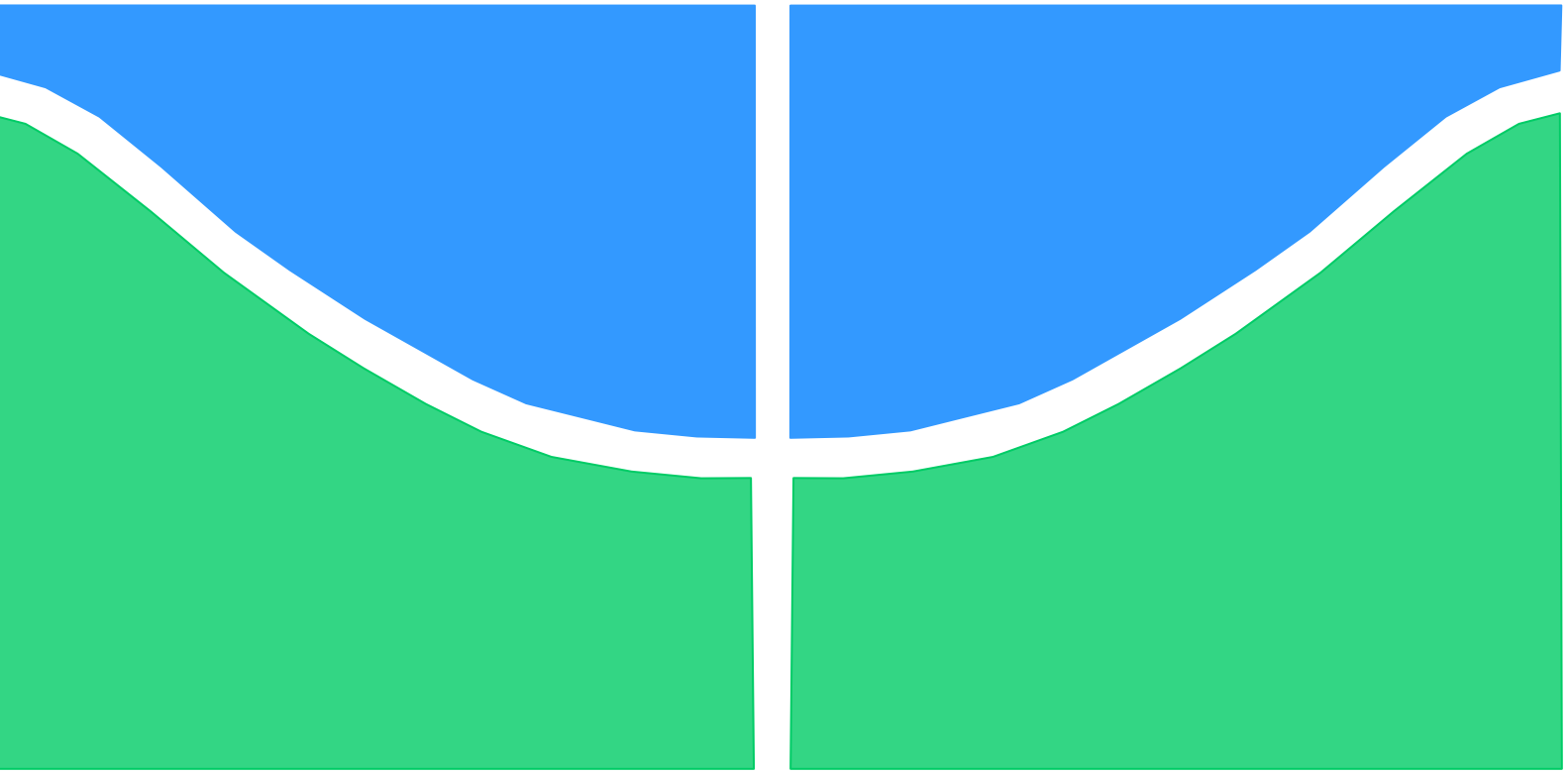


DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

SINCRONIZAÇÃO DE UM SISTEMA CAÓTICO SUBATUADO COM APLICAÇÃO PARA SEGURANÇA DA INFORMAÇÃO

Por,
Rogério Rodrigues dos Santos

Brasília, dezembro de 2018

UNIVERSIDADE DE BRASILIA
Faculdade de Tecnologia
Curso de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos.

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

SINCRONIZAÇÃO DE UM SISTEMA CAÓTICO SUBATUADO COM APLICAÇÃO PARA SEGURANÇA DA INFORMAÇÃO

POR,

Rogério Rodrigues dos Santos

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Mestre em Sistemas Mecatrônicos.

Banca Examinadora

Prof. José Alfredo Ruiz Vargas
UnB/ENE (Orientador)

Prof. Carlos Humberto Llanos Quintero
UnB/ENE (Membro interno)

Prof. Guillermo Alvarez Bestard
UnB-FGA (Membro externo)

Prof. Alysson Martins Almeida Silva
UnB-ENM (Membro Suplente)

Brasília, dezembro de 2018

FICHA CATALOGRÁFICA

SANTOS, ROGÉRIO RODRIGUES.
Sincronização de um sistema caótico subatuado com aplicações para segurança da informação.
[Distrito Federal] 2018.
xi, 91p., 210X297mm (ENM/FT/UnB, Sistemas Mecatrônicos, 2018). Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Mecânica.
1. Teoria de Lyapunov 2. Eletrônica analógica.
3. Controle não linear 4. Sistemas caóticos
I. ENM/FT/UnB

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SANTOS, R. R., (2018). Sincronização de um sistema caótico subatuado com aplicações para segurança da informação. Dissertação de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos, Publicação ENM.DM-XXX/2018, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 91p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Rogério Rodrigues dos Santos

TÍTULO: Sincronização de um sistema caótico subatuado com aplicações para segurança da informação.

GRAU: Mestre ANO: 2018

Rogério Rodrigues dos Santos
Departamento de Eng. Mecânica (ENM) – FT
Universidade de Brasília (UnB)
Campus Darcy Ribeiro
CEP 70919-970 - Brasília - DF – Brasil.

Resumo

Este trabalho propõe um esquema de sincronização para um sistema Sprott caótico subatuado. Com base na teoria de estabilidade de Lyapunov, para garantir a robustez e convergência, é empregada uma lei de controle proporcional com ganho variável, para dominar termos positivos na derivada em relação ao tempo da candidata a função de Lyapunov, é provada a convergência do erro de sincronização para um conjunto compacto arbitrário, permitindo-se obter um erro convergente a uma vizinhança da origem. As principais peculiaridades do esquema proposto são a sua robustez contra perturbações internas e externas e sua simplicidade, sendo útil em diversas aplicações de sincronização como, por exemplo, em sistemas de telecomunicação com segurança. Para validar a abordagem proposta, a sincronização de um sistema caótico de Sprott usando componentes reais e na presença de distúrbios é considerada.

Palavras-chave - Teoria de Lyapunov, eletrônica analógica, controle não linear, sistemas caóticos.

Keywords – Lyapunov theory, analog electronics, nonlinear control, chaotic systems.

Abstract

This work proposes a synchronization scheme for an under-actuated chaotic Sprott-K system. Based on Lyapunov theory, to ensure robustness and convergence, and by employing a proportional control with variable gain, to dominate positive terms in the Lyapunov analysis, the convergence of the synchronization error to an arbitrary compact set is shown, allowing an error close to a neighborhood of the origin to be obtained. The main peculiarities of the proposed scheme are its robustness against internal and external perturbations and its simplicity, being useful in several synchronization applications, for example in secure telecommunication systems. To validate the proposed approach, the synchronization of a chaotic Sprott system using real components and in the presence of disturbances is considered.

Sumário

Lista de figuras

Lista de símbolos

Símbolos Gregos

$\forall$	“Para qualquer que seja”
$\|\|\ \|\|$	Norma
$\|\|\ \|\|_F$	Norma de Frobenius
$\Rightarrow$	“Implica que”
$\exists$	“Existe”
$\in$	“É um elemento de”
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais
∞	Infinito

Subscritos

s	Escravo
m	Mestre

Sobrescritos

*	Ponto de equilíbrio
T	Transposta
–	Limitante Superior
^	Valor estimado
~	Erro entre o valor estimado e o real

Capítulo 1
Introdução

Quando se trata de comunicação, em especial telecomunicação, temos um sistema composto basicamente por um circuito transmissor e outro circuito receptor. A comunicação entre estes dois circuitos se dá por um canal, muitas vezes público, onde a faixa de operação pode ser facilmente interceptada e decodificada por terceiros tornando o sistema inseguro.

O que é proposto nesse trabalho é um sistema de comunicação que possa ser usado tanto para transmitir sinais de áudio, vídeo ou dados, operando dentro de uma faixa de comunicação pública mais que somente poderá ser decifrada por usuários que possuem a “chave” para tal decodificação.

A criptografia analógica baseada em caos é um assunto que tem despertado o interesse de vários pesquisadores no âmbito acadêmico e industrial. Esse interesse é motivado pela possibilidade de gerar sinais aparentemente aleatórios usando

osciladores caóticos que podem ser definidos a partir de equações diferenciais ordinárias determinísticas Sprott, [9] Jovic, [5]. Estes fatos são a principal motivação deste trabalho. Mais especificamente, busca-se contribuir com o estado da arte na área, através de uma proposta teórica inédita na área de telecomunicação segura baseada em caos, assim como também projetar e simular um circuito para implementar a proposta que possa ser construído usando eletrônica analógica e, portanto, com uma minimização de custos. Para tanto, as principais propostas na literatura foram estudadas e estabelecidas às limitações destas. Na sequência foi proposta uma melhoria no que se refere à complexidade e robustez no sistema codificador e decodificador, conforme será detalhado nesta dissertação.

1.1- Descrição do problema.

Basicamente, a telecomunicação segura é baseada na sincronização de um circuito caótico para codificar as informações a serem transmitidas, denominado transmissor ou mestre, com um oscilador caótico para decodificar a informação cifrada, denominado receptor ou escravo. As vantagens do uso da criptografia analógica baseada em caos consistem principalmente em que os circuitos caóticos podem ser muitas vezes baseados em eletrônica analógica, com um impacto positivo no custo, e na teoria de estabilidade de Lyapunov, o que permite estabelecer conclusões sobre estabilidade e convergência dos erros envolvidos. Outra grande vantagem é a segurança na codificação, já que os circuitos caóticos empregados podem ser projetados pelo usuário, resultando em uma melhoria da confidencialidade na transmissão das informações pelo ineditismo do esquema. Estes fatos têm motivado muito recentemente o surgimento de inúmeras propostas de esquemas de comunicação segura na literatura, vide por exemplo [1,2,3,4,6,10]. Contudo, trata-se

de um problema desafiador já que o projeto e sincronização dos circuitos mestre e escravo, necessária para a telecomunicação segura, envolve conhecimentos de sistemas não lineares, controle não linear, projetos de circuitos eletrônicos não lineares e simuladores de diversa índole, como por exemplo Matlab/Simulink e Multisim. Contudo, existem diversos problemas a serem resolvidos que estão atualmente em pesquisa na área. Entre os mais importantes destaca-se a minimização de canais de informação necessários para a reconstrução da mensagem criptografada, o estabelecimento de resultados teóricos sobre convergência e estabilidade na presença de perturbações internas (dinâmica não modelada) e externas (distúrbios eletromagnéticos) e a simplificação dos algoritmos de criptografia de modo que sua implementação física não seja onerosa.

Por exemplo, em Kocamaz, et. al. [6] é proposto um sistema de comunicação segura baseado em passividade para dois sistemas idênticos. Embora seja considerado um controlador de baixa ordem, na análise de estabilidade não é considerada a presença de distúrbios, o que limita a aplicação do sistema proposto, pois a presença de distúrbios internos ou externos é inevitável. Em Çiçek, et. al. [3]. é proposto um sistema para telecomunicação com base na teoria de estabilidade de Lyapunov que usa um sistema subatuado e não considera distúrbios na análise. Em Abd et. al. [1] é proposto um sistema de comunicação segura baseado em mascaramento caótico Jovic, [5] e na estimação de estado, todavia não é necessário a utilização de atuação em todos os estados do sistema receptor, já que é utilizado um observador adaptativo. A técnica tem uma aplicação limitada, pois não considera distúrbios e o controle é complexo, o que é decorrente do uso de estimadores de estado. Outros trabalhos na literatura apresentam também as deficiências supracitadas. Vide, por exemplo, Melendez-Cano et. al. [8]., Li et. al. [7]., Wang et. al. [10]., Halimi et. al. [4]., Bettayeb et. al. [2] e as referências neles.

Convém ressaltar que em todos os trabalhos anteriores somente foi considerada a validação usando elementos ideais nos circuitos analógicos, o que limita as conclusões que poderiam ser inferidas sobre a sua relevância em aplicações reais, na sua robustez, na presença de distúrbios e na sua facilidade de implementação.

1.2- Justificativa

Motivado pelos fatos anteriores, neste trabalho é proposto um sistema para telecomunicação segura baseado no circuito de Sprott-K [9] subatuado e na teoria de estabilidade de Lyapunov.

Outra justificativa para o presente trabalho consiste em implementar um sistema de comunicação segura na qual o sinal transmitido não poderá ser decifrado. Além da segurança e praticidade, a robustez e o baixo custo do sistema são outras motivações.

Cabe salientar que as principais peculiaridades do sistema proposto consistem em:

1) O esquema é robusto uma vez que considera distúrbios limitados em todos os estados para análise de estabilidade;

2) Ao contrário de Abd et. al. [1], no sincronizador proposto somente é necessária a atuação em dois estados;

3) O sincronizador é estruturalmente simples já que utiliza o sistema simplificado de Sprott-K e não precisa de observadores adaptativos, ao contrário de Abd et. al. [1]. As leis de controle são mínimas quando comparadas com Kocamaz, et. al. [6].

1.3- Objetivo geral.

O principal objetivo desse trabalho é propor um sistema de comunicação seguro composto por dos circuitos, um transmissor (mestre) e outro receptor (escravo),

que se comunicam através de sinais caóticos. Uma vez estabelecida essa comunicação, o sinal transmitido não poderá ser “interceptado” por outro modulo receptor que não possua o sistema de decodificação compatível com o transmissor, que é o circuito proposto nesse trabalho.

Em resumo, trata-se de um sistema de comunicação fechado seguro, pois o sinal transmitido seja áudio, vídeo ou dados, não poderá ser decifrado em qualquer receptor.

1.4- Objetivos específicos.

O trabalho tem como objetivos específicos a proposta de um transmissor (mestre), um receptor (escravo) e um sincronizador (controlador) para um sistema de comunicação segura baseado em caos.

O trabalho também tem como objetivo específico a implementação e validação do esquema proposto usando eletrônica analógica e uma simulação com componentes reais. Convém ressaltar que, a implementação da simulação com componentes reais é de suma importância, já que os elementos reais têm tolerâncias (que podem ser especificados no simulador) o que possibilita que os circuitos possam ser testados em uma situação análoga à real, em que a presença de incertezas é inevitável. Entre as principais incertezas consideradas na simulação, enfatizamos a dinâmica não modelada, oriunda do uso de componentes sujeitos a tolerâncias e o ruído eletromagnético que é simulado considerando usando um sinal de distúrbio senoidal no canal de transmissão.

1.5- Organização do trabalho.

O trabalho está organizado da seguinte forma:

- Capítulo 1: Apresenta-se a motivação e a revisão da literatura;
- Capítulo 2: Formula-se o problema e estabelece-se uma hipótese de limitação sobre a perturbação;
- Capítulo 3: Encontra-se a dinâmica do erro, propõe-se o controle e prova-se que o erro residual de estado é limitado a partir da teoria de estabilidade de Lyapunov;
- Capítulo 4: Foram feitas simulações computacionais exaustivas usando os *softwares* Matlab e Multsim e comentam-se os resultados. Apresenta-se um resultado específico, entretanto, que mostra um desempenho padrão.
- Capítulo 5: Elencam-se as principais conclusões da dissertação.

Capítulo 2
Definição e conceitos preliminares.

Neste capitulo retrataremos definições e conceitos essenciais para o entendimento e compreensão do que será exposto nesse trabalho. Serão apresentados técnicas e conceitos já propostos na literatura, como sistemas dinâmicos, espaço de fase, mapa de Poincaré, teoria de estabilidade de Lyapunov, sincronização caótica, bifurcações e expoente de Lyapunov.

Os conceitos que serão apresentados neste capítulo referentes aos subitens 2.1 ao 2.5 foram retirados de Savi, [22].

2.1- Sistemas dinâmicos.

Um sistema dinâmico pode ser entendido como a evolução de um conjunto de variáveis de estado (x), que define o estado do sistema em um determinado

instante.

Em termos matemáticos, um sistema dinâmico pode ser representado por um sistema e equações diferenciais ordinárias do tipo.

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in R^n \tag{2.1}$$

Esse sistema estabelece que f atua sobre as variáveis de estado x, definindo o próximo instante de tempo.

2.1.1- Linearidade de um sistema dinâmico.

A linearidade de um sistema dinâmico implica que um sistema possa ser analisado a partir da soma de suas partes, o que é a essência da superposição de efeitos que estabelece que um dado efeito possa ser avaliado através da superposição de efeitos decorrentes de várias causas.

Por outro lado, os sistemas não lineares pressupõem que uma causa produz efeitos desproporcionais e pequenas causas podem estar associadas a efeitos gigantescos.

Dessa forma, uma das características fundamentais de um sistema dinâmico é o fato dele ser linear ou não.

Um sistema é linear se as seguintes condições forem satisfeitas:

$$f(x + y) = f(x) + f(y), \quad x\, e\, y \in R^n \tag{2.2}$$

$$f(\mu x) = \mu f(x), \quad x \in R^n, \mu \in R^p \tag{2.3}$$

Um sistema dinâmico é dito autônomo quando não depende explicitamente do tempo. Por outro lado, o sistema é dito não autônomo quando existe uma tendência explicita do tempo, $t \in R^1$.

A equação abaixo mostra um sistema autônomo.

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in R^n \tag{2.4}$$

Um sistema não autônomo pode ser visto como:

$$\dot{x} = f(x,t), \quad x \in R^n \tag{2.5}$$

Já os sistemas não lineares, apresentam uma descrição mais realista dos fenômenos naturais quando comparados aos sistemas lineares.

O modelo matemático de um sistema dinâmico proporciona uma descrição quadro a quadro da realidade, possuindo duas possibilidades distintas:. Equações diferenciais, que são fluxos contínuos no tempo e no espaço; mapas, que descrevem a evolução no tempo de um sistema expressando seu estado como uma função do instante anterior. Dessa forma, um mapa é um sistema dinâmico discreto e uma de suas utilidades é auxiliar na análise de modelos descritos por equações diferenciais.

2.2- Espaço de fase.

O espaço de fase ou espaço de estado de um sistema dinâmico é definido como sendo o espaço formado pelas variáveis dependentes do sistema, x. Trata-se de um quadro da realidade que evolui no tempo de acordo com o campo f. Uma determinada solução é obtida por um ponto no espaço.

De um modo geral, o espaço de fase forma um conjunto aberto no R^n.

Existem várias maneiras de observar a evolução de um sistema dinâmico ao longo do tempo em um determinado espaço de fase.

Considerando o sistema.

$$\dot{u} = f_u(u,v), \quad x \in R^n \tag{2.6}$$

$$\dot{v} = f_v(u, v) \tag{2.7}$$

A partir desse sistema, são representadas algumas definições considerando que $\emptyset(x_0)$ è uma solução que evolui no tempo.

2.2.1 Trajetória: percurso que a solução x percorre no espaço de fase

2.2.2 Curva integral: solução x evoluindo no tempo

$$\{\,(x,t) \in\ R^n \times R^1\ /\ x = \emptyset(x_0)\,\} \tag{2.8}$$

2.2.3 Orbita: lugar geométrico no espaço de fase, para uma dada condição inicial, $(x_0, t_0\,)$, por onde a solução passa na medida que o tempo t evolui. A orbita forma uma figura no espaço de fase.

$$\{\,(x) \in\ R^n\ /\ x = \emptyset(x_0),\ t\ \in I\,\} \tag{2.9}$$

2.2.4 Fluxo ou retrato de fase: totalidade das orbitas representando todas as soluções possíveis - $\emptyset(x_0)$ considerando diferentes condições iniciais x_0.

2.2.5 Campo vetorial: representação de vetores associados ás derivadas das variáveis de estado, $f(x)$. Essa representação pode ou não ser feita em conjunto com as órbitas.

2.3- Mapa de Poincaré.

O mapa de Poincaré é um subespaço do espaço de estado que representa uma redução do sistema original, contínuo no tempo (fluxo), em um discreto (mapa). A definição desse subespaço elimina pelo menos uma variável do sistema, sendo uma transformação que possibilita uma melhor compreensão da dinâmica global do

sistema.

O procedimento para obtenção de um mapa de Poincaré consiste em definir uma superfície $\sum$(seção de Poincaré), (n-1) Dim., transversa ao campo vetorial em um ponto x e constituir uma transformação P de tal forma que,

$$P: U \to \sum \tag{2.10}$$

$$x \ \longmapsto \varphi\big(x, \tau(x)\big), \tag{2.11}$$

onde τ é o tempo do primeiro retorno de x a $\sum$, e U é um conjunto de pontos.

A observação de uma seção de Poincaré é útil para identificar o tipo de resposta de um sistema dinâmico, permitindo uma classificação formal.

Abaixo estão os gráficos da simulação do Mapa de Poincaré.

