dificuldades até em sua predição, demonstrando a importância do modelo numérico validado. As tensões nas bordas dos furos estavam no valor da tensão última do material, procedendo em ruptura nessa região.

#### 6.2.1.11 Cantoneira B221-X2 – L 80x3.58 mm

Neste modelo o furo contém uma excentricidade de 19 mm do centro da aba conectada para a direção da borda livre, agora com apenas duas seções conectadas. O comportamento força vs deslocamento das situações está exposto na Figura 6.45.

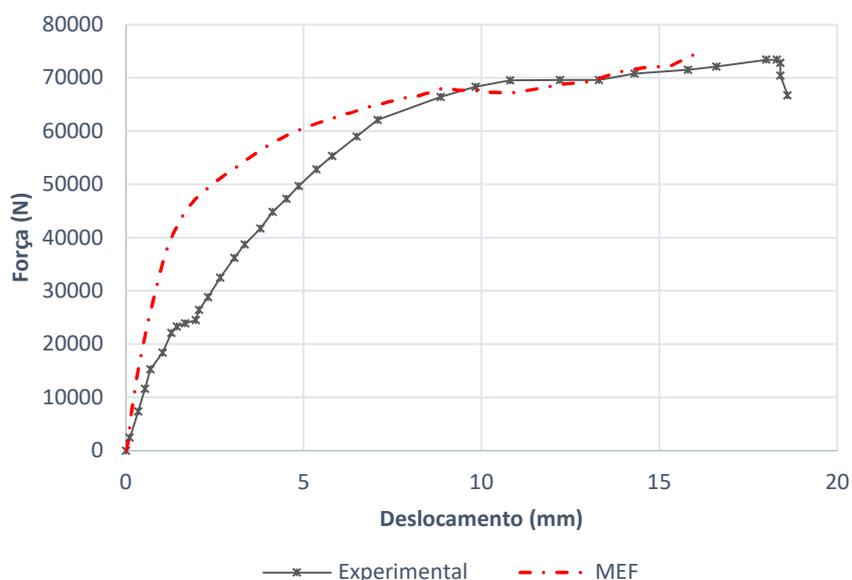


Figura 6.45 – Curva  $P \times d$  experimental  $\times$  simulação MEF B221 X2.

O comportamento carga deslocamento do experimento computacional foi próximo ao experimental, mas a carga última foi praticamente a mesma. O modelo experimental apresentou um deslocamento de 0.60 mm a 2 mm por provável deslizamento entre as faces dos mesmos. Comparando com a situação dos furos no centro da aba houve uma redução de aproximadamente 40% na carga última, comprovando que essa geometria não traz melhorias para o conjunto. Avaliando as deformadas do modelo obteve-se um comportamento similar, como pode ser visto na Figura 6.46.

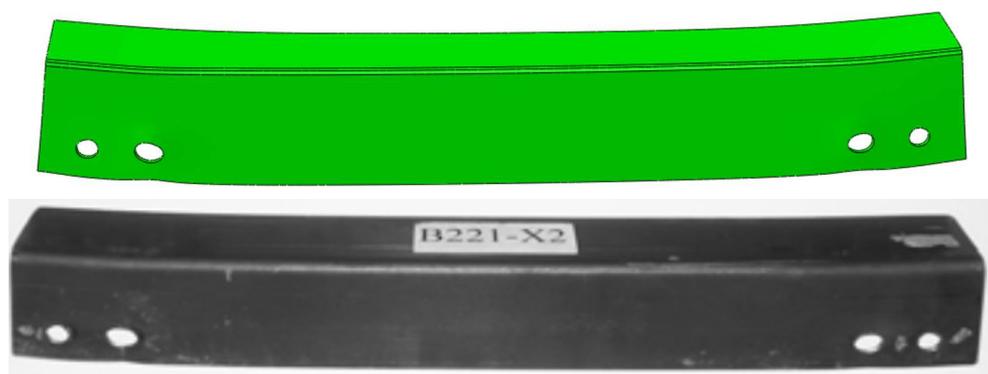


Figura 6.46 – Deformada MEF do modelo B221 X2 e foto do experimental.

A aba desconectada apresentou pequena deformação e a aba conectada sofreu praticamente o mesmo comportamento em todos os modelos. O comportamento das tensões nas proximidades dos furos está descrito na Figura 6.47.

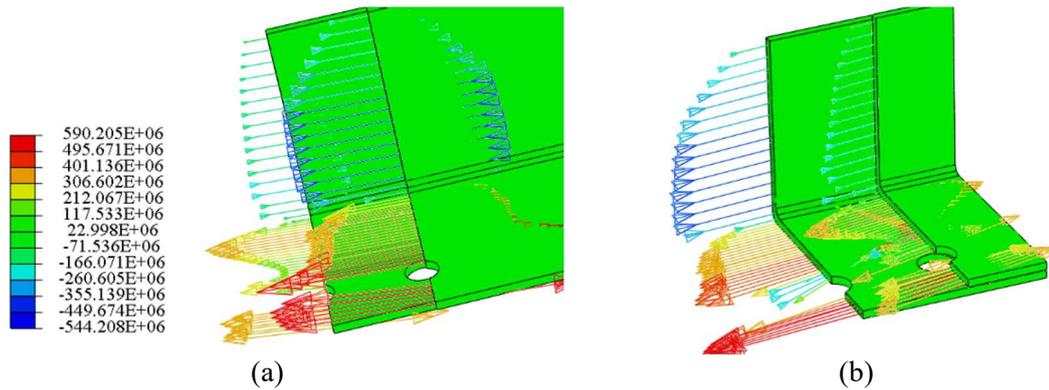


Figura 6.47 – Perfil de tensões axiais (em Pa) nas seções dos furos da cantoneira B221 X2 (a) as três seções de furos mais próximos da aplicação da carga e (b) as três seções de furos mais próximos ao apoio.

Comparando o perfil com e sem excentricidade referente à aba conectada percebeu-se que aproximar o furo da borda livre ocasionou uma tração para fazer a ruptura nas bordas dos furos, principalmente entre furo e borda (Figura 6.47). A região comprimida da seção transversal permaneceu aproximadamente a mesma do perfil sem excentricidade. As tensões nas bordas dos furos estavam no valor da tensão última do material, procedendo em ruptura nessa região. As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira são expostas a seguir (Figura 6.48).

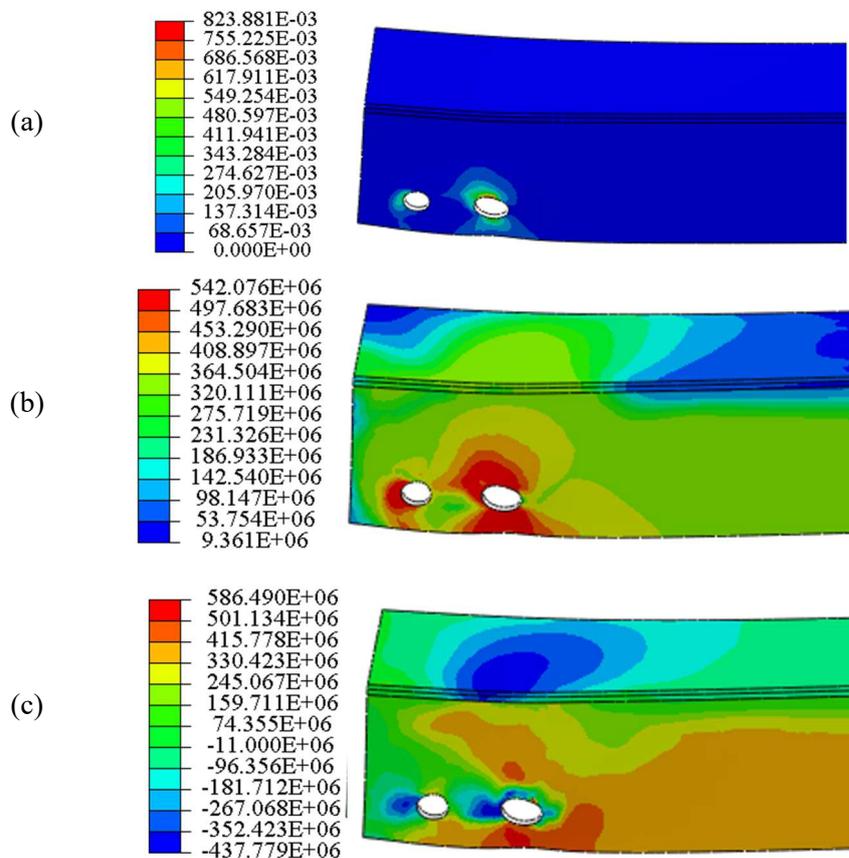


Figura 6.48 – Modelo B221 X2 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

A deformação plástica equivalente foi superior à deformação última do material na seção que apresentou ruptura (Figura 6.48(a)), demarcando a região de fratura para a direção da borda livre. As tensões principais de Von Mises e as axiais também resultaram em valores máximos nas seções transversais mais internas.

Nos modelos expostos até aqui, foi inserida como propriedade do material a tensão última e a sua deformação correspondente, que é denominada um comportamento elasto-plástico. Na próxima subseção é discutido um aprimoramento no modelo, acrescentando propriedades para dano no material dúctil, que é a sua estricção até a deformação de fratura do material.

### 6.2.2 Modelo numérico considerando o dano na plastificação

Partindo do modelo que já apresentou bom comportamento de contato e do material na elasto-plasticidade foram acrescentadas propriedades de dano do material pelo critério de dano dúctil do aço (relação tensão triaxial e deformação de fratura). Como descrito em Bao (2005), Altenbach e Ochsner (2019, cap. 3) e Brunig, Zistl e Gerke (2020), em ensaios de tração uniaxial a fratura inicia (dano=1) quando a tensão triaxial está em  $1/3$ , ou pode ser encontrada pela equação de Wierzbicki et al. (1999 apud ELLIOTT, 2019), Eq. (3.34); para o material COR 420 encontrou-se um valor de  $0.54$  para a tensão triaxial na ruptura, quando alcançou a deformação de fratura ( $\bar{\epsilon}_f^{pl}$ ).

Entretanto, como a borda do furo que estava em contato com o conector encontrava-se comprimida, também foi necessária a definição da ruptura por compressão. Esse misto de possibilidades de ruptura (tração, compressão ou cisalhamento) é um dos motivos de se ter tamanha complexidade nessa conexão. Com os resultados experimentais disponíveis para o COR 420 não houve como definir as tensões triaxiais em outros modos de ruptura.

Como condição de contorno, visto que nenhum dos modelos teria ruptura por compressão, a deformação triaxial para ruptura à compressão foi especificada com um elevado valor, sabe-se que a tensão triaxial para ruptura à compressão é negativa na maioria dos materiais, (ELLIOTT, 2019; ELLIOTT; TEH; ASCE, 2019). Essa condição foi aplicada para que os elementos comprimidos não atingissem o dano integral ( $D=1$ ), causando a perda de contato entre as peças. Na Figura 6.49 é mostrado o quanto o furo tende a se aproximar de uma elipse pela deformação de compressão.

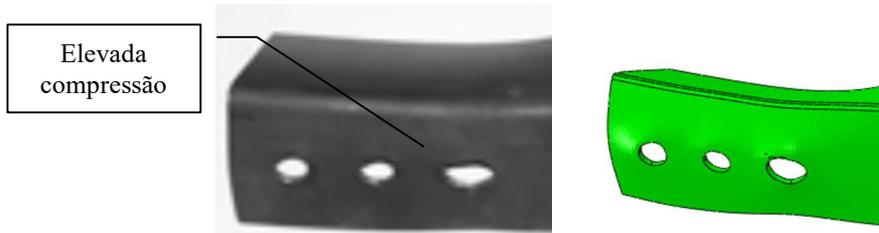


Figura 6.49 – Deformação na borda do furo indicando uma compressão na interface de contato com o parafuso.

Mas, para materiais dúcteis o *Abaqus*<sup>®</sup> pode sobrepor diferentes teorias do dano (LEVANGER, 2012). Assim, nos modelos com dano também foi utilizada a plasticidade de Johnson-Cook (Eq. (3.35)) no COR 420. De tal modo, foi preciso definir os valores das constantes  $D1$ ,  $D2$  e  $D3$ , calculados com os corpos de prova a tração do modelo, sendo encontrados  $D1 = 0.1$ ,  $D2 = 0.0537$  e  $D3 = 3.5277$ . Isto posto, foi possível obter modelos fidedignos ao comportamento experimental físico, conforme se segue.

### 6.2.2.1 Cantoneira A121 – L 50x2.23

Com um modelo quase-estático no *Abaqus*<sup>®</sup> se aplicou uma velocidade na extremidade móvel, esse perfil tem uma linha de parafusos, com duas seções transversais. O gráfico força  $\times$  deslocamento pode ser visto na Figura 6.50.

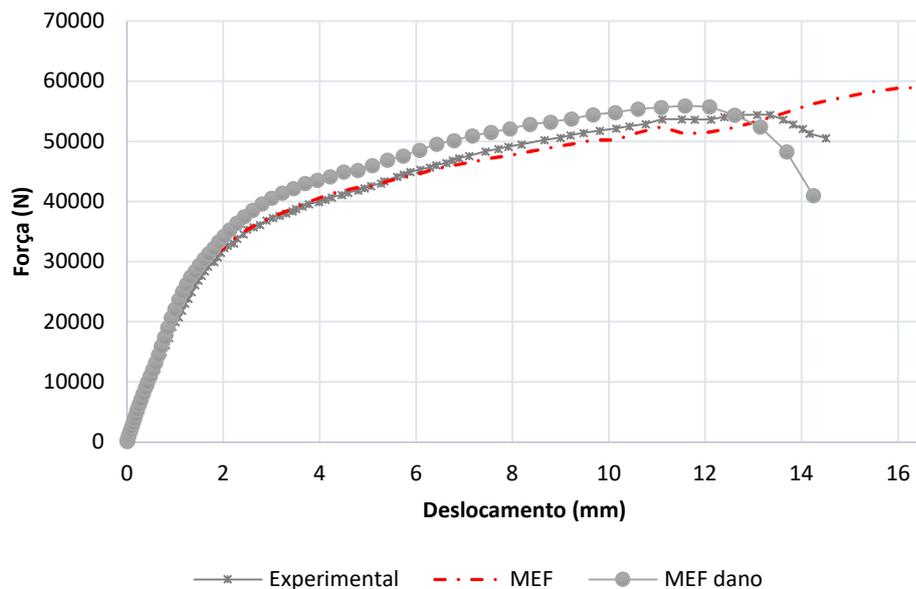


Figura 6.50 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF A121.

Na Figura 6.50 pode-se observar a semelhança dos modelos numéricos com o experimental, tanto o modelo que considerou a teoria do dano, como o modelo elasto-plástico

(MEF). A diferença entre as forças experimentais e computacionais foi inferior a 1%, conforme a Tabela 6.2. A deformada da cantoneira é demonstrada na Figura 6.51.

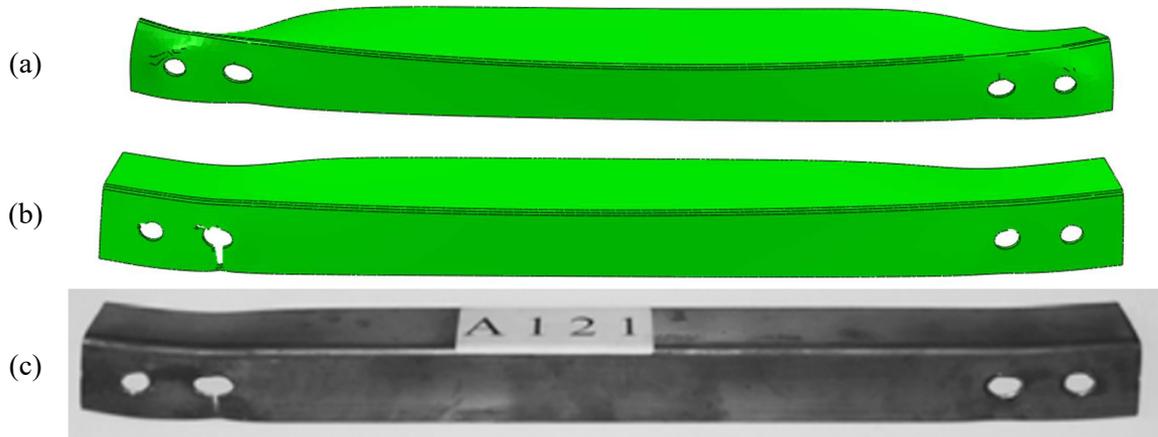


Figura 6.51 – Deformada do modelo A121 (a) numérico elasto-plástico, (b) numérico com dano e (c) experimental.

A semelhança entre a deformada experimental e o modelo numérico com dano é grande. A fratura se propagou inicialmente no segundo furo nos dois casos e ainda foi possível perceber no terceiro furo (da esquerda para a direita) o início da fratura em região similar. A representação da fratura no modelo de dano dúctil ocorreu pela eliminação da rigidez do elemento finito que alcançou o dano integral ( $D = 1$ ), deformação de fratura do material, sendo que na interface gráfica esse elemento não aparece (Figura 6.51(b)). Já no modelo elasto-plástico, em que o deslocamento alcançou valor superior ao experimental, o perfil cantoneira encontrou um maior deslocamento da aba desconectada e maior alargamento do furo. Na Figura 6.52 são apresentados os valores das tensões e deformações do modelo elasto - plástico, nele é possível observar a não linearidade do fenômeno *shear lag*.

As máximas tensões se encontraram nas seções mais afastadas da borda, as máximas tensões de Von Mises ficaram na proximidade da região onde se iniciaria a fratura. Avaliando a evolução da tensão de Von-Mises e a deformação plástica equivalente (PEEQ) no modelo com a teoria do dano obteve-se o apresentado na Figura 6.52.

Com a evolução do modelo computacional, o dano (DUCTCRT) e a PEEQ se desenvolveram de modo similar (Figura 6.53). Após a “eliminação” dos elementos da seção que apresentou fratura o modelo não teve mais resistência, tendo uma queda na sua força de reação. Comparando o comportamento na Figura 6.53 pode-se concluir que quando a PEEQ for superior à deformação última do material ele já está com uma taxa de dano.

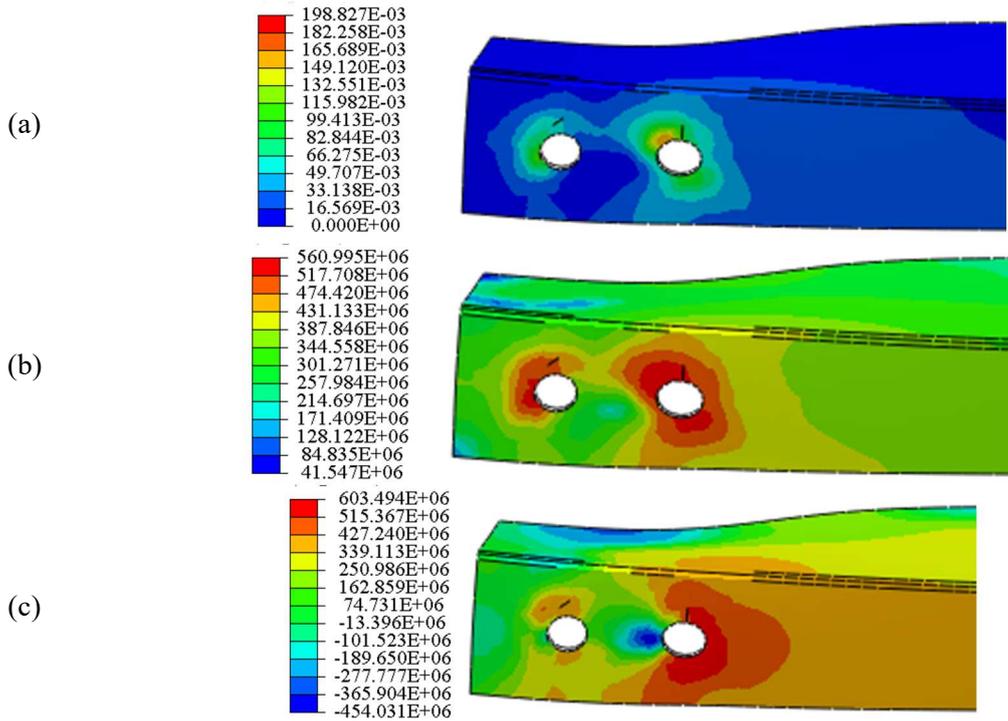


Figura 6.52 – Modelo A121 e os resultados de (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

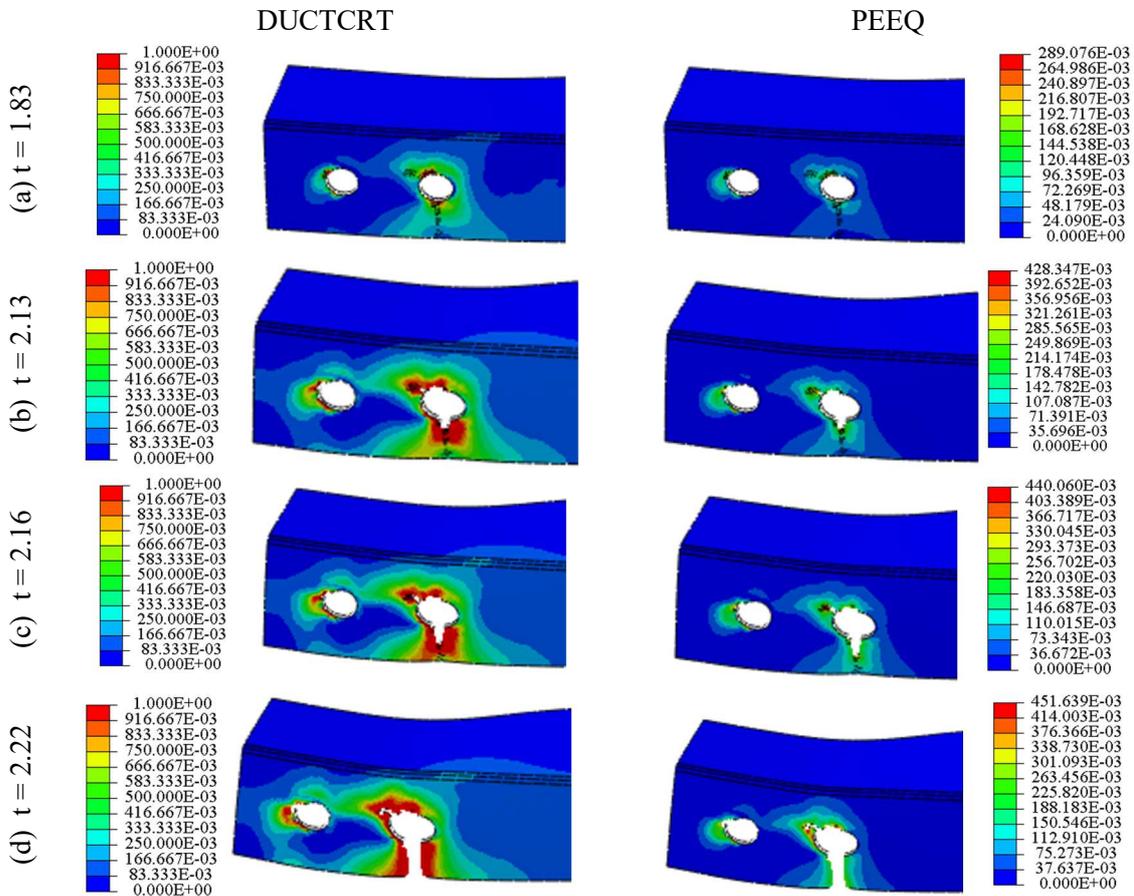


Figura 6.53 – Desenvolvimento de dano e da deformação plástica equivalente no modelo A121.

### 6.2.2.2 Cantoneira B232 – L 80x3.53 mm

Para a cantoneira com 80x80 mm de aba, espessura de 3.53 mm e com as considerações de modelo se obteve uma análise quase estática. O comportamento força vs deslocamento das situações está exposto na Figura 6.54.

O comportamento força vs deslocamento (Figura 6.54) do experimento computacional foi idêntico ao experimental quando considerou apenas o regime elasto-plástico (MEF), e começou a apresentar queda de força com 1.50 mm de deslocamento a mais que o experimental, alcançando 24 mm até não conseguir mais convergência de modelo.

Aplicando a teoria do dano a força do modelo foi cerca de 5% superior ao valor experimental. Neste modelo se aplicou o dano em materiais dúcteis, como apresentado, a fratura no material iniciou aproximadamente com o mesmo deslocamento do conjunto do experimental, 14.20 mm (Figura 6.54). Este modelo se desenvolveu até o deslocamento de 16.20 mm, mas com decréscimo de força, isso devido à extração de rigidez só dos elementos finitos que já atingiram o dano de 1.

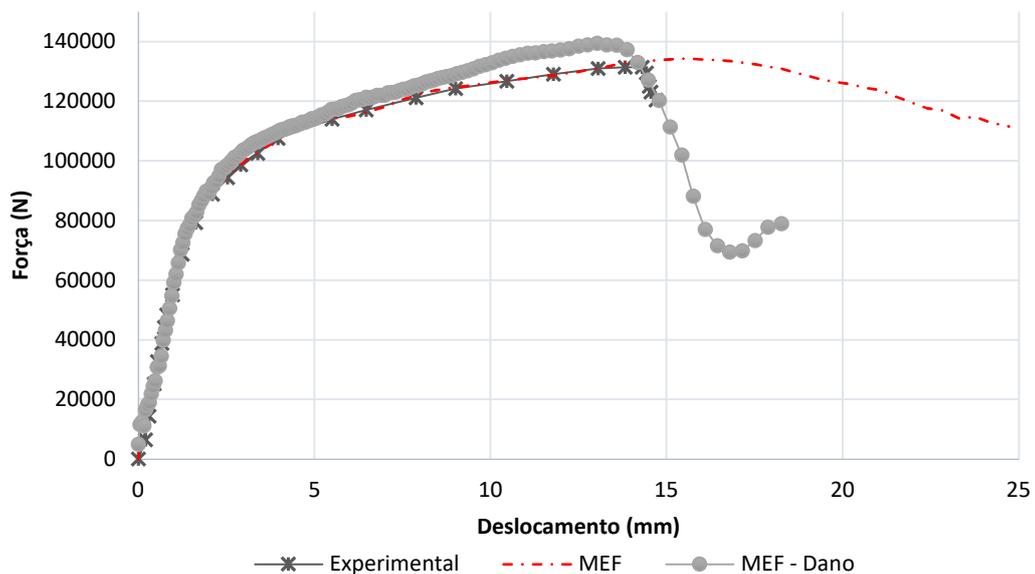


Figura 6.54 – Curva  $P$  vs  $d$  experimental e simulação MEF B232.

No modelo numérico ocorre a exclusão da rigidez do elemento com dano, e para visualização o *software* remove a imagem do elemento finito. Avaliando as deformadas do modelo teve-se um comportamento símil com a fratura, como pode ser visto na Figura 6.55.

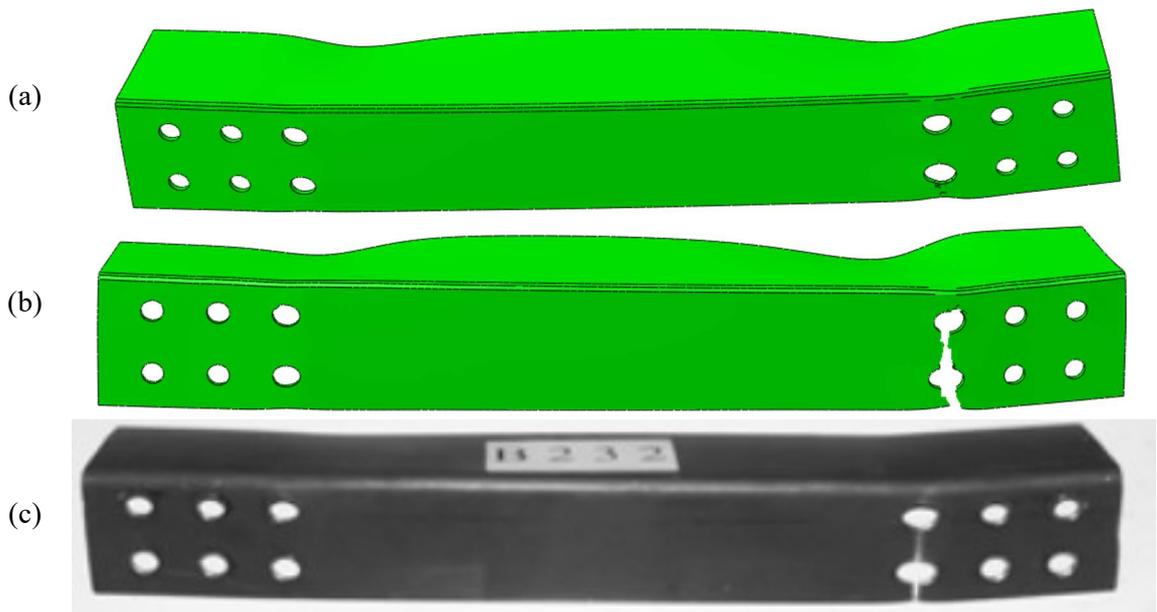


Figura 6.55 – Deformada do modelo B232 (a) numérico elasto-plástico, (b) numérico com dano e (c) experimental.

As abas conectadas do modelo demonstraram o mesmo comportamento, apresentando maior deformação na região em que ocorreria a fratura (Figura 6.55(a)). As tensões de Von Mises, a deformação plástica equivalente (PEEQ) e a tensão na direção axial da cantoneira estão expostas a seguir (Figura 6.56).

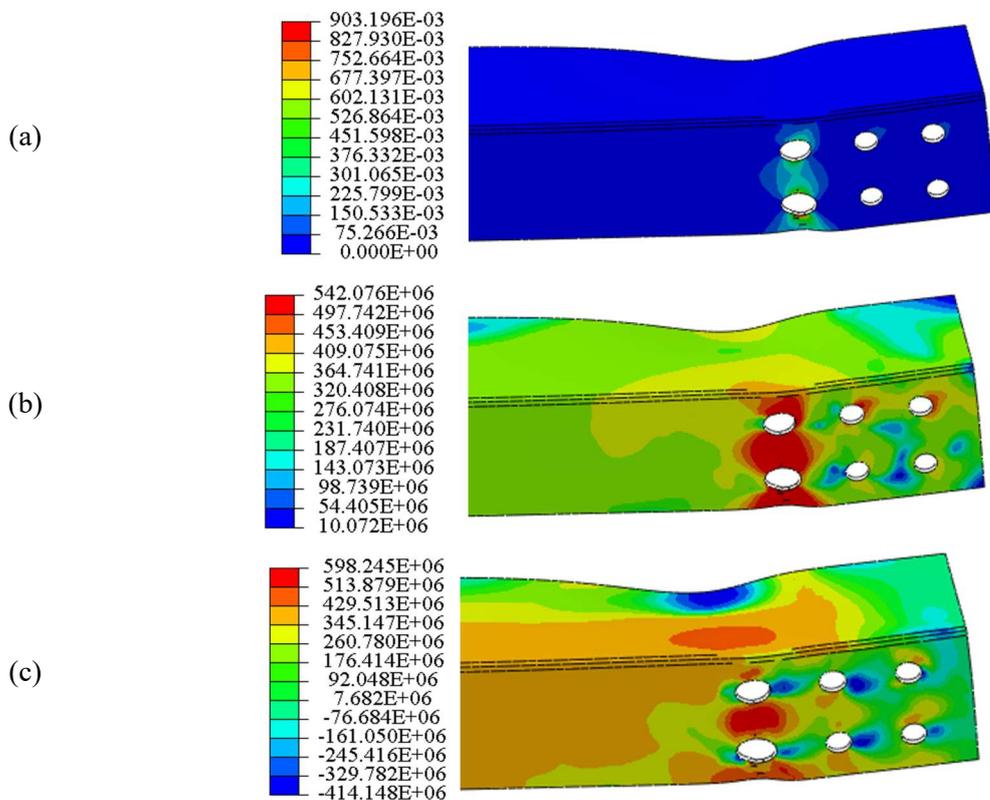


Figura 6.56 – Modelo B232 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

Pode-se considerar que no modelo sem o dano as tensões principais de Von Mises e as axiais também resultaram em valores máximos nas seções transversais mais internas. Assim, aplicando a lei de dano em materiais dúcteis foi possível caracterizar a fratura do elemento, conforme a Figura 6.57, com o início do critério de dano e o avanço da deformação plástica equivalente.

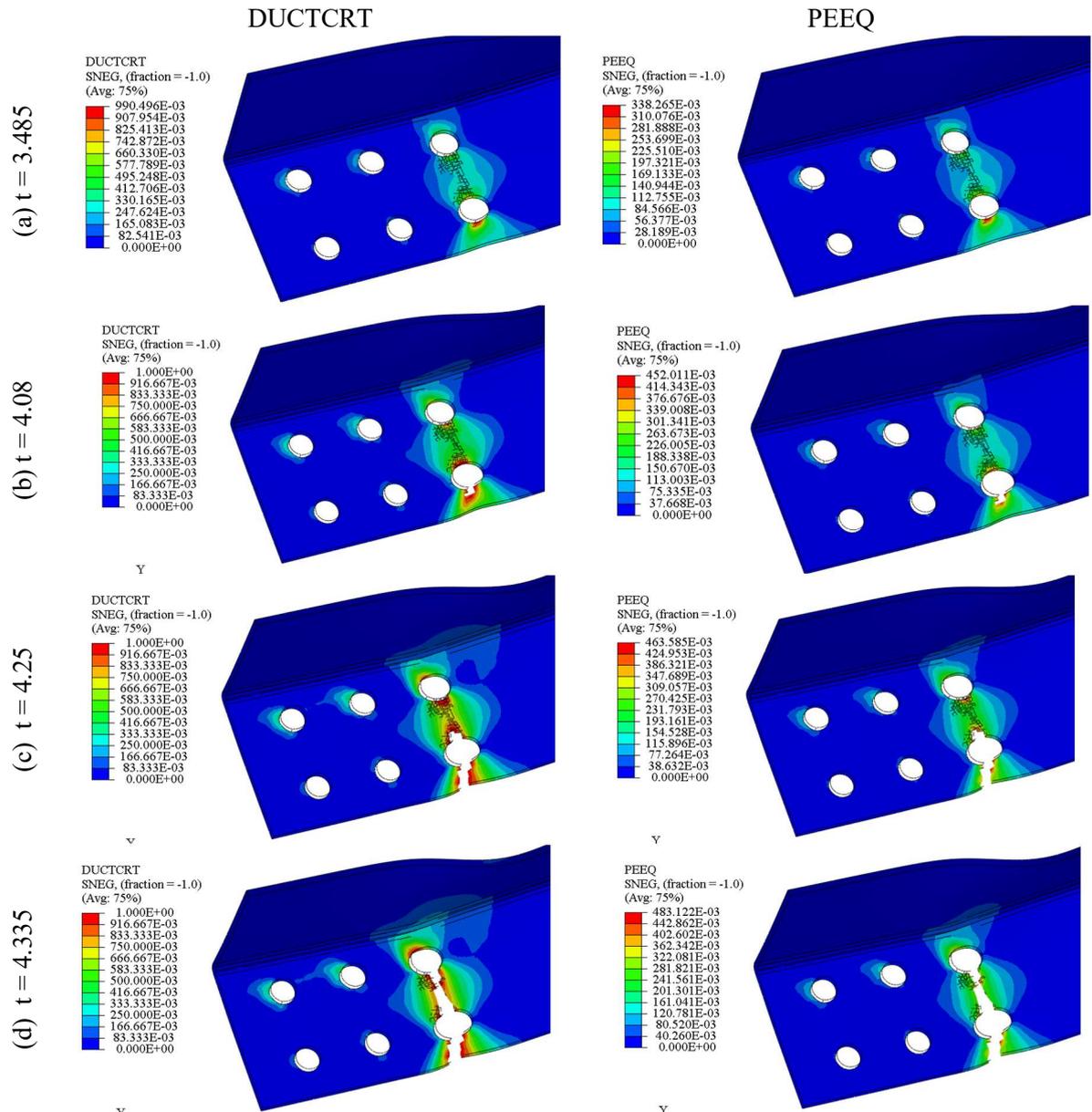


Figura 6.57 – Critério de dano e comportamento da deformação plástica equivalente no modelo B232.

A cada incremento computacional o comportamento de dano e PEEQ se desenvolveram juntos (Figura 6.57). Com o aumento do deslocamento o dano teve propagação no mesmo furo que o experimental de laboratório, comparando-o com a foto da deformação experimental (Figura 6.55).

### 6.2.2.3 Cantoneira B242 – L 80x3.53 mm

Este é um modelo de abas iguais com quatro seções conectadas e dois parafusos por seção. Na tração do conjunto a curva  $Pxd$  já se apresentou próxima nos primeiros instantes, mas posteriormente mostrou maior força de reação para um dado deslocamento. Esse comportamento está evidenciado na Figura 6.58.

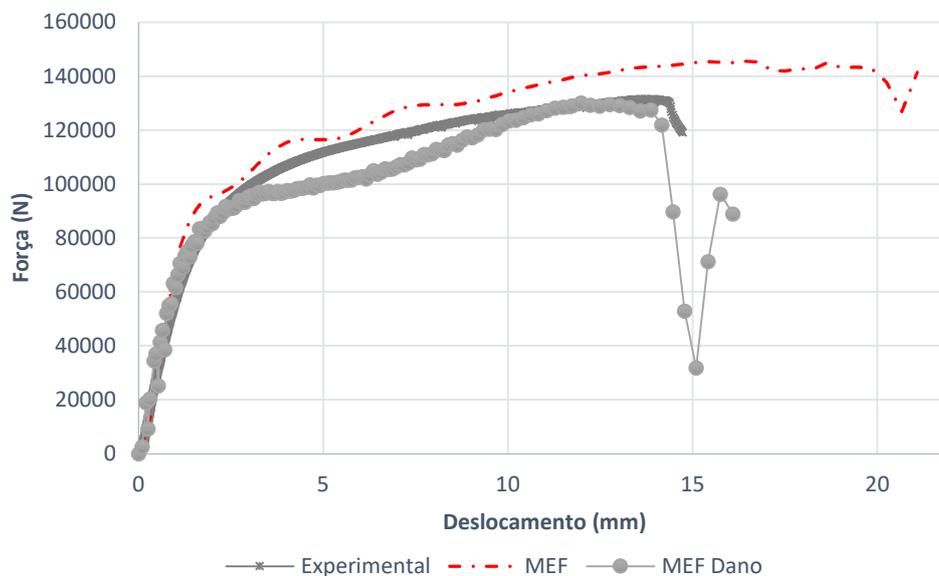


Figura 6.58 – $P$  vs  $d$  MEF do modelo B242.

