

Daniel de Albuquerque Violato

**Atualizando Kant: Avaliação da Identidade
entre a Lógica Transcendental e a Lógica
Geométrica**

Brasília

2019

Daniel de Albuquerque Violato

**Atualizando Kant: Avaliação da Identidade entre a
Lógica Transcendental e a Lógica Geométrica**

Dissertação apresentada visando obtenção
do título de Mestre em Filosofia pela Uni-
versidade de Brasília com área de concen-
tração em lógica

Universidade de Brasília

Orientador: Rodrigo de Alvarenga Freire

Brasília
2019

Daniel de Albuquerque Violato Atualizando Kant: Avaliação da Identidade
entre a Lógica Transcendental e a Lógica Geométrica/ Daniel de Albuquerque
Violato. – Brasília, 2019- 89 p.

Orientador:Rodrigo de Alvarenga Freire

Dissertação – Universidade de Brasília, 2019.

1. Lógica. 2. Kant. I. Rodrigo de Alvarenga Freire. II. Universidade de Brasília.
III. Faculdade de Filosofia. IV. Título

Daniel de Albuquerque Violato

Atualizando Kant: Avaliação da Identidade entre a Lógica Transcendental e a Lógica Geométrica

Dissertação apresentada visando obtenção do título de Mestre em Filosofia pela Universidade de Brasília com área de concentração em lógica

Brasília, 14 de novembro de 2019

Prof. Dr. Rodrigo de Alvarenga Freire
Universidade de Brasília

**Prof. Dr. Alexandre Fernandes
Batista Costa Leite**
Universidade de Brasília

Prof. Dr. Wagner de Campos Sanz
Universidade Federal do Goiás

Brasília
2019

Resumo

Esta dissertação avalia a proposta de Michiel Van Lambalgen e Theodora Achourioti apresentada no artigo *A Formalization of Kant's Transcendental Logic*, em que é proposta semântica modelo-teórica para representar ideias da Crítica da Razão Pura. Com base nessa proposta, os autores concluem que a lógica transcendental kantiana identifica-se com a lógica geométrica, lógica intuicionista desenvolvida mais recentemente. Esta dissertação conclui que é preciso avançar os estudos para decidir se a proposta pode ser aceita. Em particular, é preciso aprofundar a investigação da noção kantiana de categoria e sua relação com a semântica proposta pelos autores. Inclusive, eles admitem não ter tratado em detalhes dessa noção, que é fundamental para a lógica transcendental. A conclusão do estudo é precedida por considerações que explicitam aspectos cruciais da interpretação da Crítica da Razão Pura adotada. Além disso, algumas considerações que os autores apenas indicam no artigo são desenvolvidas mais detalhadamente. Com isso, a crítica apresentada na dissertação tem seus fundamentos amplamente expostos, favorecendo que ela mesma seja objeto de novas críticas.

Palavras-chaves: Lógica. Kant. Lógica Geométrica. Lógica Transcendental. Lambalgen. Achourioti.

Abstract

This dissertation evaluates the proposal presented by Michiel Van Lambalgen and Theodora Achourioti in the article *A Formalization of Kant's Transcendental Logic*, in which the authors present a model theoretic semantic understood to represent ideas from the *Critique of Pure Reason*. Based on this proposal, they conclude that Kant's transcendental logic identify with geometric logic, a more recently developed intuitionistic logic. This dissertation concludes that further research is necessary to decide if the proposal is to be accepted. Particularly, it is necessary to further investigate the kantian notion of category and its relation to the semantic proposed by the authors. They admit that they didn't treat in details this fundamental notion of transcendental logic. The conclusion of the dissertation is preceded by considerations that make explicit crucial aspects of the interpretation of the *Critique of Pure reason* adopted. Moreover, some points that the authors only indicate are developed in further details. Thus, the critique presented in the dissertation has its grounds openly shown, making it better suited to be further criticized.

Keywords: Logic. Kant. Geometric Logic. Transcendental Logic. Lambalgen. Achourioti.

Sumário

Sumário	9
1 INTRODUÇÃO	11
Introdução	11
1.1 Fundamentos da Crítica da Razão Pura	12
2 DESENVOLVIMENTO	15
Desenvolvimento	15
2.1 Distinção Preliminar entre Lógica Geral e Lógica Transcendental	15
2.2 Semântica dos Autores	19
2.2.1 Síntese da Apreciação na Intuição	20
2.2.2 Síntese da Reprodução na Imaginação	23
2.2.3 Síntese do Reconhecimento em um Conceito	32
2.2.4 Validade Objetiva	40
2.3 A Lógica Geométrica	44
2.4 Os Casos de Juízos Objetivamente Válidos	53
2.4.1 Juízos Categóricos	53
2.4.2 Juízos Disjuntivos	57
2.4.3 Juízos Hipotéticos	58
2.4.4 Conclusão	58
3 CONCLUSÃO	61
Conclusão	61
3.1 Lógica Transcendental, Funções do Entendimento e Categorias	61
3.2 Interpretação Alternativa	66

REFERÊNCIAS	89
-----------------------	----

1 Introdução

No artigo *A Formalization of Kant's Transcendental Logic*¹, T. Achourioti e M. Van Lambalgen² defendem que a lógica transcendental kantiana, vista em termos modernos, se identifica com a lógica geométrica. Esta dissertação avalia essa proposta.

Na palavra dos autores, o artigo visa examinar a lógica formal kantiana e sua relação com a lógica transcendental do ponto de vista da lógica matemática¹. No entanto, o exame não se restringe à lógica. Dadas as características do pensamento kantiano, em que há muita interação entre a lógica e a estética para a produção de conhecimento, é razoável que haja pronunciamento sobre partes da *Crítica da Razão Pura* que não dizem respeito à lógica.

Além disso, os autores demonstram plena consciência de que estão envolvidos em empreendimento complexo e que ainda há muito a ser feito, mas acreditam que forneceram ponto de partida que já pode esclarecer alguns conceitos da *Crítica da Razão pura* e sua articulação².

Em particular, os autores afirmam que o procedimento kantiano pode ser pensado segundo o método de análise e síntese da geometria³. Entendem que a fase de análise assume a existência de objetos e determina como as formas lógicas dos juízos podem ter relação com algum objeto, dando justificção transcendental à tabela de juízos⁴. A fase sintética faria o inverso, mostrando como as formas lógicas do juízo contribuem para a constituição dos objetos⁵.

Nesse contexto, destacam que o artigo foca na fase analítica⁶, sendo que o principal resultado matemático que alcançam não responde à questão sintética, até porque a fase analítica seria preliminar⁷. É importante notar que focar um aspecto não é o mesmo que estar adstrito a ele. Entendendo que, em Kant, os objetos são constituídos pelo processo de síntese, boa parte do trabalho dos autores refere-se à constituição de objetos por meio de atividade judicante. Seja como for, é nítido o reconhecimento

¹ adiante referido apenas como artigo.

² no que segue, mencionados somente como autores.

pelos autores de que executaram apenas parte do que seria o exame completo da lógica transcendental à luz da lógica contemporânea⁸.

Afinal, os autores têm proposta que envolve a comparação de duas tradições filosóficas bastante diferentes. Avaliar essa proposta necessariamente envolve transitar entre essas tradições. Ambas são envoltas em suas próprias complicações, havendo muito espaço para polêmicas.

O texto kantiano, em particular, admite múltiplas interpretações. Eventualmente, esta dissertação pode conter crítica aos autores como decorrência de interpretar a Crítica da Razão Pura de forma diversa da dos autores. Por isso, a dissertação é repleta de explicações sobre como interpreta o texto kantiano. Essas explicações remetem ao texto original mesmo em aspectos que podem parecer óbvios. Com isso, é esperado que os debates sejam mais transparentes, favorecendo o avanço do importante projeto iniciado pelos autores.

1.1 Fundamentos da Crítica da Razão Pura

Nas palavras do próprio autor, a Crítica da Razão Pura é o esboço de um projeto filosófico de filosofia transcendental⁹. Kant afirma que a Crítica cuida de investigação com teor científico¹⁰, mas de caráter apenas preliminar de avaliação da própria razão¹¹, buscando apenas corrigir erros que ela mesma executa¹². O cerne do projeto é o conhecimento *a priori* de objetos¹³, devendo evidenciar as condições para que objetos e conceitos estejam em harmonia¹⁴.

Para construir esse sistema, Kant apresenta concepção de conhecimento enquanto união de intuição e conceito¹⁵, e essa ideia parece fundamental para marcar os casos em que a razão realiza os erros que ele quer extirpar da filosofia transcendental. Ambos os componentes são necessários para haver conhecimento¹⁶, que se caracteriza quando ambos concordam¹⁷. Nisso repousa a harmonia entre conceitos e objeto que a filosofia transcendental deve caracterizar.

A intuição é a parte do conhecimento que se relaciona diretamente com os objetos, bem como a finalidade a que o pensamento é dirigido¹⁸. Vale destacar, porém, uma particularidade dessa relação direta. Todo conhecimento é representação de algum

sujeito como resultado de sua afetação pela coisa em si mesma, e não de algum acesso direto a ela¹⁹. Mais especificamente, a coisa em si afeta a sensibilidade, produzindo sensações²⁰. Disso, resulta a intuição empírica e o aparecimento, que é o objeto indeterminado da intuição empírica²¹.

Assim, a Crítica da Razão Pura parece fundamentalmente construída assumido que existe a coisa em si e o sujeito que ela afeta para produzir sensações. Esse sujeito é dotado de sensibilidade, capacidade de receber objetos por intuições resultantes de afecções²². Além dessa, há a faculdade para pensar os objetos provenientes da sensibilidade, denominada entendimento²³. “Vale notar que, para Kant, pensar é atividade voltada para a produção de conceitos²⁴. Além disso, existe uma ciência associada a cada uma das faculdades, com a estética investigando a sensibilidade e a lógica tratando do entendimento²⁵.

Antes de ser afetada, porém, a sensibilidade tem uma forma, que é a forma do aparecimento (enquanto a sensação é a sua matéria) e permite ordenar o múltiplo que há nele²⁶. O entendimento também tem uma forma, obtida da abstração do conteúdo dos juízos como funções para o pensamento²⁷.

A sensibilidade, em particular, possui duas formas, que são o espaço e o tempo²⁸. O espaço é condição de possibilidade do aparecimento externo²⁹, enquanto o tempo condiciona o aparecimento com total abrangência³⁰ - nada aparece sem estar sujeito às suas condições³¹.

Quanto ao entendimento, sua forma é obtida pela abstração do conteúdo do juízo, do que resultam 12 funções do pensamento³². Essas funções fundamentam os conceitos de forma semelhante à que a afecção funda as intuições³³. Além disso, as funções servem para unificar representações em uma comum³⁴, e a unidade é obtida pela formulação de juízos, que aglutinam representações em outras mais elevadas (no sentido de compreenderem mais representações)³⁵.

O entendimento é, então, uma faculdade que julga e que concebe³⁶. Há muitos vínculos entre julgar e conceber, como o fato de o entendimento não poder fazer outra coisa com conceitos além de utilizá-los em juízos³⁷. Conceitos, como predicados de juízos possíveis, são conceitos apenas porque contém mais de uma representação³⁸. Assim, a função dos juízos é estabelecer relações entre representações com níveis

distintos, no sentido de haver algumas que são superiores a outras.

A partir dessas explicações básicas, é possível examinar o artigo. Novas explicações sobre a interpretação da Crítica da Razão Pura serão apresentadas ao longo do exame.

2 Desenvolvimento

2.1 Distinção Preliminar entre Lógica Geral e Lógica Transcendental

Os autores entendem crucial destacar que há duas lógicas no pensamento kantiano: a geral e a transcendental³⁹. No sistema de prova que propõem, a distinção é apresentada de forma bastante direta. Pretendendo formalizar uma “lógica da verdade“, o sistema dedutivo é articulado com três relações de consequência, uma correspondente à lógica clássica e duas para remontar a concepção de validade objetiva proposta pelos autores⁴⁰. Nessa configuração, a lógica geral é representada pela relação de consequência clássica, e uma das relações de consequência associadas à validade objetiva representa a lógica transcendental⁴¹.

Além disso, os autores afirmam que nenhuma das duas lógicas (geral ou transcendental) forma um sistema dedutivo completo⁴². Apenas em conjunto seriam obtidas todas as regras de inferência para introduzir e eliminar operações lógicas. Nesses termos, haveria uma única lógica kantiana, formada pelo amálgama da lógica geral com a transcendental.

Para os autores, a lógica transcendental é vista com a função de constituir objetos que possam ser relacionados com juízos, que passam então a ser verdadeiros⁴³. À lógica geral, caberia apenas relacionar esses objetos inferencialmente respeitando a semântica estabelecida pela lógica transcendental⁴⁴. Com isso, o trabalho de construção semântica do artigo figura como cerne da lógica transcendental, revelando a estrutura interna dos objetos⁴⁵.

Assim, os autores defendem que Kant fala de duas lógicas bem diferentes quanto ao conteúdo. Considerando que é a semântica que estabelece componentes como sentidos e referências para linguagens, apenas a lógica transcendental possui conteúdo. A lógica geral, apesar de necessária, seria mero jogo inferencial vazio do ponto de vista interpretativo.

Isso sugere que a lógica transcendental possui caráter intuicionista, enquanto a geral seria mais compatível com a concepção formalista. Desse modo, a lógica kantiana seria híbrida e, possivelmente, está a meio termo dessas duas concepções.

Essa interpretação encontra respaldo em passagens da *Crítica da Razão Pura*. Kant afirma que a lógica geral não necessariamente lida com conhecimentos, pois, podendo não se referir a objetos, relaciona meras formas lógicas sem conteúdo⁴⁶. Ora, essa concepção focada em manipulações lógicas com caráter meramente formal é característica do formalismo.

A lógica transcendental, ao revés, parece estar adstrita a maiores limites, com clara natureza sensível. Se a lógica transcendental não se relacionar de alguma forma com o múltiplo da sensibilidade, seus conceitos serão vazios⁴⁷.

Assim, como a sensibilidade é faculdade que provê intuições, a lógica transcendental só se justifica se associada a intuições. Ou seja, também parece evidente, aqui, o vínculo com o intuicionismo. Os autores têm, portanto, bons fundamentos para relacionar a lógica kantiana a esse sistema híbrido.

Vale destacar, porém, que a costumeira associação de Kant ao intuicionismo, com distanciamento do formalismo, não é sem razão. Em certo sentido, a lógica transcendental desempenha papel normativo sobre a geral, corrigindo-a. Isso decorre justamente da dependência que a lógica transcendental apresenta em relação à sensibilidade, quanto à qual a lógica geral está livre.

Por si só, o entendimento apenas manipula regras formais⁴⁸. O papel da lógica transcendental parece ser justamente o de corrigir os usos do entendimento apenas formalmente corretos, mas materialmente irrelevantes porque apartados da sensibilidade.

Kant afirma explicitamente que a tarefa da lógica transcendental é corrigir a faculdade de julgar em relação ao uso do entendimento puro⁴⁹. Nesse contexto, “entendimento puro” parece remeter ao uso do entendimento apartado da sensibilidade. Isso porque a faculdade de julgar é entendida como faculdade de subsunção a regras⁵⁰, e, nas subsunções, o que é buscado é a adequação de um objeto a um conceito⁵¹. Além disso, o que caracteriza o adjetivo “transcendental” em “lógica transcendental” passa pela existência de algum objeto dando conteúdo ao conceito, deixando de ser

mera manipulação de regras lógicas⁵².

Assim, a lógica transcendental deve corrigir aplicações das meras formas lógicas do entendimento ao assegurar que algum objeto corresponda a elas, constituindo o seu conteúdo. Essa ideia tem como fundamento a concepção de conhecimento enquanto união de intuição e conceito.

A diferença entre as duas lógicas é que apenas a primeira está comprometida com o sensível (intuído). A lógica geral pode fazer meras manipulações de conceitos que, sem respaldo intuitivo, não caracterizam conhecimento. Esse seria o vício da lógica geral corrigido pela transcendental. Esta seria superior por assegurar que as faculdades cognitivas são empregadas produzindo conhecimento.

Essa característica da lógica geral, que a faz precisar de correção, é responsável pelo fato de a forma da sensibilidade ser bastante diversa da forma do entendimento. O espaço e o tempo existem como resultado da constituição humana de modo a condicionar a própria existência do aparecimento e da intuição⁵³.

As funções do entendimento, porém, têm caráter normativo, sendo regras para o bom pensamento. Algum pensamento que as despreze, sendo contraditório, por exemplo, não deixa de existir. Além disso, há uma segunda possibilidade de erro. O pensamento pode respeitar as regras formais do entendimento e ainda assim ser reprovável por não ter objeto que lhe corresponda.

As formas das duas faculdades condicionam suas relações com o objeto de forma necessária. No entanto, enquanto a primeira necessidade tem caráter alético, a natureza da segunda é deôntica. Isso porque nunca será verdadeiro que algum objeto seja dado contrariamente às condições espaço temporais. O pensamento, porém, pode ser contrário à forma do entendimento, embora isso caracterize um mal pensamento. A sensibilidade é considerada receptiva e o entendimento tido como espontâneo⁵⁴, e a possibilidade de cada faculdade ser exercida contrariamente às suas formas pode ser justamente a razão dessa contraposição.

Em todo caso, Kant dá a entender que todos os componentes formais da cognição humana fazem parte da constituição do sujeito e são razoavelmente imutáveis. Para ele, não é possível utilizar outra forma de intuição que não seja espaço-temporal, e nenhum de nossos pensamentos empregará categorias ou funções do entendimento

diversas das que ele apresenta⁵⁵.

Além disso, é importante notar que cada uma das lógicas tem seus elementos básicos. A lógica geral tem as funções do entendimento, apresentadas como mera forma do entendimento e dispostas na tabela de B 95. Os elementos básicos da lógica transcendental, porém, são os conceitos puros do entendimento ou categorias, explicitamente tidas como correspondentes das funções do entendimento⁵⁶.

Na prática, para além dos nomes nas tabelas, Kant não apresenta essa indicada correspondência biunívoca entre as funções do entendimento e as categorias. A associação das funções do entendimento a símbolos da lógica contemporânea é, grosso modo, sugerida com alguma naturalidade¹. Não obstante, fazer algo semelhante com as categorias não é tarefa trivial.

As três categorias da quantidade são explicadas a luz de um único princípio², e o mesmo é feito em relação às da qualidade³. As categorias da relação recebem muito mais atenção que as demais e são consideradas individualmente⁴. Por fim, o título da modalidade também recebe tratamento individual, mas Kant sequer sujeita suas categorias a algum princípio, aparentando apenas dar-lhes definições⁵⁷.

Essa falta de sistematicidade pode decorrer do fato de o sistema kantiano não possuir a exata articulação pretendida. É possível que categorias e funções do entendimento não tenham a sugerida correspondência direta.

Apesar disso, o exame das categorias parece muito importante para o projeto dos autores pelo fato de serem elas os elementos básicos da lógica transcendental (que eles identificam com a lógica geométrica). No entanto, o artigo é pouco informativo

¹ Quantidades: universal/ \forall , particular/ \exists e individual/ $*$.

Qualidade: afirmativa/ $*$, negativa/ \neg e infinita/ \sim (alguma negação mais fraca).

Relação: categórica/ $*$, hipotética/ \Rightarrow e disjuntiva/ \vee .

Modalidade: problemática/ \diamond , assertórica/ $*$ e apodítica/ \square .

Em todos os casos, $*$ representa o caso não marcado.

² Axiomas da Intuição” [B 202] (KANT, 1998, p. 286)

³ Antecipações da Percepção” [B 207] (KANT, 1998, p. 290)

⁴ A primeira analogia da experiência pode ser vista como associando a função categórica à categoria da substância” [B 224] (KANT, 1998, p. 299), a segunda como fazendo a fundação hipotética corresponder à categoria da causalidade” [B 232] (KANT, 1998, p. 304) e a terceira como vinculando a função disjuntiva à categoria da comunidade. ” [B 256] (KANT, 1998, p. 316).

sobre como dar às categorias tratamento em temas da lógica contemporânea. Essa falta pode, eventualmente, caracterizar que aquilo que identificaram com a lógica geométrica não representa a lógica transcendental adequadamente.

Até para compreender melhor essa questão, é importante analisar o trabalho realizado no restante do artigo. Afinal, aquilo que os autores indicam como diferencial da lógica transcendental em relação à geral é o acréscimo de uma semântica para tratar de objetos⁵⁸. Essa semântica, concebida como primeiro passo para a formalização proposta, utiliza sistemas inversos de modelos e seus limites no lugar das tradicionais estruturas de primeira ordem⁵⁹.

2.2 Semântica dos Autores

A semântica proposta pelos autores é amplamente baseada na dedução das categorias tal como aparece na primeira edição da *Crítica da Razão Pura*. Ocorre que essas passagens foram integralmente alteradas por Kant na segunda edição. Isso pode ser visto como bastante problemático. Afinal, sustentar a proposta de interpretação em texto que Kant entendeu que deveria ser substituído envolve o risco de propor interpretação que não captura exatamente o que ele pretendia comunicar.

No entanto, há um argumento favorável aos autores. As alterações realizadas por Kant podem ter sido ocasionadas mais por ele ter se julgado mal compreendido na recepção inicial da obra do que por ter realmente mudado o seu pensamento sobre o conteúdo. Essa possibilidade é indicada por algumas considerações de Paul Guyer e Allen Wood⁶⁰.

