

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA
POR FADIGA EM MODO MISTO (I+II) UTILIZANDO O
BEMCRACKER2D**

PEDRO GUSTAVO PEREIRA LEITE

ORIENTADOR: GILBERTO GOMES, DSc

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

PUBLICAÇÃO: 26A/17

BRASÍLIA/DF: SETEMBRO – 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA
POR FADIGA EM MODO MISTO (I+II) UTILIZANDO O
BEMCRACKER2D**

PEDRO GUSTAVO PEREIRA LEITE

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADA POR:

Prof. Gilberto Gomes, DSc. (ENC-UnB)
(Orientador)

Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (ENC-UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Éder Lima de Albuquerque, DSc. (ENM-UnB)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 28 DE SETEMBRO DE 2017

FICHA CATALOGRÁFICA

LEITE, PEDRO GUSTAVO PEREIRA

Simulação numérica de propagação de trinca por fadiga em modo misto (I+II) utilizando o BemCracker2D [Distrito Federal] 2017.

xviii, 106 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2017).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.BemCracker2D

2.BemLab2D

3.Método dos elementos de contorno dual

4.Modos misto

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LEITE, P. G. P. (2017). Simulação Numérica de Propagação de Trinca por Fadiga em Modo Misto (I+II) utilizando o BemCracker2D. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM 23A/17, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 124 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Pedro Gustavo Pereira Leite.

TÍTULO: Simulação Numérica de Propagação de Trinca por Fadiga em Modo Misto (I+II) utilizando o BemCracker2D.

GRAU: Mestre

ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Pedro Gustavo Pereira Leite

S.H. Samambaia Chácara 139 Lote B

72.001-860 Brasília – DF – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que tenho certeza que me deu forças nas horas mais difíceis dessa jornada.

Agradeço ao Professor Gilberto Gomes, por sua orientação, paciência, conselhos, incentivos e amizade durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao Álvaro pela amizade e auxílio nos meus momentos de dificuldade.

Agradeço ao Professor Luciano Mendes e Professor Éder Lima pelas sugestões e correções feitas para o enriquecimento desse trabalho.

Agradeço ao Eric Xavier, pela amizade e pelos conselhos. Ajudou mais do que você imagina, meu amigo.

Agradeço a minha mãe Cylmara, minha avó Elcine e irmãos Levi e Miguel, pela compreensão e incentivos.

Agradeço a minha segunda família: Amanda, Arthur, Bruno, Guilherme, João, Mateus, Natalie, Rayssa, Thaís e Ulysses, pelos valiosos e confortantes momentos em que passamos juntos.

Agradeço aos meus grandes amigos Elthon, Jonâthas, Tiago e Victor. Não pensem por nenhum momento que esqueci de vocês... A amizade prevalece, sempre.

Agradeço aos “tios” (Caroline, Danilo, Diego, Jorge e Pedro), pela amizade, ensinamentos e conselhos.

Agradeço ao Ademir, João, Jorge, Lucas e Mateus, pelos ótimos e hilários momentos. A amizade não começa por acaso, é destino!

Agradeço a todo corpo docente do PECC.

Agradeço à FAP-DF, pelo apoio financeiro.

Finalmente, agradeço a você, que sabe exatamente o que passei durante esse últimos anos e sabe que não foi fácil. A você, que continua caminhando ao meu lado apesar dos obstáculos. Eu não tenho como agradecer o suficiente por tudo que você fez por mim, mas tenha certeza de uma coisa: meu amor por você é único. Nada e nem ninguém pode mudá-lo. Eu te amo, Alinne.

À memória de meu pai que, apesar
de tudo, deixou uma das lições mais
importantes da minha vida...

RESUMO

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA EM MODO MISTO (I+II) UTILIZANDO O BEMCRACKER2D

Autor: Pedro Gustavo Pereira Leite

Orientador: Gilberto Gomes

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, setembro de 2017

O Método dos Elementos de Contorno (MEC) realiza a discretização apenas no contorno do domínio, o que simplifica todo o processo de modelagem numérica do problema, porém apresenta um inconveniente quando aplicado a problemas no âmbito da Mecânica da Fratura: degeneração do sistema de equações devido a presença de trinca. É possível superar essa dificuldade com o MEC Dual (MECD) na discretização da trinca, onde se utiliza duas equações independentes em cada face da trinca que permitem resolver o problema de degeneração e sem a necessidade de remalhamento a cada avanço de trinca, o que se torna uma clara vantagem sobre outros métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos.

O presente trabalho propõe a utilização do programa acadêmico BemCracker2D e sua interface gráfica BemLab2D para simular numericamente problemas de propagação de trincas por fadiga em modo misto (I+II). A metodologia consiste em construir modelos numéricos com o BemLab2D, calcular tensões elásticas pelo MEC convencional e realizar análises incrementais da extensão da trinca com o MECD por meio do BemCracker2D. Os fatores de intensidade de tensão (FIT) são computados para cada incremento através da integral-J, a direção de propagação pelo critério da máxima tensão circunferencial e a taxa de crescimento da trinca por uma equação modificada de Paris, que utiliza um FIT equivalente considerando os modos I e II de fratura. Os resultados são comparados com equações analíticas, resultados experimentais e numéricos extraídos da literatura, com o objetivo de demonstrar a acurácia e eficiência da metodologia adotada, bem como validar a robustez dos programas.

De maneira geral, os programas de análise se mostraram extremamente eficazes, gerando resultados consistentes, mesmo com as aproximações consideradas nos modelos numéricos.

Palavras-Chave: Método dos Elementos de Contorno Dual; Modo misto; Fadiga; BemCracker2D; BemLab2D.

ABSTRACT

NUMERICAL SIMULATION OF FATIGUE CRACK GROWTH UNDER MIXED-MODE CONDITION (I+II) USING THE BEMCRACKER2D

Author: Pedro Gustavo Pereira Leite

Supervisor: Gilberto Gomes

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, September of 2017

The Boundary Element Method (BEM) performs the discretization only on the boundary of the domain, which simplifies the whole process of numerical modeling of the problem, but the method presents an inconvenience when it is applied in problems of Fracture Mechanics: degeneration of the system of equations due to the presence of a crack. It is possible to overcome this difficulty with the Dual Boundary Element Method (DBEM) on the discretization of the crack, which uses two independent equations in each face of the crack that allow to solve the degeneration problem and without the necessity of remeshing at each crack growth step, becoming a clear advantage over other numerical methods like the Finite Element Method in crack growth studies.

The present study proposes the use of an academic software named BemCracker2D and its graphic interface named BemLab2D to simulate problems of fatigue crack growth in mixed mode (I+II). The methodology consists in construct numerical models with BemLab2D, calculate elastic stresses with the conventional BEM and then perform incremental analyses with the DBEM through the BemCracker2D. The stress intensity factors (FIT) are computed to each increment through J-integral, the crack growth direction through the maximum tangential stress criterion and the crack growth rate through a modified Paris equation, which uses an equivalent FIT considering fracture mode I and II. The results are compared with analytical equations, as well as experimental and numerical results extracted from the literature, aiming to demonstrate the accuracy and efficiency of the adopted methodology, as well as to validate the robustness of the programs.

In general, the analysis programs were extremely effective, generating consistent results, even with the approximations considered in the numerical models and presenting tools that facilitate and accelerate the entire analysis process.

Keywords: Dual boundary element method; Mixed-mode; Fatigue; BemCracker2D; BemLab2D.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. GENERALIDADES	1
1.2. MOTIVAÇÃO.....	2
1.3. OBJETIVOS	3
1.4. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	4
2. HISTÓRICO	5
2.1. MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS A MECÂNICA DA FRATURA	5
2.2. PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA EM MODO MISTO.....	7
3. REFERENCIAL TEÓRICO	9
3.1. MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA E PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA	9
3.1.1. Teoria de Griffith	10
3.1.2. Taxa de alívio energético	11
3.1.3. Fator de intensidade de tensão	12
3.1.4. Integral-J.....	15
3.1.5. Propagação de trinca por fadiga.....	17
3.1.6. Fechamento de trinca por fadiga	19
3.1.7. Direção da propagação da trinca	21
3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO	24
3.2.1. Revisão da Teoria da Elasticidade.....	25
3.2.2. Método dos Resíduos Ponderados	27
3.2.3. Equação Integral de Contorno.....	28
3.2.4. Identidade de Somigliana	29
3.2.5. Soluções Fundamentais.....	31
3.2.6. Sistema de Equações	32
3.2.7. Método dos Elementos de Contorno Dual.....	34
4. BEMLAB2D E BEMCRACKER2D	36
4.1. GENERALIDADES	36
4.2. SOBRE O BEMLAB2D.....	37
4.3. SOBRE O BEMCRACKER2D	38

4.4. TESTE DOS PROGRAMAS PARA ANÁLISES EM MODO MISTO I+II.....	39
4.4.1. Primeiro teste – Corpo de prova DLSP.....	40
4.4.2. Segundo teste – Corpo de prova ARCAN	46
5. METODOLOGIA	50
5.1. GENERALIDADES	50
5.2. PRIMEIRO EXEMPLO – VIGA BIAPOIADA COM FUROS.....	51
5.2.1. Apresentação do primeiro exemplo	51
5.2.2. Construção do modelo numérico do primeiro exemplo via BemLab2D ..	52
5.3. SEGUNDO EXEMPLO – CHAPA COM FURO CENTRAL.....	55
5.3.1. Apresentação do segundo exemplo	55
5.3.2. Construção do modelo numérico do segundo exemplo via BemLab2D ..	56
5.4. TERCEIRO EXEMPLO – CHAPA COM ENTALHE INCLINADO À 45°	59
5.4.1. Apresentação do terceiro exemplo.....	59
5.4.2. Construção do modelo numérico do terceiro exemplo via BemLab2D... 	61
5.5. QUARTO EXEMPLO – CORPO DE PROVA CTS.....	63
5.5.1. Apresentação do quarto exemplo.....	63
5.5.2. Construção do modelo numérico do quarto exemplo via BemLab2D.....	66
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	69
6.1. PRIMEIRO EXEMPLO – VIGA BIAPOIADA COM FUROS.....	69
6.2. SEGUNDO EXEMPLO – CHAPA COM FURO CENTRAL.....	72
6.3. TERCEIRO EXEMPLO – CHAPA COM ENTALHE INCLINADO À 45°	75
6.4. QUARTO EXEMPLO – CORPO DE PROVA CTS.....	80
7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES	86
7.1. CONCLUSÕES.....	86
7.2. SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	88
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
APÊNDICES	94
APÊNDICE A	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1- Valores de YI e YII para $a/w = 0,3$	41
Tabela 4.2 - Valores dos FITs obtidos pela solução analítica do CP-DLSP	42
Tabela 4.3 – Comparativo entre resultados analíticos e numéricos do corpo de prova DLSP	45
Tabela 4.4 – Valores dos FITs analíticos do CP-ARCAN	47
Tabela 4.5 – Componentes X e Componentes Y dos carregamentos considerados	48
Tabela 4.6 - Comparativo entre resultados analíticos e numéricos do corpo de prova ARCAN	49
Tabela 5.1 - Tamanho dos incrementos para as trincas 1 e 2 durante a propagação numérica realizada por Sato (2009)	60
Tabela 5.2 – Carregamentos adotados para cada ângulo de carga dos CPs de Alumínio e de Aço.....	65
Tabela 5.3 - Componentes X e Componentes Y dos carregamentos considerados.....	68
Tabela 6.1 – Resultados numéricos dos FITs obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da viga biapoaiada.....	69
Tabela 6.2 – Resultados de direção de propagação obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da viga biapoaiada.....	70
Tabela 6.3- Resultados numéricos dos FITs obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central.....	72
Tabela 6.4 - Resultados da vida à fadiga expressos em número de ciclos obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central	73
Tabela 6.5 - Resultados de direção de propagação obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central	74
Tabela 6.6 - Resultados numéricos dos FITs obtidos por Sato (2009) e via BemCracker2D da chapa com entalhe inclinado à 45°	75
Tabela 6.7 - Resultados dos números de ciclos obtidos experimentalmente e numericamente por Sato (2009) e via BemCracker2D da chapa com entalhe inclinado à 45°	76
Tabela 6.8 - Resultados de direção de propagação obtidas por Sato e via BemCracker2D	78

Tabela 6.9 - Resultados numéricos dos FITs obtidos por Ma et al (2006) e via BemCracker2D do corpo de prova CTS com carregamento em 90°.....	80
Tabela 6.10 - Resultados numéricos dos FITs obtidos por Ma et al (2006) e via BemCracker2D do corpo de prova CTS com carregamento em 60°.....	80
Tabela 6.11 - Resultados numéricos dos FITs obtidos por Ma et al (2006) e via BemCracker2D do corpo de prova CTS com carregamento em 60°.....	81
Tabela 6.12 - Resultados dos números de ciclos obtidos numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D do CP CTS com carregamento de 90°, 60° e 30°.....	82
Tabela 6.13 – Resultados experimentais e numéricos de direção de propagação do CP CTS.....	84

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Boeing 737 sem o teto após uma falha provocada por corrosão-fadiga. (Fonte: http://inspecaoequipto.blogspot.com.br/2014/02/caso-060-avioes-comet-falhas-por-fadiga.html).....	9
Figura 3.2 - Modelo proposto por Inglis: Trinca em uma chapa de largura infinita sujeita a carga de tração.....	10
Figura 3.3 - Sistema de coordenadas com origem na ponta da trinca	12
Figura 3.4 - Os três modos básicos que uma trinca pode ser solicitada	13
Figura 3.5 - Contorno arbitrário ao redor da ponta da trinca.....	15
Figura 3.6 - Comportamento do crescimento de trinca em metais	17
Figura 3.7 - Definição da variação dos fatores de intensidade de tensão efetiva	20
Figura 3.8 - Mecanismos de fechamento de trinca: a) fechamento devido a plasticidade; b) fechamento devido a rugosidade; c) fechamento induzido por óxido; d) fechamento induzido por fluido; e) fechamento induzido por transformação. (Fonte: ANDERSON, 1995)	21
Figura 3.9 - Direção da extensão incremental da trinca (Fonte: ALIABADI, 2002)	24
Figura 3.10 - a) Elemento infinitesimal; b) Forças de superfície	25
Figura 3.11 - Domínio Ω e Contorno Γ dividido em Γ_1 e Γ_2	28
Figura 3.12 - Região contendo o corpo $\Omega+\Gamma$ com as mesmas propriedades elásticas.	29
Figura 3.13 - Carga aplicada no ponto fonte em um domínio infinito	31
Figura 3.14 - Discretização do contorno do sólido em elementos de contorno.....	32
Figura 3.15 - Exemplo de discretização do contorno usando o Método dos Elementos de Contorno Dual	35
Figura 4.1 – Fluxograma do processo de automatização da análise de propagação de trinca feita pelo BemLab2D e BemCracker2D (Fonte: GOMES et al., 2016).....	36
Figura 4.2 - Tela inicial do BemLab2D.....	37
Figura 4.3 - Geometria do corpo de prova DLSP e posição de carregamento	40
Figura 4.4 - Valores dos fatores geométricos do corpo de prova DLSP – (a) Valores de Y_I (b) Valores de Y_{II} (Fonte: AVATOLLAHI e ALIHA, 2009).....	41
Figura 4.5 – (a) Pontos para construir os segmentos; (b) Modelo geométrico completo no BemLab2D	42

Figura 4.6 – (a) Janela para definir o tipo de zona; (b) Janela para definir o tipo e quantidade de elementos no BemLab2D.....	43
Figura 4.7 – (a) Janela para definir as condições de contorno de deslocamento; (b) Janela para definir as condições de contorno de tração	44
Figura 4.8 – Malha do MEC para o modelo de inclinação de trinca de 15° com as condições de contorno de deslocamento e de tração.....	45
Figura 4.9 – Dimensões do corpo de prova ARCAN em milímetros.....	46
Figura 4.10 – (a) Modelo geométrico; (b) Malha de elementos de contorno feita no BemLab2D	47
Figura 4.11 – Condições de contorno de tração consideradas no modelo do CP-ARCAN	48
Figura 4.12 – Modelo final para análise do CP-ARCAN.....	49
Figura 5.1 – Geometria da viga de acrílico especificada em milímetros	51
Figura 5.2 – Malha de elementos finitos no final da análise realizada por Boljanovic e Maksimovic (Fonte: BOLJANOVIC E MAKSIMOVIC, 2011)	52
Figura 5.3 – Sistema de coordenadas cartesianas adotada para viga bi apoiada.....	52
Figura 5.4 – (a) Pontos de referência para desenho dos segmentos; (b) Modelo geométrico finalizado no BemLab2D da viga bi apoiada	53
Figura 5.5 – Modelo numérico final da viga biapoiada com furos construído via BemLab2D	54
Figura 5.6 – Janela de entrada de valores para análise incremental	54
Figura 5.7 – Geometria da chapa de alumínio especificada em milímetros.....	55
Figura 5.8 - Malha de elementos finitos para quatro diferentes passos de propagação da simulação – (a) Primeiro passo; (b) Segundo passo; (c) Terceiro passo; (d) Quarto passo (Fonte: BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011).....	56
Figura 5.9 – Sistema de coordenadas cartesianas adotado para a chapa com furo.....	57
Figura 5.10 - (a) Pontos de referência para desenho dos segmentos; (b) Modelo geométrico finalizado no BemLab2D da chapa com furo central.....	57
Figura 5.11 - Modelo numérico final da chapa com furo construído via BemLab2D	58
Figura 5.12 - Geometria da chapa com entalhe central inclinado especificada em milímetros.....	59
Figura 5.13 – Modelo simplificado utilizado por Sato em suas simulações numéricas via MECD (Fonte: SATO, 2009)	61

Figura 5.14 - Sistema de coordenadas cartesianas para a chapa com entalhe central inclinado	61
Figura 5.15 - (a) Pontos de referência para desenho dos segmentos; (b) Modelo geométrico finalizado no BemLab2D da chapa com entalhe central inclinado	62
Figura 5.16 - Modelo numérico final da chapa com entalhe central construído via BemLab2D	63
Figura 5.17 – (a) Dimensões do corpo de prova tipo CTS em milímetros; b) Aparelho de aplicação de carregamento para ensaios em modo misto.....	64
Figura 5.18 – Ângulos de carregamento adotados (Fonte: MA et al, 2006)	64
Figura 5.19 – Malha do MEF utilizado por Ma et al em suas simulações numéricas – (a) Malha do MEF geral; (b) Malha nas proximidades da trinca (Fonte: MA et al, 2006).....	66
Figura 5.20 - Sistema de coordenadas cartesianas adotado do CP CTS.....	66
Figura 5.21 - (a) Pontos de referência para desenho dos segmentos; (b) Modelo geométrico finalizado no BemLab2D do CP CTS	67
Figura 5.22 - Modelo numérico final do CP CTS construído via BemLab2D.....	68
Figura 6.1 – Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da viga biapoaiada .	70
Figura 6.2 – Ilustração dos resultados de direção de propagação obtidos via BemCracker2D em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Boljanovic e Maksimovic (2011) da viga biapoaiada.	71
Figura 6.3 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central	72
Figura 6.4 - Gráfico comparativo dos resultados numéricos de vida à fadiga expressa em número de ciclos obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central	73
Figura 6.5 - Ilustração dos resultados de direção de propagação obtidos via BemCracker2D em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Boljanovic e Maksimovic (2011) da chapa com furo central.....	74
Figura 6.6 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes da trinca 1 e 2 obtidos por Sato (2009) e via BemCracker2D da chapa com entalhe inclinado à 45°	76

Figura 6.7 - Comparativo entre os números de ciclos obtidos experimentalmente e numericamente por Sato (2009) e via BemCracker2D da trinca 1	77
Figura 6.8 – Resultados dos números de ciclos corrigidos pelos modelos de Elber e Schijve para considerar o efeito do fechamento de trinca.....	77
Figura 6.9 – Resultados finais dos números de ciclos considerando 65% de efetividade dos fatores de intensidade de tensão ($U = 0.65$)	78
Figura 6.10 - Ilustração dos resultados de direção de propagação obtidos via BemCracker2D em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Sato (2009)	79
Figura 6.11 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Ma et al (2009) e via BemCracker2D do CP CTS com carregamento em 90°	81
Figura 6.12 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Ma et al (2009) e via BemCracker2D do CP CTS com carregamento em 60°	81
Figura 6.13 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Ma et al (2009) e via BemCracker2D do CP CTS com carregamento em 30°	82
Figura 6.14 - Comparativo entre os números de ciclos obtidos experimentalmente e numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D para o modelo de 90°	83
Figura 6.15 - Comparativo entre os números de ciclos obtidos numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D para o modelo de 60°	83
Figura 6.16 - Comparativo entre os números de ciclos obtidos numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D para o modelo de 30°	84
Figura 6.17 - Ilustração dos resultados de direção de propagação obtidos via BemCracker2D em comparação aos resultados experimentais de Ma et al (2006)	84
Figura A.1 – Geometria do corpo de prova do tipo CT (Fonte: Borges, 2010)	95
Figura A.2 – Sistema de coordenadas cartesianas adotado para definição de pontos de referência.....	96
Figura A.3 – (a) Exemplo de segmento reto; (b) Exemplo de segmento curvo em que forma-se um círculo; (c) Exemplo de segmento curvo em que forma-se um arco	96
Figura A.4 – Pontos de referência utilizados para construção do modelo geométrico	97

Figura A.5 – Janela para entrada dos valores dos limites do visualizador do BemLab2D .	97
Figura A.6 – Janela para definição das coordenadas dos pontos de referência.....	98
Figura A.7 – Pontos de referência criados.....	98
Figura A.8 – Segmentos retos finalizados.....	99
Figura A.9 – Segmentos retos e curvos finalizados.....	100
Figura A.10 – Janela para definição de zona mestre do problema.....	100
Figura A.11 – Janela para atribuir o número de elementos contínuos de um segmento reto	101
Figura A.12 - Janela para atribuir o número de elementos descontínuos de um segmento reto.....	102
Figura A.13 - Janela para atribuir o número de elementos contínuos de um segmento curvo	102
Figura A.14 – Malha de contorno finalizada.....	103
Figura A.15 – Janela de definição das condições de contorno de deslocamento.....	104
Figura A.16 – Restrições de deslocamento aplicadas no elemento 29 e 30.....	104
Figura A.17 - Janela de definição das condições de contorno de tração.....	105
Figura A.18 – Modelo numérico finalizado com todas as condições de contorno aplicadas	105
Figura A.19 – Janela de definição de valores para análise com propagação.....	106
Figura A.20 - (a) Janela para intitular o problema;(b) Janela para definir o tipo do problema	106

LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURA

β	Valor experimental para correção do coeficiente C de Paris
Γ	Contorno arbitrário
γ_p	Dissipação de energia plástica
γ_s	Energia de superfície do material
ΔK	Variação dos fatores de intensidade de tensão
ΔK_{ef}	Variação dos fatores de intensidade de tensão efetivo
ΔK_{eq}	Variação dos fatores de intensidade de tensão equivalente
ΔK_{th}	Valor de início de propagação
ε_{ij}	Tensor de deformações
θ_t	Direção de propagação
ν	Coefficiente de Poisson
Π	Energia potencial
σ	Tensão externa
σ_f	Tensão que reproduz fratura
σ_{ij}	Tensor de tensões
Ω	Domínio arbitrário
a	Tamanho de trinca
C^*	Constante de Paris modificado para análises em modo misto
C, m	Constantes de Paris
da	Comprimento infinitesimal da trinca
dN	Número infinitesimal de ciclos de carga
E	Módulo de Young
E_t	Energia total
F	Trabalho das forças externas
G	Taxa de alívio energético
J	Valor da integral-J
J_I	Parcela desacoplada do valor da integral-J do modo I
J_{II}	Parcela desacoplada do valor da integral-J do modo II
K	Fatores de intensidade de tensão
K_c	Tenacidade à Fratura

K_I	Fator de intensidade de tensão do modo I
K_{II}	Fator de intensidade de tensão do modo II
K_{III}	Fator de intensidade de tensão do modo II
K_{max}	Fator de intensidade de tensão referente a carga máxima do ciclo
K_{min}	Fator de intensidade de tensão referente a carga mínima do ciclo
K_{op}	Fator de intensidade de tensão que ocorre abertura de trinca
M^e	Parâmetro elástico misto
N	Número de ciclos de carga
R	Razão de carga
T_i	Vetor de tração
U	Taxa de fator de intensidade de tensão efetivo
u_i	Vetor de deslocamento
W	Energia de deformação
W_s	Trabalho necessário para formação das superfícies da trinca
*	
u_{ij}	Solução fundamental de deslocamento
*	
p_{ij}	Solução fundamental de tração
ARCAN	Corpo de prova em formato de borboleta para análises em modo misto
CP	Corpo de prova
CT	Corpo de prova do tipo tração-compacto
CTS	Corpo de prova para ensaios em modo misto (Compact-Tension-Shear)
DLSP	Corpo de prova carregado diagonalmente (<i>Diagonally Loaded Square Plate</i>)
FIT	Fator de intensidade de tensão
MEC	Método dos Elementos de Contorno
MECD	Método dos Elementos de Contorno Dual
MEF	Método dos Elementos Finitos
MEFE	Método dos Elementos Finitos Estendidos
MFEP	Mecânica da Fratura Elastoplástica
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
MTC	Máxima Tensão Circunferencial
ZP	Zona de plasticidade na ponta da trinca

1. INTRODUÇÃO

1.1. GENERALIDADES

Durante a Segunda Guerra Mundial, os Estados Unidos construíram uma classe de navios cargueiros conhecidos como *Liberty*. Durante a guerra, a velocidade na fabricação dos navios foi priorizada e as estruturas dos navios eram soldadas para economizar tempo na montagem. Os navios da classe *Liberty* tornaram-se um exemplo clássico de falhas na engenharia, pois segundo Anderson (1995), de aproximadamente 2700 navios construídos, cerca de 400 apresentavam trincas e cerca de 90 desses foram consideradas sérias. Em 20 navios a falha era essencialmente total e metade desses foram partidos completamente ao meio. Esses tipos de acontecimentos incentivaram os estudos mais aprofundados da fratura, tornando-se não só uma curiosidade científica e sim uma disciplina de engenharia.

A mecânica da fratura analisa o comportamento de materiais que apresentam trincas submetidas a carregamentos estáticos ou variáveis com o tempo, possibilitando a análise e a previsão do comportamento de trincas, assim como a vida restante da estrutura. Na mecânica da fratura, existem basicamente dois campos de estudo: a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e a Mecânica da Fratura Elastoplástica (MFEP). A MFLE pode ser utilizada apenas quando a deformação não-linear do material for consideravelmente pequena ao redor da ponta da trinca, caso este não seja o caso, a MFEP tem de ser usada para se obter resultados apropriados. Na MFLE, existe um parâmetro de grande importância para quantificar a singularidade no campo de tensões na ponta de uma trinca presente em um material elástico linear: fator de intensidade de tensão (FIT). Introduzido por Irwin (1957), o fator de intensidade de tensão é essencial para o estudo de trincas em estruturas em que se deseja mensurar sua tolerância ao dano. Para cada extensão de uma trinca, é feita uma análise de tensões nas proximidades da ponta da trinca e essa análise é baseado no cálculo do fator de intensidade de tensão.

Existem várias soluções analíticas para a obtenção de FITs na literatura, porém estão restritas para geometrias simplificadas, não podendo ser utilizadas em geometrias mais complexas. Dessa forma, a importância dos métodos numéricos é evidente, uma vez que podem proporcionar soluções aproximadas para casos mais complexos. Alguns exemplos de métodos numéricos são: o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método dos Elementos de Contorno (MEC). A utilização do MEF na análise de propagação de trincas é

comum em muitas pesquisas e estudos nessa área, por exemplo, por Chan et al. (1970), Banks-Sills et al. (2005) e Miranda et al. (2011), porém possui um grande inconveniente da necessidade de remalhamento contínuo em uma análise de propagação de trinca por fadiga para cada extensão da trinca analisada, isso implica em redefinir os valores das matrizes para que o sistema de equações possa ser resolvido. O MEC é um método onde utiliza-se discretização apenas no contorno do problema, mas possui um inconveniente de gerar uma sistema de equações singular se aplicado em problemas na Mecânica da Fratura. Este problema pode ser contornado com a utilização de sub-regiões no domínio (BLANDFORD, 1981), onde é introduzido um contorno artificial nas extremidades da trinca dividindo-a em duas novas sub-regiões sem trincas. Entretanto, com a presença de sub-regiões em uma análise incremental, resulta em uma formação de grandes sistemas de equações. Uma técnica que supera as dificuldades citadas é o Método dos Elementos de Contorno Dual (MECD) (PORTELA et al, 1992), onde utiliza-se duas equações independentes que permitem resolver o problema de degeneração e sem a necessidade de remalhamento a cada avanço de trinca.

1.2. MOTIVAÇÃO

A utilização de programas comerciais e acadêmicos baseados no MEF para o desenvolvimento de pesquisas na área da Mecânica da Fratura já são bem difundidos, apresentando excelentes resultados como os programas FRANC2D, QUEBRA2D, ANSYS e ABAQUS. Apesar do MEF apresentar ótimos resultados em análises de propagação de trincas, na maioria de suas formulações, há necessidade de um remalhamento contínuo para cada incremento de trinca.

O MEC também apresenta excelentes resultados no campo da Mecânica da Fratura, com a utilização da técnica de sub-regiões, para contornar o problema da degeneração do sistema de equações ou com a utilização de duas equações integrais independentes conhecida como MECD. Por sua vez, o MECD (PORTELA et al., 1992) apresenta uma clara vantagem sobre outros métodos, uma vez que não apresenta a necessidade de remalhamento a cada extensão da trinca e a degeneração é contornada pela utilização de equações distintas nos elementos que discretizam cada face da trinca.

Entretanto, existe uma insuficiência de pacotes computacionais via MEC para análise de trincas se comparado com o MEF, onde há vários programas que se baseiam nesse método. Muitas pesquisas desenvolvidas pelo Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade de Brasília utilizam o MEC para análise de estruturas, mas ainda há a necessidade de programas baseados neste método que possuam interfaces gráficas e processadores para modelagem numérica, buscando incentivar mais ainda a utilização deste método numérico.

Assim, realizar simulações numéricas com os programas BemCracker2D (GOMES et al., 2016) e BemLab2D (DELGADO NETO et al., 2016) proporcionará resultados e discussões de grande relevância para a difusão dos programas acadêmicos baseado no MEC citados no âmbito da Mecânica da Fratura, apresentando resultados numéricos para discutir a funcionalidade e precisão dos programas.

1.3. OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo geral realizar simulações numéricas de problemas de propagação de trinca por fadiga em modo misto (I+II) em geometrias bidimensionais, avaliando a precisão e funcionalidade dos programas BemCracker2D (GOMES et al., 2016) e BemLab2D (DELGADO NETO et al., 2016) baseados em MEC dentro da MFLE. Resultados experimentais e numéricos retirados da literatura serão utilizados para as simulações aqui propostas, analisando e comparando os resultados dos fatores de intensidade de tensão em modo misto de fratura, direção de propagação e vida à fadiga.

Os objetivos específicos são:

- Testar o conjunto BemLab2D e BemCracker2D para análise em modo misto (I+II) com equações analíticas presentes na literatura;
- Apresentar resultados numéricos e experimentais de propagação de trinca por fadiga em modo misto (I+II) retirados da literatura;
- Simular numericamente os problemas apresentados nestes trabalhos via BemLab2D e BemCracker2D;
- Comparar e discutir os resultados de fatores de intensidade de tensão, direção de propagação e vida à fadiga encontrados;
- Apresentar sugestões e possíveis melhorias para futura implementação nos programas BemCracker2D e BemLab2D.

1.4. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em sete capítulos, onde este é o primeiro deles em que apresenta-se uma breve introdução dos assuntos abordados neste trabalho, assim como a motivação e objetivos.

O segundo capítulo apresenta um histórico abordando alguns trabalhos sobre métodos numéricos aplicados a mecânica da fratura e propagação de trinca por fadiga em modo misto.

O terceiro capítulo apresenta conceitos básicos essenciais no estudo da mecânica da fratura linear elástica e propagação de trinca por fadiga utilizados pelo programa BemCracker2D. Também há uma breve revisão da Teoria da Elasticidade seguido dos conceitos do método dos elementos de contorno e a técnica dual, que por sua vez, é o método numérico adotado pelo BemCracker2D para análises de propagação.

O quarto capítulo é destinado aos programas de análise BemLab2D e BemCracker2D, apresentando suas principais funções e ferramentas. Também são realizados dois testes com o intuito de comparar os resultados dos fatores de intensidade de tensão do modo I e modo II de fratura com as soluções analíticas disponíveis, avaliando a exatidão dos resultados dos fatores de intensidade de tensão obtidos numericamente pelo programa.

O quinto capítulo apresenta a metodologia do trabalho, apresentando os quatro exemplos retirados da literatura e a construção de seus modelos numéricos via BemLab2D.

O sexto capítulo trata da apresentação dos resultados obtidos via BemCracker2D dos quatro exemplos propostos, discutindo as diferenças encontradas entre os resultados numéricos e/ou experimentais retirados da literatura.

O sétimo e último capítulo é reservado às conclusões do trabalho, assim como algumas sugestões para futuros estudos à partir dos resultados e do que foi discutido.

2. HISTÓRICO

2.1. MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS A MECÂNICA DA FRATURA

Após a introdução dos fatores de intensidade de tensão que definem o campo de tensões nas extremidades da trinca (IRWIN, 1957), vários modelos matemáticos foram desenvolvidos e estão presentes na literatura para se obter os valores dos FITs (EWALDS, 1986; BROEK, 1988; ANDERSON, 1995), entretanto esses modelos podem ser utilizados somente em determinadas geometrias, possuindo uma restrição para sua aplicabilidade. Desta forma, para que seja possível a modelagem de geometrias mais complexas para análise de trincas, a utilização de métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e Método dos Elementos de Contorno (MEC) são exaustivamente aplicados em problemas nessa área.

O MEF é um dos métodos mais aplicados em várias áreas de estudo por possibilitar a resolução de problemas numericamente, subdividindo um determinado domínio em pequenas regiões, denominadas de elementos, onde em seu domínio encontram-se os nós, possuindo funções de aproximação para o problema que interligam os elementos em todo o domínio de estudo. O MEF é bastante utilizado no estudo da Mecânica da Fratura, tendo como um dos primeiros trabalhos desenvolvidos nessa área por Chan et al. (1970), que por sua vez utilizaram elementos convencionais do MEF para encontrar valores dos FITs. A dificuldade encontrada foi devido a concentração de tensões nas extremidades da trinca, sendo necessária um refino muito grande da malha e também a presença da singularidade das tensões $1/\sqrt{r}$ em sua ponta. Posteriormente, várias pesquisas procuraram propor elementos especiais para modelar adequadamente essa singularidade e fugir do refinamento excessivo da malha. Henshell e Shaw (1975) apresentaram elementos *quarter-points*, capazes de modelar com mais precisão a singularidade da ponta da trinca com uma malha relativamente grosseira, tornando-se a opção mais adequada para discretização do domínio nas proximidades da trinca em trabalhos da mecânica da fratura utilizando MEF.

