



**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO  
ARMADO COM ARMADURA DE CISALHAMENTO TIPO ESTRIBO  
ABERTO**

**JOÃO PAULO DE ALMEIDA SIQUEIRA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE  
CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE CISCALHAMENTO TIPO  
ESTRIBO ABERTO**

**JOÃO PAULO DE ALMEIDA SIQUEIRA**

ORIENTADOR: GUILHERME SALES SOARES DE AZEVEDO MELO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

PUBLICAÇÃO: E.DM - 04A/21

BRASÍLIA/DF: MARÇO - 2021

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE  
CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE CISALHAMENTO TIPO  
ESTRIBO ABERTO**

**JOÃO PAULO DE ALMEIDA SIQUEIRA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

---

**Prof. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, *Ph.D.* (UnB)**  
(Orientador)

---

**Prof. Marcos Honorato de Oliveira, *DSc* (UnB)**  
(Examinador Interno)

---

**Prof. Galileu Silva Santos, *DSc* (DNIT)**  
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 09 DE MARÇO DE 2021

## FICHA CATALOGRÁFICA

SIQUEIRA, JOÃO PAULO DE ALMEIDA  
**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE CISALHAMENTO TIPO ESTRIBO ABERTO.**  
[Brasília, Distrito Federal] 2021.  
xx, 193., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2021).  
Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Punção	2. Lajes lisas
3. Armadura de cisalhamento	4. Ancoragem
I. ENC/FT/UnB	II. Título (Mestre)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SIQUEIRA, J. P. A. (2021). ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE CISALHAMENTO TIPO ESTRIBO ABERTO. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-04A/21, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 195p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: João Paulo de Almeida Siqueira

TÍTULO: ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE CISALHAMENTO TIPO ESTRIBO ABERTO

GRAU: Mestre ANO: 2021

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

João Paulo de Almeida Siqueira.  
Avenida Juscelino Kubitschek de Oliveira, N° 1290 - Planalto  
38660-000 Buritis - MG - Brasil.  
e-mail: joaopaulodealmeida28@gmail.com

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, obrigado pelo Seu maravilhoso amor.

Ao Professor Guilherme Sales Soares De Azevedo Melo, por toda orientação, suporte, estímulo e confiança depositada a mim.

Aos meus familiares por todo o apoio imprescindível. Especialmente a minha querida mãe, Juliana (*in memoriam*), pelo amor incondicional, carinho e compreensão que me motiva a seguir em frente nas horas mais difíceis.

Ao coordenador do laboratório de Estruturas – LABEST, Professor Marcos Honorato pelo suporte prestado na condução dessa pesquisa. E ao técnico de laboratório Sr. Magno Ernesto por toda ajuda prestada.

Aos colegas de pesquisa Henrique Nery, Victor Hugo, Gabriel Veras, Jonathas Iohanathan, Júlia Borges, Renata Piazza. Principalmente ao Henrique pelos conhecimentos transmitidos e todo suporte fundamental para a realização desta pesquisa.

Ao parceiro de pesquisa Gabriel Veras, aluno de iniciação científica e projeto final de graduação, por toda ajuda concedida em todas as fases dessa pesquisa, obrigado pela amizade e companheirismo.

Ao meu namorado, Matheus Negre, por todo amor, carinho e paciência. Minha gratidão por fazer parte desta caminhada na UnB e na vida.

Aos amigos: Amanda Nascimento, Kellen Santos, Carlos Fabrinni, Suéllen Babeto, Luísa Ribon.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos concedida.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo e a Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAP-DF) pela concessão de recursos de auxílio no desenvolvimento do programa experimental.

## RESUMO

### ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE CISALHAMENTO TIPO ESTRIBO ABERTO

Autor: João Paulo de Almeida Siqueira

Orientador: Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, março de 2021

A resistência ao cisalhamento em lajes lisas é um ponto crucial no dimensionamento desse sistema construtivo cujo dimensionamento é governado basicamente pela ruptura por punção. Diversas pesquisas ao longo dos anos comprovaram o aumento na capacidade resistente das lajes com uso de armadura de cisalhamento cuja quantidade e distribuição devem ser suficientes para combater os esforços de cisalhamentos nas ligações laje- pilar. Um sistema ideal de armadura de cisalhamento deve apresentar baixos custos de produção, ser de fácil de instalação e boa ancoragem. Contudo, essas exigências nem sempre podem ser atendidas.

Nesse sentido, essa pesquisa investigou, de forma experimental, uma conformação de estribos aberto amplamente difundida nos canteiros de obra, conhecida como "caranguejo", de baixo custo e de fácil montagem. Além disso, variou-se a forma como foi feita a sua ancoragem em relação às armaduras de flexão.

Para isso, ensaiou-se cinco ligações laje-pilar internas submetidas a carregamento simétrico, sendo uma laje de referência e quatro, com diferentes tipos de detalhamento da armadura de cisalhamento com relação à ancoragem. Os modelos ensaiados eram quadrados com dimensões de 2500 x 2500 mm de lado, espessura de 180 mm e pilar com seções transversais quadradas de 300 x 300 mm. A taxa de armadura longitudinal utilizada foi de aproximadamente 0,96% e o concreto possuía resistência à compressão entre 29,9 MPa e 37,5 MPa. As armaduras de cisalhamento foram dispostas em cinco camadas, em forma de cruz, com a taxa de armadura de cisalhamento de 0,21%.

Nas análises normativas, montou-se um banco de dados com resultados desta pesquisa com de outros autores pertinentes ao tema. Os resultados foram avaliados de acordo com as prescrições da ABNT NBR 6118:2014, ACI 318:2019, Eurocode 2:2004 e o *fib* Model Code 2010:2013.

Como resultado, foi verificado que o uso de estribos abertos nas lajes, proporcionou acréscimos de cargas que variaram entre 25% e 45% em relação a laje sem armadura de cisalhamento. Portanto, para a amostragem avaliada nesta pesquisa, o uso da armadura do tipo estribos abertos e a sua variação da ancoragem em relação à armadura de flexão foi eficiente no combate à punção, podendo atuar como uma alternativa de armadura de cisalhamento.

**Palavras-Chave:** Punção. Lajes lisas. Armadura de cisalhamento. Ancoragem. Estribos.

## **ABSTRACT**

### **EXPERIMENTAL ANALYSIS OF PUNCHING IN FLAT REINFORCED CONCRETE SLABS WITH OPEN STIRRUP-TYPE SHEAR REINFORCEMENT**

Author: João Paulo de Almeida Siqueira

Advisor: Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo

Postgraduate Program in Structures and Civil Construction

Brasilia, March 2021.

The shear strength in flat slabs is a crucial point regarding the sizing of this construction system, which is basically headed by punching failure. Several research studies over the years have shown an increase in the resistant capacity of the slabs with the use of shear reinforcement. An ideal shear reinforcement system should have low production costs, be easy to install and have good anchoring. However, these requirements are not always easily met.

Thus, this research investigated, in an experimental way, an arrangement of open stirrups known as “crab” in the construction sites of low cost and easy assembly. In addition, the way in which it was anchored in relation to the flexural reinforcements was varied.

Five internal slab-column connections were tested and subjected to symmetrical loading, one of which is a reference slab and four, with different types of shear reinforcement details in relation to anchoring. The tested models were squares with dimensions of 2500 x 2500 mm on the side, 180 mm thick and column with square cross sections of 300 x 300 mm. The rate of longitudinal reinforcement used was approximately 0.96% and the concrete had compressive strength between 29.9 MPa and 37.5 MPa. The shear reinforcements were arranged in five layers, cruciform, with a shear reinforcement rate of 0.21%.

In the normative analyzes, a database was created with the results of this research along with the ones of other authors relevant to the theme. The results were evaluated according to the requirements of ABNT NBR 6118: 2014, ACI 318: 2019, Eurocode 2: 2004 and the *fib* Model Code 2010: 2013.

Finally, it was verified that the use of open stirrups in the slabs provided an increase in loads that varied between 25% and 45% in relation to the slab without shear reinforcement. Therefore, the use of open stirrup reinforcement and its variation in anchoring compared with the flexural reinforcement was efficient when it comes to combating the punching and may act as an alternative to shear reinforcement.

**Keywords:** Punching. Flat Slab. Shear reinforcement. Anchorage. Stirrup.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. MOTIVAÇÃO .....	4
1.2. OBJETIVOS .....	6
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO .....	6
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>8</b>
2.1. RESUMO HISTÓRICO DO ESTUDO DA PUNÇÃO .....	8
2.2. COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR SEM ARMADURA DE CISCALHAMENTO .....	9
2.2.1. Padrão de Fissuração e Formação da Fissura de Punção .....	11
2.2.2. Parâmetros que influenciam na resistência à punção .....	12
2.3. Colapso progressivo .....	17
2.4. COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR COM ARMADURA DE CISCALHAMENTO .....	19
2.4.1. Tipos de armaduras de cisalhamento .....	19
2.4.2. Arranjo das armaduras de cisalhamento .....	24
2.4.3. Ancoragem das armaduras de cisalhamento .....	25
2.4.4. Modos de ruptura para lajes armadas à punção .....	28
2.5. Trabalhos de investigação .....	31
2.5.1. Oliveira (1998), Coelho (1999) e Andrade (2000) .....	31
2.5.2. Andrade (1999) e Trautwein (2001) .....	34
2.5.3. Trautwein (2006) .....	38
2.5.4. Caldentey <i>et al.</i> (2013) .....	41
2.5.5. Souza (2018), Palhares (2018) e Lima <i>et al.</i> (2020) .....	45
2.6. MÉTODOS TEÓRICOS PARA O DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO .....	49

2.6.1.	ABNT NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento	52
2.6.2.	ACI 318:2019 – Building code requirements for structural concrete and commentary .....	57
2.6.3.	Eurocode 2:2004 - <i>Design of concrete structures – General rules and rules for buildings</i> .....	63
2.6.4.	<i>fib</i> Model Code 2010 - <i>For Concrete Structures</i> .....	67
2.6.5.	Comparação entre os modelos teóricos .....	76
2.7.	MÉTODO TEÓRICO PARA O DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO .....	78
<b>3.</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>81</b>
3.1.	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	81
3.2.	CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ENSAIADAS .....	82
3.3.	DETALHAMENTO DAS ARMADURAS.....	84
3.3.1.	Armaduras longitudinais das lajes .....	84
3.3.2.	Armaduras de cisalhamento .....	88
3.3.3.	Armaduras dos pilares .....	92
3.4.	FABRICAÇÃO DOS MODELOS LOCAIS .....	93
3.4.1.	Concretagem.....	93
3.5.	CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS .....	93
3.5.1.	Concreto .....	93
3.5.2.	Aço .....	94
3.6.	INSTRUMENTAÇÃO .....	94
3.6.1.	Deslocamentos verticais .....	94
3.6.2.	Deformações nas armaduras e concreto .....	95
3.7.	SISTEMA DE ENSAIO .....	99

<b>4.</b>	<b>RESULTADOS DOS ENSAIOS .....</b>	<b>103</b>
4.1.	PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS .....	104
4.1.1.	Concreto .....	104
4.1.2.	Aço .....	104
4.2.	CARGA DE RUPTURA DAS LAJES .....	105
4.3.	DESLOCAMENTOS VERTICAIS.....	108
4.3.1.	Rotações .....	116
4.4.	DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO .....	119
4.5.	DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE FLEXÃO .....	124
4.6.	DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE CISALHAMENTO.....	133
4.7.	MAPAS DE FISSURAÇÃO .....	141
4.8.	SUPERFÍCIE DE RUPTURA .....	147
4.9.	CLASSIFICAÇÃO DO MODO DE RUPTURA DAS LAJES.....	151
<b>5.</b>	<b>AVALIAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS E DOS MODELOS TEÓRICOS.....</b>	<b>154</b>
5.1.	CÁLCULO DA CARGA DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO DAS LAJE .....	155
5.2.	CARGAS E MODOS DE RUPTURA À PUNÇÃO TEÓRICAS das lajes ensaiadas.....	156
5.2.1.	Cálculos pela ABNT NBR 6118:2014 .....	156
5.2.2.	Cálculo pelo ACI 318:2019.....	158
5.2.3.	Cálculos pelo EUROCODE 2:2004 .....	159
5.2.4.	Cálculos pelo <i>fib</i> Model Code 2010:2013 .....	160
5.2.5.	Comparativo dos modelos de cálculo .....	164
5.3.	Contribuição para análise da resistência a punção.....	169
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>170</b>

6.1.	CONCLUSÕES .....	170
6.1.1.	Comportamento das lajes ensaiadas .....	171
6.1.2.	Modelos teóricos de cálculo .....	173
6.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	175
<b>7.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>176</b>
	<b>APÊNDICE A – PROJETOS DAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO .....</b>	<b>188</b>
	<b>APÊNDICE B – CARACTERÍSTICAS DAS LAJES .....</b>	<b>192</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Características das lajes ensaiadas por Oliveira (1998) .....	32
Tabela 2.2 – Resultados das lajes ensaiadas.....	32
Tabela 2.3 - Resultados obtidos por Andrade (2000).....	33
Tabela 2.4 - Descrição das lajes ensaiadas por Andrade (1999) .....	35
Tabela 2.5 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Trautwein (2001) .....	37
Tabela 2.6 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Trautwein (2006) .....	40
Tabela 2.7 - Descrição das lajes do ensaio de punção.....	44
Tabela 2.8- Características das lajes ensaiadas .....	46
Tabela 2.9 - Resultados das lajes ensaiadas por Souza (2018) e Palhares (2018).....	48
Tabela 2.10 – Máxima $v_c$ para lajes com armadura de cisalhamento de acordo com ACI 318 (2019). .....	61
Tabela 2.11 – Diâmetro máximo das armaduras de punção de acordo com <i>fib</i> MODEL CODE 2010 (2013).....	73
Tabela 2.12 - Comparação entre os modelos teóricos .....	78
Tabela 3.1 - Principais características das lajes.....	83
Tabela 3.2 – Resumo dos detalhes construtivos de cada modelo .....	84
Tabela 4.1 – Propriedades do concreto.....	104
Tabela 4.2- Propriedades do aço.....	104
Tabela 4.3 - Cargas de ruptura experimental dos modelos ensaiados .....	105
Tabela 4.4 - Cargas de ruptura experimental dos modelos ensaiados .....	106
Tabela 4.4 - Deslocamentos verticais máximos .....	115
Tabela 4.5 – Ductilidade das lajes .....	115
Tabela 4.6- Deformações máximas de compressão no concreto.....	121
Tabela 4.7 – Relação da carga no instante do alívio das tensões radiais e a carga última .....	123
Tabela 4.8 - Deformação máxima aferida pelos extensômetros (%).....	132
Tabela 4.9 – Deformação das armaduras de cisalhamento.....	140
Tabela 4.10 – Deformação (%) e tensão (MPa) máxima das armaduras de cisalhamento .....	140
Tabela 4.11 – Cargas de aberturas das primeiras fissuras .....	146
Tabela 4.12 – Inclinação da superfície de ruptura.....	150
Tabela 4.13 – Determinação do Modo de Ruptura.....	153
Tabela 5.1 - Carga de resistência à flexão das lajes .....	155

Tabela 5.2 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas da ABNT NBR 6118 (2014).....	157
Tabela 5.3 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do ACI 318:2019 .....	158
Tabela 5.4 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do EUROCODE 2:2004 .....	160
Tabela 5.5 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do <i>fib</i> Model Code 2010:2013 seguindo o nível I de aproximação.....	161
Tabela 5.6 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do <i>fib</i> Model Code 2010:2013 seguindo o nível II de aproximação .....	162
Tabela 5.7 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do <i>fib</i> Model Code 2010:2013 seguindo o nível III de aproximação .....	163
Tabela 5.8 - Relação $V_u/V_N$ obtidos para os modelos teóricos analisados .....	164
Tabela 5.9 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do EUROCODE 2:2004 e o EUROCODE 2 (MOD.).....	169
Tabela B.0.1 - Características das lajes ensaiadas nessa pesquisa .....	192
Tabela B.0.2 - Características das lajes ensaiadas por Souza (2018) .....	193
Tabela B.0.3 - Características das lajes ensaiadas por Palhares (2018) .....	194
Tabela B.0.4 - Características das lajes ensaiadas por Caldentey <i>et al.</i> (2013).....	195

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Sistemas estruturais para estruturas de concreto (FERREIRA, 2010).....	1
Figura 1.2 - Acidentes decorrentes da ruptura por punção em lajes lisas .....	2
Figura 1.3 – Armadura de Cisalhamento do Tipo Estribo Aberto .....	4
Figura 2.1 – Comparativo carga <i>versus</i> deslocamentos lajes com ruptura por punção e flexão .....	10
Figura 2.2 – Distribuição de Momento fletor e esforço cortante. (adaptado de EDER, 2011).....	10
Figura 2.3 - Modo de ruptura de acordo com CEB-FIP Model Code 1990 (1993).....	11
Figura 2.4 – Evolução da fissuração na superfície tracionada da laje durante o carregamento (Guandalini, 2005). .....	12
Figura 2.5 - Mecanismos complementares de resistência (Oliveira <i>et al.</i> , 2019).....	13
Figura 2.6 - Ação da armadura contra colapso progressivo (adaptado de Melo, 1990). 18	
Figura 2.7 – Lajes sem (1) e com (2) armadura inferior passando pelo pilar (adaptado de Melo, 1990) .....	18
Figura 2.8 - Tipos de armaduras de cisalhamento .....	23
Figura 2.9 - Arranjos das armaduras de cisalhamento .....	24
Figura 2.10 – Geometria e tensões atuantes na dobra de uma armadura de cisalhamento [Adaptado de ACI 421.1 R-08 (2008)].....	26
Figura 2.11 – Detalhamento de estribos conforme ABNT NBR 6118 (2014).....	27
Figura 2.12 – Detalhamento da ancoragem de estribos conforme ACI 318 (2019).....	27
Figura 2.13 – Detalhe da ancoragem de estribos conforme Eurocode 2 (2004) .....	28
Figura 2.14 - Modos de ruptura de lajes lisas armadas à punção .....	29
Figura 2.15 - Modo de ruptura por delaminação .....	30
Figura 2.16 – Estribo inclinado a 60° .....	31
Figura 2.17 – Esquema de ensaio (dimensões em mm) .....	34
Figura 2.18 – Propriedades das armaduras de cisalhamento utilizadas por Andrade (1999) .....	35
Figura 2.19 – Superfícies de ruptura das lajes ensaiadas por Andrade (1999) (Adaptado de Trautwein, 2001).....	36
Figura 2.20 – Detalhe da armadura de cisalhamento (Trautwein, 2001) .....	37
Figura 2.21 – Desenho esquemático com a posição da armadura (Trautwein, 2006)....	39
Figura 2.22 – Representação do sistema de ensaio, com unidades em milímetros (Adaptado de Caldentey <i>et al.</i> , 2013).....	42
Figura 2.23 – Disposição das armaduras de cisalhamento nas lajes 1 e 2 (Adaptado de Caldentey <i>et al.</i> , 2013).....	43

Figura 2.24 – Disposição das armaduras de cisalhamento nas lajes 3 e 4 (Adaptado de Caldentey <i>et al.</i> , 2013).....	43
Figura 2.25 – Disposição das armaduras de cisalhamento nas lajes 5 e 6 (Adaptado de Caldentey <i>et al.</i> , 2013).....	44
Figura 2.26 – Esquemático do programa de ensaio (Adaptado de Palhares, 2018) .....	46
Figura 2.27 – Resumo das características das lajes ensaiadas (Adaptado de Souza, 2018 e Palhares, 2018) .....	47
Figura 2.28 - Superfície de controle .....	49
Figura 2.29 - Perímetro crítico $u_0$ , adaptado ABNT NBR 6118 (2014).....	52
Figura 2.30 - Perímetro crítico $u_1$ , adaptado ABNT NBR 6118 (2014).....	53
Figura 2.31 – Disposição da armadura de cisalhamento, adaptado ABNT NBR 6118 (2014). .....	55
Figura 2.32 - Perímetro crítico $u_{out}$ , adaptado NBR 6118 (2014).....	57
Figura 2.33 – Perímetro crítico $b_0$ conforme ACI 318 (2019). .....	58
Figura 2.34 - Perímetro crítico $b_{out}$ , adaptado ACI 318 (2014). .....	62
Figura 2.35 – Perímetro crítico $u_1$ , adaptado EUROCODE 2 (2004). .....	64
Figura 2.36 - Perímetro crítico $u_{out}$ , adaptado EUROCODE 2 (2004). .....	67
Figura 2.37 - Rotação da laje.....	67
Figura 2.38 - Diferenciação das alturas úteis [modificado – <i>fib</i> MODEL CODE:2013]	68
Figura 2.39 – Perímetro crítico básico $b_1$ [adaptado do <i>fib</i> MODEL CODE 2010 (2013)] .....	68
Figura 2.40 - Regras para disposição das armaduras de punção de acordo com <i>fib</i> MODEL CODE 2010 (2013) .....	72
Figura 2.41 - Armaduras de punção ativadas na falha <i>fib</i> MODEL CODE .....	73
Figura 2.42 – Perímetro $b_{out}$ conforme <i>fib</i> Model Code 2010 .....	76
Figura 2.43 – Padrão de linha de ruptura [adaptado de GUANDALINI <i>et al.</i> , 2009] ...	79
Figura 3.1 – Representação dos modelos locais estudados .....	81
Figura 3.2 – Dimensões dos modelos locais ensaiados, com unidades em mm.....	82
Figura 3.3 - Projeto das armaduras de flexão das lajes em planta (medidas em mm)....	85
Figura 3.4 - Corte das armaduras longitudinais.....	86
Figura 3.5 – Detalhe da disposição dos ganchos nas bordas da laje. ....	86
Figura 3.6 - Projeto das armaduras de flexão da laje RSP em planta (medidas em mm)87	
Figura 3.7 - Corte das armaduras longitudinais da laje RSP.....	88
Figura 3.8 - Distribuição das armaduras de cisalhamento.....	89
Figura 3.9 – Distribuição da armadura de cisalhamento na laje.....	89

Figura 3.10 - Detalhe da ancoragem da armadura de cisalhamento da laje CFA .....	90
Figura 3.11 - Detalhe da ancoragem da armadura de cisalhamento da laje CTA .....	90
Figura 3.12 - Detalhe da ancoragem da armadura de cisalhamento da laje CCA .....	91
Figura 3.13 - Detalhe da ancoragem da armadura de cisalhamento da laje CNA.....	91
Figura 3.14 - Detalhamento das armaduras longitudinais e transversais dos pilares .....	92
Figura 3.15- Disposição dos LVDT's sobre a laje (unidades em mm) .....	95
Figura 3.16 - Extensômetros na armadura de cisalhamento .....	97
Figura 3.17 - Extensômetros das armaduras longitudinais tracionadas.....	97
Figura 3.18 - Posição dos extensômetros na região inferior da laje (unidades em mm)	98
Figura 3.19 - Posição dos extensômetros na região inferior da laje .....	99
Figura 3.20 - Esquema do programa de ensaios (unidades em mm).....	100
Figura 3.21 - Sistema de ensaio: laje CCA pronta para o ensaio .....	101
Figura 3.22 - Bombas hidráulicas para aplicação da carga e sistema de aquisição de dados montado para o ensaio da laje CNA.....	102
Figura 4.1 - Resumo das características das lajes ensaiadas .....	103
Figura 4.2 - Curvas carga <i>versus</i> leitura para a laje RSP .....	107
Figura 4.3 - Curvas carga <i>versus</i> leitura para as demais lajes .....	107
Figura 4.4- Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje RSP .....	108
Figura 4.5 - Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje RSP .....	109
Figura 4.6- Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CFA .....	109
Figura 4.7 - Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CFA .....	110
Figura 4.8- Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CTA .....	110
Figura 4.9- Deslocamentos verticais na direção Norte-Sul da laje CTA.....	111
Figura 4.10 - Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CCA .....	111
Figura 4.11 - Deslocamentos verticais na direção Norte-Sul da laje CCA .....	112
Figura 4.12 - Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CNA.....	112
Figura 4.13 - Deslocamentos verticais na direção Norte-Sul da laje CNA .....	113
Figura 4.14 - Deslocamentos verticais médios de todas as lajes .....	114
Figura 4.15 – Rotação Laje RSP .....	116
Figura 4.16 - Rotação Laje CFA .....	116
Figura 4.17 - Rotação Laje CTA .....	117
Figura 4.18 - Rotação Laje CCA .....	117
Figura 4.19 - Rotação Laje CNA.....	117

Figura 4.20 – Carga <i>versus</i> rotação das lajes .....	118
Figura 4.21 – Deformações na superfície do concreto da laje RSP .....	119
Figura 4.22 – Deformações na superfície do concreto da laje CFA.....	119
Figura 4.23 – Deformações na superfície do concreto da laje CTA.....	120
Figura 4.24 – Deformações na superfície do concreto da laje CCA .....	120
Figura 4.25 – Deformações na superfície do concreto da laje CNA .....	121
Figura 4.26 - Modelo de bielas e tirantes para ruptura por punção [adaptado de Muttoni (2008)] .....	122
Figura 4.27 - Deformações tangenciais médias na superfície do concreto de cada laje. ....	123
Figura 4.28 - Deformações nas armaduras de flexão da laje RSP.....	124
Figura 4.29 - Deformações nas armaduras de flexão da laje CFA .....	125
Figura 4.30- Deformações nas armaduras de flexão da laje CTA.....	126
Figura 4.31 - Deformações nas armaduras de flexão da laje CCA.....	127
Figura 4.32 - Deformações nas armaduras de flexão da laje CNA .....	128
Figura 4.33 - Curvas carga <i>versus</i> deformação para a laje RSP.....	129
Figura 4.34 - Curvas carga <i>versus</i> deformação para a laje CFA .....	129
Figura 4.35 - Curvas carga <i>versus</i> deformação para a laje CTA.....	130
Figura 4.36 - Curvas carga <i>versus</i> deformação para a laje CCA.....	130
Figura 4.37 - Curvas carga <i>versus</i> deformação para a laje CNA .....	131
Figura 4.38 - Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje CFA.....	133
Figura 4.39 - Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje CTA.....	134
Figura 4.40 - Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje CCA .....	135
Figura 4.41 - Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje CNA .....	136
Figura 4.42 - Curvas de carga <i>versus</i> deformação da armadura de cisalhamento da laje CFA .....	137
Figura 4.43 - Curvas de carga <i>versus</i> deformação da armadura de cisalhamento da laje CTA .....	137
Figura 4.44 - Curvas de carga <i>versus</i> deformação da armadura de cisalhamento da laje CCA.....	138
Figura 4.45 - Curvas de carga <i>versus</i> deformação da armadura de cisalhamento da laje CNA.....	138
Figura 4.46 – Mapa de fissuração da laje CFA .....	142
Figura 4.47 – Mapa de fissuração da laje CTA .....	143
Figura 4.48 – Mapa de fissuração da laje CCA.....	144

Figura 4.49 – Mapa de fissuração da laje CNA.....	145
Figura 4.50 - Plano de Corte das Lajes.....	147
Figura 4.51 – Superfície de ruptura da laje CFA.....	147
Figura 4.52 – Superfície de ruptura da laje CTA .....	148
Figura 4.53 – Superfície de ruptura da laje CCA .....	149
Figura 4.54 – Superfície de ruptura laje CNA.....	150
Figura 4.55 – Critérios para definição do modo de ruptura das lajes [adaptado de FERREIRA (2010)].....	152
Figura 5.1 - Avaliação dos métodos de cálculo.....	166
Figura 5.2 - Influência da razão da armadura de cisalhamento no acréscimo de resistência .....	167
Figura 5.3 - Influência da razão da armadura de cisalhamento na relação $V_u/V_{Rcs}$ , Teórico.....	168
Figura 0.1 - Projeto da armadura de cisalhamento da laje CFA (medidas em mm).....	188
Figura 0.2 - Projeto da armadura de cisalhamento da laje CTA (medidas em mm) ....	189
Figura 0.3 - Projeto da armadura de cisalhamento da laje CCA (medidas em mm) ....	190
Figura 0.4 - Projeto da armadura de cisalhamento da laje CNA (medidas em mm)....	191

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

Neste item são apresentados alguns dos símbolos utilizados. Aqueles que não estão aqui apresentados têm seu significado explicado assim que mencionados no texto.

$A_c$	área da seção transversal de concreto,
$A_s$	área da seção transversal das armaduras de flexão tracionadas,
$A_{s,w}$	área da seção transversal das armaduras de cisalhamento,
$b_w$	largura da seção de concreto considerada,
$c$	lado de um pilar quadrado ou diâmetro de um pilar circular,
COV	coeficiente de variação,
$d$	altura útil,
$d_{g,máx}$	diâmetro máximo do agregado,
$d_v$	altura útil reduzida,
$e$	excentricidade do carregamento,
$E_c$	módulo de elasticidade do concreto,
$E_{s,flex}$	módulo de elasticidade do aço da armadura de flexão,
$E_{s,w}$	módulo de elasticidade do aço da armadura de cisalhamento,
$f_c$	resistência à compressão do concreto,
$f_{ck}$	resistência característica à compressão do concreto,
$f_{ct}$	resistência à tração do concreto,
$f_{ys,flex}$	tensão de escoamento da armadura de flexão,
$f_{ys,w}$	tensão de escoamento da armadura de cisalhamento,
$h$	espessura da laje,
$L$	lado da laje,
$r_q$	raio de carregamento da laje,
$r_s$	raio da laje,
$r_{ys}$	raio da laje dentro do qual as armaduras de flexão atingiram a tensão de escoamento,
$s_0$	distância da face do pilar até a primeira camada de armaduras de cisalhamento,
$s_r$	espaçamento entre camadas de armaduras de cisalhamento,
$s_t$	distância máxima entre as armaduras de cisalhamento na última camada,
$u_0$	comprimento do perímetro do pilar,

$u_1$	comprimento do perímetro de controle afastado de uma distância da face do pilar, em função da norma utilizada,
$u_{out}$	comprimento do perímetro de controle externo às armaduras de cisalhamento,
$u_{out,ef}$	comprimento do perímetro de controle efetivo externo às armaduras de cisalhamento,
$V_{flex}$	carga de ruptura por flexão,
$V_u$	carga de última de ensaio,
$V_{R,c}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída pelo concreto,
$V_{R,s}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída pelas armaduras de cisalhamento,
$V_{R,cs}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras de cisalhamento,
$V_{R,max}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por compressão diagonal,
$V_{R,out}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras de cisalhamento,
$\varepsilon_c$	deformação na superfície de concreto,
$\varepsilon_{cu}$	deformação correspondente a ruptura por esmagamento do concreto,
$\varepsilon_s$	deformação na armadura de flexão,
$\varepsilon_{ys}$	deformação correspondente a tensão de escoamento da armadura de flexão,
$\varepsilon_{ys,w}$	deformação correspondente a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento,
$\theta$	inclinação da superfície de ruptura da laje,
$\xi$	efeito de tamanho ( <i>size effect</i> ),
$\rho$	taxa média de armadura de flexão tracionada,
$\rho_x$	taxa de armadura de flexão tracionada na direção $x$ ,
$\rho_y$	taxa de armadura de flexão tracionada na direção $y$ ,
$\rho'$	taxa média de armadura de flexão comprimida,
$\rho_w$	taxa de armadura de cisalhamento,
$\phi$	diâmetro da barra de armadura,
$\phi_{flex}$	diâmetro da barra da armadura de flexão,
$\phi_w$	diâmetro da barra da armadura de cisalhamento.

## 1. INTRODUÇÃO

O sistema construtivo de lajes lisas, no qual as lajes são apoiadas diretamente pelos pilares sem a presença de vigas, surgiu no início do século XX. Ao longo dos anos esse sistema tem sido bastante utilizado na construção civil devido às vantagens proporcionadas.

Esse sistema, denominado de lajes lisas, pode ser composto por lajes maciças ou nervuradas, apoiadas diretamente sobre os pilares ou com o uso de capitéis. Na Figura 1.1, mostram-se essas possibilidades além do sistema convencional.

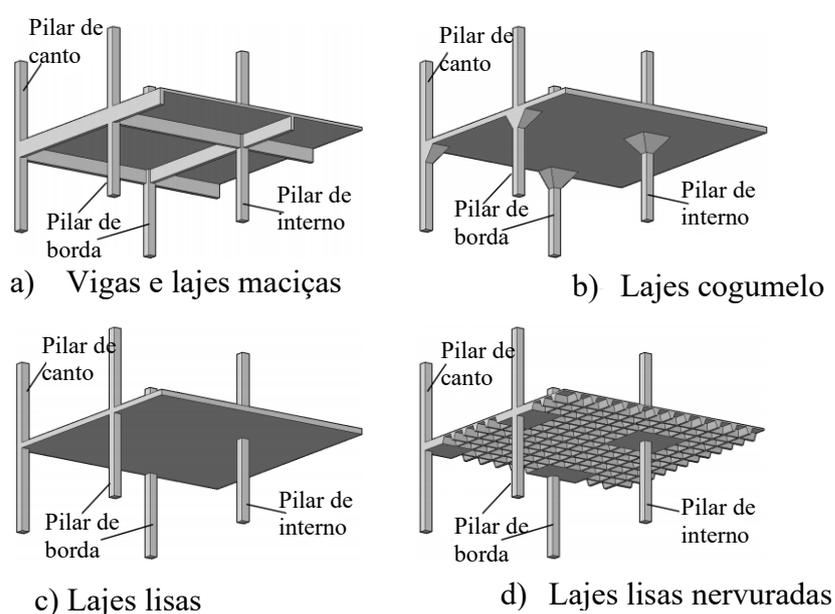


Figura 1.1 - Sistemas estruturais para estruturas de concreto (FERREIRA, 2010)

Entre as vantagens pode-se citar: melhores condições de concretagem e adensamento do concreto, simplificação na execução das formas, melhor adaptabilidade da obra ao longo da sua vida útil e maior facilidade de disposição das instalações, podendo em algumas situações reduzir os custos com mão-de-obra, o tempo de construção e a altura total do edifício.

No entanto, esse sistema construtivo apresenta algumas desvantagens. Devido à ausência de uma ligação viga-pilar, a rigidez global da estrutura é menor quando comparada com lajes convencionais, resultando em uma maior flexibilidade às ações horizontais. E, sobretudo, a possibilidade de uma ruptura frágil da laje por punção. As rupturas por punção podem ser catastróficas e na literatura diversos colapsos estruturais são relatados

devido a esse modo de ruína e erros durante a fase construtiva. Alguns acidentes são mostrados na Figura 1.2.



a) Colapso parcial do edifício Pipers Row Car Park, Inglaterra (Wood,1997)



b) Colapso progressivo no Edifício Ronan Point, Londres (Subramanian, 2014)

c) Colapso parcial de um pátio de estacionamento, em Christchurch, Nova Zelândia (Paiva *et al.*, 2015)

Figura 1.2 - Acidentes decorrentes da ruptura por punção em lajes lisas

A ligação laje-pilar apresenta um comportamento bastante complexo onde atuam elevados esforços cortantes e momentos fletores, ainda por se tratar de região de descontinuidade, regiões D, para os quais não são válidas as hipóteses de Bernoulli.

Essa descontinuidade na ligação laje-pilar é altamente problemática do ponto de vista estrutural, sendo considerada pelo *fib* Bulletin 12 (2000) umas das regiões D mais críticas que podem ocorrer em estruturas de concreto, com elevados momentos atuando em um estado tridimensional de tensões altamente complexo. Como se não bastasse, essa

problemática é agravada em situações de ligações de borda e canto, com presença de aberturas e momentos fletores desbalanceados atuando.

Em virtude disso, o fenômeno da punção tem sido um dos problemas mais estudados em estruturas de concreto, com as primeiras publicações de Talbot (1913) e Talbot e Slater (1916). Desde então, muitas pesquisas foram desenvolvidas. Isso proporcionou que diversos métodos teóricos e códigos normativos fossem propostos e amplamente aceitos pela comunidade técnica. Contudo, ainda há muitas situações práticas não contempladas por esses códigos e que ainda carecem de investigação.

Guandalini (2005) define a punção como uma forma de ruptura brusca, por cisalhamento, que pode ocorrer em lajes de concreto devido à ação de uma carga concentrada em uma área, normalmente a reação de um pilar ou uma força concentrada. Para lajes sem armaduras de cisalhamento, esse tipo de ruptura é normalmente frágil com as armaduras de flexão não atingindo seu patamar de escoamento.

A ruptura por punção é caracterizada pelo desenvolvimento de fissuras por tração diagonal, que formam uma superfície “tronco de cone” ao redor do pilar no instante da falha. Salienta-se, ainda, que conseqüentemente a essa ruína localizada, pode-se levar ao colapso progressivo das ligações adjacentes e de toda a estrutura.

Os principais parâmetros que influenciam na punção são: a resistência do concreto ( $f_c$ ), a taxa de armadura longitudinal de tração ( $\rho$ ), as dimensões e geometria dos pilares, o fator de escala ou *size effect* ( $\xi$ ), a altura útil da laje ( $d$ ) e a presença de armadura de cisalhamento. Portanto, na fase de dimensionamento, a segurança estrutural da ligação laje-pilar deve ser garantida com manuseio desses parâmetros de forma que se melhore a capacidade resistente.

O aumento da taxa de armadura longitudinal tracionada, resistência à compressão do concreto e a seção dos pilares e/ou lajes, demonstrou melhorar a capacidade resistente ao cisalhamento, mas não significativamente a ductilidade da ligação, podendo também afetar a altura final da edificação, bem como aumentar os custos da obra.

Contudo a maneira mais eficiente de aumentar a capacidade resistente em lajes lisas é com o uso de armaduras de cisalhamento, que não apenas aumentam a carga resistida, como também a ductilidade e capacidade de deformação da ligação laje-pilar.

Diversos tipos de armaduras de cisalhamento foram desenvolvidos e testados em várias pesquisas, tais como: as barras dobradas, os estribos em diversas conformações, os *shearheads* e os *studs*. Na determinação do tipo de armadura de cisalhamento a ser utilizada, fatores como o acréscimo de carga, possíveis interferências com as armaduras de flexão e dos pilares, facilidade de instalação e quesitos relacionados ao custo devem ser ponderados.

Todavia, para que essas armaduras atuem de forma eficaz, deve-se garantir a sua ancoragem nas armaduras longitudinais. Tratando especificamente dos estribos, tem-se que o processo de ancoragem pode ser um tanto problemático. Uma vez que a ligação laje-pilar já apresenta uma quantidade grande de barras de aço de flexão e o canto dos estribos precisam envolvê-las tanto na região tracionada quanto na comprimida.

Nessa dissertação, foram realizados ensaios com estribos abertos conhecidos como caranguejos (Figura 1.3), sendo avaliado a resistência ao cisalhamento, a capacidade de deformação e o modo de ruptura da ligação quando variado a ancoragem deles em relação às armaduras longitudinais.

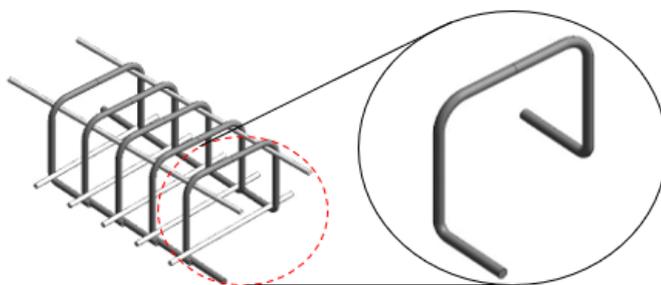


Figura 1.3 – Armadura de Cisalhamento do Tipo Estribo Aberto

## 1.1. MOTIVAÇÃO

Pesquisas com o uso de armadura de cisalhamento tipo estribos, em seus mais diversos formatos, têm sido estudados por diversos autores. Essas pesquisas possibilitaram entender melhor o fenômeno da punção e a eficiência dessas armaduras. E uma das principais conclusões diz respeito à ancoragem das armaduras de cisalhamento, que influencia diretamente na capacidade resistente das lajes, de maneira que armaduras bem ancoradas tendem a atingir tensões próximas a de escoamento, além de aumentar a carga última das lajes.

Contudo, o uso de estribos bem ancorados no cotidiano das obras pode dificultar o processo construtivo, uma vez que as ligações laje-pilar já apresentam uma quantidade relativamente grande de armaduras de flexão, o que pode provocar um tempo maior de execução. Por outro lado, o uso de armaduras parcialmente ancoradas pode ser uma alternativa para a solução dessas interferências, podendo facilitar o processo de execução e montagem nas lajes.

Caldentey *et al.* (2013) menciona que a montagem das armaduras longitudinais e, em seguida, a colocação dos estribos sem envolver as barras de aço de flexão é uma prática habitual em obras na Espanha, com a ressalva que essa técnica não é amparada nos códigos de projetos. Os códigos normativos, por sua vez, são bem enfáticos ao afirmar que deve haver contato mecânico entre os cantos dos estribos e as armaduras longitudinais.

Na literatura, encontram-se poucos estudos sobre as condições de ancoragem parciais na resistência à punção das lajes lisas. Os principais trabalhos relacionados a ancoragem são: Yamada, Nanni e Endo (1992); Andrade (1999); Trautwein (2001) (2006); Regan e Samadian (2001); Park *et al.* (2007); Caldentey *et al.* (2013); Furche e Bauermeister (2014); Ferreira *et al.* (2016); Tapajós (2017); Hegger *et al.* (2017); Souza (2018); Palhares (2018); e Lima *et al.* (2020).

Outra motivação para o estudo baseia-se no interesse em armaduras de cisalhamento eficazes, simples de instalar e que sejam de baixo custo. O estribo proposto é de fácil instalação e pode ser confeccionado no próprio canteiro de obras, reduzindo custos. No que tange à sua eficiência, ainda há estudos experimentais abordando esse tipo de armadura de cisalhamento. Cabe destacar que a ideia de o testar surgiu a partir da sua aplicação numa obra no Setor Noroeste-DF, além dos feedbacks positivos da equipe da obra em relação ao ganho de tempo na montagem.

Dessa forma, a presente dissertação pretende contribuir com resultados de ensaios experimentais que avaliam a eficiência desse tipo de armaduras, a capacidade resistente e a deformação das lajes, contribuindo, assim, com o aumento do banco de dados disponível e fornecendo análises acerca dos modelos de cálculos.

## 1.2. OBJETIVOS

Esta pesquisa tem por objetivo avaliar experimentalmente o comportamento à punção de lajes-lisas de concreto armado com armadura de cisalhamento do tipo estribo aberto, considerando a variação do tipo de ancoragem do estribo na armadura de flexão.

Como objetivos específicos, esta pesquisa propõe:

- Comparar, experimentalmente, o comportamento das lajes lisas armadas à punção, a partir de uma laje lisa de referência sem armadura de cisalhamento;
- Comparar os resultados experimentais com as estimativas apresentadas pelas seguintes normas: ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014), Eurocode 2 (2004) e *fib* Model Code (2010). Com isso, busca-se verificar a viabilidade do uso dessa armadura de cisalhamento. Ressalta-se que os cálculos nessa etapa são adaptações desses modelos, visto que as prescrições normativas exigem que as armaduras devam estar devidamente ancoradas.
- Apresentar resultados experimentais de diferentes pesquisadores, bem como comparar essas conclusões aos resultados obtidos com o presente estudo.

## 1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está dividida em 6 Capítulos, mais as Referências Bibliográficas e os Apêndices.

O *Capítulo 1* apresenta considerações gerais sobre o sistema de lajes lisas, além dos objetivos e motivação para o estudo.

No *Capítulo 2*, é apresentado a revisão bibliográfica, que versa sobre conceitos relevantes para o entendimento do fenômeno da punção. Também são apresentadas pesquisas experimentais com o uso de armadura de cisalhamento e que avaliaram a ancoragem no comportamento da ligação laje-pilar. Por fim, são discutidas as recomendações de cálculo da resistência à punção da ABNT NBR 6118:2014, ACI 318:2014, Eurocode 2:2004 e do *fib* Model Code 2010:2013 no que diz respeito às prescrições para estimar as cargas com e sem a utilização de armaduras de cisalhamento em ligações com carregamento simétrico.

No *Capítulo 3*, apresenta-se o programa experimental desta pesquisa com as características das lajes e detalhamento das armaduras, as etapas de fabricação dos modelos, assim como instrumentação e o sistema de ensaio.

No *Capítulo 4*, são apresentadas as análises dos resultados de carga última, deslocamentos verticais e rotações, deformações na superfície do concreto e nas armaduras de flexão e cisalhamento, mapas de fissuração e classificação do modo de ruptura. Ainda são comparados os resultados desta pesquisa com resultados disponíveis na literatura.

No *Capítulo 5*, são abordados e comparados os resultados experimentais com as estimativas das recomendações discutidas anteriormente, acrescidas de alguns trabalhos com a finalidade de avaliar as prescrições de cálculo.

Por fim, no *capítulo 6* são apresentadas as conclusões desta pesquisa e sugestões para trabalhos futuros. Em seguida apresentam-se as Referências Bibliográficas e os Apêndices. O Apêndice A mostra o detalhamento das armaduras de cisalhamento e Apêndice B as características das lajes ensaiadas e do banco de dados.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Inicialmente, é apresentado um resumo histórico sobre os principais trabalhos realizados sobre punção em lajes lisas, em seguida, uma abordagem do comportamento das ligações laje-pilar e resultados de pesquisas pertinente para esse trabalho. Por fim, apresenta-se as prescrições dos modelos teóricos: ACI 318:2008, Eurocode 2:2004 e ABNT NBR 6118:2003; além das recomendações do *fib* Model Code 2010.

### **2.1. RESUMO HISTÓRICO DO ESTUDO DA PUNÇÃO**

De acordo com Gasparini (2002), a invenção do sistema estrutural de lajes lisas é atribuída ao engenheiro George M. Hill, que construiu diversos edifícios nos Estados Unidos da América entre anos de 1899 e 1901. Entretanto, o engenheiro Claude A. P. Turner foi o responsável pelo desenvolvimento deste sistema estrutural. O Edifício Johnson-Bovey Building (1906), Minneapolis-EUA, foi o primeiro no qual Turner utilizou seu sistema estrutural com a utilização de uma armadura em forma de cogumelo, disposta no topo dos pilares. Entretanto, Lúcio (1991), Furst e Marti (1997) conferem a invenção das lajes lisas ao engenheiro suíço Robert Maillart. Ele teria desenvolvido um sistema semelhante em 1900, mas só teria conseguido a patente em 1909.

Os primeiros ensaios propostos ao estudo da punção ocorrem no início do século XX, em escala real. Pode ser atribuído a Talbot (1913) o início do estudo da punção, que ensaiou 197 sapatas (114 sob muro e 83 sob pilar). Dentre os espécimes ensaiados, observou-se que 20 deles tiveram ruptura por punção com uma superfície tronco-cônica inclinada de 45° em relação ao plano da laje. Notou-se que a resistência à punção era maior nas sapatas com maiores taxas de armadura de flexão.

Os resultados dos espécimes ensaiados por Talbot (1913) foram base para as primeiras recomendações para punção publicadas em 1925 pelo ACI. Contudo, as sapatas eram muito espessas e os resultados não eram adequados para descrever a resistência ao cisalhamento das lajes.

Back e Graf (1915) estudaram 51 lajes retangulares e quadradas apoiadas em todos os lados, onde também foi observada a ruptura tronco-cônica quando algumas lajes romperam por punção.

Graf (1933) realizou teste com armadura específica para combater o cisalhamento utilizando barras dobradas, que aumentaram a resistência ao cisalhamento. Todavia, a falha por punção poderia ocorrer numa região subsequente a armaduras. Broms (2000) combinou as barras dobradas com estribos fechados, evitando que ocorresse ruptura por punção.

Elstner e Hognestad (1956) testaram 39 lajes para estudar a influência de algumas variáveis na capacidade resistente ao cisalhamento, tais como: taxa de armadura de flexão; resistência do concreto; quantidade de armaduras de compressão; condições de apoio; tamanho dos pilares; quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento. Os resultados mostram que todos esses fatores têm influência importante na resistência ao cisalhamento, exceto taxa de armadura de compressão.

Um dos primeiros modelos mecânicos acerca da ruptura por punção foi publicado por Kinunnem e Nylander (1960). Esse modelo foi desenvolvido para lajes lisas sem armaduras de cisalhamento, porém serviu de base para estudos com armaduras. O modelo foi baseado em resultados de 61 lajes circulares apoiadas em pilares também circulares com armaduras axissimétricas.

A utilização de estribos em lajes lisas produzia um aumento da resistência da ligação laje-pilar Islam e Park (1976), Hawkins *et al.* (1975), Pillai *et al.* (1982), Oliveira (1998) e Robertson *et al.* (2002). Entretanto, para que a tensão de escoamento no tramo vertical fosse atingida, os estribos necessitavam de ser ancorados nas duas camadas da armadura de flexão.

## **2.2. COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO**

O CEB-FIB Model Code (1990) define a ruptura por punção como sendo por cisalhamento na região de descontinuidade de áreas com elevadas tensões nas regiões próximas a forças concentradas ou a pequenas áreas carregadas, como é o caso da ligação laje-pilar. Melges (1995) adverte que a predominância do esforço cortante faz com que a laje atinja a falha antes que sua capacidade resistente à flexão seja atingida, levando a uma ruína frágil.

A Figura 2.1 apresenta a carga *versus* deslocamentos de lajes ensaiada por Menétrey (1998), onde é notável a diferença de ductilidade entre lajes que romperam por punção e flexão. Nas lajes que romperam por punção, observa-se um pico brusco do deslocamento, enquanto as lajes que romperam por flexão se comportaram de forma mais dúctil na ruptura.

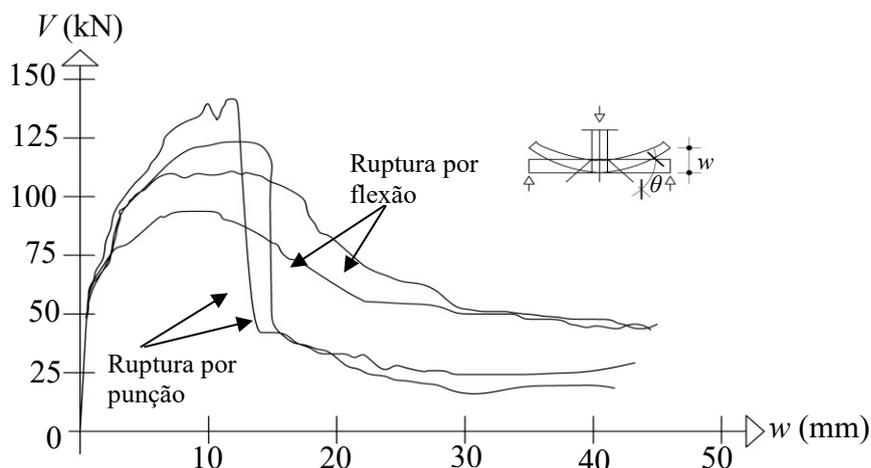


Figura 2.1 – Comparativo carga *versus* deslocamentos lajes com ruptura por punção e flexão. (adaptado de Menétrey, 1998)

A região do pilar é de solicitações extremamente desfavoráveis, pois apresenta combinação do momento fletor máximo e do esforço cortante, como mostrado na Figura 2.2. Nota-se, ainda, que o ponto de inflexão dos momentos negativos e positivos localiza-se a um raio  $0,22 \cdot l$  do centro do pilar. A maior parte dos ensaios que buscam estudar o fenômeno da punção simulam essa região de momentos negativos.

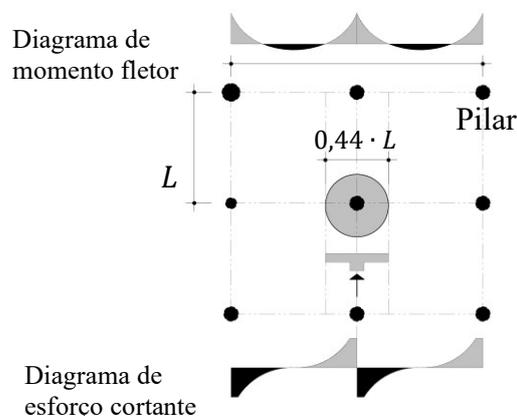


Figura 2.2 – Distribuição de Momento fletor e esforço cortante. (adaptado de Eder, 2011)

### 2.2.1. Padrão de Fissuração e Formação da Fissura de Punção

A resistência à punção está diretamente ligada à inclinação da superfície de ruptura. Para lajes sem armadura de cisalhamento, a superfície de ruptura forma um ângulo de aproximadamente  $25^\circ$  com o plano da laje para o caso de carga simétrica (Regan, 1985). De acordo com o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), a superfície de ruptura por punção de uma laje lisa sem armadura de cisalhamento possui inclinação de  $25^\circ$  a  $30^\circ$ , como mostra a Figura 2.3.

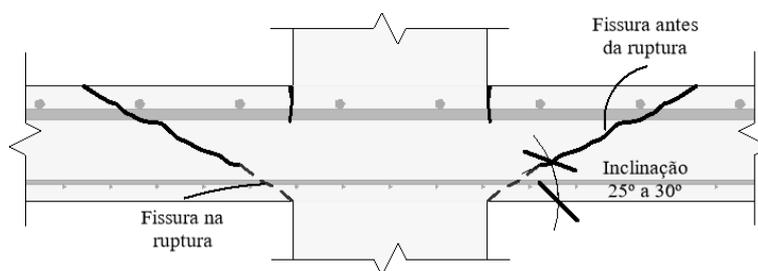


Figura 2.3 - Modo de ruptura de acordo com CEB-FIP Model Code 1990 (1993)

Nos ensaios realizados por Ferreira (2010), foi observado um ângulo médio de  $34,5^\circ$  da superfície de ruptura para laje de referência sem armadura de cisalhamento. Conforme Bompa e Onet (2016), a inclinação da superfície de ruptura é influenciada pela taxa de armadura, espessura da laje e resistência do concreto. Ensaios realizados por Graf (1933) evidenciaram que quanto mais acentuada é a inclinação da superfície de ruptura, maior é a carga de ruptura.

O padrão de fissuração observado por Guandalini (2005) é apresentado na Figura 2.4. Na fase elástica linear, a laje começa a se deformar sem o surgimento de fissuras. Inicialmente surge uma fissura tangencial no contorno do pilar quando se atinge a carga de fissuração  $V_R$ . Com o aumento das cargas, há uma redistribuição dos esforços entre as direções radiais e tangenciais. As fissuras que se seguem são devidas a momentos tangenciais, portanto, possuem trajetórias radiais, dividendo a laje em setores. Os momentos radiais permanecem limitados, bem como as curvaturas na direção radial, em uma área próxima ao pilar. Outras fissuras tangenciais se formam a uma distância maior do pilar ( $V_R \leq V \leq 0,9V_u$ ), enquanto há o surgimento de fissuras internas inclinadas. A partir de uma certa carga e até o colapso, não se observa mais a formação de novas fissuras, mas apenas a abertura das existentes. Então forma-se o cone de punção e uma fissura tangencial na superfície da laje.

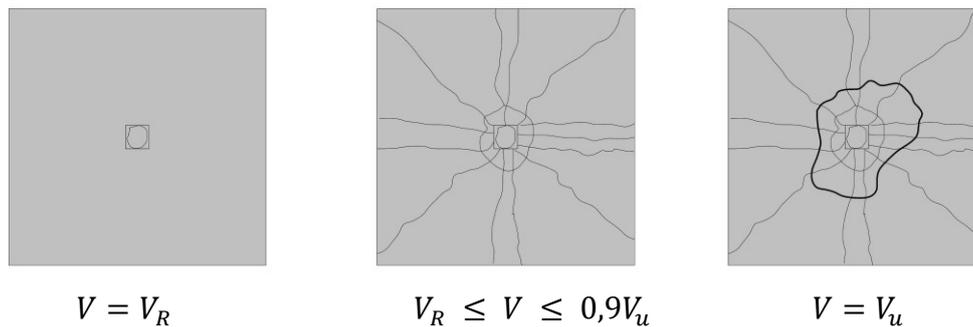


Figura 2.4 – Evolução da fissuração na superfície tracionada da laje durante o carregamento (Guandalini, 2005).

Uma grande limitação de tais observações é que as fissuras internas na laje não são visíveis. Vaz Rodrigues (2007) faz uma observação quanto às deformações radiais do concreto na superfície inferior em torno do pilar. Inicialmente, as deformações compressivas aumentam até um nível de carga de  $V = 0,8$  a  $0,9V_u$ . Acima desse nível de carregamento as deformações de compressão tendem a diminuir e, em alguns casos, deformações de tração são observadas.

### 2.2.2. Parâmetros que influenciam na resistência à punção

A resistência à punção em lajes sem armadura de cisalhamento é influenciada pela transferência de cisalhamento através do intertravamento dos agregados, a presença de resistência do concreto residual após a fissuração e a taxa de armadura longitudinal tracionada.

Os dois primeiros parâmetros estão diretamente ligados à resistência do concreto, tipo do agregado e espessura da laje. Cabe salientar que a resistência ao cisalhamento não cai imediatamente para zero após a formação da fissura de cisalhamento devido à presença de intertravamento agregado. Por conseguinte, esse intertravamento depende da espessura da fissura bem como, também, do diâmetro do agregado.

O terceiro afeta a abertura de fissuras e a profundidade da zona de compressão que influenciam no comportamento à punção. Além disso, as armaduras de flexão contribuem para a resistência através do efeito de pino.

Elstner e Hognestad (1956) mostraram que a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento é influenciada pelos seguintes parâmetros: resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), taxa de armadura de flexão

tracionada ( $\rho$ ), tamanho e a geometria do pilar e pelo *size effect* ( $\xi$ ), ou efeito de tamanho, que consiste na redução da tensão resistente com o aumento da altura útil ( $d$ ). A Figura 2.5 apresenta de forma esquematizada esses parâmetros.

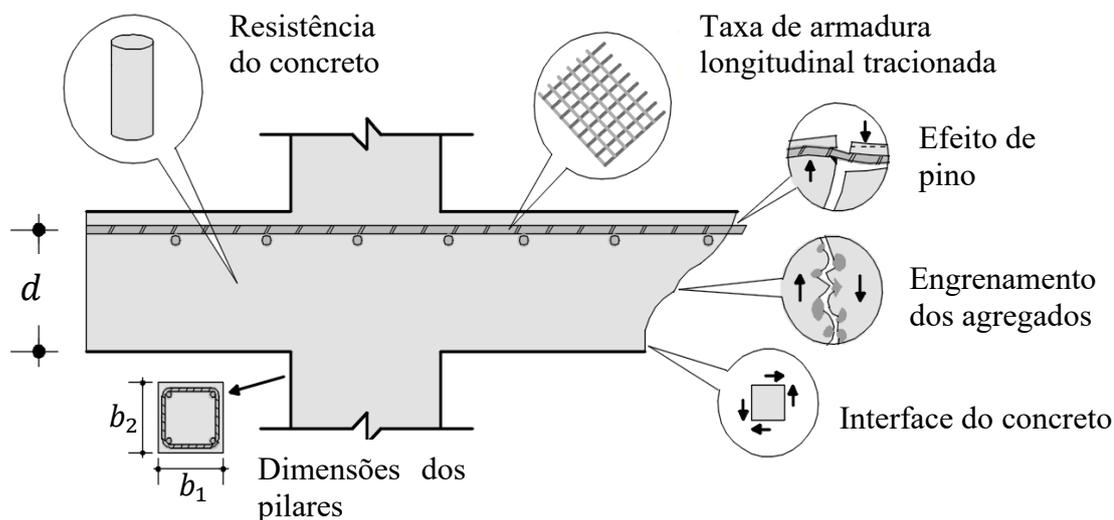


Figura 2.5 - Mecanismos que exercem influência na resistência à punção (adaptado de Oliveira, 2021)

### 2.2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto

A influência da resistência do concreto no comportamento das ligações laje-pilar foi inicialmente estudada por Graf (1933). Em seus ensaios, concluiu que o aumento da capacidade resistente à punção não está linearmente ligado ao aumento da resistência à compressão.

Moe (1961), a partir de um extenso programa experimental com 43 lajes ensaiadas, sugeriu que a resistência à punção era uma função da raiz quadrada da resistência do concreto. Na época, a maioria dos códigos normativos seguiram essa abordagem. Todavia, com a produção de concretos de alta resistência, percebeu-se que essa abordagem tendia a superestimar a influência desse parâmetro.

ACI-ASCE 426 (1974) e ACI-ASCE 352 (1988) reconheceram esse problema e recomendaram restrições quanto à consideração da influência da resistência de concreto. A limitação na época era de 30 MPa e posteriormente em 1988 para 40 MPa.

Autores como Hawkins *et al.* (1974), Regan (1986), Sherif e Dilger (1996) propuseram a consideração da resistência a compressão elevada ao expoente de 1/3 que melhor se ajustava aos resultados experimentais.

Marzouk e Hussein (1991) testaram 17 lajes com espessura entre 90 mm a 150 mm, taxa de armadura de flexão de 0,5% a 2,4% e a resistência do concreto entre 30 MPa a 75 MPa. Os autores concluíram que a raiz cúbica da resistência à compressão melhor representa a tendência dos resultados experimentais.

Essa abordagem é utilizada pelas normas ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004), onde a influência da resistência do concreto é atribuída a uma função de raiz do cubo. O CEB (1990), em sua atualização, em 2010, passou usar a função raiz quadrada.

O ACI 318 (2019), ainda adota uma relação de  $f_c^{\frac{1}{2}}$ . Contudo, devido à limitação de resultados experimentais o uso de sua expressão é restringido para concretos com resistência de até 69 MPa ou 10.000 psi.

#### 2.2.2.2. Taxa de Armadura longitudinal de Flexão Tractionada

Embora a armadura de flexão seja usada para resistir a momentos fletores, ela tem uma influência significativa na capacidade resistente à punção. Hognestad (1953) estabeleceu um fator que contabilizava a influência da capacidade de flexão na resistência ao cisalhamento das lajes. Esse fator era uma relação entre a carga última e resistência à flexão da conexão.

Usando resultados de 39 testes, Elstner e Hognestad (1956) apoiaram essa abordagem e concluíram que a resistência ao cisalhamento sofria influência da armadura de flexão.

A taxa de armadura,  $\rho$ , é o principal fator que influencia na capacidade resistente à flexão das lajes, e é definida como a área de aço tracionada ( $A_s$ ), pela área de concreto ( $A_c$ ), a qual é dada pelo produto da altura útil da laje ( $d$ ) por uma determinada largura a ser considerada. Regan (1986) sugere uma largura efetiva que se estenda três vezes a altura útil da laje em ambos os lados do pilar. Para tal, se baseou em testes em 25 ligações de laje-pilar internas, tendo a quantidade e a distribuição da armadura de flexão como variáveis.

Kinnunen e Nylander (1960) observaram aumento na carga de ruptura por volta de 95% quando se aumentava a taxa de armadura. Avaliando o comportamento dos seus ensaios, fizeram algumas observações: para baixas taxas de armadura ( $\rho \cong 0,5\%$ ), o comportamento observado é dúctil, com o escoamento de toda a armadura de flexão e grandes deformações plásticas. Nas taxas de armadura intermediária ( $\rho \cong 0,5$  a  $1\%$ ), houve escoamento da armadura de flexão próxima ao pilar, entretanto a punção ocorria antes do escoamento de toda a armadura, sendo que a resistência à punção da laje é menor que a sua capacidade à flexão. Para altas taxas ( $\rho \cong 1$  a  $2\%$ ), a punção acontecia antes do escoamento da armadura, de maneira muito frágil.

Regan e Bræstrup (1985) recomendam que a resistência à punção seja proporcional a taxa de armadura de flexão elevada a um terço, o que também é sugerido por Takahashi *et al.* (1992) e Sherif e Dilger (2000).

O Comitê ACI-ASCE 326 (1962) não incluiu a resistência à flexão em sua equação de verificação à punção. Segundo Birkle (2004), o comitê considerava o cálculo muito complexo para a prática corrente da época, e como em geral as lajes são projetadas para romper primeiro na flexão, a influência da armadura de flexão na capacidade ao cisalhamento seria baixa.

Embora inúmeras pesquisas tenham demonstrado influência da taxa de armadura de flexão, o código de projeto americano não considera esse parâmetro. Guandalini *et al.* (2009) constatou que o ACI 318 pode levar a estimativas menos conservadoras da resistência à punção para lajes com baixas taxas de armadura de flexão.

Em ensaios recentes de Said *et al.* (2020), que ensaiou 12 lajes, os principais parâmetros investigados foram a taxa de armadura longitudinal de tração e compressão, quantidade de armadura de cisalhamento e seu arranjo. Quanto à variação da taxa de armadura de flexão tracionada em 0,75%, 1,10% e 1,90% e notou-se acréscimo de cargas de rupturas entre 26% e 42% além de considerável melhoria na ductilidade dos espécimes. No entanto, para o aumento da taxa de armadura comprimida houve aumento de 12% nas cargas para variações entre 0,45% e 1,10%. Pode-se concluir que as armaduras de compressão têm pequena influência na capacidade resistência à punção das ligações laje-pilar.

### 2.2.2.3. Geometria e Dimensões do Pilar

A geometria e as dimensões do pilar têm influência considerável na resistência da ligação laje-pilar, em virtude de pilares retangulares e quadrados apresentarem concentrações de tensão nos cantos, conforme Vanderbilt (1972). Portanto, a resistência das lajes com colunas circulares é normalmente maior do que para as lajes pilares quadrados ou retangulares.

Regan (1981) fez comparações de ensaios realizados com pilares de seção transversal circular e quadrada e encontrou uma diferença da ordem de 10% a 15%.

Segundo Hawkins *et al.* (1971), a resistência das lajes com pilares retangulares depende da relação entre maior e a menor dimensão do pilar. Esse parâmetro é conhecido como índice de retangularidade e tem sido ignorado pelos códigos de projetos. De acordo com Oliveira *et al.* (2004), conforme esse índice cresce, aumenta-se a polarização das tensões de cisalhamento, o que pode reduzir significativamente a capacidade resistente à punção da ligação laje-pilar

### 2.2.2.4. Altura útil e *Size Effect* (Efeito de Tamanho)

A influência da espessura na resistência à punção na carga de punção da conexão é geralmente explicada pela altura útil da laje ( $d$ ), parâmetro usado nos cálculos da tensão.

Bazant & Cao (1987), realizaram ensaios de lajes de concreto geometricamente semelhantes com diferentes tamanhos, que indicaram a existência do *size effect*, ou seja, a tensão diminui à medida que a espessura da laje aumenta. As primeiras indicações dessa desproporcionalidade foram apresentadas por Graf (1938).

Regan e Bræstrup (1985) propõem que o *size effect* pode ser estimado pela seguinte equação:

$$\xi = \sqrt[3]{\frac{1}{d}} \quad \text{Equação 2.1}$$

As recomendações normativas da ABNT NBR 6118 (2014) e do Eurocode 2 (2004) prescrevem que o *size effect* deve ser estimado pela equação abaixo:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad \text{Equação 2.2}$$

Entretanto, o Eurocode limita em 2,0 a consideração do *size effect* com a finalidade de reduzir o incremento das estimativas de resistência à punção de lajes lisas com altura útil inferior a 200 mm.

O ACI 318 até 2014 desconsiderava a influência desse parâmetro na resistência à punção. Atenta-se para o fato de que, quando as formulações do ACI foram propostas, originalmente no início da década de 1960, apenas estavam disponíveis testes com espessuras efetivas relativamente pequenas e a influência do *size effect* não era tão perceptível. Entretanto, na nova versão do ACI 318 (2019), baseado em trabalhos de Bazant *et al.* (2007) e Frosch *et al.* (2017), passou a considerar o *size effect* através do fator,  $\lambda_s$ .

Birkle (2004) e Birkle e Dilger (2008) ensaiaram 12 lajes cujos parâmetros principais foram a espessura das lajes e uso de armaduras de cisalhamentos. Foi observada uma diminuição da capacidade resistente ao cisalhamento com o aumento da espessura da laje, o *size effect*. Os resultados evidenciaram que a influência da espessura da laje é atenuada com uso de armaduras de cisalhamento. Os autores mostraram que os códigos normativos vigentes na época tendiam a subestimar o *size effect* em suas equações. Fizeram, ainda, uma proposta para o cálculo da tensão cisalhante em lajes sem armaduras de cisalhamento com bases em avaliações estáticas. Contudo, para lajes com armadura de cisalhamento, os dados disponíveis eram insuficientes para proporem uma equação para o cálculo da resistência ao cisalhamento.

### 2.3. COLAPSO PROGRESSIVO

Em uma ruptura localizada inicialmente por punção, pode se propagar para as demais partes da estrutura causando um colapso progressivo de toda a estrutura. De acordo com Melo (1990), a resistência pós-puncionamento das ligações laje-pilar em lajes lisas é essencial para evitar um colapso generalizado. Uma forma de garantir aumento na resistência pós-funcionamento das ligações laje-pilar é com uso de armadura que esteja situada na face inferior, atravesse o pilar e seja ancorada fora da região de punção. Essa armadura inferior é chamada de armadura de integridade.