Além disso, o trabalho dos autores é visto por eles mesmos como apenas preparatório. Assim, caso a escolha do texto que fundamenta a interpretação proposta tenha realmente sido ruim, não é de se esperar que tudo esteja perdido. Ainda que Kant tenha realmente revisto seus termos iniciais, dificilmente propôs na primeira oportunidade caracterização que nada exprime do seu pensamento.

Ademais, há texto do próprio autor substituindo o que estaria eventualmente inadequado na primeira versão. Nessas circunstâncias, o trabalho subsequente ao ini-

ciado pelos autores poderia aproveitar o que propuseram, desde que feitos os ajustes explicitamente sugeridos pelo texto alternativo.

Seja como for, em passagem comum às duas edições, Kant apresenta a síntese como a ação de juntar representações em um conhecimento⁶¹. Para tanto, lida com os dois componentes básicos do conhecimento, intuições e conceitos, sendo noção fundamental da Crítica da Razão Pura.

No âmbito da primeira edição, a síntese é apresentada como processo trifásico cujo fundamento é uma sinopse dos sentidos que traz componentes recebidos de forma passiva para serem trabalhados de forma espontânea⁶², unindo sensibilidade e entendimento.

2.2.1 Síntese da Apreensão na Intuição

Na primeira fase, os autores entendem haver preparação do múltiplo recebido da intuição para processamento ulterior por meio de sua representação interna como múltiplo de partes espaciais e qualidades sensíveis⁶³. Eles também transcrevem passagem da Crítica da Razão Pura em que Kant afirma a necessidade, como esforço preliminar, de distinguir as impressões contidas nesse múltiplo em razão de sua situação no tempo.

Muitas das expressões usadas nessa parte do artigo são retomadas quando os autores iniciam a apresentação de sua semântica, definindo os sistemas inversos de conjuntos. Esses sistemas possuem três componentes:

1. Conjunto direcionado - T : Conjunto de intervalos⁶⁴ que representa o tempo.
2. Família de domínios - $\{D_s | s \in T\}$: cujos elementos são conjuntos de possíveis aparecimentos do intervalo s ⁶⁵.
3. Família de correspondências pretéritas e coerentes - $\{h_{st} | t \leq s \wedge h_{st} : D_s \rightarrow D_t\}$: em si mesmos, cada D_x é um conjunto isolado. O que essas funções h_{xy} fazem é conectar os objetos de cada D_x a um único objeto de D_y , sendo que $y \leq x$. Além disso, cada função dessa família é definida para ser coerente com as demais com que se conectam temporalmente.

Apesar de os autores não se pronunciarem explicitamente, há elementos que permitem concluir que a síntese da apreensão é representada pela família de domínios. Ao falar em representação interna recebida na intuição, os autores remetem aos possíveis aparecimentos enquanto resultado da afecção do sujeito pela coisa em si. Afinal, é dessa afecção que surgem as sensações (qualidades sensíveis) que são ordenadas no espaço e no tempo. Ora, cada domínio D_x é justamente o conjunto dos possíveis aparecimentos no intervalo x . Obviamente, T é utilizado nessa representação. Afinal, cada D_x é um conjunto indexado por um elemento de T .

Acerca de T , os autores trazem algumas observações importantes. Eles justificam porque o tempo se divide em intervalos, e não em instantes (indicando que seria estranho que Kant tratasse o contínuo como composto de pontos⁶⁶, como se fosse discreto, e não contínuo).

A esse respeito, os autores estão cobertos de razão. No entanto, é justamente isso que torna muito estranho que eles apresentem sua proposta com viés conjuntista clássico, como, inclusive, explicitamente admitido⁶⁷. Teorias como ZF são grandes conquistas matemáticas. No entanto, desde que foi proposta, os intuicionistas têm criticado a abordagem com base justamente no pensamento kantiano.

Para Kant, o tempo é contínuo⁶⁸, e um dos problemas de ZF é justamente o modo como representa o contínuo. Há razões para crer que a representação é conceitualmente inadequada, pois a intenção de bem ordenar o contínuo levou a lhe atribuir caráter razoavelmente discreto. Ora, isso é justamente o que, essencialmente, o contínuo não pode ter.

Em ZF, o contínuo é um conjunto de pontos rigidamente ordenados. No entanto, a ideia de continuidade é, em muitos sentidos, oposta a tal ordenação. Grosso modo, o problema é que seus intervalos são plenamente preenchidos, e os números naturais sempre possuem alguma unidade entre si. Afinal, são intuições das quais se espera algum antagonismo.

Os autores também propõem que T não seja apenas um conjunto. Ele é apresentado como conjunto ordenado por \leq , entendida como ordem parcial (reflexiva, anti-simétrica e transitiva) e direcionada (dados dois intervalos quaisquer, sempre há um intervalo que é igual ou posterior a ambos).

A propriedade do direcionamento é muito importante para a proposta, sendo utilizada em uma das primeiras demonstrações do artigo, cujo teorema fundamenta outros resultados. Mas não é claro como o direcionamento se relaciona com o pensamento kantiano. A propriedade é necessária para fazer com que quaisquer dois intervalos em T sejam comparáveis, mas Kant endossa essa comparabilidade generalizada?

Seja como for, a representação dos autores sobre a síntese da apreensão, destacando as qualidades sensíveis e partes espaciais para serem posteriormente processadas, ressaltam o caráter empírico da síntese. Afinal, as sensações e propriedades espaciais pressupõem algo externo afetando o sujeito do conhecimento.

No entanto, Kant ressalta o caráter puro da síntese da apreensão⁶⁹. Além disso, logo no primeiro parágrafo da explicação dessa síntese, ele destaca abrangência que ultrapassa a afecção por algo externo, ressaltando a importância do tempo, forma do sentido interno, para a síntese⁷⁰. É por isso que, nessa primeira fase, Kant ressalta que o múltiplo é separado em razão do tempo.

No entanto, o enfoque no caráter empírico não quer dizer que os autores entendam haver apenas esse caráter na síntese da apreensão. Se os D_x fossem conjuntos de aparecimentos, esse provavelmente seria o caso. No entanto, eles são tidos como conjunto de possíveis aparecimentos. É importante destacar essa sutileza que, eventualmente, pode fazer toda a diferença na avaliação da proposta dos autores como não sendo excessivamente empírica.

Afinal, a representação dos autores da síntese da apreensão como sendo $\{D_s | s \in T\}$ tem muitos méritos e se associa muito bem com o texto kantiano. Inclusive, na segunda edição da Crítica, a apreensão é associada a um conjunto de ocorrências sem muitas distinções⁷¹, de modo que ainda não se fala propriamente em objetos⁷².

O que parece ocorrer é que possíveis aparecimentos são agrupados em apreensões e distintos apenas quanto ao elemento temporal a que remetem. Fora isso, tudo parece ser tratado como uma única massa amorfa de representações. E é isso que $\{D_s | s \in T\}$ parece representar.

2.2.2 Síntese da Reprodução na Imaginação

Quanto a esse estágio da síntese, os autores buscam destacar a possibilidade de reprodução da experiência e associam a discussão ao exemplo que Kant apresenta sobre uma casa em B 162⁷³. Nesse contexto, destacam que qualquer representação particular e sensorial do objeto deve poder ser remetida ao objeto que, ele mesmo, não pode ser percebido nesse momento particular⁷⁴.

Apoiado-se em Longueness, entendem que a percepção sensorial é necessariamente limitada, mas a imaginação almeja representar o objeto integralmente⁷⁵. No exemplo da casa, o que os autores parecem querer destacar é que as representações particulares de algum objeto não estão ligadas a ele sob alguma ordem particular segundo a qual se apresentaram durante a síntese⁷⁶.

Kant, porém, parece dar outro enfoque quando considera essa fase da síntese. Ele efetivamente associa a síntese da reprodução na imaginação à ideia de reprodutibilidade e com a conexão das representações, mas essa conexão deve ser feita de acordo com alguma regra⁷⁷.

Nesse momento, a síntese parece pretender formar alguma nova representação, como a de cinabre, por remissão a outras representações parciais que lhe são anteriores, como a de vermelho e a de peso, com as quais deve ser sempre associada⁷⁸. Desse modo, Kant parece focar aqui em critérios de necessidade na síntese.

Vale lembrar que a síntese unifica representações, que podem ser intuições ou conceitos⁷⁹. Ocorre que, nesse âmbito da dedução transcendental das categorias tal como aparece na primeira edição, regras estão amplamente relacionadas a conceitos, aparentando ser a mesma coisa (a concordância com conceitos chega a ser identificada com a concordância com regras⁸⁰).

O próprio entendimento, que é visto como faculdade de conceitos, é encarado como faculdade de regras⁸¹. Assim, entendendo que leis são regras objetivas, Kant afirma que o entendimento é a fonte das leis da natureza e, por extensão, da própria natureza⁸².

Isso significa que, assim como procede com o espaço e o tempo em relação à sensibilidade, o sujeito do conhecimento impõe à experiência condições relacionadas

ao entendimento. A natureza, afinal, é criação do sujeito e não apresenta nada tal como é fora das condições que ele impõe.

Na síntese da reprodução da imaginação, o entendimento busca associação de regras que sejam constantes. Mas regras estão diretamente associadas a conceitos, que são possíveis predicados em juízos. É estranho, então, que os autores separem os conceitos da síntese da imaginação, como se entrassem apenas no próximo estágio, a síntese do reconhecimento em um conceito. Apesar disso, eles o fazem ao dizer que as duas primeiras sínteses forneceria o objeto do aparecimento, que corresponderia ao domínio do modelo proposto, descartando a participação de predicados, considerados apenas na sequência⁸³.

Quanto ao exemplo da casa, é oportuno observar que não é apresentado no âmbito da síntese da reprodução da imaginação. A passagem a que os autores remetem, B 162, sequer consta da primeira edição da *Crítica da Razão Pura*. Além disso, nessa passagem, o exemplo apenas remete à relevância da categoria da quantidade para a síntese⁸⁴.

Posteriormente, o exemplo é retomado, agora sim com alguma preocupação com a ordem das representações na síntese. Indagando-se sobre o papel da sucessão na representação de uma casa (tido como absurdo), Kant destaca o fato de ser mera soma de representações, devendo haver um conceito com o qual o aparecimento deve concordar⁸⁵. Essa concordância necessariamente deve se dar pela comparação do aparecimento com uma regra que o distingue de qualquer outra apreensão, fazendo necessária alguma combinação particular⁸⁶.

Ou seja, nessas passagens, Kant se ocupa de considerações semelhantes às dos autores, destacando que o conceito deve remeter a todas as representações particulares do objeto - a todos os aparecimentos singulares. Além disso, a irrelevância da ordem no exemplo da casa fica mais evidente adiante, em que Kant deixa claro que não há qualquer ordem necessária na combinação do múltiplo nesse caso⁸⁷.

O curioso é que, na semântica proposta, os autores utilizam recurso em que a ordem é fundamental. O exemplo da casa é retomado quando os autores estão explicando o componente do sistema inverso de conjuntos que ainda não foi tratado, a família de funções $\{h_{st} | t \leq s \wedge h_{st} : D_s \rightarrow D_t\}$ ⁸⁸.

Cada h_{xy} é uma função de D_x em D_y . Cada D_x é um conjunto indexado por algum elemento de T , que é ordenado por \leq . Como h_{xy} é definida com a explícita condição de $y \leq x$, a noção de ordem está presente na função. E, pelo caráter básico dessa função para toda a estrutura, toda semântica dos autores é amplamente ordenada.

Seja como for, é importante explorar características desse importante componente da semântica dos autores. As condições da definição de função na matemática determinam importantes consequências para ele. A condição de abrangência do domínio impõe a existência de algum objeto em D_y para cada objeto em D_x . A recíproca só seria verdadeira se h_{xy} fosse sobrejetora. A esse propósito, os autores comentam explicitamente que a função pode não ter essa propriedade, o que implica que o avanço do tempo pode fazer desaparecer objetos⁸⁹.

Isso destaca a importância de se considerar, em geral, quais objetos podem estar em cada D_x . Indo além do texto, é possível observar qualquer intervalo e verificar que, ao menos na maioria dos casos, há muitos objetos que podem ser considerados para alguma síntese, mas não o são.

Sobre a mesa, há canetas, lápis, borracha, assim como cadernos, livros, telefone celular e tablet. Ao redor, também há plantas, animais e algumas estruturas arquitetônicas. Além disso, cada um desses objetos é constituído por outros objetos, como a ponta da caneta e a capa do celular.

Esse tipo de aparecimento pode ser relevante para a síntese do conceito de material de estudo, por exemplo. No caso, muitos dos objetos destacados no parágrafo anterior constariam de forma conveniente em algum D_x , mas não todos.

Afinal, a menção explícita ao desaparecimento dos objetos sugere que os D_x são formados selecionando possíveis aparecimentos, mas não há indicação do critério dessa seleção. Nem tudo o que aparece em alguma intuição seria relevante para a síntese baseada nessa intuição, surgindo o problema de identificar como deve ser feita a escolha.

Ademais, a unicidade da imagem determina que nenhuma correspondência se estabeleça bifurcando algum objeto em dois outros objetos no passado. Apesar disso, como h_{st} não é injetora, a bifurcação pode ocorrer do passado para o presente, e os

autores não se pronunciam acerca disso. Ou seja, nenhum objeto pode corresponder a dois objetos distintos no passado, mas dois objetos anteriores podem se fundir posteriormente.

Além do critério funcional, o papel das h_{xy} na semântica proposta é fundamentalmente caracterizado pelo acréscimo do que os autores denominam de critério de coerência. Em razão do critério de ordem na definição, x e y são iguais ou regredem ao passado. Para quaisquer dois intervalos iguais ou havendo um antecedendo o outro, há uma h_{xy} ligando os possíveis aparecimentos desses intervalos.

Ocorre que T é um conjunto parcialmente ordenado e, portanto, sua ordem é transitiva. Por isso, se há h_{xy} e h_{yz} , há h_{xz} . Isto é, se há uma associação regressiva de x a y e depois a z , há uma associação regressiva diretamente de x a z .

Ocorre que o critério de coerência é definido usando a noção de função composta. Assim, o que ele estipula é que, partindo de algum possível aparecimento de x , chega-se ao mesmo possível aparecimento em z quando o regresso é direto ou quando tem intermediários entre x e z , como y^{90} . O que os autores chamam de coerência é justamente essa independência das “pausas” no meio do “caminho”, que sempre leva ao mesmo “destino”.

Essa metáfora do caminho, inclusive, é útil para entender os objetos do aparecimento. Como visto, esses são o domínio do modelo proposto pelos autores e o que consideram como o produto das duas primeiras fases da síntese. Esse domínio será um conjunto cujos elementos são os “caminhos” que ligam os possíveis aparecimentos dos diferentes D_x .

O caso é que os elementos de T se dispõem ordenadamente em direção ao passado. Além disso, começando de algum intervalo x , as funções de $\{h_{st} | t \leq s \wedge h_{st} : D_s \rightarrow D_t\}$ ligam possíveis aparecimentos formando conexões como se houvessem caminhos entre eles indo em direção ao passado enquanto houver intervalos anteriores a x .

Intuitivamente, essa é a ideia subjacente aos objetos do aparecimento, que constituem o domínio do modelo proposto pelos autores, denotado por \mathcal{D} . Ele é um conjunto, também chamado de limite do sistema inverso de conjuntos, cujos elementos (que os autores denominam de elementos transcendentais e destacam que a expressão não é empregada por Kant⁹¹) são esses “caminhos” ou “linhas” que ligam

possíveis aparecimentos.

Mais precisamente, as linhas são funções de T em $\bigcup\{D_s | s \in T\}$ tais que, para cada s em T , elas associam algum elemento de D_s . Além disso, essa associação segue o critério de coerência estipulado por $\{h_{st} | t \leq s \wedge h_{st} : D_s \rightarrow D_t\}$.

Como já destacado, a proposta dos autores é amplamente fundada na distinção entre lógica geral e lógica transcendental, e a estratégia geral subjacente à proposta semântica que apresentam está relacionada com essa distinção. Eles buscam destacar na estrutura componentes que digam respeito à realidade empírica de outros, propostos como seus correlatos transcendentais. No caso dos indivíduos da estrutura, os possíveis aparecimentos dos D_x são os componentes empíricos e as linhas que pertencem a \mathcal{D} o seu correlato transcendental.

Os elementos transcendentais são referidos por ξ , às vezes com números sobrescritos para distinguir indivíduos diferentes. Como cada um é uma função cujo domínio é T , o elemento transcendental normalmente é seguido pelo nome de um intervalo subscrito, que é o argumento da função. Como de costume, isso indica um termo da imagem, o possível aparecimento ao qual a função remete naquele intervalo.

O texto sugere que cada elemento de cada D_x é um indivíduo distinto. Alguma manifestação de um objeto em algum intervalo não é igual a outra manifestação em outro intervalo. Pode haver um objeto único, mas suas manifestações não são a mesma coisa.

Isso encontra respaldo em passagem da Crítica da Razão Pura quanto ao caso mais fraco do espaço. Duas gotas d'água idênticas exceto por ocuparem porções distintas dessa forma da intuição são distintas⁹². Esse pode também ser o caso da outra forma da intuição, o tempo, respaldando a abordagem dos autores.

Como visto no início desta subseção, porém, a função essencial dessa fase da síntese, para os autores, é associar essas diferentes manifestações a algo unitário. Esse é, portanto, o papel esperado de \mathcal{D} na semântica que eles propõem. Essa ideia será utilizada, então, para dizer que são sim manifestações distintas, mas de um mesmo objeto.

A amarração é fundamentalmente realizada por $\{h_{st} | t \leq s \wedge h_{st} : D_s \rightarrow D_t\}$. Ligando os elementos dos D_x em direção ao passado de forma potencialmente infinita,

as h_{xy} unificam os possíveis aparecimentos. Afinal, \mathcal{D} representa certa elevação da realidade empírica para a esfera transcendental.

Essa é a intenção dos autores na Definição 7.3. Os elemento ξ de \mathcal{D} são caracterizados por duas prioridades. Por um lado, é preciso que \mathcal{D} esteja contido em $\prod_{i \in T} D_i$, que é o conjunto de todas as funções de T em $\bigcup\{D_i | i \in T\}$ tais que a imagem de cada s em T pertence a D_s .

Existem várias funções assim. O segundo requisito especifica qual é essa função. No caso, os autores determinam que os elementos de \mathcal{D} são as funções que se conforma ao critério de coerência estabelecido por $\{h_{st} | t \leq s \wedge h_{st} : D_s \rightarrow D_t\}$. Como esse componente já é definido para abranger todos os intervalos ordenados de T , a definição de \mathcal{D} é formulada com $h_{xy}(\xi_x) = \xi_y$, outra composição funcional.

Assim, o limite do sistema inverso de conjuntos é um conjunto de linhas que ligam possíveis aparecimentos. Além disso, essa ligação é amplamente ordenada em direção ao passado, o que terá consequências muito marcantes na semântica proposta pelos autores.

Para cada elemento de D_x , haverá um ligação ξ em \mathcal{D} que se entende tão longamente ao passado quanto houverem elementos anteriores a x em T . Para cada y anterior a x , haverá um aparecimento em D_y tal que ξ_y é apenas uma manifestação diferente ligada ao possível aparecimento ξ_x de D_x . Por isso, ξ traduz a ideia de caminho ou linha que aglutina de forma unitária.

O curioso é que os autores vêm essa dimensão \mathcal{D} tão amplamente ordenada e associam ao exemplo da casa, que Kant utiliza para destacar uma síntese em que a ordem não desempenha papel relevante. Vale lembrar que a ideia que os próprios autores destacam é a de que a casa poderia ser sintetizada tanto de frente para trás quanto de trás para frente.

No entanto, nessa perspectiva, haveria um começo (na frente ou atrás) e um fim (na posição oposta). Mas a progressão para o passado é rigidamente estabelecida na semântica proposta pelos autores apenas nessa direção temporal. Afinal, a função não é sobrejetora ou injetora e, por isso, possui certa assimetria. Assim, fixada a síntese como tendo ocorrido da frente para trás, ela pode não ter a correspondente

volta de trás para frente facilmente caracterizada.

Apesar disso, a crítica pode ser atenuada. Afinal, os autores destacam que o objetivo da síntese é a unificação de um todo (isso é o que guia as associações feitas pela imaginação). Desse modo, a representação final da casa deve unificar todas as suas manifestações empíricas. Por isso, a síntese não poderia ir apenas da frente para trás ou vice versa. Ela deve percorrer toda a casa circularmente. No caso, pela periodicidade dos círculos, início e fim se identificam. Nesse contexto, o critério de coerência dos autores pode muito bem capturar essa ideia de independência da ordem.

Além disso, é conveniente destacar como a possibilidade de perda de objetos decorrente de as h_{xy} não serem sobrejetoras impacta a dimensão transcendental representada por \mathcal{D} . O que decorre das definições é que o avanço para o futuro pode fazer com que certos objetos desapareçam. Não pode haver o desaparecimento no passado, porque h_{xy} é uma função e, para todo x no seu domínio há um y na sua imagem.

Assim, com relação aos objetos no domínio do intervalo mais recente, não pode haver perdas. No entanto, poderá ter desaparecido qualquer objeto de algum domínio anterior que não seja ligado por algum elemento de $\{h_{st} | t \leq s \wedge h_{st} : D_s \rightarrow D_t\}$.

Em certo sentido, os autores remetem à possibilidade de falseamento de que Popper falava, o que talvez fique ainda mais claro quando se considera o modelo completo na próxima fase da síntese. O caso é que, afinal, novas informações poderão eliminar conhecimentos, refutando algum juízo universal. Em certo sentido, o transcurso temporal tende a ser uma progressão para a ignorância. A possibilidade de perdas de objeto na dimensão transcendental em relação à empírica aparenta estar associada a esse fenômeno.