Tendo em vista que a cada propagação de trinca é necessário o remalhamento do domínio, extensões do MEF foram propostos, como o Método dos Elementos Finitos Estendidos (MEFE), desenvolvido por Moes et al. (1999) a partir de uma ideia de Belytschko e Black (1999) para usar funções descontínuas com o intuito de minimizar o remalhamento. Trabalhos mais recentes utilizando o MEF foram desenvolvidos, como por exemplo

Banks-Sills et al. (2005) que apresentam o cálculo dos fatores de intensidade de tensão K em materiais anisotrópicos com o emprego da integral-J, integral-M e método deslocamento da extrapolação. O trabalho de Miranda et al. (2011) que apresentam como superar as dificuldades presentes em simulações numéricas de propagação de trinca: qual método escolher para calcular os fatores K , como resolver problemas numéricos quando há elementos muito pequenos em malhas muito refinadas e crescimento de trinca submetidos a carregamentos complexos. Seifi et al. (2015) apresentaram um estudo experimental de propagação de trinca por fadiga em chapas com furos, possuindo múltiplos danos, realizando, também, um estudo numérico do mesmo exemplo utilizando MEF.

Por sua vez, o MEC faz uso de uma discretização apenas no contorno do problema utilizando equações integrais provenientes da equação diferencial que governa o problema, gerando resultados no domínio após o cálculo dos valores no contorno. Diferente do MEF, a direta aplicação do MEC puro em problemas de fratura é impossível, devido a coincidência das superfícies da trinca gerarem um problema degenerado no sistema de equações.

Um dos primeiros trabalhos que utilizaram o MEC no estudo de trincas foi realizado por Cruse (1972), onde utilizou modelos 2D e 3D para análise de trinca, aproximando a geometria da trinca por uma elipse. Essa aproximação gerou erros relevantes nos resultados, incentivando o estudo de alternativas para solucionar problemas com trincas utilizando o MEC. Uma dessas alternativas foi a técnica de sub-regiões, onde é introduzido um contorno artificial nas extremidades da trinca dividindo-a em duas novas sub-regiões sem trincas. A técnica foi aplicada por Blandford et al. (1981) para computar os fatores de intensidade de tensão via MEC. Maier et al. (1992) também utilizaram a técnica de sub-regiões para analisar o comportamento de fraturas quase frágeis. Entretanto, com o contínuo uso de novas sub-regiões a cada incremento da trinca, o sistema de equações aumenta e eleva o custo computacional, além de perder a essência do método: discretização apenas no contorno do problema.

Uma técnica mais promissora para o problema do sistema de equações singular e também do remalhamento é o Método dos Elementos de Contorno Dual (MECD) proposto por Portela et al. (1992) para problemas 2D, onde utiliza-se duas equações integrais distintas em cada face da trinca: equação de deslocamento e equação de tração. Desta forma, a degeneração do sistema de equações gerado pelo MEC não é mais presente aqui e a

necessidade de remalhamento não é necessária, por causa da análise em região única, gerando apenas novas linhas e colunas à matriz já existente.

O MECD tem uma ampla aplicabilidade em vários problemas dentro da Mecânica da Fratura, como em problemas de trincas termoelásticas estudadas por Prasad et al. (1994) que faz uso de equações de temperatura e fluxo de calor em cada face da trinca. Saindo da MFLE, a aplicabilidade do MECD no campo elasto-plástico foi introduzida por Leitão et al. (1995), onde apresentou formulações para o estudo do MFEP para problemas bidimensionais, mas aponta em seu trabalho que não há limitações teóricas ou numéricas para aplicações de problemas em três dimensões. Ainda, Aliabadi et al. (1998) apresentou a utilização do MECD para problemas dinâmicos tridimensionais, fazendo uso da transformada de Laplace e o Método da Reciprocidade Dual para reduzir o problema dinâmico para um problema estático no plano laplaciano.

Como exemplo de aplicação do MECD em trabalhos mais recentes, Parvanova e Gospodinov (2007) apresentaram um procedimento numérico utilizando a técnica dual para resolução de problemas de propagação de múltiplas trincas em vigas de concreto. Sato (2009) apresentou resultados experimentais de propagação de trinca por fadiga de várias chapas de alumínio com entalhes centrais inclinados e chapas com dois entalhes horizontais. Com os resultados obtidos, realizou-se modelagens numéricas via algoritmo desenvolvido pelo próprio autor baseado em MECD. Santana e Portela (2016) apresentaram a aplicação do MECD em análises de crescimento de múltiplas trincas na MFLE e coalescência de trincas, onde identificou que a confiabilidade do processo da análise incremental depende muito da precisão do cálculo dos fatores de intensidade de tensão e direção de propagação.

2.2. PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA EM MODO MISTO

Aplicações tradicionais da mecânica da fratura em problemas de propagação de trinca por fadiga são realizadas, em sua maioria, sobre o efeito do modo I de fratura. Em um problema em modo misto, o espécime apresenta mais do que um modo de fratura simultaneamente, como geralmente ocorre na maioria das estruturas da engenharia com a presença de trincas, uma vez que estas não são perfeitamente homogêneas em sua microestrutura e geralmente estão sujeitas a carregamentos multiaxiais e mudança brusca

na intensidade de carregamento. Uma falha em uma aeronave ou um navio estará sujeita a frequentes mudanças na direção do carregamento, por exemplo.

Na literatura, Iida e Kobayashi (1969) foram os primeiros a apresentarem resultados experimentais em modo misto (I+II) em corpos de provas de alumínio, mostrando que a trinca em modo misto propaga na direção onde o fator de intensidade de tensão do modo I é máximo, zerando a componente do modo II. Roberts e Kibler (1971), por outro lado, apresentaram situações em que a trinca propaga por fadiga em uma direção que a componente do modo II de fratura não é reduzida a zero, como apontado por Iida e Kobayashi (1969). Mais tarde, Tanaka (1974) propôs uma alteração na relação de Paris (1963) para considerar o efeito de propagação por fadiga em modo misto, substituindo a variação do fator de intensidade de tensão do modo I por um fator de intensidade de tensão efetivo. Outros modelos para taxa de propagação por fadiga foram propostos para problemas em modo misto, como o modelo proposto por Sih e Barthelemy (1980) baseado no conceito da densidade de energia de deformação, cuja equação envolve todos os três principais fatores de intensidade de tensão.

Outras alterações na lei de Paris foram propostas ao longo dos anos para considerar o efeito do modo misto de fratura, como o trabalho desenvolvido por Ma et al. (2006). Foram realizados ensaios experimentais e numéricos em corpos de prova de aço e de alumínio, com soldas e sem soldas, sobre a influência de três ângulos de carregamento diferentes. De acordo com os ensaios experimentais, um dos parâmetros de Paris apresentou variação em função do modo de fratura. Com isso, propuseram uma correção para este parâmetro. Boljanovic e Maksimovic (2011) apresentaram um estudo de propagação de trinca por fadiga aplicando as correções propostas por Tanaka (1963) e por Ma et al. (2006), obtendo resultados satisfatórios em comparação a resultados experimentais.

Como exemplos de trabalhos mais recentes de propagação de trinca em modo misto, Ding et al. (2016) apresentaram ensaios experimentais e numéricos em corpos de prova de aço do tipo CTS, mudando a geometria da ponta do entalhe e estudando sua influência no crescimento da trinca. Lesiuk et al. (2016), por sua vez, apresentaram resultados experimentais e numéricos em corpos de prova fabricados a partir de peças de aço de uma ponte na Polônia, a fim de se estudar a influência da degradação do material na taxa de propagação por fadiga em modo misto.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

3.1. MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA E PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA

Acidentes no campo da engenharia levaram a maior preocupação para se estudar o comportamento de estruturas com a presença de trincas em seu meio. Como já apresentado na introdução deste trabalho, os navios da classe *Liberty* são exemplos clássicos de falhas na engenharia. Na Figura 3.1, apresenta-se outro exemplo: o Boeing 737 sem o seu teto nas proximidades da dianteira do avião devido a uma falha por corrosão-fadiga. Com a tecnologia da fratura, é possível reduzir os riscos de acidentes provocados por falhas inesperadas.



Figura 3.1 - Boeing 737 sem o teto após uma falha provocada por corrosão-fadiga. (Fonte: <http://inspecaoequipto.blogspot.com.br/2014/02/caso-060-avioes-comet-falhas-por-fadiga.html>)

Assim, muitas pesquisas e ensaios foram realizados, buscando o melhor entendimento do fenômeno da fratura. Leonardo da Vinci, por conta do seu interesse em mecânica, realizou ensaios com o intuito de observar a influência do comprimento na resistência de arames de ferro, cujos resultados mostraram que os fios longos apresentavam mais falhas do que os curtos. Entretanto, esses resultados foram apenas qualitativos.

3.1.1. Teoria de Griffith

Resultados quantitativos surgiram a partir do trabalho publicado por Griffith (1920), utilizando um modelo proposto por Inglis (1913) que pode ser observado na Figura 3.2. Inglis observou que existia uma concentração de tensões na região da trinca, apresentando tensões infinitas em sua extremidade, mas sem soluções ou métodos para medir a tensão de fratura. Assim sendo, Griffith assumiu que o crescimento da trinca era possível se a energia total do sistema diminui ou permanece constante.

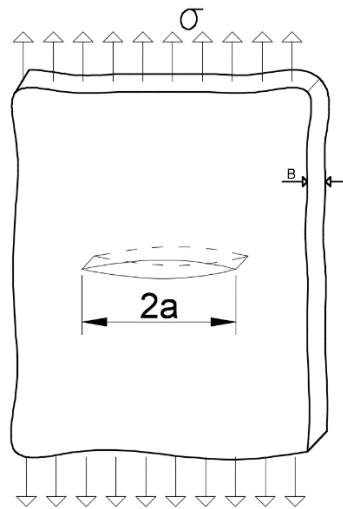


Figura 3.2 - Modelo proposto por Inglis: Trinca em uma chapa de largura infinita sujeita a carga de tração

Utilizando a Primeira Lei da Termodinâmica aplicada ao modelo proposto por Inglis, o incremento dA na área da trinca ocorre para:

$$\frac{dE_r}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \quad (3.1)$$

Onde E_r é a energia total, Π a energia potencial e W_s o trabalho necessário para formação das superfícies da trinca. Em seu trabalho, Griffith mostrou que:

$$\Pi = \frac{-\pi\sigma^2 a^2 B}{E} \quad (3.2)$$

$$W = 4aB\gamma_s \quad (3.3)$$

Sendo σ a tensão aplicada, B a espessura da chapa, γ_s a energia de superfície do material e E o módulo de Young. Combinando as Equações 3.2 e 3.3, obtêm-se a tensão que produz fratura:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (3.4)$$

Griffith obteve excelentes resultados em testes experimentais em um sólido frágil (vidro), porém não comprovou a sua teoria para metais, cuja resistência à fratura era subestimada quando a Equação 3.4 era utilizada.

Apenas 28 anos depois, Irwin (1948) e Orowan (1948), simultaneamente, em diferentes publicações, adicionaram um termo a equação de Griffith responsável pela dissipação de energia plástica γ_p que ocorre na ponta da trinca em sólidos dúcteis (metais):

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a}} \quad (3.5)$$

Embora a adição do novo termo na equação de Griffith possibilitasse o estudo em sólidos dúcteis, o método ainda possuía limitações para o estudo de instabilidade de uma trinca ideal. O método também apresentava problemas em várias situações práticas, especialmente em situações com o crescimento lento estável de uma trinca, como por exemplo em fadiga e no crescimento de trinca em meios corrosivos.

3.1.2. Taxa de alívio energético

Uma nova metodologia foi apresentada por Irwin (1956) para quantificar a taxa de variação da energia potencial em um material elástico linear com a presença de uma área trincada. A taxa de alívio energético G é definida como:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (3.6)$$

Sendo Π a energia potencial e A área. A energia potencial é dada por:

$$\Pi = W - F \quad (3.7)$$

Onde W a energia de deformação armazenada no sólido e F o trabalho das forças externas. A falha frágil ocorre quando G alcança o valor crítico, denominado como tenacidade à fratura do material G_c .

3.1.3. Fator de intensidade de tensão

Devido as dificuldades práticas dos métodos de energia iniciados por Griffith, em 1957 houve um grande avanço no estudo da fratura, surgindo o fator de intensidade de tensão. Inicialmente, Irwin (1957) estabeleceu o campo de tensões e deslocamentos nas redondezas de uma trinca utilizando a Teoria da Elasticidade, partindo de soluções obtidas inicialmente por Westergaard (1939). O campo de tensões ao redor de uma trinca é dado por (Figura 3.3):

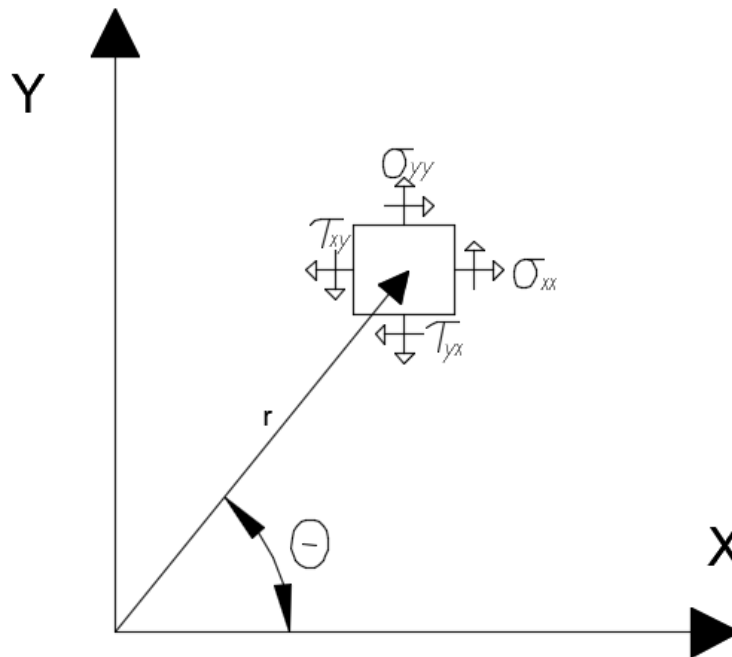


Figura 3.3 - Sistema de coordenadas com origem na ponta da trinca

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \dots \quad (3.8)$$

Onde r e θ são coordenadas polares de um ponto a partir de um sistema de coordenadas com origem na ponta da trinca, f_{ij} é uma função que depende de θ e K é o fator de intensidade de tensão. O valor de K depende dos modos de movimento da trinca, que estão relacionados à forma de aplicações das cargas e tensões. Existem três principais modos de solitação da trinca, como pode ser observado na Figura 3.4: o modo I que está relacionado a abertura da trinca, o modo II que está relacionado ao cisalhamento dentro do plano (deslizamento) e o modo III que está relacionado ao cisalhamento fora do plano (rasgamento).

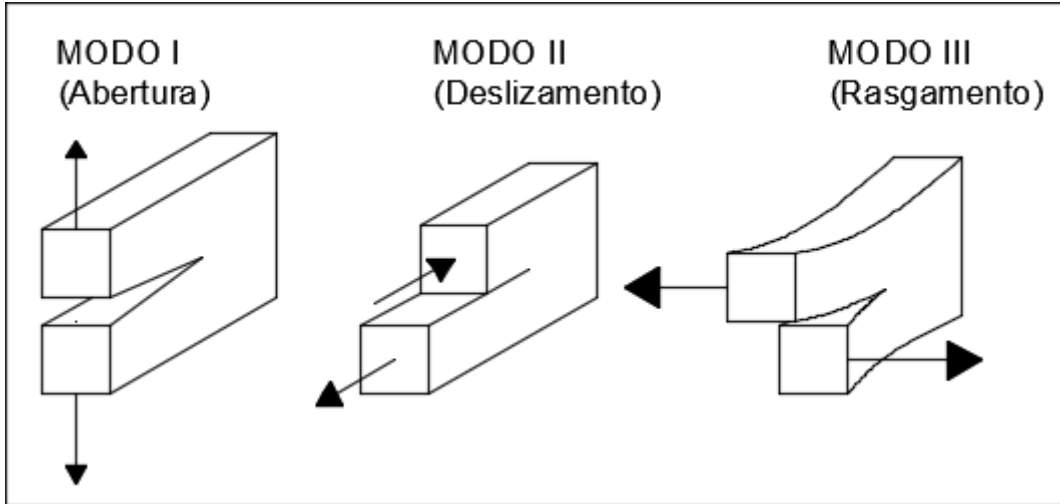


Figura 3.4 - Os três modos básicos que uma trinca pode ser sollicitada

Para cada modo apresentado, há um fator de intensidade de tensão associado: para o modo I tem-se o fator K_I , para o modo II tem-se o fator K_{II} e para o modo III tem-se o fator K_{III} . De forma geral, o valor dos FITs é dado por:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (3.9)$$

Onde σ corresponde ao carregamento externo, a corresponde a uma medida da trinca e $f\left(\frac{a}{W}\right)$ corresponde a uma função que depende da geometria da peça e da trinca. Assim, o campo de tensões nas proximidades da trinca para o modo I é definido pelas seguintes equações:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.10)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.11)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.12)$$

Para o modo II:

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.13)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.14)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.15)$$

Para o modo III:

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.16)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (3.17)$$

Observa-se que conhecendo os valores dos FITs, é possível determinar o campo de tensões nas proximidades da ponta da trinca. Na literatura pode-se obter os valores dos FITs para diversos casos já testados numericamente e experimentalmente, porém a maioria dessas soluções são para geometrias simples e/ou bem específicas (EWALDS, 1984; BROEK, 1989; JANSSEN, 2002).

Nas equações que definem o campo de tensões, existe uma singularidade quando temos o valor do raio r tendendo à zero, entretanto isso não ocorre na prática, pois com valores suficientemente altos de tensão na ponta da trinca, o material atinge sua tensão de escoamento e passa do comportamento elástico para o plástico. Portanto, há uma zona plástica (ZP) na ponta da trinca que viabiliza a utilização da MFLE para análise: Se a ZP for pequena o suficiente em relação às dimensões da peça, pode-se utilizar a análise linear elástica sem grandes perdas nos resultados.

Existe um valor crítico para o FIT denominado como fator de intensidade de tensão crítico ou Tenacidade à Fratura do material K_c . Realizando uma analogia entre a resistência dos materiais, assim como não se deseja o escoamento do material, é preciso manter as tensões abaixo da tensão de escoamento, para evitar a fratura frágil do material, deve-se manter os valores de FIT abaixo do valor crítico K_c .

Existem as seguintes relações entre a taxa de alívio energético G e fatores de intensidade de tensão quando a MFLE é aplicada:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'}, G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \text{ e } G_{III} = \frac{K_{III}^2}{E.G'} \quad (3.18)$$

Onde $E' = E/(1-\nu^2)$ para estado plano de deformação, $E' = E$ para estado plano de tensão e G' é o módulo de cisalhamento.

Quando a trinca apresenta solicitação mista, ou seja, solicitada por mais de um modo de fratura, é possível utilizar o Princípio da Superposição Linear (ANDERSON, 1995) para se obter as tensões nessas situações:

$$\sigma_{ij}^{TOTAL} = \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^{II} + \sigma_{ij}^{III} \quad (3.19)$$

3.1.4. Integral-J

A utilização dos conceitos da MFLE apresentam resultados satisfatórios quando a Zona de Plasticidade (ZP) na ponta da trinca é relativamente pequena se comparada com as dimensões da peça estudada, podendo ser desconsiderada nas análises. Quando a ZP apresenta tamanho considerável, os conceitos da MFLE não se aplicam, uma vez que há deformações plásticas consideráveis atuando, sendo necessária a aplicação de outras metodologias para descrever o campo de tensões nas redondezas da trinca.

A integral-J foi introduzida por Rice (1968) para se estudar situações em que a MFLE não é mais válida, desta forma tendo que levar em considerações os princípios da Mecânica da Fratura Elasto-plástica (MFEP). A integral-J é uma integral de linha que percorre as extremidades da trinca no sentido anti-horário, em um contorno arbitrário Γ , e é invariante para qualquer percurso adotado (Figura 3.5).

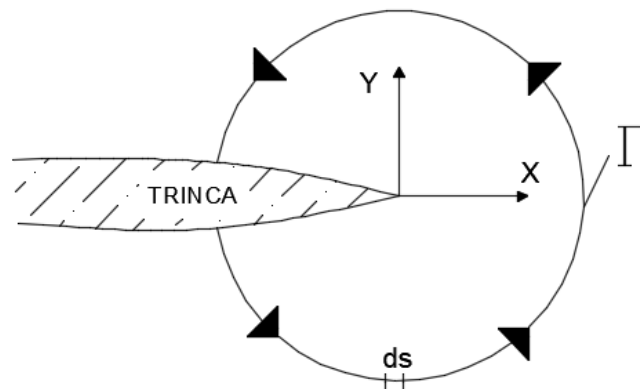


Figura 3.5 - Contorno arbitrário ao redor da ponta da trinca

Seu valor é definido em relação ao eixo de coordenadas cartesianas, com origem na ponta da trinca.

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (3.20)$$

Na Equação 3.20, o valor de W representa a energia de deformação, T_i representa as componentes do vetor de tração e u_i representa as componentes do vetor de deslocamento em uma parcela infinitesimal do contorno ds . O valor de U é definido como:

$$U = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (3.21)$$

Onde σ_{ij} e ε_{ij} são os tensores de tensão e deformação, respectivamente.

Apesar de ter sido introduzida para contornar problemas na MFEP, a integral-J pode ser utilizada na MFLE para encontrar os valores dos fatores de intensidade de tensão, uma vez que J é igual a taxa de alívio energético G quando a análise é feita em MFLE. Desta forma, temos a seguinte relação entre os FITs e J :

$$J_I = \frac{K_I^2}{E'} \quad \text{e} \quad J_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (3.22)$$

Na Equação 3.22, o valor da integral-J, na realidade, é representada pela soma das duas parcelas: J_I e J_{II} . Para se obter estas parcelas desacopladas, é preciso decompor os campos de deslocamento e de tensão em suas componentes simétrica e anti-simétrica, a fim de se obter a Equação 3.22 para J_I e J_{II} .

A integral-J é uma técnica bastante utilizada em problemas na Mecânica da Fratura, como utilizada por Boissenot et al. (1974) para problemas simétricos 3D e por Kishitani et al. (1983) para vários problemas simétricos 2D. A aplicação da integral-J para modos mistos foi utilizada por Ishikawa et al. (1980), desacoplando-a em componentes simétricas e antissimétricas. Para problemas 3D em modo misto, a integral-J foi utilizada por Rigby e Aliabadi (1993).

3.1.5. Propagação de trinca por fadiga

No começo da década de 60, Paris e Erdogan (1963) demonstraram que a mecânica da fratura é uma ferramenta útil para caracterizar o crescimento de trincas por fadiga, onde procura-se estimar o tempo que uma trinca leva de um determinado tamanho inicial até um tamanho máximo permissível. Paris, realizando ensaios experimentais em metais, observou que a taxa de propagação da trinca é controlada pela variação dos fatores de intensidade de tensões na MFLE. A seguinte expressão é utilizada para descrever a taxa de propagação de trinca:

$$\frac{da}{dN} = f_1(\Delta K, R) \quad (3.23)$$

Onde a é o tamanho da trinca, N é o número de ciclos de carga, $\Delta K = (K_{max} - K_{min})$ e $R = K_{min}/K_{max}$. Existem várias expressões para f_1 , a maioria dessas expressões são empíricas. A Equação 3.23 pode ser integrada de um tamanho inicial de trinca a_0 até um tamanho final a_f para estimar a vida em fadiga de materiais metálicos:

$$N = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{f_1(\Delta K, R)} \quad (3.24)$$

A Figura 3.6 apresenta um gráfico da taxa de propagação de trinca da/dN em função da variação dos valores dos FITs em suas formas logarítmicas onde destacam-se três regiões: a região I, região II e região III:

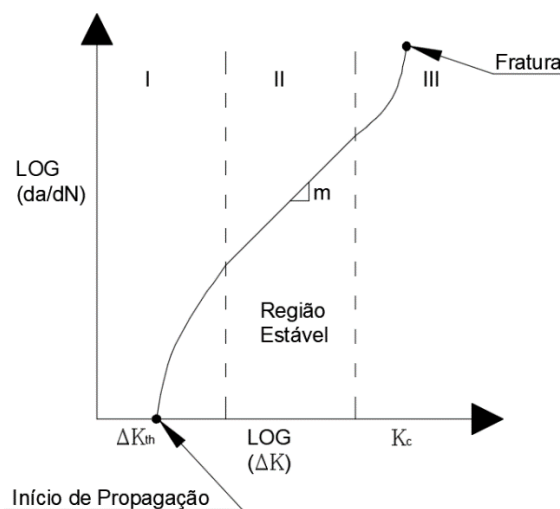


Figura 3.6 - Comportamento do crescimento de trinca em metais

Na região I, a trinca é muito pequena, onde os conceitos da MFLE não são aplicáveis. Os valores de tensão e fatores de intensidade de tensão são muito baixos, onde o comportamento da trinca depende essencialmente da microestrutura do material e do meio ambiente. No gráfico, o valor de ΔK_{th} marca o ponto no qual abaixo desse valor não há propagação de trinca.

Na região II, inicia-se a propagação estável da trinca, onde pode ser descrita pela lei de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m \quad (3.25)$$

Onde C e m são constantes do material determinados experimentalmente. É possível observar a trinca e acompanhar sua propagação por meio de microscópio eletrônico.

Na região III, os valores dos FITs são próximos ao fator crítico K_c , resultando numa instável propagação da trinca até ocasionar a fratura. Essa região é a de menor interesse para casos em que se deseja estudar a propagação de trinca por fadiga.

Existem outras equações para modelar o comportamento da propagação de trincas, como por exemplo o proposto por Weertman (1966), onde é uma alternativa semi-empírica para modelar as regiões II e III:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C\Delta K^4}{K_c^2 - K_{\max}^2} \quad (3.26)$$

A lei de Paris é a mais comumente aplicada, pois modela de forma satisfatória a região II que é a de interesse para o estudo de propagação de trinca por fadiga. Tanaka (1974) apresentou uma alteração para lei de Paris para simular a taxa de propagação de maneira mais adequada para casos em modo misto de fratura, tendo em vista que a equação (3.25) apresenta resultados satisfatórios apenas para o modo I de fratura. A seguinte alteração foi proposta:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K_{eq}^m \quad (3.27)$$

Onde o valor de K_{eq} é:

$$\Delta K_{eq} = \sqrt[4]{\Delta K_I^4 + 8 \cdot \Delta K_{II}^4} \quad (3.28)$$

Outras alterações surgiram na equação de Paris para problemas em modo misto como a correção no parâmetro C proposta por Ma et al. (2006). Em seu trabalho, os resultados experimentais obtidos constataram que o coeficiente m da equação (3.25) se manteve constante em diferentes modos de fratura, entretanto o coeficiente C apresentou variação. Essa variação, segundo Ma et al. (2006), pode ser considerada utilizando uma correção para o coeficiente C :

$$C^* = f(M^e) = C(1 + \beta(M^e - 1)^2) \quad (3.29)$$

O valor de β é obtido experimentalmente. M^e é um parâmetro elástico introduzido por Shih (1974) para estudos em modo misto, como observado na Equação 3.30. Seu valor varia entre 1 e 0. Para casos de modo I puro, $M^e = 1$; para modo II puro, $M^e = 0$.

$$M^e = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{K_I}{K_{II}} \right| \quad (3.30)$$

3.1.6. Fechamento de trinca por fadiga

No início da década de 70, Elber (1970) observou em seu estudo experimental que, em uma análise de propagação de trinca por fadiga, ocorria fechamento da trinca durante o descarregamento do ciclo de carga de tração aplicado ao espécime, o que até então era um fenômeno só considerado para cargas de compressão. Este fenômeno tem influência direta na taxa de propagação por fadiga, aumentando a vida à fadiga do espécime.

Na Figura 3.7, é possível observar este fenômeno em termos de fatores de intensidade de tensão ao longo do tempo. Quando um espécime está sobre efeito de um carregamento cíclico e os fatores de intensidade de tensão variam entre K_{max} e K_{min} , as faces das trincas estão em contato abaixo do valor de K_{op} , um valor de fator de intensidade de tensão em que ocorre a abertura da trinca. Segundo Elber (1971), a porção abaixo do valor de K_{op} não contribui para o crescimento da trinca por fadiga, portanto, a variação de fatores de intensidade de tensão efetiva K_{ef} deve ser considerada para determinar a vida à fadiga do espécime.

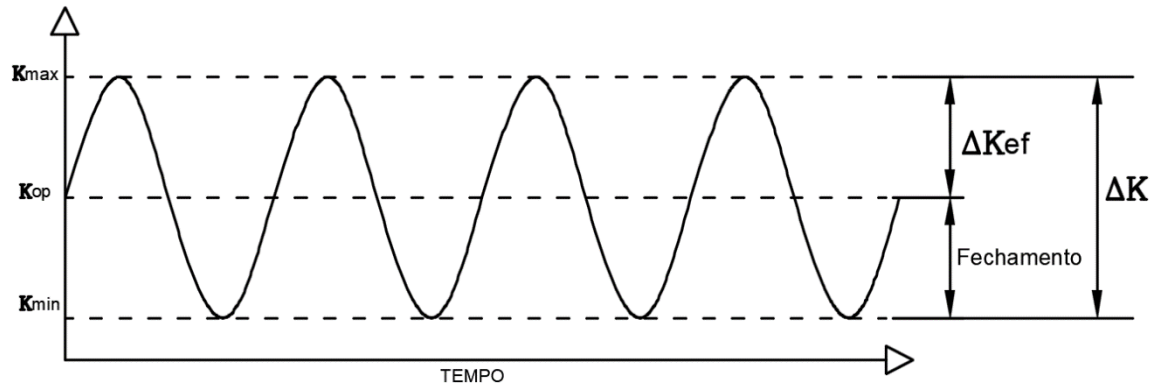


Figura 3.7 - Definição da variação dos fatores de intensidade de tensão efetiva

Assim, o valor de K_{ef} é considerado como:

$$\Delta K_{ef} = K_{\max} - K_{op} \quad (3.31)$$

Elber também introduziu a taxa de fator de intensidade de tensão efetivo U :

$$U = \frac{\Delta K_{ef}}{\Delta K} = \frac{K_{\max} - K_{op}}{K_{\max} - K_{\min}} \quad (3.32)$$

Com isso, propondo uma alteração na equação de Paris para taxa de propagação por fadiga para modelar este efeito:

$$\frac{da}{dN} = C(U \cdot \Delta K)^m = C\Delta K_{ef}^m \quad (3.33)$$

Algumas equações empíricas foram sugeridas por Elber (1971) e Schijve (1981) para o cálculo de U , como as Equações 3.34 e 3.35, respectivamente. Ambas equações foram obtidas para corpos de prova de alumínio 2024-T3:

$$U = 0.5 + 0.4R \quad \text{para} \quad -0.1 \leq R \leq 0.7 \quad (3.34)$$

$$U = 0.55 + 0.33R + 0.12R^2 \quad \text{para} \quad -1.0 \leq R \leq 0.54 \quad (3.35)$$

O fenômeno do fechamento de trinca pode surgir devido a diferentes tipos de mecanismos (ANDERSON, 1995). Na Figura 3.8(a) pode-se observar o fechamento induzido por plasticidade, onde as deformações plásticas que circundam as faces da trinca geram carregamentos compressivos entre si. A Figura 3.8(b) ilustra o fechamento induzido pela rugosidade superficial, em que as imperfeições superficiais das faces da trinca entram em

contato. A Figura 3.8(c) apresenta o fechamento induzido por óxido em ambientes agressivos ou com elevadas temperaturas. A Figura 3.8(d) mostra que o efeito de fechamento de trinca pode ser induzido por um fluido viscoso que funciona como uma solda entre as faces da trinca. Por fim, a Figura 3.8(e) ilustra o fechamento devido a transformação de fase do material.

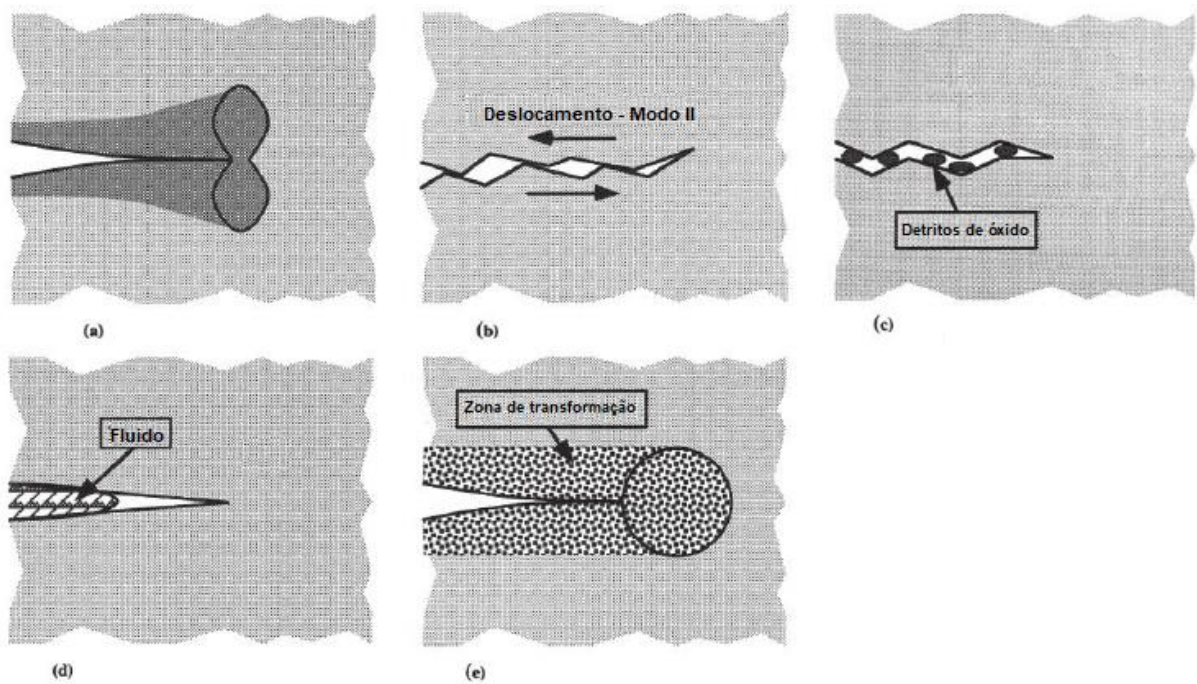


Figura 3.8 - Mecanismos de fechamento de trinca: a) fechamento devido a plasticidade; b) fechamento devido a rugosidade; c) fechamento induzido por óxido; d) fechamento induzido por fluido; e) fechamento induzido por transformação. (Fonte: ANDERSON, 1995)

3.1.7. Direção da propagação da trinca

Um dos métodos mais utilizados para definir a direção de propagação de trinca é o critério da Máxima Tensão Circunferencial (ERDOGAN e SIH, 1963) e vem de um conceito básico da Resistência dos Materiais, onde sabemos que as tensões normais máxima e mínima ocorrem em planos onde a tensão cisalhante é nula. A direção da trinca é definida perpendicularmente ao plano da máxima tensão normal.

