

**ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE PONTE  
ESTAIADA BASEADO EM DADOS EXPERIMENTAIS**

**IVIANE CUNHA E SANTOS, M.Sc.**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO  
CIVIL**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**IVIANE CUNHA E SANTOS**

**ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE PONTE  
ESTAIADA BASEADO EM DADOS EXPERIMENTAIS**

**Tese apresentada como requisito  
parcial para a obtenção do Título  
de Doutor em Estruturas pelo  
Programa de Pós Graduação em  
Estruturas e Contrução Civil da  
Universidade de Brasília.**

**Orientador: JOSÉ LUÍS VITAL DE BRITO**

**Co-orientadora: ELSA DE SÁ CAETANO**

**Co-orientador: DAN MIRCEA FRANGOPOL**

**PUBLICAÇÃO: 3A/18**

**BRASÍLIA/DF, 28 DE MARÇO DE 2018**

## FICHA CATALOGRÁFICA

CSA237a CUNHA E SANTOS, IVIANE  
ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE PONTE ESTAIADA BASEADO  
EM DADOS EXPERIMENTAIS / IVIANE CUNHA E SANTOS; orientador  
JOSÉ LUIS VITAL DE BRITO; co-orientador ELSA SÁ CAETANO DAM  
M FRANGOPOL . -- Brasília, 2018.  
334 p.

Tese (Doutorado - Doutorado em Estruturas e Construção  
Civil) -- Universidade de Brasília, 2018.

1. PONTES. 2. ESTRUTURAS. 3. DINÂMICA. 4. OTIMIZAÇÃO. 5.  
MODELAGEM NUMÉRICA. I. VITAL DE BRITO, JOSÉ LUIS, orient. II.  
DAM M FRANGOPOL , ELSA SÁ CAETANO , co-orient. III. Título.

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE PONTE  
ESTAIADA BASEADO EM DADOS EXPERIMENTAIS**

**IVIANE CUNHA E SANTOS, M.Sc.**

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO  
DO GRAU DE DOUTOR. APROVADA POR:**



---

**JOSÉ LUÍS VITAL DE BRITO, UnB  
(ORIENTADOR)**



---

**GRACIELA NORA DÓZ DE CARVALHO  
(EXAMINADOR INTERNO)**



---

**SUZANA MOREIRA ÁVILA  
(EXAMINADOR INTERNO)**



---

**ROBERTO LEAL PIMENTEL  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**BRASÍLIA/DF, 28 DE MARÇO DE 2018**



## AGRADECIMENTOS

Ao Brasil por investir na educação, sabe-se que a educação sozinha não pode transformar uma sociedade, mas tampouco sem ela a sociedade poderá mudar.

Ao Departamento Nacional de Infraestrutura Terrestre – DNIT por investir na capacitação dos servidores me proporcionando o afastamento para o Doutorado e o Estágio Doutorado no Exterior.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq através do Programa Ciências Sem Fronteira pelo financiamento do estágio de doutorado através do programa institucional de Doutorado Sanduíche no Exterior na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, em Portugal.

À Universidade de Brasília por ter me proporcionado tal oportunidade. Ao *Laboratory of Vibrations and Structural Monitoring* (ViBest) e a Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, ao *Advanced Technology for Large Structural Systems* (ATLSS) *Engineering Research Center* e a *Lehigh University*, pela recepção e acolhimento.

Ao corpo docente e discente do Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil em específico ao Professor José Luís de Brito, por ser um excelente orientador e amigo, pela paciência e acompanhamento desde minha chegada a cidade de Brasília, me orientando desde o mestrado, também a Professora Graciela pela atenção.

Aos docentes e discentes da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, em especial a Professora Elsa Sá Caetano pela recepção e a grande atenção e contribuição no desenvolvimento desta tese, também aos Professores Álvaro Cunha e Felipe Magalhães, pelas grandes contribuições.

Aos docentes e discentes de Lehigh University, em específico ao Professor Dan M. Frangopol, pela recepção e grande contribuição.

Aos servidores dos DNIT, em especial ao Fábio Pessoa da Silva Nunes, Luiz Guilherme Luiz de Mello, André de Oliveira Nunes e Rodrigo Portal de Matos que além de exemplos a serem seguidos pela lisura, muito contribuíram para minha formação, com muito apoio e incentivo.

A toda minha família, em especial a minha irmã Thyala Anarelli Cunha e Santos pelas inúmeras revisões, mas principalmente pela companhia e grande amizade e minha mãe Maria das Graças Cunha Pereira pela vida, e principalmente por acreditar em mim.

A todos os docentes, colegas e amigos que ao longo da minha vida compartilharam o seu conhecimento e amizade, em especial aos grandes amigos Erika, Flávia, Galileu, Kátia, Paola e Marília pela amizade e companheirismo.

Finalmente a Deus, por acreditar que sem ele nada é possível.

## RESUMO

### ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE PONTE ESTAIADA BASEADO EM DADOS EXPERIMENTAIS

**Autora: Iviane Cunha e Santos**

**Orientador: Professor José Luís Vital de Brito**

**Co-Orientadora: Professora Elsa Sá Caetano**

**Co-Orientador: Professor Dan Mircea Frangopol**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, março de 2018**

A monitoração da saúde estrutural (*Structural Health Monitoring - SHM*) visa garantir a segurança estrutural e operacional e emitir alertas precoces sobre danos ou deterioração antes da necessidade de recuperações onerosas ou mesmo de um colapso catastrófico, e está emergindo como um elemento importante para a gestão sustentável dos sistemas de obras públicas de infraestrutura. Os danos afetam o comportamento dinâmico das estruturas devido às mudanças nas dimensões dos elementos, condições de contorno, massa, degradação das propriedades mecânicas dos materiais, ou a ocorrência simultânea de todos esses fenômenos, provocando a alteração nos valores das frequências, modos de vibração e nos coeficientes de amortecimento. Desta maneira, o desenvolvimento de modelos numéricos e a avaliação através de técnicas de análise dinâmica vêm assumindo grande importância, e é capaz de fornecer informações precisas para avaliar a integridade estrutural. A atualização (*updating*) do modelo numérico é um processo que visa determinar os parâmetros de incerteza do modelo inicial com base em resultados experimentais e alcançar um modelo atualizado mais adequado. No entanto, o sucesso da aplicação do método de atualização depende da concepção numérica das estruturas, um teste modal bem concebido e controlado e uma integração entre os modelos numéricos e experimentais. Este trabalho descreve a aplicação das técnicas de atualização com base em dados modais implementadas em pacotes de *software* comercialmente disponíveis para a identificação do comportamento global de uma ponte estaiada. O modelo numérico atualizado pode ser utilizado para avaliar a integridade estrutural, durabilidade e confiabilidade ao longo do ciclo de vida e otimizar as atividades operacionais e de manutenção. Ele também pode ser utilizado com confiança em todas as análises relacionadas à estrutura, como por exemplo, para a previsão de respostas dinâmicas em novos cenários de carga, para a identificação de danos, para projetar sistemas de monitoração e avaliação das estruturas ao longo do tempo.

Palavras Chaves: Ponte Estaiada, Elementos Finitos, Dinâmica, Atualização, Otimização

## **ABSTRACT**

### **UPDATING OF NUMERICAL MODEL OF CABLE STAYED BRIDGE BASED ON EXPERIMENTAL DATA.**

**Author: Iviane Cunha e Santos**

**Advisor: Professor José Luiz Vital de Brito**

**Co-Advisor: Professor Elsa Sá Caetano**

**Co-Advisor: Professor Dan Mircea Frangopol**

**Postgraduate Program in Structural Engineering and Construction (PECC)  
Brasília, March of 2018**

Structural Health Monitoring (SHM) aims at assuring structural and operational safety and giving early warnings of damage or deterioration before the need for costly recuperation or even from a catastrophic collapse, and is emerging as a valuable tool for sustainable management of public works infrastructure systems element. Damage affects the dynamic behavior of structures due to changes in the dimensions of the elements, boundary conditions, mass, deterioration of mechanical properties of materials, or the simultaneous occurrence of all these phenomena, causing the change in the values of frequencies, modes and coefficients damping. This way, the development of numerical models and the evaluation by techniques of dynamic analysis has gained significant importance and it can provide accurate information to analyze structural integrity, durability and reliability along the life cycle and optimize the operational activities and maintenance. The updated numerical model is a procedure to determine the parameters of uncertainty of the initial model, based on experimental results, and to achieve more appropriate upgraded model. However, the successful application of the method of updating depends on the numerical design of structures, on a well-conceived and controlled modal test and on the capacity to integrate experimental data. This work describes the application of the modal updating techniques implemented in commercially available *software* packages to the identification of the global behavior of a cable-stayed bridge. The updated numerical model can be used to evaluate the structural integrity, durability, and reliability along the life cycle and to optimize operational and maintenance activities. It may also be used with confidence in all tests related structure, for example, for predicting dynamic responses of new load settings, for identification of damage, monitoring systems and evaluating the structure over time.

**Keywords:** Bridge Cable Stayed, Finite Elements, Dynamics, Optimization

# SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>MOTIVAÇÃO</b>	<b>4</b>
<b>1.2</b>	<b>OBJETIVOS DO TRABALHO</b>	<b>5</b>
1.2.1	Objetivo Específico	6
<b>1.3</b>	<b>ESTUDO DE CASO</b>	<b>6</b>
<b>1.4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>7</b>
<b>1.5</b>	<b>ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO</b>	<b>8</b>
<b>2.</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>9</b>
<b>2.1</b>	<b>ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL</b>	<b>9</b>
2.1.1	Principais Conclusões	26
<b>2.2</b>	<b>QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS</b>	<b>27</b>
2.2.1	Assimilação de Dados – Características e Modelagem de Incerteza em Pontes	28
2.2.2	Propagação de Incertezas	30
2.2.3	Simulação de Monte Carlo (MCS)	33
2.2.4	Análise de Sensibilidade das Incertezas	33
2.2.5	Verificação e Validação (V&V)	34
2.2.6	Principais Conclusões sobre o Tópico	35
<b>2.3</b>	<b>ATUALIZAÇÃO DE MODELO NUMÉRICO</b>	<b>35</b>
2.3.1	Principais Conclusões sobre o Tópico	47
<b>2.4</b>	<b>DETECÇÃO DE DANOS</b>	<b>48</b>
2.4.1	Principais Conclusões sobre o Tópico	63
<b>3.</b>	<b>CASO DE ESTUDO: PONTE SOBRE O RIO ARADE</b>	<b>65</b>
<b>3.1</b>	<b>HISTÓRICO DA CONTRUÇÃO</b>	<b>65</b>
<b>3.2</b>	<b>CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS</b>	<b>68</b>
<b>3.3</b>	<b>PROPRIEDADE DOS MATERIAIS</b>	<b>72</b>
<b>3.4</b>	<b>ENSAIOS DINÂMICOS</b>	<b>72</b>
3.4.1	Ensaio – Ano 1991	73
3.4.2	Ensaio - Ano 2006	76
3.4.3	Ensaio nos Cabos	79
<b>3.5</b>	<b>PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO</b>	<b>81</b>
<b>4.</b>	<b>ESTRUTURA COMPOSTA DE CABOS</b>	<b>84</b>
<b>4.1</b>	<b>MODELO ANALÍTICO</b>	<b>85</b>
4.1.1	Comportamento Estático	85
4.1.1.1	Hipótese Geral: Catenária Elástica	86
4.1.1.2	Parábola Elástica	90
4.1.1.3	Módulo de Elasticidade Equivalente	91
4.1.2	Comportamento Dinâmico	93

4.1.2.1	Premissas Básicas e Equação de Equilíbrio	94
4.1.2.2	Frequências Naturais e Formas Modais	95
4.1.2.3	Efeitos da Rigidez à Flexão	99
<b>4.2</b>	<b>MODELO NUMÉRICO</b>	<b>102</b>
4.2.1	Comportamento Estático	103
4.2.2	Comportamento Dinâmico	106
4.2.2.1	Cabos Longos	108
4.2.2.2	Cabos curtos	111
4.2.2.3	Análise de Sensibilidade	116
<b>4.3</b>	<b>PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO</b>	<b>118</b>
<b>5.</b>	<b>ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS</b>	<b>120</b>
<b>5.1</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS NUMÉRICOS</b>	<b>121</b>
5.1.1	Análises preliminares	122
5.1.2	BEAM188	122
5.1.3	SHELL181	123
5.1.4	SOLID187	123
5.1.5	COMBIN14	124
5.1.6	MASS21	125
5.1.7	Desenvolvimento da Geometria	125
5.1.8	Modelo 2D	127
5.1.9	Modelos 3D	127
5.1.10	Modelo “Espinha de Peixe”	127
5.1.11	Modelo de Grelha com Elemento de Casca	129
5.1.12	Modelo em Elementos Sólidos 3D	130
5.1.13	Geração e Análise de Convergência de Malha	131
5.1.14	Avaliação da Condição de Contorno	134
5.1.15	Avaliação do Efeito da Temperatura nas Propriedades	135
<b>5.2</b>	<b>ANÁLISE ESTÁTICA</b>	<b>136</b>
5.2.1	Não-Linearidades Geométricas	137
5.2.2	Efeito de da Tensão Inicial	140
5.2.3	Efeito do <i>sag</i> do Cabo e Grandes Deslocamentos	141
5.2.4	Resultados da Análise Estática	141
<b>5.3</b>	<b>ANÁLISE MODAL</b>	<b>150</b>
5.3.1	Resultados do Modelo 2D	151
5.3.2	Resultados dos Modelos 3D	151
<b>5.4</b>	<b>PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO</b>	<b>154</b>
<b>6.</b>	<b>ANÁLISE DE QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS</b>	<b>156</b>
<b>6.1</b>	<b>ASSIMILAÇÃO DE DADOS – INCERTEZAS NO MODELO NUMÉRICO</b>	<b>157</b>
6.1.1	Incertezas na Modelagem da Geometria	158
6.1.2	Mastro	158

6.1.3	Tabuleiro	160
6.1.4	Cabos	162
6.1.5	Incertezas nos Parâmetros dos Modelo	163
6.1.6	Efeito da Temperatura	164
6.1.7	Resumo das Incertezas	164
<b>6.2</b>	<b>PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS – SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO</b>	<b>166</b>
6.2.1	Modelo Espinha de Peixe	166
6.2.2	Funções de Densidade de Probabilidade - PDF	167
6.2.3	Função de Distribuição Cumulativa – CDF	167
6.2.4	Box-Whiskers	170
6.2.5	Quantile Normal	170
6.2.6	Resumo dos resultados estatísticos	171
6.2.7	Modelo de Grelha	172
6.2.8	Funções de Densidade de Probabilidade - PDF	172
6.2.9	Função de Distribuição Cumulativa – CDF	172
6.2.10	Box-Whiskers	173
6.2.11	Quantile Normal	174
6.2.12	Resumo dos resultados estatísticos	174
<b>6.3</b>	<b>VALIDAÇÃO DO MODELO</b>	<b>175</b>
<b>6.4</b>	<b>PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO</b>	<b>177</b>
<b>7.</b>	<b>ATUALIZAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS</b>	<b>179</b>
<b>7.1</b>	<b>MÉTODO DE ATUALIZAÇÃO</b>	<b>180</b>
<b>7.2</b>	<b>PARÂMETROS DE CORRELAÇÃO</b>	<b>182</b>
7.2.1	Índice de Confiança Modal – MAC	182
7.2.2	Variação da Frequência – FER	183
7.2.3	Critério de Seleção dos Modos e Frequências	183
<b>7.3</b>	<b>OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS</b>	<b>184</b>
7.3.1	Formulação Geral de Otimização	185
7.3.2	Análise de Sensibilidade	187
7.3.3	Função Objetivo	188
<b>7.4</b>	<b>FLUXOGRAMA DE ATUALIZAÇÃO</b>	<b>189</b>
<b>7.5</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>190</b>
7.5.1	Otimização Projeto inicial – Ensaio 1991	190
7.5.2	Modelo Espinha de Peixe	190
7.5.3	Modelo Grelha	196
7.5.4	Otimização Projeto inicial – Ensaio 2006	203
7.5.5	Modelo Espinha de Peixe	203
7.5.6	Modelo Grelha	210
<b>7.6</b>	<b>PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO</b>	<b>217</b>
<b>8.</b>	<b>AVALIAÇÃO DE DANOS</b>	<b>222</b>

<b>8.1</b>	<b>MODELOS COM DANOS SIMULADOS</b>	<b>224</b>
<b>8.2</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>224</b>
8.2.1	Cenário de dano D1	225
8.2.2	Cenário de Dano D2	234
8.2.3	Cenário de Dano D3	238
<b>8.3</b>	<b>PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO</b>	<b>242</b>
<b>9.</b>	<b>CONCLUSÕES E PESPECTIVAS</b>	<b>244</b>
<b>9.1</b>	<b>ESTRUTURAS ESTAIADAS</b>	<b>244</b>
<b>9.2</b>	<b>ESTRUTURAS COMPOSTAS DE CABOS</b>	<b>245</b>
<b>9.3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO</b>	<b>246</b>
<b>9.4</b>	<b>INCERTEZAS NAS MODELAGEM NUMÉRICA</b>	<b>246</b>
<b>9.5</b>	<b>ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO</b>	<b>247</b>
<b>9.6</b>	<b>APLICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO ATUALIZADO NA AVALIAÇÃO DE DANOS</b>	<b>248</b>
<b>9.7</b>	<b>PESPECTIVAS FUTURAS</b>	<b>248</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>250</b>
	<b>APÊNDICE A - ESTRUTURAS ESTAIADAS</b>	<b>269</b>
	<b>1 - Histórico</b>	<b>269</b>
	<b>2 - Evolução das Estruturas Estaiadas no Mundo</b>	<b>278</b>
	<b>3 - Evolução das Estruturas Estaiadas no Brasil</b>	<b>284</b>
	<b>4 - Concepção Estrutural das Pontes e Viadutos Estaiados</b>	<b>293</b>
	<b>5 - Sistemas de Cabos</b>	<b>295</b>
5.1 -	Cabos	297
5.2 -	Ancoragens	310
5.3 -	Torres ou Mastros	312
5.4 -	Tabuleiros	314
5.5 -	Tipologia dos Vãos	317
5.6 -	Plano de Suspensão	323
5.7 -	Sistema Estático	325
5.8 -	Rigidez Vertical e Esforço Normal	327
	<b>6 - Vantagens e Desvantagens das Estruturas Estaiadas</b>	<b>329</b>



## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Dados experimentais Ponte Arade	74
Tabela 3.2: Dados experimentais e analíticos da ponte Arade	74
Tabela 3.3: Resumo de frequências naturais e coeficientes de amortecimento modais identificados	77
Tabela 3.4: Resumo de frequências naturais e força nos cabos dos Mastros 1 e 2 na posição sul (S) e Norte (N)	79
Tabela 3.5: Resumo de frequências naturais	80
Tabela 3.6: Características mecânicas dos cabos: Parâmetro $\lambda^2$ , coeficientes de amortecimento medidos $\xi_{med}$ e estimativa de coeficientes de amortecimento aerodinâmicos $\xi_a$	81
Tabela 3.7: Comparação da Força nos Cabos estimadas pela Freyssinet e pelo Vibest	82
Tabela 3.8: Comparação entre frequências e configurações modais	83
Tabela 4.1: Características geométricas, mecânicas e deformação de diferentes cabos da Ponte sobre o Rio Arade	89
Tabela 4.2: Características geométricas, mecânicas e deformação	91
Tabela 4.3: Avaliação da frequência considerando o efeito da rigidez a flexão e <i>sag</i>	101
Tabela 4.4: Incremento na primeira e segunda frequência natural associado aos efeitos de rigidez a flexão e <i>sag</i>	102
Tabela 4.5: Comparativo das frequências analíticas e numéricas	108
Tabela 4.6: Frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração	109
Tabela 4.7: Tensão nos Cabos	111
Tabela 4.8: Comparação das frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração Cabo 24S, 25S e 26S	114
Tabela 4.9: Tensão nos Cabos	116
Tabela 5.1: Modos Verticais Ponte sobre o Rio Arade – Modos 2D	151
Tabela 5.2: Modos Verticais (V), Laterais (L) e Torção (T) da Ponte sobre o Rio Arade – Modelo Espinha de Peixe	152
Tabela 5.3: Modos Verticais (V), Laterais (L) e Torção (T) da Ponte sobre o Rio Arade – Modelo Grelha	153
Tabela 6.1: Modelo Probabilístico da Ponte sobre o Rio Arade	165

Tabela 6.2: Resumo dos resultados estatísticos	171
Tabela 6.3: Resumo dos Resultados Estatísticos	174
Tabela 7.1: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC	191
Tabela 7.2: Parâmetros da Atualização	194
Tabela 7.3: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização	195
Tabela 7.4: Valores Finais das Respostas	196
Tabela 7.5: Valores iniciais e finais dos critérios	196
Tabela 7.6: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC	197
Tabela 7.7: Parâmetros da Atualização	200
Tabela 7.8: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização	202
Tabela 7.9: Valores Finais das Respostas	202
Tabela 7.10: Valores iniciais e finais dos critérios	203
Tabela 7.11: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC	204
Tabela 7.12: Parâmetros da Atualização	208
Tabela 7.13: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização	209
Tabela 7.14: Valores Finais das Respostas	209
Tabela 7.15: Valores iniciais e finais dos critérios	210
Tabela 7.16: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC	211
Tabela 7.17: Parâmetros da Atualização	215
Tabela 7.18: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização	216
Tabela 7.19: Valores Finais das Respostas	216
Tabela 7.20: Valores iniciais e finais dos critérios	217
Tabela 8.1: Descrição dos Danos Simulados	224
Tabela 8.2: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC	225
Tabela 8.3: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização	229
Tabela 8.4: Valores Finais dos Parâmetros de Resposta	232
Tabela 8.5: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC	235
Tabela 8.6: Valores Finais dos Parâmetros Processo de Atualização – Global	235
Tabela 8.7: Valores Finais dos Parâmetros de Resposta – Dano D2	236
Tabela 8.8: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC	238
Tabela 8.9: Valores Finais dos Parâmetros Processo de Atualização – Global	239
Tabela 8.10: Valores Finais dos Parâmetros de Resposta – Dano D3	240
Tabela 8.11: Resumo dos resultados	243

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro A.1: Cabos de Fios Espiral	301
Quadro A.2: Conjunto das cordoalhas	301
Quadro A.3: Cabos Fechados	301

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Ponte sobre o Rio Arade	7
Figura 2.1: Esquema do sistema de teste de vibração ambiental	11
Figura 2.2: Ponte Humber, modelo 2-D e pontos de medição do ensaio dinâmico	14
Figura 2.3: Cenários de danos no Viaduto Z24 Berna-Zurique, Suíça	15
Figura 2.4: Modelo físico da ponte Jindo da Coreia do Sul	16
Figura 2.5: Ponte Vasco da Gama, Portugal	17
Figura 2.6: Ponte Gardiana, Portugal e Espanha	19
Figura 2.7: Esquema de monitoração da Ponte Infante D. Henrique Porto, Portugal	19
Figura 2.8: Viaduto Millau, França	21
Figura 2.9: Ponte Tamar, Inglaterra	22
Figura 2.10: Viaduto Hartford Connecticut, Estados Unidos	23
Figura 2.11: Viaduto Vila do Conde, Pará	25
Figura 2.12: Passarela EPIA Brasília, Distrito Federal	26
Figura 2.13: Modelo de Propagação de Incertezas	31
Figura 2.14: Ponte Safti Link, Singapura	40
Figura 2.15: Modelo experimental	41
Figura 2.16: Modelo em EF da ponte de Clifton, Inglaterra	42
Figura 2.17: Modelo desenvolvido no programa ANSYS®	43
Figura 2.18: Helicóptero militar modelo Lynx	44
Figura 2.19: Ponte Jalon, Espanha	45
Figura 2.20: Modelo da arquibancada desenvolvido no programa ANSYS®	46
Figura 2.21: Modelo da Ponte Pensilvânia	47
Figura 2.22: Ponte sobre o rio Grande, Novo México EUA	53
Figura 2.23: Modelo da Ponte estaiada e seção do tabuleiro	59
Figura 2.24: Modelos analisados	60
Figura 2.25: Réplica da parede de alvenaria	61
Figura 3.1: Localização da Ponte sobre o Rio Arade	66
Figura 3.2: Detalhes da construção da Ponte sobre o Rio Arade	67
Figura 3.3: Vista lateral da Ponte sobre o Rio Arade	68
Figura 3.4: Mastro da Ponte sobre o Rio Arade	69
Figura 3.5: Detalhes das cintas metálicas envolvendo feixes de cordões autoprotetidos	

Figura 3.6: Detalhes dos cabos	70
Figura 3.7: Pilar de Transição da Ponte sobre o Rio Arade	70
Figura 3.8: Seção transversal do tabuleiro – Trecho estaiado e pilar de transição	71
Figura 3.9: Seção transversal do tabuleiro – Trecho viaduto de acesso e transição	72
Figura 3.10: Configurações dos locais de medição	73
Figura 3.11: Frequências e configurações dos modos de vibração analíticos e estimativas experimentais	75
Figura 3.12: Localização dos pontos de medida sobre o tabuleiro	76
Figura 3.13: Detalhes do Ensaio	77
Figura 3.14: Frequências e Modos da Ponte sobre o Rio Arade	78
Figura 3.15: Detalhes do ensaio dinâmico dos cabos	80
Figura 3.16: Detalhes da inspeção nos cabos da Ponte sobre o Rio Arade	81
Figura 4.1: Cabo suspenso submetido ao peso próprio e tensão axial	86
Figura 4.2: Indicação da numercação dos cabos	90
Figura 4.3: Parábola elástica	90
Figura 4.4: Variação da Relação $EEEQ$ com $\lambda^2$ para a Ponte Arade.	92
Figura 4.5: Módulo de Elasticidade Equivalente	93
Figura 4.6: Cabo horizontal	94
Figura 4.7: Deformada dos cabos pelos métodos da catenária e parábola elástica e pelo MEF ANSYS®	104
Figura 4.8: Processo de otimização do Cabo24S	105
Figura 4.9: Representação dos modos analítico (Esquerda) e numérico (Direita)	107
Figura 4.10: Relação tensão e frequência Cabo 2S	109
Figura 4.11: Precisão da otimização em função da quantidade de frequências	110
Figura 4.12: Otimização ModeFRONTIER® - Cabo 1S	111
Figura 4.13: Análise de Sensibilidade Global dos Parâmetros do Cabo 24 S	112
Figura 4.14: Análise de Sensibilidade Cabo 24 S	114
Figura 4.15: Processo de otimização do Cabo 24 S	115
Figura 4.16: Correlação Tensão e Frequências ModeFRONTIER® - Cabo 24 S	115
Figura 4.17: Correlação tensão, diâmetro e rotação nos apoios com as 5 frequências ModeFRONTIER® - Cabo 24 S	116
Figura 4.18: Curvas de dispersão Cabo 5S	117
Figura 4.19: Curvas de dispersão Cabo 24S	117
Figura 5.1: Geometria do Elemento BEAM188	122

Figura 5.2: Geometria do Elemento SHELL181	123
Figura 5.3: Geometria do Elemento Solid187	124
Figura 5.4: Geometria do Elemento de Mola COMBIN14	124
Figura 5.5: Geometria do Elemento de MASS21	125
Figura 5.6: Detalhe dos elementos de viga BEAM188 para representação dos Cabos no Modelo 3D	126
Figura 5.7: Detalhe dos elementos de casca SHELL181 para representação da Laje no Modelo 3D	126
Figura 5.8: Detalhe do Elemento Sólido SOLID187 para a representação da viga transversina no Modelo 3D	126
Figura 5.9: Modelo 2D da Ponte sobre o Rio Arade	127
Figura 5.10: Seção principal do tabuleiro da ponte sobre o Rio Arade (Preta) e viga definida com as propriedades da seção e barras de ligação até o ponto de ancoragem dos cabos no tabuleiro (Vermelho)	128
Figura 5.11: Modelo “Espinha de Peixe” da ponte sobre o Rio Arade	129
Figura 5.12: Seção principal do Tabuleiro da ponte sobre o Rio Arade (Preta), Vigas de bordo (Vermelho); Laje (Verde) e Viga principal (Azul).	129
Figura 5.13: Modelo Numérico em Grelha – Ponte sobre o Rio Arade	130
Figura 5.14: Modelo Numérico Sólido 3D – Ponte sobre o Rio Arade	130
Figura 5.15: Detalhe do Tabuleiro em Sólido 3D	131
Figura 5.16: Jacobiano de Elementos	132
Figura 5.17: Análise de convergência da malha – Modelo “Espinha de Peixe”	134
Figura 5.18: Frequência versus coeficiente de rigidez da mola - modelo grelha	135
Figura 5.19: Influência da Temperatura sobre o Módulo de Elasticidade	136
Figura 5.20: Não-linearidades geométricas consideradas no modelo	140
Figura 5.21: Diferença de momento fletores nos suportes	140
Figura 5.22: Análise Estática do Modelo 2D	143
Figura 5.23: Análise Estática do Modelo Grelha	145
Figura 5.24: Análise Estática do Modelo “Espinha de Peixe”	147
Figura 5.25: Análise Estática do Modelo Sólido	149
Figura 5.26: Modos de Torção	153
Figura 6.1: Atividades de Verificação e Validação	157
Figura 6.2: Fonte de Incerteza Associada a Modelagem da Geometria	157
Figura 6.3: Geometria do Mastro	159

Figura 6.4: Deformação dos Modelos do Mastro Solido X Barras	159
Figura 6.5: Geometria do Tabuleiro nos Modelos	160
Figura 6.6: Deformação dos Modelos Solido (Esquerda), Grelha (Meio), e Espinha de Peixe (Direita) nas direções	161
Figura 6.7: Geometria do Tabuleiro	162
Figura 6.8: Deformação dos Modelos	162
Figura 6.9: Modelo de Propagação de Incerteza das variáveis – Espinha de Peixe	166
Figura 6.10: Modelo de Propagação de Incerteza das variáveis – Grelha	166
Figura 6.11: PDF das Frequências das respostas dos modos	168
Figura 6.12: CDF das frequências dos modos das respostas	169
Figura 6.13: Box-Whiskers das Frequências	170
Figura 6.14: Quantile Normal das Frequências	171
Figura 6.15: PDF das frequências dos modos	172
Figura 6.16: CDF das frequências dos modos	173
Figura 6.17: Box-Whiskers das frequências	173
Figura 6.18: Quantile Normal das frequências dos modos	174
Figura 6.19: Comparação entre as simulações e os dados experimentais no envelope de confiabilidade para a simulação – Modelo Espinha de Peixe	176
Figura 6.20: Comparação entre as simulações e os dados experimentais no envelope de confiabilidade para a simulação – Modelo Grelha	176
Figura 7.1: Processo de atualização de modelos numéricos de estrutura	180
Figura 7.2: Processo de atualização e otimização dos parâmetros	189
Figura 7.3: Correlação do modelo numérico (Azul) e experimental (Vermelho)	191
Figura 7.4: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)	192
Figura 7.5: MAC antes da atualização	192
Figura 7.6: Análise de sensibilidade global	193
Figura 7.7: Coeficiente de sensibilidade normalizado	193
Figura 7.8: Análise de sensibilidade parâmetros selecionados	194
Figura 7.9: Índice MAC Final	196
Figura 7.10: Correlação dos modelos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)	197
Figura 7.11: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)	198
Figura 7.12: MAC antes da atualização	198

Figura 7.13: Análise de sensibilidade global	199
Figura 7.14: Coeficiente de sensibilidade normalizado	199
Figura 7.15: Análise de sensibilidade parâmetros selecionados	201
Figura 7.16: Índice MAC Final	203
Figura 7.17: Correlação do modelo numérico (Azul) e experimental (Vermelho)	204
Figura 7.18: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)	205
Figura 7.19: MAC antes da atualização	206
Figura 7.20: Análise de sensibilidade global	206
Figura 7.21: Coeficiente de sensibilidade normalizado	207
Figura 7.22: Análise de sensibilidade parâmetros selecionados	208
Figura 7.23: Índice MAC Final	210
Figura 7.24: Correlação dos modelos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)	211
Figura 7.25: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)	212
Figura 7.26: MAC antes da atualização	213
Figura 7.27: Análise de sensibilidade	213
Figura 7.28: Coeficiente de sensibilidade normalizado	214
Figura 7.29: Análise de sensibilidade parâmetros selecionados	215
Figura 7.30: Índice MAC Final	217
Figura 7.31: Evolução dos Resultados – Modelo Espinha de Peixe – Dados 1991	219
Figura 7.32: Evolução dos Resultados – Modelo Grelha – Dados 1991	219
Figura 7.33: Evolução dos Resultados – Modelo Espinha de Peixe – Dados 2006	219
Figura 7.34: Evolução dos Resultados – Modelo Grelha – Dados 2006	219
Figura 8.1: Danos em Pontes Estaiadas	223
Figura 8.2: Representação dos elementos danificados (Vermelho)	224
Figura 8.3: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)	226
Figura 8.4: Análise de sensibilidade Dano D1	227
Figura 8.5: Sensibilidade por Elemento	227
Figura 8.6: Coeficiente da Sensibilidade por Parâmetro	228
Figura 8.7: Alteração Percentual por Parâmetro Global – Dano D1	229
Figura 8.8: Sensibilidade por Parâmetro Locais – Dano D1	230
Figura 8.9: Representação da Matriz de Ganho por Parâmetro e Elemento	231



Figura 8.10: Variação da Função Objetivo	232
Figura 8.11: Alteração Percentual dos Parâmetros por Elemento	233
Figura 8.12: Alteração Percentual da Inércia em Z – Transversinas	234
Figura 8.13: Alteração Percentual por Parâmetro Global – Dano D2	236
Figura 8.14: Alteração Percentual dos Parâmetros por Elemento	237
Figura 8.15: Alteração Percentual por Parâmetro Global – Dano D3	239
Figura 8.16: Alteração Percentual por dos Parâmetros por Elemento	241
Figura A.1: Projeto da <i>Pons Ferreus</i> proposto por Fausti Verantii	270
Figura A.2: Projeto da ponte estaiada em Freyberg proposta por Carl Emanuel Löscher	270
Figura A.3: Projeto da ponte estaiada proposta por Poyet	271
Figura A.4: Ponte de Meadow, Inglaterra (1817)	271
Figura A.5: Ponte de Meadow, Inglaterra (1922)	271
Figura A.6: Sistemas de pontes estaiadas investigadas por Claude Navier	272
Figura A.7: Detalhe dos tirantes dos sistemas de Claude Navier	272
Figura A.8: Ponte Nienburg Saale, Alemanha	273
Figura A.9: Ponte do Brooklin, Estados Unidos	273
Figura A.10: Ponte Albert sobre o rio Tamisa, Londres	274
Figura A.11: Sistema proposto por Dischinger ponte Colônia-Mülheim, Alemanha	275
Figura A.12: Ponte Strömsund, Suécia	276
Figura A.13: Ponte Theodor Heuss em Düsseldorf, Alemanha	276
Figura A.14: Ponte sobre o lago Maracaibo, Venezuela	277
Figura A.15: Ponte Friedrich Ebert Bonn, Alemanha	277
Figura A.16: Ponte Normandia, França	279
Figura A.17: Ponte Charilaos Trikoupis, Grécia	280
Figura A.18: Viaduto Millau, França	280
Figura A.19: Seção do tabuleiro metálico do viaduto Millau, França	281
Figura A.20: Ponte Tatara, Japão	281
Figura A.21: Ponte Sutong, China	282
Figura A.22: Ponte para a ilha Russky Vladivostok, Rússia	282
Figura A.23: Recorde de vãos em pontes estaiadas no mundo	283
Figura A.24: Ponte Alencastro, Minas Gerais e Mato Grosso do Sul	284
Figura A.25: Ponte Santo Amaro, São Paulo	285
Figura A.26: Ponte sobre o rio Guamá, Pará	286

Figura A.27: Ponte Juscelino Kubitschek, Distrito Federal	286
Figura A.28: Ponte da Integração Brasil Peru, Acre	287
Figura A.29: Terceira Ponte sobre o Rio Acre, Acre	288
Figura A.30: Ponte Construtor João Alves, Sergipe	288
Figura A.31: Ponte Newton Navarro, Rio Grande do Norte	289
Figura A.32: Ponte Octávio Frias de Oliveira, São Paulo	289
Figura A.33: Ilustração do projeto	290
Figura A.34: Ponte Internacional do Oiapoque, Amapá	291
Figura A.35: Ponte Isidoro França, Piauí	291
Figura A.36: Ponte sobre o Rio Negro, Amazonas	292
Figura A.37: Ponte sobre o Rio Paraná, Paraná e São Paulo	292
Figura A.38: Ponte Anita Garibaldi	293
Figura A.39: Funcionamento estrutural de uma ponte estaiada	294
Figura A.40: Evolução do sistema de cabos do tabuleiro	294
Figura A.41: Arranjo dos cabos	296
Figura A.42: Ponte sistema intermediário, ponte rio Antírio Patras, Grécia.	297
Figura A.43: Ponte sistema em harpa, Samuel Beckett Bridge Dublin, Irlanda.	297
Figura A.44: Cordoalha de 7 fios.	298
Figura A.45: Sistemas de cordoalhas para cabos	298
Figura A.46: Seção dos Cabos fechados	299
Figura A.47: Cabos de fios paralelos 127 fios de 5mm.	299
Figura A.48: Tirantes formados por cordões individualmente protegidos e com uma bainha exterior de PEAD	300
Figura A.49: Repartição da carga aplicada num tabuleiro com suspensão total	302
Figura A.50: Peso de aço dos cabos em função do tipo de suspensão e da relação ( $H/L$ )	304
Figura A.51: Exemplo de medição da tensão nos cabos com célula de carga	306
Figura A.52: Feixe de cordoalhas protegido através de um tubo rígido de HDPE ou aço, injetado com nata de cimento ou cera	311
Figura A.53: Ancoragem dos tirantes no tabuleiro	312
Figura A.54: Configuração geométricas das torres	313
Figura A.55: Altura ótima do mastro, relação entre a altura e o comprimento do vão	313
Figura A.56: Seções típicas de tabuleiros	315

Figura A.57: Sistema de pontes e relação dos vãos	317
Figura A.58: Relação entre os vãos	318
Figura A.59: Pontes estaiadas com e sem pilares intermédios nos vãos laterais.	318
Figura A.60: Efeito de vãos de aproximação na variação angular do tabuleiro.	319
Figura A.61: Relação ótima entre a extensão dos vãos e a tensão no aço dos cabos.	321
Figura A.62: Configuração das pontes estaiadas com um mastro	322
Figura A.63: Ponte estaiada com dois vãos	322
Figura A.64: Ponte estaiada de múltiplos vãos	323
Figura A.65: Planos de suspensão	324
Figura A.66: Suspensão lateral do tabuleiro	325
Figura A.67: Tipos de ligação de tabuleiro mastro e deformações	326
Figura A.68 Tipologia de mastros e Sistemas	327
Figura A.69: Tipologia de mastros e Sistemas	327
Figura A.70: Rigidez efetiva dos cabos	328
Figura A.71: Relação de custo de construção por m <sup>2</sup> e o comprimento do vão	330
Figura A.72: Modos de vibração de pontes suspensas e estaiadas	331

# LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

## LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$A_0$	Área da seção transversal do cabo não deformado
$C$	Matriz de amortecimento do sistema de dimensão NxN
$CC_{ABS}$	Diferença relativa absoluta entre frequências
$CC_{MAC}$	Valores médios MAC
$CC_{MDISP}$	Diferença absoluta entre deslocamentos modais
$CC_{MASS}$	Diferença absoluta entre a participação das massas
$CC_{TOTAL}$	Diferenças Totais Ponderadas
$COV$	Coefficiente de Variação
$C_{R_i}$	Função de peso
$E[ ]$	Esperança
$E$	Módulo de Elasticidade
$E_{EQ}$	Módulo de Elasticidade Equivalente
$E_{eff}$	Módulo de rigidez mínima do cabo $E_{eff}=180.000 \text{ N/mm}^2$
$F$	Forças externas aplicadas
$F(t)$	Vetor de forças externas aplicadas no tempo t
$F[x]$	Função de Distribuição Cumulativa (CDF) variável $x$
$H$	Altura do mastro acima do pavimento da ponte
$H$	Reação horizontal do cabo
$H_A$	Reação horizontal no apoio A do cabo
$I_0$	Inércia da seção transversal do cabo não deformado
$K$	Matriz de rigidez do sistema de dimensão NxN
$K_T^i$	Matriz de rigidez tangente com base no $i^{th}$ deslocamento
$K_{NOVO}$	Matriz de rigidez do modelo numérico atualizado
$L$	Comprimento do vão principal de pontes estaiadas
$L$	Comprimento da corda dos cabos
$L_e$	Comprimento virtual do cabo
$L_f$	Comprimento deformado do cabo
$L_{fP}$	Comprimento deformado do cabo – Método Parábola Elastica
$L_0$	Comprimento do Cabo não deformado
$L_2$	Comprimento do vão lateral de pontes estaiadas
$M$	Matriz de massa do sistema de dimensão NxN
$M_{NOVO}$	Matriz de massa do modelo numérico atualizado
$N$	Grau de liberdade
$P_j$	Parâmetros j
$P[ ]$	Probabilidade das Variáveis
$P$	Ponto genérico P ao longo de um cabo
$\bar{P}$	Ponto genérico $\bar{P}$ da posição deformada de um cabo
$R_i$	Resposta em relação aos parâmetros $P_j$
$\mathbb{R}$	Numeros Reais

$S_C$	Coeficiente de sensibilidade
$Std$	Desvio Padrão
$T$	Tensão ao longo do cabo
$T_A$	Tensão máxima no apoio A do cabo
$T(s)$	Tensão no comprimento da corda $s$
$U$	Vetor de deslocamentos nodais
$V$	Vetor de variáveis
$V_A$	Reação vertical no apoio A do cabo
$Var[ ]$	Variância
$X$	Vetor das Variáveis Aleatórias
$W$	Peso dos cabos

## LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

$a$	Vetor contendo as variáveis de projeto
$a_i$	Variáveis independentes ou de projeto
$a_i^i$	Limite inferior da variável independente $a_i$
$a_i^s$	Limite superior da variável independente $a_i$
$a_s$	Área da seção equivalente por metro de largura do tabuleiro
$d$	Deformação do cabo
$d_b$ e $d_t$	Espessuras das lajes inferiores e superiores
$d_w$	Largura da transversina
$f_n$	Frequência natural de ordem $n$
$f[x]$	Função de Densidade de Probabilidade (PDF)
$g$	Aceleração da gravidade ( $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$ )
$g_i, h_i, w_i$	Variáveis de estado do projeto de otimização
$h(t)$	Tensão de cabo é induzida pelo movimento dinâmica
$y()$	Função de resposta de uma função $f()$
$k$	Coeficiente de mola do elemento COMBIN14
$i_{trans}$	Inércia da seção equivalente por metro de largura do tabuleiro
$l_1$ e $h_1$	Altura entre os centros das lajes e a larguras entre o centro das transversinas
$m_1, m_2$ e $m_3$	Número de variáveis de estado com diferentes valores de limites
$m$	Massa Linear
$n$	Ordem dos modos de vibração
$q_{ext}$ e $q_{int}^i$	Vetor de cargas externas e vetor de forças internas com base no $i^{th}$ deslocamento
$s$	Ponto ao longo do comprimento não esticado do cabo, Lagrangian de coordenadas $s_s$
$t$	Tempo
$u, v, w$	Componentes de movimento ao longo das direções x,y e z
$\tilde{u}(x)$ e $\tilde{w}(x)$	Forma modais longitudinais e verticais, respectivamente
$x(s)$	Cordenadas carteziana de um ponto P do cabo ao longo do comprimento não esticado $s$

$x$	Variável de Projeto Aleatória
$x_i(\omega_i)$	Variáveis aleatórias contínuas independentes mapeadas no espaço de amostragem $\Omega_i$
$z(s)$	Cordenadas carteziana de um ponte P do cabo ao londo do comprimento não esticado $s$

## LETRAS GREGAS MAIUSCULAS

$\Phi$	Matriz quadrada composta dos modos de vibração N
--------	--

## LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

$\ddot{v}(t)$	Vetor de acelerações nodais do sistema
$\dot{v}(t)$	Vetor de velocidades nodais do sistema
$v(t)$	Vetor de deslocamentos nodais do sistema
$v_0$	Vetor que representa a forma deformada do sistema ou autovetor
$\varepsilon$	Parâmetro definido $\varepsilon = mgl \cdot \sin(\alpha/H)$
$\alpha$	Ângulo entre o perfil não deformado do cabo e a horizontal
$\delta_{A=A_m} - A$	Representa a alteração nos parâmetros de atualização
$\delta_Z = Z_m - Z$	Representa a alteração nas variáveis de estado ou função objetivo
$\lambda^2$	Parâmetro característico de um cabo suspenso, Irvine (1981)
$\lambda_{EXP}$	Frequência de vibração experimental
$\lambda_{NUM}$	Frequência de vibração numérica
$\lambda_g$	Frequência experimental g
$\lambda_h$	Frequência natural numérica do modo h
$\omega_A \omega_B$	Ângulo de desvio do cabo nos apoios A e B
$\omega$	Frequência angular do movimento, onde $\omega^2$ representa o autovalor
$\omega_n$	Frequência angular de ordem n
$\bar{\omega}_n$	Frequência adimensional $\bar{\omega}_n$ do modo simétrico
$\phi_{EXP}$	Vetor do Modo de vibração experimental
$\phi_N$	Vetor do modo de vibração associado a uma frequência natural N
$\phi_{NUM}$	Vetor do Modo de vibração obtido numericamente
$\phi_g$	Vetor do modo de vibração g obtido experimentalmente
$\phi_h$	Vetor do modo de vibração h obtido numericamente
$\Delta\sigma_{pf}$	Intervalo fadiga dos cabos $\Delta\sigma_{pf}=200 \text{ N/mm}^2$
$\sigma$	Tensão
$\mu$	Média
$\theta$	Ângulo de fase
$\Omega_i$	Espaço de Amostragem da Variável Aleatória
$\gamma$	Massa Específica
$\delta$	Deformação
$\nu$	Coefficiente de variação
$\eta_n$ e $\varphi_n$	Incremento da frequência dos cabos considerando o efeito da rigidez a flexão e sag

## NOMENCLATURA

ARTEMIS	<i>Software</i> de análise modal operacional
---------	--

<i>as built</i>	Expressão inglesa que significa “como construído”
Automatic Update	Atualização automática
Backstay	Cabos de retenção ou extremos
Design Modeler	Pacote para definições geométricas no programa ANSYS®
Manual Update	Atualização manual
Mechanical	Pacote para análises estruturais no programa ANSYS®
Modal Analysis	Plataforma para análise modal dentro do Mechanical no programa ANSYS®
ModeFRONTIER®	<i>Software</i> multidisciplinar de otimização de projeto
Obras-de-Arte Especiais	Pontes, Viadutos, Passarelas e Túneis
Polymax	Método de Identificação Modal
<i>sag</i>	Desvio vertical do perfil de cabo à corda
Updating	Atualização
Workbench	Plataforma de gerenciamento de projeto no programa ANSYS®

## ABREVIACÕES

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AIAA	Intituto Americano de Aeronáutica e Astronáutica ( <i>American Institute of Aeronautics and Astronautics</i> )
APDL	Linguagem Paramétrica de Projeto ANSYS® ( <i>ANSYS® Parametric Design Language</i> )
ARMA	Média Móvel Auto Regressiva ( <i>Auto-Regressive Moving Average ARMA</i> )
ASCE	Sociedade Americana de Engenheiros Civis ( <i>American Society of Civil Engineers</i> )
ASME	Sociedade Americana de Engenheiros Mecânicos ( <i>American Society of Mechanical Engineers</i> )
ANSYS®	Programa de simulação para engenharia ( <i>Analysis of Systems</i> )
BR	Rodovia Federal, sendo a Nomenclatura BR-XXX/XX composta por três algarismo que indicam a categoria da rodovia e definem a orientação geral da rodovia em relação a Capital Federal e aos limites do País e após a barra é indicado o estado da Federação.
CDF	Função de distribuição cumulativa ( <i>Cumulative Distribution Function</i> )
DIIB	<i>Software</i> de identificação de danos para pontes isoladas ( <i>Damage Identification for Isolated Bridges</i> )
DNER	Departamento Nacional de Estradas de Rodagem
DNIT	Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte
DOT	Departamento de Transportes ( <i>Department of Transportation</i> )
DV	Variáveis de Projeto ( <i>Design Variable</i> )
EF	Elementos finitos
EFDD	Decomposição no Domínio da Frequência Melhorado ( <i>EFDD – Enhanced Frequency Domain Decomposition</i> )
EfI-DPR	Método de independência efetiva – Resíduo do ponto principal ( <i>Effective Independence – Driving Point Residue, EfI-DPR</i> )
ELS	Estado Limite de Serviço
EMA	Análise Modal Experimental ( <i>Experimental Modal Analysis EMA</i> )
EMSE	Energia de deformação modal do elemento ( <i>Element Modal Strain Energy</i> )

Eurocode	Comité Europeu de Normatização ( <i>European Committee for Standardisation</i> )
FDD	Decomposição no Domínio da Frequência ( <i>Frequency Domain Decomposition</i> )
FEA	Análise de Elementos Finitos ( <i>Finite element Analysis</i> )
FEM	Método dos Elementos Finitos ( <i>Finite element method</i> )
FEMTools®;	Programa de simulação para engenharia ( <i>Finite Element Model Tools</i> )
FER	Porcentagem de variação da frequência
FEUP	Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
FFT	Algoritmo de transformada rápida de Fourier ( <i>Fast Fourier Transform - FFT</i> )
fib	Federação Internacional de Concreto Estrutural ( <i>Fédération Internationale du Béton</i> )
FMI	Fundo Monetário Internacional ( <i>International Monetary Fund</i> )
FRAC	Critério de Garantia da Resposta de Frequência FRAC ( <i>Frequency Response Assurance Criterion</i> )
GARTEUR	Grupo Europeu de Pesquisa e Tecnologia Aeronáutica ( <i>Group for Aeronautical Research and Technology in Europe</i> )
GPS	Sistema de posicionamento global ( <i>Global positioning system</i> )
ICE	Instituto de Engenheiro Civis da Inglaterra ( <i>Institution of Civil Engineers - ICE</i> )
IPMA	Instituto Português do Mar e da Atmosfera
IWCM	Método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas ( <i>Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM</i> )
IABSE	<i>International Association for Bridge and Structural Engineering</i>
ISO	Organização Internacional de Padronização ( <i>International Organization for Standardization</i> )
LGM	Método Lim- Gawronsky modificado
LNEC	Laboratório Nacional de Engenharia Civil de Portugal
MAC	Índice de Confiança Modal ( <i>Modal Assurance Criterion</i> )
MACEC	Programa de análise modal que estima os parâmetros modais de estruturas ( <i>Modal Analysis on Civil Engineering Constructions</i> )
MATLAB®	Software voltado para o cálculo numérico ( <i>MATrix LABoratory</i> )
MC	Curvatura modal ( <i>Modal Curvature</i> )
MCS	Simulação de Monte Carlo ( <i>Monte Carlo Simulation</i> )
MECS	Sistema de cabos Multi-Elementos ( <i>Multi-Element Cable System</i> )
MEF	Método dos elementos finitos
MGL	Múltiplos graus de liberdade
MOGA	Algoritmo Genético para Otimização Multiobjectivo ( <i>Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization</i> )
MSC-NASTRAN	Software de Análise Estrutural Multidisciplinar ( <i>Multidisciplinary Structural Analysis</i> )
NBR	Norma da Associação Brasileira de Normas Técnicas
NExT/ERA	Método de análise modal que combina as técnicas de excitação natural de estrutura e algoritmo de identificação ( <i>natural excitation technique NExT / eigensystem realization algorithm ERA</i> )
NLPQL	Programação não-linear por Lagrangian Quadrático ( <i>Non-linear Programming by Quadratic Lagrangian</i> )
OECS	Sistema de Cabo de um elemento ( <i>One-Elemento Cable System</i> )
OF	Função objetivo ( <i>Objective Function - OF</i> )



OMA	Análise Modal Operacional ( <i>Operational Modal Analysis</i> )
PDF	Função de Distribuição de Probabilidade ( <i>Probability Distribution Functions</i> )
PL	Problema de Programação Linear (PL)
p-LSCF	Método de análise modal de mínimos quadrados no domínio da frequência ( <i>poly-reference Least squares Complex Frequency-domain</i> )
PNL	Problema de Programação Não Linear (PNL)
PP	Método de detecção de pico ( <i>Peak-picking</i> )
PQ	Problema de Programação Quadrática (PQ)
PSD	Densidade espectral de potência ( <i>Power Spectral Density</i> )
PSO	Método de otimização Enxame de Partículas ( <i>Particle Swarm optimization, PSO</i> )
RTS	Estação total robótica ( <i>robotic total station</i> )
RNA	Redes neurais artificiais
RSM	Modelo de superfície de resposta ( <i>Response Surface Model</i> )
SHM	Monitoração da saúde estrutural ( <i>Structural Health Monitoring</i> )
SOLVIA	<i>Software</i> de elementos finitos
SSI	Identificação Estocásticas por Subespaços ( <i>Stochastic Subspace Identification</i> )
SSI-COV	Identificação por Subespaço Estocástico Baseado na Covariância ( <i>COVariance-drive Stochastic Subspace Identification - SSI-COV</i> )
SSI-COV/ref	Identificação por Subespaço Estocástico Baseado na Covariância das Respostas de Referência ( <i>REFerence-based COVariance-drive Stochastic Subspace Identification - SSI-COV/ref</i> )
SSI-DATA	Identificação por Subespaço Estocástico Baseado nos Dados das Respostas ( <i>DATA-drive Stochastic Subspace Identification SSI-DATA</i> )
SSI-DATA/ref	Identificação por Subespaço Estocástico Baseado nos Dados das Respostas de Referência ( <i>REFerence-based DATA-drive Stochastic Subspace Identification SSI-DATA/ref</i> )
SV	Variáveis de Estado ( <i>State Variable</i> )
TPS	Sistema de posicionamento total ( <i>Total Positioning System</i> )
UGL	Um grau de liberdade
UQ	Quantificação das incertezas ( <i>Uncertainty Quantification – UQ</i> )
ViBest	Laboratório de Vibrações e Monitoração de Estruturas ( <i>Vibration Laboratory and Monitoring Structures</i> )
V&V	Verificação e Validação

## 1. INTRODUÇÃO

Os empreendimentos da infraestrutura civil, como pontes e viadutos, são bens nacionais valiosos que devem ser mantidos para assegurar a prosperidade econômica e a segurança pública. Segundo o relatório *Perspectivas da Economia Mundial*, divulgado pelo Fundo Monetário Internacional – FMI (*International Monetary Fund*), a recuperação econômica do país exige o aumento dos investimentos em infraestrutura, deixar de fazê-lo pode produzir um impacto negativo na competitividade econômica e as consequências incluem a redução do potencial de crescimento que pode contribuir até para a criação de pressões inflacionárias, (INTERNATIONAL MONETARY FUND, 2014).

O Brasil, por sua vez, possui cerca de 60 mil quilômetros de rodovias federais pavimentadas, junto à estas estão as Obras-de-Arte Especiais: pontes, viadutos, passarelas, passagens inferiores e túneis, que ao longo da vida útil merecem continuada atenção de forma a detectar antecipadamente sinais de alteração dos níveis de segurança estrutural e desempenho funcional.

De tal modo, para preservação e manutenção da infraestrutura é imprescindível a avaliação do estado das estruturas de forma a permitir uma programação das intervenções nas obras e a gestão econômica da infraestrutura, com atenuação significativa nos investimentos.

As estruturas estaiadas, por sua vez, são extremamente elegantes, marcos arquitetônicos que por muitas vezes se tornam pontos turísticos, agregando valor cultural e financeiro ao local onde são construídas, além de serem estruturas extremamente eficazes do ponto de vista estrutural. Necessitando, contudo, ao longo do ciclo de vida, de atenção constante ao seu comportamento, que possibilite detectar antecipadamente sinais de alteração dos níveis de segurança e desempenho funcional.

Nos últimos anos, as estruturas estaiadas têm evoluído no sentido de vencerem maiores vãos e alcançar maior leveza, utilizando novas tecnologias, materiais mais resistentes e materiais mais leves. Tudo isso atrelado ao aumento significativo nas dimensões das peças e os avanços computacionais, que proporcionaram aos projetistas maior liberdade e conseqüentemente a projetos cada vez mais ousados e complexos, permitiu a concepção

de estruturas cada vez mais esbeltas. Por outro lado, quanto maior a esbelteza e leveza, maior deve ser a atenção dada aos fenômenos vibratórios.

As ocorrências de vibração excessiva mostram que as estruturas não devem ser projetadas tão-somente para as cargas estáticas, mas também devem considerar os requisitos fixados nos códigos e normas internacionais, que em termos de frequências naturais e acelerações que impõe restrições aos projetos.

A Federação Internacional de Concreto Estrutural (*Fédération Internationale du Béton - fib*) adverte que as vibrações em estruturas podem afetar sua utilização causando desconforto, alarme e perda de capacidade, podendo ainda afetar a durabilidade, desempenho funcional e estrutural. As vibrações podem ser causadas por vários tipos de ações como movimentos rítmicos de pessoas, vento, água, tráfego etc.

O *fib* ainda avalia que as vibrações que podem colocar em perigo a estrutura, gerando grandes deflexões devido à ressonância ou perda de resistência por fadiga, devem ser incluídas na verificação de Estado Limite de Serviço (ELS) da estrutura, (Model Code 2010 Design Code, 2010, p. 155).

No Brasil o Manual de Obras de Artes Especiais (DNIT, 1996, p. 207) alerta que o insucesso não ocorre apenas nos casos esporádicos de ruína total, mas também devido às ocorrências de estruturas deformadas, com vibração excessiva, precocemente envelhecidas ou com quadro de fissuração anormal, por exemplo:

*O Viaduto Inhapim, BR-116/MG, foi um caso típico de esbeltez conjunta de mesoestrutura e superestrutura; a mesoestrutura era constituída de conjuntos de torres altas compostas de quatro pilares de dimensões modestas e pouco contraventados, e a superestrutura de duplos balanços, esbeltos e rotulados nas extremidades. A vibração da obra e o desconforto ao usuário foram de tal ordem que provocaram sua interdição, demolição e substituição por obra nova.*

*(DNIT, 1996, p. 210)*

Por sua vez, os principais riscos observados nas pontes e viadutos são inerentes à acumulação de danos físicos, químicos e mecânicos ao longo do tempo, estes modificam as respostas estática e dinâmica das estruturas devido às alterações nas dimensões dos elementos, condições de contorno, massa, degradação das propriedades mecânicas dos

materiais, ou a ocorrência simultânea de todos esses fenômenos, afetando o seu comportamento estrutural, provocando variações nos valores das frequências, modos de vibração e nos coeficientes de amortecimento.

Assim, a monitoração da saúde estrutural (*Structural Health Monitoring - SHM*) visa garantir a segurança estrutural e operacional e emitir alertas precoces sobre danos ou deterioração antes da necessidade de recuperação onerosa ou mesmo de um colapso catastrófico, e está emergindo como um elemento importante para a gestão sustentável dos sistemas de obras públicas de infraestrutura.

Deste modo, o desenvolvimento de modelos numéricos e a avaliação através de técnicas de análise dinâmica vem assumindo uma ampla importância e é capaz de fornecer informações precisas para avaliar a integridade estrutural, durabilidade e confiabilidade ao longo do ciclo de vida, otimizando as atividades operacionais e de manutenção.

Neste sentido, a representação precisa da estrutura é fundamental para se obter o comportamento dinâmico, e o modelo numérico baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF ou *FEM*, em inglês) apresenta grande nível de detalhes da estrutura.

Contudo, os modelos numéricos não possuem um nível adequado de confiabilidade uma vez que os resultados obtidos diferem dos experimentais. O processo de desenvolvimento do modelo de uma estrutura envolve uma série de suposições e simplificações que podem causar erros, normalmente relacionados com a imprecisão na discretização, incertezas na geometria, condições de contorno e variações das propriedades dos materiais, logo a precisão do modelo depende fortemente da validação com os resultados de ensaios experimentais.

A atualização deste modelo permite então superar este problema, proporcionando uma melhor correlação entre os resultados numéricos e experimentais. Contudo, o sucesso de aplicações do método de atualização depende da concepção numérica das estruturas, um teste modal bem concebido e controlado e uma integração entre os dois.

A atualização (*updating*) do modelo numérico é um processo que visa determinar os parâmetros de incerteza do modelo inicial, com base em resultados dos ensaios e alcançar um modelo atualizado mais adequado da estrutura real. A representação de estruturas por

meio de MEF atualizados constitui uma ferramenta muito útil para o conhecimento do comportamento global.

O modelo numérico atualizado pode ser utilizado com confiança nas análises relacionadas à estrutura, como por exemplo, para a previsão de respostas dinâmicas em novos cenários de carga, para a identificação de danos, para projetar sistemas de monitoração, e avaliação das estruturas ao longo do tempo.

Nessa perspectiva, a tese apresenta desde as premissas e considerações no desenvolvimento do modelo numérico de uma estruturas intrincada, como a ponte estaiada sobre o Rio Arade, submergindo ainda na análise das não-linearidades geométricas, devido aos grande deslocamentos dos principais elementos, inclusive com a quantificação de incertezas envolvidas na modelagem, por meio do tratamento estatístico dos parâmetros utilizando para este fim o Método de Monte Carlo, chegando a validação do modelo estatístico.

Realiza-se a atualização do modelo por meio de uma função objetivo que envolve, não apenas a correlação de modos e frequências, mas também considera as médias poderadas dos deslocamentos modais e a mobilização das massas dos modos. Finalmente, o modelo numérico atualizado, que melhor representou a estrutura, é utilizado num exercício de dano numérico, verificando ainda a aptidão das rotinas de otimização automática na convergência para a verificação de danos.

Cabe ressaltar a singularidade do trabalho desenvolvido, uma vez que vale-se dos métodos de atualização já conhecidos, contudo, numa estrutura de grande porte e que envolve uma série de complexidades e peculiaridades. Alcançando, enfim, um modelo numérico atualizado que representa a estrutura com precisão, considerando os valores de correlação dos pares numérico-experimental.

## **1.1 MOTIVAÇÃO**

Nos últimos anos nota-se um crescimento no número de pontes estaiadas no Brasil, e o maior investimento neste tipo de estrutura, tanto do setor público como do privado, deve-se principalmente a necessidade de investimento em infraestrutura para o desenvolvimento econômico das regiões onde as pontes são construídas, diminuindo

assim custos e mitigando atrasos na matriz de transporte seja rodoviário, ferroviários ou aquaviário.

O Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT), autarquia federal vinculada ao Ministério dos Transportes, Portos e Aviação Civil, órgão gestor e executor das rodovias, ferrovias e hidrovias federais, tem investido cada vez mais neste tipo de estruturas de norte a sul do país. Alguns exemplos de pontes estaiadas executadas ou em fases de projeto e execução são: ponte Internacional sobre o Rio Oiapoque, ligando o Brasil e a Guiana Francesa na BR-156/AP; ponte sobre o Rio Xingu na rodovia BR-230/PA; ponte sobre o Rio Madeira na cidade Abunã BR-364/RO; segunda ponte internacional sobre o Rio Paraná ligando o Brasil e o Paraguai BR-277/PR; Ponte de Porto Alencastro sobre o Rio Paranaíba na BR-497/MG; Ponte sobre o Rio Acre na cidade de Assis Brasil na BR-317/AC, ponte sobre o canal de Laranjeiras na BR-101/SC etc.

As normas e manuais nacionais que expõe os procedimentos para a inspeção de pontes e viadutos, como o Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias (DNIT, 2004a), Norma de Inspeções em Pontes e Viadutos de Concreto Armado e Protendido – Procedimento (DNIT, 2004b) e a Norma Técnica Brasileira Vistorias de Pontes e Viadutos de Concreto — Procedimento (ABNT:NBR-9452, 2012) não especificam ensaios ou testes mais apurados para as estruturas estaiadas.

Assim, os métodos de inspeções normatizados no Brasil não apresentam metodologias diferenciadas para análise e verificação das estruturas estaiadas, e com isso as vistorias não são capazes de apresentar uma previsão do comportamento global indispensável para compreensão destas estruturas, que geralmente apresentam elevada esbelteza e os efeitos dinâmicos podem atingir valores significativos, induzindo problemas relacionados a vibrações excessivas.

## **1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO**

Uma vez que a avaliação deste tipo de estrutura no Brasil não apresenta uma metodologia padronizada que garanta a qualidade dos resultados, e considerando a importância destas estruturas para a preservação da infraestrutura nacional, propõe-se o desenvolvimento do modelo numérico, estudos das incertezas e atualização visando identificar por meio do modelo numérico atualizado o comportamento das pontes estaiadas, avaliação da

integridade estrutural, durabilidade e confiabilidade, e almejando otimizar as atividades de manutenção.

### **1.2.1 Objetivo Específico**

Os objetivos específicos empregues para alcançar o objetivo principal do trabalho podem ser listados em:

- Desenvolvimento do modelo numérico de estrutura estaiada complexa;
- Estudos relativos às não-linearidades geométricas;
- Identificação dos parâmetros da atualização, por meio da análise de sensibilidade;
- Análise de incertezas relacionadas ao modelo numérico;
- Atualização e otimização dos parâmetros da estrutura;
- Avaliação da estrutura por meio da comparação dos modelos numéricos atualizados em dois instantes de tempo;
- Avaliar a precisão dos modelos numéricos da estrutura estaiada;
- Desenvolvimento da metodologia para atualização de modelos numéricos de estruturas complexas que poderá ser aplicada em outros tipos de estrutura;
- Obtenção do modelo atualizado da estrutura estaiada visando obter um maior conhecimento do comportamento dinâmico; e
- Verificação de danos numérico no modelo final atualizado.

## **1.3 ESTUDO DE CASO**

Para avaliação da metodologia proposta utilizou a Ponte sobre o Rio Arade localizada na variante da Estrada Nacional número 125, Portimão, Portugal. A ponte tem 850 metros de extensão de tabuleiro com três vãos contínuos e dois viadutos de acesso em ambas margens do rio, o trecho estaiado possui 470 metros de extensão divididos em três tramos de 107, 256 e 107 metros, respetivamente.

O sistema da ponte é suspensão total triangulada por meio de 64 cabos em cada torre, espaçados 8 metros entre si ao longo do tabuleiro, integralmente suspensos por duas torres de concreto armado em forma de Y invertido com 62 metros de altura, conforme Figura 1.1.



Figura 1.1: Ponte sobre o Rio Arade

#### 1.4 METODOLOGIA

A metodologia proposta para o trabalho pode ser dividida em três fases conforme descrito abaixo:

FASE 01 – Levantamento de dados históricos, propriedades e ensaios na estrutura:

A primeira fase do trabalho inclui os levantamentos dos dados de projeto da ponte, aspectos históricos da construção e manutenção realizadas na ponte, os dados de ensaios de campo, como os ensaios previstos para determinação das propriedades dos materiais e patologias na estrutura, e dados de ensaios dinâmicos realizados para a identificação das propriedades dinâmicas da estrutura.

FASE 02 – Modelagem numérica:

Na segunda fase focou-se no desenvolvimento e refinamento dos modelos numéricos pelo Método dos Elementos Finitos, utilizando o *software* comercial ANSYS®, para este fim primeiramente concentrou-se no estudo e avaliação dos cabos por meio de modelos numéricos e analíticos. Assim, procedeu-se a análise estática considerando as não-linearidades geométricas, obtendo as deformações finais, conforme definido no projeto



*as built*, que foi considerado com dado inicial para a análise modal com objetivo de extrair as frequências e modos numéricos.

### FASE 03 – Atualização do Modelo Numérico:

Nesta fase procedeu-se a análise de sensibilidade visando determinar os parâmetros candidatos a atualização, e a análise de incertezas, visando a validação do modelo e a definição do espaço viável de projeto, imprecisões do modelo e tolerâncias da função objetivo.

A atualização dos parâmetros da estrutura pode ser dividida em duas partes: atualização manual, parâmetros não quantitativos, e automática ou otimização, por meio do *software* comercial FEMTools®, sendo os resultados comparados com os ensaios experimentais.

Por fim, os modelos atualizados, que proporciona uma melhor correlação entre os resultados numéricos e experimentais, foram utilizados na exemplificação da aplicação do modelo atualizado com a simulação de avaliação de danos numéricos.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A tese está estruturada em uma breve Introdução apresentada no Capítulo 1, onde é abordada a motivação e os objetivos do trabalho; o Capítulo 2 é apresenta a revisão bibliográfica e os principais fundamentos teóricos; a descrição da Ponte sobre o Rio Arade, objeto do estudo, é apresentada no Capítulo 3; como parte da análise prévia ao modelo da ponte, o Capítulo 4 estuda a não-linearidade nos cabos; no Capítlo 5 são apresentadas as premissas adotadas e o desenvolvimento dos modelos da ponte, assim como a análise estática e dinâmica; a análise das incertezas dos parâmetros dos modelos é apresentada no Capítulo 6; já o Capítulo 7 apresenta o processo de atualização do modelo, assim como a análise de sensibilidade; o Capítulo 8 apresentada a avaliação de dano numérico no modelo numérico atualizado; e por fim temos no Capítulo 9 as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros, seguida pelas Referências Bibliográficas e finalizando com o Apêndice A, onde é apresentado uma revisão e estado da arte de Estruturas Estaiadas.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTOS TEÓRICOS

*The study of history is a powerful antidote to contemporary arrogance. It is humbling to discover how many of our glib assumptions, which seem to us novel and plausible, have been tested before, not once but many times and in innumerable guises; and discovered to be, at great human cost, false.*

*Paul Johnson<sup>1</sup>*

A revisão bibliográfica realizada neste trabalho abordará os temas de análise modal numérica e experimental, incertezas em modelagem numérica, atualização e otimização de modelo numérico e por fim detecção de danos. O objetivo é apresentar uma revisão geral sobre o assunto, onde foram verificados textos relacionados ao tema a ser estudado que já foram publicados e conhecer a forma como esse assunto foi abordado por outros autores.

### 2.1 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Análise Modal Experimental (*Experimental Modal Analysis* - EMA) é um instrumento eficaz para descrever, compreender e modelar o comportamento dinâmico de uma estrutura. De tal modo, a identificação de parâmetros modais é geralmente realizada com o objetivo de obter estimativas experimentais das frequências naturais, formas de modos e fator de amortecimento modal, as quais podem ser correlacionadas com os valores correspondentes estimados numericamente a partir de um modelo de elementos finitos da estrutura em análise.

A EMA de estruturas vem crescendo a nível mundial de forma constante em popularidade, desde o advento do analisador digital de espectro, por meio da Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT) no início da década de

---

<sup>1</sup> Paul Johnson, *The Quotable Paul Johnson: A Topical Compilation Of His Wit, Wisdom, And Satire*, Ed. George J. Marlin, Richard P. Rabatin, Heather S. Richardson, Nova Iorque, Farrar, Straus and Giroux, 1994 (p. 138).

1970, e a significativa evolução dos equipamentos de medição e algoritmos para processamento de dados, (SCHWARZ e RICHARDSON, 1999).

A aplicação da técnica teve início na engenharia mecânica caracterizando o comportamento dinâmico de estruturas relativamente pequenas testadas em ambientes controlados. Atualmente este método se tornou um campo bem estabelecido, fundado em bases teóricas sólidas, documentados em vários livros de referência e amplamente utilizado.

A análise modal experimental apresenta algumas aplicações que vão desde a verificação de projeto, com o propósito de validar o modelo numérico, e o registo de eventos, seja para medir a grandeza da carga, como sismos, ou para obter a resposta para um carregamento conhecido, como a passagem de cargas especiais, determinando assim a capacidade máxima de carga da estrutura e estabelecendo os limites de segurança, conforme sugerido por Ewins (2000).

A mais atual aplicação visa a monitoração da saúde estrutural, onde a EMA é realizada de forma contínua, ao longo do tempo, acompanhando as variações modais, possibilitando, por exemplo, a detecção de danos.

Existem três tipos de ensaios dinâmicos para a identificação dos parâmetros modais:

- Ensaio de vibração forçada ou tradicional, que envolve a aplicação e mensuração de excitações deterministas ou aleatórias simples ou múltiplas, a medição simultânea da resposta estrutural em vários pontos e a estimativa da função de resposta de frequência. Na excitação podem ser utilizados equipamentos como martelos de impulso e shaker eletrodinâmico ou servo-hidráulico para grandes estruturas.
- Ensaio de vibração ambiental ou operacional, também conhecido como Análise Modal Operacional (*Operational Modal Analysis – OMA*), método que requer a medição da resposta estrutural sob excitação ambiente, geralmente devido ao vento ou tráfego, e pode levar a estimativas precisas dos parâmetros modais de forma rápida e barata.
- Ensaio de vibração livre, que consiste na introdução de uma perturbação inicial para induzir uma resposta livre de vibração significativamente maior do que a resposta do ambiente, realizado por exemplo por meio de cabo tensionado ou uma libertação súbita

de uma massa suspensa. Este ensaio visa estimar os fatores de amortecimento modais, mesmos que este possam ser identificados por meio de testes de vibração ambiental, as estimativas muitas vezes não são tão precisas, e para grandes estruturas, como pontes estaiadas ou suspensas, onde o amortecimento estrutural desempenha um papel crucial no estudo das condições de instabilidade aerodinâmica e vibração, é particularmente apropriado realizar um teste de vibração livre.

Um esquema de equipamento convencional para o ensaio de vibração livre e ambiental foi apresentado por Cunha, Caetano e Delgado (2001) e consiste num conjunto de sensores, unidades de amplificador e filtro, um conversor de analógico digital e um computador para aquisição de dados, conforme indica a Figura 2.1.

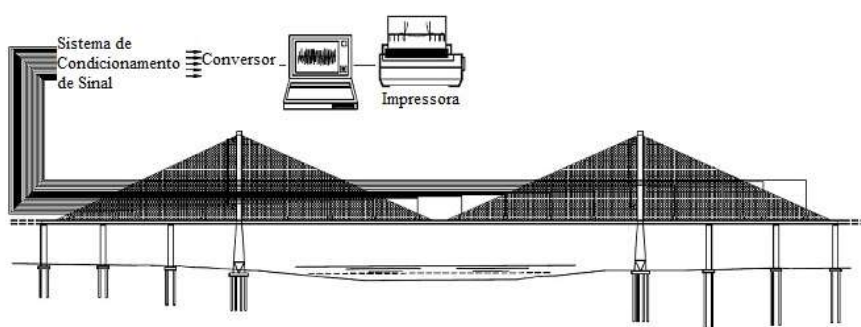


Figura 2.1: Esquema do sistema de teste de vibração ambiental  
Fonte: Adaptado (CUNHA, CAETANO e DELGADO, 2001)

Em certas situações, como em análise de estruturas de grande porte ou estruturas em condições de operação, torna-se impraticável a realização da aplicação do carregamento. Assim, geralmente, as forças de excitação não podem ser controladas ou medidas. Nestes casos, é necessário o emprego da análise modal operacional, em que os parâmetros modais são identificados com base apenas nas respostas dinâmicas, obtidas a partir de um sistema excitado de forma natural.

Segundo Peeters (2000), quando a aplicação do carregamento é impraticável, pode valer-se de outras fontes de excitação como por exemplo o tráfego local e o vento, contudo estes provocam outros desafios, uma vez que a entrada de dados é desconhecida, os algoritmos de identificação de sistemas têm que lidar somente com os dados de saída. Em geral, quando as fontes de excitação são conhecidas somente no sentido estatístico, estas podem ser aproximadas por um ruído branco.

Atualmente as principais metodologias consistem na análise modal operacional ou ambiental, onde se aproveita os dados de entrada de excitação natural da estrutura, como por exemplo o ensaio realizado na ponte sobre o Rio Arade (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007), e para estimar o fator de amortecimento com maior precisão o teste de vibração livre, onde há aplicação de carregamento inicial gerando um impulso, como o ensaio realizado na Ponte Vasco da Gama em Lisboa Portugal, (CUNHA, CAETANO e DELGADO, 2001).

Quanto aos métodos disponíveis para realizar a identificação de parâmetros modais de sistemas dinâmicos com base na resposta, estes são geralmente classificados como método no domínio da frequência ou métodos no domínio do tempo.

Existem atualmente uma grande variedade de técnica de identificação de parâmetros no domínio do tempo, por exemplo: Método da exponencial complexa, Método de Ibrahim, Média Móvel Auto Regressiva (*Auto-Regressive Moving Average ARMA*), Método de Realização do Auto Sistema, Identificação por Subespaço Estocástico etc.

A identificação por Subespaço Estocástico é um dos método paramétrico mais utilizado nas identificações modais, onde os dados modais pode ser identificado a partir de correlações ou covariâncias dos dados de saídas, conhecido como Identificação por Subespaço Estocástico Baseado na Covariância das Respostas *SSI-COV*, ou diretamente a partir séries temporais coletados na estrutura ensaiada através da utilização de projeções, definido como Identificação por Subespaço Estocástico Baseado nos Dados das Respostas *SSI-DATA*.

Conforme aponta Peeters (2000), embora os dados de medição são geralmente disponíveis como amostras de sinais de entrada e saída no tempo, é muito útil analisar a representação no domínio da frequência desses sinais. Muitas características interessantes são reveladas, como exemplo, as frequências naturais de uma estrutura amortecida emergem como os picos no gráfico do sinal de medição do domínio de frequência. As ferramentas matemáticas para converter um sinal de tempo para o domínio da frequência são a Transformada de Fourier e Transformada rápida de Fourier.

Segundo Magalhães (2010), os métodos no domínio da frequência iniciam a partir do espectro de saída previamente estimado a partir dos dados medidos, podendo ser

classificados como não paramétricos ou paramétricos. Entre os principais métodos no domínio da frequência pode-se exemplificar:

- Detecção de Pico: é um método não paramétrico no domínio da frequência, sendo um dos métodos mais conhecidos e amplamente utilizado atualmente em ensaio dinâmico de estruturas, sendo o método mais adequado para fazer uma primeira verificação da qualidade dos dados coletados e ter uma primeira visão sobre as propriedades dinâmicas do sistema;
- Método da Decomposição no Domínio da Frequência: é um método no domínio da frequência não paramétrico ligeiramente mais sofisticado, que ultrapassa algumas das limitações do método Detecção de Pico; e
- Método de análise modal de mínimos quadrados no domínio da frequência (*poly-reference Least squares Complex Frequency-domain*): é o mais comumente utilizado em devido ao seu bom desempenho e a rapidez na convergência.

Neste sentido, em todo o mundo, muitas pesquisas têm se dedicado ao uso dos métodos dinâmicos para avaliar as condições estruturais das pontes. As características dinâmicas determinadas a partir dos ensaios vêm sendo utilizadas para estimar os parâmetros de rigidez, certos tipos de degradação global e danos estruturais, como veremos na revisão bibliográfica a seguir.

Brownjohn et al. (1987) determinaram as características de vibração vertical, lateral e de torção da plataforma e torres da ponte pênsil Humber, na Inglaterra. As frequências naturais e modos de vibração obtidos experimentalmente, foram comparados com os resultados teóricos do modelo desenvolvido pelo MEF. Para a comparação dos modos de vibração laterais e verticais foram utilizados o modelo bidimensional e para os modos de torção o modelo tridimensional, a Figura 2.2 apresenta na parte superior o modelo desenvolvido em 2-D e na parte inferior os pontos de medição do ensaio experimental. Os valores das frequências estimadas se mostraram confiáveis tendo em vista a boa correlação com os modos teóricos, sendo o modelo matemático capaz de prever com precisão as frequências naturais e modos de vibração. Ainda se verificou que há uma boa correlação entre a velocidade do vento e amplitude modal para todos os modos do vão principal, sugerindo que as rajadas de vento são o principal mecanismo de excitação da estrutura a baixa frequência, e para as respostas acima de aproximadamente 2 Hz a

vibração é principalmente induzida pelo tráfego. Quanto ao amortecimento, segundo os autores, este foi superestimado e deve ser considerado com cautela, tendo em vista que em geral, os valores de amortecimento apresentam uma diminuição com o aumento da frequência, fato que dificultou estipular um valor único de amortecimento em todos os modos.

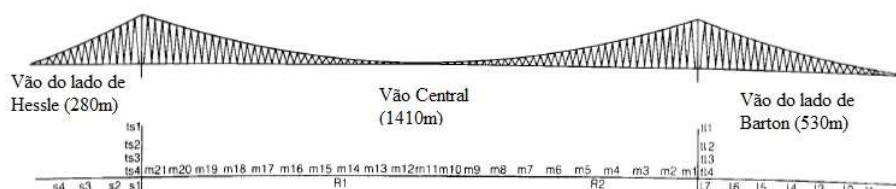


Figura 2.2: Ponte Humber, modelo 2-D e pontos de medição do ensaio dinâmico  
 Fonte: Adaptado (BROWNJOHN et al., 1987)

Corrêa e Campos (1992) realizaram o ensaio dinâmico na ponte estaiada sobre o Rio Arade, em Portugal. A construção da ponte iniciou em abril de 1988, e ao final da obra, em agosto de 1991, foi realizado pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) o ensaio dinâmico de vibração ambiente da ponte, onde foram identificadas 9 modos e frequências de vibração. O ensaio dinâmico teve como objetivo obter os modos e frequências experimentais e compará-los com os valores numéricos do estudo sísmico de forma a validar o modelo numérico utilizado. Tendo em vista a boa correlação entre os dados do modelo numérico e os resultados do ensaio dinâmico experimental, pode-se concluir o modelo foi capaz de representar com boa precisão a realidade. Dessa forma, a obra foi inaugurada em 13 de setembro de 1991.

Peeters (2000) desenvolveu dois temas importantes, o sistema de monitoração estrutural baseado na análise dos dados de resposta da estrutura e a detecção de danos sob diferentes condições ambientais. Na etapa teórica desenvolveu o passo-a-passo na criação de modelos pelo MEF, modelos de espaço de estado e modelos modais e ilustrou os diversos métodos de identificação de sistemas estocásticos. Para o sistema de monitoração estrutural, implementou a interface em MATLAB® para o programa de análise modal que estima os parâmetros modais de estruturas excitadas por uma força desconhecida chamado MACEC (*Modal Analysis on Civil Engineering Constructions*), programa desenvolvido pelo autor e seu orientador desde 1998, (PEETERS e ROECK, 1999). Na etapa experimental realizou a identificação dos parâmetros modais utilizando os métodos de identificação nas seguintes estruturas: (1) vigas de concreto armado, o teste realizado

nas vigas teve como objetivo não apenas de fornecer dados experimentais para os métodos de sistema de identificação, mas verificar se seria possível medir as variações das frequências com os danos induzidos na estrutura, assim pode-se confirmar a possibilidade de medir as alterações induzidas pelo dano na dinâmica da estrutura; (2) torre metálica, o ensaio realizado na torre metálica teve como objetivo estimar as taxas de amortecimento e estudar a influência dos sensores de referência sobre os resultados da identificação; e (3) Viaduto Z-24 sobre a auto estrada de Berna – Zurique na Suíça, onde foram utilizados vários cenários de danos, conforme apresentado na Figura 2.3 a) e b), acompanhando a evolução modal dos parâmetros identificados pelo método SSI-DATA.



a)



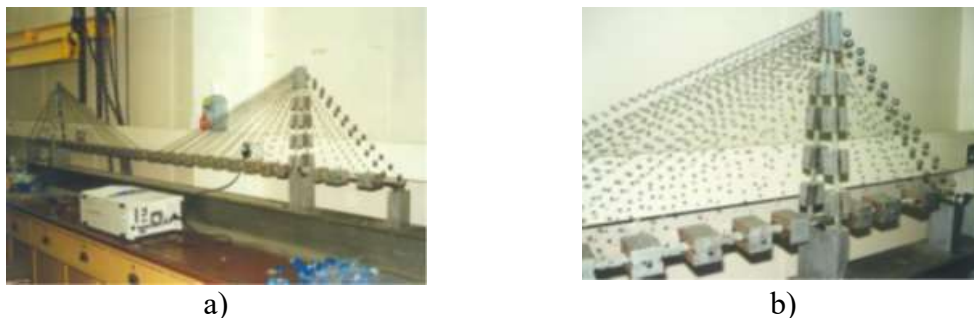
b)

Figura 2.3: Cenários de danos no Viaduto Z24 Berna-Zurique, Suíça  
a) corte do pilar; b) sistema de recalques  
Fonte: (PEETERS, 2000)

Caetano (2000) realizou a avaliação numérica e experimental da interação Cabo-Estrutura em pontes estaiadas. A pesquisa concentrou-se no estudo do modelo físico existente da Ponte Jindo na Coréia do Sul, onde o modelo físico desenvolvido, em escala reduzida e com massa artificial, no laboratório *Earthquake Engineering Research* da Universidade de Bristol, conforme Figura 2.4. O modelo existente foi modificado pela autora, no qual foi adicionado massa aos cabos de modo a satisfazer as condições de semelhança com a estrutura real, reproduzindo com precisão o comportamento dinâmico. Para a análise numérica foram desenvolvidos dois modelos MEF, um modelo 2-D e outro em 3-D, estes modelos foram designados OECS (*One-Elemento Cable System*) e MECS (*Multi-Element Cable System*) utilizado o *software* SOLVIA. As propriedades dinâmicas e os fenômenos da interação dinâmica cabo-estrutura foram identificados experimentalmente por testes de vibração forçada utilizando a excitação produzida por um shaker eletrodinâmico e por uma mesa vibratória, além de testes de vibração ambiente. Assim, de posse da modelagem e o ensaio experimental foi possível confirmar a existência de uma interação dinâmica



entre os cabos e o tabuleiro e as torres. Para pequenos níveis de vibração, os cabos podem atuar positivamente na redução da resposta global da ponte estaiada, sendo o efeito de amortecimento importante. Mas para elevados níveis de vibração do cabo, como os causados por uma excitação intensa próximas à primeira frequência natural, as não-linearidades podem causar vibrações de alta frequência. Esta vibração está associada aos modos de cabos de retenção e pode induzir contribuições nos modos globais da estrutura, resultando em um comportamento desfavorável à ponte. Os dados experimentais apresentaram uma boa concordância com os resultados da análise numérica, em termos dos valores das frequências naturais e formas modais do tabuleiro e torres. Porém, não houve uma correspondência perfeita para os cabos, o que pode ter sido causado pela dificuldade de reproduzir com precisão o modelo e as imperfeições.



a) b)  
Figura 2.4: Modelo físico da ponte Jindo da Coréia do Sul  
a) visão geral; b) vista parcial  
Fonte: (CAETANO, 2000)

Caetano (2000) e Cunha, Caetano e Delgado (2001) realizaram ainda o teste dinâmico na Ponte estaiada Vasco da Gama, que apresenta um comprimento total de 829,2m, sendo composta por um vão principal de 420m sobre o canal de navegação e dois vãos laterais, distribuídos em vãos de 62, 70,6 e 72m respectivamente. O complexo ainda é composto um viaduto de 5.000m e uma longa ponte 12.300m resultando num comprimento total de 17.300m, conforme Figura 2.5. O ensaio dinâmico foi realizado com um sistema de teste convencional, compreendendo vários acelerômetros independentes sincronizados a computador e um sistema de interferometria a laser para medições dinâmicas sem contato nos cabos. Os testes dinâmicos podem ser dividido em cinco fases: (a) teste de vibração ambiental para identificar as frequências naturais globais e modos de vibração da ponte, medindo a resposta estrutural em 58 pontos diferentes ao longo da plataforma e torres; (b) realização de medidas de resposta durante a passagem de caminhões pesados; (c) teste de vibração livre, com base na libertação repentina de uma massa de 60ton excentricamente suspensa a partir do tabuleiro, de modo a identificar com precisão o

amortecimento modal; (d) medidas dinâmicas do tirantes, a fim de identificar as frequências naturais globais e as frequências locais, utilizando acelerômetros piezelétricos convencionais e um sensor laser interferometria; e (e) avaliação experimental dos fatores de amplificação dinâmica associados à passagem de tráfego pesado em velocidades diferentes e ao longo de várias pistas. O ensaio dinâmico teve como objetivo a identificação dos parâmetros dinâmicos mais relevantes da ponte para a validação do modelo numérico utilizado na análise estrutural na fase de projeto e a estimativa do coeficiente de amortecimento modal associados com o primeiro modo de vibração, cujo conhecimento foi de extrema importância para a avaliação da resposta à ação do vento. Os resultados permitiram identificar com precisão todos os parâmetros modais significativos de interesse do ponto de vista aerodinâmico e sísmico, e apresentam uma excelente correlação com os valores fornecidos pelo modelo numérico MEF 3-D previamente desenvolvido na fase de concepção.



Figura 2.5: Ponte Vasco da Gama, Portugal  
Fonte: (CAETANO, 2000)

Cunha et al. (2004) realizaram a reanálise dos dados de vibração ambiental da ponte Vasco da Gama com o objetivo de testar a eficiência e a precisão dos dois métodos de identificação: o Decomposição no Domínio da Frequência (*Frequency Domain Decomposition – FDD*) e o Identificação Estocásticas por Subespaços (*Stochastic Subspace Identification – SSI*). As estimativas modais obtidas com esses métodos foram comparadas com as estimativas anteriormente obtida com a técnica de detecção de pico (*Peak-picking*) convencional a partir do teste de vibração livre da ponte. Os métodos permitem identificar de forma suficientemente precisa as frequências naturais e modos de vibração. Quanto à identificação de coeficientes de amortecimento modais, o método SSI permitiu estimativas bastante satisfatórias em comparação com os valores medidos no teste de vibração livre anteriormente realizado.

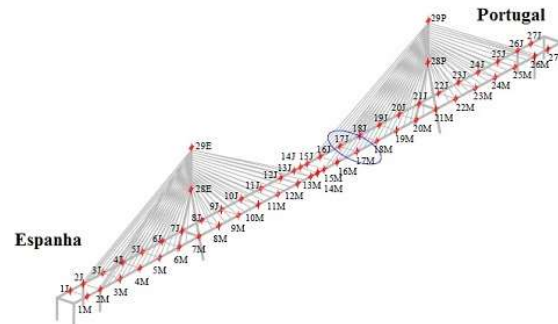
Ressaltaram ainda, Caetano e Cunha (2009) que a completa caracterização do comportamento dinâmico da ponte Vasco da Gama forneceu dados para a definição da

chamada condição de estado zero e pode ser utilizado como referência para a vigilância e monitoração da ponte, mostrando o potencial da análise modal na avaliação da dinâmica de uma estrutura complexa e a utilidade dos testes de vibração livre na identificação precisa dos coeficientes de amortecimento modais.

Peeters, Dammekens e Magalhães (2006) realizaram as medições de vibração ambiental da Ponte Internacional Guadiana com o objetivo de validar diferentes métodos chamados Análise Modal Operacional *multi-run*. A Ponte Internacional Guadiana, Figura 2.6 a), localiza-se na divisa entre Portugal e Espanha, sobre o rio Guadiana, aberta ao tráfego em 1991. A ponte é composta por um vão central de 324m, dois vãos laterais de 135m e dois vãos de aproximação com 36m, resultando em um comprimento total de 666m. O tabuleiro tem seção caixão de concreto protendido com 18m de largura e 2,5m de altura, apoia nas torres. Os cabos estão dispostos em sistema intermediário suspensos por duas torres de concreto em forma de “A” com 100m de altura. O teste de vibração ambiental teve como objetivo avaliar o atual estado da ponte e preparar a instalação de um sistema de monitoramento contínuo. Esta ponte foi selecionada devido às oscilações de amplitude elevada, frequentemente observadas em seus cabos sob ventos de velocidade moderada. O teste de vibração ambiental foi realizado utilizando 4 acelerômetros triaxiais, onde dois foram mantidos fixos e os outros dois percorreram 28 pontos ao longo do tabuleiro e das torres, foram medidas as acelerações nos pontos representados na Figura 2.6 b). Para a identificação dos parâmetros foram utilizados os métodos de identificação modal Polymax e SSI, com análises múltiplas e individuais. Na avaliação dos resultados observou-se que o método Polymax e o SSI produziram resultados muito semelhantes em termos de frequências. No entanto, com relação ao amortecimento, a variação entre eles foi significativa. Para correlacionar os modos de vibração identificados por cada método foi utilizado o índice modal MAC (*Modal Assurance Criterion*), e todos os métodos apresentaram resultados semelhantes. Os autores concluíram que, apesar dos métodos Polymax e SSI serem completamente diferentes, resultaram nas mesmas estimativas dos parâmetros modais, sendo a principal vantagem do método Polymax foi produzir diagramas mais claros e a facilidade de ser automatizado.



a)



b)

Figura 2.6: Ponte Guardian, Portugal e Espanha

a) vista; b) pontos de medição do ensaio

Fonte: Adaptado (PEETERS, DAMMEKENS e MAGALHÃES, 2006)

Cunha et al. (2009) realizaram a aplicação da monitorização dinâmica permanente de duas estruturas com controle remoto por internet a partir da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP). Na Ponte Pedro e Inês em Coimbra o sistema de monitoração dinâmica teve grande importância confirmando a eficácia do sistema de controle passivo de vibrações instalado durante a construção. Na Ponte Infante D. Henrique na cidade do Porto, apresentada na Figura 2.7, o sistema de monitorização dinâmica possibilitou caracterizar variações diárias e sazonais de um elevado número de frequências naturais tornando viável a detecção de danos estruturais através da identificação de variações anómalas de parâmetros modais.

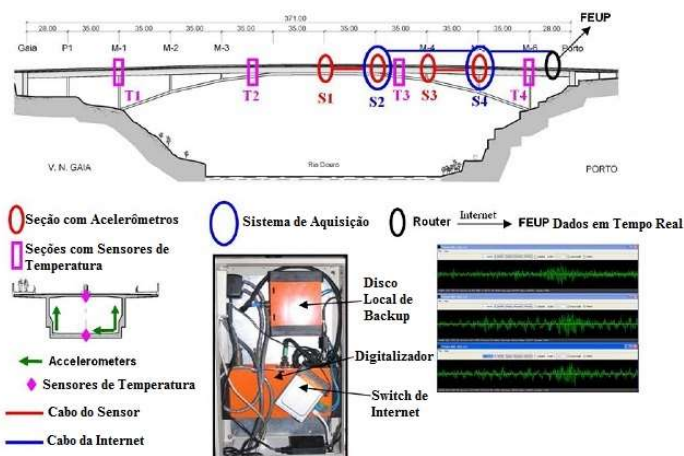


Figura 2.7: Esquema de monitoração da Ponte Infante D. Henrique Porto, Portugal

Fonte: Adaptado (CUNHA et al., 2009)

Em 2008, Brownjohn et al. (2010) realizaram novamente o ensaio dinâmico na ponte pênsil Humber, neste momento com dois objetivos, o primeiro avaliar as tecnologias para instrumentação e os sistemas de identificação, e segundo gerar um conjunto de dados experimentais das propriedades modais que poderiam ser utilizados para a validação e atualização de modelos MEF, para simulação de cenários de danos e monitoração da saúde estrutural. Dez acelerômetros autônomos triaxiais foram implantados ao longo dos três vãos e nas duas torres durante cinco dias consecutivos. Foram gravados os dados das séries temporais e diversas técnicas foram utilizadas para análise modal operacional, dentre elas os métodos NExT/ERA (*natural excitation technique NExT / eigensystem realization algorithm ERA*), SSI-COV e p-LSCF (*poly-reference Least squares Complex Frequency-domain*) foram aplicados por duas equipes de pesquisadores no mesmo conjunto de dados e os parâmetros modais foram comparados para fornecer as melhores estimativas do modo de vibração e frequências verticais, laterais e torção para valores acima a 1Hz. Puderam concluir que o método SSI-COV teve o melhor desempenho, identificando praticamente todos os modos possíveis. Assim, os parâmetros estimativos obtidos a partir do método SSI-COV foram utilizados para a calibração do modelo, e uma variante do método será utilizada para a monitorização contínua da plataforma.

Magalhães (2010) realizou um trabalho que pode ser dividido em duas etapas distintas: a primeira consistiu na estimativa precisa de parâmetros modais a partir dos dados de ensaios dinâmico; e a segunda no desenvolvimento de *software* de processamento de dados da monitoração contínua de estruturas. Na primeira etapa, utilizou as técnicas de identificação para obter estimativa de parâmetro modal a partir de dados de ensaios dinâmicos de estruturas de grandes dimensões. O autor avaliou o Viaduto de Millau na França, Figura 2.8, e a Ponte Humber na Inglaterra, em ambas estruturas foram realizados ensaios dinâmicos que iniciaram com o teste de vibração ambiental, com o objetivo de identificar os modos de vibrações verticais e transversais, e em seguida os testes de vibração livre, com ruptura de um cabo ligado ao tabuleiro da ponte com um contrapeso, que teve como objetivo de determinar o amortecimento. Os dados dos resultados dos modos experimentais foram comparados com os resultados encontrados com os modelos numéricos, utilizando o índice modal MAC, verificando que estes apresentavam uma boa correlação. Quanto às estimativas das taxas de amortecimento foram ainda ensaiadas cinco estruturas relevantes: Ponte Vasco da Gama, Ponte Pedro e Inês, Ponte Grand

Ravine e a cobertura do Estádio de Braga. Neste teste comparou-se os resultados encontrados pelos ensaios de vibração livre e vibração ambiental, sendo que o teste de vibração livre apresentou os resultados mais confiáveis enquanto o teste de vibração ambiental apresentou grande dispersão nos resultados.

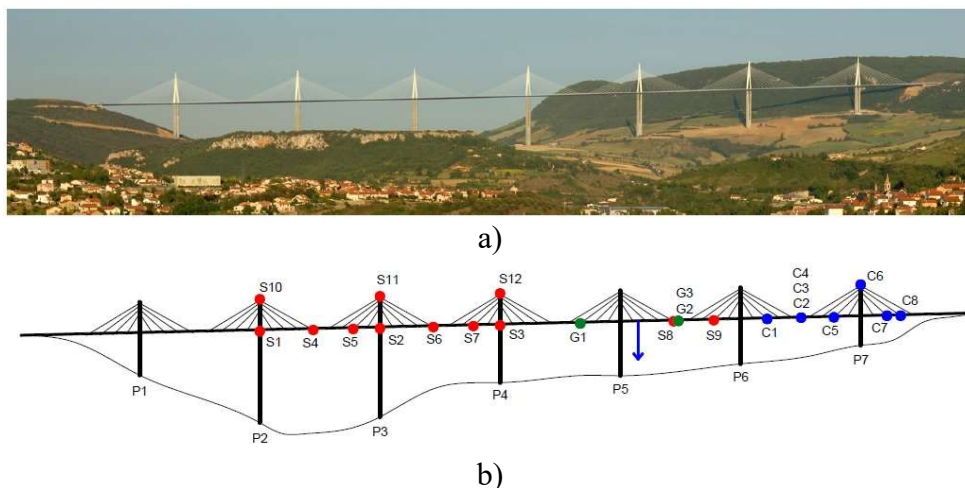


Figura 2.8: Viaduto Millau, França

a) visão geral; b) pontos instrumentados e ponto de liberação da carga, seta azul  
Fonte: (MAGALHÃES, 2010)

Na segunda etapa, Magalhaes (2010) realizou o processamento de dados da monitoração contínua, onde testou o *software* desenvolvido pelo autor (*DynaMo*) em duas estruturas, a Ponte Infante D. Henrique e a cobertura do Estádio de Braga. Antes da instalação dos equipamentos de monitoração contínua realizou-se o teste de vibração ambiente e os resultados dos modos e frequências experimentais foram comparados por meio do índice MAC com os resultados dos modos numéricos do modelo 3-D desenvolvido no *software* ANSYS®. Este teste teve como objetivo definir o posicionamento dos sensores. O sistema de monitorização dinâmica contínua permitiu testar o algoritmo desenvolvido para realizar a identificação automática de parâmetros modais com base em dois métodos SSI-COV e p-LSCF. A utilização dos métodos na monitoração contínua da Ponte Infante D. Henrique durante dois anos, mostrou altas taxas de sucesso, confirmando a capacidade de identificar modos espaçados ao longo do período de tempo de monitoração, pequenas variações na frequência e estimativa do coeficiente de amortecimento. O pós-processamento dos parâmetros modais automaticamente identificados permitiram ainda minimizar os efeitos de fatores ambientais e operacionais sobre as frequências naturais, levando à avaliação de alguns cenários numéricos de detecção de danos. A monitoração da cobertura do Estádio Braga foi acompanhada por nove meses e os métodos SSI-COV

e p-LSCF automatizados foram capazes de fornecer uma caracterização muito detalhada das frequências naturais e amortecimento.

Cross et al. (2010) realizaram a monitoração da ponte suspensa Tamar na Inglaterra, com o objetivo de compreender os efeitos da temperatura, carga de tráfego e velocidade do vento na resposta dinâmica da estrutura. A ponte possui três sistemas de monitoração, um estrutural, utilizado para monitoração das cargas ao longo dos cabos, temperaturas nos elementos estruturais e temperatura ambiental, e velocidade e perfil do vento. O segundo sistema é composto por um conjunto de sensores, sendo três acelerômetros no tabuleiro e oito acelerômetros distribuídos em quatro cabos, utilizado para monitorar o comportamento dinâmico. O terceiro e mais moderno é o sistema de posicionamento total (*Total Positioning System TPS*) que utiliza uma estação total robótica (*robotic total station RTS*) onde são medidos três deslocamentos dimensionais da plataforma e torres com precisão de 2 a 3mm, conforme apresenta a Figura 2.9. Assim, a ponte foi monitorada por três anos e concluiu-se que as condições ambientais e operacionais governam as flutuações nas frequências naturais do tabuleiro, sendo que a carga de tráfego é um fator predominante na variação das frequências naturais ao longo de períodos de tempo curtos, variação diária, enquanto a temperatura tem maior efeito sazonal, sendo ambos necessários para modelar as variações de frequência de forma eficaz. Ainda se verificou que a velocidade do vento se torna significativa para a resposta dinâmica do tabuleiro quando esta é maior que cerca de 30mph.



Figura 2.9: Ponte Tamar, Inglaterra  
Fonte: (CROSS et al., 2010)

Segundo Scianna et al. (2012), a monitoração de pontes tem sido utilizada no estado de Connecticut, Estados Unidos, desde 1984, quando a Universidade de Connecticut e o Departamento de Transportes (DOT) começaram a avaliar as condições estruturais de



pontes no estado com a instalação de sensores temporários, método que ajudou a determinar o comportamento em serviço e justificar vários planos de reabilitação e reparação destas estruturas. Contudo, o programa de monitoração contínua iniciou em 1997, quando o sistema de monitoração permanente foi instalado em várias pontes em todo o estado com o objetivo de identificar as mudanças globais no comportamento da estrutura ao longo dos anos. No estudo de caso, os autores compararam os resultados da monitoração contínua do Viaduto em Hartford, onde foram considerados os dados de setembro de 2001 a agosto de 2002, e os dados de setembro de 2003 a agosto de 2004. Assim, concluíram que o método probabilístico de SHM destina-se a complementar as inspeções regulares nas pontes e não para substituí-las, e visa indicar a existência de um evento estatístico significativo que justifique uma investigação mais aprofundada.



Figura 2.10: Viaduto Hartford Connecticut, Estados Unidos  
Fonte: (Scianna et al., 2012)

No Brasil, Penner (2001) realizou a análise de seis pontes situadas na BR-116 entre Estados de São Paulo e Rio de Janeiro e de uma ponte situada na SP-330, rodovia Anhanguera, que liga a capital ao interior do Estado de São Paulo. O primeiro passo foi realizar inspeções visuais, com o objetivo de identificar danos e patologias existentes, em seguida realizou ensaios dinâmicos por meio da monitoração com o tráfego normal e por meio das passagens de um veículo de prova instrumentado. Por fim, desenvolveu os modelos numéricos de acordo com as características de projeto, que posteriormente foram ajustados para representar o comportamento efetivo das pontes num processo chamado de reanálise do sistema. Dentre os parâmetros utilizados para a calibração das frequências naturais de vibração do modelo numérico foram utilizados: coeficiente de molas para iteração solo-estrutura, módulo de deformação concreto, rigidez transversal dos aparelhos de apoio etc. Nos ensaios dinâmicos realizados, observou que as frequências obtidas são as mesmas, tanto devidas à ação do tráfego normal, quanto ao veículo de prova,



mostrando que os principais modos de vibração são naturalmente mobilizados pelas ações às quais as estruturas estão usualmente submetidas, sendo a banda de frequências excitadora compreendida entre os valores de 1,5Hz e 3,0Hz. Especificamente na ponte sobre o Rio Piracicaba foi possível observar a ocorrência do fenômeno do batimento, que ocorre quando a frequência de excitação é muito próxima à frequência natural do sistema. Pode-se concluir que as técnicas de avaliação de desempenho de sistemas estruturais de pontes com base na relação entre os modelos dinâmicos, modal e de resposta são válidos, e constituem um bom método de avaliação de desempenho estrutural de pontes de concreto.

Amador et al. (2005) estudaram o comportamento dinâmico da ponte de acesso ao terminal de granéis líquidos localizada no Porto de Vila do Conde, no estado do Pará. A ponte é composta por nove vãos hiperestáticos de 120m, cada um dividido em quatro vãos de 30m, e um vão hiperestático de 90m, dividido em 3 vãos de 30m, resultando em um comprimento total de 1170m, conforme Figura 2.11 a). As principais utilizações da ponte são: rodoviária, servindo como acesso ao porto por veículos; passarela de pedestres; e suporte para os dutos de transporte de granéis líquidos. As solicitações verificadas foram as ações do vento e a passagem de veículos. Para a análises numéricas foram desenvolvidos dois modelos pelo MEF no *software* SAP2000, que tiveram como objetivo avaliar a influência das estacas metálicas no comportamento global da estrutura, Figura 2.11 b). Para a análise experimental foi realizado o ensaio de monitoramento dinâmico utilizando cinco servo-acelerômetros, instalados em várias configurações. Os sinais foram coletados digitalmente empregando-se o sistema ADS-2000-LYNX® acoplado a um microcomputador portátil. Como fonte excitadora da estrutura, foram utilizados automóveis movimentando-se ao longo da estrutura em várias velocidades diferentes e também considerada a ação do vento. Para a identificação das frequências naturais da estrutura foi utilizado o método de detecção de pico. Os resultados experimentais foram comparados com os resultados numéricos e apresentaram valores relativamente próximos. Considerando a passarela de pedestres, foi também avaliado o conforto do usuário em relação aos limites estabelecidos na norma ISO-2631/2, concluiu que os valores encontrados ficaram acima dos limites considerados aceitáveis para os padrões de escritórios, porém abaixo dos padrões para oficinas.



a)



b)

Figura 2.11: Viaduto Vila do Conde, Pará  
a) vista; b) modelo numérico com estacas  
Fonte: (AMADOR et al., 2005)

Brasiliano et al. (2008) realizaram ensaio dinâmico experimental e análises numéricas da passarela sobre a via EPIA na cidade de Brasília. No ensaio dinâmico a estrutura foi excitada e as acelerações foram medidas em vários pontos, conforme Figura 2.12 a) e b). Para a identificação das propriedades dinâmicas da passarela foram utilizados os métodos no domínio do tempo SSI-DATA/ref (*REFERENCE-based COVariance-drive Stochastic Subspace Identification - SSI-COV/ref*) e SSI-COV/ref (*REFERENCE-based DATA-drive Stochastic Subspace Identification SSI-DATA/ref*) aplicados nos registros de aceleração adquiridos. O processamento do sinal foi realizado em duas etapas: a primeira etapa utilizou os métodos no domínio do tempo SSI-DATA/ref e SSI-COV/ref para identificar as frequências naturais verticais e os modos de vibração correspondentes; a segunda etapa do processamento de dados consistiu na obtenção de funções densidade espectral de potência (*Power Spectral Density - PSD*) dos sinais, para identificar as frequências naturais laterais e de torção. Dessa forma, foi possível identificar as duas primeiras frequências e modos de vibração vertical, duas frequências laterais e uma de torção. Para a análise numérica, foram desenvolvidos dois modelos pelo MEF com o uso do *software* ANSYS®, no primeiro modelo o piso foi considerado com elemento de placa utilizando o elemento SHELL63 e no segundo modelo onde o piso foi considerado como massa distribuída concentrada nos nós inferiores, utilizando o elemento do MASS21, nos dois modelos a estrutura da passarela foi modelada utilizando o elemento de viga BEAM4. Na análise e comparação dos resultados numéricos e experimentais pode-se notar que o comportamento dinâmico da passarela na direção vertical pode ser determinado com uma precisão satisfatória a partir de um modelo simples, no qual o piso foi considerado como massa distribuída concentrada nos nós inferiores utilizando o elemento. Porém, para as frequências de vibração lateral e de torção o modelo não apresentou uma adequada

representatividade, sendo que, para o estudo do comportamento dinâmico nestas direções mostrou-se necessário um modelo mais preciso, que leve em conta as placas de piso e as placas de cobertura existente na estrutura.



a)   
 b)   
 Figura 2.12: Passarela EPIA Brasília, Distrito Federal   
 a) Detalhe dos acelerômetros; b) Pedestres caminhando.   
 Fonte: (BRASILIANO et al., 2008)

Estudos recentes, como o de Cardoso, Cury e Barbosa (2017) visaram o desenvolvimento e a validação de ferramentas para a identificação modal automática com base nos dados das estimativas de modos gerados por qualquer método de identificação de sistema paramétrico. Para avaliar a metodologia, foram realizados testes utilizando sinais gerados numericamente e dados experimentais obtidos a partir de uma viga biapoada e de uma ponte rodoviária. Os resultados mostraram que a metodologia proposta permite a identificação modal automática precisa para as estruturas, onde uma grande quantidade de dados gerados pela monitorização dinâmica on-line pode ser tratada automaticamente sem perda significativa de qualidade. Portanto, uma ferramenta útil para a identificação modal de estruturas de engenharia civil submetidas a vibrações ambientais.

### 2.1.1 Principais Conclusões

Pode-se concluir com este tópico que o desenvolvimento tecnológico recente no domínio dos sensores facilitou a divulgação de sistemas de monitoração dinâmica em grandes estruturas, assim como a utilização de ensaios dinâmicos tem um grande potencial na avaliação do comportamento dinâmico de uma estrutura complexa como pontes estaiadas.

Outro ponto importante observado é quanto à monitoração contínua de estruturas, que proporciona em tempo real, e com um nível de precisão confiável, a previsão do comportamento dinâmico de pontes, apresentando ainda a vantagem de não estar sujeito a interferência de fatores humanos, de natureza subjetiva. Demonstrou ainda a capacidade de identificar os modos e a variações na frequência, além de estimativa do coeficiente de

amortecimento, possibilitando o avanço nas técnicas de detecção de danos, uma vez que permitem minimizar os efeitos de fatores ambientais sobre os dados dinâmicos.

Nota-se também que os métodos de identificação apresentam grande eficiência e precisão na determinação das frequências naturais e modos de vibração. No que se refere à estimativa dos coeficientes de amortecimento dinâmico, verificou-se que os testes de vibração livre apresentaram grande precisão na identificação.

## **2.2 QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS**

Nas últimas décadas, as ferramentas de simulação computacional atingiram grandes envergaduras e alcançaram um uso extensivo na concepção de projetos e análise de modelos de pontes, possibilitando a análise de estruturas complexas, como por exemplo as pontes estaiadas.

No entanto, apesar deste considerável sucesso, a confiança no uso de modelos numéricos para predição do comportamento estrutural, pode ser deficiente uma vez que estes apresentem diferenças significativas em relação aos dados experimentais. A crescente complexidade dos sistemas de engenharia e a dispersão entre as respostas experimental – numérica resultam em incertezas, tema que no passado muitas vezes foi negligenciado na análise de elementos finitos (FEA), conforme destaca Klir (2005).

O desenvolvimento de ferramentas de processamento de sinais, bem como o avanço nos ensaios experimentais contribuíram para uma modelagem altamente sofisticada dos sistemas de engenharia. Contudo, embora os modelos possam ser calibrados usando dados de monitoramento, e possam ser usados para a estimativa do comportamento do sistema, as incertezas relacionadas aos dados de entrada, erros e simplificações, premissas feitas na modelagem, incertezas de parâmetros de material, propriedades geométricas, condições de contorno, defeito em instrumentos de monitoração etc. precisam ser melhor incorporadas por meio de modelos de probabilidade.

Nesta perspectiva, o estudo das incertezas nos modelos numéricos é útil para melhorar a credibilidade de um modelo, abordagem que uma análise determinística clássica, por outro lado, tenta apresentar em termos de desempenho nominal, o que quase nunca coincidirá com o desempenho mais provável da estrutura. Desta forma, o valor esperado de uma resposta estrutural não pode ser obtido puramente calculando a resposta associada

aos valores nominais de variáveis aleatórias. Por esta razão, técnicas de análise probabilística específicas são necessárias para estimar a distribuição de probabilidade das respostas dada as distribuições conhecidas ou assumidas nas variáveis de entrada.

Os métodos estatísticos, como a Simulação de Monte Carlo (*Monte Carlo Simulation* – MCS), fornecem uma solução para incorporar a incerteza na simulação numérica e, assim, comparar a simulação com o teste em termos de probabilidade e confiança ao invés de uma correlação determinista. Neste sentido, as incertezas podem ser levadas em consideração para uma melhor previsibilidade do modelo.

Torna útil distinguir três etapas para quantificação de incertezas: Assimilação de Dados, Propagação de Incerteza e Validação. A assimilação de dados foca nos dados de entrada exigido pelo modelo numérico na simulação, conforme definido por Iaccarino (2008). Dada a incerteza nos parâmetros de entrada, a propagação da incerteza visa avaliar a incerteza dos parâmetros de saída. Vários métodos estão disponíveis na literatura, como os métodos de abordagens baseados em amostragem, por exemplo MCS, adotado neste trabalho e descrito a seguir. Finalmente, várias métricas podem ser usadas para caracterizar a saída do sistema, o uso mais comum dessas informações estatísticas é uma quantificação de incerteza, onde a probabilidade de um resultado é estimada e comparada aos resultados experimentais. Assim, neste contexto de validação, a função de densidade de probabilidade (*Probability Distribution Functions – PDF*) dos dados de respostas é comparada com dados experimentais para extrair uma medida de confiança nos resultados numéricos, conforme proposto por Oberkampf e Barone (2006).