O modelo numérico elasto-plástico (Figura 6.58 linha MEF) apresentou a força última, aproximadamente, superior em 10% do modelo experimental quando se realizou a avaliação sem danos. Considerando as propriedades de dano (Figura 6.58 linha MEF Dano), o modelo teve diferença em 1.20% entre os valores das forças. Avaliando as deformadas do modelo obteve-se um comportamento similar, como pode ser visto na Figura 6.59.

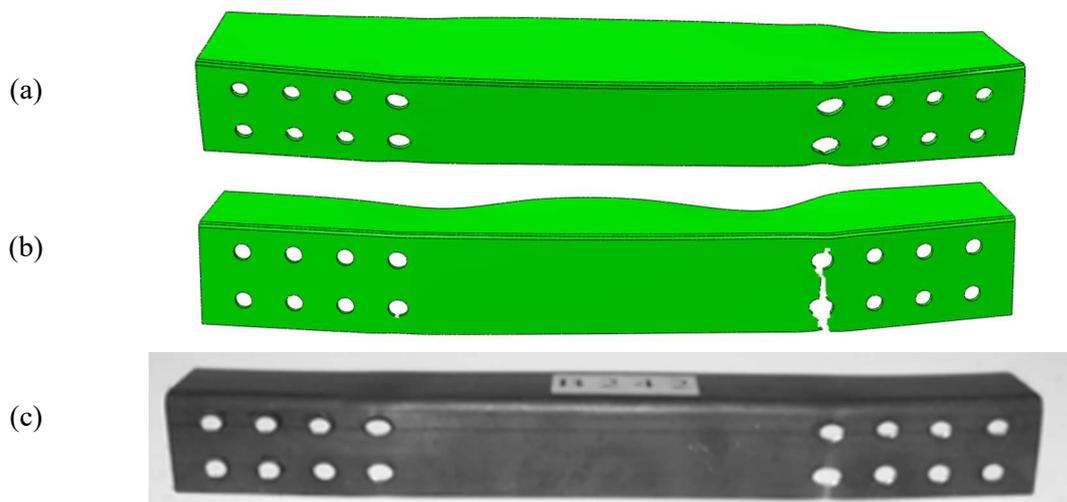


Figura 6.59 –Deformada MEF do modelo B242 (a) numérico elasto-plástico, (b) numérico com dano e (c) experimental.

A deformada do modelo sem o dano apresentou uma redução de área com um aumento de deformação na região que teria fratura, na Figura 6.59(b) os elementos foram deletados na mesma localização. A evolução do dano e da deformação plástica segue comportamento similar (Figura 6.60), validando a avaliação elasto-plástica com o valor de PEEQ.

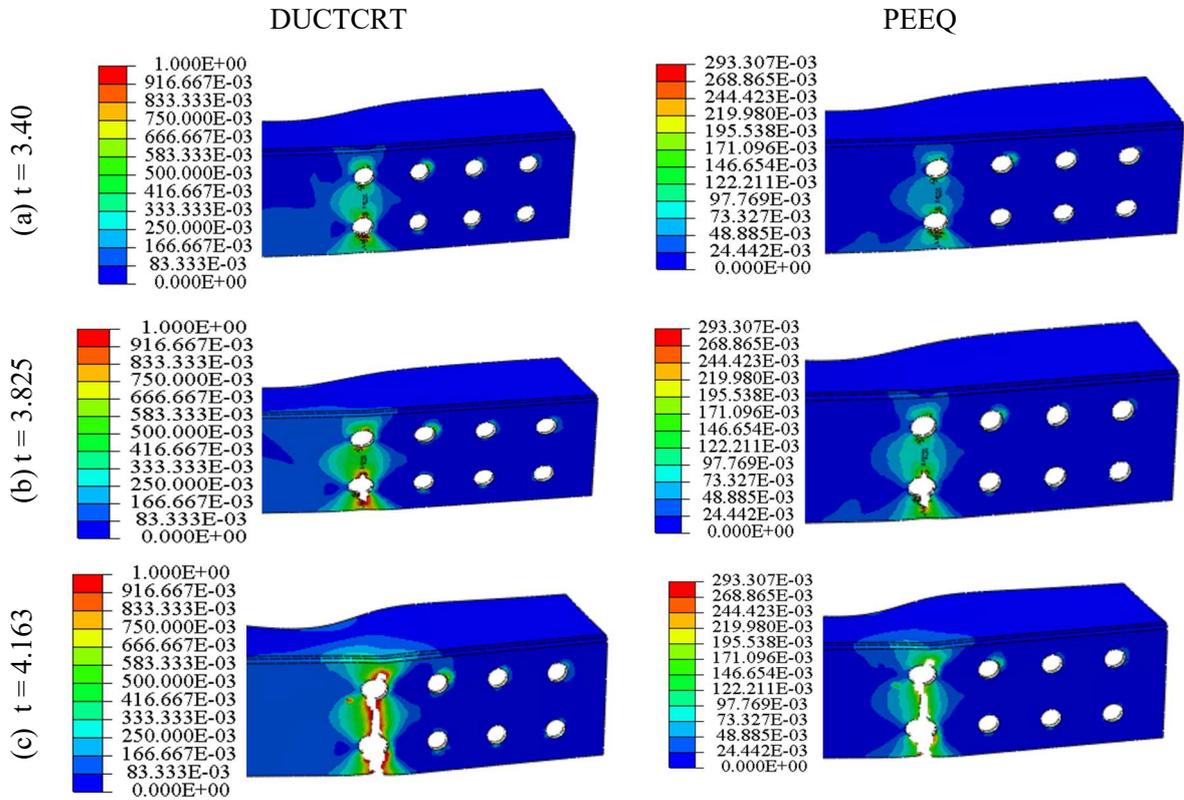


Figura 6.60 – Critério de dano e comportamento da deformação plástica equivalente no modelo B242.

As tensões de Von Mises, a PEEQ e a tensão na direção axial da cantoneira do modelo sem as considerações de dano são vistas a seguir (Figura 6.61).

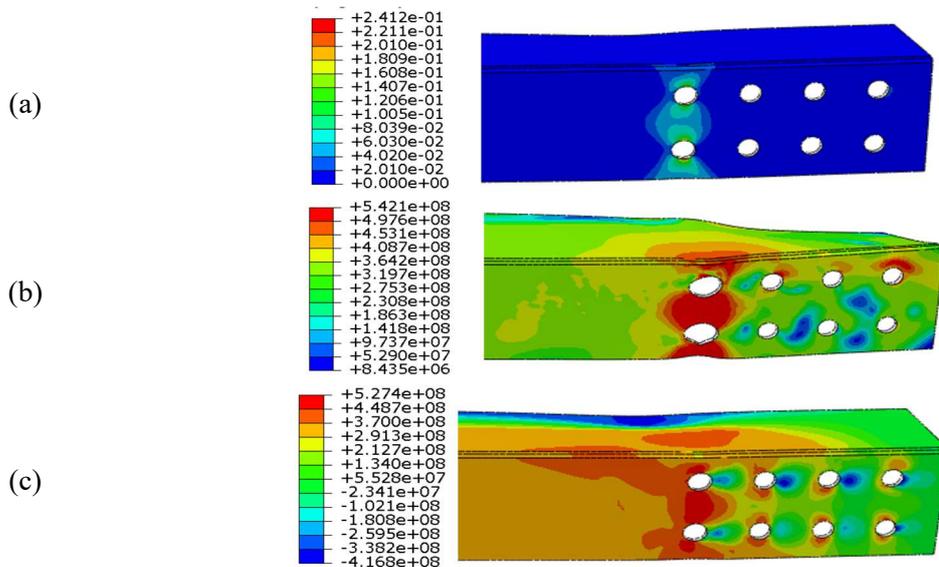


Figura 6.61 – Modelo B242 (a) Deformação plástica equivalente (PEEQ), (b) Tensões de Von Mises (em Pa) e (c) Tensões normais axiais (em Pa).

Nestes modelos foi possível observar que a deformação plástica obtém os valores máximos na região onde o elemento se encontra danificado (Figura 6.61(a)). Os comportamentos de deformação, força vs deslocamento, foram símeis aos experimentais em todos os casos. A seguir, foi feita a validação considerando os valores últimos.

### 6.2.3 Avaliação da modelagem numérica das cantoneiras

Com as premissas do modelo, realizou-se as simulações para validação com os dados experimentais. Comparando os valores de carga última e de deslocamento último dos modelos computacionais se obteve uma eficiência média de 98% para a força última e de 85% para o deslocamento, como pode ser visto na Tabela 6.2.

Na Tabela 6.2 se avaliou que a média das forças computacionais resultou inferior aos valores experimentais, assim como os seus respectivos deslocamentos. Isso demonstra que em média o modelo numérico teve resultado inferior aos experimentais, sendo não conservativo. Os coeficientes de variação (CV) resultaram baixos para todos os modelos analisados, o que significa baixa dispersão entre os resultados, o que pode ser observado na Figura 6.62 para os valores de força máxima.

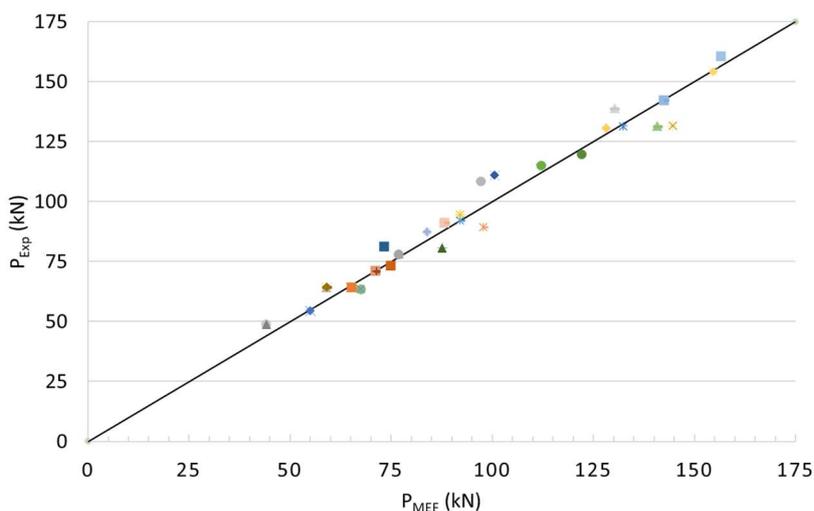


Figura 6.62 – Dispersão dos valores de força máxima experimental e numérica

Na maioria dos modelos os valores de força do modelo numérico ( $P_{MEF}$ ) e experimental foram muito similares. Nessa dispersão estão os 29 modelos numéricos, sendo que as figuras das deformadas se encontram no Apêndice B e as figuras do comportamento força vs deslocamento estão no Apêndice A.

Tabela 6.2 – Resumo de eficiência do modelo computacional

Perfil	Força máxima		$\frac{P_{exp}}{P_{MEF}}$	Deslocamento máximo		$\frac{d_{exp}}{d_{MEF}}$
	Modelo	Experim.		Modelo	Experim.	
A121 – L 50x2.23 mm	54949.7	54419.5	0.9904	14.4154	14.4999	1.0059
A131 – L 50x2.26 mm	65053.4	64329.8	0.9889	14.8098	20.4045	1.3778
A141 – L 50x2.25 mm	76896.50	78062.00	1.0152	25.21	23.88	0.9472
B131 – L 80x2.40 mm	92004.40	94575.22	1.0279	38.53	26.08	0.6769
B141 – L 80x2.26 mm	92023.80	92009.00	0.9998	16.59	17.69	1.0666
C141 – L 100x2.56 mm	112059.00	115232.00	1.0283	32.94	26.00	0.7893
D131 – L 50x80x2.43 mm	71306.70	71060.00	0.9965	14.09	14.00	0.9936
D141 – L 50x80x2.36 mm	71011.90	71060.00	1.0007	10.03	14.00	1.3952
E121 – L 50x100x2.49 mm	59011.6	64285.71	1.0894	20.18	19.78	0.9799
E131 – L 50x100x2.58 mm	70659.3	76683.67	1.0853	18.47	18.20	0.9854
E141 – L 50x100x2.38 mm	73175.20	81275.51	1.1107	17.71	16.69	0.9423
F121 – L 80x100x2.34 mm	67468.50	68836.05	1.0203	20.76	31.83	1.5336
F131 – L 80x100x2.34 mm	87603.30	80647.92	0.9206	22.78	22.92	1.0063
F141 – L 80x100x2.30 mm	97740.40	89253.00	0.9132	19.79	20.00	1.0105
B221 – L 80x3.54 mm	97113.20	108542.71	1.1177	20.38	30.76	1.5096
B231 – L 80x3.55 mm	128164.00	130653.27	1.0194	26.88	28.77	1.0702
B241 – L 80x3.68 mm	142427.00	142300.00	0.9991	18.25	27.93	1.5299
B231 X1 – L 80x3.57 mm	140828.00	131428.57	0.9333	28.80	25.37	0.8807
B221 X1 – L 80x3.57 mm	100534.00	111020.41	1.1043	15.38	29.50	1.9179
B221 X2 – L 80x3.58 mm	74701.70	73400.00	0.9826	16.07	18.60	1.1577
B211 X2 – L 80x3.61 mm	44061.50	48800.00	1.1075	10.49	16.60	1.5829
B242 – L 100x3.53 mm	144588.00	131620.00	0.9103	14.78	14.73	0.9966
B232 – L 80x3.53 mm	132278.00	131384.62	0.9932	13.58	14.70	1.0822
B222 – L 80x3.50 mm	122015.00	119897.44	0.9826	18.26	18.13	0.9933
B212 – L 80x3.49 mm	83801.90	87350.43	1.0423	12.75	14.52	1.1389
C212 – L 100x3.58 mm	88211.40	91198.79	1.0339	13.30	12.56	0.9446
C222 – L 100x3.58 mm	130218.00	138836.22	1.0662	12.23	19.35	1.5821
C232 – L 100x3.59 mm	154675.00	154146.12	0.9966	18.64	20.31	1.0896
C242 – L 100x3.56 mm	156487.00	160651.88	1.0266	7.31	22.25	3.0432
Média	97533.16	98930.189	1.0195	18.5819	20.0084	1.1700
CV	0.3247	0.3134	0.0630	0.3687	0.2688	0.3935

Dos resultados de perfis de tensão expostos nessa seção para o instante da força máxima buscou-se avaliar o comportamento das tensões e das deformações durante a análise para avaliar a influência da não linearidade geométrica e da não linearidade física, o que será discutido na próxima seção.

### 6.3 ANÁLISE DE TENSÕES

Com a eficácia do modelo quando comparado à força última, assim como o comportamento força *vs* deslocamento, averigua-se nesta seção o comportamento das tensões e deformações em seções transversais específicas (Figura 6.63(a)). No modelo numérico se traçou caminhos nessas seções, sendo três no eixo longitudinal da peça, uma no centro dos furos e duas na aba desconectada, e seções transversais em cada furo existente na cantoneira, extraíndo-se os valores de tensão normal longitudinais ( $\sigma_z$ ), transversais ( $\sigma_x$ ) (coordenadas locais), tensões de Von Mises ( $\sigma_{Mises}$ ) e deformações logarítmicas máximas (LE) na posição  $x$  (ou  $z$ ) de corte (Figura 6.63(b)).

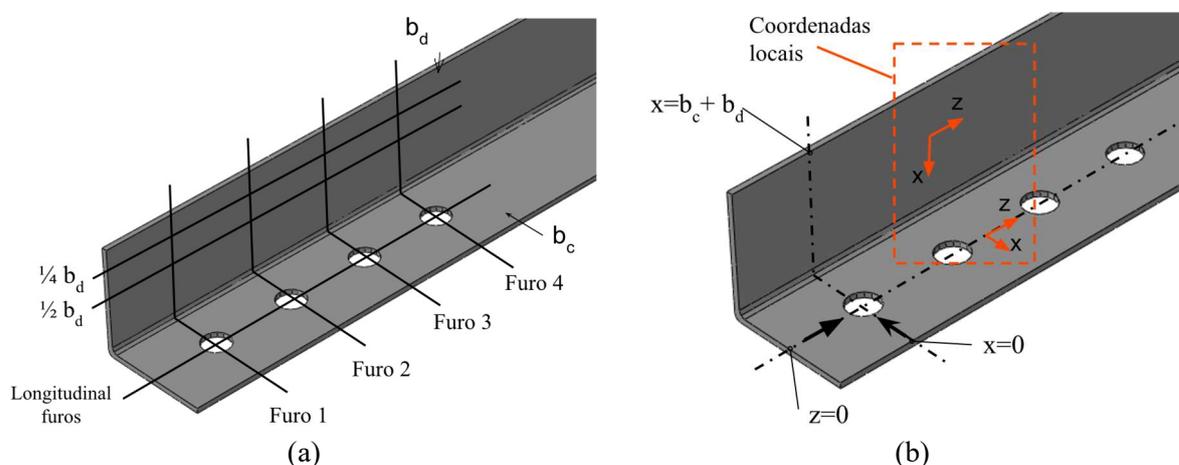


Figura 6.63 – Identificação (a) seções de corte e (b) orientações de eixos locais ( $z$  – axial longitudinal e  $x$  - axial transversal) e de orientação de coordenada de distância do corte.

Com o comportamento elasto-plástico do material se buscou representar instantes de carregamento no modelo, dessa forma, todas as figuras descritas tiveram linhas de variação das intensidades de forças (em kN) apresentadas em diferentes cores. Foi possível avaliar o comportamento dos tensores nessas chapas em toda a extensão dos cortes, o que seria inviável em laboratório por não se conseguir instalar o extensômetro na região da cabeça do parafuso com a chapa da cantoneira. As próximas subseções discutem os resultados de diferentes cantoneiras.

#### 6.3.1 Cantoneira A121 – L50x2.23

A cantoneira de abas iguais A121 mostrou ruptura por seção líquida no furo 2, como pode ser visto na Figura 6.51. Nessa cantoneira a aba conectada ( $b_c$ ) vai de 0 – 50 mm em coordenadas locais  $x$  e a aba desconectada ( $b_d$ ) de 50 - 100 mm. Os perfis de tensão normal axial ( $\sigma_z$ ) nos furos 1 e 2 e a sua tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) são descritos na Figura 6.64.

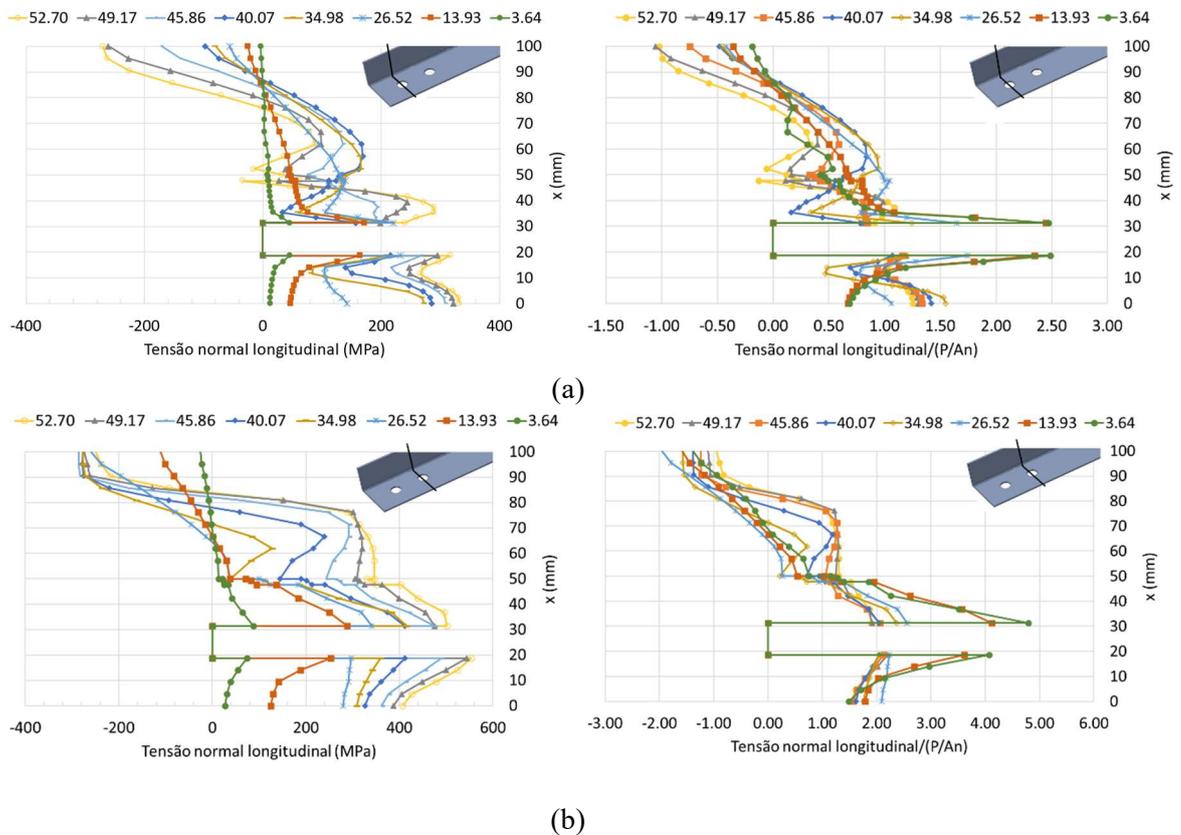


Figura 6.64 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1 e no (b) furo 2 na cantoneira A121, para diferentes forças.

O comportamento de tensão (à esquerda da Figura 6.64) nos furos 1 e 2 é diferente, com valores máximos de 317 MPa e 544 MPa, respectivamente, uma diferença de 71%. Outro fato observado foi a compressão que surgiu na aba desconectada ( $b_d$ ) que teve sua intensidade amplificada com o aumento de força aplicada, e o ponto de inflexão desses esforços ficou a aproximadamente  $\frac{1}{4} b_d$ .

Realizando a normalização da tensão ao longo do comprimento das seções transversais (Figura 6.64, direita) se observou que com a plastificação do material essa razão tendeu a reduzir o seu valor. Na borda do furo 2 a tensão normalizada valeu 5, e no primeiro furo apenas 2.50. A redução do fator de normalização ocorreu mais rápido em torno do primeiro furo. Como não houve linearidade de tensão (*shear lag*) e também não linearidade geométrica buscou-se averiguar a que distância da borda do furo as deformações já estavam superiores a 2%, caracterizando plasticidade do material. A Figura 6.65 traz a deformação logarítmica nas duas seções transversais.

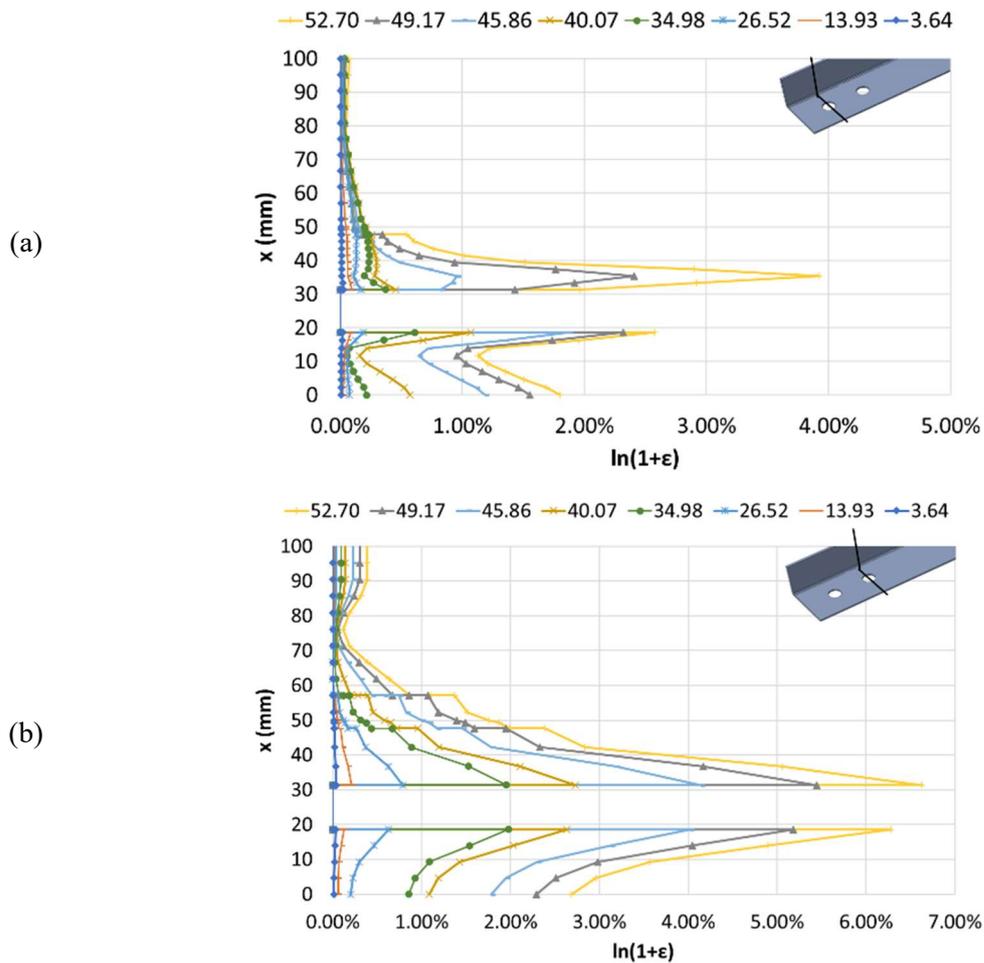


Figura 6.65 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\epsilon)$ ) no (a) furo 1 e (b) furo 2 na cantoneira A121, para diferentes forças.

No segundo furo (Figura 6.65(b)) as deformações foram superiores ao furo 1, o que era esperado. A partir do carregamento de 26.52 kN foi possível verificar que praticamente toda a seção conectada encontrava-se em regime plástico. No furo 2, aproximadamente  $\frac{1}{2} b_d$  ( $x \approx 75$  mm), a deformação foi praticamente nula e depois passou a ter um pequeno valor, mas esse comportamento não ocorreu no furo 1. Na região da borda a cantoneira normalmente sofreu um encurvamento da aba desconectada. A tensão normal na direção  $x$  ocorreu na direção perpendicular à aplicação da força e também apresentou comportamento distinto entre o primeiro e o segundo furo, conforme a Figura 6.66.

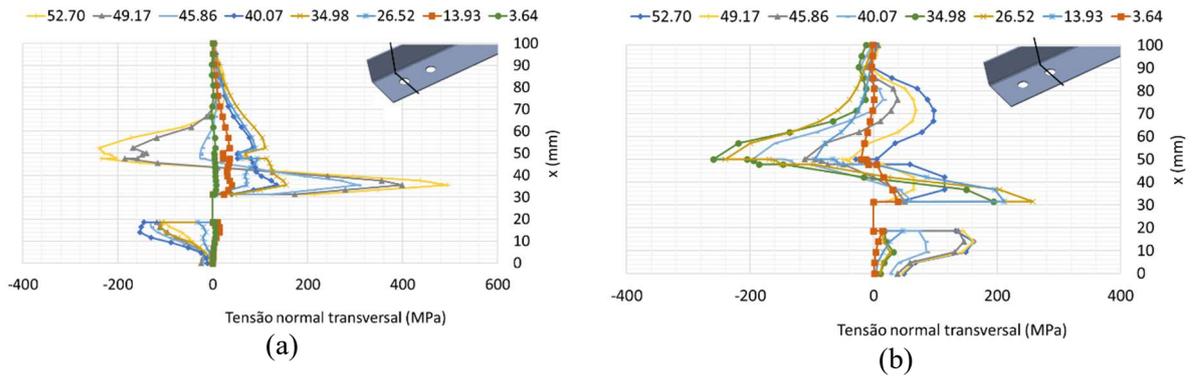


Figura 6.66 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1 e (b) furo 2 na cantoneira A121, para diferentes forças.

O perfil de tensões normais transversais (Figura 6.66) apresentou um comportamento senoidal no segundo furo com inversão de taxa de crescimento diferente próximo à posição  $x = 75$  mm. Já no primeiro furo esse valor demonstrou uma concentração nas proximidades do furo, mas na aba desconectada manteve um valor nulo. Os valores foram máximos no primeiro furo, atingindo um valor 91% maior que o segundo furo. Com essa variação das tensões nos elementos foi conveniente visualizar a ação das tensões pela teoria de Von Mises (Figura 6.67).

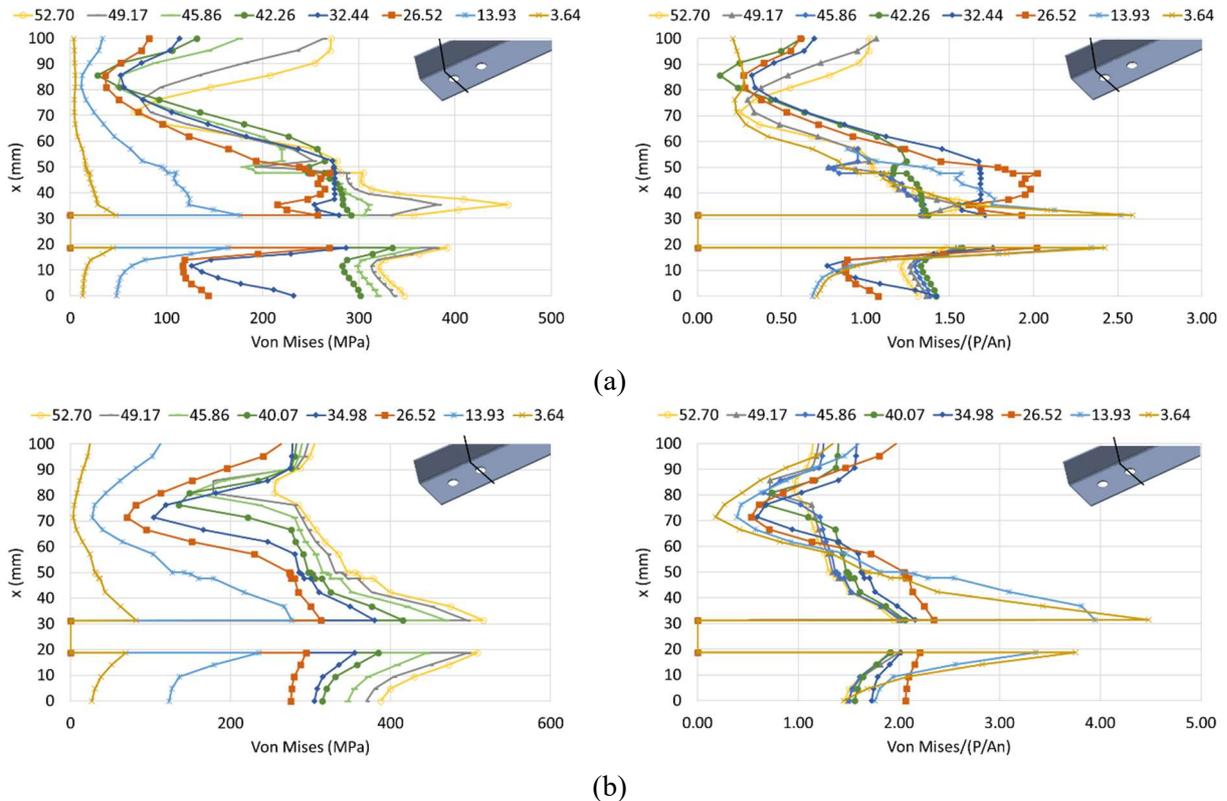


Figura 6.67 – Seção de tensões de Von Mises ( $\sigma_{Von\ Mises}$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_{Von\ Mises} / (P/A_n)$ ) no (a) furo 1 e (b) furo 2 na cantoneira A121, para diferentes forças.

Como a ação ocorreu longitudinalmente a tensão de Von Mises no segundo furo possuiu valores próximos às tensões normais axiais (veja Figura 6.67 e Figura 6.64). Já no primeiro furo a tensão de Von Mises alcançou um valor de 455 MPa. A aba desconectada apresentou um ponto mínimo de tensão bem definido, entre a metade do seu comprimento e  $\frac{1}{4} b_d$  ( $70 \text{ mm} < x < 90 \text{ mm}$ ), que pode estar correlacionado com a instabilidade dessa aba.

A redução de tensão na borda do furo até a borda livre da cantoneira evidenciou um modo similar à teoria de Timoshenko e Goodier (1970), que também está presente nos trabalhos de Ju (1997), Graham et al. (2005) e Whitley (2013) para chapas sob tração com furos. Mas o comportamento da aba desconectada ainda não foi apresentado em nenhum trabalho, e aqui se observou que há uma similaridade com uma função senoidal. Outra seção a ser avaliada foi a linha longitudinal que passa pelo centro dos furos, iniciando por  $\sigma_z$  (Figura 6.68).

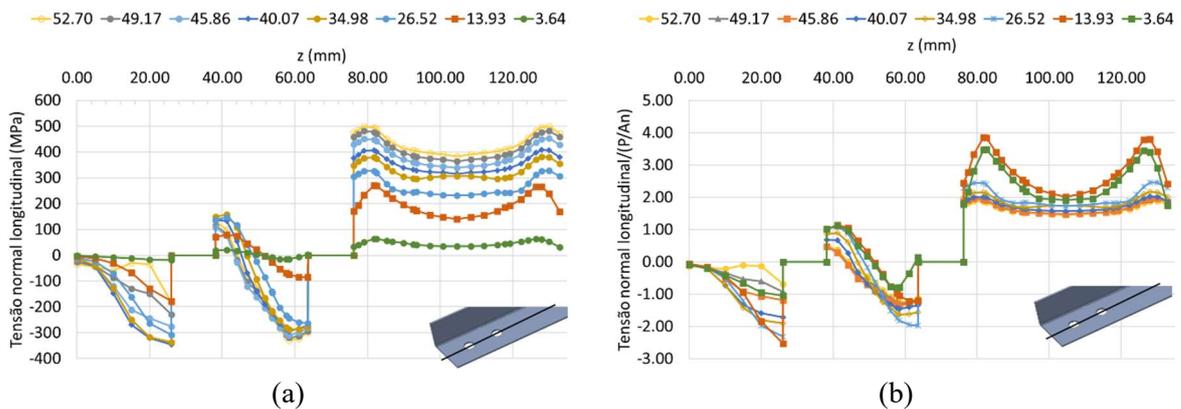


Figura 6.68 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A121, para diferentes forças.

A tensão normal axial ( $\sigma_z$ ) na seção transversal apresentada longitudinal aos furos conseguiu representar bem a tensão gerada pelo contato da chapa com o fuste do parafuso, que neste caso teve valor máximo de 340 MPa de compressão. Mas o quarto da circunferência que não estava em contato com o parafuso demonstrou tensão de tração de aproximadamente 500 MPa (Figura 6.68(a)) no furo mais interno.

A tensão normalizada (Figura 6.68(b)) alcançou um valor de dois na região de contato entre o fuste do parafuso e a chapa, e na parte circular sem contato com o parafuso o valor foi de quatro. A tensão foi traçada muito similar a uma função senoide periódica no comprimento  $z$ , modificando apenas a sua intensidade com o acréscimo de força. O comportamento da tensão normal transversal e LE está exposto na Figura 6.69.

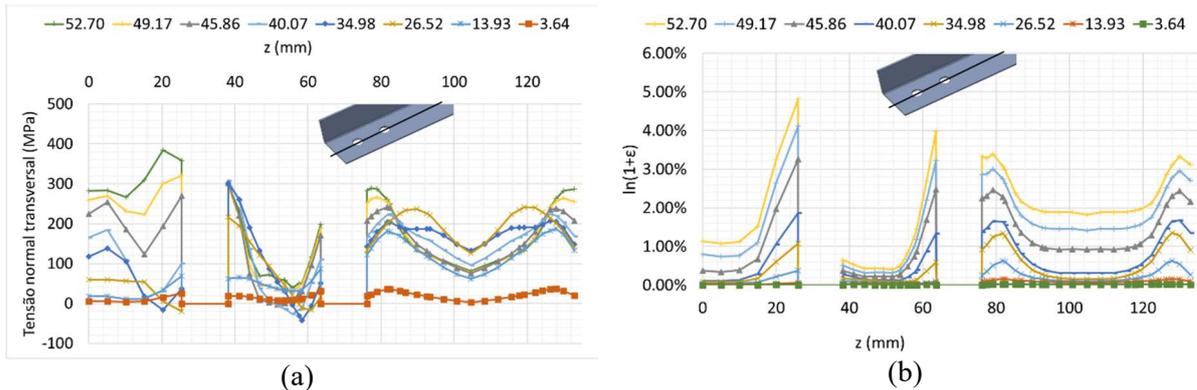


Figura 6.69 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A121, para diferentes forças.

O comportamento de  $\sigma_x$  foi similar ao de uma equação periódica (seno ou cosseno), corroborando com Yamamoto (apud LIU et al., 2015), que define uma solução analítica entre a força de aperto do parafuso e uma força axial na chapa por relação de seno. O máximo valor de  $\sigma_x$  ocorreu na face de contato do fuste com a chapa no primeiro furo. Na aba desconectada os valores obtidos podem ser vistos na Figura 6.70.