Utilizando o Princípio da Superposição Linear e as equações dos fatores de intensidade de tensão dos modos I e II apresentadas no item 3.1.3, temos:

$$\sigma_{xx}^{TOTAL} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \left(-\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \right) \quad (3.36)$$

$$\sigma_{yy}^{TOTAL} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.37)$$

$$\tau_{xy}^{TOTAL} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.38)$$

Rescrevendo as expressões obtidas em coordenadas polares, temos:

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K_I \left[1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta - 2K_{II} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right\} \quad (3.39)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right\} \quad (3.40)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K_I \sin \theta - K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right\} \quad (3.41)$$

O critério da Máxima Tensão Circunferencial (MTC) estabelece que a trinca se propagará no plano perpendicular no qual σ_θ é máximo. Para isso, a condição que a tensão $\tau_{r\theta}=0$ deve ser aplicada:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K_I \sin \theta - K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right\} = 0 \quad (3.42)$$

Desta forma, tem-se duas soluções para Equação 3.42:

$$\cos \frac{\theta}{2} = 0 \therefore \theta = \pm \pi \quad (3.43)$$

$$\left\{ K_I \sin \theta - K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right\} = 0 \quad (3.44)$$

Explorando a Equação 3.44 para os modos puros I e II separados, temos para o modo I puro ($K_{II}=0$):

$$K_I \sin \theta = 0 \therefore \theta_i = 0 \quad (3.45)$$

Para o modo II puro ($K_I=0$):

$$K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \therefore \theta_t = \pm 70,5^\circ \quad (3.46)$$

Para o caso mais geral, considerando uma trinca sollicitada em modo misto I e II, utiliza-se a Equação 3.44 e obtém-se uma solução para θ_t :

$$\theta_t = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] \quad (3.47)$$

Percebe-se que é possível encontrar dois valores para a direção de propagação, geralmente descarta-se a solução de maior valor pois foge do sentido físico na análise de propagação. Os sinais das Equações 3.46 e 3.47 são dependentes do valor de K_{II} . Se K_{II} é positivo, então o valor de θ_t é negativo. Se K_{II} é negativo, então o valor de θ_t é positivo.

Existe uma correção que deve ser aplicada em uma análise incremental para definir a direção da trinca no n-ésimo incremento. Para determinar essa correção é introduzido um ângulo de correção β na direção tangente do caminho da trinca θ_t , como observado na Figura 3.9. O ângulo de correção é dado por:

$$\beta = \frac{\theta_{t(n+1)}}{2} \quad (3.48)$$

Onde o valor de $\theta_{t(n+1)}$ é a direção do próximo incremento da extensão da trinca, calculada pelo critério MTC.

Outros métodos para definir a direção da propagação podem ser citados: Critério da Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial (HUSSAIN, 1974) e Critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação (SIH, 1974), onde o primeiro se baseia na taxa de alívio energético e o segundo a direção é governada pelo valor da densidade de energia de deformação. O método utilizado pelo BemCracker2D para definir a direção de propagação é o critério MTC.

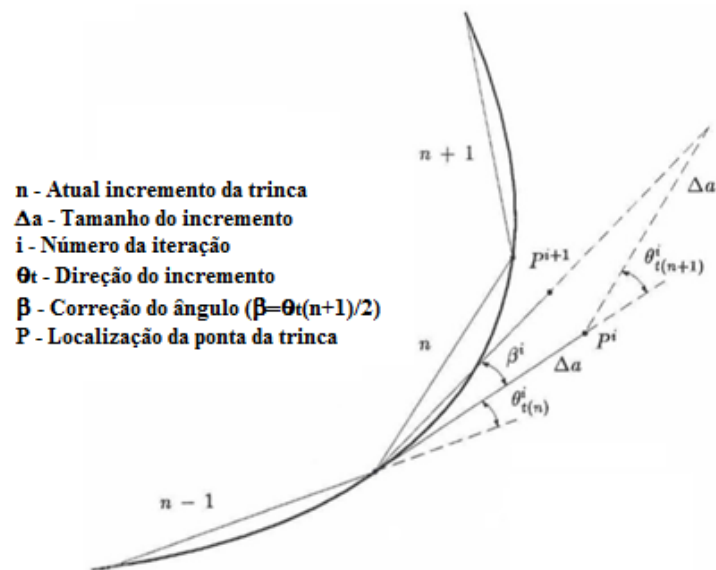


Figura 3.9 - Direção da extensão incremental da trinca (Fonte: ALIABADI, 2002)

3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

O MEC é um método numérico onde utilizam-se equações integrais de contorno provenientes das equações diferenciais que governam o problema, discretizando o problema apenas no contorno, o que implica na redução da ordem da dimensão do problema. Segundo Brebbia e Dominguez (1992), uma importante vantagem do MEC sobre MEF, é sua utilização para analisar problemas com concentração de tensões, baseado em vários estudos que demonstram a alta precisão do método para essas situações. Além disso, possui a vantagem de utilizar sistema de equações bem menores, por reduzir a dimensionalidade do problema em um.

A Equação Integral de Contorno utilizada no MEC possui a função de transformar integrais de domínio em integrais de contorno e pode ser deduzida partindo dos conceitos básicos da Teoria da Elasticidade, como a equação de equilíbrio e relações constitutivas (TIMOSHENKO, 1951). Para isso, utiliza-se considerações dos Resíduos Ponderados, teorema de Betti, Terceira Identidade de Green ou do Princípio Fundamental dos Trabalhos Virtuais. O desenvolvimento considerando os Resíduos Ponderados é mais proveitoso, devido sua generalidade e podendo ser relacionada a outras técnicas além dos elementos de contorno.

3.2.1. Revisão da Teoria da Elasticidade

Primeiramente considera-se um sólido infinitesimal em equilíbrio sob a ação de um sistema de forças com arestas dx , dy e dz paralelas aos eixos x , y e z respectivamente (Figura 3.10):

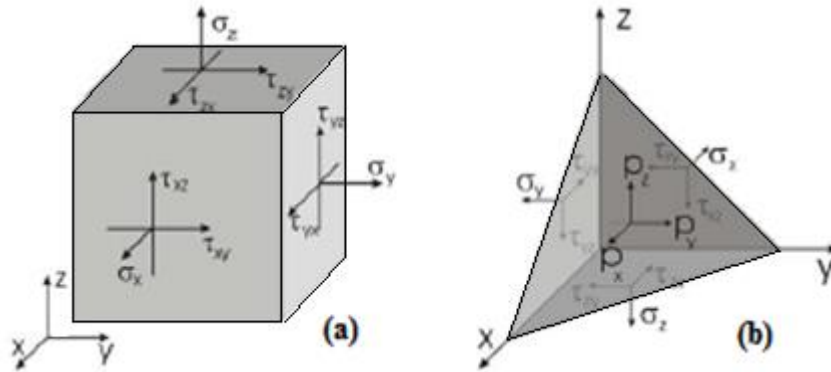


Figura 3.10 - a) Elemento infinitesimal; b) Forças de superfície

A equação que rege o equilíbrio do corpo tem a seguinte forma, em notação indicial:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + b_j = 0 \quad (3.49)$$

Onde σ_{ij} é o tensor tensão, x_i representa as coordenadas cartesianas e b_j as forças mássicas. A igualdade representa o equilíbrio entre as tensões internas do sólido e forças de massa.

Conhecendo cada componente do tensor tensão em um ponto qualquer do corpo e aplicando o equilíbrio dos momentos da Figura 8(b), obtém-se a relação entre as componentes de tração e de tensão, conhecida como fórmula de Cauchy:

$$p_i = \sigma_{ji} \cdot n_j \quad (3.50)$$

Onde p_i são as trações prescritas no contorno, σ_{ji} o tensor tensão e n_j representa os cossenos diretores da normal ao contorno.

A relação deformação-deslocamento pode ser representada admitindo hipóteses de continuidade e pequenas rotações, desprezando alguns termos de ordem superior:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.51)$$

Onde ε_{ij} é o tensor de deformação e u é o deslocamento.

Para garantir a integridade das relações de deformação-deslocamento, alguns cálculos são realizados para eliminar componentes de deslocamento das relações de deformação-deslocamento, obtendo um conjunto de seis equações independentes de compatibilidade de deformação:

$$\varepsilon_{ij,kl} + \varepsilon_{kl,ij} - \varepsilon_{ik,jl} - \varepsilon_{jl,ik} = 0 \quad (3.52)$$

Na Teoria da Elasticidade, define-se a relação entre tensão e deformação pelas equações constitutivas:

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.53)$$

Ou isolando o tensor de deformação:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (3.54)$$

Onde ν é o coeficiente de Poisson, G é o módulo cisalhante, σ_{ij} é o tensor tensão, ε_{ij} é o tensor de deformação e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Aqui também é possível relacionar tensão e deformação através do tensor constitutivo de quarta ordem, que possui constantes elásticas C_{ijkl} :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (3.55)$$

As Equações 3.49, 3.51 e 3.53 formam um conjunto de 15 equações para seis tensões, seis deformações e três deslocamentos. Uma das formas de resolver o sistema é substituir a relação de deslocamento e deformação na Equação constitutiva 3.53 para obter as tensões em termos de gradientes de deslocamentos e posteriormente na Equação de equilíbrio 3.49. Esse procedimento resulta na Equação de Navier:

$$Gu_{j,kk} + \frac{G}{1-2\nu} u_{k,kj} + b_j = 0 \quad (3.56)$$

3.2.2. Método dos Resíduos Ponderados

Em estudos no âmbito da engenharia não é comum conhecer a solução exata de um dado problema, precisando recorrer a outros métodos para chegar em uma solução consideravelmente adequada. A utilização de funções de aproximação é normalmente aplicada nesses casos, com a seguinte forma: $u = \alpha_1.\phi_1 + \alpha_2.\phi_2 + \dots$, onde α_i são coeficientes desconhecidos e ϕ_j são séries de funções conhecidas e linearmente independentes. Esse tipo de funções de aproximações é adotado nas diversas formulações de métodos numéricos como em Elementos Finitos e Elementos de Contorno.

O Método dos Resíduos Ponderados (MRP) é frequentemente usado para aproximação da solução analítica de equações diferenciais. Dada uma equação diferencial, onde D é um operador diferencial, temos:

$$D(u(x)) = P(x) \quad (3.57)$$

Assim, temos a derivada da função $u(x)$ sendo igual a função $P(x)$. Utilizando uma função de aproximação para $u(x)$, onde formam uma série de funções, linearmente independentes e conhecidas, temos:

$$u(x) \approx U(x) = \sum_{i=1}^n c_i N_i(x) \quad (3.58)$$

Onde $U(x)$ é a função aproximada de $u(x)$, c_i são coeficientes a determinar e $N_i(x)$ são funções linearmente independentes entre si. Substituindo a função aproximada, a igualdade frequentemente não é satisfeita, gerando um erro ou resíduo $R(x)$. A ideia principal do MRP é forçar o resíduo a zero no domínio com integrais ponderadas.

$$\int_{\Omega} \omega_i(x) R(x) dx = 0 \quad (3.59)$$

Onde Ω é o domínio de estudo e ω_i são funções de ponderação. A escolha das funções de ponderação ω_i determinam diferentes sub-métodos do MRP, como o Método da Colocação, Método dos Mínimos Quadrados e Método de Galerkin.

3.2.3. Equação Integral de Contorno

Considerando um domínio qualquer Ω e seu contorno composto por Γ_1 e Γ_2 (Figura 3.11):

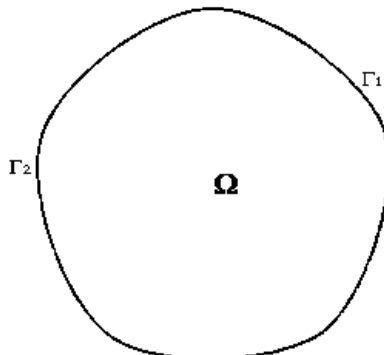


Figura 3.11 - Domínio Ω e Contorno Γ dividido em Γ_1 e Γ_2

Segundo a Teoria da Elasticidade bidimensional, temos as condições de contorno naturais no contorno Γ_2 como:

$$p_i = \sigma_{ji} \cdot n_j = \overline{p_i} \quad (3.60)$$

Onde $\overline{p_i}$ são as trações prescritas no contorno Γ_2 , σ_{ji} o tensor tensão e n_j representa os cossenos diretores da normal ao contorno Γ_2 .

As condições de contorno essenciais são prescritas no contorno Γ_1 :

$$u_i = \overline{u_i} \quad (3.61)$$

Utilizando as equações acima apresentadas, podemos utilizar o MRP para aproximar o valor da Equação de Equilíbrio da Teoria da Elasticidade (Equação 3.49) de sua solução analítica. Assim, temos:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{kj}}{\partial x_j} + b_k \right) u_k^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (p_k - \overline{p_k}) u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\overline{u_k} - u_k) p_k^* d\Gamma \quad (3.62)$$

Os valores de u_k^* e p_k^* são os deslocamentos e trações correspondentes ao campo de ponderação, ou seja:

$$p_k^* = \sigma_{jk} \cdot n_j \quad (3.63)$$

Com as Equações 3.51 e 3.53 provenientes da Teoria da Elasticidade, são aplicados em ambos os campos de aproximação e de ponderação. Integra-se por partes o primeiro termo da Equação 3.62:

$$-\int_{\Omega} \sigma_{kj}^* \varepsilon_{jk}^* d\Omega + \int_{\Omega} b_k^* u_k^* d\Omega = -\int_{\Gamma_2} \bar{p}_k^* u_k^* d\Gamma - \int_{\Gamma_2} p_k^* u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\bar{u}_k^* - u_k^*) p_k^* d\Gamma \quad (3.64)$$

Substituindo o tensor da Equação 3.55 e integrando por partes novamente o primeiro termo, considerando o princípio de reciprocidade devido à simetria de C_{ijkl} :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{jk}^*}{\partial x_j} u_k^* d\Omega + \int_{\Omega} b_k^* u_k^* d\Omega = -\int_{\Gamma_2} \bar{p}_k^* u_k^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} p_k^* u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \bar{u}_k^* p_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_2} u_k^* p_k^* d\Gamma \quad (3.65)$$

Portanto, observando a Equação 3.65, percebe-se que a primeira integral do lado esquerdo apresenta deslocamentos desconhecidos no domínio Ω e as integrais de contorno do lado direito da equação apresentam deslocamentos e trações desconhecidos apenas na superfície externa do corpo. Este procedimento mostra-se bastante usual para eliminar integrais de domínio e levar o problema para o seu contorno.

3.2.4. Identidade de Somigliana

Utilizando a relação da reciprocidade para chegar na Identidade de Somigliana, temos:

$$\int_{\Omega} \sigma_{jk}^* \varepsilon_{jk}^* d\Omega = \int_{\Omega} \varepsilon_{jk}^* \sigma_{jk}^* d\Omega \quad (3.66)$$

Considera-se um corpo definido por $\Omega + \Gamma$ que encontra-se em equilíbrio sob deslocamentos e cargas prescritas. Assumindo um domínio Ω^* com contorno Γ^* contendo o corpo $\Omega + \Gamma$ (Figura 3.12), seu estado de equilíbrio é representado pelo conjunto σ_{ij}^* , ε_{ij}^* , u_i^* , p_i^* e b_i^* .

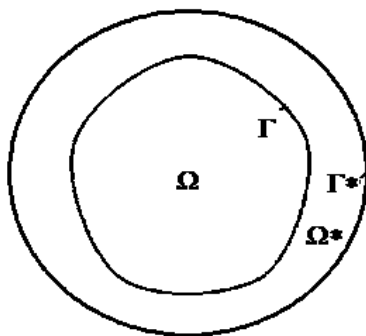


Figura 3.12 - Região contendo o corpo $\Omega + \Gamma$ com as mesmas propriedades elásticas.

Com isso, assume-se que há solução para σ^*_{jk} , pois as propriedades elásticas de ambos os campos são iguais, o que satisfaz o equilíbrio dos corpos. Integrando por parte os dois lados da igualdade da Equação 3.66, obtém-se:

$$\int_{\Omega} b_k^* u_k^* d\Omega + \int_{\Gamma} p_k^* u_k^* d\Gamma = \int_{\Omega} b_k^* u_k^* d\Omega + \int_{\Gamma} p_k^* u_k^* d\Gamma \quad (3.67)$$

A Equação 3.67 é conhecida como Teorema da reciprocidade de Betti: se um estrutura linear é submetida a dois sistemas de forças generalizadas, o trabalho realizado pelas forças generalizadas do primeiro sistema com os correspondentes deslocamentos generalizados do segundo é igual ao trabalho realizado pelas forças generalizadas do segundo sistema com os correspondentes deslocamentos generalizados do primeiro.

Considerando que as componentes das forças mássicas b^*_k representam uma carga pontual unitária aplicada em um ponto $\xi \in \Omega^*$ em cada uma das três direções ortogonais dadas pelo vetor unitário e_i , isto é, definindo $b^*_j = \Delta(\xi, x) e_j$, onde a função $\Delta(\xi, x)$ representa a função delta de Dirac, ξ é o ponto singular da carga e $x \in \Omega^*$ é o ponto fonte.

Se $\xi \in \Omega$, o primeiro termo da Equação 3.67 pode ser substituída por:

$$\int_{\Omega} b_i^* u_i^* d\Omega = u_i^*(\xi) e_i \quad (3.68)$$

Assumindo cada ponto de carga como independente, temos:

$$\begin{aligned} u_j^* &= u_{ij}^*(\xi, x) e_i \\ p_j^* &= p_{ij}^*(\xi, x) e_i \end{aligned} \quad (3.69)$$

Podemos substituir os valores da Equação 3.67 pelas identidades apresentadas nas Equações 3.68 e 3.69, aplicando as propriedades da função de delta de Dirac apropriadamente:

$$u_i^*(\xi) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x) p_j^*(x) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x) u_j^*(x) d\Gamma(x) + \int_{\Omega} u_{ij}^*(\xi, x) b_j^*(x) d\Omega(x) \quad (3.70)$$

Obtém-se a Identidade de Somigliana para deslocamentos, obtida pela reciprocidade com uma solução singular, conhecida como solução fundamental, que satisfaz a equação de Navier apresentada na Equação 3.56.

Utilizando a Lei de Hooke na Identidade de Somigliana, é possível a obtenção na expressão de tensões nos pontos internos:

$$\sigma_{ij}(\xi) = \int_{\Gamma}^* u_{ij}(\xi, x) p_k(x) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} p_{ijk}(\xi, x) u_k(x) d\Gamma(x) + \int_{\Omega}^* u_{ijk}(\xi, x) b_k(x) d\Omega(x) \quad (3.71)$$

3.2.5. Soluções Fundamentais

A solução de Kelvin descreve a resposta de uma corpo elástico em um domínio infinito sob o efeito de uma carga unitária concentrada em um ponto Q , chamado de ponto fonte (Figura 3.13) em um plano bidimensional:

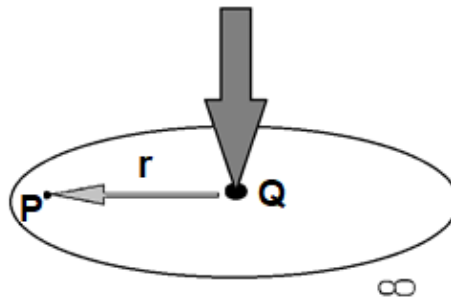


Figura 3.13 - Carga aplicada no ponto fonte em um domínio infinito

As expressões para deslocamentos e trações fundamentais são as seguintes (BREBBIA, 1992):

$$u_{ij}^*(\xi, x) = -\frac{1}{8\pi G(1-\nu)} \left[(3-4\nu) \ln(r) \delta_{ij} - r_{,i} r_{,j} \right] \quad (3.72)$$

$$p_{ij}^*(\xi, x) = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[\frac{\partial r}{\partial n} \left[(1-2\nu) \delta_{ij} + 2r_{,i} r_{,j} \right] - (1-2\nu) (n_j r_{,i} - n_i r_{,j}) \right] \quad (3.73)$$

Onde G é o modulo de cisalhamento, ν é o coeficiente de Poisson, r é a distância entre o ponto fonte e o ponto qualquer do domínio (onde u_{ij} e p_{ij} são observados) e n representa o vetor normal no ponto onde a força de superfície é avaliada.

As deformações e tensões, em qualquer ponto devido a carga pontual unitária, são:

$$\varepsilon_{jki}^*(\xi, x) = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)Gr} \left[(1-2\nu)(r_{,k}\delta_{ij} + r_{,j}\delta_{ik}) - r_{,i}\delta_{ik} + 2r_{,i}r_{,j}r_{,k} \right] \quad (3.74)$$

$$\sigma_{jki}^*(\xi, x) = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[(1-2\nu)(r_{,k}\delta_{ij} + r_{,j}\delta_{ki} - r_{,i}\delta_{jk}) + 2r_{,i}r_{,j}r_{,k} \right] \quad (3.75)$$

Onde δ_{ij} é o delta de Kronecker. Essas expressões são válidas para o estado plano de deformações. Para o caso do estado plano de tensão, o valor de ν é substituído por $\nu/(1+\nu)$.

3.2.6. Sistema de Equações

As equações integrais de contorno apresentadas anteriormente são a base do MEC e são aplicadas no método pela discretização do sólido em elementos de contorno, como observado na Figura 3.14:

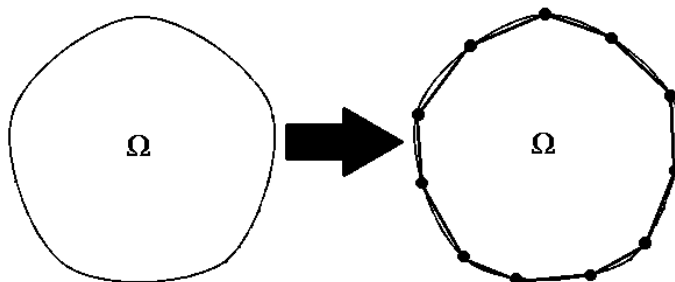


Figura 3.14 - Discretização do contorno do sólido em elementos de contorno

Os elementos básicos de contorno podem ser definidos como: constantes, lineares ou quadráticos. Os elementos constantes possuem incógnitas constantes sobre todo o elemento, os lineares possuem incógnitas que variam linearmente entre os nós e os elementos quadráticos que possui incógnitas variando sobre uma função quadrática, sendo este último o mais aconselhável para contornos curvos.

Os deslocamentos e forças de superfícies são representados em uma série de valores nodais. Os valores fora dos nós são obtidos através de funções de interpolação sobre cada elemento de contorno. Os deslocamentos e forças de superfície são representados, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} u &= \Phi^T u^n \\ p &= \Phi^T p^n \end{aligned} \quad (3.76)$$

Nas Equações 3.76, o valor de n é o número de nós do contorno, Φ são as funções de interpolação.

Utilizando a Equação 3.70, desconsiderando as forças de volume e aplicando as equações de interpolação das Equações 3.76, obtém-se a seguinte equação:

$$c^i u^i = \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Gamma_j}^* u \Phi^T d\Gamma \right) p^n - \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Gamma_j}^* p \Phi^T d\Gamma \right) u^n \quad (3.77)$$

Onde N é o número de elementos de contorno considerado.

Aplicando a Equação 3.77 em todos os nós, gera um sistema de equações no formato de:

$$[H]\{u\} = [G]\{p\} \quad (3.78)$$

Sendo $[H]$ e $[G]$ são matrizes densas e não-simétricas, $\{u\}$ e $\{p\}$ são os vetores com componentes de deslocamento e força de superfície, respectivamente. Introduzindo as condições de contorno no sistema gerado, obtém-se um outro sistema onde é possível reorganizar valores conhecidos e desconhecidos:

$$[A]\{x\} = \{F\} \quad (3.79)$$

Onde $[A]$ é uma matriz gerada pelos elementos da matriz $[H]$ e $[G]$ da Equação 3.78, $\{x\}$ é um vetor que possui valores desconhecidos de deslocamentos e forças de superfície e $\{F\}$ é um vetor que possui valores conhecidos de deslocamentos e forças de superfície. Resolvendo esse sistema, é possível obter os valores de todas as forças e deslocamentos no contorno do problema, utilizando as funções de interpolação em posições entre nós.

Para obter valores em pontos internos do problema, utiliza-se a Identidade de Somigliana (Equação 3.70) com os valores de contorno obtidos pelo sistema da Equação 3.79. Resumidamente, as equações obtidas para os pontos internos são:

$$u_{ijk}^* = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[(1-2\nu)(r_{,k}\delta_{ij} + r_{,j}\delta_{ki} - r_{,i}\delta_{jk}) + 2r_{,i}r_{,j}r_{,k} \right] \quad (3.80)$$

$$p_{ijk}^* = \frac{G}{2\pi(1-\nu)r^2} \left\{ 2 \frac{\partial r}{\partial n} \left[(1-2\nu)\delta_{ijr,k} + \nu(\delta_{ikr,j} + \delta_{jkr,i}) - 4r_{,i}r_{,j}r_{,k} \right] \right. \quad (3.81) \\ \left. + 2\nu(n_{i,r}r_{,j}r_{,k} + n_{j,r}r_{,i}r_{,k}) + (1-2\nu)(2n_{k,r}r_{,i}r_{,j} + n_j\delta_{ik} + n_i\delta_{jk}) - (1-4\nu)n_k\delta_{ij} \right\}$$

3.2.7. Método dos Elementos de Contorno Dual

O termo *dual* vem do uso de duas equações distintas em cada face da trinca, como citado anteriormente, Portela et al. (1992) propôs a utilização dessa metodologia para contornar o problema de degeneração do sistema de equações algébricas gerado pela aplicação direta do MEC e pelas dificuldades apresentadas pela técnica de sub-regiões. Este método é adequado no estudo de propagação de trincas, pois a cada incremento da trinca, geram novos elementos e resultam em linhas e colunas adicionais à matriz já existente, mantendo os valores anteriores e só adicionando novos, diferente da técnica de sub-regiões, onde a cada incremento de trinca resulta em um novo sistema de equações.

Assumindo a ausência de forças de corpo e continuidade de deslocamentos em um ponto x' do contorno, a equação integral de deslocamento é dada por:

$$c_{ij}(x')u_j(x') + CPV \int_{\Gamma} T_{ij}(x',x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} U_{ij}(x',x)t_j(x)d\Gamma(x) \quad (3.82)$$

Onde i e j são componentes cartesianas; $T_{ij}(x',x)$ e $U_{ij}(x',x)$ representam as soluções fundamentais de Kelvin para tração e deslocamento, respectivamente, em um ponto x do contorno. $CPV \int$ é a integral com Valor Principal de Cauchy e $c_{ij}(x')$ apresentam coeficientes dados por $\delta_{ij}/2$ para um contorno suave no ponto x' onde δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Com as mesmas suposições e assumindo a continuidade de trações no ponto x' sobre um contorno suave, a equação integral de tração é dada por:

$$\frac{1}{2}t_j(x') + n_i(x')HPV \int_{\Gamma} S_{ijk}(x',x)u_k(x)d\Gamma(x) = n_i(x')CPV \int_{\Gamma} D_{ijk}(x',x)t_k(x)d\Gamma(x) \quad (3.83)$$

Onde $HPV \int$ é a integral com Valor Principal de Hadamard. Os tensores $S_{ijk}(x',x)$ e $D_{ijk}(x',x)$ contem derivadas de $T_{ij}(x',x)$ e $U_{ij}(x',x)$, respectivamente, da Equação 3.82. O termo $n_i(x')$ representa a i -ésima componente do vetor normal unitário ao contorno, no ponto x' e $t_j(x')$ contém as componentes de tração.

Um exemplo de aplicação do MECD em problemas situados dentro da MFLE é o trabalho desenvolvido por Parvanova e Gospodinov (2007), onde o principal objetivo do estudo era desenvolver um procedimento numérico para resolver problemas de propagação de múltiplas trincas em vigas de concreto. Um exemplo da discretização do contorno de um domínio plano retangular com duas trincas de canto pode ser observado na Figura 3.15. No contorno do domínio apresentado, há elementos de contorno contínuos (C) e descontínuos (N), onde qualquer um pode ser aplicado no contorno, assim como qualquer equação integral (de tração ou de deslocamento) pode ser utilizada. Entretanto, na discretização das trincas, para não haver problemas no procedimento numérico, é preciso aplicar as duas equações integrais de deslocamento (D) e de tração (T), uma em cada face da trinca e apenas elementos descontínuos.

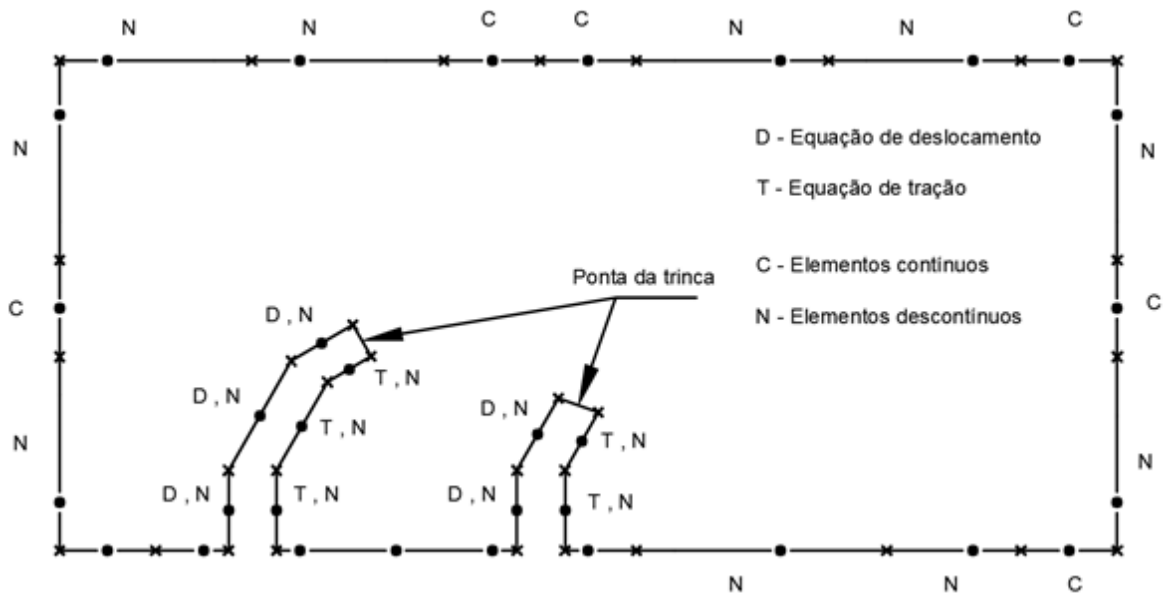


Figura 3.15 - Exemplo de discretização do contorno usando o Método dos Elementos de Contorno Dual

4. BEMLAB2D E BEMCRACKER2D

4.1. GENERALIDADES

Os programas empregados neste trabalho foram desenvolvidos com o intuito de automatizar todo o processo de uma análise de propagação de trinca, desde a definição da geometria do problema, definição da malha, processamento até a apresentação dos resultados. Para isso, Gomes et al. (2016) desenvolveu um programa escrito em C++ para analisar problemas elastostáticos bidimensionais utilizando o MEC fundamentado nos conceitos da Programação Orientada a Objetos (POO), denominado como BemCracker2D. Posteriormente, Delgado Neto et al. (2016) desenvolveram o BemLab2D, uma interface gráfica para pré e pós-processamento, escrita em MatLab, capaz de gerar dados (geometria, malha, condições de contorno etc) para o processador BemCracker2D, onde é feita toda a análise do problema e finalmente, direcionando os resultados da análise de volta para o BemLab2D, onde podem ser visualizados em uma etapa de pós-processamento (gráficos, diagramas, caminho da trinca etc). O processo descrito acima pode ser visualizado no fluxograma apresentado na Figura 4.1, onde é esquematizado todo o processo do trabalho conjunto de ambos os programas:

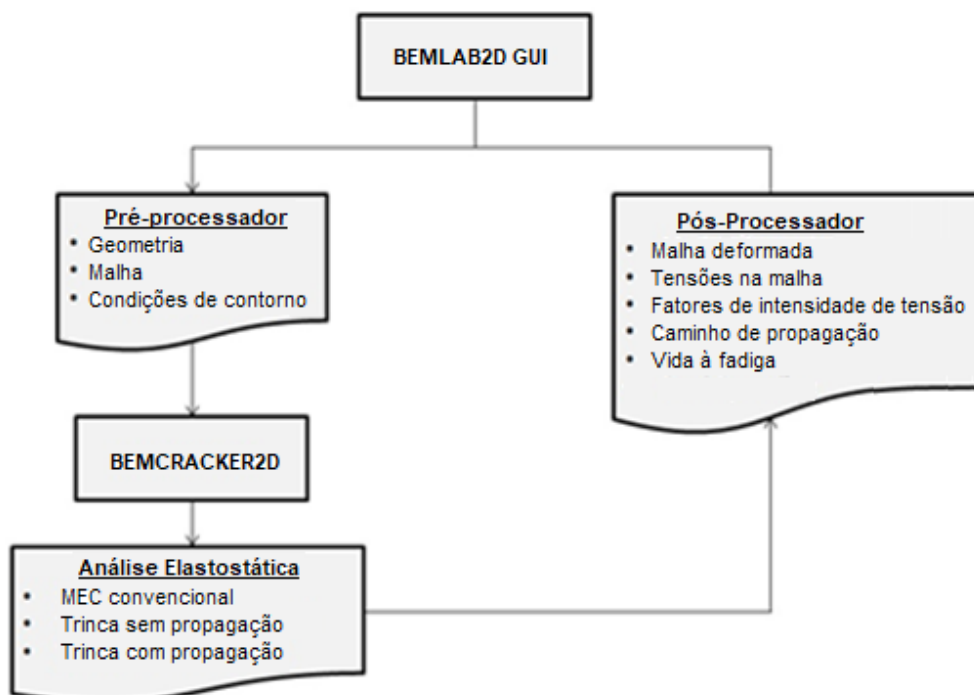


Figura 4.1 – Fluxograma do processo de automatização da análise de propagação de trinca feita pelo BemLab2D e BemCracker2D (Fonte: GOMES et al., 2016)

4.2. SOBRE O BEMLAB2D

Desenvolvido por Delgado Neto et al (2016), o programa BemLab2D é uma interface gráfica com a função de pré e pós-processador, escrita em MATLAB, com o intuito de gerar e visualizar sólidos bidimensionais, proporcionando ferramentas para a entrada de dados do problema de análise por meio de botões, mouse e caixas de diálogos. Além das funções de pré-processador, há também o módulo referente a etapa de pós-processamento, onde é possível solicitar os resultados gerados pelo BemCracker2D. A Figura 4.2 apresenta a tela inicial do BemLab2D:

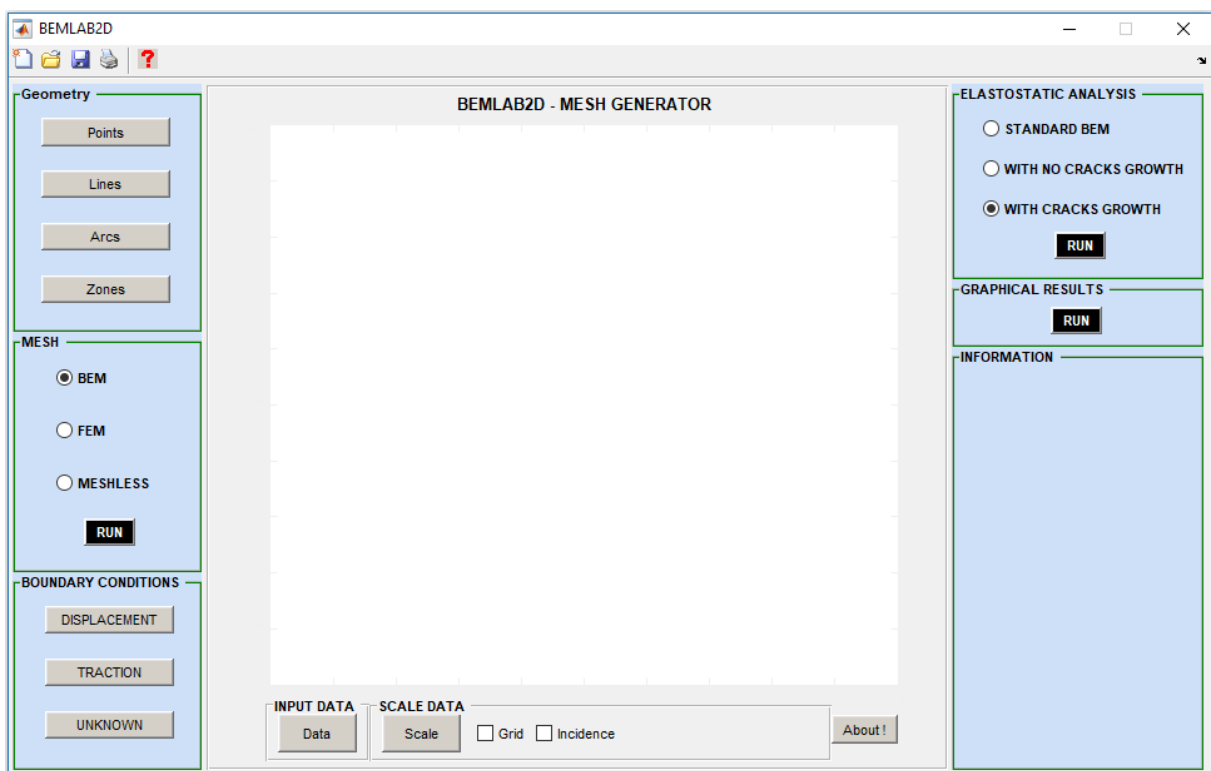


Figura 4.2 - Tela inicial do BemLab2D

O BemLab2D apresenta os seguintes módulos:

- GEOMETRY (Módulo I): Utilizado para a construção do modelo bidimensional do problema por meio de ferramentas de desenho (pontos de auxílio, linhas, arcos e definição de zonas);
- MESH (Módulo II): Utilizado para gerar a malha do problema. Há opções para gerar malhas de MEC, MEF e opção sem malha (*Meshless*). As duas últimas opções não serão utilizadas no presente trabalho, apenas a malha de contorno;

- BOUNDARY CONDITIONS (Módulo III): Aqui são definidos as condições de contorno de deslocamento e de tração;
- ELASTOSTATIC ANALYSIS (Módulo IV): Aqui é definida o tipo de análise que será executado para o problema. Pode-se optar pela análise padrão do MEC, análise sem propagação de trinca e análise com propagação de trinca;
- GRAPHICAL RESULTS (Módulo V): Este módulo é responsável pela visualização dos resultados gerados pelo processador BemCracker2D, onde é possível visualizar a malha deformada, valores dos fatores de intensidade de tensão, propagação da trinca etc.