Em resumo, a assimilação de dados caracteriza as incertezas nos dados de entrada, a propagação de incertezas visa quantificar as incertezas nos parâmetros de saída e, finalmente, a validação estabelece níveis aceitáveis de incerteza no modelo final.

### **2.2.1 Assimilação de Dados – Características e Modelagem de Incerteza em Pontes**

Com os avanços em recursos computacionais, existe uma tendência em usar modelos numéricos para simular o comportamento de sistemas complexos, como pontes estaiadas. Em grande parte da literatura, a credibilidade do modelo é avaliada quanto à precisão em relação aos testes experimentais. No entanto, enquanto a precisão do modelo descreve o quão longe estão as respostas em relação aos testes, a quantificação das incertezas

representa a probabilidade das respostas do sistema, conforme pontuado por Kim e Taha (2009).

Um dos objetivos dos métodos de quantificação de incerteza é conceber um modelo para estimar as barras de erros associadas às previsões específicas, numéricas e experimentais, e avaliar a probabilidade de um determinado resultado, o que leva a uma melhor compreensão dos riscos e melhora o processo de tomada de decisão, segundo Oberkampf et al. (2002).

Em geral, a incerteza na simulação numérica pode ser classificada em duas classes principais, incertezas físicas e numéricas. Como exemplo de incerteza física temos as condições de contorno, propriedades de material (e.g. elasticidade, Massa Específica etc.) forma de geometria (e.g. espessura, tolerâncias de fabricação etc.), incluindo ainda a combinação de propriedades geométricas grosseiras, (e.g. comprimento, altura e largura dos elementos, como pilares e tabuleiros). A incerteza física é ainda aumentada, uma vez que muitas dessas propriedades podem variar substancialmente com a temperatura ou o nível de carregamento da estrutura. Por sua vez, as incertezas numéricas são devido à falta de dados sobre os processos físicos, falta de conhecimento do sistema, precisão do modelo matemático, erro de discretização, solução numérica e erros humanos.

Ainda há incertezas relacionadas aos testes experimentais, onde as possíveis causas relacionadas são quanto a definição do teste (e.g. fixação de equipamento, método de excitação, localização do transdutor, sensor, peso etc.), carregamento dinâmico, instrumentação (e.g. calibração, distorções, ruído de cabeamento etc.) e aquisição de dados (e.g. processamento de sinal digital, filtragem etc.). O campo de experimentação exige a consideração de muitos mecanismos de incertezas epistêmicas e aleatórias, bem como erros humanos e subjetividade, incluindo as aplicações na OMA que visam identificar as propriedades dinâmicas de uma estrutura, Ciloglu et al. (2012).

Os modelos de pontes estão repletos de incertezas, algumas das quais são óbvias, e algumas talvez nunca tenham sido consideradas no modelo. As fontes de incertezas são muitas vezes caracterizadas como incerteza associada à aleatoriedade, incerteza aleatória, e a incerteza associada à modelagem imperfeita, incerteza epistêmica, conforme definido por diversos autores como Oberkampf et al. (2002), Oberkampf (2005), Padgett e DesRoches (2007), Frangopol (2008), Bulleit (2008).

A incerteza aleatória é uma variação inerente associada ao sistema físico ou ao meio ambiente, também referida como variabilidade, incerteza irreduzível, estocástica e de natureza imprevisível de eventos, propriedades do material, condição do sistema físico etc. segundo Oberkampf (2005).

A incerteza epistêmica deve-se à falta de conhecimento de quantidades ou processos do sistema ou do meio ambiente, também referida como incerteza subjetiva, redutível e incerteza da forma do modelo, e surgem com as hipóteses e simplificações adotadas na modelagem, dados incompletos, ignorância etc. conforme abordado no Guia da *American Institute of Aeronautics and Astronautics* - AIAA (2002).

A incerteza aleatória caracteriza-se tipicamente por abordagens probabilísticas, por outro lado, as abordagens probabilísticas não podem caracterizar a incerteza epistêmica, uma vez que é difícil inferir qualquer informação estatística pela falta de conhecimento. Neste caso, a incerteza epistêmica também se denomina redutível porque pode ser reduzida com o aumento do estado do conhecimento ou a coleta de mais dados.

Embora as incertezas aleatórias e epistêmicas podem ser tratadas, separadas ou combinadas, e analisadas usando os princípios de probabilidade e estatística conforme aponta Frangopol (2008), as fontes da incerteza nem sempre são óbvias, e muitos parâmetros de modelagem analítica podem ser atribuídos a uma falta de conhecimento dos parâmetros reais das estruturas, o que faz com que estes apresentem uma natureza epistêmica.

### **2.2.2 Propagação de Incertezas**

A quantificação e propagação da incerteza do modelo em elementos finitos incluem dois aspectos, conforme destacado por Lin et al. (2015a), um é a propagação da incerteza onde se analisa estatisticamente a influência da incerteza do parâmetro de entrada nas respostas; e o segundo é a propagação inversa de incerteza, na qual a avaliação das incertezas nos parâmetros de entrada é avaliada por meio das incertezas nas respostas, assim procura-se identificar quais parâmetros de entrada e suas combinações causam incertezas nas características de resposta. No âmbito desta pesquisa, foi adotada a primeira abordagem, onde uma representação esquemática deste modelo é mostrada na Figura 2.13.



Figura 2.13: Modelo de Propagação de Incertezas

Assim, em geral, o valor esperado de uma resposta estrutural não pode ser obtido simplesmente calculando a resposta associada aos valores nominais das variáveis aleatórias, são necessárias técnicas de análise probabilística específicas para estimar a distribuição de probabilidade nas respostas, conforme aponta os pesquisadores Ayyub e Klir (2006) e Iaccarino (2008).

Neste sentido, seja uma variável de projeto, esse valor pode ter uma gama de possibilidades, portanto é uma variável aleatória. Como a variável pode, teoricamente, assumir qualquer valor dentro a sua gama de possibilidades, é uma variável aleatória contínua. Ainda segundo Bulleit (2008), as variáveis aleatórias podem ser definidas por distribuições de probabilidade, normal e log-normal.

Para uma variável aleatória contínua, a função de distribuição cumulativa (CDF)  $F[x]$  e a função de densidade de probabilidade (PDF)  $f[x]$ , são definidas conforme a Equação 2.1 e Equação 2.2, respectivamente:

$$F[x] = P[X \leq x] \tag{Equação 2.1}$$

$$f[x] = \frac{dF(x)}{dx} \tag{Equação 2.2}$$

onde  $X$  é uma variável aleatória;  $x$  é um valor específico da variável aleatória; e  $P[ ]$  significa probabilidade das variáveis. O histograma é uma versão discreta da função de densidade de probabilidade.

As incertezas aleatórias podem ser representadas usando o desvio padrão denotado por  $Std$ , para comparar a incerteza aleatória entre duas variáveis, o coeficiente de variação  $COV$  definido como o coeficiente do desvio padrão sobre a média  $\mu$ , conforme Equação 2.3:

$$COV = \frac{Std}{\mu} \tag{Equação 2.3}$$



Em um esquema probabilístico, o problema da propagação da incerteza envolve as gerações de PDFs dos valores de todos os parâmetros de entrada. Em seguida, considerando o vetor  $X = (x_1, \dots, x_D)$  contendo os parâmetros de entrada do modelo computacional, são calculadas as respostas de interesse, como exemplo, a resposta modal.

Os parâmetros de entrada  $x$  são representados como variáveis aleatórias contínuas independentes  $x_i(\omega_i)$  mapeadas no espaço de amostragem  $\Omega_i$  para números reais,  $x_i: \Omega_i \rightarrow \mathbb{R}$ . Essa suposição em termos práticos aumenta a dimensionalidade do problema, o resultado original determinista  $y = f(x_1, \dots, x_D)$  torna-se então uma quantidade  $y = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_D; \omega_1, \dots, \omega_i, \dots, \omega_D)$ .

O objetivo de calcular as PDFs de  $y$ ,  $f_y$  é avaliar a probabilidade de um resultado ou, em geral, estatísticas de  $y$ . O valor esperado  $E[y]$ , Equação 2.4, e a variância  $Var[y]$ , Equação 2.5, são definidos como:

$$E[y] = \int_{-\infty}^{\infty} z f_y(z) dz$$

*Equação 2.4*

$$Var[y] = \int_{-\infty}^{\infty} (z - E[y])^2 f_y(z) dz = E[y^2] - (E[y])^2$$

*Equação 2.5*

As técnicas baseadas em amostragem são os métodos mais simples para propagar incerteza em simulações numéricas. O método envolve simulações repetidas, com uma seleção adequada dos valores de entrada, e as respostas são coletados para gerar uma caracterização estatística do resultado. Neste estudo, tanto a incerteza quanto a entrada e a incerteza propagadas na produção de modelos são quantificadas com base na teoria da probabilidade.

Segundo Oberkampf e Barone (2006), uma vez que as quantidades estatísticas de interesse foram computadas, várias métricas podem ser usadas para caracterizar a saída do sistema, dependendo da aplicação específica. O uso mais comum dessas informações estatísticas é uma quantificação de incertezas, onde a probabilidade de um resultado é estimada e comparada às margens operacionais. Em um contexto de validação, o PDF pode ser comparado à observação experimental para extrair uma medida de confiança nos resultados numéricos.

Os avanços em capacidades computacionais, inferência bayesiana, simulação de Monte Carlo e abordagem por família de modelos oferecem a capacidade de capturar efeitos de incerteza na modelagem, destaca Dumlupinar et al. (2011). A simulação de Monte Carlo, adotada nessa abordagem, tem como objetivo quantificar a incerteza no modelo MEF da ponte sobre o rio Arade.

### **2.2.3 Simulação de Monte Carlo (MCS)**

O conceito de uma análise probabilística baseada na simulação Monte Carlo pode ser definido como um conjunto de parâmetros de projeto, especificado com suas PDFs, e o objetivo é obter uma descrição do desempenho ou resposta do sistema, com uma base estatística. Os métodos estatísticos MCS fornecem uma solução de problemas numéricos por amostragem aleatória, incorporando incerteza na simulação numérica e, finalmente, comparando a simulação com o teste em termos de probabilidade e confiança.

O MCS pode ser feito gerando repetidamente uma seleção aleatória de possíveis valores dos parâmetros, com base nas PDFs, e resolver o sistema para cada seleção de parâmetro. Cada seleção aleatória levará a um resultado de análise diferente. Todos os resultados são estatisticamente pós-processados para obter as PDFs das respostas ou para obter intervalos de confiança. Se um número de análises suficientes for executado, pode-se mostrar que o PDFs das respostas corresponde às respostas reais. Nesta pesquisa, para uma melhor precisão, os esquemas de amostragem consideraram a amostragem na ordem de 500 a 1000 amostras aleatórias, independentemente do número de parâmetros aleatórios utilizados.

### **2.2.4 Análise de Sensibilidade das Incertezas**

A análise de sensibilidade é uma técnica que visa determinar como as respostas estruturais são influenciadas por propriedades como material, rigidez e geometria. Contudo, as incertezas tendem a ser ofuscadas pelos parâmetros da geometria e do material nas análises estruturais em uma análise de sensibilidade comum. A principal diferença é que a análise de sensibilidade não requer caracterização da incerteza dos dados de entrada de uma estrutura e pode ser conduzida puramente com base na forma matemática do modelo. Portanto, os altos valores de sensibilidades de coeficientes não se traduzem necessariamente em incerteza, uma vez que as incertezas de entrada podem ser muito pequenas em um dispositivo de interesse (IACCARINO, 2008).

A análise de sensibilidade é muitas vezes baseada no conceito de derivativos de sensibilidade, o gradiente das respostas em relação às variáveis de entrada. Desta forma, porque existem vários parâmetros de modelagem incertos, um estudo de sensibilidade usando uma expansão da série Taylor, que, para primeira ordem, seria equivalente a uma relação linear entre entradas e saídas para avaliar quais parâmetros de modelagem afetam significativamente as respostas dos componentes.

No entanto, para a análise de sensibilidade das incertezas os derivativos podem ser aproximados com uma abordagem de diferença finita. Esta é uma abordagem que exige uma solução do sistema para cada perturbação de parâmetro, onde o coeficiente de sensibilidade obtidos são mais precisos, especialmente se a perturbação do parâmetro requerido for próxima ao valor conhecido. Isso é feito usando os resultados de duas análises de elementos finitos para dois estados do parâmetro  $P_j$ , sendo  $R_i$  a resposta em relação aos parâmetros  $P_j$ , conforme definido na Equação 2.6:

$$\frac{\Delta R_i}{\Delta P_j} = \frac{R_i(P_j + \Delta P_j) - R_i(P_j)}{\Delta P_j}$$

*Equação 2.6*

### 2.2.5 Verificação e Validação (V&V)

As simulações, em geral, envolvem três tipos de modelos: Conceitual, Matemático e Computacional. Assim, com relação a estes modelos, temos duas definições amplamente aceitas de Verificação e Validação (V&V):

- **Verificação:** é o processo de determinação se um modelo computacional representa com precisão o modelo matemático subjacente e sua solução.
- **Validação:** é o processo de determinar o grau em que um modelo é uma representação precisa do mundo real a partir da perspectiva dos usos pretendidos do modelo.

O termo verificação e validação é comumente utilizado em relação a modelos conceituais e simulações computacionais, conforme pontuado por ASME (2006) e Oberkampf e Trucano (2002). Sendo a validação dos modelos considerada parte fundamental de todos os procedimentos modernos de garantia de qualidade da análise de engenharia (ISO 9001:2015).

A verificação é o processo de determinar se um modelo computacional representa com precisão o modelo matemático e sua solução. A validação é o processo de determinar o grau em que um modelo é uma representação precisa do mundo real a partir da perspectiva dos usos pretendidos do modelo. Portanto, a verificação corresponde ao domínio matemático e validação ao domínio físico, (ODEN, MOSER e GHATTAS, 2010).

Nesse sentido, um modelo matemático deve ser desenvolvido no campo da verificação. No entanto, os modelos matemáticos frequentemente não podem abranger todos os tipos de sistemas estruturais, seja porque não é possível ou prático definir soluções de forma para estruturas complexas, como pontes, conforme destacado por Gokce, et al. (2013). Portanto, essas estruturas devem ser numericamente representadas pelos modelos FEM.

### **2.2.6 Principais Conclusões sobre o Tópico**

A necessidade de atualização do modelo surge uma vez que sempre há erros associados ao processo de construção de um modelo numérico de uma estrutura, o que leva à incerteza na precisão da resposta. Existem muitas fontes de erros de modelagem, como variações de propriedades do material, modelagem inexata do comportamento constitutivo do material, incertezas durante o processo construtivo, condições de contorno etc. Devido a esses erros de modelagem, a atualização do modelo é melhor abordada como um problema de inferência estatística. Isso pode ser feito desenvolvendo modelos estruturais determinísticos por meio de uma modelos de probabilidade dos parâmetros, fazendo com que o modelo estrutural apresente uma previsão sistêmica e uma previsão de erros aleatórios do sistema analisado.

## **2.3 ATUALIZAÇÃO DE MODELO NUMÉRICO**

A confiança na utilização de modelos numéricos para previsões do comportamento e desempenho de uma estrutura depende da correlação entre resultados encontrados e os dados experimentais. De tal modo, a área conhecida como atualização de modelos numérico está relacionada com a correção dos modelos de elementos finitos a partir dos dados de respostas de testes experimentais e visa melhorar a representatividade das estruturas. Contudo, o objetivo de gerar modelos numéricos atualizados vai além de melhorar a representação do comportamento das estruturas, uma vez que podem ser

utilizados para obter previsões para cargas alternativas e configurações estruturais modificadas.

Ao se comparar o comportamento estrutural previsto no modelo e os dados experimentais pode-se obter alguns *insights* sobre as prováveis fontes de erros, como falhas na modelagem da rigidez, amortecimento, geometria, material, conexões e as condições de contorno, que poderão ser melhorados e/ou corrigidos. Entretanto, as diferenças entre estes modelos originam-se não só de erros na modelagem, resultantes de hipóteses simplificadoras feitas em estruturas complexas, mas também dos erros nos parâmetros em função das incertezas das propriedades dos materiais, geometrias e condições de contorno. E geralmente as hipóteses simplificadoras dependem da aplicação pretendida do modelo, do refinamento da malha e da experiência do profissional.

A representação numérica das estruturas pelo MEF é uma ferramenta muito útil e apropriada, e destacou-se a partir dos anos sessenta com a publicação *The finite element method in plane stress analysis* de Ray W. Clough que utilizou pela primeira vez o termo Elementos Finitos. Desde então, o método vem sendo cada vez mais utilizado como instrumento de avaliação do comportamento estrutural, sendo capazes de representar as estruturas com elevada riqueza de detalhes, com modelagens cada vez mais refinadas e modelos cada vez mais complexos.

Contudo, a modelagem numérica das estruturas pelo MEF apresenta limitações na representação de estruturas complexas, devido ao elevado número de variáveis das quais dependem o comportamento destas estruturas. Neste sentido, a atualização é extremamente importante, e tem como objetivo principal fazer com que o modelo represente o comportamento real da estrutura, aumentando o grau de confiança tendo em vista a correlação com os dados experimentais.

Os estudos sobre métodos de atualização dos modelos numéricos, especificamente destinados à dinâmica estrutural, começaram no início da década de 1970, sendo na década de 1980, que o assunto ganhou grande importância, principalmente para as estruturas mecânicas e aeroespaciais, conforme relata Mottershead e Friswell (1993). Mais tarde, a engenharia civil começou a adotar a tecnologia, embora a sua aplicação para estruturas mais complexas, como pontes estaiadas, ainda seja um desafio para os pesquisadores.

A escolha da função de otimização, bem como a abordagem de otimização de modelos numéricos, tem sido objeto de muitas pesquisas, como os precursores McCulloch, Vanhonacker e Dascotte (1990), Farhat e Hemez (1993), Mottershead e Friswell (1993), Friswell e Mottershead (1995) e Friswell, Mottershead e Ahmadian (1998)

Segundo McCulloch, Vanhonacker e Dascotte (1990) há várias fontes de diferenças entre os dados do modelo pelo MEF e os dados experimentais, dentre elas pode-se citar: (i) Incompatibilidade do número de graus de liberdade, uma vez que o número de pontos de medição no EMA geralmente é muito menor que o número de nós dos modelos EF, assim, para a correspondência entre os pontos e nós é necessário a interpolação, utilizando funções lineares, polinomiais ou as funções de forma dos elementos finitos; (ii) Inconsistência, quando o número de modos identificados em EMA e MEF são diferentes, assim ao se comparar modos, no qual o índice MAC é uma ferramenta útil, se um modo não for encontrado (por exemplo, no modelo MEF), ele pode ser descartado do processo de comparação, a menos que a atualização do modelo faça com que ele apareça posteriormente no procedimento.

No trabalho *“Model Updating in Structural Dynamics: A Survey”* de Mottershead e Friswell (1993) apresentam uma revisão do estado da arte dos métodos de atualização. Assim, os primeiros métodos a serem utilizados na atualização de modelos numéricos foram os métodos diretos, onde eram realizadas as atualizações nas matrizes de massa e rigidez, no entanto, os elementos das matrizes têm fraco desempenho como parâmetros candidatos, uma vez que os valores são dominados pelos modos de alta frequência, razão pela qual os métodos diretos de atualização foram em grande parte substituídos por métodos baseados na atualização dos parâmetros, função de penalidade, matriz de sensibilidade e os métodos de otimização.

O método baseado na sensibilidade consiste na minimização das normas dos resíduos modais para melhorar o modelo de elementos finitos. Neste sentido, o método altera as propriedades dos elementos estruturais e as condições de contorno, em vez dos coeficientes de matriz de massa e rigidez como nos métodos diretos, conforme abordado por Farhat e Hemez (1993).

Quanto aos parâmetros de resposta empregados, nos primeiros estudos não era usual utilizar a forma dos modos na atualização dos modelos numéricos por duas principais

razões: (i) continham erros significativos de medição, podendo chegar a 20%, enquanto as frequências naturais eram medidas com uma precisão muito melhor, menos de 1% de erro, podendo então ser utilizadas com maior confiança; (ii) deveriam ser normalizados para consistência com o modelo analítico. Contudo, ainda que a qualidade de entrada do vetor de forma de modo apresentasse erros, o aumento no número de parâmetros de resposta promove um aumento geral na qualidade dos dados disponíveis. De tal modo, quando as frequências naturais são utilizadas para atualizar o modelo analítico, os dados de forma de modo ainda são necessários para emparelhar as frequências naturais medidas às analíticas, como por exemplo utilizando o índice MAC, tornando a utilização dos modos expressivos na precisão do processo de atualização, Mottershead e Friswell (1993).

Atualizar é um processo repleto de dificuldades numéricas, que surgem da imprecisão nos modelos e da falta de informação experimental. Neste sentido, o livro “*Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*” publicado por Friswell e Mottershead (1995) vai além de explicar os princípios da atualização de modelos, mas serve também como um guia para as técnicas de atualização.

Segundo ainda Friswell e Mottershead (1995) as atualizações baseadas no método de sensibilidade, podem ser realizadas por meio das frequências naturais e formas de modos ou funções de resposta em frequência. Contudo, os autores avaliam que as frequências naturais são medidas com uma precisão muito maior do que formas dos modos, assim na ponderação as formas modais deverão refletir muito menos influência que as frequências naturais sobre a forma como os parâmetros são atualizados.

Uma abordagem diferente é apresentada por Friswell, Mottershead e Ahmadian (1998), sobre a decisão crítica da escolha dos parâmetros a serem incluídos no subconjunto de atualização e a incorporação das restrições laterais. Para a definição das restrições laterais utilizam o método de regularização, contudo a alternativa sugerida é reter apenas um subconjunto dos parâmetros. Assim, trabalham com conjunto de parâmetros separados, de forma a representar uma otimização unidimensional, ao invés de uma otimização dimensional, no caso geral, encontrando assim valores sub-ótimos.

Vários autores abordaram as técnicas de atualização de modelos numéricos, conforme relatado nas aplicações a seguir.

Greening (1999) analisou a aplicação de técnicas de atualização em modelos em estruturas cujo desempenho dinâmico é afetado pelas cargas estáticas, deste modo realizou testes experimentais e numéricos. No teste experimental analisou dois modelos de estruturas, uma chapa de aço e uma grelha, e os modelos foram submetidos a testes dinâmicos sob vários regimes de carga estática, desenvolveu também os modelos pelo MEF nos *softwares* MATLAB® e ANSYS®. Para comparar os dados do modelo experimental e numérico, foram utilizados os índices FRAC (*Frequency Response Assurance Criterion*) e MAC. Na primeira etapa dos testes, verificou-se que os estados de carregamento analisado alteram significativamente o comportamento dinâmico das estruturas, alterando as frequências de vibração. Na segunda etapa foram realizadas duas atualizações: uma estática, utilizando cargas medidas nos ensaios de carregamento e os efeitos de deformação produzidos; e uma dinâmica, comprando os dados das frequências vibração. Para o processo de atualização foi realizado também um aperfeiçoamento do método através da consideração da rotação de corpo rígido. A experiência realizada mostrou que uma estrutura idêntica sob diferentes cargas pode apresentar um conjunto de características dinâmicas diferentes, e diferentes números de frequências foram identificados a partir da mesma estrutura sob carga variável. O autor destaca que método de atualização de estruturas é uma grande promessa, contudo alerta que devem ser avaliados os efeitos da deformação devido a carregamentos estáticos que podem afetar o comportamento dinâmicos.

A Autoridade de Transporte Terrestre de Singapura (*Singapore Land Transport Authority LTA*) e a Universidade Tecnológica de Nanyang (*Nanyang Technological University NTU*) iniciaram em 1996 a instrumentação de algumas pontes com o objetivo de estudar o comportamento das estruturas sob diferentes carregamentos, conforme abordado por Brownjohn, Hao e Pan (2001). Para a análise da Pontes Safti Link, com tabuleiro estaiado em arco curvo e vão de 100m ligado a um único mastro inclinado, Figura 2.14, foi desenvolvido um modelo MEF no programa ANSYS®, onde foram extraídos os modos de vibração e as frequências. O ensaio dinâmico, contou com teste de vibração livre e testes de vibração forçada utilizando um martelo de impacto, determinando os modos de vibração e as frequências até aproximadamente 10Hz. Os resultados do modelo numérico e teste experimental foram comparados utilizado o índice MAC e a diferença percentual das frequências, sendo então os dados do ensaio dinâmico utilizados para atualizar o modelo numérico. Ao final, obteve-se um modelo numérico atualizado que apresentou



adequada correspondência com os dados experimentais, o que ressalta o sucesso na aplicação da tecnologia de atualização do modelo e sua utilização na avaliação dinâmica de pontes estaiadas.



Figura 2.14: Ponte Safti Link, Singapura  
Fonte: (BROWNJOHN, HAO e PAN, 2001)

Brasiliano (2005) realizou a análise numérica e experimental de modelos de estruturas onde avaliou os métodos de identificação dinâmica e os métodos de atualização de modelos numéricos. Para a identificações das propriedades dinâmicas foram avaliados os métodos SSI-COV/ref, SSI-DATA/ref e detecção de pico. Na etapa de análise numérica foram identificados os parâmetros de atualização do modelo numérico em um modelo de viga. Para simular o ensaio dinâmico aplicou-se dois tipos de carregamento, um impacto e um ruído branco, identificando as seis primeiras frequências e modos de vibração. Pode-se verificar que os métodos de identificação apresentaram valores bem próximos, independentemente do tipo de carregamento aplicado. Para a atualização do modelo numérico utilizou o método de adição de massa, onde foram simulados dois modelos de vigas e um sistema massa mola, verificando que os parâmetros atualizáveis convergiram para os valores de simulação, assim como às frequências obtidas. Na etapa de análise experimental procedeu-se aos ensaios de vibração em um pórtico plano simples e em dois modelos de vigas metálicas, conforme apresentado na Figura 2.15 a) e b). Para o pórtico, os métodos permitiram identificar corretamente as três primeiras frequências e modos experimentais. Para a avaliação da correlação dos modos obtidos experimentalmente e os modos teóricos foi utilizado o índice MAC. Na atualização do modelo do pórtico utilizou o método baseado em funções de penalidade, que reproduz com eficiência as frequências experimentais do pórtico, porém a autora conclui que é difícil afirmar se os parâmetros encontrados no processo iterativo de atualização correspondem verdadeiramente à estrutura real. Para as vigas, foram analisados dois modelos VIGA 1 na condição original, e VIGA 2, contendo um corte de 10mm na seção transversal, ambos excitados a partir de

um único ponto por meio de impacto produzido com auxílio de um martelo. Foram identificadas seis frequências e formas modais experimentais. Os métodos de identificação apresentaram boa precisão quando comparado com os resultados obtidos com o modelo teórico, com valores do índice MAC considerados satisfatórios para a maioria dos modos analisados. Para a atualização dos modelos numéricos das vigas foram utilizados dois métodos baseados nas funções de penalidade, sendo que o segundo método consiste em perturbar a estrutura por meio de adição de massa em suas coordenadas. Assim, verificou-se que ambos os procedimentos forneceram resultados satisfatórios no sentido de minimizar as diferenças entre as frequências numéricas e experimentais, porém os modos de vibração obtidos pelo modelo atualizado não apresentaram melhora em relação aos modos obtidos a partir do modelo numérico inicial.



Figura 2.15: Modelo experimental  
a) pórtico; b) viga  
Fonte: (BRASILIANO, 2005)

Merce (2007) realizou uma atualização do modelo numérico da ponte pênsil de Clifton em Bristol, norte do Reino Unido. O modelo MEF foi desenvolvido em linguagem APDL no *software* ANSYS®. No modelo apresentado na Figura 2.16, foram utilizados os seguintes elementos: nos tirantes foram utilizados o elemento BEAM4; para a modelagem das longarinas, transversinas e parapeito foi utilizado o elemento BEAM44; para modelar o tabuleiro foi escolhido o elemento SHELL41; os cabos entre as torres, foram modelados como três correntes com junção simples entre elementos, e os cabos laterais, entre as torres e as ancoragens, foram modelados como se constituíssem apenas uma corrente, todos utilizando o elemento BEAM4. Assim, a partir do modelo foi realizada a análise modal, sendo encontradas 105 frequências e modos de vibração laterais, verticais, torcionais e longitudinais. Para a análise modal experimental foram utilizados quatro métodos de identificação, dois no domínio da frequência, o método de detecção de pico (PP) e o método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (*Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM*), e dois no domínio do tempo, SSI-COV/ref e o SSI-DAT/ref.

Contudo, antes da realização do ensaio dinâmico propriamente dito, selecionou-se a localização ótima dos sensores, utilizando o método Lim-Gawronsky modificado (LGM) e o método de independência efetiva – Resíduo do ponto principal (*Effective Independence – Driving Point Residue, Eff-DPR*). Após a definição da posição dos sensores, foi realizado o ensaio dinâmico em vibração ambiente, onde foram utilizando 6 servo-acelerômetros, sendo 3 deles utilizados como referência e os demais variando para a construção da forma dos modos de vibração.

Deste modo, foi possível identificar as frequências e modos experimentais que foram comparados, utilizando a porcentagem de variação da frequência FER e o índice MAC, com os obtidos no modelo numérico. Os resultados mostraram que as frequências e modos verticais e torcionais apresentaram uma boa correlação, enquanto os índices laterais apresentaram valores menores. De tal modo, iniciou o processo de atualização composto por uma etapa manual e uma automática. Na atualização manual foram realizadas modificações na conexão do tabuleiro com os apoios, propriedades dos cabos e propriedades do tabuleiro. Na atualização automática foi utilizado o *software* ANSYS®, e pode ser dividida em pré-processamento realizando a análise de sensibilidade dos parâmetros e a atualização automática. Por fim, foram calculados os valores dos índices FER e MAC para as frequências e modos verticais, torcionais e laterais do modelo atualizado. A atualização do modelo numérico se mostrou muito útil visto que melhorou significativamente a correlação entre o modelo experimental e o numérico. O modelo numérico atualizado poderá servir de base para avaliações futura da estrutura, construindo assim possíveis cenários do comportamento da mesma frente a diferentes ações.

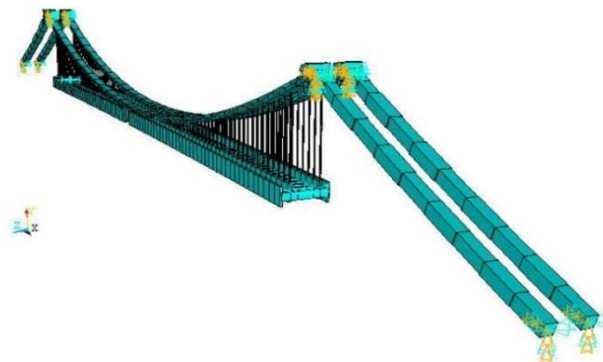


Figura 2.16: Modelo em EF da ponte de Clifton, Inglaterra  
Fonte: (MERCE, 2007)

Santos (2009) realizou a atualização do modelo numérico de uma passarela de pedestres localizada na BR-040 em Brasília baseada em dados de ensaios experimentais. O modelo numérico da passarela foi desenvolvido no *software* ANSYS®, conforme apresentado na Figura 2.17 a), sendo o vão principal modelado como pórtico espacial com elemento de viga BEAM4, o piso e a cobertura foram modelados com o elemento de placa SHELL63; e o corrimão e as outras barras que fazem parte do parapeito foram considerados como massa concentradas nos nós inferiores MASS21. A partir do modelo numérico, foi realizada a análise modal e obtidas as frequências e modos verticais, laterais e de torção, que foram comparados aos valores obtidos por meio de ensaio experimentais realizados previamente Brasiliano et al. (2008). Para correlacionar os parâmetros experimentais e numéricos foram utilizados os índices MAC, para a comparação entre os modos de vibração, e a porcentagem de variação da frequência, índice FER. A partir do modelo numérico desenvolvido iniciou o processo de atualização deste modelo, com o objetivo de encontrar um modelo numérico com comportamento mais próximo do experimental. Para definição das variáveis da atualização foi realizada a análise de sensibilidade onde se mediu a influência da variação dos parâmetros sobre as propriedades dinâmicas, definindo assim os parâmetros. A atualização do modelo foi dividida em duas etapas, uma etapa manual, onde foram feitos pequenos ajuste nas propriedades dos materiais, e outra automática desenvolvida dentro do módulo de otimização do programa ANSYS® na linguagem APDL, utilizando o método de aproximação por subproblema e método de primeira ordem, conforme convergência da função objetivo apresentada na Figura 2.17b). O modelo obtido apresentou uma boa correlação entre os modos e frequências experimentais e numéricos para os modos verticais comparados, e poderá ser utilizado para avaliações futuras da passarela.

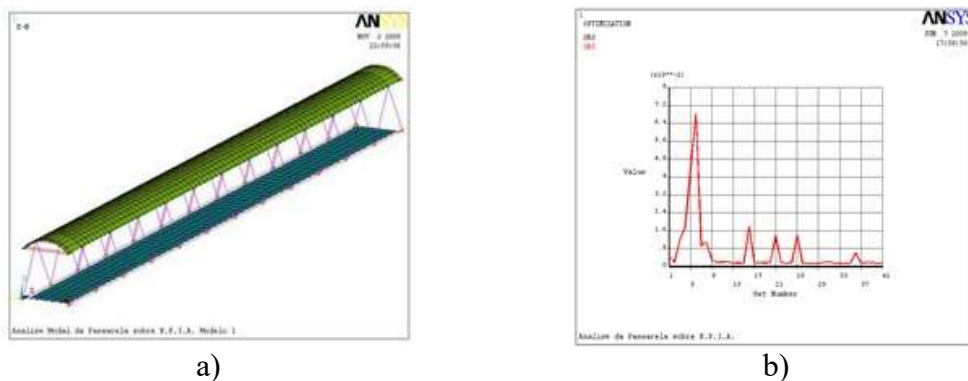


Figura 2.17: Modelo desenvolvido no programa ANSYS®  
a) disposição dos elementos; b) variação da função objetivo na atualização.

Fonte: (SANTOS, 2009)

Para Mottershead, Link e Friswell (2011) o método de sensibilidade é provavelmente o mais bem-sucedido para o problema de atualização de modelos de elementos finitos de estruturas de engenharia com base em dados de teste de vibração. O método de sensibilidade baseia-se na linearização da relação entre os parâmetros de saída, tais como frequências naturais, formas de modo ou respostas de deslocamento e os parâmetros do modelo que necessitam de correção. Assim, a metodologia da atualização pela sensibilidade é desenvolvida a partir de uma expansão da série Taylor truncada após o termo linear. No trabalho é apresentada a atualização do modelo em elementos finitos da fuselagem de um helicóptero militar modelo Lynx, desenvolvido pela parceria das Universidades de Bristol, Liverpool and Kassel e GARTEUR (*Group for Aeronautical Research and Technology in Europe*). Os ensaios experimentais foram realizados na condição de apoio livre-livre onde foram medidas as frequências e modos em 29 pontos, sendo 4 pontos de aplicação das excitações utilizando um shaker eletromecânico. O modelo em elementos finitos foi desenvolvido no MSC-NASTRAN utilizando elementos de casca, barras e massas concentradas. Inicialmente foram utilizadas 109 propriedades de materiais na análise de sensibilidade dos parâmetros. Os módulos de elasticidade das colunas mais altas (36 parâmetros) apresentaram maior sensibilidade com as frequências e foram considerados como parâmetros de atualização. Como parâmetros de resposta foram consideradas 8 frequências e os respectivos modos, correlacionados com os modos experimentais pelo índice MAC. Após a atualização o erro médio das frequências caiu de 7.42% para 2.19%, sendo o fator de correção máximo de variação dos parâmetros de  $8.44E-1$ .

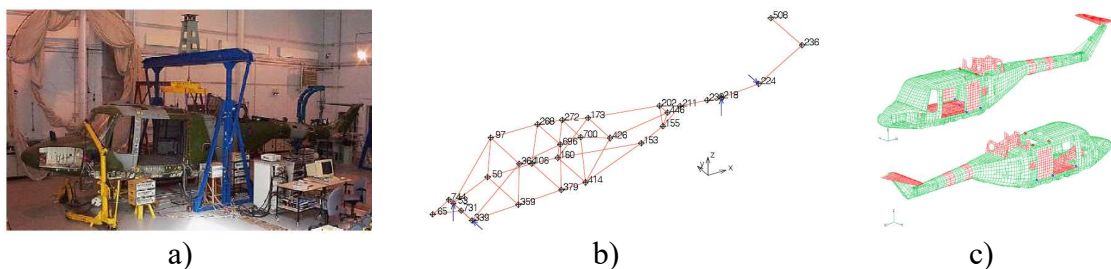


Figura 2.18: Helicóptero militar modelo Lynx  
a) Modelo em laboratório; b) Localização dos pontos de medição; c) Modelo EF.  
Fonte: (MOTTERSHEAD, LINK e FRISWELL, 2011)

Xia e Roeck (2014) realizaram a atualização do modelo numérico baseado nos dados dos ensaios experimentais do Viaduto Jalon, localizado ao longo da linha ferroviária de alta velocidade entre Madrid e Barcelona. Para determinar as características dinâmicas foram realizadas campanhas de medições em 303 nós, com 38 configurações diferentes e

utilizando 12 sensores triaxiais sem fio. Os dados medidos foram analisados utilizando o programa MACEC, desenvolvido por Peeters e Roeck (1999), onde foram analisados e processados os dados da vibração ambiental e vibração livre, após a passagem de um trem. O modelo MEF foi desenvolvido no *software* ANSYS® utilizando elementos BEAM4 para os pilares e o elemento SOLID45 para a viga caixão. Calculou-se os modos e frequências numéricos e comparou-os com os resultados do ensaio experimental, utilizando o índice MAC. Os resultados iniciais mostraram que os modos verticais tiveram uma boa correlação, contudo o mesmo não ocorreu com os modos longitudinais. Assim, iniciou-se o processo de atualização, onde foram selecionados 14 parâmetros, sendo 12 de rigidez e 2 de módulos de elasticidade. O procedimento foi realizado por meio do o *software* MATLAB®, onde inicialmente se realizou um teste de sensibilidade dos parâmetros, verificando que os parâmetros selecionados influenciavam basicamente nas primeiras cinco frequências e modos, e posteriormente a atualização onde foram calibrados o fator de peso da função objetivo, obtendo um modelo atualizado. Como conclusão, os autores pontuam que a utilização dos modos longitudinais de vibração contribuiu para o processo de atualização, e ainda destacaram que os fatores de ponderação da função objetivo desempenham um papel importante no processo de atualização, e o modelo resultante da atualização apresentou apropriada concordância entre as frequências naturais e modos de vibração experimentais e numéricos.



Figura 2.19: Ponte Jalon, Espanha  
Fonte: (XIA e ROECK, 2014)

Recentemente, a atualização de modelo EF utilizando técnicas de inteligência computacional vem ganhando popularidade. Os métodos de inteligência computacional utilizados para atualização de modelos de elementos finitos incluem redes neurais, algoritmos genéticos, enxames de partículas, simulação de recozimento, métodos de superfície de resposta, métodos híbridos e métodos bayesianos. E podem ser utilizadas tanto na atualização de modelos de elementos finitos, quanto na detecção de danos. As



técnicas de inteligência computacional para o problema da atualização de elementos finitos foram apresentadas no livro “*Finite-element-model Updating Using Computational Intelligence Techniques*” do Professor Marwala (2010) da Universidade de Johannesburg.

Neste sentido, tem-se o trabalho de Peña (2013), que realizou a atualização de modelos numéricos de arquibancadas temporárias, utilizando o método de otimização Enxame de Partículas (*Particle Swarm optimization, PSO*) programado em MATLAB®. O modelo numérico foi desenvolvido no *software* ANSYS® conforme apresentado na Figura 2.20. Para correlacionar os resultados dos testes modais com os dados do modelo numérico foram utilizados os índices MAC e FER. Após a atualização o modelo da arquibancada apresentou parâmetros modais próximos aos resultados experimentais conservando o significado físico das propriedades. Como conclusão a autora mostra que o algoritmo enxame de partículas utilizado para a otimização dos parâmetros incertos da arquibancada temporária mostrou-se mais eficiente que os métodos de aproximação por subproblema e de primeira ordem, quando se compara o tempo de processamento e o número de iterações necessário para a convergência.

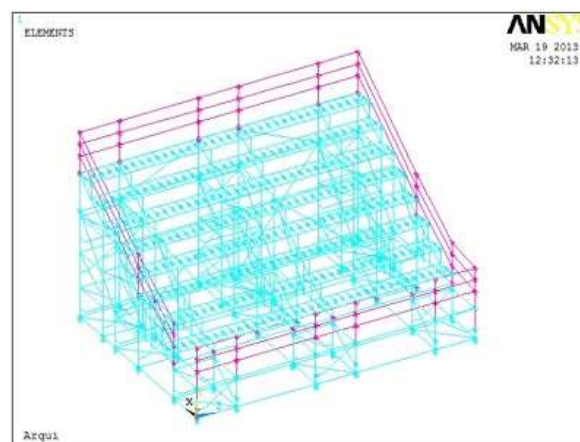


Figura 2.20: Modelo da arquibancada desenvolvido no programa ANSYS®  
Fonte: (PEÑA, 2013)

Oğuzhan e Hasançebi (2013) realizaram a atualização de modelo MEF de uma ponte de concreto armado em vigas em T, por meio das redes neuronais artificiais (RNAs). A Ponte Pensilvânia, construída em 1929, passou por uma grande campanha de ensaios experimentais estático e dinâmicos, onde foram medidas as deformações, frequências e modos de vibração. O modelo MEF 3D do tabuleiro foi desenvolvido em elementos sólidos, com a representação das barras de aço. Baseado na análise de sensibilidade os parâmetros elasticidade do concreto, massa do tabuleiro e as condições de apoio foram considerados na atualização. O modelo foi calibrado usando redes neurais treinadas por

um conjunto de dados numéricos gerados a partir de análises lineares e não-lineares. As respostas obtidas a partir de modelos calibrados foram comparadas com as respostas experimentais para quantificar a precisão do processo de atualização do modelo. As frequências encontradas apresentaram uma diferença de 5.4% e 2.91% quando considerado os dados estáticos e dinâmicos, respectivamente nos modelos não-lineares. Os autores concluíram que as RNAs podem ser usadas de forma eficiente e confiável para estimar os parâmetros com alto nível de incerteza e complexidade que surge do envelhecimento e deterioração de pontes de concreto armado, bem como propriedades de materiais não-lineares. Contudo, pondera-se que apenas a consideração de respostas dinâmicas para a atualização de modelos pode conduzir a previsões de parâmetros errôneas, especialmente quando a calibração é baseada em respostas lineares.

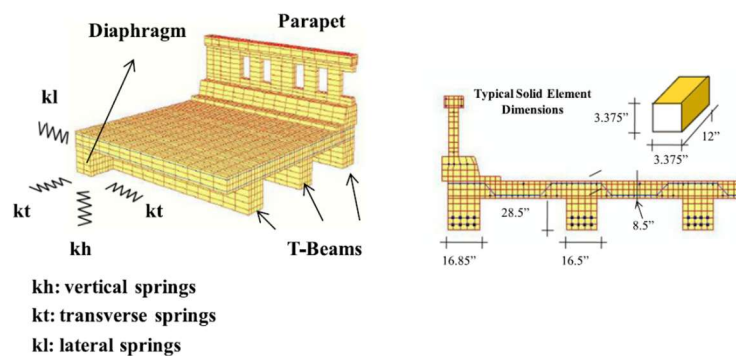


Figura 2.21: Modelo da Ponte Pensilvânia  
Fonte: (OğUZHAN HASANÇEBI, 2013)

Os métodos de atualização têm recebido um interesse considerável de vários pacotes de *software* de atualização comercial, como FEMtools®, ModeFRONTIER® e optiSLang®. No desenvolvimento deste trabalho foi utilizado o *software* FEMtools® 3.8.1, versão estudante (FEMTOOLS 3.8.1 ®, 2015).

### 2.3.1 Principais Conclusões sobre o Tópico

Quanto aos métodos de otimização, pode-se dividi-los em dois grandes grupos:

- Métodos diretos, onde são realizadas alterações diretamente nas matrizes de acordo com os um conjunto de dados experimentais, como por exemplo o método multiplicador de Lagrange, método baseado na perturbação matriz etc.;
- Métodos iterativos, onde são alterados os parâmetros da estrutura utilizando os dados de resposta, como exemplos os métodos de atualização dos parâmetros, função de



penalidade, matriz de sensibilidade; métodos de otimização; métodos de inteligência computacional etc.

Os métodos diretos são considerados representativos, uma vez que o feito mais notável é a capacidade de reproduzir os dados medidos exatamente, com baixo esforço computacional. Contudo, o modelo atualizado por este método é incapaz de prever o comportamento da estrutura para eventos futuros ou alterações nas propriedades dos elementos.

Os métodos iterativos de otimização é o método que consiste em definir os parâmetros estruturais que serão atualizados, geralmente selecionados pela análise de sensibilidade, e modificá-los de forma a minimizar as diferenças entre as respostas do modelo numérico e os dados de respostas experimentais, por meio de uma função objetivo. A quantidade e qualidade das informações disponíveis a partir dos dados experimentais definirá a melhor correlação dos parâmetros atualizáveis.

Quanto à análise de sensibilidade, esta é extremamente importante no processo de atualização, definindo não apenas as variáveis de projeto, mas também o espaço confiável para a variação dos parâmetros.

Pode-se observar ainda que os parâmetros mais populares a serem utilizados na atualização são a massa e rigidez dos elementos, contudo estes devem ser alterados de forma a manter o significado físico, em outras palavras, a proximidade da resposta com os dados medidos dependerá da incerteza atribuída aos parâmetros iniciais.

No que se refere às técnicas de atualização automática de modelos numéricos, estas têm apresentado grande praticidade, tendo em vista que convergem com facilidade, mas muitas vezes os valores encontrados podem não ter significados físicos, logo estas deverão ser utilizadas com cautela principalmente em estruturas muito complexas.

## **2.4 DETECÇÃO DE DANOS**

As pontes e viadutos são elos importantes da infraestrutura, que ao longo do ciclo de vida merecem atenção continuada para que se permita detectar antecipadamente sinais de alteração dos níveis de segurança estrutural e desempenho funcional. O termo utilizado

para descrever este processo que visa determinar a integridade de uma estrutura é Monitoração de Saúde Estrutural (*Structural Health Monitoring - SHM*).

Há numerosos estudos e pesquisas visando desenvolver técnicas para verificar a integridade das estruturas e SHM, incluindo métodos visuais, não destrutivos e semi-destrutivos, bem como as avaliações por meio das respostas dinâmicas. Todos esses métodos têm como objetivo comum detectar, localizar e quantificar diferentes graus de deterioração e danos em uma estrutura.

A grande maioria dos métodos de detecção de danos empregados atualmente no Brasil são métodos experimentais visuais ou localizados, conforme descrito nos manuais e normas técnicas brasileiras, (DNIT, 2004a), (DNIT, 2004b), (ABNT:NBR-16230, 2013) e (ABNT:NBR-9452, 2012).

A inspeção visual, a avaliação não-destrutiva e a semi-destrutiva, são métodos comuns de monitoração de estruturas. A inspeção visual não é objetiva e contém grandes incertezas na identificação e quantificação dos danos, já os métodos de avaliação não destrutivos e semi-destrutivos, tais como extração de corpos de prova para ensaio, testes de ultrassom, teste de penetração, exames radiográficos, teste de corrente etc. quantificam os danos locais. No entanto, estes métodos experimentais requerem que a localização do dano seja conhecida *a priori* e que a estrutura a ser inspecionada seja acessível. Assim, sujeito a estas limitações, a necessidade de métodos de detecção de danos mais globais que possam ser aplicados a estruturas complexas levou ao desenvolvimento de métodos que examinam as alterações nas características da estrutura, como modificação nas respostas.

Sahuinco (2011) utilizou métodos não destrutivos e semi-destrutivos na avaliação da condição estrutural da ponte sobre o Rio Jaguari na BR-381/SP no estado de São Paulo, concluindo que os dados qualitativos estão baseados na inspeção visual enquanto os dados quantitativos estão baseados nos ensaios não destrutivos e semi-destrutivos. Entretanto, assinala que a qualificação dos profissionais envolvidos é fator primordial para o sucesso da avaliação da estrutura, o que sustenta a subjetividade destes tipos de métodos.

Desse modo, ao longo dos últimos anos detectar danos em uma estrutura por meio da mudança nos parâmetros globais tem recebido atenção considerável e o fundamento para a detecção de danos é que as mudanças nas propriedades físicas da estrutura (condições

de contorno, rigidez, massa etc.) altera as características estáticas e dinâmicas (deformação, frequências, modos de vibração etc.).

Conforme Doebling et al. (1998) os métodos de detecção de danos podem ser classificados conforme a natureza dos dados experimentais em dinâmicos e estáticos, contudo, os autores ponderam que os avanços na detecção de danos por vibração, frente aos estáticos, nos últimos 20-30 anos produziram novos métodos e vem tendo aplicações mais difundidas. Assim, a monitoração por meio das respostas dinâmicas da estrutura é um método menos subjetivos para acompanhamento da integridade estrutural e permite uma avaliação global.

Neste sentido, métodos que se baseiam na alteração das propriedades dinâmicas, tais como frequência, formas modais e curvatura, matriz de flexibilidade e rigidez, e energia de deformação modal, vem se mostrando promissores na detecção e localização de danos estruturais. Dentre estes, vale ressaltar métodos baseados na atualização dos modelos numéricos, foco deste trabalho.

Embora a expressão “*Detecção de Dano*” venha sendo usada de uma forma genérica, com base na quantidade de informações fornecidas sobre o estado de dano, os métodos podem ser classificados como fornecendo quatro níveis informações, conforme apresentado por Rytter (1993):

Nível 1 – Métodos que indicam de forma qualitativa que a estrutura pode apresentar danos (Detecção);

Nível 2 – Métodos que são capazes de detectar e informar a provável localização do dano (Localização);

Nível 3 – Métodos que são capazes de detectar, localizar e estimar a gravidade (Avaliação); e

Nível 4 – Métodos que são capazes de detectar, localizar, avaliar e determinar a vida útil remanescente da estrutura baseado no estado danificado (Consequências).

Desde 1981, numerosos estudos envolvendo o desenvolvimento e aplicação de técnicas de detecção de danos foram relatados para estruturas de ponte. Contudo, os primeiros

estudos tiveram como objetivo verificar se os danos alteravam significativamente as propriedades dinâmicas das estruturas.

Salane et al. (1981) realizaram uma investigação para avaliar a alterações nas propriedades dinâmicas como um possível meio de detectar a deterioração estrutural devido a fissuras por fadiga nas vigas de uma ponte rodoviária de três vãos. Os autores puderam concluir que as mudanças no amortecimento eram inconsistentes e não podiam ser usadas para detectar danos, assim como as alterações nas frequências, que foram consideradas pobres indicadores de deterioração estrutural causada por fadiga. Contudo, as alterações nas formas modais se mostraram como os indicadores mais sensíveis aos danos por fadiga na viga.

Kato e Shimada (1986) realizaram uma análise numérico experimental numa ponte de concreto protendido durante o seu ensaio de falha realizado antes da demolição. Foram realizados 6 ciclos de carregamentos estáticos que variaram de 80ton a 434ton, e os teste de vibração foram realizados em 4 estágios do carregamento, foram medias as frequências em duas direções horizontal e vertical, utilizando a vibração ambiente. Observou-se que as frequências verticais dos primeiros modos diminuíram rapidamente na medida que as cargas eram acrescidas. As alterações nas frequências foram associadas com o rendimento dos cabos da protensão, uma vez que, verificou-se um grande decremento na frequência após o aço dos cabos excederem o limite elástico. No entanto, os valores de amortecimento não foram afetados significativamente.

Conclusões semelhantes foram levadas por Biswas et al. (1990a) e (1990b) ao analisar pontes rodoviárias e outros vários modelos de pontes em laboratório. Danos foram simulados afrouxando os parafusos de conexão de uma das vigas principais. Os testes laboratoriais e modelos analíticos foram realizados para avaliar em detalhes a veracidade e eficiência de diferentes técnicas experimentais, procedimentos analíticos e métodos de processamento de sinal. Puderam concluir que as alterações nos sinais e dados devido aos danos simulados na ponte, bem como em modelos são discerníveis, mas em geral são pequenos. Funções de resposta tais como frequências e formas de modo são pouco sensíveis às falhas na estrutura. Contudo, a alterações nas formas de modo quantificadas pelos critérios de garantia modal, tais como MAC e COMAC, e a aplicação de técnicas de reconhecimento de padrões à função de resposta em frequência pareceram ser mais eficazes na detecção de alterações numa estrutura.

Esforços consideráveis vinham sendo empregados na obtenção de uma relação entre as mudanças nos parâmetros próprios, localização dos danos e o tamanho do dano. Apesar disso, a grande maioria, com ênfase em usar as mudanças nas frequências naturais e os valores de amortecimento.

Spyrakos et al. (1990) realizaram um programa experimental em vigas, com características dinâmicas similares às pontes. Vários cenários foram analisados, onde variou-se a intensidade e comprimento do dano. Os autores observaram que a mudança de frequência pode ser insuficiente como um indicador útil de segurança estrutural, uma vez que danos críticos, com fatores de danos maiores que 1.0, alteraram as frequências em menos que 5%. No entanto, as formas de modo puderam indicar a localização dos danos.

Dois estudos subsequentes, Pandey et al. (1991) e mais tarde em Pandey e Biswas (1994), podem ser considerados destaques na utilização de diferentes parâmetros de resposta no estudo de detecção de danos. No primeiro utilizou os dados de resposta de curvatura dos modos de vibração, e no segundo estudo avaliou a mudanças na matriz de flexibilidade. Concluiu-se que os parâmetros de resposta se mostraram efetivos, não apenas para detectar a presença de um estado de dano, mas também puderam ser utilizados como forma de localizar o dano.

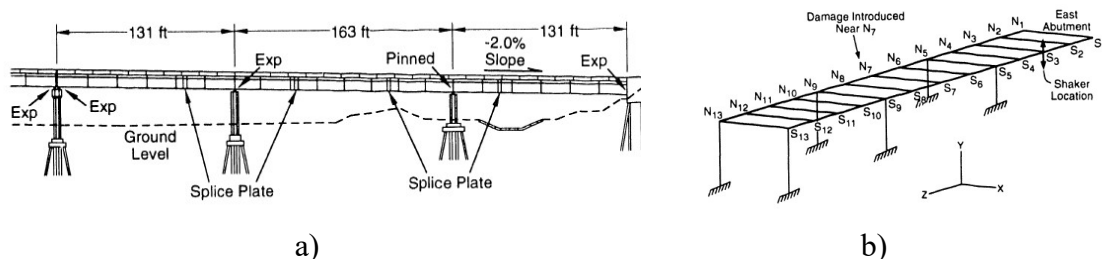
Na mesma linha, Tang e Leu (1991) observaram que as mudanças nas formas modais são mais sensíveis que mudanças de frequências para uma ponte com parte de seus membros estruturais danificados, conseqüentemente, são um indicador efetivo para a detecção qualitativa de danos.

Estudo semelhante ao de Spyrakos et al. (1990) foi desenvolvido por Raghavendrachar e Aktan (1992), onde realizou-se testes em uma ponte de concreto armado com o objetivo de detectar dano, concluíram que os esforços para identificar dano apenas através de mudanças nas frequências e formas de modo, identificando apenas alguns modos são questionáveis, a menos que o dano seja de natureza severa e global. Contudo, as alterações na flexibilidade, determinadas a partir de formas de modo, eram um indicador sensível de danos, particularmente quando apenas um número limitado de modos estava disponível.

Em seqüência, torna-se importante quantificar a variabilidade da resposta dinâmica nas estruturas devidos aos efeitos dos danos, uma vez que segundo Askegaard e Mossing

(1988) as pontes podem apresentar uma variação nas frequências de até 10% durante as estações do ano, sem nenhuma modificação nas condições estrutural. Assim, de forma a minimizar a indicação falsa de danos é fundamental que os conjuntos de dados sejam coletados em uma ampla gama de condições ambientais e operacionais do sistema.

Um trabalho inovador foi então desenvolvido por Farrar et al. (1994), que realizaram o primeiro estudo deparado sobre a utilização de técnicas de detecção de danos por meio de dados modais aplicado a uma ponte. Os testes modais objetivaram caracterizar as propriedades dinâmicas e mostrar como estas propriedades poderiam ser afetadas por danos, tendo como objeto de estudo a Ponte sobre o Rio Grande, na Interestadual I-40 no Estado do Novo México, Estados Unidos. As pontes na I-40 sobre o Rio Grande seriam destruídas durante o verão de 1993, o que possibilitou aos investigadores introduzir danos progressivos, por meio de cortes na mesa da viga metálica I no vão central norte, e testar os métodos de identificação de dano. Foram realizados testes de vibração ambiental e a cada estágio do dano, testes de vibração forçada. Para a quantificação do dano foram utilizadas a variação nas frequências e forma dos modos, por meio do índice MAC. No entanto, não se pode notar alterações nas propriedades dinâmicas globais da ponte, até o estágio final de dano ser introduzido, sendo ainda que os modos, cujo nó estava localizado no local do dano, não tiveram sua forma modal alterada. Estes resultados enfatizaram a necessidade de mais trabalho no desenvolvimento de algoritmos de identificação de danos. A Figura 2.22 apresenta os detalhes da seção longitudinal da ponte sobre o Rio Grande, detalhes do ensaio dinâmico e local do dano.



a)   
 b)   
 Figura 2.22: Ponte sobre o rio Grande, Novo México EUA   
 a) Detalhe Longitudinal; b) Detalhes do Ensaio   
 Fonte: (FARRAR, BAKER, *et al.*, 1994)

Em uma continuação do estudo, Farrar e Jauregui (1996) apresentam uma comparação direta dos métodos de identificação de danos: Método do Índice de Danos (Kim e Stubbs, 1993, apud Farrar e Jauregui, 1996), Método de Curvatura do Modo (Pandey et al., 1991, apud Farrar e Jauregui, 1996), Método de Alteração na Flexibilidade (Pandey e Biswas,

1994, apud Farrar e Jauregui, 1996), Método de Curvatura do Modo e Alteração na Flexibilidade (Zghang e Aktan, 1995, apud Farrar e Jauregui, 1996) e o Método de Alteração da Rigidez (Zimmerman e Kaouk, 1994, apud Farrar e Jauregui, 1996). Assim, ao todo, três conjuntos de dados, dois experimentais e um analítico, foram utilizados neste estudo. Em geral, todos os métodos identificaram a localização do dano corretamente, seja o experimental real ou os simulados numericamente, quando considerado o estágio final do dano, com o corte total da mesa inferior da viga. No entanto, os métodos eram inconsistentes e não identificavam claramente a localização dos danos quando considerados os casos de danos menos graves.

Mais tarde, Farrar e Jauregui (1999a) concluíram que com base em análises e observações adicionais, relacionadas aos testes na Ponte I-40, que haveriam vários procedimentos que deveriam ter sido realizados durante os testes para melhorar a confiança dos resultados de identificação de danos. Dentre as melhorias no procedimento de teste estão listadas a necessidade de uma inspeção visual antes e pós-teste e uma análise da sensibilidade dos resultados modais às condições ambientais, tais como mudanças na temperatura, carga de tráfego, vento e métodos de excitação. E em paralelo, Farrar e Jauregui (1999b) desenvolveram um modelo de elementos finitos, introduzindo oito cenários de danos no modelo numérico, três cenários comparados com os estágios de danos realizado no teste experimental e cinco novos cenários de danos numéricos, incluindo um caso de danos múltiplos. Um nono cenário foi introduzido no estudo, contudo este não envolvia alterações no modelo de elementos finitos, em vez disso, a função de força original foi substituída por uma função aleatória diferente, que tinha a mesma amplitude e a mesma frequência. Este caso foi incluído na investigação para testar se as rotinas de identificação de dano não identificariam dano quando duas respostas diferentes não danificadas são analisadas, ou seja, dando uma leitura “falso-positiva”. Cinco algoritmos de identificação de danos foram testados nos dados gerados numericamente da ponte não danificada e danificada, para a comparação foram utilizados os dados de forma de modo por meio do índice MAC. Com exceção do método do índice de danos, todos os métodos estudados forneceram indicações falso-positivas de dano quando foram aplicados aos conjuntos de dados não danificados. Apesar de não ser verificado analiticamente, os autores presumem que as leituras falsa-positivas poderiam ser eliminadas tomando-se mais amplitudes da forma de modo. A comparação de dois conjuntos de dados não danificados pode ser usada

para estabelecer os níveis mínimos de alteração no parâmetro monitorado que os danos devem produzir antes de serem detectados.

Em termos de metodologia, análogo ao desenvolvido neste trabalho, alguns autores utilizaram a metodologia de atualização do modelo numérico como forma de detectar, localizar e quantificar os danos em estruturas de pontes. Nesta perspectiva, a atualização dos modelos numéricos com base em dados experimentais, junto a análise de sensibilidade dos parâmetros, vem demonstrando capacidade de prever sobre danos por meio da alteração na rigidez dos membros estruturais.

Fritzen e Bohle (1999) usaram um método de atualização de modelo para identificar os danos na estrutura, utilizando os dados do teste experimental Farrar et al. (1994). O modelo de elemento finito foi formulado e atualizado com base nos dados experimentais intactos, apresentando um MAC de 0.98 e 2.7% de diferença nas frequências. Para o problema de detecção de dano, foram considerados os dados dos seis primeiros modos e frequências, variando de 2 a 5Hz. A análise de sensibilidade levou a uma redução no número de parâmetros de 1080 para apenas 9, o que foi considerado um dos fatores primordiais no sucesso da localização do dano. A atualização do modelo numérico, utilizada para quantificar a perda de rigidez dos membros estruturais, apresentou uma boa impressão da extensão do dano. Sendo o método capaz de detectar os danos nas condições de cenário de danos 4, 3 e 2, severos, inclusive indicando a posição do dano no modelo numérico. Contudo, para o cenário 1, dano leve, as imprecisões do modelo levaram a um diagnóstico não confiável, uma vez que a mudança estrutural foi muito pequena para ser identificada.

Para convencer a comunidade de engenharia de que o monitoramento dinâmico é uma técnica valiosa para a avaliação estrutural, uma prova da sua viabilidade seria essencial. Neste sentido, um dos casos mais representativos no estudo de detecção de dano, que, desde 1997, vem sendo alvo de extensas investigações foi o Viaduto Z-24, localizado entre as aldeias de Koppigen e Utzenstorf, na autoestrada de Berna para Zurique, na Suíça. O viaduto foi utilizado, como um estudo em grande escala, para validar a utilização da monitorização dinâmica para efeitos de detecção e avaliação de danos.

Os testes experimentais no Viaduto Z-24 foram realizados no âmbito do projeto Brite-Euram BE 96-3157 (1997) e consistiu de duas partes: um teste de longo prazo, para



quantificar o grau de variância devido a influências ambientais; e um teste de curto prazo, para evidenciar que as alterações nas propriedades dinâmicas são suficientemente grandes e podem estar ligadas a danos numa determinada parte da estrutura. O Viaduto Z-24, construído em 1963, apresentava um comprimento total de 63,4m, sendo dois vãos laterais de 14m, vão central de 30m e dois balanços de 2,7m cada. A seção transversal do tabuleiro composta de viga caixão com duas células protendidas. Na mesoestrutura dois pilares laminares centrais e dois encontros embutidos em solo. O viaduto seria demolido e substituído por um novo, uma vez que a largura do tabuleiro não acomodava uma nova linha ferroviária, o que possibilitou a introdução dos cenários de danos na estrutura. Deste modo, ao todo 17 cenários foram analisados, dentre eles: recalque e inclinação na fundação, onde um dos pilares foi recortado e introduziu-se um sistema de recalque com um rebaixamento variando de 20 a 95mm; rompimento de cabos de protensão; deslocamento de concreto etc. As primeiras frequências e modos correspondentes foram identificados antes e após a introdução dos estágios de dano. As medições dos dados modais foram realizadas nas condições ambientais, ou seja, sob tráfego, e por meio de *sharques* verticais no teste de vibração forçada.

Assim, a partir dos dados dos ensaios realizados, Wahab e De Roeck (1999) utilizaram a técnica de curvatura modal (*Modal Curvature MC*) para localização de danos em estruturas considerando 4 cenários de danos referente ao recalque de fundação. Puderam verificar que as MCs dos primeiros modos são, em geral, mais precisas do que aquelas dos modos mais altos. Foi proposto também um parâmetro chamado Fator de Dano de Curvatura (*Curvature Damage Factor*), que consiste na diferença média entre as MC de todos os modos. O fator de dano apresentou uma identificação clara dos locais dos danos, quando a estrutura apresentava os danos mais severos. Os resultados mostram que a aplicação do método MC para detectar dano em estruturas parece promissor, contudo os pesquisadores ponderam sobre o uso do MC de modos mais altos na detecção de danos.

Em sequência, Maeck e De Roeck (1999) apresentaram os resultados para cenários de danos adicionais, incluindo inclinação de fundações, desprendimento de concreto, rótulas plásticas no concreto, falha de ancoragem e ruptura de tendões.

Em relação às considerações dos efeitos da temperatura sobre as frequências naturais da estrutura, Peeters (2000) desenvolveu um método para detecção de danos na presença de diferentes parâmetros ambientais.

Uma maneira de identificar danos é atualizar o modelo numérico até que uma correspondência satisfatória entre as características modais calculadas e medidas. De tal modo, De Roeck, Peeters e Maeck (2000) desenvolveram diferentes modelos MEF para o Viaduto Z-24, desde modelos detalhados tridimensionais, com elementos de casca, até modelos mais simples, com elemento de vigas. Para identificação de danos foram considerados os primeiros cinco modos. O método de atualização baseia-se na minimização das discrepâncias entre parâmetros modais medidos e calculados através do ajuste de alguns parâmetros incertos no modelo de elementos finitos. Assim, primeiro o modelo foi atualizado para obter uma boa correspondência com a referência, e finalmente, uma função de dano, representando uma variação paramétrica de rigidez, foi utilizada na atualização do modelo. Os autores puderam verificar que o dano tem uma influência seletiva nos modos, sendo mais afetados os modos de maiores curvaturas nos locais dos danos, sendo também uma maneira de fazer a distinção entre mudanças ambientais e estruturais. Dentre os cenários de danos analisados, somente os que produzem reduções de rigidez poderiam ser identificados, como o recalque de apoio. A perda de protensão só resultará em uma mudança mensurável nas frequências se acompanhado por fissuras originárias.

No estudo apresentado por Maeck, Peeters e De Roeck (2001), os resultados da identificação de danos são comparados com os resultados de uma técnica clássica de atualização de modelo numérico baseada na sensibilidade. A suposição básica em ambas as técnicas é que o dano pode estar diretamente relacionado a uma diminuição da rigidez na estrutura. Neste sentido, puderam concluir que o cálculo de rigidez direta, como técnicas de atualização baseadas em sensibilidade, parece ser uma boa alternativa para os métodos de detecção e ainda que as frequências e os deslocamentos modais, são indicadores úteis de danos na estrutura.

Brincker et al. (2001) realizaram a detecção de danos de nível 1 da estrutura usando desvios de frequência, amortecimento e modo. Todos os três desvios indicam claramente que o dano foi introduzido, no entanto, a indicação mais clara é mostrada pelo desvio de frequência. Na prática, se não for utilizada uma compensação de temperatura, a informação de forma de modo torna-se mais importante uma vez que as formas de modo são menos sensíveis a mudanças de temperatura do que as frequências naturais. Se as temperaturas forem medidas e se for estabelecido uma base de dados confiável que

permita filtrar a influência da temperatura e outras mudanças ambientais nas frequências, estas se apresentam como uma ferramenta principal para o monitoramento da saúde da estrutura.

Teugheels e De Roeck (2003), visando a identificação de danos por meio da atualização, modelaram o viaduto considerando o tabuleiro com elementos de viga, com uma rigidez a torção equivalente à seção caixão. Foram realizadas duas atualizações do modelo numérico: na primeira, a estrutura foi atualizada considerando os dados modais da condição intacta ou inicial, para se obter um modelo de referência; a segunda atualização foi realizada a partir do modelo MEF obtido na primeira atualização, ou seja, o modelo de referência, contudo atualizando-o com base nos dados modais experimentais do estado danificado, com o objetivo de obter um modelo da estrutura danificada. Para a atualização foram utilizados os parâmetros de o módulo de cisalhamento e elasticidade dos elementos de viga. Em ambas atualizações o processo foi semelhante, com a minimização da função objetivo por meio do *software* MATLAB®. Para quantificar a correlação entre os modos foram utilizados o índice MAC e as diferenças percentuais entre as frequências naturais FER. Para validação dos valores encontrados na atualização a rigidez foi calculada pelo método de cálculo da rigidez direta. De tal modo, pode-se observar que os valores de rigidez encontrados por meio da atualização quando comparados com os calculados pelo método de cálculo da rigidez direta, simulavam o padrão de dano de forma realista, e apresentou boa correspondência com os resultados, além da minimização das discrepâncias entre os dados modais experimentais e numéricos com o modelo atualizado.

A estratégia de detecção de danos por meio da energia é um tópico novo e foi apresentado por Xu e Wu (2007) aplicada a uma estrutura de ponte estaiada, similar à estudada neste trabalho. Os autores propuseram uma estratégia de detecção de danos baseada na energia das respostas de aceleração com base na relação entre a função de resposta em frequência e formas de modos. A ponte estaiada é composta de 2 vãos laterais de 200m e um vão central de 400m, tabuleiro em concreto com seção caixão conforme apresentado Figura 2.23, e um total de 100 cabos com seções variáveis. O modelo numérico tipo “*fishbone*” tridimensional foi desenvolvido no *software* ANSYS®, sendo utilizados elementos de viga para o tabuleiro e mastros, link para os cabos utilizando ainda de molas para simular a rigidez, além de contatos e massas. Foi realizada a análise estática não-linear antes da análise dinâmica, onde foram extraídos as frequências e modos numéricos, sendo então

calculados os índices curvatura dos modos e energia baseada nas repostas de aceleração no *software* MATLAB®. Foram simulados vários estágios de danos numéricos em diferentes elementos da viga da ponte: leve 10%, moderado 30% e severo 70% da inércia, e então avaliadas as diferenças de energia entre o modo intacto e danificado. Puderam verificar que a estratégia de detecção de danos baseada nas energias das repostas de aceleração tem não apenas uma capacidade precisa de localização de dano, mas também uma excelente capacidade de quantificação de danos. Contudo, o estudo apresenta apenas dados numéricos, sendo necessário à validação com dados experimentais para a validação dos resultados.

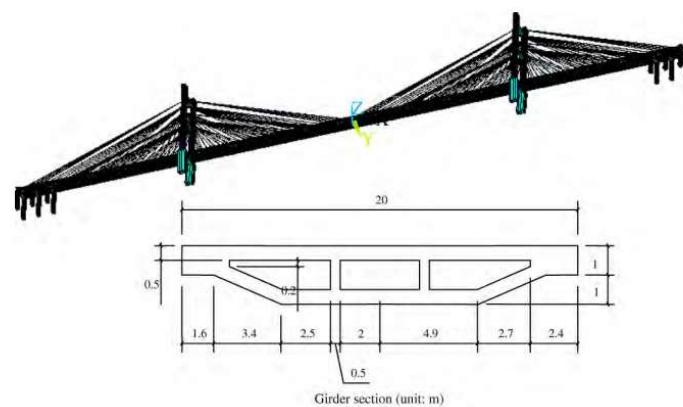
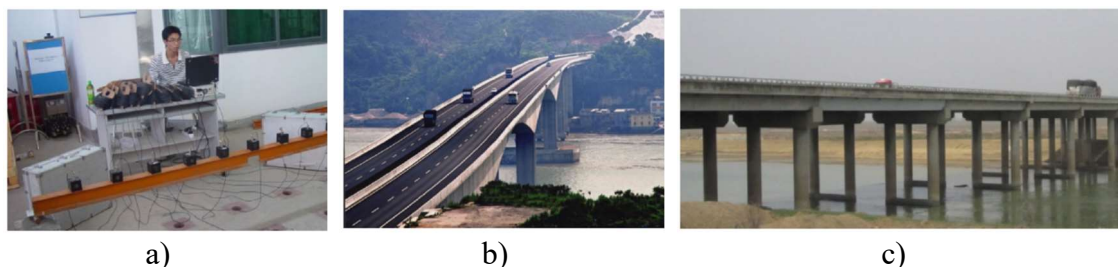


Figura 2.23: Modelo da Ponte estaiada e seção do tabuleiro  
Fonte: (XU e WU, 2007)

Recentemente, Jie et al. (2015) propuseram um novo método de identificação de danos para estruturas de pontes em vigas baseado na atualização de modelos, utilizando para este fim os índices do modelo de superfície de resposta (*Response Surface Model - RSM*) e energia de deformação modal do elemento (*Element Modal Strain Energy - EMSE*). A identificação foi testada em três modelos, um modelo de viga em laboratório, ponte Xiabaishi localizada na Província de Fugiam na China com danos simulados e ponte Xinyihe com danos identificados na inspeção *in loco*, Figura 2.24. No teste de laboratório avaliaram uma viga metálica perfil H, biapoiada, onde foi realizado um teste de vibração ambiental identificando 3 frequências e modos de vibração. Foram testados 3 cenários de danos, onde os modelos foram atualizados calculando as diferenças nas frequências e o índice MAC. Para a ponte Xiabaishi, onde o SHM havia sido instalado em 2007, foram identificados 9 frequências e modos experimentais (6 modos verticais, 2 de torção e 1 modo lateral). O modelo numérico 3D foi desenvolvido no *software* ANSYS, sendo o tabuleiro modelado utilizando elemento sólido SOLID45 conectado a mesoestrutura por elementos de mola COMBON14. No processo de atualização foram consideradas a

rigidez dos contatos e a elasticidade global do concreto do tabuleiro. Após a atualização o erro relativo nas frequências experimentais foi menor que 3.7%. Foram simulados numericamente 6 cenários de danos nos aparelhos de apoio, representados no modelo pelo coeficiente de mola dos apoios, variando de uma redução de 1% a 20%. As frequências foram calculadas para os modelos com danos simulados e comparadas ao modelo atualizado intacto. A ponte Xinyihe na Província de Jiangsu na China, é parte da Rodovia Nacional que conecta Beijing-Shanghai, inaugurada em 2001. De acordo com o relatório de inspeção realizado em 2013 a ponte apresenta diferentes tipos de fissuras ao longo da viga caixão do tabuleiro. Foram realizados testes de vibração ambiental, utilizados para atualizar o modelo numérico MEF inicial. Para estabelecer o modelo atual da estrutura, foram introduzidas modificações no modelo de forma a representar as fissuras. O modelo final atualizado apresentou uma diferença de frequências de 5% e um índice MAC de 89%, justificando a utilização da atualização nos modelos com danos identificados. Os resultados dos modelos indicaram que a atualização do modelo baseado em RSM pode estabelecer um modelo numérico preciso e efetivo para as estruturas não danificadas e danificadas com diferentes locais de dano. E ainda pode-se concluir que a atualização do modelo, não só pode-se detectar a localização do dano, mas também identificar a degradação da rigidez do elemento no local danificado.



a) b) c)  
Figura 2.24: Modelos analisados  
a) Viga; b) Ponte Xiabaishi; c) Ponte Xinyihe  
Fonte: (JIE, ZHOUHONG e CHU, 2015)

Quanto à possibilidade de identificação de danos com base nos dados dos ensaios dinâmicos, a utilização destes métodos em paredes de alvenaria de pedra vem sendo largamente estudada na tentativa de representar o comportamento das pontes e prédios históricos. Dentre os trabalhos nesse sentido pode-se citar, Ramos et al. (2006) que avaliaram estruturas de alvenaria no estágio inicial e após danos progressivos. Para a análise experimental, foram desenvolvidos dois modelos, uma réplica da parede de alvenaria e uma estrutura em arco, que foram ensaiados em laboratório. Os métodos de identificação utilizados foram SSI e SSI/Ref com o auxílio dos programas MACEC e

ARTeMIS Extractor. A identificação modal foi realizada a cada etapa de carregamento estático, visando encontrar a correspondência adequada entre o comportamento dinâmico e aparecimento interno das fissuras. Na análise dos resultados utilizou o índice MAC para comparar os valores dos modos experimentais calculados pelos diferentes métodos, assim verificou que as técnicas de identificação do sistema mostraram uma boa concordância, e os resultados dos cenários danos mostram que as propriedades modais das estruturas são sensíveis aos danos induzido pelo carregamento. Os valores de frequências diminuíram significativamente o progresso do dano, conforme pode ser previsto na literatura e em observação com estudos de casos reais, como edifícios e pontes.

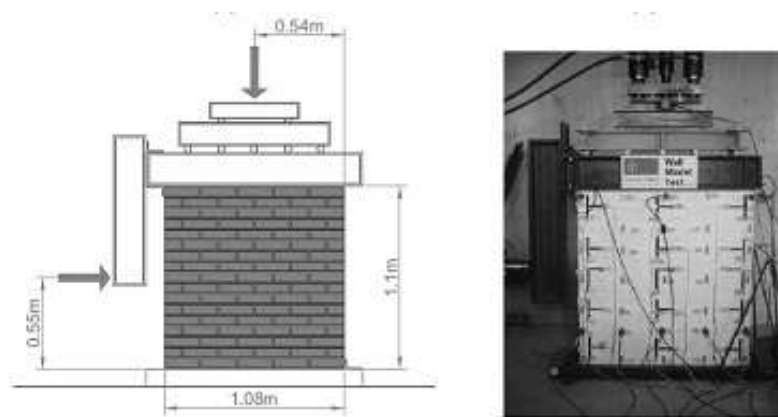


Figura 2.25: Réplica da parede de alvenaria  
Fonte: (RAMOS et al., 2006)

Na linha de detecção de danos, a Universidade de Brasília apresenta alguns trabalhos relevantes.

Soares (2005) simulou numericamente o ensaio dinâmico em uma viga de forma a analisar a aplicabilidade dos métodos de detecção de danos: Método de Alteração na Curvatura, Método de Erro Residual e a Técnica de Redes Neurais Artificiais, na presença do ruído nos sinais. Observou que o ruído dificulta a correta localização e quantificação da região danificada. Ao analisar um modelo de viga, onde danos foram introduzidos 5 cenários de danos, com redução da inércia de 10% a 50% da inércia inicial, o autor identificou que as variações na frequência, mesmo para os danos maiores, não passaram de 10%, o que levou a concluir a falta de sensibilidade da frequência na avaliação estrutural. A localização do dano também foi comprometida pelo ruído, sendo que para o nível de dano de 50% da inércia, os métodos de localização conduziram a um nível de acerto de 40%, enquanto para o nível de dano de 10% da inércia, a chance de acerto dos métodos não chegou a 10%.

Silva (2015) realizou o monitoramento e identificação numérico e experimental de danos utilizando transformadas de wavelet a partir das respostas estáticas e dinâmicas de uma em vigas e pontes de aço e de concreto armado, sendo um modelo reduzido da ponte metálica Suaçuí da estrada de ferro de Vitória a Minas (EFVM) da companhia Vale S.A e ponte de concreto sobre o rio Dogna Fella na região de Friuli Venezia, Nordeste da Itália. O autor concluiu que a metodologia proposta, utilizando as transformadas de wavelet, foram capazes de localizar a posição do dano para diversas situações analisadas, inclusive no modelo das pontes analisados, sendo uma alternativa às técnicas tradicionais de detecção de danos.

No entanto, a grande maioria dos estudos deparados aborda a detecção e localização, Nível 1 e 2 (RYTTER, 1993), poucos estudos apresentaram avanços na quantificação e avaliação de estruturas existentes, Nível 3 e 4, como por exemplo os estudos desenvolvidos por Law et al. (1995a) e (1995b), e mais tarde por Benzoni et al. (2013), que apresentaram a potencialidade dos métodos na avaliação das estruturas.

Law et al. (1995a), que propuseram por meio do método de atualização de modelo para avaliar a condição estrutural e capacidade de carga de uma ponte de concreto protendido composta de cinco vigas T e cinco transversinas, pré-moldadas e igualmente espaçadas. Para este fim, desenvolveram um modelo em escala do tabuleiro, e os testes realizados consistiram num carregamento estático até o limite de ruptura, com simultânea medição das frequências. Selecionou-se o modelo numérico que melhor representava a estrutura, o qual foi utilizado para a avaliação da redução na inércia provocada pelos estágios de danos durante o carregamento estático. Assim, puderam concluir que era viável utilizar a resposta de frequência da ponte na avaliação da condição e capacidade de carga da estrutura. Contudo, os estudos de parâmetros mostram que a frequência da estrutura não é sensível a mudanças nas condições de contorno e danos locais da ponte. Quanto a sensibilidade, o módulo de elasticidade do concreto e o percentual de armadura foram identificados como os dois parâmetros mais importantes no processo. Em uma extensão deste trabalho Law et al. (1995b) utilizaram o método para estimar a porcentagem de armadura de ponte a partir de ensaios dinâmicos. Assim, foram avaliadas 13 pontes, e o método apresentou um erro máximo na estimativa da porcentagem de armadura nas vigas da ponte de -16,23%, sendo capaz ainda de avaliar a condição estrutural e determinando seu fator de dano estrutural.

Benzoni et al. (2013) realizaram uma pesquisa abrangente sobre a monitorização da saúde estrutural de dispositivos em serviço em estruturas de pontes no estado da Califórnia, USA. Primeiro, os algoritmos de detecção de danos proposto, *software* DIIB (*Damage Identification for Isolated Bridges*) da Universidade da Califórnia, foram validados em modelos numéricos, e por fim, testado nos registros do monitoramento da Ponte Pênsil Vincent Thomas, localizada em San Pedro, com o objetivo de identificação de deficiências de desempenho nos amortecedores que ligam as torres ao tabuleiro. Assim, respeitando as características de uma abordagem de nível 4 para a monitorização da saúde estrutural, o procedimento adotado foi capaz de indicar o impacto dos danos no elemento da estrutura.

#### **2.4.1 Principais Conclusões sobre o Tópico**

Por fim, pode-se concluir que, considerando a relação fisicamente sensível entre alterações na rigidez e variação nas frequências, juntamente com a sua facilidade de medição das frequências nos testes experimentais, induziram vários métodos de avaliação de danos se apoiarem no uso das frequências. Contudo, com base nos dados da literatura atual, a adequação das mudanças de frequência como único indicador de ocorrência de dano em estruturas em larga escala pareceu não ser convincente.

A utilização da forma e curvatura dos modos de vibração na identificação de dano baseia-se no pressuposto de que as mudanças nas curvaturas das formas de modo são altamente localizadas na região de dano, sendo o parâmetro curvatura modal promissor para localizar danos em estruturas. Porém, quando o dano ocorre no local exato do nó do modo, este não apresenta alterações, sendo então necessário uma série de modos experimentais para uma maior precisão na estimativa da localização.

Quanto à mudanças na flexibilidade os autores sugerem que o monitoramento das mudanças na flexibilidade pode fornecer informações sobre a localização do dano apenas para cenários de danos mais severo.

A pesquisa sobre a atualização de modelos forneceu uma rica fonte de algoritmos adaptáveis à identificação de danos. Os aspectos críticos dessas abordagens incluem, entre outros, a seleção dos dados medidos a serem acompanhados pelo modelo, a precisão do modelo inicial, o tamanho e a complexidade do modelo, o número de parâmetros de atualização e a não singularidade do modelo que corresponda aos dados medidos. A não



singularidade de modelos atualizados é uma preocupação importante na identificação de danos.

Para o objetivo de identificação de danos, a falta de conhecimento da localização dos danos conduz a dificuldades de implementação e ao aumento do número de parâmetros envolvidos. Por esta razão, muitos autores introduziram suposições sobre a localização e a forma do dano, a fim de limitar os conjuntos de dados medidos.

Outros métodos, como por exemplo as redes neurais e wavelet, têm sido aplicadas com sucesso em muitas estruturas de pontes, incluindo a detecção de danos por frequências. Embora a ambição dessas técnicas ainda esteja limitada ao Nível 1, somente existência de dano.

Por fim, as técnicas de detecção e localização de danos baseiam-se na premissa de que os danos causaram alterações nas respostas dinâmicas da estrutura, entretanto, alguns métodos negligenciam o efeito importante da mudança das condições ambientais e operacionais. Para estruturas em serviço, a variabilidade nas propriedades dinâmicas pode ser resultado de condições ambientais e operacionais variáveis no tempo. Logo, considerando que as pontes podem apresentar uma variação nas frequências, sem nenhuma modificação nas condições estrutural, as técnicas de detecção e localização necessitam que os conjuntos de dados sejam coletados em uma ampla gama de condições ambientais e operacionais do sistema, de forma a isolar os efeitos ambientais nos dados de respostas.

### **3. CASO DE ESTUDO: PONTE SOBRE O RIO ARADE**

O caso de estudo visa avaliar a metodologia de atualização de modelos numéricos com base em dados experimentais de modo a aprofundar o estudo em estruturas estaiadas. Assim, o estudo de caso pode ser classificado como exploratórios, no sentido que podem ser encontradas na bibliografia, informações preliminares sobre o assunto e aplicações em outros tipos de estruturas, e ainda poderá ser classificado como analíticos, uma vez que tende a problematizar o objeto de estudo, visando desenvolver a metodologia para estruturas estaiadas e proporcionando avanços do conhecimento.

O objeto do estudo foi a Ponte estaiada sobre o Rio Arade, com 842 metros de comprimento total, localizada na Estrada Nacional EN125 em Portimão, Portugal.

Para o desenvolvimento do modelo numérico da estrutura foram observadas as premissas de projeto conforme descrito no Projeto de Execução da Ponte (RITO, 1987), e como referência os resultados experimentais descritos no Relatório de Estudo para Avaliação das Características Dinâmicas (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007), no Relatório sobre o Ensaio Dinâmico da Ponte sobre o Rio Arade (LNEC, 1991), realizado à época da construção, e no Relatório de Medição da Força nos Tirantes (FREYSSINET S.A, 2005).

#### **3.1 HISTÓRICO DA CONTRUÇÃO**

A primeira ponte sobre o rio Arade em Portimão em Portugal foi inaugurada em 1876; contudo, com o acréscimo no volume de tráfego ao longo do tempo e ainda com o intuito de evitar o tráfego com destino a outras cidades no litoral sul dentro da cidade de Portimão, foi idealizada a nova ponte, projetada em uma variante da Estrada Nacional EN125 paralela à costa algarvia, 1km ao norte, atravessando os vales da Ribeira de Boina e Rio Arade.

O projeto para a ponte sobre o rio Arade apresentou alguns condicionamentos relevantes na decisão para a escolha da geometria e do processo construtivo. Entre eles pode-se citar os aspectos geotécnicos, a ponte apresenta fundação com grandes profundidades devido ao solo aluviáres com baixa capacidade de suporte, apresentando valores de SPT variando

de 0 a 9, somado ainda ao fato de estar localizada em uma zona que apresenta ainda risco sísmico.

A condicionante hidráulica e portuária da nova ponte situa sobre o “*Plano Geral do Porto de Portimão e de Urbanização do Estuário do Arade*” onde previa tornar o rio navegável para embarcações de recreio e apoio a instalações industriais e agrícolas, sendo então necessário um gabarito navegável de 6m de altura, e em relação a nível máximo da maré, garantir uma cota livre de +2,07m entre o ponto mais baixo, Figura 3.1.

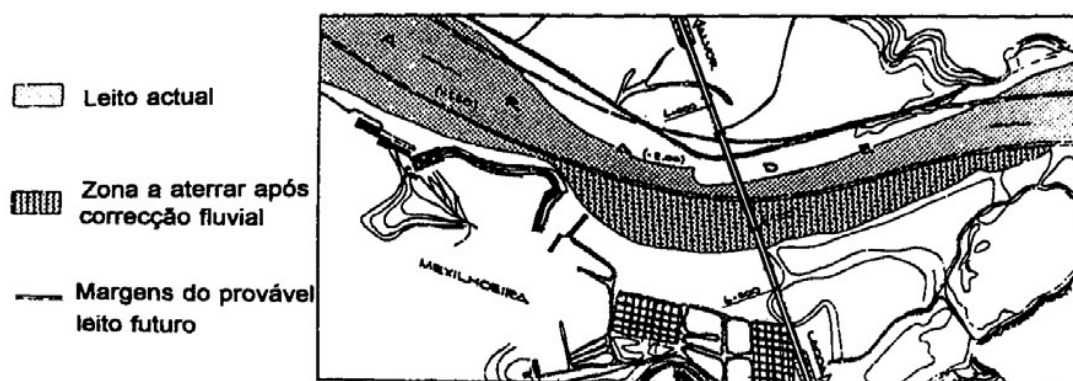


Figura 3.1: Localização da Ponte sobre o Rio Arade  
Fonte: (FERNANDES e SANTOS, 1993)

Assim, para evitar apoios intermediários durante o processo construtivo do tabuleiro foram previstos avanços sucessivos tramo a tramo suportados por escoramentos, nesse sentido também optou-se pela construção de uma ponte estaiada em suspensão total contínua com dois viadutos de acesso.

Além das condicionantes de natureza estrutural e técnica atentou-se também a questões estéticas de forma a integrar a ponte à paisagem da zona estuária do Arade, optando por um tabuleiro esbelto erguido por duas torres de baixa altura.

Atento ainda às condições sísmicas da região sul de Portugal a ponte foi projetada com um comprimento total de 850m de tabuleiro em concreto armado e protendido em suspensão total pelos sistemas de cabos, sem qualquer ligação rígida impeditiva de deslocamentos na direção horizontal, trabalhando como um pêndulo livre para oscilar, o que torna a estrutura praticamente isolada das ações sísmicas.

A Figura 3.2 apresenta algumas imagens à época da construção da ponte.



Figura 3.2: Detalhes da construção da Ponte sobre o Rio Arade  
a) Execução das fundações; b) Ensecadeiras para construção dos blocos das estacas; c) Contraventamento das torres; d) Selas pré-montadas; e) Construção do tabuleiro; f) Desnível entre os dois lados antes da concretagem da aduela de fechamento central  
Fonte: (FERNANDES e SANTOS, 1993)

### 3.2 CARACTERISITCAS GEOMÉTRICAS

A ponte sobre o rio Arade tem 842ms de extensão total, sendo composta por um trecho estaiado de 470m distribuído em três vãos de 107, 256 e 107m respectivamente, e dois viadutos de acesso do lado Lagoa e Alvor com 231 e 141m respectivamente, conforme Figura 3.3.

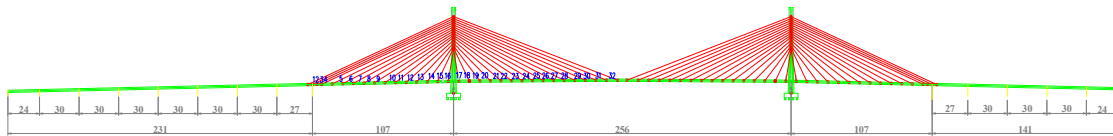


Figura 3.3: Vista lateral da Ponte sobre o Rio Arade  
Fonte: (RITO, 1987)

A transição do trecho estaiado para os viadutos de acesso é feita em dois pilares de transição, onde ancoram os tirantes de retenção igualmente espaçados, provenientes do topo das torres.

As fundações das torres e dos pilares de transição são construídas de estacas com diâmetros de 1,10m cravadas em rocha calcária, sendo as estacas das torres com profundidade média de 50m atingindo a profundidade máxima de 63m.

A ponte é totalmente suspensa por 128 cabos espaçados de 8m uns dos outros ao longo do tabuleiro, com exceção dos 4 tirantes de retenção que estão espaçados em 3,5m junto aos pilares de transição. Os cabos estão ligados a duas torres de concreto armado em forma de um Y invertido, com aproximadamente 62m de altura. Nas torres, os tirantes mais curtos são ancorados independentemente, enquanto que os restantes atravessam uma sela conforme Figura 3.4.

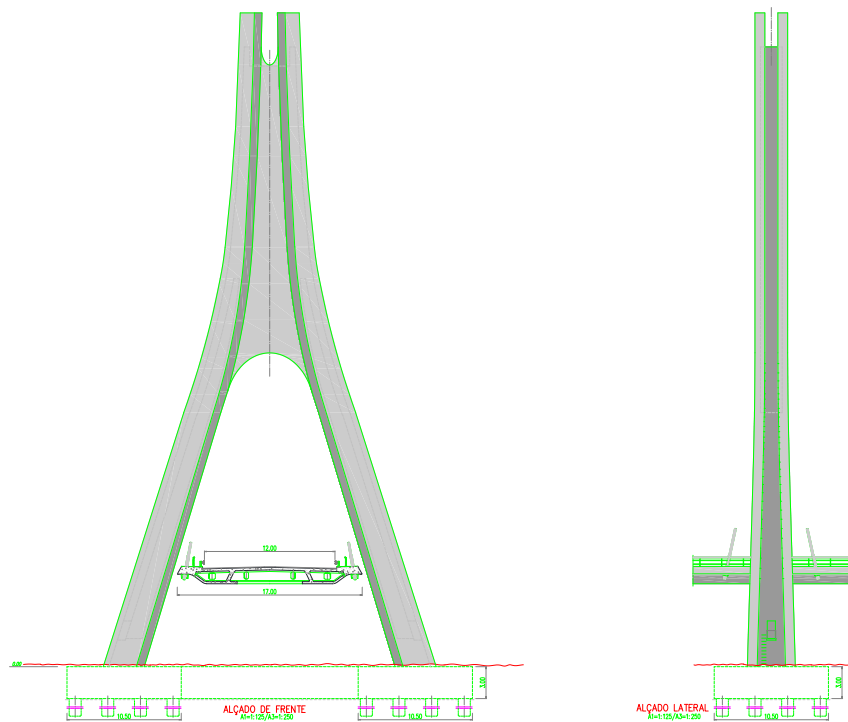


Figura 3.4: Mastro da Ponte sobre o Rio Arade  
 Fonte: (RITO, 1987)

Os cabos da ponte estão dispostos em sistema meia-harpa e são formados por feixes de 14 a 35 cordões paralelos galvanizados e protegidos com cera e uma bainha extrudida de cor branca, os comprimentos variam entre 21 a 127m e as seções variam entre  $54\text{cm}^2$  para os tirantes de maior comprimento e  $19,6\text{cm}^2$  para os de menor comprimento. O funcionamento em conjunto destes feixes de cordões é garantido por meio de cintas metálicas dispostas a meio ou aos terços do comprimento, os detalhes podem ser vistos na Figura 3.5 e Figura 3.6.



Figura 3.5: Detalhes das cintas metálicas envolvendo feixes de cordões autoprotégidos  
 Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

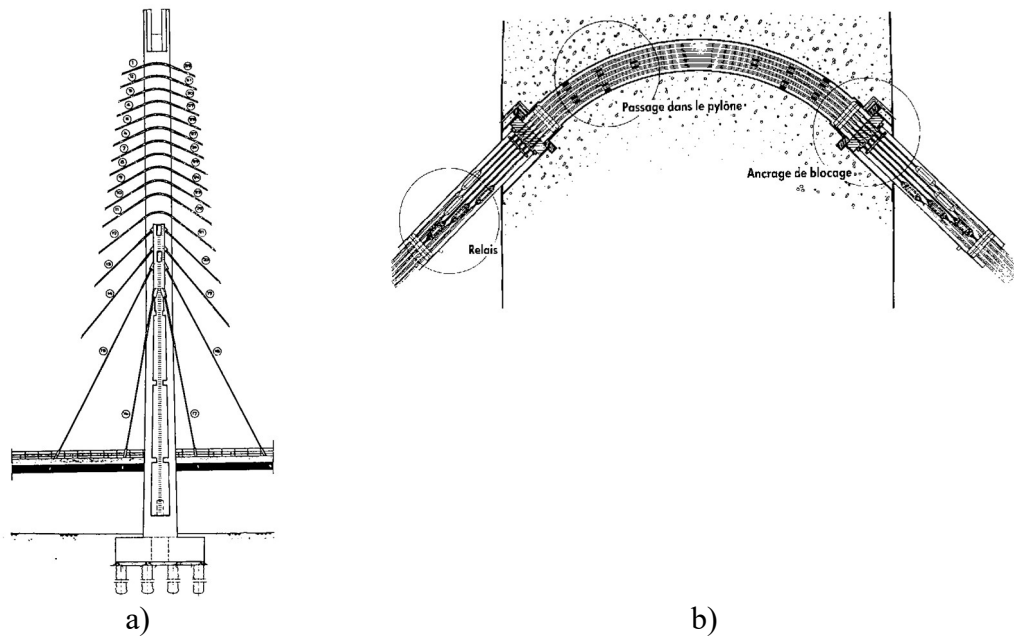


Figura 3.6: Detalhes dos cabos  
a) Suspensão; b) Selas dos tirantes  
Fonte: (RITO, 1987)

Os pilares de transição foram desenvolvidos como estruturas de concreto armado ocas, preenchidos com concreto simples, com peso suficiente para contrabalançar a parcela da reação negativa do tabuleiro, servindo ainda como ponto de fixação aos tirantes de retenção. Os pilares de transição comportam-se ainda como dispositivo de amortecimento transversal do tabuleiro e a margem direita aloja dispositivo fusível de travamento para ações horizontais longitudinais.

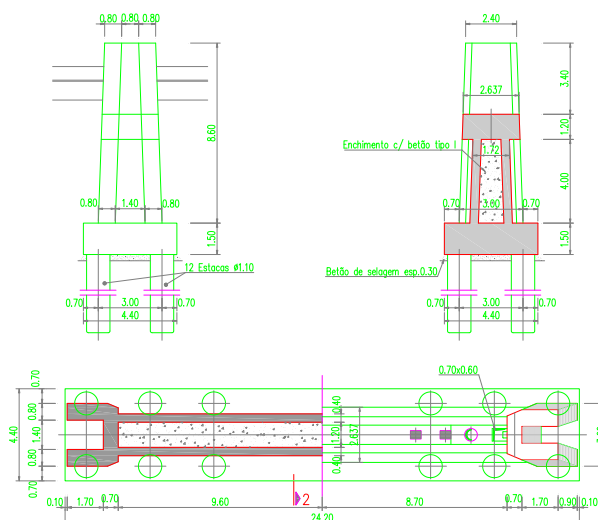


Figura 3.7: Pilar de Transição da Ponte sobre o Rio Arade  
Fonte: (RITO, 1987)

O tabuleiro da ponte é constituído por uma plataforma de concreto armado protendida com duas nervuras longitudinais tubulares, com o objetivo de conferir a rigidez a seção.



Apresenta uma largura total 17m, sendo 16,20m entre os eixos de suporte dos cabos. As transversinas protendidas são espaçadas entre si em 4m para não interferir no processo construtivo de avanço sucessivo, e os tirantes são ligados ao tabuleiro em duas zonas maciças, contínuas longitudinalmente, situadas nos bordos do tabuleiro, Figura 3.8.

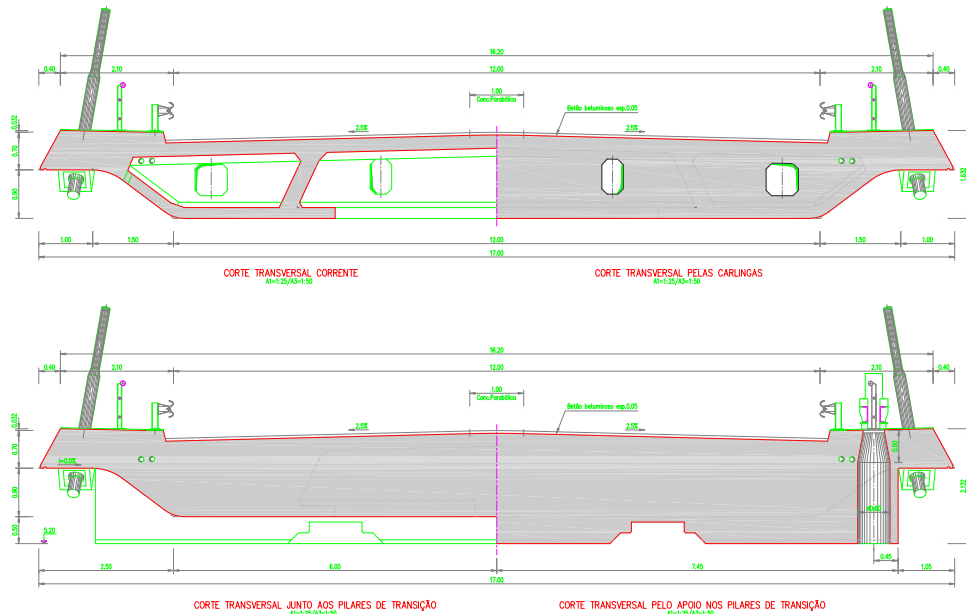


Figura 3.8: Seção transversal do tabuleiro – Trecho estaiado e pilar de transição  
 Fonte: (RITO, 1987)

Os viadutos de acesso possuem tabuleiros contínuos com vão de 30 metros e extremos de 24 e 27 metros, respectivamente do lado do encontro e do lado da ponte. Apresenta ainda continuidade com o tabuleiro da ponte, sendo assim, a obra dispõe de apenas duas juntas nas extremidades sobre os encontros.

A seção do tabuleiro dos viadutos é constituída de duas vigas largas longitudinais, construídas sobre moldes cilíndricos tipo caixão perdidos, ligas entre si pela face superior da laje, o que permitiu a ausência de transversinas, Figura 3.9.



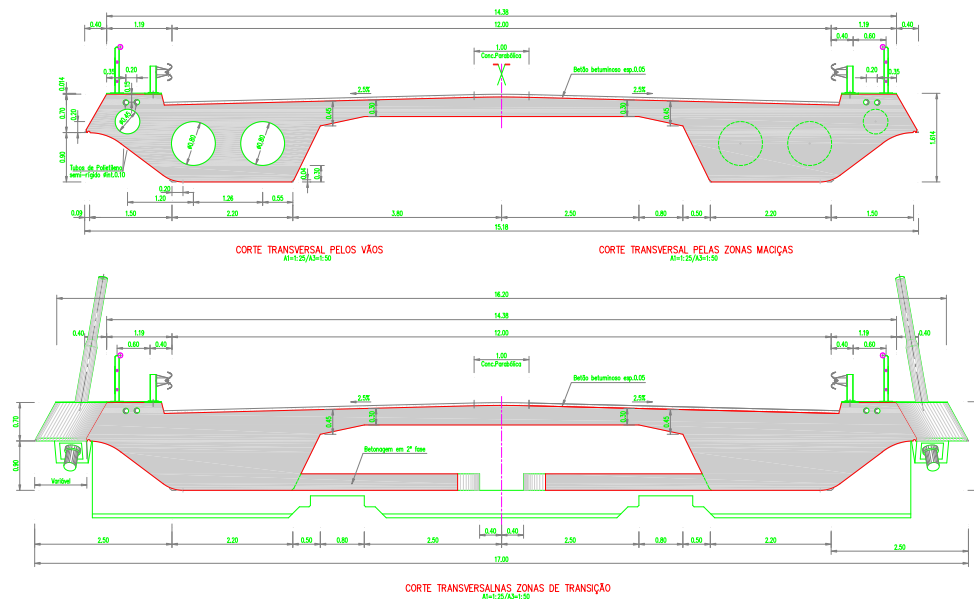


Figura 3.9: Seção transversal do tabuleiro – Trecho viaduto de acesso e transição  
 Fonte: (RITO, 1987)

O viaduto se apoia sobre pilares de forma elíptica através de apoios deslizantes em qualquer direção, havendo sobre os encontros e pilares de transição dispositivos de amortecimento transversal.

### 3.3 PROPRIEDADE DOS MATERIAIS

A fundação e a infraestrutura, submetidas à ação da água, foram construídas em concreto classe B30, que corresponde a resistência característica  $F_{ck}$  de 25 Mpa, sendo 30 MPa no rompimento do corpo de prova cúbicos, com cimento de alto forno.

As torres foram construídas com concreto classe B35.1, que corresponde a resistência característica  $F_{ck}$  de 30 Mpa, sendo 35 MPa no rompimento do corpo de prova cúbicos.

O tabuleiro da ponte construído em concreto armado protendido Classe B45.1,  $F_{ck}$  de 40 Mpa, apresenta esforços reduzidos uma vez que o tabuleiro está naturalmente protendido pela componente horizontal dos cabos. Os tabuleiros dos viadutos foram construídos em concreto classe B35.1,  $F_{ck}$  de 30 Mpa.

### 3.4 ENSAIOS DINÂMICOS

Foram realizados ensaios que visaram a caracterização do comportamento dinâmico na Ponte sobre o rio Arade, sendo dois deles ensaios para caracterização dinâmica dos modos

e frequências naturais da ponte e ensaio para medição das cargas nos cabos por meio da caracterização da frequência.

Considerando a grande flexibilidade aliada às grandes dimensões da estrutura da ponte dois aspectos foram observados na realização dos ensaios: i) a ponte apresenta um grande número de modos de vibração, sendo necessário instrumentar a ponte em vários pontos para a caracterização dos modos; ii) a realização de ensaios pode se dar apenas sob a excitação ambiente, vibração ambiental, o que dada a grande massa da ponte, poupou a necessidade de grandes dispositivos de excitação.

### 3.4.1 Ensaio – Ano 1991

Corrêa e Campos (1992), por meio do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC, 1991), realizaram uma série de ensaios dinâmicos da ponte sobre o rio Arade integrado aos ensaios de carga móveis e estáticas, em agosto de 1991, antes da abertura ao trânsito.

O principal objetivo dos ensaios dinâmicos foi a obtenção experimental das configurações dos modos e frequências, e a comparação com os valores numéricos obtidos no estudo sísmico, de forma a validar o modelo numérico utilizado no projeto.

Para a realização do ensaio foram medidas as acelerações em 11 pontos, conforme Figura 3.10. Sendo instrumentado o tabuleiro em três pontos na direção transversal (1, 2 e 3), seção central e nas torres, e em três seções na direção vertical (4, 5, 6, 7, 8 e 9), onde foram utilizando dois aparelhos nos bordos do tabuleiro, permitindo assim a detecção dos movimentos verticais e de torção, ainda foram medidos os deslocamentos longitudinais do topo das torres (10 e 11).

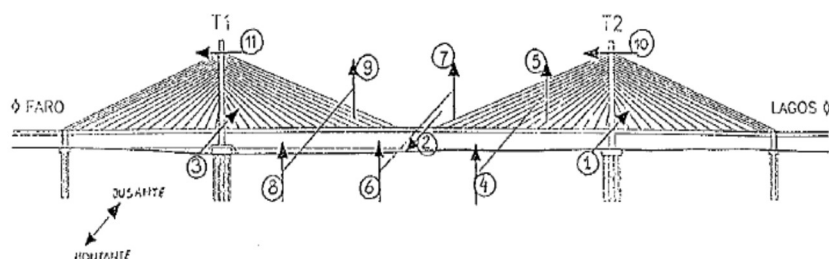


Figura 3.10: Configurações dos locais de medição  
Fonte: (LNEC, 1991)

A Tabela 3.1 apresenta os detalhes dos valores dos deslocamentos dos nós encontrados para as várias frequências experimentais identificadas.

Tabela 3.1: Dados experimentais Ponte Arade

Frequência (Hz)	Lateral	Vertical	Vertical	Vertical	Vertical	Vertical	Torção	Vertical	Torção	Tipo da Medição
	0,249	0,360	0,502	0,751	0,868	0,944	1,034	1,401	1,56 a 1,60	
Nó	Deslocamento dos Modos Normalizados (m)									
1	- 0,390	-	-	-	0,010	-	- 0,070	- 0,010	- 0,040	Lateral Tabuleiro
2	0,780	-	-	0,010	-	-	- 0,080	0,010	-	Lateral Tabuleiro
3	- 0,440	-	-	-	0,010	-	- 0,040	-	0,010	Lateral Tabuleiro
4	- 0,010	0,290	0,510	- 0,310	- 0,460	0,390	0,340	- 0,100	- 0,490	Vertical tabuleiro
5	- 0,080	0,290	0,540	- 0,320	- 0,470	0,440	- 0,380	- 0,100	- 0,570	Vertical tabuleiro
6	- 0,100	0,600	0,030	0,650	- 0,170	- 0,400	0,770	0,890	0,010	Vertical tabuleiro
7	- 0,130	0,570	0,020	0,380	- 0,060	- 0,130	- 0,770	0,400	- 0,010	Vertical tabuleiro
8	0,020	0,250	- 0,510	- 0,380	0,550	0,580	0,200	- 0,090	- 0,540	Vertical tabuleiro
9	- 0,080	0,210	- 0,400	- 0,270	0,480	0,380	- 0,310	- 0,050	- 0,380	Vertical tabuleiro
10	0,070	- 0,150	- 0,120	- 0,040	0,020	0,010	0,020	0,020	-	Torre Longitudinal
11	- 0,050	- 0,150	- 0,110	- 0,040	0,020	- 0,010	- 0,010	0,010	-	Torre Longitudinal

A Tabela 3.2 apresenta a comparação entre as frequências analíticas previstas no projeto e as frequências estimadas no ensaio experimental.

Tabela 3.2: Dados experimentais e analíticos da ponte Arade  
Fonte: (CORREIA e CAMPOS, 1992)

Ordem	Modos Analíticos		Modos Experimentais	
	Frequência	Configuração	Frequência	Amortecimento
1	0,277	1º transversal	0,249	2,44%
2	0,372	1º vertical	0,360	1,35%
3	0,505	2º vertical + 1º longitudinal	0,502	1,03%
4	0,754	3º vertical	0,751	0,73%
5	0,755	2º transversal	-	-
6	0,878	4º vertical + 2º longitudinal	0,868	0,61%
7	0,956	5º vertical	0,944	0,56%
8	0,956	1º torção	1,034	0,49%
9	1,118	6º vertical	-	-
10	1,376	7º vertical	1,401	0,35%
11	1,422	3º transversal	-	-
12	1,450	2º torção	1,56 a 1,60	-
13	1,492	Vertical – tramo lateral	1,517	0,67%
14	1,582	Vertical – tramo lateral	1,529	0,79%

Assim, pode-se concluir o modelo numérico usado como referência para a análise de projeto foi capaz de representar com boa precisão a realidade da obra. Até o 5º modo de vibração vertical as frequências ficaram um pouco menores que a estimativa, e a partir da frequência do 1ª modo de torção as frequências ficaram acima da estimativa.

Os dados da caracterização do comportamento dinâmico (LNEC, 1991), são apresentados na Figura 3.11.

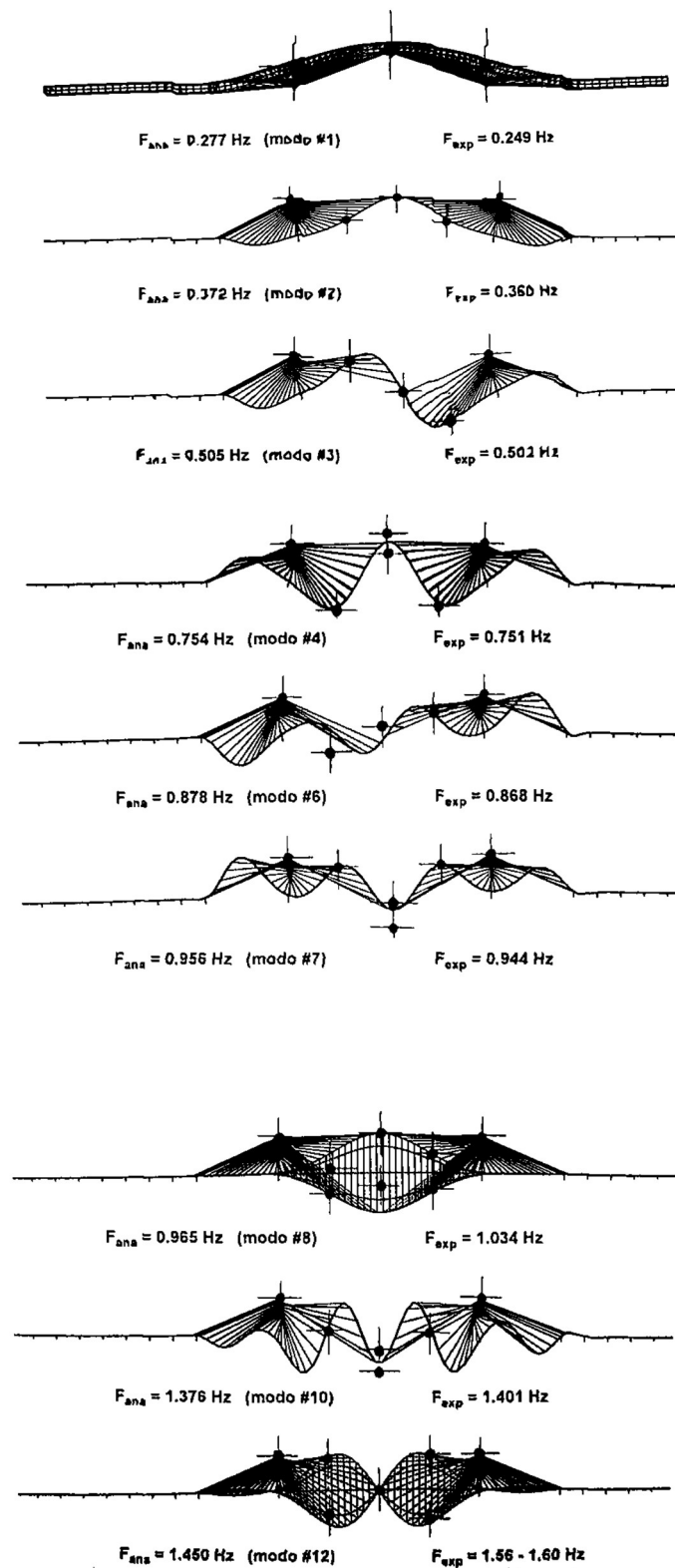


Figura 3.11: Frequências e configurações dos modos de vibração analíticos e estimativas experimentais  
 Fonte: (LNEC, 1991)

### 3.4.2 Ensaio - Ano 2006

No período de 17 a 19 de novembro de 2006, no âmbito dos trabalhos de manutenção e reparação da Ponte sobre o rio Arade, foram novamente realizados ensaios que visaram a caracterização do comportamento dinâmico.