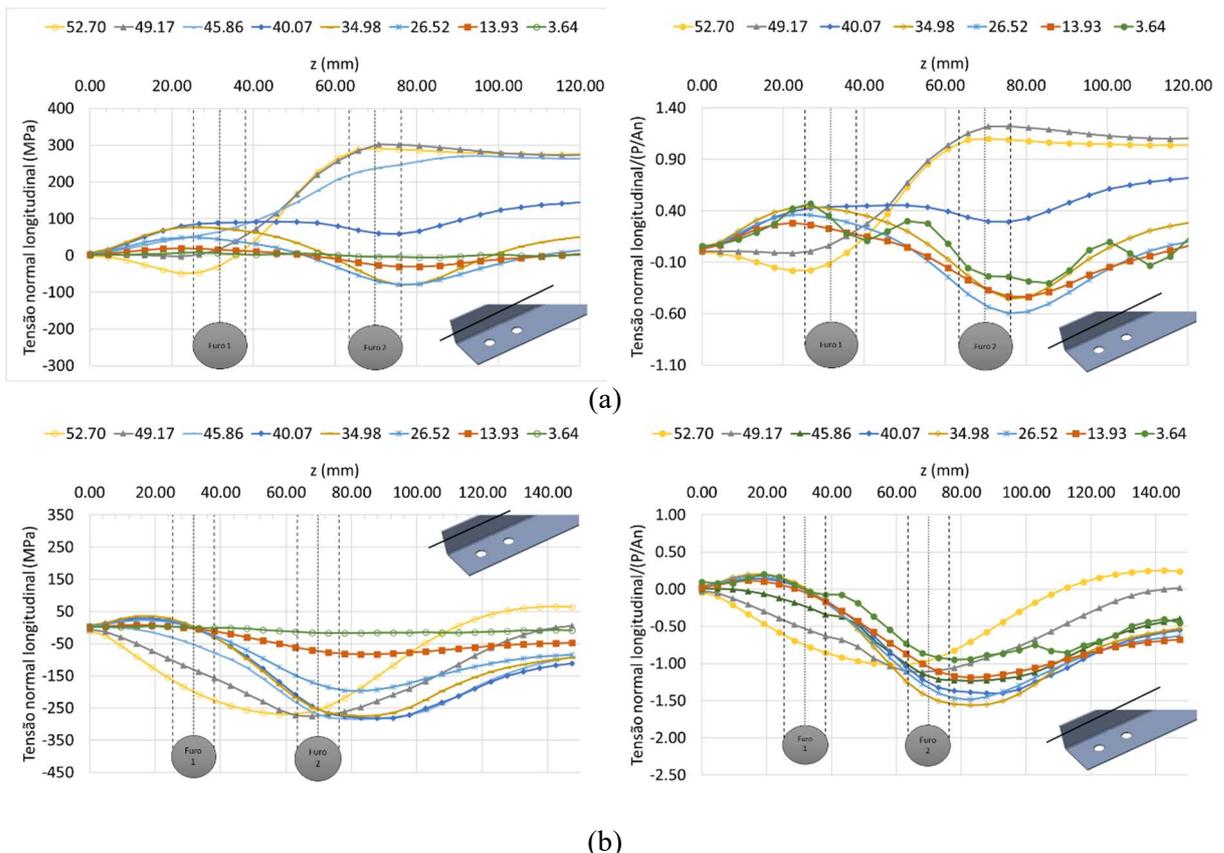


Figura 6.70 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) no  $\frac{1}{2} b_d$  e (b) a  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre da cantoneira A121, para diferentes forças.

Na aba desconectada ocorreu uma variação de comportamento de tensões normais em seções longitudinais próximas, com inversão de tração para compressão, mostrando a contribuição da borda livre da aba desconectada na instabilidade geométrica. Quanto à posição dos furos na influência do comportamento das tensões na aba desconectada se notou que os pontos de inflexão de tensões ocorreram próximo às bordas dos furos. As tensões normais transversais nas duas seções longitudinais estão na Figura 6.71.

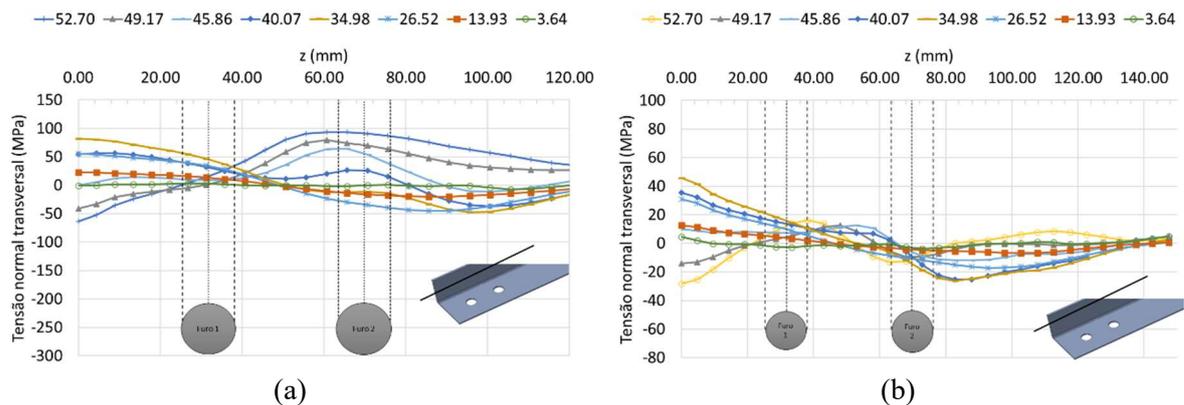


Figura 6.71 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) no  $\frac{1}{2} b_d$  e (b) a  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre da cantoneira A121, para diferentes forças.

As tensões transversais ( $\sigma_x$ ) evidenciaram valores baixos (Figura 6.71) quando comparadas com as tensões axiais ( $\sigma_z$ ), mas o comportamento de inflexão nas proximidades da posição dos furos se repetiu. Todos esses perfis extraídos de tensores de tensão demonstraram que em qualquer direção o comportamento será não linear, frisando a complexidade do *shear lag*. Na próxima seção é abordada a cantoneira com três conectores.

### 6.3.2 Cantoneira A131 – L50x2.26

A cantoneira com mesma medida da anterior, mas com três seções conectadas em uma linha de parafusos é agora apresentada. Do mesmo modo,  $b_c$  vai de 0 – 50 mm em coordenadas locais  $x$  e  $b_d$  de 50 - 100 mm. A Figura 6.72 mostra a tensão longitudinal axial ( $\sigma_z$ ) nas seções transversais dos furos.

Para A131 as tensões normais (Figura 6.72) continuaram apresentando valor máximo no furo mais interno, que é o furo 3. A máxima tensão em cada seção foi 631 MPa, 460 MPa e 419 Mpa, respectivamente, nos furos 3, 2 e 1. A diferença entre valores máximos foi de 50 %. Ao longo da aba desconectada a tensão continuou com valores próximos aos da borda conectada que fazem continuidade. As tensões no raio de dobramento causaram uma variação brusca da

tensão. Nos furos 2 e 3 os comportamentos foram similares a A121, mas no furo 1 os valores foram mais uniformes e todo o comprimento de  $b_d$  ficou comprimido.

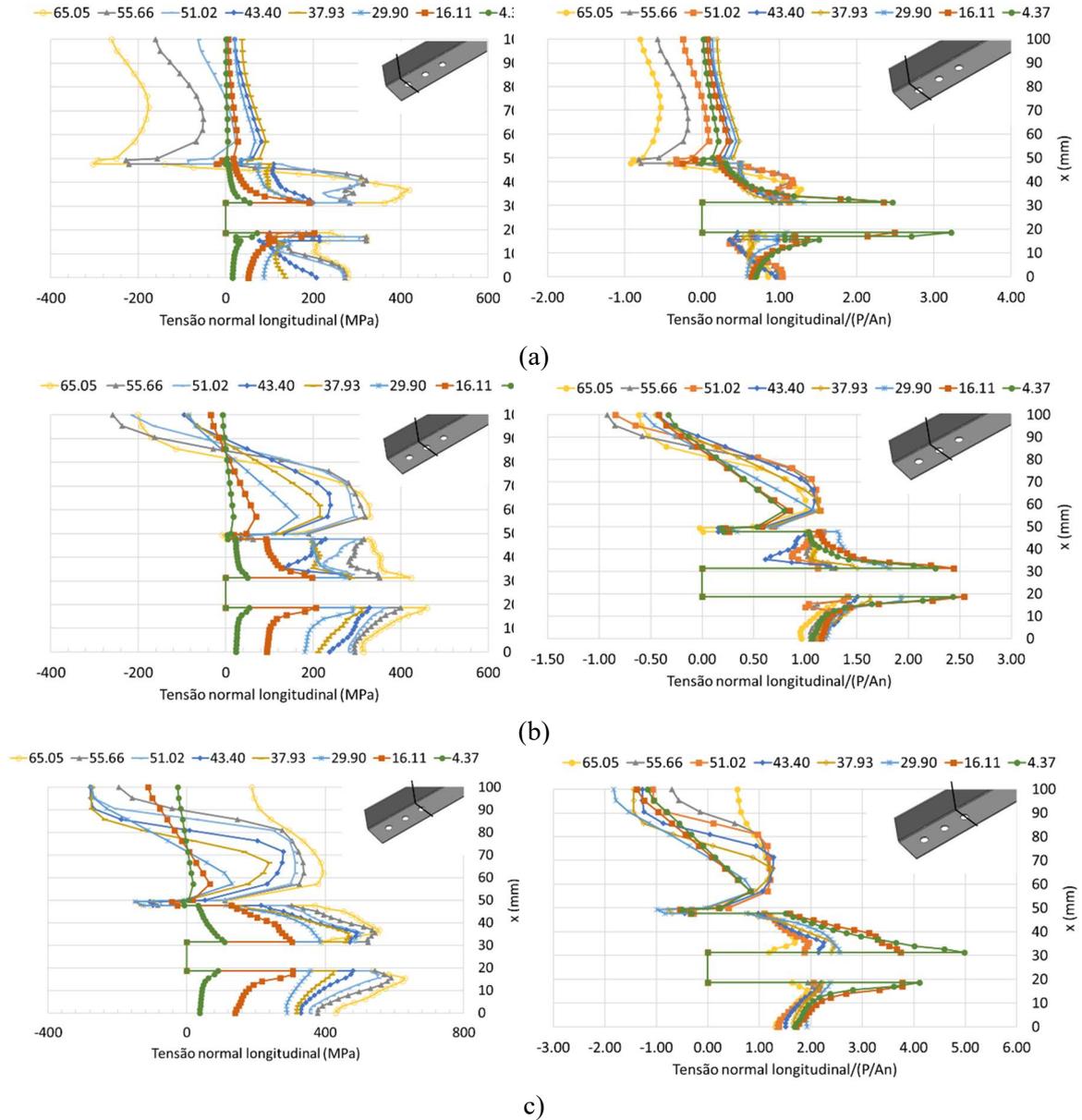


Figura 6.72 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira A131, para diferentes forças.

A normalização da tensão foi máxima na borda do furo mais interno (Figura 6.72), com valor de 5, o mesmo apresentado em A121 (Figura 6.64). No furo 1 o valor foi de 3 e no furo 2 foi de 2.5, mesmo valor que o furo 1 do modelo A121. Na aba desconectada a tensão normalizada alcançou um valor de  $-1.50$  quando a força foi de  $29.90$  kN, e depois sofreu uma redução de intensidade, chegando a  $0.57$  na força de  $65.05$  kN. Essa mudança de

comportamento marcou o início do encurvamento da aba desconectada a partir do furo 3. A deformação em cada seção transversal está disposta na Figura 6.73.

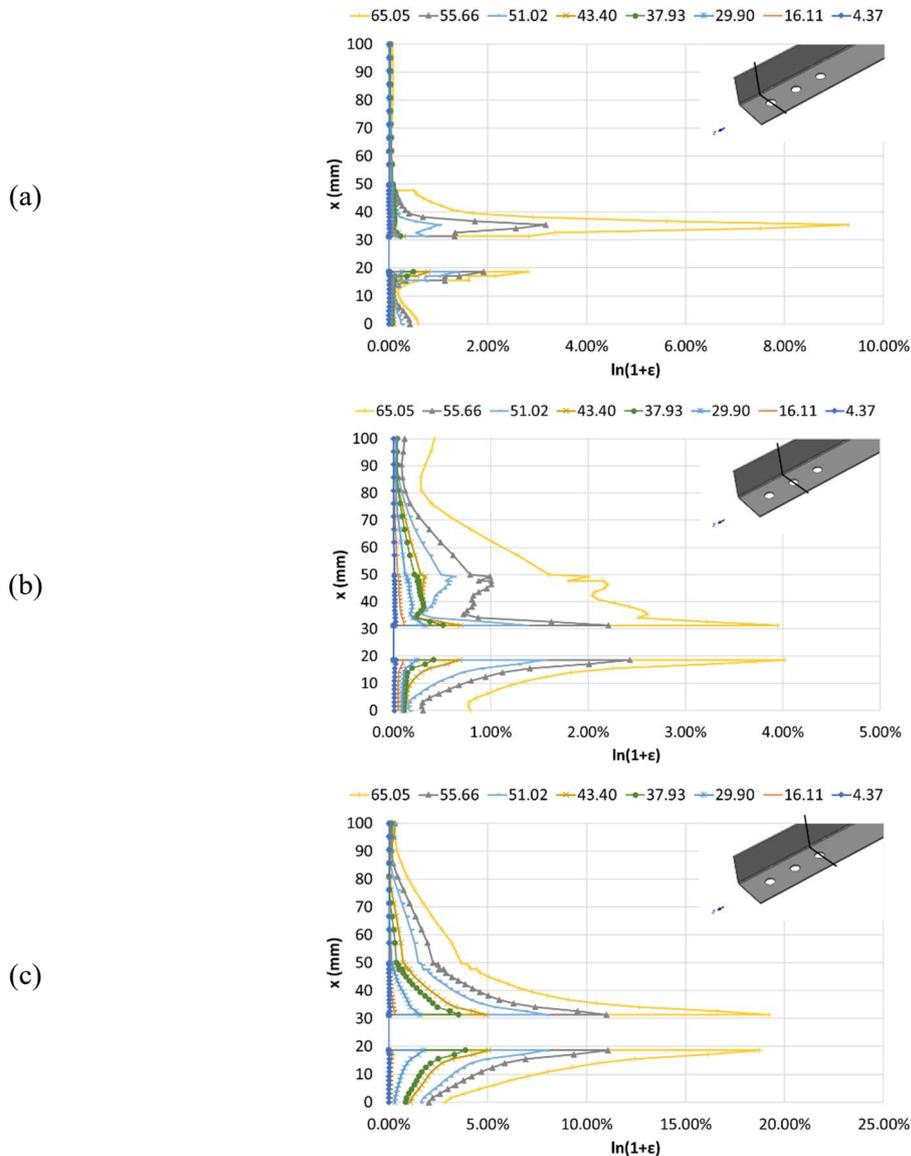


Figura 6.73 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\epsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira A131, para diferentes forças.

As deformações logarítmicas apresentaram baixo valor na aba desconectada no furo 1 (Figura 6.73(a)), região que mais revelou instabilidade geométrica. No furo 2, a deformação teve um valor superior na aba conectada e também na desconectada. Já o furo 3 mostrou deformações iguais a  $\epsilon^{pl}_U$  na borda do furo, com uma redução de valor significativa em direção à borda livre. A diferença de deformação entre os furos também foi notória e está exposta na Figura 6.8. Na Figura 6.74 é apresentado o perfil de tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) para as seções líquidas da peça.

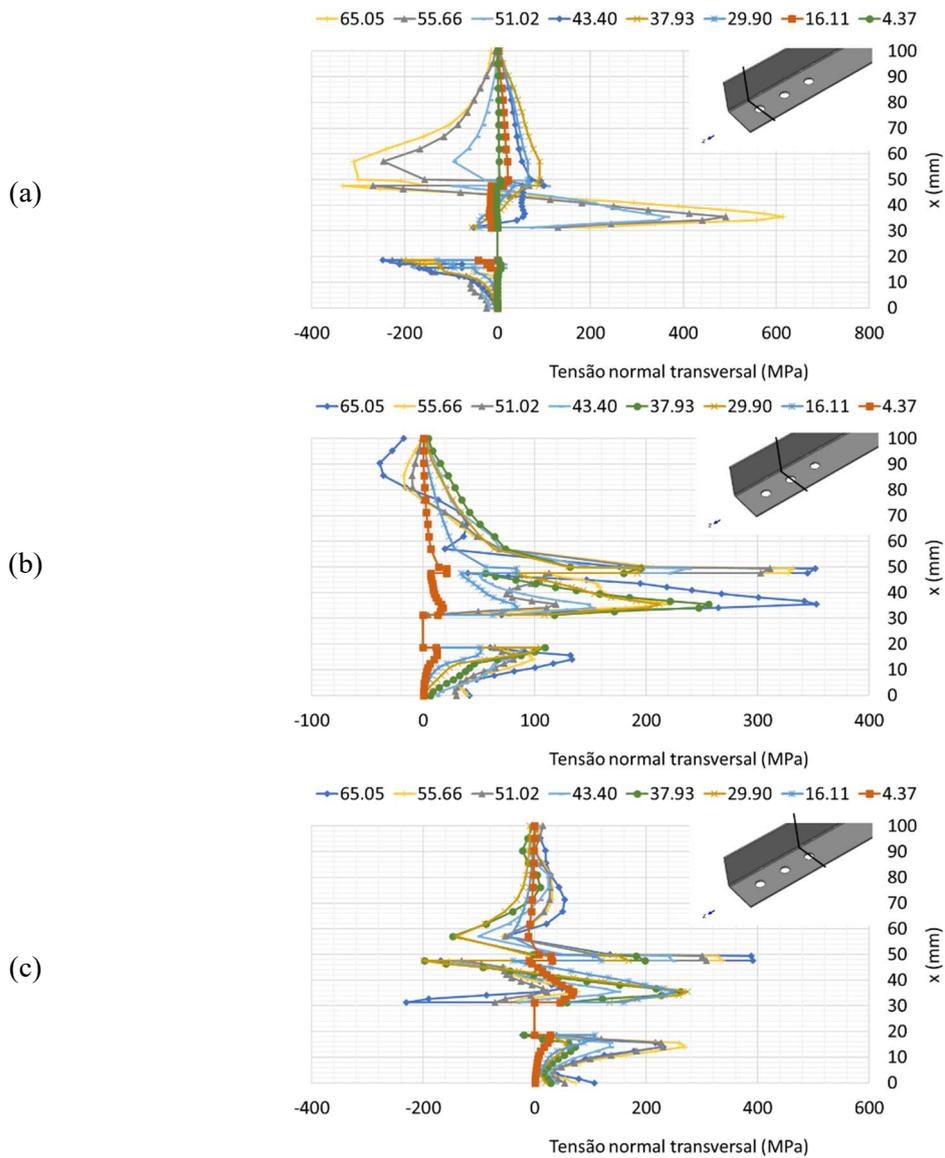


Figura 6.74 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira A131, para diferentes forças.

A tensão normal transversal (Figura 6.74) sofreu elevada variação ao longo da seção com resultados máximos na mudança de direção para a aba desconectada ( $x = 50 \text{ mm}$ ). O maior valor ocorreu no furo 1 e o menor no furo 2. Os valores de tensão de Von Mises estão demonstrados na Figura 6.75.

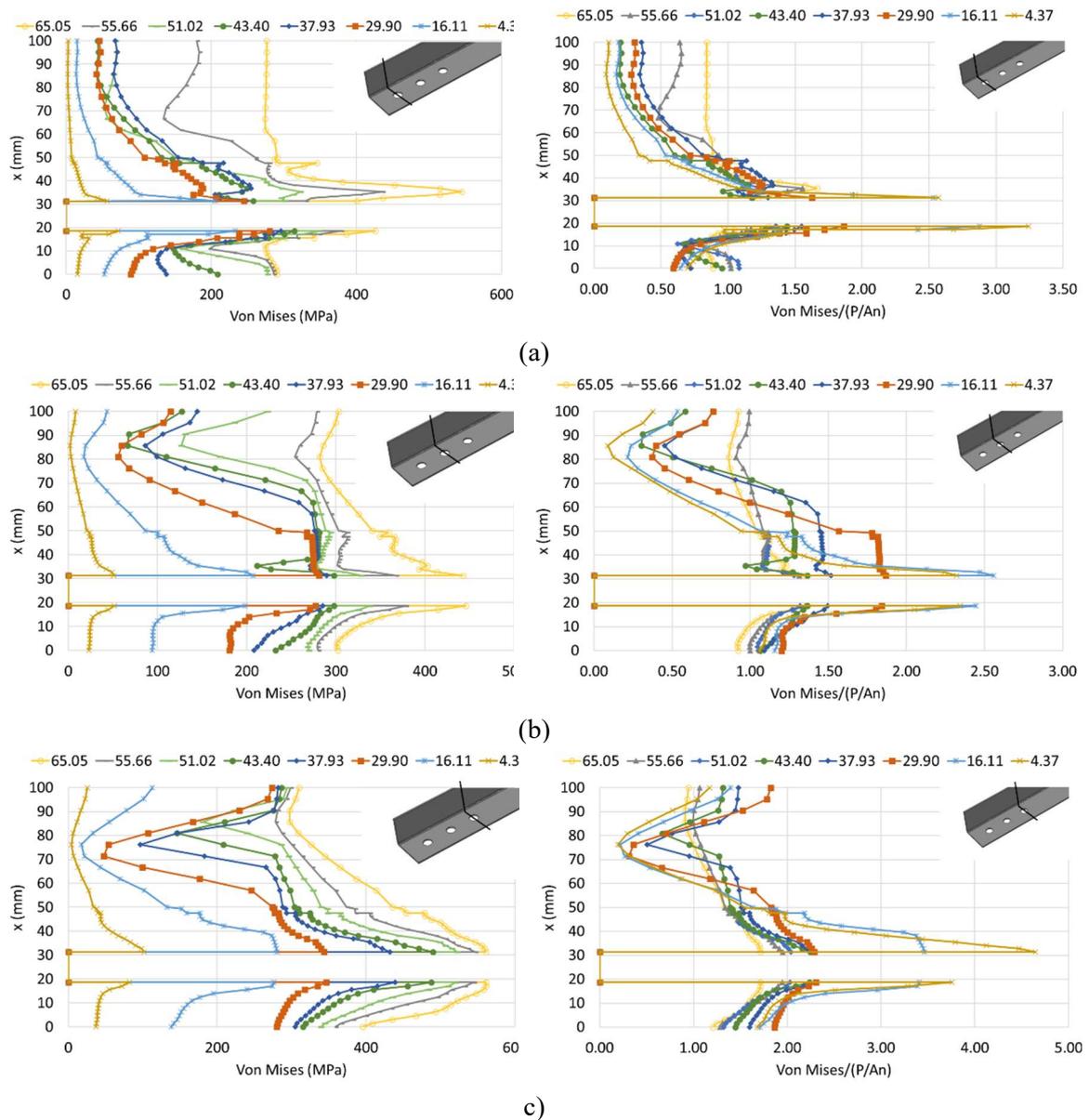


Figura 6.75 – Seção de tensões de Von Mises ( $\sigma_{Von Mises}$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_{Von Mises}/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira A131, para diferentes forças.

Na Figura 6.75 as máximas tensões de Von Mises ocorreram no furo 1 e furo 3, o traçado apresentou continuidade, houve uma inversão de taxa de crescimento na borda desconectada e picos na borda do furo que reduziram rapidamente o seu valor. A tensão normalizada teve valor máximo no furo 3, com um valor de 4.64, no furo 2 o valor foi de 2.56 e no furo 1 de 3.22, a mesma tendência do perfil A121. Os valores de tensões e deformação na seção longitudinal nos furos estão na Figura 6.76.

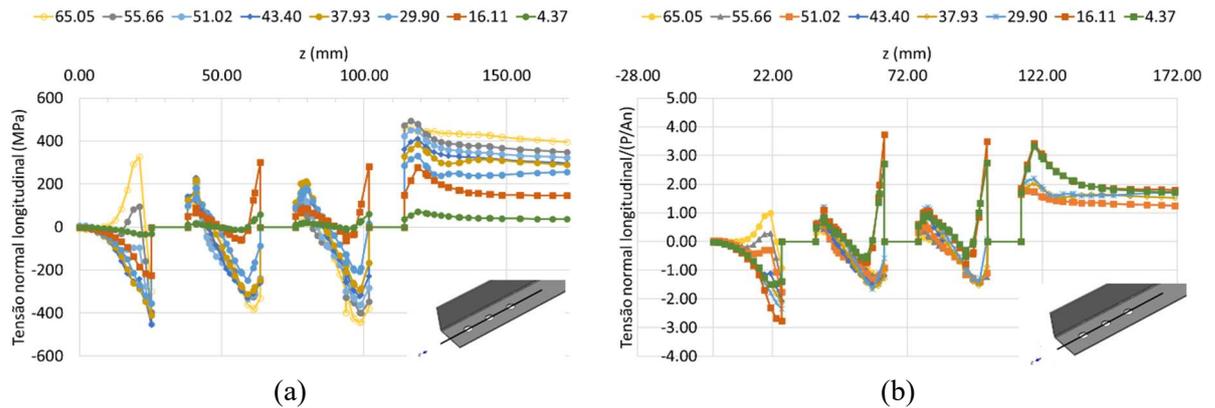


Figura 6.76 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A131, para diferentes forças.

Na seção longitudinal a borda do terceiro furo, que não estava sob compressão, atingiu uma tensão de 495 MPa, a tensão de compressão do contato fuste e chapa apresentou um valor próximo de 300 MPa em todos os furos (Figura 6.76). No comprimento entre furos notou-se até que distância a chapa estava comprimida, e baseando-se nos modelos estudados (A121, A131 e A141) essa distância foi de aproximadamente  $1.35d$ . A tensão normalizada teve um valor máximo de -2, no primeiro furo, e 4, nos demais. As tensões transversais ( $\sigma_x$ ) e a deformação (LE) constam na Figura 6.77.

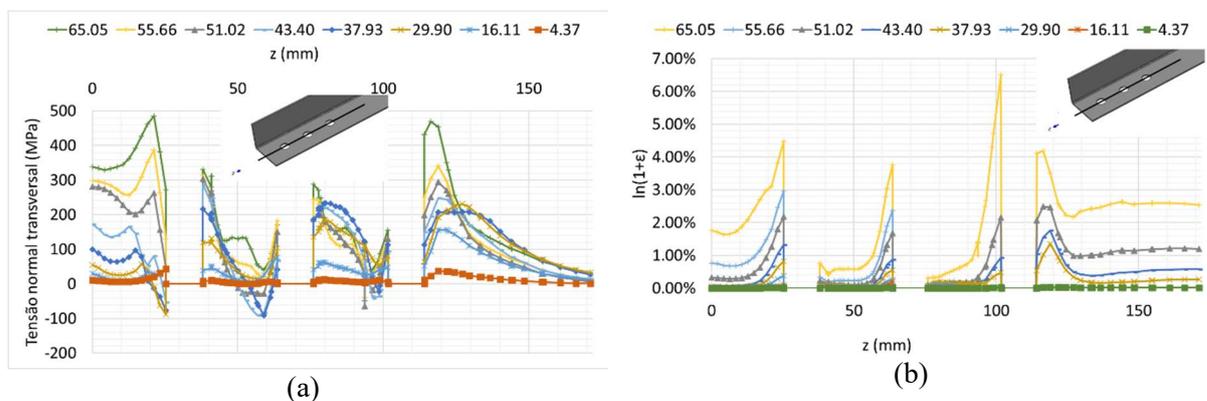


Figura 6.77 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A131, para diferentes forças.

Na borda do primeiro e do terceiro furo ocorreram as máximas tensões transversais (Figura 6.77(a)). As deformações máximas nessa seção ocorreram na região de contato do parafuso com a chapa no terceiro furo. As tensões e deformações na aba desconectada estão na Figura 6.78.

Análogo à A121, as abas desconectadas possuíam uma inversão de sinal de tensões (Figura 6.78). A tensão também foi amplificada em 1.50 vezes o valor da tensão aplicada na

área líquida, sob compressão. Mas em grande parte da sua extensão as tensões foram inferiores às tensões aplicadas.

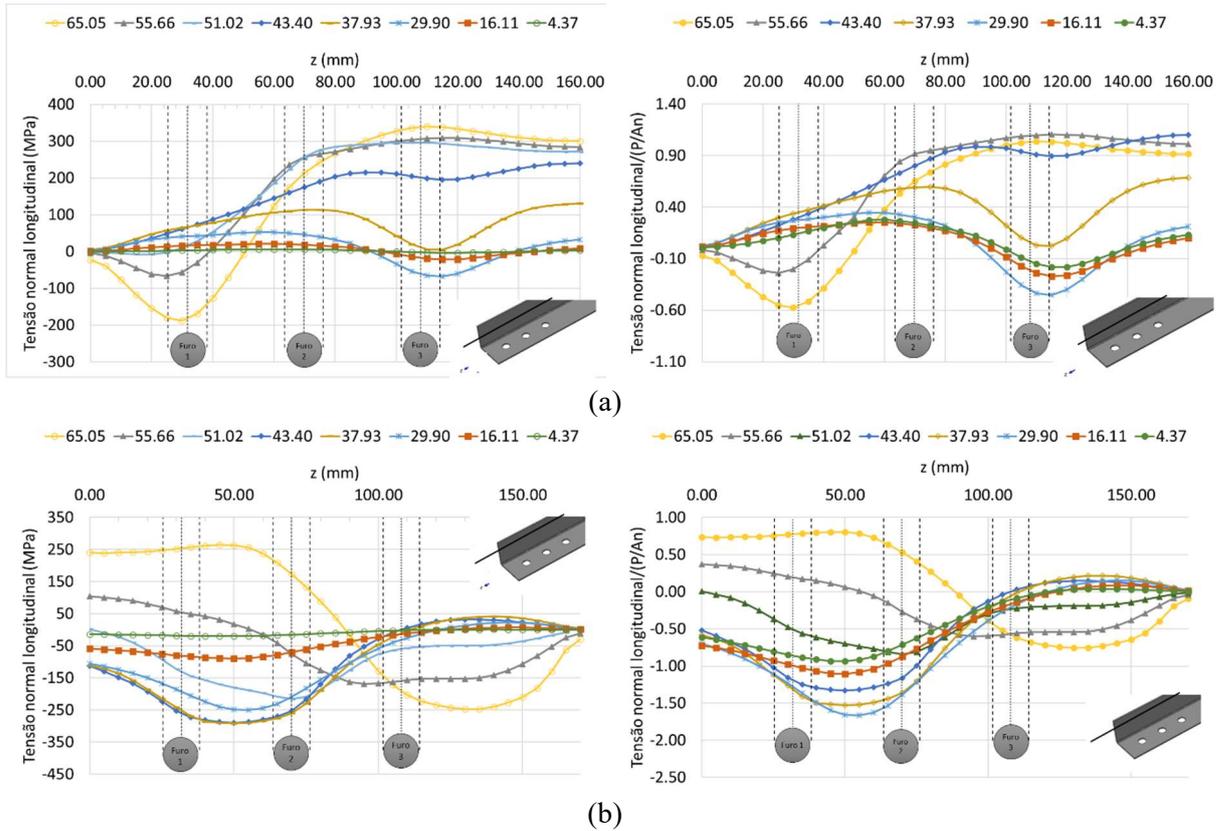


Figura 6.78 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na  $\frac{1}{2} b_d$  e (b) a  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre da cantoneira A131, para diferentes forças.

As tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) estão expostas na Figura 6.79.

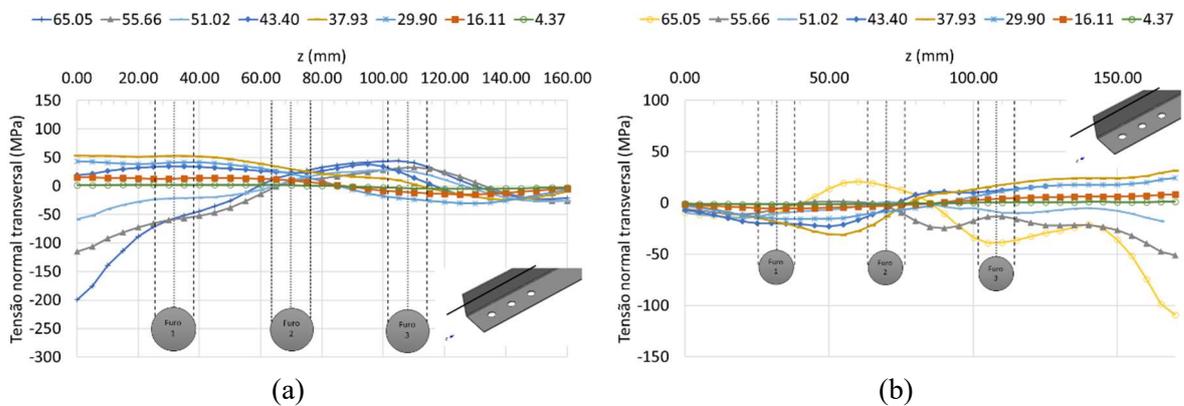


Figura 6.79 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na  $\frac{1}{2} b_d$  e (b) a  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre da cantoneira A131, para diferentes forças.

As tensões normais transversais (Figura 6.79) apresentaram valores baixos e na região do segundo furo ambos os valores foram praticamente nulos. A cantoneira com quatro furos teve um comportamento mais uniforme, como pode ser visto na próxima seção.

### 6.3.3 Cantoneira A141 – L50x2.25

A cantoneira com quatro furos de abas iguais apresentou deformada numérica e experimental muito próximas (Figura 6.13). As deformações nas seções transversais são descritas na Figura 6.80. As deformações máximas ocorreram no furo quatro (Figura 6.80(d)), na região da aba conectada, o que condiz com o experimental mostrado na Figura 6.13. A aba desconectada do furo 1 não apresentou deformação significativa. As deformações ocorreram na borda do furo e reduziram o seu valor de modo exponencial.

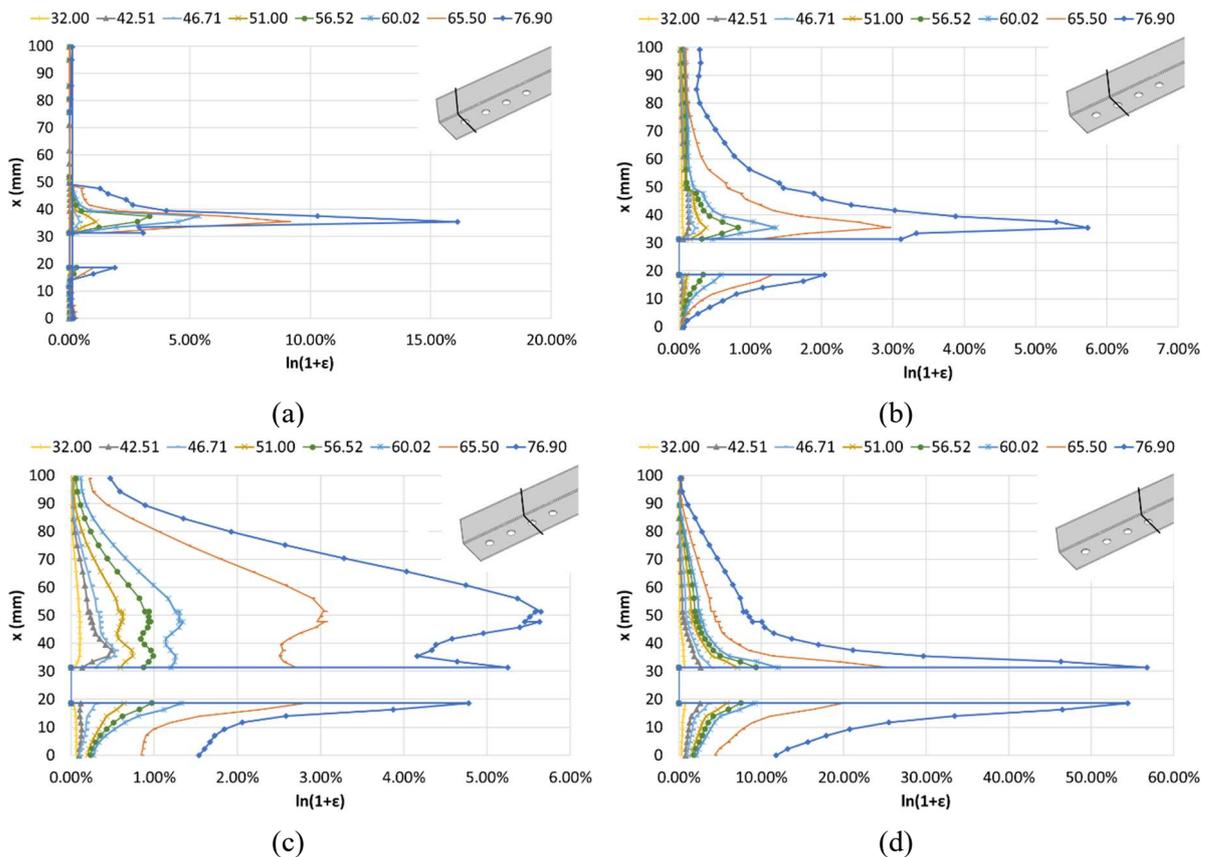


Figura 6.80 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\epsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2, (c) furo 3 e (d) furo 4 na cantoneira A141, para diferentes forças.

Os perfis de tensão normal axial ( $\sigma_z$ ) nos furos 1 e 2 e a sua tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) são vistos na Figura 6.81. Nessa cantoneira  $b_c$  vai de 0 – 50 mm em coordenadas locais  $x$  e  $b_d$  de 50 - 100 mm.

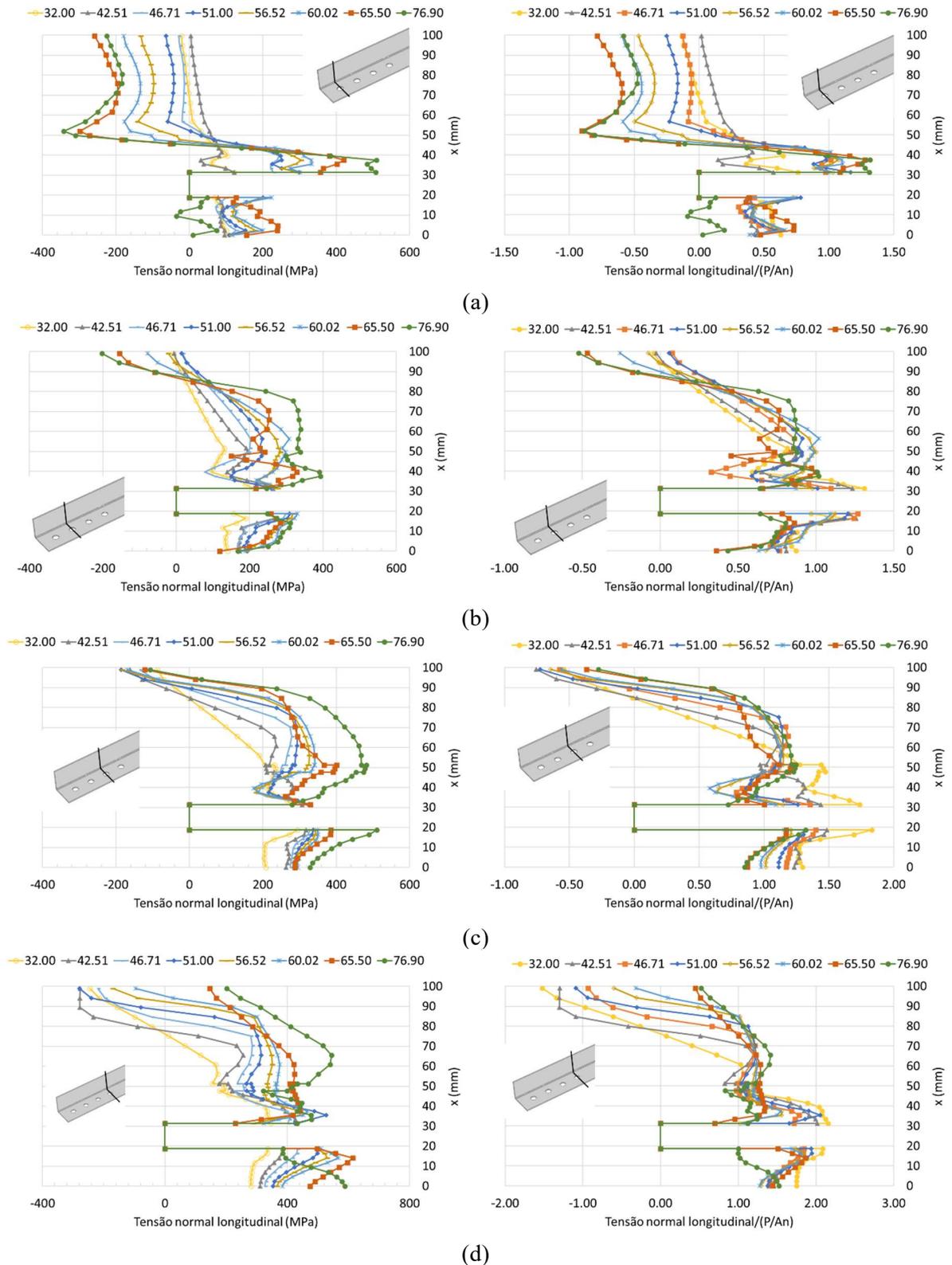


Figura 6.81 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2, (c) furo 3 e (d) furo 4 na cantoneira A141, para diferentes forças.