4.3. SOBRE O BEMCRACKER2D

Desenvolvido por Gomes et al. (2016), o programa BemCracker2D foi escrito em linguagem C++ e fundamentado nos conceitos da Programação Orientada a Objetos (POO) para analisar problemas elastostáticos bidimensionais utilizando o MEC. O BemCracker2D trabalha como o processador da automatização da análise de propagação de trinca em geometrias 2D, recebendo dados da etapa de pré-processamento do BemLab2D e gerando resultados, enviando-os de volta para a etapa de pós-processamento.

Basicamente, o programa consiste em três módulos de processamento:

- MEC padrão (módulo I);
- MECD Sem Propagação (módulo II);
- MECD Com Propagação (módulo III);

Sendo o módulo III utilizado para análise de propagação de trinca, onde a análise de tensões é feita com MEC (ver item 3.2), os fatores de intensidade de tensão são calculados utilizando a Integral-J (ver item 3.1.4), a direção do crescimento da trinca é feita pelo critério MTC (ver item 3.1.7) e a vida à fadiga pela Lei de Paris modificada (ver item 3.1.5), como sugerida por Tanaka (1974).

O programa BemCracker2D é baseado em um conjunto de classes, onde cada uma delas possuem funções para gerar resultados para a etapa de pós-processamento no BemLab2D:

- BemCrk_BEMSYS: Responsável pela leitura, análise, solução e impressão do modelo de trinca;
- BemCrk_GENRL: Responsável pela montagem do sistema de equações do MEC;

- BemCrk_ELEMENT: Responsável pela montagem dos elementos quadráticos contínuos e descontínuos;
- BemCrk_MESH: Responsável pela montagem da malha;
- BemCrk_QUADJAC: Gerador de pontos de Gauss, Jacobiano e Funções de Forma;
- BemCrk_CRACKS: Responsável pela montagem do incremento de crescimento de trinca;
- BemCrk_JINTGR: Gerador dos Fatores de Intensidade de Tensão pela Integral-J;
- BemCrk_SYS: Responsável pelo arranjo de dados gerados e resolução do sistema de equações.

4.4. TESTE DOS PROGRAMAS PARA ANÁLISES EM MODO MISTO I+II

Neste item, serão apresentados dois exemplos com soluções analíticas retiradas da literatura e serão modelados numericamente utilizando o BemLab2D e BemCracker2D. Após a análise de tensões realizada via MEC, determinam-se os fatores de intensidade de tensão (FITs) pela Integral-J. Os resultados de direção de propagação (determinada pelo critério MTC apresentado no item 3.1.7) e vida à fadiga (determinada através da lei de Paris modificada por Tanaka apresentada no item 3.1.5) dependem da exatidão dos valores dos FITs para modelar a propagação de trinca por fadiga de forma satisfatória. Portanto, o intuito é comparar os resultados dos FITs do modo I e modo II de fratura com as soluções analíticas disponíveis, avaliando a exatidão dos resultados dos FITs obtidos numericamente pelo programa.

O primeiro exemplo utilizado é uma chapa quadrada carregada diagonalmente denominada como corpo de prova do tipo DLSP (*Diagonally Loaded Square Plate*). Ayatollahi e Aliha (2009) apresentaram em seu trabalho o espécime DLSP para estudos de fratura em materiais frágeis. O segundo exemplo utilizado é o corpo de prova ARCAN, introduzido inicialmente por Arcan (1978) para estudar a resistência ao cisalhamento de materiais compostos. Posteriormente, o corpo de prova foi adaptado para estudos no âmbito da Mecânica da Fratura (GALYON et al, 2009; BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011).

No Apêndice A, apresenta-se um exemplo de um corpo de prova do tipo tração compacto (CT) com mais detalhes sobre o pré-processamento via BemLab2D.

4.4.1. Primeiro teste – Corpo de prova DLSP

A geometria do corpo de prova DLSP é apresentado na Figura 4.3. O valor de w adotado para as simulações foi de 75 mm. O valor de a adotado foi de 22,5 mm. Os dois furos do corpo de prova tem diâmetro de 8 mm e o centro dos furos está distanciado 25 mm da ponta que se forma no encontro das laterais. Foram realizados cálculos com ângulos α de 0° , 15° , 30° , 45° e $62,5^\circ$.

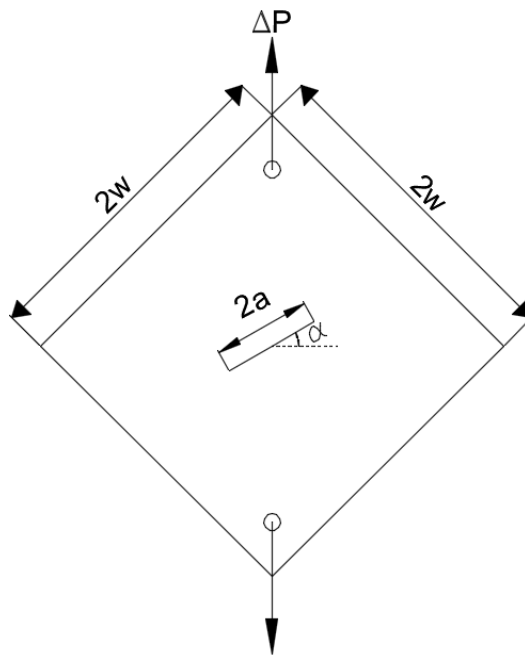


Figura 4.3 - Geometria do corpo de prova DLSP e posição de carregamento

Avatollahi e Aliha (2009) apresentam expressões para os valores dos FITs do corpo de prova DLSP em função dos fatores geométricos Y_I e Y_{II} , que dependem da relação $\frac{a}{w}$ e α , como observado na Equação 4.1 e Equação 4.2. É possível obter os valores dos fatores geométricos através dos gráficos das Figuras 4.4(a) e 4.4(b), para $\frac{a}{w}$ de 0,2 até 0,6 e α de 0° até 90° .

$$K_I = \frac{P}{w \cdot t} \sqrt{\frac{\pi \cdot a}{2}} \cdot Y_I\left(\frac{a}{w}, \alpha\right) \quad (4.1)$$

$$K_{II} = \frac{P}{w \cdot t} \sqrt{\frac{\pi \cdot a}{2}} \cdot Y_{II}\left(\frac{a}{w}, \alpha\right) \quad (4.2)$$

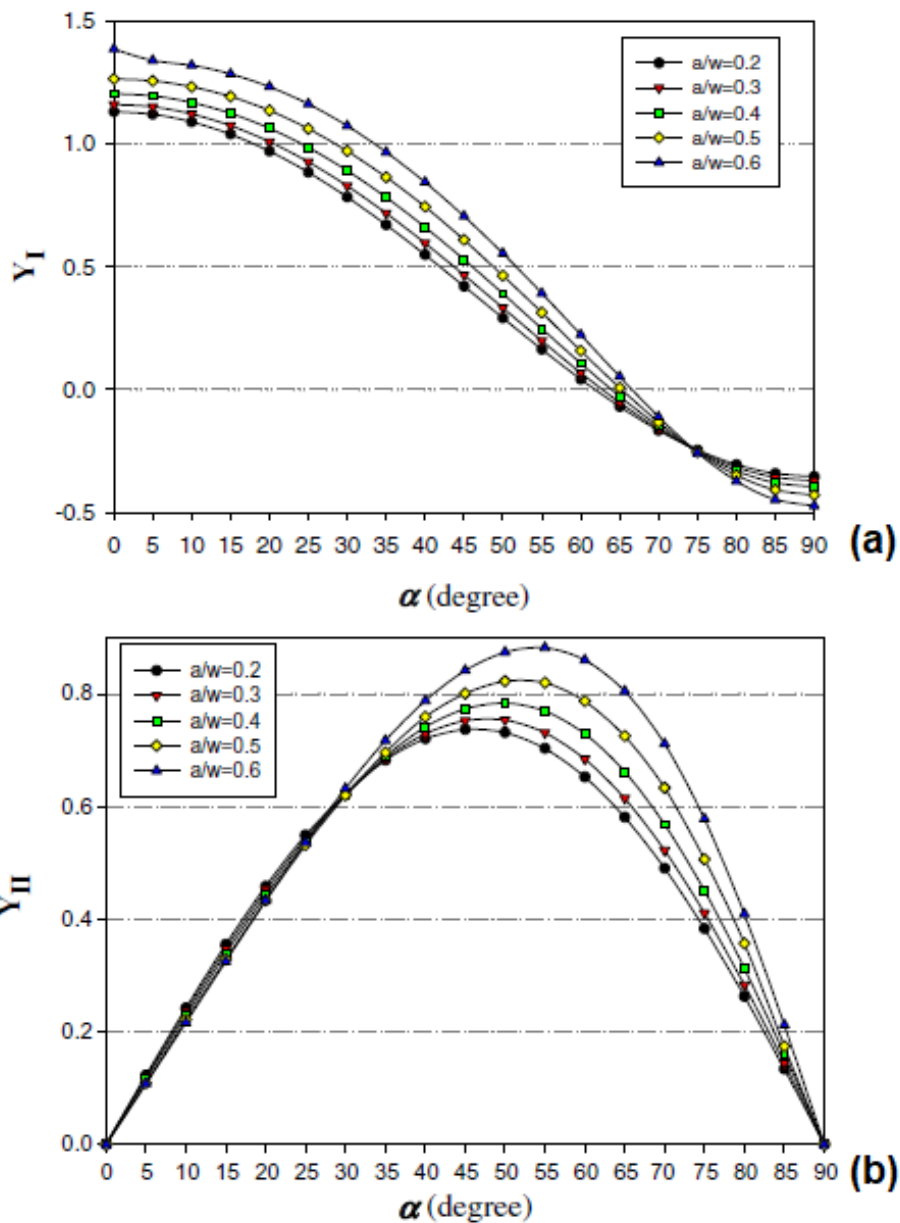


Figura 4.4 - Valores dos fatores geométricos do corpo de prova DLSP – (a) Valores de Y_I , (b) Valores de Y_{II} (Fonte: AVATOLLAHI e ALIHA, 2009)

Para $\frac{a}{w}$ igual a 0,3, obteve-se os seguintes valores de Y_I e Y_{II} nos gráficos (Tabela 4.1):

Tabela 4.1- Valores de Y_I e Y_{II} para $a/w = 0,3$

α (°)	Y_I	Y_{II}
0	1,157	0
15	1,076	0,348
30	0,83	0,621
45	0,465	0,753
62,5	0	0,65

Para calcular os valores dos FITs utilizando as Equações 4.1 e 4.2, considerou-se um valor de espessura t de 1 mm, pois as simulações realizadas pelo BemCracker2D e BemLab2D são simulações bidimensionais. Além disso, utilizando a expressão proposta por Tanaka (apresentada no item 3.1.5), calculou-se o valor do FIT equivalente (K_{eq}) para se obter um valor de 1,48 MPa. \sqrt{m} . Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.2, observando que, para se obter um valor de K_{eq} constante, é preciso mudar o valor de carregamento para cada ângulo.

Tabela 4.2 - Valores dos FITs obtidos pela solução analítica do CP-DLSP

α (°)	P (N)	KI (MPa. \sqrt{m})	KII (MPa. \sqrt{m})	Keq (MPa. \sqrt{m})
0	510.3	1.480	0.000	1.480
15	537.5	1.450	0.469	1.480
30	520.0	1.082	0.809	1.480
45	464.0	0.541	0.876	1.480
62.5	540.0	0.000	0.880	1.480

Para realizar a simulação numérica do problema, primeiramente é preciso montar o modelo geométrico na interface gráfica BemLab2D. Com a geometria apresentada na Figura 4.3, é preciso definir pontos em um plano cartesiano para construir segmentos retos e segmentos curvos. No caso dos segmentos retos, são necessários dois pontos (ponto inicial e ponto final). Para o caso de segmentos curvos, são necessários três pontos (ponto inicial, ponto final e ponto central do círculo ou semicírculo a ser desenhado) e definir o sentido (horário ou anti-horário). As Figuras 4.5(a) e 4.5(b) apresentam os pontos considerados e a geometria do modelo finalizada no BemLab2D, respectivamente.

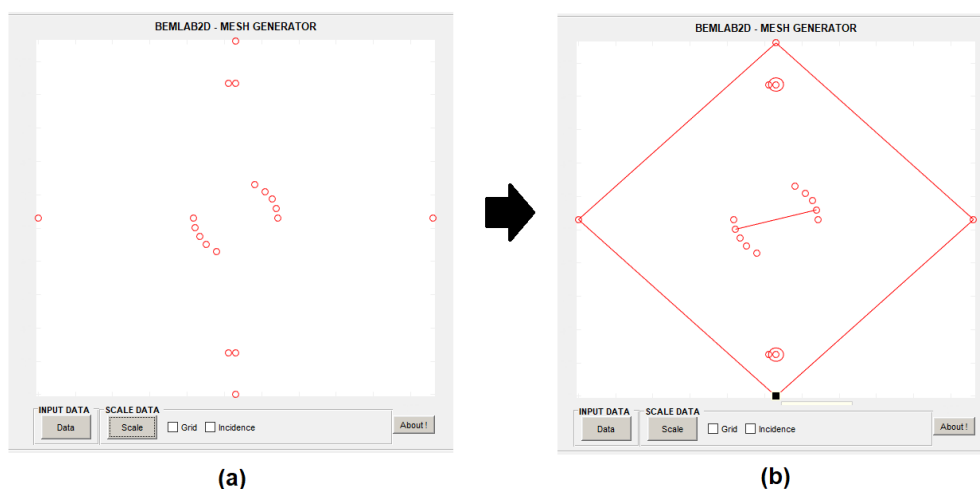


Figura 4.5 – (a) Pontos para construir os segmentos; (b) Modelo geométrico completo no BemLab2D

Após a definição do modelo geométrico do problema, é preciso definir zonas na geometria. As zonas são classificadas em: zona mestre, zona de furo e zona de inclusão. A zona mestre é aquela em que aplica-se as características elásticas do material principal (módulo de Young e coeficiente de Poisson). A zona de furo é aquela onde há vazios, como furos e trincas internas. A zona de inclusão é onde deseja-se aplicar uma zona com características elásticas diferentes das aplicadas na zona mestre, se houver. A Figura 4.6(a) ilustra a janela de definições de zonas do BemLab2D. Nesta análise, não há necessidade de definir os parâmetros elásticos do material, pois os valores dos FITs só dependem do carregamento externo, geometria do corpo de prova e tamanho de trinca.

A próxima etapa é gerar a malha de contorno. Para segmentos retos, existem as opções para dividir o segmento selecionado em elementos contínuos ou descontínuos. No caso de elementos contínuos, basta selecionar o segmento e definir o número de elementos desejado para aquele segmento. No caso de elemento descontínuo, é preciso definir a razão da descontinuidade do segmento, sempre mantendo a soma das razões igual a 1. No caso de segmentos curvos, basta selecioná-los e definir o número de elementos desejado. Todos os elementos são considerados quadráticos pelo programa. A Figura 4.6(b) ilustra a janela de definições de elementos.

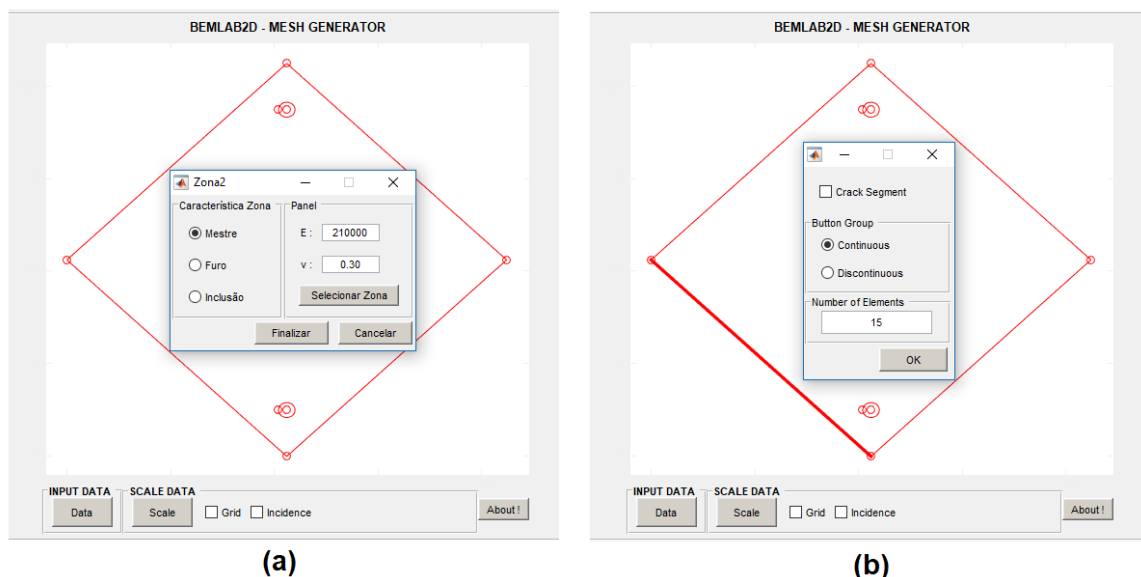


Figura 4.6 – (a) Janela para definir o tipo de zona; (b) Janela para definir o tipo e quantidade de elementos no BemLab2D

A última etapa de pré-processamento é a definição das condições de contorno de deslocamento e de tração. Estas são definidas pela numeração dos elementos e numeração dos nós. A numeração dos elementos é feita de acordo com o sentido de desenho dos segmentos feitos anteriormente. Cada elemento possui três nós, também acompanhando o sentido do desenho. Com essa numeração em mente, as condições de contorno de deslocamento podem ser aplicadas no elemento, na direção X, na direção Y ou na direção normal (definida pelo sentido do desenho). Também podem ser aplicadas diretamente no nó, na direção X ou Y. As condições de contorno de tração são definidas da mesma forma. No caso de aplicação no elemento, é preciso definir o carregamento em megapascal (MPa) e no caso de aplicação no nó, deve-se entrar com o valor de carregamento em quilonewton (kN). As Figuras 4.7(a) e (b) ilustram as janelas para definir as condições de contorno de deslocamento e de tração no BemLab2D, respectivamente.

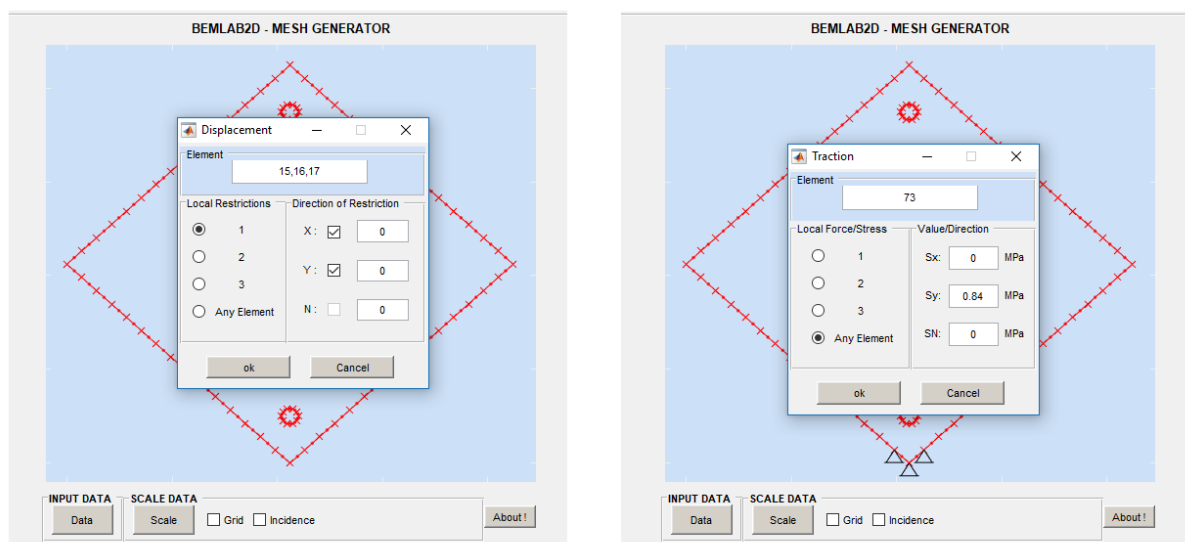


Figura 4.7 – (a) Janela para definir as condições de contorno de deslocamento; (b) Janela para definir as condições de contorno de tração

A Figura 4.8 ilustra o modelo final para o ângulo α igual a 15° que será enviado para o BemCracker2D realizar a etapa de processamento. Foram considerados 86 elementos de contorno no modelo, sendo seis desses para modelar a trinca interna do problema em uma razão de 0.5, 0.3, 0.2 (três elementos para cada face da trinca). Todo o procedimento descrito foi realizado para os ângulos α de 0° , 15° , 30° , 45° e $62,5^\circ$, gerando cinco modelos para cada inclinação de trinca. Após a aplicação das condições de contorno, é preciso definir em qual estado plano a análise será realizada: no estado plano de tensões ou estado

plano de deformações. No caso deste exemplo, optou-se o estado plano de tensões por representar melhor o caso de uma chapa fina ($t = 1$ mm).

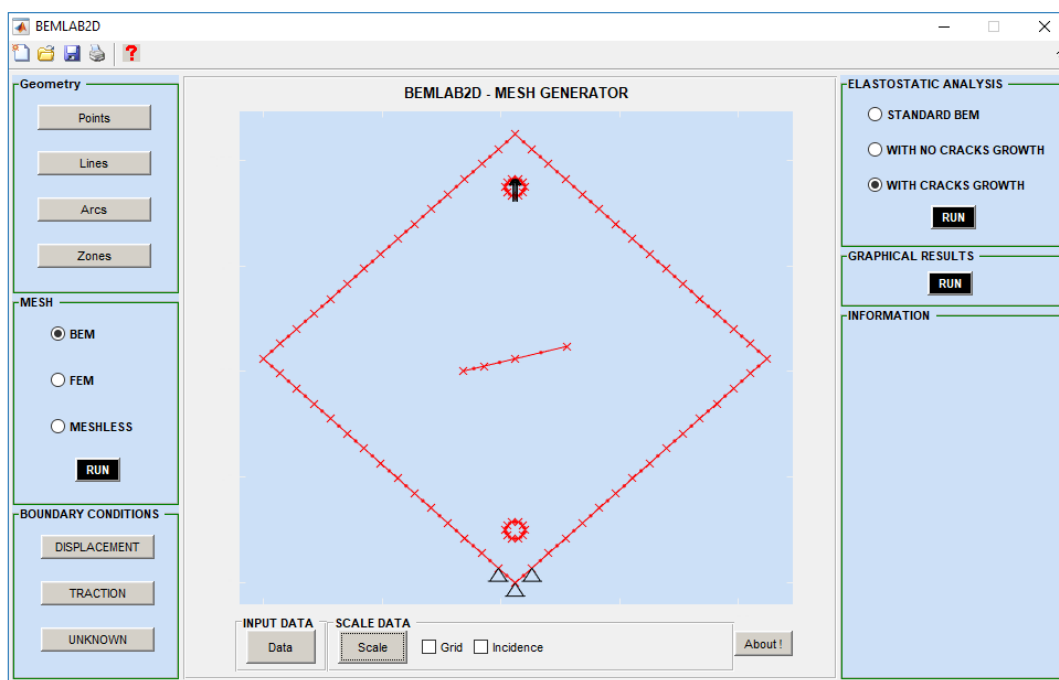


Figura 4.8 – Malha do MEC para o modelo de inclinação de trinca de 15° com as condições de contorno de deslocamento e de tração.

No início da etapa de processamento realizada pelo BemCracker2D, define-se o módulo de processamento (apresentado no item 4.3) como módulo II (MECD sem propagação), a fim de se obter os FITs na ponta da trinca. Os valores obtidos pelo BemCracker2D são apresentados na Tabela 4.3 em comparação aos resultados analíticos da Tabela 4.2, com as diferenças apresentadas em porcentagem. Observa-se que a maior diferença encontrada foi de 3% para K_I no modelo de 45° , uma diferença consideravelmente pequena.

Tabela 4.3 – Comparativo entre resultados analíticos e numéricos do corpo de prova DLSP

α	ANALITICO			BEMCRACKER2D			Diferença entre analítico e BemCracker 2D	
	KI (MPa \sqrt{m})	KII (MPa \sqrt{m})	Keq (MPa \sqrt{m})	KI (MPa \sqrt{m})	KII (MPa \sqrt{m})	Keq (MPa \sqrt{m})	KI	KII
0	1.480	0.000	1.480	1.480	-0.001	1.480	0.0%	0.0%
15	1.450	0.469	1.480	1.452	0.460	1.480	0.1%	1.9%
30	1.082	0.809	1.480	1.096	0.804	1.479	1.3%	0.6%
45	0.541	0.876	1.480	0.557	0.875	1.480	2.9%	0.0%
63	0.000	0.880	1.480	0.030	0.880	1.480	0.0%	0.1%

4.4.2. Segundo teste – Corpo de prova ARCAN

A geometria do corpo de prova ARCAN é apresentada na Figura 4.9. O valor de a considerado para os cálculos foi de 3 mm. O valor de b considerado foi de 38.1 mm.

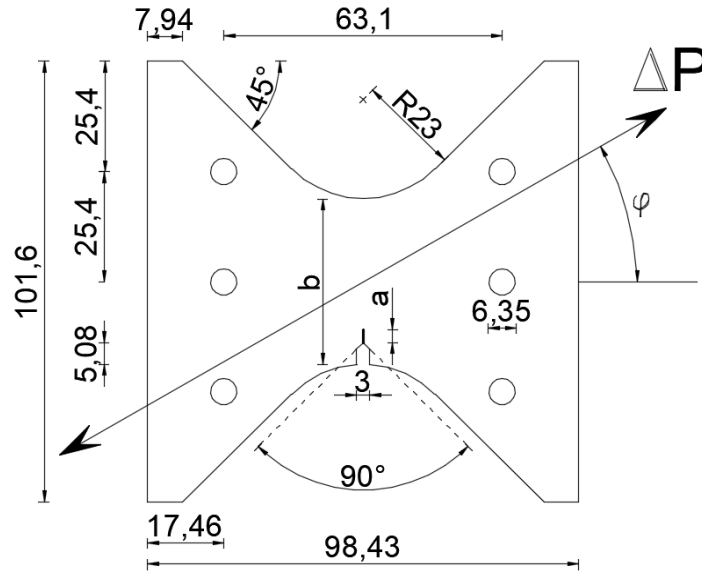


Figura 4.9 – Dimensões do corpo de prova ARCAN em milímetros

As seguintes expressões analíticas para o corpo de prova ARCAN foram utilizadas (BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011):

$$K_I = \frac{P}{b \cdot t} \cdot \cos \varphi \cdot f_I \left(\frac{a}{b} \right) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (4.3)$$

$$K_{II} = \frac{P}{b \cdot t} \cdot \sin \varphi \cdot f_{II} \left(\frac{a}{b} \right) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (4.4)$$

Onde as expressões dos fatores geométricos são determinadas pelas Equações 4.5 e 4.6 a seguir:

$$f_I \left(\frac{a}{b} \right) = 1,12 - 0,231 \cdot \left(\frac{a}{b} \right) + 10,55 \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 21,27 \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 30,39 \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^4 \quad (4.5)$$

$$f_{II} \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{1,122 - 0,561 \cdot \left(\frac{a}{b} \right) + 0,085 \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 0,180 \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^3}{\left[1 - \left(\frac{a}{b} \right) \right]^{1/2}} \quad (4.6)$$

Foram considerados ângulos de carregamento φ de 0° , 15° , 30° , 45° , 60° e 75° . O carregamento considerado mudou para cada ângulo proposto com o intuito de manter K_{eq} constante igual à $7,59 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ utilizando a expressão de Tanaka apresentada no item 3.1.5. A Tabela 4.4 apresenta os resultados dos FITs considerando uma espessura t de 1 mm.

Tabela 4.4 – Valores dos FITs analíticos do CP-ARCAN

φ ($^\circ$)	P (N)	KI (MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$)	KII (MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$)	Keq (MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$)
0	2573.76	7.590	0.000	7.590
15	2573.76	7.331	1.964	7.590
30	2592.8	6.622	3.710	7.590
45	2573.776	5.367	5.367	7.590
60	2632.1	3.881	6.523	7.590
75	2646.9	2.020	7.316	7.590

A simulação numérica do problema foi realizada através do BemLab2D, onde construiu-se o modelo geométrico, malha de elementos de contorno e aplicou-se as condições de contorno. Os passos para construção do modelo geométrico até o modelo final com as condições de contorno aplicadas foram os mesmo descritos no item anterior 4.4.1. As Figuras 4.10(a) e (b) ilustram o modelo geométrico e a malha de contorno consideradas, respectivamente.

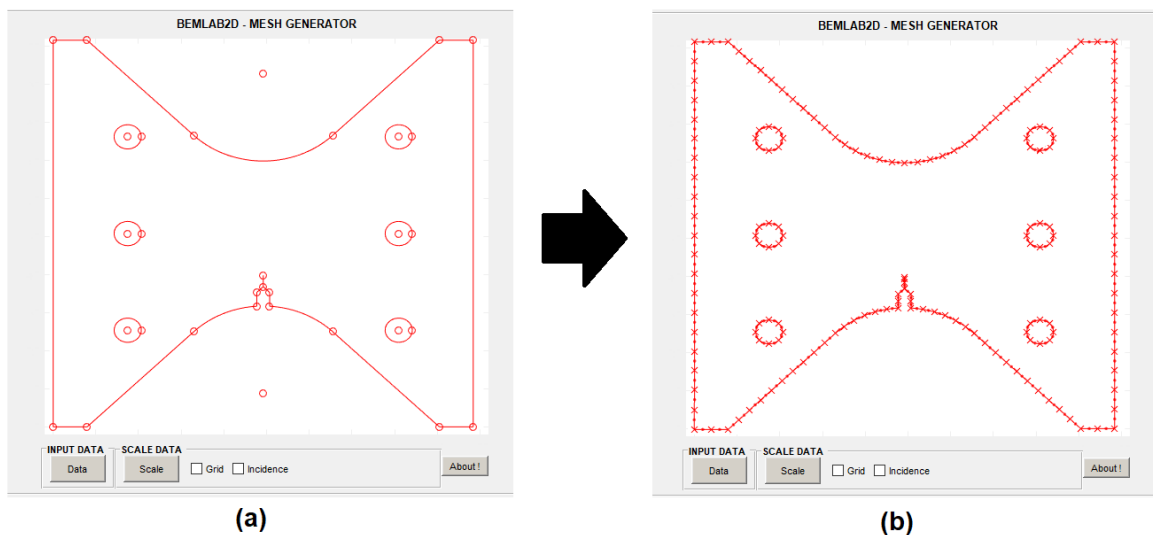


Figura 4.10 – (a) Modelo geométrico; (b) Malha de elementos de contorno feita no BemLab2D

A definição das condições de contorno finais só foram estabelecidas após vários testes para encontrar o melhor modelo para o problema. Primeiramente, para simular os carregamentos inclinados, considerou-se a decomposição do carregamento em componente X e componente Y. Os valores das componentes do carregamento são apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Componentes X e Componentes Y dos carregamentos considerados

φ (°)	P (N)	P _x (N)	P _y (N)
0	2573.76	2573.76	0.000
15	2573.76	2486.062	666.140
30	2592.8	2245.429	1296.403
45	2573.776	1819.931	1819.93
60	2632.1	1316.044	2279.469
75	2646.9	685.060	2556.711

Na Figura 4.11, apresenta-se a forma de aplicação das componentes do carregamento nos furos centrais do corpo de prova.