Os ensaios foram realizados pelo *Vibration Laboratory and Monitoring Structures* (ViBest) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), conforme descrito no Relatório de Avaliação das Características Dinâmicas da Ponte sobre o Rio Arade Caetano, Magalhães e Cunha (2007).

Os estudos realizados contemplaram um ensaio de vibração ambiental da ponte, para identificação das frequências naturais e modos de vibração e ensaios de vibração livre num conjunto de cabos, para identificação do esforço axial instalado e do coeficiente de amortecimento.

O ensaio de vibração ambiental visou a identificação experimental das frequências naturais, modos de vibração e coeficientes de amortecimento, tendo por base a medição da resposta dinâmica da estrutura a ações de natureza ambiental, como vento e do tráfego.

Foram considerados 31 pontos de medida sobre o tabuleiro, sendo que em cada “*setup*”, dois sismógrafos foram posicionados de forma fixa, pontos de referências (VERMELHO), enquanto os outros funcionaram como um sensor móvel, sendo sucessivamente colocado ao longo dos restantes 29 pontos de medida (AZUL), apresentado na Figura 3.12.

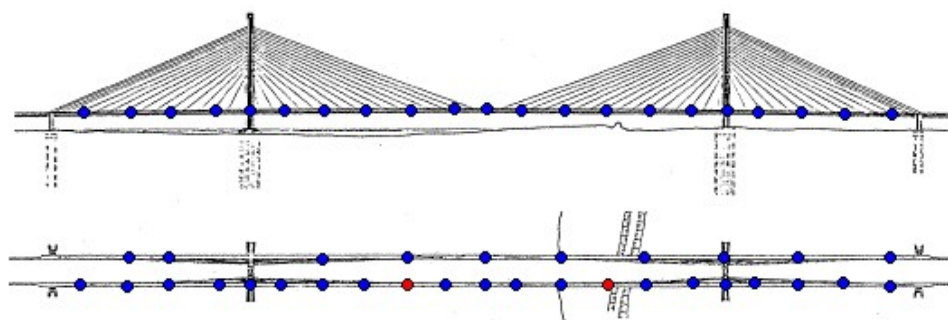


Figura 3.12: Localização dos pontos de medida sobre o tabuleiro  
Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

Foram utilizados três sismógrafos, compostos de acelerômetros triaxiais do tipo “*force-balance*”, conversores analógico-digitais de 18 bit e sensores de GPS, que atualizam o relógio interno de cada um dos sismógrafos, para a sincronização entre unidades de medidas.

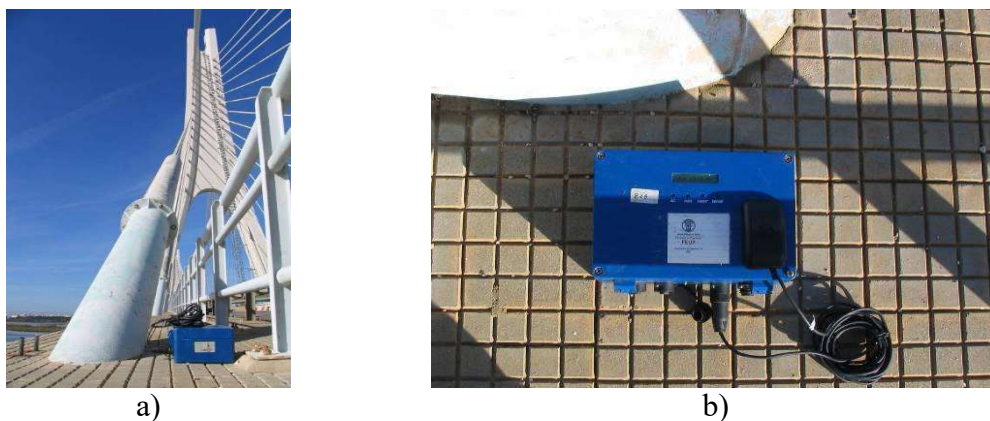


Figura 3.13: Detalhes do Ensaio

a) Posicionamento do sismógrafo sobre o tabuleiro durante a realização do ensaio vibração ambiental; b) Sismógrafos e GPS

Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

Para a identificação experimental dos parâmetros modais utilizou-se o método de Decomposição no Domínio da Frequência Melhorado (*EFDD – Enhanced Frequency Domain Decomposition*) por meio do *software* comercial ARTEMIS Extractor (ARTEMIS, 1999).

Os resultados sistematizados das estimativas das frequências naturais, coeficientes de amortecimento modais médio e o respectivo desvio padrão (*std*) são apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Resumo de frequências naturais e coeficientes de amortecimento modais identificados

Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

Modo	Frequência (Hz)	Std. Frequência (Hz)	Coef. Amort. Modal (%)	Std. Coef. Amort. Modal (%)
1	0.269	0.002	1.56	0.25
2	0.364	0.001	0.85	0.08
3	0.515	0.001	0.69	0.12
4	0.692	0.008	1.06	0.29
5	0.766	0.002	0.53	0.11
6	0.884	0.002	0.56	0.20
7	0.956	0.002	0.45	0.08
8	1.009	0.001	0.44	0.10
9	1.150	0.004	0.75	0.21
10	1.442	0.003	0.40	0.16
11	1.600	0.007	0.25	0.09

A Figura 3.14 apresenta a configuração dos 11 modos de vibração identificados entre os 0 e 2 Hz obtidos através dos vetores associados a cada uma das frequências naturais identificadas.

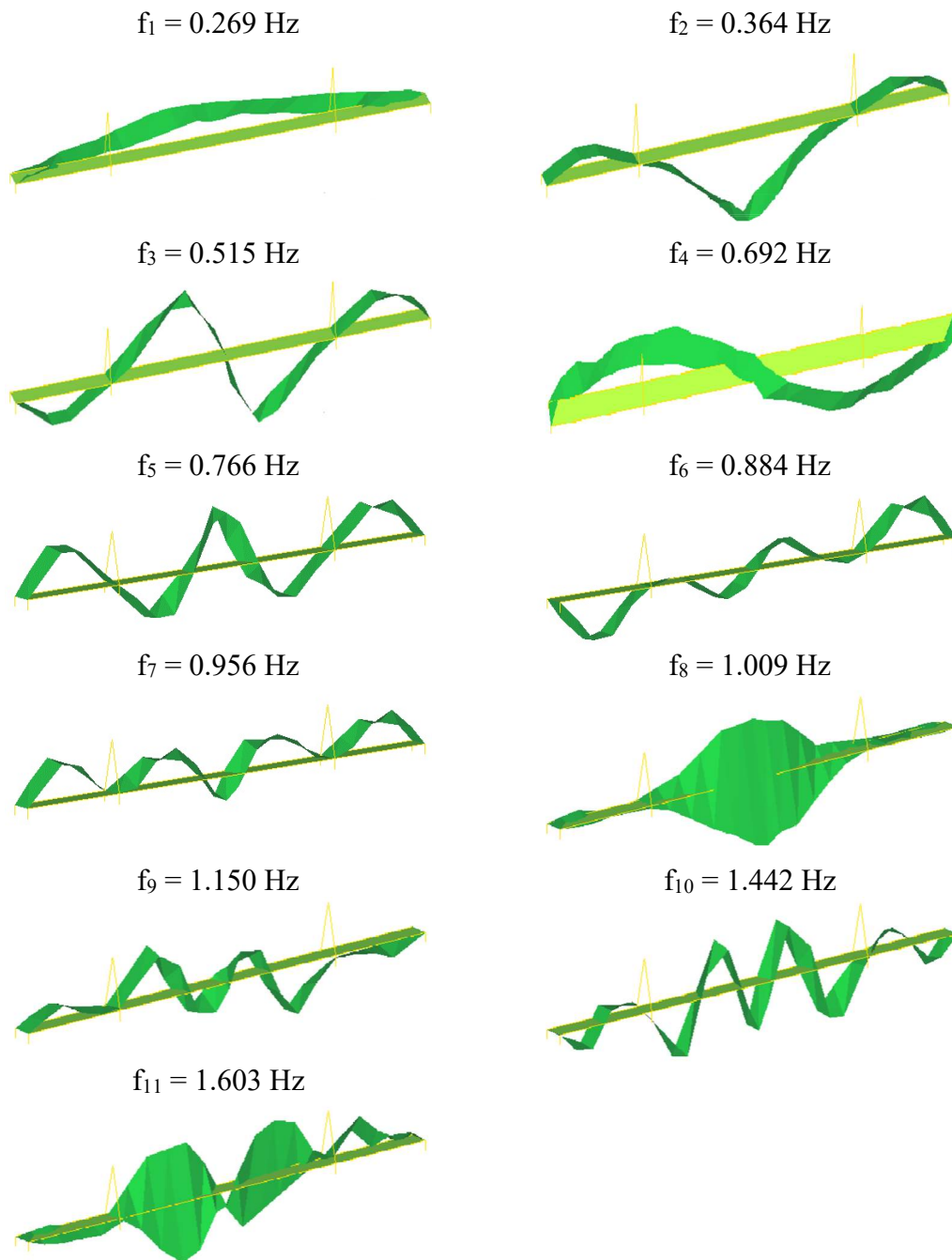


Figura 3.14: Frequências e Modos da Ponte sobre o Rio Arade  
Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

### 3.4.3 Ensaio nos Cabos

Foram realizados dois ensaios nos cabos da Ponte sobre o Rio Arade um ensaio realizado pela empresa responsável pela construção, conforme Relatório da Medição da Força nos Cabos, Freyssinet S.A (2005), e um segundo pelo Laboratório ViBest, conforme descrito no Relatório de Avaliação das Características Dinâmicas da Ponte sobre o Rio Arade Caetano, Magalhães e Cunha (2007).

O ensaio realizado pela Empresa Freyssinet S.A (2005) foi realizado entre setembro e outubro de 2005, e teve como objetivo identificar as forças nos cabos da ponte. A Tabela 3.4 apresenta o resumo dos resultados encontrados.

Tabela 3.4: Resumo de frequências naturais e força nos cabos dos Mastros 1 e 2 na posição sul (S) e Norte (N)  
Fonte: Freyssinet S.A (2005)

Cabo	Mastro 1				Mastro 2			
	Força (kN)		Frequência (Hz)		Força (kN)		Frequência (Hz)	
	Norte	Sul	Norte	Sul	Norte	Sul	Norte	Sul
1	3128	3062	1.13	1.12	3303	3211	1.16	1.15
2	3396	3438	1.24	1.25	3252	3193	1.21	1.21
3	3320	3291	1.29	1.28	3187	3236	1.26	1.27
4	2749	2650	1.24	1.21	2685	2664	1.22	1.22
5	2704	2714	1.37	1.37	2687	2607	1.37	1.35
6	2384	2530	1.43	1.47	2617	2567	1.50	1.48
7	2514	2411	1.63	1.61	2400	2390	1.60	1.60
8	2299	2295	1.80	1.80	2235	2200	1.78	1.76
9	2229	2291	2.07	2.10	2152	2122	2.03	2.02
10	1948	1964	2.29	2.30	1998	2015	2.32	2.33
11	1718	1791	2.53	2.58	1911	1804	2.67	2.59
12	1540	1630	2.97	3.06	1703	1755	3.12	3.17
13	1502	1391	3.59	3.45	1459	1566	3.54	3.66
14	1357	1352	4.59	4.59	1208	1231	4.33	4.38
15	1114	1137	5.70	5.82	1069	1146	5.58	5.78
16	1008	1078			998	998		
17	1137	1137			1137	1177		
18	1091	1123	5.72	5.81	1197	1225	6.00	6.06
19	1238	1299	4.47	4.58	1382	1320	4.72	4.61
20	1500	1521	3.64	3.67	1528	1468	3.68	3.61
21	1561	1555	3.04	3.03	1576	1640	3.05	3.12
22	1678	1662	2.54	2.53	1634	1671	2.51	2.53
23	1984	1967	2.34	2.33	2010	1986	2.36	2.35
24	2131	2166	2.05	2.07	2101	2124	2.04	2.05
25	2135	2115	1.76	1.75	2146	2096	1.77	1.74
26	2349	2294	1.61	1.59	2329	2258	1.60	1.57
27	2448	2538	1.47	1.49	2393	2428	1.45	1.46
28	2654	2722	1.38	1.39	2757	2797	1.40	1.41
29	3078	3119	1.32	1.33	2665	2610	1.23	1.22
30	3233	3202	1.24	1.23	3343	3314	1.26	1.25
31	3252	3333	1.14	1.16	3452	3508	1.19	1.19
32	3352	3325	1.07	1.07	3512	3608	1.12	1.11



O ensaio realizado pelo Laboratório ViBest, conforme descrito no Relatório de Caetano, Magalhães e Cunha (2007), permitiu identificar as frequências de vibração que foram comparadas às frequências medidas pela Freyssinet (FREYSSINET S.A, 2005) e utilizadas na estimativa dos esforços axiais instalados nos tirantes.

O ensaio foi realizado por meio da excitação manual dos cabos, sendo possível induzir níveis de vibração significativos, o que permitiu medir a resposta em vibração livre, Figura 3.15.

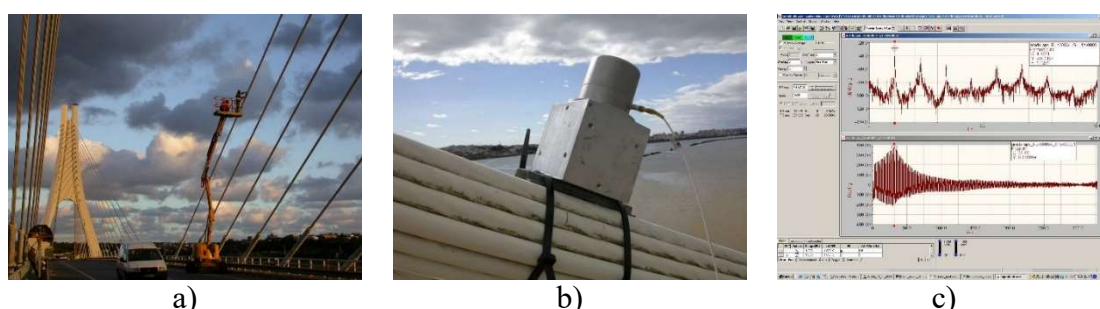


Figura 3.15: Detalhes do ensaio dinâmico dos cabos

a) excitação do tirante a partir da plataforma elevatória; b) fixação de acelerômetro piezoelétrico; c) resposta em vibração livre através de Analisador de Fourier portátil

Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

Foram selecionados um conjunto de cabos ligados à torre do lado Sul, sendo os de maior comprimento do tramo lateral (1S a 5S) e do vão central (30N a 32N), assim como alguns de comprimento intermediário no vão central (24S a 27S).

A Tabela 3.5 apresenta os resultados das frequências naturais e a Tabela 3.6 apresenta os dados das características mecânicas dos cabos.

Tabela 3.5: Resumo de frequências naturais  
Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

Cabo / Modo	1S	2S	3S	4S	5S	24S	25S	26S	27S	30S	31S	32S
1	1.147	1.221	1.294	1.221	1.367	2.075	1.758	1.587	1.465	1.27	1.196	1.123
2	2.319	2.417	2.563	2.441	2.71	4.126	3.516	3.174	2.954	2.539	2.393	2.246
3	3.467	3.613	3.857	3.662	4.077	6.201	5.298	4.736	4.419	3.809	3.589	3.369
4	4.639	4.834	5.127	4.883	5.444	8.252	7.056	6.323	5.908	5.078	4.785	4.492
5	5.762		6.372	6.055	6.787	10.303	8.813	7.91	7.349	6.348	5.957	5.615
<b>Média (Hz)</b>	<b>1.155</b>	<b>1.211</b>	<b>1.283</b>	<b>1.219</b>	<b>1.360</b>	<b>2.066</b>	<b>1.762</b>	<b>1.583</b>	<b>1.472</b>	<b>1.270</b>	<b>1.195</b>	<b>1.123</b>

Tabela 3.6: Características mecânicas dos cabos: Parâmetro  $\lambda^2$ , coeficientes de amortecimento medidos  $\xi_{med}$  e estimativa de coeficientes de amortecimento aerodinâmicos  $\xi_a$

Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

Cabo	Massa (kg/m)	L (m)	D (mm)	Freq. (Hz)	Força (kN)	$\lambda^2$	$\xi_{med}$ (%)	$\xi_a$ (%)
1S	45.5	115.724	180	1.15	3251	0.077	0.18	0.08
2S	44.2	111.817	180	1.21	3240	0.067	0.22	0.08
3S	42.9	107.911	180	1.28	3292	0.054	0.18	0.08
4S	41.6	104.005	180	1.22	2674	0.086	0.23	0.08
5S	39	96.007	160	1.36	2659	0.061	0.19	0.07
24S	31.2	63.699	160	2.07	2161	0.026	0.34	0.06
25S	33.8	71.361	160	1.76	2137	0.043	0.14	0.06
26S	36.4	79.111	160	1.58	2284	0.053	0.36	0.06
27S	37.7	86.947	160	1.47	2471	0.057	0.23	0.07
30S	42.9	110.799	180	1.27	3396	0.052	0.10	0.08
31S	44.2	118.842	180	1.20	3568	0.057	0.18	0.08
32S	45.5	126.921	180	1.12	3697	0.063	0.19	0.08

No âmbito do ensaio realizado pelo Laboratório ViBest também foram realizadas inspeções nos cabos, a Figura 3.16 apresenta alguns detalhes da ancoragem inferior dos cabos.

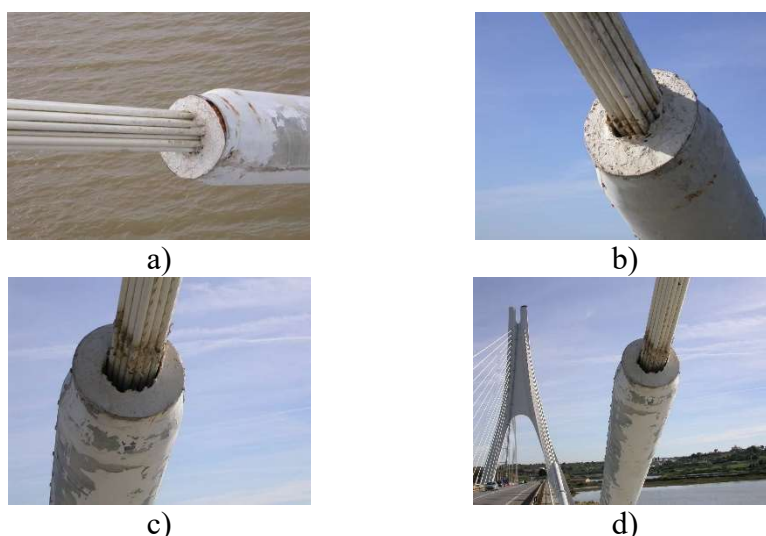


Figura 3.16: Detalhes da inspeção nos cabos da Ponte sobre o Rio Arade  
a) Tubo de desvio sem folga; b) Tubo de desvio com folga na extremidade c) e d) Tubo de desvio com grande folga – Cabos 31S e 32S, torre 2  
Fonte: (CAETANO, MAGALHÃES e CUNHA, 2007)

### 3.5 PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Pode-se verificar que as frequências medidas no ensaio de 2006 são ligeiramente superiores às frequências medidas em 1991, o que segundo Caetano, Magalhães e Cunha (2007) se deve provavelmente ao aumento da resistência do concreto no tempo, sendo a

maior diferença no primeiro modo de vibração vertical. Em relação as configurações modais estas apresentam formas semelhantes ao comparar os dois ensaios, o que indica a manutenção da integridade global da estrutura.

Em relação às forças nos cabos, observar-se que as frequências identificadas pela Freyssinet e pelo Vibest são praticamente coincidentes, sendo a diferença máxima entre as estimativas das forças de 2.5%, no cabo 32S, conforme apresentado na Tabela 3.7.





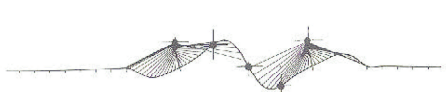

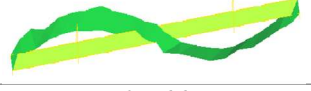





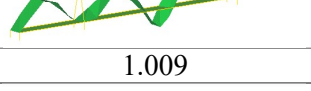

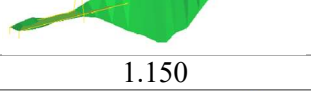

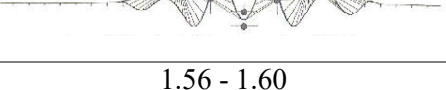



Tabela 3.7: Comparação da Força nos Cabos estimadas pela Freyssinet e pelo Vibest

Cabo N°	Freyssinet		Vibest	
	Freq. (Hz)	Força (kN)	Freq. (Hz)	Força (kN)
1S	1.15	3211	1.15	3251
2S	1.21	3217	1.21	3240
3S	1.27	3236	1.28	3292
4S	1.22	2664	1.22	2674
5S	1.35	2607	1.36	2659
24S	2.05	2124	2.07	2161
25S	1.74	2096	1.76	2137
26S	1.57	2258	1.58	2284
27S	1.46	2428	1.47	2471
30S	1.25	3314	1.27	3396
31S	1.19	3508	1.20	3568
32S	1.11	3608	1.12	3697

Os dados relativos aos ensaios servirão como referência na atualização do modelo numérico desenvolvido para a Ponte sobre o Rio Arade.

Por fim, a Tabela 3.8 apresenta uma comparação entre as frequências experimentais e configurações modais e identificadas nos ensaios de 1991 e 2006 com os dados obtidos numericamente conforme previstos no projeto inicial da ponte.

Tabela 3.8: Comparação entre frequências e configurações modais

Modo	Frequência (Hz) / Configuração Modal		
	Projeto	1991	2006
1	0.277	0.249	0.269
			
2	0.372	0.360	0.364
			
3	0.505	0.502	0.515
			
4			0.692
			
5	0.754	0.751	0.766
			
6	0.878	0.868	0.884
			
7	0.956	0.944	0.956
			
8	0.965	1.034	1.009
			
9			1.150
			
10	1.376	1.401	1.442
			
11	1.450	1.56 - 1.60	1.603
			

## 4. ESTRUTURA COMPOSTA DE CABOS

As estruturas de cabo representam uma forma estrutural interessante e pouco comum na engenharia. Tais sistemas estruturais formam a principal forma de transporte das cargas para sistemas de cobertura, pontes suspensas, ou, alternativamente, eles formam o sistema de retenção de estruturas ou componentes estruturais, como exemplo os sistemas utilizados nas pontes estaiadas para apoio do tabuleiro e retenção dos mastros e torres.

Devido ao apelo estético e vantagens econômicas, muitas pontes estaiadas foram construídas no último meio século. Com o advento de materiais de alta resistência para utilização nos cabos e o desenvolvimento de métodos computacionais para a análise estrutural e métodos de construção, houve um grande progresso nas pontes estaiadas conforme tratado no Capítulo 2.

Contudo, as pontes estaiadas podem ser caracterizadas pela capacidade de ter o seu comportamento ajustado pelas forças nos cabos. Por meio do ajuste das forças de cabo, a distribuição de força interna pode ser otimizada para um estado em que a viga e as torres são comprimidas, reduzindo a flexão. Assim, o desempenho do material utilizado do tabuleiro e torres pode ser utilizado de forma eficiente.

Quanto à linearidade, a grande maioria das estruturas na engenharia apresentam um comportamento linear; contudo, o comportamento das estruturas estaiadas demonstra um efeito não-linear com o aumento da rigidez sob ação do carregamento crescente. Quanto à geometria deformada dos cabos, o peso próprio o submete a uma carga distribuída, fazendo-o assumir um formato deformado denominado *sag*, onde a tensão varia ao longo de todo seu comprimento. Assim, as relações lineares não são suficientes para definir o comportamento estrutural de forma adequada, e nestes casos, é necessário proporcionar formulações mais precisas, a fim de representar mais adequadamente o comportamento estrutural.

À vista disso, a análise do caso prático baseou-se no estudo dos cabos da Ponte sobre o Rio Arade, onde a aplicação pretendida consistiu na análise da resposta estática do cabo submetido ao peso próprio e na avaliação das frequências naturais e modos de vibração.

Para a análise numérica foram realizadas algumas simplificações nos modelos que serão abordadas ao longo do texto, entre elas a análise linear com base na idealização dos cabos

como elementos de barra com a correção do módulo de elasticidade conforme módulo de elasticidade equivalente, e análise geométrica da não-linearidade atribuível aos grandes deslocamentos dos cabos, com base na idealização dos cabos como elementos de barras.

A metodologia de estudo se dividiu em duas partes, na primeira fase concentrou-se no estudo analítico conforme formulação apresentada por Irvine (1981) e Irvine e Caughey (1974, p. apud. Caetano, 2007) e, na segunda, realizou-se o estudo numérico por elementos finitos com auxílio da ferramenta ANSYS® e a ferramenta de otimização ModeFRONTIER®. Os dois estudos foram calibrados e confrontados com os dados do ensaio experimental realizado por Caetano, Magalhães e Cunha (2007) e Freyssinet S.A (2005).

Finalmente são discutidos os resultados das análises estáticas e dinâmicas onde se compara a geometria dos cabos e os valores de tensão – deformação e frequências obtidos.

## **4.1 MODELO ANALÍTICO**

O entendimento da geometria assumida pelos cabos quando suspensos entre dois pontos é o princípio dos estudos para o conseqüente emprego em estruturas como as pontes estaiadas. Desse modo, a seguir é apresentado uma descrição sucinta sobre a dedução matemática do perfil de um cabo suspenso e sobre as hipóteses envolvidas nas equações seguindo a teoria apresentada em Irvine (1981). A formulação matemática utilizada na descrição das características de deformação dos cabos, onde analisa o perfil do cabo sob ação do peso próprio e a avalia a relação entre comprimento do cabo indeformado e deformado, assim como a estimativa da tensão, conforme apresentado por Caetano (2007).

### **4.1.1 Comportamento Estático**

Os cabos são elementos estruturais, caracterizados por um comportamento não-linear significativo. O baixo nível de tensão atingido por esses elementos faz com que a não-linearidade geométrica seja predominantemente. Uma descrição precisa de um cabo suspenso entre dois pontos fixos deve incluir a flexão e deformação axial, caracterizado pelas rigidezes mecânicas  $EI_0$  e  $EA_0$ , respectivamente.

Deve-se também levar em consideração a tensão axial instalada e o peso próprio, e finalmente, as condições finais. Dados os grandes deslocamentos provocados pela baixa rigidez à flexão, os efeitos de segunda ordem devem ser incluídos. A complexidade evidente do problema exposto acima é ainda agravada pela dificuldade em uma avaliação rigorosa do grau de restrição de rotações nas fixações. Assim, algumas simplificações permitem uma determinação do perfil do cabo  $z(s)$  e a tensão  $T(s)$ .

#### 4.1.1.1 Hipótese Geral: Catenária Elástica

Para a análise da resposta estática de um cabo suspenso entre dois suportes rígidos que não estão necessariamente no mesmo nível, considera-se que a seção do cabo se mantém constante durante o carregamento e o material homogêneo no regime linear elástico, assim o cabo atua como um elemento estrutural perfeitamente elástico. Podem ser ignorados a rigidez à flexão do cabo, uma vez que  $EI_0$  apresenta valores muito inferiores se comparado à rigidez axial  $EA_0$ . A Figura 4.1 apresentada por Caetano (2007) ilustra o modelo de um cabo flexível considerando a hipótese da rigidez à flexão nula.

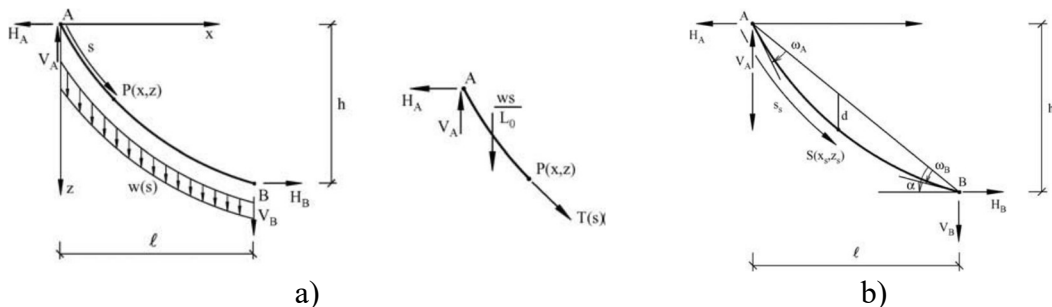


Figura 4.1: Cabo suspenso submetido ao peso próprio e tensão axial  
a) Modelo geral simplificado; b) Ângulo de Desvio  
Fonte: (CAETANO, 2007)

Assim, o equilíbrio de um segmento com comprimento indeformado dado por  $s$  medido a partir do apoio A, conforme Figura 4.1, permite a determinação da equação paramétrica Equação 4.1 e Equação 4.2 do perfil de cabo, e a Equação 4.3 para a avaliação da tensão  $T(s)$ , conforme apresentado por Irvine (1981).

$$x(s) = \frac{H_A \cdot s}{EA_0} + \frac{H_A L_0}{EA_0} \cdot \left[ \sinh^{-1} \left( \frac{V_A}{H_A} \right) - \sinh^{-1} \left( \frac{V_A - W \cdot s / L_0}{H_A} \right) \right] \quad \text{Equação 4.1}$$

$$z(s) = \frac{W \cdot s}{EA_0} \left( \frac{V_A}{W} - \frac{s}{2L_0} \right) + \frac{H_A L_0}{W} \cdot \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{V_A}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left[ 1 + \left( \frac{V_A - W \cdot s/L_0}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

Equação 4.2

$$T(s) = \left[ H_A^2 + \left( \frac{V_A - W \cdot s/L_0}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Equação 4.3

As coordenadas cartesianas  $x(s)$  e  $z(s)$  de um ponto genérico P são definidas como uma função do comprimento não esticado  $s$  associados ao segmento de cabo AP, dependendo das reações no apoio A dada por  $V_A$  e  $H_A$ , sobre o peso dos cabos  $W = m \cdot g \cdot L_0$ , onde  $L_0$  é o comprimento não deformado,  $EA_0$  é a rigidez axial,  $A_0$  a área da seção transversal não deformada do cabo e  $E$  é o módulo de elasticidade do cabo.

As equações transcendentais Equação 4.1 e Equação 4.2 do perfil do cabo definem a catenária elástica, e constituem a descrição da geometria do cabo sob a ação do peso próprio. Contudo, a solução destas equações requer o conhecimento das reações no apoio A dada por  $V_A$  e  $H_A$ , que podem ser obtidas derivando as equações transcendentais e aplicando as condições de contorno  $s = 0, x = 0$  e  $z = 0$ ;  $s = L_0, x = l$  e  $z = h$ , o que resulta na solução numérica da Equação 4.4 e Equação 4.5:

$$l = \frac{H_A L_0}{EA_0} + \frac{H_A L_0}{W} \left[ \sinh^{-1} \left( \frac{V_A}{H_A} \right) - \sinh^{-1} \left( \frac{V_A - W}{H_A} \right) \right]$$

Equação 4.4

$$h = \frac{W L_0}{EA_0} \cdot \left( \frac{V_A}{W} - \frac{1}{2} \right) + \frac{H_A L_0}{W} \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{V_A}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left[ 1 + \left( \frac{V_A - W}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

Equação 4.5

A solução simultânea da Equação 4.4 e Equação 4.5 para  $V_A$  e  $H_A$  requer a utilização de métodos numéricos. Para isso devemos reescrevê-las como uma função das incógnitas conforme Equação 4.6:

$$\begin{aligned} l &= f(H_A, V_A) \\ h &= g(H_A, V_A) \end{aligned}$$

Equação 4.6



Assim, o problema se reduz a resolução de um sistema de equações lineares  $2 \times 2$  com duas incógnitas em termos das reações de apoio vertical e horizontal, onde foi utilizado o método de Newton-Raphson, o qual permitiu abordar uma solução de maneira explícita. O conhecimento de  $V_A$  e  $H_A$  permite avaliar a tensão máxima ao longo o cabo dado por  $T_A$  definida na Equação 4.7:

$$T_A = [H_A^2 + V_A^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Equação 4.7}$$

O ângulo de desvio nos apoios é definido por  $\omega_A$  e  $\omega_B$ , apresentadas nas Equação 4.8 e Equação 4.9:

$$\omega_A = \tan^{-1}\left(\frac{V_A}{H_A}\right) - \alpha \quad \text{Equação 4.8}$$

$$\omega_B = \alpha - \tan^{-1}\left(\frac{V_B}{H_B}\right) = \alpha - \tan^{-1}\left(\frac{V_A - W}{H_A}\right) \quad \text{Equação 4.9}$$

A deformação do cabo é representada por  $d$ , definida como a distância vertical máxima à corda, pode ser avaliada no ponto  $S$ , caracterizado pelo Lagrangiano de coordenadas  $s_s$  Equação 4.10, e é dado pela Equação 4.11:

$$s_s = \frac{L_0}{W} \left( V_A - h \frac{H_A}{l} \right) \quad \text{Equação 4.10}$$

$$d = Z(s_s) - \frac{h}{l} x_s, x_s = x(s_s) \quad \text{Equação 4.11}$$

Finalmente, o comprimento deformado do cabo  $L_f$  pode ser obtido pela Equação 4.12:

$$L_f = L_0 + \frac{H_A^2 L_0}{2WEA_0} \left\{ \frac{V_A}{H_A} \sqrt{1 + \left(\frac{V_A}{H_A}\right)^2} + \ln \left[ \frac{V_A}{H_A} + \sqrt{1 + \left(\frac{V_A}{H_A}\right)^2} \right] - \frac{V_A - W}{H_A} \sqrt{1 + \left(\frac{V_A - W}{H_A}\right)^2} - \ln \left[ \frac{V_A - W}{H_A} + \sqrt{1 + \left(\frac{V_A - W}{H_A}\right)^2} \right] \right\} \quad \text{Equação 4.12}$$

Um importante parâmetro característico de um cabo suspenso foi introduzido por Irvine (1981), incorporando tanto as características geométricas e de deformação correspondentes. Este parâmetro  $\lambda^2$  é definido pela Equação 4.13:

$$\lambda^2 = \left( \frac{m \cdot g \cdot L}{T} \right)^2 \cdot \frac{L}{\frac{TL_e}{EA_0}}$$

Equação 4.13

Onde  $L$  e  $T$  representam, respetivamente, o comprimento da corda e o componente de tensão ao longo do cabo, e  $L_e$  o comprimento virtual do cabo, dado pela Equação 4.14:

$$L_e = \int_0^L \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx \cong L \left[ 1 + 8 \left( \frac{d}{L} \right)^2 \right]$$

Equação 4.14

Os valores de  $\lambda^2$  de tirantes variam na faixa de 0 a 1, cabos com grandes comprimentos podem ter  $\lambda^2$  com um valor maior do que 1. Pequenos valores de  $\lambda^2$  refletem pequenas catenárias dos cabos e elevada tensão, onde a deformação é devido a deformação dos cabos, enquanto os valores elevados são tipicamente de cabos pouco tencionados e com grandes catenárias, cuja deformação é principalmente de natureza geométrica, com baixa extensibilidade.

A Tabela 4.1 apresenta as características geométricas e mecânicas de uma série de cabos da Ponte Estaiada sobre o Rio Arade, e a Figura 4.2 apresenta a indicação da numeração dos cabos, calculados a partir da formulação apresentada na Equação 4.1 à Equação 4.14.

Tabela 4.1: Características geométricas, mecânicas e deformação de diferentes cabos da Ponte sobre o Rio Arade

Cabo Nº	$H_A$ (kN)	$V_A$ (kN)	$T_A$ (kN)	$s_s$ (m)	$d$ (m)	$\lambda^2$	$T_s$ (kN)	$T_{max}$ (kN)	$\sigma_{max}$ (MPa)	$mgL_o/T_{max}$
1	2914.0	1447.9	3253.89	57.99	0.232	0.077	3242,46	3253,89	664,06	0,016
2	2928.2	1409.6	3249.82	55.14	0.204	0.066	3239,52	3249,82	682,74	0,015
3	2944.7	1373.4	3249.23	54.43	0.193	0.057	3239,62	3249,23	703,30	0,014
4	2443.4	1106.2	2682.14	51.23	0.200	0.085	2673,59	2682,14	598,69	0,016
5	2457.0	1033.8	2665.63	47.30	0.161	0.061	2658,67	2665,63	634,67	0,014
24	2071.4	623.9	2163.32	26.22	0.049	0.026	2161,02	2163,32	643,84	0,009
25	2172.8	714.9	2287.38	35.26	0.090	0.035	2283,76	2287,38	628,40	0,010
26	2154.6	771.1	2288.43	38.61	0.117	0.053	2283,82	2288,43	583,78	0,012
27	2309.8	892.95	2476.40	42.23	0.134	0.056	2470,81	2476,40	609,95	0,013
30	3188.7	1624.9	3578.84	54.69	5.129	0.044	3524,39	3578,84	774,64	0,013
31	3188.7	1624.9	3578.84	58.04	0.205	0.056	3567,49	3578,84	751,86	0,014
32	3259.7	1770.6	3709.54	62.14	0.233	0.063	3873,85	3703,57	755,83	0,015

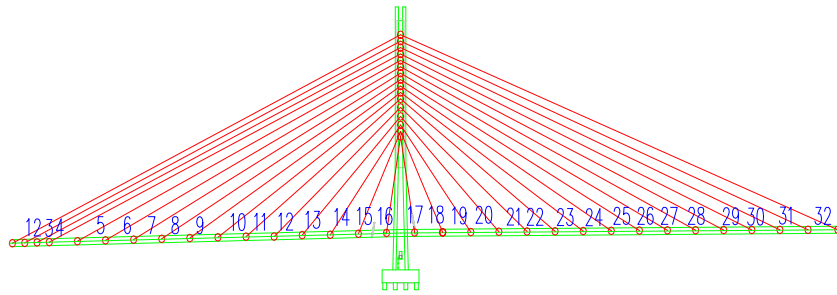


Figura 4.2: Indicação da numeração dos cabos

#### 4.1.1.2 Parábola Elástica

Os métodos de solução da análise exata dos problemas de cabos suspensos tendem a ser complicado, contudo simplificações pode ser feita quando o perfil do cabo é plano e os cabos apresentam baixo *sag*, ou seja, baixo o desvio vertical máximo do perfil de cabo à corda, normalmente com relação  $d/l < 1/8$ . Esta teoria aproximada fornece métodos consistentes para encontrar resposta estática para cargas aplicadas, e contempla os cabos das pontes estaiadas e a maioria dos cabos de pontes suspensas.

A Figura 4.3 apresenta a deformada de um cabo definido conforme a formulação de parábola elástica.

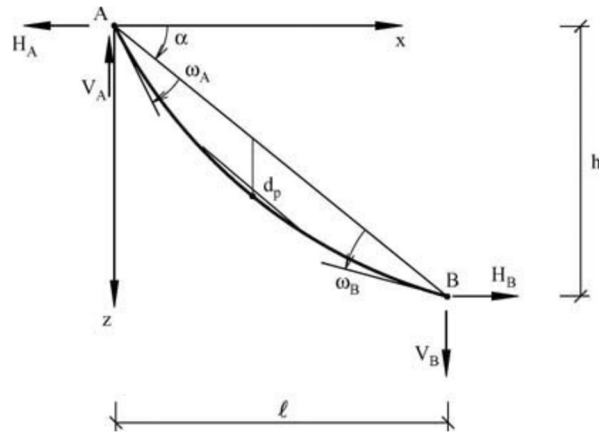


Figura 4.3: Parábola elástica  
Fonte: (CAETANO, 2007)

O perfil deformado do cabo em coordenadas cartesianas pode ser definido pela Equação 4.15:

$$z(x) = \frac{1}{2} \frac{mg}{H} \sec \alpha \cdot x \cdot (l - x) \cdot \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{6} \cdot \left( 1 - 2 \frac{x}{l} \right) \right] + \frac{h}{l} \cdot x$$

Equação 4.15

Onde o parâmetro  $\varepsilon$  é definido por  $\varepsilon = mgl \cdot \sin(\alpha/H)$ , o que representa um valor pequeno para um cabo com uma pequena inclinação. Simplificando ainda mais e ignorando  $\varepsilon$ , pode-se obter a equação de parábola simples para a descrição do perfil cabo, ficando a Equação 4.15 reduzida à Equação 4.16:

$$z(x) = \frac{1}{2} \frac{mg}{H} \sec \alpha \cdot x \cdot (l - x) + \frac{h}{l} \cdot x$$

Equação 4.16

Onde a relação  $T = H \cdot \sec \alpha$  representa a tensão do cabo na seção cujo tangente é paralelo à corda. Utilizando uma abordagem de parábola, esta seção ocorre no ponto médio do cabo e o *sag*, dado por  $d_p$ , ocorre a este mesmo ponto e é dada pela Equação 4.17:

$$d_p = \frac{mgL^2}{8T}$$

Equação 4.17

O ângulo de desvio das ancoragens nos apoios é dado  $\omega_A$  e  $\omega_B$  são dados pela Equação 4.18 e o comprimento deformado do cabo  $L_{fp}$  aproximado pela Equação 4.19:

$$\omega_A = \omega_B = \tanh^{-1} \left( \frac{mgL}{2H} + \frac{h}{l} \right) - \alpha$$

Equação 4.18

$$L_{fp} = L \left[ 1 + \frac{8}{3} \cdot \left( \frac{d_p}{L} \right)^2 - \frac{32}{5} \cdot \left( \frac{d_p}{L} \right)^4 \right]$$

Equação 4.19

A Tabela 4.2 apresenta as características geométricas e mecânicas calculados a partir da formulação da Parábola Elástica.

Tabela 4.2: Características geométricas, mecânicas e deformação

Nº	$d_p$	$L_{fp}$	$\omega_A = \omega_B$	$T = H \sec \alpha$
<b>1</b>	0,221	113,419	0,400	3242,461
<b>2</b>	0,201	109,573	0,378	3239,525
<b>3</b>	0,181	105,728	0,357	3239,616
<b>4</b>	0,198	101,883	0,406	2673,589
<b>5</b>	0,159	94,101	0,357	2658,668
<b>24</b>	0,069	62,535	0,243	2161,019

#### 4.1.1.3 Módulo de Elasticidade Equivalente

O módulo de elasticidade é uma característica de fábrica do cabo; contudo, apresenta uma variação não-linear ao longo do comprimento e conforme tensão axial. Desse modo, o comportamento não-linear pode ser representado por um módulo equivalente considerando o efeito do *sag* e tensão no cabo. O módulo de elasticidade equivalente definido por  $E_{EQ}$  apresentado por Caetano (2007), faz uma aproximação do perfil do cabo por uma parábola e determina a rigidez axial como uma função da tensão do cabo e deformação incorporando o parâmetro  $\lambda^2$ , conforme Equação 4.20:

$$E_{EQ} = \frac{E}{1 + \left(\frac{\lambda^2}{12}\right)}$$

Equação 4.20

Uma variação no módulo de elasticidade dado por Elasticidade Equivalente  $E_{EQ}$  pode ser expressa também conforme Equação 4.21:

$$E_{EQ} = \frac{E}{1 + \left(\frac{\gamma^2 \cdot L^2 \cdot E}{12\sigma^3}\right)}$$

Equação 4.21

Onde  $\gamma$  é o peso específico e  $\sigma$  é a tensão no cabo.

Considerando os parâmetros calculados na Tabela 4.1, tem-se o gráfico apresentado na Figura 4.4 que representa a variação da relação  $E/E_{EQ}$  com  $\lambda^2$ .

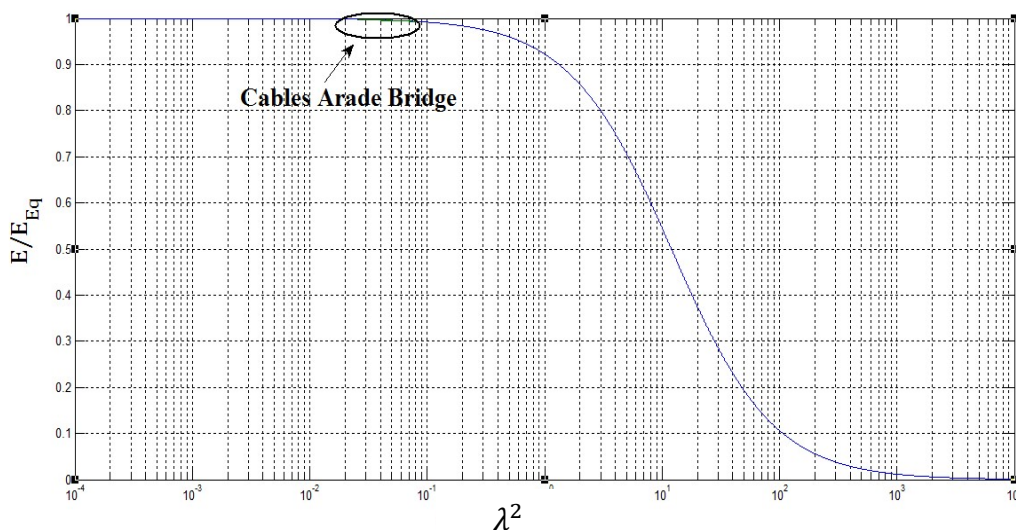


Figura 4.4: Variação da Relação  $E/E_{EQ}$  com  $\lambda^2$  para a Ponte Arade.

Na Figura 4.5 é apresentada o gráfico entre a relação  $E/E_{EQ}$  em termos do comprimento do cabo para Ponte Arade, sobre vários estados de tensão.

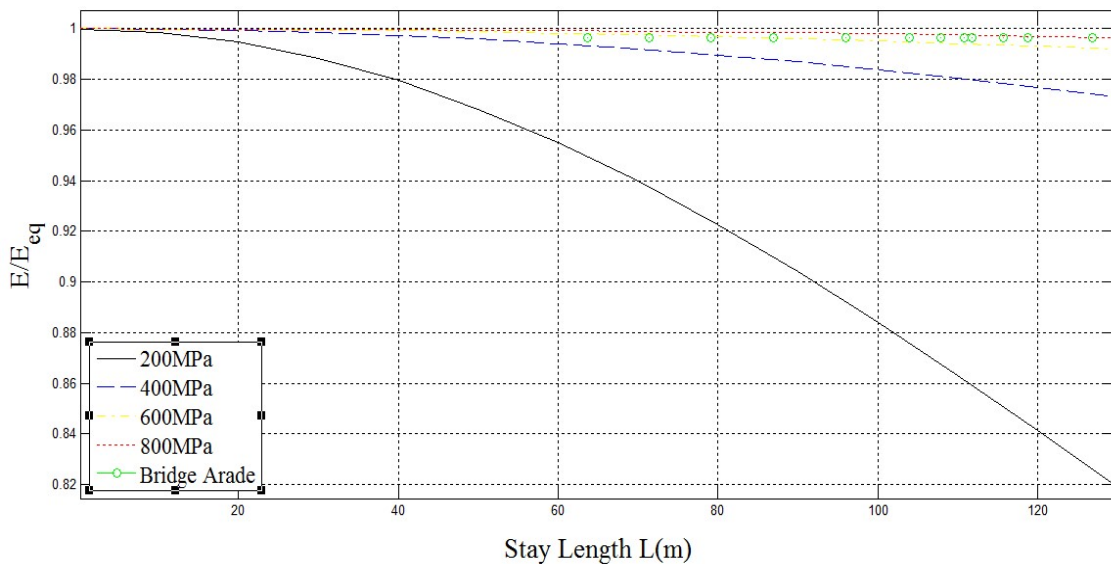


Figura 4.5: Módulo de Elasticidade Equivalente

Pode-se observar que, para os cabos de grandes comprimentos, a relação  $E/E_{EQ}$  é altamente condicionada ao estado de tensões tendendo a zero para baixos valores de tensão.

A utilização de um Módulo de Elasticidade Equivalente  $E_{EQ}$  na descrição do comportamento dos cabos proporciona uma melhor distribuição das forças ao longo dos cabos de ponte e uma aproximação da deformabilidade global de cabos,  $e$ , por conseguinte, uma forma melhorada do perfil ponte sob cargas permanentes. Assim, os valores calculados referentes a elasticidade equivalente foram utilizados no desenvolvimento dos modelos numéricos em elementos finitos dos cabos.

#### 4.1.2 Comportamento Dinâmico

O comportamento dinâmico dos cabos sob efeito do carregamento deve estar presente na análise global da estrutura e vem constituindo um dos maiores desafios no projeto de pontes estaiadas, buscando meios eficazes de identificação dos seus modos de vibração e respectivas frequências naturais. Desse modo, a teoria de vibração do cabo com *sag* reduzido desenvolvido por Irvine e Caughey (1974, p. apud. Caetano, 2007) inclui a formulação para a quantificação de frequências naturais e formas modais, para cabos

horizontais e inclinados, e é válida para quase todos os problemas de vibração em pontes estaiadas.

#### 4.1.2.1 Premissas Básicas e Equação de Equilíbrio

A teoria linear de vibrações foi desenvolvida para um cabo suportado por apoios rígidos e com pequenas deformações em relação ao vão  $d/L$  ( $0 \leq d/L \leq 1/8$ ), considerando ainda a deformação elástica atua de forma quase estática, ou seja, a componente de tensão dinâmica  $\sigma$  constante ao longo do comprimento do cabo.

Dessa forma, para um cabo horizontal e suspenso entre dois pontos de mesmo nível, com comprimento  $L$  e massa linear  $m$ , o ponto genérico  $P$  de posição  $(x, 0, z)$  passa para a configuração deformada  $\bar{P}$  de posição  $(x + u, v, z + w)$  após a ação do peso próprio, sendo que  $u, v, w$  representam as componentes de movimento ao longo das direções, conforme apresentada a Figura 4.6.

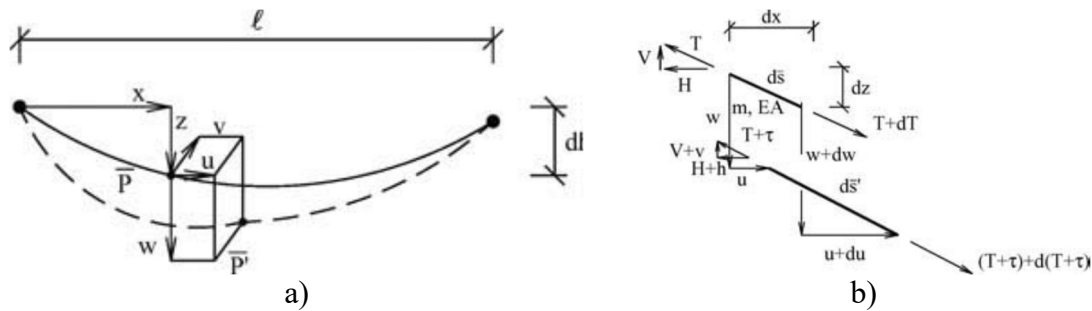


Figura 4.6: Cabo horizontal  
a) Componente de deslocamento; b) Equilíbrio dinâmico  
Fonte: (CAETANO, 2007)

Assim o estudo do equilíbrio dinâmico de um segmento de comprimento  $ds$  cortado no ponto  $P$  conduz à Equação 4.22 de equilíbrio linearizada conforme definido por Caetano (2007):

$$\begin{aligned}
 H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= m \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\
 H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + h_\sigma \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} &= m \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\
 \frac{h_\sigma L_e}{EA_0} &= \frac{m \cdot g}{H} \int_0^l w \, dx
 \end{aligned}$$

Equação 4.22

Onde  $H$  representa a componente horizontal da tensão devido ao peso próprio e  $h_\sigma$  é definido como  $h_\sigma = t \, dx/ds$ . Esta quantidade refere-se a componente dinâmica da força horizontal do cabo definido, definida como Equação 4.23:

$$h = h_\sigma - H \cdot \frac{dz}{dx} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{Equação 4.23}$$

O comprimento virtual  $L_e$  foi anteriormente definido conforme Equação 4.14.

A Equação 4.22 constitui as equações básicas da teoria linear de vibração de cabos, e as soluções particulares destas equações descrevem os diferentes modos de vibração quando em oscilação livre no plano ou fora deste. Em cabos de corda horizontal, há que distinguir dois tipos diferentes de modos de oscilação, os modos simétricos e antissimétricos. Ainda por meio da Equação 4.22 linearizada pode-se caracterizar o movimento no plano e fora do plano.

#### 4.1.2.2 Frequências Naturais e Formas Modais

Segundo Caetano (2007) a principal consequência da aplicação da linearização na derivação da Equação 4.22 é o desacoplamento do movimento fora do plano, que significa que uma perturbação aplicada no plano do cabo não produz nenhum movimento para fora do plano, e vice-versa. Em contraste com o movimento no plano, o movimento fora do plano, não envolve uma variação da tensão no cabo, contudo esse desacoplamento, que é válido apenas para pequenos níveis de vibração do cabo, tem a vantagem de permitir uma derivação das equações de movimento acima apresentadas no plano e fora do plano de oscilação.

Para o movimento fora do plano, a solução da equação homogênea, Equação 4.22, é obtida com a separação de variáveis de acordo com Equação 4.24:

$$u(x, t) = \tilde{v}(x) \cdot e^{i\omega t} \quad \text{Equação 4.24}$$

Considerando a condição de contorno  $\tilde{v}(0) = \tilde{v}(L) = 0$  tem-se à solução geral que representa as frequências angulares naturais de vibração e os respectivos modos definida pela Equação 4.25:



$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{H}{m}}; n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\tilde{v}(x) = A_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right); n = 1, 2, 3, \dots$$

Equação 4.25

Onde  $\omega_n$  representa a frequência de vibração e  $\tilde{v}(x)$  corresponde à forma modal definida para uma constante arbitraria  $A_n$ . A frequência natural de ordem  $n$  do tirante  $f_n$  relacionada com a frequência angular  $\omega_n$  pode ser dada pela Equação 4.26:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

Equação 4.26

No movimento no plano, assumindo-se pequenos valores de deformação ( $d/L \leq 1/8$ ) e que a amplitude do componente longitudinal do movimento é substancialmente menor do que a amplitude da componente vertical, os modos de vibração podem ser caracterizados como simétricos ou antissimétricos de acordo com o perfil do componente vertical do movimento.

Para os modos de vibração no plano, a separação em modos simétricos e antissimétricos torna-se relevante, uma vez que estes dois tipos de modos apresentam características distintas. A Equação 4.22 mostra que o movimento simétrico envolve componente de tensão adicional diferente de zero, enquanto no caso do antissimétrico esta componente desaparece para esta abordagem linear.

Os modos antissimétricos no plano caracterizam-se por uma componente vertical do movimento antissimétrico em relação ao plano médio do cabo e a componente longitudinal simétrica, enquanto nos modos simétricos no plano a componente vertical é simétrica em relação ao plano médio do cabo e a componente longitudinal é antissimétrica.

Para o modo antissimétrico no plano, tem-se a vibração no plano descrito por  $u(x, t)$  e  $w(x, t)$ , descrita pela Equação 4.27:

$$u(x, t) = \tilde{u}(x) \cdot e^{i\omega t}$$

$$w(x, t) = \tilde{w}(x) \cdot e^{i\omega t}$$

Equação 4.27

Substituindo a Equação 4.27 na Equação 4.22 e resolvendo as equações para o modo antissimétrico com as condições de contorno  $\tilde{w}(0) = \tilde{w}(l/2) = 0$  tem-se Equação 4.28:

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{l} \sqrt{\frac{H}{m}}; n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\tilde{u}(x) = -\frac{1}{2} \left( \frac{mgl}{H} \right) A_n \left[ \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \sin \left( \frac{2\pi nx}{l} \right) + \frac{1 - \cos \left( \frac{2\pi nx}{-l} \right)}{\pi n} \right]; n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\tilde{w}(x) = A_n \sin \left( \frac{2\pi nx}{l} \right); n = 1, 2, 3, \dots$$

Equação 4.28

Onde  $\omega_n$ ,  $\tilde{u}(x)$  e  $\tilde{w}(x)$  representam respectivamente a frequência natural de enésima ordem do modo antissimétrico no plano, e os correspondente modos longitudinais e verticais. Pode-se observar na Equação 4.28 que a amplitude do componente do movimento longitudinal dada por  $B_n = \frac{1}{2} \left( \frac{mgl}{H} \right) A_n$  é determinada pela razão  $\frac{mgl}{H}$ .

A teoria linear para a análise da vibração livre de um tirante com pequenas relações de flecha/vão demonstra que os modos simétricos no plano dependem consideravelmente do parâmetro fundamental do cabo  $\lambda^2$  que permite caracterizar as características geométricas e de deformabilidade do tirante, e permite avaliar o grau relativo de contribuição da extensão axial do material e da configuração geométrica na deformação do tirante.

Para os modos simétricos no plano a tensão de cabo é induzida pelo movimento, que é assumido quase-estática e é caracterizado pelo produto dado pela Equação 4.29:

$$h(t) = \tilde{h}_\sigma e^{i\omega t}$$

Equação 4.29

Substituindo na Equação 4.22, obtém-se a Equação 4.30:

$$H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m \cdot \omega^2 \cdot \tilde{w} = \frac{m \cdot g}{H} \tilde{h}_\sigma$$

Equação 4.30

Substituindo as expressões Equação 4.27 e Equação 4.29 na Equação 4.22 e introduzindo as condições de contorno, as frequências naturais  $\omega$  do cabo para os modos simétricos no plano tornam-se as raízes da Equação 4.31:

$$\tan \frac{\bar{\omega}}{2} = \frac{\bar{\omega}}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left( \frac{\bar{\omega}}{2} \right)^3$$

Equação 4.31

Onde  $\lambda^2$  é o parâmetro fundamental do sistema de cabos definido pela Equação 4.13 e  $\bar{\omega}$  é um parâmetro adimensional das frequências naturais dado pela Equação 4.32:

$$\bar{\omega} = \omega \cdot l / (H/m)^{\frac{1}{2}}$$

Equação 4.32

As formas modais associadas a estas frequências têm as seguintes componentes verticais  $\tilde{u}(x)$  e longitudinais  $\tilde{w}(x)$ , definidas pela Equação 4.33:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x) &= \left( \frac{mgl}{H} \right) C_n \left\{ \left[ \frac{\bar{\omega}^2}{\lambda^2} \cdot \frac{L_x}{L_e} \right] - \frac{1}{2} \left( 1 - 2 \frac{x}{l} \right) \cdot \left[ 1 - \tan \left( \frac{\bar{\omega}}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\bar{\omega}x}{l} \right) - \cos \left( \frac{\bar{\omega}x}{l} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\bar{\omega}} \cdot \left[ \frac{\bar{\omega}x}{l} - \tan \left( \frac{\bar{\omega}}{2} \right) \cdot \left( 1 - \cos \left( \frac{\bar{\omega}x}{l} \right) \right) - \sin \left( \frac{\bar{\omega}x}{l} \right) \right] \right\} \\ \tilde{w}(x) &= C_n \left[ 1 - \tan \left( \frac{\bar{\omega}}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\bar{\omega}x}{l} \right) - \cos \left( \frac{\bar{\omega}x}{l} \right) \right] \end{aligned}$$

Equação 4.33

Onde  $L_x$  é definido conforme a Equação 4.34:

$$L_x = l \cdot \left\{ \frac{x}{l} + \frac{3}{8} \left( \frac{mgl}{H} \right)^2 \cdot \left[ \frac{x}{l} - 2 \left( \frac{x}{l} \right)^2 + \frac{4}{3} \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right] \right\}$$

Equação 4.34

Segundo Caetano (2007) a Equação 4.31 é muito importante para a teoria de vibrações em cabos, uma vez que a única dependência das frequências naturais no modo do plano simétrico é o parâmetro independente  $\lambda^2$ , o que mostra a importância deste como uma característica intrínseca do sistema de cabo. Quando o cabo é inextensível o parâmetro  $\lambda^2$  é muito grande e as deformações são essencialmente de natureza geométrica. Nesta situação, a Equação 4.31 pode ser reduzida à Equação 4.35:

$$\tan \frac{\bar{\omega}}{2} = \frac{\bar{\omega}}{2}$$

Equação 4.35

Então as raízes desta podem ser dadas por Equação 4.36:

$$\bar{\omega}_n = (2n + 1)\pi - \frac{4}{(2n + 1)\pi}; n = 1, 2, 3, \dots$$

Equação 4.36

Logo para grandes valores de  $\lambda^2$  a solução numérica pode ser dada pela Equação 4.36. Caso contrário, quando o  $\lambda^2$  é muito pequeno, pode-se aproximar as raízes do modo simétrico a de uma corda tensa, dado por Equação 4.37:

$$\bar{\omega}_n = (2n - 1)\pi; n = 1, 2, 3, \dots$$

Equação 4.37

Comparando as expressões Equação 4.36 e Equação 4.37, pode observar que que a transição do dinâmica de um cabo tenso ( $\lambda^2 = 0$ ) para um cabo inextensível ( $\lambda^2 = \infty$ ) é marcada por um deslocamento de aproximadamente  $2\pi$  no valor da frequência adimensional  $\bar{\omega}_n$  do modo simétrico.

#### 4.1.2.3 Efeitos da Rigidez à Flexão

As teorias de vibração dos cabos, linear ou assintótica, foram desenvolvidas assumindo que os cabos são flexíveis, contudo, a rigidez a flexão  $EI$  do cabo modifica ligeiramente o comportamento dinâmico. Considerando que este efeito é mais pronunciado em cabos curtos, cujo *sag* pode ser negligenciado, a abordagem simplificada para a inclusão da rigidez a flexão afasta a teoria de vibração aplicada a uma corda tensa, para os quais a equação de equilíbrio diferencial na direção lateral é dada pela Equação 4.38.

$$H \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) = m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}$$

Equação 4.38

A solução simplificada desta equação para um cabo fixado em ambas extremidades foi desenvolvida por Morse e Ingard (1968) apud. Caetano (2007), dado pela Equação 4.39 para a frequência natural de enésima ordem  $\omega_n$ .

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{H}{m}} \cdot \left[ 1 + 2 \sqrt{\frac{EI}{Hl^2}} + \left( 4 + \frac{n\pi^2}{2} \right) \frac{EI}{Hl^2} \right]$$

Equação 4.39

Esta equação é válida enquanto o termo  $\frac{EI}{Hl^2}$  é pequeno.

A derivação relativa definida como  $\varepsilon^n_{EI}$ , para a teoria de cabos vibrantes de um cabo tenso caracteriza-se pela rigidez  $EI$  e pode ser dada pela Equação 4.40.

$$\varepsilon^n_{EI} = \frac{2}{\zeta} + \frac{\left(4 + \frac{n\pi^2}{2}\right)}{\zeta^2}$$

Equação 4.40

Onde  $\zeta = \sqrt{\frac{HI^2}{EI}}$ . Esta derivação é incrementada com a ordem do modo de vibração.

Segundo Caetano (2007) considera-se o efeito da rigidez a flexão desprezível sempre que  $\varepsilon^n_{EI} < 0.5\%$ , para os primeiros cinco modos de vibração, com isso pode-se concluir que os efeitos da rigidez a flexão são desprezíveis para cabos de pontes estaiadas com  $\zeta \geq 50$ .

Contudo, a maior dificuldade na aplicação da Equação 4.39 consiste na avaliação do efeito de rigidez a flexão  $EI$ , o qual não é em função apenas do módulo de elasticidade do cabo e das características da seção, mas depende do grau de restrições dos fios que compõe cada estai, o qual dependerá do tipo de estai, tipo de protensão, comprimento e curvatura. Portanto, embora uma estimativa de  $EI$  possa ser obtida por meio de testes, isto é apenas uma estimativa média de  $EI$ . Os valores típicos de  $EI$  são cerca de 50% a 70% da rigidez de uma barra sólida com o mesmo diâmetro que o cabo. Os valores reportados para uma ponte estaiada onde foi utilizado cabos fechados são da ordem de 65% a 85% da rigidez.

A Equação 4.39 avalia as frequências naturais dos cabos com a inclusão do efeito de rigidez a flexão foi desenvolvida a partir das teorias das cordas vibrantes e negligencia o efeito do *sag* na resposta. A inclusão simultânea dos efeitos *sag* e rigidez a flexão numa formulação por diferenças finitas foi desenvolvida por Mehrabi e Tabatabai (1998), e constitui uma poderosa ferramenta de análise de cabos.

Ainda conforme exposto por Caetano (2007) alguns autores têm desenvolvido formulações simplificadas para avaliação da frequência natural dos cabos que incluem os efeitos do *sag* e rigidez a flexão, como a formulação desenvolvida por Zui *et al.* (1996) aplicável a cabos com pequenas relações deformação comprimento do vão. Definindo como  $\eta_n$  e  $\varphi_n$  as relações entre a frequência natural de enésima ordem  $\omega_n$  e a frequência

natural de enésima ordem do cabo tenso equivalente  $\omega_n^s$  conforme apresentado na Equação 4.41.

$$\omega_n^b \cdot \eta_n = \frac{\omega_n}{-\omega_n^s} \quad \varphi_n = \frac{\omega_n}{\omega_n^b} \quad \omega_n^s = \frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{H}{m}}$$

$$\omega_n^b = \frac{\alpha_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \alpha_1 = 4.730 \text{ e } \alpha_2 = 7.853$$

Equação 4.41

A simplificação proposta por Mehrabi e Tabatabai (1998) apud. Caetano (2007) considerando os efeitos do *sag* e rigidez são também de interesse, embora a precisão seja maior para os cabos com  $\zeta \geq 50$  e parâmetro  $\lambda^2 < 3.1$ , de acordo com os autores esta situação abrange 95% dos tirantes de pontes estaiadas em todo o mundo. Assim, frequência natural de ordem n de um cabo  $\omega_n$ , é dada pela Equação 4.42.

$$\omega_n = \frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{H}{m}} \left( \alpha \beta_n - 0.24 \frac{\mu}{\zeta} \right)$$

$$\alpha = 1 + 0.039\mu \quad \xrightarrow{\text{onde}} \quad \mu = \lambda^2, n = 1; \mu = 0, n > 1 \text{ (Modos no Plano)}$$

$$\mu = 0 \text{ (Modos no Fora do Plano)}$$

$$\beta_n = 1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{\left(4 + \frac{n\pi^2}{2}\right)}{\zeta^2}$$

Equação 4.42

As estimativas resumidas da formulação para avaliação da frequência dos cabos considerando o efeito da rigidez a flexão e *sag* são apresentadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Avaliação da frequência considerando o efeito da rigidez a flexão e *sag*  
Fonte: (CAETANO, 2007)

$\zeta$	$\eta_n$	$\varphi_n$
$0 \leq \zeta \leq 6$		$\varphi_1 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{42}}; \varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{85}}$
$6 \leq \zeta \leq 8$	$\eta_1 = 1.075 \sqrt{1 + \left(\frac{6.8}{\zeta}\right)^2}$	$\varphi_1 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{42}}; \varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{85}}$
$8 \leq \zeta \leq 17$	$\eta_1 = 1.075 \sqrt{1 + \left(\frac{6.8}{\zeta}\right)^2}$	$\varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{85}}$
$17 \leq \zeta \leq 18$	$\eta_1 = \frac{\zeta}{\zeta^{-2.2}}; \eta_2 = 0.985 \frac{\zeta}{\zeta^{-3.1}}$	$\varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{85}}$
$18 \leq \zeta \leq 60$	$\eta_1 = \frac{\zeta}{\zeta^{-2.2}}; \eta_2 = 0.985 \frac{\zeta}{\zeta^{-3.1}}$	
$60 \leq \zeta \leq 200$	$\eta_1 = \eta_2 = \frac{\zeta}{\zeta^{-2.2}}$	
$\zeta \geq 200$	$\eta_n = \frac{\zeta}{\zeta^{-2.2}}$	

A abordagem simplificada considerando o efeito da rigidez a flexão nos cabos foram aplicados aos cabos da Ponte Arade e os resultados encontrados estão resumidos na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Incremento na primeira e segunda frequência natural associado aos efeitos de rigidez a flexão e *sag*

Cabo N°	$\zeta$	$\eta_1$	$\eta_2$
1	94,957	1,024	1,018
2	94,953	1,024	1,018
3	94,943	1,024	1,018
4	86,193	1,026	1,022
5	85,580	1,026	1,022
24	66,370	1,034	1,033
25	70,033	1,032	1,031
26	71,488	1,032	1,030
27	101,207	1,022	1,016
30	104,723	1,021	1,015
31	111,701	1,020	1,013
32	94,957	1,024	1,018

As considerações dos efeitos atendem as particularidades como cabos muito longos, onde apresentam um aumento significativo da frequência devido aos efeitos do *sag*, enquanto cabos curtos também apresentam um significativo aumento da frequência devido a efeitos de rigidez de flexão. Este aumento da frequência tem consequências que não devem ser negligenciadas, em particular, sempre que a força de cabo instalado está a ser estimada através da medição da frequência cabo.

## 4.2 MODELO NUMÉRICO

A descrição do comportamento numérico dos cabos conduz a um problema complexo, uma vez que as diferentes configurações, estado de tensão e deformação alteram a configuração geométrica e contribui para um comportamento não linear. Para realizar esta análise utilizou o *software* de elementos finitos ANSYS®, versão acadêmica, que emprega o método Newton-Raphson para as análises não-lineares.

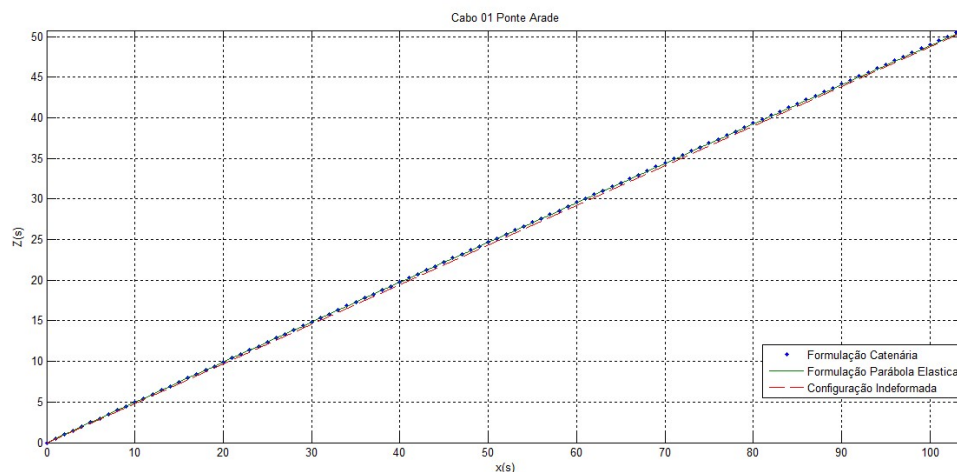
A modelagem numérica dos cabos requer algumas simplificações, assim os cabos da ponte foram modelados como viga utilizando o elemento linear BEAM188 definido a partir de dois nós, este elemento possui seis graus de liberdade por nó e incluiu os efeitos da rigidez nas análises não-lineares com grandes deslocamentos. As propriedades geométricas foram adotadas conforme projeto e a tensão nos cabos segundo relatório de monitoramento Caetano et al. (2007).

Foram realizadas duas análises, estática e dinâmica. Na análise estática para a estimativa e calibração numérica da tensão nos cabos foi utilizado o método de otimização direta disponíveis no *software* ANSYS® e ModeFRONTIER® empregando como parâmetros objetivos os dados de deformação e reações de apoio calculados no modelo analítico. Assim, tomando como base a seção deformada final do cabo obtida na análise estática, realizou-se a análise dinâmica na qual foram calculados os modos e as frequências.

Por fim, para a otimização dos parâmetros de tensão do cabo contou com a utilização dos dados de resposta, onde foram testados dois métodos de otimização: MOGA (*Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization*) com uma abordagem multiobjetivo para otimizações de uma forma global, e para uma abordagem mais refinada dos dados foi utilizado o NLPQL (*Non-linear Programming by Quadratic Lagrangian*) algoritmo baseado no gradiente ideal para otimizações locais. A dupla otimização apresentou resultados mais refinados considerando a grande quantidade de *Design Project* analisados.

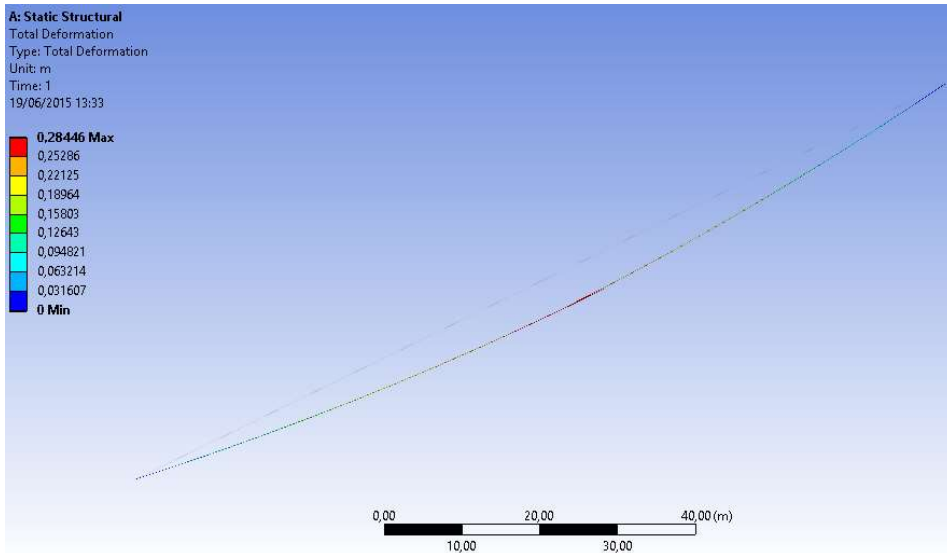
#### 4.2.1 Comportamento Estático

A Figura 4.7 apresentam as deformadas de dois cabos, um curto e outro longo, calculados pela hipótese geral da Catenária Elástica, Parábola Elástica e Elementos Finitos utilizando o programa ANSYS®.

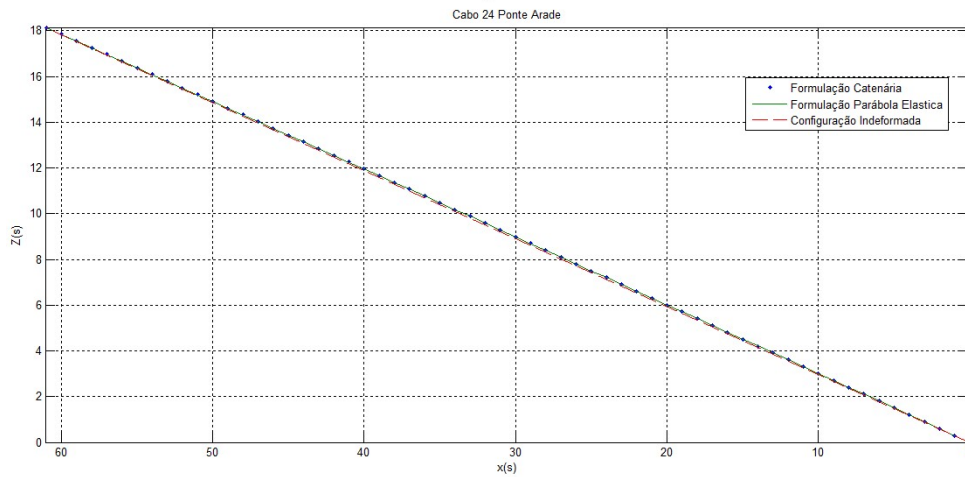


a)

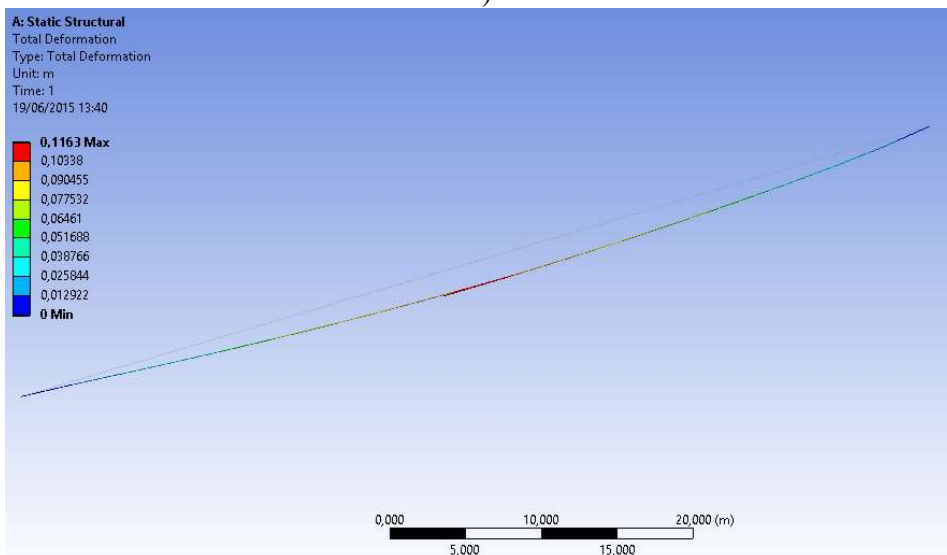




b)



c)



d)

Figura 4.7: Deformada dos cabos pelos métodos da catenária e parábola elástica e pelo MEF ANSYS®

a) Cabo 1 Longo – Analítico; b) Cabo 1 Longo – Numérico; c) Cabo 24 Curto – Analítico; d) Cabo 24 Curto - Numérico

A Figura 4.8 a) apresenta o gráfico de convergência da força no processo de análise não-linear, e a Figura 4.8 b) apresenta o resultado do processo de otimização da tensão no cabo em função da deformação alvo estimada de forma analítica e a Fronteira de Pareto com os valores candidatos a tensão (Linhas Verdes).

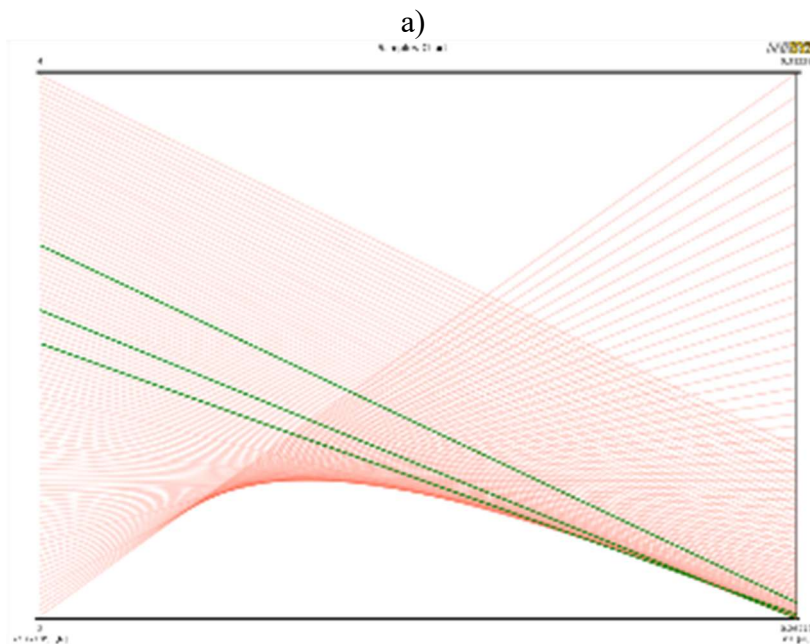
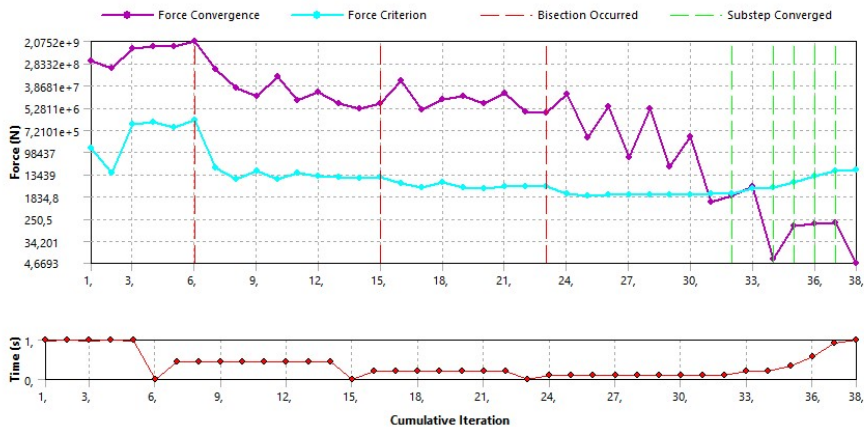


Figura 4.8: Processo de otimização do Cabo24S

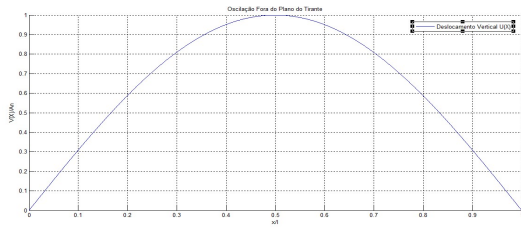
a) Convergência da força; b) Otimização da tensão no cabo em função da deformação e Fronteira de Pareto

Assim, pode-se observar na Figura 4.8 c) a formação de um conjunto de soluções factíveis do problema, em que as condições são satisfeitas, este conjunto de alternativas ótimas que são denominadas Fronteiras de Pareto. Não havendo diferença na relevância relativa entre os objetivos a serem atendidos, todos os pontos na Fronteira de Pareto são qualitativamente equivalentes, sob a perspectiva de otimização. Isso implica que problemas apresentam infinitas soluções equivalentes. Contudo, tendo em vista que os

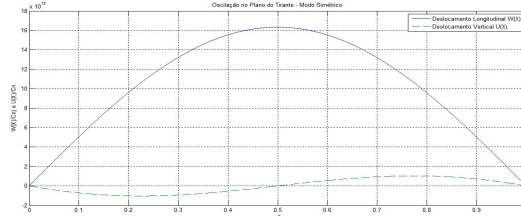
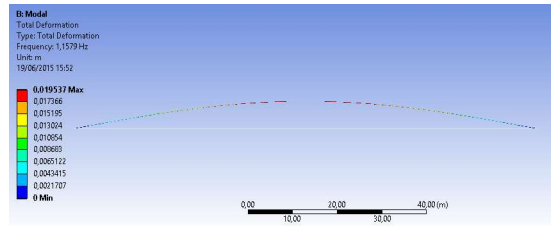
valores das repostas de deformação são conhecidos por meio dos métodos analíticos, pode-se identificar dentre a fronteira os valores ótimos, indicados pelas linhas em verde.

#### **4.2.2 Comportamento Dinâmico**

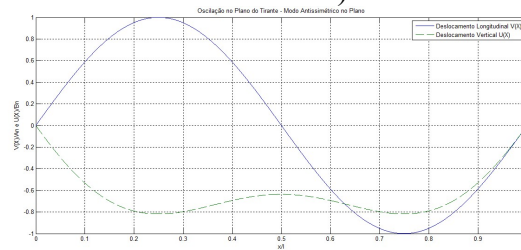
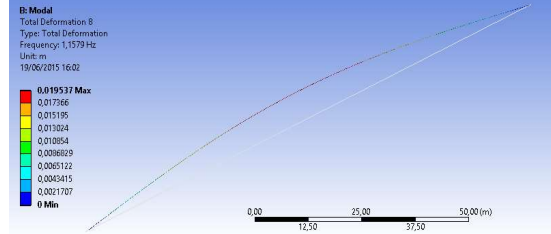
A comparação entre as frequências naturais de vibração e a deformada dos modos obtidos através da formulação analítica e por meio do programa ANSYS® para o Cabo 1S da Ponte sobre o Rio Arade são apresentados respectivamente na Figura 4.9 e Tabela 4.5.



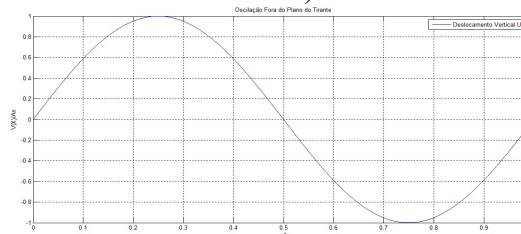
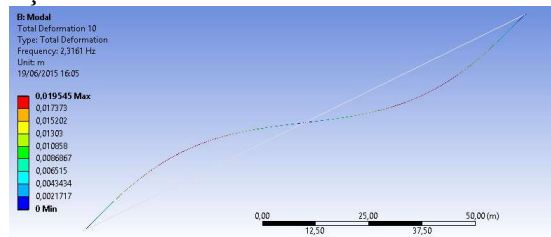
a) 1º Modo de Vibração – Fora do Plano do Tirante



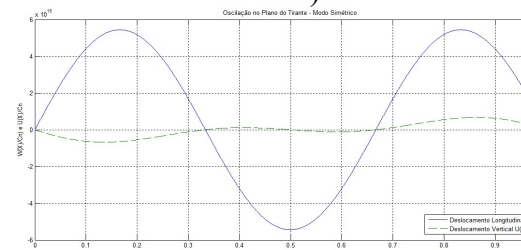
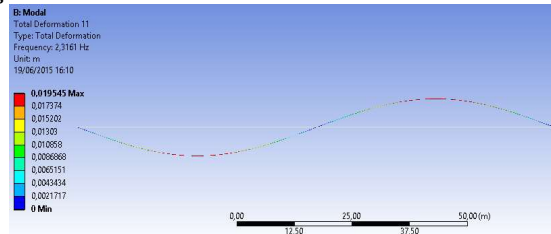
b) 1º Modo de Vibração – Simétrico



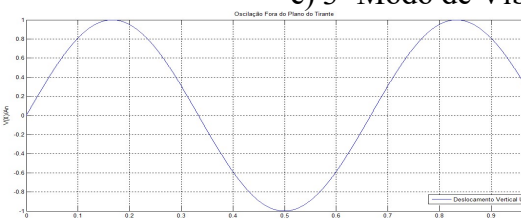
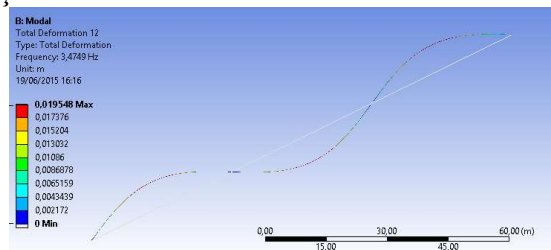
c) 2º Modo de Vibração – Antissimétrico



d) 2º Modo de Vibração – Fora do Plano



e) 3º Modo de Vibração – Antissimétrico



f) 3º Modo de Vibração – Fora do Plano

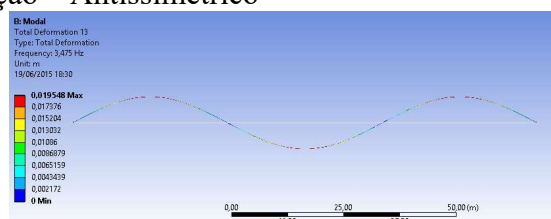


Figura 4.9: Representação dos modos analítico (Esquerda) e numérico (Direita)

Tabela 4.5: Comparativo das frequências analíticas e numéricas

Cabo	Modo	Frequência		Descrição	FER%
		Analítica	ANSYS®		
01 S	1	1,0934	1,1579	Fora do Plano	5,90%
		1,0934	1,1579	Simétrico	5,90%
	2	2,1868	2,3161	Antissimétrico	5,91%
		2,1868	2,3161	Fora do Plano	5,91%
	3	3,1416	3,4749	Simétrico	10,61%
		3,2802	3,4750	Fora do Plano	5,94%
	4	4,3737	4,6347	Antissimétrico	5,97%
		4,3737	4,6347	Fora do Plano	5,97%
	5	5,4671	5,7956	Simétrico	6,01%
		5,4671	5,7956	Fora do Plano	6,01%
	6	6,5605	6,9581	Antissimétrico	6,06%
		6,5605	6,9581	Fora do Plano	6,06%
	7	7,6539	8,1224	Simétrico	6,12%
		7,6539	8,1224	Fora do Plano	6,12%
	8	8,7473	9,2888	Antissimétrico	6,19%
		8,7473	9,2888	Fora do Plano	6,19%
	9	9,4248	10,4580	Simétrico	10,96%
		9,8407	10,4580	Fora do Plano	6,27%
	10	10,9342	11,6290	Antissimétrico	6,35%
		10,9342	11,6290	Fora do Plano	6,35%

No segundo momento, a análise teve como objetivo avaliar a eficiência do método de otimização na determinação da tensão nos cabos baseando nos parâmetros de respostas de frequência, assim como os intervalos dos parâmetros de otimização. Foram analisados dois cenários no processo de otimização, os cabos longos e os cabos curtos, apresentados a seguir.

#### 4.2.2.1 Cabos Longos

O primeiro cenário realizou a otimização direta dos cabos 1S, 2S, 3S, 4 S. 5S, 27S, 30S, 31S e 32S utilizando as cinco primeiras frequências como parâmetros de reposta e como objetivo a carga de protensão instalada. Foram analisados cerca de 100 *Design Project* utilizando o algoritmo MOGA no *Design Exploration* uma ferramenta disponível na plataforma ANSYS® Workbench. Esta análise se mostrou muito eficiente calibrando as cargas dos cabos de grandes comprimentos e chegando a valores muito próximos aos experimentais medidos conforme relatório Caetano, et al. (2007).

Após o processo de otimização obteve-se um projeto ótimo no qual as frequências encontradas apresentaram boa correlação com as frequências experimentais apresentando índice de diferença entre as frequências (FER) menores de 1% conforme Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração

Modo	Experimental	Numérico	FER %	Modo	Experimental	Numérico	FER %
<b>Cabo 01 S</b>				<b>Cabo 27 S</b>			
1	1.147	1.155	0.73%	1	1.465	1.472	0.46%
2	2.319	2.311	-0.35%	2	2.954	2.944	0.34%
3	3.467	3.467	0.01%	3	4.419	4.418	0.02%
4	4.639	4.625	-0.30%	4	5.908	5.894	0.23%
5	5.762	5.784	0.39%	5	7.349	7.374	0.34%
<b>Cabo 02 S</b>				<b>Cabo 30 S</b>			
1	1.221	1.208	-1.09%	1	1.270	1.269	0.07%
2	2.417	2.416	-0.05%	2	2.539	2.538	0.02%
3	3.613	3.625	0.32%	3	3.809	3.809	0.01%
4	4.834	4.835	0.02%	4	5.078	5.080	0.04%
5				5	6.348	6.354	0.09%
<b>Cabo 03 S</b>				<b>Cabo 31 S</b>			
1	1.294	1.283	-0.85%	1	1.196	1.196	0.02%
2	2.563	2.566	0.13%	2	2.393	2.392	0.05%
3	3.857	3.851	-0.17%	3	3.589	3.589	0.01%
4	5.127	5.136	0.18%	4	4.785	4.786	0.03%
5	6.372	6.424	0.82%	5	5.957	5.986	0.49%
<b>Cabo 4 S</b>				<b>Cabo 32 S</b>			
1	1.221	1.220	0.09%	1	1.123	1.122	0.06%
2	2.441	2.440	0.03%	2	2.246	2.245	0.05%
3	3.662	3.662	0.01%	3	3.369	3.368	0.03%
4	4.883	4.885	0.03%	4	4.492	4.492	0.00%
5	6.055	6.110	0.91%	5	5.615	5.618	0.05%
<b>Cabo 5 S</b>							
1	1.367	1.360	0.54%				
2	2.710	2.720	0.36%				
3	4.077	4.081	0.10%				
4	5.444	5.444	0.00%				
5	6.787	6.810	0.34%				

A Figura 4.10 apresenta os projetos ótimos no processo de otimização do Cabo 2S com apenas na tensão do cabo como variável objetivo e como alvo as 5 frequências experimentais.

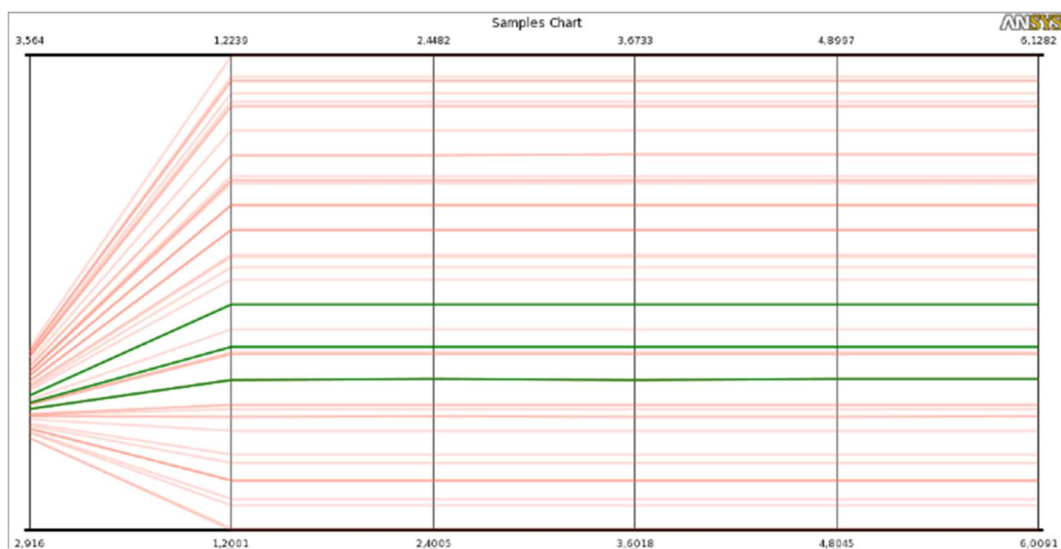


Figura 4.10: Relação tensão e frequência Cabo 2S

Na avaliação dos cabos longos da Ponte sobre o Rio Arade observou-se que eram necessários no processo de otimização o mínimo cinco dados de frequências para uma

convergência dos valores da protensão do cabo com erros inferiores a 5% em relação aos dados experimentais. Estes valores fundamentam-se no estudo de 60 projetos de otimização dos cabos, onde foram avaliadas a capacidade de convergência do modelo variando o número de variáveis de respostas fornecidas ao programa e onde observou-se que a precisão diminui na medida que diminui o número de frequências utilizados na otimização, conforme apresentado na Figura 4.11.

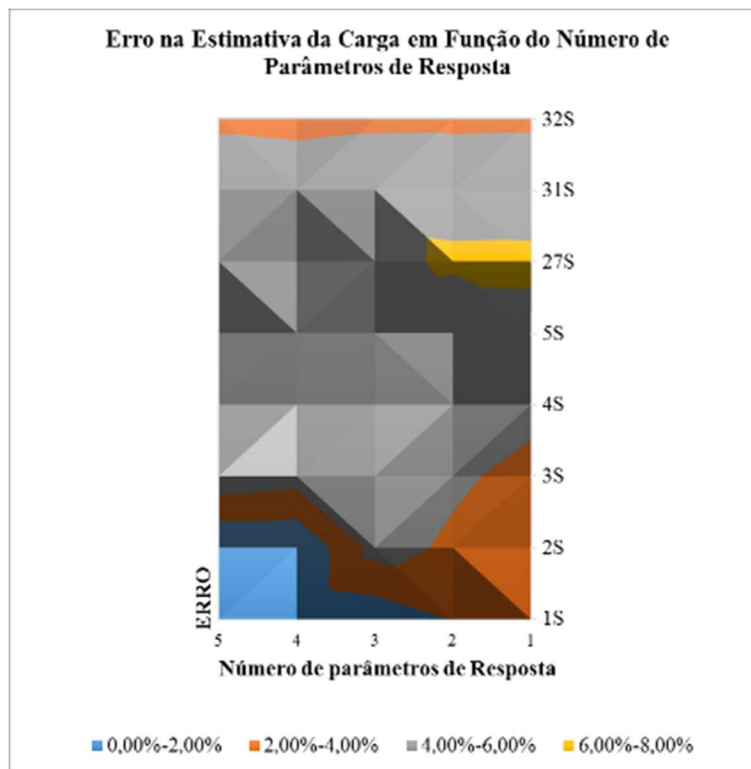


Figura 4.11: Precisão da otimização em função da quantidade de frequências

Na segunda etapa da análise o processo de otimização foi realizado com o programa ModeFRONTIER® por meio do Algoritmo MOGA, contudo com um número maior de análises, sendo analisado um total 600 *Design Project* por cabo, os resultados da otimização utilizando apenas as cargas como função objetivo e as cinco primeiras frequências como parâmetros de resposta pode ser visto na Figura 4.12.

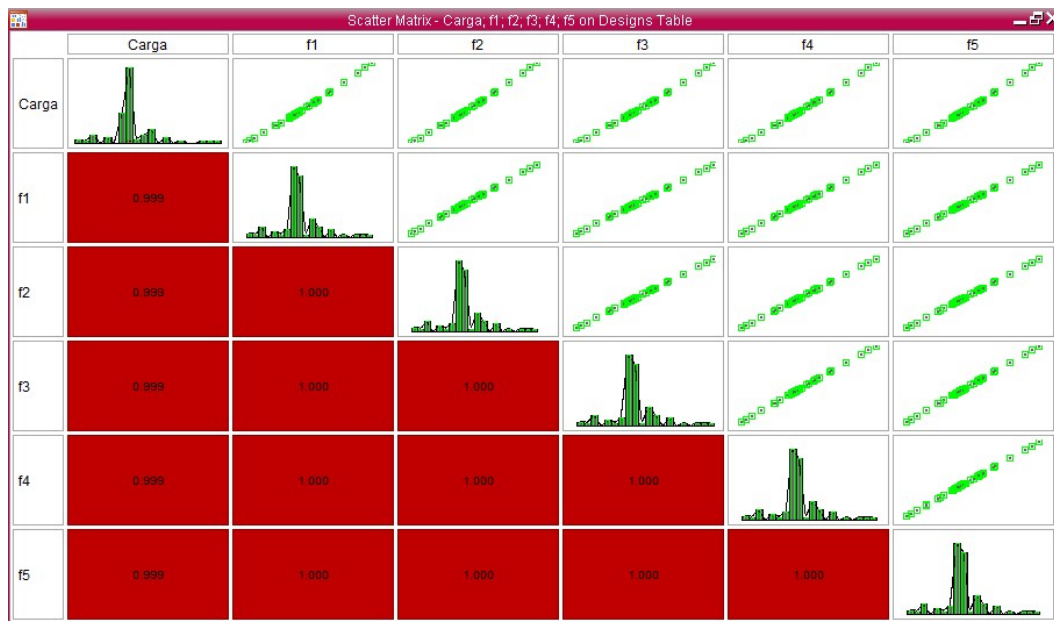


Figura 4.12: Otimização ModeFRONTIER® - Cabo 1S

O *software* ModeFRONTIER® possibilitou identificar os valores das tensões nos cabos com uma diferença de 4.57% em relação ao ensaio experimental realizado por Caetano et al. (2007), Tabela 4.7. Em parte, este sucesso na estimativa da carga se deve ao aumento no número de casos de estudo implementados e analisados pelo programa.

Tabela 4.7: Tensão nos Cabos

CABO	Tensão (KN)		Diferença
	Experimental	Numérica	
1S	3251,00	3257,00	0,18%
2S	3240,000	3125,10	3,55%
3S	3292,00	3135,50	4,75%
4S	2674,000	2541,20	4,97%
5S	2659,00	2585,00	2,78%
27S	2471,00	2345,30	5,09%
30S	3568,00	3237,00	9,28%
31S	3568,00	3373,20	5,46%
32S	3697,00	3508,30	5,10%
	<b>Média</b>		<b>4,57%</b>

Logo verifica-se que é possível encontrar por meio da otimização do modelo numérico os valores das tensões nos cabos, sendo que a precisão é diretamente proporcional ao carregamento do cabo e ao número de parâmetros de respostas utilizados no processo de otimização.

#### 4.2.2.2 Cabos curtos

No segundo cenário foram testados os cabos menores 24S, 25S e 26S, nestes cabos a otimização no *Design Exploration* do ANSYS® Workbench adotando como parâmetro



objetivo a tensão no cabo e como variáveis de projeto as cinco frequências experimentais, não apresentaram bons resultados, sendo os erros nas estimativas das cargas dos cabos superiores a 5%.

Observou-se também que as otimizações não convergem para os valores experimentais da frequência se forem adotados grandes intervalos de variação dos parâmetros objetivos, e mesmo quando o parâmetro objetivo se aproxima aos valores estimados no ensaio experimental os parâmetros de respostas de frequências numéricas apresentam grandes diferenças em relação aos experimentais.

Considerando o elevado grau de incerteza do modelo dos cabos, realizou-se a análise de sensibilidade dos parâmetros suscetíveis do projeto pelo Método de *Spearman* no *Design Exploration* do ANSYS®, a Figura 4.13 apresenta a análise para o Cabo 24 S.

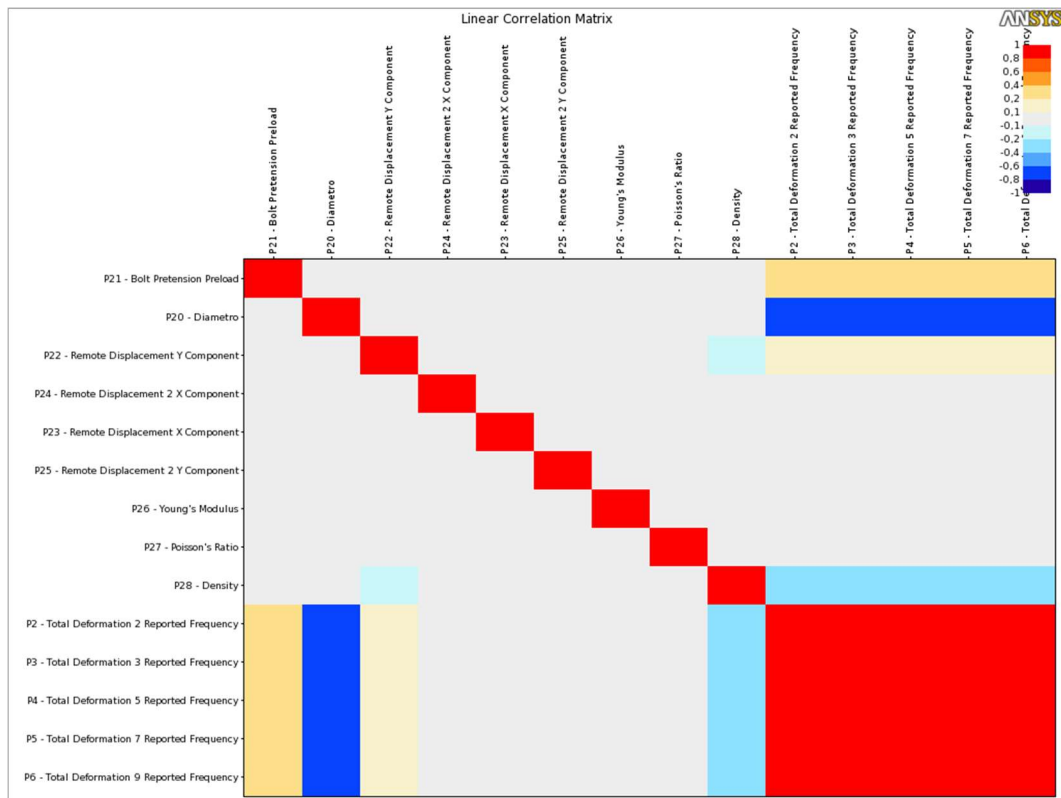


Figura 4.13: Análise de Sensibilidade Global dos Parâmetros do Cabo 24 S

Pode-se observar que para o Cabo 24S o parâmetro de maior impacto nos dados de resposta de frequência é o diâmetro, apresentando um coeficiente de sensibilidade de 0.79, os parâmetros massa específica e protensão do cabo apresentaram coeficientes de correlação com as repostas de - 0.38 e 0.32, respetivamente. Os demais parâmetros analisados, módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, deslocamentos dos apoios

apresentaram valores menores que 0.3, apresentando assim uma baixa correlação com os parâmetros de resposta analisados.

Para a análise de sensibilidade dos parâmetros no processo de otimização, foram utilizados os intervalos e justificativas conforme apresentado abaixo:

- Para a elasticidade do cabo foi considerada a formulação da elasticidade equivalente, onde pode-se observar que, para os cabos de grandes comprimentos, a relação  $E/E_{EQ}$  são altamente condicionadas ao estado de tensões, contudo este efeito pouco influenciou os cabos da Ponte do Rio Arade;
- As rotações dos apoios foram avaliadas considerando a dificuldade em definir o tipo e grau de restrição dos cabos dentro do comprimento do desviador, outro ponto era a definição do comprimento livre do cabo, assim foram adotados os valores médios conforme formulação apresentado no Relatório de Medição das Forças nos Tirantes Freyssinet S.A (2005), para os cabos curtos a rotação dos apoios influencia diretamente no processo de otimização das cargas podendo condicionar a convergência do modelo;
- A análise de sensibilidade realizada com o raio dos cabos se justificou devido à dificuldade na avaliação do efeito de rigidez a flexão  $EI$ , o qual não é em função apenas do módulo de elasticidade do cabo e das características da seção.

Após a análise de sensibilidade, decidiu-se trabalhar com apenas dois parâmetros, carga e diâmetro, que apresentaram maior coeficiente de sensibilidade em relação aos dados de respostas. Assim, quando se realiza a análise de sensibilidade dos dois parâmetros de maior influência, observou-se, conforme Figura 4.14, que o parâmetro que governaria a otimização seria o diâmetro do cabo, apresentando correlação de 0.9 e sendo este de maior importância que a tensão do cabo.

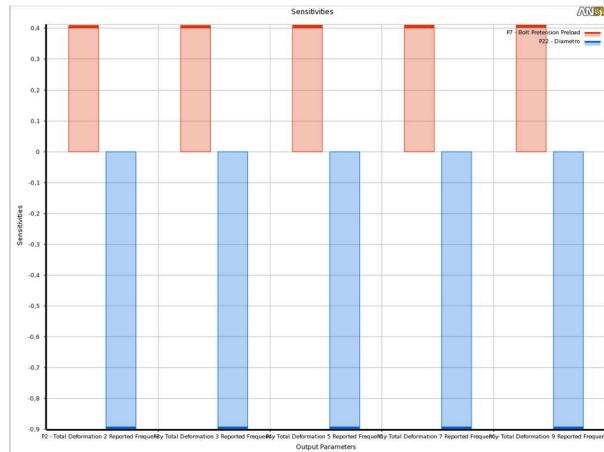


Figura 4.14: Análise de Sensibilidade Cabo 24 S

Logo, nesta fase da otimização o diâmetro do cabo foi estabelecido em termos de seção equivalente, de forma a considerar o efeito da rigidez a flexão nos primeiros cinco modos de vibração, adotando valores que variaram de 70% da rigidez de uma barra sólida com o mesmo diâmetro do cabo até o valor da seção cheia.

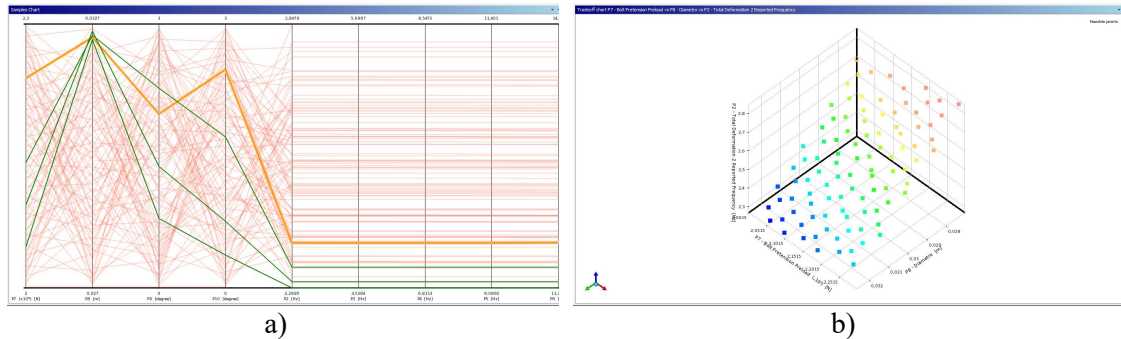
Na otimização realizada foram testados os três tipos de algoritmos disponíveis no *Design Exploration* do ANSYS® Workbench: *Screening*, Método de Múltiplos Objetivo Adaptável (*Adaptive Multiple-Objective method*) e o MOGA.

Para os Cabo 24S, 25S e 26S foram otimizados os parâmetros de carga e diâmetro, e obteve-se um projeto ótimo no qual as respostas de frequências apresentaram boa correlação com os valores experimentais, com índice de diferença entre as frequências FER em torno de 1.0%, conforme Tabela 4.8.

Tabela 4.8: Comparação das frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração Cabo 24S, 25S e 26S

Modo	Experimental	Numérico	FER%	Modo	Experimental	Numérico	FER%
<b>Cabo 24 S</b>				<b>Cabo 26 S</b>			
1	2.075	2,098	1,08%	1	1.587	1.578	0.54%
2	4.126	4,197	1,71%	2	3.174	3.158	0.51%
3	6.201	6,300	1,59%	3	4.736	4.739	0.06%
4	8.252	8,408	1,89%	4	6.323	6.323	0.00%
5	10.303	10,525	2,15%	5	7.910	7.912	0.02%
<b>Cabo 25 S</b>							
1	1.758	1.759	0.05%				
2	3.516	3.519	0.08%				
3	5.298	5.281	0.32%				
4	7.056	7.047	0.12%				
5	8.813	8.819	0.07%				

Os valores finais de diâmetros encontrados foram cerca de 95% do valor do cabo cheio. A Figura 4.15 apresenta os valores de projeto ótimo no processo de otimização e a Correlação diâmetro, tensão e 1ª frequência - Cabo 24 S.



a) Fronteira de Pareto; b) Correlação diâmetro, tensão e 1ª frequência

Contudo, apesar da otimização no *Design Exploration* do ANSYS® apresentar uma boa correlação entre as frequências experimental e numérica, não foi capaz de estimar as cargas nos cabos com precisão.

Portanto, na segunda etapa da análise o processo de otimização foi realizado no ModeFRONTIER®, utilizando o algoritmo MOGA, adotando 600 Design Project por cabo e seção do cabo de 95% do valor total. Sendo utilizados na otimização apenas as cargas como função objetivo e as cinco primeiras frequências como parâmetros de resposta, os resultados encontrados podem ser vistos na Figura 4.16.

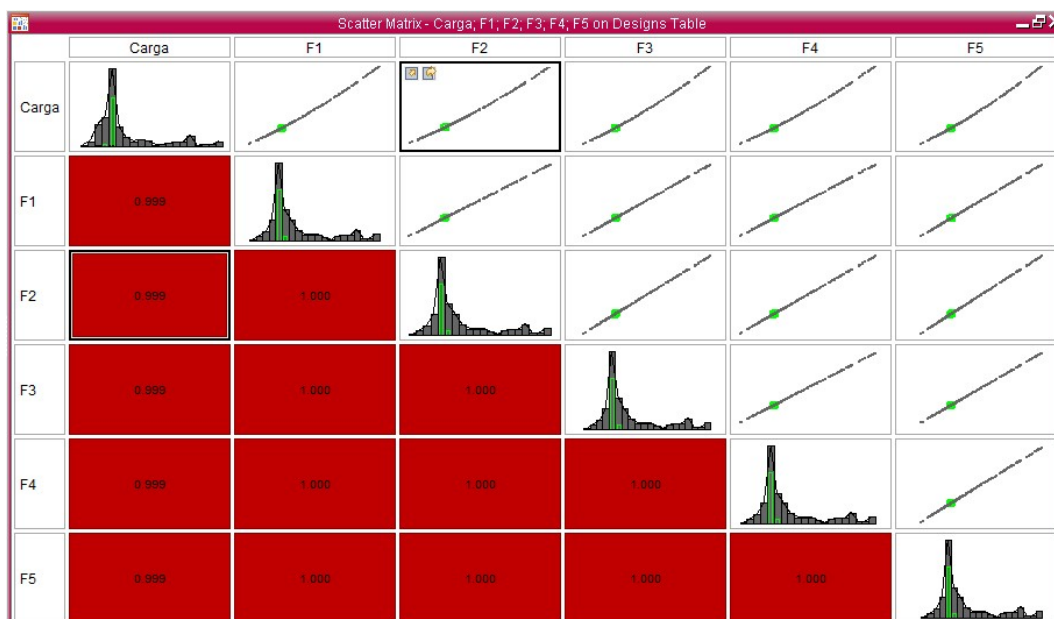


Figura 4.16: Correlação Tensão e Frequências ModeFRONTIER® - Cabo 24 S

Observa-se que, em relação à carga estimada no ensaio experimental, o processo de otimização conseguiu aferir as cargas com uma diferença média de 4.91% para os cabos curtos conforme Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Tensão nos Cabos

CABO	Tensão		Diferença
	Experimental	Numérica	
24S	2161,00	2049,80	5,15%
25S	2137,000	2025,80	5,20%
26S	2284,00	2183,70	4,39%
Média			4,91%

Assim, em relação ao programa utilizado no processo de otimização, o ModeFRONTIER® proporcionou menores valores de erros na estimativa das cargas, principalmente nos cabos curtos, onde os erros são mais pronunciados.

#### 4.2.2.3 Análise de Sensibilidade

Realizou-se também uma segunda análise de sensibilidade no programa ModeFRONTIER®, com o objetivo de avaliar a correlação dos parâmetros tensão, diâmetros e rotação dos apoios com a ordem das frequências conforme apresentado na Figura 4.17.