Segundo Lee *et al.* (1979) a armadura de integridade não aumenta a resistência inicial à punção. Contudo, é eficiente em reduzir a perda de capacidade resistente da ligação, aliviando as solicitações no restante da estrutura.

A Figura 2.6 mostra uma ligação pós-puncionamento, no qual nota-se que a armadura de flexão situada na zona tracionada da laje é facilmente arrancada, pois é pressionada contra uma camada fina e fissurada de cobrimento de concreto e, por conseguinte, sendo ineficiente nessa fase. Contudo, a armadura posicionada na zona comprimida sustenta a laje na fase de pós-funcionamento.

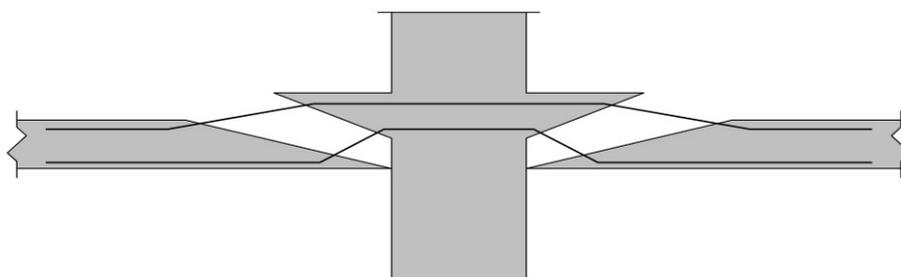


Figura 2.6 - Ação da armadura contra colapso progressivo (adaptado de Melo, 1990)

A utilização da armadura de integridade resistência pós-puncionamento da ligação laje-pilar foi investigada por Melo (1990). A Figura 2.7 apresenta curvas de carga x deslocamentos para duas lajes, sem (laje 1) e com (laje 2) armaduras localizadas na zona inferior, que atravessam o pilar e ancoram na laje fora da região de punção. As duas lajes possuíam a mesma armadura superior de flexão. Nota-se que na fase de pós-puncionamento há uma melhoria no comportamento e no aumento da resistência residual.

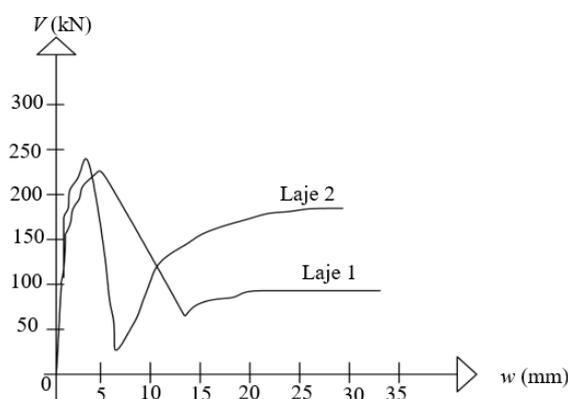


Figura 2.7 – Lajes sem (1) e com (2) armadura inferior passando pelo pilar (adaptado de Melo, 1990)

Melo (1990) ressalta que o comportamento global da região em torno de uma ligação laje-pilar danificada depende não somente da resistência pós-puncionamento da ligação, mas também das características de flexão da laje e da resistência ao puncionamento de ligações laje-pilar vizinhas.

## **2.4. COMPORTAMENTO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR COM ARMADURA DE CISALHAMENTO**

Para que seja evitada a ruptura por punção, Pilakoutas e Li (1997) citam algumas maneiras: reduzir a carga aplicada, reduzir os vãos, aumentar a espessura total da laje, utilização de ábacos e capitéis, aumentar a seção do pilar e a utilização de armaduras de cisalhamento.

Aumentar a espessura da laje e a seção do pilar, ou utilizar ábacos e capitéis, aumentam a capacidade resistente à punção, entretanto, aumentam os custos da construção além de esbarrarem em questões arquitetônicas e funcionais. O aumento da espessura da laje está diretamente relacionado à altura total do edifício, e conforme Knoll e Vogel (2009), esse parâmetro é bastante complicado, pois está relacionado a um mecanismo de ruptura muito frágil.

O uso de armaduras de cisalhamento é a forma mais eficiente para aumentar a resistência e capacidade de deformação de lajes lisas. Diversos tipos de armaduras estão disponíveis. Dentre os mais comuns, estão os *studs* e os estribos.

Hawkins *et al.* (1974) afirmam que a utilização de armaduras de cisalhamento além de aumentar a capacidade resistente à punção, melhora também a ductilidade da laje. E diversos resultados experimentais corroboram com isso.

Conforme o ACI 421.1R (2008) as armaduras de cisalhamento são necessárias para interceptar as fissuras de cisalhamento e impedir que elas aumentem.

### **2.4.1. Tipos de armaduras de cisalhamento**

Ao longo dos anos, vários tipos de armaduras de cisalhamento foram testados a fim de melhorar a capacidade resistente das lajes lisas à punção. A seguir, estão alguns tipos de armaduras de cisalhamento.

As barras dobradas, mostradas na Figura 2.8a, foram as primeiras armaduras de cisalhamento estudadas, sendo testadas por Graf (1933), Elstner e Hognestad (1956) e Anderson (1963). Os resultados comprovaram que a resistência das lajes lisas pode ser melhorada com uso desse tipo armadura de cisalhamento. No entanto, Islam e Park (1976) afirmam que, apesar de aumentar a resistência, o uso desse tipo de armadura não confere aumento de ductilidade. Outros pesquisadores, Dilger e Ghali (1981), ponderaram que o uso de barras dobradas não é totalmente eficiente, devido à ancoragem insuficiente que resulta do esmagamento local do concreto na curva das barras.

Outra problemática quanto ao uso dessa armadura é que a ruptura por punção pode acontecer na região imediatamente posterior às dobradas. Para evitar isso, é necessário o uso de várias camadas de armaduras, o que acarretaria problemas construtivos. Uma solução seria combiná-las com outros tipos de armadura de cisalhamento, como fez Broms (2000), associando as barras dobradas nos dois primeiros perímetros com estribos fechados.

Em vigas, as armaduras de cisalhamentos normalmente utilizadas são os estribos que envolvem tanto a armadura superior quanto a inferior. Para lajes, estribos podem ser utilizados para aumentar a capacidade resistente à punção desde que bem ancorados, conforme Pralong *et al.* (1979).

Os estribos fechados (Figura 2.8b) foram testados por muitos pesquisadores, Islam e Park (1976), Hawkins *et al.* (1975), Pillai *et al.* (1982) e Robertson *et al.* (2002), como uma armadura de cisalhamento alternativa.

MacGregor e Wight (2005) afirmam que embora os estribos fechados melhorem a resistência ao cisalhamento e a ductilidade das ligações laje-pilar, sua instalação pode ser dificultosa, em especial em lajes com espessura inferior a 10 polegadas.

Outros formatos de estribos também foram estudados, como estribos abertos (Figura 2.8c), inclinados (Figura 2.8e), estribos pente ou U (Figura 2.8d), e Beutel Tipo I e III (Figura 2.8g e h).

Estribos abertos com ganchos foram testados por Yamada *et al.* (1992) e Chana e Desai (1992). Os autores concluíram que a ancoragem nas barras longitudinais inferior e superior era fundamental para que os estribos atingissem um melhor rendimento e

garantissem aumento nas cargas últimas e ductilidade. No entanto, isso fazia com que as armaduras fossem difíceis de serem instaladas, exigindo bastante trabalho.

Os estribos inclinados foram investigados por Oliveira (1998), Coelho (1999) e Andrade (2000), sendo que os estribos com inclinação de 60° foram mais eficientes em relação a estribos com inclinação de 45° ou estribos fechados. E o fato de os estribos inclinados poderem ser colocados após a armadura de flexão acelerava o processo de instalação.

Chana (1993) desenvolveu uma armadura de cisalhamento pré-fabricada, denominada por *shearhoops*. Essa armadura consistia em “u” soldados em uma armadura em forma de aro colocados ao redor do pilar. O autor concluiu que os *shearhoops* apresentavam um melhor desempenho estrutural em comparação com os estribos abertos além serem mais fáceis de instalação.

Beutel e Hegger (2002) propuseram dois formatos de estribos tipo I e tipo III. O Tipo I eram estribos que não envolviam a armadura de flexão inferior. Já no tipo III, os estribos envolviam a armadura de flexão inferior e superior. Os resultados do estribo tipo I mostraram que os estribos não precisam envolver a armadura de flexão inferior se barras transversais soldadas forem utilizadas como elementos de ancoragem. O estribo tipo III apresentou capacidade de redimento no mesmo nível de estribos convencionais e barras dobradas.

Os *shearbands* (Figura 2.8i) consistem em sistema de armaduras feito de fitas de aço de alta resistência, com furos, desenvolvido por Pilakoutas e Li (2003). Os furos tinham como objetivo aumentar a ancoragem. As fitas eram de pequenas espessuras e poderiam ser dobradas em uma variedade de formas, o que permite que a armadura possa ser colocada depois da montagem da armadura de flexão. Como resultado, as lajes com esse tipo de armadura atingiram sua capacidade à flexão total. Apesar disso, houve um aumento de carga de apenas 23% em relação à laje de referência.

Os *studs rails* (Figura 2.8j) e *double headed stud* (Figura 2.8k) consistem em conectores verticais do tipo pino, com extremidades alargadas, que são ancoradas fora do plano das armaduras de flexão. Foram testados, inicialmente, por Langohr *et al.* (1976), tendo como conclusão de que a ruptura por punção poderia ser evitada com esse tipo de armadura, particularmente para uma disposição radial.

Regan (1985) comenta algumas vantagens, como redução do congestionamento de armaduras, além de facilitar a montagem das armaduras de flexão. Ghali e Hammill (1992) relatam aumento na ductilidade em lajes com conectores da ordem de três vezes maior que a uma laje semelhante com estribos fechados.

Gomes (1991) utilizou seções de perfis I metálicos como armadura de cisalhamento, como ilustrado na Figura 2.8l. Os resultados indicam que as lajes armadas com seções perfis metálicos em I podem atingir o dobro da resistência à punção, quando comparadas com as lajes de referência.

Regan (1993) testou duas lajes com uma armadura em forma de estrela denominada *riss star*, como mostrado na Figura 2.8m. Essa armadura foi posicionada entre as armaduras de flexão. Em comparação com lajes sem armaduras de cisalhamento, foi observado acréscimo de 65% e 69% de carga última.

Andrade (1999), Trautwein (2001), Trautwein (2006) e Trautwein *et al.* (2011) testaram *stud rail* interno (Figura 2.8n), sem envolver a armadura de flexão. Os resultados mostram que as armaduras internas eram eficazes no combate à punção. Nas lajes rompidas por Andrade (1999), obteve-se um acréscimo de até 90% na resistência à punção, em relação às lajes similares sem armadura de cisalhamento. Trautwein (2001) observou acréscimos de até 94% em comparação com lajes de referência. Nas lajes ensaiadas por Trautwein (2006), todas as lajes romperam por punção, com cargas de ruptura superiores em até 110%, em relação às cargas de ruptura em lajes similares sem armadura de cisalhamento.

Furche (1997) desenvolveu um novo tipo de armadura de cisalhamento denominada *Filigran* Figura 2.8o. Essa armadura consistia em uma treliçada pré-fabricada com três barras ligadas por outras barras diagonais soldadas, sendo uma diagonal vertical e uma inclinada a 45°. A Organização Europeia de Avaliação Técnica (EOTA) publicou o European Technical Assessment (ETA) 13/0521 (2013), que fornece um manual para projeto de lajes com esse tipo de armadura. Siburg *et al.* (2014) propôs novas adaptações que incrementaram capacidade resistente à punção nas lajes ensaiadas, que chegaram a dobrar a carga de ruptura comparada a uma laje sem armadura de cisalhamento.

Os *shearheads* (Figura 2.8p) consistem em perfis de aço soldados de modo a formar uma grelha. Corley e Hawkins (1968) avaliaram a eficácia desse tipo de armadura. Entretanto, Dilger e Ghali (1981) relataram desvantagens, tais como: interferências com as armaduras

de flexão e dificuldades de instalação. Conforme Ferreira (2010), os *shearheads* são um tipo de armadura cara, normalmente usada quando há necessidade de se deixar grandes furos na região próxima ao pilar.

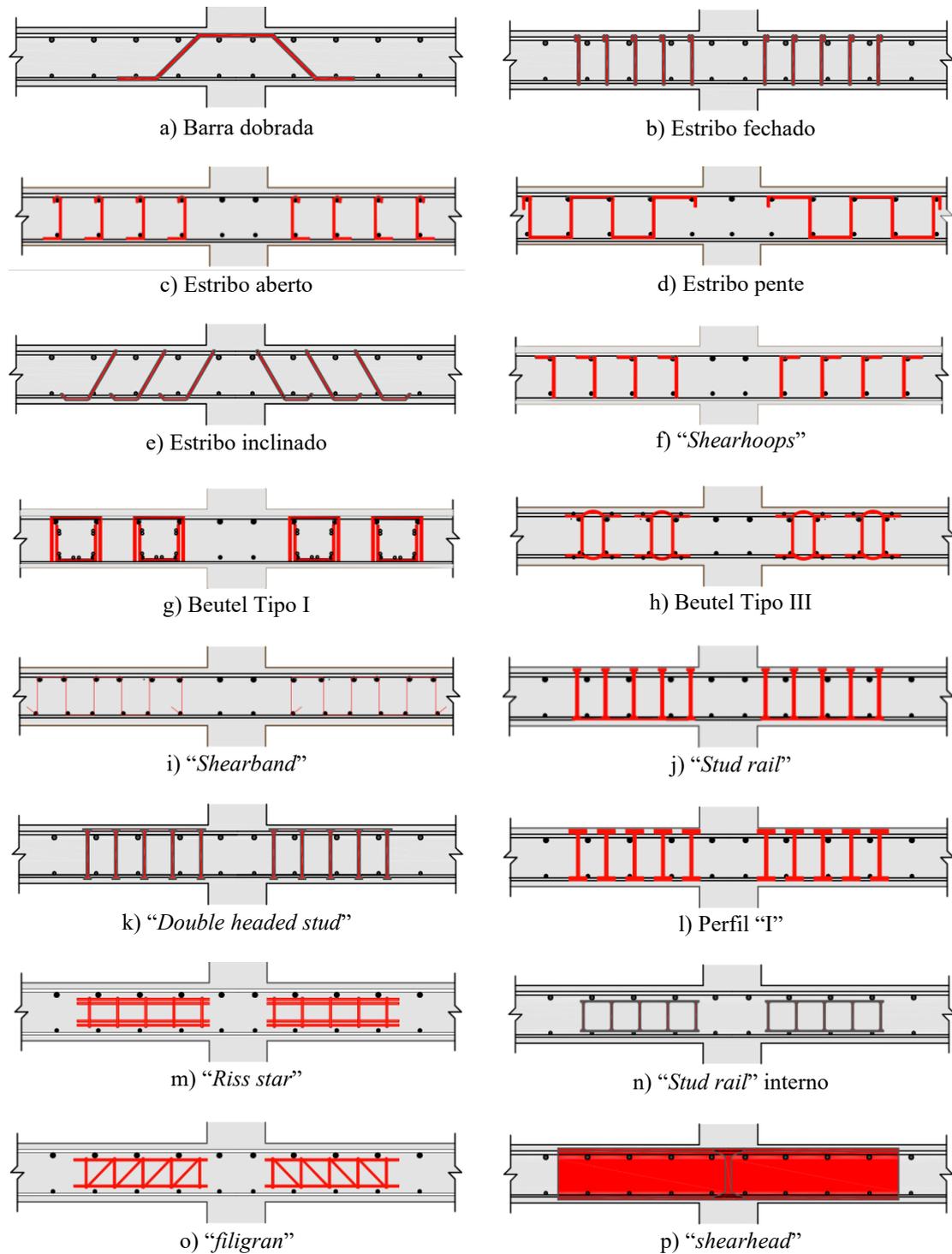


Figura 2.8 - Tipos de armaduras de cisalhamento

### 2.4.2. Arranjo das armaduras de cisalhamento

Outros fatores que influenciam de forma considerável na resistência das ligações laje-pilar armadas ao cisalhamento são a quantidade e disposição das armaduras de punção (Birkle, 2004).

O arranjo ideal é aquele em que as armaduras de cisalhamento são dispostas igualmente em torno de toda a superfície crítica. Entretanto, esse arranjo dificulta a colocação das armaduras de cisalhamento e pode gerar interferências com a armadura de flexão. Essa distribuição é denominada de radial e pode ser observada na Figura 2.9. Ensaaios realizados por Seible *et al.* (1980) indicaram que resultados bons podem ser obtidos organizando as armaduras de cisalhamento em faixas ortogonais, em um arranjo “em cruz”, em linhas paralelas às faces do pilar como ilustrado Figura 2.9, sendo mais simples a disposição em cruz, podendo simplificar a colocação das armaduras de cisalhamento, bem como as de flexão.

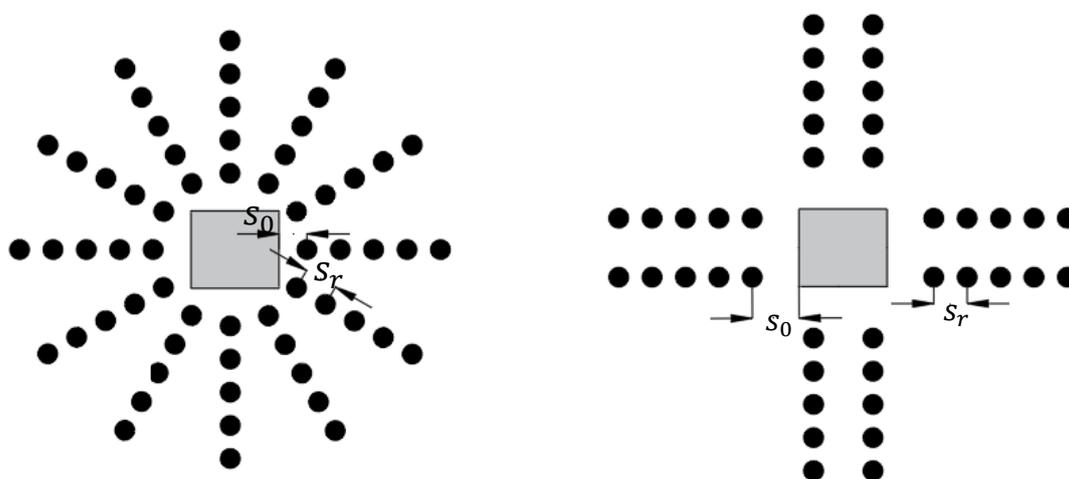


Figura 2.9 - Arranjos das armaduras de cisalhamento

Outro parâmetro importante é a distância entre a primeira camada de armadura de cisalhamento até face do pilar ( $s_0$ ), e o espaçamento entre as demais camadas de armaduras ( $s_r$ ). Estas distâncias são limitadas pelas normas ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004), *fib* Model Code (2010) e ACI 318 (2019).

Essa limitação do espaçamento das armaduras é necessária porque, para espaçamentos muito grandes, a fissura de cisalhamento pode não cruzar a armadura, portanto, a resistência e a ductilidade da armadura não são mobilizadas.

O desempenho das ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento depende do tipo, quantidade, distribuição e espaçamento, assim como da extensão onde essas armaduras serão dispostas. Armaduras de cisalhamentos que são estendidas apenas a uma distância pequena da face do pilar podem levar a uma ruptura imediatamente após a parte externa à região armada ao cisalhamento. E esse tipo de ruptura externa às armaduras de cisalhamento é considerada frágil, de modo semelhante às lajes sem armaduras de cisalhamento.

Portanto, para garantir um comportamento dúctil, Hawkins (1974) recomendou estender as armaduras de cisalhamento para pelo menos duas vezes a espessura da laje além da região onde ela não é mais exigida.

### **2.4.3. Ancoragem das armaduras de cisalhamento**

A eficiência das armaduras de cisalhamento está diretamente ligada as condições de ancoragem nas armaduras de flexão. Os códigos normativos, ACI 318 (2019), ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004), exigem que as armaduras de cisalhamento estejam devidamente ancoradas nas armaduras longitudinais.

De acordo com Regan e Bræstrup (1985), as deformações na ruptura de lajes lisas com armaduras de cisalhamento bem ancoradas chegam a ser de duas a três vezes maiores do que nas lajes não armadas ao cisalhamento.

Em relação ao uso estribos bem ancorados, Pralong *et al.* (1979) observaram um aumento da carga de ruptura de até 60%. Conforme o Comitê ACI-ASCE 326 (1962), em lajes finas, os problemas de ancoragem aparecem devido à localização da dobra dos estribos ser próxima à linha neutra, e apenas parte do cisalhamento chega a ser transferido entre o concreto e as pernas dos estribos.

Conforme Hawkins (1974), em lajes delgadas, os problemas quanto à ancoragem surgem devido ao esmagamento do concreto nas curvas dos estribos. Segundo Chana (1993), as armaduras de cisalhamentos ancoradas adequadamente, envolvendo a armadura principal

e na região de compressão, aumentam a contribuição do efeito de pino para a resistência ao cisalhamento.

Em um estudo de Megally e Ghali (2000), as lajes possuíam altura de 150 mm e foram armadas com estribos e *stud rails*. Os autores notaram que as lajes com *studs* houve aumento da resistência e ductilidade enquanto as lajes com estribos aumento irrisório da resistência ao cisalhamento, devido à falta de ancoragem adequada.

Beutel e Hegger (2002) destacam que em lajes lisas, a ancoragem das armaduras de cisalhamento é prejudicada devido aos momentos fletores causarem grandes fissuras e, portanto, a resistência à aderência das barras é reduzida e o deslizamento da ancoragem aumentado.

O ACI 421.1R-08 (2008) ressalta que as armaduras de cisalhamento além de adequadamente ancoradas, devem estar localizadas o mais próximo possível das superfícies da laje. Isso significa que a perna vertical da armadura de cisalhamento deve ser estendida o máximo possível ao longo da seção transversal da laje para evitar a possibilidade de fissuras horizontais passando acima ou abaixo delas.

Ensaaios realizados por Marti (1990) mostraram um escorregamento nas curvas da armadura de cisalhamento, no Ponto A da Figura 2.10, antes que armadura atinja seu escoamento. O concreto na região da curva do estribo estará sujeito a tensões que excedem 0,4 da tensão de escoamento do estribos ( $0,4f_{yt}$ ), causando o esmagamento do concreto. Esse movimento que ocorre na curva da perna do estribo pode ser reduzido posicionando a armadura de flexão, como mostrado no Ponto B da Figura 2.10.

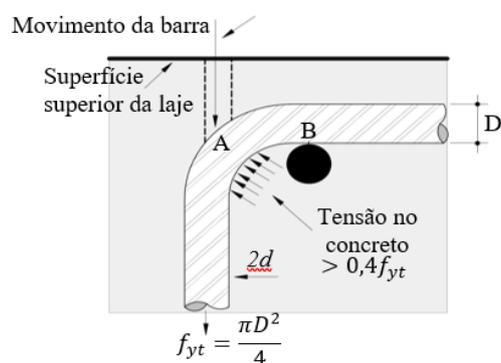


Figura 2.10 – Geometria e tensões atuantes na dobra de uma armadura de cisalhamento

[Adaptado de ACI 421.1 R-08 (2008)]

A ABNT NBR 6118 (2014), no item 9.4.6, recomenda que a ancoragem dos estribos deve necessariamente ser garantida por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas conforme apresentadas na Figura 2.11. Já em seu item 20.4, que trata das armaduras de punção, é prescrito a necessidade de haver contato mecânico das barras longitudinais com os cantos dos estribos, ou seja, sejam ancorados às barras de flexão, tanto superiores como inferiores.

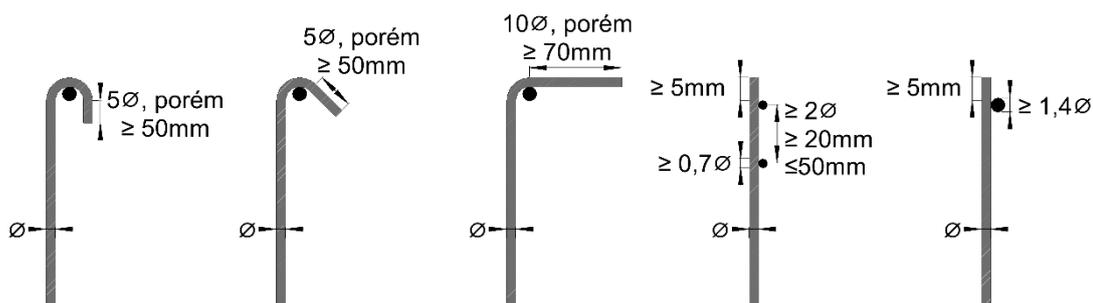


Figura 2.11 – Detalhamento de estribos conforme ABNT NBR 6118 (2014)

O ACI 318 (2019) ressalta que as armaduras de cisalhamento devem ancorar nas armaduras longitudinais superior e inferior da laje, para serem totalmente eficazes em ambas as regiões, como mostrado na Figura 2.12. As pernas dos estribos devem ser estendidas o mais próximo possível da região mais externa de compressão da laje, pois, próximo à carga de ruptura, as fissuras de flexão penetram em direção à essa zona. A ancoragem deve seguir os requisitos presentes no seu item 25.7.1. A norma americana ressalta ainda a dificuldade dessa ancoragem em lajes com espessura inferior a 250 mm (10 polegadas).

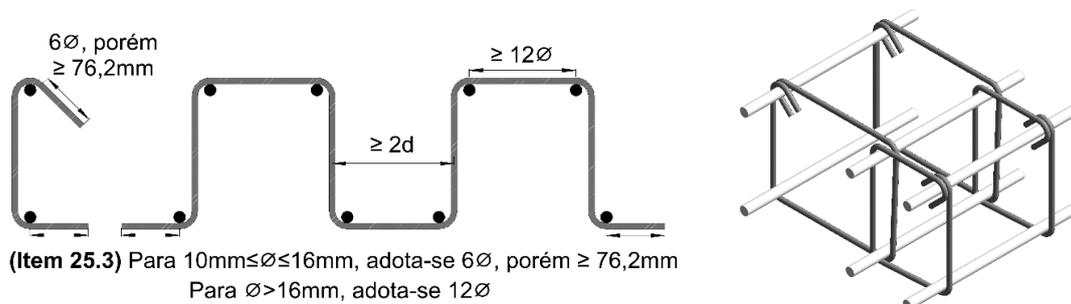


Figura 2.12 – Detalhamento da ancoragem de estribos conforme ACI 318 (2019)

Eurocode 2 (2004), em seus itens 8.5 e 9.22, da mesma forma, exige que para uma ancoragem eficaz as armaduras de cisalhamento precisam ancorar nas armaduras longitudinais de tração e na zona de compressão, conforme mostrado na Figura 2.13.

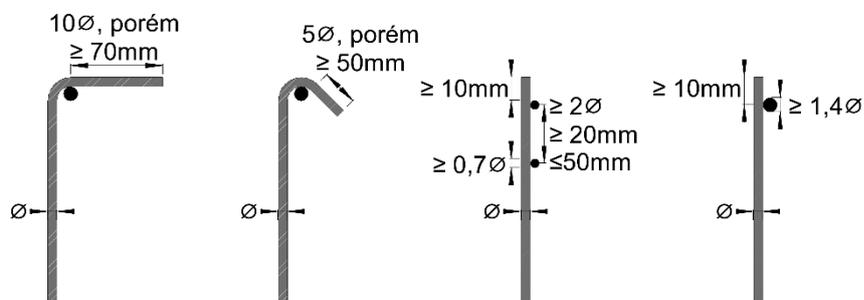


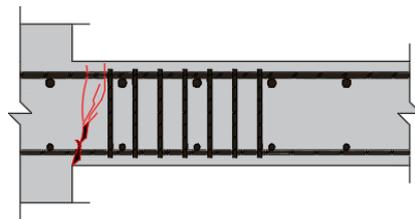
Figura 2.13 – Detalhe da ancoragem de estribos conforme Eurocode 2 (2004)

Para Oliveira (2013), com finalidade de que as armaduras de cisalhamento apresentem um bom desempenho, uma ancoragem adequada é indispensável, sendo este normalmente um ponto crítico para a maioria das opções de armaduras disponíveis, uma vez que lajes são elementos delgados.

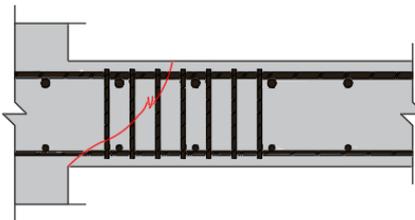
Da mesma forma, Hegger *et al.* (2017) salienta que estribos bem ancorados devem envolver as camadas superior e inferior da armadura de flexão em pelo menos uma direção. Isso pode gerar mais trabalho na fase de instalação e montagem das armaduras, contudo, leva a uma maior resistência à punção. Fica condicionada, assim, a eficiência da armadura de cisalhamento conforme a qualidade da ancoragem.

#### 2.4.4. Modos de ruptura para lajes armadas à punção

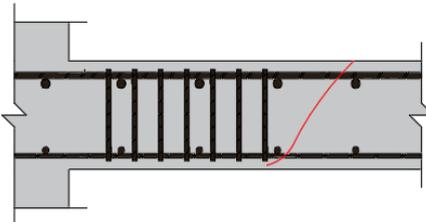
Em lajes lisas com armadura de cisalhamento, a ruptura por punção pode ocorrer de três modos distintos, conforme Regan (1985), Beutel e Hegger (2002), Muttoni (2008) e Ferreira (2010). São eles: a ruptura adjacente ao pilar, entre a face do pilar e a primeira camada de armaduras, com o esmagamento da biela (Figura 2.14a); a ruptura na região interna às armaduras de punção (Figura 2.14b); e a ruptura na região externa às armaduras de punção (Figura 2.14c). O modo ruptura governante em lajes lisas com armaduras de cisalhamento é aquele que leva a uma menor resistência da laje.



a) Esmagamento da biela de compressão (MÁX)



b) Ruptura na região da armadura de cisalhamento (IN)



c) Ruptura na região externa à armadura de cisalhamento (OUT)

Figura 2.14 - Modos de ruptura de lajes lisas armadas à punção

Na maioria das normas, a verificação da resistência ao esmagamento da biela de concreto é feita considerando uma resistência à compressão reduzida da biela concreto próxima ao pilar coluna. Esse modo de ruptura limita a máxima resistência à punção que um sistema de armadura de cisalhamento pode atingir.

Quanto a ruptura na região interna às armaduras de punção, códigos como o CEB Model Code 1990 (1993), ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004) consideram que a parcela resistente do concreto é de 75% da resistência à punção de uma ligação laje-pilar sem armadura de cisalhamento. Ruiz e Muttoni (2009) explicam que essa redução na contribuição do concreto se justifica devido a maior abertura de fissuras de cisalhamento em lajes armadas ao cisalhamento, reduzindo assim a capacidade do concreto de transferir cisalhamento.

Regan (1985) aponta que a resistência nessa região é dada pela contribuição do concreto somada à parcela da armadura de punção. Contudo, as prescrições normativas para a verificação desse modo de ruptura, adotam contribuições tanto do concreto quanto do aço constantes. Ruiz e Muttoni (2009) mostraram que isso poderia levar a resultados

conservadores para baixas taxas de armadura de cisalhamento, e resultados inseguros para grandes taxas de armaduras de cisalhamento, uma vez que a colaboração do concreto diminui à medida que se aumenta a taxa de armadura de cisalhamento.

Por fim, a verificação da ruptura externa às armaduras de punção permite determinar a região que deve ser armada ao cisalhamento. Normalmente, as equações para verificação da resistência desse modo são parecidas com as de lajes sem armadura de cisalhamento, contudo o perímetro é alterado. Esse modo de ruptura deve ser evitado, pois, nestes casos, as evidências experimentais disponíveis indicam que a ductilidade da ruptura é menor, tornando a ruína tão brusca quanto em ligações laje-pilar sem armaduras de cisalhamento (PERREIRA FILHO, 2016)

Em lajes com deficiências na instalação e na ancoragem das armaduras de cisalhamento outro modo de ruptura foi observado por Yamada *et al.* (1992), Andrade (1999), Gomes e Andrade (2000), Regan e Samadian (2001), Trautwein (2006) e Hassan (2015). Essa ruptura é caracterizada pelo aparecimento de fissuras horizontais entre as armaduras de cisalhamento e de flexão, sendo denominada por delaminação, Figura 2.15. Esse modo de ruptura pode ocorrer de forma prematura, levando a estrutura ao colapso com uma carga inferior a prevista.

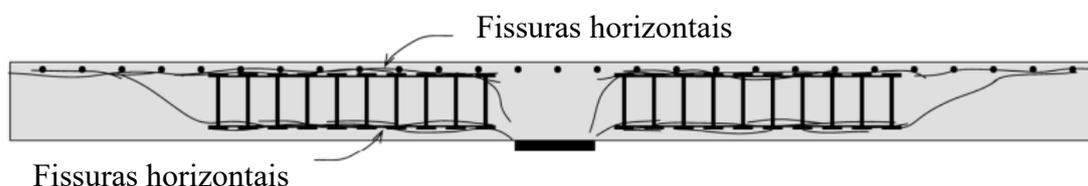


Figura 2.15 - Modo de ruptura por delaminação

O ACI 421.1R (2008) comenta que há possibilidade de surgirem fissuras acima ou abaixo da armadura de cisalhamento quando a ancoragem das armaduras de cisalhamento é ineficiente.

Ferreira *et al.* (2016) sugere que o uso de barras soldadas transversais ou armaduras complementares são alternativas para contornar o problema da delaminação e melhorar as condições de ancoragem e evitar rupturas prematuras.

## 2.5. TRABALHOS DE INVESTIGAÇÃO

Serão apresentadas, nesta seção, algumas das pesquisas em que a variável ancoragem da armadura de cisalhamento foi objeto de estudo da punção em lajes-lisas e alguns trabalhos com estribos fechados e em conformação aberta.

Os principais trabalhos relacionados a ancoragem são: Yamada, Nanni e Endo (1992); Andrade (1999); Trautwein (2001); Regan e Samadian (2001); Trautwein (2001); Park *et al.* (2007); Caldentey *et al.* (2013); Furche e Bauermeister (2014); Ferreira *et al.* (2016); Tapajós (2017); Hegger *et al.* (2017); Souza (2018); Palhares (2018) e Lima *et al.* (2020).

Os principais trabalhos relacionados a estribos fechados e em conformação aberta são: Oliveira (1998), Coelho (1999), Andrade (2000) e Trautwein (2001).

### 2.5.1. Oliveira (1998), Coelho (1999) e Andrade (2000)

Oliveira (1998), Coelho (1999) e Andrade (2000) compararam o desempenho de estribos convencionais com estribos inclinados e de configuração aberta.

Oliveira (1998) analisou o comportamento de lajes lisas de concreto armado com armadura de cisalhamento, usando estribos fechados e estribos inclinados a 60° como apresentado na Figura 2.16.

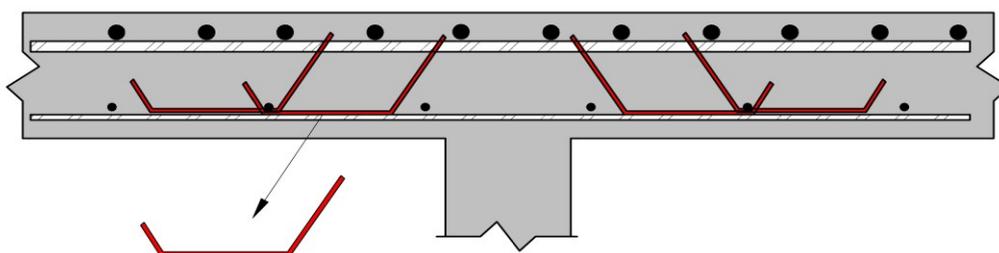


Figura 2.16 – Estribo inclinado a 60°

Foram ensaiados onze modelos de lajes lisas com dimensões de 1800 mm x 1800 mm e 130 mm de espessura, com resistência do concreto entre 60 MPa a 66 MPa e uma taxa de armadura longitudinal de tração de aproximadamente 1,4%. Devido à configuração dos estribos inclinados e abertos, eram colocados após a montagem das armaduras de flexão acelerando o processo construtivo.

O autor concluiu que os estribos fechados aumentam em até 56% a capacidade resistente das lajes à punção se comparadas às lajes sem armaduras de cisalhamento, enquanto a utilização de estribos inclinados dobrou a capacidade resistente das lajes. A Tabela 2.1, apresenta as características e os resultados das lajes ensaiadas.

Tabela 2.1 - Características das lajes ensaiadas por Oliveira (1998)

Autor	Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\phi$ (mm)	Nº de camadas	$V_u$ (kN)	Modo de Ruptura
Oliveira (1998)	D1	93	1,4	60,88	-	-	270	Punção
	D2	97	1,4	62,85	-	-	335	Punção
	D3R	105	1,2	63,00	5,0	2	386	Punção
	D4R	103	1,3	66,35	6,3	2	377	Punção
	D5R	103	1,3	61,45	6,3	3	423	Punção
	D6I	100	1,4	62,58	5,0	2	410	Punção
	D7I	100	1,4	60,00	6,3	2	490	Punção
	D8I	100	1,4	62,60	6,3	3	540	Flexão
	D9I	100	1,4	60,00	6,3	4	560	Flexão
	D10I	105	1,2	61,00	5,0	3	520	Flexão
	D11I	102	1,3	62,06	6,3	4	551	Flexão

Coelho (1999) investigou o comportamento de dez lajes lisas com concreto de resistência à compressão de 30 MPa, com armadura de cisalhamento tipo estribo inclinado em 60°. Os estribos foram distribuídos em fileiras ortogonais em cruz radialmente ou alternadamente. A Tabela 2.2 apresenta os resultados obtidos por Coelho (1999).

Tabela 2.2 – Resultados das lajes ensaiadas

Autor	Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\phi$ (mm)	Nº de camadas	$V_u$ (kN)	Modo de Ruptura
Coelho (1999)	1	109	1,4	28.7	-	-	316	Punção
	2	108	1,4	28.7	-	-	255	Punção
	3V	107	1,2	30.8	5.0	2	337	Punção
	4V	106	1,3	32.0	6.3	2	326	Punção
	5V	108	1,3	32.0	6.3	3	330	Punção
	6I	109	1,4	27.6	5.0	2	342	Punção
	7I	107	1,4	29.4	6.3	2	361	Punção
	8I	108	1,4	29.4	6.3	3	405	Punção
	9I	107	1,4	32.3	6.3	4	425	Punção
	10I	108	1,2	33.4	6.3	3	445	Punção

Como conclusão, verificou-se que os estribos inclinados, desde que corretamente ancorados, são mais eficientes que os convencionais. Isso se deve ao fato de que os estribos inclinados costuram melhor a superfície de ruptura. Os estribos inclinados ainda poderiam ser colocados com maior facilidade após a montagem da armadura de flexão.

Andrade (2000) ensaiou 10 lajes, com resistência à compressão do concreto entre 36 MPa e 54 MPa, submetidas a cargas simétricas, comparando a eficiência de dois tipos de armaduras de cisalhamento, uma inclinada a 45° e outra vertical aberta.

Comparando os resultados, ambas as conformações de estribos foram eficientes no combate à punção, obtendo cargas superiores 60% e 70%, em relação as cargas de ruptura das lajes sem armadura de cisalhamento, respectivamente, para as lajes com estribos inclinados a 45° e para as lajes com estribos verticais convencionais.

A Tabela 2.3 apresenta os resultados obtidos por Andrade (2000).

Tabela 2.3 - Resultados obtidos por Andrade (2000)

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b>d (mm)</b>	<b><math>\rho</math> (%)</b>	<b><math>f_c</math> (MPa)</b>	<b><math>\phi</math> (mm)</b>	<b>N° de camadas</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>V_u</math> (kN)</b>	<b>Modo de Ruptura</b>
Andrade (2000)	1	91	1,4	38,2	-	-	-	244	Punção
	2	89	1,4	38,8	-	-	-	225	Punção
	3	95	1,2	36,8	5,0	2	45°	298	Punção
	4	97	1,3	54,0	6,3	2	45°	356	Punção
	5	89	1,3	36,2	5,0	3	45°	299	Punção
	6	100	1,4	50,1	6,3	3	45°	376	Punção
	7	95	1,4	38,8	5,0	2	90°	330	Punção
	8	100	1,4	50,1	6,3	2	90°	374	Punção
	9	89	1,4	36,2	5,0	3	90°	300	Punção
	10	100	1,2	51,9	6,3	3	90°	400	Punção

## 2.5.2. Andrade (1999) e Trautwein (2001)

Andrade (1999) e Trautwein (2001) apresentam um estudo da resistência de lajes lisas de concreto com armadura de cisalhamento que não envolve as armaduras longitudinais de flexão.

Andrade (1999) ensaiou oito modelos locais de lajes lisas com dimensões de 3000 mm x 3000 mm e 200 mm de espessura, com resistência do concreto entre 29 MPa a 42 MPa e uma taxa de armadura longitudinal de tração de 1,23%. Todas as lajes foram submetidas a cargas no centro da laje, com sentido para cima, por meio de uma placa de 200 mm x 200 mm, simulando as condições de um pilar interno, conforme ilustrado na Figura 2.17.

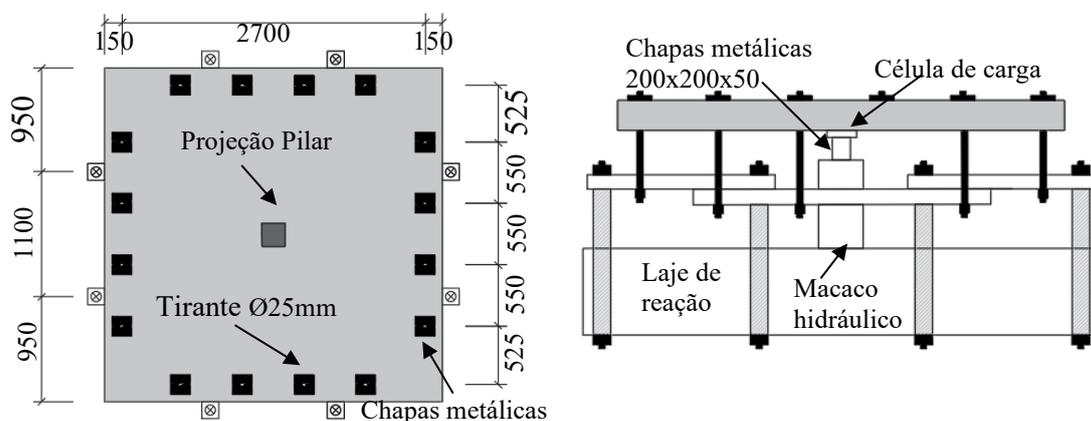


Figura 2.17 – Esquema de ensaio (dimensões em mm)

A distribuição da armadura de cisalhamento adotada foi radial, e todas as lajes utilizaram armadura de cisalhamento com diâmetro de 10 mm, exceto as lajes 307 e 308, onde a armadura utilizada teve diâmetro de 12,5 mm. As lajes foram agrupadas em 3 grupos de acordo com o detalhamento da armadura de cisalhamento:

- Lajes 301, 305 e 307: ancoragem na extremidade superior confeccionada por chapas quadradas e individualizadas a cada elemento da armadura de cisalhamento;
- Lajes 302, 303, 304 e 306: ancoragem na extremidade confeccionada em chapa única conectada a todos os elementos da armadura de cisalhamento;
- Laje 308: ancoragem similar à do primeiro grupo, diferenciando-se por possuir pequenos pinos com 10 mm de diâmetro e 36 mm de comprimento e sua chapa inferior.

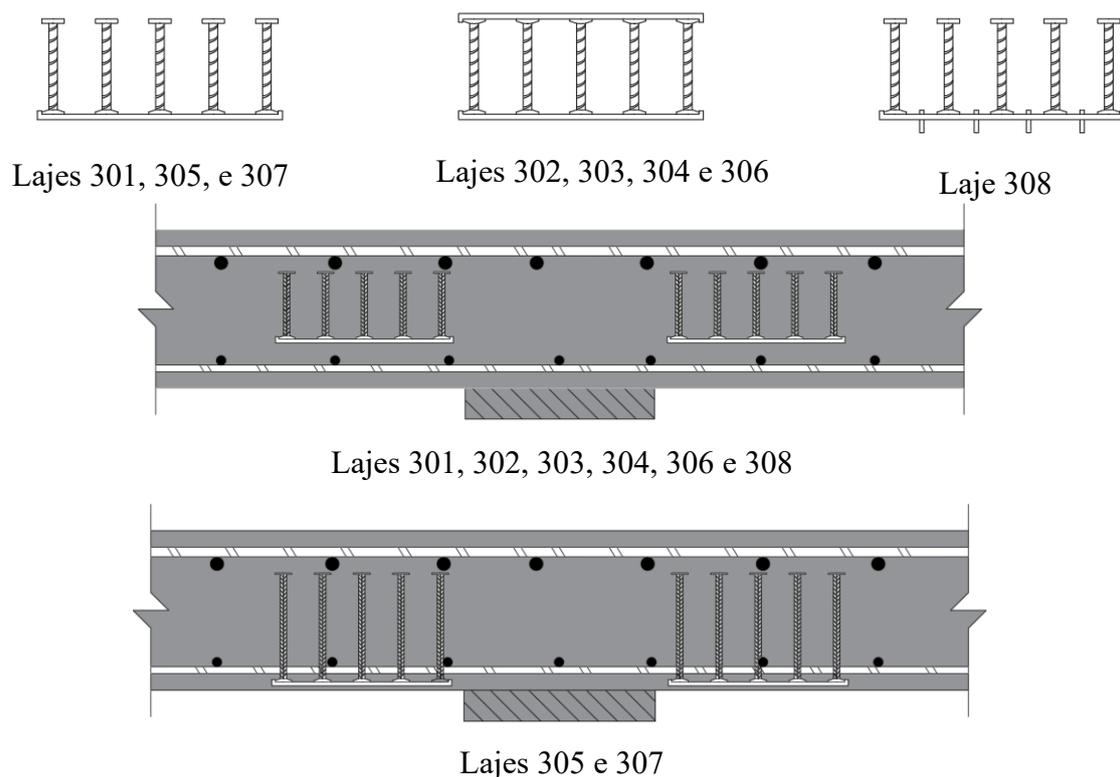


Figura 2.18 – Armaduras de cisalhamento utilizadas por Andrade (1999)

Todas as lajes romperam a punção com cargas de ruptura que variaram entre 790 kN a 1090 kN, obtendo um acréscimo de até 78% (laje 308) na resistência à punção, em relação às lajes similares sem armadura de cisalhamento ensaiadas por Gomes (1991). Nas lajes com envolvimento da armadura de flexão, pelo menos na face inferior o acréscimo na carga de ruptura em relação a uma similar sem armadura de cisalhamento foi de 90%. As principais características das lajes ensaiadas por Andrade (1999) e as cargas de ruptura ( $V_u$ ) encontram-se representadas na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Descrição das lajes ensaiadas por Andrade (1999)

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$\phi$ (mm)	Nº de camadas	$S_r$ (mm)	$V_u$ (kN)	Modo de Ruptura
Andrade (1999)	301	164	37,8	10	6	80	830	Interna
	302	164	34,2	10	12	40	790	Interna
	303	154	42,4	10	18	40	966	Interna
	304	164	36,1	10	20	40	956	Interna
	305	154	29,3	10	8	60	785	Interna
	306	164	37,4	10	14	40	950	Interna
	307	164	34,1	12,5	8	60	1090	Externa
	308	154	37,5	12,5	8	60	1020	Interna

Das lajes ensaiadas com a armadura de cisalhamento posicionada internamente à armadura de flexão, foram observadas fissuras horizontais entre as armaduras de flexão e de cisalhamento. O autor concluiu que o uso de *stud* interno sem envolver a armadura de flexão é aceitável.

As superfícies de ruptura das lajes ensaiadas por Andrade (1999) encontram-se ilustradas na Figura 2.19 a seguir.

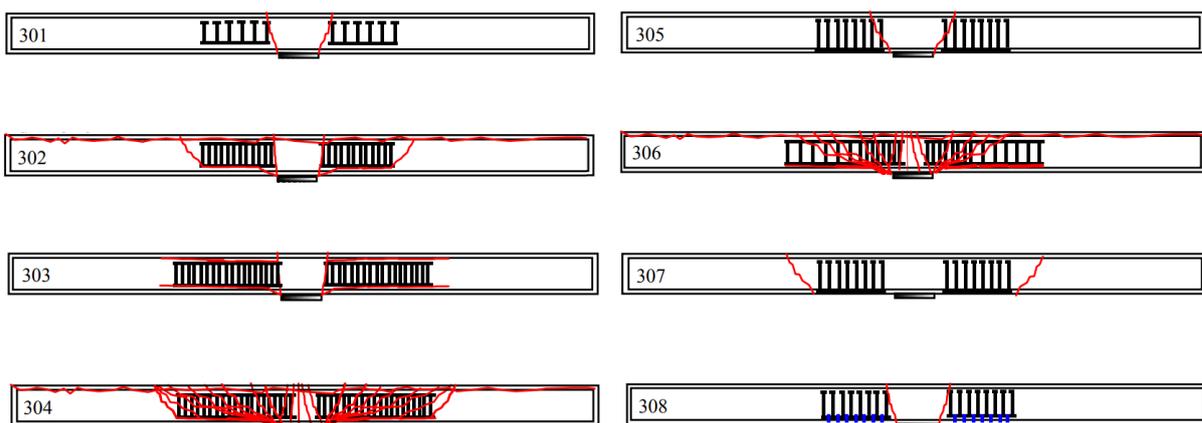


Figura 2.19 – Superfícies de ruptura das lajes ensaiadas por Andrade (1999) (Adaptado de Trautwein, 2001)

Trautwein (2001) ensaiou nove lajes lisas de concreto armado, com resistência à compressão do concreto de 36,8 e 47,9 MPa e uma taxa de armadura tracionada de 1,2%, com o objetivo de investigar a eficiência de dois tipos de armadura de cisalhamento, uma do tipo *stud* interno, sem envolver a armadura de flexão, e outra constituída por estribos abertos inclinados a 60°.

O sistema de ensaio e as dimensões das lajes foram mantidas iguais às da pesquisa de Andrade (1999), lajes de 3000 mm x 3000 mm e 200 mm de espessura. Na laje 9, foram soldados seis pinos na chapa inferior dos *studs* com objetivo de evitar aparecimento de fissuras horizontais entre a armadura de flexão inferior e a armadura de cisalhamento observados nas lajes ensaiadas por Andrade (1999). O detalhe esquemático da armadura utilizada se encontra representado na Figura 2.20.

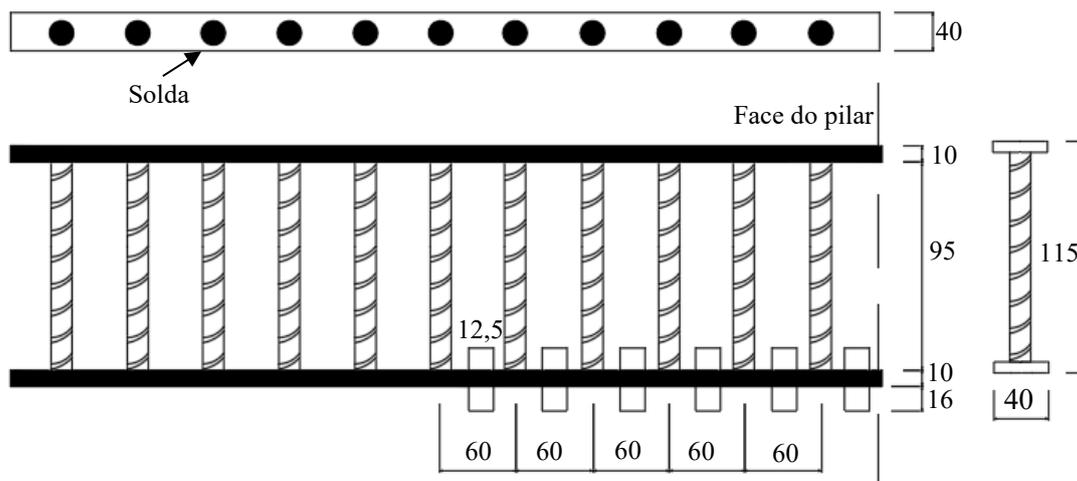


Figura 2.20 – Detalhe da armadura de cisalhamento (Trautwein, 2001)

Os pinos utilizados, soldados na chapa inferior da armadura de cisalhamento, foram eficazes em impedir o surgimento dos planos de fissuras horizontais entre a armadura de cisalhamento e a de flexão positiva. A Tabela 2.1 apresenta as cargas de ruptura obtidas por Trautwein (2001).

Tabela 2.5 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Trautwein (2001)

Autor	Laje	$d$ (mm)	Armadura de cisalhamento	$f_c$ (MPa)	$\phi$ (mm)	Nº de cam.	$\alpha$	$V_u$ (kN)	Modo de Ruptura
Trautwein (2001)	1	159	<i>stud</i>	36,8	12,5	11	-	1050	Interna
	2	139	inclinada	41,1	6,3	3	60°	650	Interna
	3	164	inclinada	45,7	8,0	3	60°	999	Interna
	4	164	<i>stud</i>	43,4	16,0	11	-	1038	Interna
	5	159	inclinada	43,4	6,3/8,0	4	60°	979	Interna
	6	159	inclinada	47,9	8,0	7	60°	1087	Externa
	7	159	inclinada	42,6	8,0	9	60°	1160	Externa
	8	154	inclinada	40,6	5,0	7	60°	975	Interna
	9	154	<i>stud</i>	39,4	10,0	11	90°	933	Interna

As lajes armadas com *studs* internos tiveram um ganho na carga de ruptura de até 75%. Esses resultados demonstram a possibilidade do uso dessas armaduras. Contudo, o autor ressalta que se deve continuar a ser investigada, para que modificações nos métodos de cálculo representem melhor os resultados obtidos para lajes com armadura de cisalhamento interna.

Quanto às armaduras de cisalhamento das lajes, compostas por estribos inclinados a 60°, observa-se um acréscimo de até 94% em relação a uma laje similar sem armadura de cisalhamento.

### **2.5.3. Trautwein (2006)**

Trautwein (2006) estudou a resistência à punção de lajes lisas, com armadura de cisalhamento do tipo *stud* interno, dando prosseguimento a estudos feitos por Andrade (1999) e Trautwein (2001).

O programa experimental era composto por onze lajes lisas de concreto armado quadradas, divididas em dois grupos de lajes, com as mesmas dimensões e armadura de flexão, tendo o objetivo de verificar a eficácia da armadura de cisalhamento do tipo *stud* interno.

O Grupo 1 teve a armadura dimensionada para que a superfície de ruptura ocorresse por tração diagonal do concreto externamente à região armada ao cisalhamento. E o Grupo 2, para que a superfície de ruptura por tração diagonal, aço e concreto, interna as armaduras transversais. Todas as lajes tinham dimensões de 3000 x 3000 mm de comprimento e uma altura nominal de 200 mm.

A armadura de flexão tracionada foi composta por 31 barras de 16 mm em cada direção, espaçados em 100 mm. A armadura de flexão comprimida foi composta por 21 barras de 8 mm em cada sentido, espaçados em 150 mm. A taxa de armadura de flexão foi de aproximadamente 1,26%. O concreto utilizado apresentou resistência à compressão entre 35,2 e 44,4 MPa.

Das onze lajes ensaiadas, cinco foram no Grupo 1 e seis no Grupo 2. As lajes do Grupo 1 foram denominadas pela letra “E” para caracterizar que foram dimensionadas para ruptura externa. Já as lajes do Grupo 2 pela letra “I”, dimensionadas para ruptura interna à armadura de cisalhamento. O detalhe esquemático com a posição da armadura de cisalhamento está na Figura 2.21.

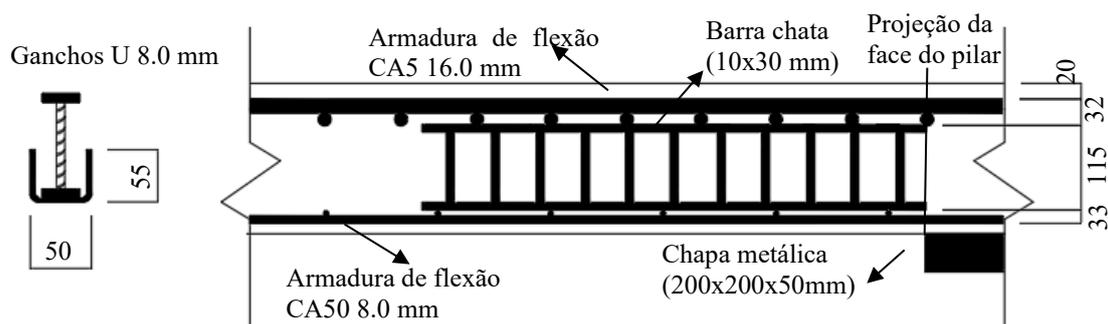


Figura 2.21 – Desenho esquemático com a posição da armadura (Trautwein, 2006)

A laje E1 possuía uma distribuição radial em 12 linhas de studs, na qual eram soldados seis pinos de  $\varnothing 12,5$  mm e 40 mm de comprimento na chapa inferior das armaduras de cisalhamento em uma região próxima ao ponto de aplicação de carga.

Na laje E2 foram mantidos os pinos de  $\varnothing 12,5$  mm, entretanto, foi adotada distribuição com as três primeiras linhas de *studs* paralelas a face do pilar, e o restante distribuído radialmente.

Nas lajes E3, E4 e E5, foi mantida a distribuição radial dos *studs*, porém, substituindo os pinos por ganchos em forma de U, confeccionados com barras de  $\varnothing 8$  mm, abraçando a armadura de cisalhamento na região inferior como um gancho de 50 mm de comprimento e 55 mm de altura. A principal variável estudada neste grupo E foi o número de ganchos, onde a laje E3 possuía três camadas com ganchos, a E4 tinha quatro camadas e a E5 sete camadas.

Todas as lajes do grupo I apresentavam uma distribuição radial, onde as lajes I6, I7 e I8 possuíam oito camadas de ganchos, enquanto as lajes I9, I10 e I11 possuíam apenas cinco camadas de ganchos. As principais variáveis neste grupo foram o número de camadas de ganchos, o diâmetro e o espaçamento adotado para as armaduras de cisalhamento.

As principais características da laje, os resultados de carga última e a indicação do modo de ruptura na região armada (*In*) e fora da região da armadura (*Out*) encontram-se na Tabela 2.6.

Tabela 2.6 – Características e resultados das lajes ensaiadas por Trautwein (2006)

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	<b><math>d</math> (mm)</b>	<b><math>f_c</math> (MPa)</b>	<b><math>\emptyset</math> (mm)</b>	<b>Nº de camadas</b>	<b><math>S_r</math> (mm)</b>	<b><math>V_u</math> (kN)</b>	<b>Modo de Ruptura</b>
Trautwein (2006)	E1	159	35,2	10	11	60	1100	Externa
	E2	159	36,6	10	11	60	990	Interna
	E3	159	41,1	10	11	60	1090	Externa
	E4	154	40,6	10	11	60	1205	Externa
	E5	154	42,1	10	11	60	1222	Externa
	I6	159	39,1	6,3	11	60	830	Interna
	I7	159	39,6	10	11	60	978	Interna
	I8	159	35,4	8	11	60	856	Interna
	I9	161	43,6	5	5	80	853	Interna
	I10	161	44,4	8	5	80	975	Interna
	I11	161	41,4	6,3	5	80	945	Interna

Como resultado, foi verificado um aumento de resistência a punção entre 77 e 118% para as lajes do grupo E, e um aumento de resistência entre 48% e 72% para as lajes do grupo I em comparação com lajes similares sem armadura de cisalhamento ensaiadas por Gomes (1991).

Inicialmente, foi constatado um desempenho insatisfatório na laje E2 que possuía uma distribuição de *studs* inicialmente paralela às faces do pilar, onde a superfície de ruptura ocorreu entre a primeira e a segunda camada de armadura de cisalhamento.

As lajes E1, E3 e E4 tiveram um modo de ruptura em que as fissuras cruzaram a região entre as armaduras de flexão e de cisalhamento, e se desenvolveram alcançando a parte superior da laje na região externa das armaduras. Já a laje E5 com sete camadas de ganchos não apresentou fissuras horizontais. Como conclusão, foi verificado que as lajes com um número maior de ganchos alcançaram resultados superiores de carga última, pois segundo Trautwein (2006), conseguiram retardar o surgimento e a propagação dessas fissuras.

Para as lajes do grupo I, foi constatado que todas as lajes tiveram uma superfície de ruptura cruzando a região das armaduras de cisalhamento, de modo que não foram visualizadas fissuras horizontais entre as armaduras de cisalhamento e de flexão na região inferior da laje.

O processo de fissuração para os dois grupos de lajes apresentou um comportamento semelhante. As primeiras fissuras radiais começaram a aparecer com um carregamento

entre 21% e 26% da carga última para as lajes do grupo E, e entre 17% e 20% para as lajes do grupo I. As fissuras tangenciais surgiram com um carregamento entre 25% e 37% para as lajes do grupo E, e entre 31% a 42% para as lajes do grupo I.

Em comparação com as lajes com características similares ensaiadas por Andrade (1999) que não possuíam pino, foi observado, para as lajes E5 e I7, uma resistência superior em 13% e 20%, respectivamente, comprovando a eficiência dos ganchos na região inferior da chapa.

Comparando ainda a resistência das lajes I9, I10 e I11, que apresentavam características similares de espaçamento e densidade das armaduras de cisalhamento com as lajes G10 e G11 de Gomes (1991) que possuíam *studs* devidamente ancorados, foi observado que ambas apresentaram valores de carga última bem similares, com apenas pequenas variações.

Estes resultados mostraram que os *studs* colocados internamente entre as armaduras de flexão foram eficientes em aumentar a resistência da seção, e não tiveram o seu desempenho significativamente afetado pela falta de ancoragem da armadura de cisalhamento.

#### **2.5.4. Caldentey *et al.* (2013)**

O grupo de pesquisas da Universidade Politécnica de Madri realizou ensaios em 8 lajes lisas de concreto armado, com foco na ancoragem de estribos fechados. As lajes possuíam dimensões de 2800 mm x 2800 mm e 250 mm de espessura.

A pesquisa avaliou 4 disposições diferentes de armadura. Dessa forma, para cada disposição da barra de reforço, havia dois modelos idênticos.

- As lajes 1 e 2 (Figura 2.23) não possuíam armadura de cisalhamento e eram utilizadas como lajes de referência.
- As lajes 3 e 4 (Figura 2.24) possuíam armaduras do tipo estribo fechado colocados no interior das armaduras longitudinais sem realizar qualquer tipo de ancoragem.
- As lajes 5 e 6 (Figura 2.25) possuíam armaduras de cisalhamento do tipo estribo fechado seguindo as prescrições normativas, sendo corretamente ancoradas nas armaduras longitudinais.

- Entretanto, as lajes 7 e 8 (Figura 2.25) também possuíam armadura de cisalhamento devidamente ancoradas. Porém, as armaduras longitudinais de tração eram interrompidas na região do pilar.

As armaduras de flexão eram de 20 milímetros de diâmetro espaçados de 20 centímetros, mesclados com barras de 12 milímetros espaçados a cada 20 centímetros, ou seja, utilizado uma taxa de armadura longitudinal de tração de aproximadamente  $\rho = 1,07\%$  e concreto com  $f_{ck} = 30$  MPa. As armaduras de punção utilizadas nas lajes 3 a 8 foram compostas por estribos fechados de 8 milímetros de diâmetros espaçados a cada 150 mm, sendo todas as lajes projetadas para romper a punção.

O carregamento foi aplicado no centro da laje, com sentido para baixo, por meio de um elemento de 450 mm x 450 mm e 200 mm de altura, simulando as condições de um pilar interno, como representada na Figura 2.22. A laje foi apoiada em oito pontos, fazendo uma circunferência com o centro do pilar, possuindo um raio de 1250 mm e com separação angular de 45°.

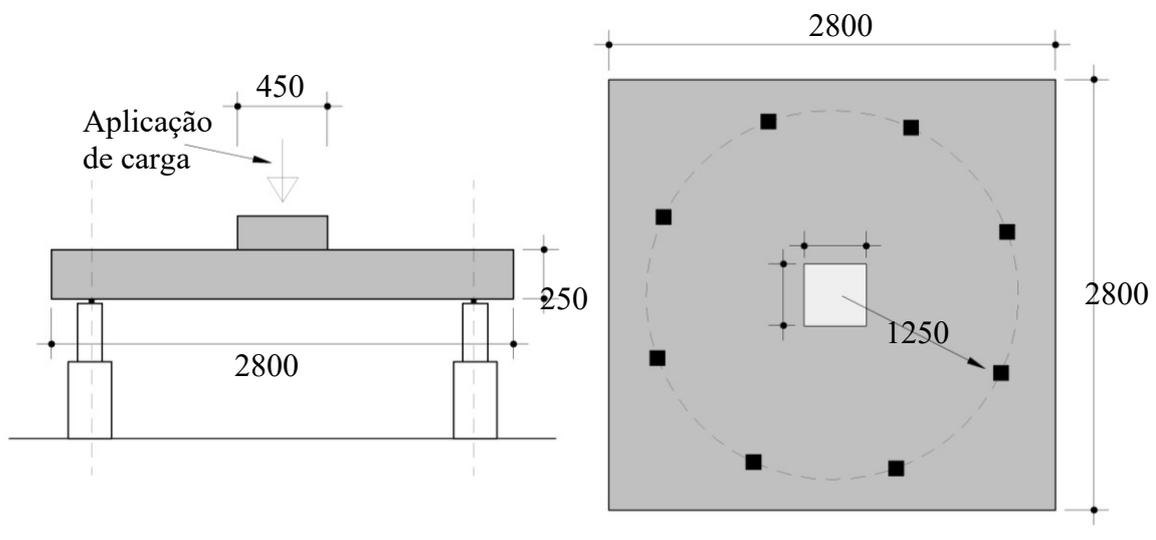


Figura 2.22 – Representação do sistema de ensaio, com unidades em milímetros  
(Adaptado de Caldentey *et al.*, 2013)

As armaduras de cisalhamento utilizadas eram de 8 mm, distribuídas em formato de cruz. As tipologias estudadas encontram-se representadas na Figura 2.23.