O comportamento de tensão (à esquerda da Figura 6.81) foi menos exponencial nos furos 1, 2 e 3. O furo 4 (mais interno) apresentou máxima tensão com valor de 614 MPa,

superior em 21% ao furo 1, 56% ao furo 2 e 20% ao furo 3. As tensões normalizadas também tiveram valores máximos mais uniformes entre os furos, sendo que no furo 1 o seu valor foi de 1.31 e no furo 4 foi de 2.15, diferença de 65%. As tensões normais transversais podem ser vistas na Figura 6.82.

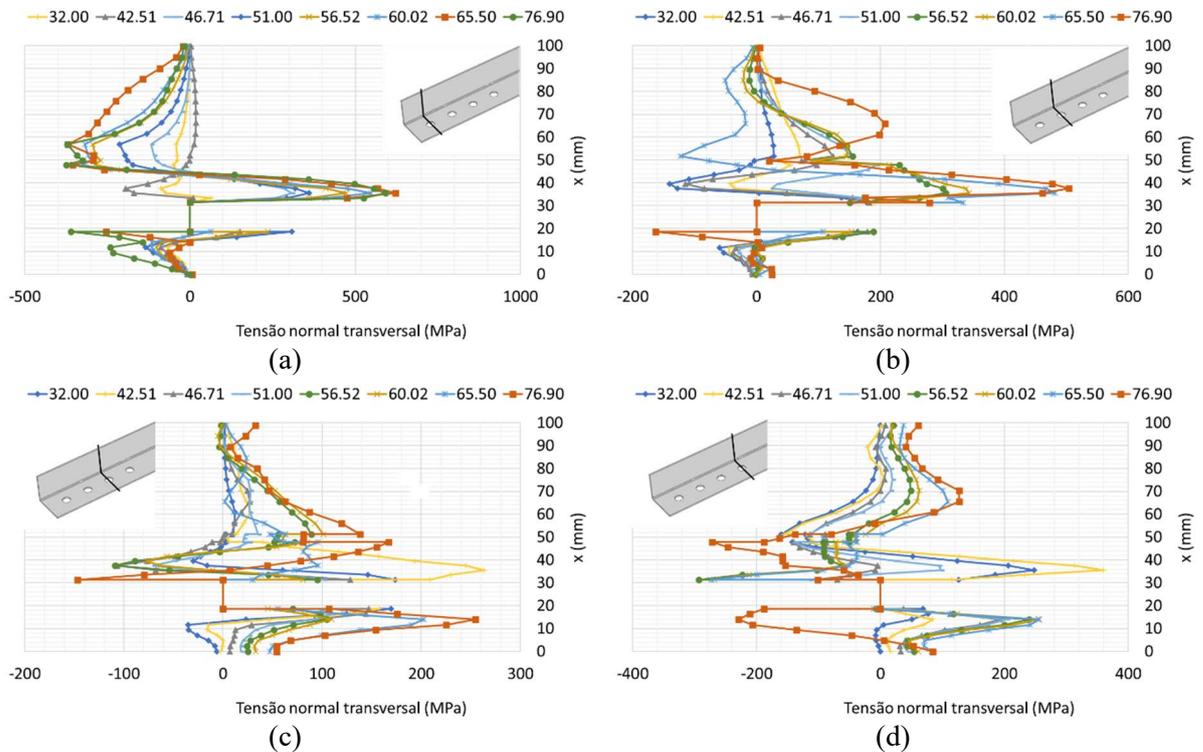


Figura 6.82 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2, (c) furo 3 e (d) furo 4 na cantoneira A141, para diferentes forças.

Como pôde ser verificado, as tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) tiveram valores máximos nos furos 1 e 2 (Figura 6.82(c) e (d)). A variação de valor ao longo do comprimento de toda a seção transversal se aproximou de um comportamento senoidal, mas nos furos 2 e 3 ocorreu picos e descontinuidade em seu comportamento. As tensões de Von Mises constam na Figura 6.83.

Considerando as tensões de Von Mises (Figura 6.83), as bordas de todos os furos se aproximaram da tensão última do material ( $f_u = 554$  MPa), reduzindo o seu valor em direção às bordas livres. As abas desconectadas apresentaram valor de mínima tensão na posição de 75 a 90 mm ( $\frac{1}{2} b_d$  a  $\frac{1}{4} b_d$ ), mudando de um incremento descendente para crescente. Considerando a tensão normalizada os valores foram mais uniformes, com valor mínimo de 1.60 e máximo de 2.

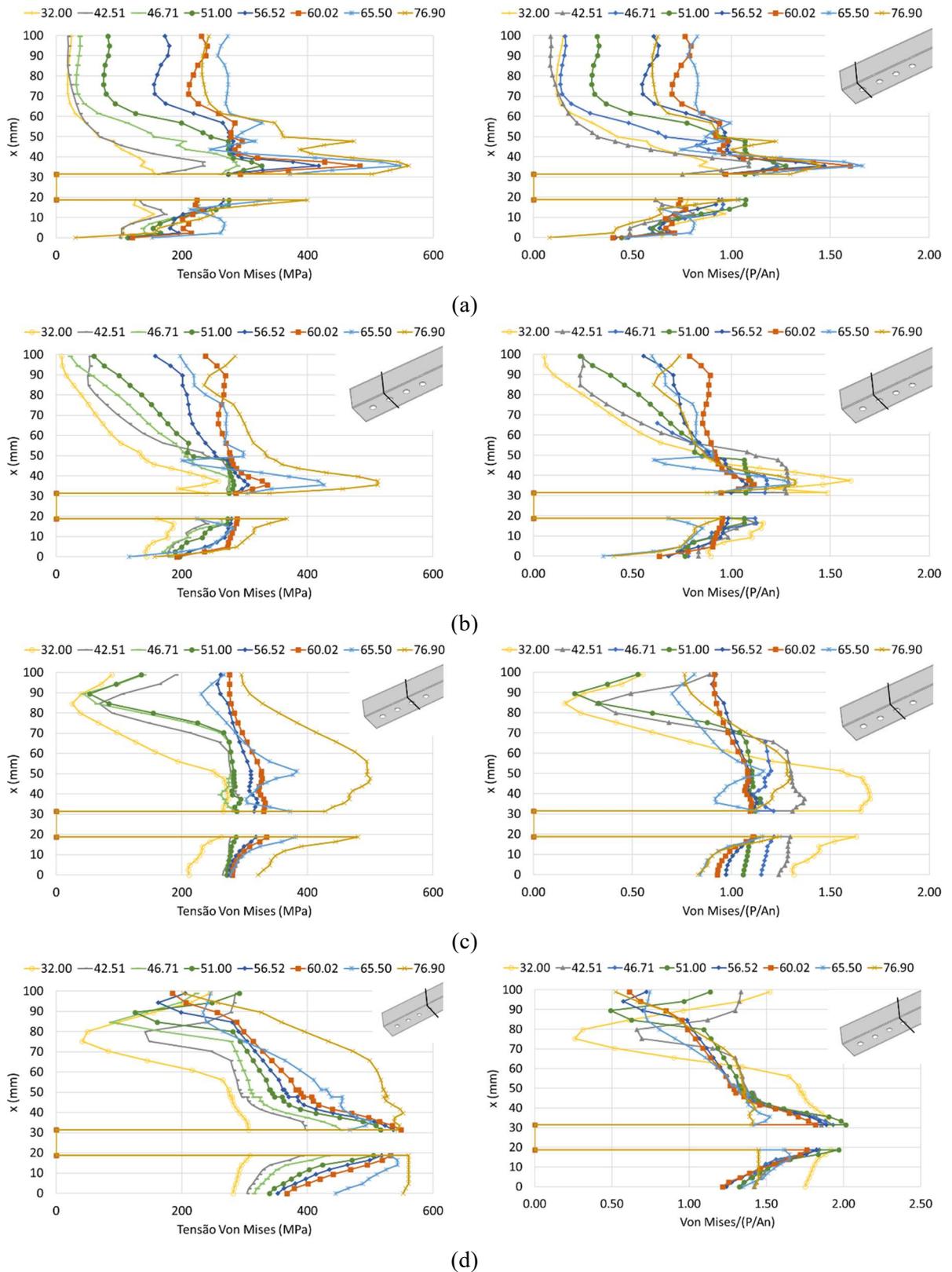


Figura 6.83 – Seção de tensões de Von Mises ( $\sigma_{Von\ Mises}$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_{Von\ Mises}/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2, (c) furo 3 e (d) furo 4 na cantoneira A141, para diferentes forças.

As tensões no corte longitudinal ao longo do furo estão na Figura 6.84.

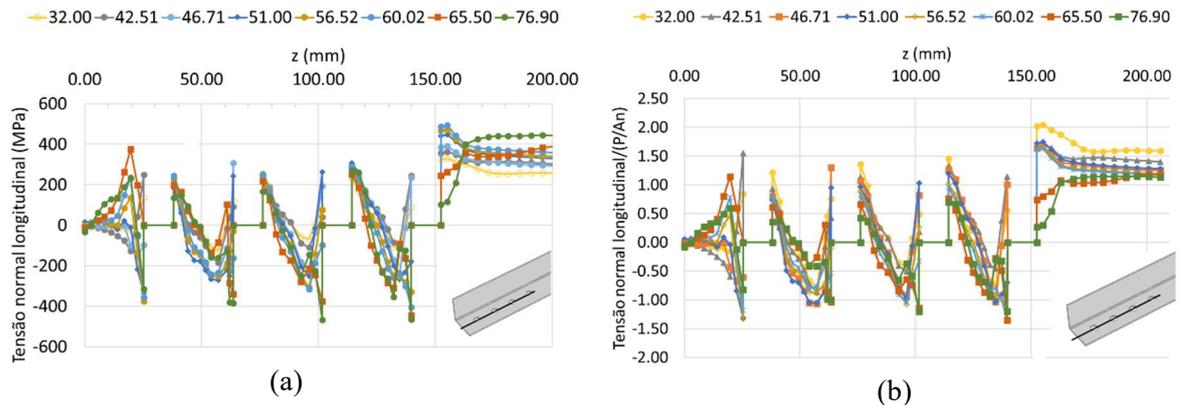


Figura 6.84 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A141, para diferentes forças.

As tensões de compressão na face de contato entre fuste do parafuso e chapa permaneceram em média de 400 MPa em todos os furos (Figura 6.84(a)). Entre furos sempre há inversão de tração para compressão, sendo que nos dois furos internos (3 e 4) essa distância resultou em  $1.35d$  e nos outros teve comprimento aproximado de  $1.55d$ . A tensão normalizada teve seu valor máximo no furo 4, com valor próximo ao da seção transversal no furo 4. A Figura 6.85 descreve a tensão transversal e a deformação na seção longitudinal dos furos.

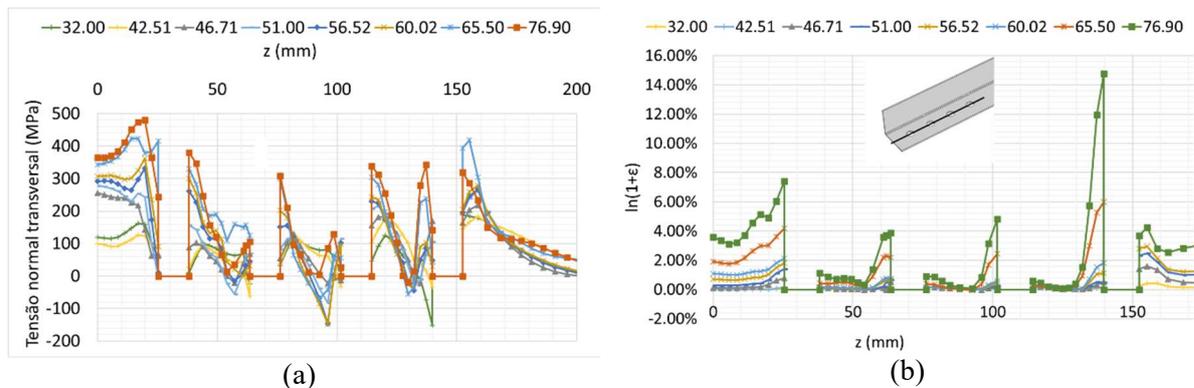


Figura 6.85 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira A141, para diferentes forças.

A variação de tensão  $\sigma_x$  é senoidal, com valores máximos no perímetro dos furos 1 e 4 (Figura 6.85(a)). As deformações já apresentaram intensidades do regime plástico do material, mas com valor máximo de 15% na borda do furo 4. Todos os picos de deformação ocorreram na região de contato entre o fuste e a chapa.

A aba desconectada tem os resultados demonstrados na Figura 6.86.

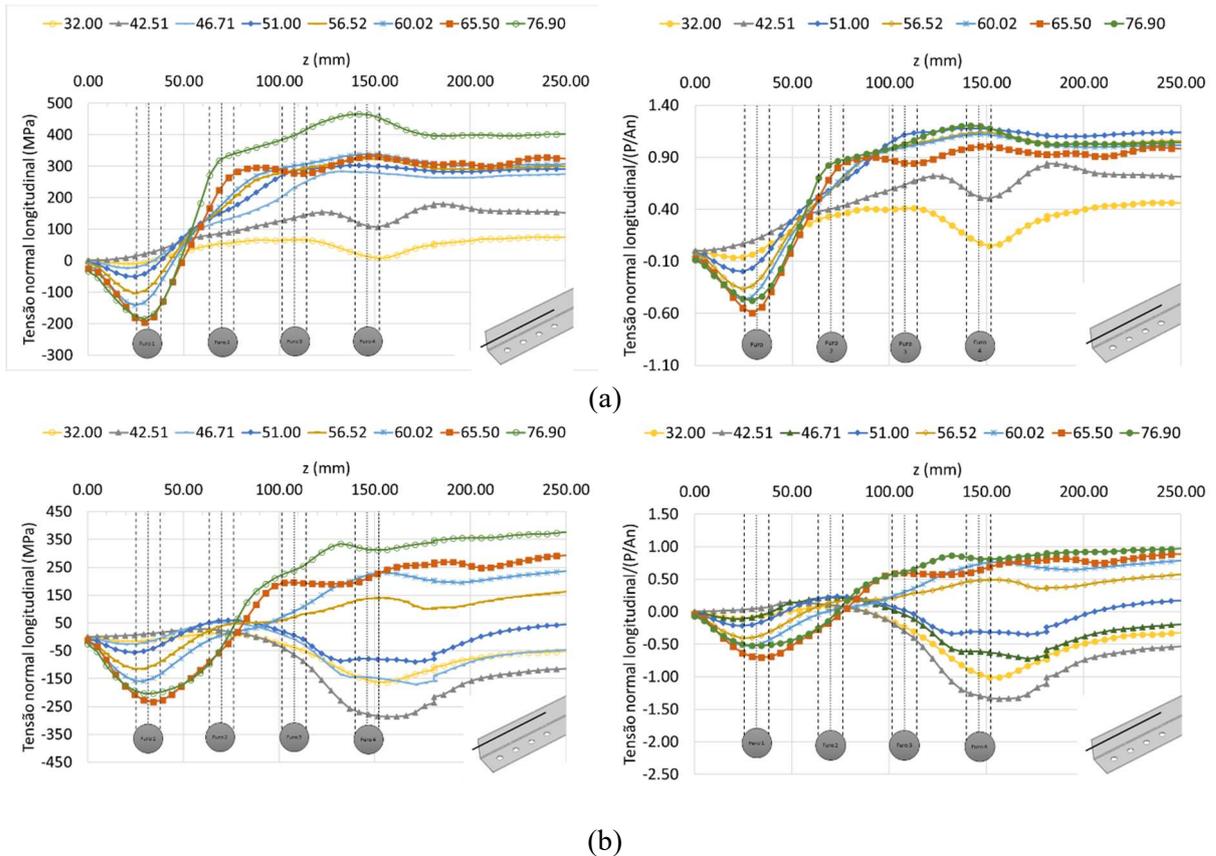


Figura 6.86 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) no meio da altura e (b) a  $1/4 b_d$  da borda livre da cantoneira A141, para diferentes forças.

As tensões longitudinais na aba desconectada apresentaram inversão de sentido entre os furos 1 e 2 na  $1/2$  de sua altura ( $x = 75$  mm) e na  $1/4$  da altura de  $b_d$  essa inversão ocorreu na borda com o furo 2. Assim a instabilidade da chapa em que estava a compressão foi reduzindo sua altura com o aumento de seções conectadas. Por fim, as tensões normais transversais na aba desconectada podem ser avaliadas na Figura 6.87.

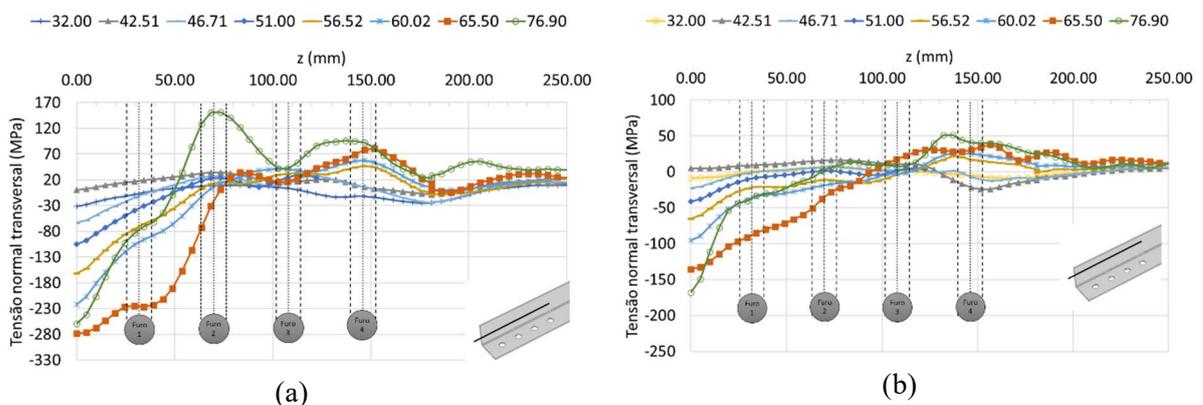


Figura 6.87 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) no  $1/2 b_d$  e (b) a  $1/4 b_d$  da borda livre da cantoneira A141, para diferentes forças.

A Figura 6.87 deixa clara a influência dos furos nas tensões normais transversais, sendo que houve comportamento muito similar ao caso cantoneira com dois e três furos, mas nesta pesquisa ocorreu em uma extensão de conexão maior. Os valores também sempre foram máximos na borda livre da cantoneira.

Com base nestes resultados, é possível observar a não linearidade de tensões e deformações em cantoneiras com 2, 3 e 4 seções, sendo que as tensões normais longitudinais apresentaram comportamento não linear tanto no regime plástico como no elástico do material. Também se destaca que o valor da tensão normalizada máxima na borda do furo se manteve próximo de 5 para duas e três seções conectadas, já para quatro seções esse valor foi de 2.15. As análises para outras dimensões estão presentes nas próximas seções.

#### **6.3.4 Cantoneira E131 – L50x100x2.58**

A cantoneira de abas desiguais L50x100x2.58 com três seções de parafusos conectados pela menor aba tem seus resultados exibidos aqui. Nessa cantoneira a aba conectada ( $b_c$ ) vai de 0 – 50 mm em coordenadas locais  $x$  e a aba desconectada ( $b_d$ ) de 50 - 150 mm. Na Figura 6.88 está disposta a tensão longitudinal axial ( $\sigma_z$ ) nas seções transversais dos furos.

Para E131 as tensões normais (Figura 6.88) continuaram apresentando valor máximo no furo mais interno, furo 3. A máxima tensão em cada seção foi 631 MPa, 518 MPa e 458 Mpa, respectivamente, nos furos 3, 2 e 1. A diferença entre valores extremos foi de 37 %. O comportamento das tensões na aba desconectada até a força de 41 kN não possuiu um senoide tão definido como ocorreu nos casos anteriores. Mas com os carregamentos superiores já se verificou o ponto de vértice de concavidade nos furos 2 e 3 bem definido, situando-se a  $\frac{1}{2} b_d$  e  $\frac{1}{4} b_d$  da sua borda livre. A redução da tensão no sentido da borda livre continuou com um comportamento assíntota ao perímetro do furo.

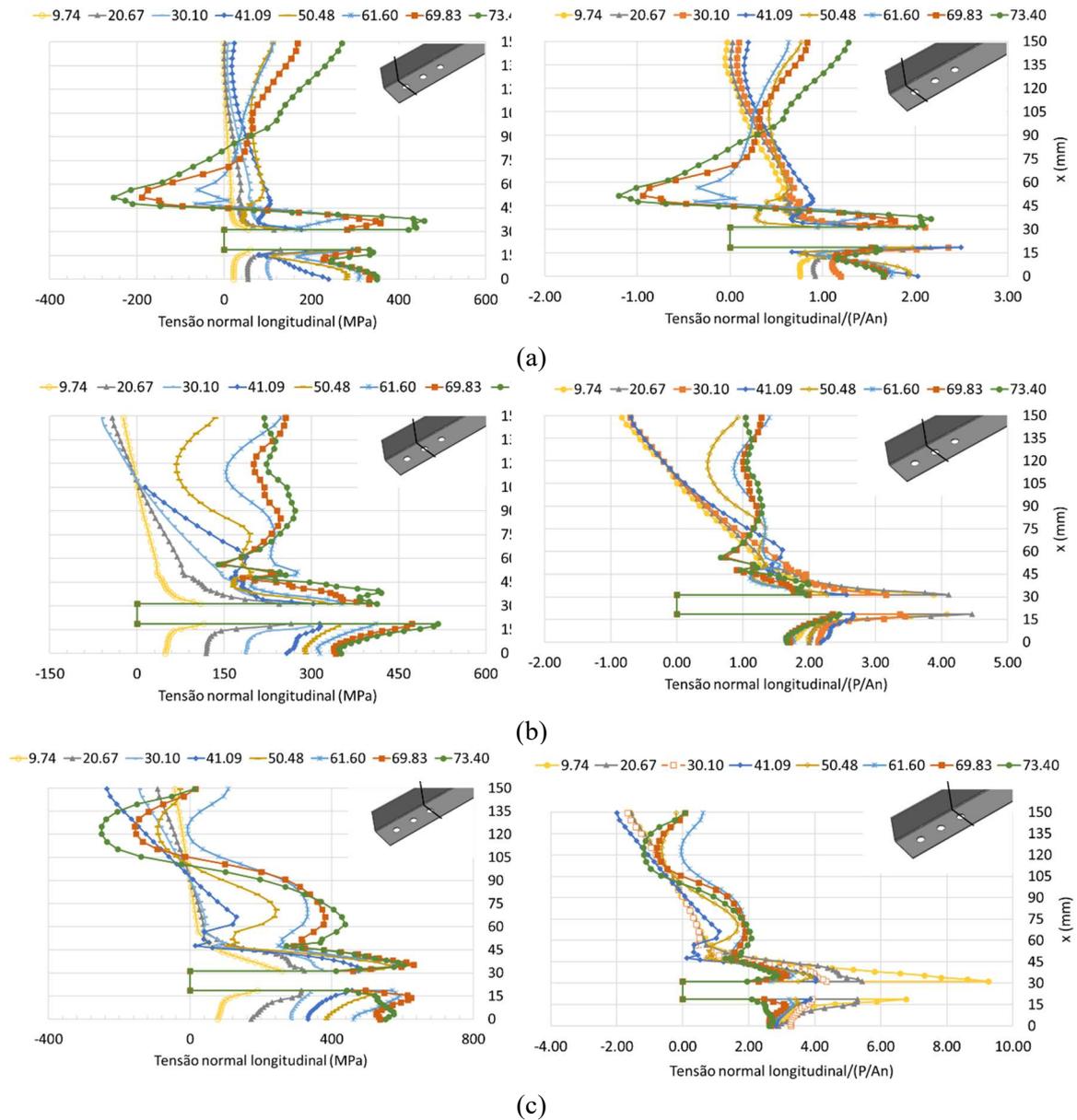


Figura 6.88 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira E131, para diferentes forças.

A normalização da tensão foi máxima na borda do furo mais interno (Figura 6.88), com valor máximo de 9.26, quase o dobro do encontrado em A131. No furo 1 o valor foi de 2.49 e no furo 2 foi de 4.46. Na aba desconectada a tensão normalizada alcançou um valor de -2.00, quando a força foi de 41.09 kN, e depois sofreu uma redução de intensidade, chegando a 2.00 na força de 73.04 kN. A deformação em cada seção transversal está disposta na Figura 6.89.

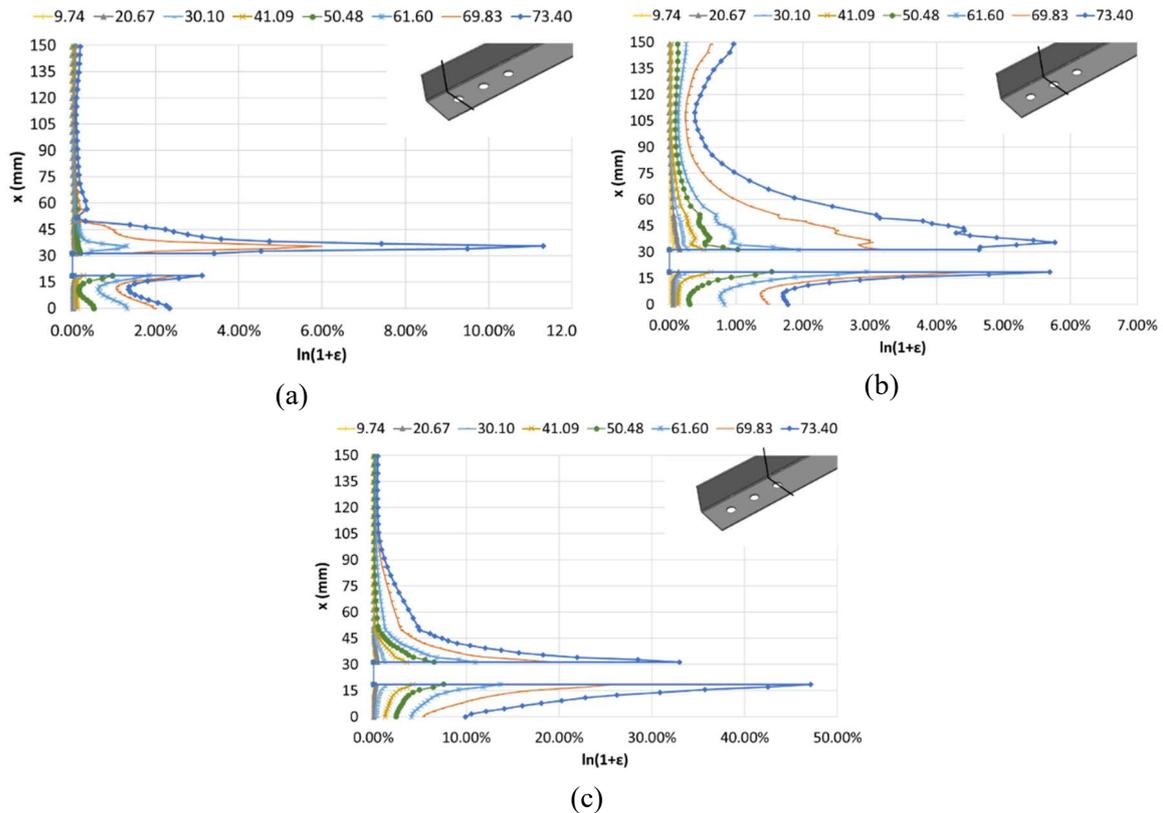


Figura 6.89 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\epsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira E131, para diferentes forças.

As deformações logarítmicas evidenciaram baixo valor na aba desconectada nos furos 1 e 2 (Figura 6.89(a) e (b)), região que mais mostrou instabilidade geométrica, como pode ser visto na deformada experimental (Figura 6.90). Já o furo 3 teve deformações superiores a  $\epsilon^{pl}_U$  na borda do furo, com uma redução de valor significativa em direção à borda livre.



Figura 6.90 – Cantoneira E131 deformada experimental.

As tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) nas seções dos conectores da E131 são vistas na Figura 6.91.

A  $\sigma_x$  apresenta valor máximo no furo 1, no seu perímetro especificadamente (Figura 6.91(a)). Nos furos 2 e 3 os valores máximos de tensão foram de 400 MPa e o seu comportamento foi senoidal, com ponto de inflexão aproximadamente em  $\frac{1}{2} b_d$ .

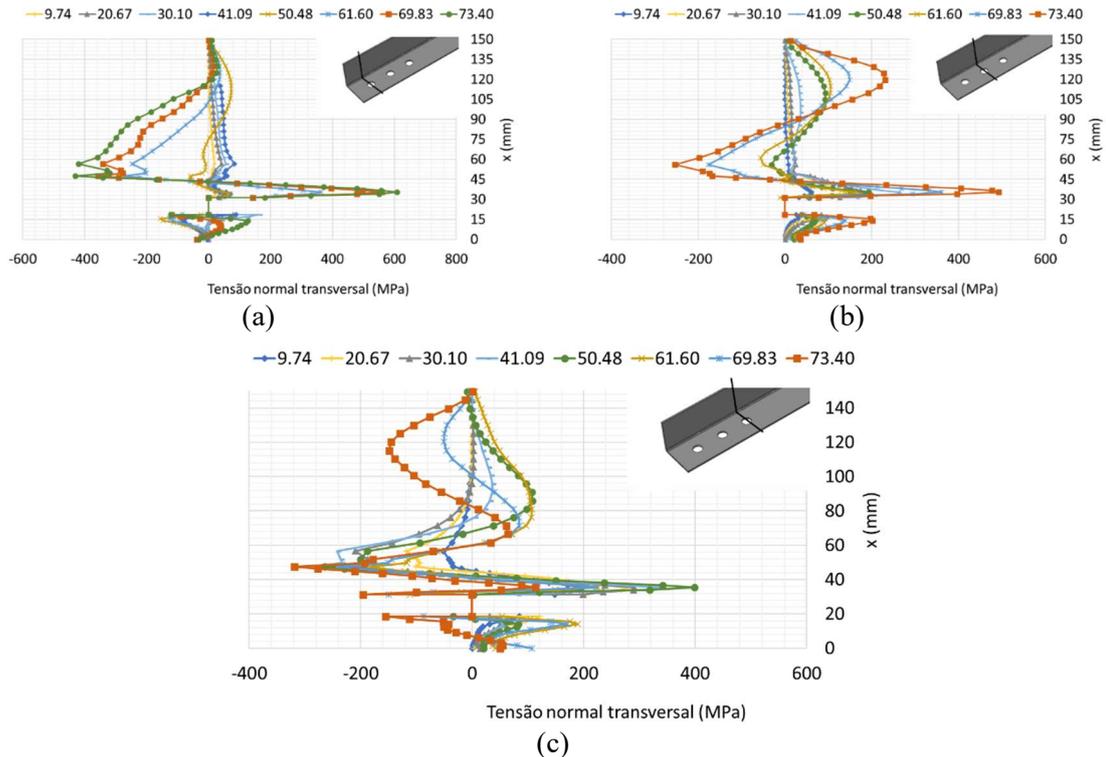


Figura 6.91 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira E131, para diferentes forças.

Os valores de tensões e deformação na seção longitudinal nos furos constam na Figura 6.92.

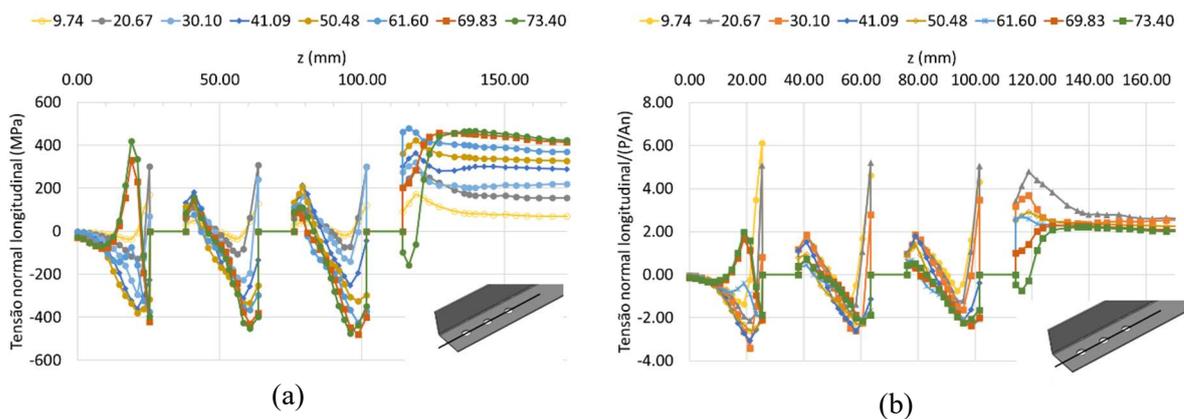


Figura 6.92 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira E131, para diferentes forças.

As tensões longitudinais (Figura 6.92) nas regiões de contato entre chapa e fuste do parafuso se apresentaram em média de  $-400$  MPa, e a distância de região de compressão entre furos resultou em média de  $1.37d$ . A máxima tensão de tração ocorreu no perímetro do furo 3 com valor de  $400$  MPa. Nessa região, a tensão normalizada alcançou um valor de 4 quando a

força aplicada foi de 20.67 kN. As tensões transversais ( $\sigma_x$ ) e a deformação (LE) estão na Figura 6.93.

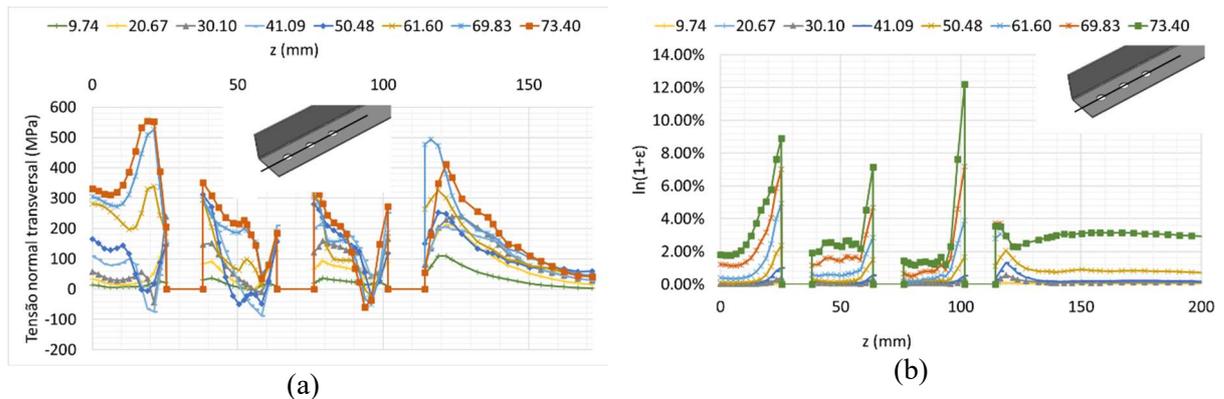


Figura 6.93 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira E131, para diferentes forças.

A tensão normal transversal ao longo do caminho da seção de interesse teve valores máximos nas extremidades do comprimento da ligação, como se observa na Figura 6.93(a). As deformações máximas nessa seção ocorreram na região de contato do parafuso com a chapa no terceiro furo, condizente com o experimental que apresenta um alargamento nessa região. As tensões e deformações nos cortes longitudinais na aba desconectada estão na Figura 6.94.