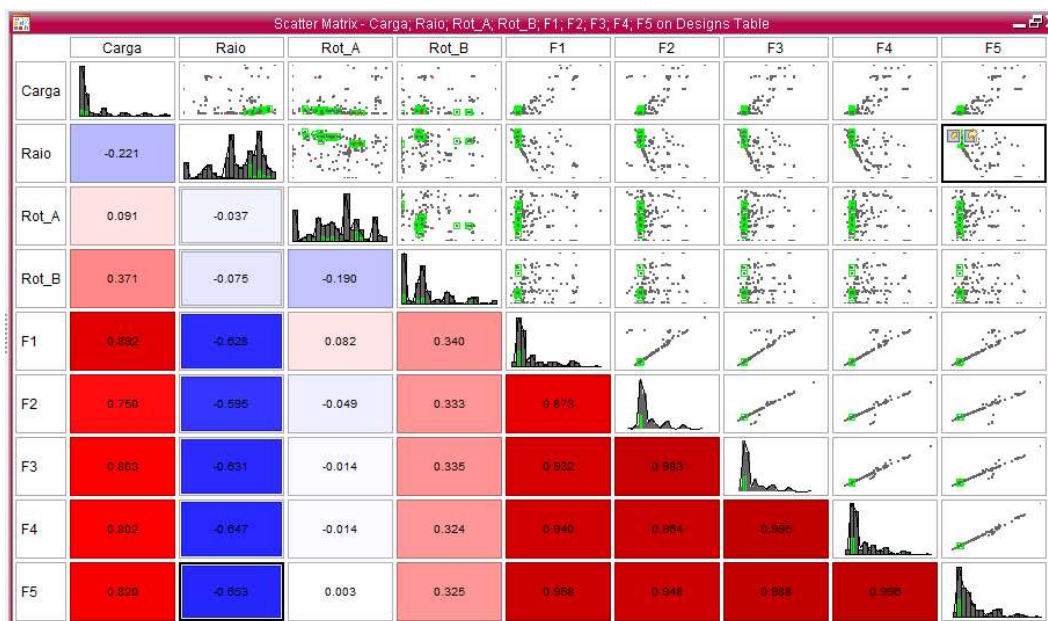


Figura 4.17: Correlação tensão, diâmetro e rotação nos apoios com as 5 frequências ModeFRONTIER® - Cabo 24 S

Com relação à análise de sensibilidade realizada no Cabo 24S pode-se observar que a carga está correlacionada com a 1ª frequência com o coeficiente de 0.892 e com a 5ª

frequência a correlação é menor, 0,820, mostrando uma maior correlação em relação ao primeiro modo. Este fenômeno pode ser observado também nos demais parâmetros utilizados no processo de otimização como rotação dos apoios e raio.

A influência da ordem da frequência utilizada no processo de otimização pode ser vista também por meio das equações de correlação dos parâmetros, conforme Figura 4.18 e Figura 4.19.

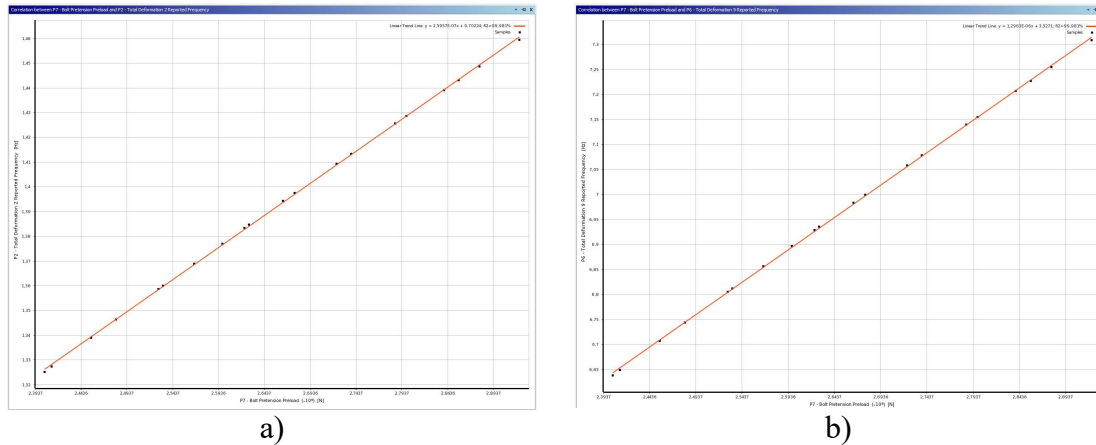


Figura 4.18: Curvas de dispersão Cabo 5S

a) 1ª Frequência:  $y = 2,5957E-07x + 0,70224$ ; b) 5ª Frequência:  $y = 1,2963E-06x + 3,5271$

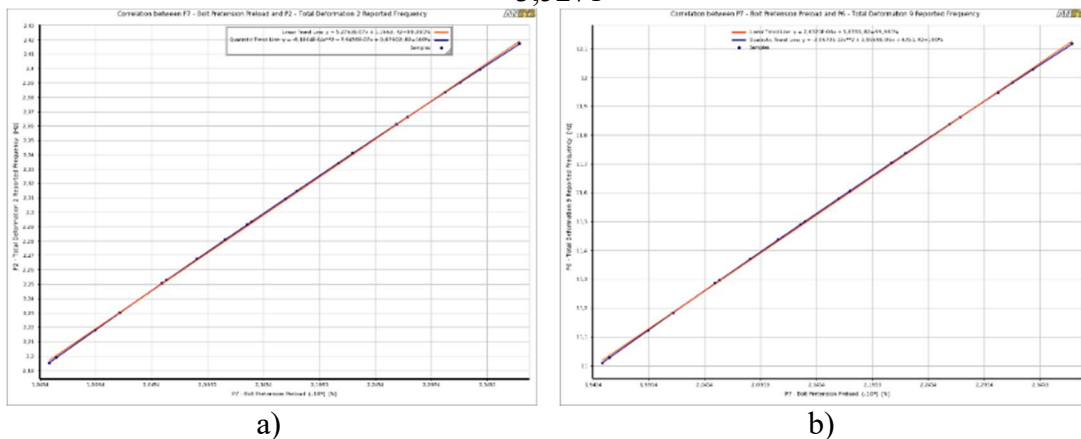


Figura 4.19: Curvas de dispersão Cabo 24S

a) 1ª Frequência:  $y = 5,2763E-07x + 1,1663$ ; b) 5ª Frequência:  $y = 2,6321E-06x + 5,8765$

Este fato pode-se observado na precisão do resultado encontrado em função da ordem da frequência utilizada no processo de otimização e também na análise de sensibilidade onde as curvas de dispersão apresentaram uma correlação da ordem de  $10^{-7}$  na 1ª frequência e  $10^{-6}$  na 5ª frequência, o que demonstra uma maior correlação do 5º modo com o a tensão instalada no cabo, e este fato apresenta-se mais relevante quando menor são os valores do parâmetro  $\lambda^2$ .

Desta forma, pode-se observar que a 1ª frequência apresenta maior correlação com a tensão que a 5ª frequência, a correlação da tensão e frequência tende a aumentar na medida que o comprimento do cabo diminui, ou seja, em cabos menores a tensão apresenta maior influência que em cabos longos.

### 4.3 PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Algumas conclusões podem ser inferidas a partir da análise realizada nos cabos, resumidas nos tópicos abaixo:

- As análises, estática e dinâmica, foram desenvolvidas de duas formas, uma analítica pela formulação apresentada por Caetano (2007) e numérica no *software* ANSYS®, as duas formulações apresentaram boa correlação entre si e apresentando resultados muito próximos aos valores experimentais analisados pelos relatórios Freyssinet S.A (2005) e Caetano, et al. (2007).
- A metodologia de otimização do modelo numérico foi capaz de estimar os valores das tensões nos cabos com precisão de 4.57 % para os cabos longos e 4.91% em cabos curtos relação ao ensaio experimental. Sendo que para os cabos curtos, devido à dificuldade na avaliação do efeito de rigidez a flexão  $EI$ , foram necessárias duas fases de otimização, a primeira onde buscou-se identificar a seção ótima do cabo e a segunda fase onde foi estimado a tensão.
- O sucesso no processo de otimização foi diretamente proporcional ao parâmetro  $\lambda^2$  proposto por Irvine (1981) e ao número de parâmetros de respostas utilizados no processo de otimização, sendo que para uma estimativa dos valores de tensão com erros inferiores a 5% em relação ao teste experimental, foi necessário um mínimo de cinco dados de frequências.
- Em relação aos dados de resposta utilizados pode-se concluir que, na análise com dados do ensaio dinâmico, a ordem da frequência utilizada no processo de otimização influencia nos resultados de otimização, sendo que a frequência do 1º modo apresenta maior correlação com a tensão instalada no cabo que as demais, enfatizando a necessidade de buscar identificar as primeiras frequências nos ensaios experimentais, em particular, quando a força instalada no cabo for estimada através da medição da frequência.

- Por fim, em relação ao programa utilizado no processo de otimização o *software* ModeFRONTIER® apresentou menos valores de erros na estimativa das cargas em relação às rotinas no Design Exploration do ANSYS®, principalmente nas análises dos cabos curtos, onde os erros são mais pronunciados.

Os valores finais de tensão nos cabos e deformação estática calculados pelos métodos analíticos e numéricos no estudo dos modelos de cabos isolados serão transportados como dado de entrada para o desenvolvimento do modelo global da ponte a ser analisado no Capítulo 5 ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS.



## 5. ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS

*All models are wrong but some are useful.*

*George Box<sup>2</sup>*

Ao longo dos anos, tanto a análise estrutural quanto a ciência dos materiais vêm apresentando um enorme progresso. As primeiras estruturas construídas pelo homem, tais como pontes, eram concebidas essencialmente pela arte, em vez de ciência. O conhecimento estrutural era extremamente limitado e as pontes antigas eram baseadas quase que inteiramente na evidência empírica de trabalhos anteriores. Contudo, com a compreensão dos princípios que regem o comportamento estrutural estes vieram a servir como um guia para a tomada de decisão e projeto das pontes tornou-se mais ciência do que arte.

O desenvolvimento da análise estrutural ao lado do desenvolvimento das novas tecnologias computacionais, como o Método de Elementos Finitos (MEF) na década de 1960 (CLOUGH, 1960), possibilitou que muitos problemas complexos pudessem ser resolvidos com aproximações, simplificações ou suposições mais refinadas, reduzindo bastante os obstáculos computacionais.

Assim, a modelagem numérica vem se posicionando como uma ferramenta importante na avaliação e previsão do comportamento estrutural. Graças ao desenvolvimento das técnicas e algoritmos de modelagem numérica de estruturas nas últimas décadas e aos avanços nas técnicas de identificação dinâmica de sistemas estruturais, torna-se possível não só validar os modelos, mas também esclarecer certos efeitos onde a modelagem numérica não é consensual.

Os métodos numéricos, tais como o MEF, são fundamentais para a análise, e a seleção da forma de modelagem mais adequada depende da natureza das informações que se pretende obter. De tal modo, a análise pode ser realizada com um modelo linear elástico ou com modelos mais sofisticados, que represente os aspectos fundamentais do

---

<sup>2</sup> George Box, *Robustness in the strategy of scientific model building*, 1979, (p. 71)

comportamento não-linear dos materiais e de membros estruturais. Assim, para a compreensão do comportamento estrutural é essencial conduzir a construção de um modelo numérico apropriado, representando a estrutura para diferentes tipos de análise.

Neste contexto, a compreensão das propriedades de materiais modernos, processos construtivos, disponibilidade de *software* e hardware como instrumentos e modelos de análise tornaram possível o projeto e a construção de novos tipos de pontes e viadutos, como por exemplo as pontes e viadutos estaiados.

As estruturas estaiadas apresentam elevada complexidade e a resposta a ações externas é de difícil avaliação, necessitando de modelos extremamente detalhados. Por essa razão recorre-se frequentemente a modelos simplificados, com o objetivo de representar aproximadamente o sistema mais complexo.

Neste capítulo, será apresentado as premissas que levaram o estabelecimento do modelo numérico visando representar a Ponte sobre o Rio Arade, desenvolvido por meio da versão acadêmica do programa comercial de elementos finitos ANSYS®.

## **5.1 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS NUMÉRICOS**

Há muitas considerações que devem ser feitas para o desenvolvimento do modelo numérico de uma ponte estaiada. Para isso, existem no mercado muitos programas com base no MEF com diferentes características, e no caso de análise específica de pontes estaiadas, estes programas devem apresentar algumas particularidades, como por exemplo, a considerações dos efeitos não-lineares.

Outro ponto importante quanto ao modelo numérico é o custo computacional envolvido para desenvolvimento de modelos 2D ou 3D. Os modelos 2D são modelos preliminares de análise, que representam bem o comportamento vertical, considerando que as dimensões longitudinais e verticais são muito maiores que a dimensão lateral da ponte. Contudo, com os avanços computacionais, modelos 3D são cada vez mais comuns, uma vez que são mais realistas e precisos, representando com maior precisão também os comportamentos laterais e de torção.

A seguir são apresentadas as análises e etapas de evolução do modelo, onde foram considerados as propriedades dos materiais e dimensões das seções conforme descrito no

Projeto de Execução (RITO, 1987) e apresentado no Capítulo 3 CASO DE ESTUDO: PONTE SOBRE O RIO ARADE.

### 5.1.1 Análises preliminares

A fase preliminar do desenvolvimento dos modelos numéricos teve como objetivo fazer um estudo dos tipos de elementos finitos disponíveis no ANSYS® Workbench, assim como a definição dos elementos finitos a serem utilizados no desenvolvimento do modelo numérico. A seguir faz-se uma breve descrição dos elementos utilizados.

### 5.1.2 BEAM188

O elemento BEAM188 é adequado para a análise de vigas esbeltas a moderadamente grossas. O elemento baseia-se na teoria do feixe de Timoshenko, que inclui efeitos de deformação por cisalhamento. O elemento fornece opções para deformação sem restrição e encurvamento contido de seções transversais.

O elemento é linear, quadrático ou cúbico (3D), tem seis ou sete graus de liberdade em cada nó. Estas incluem translação nas direções x, y, z e rotações sobre as direções x, y, e z. O sétimo grau de liberdade (*warping magnitude*) é opcional. Este elemento é adequado para aplicações lineares, de grande rotação e/ou de grandes deformações não-lineares. O elemento inclui a rigidez, por padrão, em qualquer análise com grande deflexão.

A Figura 5.1 a seguir mostra a geometria do elemento.

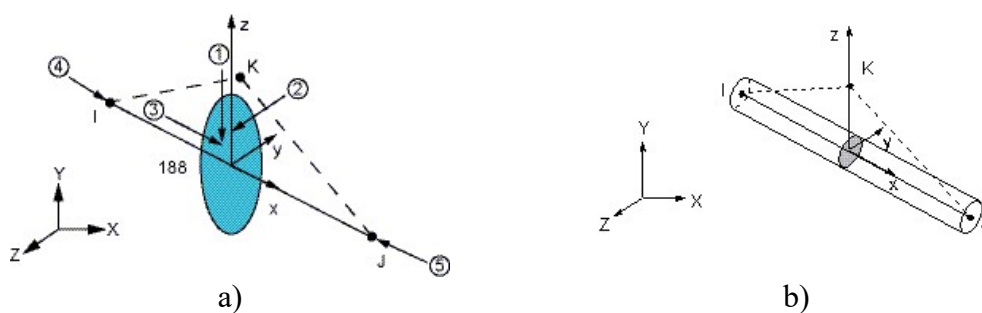


Figura 5.1: Geometria do Elemento BEAM188

a) Vista Global; b) Plano de corte

Fonte: (ANSYS®, 2013)

Este elemento foi considerado no desenvolvimento dos modelos 2D e 3D, sendo adotado para a representação dos cabos, vigas, transversinas e pilares. A motivação para a modelagem dos cabos como elementos de viga utilizando o elemento BEAM 188, foi

incluir o efeito da rigidez a flexão na análise da não-linearidade geométrica com grandes deslocamentos.

### 5.1.3 SHELL181

O elemento SHELL181 é adequado para analisar estruturas de casca de espessura fina a moderadamente espessa. É um elemento de quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó: translação nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e rotações sobre os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

O elemento é adequado para aplicações lineares, de grande rotação e/ou de grandes deformações não-lineares. A variação na espessura é contabilizada em análises não-lineares. A Figura 5.2, a seguir, mostra a geometria, os locais dos nós e o sistema de coordenadas do elemento para esse elemento. O elemento é definido por informações de seção de casca e por quatro nós (I, J, K e L).

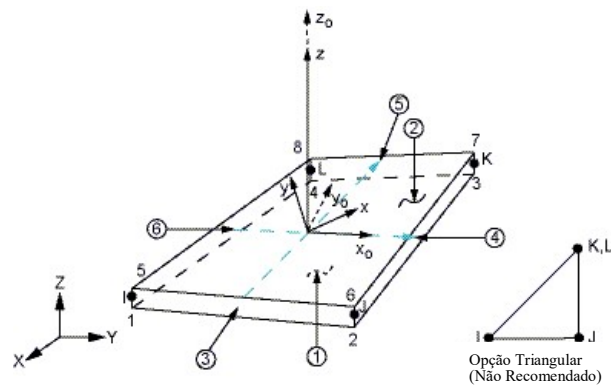


Figura 5.2: Geometria do Elemento SHELL181  
Fonte: Adaptado (ANSYS®, 2013)

Este elemento foi considerado no desenvolvimento dos modelos 3D, sendo adotado para a representação das lajes no modelo de grelha.

### 5.1.4 SOLID187

O elemento SOLID187 é um elemento 3-D de 10 nodos de ordem superior. SOLID187 tem um comportamento de deslocamento quadrático e é bem adequado para modelar malhas irregulares. O elemento é definido por 10 nós com três graus de liberdade em cada nó, nas direções nodais  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

O elemento tem plasticidade, fluência, rigidez de tensão, grande deflexão e grande capacidade de deformação. Possui também capacidade de formulação mista para simular

deformações de materiais elastoplásticos quase incompressíveis e materiais hiperelásticos totalmente incompressíveis.

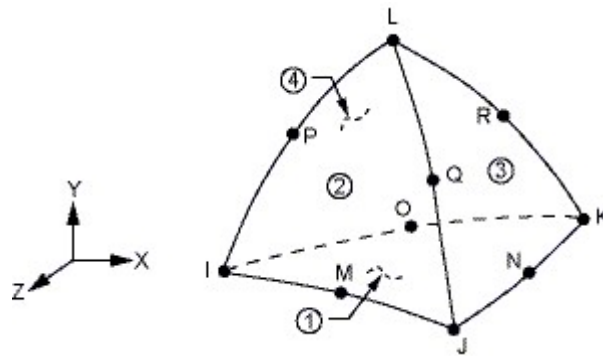


Figura 5.3: Geometria do Elemento Solid187  
Fonte: (ANSYS®, 2013)

Este elemento foi considerado no desenvolvimento dos modelos 3D, sendo adotado para a representação do tabuleiro completo da ponte no modelo com elemento sólido.

### 5.1.5 COMBIN14

O elemento COMBIN14 é um elemento uniaxial de compressão de tensão com até três graus de liberdade em cada nó,  $x$ ,  $y$  e  $z$ . O elemento mola-amortecedor não tem massa e não considera nenhuma flexão ou torção. O elemento é definido por dois nós, uma constante de mola ( $k$ ) e coeficientes de amortecimento; contudo, a capacidade de amortecimento não é utilizada para análises modais não amortecidas, Figura 5.5.

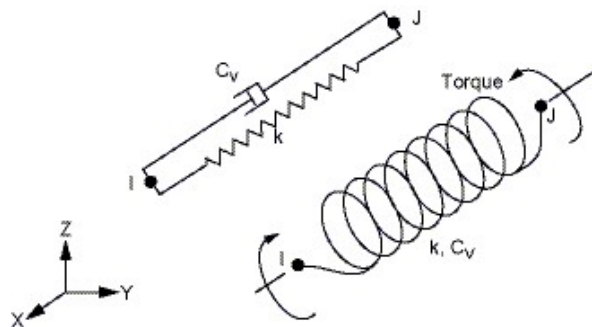


Figura 5.4: Geometria do Elemento de Mola COMBIN14  
Fonte: (ANSYS®, 2013)

No modelo numérico as condições de contorno foram representadas por molas lineares para simular as ações de restrição, conectando a superestrutura, os pilares e a plataforma.

### 5.1.6 MASS21

MASS21 é um elemento de ponto com até seis graus de liberdade. O elemento de massa é definido por um único nó. No trabalho foi utilizado apenas uma entrada de massa, assumindo assim que o efeito da massa age em todas as direções. O sistema de coordenadas para este elemento é mostrado na Figura 5.5.

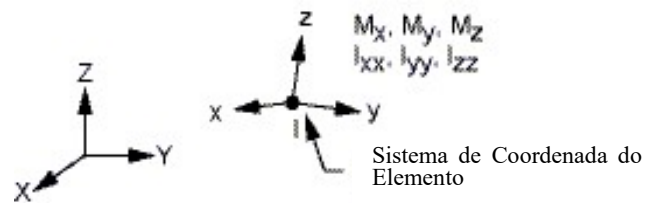


Figura 5.5: Geometria do Elemento de MASS21  
Fonte: (ANSYS®, 2013)

O elemento foi utilizado na representação de elementos não estruturais.

### 5.1.7 Desenvolvimento da Geometria

O desenvolvimento da geometria para a análise se deu por meio do plug-in ANSYS® Workbench *Design Modeler* empregando os três tipos de elementos finitos descritos anteriormente: barras, cascas e sólido.

Para o desenvolvimento do elemento de barra, sólido ou casca, a geometria é gerada de maneira diferente, por exemplo, o elemento de barra é construído pela vinculação de 2 nós, para o elemento casca a geometria deve ser gerada com uma superfície, e finalmente, para o elemento sólido a geometria deve ser gerada pela extrusão de um *sketch* padrão da seção.

A Figura 5.6, Figura 5.7 e Figura 5.8 a seguir apresentam alguns detalhes do processo de desenvolvimento da geometria.

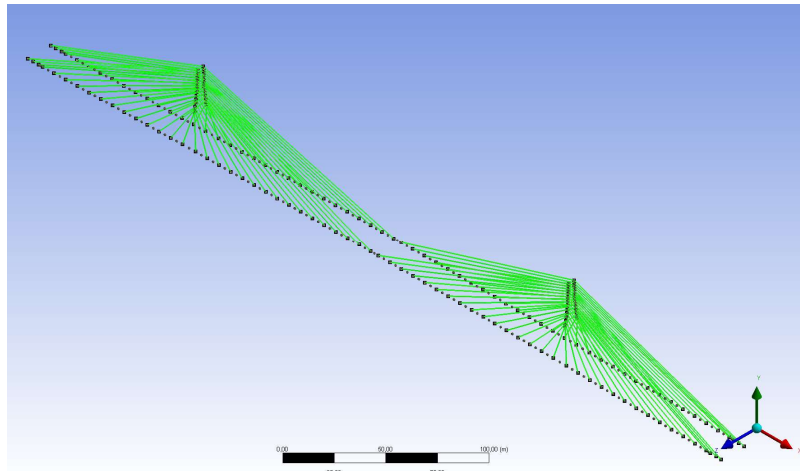


Figura 5.6: Detalhe dos elementos de viga BEAM188 para representação dos Cabos no Modelo 3D

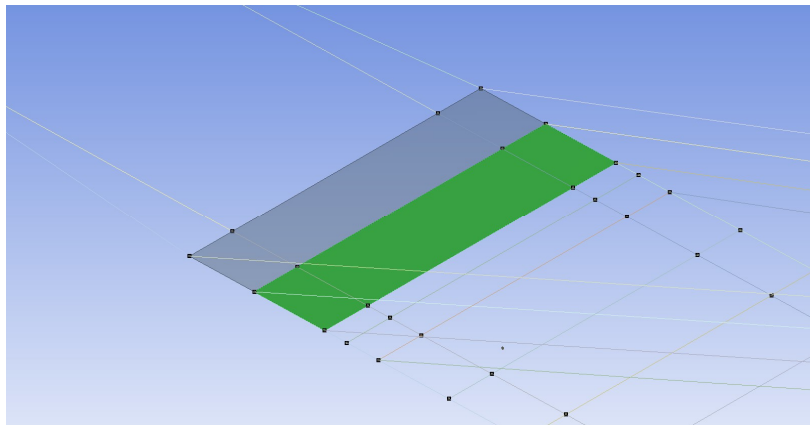


Figura 5.7: Detalhe dos elementos de casca SHELL181 para representação da Laje no Modelo 3D

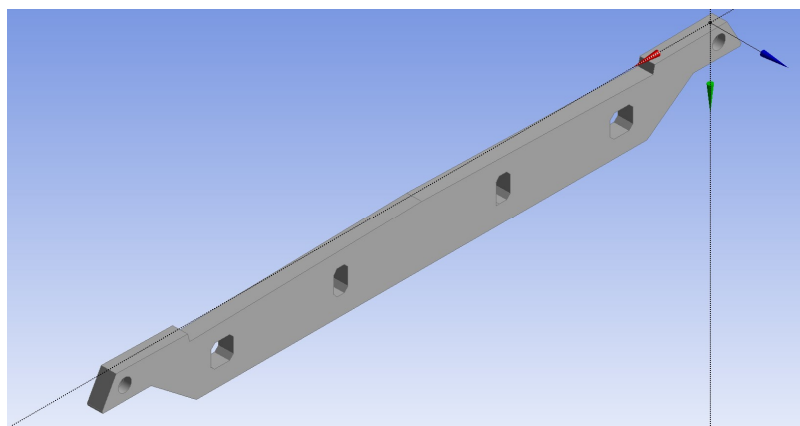


Figura 5.8: Detalhe do Elemento Sólido SOLID187 para a representação da viga transversina no Modelo 3D

Os demais elementos, não estruturais, como o concreto do pavimento, guarda corpo e beirais foram modelados pelos elementos de massa concentrados (Mass21). A força de pretensão interna não foi considerada no modelo FEM.

### 5.1.8 Modelo 2D

O modelo 2D foi desenvolvido como um modelo inicial da análise da ponte estaiada sobre o Rio Arade, considerando um modelo de barras, sendo as propriedades da seção do tabuleiro da ponte considerada como uma barra única no centro geométrico da seção principal. A Figura 5.9 apresenta a vista do modelo.

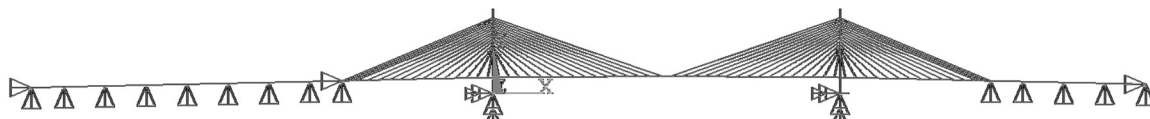


Figura 5.9: Modelo 2D da Ponte sobre o Rio Arade

### 5.1.9 Modelos 3D

O modelo numérico 3D parte do modelo 2D sendo criados 3 modelos diferentes, o primeiro modelo chamado “Espinha de Peixe”, o segundo modelo em Grelha e um modelo final considerando o tabuleiro da ponte com Elementos Sólidos 3D.

A evolução na modelagem da ponte teve como principal objetivo a representação do comportamento lateral e de torção dos modos. Assim, descreve-se cada um dos modelos a seguir.

Para todos os modelos, as torres foram consideradas engastadas na fundação, ignorando o efeito de interação solo estrutura.

#### 5.1.10 Modelo “Espinha de Peixe”

Neste caso, a seção principal foi modelada como uma viga equivalente no centroide da seção transversal ao longo da direção longitudinal do eixo da ponte. Na transversal, duas barras ligam o ponto de ancoragem dos cabos ao eixo da viga do tabuleiro, conforme apresentado na Figura 5.10.



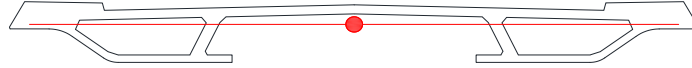


Figura 5.10: Seção principal do tabuleiro da ponte sobre o Rio Arade (Preta) e viga definida com as propriedades da seção e barras de ligação até o ponto de ancoragem dos cabos no tabuleiro (Vermelho)

O componente mais complexo no desenvolvimento do modelo 3D foi a definição da rigidez na direção transversal. Assim, foram utilizadas a Equação 5.1 e Equação 5.2 propostas por Hambly (1991), onde as vigas transversais são enrijecidas para simular a conexão de cabos e o baricentro da viga.

$$a_s = \left(\frac{E}{G}\right) \left( \frac{d_w^3 (d_t^3 + d_b^3)}{l_1 h_1 (d_t^3 + d_b^3) + l^2 d_w^3} \right) \quad \text{Equação 5.1}$$

$$i_{trans} = \frac{d_t^3}{12} + d_t \left(\frac{h_1}{2}\right)^2 + \frac{d_b^3}{12} + d_b \left(\frac{h_1}{2}\right)^2 \quad \text{Equação 5.2}$$

Onde  $a_s$  e  $i_{trans}$  são respectivamente a área e inércia da seção equivalente por metro de largura do tabuleiro,  $d_b$  e  $d_t$  são, respectivamente, as espessuras das lajes inferiores e superiores,  $d_w$  a largura da transversina,  $l_1$  e  $h_1$  a altura entre os centros das lajes e a larguras entre o centro das transversinas.

Este tipo de modelagem tem o nome “Espinha de Peixe” uma vez que a partir da vista em perspectiva, a viga principal com as transversais parece-se com uma espinha de peixe, tal como mostrado na Figura 5.11.

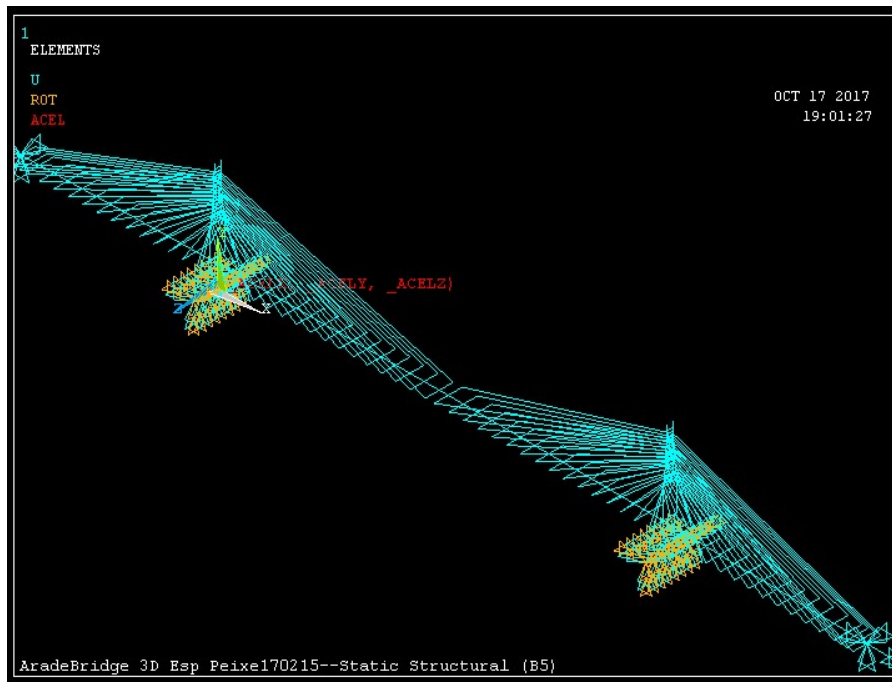


Figura 5.11: Modelo “Espinha de Peixe” da ponte sobre o Rio Arade

Neste modelo todos os elementos foram modelados como elemento de viga BEAM188. Para a modelagem do mastro que apresenta seção variável ao longo da altura, foram consideradas 6 seções diferentes.

### 5.1.11 Modelo de Grelha com Elemento de Casca

Essa modelagem requer algumas simplificações e nesta etapa do trabalho a ponte foi representada por um modelo de barras e cascas. Assim, a seção principal foi dividida em duas vigas principais, duas vigas de bordo e laje principal conforme Figura 5.12.

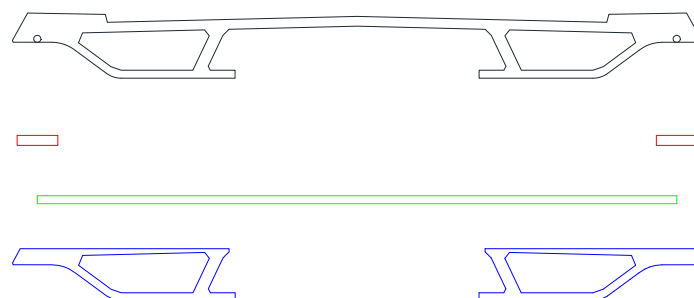


Figura 5.12: Seção principal do Tabuleiro da ponte sobre o Rio Arade (Preta), Vigas de bordo (Vermelho); Laje (Verde) e Viga principal (Azul).

Para as vigas principais, vigas de bordo e as transversinas que compõe a seção principal do tabuleiro foram considerados os elementos de viga BEAM188. A laje foi considerada como elemento de casca SHELL181. A Figura 5.13 apresenta o modelo final.

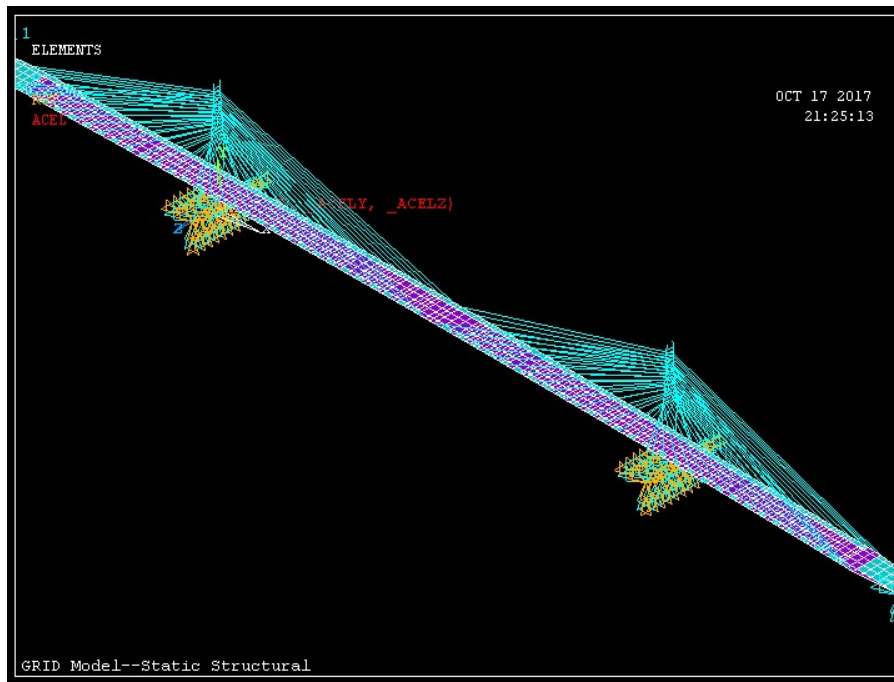


Figura 5.13: Modelo Numérico em Grelha – Ponte sobre o Rio Arade

### 5.1.12 Modelo em Elementos Sólidos 3D

O último modelo desenvolvido foi o modelo que considerou o tabuleiro como elemento sólido, onde foi adotado o SOLID187. Este elemento foi selecionado para representar o tabuleiro devido à capacidade de análise no regime não-linear. A Figura 5.14 e Figura 5.15 apresentam, respectivamente, o modelo global e os detalhes do modelo com elemento sólido 3D.

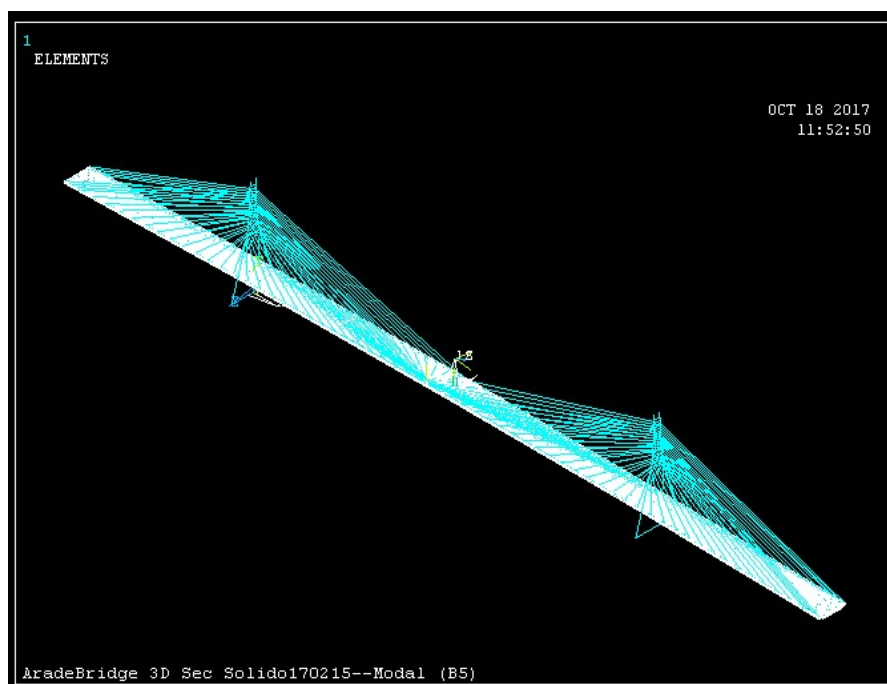


Figura 5.14: Modelo Numérico Sólido 3D – Ponte sobre o Rio Arade

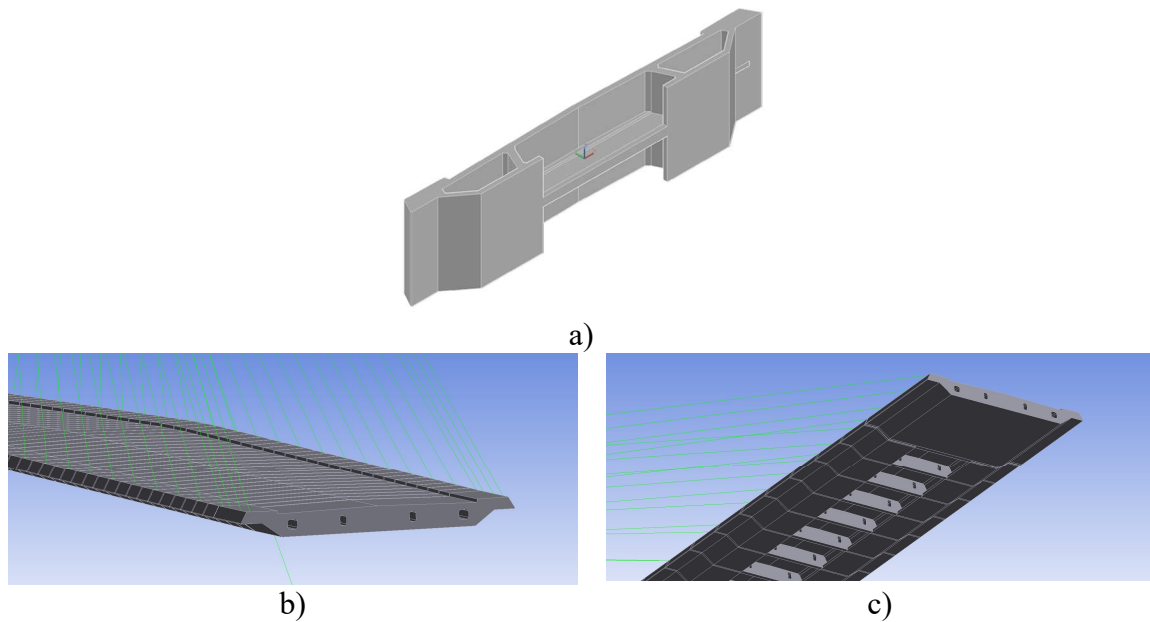


Figura 5.15: Detalhe do Tabuleiro em Sólido 3D  
a) Seção tipo 3D; b) Vista superior do encontro; c) Vista inferior do encontro

### 5.1.13 Geração e Análise de Convergência de Malha

Mottershead et al. (1995) e Friswell e Mottershead (1995) consideraram o problema da discretização da função de forma. Os autovalores de modelos de elementos finitos são influenciados consideravelmente pelo refinamento da malha, ou seja, com refinamento de malha crescente os autovalores tendem a convergir.

Assim, os erros devido à discretização da função de forma não devem persistir na faixa de frequência de interesse, ou seja, o modelo deve estar com os valores totalmente convergidos para quaisquer considerações futuras. A exigência de um modelo convergente para ser utilizado na atualização geralmente entra em conflito com os requisitos de comparação com os modelos experimentais, que podem ser satisfeitos por uma malha mais grosseira.

As primeiras formulações do MEF foram desenvolvidas considerando os elementos um quadrado perfeito, com ângulos de  $90^\circ$  entre as arestas, lados iguais e todos os quatro nós coplanares. Contudo, as alterações no método permitiram incluir também elementos triangulares e tolerar pequenas variações na geometria dos elementos quadrangulares, porém, com o problema de inserir pequenos erros na resposta, o que justifica a necessidade da Análise de Convergência de Malha.

Desse modo, o processo de geração de malha e análise de convergência realizado após o desenvolvimento da geometria do modelo numérico, visa mensurar a qualidade da malha gerada e é um dos fatores que poderá afetar diretamente a precisão da representatividade do modelo numérico, sendo sua análise imprescindível para que os resultados encontrados sejam considerados aceitáveis, dentro de uma precisão pré-definida.

Em síntese, a principal intenção do estudo de convergência das malhas é analisar o limite no qual as malhas podem ter sua densidade diminuída sem afetar a acurácia dos resultados, produzindo assim um ganho no tempo de processamento das análises.

O *software* comercial ANSYS®, para aumentar a acurácia nas soluções, possui mecanismos para verificar a qualidade da malha que aferem 8 características dos elementos, são eles:

**Qualidade dos Elementos (*Element Quality*):** A qualidade dos elementos da malha predisse se a qualidade do elemento afetaria a solução. Em um determinado nível, determina se a solução do elemento se degradaria e daria resultados que produziriam um resultado inaceitável. Esta métrica é baseada na razão da soma do quadrado dos comprimentos de bordo dos elementos. A Qualidade Métrica varia entre 0 e 1, onde o valor de 1 indica um cubo ou quadrado perfeito, enquanto um valor de 0 indica que o elemento tem um zero ou volume negativo.

**Relação de Aspecto (*Aspect Ratio*):** Mede o quanto uma das dimensões dos elementos é diferente das outras.

**Jacobiano:** A alta proporção indica que o mapeamento entre o espaço do elemento e o espaço real está se tornando pouco confiável computacionalmente. No ANSYS® Workbench, a razão Jacobiana é o principal mecanismo utilizado para determinar a aceitabilidade da malha.

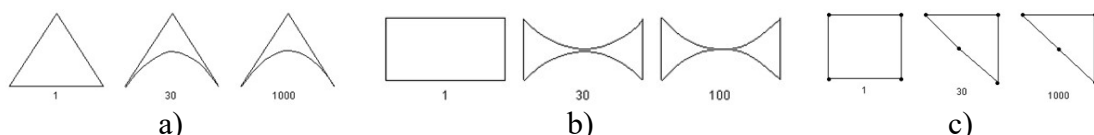


Figura 5.16: Jacobiano de Elementos  
a) Triângulos; b) e c) Quadriláteros  
Fonte: (ANSYS®, 2013)

**Fator de Deformação (*Warping Factor*):** Mede a planicidade de uma face do quadrilátero, tanto para elementos sólidos quanto elementos de casca.

**Desvio Paralelos (*Parallel Deviation*):** São vetores que medem a unidade de desvio paralelo dos lados.

**Ângulo máximo das arestas (*Maximum Corne Angle*):** Mede o menor e o maior ângulo entre as arestas de um quadrado ou um triângulo.

**Distorção (*Skewness*):** Mede a torção na malha.

**Qualidade ortogonal:** A qualidade ortogonal do elemento varia de 0 a 1, onde um valor de 0 é pior e um valor de 1 é melhor.

Existem vários fatores que influenciam a qualidade dos resultados de uma simulação, pode-se citar o tamanho da malha, tipo do elemento e quantidades de pontos de integração. De tal modo, a primeira etapa para a análise de convergência da malha utilizada no modelo foi realizar a parametrização das dimensões da malha com relação aos parâmetros de Qualidade dos Elementos e Jacobiano.

A malha é a representação discreta do domínio físico e a parametrização da mesma é a determinação de parâmetros geométricos e de refinamento que impactam na solução numérica. Feito isso se torna possível realizar as simulações e, principalmente, comparar os resultados obtidos com os encontrados experimentalmente.

Para a determinação das condições ótimas de geração da malha foi definido o nível de refinamento mínimo para o qual a variação nas respostas de frequência fosse menor que  $1E-3$ , o qual não afetaria a comparação com os dados experimentais. Para fins de melhor representação a Figura 5.17 apresenta a diferença das frequências em relação ao modelo mais refinado, multiplicado por um fator de amplificação de  $10E^6$ , considerando a análise de convergência do modelo “Espinha de Peixe”.

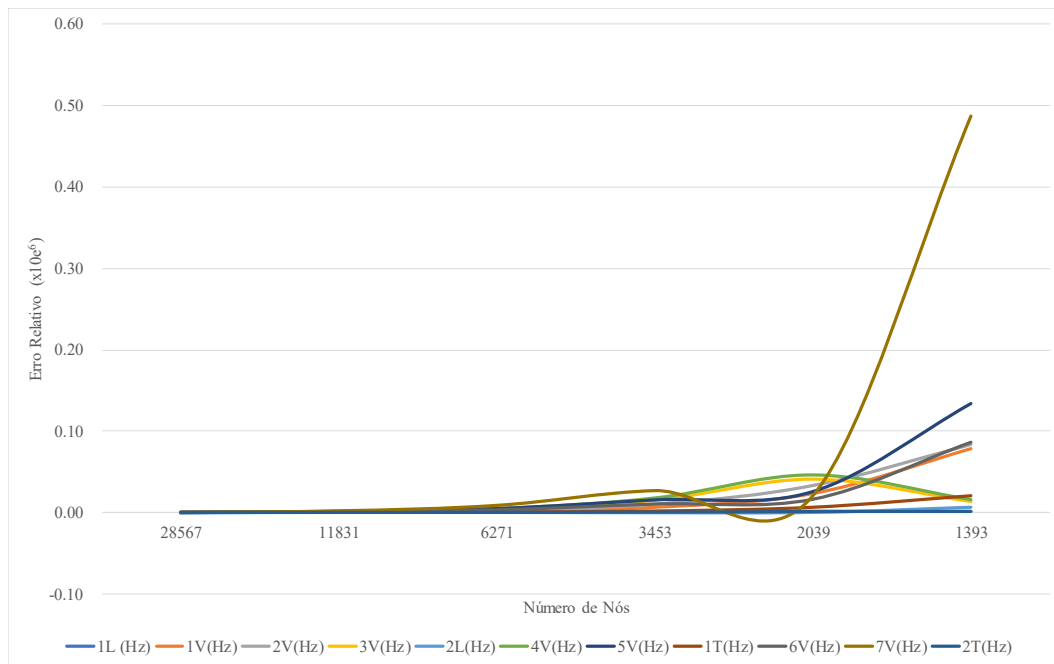


Figura 5.17: Análise de convergência da malha – Modelo “Espinha de Peixe”

Pode-se notar que a variação nos resultados em relação ao número de nós do modelo, que variou entre 1393 a 28567, pouco afetou a precisão dos resultados do modelo. A partir do número de nós de 3453 os erros são infinitesimalmente inferiores ao limite de precisão adotado para a comparação com os dados experimentais.

Assim, baseado na análise de convergência da malha foi definido o valor ótimo de número de nós a ser utilizado nos modelos. Para o modelo “Espinha de Peixe”, apresentado na Figura 5.17, o número de nós considerado foi 3453, para o modelo de grelha 3907 nós, modelo sólido 177834 nós e para modelo 2D 1609 nós.

#### 5.1.14 Avaliação da Condição de Contorno

As condições de contorno de uma ponte em modelos analíticos geralmente são idealizadas por suporte fixo, pinos ou rolo; contudo, as condições de apoio verdadeiras são complexas de ser representadas. O atrito entre a superestrutura e a mesoestrutura de uma ponte pode criar restrições efetivas, atenuantes ou, às vezes, impedindo totalmente o deslocamento e outros tipos de movimentos. Outros fatores como a tensão do solo e o pavimento podem contribuir para a ação de restrição, conforme aponta Oğuzhan Hasançebi (2013).

No modelo numérico as condições de contorno foram representadas por molas lineares para simular tais ações de restrição com uma melhor precisão, COMBIN14 conectando à

superestrutura, os pilares e a plataforma. Portanto, em cada local de suporte, uma constante de mola (k) correspondendo ao grau de efeitos de restrição, foi definida.

Para avaliar a influência da rigidez das molas na resposta dinâmica da ponte, bem como para determinar os intervalos efetivos dos parâmetros foram considerados os onze modos de vibração da ponte em relação ao coeficiente de rigidez da mola, que variou entre  $1.00 \times 10^{-1} \text{ N/m}^3$  a  $1.00 \times 10^{20} \text{ N/m}^3$ , até que nenhuma alteração significativa fosse observada nas respostas. Para focar-se na análise do efeito da rigidez da mola, os demais parâmetros do modelo foram mantidos constantes e ajustados para seus valores nominais do modelo inicial. Os resultados são apresentados nos três gráficos na Figura 5.18.

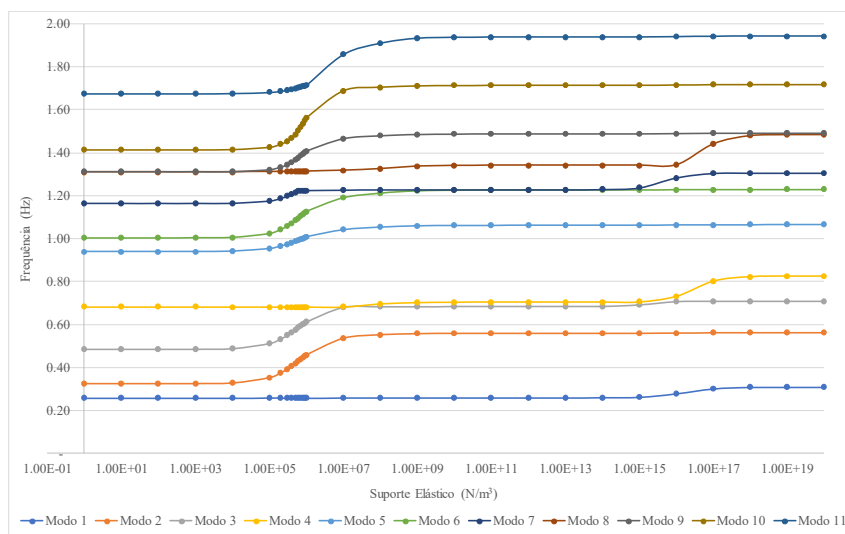


Figura 5.18: Frequência versus coeficiente de rigidez da mola - modelo grelha

Assim, pode-se observar que a condição de contorno tem impacto significativo nas características dinâmicas da ponte, e baseado na análise definiu-se os intervalos de variação dos parâmetros.

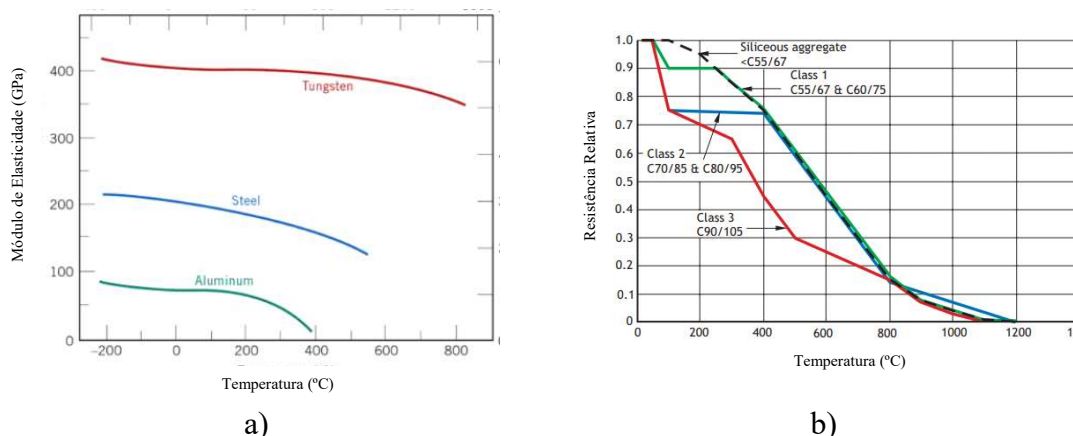
### 5.1.15 Avaliação do Efeito da Temperatura nas Propriedades

As características dinâmicas derivadas dos testes de vibração ambiente estão relacionadas não apenas com as condições de contorno e propriedades físicas da ponte, mas também com os fatores ambientais, como a temperatura ambiente que apresenta efeitos significativos nas estruturas de ponte de grandes vãos.

Neste estudo, conforme relatório do Instituto Português do Mar e da Atmosfera (IPMA, 2006) que aponta uma variação média de temperatura entre 9 e 19,5°C nos dias de realização do ensaio de 2006, foram consideradas para a simulação do modelo os valores



da variação da elasticidade em função da temperatura conforme proposto por Callister e Rethwish (2009) e Norma Europeia EN 1992-1-2 (2004), apresentado na Figura 5.19, implementado nas propriedades do material no modelo desenvolvido no *software* ANSYS®.



a) b)  
 Figura 5.19: Influência da Temperatura sobre o Módulo de Elasticidade  
 Fonte: (CALLISTER e RETHWISCH, 2009) e (EN 1992-1-2, 2004)

## 5.2 ANÁLISE ESTÁTICA

A primeira etapa foi a análise estática considerando as não-linearidades geométricas e a ação da força de protensão nos cabos, conforme Relatório (FREYSSINET S.A, 2005), sob a ação da aceleração da gravidade.

Para a análise do estado de tensões ideal realizou-se a retro-análise do projeto partindo da fase final ao início, tentando reconstruir a atuação dos esforços de acordo com o processo construtivo, conforme proposto por Walther, et al. (1999) e Walther, et al. (1985). Na prática, apesar de ser possível realizar o retensionamento de alguns cabos específicos após o encerramento do processo construtivo, reequilibrar todas as tensões nos cabos de modo a alcançar um estado de tensões desejável nesta fase é quase impraticável. Assim, para simplificar e diminuir o número de retensionamento deve submeter o cabo ao nível de tensão inicial de forma que ao final do processo se garanta que o nível de tensão não seja sobreposto.

Deste modo, no modelo numérico as ações foram escalonadas sendo, na primeira fase aplicado uma parcela da carga nos cabos e na segunda fase a parcela final, equilibrando as cargas e alcançando a seção final deformada. A análise estática foi realizada no pacote do *Mechanical* utilizando o módulo *Static Structural*.

Devido à esbelteza das pontes, grandes deslocamentos não podem ser negligenciados. Portanto, na análise da ponte considerou-se a relação não linear entre tensão – deformação. As não-linearidades geométricas referem-se às não-linearidades na estrutura devido à mudança de geometria à medida que se deforma, ou seja, a rigidez  $[K]$  é uma função dos deslocamentos  $\{u\}$ . A estrutura não-linear é analisada por meio de uma série iterativa de aproximações lineares. No programa ANSYS® o processo iterativo utiliza o Método de Newton-Raphson e a cada iteração são conhecidas as forças de equilíbrio, medidas pela diferença entre as forças internas e externas.

### 5.2.1 Não-Linearidades Geométricas

Embora, o comportamento das pontes estaiadas possa resumir-se aos cabos ancorados aos mastros que funcionam como suporte intermediário para a viga principal, há algumas particularidades que devem ser incluídas na formulação e análise do modelo numérico, o que torna o desenvolvimento do modelo numérico destas estruturas muito mais complexo. Dentre essas particularidades das pontes estaiadas em relação às demais pontes pode-se citar as não-linearidades geométricas devido ao efeito de segunda ordem da compressão do tabuleiro pelos cabos inclinados, as não-linearidades devido ao efeito de *sag* dos cabos e as não-linearidades devido aos grandes deslocamentos dos vãos.

As principais fontes de não-linearidades são devido ao material, geometria ou uma combinação de ambos os efeitos. O comportamento não-linear significativo das estruturas estaiadas ocorre sob o efeito do carregamento externo que reduz o nível de tensão dos elementos individuais, e em alguns casos, a contribuição de tais elementos para a rigidez global da estrutura é completamente eliminada. Assim, com a aplicação da carga externa aumenta o nível de tensão dos elementos, que reduz o nível de tensão em relação ao nível de protensão inicial. Na maioria dos casos, para estas formas estruturais, uma parte importante da rigidez estrutural é fornecida através da protensão inicial.

Existem essencialmente dois tipos de comportamento não-linear onde as estruturas que demonstram um efeito amaciador com a carga crescente e estruturas que demonstram um efeito de endurecimento com o aumento da carga. Para o primeiro tipo de estrutura, o efeito de aumentar a carga aplicada produz um efeito de amolecimento global, em que a estrutura se torna progressivamente menos rígida. Estas estruturas são mais complexas do

que a associada com a segunda que demonstra um efeito de endurecimento global com aumentando a carga aplicada, como as pontes estaiadas.

O método de elementos finitos para estruturas elásticas geometricamente não-lineares como pontes foi explicado em detalhes em várias publicações pelos pesquisadores Imai e Frangopol (2000a), Imai e Frangopol (2000b), Frangopol e Imai (2000), Imai e Frangopol (2001), Imai e Frangopol (2002), Frangopol e Imai (2004).

A análise de não-linearidade geométrica pode ser descrita usando a formulação Lagrangeanas, (IMAI e FRANGOPOL, 2000a). Um procedimento de solução típico para este tipo de análise não-linear é o procedimento iterativo de Newton-Raphson, (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 1989), apresentado nas Equação 5.3 e Equação 5.4:

$$K_T^i \Delta U = q_{ext} - q_{int}^i \quad \text{Equação 5.3}$$

$$U^{i+1} = U^i + \Delta U \quad \text{Equação 5.4}$$

onde  $K_T^i$  é a matriz de rigidez tangente com base no  $i^{th}$  deslocamento,  $q_{ext}$  é o vetor de cargas externas,  $q_{int}^i$  é vetor de forças internas com base no  $i^{th}$  deslocamento,  $U$  é o vetor de deslocamentos nodais e  $\Delta U$  é o vetor de correção de deslocamentos nodais. Ao usar a Equação 5.3 e a Equação 5.4 iterativamente, é obtida uma solução convergente para estruturas elásticas geometricamente não-lineares.

Na análise da não linearidade geométrica, a equação de equilíbrio das forças internas e externas ( $q_{ext} = q_{int}$ ) coincide com uma solução convergente do procedimento iterativo de Newton-Raphson. Os gradientes de resposta são calculados tomando as derivadas das forças internas e externas em relação às variáveis (IMAI e FRANGOPOL, 2000a), conforme Equação 5.5:

$$\frac{dq_{int}^{(g)}}{dV} = \left. \frac{\partial q_{int}^{(g)}}{\partial U^{(g)}} \right|_V \frac{dU^{(g)}}{dV} + \left. \frac{\partial q_{int}^{(g)}}{\partial V} \right|_{U^{(g)}} = K_T^{(g)} \frac{dU^{(g)}}{dV} + \left. \frac{\partial q_{int}^{(g)}}{\partial V} \right|_{U^{(g)}} = \frac{dq_{ext}^{(g)}}{dV} \quad \text{Equação 5.5}$$

onde  $V$  é o vetor de variáveis. Nesta equação  $\partial q_{int}^{(g)} / \partial U^{(g)} \Big|_V$  representa a derivada parcial de  $q_{int}^{(g)}$  em relação a  $U^{(g)}$  calculado em  $V$ , e  $dq_{int}^{(g)} / d_V$ ,  $dU^{(g)} / d_V$  e  $dq_{ext}^{(g)} / d_V$  representam derivadas totais, e  $K_T^{(g)}$  é a matriz de rigidez tangente nas coordenadas globais. Resolvendo a Equação 5.5,  $dU^{(g)} / d_V$  é obtido da seguinte conforme Equação 5.6:

$$\frac{dU^{(g)}}{d_V} = K_T^{(g)-1} \left( \frac{dq_{ex}^{(g)}}{d_V} - \frac{\partial q_{int}^{(g)}}{\partial_V} \Big|_{U^{(g)}} \right)$$

Equação 5.6

As análises que incluem esse efeito são chamadas de análises de grande deslocamento, e foram realizadas no programa ANSYS® pelo processo iterativo usando o Método Newton-Raphson, onde em cada iteração as forças de equilíbrio, medidas pela diferença entre forças internas e externas, são conhecidas.

Para uma ponte longa, como a Ponte Arade, que apresenta características excepcionais, devido à complexidade do sistema, levar em consideração todos os aspectos, especificamente os aspectos críticos como não-linearidade, é necessário adotar uma estratégia de decomposição (BONTEMPI, CATALLO e SGAMBI, 2004). Desta forma, o problema estrutural e cada aspecto relevante são classificados em níveis que podem ser especialmente tratados.

As considerações das não-linearidades geométrica dos cabos, conforme estudado no Capítulo 4 ESTRUTURA COMPOSTA DE CABOS, foi o primeiro passo para a análise da ponte. Os cabos, modelados como elementos de viga (BEAM188) de forma a considerar o efeito de flexão, foram submetidos ao efeito do peso próprio, determinando assim a matriz de rigidez geométrica com base nas forças axiais iniciais, chegando ao estado de tensão e deformação inicial. A matriz de rigidez geométrica dos cabos foi então considerada como dado inicial na análise da ponte, onde foram consideradas as não-linearidades nas torres e no tabuleiro Figura 5.20.

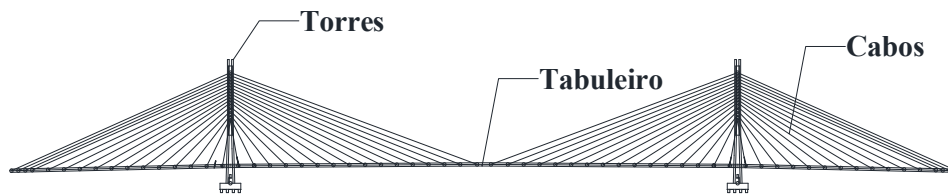


Figura 5.20: Não-linearidades geométricas consideradas no modelo

### 5.2.2 Efeito de da Tensão Inicial

Os cabos inclinados das pontes estaiadas submetem a seção principal a tensões de compressão que farão com que a viga tenha a sua rigidez à flexão reduzida devido ao efeito de segunda ordem.

O princípio deste funcionamento foi apresentado por Fu e Wang (2014) conforme apresenta a Figura 5.21, onde a distribuição das cargas verticais de uma viga suportada por cabos apresenta desempenho inferior à viga contínua com suportes rígidos, Figura 5.21 a). Se comparado à viga suportada por cabos verticais Figura 5.21 b) e c), os cabos inclinados das estaiadas apresentam menos rigidez de suporte. Dessa forma, os cabos de retenção e os cabos próximos ao meio vão, com menor inclinação em relação ao tabuleiro, fornecessem um apoio menos rígido do que os cabos próximos ao mastro, mais inclinados. Portanto, a viga de uma ponte estaiada funciona como uma viga contínua, submetida à compressão dos cabos inclinados e com suporte do tipo mola em cada uma das ancoragens dos cabos.

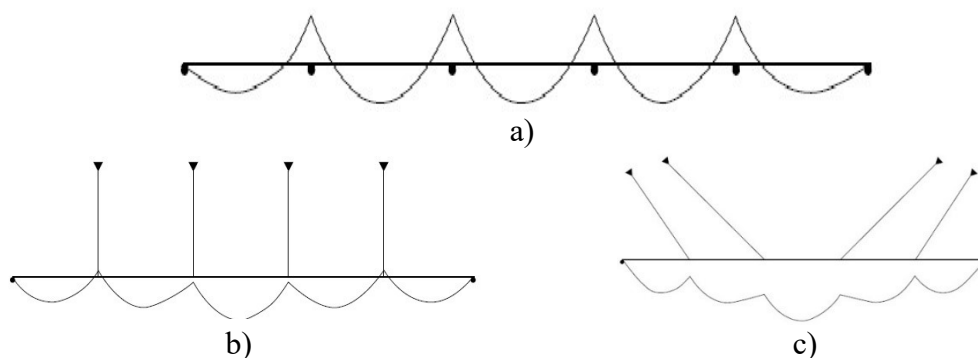


Figura 5.21: Diferença de momento fletores nos suportes

a) Viga contínua – apoio rígido; b) Ponte suspensa - cabos verticais; c) Ponte estaiada - cabos inclinados

Fonte: (FU e WANG, 2014)

Ainda segundo Fu e Wang (2014), um modo prático de considerar o efeito da tensão inicial consiste em incluir os efeitos das forças axiais na viga e mastros por meios da análise prévia considerando as cargas estáticas devido ao peso próprio da estrutura, e então a seção deformada final desta etapa deverá ser considerada como modelo inicial para a análise futura, como por exemplo a análise modal.

### **5.2.3 Efeito do *sag* do Cabo e Grandes Deslocamentos**

Os cabos são elementos estruturais caracterizados por um comportamento não-linear significativo, onde o peso próprio do cabo submete-o a uma carga uniformemente distribuída ao longo de todo o seu comprimento, fazendo com que a tensão varie em toda a sua longitude. Este comportamento não-linear reduz o nível de tensão dos cabos, sendo em alguns casos, a contribuição individual destes elementos para a rigidez global da estrutura totalmente eliminada.

Assim, o entendimento da geometria assumida pelos cabos quando suspensos entre dois pontos é o princípio de todos os estudos e o conseqüente emprego em estruturas como as pontes estaiadas. Desse modo, emprega-se a dedução do perfil de um cabo suspenso conforme a teoria apresentada em Irvine (1981) e a formulação utilizada na descrição das características de deformação dos cabos, onde são analisados o perfil do cabo sob ação do peso próprio, a avaliação da relação entre comprimento indeformado e deformado e a estimativa da tensão, conforme apresentado por Caetano (2007).

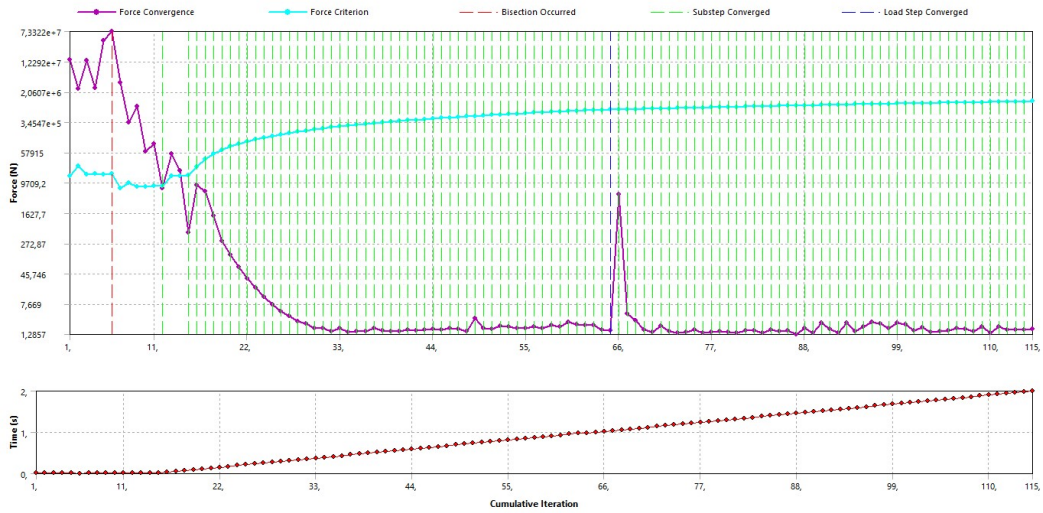
Em relação aos grandes deslocamentos, o aumento do vão principal da ponte, diminui a rigidez global da estrutura e os deslocamentos devido a deformação do tabuleiro se tornam significativos. Assim, na análise das grandes estruturas faz-se necessário a consideração dos efeitos devidos aos grandes deslocamentos. Este efeito ocorre a partir da diferença de rigidez entre a análise da configuração geométrica deformada e a configuração original, no qual a avaliação das respostas para uma carga incremental apresenta grandes diferenças se for considerada a rigidez obtida a partir da configuração geométrica original.

### **5.2.4 Resultados da Análise Estática**

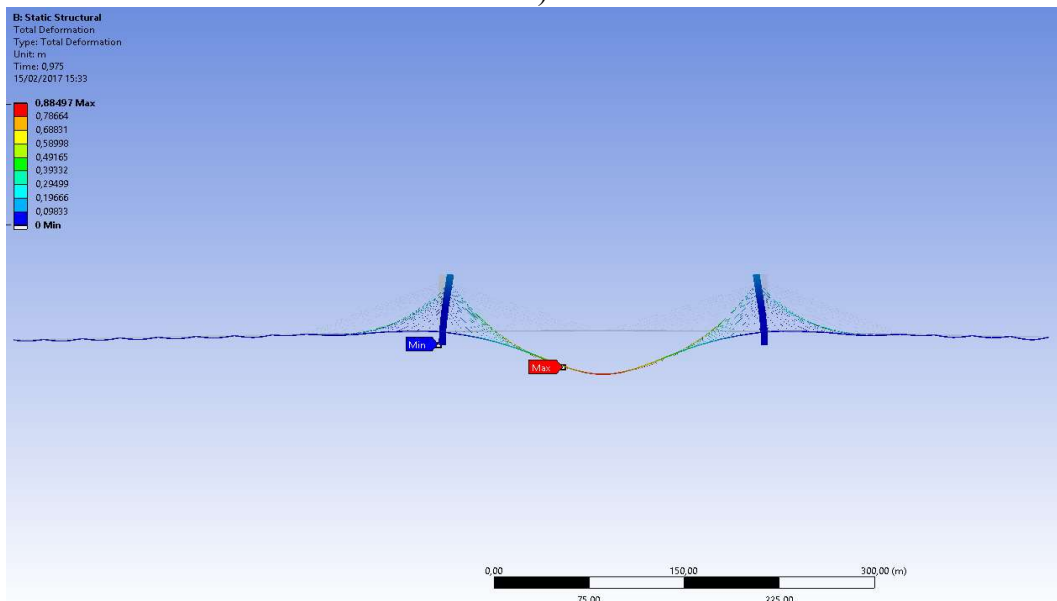
Na análise estática é medido o equilíbrio das forças internas na estrutura a cada iteração, até que o resíduo se torne aceitavelmente menor do que o critério de convergência, onde

a solução é então considerada convergente. Quando a convergência é alcançada, a solução está em equilíbrio, dentro de uma tolerância aceitável.

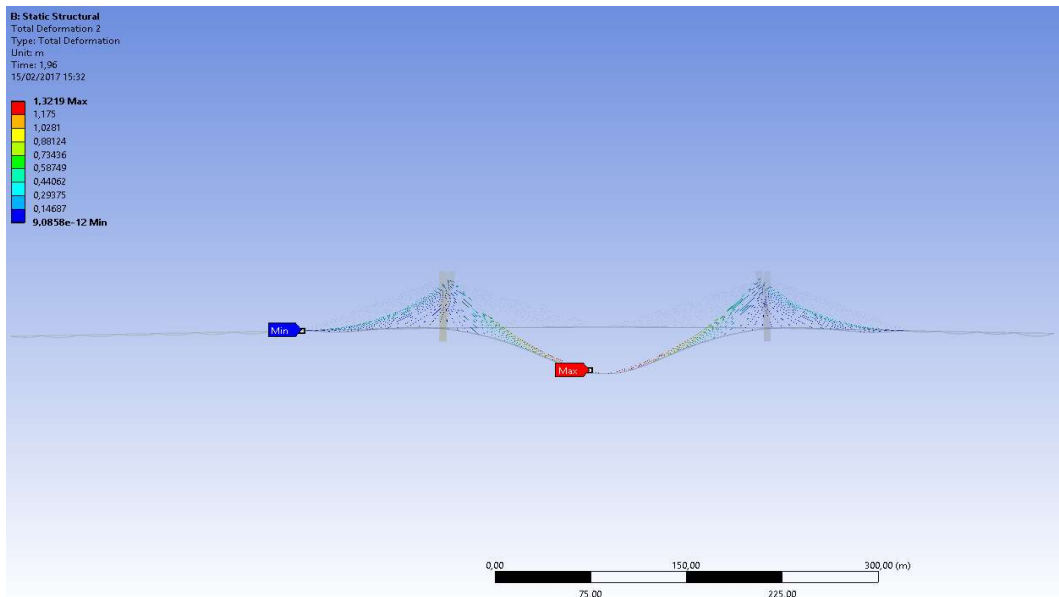
A Figura 5.22 apresenta os resultados da análise estática não-linear considerando o modelo 2D.



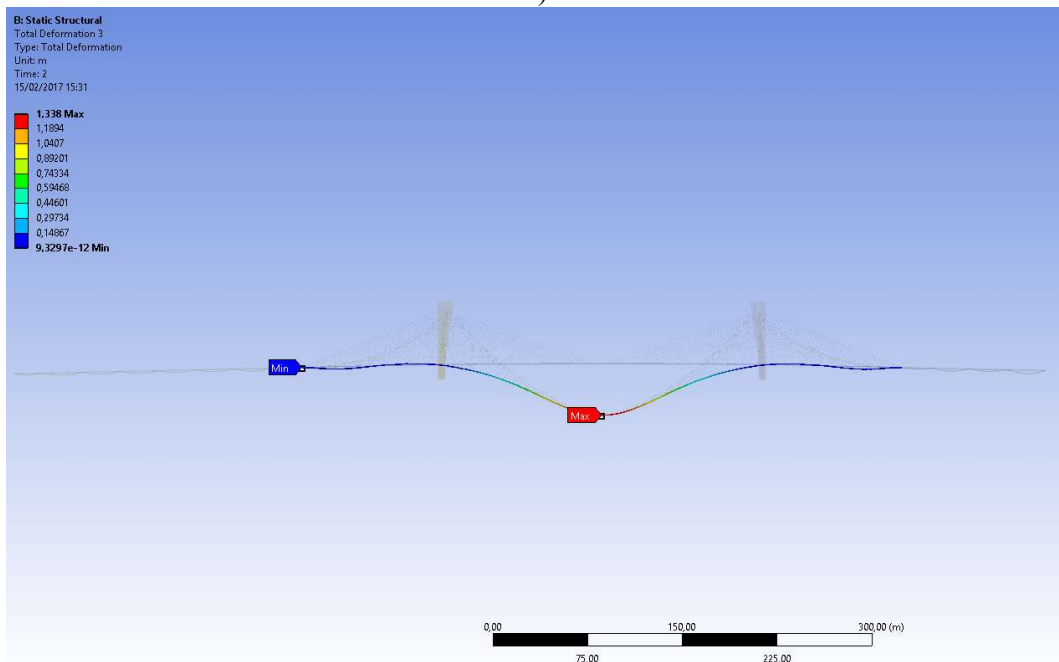
a)



b)



c)



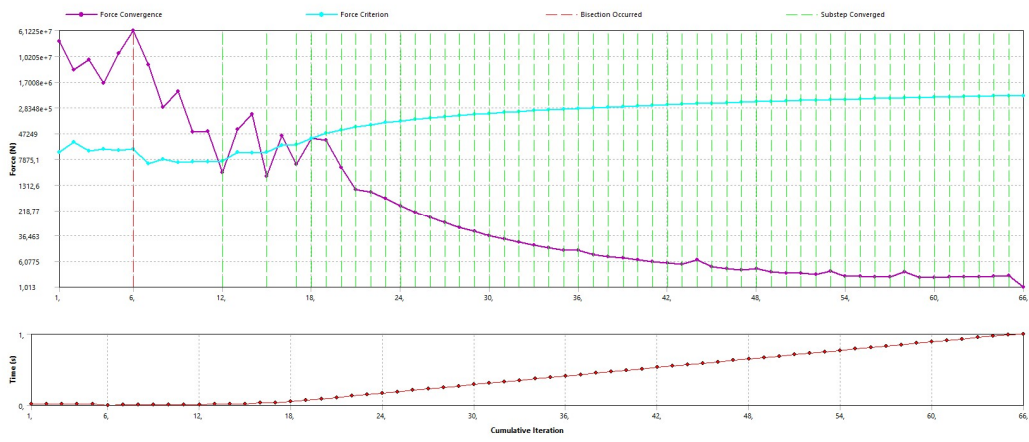
d)

Figura 5.22: Análise Estática do Modelo 2D

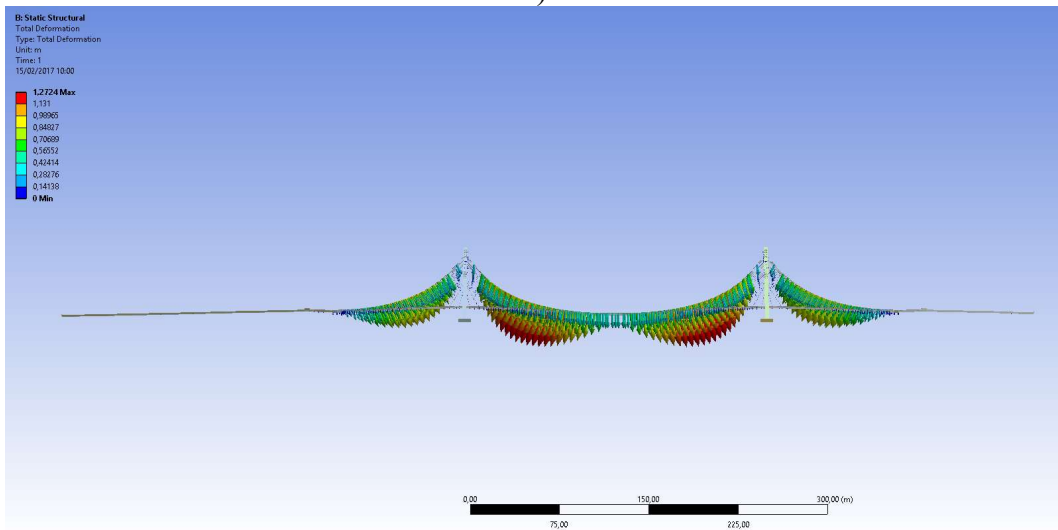
- a) Gráfico de convergência da força na análise não-linear; b) Deformada Total; c) Deformada dos Cabos; d) Deformada do Tabuleiro



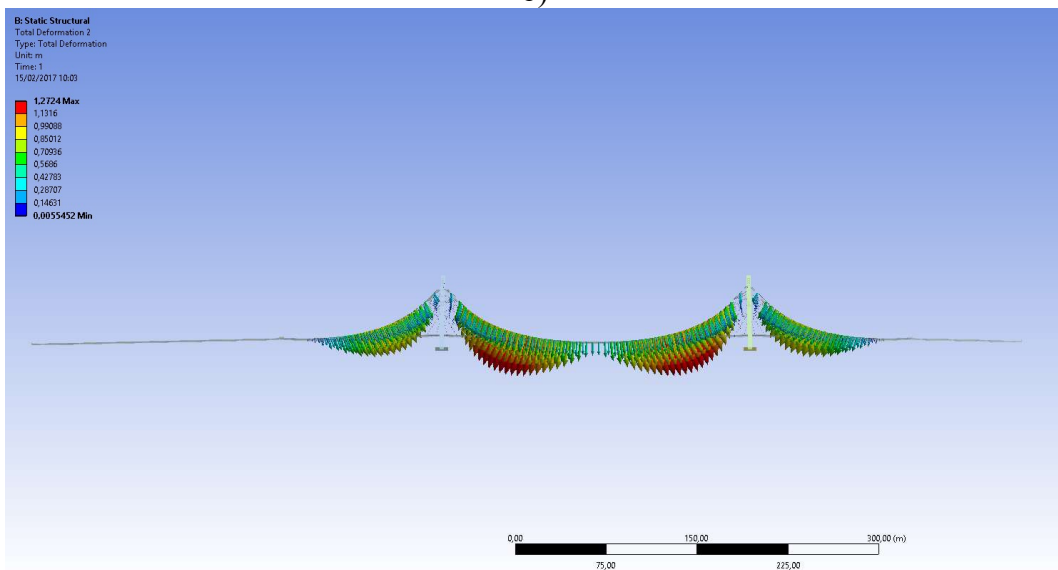
A Figura 5.23 apresenta os resultados da análise estática não-linear considerando o modelo em grelha.



a)



b)



c)

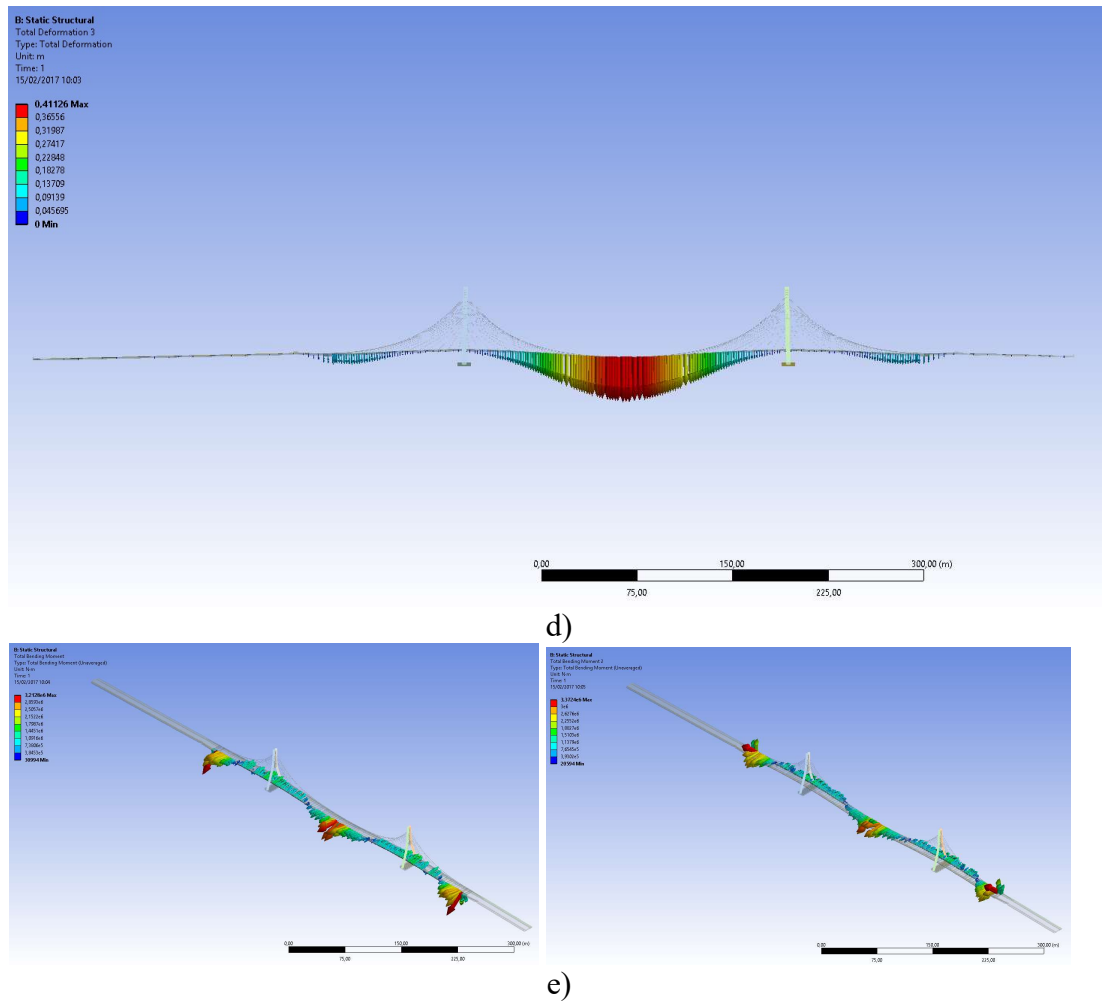
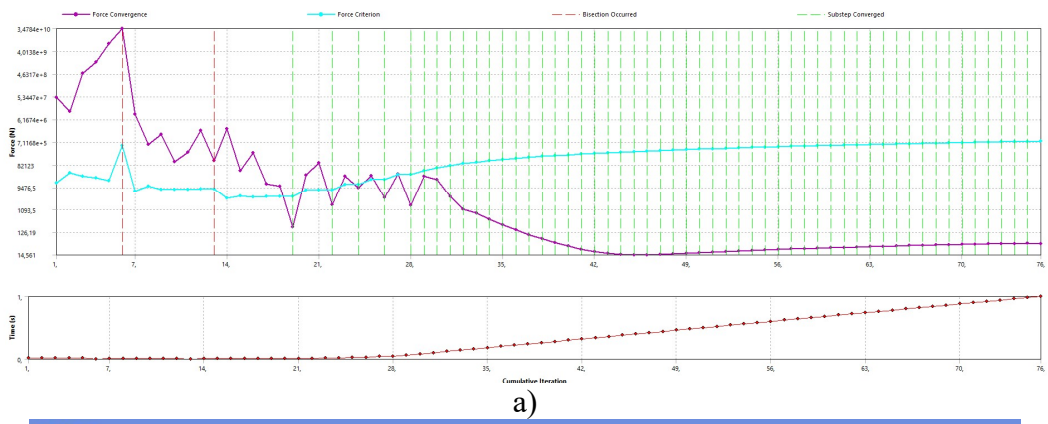
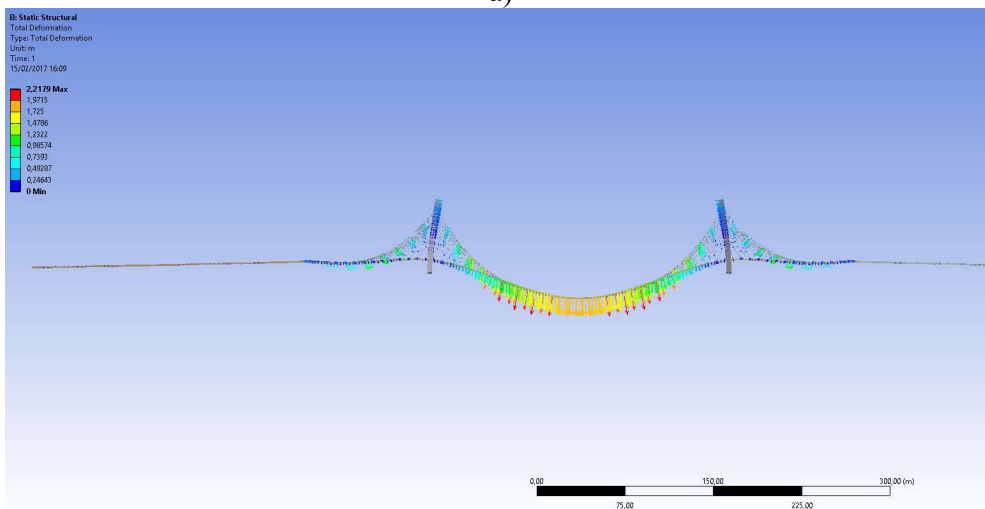


Figura 5.23: Análise Estática do Modelo Grelha  
 a) Gráfico de convergência da força na análise não-linear; b) Deformada Total; c) Deformada Cabos; d) Deformada Tabuleiro; e) Momento nas Vigas Principais Direita e Esquerda

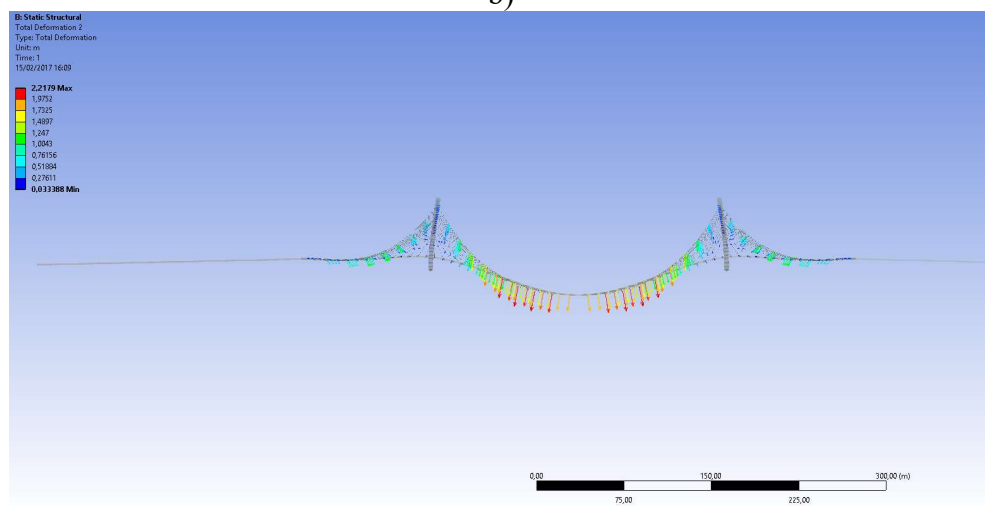
A Figura 5.24 a apresenta os resultados da análise estática não-linear considerando o modelo em “Espinha de Peixe”.



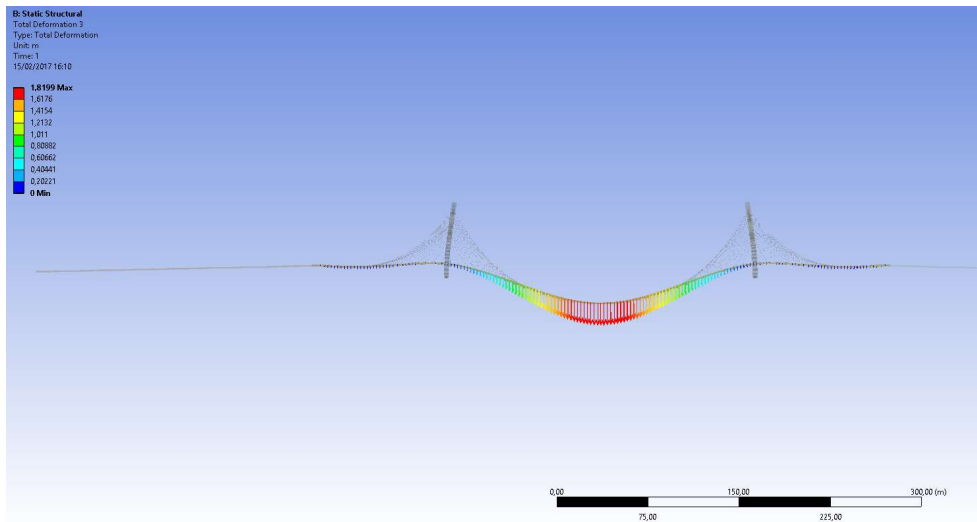
a)



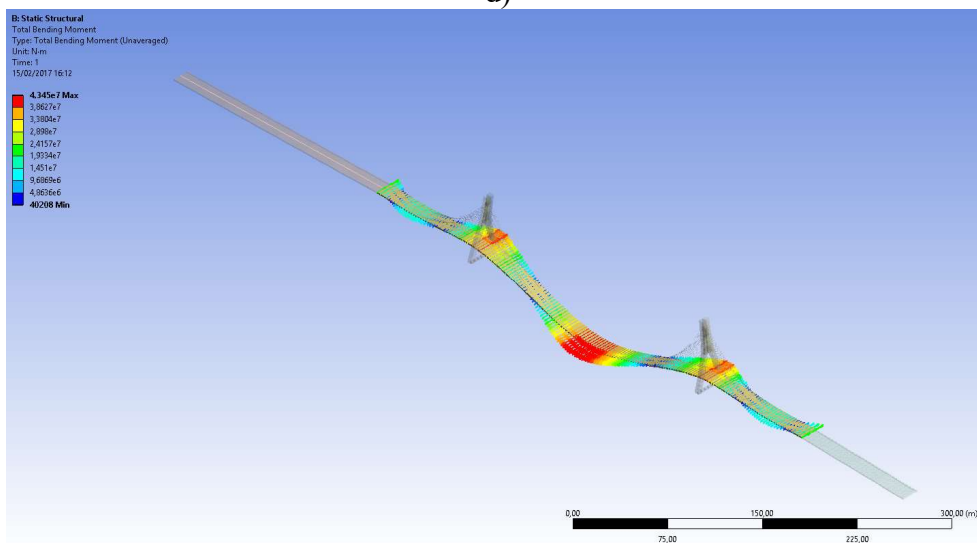
b)



c)



d)

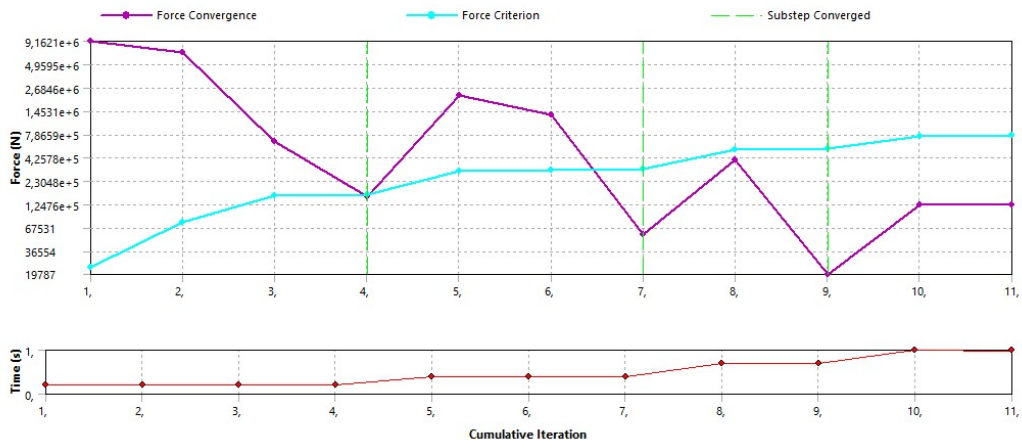


e)

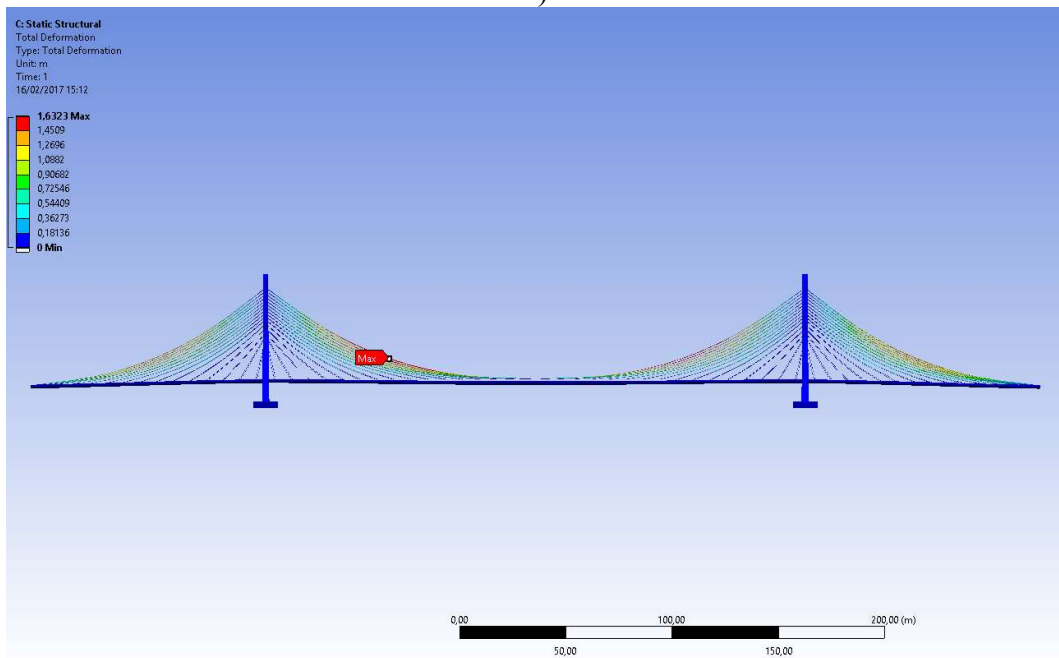
Figura 5.24: Análise Estática do Modelo “Espinha de Peixe”

- a) Gráfico de convergência da força na análise não-linear; b) Deformada Total; c) Deformada Cabos; d) Deformada Tabuleiro; e) Momento na Viga Principal

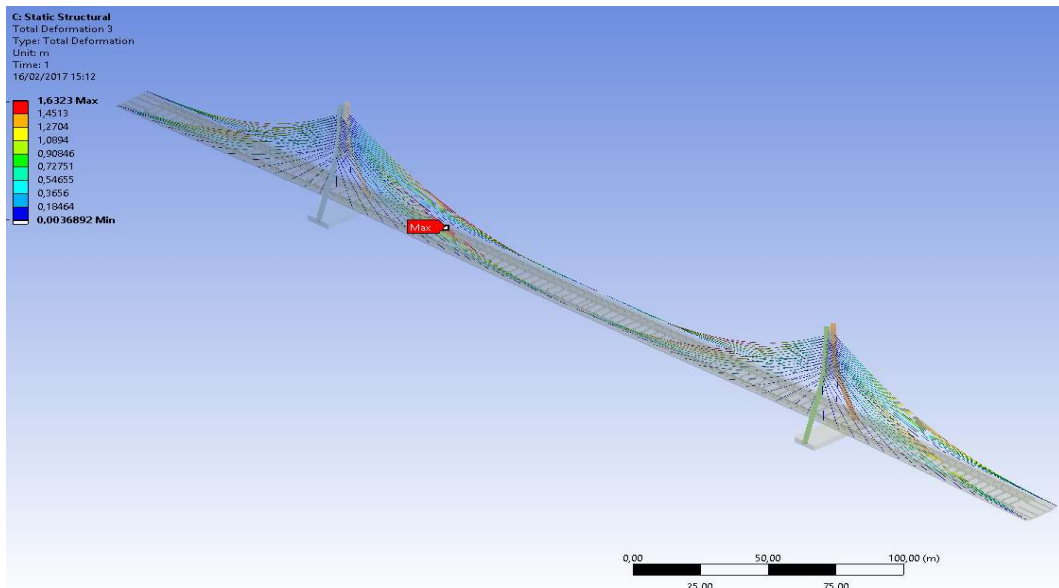
A Figura 5.25 a apresenta os resultados da análise estática não-linear considerando o modelo em Sólido.



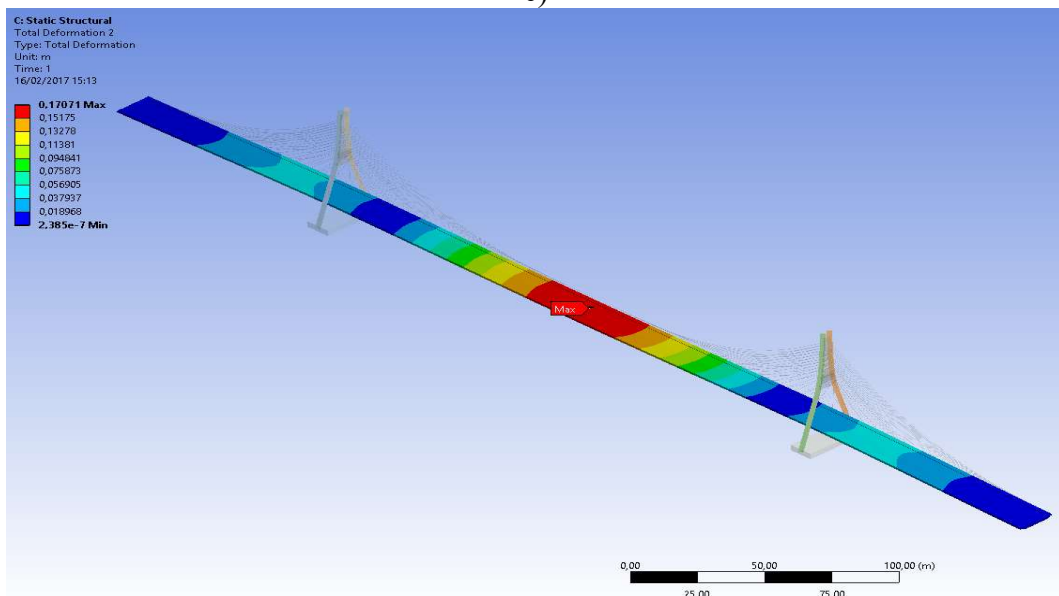
a)



b)



c)



d)

Figura 5.25: Análise Estática do Modelo Sólido  
a) Gráfico de convergência da força na análise não-linear; b) Deformada Total; c) Deformada Cabos; e d) Deformada Tabuleiro

As deformadas finais dos modelos encontradas na análise não-linear estática foi então considerada como etapa inicial da análise modal, em outras palavras, a deformada no tempo final da análise estática é considerado como tempo zero da análise modal.

### 5.3 ANÁLISE MODAL

O modelo inicial da análise modal partiu da configuração de deformada da ponte obtida na análise estática. A consideração da configuração final obtida na análise estática não-linear deve ser adequada para uma simulação precisa da estrutura. Contudo, algumas considerações especiais devem ser observadas quando uma análise modal é seguida à análise estática:

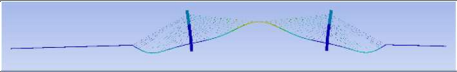
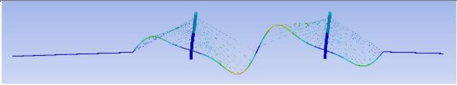
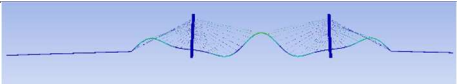
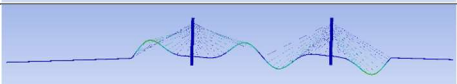
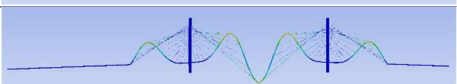
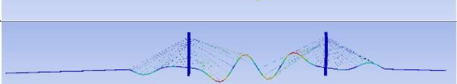
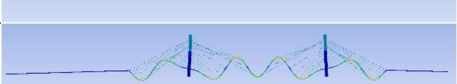
- Os pares de contato utilizando no modelo elementos sólidos, no pino de retenção lateral, precisaram de valores de penalidade na rigidez em ambas as direções, perpendiculares e tangenciais, para criar os modos de vibração.
- Foram utilizados os pares de contatos *Bounded* e *No-Separation* (Ligado e Sem Separação) considerando as configurações padrão ou manual de rigidez com fatores de rigidez 1,0 ou superior. O fator de rigidez do contato foi parametrizado, uma vez que esta configuração causa dificuldades de convergência do modelo global.
- As informações para ambos os passos de análise e os resultados foram armazenados, de forma a permitir que qualquer uma das sub-etapas analisadas pudessem ser considerados como dado de entrada para a análise modal.
- Finalmente, a análise modal foi realizada a partir do tempo final de solução do estático.

Para a análise modal utilizou-se o *Modal Analysis* do pacote *Mechanical* que tem por objetivo determinar as frequências e modos de vibração naturais da estrutura. Os resultados encontrados para a análise modal para os diversos modelos desenvolvidos são apresentados a seguir, onde também é apresentada uma comparação com os valores experimentais das frequências modais.

### 5.3.1 Resultados do Modelo 2D

O modelo 2D foi capaz de representar os modos verticais com certa precisão, conforme apresentado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Modos Verticais Ponte sobre o Rio Arade – Modos 2D

Ordem	Frequência (Hz)		Forma dos Modos
	Numérica	Experimental	
1V	0,391	0,364	
2V	0,505	0,515	
3V	0,768	0,766	
4V	0,851	0,884	
5V	0,947	0,954	
6V	1,125	1,15	
7V	1,404	1,442	

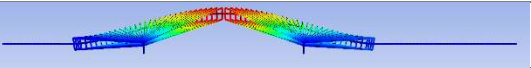
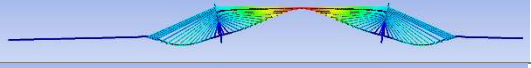
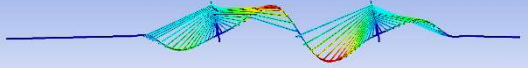
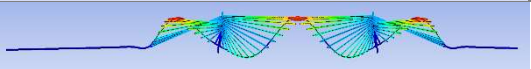
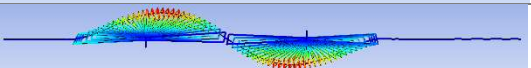
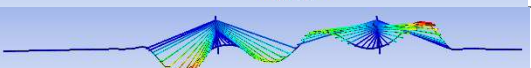
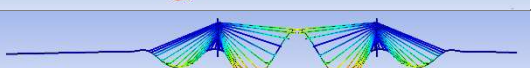
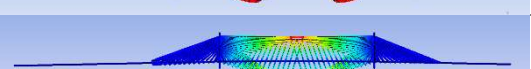
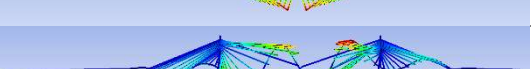
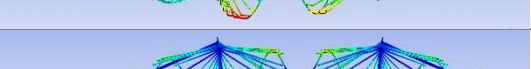
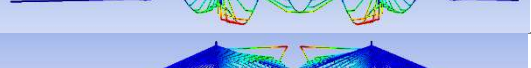
Contudo, um modelo complexo como a Ponte sobre o Rio Arade exige também o estudo e compreensão dos modos laterais e de torção, motivo que levou ao desenvolvimento dos modelos 3D.

### 5.3.2 Resultados dos Modelos 3D

O modelo 3D em “Espinha de Peixe” foi capaz de representar, além dos modos verticais, os modos laterais e de torção com precisão, as frequências e as formas modais são apresentadas na Tabela 5.2.

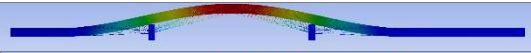
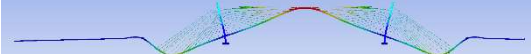
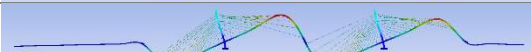

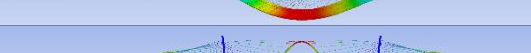


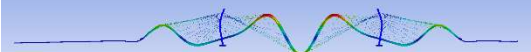
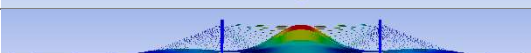

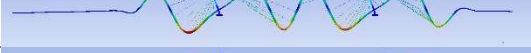


Tabela 5.2: Modos Verticais (V), Laterais (L) e Torção (T) da Ponte sobre o Rio Arade – Modelo Espinha de Peixe

Ordem	Frequência (Hz)		Modos
	Numérica	Experimental	
1L	0.268	0.269	
1V	0.363	0,364	
2V	0.491	0,515	
3V	0.728	0,766	
2L	0.744	0.692	
4V	0.781	0,884	
5V	0.871	0,954	
1T	1.036	1.009	
6V	1.017	1,15	
7V	1.321	1,442	
2T	1.556	1.603	

Assim como o modelo “Espinha de Peixe”, o modelo em Grelha com Elemento de Casca também foi capaz de representar os modos verticais, laterais e de torção com precisão, as frequências e as formas modais são apresentadas na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Modos Verticais (V), Laterais (L) e Torção (T) da Ponte sobre o Rio Arade – Modelo Grelha

Ordem	Frequência (Hz)		Modos
	Numérica	Experimental	
1L	0,257	0.269	
1V	0,352	0,364	
2V	0,512	0,515	
2L	0,682	0.692	
3V	0,952	0,766	
4V	1,023	0,884	
5V	1,176	0,954	
1T	1,312	1.009	
6V	1,320	1,15	
7V	1,427	1,442	
2T	1,681	1.603	

O Modelo com Elementos Sólidos 3D teve como principal objetivo, subsidiar a modelagem do modelo em grelha e “Espinha de Peixe”., uma vez que o modelo foi capaz de fornecer com precisão as propriedades de torção da seção composta, sendo o que melhor representou o comportamento da estrutura à torção, conforme pode ser observado na Figura 5.26.

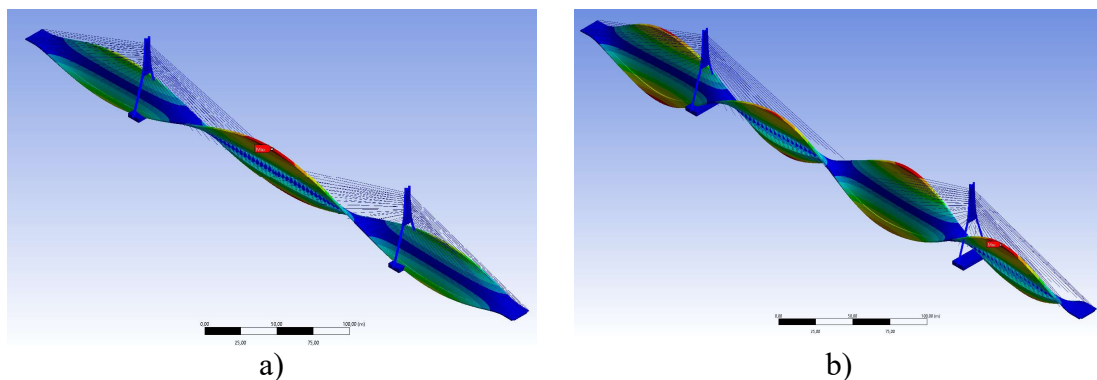


Figura 5.26: Modos de Torção

a) 1º Modo de torção frequência = 1,019Hz; b) 2º Modo de torção frequência = 1,437 Hz

Por outro lado, o modelo sólido desenvolvido com o uso de elemento sólido apresenta um elevado número de nós, o que inviabiliza o processo de otimização em termos de custo computacional.

#### **5.4 PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO**

Algumas conclusões puderam ser inferidas por meio da evolução no desenvolvimento do modelo numérico, resumidas abaixo.

Um dos passos mais complexos no desenvolvimento e análise dos modelos foi a calibração das cargas nos cabos e a análise e convergência no processo de análise estática não-linear. Uma vez que a protensão dos cabos modifica a rigidez destes elementos, e o correto escalonamento da carga foi fundamental para se conseguir a convergência da análise.

Com base na análise da evolução dos vários modelos numéricos desenvolvidos, desde o modelo 2D aos Modelos 3D, pode-se notar a importância da representação precisa das propriedades de rigidez lateral para a correta representação destes modos de vibração laterais e de torção.

O modelo 3D em “Espinha de Peixe” apresenta baixo custo computacional, o modelo completo da ponte foi discretizado utilizando 2039 nós. Quanto aos valores das frequências encontradas, pode-se verificar que os modos verticais, apresentaram uma diferença média em relação à frequência experimental de 4.2%, os modos laterais 3.5% e finalmente os modos de torção apresentaram uma diferença média de 2.8%, sendo atribuída a diferença nos modos laterais e torção à difícil calibração da rigidez na direção transversal.

O modelo 3D em grelha com elementos de casca apresentou índice de diferença entre as frequências (FER) menores na estimativa da frequência para os modos laterais, 2.95%, se comparado com o modelo “Espinha de Peixe”, contudo, apresentou FER maiores para os modos verticais, 10.45%, e de torção, 17.45%. A dificuldade na representação do comportamento dinâmico da estrutura pelo modelo 3D em grelha com elemento de casca pode ser atribuída à difícil calibração da rigidez na direção transversal e vertical, ao distribuir a inércia da seção composta nos vários elementos que compõem as seções da grelha formada pela viga de bordo, viga principal e transversina, combinado com o efeito

do elemento de casca que representa a laje. Apesar disso, em termos do número de nós do modelo após o estudo de convergência da malha, este apresentou um baixo custo computacional, o modelo completo foi discretizado com 3907 nós.

O modelo com Elementos Sólidos 3D com elemento SOLID187 representou os modos de torção da estrutura com certa precisão, contudo tornou-se inviável do ponto de vista computacional devido ao elevado número de nós após o processo de geração e convergência da malha.

Os modelos mais promissores para o processo futuro de atualização e otimização do modelo numérico da estrutura, considerando o baixo custo computacional e a relativa precisão na representação do comportamento dinâmico da ponte, foram o modelo “Espinha de Peixe” e o modelo em Grelha com Elemento de Casca.

Por fim, cabe ressaltar o tempo de processamento e a máquina utilizada em todas as análises relacionadas aos modelos. O Computador foi o Dell XPS, Modelo 7760, com uma placa de Vídeo de 8Gb AMD Radeon RX 570 GPU dedicada, processador CPU com 8 núcleos duplos Core i7-7700 com 3.6GHz cada, memória RAM de 16Gb DDR4 2400Hz e 512Mb SSD, sistema operacional Windows 10. O tempo de processamento variou entre 48 minutos para o modelo espinha de peixe, até 72 horas para a análise não-linear estática do modelo em elementos sólidos.

## 6. ANÁLISE DE QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS

*“If one doesn't know his mistakes, he won't want to correct them.”*

(SENECA, 1917, p. 202)

A análise de quantificação das incertezas (*Uncertainty Quantification – UQ*) visa encontrar a relação entre variabilidade e probabilidade nos parâmetros de entrada e saída, e com base nessas informações, a consistência do modelo da estrutura pode ser avaliada. Incorporando incerteza na análise de sistemas grandes e complexos, como pontes estaiadas, o desempenho pode ser descrito em termos de tendências, médias ou o desempenho mais provável.

Neste capítulo a pesquisa tentou refletir a quantificação de incertezas da Ponte sobre o Rio Arade, as fontes potenciais de incerteza, incluindo propriedades materiais, condições de contorno e geometria. A abordagem das incertezas foi implementada em uma análise linear elástica no modelo em elementos finitos desenvolvido no *software* ANSYS® considerando as não-linearidades geométricas.

O objetivo do estudo foi avaliar o impacto do tratamento estatístico de parâmetros significativos nos resultados e estudar a possibilidade de validação de um modelo preditivo. Dada a incerteza dos parâmetros de entrada, a propagação da incerteza dos parâmetros de saída foi avaliada pelo método de Monte Carlo baseado em amostragem. Finalmente, a função de densidade de probabilidade (PDF) das saídas é comparada com dados experimentais para extrair uma medida de confiança nos resultados numéricos.