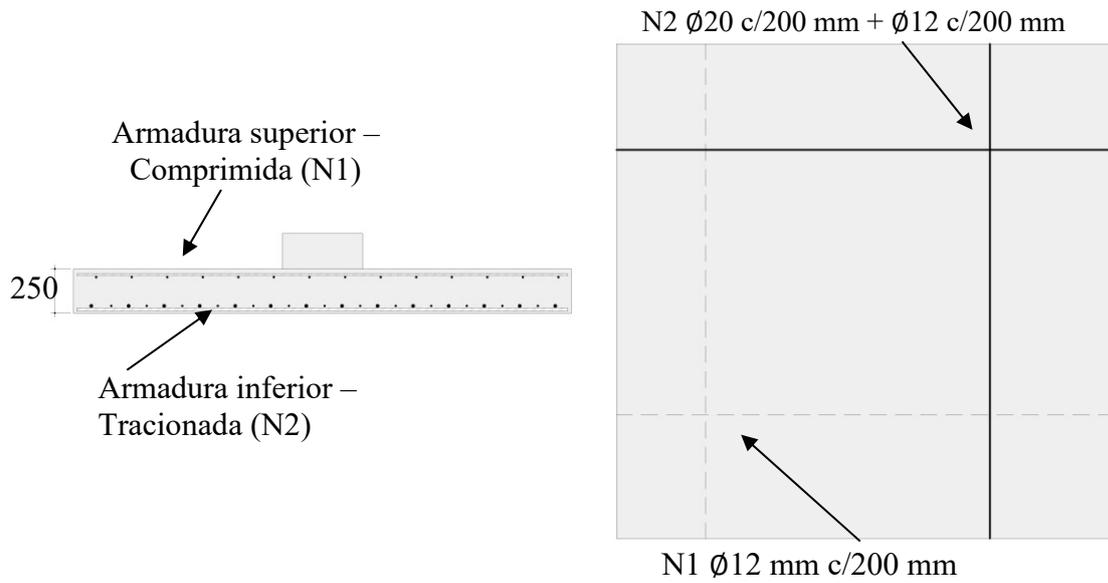


Figura 2.23 – Disposição das armaduras de cisalhamento nas lajes 1 e 2  
(Adaptado de Caldentey *et al.*, 2013)

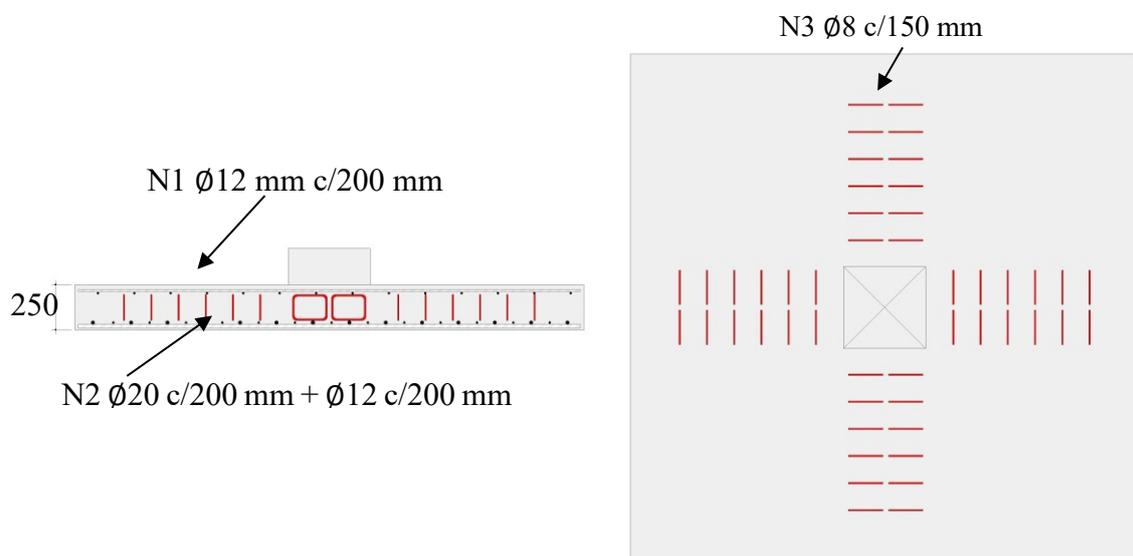


Figura 2.24 – Disposição das armaduras de cisalhamento nas lajes 3 e 4  
(Adaptado de Caldentey *et al.*, 2013)

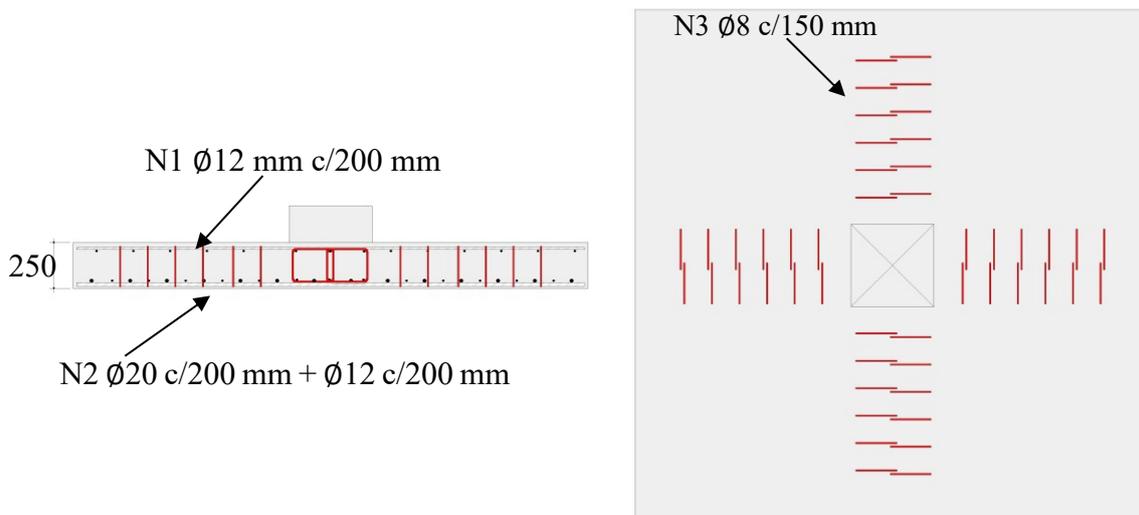


Figura 2.25 – Disposição das armaduras de cisalhamento nas lajes 5 e 6  
(Adaptado de Caldentey *et al.*, 2013)

Os ensaios foram acompanhados por 8 células de carga, 16 defletômetros, 4 inclinômetros e 6 extensômetros. Os resultados de cargas últimas ( $V_u$ ) e a comparação com as estimativas de resistência das normas ACI 318 (2014) ( $V_{ACI}$ ) e Eurocode 2 (2004) ( $V_{EC2}$ ) estão apresentadas na Tabela 2.7.

Tabela 2.7 - Descrição das lajes do ensaio de punção

Autor	Laje	$f_c$ (MPa)	$V_u$ (kN)	$V_{ACI}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$	$V_{EC2}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
CALDENTY <i>et al.</i> (2013)	1	37,2	973,6	1057,6	0,92	1060,6	0,92
	2	37,6	955,6	1063,4	0,90	1064,4	0,90
	3	37,8	1148,6	976,8	1,18	1282,1	0,90
	4	38,4	1252,6	981,5	1,28	1286,8	0,97
	5	38,3	1148,6	980,8	1,17	1286,1	0,89
	6	37,9	1202,6	978,0	1,23	1283,3	0,94
	7	38,1	1050,6	979,1	1,07	1284,4	0,82
	8	38,5	1002,6	982,2	1,02	1287,4	0,78

Nota-se que as lajes 3 e 4, igualmente sem ancoragem, tiveram resultados similares com as lajes 5 e 6, que possuíam ancoragem conforme preconiza as normas. Ou seja, as armaduras sem ancoragem foram eficientes em aumentar a capacidade resistente a punção.

Considerando a capacidade resistente, a armadura de cisalhamento proporcionou um aumento de 18% a 31% de resistência nas lajes 3 a 6 em relação as lajes de referência sem armadura de cisalhamento.

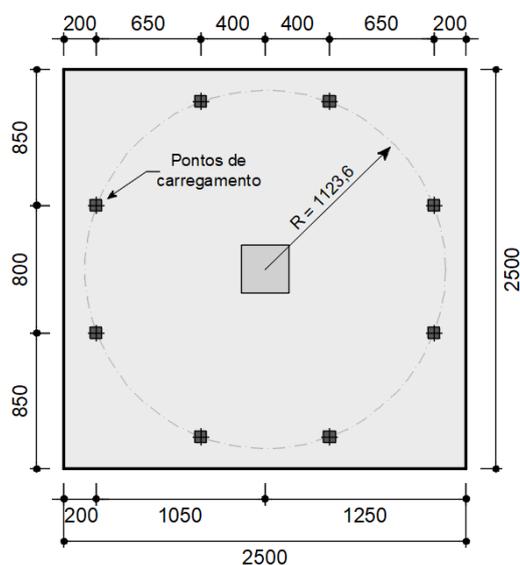
Os resultados das lajes 7 e 8 mostram uma redução de aproximadamente 15% na carga última de punção quando as barras longitudinais são interrompidas na área do pilar.

### 2.5.5. Souza (2018), Palhares (2018) e Lima *et al.* (2020)

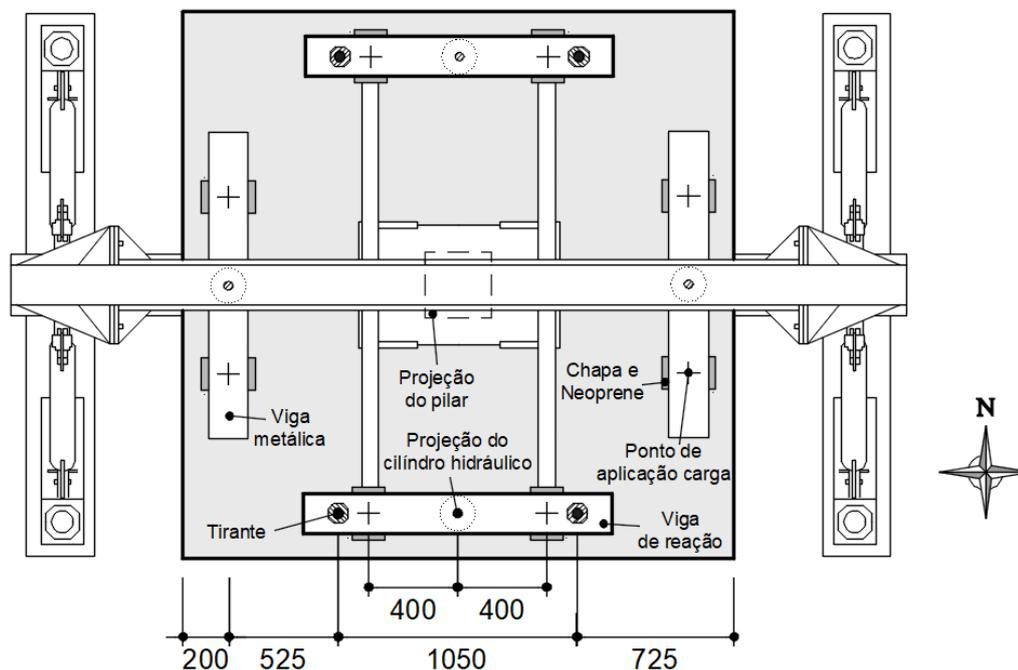
Com objetivo de investigar a eficiência do uso de armadura de cisalhamento tipo estribo fechado, considerando a variação do tipo de ancoragem na armadura de flexão, em lajes lisas de concreto armado, Souza (2018) e Palhares (2018) realizaram ensaios experimentais. Esses ensaios fazem parte da linha de pesquisa de doutorado de Henrique Jorge Nery de Lima.

As lajes possuíam dimensões de 2500 mm x 2500 mm e 180 mm de espessura, sendo apoiadas em um pilar central de seção quadrada de 300 mm x 300 mm. A resistência do concreto foi estimada em 30 MPa, utilizando uma taxa de armadura longitudinal tracionada de aproximadamente 0,92%.

Com o objetivo de simular as condições de um pilar interno sujeito a punção, as lajes foram submetidas a carregamentos gravitacionais simétricos em quatro vigas metálicas, cada uma apoiada em dois pontos ao longo do bordo da laje. A representação do sistema de ensaio e os pontos de aplicação de cargas encontram-se representados na Figura 2.26.



a) Pontos de aplicação de carga no modelo local



a) Vista superior do pórtico de reação com o modelo local posicionado

Figura 2.26 – Esquemático do programa de ensaio (Adaptado de Palhares, 2018)

Ao total, foram ensaiadas oito lajes lisas, e avaliadas quatro tipologias diferentes de ancoragem para a armadura de cisalhamento. A Tabela 2.8 apresenta um resumo das principais características das lajes.

Tabela 2.8- Características das lajes ensaiadas

Autor	Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$S_0$ (mm)	$S_r$ (mm)	$\phi$ (mm)	$A_{sw}/S_r$ (mm)
SOUZA (2018)	RSP	29,9	147,9	-	-	-	-
	FS-01	29,9	147,1	80	80	8,0	402,12
	FS-02	29,9	148,1	80	80	8,0	402,12
	FS-03	29,9	148,0	80	80	8,0	402,12
PALHARES (2018)	FS-08	30,5	145,8	72	72	5,0	157,08
	FS-09	30,5	148,0	72	72	5,0	157,08
	FS-010	30,5	147,1	72	72	5,0	157,08
	FS-011	30,5	147,6	72	72	5,0	157,08

A laje RSP foi adotada como a laje de referência sem armadura de cisalhamento. Nas lajes FS-01 e FS-08 foram utilizadas armaduras do tipo estribo fechado ancoradas em ambas as extremidades, envolvendo as armaduras longitudinais nas regiões comprimida e tracionada. A representação de sua ancoragem encontra-se na Figura 2.27a.

Nas lajes FS-02 e FS-09 foram utilizadas armaduras ancoradas apenas na região inferior da laje, envolvendo as armaduras longitudinais na região comprimida. A Figura 2.27b ilustra a ancoragem destas armaduras.

Na laje FS-10 foram utilizados estribos ancorados na região superior da laje, envolvendo apenas as armaduras de flexão tracionada. Sua representação encontra-se na Figura 2.27c.

Nas lajes FS-03 e FS-11, os estribos foram posicionados entre as armaduras longitudinais, inseridas internamente como módulos separados sem realizar qualquer tipo de ancoragem, Figura 2.27d. As armaduras de cisalhamento foram posicionadas em forma de “cruz” no centro da laje.

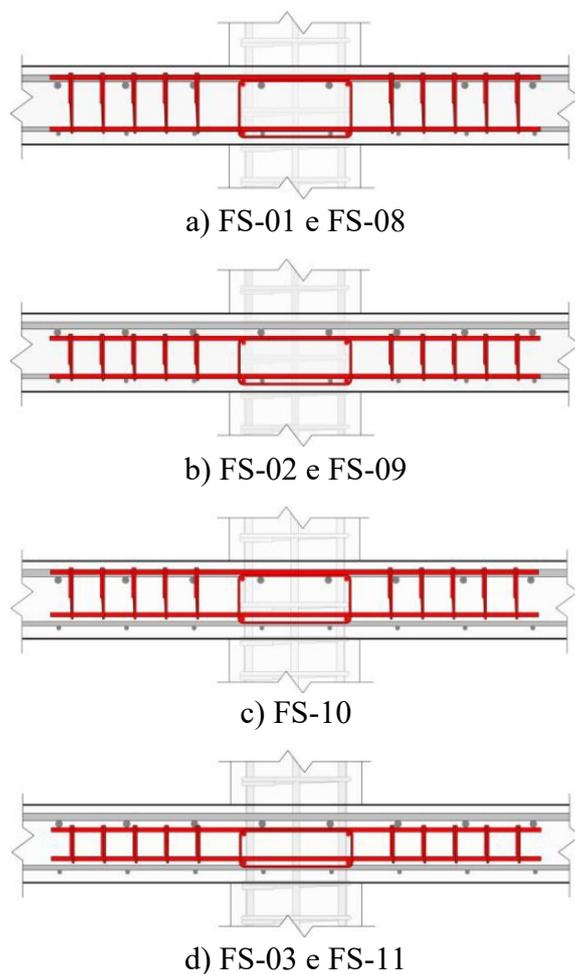


Figura 2.27 – Resumo das características das lajes ensaiadas (Adaptado de Souza, 2018 e Palhares, 2018)

Os resultados de cargas últimas ( $V_u$ ) e a comparação com as estimativas de resistência dadas pelas normas ABNT NBR 6118 (2014) ( $V_{NBR}$ ), ACI 318 (2014) ( $V_{ACI}$ ) e EUROCODE 2 (2004) ( $V_{EC2}$ ) estão na Tabela 2.9.

Tabela 2.9 - Resultados das lajes ensaiadas por Souza (2018) e Palhares (2018)

Autor	Laje	$V_u$ (kN)	$V_{NBR}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$	$V_{ACI}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$	$V_{EC2}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
SOUZA (2018)	RSP	478,8	536,7	0,89	478,1	1,00	490,9	0,98
	FS-01	535,1	729,1	0,73	530,4	1,01	594,0	0,90
	FS-02	554,8	733,5	0,76	534,4	1,04	598,5	0,93
	FS-03	534,2	733,0	0,73	533,9	1,00	598,0	0,89
PALHARES (2018)	FS-08	607,8	563,6	1,08	377,7	1,61	530,7	1,15
	FS-09	662,1	570,5	1,16	384,6	1,72	522,4	1,27
	FS-10	614,1	567,7	1,08	381,8	1,61	527,3	1,16
	FS-11	604,6	569,3	1,06	383,4	1,58	529,2	1,14

As lajes do primeiro grupo, formado por FS-01, FS-02 e FS-03, tiveram um aumento de resistência entre 13% e 17% em relação a laje de referência, enquanto para as lajes do segundo grupo, FS-08, FS-09, FS-10 e FS-11, o aumento de resistência foi entre 26% e 38%.

Nota-se que as lajes do primeiro grupo tiveram uma resistência última inferior em comparação com as lajes do segundo grupo, mesmo possuindo uma maior relação entre a área de aço e espaçamento por camadas ( $A_{sw}/S_r$ ). Isto se deve ao fato de o espaçamento não atender as prescrições normativas de  $S_o \leq 0,5 \cdot d$  e  $S_r \leq 0,5 \cdot d$  ou  $0,75 \cdot d$  no primeiro grupo, o que conferiu uma redução da capacidade resistente.

Analisando as estimativas de resistência dadas pelas normas, a ruptura se daria por tração diagonal, ocorrendo no concreto para a laje de referência, na região externa as armaduras para as lajes do primeiro grupo, e na região das armaduras para as lajes do segundo grupo.

Foi verificado que as lajes ancoradas conforme as normas tiveram resultados de carga última similares às lajes sem ancoragem com nenhuma conexão, demonstrando que essas foram eficientes ao aumentar a resistência da seção sem ter o seu desempenho prejudicado.

Constatou-se, ainda, nos grupos ensaiados, que as lajes que tiveram ancoragem apenas nas armaduras longitudinais na região comprimida tiveram os maiores resultados de carga última, e as que não tiveram ancoragem nestas regiões apresentaram as menores cargas.

O processo de instalação da armadura de cisalhamento da laje FS-03 e FS-11, posicionada internamente às armaduras de flexão, sem envolvê-las, foi o mais prático e ágil de todos. Por fim, os autores concluíram que a variação da ancoragem não gerou alterações na rigidez da laje, de modo que os deslocamentos avaliados não apresentaram variações significativas.

## 2.6. MÉTODOS TEÓRICOS PARA O DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO

Nesta seção são apresentadas as formulações das normas: ACI 318:2019, Eurocode 2:2004, ABNT NBR 6118:2014 e o *fib* MODEL CODE:2013; para ligações laje-pilar internas, com e sem armadura de cisalhamento.

A resistência à punção é tratada como uma tensão resistente agindo em uma área crítica, delimitada por um contorno, o perímetro crítico (Figura 2.28). Segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), esse perímetro crítico não tem nenhum significado físico, contudo apresenta boa correlação com resultados experimentais.

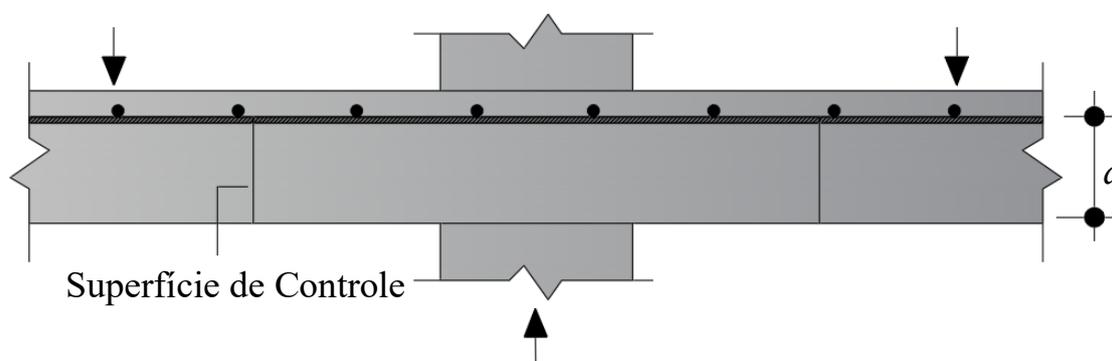


Figura 2.28 - Superfície de controle

Os códigos normativos que serão apresentados utilizam essa abordagem, variando na maneira com que a tensão resistente e o perímetro crítico são calculados.

No caso de pilar interno, em que o efeito do carregamento pode ser considerado simétrico, tem-se que a tensão de cisalhamento solicitante é calculada pela Equação 2.3:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad \text{Equação 2.3}$$

Sendo:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad \text{Equação 2.4}$$

$F_{Sd}$  é a força ou a reação concentrada;

$u$  é o comprimento do perímetro crítico;

$d$  é a altura útil da laje;

$d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

$u \cdot d$  é a área da superfície crítica;

$\tau_{Sd}$  é a tensão de solicitante de cálculo.

Em uma análise de projeto, impõe-se que a tensão solicitante de cálculo seja menor ou igual à tensão resistente de cálculo,  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd}$  que resulta na Equação 2.5:

$$F_{Sd} \leq \tau_{Rd} \cdot (u \cdot d) = V_{Rd} \quad \text{Equação 2.5}$$

Portanto, em uma análise experimental, impõe-se que a tensão solicitante característica seja menor ou igual à tensão resistente de cálculo,  $\tau_{Sk} \leq \tau_{Rk}$  que resulta na Equação 2.6:

$$F_{Sk} \leq \tau_{Rk} \cdot (u \cdot d) = V_{Rk} \quad \text{Equação 2.6}$$

Apesar dos códigos se diferenciarem pela superfície de controle e a tensão resistente a serem consideradas, há um consenso sobre a análise de seus modos de ruptura. São feitas a verificação da compressão diagonal do concreto ( $V_{R,max}$ ), a verificação da tração diagonal em lajes sem armadura de cisalhamento ( $V_{R,c}$ ), a verificação da tração diagonal em lajes com armadura de cisalhamento ( $V_{R,cs}$ ), e a verificação da região externa à armadura de cisalhamento ( $V_{R,out}$ ). A carga resistente e o modo de ruptura são definidos pela falha que ocorrer com a menor carga.

A taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) é calculada como a média geométrica das taxas de armadura em cada direção ortogonal ( $\rho_x$  e  $\rho_y$ ), conforme prescreve as normas ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004) pela Equação 2.7.

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{Equação 2.7}$$

Essas taxas de armaduras são obtidas considerando uma seção transversal com uma largura igual a dimensão do pilar, somada a uma distância igual  $3 \cdot d$  em relação às faces do pilar, conforme a Equação 2.8 e Equação 2.9.

$$\rho_x = \frac{A_{s,x}}{A_{c,x}} = \frac{A_{s,x}}{b_w \cdot d_x} \quad \text{Equação 2.8}$$

$$\rho_y = \frac{A_{s,y}}{A_{c,y}} = \frac{A_{s,y}}{b_w \cdot d_y} \quad \text{Equação 2.9}$$

A taxa de armadura de cisalhamento ( $\rho_w$ ) pode ser calculada considerando a área total de armaduras de cisalhamentos em relação a um perímetro crítico distante  $0,5 \cdot d$  da face do pilar, conforme proposto por Lips *et al.* (2012) pela Equação 2.6

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{S_r \cdot (2 \cdot B_x + 2 \cdot B_y + \pi \cdot d)} \quad \text{Equação 2.10}$$

Onde:

$A_{sw}$  é a área de aço da seção transversal de uma camada de armadura de cisalhamento em torno do pilar;

$S_r$  é o espaçamento entre as camadas de armadura de cisalhamento;

$B_x$  e  $B_y$  são as dimensões do pilar nas direções x e y, respectivamente.

$d$  é a altura útil da laje.

### 2.6.1. ABNT NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento

O dimensionamento de lajes à punção é descrito na seção 19.5 da ABNT NBR 6118 (2014), sendo descritos nesta seção apenas o dimensionamento à punção de pilares internos, sem excentricidade.

#### 2.6.1.1. Verificação da compressão diagonal do concreto

A tensão resistente em compressão diagonal do concreto é verificada através da tensão de cisalhamento na superfície crítica delimitada pelo contorno  $C$ , coincidente com o contorno do pilar. Essa verificação deve ser feita em lajes submetidas à punção com e sem armadura de cisalhamento. A Figura 2.29 ilustra o perímetro crítico no contorno  $C$ , denominado  $u_0$ , para o cálculo da área da superfície crítica.

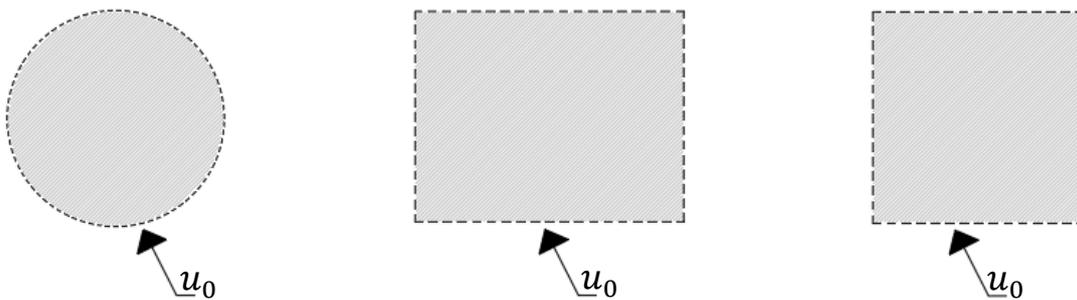


Figura 2.29 - Perímetro crítico  $u_0$ , adaptado ABNT NBR 6118 (2014)

De acordo com o item 19.5.3.1 desta norma, a tensão resistente depende somente da resistência à compressão do concreto, e deve ser calculada de acordo com a Equação 2.11.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd2} = 0,27\alpha_v \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.11}$$

Onde:

$\alpha_v = 1 - (f_{ck}/250)$ , sendo  $f_{ck}$  dado em MPa;

$\tau_{rd2}$  é a tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal comprimida de concreto;

$f_{ck}$  é a tensão de resistência característica do concreto à compressão;

$f_{cd}$  é a tensão de resistência de projeto do concreto à compressão;

O valor de  $\tau_{Rd2}$  pode ser aumentada em 20% para lajes em que os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50% entre si e que não existam aberturas junto ao pilar.

Para o cálculo da carga resistente à punção em projetos, multiplica-se a Equação 2.11 pela área da superfície crítica, resultando na Equação 2.12:

$$F_{Sd} \leq 0,324 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \cdot u_0 \cdot d = V_{Rd,max} \quad \text{Equação 2.12}$$

Em uma análise experimental, removendo a influência dos coeficientes de segurança de projeto, a carga resistente característica é calculada pela Equação 2.13:

$$F_{Sk} \leq 0,324 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck} \cdot u_0 \cdot d = V_{Rk,max} \quad \text{Equação 2.13}$$

2.6.1.2. Verificação da tração diagonal em lajes lisas sem armadura de cisalhamento

Na verificação da resistência à tração diagonal, é considerada a tensão resistente na superfície crítica  $C'$ , afastada  $2d$  do pilar, como ilustrado na Figura 2.30. O perímetro da superfície é denominado  $u_1$ .

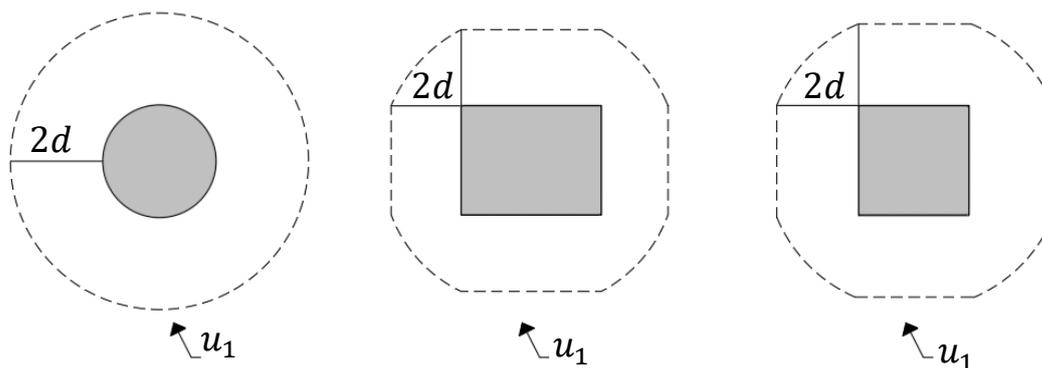


Figura 2.30 - Perímetro crítico  $u_1$ , adaptado ABNT NBR 6118 (2014).

Levando-se em conta o *size effect* e a influência da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) na resistência à tração do concreto, a ABNT NBR 6118 (2014) prescreve no item 19.5.3.2 a verificação Equação 2.14:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad \text{Equação 2.14}$$

Onde:

$d$  é a altura útil da laje, em centímetros;

$\rho$  é a taxa de armadura de flexão ( $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ );

$\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais.

As taxas de armadura devem ser calculadas tomando-se uma seção transversal de largura igual à dimensão do pilar, acrescida de  $3d$  para ambos os lados.

Em situação de projeto, multiplicando-se a Equação 2.14 pela área da superfície crítica, a carga resistente à punção é calculada pela Equação 2.15:

$$F_{Sd} \leq 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d = V_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.15}$$

Para as situações experimentais, desconsideram-se os fatores de minoração da resistência do concreto ( $\gamma_c$ ) de 1,4 e majoração das solicitações ( $\gamma_f$ ) de 1,4. Ainda, para o cálculo da carga de reação do pilar, multiplicando-se a Equação 2.14 pela área da superfície crítica, temos a Equação 2.16:

$$F_{Sk} \leq 0,182 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d = V_{Rk,c} \quad \text{Equação 2.16}$$

### 2.6.1.3. Verificação da tração diagonal em lajes lisas com armadura de cisalhamento

Quando a resistência do concreto se mostrar insuficiente no perímetro crítico  $C'$  devem ser adotadas armaduras de punção, levando em consideração as especificações estabelecidas quanto aos limites máximos de espaçamento entre as camadas da armadura, conforme a Figura 2.31.

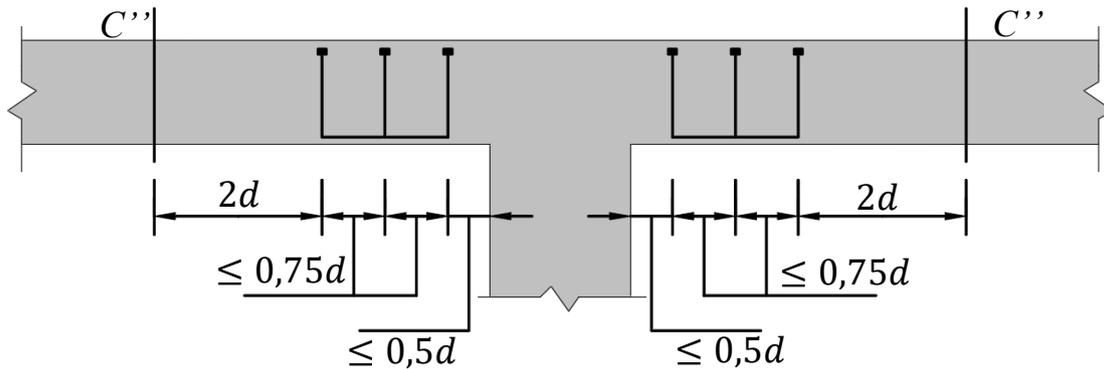


Figura 2.31 – Disposição da armadura de cisalhamento, adaptado ABNT NBR 6118 (2014).

Sendo:

$s_0$  o espaçamento da primeira camada da armadura de cisalhamento à face do pilar, limitado em  $0,5d$ ;

$s_r$  o espaçamento entre as camadas da armadura de cisalhamento, limitado em  $0,75d$ .

Do item 19.5.3.3 da norma, a tensão resistente na presença de armaduras de cisalhamento deve ser calculada conforme a Equação 2.17:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u_1 \cdot d} \quad \text{Equação 2.17}$$

Onde:

$A_{sw}$  é a área total de armadura de cisalhamento ao longo de uma camada ao redor do pilar;

$\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de cisalhamento e o plano da laje;

$u_1$  é o perímetro crítico ou perímetro crítico no contorno  $C''$ ;

$f_{ywd}$  é a resistência de cálculo da armadura de cisalhamento.

Multiplicando-se a Equação 2.17 pela área da superfície crítica, temos a formulação para a carga resistente de cálculo, dada Equação 2.18:

$$F_{sd} \leq \left[ 0,10 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \text{sena}}{u_1 d} \right] u_1 d = V_{Rd,cs} \quad \text{Equação 2.18}$$

Para os estribos, a tensão  $f_{ywd}$  é limitada em 250 MPa para lajes com espessura de até 15 cm, e 435 MPa para lajes com espessura maior que 35 cm, permitindo-se interpolação linear. Em situação experimental, a limitação da  $f_{ywk}$  vai para 287,5 MPa e 500 MPa, respectivamente.

Como a norma utiliza coeficiente de minoração da resistência do concreto igual a 1,4 e do aço igual a 1,15, cada parcela de resistência do aço e do concreto, está minorada pelo seu respectivo coeficiente na Equação 2.18. Portanto, a carga resistente característica é dada pela Equação 2.19:

$$F_{sk} \leq \left[ 0,14 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywk} \text{sena}}{u_1 d} \right] u_1 d = V_{Rk,cs} \quad \text{Equação 2.19}$$

A ABNT NBR 6118 apresenta ainda as seguintes prescrições referentes ao detalhamento da armadura de punção:

- devem ser constituídas por estribos verticais ou conectores (*studs*), com preferência pela utilização destes últimos;
- o diâmetro da armadura de estribos não pode superar  $\frac{h}{20}$ , onde  $h$  é a espessura da laje. Além disso, deve haver contato mecânico das barras longitudinais com os cantos dos estribos.

#### 2.6.1.4. Verificação da região externa às armaduras de cisalhamento

A verificação da tração na região externa às armaduras de cisalhamento é realizada através de uma tensão de cisalhamento no contorno  $C''$ , onde considera-se somente a contribuição do concreto na resistência da laje à punção. Portanto, a carga resistente em projetos é calculada pela Equação 2.20:

$$F_{Sd} \leq 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} u_{out} d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.20}$$

Já em análise experimental, a carga resistente característica é dada pela Equação 2.21:

$$F_{Sk} \leq 0,182 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} u_{out} d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.21}$$

Onde,  $u_{out}$  é o perímetro crítico no contorno  $C''$  que podemos observar na Figura 2.32. Nota-se que para espaçamentos entre as linhas de armaduras de punção na última camada maiores que  $2d$  o perímetro  $u_{out}$  sofre uma interrupção como ilustrado abaixo.

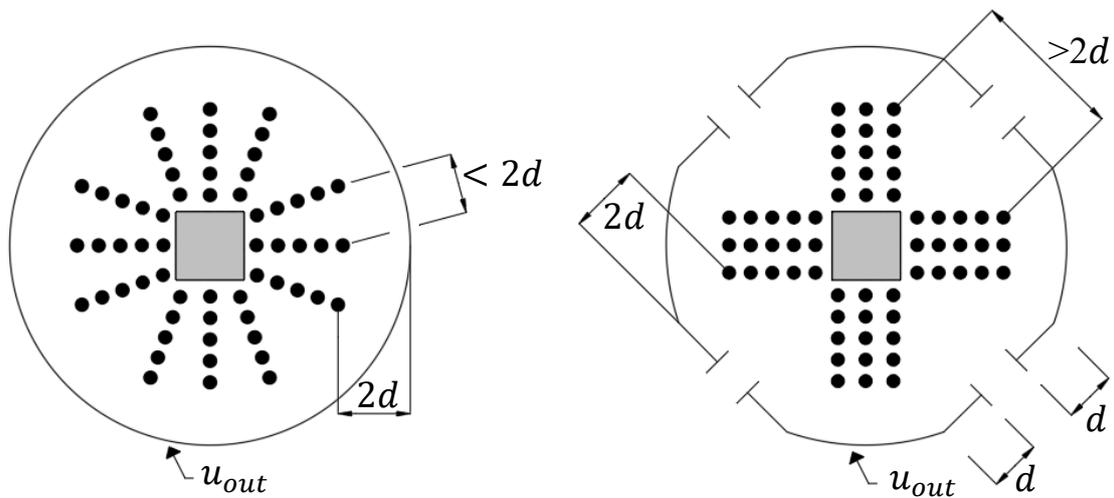


Figura 2.32 - Perímetro crítico  $u_{out}$ , adaptado NBR 6118 (2014)

### 2.6.2. ACI 318:2019 – Building code requirements for structural concrete and commentary

A seção 22.6 desta norma é dedicada ao cálculo das tensões resistentes da laje à punção, fornecendo parâmetros para se determinar a resistência ao cisalhamento para lajes sem e com armaduras dos tipos estribos ou conectores tipo pino (*studs*).

### 2.6.2.1. Verificação da compressão diagonal do concreto

Segundo o ACI no item 22.6.6.2 a altura útil deve ser projetada para que a tensão resistente última do concreto ( $v_u$ ) não exceda os valores máximo conforme Equação 2.22.

$$V_{Rd,max} \begin{cases} \varphi \cdot 0,5 \cdot \sqrt{f'_c} & \text{se armada com estribo} \\ \varphi \cdot 0,66 \cdot \sqrt{f'_c} & \text{se armada com stud} \end{cases} \quad \text{Equação 2.22}$$

Onde:

$\varphi$  é o coeficiente de segurança, igual a 0,75, a menos que seja exigido um valor menor conforme item 21.2 desta norma;

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto, dada em MPa.

No 22.6.1.4, a norma descreve que o cisalhamento deve ser resistido por uma seção com uma profundidade ( $d$ ) e um perímetro crítico ( $b_0$ ) tomado a uma distância de  $0,5d$  da face do pilar, conforme demonstrado na Figura 2.33.

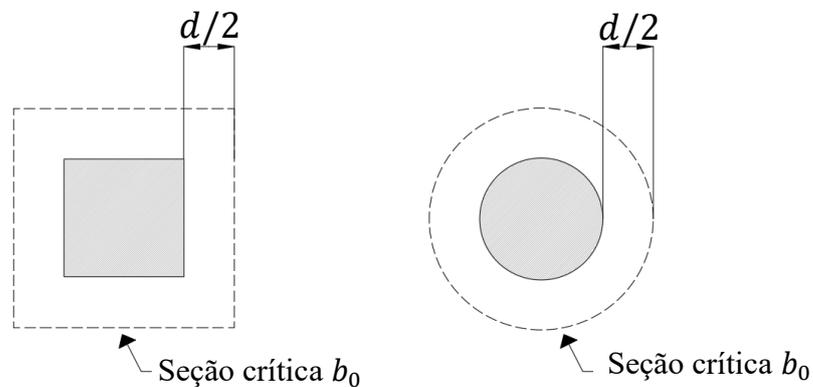


Figura 2.33 – Perímetro crítico  $b_0$  conforme ACI 318 (2019).

Para uma armadura do tipo estribo, a carga resistente de projeto é dada pela Equação 2.23:

$$F_{Sd} \leq \varphi \cdot 0,5 \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = V_{Rd,máx} \quad \text{Equação 2.23}$$

Já em uma análise experimental, tomando-se o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, a carga resistente característica é calculada pela Equação 2.24:

$$F_{Sk} \leq 0,5\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = V_{Rk,m\acute{a}x} \quad \text{Equa\c{c}\~{a}o 2.24}$$

2.6.2.2. Verifica\c{c}\~{a}o da tra\c{c}\~{a}o diagonal em lajes lisas sem armadura de cisalhamento

A tens\~{a}o resistente do concreto ( $v_c$ ) \`a pun\c{c}\~{a}o, de acordo com o seu item 22.6.5.2 da norma, deve ser tomada como o menor resultado dentre as seguintes express\~{o}es da Equa\c{c}\~{a}o 2.25:

$$v_c < \begin{cases} 0,33 \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \\ 0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \\ 0,083 \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \end{cases} \quad \text{Equa\c{c}\~{a}o 2.25}$$

Onde:

$\beta$  \`e a raz\~{a}o entre a maior e a menor dimens\~{a}o do pilar perpendiculares entre si;

$\lambda_s$  fator que leva em conta o *size effect*:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004d}} \leq 1$$

$\lambda$  deve ser 0,75 para concreto leve e 1,0 para concreto;

$\alpha$  vale 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto.

Cada uma das express\~{o}es da Equa\c{c}\~{a}o 2.25 faz diferentes considera\c{c}\~{o}es quanto aos par\~{a}metros que influenciam na resist\~{e}ncia \`a pun\c{c}\~{a}o. Na primeira express\~{a}o considera-se a tens\~{a}o resistente \`a pun\c{c}\~{a}o diretamente proporcional \`a raiz quadrada da resist\~{e}ncia \`a compress\~{a}o do concreto; a segunda express\~{a}o acrescenta a influ\~{e}ncia de pilares retangulares na capacidade resistente da laje, tendo em vista a concentra\c{c}\~{a}o de tens\~{o}es nas quinas dos pilares; j\`a a terceira express\~{a}o considera o efeito da altura \`util em rela\c{c}\~{a}o \`as dimens\~{o}es dos pilares, bem como a classifica\c{c}\~{a}o quanto \`a ocorr\~{e}ncia de momentos fletores atuantes na liga\c{c}\~{a}o laje-pilar.

A norma impõe um valor máximo de 8,3 MPa para  $\sqrt{f'_c}$  no cálculo da tensão resistente à punção, ou seja, limita a resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ ) em 70 MPa.

Portanto, multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, temos que a carga resistente de projeto é dada pela Equação 2.26:

$$F_{Sd} < \begin{cases} 0,33 \cdot \varphi \cdot \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,17 \cdot \varphi \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,083 \cdot \varphi \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \end{cases} = V_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.26}$$

Já em uma análise experimental, considerando o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, temos que a carga resistente característica é dada pela Equação 2.27.

$$F_{Sk} < \begin{cases} 0,33 \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,083 \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \end{cases} = V_{Rk,c} \quad \text{Equação 2.27}$$

Já em uma análise experimental, considerando o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, temos que a carga resistente característica é dada pela Equação 2.28:

$$F_{Sk} < \begin{cases} 0,33 \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,083 \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \end{cases} = V_{Rk,c} \quad \text{Equação 2.28}$$

### 2.6.2.3. Verificação da tração diagonal em lajes lisas com armadura de cisalhamento

Acrescentando-se à laje armadura de cisalhamento do tipo estribo, conforme item 8.7.6.3 desta norma, a distância entre a face do pilar e a camada de armadura de cisalhamento mais próxima ( $s_0$ ) e o espaçamento entre as camadas de armadura ( $s_r$ ) não devem exceder  $0,5d$  para o caso de estribos. E quando utilizado *studs* o espaçamento entre a face do pilar

e a primeira camada de armadura ( $s_0$ ) não deve exceder  $0,5d$  e o espaçamento entre as camadas de armadura ( $s_r$ ) deve ser limitado em  $0,75d$ .

Do 22.6.7 desta norma, a parcela de tensão resistente acrescida pela armadura de cisalhamento deve ser calculada pela Equação 2.29:

$$v_s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{b_0 \cdot s_r} \quad \text{Equação 2.29}$$

Onde:

$A_v$  é a área transversal da armadura de cisalhamento por camada ao redor do pilar;

$f_{yt}$  é a tensão de escoamento do aço da armadura de cisalhamento, limitada ao máximo de 420 MPa.

Nesse sentido, reconhecendo o desempenho de ancoragem superior dos *studs*, em seu item 22.6.6.1, a norma prescreve que a resistência do concreto ( $v_c$ ) para lajes com armadura de cisalhamento não deve exceder os limites apresentados na Tabela 2.10.

Tabela 2.10 – Máxima  $v_c$  para lajes com armadura de cisalhamento de acordo com ACI 318 (2019).

<b>Tipo de Armadura</b>	<b>Máxima <math>v_c</math> no perímetro crítico (<math>b_0</math>) afastado <math>0,5d</math> da face do pilar</b>	<b>Máxima <math>v_c</math> no perímetro crítico (<math>b_0</math>) afastado <math>0,5d</math> da última armadura de cisalhamento</b>
Estribos	$0,17\lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}$	$0,17\lambda \cdot \sqrt{f'_c}$
<i>Studs</i>	$0,25\lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}$	$0,17\lambda \cdot \sqrt{f'_c}$

Portanto, multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, temos que a carga resistente de projeto para laje com armadura de cisalhamento do tipo estribo é dada pela Equação 2.30:

$$F_{sd} \leq 0,17 \cdot \varphi \cdot \lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d + \frac{A_v f_{yt} \cdot d}{s} = V_{Rd,cs} \quad \text{Equação 2.30}$$

Para a análise experimental, considerando o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, temos que a carga resistente característica é dada pela Equação 2.31:

$$F_{sk} \leq 0,17\lambda_s \cdot \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d + \frac{A_v f_{y\tau} \cdot d}{s} = V_{Rk,cs} \quad \text{Equação 2.31}$$

#### 2.6.2.4. Verificação da região externa às armaduras de cisalhamento

Nesta verificação, será considerado um perímetro crítico ( $b_{out}$ ) localizado a  $0,5d$  além da linha periférica mais externa da armadura de cisalhamento. O perímetro crítico externo pode ser observado na Figura 2.34.

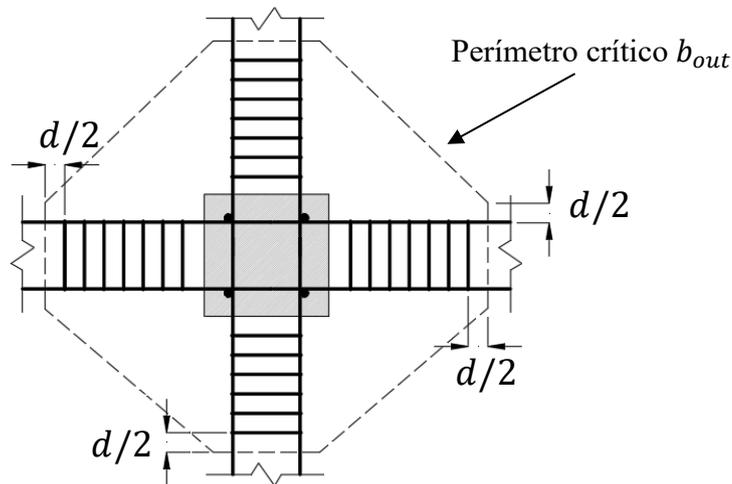


Figura 2.34 - Perímetro crítico  $b_{out}$ , adaptado ACI 318 (2014).

Portanto, multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, temos que a carga resistente de projeto é dada pela Equação 2.32:

$$F_{sd} \leq 0,17 \cdot \varphi \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_{out} \cdot d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.32}$$

Já em uma análise experimental, considerando o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, temos que a carga resistente característica é dada pela Equação 2.33:

$$F_{sk} \leq 0,17\lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_{out} \cdot d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.33}$$

### 2.6.3. Eurocode 2:2004 - *Design of concrete structures – General rules and rules for buildings*

A seção 6.4 do Eurocode 2 (2004) é dedicada ao cálculo de lajes ao cisalhamento. Porém, neste trabalho, será abordado somente o cálculo para pilares internos sem excentricidade.

#### 2.6.3.1. Verificação da compressão diagonal do concreto

Na verificação da compressão diagonal do concreto, a tensão resistente de cálculo do concreto é dada pela Equação 2.34:

$$v_{Rd,max} = 0,4 \cdot v \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.34}$$

Onde  $v$  é um fator de redução da resistência para concreto devido à localização em zonas de tensões de tração diagonal. O valor recomendado é dado pela Equação 2.35, onde o  $f_{ck}$  é limitado em 90 MPa.

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad \text{Equação 2.35}$$

Conforme o item 6.4.3 a tensão resistente é verificada no perímetro  $u_0$ , coincidente com o perímetro do próprio pilar tal como definido pela ABNT NBR 6118 na Figura 2.29. De modo que, para o dimensionamento de projeto, a carga resistente é dada pela Equação 2.36:

$$F_{Sd} \leq 0,24 f_{cd} \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot u_0 \cdot d = V_{Rd,max} \quad \text{Equação 2.36}$$

Já para análise experimental, desconsiderando o coeficiente de minoração de resistência do concreto, a formulação para a carga resistente característica é dada pela Equação 2.37.

$$F_{Sk} \leq 0,24 f_{ck} \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot u_0 \cdot d = V_{Rk,max} \quad \text{Equação 2.37}$$

2.6.3.2. Verificação da tração diagonal em lajes lisas sem armadura de cisalhamento

A tensão resistente à tração diagonal da laje deve ser verificada no perímetro  $u_1$ , afastado  $2d$  da face do pilar semelhante ao definido pela ABNT NBR 6118, como pode-se observar na Figura 2.35.

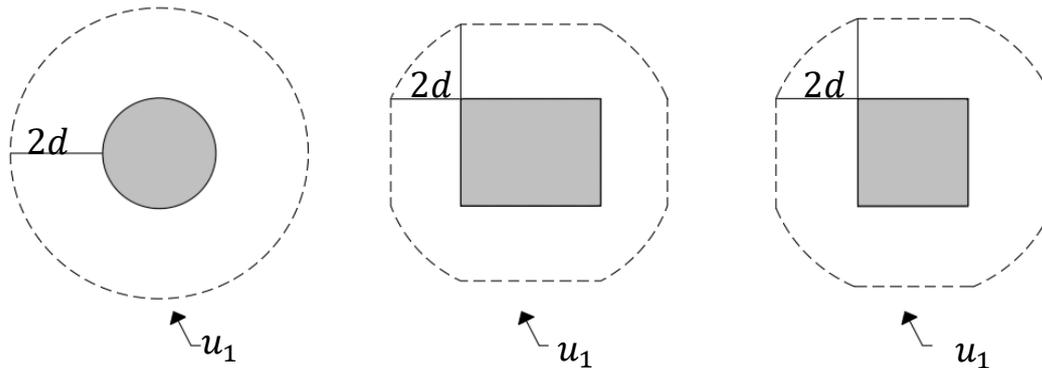


Figura 2.35 – Perímetro crítico  $u_1$ , adaptado EUROCODE 2 (2004).

Do item 6.4.4, a tensão resistente à punção de projeto pode ser calculada por meio da Equação 2.38:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot f_{ck} \cdot \rho)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Equação 2.38}$$

Onde:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ é o } size \text{ effect com } d \text{ em mm;}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}, \text{ sendo } \gamma_c \text{ o coeficiente de minoração da resistência do concreto;}$$

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 2,0$ , é a taxa de armadura da na ligação laje-pilar, onde é considerada seção de concreto com largura igual à largura do pilar acrescido de  $3d$  de ambos os lados.

Em uma análise de projeto, multiplicando-se a tensão resistente pela área da superfície crítica, temos a carga resistente de projeto, conforme a Equação 2.39:

$$F_{Sd} \leq \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d = V_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.39}$$

Por fim, em uma análise experimental, fazendo-se  $\gamma_c$  igual à 1, a carga resistente característica é dada pela Equação 2.40:

$$F_{Sk} \leq 0,18 \cdot k \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d = V_{Rk,c} \quad \text{Equação 2.40}$$

### 2.6.3.3. Verificação da tração diagonal em lajes lisas com armadura de cisalhamento

Caso a resistência do concreto for insuficiente devem ser utilizadas armadura de cisalhamento para aumentar a capacidade resistente da laje. Os espaçamentos devem respeitar os limites impostos, de modo que a distância entre a face do pilar e a primeira camada da armadura de cisalhamento ( $s_0$ ) não deve exceder  $0,5d$ , enquanto o espaçamento entre as camadas de armadura ( $s_r$ ) não deve ultrapassar  $0,75d$ .

Assim como na verificação sem armadura de cisalhamento, ao adotar-se armadura, a verificação da tensão de cisalhamento também é feita no perímetro  $u_1$ . Porém, acrescenta-se à tensão resistente uma parcela de contribuição do aço enquanto multiplica-se a parcela contribuinte do concreto por 0,75, como pode ser visto na Equação 2.41.

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + 1,5 \left( \frac{d}{s_r} \right) A_{sw} f_{ywd,ef} \left( \frac{1}{u_1 d} \right) \text{sen} \alpha \leq k_{max} v_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.41}$$

Onde:

$k_{max}$  é um fator limitante da resistência máxima alavancada pelo uso de armadura de cisalhamento em relação a resistência sem armadura de cisalhamento. O valor recomendado pela norma é de 1,5;

$A_{sw}$  é a área de aço da seção transversal de uma camada de armadura de cisalhamento em torno do pilar, em  $\text{mm}^2$ ;

$f_{ywd,ef}$  é a tensão de escoamento efetiva de projeto da armadura de cisalhamento;

$\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de cisalhamento e o plano da laje.

Multiplicando-se a tensão resistente pela superfície crítica, a carga resistente de cálculo é dada pela Equação 2.42:

$$F_{sd} \leq \left[ 0,75v_{Rd,c} + 1,5 \left( \frac{d}{s_r} \right) \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \text{sen}\alpha}{u_1 d} \right] \cdot u_1 d = V_{Rd,cs} \quad \text{Equação 2.42}$$

A tensão de escoamento efetiva do aço ( $f_{ywd,ef}$ ) é limitada de acordo com a Equação 2.43, sendo  $d$  em mm.

$$f_{ywd,ef} = (250 + 0,25d) \leq f_{ywd} \quad \text{Equação 2.43}$$

Por fim, em uma análise experimental, desconsiderando os fatores de minoração da resistência do aço e do concreto e multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, temos a carga resistente característica conforme a Equação 2.44:

$$F_{sk} \leq \left[ 0,75v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left( \frac{d}{s_r} \right) \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywk,ef} \cdot \text{sen}\alpha}{u_1 d} \right] \cdot u_1 d = V_{Rk,cs} \quad \text{Equação 2.44}$$

Já a resistência característica efetiva da armadura de cisalhamento ( $f_{ywk,ef}$ ) é dada pela Equação 2.45, sendo  $d$  em mm.

$$f_{ywk,ef} = 1,15 \cdot (250 + 0,25d) \leq f_{ywk} \quad \text{Equação 2.45}$$

#### 2.6.3.4. Verificação da região externa às armaduras de cisalhamento

A verificação da tração na região externa às armaduras de cisalhamento considera somente a contribuição do concreto na resistência da laje à punção. Portanto, semelhante ao cálculo para lajes sem armadura de cisalhamento considerando o perímetro  $u_{out}$ , a carga resistente de projeto é dada pela Equação 2.46:

$$F_{sd} \leq \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_{out} \cdot d = V_{Rd,out} \quad \text{Equação 2.46}$$

Já a resistência característica é dada pela Equação 2.47:

$$F_{sk} \leq 0,18 \cdot k \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_{out} \cdot d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.47}$$

Onde,  $u_{out}$  é o perímetro crítico que pode ser observado na Figura 2.36. Quando o espaçamento circunferencial na última camada de armadura for superior a  $2d$ , o perímetro crítico deve ser descontinuado.

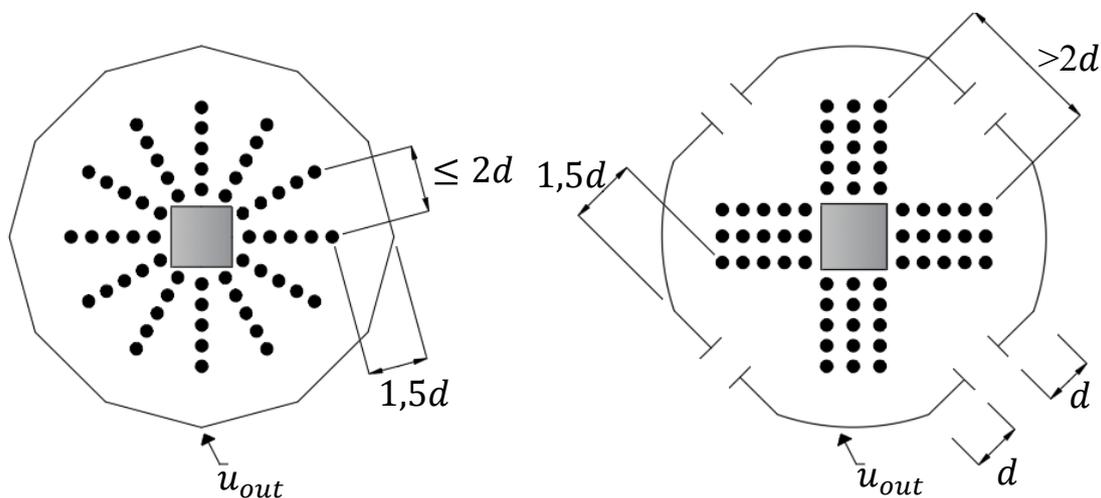


Figura 2.36 - Perímetro crítico  $u_{out}$ , adaptado EUROCODE 2 (2004).

#### 2.6.4. *fib Model Code 2010 - For Concrete Structures*

O *fib Model Code 2010* (2013) tem a formulação da resistência à punção baseado na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento de Muttoni (2008) e Ruiz e Muttoni (2009). A resistência à punção diminui com o acréscimo da rotação da laje ( $\Psi$ ), o que pode ser explicado através da formação de uma fissura crítica de cisalhamento que se propaga na laje cortando a biela de concreto que transfere a força cortante para o pilar. O parâmetro  $\Psi$  refere-se à rotação da laje em torno da área carregada, Figura 2.37. Na apresentação do código modelo, as considerações sobre punção constam no item 7.3.5.

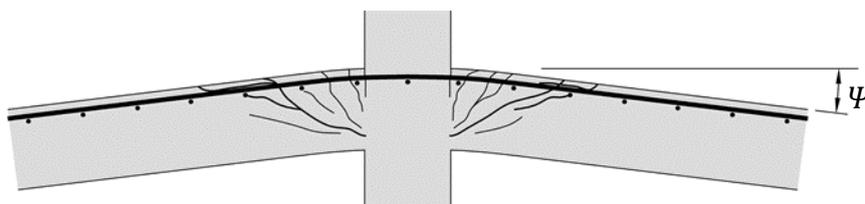


Figura 2.37 - Rotação da laje

O *fib* Model Code 2010 (2013) enfatiza a diferenciação entre duas alturas úteis,  $d$  e  $d_v$ . A altura útil para fins de caracterização da superfície de ruptura por punção é  $d_v$ . E a altura útil para fins de cálculo à flexão da laje é  $d$ . E na região externa às armaduras de punção, não contempla o cobrimento abaixo das armaduras, sendo denominado de  $d_{v,out}$ , conforme Figura 2.38.

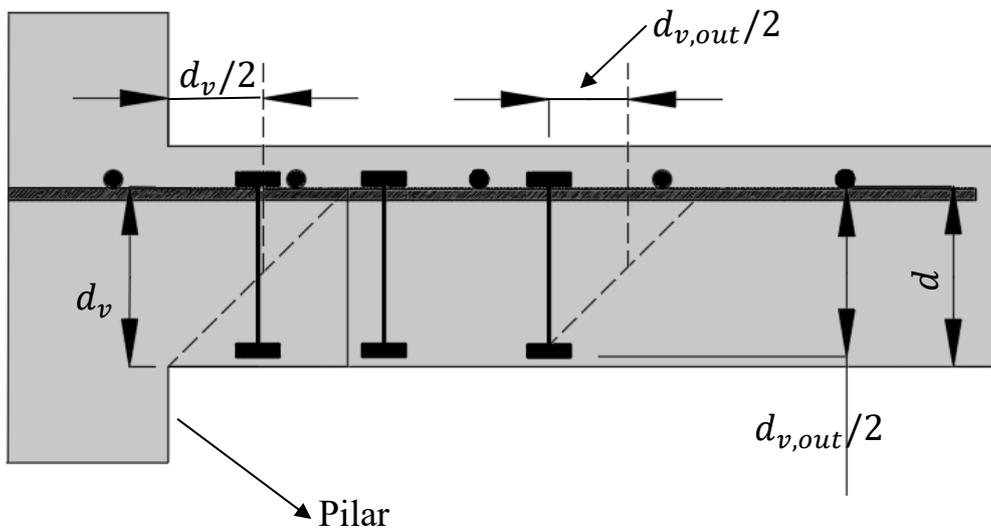


Figura 2.38 - Diferenciação das alturas úteis [modificado – *fib* MODEL CODE:2013]

Para o cálculo da carga resistente à punção nas verificações da diagonal comprimida e da tração diagonal de concreto, a superfície crítica é considerada no perímetro  $b_1$  que está a  $\frac{d_v}{2}$  de distância das faces do pilar, conforme Figura 2.39.

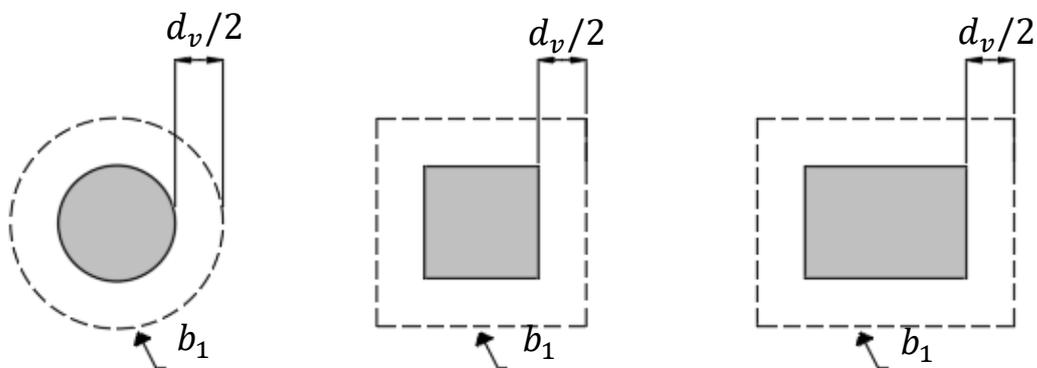


Figura 2.39 – Perímetro crítico básico  $b_1$  [adaptado do *fib* MODEL CODE 2010 (2013)]

#### 2.6.4.1. Estimativa da rotação da laje

O modelo dessa norma depende fundamentalmente das rotações que a laje apresenta para cada nível de carga solicitante. No item 7.3.5.4, são apresentadas quatro diferentes formulações para se estimar a rotação da laje.

O nível I de aproximação fornece uma estimativa mais conservadora, indicada para o pré-dimensionamento de lajes lisas, sendo calculado pela Equação 2.48.

$$\psi_{I,d} = 1,5 \frac{r_s}{d_v} \frac{f_{yk}}{E_s \cdot \gamma_s} \quad \text{Equação 2.48}$$

Onde:

$r_s$  é a distância entre o centro geométrico do pilar e o ponto onde o momento fletor na laje é nulo,  $r_{sx}$  e  $r_{sy}$ , respectivamente iguais a 22% do vão em cada direção x e y nas ligações laje-pilar internas. Então,  $r_s$  obtido pela Equação 2.49:

$$r_s = \sqrt{r_{sx} \cdot r_{sy}} \quad \text{Equação 2.49}$$

$f_{yk}$  é a tensão de escoamento do aço;

$E_s$  módulo de elasticidade do aço;

$\gamma_s$  é o coeficiente de minoração de resistência do aço.

O nível II de aproximação fornece uma boa aproximação para o dimensionamento de novas estruturas, já considerando redistribuição dos esforços internos, sendo calculado pela Equação 2.50.

$$\psi_{II,d} = 1,5 \frac{r_s}{d_v} \frac{f_{yk}}{E_s \cdot \gamma_s} \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.50}$$

Onde:

$m_{sd}$  é o momento solicitante médio por unidade de largura da laje, podendo ser considerado igual a  $\frac{V_E}{8}$  para pilares internos e sem excentricidade.

$m_{Rd}$  é o momento resistente à flexão por unidade de largura da laje, calculado pela Equação 2.51:

$$m_{Rd} = \frac{\rho \cdot d^2 \cdot f_{yk}}{\gamma_s} \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{2 \cdot 0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \right) \quad \text{Equação 2.51}$$

Onde:

$\gamma_c$  é o coeficiente de minoração do concreto;

$f_{ck}$  é a resistência à compressão do concreto;

$\rho$  é a taxa da armadura de flexão.

O nível III fornece uma melhor estimativa, porém exigindo que: (i)  $r_s$  seja calculado por modelo linear-elástico; (ii)  $m_{sd}$  é calculado por análise linear-elástico. Na formulação, temos a troca do coeficiente de 1,5 para 1,2 resultando na Equação 2.52:

$$\psi_{III,d} = 1,2 \frac{r_s}{d} \frac{f_{yk}}{E_s \cdot \gamma_s} \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.52}$$

O nível IV é utilizado com base em análises não lineares da estrutura, levando em conta os efeitos da fissuração e enrijecimento, o escoamento das armaduras e outros efeitos não lineares relevantes.

No caso de pesquisas experimentais, recomenda-se substituir na Equação 2.51 o valor “0,85  $f_{ck}$ ” por “0,95  $f_{ck}$ ”, removendo-se assim as considerações de perda de resistência do concreto por efeito Rüsçh – fator 0,75 – e o ganho de resistência tardia, após os 28 dias – fator 1,20 – permanecendo apenas o coeficiente que considera a diferença entre a resistência do concreto na estrutura e a medida em corpos de prova devido ao confinamento da prensa de ensaio – fator 0,95.

Fazendo-se  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$  iguais a 1, todas as formulações apresentadas anteriormente fornecem os valores característicos para serem utilizados em análises experimentais.

#### 2.6.4.2. Cálculos preliminares

As verificações do *fib* MODEL CODE:2013 exigem o cálculo preliminar de alguns coeficientes. O coeficiente  $k_{\psi,d}$ , que depende da rotação  $\psi_d$  da laje no instante da ruptura, em radianos é calculado de acordo com a Equação 2.53.

$$k_{\psi,d} = \min \left\{ \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi_d \cdot d}, 0,6 \right. \quad \text{Equação 2.53}$$

Onde o coeficiente  $k_{dg}$  introduz a influência do engrenamento dos agregados, dado pela Equação 2.54:

$$k_{dg} = \max \left\{ \frac{32}{16 + d_g}, 0,75 \right. \quad \text{Equação 2.54}$$

Onde  $d_g$  é o diâmetro máximo do agregado, em milímetros.

#### 2.6.4.3. Verificação da compressão diagonal do concreto

Do item 7.3.5.3 do *fib* MODEL CODE 2010, multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, a carga resistente máxima de projeto é dada pela Equação 2.55:

$$V_{Rd,máx} = k_{sys} \cdot k_{\psi,d} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.55}$$

Já para uma análise experimental, considerando os coeficientes de minoração da resistência do concreto igual a 1, a carga máxima característica de resistência à punção é dada pela Equação 2.56:

$$V_{Rk,máx} = k_{sys} \cdot k_{\psi,k} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d_v \leq \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.56}$$

Assim, para ambas as equações anteriores,  $k_{sys}$  considera o desempenho das armaduras de punção no controle da fissuração e para confinar as bielas comprimidas, aumentando a resistência do concreto. Quando são utilizadas armaduras do tipo studs,  $k_{sys}$  pode ser

tomado igual a 2,8; quando utilizados estribos, igual a 2,4; para outros tipos de armadura, simplificada, toma-se igual a 2,0.

#### 2.6.4.4. Verificação da tração diagonal em lajes lisas sem armadura de cisalhamento

Na ausência de armaduras de punção,  $k_{sys}$  vale 1,0, e neste caso  $V_{Rd,max}$  se iguala com a resistência à tração diagonal, sendo calculada pela Equação 2.57:

$$V_{Rd,c} = k_{\psi,d} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.57}$$

Já em uma análise experimental, a carga resistente característica é calculada pela Equação 2.58:

$$V_{Rk,c} = k_{\psi,k} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.58}$$

#### 2.6.4.5. Verificação da tração diagonal em lajes lisas com armadura de cisalhamento

Quando utilizadas armaduras de punção, estas devem ser dispostas conforme Figura 2.40.

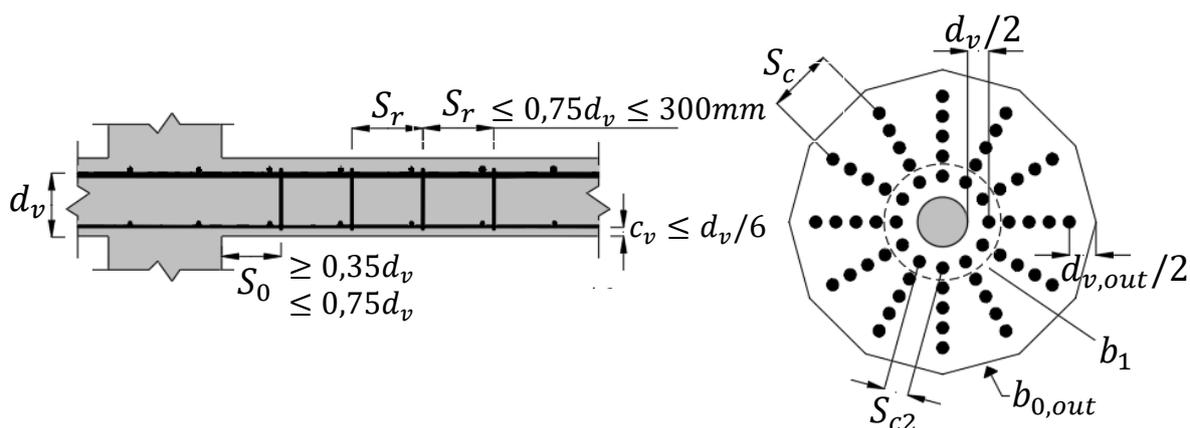


Figura 2.40 - Regras para disposição das armaduras de punção de acordo com *fib* MODEL CODE 2010 (2013)

A norma ainda prescreve que o diâmetro das armaduras de punção deve ser limitado aos valores da Tabela 2.11 em função da altura útil  $d_v$ .