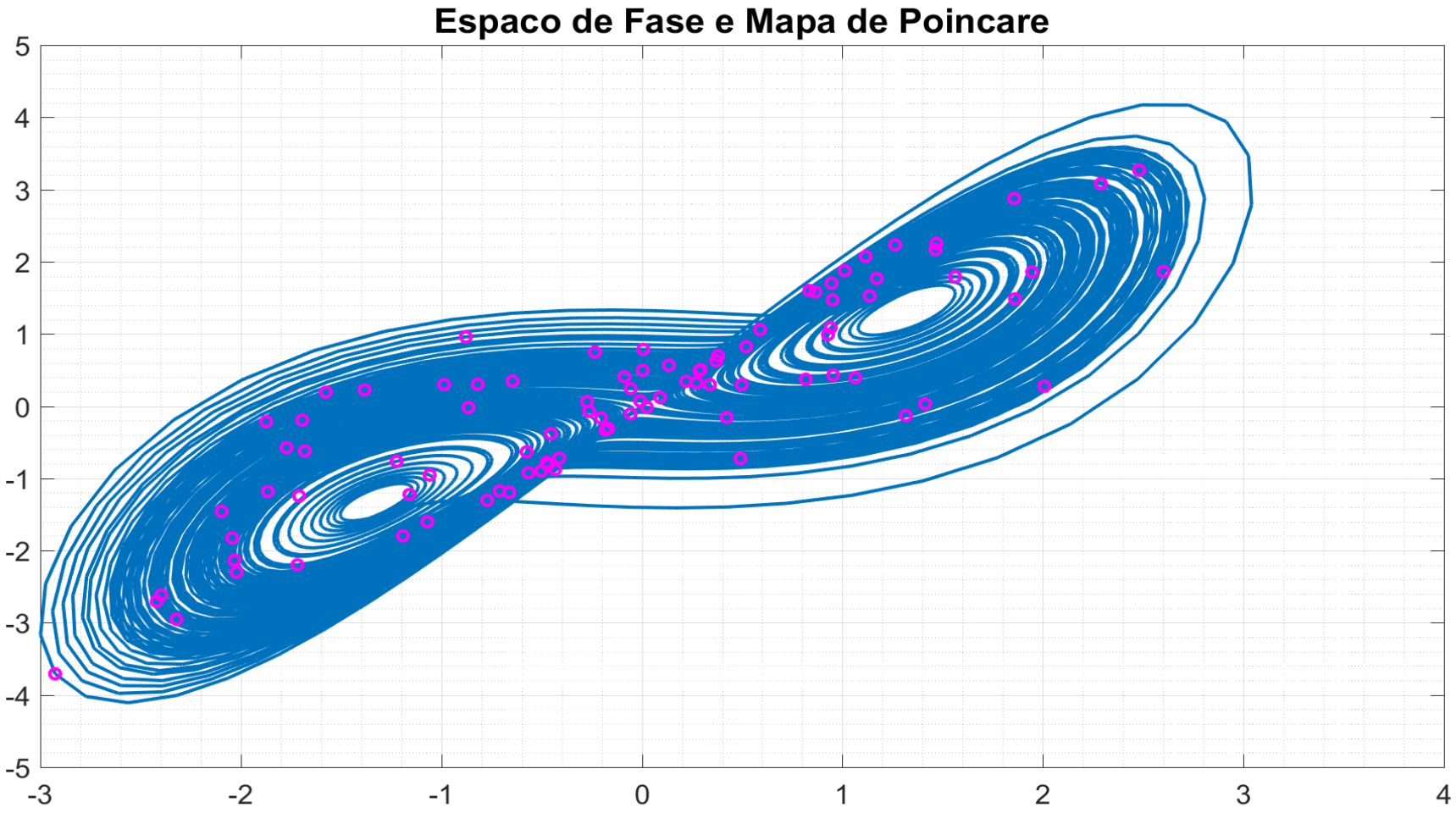


Figura 2.1- Espaço de Fase e Mapa de Poincaré

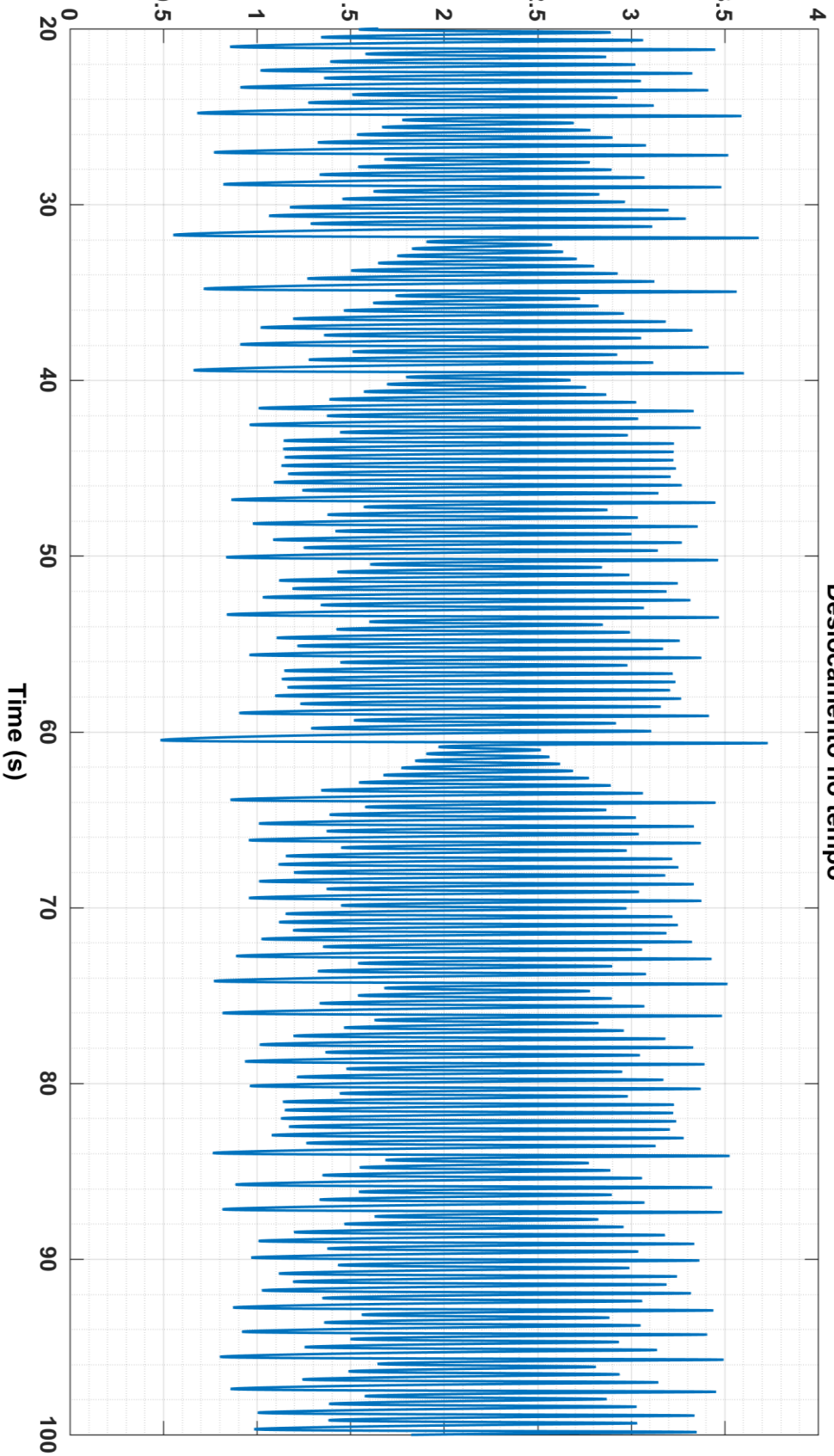


Figura 2.2- Deslocamento no tempo

2.4- Bifurcação

Neste capítulo será discutido a teoria de bifurcações em sistemas dinâmicos. Serão abordados também conceitos de estabilidade estrutural. Serão apresentados diagramas de bifurcações que são uma ferramenta poderosa para compreender as características globais do sistema.

O termo bifurcação está relacionado a uma mudança qualitativa na estrutura de uma solução como consequência de uma variação dos parâmetros do sistema. Esse termo foi usado pela primeira vez por Poincaré para expressar uma divisão das soluções de equilíbrio.

Este fenômeno tem grande relevância para nosso trabalho, pois o mesmo está diretamente relacionado com o caos, funcionando como um mediador entre comportamentos regulares e não regulares. Um sistema dinâmico que apresente bifurcação nem sempre apresenta uma resposta caótica, mais sua análise é uma forma de compreendermos como o sistema se comporta mediante uma variação de parâmetros, tendo assim uma visão global do sistema.

A teoria da bifurcação é normalmente desenvolvida em duas formas: bifurcações locais e globais.

2.4.1- Bifurcação local.

Trata-se de uma região limitada do espaço de fase, por exemplo, os pontos fixos. Nesse tipo de bifurcação o procedimento consiste em estudar a natureza das soluções com variação dos parâmetros.

2.4.2- Bifurcação global.

Trata-se de uma bifurcação não local e representam uma mudança

qualitativa na estrutura das orbitas em uma região do espaço de fase.

2.4.3- Diagramas de Bifurcação.

Os diagramas de bifurcação identificam a influência de um dado parâmetro na resposta de um sistema dinâmico. Esse diagrama apresenta a observação estroboscópia da resposta do sistema a partir de uma variação lenta de um dado parâmetro, tendo assim uma visão global sobre os efeitos da variação deste parâmetro na resposta do sistema.

Para compreender as informações contidas em um diagrama de bifurcação, será apresentada uma discussão sobre o mapa logístico, mostrado na figura (2.4.1). Note que, para pequenos valores do parâmetro $\alpha(1 \leq \alpha \leq 3)$, observa-se apenas um ponto que equivale a uma resposta de período 1. O ponto $\alpha = 3$ está associado a um ponto de bifurcação. Se aumentar um pouco o valor, passa a ter dois pontos, relacionados a uma resposta de período 2. Essa sequência de bifurcação prossegue, caracterizando uma cascata de duplicação de períodos que culmina com o surgimento do caos, caracterizado por uma nuvem de pontos, o que significa alteração no atrator caótico.

Outro ponto que deve ser destacado diz respeito às janelas periódicas dentro da região caótica isso fica claro a partir da ampliação da região caótica. Note que o caos está associado a duplicação de períodos. Uma resposta de período impar só pode ocorrer em uma janela periódica, portanto uma resposta de período impar implica que o sistema apresenta caos.

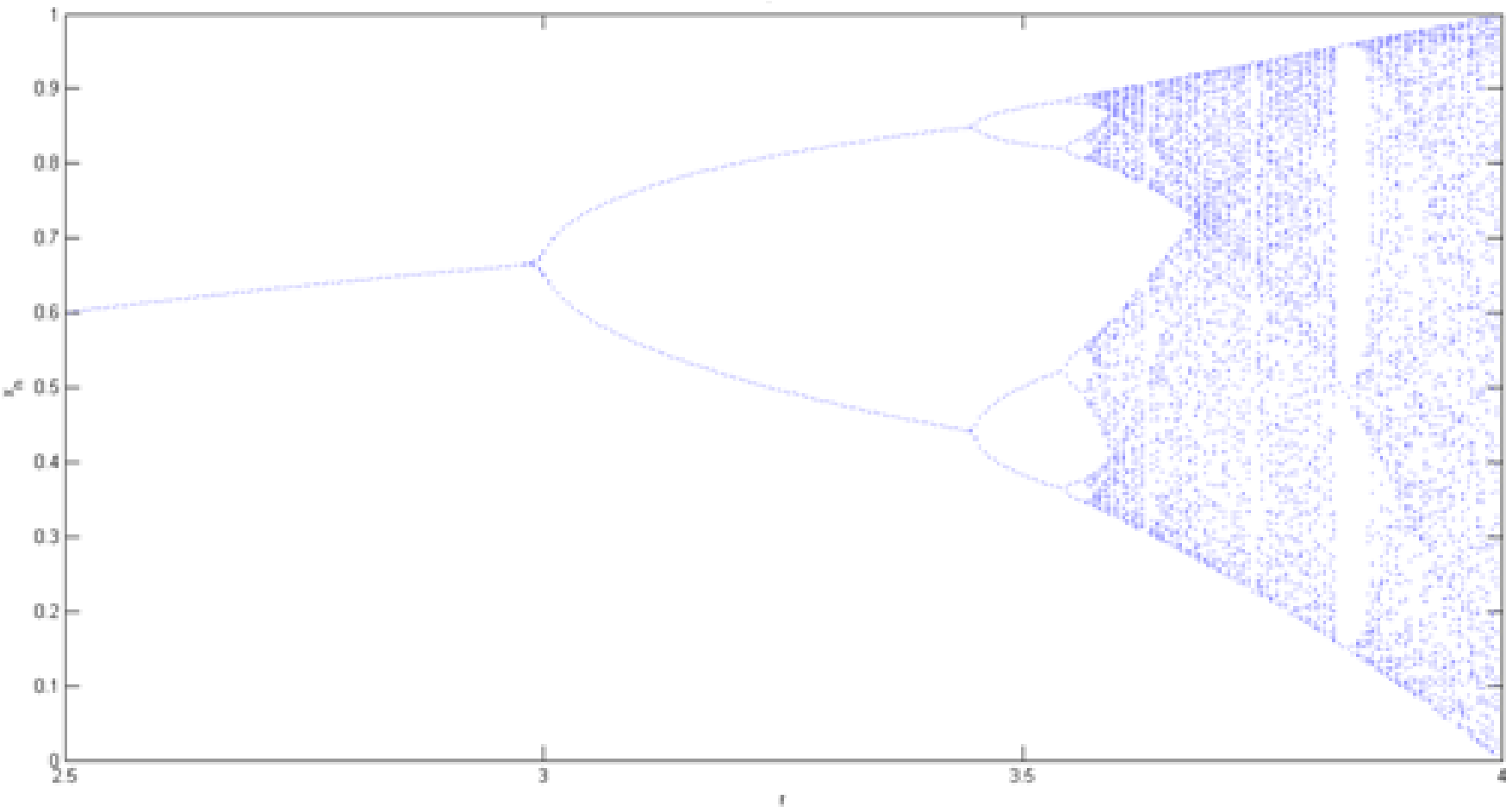


Figura 2.3- Diagrama de Bifurcação

2.5- Expoente de Lyapunov.

Os expoentes de Lyapunov constituem um invariante geométrico do sistema dinâmico e, portanto, definem suas características essenciais, sendo um dos invariantes mais empregados para caracterizar o caos inclusive utilizado para avaliar outros invariantes. Os expoentes de Lyapunov avaliam a sensibilidade e as condições iniciais monitorando o comportamento de trajetórias vizinhas.

O objetivo do expoente de Lyapunov é construir uma perturbação em torno de uma trajetória de referência e monitorar a mesma. Dessa forma, o expoente de Lyapunov avalia a evolução no tempo dos eixos de uma hiperesfera de estado do sistema dinâmico.

Para que isso aconteça, deve-se monitorar a evolução de trajetórias vizinhas que podem ser divergentes ou convergentes em relação a uma trajetória de referência $\varphi(x_1, t)$ de onde se podem definir uma vizinhança em um instante inicial. Essa vizinhança é definida através de uma hiperesfera de diâmetro d_0. De acordo em que o sistema vai se evoluindo no tempo, avalia-se como uma trajetória vizinha $\varphi(x_2, t)$, onde x_2 está contido na hiperesfera definida a partir de x_1 , diverge ou converge localmente da trajetória de referência $\varphi(x_2, t)$.

A variação do diâmetro da hiperesfera pode ser expressa a partir da seguinte expressão:

$$d(t) = d_0 b^{\lambda t} \tag{2.5.1}$$

onde b é uma base de referência. Assim, os expoentes de Lyapunov são definidos da seguinte forma:

$$\lambda = \frac{1}{t} log_b \left(\frac{d(t)}{d_0}\right) \quad (2.5.2)$$

Os sinais dos expoentes de Lyapunov definem as características de convergência ou divergência entre as órbitas. Sentidos de divergência das órbitas estão relacionados com a instabilidade do sistema, apresentando expoentes positivos. Já os sentidos de convergências estão relacionados com a estabilidade do sistema, apresentando expoentes negativos. Com isso, um sinal positivo está relacionado à um sentido de expansão, caracterizando uma divergência (instabilidade) local. Por outro lado, o sinal negativo está relacionado à direção de contração e, portanto uma convergência (estabilidade) local.

Desse modo, basta que exista pelo menos um expoente positivo para que o sistema se associe a uma divergência local caracterizando assim uma sensibilidade às condições iniciais, características do caos.

Em resumo temos que se $\lambda \leq 0$, a trajetória $\varphi(x_2, t)$ não diverge localmente com relação a $\varphi(x_1, t)$ enquanto que se $\lambda \geq 0$, a trajetória $\varphi(x_2, t)$ diverge localmente da órbita de referencia, caracterizando o caos.

Para determinar se um processo dinâmico é caótico, basta conhecer apenas o maior dos expoentes de Lyapunv, pois assim, pode-se determinar se trajetórias vizinhas divergem. Se o maior expoente de Lyapunov for positivo ($\lambda > 0$), elas se divergem, caso contrario $\lambda \leq 0$.

Dessa forma pode-se estabelecer um critério para avaliar o caos:

Se $\lambda_{max} > 0$, o processo é caótico.

O cálculo do expoente de Lyapunov é feito monitorando a distância entre duas trajetórias vizinhas. Se a trajetória de referência for caótica, tem-se como

característica principal que a divergência entre as duas trajetórias é localmente exponencial, tendo-se cuidado para avaliar essa divergência evitando que ela exploda.

Podemos observar bem isso através do algoritmo apresentado em anexos

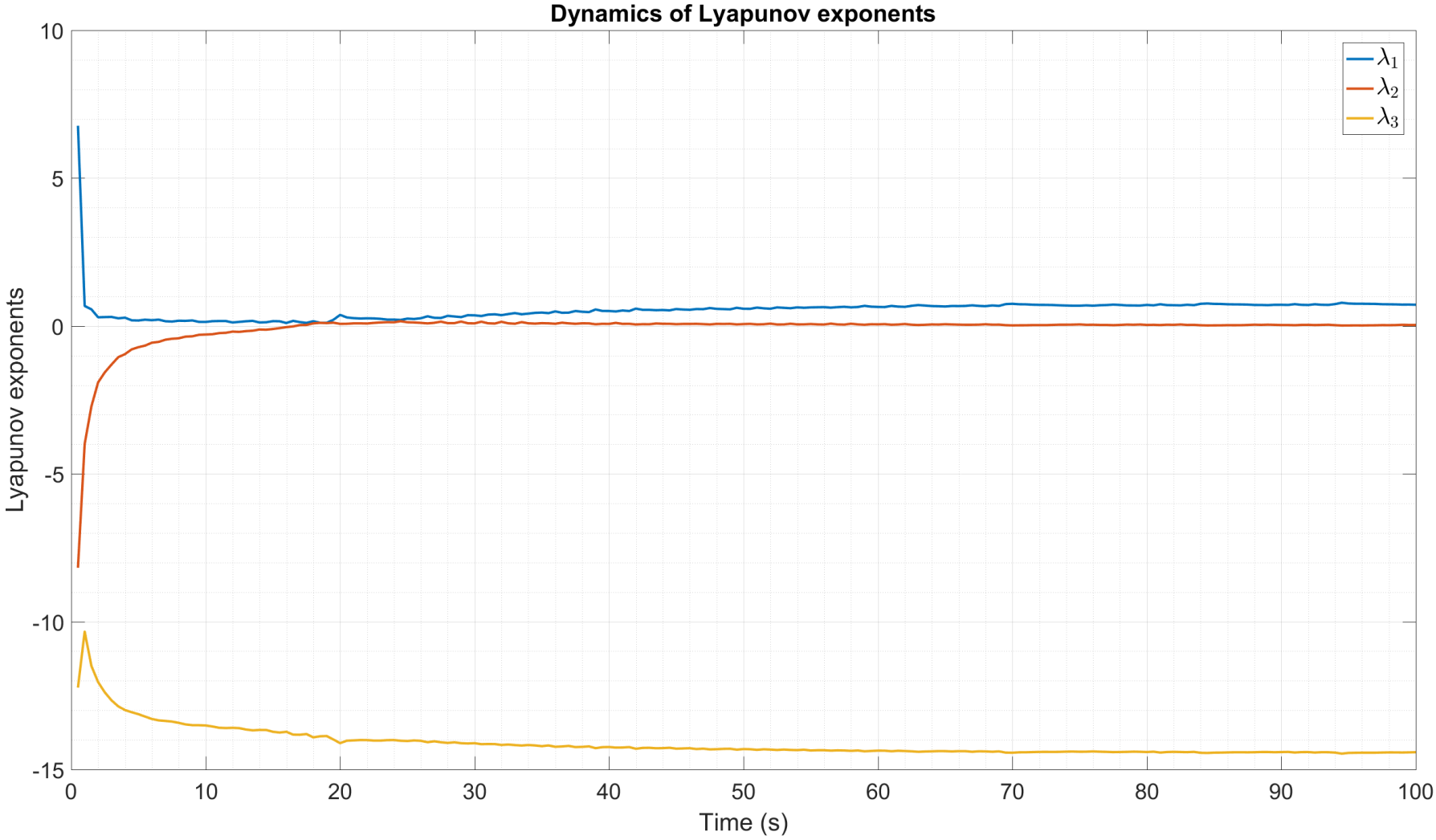


Figura 2.4- Expoente de Lyapunov

2.6- Teoria de estabilidade de Lyapunov.

São apresentados nessa seção alguns conceitos sobre e teoria de estabilidade de Lyapunov. Esses conceitos serão utilizados massivamente no capítulo 3. Todos os conceitos utilizados nessa seção foram retirados de [39].

2.6.1- Conceitos sobre estabilidade.

Considere os sistemas descritos por equações diferenciais ordinárias na forma

$$\dot{x} = f(t,x), \qquad x(t_0) = x_0 \tag{2.12}$$

onde $x \in \Re^n$, $f : \tau \times B(r) \to \Re$, $\tau = [t_0, \infty)$ e $B(r) = \{x \in \Re^n \mid \|x\| < r\}$. Assume-se que f é de tal natureza que, para cada $x_0 \in B(r)$ e cada $t_0 \in \Re^+$, (2.12) tem uma, e apenas uma solução $x(t;t_0;x_0)$.

Definição 2.6.1.1: Um estado x_e é dito ser um **estado de equilíbrio** para o sistema descrito por (2.12) se

$$f(t,x_e) \equiv 0 \text{ para todo } t \geq t_0 \tag{2.13}$$

Definição 2.6.1.2: Um estado de equilíbrio x_e é chamado um **estado de equilíbrio isolado** se existe uma constante $r > 0$ tal que $B(x_e, r) := \{x \mid \|x - x_e\| < r\} \subset R^n$ contém o estado de equilíbrio de (2.12) exceto x_e.

Definição 2.6.1.3: O estado de equilíbrio x_e é dito ser **estável** (no sentido de Lyapunov) se para um t_0 arbitrário e $\varepsilon > 0$ existe um $\delta(\varepsilon, t_0)$ tal que $\|x_0 - x_e\| < \delta$ implica $\|x(t;t_0;x_0) - x_e\| < \varepsilon$ para todo $t \geq t_0$.

Definição 2.6.1.4: O estado de equilíbrio x_e é dito ser **uniformemente estável** se ele for estável e se $\delta(\varepsilon, t_0)$ na definição 2.2.1.3 não depender de t_0.

Definição 2.6.1.5: O estado de equilíbrio x_e é dito ser **assintoticamente estável** se (i) ele for estável e (ii) existir um $\delta(t_0)$ tal que $\|x_0 - x_e\| < \delta(t_0)$ implica $\lim_{t\to\infty} \|x(t;t_0;x_0) - x_e\| = 0$. Se a condição (ii) for satisfeita, então o estado de equilíbrio x_e é dito **atrativo**.

Definição 2.6.1.6: O conjunto de todos $x_0 \in \Re^n$ tal que $x(t;t_0;x_0) \to x_e$ quando $t \to \infty$ para algum $t_0 \geq 0$ é chamado de **região de atração** do estado de equilíbrio x_e.

Definição 2.6.1.7: O estado de equilíbrio x_e é dito ser **uniformemente assintoticamente estável** se (i) ele for uniformemente estável e (ii) para cada $\varepsilon > 0$ e qualquer $t_0 \in \Re^+$, existe um $\delta_0 > 0$, independente de t_0, ε e um $T(\varepsilon) > 0$, independente de t_0, tal que $\|x(t;t_0;x_0) - x_e\| < \varepsilon$ para todo $t \geq t_0 + T(\varepsilon)$ sempre que $\|x_0 - x_e\| < \delta_0$.

Definição 2.6.1.8: O estado de equilíbrio x_e é **exponencialmente estável** se para cada $\varepsilon > 0$ existe um $\delta(\varepsilon) > 0$, tal que $\|x(t;t_0;x_0) - x_e\| < \varepsilon e^{-\alpha(t-t_0)}$ para todo $t \geq t_0$ sempre que $\|x_0 - x_e\| < \delta(\varepsilon)$, onde $\alpha > 0$.

Definição 2.6.1.9: O estado de equilíbrio x_e é dito **instável** se ele não for estável.

Quando (2.12) tem uma solução única para cada $x_0 \in \Re^n$ e $t_0 \in \Re^+$, precisa-se das seguintes definições para a caracterização global de soluções.

Definição 2.6.1.10: Uma solução $x(t;t_0;x_0)$ de (2.4) é **limitada** se existe um $\beta > 0$ tal que $\|x(t;t_0;x_0) - x_e\| < \beta$ para todo $t > t_0$, onde β pode depender de cada solução.

Definição 2.6.1.11: As soluções de (2.12) são **uniformemente limitadas** se para quaisquer $\alpha > 0$ e $t_0 \in \Re^+$, existe um $\beta = \beta(\alpha)$, independente de t_0, tal que se $\|x_0\| < \alpha$, então $\|x(t;t_0;x_0) - x_e\| < \beta$ para todo $t > t_0$.