A seguir, no Lema 7.4, os autores criam mais uma função, denominada projeção. Para todo x em T , haveria uma função π_x que estabelece mais uma correspondência entre as noções do modelo. Posteriormente, essa função π_x irá figurar como homomorfismo muito importante para a proposta dos autores.

O enunciado do teorema fala da existência de alguma função sem mencionar

os critérios que a caracterizam. Ele dá apenas um ponto de chegada, que é o de satisfazer o critério de coerência. Ocorre que eles já definiram funções de modo muito semelhante a esse.

A demonstração que os autores indicam utiliza justamente a noção de ξ para mostrar a existência dessas π_x . Esse procedimento, de transformar funções pela troca de conjuntos no domínio e no contradomínio é muito comum no artigo e na matemática em geral.

Teorema 1. *Dado um sistema inverso de conjuntos $(T, \{D_s | s \in T\}, \mathcal{F})$, para todos os x e y em T tais que y é menor ou igual a x , existe uma função π_s de \mathcal{D} em D_s que satisfaz a condição de coerência $h_{xy} \circ \pi_s = \pi_t$*

Demonstração. O axioma da compreensão permite partir de algum conjunto existente e criar outro conjunto por meio de uma fórmula com variável livre. No caso, o conjunto criado possui todos os elementos do conjunto de partida que satisfazem a variável livre da fórmula apresentada.

Nessa demonstração, queremos uma função de \mathcal{D} (domínio em uma função) em D_x (contradomínio). Os elementos de uma função são pares ordenados do seu domínio no seu contradomínio. Logo, o ponto de partida pode ser $\mathcal{D} \times D_x$, que contém todos esses pares ordenados.

Resta, então, encontrar a fórmula que separa, entre esses, apenas os que devem estar na função pretendida. Como os próprios autores indicam, essa fórmula pode ser “existe um elemento ξ de \mathcal{D} e y (a variável livre da fórmula) é igual ao par ordenado (ξ, ξ_x) ”.

Essa fórmula vai abranger todo o domínio e associar a cada um de seus elementos um único elemento de D_x (qual seja, o que ξ atribui a x). Assim, esse conjunto realmente será uma função de \mathcal{D} em D_x .

Resta mostrar que essa função satisfaz o critério de coerência. Mas isso é garantido pelo fato de que ξ satisfaz esse critério.

Tome duas funções π_s e π_t , com t menor ou igual a s , criadas nesses termos. Assim, para todo ξ no domínio \mathcal{D} , essas funções têm como elementos (ξ, ξ_s) e (ξ, ξ_t) .

Desse modo, por definição, $\pi_s(\xi) = \xi_s$ e $\pi_t(\xi) = \xi_t$. Ocorre que, por definição de \mathcal{D} , $h_{st}(\xi_s) = \xi_t$. Logo, substituindo os iguais, $h_{xy}(\pi_s(\xi)) = \pi_t(\xi)$.

Isso quer dizer que:

1. ξ leva s a um objeto a , que h_{st} leva a um objeto b ;
2. π_s leva ξ a a e π_t leva ξ a b ;
3. em relação a ξ , a intermediária h_{st} mantém a coerência de π_s em relação a π_t .

Mas esse é o caso para todo ξ . Logo, por definição de função composta, $h_{xy} \circ \pi_s = \pi_t$.

□

As reflexões dos autores sobre os sistemas inversos de conjuntos e seus limites, focadas nos objetos e desconsiderando os conceitos, terminam com o seguinte teorema.

Teorema 2. *se todos os D_x forem finitos, \mathcal{D} não será vazio⁵.*

Mostrar que um conjunto existe é diferente de mostrar que ele possui elementos. No caso, os autores definiram \mathcal{D} estabelecendo que seus elementos são funções especificamente discriminadas. No entanto, não mostraram que alguma função dessas deva sempre existir. Este teorema pretende mostrar que, sendo os D_x finitos, sempre haverá algum elemento em \mathcal{D} .

A demonstração consiste em articular um conjunto A_l , com l em T , muito parecido com \mathcal{D} . Na verdade, eles são conjuntos idênticos, mas apenas até o determinado intervalo l arbitrariamente fixado. Assim, ele é definido como no caso do limite do sistema inverso de conjuntos, mas estabelecendo um limite para a coerência.

⁵ Este teorema corresponde ao Teorema 7.5 do artigo.

No caso de \mathcal{D} , o critério para a coerência é definido para todos x e y em T tais que $y \leq x$ (estabelecendo que $h_{xy}(\xi_x) = \xi_y$). A_l é definido de forma mais restritiva. A condição se estabelece para todos x em T tal que $x \leq l$, então $h_{lx}(\xi_l) = \xi_x$.

Ocorre que, nas ordens parciais, nada garante que x e y sejam comparáveis por \leq . Desse modo, pode não haver possibilidade de formação de linhas entre objetos de intervalos não comparáveis.

No entanto, T também é um conjunto direcionado. Isso quer dizer que, para quaisquer dois intervalos x e y , haverá um intervalo z igual ou posterior a ambos. No caso, z é usado para comparar os intervalos em busca de linhas. Usando A_l com z no lugar de l , cria-se uma linha até z .

Infelizmente, porém, os autores apresentam uma demonstração muito fundamentada em topologia discreta, inviabilizando a apresentação da demonstração nesta dissertação.

Aparentemente, o que é feito é a criação de conjuntos que alcançam o momento mais recente. Em relação a esse momento, os elementos de A_l e \mathcal{D} coincidem, pois abrangem todos os intervalos de T .

2.2.3 Síntese do Reconhecimento em um Conceito

Essa fase, que conclui a síntese, é a única que os autores consideram envolver conceitos. Eles anunciam que os predicados são introduzidos com as considerações da síntese do reconhecimento em um conceito⁹³. Para eles, a função dos conceitos é apontada como a de formar estabilidade suficiente para separar os objetos em tipos⁹⁴. Essa caracterização encontra respaldo em passagens da Crítica da Razão Pura. Para Kant, a palavra conceito remete à unificação do múltiplo da intuição por consciência unitária que gera representação igualmente singular⁹⁵.

O foco da terceira fase da síntese é justamente a unificação de representações por uma consciência. Kant diz que, se não há identidade da consciência nos diferentes momentos, a reprodução da série de representações seria inútil⁹⁶. Além disso, sem essa consciência unitária, sequer haveria conceitos⁹⁷, que têm como aspecto formal algo geral que serve como uma regra⁹⁸.

Essa regra alcança intuições apenas se representar a reprodução necessária do múltiplo que contêm, o que pressupõe a unidade sintética nas consciências nas intuições⁹⁹. Essa necessidade pressupõe alguma condição transcendental como fundamento¹⁰⁰, que Kant denomina apercepção transcendental¹⁰¹. O que ela representa é justamente a unidade de consciência que precede todos os dados intuídos e torna possível o relacionamento das representações de objetos¹⁰².

É a partir dessas considerações que Kant explica que a síntese resulta na determinação de um objeto (enquanto conceito de algo em que regras estão necessariamente conectadas)¹⁰³. Da perspectiva do entendimento, portanto, o objeto é um conceito. Nesse caso, trata-se do objeto como pensado, e não como dado, intuído.

Assim, a síntese do reconhecimento em um conceito culmina na formação de conceito que se identifica com o objeto. Esse conceito é fruto da atividade de uma consciência única buscando regra necessária, que se aplique a todas as intuições reproduzidas na síntese.

Desse modo, a unidade de representações é o principal tema da síntese do reconhecimento em um conceito. No entanto, os autores sugerem que o principal seria a introdução de conceitos. Ocorre que a seção anterior indicou que eles já tinham papel central na síntese da reprodução na imaginação. Na ocasião, foi visto que os autores focam a segunda fase como orientada para a unificação das diferentes representações sensoriais particulares de algum objeto. Desse modo, as análises feitas até aqui indicam que os autores invertem as fases da síntese. Por isso, é preciso examinar o resto da semântica proposta para averiguar se essa inversão tem impactos significativos em sua proposta.

O caso é que, com a introdução da interpretação dos predicados, os autores completam a estrutura que propõem. Para tanto, definem o sistema inverso de modelos. Basicamente, o que ocorre é que $\{D_s | s \in T\}$ é substituído por $\{\mathcal{M}_s | s \in T\}$. Cada \mathcal{M}_x é uma estrutura de primeira ordem para interpretar a linguagem no intervalo x . Os D_x continuam fazendo parte da estrutura, mas, agora, como domínios das respectivas \mathcal{M}_x .

Analogamente, $\{h_{st} | t \leq s \wedge h_{st} : D_s \rightarrow D_t\}$ é incrementado. Cada h_{xy} continua sendo uma função com o mesmo domínio e o mesmo contradomínio. Agora, porém,

por definição, cada h_{xy} deve satisfazer as condições para ser homomorfismo de \mathcal{M}_x em \mathcal{M}_y . Desse modo, tudo o que foi feito até aqui continua valendo, pois nada foi excluído, apenas acrescentado. As cláusulas das definições anteriores continuam inalteradas, de modo que os teoremas demonstrados não perderam validade.

Com a estrutura bem estabelecida, é conveniente explorar alguns aspectos gerais sobre como a proposta dos autores se conecta com o pensamento kantiano. Em Teoria de Modelos, o procedimento usual é criar estruturas matemáticas para interpretar linguagens de modo a estabelecer quando as fórmulas são verdadeiras ou falsas. As estruturas são, assim, o que se acrescenta à linguagem para separar o que é válido do que é inválido.

Em Kant, o entendimento é apresentado como tendo caráter linguístico. Ele afirma explicitamente que a faculdade possui natureza discursiva¹⁰⁴. Além disso, as funções do entendimento remetem a certas noções lógicas com clara manifestação linguística. Essas funções são facilmente associáveis (ainda que apenas de forma grosseira, pois não há correspondência exata) aos símbolos lógicos de linguagens formais bem conhecidas⁶. Os próprios juízos com os quais o entendimento opera aproximam-se significativamente de fórmulas de linguagens formais.

Assim, há bons fundamentos para, no âmbito da Teoria de Modelos, associar o entendimento com a linguagem. E como as estruturas são aquilo que confere critérios para que as fórmulas sejam consideradas válidas ou inválidas, verdadeiras ou falsas, também é natural associar estruturas a intuições. Aliás, muitos dos elementos do sistema inverso de modelos, como T e os possíveis aparecimentos dos D_x , são muito mais afetos à sensibilidade do que ao entendimento.

Vale notar, também, que as estruturas remetem ao mundo. De acordo com a Definição 8.3, o sistema inverso de modelos representa o mundo da experiência. Além disso, os autores mencionam que a lógica transcendental lida com a construção de objetos, que devem ter uma estrutura interna, cuja discussão ocupa longa parte

⁶ Quantidades: universal/ \forall , particular/ \exists e individual/ $*$.

Qualidade: afirmativa/ $*$, negativa/ \neg e infinita/ \sim (alguma negação mais fraca).

Relação: categórica/ $*$, hipotética/ \Rightarrow e disjuntiva/ \vee .

Modalidade: problemática/ \diamond , assertórica/ $*$ e apodítica/ \square .

Em todos os casos, $*$ representa o caso não marcado.

do artigo¹⁰⁵. Ocorre que, como já mencionado, a semântica apresentada é utilizada pelos autores para separar a lógica geral da transcendental. Assim, o sistema inverso de modelos também representa a estrutura interna dos objetos.

Além disso, ela serve de critério de validade de fórmulas. Por isso, os autores utilizam ideias básicas de Teoria de Modelos para representar o que Kant entende por realidade objetiva. A idéia é a de que, se há algum objeto na estrutura que satisfaz alguma fórmula da linguagem de forma adequada, essa fórmula é tida como objetivamente válida.

Desse modo, os autores apresentam definições de satisfação que culminam com a de validade objetiva. Mas essas definições estão inseridas em contexto peculiar, em que a linguagem é interpretada de mais de uma forma. A esse respeito, os autores acompanham Longuenesse na concepção de que, em Kant, a possibilidade de múltiplas interpretação da mesma variável é essencial¹⁰⁶. Inclusive, a concepção pouco usual em que diferentes tipos de objetos interpretam a mesma variável é tida pelos autores como central de sua proposta¹⁰⁷.

Para compreender essas questões, é necessário avançar o entendimento da proposta dos autores. Entre as tradicionais alternativas para interpretar variáveis em Teoria de Modelos, eles utilizam funções de atribuição (com a peculiaridade de ser abrangente de todos os intervalos de T). Desse modo, apresentam, na Definição 8.2, a atribuição F como função de dois argumentos⁷, tendo como domínio o conjunto do produto cartesiano de T pelo conjunto de variáveis da linguagem.

A partir daí, dado um par (s, x) , com s em T e x sendo uma variável, $F(s, x)$ denota algum elemento de D_s . Além disso, a própria definição 8.2 fixa que a atribuição é coerente como outras noções já introduzidas. No caso, para todo y e para todo z em T tal que z é menor ou igual a y , $h_{yz}(F(y, x)) = F(z, x)$.

Ocorre que atribuições são usualmente caracterizadas como funções unárias, cujo domínio é apenas o conjunto de variáveis da linguagem. Para se adequar à tradição, os autores definem a função unária F_x em termos de F , com $F_x(y) = F(x, y)$ para toda variável y . Ou seja, F_x é a correlata de F ao se fixar o intervalo e percorrer

⁷ A ordem de exposição do artigo será levemente alterada. Isso não representa qualquer crítica, mas apenas adequação estilística para fins expositivos.

apenas as variáveis como domínio.

Embora não caracterizem formalmente, os autores fazem o mesmo para a função que fixa as variáveis e percorre os intervalos. Essa terceira função relativa às atribuições será chamada aqui de F^x , sendo o foco do Lema 8.4, que afirma que F^x é um elemento de \mathcal{D} .

Teorema 3. *Existe uma função (baseada em F , mas fixando a variável) que é uma linha, isto é, que pertence a \mathcal{D}^8 .*

Demonstração. Essa prova pode ser feita de forma análoga à do Lema 7.4.

Partindo do produto cartesiano de $\prod_{i \in T} D_i$, basta usar a fórmula $F^x(y) = F(y, x)$ no axioma da compreensão para caracterizar F^x como a função de T em $\bigcup\{D_i | i \in T\}$ que se quer provar ser uma linha.

No caso, dados s e t em T tais que $t \leq s$, bom como v enquanto variável, pela Definição 8.2, $h_{st}(F(s, v)) = F(t, v)$.

No entanto, pela definição acima, $F^v(s) = F(s, v)$ e $F^v(t) = F(t, v)$. Logo, substituindo os iguais, $h_{st}(F^v(s)) = F^v(t)$. Isso caracteriza F^v como seguindo o critério de coerência estabelecido pelas h_{xy} .

Assim, como F^v foi definido a partir de $\prod_{i \in T} D_i$, estão satisfeitos os requisitos da Definição 7.3 para que seja considerado um elemento de \mathcal{D} .

□

Com isso, os autores podem caracterizar um limite para os sistemas inversos de modelos. Assim como no caso anterior, ele figura como correlato transcendental derivado da parcela empírica. Com isso, a linguagem é interpretada de forma que seus termos denotem não apenas possíveis aparecimentos, como também a componente transcendental que corresponde a eles.

O limite dos sistemas inversos de modelo, com caráter transcendental, é referido por \mathcal{M} e apresentado na Definição 7.7, que possui duas partes. A primeira caracteriza

⁸ Este teorema corresponde ao Lema 8.4 do artigo.

\mathcal{D} como domínio de \mathcal{M} . Isso quer dizer que os indivíduos de \mathcal{M} serão funções que representam as linhas que ligam os possíveis aparecimentos enquanto manifestações de um mesmo objeto. A segunda parte da definição caracteriza a satisfação de fórmulas atômicas por \mathcal{M} em função de sua satisfação pelos \mathcal{M}_x .

A definição é muito simples. Uma atômica é satisfeita pelo correlato transcendental se for verdadeira sempre (em todos os intervalos). Vale notar que a noção kantiana de necessidade coincide com a de veracidade a qualquer tempo¹⁰⁸. Assim, a proposta dos autores alinha-se com passagens da Crítica da Razão Pura indicadas anteriormente. Afinal, a caracterização de associações necessárias é importante condição para a constituição de objetos na síntese.

A seguir, os autores criam atribuição para interpretar as variáveis no âmbito transcendental. Ora, como F^x é justamente uma atribuição de linhas a variáveis, ela é a candidata ideal para ser essa atribuição. Surge, então, \widehat{F} , em que $\widehat{F}(x) = F^x$ ⁹.

Assim, a Definição 7.7 estabelece que, para toda atômica a , o par de \mathcal{M} com \widehat{F} satisfaz a se, e somente se, os pares de \mathcal{M}_x com F_x satisfizerem a para todos os x em T (isto é, se forem verdadeiras sempre). A definição traz a ideia de que \mathcal{M} se ocupa de todas as verdades necessárias acerca dos conceitos, e apenas delas.

Com a definição de \mathcal{M} , os autores criam padrão quanto ao tratamento da realidade transcendental em função da realidade empírica. Esse padrão consiste em tratar o empírico como básico e, a partir dele, definir o que ocorre com o componente transcendental. No caso, assim como ocorreu no âmbito dos sistemas inversos de conjuntos, haverá perdas na passagem do empírico para o transcendental.

Como o critério para caracterizar \mathcal{M} é o da satisfação necessária, o fenômeno da perda de objetos fica ainda mais interessante neste âmbito. Foi visto que, para objetos, a perda decorre de h_{xy} não ser sobrejetora. No caso dos sistemas inversos de modelos, h_{xy} continua não sendo. Agora, porém, há um acréscimo, relativo à satisfação das fórmulas.

Esse acréscimo também inova no tipo de seleção que é feita na constituição de \mathcal{M} . Dado um conceito C qualquer, a fórmula $C(x_0, x_1, \dots)$ é considerada para todas

⁹ Essa é uma mudança apenas no modo de designar a linha em função da variável. No primeiro caso, a variável é posta entre parênteses. No segundo, é sobrescrita.

as atribuições. Isto é, para toda atribuição e todos os intervalos x , questiona-se se $\mathcal{M}_x \models C(x_0, x_1, \dots)[F_x]$. Cada variável x_i é testada uma vez para cada linha em \mathcal{D} (domínio da estrutura). Esse teste é dependente do realizado para cada x em T . Sempre que houver satisfação da sequência $(\xi_x^1, \xi_x^2, \dots)$ em todos os x , a sequência de linhas (ξ^1, ξ^2, \dots) será adicionada à interpretação de C por \mathcal{M} .

A tendência é que essa interpretação seja menos ampla do que a dos conceitos empíricos nos \mathcal{M}_x . Isso porque basta que a sequência correlata à de linhas não seja satisfeita em um único intervalo para que ela não seja transportada para o plano transcendental. Isso transmite a justa ideia de que é eliminado dos conceitos tudo o que a experiência mostra ser apenas accidental.

Essa perda de elementos das versões transcendentais em relação aos correlatos empíricos é altamente compatível com o pensamento kantiano. Nem tudo na experiência possui dimensão transcendental. Há também aquilo que vale apenas *a posteriori*. No entanto, nada que tenha fundamento *a priori* deixará de estar representado na experiência.

A validade do que é transcendental, enquanto condição da experiência, sempre será constatado. Esse parece ser o motivo que leva os autores a usarem os limites dos sistemas inversos como correlato transcendental da dimensão empírica que esses sistemas representam. A ideia é interessante, mas, talvez, peque pelo seu caráter extensional.

Mais uma vez, é muito estranho que os autores tenham escolhido a Teoria de Conjuntos como base de sua proposta. Afinal, como eles destacam que o pensamento kantiano ostenta caráter intensional¹⁰⁹, seria mais interessante interpretá-lo usando abordagens mais amigáveis a esse tratamento. Nesse sentido, a restrição a extensionalidade que caracteriza a Teoria de Conjuntos pode implicar sua inadequação para representar o pensamento kantiano.

A intencionalidade realmente está carente de tratamento formal adequado. No entanto, existem abordagens satisfatórias no âmbito da Teoria de Tipos e no da Teoria de Categorias, que, inclusive, é o âmbito no qual a lógica geométrica costuma ser trabalhada. Aliás, os autores chegam a admitir que a representação conjuntista do objeto transcendental é problemática¹¹⁰.

Seja como for, manter a correspondência extensional quanto ao critério de necessidade parece ser a razão de os autores fixarem as estruturas como homomórficas na Definição 7.6. Afinal, eles desejam que haja um homomorfismo entre \mathcal{M} e \mathcal{M}_x , para que tudo o que tenha validade transcendental também tenha validade empírica. Antes, de demonstrar que esse é o caso, convém demonstrar um lema apontando para a utilidade das projeções para o artigo.

Teorema 4. *Para todo x em T , $\pi_x \circ \widehat{F} = F_x$.*

Demonstração. Seja s um intervalo em T .

Por definição de \widehat{F} , sendo v uma variável, $\widehat{F}(v) = F^v$. Além disso, pelo Lema 8.4, F^v pertence a \mathcal{D} . Mas, por definição de π_s , $\pi_s(F^v) = F^v(s)$.

Ocorre que $F^v(s)$ foi definida em termos de F , de modo que $F^v(s) = F(s, v)$. Mas F_s também foi definida em termos de F , mas no sentido de que $F_s(v) = F(s, v)$. Assim, $F^v(s) = F_s(v)$

Logo, substituindo os iguais, $\pi_s(\widehat{F}(v)) = F_s(v)$.