Tabela 2.11 – Diâmetro máximo das armaduras de punção de acordo com *fib* MODEL CODE 2010 (2013)

$d_v$ (mm)	$\phi_{\psi,máx}$ (mm)
<160	-
160-180	14
181-220	16
221-260	18
261-340	20
341-600	25
>600	30

Do item 7.3.5.3 do *fib* Model Code 2010 (2013), para uma laje com armadura de cisalhamento, a resistência à punção é dada pela soma das parcelas resistidas pelo concreto,  $V_{Rd,c}$ , e pelas armaduras de cisalhamento,  $V_{Rd,s}$ , como mostra a Equação 2.59.

$$V_{Rd,cs} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad \text{Equação 2.59}$$

A parcela resistente da armadura de cisalhamento,  $V_{Rd,s}$ , é dada pela Equação 2.60:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{swd} \quad \text{Equação 2.60}$$

Onde:

$\sum A_{sw}$  é a soma da área da secção transversal de toda a armadura de cisalhamento, devidamente ancorada que, no modelo, é interceptada pela superfície de ruptura (superfície cônica com um ângulo de  $45^\circ$ ) dentro da zona delimitada por  $0,35d_v$  e  $d_v$  das extremidades da área carregada, conforme ilustrado na Figura 2.41.

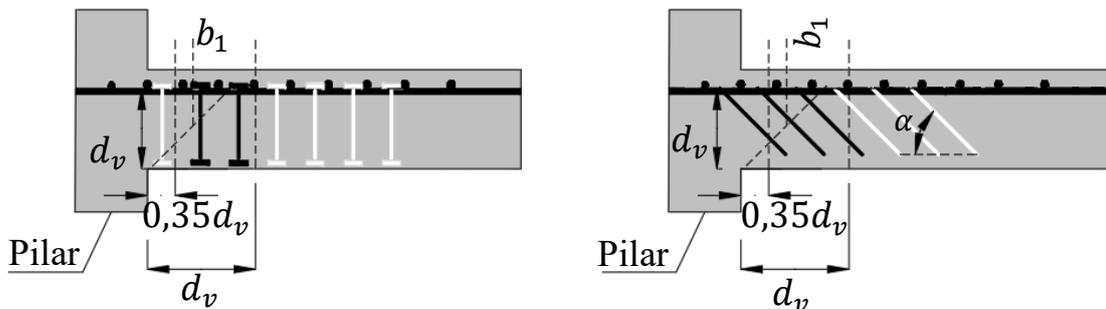


Figura 2.41 - Armaduras de punção ativadas na falha *fib* MODEL CODE

$k_e$  coeficiente quando há excentricidade na ligação laje-pilar.

$\sigma_{swd}$  representa a tensão mobilizada da armadura de cisalhamento, calculada pela Equação 2.61:

$$\sigma_{swd} = \frac{E_{sw} \cdot \psi_d}{6} \left( 1 + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad \text{Equação 2.61}$$

$E_{sw}$  é o módulo de elasticidade do aço das armaduras de cisalhamento;

$\phi_w$  é o diâmetro da armadura de cisalhamento;

$f_{bd}$  é a tensão de aderência ao concreto da armadura de cisalhamento, para barras de alta aderência, por 3,0 MPa ou pela Equação 2.62 conforme o item 6.1.3.2:

$$f_{bd} = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \cdot (f_{ck}/25)^{0,5} / \gamma_c \quad \text{Equação 2.62}$$

Sendo:

$n_1$  é um coeficiente tomado como 1,75 para barras de alta aderência (incluindo reforço galvanizado e aço inoxidável) e 1,4 para barras de alta aderência presas com epóxi.

$n_2$  é um coeficiente que leva em consideração a aderência da armadura de cisalhamento, admitido como:

$n_2 = 1,0$  quando são observadas boas condições de aderência, para:

- Todas as barras com inclinação de 45° a 90° com a horizontal durante a concretagem e;
- Todas as barras com uma inclinação inferior a 45° com a horizontal, que estejam até 250 mm a partir do fundo, ou pelo menos 300 mm a partir do topo da camada de concreto durante a concretagem;

$n_2 = 0,7$  para os demais casos nos quais são utilizadas barras nervuradas, ou

$n_3$  varia de acordo com o diâmetro da barra:

$n_3 = 1,0$  para  $\phi \leq 25mm$ ;

$n_3 = (25/\phi)^{0,3}$  para  $\phi > 25mm$ ;

$n_4$  varia conforme resistência da barra a ser ancorada:

$$n_4 = 1,0 \text{ para } f_{yk} = 500MPa;$$

$$n_4 = 1,2 \text{ para } f_{yk} = 400MPa;$$

$$n_4 = 0,85 \text{ para } f_{yk} = 600MPa;$$

$$n_4 = 0,75 \text{ para } f_{yk} = 700MPa;$$

$$n_4 = 0,68 \text{ para } f_{yk} = 800MPa;$$

Em uma análise experimental, desconsiderando a influência dos coeficientes  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$ , a carga resistente característica é obtida pelas Equação 2.63 e Equação 2.64:

$$V_{Rd,cs} = k_{\psi,k} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} b_1 \cdot d_v + \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{swk} \quad \text{Equação 2.63}$$

$$\sigma_{swd} = \frac{E_{sw} \cdot \psi_k}{6} \left( 1 + \frac{f_{bd}}{f_{ywk}} \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywk} \quad \text{Equação 2.64}$$

Para garantir capacidade de deformação suficiente, em lajes com armadura de punção, é necessária uma quantidade mínima armadura, de modo que seja feita a verificação de acordo com Equação 2.65:

$$\sum A_{sw} \cdot k_e \cdot f_{yk} \geq 0,5 \cdot F_{Sk} \quad \text{Equação 2.65}$$

#### 2.6.4.6. Verificação da região externa às armaduras de cisalhamento

O item 7.3.5.5 estabelece que as armaduras de cisalhamento devem ser dispostas de maneira que, no perímetro crítico externo  $b_{out}$ , apenas o concreto seja suficiente para resistir ao cisalhamento. A Figura 2.42 exemplifica o traçado do perímetro crítico externo, afastado  $0,5d_{v,out}$  da última camada de armaduras de punção. Quando o espaçamento circunferencial ( $s_c$ ) na camada mais externa de armaduras for maior que  $3d_{v,out}$  o perímetro crítico externo deve ser descontínuo.

A carga resistente de projeto é dada pela Equação 2.66:

$$V_{Rd,out} = k_{\psi,d} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_{0,out} \cdot d_{v,out} \quad \text{Equação 2.66}$$

Enquanto, retirando-se o coeficiente de minoração da resistência do concreto, a carga resistente característica é dada pela Equação 2.67:

$$V_{Rk,out} = k_{\psi,k} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_{0,out} \cdot d_{v,out} \quad \text{Equação 2.67}$$

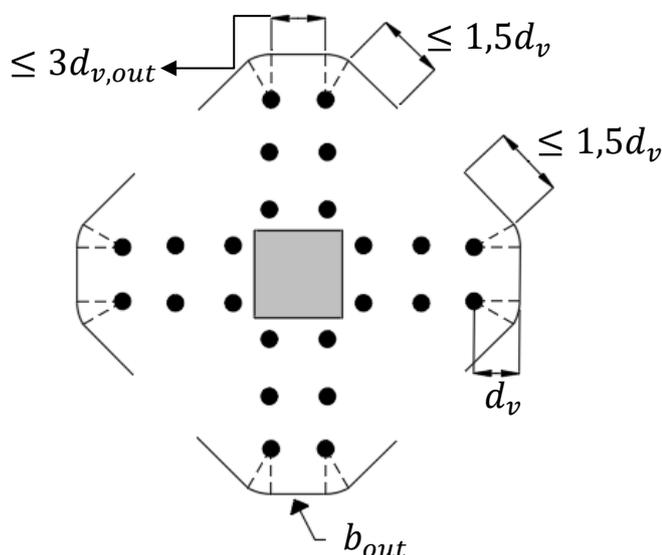


Figura 2.42 – Perímetro  $b_{out}$  conforme *fib* Model Code 2010

### 2.6.5. Comparação entre os modelos teóricos

A Tabela 2.12 apresenta uma comparação das principais variáveis dos modelos teóricos para a estimativa da carga de ruptura de lajes lisas de concreto armado submetidas a carregamento simétrico.

Em todos os modelos a distância entre a face e a primeira camada da armadura de cisalhamento,  $s_0$ , e o espaçamento radial entre as demais camadas de armaduras ( $s_r$ ) são limitados. A ABNT NBR 6118 limita em  $0,5d$  e  $0,75d$  o  $s_0$  e  $s_r$ , respectivamente, seguindo as recomendações do CEB MC 90. Enquanto, o Eurocode 2 apresenta prescrições semelhantes ao CEB para o  $s_r$ , contudo diferindo no valor mínimo deve ser

atendido de  $0,35d$  para a primeira camada da armadura. O *fib* Model Code 2010 também prescreve uma distância mínima de  $0,35d$  e máxima de  $0,75d$  para o  $s_0$ , e para o  $s_r$  a distância máxima entre camadas não deve maior que  $0,75d$  ou 300 mm dessa forma evita-se espaçamentos muito grandes em lajes com altura útil superior a 400 mm.

Quanto a tensão de escoamento das armaduras de cisalhamento os modelos apresentam considerações discordantes acerca desse parâmetro. A ABNT NBR 6118 limita a tensão  $f_{ywk}$  em 287,5 MPa para lajes com espessura de até 150 mm, e 500 MPa para lajes com espessura maior que 350 mm, e para o caso de valores intermediários deve ser usado a seguinte expressão para interpolação:  $1,15 \cdot (111,25 + 0,925h)$ . O Eurocode traz em suas recomendações uma expressão de cálculo em função da altura útil da laje para determinação da tensão ser considerada. O ACI 318 dispõe o limite da tensão em 420 MPa. Já para o *fib* Model Code 2010 deve ser feita a verificação da tensão mobilizada das armaduras de cisalhamento ( $\sigma_{sw}$ ). Essas limitações se devem à deficiência na ancoragem das armaduras de cisalhamento em lajes delgadas. Quando as armaduras passam a contribuir efetivamente a laje já se encontra bastante fissurada, o que compromete a ancoragem. Isso dificulta que maiores níveis de tensão sejam atingidos, de modo que as armaduras muitas vezes não chegam a escoar na ruptura.

A parcela de contribuição da armadura de cisalhamento na resistência à punção é outro parâmetro que apresenta diferenças entre os modelos teórico. O ACI 318 considera a parcela  $(d/s_r) A_{sw} f_{ywd}$  contribuindo na resistência à punção sendo considerado a área da seção transversal da armadura de cisalhamento em uma camada. Enquanto, a ABNT NBR 6118 e o Eurocode consideram uma parcela 1,5 vezes maior, portanto estimando cargas maiores do que as previstas pelo ACI. Por fim, a parcela resistente do aço do *fib* Model Code 2010 parte de um somatório da contribuição das armaduras contida entre  $0,35d$  e  $d$  da face do pilar.

As distâncias para a determinação dos perímetros de controle da face do pilar ( $u_1$ ) e da última camada armadura de cisalhamento ( $u_{out}$ ) de cada modelo também estão mostradas na Tabela 2.12. A ABNT NBR 6118 e o Eurocode consideram o perímetro de a  $2d$  da face do pilar, para o cálculo da resistência à punção com a superfície de ruptura cruzando a armadura de cisalhamento e para o caso da superfície externa a região armada o perímetro de controle é traçado a uma distância de  $2d$  a partir da última camada de

armadura de cisalhamento para a norma brasileira e  $1,5d$  para a norma europeia. O ACI 318 para ambos os perímetros considera a uma distância de  $0,5d$ . E o *fib* Model Code 2010 considera um perímetro afastado a  $0,5d_v$  da face do pilar e outro a  $0,5d_{v,out}$  a partir da última camada da armadura de cisalhamento sendo descontando do  $d_{v,out}$  o cobrimento abaixo das armaduras.

Tabela 2.12 - Comparação entre os modelos teóricos

Modelo	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$f_{yw}$ (MPa)	Contribuição do $A_{sw}$	$u_1$	$u_{out}$
ABNT NBR 6118	$0,5d$	$0,75d$	287,5-500	$1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{yw}$	$2d$	$2d$
ACI 318	$0,5d$	$0,5d$	420	$\frac{d}{s_r} A_{sw} f_{yw}$	$0,5d$	$0,5d$
Eurocode 2	$0,35 a 0,5d$	$0,75d$	$1,15 \cdot (250 + 0,25d)$	$1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{yw}$	$2d$	$1,5d$
<i>fib</i> Model Code 2010	$0,35 a 0,75d$	$0,75d; 300$	$\sigma_{sw} \leq f_{yw}$	$\sum A_{sw} k_e \sigma_{sw}$	$0,5d_v$	$0,5d_{v,out}$

## 2.7. MÉTODO TEÓRICO PARA O DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO

O método utilizado para determinação da resistência das lajes à flexão foi o proposto por Guandalini *et al.* (2009), que é baseado no método das linhas de ruptura. No método das linhas de ruptura, admite-se que ocorrem na laje deformações plásticas ao longo de linhas de ruptura, ou charneiras plásticas, nas quais o momento fletor se iguala ao momento de plastificação da laje. Esta fica assim subdividida em partes rígidas, planas, articuladas entre si nas linhas de ruptura que são, em consequência, linhas retas. Ocorre colapso quando se forma um sistema de linhas de ruptura que transforma a laje num mecanismo deformável sob carga constante. O mecanismo de ruptura é representado na Figura 2.43.

A Equação 2.68 apresenta a formulação analítica proposta pelo autor.

$$V_{flex} = \left( \frac{4m_u}{r_q \cdot (\cos\theta + \sin\theta) - c} \right) \cdot \left( \frac{B^2 - B \cdot c - \frac{c^2}{4}}{B} - c \right) \quad \text{Equação 2.68}$$

Onde:

$m_u$  é o momento resistente da seção transversal de largura unitária da laje,

$B$  é o comprimento do lado da laje;

$c$  é a largura do pilar;

$r_q$  equivale à distância do centro do pilar ao ponto de aplicação da carga;

$\theta$  é o ângulo em relação ao eixo central da laje e o eixo  $r_q$ , para essa pesquisa igual a  $20,85^\circ$ .

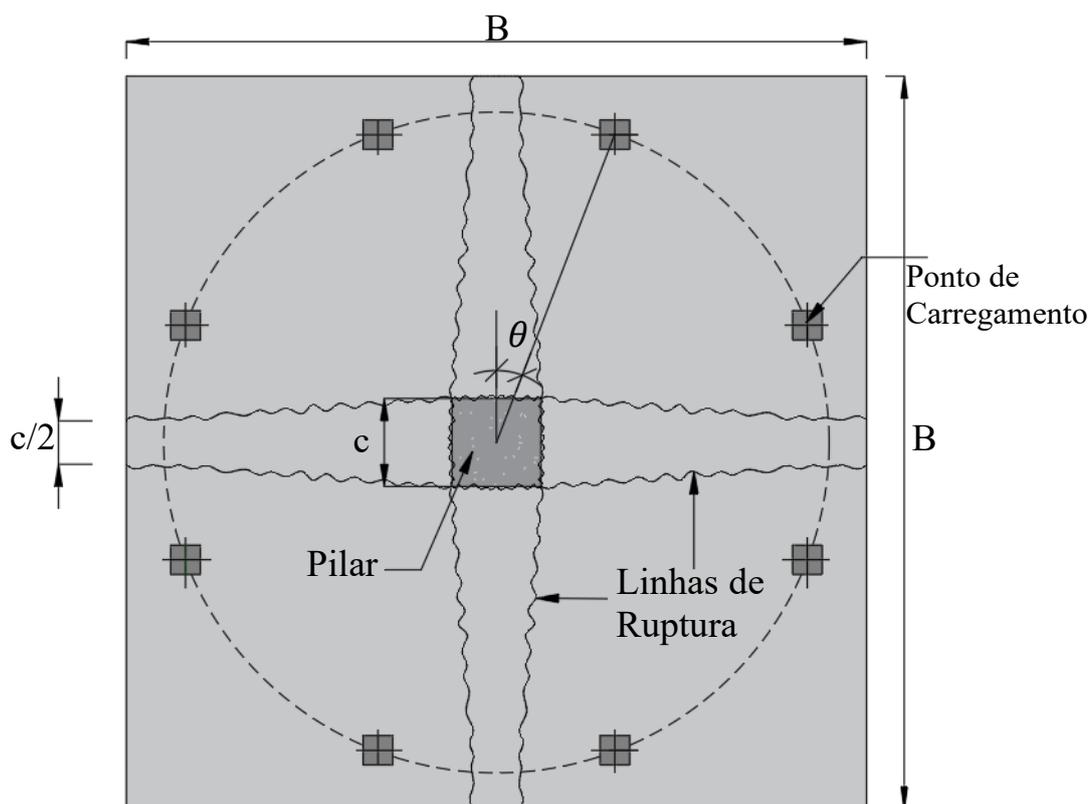


Figura 2.43 – Padrão de linha de ruptura [adaptado de GUANDALINI *et al.*, 2009]

Para cálculo do momento resistente, será adotada a formulação da ABNT NBR 6118:2014 descrita em seu item 17.2. Porém, será ajustada ao caso experimental avaliado nesta pesquisa, ou seja, utilizando a tensão de pico do diagrama parábola retângulo do concreto igual a  $0,95f_c$  em vez de  $0,85f_c$ , pois o coeficiente 0,85 apresentado pela norma é o produto de três outros, que levam em conta a perda de resistência por solicitação mantida ao longo do tempo – Efeito Rüsçh – igual a 0,75. O ganho de resistência do concreto ao longo do tempo em virtude da reação química do cimento, igual a 1,2; e, por último, o coeficiente 0,95, que considera a relação entre resistência do concreto na estrutura e a medida em corpos de prova devido ao confinamento da prensa de ensaio.

Assim, no caso experimental o único coeficiente aplicável é 0,95, resultando na Equação 2.69:

$$m_u = 0,95 \cdot f_c \cdot (0,8 \cdot x) \cdot b_w \cdot (d - 0,4x) \quad \text{Equação 2.69}$$

Onde:

$f_c$  é a resistência à compressão do concreto;

$d$  é a altura útil da laje;

$b_w$  é a largura da faixa de laje;

$x$  é a altura da linha neutra em relação à fibra mais comprimida, obtido pela Equação 2.70:

$$x = \frac{\sum(A_s \cdot f_y)}{0,95 \cdot f_c \cdot b_w \cdot 0,8} \quad \text{Equação 2.70}$$

Sendo:

$A_s$  é a área da seção transversal armaduras de flexão;

$f_y$  é igual à tensão de escoamento da armadura de flexão.

### 3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Encontra-se, no presente capítulo, a descrição do programa experimental desenvolvido no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília.

#### 3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Devido às dificuldades em se ensaiar pavimentos com lajes de concreto em escala real, muitos pesquisadores adotam modelos locais para simular o comportamento de apenas uma parte da estrutura quando submetidas aos diferentes tipos de carregamentos.

No estudo da punção, os ensaios geralmente são realizados utilizando um modelo local, que busca representar a região de momentos negativos em torno do pilar. Conforme representado na Figura 3.1, este modelo é delimitado pela região onde os momentos fletores são nulos, encontrando-se a uma distância de aproximadamente 22% da largura do vão.

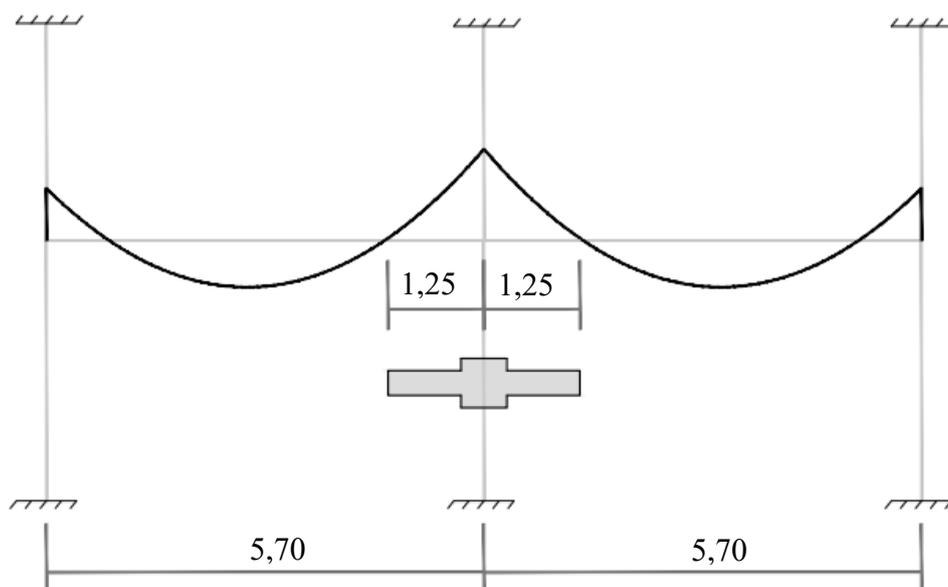
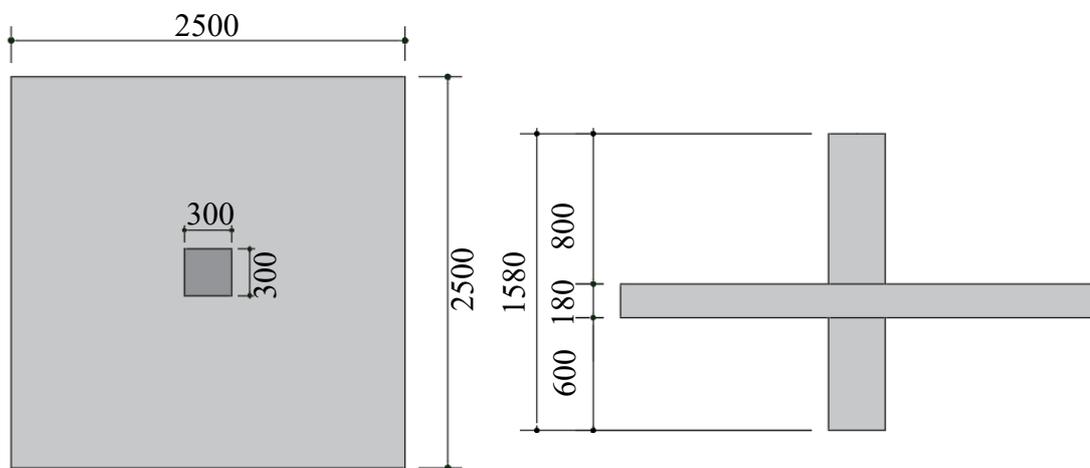


Figura 3.1 – Representação dos modelos locais estudados

### 3.2. CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ENSAIADAS

O programa experimental é constituído por um total de cinco modelos locais de lajes-lisas de concreto armado apoiadas em pilares internos e submetidas a carregamento simétrico.

Os modelos apresentam as seguintes dimensões: 2500 x 2500 mm de comprimento, altura de 180 mm, cobrimento inferior e superior de 20 mm. Todas as lajes se apoiam em pilares contínuos de seção transversal quadrada de 300 mm com altura total de 1580 mm, conforme Figura 3.2.



a) Vista em planta

b) Vista lateral



c) Vista em perspectiva

Figura 3.2 – Dimensões dos modelos locais ensaiados, com unidades em mm

No total, serão analisadas cinco lajes, sendo uma laje de referência e quatro lajes com armaduras de cisalhamento.

A laje denominada *Reference Slab Punching* (RSP) não possui armadura de cisalhamento, armada apenas à flexão. Essa laje faz parte da pesquisa de doutorado de Henrique Jorge Nery de Lima da Universidade de Brasília (UnB), que teve como objetivo avaliar a variação na ancoragem de estribos fechados.

As demais lajes foram confeccionadas com objetivo de verificar a eficiência de armadura de cisalhamentos tipo estribo aberto, conforme ilustrado na Figura 3.2.

A laje denominada *Crab Full Anchored* (CFA) tem o detalhamento dos estribos abertos ancorado nas barras armaduras de flexão tracionadas e comprimidas por meio de dobras.

Já na laje denominada *Crab Traction Anchored* (CTA), o estribo envolve nas barras de armadura longitudinal tracionada.

A laje denominada *Crab Compressed Anchored* (CCA) apresenta a armadura de cisalhamento envolvendo apenas a armadura de flexão comprimida.

Por fim, a última laje é denominada *Crab No Anchored* (CNA), pois não apresenta nenhuma forma de ancoragem nas barras longitudinais, sendo posicionada internamente às armaduras, sem envolvê-las.

A taxa de armadura de flexão das lajes foi de aproximadamente 0,96 %, obtida de acordo com as recomendações da ABNT NBR 6118 (2014) e o Eurocode 2 (2004). As lajes foram dimensionadas para que a ruptura da seção fosse por punção, interceptando a região das armaduras. Nas Tabela 3.1 e Tabela 3.2 se encontram as principais características das lajes.

Tabela 3.1 - Principais características das lajes

Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Armadura de cisalhamento						
				$S_0$ (mm)	$S_r$ (mm)	$\emptyset$ (mm)	$A_{sw}$ (cm <sup>2</sup> )	Nº de cam.	$f_{yw}$ (MPa)	$\rho_w$ (%)
RSP	29,9	148,0	0,916	-	-	-	-	-	-	-
CFA	37,5	144,6	0,953	72	72	6,3	2,49	5	600,3	0,209
CTA		143,3	0,968							0,210
CCA		144,4	0,955							0,209
CNA		141,0	0,995							0,211

Tabela 3.2 – Resumo dos detalhes construtivos de cada modelo

Laje	Descrição
RSP	Sem armadura de cisalhamento
CFA	Armadura de punção ancorada nas zonas tracionada e comprimida
CTA	Armadura de punção ancorada na zona tracionada
CCA	Armadura de punção ancorada na zona comprimida
CNA	Armadura de punção não ancorada nas zonas tracionada e comprimida

### 3.3. DETALHAMENTO DAS ARMADURAS

#### 3.3.1. Armaduras longitudinais das lajes

As armaduras longitudinais foram compostas por barras retas de aço CA-50, dispostas ortogonalmente nas duas direções principais formando uma malha, sendo posicionadas na região superior e inferior da laje com um cobrimento de 20,0 mm em relação às faces da laje.

Na região superior da laje, as armaduras de flexão tracionada foram compostas por barras de diâmetro de 16,0 mm, espaçadas a cada 155 mm nas duas direções. Como forma de garantir a sua ancoragem, foram utilizados ganchos nos bordos da laje, também compostos por barras de diâmetro de 12,5 mm a cada 155 mm.

Na região inferior da laje, as armaduras longitudinais eram compostas por barras de diâmetro de 6,3 mm, espaçadas a cada 72 mm nas duas direções nas lajes com armaduras de cisalhamento. Adotou-se esse espaçamento para que houvesse a devida ancoragem das armaduras de cisalhamento nas armaduras de flexão comprimidas. Na laje de referência sem armadura de cisalhamento (RSP) as armaduras eram compostas por barras de diâmetro de 10,0 mm, espaçadas a cada 155 mm nas duas direções. A utilização dessa armadura teve como objetivo resistir aos esforços solicitantes durante o processo de transporte da laje, além de manter a ligação da laje com o pilar após a ruptura.

O detalhamento das armaduras longitudinais utilizadas se encontra na Figura 3.3.

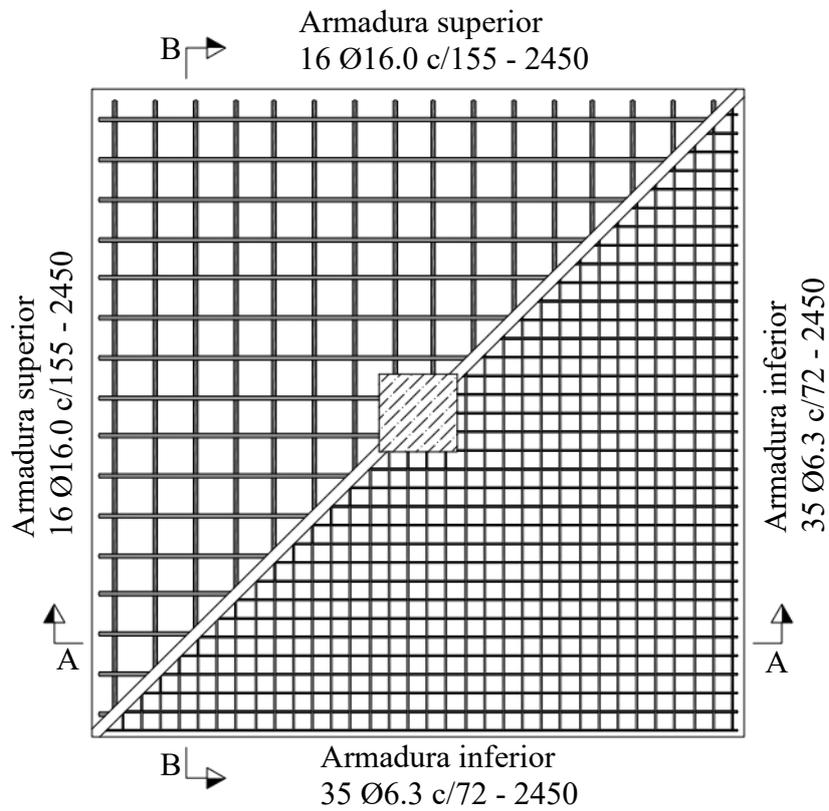
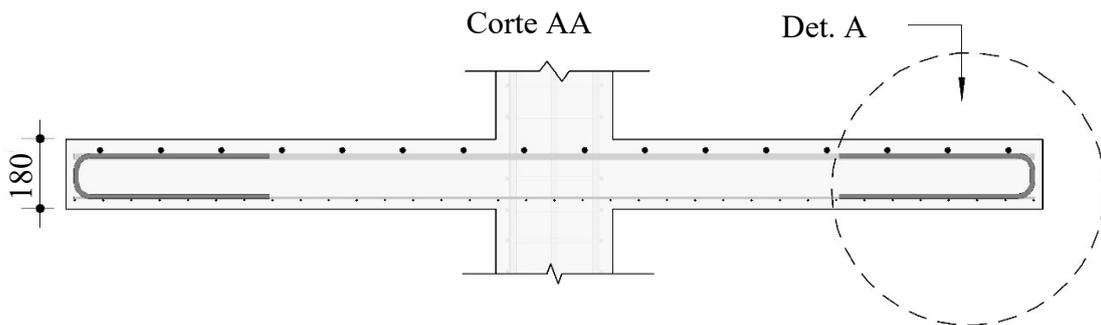
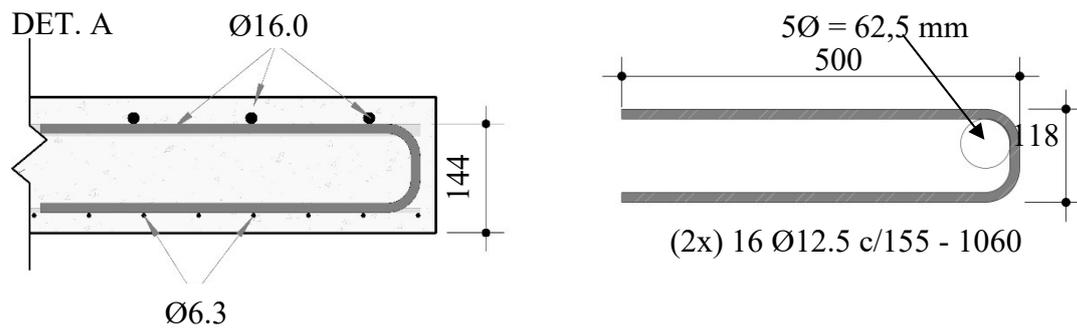


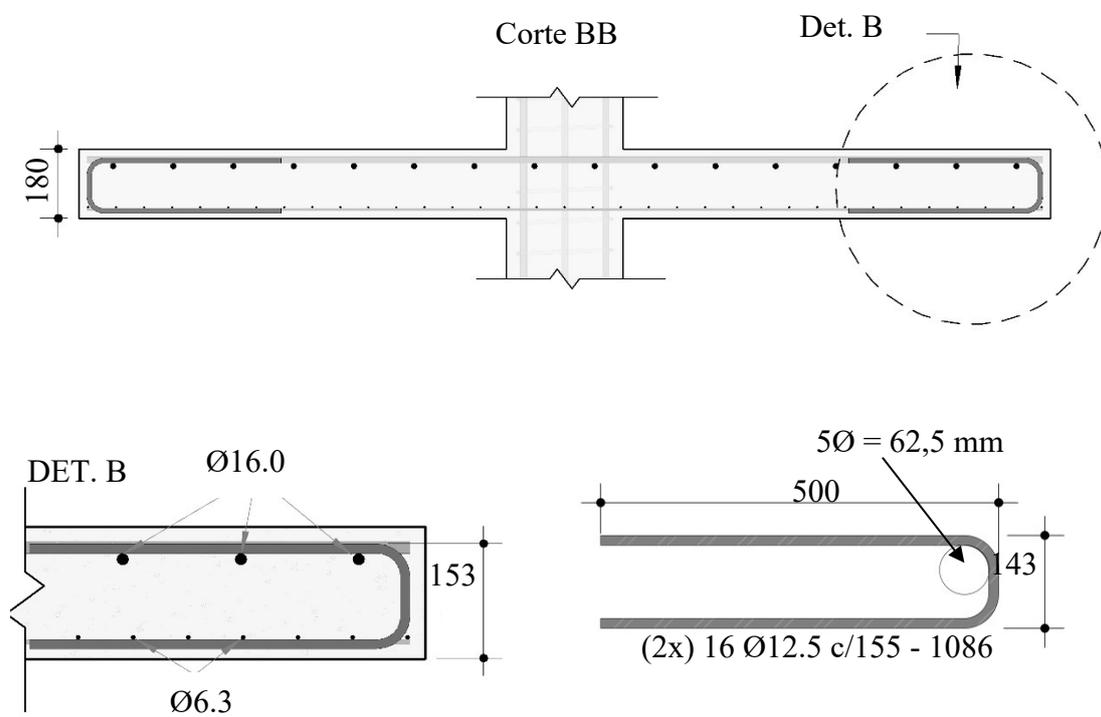
Figura 3.3 - Projeto das armaduras de flexão das lajes em planta (medidas em mm)

Nas Figura 3.4 e Figura 3.5, são apresentados os cortes com a disposição das armaduras longitudinais e o detalhe dos ganchos de ancoragem utilizados nas bordas livres das lajes.





a) Corte AA e DET. A



b) Corte BB e DET. B

Figura 3.4 - Corte das armaduras longitudinais.

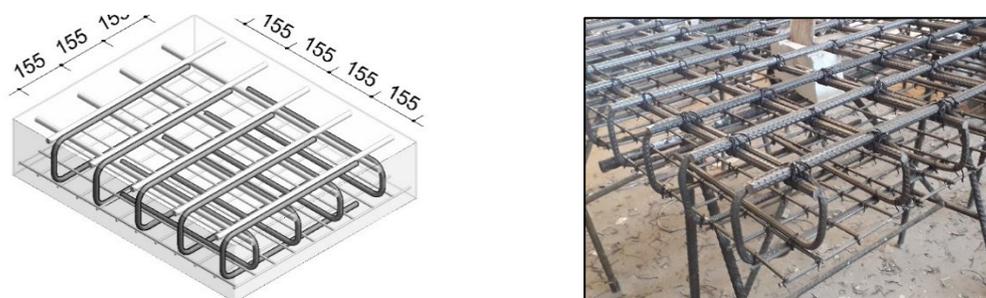


Figura 3.5 – Detalhe da disposição dos ganchos nas bordas da laje.

A Figura 3.6 apresenta o projeto, em planta, das armaduras de flexão superior e inferior da laje RSP.

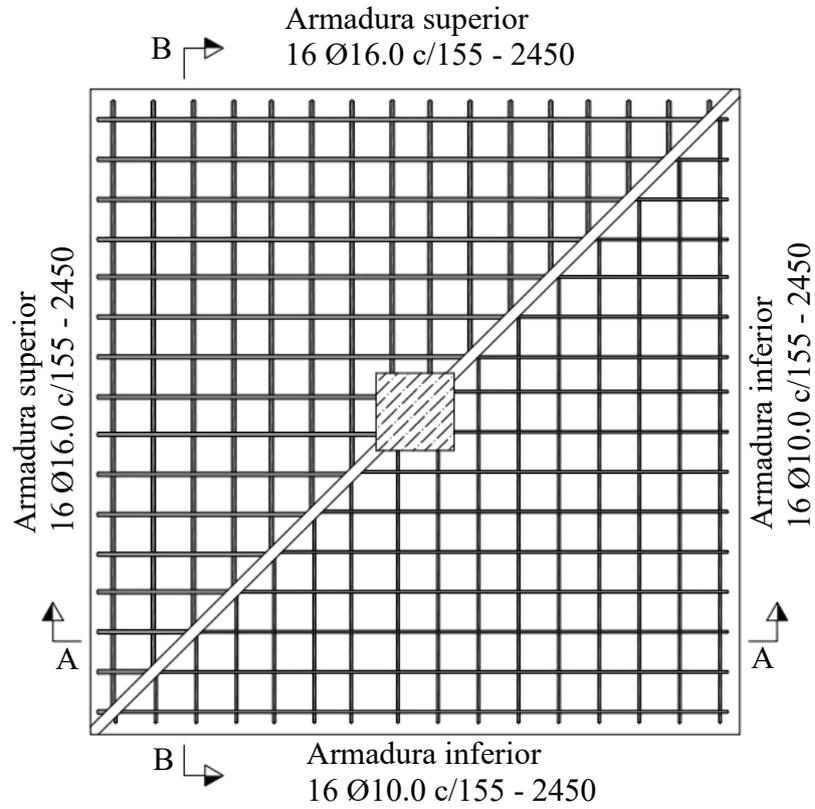
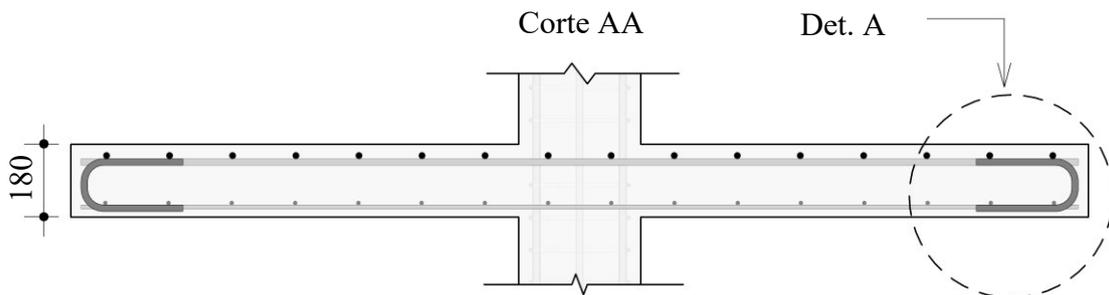


Figura 3.6 - Projeto das armaduras de flexão da laje RSP em planta (medidas em mm)

A Figura 3.7 apresenta, em corte, a disposição das armaduras de flexão.





Essa armadura foi posicionada simetricamente nas regiões próximas as faces do pilar, adotando-se uma distribuição em “cruz” com cinco camadas de estribos. O detalhamento com a distribuição dessa armadura está apresentado na Figura 3.9.

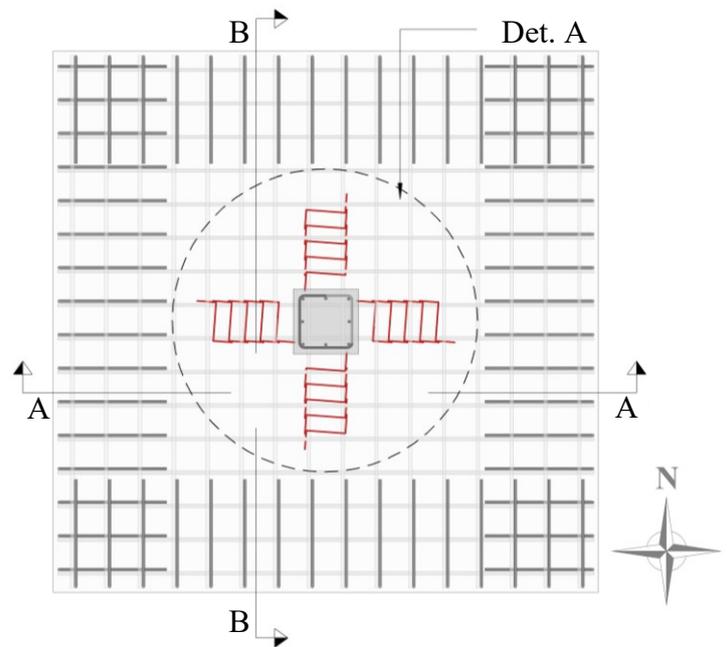


Figura 3.8 - Distribuição das armaduras de cisalhamento

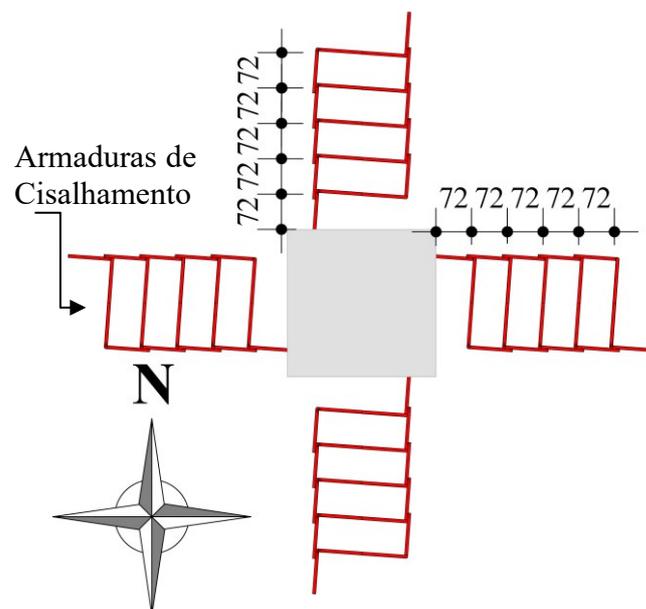


Figura 3.9 – Distribuição da armadura de cisalhamento na laje

Para melhorar a visualização e compreensão dos modelos, apresenta-se, a seguir, uma esquematização em 3D de cada modelo, na Figura 3.10 a Figura 3.13.

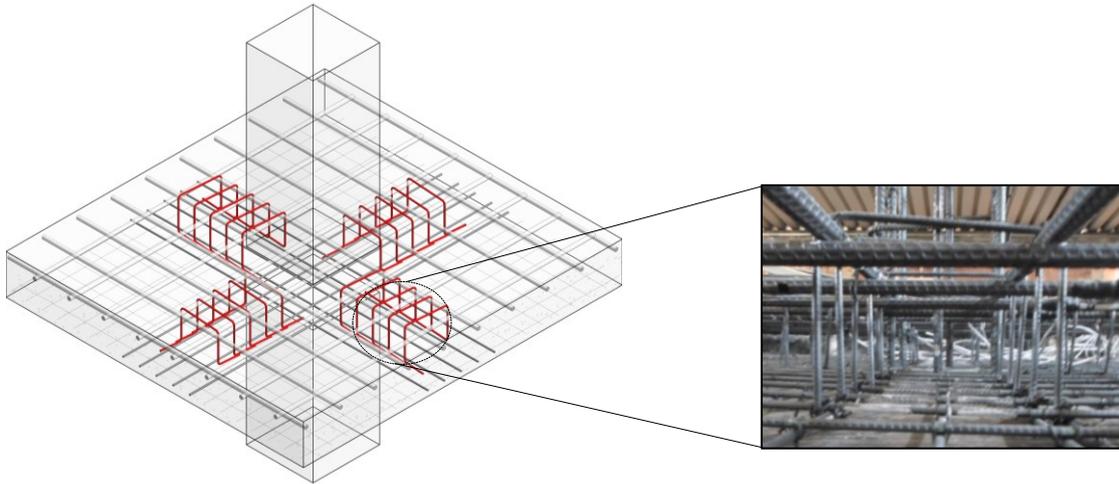


Figura 3.10 - Detalhe da ancoragem da armadura de cisalhamento da laje CFA

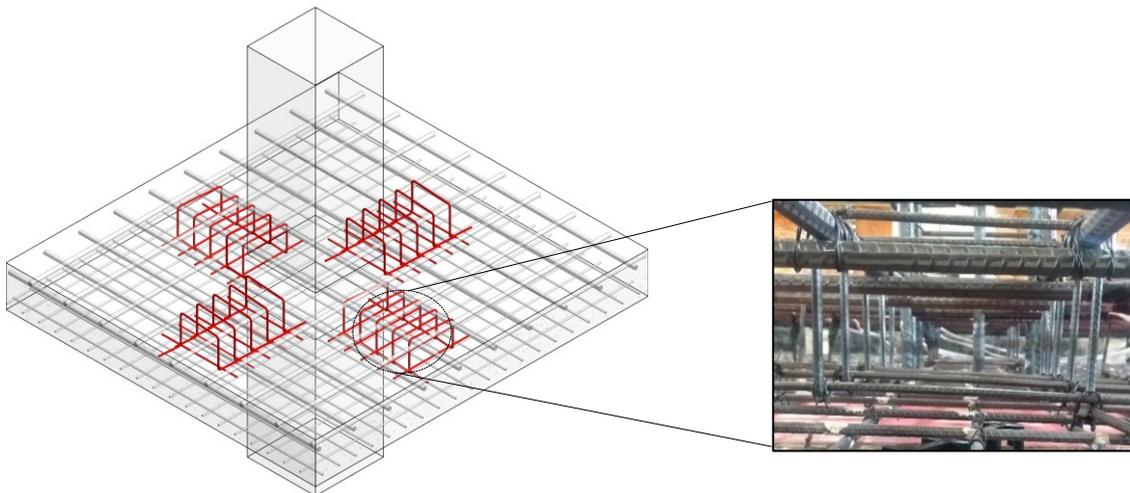


Figura 3.11 - Detalhe da ancoragem da armadura de cisalhamento da laje CTA

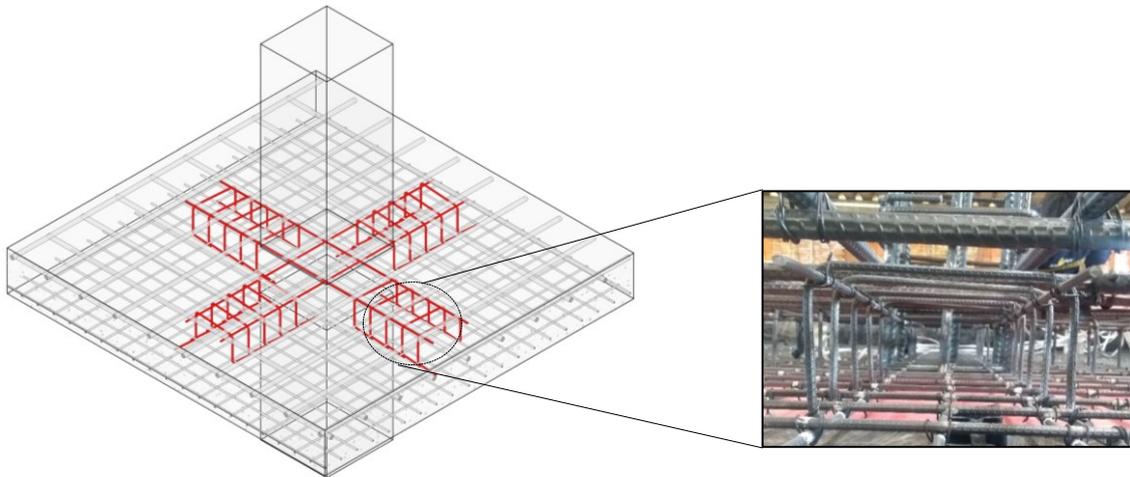


Figura 3.12 - Detalhe da ancoragem da armadura de cisalhamento da laje CCA

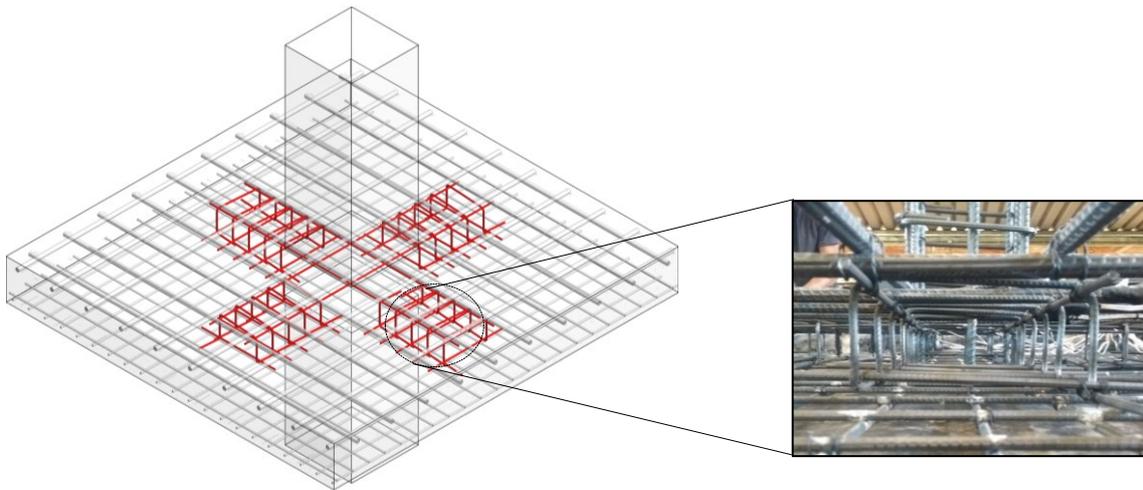


Figura 3.13 - Detalhe da ancoragem da armadura de cisalhamento da laje CNA

### 3.3.3. Armaduras dos pilares

Os pilares ensaiados possuíam uma seção transversal quadrada de 300 mm x 300 mm, com um comprimento total de 1580 mm, sendo 600 mm correspondente a parte inferior da laje e 800 mm correspondente a parte superior da laje. As dimensões e alturas adotadas tiveram como objetivo comportar o modelo local no pórtico de reação metálico para o ensaio.

As armaduras foram compostas por barras de aço CA50, sendo oito barras na direção longitudinal com diâmetro de 16,0 mm e 1530 mm de comprimento, e dezoito estribos do tipo fechado com diâmetro de 10,0 mm e espaçado a cada 80 mm. A disposição das armaduras longitudinais nos pilares e o detalhamento da seção transversal do pilar estão ilustrados na Figura 3.14.

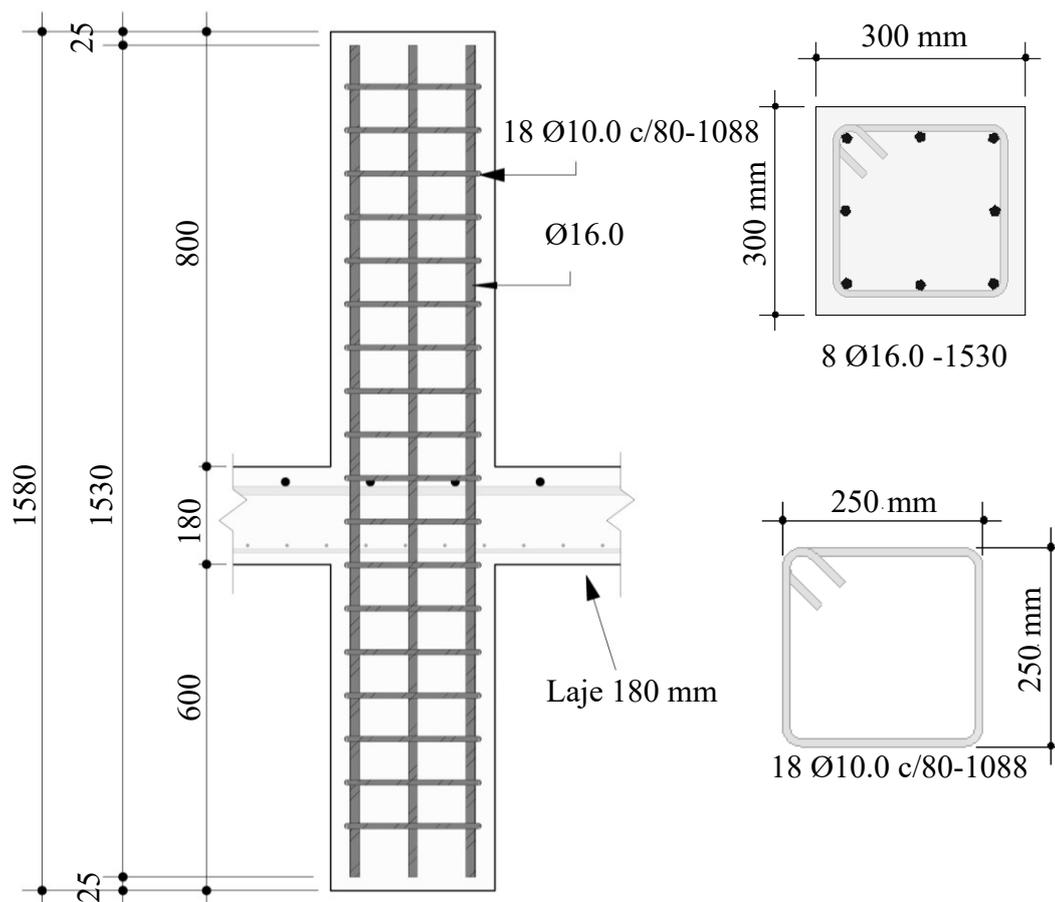


Figura 3.14 - Detalhamento das armaduras longitudinais e transversais dos pilares

### **3.4. FABRICAÇÃO DOS MODELOS LOCAIS**

#### **3.4.1. Concretagem**

Todas as quatro lajes dessa dissertação foram concretadas no dia 17 de agosto de 2019, utilizando concreto usinado com resistência característica especificada em 30 MPa aos 28 dias, e com *slump* de  $10 \pm 2$  cm.

No recebimento do concreto, foi realizado o ensaio de abatimento do tronco de cone conforme a ABNT NBR NM 67 (1998), com a finalidade de verificar a consistência do concreto.

O concreto foi lançado até as formas utilizando bombas, e adensado utilizando vibrador de imersão do tipo agulha. Inicialmente se concretou a parte inferior do pilar, seguido da laje. Posteriormente, foi colocada a forma superior do pilar para a finalização da concretagem. Ao final, foi feita uma regularização da superfície da laje.

Para fazer a caracterização do concreto, foram moldados 36 corpos de provas cilíndricos, com dimensões de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, seguindo as recomendações normativas da ABNT NBR 5738 (2015), sendo 9 corpos de provas para cada uma das lajes ensaiadas.

O processo de cura foi realizado utilizando panos umedecidos colocados sobre a superfície do concreto, que eram molhados três vezes ao dia durante um período de sete dias.

### **3.5. CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS**

#### **3.5.1. Concreto**

O concreto utilizado foi comprado da empresa Concrecon da classe C30, com resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) de 30 MPa, e classe de consistência S100, com abatimento de  $100\text{mm} \pm 20\text{mm}$ .

Na dosagem, foi utilizado cimento Portland de alta resistência inicial (CP V–ARI), agregados miúdos compostos por areia natural e areia artificial, e agregado graúdo de pedra britada nº 0 com granulometria de 4,8 mm a 9,5 mm.

As propriedades mecânicas do concreto foram obtidas através de ensaios de caracterização dos corpos de prova no Laboratório de Ensaio de Materiais da Universidade de Brasília nas datas de ensaio das lajes.

Dos 9 corpos de provas de cada laje, 3 foram utilizados para o ensaio de compressão ( $f_c$ ), 3 para determinação da resistência à tração por compressão diametral ( $f_{ct,sp}$ ), e 3 para determinação do módulo de elasticidade inicial ( $E_{ci}$ ).

Todos os ensaios foram realizados conforme prescrevem as normas regulamentadoras ABNT NBR NM 67 (1998), ABNT NBR 5738 (2015), ABNT NBR 5739 (2018), ABNT NBR 7222 (2011) e ABNT NBR 8522 (2017).

### **3.5.2. Aço**

Para a caracterização do aço, foram realizados ensaios de tração no Laboratório de Ensaio do SG-09 seguindo os critérios da ABNT NBR 6892 (2015).

As propriedades mecânicas do aço de módulo de Elasticidade, tensão de escoamento, tensão máxima e deformações específicas no escoamento e na ruptura foram obtidas ensaiando três amostras de aço CA-50 com diâmetro de 6,3 mm para as armaduras de cisalhamento e três amostras de aço CA-50 com diâmetro de 16,0 mm para as armaduras de flexão.

## **3.6. INSTRUMENTAÇÃO**

### **3.6.1. Deslocamentos verticais**

Com o objetivo de acompanhar o comportamento da laje durante as fases de carregamento, os deslocamentos verticais da laje foram medidos utilizando *Linear Variable Differential Transformer* (LVDT's) da marca *HBM*, com cursor de 50 mm e precisão de 0,01 mm. Os LVDT's foram posicionados antes do início do ensaio em 12 pontos na parte superior da laje, sendo numerados sequencialmente de 1 a 6 na direção Leste – Oeste, e de 7 a 12 na direção Norte – Sul, conforme ilustrado na Figura 3.15.

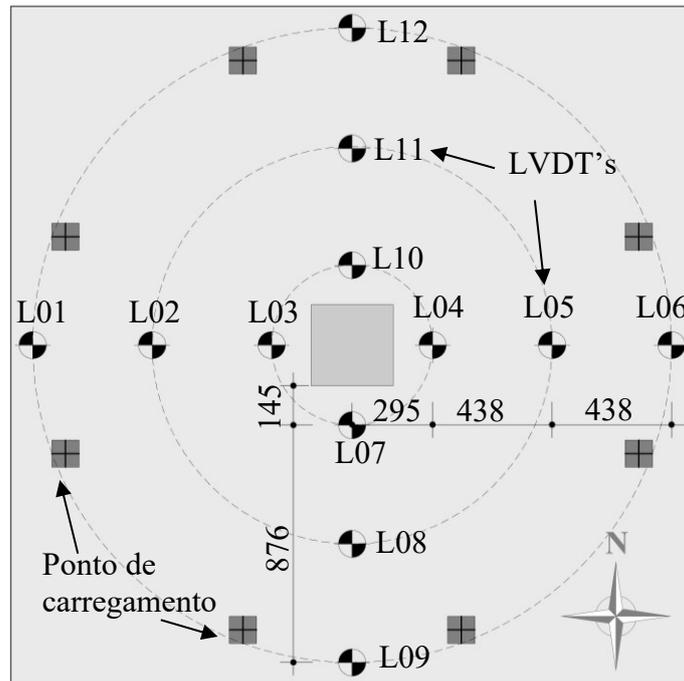


Figura 3.15- Disposição dos LVDT's sobre a laje (unidades em mm)

### 3.6.2. Deformações nas armaduras e concreto

As deformações das armaduras de cisalhamento e de flexão foram monitoradas utilizando extensômetros elétricos de resistência de  $120 \Omega$  do tipo KFGS-5-120-C1-11, com dimensões de 9,4mm x 2,8mm, fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments*.

O processo de instrumentação das armaduras foi realizado antes das etapas de armação e de concretagem das lajes. Inicialmente, regularizou-se a superfície da armadura em que seriam posicionados os extensômetros utilizando esmeril, limas e lixas para remover as nervuras e os entalhes das armaduras de flexão e de cisalhamento, respectivamente.

Após as superfícies se encontrarem lisas, foi realizada a limpeza das armaduras utilizando álcool isopropílico, onde os extensômetros foram colados, em seguida, utilizando adesivo instantâneo à base de Cianoacrilato (*Super Bonder*).

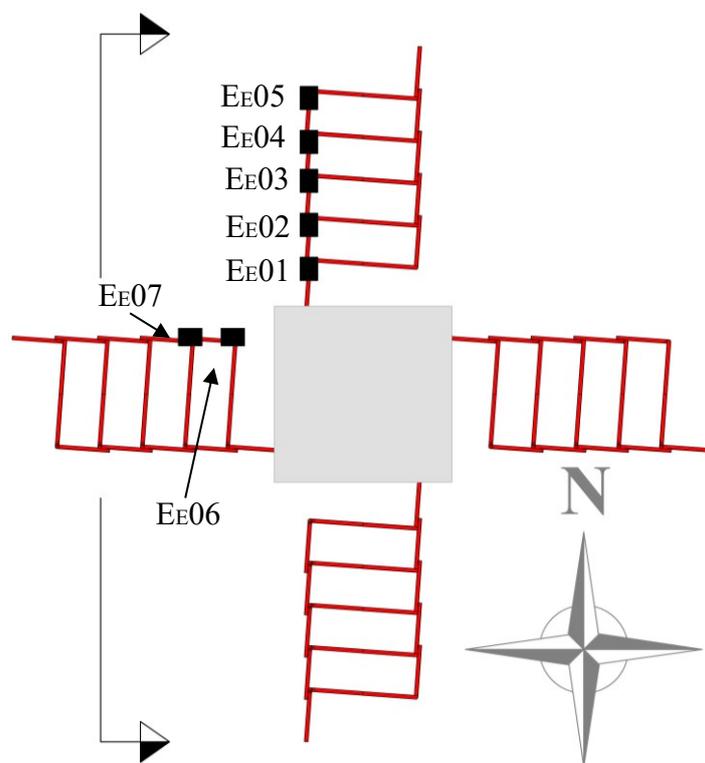
Uma vez colados, foi feita soldagem dos terminais dos extensômetros em cabos condutores paralelos que seriam conectados em um sistema de aquisição de dados no instante do ensaio para se obter as leituras. Depois de soldados, os fios foram fixados à barra utilizando braçadeiras plásticas.

Para proteger a região da solda, foi aplicada uma camada de resina à base de epóxi (Araldite). Posteriormente, para fornecer uma proteção mecânica e isolar eletricamente à região instrumentada, foi aplicada uma camada de silicone em gel e fita isolante de auto fusão da marca 3M.

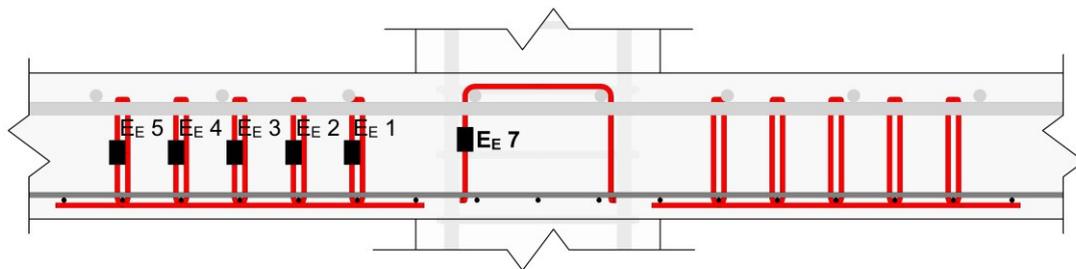
Ao final da instrumentação das armaduras, foi realizado o teste de resistência elétrica dos extensômetros, utilizando voltímetro com o objetivo de verificar a sua resistividade elétrica e comprovar a sua funcionalidade.

O principal objetivo do monitoramento dos estribos foi determinar as camadas de armaduras que efetivamente contribuíram na resistência, assim como investigar o seu nível de tensão.

Sendo assim, as deformações das armaduras de cisalhamento foram monitoradas por camadas, nas quais instrumentaram-se todas as cinco camadas de estribos em uma direção, e duas outras camadas na outra direção, totalizando sete armaduras instrumentadas por laje. Os extensômetros dos estribos foram colados à meia altura da perna do estribo. O detalhe esquemático com o posicionamento dos extensômetros está na Figura 3.16.



a) Vista em planta



b) Vista em corte

Figura 3.16 - Extensômetros na armadura de cisalhamento

As armaduras de flexão tracionadas foram monitoradas com o objetivo de se avaliar seu nível de solicitação, e identificar um possível modo de ruptura por flexão devido a deformações plásticas excessivas do aço.

Foram instrumentadas sete barras de flexão, sendo utilizados dois extensômetros em posição diametralmente oposta para cada uma das barras para se evitar efeitos de flexão localizados. Quatro barras localizavam-se na camada superior das armaduras no sentido Norte – Sul e três barras na camada inferior no sentido Leste – Oeste. A disposição dos extensômetros das armaduras de flexão está apresentada na Figura 3.17.

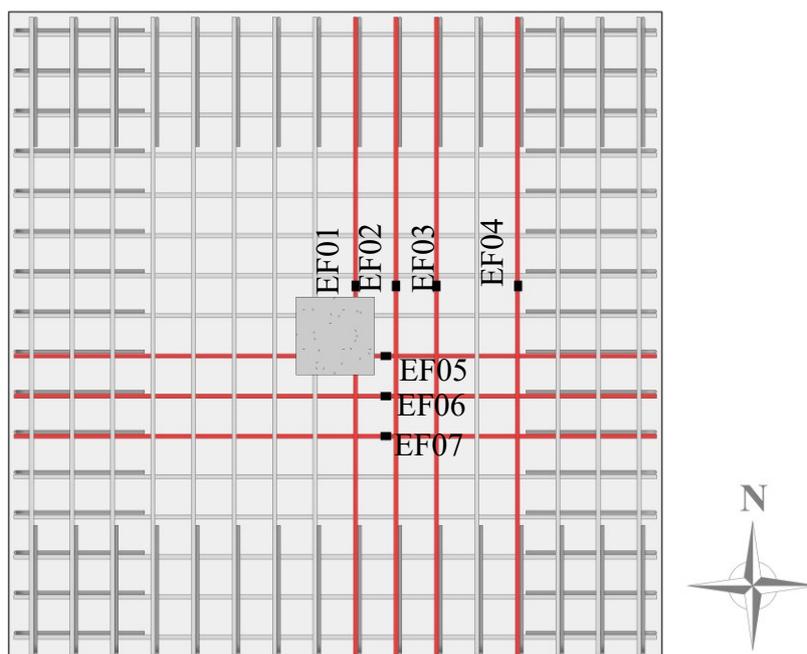


Figura 3.17 - Extensômetros das armaduras longitudinais tracionadas

As deformações específicas do concreto foram monitoradas na região inferior da laje utilizando extensômetros elétricos de resistência de  $120\Omega$  do tipo KC70-120-A1-11, com dimensões de 80 mm x 7,5 mm, fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments*.

Estes extensômetros no concreto tiveram como objetivo acompanhar as deformações do concreto, e verificar a possibilidade de ruptura à flexão por esmagamento do concreto na região mais comprimida da laje.

Quatro extensômetros foram colados na superfície do concreto nos locais onde se esperavam as maiores deformações, adotando-se uma distância de 50 mm do eixo da face do pilar para monitorar as deformações radiais e a 100 mm da face do pilar para o monitoramento das deformações tangenciais, conforme ilustrado na Figura 3.18.

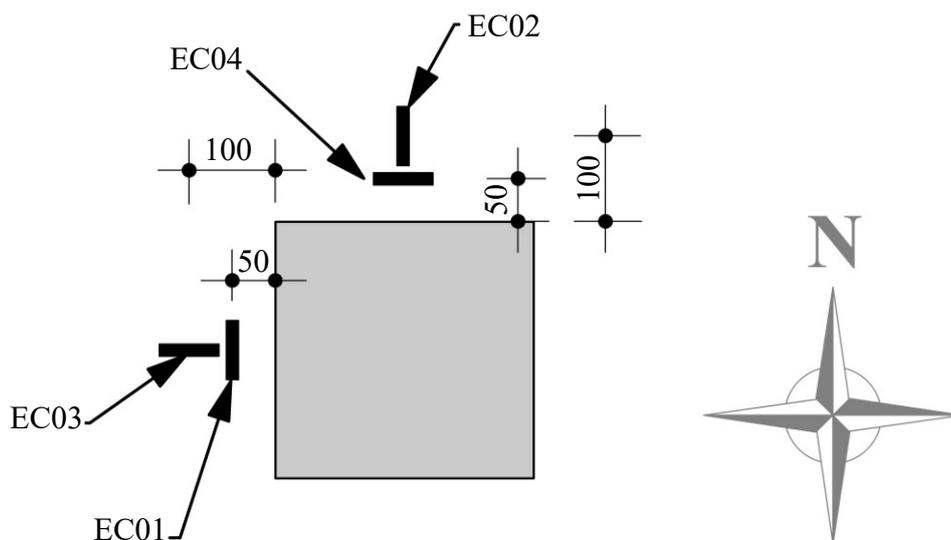


Figura 3.18 - Posição dos extensômetros na região inferior da laje (unidades em mm)

Para a colocação dos extensômetros de concreto, alguns cuidados devem ser tomados, tais como: a superfície do concreto deve estar limpa, para as lajes dessa pesquisa, a limpeza foi feita com álcool e algodão. A união entre cada terminal do extensômetro e a ponta do cabo flexível foi feita por solda.