Definição 2.6.1.12: As soluções de (2.12) são **uniformemente finalmente limitadas** (com limitante B) se existe um $B > 0$ e se para quaisquer $\alpha \geq 0$ e $t_0 \in \Re^+$, então existe

um $T = T(\alpha) > 0$ (independente de t_0) tal que $\|x_0\| < \alpha$ implica $\|x(t;t_0;x_0)\| < B$ para todo $t > t_0 + T$.

Definição 2.6.1.13: Se $x(t;t_0;x_0)$ é uma solução de $\dot{x} = f(t,x)$, então a trajetória $x(t;t_0;x_0)$ é dita **estável** se o ponto de equilíbrio $z_e = 0$ da equação diferencial $\dot{z} = f(t, z + x(t;t_0;x_0)) - f(t, x(t;t_0,;x_0))$ é estável.

2.6.2 Método direto de Lyapunov.

As propriedades de estabilidade do estado de equilíbrio e das soluções de (2.12) podem ser estudadas utilizando o chamado método direto de Lyapunov (também conhecido como segundo método de Lyapunov). O objetivo desse método é responder questões de estabilidade utilizando a função $f(t,x)$ em (2.12) em vez de o conhecimento explícito das soluções. Começa-se com as seguintes definições.

Definição 2.6.2.1: Uma função contínua $\varphi : [0,r] \to \Re^+$ (ou uma função contínua $\varphi : [0,\infty) \to \Re^+$) é dita que pertence à classe K, $\varphi \in K$, se

(i) $\varphi(0) = 0$.

(ii) φ é estritamente crescente em $[0,r]$ (ou em $[0,\infty)$).

Definição 2.6.2.2: Uma função contínua $\varphi : [0,\infty) \to \Re^+$ é dita que pertence à classe KR, $\varphi \in KR$, se

(i) $\varphi(0) = 0$.

(ii) φ é estritamente crescente em $[0,\infty)$.

(iii) $\lim_{r\to\infty} \varphi(r) = \infty$.

Definição 2.6.2.3: Duas funções $\varphi_1, \varphi_2 \in K$ definidas em $[0,r]$ (ou em $[0,\infty)$) são referidas como sendo **da mesma ordem de grandeza**, se existirem constantes

positivas k_1, k_2 tal que

$k_1\varphi_1(r_1) \le \varphi_2(r_1) \le k_2\varphi_1(r_1),\ \forall r_1 \in [0,r] (ou\ \forall r_1 \in [0,\infty))$

Definição 2.6.2.4: Uma função $V(t,x): \Re^+ \times B(r) \to \Re$ com $V(t,0) = 0, \forall t \in \Re^+$ é **positiva definida** se existe uma função contínua $\varphi \in K$ tal que $V(t,x) \ge \varphi(x),\ \forall t \in \Re^+,\ x \in B(r)$ e algum $r > 0$. $V(t,x)$ é chamado **negativo definido** se $-V(t,x)$ é positivo definido.

Definição 2.6.2.5: Uma função $V(t,x): \Re^+ \times B(r) \to \Re$ com $V(t,0) = 0, \forall t \in \Re^+$ é dita **positiva (negativa) semidefinida** se $V(t,x) \ge 0$ $(V(t,x) \le 0),\ \forall t \in \Re^+$ para todo $t \in \Re^+$ e $x \in B(r)$ para algum $r > 0$.

Definição 2.6.2.6: Uma função $V(t,x): \Re^+ \times B(r) \to \Re$, $V(t,0) = 0,\ \forall t \in \Re^+$ é dita **decrescente** se existe um $\varphi \in K$ tal que $V(t,x) \le \varphi(x),\ \forall t \ge 0$ e $\forall x \in B(r)$ para algum $r > 0$.

Definição 2.6.2.7: Uma função $V(t,x): \Re^+ \times \Re^n \to \Re\ com\ V(t,0),\ \forall t \in R^+$ com $V(t,0) = 0, \forall t \in R^+$ é dita **radialmente ilimitada** se existe $\varphi \in KR$ tal que $V(t,x) \ge \varphi(x)$ para todo $x \in R^n\ e\ t \in R^+$.

É evidente da definição 2.4.2.7 que se $V(t,x)$ é radialmente limitado, então também é positivo definido para todo $x \in R^n$, mas o inverso não é verdadeiro.

Assume-se que (sem perda de generalidade) que $x_e = 0$ é um ponto de equilíbrio de (2.12) e define-se que $\dot{V}$ é a derivada no tempo da função $V(t,x)$ ao longo da solução de (2.12), ou seja,

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} + (\nabla V)^T f(t,x)$$

onde $\nabla V = \left[\frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, ..., \frac{\partial V}{\partial x_n}\right]$ é o gradiente de V com respeito a x. O segundo método de Lyapunov é resumido pelo seguinte teorema.

Teorema 2.6.2.1: Suponha que existe uma função positiva definida $V(t,x): R^+ \times B(r) \to R$ para algum $r > 0$ com derivadas parciais de primeira ordem contínuas com respeito a x,t e $V(t,0) = 0, \forall t \in R^+$. Em seguida as seguintes declarações são verdadeiras:

(i) Se $\dot{V} \leq 0$, então $x_e = 0$ é **estável**.

(ii) Se V é decrescente e $\dot{V} \leq 0$, então $x_e = 0$ é **uniformemente estável**.

(iii) Se V é decrescente e $\dot{V} < 0$, então x_e é **uniformemente assintoticamente estável**.

(iv) Se V é decrescente e existe $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \in K$ da mesma ordem de magnitude de que

$$\varphi_1(|x|) \leq V(t,x) \leq \varphi_2(|x|), \ \dot{V}(t,x) \leq -\varphi_3(|x|)$$

para todo $x \in B(r)$ e $t \in R^+$, então $x_e = 0$ é exponencialmente estável.

No teorema acima, o estado x é restrito a estar dentro da bola $B(r)$ para algum $r > 0$.

Portanto, os resultados (i) a (iv) do teorema 2.4.2.1 são referidos como resultados locais.

Teorema 2.6.2.2: Assuma que (2.4) tem solução única para todo $x_0 \in R^n$. Se existe uma função $V(t,x)$ definida em $|x| \geq R$ e $t \in [0,\infty)$ com derivada parcial contínua de primeira ordem com respeito x,t e se existe $\varphi_1, \varphi_2 \in KR$ tal que

(i) $\varphi_1(|x|) \leq V(t,x) \leq \varphi_2(|x|)$

(ii) $\dot{V}(t,x) \leq 0$

para todo $|x| \geq R$ e $t \in [0,\infty)$, então, a solução de (2.12) é uniformemente limitada. Se adicionalmente existe $\varphi_3 \in K$ definido em $[0,\infty)$ e

(iii) $\dot{V}(t,x) \leq \varphi_3(|x|)$ para todo $|x| \geq R$ e $t \in [0,\infty)$

então, as soluções de (2.12) são uniformemente finalmente limitadas.

2.7- O conceito de caos.

Foi em 1975 a primeira vez que a palavra caos foi utilizada em conexão com sistemas dinâmicos por Li e Worke [11]. A partir daí sistemas dinâmicos com comportamento caótico vem tendo cada vez mais atenção por parte de pesquisadores como em Marteli, M., Dang, M. e Seph, T [12], Kinzel, W., Englert, A. e Kanter [14]. Gleick, J. Chaos:[13]. Strogatz define caos do seguinte modo.

Definição 2.7.1: Caos é notado quando um sistema determinístico exibe um comportamento aperiódico que depende sensivelmente das condições iniciais, dessa forma tornando impossível a previsão de seu estado futuro.

Antes de seguir, deve-se, inicialmente, conceituar cada uma das características acima estabelecidas.

- **Sistema determinístico**: Implica que as equações do sistema dinâmico não possuem entradas ou parâmetros aleatórios, i.e., o comportamento irregular do sistema advém de sua dinâmica não linear.

- **Comportamento aperiódico**: Implica na inexistência de trajetórias no espaço de fase que se acomodam em pontos fixos ou órbitas periódicas. Além disso, as trajetórias devem ser limitadas, i.e., não devem tender ao infinito.

- **Sensibilidade às condições iniciais**: Implica que trajetórias que estejam próximas umas das outras no espaço de fase se separam inicialmente exponencialmente rápido no tempo, i.e., o sistema tem um expoente de Lyapunov positivo.

O expoente de Lyapunov caracteriza a taxa de separação das trajetórias ao longo do

tempo. Considerando que $\delta Z(t)$ representa a distância no tempo entre duas trajetórias que começaram a uma distância δZ no tempo t_0, se $\delta Z(t)$crescer exponencialmente com o tempo tem-se

$$, |\delta Z(t)| \approx |\delta Z_0| e^{\lambda(t-t_0)} \quad (2.20)$$

onde λ representa o maior expoente de lyapunov. Sabe-se, além disso, que em um sistema n-dimensional existem n diferentes expoentes de Lyapunov. Aliado aos três fatores acima expostos, o teorema de Poincaré-Bendixson estabelece que para sistemas dinâmicos contínuos o caos pode somente surgir naqueles com três ou mais dimensões [1].

2.8- Sincronização caótica.

Neste capítulo, os conceitos básicos da sincronização caótica são descritos. Suas características são examinadas em termos dos expoentes de Lyapunov e dos efeitos do método direto de Lyapunov. Este método é então usado para desenvolver uma abordagem geral em projetos de sistemas de sincronização caótica.

Pesquisas em sincronização Caótica tem sido mais intensivas a partir da década de 90, e.g. [16,17,18]. Foi o cientista e pesquisador Chistiaan Huygens [19], um dos pioneiros nesse tipo de sincronização, desenvolvendo pesquisas principalmente no campo da óptica, construindo telescópios, e também no desenvolvimento de relógios.

Nesse ultimo, ele observou que dois relógios de pendulo pendurados num mesmo anteparo tinham sincronizado. Notou também que, suas oscilações, coincidiam perfeitamente enquanto eles se moviam em direções opostas. Em sistemas dinâmicos, eles estão sincronizados se a distancia entre seus estados convergirem para zero quando $t \rightarrow \infty$ [23].

Entretanto, foi somente quando, Pecora e Carroll, [21], introduziram um método de sincronização caótica para sistemas de comunicação com segurança, que esse tema realmente começou a despertar grande interesse na comunidade cientifica. Esse método possui um sistema mestre e um sistema escravo, onde um único sinal do sistema mestre controla o escravo [21]. Eles afirmam que sistemas caóticos são sistemas que, por si só, aparentam a desafiar a sincronização. Dois sistemas autônomos idênticos com as mesmas condições iniciais no espaço de fase têm trajetórias que rapidamente se tornam não correlacionáveis mesmo que os dois sistemas mapearem o mesmo atrator no espaço de fase.

Outros sistemas similares de sincronização mestre-escravo também foram investigados em [40,41]. Além do método de sincronização de Pecora e Carroll, diversos outros métodos foram propostos ao longo dos anos como o método de sincronização de John e Amritkar [42] e de Pyragas [43].

Como já mencionado, o esquema de sincronização de Pecora e Carroll é conhecido como sistema “mestre-escravo”. Um sistema mestre-escravo consiste em dois sistemas caóticos descritos por um mesmo conjunto de equações diferenciais, com os mesmos valores de parâmetros. Foi mostrado em [21] que, para que ocorra a sincronização, a saída de pelo menos uma das equações diferenciais do primeiro sistema caótico deve ser disponibilizada para o segundo sistema. Assim, um sistema caótico é dito para controlar o outro sistema caótico pelo sinal de série temporal gerado a partir de uma de suas equações diferenciais. O sistema caótico de controle é

conhecido como sistema mestre e o sistema caótico controlado é conhecido como sistema escravo. Como será estudado nos próximos capítulos, o sistema mestre-escravo também pode ser visto como sistema de comunicação transmissor-receptor.

Uma das condições necessárias para que ocorra a sincronização mestre-escravo, é que o sistema escravo deve “copiar” o sistema mestre que é caótico. Então, o sistema escravo se comporta como caótico.

2.9- Comunicação segura baseada em caos.

Em 2.8 foram analisados os conceitos de sincronização caótica. Neste capitulo será apresentado uma das aplicações para esse fenômeno que é a sincronização caótica para comunicação com segurança.

Como já foi dito anteriormente, a telecomunicação com segurança é baseada na sincronização de um circuito caótico que codifica as informações transmitidas (mestre), com um oscilador caótico para decodificar a informação cifrada (escravo). Uma abordagem geral foi demonstrada para a sincronização caótica através do método direto de Lyapunov e mapas caóticos que podem ser usados para o desenvolvimento de sistemas de comunicação caóticos.

Na literatura encontramos vários sistemas de comunicação segura baseado em sistemas caóticos. Em Pecora Carroll [21], foi proposto a aplicação da sincronização caótica em comunicações e, posteriormente Oppenheim et al. [46] propôs um sistema de comunicação baseado no método de sincronização, denominado “mascaramento caótico”. Esse método foi experimentalmente demonstrado em [20] usando o circuito de Chua. Neste método, o sinal é colocado diretamente no transmissor caótico para ser transmitido. Em [44], foi proposto um método de mascaramento caótico e em Pyragas [43], foi usado para transmitir e receber informações, enquanto em [42], modulação caótica. Em Kocamaz, et,al. [6] é

proposto um sistema de comunicação segura baseado em passividade para dois sistemas idênticos. Em Çiçek, et. al. [3] é proposto um sistema para telecomunicação com base na teoria de estabilidade de Lyapunov que usa um sistema subatuado e não considera distúrbios na análise. Em Abd et. al. [1] é proposto um sistema de comunicação segura baseado em mascaramento caótico Jovic, [5] e estimação de estado. Outros trabalhos na literatura apresentam também as deficiências supracitadas Melendez-Cano et. al. [8], Li et. al. [11], Wang et. al., [10], Halimi et. al. [4], Bettayeb et. al. [2].

Nesta seção, serão abortadas técnicas de comunicação do mascaramento caótico e comunicação baseada na modulação caótica. Além disso, é mostrado como o método direto de Lyapunov e da sincronização caótica, através de mapas, podem ser usados no projeto de sistemas de comunicação caótica.

2.9.1- Mascaramento Caótico.

Mascaramento Caótico Aditivo: Do inglês *Additive Chaotic Masking*, é mostrado na Figura 2.9.1.1. Essa técnica foi uma das primeiras técnicas de comunicação caótica proposta [16,20,46]. Ela é baseada nos princípios de sincronização de Pecora e Carroll [21]. Basicamente ela envolve a transmissão de sinais analógicos [46]. Esse princípio envolve a adição de um sinal de mensagem a uma portadora caótica, sinal x, antes que a transmissão da soma dos dois sinais ocorra. Desse modo, o sistema escravo do receptor gera um sinal x que se espera que seja sincronizado com o sinal mestre correspondente x do transmissor, assumido que o ruído seja próximo de zero e que a mensagem transmitida possa ser recuperada.

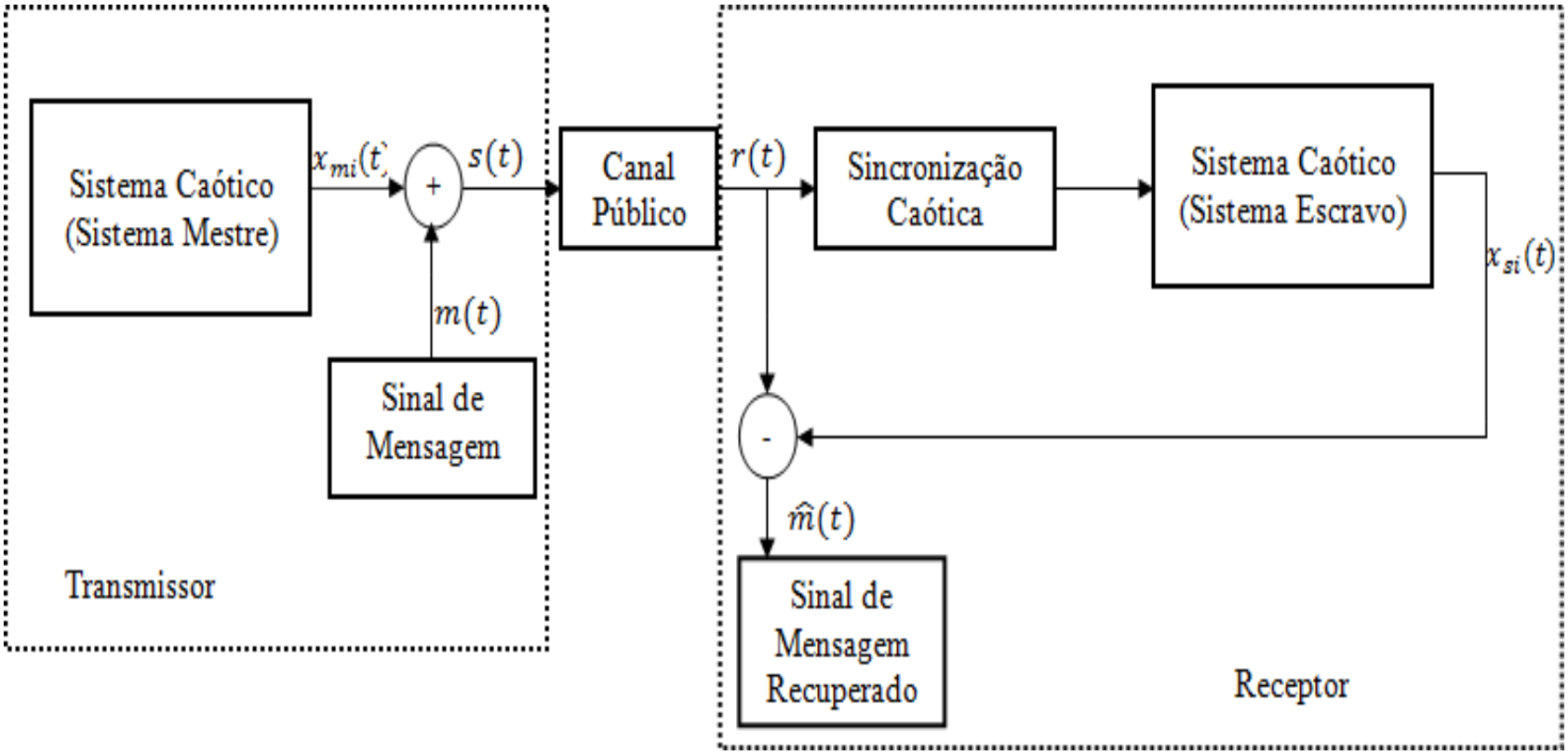


Figura 2.5- Esquema do mascaramento caótico aditivo representado em diagrama de blocos [5].

2.9.1.1- Mascaramento caótico no sistema de Lorenz mestre-escravo.

Esse esquema foi demonstrado em [16,46]. O sistema foi desenvolvido usando um sinal Lorenz x como sinal. O método de Lyapunov foi utilizado em [16] a fim de demonstrar que usando o sinal x como sinal de transmissão o sistema mestre-escravo sincroniza. Foi demonstrado também que, ao adicionar um pequeno sinal de fala de amplitude ao sinal caótico, este sinal de fala é capaz de ser recuperado no receptor.

Um sistema dinâmico não linear, conhecido como sistemas caóticos, é um sistema adequado para ser utilizado em comunicações com segurança. Trata-se de um sistema que é caracterizado pela sua alta sensibilidade ao parâmetro e as perturbações de condição, a natureza aleatória e espectro de banda larga [9]. Analisando por uma dinâmica não linear, o movimento caótico é um movimento que possui menos um expoente positivo de Lyapunov. Alem disso, como já mencionado, para um determinado conjunto de parâmetros e condições iniciais, o movimento caótico é altamente determinístico. São estas propriedades que tornam os sistemas caóticos adequados para a aplicação em comunicação com segurança [47].

2.9.2- Modulação caótica

Ao contrário do esquema de mascaramento caótico, cujas informações são somadas diretamente para algum estado do transmissor sem que a mensagem transmitida influencie na dinâmica deste, a modulação caótica incorpora a mensagem nas equações dinâmicas tornando o transmissor caótico.

2.9.2.1- Modulação de parâmetros caóticos.

Do inglês *Chaotic Parameter Modulation*, mostrada na Figura 2.9.2.1.1. Enquanto o mascaramento caótico é usado principalmente para sistemas de transmissão analógica, a modulação de parâmetros caóticos é usada para transmitir informações.

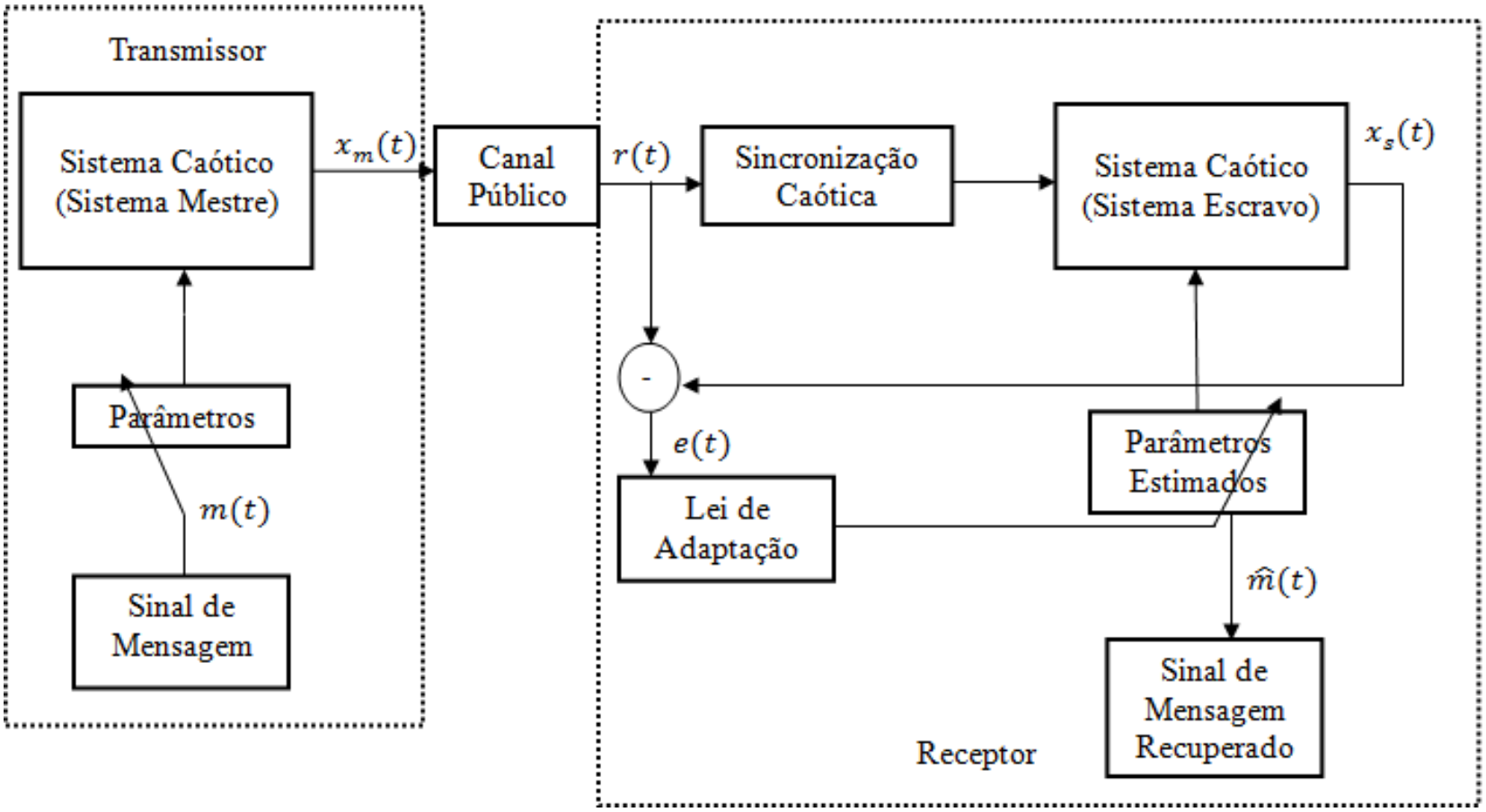


Figura 2.6- Esquema de modulação caótica de parâmetros representado em diagrama de blocos [5].