A Figura 6.1 adaptada do Guia de Verificação e Validação em Mecânica de Sólidos Computacionais (ASME, 2006) também pode servir como ponto de partida para a formação de um Plano de Verificação e Validação (V&V).

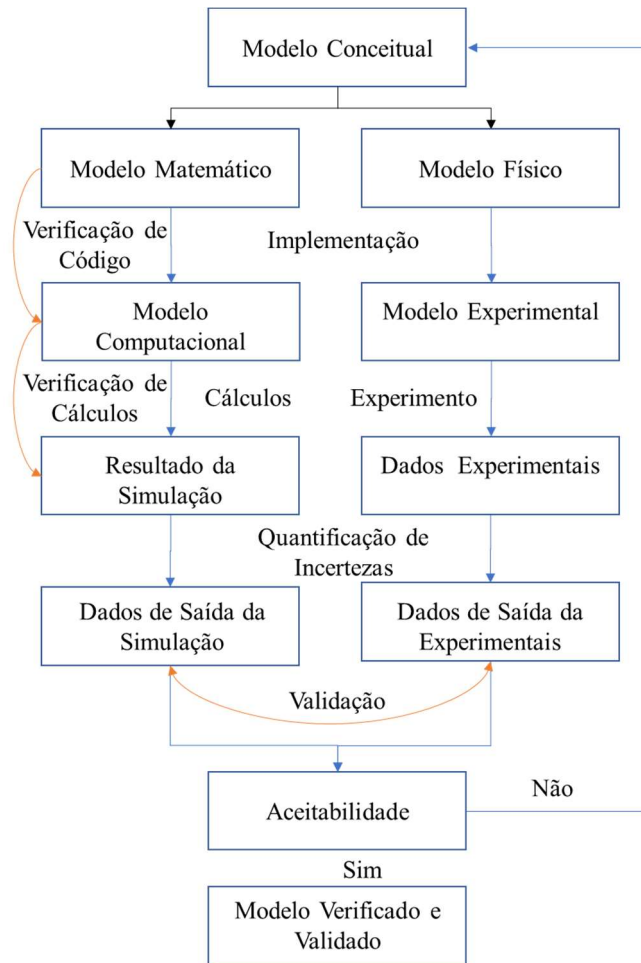


Figura 6.1: Atividades de Verificação e Validação  
 Fonte: Baseado (ASME, 2006)

## 6.1 ASSIMILAÇÃO DE DODOS – INCERTEZAS NO MODELO NUMÉRICO

Existem várias fontes de incerteza presentes na modelagem e que afetam a performance dos modelos. Desta forma, as fontes de incerteza avaliadas neste estudo podem ser classificadas como devido à geometria e aos parâmetros de modelagem, conforme apresentado na Figura 6.2.

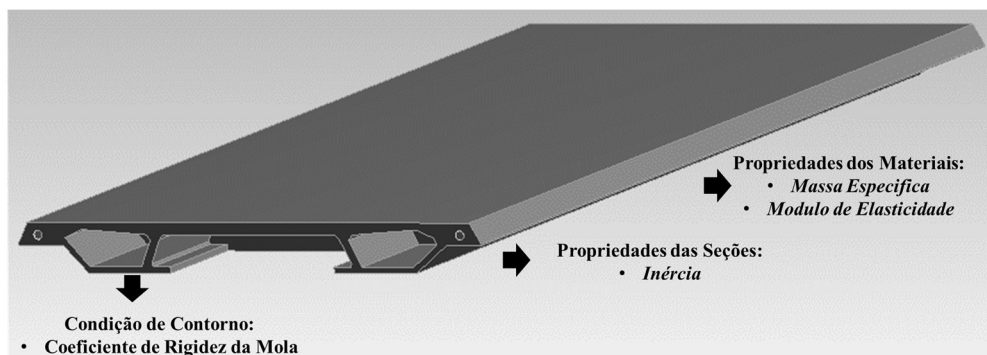


Figura 6.2: Fonte de Incerteza Associada a Modelagem da Geometria

### **6.1.1 Incertezas na Modelagem da Geometria**

A modelagem é a arte da simplificação razoável da realidade, de modo que o resultado é suficientemente explicativo e preditivo. Um aspecto importante de um modelo de engenharia é a operabilidade, ou seja, a facilidade em lidar com suas aplicações.

Por outro lado, as incertezas resultam dessas muitas aproximações, simplificações, discretização e erros. Essas incertezas podem ser intencionais, por exemplo, ao reduzir um modelo muito detalhado, ocasionalmente operacional, quando estabelecemos um nível de representação não tão sofisticado. Nesse ponto, o aumento do tamanho do modelo (ou seja, a densidade da malha) não conduz mecanicamente a melhores modelos de simulação, além disso, a representação correta da física de uma estrutura é muito mais gratificante do ponto de vista da representatividade.

Na definição geométrica da estrutura, muitas simplificações são geralmente introduzidas, por exemplo, pequenos componentes geométricos são eliminados e representados por elementos de massa, ou limites artificiais são introduzidos para reduzir o escopo da análise.

Para verificar as incertezas do modelo, foram realizadas análises estáticas em elementos isolados do modelo, com o objetivo de avaliar as respostas a cargas conhecidas, medindo assim as diferenças entre as respostas dos vários modelos. Para os cabos, a avaliação de resultados pode ainda ser comparada com os resultados analíticos.

### **6.1.2 Mastro**

Os primeiros testes realizados objetivaram mensurar as incertezas envolvidas no modelo do mastro da ponte por meio da comparação entre dois modelos, um modelo em elementos de viga e um outro modelo em elementos sólidos.

O modelo desenvolvido em elementos sólidos, utilizando o elemento SOLID187, teve como objetivo melhorar a representação e contemplar a função de curvatura que define a geometria do mastro, conforme definido no projeto. O modelo em elementos de vigas, utilizando o elemento BEAM188, a geometria do mastro foi aproximada por uma seção variável ao longo da altura, sendo consideradas 8 seções médias diferentes. A Figura 6.3 apresenta a geometria dos dois modelos do mastro.

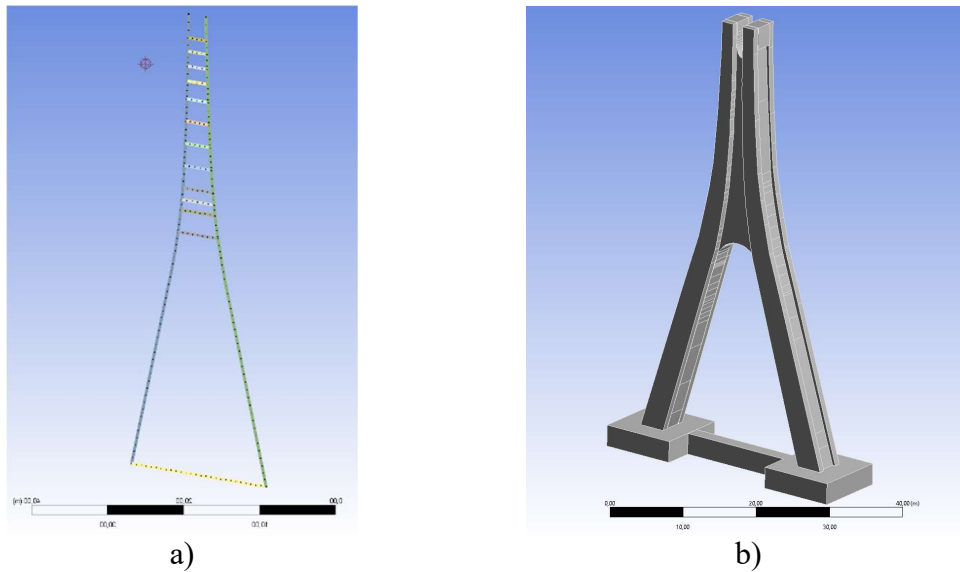


Figura 6.3: Geometria do Mastro  
a) Elementos de Barras BEAM 188; b) Elementos Sólidos SOLID187

A primeira parte do estudo consistiu em avaliar as incertezas referentes ao peso total dos dois modelos desenvolvidos. Dessa forma, para apresentarem o mesmo peso, a massa específica do modelo em elementos de barras precisou ser reduzida em 27,06%.

Finalmente, foi aplicada no topo dos dois mastros uma força conhecida de 100KN medindo a deformação nas direções laterais e longitudinais, obteve-se assim, a rigidez global nas duas direções ( $K = F/\delta$ ) de cada um dos modelos. A Figura 6.4 apresenta a comparação das deformadas dos modelos.

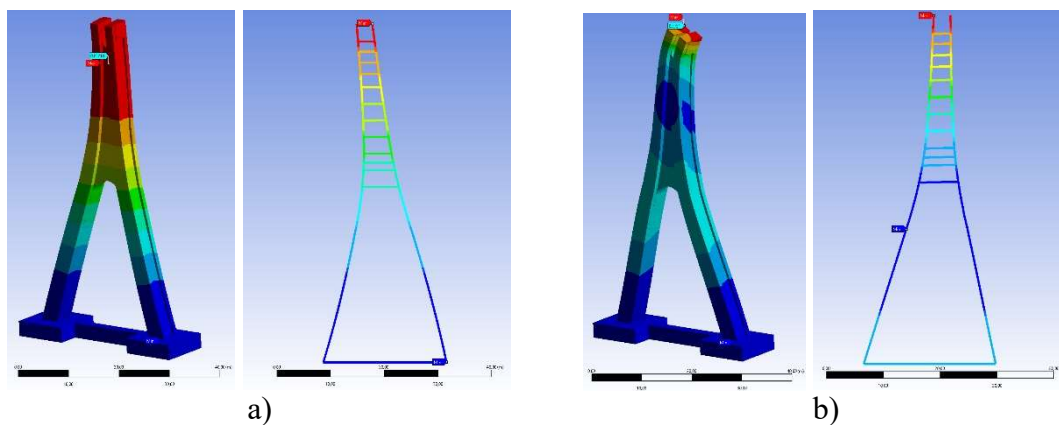


Figura 6.4: Deformação dos Modelos do Mastro Solido X Barras  
a) longitudinal; b) transversal

Por meio da comparação entre o modelo em elementos de barras e em elementos sólidos, tomando este último como referência, foi possível mensurar a incerteza na rigidez do modelo em barra em 76.56% na direção longitudinal e 78.79% na direção transversal,



valores estes a serem considerados para a definição dos limites viáveis de projeto no processo de atualização e avaliação de incertezas.

### 6.1.3 Tabuleiro

O teste também foi realizado com o modelo do tabuleiro desenvolvido em elementos sólidos, grelha e espinha de peixe, como apresenta a Figura 6.5. No modelo de espinha de peixe, a seção principal do convés da ponte foi modelada como uma viga equivalente no centroide da seção transversal ao longo da direção longitudinal do eixo da ponte, juntamente com duas vigas rígidas que conectam os pontos de ancoragem do cabo no tabuleiro. No modelo de grelha o tabuleiro foi representado por um conjunto de elementos de vigas e cascas, onde a seção transversal foi dividida em duas vigas principais, duas vigas de bordo e uma laje.

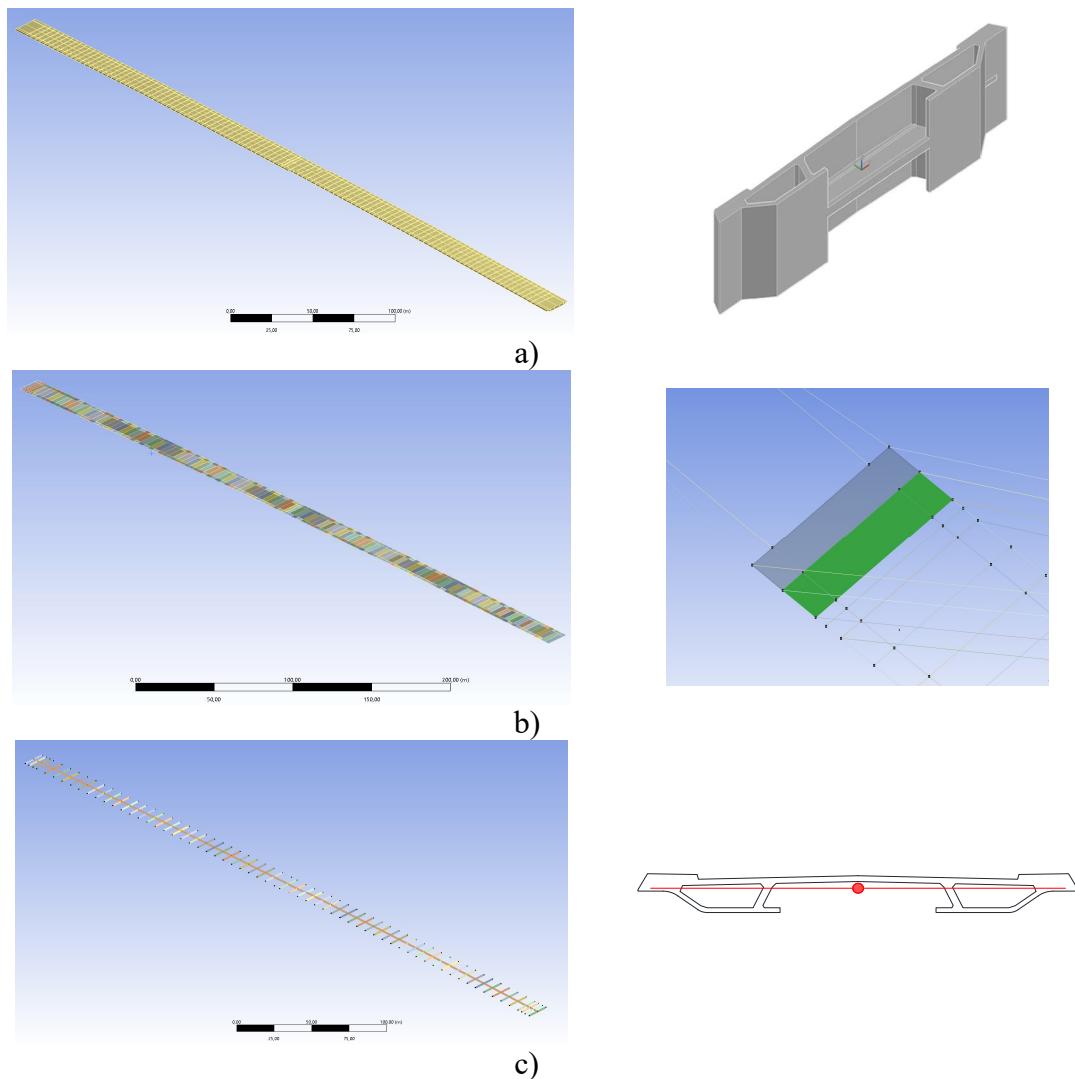


Figura 6.5: Geometria do Tabuleiro nos Modelos  
a) Sólido; b) Grelha; c) Espinha de Peixe

Em relação à diferença entre os pesos totais dos modelos pode-se concluir que o modelo em grelha necessita de uma redução na massa específica de 12.75% e o modelo em espinha de peixe uma redução de 7.40%, para apresentarem o mesmo peso do modelo em elementos sólidos.

A seguir, uma força conhecida de 100KN foi aplicada no tabuleiro e foram medidas as deformações nas direções verticais e transversais, obteve-se assim, a rigidez global nas duas direções ( $K = F/\delta$ ) de cada um dos modelos. A Figura 6.6 apresenta a comparação das deformadas dos três modelos de tabuleiros analisados.

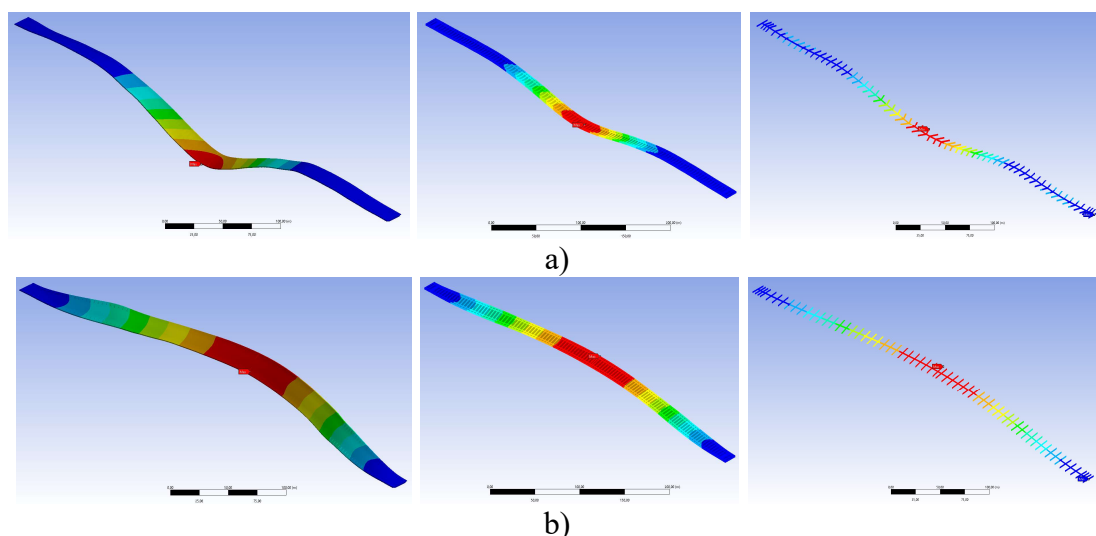


Figura 6.6: Deformação dos Modelos Solido (Esquerda), Grelha (Meio), e Espinha de Peixe (Direita) nas direções a) vertical; b) transversal

Por meio da comparação entre o modelo em elementos de grelha e espinha de peixe com o modelo em elementos sólidos, pode-se mensurar a incerteza na rigidez dos modelos, sendo o modelo em grelha apresenta uma diferença de 18.97% na direção vertical e 21.84% na direção transversal, e o modelo em espinha de peixe apresenta uma diferença de 72.06% na direção vertical e 18.03% na transversal, quando comparados ao modelo em elementos sólidos considerados como referencia. Os valores considerados na definição dos limites viáveis de projeto no processo de atualização e quantificação de incertezas.

A última análise de incerteza recaiu sobre a dúvida quanto ao parâmetro elasticidade. Para avaliar a elasticidade do concreto foram considerados dois modelos em elementos sólidos, um modelo onde foram consideradas as elasticidades do concreto conforme estabelecido

no projeto e um segundo modelo, com a mesma geometria, ou seja, mesma inércia, contudo considerando a protensão do tabuleiro, conforme apresenta a Figura 6.7.

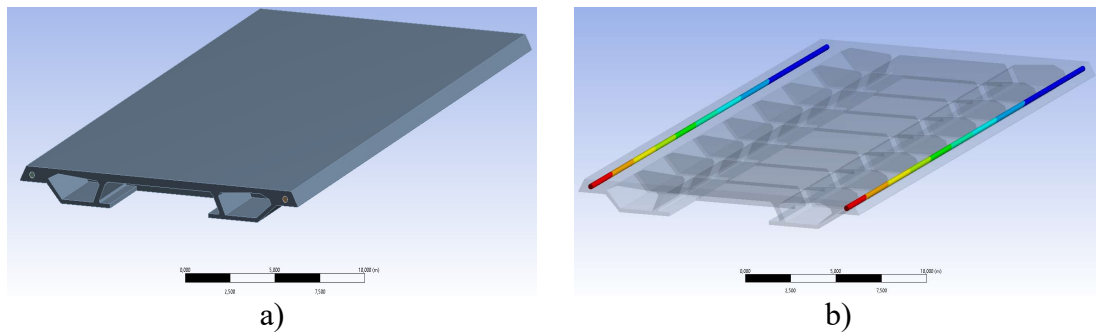


Figura 6.7: Geometria do Tabuleiro  
a) Sem Protensão; e b) Com Protensão

Foi desenvolvido um modelo reduzido do tabuleiro, com 32 metros de comprimento, e neste modelo uma das bordas foi considerada engastada e a segunda borda livre, onde uma força de 1KN foi aplicada na direção vertical, obtendo as deformações e a rigidez global ( $K = F/\delta$ ) de cada um dos modelos. Deste modo, por meio da comparação entre os modelos com e sem protensão, mensurou que incerteza na elasticidade, uma vez que os dois modelos apresentam a mesma inércia. A Figura 6.8 apresenta a comparação das deformadas dos modelos.

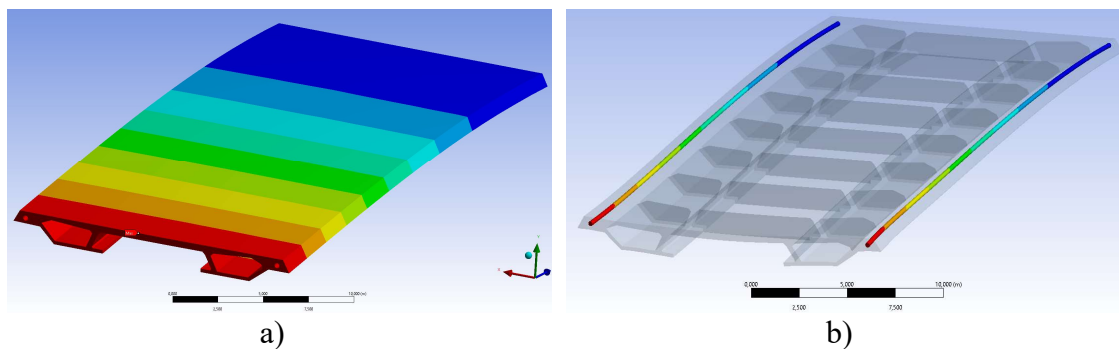


Figura 6.8: Deformação dos Modelos  
a) sem protensão; b) protendido

Pode-se concluir que a elasticidade no modelo com protensão é 96.81% maior que o modelo sem protensão, os valores foram então considerados para a definição dos limites viáveis de projeto no processo de atualização.

#### 6.1.4 Cabos

As incertezas em relação aos cabos foram estudadas no Capítulo 4 ESTRUTURA COMPOSTA DE CABOS, sendo as principais a elasticidade, onde foram adotados os

valores de variação conforme a Elasticidade Equivalente, em torno de 10%, considerando o estado de tensão e os comprimentos dos cabos da ponte sobre o Rio Arade, e a rigidez à flexão, que não é uma função apenas do módulo de elasticidade do cabo e das características da seção transversal, depende do grau de restrição dos cabos que formam cada tirante, do comprimento e da curvatura. Caetano (2007) aponta valores típicos de  $EI$  de cerca de 50% a 70% da rigidez de uma barra sólida com o mesmo diâmetro que o cabo, sendo então adotado como incerteza uma variação na inércia da seção dos cabos de 50%.

### **6.1.5 Incertezas nos Parâmetros dos Modelo**

A descrição de cada valor da propriedade dos materiais deve ser obtida a partir de testes, considerando métodos de produção, que representam as melhores condições ambientais e de carregamento possíveis. No entanto, as propriedades do material variam localmente no espaço e, possivelmente, no tempo. Por exemplo, a resistência do concreto em um ponto de uma estrutura pode não ser a mesma que em outro ponto. Além das variações espaciais dos materiais, as incertezas entre as propriedades medidas pelas amostras e as propriedades da estrutura devem ser contabilizadas. Os desvios na propriedade do material identificados em testes laboratoriais e propriedades estruturais sugerem uma falta de compreensão das variáveis consideradas nos modelos.

Como os dados relativos aos testes de controle de qualidade dos materiais não estavam disponíveis para o rio Arade Bridge, as normas e publicações internacionais relacionadas ao assunto foram adotadas como referências. Desta forma, foram consideradas as propriedades do material de concreto e aço, Massa Específica e módulo de elasticidade.

O módulo de elasticidade ( $E$ ) de concreto foi analisado por Bamforth et al. (2017), os valores de  $E$  para o concreto estimado de acordo com a norma BS EN 1992-1-1 (2004) em relação à classe de resistência à compressão 45MPa podendo variar entre 2,4 e 4,2GPa dependendo do tipo de agregado.

De acordo com o Eurocódigo 1: Ações sobre estruturas (EN 1991-1-1, 2002), a Massa Específica ( $\gamma$ ) do concreto é de 24 kN/m<sup>3</sup> aumentada em 1.0kN/m<sup>3</sup> para a percentagem normal de aço de armadura e pretensão. O Código Modelo Probabilístico (JCSS, 2001) apresenta o Massa Específica do concreto variando entre 24 e 26 kN/m<sup>3</sup> e o coeficiente de variação ( $v$ ) 0,03, definido como  $Std/\mu$  onde  $\mu$  e  $Std$  são a média e o desvio padrão, respectivamente.

O módulo de elasticidade do aço estimado de acordo com o Código de Modelo Probabilístico (JCSS, 2001) é de 205GPa e o coeficiente de variação ( $\nu$ ) é de 0,03, refere-se à produção total de aço e baseia-se principalmente em estudos europeus. Por outro lado, Sadowski et al (2015) relatam que o módulo de elasticidade segue uma distribuição aproximadamente normal, os valores mínimo e máximo foram encontrados em 149GPa e 317GPa, respectivamente com uma média de 208.1GPa e um coeficiente de variação de 13,2%.

De acordo com o Eurocódigo 1: Ações sobre estruturas (EN 1991-1-1, 2002), o Massa Específica ( $\gamma$ ) do aço é de 77,0 a 78,5 kN/m<sup>3</sup>. O Código Modelo Probabilístico (JCSS, 2001) apresenta o Massa Específica do aço 77 kN/m<sup>3</sup> e o coeficiente de variação ( $\nu$ ) 0,01.

### **6.1.6 Efeito da Temperatura**

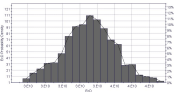
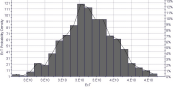
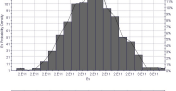
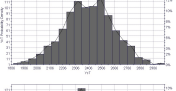
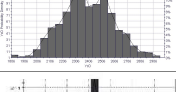
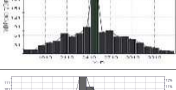
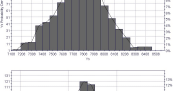
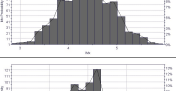
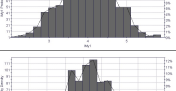
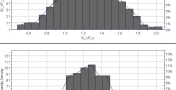
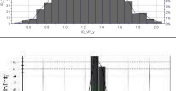
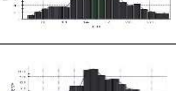
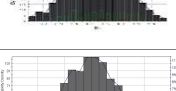
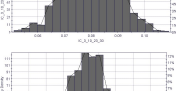
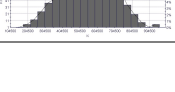
As características dinâmicas derivadas dos testes de vibração ambiente estão relacionadas não apenas às condições de massa e contorno da ponte, mas também aos fatores ambientais, como a temperatura ambiente. Particularmente, a temperatura tem efeitos significativos nas estruturas de ponte de grandes dimensões.

Neste estudo, com base no relatório do Instituto Português do Mar e da Atmosfera (IPMA, 2006), a temperatura variou entre 9 e 19,5°C durante o dia do teste EMA realizado em 2006, os valores do módulo de elasticidade em função da temperatura, conforme proposto por Callister e Rethwish (2009) e EN 1992-1-2 (2004) foram implementadas nas propriedades dos materiais no modelo desenvolvido.

### **6.1.7 Resumo das Incertezas**

A Tabela 6.1 apresenta o resumo das incertezas incorporadas no modelo numérico.

Tabela 6.1: Modelo Probabilístico da Ponte sobre o Rio Arade

Parâmetros	Símbolo	Local	Distribuição	Média $\mu$	Desvio Padrão $Std$	Coef. Var. $v$	PDF
Módulo de Elasticidade Concreto	$E_{CT}$	Torre	Normal	3.3GPa	0.9	0.27	
Módulo de Elasticidade Concreto	$E_{CD}$	Tabuleiro	Normal	3.3GPa	0.9	0.97	
Módulo de Elasticidade Aço	$E_S$	Cabos	Normal	208.1GPa		0.132	
Massa Específica Concreto	$\gamma_{CT}$	Torre	Normal	25kN/m3		0.27	
Massa Específica Concreto	$\gamma_{CDg}$	Tabuleiro Grelha	Normal	25kN/m3		0.1275	
Peso Específico Concreto	$\gamma_{CDf}$	Tabuleiro Espinha de Peixe	Normal	25kN/m3		0.74	
Massa Específica Aço	$\gamma_S$	Cabos	Normal	77.75kN/m3	0.75	0.01	
Inércia	$I_{T,X}$	Torre Direção X	Normal	Var.		0.77	
Inércia	$I_{T,Y}$	Torre Direção Y	Normal	Var.		0.79	
Inércia	$I_{D,X}$	Tabuleiro Direção X Grelha	Normal	1.95m <sup>4</sup>		0.22	
Inércia	$I_{D,Y}$	Tabuleiro Direção Y Grelha	Normal	244.72m <sup>4</sup>		0.19	
Inércia	$I_{D,X}$	Tabuleiro Direção X Espinha de Peixe	Normal	1.95m <sup>4</sup>		0.18	
Inércia	$I_{D,Y}$	Tabuleiro Direção Y Espinha de Peixe	Normal	244.72m <sup>4</sup>		0.72	
Inércia	$I_C$	Cabos	Normal	Var.		0.5	
Coef. Mola	K	Contorno	Normal	5.5e5N/m <sup>3</sup>		0.82	

## 6.2 PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS – SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

A definição do PDF das variáveis do projeto é uma das etapas fundamentais no sucesso da avaliação estatística das respostas. Assim, uma variável aleatória pode então ser definida a partir de um espaço de amostragem de um sistema.

Para demonstrar a visão geral do método, foi utilizado o *software* ModeFRONTIER® integrado ao *software* de elementos finitos ANSYS®, onde o modelo da ponte com as incertezas foi considerado.

De tal modo, realizou-se a análise estatística por meio da simulação de Monte Carlo, testando exemplos de combinação aleatória na ordem de 500 a 1000 amostras dos parâmetros, considerando como dado de resposta as frequência dos modos, conforme apresentado em Figura 6.9 e Figura 6.10 para os dois modelos estudados. Os resultados dos dois modelos analisados são apresentados a seguir.

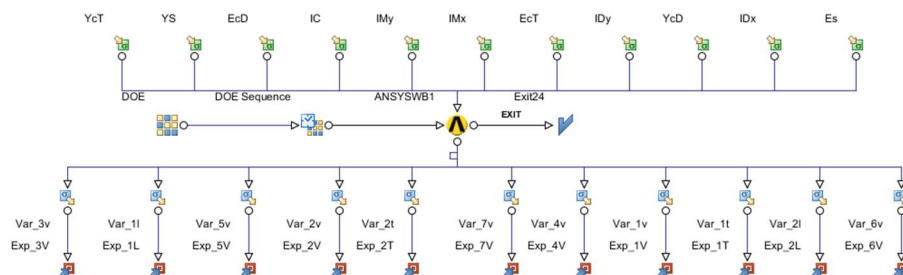


Figura 6.9: Modelo de Propagação de Incerteza das variáveis – Espinha de Peixe

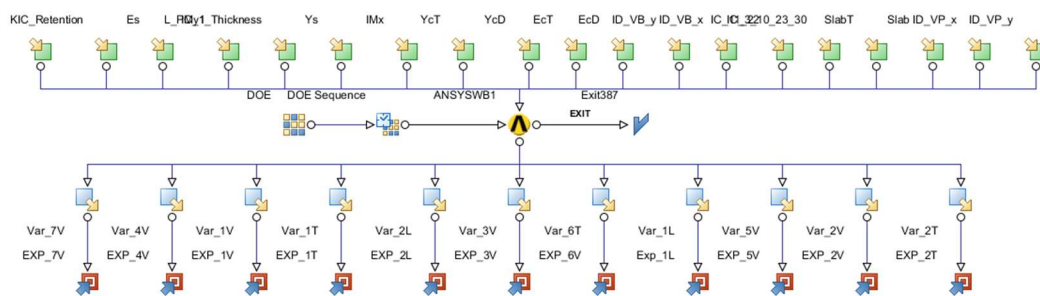


Figura 6.10: Modelo de Propagação de Incerteza das variáveis – Grelha

### 6.2.1 Modelo Espinha de Peixe

A estatística descritiva das variáveis de resposta, as frequências dos modos, juntamente com gráficos e tabelas para o modelo de espinha de peixe, são apresentadas de forma resumida em cada item a seguir, incluindo medidas de localização, dispersão, percentil e discrepâncias.

### **6.2.2 Funções de Densidade de Probabilidade - PDF**

As funções de densidade de probabilidade (PDF) que melhor se encaixam nos dados avaliados são apresentadas e os parâmetros que identificam as distribuições foram avaliados, o teste de Kolmogorov-Smirnov foi realizado para encontrar a distribuição que melhor descreve os dados de projeto, onde uma confiança de 95% foi considerada. A Figura 6.11 exibe uma distribuição de frequência das respostas para dados agrupados.

### **6.2.3 Função de Distribuição Cumulativa – CDF**

A função de distribuição cumulativa (CDF) indica a probabilidade de um determinado evento ocorrer na população, por esse motivo o eixo das ordenadas varia entre 0 e 1. Os gráficos do CDF apresentados na Figura 6.12 descrevem a distribuição de probabilidade das variáveis de resposta.



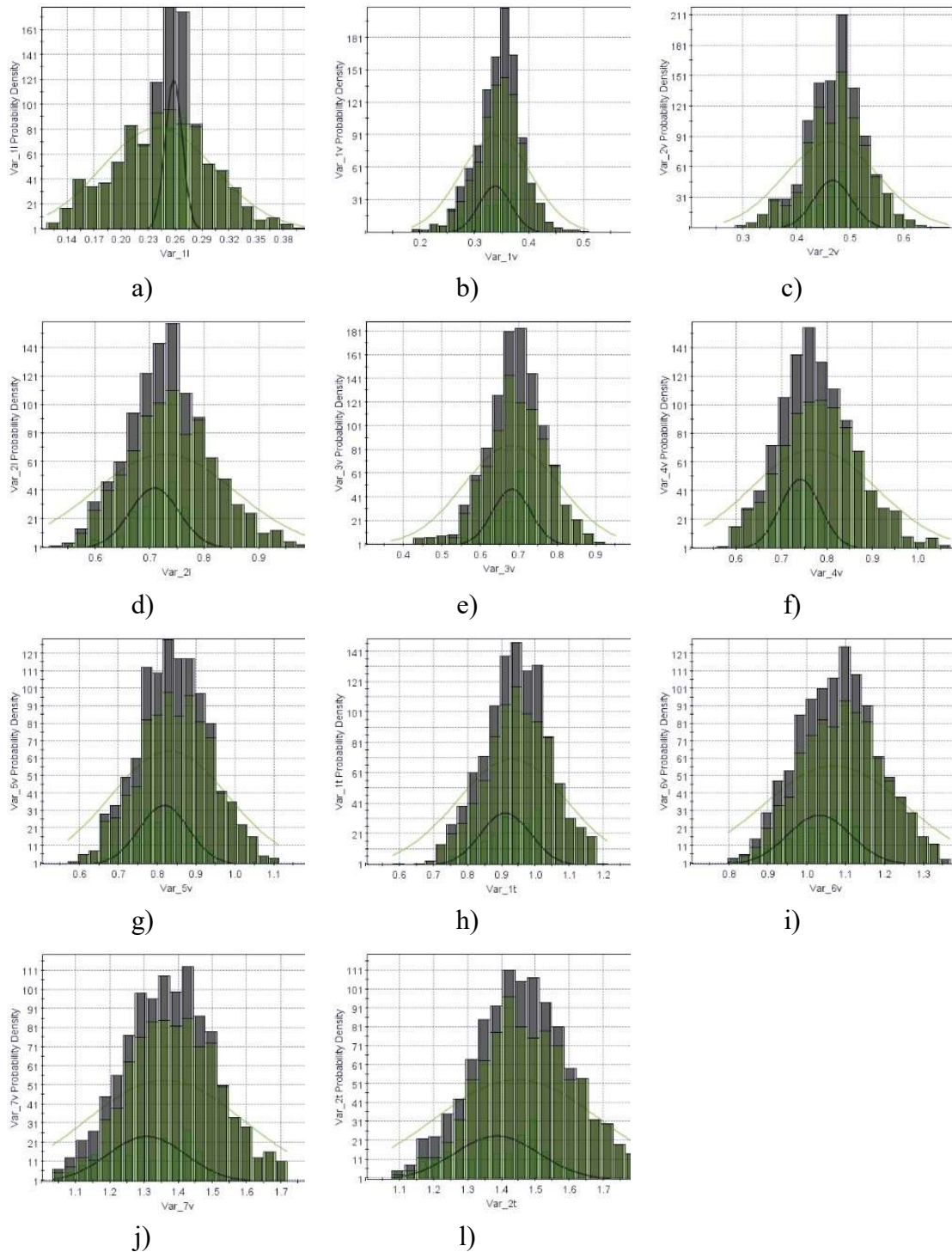


Figura 6.11: PDF das Frequências das respostas dos modos  
a) 1° Lateral (L); b) 2° Vertical (V); c) 3° V; d) 4° L; e) 5° V; f) 6° V; g) 7° V; h) 8° Torsão (T); i) 9° V; j) 10° V; e l) 11° T

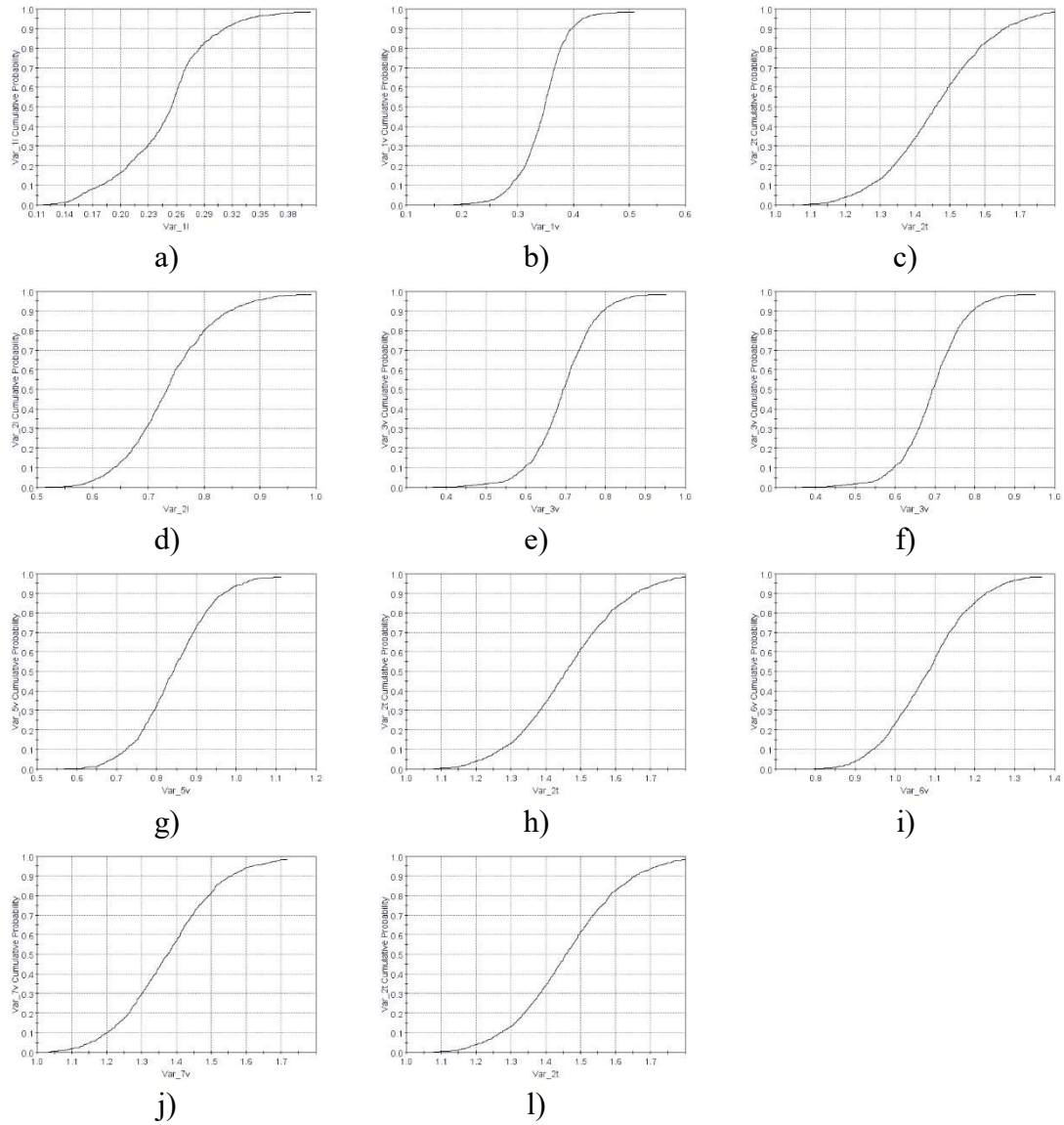


Figura 6.12: CDF das frequências dos modos das respostas  
a) 1°L; b) 2°V; c) 3°V; d) 4°L; e) 5°V; f) 6°V; g) 7°V; h) 8°T; i) 9°V; j) 10°V; e l) 11°T

## 6.2.4 Box-Whiskers

O gráfico Box-Whiskers mostra a distribuição de dados de forma efetiva, resumindo certas informações, como o intervalo médio e a confiança, os quartis e os *outliers*. Os últimos são os desenhos que se originam de um intervalo centrado na média e com amplitude igual a 1,5 do desvio padrão.

A Figura 6.13 contém vários elementos gráficos que dão uma boa noção da distribuição do conjunto de dados. As linhas superior e inferior da "caixa" são o quartil inferior e superior da amostra (ou seja, percentis 25 e 75). A linha no meio da caixa (percentil 50) é a mediana. A mediana corta a distribuição exatamente pela metade. Os *Whiskers* são linhas para a parte superior e inferior da caixa mostrando a extensão total da amostra. A caixa em formato de diamante representa um intervalo de confiança gráfico sobre a média de uma amostra.

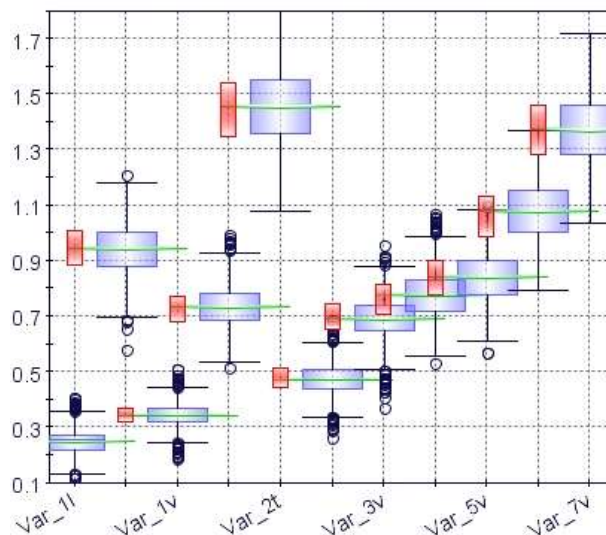


Figura 6.13: Box-Whiskers das Frequências

## 6.2.5 Quantile Normal

O Quantile Normal pode ser usado para entender se uma série de dados é estatisticamente distribuída como uma dada distribuição teórica. É suficiente selecionar a distribuição teórica das variáveis de projeto e verificar se estão próximas da linha de referência (a diagonal) do gráfico. Os limites definem a distribuição teórica escolhida do gráfico em torno da diagonal onde os desenhos devem cair para serem distribuídos com uma confiança de 95%. A Figura 6.14 exibe o gráfico dos quantiles normal das amostras da variável selecionada versus quantiles teóricos.

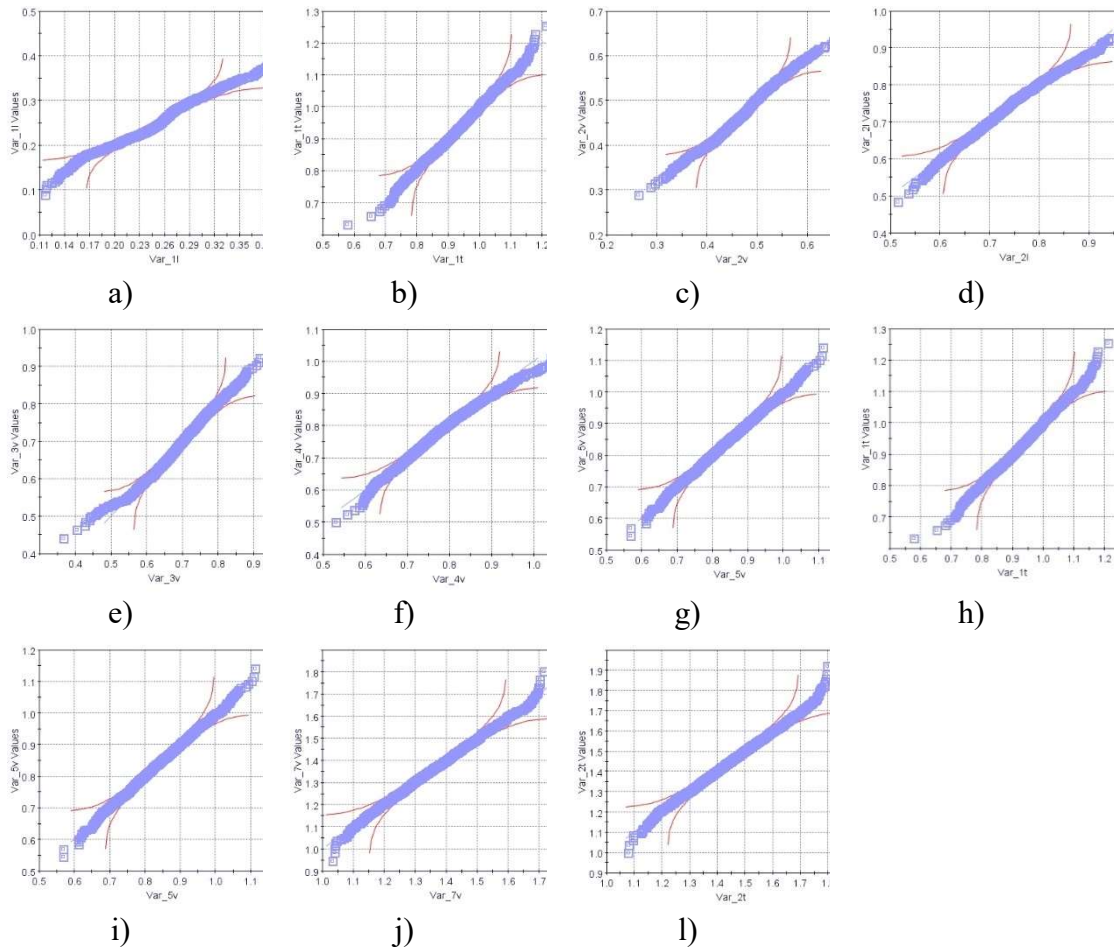


Figura 6.14: Quantile Normal das Frequências

a) 1°L; b) 2°V; c) 3°V; d) 4°L; e) 5°V; f) 6°V; g) 7°V; h) 8°T; i) 9°V; j) 10°V; k) 11°T

Neste caso, observe que as frequências não são normalmente distribuídas, pois alguns pontos estão fora dos limites.

## 6.2.6 Resumo dos resultados estatísticos

A Tabela 6.2 apresenta o resumo dos resultados encontrados.

Tabela 6.2: Resumo dos resultados estatísticos

Parâmetros	1° L	2° V	3° V	4° L	5° V	6° V	7° V	8° T	9° V	10° V	11° T
<b>Média Aritmética</b>	0.2480	0.3442	0.4726	0.7355	0.6928	0.7775	0.8420	0.9422	1.0804	1.3729	1.4576
<b>Valor Médio</b>	0.2511	0.3465	0.4737	0.7318	0.6944	0.7722	0.8410	0.9443	1.0790	1.3714	1.4567
<b>Desvio Padrão</b>	0.0490	0.0429	0.0565	0.0775	0.0776	0.0855	0.0919	0.0959	0.1045	0.1321	0.1418
<b>Variância</b>	0.0024	0.0018	0.0032	0.0060	0.0060	0.0073	0.0084	0.0092	0.0109	0.0174	0.0201
<b>Min</b>	0.1172	0.1842	0.2636	0.5149	0.3680	0.5306	0.5693	0.5798	0.7966	1.0340	1.0779
<b>Max</b>	0.4046	0.5093	0.6842	0.9916	0.9532	1.0707	1.1126	1.2108	1.3689	1.7170	1.7993
<b>Mediana</b>	0.2544	0.3478	0.4760	0.7326	0.6929	0.7699	0.8409	0.9451	1.0810	1.3723	1.4550
<b>Fronteira Inferior</b>	0.1322	0.2461	0.3383	0.5365	0.5067	0.5576	0.6129	0.6965	0.7966	1.0340	1.0779
<b>Fronteira Superior</b>	0.3597	0.4419	0.6048	0.9310	0.8801	0.9886	1.0849	1.1789	1.3689	1.7170	1.7993
<b>Maior Densidade Inferior</b>	0.2326	0.3227	0.4464	0.6791	0.6526	0.7105	0.7783	0.8858	0.9901	1.2847	1.3496
<b>Maior Densidade Superior</b>	0.2865	0.3716	0.5132	0.7747	0.7458	0.8163	0.9005	1.0074	1.1331	1.4624	1.5421

## 6.2.7 Modelo de Grelha

Do mesmo modo, para o modelo em grelha é apresentado a seguir as respostas estatísticas para a variável das frequências dos modos.

## 6.2.8 Funções de Densidade de Probabilidade - PDF

A Figura 6.15 exibe a distribuição de frequência dos dados agrupados. A distribuição é assimétrica e negativamente inclinada, a maioria dos pontos tende a ocorrer em direção à extremidade superior da escala.

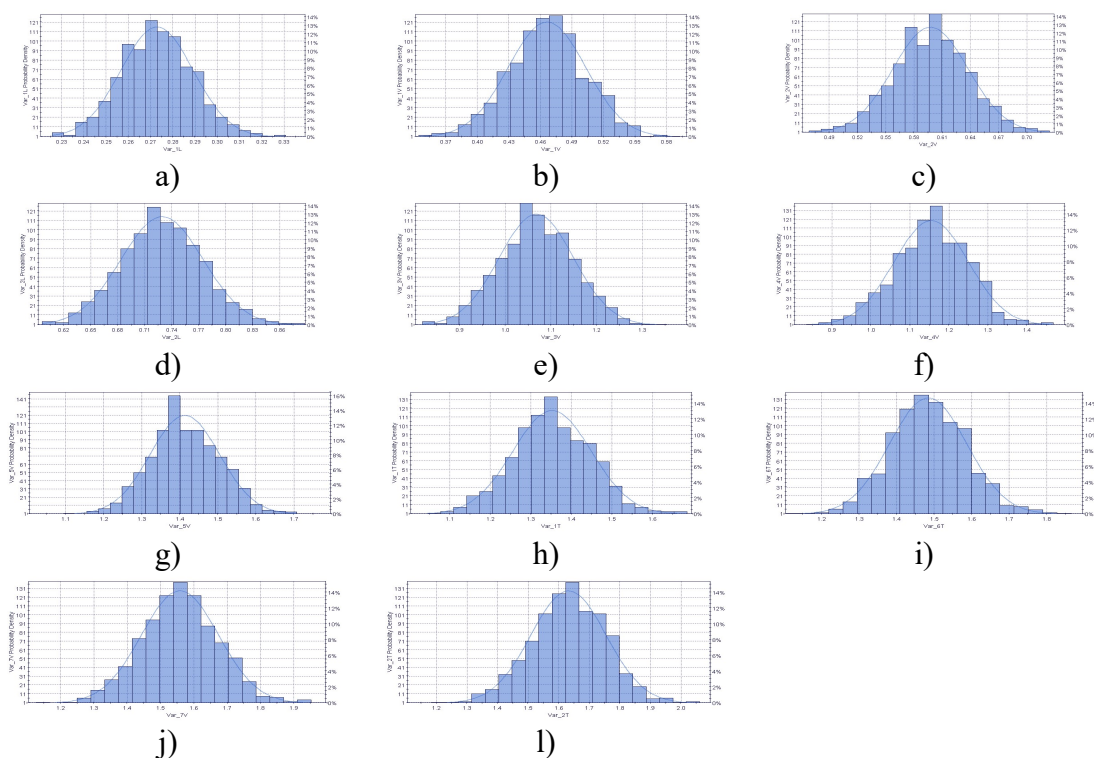
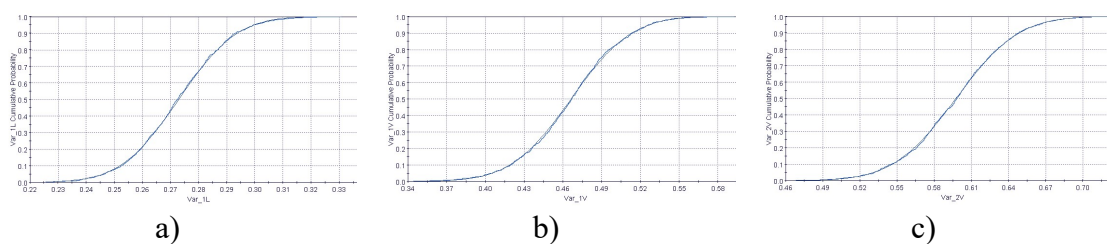


Figura 6.15: PDF das frequências dos modos

a) 1°L; b) 2°V; c) 3°V; d) 4°L; e) 5°V; f) 6°V; g) 7°V; h) 8°T; i) 9°V; j) 10°V; e l) 11°T

## 6.2.9 Função de Distribuição Cumulativa – CDF

A função de distribuição cumulativa (CDF) das frequências, Figura 6.16, descreve a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória de valor real.





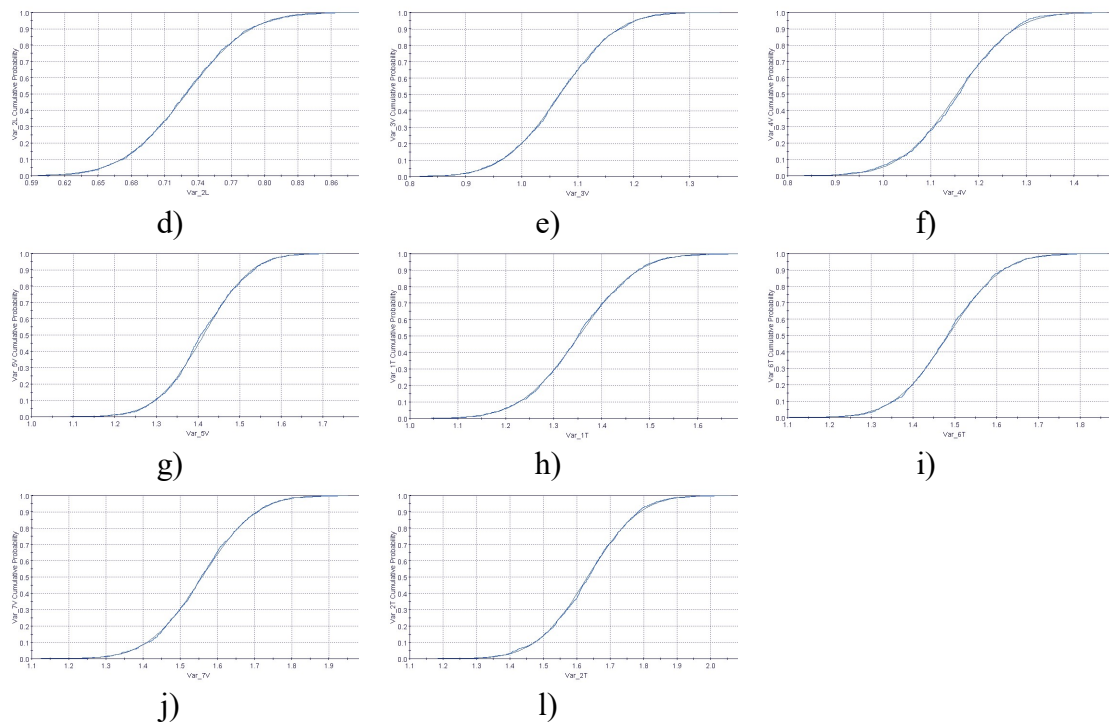


Figura 6.16: CDF das frequências dos modos

a) 1°L; b) 2°V; c) 3°V; d) 4°L; e) 5°V; f) 6°V; g) 7°V; h) 8°T; i) 9°V; j) 10°V; e l) 11°T

### 6.2.10 Box-Whiskers

A Figura 6.17 apresenta uma indicação visual dos primeiros valores de quartil, mediana e terceiro quartil das amostras selecionadas, incluindo o menor intervalo contendo metade das amostras (a metade mais densa), e o limites de confiança de 95% para o valor médio.

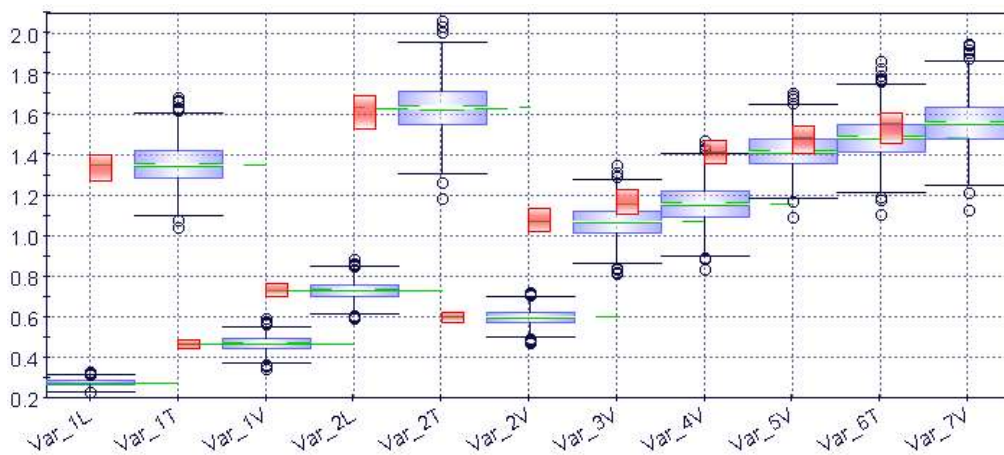


Figura 6.17: Box-Whiskers das frequências

## 6.2.11 Quantile Normal

A Figura 6.18 exibe um gráfico quantile das amostras da variável selecionada versus quantiles teóricos de uma distribuição normal.

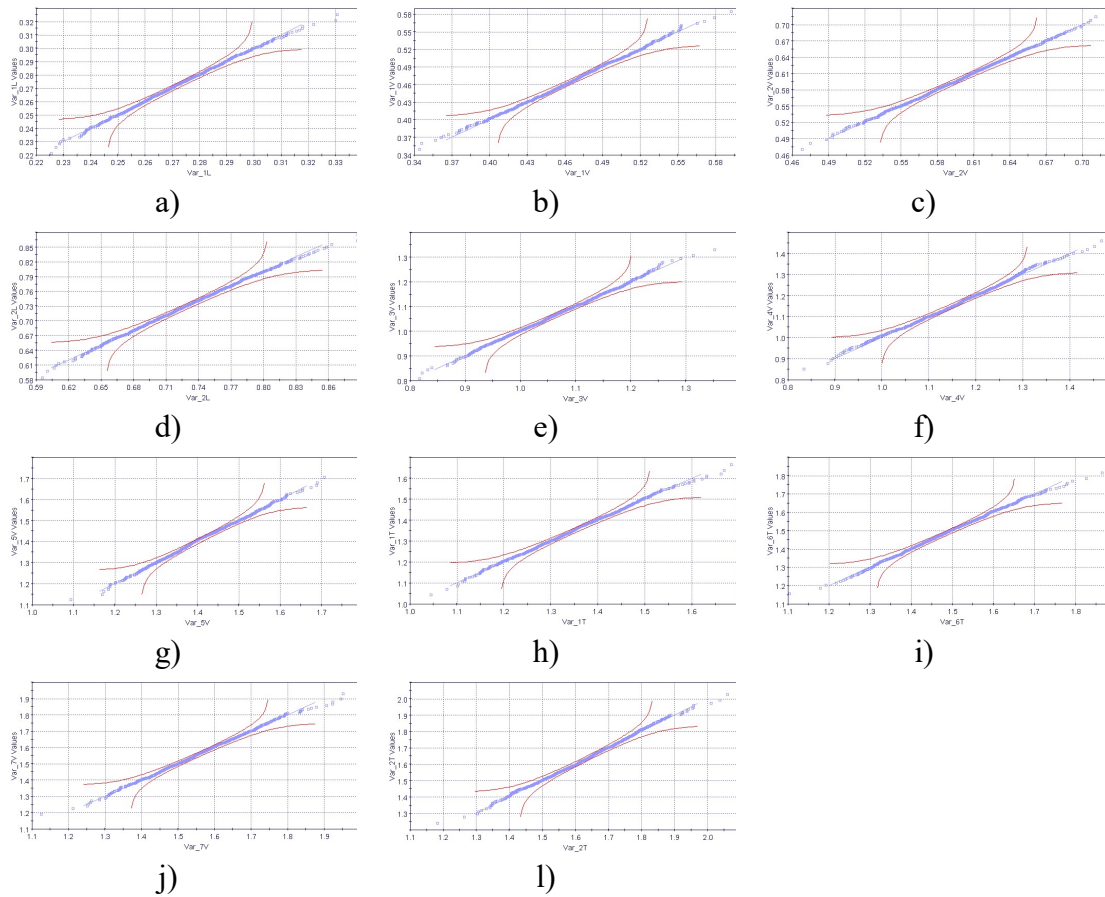


Figura 6.18: Quantile Normal das frequências dos modos  
a) 1°L; b) 2°V; c) 3°V; d) 4°L; e) 5°V; f) 6°V; g) 7°V; h) 8°T; i) 9°V; j) 10°V; e l) 11°T

## 6.2.12 Resumo dos resultados estatísticos

A Tabela 6.3 apresenta o resumo dos resultados encontrados.

Tabela 6.3: Resumo dos Resultados Estatísticos

Parâmetros	1° L	2° V	3° V	4° L	5° V	6° V	7° V	8° T	9° V	10° V	11° T
<b>Média Aritmética</b>	0.2729	0.4664	0.5977	0.7294	1.0684	1.1550	1.4136	1.3526	1.4844	1.5589	1.6327
<b>Valor Médio</b>	0.2727	0.4667	0.5977	0.7289	1.0689	1.1572	1.4112	1.3516	1.4828	1.5581	1.6351
<b>Desvio Padrão</b>	0.0163	0.0368	0.0399	0.0456	0.0817	0.0954	0.0913	0.0973	0.1030	0.1157	0.1229
<b>Variância</b>	0.0003	0.0014	0.0016	0.0021	0.0067	0.0091	0.0083	0.0095	0.0106	0.0134	0.0151
<b>Min</b>	0.2257	0.3444	0.4685	0.5958	0.8178	0.8345	1.0943	1.0451	1.1045	1.1256	1.1840
<b>Max</b>	0.3307	0.5925	0.7238	0.8877	1.3531	1.4679	1.7078	1.6850	1.8650	1.9515	2.0611
<b>Mediana</b>	0.2726	0.4668	0.5982	0.7289	1.0675	1.1581	1.4061	1.3509	1.4831	1.5565	1.6368
<b>Fronteira Inferior</b>	0.2299	0.3737	0.4978	0.6110	0.8677	0.8965	1.1849	1.1018	1.2176	1.2527	1.3049
<b>Fronteira Superior</b>	0.3157	0.5526	0.7012	0.8480	1.2753	1.4079	1.6487	1.6052	1.7529	1.8657	1.9580
<b>Maior Densidade Inferior</b>	0.2612	0.4422	0.5718	0.7018	1.0240	1.1050	1.3548	1.2699	1.4090	1.4582	1.5284
<b>Maior Densidade Superior</b>	0.2827	0.4880	0.6233	0.7613	1.1326	1.2318	1.4722	1.3979	1.5449	1.6097	1.6894

### 6.3 VALIDAÇÃO DO MODELO

A distribuição de probabilidade de alguma variável aleatória,  $X$ , com função de distribuição cumulativa indicada  $F$  e função de densidade de probabilidade  $f$ , pode ser utilizada para estimar várias características de distribuição de uma amostra aleatória de tamanho  $n$ . Assim, seja uma amostra aleatória dada por  $X_1, \dots, X_n$  e suas realizações observadas dada por  $x_1, \dots, x_n$ , a média e o desvio padrão podem ser estimados a partir desta amostra, contudo, há muitos casos em que a localização e a dispersão adicionais são de maior valor, conforme Steinber (1983).

Desta forma, o  $p$ -th quantile, denotado  $F^{-1}(p)$  ou  $\varepsilon_p$ , da distribuição  $F(X)$  pode ser definido pela Equação 6.1, onde,  $\varepsilon_{0.5}$  é a mediana da distribuição,  $\varepsilon_{0.95}$  é o percentil de 95%.

$$\int_{-\infty}^{\varepsilon_p} F(X) dx = p \rightarrow Q(p) = \inf\{x \in \mathbb{R}: p \leq F_X(x)\}, 0 < p < 1$$

*Equação 6.1*

O envelope com a probabilidade  $P_c$  pode ser definido pela Equação 6.2, onde  $r^+ = Q((1 + P_c)/2)$  e  $r^- = Q((1 - P_c)/2)$ .

$$P\{r^- < X \leq r^+\} = P_c$$

*Equação 6.2*

A estimativa por meio de percentis, onde  $X_1 < X_2 \dots < X_n$  são observações independentes da variável  $X$ , é definida pela Equação 6.3, sendo  $n^+ = \text{floor}\left(\frac{n(1+P_c)}{2}\right)$  e  $n^- = \text{floor}\left(\frac{n(1-P_c)}{2}\right)$ .

$$\hat{r}^+ = X_{n^+} \text{ e } \hat{r}^- = X_{n^-}$$

*Equação 6.3*

O gráfico da função envelope é ilustrado na Figura 6.19 e Figura 6.20, e mostra a comparação entre um resultado de simulação com dados experimentais, apresentando o gráfico anterior com a inclusão de um envelope de confiabilidade em torno da simulação de dois modelos analisados.



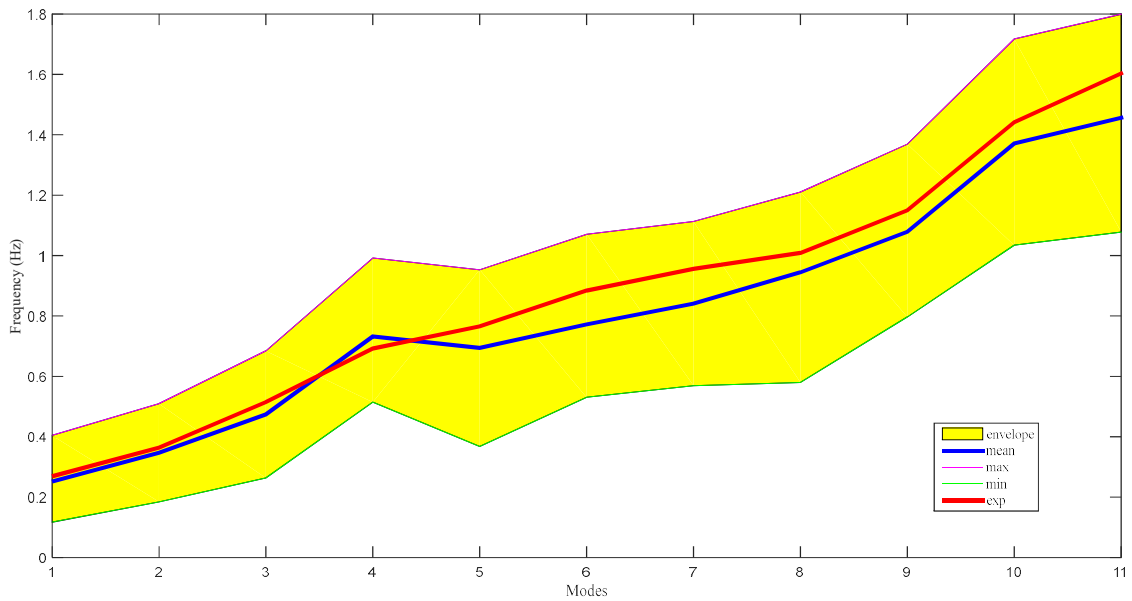


Figura 6.19: Comparação entre as simulações e os dados experimentais no envelope de confiabilidade para a simulação – Modelo Espinha de Peixe

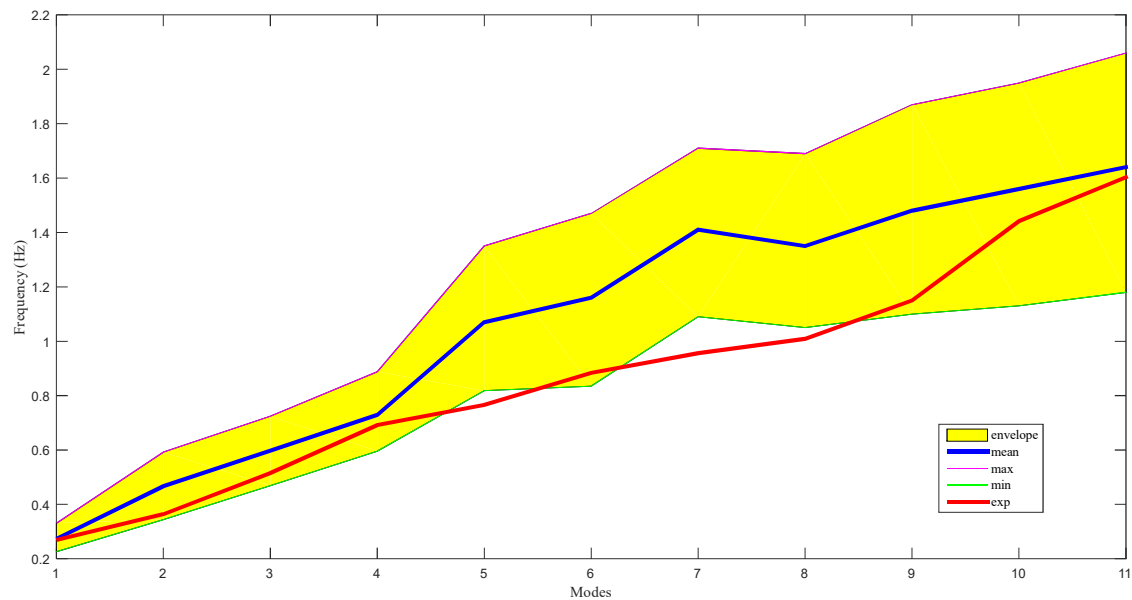


Figura 6.20: Comparação entre as simulações e os dados experimentais no envelope de confiabilidade para a simulação – Modelo Grelha

As linhas vermelhas na Figura 6.19 e Figura 6.20 representam a medida experimental, as linhas sólidas superior e inferior representam os envelopes superiores e inferiores da região de confiança calculada para um nível de probabilidade de 0.95, a linha azul sólida representa o valor médio da resposta aleatória do modelo computacional.

Resultados equivalentes foram encontrados por outros pesquisadores para estruturas de pontes, Durand et al. (2008).

O experimento se encaixa na região de confiança com um nível de probabilidade de 0.95 que valida a parte estrutural do modelo computacional da espinha de peixe. Exceto a 5ª, 7ª e 8ª frequências do modelo em grelha, que mostram uma violação da simulação em relação aos dados experimentais, as frequências apresentam valores válidos.

Portanto, pode-se concluir que a especificação de um envelope de confiabilidade para curvas obtidas a partir de simulações numéricas é uma tendência para a avaliação de modelo validado, onde o experimento e a simulação são comparados e o modelo computacional é considerado aceitável se o intervalo admissível para o valor experimental (definido pela linha em vermelho) está contido dentro do envelope de confiabilidade em torno da simulação.

#### **6.4 PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO**

A abordagem abre a possibilidade de realizar a quantificação da incerteza nos grandes sistemas dinâmicos estruturais de uma maneira computacionalmente eficiente. Os dados contidos no banco de dados foram gerados artificialmente e considerando as informações da tabela de assimilação de dados. O espaço de projeto pode ser considerado como um ambiente autônomo onde pode realizar análises estatísticas detalhadas de dados provenientes de abordagens diferentes e pode ser usado para extrair informações valiosas de um banco de dados.

Os estudos paramétricos podem fornecer informações valiosas sobre a importância relativa de diversas fontes de incerteza para a estruturas. Esta metodologia também pode fornecer resultados de referência necessários para desenvolver ferramentas computacionais mais eficientes, que podem ser usadas para estimar os efeitos da incerteza dos parâmetros do modelo nas respostas modais.

As funções de resposta de frequência medidas foram utilizadas para validar a aplicabilidade da abordagem proposta. A avaliação estatística dos parâmetros de projeto em relação às variáveis de estado tem a vantagem de avaliar a fronteira dos parâmetros a serem considerados no processo de atualização, restringindo o escopo dos parâmetros e o número de análises na otimização. A análise exploratória (*scanning*) foi útil ao melhorar a definição dos limites máximos e mínimos dos parâmetros candidatos à atualização.

A metodologia apresenta-se como uma ferramenta eficiente para avaliar os efeitos da incerteza dos parâmetros do modelo nas respostas modais da ponte. De fato, embora os resultados apresentados neste estudo estejam limitados ao modelo numérico de ponte estaiada, a metodologia pode ser facilmente aplicada a diferentes tipologias de pontes e estruturas.

Os resultados dos modelos forneceram resultados aceitáveis em relação aos dados experimentais. O modelo de espinha de peixe satisfaz o intervalo de confiança calculado, o espaço de confiança inclui todos os dados experimentais, o que indica que o nível de confiança do modelo é superior a 95%. Para o modelo de grelha, exceto para os casos das frequências 5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup>, que mostram uma violação da simulação em relação aos dados experimentais, as frequências mostram valores válidos.

Finalmente, a análise de confiabilidade pode ser identificada e simulada usando modelos validados com base em resultados de testes dinâmicos que apresentem valores de correlação superiores a 90%, como ressalta Catbas, et al (2007), consequentemente, o modelo também pode ser usado para esse fim.

## 7. ATUALIZAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

*As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain,  
and as far as they are certain, they do not refer to reality.*

*Albert Einstein*<sup>3</sup>

A grande maioria das técnicas de avaliações das estruturas vêm utilizando modelagem numérica pelo Métodos dos Elementos Finitos (MEF), como constatado na revisão bibliográfica. Desta forma, é de grande importância que o modelo numérico tenha uma boa correlação com a estrutura, visto que uma representação precisa é fundamental para obter com precisão confiável o comportamento estrutural. Neste sentido a atualização do modelo numérico tem como principal objetivo melhorar a correlação entre o modelo numérico e a estrutura.

Um modelo numérico pelo MEF representa com grande nível de detalhes a estrutura, contudo, não possui um nível adequado de confiabilidade uma vez que os resultados obtidos diferem dos resultados experimentais. Desse modo, a atualização do modelo permite superar este problema, constituindo uma ferramenta muito útil na representação numérica das estruturas. A representação de estruturas por meio de modelos de Elemento Finitos (EF) atualizados proporciona uma melhor correlação entre os resultados numéricos e experimentais, levando desta forma a uma representação mais precisa.

No campo de Verificação e Validação, o processo de atualização de modelos numéricos corresponde à alteração de um modelo em função dos dados experimentais com o intuito de minimizar erros e imprecisões da modelagem, e trabalhará no domínio da validação.

O sucesso do processo de atualização depende da concepção do modelo numérico da estrutura e da integração entre os modelos numéricos e experimentais. O processo de atualização empregado neste trabalho segue o fluxograma resumido apresentado na Figura 7.1.

---

<sup>3</sup> Albert Einstein, *Sidelights on relativity*, 1922 (p. 22)

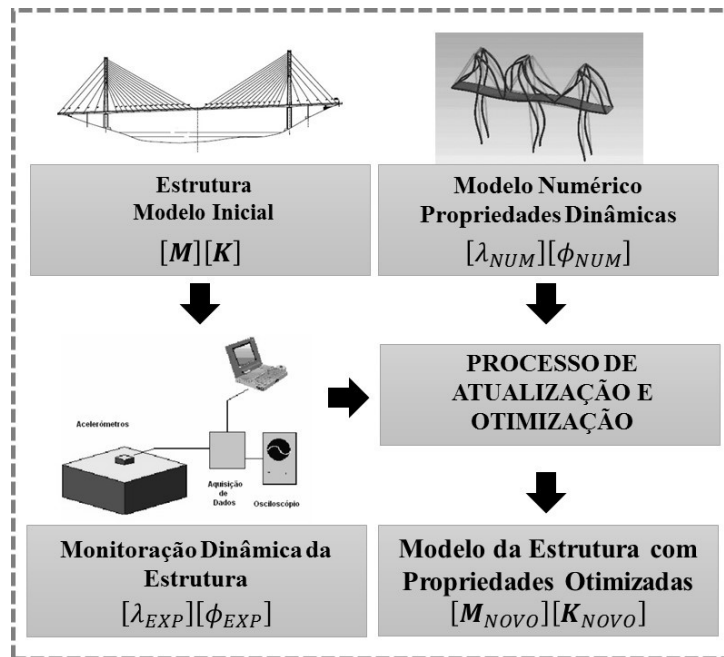


Figura 7.1: Processo de atualização de modelos numéricos de estrutura

Onde  $\lambda_{NUM}$  e  $\phi_{NUM}$  são respectivamente a frequência e o modo de vibração obtidos numericamente, e  $\lambda_{EXP}$  e  $\phi_{EXP}$  são a frequência e o modo de vibração experimental,  $M$  e  $K$  são respectivamente a matriz de massa e a matriz rigidez do modelo inicial da estrutura e  $M_{NOVO}$  e  $K_{NOVO}$  são a matriz de massa e a matriz rigidez do modelo numérico atualizado.

## 7.1 MÉTODO DE ATUALIZAÇÃO

Neste trabalho propor-se a atualização dos modelos numéricos utilizando dados de resposta da estrutura com as técnicas que minimizam os erros das equações da função objetivo. Para isso, os dois melhores modelos desenvolvidos e discutidos no Capítulo 6 ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS, com suas características de massa, amortecimento e rigidez, serão comparados com os dados experimentais medidos a partir dos ensaios dinâmicos.

O processo de atualização apresenta duas fases distintas a atualização manual e a automática. O princípio básico dos dois processos é o mesmo e consiste em alterar o modelo numérico com o objetivo de obter um novo modelo com comportamento mais próximo do experimental. A diferença está no processo de alteração do modelo, um manual e o outro por meio dos métodos de otimização.

A atualização manual (*Manual Update*) é um processo que pode ser feito quantas vezes se julgar necessário e visa o refinamento do modelo numérico. Esta fase do processo realiza mudanças de forma no modelo, parâmetros que descrevem a geometria e o material. O método trabalha com erros não quantitativos, como configurações de malhas, tipos de elementos e parâmetros estruturais. A escolha do modelo atualizado é definida pela melhor correlação entre o modelo numérico e o experimental. Nesta etapa de atualização as imprecisões no modelo que não são possíveis de se identificar quantitativamente podem ser alteradas e as características do novo modelo são comparadas aos dados dinâmicos experimentais. A finalidade é que o modelo numérico possa representar melhor o modelo real com a minimização dos erros não quantitativos. O melhor modelo do processo de atualização manual é o modelo inicial para a atualização automática.

A atualização automática (*Automatic Update*) de modelos em EF surgiu na década de 90 como um tópico de grande importância para as estruturas aeroespaciais e mecânicas e aos poucos foi ganhando espaço na engenharia civil, com estruturas cada vez mais esbeltas e complexas, como as pontes estaiadas. Neste processo a atualização é feita de forma iterativa, onde os parâmetros quantitativos do sistema são alterados por uma rotina computacional. Os erros nos dados geométricos, materiais, rigidez etc. são analisados e a decisão de convergência é automática, e dependerá da tolerância da função objetivo definida no pré-processamento. Contudo, devem garantir que seja conservado o significado físico dos parâmetros do modelo numérico no processo de atualização automática quando da correlação entre os dados experimentais e os dados numéricos.

Antes da atualização automática propriamente dita, realiza-se um pré-processamento, que consiste em uma análise de sensibilidade onde um conjunto de parâmetros a serem atualizados na atualização automática são definidos de acordo com diferenças entre o comportamento dinâmico dos dados analíticos e experimentais, utilizando as funções de resposta da estrutura. Assim, o modelo atualizado manualmente é então submetido a dois processos: pré-processamento, ou análise de sensibilidade, onde se define os parâmetros a serem atualizados e a atualização automática propriamente dita, onde a rotina computacional refina os parâmetros iterativamente.

O processo de atualização de modelos numéricos em EF pode ser visto como um procedimento que ignora as funcionalidades do próprio método. Contudo, é cada vez

maior o custo com energia computacional e armazenamento de dados, e a redução no tamanho dos modelos vem sendo cada vez mais almejada nas modelagens numéricas. Modelos em EF complexos como pontes estaiadas, por exemplo, podem conter centenas de milhares de graus de liberdade, que irá exigir que uma certa quantidade de informações estruturais possa ser armazenada e processada ao mesmo tempo, a atualização ajusta as matrizes de acordo com os resultados e reduz o esforço computacional evitando problemas com refinamento excessivo de malhas e aumento no número dos graus de liberdade.

## **7.2 PARÂMETROS DE CORRELAÇÃO**

Os parâmetros de correlação entre modos de vibração numéricos e experimentais a serem utilizados neste trabalho serão o Índice de Confiança Modal (MAC) para a comparação entre os modos de vibração, e a Porcentagem de Variação da Frequência índice FER.

### **7.2.1 Índice de Confiança Modal – MAC**

Segundo Allemang (2003), o desenvolvimento histórico do Índice de Confiança Modal foi originado a partir da necessidade de um indicador que garantisse a qualidade dos vetores modais experimentais estimados a partir de funções de resposta de frequências medidas. A função do índice MAC é fornecer uma medida da consistência ou do grau de linearidade entre as estimativas de um vetor modal, proporcionando um fator de confiança adicional na avaliação modal.

O índice MAC proporciona um método de comparação entre as estimativas de vetores modais provenientes de diferentes fontes como simulações numéricas e ensaios experimentais. Assim, pode-se utilizá-lo para comparar os vetores modais obtidos por meio de uma análise baseada em elementos finitos aos vetores determinados experimentalmente. Da mesma forma, o índice MAC pode ser utilizado para comparar os vetores modais determinados por meio de diferentes métodos de identificação de parâmetros experimentais, nesta abordagem os métodos de identificação podem ser checados de forma a avaliar a consistência mútua dos diferentes procedimentos, em vez de estimar os vetores modais especificamente.

O índice de confiança modal é uma técnica que utiliza as amplitudes dos modos de vibração experimentais e numéricos nos pontos onde foram colocados os sensores na realização do experimento. O índice MAC é definido conforme Equação 7.1:

$$MAC_{gh} = \frac{|\phi_g^T \phi_h|^2}{(\phi_h^T \phi_h)(\phi_g^T \phi_g)}$$

Equação 7.1

Onde,  $\phi_h$  é o vetor do modo de vibração  $h$  obtido numericamente e  $\phi_g$  é o vetor do modo de vibração  $g$  obtido experimentalmente. O índice MAC pode variar 0 a 1, sendo que o valor 1 indica correlação completa entre os dois modos comparados, e o valor 0 indica que um modo é completamente independente do outro. Valores a partir de 0,9 indicam em geral uma boa correlação.

Conforme Allemang (2003), o índice modal MAC vem sendo utilizado principalmente na validação de modelos modais experimentais, correlação com modelos analíticos modais, ponderação de algoritmos modelo de atualização, detecção de falhas estruturais, danos e avaliações de controle de qualidade.

### 7.2.2 Variação da Frequência – FER

A correlação entre as frequências naturais é definida pelo índice FER. Assim, para o modo experimental  $g$  e um modo numérico  $h$ , o índice é dado pela Equação 7.2:

$$FER_{gh} = \frac{\lambda_h - \lambda_g}{\lambda_g}$$

Equação 7.2

Onde,  $\lambda_h$  representa a frequência natural numérica do modo  $h$  e  $\lambda_g$  representa a frequência experimental do modo  $g$ .

### 7.2.3 Critério de Seleção dos Modos e Frequências

Calculados os índices  $MAC_{gh}$  e  $FER_{gh}$ , será efetuada uma análise para selecionar dentre todos os modos numéricos  $h$  os que estão correlacionados com os modos experimentais  $g$ , visto que  $h > g$ . Para a seleção é escolhido o par numérico – experimental verificando entre todos os modos numéricos  $h$  os que apresentam os maiores valores de  $MAC_{gh}$ . Tendo este conjunto de modos numéricos  $h$ , é então selecionado o que apresenta o menor



valor de  $FER_{gh}$  relacionados aos modos experimentais. Assim, obtém-se o modo numérico de vibração  $\phi_h$  e as frequências naturais  $\lambda_h$  correlacionados aos modos experimentais.

### 7.3 OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS

Otimização é o ato de obter o melhor resultado sob determinadas circunstâncias, o problema de otimização está relacionado à minimização ou maximização de uma função chamada Função Objetivo, sujeita a algumas restrições. Assim, as técnicas de otimização são utilizadas para encontrar um conjunto de parâmetros de projeto, que podem de alguma forma serem definidos como ideais ou ótimos. A otimização pode ser descrita como um processo para encontrar as condições que darão os valores máximos ou mínimos da função objetivo.

A formulação de um problema de otimização envolve a tradução de um problema físico para uma apresentação matemática, com definição das restrições e da função objetivo. Esta formulação depende da definição de um grupo de parâmetros, aos quais são atribuídos valores que descrevem um modelo. Os parâmetros definidos ficam livres para serem manipulados, de modo a satisfazer os requisitos do problema. À medida que as variáveis de projeto tenham valores que satisfaçam as restrições, pode-se dizer que este projeto ou que estas variáveis pertencem a um domínio factível. Caso contrário, diz-se que as variáveis de projeto pertencem a um domínio inviável.

Contudo, a solução eficiente e precisa para o problema de otimização não depende apenas do número de restrições e das variáveis de projeto, mas também das características destas funções objetivo e das restrições.

Quando tanto a função objetivo como as restrições são funções lineares definidas como variáveis de projeto, o problema é conhecido como um Problema de Programação Linear (PL). Já quando se trata de minimização ou maximização de uma função objetivo quadrática, onde a restrição é linear, então o problema designa-se por Programação Quadrática (PQ). A solução mais complexa é o problema de Programação Não-Linear (PNL), na qual a função objetivo e as restrições podem ser funções não-lineares das variáveis de projeto.

O problema de otimização também requer um critério para avaliar a eficiência de cada sistema. Este critério é uma função que depende das variáveis de projeto ou de dependência do projeto, tais como os módulos de elasticidade, massa específica dos materiais ou propriedades geométricas das peças. Na evolução desta função, as variáveis de projeto devem respeitar limites, pela imposição das condições de restrição.

A chamada otimização estrutural identifica o tipo de problema de projeto onde o grupo de parâmetros é subdividido em parâmetros pré-fixados ou variáveis de projeto. O problema consiste, então, em determinar os valores ótimos das variáveis de projeto, tal que elas maximizem ou minimizem uma função específica chamada de função objetivo, enquanto satisfazem o grupo de requisitos geométricos, chamado de restrições lateral ou comportamental ou restrições de estado, que são especificados a priori para o projeto.

Resumidamente, pode-se descrever o processo de otimização de um problema em três etapas:

- Identificação das variáveis de projeto, que é feita no processo de análise de sensibilidade;
- Identificação da função objetivo, a qual avaliará o desempenho do projeto em relação a todos os parâmetros de projeto; e
- Formulação, identificação e desenvolvimento de expressões matemáticas responsáveis pela imposição das restrições do projeto.

### 7.3.1 Formulação Geral de Otimização

Na otimização são empregados três tipos de parâmetros que caracterizam o processo: as Variáveis de Projeto (*Design Variable - DV*); as Variáveis de Estado (*State Variable - SV*) e a função objetivo (*Objective Function - OF*). Estas variáveis são representadas através de parâmetros escalares em uma Linguagem Paramétrica de Projeto ANSYS®, APDL (*ANSYS® Parametric Design Language*).

De certa forma as variáveis de projeto podem ser representadas por um vetor apresentado na Equação 7.3:

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$$

Equação 7.3

Onde,  $a$  é o vetor contendo as variáveis de projeto,  $a_i$  que são as variáveis independentes ou de projeto.

As variáveis de projeto são submetidas a  $n$  inequações de restrição com limites superiores e inferiores, representadas pela Equação 7.4:

$$a_i^i \leq a_i \leq a_i^s, (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad \text{Equação 7.4}$$

Sendo,  $a_i^i$  o limite inferior e  $a_i^s$  o limite superior da variável independente  $a_i$ .

Assim, o principal objetivo do processo de otimização é minimizar a função objetivo,  $f_0 = f(a)$  que está sujeita as restrições da Equação 7.5:

$$\begin{aligned} g_i(a) &\leq \bar{g}_i, (i = 1, 2, 3, \dots, m_1) \\ \underline{w}_i &\leq w_i(a) \leq \bar{w}_i, (i = 1, 2, 3, \dots, m_2) \\ \underline{h}_i(a) &\leq h_i, (i = 1, 2, 3, \dots, m_3) \end{aligned} \quad \text{Equação 7.5}$$

Onde,  $g_i$ ,  $h_i$  e  $w_i$  são as restrições das variáveis de estado do projeto, sendo que as barras superiores e inferiores representam respectivamente os limites das restrições superiores e inferiores, e os limites  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$  são os números de variáveis de estado com diferentes valores de limites superiores e inferiores.

As restrições das variáveis de projeto são frequentemente chamadas de restrições laterais e definem o que é geralmente classificado como espaço possível de projeto ou espaço viável de projeto.

O sucesso da aplicação de métodos de atualização, além de estar relacionado à precisão do modelo numérico e à qualidade do teste modal, depende também de uma boa definição do problema de otimização, ou seja, da definição das variáveis e da função objetivo assim como das suas restrições, e da capacidade do algoritmo de otimização.

Para conduzir o processo de otimização é necessário ainda desenvolver um modelo paramétrico do sistema, onde os parâmetros a serem otimizados deverão ser incluídos no modelo como variáveis. O processo parte de uma solução inicial com as variáveis de projeto definidas pelo usuário e a partir daí o programa utiliza um processo iterativo para se chegar à solução ótima.

### 7.3.2 Análise de Sensibilidade

Segundo Friswell e Mottershead (1995) a escolha dos parâmetros é um passo crucial na atualização de modelos. Os parâmetros devem ser escolhidos com o objetivo de corrigir as incertezas do modelo, sendo a análise de sensibilidade das respostas em relação aos parâmetros escolhidos, uma forma de limitar o número de variáveis e evitar possíveis problemas de mau condicionamento no processo de atualização.

A análise de sensibilidade também é capaz de identificar o sentido da variação do parâmetro de atualização, determinando se esta é diretamente ou inversamente proporcional à variação da variável de estado ou da função objetivo, Mottershead e Friswell (1993).

Para mensurar a sensibilidade a técnica computacional de diferenças finitas, apesar de apresentar um alto custo computacional, apresenta formulação simples. A aproximação por diferenças finitas permite calcular a resposta de derivativos estruturais em relação às variáveis de projeto.

De tal modo, na análise de sensibilidade calcula-se o coeficiente de sensibilidade  $S_C$  definido como a correlação entre a derivada das variáveis de estado ou da função objetivo e a derivada das variáveis de projeto ou parâmetro de atualização, definido conforme Equação 7.6 e Equação 7.7:

$$\delta_Z = S_C \cdot \delta_A \quad \text{Equação 7.6}$$

$$S_C = \frac{\delta_Z}{\delta_A} = \frac{Z_m - Z}{A_m - A} \quad \text{Equação 7.7}$$

Onde,  $\delta_A = A_m - A$  representa a alteração nos parâmetros de atualização;  $\delta_Z = Z_m - Z$  representa a alteração nas variáveis de estado ou função objetivo.

Assim, a análise de sensibilidade é utilizada para definir os parâmetros de atualização e verificar o grau de sensibilidade dos parâmetros candidatos à atualização em relação à função objetivo e variáveis de estado. A sensibilidade associada aos parâmetros de projeto selecionado é calculada, permitindo assim selecionar os parâmetros mais sensíveis, que serão utilizados no processo de atualização.

Os parâmetros de projeto ou variáveis de projeto mais empregados e abordados neste trabalho são as propriedades dos materiais (módulo de Young, Poisson, Massa Específica etc.) e as dimensões físicas do sistema, como parâmetros de resposta ou variáveis de estado, foram considerados as frequências e modos de vibração.

### 7.3.3 Função Objetivo

Os coeficientes de correlação calculados baseiam-se na discrepância entre o valor numérico e experimental das respostas. As seguintes funções de correlação foram utilizadas no trabalho para compor a função objetivo utilizada no processo de atualização automática ou otimização dos parâmetros, e estão disponíveis no *software* FEMtools®.

As contribuições das várias respostas são ponderadas utilizando uma função de peso  $C_{R_i}$ .

Diferença relativa absoluta entre frequências ( $CC_{ABS}$ ) definida pela Equação 7.8, onde  $N$  é o número de frequências.

$$CC_{ABS} = \frac{1}{C_R} \sum_{i=1}^N C_{R_i} \frac{\Delta\lambda_i}{\lambda_i}; C_R = \sum_{i=1}^N C_{R_i}$$

Equação 7.8

Valores médios MAC ( $CC_{MAC}$ ) definida pela Equação 7.9, onde  $N$  é o número de MAC.

$$CC_{MAC} = 1 - \frac{1}{C_R} \sum_{i=1}^N C_{R_i} \cdot MAC_i; C_R = \sum_{i=1}^N C_{R_i}$$

Equação 7.9

Diferença absoluta entre deslocamentos modais ( $CC_{MDISP}$ ) definida pela Equação 7.10, onde  $N$  é o número de deslocamentos modais.

$$CC_{MDISP} = \frac{1}{C_R} \sum_{i=1}^N C_{R_i} \cdot \frac{|\Delta\Phi_i|}{\Phi_i}; C_R = \sum_{i=1}^N C_{R_i}$$

Equação 7.10

Diferença absoluta entre a participação das massas ( $CC_{MASS}$ ) definida pela Equação 7.11, onde  $N$  é o número de massa ativa.

$$CC_{MASS} = \frac{1}{C_R} \sum_{i=1}^N C_{Ri} \cdot \frac{|\Delta m_i|}{m_i}; C_R = \sum_{i=1}^N C_{Ri}$$

Equação 7.11

Assim a função objetivo foi definida como sendo as Diferenças Totais Ponderadas ( $CC_{TOTAL}$ ), definida pela Equação 7.12:

$$CC_{TOTAL} = CC_{ABS} + CC_{MAC} + CC_{MDIS} + CC_{MASS}$$

Equação 7.12

Durante o processo de otimização automática, o critério utilizado para a convergência dependeu do tipo dos dados utilizados e será descrito detalhado a seguir.

#### 7.4 FLUXOGRAMA DE ATUALIZAÇÃO

A Figura 7.2 apresenta o fluxograma do processo de atualização, onde se encontra o processo de otimização dos parâmetros de uma estrutura.

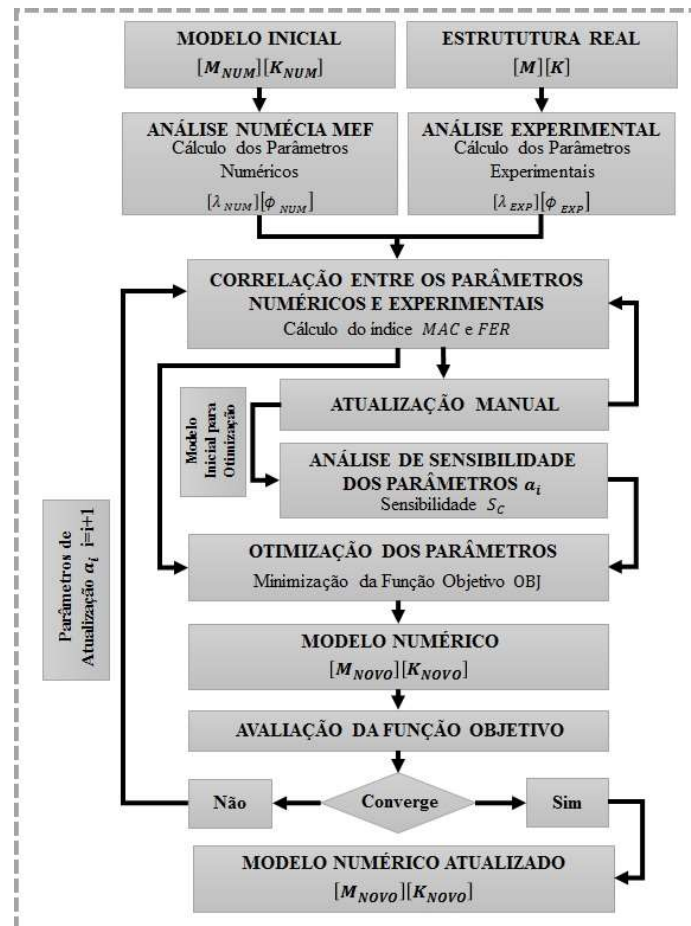


Figura 7.2: Processo de atualização e otimização dos parâmetros

## **7.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Pode-se dividir o processo de atualização em etapas distintas, a primeira consistiu na atualização manual do modelo, como pequenos ajustes na discretização do modelo, a segunda etapa foi a avaliação dos parâmetros susceptíveis ao processo de atualização automática, realizada por meio da análise de sensibilidade dos parâmetros, e finalmente na terceira etapa a atualização automática, onde os parâmetros foram modificados de forma a obter um modelo que melhor representa o comportamento experimental.

Foram realizadas duas atualizações dos modelos em duas fases distintas de ensaios experimentais, uma primeira com os dados dos ensaios dinâmicos datados de 1991, realizados ao final da construção da ponte, e os dados do segundo ensaio realizado em 2006, ambos relatados no Capítulo 3 CASO DE ESTUDO: PONTE SOBRE O RIO ARADE.

Conforme tratado no Capítulo 5 ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS, os modelos numéricos a serem utilizados no processo de atualização e otimização foram os modelos denominados Espinha de Peixe e Grelha com Elemento de Casca, deste modo são apresentados os resultados encontrados na atualização dos modelos em separado nos itens a seguir.

### **7.5.1 Otimização Projeto inicial – Ensaio 1991**

Neste item apresenta-se os valores iniciais e finais dos parâmetros de respostas, frequência e índice MAC, a análise de sensibilidade realizada para a definição dos parâmetros de projeto e o modelo final atualizado.

### **7.5.2 Modelo Espinha de Peixe**

O primeiro passo para a análise de atualização e otimização do modelo numérico baseado nos dados experimentais é a correlação numérico experimental. A Figura 7.3 apresenta a correlação entre os modelos por meio dos nós onde foram realizadas as medições nos ensaios experimentais.

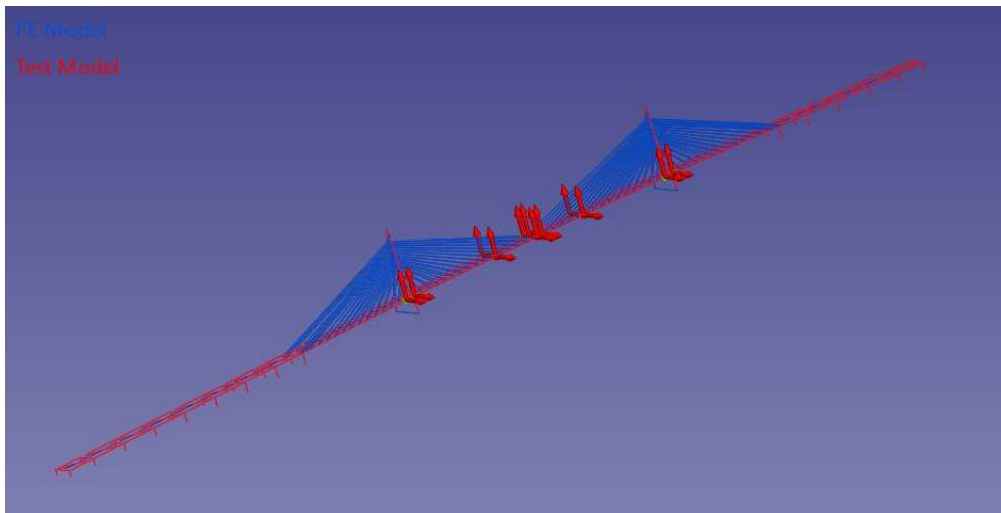


Figura 7.3: Correlação do modelo numérico (Azul) e experimental (Vermelho)

A Tabela 7.1 apresenta os valores das frequências numéricas, experimentais e a comparação da correlação entre as frequências índice FER e os valores do índice MAC, o qual correlaciona os modos de vibrações experimentais e numéricos em relação ao modelo inicial.

Tabela 7.1: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC

<b>Modo</b>	<b>Freq. Numérica (Hz)</b>	<b>Freq. Experimental (Hz)</b>	<b>FER (%)</b>	<b>MAC</b>
1 V	0,363	0,360	0,80	94,50
2 V	0,491	0,510	-3,79	93,10
3 V	0,728	0,750	-2,89	47,40
4 V	0,781	0,860	-9,14	73,50
5 V	0,871	0,940	-7,30	66,20
1 T	1,036	1,030	0,59	83,00
6 V	1,219	1,400	-12,93	37,40
2 T	1,556	1,600	-2,75	64,70

Os modos numéricos e experimentais iniciais apresentaram uma boa correlação, com valores de índice MAC que variaram de 47.4 a 94.5, sendo o valor médio 69.98, e o índice FER médio de 5.03%.

A Figura 7.4 e Figura 7.5 apresentam a comparação entre os modos de vibração numéricos e experimentais e os valores dos índices MAC calculados a partir do modelo inicial, respectivamente.



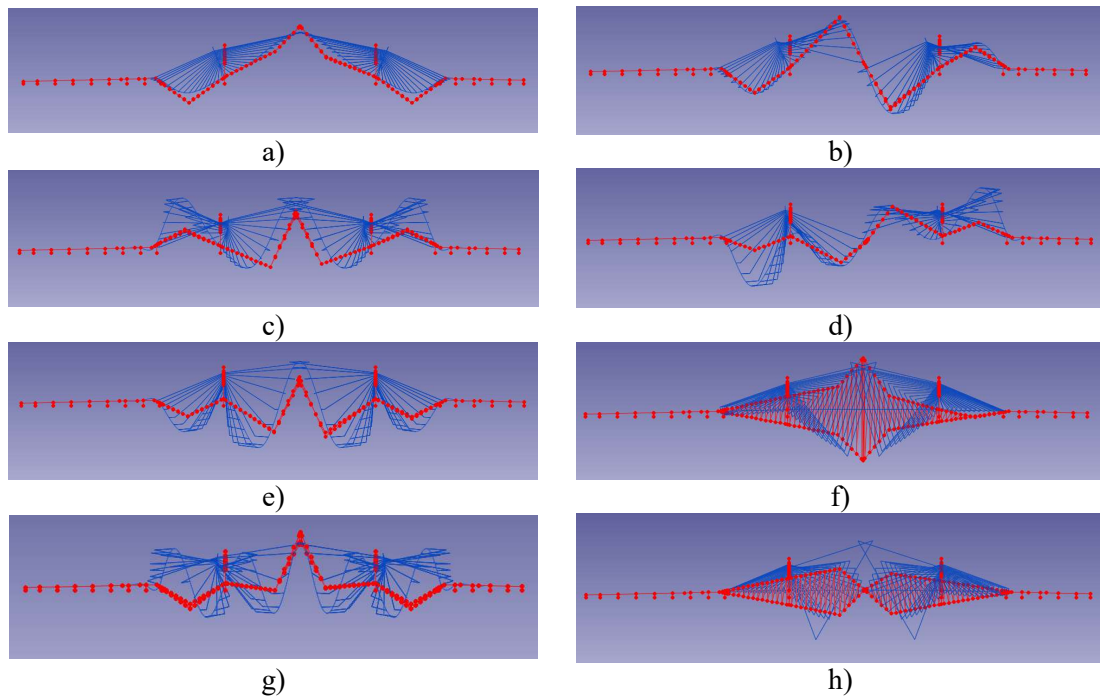


Figura 7.4: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)  
a) 1º Modo; b) 2º Modo; c) 3º Modo; d) 4º Modo; e) 5º Modo; f) 6º Modo; g) 7º Modo;  
e h) 8º Modo

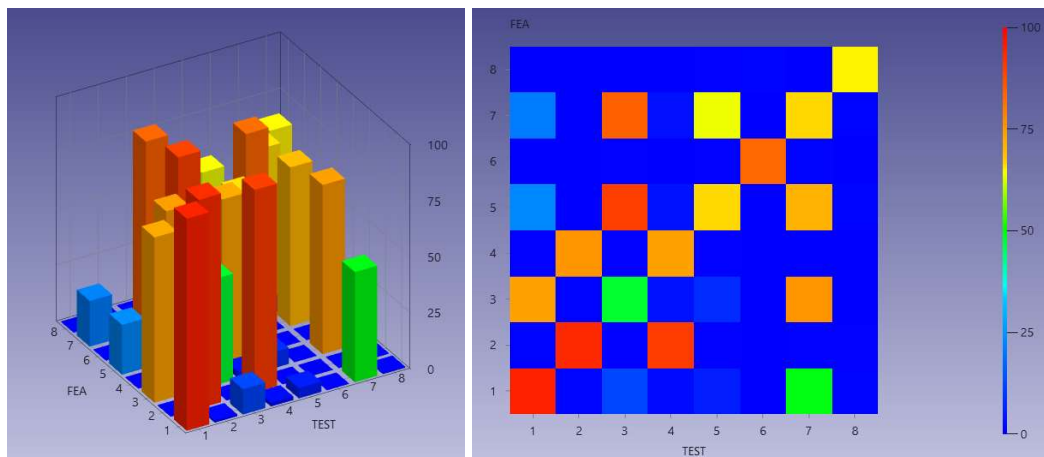


Figura 7.5: MAC antes da atualização

A análise de sensibilidade foi realizada no *software* FEMtools e teve como objetivo identificar os parâmetros a serem considerados no processo de atualização automática.

Foram testadas as correlações entre os parâmetros módulo de elasticidade (Parâmetro 1 a 9 do gráfico), massa específica (10 a 18), área (19 a 27) e inércia nas direções X (28 a 36), Y (37 a 45), Z (46 a 54) e coeficiente de Poisson (55 a 63) dos elementos viga principal, viga do viaduto de acesso, cabos, viga transversina e mastro, com as respostas das primeiras frequências (1 a 8) e os valores dos MAC dos modos correspondentes (9 a 16). A Figura 7.6 ilustra os valores dos coeficientes encontrados.

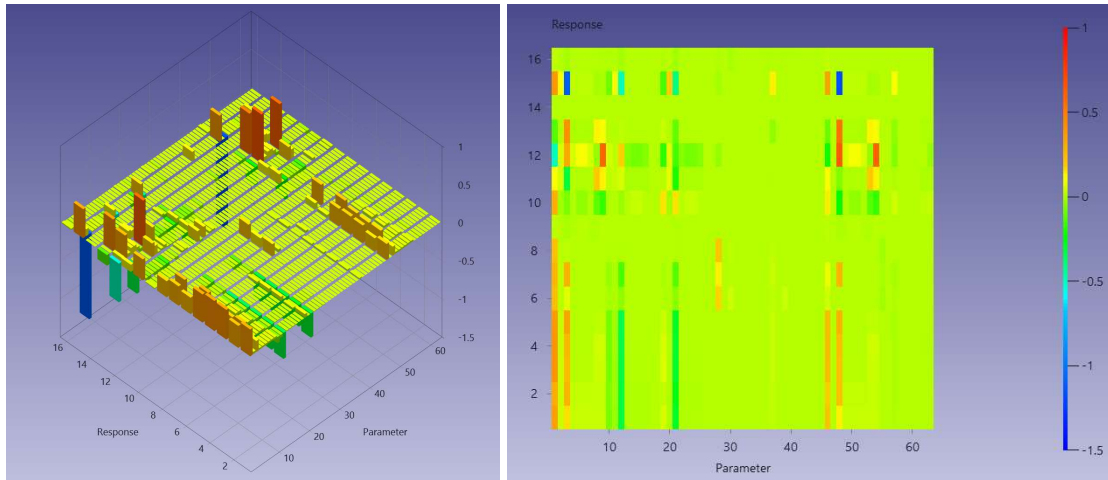


Figura 7.6: Análise de sensibilidade global

Como um resultado do estudo de sensibilidade, concluiu-se que, os parâmetros de maior impacto sobre a respostas foram o módulo de elasticidade das vigas transversinas (1), apresentando um coeficiente de sensibilidade normalizado de +2.6, seguido dos parâmetros massa específica (12) e área (21) da viga principal, com coeficientes de -2.15 e -2.55 respectivamente, e a inércia na direção Z da viga transversina (46) +1.45 e viga principal (48) +0.95. Os demais parâmetros apresentaram correlação com valores inferiores, contudo todos os parâmetros com valores de coeficientes de sensibilidade superiores a  $\pm 0.20$  foram considerados candidatos ao processo de atualização do modelo. A Figura 7.7 apresenta o gráfico do coeficiente de sensibilidade por parâmetro.

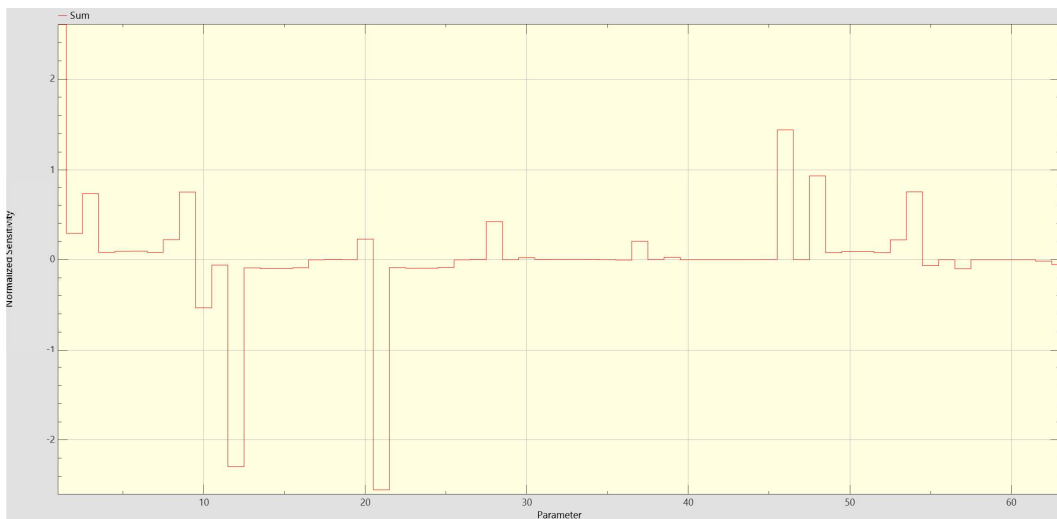


Figura 7.7: Coeficiente de sensibilidade normalizado

Assim, com base na análise de sensibilidade global, decidiu-se trabalhar com os 17 parâmetros que despontaram os valores absolutos de coeficiente de sensibilidade superiores a 0.2: módulo de elasticidade das vigas transversinas (1), cabos (2), viga principal (3) e viga dos viadutos de acesso (4) e (5); massa específica da viga transversina

(6), viga principal (7) e do mastro (8 a 11); área dos cabos (12); inercia na direção X da viga transversina (13); inércia na direção Z da viga transversina (14), viga principal (15) e viga dos viadutos de acesso (16) e (17), apresentados na Tabela 7.2 a seguir.

Tabela 7.2: Parâmetros da Atualização

Parâmetro	Tipo	Elemento	Símbolo	Limite Inferior (%)	Limite Superior (%)	Valor inicial
1	Elasticidade	Transversina	E	-150	150	3,68E+10
2	Elasticidade	Cabo	E	-15	15	2,00E+11
3	Elasticidade	Viga Principal	E	-150	150	3,68E+10
4	Elasticidade	Viga Viaduto	E	-150	150	3,68E+10
5	Elasticidade	Viga Viaduto	E	-150	150	3,68E+10
6	Massa Especifica	Transversina	RHO	-15	15	2.600,00
7	Massa Especifica	Viga Principal	RHO	-15	15	2.600,00
8	Massa Especifica	Mastro	RHO	-30	30	2.600,00
9	Massa Especifica	Mastro	RHO	-30	30	2.600,00
10	Massa Especifica	Mastro	RHO	-30	30	2.600,00
11	Massa Especifica	Mastro	RHO	-30	30	2.600,00
12	Área	Cabo	AX	-50	50	0,0201
13	Inércia X	Transversina	IX	-150	150	0,1099
14	Inércia Z	Transversina	IZ	-150	150	0,0400
15	Inércia Z	Viga Principal	IZ	-150	150	2,4484
16	Inércia Z	Viga Viaduto	IZ	-150	150	2,4484
17	Inércia Z	Viga Viaduto	IZ	-150	150	2,4484

Os parâmetros escolhidos para o processo de otimização foram então isolados dos demais parâmetros em uma nova análise de sensibilidade apresentada na Figura 7.8.