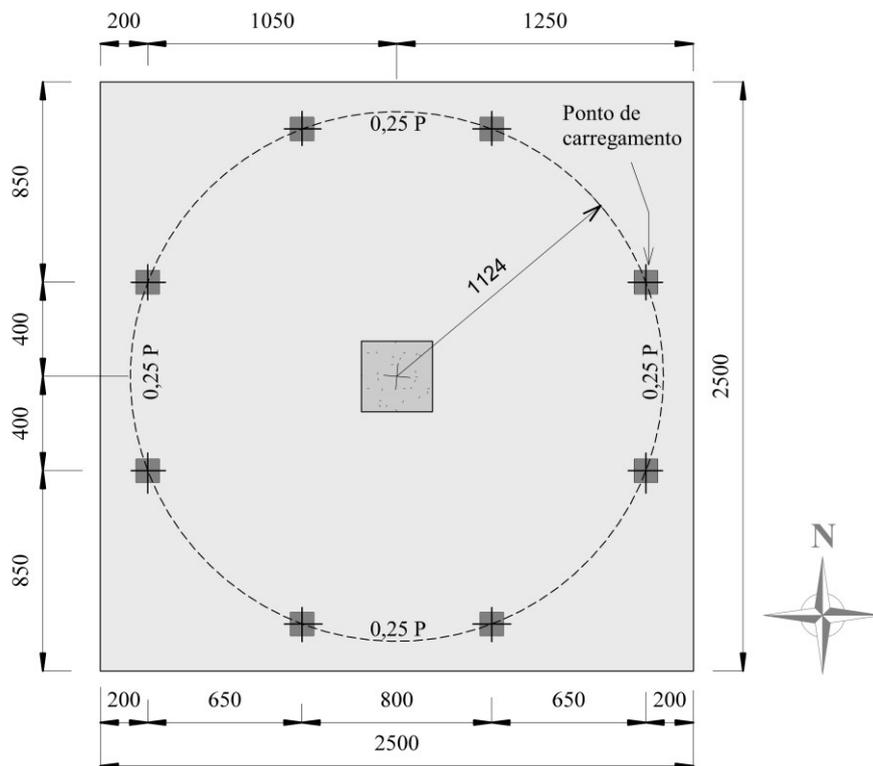
A Figura 3.19 ilustra o posicionamento destes extensômetros fixados na parte inferior da laje, próximo a face do pilar.



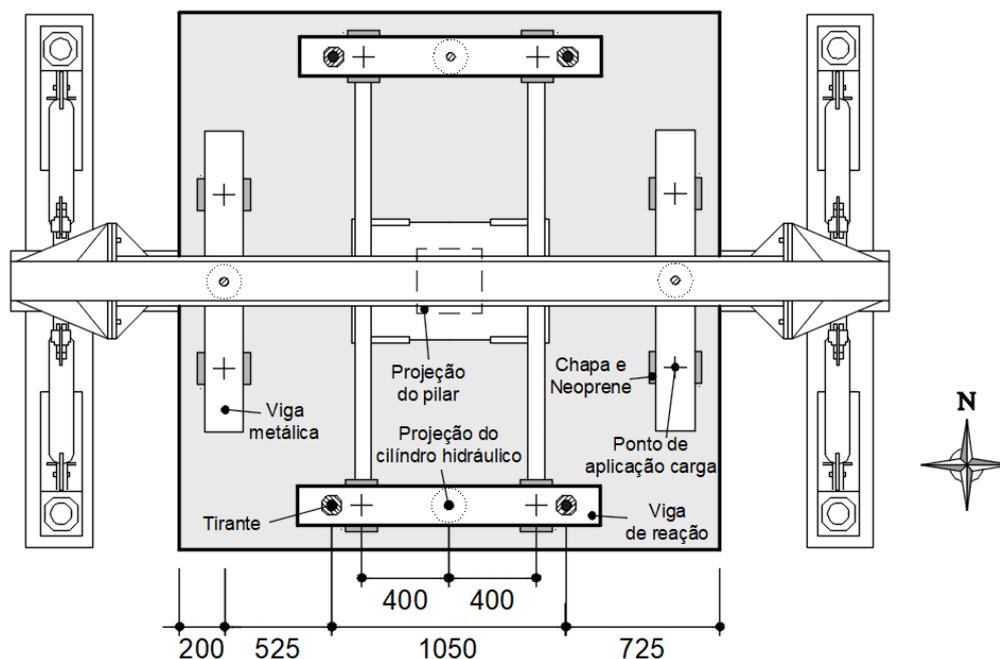
Figura 3.19 - Posição dos extensômetros na região inferior da laje

### 3.7. SISTEMA DE ENSAIO

As lajes dessa pesquisa foram ensaiadas entre os dias 23 de setembro e 2 de outubro de 2019 utilizando o pórtico de reação do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. A Figura 3.20 ilustra o sistema de ensaio das lajes.



a) Pontos de aplicação de carga no modelo local



b) Vista superior do pórtico de reação com o modelo local posicionado

Figura 3.20 - Esquema do programa de ensaios (unidades em mm)

Inicialmente, foi posicionado o modelo local no pórtico de reação com o uso da ponte rolante. Em seguida, foram colocadas mantas de Neoprene e chapas de aço nos oito pontos de aplicação de carga na parte superior da laje. Acima dessas chapas, foram posicionadas quatro vigas metálicas que eram responsáveis por transmitir os carregamentos para os seus pontos de apoio. Posteriormente, foram fixados os quatro tirantes de aço de 32 mm de diâmetro na viga de reação e na laje de reação do sistema de ensaio.

O carregamento foi aplicado verticalmente, com sentido de cima para baixo, através de quatro cilindros hidráulicos da empresa *ENERPAC*, com capacidade de 500 kN, que eram posicionados acima das vigas metálicas. Os cilindros hidráulicos eram acionados por meio de duas bombas hidráulicas de forma que o carregamento era aplicado na laje de maneira simétrica e progressiva, com uma taxa de crescimento de 5 kN por passo e/ou minuto por cilindro, resultando em uma aplicação de carga na laje de 20 kN por passo e/ou minuto.

O monitoramento dos dados durante o ensaio foi realizado de duas formas: passos de cargas e de forma contínua. Para a laje RSP, o processo de carregamento foi em passos de cargas, e as leituras eram coletadas manualmente. Já para as lajes com armaduras de

cisalhamento, o processo de carregamento ocorreu de forma contínua e as leituras obtidas de forma automática. E os dados foram registrados a uma frequência de 1 Hz, equivalente a uma leitura por segundo. Em ambas as formas o registro foi realizado com auxílio do sistema de aquisição de dados *Spider 8*, fabricado pela empresa *HMB* e processados e armazenados com o auxílio do programa computacional *CATMAN*.

A aplicação de carga foi monitorada por meio de quatro células de cargas da empresa *KRATOS*, com capacidade de 500 kN, que eram posicionados sobre as rótulas universais entre o cilindro hidráulico e a viga metálica, sendo conectada aos módulos do *Spider 8*.

Os deslocamentos verticais do modelo local foram monitorados com o uso de LVDT's e as deformações do concreto e das armaduras foram monitoradas com o uso de extensômetros, ambos também conectados ao sistema de aquisição e processamento de dados. A Figura 3.21 mostra o posicionamento de umas das lajes durante o ensaio e, na Figura 3.22, vê-se as bombas hidráulicas e o sistema de aquisição de dados.



Figura 3.21 - Sistema de ensaio: laje CCA pronta para o ensaio



Figura 3.22 - Bombas hidráulicas para aplicação da carga e sistema de aquisição de dados montado para o ensaio da laje CNA

Durante a realização do ensaio, foram feitas marcações das fissuras na parte superior da laje junto ao valor da carga que estava sendo aplicada. Este processo foi realizado até o instante da ruptura do modelo local.

## 4. RESULTADOS DOS ENSAIOS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados experimentais obtidos com a realização dos ensaios descritos no capítulo anterior. São expostos, a seguir, os resultados das resistências do concreto e do aço utilizados; os deslocamentos verticais das lajes; as deformações na armadura de flexão; as deformações na armadura de cisalhamento; as deformações na superfície do concreto; o mapeamento das fissuras visíveis durante os ensaios; e a inclinação e localização da superfície de ruptura. A Figura 4.1 apresenta de forma resumida algumas características das lajes ensaiadas bem como as nomenclaturas de cada modelo.

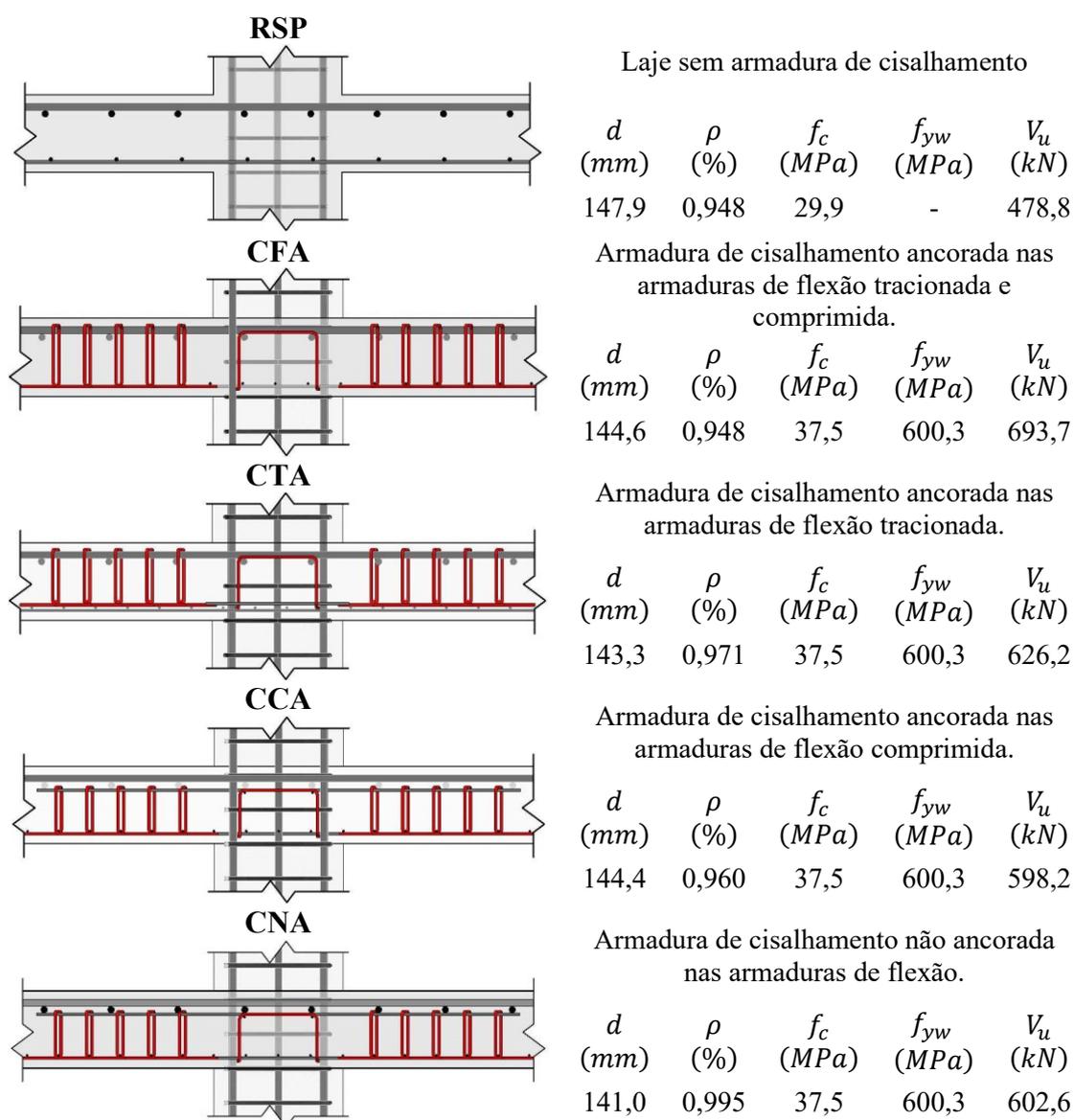


Figura 4.1 - Resumo das características das lajes ensaiadas

## 4.1. PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

### 4.1.1. Concreto

A Tabela 4.1 apresenta os resultados dos ensaios de compressão, tração por compressão diametral e módulo de elasticidade, obtidos por meio dos ensaios dos corpos de prova de concreto; além da quantidade de dias, após concretagem, em que os ensaios foram realizados.

Tabela 4.1 – Propriedades do concreto

Laje	Idade (dias)	$f_c$ (MPa)	$f_{t,D}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)
RSP	70	29,9	2,6	27,8
CFA CTA CCA CNA	40	37,5	4,5	30,9

### 4.1.2. Aço

A Tabela 4.2 apresenta os resultados de tensão de escoamento do aço ( $f_{yk}$ ), deformação de escoamento do aço ( $\epsilon_{ys}$ ) e módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ) obtidos a partir dos ensaios à tração para cada tipo de aço monitorado durante os ensaios.

Tabela 4.2- Propriedades do aço

Laje	Aço	Utilização	$f_{yk}$ (MPa)	$\epsilon_{ys}$ (‰)	$E_s$ (GPa)
RSP	CA-50 Ø 16,0 mm	Barras de flexão	549,0	2,8	196,9
CFA CTA	CA-50 Ø 16,0 mm	Barras de flexão	578,6	3,03	190,9
CCA CNA	CA-50 Ø 6,3 mm	Armadura de cisalhamento	600,3	3,14	190,9

## 4.2. CARGA DE RUPTURA DAS LAJES

A Tabela 4.3 apresenta a carga última ( $V_u$ ) considerando o peso próprio da laje e dos equipamentos, resistida por cada laje no ensaio, bem como o acréscimo de carga dos modelos com armadura de cisalhamento, em relação ao modelo de referência, dado por  $V_u/V_{RSP}$ . Além disso, apresenta a diferença da carga última experimental dos modelos em que ancoragem foi variada, em relação ao modelo com ancoragem completa, dado por  $V_u/V_{CFA}$ .

Tabela 4.3 - Cargas de ruptura experimental dos modelos ensaiados

Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Ancoragem	$V_u$ (kN)	$V_u/V_{RSP}$	$V_u/V_{CFA}$
RSP	29,9	148,0	0,916	-	478,8	1,00	-
CFA	37,5	144,6	0,953	Completa	693,7	1,45	1,00
CTA		143,3	0,968	Tração	625,5	1,31	0,90
CCA		144,4	0,955	Compressão	598,2	1,25	0,86
CNA		141,0	0,995	Sem ancoragem	602,6	1,26	0,87

Comparando as cargas últimas, em relação ao modelo de referência RSP, observa-se que a presença da armadura de cisalhamento conferiu acréscimos de carga entre 25%, para a laje CCA, e 45%, para a laje CFA.

No tocante à variação do tipo de ancoragem da armadura de cisalhamento, em relação à laje CFA, sendo que esse possui ancoragem na armadura de flexão tracionada e comprimida conforme preconiza os códigos normativos, a maior variação percentual observada foi dada pela laje CTA, que possui ancoragem apenas na armadura de flexão tracionada, tornando-a 10% menos resistente. Quanto à laje CCA, que possui ancoragem apenas na armadura de flexão comprimida, e à laje CNA, que não possui ancoragem na armadura de flexão, verificou-se que ambas apresentaram comportamento semelhante quanto à capacidade de carga, com variação percentual não significativa na ordem de 1%.

Devido à diferença da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) entre as lajes RSP e as lajes com armaduras de cisalhamento, buscou-se normalizar a carga última ( $V_u$ ) dividindo-se a mesma pelo produto entre a raiz da resistência à compressão média de todos os modelos ( $f_{c,med}$ ) pela resistência à compressão média de cada uma das lajes, como apresentado na Equação 4.1.

$$V_{u,norm} = V_u \cdot \sqrt{\frac{f_{c,med}}{f_{c,laje}}} \quad \text{Equação 4.1}$$

Os valores de carga última ( $V_u$ ) e carga normalizadas ( $V_{u,norm}$ ) são apresentados na **Erro! Autoreferência de indicador não válida.** Após a normalização das cargas, a laje CFA apresenta acréscimo de carga de 29% em relação a laje de referência. Nas demais lajes são observados incrementos de 17% para a laje CTA e 12% para as lajes CCA e CNA. E apesar da redução das cargas normalizadas, o emprego de armadura de cisalhamento, conferiu acréscimo de carga para em todas as lajes ensaiadas.

Tabela 4.4 - Cargas de ruptura experimental dos modelos ensaiados

Laje	$f_c$ (MPa)	$f_{c,med}$ (MPa)	$V_u$ (kN)	$V_{u,norm}$ (kN)	$V_{u,norm}/V_{RSP,norm}$
RSP	29,9	33,7	478,8	508,3	1,00
CFA	37,5		693,7	657,6	1,29
CTA			625,5	593,0	1,17
CCA			598,2	567,1	1,12
CNA			602,6	571,3	1,12

A Figura 4.2 e Figura 4.3 apresentam as curvas de carga *versus* leitura registradas ao longo dos ensaios. Cabe salientar o número expressivo de leituras obtidas com o processo de ensaio contínuo (lajes com armaduras cisalhamento) em comparação com o sistema de leituras por passos de cargas (laje RSP). Com exceção da laje CCA (a primeira laje ensaiada com armaduras cisalhamento) e da laje CTA, nota-se uma boa concordância da aplicação de cargas entre as quatro bombas hidráulicas durante ao longo de todo o ensaio.

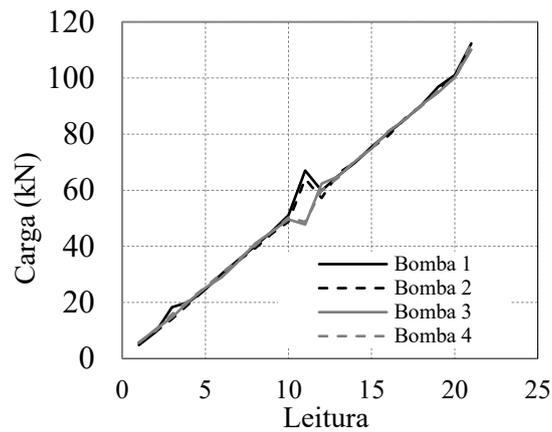


Figura 4.2 - Curvas carga *versus* leitura para a laje RSP

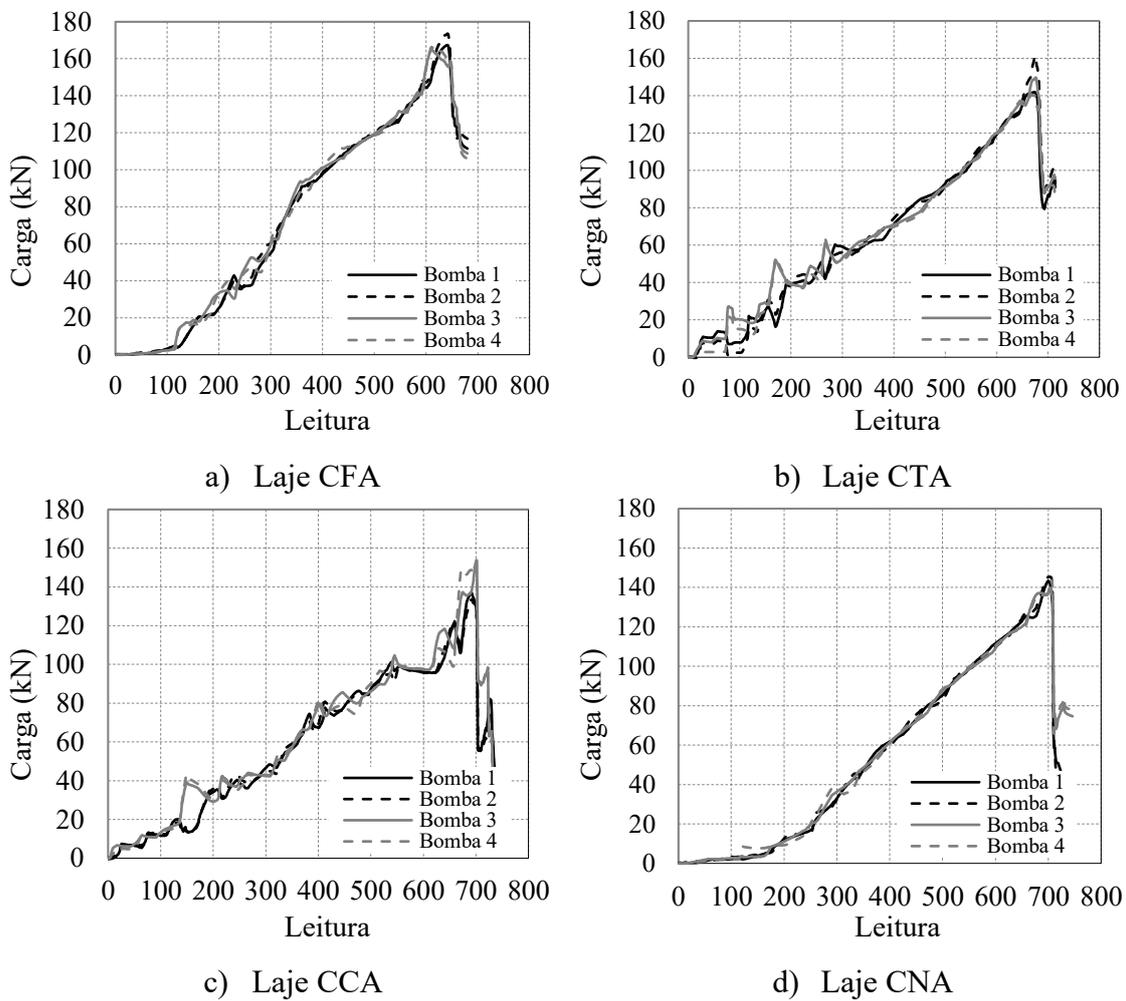


Figura 4.3 - Curvas carga *versus* leitura para as demais lajes

### 4.3. DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Para medir os deslocamentos das lajes, foram utilizados 12 LVDT's posicionados na face superior das lajes ensaiadas conforme descrito na seção 3.6.1. Os deslocamentos foram medidos em 12 pontos distribuídos igualmente nas direções Norte-Sul e Leste-Oeste. Da Figura 4.4 à Figura 4.13 são apresentadas as leituras de deslocamento a cada 20% da carga de ruptura na direção Oeste - Leste e na direção Sul – Norte da laje RSP e de cada uma das lajes ensaiadas.

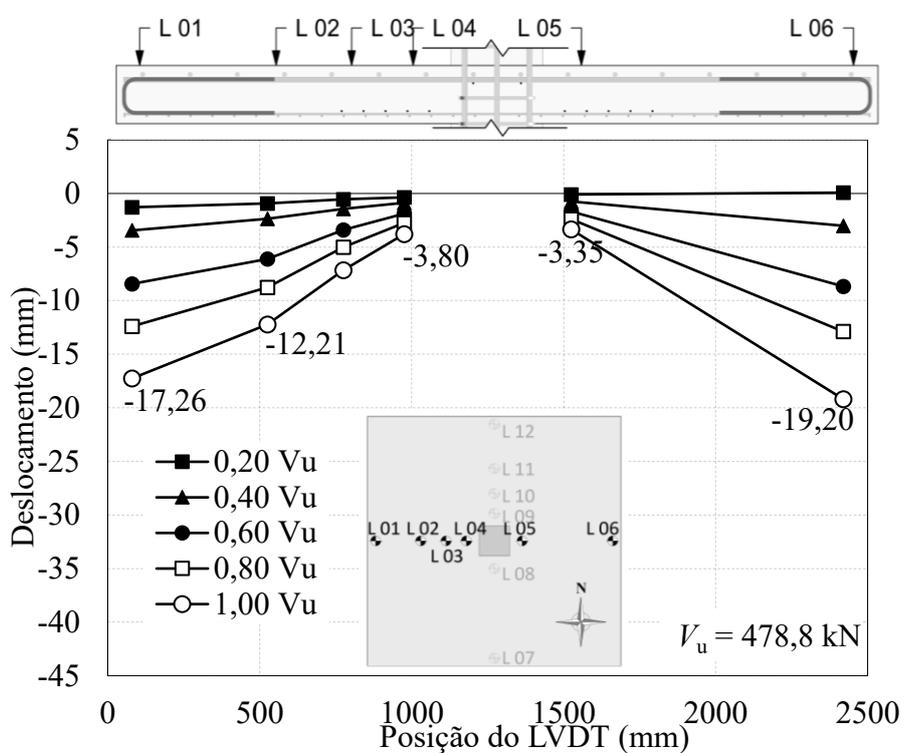


Figura 4.4- Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje RSP

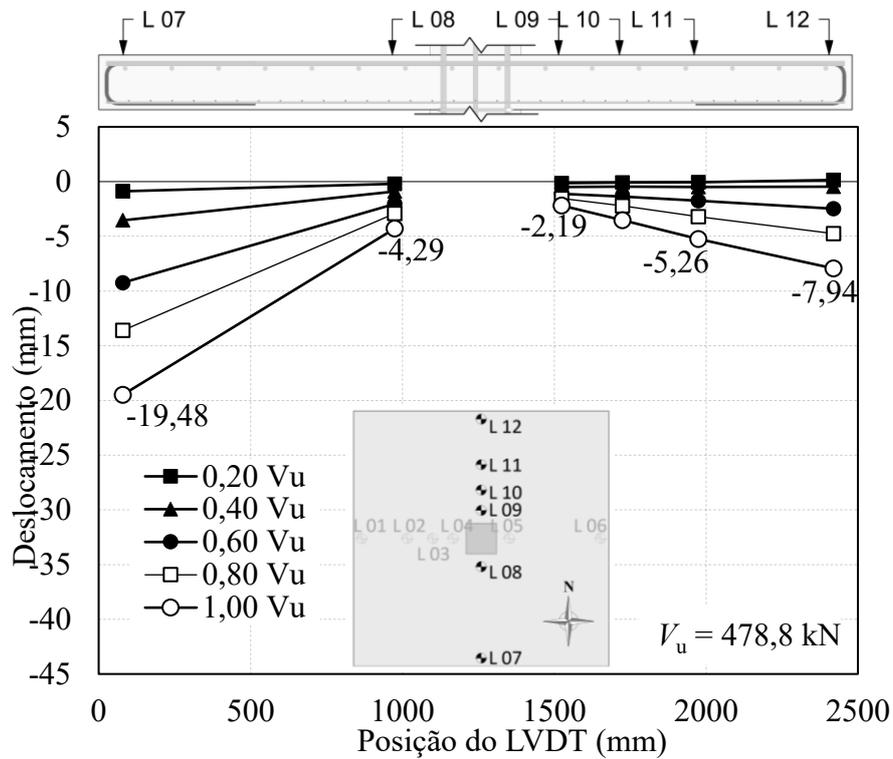


Figura 4.5 - Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje RSP

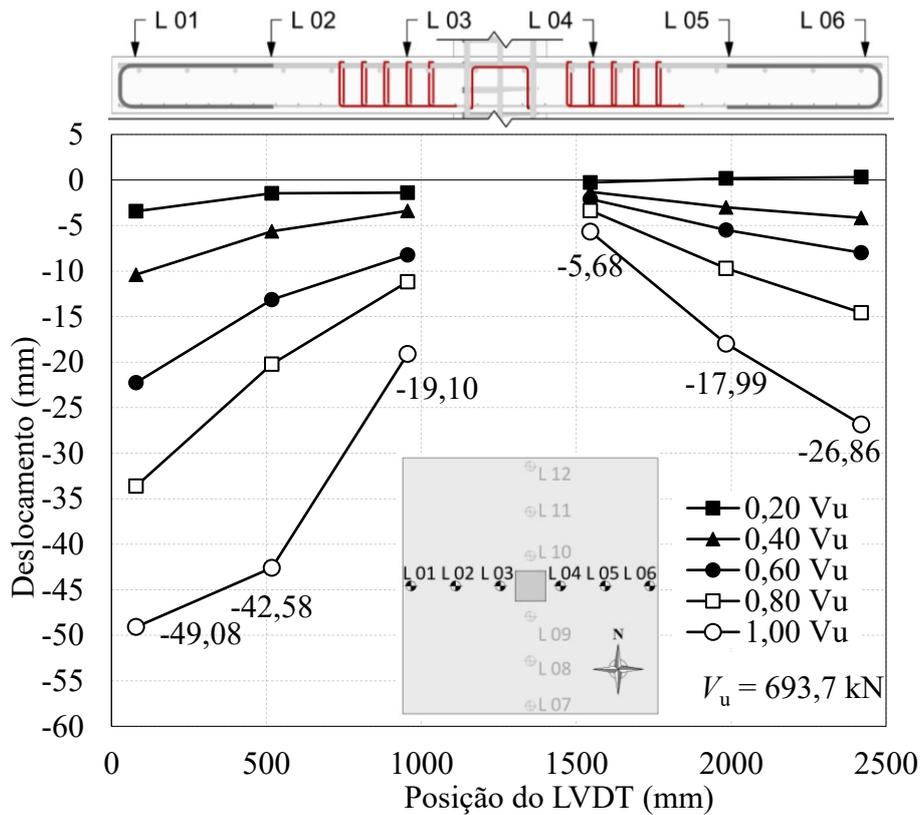


Figura 4.6- Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CFA

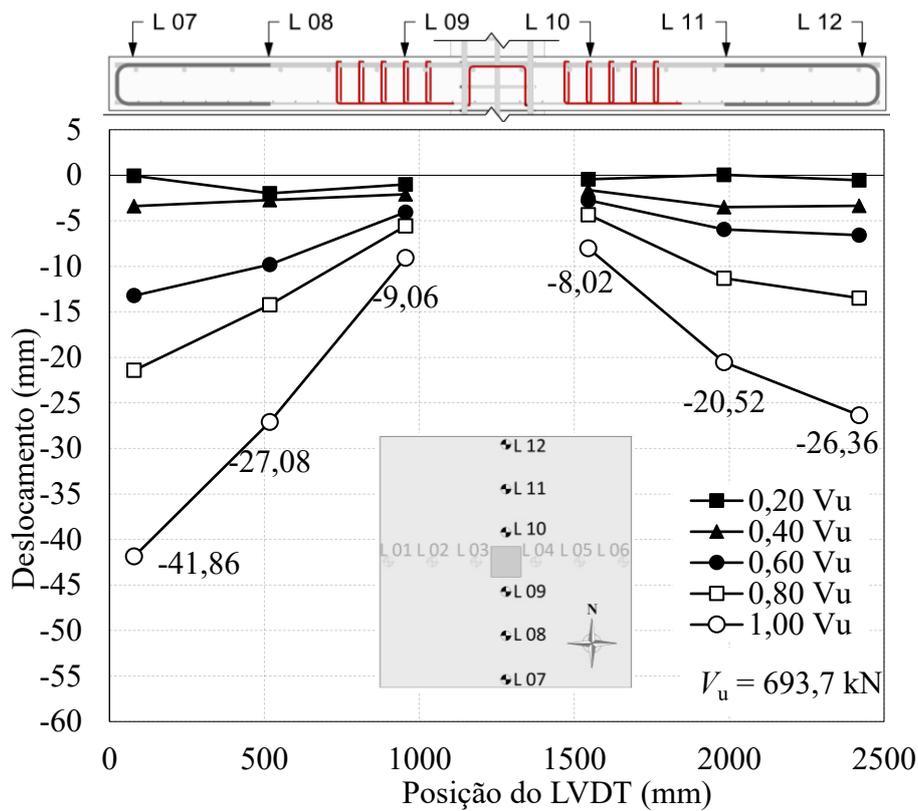


Figura 4.7 - Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CFA

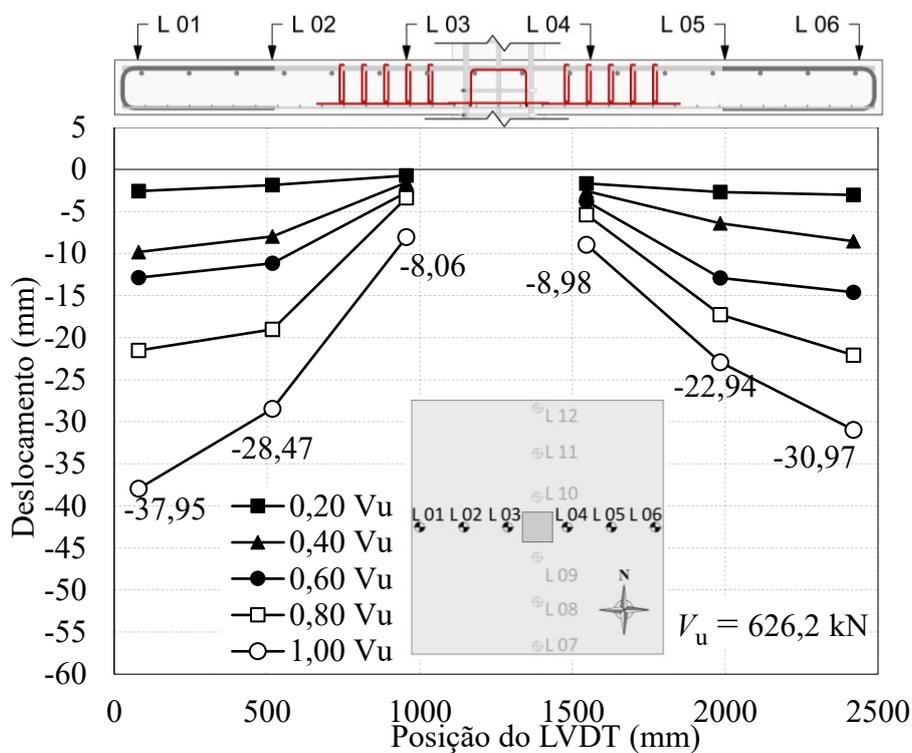


Figura 4.8- Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CTA

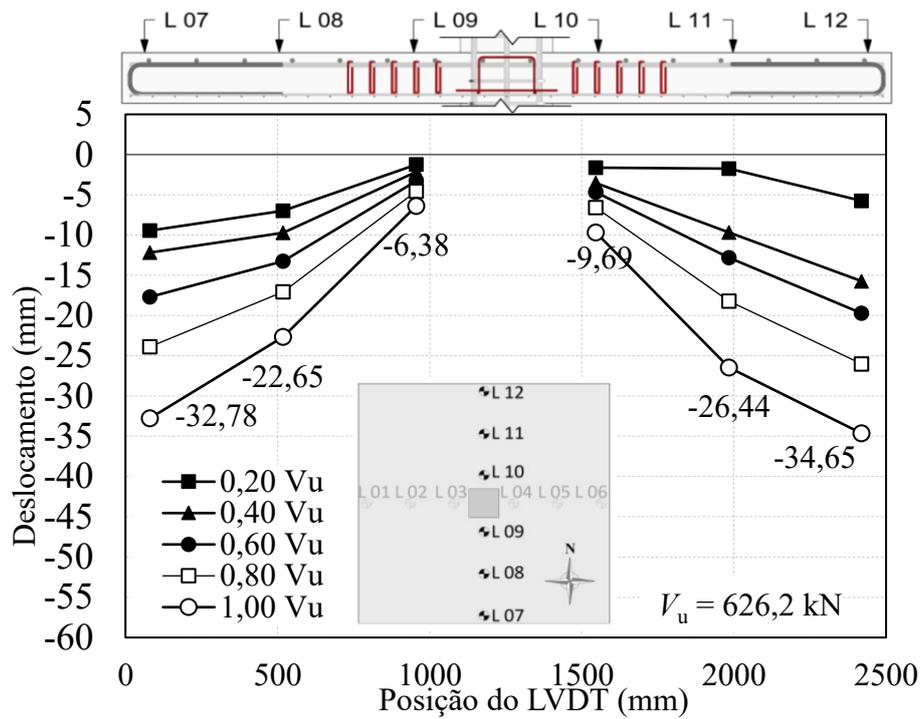


Figura 4.9- Deslocamentos verticais na direção Norte-Sul da laje CTA

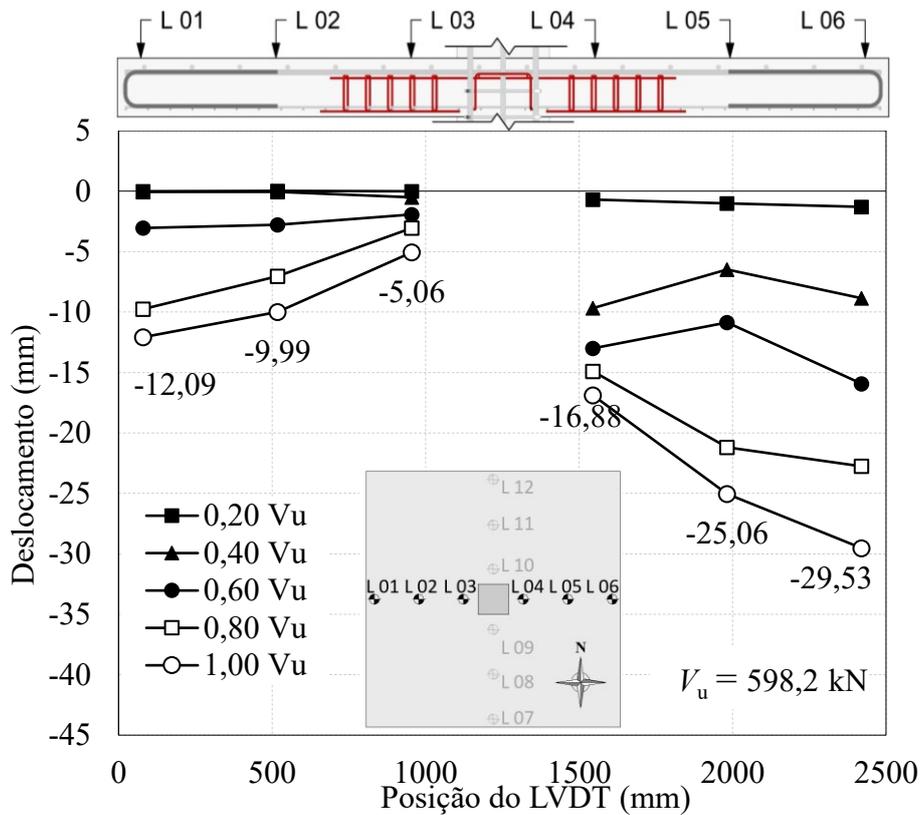


Figura 4.10 - Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CCA

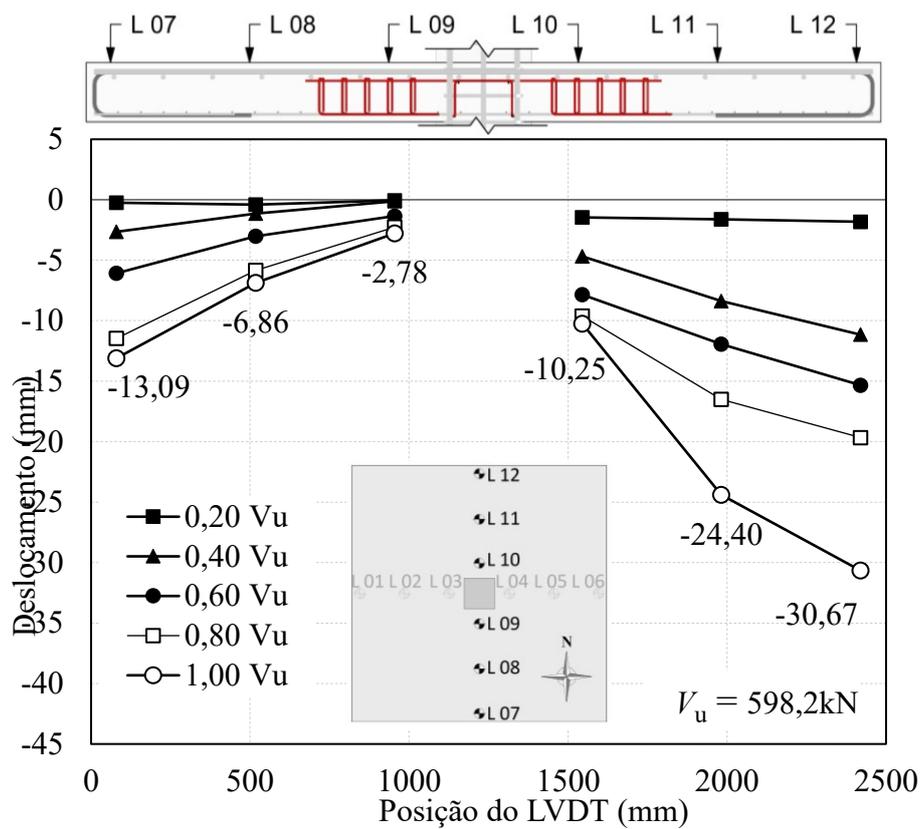


Figura 4.11 - Deslocamentos verticais na direção Norte-Sul da laje CCA

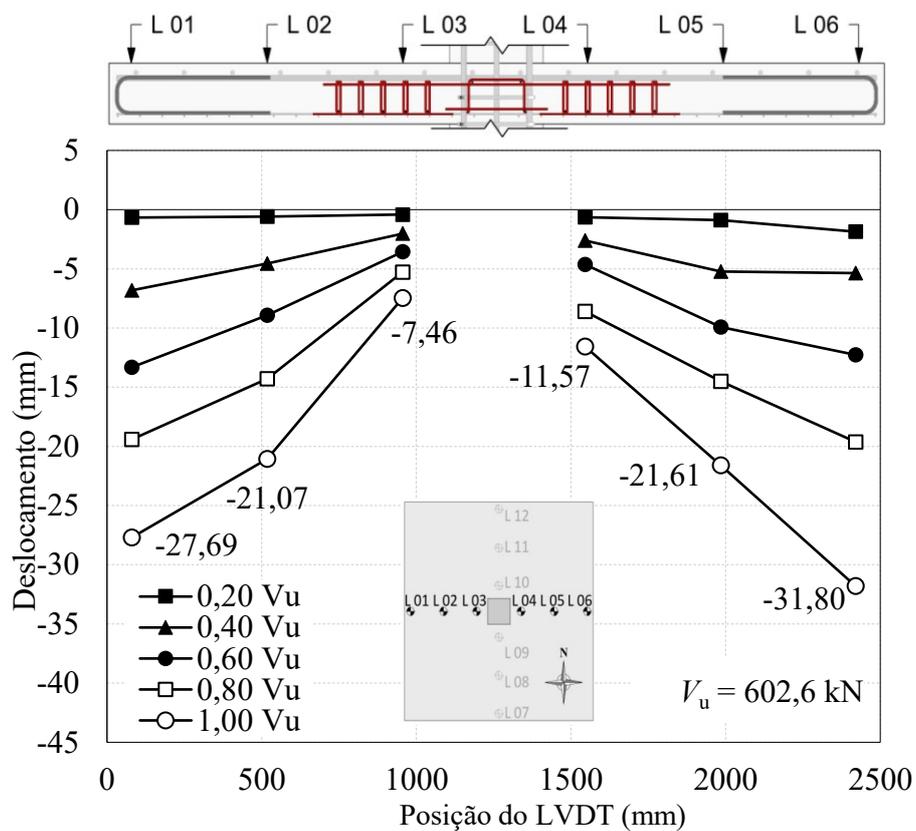


Figura 4.12 - Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CNA

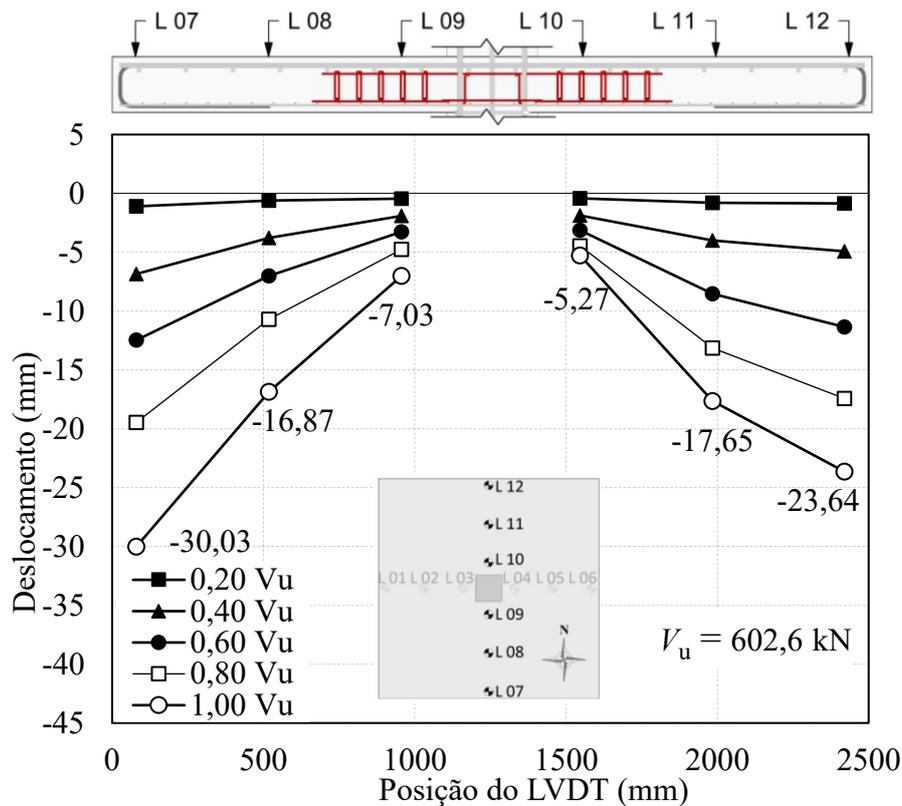


Figura 4.13 - Deslocamentos verticais na direção Norte-Sul da laje CNA

Quanto aos deslocamentos verticais das lajes CTA e CNA, nota-se um comportamento simétrico entre as direções. Contudo, nas lajes CFA e CCA, os LVDT's da direção Leste e os LVDT's da direção Norte para a laje CFA e os LVDT's da direção Oeste e os LVDT's da direção Sul para a laje CCA apresentaram leituras bem menores que nas outras direções. A causa desse comportamento assimétrico foi corrigida nas lajes CTA e CNA, e está relacionado ao travamento do pilar no pórtico de ensaio e na laje de reação aliado a instabilidade do sistema de aplicação de carga que é controlada de forma manual, além de um possível travamento dos LVDT's durante o ensaio.

A Figura 4.14 apresenta uma comparação entre a carga e os deslocamentos médios dos LVDT's das extremidades – L01, L06, L07 e L12 – de cada laje durante o ensaio até a carga de ruptura. Devido ao travamento das leituras dos LVDT's, L01 e L07, da laje CCA esses foram desconsiderados na análise dos deslocamentos médios.

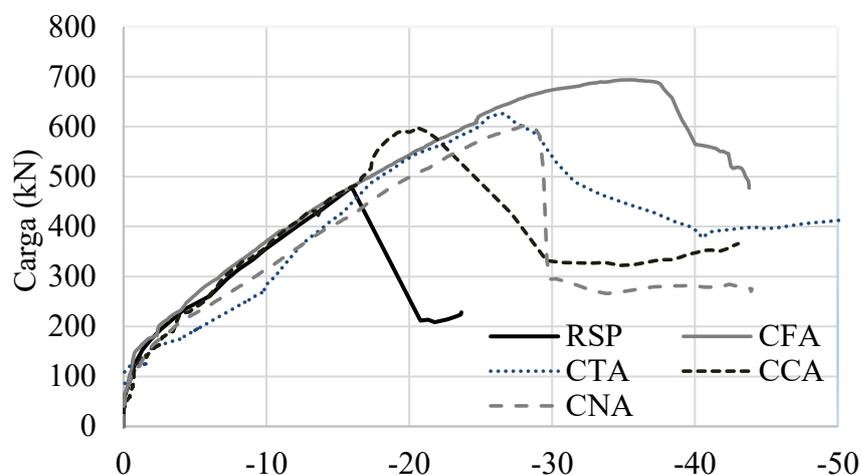


Figura 4.14 - Deslocamentos verticais médios de todas as lajes

Verifica-se que as lajes tiveram comportamento similar, até uma carga de 100 kN quando começaram a surgir as primeiras fissuras radiais. A partir da formação das primeiras fissuras, percebe-se uma alteração na rigidez na curva carga versus deslocamento, em seguida os deslocamentos crescem linearmente até a ruptura. Nota-se também um aumento nos deslocamentos verticais relacionado ao ganho de resistência nas lajes com de armaduras de cisalhamento.

A laje CFA apresentou os maiores deslocamentos, justificados pelo uso da armadura de cisalhamento com ancoragem completa. Nos demais modelos com variação da ancoragem da armadura de cisalhamento, observa-se maiores deslocamento para a laje CTA, indicando uma ancoragem mais eficiente da armadura de cisalhamento nas armaduras de flexão tracionadas. Comparando as lajes CCA e CNA, apesar da laje CNA ter rompido com uma carga ligeiramente maior, percebe-se que a laje com ancoragem na armadura comprimida apresentou um comportamento mais dúctil ao longo do ensaio.

A Tabela 4.5 apresenta os deslocamentos médios no instante da ruptura, bem como as cargas últimas. O deslocamento na laje de referência (RSP), sem armadura de cisalhamento, foi de 15,97 mm. Para a laje CFA com as armaduras de cisalhamento ancoradas tanto na armadura de flexão tracionada quanto na comprimida, o deslocamento foi de 36,04 mm, um ganho de 126% quando comparado com à RSP. Para a laje CTA

com armadura de cisalhamento ancorada na armadura de flexão tracionada, o deslocamento foi de 31,72 mm, um ganho de 99% quando comparado à RSP. Na laje CCA com armadura de cisalhamento ancorada na armadura de flexão comprimida, o deslocamento foi de 30,10 mm, um ganho de 89% em relação à RSP. Para a laje com armadura de cisalhamento sem ancoragem na armadura de flexão, o deslocamento foi de 28,29 mm, um ganho de 77% quando comparada à RSP.

Tabela 4.5 - Deslocamentos verticais máximos

Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$\phi_w$ (mm)	Ancoragem	$\delta_u$ (mm)	$V_u$ (kN)
RSP	29,9	148,0	0,916	-	-	15,97	478,8
CFA	37,5	144,6	0,953	6,3	Completa	36,04	693,7
CTA		143,3	0,968		Tração	31,72	625,5
CCA		144,4	0,955		Compressão	30,10	598,2
CNA		141,0	0,995		Sem ancoragem	28,29	602,6

A Tabela 4.6 apresenta o índice de ductilidade,  $\mu$ , determinado como a razão entre o deslocamento médio no início do escoamento das armaduras de flexão ( $\delta_{ys}$ ) e o deslocamento médio na ruptura ( $\delta_u$ ) das lajes ensaiadas. A carga de início do escoamento da armadura de flexão principal ( $V_{ys}$ ) também está indicada na tabela. O índice de ductilidade variou entre 1,15 a 2,70. Analisando-se esse índice, é possível notar que a ductilidade diminuiu à medida que as condições de ancoragem das armaduras de cisalhamento são reduzidas.

Tabela 4.6 – Ductilidade das lajes

Laje	$\delta_{ys}$ (mm)	$V_{ys}$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$V_u$ (kN)	$\mu = \frac{\delta_u}{\delta_{ys}}$
RSP	13,92	434,6	15,97	478,8	1,15
CFA	13,33	434,0	36,04	693,7	2,70
CTA	14,27	406,6	31,72	625,5	2,22
CCA	17,08	510,1	30,10	598,2	1,76
CNA	17,30	450,2	28,29	602,6	1,64

### 4.3.1. Rotações

A rotação das lajes foi obtida a partir da média das medições dos LVDT's (pares L11 e L3, L6 e L4, L7 e L9, L12 e L10) de cada direção. As rotações foram calculadas como a diferença do deslocamento vertical dos LVDT's da extremidade de cada direção, dividido pela distância entre os eixos dos LVDT's com início a partir da face do pilar.

Nas Figura 4.15 a Figura 4.19 são apresentadas as rotações de cada laje com a correspondente rotação calculada a partir dos níveis de aproximação da formulação do *fib* Model Code 10. Percebe-se que em todas as lajes, exceto a laje CCA, as rotações experimentais apresentarem valores superiores às teóricas, até uma carga de aproximadamente  $0,5 \cdot V_u$ , momento no qual os valores passaram a ficar entre os níveis de aproximação II e III.

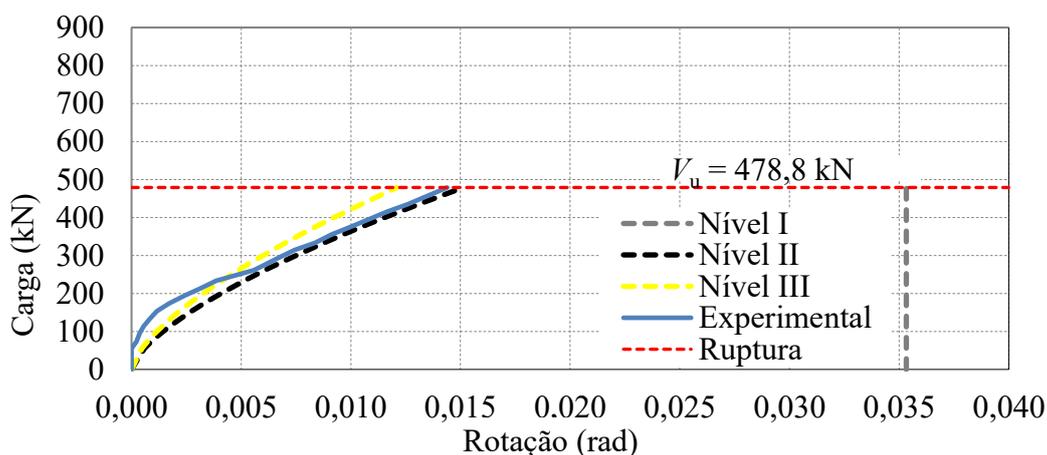


Figura 4.15 – Rotação Laje RSP

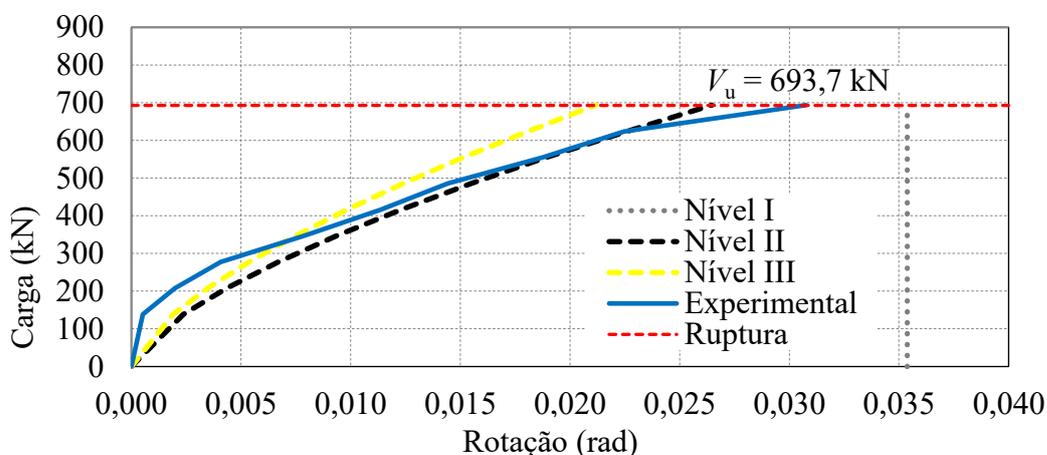


Figura 4.16 - Rotação Laje CFA

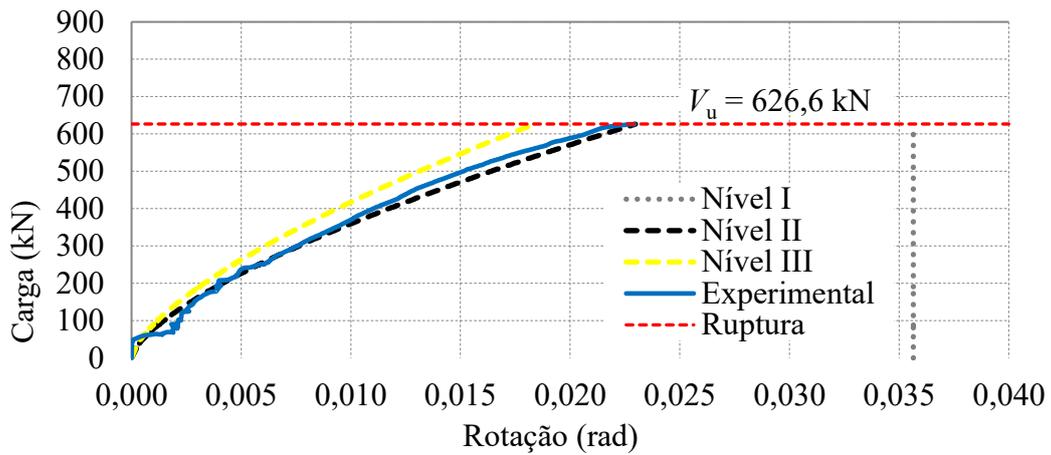


Figura 4.17 - Rotação Laje CTA

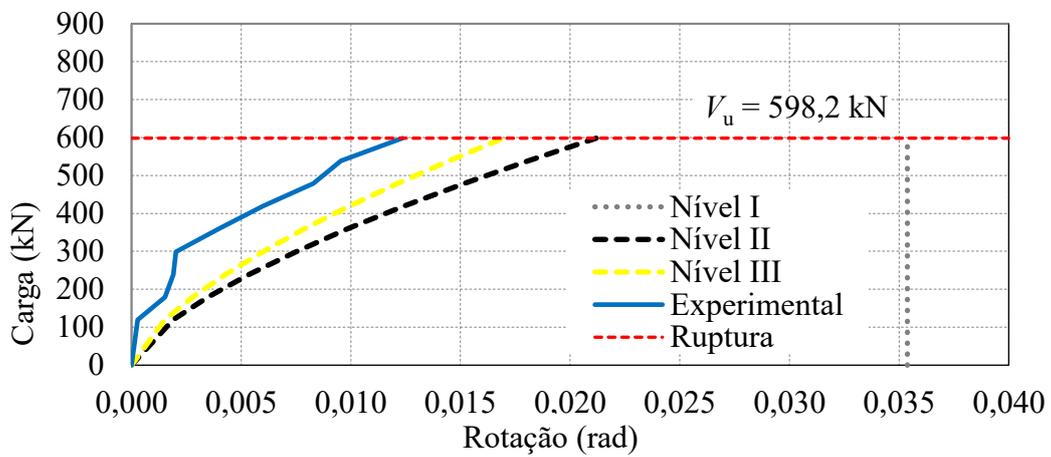


Figura 4.18 - Rotação Laje CCA

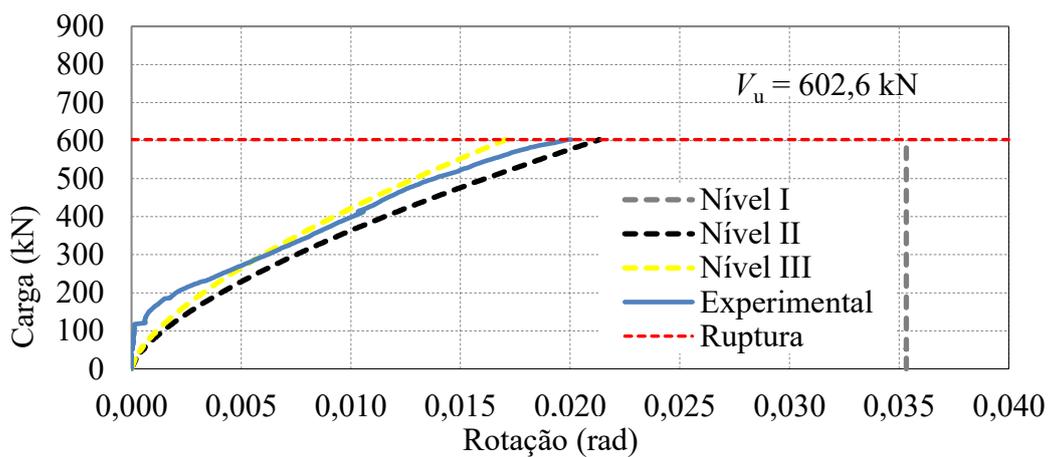


Figura 4.19 - Rotação Laje CNA

De forma geral, observa-se boa correlação entre os valores experimentais e os teóricos; e para rotação no instante da ruptura o nível II foi o que mais se aproximou da rotação experimental.

Os valores de rotação da laje CCA, diferentemente das outras, apresentaram comportamento bastante discordante quando comparados aos valores teóricos. Isso se justifica pela assimetria dos deslocamentos verticais entre as direções durante o ensaio.

O gráfico da Figura 4.20 mostra a comparação da carga *versus* rotação de todas as lajes. Nota-se que um comportamento similar até 200 kN, com exceção da laje CTA que apresentou maiores rotações comparado com as outras lajes até uma carga de 250 kN. A laje CFA e CTA apresentaram as maiores rotações e percebe-se uma boa concordância entre as curvas entre 400 kN e a ruptura. Comparando os valores de rotação na ruptura, percebe-se que o uso ancoragem completa, laje CFA, dobrou o valor da rotação em relação ao modelo sem armadura de cisalhamento. Nos demais modelos com variação da ancoragem (lajes CTA, CCA e CNA) houve incrementos de 59%, 13% e 39% em relação a laje RSP, respectivamente.

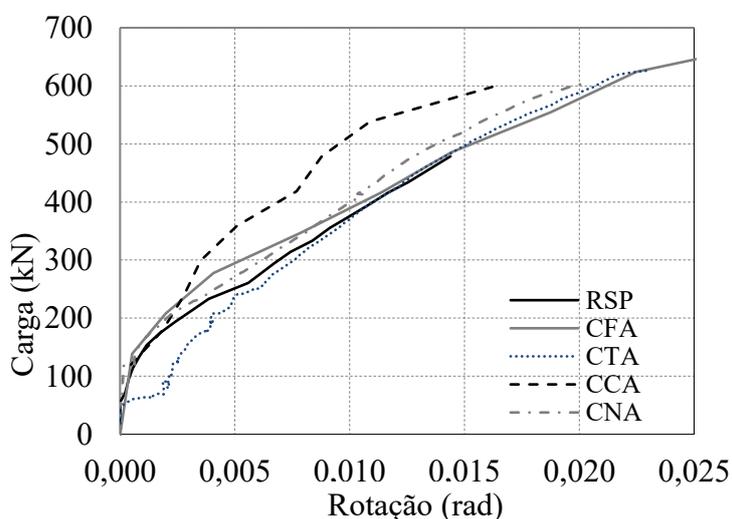


Figura 4.20 – Carga *versus* rotação das lajes

#### 4.4. DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO

Nesta seção, são apresentados os resultados das deformações na superfície do concreto lidas por quatro extensômetros: EC01 e EC02, que medem as deformações radiais; e o EC03 e EC04, que medem as tangenciais. Da Figura 4.21 à Figura 4.25 são apresentadas as leituras de deformações na superfície inferior de cada laje até a ruptura.

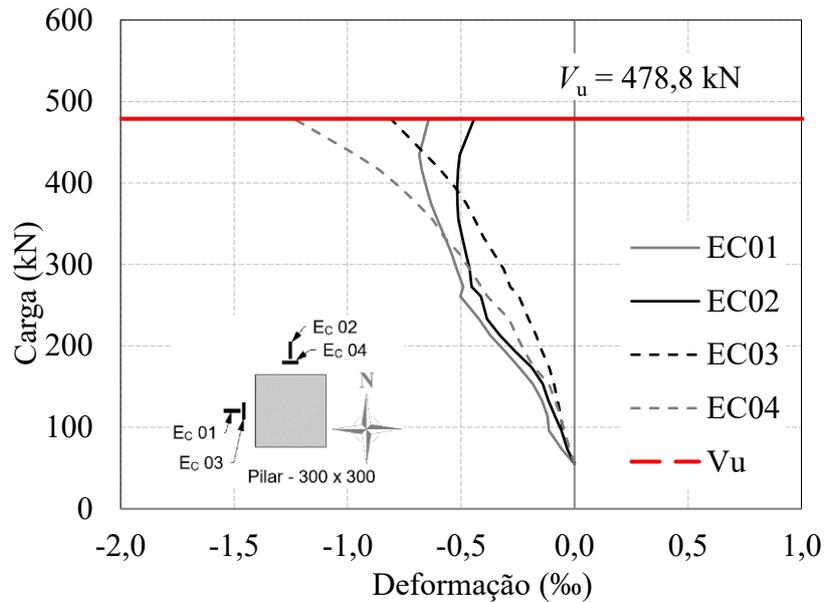


Figura 4.21 – Deformações na superfície do concreto da laje RSP

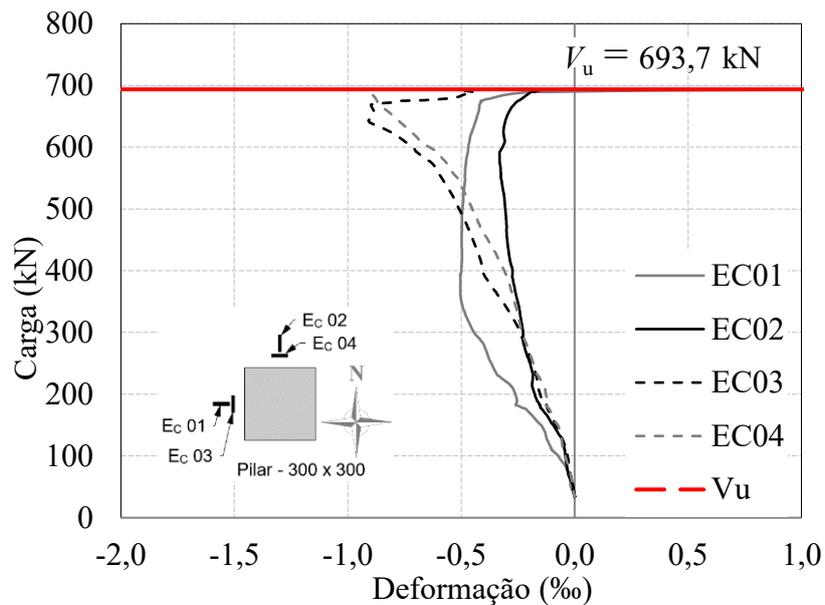


Figura 4.22 – Deformações na superfície do concreto da laje CFA

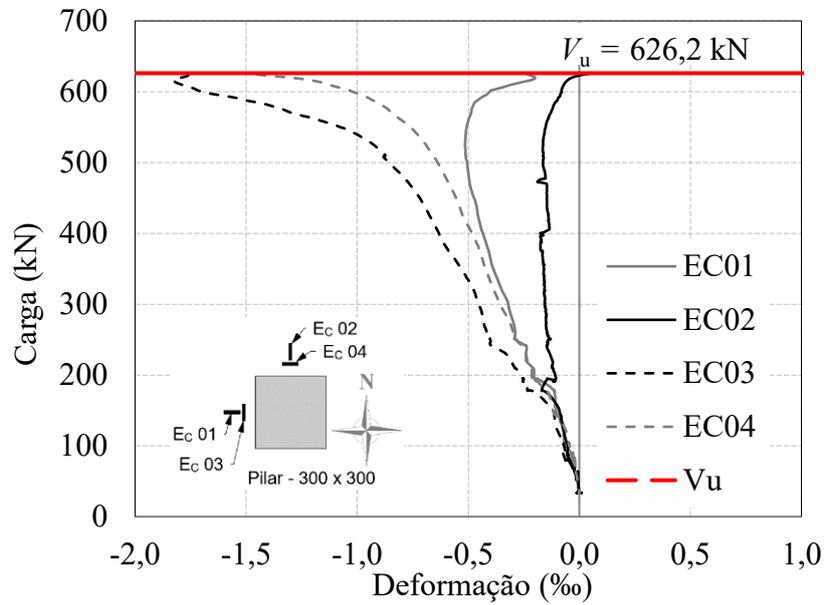


Figura 4.23 – Deformações na superfície do concreto da laje CTA

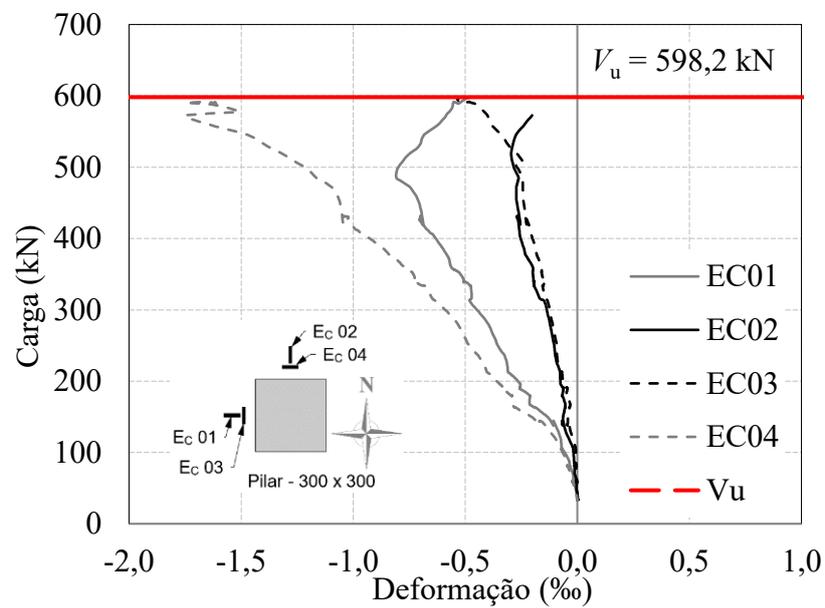


Figura 4.24 – Deformações na superfície do concreto da laje CCA

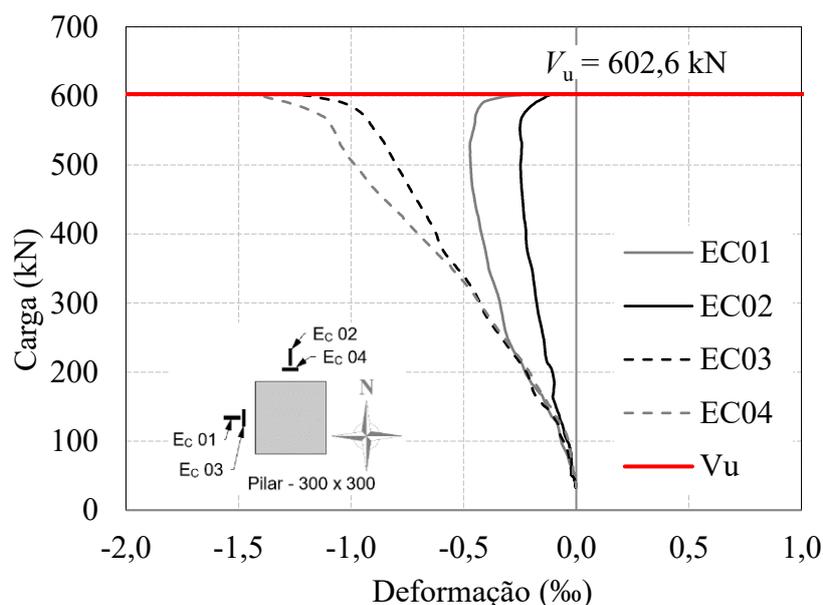


Figura 4.25 – Deformações na superfície do concreto da laje CNA

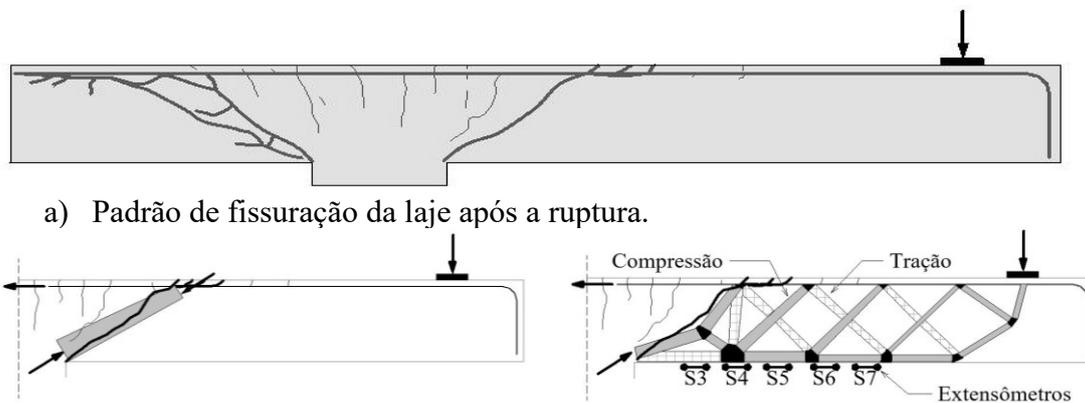
De forma geral, analisando os resultados dos extensômetros, verifica-se que nenhuma das lajes atingiu deformações superiores à de esmagamento do concreto, de 3,5‰. Todas as lajes apresentaram comportamento semelhante em relação às deformações no concreto, sendo as maiores deformações observadas nos extensômetros na direção tangencial. As maiores deformações foram registradas na direção tangencial na laje CTA e CCA, com valores de 1,83‰ e 1,75‰ respectivamente. A laje CFA apresentou as menores deformações de compressão na superfície inferior da laje ainda que tenha rompido com a maior carga entre as lajes. Por outro lado, a laje CFA foi a única laje com registros de tração, sendo registrado pelo extensômetro radial EC01 tração pouco instantes antes da ruptura, atingindo o valor de 1,89‰. A Tabela 4.7 apresenta as deformações máximas de compressão no concreto, registradas pelos extensômetros EC01, EC02, EC03 e EC04.