Capítulo 3
Sincronização de um sistema Sprott-K caótico subatuado baseado em controle proporcional.

3.1- Introdução

Neste capítulo apresenta-se o resultado principal da dissertação. Um esquema de sincronização para um sistema de telecomunicação segura baseado no circuito de Sprott-K [9] subatuado e na teoria de estabilidade de Lyapunov. A importância do resultado consiste em que se está considerando um controle subatuado e a presença de distúrbios na análise, ao contrário de Kocamaz, et. al [6], Ciçek, et.al [3], Jovic, [5], Abd et.al. [1]. Ressalta-se que o sistema proposto é robusto, pois considera distúrbios em todos os estados e, adicionalmente, apresenta uma estrutura

simples já que não há necessidade de observadores e as leis de controle são mínimas. Para garantir a robustez e convergência é empregada uma lei de controle proporcional, no contexto da teoria de estabilidade de Lyapunov, para provar a convergência do erro de sincronização próximo de uma vizinhança da origem. Por fim foi implementado um esquema usando eletrônica analógica com componentes reais para a validação do sistema proposto.

3.2- Formulação do Problema

Considere o seguinte sistema caótico.

$$\dot{x} = xy - z + u_1$$
$$\dot{y} = x - y$$
$$\dot{z} = x + ay + u_3 \quad (3.1)$$

O sistema (3.1) é proposto por Sprott [9], em que $\boldsymbol{x(t)}$, $\boldsymbol{y(t)}$ e $\boldsymbol{z(t)}$ são os estados do sistema e $\boldsymbol{a = 0,3}$. Com base em (3.1), considere os sistemas mestre e escravo perturbados:

$$\dot{x}_m = x_m y_m - z_m + h_{1m}(t)$$
$$\dot{y}_m = x_m - y_m + h_{2m}(t)$$
$$\dot{z}_m = x_m + a y_m + h_{3m}(t) \quad (3.2)$$

$$\dot{x}_s = x_s y_s - z_s + h_{1s}(t) + u_1$$
$$\dot{y}_s = x_s - y_s + h_{2s}(t)$$
$$\dot{z}_s = x_s + a y_s + h_{3s}(t) + u_3 \quad (3.3)$$

Neste sistema temos que x_m, y_m e z_m são os estados do sistema mestre, e x_s, y_s e z_s são os estados do sistema escravo, e h_{1m}, h_{2m} e h_{3m} são distúrbios presentes no sistema mestre e h_{1s}, h_{2s} e h_{3s} são distúrbios presentes no sistema escravo.

Objetiva-se a sincronização dos sistemas (3.2) e (3.3), em que o sistema escravo é de natureza subatuada.

Comentário 1: Como o sistema (3.1) é caótico, seu comportamento é aperiódico e depende consideravelmente das condições iniciais, de modo que o sistema é sensível a mudanças nestas condições iniciais. Por causa disso a sincronização de sistemas caóticos costuma ser considerada mais desafiante do que a sincronização feita em outros sistemas dinâmicos.

Comentário 2: O fato do controle ser colocado somente nas equações para os estados $x\ e\ z$ se deve ao fato de que o $-y$ do segundo estado dispensa o uso de controle, ou seja, o sistema funciona com ou sem o controle nesse estado. Como a proposta do trabalho é um sistema subatuado, optou-se por não colocar o controle nesse estado.

Hipótese 1: Assume-se que os distúrbios são limitados. Mais especificamente, se.

$$\tilde{h}_1 = h_{1s}(t) - h_{1m}(t)$$
$$\tilde{h}_2 = h_{2s}(t) - h_{2m}(t)$$
$$\tilde{h}_3 = h_{3s}(t) - h_{3m}(t) \qquad (3.4)$$

Considere que $\tilde{h}_1(t) \leq \overline{h}_1$, $\tilde{h}_2(t) \leq \overline{h}_2$ e $\tilde{h}_3(t) \leq \overline{h}_3$, sendo $\overline{h}_1, \overline{h}_2$ e $\overline{h}_3$ constantes desconhecidas .

Comentário 3: O objetivo para se apresentar os sistemas (3.2) e (3.3) em que os distúrbios h são explicitamente considerados, é para salientar que o esquema de sincronização estudado é válido ainda que na presença de alterações decorrentes na dinâmica do sistema. Essas mudanças podem ser de natureza interna (tolerância dos componentes, comportamento não ideal, desgaste dos equipamentos) e externa (ruído, temperatura).

3.3- Equação do Erro de Sincronização e sinal de controle proposto

Definem-se os erros do sistema como sendo:

$$e_1 = x_s - x_m$$
$$e_2 = y_s - y_m$$
$$e_3 = z_s - z_m \quad (3.5)$$

Sendo que a dinâmica dos erros é dada pelas suas derivadas. Substituindo-se (3.2) e (3.3) nas derivadas de (3.5) e aplicando-se (3.4), obtém-se que:

$$\dot{e}_1 = e_1 e_2 + e_1 y_m + e_2 x_m - e_3 + \tilde{h}_1 + u_1$$
$$\dot{e}_2 = e_1 - e_2 + \tilde{h}_2$$
$$\dot{e}_3 = e_1 + a e_2 + \tilde{h}_3 + u_3 \quad (3.6)$$

Teorema 1:

Considere os sistemas mestre e escravo descritos em (3.2) e (3.3) e as leis de controle proporcionais descritas por

$$u_1 = -\psi_1 e_1 - e_1 y_s$$

$$u_3 = -\psi_3 e_3 \tag{3.7}$$

Então, o erro de sincronização converge em tempo finito para o conjunto compacto $\Omega = \{e \in \Re^3 \mid \|e\| \leq \theta\}$. Em que ψ_1 e ψ_3 são constantes positivas definidas pelo usuário.

Prova:

Considere a seguinte candidata a função de Lyapunov.

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + \gamma e_2^2 + e_3^2) \tag{3.8}$$

em que $\gamma \geq 0$. Derivando (3.9) em relação ao tempo ao longo das trajetórias dos erros resulta

$$\dot{V} = e_1\dot{e}_1 + \gamma e_2\dot{e}_2 + e_3\dot{e}_3 \tag{3.9}$$

Substituindo-se (3.6) em (3.9), tem-se.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= e_1\left(e_1e_2 + e_1y_m + e_2x_m - e_3 + \tilde{h}_1 + u_1\right)\\ &+\gamma e_2\left(e_1 - e_2 + \tilde{h}_2\right)\\ &+ e_3\left(e_1 + ae_2 + \tilde{h}_3 + u_3\right)\end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\gamma e_2^2 + e_1\tilde{h}_1 + \gamma e_2\tilde{h}_2 + e_3\tilde{h}_3\\ &+e_1\left(u_1 + \gamma e_2 + e_1e_2 + e_1y_m + e_2x_m\right)\\ &+e_3\,u_3 + ae_2e_3\end{aligned} \tag{3.11}$$

Passando (3.11) para inequação, notando que $e_1\tilde{h}_1 \leq \frac{1}{2}\left(e_1^2 + \bar{h}_1^2\right)$, $\gamma e_2\tilde{h}_2 \leq \frac{\gamma}{2}\left(e_2^2 + \bar{h}_2^2\right)$, $e_3\tilde{h}_3 \leq \frac{1}{2}\left(e_3^2 + \bar{h}_3^2\right)$, $ae_2e_3 \leq \frac{1}{2}(a^2e_2^2 + e_3^2)$, $(\gamma + x_m)e_1e_2 \leq \frac{1}{2}[(\gamma^2 + \bar{x}^2)e_1^2 + e_2^2]$ e substituindo (3.7) em (3.11), resulta em

$$\dot{V} \leq -e_1^2 \left(\psi_1 - \frac{\gamma^2+\bar{x}^2}{2}\right)$$

$$-e_2^2\left(\frac{\gamma}{2} - \frac{a^2}{2} - 1\right)$$

$$-e_3^2(\psi_3 - 1{,}5)$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\bar{h}_1^2 + \overline{\gamma h}_2^2 + 4\bar{h}_3^2\right) \qquad (3.12)$$

Considere que $\rho_1 = \psi_1 - \frac{\gamma^2+\bar{x}^2}{2}$, $\rho_2 = \frac{\gamma}{2} - \frac{a^2}{2} - 1$, $\rho_3 = \psi_3 - 1{,}5$ e $\beta = \frac{1}{2}\left(\bar{h}_1^2 + \overline{\gamma h}_2^2 + 4\bar{h}_3^2\right)$, assim

$$\dot{V} \leq -e_1^2\,\rho_1 - e_2^2\rho_2 - e_3^2\rho_3 + \beta \qquad (3.13)$$

Note que como γ, ψ_1 e ψ_3 são arbitrários, é possível defini-los de modo que ρ_1, ρ_2 e ρ_3 sejam positivos. Definindo $\rho = min\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$, (3.14) pode ser escrita como:

$$\dot{V} \leq -\rho\|e\|^2 + \beta \qquad (3.14)$$

Definindo também o conjunto compacto $\Omega = \{e \in \Re^3 \mid \|e\| \leq \theta\}$, busca-se a partir de (3.14) a situação em que $\dot{V} \leq 0$, que ocorre em $\|e\| > \sqrt{\frac{\beta}{\rho}} \coloneqq \theta$, como θ é constante, pode-se afirmar que o erro de sincronização é limitado. Em outras palavras, pode-se afirmar que se por qualquer razão $\|e\|$ deixar o conjunto residual Ω, $\dot{V}$ se torna negativo definido e força a convergência do erro de sincronização para o conjunto residual Ω, conforme (3.15). Em outras palavras, se a $\dot{V} \leq 0$ for satisfeita, a norma do

erro somente poderá diminuir com o decorrer do tempo. Conclui-se então que o erro de sincronização é limitado e converge para uma bola com raio igual a θ.

Comentário 4: Pode-se notar pela prova que distúrbios limitados já foram considerados. Assim, a partir da escolha de parâmetros de projeto do controlador pode se levar a um erro de sincronização próximo de zero, ainda que na presença de distúrbios limitados.

Capítulo 4

Simulação

4.1- Introdução.

Neste capítulo simulações computacionais foram realizadas visando validar a lei de controle (3.7) para o sistema (3.1). O objetivo de se fazer essas simulações é validar a lei de controle proposta que fará com que o sinal transmitido (mestre) irá sincronizar com o sinal recebido (escravo) levando os erros de sincronização, na presença de distúrbios internos e externos, para uma região próxima da origem.

4.2- Simulações usando o Matlab / simulink.

Utilizou-se o software Matlab/Simulink com o método ode 113 com passo variável e uma janela de tempo de simulação de 100 s.

Foram consideradas como condições iniciais nos sistemas mestre e escravo como $x_m(0) = 0$; $y_m(0) = 0{,}1$; $z_m(0) = 0{,}1$, $x_s(0) = 0{,}1$; $y_s(0) = 0$ e $z_s(0) = 0$. Para

sincronização do sistema mestre e do escravo, utilizou-se a lei de controle (3.7) e escolheram-se os parâmetros como sendo $\psi 1 = 20$ e $\psi 3 = 2$. As figuras 4.1- 4.6 mostram os resultados da sincronização feita no Matlab/Simulink. Percebe-se que o sistema escravo consegue se aproximar do sistema mestre, de forma que se pode afirmar que o erro de sincronização está numa vizinhança da origem. As figuras mostram que embora se coloque o sinal de controle em apenas dois dos estados (estados x e z), mesmo assim a sincronização ocorre de forma efetiva para os três estados. Em outras palavras, pelas simulações, pode-se notar que o sinal transmitido pelo transmissor foi sincronizado com o receptor.