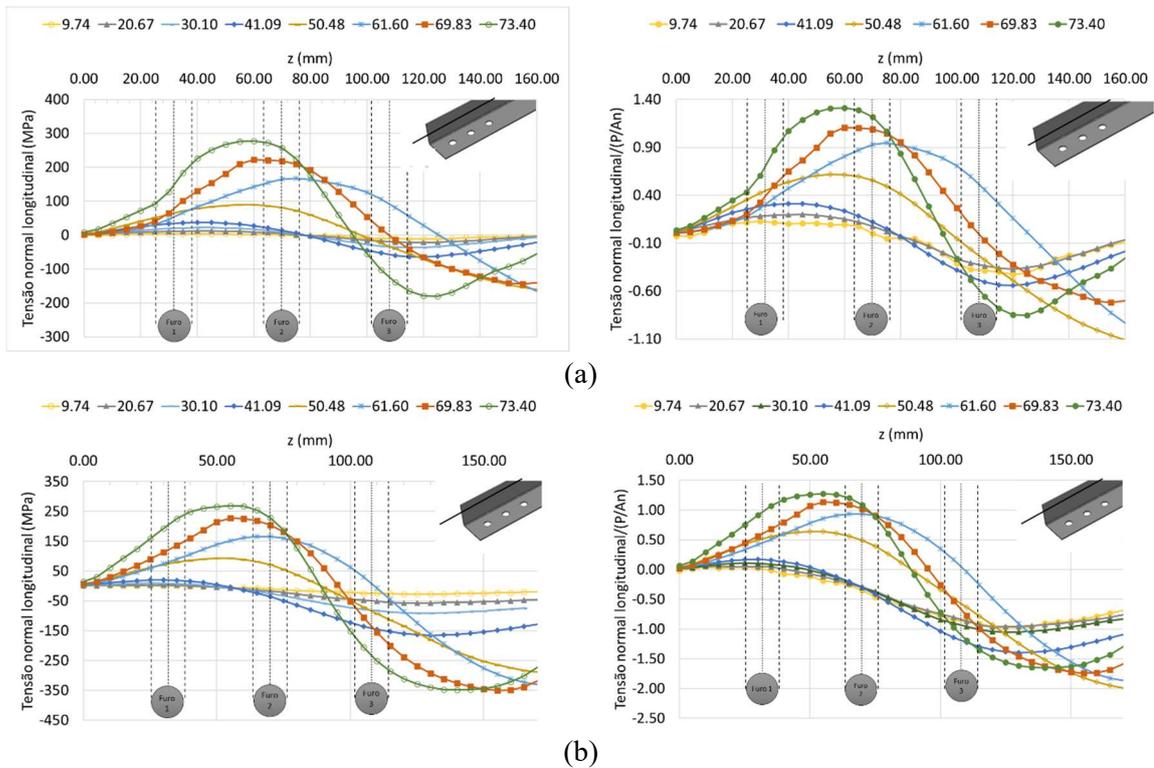


Figura 6.94 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na  $\frac{1}{2} b_d$  e (b) a  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre da cantoneira E131, para diferentes forças.

As tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) estão dispostas na Figura 6.95.

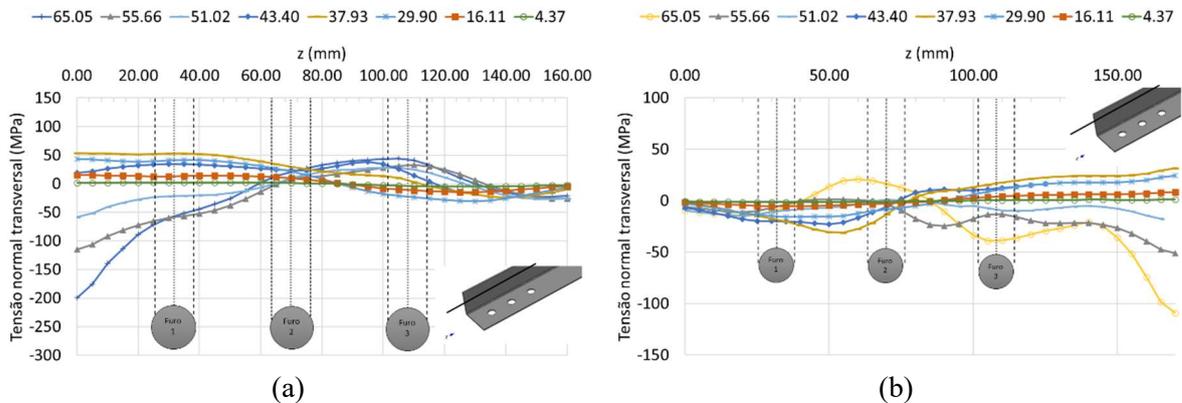


Figura 6.95 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na  $\frac{1}{2} b_d$  e (b) a  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre da cantoneira E131, para diferentes forças.

Os comportamentos das tensões nos cortes longitudinais da aba desconectada ( $b_d$ ) foram similares aos das cantoneiras L50x2.24. Dessa forma, observou-se uma tendência de tensão nessa região de não linearidade.

### 6.3.5 Cantoneira F131 – L80x100x2.34

A cantoneira de abas desiguais L80x100x2.34 com três seções de parafusos conectados pela menor aba tem os resultados numéricos exibidos nessa subseção. Nessa cantoneira  $b_c$  vai de 0 – 80 mm em coordenadas locais  $x$  e  $b_d$  de 80 - 180 mm. Na Figura 6.96 está exposta a tensão longitudinal axial ( $\sigma_z$ ) nas seções transversais dos furos.

O furo interno apresentou maior valor de tensão normal (Figura 6.96), como nos modelos anteriores. A máxima tensão em cada seção foi 594 MPa, 499 MPa e 477 Mpa, respectivamente, nos furos 3, 2 e 1. A diferença entre valores extremos foi de 24 %. O comportamento das tensões na aba desconectada até a força de 62.45 kN possuíram comportamento quase linear. Mas, quando iniciada a inversão de sinal de tensão ou o ponto de inflexão a curva de tensão foi modificando a forma e apresentou um mínimo na concavidade, que também ocorreu a  $\frac{1}{2} b_d$  e  $\frac{1}{4} b_d$  da sua borda livre. A redução da tensão no sentido da borda livre continuou com um comportamento assíntoto ao perímetro do furo.

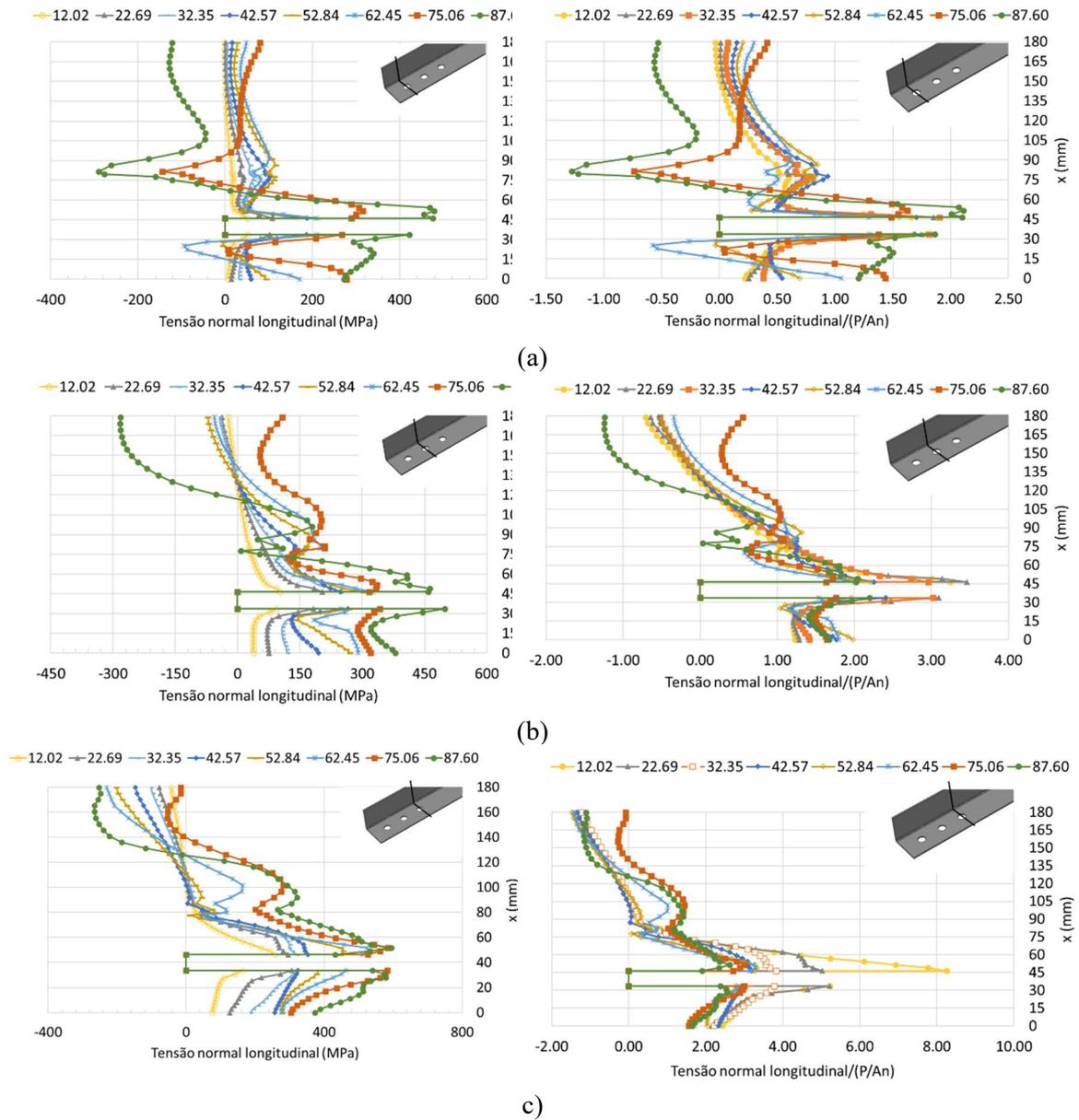


Figura 6.96 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira F131, para diferentes forças.

A normalização da tensão foi máxima na borda do furo mais interno (Figura 6.96), com valor de 8.25, valor entre os encontrados em A131 e E131. No furo 1 o valor foi de 2.11 e no furo 2 foi de 3.46. A deformação em cada seção transversal está na Figura 6.97.

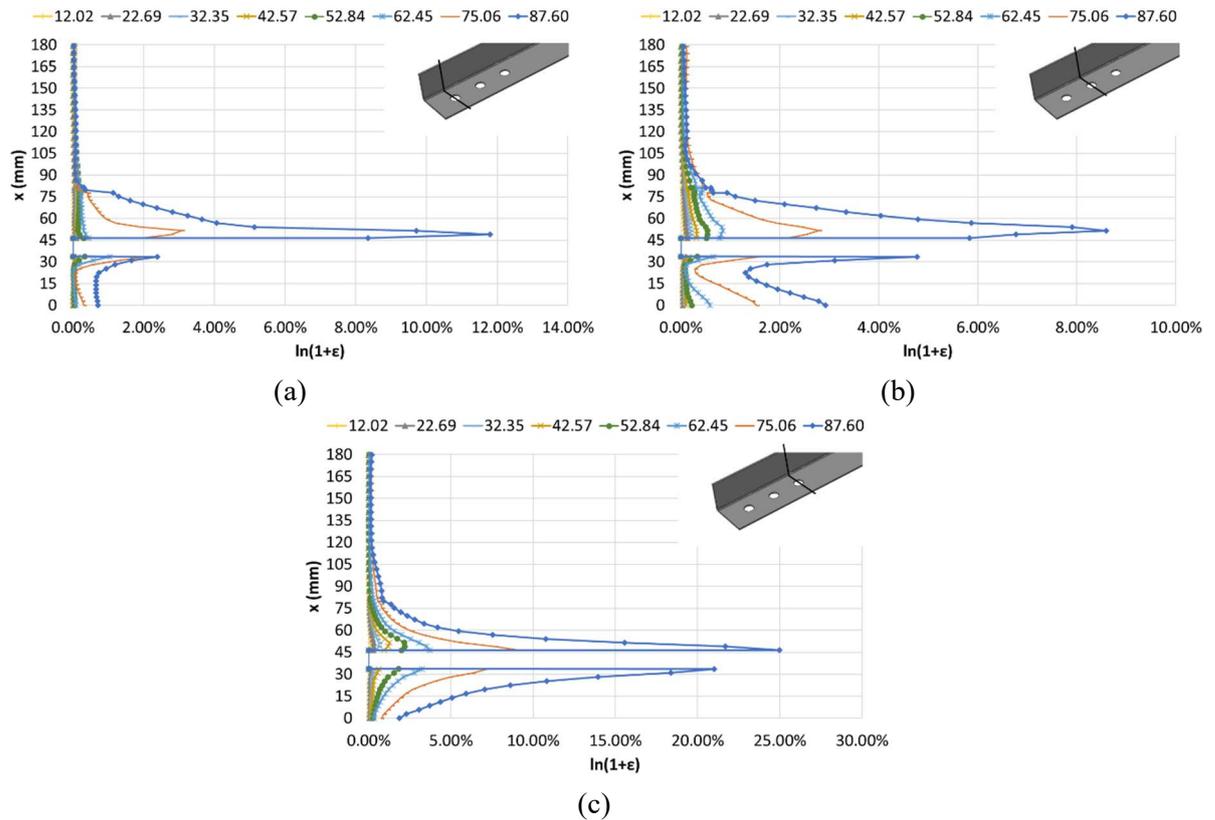


Figura 6.97 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\epsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira F131, para diferentes forças.

As deformações logarítmicas nos furos 1 e 2 apresentaram valor inferior (em mais de 50%) ao do furo 3 (Figura 6.97). A deformada experimental e numérica foi semelhante (Figura 6.27) e se observou a diferença da deformação no entorno desses furos. O furo 3 mostrou deformações superiores a  $\epsilon^{pl}_U$  na borda do furo, com uma redução de valor exponencialmente em direção à borda livre. As tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) nas seções dos conectores da F131 são expostas na Figura 6.98.

A  $\sigma_x$  demonstrou valor máximo na seção dos furos 1 e 2, ocorrendo sempre na borda do orifício (Figura 6.98(a)). No furo 3 o valor máximo de tensão foi de 400 MPa e o seu comportamento foi periódico com ponto de inflexão aproximadamente em  $\frac{1}{2} b_d$ .

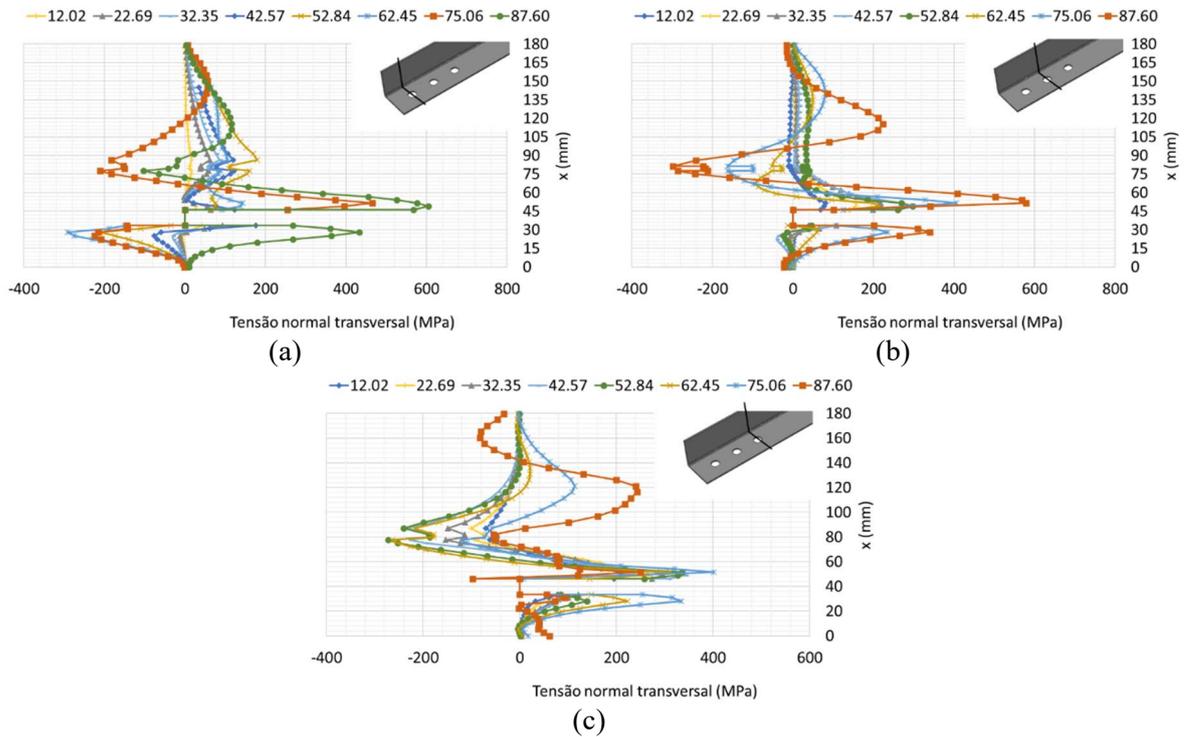


Figura 6.98 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira F131, para diferentes forças.

Os valores de tensões e deformação na seção longitudinal nos furos constam na Figura 6.99.

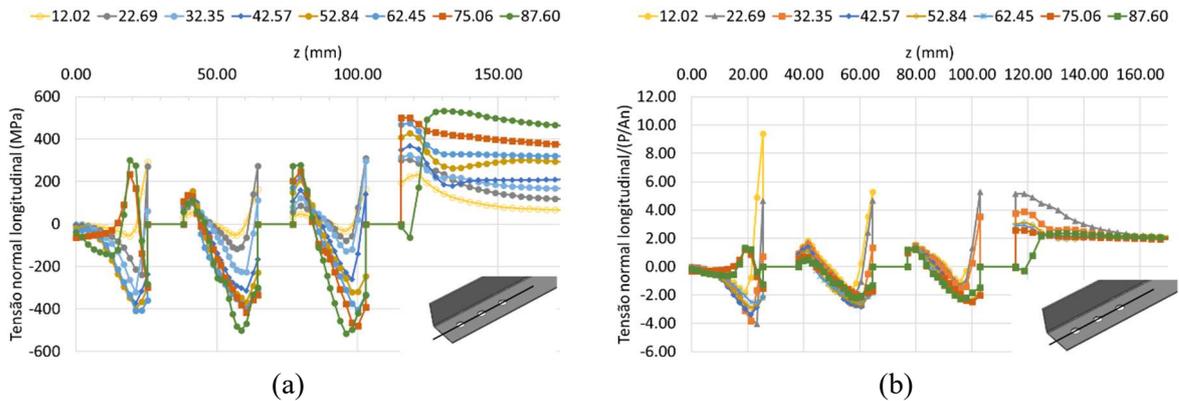


Figura 6.99 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira F131, para diferentes forças.

As tensões longitudinais (Figura 6.99) nas regiões de contato entre chapa e fuste do parafuso se apresentaram em média de  $-400$  MPa, e a distância de região de compressão entre furos resultou em média de  $1.35d$ . A máxima tensão de tração ocorreu no perímetro do furo 3 com valor de  $530$  MPa. Nessa região, a tensão normalizada alcançou um valor de  $5.14$  quando

a força aplicada foi de 22.69 kN. As tensões transversais ( $\sigma_x$ ) e a deformação (LE) estão na Figura 6.100.

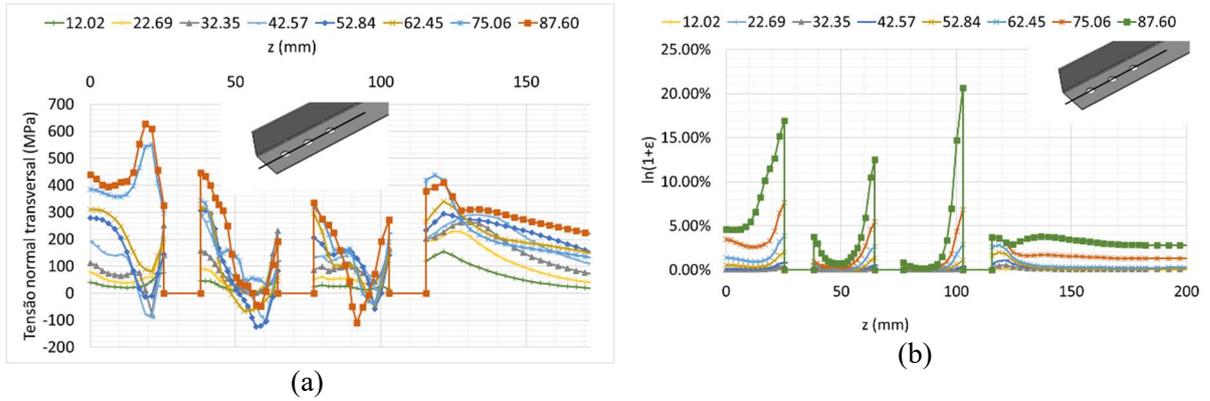


Figura 6.100 – Seção de (a) tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) e (b) deformação logarítmica (LE) na seção longitudinal no centro dos furos da cantoneira F131, para diferentes forças.

As tensões normais axiais nos cortes longitudinais na aba desconectada estão na Figura 6.101.

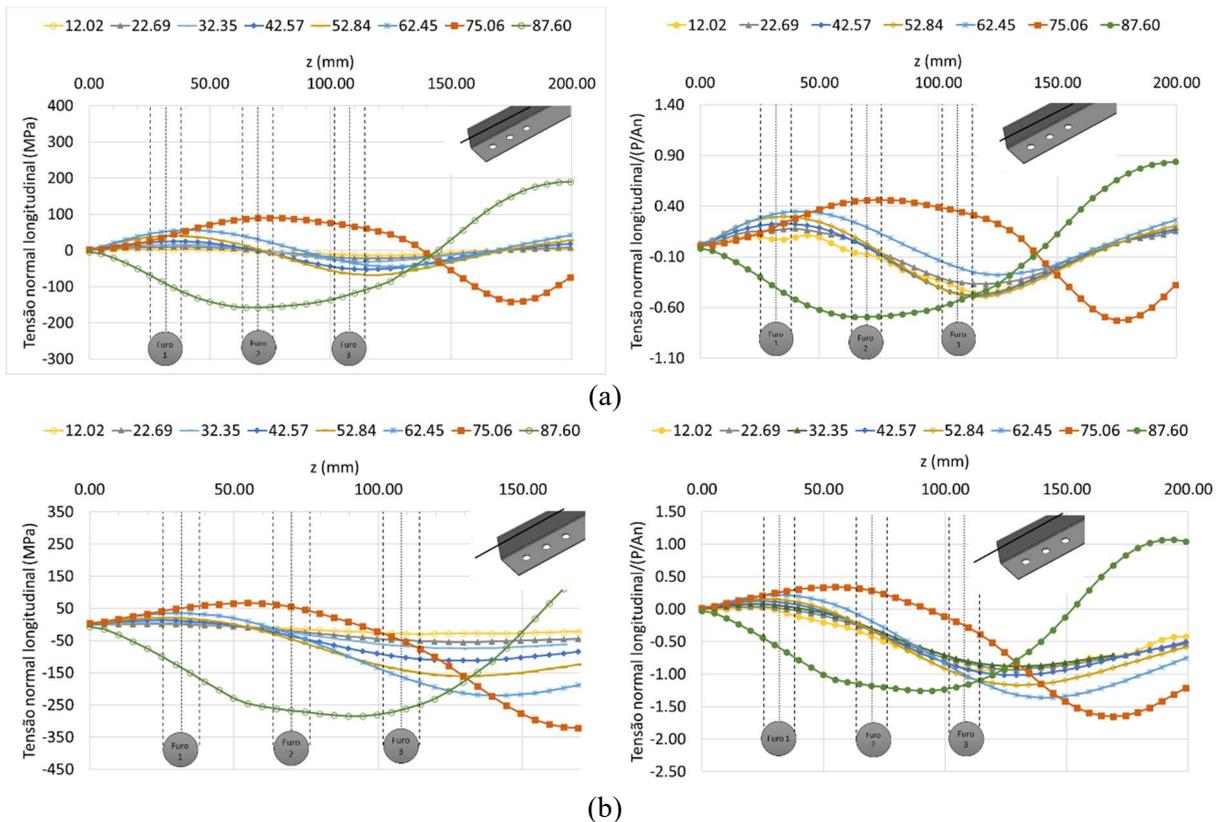


Figura 6.101 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na  $\frac{1}{2} b_d$  e (b) a  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre da cantoneira F131, para diferentes forças.

A tensão normal transversal na seção longitudinal que passa pelos orifícios teve valores máximos no furo 1, que é o mais externo à conexão, como se vê na Figura 6.100(a). As deformações máximas nessa seção ocorreram na região de contato do parafuso com a chapa no terceiro furo, condizente com o experimental, que teve um alargamento nessa região.

Nas duas posições avaliadas de  $b_d$  a tensão foi menor que a aplicada na cantoneira, os valores de tensão normalizada estiveram próximos a  $0.50$  (Figura 6.101). Na faixa em que está o terceiro furo a aba desconectada encontrou-se sob compressão, invertendo o sentido de tensão apenas nas últimas cargas, próximo à ruptura. As tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) estão expostas na Figura 6.102.

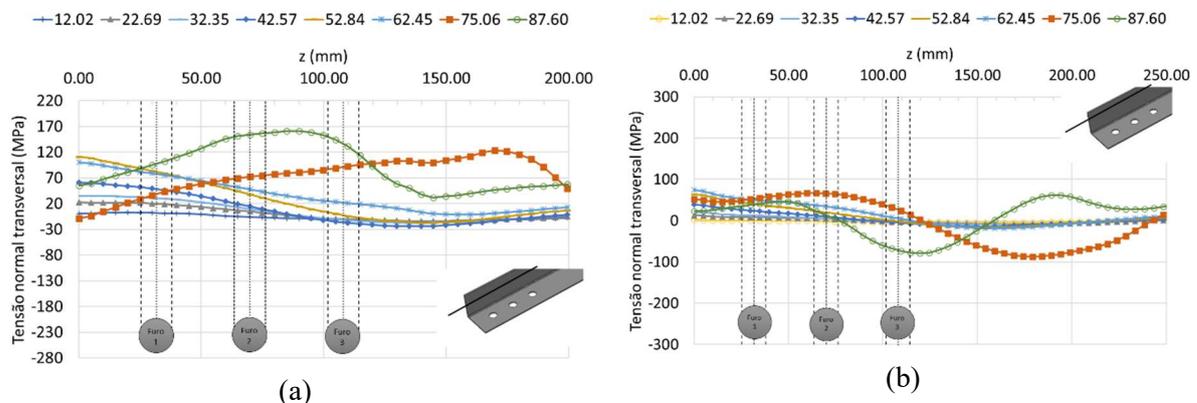


Figura 6.102 – Seção de tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na  $\frac{1}{2} b_d$  e (b) a  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre da cantoneira F131, para diferentes forças.

Os comportamentos das tensões nos cortes longitudinais da aba desconectada ( $b_d$ ) foram similares aos das cantoneiras L50x2.24. Na próxima subseção faz-se o estudo sobre a cantoneira com dois furos por seção transversal.

### 6.3.6 Cantoneira B232 – L80x3.53

A cantoneira com duas linhas de conectores e três seções conectadas é agora avaliada. Nessa cantoneira  $b_c$  vai de  $0 - 80$  mm em coordenadas locais  $x$  e  $b_d$  de  $80 - 100$  mm. A Figura 6.103 mostra a tensão longitudinal axial ( $\sigma_z$ ) nas seções transversais dos furos.

Com dois orifícios por seção transversal ocorreram picos de máximo com decréscimo exponencial nas bordas dos furos (Figura 6.103). A partir da força de  $52.99$  kN já ocorreu a linearização da tensão na seção transversal do furo 3, Figura 6.103(c), sendo a seção em que ocorreu a ruptura. A máxima tensão em cada seção foi  $602$  MPa,  $396$  MPa e  $379$  MPa, respectivamente, nos furos 3, 2 e 1. Na curvatura para início da aba desconectada ( $b_d$ ) ( $x = 80$  mm) a tensão sofreu inversão de taxa de crescimento. A compressão em  $b_d$  se iniciou a uma

distância de  $\frac{1}{2} b_d$  na terceira seção transversal de furos (furos mais internos) e foi se aproximando da borda livre de  $b_d$  na seção com os primeiros conectores.

A tensão normalizada teve máximo valor nos furos próximo a  $b_d$ , na borda interna à cantoneira (Figura 6.103). A terceira seção transversal de conectores apresentou valor de 4.32, mais que o dobro das outras seções que resultaram em 2.11 e 1.37. Na aba desconectada a tensão normalizada alcançou aproximadamente -1.00, quando atuou a força de 85.34 kN e 99.97 kN, isso ocorreu na terceira seção conectada (interna). Nas primeiras conexões houve compressão, mas em menor intensidade.

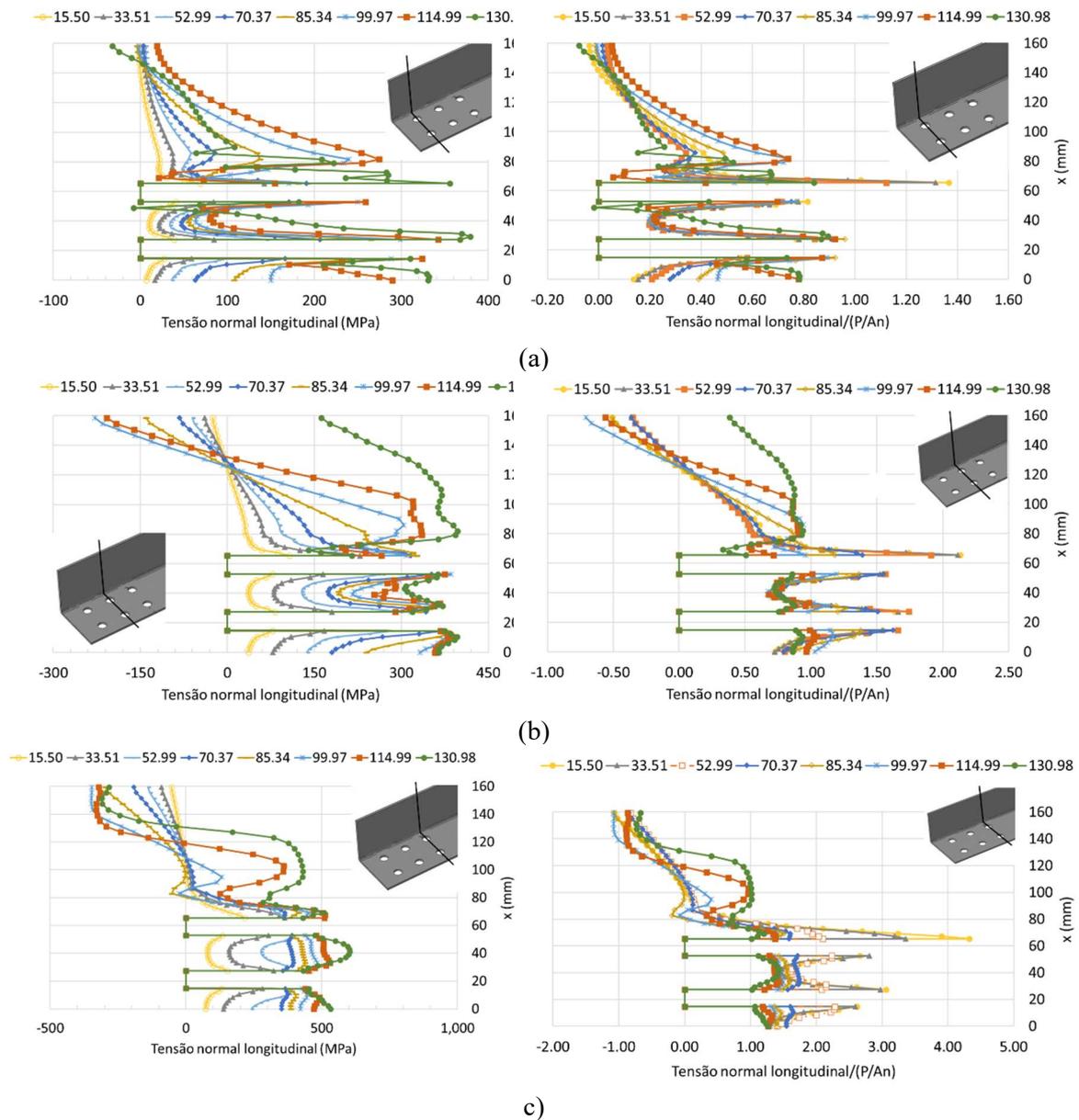


Figura 6.103 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira B232, para diferentes forças.

Observando a deformada experimental (Figura 6.55) se notou que não houve um deslocamento brusco de  $b_d$ , como nos casos A141, A131 e A121, estando este encurvamento (instabilidade) relacionado com a compressão nessa aba. A deformação logarítmica máxima (LE) em cada seção transversal está na Figura 6.104.

As deformações logarítmicas foram máximas na terceira seção transversal de conectores (Figura 6.104(c)), sendo que na força de 130.98 kN já ultrapassava a  $\varepsilon^{pl}_U$  entre os orifícios e entre furo e borda livre, sendo condizente com o experimental. As outras seções de conectores mostraram baixa deformação, mas já estavam em limites da região plástica.

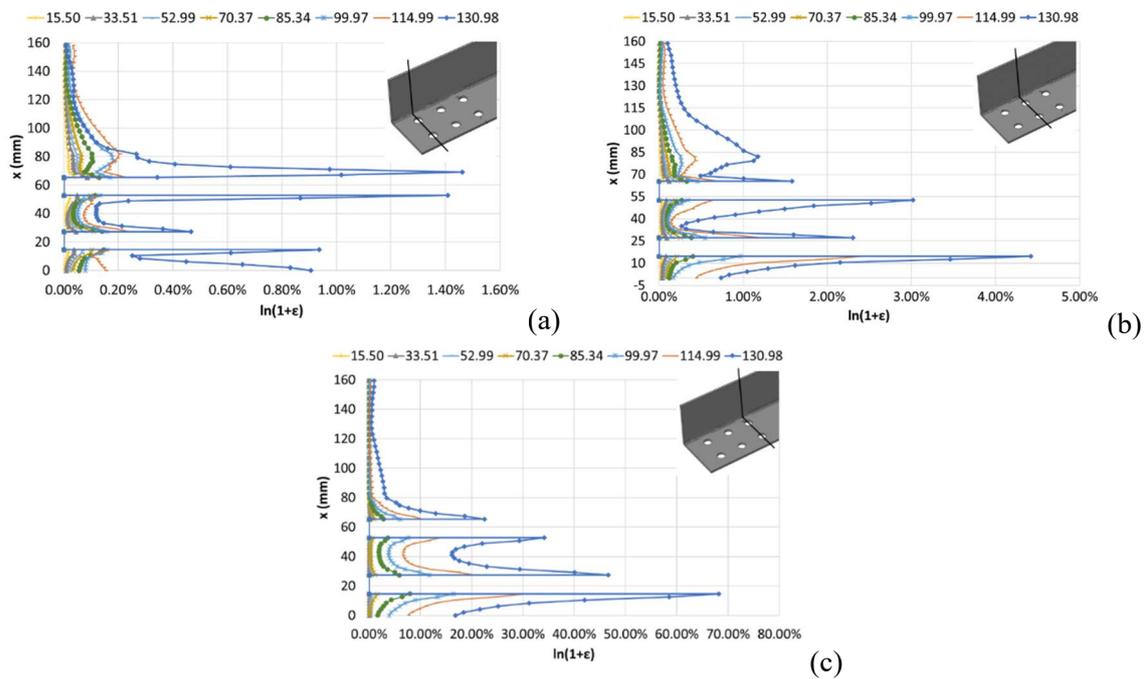


Figura 6.104 – Deformação logarítmica ( $\ln(1+\varepsilon)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira B232, para diferentes forças.

As tensões normais transversais nas três seções com conectores constam na Figura 6.105. A tensão normal transversal (Figura 6.105) sofreu elevada variação ao longo da seção, sendo que na seção transversal dos primeiros furos ocorreu o máximo valor na força de ruptura.

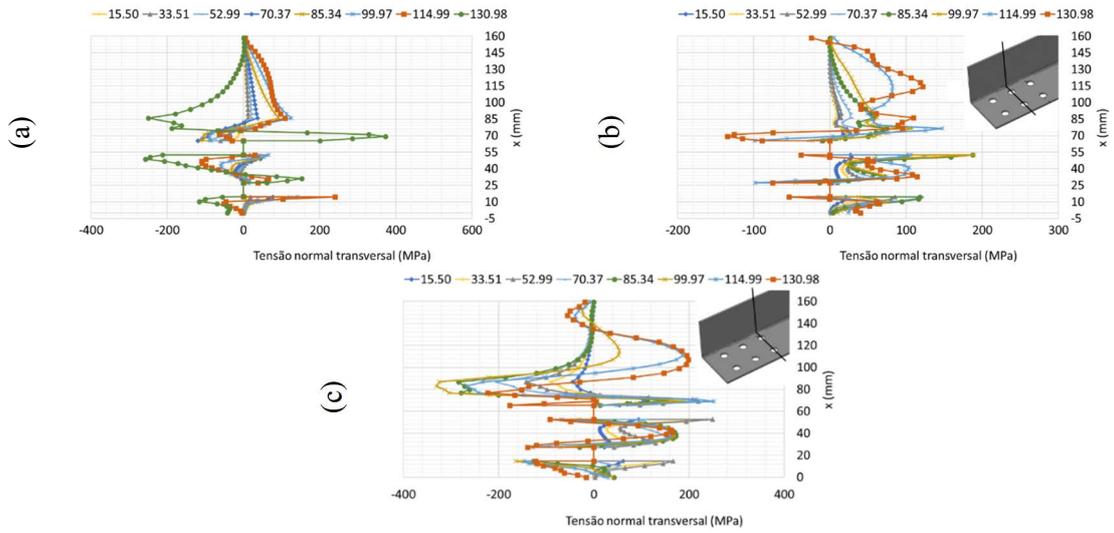


Figura 6.105 – Tensão normal transversal ( $\sigma_x$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira B232, para diferentes forças.  
Os valores de tensão de Von Mises estão dispostos na Figura 6.106.