Tabela 4.7- Deformações máximas de compressão no concreto

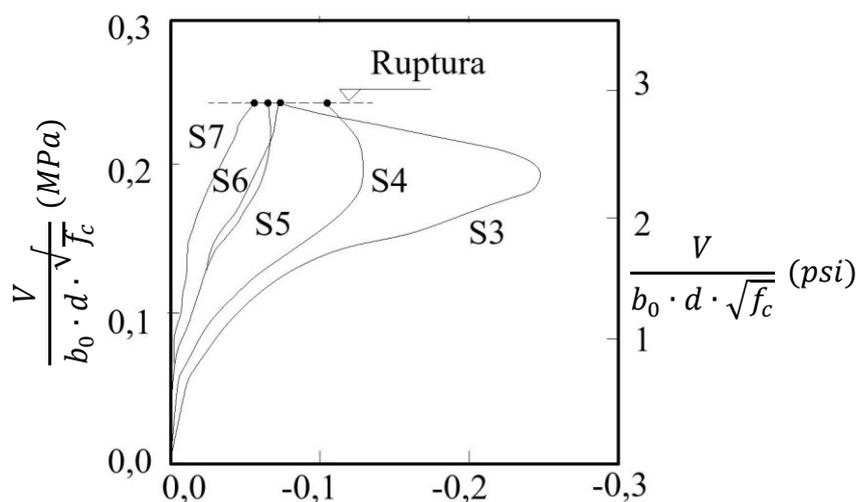
Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Ancoragem	$\epsilon_{c,m\acute{a}x}$ (‰)				$V_u$ (kN)
					EC01	EC02	EC03	EC04	
RSP	29,9	148,0	0,916	-	-0,68	-0,52	-0,81	-1,24	478,8
CFA	37,5	144,6	0,953	Completa	-0,50	-0,33	-0,91	-0,95	693,7
CTA		143,3	0,968	Tração	-0,51	-0,19	-1,83	-1,49	625,5
CCA		144,4	0,955	Compressão	-0,81	-0,30	-0,54	-1,75	598,2
CNA		141,0	0,995	Sem ancoragem	-0,47	-0,25	-1,24	-1,49	602,6

Em síntese, dos gráficos das Figura 4.21 à Figura 4.25, observa-se que as deformações radiais e tangenciais apresentaram comportamento carga x deformação similares, até a visualização das primeiras fissuras de flexão, entre 100 kN e 150 kN. Entretanto, após esse estágio inicial, as deformações crescem em taxas diferentes, no qual as deformações tangenciais apresentam maiores valores que as radiais. Essas por sua vez, diminuem antes da ruptura durante um processo descompressão.

Muttoni (2008) explicam que a tensão radial na face inferior da laje, após atingir um valor máximo, começa a reduzir conforme observado no extensômetro S3 e S4, devido ao desenvolvimento de uma biela em forma de “cotovelo” ao longo da fissura crítica de cisalhamento e de um tirante na face inferior da laje, conforme a Figura 4.26.



a) Padrão de fissuração da laje após a ruptura.  
 b) desenvolvimento da biela teórica através da fissura de cisalhamento crítica;  
 c) Biela em forma de “cotovelo”



d) Gráficos das deformações radiais medidas na face inferior da laje.

Figura 4.26 - Modelo de bielas e tirantes para ruptura por punção [adaptado de Muttoni (2008)]

Na Tabela 4.8, relaciona-se a carga e a porcentagem em relação a carga última em que foi verificado alívio das tensões radiais, sendo verificado que a descompressão se iniciou-se na maioria dos modelos em carga próxima à  $0,8 \cdot V_u$ , com exceção do EC01 da laje CFA que registrou alívio numa carga próximo à  $0,6 \cdot V_u$ . Essa é uma possível justificativa para presença de deformações de tração nos estágios finais de carregamento.

Tabela 4.8 – Relação da carga no instante do alívio das tensões radiais e a carga última

Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Ancoragem	$V_u$ (kN)	EC01		EC02	
						$V$ (kN)	$V/V_u$ (%)	$V$ (kN)	$V/V_u$ (%)
RSP	29,9	148,0	0,916	-	478,8	434,6	91%	393,9	82%
CFA	37,5	144,6	0,953	Completa	693,7	393,3	57%	590,5	85%
CTA		143,3	0,968	Tração	625,5	553,5	88%	473,7	76%
CCA		144,4	0,955	Compressão	598,2	492,5	82%	520,1	87%
CNA		141,0	0,995	Sem ancoragem	602,6	540,6	90%	565,9	94%

Na Figura 4.27, está uma comparação entre a média das deformações tangenciais (EC03 e EC04) de cada laje. Para um mesmo nível de carga, a laje CFA apresentou as menores deformações na superfície do concreto em comparação com as demais lajes. Nota-se, ainda, que nas lajes com variação da ancoragem, houve uma tendência de comportamento similar à da laje de referência com maiores deformações do concreto.

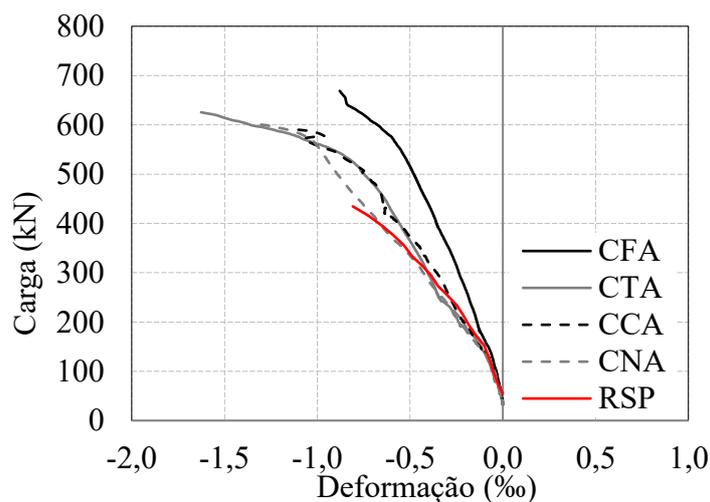


Figura 4.27 - Deformações tangenciais médias na superfície do concreto de cada laje.

#### 4.5. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE FLEXÃO

Da Figura 4.28 à Figura 4.32 são apresentados os gráficos das deformações nas armaduras de flexão, registradas pelos extensômetros posicionados em sete barras de flexão negativa de cada laje. As leituras são apresentadas a cada 20% da carga de ruptura das lajes. E nas Figura 4.33 à Figura 4.37 apresentam-se as curvas de carga x deformação para a armadura de flexão de cada laje.

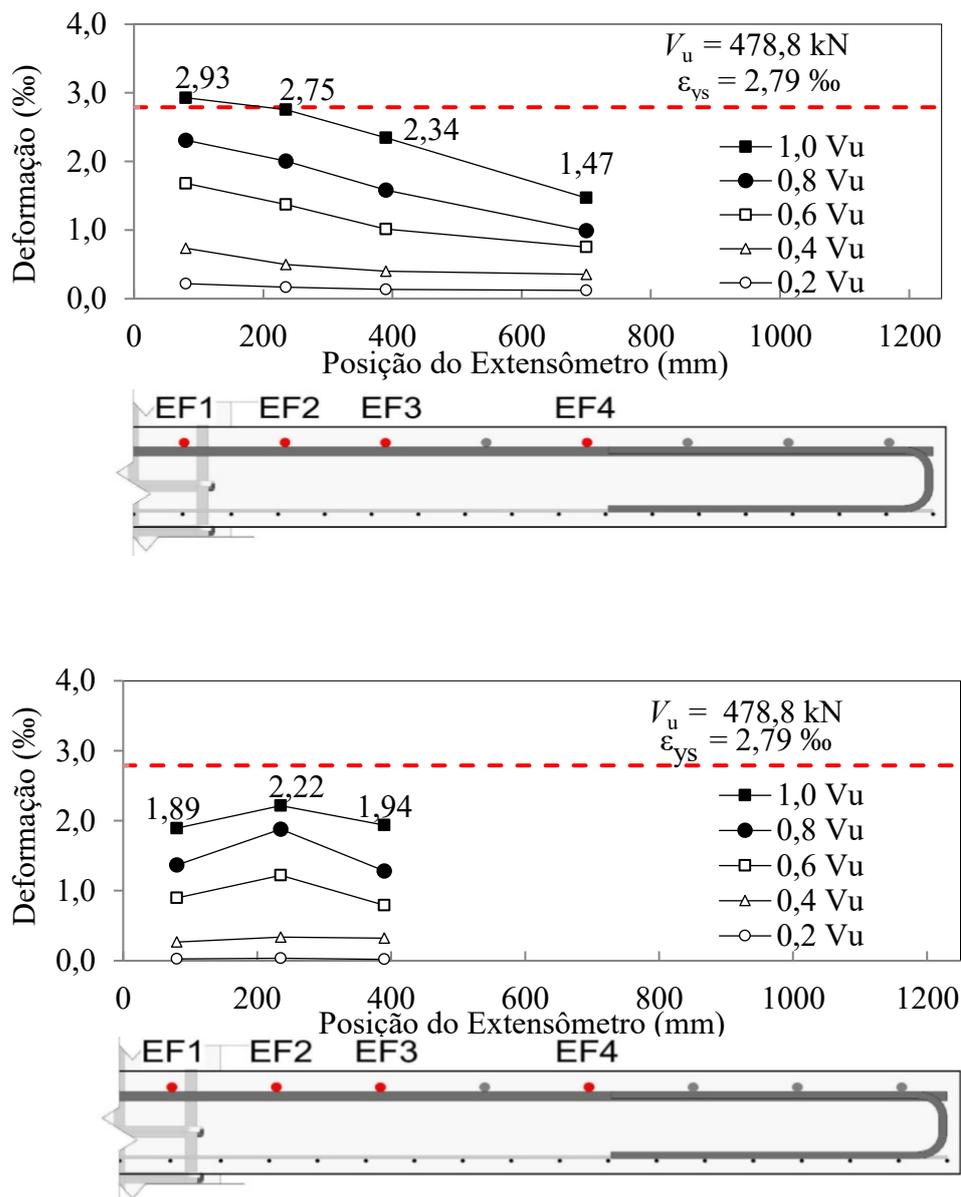


Figura 4.28 - Deformações nas armaduras de flexão da laje RSP

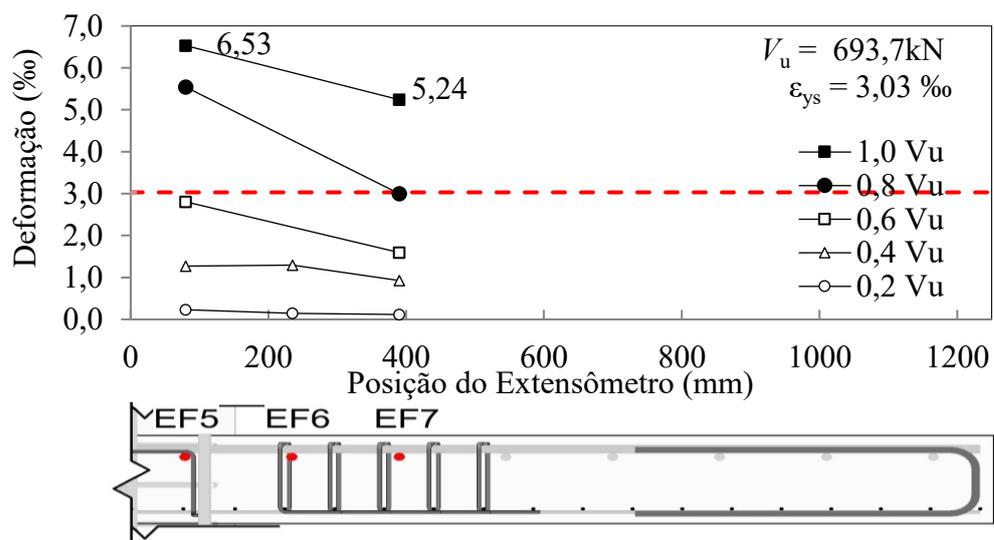
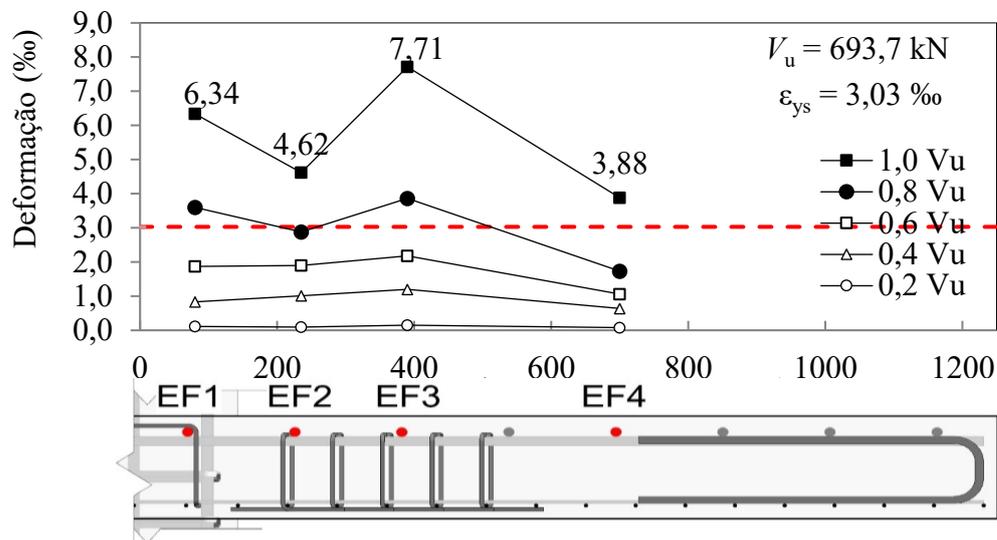


Figura 4.29 - Deformações nas armaduras de flexão da laje CFA

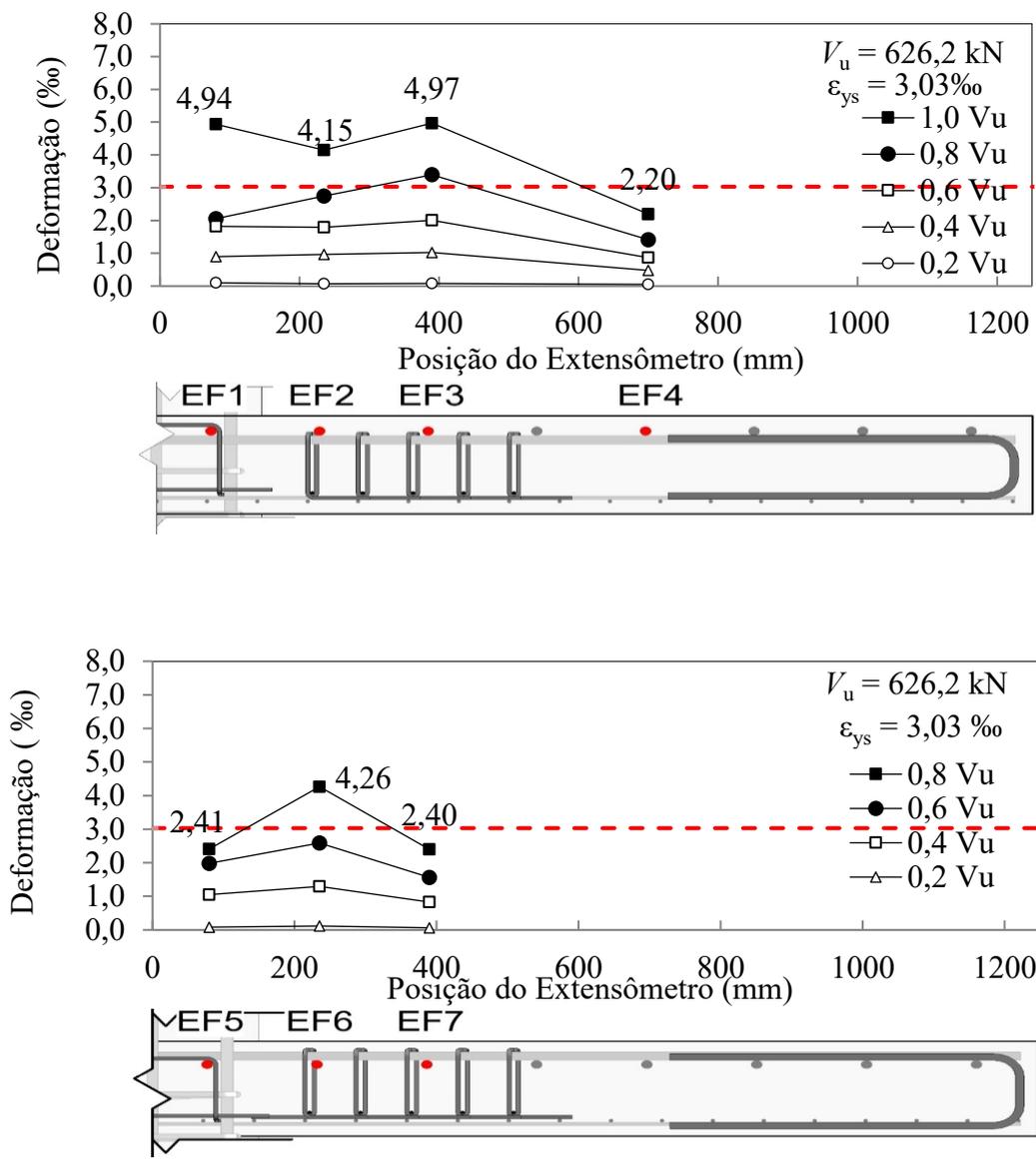


Figura 4.30- Deformações nas armaduras de flexão da laje CTA

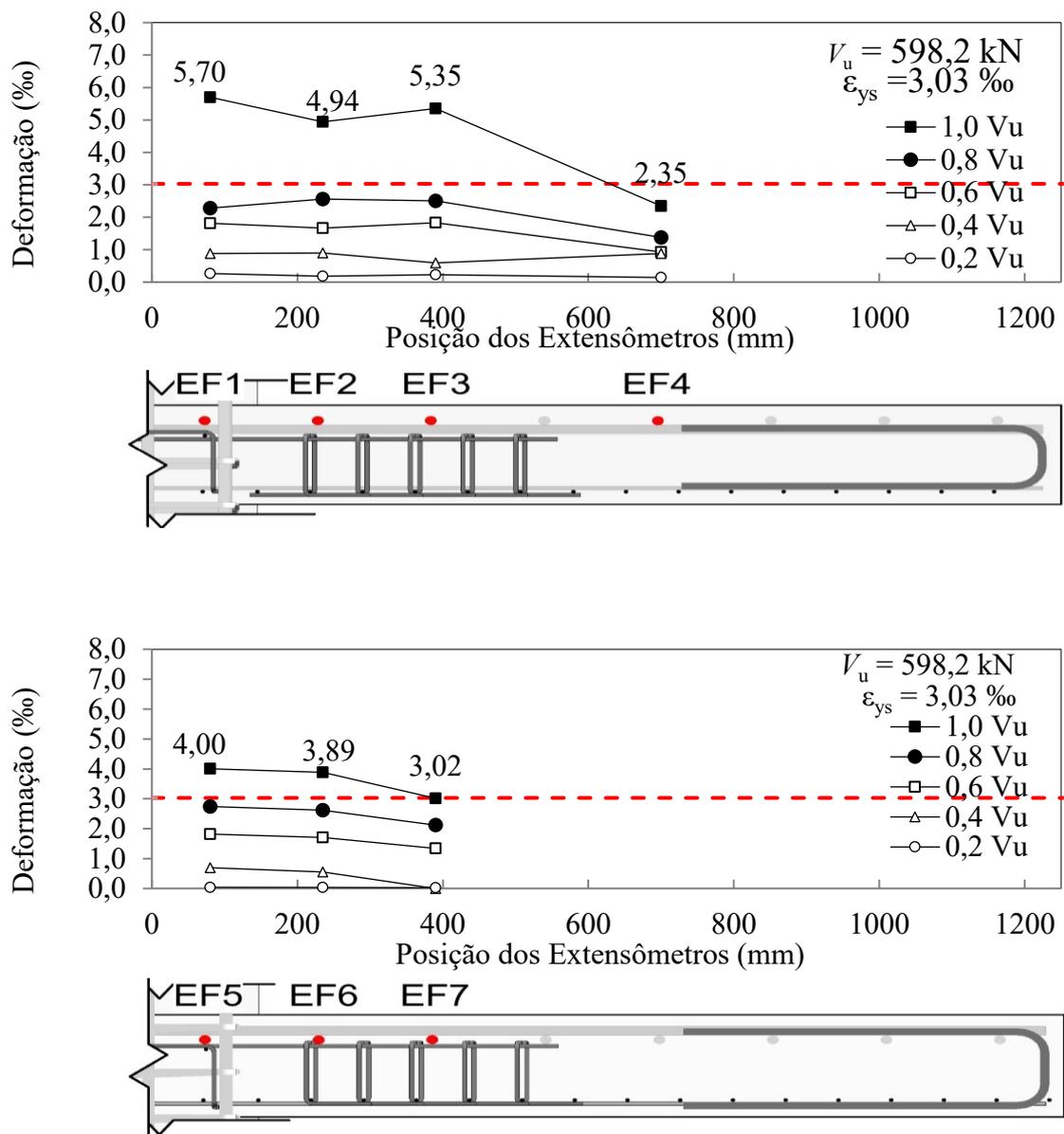


Figura 4.31 - Deformações nas armaduras de flexão da laje CCA

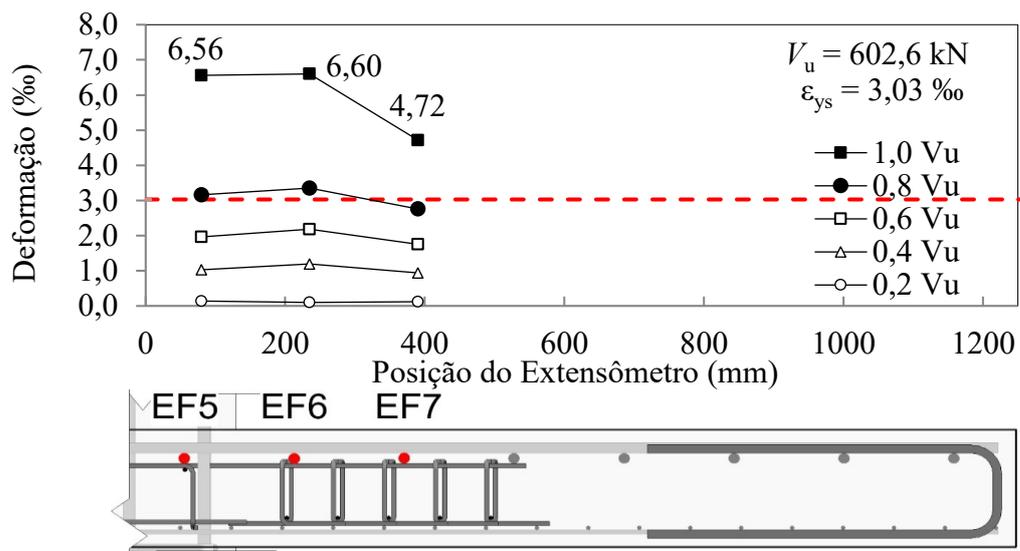
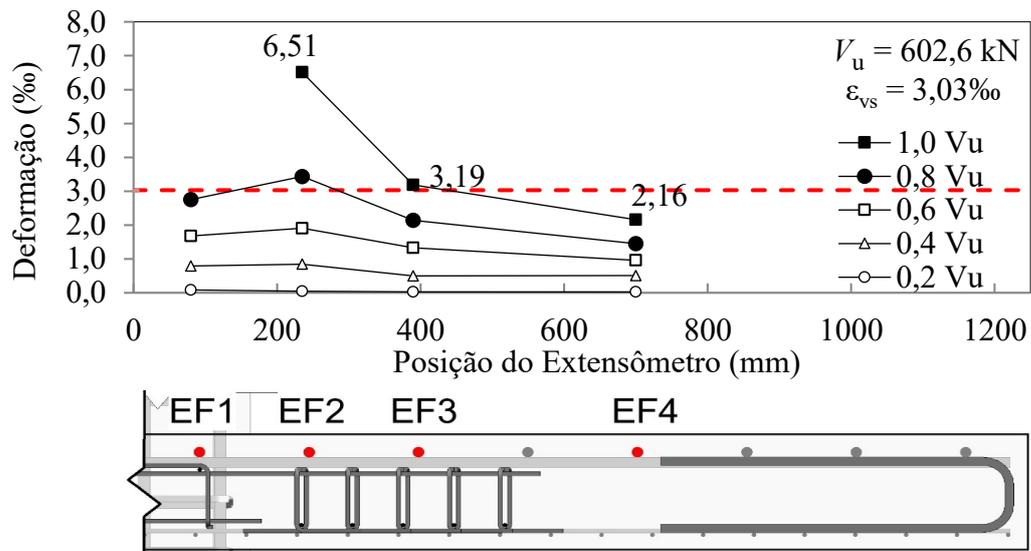


Figura 4.32 - Deformações nas armaduras de flexão da laje CNA

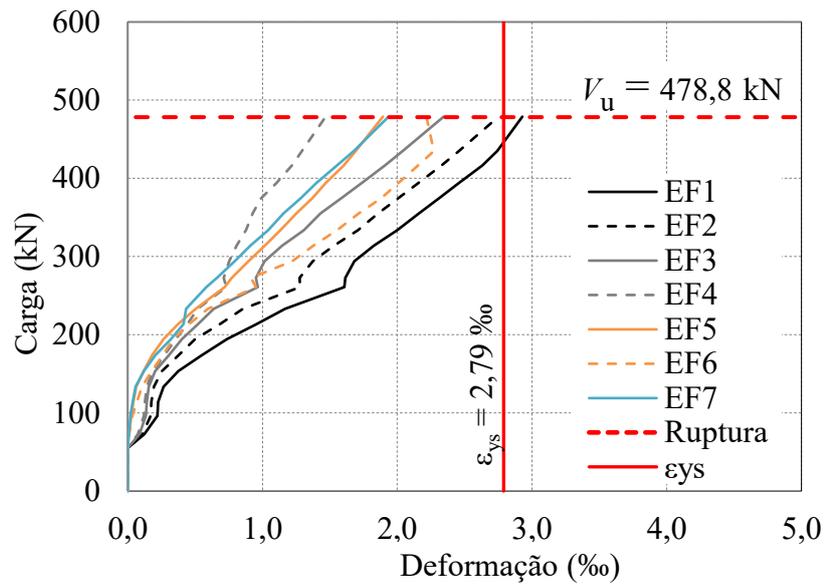


Figura 4.33 - Curvas carga versus deformação para a laje RSP

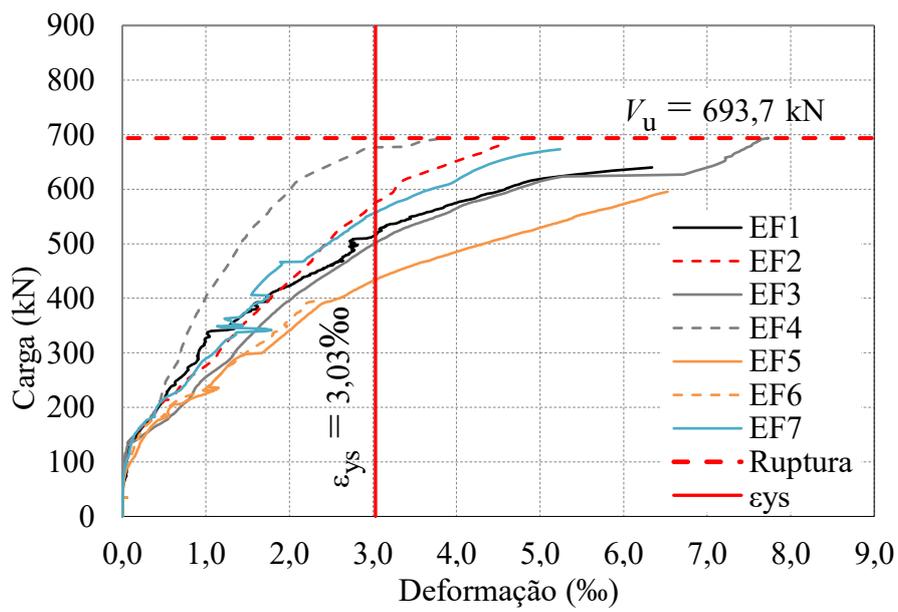


Figura 4.34 - Curvas carga versus deformação para a laje CFA

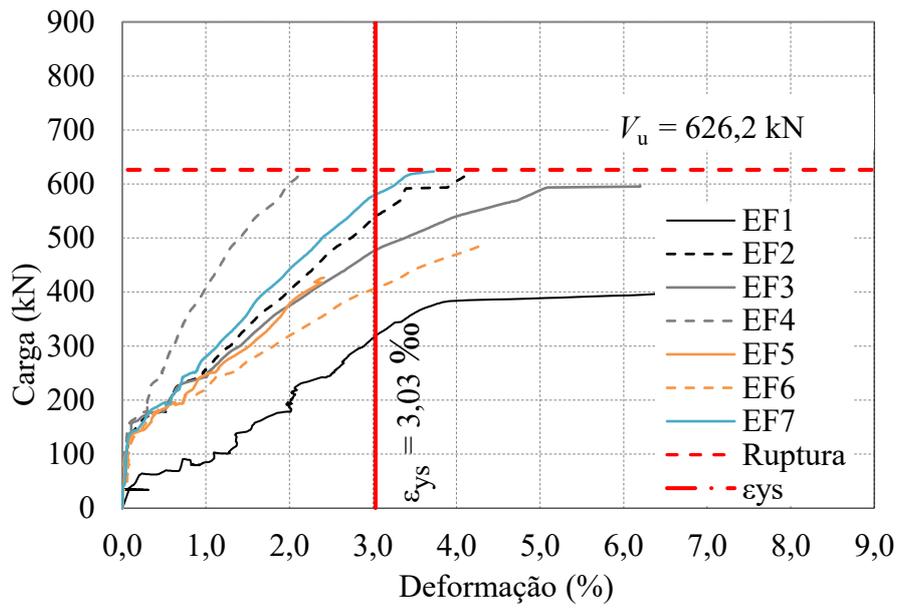


Figura 4.35 - Curvas carga versus deformação para a laje CTA

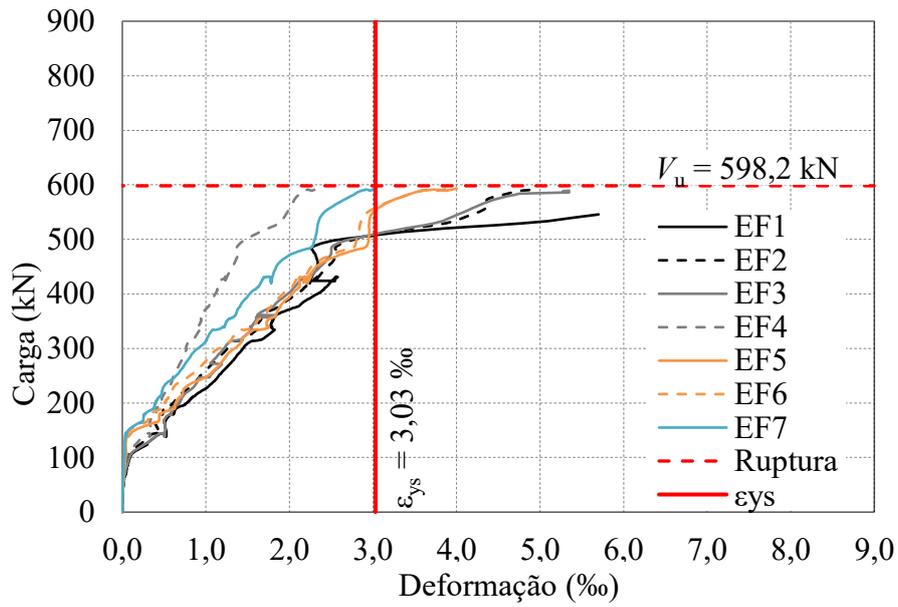


Figura 4.36 - Curvas carga versus deformação para a laje CCA

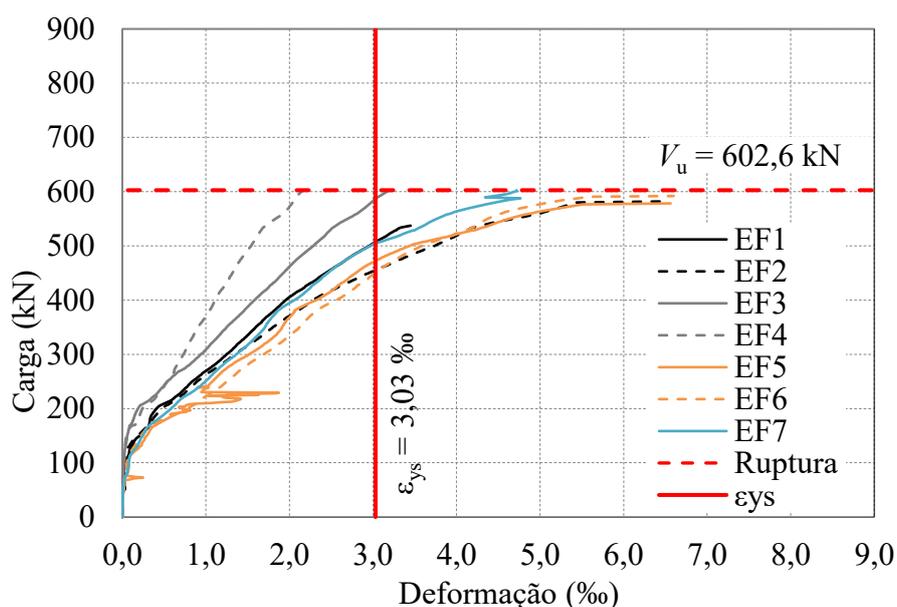


Figura 4.37 - Curvas carga versus deformação para a laje CNA

Ao se analisar os gráficos das Figura 4.28 até a Figura 4.37, nota-se que em todas as lajes houve escoamento de pelo menos duas barras da armadura de flexão monitorada, e quanto mais próximo a face do pilar, maiores foram as deformações. Além disso, à medida em que se afastavam, tendiam a decrescer os valores.

Analisando a Tabela 4.4, percebe-se que a laje de referência foi a que apresentou menores níveis de deformação de armadura de flexão, sendo que duas barras escoaram e duas apresentaram deformações acima de 80% de  $\epsilon_{ys}$ . Por outro lado, as lajes com armadura de cisalhamento apresentaram elevado nível de solicitação à flexão, sendo notável que os estribos abertos, independente da variação da ancoragem, se mostraram eficientes no combate à punção.

Na laje CFA, seis extensômetros atingiram deformação superior à deformação de escoamento, e o extensômetro EF6 parou de funcionar antes da ruptura ( $0,6 \cdot V_u$ ) quando atingiu 2,35‰ de deformação (77% de  $\epsilon_{ys}$ ) e provavelmente atingiria o escoamento na ruptura, o que corrobora para que essa laje tenha uma ruptura mista entre punção e flexão.

Na laje CTA, cinco barras instrumentadas escoaram, o extensômetro EF5 posicionado próximo ao pilar parou de funcionar em um nível de carga de  $0,68 \cdot V_u$  com deformação que corresponde à 79% de  $\epsilon_{ys}$  sugerindo um provável escoamento até atingir a ruptura.

Nas lajes CCA e CCA, seis barras apresentaram deformação acima do limite de escoamento.

Tabela 4.9 - Deformação máxima aferida pelos extensômetros (‰)

Laje	Deformação (‰)						
	EF1	EF5	EF2	EF6	EF3	EF7	EF4
	$0,55 \cdot d$		$1,64 \cdot d$		$2,65 \cdot d$		$4,84 \cdot d$
RSP	2,93	1,89	2,75	2,22	2,34	1,94	1,47
CFA	6,34	6,53	4,62	2,35*	5,27	5,24	3,88
CTA	4,94	2,41**	4,15	4,26	4,97	3,73	2,20
CCA	5,70	4,00	4,94	3,89	5,35	3,02	2,35
CNA	3,45***	6,56	6,51	6,60	3,19	4,72	2,16
* representa deformação superior 77% de $\epsilon_{ys}$ e carga correspondente à $0,6 \cdot V_u$ ; ** 79% de $\epsilon_{ys}$ e $0,68 \cdot V_u$ ; *** $> \epsilon_{ys}$ e $0,89 \cdot V_u$							

Dentre as lajes ensaiadas, a laje CFA registrou os maiores níveis de solicitação das armaduras de flexão com todas as barras localizadas na faixa  $4,84 \cdot d$  do eixo da laje, atingindo a tensão de escoamento. Acrescenta-se, ainda, que essa laje apresentou a maior carga de ruptura e deslocamentos verticais, ressaltando a importância de uma ancoragem como preconiza os códigos normativos.

#### 4.6. DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

Com o intuito de analisar a eficiência dos estribos utilizados nas Figura 4.38 à Figura 4.41, são apresentadas as deformações monitoradas nas sete camadas da armadura de cisalhamento de cada laje, em função da posição do extensômetro na barra. As leituras de deformação são apresentadas em incrementos de 20% da carga de ruptura.

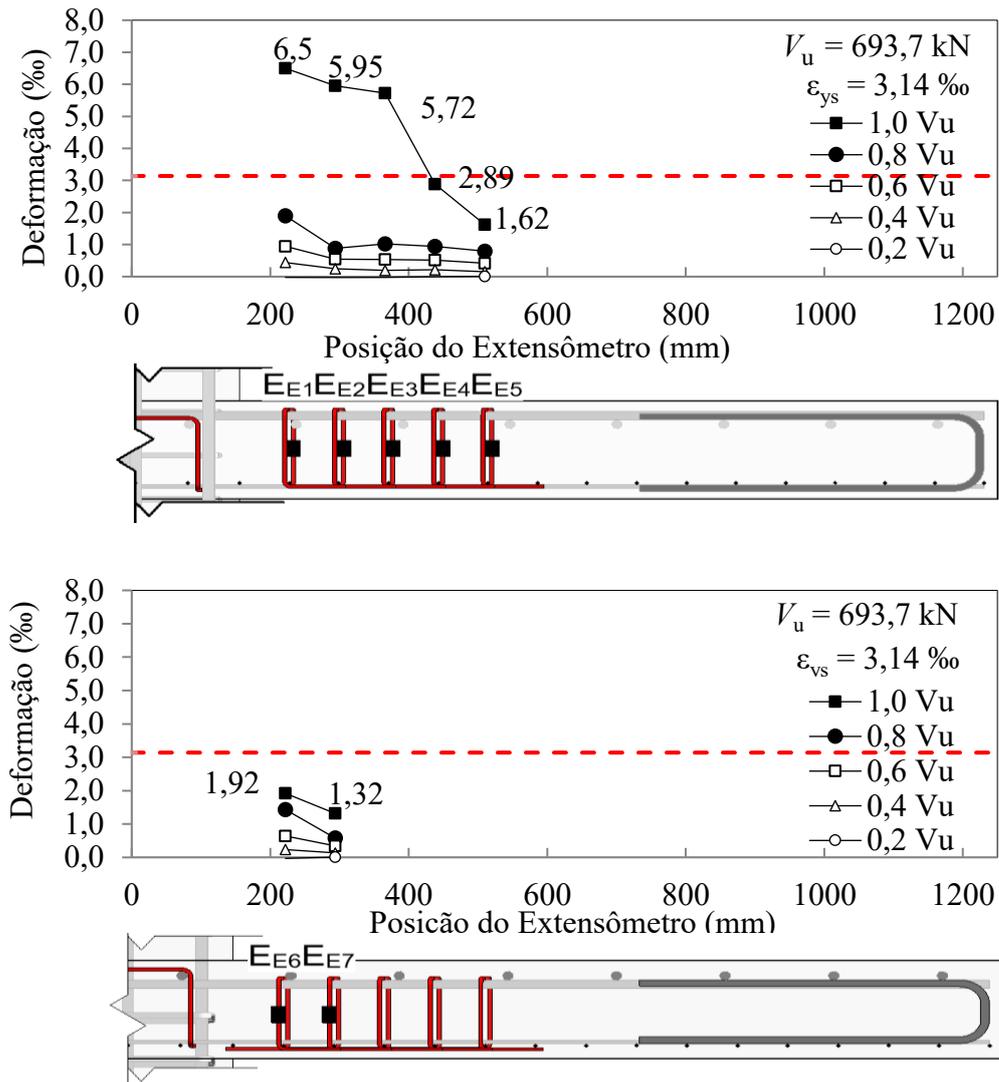


Figura 4.38 - Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje CFA

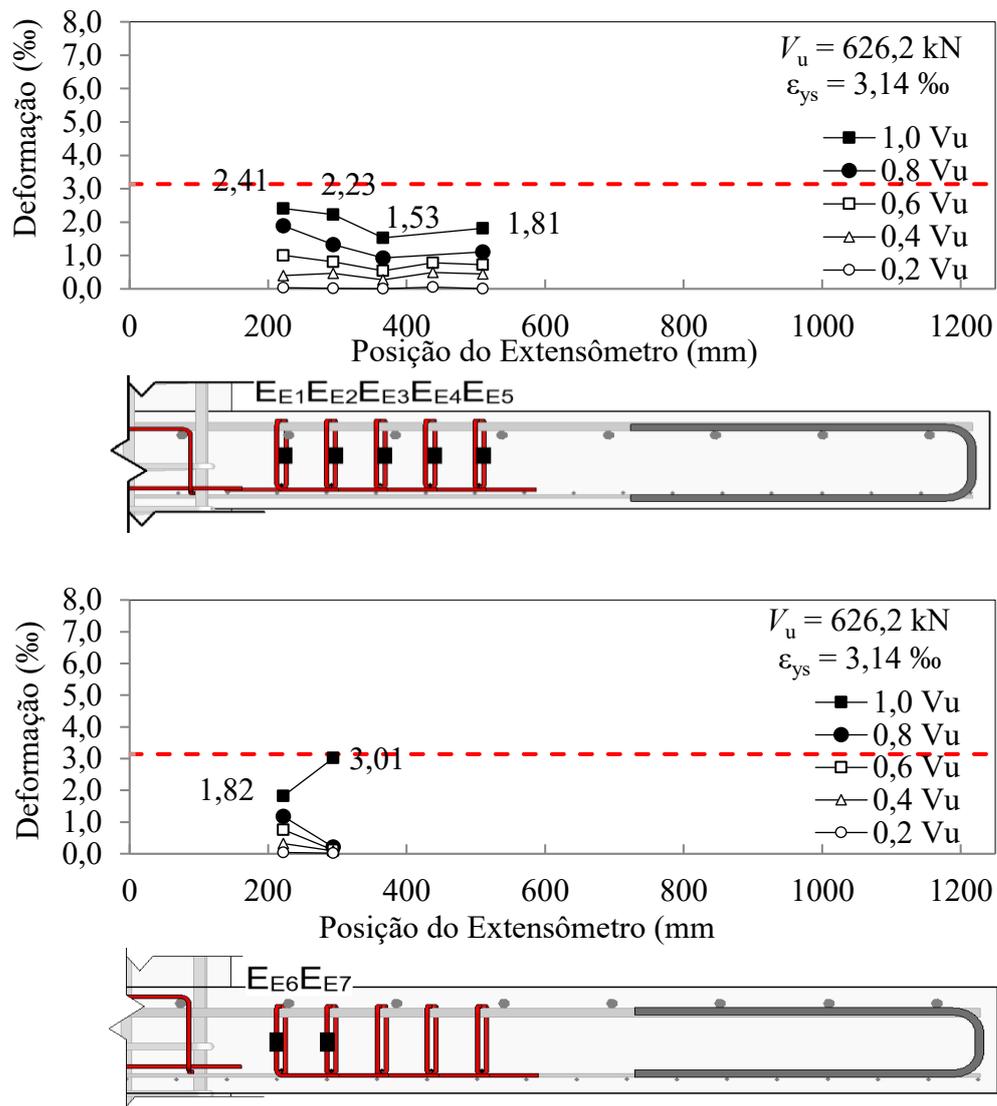


Figura 4.39 - Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje CTA

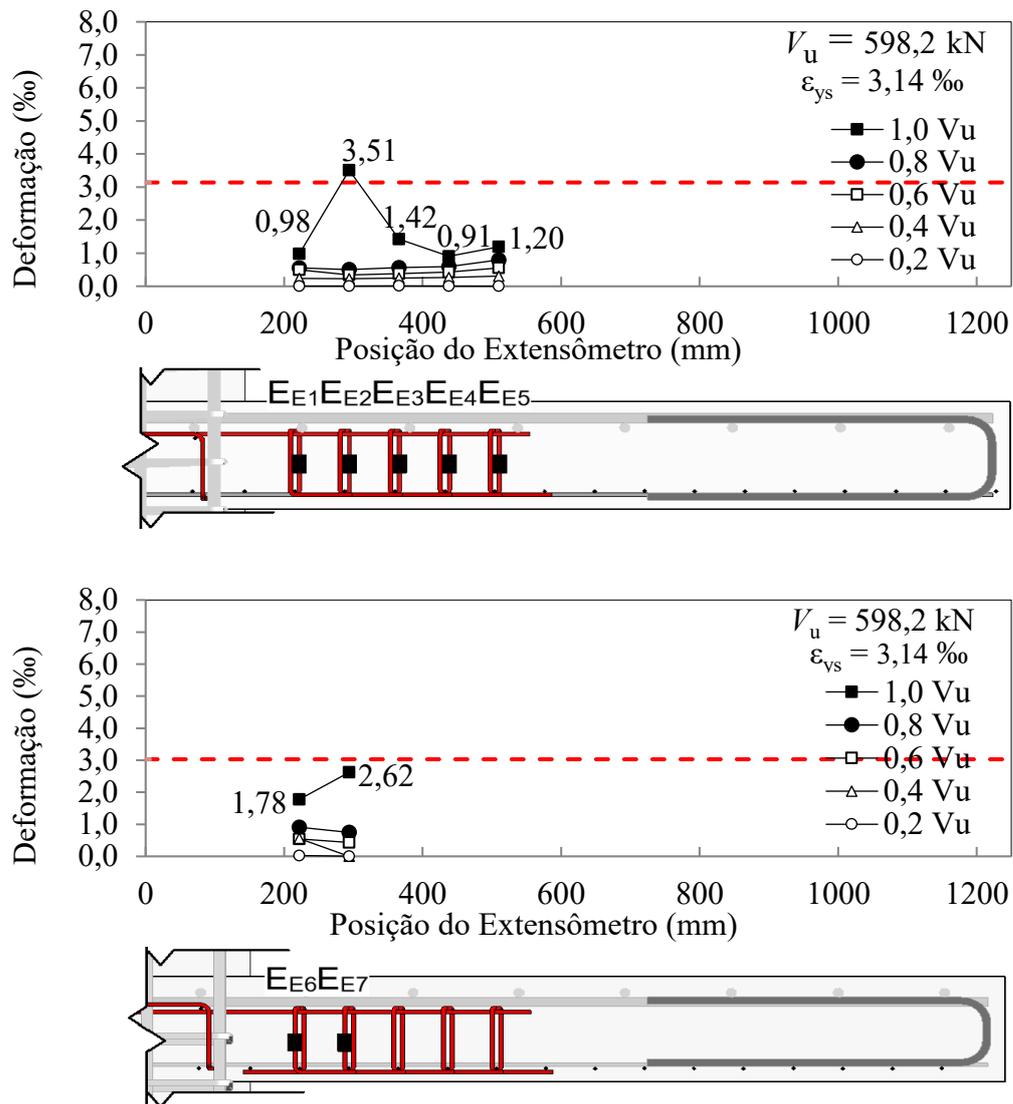


Figura 4.40 - Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje CCA

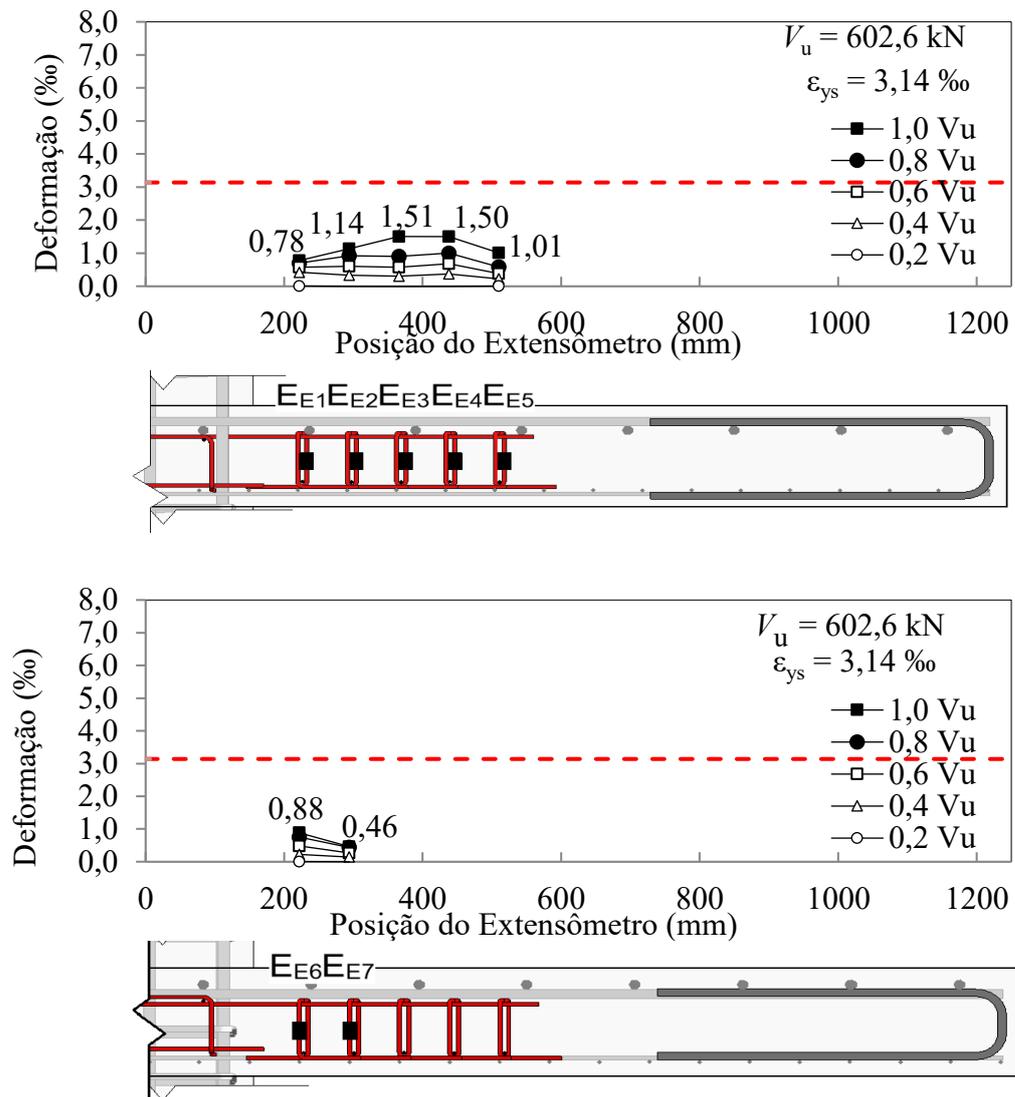


Figura 4.41 - Deformações nas armaduras de cisalhamento da laje CNA

Da Figura 4.42 à Figura 4.45 são apresentadas as curvas de carga *versus* deformação de cada armadura instrumentada.

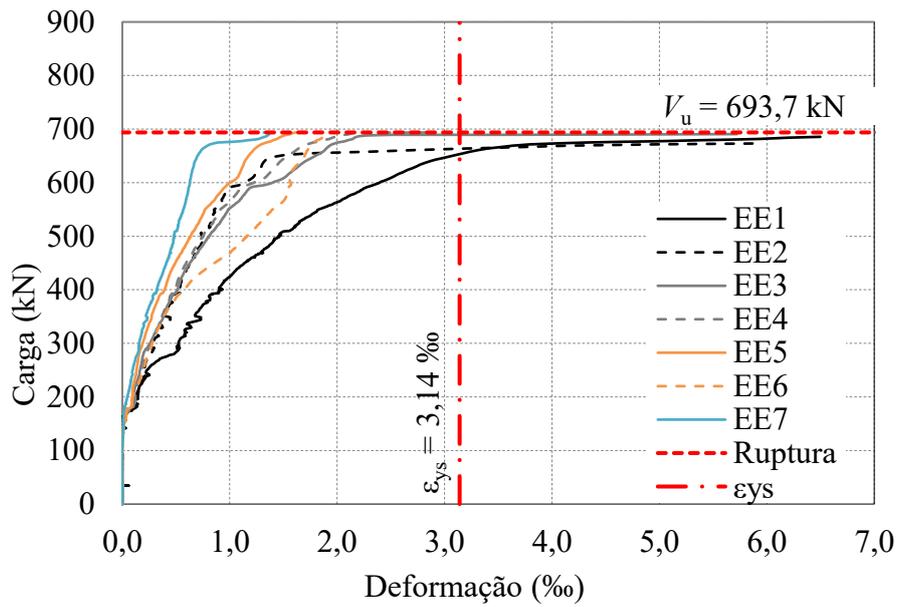


Figura 4.42 - Curvas de carga versus deformação da armadura de cisalhamento da laje CFA

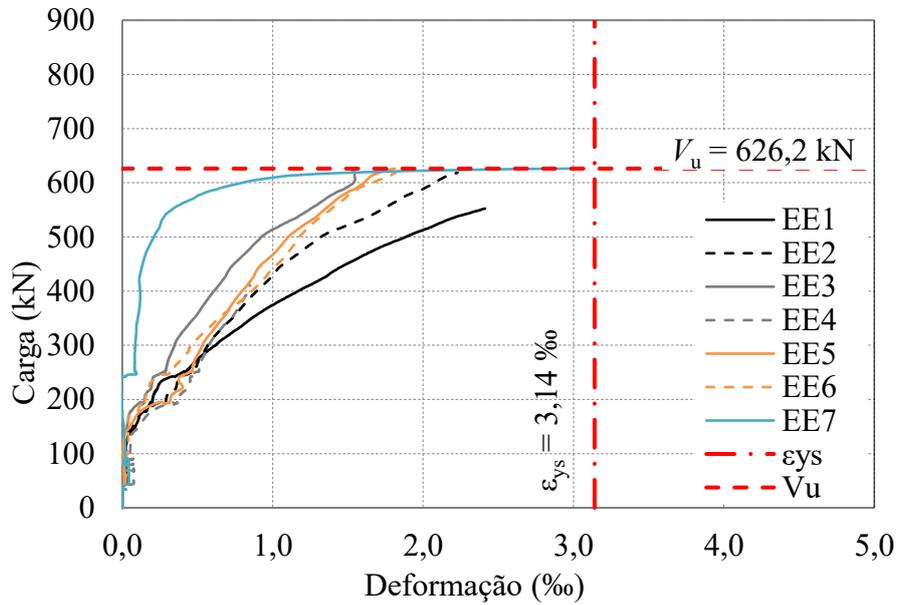


Figura 4.43 - Curvas de carga versus deformação da armadura de cisalhamento da laje CTA

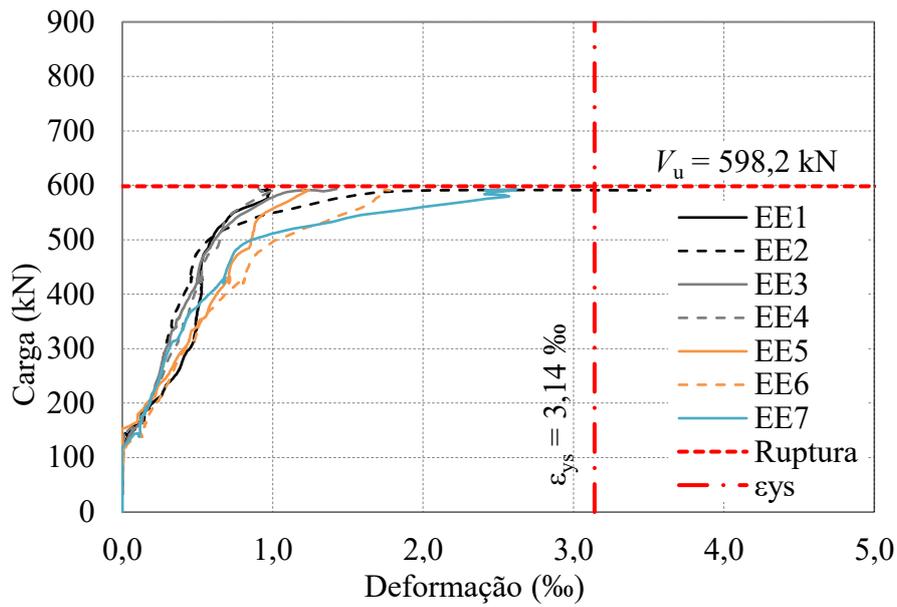


Figura 4.44 - Curvas de carga versus deformação da armadura de cisalhamento da laje CCA

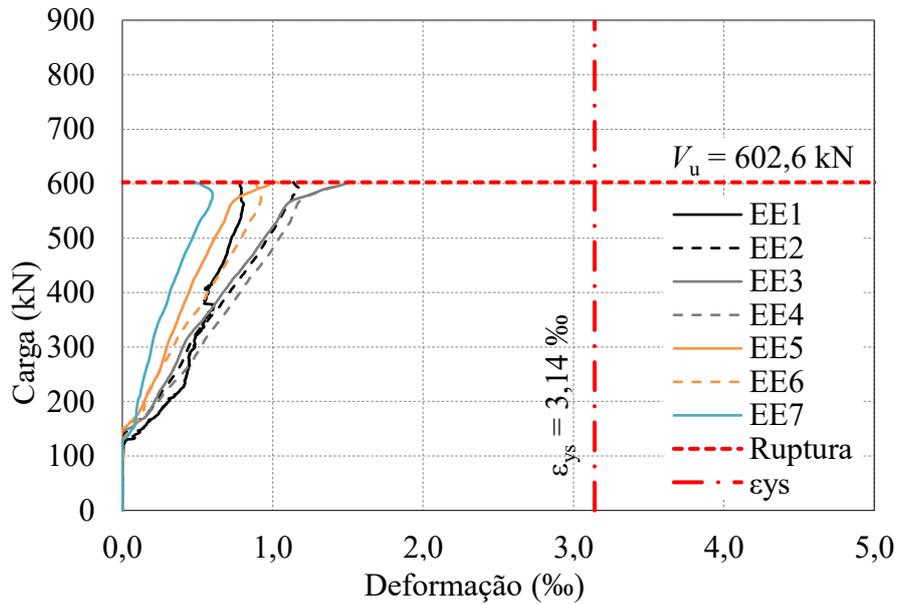


Figura 4.45 - Curvas de carga versus deformação da armadura de cisalhamento da laje CNA

Analisando as deformações da laje CFA, e a ancoragem total da armadura de cisalhamento, nota-se que os estribos começaram a ser solicitados para carga em torno 160 kN ( $0,23 \cdot V_u$ ). A direção norte foi a mais solicitada, na qual três dos cinco

extensômetros ultrapassaram a deformação de escoamento do aço que às constituía, com deformação máxima de 6,5 %.

Na laje CTA, ancoragem da armadura de cisalhamento na armadura de flexão negativa, os estribos foram efetivamente ativados para um nível de carga em torno de 100 kN ( $0,16 \cdot V_u$ ). As duas primeiras camadas da armadura de cisalhamento da direção Norte foram as mais solicitadas, apresentando deformações superiores a 2,0‰ nos extensômetros EE1 e EE2. Contudo, as leituras dos extensômetros ficaram abaixo da deformação de escoamento do aço.

Para a laje CCA, ancoragem da armadura de cisalhamento na armadura de flexão positiva, os estribos começaram a ser ativados para uma carga de 100 kN ( $0,17 \cdot V_u$ ). Os estribos da segunda camada das direções monitoradas apresentaram alta solicitação, e o EE2 atingiu a deformação de escoamento do aço e o EE7 deformação de 2,62‰ ( $0,83 \cdot \epsilon_{ys}$ ).

Avaliando as leituras da laje CNA, sem ancoragem na armadura de flexão, os estribos foram pouco acionados. Sua solicitação se iniciou para cargas em torno de 120 kN ( $0,20 \cdot V_u$ ). Com exceção dos estribos posicionados na terceira e quarta camada, os demais apresentaram deformações inferiores a 1,5‰. É importante enfatizar que esse comportamento se deve a ancoragem deficiente das armaduras de cisalhamento.

A Tabela 4.10 relaciona as deformações aferidas pelos extensômetros com a deformação de escoamento do aço dos estribos. Comparando a máxima deformação da armadura de cisalhamento em cada laje, fica evidente que os estribos da laje CFA, com ancoragem completa, apresentaram melhor desempenho em relação às demais lajes em que houve variação de ancoragem da armadura de cisalhamento. Além dos estribos das três primeiras camadas terem escoado, o estribo da quarta camada apresentou elevada solicitação, cerca de 92% da deformação de escoamento. Quanto a laje CTA, observa-se uma perda de rendimento dos estribos comparado a laje CFA. Apesar disso, as duas primeiras camadas de ambas as direções monitoradas apresentaram entre 58% a 96% da deformação de escoamento. As lajes CCA e CNA apresentam baixa ativação dos estribos, mas com um destaque para a segunda camada da armadura de cisalhamento na laje CCA que escoou no instante da ruptura. É interessante destacar que esses resultados indicam um aumento na eficiência dos estribos à medida que se melhora as condições de ancoragem em relação as armaduras de flexão.

Tabela 4.10 – Deformação das armaduras de cisalhamento

Laje	EE1		EE2		EE3		EE4		EE5		EE6		EE7	
	$\epsilon_s$	$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ys}}$												
CFA	6,5	-	6,0	-	5,7	-	2,9	0,92	1,6	0,52	1,9	0,61	1,3	0,42
CTA	2,4	0,77	2,2	0,71	1,5	0,49	0,8	0,27	1,8	0,56	1,8	0,58	3,0	0,96
CCA	1,0	0,31	3,5	-	1,4	0,45	0,9	0,29	1,2	0,38	1,8	0,57	2,6	0,83
CNA	0,8	0,25	1,1	0,36	1,5	0,48	1,5	0,49	1,0	0,33	0,9	0,28	0,5	0,16

A Tabela 4.11 mostra a máxima tensão que os estribos foram submetidos no instante da ruptura. A tensão máxima foi obtida pelo produto da deformação máxima pelo módulo de elasticidade do aço dos estribos igual a 190,9 GPa. As tensões nos estribos na laje CNA ficaram bem abaixo das limitações normativas para a tensão de escoamento efetiva característica da armadura de cisalhamento ( $f_{yw,ef}$ ).

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, para lajes de espessura igual a 180 mm, a limitação da  $f_{yw,ef}$  é de 320 MPa; já o EUROCODE 2:2004, para lajes com altura útil de 144 mm a limitação é de 330 MPa; e pelo o ACI 318:2019, em 420 MPa.

Tabela 4.11 – Deformação (%) e tensão (MPa) máxima das armaduras de cisalhamento

Laje	EE 1		EE 2		EE 3		EE 4		EE 5		EE 6		EE 7	
	$\epsilon$	$\sigma$	$\epsilon$	$\sigma$	$\epsilon$	$\sigma$	$\epsilon$	$\sigma$	$\epsilon$	$\sigma$	$\epsilon$	$\sigma$	$\epsilon$	$\sigma$
CFA	6,5	>> $\sigma_{ys}$	6,0	>> $\sigma_{ys}$	5,7	>> $\sigma_{ys}$	2,9	551	1,6	309	1,9	366	1,3	252
CTA	2,4	460	2,2	425	1,5	292	0,8	160	1,8	336	1,8	347	3,0	574,6
CCA	1,0	187	3,5	> $\sigma_{ys}$	1,4	271	0,9	173	1,2	229	1,8	339	2,6	500
CNA	0,8	147	1,1	217	1,5	288	1,5	292	1,0	198	0,9	166	0,5	93

**Nota:** >> $\sigma_{ys}$  representa tensão muito maior que a de escoamento.

#### **4.7. MAPAS DE FISSURAÇÃO**

Durante os ensaios, o mapa de fissuração das lajes foi feito com o acompanhamento contínuo da face tracionada à medida que o carregamento aumentava. Eram marcados desde a abertura das fissuras até o ponto final, bem como o carregamento em que surgia rapidamente. Devido à simetria dos modelos estudados, esse processo foi realizado somente na metade das lajes, semiplano leste. Finalizado o ensaio, terminou-se de marcar fissuras em todo o plano da laje.