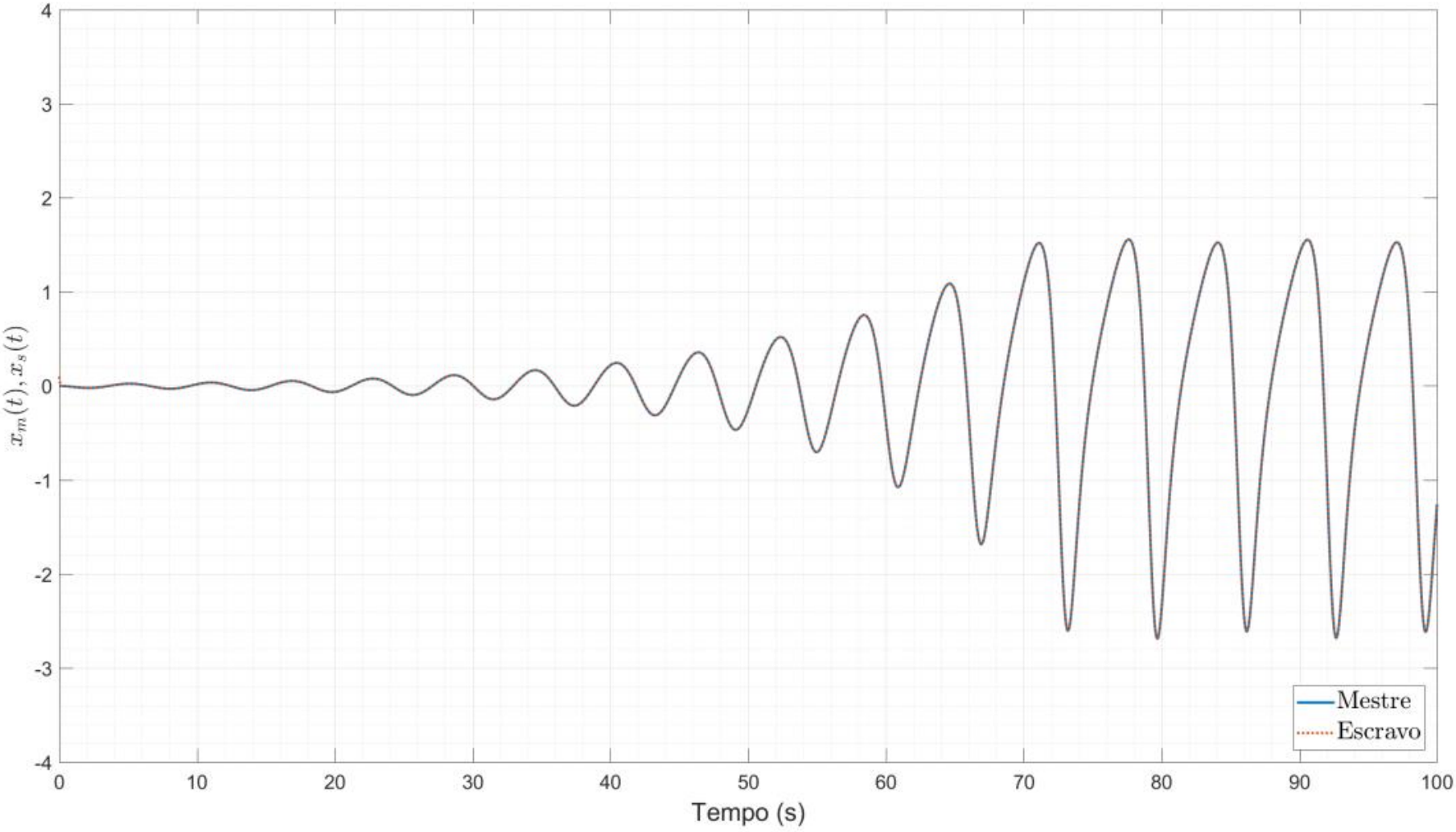


Figura 4.1 – Desempenho na sincronização de $x_m(t)$ e $x_s(t)$

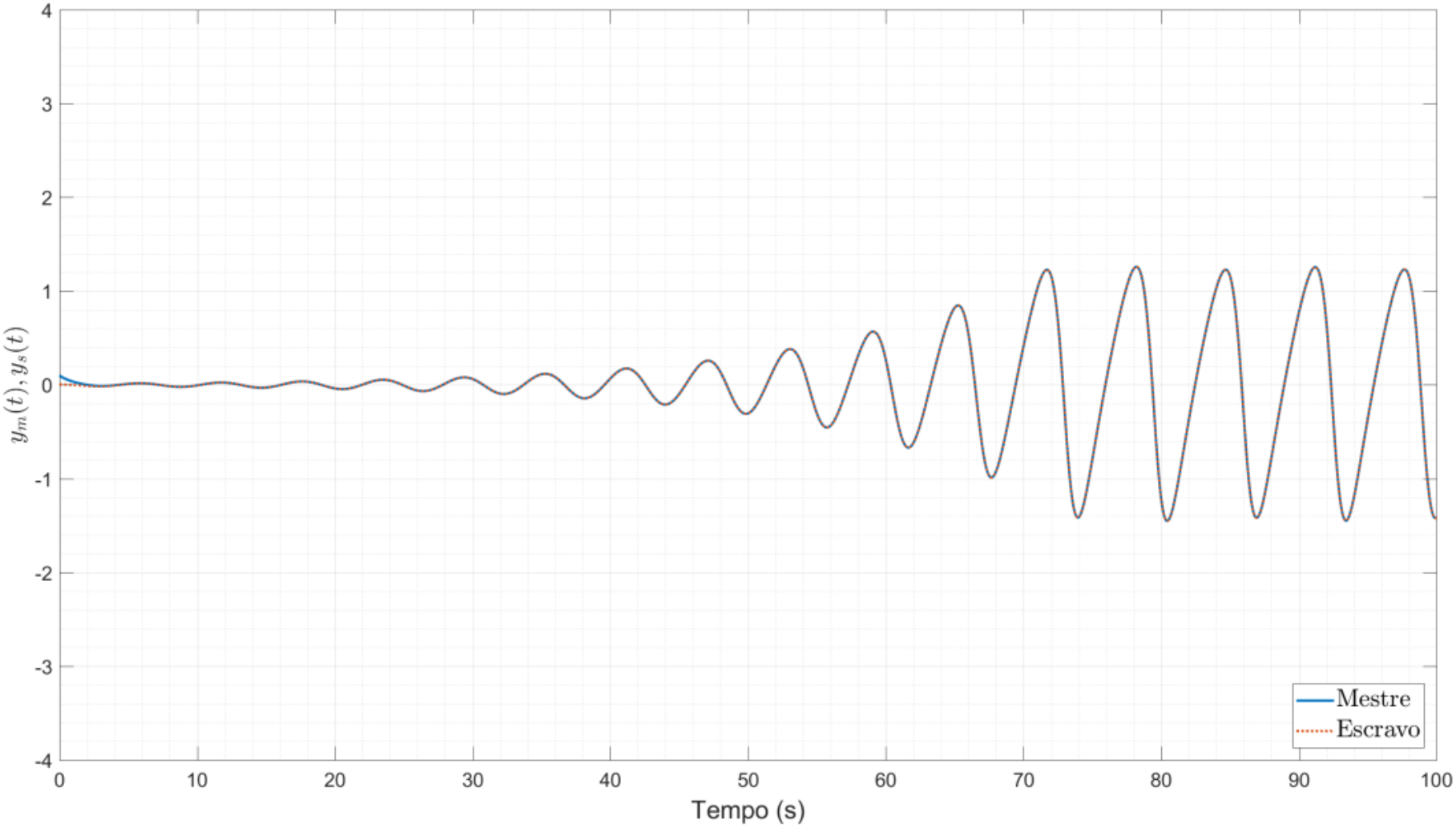


Figura 4.2 – Desempenho na sincronização de $y_m(t)$ e $y_s(t)$

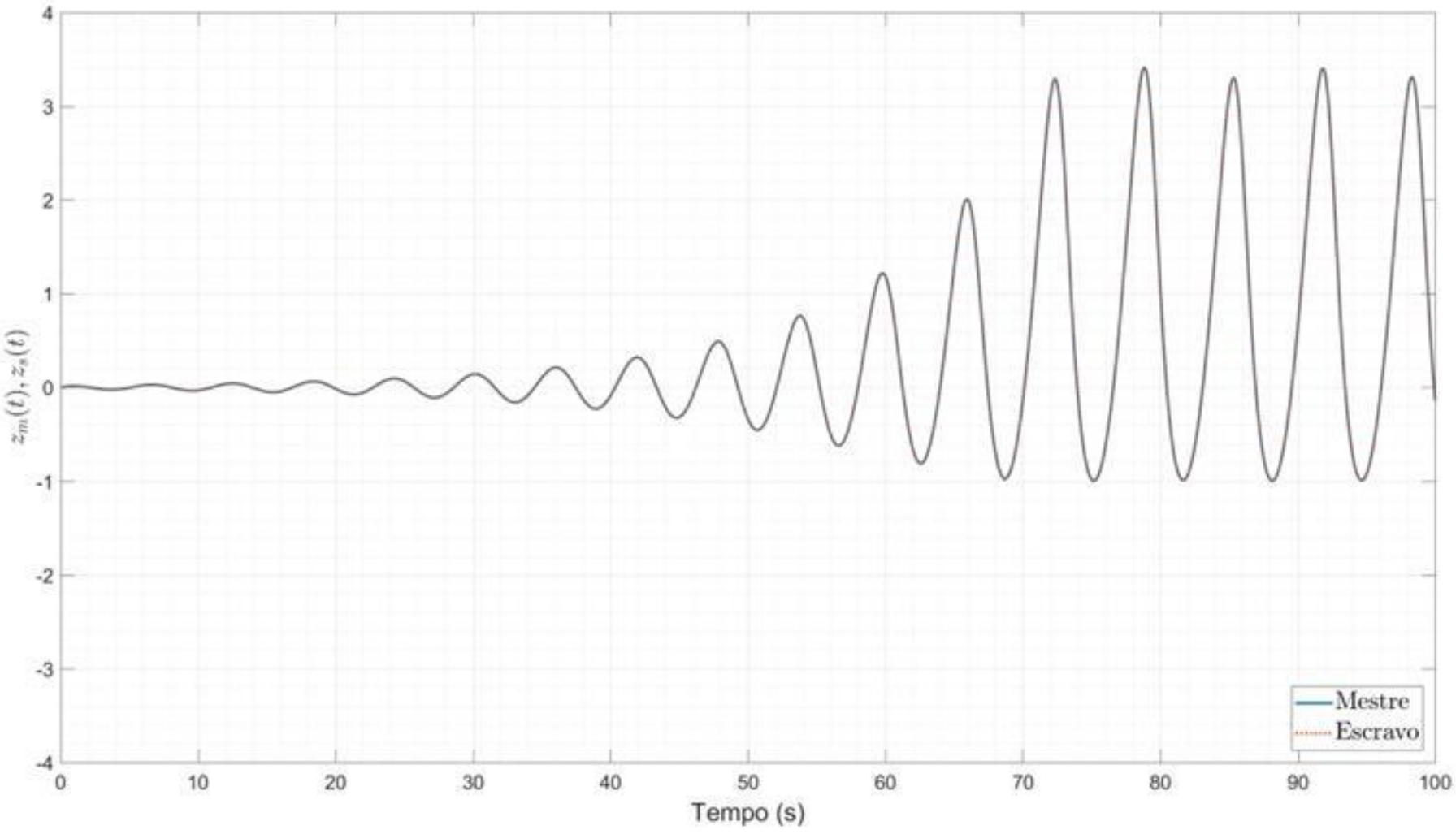


Figura 4.3 – Desempenho na sincronização de $z_m(t)$ e $z_s(t)$

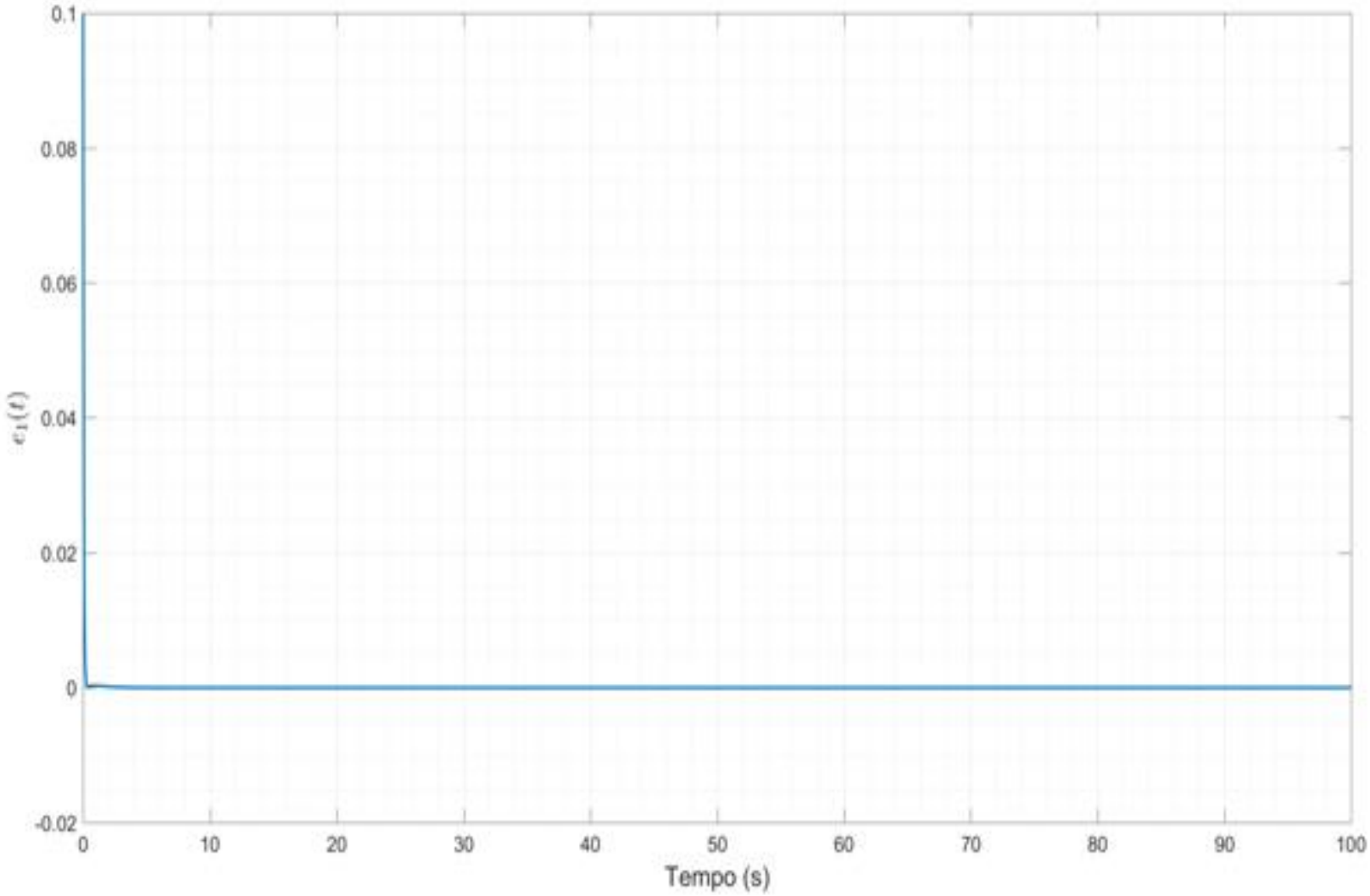


Figura 4.4 – Erro de sincronização do primeiro estado (e_1)

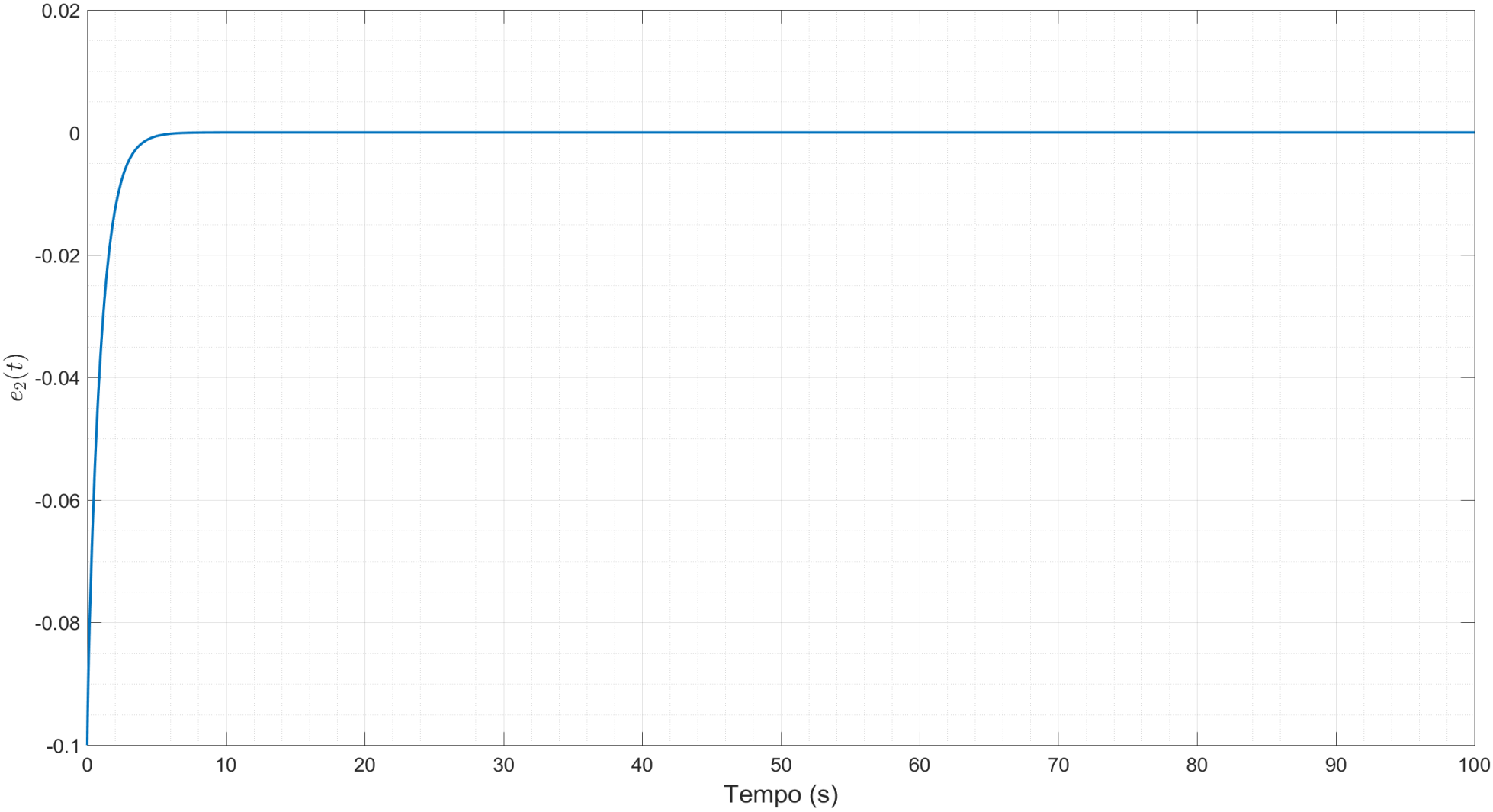


Figura 4.5 – Erro de sincronização do segundo estado (e_2)

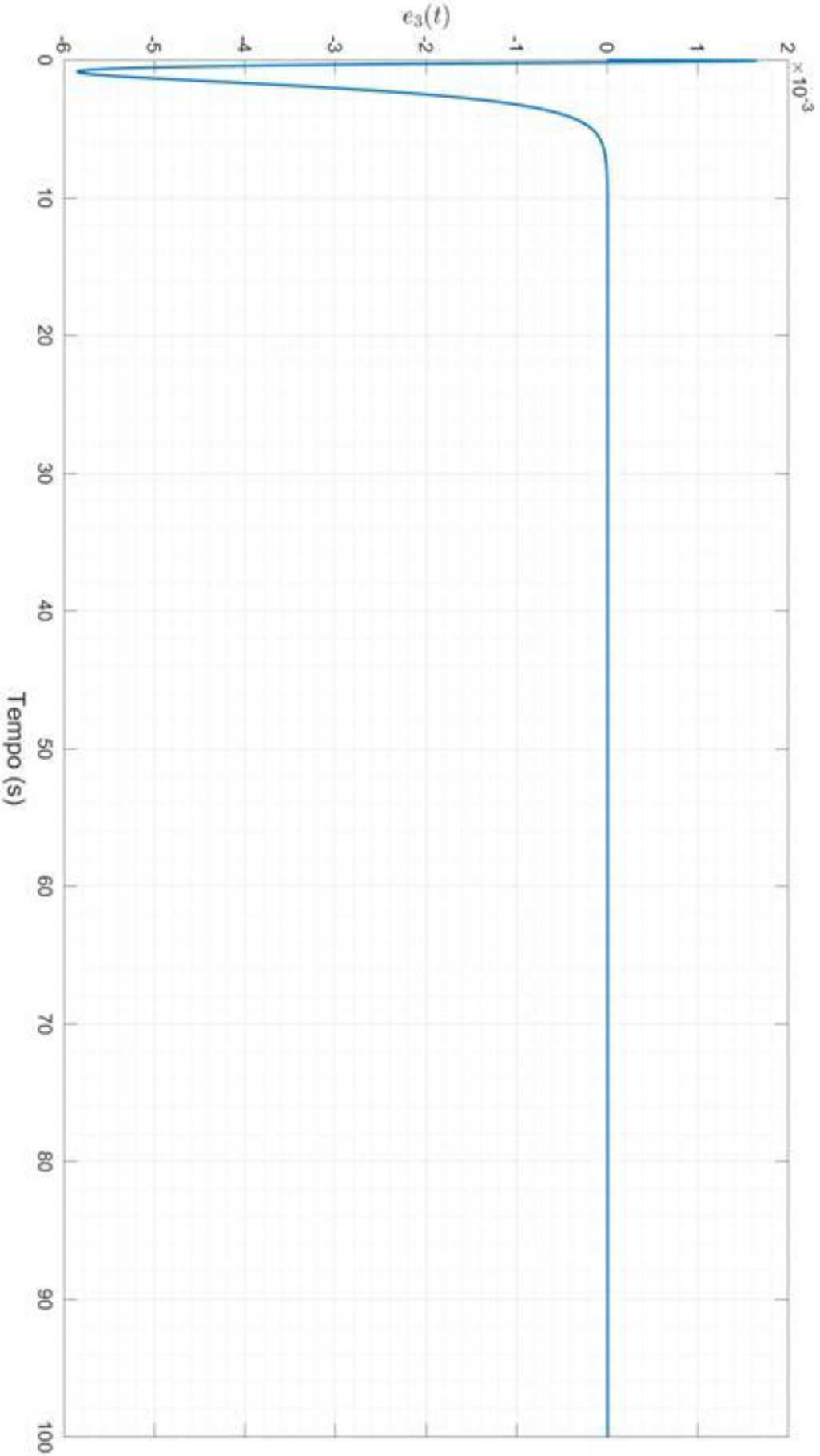


Figura 4.6 – Erro de sincronização do terceiro estado (e_3)

4.3- Simulações usando o Multisim.

Empregou-se o software Multisim com condições iniciais diferentes para os circuitos mestre e escravo, passo de tempo definido automaticamente, método de integração Trapezoidal, tolerância absoluta de erro de voltagem igual a 0,001 e tempo de parada de 110 s. Outros parâmetros das simulações foram os seguintes: a mensagem m(t) a ser transmitida foi escolhida como um sinal quadrado de amplitude 0.1 V e frequência igual a 1hz, sendo somada ao estado $x_{1m.}$, e o distúrbio no canal de comunicação foi selecionado como d(t) = $0.01sen(4\pi t)$. Convém notar que a mensagem tem uma amplitude como máximo de 10% da portadora como preconizado na literatura. Todas as telas dos osciloscópios apresentadas foram obtidas entre os segundos 90 e 100 das simulações. Os osciloscópios foram configurados na mesma escala de tempo para verificar melhor as diferenças entre o sinal codificado e o sinal original.

Nas figuras 4.7 e 4.8 são apresentados os projetos de implementação da proposta. Mais exatamente, na figura 4.7 é apresentado o circuito mestre. Convém ressaltar que o circuito mestre possui uma estrutura muito simples formada por circuitos analógicos como o multiplicador AD 633 e o amplificador operacional TL 082 (suas características técnicas são explicitadas nos anexos). Tais circuitos possuem as funções de somadores, multiplicadores e integradores para os estados do esquema de sincronização proposto. O circuito mestre basicamente possui a função de enviar um sinal caótico codificado a um circuito receptor por meio de um canal público. Na figura 4.8 é introduzido o circuito receptor. Neste circuito mostra-se claramente os pontos U1 e U2, onde foi colocada a atuação.

Na figura 4.9 é mostrado o sincronizador com explicita informação sobre

os sinais de distúrbios, de controle e da mensagem. É importante ressaltar que tais distúrbios podem aparecer pela tolerância e comportamento não ideal dos componentes eletrônicos, variações em seu funcionamento por aquecimento e desgastes. Outra fonte de distúrbios são as interferências eletromagnéticas, por exemplo.

Note que os circuitos implementados, figuras 4.7-4.9, utilizam componentes reais com diferentes tolerâncias para testar o esquema proposto na presença de perturbações internas importantes, o que faz com que se tenha dinâmica não modelada em todas as equações de estados. Além disso, foi considerada uma fonte de distúrbios externa (D) para representar as interferências que o sinal transmitido sofre no canal público.

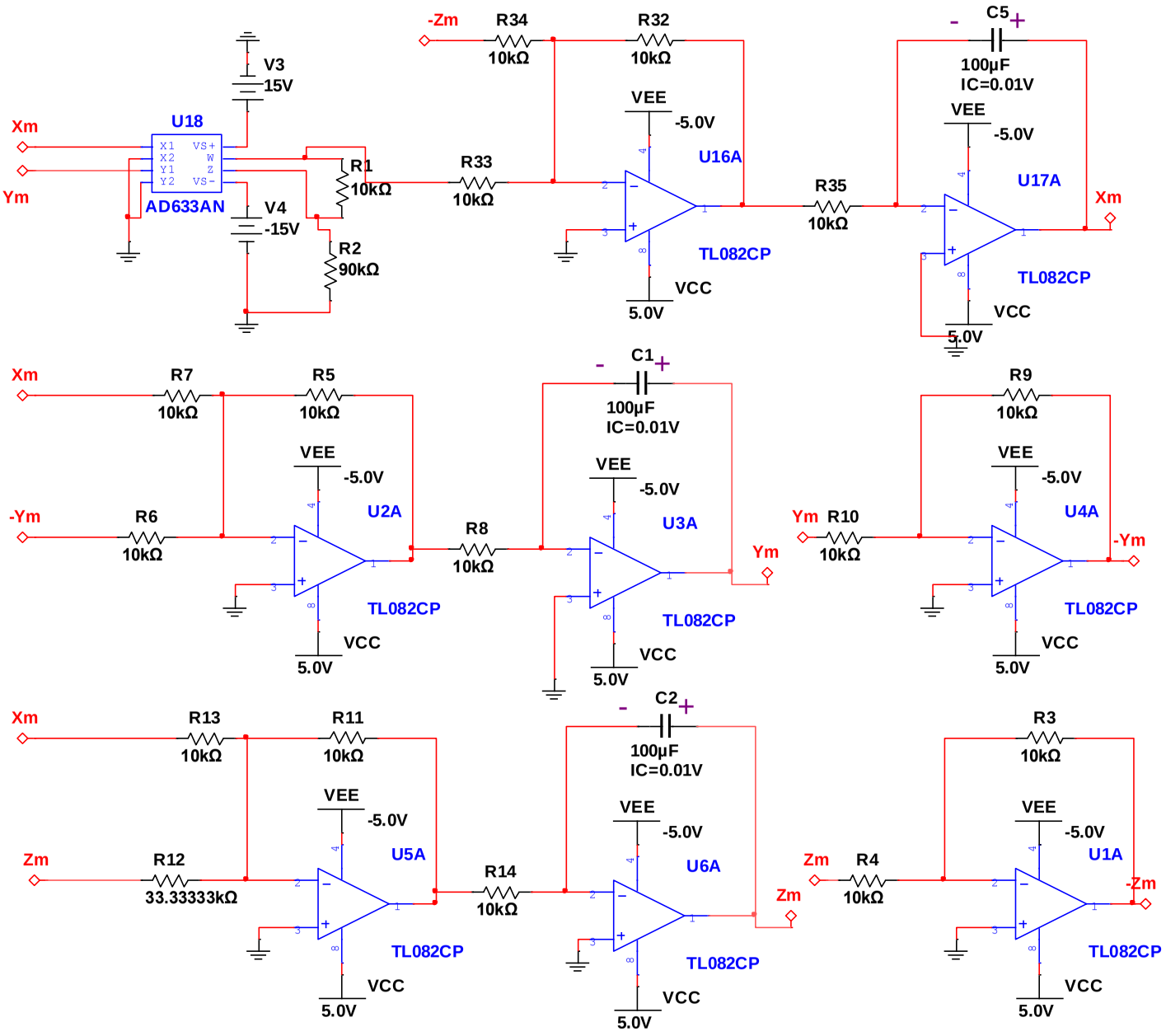


Figura 4.7 – Circuito Mestre

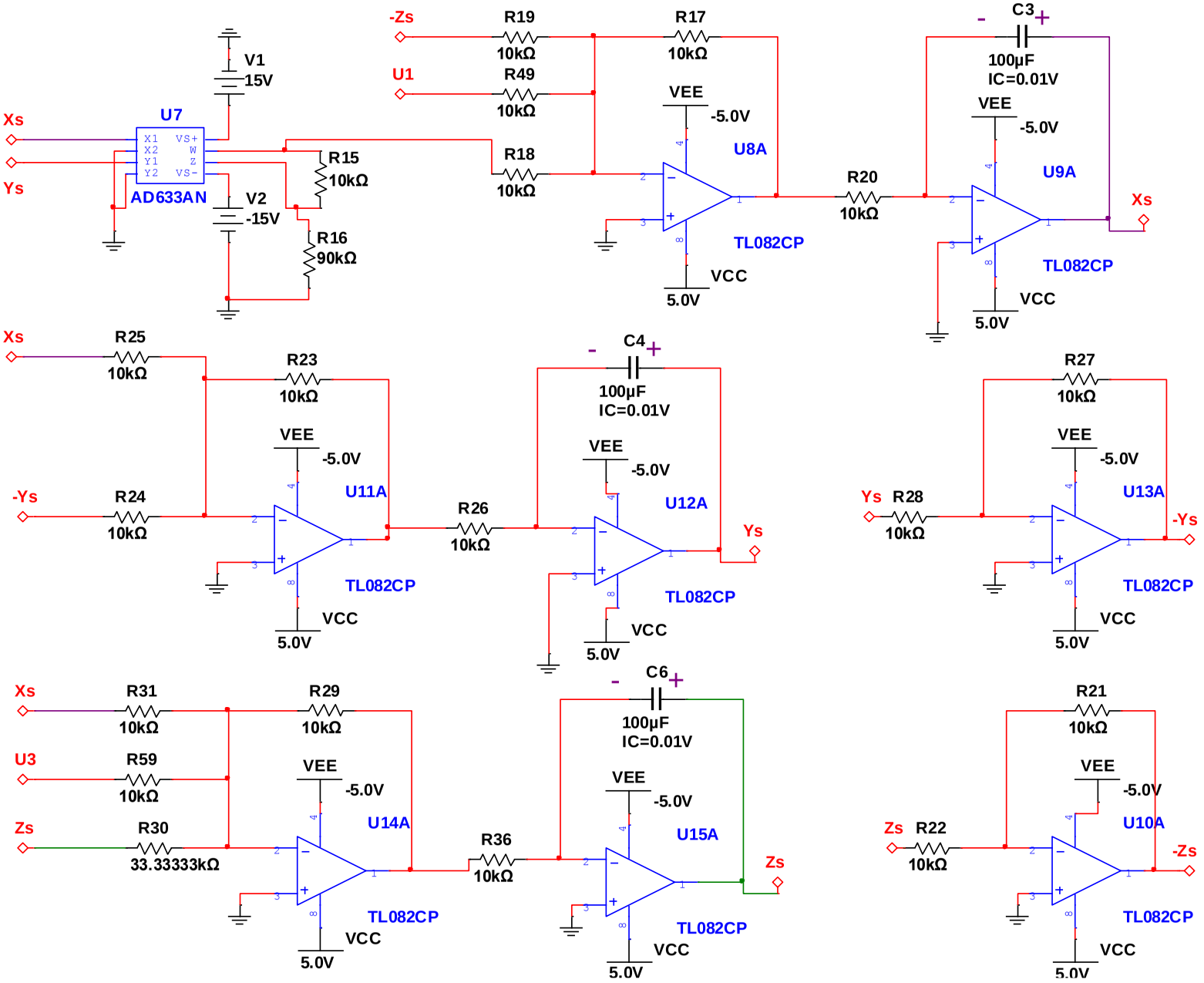


Figura 4.8 – Circuito Escravo

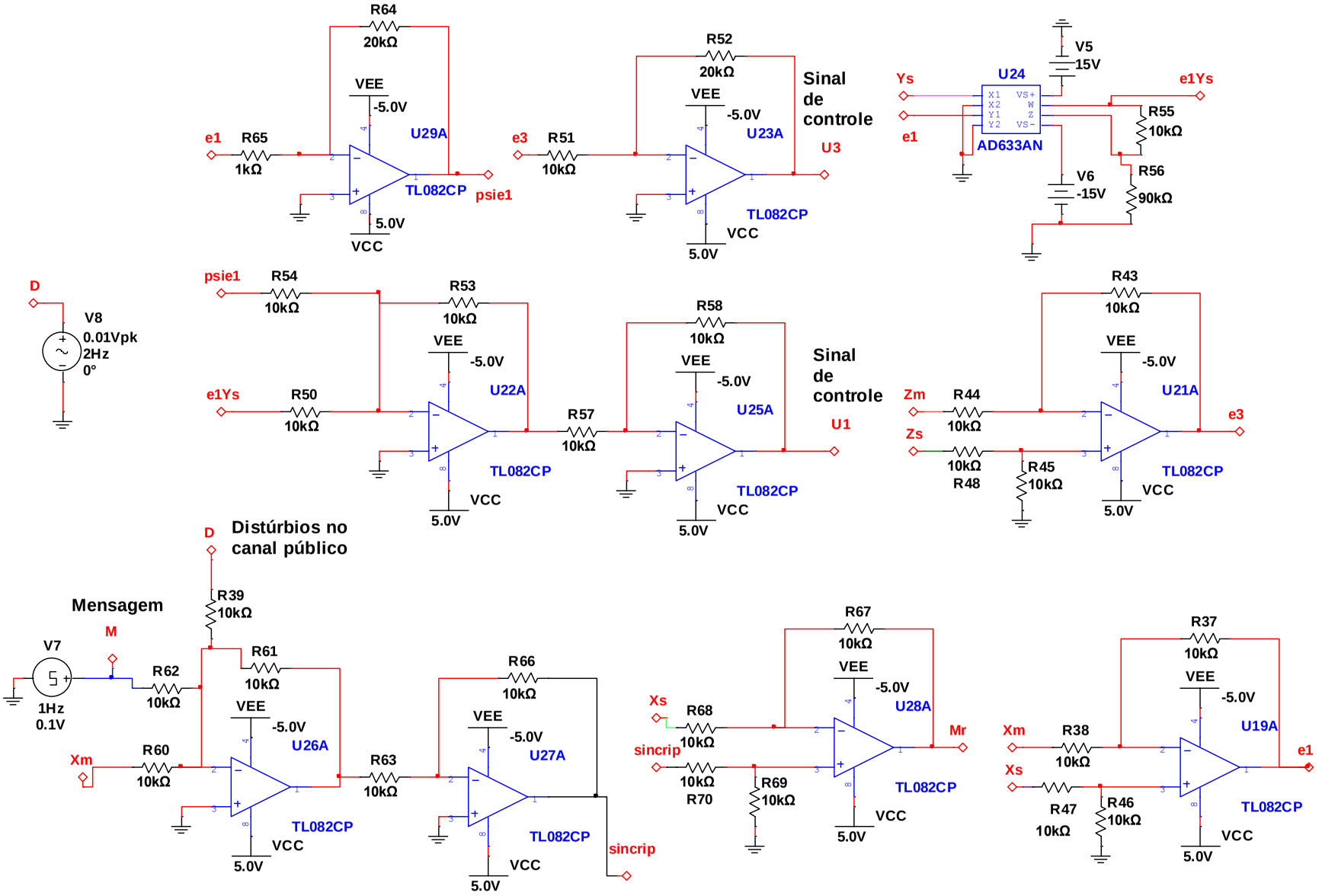


Figura 4.9 – Controle, codificação e decodificação considerando distúrbios no canal público.