Isto é, partindo de v em \widehat{F} pela intermediária π_s , chega-se ao mesmo valor que indo diretamente por F_s .

Logo, $\pi_x \circ \widehat{F} = F_x$, para todo x em T .

□

Teorema 5. *π_s é um homomorfismo de \mathcal{M} em \mathcal{M}_s ¹⁰.*

Demonstração. Suponha que o limite do sistema inverso de modelos, juntamente com a atribuição apropriada, satisfaçam uma atômica contendo apenas variáveis. Isto é, suponha que $\mathcal{M} \models C(x_0, x_1, \dots)[\widehat{F}]$, em que x_0, x_1, \dots são variáveis.

Pela definição 7.7, a satisfação é estendida para todo intervalo x em T . Em particular, $\mathcal{M}_s \models C(x_0, x_1, \dots)[F_s]$.

Mas, pelo mini- lema, acima, $F_s = \pi_s \circ \widehat{F}$. Logo, substituindo os iguais, $\mathcal{M}_s \models C(x_0, x_1, \dots)[\pi_s \circ \widehat{F}]$.

Assim, $\mathcal{M} \models C(x_0, x_1, \dots)[\widehat{F}]$ implica $\mathcal{M}_s \models C(x_0, x_1, \dots)[\pi_s \circ \widehat{F}]$.

¹⁰ Este teorema corresponde ao Lema 7.9 do artigo.

Logo, pelo teorema do homomorfismo, π_s é um homomorfismo de \mathcal{M} em \mathcal{M}_s .

□

2.2.4 Validade Objetiva

Após tratar das três fases da síntese, Kant unifica as considerações sobre o processo com foco na noção de validade objetiva (curiosamente marcada por subjetividade por ser fruto de atividade do sujeito do conhecimento).

Como visto, a síntese tem início na apreensão, que é formada pelo sujeito ao combinar percepções por meio da imaginação¹¹¹. Mais especificamente, a imaginação, capaz de representar objetos que não estão presentes em intuições¹¹², organiza percepções em séries¹¹³ de acordo com associações subjetivas segundo regras¹¹⁴. Essa associação, porém, não tem suporte objetivo, sendo continente demais para ser considerada conhecimento¹¹⁵.

Kant especifica, dizendo que, até então, há várias percepções separadas, sem união em consciência única¹¹⁶. Além disso, propõe que o fundamento objetivo dessas associações, denominado afinidade dos aparecimentos, é a unidade da apercepção¹¹⁷, reunião de consciências empíricas em consciência única como condição necessária para a percepção e consequência inevitável da síntese da imaginação fundada em regras *a priori*¹¹⁸. Desse modo, a imaginação é vista como tendo função transcendental¹¹⁹.

Além disso, o eu da apercepção pura é adicionado àquele produto da imaginação, constituindo lastro que abarca todas as consciências, assim como o tempo envolve todas as intuições¹²⁰. Isso indica que a apercepção pura condiciona o pensamento com a mesma necessidade que o tempo condiciona a intuição. Como resultado do acréscimo do eu transcendental, a imaginação une sensibilidade e entendimento, dando objeto proveniente do conhecimento empírico ao entendimento e possibilitando que haja experiência¹²¹.

Mais especificamente, todo o processo de síntese é, em última análise, fundado nas categorias, conceitos que ensejam o reconhecimento do múltiplo e constituem a forma da experiência em geral, possibilitando a validade objetiva¹²². Desse modo, as categorias se afiguram como instrumentos para unir representações e, a partir

daí, constituir um objeto enquanto pensamento. Assim, é a possibilidade de dar um objetos ao entendimento que confere validade objetiva ao processo.

Em todo caso, Kant destaca que tudo isso é feito pelo próprio sujeito do conhecimento¹²³, visto como fonte das leis dessa natureza¹²⁴. Isso resulta de os aparecimentos não serem outra coisa além de modificações da sensibilidade¹²⁵, o que tem impacto no caráter subjetivo do conhecimento não apenas quanto à sensibilidade, como também quanto ao entendimento e seus conceitos puros¹²⁶.

Além disso, o objeto transcendental é a representação de algum X sempre idêntico a si mesmo e é noção fundamental para a validade objetiva¹²⁷. Inicialmente, esse objeto é apresentado como atendendo à necessidade de interromper o regresso nas remissões objetivas. O caso é que toda representação possui algum objeto, estabelecendo regresso que alcança o que é dado imediatamente, na intuição¹²⁸. Mas a sequência não termina aí, havendo também o objeto transcendental, que não é empírico ou intuído, figurando como correlato do aparecimento¹²⁹. Surge, então, a questão sobre como esse objeto que não é dado se adequa ao pensamento kantiano.

O cerne dessa noção é que ela assegura que haja a validade objetiva. Além disso, o objeto transcendental é apresentado como privado de qualquer conteúdo intuitivo determinado e remetendo apenas à unidade do múltiplo em relação à unidade de consciências que fundamenta a síntese¹³⁰. No entanto, ele não se identifica com a apercepção transcendental.

Antes, a noção se apresenta como conectada com a de coisa em si mesma. A existência da coisa em si mesma, e não enquanto representação do sujeito, é explicitamente apontada como necessária na segunda edição da *Crítica da Razão Pura*. Nessa revisão, Kant estava particularmente preocupado em se dissociar do tipo de idealismo proposto por Berkley. Para tanto, apresenta refutação do idealismo em que afirma a existência de algo externo que não é mera representação¹³¹. Além disso, declara a existência de algo em si mesmo que nos afeta, mas não pode ser conhecido¹³².

Essas considerações parecem estar associadas ao objeto transcendental, tido como responsável pelo aparecimento enquanto objeto que existe em si mesmo apesar de a natureza dessa existência ser totalmente desconhecida¹³³. A existência do objeto

transcendental, presumida para fundamentar o aparecimento, diz respeito apenas a um algo, sem que possamos entender o que é¹³⁴.

Essas passagens sugerem fortemente a necessidade de reconhecer algo em si mesmo que afeta o sujeito do conhecimento para produzir representações. Esse algo não pode ser conhecido, mas é pressuposto para que haja conhecimento. Por isso, o objeto transcendental é postulado *a priori* e merece o nome de transcendental: é pressuposto para que haja a experiência, mas transcende nossa capacidade de acesso. Afinal, se não existisse algo assim, não haveria conhecimento, e, como condição para a validade objetiva, é condição para a própria experiência.

Antes de apresentar a semântica proposta, os autores apresentam algumas considerações gerais sobre as noções envolvidas no conceito de validade objetiva. Eles destacam que o objeto transcendental é uma representação interna da unidade necessária de auto consciência responsável por capturar objetos como o mesmo objeto¹³⁵. Em sua semântica, o objeto transcendental é representado por \mathcal{D} ¹³⁶, que, como visto, realmente tem esse aspecto unificador.

No entanto, essa representação pode ser problemática. Como visto, o objeto transcendental é apresentado por Kant como não tendo qualquer intuição determinada, remetendo apenas à unidade necessária de consciência. As linhas que pertencem a \mathcal{D} , no entanto, ligam possíveis aparecimentos. Eventualmente, esses possíveis aparecimentos podem representar intuições determinadas.

Isso fica ainda mais claro ao considerar que, em cada caso, \mathcal{D} é um conjunto distinto, indicando que o conteúdo intuitivo de $\{D_s | s \in T\}$ caracteriza \mathcal{D} . Aliás, outra caracterização que \mathcal{D} viola frontalmente é a do objeto transcendental como algum X sempre idêntico a si mesmo. Seja como for, os autores manifestam apenas que o objeto transcendental seja construído de modo que caracterize a unidade da consciência de si¹³⁷, o que realmente está caracterizado em sua proposta.

A partir daí, eles buscam edificar a noção de validade objetiva, que, como visto, tem o objeto transcendental como fundamento. O que os autores buscam é que o objeto transcendental seja construído a partir dos objetos da experiência, com ambos sendo considerados na interpretação dos juízos¹³⁸. A base para isso é justamente a já mencionada interpretação das variáveis por múltiplos objetos¹³⁹.

Na primeira edição da *Crítica da Razão Pura*, como visto, são as categorias, e não os juízos, que figuram como responsáveis pela unificação do múltiplo em um único conceito. Não obstante, na segunda edição, Kant enfatiza que são justamente os juízos os responsáveis por associar o conhecimento com a unidade da apercepção¹⁴⁰, fundamento da validade objetiva. Assim, basear a validade objetiva em uma peculiar interpretação dos juízos é estratégia bastante compatível com o texto kantiano.

Em termos contemporâneos, a representação proposta para a noção kantiana de validade objetiva começa a ser trabalhada pelos autores a partir da Definição 8.1. A Definição 8.3 caracteriza a representação da veracidade no mundo da experiência (\Vdash) como sendo a veracidade em todos os intervalos.

Na Definição 8.6, então, a validade objetiva (\Vdash_{ov}) é caracterizada como implicação. Dado um conjunto de fórmulas Γ e uma fórmula φ , $\Gamma \Vdash_{ov} \varphi$ se e somente se a veracidade das fórmulas de Γ no mundo da experiência implicar a veracidade de φ no correlato transcendental. Em particular, uma fórmula é objetivamente válida se e somente se sua veracidade no mundo da experiência implicar sua veracidade no correlato transcendental¹⁴¹.

Os autores defendem sua proposta dizendo que a validade objetiva não diz a respeito a objetos independentes de nossa experiência¹⁴². De fato, como já apontado, objetos são criações humanas, que só lidam com suas representações. Nesses termos, defendem o caráter condicional que propõem: se algo vale no mundo da experiência, então também vale acerca de objetos transcendentais¹⁴³.

Também aqui há respaldo em texto kantiano para o que dizem. Como visto, a síntese cria um conceito que representa o pensamento em um objeto. Esse conceito é o resultado de uma generalização, por meio da necessidade vista como o que é verdadeiro em qualquer tempo, acerca dos aparecimentos. Assim, de fato, a definição de validade objetiva parte do mundo da experiência para concluir sobre a unidade que caracteriza o objeto transcendental.

A função da validade objetiva (o seu ponto) parece ser a de relacionar representações a objetos de modo a dar sentido à pretensão de verificá-lo no mundo da experiência¹⁴⁴. Essa relação mínima, de verificabilidade do que é objetivamente válido, pode ser entendida como dizendo respeito à tese kantiana de que todo conhecimento

humano está adstrito à esfera da experiência.

Como resultado, destacam que não é possível estarmos seguros quanto à veracidade de um juízo no mundo da experiência¹⁴⁵. O objeto transcendental tem existência pressuposta, mas pode ter a existência descaracterizada se houver tempo o suficiente para mostrar alguma exceção ao que foi sintetizado.

Essas ponderações são compatíveis com o pensamento kantiano. A síntese começa na experiência, e havendo componente empírico, só haverá verdades empíricas, que sempre podem ser falsificadas. É certo que há as verdades sintéticas *a priori*, mas os autores parecem ter optado não tratar delas no momento.

A opção é escusável. Mesmo as verdades sintéticas *a priori* parecem ser voltadas para aplicação na experiência. Desse modo, entender os juízos empíricos pode ser o importante primeiro passo para entender Kant.

2.3 A Lógica Geométrica

Com essas definições, a demonstração da identidade entre lógica transcendental e lógica geométrica depende apenas de caracterizar a segunda. Em linhas gerais, ela decorre do estabelecimento de limites sintáticos mais rígidos às fórmulas consideradas bem formadas. Muito da lógica de primeira ordem deixa de poder ser formulado. Sua semântica, porém, é integralmente preservada.

Para caracterizar a lógica geométrica, os autores utilizam a distinção entre fórmulas geométricas e implicações geométricas (para a qual Goldblatt usa as denominações fórmulas primitivas recursivas e fórmulas geométricas). Em homenagem aos autores, seguirei com o seu vocabulário, embora o de Goldblatt pareça ser mais consagrado.

Essa distinção é a chave para a constituição da lógica geométrica. Fórmulas geométricas possuem grande restrição nos símbolos admitidos. Assim, em relação às linguagens de primeira ordem, foram suprimidas a negação (substituída por \perp), a implicação, a biimplicação e o quantificador universal. Afinal, qualquer fórmula construída recursivamente com ingredientes que sejam atômicas, \perp , \wedge , \vee e \exists é uma fórmula geométrica.

As implicações geométricas, por seu turno, utilizam a implicação e os quantificadores universais, pois são caracterizadas como $\forall x_0 \forall x_1 \dots (\varphi \Rightarrow \psi)$, em que φ e ψ são fórmulas geométricas.

Desse modo, o que caracteriza a lógica geométrica é a restrição no uso dos operadores vedados para a formação de fórmulas geométricas (\neg , \Rightarrow e \forall). Vale dizer que, embora a negação não apareça em nenhum momento, ela pode ser definida como uma implicação geométrica com a forma $\forall x_0 \forall x_1 \dots (\varphi \Rightarrow \perp)$. Isso porque, como \perp é o nome da constante de falsidade, a implicação $\varphi \Rightarrow \perp$ é verdadeira se, e somente se, φ é falsa, o que é o mesmo caso de $\neg\varphi$.

Desse modo, há muitas combinações possíveis de fórmulas geométricas. Para reduzir o número de casos e facilitar a demonstração de teoremas, os autores demonstram a seguinte equivalência lógica.

Teorema 6. *Implicações geométricas são equivalentes a fórmulas que são conjunções de fórmulas com a forma $\forall x \dots (\theta \Rightarrow \psi)$, em que θ é uma conjunção de atômicas e ψ é uma fórmula geométrica¹¹.*

Demonstração. A forma $\forall x \dots (\theta \Rightarrow \psi)$ varia em relação a implicações geométricas em geral apenas quanto a θ . Isso porque, pela definição geral, implicações geométricas têm a forma $\forall x \dots (\varphi \Rightarrow \psi)$, com φ e ψ sendo fórmulas geométricas. Assim, a equivalência proposta pelo teorema precisa apenas considerar cada caso de φ e mostrar que é equivalente a alguma conjunção de $\forall x \dots (\theta \Rightarrow \psi)$, nos termos propostos.

Como φ é uma fórmula geométrica, pode ser uma atômica, \perp , uma fórmula existencial, uma conjunção ou uma disjunção.

A rigor, conjunções precisam de duas subfórmulas para serem caracterizadas. No entanto, para evitar transformações desnecessárias do tipo que passa de φ para $\varphi \wedge \varphi$, serão consideradas conjunções de atômicas as atômicas e \perp , bem como $\forall x \dots (\theta \Rightarrow \psi)$ será tida uma conjunção de fórmulas com essa forma.

¹¹ Este teorema corresponde ao Lema 9.3 do artigo.

A demonstração será feita por indução na complexidade de φ . O caso base envolve as atômicas e \perp . Nesses casos, não há nada a ser feito. A observação do parágrafo anterior já garante o resultado.

Para os casos indutivos, é preciso considerar as conjunções, as disjunções e as fórmulas existenciais.

Caso 1: φ é conjunção.

Seja $\varphi = \alpha_1 \wedge \alpha_2$.

Por definição de fórmula geométrica, tanto α_1 quanto α_2 são fórmulas geométricas. Logo, suas equivalentes $\forall x \dots (x = x \Rightarrow \alpha_1)$ e $\forall x \dots (x = x \Rightarrow \alpha_2)$ são implicações geométricas.

Além disso, a complexidade dessas é menor do que a de φ . Desse modo, por hipótese de indução, $\forall x \dots (\theta_1 \Rightarrow \alpha_1)$ e $\forall x \dots (\theta_2 \Rightarrow \alpha_2)$ têm a forma requerida.

Logo, com poucas manipulações, chega-se em a que $\forall x \dots (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \Rightarrow \psi)$ é equivalente a $\forall x \dots (\theta_1 \wedge \theta_2 \Rightarrow \psi)$, sendo que a segunda fórmula tem a forma requerida.

Caso 2: φ é disjunção.

Seja $\varphi = \alpha_1 \vee \alpha_2$.

Como no caso anterior, $\forall x \dots (\theta_1 \Rightarrow \alpha_1)$ e $\forall x \dots (\theta_2 \Rightarrow \alpha_2)$ têm a forma requerida e são equivalentes a α_1 e α_2 .

Nesses termos, considerando a tautologia $A \vee B \Rightarrow C \Leftrightarrow (A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$, mostra-se que $\forall x \dots (\alpha_1 \vee \alpha_2 \Rightarrow \psi)$ é equivalente a $\forall x \dots (\theta_1 \Rightarrow \psi) \wedge \forall x \dots (\theta_2 \Rightarrow \psi)$

Caso 3: φ é fórmula existencial.

Seja $\varphi = \exists x \alpha$.

Como de costume, $\forall x \dots (\theta_1 \Rightarrow \alpha)$ tem a forma requerida e é equivalente a α .

Nesses termos, importa considerar que é logicamente válido que $\forall x (\exists y \alpha \Rightarrow \psi) \Leftrightarrow \forall x \forall y (\alpha \Rightarrow \psi)$.

Dada a equivalência anteriormente aludida, é possível obter que $\forall x (\exists y \alpha \Rightarrow \psi) \Leftrightarrow \forall x \forall y (\theta_1 \Rightarrow \psi)$

Quanto às conjunções, têm-se, por hipótese de indução

□

Com esses recursos, os autores podem estabelecer a sua tese acerca da identidade entre lógica transcendental e lógica geométrica. Para tanto, demonstram que qualquer fórmula da lógica geométrica é objetivamente válida de acordo com a definição que propõem como correlato moderno das ideias kantianas. Antes, convém demonstrar dois lemas úteis.

Teorema 7. *Para toda fórmula geométrica φ , se for verdadeira em algum intervalo s ($\mathcal{M}_x \models \varphi[F_x]$), em qualquer intervalo t igual ou anterior s , φ será verdadeira.*

Demonstração. Suponha que $\mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$. Como φ é geométrica, há apenas 4 casos possíveis.

Caso 1: (φ é atômica $R(t_0, t_1, \dots)$).

Por substituição de iguais $\mathcal{M}_r \models R(t_0, t_1, \dots)[F_r]$.

Pelo Teorema do Homomorfismo, $\mathcal{M}_s \models R(t_0, t_1, \dots)[h_{st} \circ F_s]$.

Substituindo os iguais, $\neg \mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$.

Caso 2: ($\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2$).

Por substituição dos iguais $\mathcal{M}_r \models \varphi_1 \wedge \varphi_2[F_r]$.

Por hipótese de indução, $\mathcal{M}_s \models \varphi_1[F_s]$ e $\mathcal{M}_s \models \varphi_2[F_s]$.

Assim, por definição de satisfação de conjunção, $\mathcal{M}_s \models \varphi_1 \wedge \varphi_2[F_s]$.

Caso 3: ($\varphi = \varphi_1 \vee \varphi_2$).

Por substituição dos iguais $\mathcal{M}_r \models \varphi_1 \vee \varphi_2[F_r]$.

Nesse caso, por definição, $\mathcal{M}_r \models \varphi_1[F_r] \vee \mathcal{M}_r \models \varphi_2[F_r]$.

Suponha o primeiro caso, $\mathcal{M}_r \models \varphi_1[F_r]$. Por hipótese de indução, $\mathcal{M}_s \models \varphi_1[F_s]$.

Assim, por definição de satisfação de disjunção, $\mathcal{M}_s \models \varphi_1 \vee \varphi_2[F_s]$.

O segundo caso, $\mathcal{M}_r \models \varphi_2[F_r]$, leva exatamente ao mesmo resultado, com pouquíssimas alterações. Logo, todos os casos conduzem a absurdo.

Substituindo os iguais, $\mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$.

Caso 4: ($\varphi = \exists x \varphi_1$).

Por substituição dos iguais, $\mathcal{M}_r \models \exists x \varphi_1[F_r]$.

Nesse caso, por definição de satisfação, $\mathcal{M}_r \models \varphi_1[F_r] \wedge \exists x(F_r(x) = x)$.

Ocorre que, pelo teorema termo/linha, $\xi \in \mathcal{D} \wedge F_s(x) = \xi_s$. Logo, $\exists x(F_s(x) = x)$

Além disso, pelo Teorema do Homomorfismo, $\mathcal{M}_s \models \varphi_1[F_s]$.

Desse modo, pela definição de satisfação, $\mathcal{M}_s \models \exists x \varphi_1[F_s]$.

Substituindo os iguais, $\mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$.

Desse modo, em todos os casos, $\mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$

Eliminando as hipóteses, chega-se ao resultado. □

Teorema 8. *Para toda fórmula geométrica φ , se não for verdadeira em algum intervalo s ($\neg \mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$), em qualquer intervalo r igual ou anterior s , φ será falsa.*

Demonstração. Suponha que $\neg \mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$ e que $s \leq r$.

Suponha, para redução ao absurdo, que $\mathcal{M}_r \models \varphi[F_r]$. Logo, pelo lema anterior, $\mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$, contradizendo a suposição inicial.

Logo, $\neg \mathcal{M}_r \models \varphi[F_r]$. Mas isso foi provado para um r posterior a s qualquer. Desse modo, pode ser generalizado para todo x em T posterior a s . □

Teorema 9. *se existe algum intervalo x em T no qual a fórmula não é verdadeira ($\neg \mathcal{M}_x \models \varphi[F_x]$), então ela não é verdadeira de objetos independentes da experiência ($\neg \mathcal{M} \models \varphi[\widehat{F}]$).*

Demonstração. Suponha que $\exists x(\neg \mathcal{M}_x \models \varphi[F_x])$.

Instanciando, $\neg \mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$.