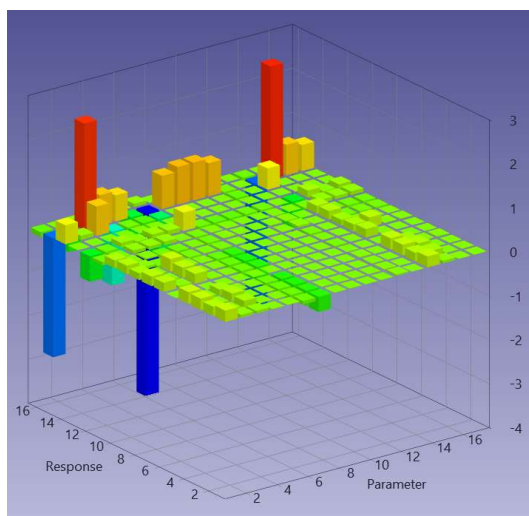


Figura 7.8: Análise de sensibilidade parâmetros selecionados

Considerando que no ensaio realizado em 1991 foram medidos apenas 8 pontos no tabuleiro, decidiu-se trabalhar com uma tolerância maior para os modos, assim, para a definição dos critérios de parada foi considerado o parâmetro  $CC_{Total}$  igual ou inferior a 1%, sendo que, durante as iterações, foram adotados como critério os valores MAC mínimo de 30 e FER máximo de 15%, para que os modos fossem correlacionados durante as iterações do processo de atualização.

Para a definição do espaço viável de projeto foram considerados os limites de variação dos parâmetros conforme tratado anteriormente.

O modelo foi então atualizado baseado nos dados do ensaio experimental de 1991, e os valores finais dos parâmetros analisados são apresentados na Tabela 7.3, média os parâmetros de projeto apresentaram uma variação de 6.45% em relação aos dados iniciais.

Tabela 7.3: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização

Parâmetro	Tipo	Elemento	Inicial	Atualizado	Diferença (%)
1	Elasticidade	Transversina	3,68E+10	3,05E+10	17,03
2	Elasticidade	Cabo	2,00E+11	1,70E+11	14,85
3	Elasticidade	Viga Principal	3,68E+10	2,58E+10	29,98
4	Elasticidade	Viga Viaduto	3,68E+10	3,03E+10	17,61
5	Elasticidade	Viga Viaduto	3,68E+10	3,11E+10	15,54
6	Massa Específica	Transversina	2.600,00	2.990,00	-15,00
7	Massa Específica	Viga Principal	2.600,00	2.620,11	-0,77
8	Massa Específica	Mastro	2.600,00	1.820,00	30,00
9	Massa Específica	Mastro	2.600,00	2.350,55	9,59
10	Massa Específica	Mastro	2.600,00	2.328,03	10,46
11	Massa Específica	Mastro	2.600,00	1.820,00	30,00
12	Área	Cabo	0,0201	0,0302	-50,00
13	Inércia X	Transversina	0,1099	0,1234	-12,31
14	Inércia Z	Transversina	0,0400	0,0939	-134,69
15	Inércia Z	Viga Principal	2,4484	2,2108	9,71
16	Inércia Z	Viga Viaduto	2,4484	4,8918	-99,79
17	Inércia Z	Viga Viaduto	2,4484	2,0020	18,23

Com o processo de atualização pode-se obter um modelo que melhor representa o comportamento experimental, uma vez que os valores das respostas, frequências e os valores dos MAC dos modos correspondentes encontradas se aproximaram ao comportamento experimental, conforme apresentado na Tabela 7.4.

Tabela 7.4: Valores Finais das Respostas

Modo	Freq. Numérica (Hz)	Freq. Experimental (Hz)	FER (%)	MAC
1 V	0,3701	0,3600	2,81	95,90
2 V	0,4916	0,5100	-3,61	95,30
3 V	0,7699	0,7500	2,66	70,00
4 V	0,8499	0,8600	-1,17	81,90
5 V	0,9281	0,9400	-1,27	82,50
1 T	1,0372	1,0300	0,70	80,40
6 V	1,4402	1,4000	2,87	56,70
2 T	1,6718	1,6000	4,49	66,00

Ao final do processo de atualização, o índice FER apresentou valor médio absoluto de 2.45% e o índice MAC valor médio de 78.58, em relação ao modelo inicial representa uma melhora em torno de 12.31% na representação dos modos e 51.40% nas frequências. Em termos do critério de correlação  $CC_{TOTAL}$ , este passou de 31.74 para o valor final de 23.6, apresentando uma melhora na correlação conjunta de modos e frequências, conforme apresenta na Tabela 7.5.

Tabela 7.5: Valores iniciais e finais dos critérios

Iteração	$CC_{ABS}$	$CC_{MAC}$	$CC_{TOTAL}$
0	5.32	26.43	31.74
15	2.19	21.40	23.60

A Figura 7.9 apresenta os valores dos índices MAC calculados a partir do modelo final atualizado.

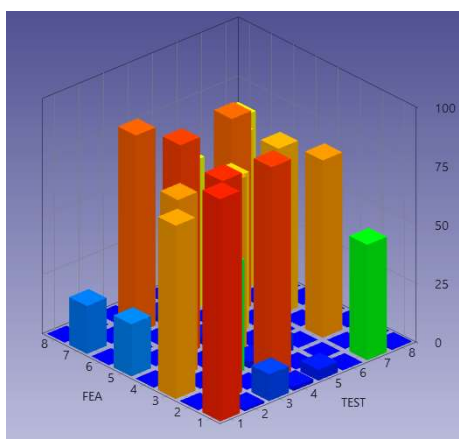


Figura 7.9: Índice MAC Final

Assim, pode-se concluir que o modelo atualizado apresentou melhor correlação com o comportamento experimental, apresentando uma melhora na correlação conjunta de modos e frequências em relação aos dados experimentais.

### 7.5.3 Modelo Grelha

A Figura 7.10 apresenta a correlação entre os modelos por meio dos nós onde foram realizadas as medições nos ensaios experimentais.

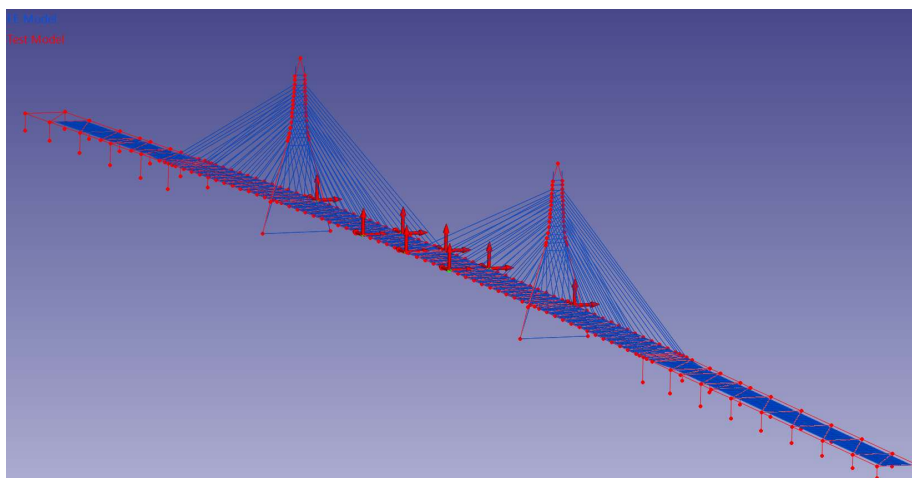


Figura 7.10: Correlação dos modelos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)

A Tabela 7.6 apresenta os valores das frequências numéricas, experimentais e a comparação da correlação entre as frequências índice FER e os valores do índice MAC, o qual correlaciona os modos de vibrações experimentais e numéricos em relação ao modelo inicial.

Tabela 7.6: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC

<b>Modo</b>	<b>Freq. Numérica (Hz)</b>	<b>Freq. Experimental (Hz)</b>	<b>FER (%)</b>	<b>MAC</b>
1 V	0,352	0,360	-2,09	93,60
2 V	0,512	0,510	0,38	98,90
3 V	0,952	0,750	26,95	37,80
4 V	1,023	0,860	18,95	96,60
5 V	1,176	0,940	25,14	94,00
1 T	1,312	1,030	27,37	88,80
6 V	1,427	1,400	1,92	39,30
2 T	1,682	1,600	5,12	79,80

Os modos numéricos e experimentais iniciais apresentaram uma boa correlação, com valores de índice MAC que variaram de 37.8 a 98.9, sendo o valor médio 78.60, e o índice FER médio de 13.50%. A Figura 7.11 e Figura 7.12 apresentam a comparação entre os modos de vibração numéricos e experimentais e os valores dos índices MAC calculados a partir do modelo inicial, respectivamente.

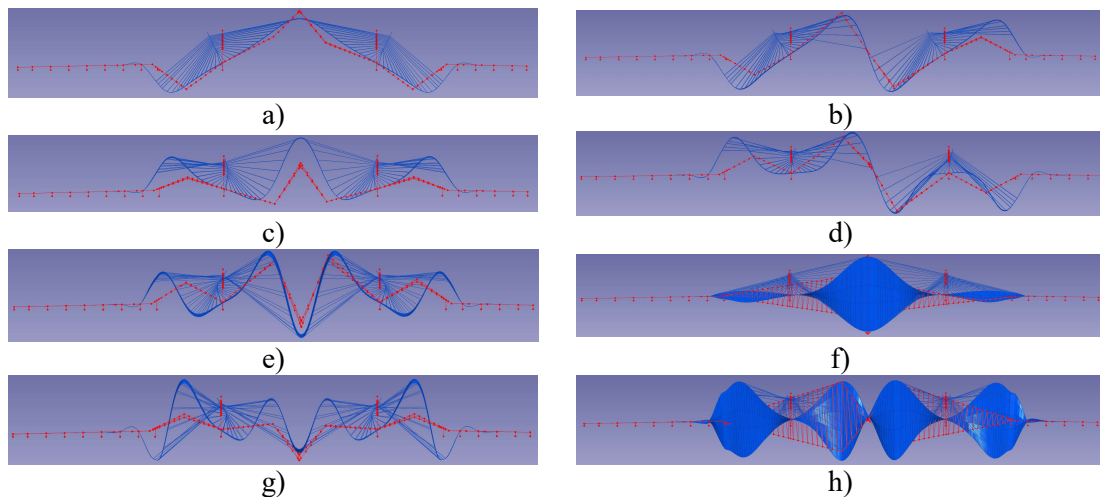


Figura 7.11: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)  
a) 1º Modo; b) 2º Modo; c) 3º Modo; d) 4º Modo; e) 5º Modo; f) 6º Modo; g) 7º Modo;  
e h) 8º Modo

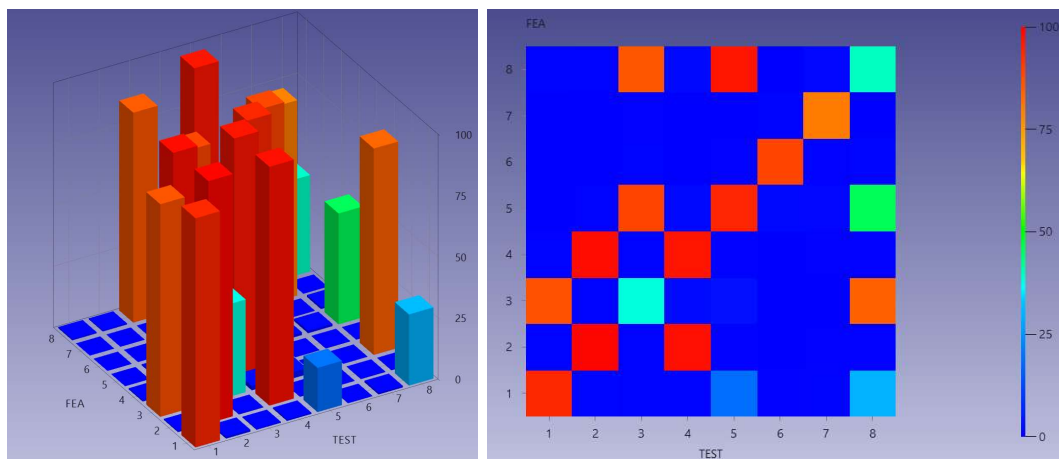


Figura 7.12: MAC antes da atualização

Na análise de sensibilidade realizada no *software* FEMtools® identificou-se os parâmetros a serem considerados no processo de atualização automática. Foram testadas as correlações entre os parâmetros módulo de elasticidade (1 a 12), massa específica (13 a 24), área (25 a 32) e inércia nas direções X (33 a 40), Z (41 a 48) e espessura da laje (49 a 52) dos elementos viga principal direita e esquerda e viga de bordo, cabos, mastro e laje, com as respostas das primeiras frequências (1 a 8) e os valores dos MAC dos modos correspondentes (9 a 16). A Figura 7.13 ilustra os valores dos coeficientes encontrados.

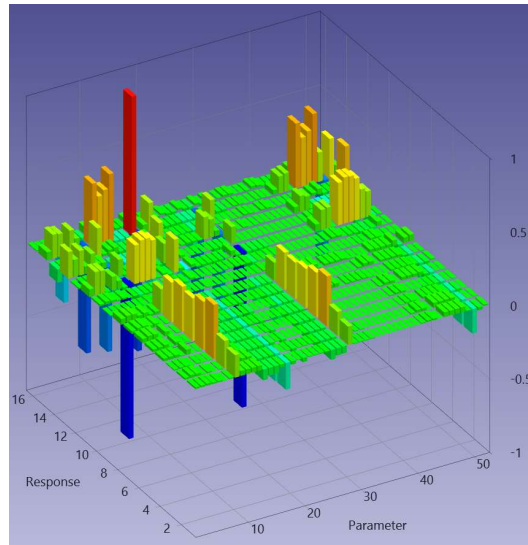


Figura 7.13: Análise de sensibilidade global

Como um resultado do estudo de sensibilidade, concluiu-se que, os parâmetros de maior impacto sobre a respostas foram o módulo de elasticidade das vigas principal esquerda e direita (2 e 3) e do mastro (12), apresentando um coeficiente de sensibilidade normalizado de +0.65 e +0.80 respectivamente, seguido dos parâmetros massa específica (16 e 17) da laje de apoio e laje principal, com coeficientes de +0.80 e -2.00, inércia na direção Z da viga principal (42 e 43) +0.45 e mastro (48) +0.80. Os demais parâmetros apresentaram correlação com valores inferiores, contudo todos os parâmetros com valores de coeficientes de sensibilidade superiores a  $\pm 0.20$  foram considerados candidatos ao processo de atualização do modelo. A Figura 7.14 apresenta o gráfico do coeficiente de sensibilidade por parâmetro.

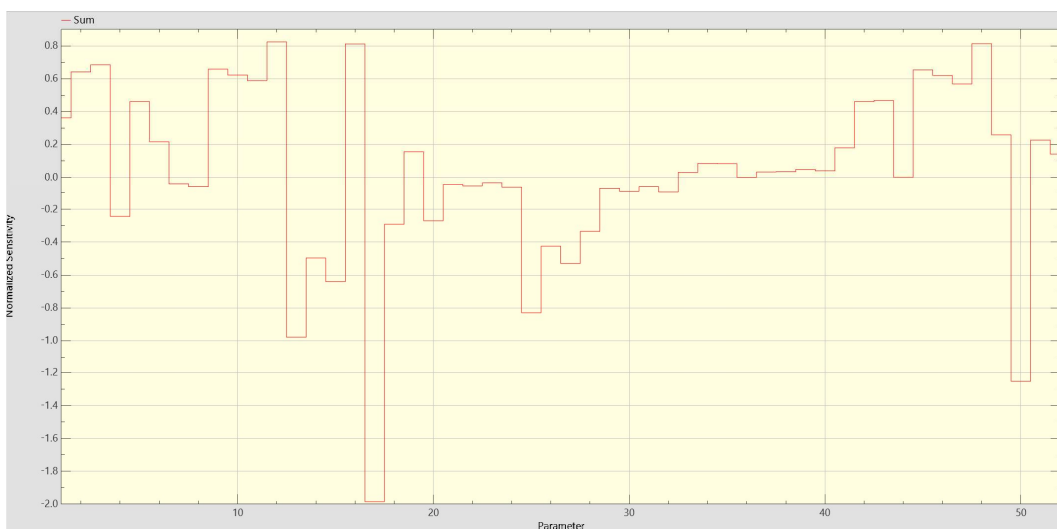


Figura 7.14: Coeficiente de sensibilidade normalizado



Assim, com base na análise de sensibilidade global, decidiu-se trabalhar com os 37 parâmetros que despontaram os valores absolutos de coeficiente de sensibilidade superiores a 0.2, apresentados na Tabela 7.7 a seguir.

Tabela 7.7: Parâmetros da Atualização

Parâmetro	Tipo	Elemento	Símbolo	Limite Inferior (%)	Limite Superior (%)	Valor inicial
1	Elasticidade	Viga de Bordo	E	-150	150	4,10E+10
2	Elasticidade	Viga Principal	E	-150	150	4,10E+10
3	Elasticidade	Viga Principal	E	-150	150	4,10E+10
4	Elasticidade	Laje Apoio	E	-150	150	4,10E+10
5	Elasticidade	Laje Central	E	-150	150	4,10E+10
6	Elasticidade	Laje Principal	E	-150	150	4,10E+10
7	Elasticidade	Cabos	E	-15	15	1,90E+11
8	Elasticidade	Mastro	E	-150	150	4,10E+10
9	Elasticidade	Mastro	E	-150	150	4,10E+10
10	Elasticidade	Mastro	E	-150	150	4,10E+10
11	Elasticidade	Mastro	E	-150	150	4,10E+10
12	Massa Específica	Viga de Bordo	RHO	-20	20	3.000,00
13	Massa Específica	Viga Principal	RHO	-20	20	3.000,00
14	Massa Específica	Viga Principal	RHO	-20	20	3.000,00
15	Massa Específica	Laje Apoio	RHO	-20	20	3.000,00
16	Massa Específica	Laje Viaduto	RHO	-20	20	3.000,00
17	Massa Específica	Laje Central	RHO	-20	20	3.000,00
18	Massa Específica	Laje Principal	RHO	-20	20	3.000,00
19	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	3.000,00
20	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	3.000,00
21	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	3.000,00
22	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	3.000,00
23	Área	Cabos	AX	-50	50	0,0254
24	Inércia X	Viga de Bordo	IX	-30	30	0,1782
25	Inércia X	Viga Principal	IX	-30	30	1,0460
26	Inércia X	Viga Principal	IX	-30	30	1,0460
27	Inércia X	Mastro	IX	-100	100	24,9700
28	Inércia X	Mastro	IX	-100	100	24,9700
29	Inércia X	Mastro	IX	-100	100	24,9700
30	Inércia X	Mastro	IX	-100	100	24,9700
31	Inércia Z	Viga de Bordo	IZ	-30	30	0,0716
32	Inércia Z	Viga Principal	IZ	-30	30	0,3954
33	Inércia Z	Viga Principal	IZ	-30	30	0,3954
34	Inércia Z	Mastro	IZ	-100	100	22,9820
35	Inércia Z	Mastro	IZ	-100	100	22,9820
36	Inércia Z	Mastro	IZ	-100	100	22,9820
37	Inércia Z	Mastro	IZ	-100	100	22,9820

Os parâmetros escolhidos para o processo de otimização foram então isolados dos demais parâmetros em uma nova análise de sensibilidade apresentada na Figura 7.15.

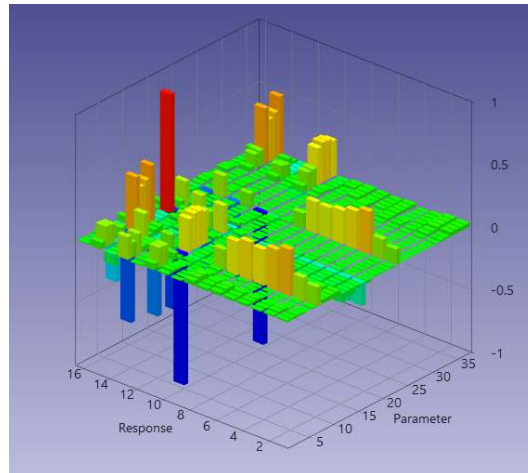


Figura 7.15: Análise de sensibilidade parâmetros selecionados

No processo de atualização automática considerou-se uma tolerância maior para os modos, assim, para a definição dos critérios de parada foi utilizada a diferença  $CC_{Total}$  de 1%, sendo durante as iterações foram adotados como critério os valores MAC mínimo de 30 e FER máximo de 25%, para que os modos fossem correlacionados.

O modelo foi então atualizado baseado nos dados do ensaio experimental de 1991, e os valores finais dos parâmetros analisados são apresentados na Tabela 7.8, média os parâmetros de projeto apresentaram uma variação de 15.39% em relação aos dados iniciais.

Tabela 7.8: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização

Parâmetros	Tipo	Elemento	Valor inicial	Atualizado	Diferença (%)
1	Elasticidade	Viga de Bordo	4,10E+10	1,12E+10	-72,74
2	Elasticidade	Viga Principal	4,10E+10	8,81E+09	-78,50
3	Elasticidade	Viga Principal	4,10E+10	8,76E+09	-78,62
4	Elasticidade	Laje Apoio	4,10E+10	5,96E+10	45,44
5	Elasticidade	Laje Central	4,10E+10	3,20E+10	-21,90
6	Elasticidade	Laje Principal	4,10E+10	3,75E+10	-8,55
7	Elasticidade	Cabos	1,90E+11	1,68E+11	-11,68
8	Elasticidade	Mastro	4,10E+10	1,03E+11	151,27
9	Elasticidade	Mastro	4,10E+10	8,95E+10	118,34
10	Elasticidade	Mastro	4,10E+10	1,01E+11	147,28
11	Elasticidade	Mastro	4,10E+10	9,11E+10	122,10
12	Massa Especifica	Viga de Bordo	3.000,00	2.458,77	-18,04
13	Massa Especifica	Viga Principal	3.000,00	2.669,38	-11,02
14	Massa Especifica	Viga Principal	3.000,00	2.575,57	-14,15
15	Massa Especifica	Laje Apoio	3.000,00	3.356,85	11,90
16	Massa Especifica	Laje Viaduto	3.000,00	2.400,00	-20,00
17	Massa Especifica	Laje Central	3.000,00	3.600,00	20,00
18	Massa Especifica	Laje Principal	3.000,00	3.600,00	20,00
19	Massa Especifica	Mastro	3.000,00	2.499,13	-16,70
20	Massa Especifica	Mastro	3.000,00	2.528,15	-15,73
21	Massa Especifica	Mastro	3.000,00	2.488,81	-17,04
22	Massa Especifica	Mastro	3.000,00	2.540,61	-15,31
23	Área	Cabos	0,0254	0,0258	1,58
24	Inércia X	Viga de Bordo	0,1782	0,1865	4,64
25	Inércia X	Viga Principal	1,0460	1,0758	2,85
26	Inércia X	Viga Principal	1,0460	1,1972	14,45
27	Inércia X	Mastro	24,9700	25,5079	2,15
28	Inércia X	Mastro	24,9700	25,4288	1,84
29	Inércia X	Mastro	24,9700	25,8007	3,33
30	Inércia X	Mastro	24,9700	26,1294	4,64
31	Inércia Z	Viga de Bordo	0,0716	0,0502	-30,00
32	Inércia Z	Viga Principal	0,3954	0,2768	-30,00
33	Inércia Z	Viga Principal	0,3954	0,2768	-30,00
34	Inércia Z	Mastro	22,9820	45,9640	100,00
35	Inércia Z	Mastro	22,9820	45,9267	99,84
36	Inércia Z	Mastro	22,9820	44,9671	95,66
37	Inércia Z	Mastro	22,9820	45,7125	98,91

Os valores das respostas de frequências e os valores dos MAC dos modos correspondente, encontrados se aproximaram ao comportamento experimental, conforme apresentado na Tabela 7.9.

Tabela 7.9: Valores Finais das Respostas

Modo	Freq. Numérica (Hz)	Freq. Experimental (Hz)	FER (%)	MAC
1 V	0,3801	0,3600	5,57%	97,10
2 V	0,4645	0,5100	-8,91%	99,20
3 V	0,8290	0,7500	10,53%	71,70
4 V	0,8805	0,8600	2,37%	96,20
5 V	0,9987	0,9400	6,25%	98,90
1 T	1,1755	1,0300	14,13%	91,10
6 V	1,3321	1,4000	-4,85%	98,60
2 T	1,6006	1,6000	0,04%	80,50

Ao final do processo de atualização, o índice FER apresentou valor médio absoluto de 6.58% e o índice MAC valor médio de 91.66. Em termos do critério de correlação  $CC_{TOTAL}$ , este passou de 34.88 para o valor final de 14.93, apresentando uma melhora na correlação conjunta de modos e frequências, conforme apresenta na Tabela 7.10.

Tabela 7.10: Valores iniciais e finais dos critérios

Iteração	$CC_{ABS}$	$CC_{MAC}$	$CC_{TOTAL}$
0	13.49	21.39	34.88
26	6.58	8.35	14.93

A Figura 7.16 apresenta os valores dos índices MAC calculados a partir do modelo final atualizado.

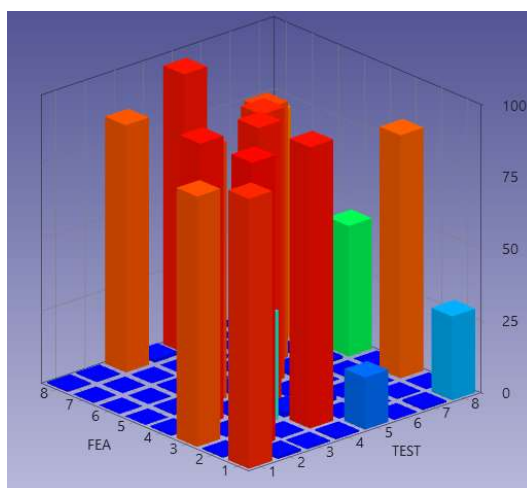


Figura 7.16: Índice MAC Final

O modelo atualizado apresentou melhor correlação com o comportamento experimental, apresentando uma melhora na correlação conjunta de modos e frequências em relação aos dados experimentais.

#### 7.5.4 Otimização Projeto inicial – Ensaio 2006

Neste item apresenta-se os valores iniciais e finais dos parâmetros de respostas, frequência e índice MAC, a análise de sensibilidade realizada para a definição dos parâmetros de projeto e o modelo final atualizado.

#### 7.5.5 Modelo Espinha de Peixe

A Figura 7.17 apresenta a correlação entre os modelos por meio dos nós onde foram realizadas as medições nos ensaios experimentais.

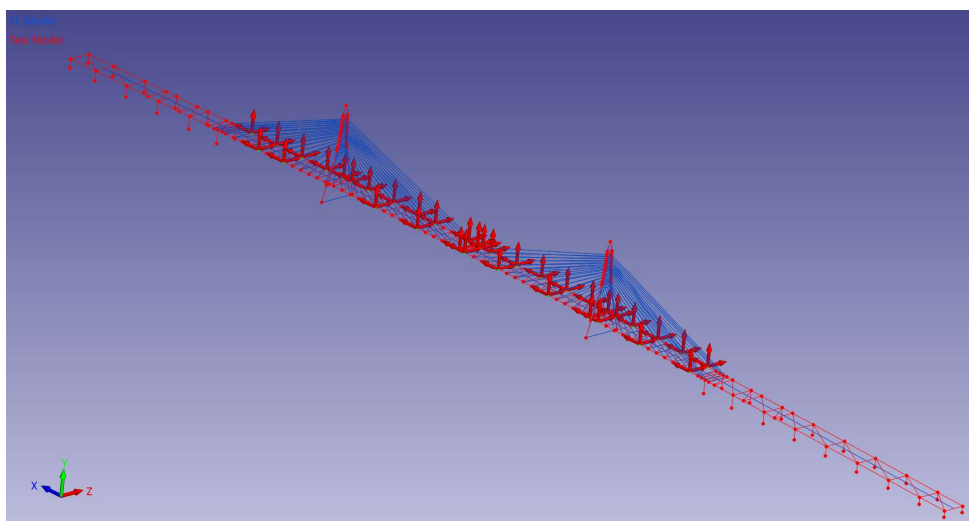


Figura 7.17: Correlação do modelo numérico (Azul) e experimental (Vermelho)

A Tabela 7.11 apresenta os valores das frequências numéricas, experimentais e a comparação da correlação entre as frequências índice FER e os valores do índice MAC, o qual correlaciona os modos de vibrações experimentais e numéricos em relação ao modelo inicial.

Tabela 7.11: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC

Modo	Freq. Numérica (Hz)	Freq. Experimental (Hz)	FER (%)	MAC
1 L	0,26807	0,26938	-0,49	97,20
1 V	0,36288	0,36419	-0,36	96,80
2 V	0,49066	0,51547	-4,81	92,50
3 V	0,72835	0,76632	-4,95	75,30
2 L	0,74383	0,69231	7,44	90,80
4 V	0,78139	0,88420	-11,63	77,00
5 V	0,87137	0,95618	-8,87	65,90
1 T	1,0361	1,0091	2,67	85,30
6 V	1,0166	1,1500	-11,52	66,90
7 V	1,3212	1,4417	-8,36	59,40
2 T	1,5562	1,6030	-2,92	52,00

Os modos numéricos e experimentais iniciais apresentaram uma boa correlação, com valores de MAC que variaram de 52.00 a 97.20, sendo o valor médio 78.10, e as frequências numéricas apresentaram um índice FER médio de 5.83%.

Na Figura 7.18 e Figura 7.19 são apresentadas, respectivamente, a comparação dos modos de vibração numéricos e experimentais e os valores dos índices MAC calculados a partir do modelo inicial.

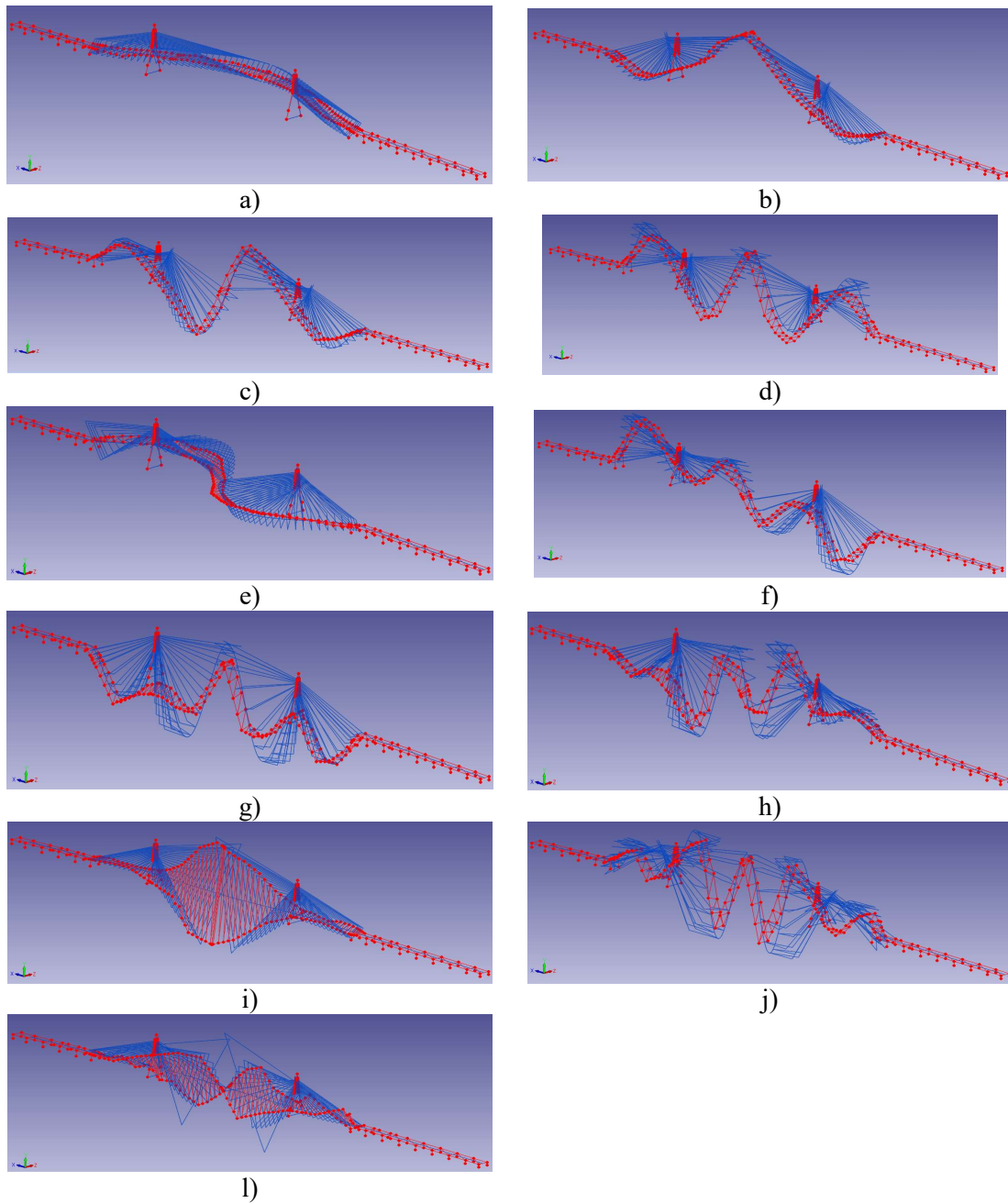


Figura 7.18: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)  
a) 1º Modo; b) 2º Modo; c) 3º Modo; d) 4º Modo; e) 5º Modo; f) 6º Modo; g) 7º Modo;  
h) 8º Modo; i) 9º Modo; j) 10º Modo; e l) 11º Modo

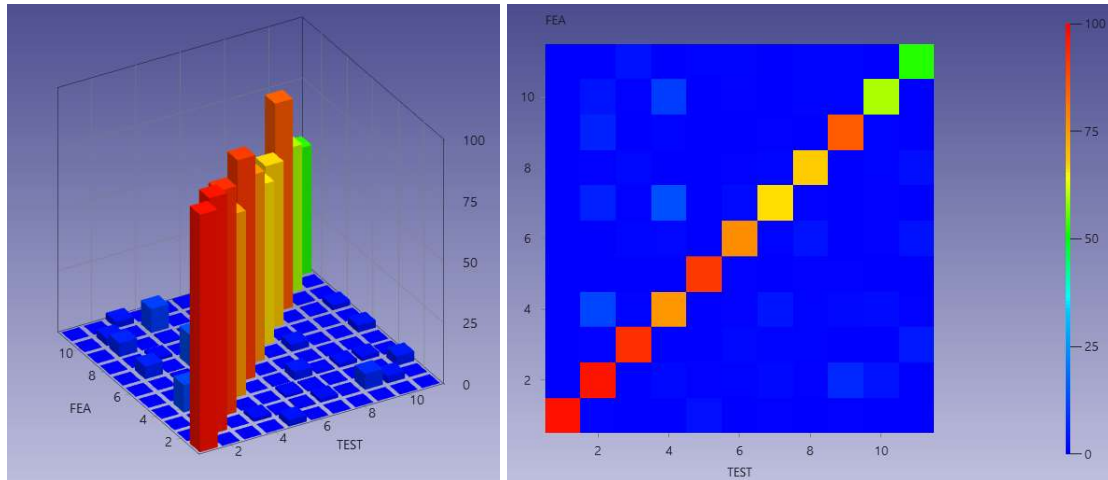


Figura 7.19: MAC antes da atualização

Na análise de sensibilidade foram testadas as correlações entre os parâmetros módulo de elasticidade (1 a 9), massa específica (10 a 18), área (19 a 27) e inércia nas direções X (28 a 36), Y (37 a 45), Z (46 a 54) e coeficiente de Poisson (55 a 63) dos elementos viga principal, viga do viaduto de acesso, cabos, viga transversina e mastro, com as respostas das primeiras frequências (1 a 11) e os valores dos MAC dos modos correspondentes (12 a 22). A Figura 7.20 ilustra os valores dos coeficientes encontrados.

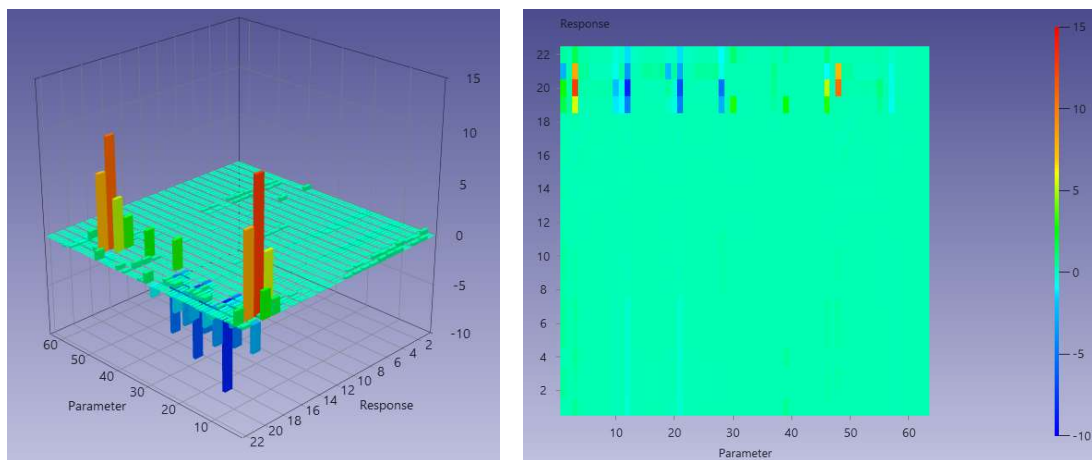


Figura 7.20: Análise de sensibilidade global

Concluiu-se que, os parâmetros de maior impacto sobre a respostas foram o módulo de elasticidade das vigas principal (3), apresentando um coeficiente de sensibilidade normalizado de +30, seguido do parâmetro massa específica (12) com coeficientes de -22, e a inércia na direção Z da viga principal (48) +19. Os demais parâmetros apresentaram correlação com valores inferiores, contudo todos os parâmetros com valores de coeficientes de sensibilidade superiores a  $\pm 5$  foram considerados candidatos ao processo de atualização do modelo. A Figura 7.21 apresenta o gráfico do coeficiente de sensibilidade por parâmetro.

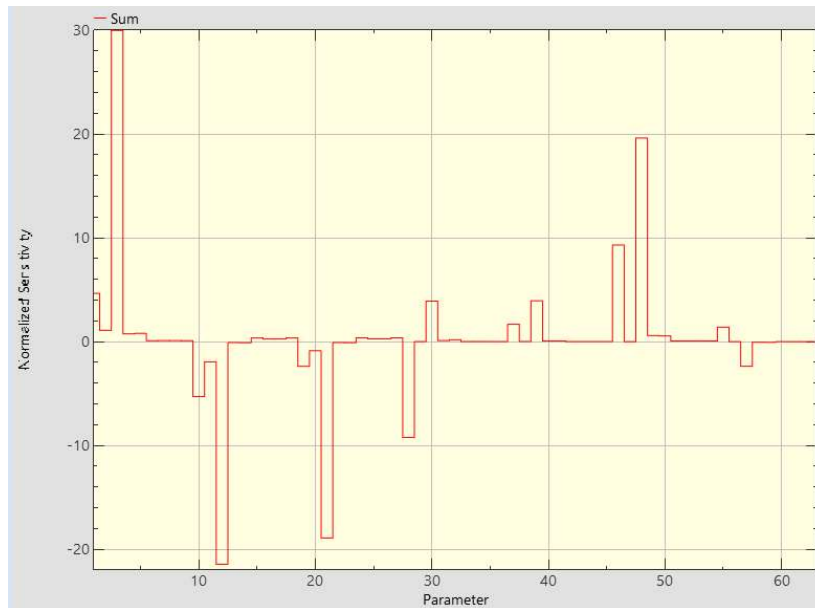


Figura 7.21: Coeficiente de sensibilidade normalizado

Assim, com base na análise de sensibilidade global, decidiu-se trabalhar com os 17 parâmetros que despontaram os maiores valores absolutos de coeficiente de sensibilidade: módulo de elasticidade das vigas transversinas (1), cabos (2), viga principal (3) e viga dos viadutos de acesso (4) e (5); massa específica da viga transversina (6), viga principal (7) e do mastro (8 a 11); área dos cabos (12); inércia na direção X da viga transversina (13); inércia na direção Z da viga transversina (14), viga principal (15) e viga dos viadutos de acesso (16) e (17), os parâmetros foram os mesmos já adotados na atualização com os dados experimentais de 1991, apresentados na Tabela 7.12 a seguir.



Tabela 7.12: Parâmetros da Atualização

Parâmetro	Tipo	Elemento	Símbolo	Limite Inferior (%)	Limite Superior (%)	Valor inicial
1	Elasticidade	Transversina	E	-150	150	3,68E+10
2	Elasticidade	Cabo	E	-15	15	2,00E+11
3	Elasticidade	Viga Principal	E	-150	150	3,68E+10
4	Elasticidade	Viga Viaduto	E	-150	150	3,68E+10
5	Elasticidade	Viga Viaduto	E	-150	150	3,68E+10
6	Massa Específica	Transversina	RHO	-15	15	2.600,00
7	Massa Específica	Viga Principal	RHO	-15	15	2.600,00
8	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	2.600,00
9	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	2.600,00
10	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	2.600,00
11	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	2.600,00
12	Área	Cabo	AX	-50	50	0,0201
13	Inércia X	Transversina	IX	-150	150	0,1099
14	Inércia Z	Transversina	IZ	-150	150	0,0400
15	Inércia Z	Viga Principal	IZ	-150	150	2,4484
16	Inércia Z	Viga Viaduto	IZ	-150	150	2,4484
17	Inércia Z	Viga Viaduto	IZ	-150	150	2,4484

Os parâmetros escolhidos para o processo de otimização foram então isolados dos demais parâmetros em uma nova análise de sensibilidade apresentada na Figura 7.22.

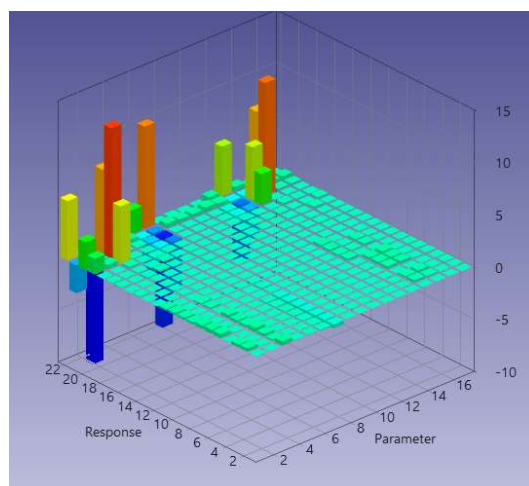


Figura 7.22: Análise de sensibilidade parâmetros selecionados

Considerando que no ensaio realizado em 2006 foram medidos apenas 31 pontos no tabuleiro, decidi trabalhar com uma tolerância menor para os modos, assim, para a definição dos critérios de parada foi utilizada a diferença  $CC_{Total}$  de 1%, sendo durante as iterações os valores MAC mínimo de 50 e FER máximo de 15% para a correlação dos modos.

O modelo foi então atualizado e os valores finais dos parâmetros analisados são apresentados na Tabela 7.13, média os parâmetros de projeto apresentaram uma variação de 1.9% em relação aos dados iniciais.

Tabela 7.13: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização

Parâmetro	Tipo	Elemento	Inicial	Atualizado	Diferença (%)
1	Elasticidade	Transversina	3,68E+10	4,52E+10	-22,73
2	Elasticidade	Cabo	2,00E+11	1,99E+11	0,26
3	Elasticidade	Viga Principal	3,68E+10	3,10E+10	15,86
4	Elasticidade	Viga Viaduto	3,68E+10	3,25E+10	11,76
5	Elasticidade	Viga Viaduto	3,68E+10	4,48E+10	-21,83
6	Massa Especifica	Transversina	2.600,00	2.540,11	2,30
7	Massa Especifica	Viga Principal	2.600,00	2.437,56	6,25
8	Massa Especifica	Mastro	2.600,00	2.721,79	-4,68
9	Massa Especifica	Mastro	2.600,00	2.565,01	1,35
10	Massa Especifica	Mastro	2.600,00	2.578,93	0,81
11	Massa Especifica	Mastro	2.600,00	2.714,82	-4,42
12	Área	Cabo	0,0201	0,0216	-7,29
13	Inércia X	Transversina	0,1099	0,1091	0,69
14	Inércia Z	Transversina	0,0400	0,0470	-17,56
15	Inércia Z	Viga Principal	2,4484	2,2544	7,92
16	Inércia Z	Viga Viaduto	2,4484	2,4378	0,43
17	Inércia Z	Viga Viaduto	2,4484	2,4824	-1,39

Com o processo de atualização pode-se obter um modelo que melhor representa o comportamento experimental, uma vez que os valores das respostas, frequências e os valores dos MAC dos modos correspondentes, encontradas se aproximaram ao comportamento experimental, conforme apresentado na Tabela 7.14.

Tabela 7.14: Valores Finais das Respostas

Modo	Freq. Numérica (Hz)	Freq. Experimental (Hz)	FER (%)	MAC
1 L	0,2422	0,2694	-10,10	97,60
1 V	0,3633	0,3642	-0,24	97,40
2 V	0,4966	0,5155	-3,66	93,90
3 V	0,6973	0,6923	0,72	87,20
2 L	0,7698	0,7663	0,46	81,80
4 V	0,8486	0,8842	-4,02	80,00
6 V	0,9318	0,9562	-2,55	73,60
1 T	1,0818	1,0091	7,20	86,50
7 V	1,1498	1,1490	0,07	71,40
8 V	1,4003	1,4417	-2,87	73,80
2 T	1,7839	1,6030	11,29	62,80

Ao final do processo de atualização, o índice FER apresentou valor médio absoluto de 3.92% e o índice MAC valor médio de 82.36, em relação ao modelo inicial representa

uma melhora em torno de 5.46% na representação dos modos e 32.74% nas frequências, contudo apresentou uma maior diferença na primeira frequência vertical e a última frequência de torção. Em termos do critério de correlação  $CC_{TOTAL}$ , este passou de 28.55 para o valor final de 21.55, apresentando uma melhora na correlação conjunta de modos e frequências, conforme apresenta na Tabela 7.15.

Tabela 7.15: Valores iniciais e finais dos critérios

<b>Iteração</b>	<b><math>CC_{ABS}</math></b>	<b><math>CC_{MAC}</math></b>	<b><math>CC_{TOTAL}</math></b>
<b>0</b>	6.83	21.72	28.55
<b>22</b>	3.92	17.63	21.55

A Figura 7.23 apresenta os valores dos índices MAC calculados a partir do modelo final atualizado.

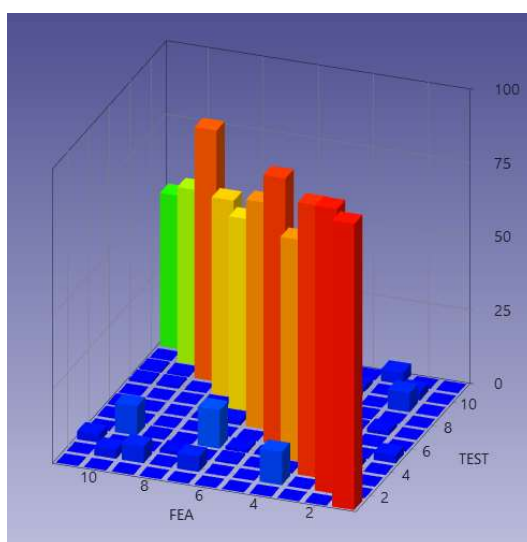


Figura 7.23: Índice MAC Final

O modelo atualizado apresentou melhor correlação com o comportamento experimental, apresentando uma melhora na correlação conjunta de modos e frequências em relação aos dados experimentais.

### 7.5.6 Modelo Grelha

A Figura 7.24 apresenta a correlação entre os modelos por meio dos nós onde foram realizadas as medições nos ensaios experimentais.

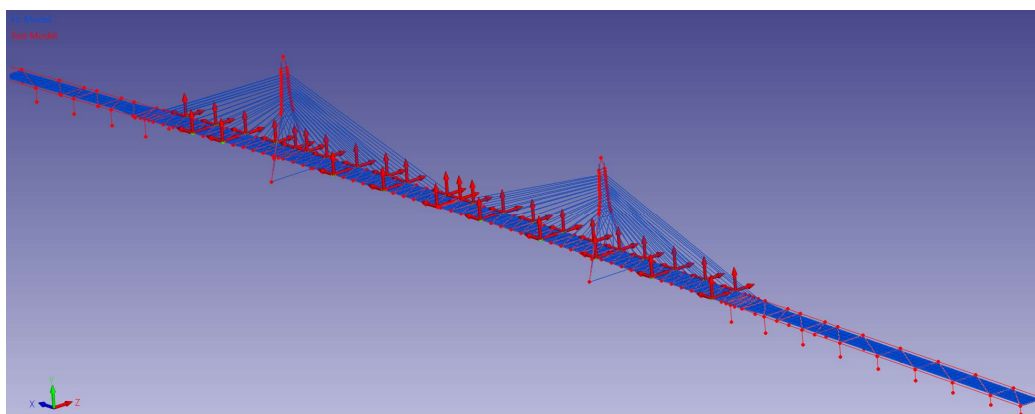


Figura 7.24: Correlação dos modelos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)

A Tabela 7.16 apresenta os valores das frequências numéricas, experimentais e a comparação da correlação entre as frequências índice FER e os valores do índice MAC, o qual correlaciona os modos de vibrações experimentais e numéricos em relação ao modelo inicial.

Tabela 7.16: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC

<b>Modo</b>	<b>Freq. Numérica (Hz)</b>	<b>Freq. Experimental (Hz)</b>	<b>FER (%)</b>	<b>MAC</b>
1L	0,257	0,269	-4,57	97,20
1V	0,352	0,364	-3,22	87,40
2V	0,512	0,515	-0,68	84,70
2L	0,682	0,692	-1,51	90,40
3V	0,952	0,766	24,25	64,90
4V	1,023	0,884	15,70	47,90
5V	1,176	0,954	23,02	33,90
1T	1,312	1,009	30,00	77,20
6V	1,320	1,150	14,90	25,20
7V	1,427	1,442	-1,03	20,90
2T	1,681	1,603	4,92	38,30

Os modos numéricos e experimentais iniciais apresentaram uma boa correlação, com valores de índice MAC que variaram de 20.90 a 97.20, sendo o valor médio 60.73, e o índice FER médio de 11.25%.

A Figura 7.25 e Figura 7.26 apresentam a comparação entre os modos de vibração numéricos e experimentais e os valores dos índices MAC calculados a partir do modelo inicial, respectivamente.

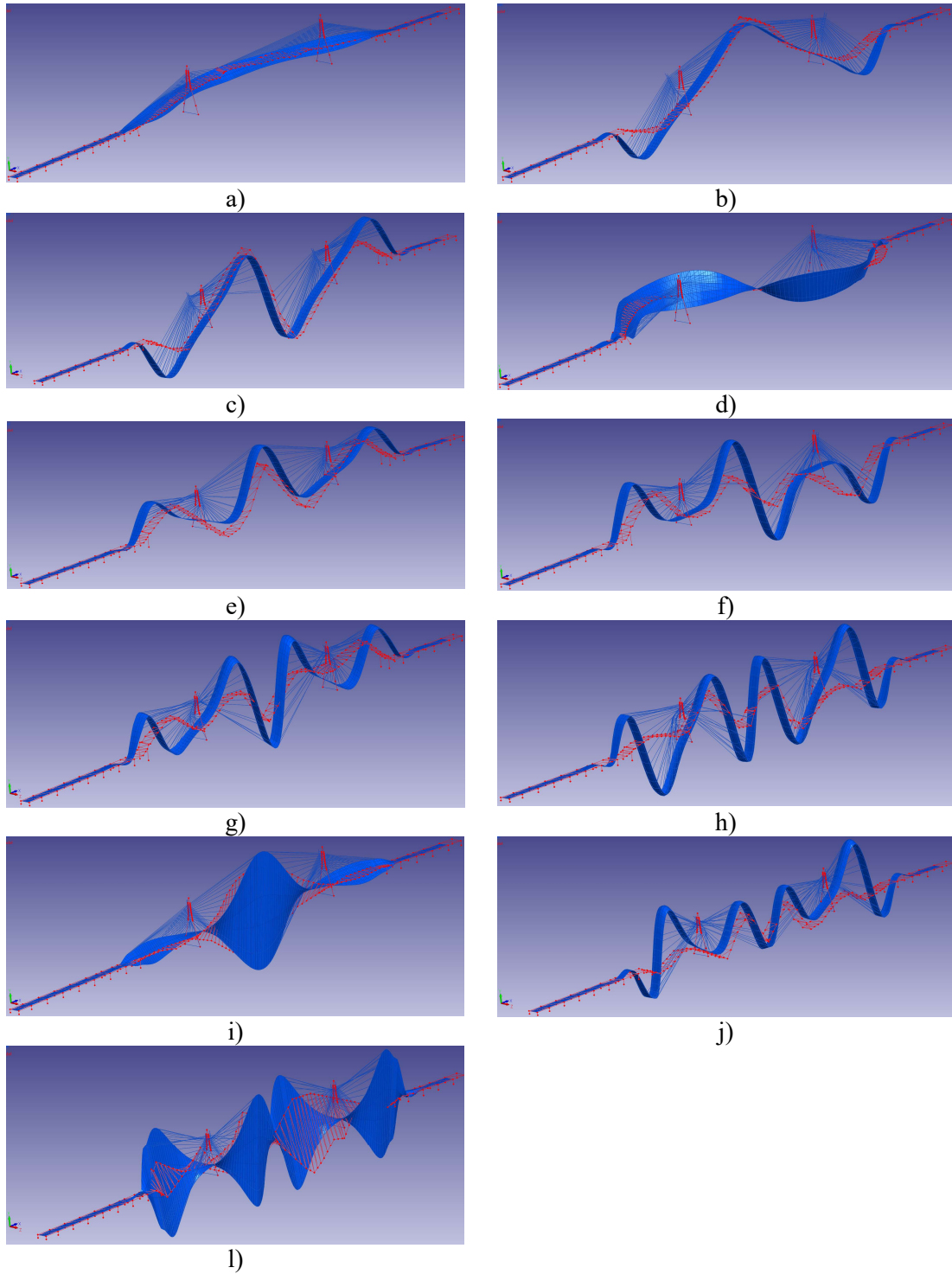


Figura 7.25: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)  
a) 1º Modo; b) 2º Modo; c) 3º Modo; d) 4º Modo; e) 5º Modo; f) 6º Modo; g) 7º Modo;  
h) 8º Modo; i) 9º Modo; j) 10º Modo; e l) 11º Modo

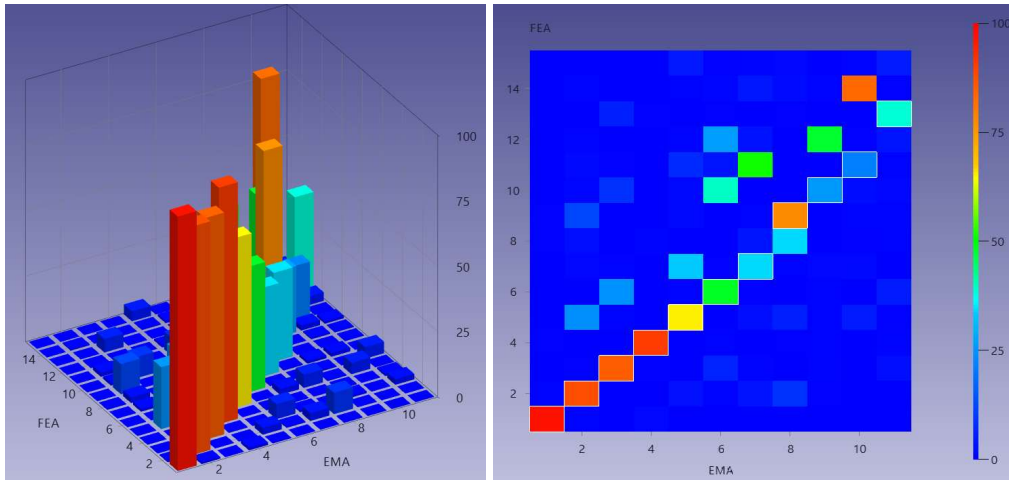


Figura 7.26: MAC antes da atualização

Na análise de sensibilidade foram testadas as correlações entre os parâmetros módulo de elasticidade (1 a 9), massa específica (10 a 18), área (19 a 24) e inércia nas direções X (25 a 30), Y (31 a 36), Z (37 a 42) e espessura da laje (43 a 45) dos elementos viga principal, viga de bordo, viga transversina, mastro, cabos e as lajes de apoio, principal e viadutos, com as respostas das primeiras frequências (1 a 11) e os valores dos MAC dos modos correspondentes (12 a 22). A Figura 7.27 ilustra os valores dos coeficientes encontrados.

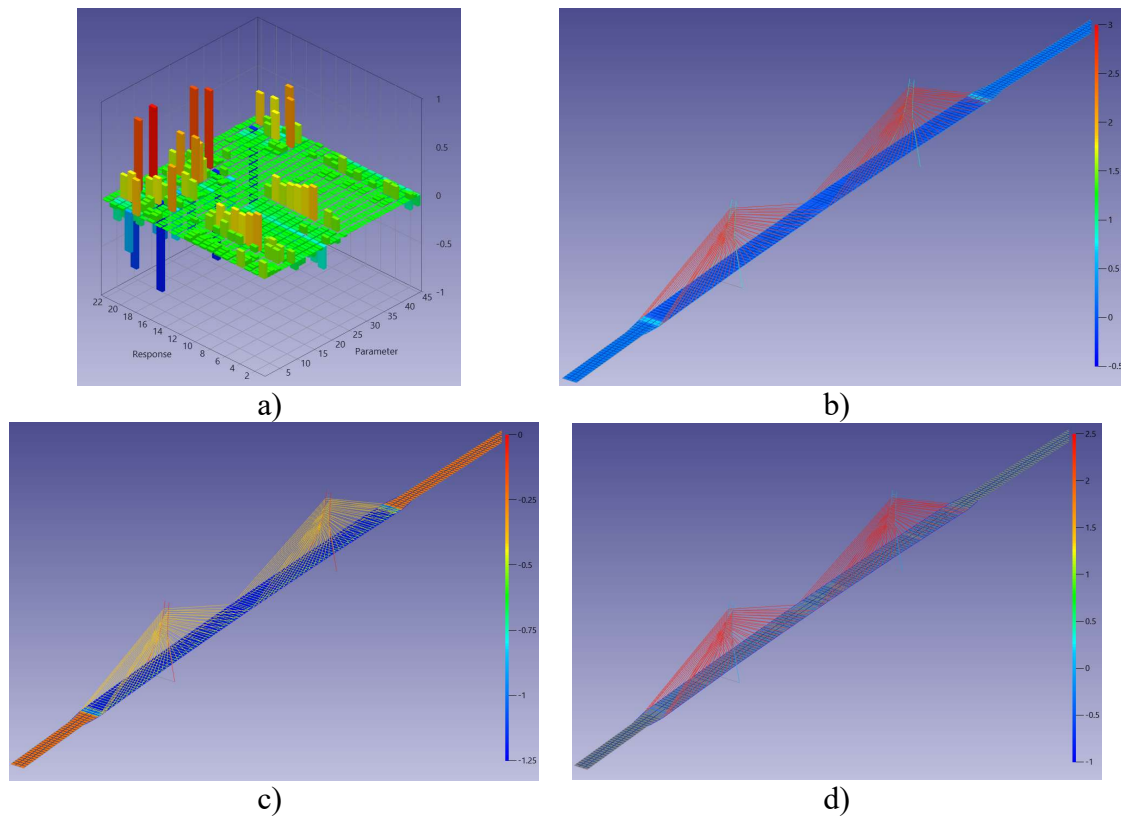


Figura 7.27: Análise de sensibilidade  
a) Global; b) Elasticidade; c) Massa específica; e d) Área por elemento

Os parâmetros de maior impacto sobre a respostas foram o módulo de elasticidade dos cabos (8), apresentando um coeficiente de sensibilidade normalizado de +2.8, seguido da área dos cabos (24) e espessura da laje principal (45), com coeficientes de +2.4 e -1.40 respectivamente, e a massa específica da laje principal (18) -1.3 e viga de bordo (10) - 1.2. Os demais parâmetros apresentaram correlação com valores inferiores, contudo todos os parâmetros com valores de coeficientes de sensibilidade superiores a  $\pm 0.20$  foram considerados candidatos ao processo de atualização do modelo. A Figura 7.28 apresenta o gráfico do coeficiente de sensibilidade por parâmetro.

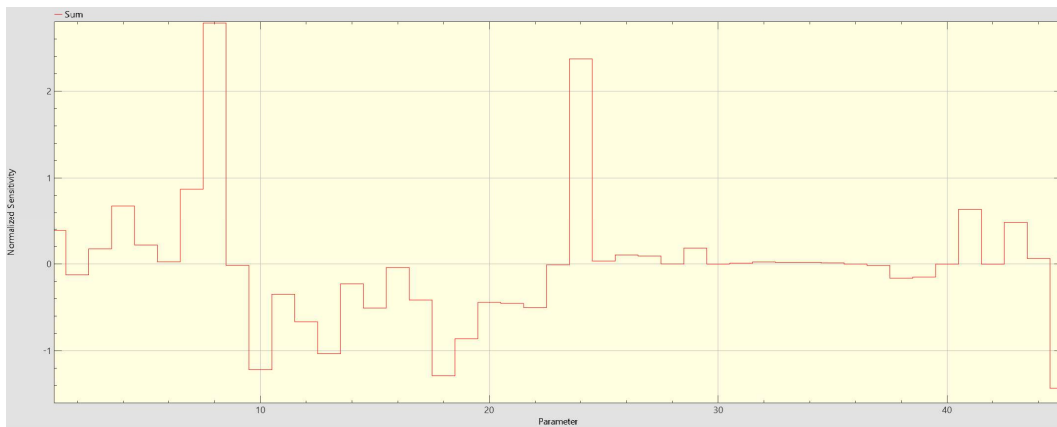


Figura 7.28: Coeficiente de sensibilidade normalizado

Assim, com base na análise de sensibilidade global, decidiu-se trabalhar com os 29 parâmetros que despontaram os valores absolutos de coeficiente de sensibilidade superiores a 0.2, apresentados na Tabela 7.17 a seguir. Além dos valores analisados com os dados experimentais de 1991, foram incluídos os parâmetros relativos a transversinas que passaram a ter alta sensibilidade com os modos laterais.

Tabela 7.17: Parâmetros da Atualização

Parâmetro	Tipo	Elemento	Tipo	Limite		Valor inicial
				Inferior (%)	Superior (%)	
1	Elasticidade	Viga de Bordo	E	-150	150	4,10E+10
2	Elasticidade	Viga Principal	E	-150	150	4,10E+10
3	Elasticidade	Viga Principal	E	-150	150	4,10E+10
4	Elasticidade	Transversina	E	-150	150	4,10E+10
5	Elasticidade	Mastro	E	-150	150	4,10E+10
6	Elasticidade	Cabos	E	-15	15	1,90E+11
7	Elasticidade	Laje Apoio	E	-150	150	4,10E+10
8	Elasticidade	Laje Principal	E	-150	150	4,10E+10
9	Elasticidade	Laje Central	E	-150	150	4,10E+10
10	Elasticidade	Laje Viaduto	E	-150	150	4,10E+10
11	Massa Específica	Viga de Bordo	RHO	-20	20	3.000,00
12	Massa Específica	Viga Principal	RHO	-20	20	3.000,00
13	Massa Específica	Viga Principal	RHO	-20	20	3.000,00
14	Massa Específica	Transversina	RHO	-20	20	3.000,00
15	Massa Específica	Mastro	RHO	-30	30	3.000,00
16	Massa Específica	Laje Apoio	RHO	-20	20	3.000,00
17	Massa Específica	Laje Principal	RHO	-20	20	3.000,00
18	Massa Específica	Laje Central	RHO	-20	20	3.000,00
19	Massa Específica	Laje Viaduto	RHO	-20	20	3.000,00
20	Área	Cabos	AX	-50	50	0,0254
21	Inércia X	Viga de Bordo	IX	-30	30	0,1782
22	Inércia X	Viga Principal	IX	-30	30	1,0460
23	Inércia X	Viga Principal	IX	-30	30	1,0460
24	Inércia X	Transversina	IX	-30	30	0,0064
25	Inércia X	Mastro	IX	-100	100	24,9700
26	Inércia Z	Viga de Bordo	IZ	-30	30	0,0716
27	Inércia Z	Viga Principal	IZ	-30	30	0,3954
28	Inércia Z	Viga Principal	IZ	-30	30	0,3954
29	Inércia Z	Mastro	IZ	-100	100	22,9820

Os parâmetros escolhidos para o processo de otimização foram então isolados dos demais parâmetros em uma nova análise de sensibilidade apresentada na Figura 7.29.

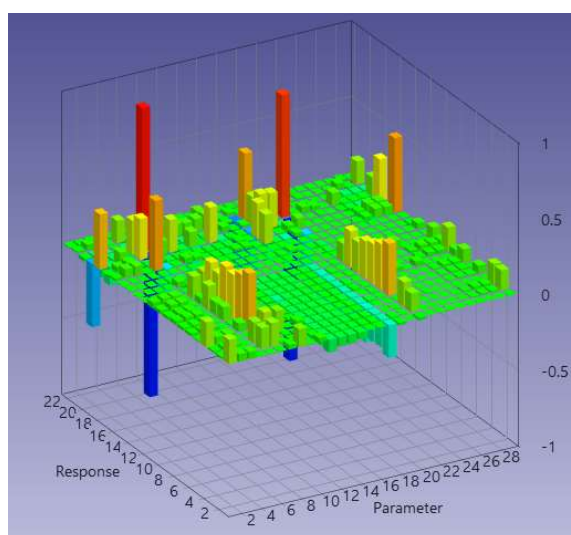


Figura 7.29: Análise de sensibilidade parâmetros selecionados

Na atualização foi considerada uma tolerância maior para os modos e para as frequências, assim, para a definição dos critérios de parada foi utilizada a diferença  $CC_{Total}$  de 1%, sendo durante as iterações os valores MAC mínimo de 30 e FER máximo de 20%.



O modelo foi então atualizado baseado nos dados do ensaio experimental e os valores finais dos parâmetros analisados são apresentados na Tabela 7.18, a média dos parâmetros de projeto apresentaram uma variação de 17.96% em relação aos dados iniciais.

Tabela 7.18: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização

Parâmetro	Tipo	Elemento	Valor inicial	Atualizado	Diferença (%)
1	Elasticidade	Viga de Bordo	4,10E+10	8,18E+10	99,47
2	Elasticidade	Viga Principal	4,10E+10	6,22E+10	51,78
3	Elasticidade	Viga Principal	4,10E+10	6,22E+10	51,67
4	Elasticidade	Transversina	4,10E+10	4,96E+09	-87,91
5	Elasticidade	Mastro	4,10E+10	1,03E+11	150,00
6	Elasticidade	Cabos	1,90E+11	1,62E+11	-15,00
7	Elasticidade	Laje Apoio	4,10E+10	8,06E+10	96,52
8	Elasticidade	Laje Principal	4,10E+10	4,76E+09	-88,38
9	Elasticidade	Laje Central	4,10E+10	1,03E+11	150,00
10	Elasticidade	Laje Viaduto	4,10E+10	1,03E+11	150,00
11	Massa Especifica	Viga de Bordo	3.000,00	2,40E+03	-20,00
12	Massa Especifica	Viga Principal	3.000,00	2,40E+03	-20,00
13	Massa Especifica	Viga Principal	3.000,00	2,40E+03	-20,00
14	Massa Especifica	Transversina	3.000,00	2,40E+03	-20,00
15	Massa Especifica	Mastro	3.000,00	2,10E+03	-30,00
16	Massa Especifica	Laje Apoio	3.000,00	2,40E+03	-20,00
17	Massa Especifica	Laje Principal	3.000,00	3,60E+03	20,00
18	Massa Especifica	Laje Central	3.000,00	3,60E+03	20,00
19	Massa Especifica	Laje Viaduto	3.000,00	2,40E+03	-20,00
20	Área	Cabos	0,0254	0,0204	-19,96
21	Inércia X	Viga de Bordo	0,1782	0,1247	-30,00
22	Inércia X	Viga Principal	1,0460	0,7322	-30,00
23	Inércia X	Viga Principal	1,0460	0,7322	-30,00
24	Inércia X	Transversina	0,0064	0,0065	0,53
25	Inércia X	Mastro	24,9700	33,5199	34,24
26	Inércia Z	Viga de Bordo	0,0716	0,0931	30,00
27	Inércia Z	Viga Principal	0,3954	0,5140	30,00
28	Inércia Z	Viga Principal	0,3954	0,5140	30,00
29	Inércia Z	Mastro	22,9820	36,3176	58,03

Com o processo de atualização pode-se obter um modelo que melhor representa o comportamento experimental, uma vez que os valores das respostas, frequências e os valores dos MAC dos modos correspondentes, encontradas se aproximaram ao comportamento experimental, conforme apresentado na Tabela 7.19.

Tabela 7.19: Valores Finais das Respostas

Modo	Freq. Numérica (Hz)	Freq. Experimental (Hz)	FER (%)	MAC
1L	0,2698	0,2694	0,15	97,80
1V	0,3702	0,3642	1,64	88,80
2V	0,4947	0,5155	-4,04	82,30
2L	0,6844	0,6923	-1,14	90,80
3V	0,7863	0,7663	2,61	54,80
4V	0,8495	0,8842	-3,93	53,30
5V	1,0114	0,9562	5,78	47,50
1T	1,0947	1,0091	8,48	92,70
6V	1,2430	1,1490	8,18	79,00
7V	1,4535	1,4417	0,82	81,60
2T	1,5349	1,6030	-4,248%	58,90

Ao final do processo de atualização, o índice FER apresentou valor médio absoluto de 3.73% e o índice MAC valor médio de 75.23. Em termos do critério de correlação  $CC_{TOTAL}$ , este passou de 50.53 para o valor final de 28.51, apresentando uma melhora na correlação conjunta de modos e frequências, conforme apresenta na Tabela 7.20.

Tabela 7.20: Valores iniciais e finais dos critérios

Iteração	$CC_{ABS}$	$CC_{MAC}$	$CC_{TOTAL}$
0	11.25	39.27	50.53
43	3.73	24.78	28.51

A Figura 7.30 apresenta os valores dos índices MAC calculados a partir do modelo final atualizado.

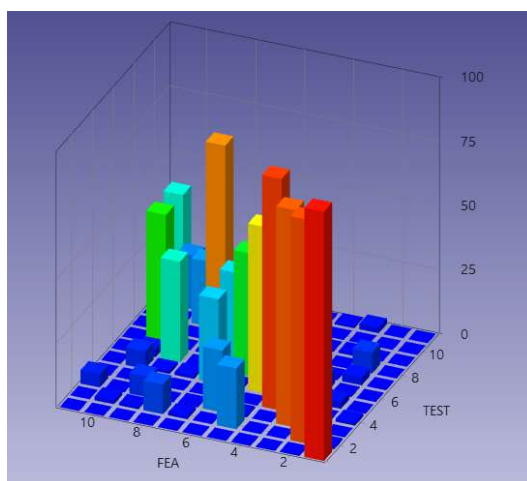


Figura 7.30: Índice MAC Final

Assim, pode-se concluir que o modelo atualizado apresentou melhor correlação com o comportamento experimental, apresentando uma melhora na correlação conjunta de modos e frequências em relação aos dados experimentais.

## 7.6 PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Foram avaliados no processo de atualização dois modelos numéricos, Espinha de Peixe e Grelha com Elemento de Casca, que apresentaram uma melhor correlação numérico-experimental e baixo custo computacional. Os modelos foram atualizados com base em dois ensaios experimentais realizados, o primeiro ensaio realizado ao final da construção em 1991, e um segundo ensaio realizado em 2006.

A primeira etapa da atualização foi a atualização manual que teve como objetivo principal o refinamento do modelo numérico de forma a obter uma melhor representatividade com

a minimização de erros não quantitativos. Esta etapa, desenvolvida ao longo do processo de modelagem, se apresentou como fundamental para o processo de atualização, uma vez que é possível avaliar e melhorar a correlação entre os modelos numéricos e experimentais ainda na fase de desenvolvimento. Dentre as vantagens do refinamento manual, cita-se a modificação de parâmetros que não podem ser representados por variáveis, como tipos de elementos, condições de contorno, fazendo deste processo uma complementação da atualização automática.

A análise de sensibilidade objetiva identificar a influência da variação dos parâmetros de projeto sobre as respostas, assim pode-se definir os parâmetros mais sensíveis, candidatos ao processo de atualização. De um modo geral, pode-se notar que o módulo de elasticidade, massa específica e inércia dos elementos principais como vigas, transversinas, mastro, cabos e lajes, foram os que mais influenciavam nas variáveis dependentes, frequências e modos de vibração. Assim, embasado pela análise de sensibilidade definiu-se os parâmetros a serem utilizados no estudo de otimização.

A partir da seleção dos parâmetros de atualização e a definição do espaço de projeto viável, o terceiro passo é a definição da precisão a ser considerada nos critérios utilizados na atualização, como a tolerância para os índices MAC e FER, e a definição da precisão da função objetivo foi utilizada  $CC_{Total}$ , uma vez que são as variáveis que definem o problema de otimização.

Por fim, pode-se resumir a atualização automática desenvolvida no Programa FEMtools em duas partes, a primeira onde foram definidos os parâmetros e o espaço de projeto não confiável, e a segunda a atualização automática, onde a rotina computacional é aplicada, os parâmetros são iterativamente refinados e o modelo é atualizado.

Quanto à escolha das variáveis de estado, índice MAC e FER, utilizados no processo de otimização, estas corresponderam à expectativa, visto que correlacionam diretamente com as variáveis de projeto, ao mesmo tempo que dependem dos parâmetros experimentais, proporcionando assim uma ligação entre estes dois conjuntos de dados. A definição da função objetivo, assim como a sua tolerância são fatores que podem alterar consideravelmente o processo de atualização, sendo a tolerância muito pequena ocasionará a não convergência do projeto de atualização e uma tolerância muito alta poderá correlacionar modos não correspondentes.

Ao final do processo de atualização os modelos numéricos apresentaram uma melhor correlação entre os modos, avaliados por meio do índice modal MAC, e diminuíram a diferença entre as frequências, índice FER, conforme apresenta a evolução dos resultados por meio das Figura 7.31, Figura 7.32, Figura 7.33 e Figura 7.34.

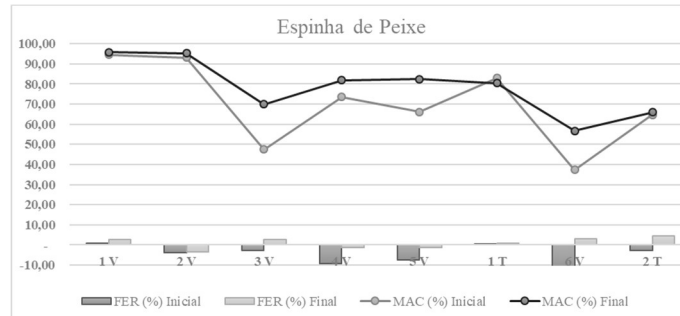


Figura 7.31: Evolução dos Resultados – Modelo Espinha de Peixe – Dados 1991

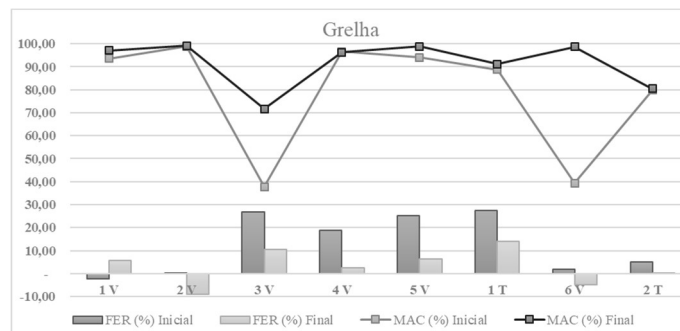


Figura 7.32: Evolução dos Resultados – Modelo Grelha – Dados 1991

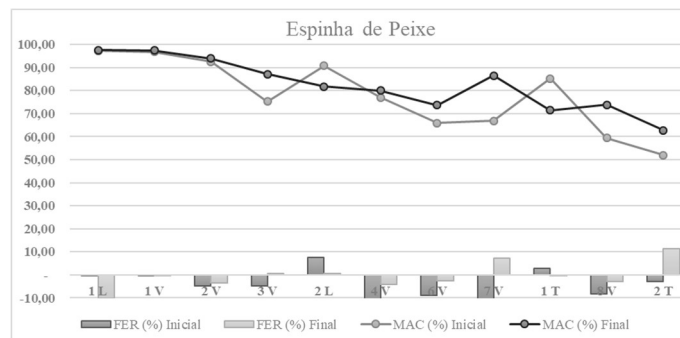


Figura 7.33: Evolução dos Resultados – Modelo Espinha de Peixe – Dados 2006

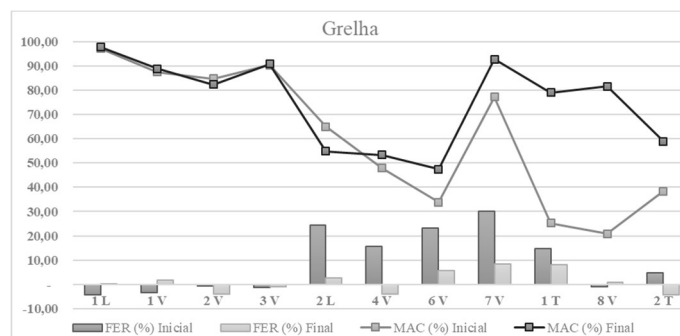


Figura 7.34: Evolução dos Resultados – Modelo Grelha – Dados 2006

Em relação aos dados experimentais de 1991, o modelo Espinha de Peixe apresentou uma redução no índice FER de 2.59% e um aumento no índice MAC de 8.61 com o processo de atualização, ficando ao final do processo com um índice FER médio de 2.45% e MAC de 78.59. Quanto aos dados experimentais de 2006, o modelo apresentou uma melhora no índice FER de 1.91% e no índice MAC de 4.26, apresentando ao final do processo de atualização com um índice FER médio de 3.92% e um índice MAC de 82.36.

O modelo em Grelha apresentou uma melhora no índice FER de 6.92% e no índice MAC de 13.06, alcançando valores de FER médio de 6.58% e MAC de 91.66, quando considerado os dados experimentais de 1991, e uma melhora no índice FER de 7.52% e no índice MAC de 14.50, alcançando valores de FER médio de 3.73% e MAC de 75.23, quando considerado os dados experimentais de 2006. Uma interessante observação na evolução do modelo foi a melhora na correlação dos modos mais altos, atribui-se esta melhora à melhor calibração na distribuição de inércia entre os elementos isolados da grelha.

Ao comparar o comportamento estrutural previsto no modelo e os dados experimentais, pode-se obter algumas informações sobre as prováveis fontes de erros. Contudo, as diferenças entre os modelos finais atualizados com os diferentes dados experimentais mostraram que as incertezas nos modelos se originam não apenas dos erros de modelagem, resultantes de hipóteses simplificadoras feitas em estruturas complexas, mas a incompatibilidade constante do número de graus de liberdade entre os dados de modelos numérico e experimental, e na inconsistência quando o número de frequências são identificadas, conforme já apontado por autores como McCulloch, et al. (1990).

Com relação aos parâmetros de resposta utilizados, o aumento do número de parâmetros de resposta promove um aumento geral da qualidade dos dados disponíveis, levando a uma melhor correlação final do modelo atualizado com o dado experimental, que pode ser observado na atualização com os dados experimentais de 2006, onde há mais dados disponíveis.

Em relação à metodologia foi observado que as modelagens utilizadas são capazes de representar as estruturas com um nível de detalhes considerado satisfatório e com uma precisão confiável, destaque-se principalmente o modelo Espinha de Peixe, que

apresentou um baixo custo computacional e uma excelente representatividade ao final do processo de atualização.

Por fim, os modelos numéricos atualizados podem ser utilizados com confiança em análises relacionadas à estrutura, como simulações de verificações de ocorrência de danos, além de permitir avaliar e acompanhar a condição da estrutura por meio da comparação da evolução das propriedades dinâmicas.

## 8. AVALIAÇÃO DE DANOS

A utilização da metodologia de atualização do modelo numérico como forma de detectar, localizar e quantificar os danos em estruturas de pontes vem sendo objeto de estudo de vários autores, e o princípio do método consiste na alteração das propriedades do sistema de forma a aproximar as respostas. De mesmo modo, a atualização dos modelos numéricos com base em dados experimentais, junto à análise de sensibilidade, vem mostrando capacidade de prever sobre danos por meio da alteração das propriedades dos membros estruturais.

A avaliação de danos apresentada neste Capítulo 8 tem como objetivo avaliar a aptidão dos métodos de atualização automática na avaliação de danos de modelos numéricos atualizados de estruturas complexas, como a ponte estaiada objeto de estudo deste trabalho. Nesta etapa foram utilizadas as formulações numéricas de atualização abordadas no Capítulo 7 ATUALIZAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS, sendo adotada a mesma função objetivo.

O sucesso do funcionamento das pontes estaiadas dependem do eficiente funcionamento estrutural de cada um dos seus elementos principais: tabuleiro, cabos e torres. Deste modo, danos nestes elementos podem fazer com que a estrutura trabalhe de forma ineficiente, sobrecarregando os demais elementos, ou até mesmo, em casos mais graves, levar a interrupção, restaurações ou ruptura e colapso total da estrutura.

Os danos em estruturas estaiadas não são raros, como se pode imaginar, pontes importantes ao redor do mundo vêm apresentando danos que podem ser classificados entre leves, moderados e severos, como por exemplo:

- A Ponte Internacional do Guadiana, entre Portugal e Espanha, teve um dos cabos de aço, que formam o tirante, partido em fevereiro de 2016 (Figura 8.1 a). O dano que foi considerado leve pelos órgãos de fiscalização, uma vez que não põem a estrutura em perigo, cria problemas de segurança a quem passa pelo tabuleiro e reforça a necessidade de verificação e retensionamento dos tirantes, (GRIFF, 2016);
- A Ponte sobre o canal das Laranjeiras Anita Garibaldi localizada na BR-101/SC, apresentou problemas durante a construção no controle de elevação da plataforma, acarretando uma diferença no meio vão, na aduela de fechamento. Para solucionar o

problema alguns cabos foram tensionados e outros relaxados, levando ao desequilíbrio das cargas iniciais, apresentando ao final tensões próximas aos limites máximos permitidos, Figura 8.1 b), conforme Santaella (2015) e Almeida (2015).

- A Ponte sobre o Rio Nipigon em Ontário, Canadá, apresentou em janeiro de 2016 um deslocamento do tabuleiro em relação ao encontro que atingiu os 60 cm, levando a interrupção total do tráfego e obras de restauração apenas 2 meses após a inauguração, Figura 8.1 c), (STRANGES, 2016).

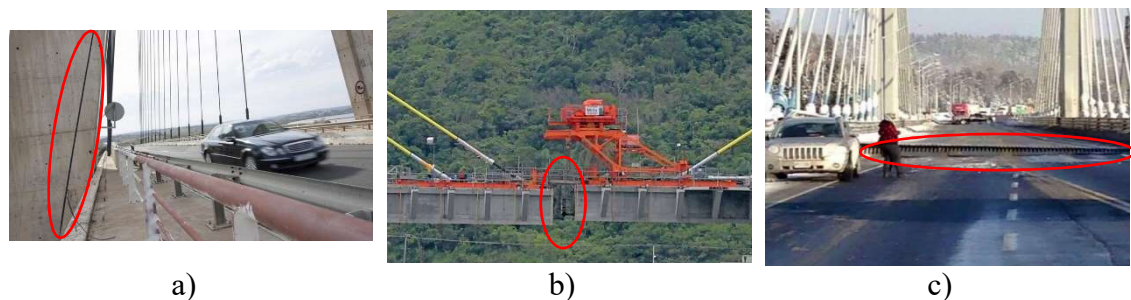


Figura 8.1: Danos em Pontes Estaiadas

- a) Cabo rompido Ponte Guardiania Portugal – Espanha, Fonte: (GRIFF, 2016)
- b) Desnível na Ponte Anita Garibaldi, Brasil, Fonte: (SANTAELLA, 2015)
- c) Deslocamento na Ponte Nipigon Ontário, Canadá, Fonte: (STRANGES, 2016).

Neste sentido, visando simular estágios de danos numéricos, foram desenvolvidos modelos danificados baseados no modelo previamente atualizado *Espinha de Peixe*, que melhor se relacionou com os dados experimentais.

A intensidade do dano variou entre leve, moderado e severo, que consistiu em respectivamente 10, 25 e 50% da inércia da seção completa do tabuleiro. Foram avaliadas as alterações nas frequências e forma dos modos do modelo danificado em comparação com o ensaio realizado em 2006, adotado como intacto. Os danos foram simulados na seção do tabuleiro uma vez que durante a realização do ensaio experimental os pontos de medição das acelerações foram no tabuleiro, próximo à ancoragem dos cabos, não sendo medidos outros elementos, como por exemplos os mastros.

Embora, os danos sejam a priori conhecidos, pretende-se com a análise verificar a aptidão do programa de atualização em modificar, de forma automática, os parâmetros inicialmente introduzidos como danos numéricos. Objetiva-se ainda verificar se o método é capaz de detectar, localizar e estimar a gravidade do dano, ou seja, Método de Avaliação de Dano (Nível 3) conforme Rytter (1993).



## 8.1 MODELOS COM DANOS SIMULADOS

Foram simulados 3 cenários de danos numéricos no modelo em elementos finitos, concentrados na viga principal que representa a seção caixão da ponte.

Os danos foram simulados por meio da variação da inércia do elemento que representa a viga principal, no eixo da ponte, sendo a extensão considerada de 3 elementos, conforme a distribuição da malha em elementos finitos, sendo ainda simulados cenários de danos em três posições diferentes, conforme apresenta a Figura 8.2 e resumidos na Tabela 8.1.

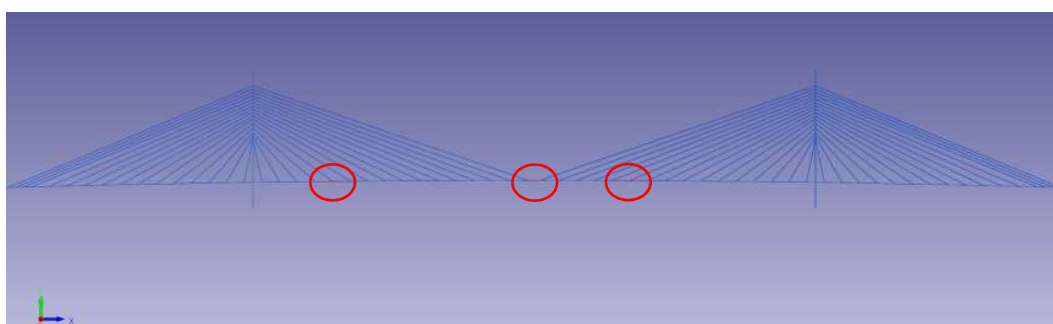


Figura 8.2: Representação dos elementos danificados (Vermelho)

Tabela 8.1: Descrição dos Danos Simulados

Descrição	Elemento	Núm. Elementos	Intensidade	Posição do Dano (L – Vão central da ponte)
<b>D1</b>	Viga Principal	3	$I_x = 50\%I_x$ e $I_y = 50\%I_y$	$L/8$ $L/2$ $2L/3$
<b>D2</b>	Viga Principal	3	$I_x = 25\%I_x$ e $I_y = 25\%I_y$	$L/8$ $L/2$ $2L/3$
<b>D3</b>	Viga Principal	3	$I_x = 10\%I_x$ e $I_y = 10\%I_y$	$L/8$ $L/2$ $2L/3$

Os danos foram simulados de forma a produzir as maiores alterações nas propriedades dinâmicas globais da ponte. Deste modo, na escolha do posicionamento do dano na viga principal levou-se em consideração os nós dos modos de vibração, sendo selecionados os elementos danificados que não coincidiram com estes pontos de deslocamento nulo. Uma vez que, quando os danos simulados coincidem com o nó do modo de vibração, estes não proporcionam grandes alterações nas formas modais.

## 8.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

De forma a avaliar os danos simulados valeu-se das técnicas de otimização de modelos numérico. Os parâmetros do modelo, definidos na análise de sensibilidade, puderam

variar de forma global ou local, visando testar a capacidade do método em detectar, localizar e quantificar os danos simulados.

O modelo numérico com dano simulado, conforme apresentada a Figura 8.2, foi atualizado utilizando como referência o ensaio experimental realizado em 2006, adotado como intacto.

Para cada cenário de dano foram realizados dois testes, um com os parâmetros de forma global, ou seja, modificando os parâmetros em todos os elementos da viga, e um segundo teste por parâmetro local, onde os parâmetros foram considerados por elemento do modelo, sendo então que neste segundo caso cada parâmetro poderia variar por elemento de forma independente.

Os parâmetros a serem considerados no processo de identificação foram determinados por meio da análise de sensibilidade, que visou também avaliar se a indicação dos parâmetros a serem modificados convergiria para os parâmetros com os danos numérico simulados, de forma a não condicionar a convergência do problema.

### 8.2.1 Cenário de dano D1

Considerando o cenário de dano D1, onde as inércias X e Y da viga principal foram reduzidas em 50% em três pontos distintos, simultaneamente, tem-se os valores das frequências numéricas danificadas e experimentais intactas e a correlação entre as frequências índice FER e os valores do índice MAC apresentadas na Tabela 8.2.

Tabela 8.2: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC

Modo	Freq. Numérica Intacta (Hz)	Freq. Numérica Dano 1 (Hz)	Freq. Exp. (Hz)	FER (%)	MAC (%)
1 L	0.2422	0.23505	0.26938	-12.75	97.6
1 V	0.3633	0.37018	0.36419	1.64	97.5
2 V	0.4966	0.51341	0.51547	-0.4	93.8
2 L	0.6973	0.64131	0.69231	-7.37	80.5
3 V	0.7698	0.83386	0.76632	8.81	81.3
4 V	0.8486	0.94852	0.8842	7.27	75.8
6 V	0.9318	1.0471	0.95618	9.51	49
1 T	1.0818	1.1706	1.0091	16	79.7
7 V	1.1498	1.3897	1.149	20.95	71.2
8 V	1.4003	1.6557	1.4417	14.84	77.4
<b>2 T</b>	<b>1.7839</b>	<b>2.345</b>	<b>1.603</b>	<b>46.29</b>	<b>50.1</b>

A frequência mais afetada pelo dano, em relação ao modelo numérico atualizado final, foi referente ao segundo modo de torção, apresentado em destaque na tabela.

A Figura 8.3 apresenta a comparação dos modos de vibração numéricos e experimentais calculados a partir do modelo inicial com danos em comparação com o teste experimental.

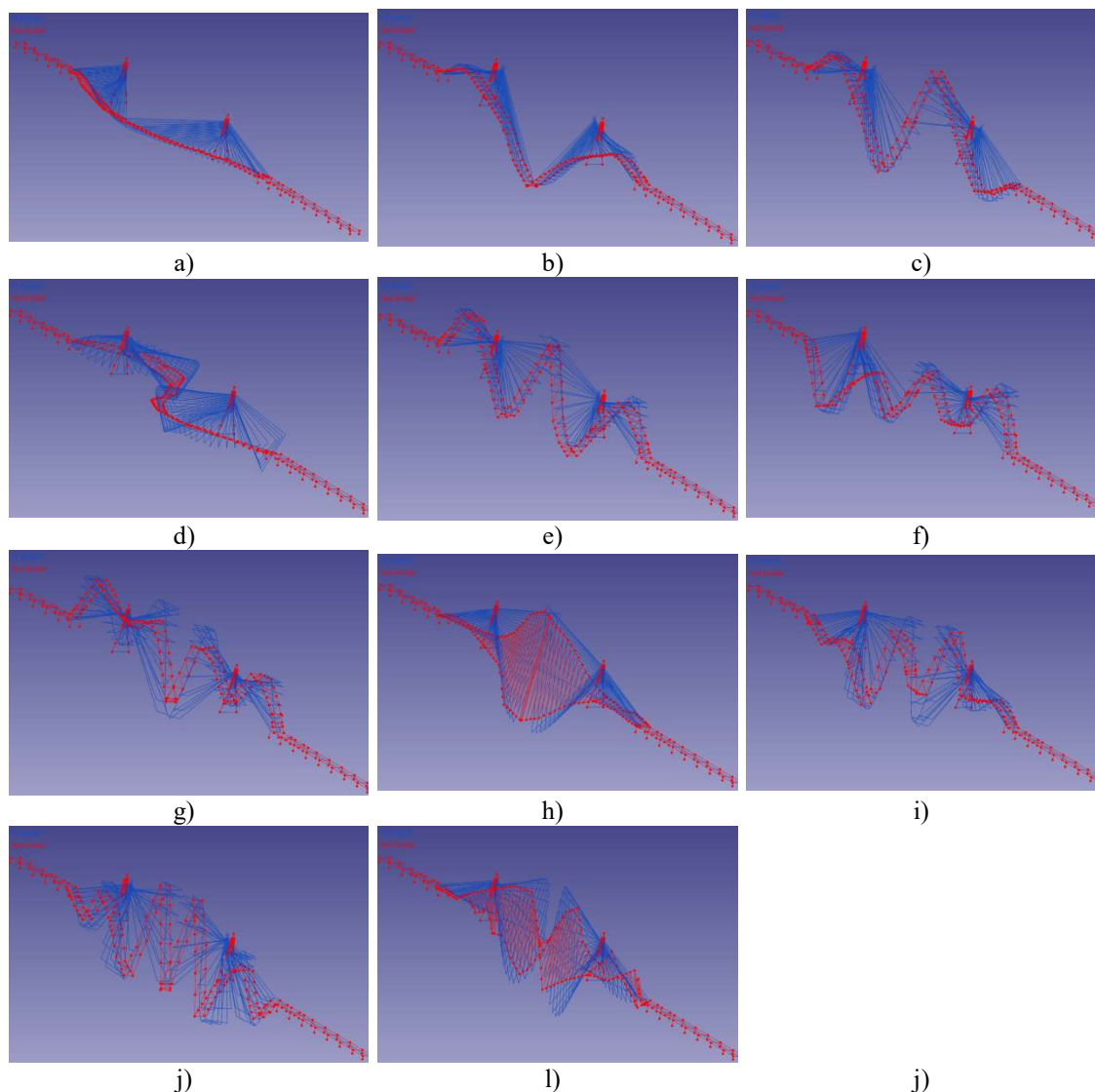


Figura 8.3: Comparação dos modos numéricos (Azul) e experimentais (Vermelho)  
a) 1º Lateral; b) 1º Vertical; c) 2º Vertical; d) 2º Lateral; e) 3º Vertical; f) 4º Vertical; g) 6º Vertical; h) 1º Torção; i) 7º Vertical; j) 8º Vertical; e l) 2º Torção

Assim, realizou-se a análise de sensibilidade onde foram testadas as correlações entre os parâmetros módulo de elasticidade (1 a 5), massa específica (6 a 10), área (11 a 15) e inércia nas direções Y (16 a 20) e Z (21 a 25) e o coeficiente de Poisson (26 a 30) dos elementos Vigas Transversinas, Cabos, Viaduto Esquerdo, Viaduto Direito e Viga Principal, com as respostas das primeiras frequências (1 a 11) e os valores dos MAC dos modos correspondentes (12 a 22). A Figura 8.4 ilustra os valores dos coeficientes encontrados.

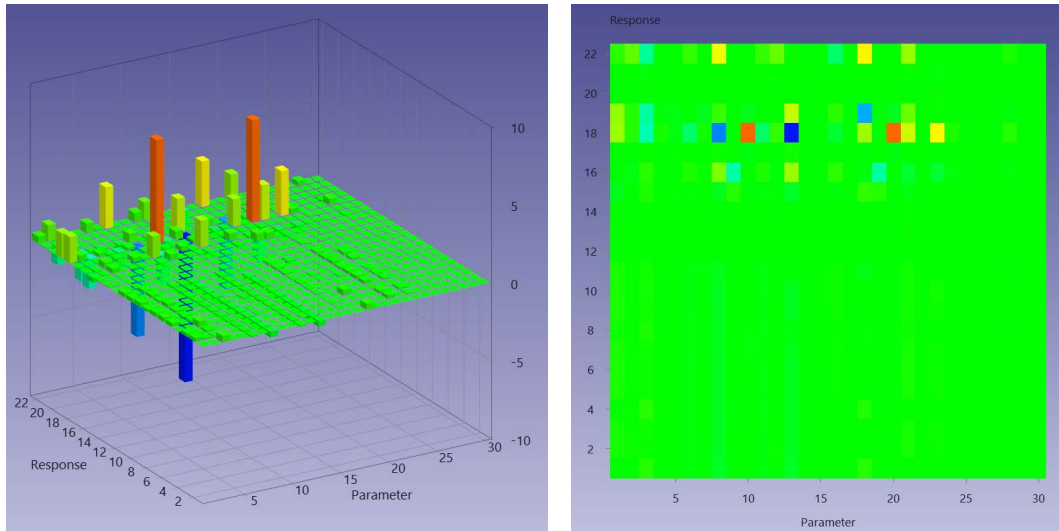


Figura 8.4: Análise de sensibilidade Dano D1

Analisando o gráfico da análise de sensibilidade pode-se notar que em relação aos parâmetros de projeto analisados a área (item 13) da Viga Principal apresentou o maior coeficiente negativo. A Figura 8.5 apresenta o coeficiente de sensibilidade por elemento em relação ao parâmetro de projeto.

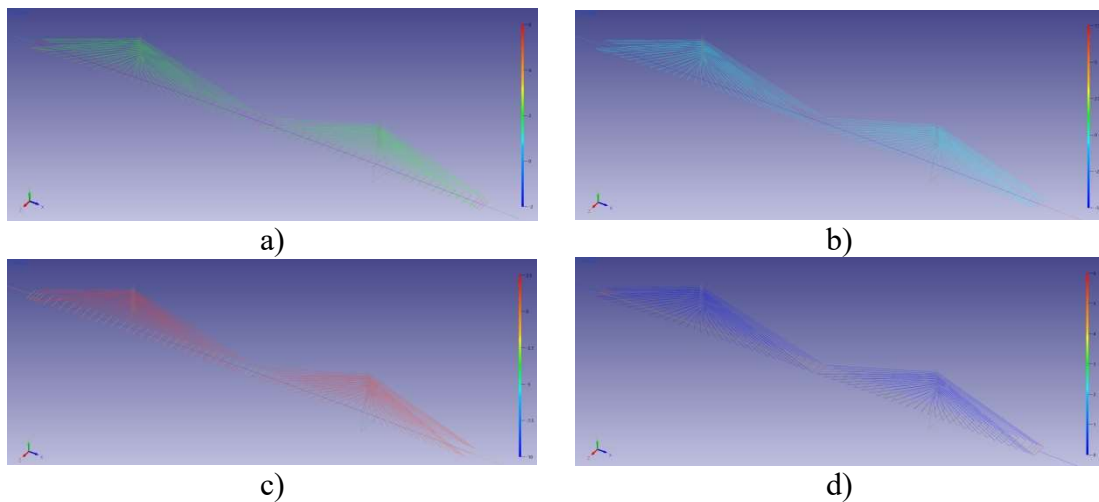


Figura 8.5: Sensibilidade por Elemento  
a) Elasticidade; b) Massa Específica; c) Área; d) Inércia em Z

A análise de sensibilidade global dos parâmetros candidatos foi capaz de indicar a maior influência dos parâmetros referentes ao elemento Viga Principal, onde os danos numéricos foram simulados. Contudo, dada a importância do elemento no comportamento global da estrutura, este fato poderia ser esperado.

A análise de sensibilidade mostra que os maiores coeficientes de sensibilidade foram os referentes ao item Viga Principal, sendo o coeficiente negativo para os parâmetros Massa Específica (8) e Área (13), outro parâmetro que apresentou grande influência conforme

análise de sensibilidade foi a elasticidade (item 1) e inércia em Z (item 21) da Viga Transversina, apresentando coeficientes positivos, a Figura 8.6 apresenta o coeficiente de sensibilidade por parâmetro.



Figura 8.6: Coeficiente da Sensibilidade por Parâmetro

No processo de atualização, para fins de detecção de dano, foram considerados os parâmetros que apresentaram coeficiente superior a 1, excluindo-se, contudo, os parâmetros relacionados a elasticidade e massa específica, uma vez que estes parâmetros pouco variam ao longo da vida útil da construção, sendo ao final considerados oito parâmetros: Área da Transversina (11), Cabos (12) e Viga principal (13), Inércia Y da Viga Principal (18) e das Vigas do Viaduto (19 e 20), Inércia em Z da Viga Transversina (21) e da Viga Principal (23).

No processo de otimização visando a detecção de danos foi imposto limites para as variáveis de 1000% de modo a não induzir a convergências com os limites superiores e inferiores, como critério de correlação entre os parâmetros de resposta foi adotando um MAC mínimo de 50 e um FER máximo de 50% para a consideração de correlação dos modos durante as iterações.

Assim, procedeu-se o processo de atualização automática e os valores finais dos parâmetros otimizados de forma global, encontrados ao final do processo são apresentados na Tabela 8.3.

Tabela 8.3: Valores Finais dos Parâmetros obtidos no Processo de Atualização

Parâmetro	Tipo	Elemento	Símbolo	Inicial	Atualizado	Diferença
1	Área	Transversina	AX	9.80E-01	1.13E+00	15.43%
2	Área	Cabos	AX	2.16E-02	2.48E-02	14.78%
3	Área	Viga Principal	AX	8.28E+00	8.14E+00	-1.72%
4	Inércia Y	Viga Principal	IY	2.37E+02	3.14E+02	32.44%
5	Inércia Y	Viga Viaduto - Direita	IY	2.37E+02	2.16E+02	-9.01%
6	Inércia Y	Viga Viaduto - Esquerda	IY	2.37E+02	2.33E+02	-1.62%
7	Inércia Z	Transversina	IZ	4.70E-02	5.02E-02	6.63%
8	Inércia Z	Viga Principal	IZ	2.25E+00	2.63E+00	16.87%

As alterações propostas por meio da atualização automática para os parâmetros conduziram uma representação dos danos simulados ao propor um incremento na inércia Y (4) e Z (8) da viga principal, contudo apresentou também acréscimo na área (1 e 2) e redução da inércia em Y de um dos viadutos (5). A Figura 8.7 apresenta a variação percentual dos parâmetros, que pode ser considerado uma sinalização do parâmetro onde poderia ser o dano.

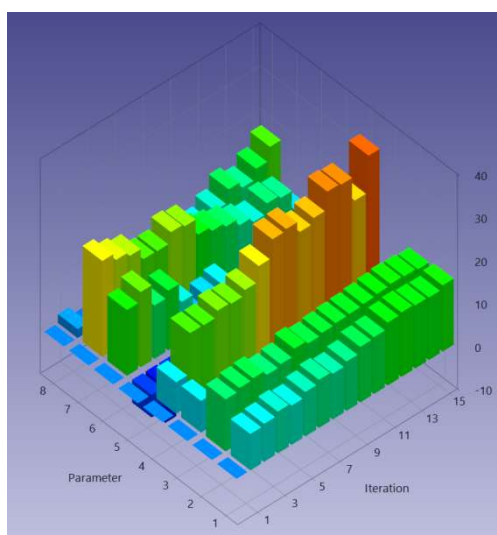


Figura 8.7: Alteração Percentual por Parâmetro Global – Dano D1

A segunda etapa, realizou o teste de atualização com os parâmetros locais, onde os parâmetros podem ser alterados por elemento, a Figura 8.8 apresenta a análise de sensibilidade dos parâmetros locais, onde a Área da Viga Principal (1 a 174), Área da Transversina (175 a 302), Área do Cabo (303 a 430), Inércia Y da Viga Viaduto – Direita (431 a 491), Viga Viaduto – Esquerdo (492 a 521) e Viga Principal (521 a 695), Inercia em Z da Viga Principal (696 a 812) e Viga Transversina (813 a 997), comparados com os dados de resposta 11 primeiras frequências verticais (1 a 11) e os valores dos MAC dos modos correspondentes (12 a 22).

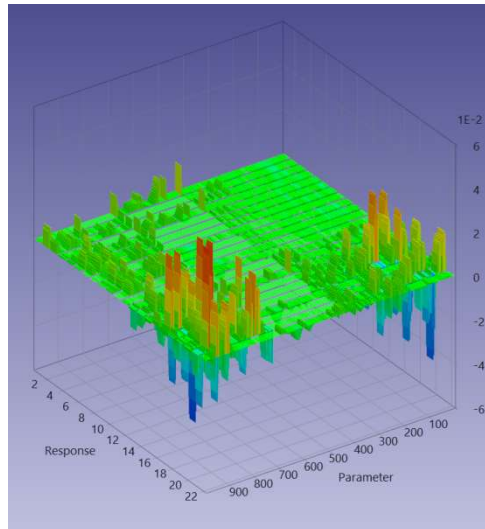


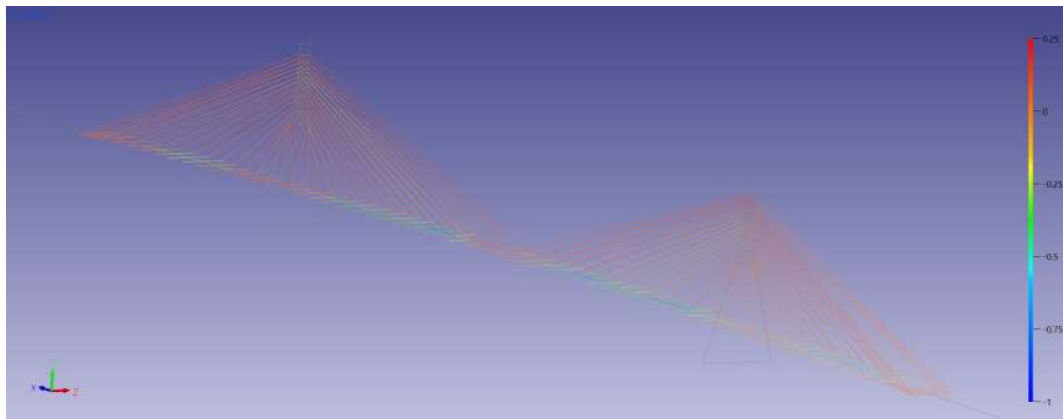
Figura 8.8: Sensibilidade por Parâmetro Locais – Dano D1

Um importante parâmetro no processo de atualização é o inverso da matriz de sensibilidade, conhecida como Matriz de Ganho, tradução do termo em inglês *Gain Matrix*.

Ao se multiplicar a matriz de ganho pela diferença entre os valores das respostas do modelo numérico e os valores de referência, experimentais, pode-se encontrar os quantitativos necessários de alteração dos parâmetros para compensar as diferenças Numérico – Experimental, chamados de ganhos.

No entanto, quando a matriz de sensibilidade não é retangular, o que normalmente ocorre, inversão simples não é possível, assim a matriz ganho pode ser obtida pela pseudo-inversão da matriz de sensibilidade.

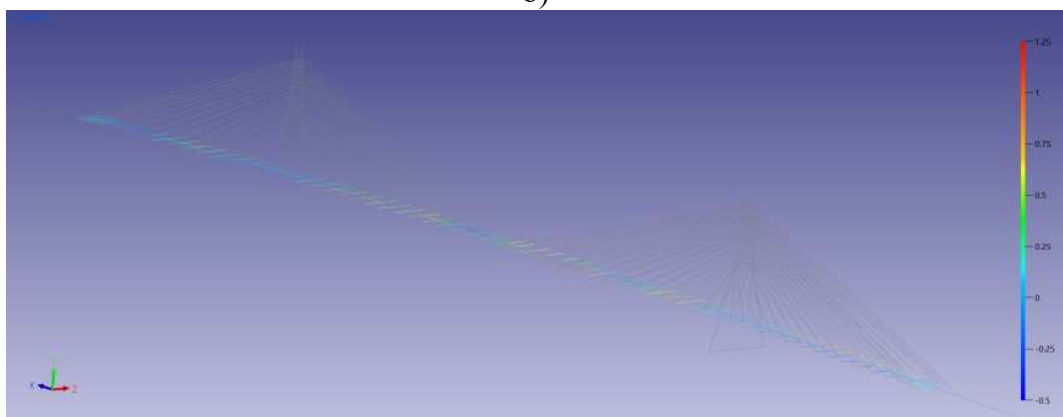
A representação do somatório da matriz ganho em relação aos parâmetros de resposta pode ser uma possível explicação para a tendência de concentração das alterações no processo de otimização. A Figura 8.9 apresenta o aspecto da matriz de ganho plotada por elemento para melhor visualização das alterações necessárias para ajustar o modelo.



a)



b)



c)

Figura 8.9: Representação da Matriz de Ganho por Parâmetro e Elemento  
a) Área; b) Inércia Y e c) Inércia Z

De tal modo, pode-se notar pela representação da matriz de ganho que o parâmetro área apresenta um ganho necessário nos locais dos danos, assim como um aumento das inércias em Y e Z para a viga principal e inercia em Z para a transversinas.

Ao final do processo de otimização automática dos parâmetros locais, pode-se verificar que o programa conduziu à representação precisa da estrutura, aprimorando a correlação com o comportamento experimental, conforme Tabela 8.4.



Tabela 8.4: Valores Finais dos Parâmetros de Resposta

Modos	Númerico	Experimental	FER (%)	MAC
1	0.25111	0.26938	-6.78	97.6
2	0.35446	0.36419	-2.67	97.5
3	0.49987	0.51547	-3.03	93.8
4	0.72413	0.69231	4.6	88.1
5	0.76222	0.76632	-0.54	83.8
6	0.8765	0.8842	-0.87	78.3
7	0.94942	0.95618	-0.71	75.1
8	1.0298	1.0091	2.04	88.2
9	1.1626	1.149	1.19	71.9
10	1.413	1.4417	-1.99	76.1
11	1.7128	1.603	6.85	58.9

A atualização conduziu a uma diferença média entre as frequências de 2.03% e um índice MAC médio de 83.8. A Figura 8.10 apresenta a variação dos critérios da função objetivo durante o processo de atualização automática, onde pode-se notar que o índice  $CC_{ABS}$  apresentou uma redução de 5.5 para 2.6, o índice  $CC_{MAC}$  passou de 17.2 para 16.8 e finalmente o índice  $CC_{TOTAL}$  que correlaciona os demais apresentaram uma melhora, passando de 22.8 para 19.2.



a)



b)



c)

Figura 8.10: Variação da Função Objetivo

a)  $CC_{ABS}$ ; b)  $CC_{MAC}$  e c)  $CC_{TOTAL}$

Quanto às alterações nos parâmetros encontrados no processo de otimização automática estes levaram à representação dos danos analisados ao propor aumentar a área e inércia, principalmente nos elementos ao meio vão onde se encontram os elementos danificados, como pode ser observado na Figura 8.11.

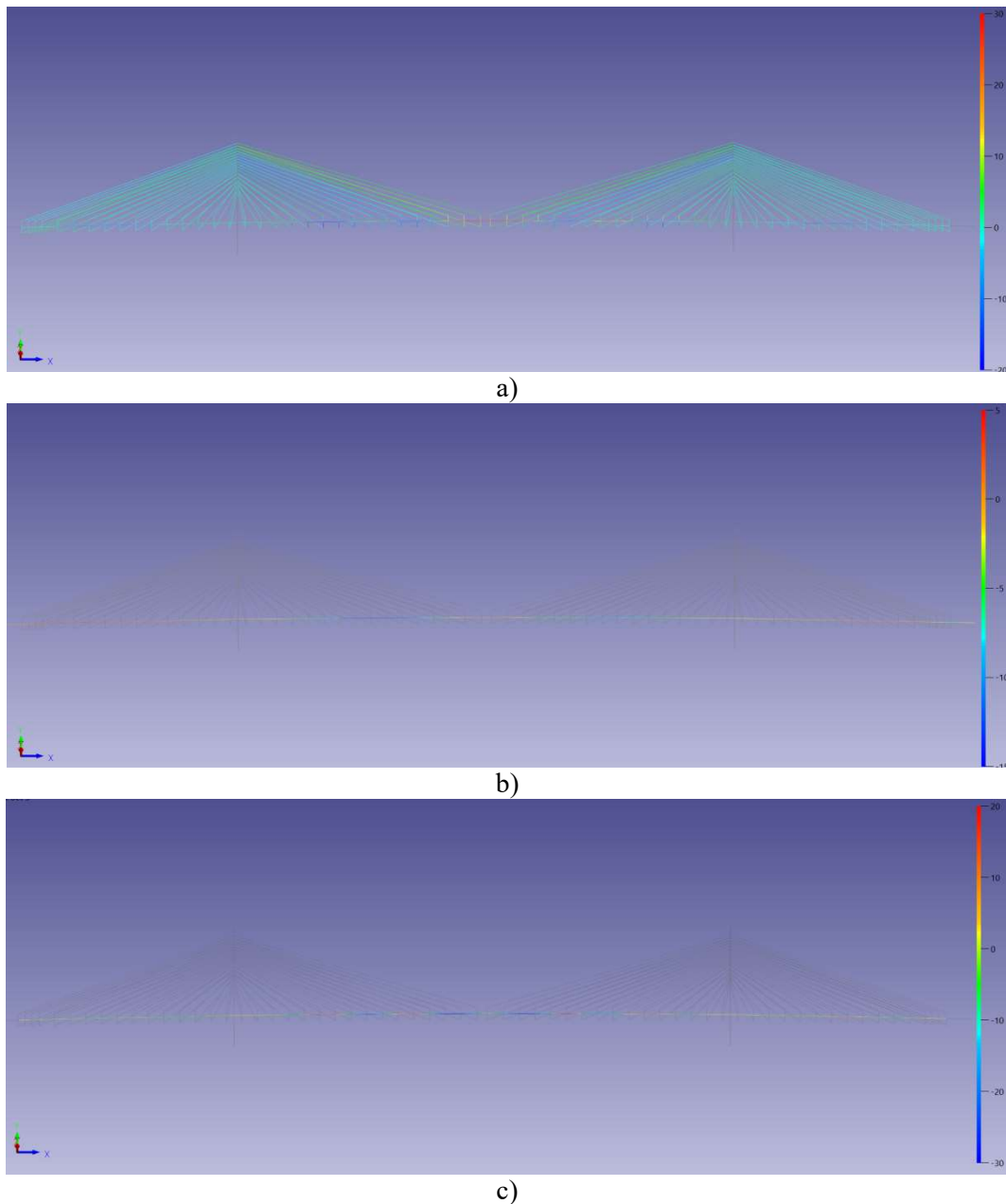


Figura 8.11: Alteração Percentual dos Parâmetros por Elemento  
a) Área; b) Inércia Y; c) Inércia Z

Pode-se notar que a atualização de forma automática no modelo dano D1, onde a inércia da Viga principal foi reduzida em 50% nas direções X e Y, foi capaz de indicar um aumento da área e inércia da viga nos nós onde foram previstos os danos.