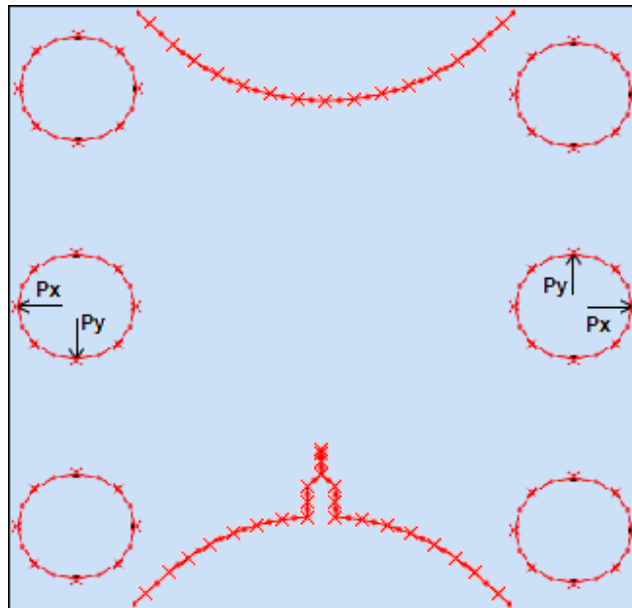


Figura 4.11 – Condições de contorno de tração consideradas no modelo do CP-ARCAN

Foram realizados testes com várias posições para as restrições de deslocamento e também aplicação do carregamento nos furos inferiores e superiores, passando pela etapa de processamento e avaliando os fatores de intensidade de tensão. O modelo final foi estabelecido quando a diferença entre os FITs numéricos e analíticos apresentaram uma diferença mínima possível. A Figura 4.12 ilustra o modelo final construído para o

problema. Foram considerados 172 elementos de contorno no modelo, sendo seis desses para modelar a trinca de canto do problema em uma razão de 0.5, 0.3, 0.2 (três elementos para cada face da trinca).

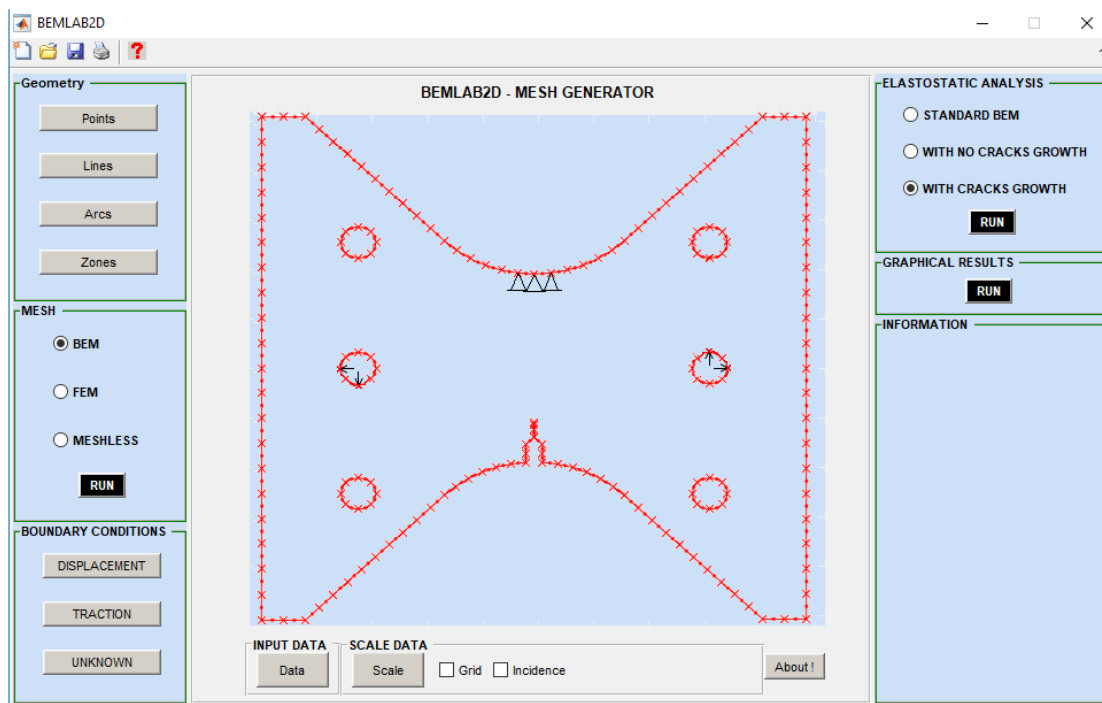


Figura 4.12 – Modelo final para análise do CP-ARCAN

Na Tabela 4.6 é possível observar os resultados dos FITs numéricos encontrados e suas respectivas diferenças percentuais entre analítico e numérico. Observa-se que a maior diferença foi de aproximadamente 5% para o caso de inclinação de carga ϕ de 15° , uma diferença consideravelmente pequena e aceitável para análises em modo misto.

Tabela 4.6 - Comparativo entre resultados analíticos e numéricos do corpo de prova ARCAN

ϕ	ANALITICO			BEMCRACKER2D			Diferença entre analítico e BemCracker 2D	
	KI (MPa \sqrt{m})	KII (MPa \sqrt{m})	Keq (MPa \sqrt{m})	KI (MPa \sqrt{m})	KII (MPa \sqrt{m})	Keq (MPa \sqrt{m})	KI	KII
0	7.590	0.000	7.590	7.590	0.000	7.590	0.00%	0.00%
15	7.331	1.964	7.590	7.356	1.870	7.590	0.34%	4.94%
30	6.622	3.710	7.590	6.681	3.602	7.590	0.89%	2.94%
45	5.367	5.367	7.590	5.370	5.363	7.590	0.06%	0.07%
60	3.881	6.523	7.590	4.015	6.441	7.590	3.40%	1.26%
75	2.020	7.316	7.590	2.038	7.311	7.590	0.88%	0.07%

5. METODOLOGIA

5.1. GENERALIDADES

A metodologia deste trabalho consiste em simular numericamente, utilizando os programas BemCracker2D e BemLab2D (ver item 4), ensaios experimentais e numéricos encontrados em pesquisas de propagação de trinca por fadiga em modo misto (I+II) de fratura. Neste item serão descritos os exemplos retirados da literatura para realizar as simulações, apresentando suas respectivas metodologias numéricas e/ou experimentais adotadas pelos autores referenciados, assim como os modelos numéricos construídos via interface gráfica BemLab2D. Posteriormente, serão apresentados os resultados gerados pelo BemCracker2D, comparando-os com os resultados numéricos e experimentais retirados da literatura.

O primeiro exemplo adotado foi apresentado por Boljanovic e Maksimovic (2011), em que realizaram-se simulações numéricas via MEF de uma viga de polimetacrilato de metila (acrílico), sujeita a um carregamento cíclico de amplitude constante. Os resultados numéricos são comparados com resultados experimentais apresentados por Grigoriu et al (1990).

O segundo exemplo, também apresentado por Boljanovic e Maksimovic (2011), consiste em ensaios experimentais e numéricos via MEF de uma chapa de alumínio 2024-T3 com uma trinca inicial localizada na borda de um único furo no centro da chapa, formando um ângulo de 45° em relação ao carregamento.

O terceiro exemplo apresentado por Sato (2009), consiste em ensaios experimentais de uma chapa de alumínio 2024-T3 com um entalhe central inclinado à 45°. Os resultados experimentais foram apresentados em comparação aos resultados numéricos gerados por um algoritmo baseado em MECD, programado por Sato (2009).

O quarto e último exemplo adotado foram os ensaios experimentais e numéricos realizados por Ma et al (2006) em corpos de prova do tipo CTS (*compact-tension-shear*). Utilizaram-se corpos de prova CTS de alumínio 7005 e aço S460, com e sem soldas, a fim de realizar um estudo do efeito da solda na vida à fadiga do material. Além disso, foi proposta uma correção no coeficiente C da lei de Paris (ver item 3.15) em análises em modo misto de fratura.

5.2. PRIMEIRO EXEMPLO – VIGA BIAPOIADA COM FUROS

5.2.1. Apresentação do primeiro exemplo

Boljanovic e Maksimovic (2011) apresentaram este exemplo para examinar a trajetória da propagação de uma trinca em uma viga de polimetacrilato de metila (acrílico) de espessura 12,7 mm com a presença de furos (Figura 5.1)

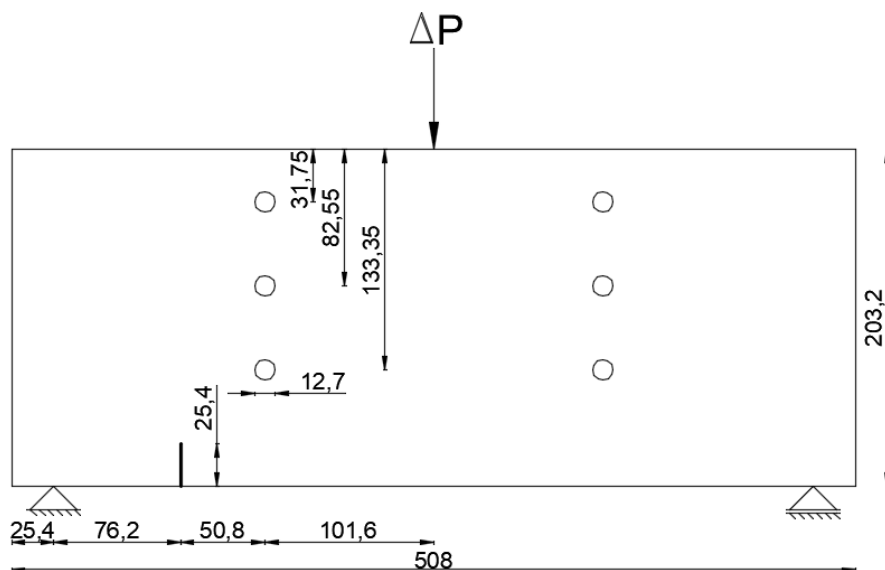


Figura 5.1 – Geometria da viga de acrílico especificada em milímetros

Os ensaios experimentais foram realizados por Ingraffea e Grigoriu (1990), utilizando um carregamento cíclico de amplitude constante, sendo o carregamento máximo de aproximadamente de $P_{max} = 5,7$ kN e carregamento mínimo de $P_{min} = 0,57$ kN, aplicados na parte superior central da viga, como ilustrado na Figura 5.1. O módulo de Young do material adotado é $E = 3268$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.38$.

A simulação numérica do problema foi realizada via MEF utilizando elementos *quarter-points* para discretizar as regiões próximas da trinca e os conceitos da MFLE para calcular os FITs em modo misto. Boljanovic e Maksimovic (2011) utilizaram o critério MTC (ver item 3.1.7) para definir a direção de propagação. Realizou-se a análise incremental em 9 passos de 12,7 milímetros cada incremento, com exceção do último incremento de 6,4 milímetros nas proximidades do furo, calculando os FITs do modo I e modo II para cada incremento. A Figura 5.2 ilustra a malha do MEF no final da análise realizada por Boljanovic e Maksimovic (2011).

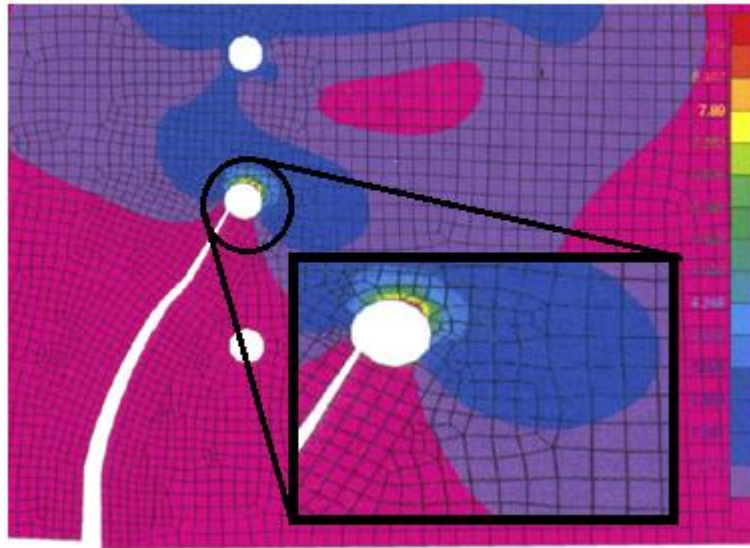


Figura 5.2 – Malha de elementos finitos no final da análise realizada por Boljanovic e Maksimovic (Fonte: BOLJANOVIC E MAKSIMOVIC, 2011)

5.2.2. Construção do modelo numérico do primeiro exemplo via BemLab2D

Primeiramente, é preciso definir pontos de referência para construção do modelo geométrico no BemLab2D, assim como descrito no item 4.4.1. Adotou-se um sistema de coordenadas cartesianas com origem no canto inferior esquerdo da viga, como ilustrado na Figura 5.3.

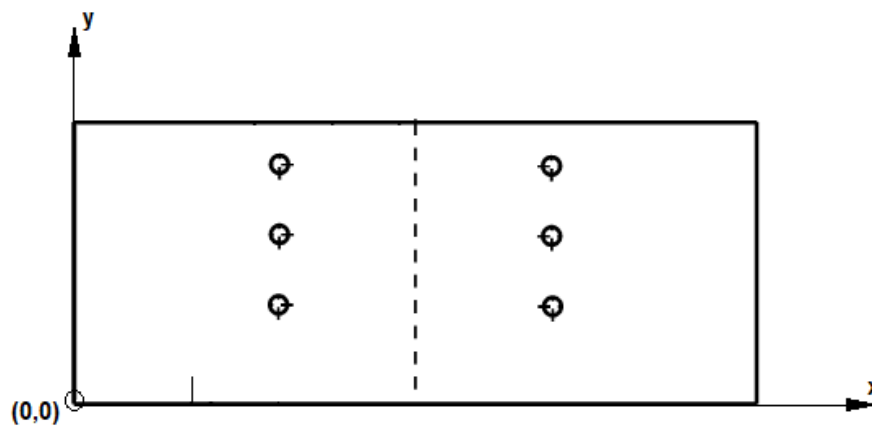


Figura 5.3 – Sistema de coordenadas cartesianas adotada para viga bi apoiada

A partir dos pontos de referência retirados do sistema de coordenadas cartesianas da Figura 5.3, construiu-se o modelo geométrico no BemLab2D, ilustrado na Figura 5.4 a seguir. A ponta da trinca está localizada nas coordenadas $(x,y)=(101.6,25.4)$.

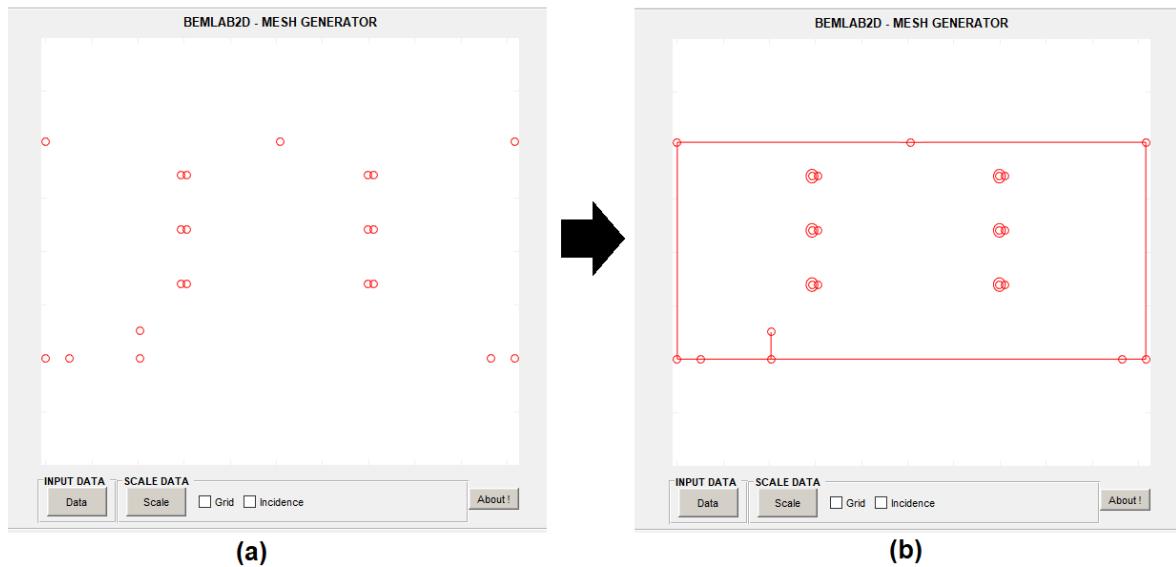


Figura 5.4 – (a) Pontos de referência para desenho dos segmentos; (b) Modelo geométrico finalizado no BemLab2D da viga bi apoiada

O próximo passo é a definição de zonas de cada elemento da geometria. Para definir a zona mestre, é preciso ter conhecimento dos parâmetros elásticos do material: módulo de Young e coeficiente de Poisson. Os seus valores para o material polimetacrilato de metila (acrílico) são $E = 3268$ MPa e $\nu = 0.38$, respectivamente. Os seis furos presentes na viga foram definidos como zonas de furo.

A construção da malha gerou um total de 156 elementos, sendo seis desses para modelar a trinca de canto em uma razão de 0.5, 0.3, 0.2 (três elementos para cada face da trinca). As condições de contorno adotadas podem ser observadas no modelo final ilustrado na Figura 5.5, assim como a malha de contorno.

Após a construção do modelo para uma análise incremental, é preciso definir os valores de incrementos, tamanho de incremento, coeficientes de Paris, razão de carga e número de pontos de Gauss para integração numérica. O BemLab2D solicita esses valores do usuário após a construção de todo o modelo numérico, como observado na Figura 5.6.

Foi necessário realizar duas análises devido ao último incremento de 6,4 milímetros adotado por Boljanovic e Maksimovic (2011), mudando o tamanho do incremento de 12,7 para 6,4 milímetros. Os coeficientes de Paris para esta análise não são necessários, pois não é apresentado resultados de vida à fadiga do material, apenas FITs e direção de propagação.

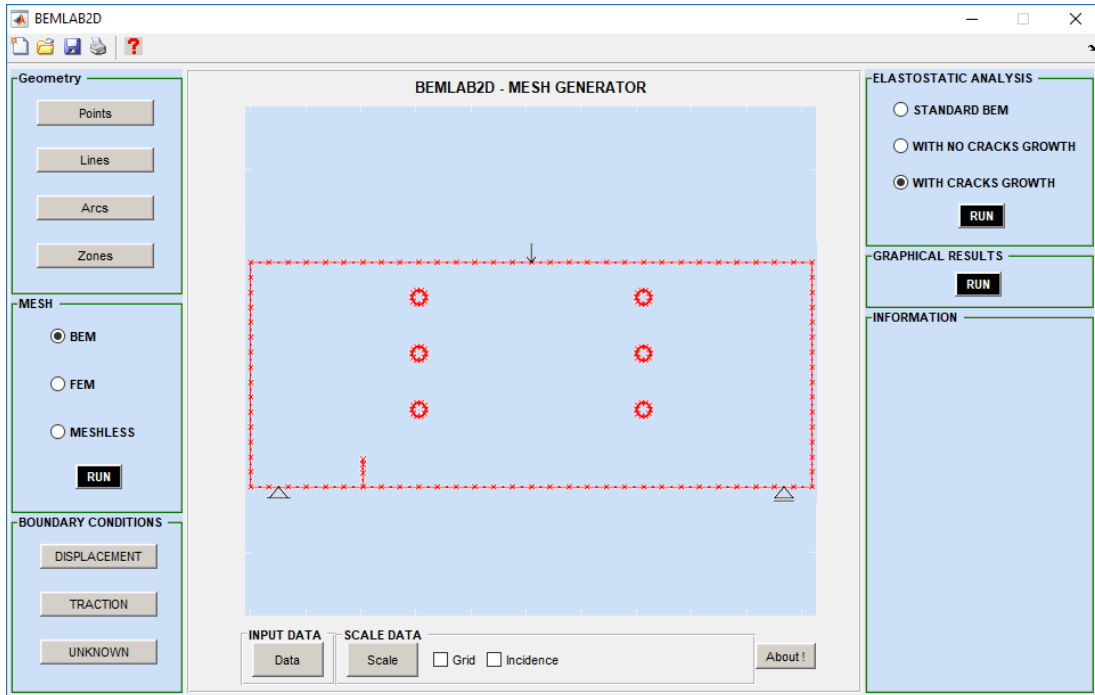
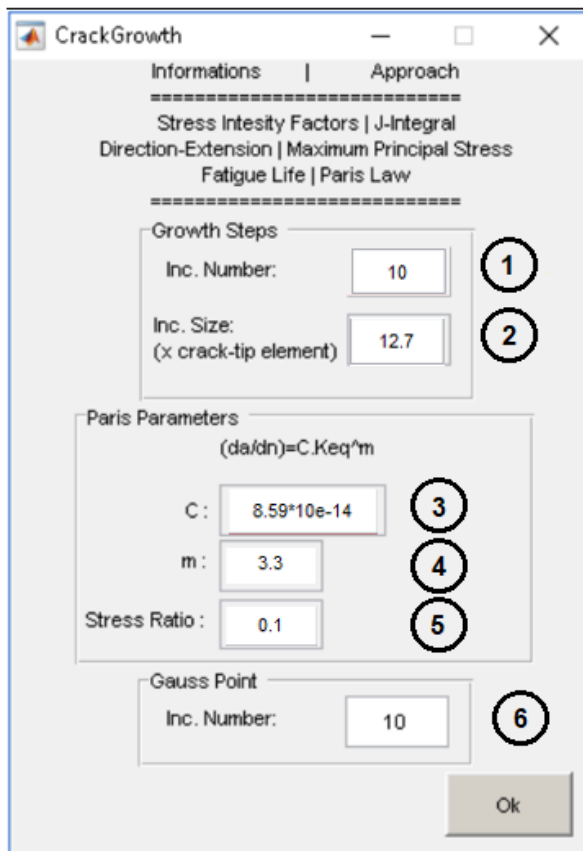


Figura 5.5 – Modelo numérico final da viga biapoada com furos construído via BemLab2D



LEGENDA

- 1 - Número de incrementos
- 2 - Tamanho dos incrementos
- 3 - Coeficiente C da Lei de Paris
- 4 - Coeficiente m da Lei de Paris
- 5 - Razão de carga (P_{min}/P_{max})
- 6 - Número de pontos de Gauss

Figura 5.6 – Janela de entrada de valores para análise incremental

5.3. SEGUNDO EXEMPLO – CHAPA COM FURO CENTRAL

5.3.1. Apresentação do segundo exemplo

Boljanovic e Maksimovic (2011) utilizaram uma chapa de alumínio 2024 T3 com entalhe localizado na borda de um único furo no centro da chapa, como ilustrado na Figura 5.7, formando um ângulo de 45° em relação ao carregamento. A espessura da chapa é de 5 mm.

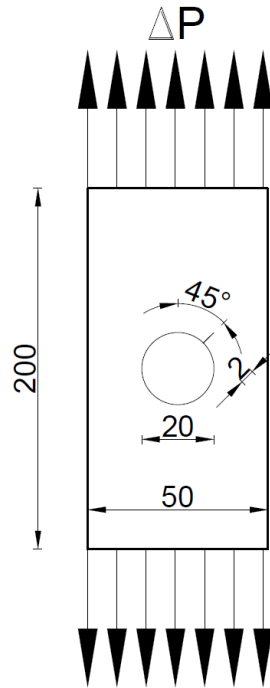


Figura 5.7 – Geometria da chapa de alumínio especificada em milímetros

Foram realizados ensaios experimentais na chapa aplicando cargas senoidais de amplitude constante com valor equivalente máximo de $P_{max} = 5.2$ kN e valor mínimo de $P_{min} = 0.52$ kN. A razão entre o carregamento mínimo e máximo é $R = P_{min} / P_{max} = 0.1$. O módulo de Young adotado pelo autor é $E = 71.2$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$. Foram apresentados resultados experimentais apenas do caminho de propagação, não apresentando resultados para vida à fadiga para esse exemplo.

A simulação numérica do problema foi realizada via MEF utilizando elementos *quarter-points* para discretizar as regiões próximas da trinca e os conceitos da MFLE para calcular os FITs em modo misto através do MEF. Boljanovic e Maksimovic (2011) utilizaram o critério MTC (ver item 3.1.7) para definir a direção de propagação. Considerou-se 9 incrementos para análise, cada incremento avança em torno de 2 mm a partir da ponta da trinca. No sétimo incremento a trinca avança 0.3 mm e finalmente sofre um avanço de 2.3

mm, onde ocorre a falha do material. Além disso, formulou-se uma expressão polinomial de terceiro grau para encontrar o número de ciclos em pontos de interesse utilizando valores computados pelo MEF de FITs para diferentes extensões de trinca:

$$\Delta K_{eq} = A_3 a^3 - A_2 a^2 + A_1 a - A_0 \quad (5.1)$$

Onde $A_0 = 0.54 \text{ MPa.m}^{1/2}$, $A_1 = 1257.01 \text{ MPa.m}^{-1/2}$, $A_2 = 100772.16 \text{ MPa.m}^{-3/2}$, $A_3 = 4038712.50 \text{ MPa.m}^{-5/2}$ e a são valores da extensão de trinca em metros. Desta forma, utilizando a Equação 3.27, apresentada no item 3.1.5, e integrando-a numericamente, é possível obter os valores dos números de ciclos. Boljanovic e Maksimovic (2011) consideraram o método de Euler para integração numérica da Equação 3.27. A Figura 5.8 ilustra a malha do MEF para quatro diferentes passos de propagação:

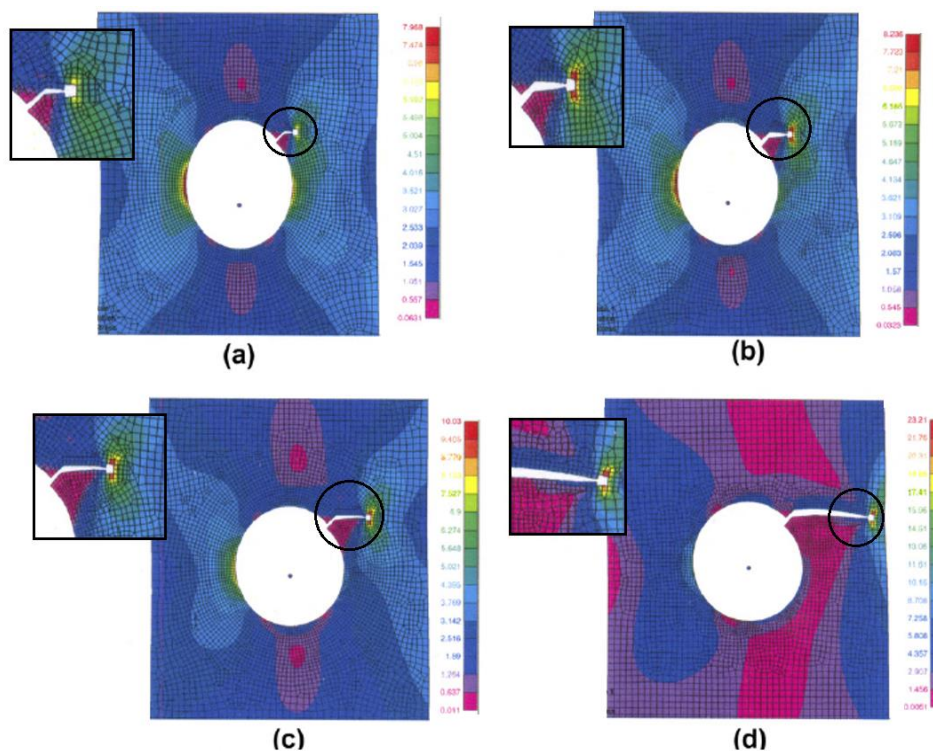


Figura 5.8 - Malha de elementos finitos para quatro diferentes passos de propagação da simulação – (a) Primeiro passo; (b) Segundo passo; (c) Terceiro passo; (d) Quarto passo (Fonte: BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011)

5.3.2. Construção do modelo numérico do segundo exemplo via BemLab2D

O sistema de coordenadas cartesianas adotado para construção do modelo geométrico é ilustrado na Figura 5.9, indicando a sua origem no centro do furo da chapa. A ponta do entalhe está localizada na coordenada $(x,y)=(8.48,8.48)$.

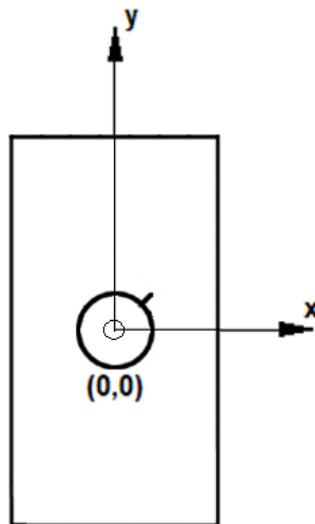


Figura 5.9 – Sistema de coordenadas cartesianas adotado para a chapa com furo

A partir dos pontos de referência criados com base no plano cartesiano adotado, criou-se o modelo geométrico no BemLab2D ilustrado na Figura 5.10.



Figura 5.10 - (a) Pontos de referência para desenho dos segmentos; (b) Modelo geométrico finalizado no BemLab2D da chapa com furo central

Os valores dos parâmetros elásticos do material alumínio 2024 T3 para definição da zona mestre foram aqueles adotados por Boljanovic e Maksimovic (2011): módulo de Young de $E = 71.2$ GPa e coeficiente de Poisson de $\nu = 0.38$. O furo central e a trinca em seu extremo foram definidas como zona de furo.

A construção da malha gerou um total de 106 elementos, sendo seis desses para modelar a trinca em uma razão de 0.5, 0.3, 0.2 (três elementos para cada face da trinca). As condições

de contorno de deslocamento e tração foram testadas em diversas posições para melhor simulação do problema, observando os valores dos FITs e inclinação de propagação na etapa de pós-processamento, sofrendo alterações até um modelo ideal para análise. As condições de contorno finais adotadas podem ser observadas no modelo final ilustrado na Figura 5.11, assim como a malha de contorno.

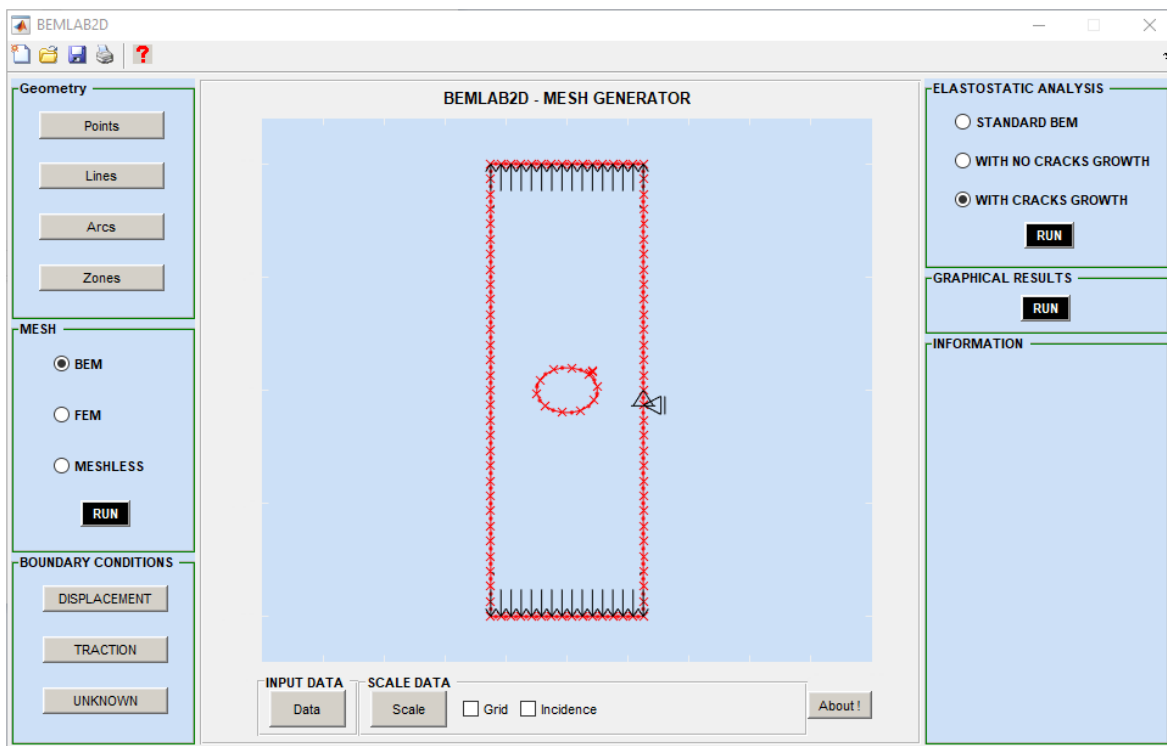


Figura 5.11 - Modelo numérico final da chapa com furo construído via BemLab2D

Foram considerados dois modelos para adquirir resultados dos incrementos de tamanhos diferentes. O primeiro modelo avança 2 mm por incremento, sendo um total de 7 incrementos. O segundo modelo considerou avanços de 1,625 mm para adquirir resultados do 8º e 9º incremento correspondentes ao modelo de Boljanovic e Maksimovic (2011).

Os valores solicitados pelo BemLab2D para análise incremental foram: razão de carga $R = 0,1$; número de pontos de Gauss = 10; os coeficientes de Paris considerados por Boljanovic e Maksimovic (2011) foram $C = 2.22 \cdot 10^{-10} \frac{m/\text{ciclo}}{(MPa\sqrt{m})^m}$ e $m = 3.545$. O valor do coeficiente C de Paris sofreu correção de acordo com a Equação 3.29, proposta por Ma et al (2006) para análises em modo misto. Essa correção foi considerada por Boljanovic e Maksimovic (2011) e também foi considerada na análise via BemCracker2D aqui proposta.

5.4. TERCEIRO EXEMPLO – CHAPA COM ENTALHE INCLINADO À 45°

5.4.1. Apresentação do terceiro exemplo

Sato (2009) utilizou várias chapas de alumínio 2024 T3 de espessura 1,02 mm com um entalhe central inclinado à 45° para ensaios experimentais e numéricos, como ilustrado na Figura 5.12.