Da Figura 4.48 à Figura 4.58 apresenta-se uma esquematização gráfica e um registro fotográfico do mapeamento de fissuras. Na esquematização gráfica foram destacadas as armaduras de cisalhamento.

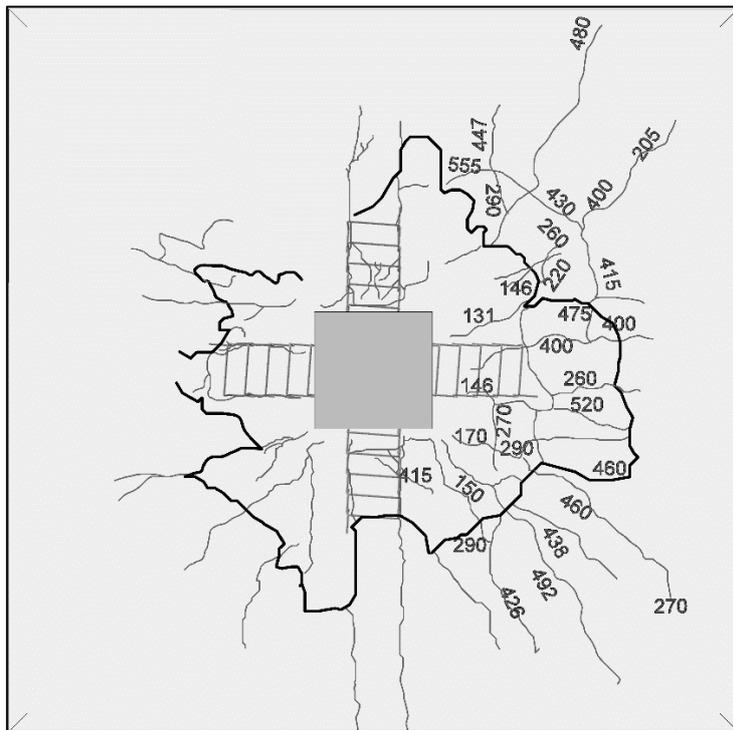
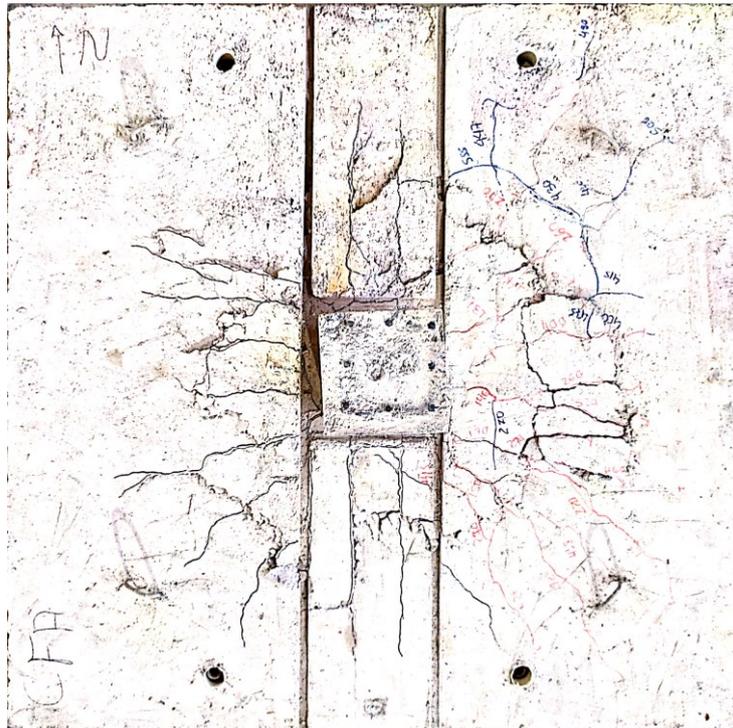


Figura 4.46 – Mapa de fissuração da laje CFA

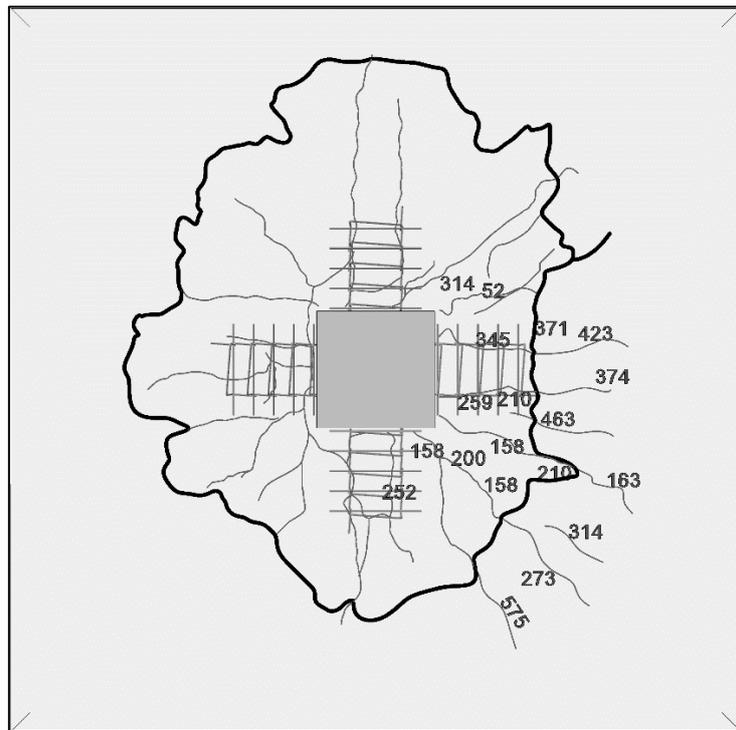
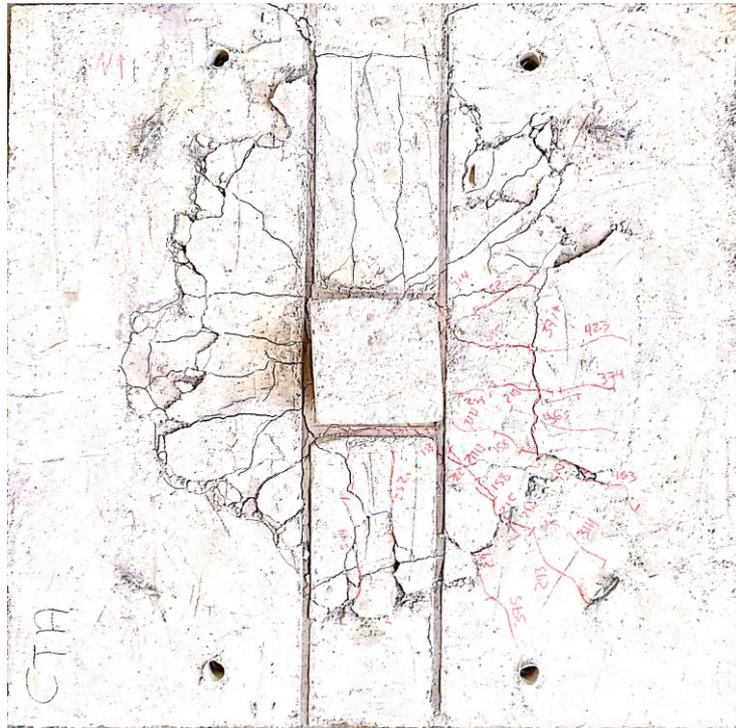


Figura 4.47 – Mapa de fissuração da laje CTA

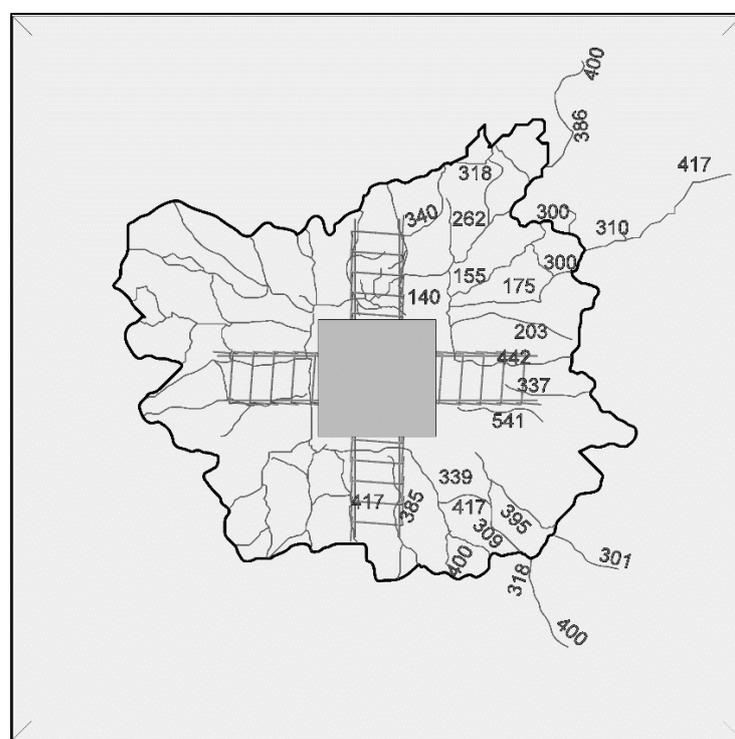
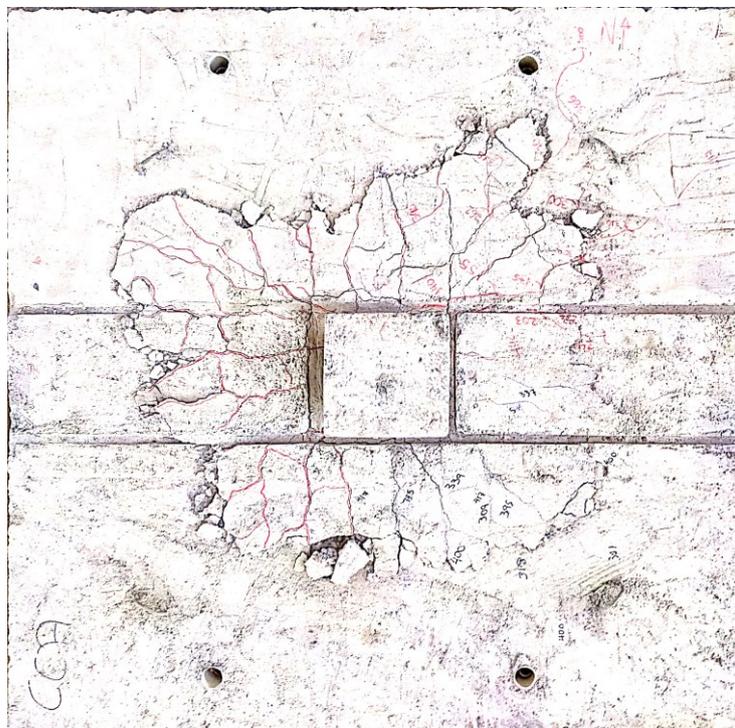


Figura 4.48 – Mapa de fissuração da laje CCA

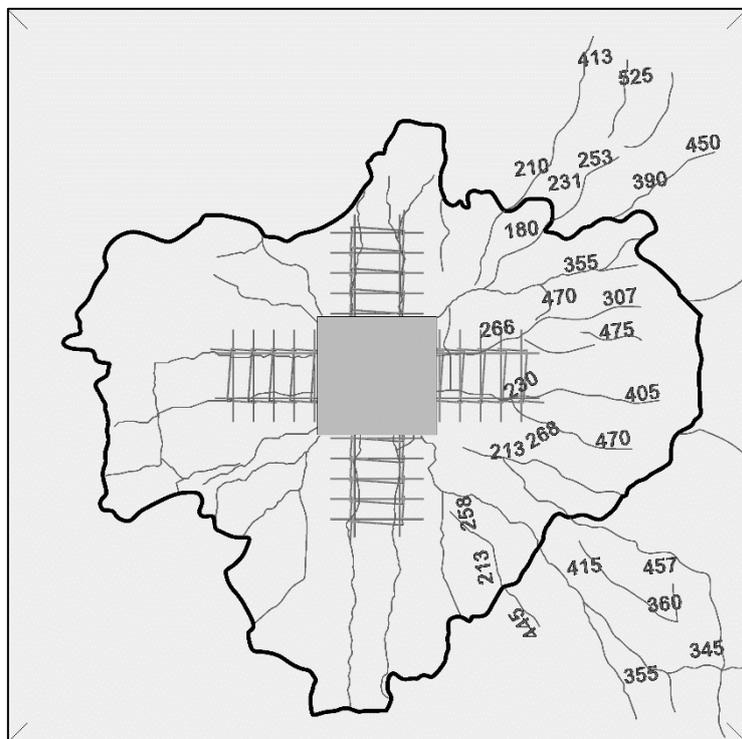


Figura 4.49 – Mapa de fissuração da laje CNA

No geral, observou-se um padrão similar de fissuração, independente da variação da ancoragem. As primeiras fissuras que surgiram eram radiais ao pilar e cresciam no sentido para a borda da laje, com o aumento das cargas. Em níveis mais elevados da aplicação de carga, apareciam as fissuras tangenciais.

Na laje RSP, sem armadura de cisalhamento, as primeiras fissuras radiais começaram a surgir em um nível de carga de 140 kN, que corresponde a 29% da carga de ruptura. Nas lajes com armadura de cisalhamento, a fissuração teve início com cargas entre 131 kN e 180 kN, 18% a 28% em relação a carga de ruptura. Já as fissuras circunferências começaram a aparecer entre 56% e 68%. Na laje CNA, o processo de fissuração tangencial se iniciou próximo a ruptura, e devido a isso não foi possível fazer o registro exato da carga. A Tabela 4.12 apresenta as cargas em que ocorreram as primeiras fissuras radiais e tangenciais.

Tabela 4.12 – Cargas de aberturas das primeiras fissuras

Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Ancoragem	$V_u$ (kN)	1ª Fissura Radial		1ª Fissura Tangencial	
						$V$ (kN)	$V_u$ (%)	$V$ (kN)	$V_u$ (%)
RSP	29,9	148,0	0,916	-	478,8	140,0	29%	288,0	60%
CFA	37,5	144,6	0,953	Completa	693,7	131,0	19%	475,0	68%
CTA		143,3	0,968	Tração	625,5	158,0	25%	371,0	59%
CCA		144,4	0,955	Compressão	598,2	140,0	23%	334,0	56%
CNA		141,0	0,995	Sem ancoragem	602,6	180,0	28%	-	-

#### 4.8. SUPERFÍCIE DE RUPTURA

Com objetivo de identificar a posição e inclinação da superfície de ruptura, foram feitos cortes nas lajes. Foi definido o quadrante noroeste para que coincidissem as armaduras de cisalhamento instrumentadas. A Figura 4.50 mostra a direção dos cortes.

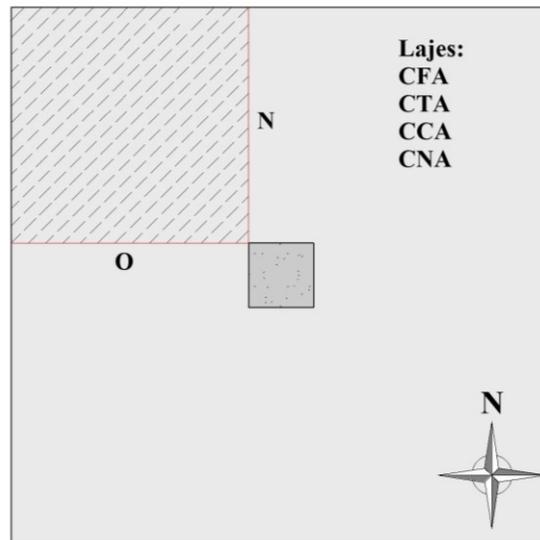


Figura 4.50 - Plano de Corte das Lajes

O procedimento de corte das peças foi realizado pela empresa LOCSAT - Máquinas e Equipamentos. Nas Figura 4.51 à Figura 4.54 estão ilustradas as fotografias e a representação gráfica dos cortes. Com a realização dos cortes é possível identificar fissuras que levaram às maiores solicitações nas armaduras de cisalhamento, assim como avaliar se houve a formação do tronco de cone na ruptura das lajes, a inclinação do cone e se a ruptura ocorreu dentro ou fora da região da armadura de cisalhamento.

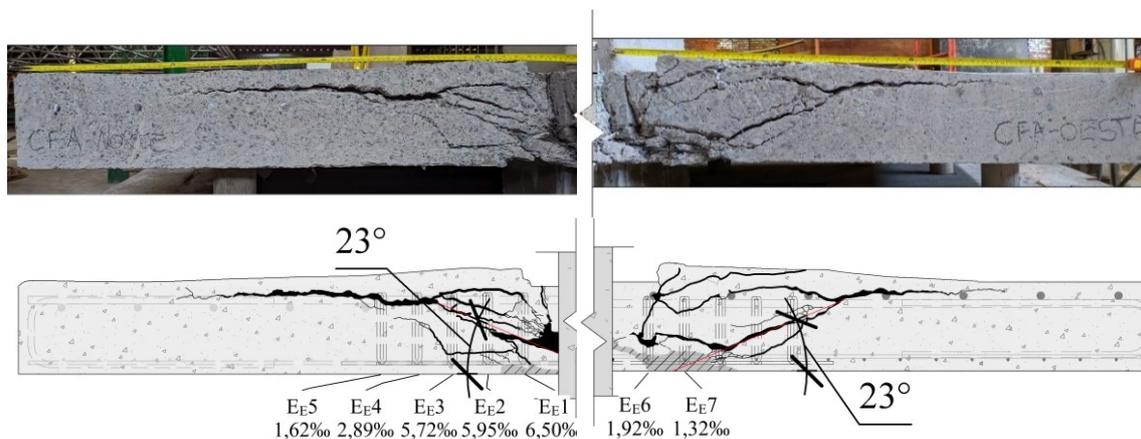


Figura 4.51 – Superfície de ruptura da laje CFA

A partir dos cortes, é possível perceber que até a terceira camada de estribos na direção norte, um conjunto de diversas fissuras inclinadas os interceptam, evidenciando as maiores deformações, superando até a deformação de escoamento do aço. A partir da quarta camada a fissura crítica tende a contornar os estribos, interceptando-os próximo à conexão com a armadura de flexão, por consequência as deformações se apresentam menores nas duas últimas camadas de estribo.

Já na direção Oeste, houve maior dispersão das fissuras, com algumas contornando os estribos por cima e uma fissura crítica horizontal até a terceira camada, posteriormente inclinada, interceptando as duas últimas camadas. Este padrão de fissuras corrobora com a direção Norte ter apresentado os estribos com maiores deformações, onde houve uma transferência efetiva dos esforços entre os banzos comprimido e tracionado da laje.

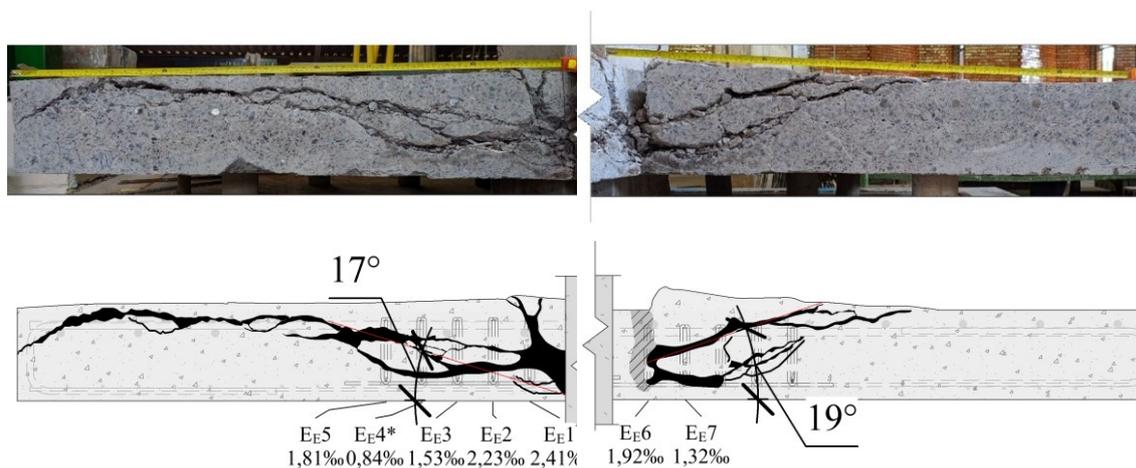


Figura 4.52 – Superfície de ruptura da laje CTA

Na laje CTA, o corte na direção Norte apresenta fissura crítica diagonal, cortando todos os estribos até a armadura de flexão, de onde continua até atingir a borda da laje. Apesar de nenhum extensômetro ter atingido a deformação de escoamento, destaca-se que as duas primeiras camadas apresentaram estribos onde foram atingidos 78‰ e 71‰ da deformação de escoamento respectivamente. Enquanto, na direção Oeste, observa-se menores deformações nos estribos das duas primeiras camadas, com deformações de 61‰ e 42‰ da deformação de escoamento.

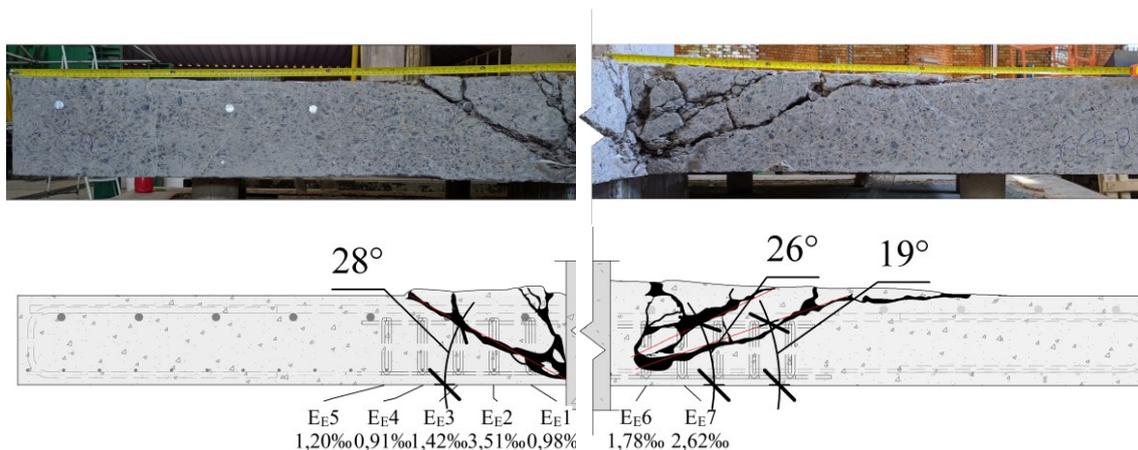


Figura 4.53 – Superfície de ruptura da laje CCA

Na direção Norte da laje CCA, a superfície de ruptura se iniciou na face comprimida e se estendeu diretamente até a face superior, com inclinação mais acentuada que a fissura crítica das lajes anteriores. A fissura crítica cortou exatamente no meio a segunda camada de estribo, que apresentou deformação superior à do escoamento do aço no momento da ruptura.

Já para a direção Oeste, observa-se a formação de duas fissuras que partem da região comprimida da laje até a superfície superior. A primeira intercepta duas camadas da armadura de cisalhamento, enquanto a segunda chega a interceptar quatro camadas. Em ambas as direções, houve uma solicitação mais acentuada dos estribos na segunda camada, apresentando deformações de 3,51‰ e 2,62‰, nas direções Norte e Oeste, respectivamente.

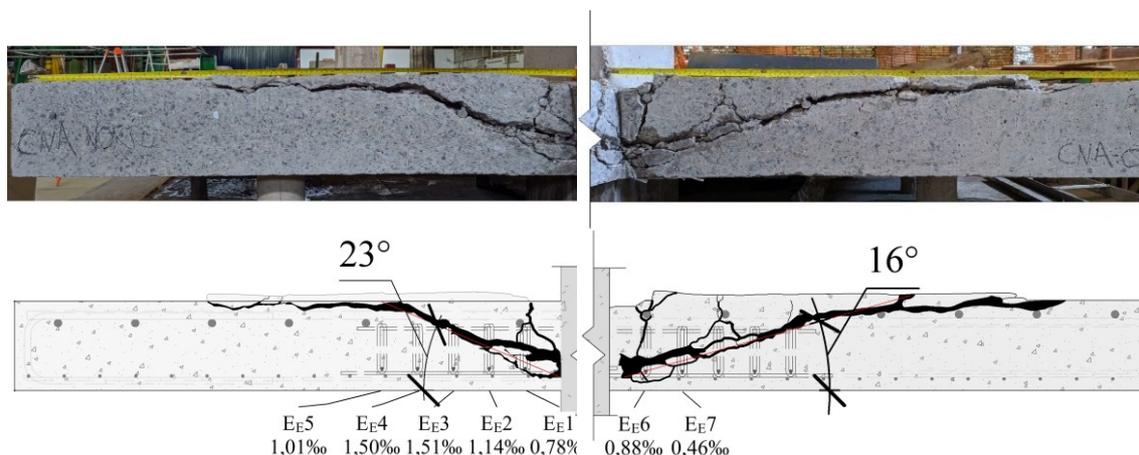


Figura 4.54 – Superfície de ruptura laje CNA

Para ambas as direções, a fissura crítica se iniciou na face inferior da laje até atingir a armadura de flexão superior, continuando ao longo do cobrimento. Na direção Norte, a fissura corta as três primeiras camadas de estribo, enquanto na direção Oeste, a fissura chega a interceptar a quarta camada. Já as deformações aferidas na ruptura apresentaram valores menores do que os registrados pelas demais lajes, sugerindo uma ancoragem menos eficaz por não envolver as barras de flexão superior e inferior da laje.

Tabela 4.13 – Inclinação da superfície de ruptura

Laje	$f_c$ (MPa)	Ancoragem	$V_u$ (kN)	Superfície de Ruptura	Inclinação (°)		Média (°)
					Norte	Oeste	
RSP	29,9	-	478,8	-			
CFA	37,5	Completa	693,7	Interna	23	23	23
CTA		Tração	625,5	Interna	17	19	18
CCA		Compressão	598,2	Interna	28	26	27
CNA		Sem ancoragem	602,6	Interna	23	16	19,5

#### 4.9. CLASSIFICAÇÃO DO MODO DE RUPTURA DAS LAJES

A partir de recomendações de pesquisadores como Oliveira (2003) e Ferreira (2010), definiu-se critérios, com base nos dados disponíveis, para classificar o modo de ruptura das lajes. Eles foram estabelecidos por meio dos seguintes resultados experimentais: cargas de ruptura, deformações das armaduras de flexão e do concreto, mapeamento das fissuras, superfície de ruptura dos modelos ensaiados e cargas de flexão teóricas.

É de consenso comum que as lajes lisas de concreto armado com ou sem armadura de cisalhamento podem romper por: punção, flexão e flexo-punção. A punção é um modo de ruptura que ocorre de forma brusca, ocasionado o “tronco de cone” ao redor do pilar, além do não escoamento nas armaduras de flexão e pequenas deformações na superfície do concreto. A ruptura por flexão é caracterizada pelo escoamento das armaduras de flexão e deformações na superfície comprimida da laje superiores à de esmagamento do concreto (a qual é definida pela ABNT NBR 6118 como 3,5‰ para concretos com resistência até 50 MPa), além do elevado grau de fissuração. O modo de flexo-punção pode ser definido, como um modo de ruptura intermediário, onde as lajes apresentam fissuras de flexão, rotações elevadas, deformações nas armaduras de flexão superiores à de escoamento do aço usado e cargas de ruptura próximas das cargas estimadas para a ruptura por flexão. O parâmetro fundamental para definir a ruptura como punção é a observação do cone de punção, por meio dos mapas de fissuras e superfície de ruptura.

Para que possa ser configurada a ruptura por punção, é necessário que seja verificada, por meio dos mapas de fissuração e dos cortes das lajes, a formação do tronco de cone de punção. Porém, a ruptura será classificada como flexo-punção caso tenham sido registrados deformações no concreto iguais ou superiores a 80% de  $\varepsilon_{cu}$  ( $\varepsilon_{c,máx} \geq 2,8\text{‰}$ ) e/ou o escoamento das barras de flexão tracionadas dentro de uma faixa com largura igual ou superior à 60% do raio de aplicação de carga, além de que deve ser verificado se  $0,7 \leq V_u/V_{flex} < 1,0$ . Já para o caso de ruptura por flexão, o esgotamento da capacidade resistente à flexão ocorre quando o raio da zona na qual as armaduras de flexão escoaram é igual ao raio do carregamento e não é verificada a presença do cone de punção.

A Figura 4.55 resume os critérios, sendo:  $r_q$  o raio de carregamento,  $r_{ys}$  o raio da região em que as barras de flexão atingiram a deformação de escoamento.

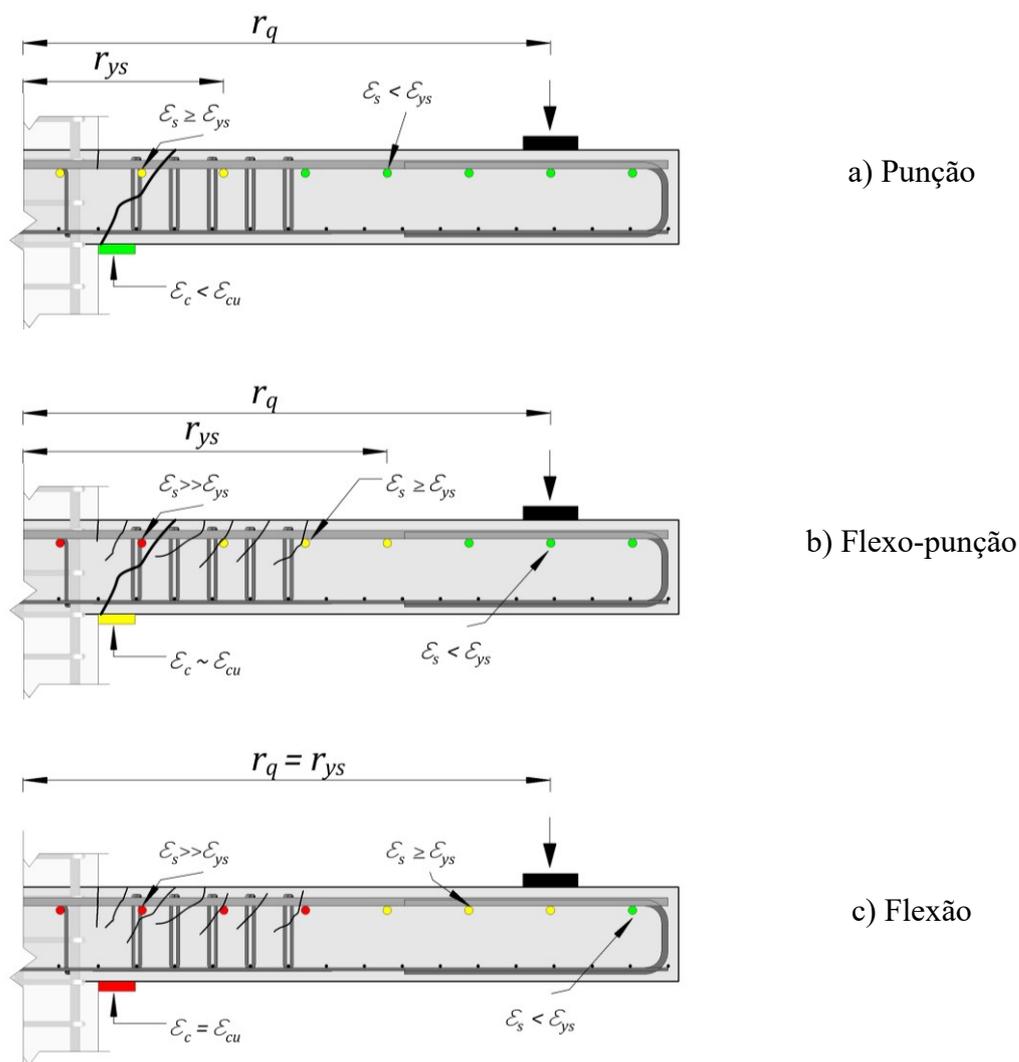


Figura 4.55 – Critérios para definição do modo de ruptura das lajes [adaptado de FERREIRA (2010)]

Na Tabela 4.14 é feita a comparação entre a carga última experimental e a previsão de carga de ruptura por flexão pelo método de Guandalini *et al.* (2009) e é apresentado o modo de ruptura de cada laje. Em todas as lajes foi observada a presença do cone de punção, característico da ruptura por punção. Dessa forma, desconsiderou-se uma ruptura por flexão. Analisando o comportamento à flexão, percebe-se que as lajes com armaduras de cisalhamento tiveram rupturas mais dúcteis que a laje de referência. Enquanto na laje de referência o  $r_{ys}$  foi  $0,21 \cdot r_q$ . Nas demais lajes, o raio da laje no qual a armadura de flexão atingiu a tensão de escoamento foi de  $0,34 \cdot r_q$  para as lajes CTA, CCA e CNA e de  $0,62 \cdot r_q$  para a CFA. Em relação às deformações na superfície do concreto, todas as lajes apresentaram níveis de deformação abaixo da deformação máxima no concreto. É

importante ainda citar o registro de deformação de tração na laje CFA no instante atingindo o valor de 1,89‰ na direção radial e nas demais lajes, apesar de não terem registros de deformações de trações, foi observado um alívio das deformações do concreto. Seguindo os critérios estabelecidos, todas as lajes romperam por punção com exceção da CFA que teve seu modo de ruptura classificado como flexo-punção.

Tabela 4.14 – Determinação do Modo de Ruptura

Laje	Cone de Punção	Comportamento à flexão		$V_u$ (kN)	$V_{flex}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{flex}}$	Superfície de Ruptura	Modo de Ruptura
		$\varepsilon_{c,máx}$ (‰)	$r_{ys}$					
RSP	Sim	-1,24	$0,21 \cdot r_q$	478,8	834,5	0,57	-	Punção
CFA	Sim	-0,95 / 1,89	$0,62 \cdot r_q$	693,7	871,1	0,80	Interna	Flexo-Punção
CTA	Sim	-1,83	$0,34 \cdot r_q$	625,5	862,6	0,73	Interna	Punção
CCA	Sim	-1,75	$0,34 \cdot r_q$	598,2	869,8	0,69	Interna	Punção
CNA	Sim	-1,49	$0,34 \cdot r_q$	602,6	847,7	0,71	Interna	Punção

## 5. AVALIAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS E DOS MODELOS TEÓRICOS

Neste capítulo, serão avaliadas as prescrições das normas ABNT NBR 6118:2014, ACI 318:2019, EUROCODE 2:2004 e *fib* Model Code 2010:2013 comparando as cargas estimadas teóricas de ruptura por punção, decorrentes de seus modelos de cálculo, com as experimentais. Dessa maneira, propõem-se apurar a possibilidade do uso desses modelos de cálculo na previsão da resistência à punção das lajes lisas com armadura de cisalhamento do tipo estribo aberto, e com variação da ancoragem da armadura de cisalhamento.

Inicialmente, serão apresentadas as características principais das lajes do banco de dados, e serão avaliadas as cargas de resistência à flexão pelo método das linhas de ruptura, seguindo a formulação de GUANDALINI *et al.* (2009). Em seguida, serão avaliadas as prescrições normativas. Por fim, será feita uma comparação dos resultados obtidos as prescrições de cálculo estudadas.

O banco de dados é composto pelos resultados experimentais de 18 lajes de pesquisas, com armaduras de cisalhamento tipo estribo e com variações na ancoragem. Fazem parte da base de dados, além das quatro lajes desta pesquisa, três de Souza (2018), quatro de Palhares (2018) e seis de Caldentey *et al.* (2013). As pesquisas de Palhares (2018) e Souza (2018) são bastante relevantes para fins de comparação, visto que apresentam as mesmas características geométricas, taxas de armaduras longitudinais de flexão, resistências do concreto similares a lajes da presente pesquisa.

Os resultados serão analisados pela relação  $V_u/V_{Norma}$ , que representa a razão a carga de ruptura experimental e a carga estimada pela norma. Também serão utilizadas medidas estatísticas como média e o coeficiente de variação para avaliações das prescrições normativas.

As principais características das lajes que compõem o banco de dados estão resumidas nas Tabela B.0.1, Tabela B.0.2, Tabela B.0.3 e Tabela B.0.4 presente no Apêndice B.

## 5.1. CÁLCULO DA CARGA DE RESISTÊNCIA À FLEXÃO DAS LAJE

Na Tabela 5.1, são apresentadas as cargas de ruptura por flexão teórica pelo método das linhas de ruptura proposto por Guandalini *et al.* (2009). Percebe-se que a relação carga última e a carga de flexão teórica variou entre 0,47 e 0,80 o que sugere que em nenhuma laje houve ruptura exclusivamente por flexão.

Tabela 5.1 - Carga de resistência à flexão das lajes

Autor	Laje	$x$ (mm)	$d$ (mm)	$\Sigma A_s \cdot f_y$ (kN)	$m_r$ (kN.m/m)	$r_q$ (mm)	$\theta$ (°)	$c$ (mm)	$B$ (mm)	$V_{flex}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{flex}}$
SIQUEIRA (2021)	RSP	31,3	147,9	712,1	96,4	1124	20,85	300	2500	834,5	478,8	0,57
	CFA	26,3	144,6	750,5	100,6	1124	20,85	300	2500	871,1	693,7	0,80
	CTA	26,3	143,3	750,5	99,6	1124	20,85	300	2500	862,6	625,5	0,73
	CCA	26,3	144,4	750,5	100,5	1124	20,85	300	2500	869,8	598,2	0,69
	CNA	26,3	141,0	750,5	97,9	1124	20,85	300	2500	847,7	602,6	0,71
SOUZA (2018)	FS-01	31,3	147,1	712,1	95,8	1124	20,85	300	2500	829,6	535,1	0,65
	FS-02	31,3	148,1	712,1	96,5	1124	20,85	300	2500	835,7	554,8	0,66
	FS-03	31,3	148,0	712,1	96,5	1124	20,85	300	2500	835,1	534,2	0,64
PALHARES (2018)	FS-08	34,4	145,8	798,0	105,4	1124	20,85	300	2500	912,1	607,8	0,67
	FS-09	34,4	148,0	798,0	107,1	1124	20,85	300	2500	927,3	662,1	0,71
	FS-10	34,4	147,1	798,0	106,4	1124	20,85	300	2500	921,1	614,1	0,67
	FS-11	34,4	147,6	798,0	106,8	1124	20,85	300	2500	924,5	604,6	0,65
CALDENTEY <i>et al.</i> (2013)	L3	42,8	200,0	1228,2	224,6	1250	21,00	450	2800	2143,1	1148,6	0,54
	L4	42,1	200,0	1228,2	225,0	1250	21,00	450	2800	2146,2	1252,6	0,58
	L5	42,2	200,0	1228,2	224,9	1250	21,00	450	2800	2145,7	1148,6	0,54
	L6	42,6	200,0	1228,2	224,7	1250	21,00	450	2800	2143,6	1202,6	0,56
	L7	42,4	200,0	1228,2	224,8	1250	21,00	450	2800	2144,7	1050,6	0,49
	L8	42,0	200,0	1228,2	225,0	1250	21,00	450	2800	2146,7	1002,6	0,47

## 5.2. CARGAS E MODOS DE RUPTURA À PUNÇÃO TEÓRICAS DAS LAJES ENSAIADAS

Nessa seção, as cargas e os modos de ruptura por punção foram estimados de acordo com as recomendações normativas e comparados com os resultados obtidos experimentalmente. Deve-se salientar que, para fins de cálculo, considerou-se as armaduras de cisalhamento estudadas como sendo estribos totalmente ancorados, sem levar em consideração alguma adaptação devido à variação da ancoragem. São feitas as seguintes verificações:

- compressão diagonal do concreto ( $V_{R,max}$ ),
- tração diagonal em lajes sem armadura de cisalhamento ( $V_{R,c}$ ),
- tração diagonal em lajes com armadura de cisalhamento ( $V_{R,cs}$ ),
- e região externa à armadura de cisalhamento ( $V_{R,out}$ ).

A carga resistente estimada e o modo de ruptura são definidos pela falha que ocorrer com a menor carga.

### 5.2.1. Cálculos pela ABNT NBR 6118:2014

A Tabela 5.2 apresenta as estimativas, considerando as recomendações da norma brasileira. Para as lajes as ensaiadas nessa pesquisa, as cargas estimadas de acordo com a prescrições da ABNT NBR 6118 (2014), com exceção laje CFA, mostraram-se superiores às cargas experimentais e, portanto, a contra a segurança. A norma superestimou a carga de ruptura em 11% para a laje RSP, e 12% para as lajes CCA e 9% para a laje CNA. Para a laje CFA, a ruptura ocorreu com uma carga de 2% superior à estimada. Quanto aos modos de rupturas em todas as lajes, os modos previstos foram iguais aos experimentais por esgotamento da resistência à tração diagonal do concreto e/ou aço da ligação laje-pilar na região interna as armaduras de cisalhamento.

Entre as demais lajes calculadas pela norma brasileira, apenas as lajes ensaiadas por Palhares (2018) mostraram-se inferiores às cargas experimentais e, por conseguinte, a favor da segurança. Além disso, os modos de rupturas coincidiram tanto os previstos quanto os experimentais.

Quanto as lajes ensaiadas na pesquisa de Caldentey *et al.* (2013), apesar da norma brasileira ter previsto as superfícies de rupturas adequadamente, as cargas de rupturas experimentais foram inferiores às cargas teóricas. E por fim, nas lajes da pesquisa de Souza (2018), observa-se que os resultados teóricos superiores às cargas experimentais e os modos de rupturas diferentes dos experimentais, com exceção da FS-01 na qual houve ruptura na região externa à armadura.

Tabela 5.2 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas da ABNT NBR 6118 (2014)

Autor	Laje	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,c}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$	Média	COV	$\frac{Modo_{Previsto}}{Modo_{real}}$	
SIQUEIRA (2021)	RSP	1261,4	536,7	-	-	536,7	478,8	0,89			-	In
	CFA	1493,4	569,1	677,7	709,5	677,7	693,7	1,02	0,94	0,07	In	In
	CTA	1479,9	565,2	672,6	703,5	672,6	625,5	0,93			In	In
	CCA	1491,3	568,5	676,9	708,6	676,9	598,2	0,88			In	In
	CNA	1456,2	558,4	663,6	692,9	663,6	602,6	0,91			In	In
FS-01	1254,6	534,5	765,5	731,5	731,5	535,1	0,73	0,74			0,02	Out
FS-02	1263,1	537,3	770,0	735,8	735,8	554,8	0,75		Out	In		
FS-03	1262,3	537,0	769,5	735,4	735,4	534,2	0,73		Out	In		
PALHARES (2018)	FS-08	1265,0	534,5	563,6	728,3	563,6	607,8	1,08	1,10	0,04	In	In
	FS-09	1284,1	540,6	570,5	737,9	570,5	662,1	1,16			In	In
	FS-10	1276,3	538,1	567,7	734,0	567,7	614,1	1,08			In	In
	FS-11	1280,6	539,5	569,3	736,2	569,3	604,6	1,06			In	In
CALDENTEY <i>et al.</i> (2013)	L3	3118,6	1077,9	1462,7	1518,6	1462,7	1148,6	0,79	0,77	0,08	In	In
	L4	3159,2	1083,5	1467,0	1526,6	1467,0	1252,6	0,85			In	In
	L5	3152,4	1082,6	1466,3	1525,3	1466,3	1148,6	0,78			In	In
	L6	3125,4	1078,8	1463,4	1520,0	1463,4	1202,6	0,82			In	In
	L7	3138,9	1080,7	1464,9	1522,6	1464,9	1050,6	0,72			In	In
	L8	3165,9	1084,5	1467,8	1527,9	1467,8	1002,6	0,68			In	In

## 5.2.2. Cálculo pelo ACI 318:2019

As cargas estimadas pelo ACI 318:2019 são apresentadas na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do ACI 318:2019

Autor	Laje	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,c}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$	Média	COV	$\frac{Modo_{Previsto}}{Modo_{real}}$	
SIQUEIRA (2021)	RSP	724,5	478,1	-	-	478,1	478,8	1,00	-	-	-	-
	CFA	787,4	519,7	478,1	500,4	478,1	693,7	1,45	1,33	0,06	In	In
	CTA	778,0	513,5	473,0	495,1	473,0	625,5	1,32			In	In
	CCA	785,9	518,7	477,3	499,6	477,3	598,2	1,25			In	In
	CNA	761,6	502,6	464,0	485,8	464,0	602,6	1,30			In	In
FS-01	719,3	474,7	555,1	531,0	531,0	535,1	1,01	1,01			0,02	Out
FS-02	725,8	479,0	559,4	535,1	535,1	554,8	1,04		Out	In		
FS-03	725,1	478,6	559,0	534,7	534,7	534,2	1,00		Out	In		
PALHARES (2018)	FS-08	717,9	473,8	377,7	498,2	377,7	607,8	1,61	1,63	0,04	In	In
	FS-09	732,4	483,4	384,6	507,0	384,6	662,1	1,72			In	In
	FS-10	726,4	479,4	381,8	503,4	381,8	614,1	1,61			In	In
	FS-11	729,7	481,6	383,4	505,4	383,4	604,6	1,58			In	In
CALDENTEY <i>et al.</i> (2013)	L3	1598,5	1055,0	993,9	1364,6	993,9	1148,6	1,16	1,14	0,08	In	In
	L4	1611,2	1063,4	998,2	1375,3	998,2	1252,6	1,25			In	In
	L5	1609,1	1062,0	997,5	1373,6	997,5	1148,6	1,15			In	In
	L6	1600,6	1056,4	994,6	1366,4	994,6	1202,6	1,21			In	In
	L7	1604,9	1059,2	996,0	1370,0	996,0	1050,6	1,05			In	In
	L8	1613,3	1064,7	998,9	1377,1	998,9	1002,6	1,00			In	In

Os resultados mostram uma variação das cargas estimadas em relação as experimentais entre 25% e 45% para as lajes com armadura de cisalhamento, e para a laje referência as cargas foram praticamente iguais para as lajes dessa pesquisa. E os modos de rupturas previstos coincidiram com os experimentais em todas as lajes, com ruptura cortando a região armada ao cisalhamento, isto é, por esgotamento da resistência à tração diagonal da ligação laje-pilar.

A melhor precisão na estimativa de ruptura à punção do ACI 318 foi para lajes da pesquisa de Souza (2018) com  $V_u/V_{ACI}$  entre 1,00 e 1,04. Contudo, houve acerto na previsão de ruptura apenas da laje FS-01. As lajes da pesquisa Caldentey *et al.* (2013) também mostram boas precisões com relação  $V_u/V_{ACI}$  entre 1,00 e 1,25 e modos de rupturas foram coincidentes, tanto os previstos quanto os experimentais.

Nas lajes da pesquisa de Palhares (2018), os valores de cargas de ruptura teóricas foram bastante conservadores, variando entre 58% a 78% e os modos de ruptura estimados iguais aos obtidos nos ensaios. Os valores conservadores do ACI para lajes armadas ao cisalhamento se devem à redução em 50% da contribuição da parcela do concreto na sua formulação, como também há que se considerar que a ruptura irá cruzar apenas uma camada da armadura de cisalhamento.

### **5.2.3. Cálculos pelo EUROCODE 2:2004**

Na Tabela 5.4, é apresentada a comparação da carga experimental com a estimativa do Eurocode 2. Dentre as lajes dessa pesquisa, as cargas de ruptura calculadas pelo Eurocode 2 (2004), com exceção da laje RSP, mostraram-se inferiores às cargas experimentais e, portanto, a favor da segurança. A maior diferença na estimativa ocorreu na laje CFA, em que o resultado experimental apresentou acréscimo de 22% em relação à carga de ruptura calculada. Para a laje RSP, a norma superestimou a carga de ruptura em 2%. Quanto aos modos de rupturas em todas as lajes, os modos previstos foram diferentes aos experimentais. Enquanto a previsão era na região externa à armadura a ruptura ocorreu na região interna.

Em relação aos resultados das lajes de Souza (2018), as cargas previstas foram superiores às cargas experimentais com  $V_u/V_{EC2}$  entre 0,89 e 0,93. As lajes da pesquisa de Caldentey *et al.* (2013) apresentaram  $V_u/V_{ACI}$  entre 0,74 e 0,93. Em ambas as pesquisas o modo de ruptura previsto foi diferente do experimental, a exceção da laje FS-01.

Nas lajes da pesquisa de Palhares (2018), os valores de cargas de ruptura teóricas variaram entre 14% a 15% e os modos de ruptura estimados iguais aos obtidos nos ensaios.

Pode-se observar que a norma europeia apresentou boa parte das previsões do modo de ruptura no perímetro fora da região armada ao cisalhamento, errando 12 lajes do total das 17 que compõem do banco de dados, ou seja, 70% das lajes.

Tabela 5.4 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do EUROCODE 2:2004

Autor	Laje	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,c}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$	Média	COV	$\frac{Modo_{Previsto}}{Modo_{real}}$	
											Out	In
SIQUEIRA (2021)	RSP	1121,3	490,9	-	-	490,9	478,8	0,98	-	-	-	-
	CFA	1327,4	517,3	635,2	567,0	567,0	693,7	1,22	1,12	0,06	Out	In
	CTA	1315,5	512,5	629,1	561,0	561,0	625,5	1,11			Out	In
	CCA	1325,6	516,5	634,2	566,1	566,1	598,2	1,06			Out	In
	CNA	1294,4	504,2	618,4	550,4	550,4	602,6	1,09			Out	In
FS-01	1115,2	488,1	731,9	594,0	594,0	535,1	0,90	0,91			0,02	Out
FS-02	1122,8	491,5	737,2	598,5	598,5	554,8	0,93		Out	In		
FS-03	1122,0	491,2	736,7	598,0	598,0	534,2	0,89		Out	In		
PALHARES (2018)	FS-08	1124,5	486,9	522,4	589,9	522,4	607,8	1,16	1,18	0,04	In	In
	FS-09	1141,4	494,5	530,7	599,8	530,7	662,1	1,25			In	In
	FS-10	1134,5	491,4	527,3	595,8	527,3	614,1	1,16			In	In
	FS-11	1138,3	493,1	529,2	598,0	529,2	604,6	1,14			In	In
CALDENTEY <i>et al.</i> (2013)	L3	2772,1	1066,0	1354,4	1346,6	1346,6	1148,6	0,85	0,84	0,08	Out	In
	L4	2808,2	1071,6	1358,7	1353,7	1353,7	1252,6	0,93			Out	In
	L5	2802,2	1070,7	1358,0	1352,6	1352,6	1148,6	0,85			Out	In
	L6	2778,1	1067,0	1355,1	1347,8	1347,8	1202,6	0,89			Out	In
	L7	2790,2	1068,8	1356,6	1350,2	1350,2	1050,6	0,78			Out	In
	L8	2814,1	1072,6	1359,3	1354,9	1354,9	1002,6	0,74			Out	In

#### 5.2.4. Cálculos pelo *fib* Model Code 2010:2013

Na Tabela 5.5, é apresentada a comparação da carga experimental com a estimativa do nível I de aproximação do *fib* Model Code para a determinação da rotação ( $\Psi$ ).

Tabela 5.5 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do *fib* Model Code 2010:2013 seguindo o nível I de aproximação

Autor	Laje	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,c}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{MC,I}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{MC,I}}$	Média	COV	$\frac{Modo_{Previsto}}{Modo_{real}}$	
SIQUEIRA (2021)	RSP	197,9	197,9	-	-	197,9	478,8	2,42	-	-	-	-
	CFA	483,5	201,5	351,2	285,0	285,0	693,7	2,43	2,29	0,06	Out	In
	CTA	478,0	199,1	498,6	270,2	270,2	625,5	2,32			Out	In
	CCA	482,6	201,1	350,8	284,3	284,3	598,2	2,10			Out	In
	CNA	468,2	195,1	494,5	261,5	261,5	602,6	2,30			Out	In
FS-01	459,9	191,6	753,1	296,5	296,5	535,1	1,80	1,80			0,01	Out
FS-02	463,9	193,3	754,8	307,2	307,2	554,8	1,81		Out	In		
FS-03	463,5	193,1	754,6	298,9	298,9	534,2	1,79		Out	In		
PALHARES (2018)	FS-08	423,6	176,5	395,8	270,5	270,5	607,8	2,25	2,22	0,04	Out	In
	FS-09	431,8	179,9	399,2	287,3	287,3	662,1	2,30			Out	In
	FS-10	428,5	178,5	397,8	275,1	275,1	614,1	2,23			Out	In
	FS-11	430,3	179,3	398,6	285,8	285,8	604,6	2,12			Out	In
CALDENTEY <i>et al.</i> (2013)	L3	1054,8	439,5	1243,7	752,7	752,7	1148,6	1,53	1,50	0,08	Out	In
	L4	1063,1	443,0	1247,2	758,6	758,6	1252,6	1,65			Out	In
	L5	1061,7	442,4	1246,6	757,6	757,6	1148,6	1,52			Out	In
	L6	1056,2	440,1	1244,3	753,7	753,7	1202,6	1,60			Out	In
	L7	1059,0	441,2	1245,5	755,7	755,7	1050,6	1,39			Out	In
	L8	1064,5	443,5	1247,8	759,6	759,6	1002,6	1,32			Out	In

O emprego do nível I é direto e simples, contudo, utilizado geralmente para cálculos de pré-dimensionamento. Pode -se observar que esse nível trouxe estimativas de resistência muito conservadoras, obtendo uma relação  $V_u/V_{Norma}$  entre 1,32 e 2,43 além de prever modos de ruptura diferentes dos experimentais. Para as estimativas feitas para o nível II de aproximação, a rotação ( $\Psi$ ) depende da carga solicitante. Para a situação de projeto, essa carga seria conhecida, sendo a aplicação desse nível direta. É importante lembrar que para a situação experimental, a carga solicitante é desconhecida. Reescrevendo a Equação 2.50 deixando a carga solicitante em função da rotação da laje tem-se que:

$$V_{E,II} = \left( \frac{\psi_{II}}{1,5} \frac{d_v}{r_s} \frac{E_s}{f_{yk}} (8 \cdot m_{Rd})^{1,5} \right)^{\frac{2}{3}} \quad \text{Equação 5.1}$$

Logo a rotação é obtida de forma iterativa, até chegar à solução onde a carga resistente seja igual a carga solicitante.

Na Tabela 5.6, é apresentada a comparação da carga experimental com a estimativa do nível II de aproximação do *fib* Model Code.

Tabela 5.6 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do *fib* Model Code 2010:2013 seguindo o nível II de aproximação

Autor	Laje	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,c}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{MC,II}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{MC,II}}$	Média	COV	$\frac{Modo_{Previsto}}{Modo_{real}}$	
SIQUEIRA (2021)	RSP	569,9	398,1	-	-	398,1	478,8	1,20	-	-	-	-
	CFA	649,9	358,8	493,0	500,4	493,0	693,7	1,41	1,29	0,06	In	In
	CTA	645,0	293,8	593,2	485,9	485,9	625,5	1,29			Out	In
	CCA	649,0	358,1	492,5	499,5	492,5	598,2	1,21			In	In
	CNA	636,1	288,3	587,7	476,1	476,1	602,6	1,27			Out	In
FS-01	612,9	200,3	761,7	493,1	493,1	535,1	1,09	1,09			0,01	Out
FS-02	616,4	202,2	763,6	502,8	502,8	554,8	1,10		Out	In		
FS-03	616,1	202,0	763,4	495,8	495,8	534,2	1,08		Out	In		
PALHARES (2018)	FS-08	622,3	325,7	496,3	497,7	496,3	607,8	1,22	1,25	0,04	In	In
	FS-09	630,4	331,7	500,2	515,0	500,2	662,1	1,32			In	In
	FS-10	627,1	329,3	498,6	510,0	498,6	614,1	1,23			In	In
	FS-11	628,9	330,7	499,5	513,4	499,5	604,6	1,21			In	In
CALDENTEY <i>et al.</i> (2013)	L3	1302,4	529,0	1333,2	1105,0	1105,0	1148,6	1,04	1,02	0,08	Out	In
	L4	1308,3	532,4	1336,7	1110,2	1110,2	1252,6	1,13			Out	In
	L5	1307,3	531,9	1336,1	1109,3	1109,3	1148,6	1,04			Out	In
	L6	1303,4	529,5	1333,8	1105,9	1105,9	1202,6	1,09			Out	In
	L7	1305,4	530,7	1335,0	1107,6	1107,6	1050,6	0,95			Out	In
	L8	1309,3	533,0	1337,3	1111,0	1111,0	1002,6	0,90			Out	In

As cargas de ruptura estimadas pelo nível II de aproximação do *fib* Model Code, com exceção das cargas referentes à das lajes L7 e L8, mostraram-se inferiores às cargas experimentais e, portanto, a favor da segurança. A maior diferença na estimativa ocorreu na laje CFA, em que o resultado experimental apresentou acréscimo de 41% em relação à carga de ruptura calculada. Quanto aos modos de rupturas nas lajes percebe-se uma melhoria no acerto comparado ao nível I de aproximação. Houve acerto na previsão de 7 lajes que corresponde a 41%.

O dimensionamento para o nível III é feito seguindo o mesmo processo feito para o nível II, com a substituição do coeficiente 1,2 por 1,5 na Equação 5.1.

$$V_{E,III} = \left( \frac{\psi_{III} d_v E_s}{1,2 r_s f_{yk}} (8 \cdot m_{Rd})^{1,5} \right)^{\frac{2}{3}} \quad \text{Equação 5.2}$$

Na Tabela 5.7 é apresentada a comparação da carga experimental com a estimativa do nível III de aproximação do *fib* Model Code.

Tabela 5.7 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do *fib* Model Code 2010:2013 seguindo o nível III de aproximação

Autor	Laje	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,c}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{MC,III}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{MC,III}}$	Média	COV	$\frac{Modo_{Previsto}}{Modo_{real}}$	
SIQUEIRA (2021)	RSP	425,5	425,5	-	-	425,5	478,8	1,13	-	-	-	-
	CFA	701,8	397,8	511,2	537,8	511,2	693,7	1,36	1,23	0,07	In	In
	CTA	696,4	324,7	624,1	521,9	521,9	625,5	1,20			Out	In
	CCA	700,9	397,2	510,7	536,8	510,7	598,2	1,17			In	In
	CNA	686,8	318,7	618,1	529,9	529,9	602,6	1,14			Out	In
FS-01	661,5	227,9	789,3	530,0	530,0	535,1	1,01	Out			Out	
SOUZA (2018)	FS-02	665,3	230,0	791,4	540,6	540,6	554,8	1,03	1,01	0,01	Out	In
	FS-03	665,0	229,7	791,2	532,9	532,9	534,2	1,00			Out	In
	FS-08	2136,1	366,1	507,0	534,8	507,0	607,8	1,20			1,22	0,04
FS-09	2177,4	372,3	511,8	553,7	511,8	662,1	1,29	In	In			
FS-10	676,7	369,8	509,9	547,9	509,9	614,1	1,20	In	In			
FS-11	2169,9	371,2	511,0	551,9	511,0	604,6	1,18	In	In			
CALDENTEY <i>et al.</i> (2013)	L3	4777,5	591,2	1395,4	1190,1	1190,1	1148,6	0,97	0,95	0,08	Out	In
	L4	4815,3	595,0	1399,3	1195,7	1195,7	1252,6	1,05			Out	In
	L5	4809,0	594,4	1398,6	1194,8	1194,8	1148,6	0,96			Out	In
	L6	4783,8	591,8	1396,1	1191,1	1191,1	1202,6	1,01			Out	In
	L7	4796,4	593,1	1397,4	1193,0	1193,0	1050,6	0,88			Out	In
	L8	4821,5	595,7	1399,9	1196,7	1196,7	1002,6	0,84			Out	In

Os níveis II e III, são níveis de melhor aproximação, sendo que os resultados obtidos no nível III foram mais próximos aos experimentais quando comparados aos resultados presentes no nível II. Quanto às previsões do modo de ruptura, mantiveram-se em 41% de acertos igual ao do nível

### 5.2.5. Comparativo dos modelos de cálculo

A orientação dos códigos normativos sobre a situação ideal de posicionamento da armadura de cisalhamento em relação à armadura de flexão não foi seguida nesse trabalho. Portanto, esperava-se que as estimativas das cargas de ruptura não coincidisse com os resultados obtidos experimentalmente.

A Tabela 5.8 apresenta o comparativo da relação  $V_u/V_{Norma}$  entre os modelos de cálculo estudados. A Figura 5.1 apresenta gráficos da avaliação da acurácia dos modelos teóricos, a linha pontilhada representa a tendência dos resultados com a condição de  $V_u = V_{Norma}$  e o coeficiente de correlação ( $R^2$ ).

Tabela 5.8 - Relação  $V_u/V_{Norma}$  obtidos para os modelos teóricos analisados

Autor	Laje	Modo	NBR 6118		ACI 318		EC-2		MC10-I		MC10-II		MC10-III	
			$\frac{V_u}{V_{NBR}}$	Modo	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$	Modo	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$	Modo	$\frac{V_u}{V_{MC,I}}$	Modo	$\frac{V_u}{V_{MC,II}}$	Modo	$\frac{V_u}{V_{MC,III}}$	Modo
SIQUEIRA (2021)	CFA	In	1,02	In	1,45	In	1,22	Out	2,43	Out	1,41	In	1,36	In
	CTA	In	0,93	In	1,32	In	1,11	Out	2,32	Out	1,29	Out	1,20	Out
	CCA	In	0,88	In	1,25	In	1,06	Out	2,10	Out	1,21	In	1,17	In
	CNA	In	0,91	In	1,30	In	1,09	Out	2,30	Out	1,27	Out	1,18	Out
SOUZA (2018)	FS-01	Out	0,73	Out	1,01	Out	0,90	Out	1,80	Out	1,09	Out	1,01	Out
	FS-02	In	0,75	Out	1,04	Out	0,93	Out	1,81	Out	1,10	Out	1,03	Out
	FS-03	In	0,73	Out	1,00	Out	0,89	Out	1,79	Out	1,08	Out	1,00	Out
PALHARES (2018)	FS-08	In	1,08	In	1,61	In	1,16	In	2,25	Out	1,22	In	1,20	In
	FS-09	In	1,16	In	1,72	In	1,25	In	2,30	Out	1,32	In	1,29	In
	FS-10	In	1,08	In	1,61	In	1,16	In	2,23	Out	1,23	In	1,20	In
	FS-11	In	1,06	In	1,58	In	1,14	In	2,12	Out	1,21	In	1,18	In
CALDENTEY <i>et al.</i> (2013)	L3	In	0,79	In	1,16	In	0,85	Out	1,53	Out	1,04	Out	0,97	Out
	L4	In	0,85	In	1,25	In	0,93	Out	1,65	Out	1,13	Out	1,05	Out
	L5	In	0,78	In	1,15	In	0,85	Out	1,52	Out	1,04	Out	0,96	Out
	L6	In	0,82	In	1,21	In	0,89	Out	1,60	Out	1,09	Out	1,01	Out
	L7	In	0,72	In	1,05	In	0,78	Out	1,39	Out	0,95	Out	0,88	Out
	L8	In	0,68	In	1,00	In	0,74	Out	1,32	Out	0,90	Out	0,84	Out
<b>Média</b>			0,88		1,28		1,00		1,91		1,15		1,09	
<b>COV</b>			0,17		0,19		0,16		0,19		0,12		0,13	
<b>Acerto do Modo de ruptura (%)</b>			88,24		88,24		29,41		5,88		41,18		41,18	
<b>Resultados Contra Segurança (%)</b>			71		0		53		0		12		24	

Entre os modelos estudados, a ABNT NBR 6118 foi a que apresentou o maior número de resultados contra a segurança. Além disso, apresentou relação  $V_u/V_{NBR}$  com média de 0,88 e um coeficiente de variação de 0,17. Ressalta-se que no tocante à previsão das superfícies de rupturas, a norma brasileira apresentou resultados bastante satisfatórios, acertando 88% dos modos de rupturas.

As estimadas de acordo com o ACI 318 (2019) foram as mais seguras com nenhum resultado contra a segurança, com média geral  $V_u/V_{ACI}$  de 1,28. Todavia, essa norma apresentou elevado nível de conservadorismo com relação carga experimental e estimada entre 1,45 e 1,72 o que se traduz no seu alto coeficiente de variação de 0,19. Da mesma forma que a ABNT NBR 6118 o ACI 318 apresentou boa previsão de acerto das superfícies de rupturas em 15 das 17 lajes.

Avaliando os resultados calculados pelo Eurocode 2 (2004), aponta-se a melhor relação geral  $V_u/V_{Norma}$  de 1,00 e um coeficiente de segurança mediano de 0,16 embora apesar disso apresentou 53% dos resultados contra segurança. Quanto aos modos de rupturas previstos, ressalta-se o grande número de previsões na região a armadura de cisalhamento, errando em cerca de 70% suas previsões.

Em relação ao *fib* Model Code 2010, os níveis II e III de aproximação apresentam valores muito próximos, enquanto os do nível I são bastante conservadores, aquém dos resultados experimentais. O nível II apresenta os valores médios de 1,15 e coeficiente de variação de 0,12 percebe-se uma melhoria nos resultados utilizando o nível de aproximação III onde o média passou para 1,09 e leve aumento no coeficiente de variação para 0,13. As previsões do nível II apresentaram 12% das estimativas contra a segurança, no entanto para o nível III verifica-se que esse valor dobrou passando para 24 %. Ambos os níveis apresentaram o mesmo percentual de acerto dos modos de ruptura de 41%.

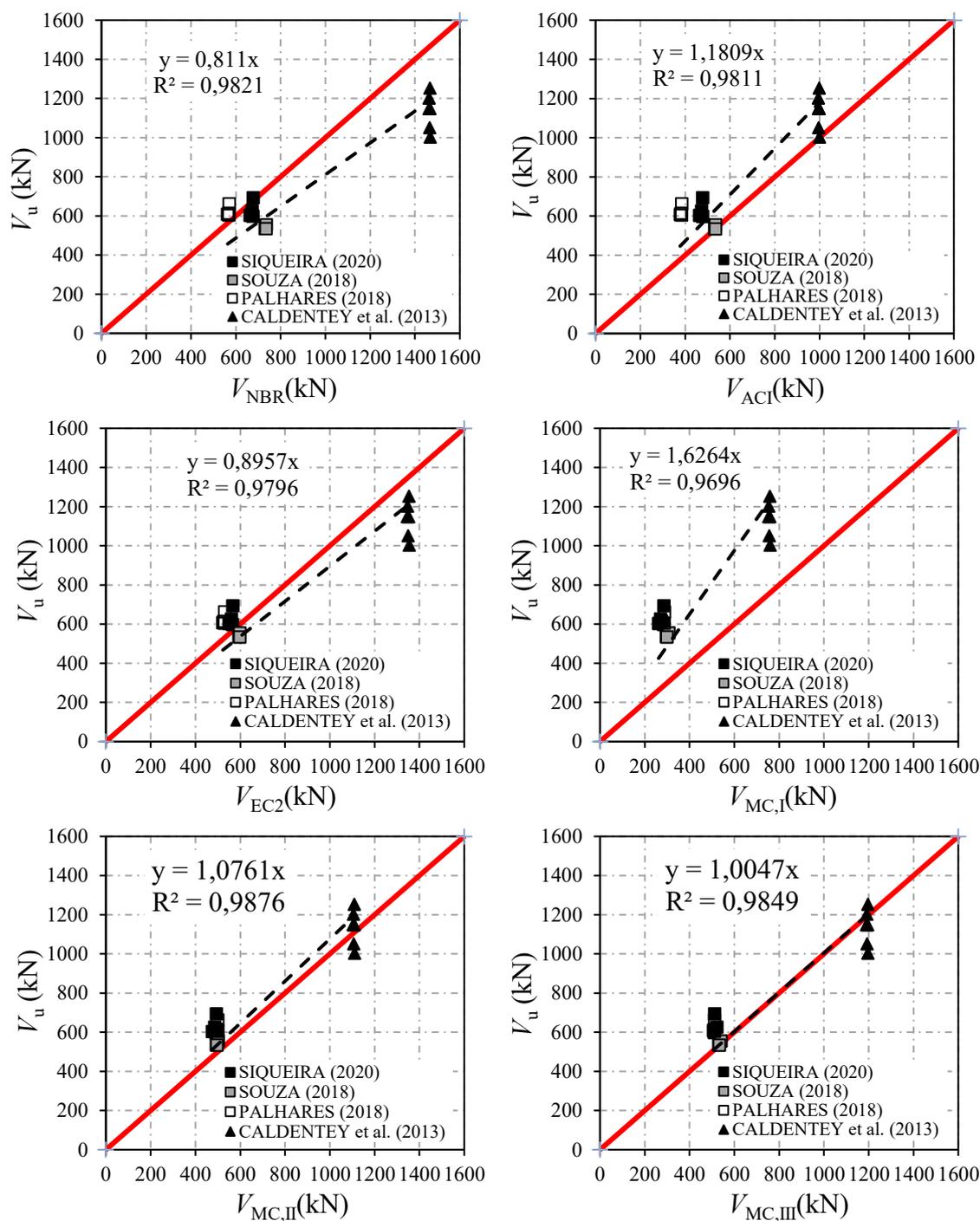


Figura 5.1 - Avaliação dos métodos de cálculo

A Figura 5.2 apresenta a relação da parcela resistente do aço das armaduras de cisalhamento pela parcela resistente do concreto ( $V_{R,S}/V_{R,C}$ ) no incremento da resistência à punção ( $V_u/V_{R,C}$ ). A linha na cor preta representa a previsão teórica e a linha tracejada a limitação à ruptura da compressão diagonal do concreto. O ACI 318 limita em  $1,5 \cdot V_{R,C}$  para armaduras tipo estribos e o Eurocode em  $2 \cdot V_{R,C}$  a máxima resistência à compressão

diagonal ( $V_{R,max}$ ). Percebe-se que em todos os modelos teóricos uma que há uma tendência de resultados inseguros à medida que se aumenta a relação entre as parcelas do aço e concreto ( $V_{R,S}/V_{R,C}$ ).