Nas figuras 4.10-4.13 são exibidas a mensagem original transmitida, a codificada e a decodificada. Consideram-se dois casos: 1) a presença de perturbações internas (dinâmica não modelada) e 2) a presença de perturbações internas (dinâmica não modelada) e externas (interferência no canal público).

Inicialmente nas figuras 4.10-4.11 mostra-se o caso no qual unicamente é considerado que perturbações internas estão presentes. Com base nas simulações pode-se concluir que o sincronizador se comportou de forma satisfatória, ou seja, não houve aparentemente perda de informação, mesmo na presença de componentes não ideais e distúrbios limitados. Isso demonstra sofisticação do sincronizador proposto como esperado teoricamente. Adicionalmente, o sinal codificado não remete ao sinal original, o que também indica a confidencialidade da transmissão.

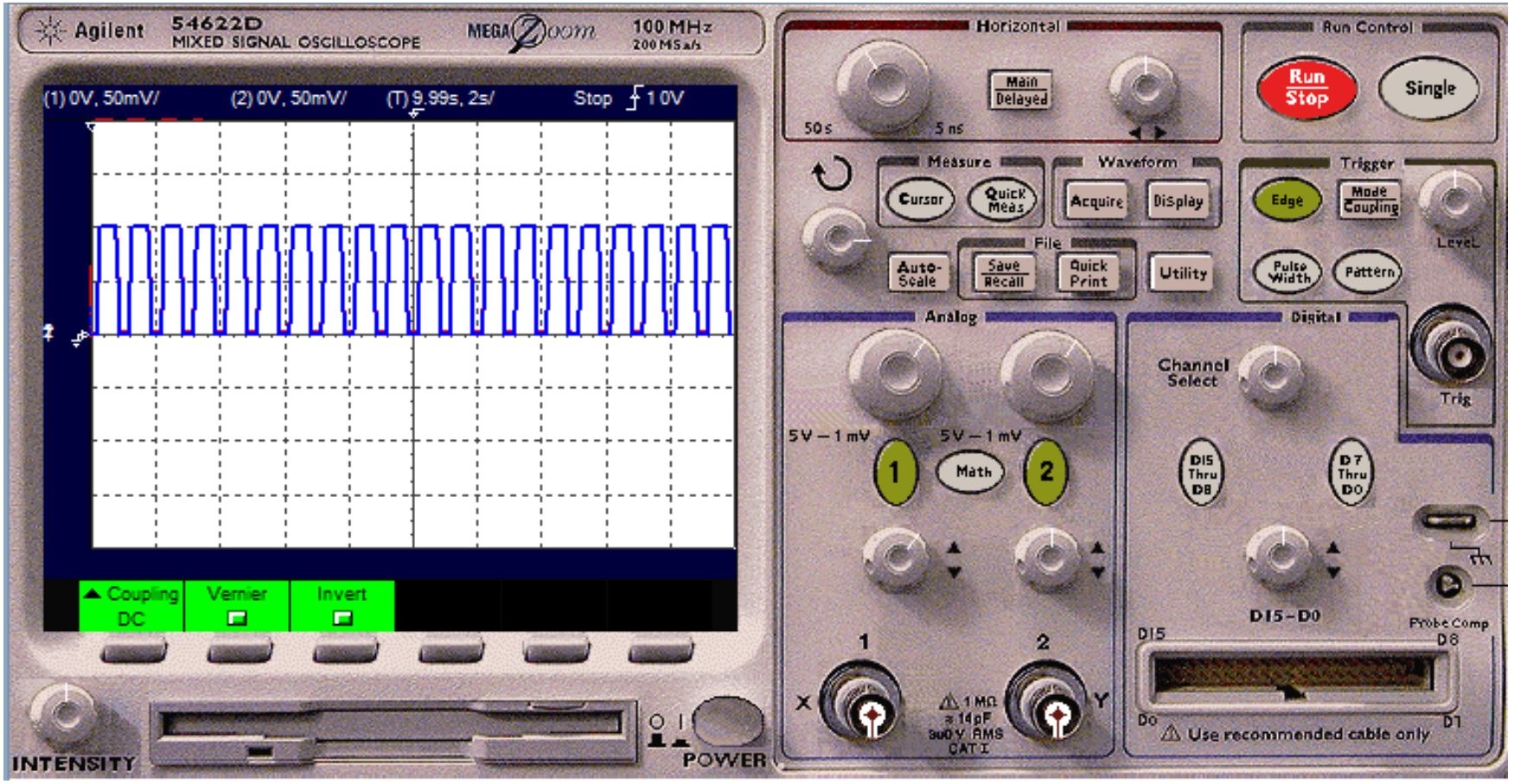


Figura 4.10- Sinal reconstruído (vermelho) e original (azul) sem distúrbios no canal público

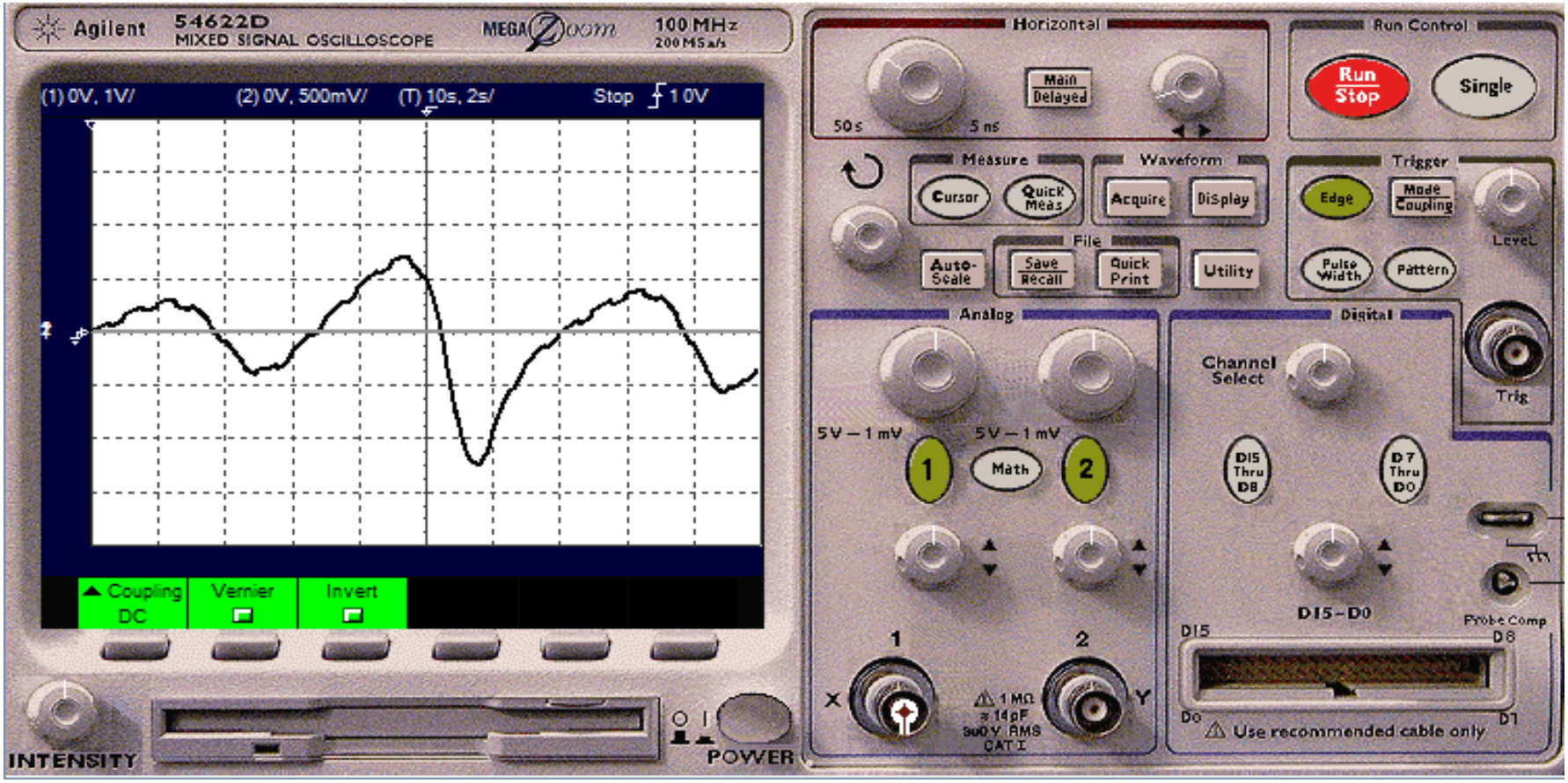


Figura 4.11- Mensagem codificada sem distúrbios no canal público

Nas figuras 4.12-4.13 considera-se o caso em que perturbações internas e externas estão presentes. Isto é, distúrbios no canal público e perturbações internas decorrentes da tolerância e comportamento não ideal dos componentes estão presentes.

É importante observar que, mesmo na presença de distúrbios, o sinal apresenta um razoável sincronismo e os erros tendem a convergirem para uma região próxima de zero. Convém ressaltar que foi escolhida uma mensagem de baixa frequência. Entretanto, se for necessária a codificação de mensagens de alta frequência, pode ser necessário o escalonamento no tempo dos circuitos caóticos envolvidos. Para maiores detalhes vide [51].

Com base nas simulações, pode-se concluir que o esquema proposto possui um bom desempenho mesmo na presença de distúrbios no canal público e por perturbações internas.

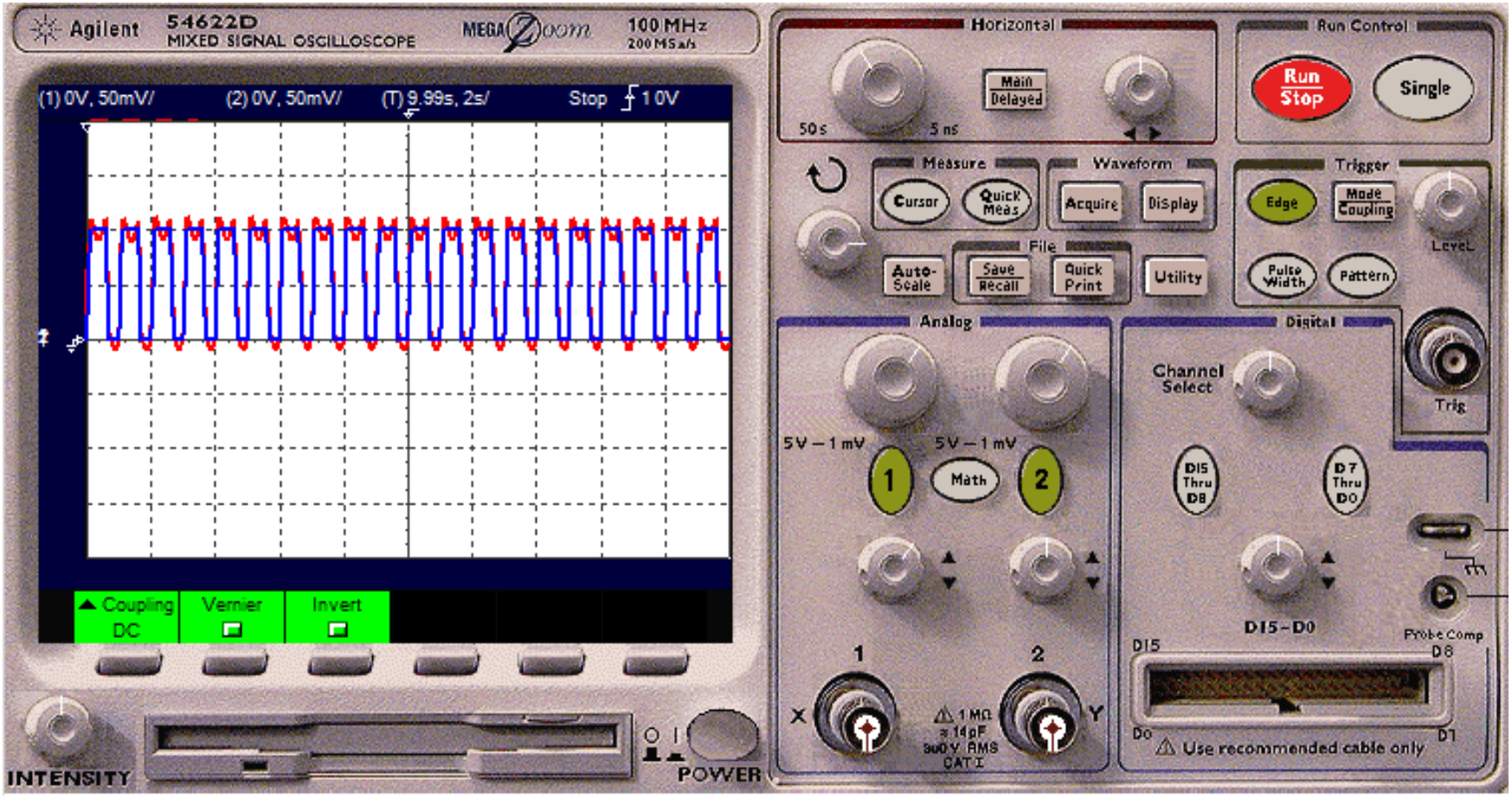


Figura 4.12- Sinal reconstruído (vermelho) e original (azul) com distúrbios no canal público

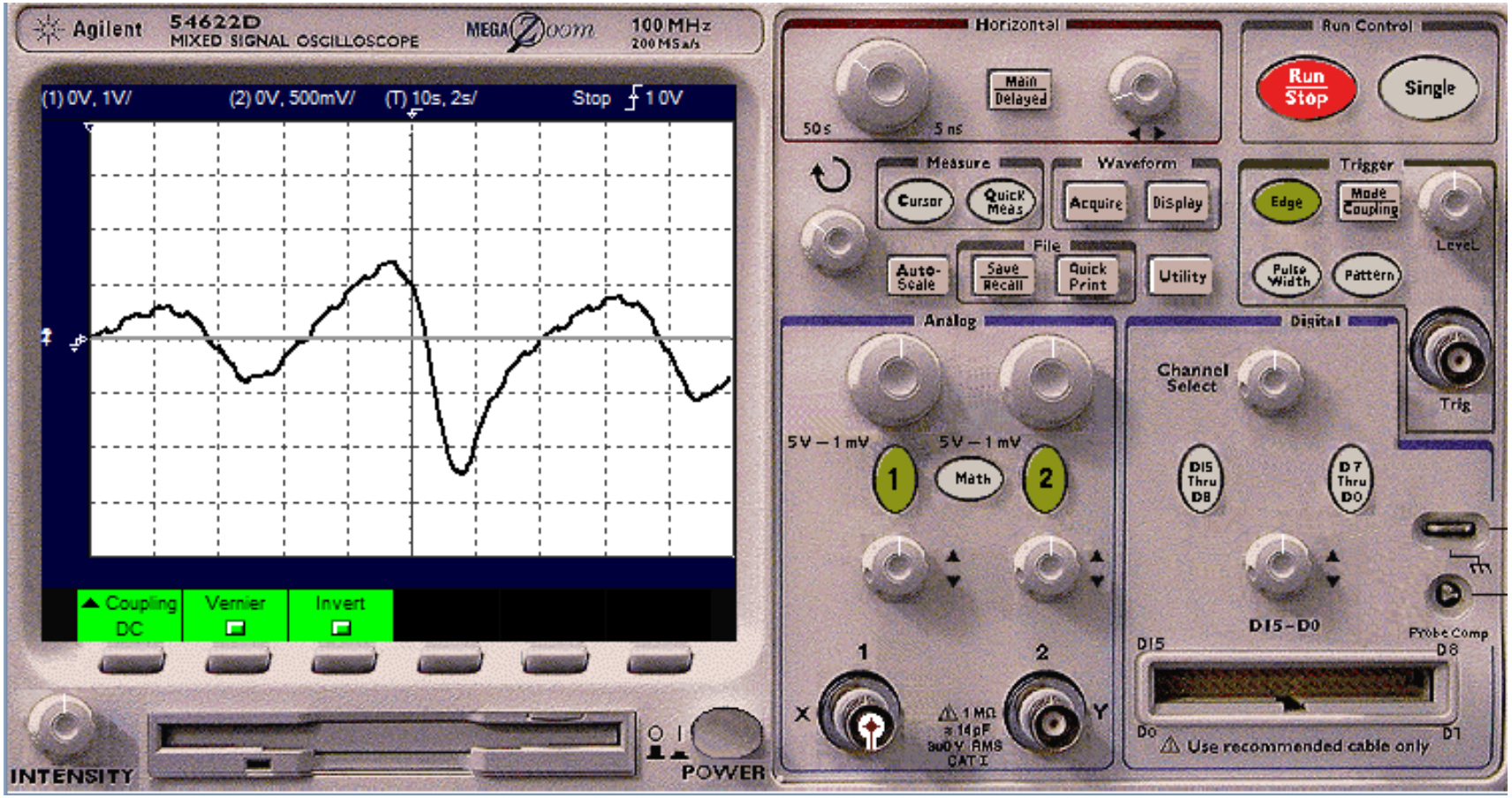


Figura 4.13 - Mensagem codificada com distúrbios no canal público

Capítulo 5

Conclusão

Neste presente trabalho foi abordado um tema que vem despertando bastante interesse no meio científico, a telecomunicação com segurança. Várias propostas recentes de esquemas de comunicação com segurança em periódicos de alto fator de impacto são facilmente encontradas na literatura. Nota-se que esse tipo de tecnologia é baseado na sincronização de circuitos caóticos com o propósito de codificar/decodificar as informações a serem transmitidas através de um sistema mestre, usado para codificação, e um decodificador também caótico, o sistema escravo.

Algumas propostas recentes na literatura foram primeiramente analisadas para que um novo sistema de comunicação com segurança, baseado no circuito de Sprott-K, fosse proposto. Além disso, alguns conceitos considerados relevantes na elaboração desse trabalho foram estudados.

Inicialmente, no capítulo 2, foram introduzidos conceitos e definições essenciais para o estudo de sistemas caóticos, sua sincronização e esquemas de comunicação com segurança. Um estudo de problemas não lineares foi realizado para obter um entendimento do comportamento global de um dado sistema dinâmico, analisando sua evolução no tempo.

Ainda nesse capitulo foram apresentados conceitos como: espaço de fase e suas topologias, no qual se pode observar a evolução de um sistema dinâmico ao longo do tempo, mapa de Poincaré, no qual sua observação é útil para identificar o tipo de resposta de um sistema dinâmico, estabilidade dinâmica, pontos de equilíbrios e linearização de um sistema não linear em torno desses pontos. Retratam-se também conceitos de sistemas conservativos e atratores. Foi estudada a teoria das bifurcações onde se explora mudanças qualitativas na estrutura de soluções em decorrência de parâmetros. Os expoentes de Lyapunov, que são usados para diagnosticar e caracterizar o sistema, e conceitos sobre estabilidade foram apresentados. Além disso, o método direto de Lyapunov foi usado para mostrar uma abordagem geral para o projeto de controladores não lineares para sistemas mestre-escravo. Comportamento caótico foi reconhecido pela comunidade científica e caracterizou-se por apresentar comportamento aleatório aparente de alta sensibilidade às condições iniciais que levaram ao fato de que estes poderiam ser utilizados em comunicação com segurança.

Por último, ainda neste capítulo, foi examinada a sincronização de sistemas caóticos. O conceito de sincronização caótico utilizado para comunicação segura por Pecora Carroll foi descrito e suas propriedades examinadas através do método direto de Lyapunov. Apresentam-se duas maneiras diferentes para a análise de sincronização caótica. Além disso, o método direto de Lyapunov foi utilizado a fim de mostrar uma abordagem geral para o projeto de sistemas controladores não lineares mestre-escravo para comunicação com segurança.

No capítulo 3, com base na teoria de estabilidade de Lyapunov, foi proposto um algoritmo de sincronização para sistemas Sprott-K caóticos subatuados e sujeitos a distúrbios limitados. Provou-se que somente é necessário o emprego de dois sinais de controle para realizar a sincronização completa dos sistemas mestre e escravo. Validou-se a eficácia do sinal de controle a partir de simulações computacionais.

Trabalhos futuros que consideram a implementação prática do circuito elétrico implementado no *software* Multisim neste trabalho estão atualmente em andamento.

É importante ressaltar que uma versão preliminar da proposta apresentada neste trabalho foi publicada pelo autor no XXII Congresso Brasileiro de Automática, 2018 ([57]).

Como sugestão para trabalhos futuros menciona-se as seguintes:

- No sincronizador proposto é necessária a atuação em dois estados. Um novo sistema poderia ser projetado colocando o controlador em somente um dos estados.
- Devido ao fato de que novos algoritmos de quebra de segurança estão constantemente sendo desenvolvidos, novos métodos mais avançados de criptografia ligados à sincronização poderão ser projetados.
- Minimização de canais de informação necessários para a reconstrução da mensagem criptografada.
- O estabelecimento de resultados teóricos sobre convergência e estabilidade na presença de perturbações internas (dinâmica não modelada) e externas (distúrbios eletromagnéticos).
- Simplificação dos algoritmos de criptografia de modo que a sua implementação física não seja onerosa.

Referências

[1] Abd, M. H.; Tahir F. R.; Ghaida A. A.; Pham, V. “An adaptive observer synchronization using chaotic time-delay system for secure communication”, Nonlinear Dynamics, Springer, vol. 90, n. 4, p. 2583-2598, 2017.

[2] Bettayeb, M.; Al-saggaf, U. M.; Djennoune, S. “Single channel secure communication scheme based on synchronization of fractional-order chaotic Chua’s systems”, Transactions of the Institute of Measurement and Control, p. 01-04, 2017.

[3] Çiçek, S.; Kocamaz, U. E.; Uyaroğlu, Y. “Secure Communication with a Chaotic System owning Logic Element”, International Journal of Electronics and Communications, vol. 88, p. 52-62, 2018.

[4] Halimi, M.; Kemih, K.; Ghanes, M. “Circuit Simulation of an Analog Secure Communication based on Synchronized Chaotic Chua’s System”, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 8, n. 4, p. 1509- 2016.

[5] Jovic, B. “Synchronization Techniques for Chaotic Communication Systems”, Springer Science & Business Media, pp. 31-133, 2011.