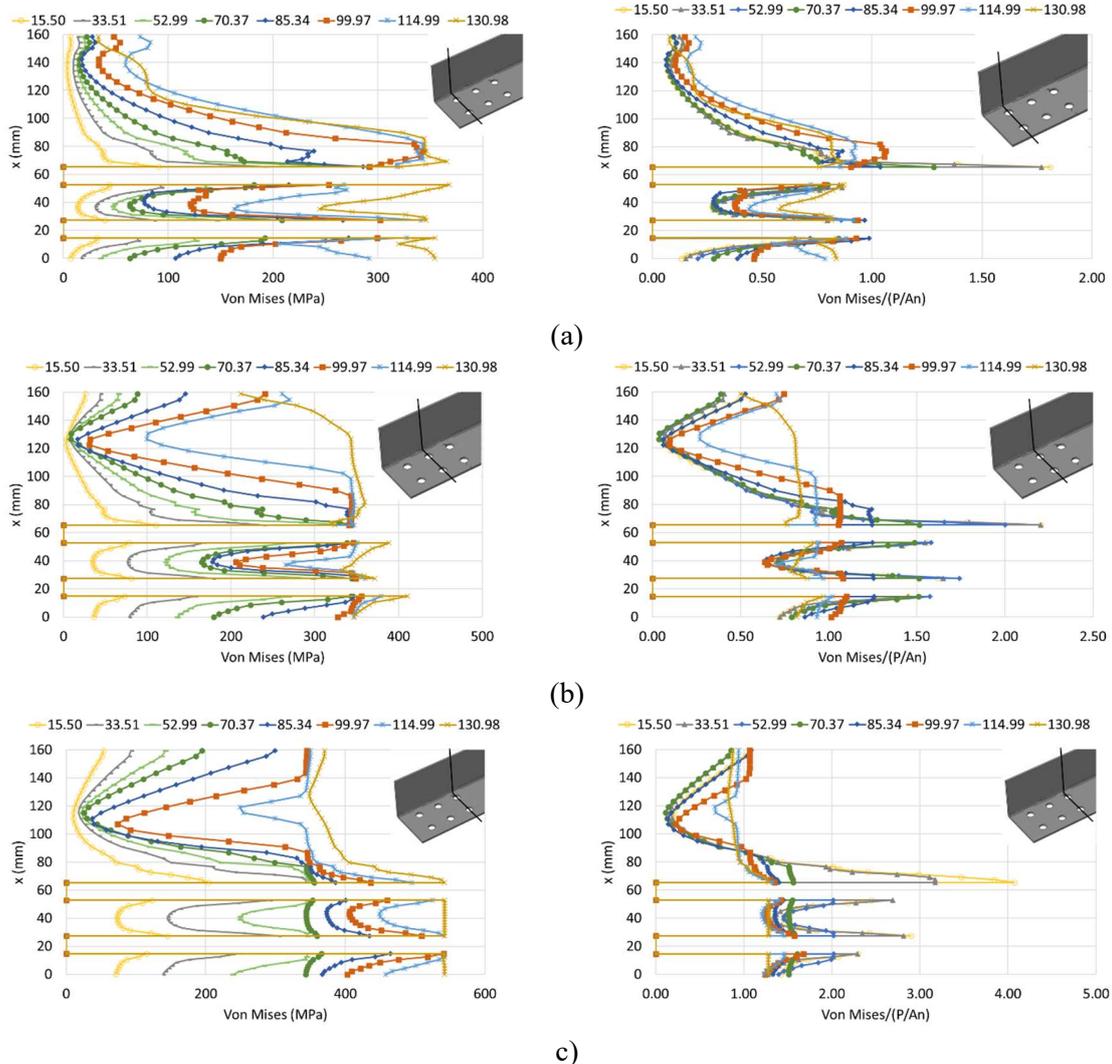


Figura 6.106 – Seção de tensões de Von Mises ( $\sigma_{Von Mises}$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_{Von Mises} / (P/A_n)$ ) no (a) furo 1, (b) furo 2 e (c) furo 3 na cantoneira B232, para diferentes forças.

As máximas tensões de Von Mises (Figura 6.106) ocorreram nas bordas dos orifícios com valores muito próximos naquela seção transversal. O traçado do perfil de tensão continua teve valor de mínimo entre  $\frac{1}{2} b_d$  e  $\frac{1}{4} b_d$ . A tensão normalizada apresentou valor máximo na terceira seção transversal com furos (4.07), na segunda seção o valor foi de 2.20 e na primeira de 1.81. Os valores de tensões e deformação na seção longitudinal nos furos são expostos na Figura 6.107.

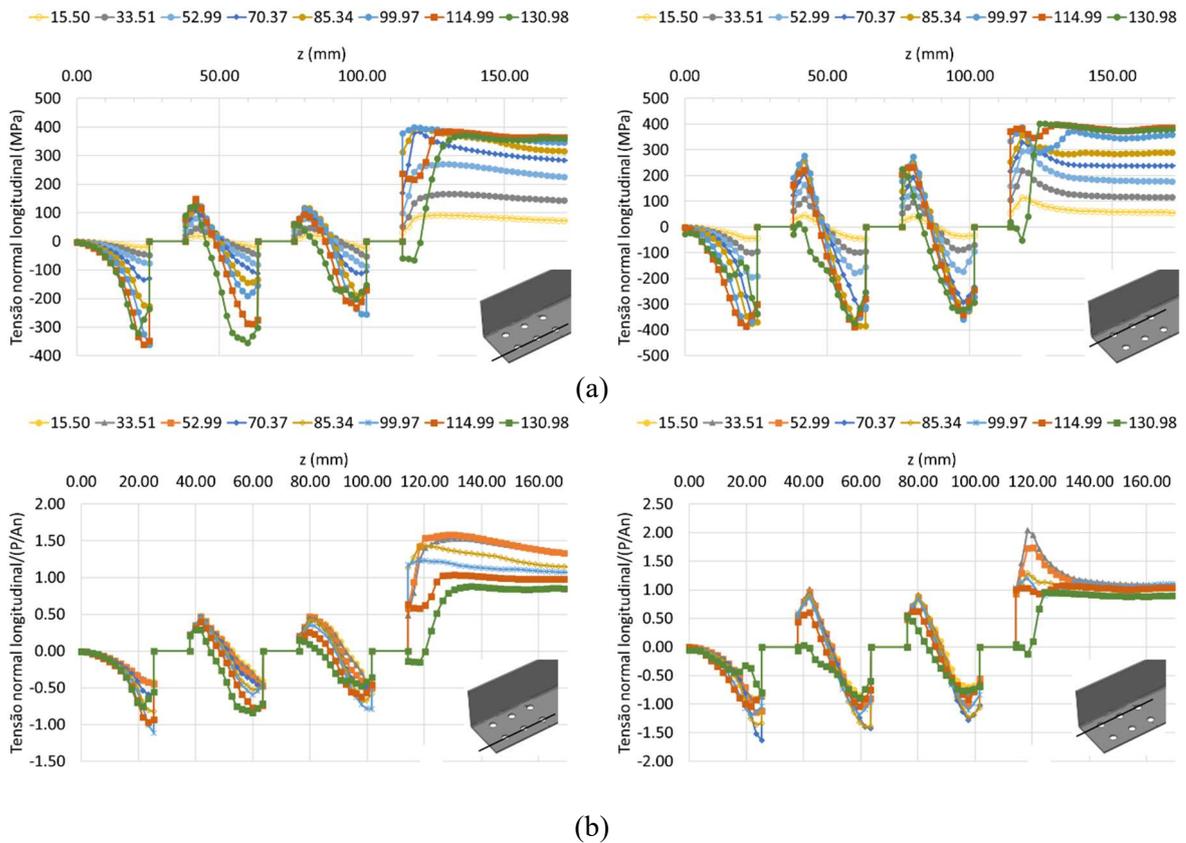


Figura 6.107 – Seção de (a) tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e (b) tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) nas seções longitudinais no centro dos furos da cantoneira B232, para diferentes forças.

Longitudinalmente (Figura 6.107), observou-se a tensão no bulbo de esmagamento entre o parafuso e a cantoneira. Mesmo aumentando o número de linhas de conectores o comportamento foi idêntico, com tensões de compressão de 400 MPa nas faces de contato e término das tensões de compressão a aproximadamente  $1.35d$ . Após a última seção de conectores ocorreu a tensão de tração de 400 MPa, muito próxima das cantoneiras com uma linha de conectores. As deformações (LE) estão na Figura 6.108.

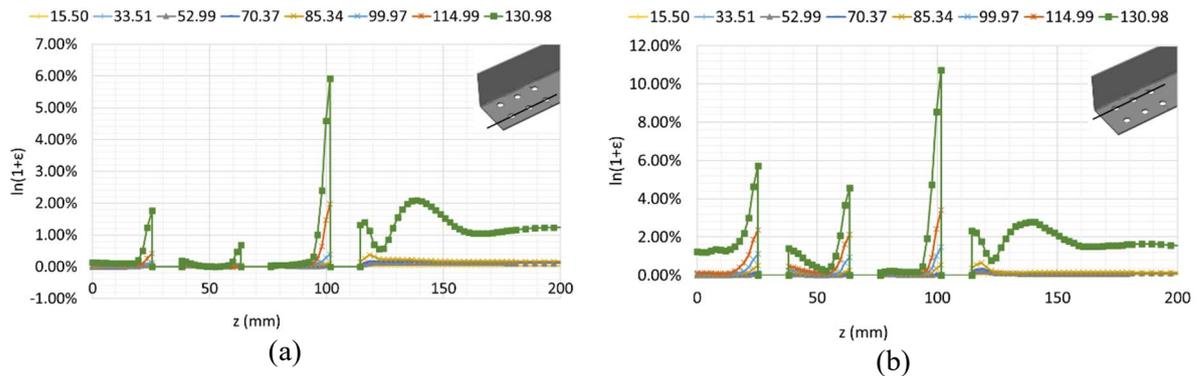


Figura 6.108 – Deformação logarítmica (LE) nas seções longitudinais no centro dos furos da cantoneira B232, para diferentes forças.

No perímetro dos orifícios da primeira e da terceira seção de conectores ocorreram as máximas deformações (Figura 6.108). As tensões e deformações na aba desconectada estão na Figura 6.109.

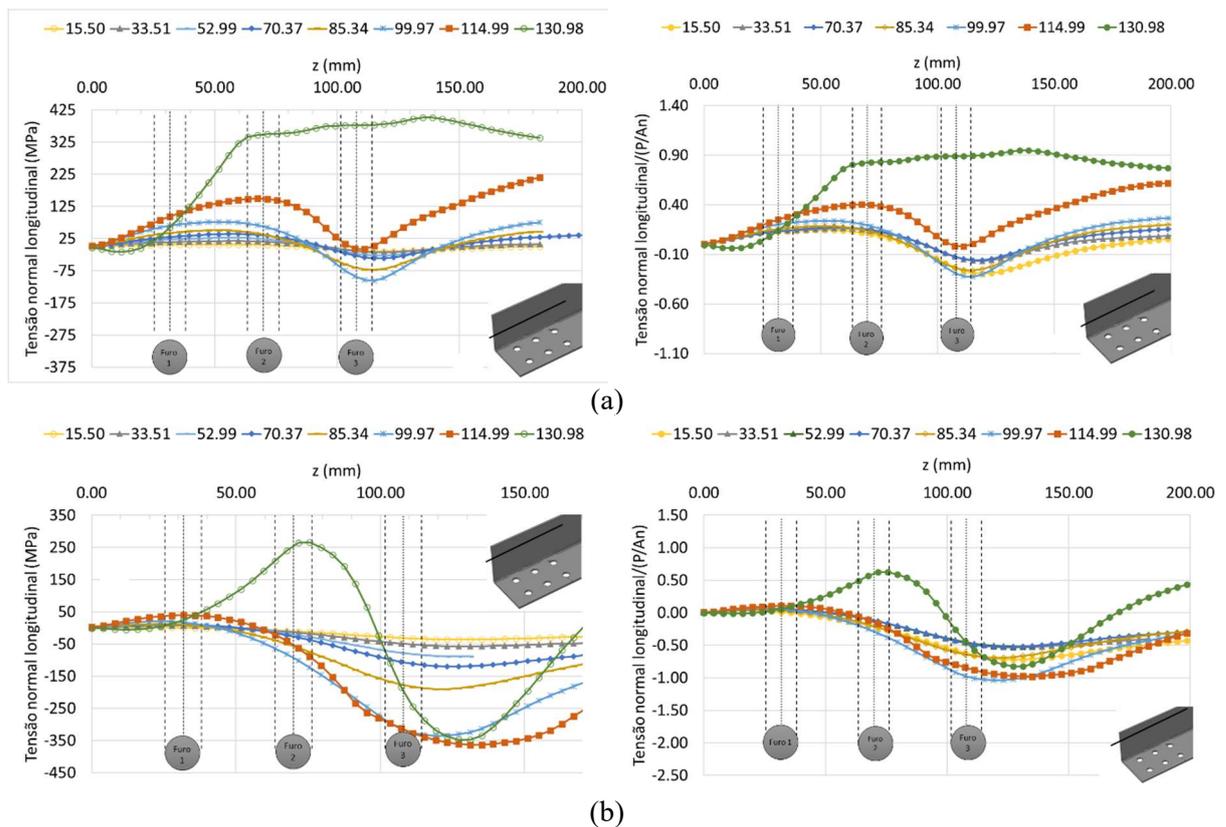


Figura 6.109 – Seção de tensões normais axiais ( $\sigma_z$ ) e tensão normalizada ( $\sigma_z/(P/A_n)$ ) na seção longitudinal da aba desconectada (a) na  $1/2 b_d$  e (b) a  $1/4 b_d$  da borda livre da cantoneira B232, para diferentes forças.

Na seção transversal com os conectores mais internos houve o mesmo comportamento de ponto de mínimo de tensão axial que ocorreu no modelo A131, mas na seção de furos mais externos esses valores não seguiram o mesmo comportamento, permanecendo com valores

inferiores a 125 MPa (Figura 6.109). Comparando as seções com uma linha de conectores e com duas linhas os comportamentos em quase todas as seções foram próximos, exceto na aba desconectada. Destaca-se que a aba desconectada teve deformadas muito diferentes. Outra diferença encontrada foi nas tensões longitudinais normalizadas, assunto a ser tratado na próxima seção.

Outros dois pontos de destaque extraídos destes resultados foi a altura em que ocorreu o ponto de inflexão das tensões normais axiais, que foi muito próximo nas seis cantoneiras. Este estudo vem somar na avaliação do comportamento de *shear lag*, pois em experimento de laboratório é quase impossível aferir as deformações e tensões em tantos pontos, e principalmente entre a cabeça do parafuso e a chapa.

### 6.3.7 Tensão longitudinal normalizada

Os resultados apresentados aqui para a aba conectada dos perfis de tensão normal condizem com a teoria de Timoshenko e Goodier (1970) para chapas sob tração com orifício circular. Sendo que do mesmo modo houve uma amplificação do valor da tensão no perímetro do furo, dessa forma, buscou-se avaliar em diferentes condições os valores de tensão normalizada (Figura 6.110).

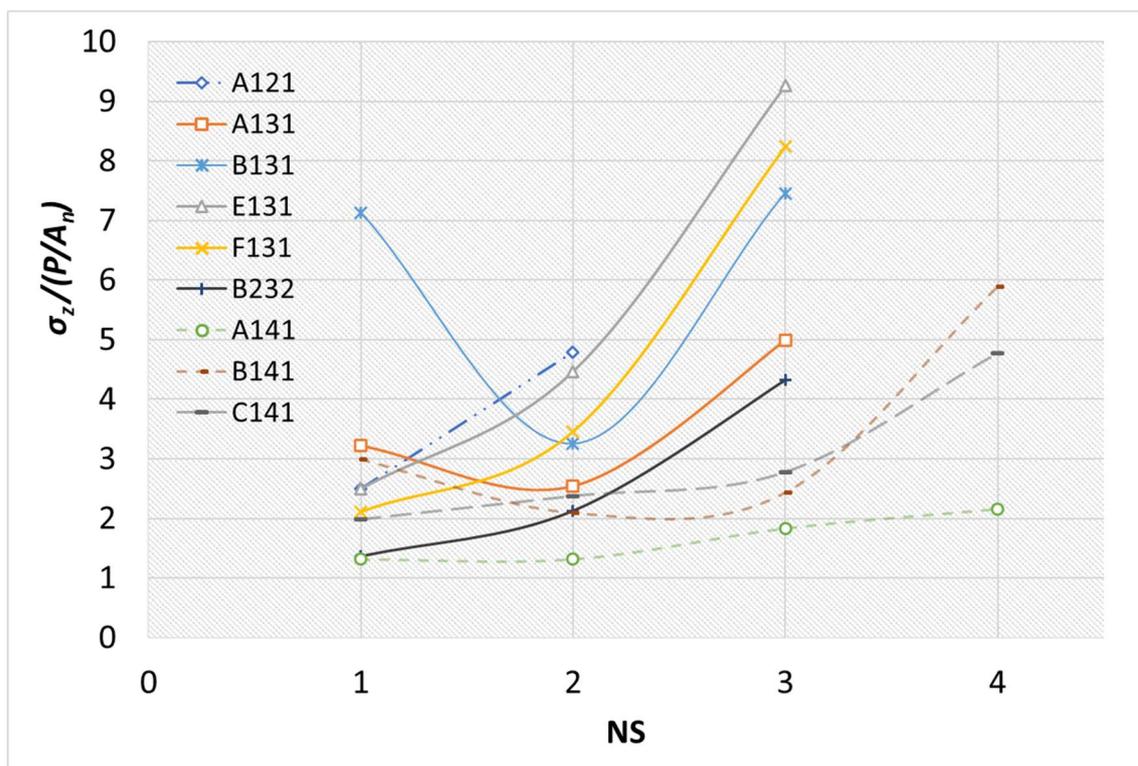


Figura 6.110 – Tensão normalizada nas seções transversais de conectores de 9 cantoneiras.

Diante disso, modificando as dimensões das abas ocorreram valores diferentes entre as seções transversais dos conectores, mesmo com a quantidade de seções conectadas sendo a mesma (Figura 6.110). As tensões normalizadas máximas sempre se situaram na borda do furo da seção mais interna, e nas demais seções de conectores normalmente tiveram um comportamento decrescente.

## 6.4 RESUMO

Este modelo numérico de tração com conectores é complexo devido à quantidade de contato em uma região e as tensões não lineares atuantes. Além da complexidade por *shear lag* pode-se pontuar ainda a dificuldade devido aos possíveis modos de ruptura do perfil, que nas regiões de conexões podem ocorrer por compressão, fratura ou esmagamento. Então, configurar para que o modelo transmita os esforços e consiga representar o modo de ruptura por seção líquida é uma tarefa árdua.

O ensaio de tração foi realizado em regime quase-estático, aplicando velocidade na garra móvel. Foi realizada a consideração de regime elasto-plástico para os materiais, alcançando forças máximas próximas do valor experimental e as curvas de força vs deslocamento tenderam ao mesmo comportamento (6.2.1, p. 97). Depois, para aprimoramento do modelo numérico, foi inserido o dano dúctil de metais e o critério de Johnson-Cook, obtendo-se bons resultados para a ruptura por fratura do material, conseguindo valores de deslocamentos e forças contíguos. Para o regime elasto-plástico, foram realizados 29 casos numéricos, e em todos eles os comportamentos foram similares aos experimentais (APÊNDICE A, p. 188).

O êxito no modelo de tração foi suficiente, com uma média de erros de 1.95% de subestimativa dos valores de força última. O coeficiente de variação desse erro também foi baixo, e o coeficiente de variação da força última do modelo experimental (0.3134) e do modelo numérico (0.3247) foi próximo, o que é um indicativo de semelhança de comportamento.

Na análise dos perfis de tensão foi possível avaliar a influência da não linearidade geométrica e do material, sendo que o comportamento dos perfis de tensão se modificou com a ascensão da força, mas em todos os momentos houve um comportamento não linear. Merece destaque a ocorrência de um ponto de inflexão de tensão na aba desconectada. Além disso, verificou-se que esse ponto permaneceu entre  $\frac{1}{2} b_d$  e  $\frac{1}{4} b_d$  da borda livre em todos os modelos. E também, a partir deste instante de carregamento, a aba passou a ter uma tensão de compressão, que se justifica devido à excentricidade das conexões na peça.

Outra não linearidade geométrica nessa conexão são os orifícios na chapa cantoneira, sendo que Timoshenko e Goodier (1970) apresentam a metodologia de cálculo para amplificar as tensões nessas regiões de borda do furo, mas para o perfil cantoneira não há descrição em nenhuma literatura. Mas aqui se comprovou que o comportamento das tensões nas bordas do furo em direção à borda livre foi similar à chapa, máximo valor no perímetro do furo com redução assintota em direção à borda livre. Mas, na direção da aba desconectada essa redução ocorreu até se aproximar da dobra da cantoneira onde a tensão normal às vezes procedeu com valores próximos e em outras foi ponto de inflexão.

Para a não linearidade física, foram apresentadas as deformações logarítmicas (LE), identificando em qual força aplicada a peça já estava na plasticidade ( $LE > \varepsilon_f^U$ ), além da extensão que essa plasticidade alcança. Como pôde ser visto a extensão da aba conectada apresentou baixa deformação, enquanto na borda dos furos o valor foi elevado e reduziu em direção à extremidades da aba conectada. Na linha longitudinal que passa no centro dos furos também se observou valores consideráveis de deformação, sendo máximos na seção com os conectores mais internos à cantoneira.

As tensões normais transversais ( $\sigma_x$ ) também apresentaram não linearidade e valores máximos nas primeiras seções de conectores. Mesmo não estando na direção de força aplicada, essa tensão causou interferência no alcance da tensão de ruptura, assim também foi representado o comportamento das tensões pelo critério de Von Mises. Neste caso, ficou mais nítida a variação da taxa de incremento de tensão.

Na longitudinal da aba desconectada avaliou-se a inversão do sentido da tensão com o incremento de carregamento e a não linearidade dessa tensão se modificou nas posições em que estavam os conectores. Nos períodos iniciais se obteve um comportamento mais linear.

Comparando as geometrias, foi possível avaliar que nas cantoneiras de abas iguais houve uma tensão normalizada próxima a 1 na aba desconectada, reduzindo para fatores de compressão, e nas cantoneiras de abas desiguais (E131 e F131) ocorreu uma tensão normalizada superior a 1 (amplificação de tensão). O número de seções com conectores não modificou a distribuição de tensão, mas faz com que os furos mais internos tivessem uma tensão normalizada maior que as outras seções de conectores. Quando houve duas linhas de parafusos (dois furos por seção) avaliou-se que a região entre os conectores permaneceu quase toda com altos valores de concentração de tensão, mas garantiu um comportamento com menos inflexões na aba desconectada, o que resultou em melhor estabilidade da mesma.

Essas são as principais observações deste capítulo, mas se deve lembrar que a avaliação consta de instantes em que o material está em regime elástico e em outros no plástico, com não linearidade geométrica que já causou ou não deslocamento (instabilidade) da aba desconectada. Portanto, um grande passo foi dado para compreender as tensões e ainda avaliar as influências das não linearidades geométricas em cada seção com conectores e na extensão da conexão, região em que ocorre o *shear lag*.

## 7 CONCLUSÕES

O efeito de *shear lag* é uma das principais causas de ruptura em conexões. Mas a variabilidade destes modelos ainda se apresenta elevada. Assim, com os dados experimentais foi possível caracterizar os parâmetros estatísticos das variáveis e encontrar os coeficientes de variação, as funções densidades de probabilidade aproximada e as correlações entre as variáveis.

Os valores de correlações não ultrapassaram  $0.60$  em módulo, indicando um fenômeno que não é governado fortemente por uma variável. Mas, considerando o coeficiente de redução de seção líquida,  $C_t$ , encontrou-se uma correlação de  $-0.55$  com o número de seções conectadas (NS), com a excentricidade e o comprimento de conexão. O número de seções transversal de conectores teve alta influência na variabilidade do valor da força de ruptura última. Também se realizou análise da influência de cada variável no valor de predição e no experimental, que é uma das metodologias de análise de sensibilidade.

A representatividade estatística dos modelos foi coerente, possuindo a mesma distribuição probabilística, encontrada por verossimilhança, que os valores experimentais, com exceção do EN 1993:2002. Depois se averiguou a conformidade entre os valores experimentais e um conjunto de cinco equações de predição referência na literatura, entre elas: a AISI:2016, a NBR 14762:2010 e o EN 1993:2005. Obteve-se diferentes médias e desvios dos modelos, apresentando ainda elevada dispersão e modelos conservativos em diferentes porcentagens.

O modo de predição de ruptura experimental e de predição foi desordenado, indicando dificuldades em uma definição de uma equação precisa e com baixa dispersão para o mesmo. Isso devido à complexidade do problema. Para todos os modelos se verificou que o número de seções conectadas interferiu na redução do desvio de erro da predição, indicando uma tendência de propagação de erros por essa condição.

Com a inserção das incertezas das variáveis foi possível observar que as predições que dependem de mais variáveis tiveram um abaulamento (ocorre uma dispersão de resultados em direção as caudas) em sua função densidade, reafirmando a importância da consideração das incertezas das variáveis. A função desempenho de todos os casos teve elevada área na região de falha, indicando a necessidade de um valor maior de coeficiente de calibração para a confiabilidade do sistema.

Por meio da teoria de conversão em valores de projeto apresentada pelo EN1990 concluiu-se que o EN1993 destaca o uso de um coeficiente de minoração ( $\gamma$ ) menor que o calculado com o conjunto de resultados experimentais avaliados (aço COR 420), sugerindo o

uso de 1.25 e o calculado foi de 1.66. Os demais códigos apresentaram valores conservativos. Quando considerados os casos de uma seção conectada a dispersão e o coeficiente de calibração devem ter um valor muito superior, e como nos experimentos foram relatados vários casos que romperam por esmagamento, aconselha-se não utilizar essa configuração. A predição definida em Paula, Bezerra e Matias (2008) resultou em menores coeficientes de calibração, indicando a qualidade da sua equação. Os valores dos coeficientes podem ser consultados na seção 5.8.

Com a complexidade e os erros dos modelos de predição, este trabalho também objetivou usar o método de elementos finitos para avaliação da capacidade última do perfil cantoneira. Utilizando o *software Abaqus*<sup>®</sup> se concluiu com êxito o modelo de tração, com condição quase-estática, aplicando uma velocidade no modelo com crescimento tabular, sendo a mesma configuração aplicada pela máquina de tração. Por mais que o modelo seja complexo, com várias condições de contato, ele conseguiu precisão de 1.95% na predição de força última e as deformadas dos perfis cantoneiras foram símeis.

Dessa forma, o modelo se encontra validado para simular a ruptura por seção líquida da cantoneira independentemente do número de seções conectadas e da quantidade de parafusos por seção. O modelo numérico também apresentou precisão nos casos de projeto em que os furos são utilizados de modo excêntrico à aba conectada e em perfis cantoneira com abas desiguais, conectados pela menor aba.

Esses casos foram avaliados considerando o regime elasto-plástico tri-linear para o aço COR 420. Também se realizou modelos considerando o dano do material, as propriedades do dano do aço formado a frio (COR 420) foram inseridas considerando o dano dúctil (relação entre deformação de fratura e tensão triaxial) e a formulação de dano por Johnson-Cook. Essas propriedades foram calculadas levando em conta o ensaio de tração de caracterização do material. Dessa forma, foi possível realizar as verificações de eficiência de conexão utilizando o modelo de elementos finitos com as considerações do dano.

Foram extraídos os valores de tensões e deformações nos elementos finitos ao longo de seções na região de *shear lag*. Esses valores apresentaram variação não linear em todas as seções transversais, com concentração na borda dos furos em intensidade de cinco a oito vezes o valor da tensão aplicada. Mas os valores máximos de concentração sempre ocorreram no furo mais interno da conexão, os demais apresentaram diferentes valores (Figura 6.110). Em todas as peças analisadas ocorreu um ponto de inflexão nas tensões normais longitudinais a  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{2}$  da borda livre de  $b_d$  onde passaram a ocorrer principalmente tensões de compressão causadas pela excentricidade da cantoneira. Na direção longitudinal no centro dos furos foi possível encontrar

uma tendência de tensões de compressão até aproximadamente  $1.35d$  da borda de contato entre fuste do parafuso e chapa.

Fica clara com esses resultados a complexidade do *shear lag*. Com os modelos numéricos averiguou-se o comportamento de tensões e deformações na região de conexão, indicando a mudança do comportamento das tensões quanto mais elementos se encontravam no regime plástico. Mesmo com a aplicação da teoria de dano este trabalho foi limitado à ruptura por tração do material, pois não se conhece as demais propriedades de ruptura do aço COR 420 e para que o modelo consiga ser utilizado para fazer um projeto as propriedades de compressão e cisalhamento do material também devem estar definidas, pois, dependendo da configuração, pode ocorrer um modo misto de ruptura, mas de posse desses dados comprova-se a eficiência de projetos dessas conexões por elementos finitos independentemente do modo de ruptura.

As análises de incertezas também devem ser avaliadas com compreensão dos tipos de aços e casos particulares de execução de ensaio. Como há ensaios de diferentes grupos de pesquisas, essa análise não está em execução na mesma máquina e com os mesmos parâmetros para inibir a variação do erro humano, então se deve englobar esses erros, podendo aumentar a dispersão.

## 7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para avanço no conteúdo de ruptura por seção líquida devido ao *shear lag* sugere-se:

- Aplicar otimização nas equações e métodos de regressão que insiram os erros do modelo dependente do número de seções conectadas com o objetivo de melhorar a predição para os casos de duas seções conectadas.
- Avaliar a confiabilidade das equações preditas com a otimização da função de estado limite, considerando variáveis não normais.
- Realizar ensaios triaxiais nos materiais para definir propriedades de dano sob compressão e cisalhamento e inseri-las no modelo do *Abaqus*<sup>®</sup>.
- Realizar os projetos de conexões em elementos finitos, conseguindo arranjar a geometria dos furos com mínima redução de capacidade da peça.
- Criar superfícies de respostas que consigam representar o fenômeno de *shear lag*, conseguindo modificar a variação dos erros conforme a característica geométrica.

- Avaliar os modelos em chapas laminadas a quente e avaliar a propagação de suas incertezas no fenômeno de *shear lag*.

## REFERÊNCIAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro: ABNT, 2010. 87 p.
- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: ABNT, 2008. 247 p.
- AFSHAN, S.; GARDNER, L. The continuous strength method for structural stainless steel design. **Thin-Walled Structures**, v. 68, p. 42–49, 2013.
- AISC - AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **AISC 335**: Specification for Structural Steel Buildings Allowable Stress Design and Plastic Design. Chicago: AISC, 1989. 210 p.
- AISI - Institute American Iron and Steel. **AISI S100**: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington: 2016. 505 p.
- ALTENBACH, H.; ÖCHSNER, A. (org.). **State of the Art and Future Trends in Material Modeling**. Cham: Springer, 2019. v. 100. 530 p.
- ANDERSON, T. L. **Fracture mechanics - fundamentals and applications**. 3rd. ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2005. 630 p.
- BANERJEE, A.; DHAR, S.; ACHARYYA, S. DATTA, D.; NAYAK, N. Determination of Johnson cook material and failure model constants and numerical modelling of Charpy impact test of armour steel. **Material science & Engineering A**, v. 640, p. 200–209, 2015.
- BAO, Y. Dependence of ductile crack formation in tensile tests on stress triaxiality, stress and strain ratios. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 72, p. 505–522, 2005.
- BAO, Y. **Prediction of Ductile Crack Formation in Uncracked Bodies**. 2003. 253 p. Tese (Doctor of Philosophy in Applied Mechanics) - Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2003.
- BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. 2nd. ed. Watertown: K. J. Bathe, 2014. 1065 p.
- BAZANT, Z. P.; CEDOLIN, L. **Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories**. 2nd ed. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003. 1039 p.
- BOLANDIM, E. A; BECK, A. T.; MALITE, M. Bolted Connections in Cold-Formed Steel: Reliability Analysis for Rupture in Net Section. **Journal of Structural Engineering**, v. May 2013, p. 748–756, 2013.
- BORGES, J. F. **Confiabilidade e quantificação da incerteza da resistência à fratura considerando efeito de escala em vigas de concreto**. 2016. 122 p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília,

2016.

BORGES, J. F.; BEZERRA, L. M.; EVANGELISTA JR, F.; PAULA, V. F. de. Influência do número de seções de conectores na eficiência da ruptura por seção líquida em cantoneira de chapa dobrada. In: MARTINS, E. R. (Org.). **Coleção desafios das engenharias: engenharia de computação 2**. Ponta Grossa: Atena, 2021. p. 24–36.

BORGES, J. F.; BEZERRA, L. M.; EVANGELISTA JR, F. Evolução da predição de carga de ruptura de perfis de aço em chapa dobrada conectadas por parafusos considerando o fenômeno "shear lag". In: XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 38., 2017, **Anais [...]** Florianópolis: ABMEC, 2017.

BORGES, J. F.; PAULA, V. F. de; EVANGELISTA Jr, F.; BEZERRA, L. M. Reliability and uncertainty quantification of the net section tension capacity of cold-formed steel angles with bolted connections considering shear lag. **Advances in Structural Engineering**, v. 23, p. 1–14, 2020.

BOULBES, R. J. **Troubleshooting Finite-Element Modeling with Abaqus: with application in Structural Engineering Analysis**. Cham: Springer, 2020. 453 p.

BRIDGMAN, P. W. **Studies in large plastic flow and fracture**. 2nd ed. Cambridge: Harvard University Press, 1964. 376 p.

BRÜNIG, M.; CHYRA, O.; ALBRECHT, D.; DRIEMEIER, L. ALVES, M.. A ductile damage criterion at various stress triaxialities. **International Journal of Plasticity**, v. 24, n. 2008, p. 1731–1755, 2008.

BRÜNIG, M.; ZISTL, M.; GERKE, S. Biaxial experiments on characterization of stress-state-dependent damage in ductile metals. **Production Engineering**, v. 14, p. 87–93, 2020.

BUCHELY, M. F.; WANG, X.; VAN AKEN, D. C.; O'MALLEY, R.J.; LEDADH, S.; CHANDRASHEKHARA, K. The Use of Genetic Algorithms to Calibrate Johnson-Cook Strength and Failure Parameters of AISI/SAE 1018 Steel. **Journal of Engineering Materials and Technology**, v. 141, n. 2, p. 12, 2019.

BURSI, O. S.; JASPART, J. P. Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections. **Computers and Structures**, v. 69, n. 3, p. 361–382, 1998.

CARRIL, J. L.; LABOUBE, R. A.; YU, W.-W. **Tensile and bearing capacities of bolted connections**. Rolla: Center for Cold- Formed Steel Structures Library, 1994. 214 p.

CELENTANO, D. J.; CHABOCHE, J.-L. Experimental and numerical characterization of damage evolution in steels. **International Journal of Plasticity**, v. 23, p. 1739–1762, 2007.

CHAKRABORTY, S.; SEN, A. Adaptive response surface based efficient Finite Element Model Updating. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 80, p. 33–40, 2014.

CHEN, H.; LOEPPKY, J.; SAKHS, J.; WELCH, W. J. Analysis Methods for Computer Experiments: How to Assess and What Counts? **Statistical Science**, v. 31, n. 1, p. 40–60, 2016.

CHEN, X.; SHEN, Z.; LIU, X. A Copula-Based and Monte Carlo Sampling Approach for Structural Dynamics Model Updating with Interval Uncertainty. **Shock and Vibration**, v. 2018, n. 3958016, p. 1-11, 2018.

CHO, Y.; TEH, L. H.; AHMED, A.; YOUNG, B. Material ductility and temperature effects on block shear capacity of bolted connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 177, p. 1 - 17, 2021.

CHOI, S. K.; CANFIELD, R. A.; GRANDHI, R. V. **Reliability-based structural design**. 1st. ed. London: Springer, 2007. 306 p.

COOK, R. D.; WEISBERG, S. **Residuals and Influence in Regression**. 1982, 240 p. Monografia (Monographs on statistics and applied probability) - School of Statistics, University of Minnesota, New York, 1982.

CORNELL, J. A.; BERGER, R. D. Factors that Influence the Value of the Coefficient of Determination in Simple Linear and Nonlinear Regression Models. **Florida Agricultural Experiment Stations Journal Series Paper**, v. 77, n. 1, p. 63–70, 1987.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., A. **Abaqus 6.11 Theory Manual**. Providence: Dassault Systèmes Simulia Corp., 2011.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. Abaqus 6.12 analysis user's manual: Prescribed conditions, constraints & interactions. **Abaqus 6.12**, v. 5, p. 831, 2012b.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. Abaqus CAE User's Manual (6.12). **Manuals**, p. 1174, 2012a.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. **Abaqus CAE User's Manual**. [2017]. Disponível em: <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English>.

DE CURSI, S.; SAMPAIO, R. **Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling with Matlab®**. 1. ed. London: Elsevier, 2015. 442 p.

DITLEVSEN, O.; MADSEN, H. O. **Structural Reliability Methods**. 1st. ed. Lyngby: O. Ditlevsen and H.O. Madsen, 2005. 361 p.

DURSUN, T.; SOUTIS, C. A finite element analysis of bolted joints loaded in tension: Protruding head and countersunk fastener. **International Journal of Structural Integrity**, v. 8, n. 1, p. 35–50, 2017.

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V. Probability-based criteria for structural design. **Structural Safety**, v. 1, p. 15–26, 1982.

ELLIOTT, M. D. **Behaviour and Strength of Structural Steel Bolted Shear Connections**. 2019. 218 p. Doctor of Philosophy thesis - School of Civil, University of Wollongong, Wollongong 2019.

ELLIOTT, M. D.; TEH, L. H.; ASCE, M. Whitmore Tension Section and Block Shear. **Journal of Structural Engineering**, v. 145, n. 04018250, p. 1–10, 2019.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1990 - Basis of structural design**. Brussels: European committee for standardization, 2002. 90 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-8: Design of joints**. Brussels: European committee for standardization, 2005a. 135 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**. Brussels: European committee for standardization, 2005b. 93 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-5: General rules - Plated structural elements**. Brussels: European committee for standardization, 2006a. 55 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-3: General rules - Supplementary rules for cold-formed members and sheeting**. Brussels: European committee for standardization, 2006b. 133 p.

FAKURY, R. M.; SILVA, A. L. C.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. ISBN: 9788543001128. São Paulo: Editora Pearson, 2016.

FANG, K.; LI, R. Z.; SUDJIANTO, A. **Design and modeling for computer experiments**. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2006. 290 p.

FERRETTI, F.; SALTELLI, A.; TARANTOLA, S. Trends in sensitivity analysis practice in the last decade. **Science of the Total Environment**, v. 568, p. 666–670, 2016.

FLEITAS, I.; BONILLA, J.; BEZERRA, L. M.; MIRAMBELL, E.. Net section resistance in bolted cold-formed steel angles under tension. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 167, n. 105841, p. 1-14, 2020.

FONTES, B. V. C. **Análise numérica das tensões de cantoneiras de aço formadas a frio, sob tração e conectadas por parafusos**. 2020. 186 p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2020.

GE, Q.; CIUFFO, B.; MENENDEZ, M. Combining screening and metamodel-based methods: An efficient sequential approach for the sensitivity analysis of model outputs. **Reliability Engineering and System Safety**, v. 134, p. 334–344, 2015.

GIRÃO COELHO, A. M.; MOTTRAM, J. T.; HARRIES, K. A. Bolted connections of pultruded GFRP: Implications of geometric characteristics on net section failure. **Composite Structures**, v. 131, p. 878–884, 2015.

GOSWAMI, M.; GOYAL, S.; KUMAR, A.; HARMAN, G. A.; ALBERT, S. K.. Effect of Triaxial State of Stress on Tensile Behavior of Modified 9Cr-1Mo Steel. **Journal of Materials Engineering and Performance**, v. 29, n. 3, p. 1579–1588, 2020.

GRAHAM, R. H.; RAINES, M.; SWIFT, K. G.; GILL, L.. Prediction of stress concentrations associated with interacting stress-raisers within aircraft design: Methodology development and application. **Journal of Aerospace Engineering**, v. 219, n. 3, p. 193–204, 2005.