Suponha, para redução ao absurdo, que $\mathcal{M} \models \varphi[\widehat{F}]$.

Pela definição, $\mathcal{M}_s \models \varphi[F_s]$. Logo, absurdo.

Desse modo, por redução ao absurdo, $\neg \mathcal{M} \models \varphi[\widehat{F}]$. □

Teorema 10. *Toda fórmula geométrica é objetivamente válida*¹².

Demonstração. Como o teorema fala apenas de fórmulas geométricas, há somente quatro casos a considerar. Para todos eles, suponha que alguma fórmula geométrica φ qualquer seja verdadeira no mundo da experiência ($\mathcal{M}_x \models \varphi[F_x]$, para todo intervalo x de T).

Caso 1: φ é atômica.

Pela Definição 7.7 e a suposição de que φ é verdadeira no mundo da experiência, φ é verdadeira sobre objetos independentes ($\mathcal{M} \models \varphi[\widehat{F}]$).

Caso 2: φ é \perp .

A própria suposição é falsa. Isso porque, \perp é a constante de falsidade. Nada pode satisfazê-la, muito menos todos os modelos de cada intervalo. Logo, por *ex falso quodlibet*, φ é verdadeira sobre objetos independentes ($\mathcal{M} \models \varphi[\widehat{F}]$).

Caso 3: φ é uma conjunção.

Suponha que $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2$

Assim, por substituição de iguais, a assunção geral de veracidade no mundo da experiência acarreta que $\mathcal{M}_s \models \varphi_1 \wedge \varphi_2[F_s]$.

Ocorre que, por definição de de satisfação na atribuição, $\mathcal{M}_s \models \varphi_1 \wedge \varphi_2[F_s] \Leftrightarrow \mathcal{M}_s \models \varphi_1[F_s] \wedge \mathcal{M}_s \models \varphi_2[F_s]$. Assim, por consequência tautológica, às duas conjuntas são verdadeiras no mundo da experiência (tanto $\mathcal{M}_s \models \varphi_1[F_s]$ quanto $\mathcal{M}_s \models \varphi_2[F_s]$, em ambos os casos para todo s em T).

Além disso, tanto φ_1 quanto φ_2 tem complexidade maior do que a de φ , que é igual à da soma das duas acrescida de 1.

Ocorre que, por hipótese de indução, a veracidade transcendental de cada uma das duas conjuntas implica sua veracidade sobre objetos independentes.

Assim, por consequência tautológica, $\mathcal{M} \models \varphi_1[\widehat{F}]$ e $\mathcal{M} \models \varphi_2[\widehat{F}]$.

Ocorre que essa é justamente a definição de satisfação de conjunções sob atribuição, de modo que $\mathcal{M} \models \varphi_1 \wedge \varphi_2[\widehat{F}]$.

¹² Este teorema corresponde ao Lema 9.4 do artigo.

Finalmente, por substituição de iguais, a própria φ é verdadeira sobre objetos independentes ($\mathcal{M} \models \varphi[\widehat{F}]$).

Caso 3: φ é disjunção.

$$\varphi = \varphi_1 \vee \varphi_2.$$

Suponha que exista algum intervalo s em T tal que φ_1 seja falsa ($\neg \mathcal{M}_s \models \varphi_1[F_s]$). Logo, pelo Teorema do Avanço, φ_1 é falsa em todos os momentos posteriores a s .

Ocorre que foi suposto que φ é verdadeira no mundo da experiência, de modo que, em cada intervalo, uma das disjuntas deve ser verdadeira. Por isso, para todo intervalo posterior a s , φ_2 é verdadeira no mundo da experiência.

Ocorre que o Teorema do Regresso assegura que φ_2 permaneça verdadeira nos momentos iguais ou anteriores a s . Logo, φ_2 é verdadeira em todos os intervalos de T .

Mas, como no caso anterior, φ_2 tem complexidade inferior à de φ . Desse modo, por hipótese de indução, sua veracidade no mundo da experiência determina sua veracidade sobre objetos independentes.

Ocorre que, por definição de satisfação de disjunções por atribuição, basta que uma das disjuntas seja verdadeira para que a disjunção seja verdadeira. Logo, a própria φ é verdadeira sobre objetos independentes.

Mas isso apenas sob a suposição de que exista algum intervalo s em T tal que φ_1 seja falsa. No obstante, pelo princípio do terceiro excluído, o único outro caso possível é o da inexistência desse s .

Nesse caso, a própria φ_1 será verdadeira em todos os intervalos, o que, por argumentos quase idênticos aos anteriores, leva a veracidade de φ sobre objetos independentes, agora obtida em todos os casos de disjunções.

Caso 4: φ é fórmula existencial.

$$\text{Seja } \varphi = \exists z \psi[F_s].$$

Neste caso, substituindo os iguais na hipótese geral, $\mathcal{M}_s \models \exists z \psi[F_s]$.

Por definição de satisfação sob atribuição, existe um objeto de D_s tal que a atribuição F_s afirma ser o significado da variável z de modo a fazer ψ verdadeira no intervalo s ($\exists x(x \in C_{dm}(F_s) \wedge F_s(z) = x)$ e $\mathcal{M}_s \models \psi[F_s]$).

Ocorre que a complexidade de φ é igual à complexidade de ψ acrescida de 1. Além disso, $\mathcal{M}_s \models \psi[F_s]$ é o caso para um s qualquer, fazendo de ψ verdadeira no mundo da experiência. Logo, por hipótese de indução, ψ é verdadeira de objetos independentes ($\mathcal{M} \models \psi[\widehat{F}]$).

Ocorre que o Teorema 8.4 assegura a existência de linhas interpretando variáveis. Assim, existe um ξ no domínio de \mathcal{M} tal que $\widehat{F}(z) = \xi$. Logo, por consequência tautológica, estão satisfeitos os requisitos para interpretar que $\mathcal{M} \models \exists z\psi[\widehat{F}]$ (quais sejam, $\exists x(x \in C_{dm}(\widehat{F}) \wedge \widehat{F}(z) = x)$ e $\mathcal{M}_s \models \psi[F_s]$).

Desse modo, substituindo os iguais, está demonstrado que φ é verdadeira sobre objetos independentes ($\mathcal{M} \models \varphi[\widehat{F}]$).

abstract

Mas essa demonstração abrange todos os casos de fórmulas geométricas. Assim, a veracidade sobre objetos independentes segue da veracidade no mundo da experiência para todos os casos de fórmulas geométricas. Logo, por definição, elas são objetivamente válidas.

□

Por fim, resta fazer a demonstração para todas as fórmulas da lógica geométrica.

Teorema 11. *Toda implicação geométrica é objetivamente válida*¹³.

.

Demonstração. Pelo Teorema 9.3, toda implicação geométrica é equivalente a uma fórmula da forma $\forall x(\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2)$, em que φ_1 só contém atômicas e conjunções e φ_2 é geométrica. Assim, essa demonstração é como a anterior, mas apenas para esse caso de fórmula, que será denominada φ .

É suposto que φ é verdadeira no mundo da experiência ($\mathcal{M}_s \models \forall x(\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2)[F_s]$, para todo s em T).

Por definição de satisfação, esse é o caso se, e somente se, em cada s , existe um indivíduo associado a x por F_s como o seu significado, de modo a fazer a fórmula $\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$ verdadeira no mundo da experiência.

¹³ Este teorema corresponde ao Corolário 9.8 do artigo.

Ocorre que $\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$ é equivalente a $\neg\varphi_1 \vee \varphi_2$, e o teorema anterior mostrou que fórmulas assim são satisfeitas apenas quando φ_2 é verdadeira sempre.

Nesse caso, φ_2 é objetivamente válida, o que é suficiente para demonstrar que $\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$ é objetivamente válida.

Além disso, decorre do Teorema 8.4 que, para cada objeto que F_s associar a x , haverá uma linha que \widehat{F} associa a x . Com isso, estão satisfeitas as condições para φ ser considerada objetivamente válida.

□

Essa caracterização é suficiente para avaliar a proposta dos autores. Quando eles falam em resultado de completude em relação à tabela de juízos, não querem dizer que percorrem toda a tabela. Antes, afirmam que Kant oferece várias definições de juízo, sendo que a definição sobre o seu papel cognitivo é a que melhor indica a semântica kantiana para os juízos¹⁴⁶.

Assim, com base na noção semântica que buscam capturar em uma definição formal, eles buscam alcançar as formas sintáticas provenientes da tabela¹⁴⁷. Como resultado, as formas de juízo que considerem objetivamente válidas não abrangem todas as possíveis combinações constantes da tabela. Antes, o resultado obtido é bastante cáustico, cabendo analisar cada situação particular.

Vale notar que o artigo prossegue para além do último resultado demonstrado aqui. Em particular, a Definição 10.1 generalizam a definição de objeto transcendental para abranger modelos de cardinalidades superiores à do cardinal enumerável. O esforço pode ser relevante. Afinal, o contínuo é noção importante no pensamento kantiano. Desse modo, se for para insistir na abordagem conjuntista, o empreendimento terá que lidar com a cardinalidade dos reais.

No entanto, essas considerações não parecem relevantes para avaliar a identidade entre a lógica transcendental e a lógica geométrica. Além disso, algumas críticas intuicionistas baseiam-se no pensamento kantiano para negar a existência dessa interessante ideia cantoriana de infinitos com tamanhos diferentes. Assim, é mais interessante que esta dissertação se atenha ao seu objetivo, avaliando em maior profundidade a proposta dos autores.

2.4 Os Casos de Juízos Objetivamente Válidos

2.4.1 Juízos Categórico

Os autores entendem que os juízos categóricos são as atômicas, as negações de atômicas e as atômicas quantificadas¹⁴⁸. A seguir, afirmam que é fácil ver que os categóricos afirmativos estão entre as fórmulas geométricas¹⁴⁹.

De fato, como atômicas e o quantificador existencial estão entre os componentes que podem ser utilizados para a construção de fórmulas geométricas (primitivas recursivas), as atômicas e as existenciais afirmativas de atômicas são fórmulas geométricas e, por isso, têm a forma desejada.

Já as universais de atômicas podem ser construídas como a implicação geométrica $\forall x...(x = x \Rightarrow \varphi)$, em que φ é a atômica universalizada. Embora não esteja dito, as universais negativas de atômicas também pertencem às implicações geométricas, com a forma $\forall x...(\varphi \Rightarrow \perp)$.

Quanto às existenciais negativas, que teriam a forma $\exists x...(\varphi \Rightarrow \perp)$, são explicitamente deixadas de fora, sob a alegação de que isso é compatível com a visão de Kant sobre a negação¹⁵⁰.

A validade desses juízos pode não ser objetiva nos termos da definição proposta pelos autores. A ideia é a de que, dado um juízo com a forma $\exists \neg xA(x)$, pode haver casos em que inexistente uma linha em \mathcal{D} que unifique todas as instâncias da testemunha que satisfaz $\neg xA(x)$ - já que, em cada quebra de satisfação em intervalos diversos, haveria um aparecimento não relacionado pelo critério de coerência¹⁵¹.

Essa é questão interessantíssima que deflui da proposta dos autores. Algumas considerações matemáticas podem ilustrar consequências dessa proposta. A conjectura de Goldbach trata da relação entre os conceitos de número par e de número primo. Essa investigação consiste em saber se o objeto número par pode ser expresso pelo objeto soma de números primos. O que estaria em jogo nessa síntese é que, para todo número par a , existem dois primos b e c tais que $a = b + c$ (uma sentença existencial afirmativa, perfeitamente legítima, portanto).

Suponha que existam esses b e c para todo a . Pela proposta dos autores, a

demonstração pressuporia que todos os infinitos pares de b e c deveriam ser dispostos segundo critério de coerência determinado por alguma função composta. Acontece que os números primos são misteriosos justamente porque possuem natureza razoavelmente errática e dificilmente seriam submetidos a tal critério de coerência.

Assim, a proposta dos autores parece condenar a conjectura a ser indecidível em uma matemática kantiana (ao menos enquanto não for possível estabelecer um padrão que se estabeleça entre todos os primos, algo buscado há mais de 2000 anos). Acontece que esse pode ser justamente o caso. Parece razoável esperar de uma matemática inspirada em Kant que tenha conteúdo amplamente construtivo.

Nesses termos, a Conjectura de Goldbach seria considerada solucionada apenas se, para todo número par, fosse possível apontar dois primos cuja soma é igual a ele. É difícil imaginar isso sendo feito por fórmula finita sem algum padrão relativo à sequência de primos. Essa pode ser, afinal, a razão de a Conjectura de Goldbach estar há séculos sem resposta. Talvez seja realmente um problema matemático indecidível.

Além disso, é possível que os juízos existenciais negativos sejam realmente usados para negar a existência de objetos, e não para afirmá-las. Acerca do maior número primo, por exemplo, a demonstração típica constrói um número que testemunha a inexistência do objeto que seria o maior número primo, negando a existência deste.

Vale ressaltar, porém, que essas são apenas algumas considerações soltas que não contam com muita reflexão. O tema parece interessante, mas a aparência pode ser, afinal, apenas ilusória.

Ainda sobre os juízos categóricos, os autores incluem neles os juízos infinitos (que pertencerem às funções da qualidade junto com a afirmação e a negação). Embora Kant não dê esse tratamento de forma explícita, a função infinita é associável a teses centrais da Crítica da Razão Pura, como às que dizem respeito ao númeno, conceito tão central que é dito inevitável¹⁵².

Uma forma de caracterizá-lo é justamente como produto exclusivo do entendimento, desprovido de elementos sensíveis¹⁵³. Além disso, o conceito de númeno tem sentido meramente negativo e tem a função limitante de evitar a postulação de existência de algo sem natureza sensível¹⁵⁴. Assim, como a sensibilidade é a faculdade que provê intuições, o númeno parece ter a função de garantir que haja lastro intuitivo

nos conhecimentos.

Essas considerações associam-se a ideia ampla de negação, que Kant trata como tendo aspectos distintos. Pelo viés lógico, a negação não se dirige ao conteúdo dos conceitos, e é ilustrada pela expressão “não- mortal”¹⁵⁵. Ocorre que o conteúdo dos conceitos deve ser buscado justamente na intuição¹⁵⁶.

No entanto, para Kant, essa não é a única forma de negação. Existe também a negação determinada, cujo fundamento é a oposição com alguma afirmação¹⁵⁷. Acerca dessa oposição, Kant não se pronuncia muito diretamente, preferindo abordagem razoavelmente figurada¹⁵⁸. No entanto, há sinais de que essa ideia de oposição pode estar relacionada com a de contradição. O princípio da não-contradição (que Kant chama de princípio da contradição) possui função claramente importante quando associada a juízos analíticos, pois Kant trata as contradições como uniões de opostos que fá fundamento para esses juízos¹⁵⁹. Nesses termos, a negação determinada seria caracterizada pela posição com algum juízo analítico pelo princípio da não-contradição. O fundamento de “a rocha não é verde”, por exemplo, seria evitar a contradição resultante da afirmar “a rocha é vermelha” juntamente com o juízo analítico “tudo o que é vermelho não é verde”.

Por fim, quanto à função infinita, que Kant também ilustra com a predicação de ser não mortal, é igualmente caracterizada por se afastar do conteúdo do conceito e por ter função meramente limitante ¹⁶⁰. O que o exame dessas passagens sugere, portanto, é que há muitas conexões entre as noções mencionadas (conhecimento enquanto união de intuição e conceito, númeno, negação lógica, negação determinada e função infinita).

O númeno é conceito meramente intelectual. Ocorre que é a intuição (vinda da outra faculdade, a sensibilidade) que confere conteúdo aos conceitos. Logo, uma das características do númeno é a de não ter conteúdo intuitivo. Ora, esse também é o caso da negação lógica e do juízo infinito, que também são textualmente associados ao mesmo exemplo, o de ser não-mortal. Além disso, tanto o númeno quanto a função infinita têm função meramente limitativa. Isso sugere que a função infinita sede ser vista como uma negação (a de viés lógico), que seria o fundamento da faculdade do entendimento para articular a noção de númeno.

As funções qualitativas, então, parecem conter, além das afirmações, duas negações distintas. Inexistindo intuição que suporte o juízo, cabe apenas negá-lo pelo viés lógico, e o juízo seria expressão da função infinita. Caso exista uma intuição com a qual o juízo concorda, caberia fazer uma afirmação. Por fim, se o juízo se opõe a uma afirmação por configurar contradição com algum juízo analítico, haveria ocasião para formular uma negação determinada, expressão da função negativa. Assim, a existência ou ausência de suporte intuitivo seria o que distinguiria as condições de uso das duas negações.

Nessa perspectiva, o ganho que o juízo infinito acrescenta à cognição humana seria o de permitir o discurso sobre o númeno para rejeitar juízos sem respaldo intuitivo. Afinal, quando o entendimento volta-se apenas para si mesmo, formulando juízos que apenas concordam com suas regras formais, é produtor de meras ilusões¹⁶¹. Rejeita-se a ilusão porque, não havendo razão para afirmar ou negar um juízo, ele é sem sentido e precisa ser tratado especialmente¹⁶² (como não sendo afirmação ou negação).

Ora, a necessidade de rejeitar esses juízos é uma das teses centrais da Crítica da Razão Pura. Kant defende que as metafísicas anteriores não respeitaram esse princípio, e é por isso que a metafísica não constitui conhecimento. Mais especificamente, são rejeitados os problemas que a metafísica investigava e que Kant defende não terem solução. Nas palavras do autor, a metafísica vinha abordando problemas como Deus, liberdade e imortalidade de forma dogmática¹⁶³, e que tudo feito desse modo deveria ser desfeito¹⁶⁴, pois, até então, era alcançado apenas um estado vacilante de incertezas e contradições¹⁶⁵. Acerca desses problemas, a solução seria que a metafísica promovesse parcela de autonegação¹⁶⁶.

Tudo isso sugere que uma lógica com duas negações e um símbolo para rejeitar conteúdos sem respaldo intuitivo é altamente compatível com algumas considerações centrais à Crítica da Razão Pura. Infelizmente, porém, apesar da centralidade das noções envolvidas, o artigo não se pronuncia sobre o tema.

2.4.2 Juízos Disjuntivos

Quanto aos juízos disjuntivos, os autores os entendem como adequadamente representados pela disjunção clássica¹⁶⁷. Acredito ser apenas nessa perspectiva que assumem ter incluído os juízos disjuntivos na lógica transcendental¹⁶⁸. Apesar disso, esclarecem que é bastante provável que o caso seja mais complexo¹⁶⁹. Também reconhecem que a regra tradicional de introdução da disjunção na lógica clássica pode ter caráter excessivamente pouco construtivo para capturar o pensamento kantiano¹⁷⁰.

Ou seja, quanto aos juízos disjuntivos, os autores admitem claramente que há muito trabalho a ser feito. A atitude é louvável. A princípio, a única distinção substancial do texto kantiano para a lógica clássica é que Kant trabalha com a ideia de disjunção exclusiva podendo ter várias disjuntas. A lógica clássica adotou o padrão de entender a disjunção como inclusiva. Os impactos lógicos dessa mudança não são evidentes.

De passagem, porém, é fácil vislumbrar que a disjunção exclusiva pode ter função pragmática interessante para o sistema kantiano. Como visto há pouco, a diferença entre a negação e a função infinita pode envolver o estabelecimento de oposições, pressupostas apenas pela primeira. Ora, lidar com a disjunção exclusiva facilita o estabelecimento de oposições. Isso porque, dada uma série de disjuntas exclusivas, basta mostrar que uma é o caso para caracterizar que todas as outras se opõem a ela.

Além disso, provas por casos costumam ser longas porque alguma derivação deve ser feita para cada caso. Assim, essa redução ao exame de um único caso pode, eventualmente, encurtar provas.

No entanto, parece que isso mudaria o teor geral da disjunção. Ao invés de estabelecer possibilidades diversas, a disjunção seria conectivo focado na busca de qual é a única possibilidade que realmente é o caso. Essa observação parece muito importante para o exame da disjunção realizado no artigo.

No contexto dos sistemas inversos de modelos, a semântica para a disjunção não envolve uma alternância tão ampla quanto nos modelos de primeira ordem. Isso porque, naquele contexto, uma das disjuntas é verdadeira sempre.

Ora, esse parece ser justamente o caso da disjunção exclusiva. As outras disjuntas seriam possibilidades aparentes apenas, cabendo à lógica transcendental eliminar as alternativas ilusórias. No entanto, é prematuro concluir qualquer coisa a esse respeito.

2.4.3 Juízos Hipotéticos

Os autores demonstram muita consciência de que não apresentaram exame completo dos juízos hipotéticos. É muito enfática a rejeição de que se identificariam com a implicação material¹⁷¹ e acreditam que as implicações geométricas possuem complexidade adequada para estabelecer a caracterização almejada¹⁷².

Em verdade, algumas declarações revelam grande otimismo quanto à identidade entre as implicações geométricas e os juízos hipotéticos¹⁷³. Embora eu não sejam claras as razões para tanto otimismo, nada indica fortemente que estão errados. Em todo caso, soa mais adequada a admissão de que um tratamento completo da causalidade ainda precisa ser feito¹⁷⁴.

2.4.4 Conclusão

Em geral, os vínculos dessas funções com a lógica transcendental precisam ser aperfeiçoados. Os autores apontam questões muito interessantes, mas deixam outras precisando ser melhor trabalhadas. Em particular, é preciso avançar a proposta quanto aos juízos infinitos, disjuntivos e hipotéticos. No entanto, tudo indica que não foi feita caracterizações mais detalhada desses casos considerando que momento posterior seria mais adequado, atitude compreensível e louvável.