Quanto à quantificação a área apresentou um acréscimo de 30% nos elementos danificados do  $\frac{1}{2}$  de vão, e 20% nos elementos danificados a  $\frac{2}{3}$  do vão, a inércia apresentou um acréscimo na direção Y da ordem de 5% nos elementos  $\frac{1}{2}$  vão, e um aumento na direção Z de 20% nos elementos do  $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{2}{3}$ .

Foram ainda verificadas variações em elementos não danificados, como a inércia do elemento rígido Transversina na direção Z na posição do dano  $\frac{1}{8}$  em 50% e  $\frac{2}{3}$  em 20%, conforme Figura 8.12.

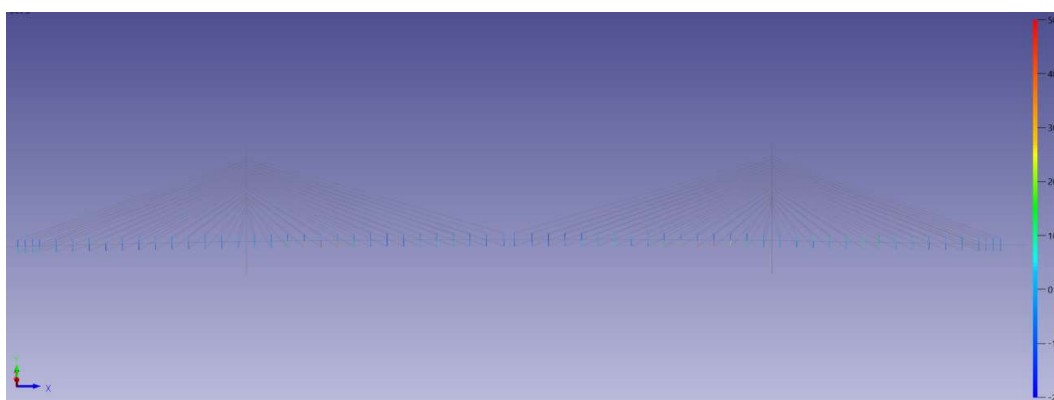


Figura 8.12: Alteração Percentual da Inércia em Z – Transversinas

No entanto, os resultados poderiam ser esperados, uma vez que a transversina foi modelada como um elemento de rigidez equivalente para a representação da estrutura, sendo neste caso, o falso positivo para dano no elemento indicaria que poderiam existir danos da Viga Principal na direção Y, direção Z das transversinas.

### 8.2.2 Cenário de Dano D2

Considerando o cenário de dano D2, onde as inércias da viga principal foram reduzidas em 25%, tem-se a avaliação dos danos numérico simulados por meio da atualização automática dos parâmetros da estrutura.

Os valores das Frequências e índices MAC e FER iniciais são apresentadas na Tabela 8.5.

Tabela 8.5: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC

Modo	Freq. Numérica Intacta (Hz)	Freq. Numérica Dano 2 (Hz)	Freq. Exp. (Hz)	FER (%)	MAC (%)
1 L	0,2422	0.23983	0.26938	-10.97	97.6
1 V	0,3633	0.37061	0.36419	1.77	97.4
2 L	0,4966	0.51746	0.51547	0.39	93.9
2 V	0,6973	0.65459	0.69231	-5.45	79.4
3 V	0,7698	0.83992	0.76632	9.6	81.9
4 V	0,8486	0.95366	0.8842	7.86	76.3
1 T	1,0818	1.084	0.95618	13.37	41.7
6 V	0,9318	1.1654	1.0091	15.48	82.3
7 V	1,1498	1.4106	1.149	22.77	71
2 T	1,7839	1.727	1.4417	19.79	77.9
8 V	1,4003	2.3212	1.603	44.81	43.7

Os valores das frequências mais elevadas foram os mais afetados pelo dano, em relação ao modelo numérico atualizado final, apresentando o modelo com o dano numérico D2 uma alteração percentual em relação ao modelo final atualizado de 30% no segundo modo de torção.

De forma a manter o mesmo critério da análise realizada para o cenário de dano D1, foram considerados os mesmos parâmetros de projetos avaliados, que foram atualizados de duas formas diferentes, global, onde os parâmetros variam uniformemente, e Local, onde os parâmetros variaram por elemento. Assim, em termos da avaliação do dano, a primeira análise objetiva a identificação e a segunda a localização e quantificação do dano.

A Tabela 8.6 apresenta os valores finais dos parâmetros por meio da atualização global.

Tabela 8.6: Valores Finais dos Parâmetros Processo de Atualização – Global

Parâmetro	Tipo	Elemento	Símbolo	Inicial	Atualizado	Diferença
1	Área	Transversina	AX	9.80E-01	1.25E+00	27.60%
2	Área	Cabos	AX	2.16E-02	2.91E-02	34.74%
3	Área	Viga Principal	AX	8.28E+00	6.78E+00	-18.10%
4	Inércia Y	Viga Principal	IY	2.37E+02	2.62E+02	10.62%
5	Inércia Y	Viga Viaduto - Direita	IY	2.37E+02	1.51E+02	-36.44%
6	Inércia Y	Viga Viaduto - Esquerda	IY	2.37E+02	2.07E+02	-12.78%
7	Inércia Z	Transversina	IZ	4.70E-02	4.51E-02	-4.22%
8	Inércia Z	Viga Principal	IZ	2.25E+00	2.12E+00	-6.16%

As alterações propostas por meio da otimização dos parâmetros de forma global conduziram a uma alteração na inércia em Y da viga principal de cerca de 10%, contudo não foi capaz de representar a alteração na inércia em Z, além de apresentar uma redução na área da viga principal em 18.55%. A Figura 8.13 apresenta a variação percentual dos parâmetros.

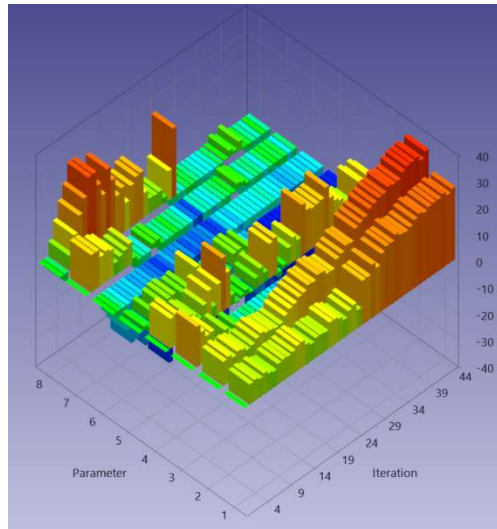


Figura 8.13: Alteração Percentual por Parâmetro Global – Dano D2

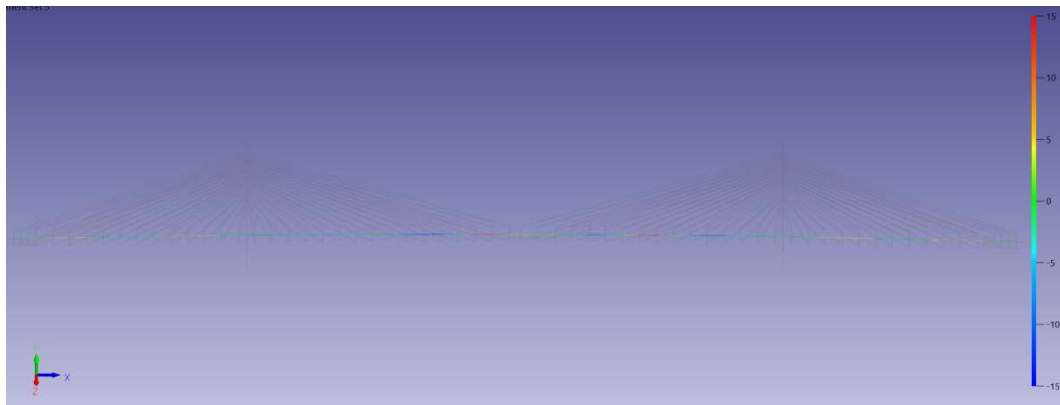
Assim, por meio da otimização por parâmetros globais, não foi possível concluir com clareza qual o elemento necessita de alteração, uma vez que o programa sugeriu a alteração aleatórias aos elementos com danos previamente propostos no modelo.

Por fim, realizou a atualização por parâmetros locais, e ao final do processo de otimização automática, pode-se verificar que o programa conduziu à representação precisa da estrutura aprimorando a correlação com o comportamento experimental, sendo que os valores das frequências apresentaram um FER médio de 0.67% e o MAC médio foi de 80.9, conforme Tabela 8.7.

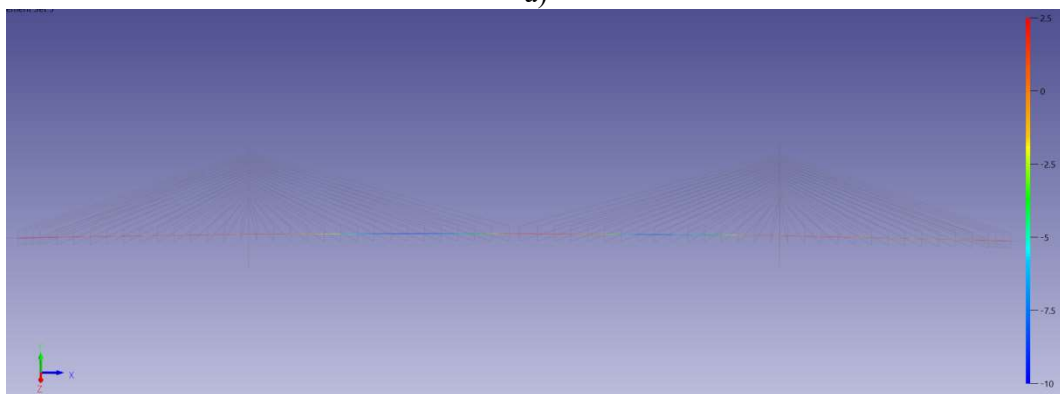
Tabela 8.7: Valores Finais dos Parâmetros de Resposta – Dano D2

Modo	Freq. Numérica Intacta (Hz)	Freq. Numérica Dano 2 (Hz)	Freq. Exp. (Hz)	FER (%)	MAC (%)
1 L	0,2422	0.25349	0.26938	-5.9	97.5
1 V	0,3633	0.36791	0.36419	1.02	97.3
2 L	0,4966	0.50404	0.51547	-2.22	92.9
2 V	0,6973	0.73008	0.69231	5.46	87.8
3 V	0,7698	0.77146	0.76632	0.67	80.9
4 V	0,8486	0.85803	0.8842	-2.96	75.9
1 T	1,0818	0.94535	0.95618	-1.13	69.7
6 V	0,9318	1.0279	1.0091	1.85	86.5
7 V	1,1498	1.1743	1.149	2.2	67.9
8 V	1,4003	1.4096	1.4417	-2.22	57.3
2 T	1,7839	1.7516	1.603	9.27	48.5

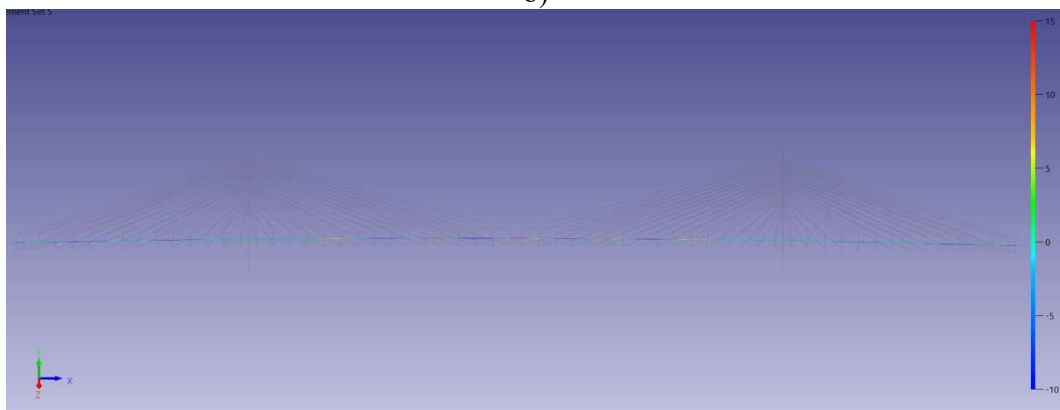
Quanto às alterações nos parâmetros encontrados no processo de otimização automática estes levaram a uma representação dos danos analisados ao propor aumentar a área e inércia, contudo o programa não foi capaz de apontar os elementos com danos com precisão, e nem mesmo a sua quantificação como pode ser observado na Figura 8.14.



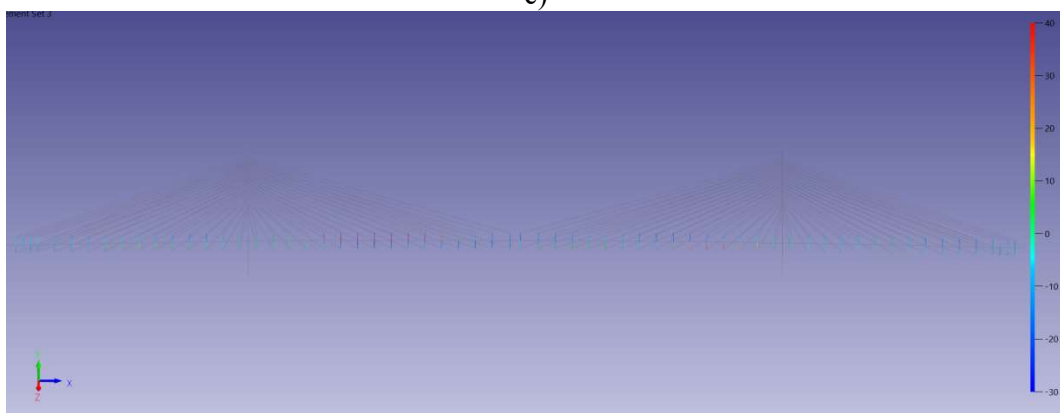
a)



b)



c)



d)

Figura 8.14: Alteração Percentual dos Parâmetros por Elemento  
 a) Área; b) Inércia Y; c) Inércia Z – Viga; d) Inércia Z - Transversina

Quanto à quantificação a área apresentou um acréscimo de 15% nos elementos próximos aos danificados a  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{2}{3}$  do vão (vermelho), contudo apontou algumas reduções de até 15% em dois locais diversos aos danos (azul). A inércia apresentou um acréscimo na direção Y da ordem de 2.5% nos 16 elementos próximos ao dano simulados no L/2, além de uma redução de até 10% em elementos centrais diversos aos danificados. A inércia na direção Z apresentou um incremento de 15% nos elementos danificados ao L/2 e 2L/3 e nos elementos próximos ao dano em L/8 em 7.5%, contudo apresentou alterações em locais não danificados. Por fim, na direção Z a inércia da viga transversina apresentou um aumento de 40% próximo aos elementos danificados de L/8, e 10% próximo ao L/2 e 2L/3.

Assim, a otimização dos parâmetros do modelo dano D2, onde a inércia da Viga principal foi reduzida em 25%, foi capaz de indicar um acréscimo da área e inércia da viga de forma geral próximo aos elementos danificados, contudo não apresentou uma localização precisa e tampouco foi possível quantificar o dano previsto.

### 8.2.3 Cenário de Dano D3

Considerando o cenário de dano D3, onde as inércias Y e Z da viga principal foram reduzidas em 10%, tem-se a avaliação dos danos numérico simulados por meio da atualização automática ou otimização dos parâmetros da estrutura. Os valores das Frequências e índices MAC e FER iniciais são apresentadas na Tabela 8.8.

Tabela 8.8: Valores Iniciais das Frequências, Índice FER e MAC

Modo	Freq. Numérica Intacta (Hz)	Freq. Numérica Dano 3 (Hz)	Freq. Exp. (Hz)	FER (%)	MAC (%)
1 L	0.2422	0.2416	0.26938	-10.01	97.60
1 V	0.3633	0.37077	0.36419	1.83	97.40
2 L	0.4966	0.51912	0.51547	0.88	93.90
2 V	0.6973	0.65938	0.69231	-4.43	78.60
3 V	0.7698	0.84177	0.76632	9.97	81.90
4 V	0.8486	0.95569	0.8842	8.21	76.40
6V	0.9318	1.0872	0.95618	13.87	46.30
1 T	1.0818	1.1618	1.0091	14.69	83.50
7 V	1.1498	1.4176	1.149	23.72	70.80
8 V	1.4003	1.7576	1.4417	23.09	77.50
2 T	1.7839	2.3146	1.603	43.72	34.20

Foram considerados os mesmos parâmetros de projetos avaliados no cenário de dano D1, global, onde os parâmetros variam uniformemente, e Local, onde os parâmetros variaram por elemento. Assim, em termos da avaliação do dano, a primeira análise objetiva a identificação e a segunda a localização e quantificação do dano.

A Tabela 8.9 apresenta os valores finais dos parâmetros por meio da atualização global.

Tabela 8.9: Valores Finais dos Parâmetros Processo de Atualização – Global

Parâmetro	Tipo	Elemento	Símbolo	Inicial	Atualizado	Diferença
1	Área	Transversina	AX	9.80E-01	1.11E+00	12.95%
2	Área	Cabos	AX	2.16E-02	2.43E-02	12.66%
3	Área	Viga Principal	AX	8.28E+00	8.70E+00	5.07%
4	Inércia Y	Viga Principal	IY	2.37E+02	2.87E+02	20.92%
5	Inércia Y	Viga Viaduto - Direita	IY	2.37E+02	2.19E+02	-7.56%
6	Inércia Y	Viga Viaduto - Esquerda	IY	2.37E+02	2.13E+02	-10.01%
7	Inércia Z	Transversina	IZ	4.70E-02	4.82E-02	2.53%
8	Inércia Z	Viga Principal	IZ	2.25E+00	2.92E+00	29.52%

As alterações propostas por meio da otimização dos parâmetros de forma global conduziram a uma alteração nas inercias Y e Z da viga principal em aproximadamente 21% e 30%. Contudo, apresenta variações em parâmetros como área dos cabos e inércia das vigas do viaduto. A Figura 8.15 apresenta a variação percentual dos parâmetros, que pode ser considerada como uma sinalização do elemento onde poderia estar localizado o dano.

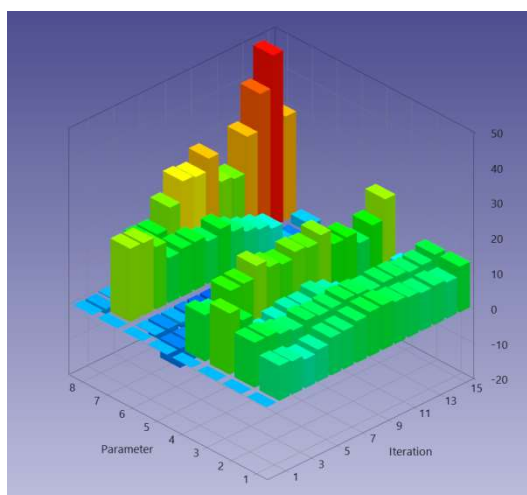


Figura 8.15: Alteração Percentual por Parâmetro Global – Dano D3

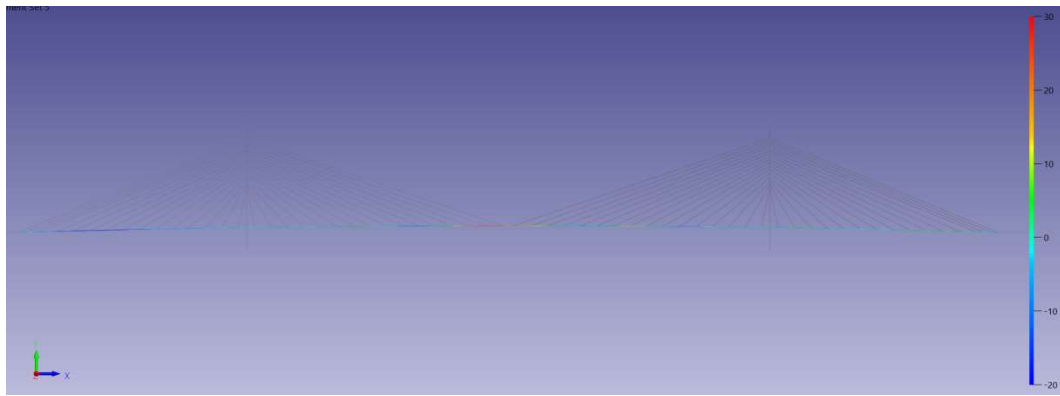
Por fim, realizou-se a atualização por parâmetros locais, e ao final do processo de otimização automática, pode-se verificar que o programa conduziu à representação da estrutura aprimorando a correlação com o comportamento experimental, onde o índice FER atingiu o valor médio de 0.49% e o índice MAC médio o valor de 81.36, conforme Tabela 8.10.



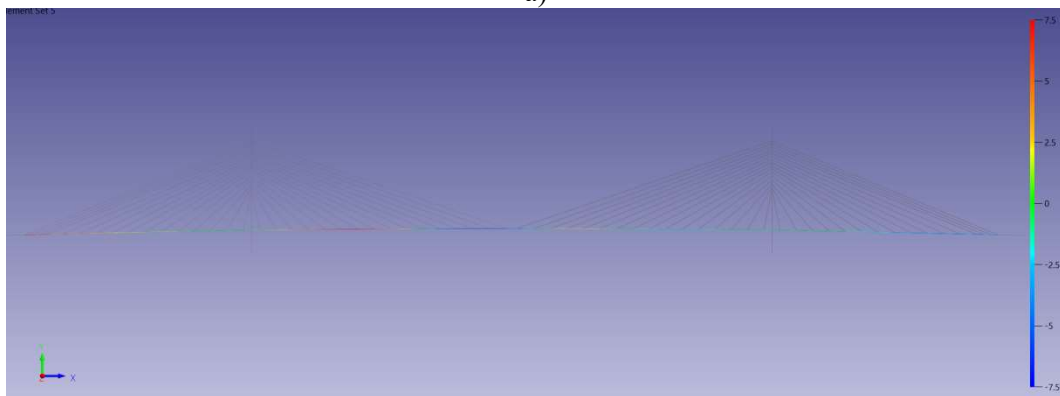
Tabela 8.10: Valores Finais dos Parâmetros de Resposta – Dano D3

<b>Modo</b>	<b>Freq. Numérica Intacta (Hz)</b>	<b>Freq. Numérica Dano 3 (Hz)</b>	<b>Freq. Exp. (Hz)</b>	<b>FER (%)</b>	<b>MAC (%)</b>
1 L	0,2422	0.24686	0.26938	-8.36	97.60
1 V	0,3633	0.35455	0.36419	-2.65	97.50
2 L	0,4966	0.50127	0.51547	-2.75	94.00
2 V	0,6973	0.72477	0.69231	4.69	86.00
3 V	0,7698	0.77138	0.76632	0.66	85.10
4 V	0,8486	0.86231	0.8842	-2.48	75.90
1 T	1,0818	0.94762	0.95618	-0.90	72.50
6 V	0,9318	1.0225	1.0091	1.32	88.10
7 V	1,1498	1.1655	1.149	1.43	70.30
8 V	1,4003	1.4434	1.4417	0.11	68.50
2 T	1,7839	1.6589	1.603	3.49	59.50

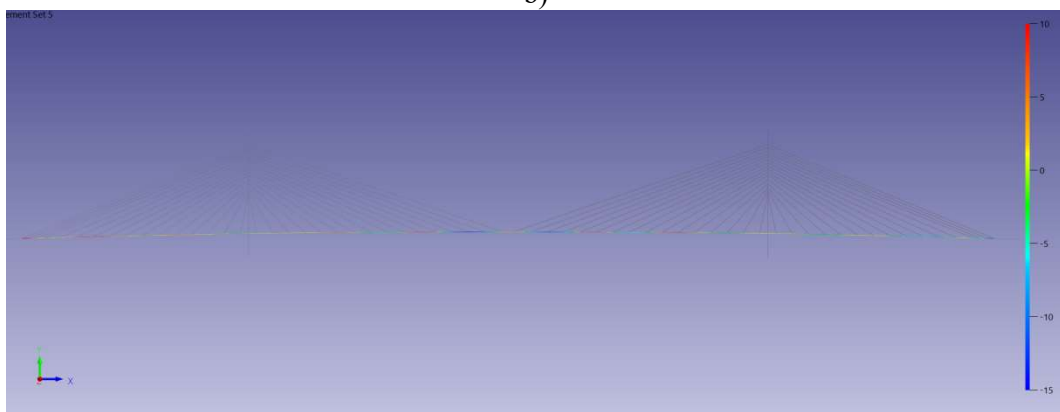
Quanto às alterações nos parâmetros encontrados no processo de otimização automática estes levaram à representação dos danos analisados ao propor aumentar a área e inércia, contudo o programa não foi capaz de apontar os elementos com danos com precisão, e nem mesmo a sua quantificação como pode ser observado na Figura 8.16.



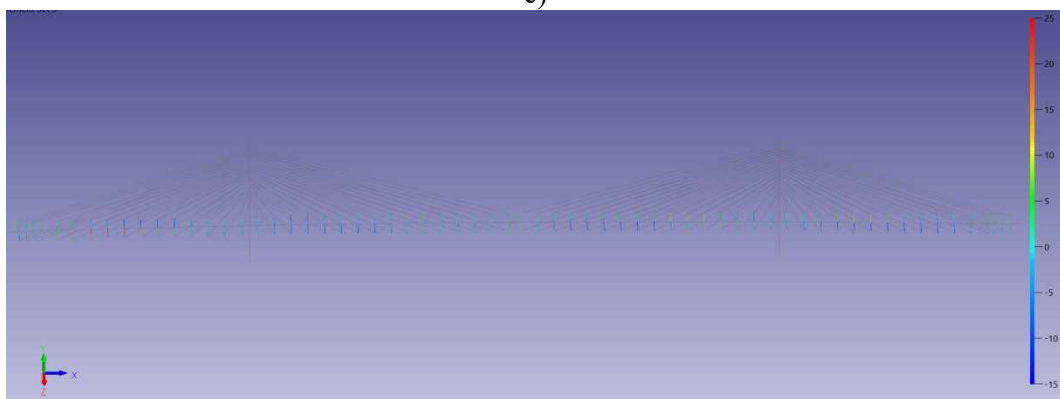
a)



b)



c)



d)

Figura 8.16: Alteração Percentual por dos Parâmetros por Elemento  
a) Área; b) Inércia Y; c) Inércia Z – Viga Principal; d) Inércia Z – Transversinas

Quanto à quantificação a área apresentou um acréscimo de 30% na viga principal nos elementos próximos aos danificados a  $L/2$ , contudo apontou algumas reduções de até 20% em locais diversos aos danos. A inércia da viga apresentou um acréscimo na direção Y da ordem de 7.5% nos 16 elementos próximos ao dano simulados de  $L/8$ , contudo apresentou uma redução de 7.5% no  $L/2$ , e na direção Z apresentou um incremento de 10% nos 8 elementos danificado próximos aos trechos  $L/8$ ,  $L/3$ ,  $L/2$ ,  $2L/3$  e  $7L/8$ , contudo apresentou uma redução de 15% em outros pontos diversos aos com danos. Por fim, na direção Z a inércia da viga transversina apresentou um aumento de 25% nos vãos laterais, onde não foram previstos danos.

A otimização dos parâmetros do modelo dano D3, onde a inércia da Viga principal foi reduzida em 10%, foi capaz de indicar um acréscimo da área e inércia da viga de forma geral. Contudo, não apresentou convergência para a alteração dos parâmetros de Inércia em Y e Z e nem mesmo apontou os elementos danificados. Assim, considera-se que a metodologia não foi adequada para localizar os nós onde foram previstos os danos no modelo numérico, tampouco foi possível quantificar o dano previsto para o dano D3 considerado leve.

### **8.3 PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO CAPÍTULO**

Em relação à capacidade de avaliação de danos por meio do processo de otimização automática de modelos numéricos pode-se verificar que a estratégia apresenta, não apenas uma capacidade de detecção, mas conduz à possibilidade de localização e aponta aptidão para convergir para os valores de danos analisados no modelo numérico, se mostrando promissor também para este fim.

No entanto, a precisão do processo está diretamente relacionada ao grau do dano estudado, sendo que os danos maiores, como Dano D1 redução de 50% da inércia, apresentam maior precisão na avaliação do dano e menos falsos positivos, que os demais cenários estudados Dano D2e D3, o resumo dos resultados está apresentado na Tabela 8.11 a seguir.

Considerando o cenário de Dano D1, onde a inércia da Viga principal foi reduzida em 50%, quando adotados os parâmetros de forma global a atualização conduziu a uma boa representação do dano, melhorando a correlação com o comportamento experimental,

considerado intacto. Na otimização por parâmetros locais foi capaz de indicar um aumento da área e inércia da viga nos elementos onde foram previstos os danos, sendo que distribuiu a modificação dos parâmetros entre inércia e área de forma a reestabelecer na estrutura as condições do ensaio.

Considerando o cenário de Dano D2, onde a inércia da Viga principal foi reduzida em 25%, por meio da otimização por parâmetros globais, não foi possível concluir com clareza qual o elemento necessita de alteração, uma vez que o programa sugeriu alteração aleatórias aos danos previamente propostos no modelo. Quando considerado os parâmetros locais foi capaz de indicar um acréscimo da área e inércia da viga de forma geral próximo aos elementos danificados, contudo não apresentou uma localização precisa e tampouco foi possível quantificar o dano previsto.

Considerando o cenário de Dano D3, onde a inércia da Viga principal foi reduzida em 10%, quando adotados os parâmetros de forma global as alterações propostas conduziram a uma alteração nas inercias Y e Z da viga principal em aproximadamente 21% e 30%, onde pode ser considerado uma sinalização do elemento onde poderia estar localizado o dano. Contudo, quando considerados os parâmetros locais, de forma geral a otimização dos parâmetros indicou um acréscimo da área e inércia da viga de forma geral. Contudo, não apresentou convergência para a alteração dos parâmetros de Inércia em Y e Z e nem mesmo apontou os elementos danificados. Assim, considera-se que a metodologia não foi adequada para localizar os elementos onde foram previstos os danos no modelo numérico, tampouco foi possível quantificar o dano previsto para o dano D3 considerado leve.

Tabela 8.11: Resumo dos resultados

<i>Cenário de Dano/ Avaliação</i>	<b>D1</b>	<b>D2</b>	<b>D3</b>
<i>Detectar</i>	✓	✓	✓
<i>Localizar</i>	✓	✓	✗
<i>Quantificar</i>	✓	✗	✗

Por fim, o estudo baseou-se em dados numéricos, sendo necessária a validação por meio de dados experimentais para uma precisa avaliação dos resultados.

## 9. CONCLUSÕES E PESPECTIVAS

*Um problema depois de resolvido torna-se de uma simplicidade aterradora.*

*Paulo Coelho<sup>4</sup>*

No capítulo de CONCLUSÕES e PESPECTIVAS, fazem-se deduções lógicas baseadas e fundamentadas no texto e decorrentes da pesquisa e são apresentadas conforme os itens discutidos durante o trabalho. Por fim, fazem-se as recomendações e sugestões resultantes da pesquisa que deverão ser objetos de pesquisas futuras.

### 9.1 ESTRUTURAS ESTAIADAS

As estruturas estaiadas são estruturas altamente eficientes e marcos arquitetônicos, e nas últimas décadas o emprego destas estruturas vem aumentando progressivamente, sendo atualmente a solução mais utilizada para estruturas de pontes e viadutos de médios e grandes vãos.

Como objeto do estudo do trabalho foi considerada a Ponte Estaiada sobre o Rio Arade, localizada em Portimão, Portugal, onde foram realizados ensaios que visaram a caracterização do comportamento dinâmico, sendo dois deles ensaios para caracterização dinâmica dos modos e frequências naturais da ponte e ensaio para medição das cargas nos cabos por meio da caracterização da frequência.

Ao se comparar os ensaios pode-se verificar que as frequências medidas no ensaio de 2006 são ligeiramente superiores às frequências medidas em 1991, o que se deve, provavelmente, ao aumento da resistência do concreto no tempo, sendo a maior diferença no primeiro modo de vibração vertical. Em relação às configurações modais estas apresentam formas semelhantes ao comparar os dois ensaios, o que indica a manutenção da integridade global da estrutura.

---

<sup>4</sup> Paulo Coelho, *O diário de um mago*, 1987, (p. 100)

## 9.2 ESTRUTURAS COMPOSTAS DE CABOS

Um dos primeiros passos no desenvolvimento do trabalho foi o estudo do comportamento dos cabos da Ponte sobre o Rio Arade, onde a aplicação pretendida consistiu na análise da resposta estática do cabo submetido ao peso próprio e a avaliação das frequências naturais e modos de vibração.

Uma das principais considerações foi da análise numérica não-linearidade atribuível aos grandes deslocamentos dos cabos, com base na idealização dos cabos como elementos de barras.

A metodologia de estudo se dividiu em duas partes, uma analítica e outra numérica, sendo calibrados os resultados com os dados do ensaio experimental. Ao final, as análises, estática e dinâmica, desenvolvidas por meio do estudo analítico e numérico, apresentaram boa correlação entre si e resultados muito próximos aos valores experimentais.

Quanto à utilização da metodologia de otimização visando a estimar os valores das tensões nos cabos esta foi capaz de estimar os valores das tensões nos cabos com precisão de 4.57 % para os cabos longos e 4.91% em cabos curtos relação ao ensaio experimental. Sendo que para os cabos curtos, devido à dificuldade na avaliação do efeito de rigidez a flexão  $EI$ , foram necessárias duas fases de otimização, a primeira no qual buscou-se identificar a seção ótima do cabo e na segunda fase onde foi estimado a tensão.

Quanto ao sucesso no processo de otimização este está diretamente relacionado ao parâmetro  $\lambda^2$  proposto por Irvine (1981) e ao número de parâmetros de respostas utilizados no processo de otimização, sendo que para uma estimativa dos valores de tensão com erros inferiores a 5% em relação ao teste experimental foi necessário o mínimo de cinco dados de frequências.

Outra conclusão que pode-se extrair é em relação aos dados de resposta utilizados, sendo que na análise com dados do ensaio dinâmico a ordem da frequência utilizada no processo de otimização influência nos resultados de otimização, sendo que a frequência do 1º modo apresenta maior correlação com a tensão instalada no cabo que as demais, enfatizando a necessidade de buscar identificar as primeiras frequências nos ensaios experimentais, em particular, quando a força instalada no cabo for estimada através da medição da frequência.

Ao final do processo de atualização os valores finais de tensão nos cabos e de deformação estática calculados pelos métodos analíticos e numéricos no estudo dos modelos de cabos isolados foram transportados como dados de entrada para o desenvolvimento do modelo global da ponte.

### **9.3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO**

O processo de desenvolvimento do modelo numérico pelo método dos elementos finitos, que visou representar o comportamento da Ponte sobre o Rio Arade, foi estabelecido por meio da versão acadêmica do programa comercial de elementos finitos ANSYS®.

Esta etapa pode ser descrita como uma evolução dos vários modelos numéricos desenvolvidos, desde o modelo 2D ao Modelo 3D, e pode-se notar a importância da representação precisa das propriedades de rigidez lateral para a correta representação destes modos de vibração laterais e de torção.

De uma forma geral um dos passos mais complicados no desenvolvimento e análise foi a calibração das cargas nos cabos e a análise e convergência no processo de análise estática não-linear, uma vez que a protensão dos cabos modifica a rigidez destes elementos, e o correto escalonamento da carga foi fundamental para se conseguir a convergência da análise.

O modelo 2D foi o modelo preliminar de análise, e representou bem o comportamento vertical, considerando que as dimensões longitudinais e verticais são muito maiores que a dimensão lateral da ponte.

Em 3D foram desenvolvidos três modelos chamados Espinha de Peixe, *grelha com Elemento de Casca* e *Elementos Sólidos 3D*. Cada modelo apresentou vantagens e desvantagens na representação da estrutura, contudo os modelos mais promissores para o processo de atualização e otimização do modelo numérico da estrutura, considerando o baixo custo computacional e a relativa precisão na representação do comportamento dinâmico da ponte, foram o modelo Espinha de Peixe e Grelha com Elemento de Casca. O modelo em elementos sólidos 3D apresentou ótima precisão, contudo, o custo computacional o tornou inviável a ser utilizado no processo de atualização.

### **9.4 INCERTEZAS NAS MODELAGEM NUMÉRICA**

A abordagem de incertezas na modelagem numérica visando a quantificação da incerteza, definição do espaço de projeto a ser considerado e validação do modelo, forneceu informações valiosas sobre a importância relativa de diversas fontes de incerteza para as estruturas, apresentando-se como uma ferramenta eficiente para avaliar os efeitos da incerteza dos parâmetros do modelo nas respostas modais da ponte.

Os resultados encontrados mostram que o modelo de espinha de peixe satisfaz o intervalo de confiança calculado, onde o espaço de confiança inclui todos os dados experimentais, o que indica que o nível de confiança do modelo é superior a 95%. Para o modelo de grelha, exceto a 5ª, 7ª e 8ª frequência, que mostram uma violação da simulação em relação aos dados experimentais, as frequências mostram valores válidos.

## **9.5 ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO**

Na atualização foram considerados os modelos numéricos Espinha de Peixe e Grelha com Elemento de Casca, atualizados com base em duas séries de dados de ensaios experimentais, um realizado ao final da construção em 1999, e um segundo ensaio realizado em 2006.

Destaca-se três etapas que foram fundamentais para o sucesso no processo de atualização dos modelos numéricos:

- Atualização manual, desenvolvida ao longo do processo de modelagem, que possibilitou a modificação de parâmetros que não podem ser representados por variáveis, fazendo deste processo uma complementação da atualização automática.
- Análise de sensibilidade, objetivando definir os parâmetros mais sensíveis, candidatos ao processo de atualização.
- Avaliação numérica das incertezas dos modelos, realizada por meio da comparação dos resultados de análises estáticas entre os modelos desenvolvidos, junto à análise de varredura realizada por meio de simulação de Monte Carlo, levou à definição do espaço viável de projeto por meio das restrições laterais.

De forma geral, ao final do processo de atualização os modelos numéricos apresentaram uma melhor correlação entre os modos e diminuíram a diferença entre as frequências. O



modelo Espinha de Peixe apresentou um índice FER médio de 2.45% e MAC de 78.59, em relação aos dados experimentais de 1991, e um índice FER médio de 3.92% e um índice MAC de 82.36, considerando o ensaio de 2006. O modelo em Grelha alcançou valores de FER médio de 6.58% e MAC de 91.66, em relação aos dados experimentais de 1991, e valores de FER médio de 3.73% e MAC de 75.23, considerando os dados experimentais de 2006.

O modelo numérico que melhor representou a estrutura da Ponte Estada sobre o Rio Arade, considerando como critério a função objetivo adotada, foi o modelo espinha de peixe alcançando ao final do processo de atualização um valor de  $CC_{TOTAL}$  de 21.55.

## **9.6 APLICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO ATUALIZADO NA AVALIAÇÃO DE DANOS**

A utilização da metodologia de atualização do modelo numérico como forma de detectar, localizar e quantificar os danos em estruturas vem mostrando capacidade de predizer sobre danos por meio da alteração das propriedades dos membros estruturais.

A capacidade de avaliação de danos por meio do processo de otimização automática de modelos numérico apresenta, não apenas uma capacidade detecção, mas conduz à localização e aponta aptidão para convergir para os valores de danos analisados no modelo numérico, se mostrando promissor também para este fim.

No entanto, a precisão do processo está diretamente relacionada ao grau do dano estudado, sendo que os danos maiores, como uma redução de 50% da inércia da viga principal, apresentam maior precisão na avaliação do dano e menos falsos positivos, que os demais cenários estudados com danos de 25% e 10%.

Enfim, o estudo baseou-se em dados numéricos, sendo necessária à validação por meio de dados experimentais para uma completa avaliação dos resultados.

## **9.7 PESPECTIVAS FUTURAS**

Apesar das extensas pesquisas relacionadas a modelos dinâmicos numéricos de pontes, ainda há uma ampla área de trabalho a ser desenvolvida, destacando nos parágrafos algumas das questões mais importantes a serem abordadas nos futuros trabalhos.

Realizar ensaios em todos os cabos da ponte, identificando as frequências, tensões e deformadas finais, visando validar e melhorando a calibração do modelo final.

Considerar uma atualização do modelo numérico com dados de ensaios recentes e outros tipos de ensaios, como levantamento da configuração final deformada dos cabos e tabuleiro, e dados de ensaios estáticos como prova de carga, uma vez que a atualização do modelo se baseou apenas em dados de ensaios dinâmicos, outros tipos de ensaios poderiam levar a um modelo com características mais realistas.

Quantificação das incertezas do modelo numérico atualizado por meio da avaliação de variabilidades intrínsecas, como as provenientes de erros em medições físicas imprecisas durante a realização dos ensaios experimentais, assim como erros na descrição matemática do modelo, devido a aproximações numéricas da simulação computacional, que afetam a precisão dos resultados.

Utilização do modelo atualizado como base para avaliação e acompanhamento da estrutura ao longo do ciclo de vida, sendo este uma ferramenta de avaliação de possíveis danos e alterações estruturais.

As técnicas de avaliação de danos se mostram promissoras por meio do processo de atualização do modelo numérico, e espera-se, a possibilidade de detectar, localizar e quantificar os danos de forma rápida e confiável aumentando a segurança, prolongando a vida útil, e por fim reduzindo os custos de manutenção das pontes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT:NBR-16230. **Inspeção de estruturas de concreto — Qualificação e certificação de pessoal — Requisitos.** ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. São Paulo. 2013.

\_\_\_\_\_. **NBR-9452. Vistorias de pontes e viadutos de concreto — Procedimento.** ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. Sao PAulo, p. 11. 2012. (ABNT NBR 9452:2012 ).

AIAA. **Guide: Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations.** American Institute of Aeronautics and Astronautics. [S.l.]. 2002. (978-1-56347-285-5).

ALLEMANG, R. J. The Modal Assurance Criterion Twenty Years of Use and Abuse. **Sound and Vibration Magazine**, v. 37, n. 8, p. 14-21, Agosto 2003. ISSN 9469125.

ALMEIDA, P. A. O.; BIANCHI, M. C. A.; FRIAZA, N. O.; CHAKRIAN, A.; ZUZA, P. H. A.; GONÇALVES, A. P. **PROVA DE CARGA DINÂMICA PONTE ESTAIADA ANITTA GARIBALDI, BR-101.** LSE – Laboratório de Sistemas Estruturais. Osasco SP, p. 174. 2015. (LSE-487–R20150910).

ALMEIDA, P. M. N. **Cálculo dos Esforços em Tabuleiros de Pontes de Tirantes Durante a Fase Construtiva.** Porto: Mestrado Integrado em Engenharia Civil 2012/2013 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2013.

AMADOR, S. D. R.; SOUZA, R. M.; VELOSO, L. A. C. M.; RODRIGUES, J. F. **Effects of Support Flexibility on the Modal Parameters of a Steel Bridge.** Guarapari, Espírito Santo, Brazil. 2005.

ANSYS®. **ANSYS Mechanical User's Guide Release 15.0.** Canonsburg. 2013.

ARTEMIS. **Ambient Response Testing and Modal Identification Software.** StructuralVibration Solution A/S. Alborg. 1999.

ASCE. Brooklyn Bridge. **Metropolitan Section, American Society of Civil Engineers**, 2008. Disponível em: <<http://www.ascemetsection.org/content/view/339/872/>>. Acesso em: 09 Junho 2014.

ASGARI, B.; OSMAN, S. A.; ADNAN, A. Sensitivity Analysis of the Influence of Structural Parameters on Dynamic Behaviour of Highly Redundant Cable-Stayed Bridges. **Advances in Civil Engineering**, v. 2013, p. 1687-8086, 2013.

ASKEGAARD, V.; MOSSING, P. Long term observation of RC-bridge using changes in natural frequency. **NORDIC CONCRETE FEDERATION**, Oslo, Norway, v. 7, p. 20-27, Dec 1988. ISSN 0800-6377.

ASME. **Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics**. Standards Committee on Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York, USA. 2006. (079183042X).

AYYUB, B. M.; KLIR, G. J. **Uncertainty Modeling and Analysis in Engineering and the Sciences**. Boca Raton: Taylor & Francis Group, LLC, 2006. ISBN 978-0978-1-58488-644-0.

BAMFORTH, P.; CHISHOLM, D.; GIBBS, J.; HARRISON, T. **Properties of Concrete for use in Eurocode 2**. STRUCTURAL ENGINEERING FORUM OF INDIA. [S.l.]: [s.n.]. 2017. p. 1-59.

BANDHAUER, C. G. H. **Verhandlungen über die artistische Untersuchung des Baues der Hängebrücke über die Saale bei Mönchen-Nienburg**. Leipzig: Hartmann, 1829.

BENZONI, G.; BONESSIO, N.; LOMIENTO, G. **Structural Health Monitoring of Bridges with Seismic Response Modification Devices**. University of California, San Diego. La Jolla, California. 2013. (Report No. SSRP-13/02).

BIRNSTIEL, C. Collapse of a cable-stayed road bridge in Germany in 1825. **Proceedings of the ICE - Engineering History and Heritage**, 166, n. 4, Outubro 2013. 207-226.

BISWAS, M.; PANDEY, A. K.; SAMMAN, M. M. Modal Technology for Damage Detection of Bridges. **Bridge Evaluation, Repair and Rehabilitation**, v. 187, n. E, p. 161-174, 1990b. ISSN 978-94-010-7469-8.

BISWAS, M.; PANDEY, A.; SAMMAN, M. Diagnostic Experimental Spectral/Modal Analysis of a Highway Bridge. **The International journal of analytical and experimental modal analysis**, v. 5, n. 1, p. 33-42, January 1990a.

BONTEMPI, F.; CATALLO, L.; SGAMBI, L. **Structural analysis and design of long span suspension bridges with regards to nonlinearities, uncertainties, interactions and sustainability**. Proceedings of the Second International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management. Kyoto, Japan: [s.n.]. 2004.

BOX, G. **Robustness in the Strategy of Scientific Model Building**. WISCONSIN UNIV-MADISON MATHEMATICS RESEARCH CENTER. Madison, Wisconsin, p. 40. 1979. (ADA070213).

BRASILIANO, A. **Identificação de Sistemas e Atualização de Modelos Numéricos com Vistas à Avaliação da Integridade Estrutural**. Universidade de Brasília. Brasília DF. 2005. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.

BRASILIANO, A.; DOZ, G.; BRITO, J. L. V.; PIMENTEL, R. **Role of Non-Metallic Components on the Dynamic Behaviour of Composite Footbridges**. Proceedings Third International Conference Footbridges. Porto: FEUP. 2008.

BRINCKER, R.; ANDERSEN, P.; CANTIENI, R. IDENTIFICATION AND LEVEL I DAMAGE DETECTION OF THE Z24 HIGHWAY BRIDGE. **Experimental Techniques**, v. 25, n. 6, p. 51-57, 2001. ISSN 0732-8818(p).

BRITE-EURAM BE 96-3157. **System Identification to Monitor Civil Engineering Structures (SIMCES)**. Directorate-General XII - Science, Research and Development - B-1049 Brussels. Luxembourg, p. 160-161. 1997. (92-828-3230-9). BE96-3157 Contrato: BRPR-CT96-0277.

BROWNJOHN, J.M.W.; DUMANOGLU, A.A.;SEVERN, R.T.;TAYLOR, C.A. Ambient vibration measurements of the Humber Suspension Bridge and comparison with

calculated characteristics. **Institution of Civil Engineers**, Bristol, v. 83, n. Part 2, p. 561-600, Sept 1987. ISSN PAPER 9173.

BROWNJOHN, J.M.W.; MAGALHÃES, F.; CAETANO, E.; CUNHA, A. Ambient vibration re-testing and operational modal analysis of the Humber Bridge. **Engineering Structures**, v. volume 32, p. 2003-2018, 2010.

BROWNJOHN, J. M. W.; HAO, H.; PAN, T. C. **Assessment of structural condition of bridges by dynamic measurements**. Singapore. 2001.

BS EN 1992-1-1. **Eurocode 2: Design of concrete structures. General rules and rules for buildings**. Brussels. 2004.

BULLEIT, W. M. Uncertainty in Structural Engineering. **Practice Periodical on Structural Design And Construction ASCE**, v. 13, n. 21, p. 24-30, February 2008.

BUONOMO, M. et al. **The Design and the Construction of the Millau Viaduct**. Conference proceedings Steelbridge 2004 Steel bridges extend structural limits. Millau: Paris-La Défense, France. 23-25 June 2004. p. 165-182.

CAETANO, E. D. S.; MAGALHÃES, F.; CUNHA, Á. **Ponte sobre o Rio Arade Estudo para Avaliação das Características Dinâmicas**. Porto, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas (VIBEST), 2007.

CAETANO, E. S. **Dynamics of Cable-stayed Bridges: Experimental Assessment of Cable-Structure Interaction**. Universidade do Porto. Porto, p. 621. 2000. Tese de Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto FEUP.

CAETANO, E. S. **Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridges**. Zurich: International Association for Bridge and Structural Engineering IABSE, 2007. ISBN 978-3-85748-115-4.

CAETANO, E.; CUNHA, A. Modal Testing of the Vasco da Gama Bridge, Portugal. **Encyclopedia of Structural Health Monitoring**, Chichester, p. 2183-2198, 15 Setembro 2009.

CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Materials Science and Engineering: An Introduction**. 8th edition. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009. 992 p. ISBN 978-0470419977.

CANNONE, M.; FRIEDLANDER, S. Navier Blow-up and Collapse. **Notices of the American Mathematical Society**, 50, n. 1, Janeiro 2003. 7-13.

CARDOSO, R. D. A.; CURY, A.; BARBOSA, F. A clustering-based strategy for automated structural modal identification. **Structural Health Monitoring**, p. 1-17, 31 Janeiro 2017. ISSN 1475-9217. Disponível em: <<http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1475921716689239>>.

CATBAS, F. N.; CILOGLU, S. K.; HASANCEBI, O.; GRIMMELSMAN, K.; AKTAN, A. E. Limitations in Structural Identification of Large Constructed Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 133, n. 8, p. 1051-1066, AUGUST 2007.

CILOGLU, KORHAN; ZHOU, YUN; MOON, FRANKLIN; AKTAN, A. EMIN. Impacts of Epistemic Uncertainty in Operational. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 138, n. 9, p. 1059-1070, 2012.

CLOUGH, R. W. **The Finite Element in Plane Stress Analysis**. Proceedings 2nd ASCE Conference on Electronic Computations. Pittsburgh, USA: [s.n.]. 1960. p. 345-378.

COELHO, P. **O diário de um mago**. 1. ed. Brasil: [s.n.], v. 1, 1987. ISBN 8543809800, 9788543809809.

COMBAULT, J. The Rion-Antirion bridge when a dream becomes reality. **Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China**, v. 5, p. 415, Dec 2011. ISSN 1673-7407.

CORRÊA, M. R.; CAMPOS, C. A. **Ensaio Dinâmicos da Ponte sobre o Rio Arade**. Lisboa. 1992.

CROSS, E.J.; KOO, K.Y.; BROWNJOHN, J.M.W.; WORDEN, K. **Long-term Monitoring and Data Analysis of the Tamar Bridge**. Proceedings of ISMA2010 International Conference on Noise and Vibration Engineering e including USD2010. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven. 2010. p. pages 1345 - 1358.

CUNHA, A.; CAETANO, E.; BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. **Identification from the Natural Response of Vasco da Gama Bridge**. Proceedings of IMAC-22 : A Conference on Structural Dynamics, January 26 - 29, 2004. Dearborn, Michigan, USA: Society for Experimental Mechanics ( SEM ). 2004. p. 202-209.

CUNHA, A.; CAETANO, E.; MOUTINHO, C.; MAGALHÃES, F. **Monitorização Dinâmica de Pontes Para quê?** Congresso de Segurança e Conservação de Pontes ASCP. Lisboa: Associação Portuguesa para a Segurança e Conservação de Pontes (ASCP). 2 e 3 Junho 2009.

CUNHA, A.; CAETANO, E.; DELGADO, R. Dynamic Tests on a Large Cable-Stayed Bridge an Efficient Approach. **Journal of Bridge Engineering ASCE**, v. 6, n. 1, p. 54-62, 2001.

DISCHINGER, F. **Hängebrücke, insbesondere Eisenbahnbrücke, mit Versteifungsträger**. 936.144, 1949, a.

DISCHINGER, F. Hangebrücken für schwerste Verkehrslasten. **Der Bauingenieur**, Berlin, 24, n. 4, Março e Abril 1949, b. 107 - 113.

DNIT. **Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais**. DNER - Departamento Nacional de Estradas de Rodagem. Rio de Janeiro, p. 225. 1996. (IPR. Publ., 698).

DNIT. **Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias**. Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transportes. Rio de Janeiro, p. 253. 2004a. (IPR, Publicação 709).

DNIT. **Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias**. Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transportes. Rio de Janeiro, p. 253. 2004a. (IPR, Publicação 709).

DNIT. **Inspeções em pontes e viadutos de concreto armado e protendido - Procedimento**. DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. Rio de Janeiro, p. 18. 2004b. (NORMA DNIT 010/2004 - PRO).

DNIT. **Diretrizes básicas para elaboração de estudos e projetos rodoviários: instruções para acompanhamento e análise**. Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes, Instituto de Pesquisa Rodoviária. Rio de Janeiro, p. 564. 2010. (IPR. Publ. 739).



DOEBLING, S. W.; FARRAR, C. R.; PRIME, M. B. A Summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods. **The Shock and Vibration Digest**, v. 30, n. 2, p. 91-105, March 1998.

DOMINGUES, H. IBRACON. **Congresso Brasileiro de Concreto**, 29 Agosto 2014. Disponivel em: <[http://www.ibracon.org.br/eventos/52cbc/HENRIQUE\\_DOMINGUES.pdf](http://www.ibracon.org.br/eventos/52cbc/HENRIQUE_DOMINGUES.pdf)>.

DUMLUPINAR, TAHA; BURAK GOKCE, H; CATBAS, NECATI; FRANGOPOL, DAN; PROULX, TOM. Time-Variant Reliability and Load Rating of a Movable Bridge Using Structural Health Monitoring. **Dynamics of Bridges**, v. 5, p. 71-84, May 2011.

DURAND, J.-F.; SOIZE, C.; GAGLIARDINI, L. Structural-acoustic modeling of automotive vehicles in presence of uncertainties and experimental identification and validation. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 124, n. 3, p. 1513–1525, September 2008.

EINSTEIN, A. **Sidelights on relativity**. London: Methuen & Co. Ltd, 1922. 86 p. Disponivel em: <<https://archive.org/details/sidelightsonrela00einsuoft>>.

EN 1991-1-1. **Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-1: General actions - Densities, self-weight, imposed loads for buildings**. Brussels. 2002.

EN 1992-1-2. **Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-2: General rules - Structural fire design**. [S.l.]. 2004.

EN 1993-1-11. **Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-11: Design of structures with tension components**. Brussels. 2006. (EN 1993-1-11: 2006).

EWINS, D. J. **Modal Testing, Theory, Practice, and Application**. 2nd. ed. London: Research Studies Pre, v. I, 2000. 400 p. ISBN 978-0863800368.

FARHAT, C.; HEMEZ, F. M. Updating finite element dynamic models using an element-by-element sensitivity methodology. **AIAA Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics**, v. 31, n. 9, p. 1702-1711, SEPTEMBER 1993. ISSN 1533-385X (e) 0001-1452(p).

FARRAR, C.R.; BAKER, W.E.; BELL, T.M.; CONE, K.M.; DARLING, T.W.; DUFFEY, T.A.; EKLUND, A.; MIGLIORI, A. **Dynamic Characterization and Damage Detection in the I-40 Bridge Over the Rio Grande**. Los Alamos National Lab., NM (United States). [S.l.]. 1994. (LA-12767-MS; ON: DE94013200; TRN: 94:006228).

FARRAR, C. R.; JAUREGUID, D. A. Comparative study of damage identification algorithms applied to a bridge: I. Experiment. **Smart Materials and Structures**, v. 7, n. 5, p. 704-719, Janeiro 1999a. ISSN 161.45.205.103.

FARRARY, C. R.; JAUREGUIZ, D. A. Comparative study of damage identification algorithms applied to a bridge: II. Numerical study. **Smart Materials and Structures**, v. 7, n. 5, p. 720-731, Janeiro 1999b. ISSN 161.45.205.103.

FEMTOOLS 3.8.1 ®. **FEMtools 3.8.1 Release Notes**. Dynamic Design Solutions (DDS). Leuven – Belgium. 2015. (Part No. FTRN-381-1505). Version 3.8.1 – May 2015.

FERNANDES, J. A.; SANTOS, L. O. **Pontes atirantadas do Guadiana e do Arade**. Lisboa: LNEC Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1993.

FIB. **Model Code 2010 Design Code**. fib Bulletin 55. ed. Lausanne: FIB Fédération Internationale du Béton, v. II, 2010. 288 p. ISBN 1562-3610/978-2-88394-096-3.

FOBO, W. **Protection points**. Bridge Design & Engineering. Washington, DC: Hemming Information Services. 2012. p. 70-71.

FRANGOPOL, D. M. **Structural design optimization considering uncertainties**. Tradução de Dan M. Frangopol. 1. ed. Leiden: Taylor & Francis, v. 1, 2008. ISBN 0-203-93852-6. Structures and infrastructures series 1747-7735.

FRANGOPOL, D. M.; IMAI, K. Geometrically nonlinear finite element reliability analysis of structural systems. II: applications. **Computers and Structures**, v. 77, p. 693 - 709, 2000.

FRANGOPOL, D. M.; IMAI, K. Reliability of long span bridges based on design experience with the Honshu–Shikoku Bridge. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 60, p. 373–392, 2004.

FREYSSINET S.A. **Ponte sobre o Rio Arade Resultado de la Medicion de Fuerza en los Tirantes Mediante el Método de la Cuerda Vibrante**. Freyssinet. [S.l.]. 2005.

FRISWELL, M. I.; MOTTERSHEAD, J. E. **Finite Element Model Updating in Structural Dynamics**. 2. ed. Swansea: Springer Science & Business Media, v. 38, 1995. 292 p. ISBN 0792334310, 9780792334316. Solid Mechanics and Its Applications.

FRISWELL, M. I.; MOTTERSHEAD, J. E.; AHMADIAN, H. Combining Subset Selection and Parameter Constraints in Model Updating. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 120, n. 4, p. 854-859, October 1998. ISSN 1048-9002.

FRITZEN, C. P.; BOHLE, K. Identification of Damage in Large Scale Structures by Means of Measured FRFs - Procedure and Application to the 140-Highway-Bridge. **Key Engineering Materials**, v. 167-168, p. 310-319, 08 June 1999. ISSN 1662-9795.

FU, C. C.; WANG, S. **Computational Analysis and Design of Bridge Structures**. Boca Raton: CRC Press Taylor & Francis Group, v. I, 2014.

GIMSING, N. J.; GEORGAKIS, C. T. **Cable Supported Bridges Concept and Design**. 3. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2011. 512 p.

GOKCE, HASAN BURAK; CATBAS, F. NECATI; GUL, MUSTAFA; FRANGOPOL, DAN M. Structural Identification for Performance Prediction Considering Uncertainties: Case Study of a Movable Bridge. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 10, p. 1703-1715, October 2013.

GREENING, P. D. **Dynamic Finite Element Modelling and Updating of Loaded Structures**. University of Bristol. Bristol, p. 258. 1999. Thesis submitted to the University of Bristol for the degree of Doctor of Philosophy in the Faculty of Engineering.

GRIFF, T. Correio da Manhã. **CM Portugal**, 2016. Disponível em: <[http://www.cmjornal.pt/portugal/cidades/detalhe/cabo\\_de\\_sustentacao\\_partido\\_ha\\_meses\\_na\\_ponte\\_do\\_guadiana](http://www.cmjornal.pt/portugal/cidades/detalhe/cabo_de_sustentacao_partido_ha_meses_na_ponte_do_guadiana)>. Acesso em: 17 junho 2017.

HAMBLY, E. C. **Bridge Deck Behaviour**. 2. ed. [S.l.]: CRC Press, 1991. 336 p. ISBN 9780419172604.

HASANÇEBİ, O.; DUMLUPINAR, T. Linear and nonlinear model updating of reinforced concrete T-beam bridges using artificial neural networks. **Computers and Structures**, v. 119, p. 1-11, 1 April 2013. ISSN 0045-7949.

IACCARINO, G. **Quantification of Uncertainty in Flow Simulations Using Probabilistic Methods**. Institute for Computational Mathematical Engineering, Stanford University. [S.l.]. 2008. (RTO-EN-AVT-162).

ICE. **Manual of Bridge Engineering**. INSTITUTION OF CIVIL ENGINEERS. Londres. 2008.

IMAI, K.; FRANGOPOL, D. M. Geometrically nonlinear finite element reliability analysis of structural systems. I: theory. **Computers and Structures**, v. 77, p. 677-691, 2000a.

IMAI, K.; FRANGOPOL, D. M. Response Prediction of Geometrically Nonlinear Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 26, n. 11, p. 1348-1355, NOVEMBER 2000b.

IMAI, K.; FRANGOPOL, D. M. Reliability-Based Assessment of Suspension Bridges: Application to the Innoshima Bridge. **Journal of Bridge Engineering**, v. 6, n. 6, p. 398-411, 2001.

IMAI, K.; FRANGOPOL, D. M. System reliability of suspension bridges. **Structural Safety**, v. 24, p. 219–259, 2002.

INTERNATIONAL MONETARY FUND. **World Economic Outlook: Legacies, Clouds, Uncertainties**. International Monetary Fund. Research Dept. Washington, p. 242. 2014. (978-1-48438-0-666).

IPMA. **Relatório Estação Meteorológica: Portimão / Aeródromo**. Instituto Português do Mar e da Atmosfera. Portimão. 2006.

IRVINE, H. M. **Cables Structures**. London: The MIT, 1981. ISBN 0262090236.

IRVINE, H. M.; CAUGHEY, T. K. The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable. **Proceedings of the Royal Society of London Series A Vol. 341**, 1974. 299-315.

ISHITANI, H.; OYAMADA, R. N.; SILVA., I. M. Ponte Protendida no Extradorso (Extradosed) sobre o Rio Acre. **Simpósio Ibero Americano "O Betão nas Estruturas"**, Coimbra/Portugal, 2005.

ISO 9001:2015. **Quality management systems – Requirements**. Geneva. 2015.

JAUREGUI, D. V.; FARRAR, C. R. **Damage detection algorithms applied to experimental modal data from the I-40 Bridge**. Los Alamos National Laboratory, NM (United States). New Mexico, p. 134. 1996. (LA--13074-MS).

JCSS. **Probabilistic Model Code**. Technical University of Denmark. Lyngby, Denmark. 2001. (978-3-909386-79-6).

JIE, N.; ZHOUHONG, Z.; CHU, F. Damage identification method of girder bridges based on finite element model updating and modal strain energy. **Science China Technological Sciences**, v. 58, n. 4, p. 701-711, April 2015. ISSN 1674-7321 (Print) 1869-1900 (Online).

JOHNSON, P. **The Quotable Paul Johnson: A Topical Compilation of His Wit, Wisdom and Satire**. 1. ed. Nova Iorque: Farrar, Straus and Giroux, 1994. ISBN 978-0374524234.

KATO, M.; SHIMADA, S. Vibration of PC Bridge during Failure Process. **Journal of Structural Engineering**, v. 112, n. 7, p. 1692-1703, 01 July 1986. ISSN 0733-9445(p) 1943-541X(e).

KIM, J. J.; TAHA, M. R. Robustness to Uncertainty: An Alternative Perspective in Realizing Uncertainty in Modeling Deflection of Reinforced Concrete Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 135, n. 8, p. 998-1001, 2009.

KLIR, G. J. **Uncertainty and Information: Foundations of Generalized Information Theory**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005. ISBN 9780471755562.

LAW, S. S.; WARD, H. S.; SHI, G. B.; CHEN, R. Z.; WALDRON, P.; TAYLOR, C. Dynamic Assessment of Bridge Load-Carrying Capacities. I. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n. 3, p. 478-487, Março 1995a. ISSN 0733-9445(p).

LAW, S. S.; WARD, H. S.; SHI, G. B.; CHEN, R. Z.; WALDRON, P.; TAYLOR, C. Dynamic Assessment of Bridge Load-Carrying Capacities. II. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n. 3, p. 488-495, Março 1995b. ISSN 0733-9445(p).

LEONHARDT, F. **Bridges Aesthetics and Design**. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1984. 308 p.

LIN, X.; ZONG, Z.; NIU, J. Finite element model validation of bridge based on structural health monitoringdPart II: Uncertainty propagation and model validation. **Journal of Traffic and Transportation Engineering**, v. 2, n. 4, p. 279-289, August 2015a.

LNEC. **Ensaio Dinâmico da Ponte sobre o Rio Arade**. LNEC. Lisboa. 1991.

LOTURCO, B. Malha de estais. **Revista Techne**, São Paulo, n. 132, Março 2008.

MAECK, J.; DE ROECK, G. Damage Detection on a Prestressed Concrete Bridge and RC Beams Using Dynamic System Identification. **Key Engineering Materials**, v. 167-168, p. 320-327, 1999. ISSN 1662-9795(e).

MAECK, J.; PEETERS, B.; DE ROECK, G. Damage identification on the Z24 bridge using vibration monitoring. **Smart Materials and Structures**, v. 10, n. 3, p. 512-517, 01 June 2001. ISSN 0964-1726(p).

MAGALHÃES, F. M. R. L. **Operationalmodal Analysis for Testing and Monitoring of Bridges and Special Structures**. Universidade do Porto. Porto Portugal, p. 297. 2010. Tese de Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto FEUP.

MAIA MELO ENGENHARIA. **Projeto Básico - Ponte Internacional sobre o Rio Oiapoque BR-156/AP**. Brasília. 2008.

MANTEROLA, J. **Puentes: apuntes para su diseño, cálculo y construcción**. Volume 1. ed. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2006.

MARWALA, T. **Finite-element-model Updating Using Computational Intelligence Techniques - Applications to Structural Dynamics**. Johannesburg: Springer, v. Unico, 2010. ISBN 978-1-84996-322-0(p) 978-1-84996-323-7(e).

MAY, R.; LORENZ, W. Franz Dischinger – Visionär des Brückenbaus. **Dresdner Brückenbausymposium**, Dresden, 12 Março 2013. 101 - 128.

MAZARIM, D. M. **Histórico das pontes estaiadas e sua aplicação no Brasil**. São Paulo: Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2011.

MCCULLOCH, C. F.; VANHONACKER, P.; DASCOTTE, E. Validating and updating finite element models using experimental measurements of dynamics. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, v. 204, n. 1, p. 45-50, January 1990. ISSN 20413025 (e) 09544100(p). Disponível em: <[www.femtools.com/download/docs/sv91.pd0](http://www.femtools.com/download/docs/sv91.pd0)>.

MCCULLOCH, C. F.; VANHONACKER, P.; DASCOTTE, E. Validating and updating finite element models using experimental measurements of dynamics. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, v. 204, n. 1, p. 45-50, January 1990. ISSN 20413025 (e) 09544100(p). Disponível em: <[www.femtools.com/download/docs/sv91.pd0](http://www.femtools.com/download/docs/sv91.pd0)>.

MEHARABI, A.; TABATABAI, H. Unified Finite Difference Formulation for Free Vibration of Cables. **Journal of Structural Engineering Vol. 124, No. 11**, 1998. 1313-1322.

MERCE, R. N. **Metodologia para Atualização de Modelos Numéricos de Pontes com base em Dados Experimentais**. Universidade de Brasília. Brasília, p. 236. 2007. (PECC.TC - 004A/07).

MINISTÉRIO DOS TRANSPORTES. Ponte Juscelino Kubitschek - JK. **transportes.gov.br**, BRASÍLIA, 14 JULHO 2014, a. Disponível em: <>.

MINISTÉRIO DOS TRANSPORTES. Ponte Internacional entre Brasil e Peru nas cidades de Assis Brasil e Iñapari. **Resumo Informativo de pontes e viadutos Relevantes**, Bras, 29 Agosto 2014, b. Disponível em: <[http://www2.transportes.gov.br/bit/02-rodo/9-pontes-viadutos/pontes/pt\\_divisa/brasil-peru/Pt-Brasil-peru.htm](http://www2.transportes.gov.br/bit/02-rodo/9-pontes-viadutos/pontes/pt_divisa/brasil-peru/Pt-Brasil-peru.htm)>.

MORSE, P.; INGARD., K. **Theoretical Acoustics**. Princeton University Press: [s.n.], 1968.

MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I. Model Updating in Structural Dynamics: A Survey. **Journal of Sound and Vibration**, v. 167, n. 2, p. 347-375, 21 May 1993. ISSN 0022-460X(p) 1095-8568(e).

MOTTERSHEAD, J. E.; GOH, E. L.; SHAO, W. On the treatment of discretisation errors in finite element model updating. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 9, n. 1, p. 101-112, January 1995. ISSN 0888-3270.

MOTTERSHEAD, J. E.; LINK, M.; FRISWELL, M. I. The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 25, n. 7, p. 2275–2296, October 2011.

NAVIER, C. L. M. H. **Rapport et mémoire sur les ponts suspendus**. 1. ed. Paris: L'imprimerie Royale, 1823. 228 p.

NICOLAI, F. **Allgemeine deutsche Bibliothek**. Berlim: C. E. Bohn., v. 95, 1790. 664 p.

NOGUEIRA, H. A. **Contribuição ao projeto de pontes estaiadas com estudo dos casos da ponte sobre o rio Pinheiros e a ponte sobre o rio Guama**. São Paulo: Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas ; Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, 2003.

NOGUEIRA, H. A. **Contribuição ao projeto de pontes estaiadas com estudo dos casos da ponte sobre o rio Pinheiros e a ponte sobre o rio Guama**. Universidade Estadual de Campinas. São Paulo. 2003.

OBERKAMPF, W. L. **Uncertainty Quantification Using Evidence Theory**. Stanford University: United States Department of Energy's National Nuclear Security Administration. 22-23 August 2005.

OBERKAMPF, W. L.; BARONE, M. F. Measures of agreement between computation and experiment: Validation metrics. **Journal of Computational Physics**, v. 217, p. 5-36, 2006.



OBERKAMPF, W. L.; TRUCANO, T. G. Verification and validation in computational fluid dynamics. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 38, n. 3, p. 209-272, April 2002.

OBERKAMPF, W. L.; TRUCANO, T. G.; HIRSCH, C. **Verification, Validation, and Predictive Capability in Computational Engineering and Physics**. Applications, Johns Hopkins University, Applied Physics Laboratory. Maryland. 2002.

ODEN, T.; MOSER, R.; GHATTAS, O. Computer Predictions with Quantified Uncertainty, Part I. **Society for Industrial and Applied Mathematics News**, Philadelphia, PA, v. 43, n. 9, November 2010.

OğUZHAN HASANÇEBİ, T. D. Linear and nonlinear model updating of reinforced concrete T-beam bridges using artificial neural networks. **Computers and Structures**, v. 119, p. 1-11, 1 April 2013. ISSN 0045-7949.

OMEGA CENTRE. **Project Profiles Millau France**. Paris. 2010.

PADGETT, J. E.; DESROCHES, R. Sensitivity of Seismic Response and Fragility to Parameter Uncertainty. **Journal of Structural Engineering ASCE**, v. 133, n. 12, p. 1710 - 1718, 2007.

PANDEY, A. K.; BISWAS, M. Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility. **Journal of Sound and Vibration**, v. 169, n. 1, p. 3-17, 25 Maio 1994.

PANDEY, A. K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. M. Damage detection from changes in curvature mode shapes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 145, n. 2, p. 321-332, 3 Agosto 1991.

PEDRO, J. J. C. B. O. **Pontes atirantadas mistas Estudo do Comportamento Estrutural**. Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa. Lisboa, p. 426. 2007. Dissertação de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.

PEDRO, J. J. C. B. O. **Notas de Aula - Pontes de Tirantes Conceção, Dimensionamento e Constituição**. Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa. Lisboa. 2010.

PEETERS, B. **System Identification and Damage Detection in Civil Engineering**. Katholieke Universiteit Leuven. Leuven. 2000. Dissertação de Doutorado da Katholieke Universiteit Leuven.

PEETERS, B.; DAMMEKENS, F.; MAGALHÃES, F. **Multi-run Operational Modal Analysis of the Guadiana cable-stayed bridge**. Proceedings of 24th International Modal Analysis Conference. St Louis MO: [s.n.]. 2006.

PEETERS, B.; ROECK, G. D. Reference-Based Stochastic Subspace Identification for Output-Only Modal Analysis. **Mechanical Systems and Signal Processing**, p. 855-878, 1999.

PEÑA, A. N. **Atualização de modelos numéricos em elementos finitos para a análise de arribancadas temporárias**. Brasília, DF. 2013.

PENNER, E. **Avaliação de desempenho de sistemas estruturais de pontes de concreto**. Universidade de São Paulo. São Paulo. 2001. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Departamento de Estruturas e Fundações.

PETROSKI, H. Le Pont de Normandie. **American Scientist**, v. Vol.83 (5), p. 415-419, September 1995.

PROTENDE. **Catálogo Protende: Sistemas e Métodos**. SÃO PAULO. 2006.

RAGHAVENDRACHAR, M.; AKTAN, A. E. Flexibility by Multireference Impact Testing for Bridge Diagnostics. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 8, p. 2186-2203, August 1992. ISSN 0733-9445. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/loi/jsendh>>.

RAMOS, L. F.; ROECK, GUIDO; LOURENÇO, P. B.; CAMPOS-COSTA, A. **Vibration Based Damage Identification of Masonry Structures**. Structural Analysis of Historical Constructions. New Delhi: [s.n.]. 2006. p. 641-650.

RIBEIRO, C. F. Simpósio Internacional sobre Pontes e Grandes Estruturas. **Associação Brasileira de Pontes e Estruturas**, 2008. Disponível em: <<http://www.abece.com.br/pontes/>>. Acesso em: Outubro 2014.

RIBEIRO, C. F. **The Octavio Frias de Oliveira and Anita Garibaldi cable-stayed bridges**. Multi-Span Large Bridges. Porto: Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-1-138-02757-2. 2015. p. 51-66.

RITO, A. A. M. **Projeto de Execução Ponte sobre o Rio Arade**. Ministério das Obras Públicas, Transportes e Comunicações (MOPTC). Lisboa. 1987.

ROECK, G. D.; PEETERS, B.; MAECK, J. **DYNAMIC MONITORING OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURES**. Computational Methods for Shell and Spatial Structures IASS-IACM 2000. Athens, Greece: IEEE. 2000.

RUSSELL, H. Russky Island bridge towers reach halfway mark. **Bridge design & engineering**, n. 98, March 2011.

RYTTER, A. **Vibrational Based Inspection of Civil Engineering Structures**. Aalborg University. Aalborg, Dinamarca, p. 193. 1993. (0902-7513).

SADOWSKI, ADAM J.; ROTTER, J. MICHAEL; REINKE, THOMAS; UMMENHOFER, THOMAS. Statistical analysis of the material properties of selected structural carbon steels. **Structural Safety**, v. 53, p. 26-35, March 2015. ISSN 0167-4730.

SAHUINCO, M. H. C. **Utilização de Métodos não Destrutivos e Semi-Destrutivos na Avaliação de Pontes de Concreto**. Universidade de São Paulo. São Paulo. 2011.

SALANE, H. J.; BALDWIN JR., J. W.; DUFFIELD, R. C. **Dynamics Approach for Monitoring Bridge Deterioration**. 60th Annual Meeting of the Transportation Research Board. [S.l.]: Transportation Research Board. 1981. p. 21-28.

SANTAELLA, T. Diário Catarinense Notícias. **Diário Catarinense**, 2015. Disponível em: <<http://dc.clicrbs.com.br/sc/noticias/noticia/2015/02/com-desnivel-corrigido-e-metades-unidas-nova-ponte-de-laguna-esta-94-concluida-4693810.html>>. Acesso em: 17 jun. 2017.

SANTOS, I. C. **Atualização do modelo numérico em elementos finitos de uma passarela de pedestres com base em dados experimentais**. Brasília, DF. 2009.

SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. **Experimental Modal Analysis**. CSI Reliability Week. Orlando, FL: [s.n.]. 1999. p. 1-12.

SCIANNA, A.; JIANG, Z.; CHRISTENSON, R.; DEWOLF, J. Implementation of a Probabilistic Structural Health Monitoring Method on a Highway Bridge. **Advances in Civil Engineering**, v. 2012, 2012.

SENECA, L. A. **Moral Letters to Lucilius**. Tradução de Richard Mott Gummere. [S.l.]: [s.n.], v. XXVIII: On travel as a cure for discontent, 1917.

SILVA, R. S. Y. R. C. **Monitoramento e Identificação Numérico e Experimental de**. Universidade de Brasília. Brasília, p. 237. 2015. (E.TD-001A/15).

SOARES, M. E. G. **Avaliação Estrutural: Influência do Ruído nos Métodos de Detecção de Danos Baseados na Análise das Propriedades Dinâmicas**. Universidade de Brasília. Brasília, p. 140. 2005. (E.TD\_003/2005).

SPYRAKOS, CONSTANTINE CHRIS; CHEN, HUNG-LIANG; STEPHENS, JERRY; V, GOVINDARAJ. **Evaluating Structural Deterioration Using Dynamic Response Characterization**. Proceedings of the International Workshop on Intelligent Structures, 23-26 July 1990. Taipei, Taiwan: CRC Press. 1990. p. 137-153.

STEINBERG, S. M. **Convention Interventions for Quantile Functions Using Linear Combinations of Order Statistic**. [S.l.]: Department of Biostatistics, University of North Carolina. March 1983.

STRANGES, C. CBC News. **CBC Thunder Bay**, 2016. Disponível em: <<http://www.cbc.ca/news/canada/thunder-bay/nipigon-bridge-fall-1.3665779>>. Acesso em: 17 junho 2017.

SVENSSON, H. **Cable-Stayed Bridges 40 Years of Experience Worldwide**. Tradução de Holger Svensson. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn, 2012. ISBN 978-3-433-60229-4.

SVENSSON, H. **Cable-Stayed Bridges 40 Years of Experience Worldwide**. Tradução de Holger Svensson. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn, 2012. ISBN 978-3-433-60229-4.

TANG, J.-P.; LEU, K. Vibration tests and damage detection of P/C bridges. **Journal of the Chinese Institute of Engineers**, v. 14, n. 5, p. 531-536, 1991. ISSN 0253-3839(p).

TEUGHEELS, A.; ROECK, G. D. FE Model Updating used for damage assesement - Application to a highway bridge. **6th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics**, 26-27 May 2003.

TROYANO, L. F. **Bridge Engineering: A Global Perspective**. Londres: Thomas Telford, 2003. 775 p.

VASCONCELOS, A. C. **O Concreto no Brasil - Pré Fabricação - Monumentos - Fundações**. São Paulo: Studio Nobel, v. 3, 2002. ISBN 8575530089, 9788575530085.

VERANTII, F. **Machinae Novae Siceni cum declaratione Latina Italica Galica et Germanica**. Veneza: Venetiis, 1595.

WAHAB, M. M. A.; ROECK, G. D. Damage Detection in Bridges Using Modal Curvatures: Application to a Real Damage Scenario. **Journal of Sound and Vibration**, v. 226, n. 2, p. 217-235, 1999. ISSN 0022-460X(p).

WALTHER, R.; HOURIT, B.; ISLER, W.; MOIA, P. **Ponts Haubanés**. França: Lausanne Presses Polytechniques Romandes, 1985.

WALTHER, R.; ISLER, W.; MOIA, P.; KLEIN, J.F. **Cable Stayed Bridges**. 2nd. ed. Londres: Thomas Telford, 1999. 225 p.

XIA, C.; ROECK, G. D. **Modal analysis of the Jalon Viaduct using FE updating**. Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics. Porto: EURODDYN 2014. 2014. p. 2311-2317.

XU, Z. D.; WU, Z. Energy Damage Detection Strategy Based on Strain Responses for Long-Span Bridge Structures. **Journal of Bridge Engineering**, v. 16, n. 4, p. 609-617, April 2007.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method, Two Volumes Vol 1 -Basic Formulation and Linear Problems Vol 2 -Solid and Fluid Mechanics Dynamics and Non-linearity**. 1. ed. Berkshire: McGraw-Hill International, 1989.

ZUI, H.; SHINKE, T.; NAMITA, Y. Practical Formulae For Estimation of Cable Tension by Vibration Method. **Journal of structural Engineering**, Vol. 122, No. 6, 1996. 651-656.

## APÊNDICE A - ESTRUTURAS ESTAIADAS

A concepção das pontes e viadutos estaiados remonta ao século XVI. No entanto, foi na segunda metade do século XX que estas estruturas tiveram um grande desenvolvimento. A compreensão científica das propriedades de materiais modernos, processos construtivos, disponibilidade de *software* e *hardware* como instrumentos e modelos de análise, tornaram possível o projeto e a construção destes novos tipos de pontes e viadutos.

As estruturas estaiadas são extremamente elegantes, marcos arquitetônicos que por muitas vezes tornam-se pontos turísticos agregando valor cultural e financeiro ao local onde são construídas, além de serem estruturas extremamente eficazes do ponto de vista estrutural. Nas últimas décadas o emprego destas estruturas vem aumentando progressivamente, sendo atualmente a solução mais utilizada para estruturas de pontes e viadutos de médios e grandes vãos.

### 1 - Histórico

A ideia de apoiar uma ponte em um feixe com cordas inclinadas é antiga, como exemplo as pontes levadiças medievais. A primeira aplicação deste sistema na construção de pontes apareceu por volta dos séculos XVI a XVIII, respectivamente na Itália, com Veranito (1595), e Alemanha, com Carl Emanuel Löscher, conforme destacado por Locherer e Maltza (2003).

Contudo, as pontes estaiadas não se tornaram uma opção interessante até o início do século XIX, quando as barras de ferro forjado e fios de aço carbono com uma alta resistência à tração foram desenvolvidos.

O primeiro a apresentar um projeto, ainda que teórico, de uma ponte estaiada foi Fausti Verantii em seu livro "*Machinae Novae*" (VERANTII, 1595). Entre muitas invenções, apresentou o projeto da *Pons Ferreus*, com deck de madeira e cabos constituídos por cordas, conforme Figura A.1 extraída do livro em domínio público.

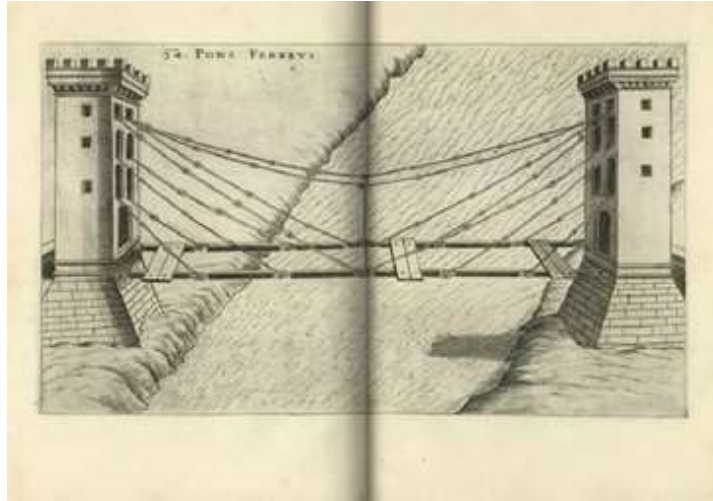


Figura A.1: Projeto da *Pons Ferreus* proposto por Fausti Verantii  
Fonte: (VERANTII, 1595).

Em 1784 o alemão Carl Emanuel Löscher apresentou o projeto da ponte em Freyberg com vão de 44,3m, Figura A.2, conforme relatam os autores Nicolai (1790) e Troitsky (2002).

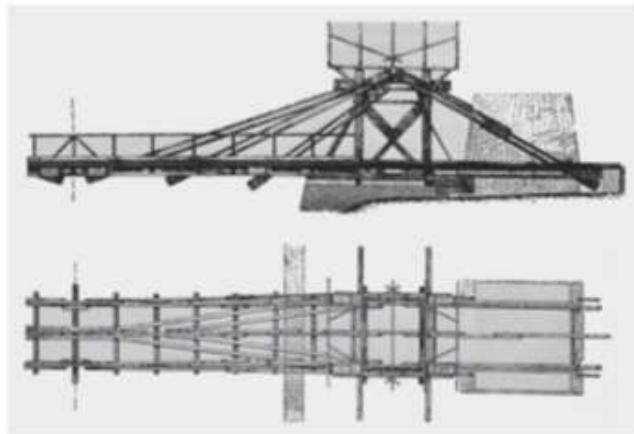


Figura A.2: Projeto da ponte estaiada em Freyberg proposta por Carl Emanuel Löscher  
Fonte: (AIAA, 2002)

Em 1787, o engenheiro francês Poyet apresentou um projeto para uma ponte estaiada com vãos de 50m. Ele propôs o tabuleiro composto de vigas de madeiras suspensas por barras de ferro retas ligadas as torres, Figura A.3, o arranjo dos cabos é semelhante à forma de leque. No entanto, as autoridades francesas não permitiram a sua construção.

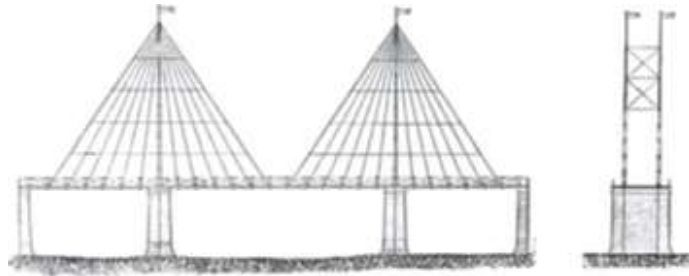


Figura A.3: Projeto da ponte estaiada proposta por Poyet  
Fonte: (SVENSSON, 2012)

O primeiro registro de construção de ponte estaiada no mundo foi em 1817, Ponte de Meadow, na Inglaterra, Figura A.4. Seus projetistas foram dois escoceses, James Redpath (1772 – 1846) e John Brown (1792 – 1852). Conforme descreve Sversson (2012), os cabos em forma de leque eram compostos de fios de ferro de diâmetro 8mm ancorados com barras de 19mm de diâmetro.



Figura A.4: Ponte de Meadow, Inglaterra (1817)  
Fonte: (SVENSSON, 2012)

Durante o inverno de 1922 – 1923 a ponte desabou parcialmente e foi restaurada com mais 16 cabos, Figura A.5. Em 1954, a ponte finalmente foi vítima de uma enchente extraordinária.



Figura A.5: Ponte de Meadow, Inglaterra (1922)  
Fonte: (SVENSSON, 2012)

Em 1823, o famoso engenheiro e cientista francês Claude-Louis Navier<sup>5</sup> publicou os resultados de um estudo sobre pontes com o tabuleiro suportado por correntes de ferro

---

<sup>5</sup> Claude Louis Marie Henri Navier foi professor na *École des Ponts et Chaussées*, em Paris, e ficou conhecido pelo desenvolvimento das equações de Navier-Stokes de fluidos incompressíveis e pelo desastre na *Pont des Invalides* sobre



forjado e com uma geometria, conforme apresentado na Figura A.6 e Figura A.7, conforme relatado por Gimsing e Georgakis (2011).

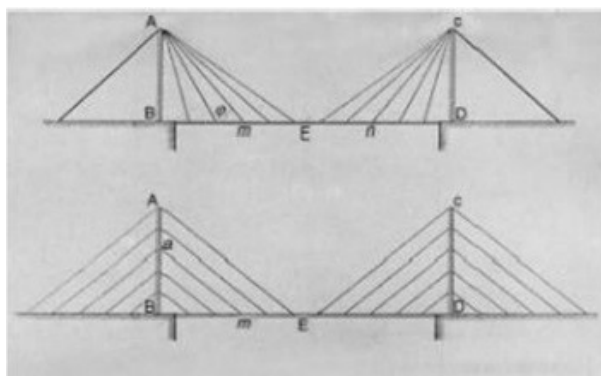


Figura A.6: Sistemas de pontes estaiadas investigadas por Claude Navier  
Fonte: (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

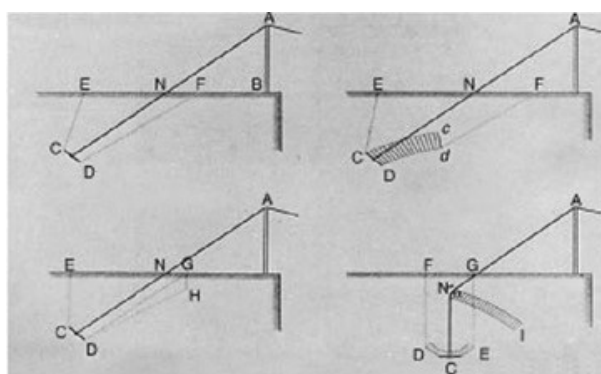


Figura A.7: Detalhe dos tirantes dos sistemas de Claude Navier  
Fonte: (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

Como pode ser observado na Figura A.6, Navier considerou sistemas em forma de leque e forma de harpa, com configurações de múltiplos cabos, muito similar às utilizadas nos dias de hoje. Contudo, assumia-se que os cabos de retenção fossem ancorados fora do tabuleiro no solo, conforme apresentado na Figura A.7.

Nos estudos de investigação, Navier (1823) concluiu que o sistema de pontes suspensas deveria ser utilizado em vez do sistema de pontes estaiadas. Esta conclusão foi baseada em observações de colapsos de pontes estaiadas da época. Entre as justificativas apresentadas, provou haver grande dificuldade em chegar a uma distribuição uniforme de carga entre os cabos. Assim, as imperfeições durante a fabricação e montagem poderiam

---

o rio Sena, primeira ponte suspensa a ser construída em Paris, que fissurou antes de ser inaugurada e foi removida após uma batalha política. (CANNONE e FRIEDLANDER, 2003)

facilmente levar a uma estrutura onde alguns cabos ficassem com esforços reduzidos e outros com excesso de esforços. Ainda, havia o problema que as ancoragens no mastro e no tabuleiro eram feitas por conexões que não permitiam um controle das tensões.

Colapsos em pontes estaiadas, como o ocorrido na ponte Nienburg Saale, Alemanha Figura A.8, em 06 de dezembro de 1825, causado pela vibração excessiva conforme descrito por Bandhauer (1829), e as recomendações de Navier (1823) baseadas na investigação dos mesmos, contribuíram para a visão negativa em relação as pontes estaiadas, que persistiram até depois da Segunda Guerra Mundial, como destaca Birnstiel (2013).



Figura A.8: Ponte Nienburg Saale, Alemanha

Fonte: <http://www.bernd-nebel.de/bruecken/index.html> Acesso: 06/06/2014

Na segunda metade do século XIX foram muitas as pontes de grande envergadura construídas por meio de sistema híbrido entre ponte suspensa e ponte estaiada. Alguns exemplos são a Ponte Brooklyn em Nova Iorque, FiguraA.9, concluída em 1883, conforme a publicação *Brooklyn Bridge* da *American Society of Civil Engineers* (ASCE, 2008), e a Ponte Albert no rio Tamisa em Londres, Figura A.10, construída entre 1871 e 1873, segundo Gimsing e Georgakis (2011).



FiguraA.9: Ponte do Brooklin, Estados Unidos

Fonte: Divisão de Impressos e Fotografias da Biblioteca do Congresso dos Estados Unidos, <http://loc.gov/pictures/resource/pga.00757/> Acesso: 09/06/2014



Figura A.10: Ponte Albert sobre o rio Tamisa, Londres  
Fonte: (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

Porém, em 1938 Dischinger<sup>6</sup> propôs um sistema híbrido no qual o vão central é composto por uma ponte suspensa e os vãos laterais são suportados por cabos radiais saindo do topo do mastro, conforme descreveu May e Lorenz (2013).

Utilizar os cabos em pontes suspensas não era uma ideia nova, mas este sistema nunca tinha sido capaz de cumprir as expectativas de enrijecimento da estrutura e redução da vibração. Contudo, Dischinger (1949, b) verificou que as tensões nos cabos utilizados no passado eram muito baixas, desse modo, calculou o módulo ideal sugerindo inclusive uma ponte puramente estaiada.

Uma possibilidade para a aplicação prática de suas ideias foi em 1948, a concorrência para o projeto de reconstrução da ponte suspensa de Colônia-Mülheim na Alemanha, conforme Figura A.11. Contudo, o modelo não foi adotado, por razões de descontinuidade acentuada do sistema, tanto quanto ao comportamento estrutural e a aparência estética segundo Gimsing e Georgakis (2011).

---

<sup>6</sup> Franz Anton Dischinger, engenheiro civil e estrutural alemão responsável pelo desenvolvimento da moderna ponte estaiada, (TROYANO, 2003).

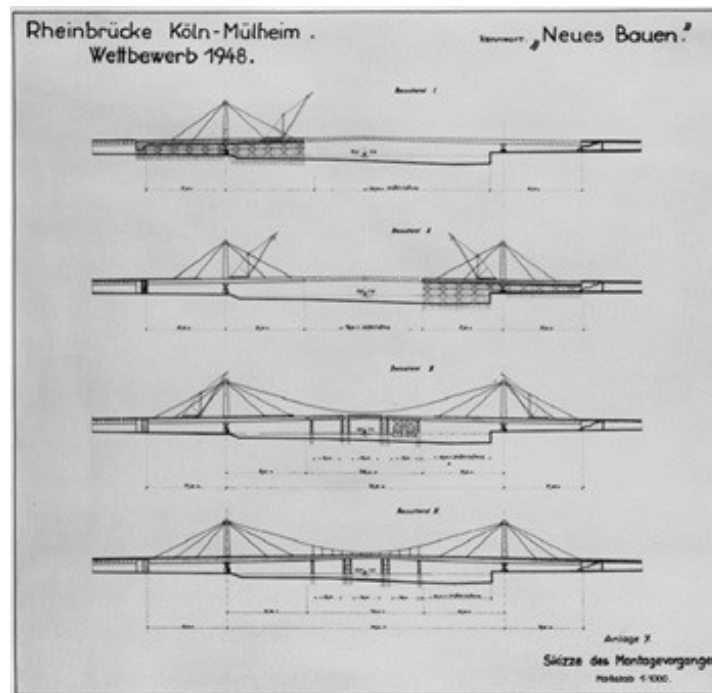


Figura A.11: Sistema proposto por Dischinger ponte Colônia-Mülheim, Alemanha  
 Fonte: (MAY e LORENZ, 2013)

Dischinger então patenteou o sistema híbrido em 1949 (DISCHINGER, 1949, a) e publicou os resultados de seus estudos no Livro *Hängebrücken für schwerste Verkehrslasten* (DISCHINGER, 1949, b). As suas conclusões levaram ao desenvolvimento da moderna ponte estaiada.

Assim, as pontes suspensas e combinadas utilizadas até ao final do século XIX, foram sendo aos poucos substituída por pontes puramente estaiadas.

A primeira ponte estaiada moderna foi a Ponte Strömsund, na Suécia, projetada por Dischinger, construída entre 1953 e 1955, e aberta ao tráfego em 1956. A ponte possui três cabos no formato de leque, vão principal de 183m e dois vãos laterais de 75m. Os mastros em formato de portal apoiam os sistemas de cabos dispostos em ambos os lados do tabuleiro. O tabuleiro é composto de duas vigas que permitem uma ancoragem invisível dos cabos, conforme apresentado na Figura A.12.



Figura A.12: Ponte Strömsund, Suécia

Fonte: <http://structurae.net/structures/data/index.cfm?id=s0000070> Acesso: 09/06/14

A segunda ponte estaiada moderna construída foi a Theodor Heuss sobre o rio Reno, em Düsseldorf, na Alemanha, aberta ao tráfego em 1957. Esta contou com a contribuição do engenheiro Fritz Leonhardt<sup>7</sup>, com um vão principal de 260m e vãos laterais de 108m, consideravelmente maior que a anterior, Figura A.13.



Figura A.13: Ponte Theodor Heuss em Düsseldorf, Alemanha

Fonte: <https://www.duesseldorf.de/thema2/spezial/bruecken/06theodorheuss.shtml>  
Acesso: 10/06/14

A ponte Theodor Heuss deu uma indicação clara do potencial das pontes estaiadas, iniciando um desenvolvimento impressionante deste tipo de pontes nas décadas seguintes, primeiro na Alemanha e depois em todo o mundo.

Segundo Gimsing e Georgakis (2011), o início de uma nova era para pontes estaiadas foi em função da melhoria nas técnicas de análise estrutural que permitam calcular as forças

---

<sup>7</sup> Fritz Leonhardt foi engenheiro estrutural alemão que fez grandes contribuições para a engenharia de pontes do século XX, especialmente no desenvolvimento de pontes estaiadas, (LEONHARDT, 1984).

nos cabos ao longo do período de construção, garantindo uma melhor eficiência da estrutura final.

A popularidade e o desenvolvimento deste tipo de estrutura pelos engenheiros alemães foram aos poucos se estendendo para os outros países. Assim, o arquiteto e engenheiro italiano Riccardo Morandi, projetou várias pontes estaiadas com concreto protendido, e sua obra mais marcante foi a Ponte sobre o lago Maracaibo, na Venezuela, Figura A.14, construída em 1962, conforme descreve Walther et al. (1999).



Figura A.14: Ponte sobre o lago Maracaibo, Venezuela

Fonte: <https://www.venezuelatuya.com/occidente/puenterafaelurdanetaeng.htm>

Acesso: 16/06/14

No entanto, pontes com poucos cabos não exploram favoravelmente o potencial das pontes estaiadas e, portanto, não se mostraram competitivas, especialmente quando utilizadas em pavimentos muito pesados como o de concreto, como foi o caso da Ponte sobre o lago Maracaibo na Venezuela. Contudo, o engenheiro alemão Hellmut Homberg reconheceu este fato e em 1967 projetou a inovadora Ponte Friedrich Ebert na cidade de Bonn, na Alemanha, conforme Figura A.15.



Figura A.15: Ponte Friedrich Ebert Bonn, Alemanha

Fonte: [http://de.wikipedia.org/wiki/Friedrich-Ebert-Br%C3%BCcke\\_\(Bonn\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Friedrich-Ebert-Br%C3%BCcke_(Bonn))

Acesso: 16/06/14

Hellmut Homberg empregou o conceito de cabos estreitamente espaçados pela primeira vez, técnica que atualmente muito difundida e adotada. O fato de escolher apenas um

plano de cabos no eixo da ponte não foi apenas por razões estéticas, mas devido ao interesse de reduzir o tamanho das fundações submersas, uma vez que grandes diâmetros de fundações não estavam disponíveis na época, concentrando as cargas no eixo do tabuleiro da ponte.

Walther et al. (1999) aponta que, apesar do fato de que uma suspensão axial solicitar pavimentos rígidos à torção, o conceito revelou-se extremamente vantajoso, tanto estruturalmente quanto esteticamente, e tem sido adotado com sucesso em várias pontes estaiadas modernas. Destaca ainda que a opção de pontes estaiadas com múltiplos cabos e pequeno espaçamento, por volta de 7 a 15m, facilitou a construção das pontes estaiadas e permitiu a utilização de métodos como avanço e balanço sucessivos, o que diminuiu o custo por m<sup>2</sup> em função do vão, em comparação com outros tipos de estrutura.

Além da vantagem estrutural e econômica, a popularidade da ponte estaiada se deve à sua aparência transparente e elegante. Permite uma grande liberdade de expressão que muitos arquitetos têm tentado explorar. No entanto, a busca de originalidade a qualquer preço leva a concepção de pontes estaiadas que violam a razoabilidade estática tão ostensivamente que a beleza deste tipo de estrutura pode colocá-las em risco devido a problemas de vibrações excessivas.

## **2 - Evolução das Estruturas Estaiadas no Mundo**

As estruturas estaiadas estão em um rápido desenvolvimento ao redor do mundo. Segundo Svensson (2012), até 1986 eram conhecidas cerca de 150 grandes estruturas estaiadas, atualmente este número foi incrementado para mais de milhares. Os vãos também vêm aumentando, saltando de 404m em 1975 para 856m em 1995, e atualmente o recorde é de 1.104m, entretanto não há limite para os vãos e já há projetos para pontes estaiadas com vão de até 1800m.

Segundo Gimsing e Georgakis (2011), no final da década de 1980, tornou-se evidente que os grandes avanços no final do século XX seriam dentro do campo das estruturas estaiadas.

À medida que, quanto a escala econômica, as pontes suspensas são limitadas para vãos muito longos, devido à grande flexibilidade e deslocamentos, as pontes estaiadas vem se

tornando objeto de interesse para os engenheiros de pontes de todo o mundo, sendo objeto de diversos conferencias dedicados a discussão deste tipo de estrutura, como por exemplo a *Conference Cable-Stayed Bridges - Past, Present and Future* organizado pela *International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)*.

A primeira destas realizações foi a construção recorde da Ponte Normandia, concluída em 1999, com um vão livre de 856m sobre o Rio Sena, Norte da França, apresentada na Figura A.16.



Figura A.16: Ponte Normandia, França  
Fonte: (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

Segundo Petroski (1995), a construção da Ponte Normandia representou um avanço significativo na evolução do comprimento dos vãos existentes e um marco inovador na introdução de novas tecnologias. Projetada por Michel Virlogeux, combinou o conceito de ponte estaiada com o projeto da ponte suspensa, criando uma estrutura única.

Outra estrutura notável é a Ponte Charilaos Trikoupis ou Ponte Rion-Antirion, Figura A.17, construída sobre o Golfo de Corinto, na Grécia, em uma zona sísmica muito ativa, inaugurada em 2004, conforme descreve Combault (2011). É uma ponte estaiada de múltiplos vãos, com comprimento total de 2252m, sendo três vãos principais de 560m e dois vãos laterais de 286m apoiados por quatro torres com uma altura de 141 a 164m acima do nível da água. O tabuleiro da ponte é composto por duas vigas principais e numerosas transversinas. Para permitir os movimentos independente entre o tabuleiro e os mastros em caso de um terremoto, o tabuleiro não tem nenhuma ligação rígida com os mastros.





Figura A.17: Ponte Charilaos Trikoupis, Grécia  
Fonte: (COMBAULT, 2011)

O Viaduto Millau na França, Figura A.18, concluído em dezembro de 2004, teve o mesmo projetista da ponte da Normandia, Michel Virlogeux. Um projeto ambicioso, com comprimento de 2460m compreendendo seis vãos centrais de 342m e dois vãos laterais de 204m. Possui sete pilares de altura variável, sendo o maior com 245m. A estrutura estaiada de múltiplos vãos foi selecionada devido a considerações estéticas, dando destaque a uma plataforma leve, (OMEGA CENTRE, 2010).



Figura A.18: Viaduto Millau, França  
Fonte: (OMEGA CENTRE, 2010)

Ainda segundo Buonomo et al. (2004), trata-se de uma ponte com um tabuleiro de vão médio em que se justificou plenamente a adoção de um tabuleiro metálico, conforme detalhe na Figura A.19, tendo em consideração a excepcional altura dos pilares. Por um lado, na fase de lançamento incremental, o tabuleiro metálico mais leve que um tabuleiro em concreto ou misto, introduz forças de atrito menores no topo dos pilares e consequentemente menores momentos fletores longitudinais na sua base. Por outro lado, o tabuleiro metálico corresponde a uma menor massa oscilante, o que no caso de um sismo corresponde igualmente a esforços menos intensos nos fustes dos pilares, fator importante no dimensionamento da estrutura numa região de elevada intensidade de sismos como a região sul da França.

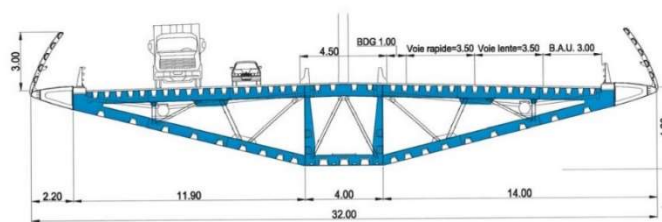


Figura A.19: Seção do tabuleiro metálico do viaduto Millau, França  
 Fonte: (BUONOMO et al., 2004)

Em 2008, a Ponte Tataru no Japão, Figura A.20, ultrapassou o recorde de vão da Ponte Normandia por uma margem de 4%, com um vão principal de 890m. Um modesto passo adiante no caminho dos grandes vãos em pontes estaiadas, destaca Gimsing e Georgakis (2011). Assim como na Ponte Normandia, a Ponte Tataru possui o tabuleiro composto de duas seções principais, o vão principal é composto de aço e os vãos laterais de aproximação são em concreto, atuando como contrapeso para reduzir a carga nos cabos de retenção ou extremos. Os mastros com alturas de 216m são em aço em formato de diamante.



Figura A.20: Ponte Tataru, Japão  
 Fonte: (ASGARI, OSMAN e ADNAN, 2013)

Conforme destaca Gimsing e Georgakis (2011), as grandes conquistas na construção de pontes estaiadas atingiu um clímax em 2008, quando a primeira ponte estaiada com extensão superior a um quilometro foi inaugurada na China. A Ponte Sutong, Figura A.21, com um vão principal de 1.088m e dois vãos laterais de 300m, possui duas torres em forma “Y” invertido, com estrutura de concreto armado. O tabuleiro é uma viga caixão de aço com diafragmas, transversais e longitudinais internos, e largura total de 41m. A construção começou em junho de 2003 e a ponte foi aberta ao tráfego em 25 de maio de 2008, sendo oficialmente inaugurada em 30 de junho de 2008.



Figura A.21: Ponte Sutong, China  
Fonte: (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

Mas o recorde não durou muito tempo. O recorde mundial atualmente, pertence a Rússia, com a ponte para a ilha Russky em Vladivostok, Figura A.22, concluída em 2012. Conforme destaca Russell (2011) a ponte possui o vão central com um comprimento total de 1.104m.



Figura A.22: Ponte para a ilha Russky Vladivostok, Rússia  
Fonte: <http://rusbridge.net/> Acesso: 28/08/2014

Para Fobo (2012), a ponte para a ilha Russky foi um grande avanço para as pontes estaiadas, uma vez que apresenta um sistema de proteção estrutural extremamente rigoroso para controle das vibrações ambientais, distinguindo as condições sísmicas e climáticas, juntamente com os desafios técnicos que foram enfrentados na sua construção. A proteção da estrutura envolveu também especificações de grandes aparelhos de apoio, juntas de dilatação, amortecedores, além de amortecedores para os cabos, que são também os mais longos do mundo.

A Figura A.23 apresenta a evolução ao longo dos anos dos comprimentos de vão e os principais recordes de pontes estaiadas no mundo, classificados pelo tipo de material

componente aço, concreto e mista, o eixo vertical representa o vão e o eixo horizontal o ano de conclusão.

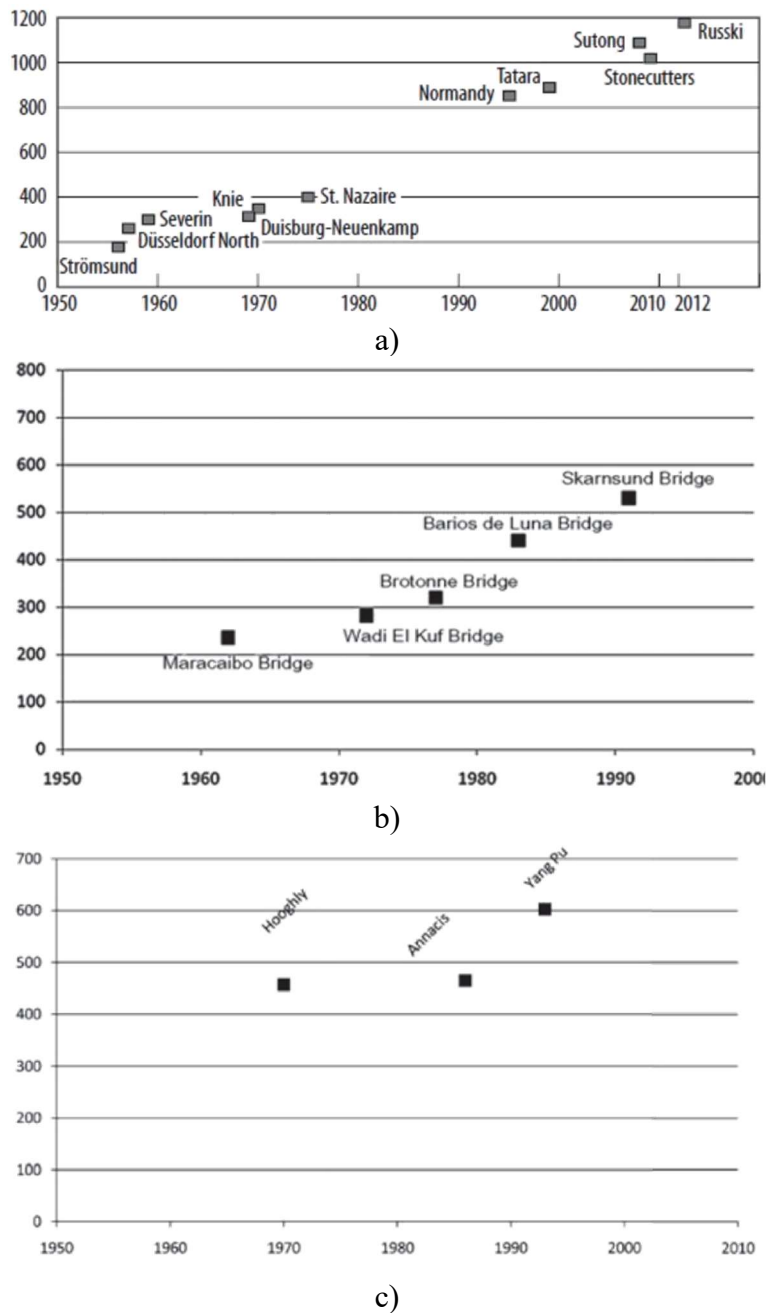


Figura A.23: Recorde de vãos em pontes estaiadas no mundo

a) aço; b) concreto; e c) mista

Fonte: (SVENSSON, 2012)

Com este tópico, pode-se notar que o conceito inicial das primeiras estruturas estaiadas em que se propunha cabos amplamente espaçados e tabuleiros suficientemente rígidos e espessos para suportar aos momentos longitudinais, foram praticamente abandonados. As estruturas atuais que alcançaram os grandes vãos apresentam tabuleiro suficientemente esbeltos, que proporcionaram uma redução no peso próprio e custo da estrutura.

### 3 - Evolução das Estruturas Estaiadas no Brasil

As estruturas estaiadas no Brasil foram construídas com intuito de superação e inovação, demonstrando que a engenharia brasileira possuía o *know-how* e seria capaz de realizar um avanço na área destas grandes construções.

Contudo, no Brasil estas estruturas são mais recentes que em outros países, e um dos principais motivos é tecnologia empregada nestas estruturas não era difundida na engenharia nacional, conforme destaca Mazarim (2011).

Porém, com as consultorias de empresas internacionais e o aperfeiçoamento dos profissionais brasileiros foi possível o desenvolvimento destas técnicas.

O primeiro projeto brasileiro que se tem conhecimento foi da ponte estaiada de Porto Alencastro sobre o Rio Paranaíba, localizada na BR-497/MG divisa entre o estado de Minas Gerais e Mato Grosso do Sul, a Figura A.24 apresenta a situação da obra em 2002 quando faltava 80m para o fechamento do vão. Segundo Vasconcelos (2002), o projeto original data de 1978, desenvolvido pela empresa Noronha Engenharia S.A. com a assessoria especializada da empresa *Leonhardt & Andrä Consulting Engineers de Stuttgart*, em contrato celebrado com o Departamento Nacional de Estradas e Rodagem (DNER). No projeto previa-se a construção de uma ponte estaiada simétrica com duas torres e três vãos de comprimentos 156, 350 e 156m respectivamente. Concluído o projeto, a execução não foi iniciada, e ponte não ser tornou a primeira ponte estaiada a ser construída no Brasil, sendo concluída somente outubro 2003.



Figura A.24: Ponte Alencastro, Minas Gerais e Mato Grosso do Sul

Fonte: (VASCONCELOS, 2002)

Assim, o título de primeira ponte estaiada construída no Brasil foi para a Ponte Estação Santo Amaro em São Paulo, também conhecida como Ponte estação Eng. Jamil Sabino, inaugurada em outubro de 2002. Segundo Vasconcelos (2002), o projeto foi elaborado pela empresa ENESCIL Engenharia de Projetos, Eng. Catão Francisco Ribeiro e a execução da construtora OAS Ltda. A ponte possui um comprimento total de 230m em 4 vãos de 35, 50, 122 e 23m consecutivos, sendo o último vão acrescentado para diminuir o momento fletor do maior vão, apresentada na Figura A.25.