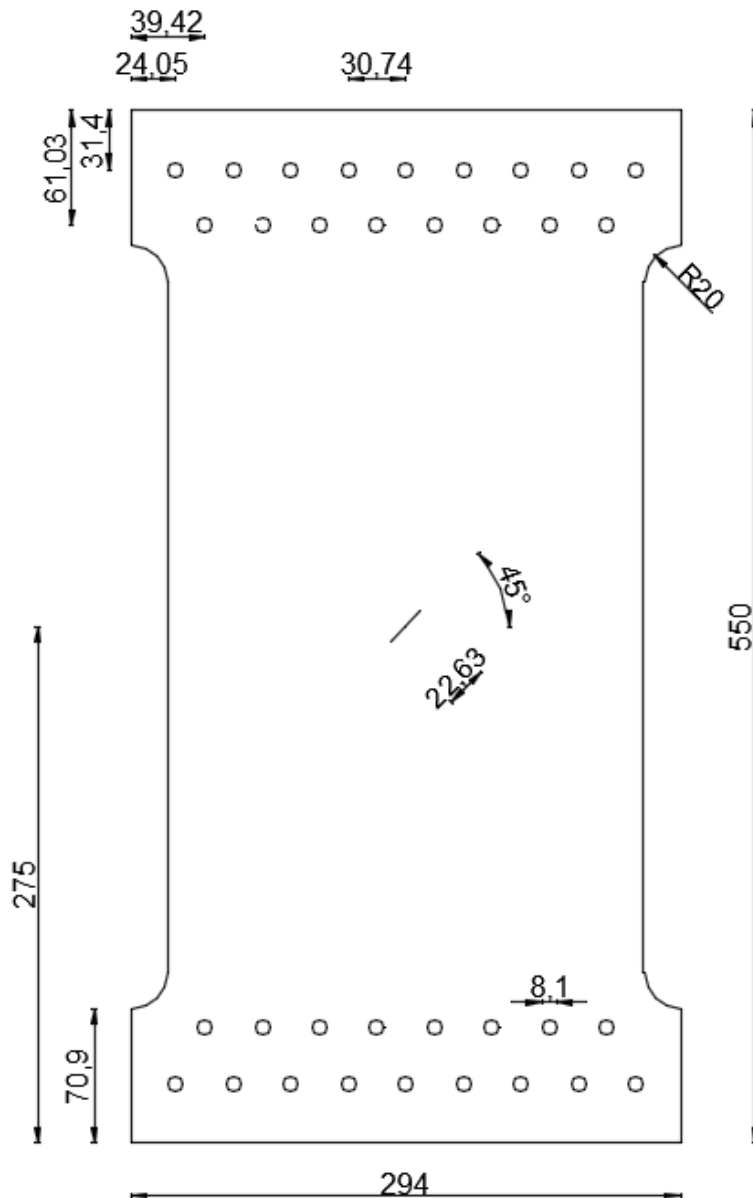


Figura 5.12 - Geometria da chapa com entalhe central inclinado especificada em milímetros

Foram realizados ensaios experimentais na chapa aplicando cargas cíclicas de amplitude constante, com carregamento máximo de $P_{max} = 24$ kN, carregamento mínimo $P_{min} = 2$ kN,

consequentemente, a razão entre o carregamento mínimo e máximo é $R = P_{min} / P_{max} = 0.08333$. O módulo de Young adotado pelo autor é $E = 73.1$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$.

A modelagem numérica realizada por Sato (2009) foi através de um algoritmo desenvolvido pelo próprio autor, onde utiliza-se o MECD para análises de propagação, assim como o BemCracker2D. Obteve-se os valores dos FITs utilizando a Integral-J e, a partir destes, os valores da taxa de propagação pela lei de Paris modificada proposta por Tanaka (ver item 3.1.5), assim como o número de ciclos para cada incremento de trinca utilizando a regra do Trapézio para integração numérica da Equação 3.27. A Equação 5.2 é a expressão utilizada pelo autor para adquirir o número de ciclos para cada incremento de trinca (SATO, 2009):

$$\Delta N = \frac{(a - a_0)}{2} \cdot \frac{1}{C} \cdot \left\{ \frac{1}{[\Delta K_{eq}(a_0)]^m} + \frac{1}{[\Delta K_{eq}(a)]^m} \right\} \quad (5.2)$$

Seus resultados numéricos foram apresentados em comparação com resultados experimentais realizados pelo próprio autor. Os resultados obtidos são apresentados a partir de 1mm das duas pontas do entalhe, denominadas trinca 1 e trinca 2. O critério para determinar o ângulo de propagação foi o da Mínima Densidade de Energia de Deformação (SIH, 1974), estimando-se, também, o tamanho dos incrementos durante a propagação (Tabela 5.1). O modelo considerado por Sato (2009) não é a representação fiel dos corpos de prova utilizados, mas sim, uma geometria simplificada que não leva em consideração a altura total da chapa, tomando forma de uma geometria retangular, como ilustrado na Figura 5.13.

Tabela 5.1 - Tamanho dos incrementos para as trincas 1 e 2 durante a propagação numérica realizada por Sato (2009)

Incremento	Trinca 1	Trinca 2
1	1.0000	1.0000
2	1.2632	1.2478
3	1.5107	1.5054
4	1.7701	1.7616
5	2.0510	2.0417
6	2.3624	2.3550
7	2.7228	2.7089
8	3.1363	3.1242
9	3.6277	3.6093

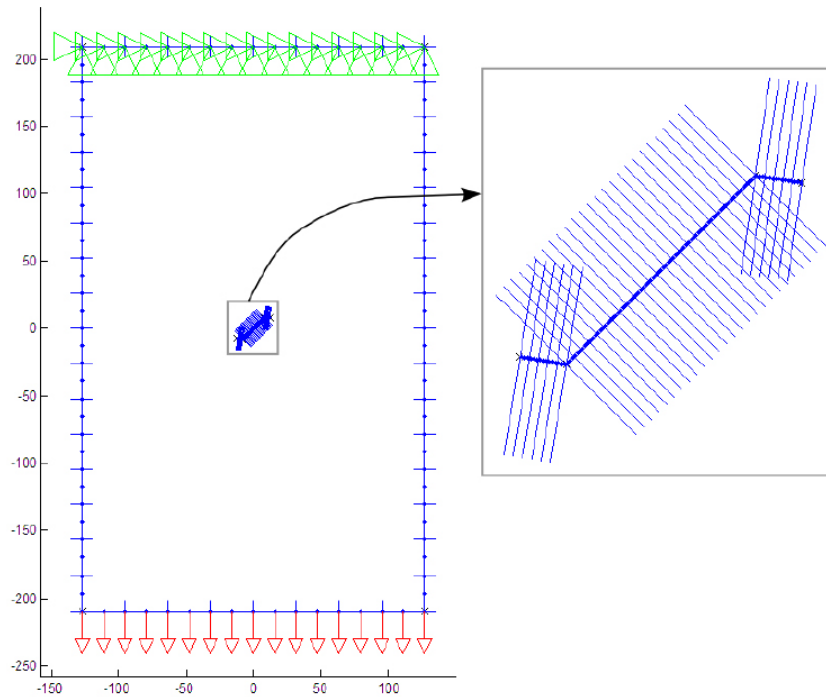


Figura 5.13 – Modelo simplificado utilizado por Sato em suas simulações numéricas via MECD (Fonte: SATO, 2009)

5.4.2. Construção do modelo numérico do terceiro exemplo via BemLab2D

O sistema de coordenadas cartesianas adotado para construção do modelo geométrico é ilustrado na Figura 5.14, indicando a sua origem no canto inferior esquerdo da chapa. As pontas do entalhe estão localizadas nas coordenadas $(x,y)=(139,267)$ referente a trinca 1 e coordenadas $(x,y)=(155,283)$ referente a trinca 2.

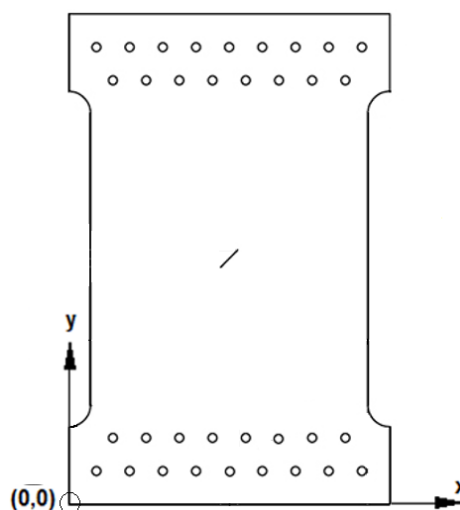


Figura 5.14 - Sistema de coordenadas cartesianas para a chapa com entalhe central inclinado

A partir dos pontos de referência criados com base no plano cartesiano adotado, criou-se o modelo geométrico no BemLab2D, ilustrado na Figura 5.15.

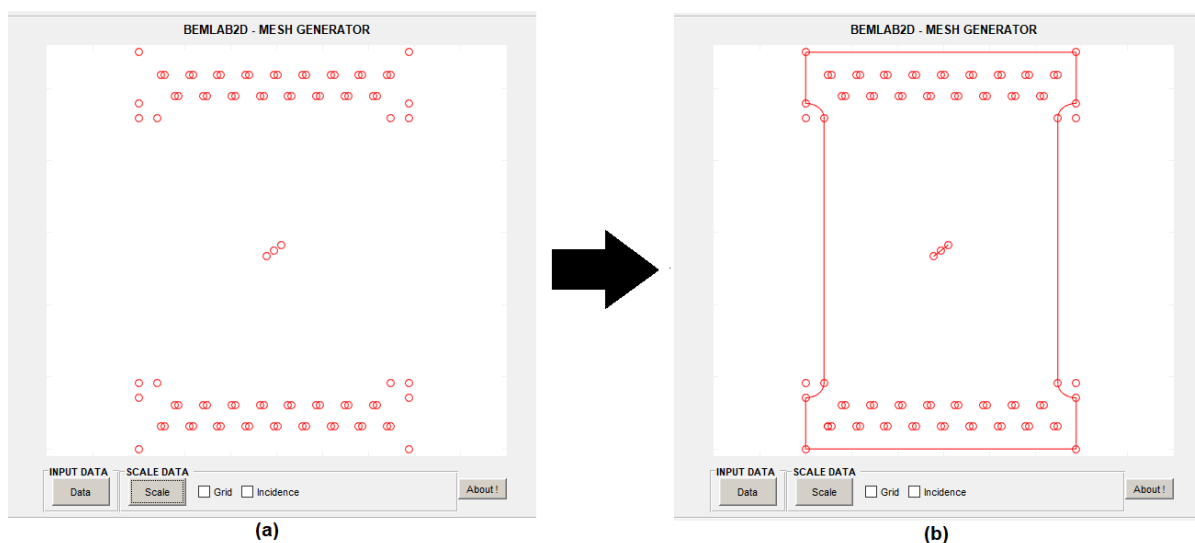


Figura 5.15 - (a) Pontos de referência para desenho dos segmentos; (b) Modelo geométrico finalizado no BemLab2D da chapa com entalhe central inclinado

Os valores dos parâmetros elásticos do material alumínio 2024 T3 para definição da zona mestre foram aqueles adotados por Sato (2009): módulo de Young de $E = 73.1$ GPa e coeficiente de Poisson de $\nu = 0.33$. Os 34 furos localizados nos extremos da chapa foram definidos como zonas de furo, assim como o entalhe interno.

A construção da malha gerou um total de 350 elementos, sendo seis desses para modelar a trinca em uma razão de 0.5, 0.3, 0.2 (três elementos para cada face da trinca). Assim como os exemplos anteriores, foram consideradas condições de contorno de tração e deslocamento de várias maneiras até encontrar um modelo ideal para simular adequadamente o problema, avaliando os FITs e direção de propagação na etapa de pós-processamento. Como observado na Tabela 7, todo incremento considerado por Sato (2009) possuem tamanhos diferentes. Foram considerados 9 modelos para cada tamanho de incremento, a fim de se obter resultados referentes para aquele tamanho de trinca em específico. As condições de contorno do modelo numérico final podem ser observadas na Figura 5.16, assim como a malha do MEC considerada.

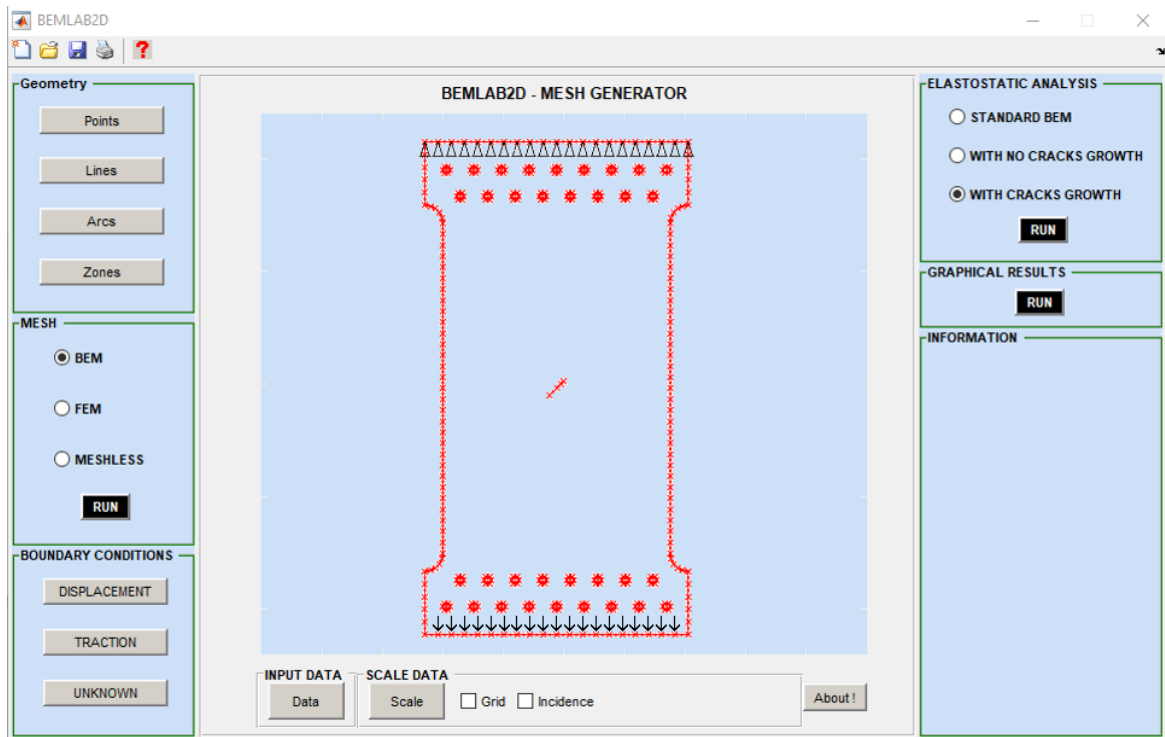


Figura 5.16 - Modelo numérico final da chapa com entalhe central construído via BemLab2D

Os valores solicitados pelo BemLab2D para análise incremental foram: razão de carga $R = 0.08333$; número de pontos de Gauss = 10; os coeficientes de Paris considerados por Sato (2009) foram $C = 1.42 \cdot 10^{-08} \frac{m/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}$ e $m = 3.59$. Sato (2009) identificou notável diferença entre os resultados numéricos e experimentais da vida à fadiga da chapa em estudo, por isso considerou o efeito do fenômeno de fechamento de trinca. Este efeito também foi considerado nos resultados gerados pelo BemCracker2D, utilizando as Equações 3.33, 3.34 e 3.35 já apresentadas neste trabalho no item 3.1.6.

5.5. QUARTO EXEMPLO – CORPO DE PROVA CTS

5.5.1. Apresentação do quarto exemplo

O corpo de prova utilizado por Ma et al (2006) em seu trabalho foi do tipo CTS (*Compact-Tension-Shear*) em conjunto ao aparelho de aplicação de carregamento para ensaios em modo misto desenvolvido por Richard (1983), como ilustrado na Figura 5.17(a) e Figura 5.17(b), respectivamente. Os furos numerados de 1 a 7 na Figura 5.17(b) são utilizados

para transmitir carga através de pinos, sendo o conjunto de furos 1-1' para induzir o modo I puro e o conjunto de furos 7-7' para induzir o modo II puro. Quando outros furos são utilizados (n-n') diferentes modos mistos podem ser obtidos.

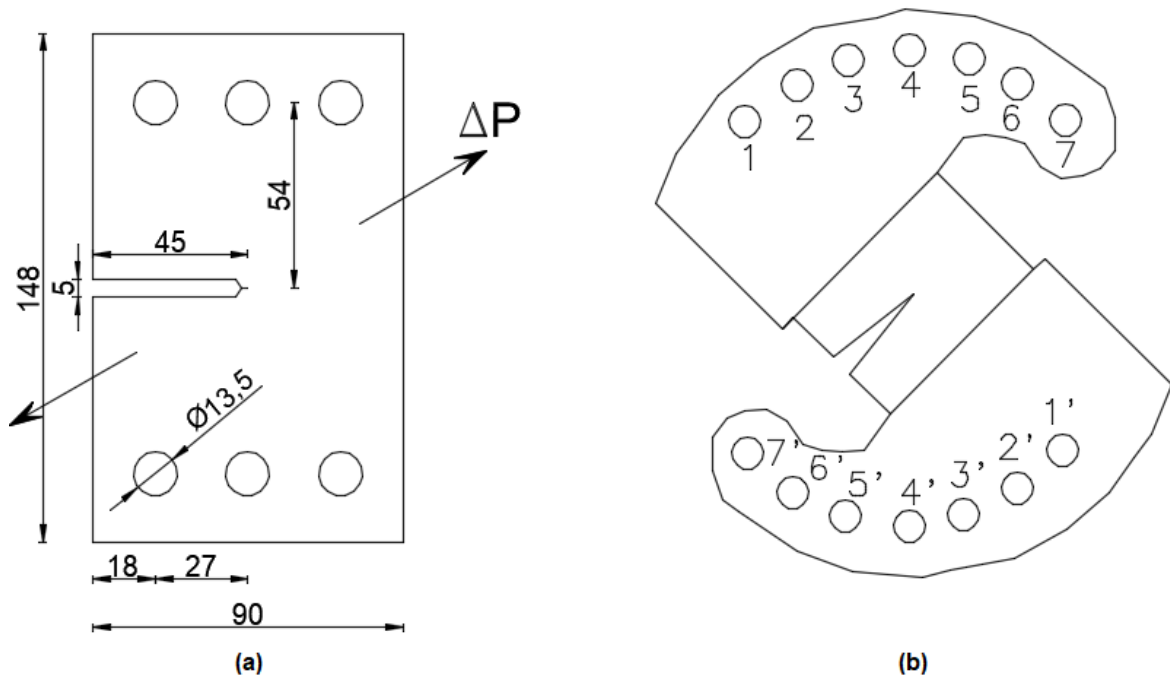


Figura 5.17 – (a) Dimensões do corpo de prova tipo CTS em milímetros; b) Aparelho de aplicação de carregamento para ensaios em modo misto

Ma et al (2006) utilizaram corpos de prova do tipo CTS de alumínio 7005 e aço S460, com espessura de 10 mm e 6 mm, respectivamente. Foram realizados ensaios com ângulo de carregamento em 90° , 60° e 30° , sendo o caso de 90° correspondente ao caso de modo I puro, como ilustrado na Figura 5.18.

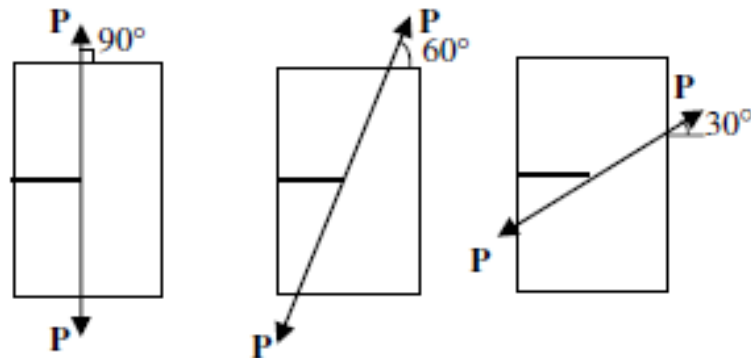


Figura 5.18 – Ângulos de carregamento adotados (Fonte: MA et al, 2006)

Os carregamentos adotados para cada ângulo são descritos na Tabela 5.2, onde todos são aplicados como cargas cíclicas de amplitude constante. Percebe-se que os carregamentos são diferentes para cada ângulo adotado, pois o autor manteve o mesmo valor de ΔK_{eq} como condição inicial da análise de propagação, para analisar o efeito do modo misto na vida à fadiga do material. O módulo de Young para o CP de aço S460 adotado pelo autor é de $E = 200$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$. O módulo de Young para o CP de alumínio adotado pelo autor é de $E = 72$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$.

Tabela 5.2 – Carregamentos adotados para cada ângulo de carga dos CPs de Alumínio e de Aço

Ângulo de carregamento	CTS – Alumínio 7005		CTS – Aço S460	
	P_{min} (kN)	P_{max} (kN)	P_{min} (kN)	P_{max} (kN)
90°	6.0	12.0	8.0	16.0
60°	6.0	12.0	9.0	18.0
30°	7.0	14.0	10.4	20.8
$\Delta K_{eq - inicial}$ (MPa. \sqrt{m})	6.2		15.6	

A simulação numérica do problema foi realizada via MEF (Figura 5.19). Os FITs foram calculados utilizando uma relação entre os deslocamentos de ambas as faces da ponta da trinca e os FITs do modo I e modo II de fratura (Equação 5.3 e Equação 5.4).

$$K_I = \frac{2 \cdot \mu}{\chi + 1} \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{r}} \cdot u_2 \quad (5.3)$$

$$K_{II} = \frac{2 \cdot \mu}{\chi + 1} \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{r}} \cdot u_1 \quad (5.4)$$

Onde $\chi = 3 - 4\nu$ para o caso do estado plano de deformação e $\chi = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ para o caso do estado plano de tensões; μ é o módulo de cisalhamento; ν é o coeficiente de Poisson; u_1 e u_2 são os deslocamentos de ambas as faces da ponta da trinca.

O método para definir a direção de propagação não foi informado. Para definir a vida à fadiga dos corpos de prova, Ma et al (2006) considerou o modelo proposto por Tanaka expresso na Equação 3.27 (ver item 3.1.5). O valor do coeficiente C de Paris sofreu correção de acordo com a Equação 3.29, proposta pelo autor para análises em modo misto. Essa correção foi feita para cada ângulo de carregamento considerado. Considerou-se 10 incrementos com avanço de 2 mm.

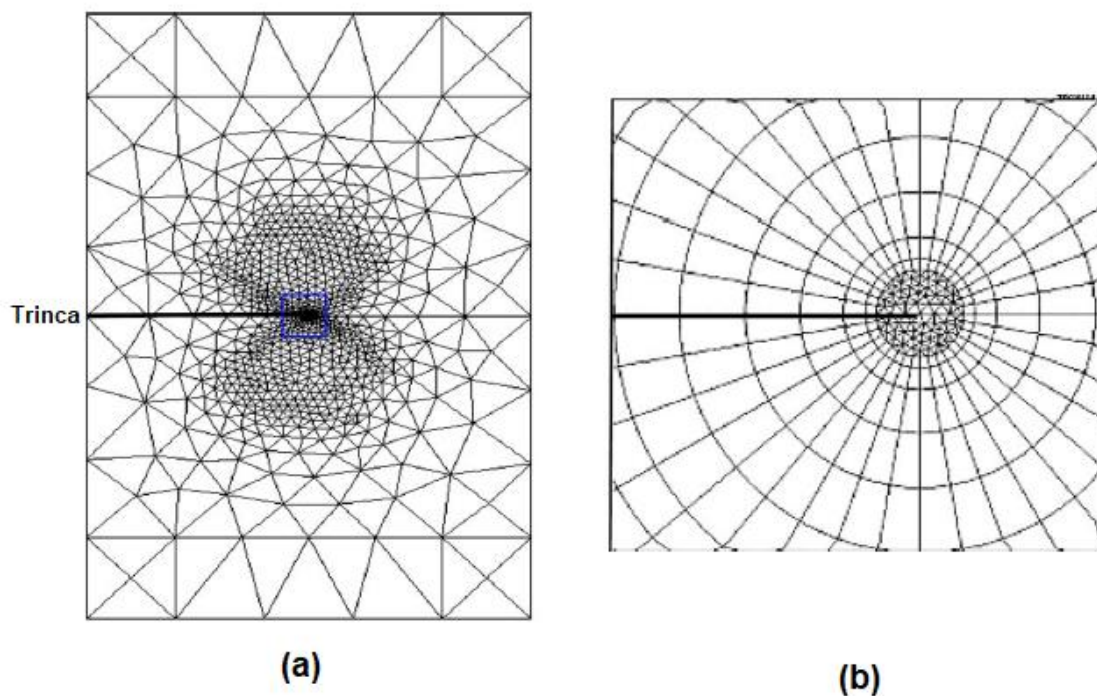


Figura 5.19 – Malha do MEF utilizado por Ma et al em suas simulações numéricas – (a) Malha do MEF geral; (b) Malha nas proximidades da trinca (Fonte: MA et al, 2006)

5.5.2. Construção do modelo numérico do quarto exemplo via BemLab2D

O sistema de coordenadas cartesianas adotado para construção do modelo geométrico é ilustrado na Figura 5.20, indicando a sua origem na ponta da trinca.

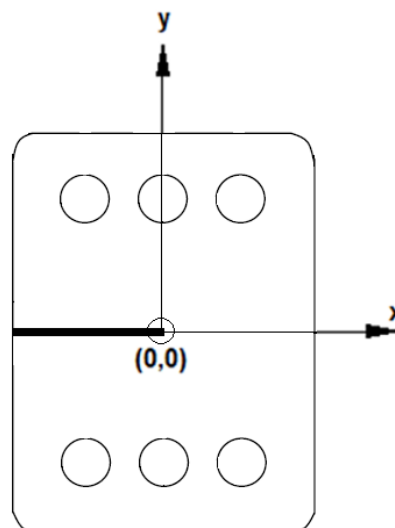


Figura 5.20 - Sistema de coordenadas cartesianas adotado do CP CTS

A partir dos pontos de referência criados com base no plano cartesiano adotado, criou-se o modelo geométrico no BemLab2D, ilustrado na Figura 5.21.

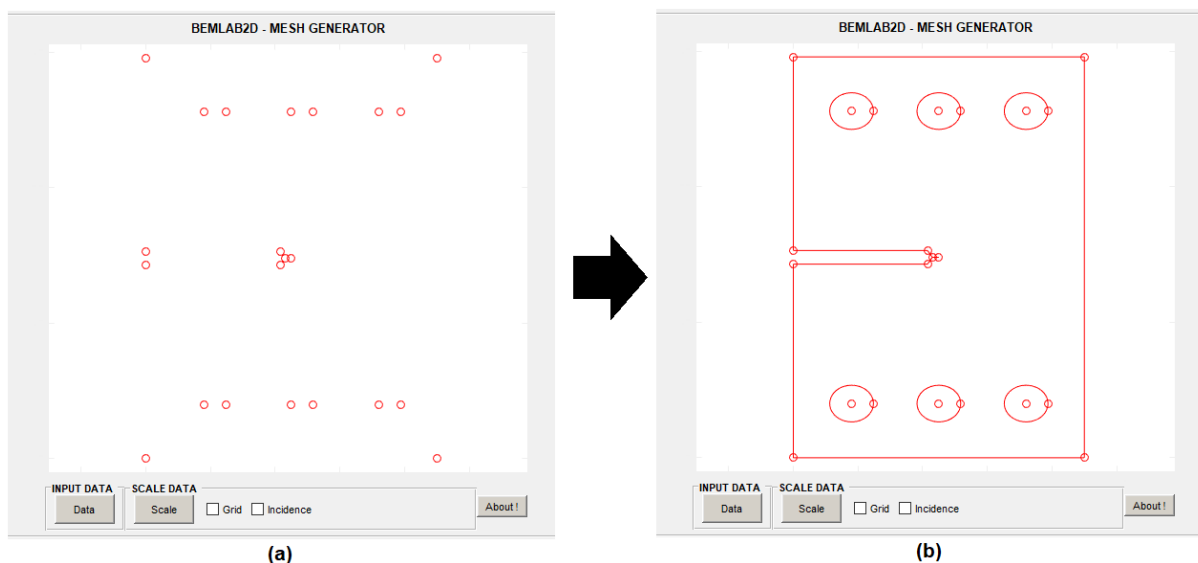


Figura 5.21 - (a) Pontos de referência para desenho dos segmentos; (b) Modelo geométrico finalizado no BemLab2D do CP CTS

Os valores dos parâmetros elásticos do material aço S460 para definição da zona mestre foram aqueles adotados por Ma et al (2006): módulo de Young de $E = 200$ GPa e coeficiente de Poisson de $\nu = 0.3$. Os 6 furos para instalação do mecanismo de aplicação de carregamento foram definidos como zonas de furo. Só foram realizados modelos numéricos para o corpo de prova de aço, devido à ausência dos valores dos coeficientes de Paris C e m utilizados para os corpos de prova de alumínio 7005.

A construção da malha gerou um total de 136 elementos, sendo seis desses para modelar a trinca em uma razão de 0.5, 0.3, 0.2 (três elementos para cada face da trinca). Assim como os exemplos anteriores, foram consideradas condições de contorno de tração e deslocamento de várias maneiras até encontrar um modelo ideal para simular de adequadamente o problema, avaliando os FITs e direção de propagação na etapa de pós-processamento. Foram considerados 3 modelos no total, um para cada ângulo de carregamento (90° , 60° e 30°). Primeiramente, para simular os carregamentos inclinados, considerou-se a decomposição do carregamento em componente X e componente Y, como observado no modelo final ilustrado na Figura 5.22. A Tabela 5.3 lista os valores dos carregamentos considerados.

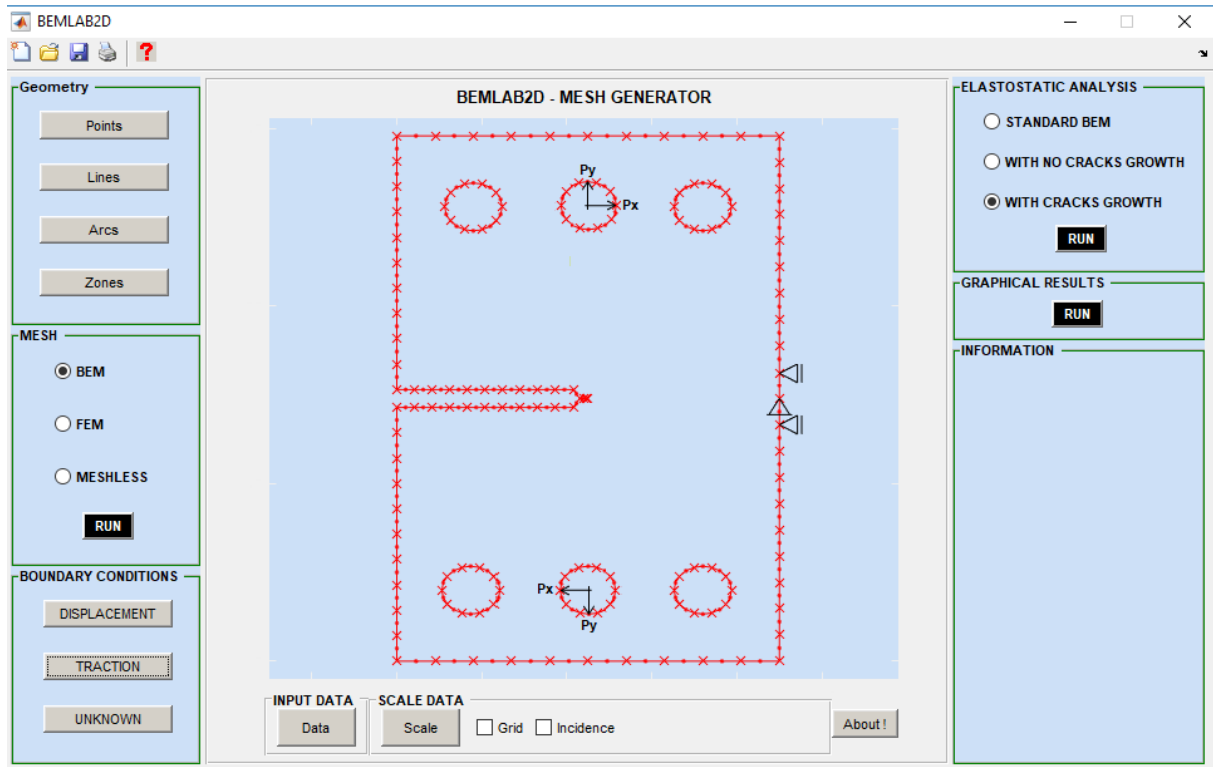


Figura 5.22 - Modelo numérico final do CP CTS construído via BemLab2D

Tabela 5.3 - Componentes X e Componentes Y dos carregamentos considerados

φ (°)	ΔP (kN)	ΔP_x (kN)	ΔP_y (kN)
90	8.00	0.00	8.00
60	9.00	4.50	7.79
30	10.40	9.01	5.20

Os valores solicitados pelo BemLab2D para análise incremental foram: razão de carga $R = 0.5$; número de pontos de Gauss = 12; os coeficientes de Paris considerados por Ma et al (2006) foram $C = 7.00 \cdot 10^{-08} \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}$ e $m = 2.1$; número de incrementos foi 10 e tamanho de incremento 2. O valor do coeficiente C de Paris sofreu correção de acordo com a Equação 3.29, proposta por Ma et al (2006) para análises em modo misto. Essa correção foi considerada para os modelos de 60° e 30°, obtendo valores de C^* diferentes para cada um deles.

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1. PRIMEIRO EXEMPLO – VIGA BIAPOIADA COM FUROS

Utilizando o modelo numérico construído via BemLab2D (ver item 5.2.2), realizou-se a análise incremental do problema. No início da etapa de processamento realizada pelo BemCracker2D, define-se o módulo de processamento (apresentado no item 4.3) como módulo III (MECD com propagação), a fim de se obter os FITs de cada incremento e os resultados de direção de propagação. Os resultados de vida à fadiga para este exemplo não foram apresentados por Boljanovic e Maksimovic (2011).

Os resultados numéricos dos FITs do modo I, modo II e o FIT equivalente calculado pela Equação 3.28 proposta por Tanaka (ver item 3.1.5) são apresentados na Tabela 6.1. Na Figura 6.1, apresenta-se o gráfico comparativo dos FITs equivalentes obtidos pelos resultados numéricos de Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D.