Ocorre que, nesse caso, é prematura a identificação da lógica transcendental com a lógica geométrica. Apresentar estrutura de objetos baseada no texto kantiano sobre validade objetiva que satisfazem as fórmulas geométricas foi estratégia muito interessante.

No entanto, como visto, essa estrutura contém particularidades que entram em conflito com parte do texto kantiano. Além disso, ela pode ficar muito mais com-

plexa para tratar das noções kantianas plenamente desenvolvidas. Eventualmente, as alterações podem ser profundas e o resultado obtido ser descaracterizado.

Pode ser que, no fim, a lógica geométrica não capture as ideias kantianas como pretendido. Afinal, dada a sua escassez de recursos, pode lhe faltar poder expressivo para transmitir aspectos importantes do pensamento kantiano.

3 Conclusão

3.1 Lógica Transcendental, Funções do Entendimento e Categorias

Como visto, os autores falam da identidade entre lógica geométrica e lógica transcendental restringindo o tipo de juízos que entendem pertencer à lógica transcendental. Implicitamente, o que eles defendem é que a lógica transcendental é o fragmento da geral que contém apenas fórmulas objetivamente válidas. As demais fórmulas da lógica de primeira ordem seriam relevantes apenas para a lógica geral.

Desse modo, no âmbito transcendental, o sujeito do conhecimento pode formular menos teses do que quando simplesmente pensa em geral. A ideia pode ser interessante. Afinal, o que Kant busca é impedir que certos usos da razão sejam aceitos como válidos.

No entanto, em nenhum momento parece ser o caso que Kant entende a lógica transcendental como mero fragmento da geral. Como visto, Kant afirma que a lógica geral tem por base as funções do entendimento, enquanto a lógica transcendental lida com categorias, ou conceitos puros do entendimento.

A esse respeito, vale considerar que existiriam tantas categorias quanto funções¹⁷⁵. Isso sugere paralelismo incompatível com a caracterização de uma lógica como restrição da outra.

Ocorre que esse paralelo entre as funções do entendimento e as categorias não deflui com tanta naturalidade do texto da *Crítica da Razão Pura*. Kant chega a identificar as duas noções¹⁷⁶, mas não aponta explicitamente para essa correspondência direta. Como já indicado, há razões para crer que ela não existe.

Seja como for, o exame das categorias parece muito importante para o projeto, pois Kant fala mais delas do que das funções do entendimento. A seguir, seguem algumas considerações que o projeto pode ter que enfrentar em algum momento. Inicialmente, importa considerar os esquemas de cada categoria, que já indicam sua

falta de correspondência com as funções do entendimento.

As categorias da quantidades são associada em bloco ao esquema dos números. A referência aqui é claramente a dos números naturais, havendo somas sucessivas de alguma unidade¹⁷⁷.

O esquema da qualidade também é amplamente quantitativo. No caso, Kant remete à noção de continuidade e a associa à transição na presença de sensação¹⁷⁸. Novamente, há apenas um princípio associado à noção de qualidade. A referência a afirmações e negações é bastante clara. No entanto, nada no esquema parece se referir à limitação estabelecida pelos juízos infinitos.

Passando para as relações, os esquemas são individualmente associados às categorias. O esquema das substâncias é a permanência, o da causalidade é a sucessão com base em uma regra e o da comunidade é a simultaneidade¹⁷⁹.

As categorias da modalidade também são tratadas individualmente, mas o esquema que lhes é atribuído tem outra natureza. Nos casos anteriores, os esquemas são certas ideias abstratas (números, relações temporais). Às modalidades, Kant atribuiu frases que parecem remeter a definições da lógica modal contemporânea¹⁸⁰.

Essas considerações sobre os esquemas são apresentadas no primeiro capítulo da Analítica dos Princípios. No segundo capítulo, muita informação é adicionada, mas elas não parecem esclarecer a relação entre as funções do entendimento e as categorias.

A análise detalhada dessas passagens extrapola o objetivo desta dissertação. No entanto, um panorama pode ilustrar o tipo de considerações que precisam ser enfrentadas para caracterizar a lógica transcendental (as ideias não serão defendidas para evitar que a exposição fique excessivamente longa).

Quanto às categorias da quantidade, é natural questionar como a noção de números naturais (seu esquema) teria papel fundamental na constituição dos objetos. Nisso, o texto kantiano é pouco elucidativo, mas sugestivo de que os objetos podem ser formados como agregados de partes discretas.

No processo de síntese, seriam considerados alguns conceitos sujeitos a testes de acompanhamento necessário, e o objeto seria identificado com os conceitos que passam no teste. Nesse caso, os números naturais podem estar associados à constituição

dos objetos com cada conceito parcial exprimindo uma unidade, com agregados deles formando pluralidades e o resultado seria uma totalidade. Ora, unidade, pluralidade e totalidade são justamente as categorias da quantidade.

Sobre a qualidade, Kant indica ver algo como intensidade de predicacões. Isso daria suporte para tratar sentenças que afirmem não apenas que está frio, como também que está muito frio (o valor associado às categorias da qualidade exprime o grau de influência da sensação nos sentidos).

Eventualmente, a representação dessas ideias pode demandar abordagem infinito-valente dentro de intervalo real (uma vez que os números reais associam-se à noção de continuidade presente nessas categorias).

Acerca das categorias da relação, Kant acrescenta muitos comentários. Em linhas gerais, ele busca determinar regras inteligíveis derivadas do mero fluir do tempo. Para as substâncias, a regra é a de que, em toda mudança, há algo que não se altera. Para a causalidade, estabelece que a mudança respeita alguma regra causal. Por fim, a categoria da comunidade parece falar menos do tema destacado por Kant (simultaneidade) do que da sistematização de todas as causas possíveis para as mudanças.

Pode ser que essas categorias sejam descritas basicamente pelos seguintes princípios, em que s e t são referências a momentos e φ e ψ , com ou sem subscritos, são fórmulas.

- Substância: $\forall s \forall t \forall \varphi \exists \psi (s < t \wedge \neg \varphi^s \wedge \varphi^t \rightarrow \psi^s \wedge \psi^t)$
- Causalidade: $\forall s \forall t \forall \varphi \exists \psi (s < t \wedge \neg \varphi^s \wedge \varphi^t \leftrightarrow s < t \wedge \neg \psi^s \wedge \psi^t)$
- Comunidade: $\forall s \forall t \forall \psi \exists \bar{\varphi} (s < t \wedge ((\neg \varphi_0^s \wedge \varphi_0^t) \vee \dots \vee (\neg \varphi_n^s \wedge \varphi_n^t)) \leftrightarrow s < t \wedge \neg \psi^s \wedge \psi^t)$ ¹

A referência básica é alguma sucessão temporal em que algo muda. Kant parece entender que a mudança é representada pela transição entre afirmação e negação da mesma fórmula. Assim, ao estabelecer coisas como a existência de algo que permanece em tudo o que muda, Kant parece pressupor quantificações sobre fórmulas.

¹ Esse parece o caso mais difícil se ser expresso pela lógica geométrica

Desse modo, essas categorias podem demandar recursos de ordem superior para ser representadas.

A interpretação da categoria da comunidade é mais difícil de ser feita do que a das duas outras categorias relacionais. Kant, inclusive, faz a observação explícita de que há algo peculiar nessa categoria. É certo que ela deve ser encarada como uma conjugação de características da disjunção e da causalidade. Esse é o ponto de partida que leva à interpretação pela fórmula acima.

Quando fala da disjunção, Kant enfatiza sobretudo o seu caráter de relação entre todo e parte. Qual seria o efeito disso nessa categoria? A possibilidade explorada na fórmula proposta acima é a de que a categoria da comunidade busca abranger todas as causas possíveis para alguma mudança. As alterações figuraram à direita do \Leftrightarrow e as possíveis causas seriam cada uma das disjuntas à esquerda.

Desse modo, como é difícil imaginar Kant defendendo a legitimidade de fórmulas infinitas, parece que a categoria da comunidade determina a busca da finitude teórica. A causalidade não se compromete com essa finitude. Dada uma alteração, ela determina apenas que haja alguma causa. O que a categoria da comunidade parece acrescentar é que, além de ser uma entre outras causas, todas as outras causas devem poder ser colocadas em série finita de disjuntas.

Essa caracterização das categorias da relação gera certa harmonia entre elas que é altamente compatível com algo que Kant associa à modalidade. As três modalidades são apresentadas na Crítica da Razão Pura como os três momentos do pensamento em geral. Ao pensar, o sujeito começa considerando a possibilidade de algum juízo, verifica sua veracidade e, por fim, o generaliza como necessário¹⁸¹.

Embora Kant esteja tratando do pensamento, essa afirmação parece poder ser transportada de forma muito interessante para o conhecimento (em que o pensamento deve ser unido com a intuição gerando frutos realmente valiosos). Além disso, embora não seja tópico central da Crítica da Razão Pura, Kant frequentemente trata a investigação cognitiva como orientada para a resposta de perguntas previamente formuladas.

Parece ser plausível que os três momentos gerais do pensamento sejam considerados nesse contexto. Ao se lançar em alguma investigação, o sujeito do conhecimento

fórmula uma questão, materializada em um juízo problemático². No segundo momento, formula juízos empíricos assertóricos que testam essa pergunta. Por fim, ela é considerada respondida na afirmativa quando verifica juízo apodítico cujo conteúdo coincide com o da pergunta (mudando apenas o operador modal)³.

Eventualmente, pode-se pensar algo semelhante para as categorias relacionais. Inicialmente, não haveria conhecimento algum acerca das alterações. Ao se deparar com a ordem casual de algumas delas, o sujeito ganharia conhecimento de causas isoladas. Com o desenvolvimento de algum sistema pessoal, ele generaliza as causas encontradas em listas com a categoria da comunidade. Se as explicações forem boas, pode cessar a busca de novas causas, pois já teria encontrado todas.

Na física, muitas ideias sobre causalidade são articuladas pelo conceito de força. Assim, quando um físico afirma que só há quatro tipos de força (gravitacional, eletromagnética, nuclear forte e nuclear fraca), pode ter sua afirmação respaldada em algo como a categoria da comunidade.

Todas essas afirmações acerca das categorias são altamente especulativas. O texto da Crítica, embora aluda a essas possibilidades, está longe de apontar para elas de forma conclusiva. Em todo caso, o empreendimento proposto pelos autores tem muito potencial para esclarecer questões como essas. Afinal, com texto mais organizado do que o kantiano e recursos rigorosos para decidir as questões, pode ser que muitas dúvidas sejam eliminadas.

As críticas apresentadas nesta dissertação não têm qualquer intenção de depreciar o trabalho desenvolvido pelos autores. Em geral, eles não apenas se lançaram a iniciativa valiosíssima, como também executaram trabalho amplamente louvável. No entanto, a tarefa não é simples de ser executada.

Se um dia for concluída, provavelmente será resultado de muitas tentativas e debates. Esta dissertação não pretende substituir o artigo. As críticas pretendem apenas agregar considerações a discussão em fase amplamente inicial e que merece

² Essa questão daria o conceito apontado no item (4) do resumo da terceira seção deste capítulo.

³ Nessa interpretação, é justamente a satisfação de um critério de necessidade sobre um conceito previamente estipulado e testado que caracteriza o objeto na conclusão dessa síntese. Isso é indicado no item (7) do resumo da terceira seção deste capítulo.

avançar. Concluindo a dissertação, seguem breves considerações sobre o processo de síntese buscando superar alguns dos problemas apontados.

3.2 Interpretação Alternativa

A seguinte passagem parece resumir muitos dos aspectos tratados pelos autores.

Here **that which lies in the successive apprehension is considered as representation**, but **the appearance** that is given to me, in spite of the fact that it is nothing more than a **sum of these representations**, is considered as their **object**, with which my **concept**, which I **draw from the representations of apprehension, is to agree**. One quickly sees that, since the **agreement** of cognition with the object is truth, only the formal conditions of empirical **truth** can be inquired after here, and appearance, in contradistinction to the representations of apprehension, can thereby only be represented as the object that is distinct from them if it stands under a **rule that distinguishes it from every other apprehension, and makes one way of combining the manifold necessary**. That in the appearance which contains the condition of this necessary rule of apprehension **is the object.**" [B 237] (KANT, 1998, p. 306)..

Resumidamente, parece adequado destacar que:

1. as apreensões contêm aparecimento composto por muitas representações que se somam;
2. essa soma é um objeto;
3. há um conceito que deve concordar com esse objeto;
4. essa concordância é uma correspondência veritativa;
5. a veracidade de 4 deve ser expressa em regra necessária;
6. essa regra distingue um objeto entre os demais presentes na apreensão;
7. a condição para a regra caracteriza o objeto destacado em (6), identificando conceito com objeto.

A noção de síntese da dedução transcendental das categorias da primeira edição parece estar articulada com essa passagem do seguinte modo. O objeto que reúne representações seria o produto que agrega os componentes da síntese da apreensão⁴.

Além disso, há um objeto especialmente considerado, que se encontra junto a vários outros, todos sendo comparados de forma razoavelmente aleatória na segunda fase. Trata-se de comparação com caráter normativo, em que algumas representações são eleitas como privilegiadas, caracterizando ideal a ser alcançado.

Aparentemente, o objetivo da síntese está relacionado com esse objeto especialmente eleito, e o alcance do objetivo decorre do teste acerca de sua relação com vários conceitos tomados de modo razoavelmente arbitrário. Tudo isso parece ser realizado na síntese da reprodução na imaginação⁵.

O resultado do teste tem por critério a correspondência necessária e culmina no destaque de um objeto, reconhecido como idêntico a um conceito⁶.

Essa perspectiva pode ser associada ao trabalho desenvolvido no artigo do seguinte modo. Na síntese da apreensão, seria criado o $\{D_s | s \in T\}$, tal como proposto pelos autores. Os conceitos seriam as extensões de predicados de $\{\mathcal{M}_s | s \in T\}$ e já estariam presentes na síntese da reprodução na imaginação. Esses seriam os conceitos imaginados e testados para obter a regra necessária de (5).

As interpretações de predicados em \mathcal{M} conformariam a regra de (7), caracterizando um objeto destacado. Resta enfatizar como esses componentes se articulam por meio de juízos para constituir os objetos.

Todo o processo tem início na experiência, dando à síntese caráter dêitico. Nos aspectos mais básicos, os referentes dos termos parecem remeter a porções destacadas da experiência. Nesse âmbito, os aparecimentos seriam tais porções da experiência referidas por algum este genérico.

A sujeição a regras durante a síntese da reprodução da imaginação seria uma série de juízos atribuindo conceitos de $\{\mathcal{M}_s | s \in T\}$ aos indivíduos de $\{D_s | s \in T\}$. Esses juízos seriam formulados de modo razoavelmente arbitrário, sempre testando

⁴ a primeira fase da síntese refere-se aos itens (1) e (2) do resumo.

⁵ a segunda fase da síntese corresponde aos itens (3) a (5) do resumo.

⁶ a terceira fase da síntese remete aos itens (6) e (7) do resumo.

a correspondência mencionada em (4). Pelo caráter dêitico da síntese, esses juízos sempre terão a forma “este é P ”, em que P é um componente de $\{\mathcal{M}_s | s \in T\}$ e “este” é uma sequência adequada de elementos de elementos de $\{D_s | s \in T\}$.

Além disso, os aparecimentos são agrupados em razão dos momentos de suas intuições na síntese da apreensão. Se algum juízo for verdadeiro em todos esses momentos, será necessário, pois o necessário é o que se mostra existindo em todos os tempos¹⁸². Se algum conceito de $\{\mathcal{M}_s | s \in T\}$ for atribuído em todos os momentos, haverá atribuição necessária. Esse é justamente o critério apontado pelos autores para que passem para \mathcal{M} .

Desse modo, haveria seleções de conceitos durante a síntese, e a proposta dos autores efetivamente envolve essa seleção. O processo pode iniciar com muitos conceitos nos \mathcal{M}_x , mas terminar com poucos em \mathcal{M} porque houve momentos em que a predicação não resultou verdadeira. O que parece necessário é que, afinal, chegue-se a uma espécie de $\Box \forall x (Cx \leftrightarrow D_0x \wedge \dots \wedge D_nx)$, em que os D_0, \dots, D_n seriam os predicados de \mathcal{M} .

Afinal, quanto ao pensamento, os objetos kantianos revelam-se equivalentes a grupos de conceitos. No caso ilustrado, C é identificado com os D_0, \dots, D_n . Esses conceitos lastream algo como sendo instância do objeto C (entender algo como instância de algum objeto seria fruto de ostentar os predicados D_0, \dots, D_n que caracterizam esse C).

Há certo círculo vicioso nesse processo. Afinal, os conceitos não são apenas produtos da síntese, como também seus insumos. Ora, como podem ser insumos se sua existência depende de a síntese ter sido efetuada? Não é necessário um ponto de partida que termine essa circularidade?

Uma solução possível é estipular a existência de conceitos iniciais. John Locke, com sua noção de ideias básicas, parece defender algo do tipo. Nessa abordagem, a Teoria de Conjuntos é excelente porque, modernamente, inspira-se na concepção hierárquica de conjuntos. O princípio básico dessa concepção é o de que não pode haver objetos sem que antes haja seus constituintes. No caso, embora não haja um ponto de chegada, existe um claro ponto do partida (O conjunto vazio).

Em Kant, é muito claro que há conceitos puros que estruturam a construção

dos objetos. No entanto, há indícios de que é contrário a essa tese com respeito a conceitos empíricos. Ele afirma que existem gêneros mais elevados, mas não espécies mais básicas¹⁸³. Ora, aparentemente, conceitos primitivos soam justamente como espécies que não podem ser especificadas.

Essa é questão que parece capital para o empreendimento proposto pelos autores. Eventualmente, uma fundamentação baseada em Teoria de Categorias (menos comprometida com a constituição dos objetos) pode ser mais adequada do que a fundamentação conjuntista.

A partir de Frege, passou a ser recorrente a concepção de duas dimensões semânticas, a do sentido e a da referência. Os primórdios dessa distinção, porém, são muito anteriores, remontando pelo menos à oposição entre analítico e sintético, amplamente empregada por Kant⁷.

Seja como for, muita crítica foi feita à separação do significado em duas dimensões. Em geral, é indicada a inexistência de uma caracterização precisa acerca do sentido, evidenciando a existência de certo dilema. Em todo caso, a distinção parece natural e útil. Com ela, é possível dar tratamento muito interessante para problemas como o da descoberta *a posteriori* da mesma referência (o planeta Vênus) para estrela matutina e para estrela vespertina, significantes com significados distintos até por serem objetos observados em ocasiões diversas. Por isso, pode ser profícuo explorar as ideias kantianas.

⁷ Juízos analíticos seriam os que apenas exprimem o sentido dos conceitos, sendo necessários juízos sintéticos para fazer referência ao mundo

Notas de Citação

¹“The purpose of this article is to examine from the point of view of mathematical logic, Kants formal logic and its relation to what Kant called transcendental logic.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 254).

²“Perhaps a mathematical formalization, however incomplete, can shed some light on these concepts and their relations. We are very far from claiming that the formalization presented exhausts Kants concepts; there is hardly a better inducement to modesty than trying to come to grips with the complexities of CPR, not to mention the secondary literature. But the formalization may provide a starting point.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 255).

³“Kants procedure can be thought of along the lines of the method of analysis and synthesis in geometry” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 259).

⁴“in the analytic phase one assumes that one knows precisely how objects are constituted and one determines from this the logical forms of judgements that can have relation to an object, in so doing providing a transcendental justification of the Table of Judgements” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 259).

⁵“in the synthetic phase (which takes up most of the Transcendental Deduction) one reverses the argument and shows how logical forms of judgement contribute to the constitution of objects.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 259).

⁶“Our argument is focussed on the first, analytic, part.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 259).

⁷“Our main mathematical result does not answer the synthetic question: how do judgement forms enable us to constitute empirical objects as substitution instances of the x in judgements ?. This involves looking at judgement forms, to assess their contribution to the constitution of objects. But before the how-question can be answered, first those judgement forms need to be identified for which the how-question can be asked at all.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 260).

⁸“**Our claim is not that** the completeness theorem shows that **Kants transcendental logic** has now been **formalized in its full extent.**” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 286).

⁹“Transcendental philosophy is here the idea of a science, for which the critique of pure reason is to outline the entire plan” [B 27] (KANT, 1998, p. 150).

¹⁰“Now from all of this there results the idea of a special science, which can be called the critique of pure reason.” [B 24] (KANT, 1998, p. 149).

¹¹“we can regard a science of mere estimation of pure reason, of its sources and boundaries, as the propaedeutic to the system of pure reason.” [B 25] (KANT, 1998, p. 149).

¹²“serving not for the amplification but only for the purification of our reason, and for keeping it free of errors” [B 25] (KANT, 1998, p. 149).

¹³“I call all cognition transcendental that is occupied not so much with objects but rather with our mode of cognition of objects insofar as this is to be possible *a priori*” [B 25] (KANT, 1998, p. 149).

¹⁴“But the peculiar thing about transcendental philosophy is this: that in addition to the rule [...] it can at the same time indicate *a priori* the case to which the rules ought to be applied. [...] it must at the same time offer a general but sufficient characterization of the conditions under which objects in harmony with those concepts can be given, for otherwise they would be without all content” [B 174-5] (KANT, 1998, p. 269-270).

¹⁵“Intuition and concepts [...] constitute the elements of all our cognition” [B 74] (KANT, 1998, p. 193).

¹⁶“neither concepts without intuition corresponding to them in some way nor intuition without concepts can yield a cognition” [B 74] (KANT, 1998, p. 193).