HAMBY, D. M. A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models. **Environmental Monitoring and Assessment**, v. 32, n. 2, p. 135–154, 1994.

HANCOCK, G. Cold-formed steel structures: Research review 2013-2014. **Advances in Structural Engineering**, v. 19, n. 3, p. 393–408, 2016.

HARTLEY, H. O. The Modified Gauss-Newton Method for the Fitting of Non-Linear Regression Functions by Least Square. **TECHNOMETRICS**, v. 3, n. 2, p. 269–280, 1961.

HERTZBERG, R. W. **Deformation and fracture mechanics of engineering materials**. 4 rd Ed.. Danvers: John Wiley & Sons, 1995. 810 p.

HOOPUTRA, H.; GESE, H.; DELL, H.; WERNER, H.. A comprehensive failure model for crashworthiness simulation of aluminium extrusions. **International Journal of Crashworthiness**, v. 9, n. 5, p. 449–464, 2004.

HSIAO, L.-E.; YU, W. W.; ASCE; GALAMBOS, T. V.. AISI LRFD Method for cold-formed steel structural members. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 2, p. 500–517, 1990.

IYAPPAN, P.; GANGULI, R. Multi-fidelity analysis and uncertainty quantification of beam vibration using correction response surfaces. **International Journal of Computational Methods in Engineering Science and Mechanics**, v. 21, n. 1, p. 26–42, 2020.

JCSS - Joint Committee on Structural Safety. **Probabilistic Model Code - Part 1**. 12nd. ed. Denmark: JCSS, 2001. 65 p.

JIA, L.-J.; KUWAMURA, H. Ductile fracture model for structural steel under cyclic large strain loading. **Journal of Constructional Steel Research Ductile**, v. 106, n. 2015, p. 110–121, 2014.

JIANG, B.; YAM, M. C. H.; KE, K.; LAM, A. C. C.; ZHAO, Q.. Block shear failure of S275 and S690 steel angles with single-line bolted connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 170, n. 106068, p. 1–14, 2020.

JIANG, K.; TAN, K. H.; ZHAO, O. Net section fracture of S700 high strength steel staggered bolted connections. **Thin-Walled Structures**, v. 164, p. 1–14, 1 Jul. 2021.

JOHNSON, G. R.; COOK, W. H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 21, n. 1, p. 31–48, 1985.

JU, S. H. Stress intensity factors for cracks in bolted joints. **International Journal of Fracture**, v. 84, p. 129–141, 1997.

JUN, S.; ZENG JIE, D.; MING JING, T. Effect of stress triaxiality levels in crack tip regions on the characteristics of void growth and fracture criteria. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 39, n. 6, p. 1051–1060, 1991.

KANG, W.-H.; TAO, Z. Statistical data expansion using Kriging for probabilistic capacity factor calibration. **Engineering Structures**, v. 241, n. 112428, p. 1–15, 2021.

KE, K.; XIONG, Y. H.; YAM, M. C. H.; LAM, A. C. C.; CHUNG, K. F.. Shear lag effect on ultimate tensile capacity of high strength steel angles. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 145, p. 300–314, 2018.

KHENNANE, A. **Introduction to Finite Element Analysis using Matlab and ABAQUS**. 1st. ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2013. 486 p.

KIM, G. Y.; KIM, T.S.; HWANG, B. K.; KIM, J. S. Ultimate strength of lean duplex stainless steel single-shear bolted connections with four bolts. **Thin-Walled Structures**, v. 155, p. 106–125, 2020.

KIM, J.; YOON, J. C.; KANG, B. S. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints. **Applied Mathematical Modelling**, v. 31, n. 5, p. 895–911, 2007.

KIM, T. S.; KUWAMURA, H. Finite element modeling of bolted connections in thin-walled stainless steel plates under static shear. **Thin-Walled Structures**, v. 45, p. 407–421, 2007.

KLEIJNEN, J. P. C. **Design and Analysis of Simulation Experiments**. 2nd ed. London: Springer Berlin Heidelberg, 2015. 332 p.

KLEIJNEN, J. P. C.; MEHDAD, E. Multivariate versus univariate Kriging metamodels for multi-response simulation models. **European Journal of Operational Research**, v. 236, n. 2, p. 573–582, 2014.

KONAKLI, K.; SUDRET, B. Global Sensitivity analysis using low rank tensor approximations. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 156, p. 64–83, 2016.

KULAK, G. L. AND WU, E. V. Shear Lag in Bolted Angle Tension Members. **Journal of Structural Engineering**, v. 123, n. 9, p. 1144–1152, 1997.

KULAK, G. L.; FISHER, J. W.; STRUIK, J. H. A. **Guide to design criteria for bolted and riveted joints**. 2nd. ed. Chicago: JOHN WILEY & SONS, 1988. v. 15. 331 p.

LEE, C. K.; WU, G. J. Shear lag analysis by the adaptive finite element method 1 . Analysis of simple plated structures. **Thin-Walled Structures**, v. 38, p. 285–309, 2000.

LEMAITRE, J. A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture. **Journal of Engineering Materials and Technology**, v. 107, p. 83–89, 1985.

LEVANGER, H. **Simulating Ductile Fracture in Steel using the Finite Element Method: Comparison of Two Models For Describing Local Instability due to Ductile Fracture**. 2012. 135 p. Degree of Master of science - Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Oslo, Blindern, 2012.

LIU, J.; OUYANG, H.; MA, L.; ZHANG, C.; ZHU, M. et al. Numerical and Theoretical Studies of Bolted Joints Under Harmonic Shear Displacement. **Latin American Journal of Solids and**

**Structures**, v. 12, p. 115–132, 2015.

LIU, P. L.; DER KIUREGHIAN, A. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 1, n. 2, p. 105–112, 1986.

MAGGI, Y. I.; GONÇALVES, R. M.; LEON, R. T.; RIBEIRO, L. F. L.. Parametric analysis of steel bolted end plate connections using finite element modeling. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 61, n. 5, p. 689–708, 2005.

MAIOLA, C. H.; MALITE, M.; MUNAIAR NETO, J.; GONÇALVES, R. M.. Structural Behavior of Bolted Connections in Cold-formed Steel Members, Emphasizing the Shear Lag Effect. *In: International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 16th, 2002. Anais [...]* Orlando: Structural Engineering Commons, 2002.

MARA, T. A.; TARANTOLA, S.; ANNONI, P. Non-parametric methods for global sensitivity analysis of model output with dependent inputs. **Environmental Modelling and Software**, v. 72, p. 173–183, 2015.

MARCADET, S. J.; MOHR, D. Effect of compression-tension loading reversal on the strain to fracture of dual phase steel sheets. **International Journal of Plasticity**, v. 72, p. 21–43, 2015.

MAXIMOV, J. T.; DUNCHEVA, G. V.; GANEV, N. Enhancement of fatigue life of net section in fitted bolt connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 74, p. 37–48, 2012.

MIRZA, M. S.; BARTON, D. C.; CHURCH, P. The effect of stress triaxiality and strain-rate on the fracture characteristics of ductile metals. **Journal of Materials Science**, v. 31, n. 2, p. 453–461, 1996.

MOŽE, P. Statistical evaluation of bearing resistance and related strength functions for bolted connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 171, n. 106128, p. 16, 2020.

MOŽE, P.; BEG, D.; LOPATIČ, J. Net cross-section design resistance and local ductility of elements made of high strength steel. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 63, n. 11, p. 1431–1441, 2007.

MUNSE, H. W.; CHESSON, E. J. Riveted and Bolted Joints: Net Section Design. **Journal of the Structural Division**, v. 89, n. 1, p. 107–126, 1963.

MURUGESAN, M.; JUNG, D. W. Johnson cook material and failure model parameters estimation of AISI-1045 medium carbon steel for metal forming applications. **Materials**, v. 12, n. 4, p. 1–18, 2019.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COOK, C. M. **Response Surface Methodology - process and product optimization using designed experiments**. 3rd. ed. Hoboken: JOHN WILEY & SONS, 2009. 705 p.

NANNAPANENI, S.; MAHADEVAN, S. Reliability analysis under epistemic uncertainty. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 155, p. 9–20, nov. 2016.

NGUYEN, V. V.; HANCOCK, G. J.; PHAM, C. H. Consistent and Simplified Direct Strength

Method for Design of Cold-Formed Steel Structural Members under Localized Loading. **Journal of Structural Engineering**, v. 146, n. 04020090, p. 1-14, 2020.

NGUYEN-HOANG, M.; BECKER, W. Tension failure analysis for bolted joints using a closed-form stress solution. **Composite Structures**, v. 238, n. January, p. 1-12, 2020.

PAN, C. L. Prediction of the strength of bolted cold-formed channel sections in tension. **Thin-Walled Structures**, v. 42, n. 8, p. 1177–1198, 2004.

PAN, C.; CHIANG, P.-C. Shear Lag Effect on Bolted L-Shaped Cold-Formed Steel Tension Members. *In: Eighteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. 16th, 2002 Anais [...]* Orlando: Structural Engineering Commons, 2002.

PAULA, F. V. DE; BEZERRA, L. M.; MATIAS, T. W. Efficiency reduction due to shear lag on bolted cold-formed steel angles. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 64, p. 571–583, 2008.

PAULA, V. F. DE. **Análise Experimental e Numérica de Cantoneiras de Aço Formadas a Frio, sob Tração e Conectadas por Parafusos**. 2006. 167 p. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

PENG, X.; WU, T.; LI, J.; JIANG, S. QIU, C.; YI, B.. Hybrid reliability analysis with uncertain statistical variables, sparse variables and interval variables. **Engineering Optimization**, v. 50, n. 8, p. 1347–1363, 2018.

PEREIRA, R. S. **Análise numérica e experimental de perfis de aço formados a frio, sob tração e conectados por parafusos**. 2020. 275 p. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2020.

POURREZA, F.; MOUSAZADEH, M.; CH BASIM, M. An efficient method for incorporating modeling uncertainties into collapse fragility of steel structures. **Structural Safety**, v. 88, n. 102009, p. 1–16, 2020.

ROSENBLATT, M. Remarks on a Multivariate Transformation. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 23, p. 470–472, 1952.

SALIH, E. L.; GARDNER, L.; NETHERCOT, D. A. Numerical investigation of net section failure in stainless steel bolted connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 66, n. 12, p. 1455–1466, 2010.

SALIH, E. L.; GARDNER, L.; NETHERCOT, D. A. Numerical study of stainless steel gusset plate connections. **Engineering Structures**, v. 49, p. 448–464, 2013.

SALMON, C. G.; JOHNSON, J. E.; MALHAS, F. A. **Steel Structures: Design and Behavior**. 5th. ed. NEW JERSEY: Prentice Hal, 2009. 888 p.

SALTELLI, A.; TARANTOLA, S.; CAMPOLONGO, F.; RATTO, M. **Sensitivity analysis practice: A guide to assessing scientific models**. 1st. ed. England: John Wiley & Sons Ltd, 2004. 232 p.

SAYED, A. M. Numerical analysis of single-angle steel member under tension load with damage in the unconnected leg. **Civil Engineering Journal**, v. 25, n. 8, p. 920–929, 2020a.

SAYED, A. M. Numerical analysis of single-angle steel member under tension load with damage in the unconnected leg. **Structures**, v. 25, p. 920–929, 1 jun. 2020b.

SCHILLO, N.; TARAS, A.; FELDMANN, M. Assessing the reliability of local buckling of plates for mild and high strength steels. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 142, p. 86–98, 2018.

SCHUËLLER, G. I. On the treatment of uncertainties in structural mechanics and analysis. **Computers and Structures**, v. 85, n. 5–6, p. 235–243, 2007.

SHI, J.; CHU, L.; BRAUN, R. A kriging surrogate model for uncertainty analysis of graphene based on a finite element method. **International Journal of Molecular Sciences**, v. 20, n. 9, 2019.

SIMPSON, T. W.; PEPLINSKI, J. D.; KOCH, P. N.; ALLEN, J. K.. Metamodels for computer-based engineering design: Survey and recommendations. **Engineering with Computers**, v. 17, n. 2, p. 129–150, 2001.

SNIJDER, H. H.; DEKKER, R. W. A.; TEEUWEN, P. A. Net cross-section failure of steel plates at bolt holes. *In*: EuroSteel. 2017 **Anais** [...] Copenhagen: Ernst & Sohn Verlag, 2017.

SOBOL, I. M. Sensitivity Estimates for Nonlinear Mathematical Models. **Matematicheskoe modelirovanie**, v. 1, n. 4, p. 407–414, 1993.

SULLIVAN, T. J. **Introduction to Uncertainty Quantification**. v. 63. Coventry: Springer, 2015. 351 p.

TAJEUNA, T. A. D.; LÉGERON, F.; LABOSSIÈRE, P.; DEMERS, M.; LANGLOIS, S.. Effect of geometrical parameter of aluminum-to-steel bolted connections. **Engineering Structures**, v. 102, p. 344–357, 2015.

TARANTOLA, S.; MARA, T. A. Variance-based sensitivity indices of computer models with dependent inputs: The fourier amplitude sensitivity test. **International Journal for Uncertainty Quantification**, v. 7, n. 6, p. 511–523, 2017.

TEH, L. H.; ASCE, A. M.; GILBERT, B. P. Net Section Tension Capacity of Cold-Reduced Sheet Steel Angle Braces Bolted at One Leg. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 3, p. 328–337, 2013.

TEH, L. H.; GILBERT, B. P. Design equations for tensile rupture resistance of bolted connections in cold-formed steel members. *In*: International Specialty Conference on Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction. 22nd. 2014. **Anais** [...] St. Louis: Structural Engineering Commons, 2014b.

TEH, L. H.; GILBERT, B. P. Net Section Tension Capacity of Bolted Connections in Cold-Reduced Steel Sheets. **Journal of Structural Engineering**, v. 138, n. 3, p. 337–344, 2012.

TEH, L. H.; GILBERT, B. P. Net Section Tension Capacity of Cold-Reduced Sheet Steel Channel Braces Bolted at the Web. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. May, p. 740–747, 2013.

TEH, L. H.; GILBERT, B. P. Net Section Tension Capacity of Equal Angle Braces Bolted at Different Legs. **Journal of Structural Engineering**, v. 140, n. 06014002, p. 1–5, 2014a.

TEH, L. H.; YAZICI, V. Shear lag and eccentricity effects of bolted connections in cold-formed steel sections. **Engineering Structures**, v. 52, p. 536–544, 2013.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Theory of elasticity**, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1970. 519 p.

UMBRELLO, D.; M'SAOUBI, R.; OUTEIRO, J. C. The influence of Johnson-Cook material constants on finite element simulation of machining of AISI 316L steel. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 47, n. 3–4, p. 462–470, 2007.

VILELA, P. M. L.; CARVALHO, H.; GRILO, L. F.; MONTENEGRO, P. A.; CALÇADA, R. B.. Unitary model for the analysis of bolted connections using the finite element method. **Engineering Failure Analysis**, v. 104, p. 308–320, 2019.

VOŘECHOVSKÝ, M. Correlation control in small sample Monte Carlo type simulations II: Analysis of estimation formulas, random correlation and perfect uncorrelatedness. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 29, p. 105–120, 2012.

WANG, K. **Calibration of the Johnson-Cook failure parameters as the chip separation criterion in the modelling of the orthogonal metal cutting process**. 2016. 124 p. Master's of Applied Science - Mechanical Engineering, McMaster University, 2016.

WANG, K.; ZHANG, Q.; XIA, X.; WANG, L.; LIU, X. Analysis of hydraulic fracturing in concrete dam considering fluid-structure interaction using XFEM-FVM model. **Engineering Failure Analysis**, v. 57, p. 399–412, 2015.

WANG, Y.; MCDOWELL, D. L. **Uncertainty Quantification in Multiscale Materials Modeling**. 1st. ed. Georgia: Elsevier series, 2020.

WEI, F.; FANG, C.; YAM, M. C. H.; ZHANG, Y. Fracture behaviour and design of steel tensile connections with staggered bolt arrangements. **International Journal of Steel Structures**, v. 15, n. 4, p. 863–879, 2015.

WEI, P.; LIU, F.; TANG, C. Reliability and reliability-based importance analysis of structural systems using multiple response Gaussian process model. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 175, p. 183–195, 2018.

WHITLEY, D. W. **Interacting stress concentration factors and their effect on fatigue of metallic aerostructures of metallic aerostructures**. 2013. 176 p. Doctor of philosophy - Scholars' Mine, Missouri University of Science and Technology, Rolla: 2013.

XIANG, P.; JIA, L.-J.; KE, K.; CHEN, Y.; GE, H. Ductile cracking simulation of uncracked

high strength steel using an energy approach. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 138, p. 117–130, 2017.

XIU, D.; HESTHAVEN, J. S. High-Order Collocation Methods for Differential Equations with Random Inputs. **Journal on Scientific Computing**, v. 27, n. 3, p. 1118 - 1139, 2005.

XU, C. Decoupling correlated and uncorrelated parametric uncertainty contributions for nonlinear models. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, p. 9950–9969, 2013.

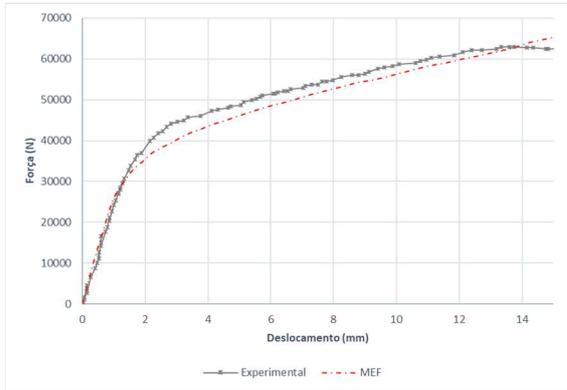
YIP, A. S.; CHENG, J. J. R. **Shear Lag in Bolted Cold-Formed Steel Angles and Channels in Tension**. 2000. 173 p. Structural Engineering Report N° 233 – Department of Civil & Environmental Engineering, University of Alberta, Edmonton: 2000.

YU, W.-W.; LABOUBE, R. A. **Cold-formed steel design**. 4th. ed. Hoboken: JOHN WILEY & SONS, 2010. 515 p.

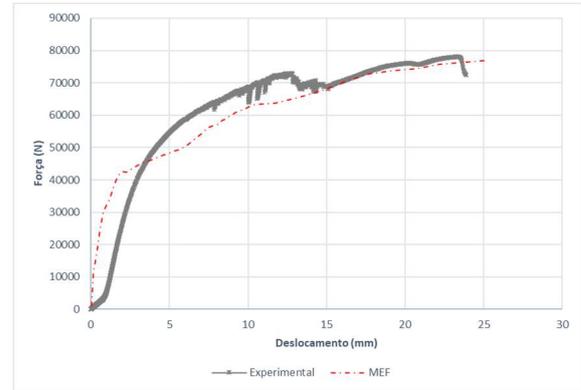
YUE, Z.; MIN, X.; TUO, Z.; SOYARSLAN, C.; ZHUANG, X. BADREDDINE, H.; SAANOUNI, K. GAO, J. Broad stress triaxiality ratio band fracture experiments in DP900 metal sheets and corresponding predictive capability of advanced phenomenological and micromechanical fully coupled damage models. **Material Science & Engineering A**, v. 811, 14 p., 2021.

# APÊNDICE A

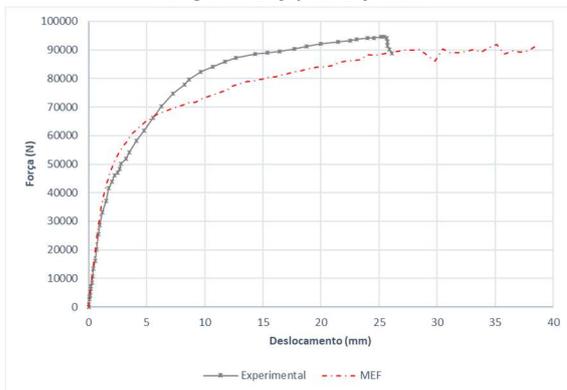
Gráficos força  $\times$  deslocamento experimental e dos modelos numéricos.



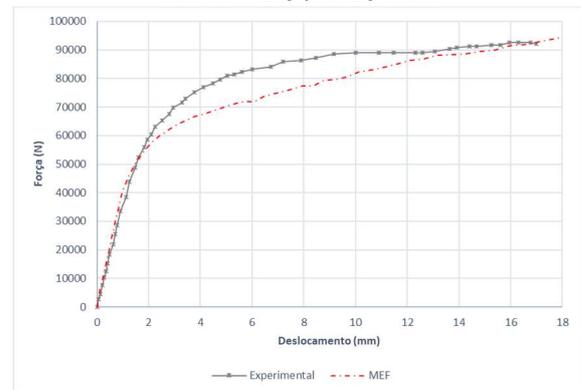
A131 – L 50x2.26 mm



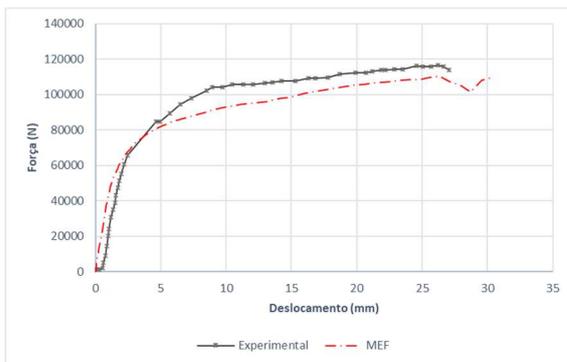
A141 – L 50x2.25 mm



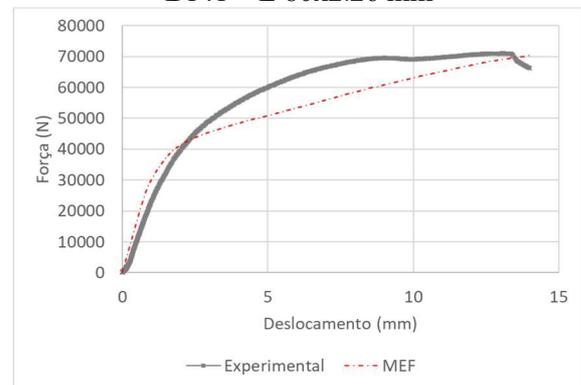
B131 – L 80x2.40 mm



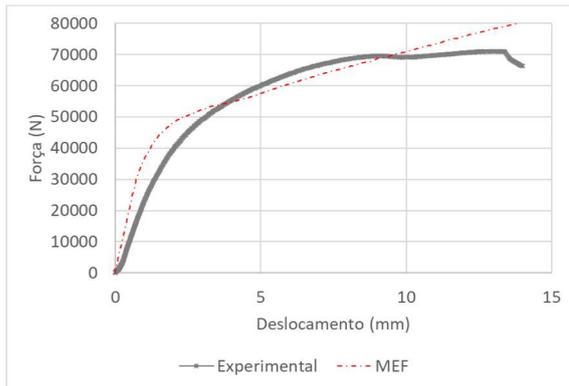
B141 – L 80x2.26 mm



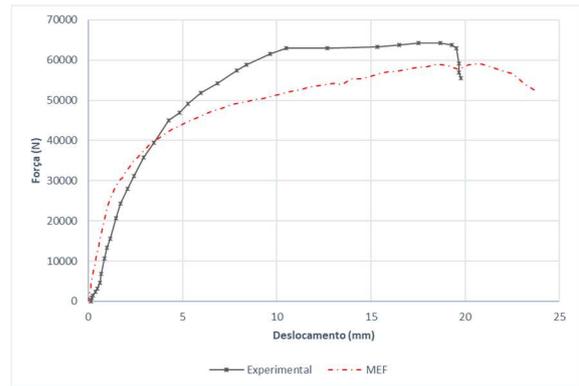
C141 – L 100x2.56 mm



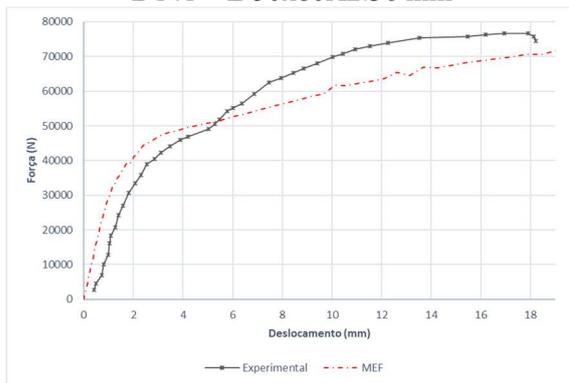
D131 – L50x80x2.43 mm



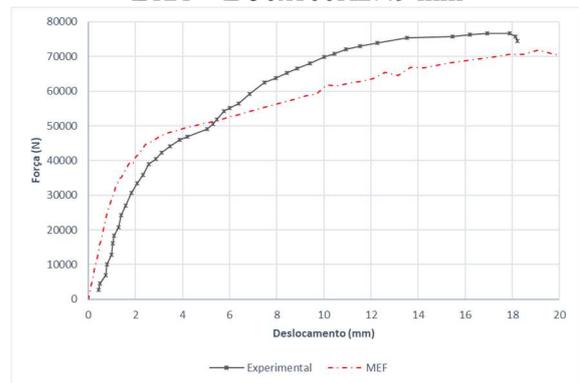
D141 – L 50x80X2.36 mm



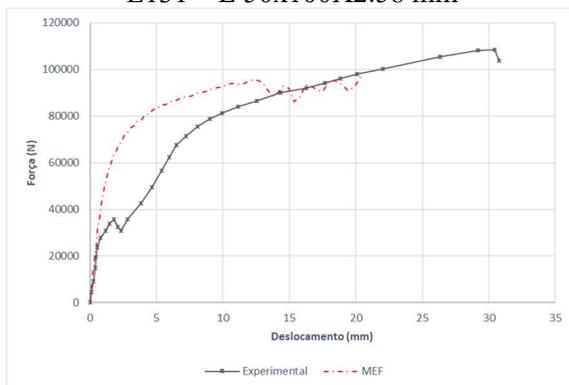
E121 – L 50x100X2.49 mm



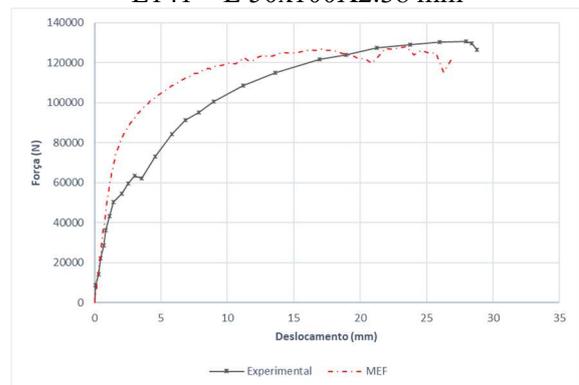
E131 – L 50x100X2.58 mm



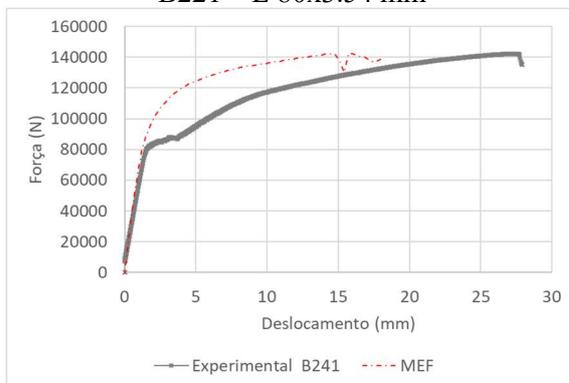
E141 – L 50x100X2.38 mm



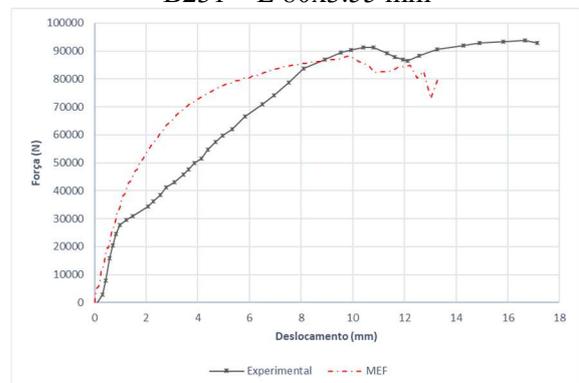
B221 – L 80x3.54 mm



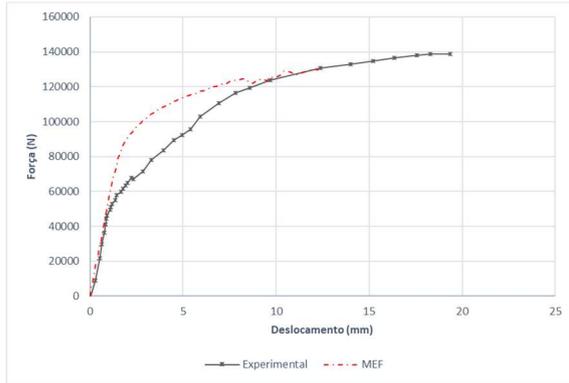
B231 – L 80x3.55 mm



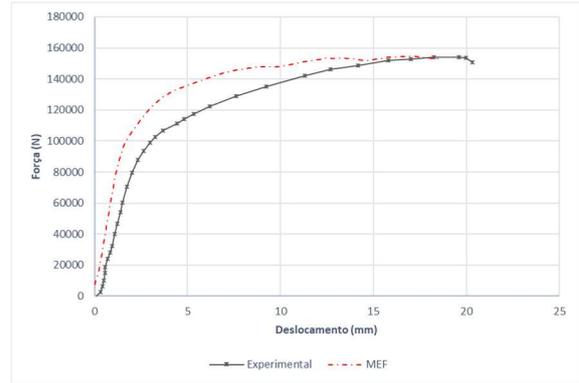
B241 – L 80x3.68 mm



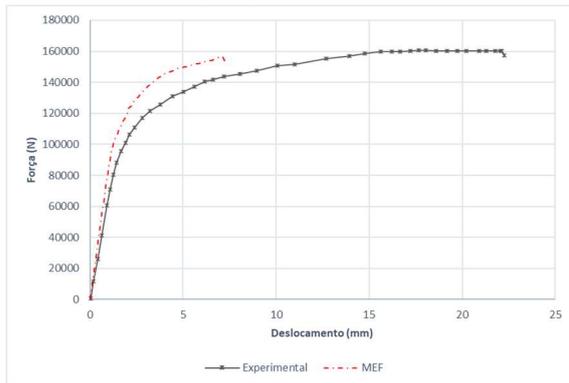
C212 – L 100x3.58 mm



C222 – L 100x3.58 mm



C232 – L 100x3.59 mm



C242 – L 100x3.56 mm

## APÊNDICE B

Imagens das deformadas numéricas e experimental.



A131 – L 50x2.26



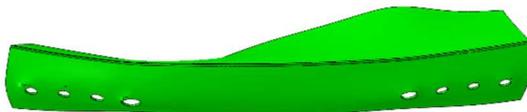
A141 – L 50x2.25



B131 – L 80x2.40 mm



B141 – L 80x2.26 mm



C141 – L 100x2.56 mm



D131 – L50x80x2.43 mm



D141 – L 50x80X2.36 mm



E121 – L 50x100X2.49 mm



E131 – L 50x100X2.58 mm



E141 – L 50x100X2.38 mm



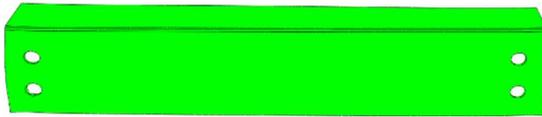
B221 – L 80x3.54 mm



B231 – L 80x3.55 mm



B241 – L80x3.68 mm



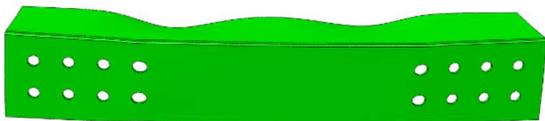
C212 – L 100x3.58 mm



C222 – L 100x3.58 mm



C232 – L 100x3.59 mm



C242 – L 100x3.56 mm

## APÊNDICE C

Tabela C.1 – Propriedades geométricas e forças últimas experimentais (BOLANDIM; BECK; MALITE, 2013; CARRIL; YU; LABOUBE, 1995; PAULA, 2006; PEREIRA, 2020; TEH; GILBERT, 2014a; YIP; CHENG, 2000).

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>a</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>		C <sub>t</sub> = P <sub>pred</sub> /A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>			
										Força última (kN)	Modo	$\frac{P_{exp}}{A_n * f_u}$	EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016	Pereira (2020)
A2-D111	50	75	1.60	1	2	345	430	23.30	12.70	0.00	21.33	R.S.L.	0.3407	1.0000	0.7988	0.9000	0.7143
B212	80	80	3.49	1	2	300	463	21.34	12.70	0.00	86.81	R.S.L.	0.4329	1.0000	0.7388	0.9000	0.7407
C212	100	100	3.58	1	2	300	463	26.37	12.70	0.00	94.27	R.S.L.	0.3468	1.0000	0.6706	0.9000	0.7407
C312	100	100	3.86	1	2	300	502	26.48	12.70	0.00	95.27	R.S.L.	0.3003	1.0000	0.6753	0.9000	0.7407
A121	50	50	2.23	2	1	300	502	13.36	12.70	38.10	54.83	R.S.L.	0.6005	0.4600	0.6541	0.5214	0.4876
EA2	40.00	40.00	3.00	2	1	530	580	10.60	13.00	40.00	60.92	R.S.L.	0.5787	0.4600	0.8061	0.6138	0.5319
EA4	40.00	40.00	3.00	2	1	530	580	10.60	13.00	60.00	66.36	R.S.L.	0.6304	0.4600	0.8291	0.7092	0.5871
EA6	40.00	40.00	3.00	2	1	530	580	10.60	13.00	80.00	67.45	R.S.L.	0.6407	0.4600	0.8406	0.7569	0.6192
EA8	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	13.00	40.00	73.23	R.S.L.	0.5228	0.4600	0.6929	0.5463	0.4988
EA10	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	13.00	60.00	76.10	R.S.L.	0.5433	0.4600	0.7212	0.6642	0.5597
EA12	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	13.00	80.00	86.15	R.S.L.	0.6150	0.4600	0.7354	0.7232	0.5961
EA14	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	50.00	89.14	R.S.L.	0.5309	0.4600	0.7055	0.5630	0.5066
EA16	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	75.00	102.85	R.S.L.	0.6125	0.4600	0.7326	0.6754	0.5663
EA18	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	100.00	106.28	R.S.L.	0.6330	0.4600	0.7461	0.7315	0.6017
EA20	75.00	75.00	3.00	2	1	530	580	19.30	17.00	50.00	107.34	R.S.L.	0.4877	0.4600	0.6070	0.4831	0.4713
EA22	75.00	75.00	3.00	2	1	530	580	19.30	17.00	75.00	118.52	R.S.L.	0.5385	0.4600	0.6404	0.6221	0.5363
EA24	75.00	75.00	3.00	2	1	530	580	19.30	17.00	100.00	122.99	R.S.L.	0.5588	0.4600	0.6572	0.6916	0.5760
EA1	40.00	40.00	1.50	2	1	605	630	10.70	13.00	40.00	30.95	R.S.L.	0.5282	0.4600	0.7417	0.6111	0.5305
EA3	40.00	40.00	1.50	2	1	605	630	10.70	13.00	60.00	34.45	R.S.L.	0.5880	0.4600	0.7649	0.7074	0.5859
EA5	40.00	40.00	1.50	2	1	605	630	10.70	13.00	80.00	34.45	R.S.L.	0.5880	0.4600	0.7765	0.7556	0.6182
EA7	50.00	50.00	1.50	2	1	605	630	13.20	13.00	40.00	35.97	R.S.L.	0.4642	0.4600	0.6412	0.5436	0.4975
EA9	50.00	50.00	1.50	2	1	605	630	13.20	13.00	60.00	39.04	R.S.L.	0.5038	0.4600	0.6698	0.6624	0.5587
EA11	50.00	50.00	1.50	2	1	605	630	13.20	13.00	80.00	40.57	R.S.L.	0.5236	0.4600	0.6841	0.7218	0.5952
EA13	60.00	60.00	1.50	2	1	605	630	15.70	17.00	50.00	47.35	R.S.L.	0.5113	0.4600	0.6625	0.5609	0.5056
EA15	60.00	60.00	1.50	2	1	605	630	15.70	17.00	75.00	49.17	R.S.L.	0.5309	0.4600	0.6897	0.6739	0.5654
EA17	60.00	60.00	1.50	2	1	605	630	15.70	17.00	100.00	50.99	R.S.L.	0.5506	0.4600	0.7033	0.7304	0.6010