Tabela 6.1 – Resultados numéricos dos FITs obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da viga biapoaiada

Incremento	Boljanovic e Maksimovic (2011)			BemCracker2D		
	ΔK_I (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{II} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{eq} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_I (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{II} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{eq} (MPa. \sqrt{m})
1	0.69	0.08	0.69	0.69	0.08	0.69
2	0.88	0.04	0.88	0.88	0.01	0.88
3	1.08	0.04	1.08	1.08	0.01	1.08
4	1.31	0.04	1.31	1.32	0.01	1.32
5	1.57	0.05	1.57	1.59	0.03	1.59
6	1.86	0.20	1.86	1.87	0.01	1.87
7	2.18	-0.24	2.18	2.26	-0.02	2.26
8	2.84	-0.03	2.84	2.91	-0.01	2.91
9	3.39	-0.01	3.39	3.54	0.01	3.54
10	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA

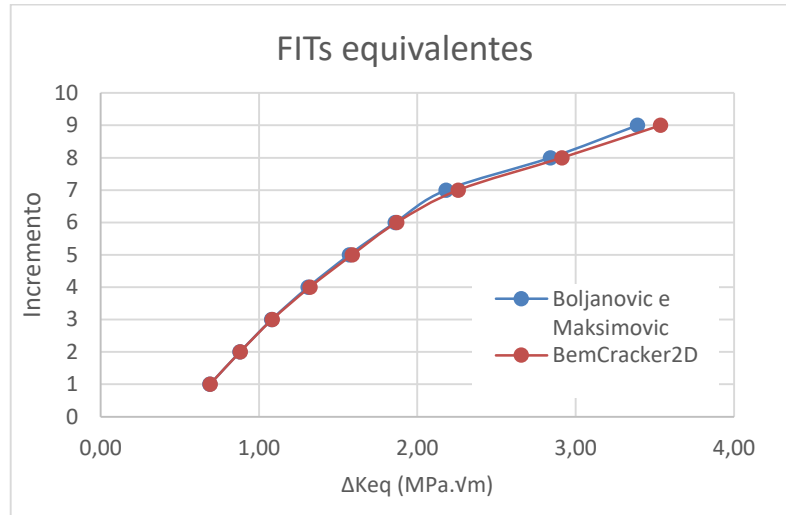


Figura 6.1 – Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da viga biapoiada

Os resultados de direção de propagação são apresentados na Tabela 6.2 em coordenadas (x,y), com base no plano cartesiano adotado no item 5.2.2. A Figura 6.2 ilustra a região de propagação ampliada no final da análise em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Boljanovic e Maksimovic (2011).

Tabela 6.2 – Resultados de direção de propagação obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da viga biapoiada

Incremento	Numérico - Boljanovic e Maksimovic (2011)		Experimental - Boljanovic e Maksimovic (2011)		BemCracker2D	
	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
1	101.6	25.4	101.6	25.4	101.6	25.4
2	104.42	37.77	104.20	37.30	104.79	37.69
3	108.36	49.86	109.70	50.00	109.14	49.62
4	113.21	61.92	113.30	62.67	114.37	61.19
5	119	72.92	118.60	73.33	120.27	72.43
6	125.37	83.9	124.32	82.67	126.76	83.35
7	133.86	93.32	126.98	85.71	133.37	94.19
8	140.13	104.37	130.00	93.68	139.60	105.26
9	143.15	109.96	133.95	100.00	142.63	110.84
10	147.06	117.22	141.00	108.55	149.06	115.25

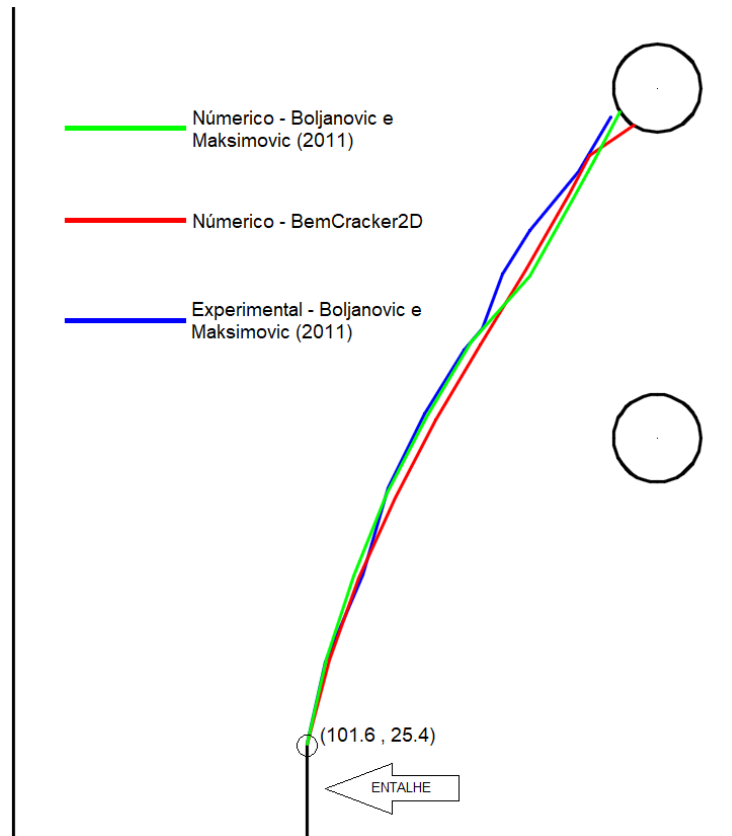


Figura 6.2 – Ilustração dos resultados de direção de propagação obtidos via BemCracker2D em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Boljanovic e Maksimovic (2011) da viga biapoaiada.

Os resultados da análise numérica via BemCracker2D do problema apresentaram valores praticamente idênticos aos resultados numéricos e experimentais de Boljanovic e Maksimovic. Os FITs equivalentes apresentaram uma diferença média de aproximadamente 1,5%, o que indica que o modelo numérico construído via BemLab2D está representando o problema de forma satisfatória. No último incremento, observa-se uma mudança de direção da propagação nas proximidades do furo. Isso ocorre devido a influência do furo conforme a ponta da trinca se aproxima na propagação. A trinca tende a propagar em direção às regiões de maior concentração de tensões, o que ocorre nas proximidades do furo devido a descontinuidade de tensões em sua vizinhança. Ingraffea e Grigoriu (1990) apresentam uma comparação de geometrias com e sem furos na direção de propagação, confirmando a presença deste fenômeno em seus ensaios experimentais.

6.2. SEGUNDO EXEMPLO – CHAPA COM FURO CENTRAL

Utilizando o modelo numérico construído via BemLab2D (ver item 5.3.2), realizou-se a análise incremental do problema. No início da etapa de processamento realizada pelo BemCracker2D, define-se o módulo de processamento (apresentado no item 4.3) como módulo III (MECD com propagação), a fim de se obter os FITs de cada incremento, resultados de direção de propagação e vida à fadiga expressa em número de ciclos.

Os resultados numéricos dos FITs do modo I, modo II e o FIT equivalente calculado pela Equação 3.28 proposta por Tanaka (ver item 3.1.5) são apresentados na Tabela 6.3. Na Figura 6.3, apresenta-se o gráfico comparativo dos FITs equivalentes obtidos pelos resultados numéricos de Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D.

Tabela 6.3- Resultados numéricos dos FITs obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central.

Incremento	Boljanovic e Maksimovic (2011)			BemCracker2D		
	ΔK_I (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{II} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{eq} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_I (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{II} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{eq} (MPa. \sqrt{m})
1	1.42	0.78	1.63	1.42	0.66	1.54
2	3.11	0.03	3.11	3.18	0.03	3.18
3	4.21	0.24	4.21	4.36	0.02	4.36
4	5.17	0.06	5.17	5.32	0.04	5.32
5	6.04	0.09	6.04	6.21	0.09	6.21
6	7.00	0	7.00	7.20	0.04	7.20
7	8.34	-0.02	8.34	8.55	-0.08	8.55
8	10.83	-0.08	10.83	11.04	-0.04	11.04
9	11.07	-0.01	11.07	11.73	-0.01	11.73
10	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA

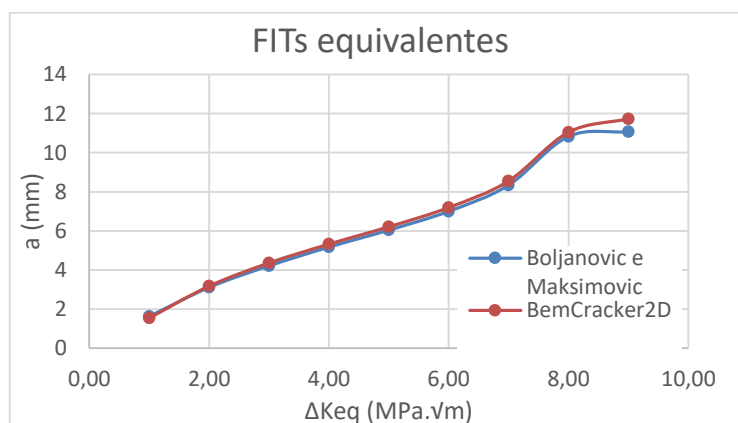


Figura 6.3 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central

Os resultados dos FITs do modo I e modo II na ponta da trinca foram utilizados para corrigir o coeficiente de Paris C utilizando a Equação 3.29, proposta por Ma et al (2006) para análises em modo misto. O valor de M^e encontrado foi de 0,723 e C^* de $2,731 \cdot 10^{-10} \frac{m/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}$ utilizando $\beta = 3$ (Boljanovic e Maksimovic, 2011). Os resultados da vida à fadiga deste exemplo são apresentados na Tabela 6.4, expressos em número de ciclos em determinados tamanhos de trinca a . A Figura 6.4 apresenta um comparativo entre os números de ciclos obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D. Também foi considerado nas análises o coeficiente C sem a correção proposta por Ma et al (2006).

Tabela 6.4 - Resultados da vida à fadiga expressos em número de ciclos obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central

Incremento	Numérico - Boljanovic e Maksimovic (2011)		BemCracker2D com coeficiente C corrigido		BemCracker2D sem correção do coeficiente C	
	a (mm)	N (ciclos)	a (mm)	N (ciclos)	a (mm)	N (ciclos)
1	2	0	2	0	2	0
2	2.2	1.28E+05	2.2	1.25E+05	2.2	1.54E+05
3	2.4	1.75E+05	2.4	1.65E+05	2.4	2.03E+05
4	2.6	2.80E+05	2.6	2.70E+05	2.6	3.32E+05
5	3	4.00E+05	3	3.95E+05	3	4.86E+05
6	3.2	4.50E+05	3.2	4.43E+05	3.2	5.45E+05
7	3.6	5.00E+05	3.6	4.95E+05	3.6	6.09E+05
8	5.3	6.00E+05	5.3	5.90E+05	5.3	7.26E+05
9	7.1	6.50E+05	7.1	6.40E+05	7.1	7.87E+05
10	12.8	7.00E+05	12.8	6.80E+05	12.8	8.36E+05

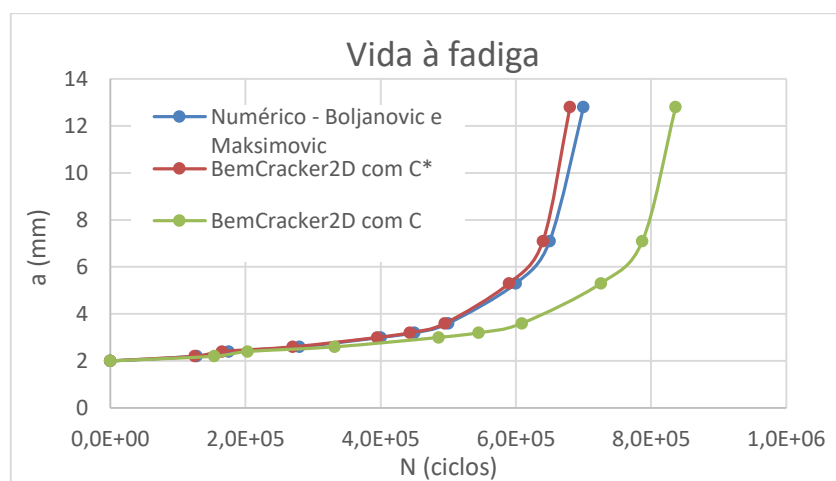


Figura 6.4 - Gráfico comparativo dos resultados numéricos de vida à fadiga expressa em número de ciclos obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central

Os resultados de direção de propagação são apresentados na Tabela 6.5 em coordenadas (x,y), com base no plano cartesiano adotado no item 5.3.2. A Figura 6.5 ilustra a região de propagação ampliada no final da análise em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Boljanovic e Maksimovic (2011).

Tabela 6.5 - Resultados de direção de propagação obtidos por Boljanovic e Maksimovic (2011) e via BemCracker2D da chapa com furo central

Incremento	Numérico - Boljanovic e Maksimovic (2011)		Experimental - Boljanovic e Maksimovic (2011)		BemCracker2D	
	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
1	8.48	8.48	8.48	8.48	8.48	8.48
2	10.48	8.59	12.48	8.66	10.48	8.61
3	12.48	8.66	15.43	8.80	12.48	8.54
4	14.48	8.50	18.63	8.40	14.47	8.37
5	16.46	8.30	19.29	7.80	16.46	8.18
6	18.45	8.04	22.43	7.50	18.45	7.92
7	20.43	7.77	24.00	6.90	20.43	7.65
8	22.41	7.52	24.15	6.60	22.41	7.41
9	22.71	7.52	25.00	6.30	22.75	7.42
10	25.00	7.17			25.00	6.90

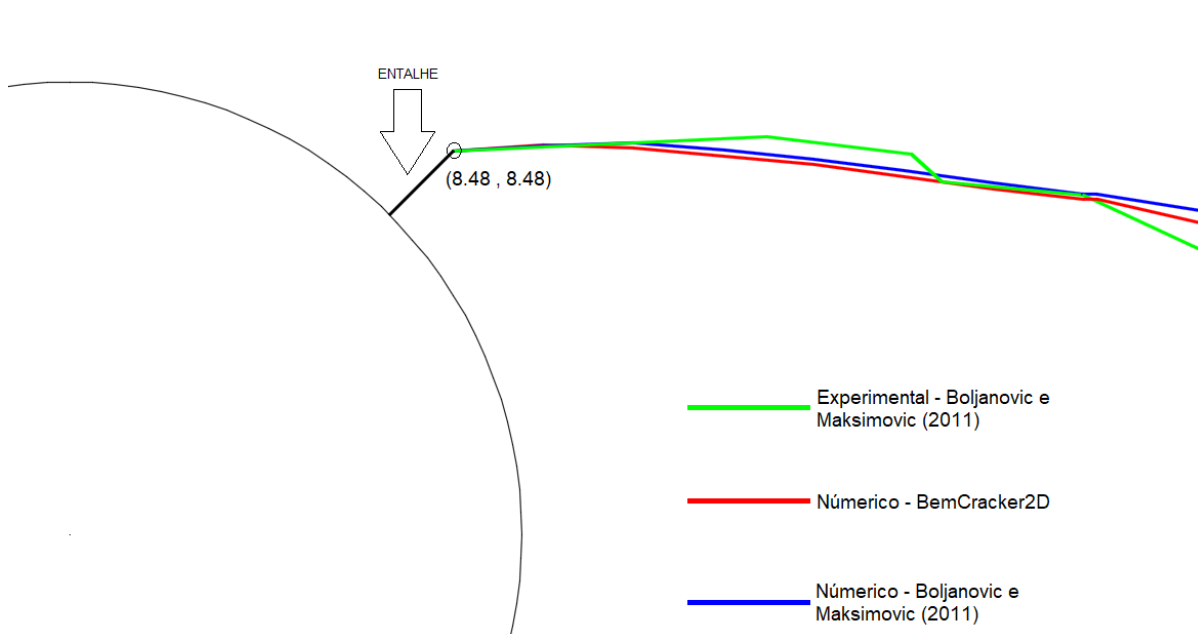


Figura 6.5 - Ilustração dos resultados de direção de propagação obtidos via BemCracker2D em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Boljanovic e Maksimovic (2011) da chapa com furo central

Os resultados numéricos dos FITs gerados pelo BemCracker2D apresentaram uma diferença média de aproximadamente 3,3%, o que indica um bom modelo numérico construído via BemLab2D. Os resultados da vida à fadiga do corpo de prova apresentam uma boa proximidade ao modelo realizado por Boljanovic e Maksimovic (2011), com a utilização do coeficiente C^* proposto por Ma et al (2006). Sem a correção do coeficiente C , percebe-se um aumento de aproximadamente 23% da vida à fadiga final do material, o que torna o modelo menos conservador do que aplicando a correção C^* . O autor não disponibilizou os resultados experimentais de vida à fadiga para este exemplo. No caso da direção de propagação, os resultados foram extremamente próximos dos obtidos por Boljanovic e Maksimovic, já que o critério MTC foi aplicado para ambos os casos e os resultados dos FITs apresentaram diferença relativamente pequena.

6.3. TERCEIRO EXEMPLO – CHAPA COM ENTALHE INCLINADO À 45°

A partir do modelo numérico construído via BemLab2D (ver item 5.4.2), realizou-se a análise incremental do problema. No início da etapa de processamento realizada pelo BemCracker2D, define-se o módulo de processamento (apresentado no item 4.3) como módulo III (MECD com propagação), a fim de se obter os FITs de cada incremento, resultados de direção de propagação e vida à fadiga expressa em número de ciclos.

Os resultados numéricos dos FITs do modo I, modo II e o FIT equivalente calculado pela Equação 3.28 proposta por Tanaka (ver item 3.1.5) referentes a trinca 1 e trinca 2 são apresentados na Tabela 6.6. Na Figura 6.6, apresenta-se o gráfico comparativo dos FITs equivalentes obtidos pelos resultados numéricos de Sato (2009) e via BemCracker2D.

Tabela 6.6 - Resultados numéricos dos FITs obtidos por Sato (2009) e via BemCracker2D da chapa com entalhe inclinado à 45°

a (mm)	BemCracker2D						Sato (2009)					
	Trinca 1 (MPa. \sqrt{m})			Trinca 2 (MPa. \sqrt{m})			Trinca 1 (MPa. \sqrt{m})			Trinca 2 (MPa. \sqrt{m})		
	ΔK_I	ΔK_{II}	ΔK_{eq}	ΔK_I	ΔK_{II}	ΔK_{eq}	ΔK_I	ΔK_{II}	ΔK_{eq}	ΔK_I	ΔK_{II}	ΔK_{eq}
1.0	18.85	0.25	18.85	19.61	0.18	19.61	19.06	-0.77	19.08	19.11	0.73	19.12
2.3	19.77	-0.02	19.77	20.08	0.06	20.08	19.70	0.43	19.71	19.58	-1.39	19.63
3.8	20.87	-0.06	20.87	21.10	0.01	21.10	20.51	-0.33	20.51	20.52	0.22	20.52
5.5	22.01	-0.06	22.01	22.17	-0.04	22.17	21.48	-0.16	21.48	21.48	-0.30	21.48
7.6	23.59	-0.08	23.59	23.65	-0.07	23.65	22.59	0.16	22.59	22.59	-0.14	22.59
10	25.25	-0.08	25.25	25.25	-0.08	25.25	23.81	-0.47	23.82	23.84	0.15	23.84
12.7	27.04	-0.08	27.04	27.03	-0.09	27.03	25.22	0.15	25.22	25.21	-0.42	25.22
15.8	29.04	-0.07	29.04	29.00	-0.84	29.01	26.77	-0.38	26.78	26.79	0.15	26.79
19.4	31.32	-0.07	31.32	31.25	-0.08	31.25	28.54	0.13	28.54	28.53	-0.36	28.54

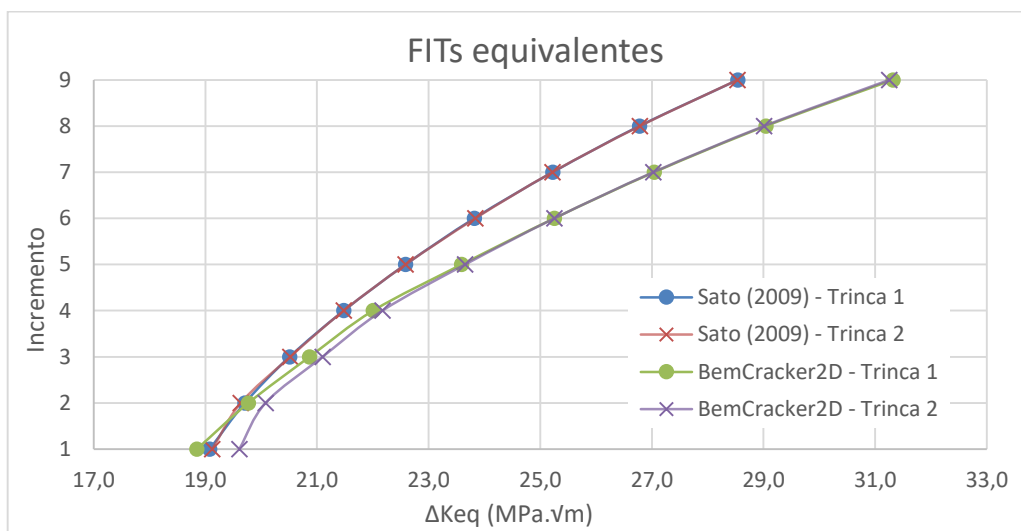


Figura 6.6 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes da trinca 1 e 2 obtidos por Sato (2009) e via BemCracker2D da chapa com entalhe inclinado à 45°

Os resultados do número de ciclos deste exemplo são apresentados na Tabela 6.7 para a trinca 1 e trinca 2. A Figura 6.7 apresenta um comparativo entre os números de ciclos obtidos experimentalmente e numericamente por Sato (2009) e via BemCracker2D da trinca 1.

Tabela 6.7 - Resultados dos números de ciclos obtidos experimentalmente e numericamente por Sato (2009) e via BemCracker2D da chapa com entalhe inclinado à 45°

a (mm)	Sato (2009)		BemCracker2D		Experimental	
	Trinca 1	Trinca 2	Trinca 1	Trinca 2	Trinca 1	
	N (ciclos)	N (ciclos)	N (ciclos)	N (ciclos)	a (mm)	N (ciclos)
1.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.47	1.70E+02
2.25	2.10E+03	2.11E+03	2.14E+03	1.94E+03	2.46	9.91E+03
3.75	4.34E+03	4.31E+03	4.33E+03	3.92E+03	3.21	1.80E+04
5.50	6.62E+03	6.59E+03	6.58E+03	5.97E+03	5.52	2.99E+04
7.55	9.01E+03	8.96E+03	8.81E+03	7.98E+03	7.72	4.19E+04
9.95	1.16E+04	1.15E+04	1.12E+04	1.01E+04	10.00	5.01E+04
12.65	1.42E+04	1.41E+04	1.38E+04	1.24E+04	12.96	6.49E+04
15.75	1.70E+04	1.69E+04	1.66E+04	1.48E+04	15.28	7.98E+04
19.40	2.02E+04	2.01E+04	1.99E+04	1.76E+04	19.54	9.78E+04

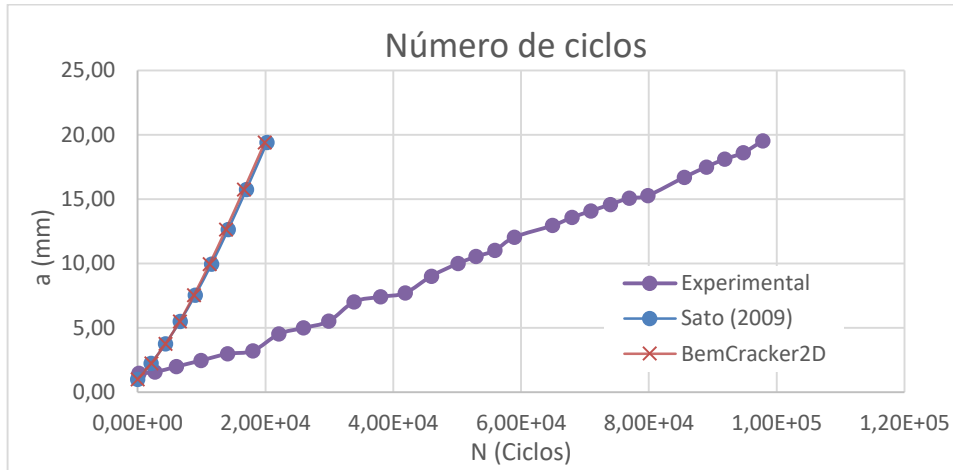


Figura 6.7 - Comparativo entre os números de ciclos obtidos experimentalmente e numericamente por Sato (2009) e via BemCracker2D da trinca 1

Segundo Sato (2009), a notável diferença entre os resultados numéricos e o resultado experimental se deve ao fato do fenômeno do fechamento de trinca estar atuando no caso experimental e não estar sendo considerado nos cálculos numéricos (ver item 3.1.6). Elber (1971) e Schijve (1981) apresentam correções feitas diretamente nos fatores de intensidade de tensão equivalentes, diminuindo sua atuação no sólido, utilizando o fator U para simular este fenômeno com as Equações 3.34 e 3.35, respectivamente. A Figura 6.8 apresenta o gráfico do número de ciclos com as correções propostas por Elber e Schijve, utilizando os valores do fator $U = 0.533$ e $U = 0.573$, respectivamente.

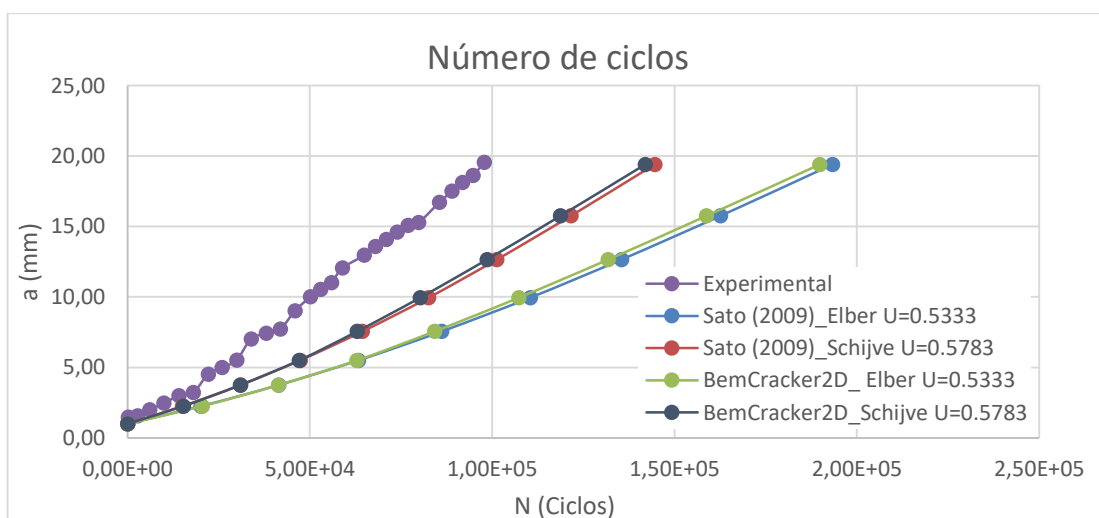


Figura 6.8 – Resultados dos números de ciclos corrigidos pelos modelos de Elber e Schijve para considerar o efeito do fechamento de trinca

Nota-se que nenhum dos dois métodos foram capazes de modelar o problema com exatidão. Para conseguir resultados mais adequados, utilizou-se um valor de 0.65 para o valor de U , onde 65% dos valores dos fatores de intensidade de tensão atuam efetivamente no sólido. A Figura 6.9 mostra os resultados finais do número de ciclos utilizando o fator U igual a 0.65.

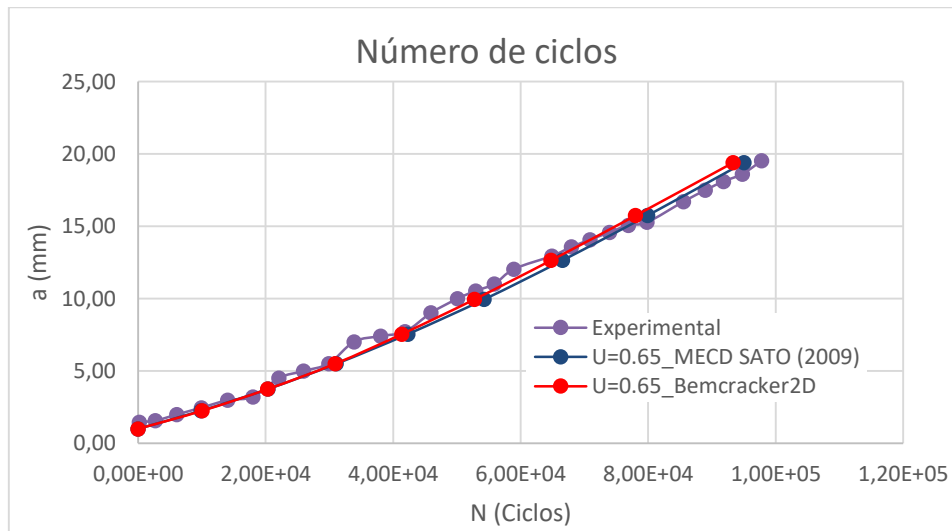


Figura 6.9 – Resultados finais dos números de ciclos considerando 65% de efetividade dos fatores de intensidade de tensão ($U = 0.65$)

Os resultados de direção de propagação são apresentados na Tabela 6.8 em coordenadas (x,y), com base no plano cartesiano adotado no item 5.4.2. A Figura 6.10 ilustra a região de propagação ampliada no final da análise em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Sato (2009).

Tabela 6.8 - Resultados de direção de propagação obtidas por Sato e via BemCracker2D

Incremento	Numérico – Sato (2009)				Experimental – Sato (2009)				BemCracker2D			
	Trinca 1 (mm)		Trinca 2 (mm)		Trinca 1 (mm)		Trinca 2 (mm)		Trinca 1 (mm)		Trinca 2 (mm)	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1	119.7	267.6	155.0	283.0	122.1	269.4	155.0	283.0	119.7	268.8	155.0	283.0
2	123.3	267.5	156.0	282.9	125.3	269.1	158.9	282.1	123.3	268.5	156.0	282.9
3	126.4	267.5	157.3	282.9	127.6	268.8	164.7	280.9	126.4	268.3	157.2	282.7
4	129.1	267.4	158.8	282.8	134.0	267.8	169.5	280.2	129.1	268.1	158.7	282.5
5	131.5	267.4	160.5	282.8	139.0	267.0			131.5	267.9	160.5	282.3
6	133.5	267.3	162.6	282.8					133.5	267.6	162.5	282.0
7	135.3	267.3	165.0	282.7					135.3	267.3	164.9	281.8
8	136.8	267.3	167.7	282.6					136.8	267.1	167.6	281.6
9	138.0	267.1	170.8	282.6					138.0	267.0	170.7	281.5
10	139.0	267.0	174.4	282.5					139.0	267.0	174.3	281.3

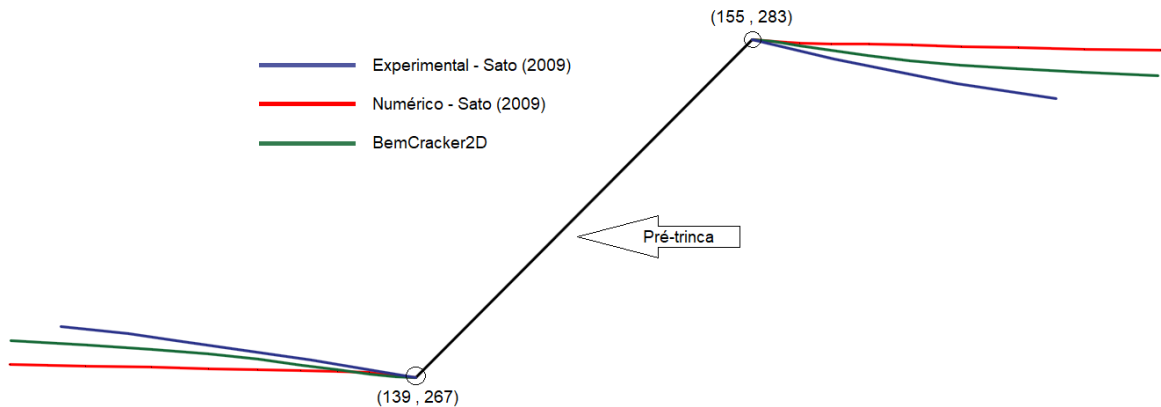


Figura 6.10 - Ilustração dos resultados de direção de propagação obtidos via BemCracker2D em comparação aos resultados experimentais e numéricos de Sato (2009)

Os resultados numéricos dos FITs gerados pelo BemCracker2D apresentaram uma diferença média dos resultados de Sato (2009) de aproximadamente 4,5% para o caso da trinca 1 e 5% para o caso da trinca 2, apesar da simplificação do modelo numérico de Sato (ver item 5.4.1), os resultados apresentaram uma diferença relativamente pequena. Por outro lado, o modelo numérico feito via BemLab2D, considerando a altura total da chapa, representou de melhor forma o resultado experimental da direção de propagação da trinca se comparada aos resultados numéricos de Sato (Figura 6.10).

Pode-se perceber que os resultados dos números de ciclos tiveram forte influência do fenômeno de fechamento de trinca e que apenas considerando o FIT equivalente proposto por Tanaka para essa análise em específico não foi o suficiente para modelar a curva de vida à fadiga de maneira satisfatória. Apesar da utilização de 65% de efetividade dos FITs no cálculo da vida à fadiga representar adequadamente a curva experimental, é preciso analisar se o fenômeno de fechamento de trinca é o único fator influenciando no comportamento da curva, como destacado por Sato (2009). A correção proposta por Ma et al (2006) para corrigir o coeficiente de Paris C não foi considerado, pois é necessário encontrar um valor de β (Equação 3.29), a partir de resultados experimentais, que represente de maneira adequada o comportamento do corpo de prova com diferentes inclinações de carregamento ou trinca (modo misto).

6.4. QUARTO EXEMPLO – CORPO DE PROVA CTS

A partir do modelo numérico construído via BemLab2D (ver item 5.5.2), realizou-se a análise incremental do problema para os três casos de carregamento (90°, 60° e 30°). No início da etapa de processamento realizada pelo BemCracker2D, define-se o módulo de processamento (apresentado no item 4.3) como módulo III (MECD com propagação), a fim de se obter os FITs de cada incremento, resultados de direção de propagação e vida à fadiga expressa em número de ciclos.

Os resultados numéricos dos FITs gerados pelo BemCracker2D do modo I, modo II e o FIT equivalente calculado pela Equação 3.28 proposta por Tanaka (ver item 3.1.5) referentes a inclinação de carregamento de 90°, 60° e 30° são apresentados nas Tabelas 6.9, 6.10 e 6.11, respectivamente.