¹⁷“we have no [...] elements for the cognition of things except insofar as an intuition can be given corresponding to these concepts” [B xxv-vi] (KANT, 1998, p. 115). O “these concepts” refere-se a conceitos do entendimento. Como todo conceito provém do entendimento, a passagem refere-se a conceitos em geral. Além disso, ela afirma que a exceção à ausência de conhecimento é a correspondência entre intuição e conceito, mostrando que basta para caracterizar o conhecimento.

¹⁸“In whatever way and through whatever means a cognition may relate to objects, that through which it relates immediately to them, and at which all thought as a means is directed as an end, is intuition.” [B 33] (KANT, 1998, p. 172).

¹⁹“we have to do only with our representations; how things in themselves may be (without regard to representations through which they affect us) is entirely beyond our cognitive sphere.” [B 235] (KANT, 1998, p. 305-6). Vale destacar que, na passagem dessa nota de rodapé, ao postular o alheamento cognitivo da coisa em si com a ressalva expressa das representações resultantes de nossa afecção por elas, a existência das coisas em si mesmas afetando o sujeito para produzir representações é fortemente sugerida.

²⁰“The effect of an object on the capacity for representation, insofar as we are affected by it, is sensation.” [B 34] (KANT, 1998, p. 172). A passagem fala em objeto, não na coisa em si. Apenas adiante será possível explicar em detalhes porque a palavra objeto, neste caso, é vista como remetendo à coisa em si.

²¹“That intuition which is related to the object through sensation is called empirical. The undetermined object of an empirical intuition is called appearance.” [B 34] (KANT, 1998, p. 172).

²²“The capacity (receptivity) to acquire representations through the way in which we are affected by objects is called sensibility. Objects are therefore given to us by means of sensibility, and it alone affords us intuitions” [B 33] (KANT, 1998, p. 172).

²³“The faculty for thinking of objects of sensible intuition, on the contrary, is the understanding.” [B 75] (KANT, 1998, p. 193).

²⁴“Objects [...] are thought through the understanding, and from it arise concepts.” [B 33] (KANT, 1998, p. 172).

²⁵“Hence we distinguish the science of the rules of sensibility in general, i.e., aesthetic, from the science of the rules of understanding in general, i.e., logic.” [B 76] (KANT, 1998, p. 194).

²⁶“I call that in the appearance which corresponds to sensation its matter, but that which allows the manifold of appearance to be intuited as ordered in certain relations a I call the form of appearance. Since that within which the sensations can alone be ordered and placed in a certain form cannot itself be in turn sensation, the matter of all appearance is only given to us a posteriori, but its form must all lie ready for it in the mind a priori, and can therefore be considered separately from all sensation.” [B 34] (KANT, 1998, p. 172-3).

²⁷“If we abstract from all content of a judgment in general, and attend only to the mere form of the understanding in it, we find that the function of thinking” [B 95] (KANT, 1998, p. 206).

²⁸“there are two pure forms of sensible intuition [...], namely space and time” [B 36] (KANT, 1998, p. 174).

²⁹“Space is [...] to be regarded as the condition of the possibility of appearances [...] and [...] necessarily grounds outer appearances.” [B 38-9] (KANT, 1998, p. 175).

³⁰“Time is the *a priori* formal condition of all appearances in general.” [B 50] (KANT, 1998, p. 180).

³¹“All appearances therefore necessarily agree with this formal condition of sensibility, because only through it can they appear, i.e., be empirically intuited and given.” [B 125]

³²“If we abstract from all content of a judgment in general, and attend only to the mere form of the understanding in it, we find that the function of thinking in that can be brought under four titles, each of which contains under itself three moments.” [B 95] (KANT, 1998, p. 206).

³³“All intuitions, as sensible, rest on affections, concepts therefore on functions.” [B 93] (KANT, 1998, p. 205).

³⁴“By a function, however, I understand the unity of the action of ordering different representations under a common one.” [B 93] (KANT, 1998, p. 205).

³⁵“All judgments are accordingly functions of unity among our representations, since instead of an immediate representation a higher one, which comprehends this and other representations under itself” [B 93-4] (KANT, 1998, p. 150).

³⁶“We can, however, trace all actions of the understanding back to judgments, so that the understanding in general can be represented as a faculty for judging. For according to what has been said above it is a faculty for thinking. Thinking is cognition through concepts.” [B 94] (KANT, 1998, p. 205).

³⁷“the understanding can make no other use of these concepts than that of judging by means of them.” [B 93] (KANT, 1998, p. 205).

³⁸“Concepts, [...] as predicates of possible judgments [...] The concept [...] is [...] a concept only because other representations are contained under it” [B 94] (KANT, 1998, p. 205).

³⁹“The key to such an enterprise is that judgements in Kants sense participate in two kinds of logics: general logic and transcendental logic.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 260).

⁴⁰“The proposed proof system thus has three sequent arrows: \Rightarrow , whose interpretation is as in classical logic, and both \Rightarrow_{ov} and \Rightarrow_{pov} whose interpretation is given by \Vdash_{ov} .” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 284).. Como será evidenciado adiante, \Vdash_{ov} é o símbolo que os autores usam na semântica que propõem para capturar a noção kantiana de validade objetiva.

⁴¹“‘general logic’ (represented by the classical sequent arrow \Rightarrow) [...] transcendental logic proper (represented by \Rightarrow_{ov})” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 285). Vale notar que \Rightarrow_{ov} é dita a contraparte semântica de \Vdash_{ov} : Let \Rightarrow_{ov} be the syntactic counterpart of \Vdash_{ov} .” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 283).

⁴²“Moving now to inferences, we see that general logic contains a specific set of inference rules, not a general semantic consequence relation. Simplifying a bit, one can say that the inference rules are like elimination rules in natural deduction. Corresponding introduction rules are lacking; for example, there are no formal introduction rules for the hypothetical or the disjunctive. 18 The conditions for asserting a judgement are not treated in general logic, but in transcendental logic, about which more will be said below.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 262).

⁴³“Transcendental logic deals with *a priori* and completely general principles which govern the construction of objects, and relate judgements to objects so that we may come to speak of true judgements.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 263).

⁴⁴“Roughly speaking, whereas general logic is concerned merely with inference rules, what transcendental logic adds to this is a semantics in terms of objects.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 263).

⁴⁵“objects must have internal structure; and a large part of this article will be taken up by a discussion of what that structure is.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 264).

⁴⁶“General logic abstracts, as we have shown, from all content of cognition, i.e. from any relation of it to the object, and considers only the logical form in the relation of cognitions to one another” [B 79] (KANT, 1998, p. 195-6).

⁴⁷“**general logic abstracts from all content of cognition**, and expects that representations will be given to it from elsewhere [...] **Transcendental logic, on the contrary, has a manifold of sensibility that lies before it *a priori*** [...] in order to provide the pure concepts of the understanding with a matter, **without which** they would be with out any content, thus completely **empty**.” [B 102] (KANT, 1998, p. 210).

⁴⁸“**General logic** [...] since it abstracts from all content of cognition, nothing remains to it but the **business of analytically dividing the mere form of cognition** into concepts, judgements, and inferences, and thereby **achieving formal rules** for all use of the understanding.” [B 171]

(KANT, 1998, p. 268).

⁴⁹“things are quite **different with transcendental logic**, so that it even seems that the **latter** has as its **proper business to correct and secure the power of judgment in the use of the pure understanding** through determinate rules.” [B 174]. (KANT, 1998, p. 269).

⁵⁰“If the understanding in general is explained as the faculty of rules, then the **power of judgment is the faculty of subsuming under rules**” [B 171] (KANT, 1998, p. 268).

⁵¹“In all **subsumptions of an object under a concept** the representations of the former must be homogeneous with the latter” [B 176] (KANT, 1998, p. 271).

⁵²“But the peculiar thing about transcendental philosophy is this: that in addition to the rule [...] it can at the same time indicate *a priori* the case to which the rules ought to be applied. The cause of the advantage [...] lies just here: that it deals with concepts that are to be related to their objects *a priori* [...] otherwise they would be without all content, and thus would be mere logical forms and not pure concepts of the understanding.” [B 174-5] (KANT, 1998, p. 269-70).

⁵³“We have therefore wanted to say that all our intuition is nothing but the representation of appearance; that the things that we intuit are not in themselves what we intuit them to be, nor are their relations so constituted in themselves as they appear to us; and that if we remove our own subject or even only the subjective constitution of the senses in general, then all constitution, all relations of objects in space and time, indeed space and time themselves would disappear, and as appearances they cannot exist in themselves, but only in us.” [B 59] (KANT, 1998, p. 185).

⁵⁴“If we will call the receptivity of our mind to receive representations insofar as it is affected in some way sensibility, then on the contrary the faculty for bringing forth representations itself, or the spontaneity of cognition, is the understanding.” [B75] (KANT, 1998, p. 193).

⁵⁵“But for the peculiarity of our understanding, that it is able to bring about the unity of apperception *a priori* only by means of the categories and only through B I46 precisely this kind and number of them, a further ground may be offered just as little as one can be offered for why we have precisely these and no other functions for judgment or for why space and time are the sole forms of our possible intuition.” [B 145-6] (KANT, 1998, p. 254).

⁵⁶“In such a way there arise exactly as many pure concepts of the understanding, which apply to objects of intuition in general *a priori*, as there were logical functions of all possible judgments in the previous table: [...] Following Aristotle we will call these concepts categories” [B 105] (KANT, 1998, p. 212).

⁵⁷“1. Whatever agrees with the formal conditions of experience (in accordance with intuition and concepts) is possible.

2 . That which is connected with the material conditions of experience (of sensation) is actual.

3 . That whose connection' with the actual is determined in accordance with general conditions of experience is (exists) necessarily.” [B 265-6] (KANT, 1998, p. 321).

⁵⁸“Roughly speaking, whereas general logic is concerned merely with inference rules, what transcendental logic adds to this is a semantics in terms of objects.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 263).

⁵⁹“The **first step toward formalization** will be to propose semantic structures that can **replace first-order models** with their inappropriate notion of object; these will be **inverse systems of first-order models and their limits.**” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 267).

⁶⁰“the **initial reception** of the **Critique of Pure Reason** **sorely disappointed Kant’s** expectation that the work could not “help but bring about a complete change of thinking,” and a **great deal of Kant’s effort** during the decade of the 1780s was devoted to the unforeseen task of **clarifying the critical foundations of his system of philosophy that he thought he had completed** in May 1781. (KANT, 1998, p. 66).

⁶¹“By synthesis in the most general sense, however, I understand the action of putting different representations together with each other and comprehending their manifoldness in one cognition. [B 103] (KANT, 1998, p. 210).

⁶²“If therefore I ascribe a synopsis to sense, because it contains a manifold in its intuition, a synthesis must always correspond to this, and receptivity can make cognitions possible only if combined with spontaneity. This is now the ground of a threefold synthesis, which is necessarily found in all cognition” [A 97] (KANT, 1998, p. 228).

⁶³“The purpose of the **first synthesis**, the synthesis of apprehension in intuition, is to **prepare the manifold received in intuition for further processing** by representing it internally as a manifold of **spatial parts** and **sensory qualities**” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 265).

⁶⁴“the **’synthesis of apprehension in intuition’** proceeds by a running through and holding together of the manifold’ and is thus a process that **takes place in time.** We may... think of an **index $s \in T$** as an **interval of time scalable for the process of running through and holding together.**” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 268).

⁶⁵“An **object in D_s** can” [Be] thought of as a **possible ’indeterminate object of empirical intuition’ synthesized in the interval s .**” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 268).. Vale destacar que Kant chama esses objetos indeterminados da intuição empírica de aparecimentos: The undetermined object of an empirical intuition is called appearance” [B 34] (KANT, 1998, p. 172).

⁶⁶“consider Kant and his treatment of the continuum, which is striking because he does not consider it to be composed of points, as a set theoretic treatment would have it. Consistent with a constructive treatment, points in the Kantian continuum are only boundaries or limitations.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 256).

⁶⁷“The **comparison** of the **transcendental object** with a **mass noun** **suggests** however that **our formalization of the transcendental object as a set is not completely adequate;** it would be **more appropriate** to choose a whole/part template. Technically, this would require a

category theoretic formalization, but this would **compound the expository problems**. We therefore continue to work in a set theoretic framework” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 270).

⁶⁸“Space and time are quanta continua, because no part of them can be given except as enclosed between boundaries (points and instants), thus only in such a way that this part is again a space or a time.” [B 211] (KANT, 1998, p. 292).

⁶⁹“Now this synthesis of apprehension must also be exercised *a priori*, i.e., in regard to representations that are not empirical. For without it we could have *a priori* neither the representations of space nor of time, since these can be generated only through the synthesis of the manifold that sensibility in its original receptivity provides. We therefore have a pure synthesis of apprehension.” [A 99-100] (KANT, 1998, p. 229).

⁷⁰“Wherever our representations may arise, whether through the influence of external things or as the effect of inner causes, whether they have originated *a priori* or empirically as appearances - as modifications of the mind they nevertheless belong to inner sense, and as such all of our cognitions are in the end subjected to the formal condition of inner sense, namely time, as that in which they must all be ordered, connected, and brought into relations.” [A 98] (KANT, 1998, p. 228).

⁷¹“the **apprehension** of an **occurrence** is **not yet** thereby **distinguished** from any other.” [B 237] (KANT, 1998, p. 306).

⁷²“Now by this means **no object** at all is **represented**; since through this sequence, which is common to all **apprehensions**, **nothing** is **distinguished** from anything else.” [B 243] (KANT, 1998, p. 309).

⁷³“To begin with, experience presupposes the reproducibility of appearances, as can be seen from the following example, especially when considered in conjunction with the example of the house (B162)” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 265).

⁷⁴“to experience an object qua object, at any particular moment sensory experience has to go hand in hand with the reproduction of those aspects of the object that cannot be perceived at that very moment.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 266).

⁷⁵“[T]he aim to represent a whole guides every associative reproduction of the imagination. It is only through the synthesis effected by reproduction in imagination that we can strive toward complete knowledge, because at any particular moment sensory knowledge is limited.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 266).

⁷⁶“the manifold of a house (B162) can be viewed as synthesized from a manifold of the front and a manifold of the back.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 269).

⁷⁷“It is, to be sure, a merely empirical law in accordance with which representations that have often followed or accompanied one another are finally associated with each other and thereby placed in a connection in accordance with which, even without the presence of the object, one of these representations brings about a transition of the mind to the other in accordance with a constant

rule. This law of reproduction, however, presupposes that the appearances themselves are actually subject to such a rule, and that in the manifold of their representations an accompaniment or succession takes place according to certain rules;" [A 100] (KANT, 1998, p. 229).

⁷⁸"If cinnabar were now red, now black, now light, now heavy, [...] then my empirical imagination would never even get the opportunity to think of heavy cinnabar on the occasion of the representation of the color red;" [A 100-1] (KANT, 1998, p. 229).

⁷⁹"representations (intuitions or concepts)" [B 80] (KANT, 1998, p. 196).

⁸⁰"the synthesis of all appearances in accordance with concepts, i.e., in accordance with rules" [A 108] (KANT, 1998, p. 233).

⁸¹"We have above explained the understanding in various ways - through a spontaneity of cognition (in contrast to the receptivity of the sensibility), through a faculty for thinking, or a faculty of concepts, or also of judgments - which explanations, if one looks at them properly, come down to the same thing. Now we can characterize it as the faculty of rules." [A 126] (KANT, 1998, p. 242).

⁸²"Rules, so far as they are objective (and thus necessarily pertain to the cognition of objects) are called laws. [...] The understanding is thus not merely a faculty for making rules through the comparison of the appearances; it is itself the legislation for nature, i.e., without understanding there would not be any nature" [A 126] (KANT, 1998, p. 242).

⁸³"The preceding two syntheses (which are inseparably combined (A102)) yield objects of appearance. In the formal model to be presented in Section 7 objects of appearance will constitute the domains of models. Predicates are introduced through the following considerations." (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 266).

⁸⁴"Thus if, e.g., I make the empirical intuition of a house into perception through apprehension of its manifold, my ground is the necessary unity of space and of outer sensible intuition in general, [...] This very same synthetic unity, however, if I abstract from the form of space, has its seat in the understanding, and is the category of the synthesis of the homogeneous in an intuition in general, i.e., the category of quantity" [B 162] (KANT, 1998, p. 262).

⁸⁵"Thus, e.g., the apprehension of the manifold in the appearance of a house that stands before me is successive. Now the question is whether the manifold of this house itself is also successive, which certainly no one will concede. [...] Here that which lies in the successive apprehension is considered as representation, but the appearance that is given to me, in spite of the fact that it is nothing more than a sum of these representations, is considered as their object, with which my concept, which I draw from the representations of apprehension, is to agree." [B 235-6] (KANT, 1998, p. 306).

⁸⁶"appearance, in contradistinction to the representations of apprehension, can thereby only be represented as the object' that is distinct from them if it stands under a rule that distinguishes it from every other apprehension, and makes one way of combining the manifold necessary." [B 236] (KANT, 1998, p. 306).

⁸⁷“In the previous example of a house my perceptions could have begun at its rooftop and ended at the ground, but could also have begun below and ended above; likewise I could have apprehended the manifold of empirical intuition from the right or from the left. In the series of these perceptions there was therefore no determinate order that made it necessary when I had to begin in the apprehension in order to combine the manifold empirically.” [B 237-8] (KANT, 1998, p. 307).

⁸⁸“The interaction of the directedness of the index set and the mappings h_{st} is of some interest. If $r \geq s, t$, there are mappings $h_{rs} : D_r \rightarrow D_s$ and $h_{rt} : D_r \rightarrow D_t$. Each indeterminate object of empirical intuition in $d \in D_r$ can be seen as a synthesis of such objects $h_{rs}(d) \in D_s$ and $h_{rt}(d) \in D_t$. For example, the manifold of a house (B162) can be viewed as synthesized from a manifold of the front and a manifold of the back.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 269).

⁸⁹“We do not put any further requirements on the mappings $h_{st} : D_s \rightarrow D_t$, such as surjectivity or injectivity. Some undetermined object of experience in D_t may have disappeared in D_s : more time for ‘running through and holding together’ may actually yield fewer features that can be combined.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 268).

⁹⁰“the **mapping** $h_{st} : D_s \rightarrow D_t$ **expresses a consistency requirement**: if $d \in D_s$ represents an indeterminate object of empirical intuition synthesized in interval s , so that a particular manifold of features can be run through and held together during s , some indeterminate object of empirical intuition must already be synthesizable by running through and holding together in interval t , for example, by combining a subset of the features characterizing d . This interpretation justifies the coherence condition $s \geq t \geq r, h_{tr} \circ h_{st} = h_{sr}$: the synthesis obtained from **first restricting the interval** available for running through and holding together to interval t , and then to interval r **should not differ** from the **synthesis obtained** by restricting to r **directly**.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 268).

⁹¹“elements of the inverse limit, to be called transcendental elements, introducing a term not to be found in CPR.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 270).

⁹²“ in the case of two drops of water one can completely abstract from all inner difference (of quality and quantity), and it is enough that they be intuited in different places at the same time in order for them to be held to be numerically different.” [B 319-20](KANT, 1998, p. 368)

⁹³“The **preceding two syntheses** (which are inseparably combined (A102)) **yield objects of appearance**. [...]

Predicates are introduced through the following considerations.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 266).

⁹⁴“It is the **concepts job** to **generate the consciousness of the generic identity** between the **reproduced representation** and all **those preceding it** (Longuenesse, 1998, p. 46), that is, to **recognize** a representation as **being of a certain kind**.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 266).

⁹⁵“The word “**concept**“ itself could already lead us to this remark. For it is this **one consciousness** that **unifies the manifold** that has been successively intuited, and then also reproduced, **into one representation.**” [A 103] (KANT, 1998, p. 231).

⁹⁶“Without consciousness that that which we think is the very same as what we thought a moment before, all reproduction in the series of representations would be in vain.” [A 103] (KANT, 1998, p. 230).

⁹⁷“one consciousness must always be found, [...] and without that concepts [...] would be entirely impossible.” [A 104] (KANT, 1998, p. 231).

⁹⁸“All cognition requires a concept, however imperfect or obscure it may be; but as far as its form is concerned the latter is always something general, and something that serves as a rule.” [A 106]

⁹⁹“it can be a rule of intuitions only if it represents the necessary reproduction of the manifold of given intuitions, hence the synthetic unity in the consciousness of them.” [A 106] (KANT, 1998, p. 232).

¹⁰⁰“Every necessity has a transcendental condition as its ground.” [A 106] (KANT, 1998, p. 232).

¹⁰¹“Now this original and transcendental condition is nothing other than the transcendental apperception.” [A 106-7] (KANT, 1998, p. 232).

¹⁰²“Now no cognitions can occur in us, no connection and unity among them, without that unity of consciousness that precedes all data of the intuitions, and in relation to which all representation of objects is alone possible. This pure, original, unchanging consciousness I will now name transcendental apperception.” [A 107] (KANT, 1998, p. 232).

¹⁰³“Thus the original and necessary consciousness of the identity of oneself is [...] a consciousness of an equally necessary unity of the synthesis of all appearances in accordance with [...] rules that [...] determine **an object** for their intuition, i.e., **the concept of something in which they are necessarily connected**” [A 108] (KANT, 1998, p. 233).

¹⁰⁴“Thus the cognition of every, at least human, understanding is a cognition through concepts, not intuitive but discursive.” [B 93] (KANT, 1998, p. 205).