[6] Kocamaz, U. E.; Çiçek, S.; Uyaroğlu, Y. “Secure Communication with Chaos and Electronic Circuit Design Using Passivity-Based Synchronization”, Journal of Circuits Systems, and Computers, vol. 27, n. 4, p. 1850057, 2018.

[7] Li, C.; Sprott, J. C.; Mei, Y. “An infinite 2-D lattice of strange attractors”, Nonlinear Dynamics, Springer, vol. 89, n. 4, p. 2629-2639, 2017.

[8] Melendez-Cano, A.; Rodrigues, J. S.; Sandoval-Ibarra Y.; Cardenas-Valdez J. R.; Garcia-Ortega, M. J. “Chaotic Synchronization of Sprott Collection and RGB Image Transmission”, International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering, p. 49-54, 2017.

[9] Sprott, J. C. “Elegant Chaos. Algebraically Simple Chaotic Flows”, World Scientific, 2010.

[10] Wang, B.; Zhong, S. M. ; Dong, X. C. “On the novel chaotic secure communication scheme design”, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 39, p. 108-117, 2016.

[11] Li, T.e Yorke, J. A. Period Three Implies Chaos. The American Mathematical Monthly: v.82, n.10, p.985-992, 1975.

[12] Martelle, M., DANG, M. e SEPH, T. Defining Chaos. Mathematics Magazine: v.71, n.2, p.112-122, 1998.

[13] Gleick, J. Chaos: Making New Science. New York, NY. Ed. Penguin Books, 1987.

[14] Kinzel, W., ENGLERT, A. e KANTER, I. On Chaos Synchronization and Secure Communication. Philosophical Transactions of The Royal Society: n.368, p.379-389, 2010.

[15] Strogatz, S. H. Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering. 1ª Edição. Ed. Westview Press, 2001.

[16] Cuomo, K. M. e Oppenheim, A. V. Circuit Implementation of Synchronized Chaos with Applications to Communications. Physical Review Letters: v.71, n.1, p.65-68, 1993.

[17] Ogorzalek, M. J. Taming Chaos – Part I: Synchronization. IEEE Transactions on Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications: v.40, n.10, p.693-699,1993.

[18] Rulkov, N. F., SUSHCHIK, M. M. e TSIMRING, L. S. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. Physical Review Letters: v.51, n.2, p.980- 994,1995.

[19] Pikovsky, M. ROSENBLUM, M. e KURTHS, J. Synchronization: A universal concept in non-linear sciences. Cambridge Nonlinear Science Series, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.

[20] Kocarev, L. e PARLITZ, U. Generalized Synchronization, Predictability, and Equivalence of Unidirectionally Coupled Dynamical Systems. Physical Review Letters: v.76, n.11, p.1816- 1819, 1996.

[21] Pecora, L. M. e CARROLL, T. L. Synchronization in Chaotic Systems. Physical Review Letters: v.64, n.8, p821-825 1990.

[22] Savi, Marcelo Amorim. Dinâmica não-linear e caos / Marcelo Amorim Savi. – 2.ed. p. 69-260 - Rio de Janeiro: E-papers, 2017.

[23] Hou, Y., Liau, B. e Chen, H. Synchronization of Unified Chaotic Systems Using Sliding Mode Controller. Mathematical Problems in Engineering v.2012, p.10-17, 2012.

[24] Smaoui N. Karouma, A e Zribi,M. Secure communications based on the synchronization of the hyperchaotic Chen and the unified chaotic systems. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation: n.16, p.3279-3293, 2011.

[25] Wang, M., Wang, X. e pei, B. A new digital communication scheme based on chaotic modulation. Nonlinear Dynamics: n.67, p.1097-1104, 2012.

[26] Li, K., Zhao, M. e Fu, X. Projective Synchronization of Driving-Response Systems and Its Application to Secure Communications. IEEE Transactions on Circuits and Systems – I: Regular Papers: v.56, n.10, p.2280-2291, 2009.

[27] KHALIL, H. Nonlinear Systems. 3ª Edição. New Jersey: Ed. Prentice-Hall, Inc, 2001.

[28] Pazó, D., Zaks, M. A. e Kurths, J. Role of unstable periodic orbits in phase and lag synchronization between coupled chaotic oscillators. Chaos – An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science: v.13, n.309, p.309-318, 2003.

[29] Li, X., Leung, A. C., Liu, X., Han, X. e Chu, Y. Adaptive synchronization of identical chaotic and hyper-chaotic systems with uncertain parameters. Nonlinear Analysis: Real World Applications: v.11, p.2215-2223, 2010.

[30] Lü, J. e Chen, G. A new chaotic attractor coined. International Journal of Bifurcation and Chaos: v.12, n.3, p.659-661, 2002.

[31] Lü, J., Chen, G., Cheng, D. e Celikovsky, S. Bridge the gap between the Lorenz system and the chen system. International Journal of Bifurcation and Chaos: v.12, n.12, p.2917- 2926, 2002.

[32] Mata-Machuca, J. L., Martinez-Guerra, R., Aguilar-Lopez, R. e Aguilar- Ibanez, C. A chaotic system in synchronization and secure communications. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation: n.17,n.4 p.1706-1713, 2011.

[33] Qun Ding, J. e Du, B. A new improved scheme of chaotic masking secure communication based on Lorenz system. International Journal of Bifurctaion and Chaos: v.22, n.5., p.347-357, 2012.

[34] Xiaohong, H. e Xiaoming, C. A chaotic digital secure communication based on a modified gravitational search algorithm filter. Information Sciences: n.208, p.14-27, 2012.

[35] Wang, X. e Zhu, L. Adaptive Full State Hybrid Projective Synchronization of

Unified Chaotic Systems with Unknown Parameteres. International Journal of Modern Physics B: Condensed Matter Physics; Statistical Physics; Applied Physics: v.25, n.32, p4661- 4666, 2011.

[36] Cheng, C. e Cheng, C. An asymmetric image cryptosystem based on the adaptive synchronization of na uncertain unified chaotic system and a cellular neural network. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation: v.18, n.10. p.2825-2837, 2013.

[37] Liang, H., Wang, Z e Yue, Z. Generalized synchronization and control for incommensurate fractional unified chaotic system and applications in secure communication. Kybernetika: v.48, n.2, p.190-205, 2012.

[38] Osipov, G. V., Pikovsky, A. S., Rosenblum, M. G. e Kurths, J. Phase synchronization effects in a lattice on nonidentical Rössler oscillators. Physical Review Letters: v.55, n.3, p.2353-2361, 1997.

[39] Ioannou, P.A. e Sun, J. Robust Adaptive Control. Prentice Hall Inc., Upper Saddle River, New Jersey, USA. 1996.

[40] Suykens, J.A.K., Curran, P.F., Chua, L.O.: Master-slave synchronization using dynamic output feedback. International Journal of Bifurcation and Chaos [in Applied Sciences and Engineering] V.7, n.3, 671-679 (1997)

[41] Suykens, J.A.K., Vandewalle, J.: Master-slave synchronization of Lur'e systems. International Journal of Bifurcation and Chaos [in Applied Sciences and Engineering] V.7, n.3, 665-669 (1997)

[42] John, J.K., Amritkar, R.E.: Synchronization of unstable orbits using adaptive control. Physical Review E V.49, n. 6, 1843-1848 (1994)

[43] Pyragas, K.: Continuous control of chaos by self-controlling feedback. Physics Letters A V.170 ,n. 6, p.421-428 (1992)

[44] He, R., Vaidya, P.G.: Analysis and synthesis of synchronous periodic and chaotic systems. Physical Review A V. 46 ,n.12, 7387-7392 (1992)

[45] Murali, K., Lakshmanan, M.: Transmission of signals by synchronization in a chaotic Van der Pol-Duffing oscillator. Physical Review E, Rapid Communications V.48, n.3, p.1624-1626 (1993)

[46] Oppenheim, A.V., Wornell, G.W., Isabelle, S.H., Cuomo, K.M.: Signal processing in the context of chaotic signals. In: Proceedings IEEE ICASSP, p. 117-120 (1992)

[47] Stavroulakis, P.: Introduction. In: Stavroulakis, P. (ed.) Chaos Applications in Telecommunications, p. 1-12. CRC Press LLC, Boca Raton (2006).

[48] He, R., Vaidya, P.G.: Analysis and synthesis of synchronous periodic and chaotic systems. Physical Review A V.46 ,n.12, p.7387-7392 (1992).

[49] Wu, C.W., Chua, L.O.: A unified framework for synchronization and control of dynamical systems. International Journal of Bifurcation and Chaos V.4, n.4, p. 979-998 (1994).

[50] Chua, L.O., Itoh, M., Kocarev, L., Eckert, K.: Chaos synchronization in Chua's circuit. Journal of Circuits, Systems and Computers V.3, n.1, p.93-108 (1993).

[51] Antônio Dianese, Computação e simulação analógica e híbrida, Segunda edição, Ed. Guanabara dois S.A., Rio de Janeiro, 1984.

[52] Eletrônicos Caldas.https://www.electronicoscaldas.com. Acesso em 18 de dezembro 2018.

[53] Texas Instruments .https://www.newark.com/texas-instruments. Acesso em 18 de dezembro 2018.

[54] Texas Instruments.https://www.newark.com/texas-instruments. Acesso em 18 de dezembro 2018.

[55] Texas Instruments.https://www.newark.com/texas-instruments. Acesso em 18 de dezembro 2018.

[56] Texas Instruments.https://www.newark.com/texas-instruments. Acesso em 18 de dezembro 2018.

[57] Kevin H. Gularte, Zaiter, Rogério R. Santos, José A.R.Vargas.: Sincronização de um sistema Sprott-K caótico subatuado baseado em controle proporcional com ganho variável, Anais do XXII Congresso Brasileiro de Automática, João Pessoa, PB, 2018.

Anexos.

A.1- Mapa de Poincaré para a figura 1.

```
function main

clear all; close all; echo off; clc;


global wn ksi w nn F0

ksi=0.018; % Coeficiente de Amortecimento Viscoso
wn = 10;   % Fraquencia Natural

w=5.61;    % Freq??ncia de for?amento
F0= 1;     % Amplitude de for?amento

yout=[0 0];  % C.I.'s iniciais
ti=0;        % Tempo inicial
nm=120;      % Define o passo de integra??o
np=100;      % N?mero de pontos na se??o de Poincar?
ns=1;        % Escolha da fase de for?amento para a contru??o da
se??o (pode variar de 1 at? nm)
trans=10;

%Passo de integra??o
if (w~=0)
    h=2*pi./(nm.*w);
else
    h=1/(10*nm);
end

%%%%%%%%%%% Gera??o da s?rie sem perturba??o
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=ti;
serie=zeros(nm*np,3);

i=1;
for jp=1:np,
    for jn=1:nm,
        y = yout;
        serie(i,:)=[t y(1) y(2)];
        [yout]=rk4(nn,y,t,h,'ap1');

        %Constru??o do Mapa de Poincar?
        if jn==ns;
            poincare((jp),:)=[serie(i,2) serie(i,3)];
        end

        t=t+h;
```

```
        i=i+1;
    end
end

%save 'serie.txt'  serie -ascii -double -tabs
%serie=load('serie.txt');

plot(serie(trans*nm:np*nm,2),serie(trans*nm:np*nm,3))
title('Espa?o de Fase e Mapa de Poincar?')
hold on
plot(poincare(trans:np,1),poincare(trans:np,2),'m.')


figure (2)
plot(serie(trans*nm:np*nm,1),serie(trans*nm:np*nm,2))
title('Deslocamento no tempo')

end

function [yout]=rk4(nn,y,t,h,derivs)
global ksi_amort massa g r R a b w In k_mola delta_l
    hh=h*0.5;
    h6=h./6.0;
    th=t+hh;
    dydt=feval(derivs,t,y);
    yt=y+(hh.*dydt)';
    dyt=feval(derivs,th,yt);
    yt=y+hh.*dyt';
    dym=feval(derivs,th,yt);
    yt=y+h.*dym';
    dym = dym+dyt;
    dyt=feval(derivs,t+h,yt);
    yout=y+h6.*(dydt+dyt+2.0*dym)';
end

function [yp]=ap1(t,y)
global wn ksi w F0

%Equa??o do sistema massa-mola-amortecedor linear
A=[0 1; -wn^2 -2*ksi*wn];
B=[0; F0*sin(w*t)];

yp = A*y' + B ;
end
```

A.2- Mapa de Poincaré para a figura 2.

```
function poinc
clear all; close all; echo off; clc;

fSize = 20;
lSize = 2;
axesSize = 18;
dvlsize = 2;
dhlsize = 2;

global wn ksi w nn F0

ksi=0.018; % Coeficiente de Amortecimento Viscoso
wn = 10;   % Fraquencia Natural

w=5.61;    % Frequencia de forcamento
F0= 1;     % Amplitude de forcamento

yout=[0.2 -0.3 0.4];  % C.I.'s iniciais
ti=0;         % Tempo inicial
nm=120;       % Define o passo de integracao
np=100;       % N?mero de pontos na secao de Poincare
ns=1;         % Escolha da fase de forcamento para a contrucao da
secao (pode variar de 1 at? nm)
trans=10;

%Passo de integra??o
if (w~=0)
    h=2*pi./(nm.*w);
else
    h=1/(10*nm);
end

%%%%%%%%%%% Geracaoo da serie sem perturbacao
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=ti;
serie=zeros(nm*np,4);

i=1;
for jp=1:np,
    for jn=1:nm,
        y = yout;
        serie(i,:)=[t y(1) y(2) y(3)];
        [yout]=rk4(nn,y,t,h,'ap1');

        %Constru??o do Mapa de Poincar?
        if jn==ns;
            poincare((jp),:)=[serie(i,2) serie(i,3) serie(i,4)];
```

```
        end

        t=t+h;
        i=i+1;
    end
end

%save 'serie.txt'  serie -ascii -double -tabs
%serie=load('serie.txt');

fig=figure('visible','off');
p1 = plot(serie(trans*nm:np*nm,2),serie(trans*nm:np*nm,3),...

poincare(trans:np,1),poincare(trans:np,2),'m.','LineWidth',lSize
);
set(0,'DefaultAxesFontSize',axesSize);
grid on
grid minor
set(0,'DefaultAxesFontSize',axesSize);
title('Espaco de Fase e Mapa de Poincare','Fontsize',fSize)
xlabel('Time (s)','Fontsize',fSize);
%ylabel('Lyapunov exponents','Fontsize',fSize)
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'Fig_poinc.png');
close(fig)

fig=figure('visible','off');
p1 =
plot(serie(trans*nm:np*nm,1),serie(trans*nm:np*nm,4),'LineWidth'
,lSize);
set(0,'DefaultAxesFontSize',axesSize);
grid on
grid minor
set(0,'DefaultAxesFontSize',axesSize);
title('Deslocamento no tempo','Fontsize',fSize)
xlabel('Time (s)','Fontsize',fSize);
xlim([20 100]);
%ylabel('Lyapunov exponents','Fontsize',fSize)
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'Fig_time.png');
close(fig)

end

function [yout]=rk4(nn,y,t,h,derivs)
global ksi_amort massa g r R a b w In k_mola delta_l
    hh=h*0.5;
    h6=h./6.0;
    th=t+hh;
    dydt=feval(derivs,t,y);
    yt=y+(hh.*dydt)';
    dyt=feval(derivs,th,yt);
    yt=y+hh.*dyt';
```

```
    dym=feval(derivs,th,yt);
    yt=y+h.*dym';
    dym = dym+dyt;
    dyt=feval(derivs,t+h,yt);
    yout=y+h6.*(dydt+dyt+2.0*dym)';
end

function [yp]=ap1(t,y)
global wn ksi w F0

%Equa??o do sistema massa-mola-amortecedor linear
A=[-16 16 0; 45.6 -1 0;0 0 -4];
B=[0; -20*y(1)*y(3); 5*y(1)*y(2)];

yp = A*y' + B ;
end
```

A.3 - Bifurcação para a figura 2.

```
clc
fsize=20;
Npre = 200;
Nplot = 100;
x = zeros(Nplot,1);
fig=figure;
for u = 0:0.001:4,
  x(1) = 0.5;  %0.5
  for n = 1:Npre-1,
    x(1) = u*x(1)*(1 - x(1));
  end,
  for n = 1:Nplot-1,
    x(n+1) = u*x(n)*(1 - x(n));
  end,
  plot(u*ones(Nplot,1), x, '.', 'markersize', 2);
  hold on;
end,

hold off;
h=title('Bifurcation diagram of the logistic map');
set(h,'FontSize',fsize);
set(0,'DefaultAxesFontSize', 16);
xlabel('u','Fontsize',fsize);
ylabel('x','Fontsize',fsize);
xlim([0 4]);
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
```

A.4- Bifurcação para a figura 2.

```
clear
clc

beta = 8/3;
r = 28;

fsize=20;
Npre = 200;
Nplot = 100;
x = zeros(Nplot,1);
y = zeros(Nplot,1);
z = zeros(Nplot,1);
fig=figure;
for sigma = 0:0.001:12,
  x(1) = 0;
  y(1) = 1;
  z(1) = 0;
  for n = 1:Npre-1,
    x(1) = sigma*(y(1) - x(1));
    y(1) = -x(1)*z(1) + r*x(1)-y(1);
    z(1) = x(1)*y(1) - beta*z(1);
  end,
  for n = 1:Nplot-1,
    x(n+1) = sigma*(y(n) - x(n));
    y(n+1) = -x(n)*z(n) + r*x(n)-y(n);
    z(n+1) = x(n)*y(n) - beta*z(n);
  end,
  plot(sigma*ones(Nplot,1), x, '.', 'markersize', 2);
  hold on;
end,

hold off;
h=title('Bifurcation diagram of the logistic map');
set(h,'FontSize',fsize);
set(0,'DefaultAxesFontSize', 16);
xlabel('u','Fontsize',fsize);
ylabel('x','Fontsize',fsize);
xlim([-2 20]);
ylim([-10 10]);
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
```

A.5- Expoente de Lyapunov para a figura 1.

Main.m

```
clear
clc

tempo_final = 100;
number_states = 3;
integrator = @ode45;
tempo_inicial = 0;
step = 0.5; %step on t-variable
x_inital = [0 1 0]; %Initial conditions
print_step = 10; %step of print to MATLAB main window
print_step2 = 2*print_step;

[t,lyap_exp]=lyapunov(number_states,@sistema,integrator,...
        tempo_inicial,step,tempo_final,x_inital,print_step2);

fSize = 20;
lSize = 2;
axesSize = 18;
dvlsize = 2;
dhlsize = 2;

fig=figure('visible','off');
p1 = plot(t,lyap_exp,'LineWidth',lSize);
set(0,'DefaultAxesFontSize',axesSize);
grid on
grid minor
set(0,'DefaultAxesFontSize',axesSize);
title('Dynamics of Lyapunov exponents');
xlabel('Time (s)','Fontsize',fSize);
ylabel('Lyapunov exponents','Fontsize',fSize);
h=legend('$$\lambda_{1}$$','$$\lambda_{2}$$',...
'$$\lambda_{3}$$','Estimated','Location','northeast');
set(h,'Interpreter','Latex','FontSize',fSize);
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'Fig_exp.png');
close(fig)
```

Lyapunov.m

```
function
[Texp,Lexp]=lyapunov(n,rhs_ext_fcn,fcn_integrator,tstart,stept,t
end,ystart,ioutp);
%
%    Lyapunov exponent calcullation for ODE-system.
%
%    The alogrithm employed in this m-file for determining
Lyapunov
%    exponents was proposed in
%
%         A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, and J. A.
Vastano,
%        "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series,"
Physica D,
%        Vol. 16, pp. 285-317, 1985.
%
%    For integrating ODE system can be used any MATLAB ODE-suite
methods.
% This function is a part of MATDS program - toolbox for
dynamical system investigation
%    See:    http://www.math.rsu.ru/mexmat/kvm/matds/
%
%    Input parameters:
%      n - number of equation
%      rhs_ext_fcn - handle of function with right hand side of
extended ODE-system.
%              This function must include RHS of ODE-system
coupled with
%              variational equation (n items of linearized
systems, see Example).
%      fcn_integrator - handle of ODE integrator function, for
example: @ode45
%      tstart - start values of independent value (time t)
%      stept - step on t-variable for Gram-Schmidt
renormalization procedure.
%      tend - finish value of time
%      ystart - start point of trajectory of ODE system.
%      ioutp - step of print to MATLAB main window. ioutp==0 -
no print,
%              if ioutp>0 then each ioutp-th point will be
print.
%
%    Output parameters:
%      Texp - time values
%      Lexp - Lyapunov exponents to each time value.
%
```

```
%    Users have to write their own ODE functions for their
specified
%    systems and use handle of this function as rhs_ext_fcn -
parameter.
%
%    Example. Lorenz system:
%                dx/dt = sigma*(y - x)     = f1
%                dy/dt = r*x - y - x*z = f2
%                dz/dt = x*y - b*z     = f3
%
%    The Jacobian of system:
%        | -sigma  sigma  0 |
%    J = |   r-z    -1   -x |
%        |    y      x   -b |
%
%    Then, the variational equation has a form:
%
%    F = J*Y
%    where Y is a square matrix with the same dimension as J.
%    Corresponding m-file:
%        function f=lorenz_ext(t,X)
%         SIGMA = 10; R = 28; BETA = 8/3;
%         x=X(1); y=X(2); z=X(3);
%
%         Y= [X(4), X(7), X(10);
%             X(5), X(8), X(11);
%             X(6), X(9), X(12)];
%         f=zeros(9,1);
%         f(1)=SIGMA*(y-x); f(2)=-x*z+R*x-y; f(3)=x*y-BETA*z;
%
%         Jac=[-SIGMA,SIGMA,0; R-z,-1,-x; y, x,-BETA];
%
%         f(4:12)=Jac*Y;
%
%    Run Lyapunov exponent calculation:
%
%    [T,Res]=lyapunov(3,@lorenz_ext,@ode45,0,0.5,200,[0 1
0],10);
%
%    See files: lorenz_ext, run_lyap.
%
% ----------------------------------------------------------------
------
% Copyright (C) 2004, Govorukhin V.N.
% This file is intended for use with MATLAB and was produced for
MATDS-program
% http://www.math.rsu.ru/mexmat/kvm/matds/
% lyapunov.m is free software. lyapunov.m is distributed in the
hope that it
% will be useful, but WITHOUT ANY WARRANTY.
%
```