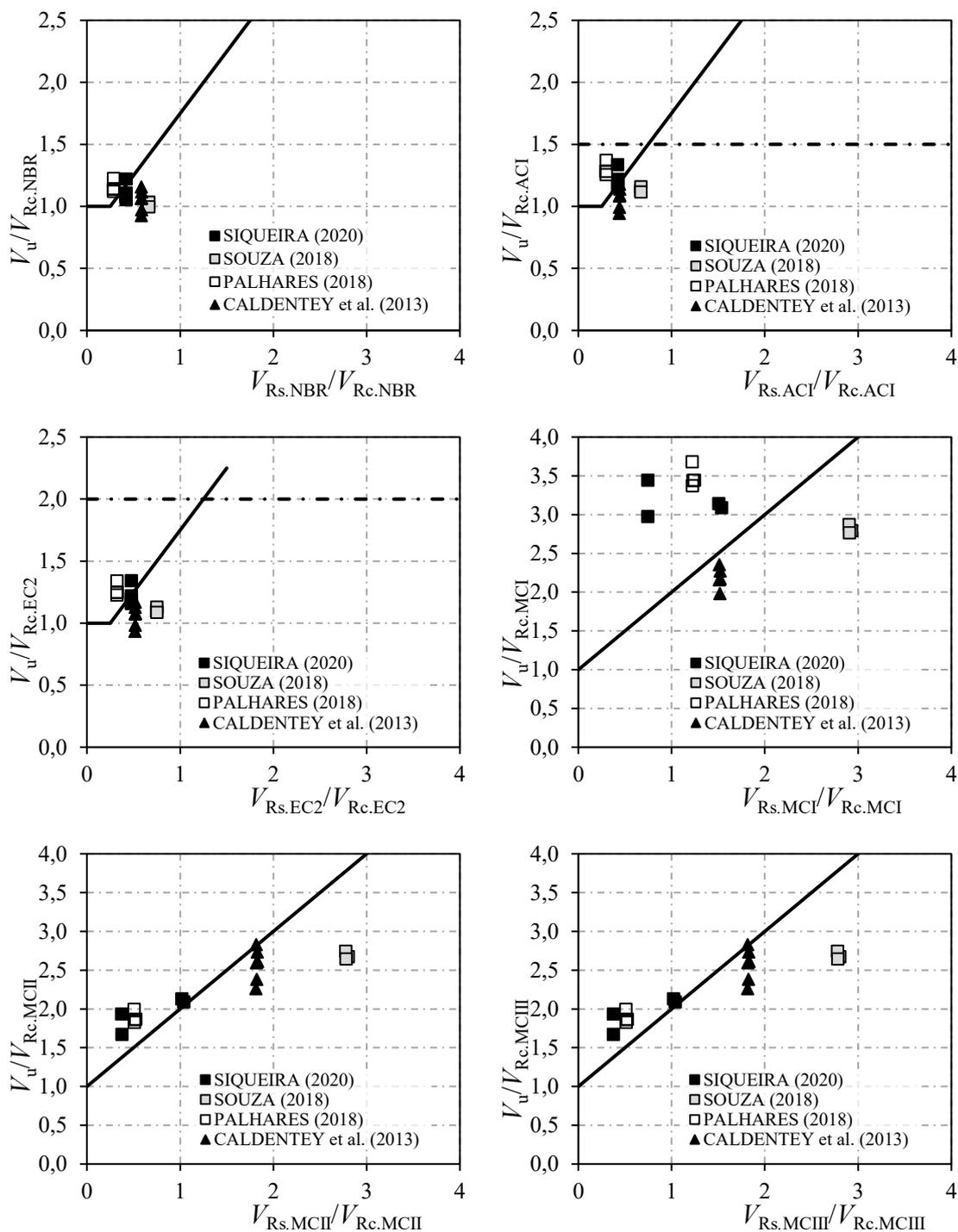


Figura 5.2 - Influência da razão da armadura de cisalhamento no acréscimo de resistência

A Figura 5.3 apresenta a relação da parcela resistente do aço das armaduras de cisalhamento pela parcela resistente do concreto ( $V_{R,S}/V_{R,C}$ ) na resistência à punção ( $V_u/V_{R,CS}$ ). A linha na cor preta representa a previsão teórica. Conforme aumenta-se a relação  $V_{R,S}/V_{R,C}$ , nota-se que os modelos começam a prever resultados contra a segurança. Para a ABNT NBR 6118 e o Eurocode 2, esse limiar começa em 0,6 e 0,5 respectivamente. Já o *fib* Model Code apresenta resultados contra a segurança para valores acima de 1.

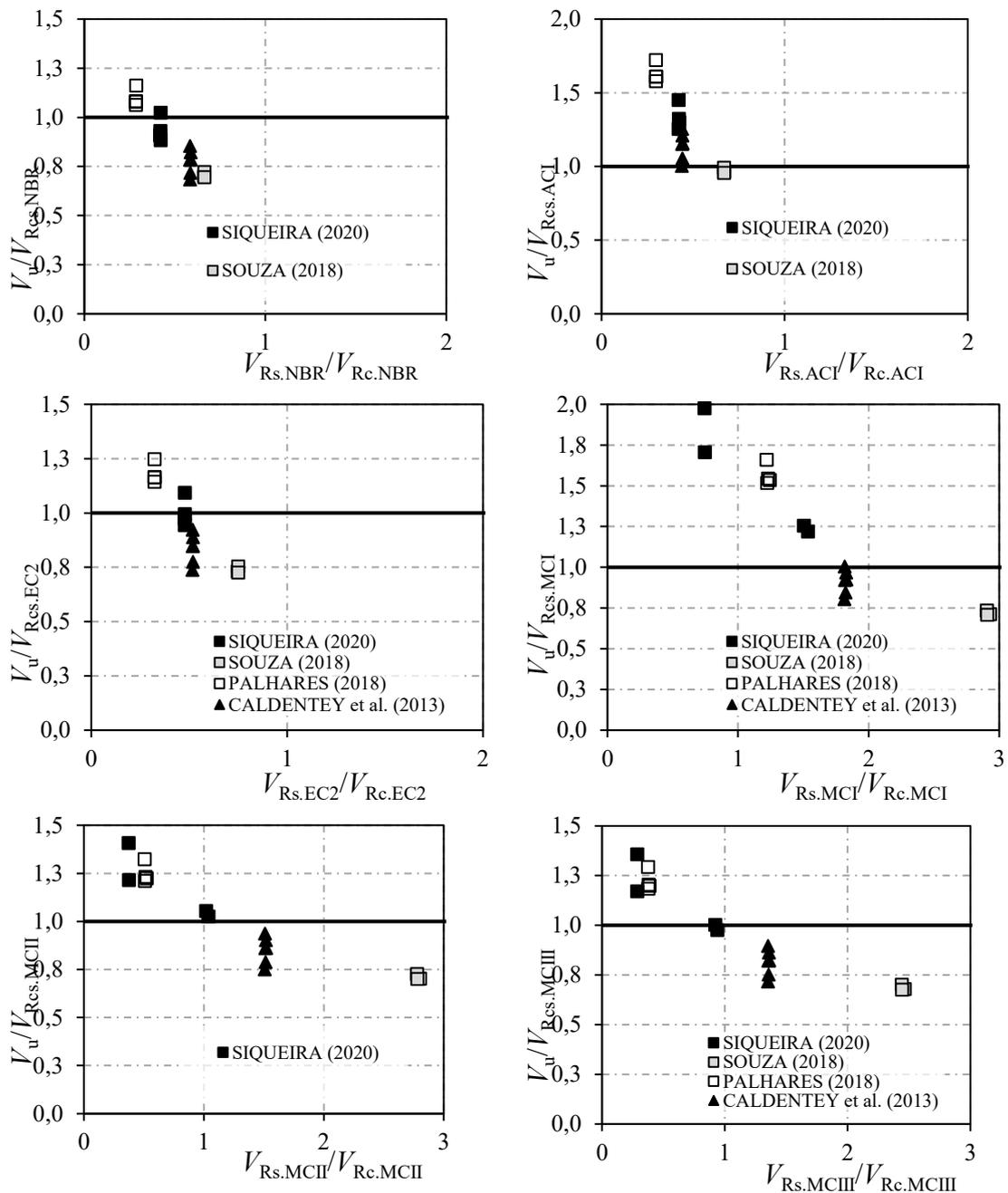


Figura 5.3 - Influência da razão da armadura de cisalhamento na relação  $V_u/V_{Rcs,Teórico}$

### 5.3. CONTRIBUIÇÃO PARA ANÁLISE DA RESISTÊNCIA A PUNÇÃO

Contudo, essa norma apresentou rupturas fora da região da armadura de cisalhamento. Essa tendência de previsões das rupturas fora da armadura de cisalhamento foi evidenciada por outros autores como Ferreira (2010) e Honorato (2013), isso porque a norma considera um perímetro afastado a uma distância de  $1,5 \cdot d$  da última camada da armadura de cisalhamento, sendo conservadora.

Como as lajes desta pesquisa romperam na região interna às armaduras de cisalhamento, sugere-se alterar a distância de  $1,5 \cdot d$  para  $2,0 \cdot d$  entre a última camada de armadura e o perímetro  $u_{out}$ . A Tabela 5.9 apresenta os resultados dessa modificação e é feita uma comparação os resultados obtidos inicialmente pelo Eurocode 2.

Tabela 5.9 - Comparação das cargas e modos de ruptura experimentais com as estimativas do EUROCODE 2:2004 e o EUROCODE 2 (MOD.)

Autor	Laje	Experimental		EUROCODE 2 (2004)					EUROCODE 2 (MOD)				
		$V_u$ (kN)	Modo	$V_{EC2}$ (kN)	Modo	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$	Méd	COV	$\frac{V_{EC2}}{Mod}$ (kN)	Modo	$\frac{V_u}{V_{EC2}} \frac{Mod}{Mod}$	Méd	COV
SIQUEIRA (2021)	CFA	693,7	In	567,0	Out	1,22	1,12	0,06	635,2	In	1,09	1,00	0,06
	CTA	625,5	In	561,0	Out	1,11			629,1	In	0,99		
	CCA	598,2	In	566,1	Out	1,06			634,2	In	0,94		
	CNA	602,6	In	550,4	Out	1,09			618,4	In	0,97		
SOUZA (2018)	FS-01	602,6	Out	594,0	Out	0,90	0,91	0,02	668,0	Out	0,80	0,81	0,08
	FS-02	535,1	In	598,5	Out	0,93			673,2	Out	0,82		
	FS-03	554,8	In	598,0	Out	0,89			672,7	Out	0,79		
CALDENITEY <i>et al.</i> (2013)	L3	1148,6	In	1346,6	Out	0,85	0,84	0,08	1354,4	In	0,85	0,84	0,08
	L4	1252,6	In	1353,7	Out	0,93			1358,7	In	0,92		
	L5	1148,6	In	1352,6	Out	0,85			1358,0	In	0,85		
	L6	1202,6	In	1347,8	Out	0,89			1355,1	In	0,89		
	L7	1050,6	In	1350,2	Out	0,78			1356,6	In	0,77		
	L8	1002,6	In	1354,9	Out	0,74			1359,3	In	0,74		
Média				0,94					0,88				
Coeficiente de Variação				0,15					0,11				

É possível notar que a alteração mudou o modo de ruptura de todas as lajes ensaiadas. Essa proposta ainda melhorou os resultados do Eurocode 2, a média passou de 1,12 para 1,00 com o coeficiente de variação estável em 0,06.

## **6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Este capítulo apresenta as conclusões do programa experimental e uma avaliação dos principais modelos de cálculos, além de comparações com outros trabalhos relacionados ao tema. As conclusões e recomendações para trabalhos futuros são apresentadas nos itens seguintes.

### **6.1. CONCLUSÕES**

O objetivo principal desse trabalho foi aumentar a compreensão acerca do fenômeno da punção em lajes lisas de concreto armado com uso de armaduras de cisalhamento. Para tal, um programa experimental foi desenvolvido sendo composto por 5 modelos locais com intuito de simular ligações laje-pilar na situação de pilares interno e com carregamento simétrico. As lajes possuíam dimensões de 2500 x 2500 mm e 180 mm de altura. As principais variáveis foram o uso de armaduras de cisalhamento tipo estribo aberto e a variação da sua ancoragem em relação a armadura longitudinal de flexão.

Para avaliar os métodos de cálculos normativos, bem como recomendações disponíveis na literatura, montou-se um banco de dados para comparar as previsões teóricas com resultados experimentais das cargas de ruptura de lajes lisas de concreto armado. Foram analisados quatro modelos de cálculo: ABNT NBR 6118:2014, ACI 318:2019, EUROCODE 2:2004 e *fib* Model Code 2010:2013.

#### **6.1.1. Viabilidade do uso da armadura de cisalhamento**

Esse estudo experimental indica que o uso da armadura do tipo estribos abertos e a sua variação da ancoragem em relação à armadura de flexão foi eficiente no combate à punção, podem atuar como uma opção de armadura de cisalhamento admissível. A armadura de cisalhamento estudada nessa pesquisa se mostrou eficaz em aumentar a resistência à punção e capacidade de deformação em lajes lisas.

## **6.1.2. Comportamento das lajes ensaiadas**

Para a análise do comportamento das lajes ensaiadas foram utilizados os seguintes dados obtidos durante o ensaio: registro das cargas aplicadas; deslocamentos verticais; deformações na superfície do concreto, armaduras de flexão e armaduras de cisalhamento. E posteriormente, o comportamento a fissuração obtida a partir do mapa de fissuras e do corte das lajes onde se visualizou a superfície de ruptura.

### **6.1.2.1. Cargas e Modos de ruptura**

Os resultados das cargas de ruptura mostraram que o uso de armaduras de cisalhamento conferiu acréscimos na capacidade resistente à punção das lajes ensaiadas. Para os modelos ensaiados na presente pesquisa, constatou-se um ganho significativo da carga em 45% (29% após a normalização da carga) para a laje com ancoragem completa, e uma redução à medida que se alterava as condições de ancoragem que chegou a 25% (12% após a normalização da carga) para a laje CCA com ancoragem somente na compressão em relação a laje de referência.

De maneira geral analisando as lajes com armaduras de cisalhamento, conclui-se que as condições de ancoragem influenciaram consideravelmente nas cargas últimas. Tomando a laje CFA como referência de ancoragem como preconizado nos códigos normativos observa-se reduções que variaram entre 13% a 10% (96 kN a 69 kN) nos demais modelos.

A relação carga última experimental e carga teórica de flexão variou entre 0,57 a 0,80. Todas as lajes apresentaram rupturas bem definida como punção, com a formação do tronco de cone, para o qual haviam sido dimensionados, a exceção da laje CFA que apresentou modo de ruptura misto por flexo-punção. Ressalta-se ainda a laje CFA, para a qual o acréscimo de resistência proporcionada pela ancoragem completa possibilitou que a laje atingisse a carga de ruptura próximo a de flexão teórica, além de ter apresentado elevado grau de fissuração e de solicitação à flexão.

### **6.1.2.2. Deslocamentos verticais**

No que diz respeito aos deslocamentos verticais, todas as lajes com armaduras de cisalhamento apresentaram valores superiores ao da laje de referência independente da

variação da ancoragem. O maior valor de deslocamento médio vertical registrado na ruptura foi observado para a laje CFA, com valor de 36,04 mm enquanto o menor ocorreu na laje CNA, com valor de 28,29 mm. Em contrapartida a laje de referência apresentou deslocamento de 15,97 mm.

### **6.1.2.3. Deformações na superfície do concreto**

As deformações do concreto foram medidas na face inferior comprimida das lajes nas direções radiais e tangenciais. Tanto as deformações tangenciais quanto radiais foram relativamente baixas, sendo o maior valor registrado de 1,75‰ na laje CCA. Portanto, as deformações foram todas aquém da do valor característico de esmagamento, estabelecido em 3,5‰ pela ABNT NBR 6118:2014 para concretos de classes até C50. Ademais, notou-se as deformações radiais cresciam com a evolução da carga aplicada até determinado valor no qual houve um alívio considerável das deformações, inclusive sendo registrado deformações de tração na laje CFA.

### **6.1.2.4. Deformações na armadura de flexão**

No tocante às deformações nas armaduras de flexão, as lajes com armaduras de cisalhamento apresentaram elevado grau de sollicitação à flexão. Enquanto na laje de referência duas barras atingiram valores superiores à deformação de escoamento do aço, nas demais lajes pelo menos cinco barras escoaram com deformações consideravelmente acima da deformação do aço. Isso indica que independente das condições de ancoragem o uso de armaduras de cisalhamento melhorou a ductilidade da ligação laje-pilar e um consequente aumento da sollicitação das armaduras de flexão.

### **6.1.2.5. Deformações na armadura de cisalhamento**

Analisando as deformações na armadura de cisalhamento, comprova-se a melhoria no rendimento das armaduras de cisalhamento conforme as condições de ancoragem são melhoradas. Conforme resultados apresentados, os sistemas de ancoragem que envolvem as armaduras de flexão tracionadas e comprimidas, ou somente nas tracionadas se mostraram mais eficientes no combate a punção. Em todas as lajes, após a formação das primeiras fissuras circunferenciais, aproximadamente 60% da carga última, as leituras de deformações passaram a ser mais evidentes.

Das lajes ensaiadas apenas CFA e CCA, as armaduras de cisalhamento apresentaram deformações acima do escoamento do aço utilizado. Na laje CFA, 3 estribos escoaram e as demais deformações variaram entre 42% a 92% da deformação de escoamento. Na laje CTA, apesar de nenhum dos estribos apresentar deformação de escoamento notam-se elevadas solicitações nessas armaduras que variaram entre 27% a 96% da deformação de escoamento com destaque para as 2 primeiras camadas com deformações superiores a 50% da deformação de escoamento. Na laje CCA, houve o escoamento de um estribo localizado na segunda camada, e nos demais verifica-se variações entre 31% a 83% da deformação de escoamento. Por fim, na laje CNA, com estribos posicionados internamente às armaduras, os estribos não apresentaram deformações relativamente pequenas, sendo o valor máximo em torno de 49% da deformação de escoamento do aço.

#### **6.1.2.6. Fissuração e superfície de ruptura**

No que diz respeito ao padrão de fissuração das lajes, todas as lajes apresentaram comportamento bastante similar, inicialmente com o surgimento fissuras radiais seguidas das tangenciais em níveis mais avançados de carregamentos. Concomitantemente, as fissuras radiais existentes aumentavam sua abertura e cresciam em direção as bordas da laje enquanto mais fissuras tangenciais surgiam em torno do pilar, esse comportamento se manteve até a ruptura das lajes. As fissuras radiais surgiram entre 19% e 29% da carga de ruptura, e as tangenciais com 56% a 68% da carga de ruptura.

Com relação às superfícies de ruptura, em todas as lajes com armaduras de cisalhamento as fissuras cruzaram a região das armaduras com inclinações que variaram entre 18° a 27°. Além disso, não foram observadas fissuras horizontais característica da delaminação nas lajes com deficiência da ancoragem.

#### **6.1.3. Modelos teóricos de cálculo**

A análise dos modelos teóricos de cálculo foi feita com base nas prescrições da ABNT NBR 6118:2014, ACI 318:2019, EUROCODE 2:2004 e *fib* Model Code 2010:2013.

As recomendações da ABNT NBR 6118 apresentaram 71% dos resultados contra a segurança o maior percebeu entre os modelos analisados,  $V_u/V_{Norma}$  de 0,88. A norma ainda apresentou elevado coeficiente de variação de 0,17 devido ao fato de apresentar previsões seguras para taxa de armaduras relativamente pequenas e ao passo que

aumentava esse parâmetro a norma tendiam apresentar resultados inseguros. No que diz a respeito a ancoragem a norma apresenta resultados satisfatórios independente das condições de ancoragens para taxas de 0,13% e para taxas maiores como 0,20% quando as condições eram atendidas, ou seja, as armaduras estavam ancoradas em ambas as camadas da armadura da armadura de flexão o resultado era seguro; e para taxas de 0,22% e 0,30% para qualquer condição de ancoragem os resultados estavam contra a segurança.

As estimativas obtidas pelo ACI 318 apresentaram o maior conservadorismo dentre os modelos com  $V_u/V_{Norma}$  de 1,28 embora tenha apresentado o maior coeficiente de variação, de 0,19. A justificativa para a elevada variação dos resultados relacionada ao fato do ACI, de forma conservadora, reduzir a contribuição do concreto em 50% para lajes com armaduras de punção o que requer taxas de armaduras de cisalhamento maiores. Quanto as previsões da superfície de ruptura, assim como a NBR 6118, o ACI apresentou boa previsão, com acerto de 88%.

O Eurocode 2 apresentou  $V_u/V_{Norma}$  médio de 1,00 e coeficiente de variação de 0,16; porém com 53% dos resultados contra a segurança. Seguindo o padrão do ACI e ABNT NBR, observa-se que os resultados inseguros surgiam com  $\rho_w$  acima de 0,20%. Além disso, essa norma apresentou o pior desempenho no acerto das superfícies de rupturas com acerto em somente 29% dos modelos analisados

Analisando as recomendações *fib* Model Code, níveis II e III, ambos apresentaram resultados satisfatórios com relações  $V_u/V_{Norma}$  de 1,15 e 1,09 respectivamente. Contudo, as estimativas do nível III dobrou o número de resultado contra a segurança passado de 12% no para 24%. Quanto aos modos de ruptura ambos os níveis apresentaram mesmo rendimento com 41% de acerto.

## 6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir serão apresentadas sugestões para estudos futuros envolvendo punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento com o intuito de ampliar o banco de dados disponível na literatura:

- Realizar ensaios em lajes lisas com armaduras de cisalhamento submetidas a carregamentos simétricos variando os seguintes parâmetros: taxa de armadura de cisalhamento bem como seu arranjo e o número de camadas; taxa de armadura longitudinal de flexão; resistência característica do concreto; geometria e dimensões dos pilares; altura útil da laje, variando as condições de ancoragem da armadura de cisalhamento em relação as armaduras de flexão.
- Realizar de ensaios em lajes lisas com armadura de cisalhamento e momento desbalanceado buscando avaliar as condições de ancoragem em situações com transferência de momento fletor na ligação laje-pilar.
- Analisar um banco de dados mais amplo a fim de que possam ser propostas equações que contemplem a utilização da armadura de punção parcialmente ancorada ou sem ancoragem nos códigos normativos.
- Avaliar numericamente as lajes ensaiadas nessa pesquisa, visando avaliar melhor o comportamento estrutural delas.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **ACI 318-14: Building Code Requirements for Structural Concrete**. Farmington Hills, Michigan, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19: Building code requirements for structural concrete and commentary**. Farmington Hills, 2019.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **ACI 421.1R-08: Guide to Shear Reinforcement for Slabs**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **ACI – ASCE, Committee 326: Shear and Diagonal Tension,**”, ASCE, v. 59, No. 3, Mar., 1962.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **ACI – ASCE, Committee 352: Recommendations for Design of Slab-Column Connections in Monolithic Reinforced Concrete Structures**, ASCE, v. 85, No. 6, Nov.-Dec, 1988.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **ACI – ASCE, Committee 426: Shear Strength of Reinforced Concrete Members**, ASCE, v. 99, No. ST6, June, 1973.

ANDERSSON, J.L., **Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement.**, 185p. Institutionen för Byggnadsstatik, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, 1963.

ANDRADE, M. A. S. **Punção em lajes cogumelo - Estudo do posicionamento da armadura de cisalhamento em relação à armadura de flexão**. 173 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 1999.

ANDRADE, J. L. S. **Estudo Experimental da Inclinação de Estribos Abertos em Lajes Cogumelo de Concreto Armado**. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM 003A/2000, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2000. 142p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738: Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova**. Rio de Janeiro, Brasil, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739: Concreto - Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos.** Rio de Janeiro, Brasil, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto e Estruturas de Concreto.** Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 6892 - Materiais metálicos – Ensaio de tração à temperatura ambiente.** Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222: Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos.** Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522: Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão.** Rio de Janeiro, 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 67 Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone.** Rio de Janeiro, 1998.

BACH, C.; GRAF, O. **Versuche mit allseitig aufliegenden, quadratischen and rechteckigen eisenbetonplatten, Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 30, Berlin. 1915.**

BAŽANT, Z. P., CAO, Z. **Size Effect in Punching Shear Failure of Slabs, ACI Structural Journal, V. 84, No. 1, Jan.-Feb. 1987, pp. 44-53.**

BAŽANT, Z. P.; YU, Q.; GERSTLE, W.; HANSON, J.; JU, J. W., **Justification of ACI 446 code provisions for shear design of reinforced concrete beams. (ACI Structural Journal (2007) vol. 104 (5)). ACI Structural Journal, v. 104, n. 6, 2007.**

BEUTEL, R.; HEGGER, J. **The effect of anchorage on the effectiveness of the shear reinforcement in the punching zone. Cement And Concrete Composites, [s.l.], v. 24, n. 6, p.539-549, dez. 2002.**

BIRKLE, G., **Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout**. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, 2004, 152 p.

BOMPA, D. V.; ONET, T., **Punching shear strength of RC flat slabs at interior connections to columns**. Magazine of Concrete Research, v. 68, n. 1, p. 24-42, 2016.

BROMS C.E., Elimination of flat plate punching failure mode. ACI Structural Journal, t. 97(1), p. 94–101. ISSN 0889-3241. 2000.

CALDENTEY, A.P., LAVASELLI, P.P., PEIRETTI, H.C., FERNÁNDEZ, F.A. **Influence of stirrup detailing on punching shear strength of flat slabs**. Engineering Structures, [s.l.], v. 49, p.855-865, abr. 2013.

CHANA, P.S., **A prefabricated shear reinforcement system for flat slabs**. Proc. Instn. Civ. Engrs., Structures and Buildings, No.99, Aug 1, 1993, pp.345-358.

CHANA, P. S.; DESAI, S. B., **Design of Shear Reinforcement Against Punching**. The Structural Engineer, V. 70, No. 9, May 1992, pp 159-164.

COELHO, A. E. G. **Puncionamento em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Resistência de 30 MPa e Armadura de Cisalhamento Vertical e Inclinada**. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM 001A/99, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 1999. 133p.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990. Design Code**. Thomas Telford. Londres, Inglaterra, 1993.

CORLEY, W.G.; HAWKINS, N.M., **Shearhead Reinforcement for Slabs**. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, V. 65, No. 10, Oct. 1968, pp 811-824.

DILGER, W.H.; AND GHALI, A., **Shear Reinforcement for Concrete Slabs**. Journal of Structural Division, Proceedings, ASCE, V. 107, No. ST12, Dec. 1981, pp. 2403-2420.

EDER, M. A., **Inelastic behaviour of hybrid steel/concrete column-to-flat slab assemblages**. 2011.

EUROPEAN STANDARD. **Eurocode 2, Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**, CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2004.

EUROPEAN STANDARD. **EC2 Commentary**, Commentary Eurocode 2, European Concrete Platform, 168 pp., Brussels, Belgium, 2008.

EUROPEAN TECHNICAL APPROVAL ETA-13/0521 (2013). **Filigran FDB II Punching Shear Reinforcement**. Klieken, Alemanha

ELSTNER, R. C; HOGNESTAD, E. **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs**. Journal of the American Concrete Institute, v. 53, n. 7, pp. 29-58. Jul. 1956.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **fib Bulletin No. 12: Punching of structural concrete slabs**. Technical report, ISBN 978-2-88394-052-9, August, 2001.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **fib Model Code for concrete Structures 2010**. ISBN: 978-3-433-03061-5, October, 2013.

FERREIRA, M. P., **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados**. Tese de doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil, 2010, 275 p.

FERREIRA, M. P., BARROS, R. N. M, PEREIRA FILHO, M. J. M., TAPAJÓS, L. S., QUARESMA, F. S. **One-way shear resistance of RC members with unconnected stirrups**. Latin American Journal of Solids and Structures, [s.l.], v. 13, n. 15, p.2970-2990, dez. 2016.

FURCHE, J., **Elementdecken im Durchstanzbereich von Flachdecken**. Betonwerk Fertigertechnik. 1997. pp. 96–104.

FURCHE, J.; BAUERMEISTER, U. **Highly effective punching shear reinforcement for semi precast slabs**. Concrete Innovation Conference, Oslo, p.1-10, jun. 2014.

FÜRST, A.; MARTI, P., **Robert Maillart's design approach for flat slabs**. Journal of Structural Engineering, v. 123, n. 8, p. 1102-1110, 1997.

GHALI, A.; HAMMILL, N., **Effectiveness of Shear Reinforcement in Slabs**. Concrete International: Design & Construction, V. 14, No. 1, 1992, pp. 60-65.

GASPARINI, D. A., **Contributions of CAP Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905–1909**. Journal of Structural Engineering, v. 128, n. 10, p. 1243-1252, 2002.

GOMES, R. B. **Punching resistance of reinforced concrete flat slabs with shear reinforcement**. 1991, 185p. Polytechnic of Central London, M.Phil. PhD Thesis, London, 1991.

GRAF, O. **Tests of Reinforced Concrete Slabs under Concentrated Load Applied near One Support**, Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Berlin, Germany, No.73, 1933.

Graf, O., **Versuche über die Widerstandsfähigkeit von allseitig aufliegenden dicken Eisenbetonplatten unter Einzellasten**. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 88, Berlin, 1938, 22p.

GUANDALINI, S., **Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé**. EPFL, 2006.

GUANDALINI, S.; BURDET, O. L.; MUTTONI, A. **Punching tests of slabs with low reinforcement ratios**. ACI Structural Journal, [s. L.], v. 1, n. 106, p.87-85, jun. 2009

HAWKINS, N. M; FALLSEN, H. B.; HINOJOSA, R. C.; **Influence of Column Rectangularity on the Behaviour of Flate Plate Structure**. ACI Publication. Cracking, Deflection, and Ultimate Load of Concrete Slab Systems, V. SP-30, n. 6, pp. 127-146. 1971.

HAWKINS, N. M.; CRISWELL, M. E.; ROLL, F., **Shear Strength of Slabs Without Shear Reinforcement**. ACI Publication, Shear in Reinforced Concrete, V. SP 42, No. 30, 1974, pp. 677-720.

HAWKINS, N. M., MITCHELL, D.; HANNA, S. N., **Effects of shear reinforcement on the reversed cyclic loading behaviour of flat plate structures**. Canadian Journal of Civil Engineering, 1975, 575-582.

HEGGER, J.; SHERIF, A. G.; KUERES, D.; SIBURG, C.; **Efficiency of various punching shear reinforcement systems for flat slabs.** ACI Structural Journal, [s.l.], v. 114, n. 3, p.631-642, may, 2017.

HOGNESTAD, E., **Shearing Strength of Reinforced Concrete Column Footings.** Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, V. 50, No. 3, Nov. 1953, pp. 189-208.

ISLAM, S.; PARK, R., **Tests on slab-column connections with shear and unbalanced flexure.** Journal of the Structural Division, v. 102, n. 3, p. 549-568, 1976.

KINNUNEN, S., and NYLANDER, H., **Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement,** Transactions of the Royal Institute of Technology, No. 158, Stockholm, Sweden, 1960, 112 pp.

KNOLL F.; VOGEL T., **Design for Robustness.** Structural Engineering Documents 11, 99 p., ISBN 978-3-85748-120-8, 2009.

LANGOHR, P.H.; GHALI, A.; DILGER, W.H., **Special Shear Reinforcement for Concrete Flat Plates.** Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, V. 73, No. 11, Mar. 1976, pp. 141-146.

LEE Y. M.; MITCHELL D.; HARRIS P. J., **Lessons from structural performance – Slabs containing improperly placed reinforcing.** Concrete International, Vol. 1, pp. 45-53, No. 6, June, 1979.

LIMA, H.; PALHARES, R.; MELO, G. S.; Oliveira, M.; **Experimental analysis of punching shear in flat slabs with variation in the anchorage of shear reinforcement.** *Structural Concrete*, 2020.

Lúcio, V. J. G., **Waffle slab structures under vertical and horizontal loading,** Tese submetida para o grau de Doutor em Engenharia Civil pela Universidade Técnica de Lisboa, 1991.

MACGREGOR, J. G. W.; James K., Reinforced Concrete. 2005.

MARZOUK, H.; HUSSEIN, A., **Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs**. ACI Structural Journal, V. 88, No. 6, Nov.-Dec. 1991, pp. 701-713.

MARTI, P., **Design of Concrete Slabs for Transverse Shear**. ACI Structural Journal, V. 87, No. 2, p. 180-190, mar.- abr., 1990.

MEGALLY, S.; GHALI, A., **Punching shear design of earthquake-resistant slab-column connections**. ACI Structural Journal 97(5), 99–202.

MELGES, J. L. P. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. 1995. 252 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

MELO, G. S. S. A., **Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure**. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1990, 214p.

MENÉTREY, P., **Punching shear in reinforced concrete: Localized process**. In: Computational Modelling of Concrete Structures: Proceedings of the EURO-C 1998 Conference on Computational Modelling of Concrete Structures, Badgastein, Austria, 31 March-3 April 1998. CRC Press, 1998. p. 867.

MOE, J. **Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads**. Bulletin D47. Portland Cement Association, 1961.

MUTTONI, A., **Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement**, ACI Structural Journal, vol. 105, No. 4, pp. 440-450, 2008.

OLIVEIRA, D. R. C. **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto de Alta Resistência com Armadura Inclinada de Punção**. Dissertação de Mestrado. Publicação N° E.DM – 001 A / 98, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 1998, 137.

OLIVEIRA, M. H., **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares**. Tese de Doutorado

em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD - 02 A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2013, 223 p.

OLIVEIRA, D. R. C.; REGAN, P. E.; MELO, G. S. S., **Punching Resistance of RC Slabs with Rectangular Columns**. Magazine of Concrete Research, Vol. 56, No. 3, London, 2004, pp. 123-138.

OLIVEIRA, V. H. D. de (2021). Punção em lajes lisas com diferentes tipos de ancoragem para a armadura de cisalhamento. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM – 01A/21, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 149p.

PAIVA, O. D. S. D., FERREIRA, M. D. P., OLIVEIRA, D. R. C. D., LIMA NETO, A. F., & TEIXEIRA, M. R. (2015). **Influence of the column rectangularity index and of the boundary conditions in the punching resistance of slab-column connections**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, 8(3), 260-295.

PALHARES, R. A, **Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Variação da Ancoragem da Armadura de Cisalhamento**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM - 23A/18 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2018, 156 p.

PARK, H. G., AHN, K. S., CHOI, K. K., CHUNG, L., **Lattice shear reinforcement for slab-column connections**, ACI Structural Journal, Vol. 104, No. 3, 2007, pp. 294-303.

PEREIRA FILHO, M.J. M. **Avaliação dos métodos normativos para previsão da resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com conectores de Aço**. 2016. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

PILLAI, S. U.; KIRK, W.; SCAVUZZO, L., **Shear Reinforcement at Slab-Column Connections in Reinforced Concrete Flat Plate Structures**. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, V. 79, No. 1, Jan.-Feb. 1982, pp. 36-42.

PILAKOUTAS, K.; LI, X., **Shear band: novel punching shear reinforcement for flat slabs**. Innovation in Composite Materials and Structures, Civil-Comp Ltd, Edimburgo, 1997, pp.35-45.

PILAKOUTAS, K; LI, X., **Alternative shear reinforcement for reinforced concrete flat slabs**. Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers, Vol. 129, No. 9, setembro de 2003, pp 1164 – 1172.

PRALONG, J.; BRÄNDLI, W.; THÜRLIMANN, B., **Durchstanzversuche na Stahlbetonund Spannbetonplatten**. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, No. 7305- 3, 1979, 89p

REGAN, P. E. **Behaviour of reinforced concrete flat slabs**. Construction Industry Research and Information Association, 1981.

REGAN, P.E. **Shear combs, reinforcement against punching**. The Structural Engineer, [s. L.], v. 63, p.76-84, dez. 1985.

REGAN, P. E.; BRÆSTRUP, M. W. (1985), **Punching Shear in Reinforced Concrete**. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information, No. 168, Jan. 1985, 232p.

REGAN, P. E. **Symmetric punching of reinforced concrete slabs**. Magazine of Concrete Research, [s.l.], v. 38, n. 136, p.115-128, set. 1986.

REGAN, P. E. **Punching tests of concrete slabs with riss star shear reinforcement for riss AG**. School of Architecture & Engineering, University of Westminster, London, Jan. 1993.

REGAN, P. E.; SAMADIAN, F. **Shear reinforcement against punching in reinforced concrete flat slabs**. The Structural Engineer, [s. L.], v. 79, n. 10, p.24-31, maio, 2001.

ROBERTSON, I. N.; KAWAI, T., LEE, J.; ENOMOTO, B., **Cyclic Testing of SlabColumn Connections with Shear Reinforcement**. ACI Structural Journal, V. 99, No. 5, Sep.-Oct. 2002, pp. 605-613.

RUIZ, M. F.; MUTTONI, A., **Applications of critical shear crack theory to punching of reinforced concrete slabs with transverse reinforcement.** ACI Structural Journal, Vol. 106, N° 4, pg. 485-494, July/August.

SAID, M.; MAHMOUD, A. A.; SALAH, A., **Performance of reinforced concrete slabs under punching loads.** Materials and Structures, v. 53, n. 4, p. 1-24, 2020.

SANTOS, E. V. (2018). **Punção em Lajes Lisas: Métodos de Cálculo, Prescrições Normativas e Exemplos de Aplicação.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM – 11A/18, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 225p.

SEIBLE, F.; GHALI, A.; DILGER W.H., **Preassembled Shear Reinforcing Units for Flat Slabs.** Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, V. 77, No. 5, Jan.-Feb. 1980, pp. 28-34.

SHERIF, A. G.; DILGER, W. H., **Critical Review of the CSA A23.3-94 Punching Shear Provisions for Interior Columns.** Canadian Journal of Civil Engineering, V. 23, No. 5, 1996, pp 998-1011.

SIBURG, C., HEGGER, J., FURCHE, J., & BAUERMEISTER, U., **Durchstanzbewehrung für Elementdecken nach Eurocode 2.** Beton-und Stahlbetonbau, v. 109, n. 3, p. 170-181, 2014.

SOUZA, D. C. (2018). **Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Variação da Ancoragem da Armadura de Punção.** Monografia de Projeto Final em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 128 p.

SUBRAMANIAN (2014). **Alternative Punching Shear Reinforcement for RC Flat Slabs.** The Indian Concrete Journal. Janeiro. Pp 33-44.

TAKAHASHI, Y.; KAKUTA, Y.; SATO, Y., **Experimental Study on Shear Failure of Concrete Slabs Reinforced with Grid-Shaped FRP Bars.** Japan Concrete Institute, Transactions, V. 14, 1992, pp. 267-272.

TALBOT, A. N. **Reinforced concrete wall footings and column footings**, n. 67, University of Illinois, Engineering Experiment Station, 1913, 114 p.

TALBOT, A. N.; SLATER, W. A., **Tests of reinforced concrete flat slab structures**. University of Illinois, 1916.

TAPAJÓS, L. S., **Cisalhamento em elementos de concreto armado com estribos desconectados**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2017.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado com armadura de cisalhamento tipo “stud” interno e tipo estribo inclinado**. Dissertação de mestrado, Publicação 001A /2001, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 2001. 165p.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado: Análise experimental e numérica**. 2006. 350 f. Tese de Doutorado- Curso de Engenharia, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

TRAUTWEIN, L. M., BITTENCOURT, T. N., GOMES, R. B., BELLA, J. C. D., **Punching Strength of Flat Slabs with Unbraced Shear Reinforcement**. ACI Structural Journal, Vol. 108, No. 2, 2011, pp. 197-205.

VANDERBILT, M. D., **Shear Strength of Continuous Plates**. Journal of Structural Division, Proceedings, ASCE, V. 98, No. ST5, May 1972, pp. 961-973.

VAZ RODRIGUES, R., **Shear strength of reinforced concrete bridge deck slabs**. PhD thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Lausanne (2007).

YAMADA, T.; NANNI, A.; ENDO, K. **Punching shear resistance of flat slabs: influence of reinforcement type and ratio**. ACI Structural Journal, [s.l], v. 88, n. 4, p.555-563, ago, 1992.

**WOOD, J. G. M. Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997.** Report presented to Structural Studies & Design Ltd. Inglaterra, 1997. 209p.

## APÊNDICE A – PROJETOS DAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO

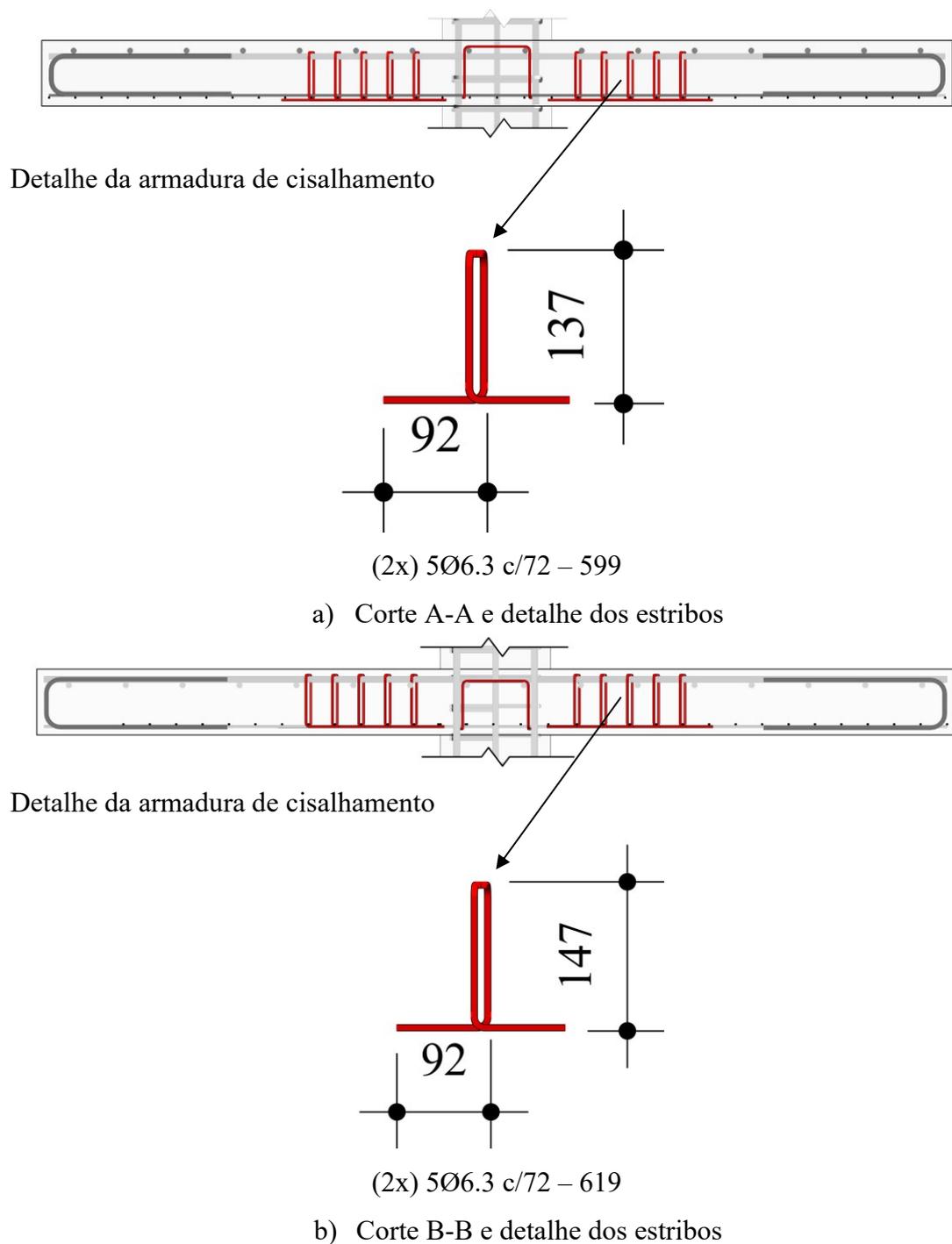


Figura 0.1 - Projeto da armadura de cisalhamento da laje CFA (medidas em mm)

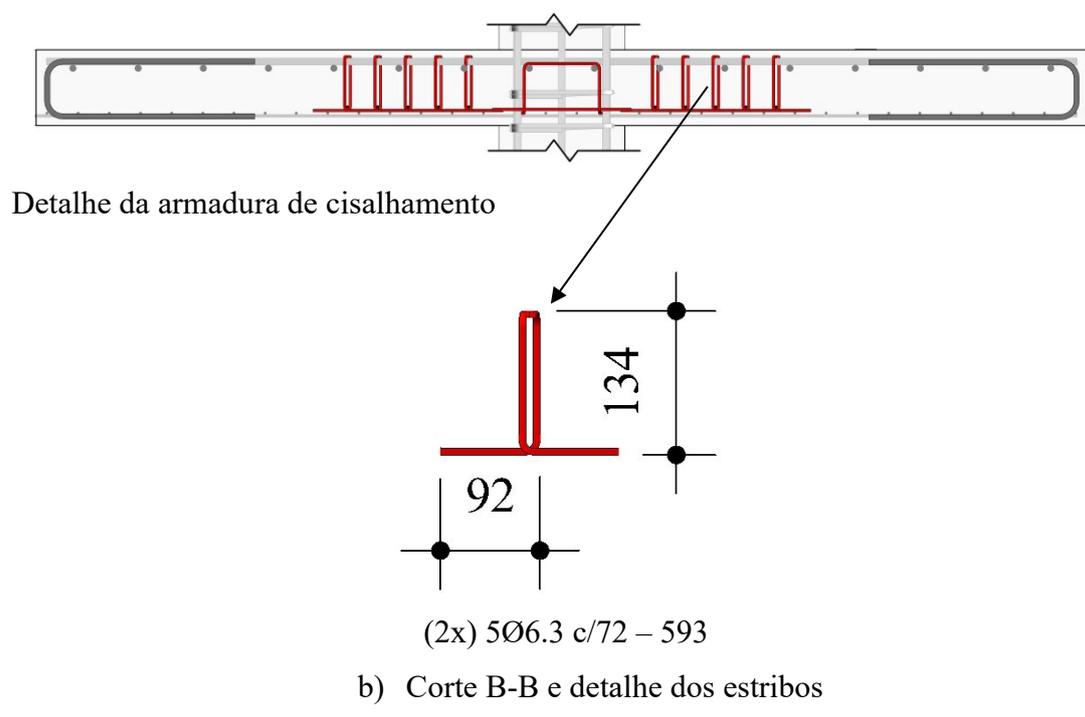
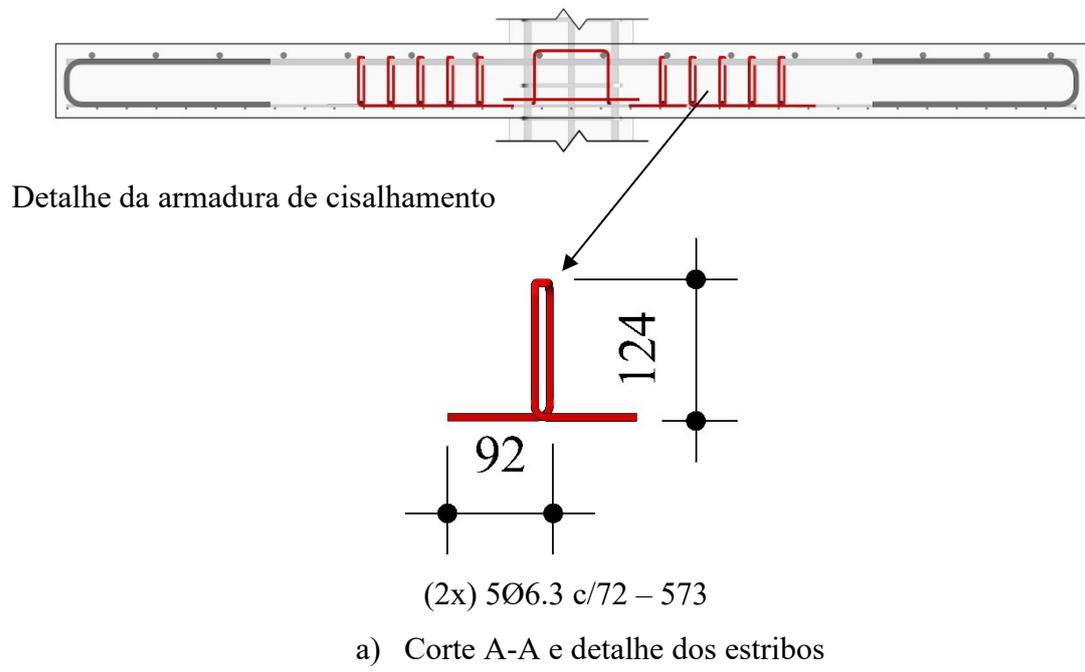


Figura 0.2 - Projeto da armadura de cisalhamento da laje CTA (medidas em mm)

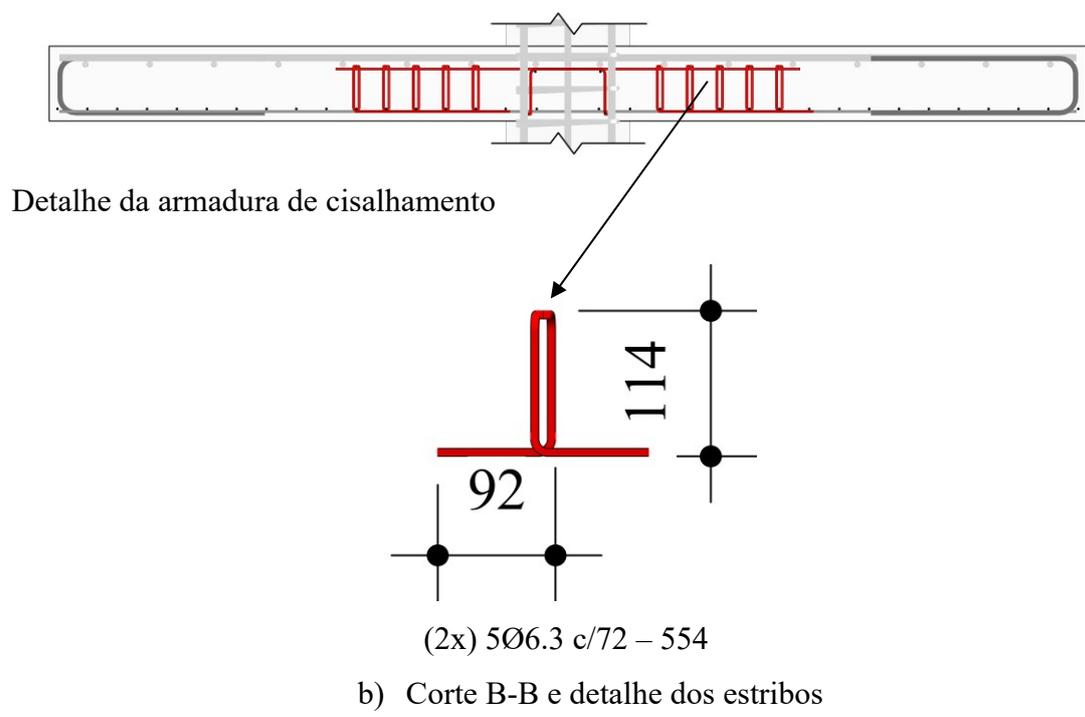
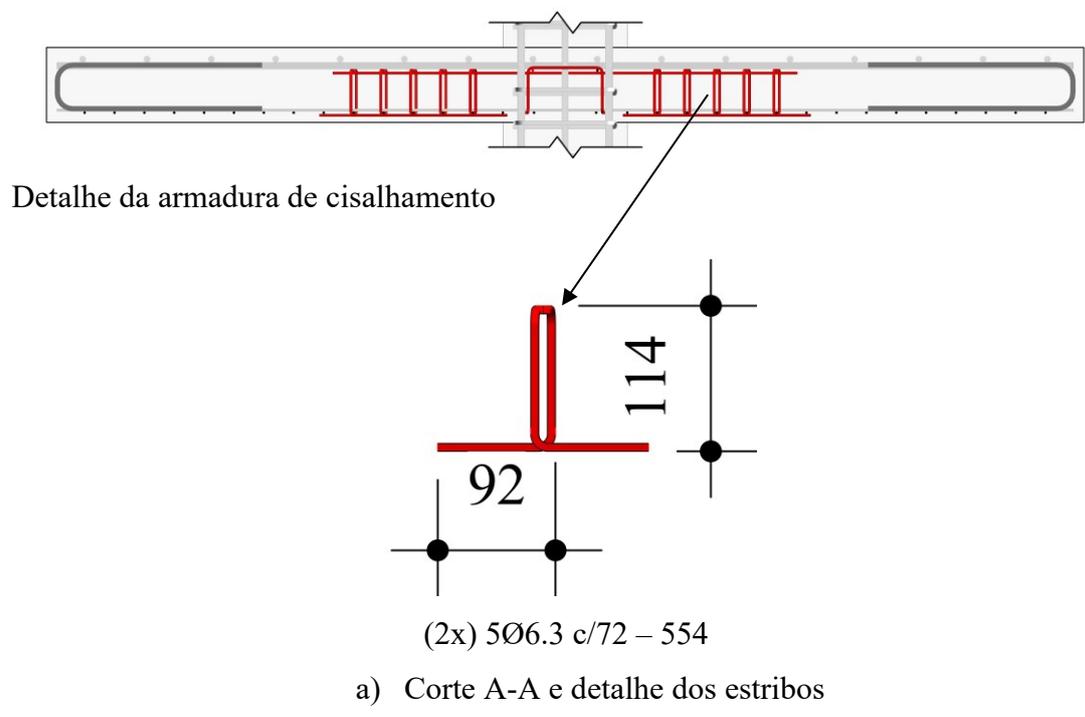


Figura 0.3 - Projeto da armadura de cisalhamento da laje CCA (medidas em mm)

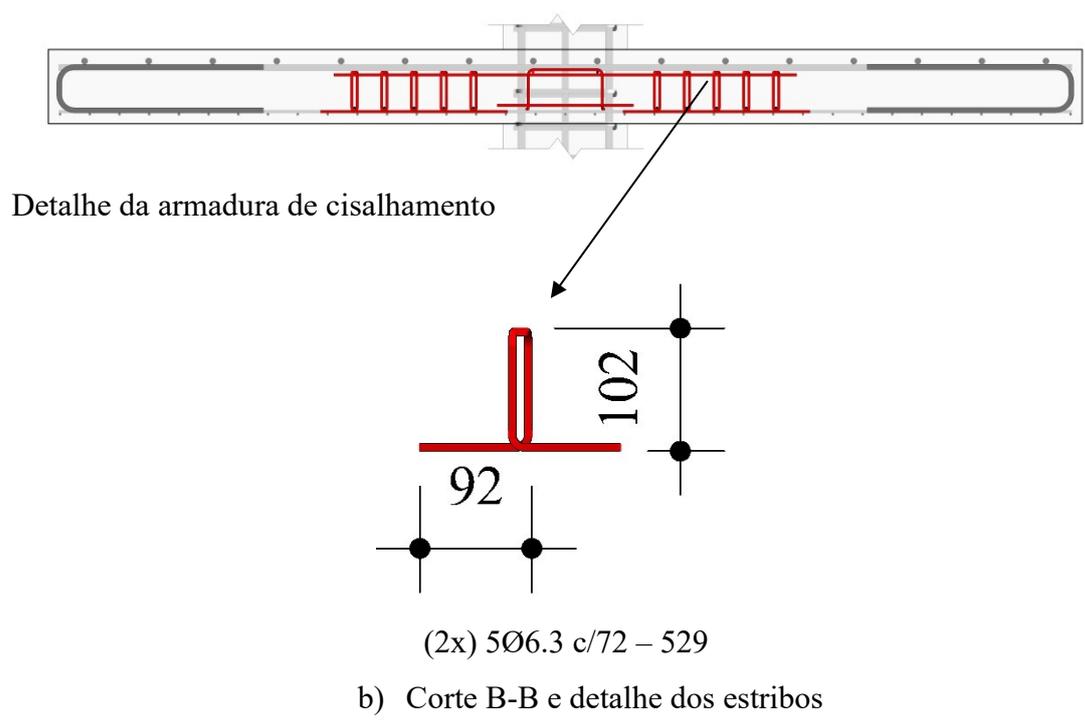
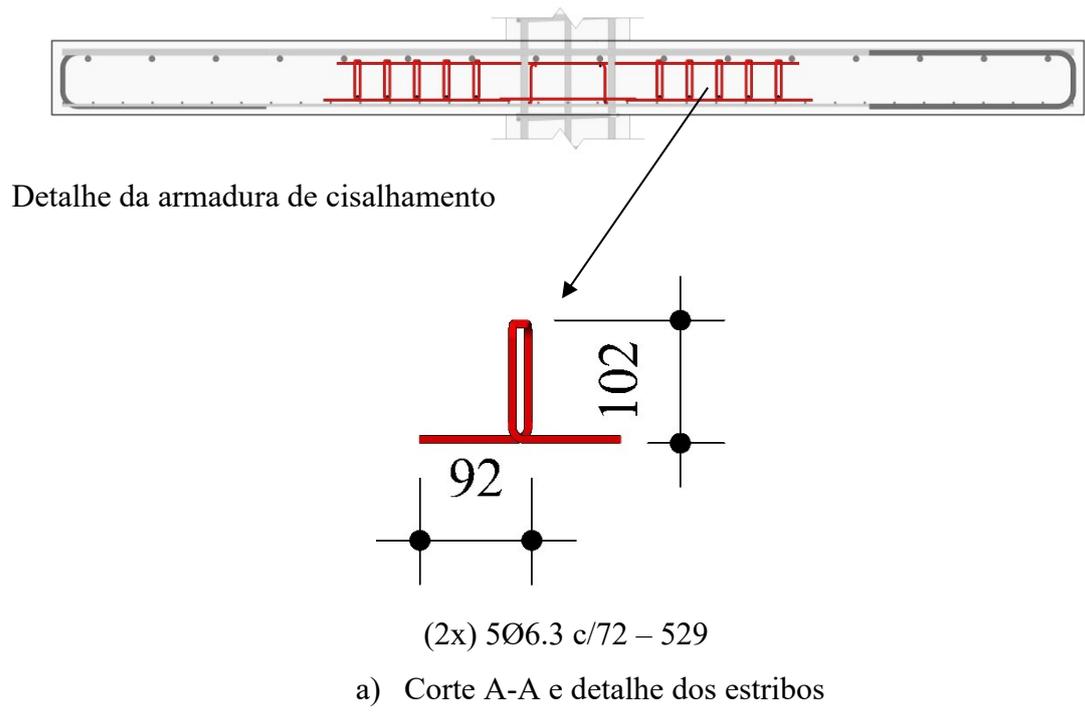


Figura 0.4 - Projeto da armadura de cisalhamento da laje CNA (medidas em mm)

## APÊNDICE B – CARACTERÍSTICAS DAS LAJES

Tabela B.0.1 - Características das lajes ensaiadas nessa pesquisa

Autor	Siqueira (2021)				
Laje	RSP	CFA	CTA	CCA	CNA
d (mm)	147,9	144,6	143,3	144,4	141,0
c (mm)	300,0	300,0	300,0	300,0	300,0
$\rho_{flex}$ (%)	0,9	1,0	1,0	1,0	1,0
$\Phi_{flex}$ (mm)	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0
$f_{ys,flex}$ (MPa)	549,0	578,6	578,6	578,6	578,6
$E_{s,flex}$ (GPa)	196,9	190,9	190,9	190,9	190,9
$\rho_w$ (%)	-	0,2	0,2	0,2	0,2
$\Phi_w$ (mm)	-	6,3	6,3	6,3	6,3
$f_{ys,w}$ (MPa)	-	600,3	600,3	600,3	600,3
$E_{s,w}$ (GPa)	-	190,9	190,9	190,9	190,9
$A_{sw} / cam.$ (cm <sup>2</sup> )	-	2,49	2,49	2,49	2,49
$A_{sw} / laje$ (cm <sup>2</sup> )	-	12,47	12,47	12,47	12,47
Ancoragem	-	CT	T	C	S
Nº de linhas	-	8	8	8	8
Nº de camadas	-	5	5	5	5
$S_0$ (mm)	-	72	72	72	72
$S_r$ (mm)	-	72	72	72	72
$d_{g,máx}$ (mm)	9,5	9,5	9,5	9,5	9,5
$f_c$ (MPa)	29,9	37,5	37,5	37,5	37,5
$V_u$ (kN)	478,8	693,7	625,5	598,2	602,6

“c” é o diâmetro do pilar circular ou o lado do pilar quadrado

O agregado graúdo é do tipo pedra britada número 0, com dimensões de 4,8 mm a 9,5 mm;

O raio de carregamento ( $r_q$ ) é igual a 1124 mm;

CT: ancoragem na armadura de flexão tracionada e comprimida;

C: ancoragem na armadura de flexão comprimida;

T: ancoragem na armadura de flexão tracionada;

S: sem ancoragem na armadura de flexão;

$V_u$ : carga última experimental das lajes

Adotou-se o índice  $w$  para os parâmetros que se referem a armadura de cisalhamento, e o índice  $flex$  para a armadura principal de flexão.

O símbolo “-” foi usado quando a informação não foi informada pelo autor.

Tabela B.0.2 - Características das lajes ensaiadas por Souza (2018)

Autor	Souza (2018)		
Laje	FS-01	FS-02	FS-03
d (mm)	147,1	148,1	148,0
c (mm)	300,0	300,0	300,0
$\rho_{flex}$ (%)	0,9	0,9	0,9
$\phi_{flex}$ (mm)	16,0	16,0	16,0
$f_{ys,flex}$ (MPa)	549,0	549,0	549,0
$E_{s,flex}$ (GPa)	196,9	196,9	196,9
$\rho_w$ (%)	0,3	0,3	0,3
$\phi_w$ (mm)	8,0	8,0	8,0
$f_{ys,w}$ (MPa)	-	-	-
$E_{s,w}$ (GPa)	-	-	-
$A_{sw} / cam.$ (cm <sup>2</sup> )	4,02	4,02	4,02
$A_{sw} / laje$ (cm <sup>2</sup> )	20,11	20,11	20,11
Ancoragem	CT	C	S
Nº de linhas	8	8	8
Nº de camadas	5	5	5
$S_0$ (mm)	80	80	80
$S_r$ (mm)	80	80	80
$d_{g,m\acute{a}x}$ (mm)	9,5	9,5	9,5
$f_c$ (MPa)	29,9	29,9	29,9
$V_u$ (kN)	535,1	554,8	534,2

“c” é o diâmetro do pilar circular ou o lado pilar quadrado

O agregado graúdo é do tipo pedra britada número 0, com dimensões de 4,8 mm a 9,5 mm;

O raio de carregamento ( $r_q$ ) é igual a 1124 mm;

CT: ancoragem na armadura de flexão tracionada e comprimida;

C: ancoragem na armadura de flexão comprimida;

T: ancoragem na armadura de flexão tracionada;

S: sem ancoragem na armadura de flexão;

$V_u$ : carga última experimental das lajes

Adotou-se o índice  $w$  para os parâmetros que se referem a armadura de cisalhamento, e o índice  $flex$  para a armadura principal de flexão.

O símbolo “-” foi usado quando a informação não foi informada pelo autor.

Tabela B.0.3 - Características das lajes ensaiadas por Palhares (2018)

Autor	Palhares (2018)			
Laje	FS-08	FS-09	FS-10	FS-11
d (mm)	145,8	148,0	147,1	147,6
c (mm)	300,0	300,0	300,0	300,0
$\rho_{flex}$ (%)	0,9	0,9	0,9	0,9
$\emptyset_{flex}$ (mm)	16,0	16,0	16,0	16,0
$f_{ys,flex}$ (MPa)	615,2	615,2	615,2	615,2
$E_{s,flex}$ (GPa)	179,4	179,4	179,4	179,4
$\rho_w$ (%)	0,1	0,1	0,1	0,1
$\emptyset_w$ (mm)	5,0	5,0	5,0	5,0
$f_{ys,w}$ (MPa)	698,1	698,1	698,1	698,1
$E_{s,w}$ (GPa)	193,2	193,2	193,2	193,2
$A_{sw} / cam.$ (cm <sup>2</sup> )	1,57	1,57	1,57	1,57
$A_{sw} / laje$ (cm <sup>2</sup> )	7,85	7,85	7,85	7,85
Ancoragem	CT	C	T	S
Nº de linhas	8	8	8	8
Nº de camadas	5	5	5	5
$S_0$ (mm)	72	72	72	72
$S_r$ (mm)	72	72	72	72
$d_{g,máx}$ (mm)	9,5	9,5	9,5	9,5
$f_c$ (MPa)	30,5	30,5	30,5	30,5
$V_u$ (kN)	607,8	662,1	614,1	604,6

“c” é o diâmetro do pilar circular ou o lado do pilar quadrado

O agregado graúdo é do tipo pedra britada número 0, com dimensões de 4,8 mm a 9,5 mm;

O raio de carregamento ( $r_q$ ) é igual a 1250 mm;

CT: ancoragem na armadura de flexão tracionada e comprimida;

C: ancoragem na armadura de flexão comprimida;

T: ancoragem na armadura de flexão tracionada;

S: sem ancoragem na armadura de flexão;

$V_u$ : carga última experimental das lajes

Adotou-se o índice  $w$  para os parâmetros que se referem a armadura de cisalhamento, e o índice  $flex$  para a armadura principal de flexão.

O símbolo “-” foi usado quando a informação não foi informada pelo autor.

Tabela B.0.4 - Características das lajes ensaiadas por Caldentey *et al.* (2013)

Autor	Caldentey <i>et al.</i> (2013)					
Laje	L3	L4	L5	L6	L7	L8
d (mm)	200,0	200,0	200,0	200,0	200,0	200,0
c (mm)	450,0	450,0	450,0	450,0	450,0	450,0
$\rho_{flex}$ (%)	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
$\emptyset_{flex}$ (mm)	20,0 + 12,0	20,0 + 12,0	20,0 + 12,0	20,0 + 12,0	20,0 + 12,0	20,0 + 12,0
$f_{ys,flex}$ (MPa)	575,0	575,0	575,0	575,0	575,0	575,0
$E_{s,flex}$ (GPa)	-	-	-	-	-	-
$\rho_w$ (%)	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
$\emptyset_w$ (mm)	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
$f_{ys,w}$ (MPa)	-	-	-	-	-	-
$E_{s,w}$ (GPa)	-	-	-	-	-	-
$A_{sw} / cam.$ (cm <sup>2</sup> )	8,04	8,04	8,04	8,04	8,04	8,04
$A_{sw} / laje$ (cm <sup>2</sup> )	48,25	48,25	48,25	48,25	48,25	48,25
Ancoragem	S	S	CT	CT	CT	CT
Nº de linhas	16	16	16	16	16	16
Nº de camadas	6	6	6	6	6	6
$S_0$ (mm)	150	150	150	150	150	150
$S_r$ (mm)	150	150	150	150	150	150
$d_{g,máx}$ (mm)	-	-	-	-	-	-
$f_c$ (MPa)	37,8	38,4	38,3	37,9	38,1	38,5
$V_u$ (kN)	1148,6	1252,6	1148,6	1202,6	1050,6	1002,6

“c” é o diâmetro do pilar circular ou o lado pilar quadrado

O agregado graúdo é do tipo pedra britada número 0, com dimensões de 4,8 mm a 9,5 mm;

O raio de carregamento ( $r_q$ ) é igual a 1124 mm;

CT: ancoragem na armadura de flexão tracionada e comprimida;

C: ancoragem na armadura de flexão comprimida;

T: ancoragem na armadura de flexão tracionada;

S: sem ancoragem na armadura de flexão;

$V_u$ : carga última experimental das lajes

Adotou-se o índice  $w$  para os parâmetros que se referem a armadura de cisalhamento, e o índice  $flex$  para a armadura principal de flexão.

O símbolo “-” foi usado quando a informação não foi informada pelo autor.