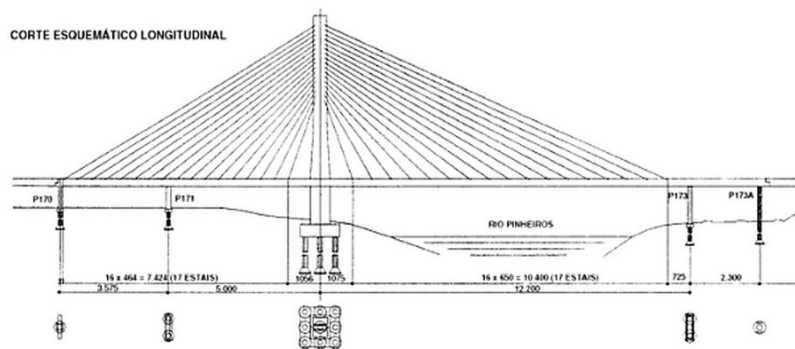


Figura A.25: Ponte Santo Amaro, São Paulo  
Fonte: (VASCONCELOS, 2002)

A ponte estaiada sobre o rio Guamá, inaugurada em outubro de 2002, compõe a alça Viária de Belém, que interliga toda a região metropolitana da capital do estado do Pará. Segundo Nogueira (2003), é uma obra do Governo do Estado do Pará, o responsável pela execução das obras foi o Consórcio Novo Guamá composto pelas empresas Construbase Engenharia Ltda., Probbase, Paulitec e Cidade. A elaboração do projeto estrutural foi responsabilidade das empresas ENESCIL Engenharia de Projetos Ltda. e *Studio De Miranda Associati Ingegneria Strutturale*, sendo o controle de qualidade do projeto feito pela empresa *Carlos Fernandez Casado Oficina de Proyectos*. A ponte possui um comprimento total de 584,7m, com vão central 320m de extensão, equilibrado por dois vãos adjacentes de 132,35m. A ponte conta com dois mastros e dois apoios extremos, conforme apresentado na Figura A.26.



Figura A.26: Ponte sobre o rio Guamá, Pará

Fonte: <http://www.cidade.com.br/guama.htm> Acesso: 28/09/2014

Como exemplo de beleza e inovação, pode-se citar a Ponte Juscelino Kubitschek em Brasília, Figura A.27. Inaugurada em dezembro de 2002, tem sua arquitetura composta de três arcos com 240m em vão, oblíquos em relação ao tabuleiro e um comprimento total de 1200m, inspirada pelo movimento de uma pedra quicando sobre o espelho d'água, segundo Ministério dos Transportes (2014, a).



Figura A.27: Ponte Juscelino Kubitschek, Distrito Federal

Fonte: [www2.transportes.gov.br](http://www2.transportes.gov.br), Acesso: 14/07/2014

Segundo Vasconcelos (2002), os arcos são construídos em estrutura mista de concreto e aço, sendo a seção abaixo do tabuleiro metálico de concreto e a seção superior em estrutura metálica. O projeto executivo foi desenvolvido pela empresa Projconsult pelos Engenheiros Mario Vila Verde, Filemon Botto de Barros, Piotr Slawinski e pelo Arquiteto Alexandre Chan. A ponte foi construída pelo Consórcio Via Dragados e Usiminas Mecânica.

A Ponte Juscelino Kubitschek se tornou um ícone de Brasília levando o arquiteto da obra a receber em 2003 a Medalha *Gustav Lindenthal*, pela Sociedade dos Engenheiros do Estado da Pensilvânia, Estados Unidos. A ponte também foi vencedora do Prêmio



ABCCEM 2003 – Melhores Obras com Aço do Ano, na Categoria Pontes e Viadutos, outorgado pela Associação Brasileira da Construção Metálica.

Um marco importante nas pontes estaiadas foi a Ponte da Integração Internacional entre Brasil e Peru nas cidades de Assis Brasil e Iñapari, na BR-317/AC, inaugurada em setembro de 2005, Figura A.28. Conforme o Ministério dos Transportes (2014, b), a ponte estaiada em concreto protendido e balanços sucessivos tem uma extensão de 240m, composta de um vão central de 110m e dois vãos laterais de 65m. O responsável pela execução da obra foi DNIT em convênio com o Governo do Estado do Acre. Na execução da ponte, foi utilizada uma tecnologia nova no Brasil, compreendendo uma estrutura mista com cabos, concreto protendido e balanços sucessivos, denominados de extradorso (*extradorsed*).



Figura A.28: Ponte da Integração Brasil Peru, Acre  
Fonte: (MAZARIM, 2011)

A Terceira Ponte sobre o Rio Acre na cidade de Rio Branco inaugurada em junho de 2006, foi a segunda concebida no modelo extradorso a ser construída no Brasil. De acordo com os projetistas Ishitani, Oyamada e Silva (2005), foi construída pelo método dos balanços sucessivos em concreto protendido, com duas passarelas laterais e quatro pistas para trânsito de veículos. A ponte tem um comprimento total de 198m, com vão principal com 90m. O tabuleiro tem 21,1m de largura. Os cabos estão dispostos em dois planos verticais sustentados por mastros de 12m de altura. A Figura A.29 mostra o fechamento da aduela do vão central em dezembro de 2004.



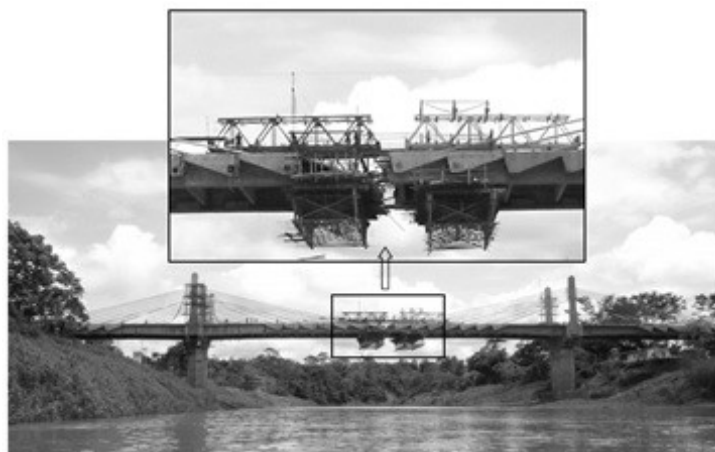


Figura A.29: Terceira Ponte sobre o Rio Acre, Acre  
Fonte: (ISHITANI, OYAMADA e SILVA., 2005)

A Ponte Construtor João Alves, Figura A.30, liga a capital Aracaju ao município de Barra dos Coqueiros, cidades do litoral de Sergipe, inaugurado em setembro de 2006. Segundo Mazarim (2011), o projeto básico foi elaborado pelo engenheiro italiano Mario de Miranda e pela empresa EGT Engenharia, e o projeto Executivo foi executado pela OUTEK Engenharia de Projetos. A obra foi executada pela EMSA – Empresa Sul-americana de Montagens S.A. O tabuleiro misto de concreto e aço é suportado por dois planos de cabos em sistema intermediário, com vão central de 200m de comprimento.



Figura A.30: Ponte Construtor João Alves, Sergipe  
Fonte: (MAZARIM, 2011)

A Ponte estaiada Newton Navarro, sobre o Rio Potengi na cidade de Natal, Figura A.31, seria uma das mais antigas do país se não fossem as indefinições na época de projeto. Como ressalta Mazarim (2011), o projeto teve início em 1992 e foi paralisado por falta de definição, sendo retomado em 2003, quando o Governo do Estado do Rio Grande do Norte assumiu responsabilidade sobre a obra. As obras foram iniciadas em outubro de

2004 e foi inaugurada em dezembro de 2007. O projeto foi executado pelos engenheiros Alex Barros, Mario Miranda, Carlos Fuganti e João Pereira. A obra foi executada pelas empresas: Construtora Queiroz Galvão, Construbase, Protende e ENESCIL. A ponte possui um tabuleiro de concreto protendido de 21m de largura e 1780m de comprimento, com vão estaiado de 400m. O mastro de seção variável possui altura de 110m acima da cota de assentamento da ponte.



Figura A.31: Ponte Newton Navarro, Rio Grande do Norte  
Fonte: (MAZARIM, 2011)

Já a ponte estaiada Octávio Frias de Oliveira, inaugurada em maio de 2008, Figura A.32, localizada na cidade de São Paulo, formada por duas pistas estaiadas em curva independente que se cruzam sobre o rio Pinheiros, é a única ponte estaiada do mundo com duas pistas em curva conectadas a um mesmo mastro, conforme destaca Laturco (2008). A ponte tem 290m, compostos de dois vãos simétricos de 143m de comprimento. Sob o mastro de 138m de altura em formato de “X” se cruzam três vias em níveis diferentes: as duas pistas suspensas da ponte e a via marginal de manutenção, no nível do solo.



Figura A.32: Ponte Octávio Frias de Oliveira, São Paulo  
Fonte: <http://www.isiengenharia.com.br/>, Acesso: 14/07/2014

Segundo Mazarim (2011), projeto da ponte foi desenvolvido pela empresa ENESCIL Engenharia e Projetos Ltda., ANTW Engenharia e Projetos Ltda. e Antranig Muradian Ltda. sobre a responsabilidade dos engenheiros Catão Francisco Ribeiro, Heitor Afonso Nogueira Neto e Antranig Muradian e executada pela Construtora OAS. Foi realizado

também uma análise dinâmica da ação do vento no túnel de vento do Laboratório de Aerodinâmica das Construções da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Conforme apresentado pelo projetista no 1º Simpósio Internacional sobre Pontes e Grandes Estruturas, realizado em maio de 2008 em São Paulo, cada tabuleiro curvo necessitava de um mastro inclinado para ser equilibrado, assim o mastro em “X” nasceu de uma necessidade estrutural e não arquitetônica, conforme apresentado na Figura A.33 a e b.

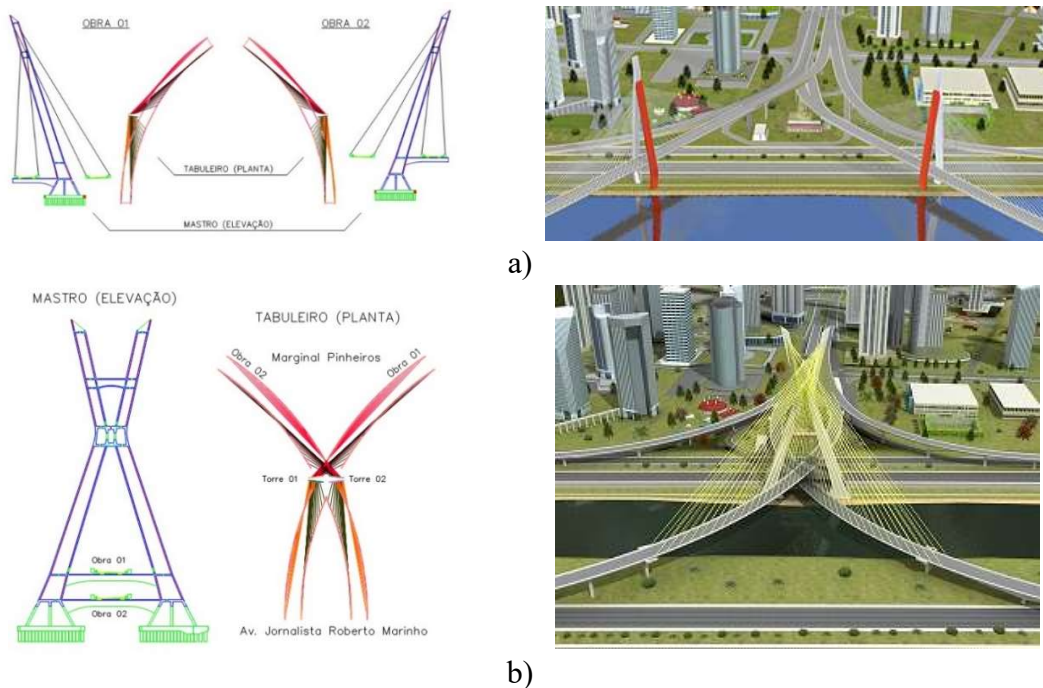


Figura A.33: Ilustração do projeto  
 a) básico; b) executivo  
 Fonte: (RIBEIRO, 2008)

Outra obra respeitável é Ponte Internacional do Oiapoque na fronteira entre o Brasil e a Guiana Francesa, Figura A.34. Com 378m de extensão, liga Macapá no estado do Amapá, à cidade Caiena, dando continuidade as rodovias BR-156/AP. O Projeto Básico foi elaborado pela Maia Melo Engenharia em outubro de 2008 e o responsável pela execução foi o Consórcio EGESA/CMT, sendo concluída em outubro de 2011.



Figura A.34: Ponte Internacional do Oiapoque, Amapá  
Fonte: Arquivo Pessoal

De acordo com o Projeto Básico elaborado pela Maia Melo Engenharia (2008), a ponte tem comprimento total de 378m e é composta por um tabuleiro estaiado com comprimento de 345m e duas caixas de equilíbrio com comprimento de 16,5m. Longitudinalmente a ponte é constituída por três vãos, sendo o vão principal medindo 245m e dois vãos de equilíbrio medindo 50m. Os gabaritos de navegação adotados para o local têm largura de 50m e altura livre de 15m, localizado no meio do vão estaiado. O mastro em forma de “H” é composto por dois pilares quadrados com seção vazada, travados na altura do tabuleiro por uma viga com seção em caixão. A ponte tem dois planos de cabos ligando o tabuleiro ao mastro em sistema intermediário.

A Ponte Isidoro França, construída na cidade de Teresina no Piauí, foi inaugurada em março de 2010 em comemoração aos 150 anos da cidade, Figura A.35. Possui uma configuração diferente das demais pontes estaiadas brasileiras, com um plano estaiado central ao tabuleiro sem fechamento lateral. A ponte tem uma extensão de 363m com cabos dispostos num no sistema intermediário. O mastro possui 98m de altura, abrigando no topo um mirante em estrutura metálica, que pode ser acessado por elevador panorâmico ou escadas de emergência.



Figura A.35: Ponte Isidoro França, Piauí  
Fonte: (MAZARIM, 2011)

A Ponte Estaiada sobre o Rio Negro, na região metropolitana de Manaus, Figura A.36, inaugurada em outubro de 2011, destaca-se como uma das mais notáveis pontes estaiadas brasileiras. Segundo Domingues (2014), com comprimento de total de 3.595m dispostos em 73 vãos, sendo 2 vãos estaiados de 200m cada e mastro com altura de 162,25m de altura, a ponte atendeu a algumas premissas primordiais na fase de projeto básico como a menor distância entre as margens, estrutura viária local mais adequada para a implantação dos acessos à ponte, menor impacto ambiental e nas propriedades existentes e permitir a navegação de todos os calados durante o ano inteiro.



Figura A.36: Ponte sobre o Rio Negro, Amazonas  
Fonte: (DOMINGUES, 2014)

A ponte sobre o Rio Paraná, na rodovia BR-158/SP, Figura A.37, foi inaugurada em março de 2012, possui 1700m de comprimento total, um vão central estaiado de 200m dois vãos laterais de 100m. O Tabuleiro de concreto protendido é suportado por pilares em forma de “H” com dois planos de cabos em sistema intermediário. Foi projetada pela ENESCIL e a execução das obras ficou a cargo da Construtora Camargo Correa.

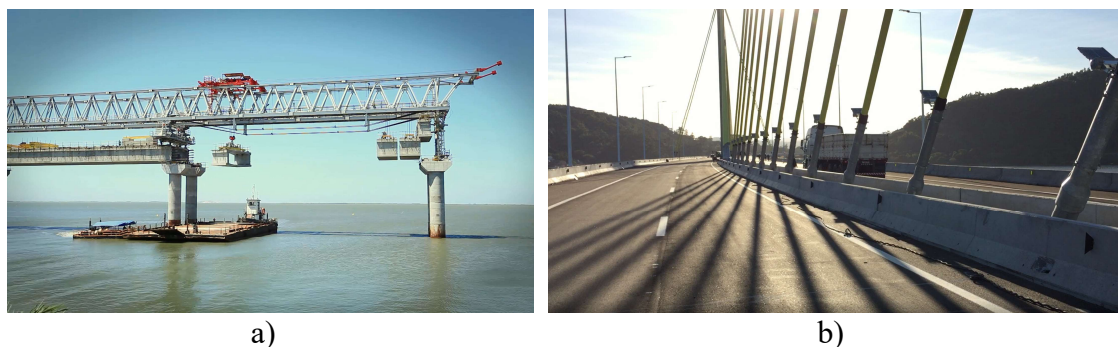


Figura A.37: Ponte sobre o Rio Paraná, Paraná e São Paulo  
Fonte: (MAZARIM, 2011)

Uma das pontes estaiadas mais recentemente inauguradas, novembro de 2015, é a ponte estaiada sobre o Canal de Laranjeiras ou oficialmente Ponte Anita Garibaldi, faz parte das obras de Duplicação da BR-101/SC. Inaugurada em novembro de 2015, a ponte tem uma extensão total de 2.830 metros, sendo constituída por 49 vão de 50 metros de comprimento e um trecho estaiado de 400 metros, composto de dois vãos laterais de 100 metros e um vão central 200 metros de extensão. O vão estaiado da ponte foi construído por lançamento progressivo simultâneo de aduelas pré-moldadas, lançadas por uma



treliça importada de Portugal. As margens laterais do vão estaiado são compostas de 24 segmentos e o vão central 48 segmentos, todos com um comprimento de 3,30 metros e peso de 91 toneladas cada, a única aduela moldada no local foi a de fechamento do vão central com 2,0 metros, (RIBEIRO, 2015). A ponte custou aos cofres públicos, ao final da construção, cerca de R\$ 777 milhões, e foi construída pelo consócio de três empresas de construção Construbase, M. Martins e Camargo Correa.



a) Sequência de construção da Ponte; b) Vista da ponte durante instrumentação da estrutura

Fonte: Arquivo pessoal

Muitas outras obras estão em fase de construção ou em fase de projetos como a Ponte sobre o Rio Xingu na rodovia BR-230/PA; Ponte sobre o Rio Madeira na cidade Abunã BR-364/RO; e a Segunda Ponte Internacional sobre o Rio Paraná ligando o Brasil e o Paraguai na BR-277/PR.

Analisados os exemplos apresentados nesta seção, observa-se que uma grande maioria das pontes estaiadas são de pequenos e médios vãos, onde muitas vezes a solução de estrutura estaiadas pode ser confrontada com outras soluções como avanço sucessivo ou arco, conforme expõe Pedro (2007). Contudo, mesmo que do ponto de vista econômico esta solução não seja competitiva, outros fatores podem ter sido determinantes na sua escolha, como razões estéticas, arquitetônicas e ambientais.

#### **4 - Concepção Estrutural das Pontes e Viadutos Estaiados**

As pontes estaiadas são compostas de três principais elementos estruturais: os cabos, as torres ou mastros e o tabuleiro.

Segundo Pedro (2010), o sucesso deste tipo de estruturas pode ser atribuído ao eficiente e intuitivo funcionamento estrutural de cada um dos seus elementos: o tabuleiro trabalha

a flexão, suporta as cargas permanentes e as sobrecargas e as transfere aos cabos; os cabos trabalham a tração passando as cargas às torres; as torres por sua vez transmitem por compressão as cargas à fundação. Este funcionamento estrutural está apresentado na Figura A.39 abaixo.

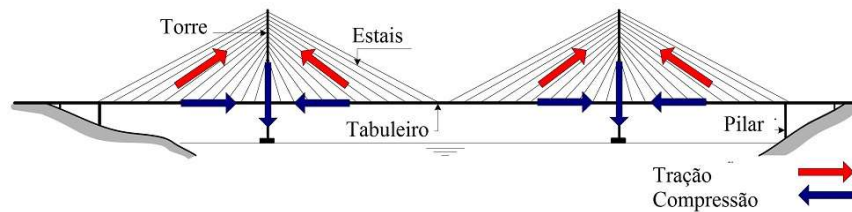


Figura A.39: Funcionamento estrutural de uma ponte estaiada  
 Fonte: Adaptado (PEDRO, 2010)

A ponte estaiada é uma solução intermediária entre a ponte em vigas e em laje e a ponte pênsil ou suspensa, poderia ser vista como uma adaptação do princípio da ponte pênsil. A ponte em viga e em laje, necessita de uma estrutura de suporte mais robusta, enquanto uma pênsil apresenta uma estrutura mais leve, contudo necessita de um maior número de cabos e blocos de ancoragem.

A Figura A.40, extraída do Livro *Ponts Haubané* Walther et al. (1985) ilustra três casos de concepções estruturais para pontes estaiadas, as características resultantes e a contribuição dos elementos principais (tabuleiro, cabos e mastros) na determinação do comportamento estrutural global.

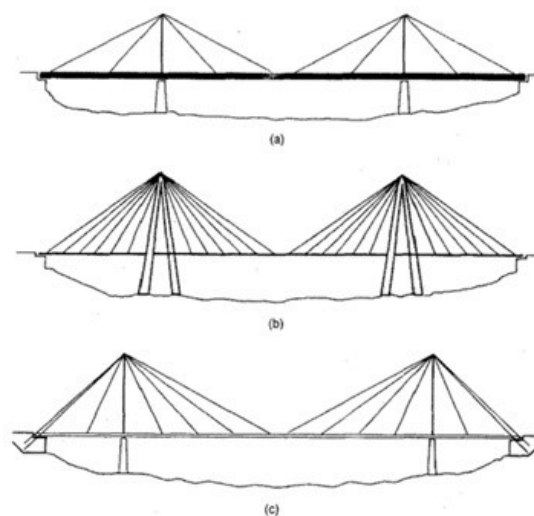


Figura A.40: Evolução do sistema de cabos do tabuleiro  
 Fonte: (WALTHER et al., 1985)

Na concepção (a) apresenta um tabuleiro muito rígido e um número reduzido de cabos, fazendo com que grande parte da carga caminhe pelas vigas longitudinais, causando elevados momentos fletores. Isso faz com que o mastro e os cabos sejam submetidos a esforços menores, permitindo seções mais esbeltas destes elementos. Já a concepção (b) se caracteriza pelo mastro muito rígido e um número elevado de cabos, levando a baixos momentos fletores no tabuleiro, possibilitando seções mais esbeltas. Na concepção (c) a ancoragem dos cabos tem papel fundamental, pois equilibra as cargas do vão lateral e do vão central, levando a baixos momentos fletores no tabuleiro e apenas tensões de compressão no mastro, admitindo tanto tabuleiros e quanto torres com seções mais esbeltas.

Segundo Pedro (2010), à medida que se adota um grande número de cabos, com reduzido espaçamento entre eles, o tabuleiro passa a trabalhar como se tivesse um apoio aproximadamente contínuo, reduzindo as forças de ancoragem. Durante a construção, este sistema possibilita a utilização de comprimentos menores de avanços sucessivos, na medida em que diminui a distância dos cabos. Nas condições de serviço, o sistema de múltiplos cabos permite a utilização de tabuleiros muito mais esbeltos, suportados por cabos de pequena seção, de fácil instalação, ancoragem e eventual substituição.

Neste sentido, a redução do peso próprio do tabuleiro e a possibilidade de utilizar potentes meios de cálculo, tornaram viável a concepção das primeiras pontes estaiadas com cabos múltiplos, e entender o comportamento destas estruturas é um dos passos fundamentais para o desenvolvimento dos modelos e estudos propostos nesta tese.

## **5 - Sistemas de Cabos**

Quanto à disposição longitudinal dos cabos, existem três principais sistemas de pontes estaiadas, as pontes em harpa (*harp system*), as pontes em leque ou radial (*fan system*) e as pontes intermediárias ou modificadas (*semi-fan system*), conforme definido pelo *Manual of Bridge Engineering* do Instituto de Engenheiros Civis da Inglaterra (*Institution of Civil Engineers –ICE*) e apresentado na Figura A.41.



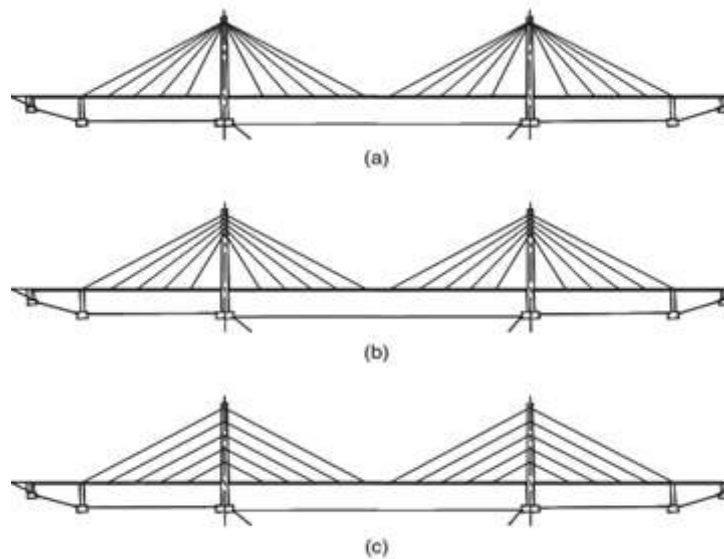


Figura A.41: Arranjo dos cabos  
 (a) leque; (b) modificada ou intermediária; e (c) harpa  
 Fonte: (ICE, 2008)

A diferença entre os sistemas consiste na forma como os cabos estão ligados às torres. Nas pontes em harpa, os cabos são quase paralelos, partindo de vários pontos ao longo da altura do mastro, de forma que a inserção de cada cabo no mastro seja semelhante à distância deste ponto ao ponto de ligação no tabuleiro. As pontes em leque seguem um padrão radial onde os cabos estendem-se a partir de vários pontos da plataforma para um ponto único no topo do mastro ou passam por cima do mastro. As pontes intermediárias os cabos terminam perto do topo do mastro, mas são afastados uns dos outros de forma a permitir um melhor acesso a cabos individuais para a manutenção.

A ponte estaiada em leque é estruturalmente superior a ponte estaiada em harpa, uma vez que induz a momentos mínimos nas torres e a redução dos esforços axiais no tabuleiro devido a maior angulação dos cabos. Contudo, por razões práticas a ponte intermediária é preferida especialmente onde são necessários muitos cabos, uma vez que melhora a construção e a manutenção dos cabos. A solução em harpa é usada quando o mastro é rígido e tem como desvantagem a deformação por flexão do tabuleiro. A vantagem principal é a facilidade na ancoragem dos cabos no mastro, que é disposta ao longo do comprimento do mastro. A Figura A.42 e a Figura A.43 ilustram exemplos de sistemas de pontes.



Figura A.42: Ponte sistema intermediário, ponte rio Antírio Patras, Grécia.  
Fonte: <http://en.gefyra.gr/> Acesso: 06/06/2014



Figura A.43: Ponte sistema em harpa, Samuel Beckett Bridge Dublin, Irlanda.  
Fonte: <http://en.wikipedia.org/> Acesso: 06/06/2014

## 5.1 - Cabos

Os cabos são os componentes estruturais característicos das estruturas estaiadas e tem a função de transferir diretamente os carregamentos atuantes no tabuleiro para o mastro.

O desempenho dos cabos condiciona todo o comportamento da estrutura, não apenas na fase de utilização, mas também durante a construção. Assim, o bom funcionamento de uma estrutura estaiada depende da qualidade dos cabos e da sua ancoragem, o que se relaciona não só com a qualidade do aço adotado como também do correto funcionamento das ancoragens e do sistema de proteção à corrosão dos tirantes.

O elemento base dos cabos é são os fios de aço, que possuem resistência à tração significativamente maior que a do aço estrutural comum. Na maioria dos casos, os fios de aço são em formato cilíndrico com diâmetros de 3 a 7mm. Normalmente, os fios de aço de 5 a 5,5mm são utilizados nas pontes suspensa, enquanto os de 7mm são utilizados nas cordoalhas paralelas nas pontes estaiadas.

O tipo mais básico de cordoalha é sete fios, usado extensivamente em concreto protendido. Para a confecção é utilizado sete fios de 5mm de diâmetros dando uma cordoalha final com diâmetro nominal de 15 milímetros, conforme apresentado na Figura A.44.



Figura A.44: Cordoalha de 7 fios.  
Fonte: (GIMSING e T., 2011)

Com resistência à tração entre 1770 e 1860MPa, a cordoalha de sete fios é composta por um único fio de núcleo rodeado por uma única camada de seis fios, em forma de hélice. Normalmente, o módulo de elasticidade nominal para o cordão de sete fios será de apenas 6 a 8% menor que o do próprio fio, ou seja, um módulo de elasticidade típico de 190GPa.

Contudo, os mais utilizados atualmente são os cabos de múltiplos fios conforme apresentado na Figura A.45. Onde  $E$  é o módulo de elasticidade,  $f_u$  é a resistência a tração no estado limite último e  $\Delta\sigma$  é o intervalo de fadiga admissível.

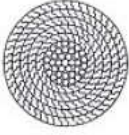


Características	Modernos Cabos Fechados	Cabos de Fios Paralelos	Cordoalhas de fios paralelos
			
$E \cdot 10^{-6}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	0.170	0.205	0.195
$f_u$ [N/mm <sup>2</sup> ]	1470	1670	1870
$\Delta\sigma$ [N/mm <sup>2</sup> ]	150	200	200

Figura A.45: Sistemas de cordoalhas para cabos  
Fonte: Adaptado (SVENSSON, 2012)

Os Cabos Fechados (*locked coil cables*) são constituídos por múltiplos fios de pequena seção circular, envolvidos por duas ou três camadas exteriores de cordões perfilados em forma de Z, Figura A.46, perfeitamente encaixados entre si, para impermeabilização e proteção mecânica dos fios interiores. A grande dificuldade desta solução tem sido a de garantir uma proteção anticorrosiva totalmente eficaz, que tem conduzido à necessidade de substituir os tirantes em diversas obras conforme descreve Pedro (2010).

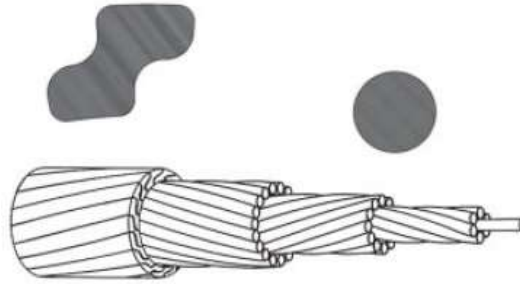


Figura A.46: Seção dos Cabos fechados  
Fonte: (SVENSSON, 2012)

Os Cabos de Fios Paralelos possuem seção hexagonal ou circular de 5 a 7mm de diâmetro, utilizados com o objetivo de eliminar a redução da tensão de ruptura observada nos cabos compostos por fios entrelaçados de forma helicoidal, Figura A.47. Esta solução tinha a vantagem adicional de manter o módulo de elasticidade de 205GPa, igual ao do aço estrutural, mas são necessários grande número de fios para compor um tirante.

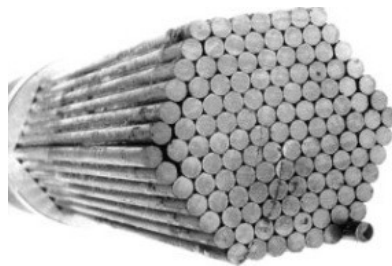


Figura A.47: Cabos de fios paralelos 127 fios de 5mm.  
Fonte: (GIMSING e T., 2011)

Segundo Pedro (2010), o objetivo de criar a Cordoalhas foi aumentar a proteção dos tirantes, facilitar o transporte e montagem e reduzir o número de cabos em cada tirante. Neste sistema cada cordoalha é composta por fios individualmente protegido por uma bainha de polietileno de alta densidade conforme apresentada na Figura A.48.

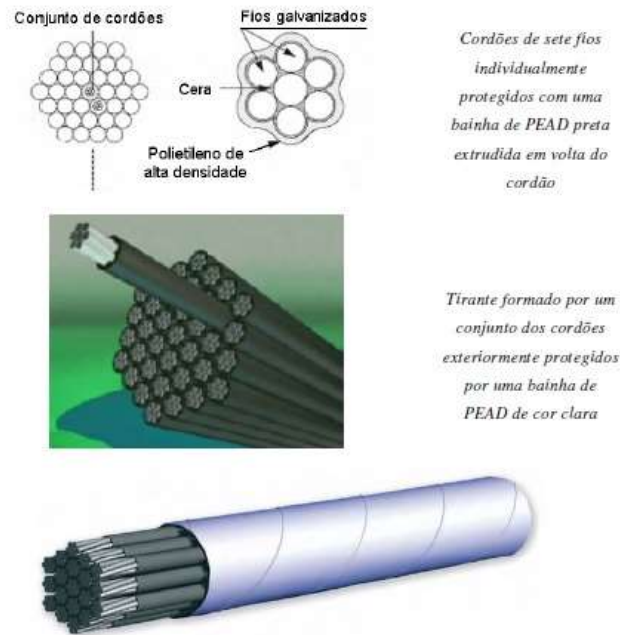


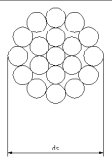
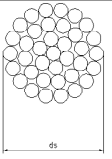
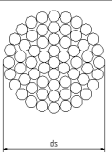
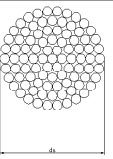
Figura A.48: Tirantes formados por cordões individualmente protegidos e com uma bainha exterior de PEAD  
 Fonte: (PEDRO, 2010)

O conjunto das cordoalhas é colocado no interior de uma bainha exterior de proteção, além disso, protegido por um polietileno de alta densidade extrudado (*HDPE - high density polyethylen extruded*). Nos primeiros tirantes deste tipo foi utilizada ainda calda de cimento no preenchimento do espaço entre os cordões e a bainha exterior, mas as desvantagens evidenciadas por esta solução conduziram a escolha de outros produtos à base de cera petrolífera, ou resinas à base de poliuretano ou polibutadieno.





As cordoalhas de fios paralelos foram desenvolvidas a partir de filamentos de fios, a fim de explorar a mais elevada resistência à tração e uma melhor disponibilidade de fios de aço. Tem como vantagens o custo-benefício, a fabricação no local de componentes e a possibilidade de troca de fios individuais e como desvantagem uma reduzida rigidez provocada pela distorção individual dos fios. As Cordoalhas de Cabos Paralelos, em princípio, composto da mesma forma que as Cordoalhas de Fios Paralelos, com a exceção de que os fios de 7 milímetros individuais são substituídos por cadeias de sete fios.

Segundo a norma Eurocode 3 - EN 1993-1-11 (2006) os cabos se dividem em três grupos conforme Quadro A.1, Quadro A.2 e Quadro A.3 apresentados a seguir.

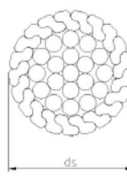
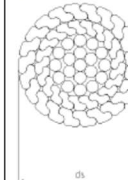
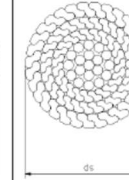
Quadro A.1: Cabos de Fios Espiral  
 Fonte: (EN 1993-1-11, 2006)

Spiral strand rope				
				
Construction	1 x 19	1 x 37	1 x 61	1 x 91
Diameter $d_s$ [mm]	3 to 14	6 to 36	20 to 40	30 to 52
Strand	1	1	1	1
Wire per strand	19	37	61	91
Outer wire per strand	12	18	24	30
Nominal metallic area factor C	0,6	0,59	0,58	0,58
Breaking force factor K	0,525	0,52	0,51	0,51

Quadro A.2: Conjunto das cordoalhas  
 Fonte: (EN 1993-1-11, 2006)

Strand rope				
				
Construction	6 x 19 - CF	6 x 19 - CWS	6 x 36WS - CF	6 x 36 WS- CWR
Diameter $d_s$ [mm]	6 to 40	6 to 40	6 to 40	6 to 40
Strand	6	6	6	6
Wire per strand	18	18	36	36
Outer wire per strand	12	12	14	14
Nominal metallic area factor C	0,357	0,414	0,393	0,455
Breaking force factor K	0,307	0,332	0,329	0,355

Quadro A.3: Cabos Fechados  
 Fonte: (EN 1993-1-11, 2006)

Full locked coil rope			
			
Construction	1 layer Z-wires	2 layer Z-wires	≥ 3 layer Z-wires
Diameter $d_s$ [mm]	20 to 40	25 to 50	40 to 180
Tolerance d	+5%	+5%	+5%
Nominal metallic area factor C	0,636	0,660	0,700
breaking force factor K	0,585	0,607	0,643
<b>NOTE.</b> Nominal metallic area factor and breaking force factor acc. EN 12385-2			

Todos estes sistemas estão em contínuo desenvolvimento, o mais recente desenvolvimento é cabos de materiais sintéticos como fibra de vidro e fibras de carbono, como exemplo, a passarela em Aberfeldy na Escócia que utiliza cabos de fibra de vidro.

Segundo Almeida (2013) o aumento dos vãos das pontes estaiadas implica no aumento do comprimento dos tirantes e logo nas perdas de rigidez resultantes do peso próprio. Desse modo, tem sido proposta a utilização de novos materiais para os tirantes, como as fibras de carbono e fibras de vidro, com alta resistência e peso próprio significativamente menor que o aço. No entanto, o comportamento é ainda pouco conhecido e o seu custo é por enquanto muito elevado, quando comparado com as soluções com tirantes em aço.

Atualmente tem sido investigado o recurso a tirantes com cabos de fibra de basalto, devido às suas propriedades mecânicas e químicas favoráveis em comparação com fibras de vidro, e de baixo custo, em comparação com fibras de carbono. O custo é quase um décimo das fibras de carbono. Por outro lado, estas apresentam baixa rigidez, em comparação com o aço, tem um módulo de elasticidade baixo, mas que pode ser melhorado aumentando a área seccional ou criando uma seção híbrida com fibras de carbono.

Outro aspecto relevante é o peso dos cabos, que representa uma parcela importante do custo total da obra. Este peso depende da relação entre a altura das torres acima do pavimento ( $H$ ) e o comprimento do vão principal ( $L$ ). A posição das ancoragens dos cabos nas torres é função do ângulo escolhido. Quanto maior o ângulo formado entre os cabos com a horizontal menor a força instalada e, em princípio, menor peso total.

Segundo Pedro (2007), considerando que, em cada estai, está instalada a tensão máxima admissível em serviço ( $\sigma_{adm}$ ) e que a totalidade da carga máxima aplicada no tabuleiro ( $q_{max}$ ) é suspensa apenas pelos cabos, o peso de cada cabo ( $G_i$ ) pode ser determinado recorrendo ao equilíbrio estático com a Equação A.1, em que  $\gamma$  representa o Massa Específica do aço dos cabos e  $a$  é a largura de influência do estai, apresentado na Figura A.49.

$$G_i = \frac{\gamma q_{max} a x_i}{\sigma_{adm} \cos \alpha_i \sin \alpha_i}$$

Equação A.1

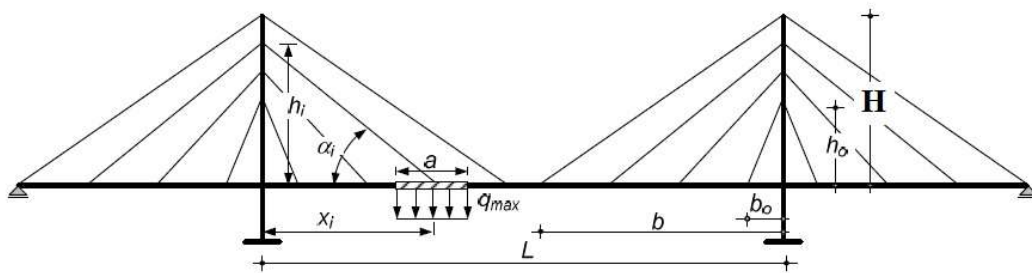


Figura A.49: Repartição da carga aplicada num tabuleiro com suspensão total  
Fonte: Adaptado (PEDRO, 2007)

O peso total do aço nos cabos ( $\Pi$ ) é obtido por intermédio da soma dos pesos ( $G_i$ ), por intermédio da Equação A.2, Equação A.3 ou Equação A.4 para cada uma das soluções de suspensão do tabuleiro.

Ponte em Leque:

$$\Pi = \frac{L - 2b_0}{2(b - b_0)} \cdot \frac{4\gamma q_{max}}{\sigma_{adm} H} \cdot \left\{ \frac{1}{3}(b^3 - b_0^3) + H^2(b - b_0) \right\}$$

Equação A.2

Ponte Intermediária:

$$\Pi = \frac{L - 2b_0}{2(b - b_0)} \cdot \frac{4\gamma q_{max}}{\sigma_{adm}} \cdot \frac{1}{k} \cdot \left\{ \frac{1}{2}(1 + k^2)(b^2 - b_0^2) + (1 - k^2)k_0(b - b_0) + k^2 k_0^2 \ln \frac{H}{h_0} \right\}$$

onde:  $k = \frac{b - b_0}{H - h_0}$  e  $k_0 = k \cdot h_0 - b_0$

Equação A.3

Ponte em Harpa:

$$\Pi = \frac{L - 2b_0}{2(b - b_0)} \cdot \frac{2\gamma q_{max}}{\sigma_{adm}} \cdot \frac{H^2 + b^2}{bH} \cdot (b^2 - b_0^2)$$

Equação A.4

Nestas expressões: ( $L$ ) vão principal, ( $H$ ) a altura das torres, ( $h_0$ ) a altura onde se inicia a ancoragem dos cabos, ( $b$ ) a distância dos pilares até onde existem cabos, e ( $b_0$ ) a zona em torno dos pilares em que a carga aplicada no tabuleiro é transmitida, diretamente aos pilares por flexão.

Na Figura A.50 temos representado o peso total de aço em função da relação entre a altura do mastro e o vão principal ( $H/L$ ) para os três tipos de suspensão de tabuleiro: leque; solução intermediária na qual os cabos estão ancorados na metade superior do mastro ( $h_0 = H/2$ ); e considerando suspensão total do tabuleiro ( $b_0 = 0$ ).



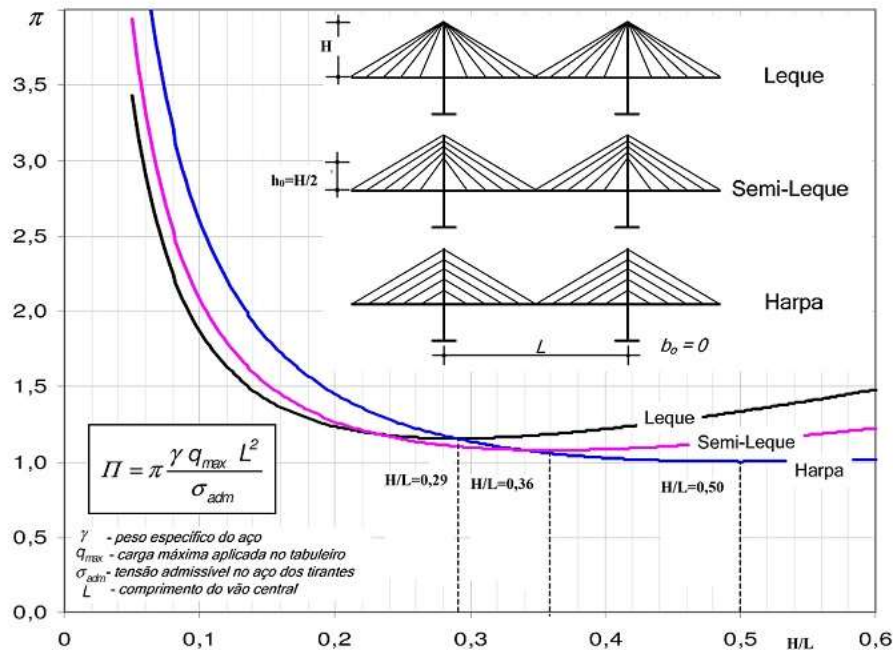


Figura A.50: Peso de aço dos cabos em função do tipo de suspensão e da relação ( $H/L$ )  
 Fonte: Adaptado (PEDRO, 2007)

A escolha da configuração do sistema de suspensão tem muita relevância no custo final da obra, uma vez que o custo dos cabos representa 20% a 30% do custo de uma ponte estaiada, conforme Pedro (2007).

De acordo com o *Eurocode – European Committee for Standardisation* (EN 1993-1-11, 2006), a tensão admissível do cabo é condicionada pelo estado limite de serviço, e depende principalmente da tensão de escoamento do aço, se os cabos se encontram sujeitos a esforços de flexão e se as ancoragens possuem dispositivos especiais para diminuir a vibração.

A tensão admissível no cabo deve ser inferior ao somatório das forças instaladas devido aos carregamentos das carga permanente e sobrecarga rodoviária. A tensão admissível é 50% de 1770MPa (valor intermediário), ou seja,  $\sigma_{adm} = 885\text{MPa}$ . Em fases transitórias, durante o processo construtivo, é possível permitir uma tensão de 60% da tensão de ruptura.

Neste sentido, é de grande importância a avaliação da força nos cabos, uma vez que, a força nos cabos é fundamental para o equilíbrio global de uma estrutura estaiada, devendo ser monitoradas e ajustadas, uma vez que os erros podem acumular-se e o desempenho estrutural pode ser substancialmente influenciado. Dois tipos de problemas frequentemente encontrados no sistema de cabos durante a fase de construção e

manutenção são as falhas na força de tensão nos cabos de elevação e erro geométrico no controle da elevação da plataforma.

Neste sentido, existem alguns métodos de avaliação da força nos cabos durante a construção de uma ponte ou em serviço. As seguir as várias técnicas, focando em particular a técnica de estimativa de tensão através da medição de vibrações e a avaliação de amortecimento com base na resposta do cabo:

- Medição direta da tensão por meio de macacos: Este método é utilizado durante a construção da ponte e fornece uma medida direta da tensão instalado, segundo Marte e Hardy (1974, p. apud Caetano, 2007) há um erro de 10% a 15% na aplicação desta técnica. Assim, é de extrema importância garantir que macacos hidráulicos estão devidamente calibrados. Esta técnica não é adequada para estimar a tensão nos cabos da ponte pós construção uma vez que a instalação dos macacos é um processo demorado e pode produzir danos nas fixações.
- Células de carga ou medidores de tensão nos cabos: As células de carga ou anéis podem ser aplicados a um ou mais cordões ou conjunto de fios individuais que formam os cabos, sendo possível obter as tensões médias instaladas em elementos individuais ou globais. Embora a avaliação individual da tensão possa ser de interesse para fins de detecção de fissuras, a aplicação a todos os elementos de todos os cabos não seria viável. Portanto, a prática normal, quer seja para selecionar um ou alguns fios de um cabo para a instalação de medidores de tensão ou células de carga, ou para montar uma célula de carga em anel na ancoragem. Em qualquer caso, o princípio é o mesmo, ou seja, a medição da deformação por meio de *strain gauge* multiaxiais. Alguns exemplos de instalação de células de carga são apresentados por Caetano (2007) na Figura A.51, contudo a autora pondera que o grande inconveniente do uso de células de carga para a avaliação da força do cabo é o custo dos numerosos sensores necessários, que terão de permanecer instalados na estrutura e que têm de ser calibrado de forma adequada, tendo em conta a variação no tempo das propriedades de pressão manométricas.

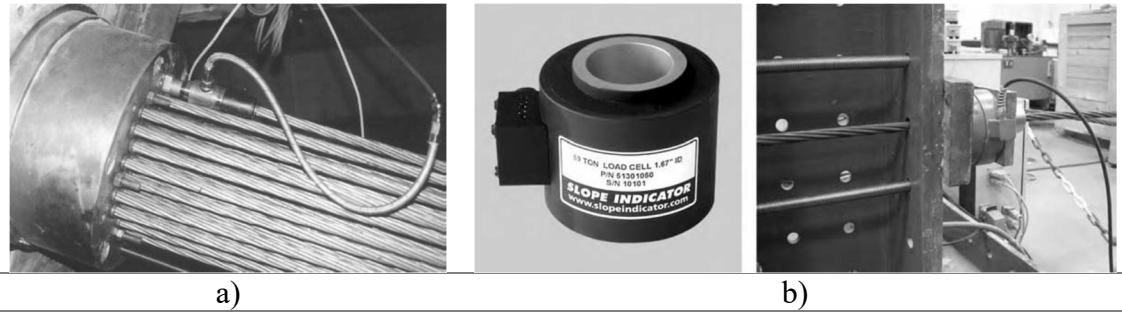


Figura A.51: Exemplo de medição da tensão nos cabos com célula de carga  
a) Instalação; b) Célula de carga central e instalação no Laboratório

Fonte: (CAETANO, 2007)

- Medida alongamento perto de um ponto de ancoragem: A medida do alongamento de um segmento do cabo perto da ancoragem pode ser usada para avaliar a deformação correspondente, proporcionando uma medida da tensão instalada no cabo. Considerando que as deformações nos tirantes são por volta de cerca  $10^{-3}$ , ou seja 0,01 mm a cada 0,1 m, ou seja, para se chegar a uma boa estimativa as medições devem ser da ordem de 0,01 mm o que não é fácil de obter no local.
- Levantamento topográfico: A avaliação da tensão do cabo com base em medições topográficas é prática corrente durante a construção e fornece resultados precisos em particular quando o cabo está apenas ligeiramente tensionado.
- Método de vibração: A estimativa indireta da tensão através da medição das frequências naturais dos cabos é baseada na teoria da corda de vibração. É atualmente de grande interesse para a avaliação do estado do cabo ao longo da sua vida útil, tendo em conta a facilidade de aplicação. Uma solicitação transversal aplicada num ponto qualquer de um cabo tenso com as duas extremidades fixas origina uma onda estacionária que se propaga até às suas extremidades afastando os seus pontos da posição de equilíbrio estável, constituindo um sistema onde a velocidade de propagação de ondas é independente da frequência, com configurações deformadas com forma sinusoidal, caracterizadas pelas frequências naturais de vibração do cabo dadas pela Lei das cordas vibrantes desenvolvida no final do ano de 1636 por Marin Mersenne publicadas no tratado *Harmonie Universelle*. A velocidade de propagação da onda nos cabos depende de suas propriedades, massa específica linear ou massa linear  $\mu$  ( $\mu = M/L$ ), onde  $L$  é o comprimento e  $M$  é a massa, e da tensão longitudinal  $T$ , e pode ser dada pela Equação A.5:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Equação A.5

As frequências naturais de vibração de um cabo tenso onde o parâmetro  $n$  é a ordem do harmónico é dada pela Equação A.6.

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}, n = 1, 2, 3, \dots$$

Equação A.6

Deste modo, os cabos de pontes estaiadas que são protendidos aumentando a tensão, e onde o comprimento e massa linear permanecem praticamente constantes e são conhecidos, pode-se obter a força instalada no cabo a partir do conhecimento da frequência fundamental, por meio da Equação A.6.

Então se a frequência  $f_n$  é conhecida a tensão no cabo pode ser dada pela Equação A.7:

$$H = 4 \cdot m \cdot l^2 \frac{f_n^2}{n^2}$$

Equação A.7

Segundo Robert et al. (1974, p. apud Caetano, 2007) a aplicação da teoria das cordas para estimativa da tensão instalada nos cabos é válida para cabos longos, nos cabos curtos o efeito da rigidez à flexão  $EI$  origina a dispersão da frequência de vibrações em relação a ordem do modo, como consequência altera a natureza linear da curva gerada pela variação da frequência natural com a ordem de modo. Assim, a fim de garantir a validade de aplicação da teoria das cordas deve-se medir as primeiras frequências e traçar um gráfico em relação a ordem modo, se o desvio da curva tangente na origem é pequeno, da ordem de 0,6% para os primeiros sete modos, a estimativa da tensão do cabo através da teoria será precisa.

Assumindo a validade da Equação A.7 na estimativa da tensão no cabo torna-se importante avaliar o nível de precisão da técnica. Considerando o erro associado a estimativa da tensão dado por  $\varepsilon_H$ , e sendo definido  $\varepsilon_{f_1}$ ,  $\varepsilon_l$ ,  $\varepsilon_m$  os erros na estimativa da primeira frequência, do comprimento do cabo e massa por unidade de comprimento

respetivamente, pode-se estabelecer a relação dos erros na estimativa dado pela Equação A.8:

$$\varepsilon_H = 2\varepsilon_{f1} + 2\varepsilon_l + \varepsilon_m$$

Equação A.8

O efeito da flexão e sag no comportamento dinâmico de um cabo foram descritos no Subitem 4.1.2.3 Efeitos da Rigidez à Flexão, onde a abordagem simplificada permite calcular os coeficientes de correção para a vibração tendo em consideração simultânea os efeitos de sag e efeitos de flexão.

Assim, utilizando a Equação 4.42 as seguintes frequências corrigidas  $f_n'$  são obtidas de acordo com a Equação A.9:

$$f_{1i}' = f_1 \left[ (1 + 0.039 \cdot \lambda^2) \cdot \left( 1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{8.9348}{\zeta^2} \right) - 0.24 \cdot \frac{\lambda^2}{\zeta} \right], 1^\circ \text{ modo no plano}$$

$$f_{1o}' = f_1 \left( 1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{8.9348}{\zeta^2} \right), 1^\circ \text{ modo fora do plano}$$

$$f_n' = f_n \left( 1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{4 + \frac{n\pi^2}{2}}{\zeta^2} \right), n^\circ \text{ modo } n > 1$$

Equação A.9

Então se  $\zeta = \sqrt{\frac{HL^2}{EI}}$  é conhecido, a estimativa da frequência  $f_n'$  pode ser utilizada na estimativa da tensão no cabo. Sendo a melhor solução para uma estimativa precisa da tensão consiste na aplicação de um algoritmo de identificação simultânea de H e  $\zeta$ , de preferência com base em frequências de ordem mais elevadas, de modo a aumentar os efeitos de flexão.

É importante notar que a influência efeitos *sag* influencia essencialmente o primeiro modo no plano dos cabos, a Equação A.9 reflete esse aspecto. Além disso, se os efeitos de rigidez de curvatura são negligenciados nesta equação, obtém-se a seguinte função linear em função  $\lambda^2$  definida por Equação A.10.

$$f_{1i}' = f_1(1 + 0.039 \cdot \lambda^2)$$

Equação A.10

A Equação A.10 fornece uma aproximação precisa para a solução implícito da Equação 4.31 desenvolvida por Irvine, quando aplicado a ficar cabos com valores  $\lambda^2$  no intervalo de 0-5, típico dos cabos das pontes.

Outra dificuldade do método está associada com a menor precisão uma vez que o comprimento livre do cabo não é conhecido com precisão.

Para a medição das frequências naturais dos cabos é normalmente utilizado um acelerómetro ligado ao cabo perto da ancoragem. Este acelerómetro é então ligado a um sistema de aquisição de dados que grava a resposta a alguma excitação externa, como o produzido por um martelo de impacto, ou simplesmente a excitação ambiente. Segundo Caetano (2007) quanto aos parâmetros de medição, a boa prática é a de medir a resposta a cabo numa gama de frequências correspondente as primeiras 10 frequências naturais do cabo, num intervalo 0 a 20 Hz.

Segundo Caetano (2007) a forma mais precisa de estimar o amortecimento de um cabo consiste em medir a correspondente resposta em vibração livre após a indução de ressonância no modo de interesse. Este tarefa é relativamente fácil antes da instalação do amortecedor e pode ser feita manualmente ao puxar o cabo próximo a ancoragem ou então puxando o cabo a partir de uma altura entre 10 a 15m. Após a instalação ou ativação dos amortecedores pode ser difícil para induzir um nível mensurável de resposta a excitação, nessa circunstância a utilização de um martelo de impacto constitui uma alternativa interessante, o martelo de impulso incorpora na ponta um sensor de força então tem-se a medição simultânea da força aplicada e resposta do cabo. Assim o coeficiente amortecimento pode ser identificado através de um algoritmo, ou simplesmente por aplicação do método *Half-Power bandwidth*.

Uma estimativa menos precisa dos coeficientes de amortecimento pode ainda ser obtido com as respostas a vibração ambiente do cabo perto da ancoragem. Contudo a aplicação de técnicas de domínio de frequências para a identificação de coeficientes de amortecimento pode levar a erros consideráveis quando estes coeficientes são muito baixos, inferior a 0,5%. Em nesse caso, uma elevada resolução de frequência pode ser necessária para limitação dos erros.

## 5.2 - Ancoragens

Quanto ao sistema de tensionamento e ancoragem dos cabos, Nogueira (2003) descreve que estes podem ser:

- Em barras que são componentes rígidos capazes de serem pré-tensionados, onde o cabo é composto por uma barra única ou por um conjunto de barras paralelas, como por exemplo os cabos da passarela na cidade de Maceió no estado de Alagoas;
- Em fios que são os componentes flexíveis básicos para confecção das cordoalhas e cabos;
- Em cordoalhas que são caracterizadas por uma montagem de fios, que circundam em forma helicoidal um fio central em uma ou mais camadas; e
- Em cabos que são compostos por um conjunto de cordoalhas dispostos forma helicoidal em torno de uma outra cordoalha ou mesmo de um outro cabo.

Assim, para a completa definição da solução é preciso também especificar o sistema de ancoragem dos tirantes, e para isso faz-se necessário fixar o espaçamento entre pontos, escolher o alinhamento, optar por colocar as ancoragens sobre ou sob o plano do tabuleiro, e definir onde será realizado o tensionamento dos cabos do lado do tabuleiro ou das torres, ou seja, onde colocar as ancoragens ativas e as ancoragens passivas.

A definição do espaçamento entre os cabos depende do peso do tabuleiro, tendo em vista que o tabuleiro trabalhará praticamente todos apoiado neste, assim quanto maior o espaçamento maior será o momento fletor. Para os tabuleiros pesados, como os de concreto, estes necessitam de tirantes mais próximos de modo a reduzir os esforços.

Já para a definição do quanto ao alinhamento das ancoragens dos cabos com os elementos longitudinais ou nós das treliças, Pedro (2010) descreve que nos tabuleiros de concreto a solução é mais simples e consiste na inserção direta da ancoragem nos elementos longitudinais, contudo nas pontes mistas e metálicas esta solução não é possível devendo ser observadas duas soluções alternativas, ancoragem no exterior da linha da viga principal abaixo do plano da laje, com transversinas resistentes ou ancoragens no alinhamento da viga principal, acima do plano da laje com o auxílio de chapas de transferências.

E por último a definição de onde será realizado o tensionamento dos cabos do lado do tabuleiro ou das torres. Nas estruturas com tabuleiros de concreto é muito mais simples inserir as ancoragens no tabuleiro, onde a opção mais usada é atravessar o tabuleiro e fixar na face inferior das vigas. Nos tabuleiros metálicos e mistos é normal colocar as ancoragens “ativas” no interior das torres, onde se efetua o tensionamento dos cabos, e as ancoragens “passivas” no tabuleiro, onde apenas se procede à cunhagem dos cordões nas cabeças de ancoragem.

A Figura A.52 apresenta o sistema de ancoragem e a Figura A.53 exemplifica tipos de sistemas de ancoragem no tabuleiro em estruturas estaiadas.

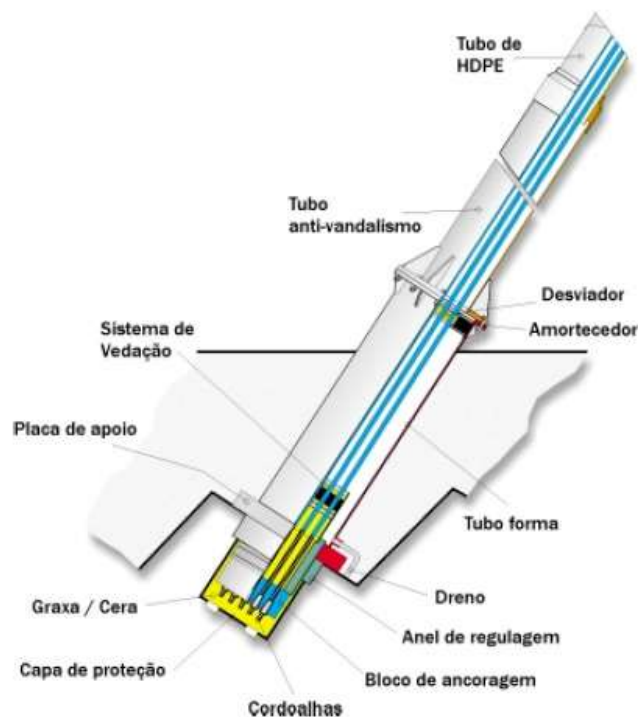


Figura A.52: Feixe de cordoalhas protegido através de um tubo rígido de HDPE ou aço, injetado com nata de cimento ou cera  
Fonte: (PROTENDE, 2006)



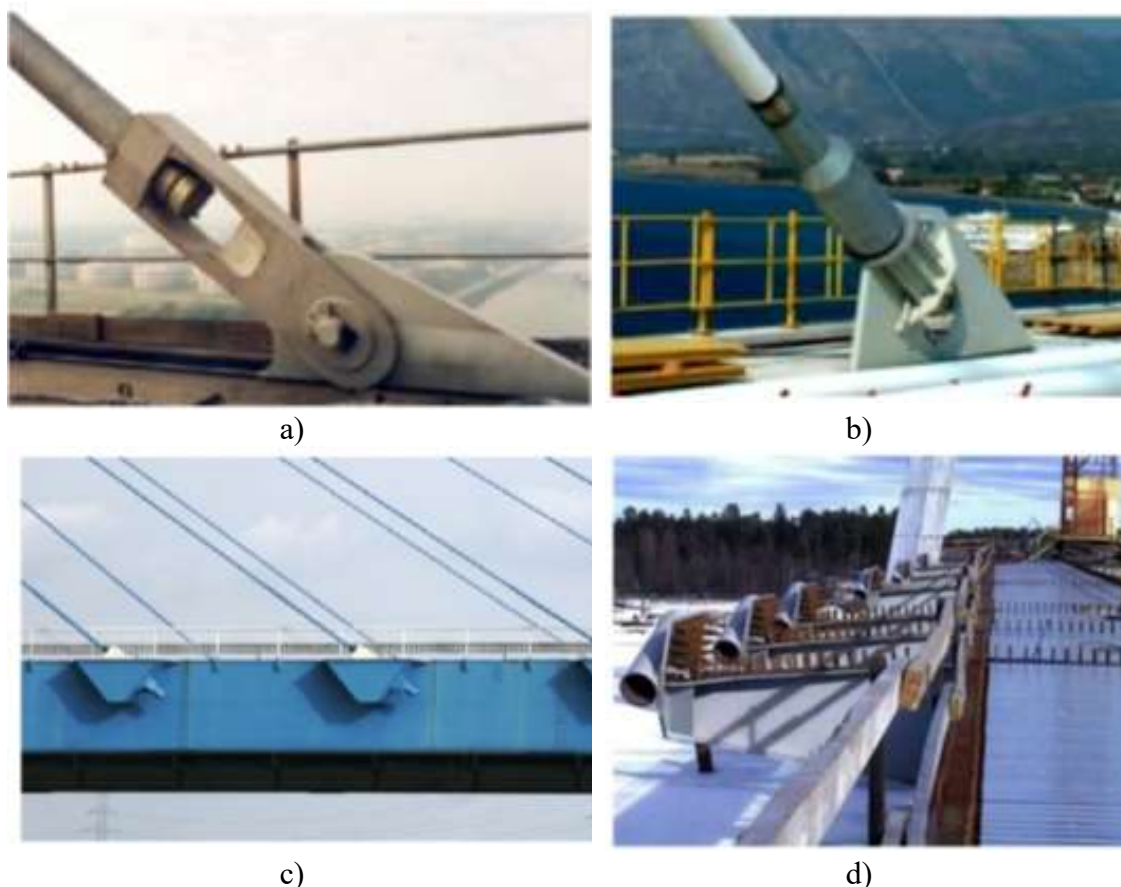


Figura A.53: Ancoragem dos tirantes no tabuleiro

a) Ponte da Normandia (França, 1995) e b) Ponte de Rion-Antirion (Grécia, 2004): Ancoragens no alinhamento das vigas principais; c) Ponte de Godsheide (Bélgica, 1979) e d) Ponte de Kolbäck (Suécia, 2000): Ancoragens exteriores às vigas principais.

Fonte: (PEDRO, 2010)

### 5.3 - Torres ou Mastros

O mastro é um dos elementos de uma ponte estaiada onde se ancoram os cabos que suspendem a carga vertical do tabuleiro, podendo também apoiar o próprio tabuleiro.

Alguns autores apresentam distinções entre as designações “torre e mastro”, referindo-se a torres no caso de uma estrutura sujeita às cargas verticais e mastro quando sua geometria é sujeita principalmente às cargas horizontais, contudo neste trabalho não há distinção entre os termos.

A disposição transversal e longitudinal dos cabos, define a geometria dos mastros que trabalham a compressão, ou vice-versa. Podem ter uma variedade de formas: “A”, “Y” invertido, “H”, diamante, fuste único ou formas particulares, conforme apresentado por Almeida (2013) na Figura A.54.

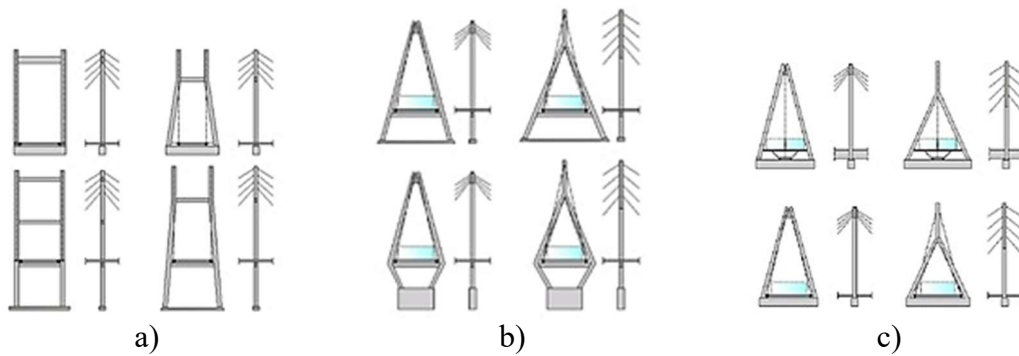


Figura A.54: Configuração geométricas das torres  
 a) pórtico; b) A e Y invertido e diamante; e c) A e Y invertido  
 Fonte: (ALMEIDA, 2013)

A forma do mastro depende da configuração longitudinal da ponte, sendo esta característica fundamental e condicionante. A segunda característica que condiciona a forma do mastro é o arranjo espacial dos cabos, no eixo da seção transversal ou nas laterais da seção transversal. A forma das torres pode ainda ser condicionada por outros aspectos de natureza estrutural, construtiva ou estética, aponta Almeida (2013).

Conforme ICE (2008), a altura do mastro irá determinar a rigidez global da estrutura, à medida que o ângulo entre os cabos e o mastro aumenta a dimensão necessária dos cabos diminui, e vice-versa, alterando o consumo de aço. Assim, os cabos mais eficientes possuem uma inclinação de 45 graus, contudo na prática a eficiência dos cabos não é significativamente prejudicada quando a inclinação varia dentro de limites razoáveis de 25 a 65 graus, o que implica em uma relação ótima entre altura do mastro acima do pavimento ( $H$ ) para a extensão do vão principal ( $L$ ) situa-se entre 0,2 e 0,25, tal como ilustrado na Figura A.55.

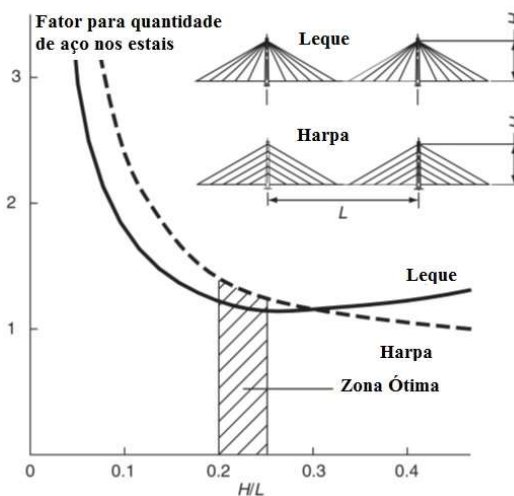


Figura A.55: Altura ótima do mastro, relação entre a altura e o comprimento do vão  
 Fonte: Adaptado (ICE, 2008)

Segundo Pedro (2010), na escolha da geometria da torre deve-se ter atenção não só no seu funcionamento estrutural como nos aspectos estéticos. Em termos gerais, tendo em consideração a grande dimensão que as torres possuem, as formas simples são normalmente preferíveis. A sua geometria depende muito dos seguintes aspectos:

- Forma de suspensão do tabuleiro (central ou lateral);
- Configuração do sistema de cabos (harpa, leque ou intermediário);
- Necessidade em apoiar o tabuleiro nas torres;
- Espaço para ancoragem e tensão dos cabos no interior da torre; funcionamento estrutural do tabuleiro (com três vãos, duas torres e tirantes de retenção, ou com vãos múltiplos).

As torres são os elementos mais visíveis de uma ponte estaiada, apesar do peso próprio mais elevado, na maioria das pontes estaiadas adotam-se torres em concreto armado, o que permite maior liberdade na concepção de forma da seção. Esta escolha também é coerente, na medida em que este elemento estrutural trabalha basicamente a compressão, ao contrário dos pilares das pontes em viga e em pórtico, em que o dimensionamento é normalmente condicionado pelos momentos fletores resultantes das ações do vento e das ações horizontais das sobrecargas.

#### **5.4 - Tabuleiros**

O tabuleiro é responsável pela distribuição dos esforços para os apoios principais, as torres e os pilares laterais. A definição da seção transversal do tabuleiro constitui um passo muito importante, uma vez que o peso próprio do tabuleiro condiciona toda a estrutura. Além disso, a forma da seção transversal do tabuleiro determina o seu comportamento aerodinâmico. As pontes estaiadas modernas de grandes vãos vêm utilizando tabuleiro em seção metálica com laje em concreto, que constitui uma boa plataforma para colocação do pavimento betuminoso ou lastro.

Uma definição importante para o tabuleiro é o tipo de suspensão, a opção entre a suspensão lateral ou central irá determinar a rigidez à torção da seção do tabuleiro, o que determinará o seu dimensionamento.

Segundo Pedro (2010), a escolha da suspensão central ou lateral é, em primeiro lugar, uma opção estética, porém o funcionamento estrutural do tabuleiro depende profundamente desta opção. A esbeltez de uma seção com suspensão lateral é maior, tendo em conta que o tabuleiro terá maior apoio dos tirantes, mas para seções com largura superior a 25m, a altura necessária para as vigas transversinas supera a das vigas longitudinais, tornando o tabuleiro mais pesado e, de certa forma, invertendo a lógica do funcionamento estrutural.

Conforme Almeida (2013), para suspensão central no eixo da seção transversal do tabuleiro, devido a excentricidade das cargas condiciona o uso de uma seção em caixão com maior rigidez a torção, já para a suspensão lateral nos bordos da seção transversal do tabuleiro, podem ser adotadas seções mais esbeltas, com melhor aerodinâmicas, como seções em laje ou em vigas, conforme Figura A.56.

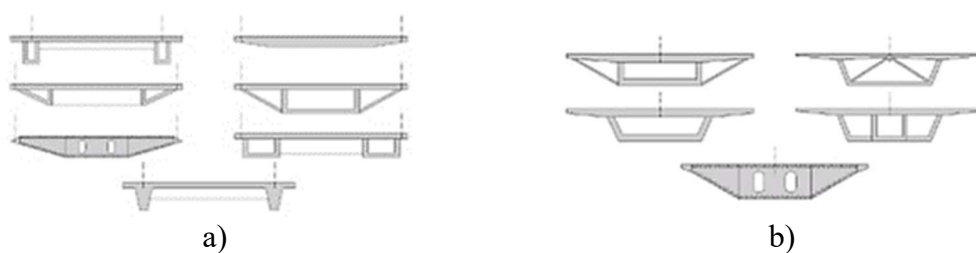


Figura A.56: Seções típicas de tabuleiros  
a) indicadas para cabos laterais; b) indicadas para cabos no eixo da seção  
Fonte: (ALMEIDA, 2013)

De acordo com Gimsing e Georgakis (2011), nas pontes rodoviárias a laje de concreto tem normalmente espessura entre 0,20 e 0,30m, apoiam-se nas vigas transversais que são espaçadas entre 4 e 6m e trabalha como uma laje contínua. Esta solução chega a ser duas a três vezes mais pesada que uma laje em placa metálica ortotrópica formada normalmente por chapas relativamente finas, reforçadas longitudinalmente, porém com maior custo de mão-de-obra e material. Naturalmente, a comparação de custos não deve ser feita diretamente entre os valores dos tabuleiros, uma vez que as soluções com lajes de concreto são mais pesadas, e conseqüentemente os custos associados aos tirantes, torres e fundações também aumentam.

No entanto, tem se verificado que tabuleiros rodoviários de concreto são em geral competitivos até vãos principais da ordem dos 400m, acima dos quais os tabuleiros mistos são preferíveis. Para vãos acima de 600 a 700m têm sido adotados tabuleiros totalmente metálicos.

Segundo Walther et al. (1985), juntamente com o método construtivo e as condições locais, a escolha dos materiais do tabuleiro constitui um dos critérios determinantes na economia global das pontes estaiadas, uma vez que o peso próprio do tabuleiro influencia diretamente na capacidade resistente dos cabos, dos mastros e das fundações. Alguns intervalos de valores de peso próprio dos tabuleiros de aço, mistos aço-concreto e de concreto, mostram as diferenças de peso entre as diversas soluções:

- Tabuleiros de aço  $pp = [2,5 \text{ a } 3,5] \text{ kN/m}^2$ ;
- Tabuleiros mistos aço-Concreto  $pp = [6,5 \text{ a } 8,5] \text{ kN/m}^2$ ; e
- Tabuleiros de Concreto  $pp = [10 \text{ a } 15] \text{ kN/m}^2$ .

Outro ponto importante é a distância entre a ancoragem dos cabos no tabuleiro que deve ser entre 5 e 15m quando se utiliza um tabuleiro em concreto, e 10 e 20m quando se utiliza um tabuleiro metálico. Segundo Manterola (2006), as razões que conduziram a esta conclusão foram as seguintes:

- Redução da seção dos cabos e ancoragens de seções reduzidas, facilmente industrializados;
- Os momentos fletores no tabuleiro diminuem, permitindo tabuleiros mais esbeltos e com menor peso, que por sua vez reduzem o peso dos cabos e o valor das solicitações nas torres;
- Uma pequena distância entre as ancoragens dos cabos no tabuleiro permite estabelecer um controle adequado dos momentos fletores durante a construção, principalmente em pontes com tabuleiro em concreto.

No entanto, Manterola (2006) alerta que para aumentar a esbeltez do tabuleiro durante a construção e reduzir os momentos fletores, não é suficiente reduzir a distância entre ancoragens, e recomenda alguns métodos:

- Introduzir um incremento de carga nos últimos cabos instalados, produzindo deste modo um momento positivo e reduzindo o momento negativo na fase de construção. Quando se coloca os cabos da ponta, retira-se o incremento produzido nos cabos anteriores;

- Realizar a construção do tabuleiro por fases, sendo posteriormente construído as estruturas laterais do tabuleiro;
- Atirantar o avanço que sustenta a aduela ao concretar, desta forma a reduzir o incremento de momentos fletores no tabuleiro durante a construção.

## 5.5 - Tipologia dos Vãos

As pontes estaiadas mais comuns tem dois a três vãos, sendo especialmente comum o uso de três vãos com duas torres. A tipologia com três vãos e duas torres, tem sido utilizada para médios e grandes vãos, sendo um vão central principal e dois vãos laterais de compensação. No caso de pontes estaiadas com duas torres, geralmente os vãos de compensação tem uma relação com o comprimento do vão principal, que varia conforme o tipo de sistema longitudinal, conforme Figura A.57.

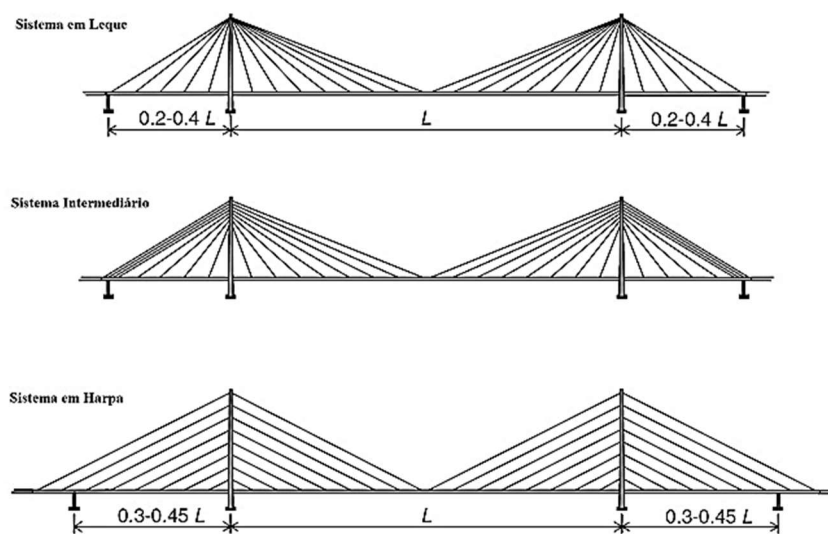


Figura A.57: Sistema de pontes e relação dos vãos  
Fonte: Adaptado (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

Contudo, a relação entre os vãos de compensação e o vão principal apresenta algumas variações de acordo com as configurações e a presença ou não de contrapesos. Pedro (2010) apresenta as relações entre os vãos para pontes caracterizadas por uma estrutura de três vãos e duas torres, com tabuleiro de aço, concreto armado e/ou protendido ou misto, conforme Figura A.58.

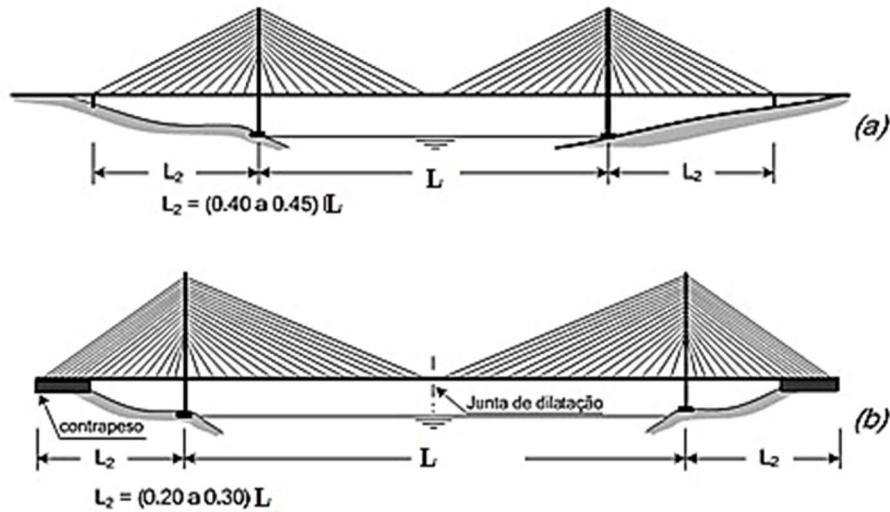


Figura A.58: Relação entre os vãos  
 a) sem contrapeso; b) com contrapeso  
 Fonte: Adaptado (PEDRO, 2010)

A relação dimensional entre o vão lateral ( $L_2$ ) e o vão central ( $L$ ) tem influência significativa na variação de tensão dos últimos cabos, chamados cabos de retenção (*backstay*).

Pedro (2010) simulou dois tipos de pontes estaiadas, uma sem pilares intermediários nos vãos laterais, figura do lado esquerdo, e uma com pilares intermediários nos vãos laterais, figura do lado direito, apresentada na Figura A.59 (a). Na primeira simulação a sobrecarga foi considerada no vão central da ponte, Figura A.59 (b), e verificou que nesta condição há um aumento de tensão nos cabos de retenção. Na segunda simulação Figura A.59 (c) a sobrecarga foi considerada nos vãos laterais e verificou que nesta condição há um alívio da tensão nos últimos cabos.

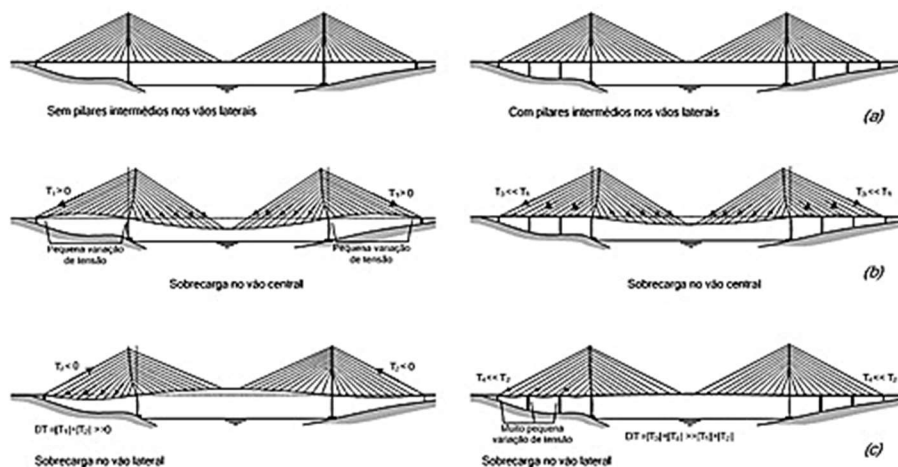


Figura A.59: Pontes estaiadas com e sem pilares intermédios nos vãos laterais.  
 Fonte: (PEDRO, 2010)

Na avaliação dos dois tipos de pontes estaiadas, sem pilares intermediários e com pilares intermediários nos vãos laterais, a simulação mostrou que estes pilares diminuíram bastante as variações de tensão em todos os cabos, e particularmente nos cabos de retenção, como pode ser observado na Figura A.59 (b) e Figura A.59 (c). Na situação da sobrecarga aplicada no vão central, Figura A.59 (b), os cabos de retenção apresentam aumentos de tensão muito inferior quando se considera a simulação com os pilares intermediários. Contudo, a sua adoção é considerada uma opção inferior do ponto de vista estético e conduz a dificuldades executivas durante a construção do tabuleiro.

A opção por uma configuração com três vãos e pilares de transição pode criar dificuldades resultantes da transição brusca entre um tabuleiro apoiado elasticamente nos tirantes para um apoio rígido no pilar de transição. Como consequência é normal encontrar na análise do tabuleiro, para condições particulares de carregamento, momentos fletores e variações angulares elevadas junto às extremidades do tabuleiro, segundo relata Pedro (2010).

Estas variações angulares podem ser aceitas nos tabuleiros rodoviários, adotando juntas de dilatação, mas tabuleiros ferroviários dificilmente estarão dentro dos limites. Estas dificuldades podem ser superadas adotando pequenos vãos de aproximação conforme apresentado na Figura A.60.

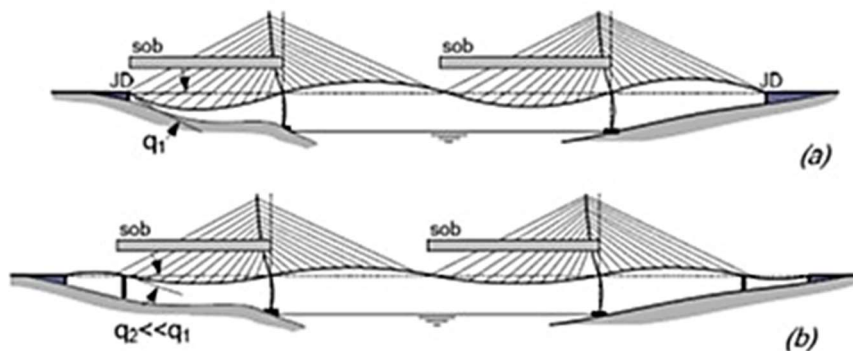


Figura A.60: Efeito de vãos de aproximação na variação angular do tabuleiro.  
 Fonte: (PEDRO, 2010)

O comprimento destes vãos deve ser bem escolhido, tendo em vista que não são estaiados e podem dar origem a momentos fletores no tabuleiro maiores que os existentes ao longo de todos os vãos principais. No entanto, a sua adoção apresenta muitas vantagens uma vez que: 1) permite reduzir de forma significativa a variação angular do tabuleiro para a passagem das sobrecargas; 2) permite distribuir de forma mais uniforme as ancoragens no tabuleiro dos últimos tirantes de retenção; e 3) introduz uma carga permanente



adicional nos pilares de transição que contribui para reduzir as forças de levantamento produzidas pelo tabuleiro nos pilares de retenção.

Ainda segundo Pedro (2010), para manter as variações de tensão nos cabos de retenção abaixo do limite de fadiga, é normal no pré-dimensionamento da estrutura adotar comprimentos dos vãos laterais entre os 0,40 e 0,45 do comprimento do vão central, podendo o vão lateral ter, no limite, um comprimento igual a 0,50 do comprimento do vão central. No caso de vãos centrais excepcionalmente longos, em que se utilizam normalmente tabuleiros metálicos, os vãos laterais podem ser mais curtos, da ordem de 0,30 a 0,35 do vão central, se utilizado tabuleiro de concreto, mais pesado, que compensam a diferença de comprimento dos vãos.

Segundo Svensson (2012), o comprimento do vão lateral é cerca de 0,40 do vão principal para pontes com vigas de concreto e tráfego rodoviário, para pontes com vigas metálicas e cargas ferroviárias esta relação pode ser reduzida para 0,30, contudo o fator determinante na relação entre os vãos é a tensão nos cabos de retenção. Quando a sobrecarga atua no vão principal, há aumento na tensão nos cabos de retenção e quando ela atua nos vãos laterais, estas tensões diminuem. Esta variação de tensão não deve ultrapassar a resistência a fadiga admissível para os cabos, que aumenta na medida que se aumenta da relação entre os vãos. Assim, para um projeto econômico de pontes estaiadas, é muito importante uma boa relação de comprimento de vão. A Figura A.61 descreve as considerações sobre as tensões de cabos de retenção onde: na vertical é dada a proporção de carga móvel e peso próprio; no eixo horizontal o comprimento do vão principal; a linha quase vertical indica a rigidez mínima do cabo considerando um  $E_{eff}=180.000 \text{ N/mm}^2$ , à sua esquerda o intervalo fadiga representa  $\Delta\sigma_{pf}=200 \text{ N/mm}^2$ ; e as curvas no diagrama representam a relação entre o comprimento dos vãos principais e laterais.

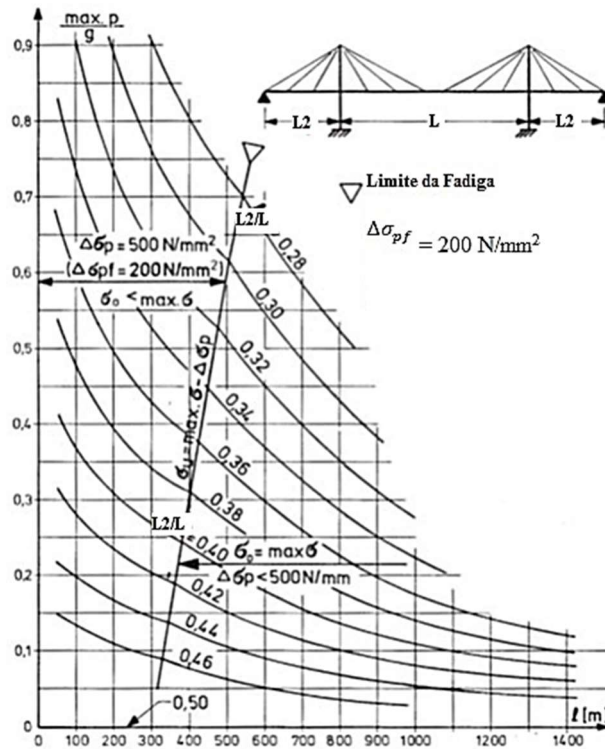


Figura A.61: Relação ótima entre a extensão dos vãos e a tensão no aço dos cabos.  
 Fonte: Adaptado (SVENSSON, 2012)

Com o gráfico apresentado na Figura A.61 pode-se exercitar ainda que uma ponte rodoviária de concreto com relação carga móvel e peso próprio de 0,25, relação de comprimento dos vãos 0,4 e comprimento de 400m apresentaram a mesma tensão no aço dos cabos que uma ponte ferroviária de aço com proporção entre a carga de peso próprio e carga móvel de 0,60, relação de vãos de 0,3 e comprimento de 500m. O diagrama ainda indica que as pontes de aço terão uma menor proporção de extensão do vão lateral para extensão do vão principal em relação as pontes de concreto, de modos a obter as mesmas tensões nos cabos de retenção.

Já a tipologia de dois vãos com um mastro é a de maior utilização em pequenos vãos. Apresenta um vão principal e um vão lateral de compensação, que pode ser apoiado, e em alguns casos pode ser assimétrico em relação ao vão principal. Nas pontes com um único mastro, os cabos podem estar dispostos de duas formas principais:

- Um vão principal e um vão lateral de compensação, ambos com cabos e vãos simétricos ou assimétricos, podendo haver pilares intermediários no vão de compensação, o que oferece vantagens no desempenho estrutural, conforme apresentado na Figura A.62, a) e b).

- Um vão principal conseguindo o equilíbrio através dos cabos de retenção espacial no exterior da ponte, conforme apresentado na Figura A.62 c).

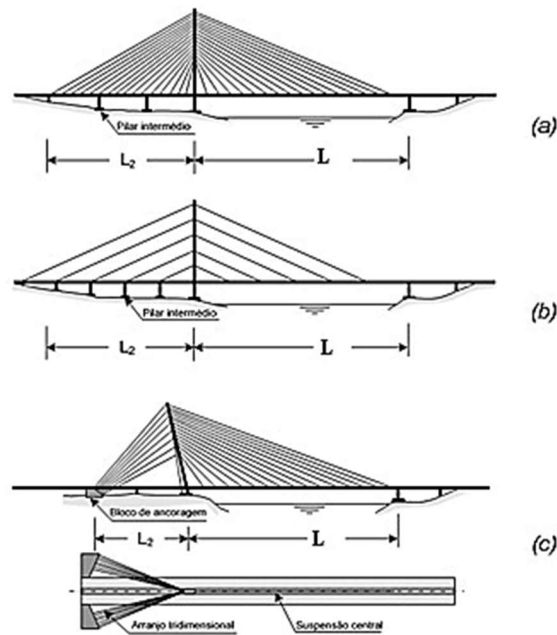


Figura A.62: Configuração das pontes estaiadas com um mastro  
 Fonte: Adaptado (PEDRO, 2010)

O mastro inclinado, normalmente no sentido dos cabos de retenção ou bloco de ancoragem, conforme mostrado na Figura A.62 c), pode ser uma opção estética, embora a inclinação do mastro possa ter também uma função estrutural. Esta opção permite reduzir as forças nos cabos de retenção, tendo em vista que o peso próprio do mastro, sendo excêntrico em relação à base, produz um momento fletor que reduzindo a carga.

As pontes estaiadas com dois vãos podem ter arranjos simétricos, com vãos de tamanhos iguais, ou assimétrico, com dois vãos de tamanhos diferentes, conforme apresentado a Figura A.63. Se os vãos são simétricos, na execução será necessário estabilizar o mastro para ancoragem dos cabos dos dois lados ao mesmo tempo, enquanto com o arranjo assimétrico geralmente a ancoragem poderá ser feita apenas no vão menor.

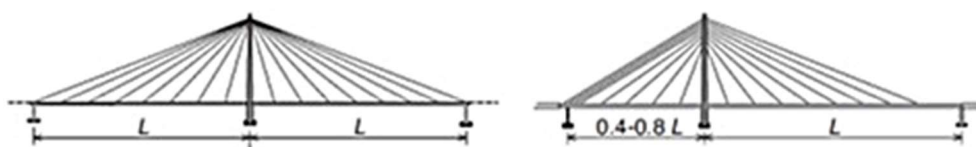


Figura A.63: Ponte estaiada com dois vãos  
 Fonte: (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

A grande maioria das pontes estaiadas são construídas com dois ou três vãos, mas em alguns casos isto não é suficiente, como por exemplo o Viaduto Millau. Sendo necessário estruturas de múltiplos vãos.

Uma verdadeira estrutura estaiada de múltiplos vãos consiste em dispor inúmeros vãos principais em sequência, como apresentado na parte inferior da Figura A.64. Contudo, em algumas pontes estaiadas de múltiplos vãos poderá ser preferível, do ponto de vista estético e funcional, uma série de pontes de três vãos conforme apresenta na parte superior da Figura A.64.

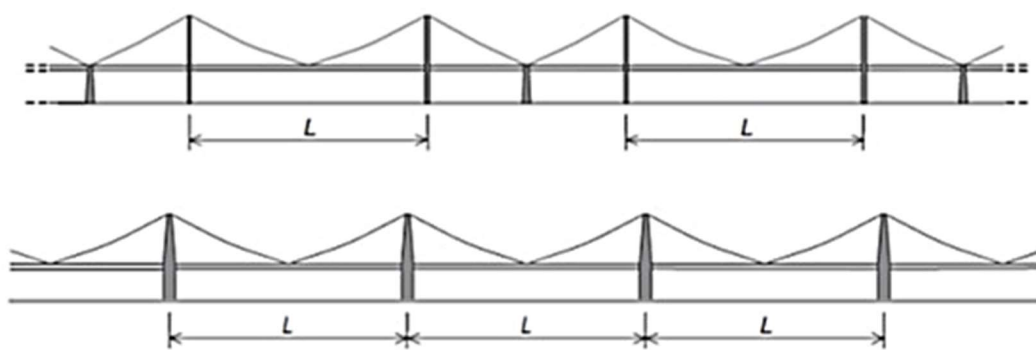


Figura A.64: Ponte estaiada de múltiplos vãos  
Fonte: (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

## 5.6 - Plano de Suspensão

Dependendo do arranjo transversal dos cabos, a disposição espacial dos cabos tem sido feita com três configurações diferentes: um único plano de suspensão, ao centro do tabuleiro; dois planos de suspensão, nas laterais do tabuleiro; e três planos de suspensão, dois nas laterais do tabuleiro e um no centro do tabuleiro conforme apresenta a Figura A.65, (ALMEIDA, 2013).

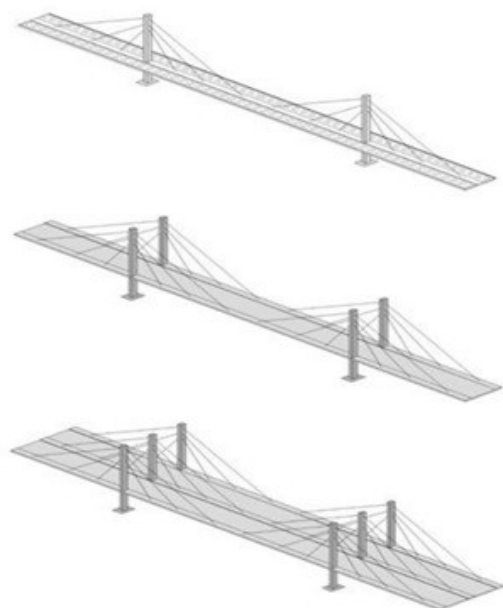


Figura A.65: Planos de suspensão

Fonte: (ALMEIDA, 2013)

As formas mais usadas na seção transversal são em um só plano, no eixo da seção transversal, ou em dois planos, nas laterais da seção transversal.

Segundo Almeida (2013), se for adotado um só plano de cabos com ancoragem ao eixo da seção transversal, o tabuleiro deve ter rigidez á torção tanto para resistir às cargas excêntricas provocadas pela assimetria das sobrecargas como para proporcionar estabilidade aerodinâmica, o que resulta em uma seção em caixão, normalmente mais pesada que um tabuleiro equivalente com duas vigas para a suspensão lateral, o que torna menos competitivo, em termos econômicos. Além da maior rigidez do tabuleiro, a suspensão central apresenta outra desvantagem em relação a suspensão lateral, uma vez que pode requerer uma largura maior no separador central para inserção dos cabos e do mastro central.

Quanto à suspensão lateral temos dois tipos principais: vertical e oblíqua. As diferenças entre elas devem-se ao tipo de mastro utilizado e ao funcionamento global da estrutura quando sujeita a forças horizontais transversais, conforme apresentado na Figura A.66.

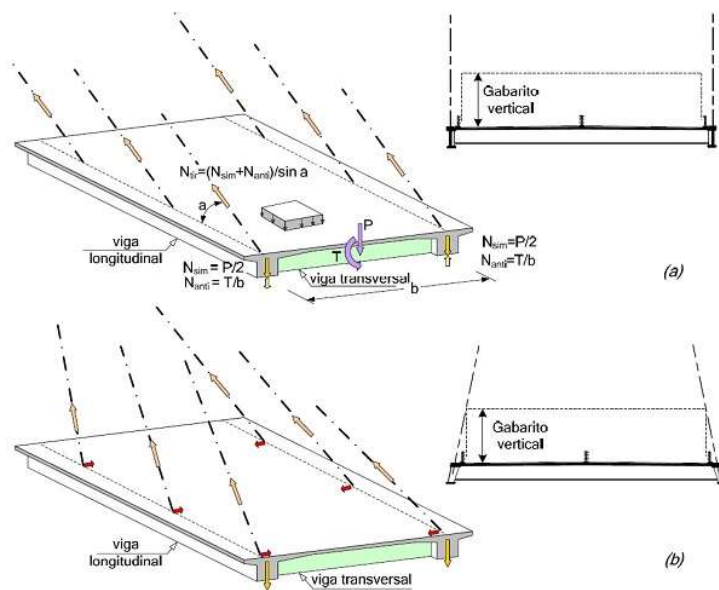


Figura A.66: Suspensão lateral do tabuleiro  
a) vertical; b) oblíqua  
Fonte: (PEDRO, 2010)

Os planos oblíquos requerem análise de dois aspectos adicionais: verificar se o gabarito vertical no tabuleiro; e a ancoragem oblíqua dos cabos introduz forças transversais de compressão no tabuleiro que devem ser consideradas principalmente em tabuleiros metálicos.

Quando a ancoragem dos cabos é feita na largura do tabuleiro, normalmente no alinhamento das vigas laterais principais, pode ser necessário alargar os passeios laterais. Alternativamente, os cabos podem ser ancorados exteriormente ao tabuleiro, em vigas transversais. Esta solução de ancoragem fora do tabuleiro origina maiores momentos fletores transversais positivos no tabuleiro.

### 5.7 - Sistema Estático

O sistema estático de uma ponte estaiada é caracterizado pelas condições de apoio do tabuleiro nos encontros e pilares do vão lateral. A ligação entre o tabuleiro e as torres também é de grande importância. Um sistema estático adequado, segundo Gimsing e Georgakis (2011), revela-se principalmente quando ocorre a passagem da sobrecarga rodoviária, conforme Figura A.67.

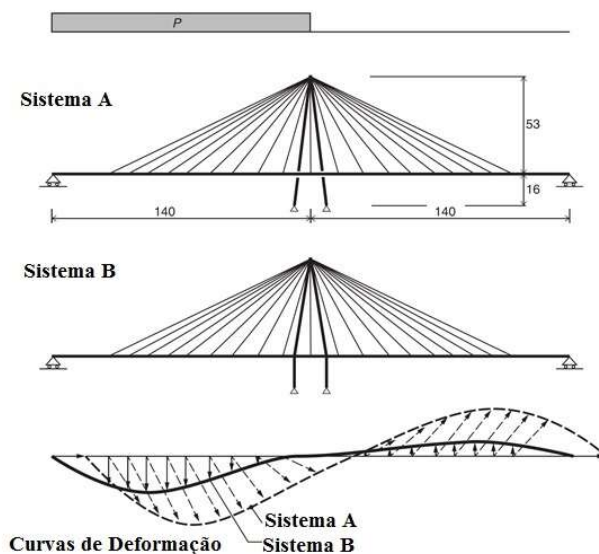


Figura A.67: Tipos de ligação de tabuleiro mastro e deformações  
 Fonte: Adaptado (GIMSING e GEORGAKIS, 2011)

A diferença entre os dois sistemas apresentados na Figura A.67 é a ligação entre o tabuleiro e o mastro. No sistema (a) a ligação entre os dois dá-se exclusivamente devido aos cabos, conhecido como Sistema de Suspensão Total, o tabuleiro na zona do mastro não tem restrições de deslocamento horizontal ou vertical. No sistema (b) o tabuleiro e o mastro encontram-se ligados, Sistema de Suspensão Parcial. Em ambos os sistemas o tabuleiro tem apoios simples nas extremidades. Para uma carga uniforme no tabuleiro os dois sistemas apresentam deformadas idênticas.

A suspensão parcial se caracteriza pelo apoio do tabuleiro no mastro, assim os cabos são interrompidos a uma certa distância antes da ligação. O comportamento do tabuleiro é análogo a uma viga contínua sobre apoios elásticos, deste modo o tabuleiro pode ter baixa rigidez a flexão. Na suspensão total o tabuleiro não se apoia diretamente no mastro. Os cabos suportam o tabuleiro ao longo de todo seu comprimento, inclusive na zona próxima do mastro. A Figura A.68 e a Figura A.69 mostra a tipologia dos mastros para os dois tipos de suspensão.

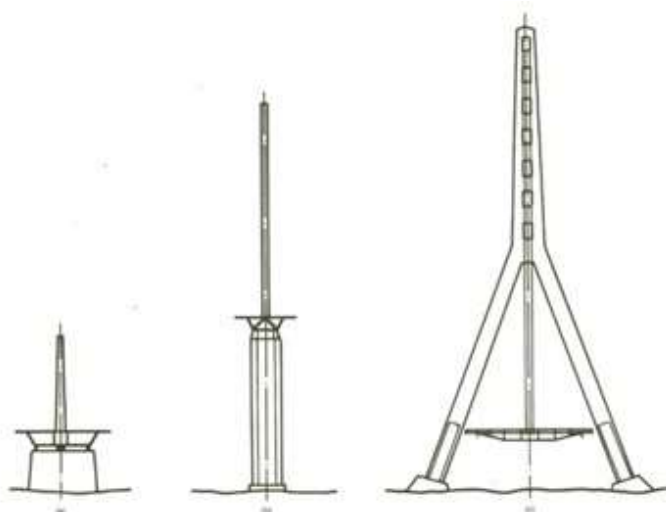


Figura A.68 Tipologia de mastros e Sistemas

a) Central – suspensão parcial; b) Central – suspensão total; c) Y invertido – suspensão total

Fonte: (WALTHER et al, 1985).

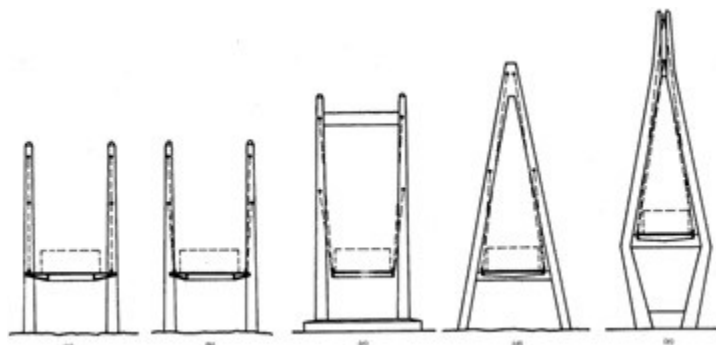


Figura A.69: Tipologia de mastros e Sistemas

a) H – suspensão parcial; b) H – suspensão total; c) Pórtico – suspensão total; d) A – suspensão parcial; e) Diamante – suspensão parcial

Fonte: (WALTHER et al, 1985).

A suspensão total tem a vantagem de conduzir a menores frequências naturais de vibração longitudinais e transversais, tendo em vista que o tabuleiro se comporta neste caso aproximadamente como um pêndulo suspenso pelos cabos, o que reduz a ação sísmica transmitida às infraestruturas. Contudo aumenta a deformação do tabuleiro, e é também necessário que as torres absorvam as forças longitudinais resultantes da frenagem.

## 5.8 - Rigidez Vertical e Esforço Normal

A rigidez de uma estrutura estaiada é governada pela rigidez do sistema de cabos, assim segundo Svensson (2012), na Figura A.70 e na Equação A.11, onde:  $A_S$  é a área do estai,  $E_0$  é o módulo de elasticidade dos cabos,  $E_{eff}$  é o módulo de elasticidade do cabo



arqueado,  $\gamma$  é peso específico do cabo, incluído a proteção à corrosão,  $l_k$  é o comprimento horizontal e  $\sigma$  a tensão de tração no cabo.

$$A_s E_{eff} = \frac{A_s E_0}{1 + \frac{\gamma^2 l_k^2 E_0}{12 \sigma^3}}$$

Equação A.11

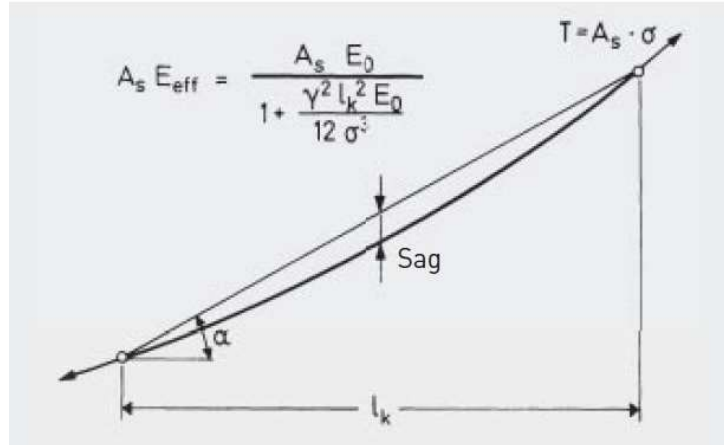


Figura A.70: Rigidez efetiva dos cabos  
Fonte: (SVENSSON, 2012)

A formulação apresenta o módulo de elasticidade efetivo de um cabo em relação a um cabo reto de módulo de elasticidade  $E_0$ , Massa Específica  $\gamma$ , projeção horizontal  $l_k$  e tensão do aço  $\sigma$ .

Em função do sistema de suspensão e das características dos cabos pode-se determinar a rigidez vertical equivalente Equação A.12, e a compressão horizontal Equação A.13, conferida pelos cabos ao tabuleiro. Considerando a existência de suspensão total de um tabuleiro contínuo é possível avaliar a eficiência do sistema através da deformação do tabuleiro e pela compressão introduzida.

$$N_i = \sum_{j=i}^{n^{\circ} \text{ de Tirantes}} \frac{q \cdot a}{\tan \alpha_i}$$

Equação A.12

$$K_{v,i} = \frac{E_e \cdot A_i}{L_i} \sin^2 \alpha_i$$

Equação A.13

Estas grandezas são obtidas em função do espaçamento entre cabos ao nível do tabuleiro ( $a$ ) e a da carga distribuída aplicada no tabuleiro ( $q$ ) e em que ( $E_e$ ) corresponde ao módulo de elasticidade do aço; ( $A_i$ ) à sua área; ( $L_i$ ) ao seu comprimento e ( $\alpha_i$ ) é o seu ângulo com a horizontal.

O esforço axial máximo introduzido no tabuleiro pode ser obtido a partir da Equação A.12 por integração de  $x_i$  no intervalo  $[0, L/2]$ . Obtêm-se então a Equação A.14 e a Equação A.15 de acordo com o sistema de suspensão.

Configuração em Leque:

$$N_{max} = \frac{q \cdot L^2}{8H}$$

Equação A.14

Configuração em Harpa:

$$N_{max} = \frac{q \cdot L^2}{4H}$$

Equação A.15

Pelas expressões acima, pode-se notar que numa configuração em harpa a compressão máxima introduzida no tabuleiro é duas vezes maior que a obtida na configuração em leque.

Assim para a configuração em harpa, torna-se assim necessário projetar um tabuleiro capaz de receber a compressão adicional introduzida pelo sistema de suspensão e que, simultaneamente, este seja mais rígido, para compensar o menor apoio elástico conferido pelos cabos. Pedro (2007) ressalta que estas razões, associadas à maior quantidade de aço nos cabos, podem explicar a menor utilização da configuração em harpa nas grandes pontes estaiadas modernas.

## **6 - Vantagens e Desvantagens das Estruturas Estaiadas**

Em comparação com outros tipos de pontes, a estrutura estaiada é ideal para vão maiores que os utilizados para balanços sucessivos, porém menores que os vãos normalmente exigidos para uma ponte pênsil ou suspensa.

Segundo Svensson (2012), em relação ao custo por  $m^2$  de construção, as pontes estaiadas são mais caras que as pontes em arco e pontes em vigas contínuas, porém mais baratas que as pontes suspensas. Contudo, é uma solução economicamente viável para vãos centrais de 100 a 1100m e dois mastros, conforme Figura A.71.

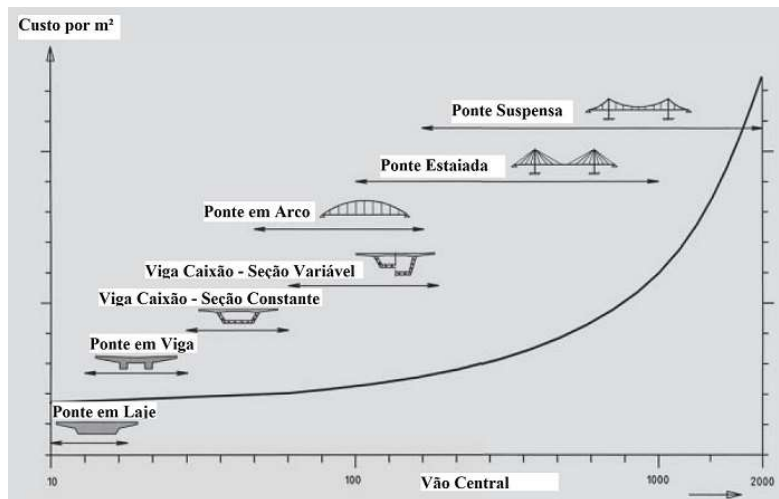


Figura A.71: Relação de custo de construção por  $m^2$  e o comprimento do vão  
 Fonte: Adaptado (SVENSSON, 2012)

As principais vantagens da estrutura estaiada são:

- Os momentos de flexão devido às cargas permanentes e às cargas móveis são reduzidos pela transferência de carga para os cabos. Os momentos negativos máximos das cargas móveis ocorrem próximo aos apoios dos mastros e podem ser evitados através da instalação de cabos na região.
- Facilidade construtiva, uma vez que possuem fluxo de carga auto equilibrado pelos cabos durante as fases de construção, atuando tanto como suporte temporário como permanente para o tabuleiro. As pontes em arco não são estáveis durante a construção, necessitando de apoios temporários para a construção do arco até que este esteja completamente fechado e as forças horizontais de apoio estejam ancoradas. Já as pontes suspensas dependem da ancoragem do cabo horizontal, e quando este não pode ser ancorado devido às más condições de solo, são necessários suportes temporários para a execução do tabuleiro.
- Maior rigidez se comparada as pontes suspensas, sendo então muito mais adequadas para estradas ferroviárias por apresentarem menores deformações. As frequências naturais são significativamente maiores do que os de pontes suspensas, como as

frequências de torção, que são especialmente importantes para a segurança de vibração aerodinâmica, que pode ainda ser aumentada pelo uso de torres em formato de “A”, conforme Figura A.72.

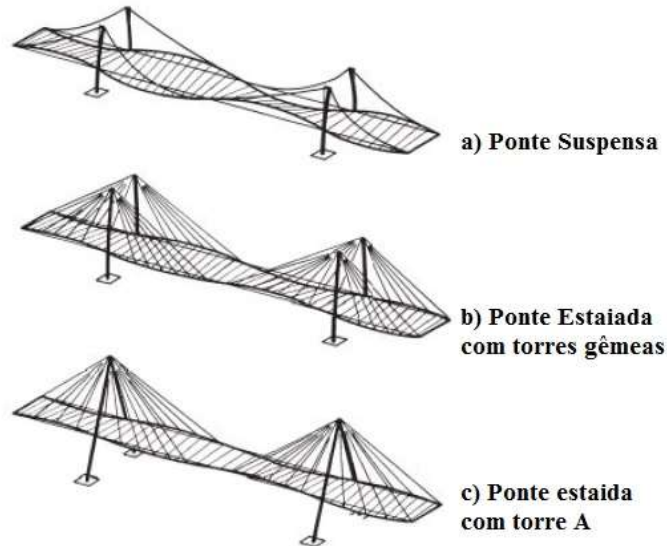


Figura A.72: Modos de vibração de pontes suspensas e estaiadas  
Fonte: Adaptado (SVENSSON, 2012)

- Ausência de blocos de ancoragem, que reduz substancialmente a quantidade de material necessário e o custo da construção. Nesta situação, as forças horizontais geradas durante a fase de construção devem estar equilibradas pelo mastro, que deverá ser contrabalançado de modo que não se incline.

As principais desvantagens da estrutura estaiada são:

- Em comparação com a ponte de suspensão, requer um tabuleiro mais resistente, devido à força nos cabos resultar em esforços nas bordas do tabuleiro, originando componentes horizontais de compressão, em contrapartida não necessita de uma forte fixação dos cabos que garanta resistir à tração horizontal, como na ponte de suspensão.
- Estruturas estaiada tem um baixo centro de gravidade que as torna relativamente resistente a terremotos, mas vulneráveis a recalques de fundações.
- Os cabos são extremamente bem adequados para a tensão axial, porém são susceptíveis as variações de tensão, como resultado, devem ser tomadas medidas especiais para assegurar a redução da amplitude dos modos de vibração.

O desenvolvimento dos grandes vãos de pontes estaiadas recentemente deve-se principalmente à evolução dos métodos de análise dinâmica e de avaliação do amortecimento, sem os quais a concepção destas estruturas não seria possível.

Conforme a Instrução de Acompanhamento e Análise, Diretrizes Básicas para Elaboração de Estudos e Projetos Rodoviários (DNIT, 2010), as pontes estaiadas são indicadas quando há a necessidade de transposição de vãos entre 250 e 700m sem a necessidade de escoramento direto. Para que o referido sistema seja adotado no projeto, devem ser verificadas as seguintes características:

- Os vãos laterais, onde se fixam os cabos de ancoragem do vão central, devem ter comprimentos inferiores à metade do comprimento do vão central. Recomenda-se a relação da ordem de  $0,30L$  a  $0,40L$ , sendo  $L$  o comprimento do vão central;
- O espaçamento entre os cabos se situa entre 6 e 12m;
- O vão central a ser vencido deve estar compreendido entre 250 e 700m; e
- Na seção transversal, os cabos podem ser dispostos em um ou dois planos. No primeiro caso, a suspensão deve ser feita através do eixo da ponte, o que exige uma viga com rigidez à torção suficiente para absorver as cargas móveis que podem atuar em um só lado do tabuleiro.