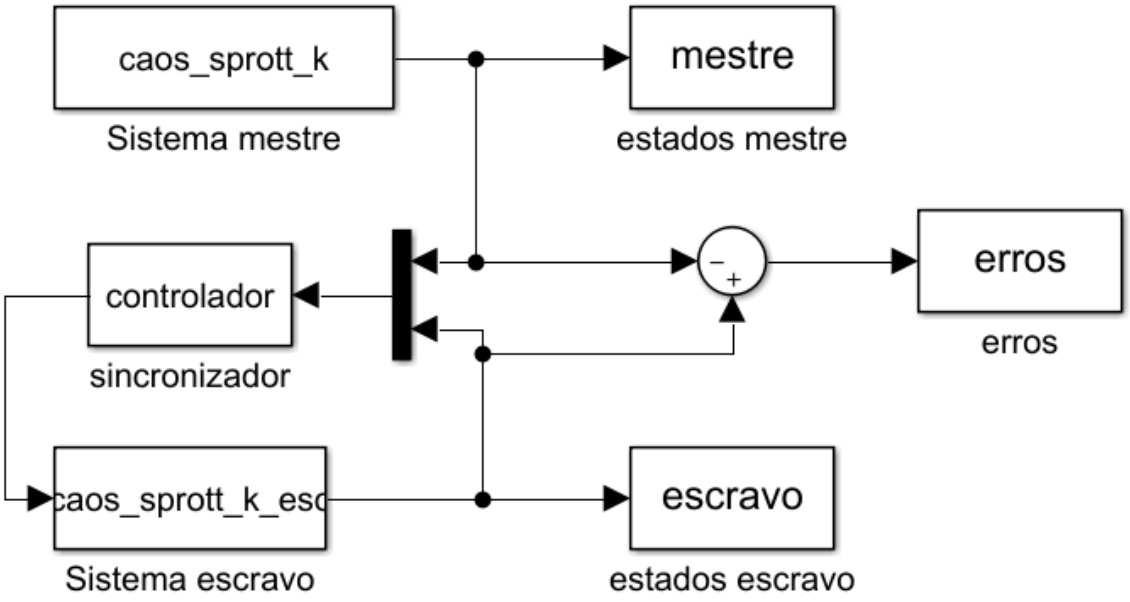
```
%
%       n=number of nonlinear odes
%       n2=n*(n+1)=total number of odes
%

n1=n; n2=n1*(n1+1);

%  Number of steps

nit = round((tend-tstart)/stept);

% Memory allocation

y=zeros(n2,1); cum=zeros(n1,1); y0=y;
gsc=cum; znorm=cum;

% Initial values

y(1:n)=ystart(:);

for i=1:n1 y((n1+1)*i)=1.0; end;

t=tstart;

% Main loop

for ITERLYAP=1:nit

% Solutuion of extended ODE system

  [T,Y] = feval(fcn_integrator,rhs_ext_fcn,[t t+stept],y);

  t=t+stept;
  y=Y(size(Y,1),:);

  for i=1:n1
      for j=1:n1 y0(n1*i+j)=y(n1*j+i); end;
  end;

%
%       construct new orthonormal basis by gram-schmidt
%

  znorm(1)=0.0;
  for j=1:n1 znorm(1)=znorm(1)+y0(n1*j+1)^2; end;

  znorm(1)=sqrt(znorm(1));

  for j=1:n1 y0(n1*j+1)=y0(n1*j+1)/znorm(1); end;

  for j=2:n1
      for k=1:(j-1)
          gsc(k)=0.0;
```

```
            for l=1:n1 gsc(k)=gsc(k)+y0(n1*l+j)*y0(n1*l+k); end;
        end;

        for k=1:n1
            for l=1:(j-1)
                y0(n1*k+j)=y0(n1*k+j)-gsc(l)*y0(n1*k+l);
            end;
        end;

        znorm(j)=0.0;
        for k=1:n1 znorm(j)=znorm(j)+y0(n1*k+j)^2; end;
        znorm(j)=sqrt(znorm(j));

        for k=1:n1 y0(n1*k+j)=y0(n1*k+j)/znorm(j); end;
    end;

%
%       update running vector magnitudes
%

    for k=1:n1 cum(k)=cum(k)+log(znorm(k)); end;

%
%       normalize exponent
%

    for k=1:n1
        lp(k)=cum(k)/(t-tstart);
    end;

% Output modification

    if ITERLYAP==1
       Lexp=lp;
       Texp=t;
    else
       Lexp=[Lexp; lp];
       Texp=[Texp; t];
    end;

    if (mod(ITERLYAP,ioutp)==0)
       fprintf('t=%6.4f',t);
       for k=1:n1 fprintf(' %10.6f',lp(k)); end;
       fprintf('\n');
    end;

    for i=1:n1
        for j=1:n1
            y(n1*j+i)=y0(n1*i+j);
        end;
    end;

end;
```

A.6- Sistema.m

```
function f=sistema(t,X)
%  Lorenz equation
%
%               dx/dt = SIGMA*(y - x)
%               dy/dt = R*x - y -x*z
%               dz/dt= x*y - BETA*z
%
%        SIGMA = 10, R = 28, BETA = 8/3
%        Initial conditions: x(0) = 0, y(0) = 1, z(0) = 0;
%        Reference values for t=10000:
%              L_1 = 0.902615, L_2 = 0.001990, LE3 = -14.5697686

% Parameters
SIGMA = 10;
R = 28;
BETA = 8/3;

%states
x=X(1);
y=X(2);
z=X(3);

Y= [X(4), X(7), X(10);
    X(5), X(8), X(11);
    X(6), X(9), X(12)];

f=zeros(9,1);

%Lorenz equation
f(1)=SIGMA*(y-x);
f(2)=-x*z+R*x-y;
f(3)=x*y-BETA*z;

%Linearized system

 Jac=[-SIGMA, SIGMA,     0;
         R-z,    -1,    -x;
           y,     x, -BETA];

%Variational equation
f(4:12)=Jac*Y;

%Output data must be a column vector
```

A.7- Sistema no Simulink



A.8- Caos_sprott_k.m

```
function [sys,x0,str,ts] = caos_sprott_k(t,x,u,flag)

% Sistema Caótico Financeiro perturbado

%a=2.7; %Constantes
%b=0.2;
c=0.3;

switch flag,
   %%%%%%%%%%%%%%%%%%
   % Inicialização  %
   %%%%%%%%%%%%%%%%%%
case 0,
    sizes = simsizes;
    sizes.NumContStates  = 3;   %Número de Estados Constantes
    sizes.NumDiscStates  = 0;   %Número de Estados Discretos
    sizes.NumOutputs     = 3;   %Número de Saídas //6 com o
sincronizador
    sizes.NumInputs      = 0;   %Número de Entradas
    sizes.DirFeedthrough = 1;
    sizes.NumSampleTimes = 1;
    sys = simsizes(sizes);
    x0=[0.0 0.1 0.0]; %Condições Iniciais
    str=[];
    ts=[0 0];
   %%%%%%%%%%%%%%%%
   % Derivativos %
   %%%%%%%%%%%%%%%%
case 1,
   sys(1) = x(1)*x(2)-x(3);%+0.1*sin(10*t)+0.5*cos(20*t);   %
Sistema baseado em Xiaosham Zhao, "Synchronization of a Chaotic
Finance System",2011
   sys(2) = x(1)-x(2);%+0.1*sin(10*t)+0.5*cos(20*t);
   sys(3) = x(1)+c*x(2);%+0.1*sin(10*t)+0.5*cos(20*t);
   %%%%%%%%%%
   % Saídas %
   %%%%%%%%%%
case 3,
   sys = x;
   %%%%%%%%%%%%%
   % Término   %
   %%%%%%%%%%%%%
case {2,4,9},
    sys = [];

 otherwise
   error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
```

```
end
```

A.9- Caos_sprott_k_esc.m

```
function [sys,x0,str,ts] = caos_sprott_k_esc(t,x,u,flag)
% Sistema Caótico Financeiro perturbado

%a=2.7; %Constantes
%b=0.2;
c=0.3;

switch flag,
   %%%%%%%%%%%%%%%%%%
   % Inicialização  %
   %%%%%%%%%%%%%%%%%%
case 0,
    sizes = simsizes;
    sizes.NumContStates  = 3;   %Número de Estados Constantes
    sizes.NumDiscStates  = 0;   %Número de Estados Discretos
    sizes.NumOutputs     = 3;   %Número de Saídas //6 com o
sincronizador
    sizes.NumInputs      = 3;   %Número de Entradas
    sizes.DirFeedthrough = 1;
    sizes.NumSampleTimes = 1;
    sys = simsizes(sizes);
    x0=[0.1 0.0 0.0]; %Condições Iniciais
    str=[];
    ts=[0 0];
   %%%%%%%%%%%%%%%
   % Derivativos %
   %%%%%%%%%%%%%%%
case 1,
   sys(1) = x(1)*x(2)-x(3)+u(1);    % Sistema baseado em
Xiaosham Zhao, "Synchronization of a Chaotic Finance
System",2011
   sys(2) = x(1)-x(2)+u(2);
   sys(3) = x(1)+c*x(2)+u(3);
   %%%%%%%%%%
   % Saídas %
   %%%%%%%%%%
case 3,
   sys = x;
   %%%%%%%%%%%%
   % Término   %
   %%%%%%%%%%%%
case {2,4,9},
    sys = [];
```

```
 otherwise
   error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

A.10- Controlador.m

```
function [sys,x0,str,ts] = controlador(t,x,u,flag)

% Sistema Caótico Financeiro perturbado

psi1 = 20;
psi3 = 2;
psi2 = 0;
switch flag,
   %%%%%%%%%%%%%%%%%%
   % Inicialização  %
   %%%%%%%%%%%%%%%%%%
case 0,
    sizes = simsizes;
    sizes.NumContStates  = 6;    %Número de Estados Constantes
    sizes.NumDiscStates  = 0;    %Número de Estados Discretos
    sizes.NumOutputs     = 3;    %Número de Saídas
    sizes.NumInputs      = 6;    %Número de Entradas
    sizes.DirFeedthrough = 1;
    sizes.NumSampleTimes = 1;
    sys = simsizes(sizes);
    x0=[0 0 0 0 0 0]; %Condições Iniciais
    str=[];
    ts=[0 0];
   %%%%%%%%%%%%%%%%
   % Derivativos %
   %%%%%%%%%%%%%%%%
case 1,
   sys(1) = 0;  % Sistema baseado em Xiaosham Zhao,
"Synchronization of a Chaotic Finance System",2011
   sys(2) = 0;
   sys(3) = 0;
   sys(4) = 0;
   sys(5) = 0;
   sys(6) = 0;
   %%%%%%%%%%
   % Saídas %
   %%%%%%%%%%
case 3,
    %if(lamda2*exp(-lamda3*t)<=0.01)
    %    alfa = 0.01;
    %else
    %   alfa = lamda2*exp(-lamda3*t);
    %end
    xm = [u(1) u(2) u(3)];
```

```
    xs = [u(4) u(5) u(6)];
    erro = xs - xm;
    sys = -[(erro(1)*((psi1+xs(2))))
        ;0*(psi2*erro(2))
        ;(psi3*erro(3))];
   %%%%%%%%%%%
   %  Término %
   %%%%%%%%%%%
case {2,4,9},
    sys = [];

 otherwise
   error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

A.11- Graphs.m

```
%Shown the graphs of the simulation
clc
fsize=20;

%Figure 1
fig=figure;
plot(tout,mestre(:,1),tout,escravo(:,1),':','LineWidth',2);set(0
,'DefaultAxesFontSize',16);
grid on
grid minor
h=legend('Mestre', 'Escravo','Location','southeast');
set(h,'Interpreter','Latex','FontSize',fsize);
set(0,'DefaultAxesFontSize', 16);
ylim([-4 4]);
xlabel('Tempo (s)','Fontsize',fsize);
ylabel('$$x_{m}(t),
x_{s}(t)$$','Interpreter','Latex','Fontsize',fsize)
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'FIG51.png');
close(fig)

%Figure 2
fig=figure;
plot(tout,mestre(:,2),tout,escravo(:,2),':','LineWidth',2);set(0
,'DefaultAxesFontSize',16);
grid on
grid minor
h=legend('Mestre', 'Escravo','Location','southeast');
set(h,'Interpreter','Latex','FontSize',fsize);
set(0,'DefaultAxesFontSize', 16);
ylim([-4 4]);
xlabel('Tempo (s)','Fontsize',fsize);
ylabel('$$y_{m}(t),
y_{s}(t)$$','Interpreter','Latex','Fontsize',fsize);
```

```
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'FIG52.png');
close(fig)

%Figure 3
fig=figure;
plot(tout,mestre(:,3),tout,escravo(:,3),':','LineWidth',2);set(0
,'DefaultAxesFontSize',16);
grid on
grid minor
h=legend('Mestre', 'Escravo','Location','southeast');
set(h,'Interpreter','Latex','FontSize',fsize);
set(0,'DefaultAxesFontSize', 16);
ylim([-4 4]);
xlabel('Tempo (s)','Fontsize',fsize);
ylabel('$$z_{m}(t), z_{s}(t)$$','Interpreter','Latex',
'Fontsize',fsize);
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'FIG53.png');
close(fig)

%Figure 4
fig=figure;
aux1 = escravo(:,1) - mestre(:,1);
plot(t,aux1,'LineWidth',2);
set(0,'DefaultAxesFontSize',16);
grid on
grid minor
%ylim([-4 4]);
xlabel('Tempo (s)','Fontsize',fsize);
ylabel('$$e_{1}(t)$$','Interpreter','Latex', 'Fontsize',fsize);
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'FIG54.png');
close(fig)

%Figure 5
fig=figure;
aux2 = escravo(:,2) - mestre(:,2);
plot(t,aux2,'LineWidth',2);
set(0,'DefaultAxesFontSize',16);
grid on
grid minor
%ylim([-4 4]);
xlabel('Tempo (s)','Fontsize',fsize);
ylabel('$$e_{2}(t)$$','Interpreter','Latex', 'Fontsize',fsize);
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'FIG55.png');
close(fig)

%Figure 6
fig=figure;
aux3 = escravo(:,3) - mestre(:,3);
plot(t,aux3,'LineWidth',2);
```

```
set(0,'DefaultAxesFontSize',16);
grid on
grid minor
%ylim([-4 4]);
xlabel('Tempo (s)','Fontsize',fsize);
ylabel('$$e_{3}(t)$$','Interpreter','Latex', 'Fontsize',fsize);
set(gcf,'units','normalized','outerposition',[0 0 1 1]);
saveas(gcf,'FIG56.png');
close(fig)
```

A.12- Características dos componentes utilizados para o esquema de sincronização

Aqui serão especificados os principais componentes empregados no circuito e suas características.

A.13- Multiplicador analógico

Multiplicadores analógicos são blocos básicos que executam a operação de produto linear entre dois sinais (x e y), resultando em um sinal kxy, sendo k uma constante. São muito empregados em processamento de sinais, de comunicação e de instrumentação eletrônica. Esse tipo de circuito é amplamente utilizado para modulação/demodulação e retificação.

Em outras palavras, na eletrônica, um multiplicador analógico é um dispositivo que recebe dois sinais analógicos e produz uma saída que é o produto deles. Esses circuitos podem ser usados para implementar funções relacionadas como *quadrados* (aplique o mesmo sinal a ambas as entradas) e *raízes quadradas* .

No circuito proposto, foi empregado o CI AD633, que é um multiplicador analógico funcionalmente completo de quatro quadrantes. O principal motivo pelo qual esse circuito foi escolhido é que o mesmo inclui entradas de alta impedância, diferencial X e Y e uma entrada de soma de alta impedância (Z).

A.14 - Aplicações dos Multiplicadores Analógicos

As principais aplicações deste circuito são:

- Multiplicação, divisão, quadratura.
- Modulação / demodulação, detecção de fase.

- Amplificadores / atenuadores controlados por tensão / filtros.

A.15- Multiplicador analógico AD633CP

Na figura 4.15 é retratado o esquema do multiplicador analógico AD633CP.

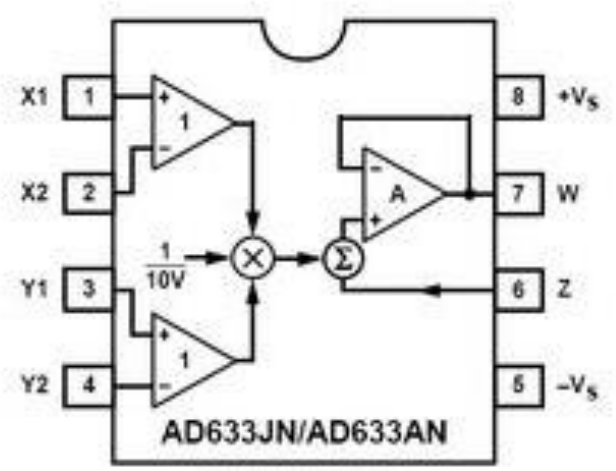


Figura A.1 – Esquema do multiplicador analógico AD633CP [52]

A.16- Amplificador operacional

Outro circuito empregado no projeto foi o amplificador operacional TL082CP. O amplificador operacional é um componente eletrônico compacto, que possui em sua composição interna resistores, capacitores e transistores. De forma bem simples, quando um sinal é aplicado a entrada não inversora, este sinal não é invertido, e sai amplificado, porém quando um determinado sinal é aplicado na entrada inversora, o sinal sai amplificado e invertido.

Na figura 4.16 é mostrado o esquema de um Amplificador Operacional.

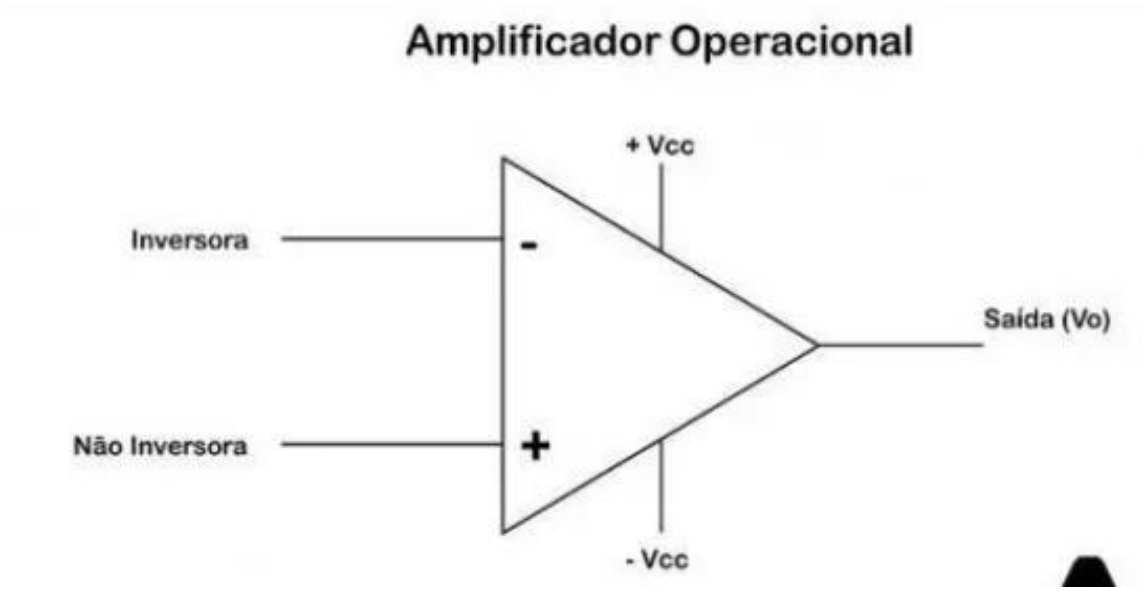


Figura A.2 - Esquema de um Amplificador Operacional [53]

O Amplificador Operacional empregado no circuito foi o TL082CP, como mostrado na figura 4.17.

Esse Amplificador Operacional possui realimentação negativa, pois possui resposta linear e ganho controlado enquanto o de realimentação positiva conduz o circuito a uma instabilidade.

Outra característica é que ele é de malha fechada, ou seja, o ganho é determinado por R1 e RF, podendo ser definido pelo projetista.

Além disso, são amplificadores operacionais de alto rendimento com entrada JFET e saída bipolar que incorporam baixas correntes de polarização de entrada e altas velocidades de subida. Também possuem baixo nível de ruído e distorção sendo adequados para aplicações em áudio e processamento de sinal.

Suas principais características são:

• Baixa polarização da corrente de entrada e offset

• Ampla faixa de tensão de alimentação: ± 5 a ± 15V

• Baixo nível de ruído: valor típico 18 nV / √Hz a 1 kHz

• Alta velocidade de subida: valor típico 13 V / µs

• Baixa distorção harmônica total: valor típico de 0,003%

• Dispositivos disponíveis em configuração simples, dupla e quádrupla.

Alem desses componentes, foram empregados resistores e capacitores.

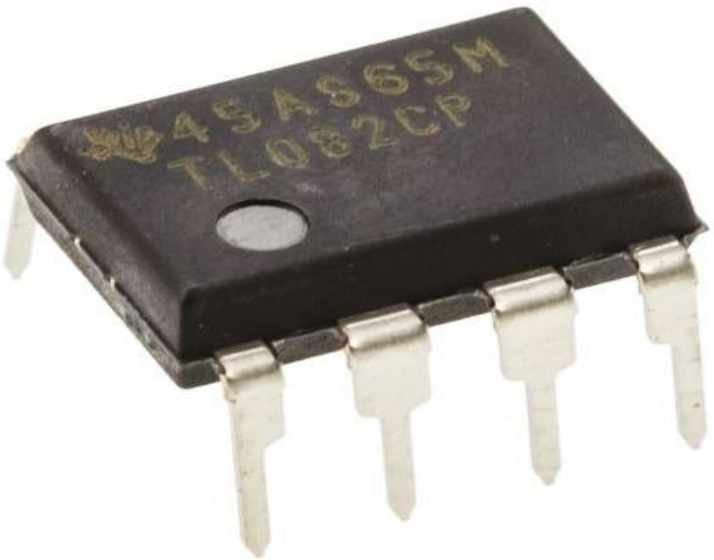


Figura A.3- Amplificador Operacional TL082CP [54]

Nas figuras 4.18 e 4.19 são mostrados os esquemas internos do TL082CP

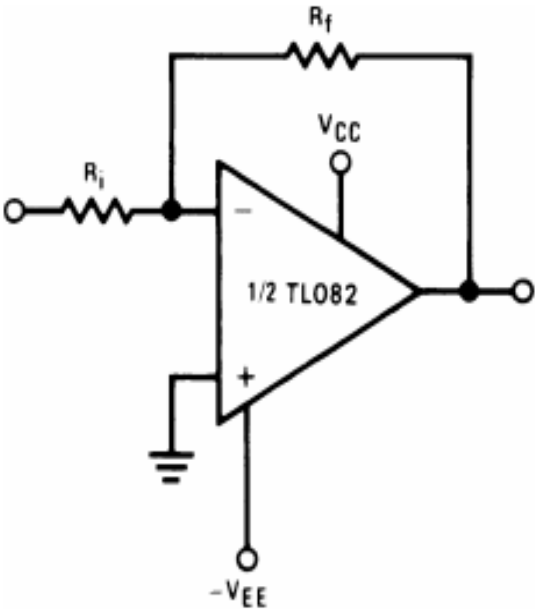


Figura A.4 Esquema interno do TL082CP [55]

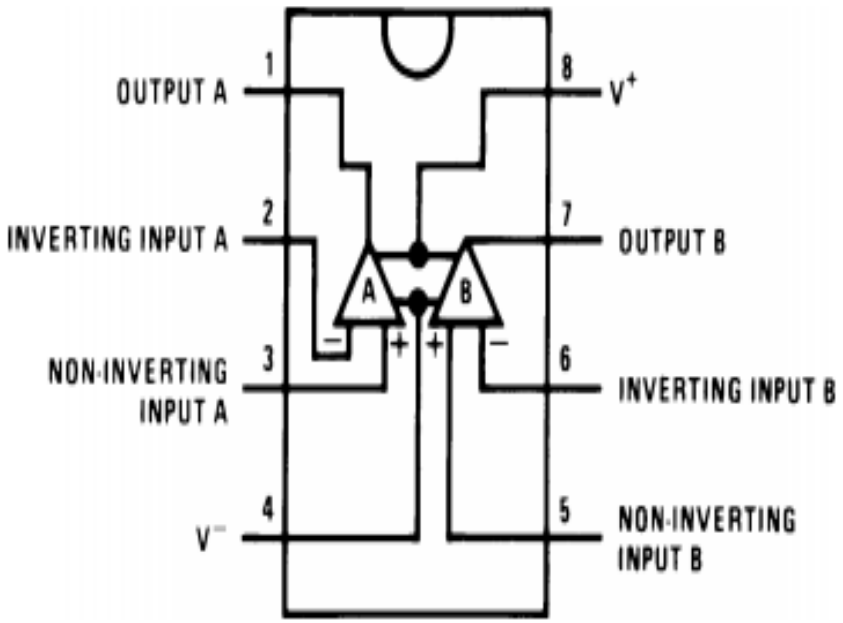


Figura A.5 Esquema interno do TL082CP [56]