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>d</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>		C <sub>t</sub> = P <sub>pred</sub> /A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>			
										Força última (kN)	Modo	P <sub>exp</sub> A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>	EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016	Pereira (2020)
DEA1	40.00	40.00	3.00	2	1	530	580	10.60	13.00	40.00	55.48	R.S.L.	0.5270	0.4600	0.8061	0.6138	0.5319
DEA2	40.00	40.00	3.00	2	1	530	580	10.60	13.00	60.00	63.09	R.S.L.	0.5993	0.4600	0.8291	0.7092	0.5871
DEA3	40.00	40.00	3.00	2	1	530	580	10.60	13.00	80.00	68.53	R.S.L.	0.6510	0.4600	0.8406	0.7569	0.6192
DEA4	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	13.00	40.00	71.79	R.S.L.	0.5125	0.4600	0.6929	0.5463	0.4988
DEA5	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	13.00	60.00	73.23	R.S.L.	0.5228	0.4600	0.7212	0.6642	0.5597
DEA6	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	13.00	80.00	74.66	R.S.L.	0.5330	0.4600	0.7354	0.7232	0.5961
DEA7	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	50.00	87.43	R.S.L.	0.5207	0.4600	0.7055	0.5630	0.5066
DEA8	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	75.00	89.14	R.S.L.	0.5309	0.4600	0.7326	0.6754	0.5663
DEA9	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	100.00	101.14	R.S.L.	0.6023	0.4600	0.7461	0.7315	0.6017
AEA1	40.00	40.00	3.00	2	1	530	580	10.60	13.00	40.00	63.09	R.S.L.	0.5993	0.4600	0.8061	0.6138	0.5319
AEA2 <sup>a</sup>	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	13.00	80.00	80.41	R.S.L.	0.5741	0.4600	0.7354	0.7232	0.5961
AEA3	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	50.00	89.14	R.S.L.	0.5309	0.4600	0.7055	0.5630	0.5066
AEA4	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	75.00	99.43	R.S.L.	0.5922	0.4600	0.7326	0.6754	0.5663
AEA5	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	100.00	106.28	R.S.L.	0.6330	0.4600	0.7461	0.7315	0.6017
UAW1	60.00	40.00	3.00	2	1	530	580	7.80	17.00	50.00	84.71	R.S.L.	0.6364	0.4600	0.8028	0.7315	0.6203
UAW2	60.00	40.00	3.00	2	1	530	580	7.80	17.00	75.00	91.54	R.S.L.	0.6877	0.4600	0.8163	0.7877	0.6631
UAW3	60.00	40.00	3.00	2	1	530	580	7.80	17.00	100.00	94.27	R.S.L.	0.7082	0.4600	0.8231	0.8100	0.6868
UAW4	80.00	40.00	3.00	2	1	530	580	6.45	17.00	50.00	113.14	R.S.L.	0.6738	0.4600	0.7390	0.7607	0.6559
UAW5	80.00	40.00	3.00	2	1	530	580	6.45	17.00	75.00	120.00	R.S.L.	0.7147	0.4600	0.7501	0.8071	0.6951
UAW6	80.00	40.00	3.00	2	1	530	580	6.45	17.00	100.00	123.42	R.S.L.	0.7350	0.4600	0.7557	0.8100	0.7165
UAW7	75.00	50.00	3.00	2	1	530	580	9.80	17.00	50.00	97.27	R.S.L.	0.5508	0.4600	0.7130	0.6883	0.5910
UAW8	75.00	50.00	3.00	2	1	530	580	9.80	17.00	75.00	111.68	R.S.L.	0.6324	0.4600	0.7300	0.7589	0.6405
uaw9	75.00	50.00	3.00	2	1	530	580	9.80	17.00	100.00	113.48	R.S.L.	0.6425	0.4600	0.7385	0.7942	0.6684
UAW11	100.00	50.00	3.00	2	1	530	580	8.11	17.00	75.00	138.65	R.S.L.	0.6299	0.4600	0.6849	0.7832	0.6743
UAW13	60.00	40.00	1.50	2	1	605	630	7.92	17.00	50.00	41.56	R.S.L.	0.5638	0.4600	0.7596	0.7289	0.6185
UAW16	80.00	40.00	1.50	2	1	605	630	6.57	17.00	50.00	58.28	R.S.L.	0.6293	0.4600	0.7065	0.7581	0.6538
UAW17	80.00	40.00	1.50	2	1	605	630	6.57	17.00	75.00	58.28	R.S.L.	0.6293	0.4600	0.7178	0.8054	0.6935
UAW19	75.00	50.00	1.50	2	1	605	630	9.92	17.00	50.00	52.58	R.S.L.	0.5402	0.4600	0.6784	0.6857	0.5893
UAN1	40.00	60.00	3.00	2	1	530	580	19.50	13.00	40.00	60.30	R.S.L.	0.4305	0.4600	0.6633	0.3735	0.4211
UAN2	40.00	60.00	3.00	2	1	530	580	19.50	13.00	60.00	74.66	R.S.L.	0.5330	0.4600	0.7055	0.5490	0.4878
UAN3	40.00	60.00	3.00	2	1	530	580	19.50	13.00	80.00	78.97	R.S.L.	0.5638	0.4600	0.7266	0.6368	0.5298

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>d</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>	C <sub>t</sub> = P <sub>pred</sub> /A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>				
										Força última (kN)	Modo		EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016	Pereira (2020)
												Pexp A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>					
UAN4	40.00	80.00	3.00	2	1	530	580	28.30	13.00	40.00	66.00	R.S.L.	0.3774	0.4600	0.5211	0.3600	0.3511
UAN5	40.00	80.00	3.00	2	1	530	580	28.30	13.00	60.00	76.70	R.S.L.	0.4386	0.4600	0.5824	0.3906	0.4208
UAN6	40.00	80.00	3.00	2	1	530	580	28.30	13.00	80.00	76.70	R.S.L.	0.4386	0.4600	0.6130	0.5180	0.4671
UAN7	50.00	75.00	3.00	2	1	530	580	24.00	13.00	40.00	76.70	R.S.L.	0.4178	0.4600	0.5370	0.3600	0.3846
UAN8	50.00	75.00	3.00	2	1	530	580	24.00	13.00	60.00	86.06	R.S.L.	0.4688	0.4600	0.5890	0.4680	0.4545
UAN9	50.00	75.00	3.00	2	1	530	580	24.00	13.00	80.00	86.06	R.S.L.	0.4688	0.4600	0.6150	0.5760	0.5000
UAN10	50.00	100.00	3.00	2	1	530	580	34.90	13.00	40.00	76.09	R.S.L.	0.3351	0.4600	0.3812	0.3600	0.3146
UAN11	50.00	100.00	3.00	2	1	530	580	34.90	13.00	60.00	85.32	R.S.L.	0.3757	0.4600	0.4568	0.3600	0.3851
UAN12	50.00	100.00	3.00	2	1	530	580	34.90	13.00	80.00	89.93	R.S.L.	0.3960	0.4600	0.4946	0.4289	0.4337
OL1	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	17.00	50.00	79.24	R.S.L.	0.5953	0.4600	0.7979	0.6170	0.5336
OL2	50.00	50.00	3.00	2	1	530	580	13.10	17.00	100.00	91.54	R.S.L.	0.6877	0.4600	0.8319	0.7585	0.6203
OL3a	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	50.00	89.14	R.S.L.	0.5309	0.4600	0.7055	0.5630	0.5066
OL3b	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	50.00	94.28	R.S.L.	0.5615	0.4600	0.7055	0.5630	0.5066
OL3c	60.00	60.00	3.00	2	1	530	580	15.60	17.00	50.00	90.85	R.S.L.	0.5411	0.4600	0.7055	0.5630	0.5066
OL5a	75.00	75.00	3.00	2	1	530	580	19.30	17.00	50.00	105.10	R.S.L.	0.4775	0.4600	0.6070	0.4831	0.4713
OL5b	75.00	75.00	3.00	2	1	530	580	19.30	17.00	50.00	105.10	R.S.L.	0.4775	0.4600	0.6070	0.4831	0.4713
OL6	75.00	75.00	3.00	2	1	530	580	19.30	17.00	100.00	127.47	R.S.L.	0.5791	0.4600	0.6572	0.6916	0.5760
A2-2	51.00	51.00	1.21	2	1	276	316	13.31	19.10	63.50	27.90	R.S.L.	0.9302	0.4600	0.7879	0.6491	0.5511
A2-2N	51.00	51.00	1.21	2	1	276	316	13.31	19.05	63.50	24.00	R.S.L.	0.7996	0.4600	0.7869	0.6485	0.5507
A3-2	76.00	76.00	1.21	2	1	276	316	19.55	19.05	63.50	32.80	R.S.L.	0.6667	0.4600	0.6128	0.5306	0.4916
A4-2	102.00	102.00	1.21	2	1	276	316	26.05	19.05	63.50	34.00	R.S.L.	0.4917	0.4600	0.5090	0.4077	0.4422
A2-A121	50	50	1.58	2	1	345	430	13.22	12.70	38.10	34.42	R.S.L.	0.6162	0.4600	0.6329	0.5253	0.4892
A2-A221	50	50	1.96	2	1	345	430	13.40	12.70	38.10	45.51	R.S.L.	0.6598	0.4600	0.6446	0.5202	0.4870
A2-B121	75	75	1.60	2	1	345	430	19.48	12.70	38.10	46.14	R.S.L.	0.5073	0.4600	0.4796	0.3600	0.4215
A2-B221	75	75	1.90	2	1	345	430	19.62	12.70	38.10	57.30	R.S.L.	0.5317	0.4600	0.4854	0.3600	0.4202
A2-D121	50	75	1.61	2	1	345	430	23.30	12.70	38.10	34.51	R.S.L.	0.4650	0.4600	0.4801	0.3600	0.3812
A2-E121	50	100	1.61	2	1	345	430	34.20	12.70	38.10	33.21	R.S.L.	0.3629	0.4600	0.3208	0.3600	0.3097
A2-F121	75	100	1.57	2	1	345	430	29.33	12.70	38.10	43.61	R.S.L.	0.4108	0.4600	0.3550	0.3600	0.3418
A3-A521	50	50	2.09	2	1	400	450	13.46	12.70	38.10	62.46	R.S.L.	0.8128	0.4600	0.6486	0.5185	0.4862
A3-B521	75	75	2.10	2	1	400	450	19.71	12.70	38.10	86.01	R.S.L.	0.6911	0.4600	0.4894	0.3600	0.4193
A2-C122	100	100	1.62	2	2	345	430	25.74	12.70	38.10	68.39	R.S.L.	0.5915	1.0000	0.4616	0.3600	0.3702

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>d</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>	C <sub>t</sub> = P <sub>pred</sub> /A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>				
										Força última (kN)	Modo	P <sub>exp</sub> A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>	EN	Paula et	NBR	AISI:2016	Pereira
													1993:2005	al (2008)	14762:2010	(2020)	
A2-C222	100	100	1.98	2	2	345	430	25.91	12.70	38.10	84.30	R.S.L.	0.5978	1.0000	0.4666	0.3600	0.3690
A221	50	50	3.51	2	1	300	463	13.86	12.70	38.10	89.15	R.S.L.	0.6832	0.4600	0.6941	0.5070	0.4813
A321	50	50	3.70	2	1	300	457	13.94	12.70	38.10	81.65	R.S.L.	0.6029	0.4600	0.7001	0.5048	0.4804
B122	80	80	2.43	2	2	300	457	20.93	12.70	38.10	98.39	R.S.L.	0.7079	1.0000	0.5735	0.3600	0.4084
B221	80	80	3.54	2	1	300	463	21.36	12.70	38.10	108.14	R.S.L.	0.4704	0.4600	0.4941	0.3600	0.4047
B222	80	80	3.50	2	2	300	463	21.34	12.70	38.10	119.38	R.S.L.	0.5936	1.0000	0.5934	0.3600	0.4048
C122	100	100	2.66	2	2	300	463	26.01	12.70	38.10	99.56	R.S.L.	0.4901	1.0000	0.4774	0.3600	0.3683
C221	100	100	3.51	2	1	300	463	26.34	12.70	38.10	122.18	R.S.L.	0.4170	0.4600	0.4096	0.3600	0.3659
C222	100	100	3.58	2	2	300	463	26.37	12.70	38.10	139.59	R.S.L.	0.5135	1.0000	0.4906	0.3600	0.3658
C322	100	100	3.86	2	2	300	502	26.48	12.70	38.10	143.98	R.S.L.	0.4538	1.0000	0.4947	0.3600	0.3650
D121	50	80	2.41	2	1	300	502	25.55	12.70	38.10	62.06	R.S.L.	0.4605	0.4600	0.4750	0.3600	0.3638
E121	50	100	2.49	2	1	300	502	34.32	12.70	38.10	64.36	R.S.L.	0.3921	0.4600	0.3499	0.3600	0.3091
F121	80	100	2.34	2	1	300	502	28.67	12.70	38.10	68.57	R.S.L.	0.3615	0.4600	0.3762	0.3600	0.3469
F122	80	100	2.46	2	2	300	502	28.72	12.70	38.10	92.24	R.S.L.	0.5147	1.0000	0.4784	0.3600	0.3466
A131	50	50	2.26	3	1	300	502	13.37	12.70	76.20	64.59	R.S.L.	0.6982	0.5400	0.7006	0.7105	0.5879
A2-3	51.00	51.00	1.21	3	1	276.00 0	316	13.31	19.05	127.00	31.10	R.S.L.	1.0362	0.5400	0.8141	0.7742	0.6318
A3-3	76.00	76.00	1.21	3	1	276.00 0	316	19.55	19.10	127.00	37.70	R.S.L.	0.7666	0.5400	0.6536	0.7158	0.5913
A4-3	102.00	102.00	1.21	3	1	276.00 0	316	26.05	19.05	127.00	45.10	R.S.L.	0.6523	0.5400	0.5623	0.6539	0.5538
A2-A131	50	50	1.57	3	1	345	430	13.22	12.70	76.20	41.73	R.S.L.	0.7517	0.5400	0.6777	0.7126	0.5893
A2-A231	50	50	1.97	3	1	345	430	13.41	12.70	76.20	59.41	R.S.L.	0.8571	0.5400	0.6906	0.7099	0.5876
A2-B131	75	75	1.58	3	1	345	430	19.47	12.70	76.20	55.40	R.S.L.	0.6167	0.5400	0.5456	0.6240	0.5373
A2-B231	75	75	1.97	3	1	345	430	19.65	12.70	76.20	74.15	R.S.L.	0.6640	0.5400	0.5539	0.6215	0.5360
A2-C131	100	100	1.59	3	1	345	430	25.73	12.70	76.20	67.56	R.S.L.	0.5423	0.5400	0.4689	0.5353	0.4937
A2-C231	100	100	1.95	3	1	345	430	25.89	12.70	76.20	90.31	R.S.L.	0.5923	0.5400	0.4745	0.5331	0.4927
A2-D131	50	75	1.61	3	1	345	430	23.30	12.70	76.20	37.49	R.S.L.	0.5052	0.5400	0.5596	0.5698	0.4971
A2-E131	50	100	1.62	3	1	345	430	34.20	12.70	76.20	43.56	R.S.L.	0.4731	0.5400	0.4378	0.4153	0.4290
A2-F131	75	100	1.56	3	1	345	430	29.33	12.70	76.20	56.38	R.S.L.	0.5345	0.5400	0.4549	0.4843	0.4639
A3-A531	50	50	2.09	3	1	400	450	13.46	12.70	76.20	78.77	R.S.L.	1.0250	0.5400	0.6945	0.7092	0.5871
A3-B531	75	75	2.10	3	1	400	450	19.71	12.70	76.20	106.49	R.S.L.	0.8556	0.5400	0.5566	0.6206	0.5355

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>d</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>	C <sub>t</sub> = P <sub>pred</sub> /A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>					
										Força última (kN)	Modo		EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016	Pereira (2020)	
												Pexp A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>						
A3-C531	100	100	2.10	3	1	400	450	25.96	12.70	76.20	129.03	R.S.L.	0.7515	0.5400	0.4768	0.5321	0.4923	
A2-C132	100	100	1.59	3	2	345	430	25.73	12.70	76.20	75.61	R.S.L.	0.6662	1.0000	0.5489	0.5353	0.4937	
A2-C232	100	100	1.97	3	2	345	430	25.90	12.70	76.20	97.30	R.S.L.	0.6935	1.0000	0.5548	0.5329	0.4927	
A3-C532	100	100	2.10	3	2	400	450	25.96	12.70	76.20	121.03	R.S.L.	0.7739	1.0000	0.5568	0.5321	0.4923	
A231	50	50	3.49	3	1	300	463	13.86	12.70	76.20	97.76	R.S.L.	0.7533	0.5400	0.7408	0.7036	0.5835	
A331	50	50	3.72	3	1	300	457	13.95	12.70	76.20	97.46	R.S.L.	0.7159	0.5400	0.7483	0.7023	0.5827	
B131	80	80	2.40	3	1	300	502	20.91	12.70	76.20	93.94	R.S.L.	0.5514	0.5400	0.5443	0.6036	0.5266	
B132	80	80	2.43	3	2	300	502	20.93	12.70	76.20	103.96	R.S.L.	0.6809	1.0000	0.6449	0.6034	0.5265	
B231	80	80	3.55	3	1	300	457	21.36	12.70	76.20	130.50	R.S.L.	0.5735	0.5400	0.5672	0.5972	0.5234	
B232	80	80	3.53	3	2	300	457	21.35	12.70	76.20	128.95	R.S.L.	0.6443	1.0000	0.6668	0.5974	0.5234	
B331	80	80	3.81	3	1	300	502	21.46	12.70	76.20	140.25	R.S.L.	0.5238	0.5400	0.5724	0.5958	0.5226	
C131	100	100	2.25	3	1	300	502	25.85	12.70	76.20	110.31	R.S.L.	0.5379	0.5400	0.4797	0.5336	0.4930	
C132	100	100	2.42	3	2	300	502	25.92	12.70	76.20	115.90	R.S.L.	0.5776	1.0000	0.5624	0.5326	0.4925	
C231	100	100	3.49	3	1	300	457	26.33	12.70	76.20	152.15	R.S.L.	0.5290	0.5400	0.4992	0.5268	0.4899	
C232	100	100	3.59	3	2	300	457	26.37	12.70	76.20	154.20	R.S.L.	0.5730	1.0000	0.5808	0.5262	0.4897	
C331	100	100	3.91	3	1	300	502	26.50	12.70	76.20	160.51	R.S.L.	0.4546	0.5400	0.5058	0.5245	0.4889	
C332	100	100	3.85	3	2	300	502	26.47	12.70	76.20	170.16	R.S.L.	0.5377	1.0000	0.5848	0.5248	0.4890	
D131	50	80	2.43	3	1	300	502	25.56	12.70	76.20	71.06	R.S.L.	0.5231	0.5400	0.5628	0.5377	0.4811	
E131	50	100	2.58	3	1	300	502	34.35	12.70	76.20	76.70	R.S.L.	0.4513	0.5400	0.4699	0.4131	0.4283	
F131	80	100	2.34	3	1	300	502	28.67	12.70	76.20	80.77	R.S.L.	0.4259	0.5400	0.4740	0.4936	0.4694	
F132	80	100	2.48	3	2	300	502	28.72	12.70	76.20	99.44	R.S.L.	0.5504	1.0000	0.5768	0.4929	0.4691	
A141	50	50	2.34	4	1	300	502	13.40	12.70	114.30	78.06	R.S.L.	0.8158	0.5400	0.7185	0.7734	0.6311	
A4-4	102.00	102.00	1.21	4	1	276	316	26.05	19.05	171.45	49.40		A					
A2-A141	50	50	1.57	4	1	345	430	13.22	12.70	114.30	45.04	R.S.L.	0.8113	0.5400	0.6927	0.7751	0.6324	
A2-A241	50	50	1.97	4	1	345	430	13.41	12.70	114.30	64.02	R.S.L.	0.9236	0.5400	0.7059	0.7733	0.6311	
A2-B141	75	75	1.59	4	1	345	430	19.48	12.70	114.30	47.13	R.S.L.	0.5214	0.5400	0.5680	0.7159	0.5914	
A2-B241	75	75	1.96	4	1	345	430	19.65	12.70	114.30	84.01	R.S.L.	0.7561	0.5400	0.5760	0.7143	0.5904	
A2-C141	100	100	1.58	4	1	345	430	25.72	12.70	114.30	74.94	R.S.L.	0.6053	0.5400	0.4981	0.6570	0.5555	
A2-C241	100	100	1.97	4	1	345	430	25.90	12.70	114.30	98.29	R.S.L.	0.6381	0.5400	0.5043	0.6553	0.5546	
A2-D141	50	75	1.60	4	1	345	430	23.30	12.70	114.30	43.56	R.S.L.	0.5906	0.5400	0.5858	0.6798	0.5532	
A2-E141	50	100	1.61	4	1	345	430	34.20	12.70	114.30	48.52	R.S.L.	0.5302	0.5400	0.4763	0.5769	0.4922	

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>d</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>	$C_t = P_{pred}/A_n * f_u$				
										Força última (kN)	Modo		EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016	Pereira (2020)
												$\frac{P_{exp}}{A_n * f_u}$					
A2-F141	75	100	1.56	4	1	345	430	29.33	12.70	114.30	62.88	R.S.L.	0.5962	0.5400	0.4882	0.6229	0.5266
A3-A541	50	50	2.10	4	1	400	450	13.47	12.70	114.30	77.00	R.S.L.	0.9973	0.5400	0.7102	0.7727	0.6306
A3-B541	75	75	2.09	4	1	400	450	19.71	12.70	114.30	117.90	R.S.L.	0.9518	0.5400	0.5788	0.7138	0.5900
A3-C541	100	100	2.11	4	1	400	450	25.97	12.70	114.30	148.59	R.S.L.	0.8613	0.5400	0.5065	0.6546	0.5542
A2-C142	100	100	1.64	4	2	345	430	25.75	12.70	114.30	81.37	R.S.L.	0.6953	1.0000	0.5790	0.6567	0.5554
A2-C242	100	100	1.97	4	2	345	430	25.90	12.70	114.30	104.74	R.S.L.	0.7465	1.0000	0.5843	0.6553	0.5546
A3-C542	100	100	2.11	4	2	400	450	25.97	12.70	114.30	130.92	R.S.L.	0.8332	1.0000	0.5865	0.6546	0.5542
A241	50	50	3.57	4	1	300	463	13.89	12.70	114.30	102.00	R.S.L.	0.7692	0.5400	0.7592	0.7688	0.6277
A341	50	50	3.66	4	1	300	457	13.92	12.70	114.30	109.57	R.S.L.	0.8174	0.5400	0.7622	0.7684	0.6275
B141	80	80	2.26	4	1	300	502	20.86	12.70	114.30	92.01	R.S.L.	0.5730	0.5400	0.5652	0.7029	0.5831
B142	80	80	2.43	4	2	300	502	20.93	12.70	114.30	109.18	R.S.L.	0.7151	1.0000	0.6687	0.7023	0.5827
B241	80	80	3.68	4	1	300	457	21.41	12.70	114.30	142.30	R.S.L.	0.6039	0.5400	0.5941	0.6977	0.5798
B242	80	80	3.53	4	2	300	457	21.35	12.70	114.30	131.62	R.S.L.	0.6576	1.0000	0.6911	0.6982	0.5802
B341	80	80	3.76	4	1	300	502	21.44	12.70	114.30	142.92	R.S.L.	0.5407	0.5400	0.5957	0.6974	0.5796
C141	100	100	2.56	4	1	300	502	25.97	12.70	114.30	115.23	R.S.L.	0.4947	0.5400	0.5141	0.6546	0.5542
C142	100	100	2.45	4	2	300	502	25.93	12.70	114.30	122.42	R.S.L.	0.6027	1.0000	0.5924	0.6550	0.5544
C241	100	100	3.69	4	1	300	457	26.41	12.70	114.30	164.91	R.S.L.	0.5430	0.5400	0.5324	0.6505	0.5518
C242	100	100	3.56	4	2	300	457	26.36	12.70	114.30	161.75	R.S.L.	0.6061	1.0000	0.6103	0.6509	0.5521
C341	100	100	3.87	4	1	300	502	26.48	12.70	114.30	179.14	R.S.L.	0.5125	0.5400	0.5353	0.6498	0.5515
C342	100	100	3.84	4	2	300	502	26.47	12.70	114.30	171.61	R.S.L.	0.5436	1.0000	0.6148	0.6499	0.5515
D141	50	80	2.36	4	1	300	502	25.53	12.70	114.30	78.40	R.S.L.	0.5938	0.5400	0.5896	0.6587	0.5392
E141	50	100	2.38	4	1	300	502	34.27	12.70	114.30	81.55	R.S.L.	0.5193	0.5400	0.5024	0.5762	0.4919
F141	80	100	2.30	4	1	300	502	28.66	12.70	114.30	89.25	R.S.L.	0.4787	0.5400	0.5058	0.6292	0.5321
F142	80	100	2.38	4	2	300	502	28.69	12.70	114.30	107.59	R.S.L.	0.6201	1.0000	0.6075	0.6290	0.5320
A221-E1	50	50	3.58	2	1	300	463	13.89	12.70	38.10	79.32	R.S.L.	0.5965	0.4600	0.6963	0.5062	0.4809
A221-E2	50	50	3.52	2	1	300	463	13.87	12.70	38.10	79.54	R.S.L.	0.6080	0.4600	0.6944	0.5069	0.4812
A221-E3	50	50	3.51	2	1	300	463	13.86	12.70	38.10	89.15	R.S.L.	0.6832	0.4600	0.6941	0.5070	0.4813
A221-E4	50	50	3.54	2	1	300	463	13.88	12.70	38.10	69.04	R.S.L.	0.5248	0.4600	0.6951	0.5067	0.4811
C331-E1	100	100	3.75	3	1	300	463	26.43	12.70	76.20	127.24	R.S.L.	0.4070	0.5400	0.5033	0.5254	0.4893
C331-E2	100	100	3.78	3	1	300	463	26.44	12.70	76.20	146.68	R.S.L.	0.4656	0.5400	0.5037	0.5252	0.4892
C331-E3	100	100	3.91	3	1	300	463	26.50	12.70	76.20	160.51	R.S.L.	0.4929	0.5400	0.5058	0.5245	0.4889

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>d</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>	$C_t = P_{pred}/A_n * f_u$				
										Força última (kN)	Modo		EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016	Pereira (2020)
												$\frac{P_{exp}}{A_n * f_u}$					
C341-E1	100	100	3.74	4	1	300	463	26.43	12.70	114.30	164.54	R.S.L.	0.5277	0.5400	0.5332	0.6503	0.5517
C341-E2	100	100	3.67	4	1	300	463	26.40	12.70	114.30	165.85	R.S.L.	0.5418	0.5400	0.5320	0.6505	0.5519
C341-E3	100	100	3.87	4	1	300	463	26.48	12.70	114.30	179.14	R.S.L.	0.5557	0.5400	0.5353	0.6498	0.5515
C341-E4	100	100	3.75	4	1	300	463	26.43	12.70	114.30	176.55	R.S.L.	0.5647	0.5400	0.5333	0.6502	0.5517
A212-F	50	50	3.57	1	2	300	502	13.89	12.70	0.00	106.16	R.S.L.	0.9251	1.0000	0.9508	0.9000	0.7407
A222-F	50	50	3.58	2	2	300	502	13.89	12.70	38.10	113.72	R.S.L.	0.9884	1.0000	0.8563	0.9000	0.4809
A2- A122F	50	50	1.55	2	2	345	430	13.21	12.70	38.10	62.61	R.S.L.	1.4222	1.0000	0.7920	0.9000	0.4894
A2- A222F	50	50	1.98	2	2	345	430	13.41	12.70	38.10	83.68	R.S.L.	1.4978	1.0000	0.8052	0.9000	0.4869
A2- B122F	75	75	1.63	2	2	345	430	19.50	12.70	38.10	82.89	R.S.L.	1.0198	1.0000	0.5868	0.9000	0.4213
A2- B222F	75	75	1.97	2	2	345	430	19.65	12.70	38.10	113.50	R.S.L.	1.1588	1.0000	0.5935	0.9000	0.4199
B222-F	80	80	3.54	2	2	300	463	21.36	12.70	38.10	195.99	R.S.L.	0.9639	1.0000	0.5941	0.9000	0.4047
A232-F	50	50	3.58	3	2	300	502	13.89	12.70	76.20	117.62	R.S.L.	1.0223	1.0000	0.9037	0.9000	0.5832
A2- A132F	50	50	1.58	3	2	345	430	13.22	12.70	76.20	62.70	R.S.L.	1.3979	1.0000	0.8380	0.9000	0.5893
A2- A232F	50	50	1.99	3	2	345	430	13.41	12.70	76.20	86.52	R.S.L.	1.5411	1.0000	0.8513	0.9000	0.5876
A2- B132F	75	75	1.63	3	2	345	430	19.50	12.70	76.20	87.96	R.S.L.	1.0821	1.0000	0.6534	0.9000	0.5371
A2- B232F	75	75	1.98	3	2	345	430	19.66	12.70	76.20	122.76	R.S.L.	1.2471	1.0000	0.6607	0.9000	0.5359
B232-F	80	80	3.62	3	2	300	463	21.39	12.70	76.20	199.78	R.S.L.	0.9614	1.0000	0.6686	0.9000	0.5232
A242-F	50	50	3.60	4	2	300	502	13.90	12.70	114.30	115.17	R.S.L.	0.9958	1.0000	0.9202	0.9000	0.6277
A2- A142F	50	50	1.56	4	2	345	430	13.22	12.70	114.30	58.76	R.S.L.	1.3264	1.0000	0.8524	0.9000	0.6324
A2- A242F	50	50	1.96	4	2	345	430	13.40	12.70	114.30	83.05	R.S.L.	1.5012	1.0000	0.8656	0.9000	0.6311
A2- B142F	75	75	1.64	4	2	345	430	19.50	12.70	114.30	89.06	R.S.L.	1.0891	1.0000	0.6758	0.9000	0.5913
A2- B242F	75	75	1.95	4	2	345	430	19.64	12.70	114.30	121.32	R.S.L.	1.2511	1.0000	0.6825	0.9000	0.5904
B242-F	80	80	3.61	4	2	300	463	21.38	12.70	114.30	194.88	R.S.L.	0.9404	1.0000	0.6927	0.9000	0.5800

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>a</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>	C <sub>t</sub> = P <sub>pred</sub> /A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>				
										Força última (kN)	Modo		P <sub>exp</sub> A <sub>n</sub> * f <sub>u</sub>	EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016
A3- F511L	100	75	2.10	1	1	400	450	16.99	12.70	0.00	51.21	R.S.L.	0.3458	0.5571	0.6079	0.2083	0.7609
D112-L	80	50	2.22	1	2	300	463	10.48	12.70	0.00	62.27	R.S.L.	0.6352	1.0000	0.7756	0.9000	0.7738
D121-L	80	50	2.29	2	1	300	502	10.51	12.70	38.10	67.01	R.S.L.	0.5227	0.4600	0.6053	0.6022	0.5424
A2- D121L	75	50	1.60	2	1	345	430	10.69	12.70	38.10	41.59	R.S.L.	0.5639	0.4600	0.5962	0.5970	0.5373
A3- F521L	100	75	2.09	2	1	400	450	16.99	12.70	38.10	97.62	R.S.L.	0.6623	0.4600	0.4918	0.4184	0.4533
D122-L	80	50	2.21	2	2	300	463	10.47	12.70	38.10	78.61	R.S.L.	0.8054	1.0000	0.7039	0.6031	0.5429
E122-L	100	50	2.27	2	2	300	502	9.23	12.70	38.10	81.67	R.S.L.	0.6214	1.0000	0.6703	0.6384	0.5710
D131-L	80	50	2.26	3	1	300	502	10.49	12.70	76.20	77.51	R.S.L.	0.6125	0.5400	0.6406	0.7513	0.6379
A2- D131L	75	50	1.61	3	1	345	430	10.70	12.70	76.20	50.49	R.S.L.	0.6804	0.5400	0.6329	0.7483	0.6326
A2- E131L	100	50	1.60	3	1	345	430	9.02	12.70	76.20	63.62	R.S.L.	0.6995	0.5400	0.6111	0.7722	0.6652
A2- F131L	100	75	1.55	3	1	345	430	16.75	12.70	76.20	66.60	R.S.L.	0.6355	0.5400	0.5414	0.6626	0.5702
A3- E531L	100	50	2.10	3	1	400	450	9.23	12.70	76.20	122.42	R.S.L.	0.9836	0.5400	0.6189	0.7692	0.6627
A3- F531L	100	75	2.11	3	1	400	450	17.00	12.70	76.20	128.65	R.S.L.	0.8647	0.5400	0.5501	0.6591	0.5680
E131-L	100	50	2.25	3	1	300	502	9.22	12.70	76.20	89.63	R.S.L.	0.6032	0.5400	0.6215	0.7693	0.6628
D132-L	80	50	2.23	3	2	300	463	10.48	12.70	76.20	86.61	R.S.L.	0.8795	1.0000	0.7400	0.7514	0.6380
E132-L	100	50	2.29	3	2	300	502	9.24	12.70	76.20	93.41	R.S.L.	0.7047	1.0000	0.7021	0.7691	0.6626
D141-L	80	50	2.24	4	1	300	502	10.49	12.70	114.30	85.42	R.S.L.	0.6809	0.5400	0.6521	0.8009	0.6776
A2- D141L	75	50	1.60	4	1	345	430	10.69	12.70	114.30	55.71	R.S.L.	0.7554	0.5400	0.6449	0.7990	0.6725
A2- E141L	100	50	1.59	4	1	345	430	9.01	12.70	114.30	69.47	R.S.L.	0.7685	0.5400	0.6212	0.8100	0.7021
A2- F141L	100	75	1.56	4	1	345	430	16.76	12.70	114.30	72.92	R.S.L.	0.6913	0.5400	0.5606	0.7416	0.6221
A3- E541L	100	50	2.10	4	1	400	450	9.23	12.70	114.30	145.82	R.S.L.	1.1717	0.5400	0.6294	0.8100	0.7002

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>d</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>	$C_t = P_{pred}/A_n * f_u$				
										Força última (kN)	Modo		$\frac{P_{exp}}{A_n * f_u}$	EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016
A3- F541L	100	75	2.11	4	1	400	450	17.00	12.70	114.30	142.93	R.S.L.	0.9607	0.5400	0.5694	0.7394	0.6204
E141-L	100	50	2.29	4	1	300	502	9.24	12.70	114.30	102.71	R.S.L.	0.6794	0.5400	0.6326	0.8100	0.7001
D142-L	80	50	2.23	4	2	300	463	10.48	12.70	114.30	92.73	R.S.L.	0.9418	1.0000	0.7519	0.8010	0.6776
E142-L	100	50	2.27	4	2	300	502	9.23	12.70	114.30	96.06	R.S.L.	0.7309	1.0000	0.7123	0.8100	0.7002
B221-P	80	80	3.51	2	1	300	457	21.35	12.70	38.10	116.25	R.S.L.	0.5166	0.4600	0.4935	0.3600	0.4048
B321-P	80	80	3.75	2	1	300	463	21.44	12.70	38.10	106.63	R.S.L.	0.4385	0.4600	0.4980	0.3600	0.4040
B131-P	80	80	2.24	3	1	300	463	20.85	12.70	76.20	76.06	R.S.L.	0.5181	0.5400	0.5411	0.6045	0.5271
B231-P	80	80	3.37	3	1	300	457	21.29	12.70	76.20	133.49	R.S.L.	0.6172	0.5400	0.5636	0.5982	0.5239
B331-P	80	80	3.74	3	1	300	463	21.44	12.70	76.20	127.85	R.S.L.	0.5272	0.5400	0.5710	0.5962	0.5228
B141-P	80	80	2.24	4	1	300	463	20.85	12.70	114.30	85.24	R.S.L.	0.5806	0.5400	0.5648	0.7030	0.5831
B241-P	80	80	3.49	4	1	300	457	21.34	12.70	114.30	141.42	R.S.L.	0.6319	0.5400	0.5902	0.6984	0.5803
B341-P	80	80	3.79	4	1	300	463	21.46	12.70	114.30	135.98	R.S.L.	0.5535	0.5400	0.5964	0.6973	0.5796
A121-T	50	50	2.38	2	1	300	457	13.41	12.70	38.10	56.84	R.S.L.	0.6419	0.4600	0.6588	0.5198	0.4868
A221-T	50	50	3.53	2	1	300	457	13.87	12.70	38.10	83.92	R.S.L.	0.6481	0.4600	0.6948	0.5068	0.4812
A131-T	50	50	2.41	3	1	300	457	13.43	12.70	76.20	65.62	R.S.L.	0.7320	0.5400	0.7055	0.7097	0.5874
A231-T	50	50	3.52	3	1	300	457	13.87	12.70	76.20	96.28	R.S.L.	0.7455	0.5400	0.7418	0.7034	0.5834
B221-W	80	80	3.63	2	1	300	463	21.39	12.70	38.10	119.42	R.S.L.	0.5069	0.4600	0.4958	0.3600	0.4044
C221-W	100	100	3.54	2	1	300	502	26.35	12.70	38.10	125.94	R.S.L.	0.3932	0.4600	0.4101	0.3600	0.3659
B231-W	80	80	3.63	3	1	300	502	21.39	12.70	76.20	133.56	R.S.L.	0.5229	0.5400	0.5688	0.5968	0.5232
C231-W	100	100	3.68	3	1	300	502	26.41	12.70	76.20	155.40	R.S.L.	0.4670	0.5400	0.5022	0.5257	0.4895

Código	b <sub>c</sub> (mm)	b <sub>d</sub> (mm)	t (mm)	NS	NFs	f <sub>y</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	$\bar{x}$ (mm)	D (mm)	Ensaio		C <sub>t, exp</sub>	$C_t = P_{pred}/A_n * f_u$				
										Força última (kN)	Modo		$\frac{P_{exp}}{A_n * f_u}$	EN 1993:2005	Paula et al (2008)	NBR 14762:2010	AISI:2016
B241-W	80	80	3.65	4	1	300	502	21.40	12.70	114.30	150.43	R.S.L.	0.5858	0.5400	0.5935	0.6978	0.5799
C241-W	100	100	3.60	4	1	300	457	26.37	12.70	114.30	175.38	R.S.L.	0.5916	0.5400	0.5309	0.6508	0.5520
B211- X2	80	80	3.61	1	1	300	463	21.38	12.70	0.00	48.14	R.S.L.	0.2055	0.4801	0.6413	0.2278	0.7407
B221- X1	80	80	3.57	2	1	300	463	21.37	12.70	38.10	111.27	R.S.L.	0.4801	0.4600	0.4947	0.3600	0.4046
B221- X2	80	80	3.58	2	1	300	463	21.37	12.70	38.10	72.76	R.S.L.	0.3130	0.4600	0.4948	0.3600	0.4045
C221- X3	100	100	3.63	2	1	300	502	26.39	12.70	38.10	122.24	R.S.L.	0.3723	0.4600	0.4113	0.3600	0.3656
C221- X4	100	100	3.65	2	1	300	502	26.39	12.70	38.10	83.55	R.S.L.	0.2531	0.4600	0.4116	0.3600	0.3656
B231- X1	80	80	3.57	3	1	300	502	21.37	12.70	76.20	131.88	R.S.L.	0.5248	0.5400	0.5676	0.5971	0.5233
B231- X2	80	80	3.59	3	1	300	502	21.38	12.70	76.20	87.58	R.S.L.	0.3466	0.5400	0.5680	0.5970	0.5233
C231- X3	100	100	3.63	3	1	300	502	26.39	12.70	76.20	149.23	R.S.L.	0.4545	0.5400	0.5014	0.5260	0.4896
C231- X4	100	100	3.64	3	1	300	502	26.39	12.70	76.20	100.77	R.S.L.	0.3061	0.5400	0.5015	0.5260	0.4896
B241- X1	80	80	3.57	4	1	300	502	21.37	12.70	114.30	144.53	R.S.L.	0.5751	0.5400	0.5919	0.6981	0.5801
B241- X2	80	80	3.60	4	1	300	463	21.38	12.70	114.30	102.82	R.S.L.	0.4400	0.5400	0.5925	0.6980	0.5800
C241- X3	100	100	3.63	4	1	300	463	26.39	12.70	114.30	169.70	R.S.L.	0.5604	0.5400	0.5314	0.6507	0.5520
C241- X4	100	100	3.64	4	1	300	463	26.39	12.70	114.30	117.58	R.S.L.	0.3872	0.5400	0.5315	0.6506	0.5519