¹⁰⁵“transcendental logic deals with construction of objects of experience, for the purposes of this logic objects must have internal structure; and a large part of this article will be taken up by a discussion of what that structure is.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 263).

¹⁰⁶“We will then show how to **interpret formulas on such structures**, in so doing making sense of the **multiple interpretations of the same variable** that Longuenesse believes is **essential.**” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 267).

¹⁰⁷“This seems to be saying that we should think of a **variable x** as **referring to different types of objects** simultaneously. This is a very **unusual understanding** of variables, and it will be **one of our main tasks** to **make this idea precise.** In order to do so, we will briefly introduce the three kinds of objects.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 265).

¹⁰⁸“The schema of necessity is the existence of an object at all times.” [B 184] (KANT, 1998, p. 275).. Os esquemas são o que dá sentido às categorias, de modo que a existência em qualquer tempo explicita o significado que Kant atribui à noção de necessidade.

¹⁰⁹“**Kant** has an **interesting dual view of concepts**: they are on the one hand **intensional rules** (or algorithms) **to be applied to objects of appearance**, on the other hand the **extensions generated by the applications of the rules.**” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 266). If objects of appearance can be stably classified as being of a certain kind, they are called determinate objects of experience, where determinate here means determined by concepts.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 266).

¹¹⁰“The **comparison** of the **transcendental object** with a **mass noun suggests** however that **our formalization of the transcendental object as a set is not completely adequate**; it would be **more appropriate** to choose a whole/part template. Technically, this would require a **category theoretic formalization**, but this would **compound the expository problems**. We therefore continue to work in a set theoretic framework” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 270).

¹¹¹“since every appearance contains a manifold, thus different perceptions by themselves are encountered dispersed and separate in the mind, a combination of them, which they cannot have in sense itself, is therefore necessary. There is thus an active faculty of the synthesis of this manifold in us, which we call imagination, and whose action exercised immediately upon perceptions I call apprehension.” [A 120] (KANT, 1998, p. 239).

¹¹²“Imagination is the faculty for representing an object even without its presence in intuition.” [B 151] (KANT, 1998, p. 256).

¹¹³“this apprehension of the manifold alone would bring forth no image and no connection of the impressions were there not a subjective ground for calling back a perception, from which the mind has passed on to another, to the succeeding ones, and thus for exhibiting entire series of perceptions,” [A 120-1] (KANT, 1998, p. 239).

¹¹⁴“This subjective and empirical ground of reproduction in accordance with rules is called the association of representations.” [A 121] (KANT, 1998, p. 239).

¹¹⁵“But now if this unity of association did not also have an objective ground, so that it would be impossible for appearances to be apprehended by the imagination otherwise than under the condition of a possible synthetic unity of this apprehension, then it would also be entirely contingent whether appearances fit into a connection of human cognition.” [A 121] (KANT, 1998, p. 239).

¹¹⁶“a multitude of perceptions and even an entire sensibility would be possible in which much empirical consciousness would be encountered in my mind, but separated, and without belonging to one consciousness of myself, which, however, is impossible.” [A 122] (KANT, 1998, p. 239-40).

¹¹⁷“I call this objective ground of all association of appearances their affinity. But we can never encounter this anywhere except in the principle of the unity of apperception with regard to all

cognitions that are to belong to me. In accordance with this principle all appearances whatever must come into the mind or be apprehended in such a way that they are in agreement with the unity of apperception." [A 122] (KANT, 1998, p. 240).

¹¹⁸"The objective unity of all (empirical) consciousness in one consciousness (of original apperception) is thus the necessary condition even of all possible perception, and the affinity of all appearances (near or remote) is a necessary consequence of a synthesis in the imagination that is grounded *a priori* on rules." [A 123] (KANT, 1998, p. 240).

¹¹⁹"The imagination is therefore also a faculty of a synthesis *a priori*, on account of which we give it the name of productive imagination, and, insofar as its aim in regard to all the manifold of appearance is nothing further than the necessary unity in their synthesis, this can be called the transcendental function of the imagination." [A 123] (KANT, 1998, p. 240).

¹²⁰"the standing and lasting I (of pure apperception) constitutes the correlate of all of our representations, so far as it is merely possible to become conscious of them, and all consciousness belongs to an all-embracing pure apperception just as all sensible intuition as representation belongs to a pure inner intuition, namely that of time. It is this apperception that must be added to the pure imagination in order to make its function intellectual." [A 123-4] (KANT, 1998, p. 240).

¹²¹"Both extremes, namely sensibility and understanding, must necessarily be connected by means of this transcendental function of the imagination, since otherwise the former would to be sure yield appearances but no objects of an empirical cognition, hence there would be no experience." [A 124] (KANT, 1998, p. 241).

¹²²"Actual experience, which consists in the apprehension, the association (the reproduction), and finally the recognition of the appearances, contains in the last and highest (of the merely empirical elements of experience) concepts that make possible the formal unity of experience and with it all objective validity (truth) of empirical cognition. These grounds of the recognition of the manifold, so far as they concern merely the form of an experience in general, are now those categories." [A 124-5] (KANT, 1998, p. 241).

¹²³"we ourselves bring into the appearances that order and regularity in them that we call nature, and moreover we would not be able to find it there if we, or the nature of our mind, had not originally put it there." [A 125] (KANT, 1998, p. 241).

¹²⁴"Thus as exaggerated and contradictory as it may sound to say that the understanding is itself the source of the laws of nature" [A 127] (KANT, 1998, p. 242).

¹²⁵"if, on the contrary, we have to do everywhere only with appearances, then it is not only possible but also necessary that certain *a priori* concepts precede the empirical cognition of objects. For as appearances they constitute an object that is merely in us, since a mere modification of our sensibility is not to be encountered outside us at all." [A 129] (KANT, 1998, p. 243).

¹²⁶"Pure concepts of the understanding are therefore possible, indeed necessary *a priori* in relation to experience, only because our cognition has to do with nothing but appearances, whose possibility

lies in ourselves, whose connection and unity (in the representation of an object) is encountered merely in us, and thus must precede all experience and first make it possible as far as its form is concerned." [A 130] (KANT, 1998, p. 244).

¹²⁷"The pure concept of this transcendental object (which in all of our cognitions is really always one and the same = X) is that which in all of our empirical concepts in general can provide relation to an object, i.e., objective reality." [A 109] (KANT, 1998, p. 233).

¹²⁸"All representations, as representations, have their object, and can themselves be objects of other representations in turn. Appearances are the only objects that can be given to us immediately, and that in them which is immediately related to the object is called Intuition." [A 108-9] (KANT, 1998, p. 233).

¹²⁹"appearances are not things in themselves, but themselves only representations, which in turn have their object, which therefore cannot be further intuited by us, and that may therefore be called the non-empirical, i.e., transcendental object = X." [A 109] (KANT, 1998, p. 233).

¹³⁰"Now this concept cannot contain any determinate intuition at all, and therefore concerns nothing but that unity which must be encountered in a manifold of cognition insofar as it stands in relation to an object. This relation, however, is nothing other than the necessary unity of consciousness, thus also of the synthesis of the manifold through a common function of the mind for combining it in one representation." [A 109] (KANT, 1998, p. 233).

¹³¹"I am conscious of my existence as determined in time. All time-determination presupposes something persistent in perception. This persistent thing, however, cannot be something in me, since my own existence in time can first be determined only through this persistent thing. Thus the perception of this persistent thing is possible only through a thing outside me and not through the mere representation of a thing outside me." [B 275] (KANT, 1998, p. 327).

¹³²"For we have to do only with our representations; how things in themselves may be (without regard to representations through which they affect us) is entirely beyond our cognitive sphere." [B 235] (KANT, 1998, p. 305-6).

¹³³"The understanding accordingly bounds sensibility without thereby expanding its own field, and in warning sensibility not to presume to reach for things in themselves but solely for appearances it thinks of an object in itself, but only as a transcendental object, a which is the cause of appearance (thus not itself appearance), and that cannot be thought of either as magnitude or as reality or as substance, etc. (since these concepts always require sensible forms in which they determine an object); it therefore remains completely unknown whether such an object is to be encountered within or without us, whether it would be canceled out along with sensibility or whether it would remain even if we took sensibility away." [B 344] (KANT, 1998, p. 381).

¹³⁴"transcendental object, however, which might be the ground of this appearance that we call matter, is a mere something, about which we would not understand what it is even if someone could tell us." [B 333] (KANT, 1998, p. 375).

¹³⁵“Hence, on the one hand the transcendental object is responsible for grasping objects of experience as the same object, on the other hand the transcendental object is an internal representation of the necessary unity of self-consciousness.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 267).

¹³⁶“We propose to identify the transcendental object of A109 with the inverse limit as just defined.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 270).. Essa afirmação ocorre logo após a definição de \mathcal{D} .

¹³⁷“To come back to the starting point of this section, the variable x must refer to objects of experience as well as to the transcendental object, and the latter must somehow be constructed from the unity of selfconsciousness.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 267).

¹³⁸“These considerations suggest that judgements must be interpreted both on objects of experience and on the transcendental object and that there should exist a relation between these interpretations.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 273).

¹³⁹“All we can ever do is find witnesses for x among objects of experience; but we hope that this is sufficient to have a witness for x that refers to an object internally represented as existing outside us.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 273).

¹⁴⁰“a judgment is nothing other than the way to bring given cognitions to the objective unity of apperception.” [B 141] (KANT, 1998, p. 141).

¹⁴¹“Objective validity of a formula φ in the sense of Definition 8.1 now corresponds to the condition $\varphi \Vdash_{ov} \varphi$.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 274).

¹⁴²“Objective validity of a judgement does not mean that the judgement is true of transcendental objects, that is, of objects represented as existing independently of us.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 278).

¹⁴³“ Rather, it is a conditional notion: if the judgements holds on the world of experience (represented by an inverse system of models), then it holds for transcendental objects as well.” (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 278).

¹⁴⁴“But if a judgement is objectively valid, we know at least that it is not pointless to verify it on the world of experience, since in doing so we may relate our representations to an object (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 278).

¹⁴⁵“Of course we can never be fully certain that the given judgement holds of the world of experience, so truth on transcendental objects cannot be established definitively, and functions rather as a regulative norm governing the activity of judgement. (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 278).

¹⁴⁶“Kant provides several definitions of judgement, ranging from the enumeration of syntactic forms in the Table of Judgements²⁵ to a definition of what the cognitive role of judgement is in Section 19 of CPR where the latter pays scant attention to the possible syntactic form of judgements. Nevertheless, it is this definition that provides the clearest clue as to Kants intended semantics for judgements, (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 272-3).

¹⁴⁷“so we will give the relevant passages from Section 19 and then turn this into a formal definition. This will allow us to relate the cognitive role of judgements to the syntactic forms in the Table of Judgements, and also to provide a formal underpinning to Longuenesses ideas about the various roles the variable x plays in Kants representation of categorical judgements (see the beginning of Section 6). (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 273).

¹⁴⁸“Categorical judgements are judgements in subjectpredicate form, combined with quantifiers and optional negation: (affirmative) all A are B, some A are B, (negative) no A are B, some A are not B, (infinite) all A are non-B, some A are non-B, etcetera. Categorical judgements may occur as premises and as conclusion in syllogisms. (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 261).

¹⁴⁹“it is easily seen that affirmative categorical judgements are included in our class, as are disjunctive judgements. (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 287).

¹⁵⁰“our class does not include negative particular judgements, but then these types of judgements were probably not intended to be candidates for objective validity, given Kants views on negation. página (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 287).

¹⁵¹“But whether witnesses among objects of experience can be so related to the transcendental object depends on the type of judgement of which they are witnesses. For consider now $\exists \neg xA(x)$. It is easy to construct (see Figure 1) an inverse system whose limit contains a single thread satisfying A , and where $\exists \neg xA(x)$ is true at each indexed model, but where the witnesses for $\exists \neg xA(x)$ are totally unrelated. (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 277).

¹⁵²“the concept of a noumenon, taken merely problematically, remains not only admissible, but even unavoidable” [B 311] (KANT, 1998, p. 351)

¹⁵³“The concept of a noumenon, i.e., of a thing that is not to be thought of as an object of the senses but rather as a thing in itself (solely through a pure understanding), is not at all contradictory” [B 310] (KANT, 1998, p. 350)

¹⁵⁴“The concept of a noumenon is therefore merely a boundary concept, in order to limit the pretension of sensibility, and therefore only of negative use. But it is nevertheless not invented arbitrarily, but is rather connected with the limitation of sensibility, yet without being able to posit anything positive outside of the domain of the latter.” [B 310/1] (KANT, 1998, p. 350)

¹⁵⁵“**Logical negation**, which is indicated solely by the little word “not,” is **never properly attached to a concept**, but rather **only to its relation to another concept in a judgment**, and therefore it is **far from sufficient to designate a concept in regard to its content**. The **expression “non-mortal”** cannot at all give the cognition that a mere non-being is represented in the object, but **leaves all content unaffected.**” [B 602] (KANT, 1998, p. 555).

¹⁵⁶“For every concept there is requisite, first, the logical form of a concept (of thinking) in general, and then, second, the possibility of giving it an object to which it is to be related. Without this latter it has no sense, and is entirely empty of content, even though it may still contain the logical function for making a concept out of whatever sort of data there are. Now the object cannot be

given to a concept otherwise than in intuition” [B 298] (KANT, 1998, p. 356)

¹⁵⁷“no one can think a negation determinately without grounding it on the opposed affirmation.” [B 603] (KANT, 1998, p. 555)

¹⁵⁸“The person blind from birth cannot form the least representation of darkness, because he has no representation of light; the savage has no acquaintance with poverty, because he has none with prosperity. The ignorant person has no concept of his ignorance, because he has none of science, etc.” [B 603] (KANT, 1998, p. 555)

¹⁵⁹“For, if the judgment is analytic, whether it be negative or affirmative, its truth must always be able to be cognized sufficiently in accordance with the principle of contradiction. [...]

Hence we must also allow the principle of contradiction to count as the universal and completely sufficient principle’ of all analytic cognition;” [B 190-1] (KANT, 1998, p. 280)

¹⁶⁰“ If I had said of the soul that it is not mortal, then I would at least have avoided an error by means of a negative judgment... nothing is said by my proposition but that the soul is One of the infinite multitude of things that remain if I take away everything that is mortal. But the infinite sphere of the possible is thereby limited only to the extent that that which is mortal is separated from it... In regard to logical domain, therefore, this infinite judgment is merely limiting with regard to the content of cognition in general” [B 97-8] (KANT, 1998, p. 207-8)

¹⁶¹“general logic, considered as an organon, is always a logic of illusion, i.e., is dialectical. For since it teaches us nothing at all about the content of cognition, but only the formal conditions of agreement with the understanding, which are entirely indifferent with regard to the objects, the effrontery of using it as a tool (organon) for an expansion and extension of its information, or at least the pretension of so doing, comes down to nothing but idle chatter” [B 86] (KANT, 1998, p. 198-9)

¹⁶²“If our **question is put merely in terms of affirmation or negation**, then it is prudent to handle it by initially leaving aside the supposed grounds for each side and first taking into account what one would gain if the answer turned out on one side or on the opposite side. Now **if it so happened that the result in both cases was something quite empty of sense (nonsense)**, then we would have **good grounds to summon our question itself to be critically examined and to see whether** it does not itself **rest on a groundless presupposition** and play with an idea that better betrays its falsity in its application and consequences than in its abstract representation.” [B 513] (KANT, 1998, p. 508)

¹⁶³“These unavoidable problems of pure reason itself are God, freedom and immortality. But the science whose final aim in all its preparations is directed properly only to the solution of these problems is called metaphysics, whose procedure is in the beginning dogmatic” [B 7] (KANT, 1998, p. 139)

¹⁶⁴“one can and must regard as undone all attempts made until now to bring about a metaphysics dogmatically” [B 23] (KANT, 1998, p. 148)

¹⁶⁵“metaphysics has until now remained in such a vacillating state of uncertainty and contradictions” [B 19] (KANT, 1998, p. 146)

¹⁶⁶“It also requires only a little self denial in order to give up all these claims, since the contradictions of reason, which cannot be denied and which are also unavoidable in dogmatic procedure, have long since destroyed the authority of every previous metaphysics.” [B 24] (KANT, 1998, p. 148)

¹⁶⁷“the logical form is something like $\forall x(C(x) \rightarrow A(x) \vee B(x))$, where C represents the whole, A, B its parts; here it is not immediately clear whether the parts can be taken to exist outside the context of the whole. **In our formalization, we will act as if the \vee is classical disjunction;** but see Footnote 41. (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 261).

¹⁶⁸“hand, it is easily seen that affirmative categorical judgements are included in our class, as are disjunctive judgements. (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 287).

¹⁶⁹“With the proviso that one may question whether the meaning given to the disjunctive judgement here exhausts Kants meaning: **his talk of parts and wholes**, A734/B99, and more elaborately in the Jäsche Logik, Section 27, Section 28) **suggests his disjunction has some substructural aspects.** For example, the **usual introduction rule for \vee fails for his intended meaning.** The simultaneous presence of the disjuncts can **perhaps** be captured by the par connective of **linear logic** (see the rules for par logic in Hyland & de Paiva, 1993, p. 282), or the structural connective , in Boricic (1985) **multiple-conclusion natural deduction system** . Note that in these cases the **elimination rule** for disjunction is not the one familiar from classical (or intuitionistic) logic, but the **disjunctive syllogism**, as in Kant. We conjecture that the **connection between disjunctive judgements and the Category of Community** that Kant discusses in the Third Analogy can be made much **more transparent** by giving disjunction one of the **substructural readings**. página (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 287).

¹⁷⁰“ In fact the **usual introduction rule for \vee** would be **incorrect on Kants interpretation** of the disjunction, since it is tantamount to the **possibility to create wholes by arbitrarily putting together parts.** (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 262).

¹⁷¹“It would similarly be a **mistake to identify Kants hypothetical judgements** with a conditional $p \rightarrow q$, let alone **material implication** as defined by its truth table. A few examples from Kant will make this clear. (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 261).

¹⁷²“ The extended discussion of hypotheticals in Section 4.1 shows that their intrinsic logical complexity **can be** as high as geometric implication, hence they fit in our class. página (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 287).

¹⁷³“From this we see that [...] the **logical form** of this particular **causal hypothetical** is what we called above (p. 260) **geometric implications.**

We now give an extended quote from the Prolegomena Section 29 which provides another example of a **hypothetical judgement that really has geometric implication form**, (LAM-

BALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 261).

¹⁷⁴“A **full treatment of causality would involve structures containing events and times** (as well as axioms governing these), whereas below we consider only the case where quantifiers range over objects. Nevertheless we hope the message is clear: **there is considerable logical complexity** (including quantifiers) **hidden in Kants notion of a hypothetical judgement.** (LAMBALGEN; ACHOURIOTI, 2011, p. 262).

¹⁷⁵“In such a way there arise **exactly as many pure concepts** of the understanding, which apply to objects of intuition in general *a priori*, as there were **logical functions of all possible judgments** in the previous table” [B 104-5]. (KANT, 1998, p. 212).

¹⁷⁶“The **same function that gives unity** to the **different representations in a judgment** also **gives unity to the mere synthesis** of different representations in an intuition, which, expressed generally, is called the pure concept of understanding.” [B 105] (KANT, 1998, p. 211).

¹⁷⁷“The **pure schema of magnitude** (quantitatis), however, as a concept of the understanding, is **number**, which is a representation that summarizes the **successive addition of one** (homogeneous) **unit** to another.” [B 182] (KANT, 1998, p. 274).

¹⁷⁸“there is a [...] **transition from reality to negation**, that **makes every reality representable as a quantum**, and the **schema of a reality**, as the quantity of something insofar as it fills time, is just **this continuous** and uniform generation of that quantity **in time**, as one descends in time from the **sensation** that has a certain **degree** to its disappearance or **gradually** ascends from negation to its magnitude.” [B 182-3] (KANT, 1998, p. 275).

¹⁷⁹“The schema of substance is the persistence of the real in time, i.e., the representation of the real as a substratum of empirical time-determination in general, which therefore endures while everything else changes. (Time itself does not elapse, but the existence of that which is changeable elapses in it. To time, therefore, which is itself unchangeable and lasting, there corresponds in appearance that which is unchangeable in existence, i.e., substance, and in it alone can the succession and simultaneity of appearances be determined in regard to time.) The schema of the cause and of the causality of a thing” [B 183] (KANT, 1998, p. 275).

¹⁸⁰“The schema of possibility is [...] the representation of a thing to some time.

The schema of actuality is existence at a determinate time.

The schema of necessity is the existence of an object at all times.” [B 184] (KANT, 1998, p. 275).

¹⁸¹“**everything** here is **gradually incorporated into the understanding**, so that **one first judges something problematically, then assumes it assertorically as true, and finally asserts it** to be inseparably connected with the understanding, i.e., asserts it **as necessary and apodictic**, these **three** functions of modality can also be called so many **moments of thinking in general.**” [B 101]. (KANT, 1998, p. 210).

¹⁸²“The schema of **necessity** is the **existence of an object at all times.**” [B 184] (KANT, 1998, p. 275).

¹⁸³“The series of subordinate marks [...] is infinite, because **we have a highest genus but no lowest species.**” [(KANT, 1992, p. 565).

Referências

KANT, I. *Logic Lectures*. [S.l.]: Cambridge Univeristy Press, 1992.

KANT, I. *Critique of Pure Reason*. [S.l.]: Cambridge Univeristy Press, 1998.

LAMBALGEN, M.; ACHOURIOTI. A formalization of kant's transcendental logic. v. 4, n. 2, June 2011.