Tabela 6.9 - Resultados numéricos dos FITs obtidos por Ma et al (2006) e via BemCracker2D do corpo de prova CTS com carregamento em 90°

a (mm)	Carga em 90 graus (modo I puro)	
	$K_I = K_{eq}$ (MPa. \sqrt{m})	
	BemCracker2D	Ma et al (2006)
0	15.6	15.9
2	17.5	17.5
4	19.4	19.2
6	21.5	21.2
8	23.8	23.5
10	26.6	26.2
12	29.7	29.2
14	33.4	32.8
16	37.7	37.1
18	42.9	42.1
20	49.1	48.3

Tabela 6.10 - Resultados numéricos dos FITs obtidos por Ma et al (2006) e via BemCracker2D do corpo de prova CTS com carregamento em 60°

a (mm)	Carga em 60 graus (modo misto)					
	Ma et al (2006)			BemCracker2D		
	ΔK_I (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{II} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{eq} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_I (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{II} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{eq} (MPa. \sqrt{m})
0	15.4	4.6	15.7	12.9	3.8	13.1
2	18.7	0.0	18.7	17.5	1.2	17.5
4	20.5	0.0	20.5	19.7	0.7	19.7
6	22.6	0.0	22.6	21.8	0.2	21.8
8	25.0	0.0	25.0	24.2	0.4	24.2
10	27.7	0.0	27.7	27.0	0.2	27.0
12	30.7	0.0	30.7	30.2	0.4	30.2
14	34.3	0.0	34.3	33.9	0.1	33.9
16	38.5	0.0	38.5	38.2	-0.5	38.2
18	43.4	0.0	43.4	43.4	0.3	43.4
20	49.3	0.0	49.3	49.5	-0.7	49.5

Tabela 6.11 - Resultados numéricos dos FITs obtidos por Ma et al (2006) e via BemCracker2D do corpo de prova CTS com carregamento em 60°

Carga em 30 graus (modo misto)						
a (mm)	Ma et al (2006)			BemCracker2D		
	ΔK_I (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{II} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{eq} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_I (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{II} (MPa. \sqrt{m})	ΔK_{eq} (MPa. \sqrt{m})
0	10.6	8.9	15.8	10.20	8.34	14.9
2	18.4	0.0	18.4	15.57	3.68	15.7
4	20.0	0.0	20.0	17.24	0.97	17.2
6	21.9	0.0	21.9	19.49	0.59	19.5
8	24.0	0.0	24.0	21.87	0.52	21.9
10	26.4	0.0	26.4	24.57	0.64	24.6
12	29.0	0.0	29.0	27.67	0.53	27.7
14	32.0	0.0	32.0	31.24	0.58	31.2
16	35.3	0.0	35.3	35.39	0.37	35.4
18	39.2	0.0	39.2	40.26	0.42	40.3
20	43.6	0.0	43.6	46.02	0.41	46.0

As Figuras 6.11, 6.12 e 6.13 apresentam os gráficos comparativos dos FITs equivalentes obtidos por Ma et al (2006) e via BemCracker2D com carregamento em 90°, 60° e 30°, respectivamente.

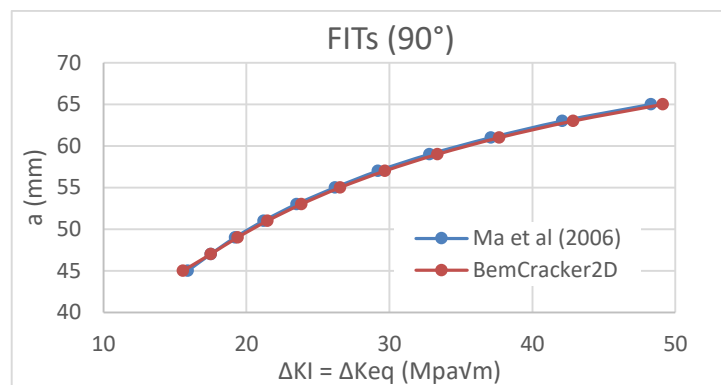


Figura 6.11 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Ma et al (2009) e via BemCracker2D do CP CTS com carregamento em 90°

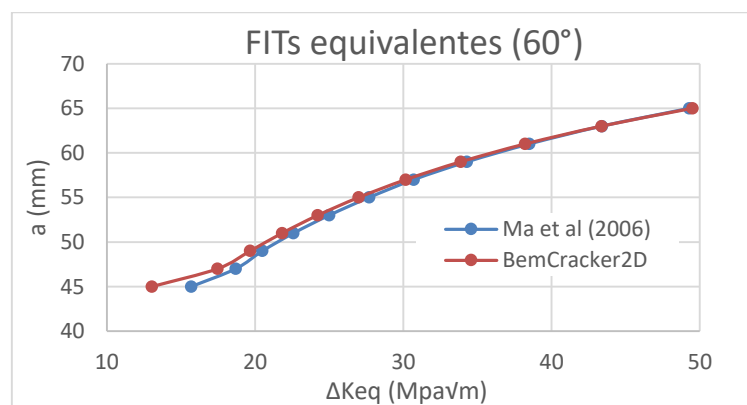


Figura 6.12 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Ma et al (2009) e via BemCracker2D do CP CTS com carregamento em 60°

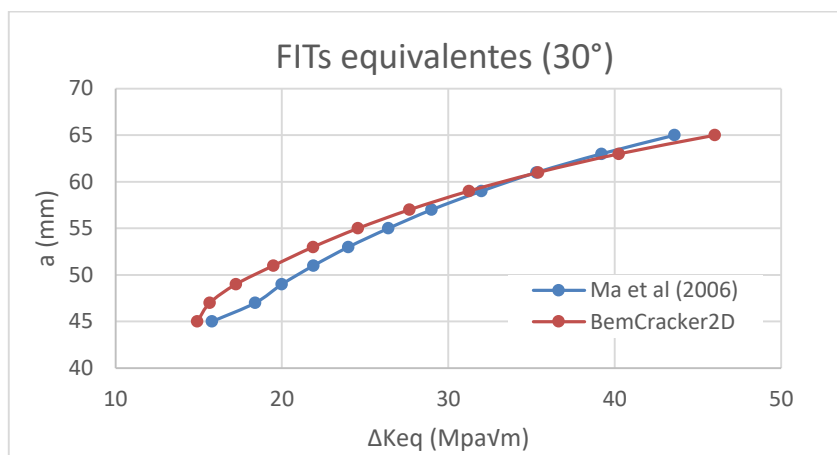


Figura 6.13 - Gráfico comparativo dos resultados dos FITs equivalentes obtidos por Ma et al (2009) e via BemCracker2D do CP CTS com carregamento em 30°

Os resultados dos FITs do modo I e modo II na ponta da trinca foram utilizados para corrigir o coeficiente de Paris C utilizando a Equação 3.29, proposta por Ma et al (2006) para análises em modo misto. A correção foi feita apenas para os modelos de 60° e 30°, resultando em valores de C^* diferentes entre eles. O valor de M^e encontrado para o caso de 60° foi de 0,8176 e C^* de $7,698 \cdot 10^{-08} \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}$ utilizando $\beta = 3$ (MA et al, 2011). O

valor de M^e encontrado para o caso de 30° foi de 0,5637 e C^* de $1,100 \cdot 10^{-07} \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}$

utilizando $\beta = 3$ (MA et al, 2011). Os resultados dos números de ciclos dos modelos de 90°, 60° e 30° para cada incremento considerado são apresentados na Tabela 6.12 a seguir. O autor divulgou os valores experimentais dos números de ciclos apenas para o caso de 90°.

Tabela 6.12 - Resultados dos números de ciclos obtidos numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D do CP CTS com carregamento de 90°, 60° e 30°

a (mm)	Ma et al (2006)			BemCracker2D			Experimental	
	90°- N (ciclos)	60°- N (ciclos)	30°-N (ciclos)	90°- N (ciclos)	60°- N (ciclos)	30°-N (ciclos)	a (mm)	90° - N (ciclos)
0	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	0.0E+00	5	1.84E+05
2	1.3E+05	1.1E+05	7.9E+04	1.4E+05	1.3E+05	1.1E+05	8	2.74E+05
4	2.0E+05	1.6E+05	1.2E+05	2.0E+05	1.8E+05	1.6E+05	10	3.21E+05
6	2.5E+05	2.0E+05	1.5E+05	2.5E+05	2.3E+05	2.0E+05	13	3.51E+05
8	2.9E+05	2.4E+05	1.7E+05	2.9E+05	2.6E+05	2.4E+05	16	3.80E+05
10	3.3E+05	2.6E+05	1.9E+05	3.3E+05	2.9E+05	2.6E+05	20	4.09E+05
12	3.5E+05	2.8E+05	2.1E+05	3.5E+05	3.2E+05	2.8E+05		
14	3.7E+05	3.0E+05	2.2E+05	3.7E+05	3.3E+05	2.9E+05		
16	3.9E+05	3.1E+05	2.3E+05	3.9E+05	3.5E+05	3.1E+05		
18	4.0E+05	3.3E+05	2.4E+05	4.0E+05	3.6E+05	3.1E+05		
20	4.1E+05	3.3E+05	2.5E+05	4.1E+05	3.7E+05	3.2E+05		

As Figuras 6.14, 6.15 e 6.16 ilustram gráficos comparativos entre os resultados obtidos por Ma et al (2006) e via BemCracker2D dos números de ciclos. No caso dos resultados via BemCracker2D dos modelos de 60° e 30°, os gráficos mostram as curvas do número de ciclos com e sem a correção do coeficiente C proposta por Ma et al (2006).

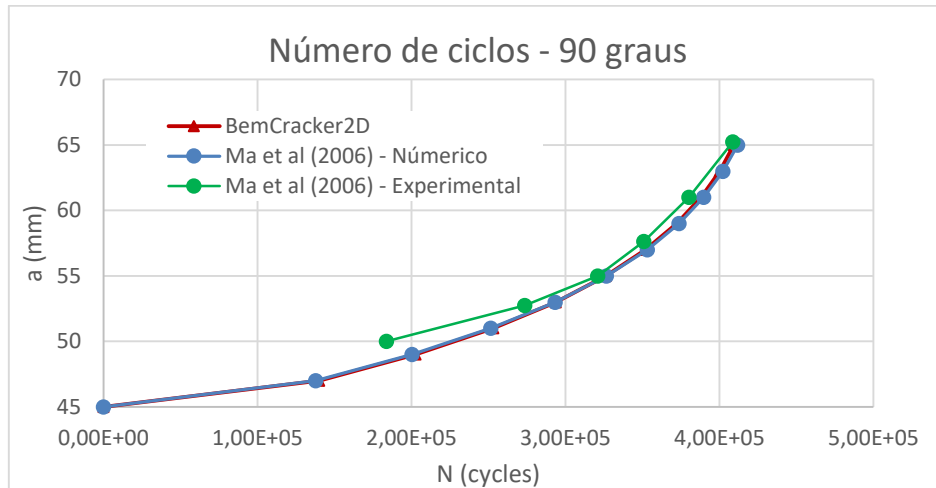


Figura 6.14 - Comparativo entre os números de ciclos obtidos experimentalmente e numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D para o modelo de 90°

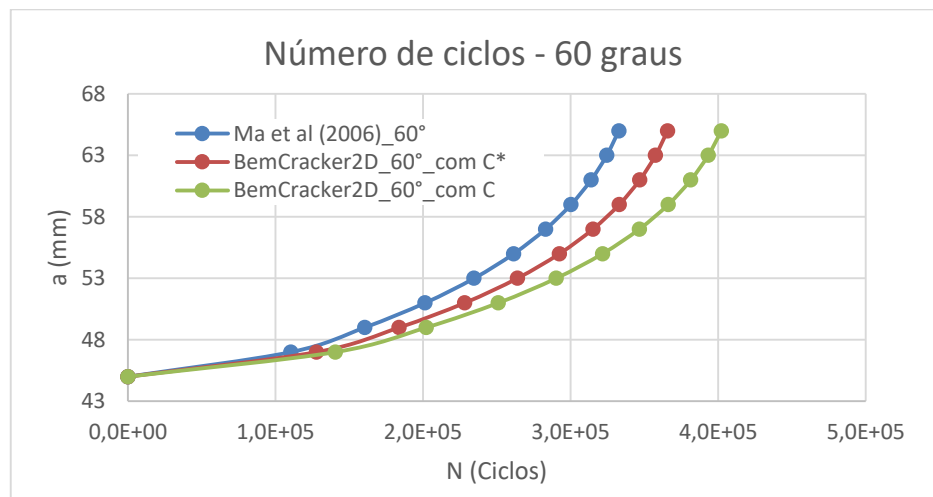


Figura 6.15 - Comparativo entre os números de ciclos obtidos numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D para o modelo de 60°

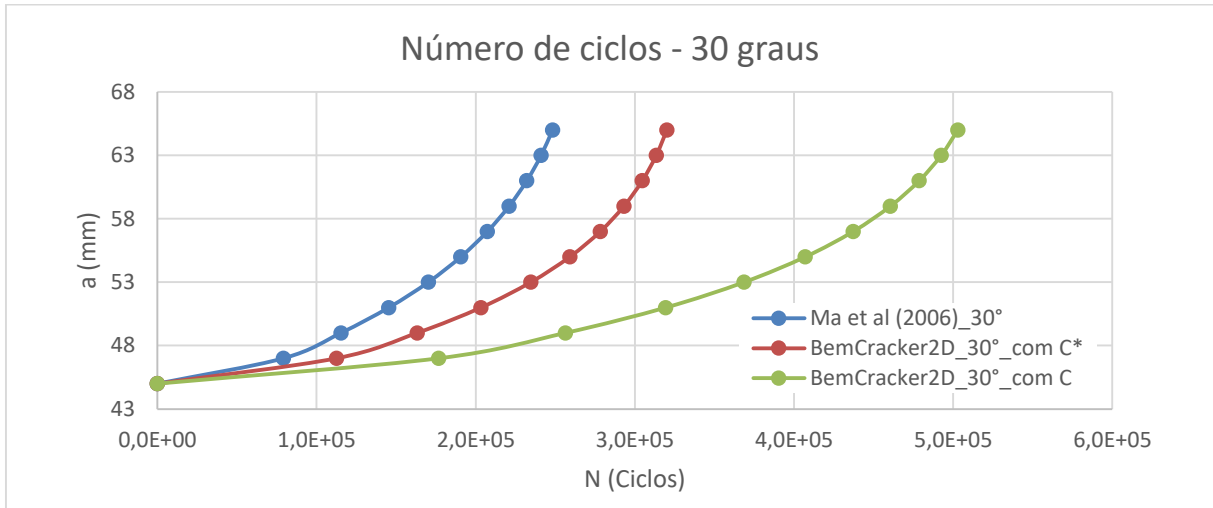


Figura 6.16 - Comparativo entre os números de ciclos obtidos numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D para o modelo de 30°

Os resultados de direção de propagação para a análise do corpo de prova CTS carregado em 60° e 30° são apresentados na Tabela 6.13. O autor disponibilizou apenas os resultados experimentais de direção de propagação. A Figura 6.17 ilustra o comparativo entre o resultado de direção de propagação experimental (MA et al, 2006) e numérico obtido via BemCracker2D.

Tabela 6.13 – Resultados experimentais e numéricos de direção de propagação do CP CTS

Ângulo de carregamento	Experimental – Ma et al (2006)	BemCracker2D
60°	-26°	-29°
30°	-45°	-51°

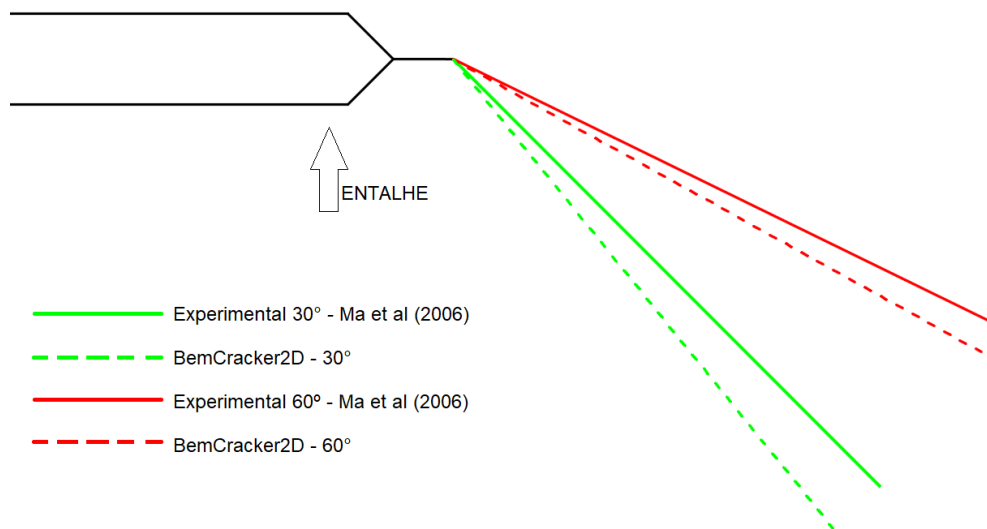


Figura 6.17 - Ilustração dos resultados de direção de propagação obtidos via BemCracker2D em comparação aos resultados experimentais de Ma et al (2006)

Os resultados numéricos dos FITs equivalentes gerados pelo BemCracker2D apresentaram uma diferença média dos resultados de Ma et al (2009) de aproximadamente 1,4% para o caso de carregamento em 90°, 3,9% para o caso de carregamento em 60° e 7,3% para o caso de carregamento em 30°. Acredita-se que o aumento da diferença entre os FITs numéricos calculados é devido as dificuldades encontradas para modelar o carregamento inclinado no corpo de prova CTS via BemLab2D. Foram consideradas aproximações para definir as condições de contorno de tração do modelo (ver item 5.5.2), possivelmente interferindo nos resultados com o aumento do ângulo de carregamento em relação a trinca. Esse aumento da diferença dos FITs também pode ser observado no segundo teste realizado no item 4.4.2 deste trabalho, com as soluções analíticas do corpo de prova ARCAN. Observa-se que, no caso do modo I puro ($\varphi=0^\circ$), não houve diferença entre os FITs numéricos e analíticos calculados. Por outro lado, nos casos de modo misto ($\varphi=15^\circ$ até 75°), apresentam-se pequenas diferenças. Apesar das dificuldades citadas, os FITs calculados por Ma et al (2006) e via BemCracker2D apresentam uma diferença relativamente pequena entre eles.

Percebe-se que, devido a diferença entre os FITs, há influência direta nos resultados dos números de ciclos de cada incremento. A diferença entre o número de ciclos final obtida numericamente por Ma et al (2006) e via BemCracker2D é maior no caso de 30°, onde os FITs apresentaram maior diferença entre si. A correção proposta por Ma et al (2006) do coeficiente C para análises em modo misto tem grande interferência na curva do número de ciclos, diminuindo seus valores em aproximadamente 9,5% para o caso de carregamento em 60° e aproximadamente 36% para o caso de carregamento em 30°. O autor não disponibiliza o número de ciclos experimentais para os casos de carregamento em 30° e 60°, impossibilitando realizar uma análise mais aprofundada da correção do coeficiente C no presente trabalho.

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

7.1. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou resultados numéricos de propagação de trinca por fadiga gerados via BemCracker2D, utilizando a interface gráfica BemLab2D para construção dos modelos numéricos dos exemplos retirados da literatura. A interface gráfica BemLab2D, elaborada por Delgado Neto et al (2016), se mostrou bastante eficiente na montagem dos modelos, apresentando ferramentas essenciais para a construção do modelo geométrico (pontos de referência, segmentos retos e segmentos curvos) até o modelo final utilizado nas análises (definição de zonas, montagem da malha de contorno, discretização da trinca e entrada de valores para análise incremental). A utilização de interfaces gráficas como o BemLab2D torna o processo de modelagem muito mais simples e rápido, devido a possibilidade de visualização imediata do modelo, diferente de definir a geometria na forma de texto, sendo essa uma forma demorada e complicada, uma vez que só é possível a visualização do modelo no final de todo o processo de construção.

Apesar das facilidades proporcionadas pelo BemLab2D na construção do modelo, algumas dificuldades foram encontradas durante a elaboração do presente trabalho. Para definir as condições de contorno de tração e de deslocamento, é preciso saber a numeração dos elementos adotada pelo gerador da malha de contorno. A versão do programa utilizada neste trabalho não apresenta uma ferramenta que seja possível a visualização da numeração de cada elemento, sendo preciso realizar uma contagem utilizando o visualizador do programa. Uma solução para esse problema seria mudar o método de entrada de valores das condições de contorno, usando o clique do mouse para definir a localização do nó ou do elemento seguido de uma janela para entrada do valor ou especificar a restrição de deslocamento desejada. Outra dificuldade encontrada é a falta de uma ferramenta que desfça alguma ação realizada pelo usuário. Muitas vezes é definido um segmento ou um valor indesejado, sendo necessário começar todo o processo de montagem do modelo desde o início.

Por sua vez, o programa responsável pela etapa de processamento BemCracker2D, elaborado por Gomes et al. (2016), mostra-se um programa robusto e eficaz, apresentando módulos capazes de analisar problemas com ou sem trinca, assim como problemas com ou sem propagação. O método dos elementos de contorno é o método numérico adotado pelo

programa para a análise de problemas elastostáticos bidimensionais. No caso da análise incremental da extensão da trinca, o programa utiliza o método dos elementos de contorno dual, proposto por Portela et al. (1992). Este método é adequado no estudo de propagação de trincas, pois a cada incremento da trinca, geram novos elementos e resultam em linhas e colunas adicionais à matriz já existente, mantendo os valores anteriores e só adicionando novos, diferente de outras metodologias numéricas, como o método dos elementos finitos, que se mostra necessário o remalhamento do problema para cada incremento de trinca. A adição de novas linhas e colunas à matriz referente a malha de contorno devido ao avanço da trinca em análises com propagação é feita de forma automática, não sendo necessário rodar o programa para cada incremento de trinca.

O método adotado pelo BemCracker2D para o cálculo dos fatores de intensidade de tensão é método da integral-J, introduzido por Rice (1968). De acordo com os resultados apresentados, o método indica exatidão no cálculo dos FITs se comparados aos demais resultados numéricos retirados da literatura e das soluções analíticas propostas no item 4.4. A maior diferença média dos FITs calculados pelo BemCracker2D e os analíticos foi de aproximadamente 5% e entre os FITs do BemCracker2D e FITs numéricos da literatura a maior diferença foi de aproximadamente 7%. Essas diferenças são referentes aos casos em que se adotou a decomposição do carregamento para simular a carga inclinada sobre o modelo numérico construído via BemLab2D, o que interfere diretamente nos resultados dos FITs gerados pelo BemCracker2D. Apesar das aproximações consideradas no modelo numérico, as diferenças apresentadas são relativamente pequenas.

No caso do critério da Máxima Tensão Circunferencial (ERDOGAN e SIH, 1963) adotado pelo BemCracker2D para definir a direção de propagação, os resultados se mostraram condizentes aos resultados numéricos e experimentais retirados da literatura. Percebe-se que os resultados de direção de propagação dependem da exatidão dos valores dos FITs calculados pela integral-J, que não apresentou problemas em calcular seus valores. Apesar dos bons resultados de direção de propagação, é preciso definir a quantidade e tamanho dos incrementos, o que se tornou um problema para os três primeiros exemplos, em que possuíam tamanhos diferentes (ver item 5.2, 5.3 e 5.4), sendo necessária a construção de modelos adicionais para cada tamanho de incremento diferente. O critério MTC também não avalia o tamanho do incremento do próximo avanço, diferente do critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação que o faz a partir de informações do avanço atual.

O BemCracker2D utiliza a equação modificada da lei de Paris, proposta por Tanaka (1974) na utilização em problemas de modo misto, para calcular os números de ciclos de cada incremento nas análises de propagação de trinca por fadiga. Na maioria dos resultados encontrados, foi necessário ajustar os valores para melhor representação da curva, considerando o efeito de fechamento de trinca (ver item 6.3) ou a correção do coeficiente C da lei de Paris (ver item 6.2 e 6.4) proposta por Ma et al (2006). Apesar dos ajustes feitos, estas são de fácil implementação no software, uma vez que são correções feitas diretamente nos resultados gerados pelo BemCracker2D.

De um modo geral, o programa acadêmico BemCracker2D e sua interface gráfica BemLab2D para análises de propagação de trinca por fadiga em geometrias bidimensionais em modo misto são extremamente eficazes, apresentando resultados bastante próximos dos resultados numéricos e experimentais retirados da literatura. Os programas são altamente recomendados para futuros estudos em Mecânica Computacional, Mecânica dos Sólidos e Mecânica da Fratura, apresentando ferramentas que facilitam todo o processo de análise.

7.2. SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Algumas sugestões para futuros trabalhos à partir dos resultados e do que foi discutido são apresentados a seguir:

- Implementação de uma ferramenta no BemLab2D que possibilite visualizar a numeração de cada elemento ou mudar o tipo de definição de condições de contorno de deslocamento e de tração através do clique do mouse;
- Implementação de uma ferramenta no BemLab2D que possibilite desfazer alguma ação indesejada pelo usuário;
- Implementação de uma ferramenta que possibilite entrar com valores de tamanho de incremento diferentes;
- Adicionar outros métodos no BemCracker2D para definir a direção de propagação além do critério da Máxima Tensão Circunferencial, como por exemplo o critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação;
- Realizar um estudo mais aprofundado dos modelos de fechamento de trinca e os mecanismos que contribuem para que este fenômeno ocorra;
- Realizar um estudo mais aprofundado da correção do coeficiente C proposta por Ma et al (2006) em análises de propagação em modo misto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALIABADI, M.H., **The Boundary Element Method: Applications in Solids and Structures**, v 2, WILEY, 2002.

ALIABADI, M.H., WEN, P.H., ROOKE, D.P., **Dynamic dual boundary element analysis for 3-D fracture mechanics**, 20th International conference on the Boundary Element Method, Orlando, 1998.

ANDERSON, T.L., **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 2. ed. College Station: Crc Press, 1995.

ARCAN, M.; HASHIN, Z.; VOLOSHIN, A.. **A method to produce uniform plane-stress states with applications to fiber-reinforced materials**. Experimental Mechanics, v. 18, n. 4, p.141-146, abr. 1978.

AYATOLLAHI, M.R.; ALIHA, M.R.M.. **Analysis of a new specimen for mixed mode fracture tests on brittle materials**. Engineering Fracture Mechanics, Iran, v. 76, n. 11, p.1563-1573, jul. 2009.

BANKS-SILLS, L., HERSHKOVITZ, I., WAWRZYNEK, P.A., ELIASI, R., INGRAFFEA, A.R., **Methods for Calculating Stress Intensity Factors in Anisotropic Materials: Part I-z=0 is a symmetric plane**, Engineering Fracture Mechanics, v 72, 2005, pp.2328-2358.

BELYTSCHO, T., BLACK, T., **Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing**, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v 45, 1999, pp.601-620.

BLANDFORD, G.E., INGRAFFEA, A.R., LIGGET, A.J., **Two-dimensional stress intensity factor computations using the boundary element method**, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v 17, 1981, pp.387-404.

BOISSENOT, J.M., LACHAT, J.C., WATSON, J.O., **Etude par équations intégrales d'une éprouvette**, CT15, Rev Phys Appl, v 9, 1974, pp.611-615.

BOLJANOVIĆ, S.; MAKSIMOVIĆ, S., **Analysis of the crack growth propagation process under mixed-mode loading**. Engineering Fracture Mechanics, Belgrade, Serbia, v. 78, n. 8, p.1565-1576, maio 2011.

BORGES, M.L.M., **Análise de propagação de trincas por meio da mecânica da fratura**. Belo Horizonte. 178p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, UFMG – Minas Gerais, 2010.

BREBBIA, C.A., DOMINGUEZ, J., **Boundary Elements: An Introductory Course**. 2. ed. WIT Press, 1992.

BROEK, D., **The Practical Use of Fracture Mechanics**. 1. ed., Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1988.

CHAN, S.K., TUBA I.S., WILSON, W.K. (1970). **On the finite element method in linear fracture mechanics**, Engineering Fracture Mechanics, v 2, 1970, pp.1-17.

CRUSE, T.A., **Numerical evaluation of elastic stress intensity factors by the boundary-integral equation method.** In J. L. Swedlow (Ed.) *The surface crack: Physical Problems and Computational Solutions.* ASME, New York, 1972, pp.153-170.

DELGADO NETO, GOMES, G., GUIMARÃES, D.C., **BEMLAB2D: GUI Modeling, Visualization and Analysis with Boundary Element – Na Application in Elastostatic Problems,** XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE 2016, Brasília, Brasil.

DING, Z. et al. **Modeling of I + II mixed mode crack initiation and growth from the notch.** *Theoretical And Applied Fracture Mechanics, China,* v. 84, p.129-139, ago. 2016.

ELBER, W.. **The significance of fatigue crack closure in damage tolerance in aircraft structures.** ASTM STP 486, American Society for Testing and Materials. Philadelphia, 1971, pp. 230-242.

ERDOGAN, F., SIH, G.C., **On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear,** *Journal of Basic Engineering,* v 85, 1963, pp.519-527.

EWALDS, H.L., WANHILL, R.J.H., **Fracture Mechanics,** 1. ed., London: Edward Arnold Publishers, 1984.

GALYON, S. E., ARUNACHALAM, S. R., GREER, J., HAMMOND, M., FAWAZ, S. A. **Three diminsional crack growth prediction.** In ICAF 2009, *Bridging the Gap Between Theory and Operational Practice - Proceedings of the 25th Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue* p. 1035-1068, 2009.

GOMES, G., DELGADO NETO, A.M., WROBEL L.C., **Modelagem e Visualização de Trincas 2D usando Equação Integral de Contorno Dual,** XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE 2016, Brasília, Brasil.

GRIFFITH, A.A., **The Phenomena of Rupture and Flow in Solids,** *Philosophical Transactions,* Series A, v 221, 1920, pp.163-198.

GRIGORIU, M. et al. **Mixed mode fracture initiation and trajectory prediction under random stresses.** *International Journal Of Fracture,* v. 45, n. 1, p.19-34, set. 1990.

HENSHELL, R.D., SHAW, K.G., **Crack Tip Finite Elements are Unnecessary,** *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* v 9, 1975, pp.495-507.

HUSSAIN, M. A.; PU, S.L.; UNDERWOOD, J.. **Strain Energy Release Rate for a Crack Under Combined Mode I and Mode II.** *National Symposium On Fracture Mechanics,* Watervliet, 1974.

IIDA, S.; KOBAYASHI, A. S.. **Crack-Propagation Rate in 7075-T6 Plates Under Cyclic Tensile and Transverse Shear Loadings.** *Journal Of Basic Engineering,* Seattle, v. 91, n. 4, p.764-769, jul. 1969.

INGLIS, C.E., **Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Cracks,** *Transactions of the Intitution of Naval Architects,* v 55, 1913, pp.219-242.

IRWIN, G.R., **Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a**

plate, Journal of Applied Mechanics, v 24, 1957, pp.361-364.

IRWIN, G.R., **Fracture Dynamics**, Fracturing of Metals, Cleveland: American Society of Metals, 1948, pp.147-166.

IRWIN, G.R., **Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys**, Sagamore Research Conference Proceedings, v 2, 1956, pp.289-305.

ISHIKAWA, H., KITAGAWA, H., OKAMURA, H., **J-integral of a mixed-mode crack and its application**, ICM 3, v 3, Cambridge, Pergamon Press, Oxford, 1980, pp.447-455.

JANSSEN, M., ZUIDEMA, J., WANHILL, R.J.H., **Fracture Mechanics**, 2. ed., Netherlands: VSSD, 2002.

KISHITANI, K., HIRAI, T., MURAKAMI, K., **J-integral calculations with boundary elements – Boundary Elements**, Brebbia C.A., Futagami T. and Tanaka M., Springer-Verlag, Berlin, 1983, pp.481-493.

LEITÃO, V., ALIABADI, M.H., ROOKE, D.P., **The dual boundary element formulation for elastoplastic fracture-mechanics**, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v 38, 1995, pp.315-333.

LESIUK, G. et al. **Mixed Mode (I+II) Fatigue Crack Growth of Long Term Operating Bridge Steel**. Procedia Engineering, Poland, v. 160, p.262-269, 2016.

MA, S. et al. **The mixed-mode investigation of the fatigue crack in CTS metallic specimen**. International Journal Of Fatigue, China, v. 28, n. 12, p.1780-1790, dez. 2006.

MAIER, G., NOVATI, G., CEN, Z., **Symmetric Galerkin boundary element method for quasi-brittle-fracture and frictional contact problems**, Computational Mechanics, v 13, 1993, pp.74-89.

MIRANDA, A.C. de O, MEGGIOLARO, M.A, MARTHA, L.F., CASTRO, J.T.P. de, **Stress Intensity Factor Predictions: Comparison and Round-off Error**, Computational Materials Science, v 53, 2011, pp.354-358.

MIRANDA, A.C. de O., **Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D Complexas sob carga cíclicas variáveis**. Rio de Janeiro. 106p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, PUC – Rio de Janeiro, 2003.

MOES, N., DOLBOW, J., BELYTSCHKO, T., **A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing**, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v 46, 1999, pp.131-150.

OROWAN, E., **Fracture and Strength of Solids**, Reports on Progress in Physics, v XII, 1948, pp.185.

PARIS, P.C., ERDOGAN, F., **A Critical Analysis of Crack Propagation Laws**, Journal of Basic Engineering, v 85, 1963, pp.528-534.

PARVANOV, S., GOSPODINOV, G., **A dual boundary element procedure for analysis of fracture in concrete**, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, v 37, 2007, pp.67-82.

PORTELA, A., ALIABADI, M.H., ROOKE, D.P., **The Dual Boundary Element Method: Effective Implementation for Crack Problems**, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v 33, 1992, pp.1269-1287.

PRASAD, N.N.V., ALIABADI, M.H., **Anisotropic analysis of cracks in coposite laminates using the dual boundary-element method**, Composite Structures, v 31, 1995, pp.229-233.

RICE, J.R., **A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks**, Journal of Applied Mechanics, v 35, 1968, pp.379-386.

RICHARD, H.A., **Examination of brittle fracture criteria for overlapping mode I and mode II loading applied to cracks**. Application of fracture mechanics to materials and structures, 1983, pp. 309-316.

RIGBY, R.H., ALIABADI, M.H., **Mixed-mode J-integral method for analysis of 3D fracture mechanics**, Engineering Analysis with Boundary Elements, v 11, 1993, pp.239-256.

ROBERTS, R.; KIBLER, J. J.. **Mode II Fatigue Crack Propagation**. Journal Of Basic Engineering, Bethlehem, v. 93, n. 4, p.671-680, dez. 1971.

SANTANA, E.; PORTELA, A.. **Dual boundary element analysis of fatigue crack growth, interaction and linkup**. Engineering Analysis With Boundary Elements, Brasília, v. 64, p.176-195, mar. 2016.

SATO, M., **Modelagem de problemas da mecânica da fratura e propagação de trincas em fadiga**. Campinas. 148p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Mecânica Computacional, Universidade Estadual de Campinas – São Paulo, 2009.

SCHIJVE, J., **Some formulas for the crack opening stress level**. Engineering Fracture Mechanics: An International Journal, v. 14, p.461-465, 1981.

SEIFI, R., GHADIMIAN, O., RANJBARAN, M., **Study on life and path of fatigue cracks in multiple site damage plates**, International Journal of Fatigue, v 80, 2015, pp.449-458.

SHIH, C.F., **Small-scale yielding analysis of mixed plane strain crack problem**. ASTM STP 560, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1974, pp 187-210.

SIH, G.C., **Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems**. International Journal Of Fracture, v. 10, n. 3, p.305-321, set. 1974.

SIH, G.C.; BARTHELEMY, B.M., **Mixed mode fatigue crack growth predictions**. Engineering Fracture Mechanics, Bethlehem, v. 13, n. 3, p.439-451, jan. 1980.

SILVA, R.M., **Transição de trinca bidimensional para unidimensional por fadiga**. Brasília. 113p. Dissertação de Mestrado - Curso de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 2015.

TANAKA, K., **Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis.** Engineering Fracture Mechanics, v. 6, n. 3, p.493-507, out. 1974.

TIMOSHENKO, S., **Theory of elasticity**, 2. ed., McGraw-Hill, 1951.

WEERTMAN, J., **Rate of growth of fatigue cracks calculated from the theory of infinitesimal dislocations distributed on a plane**, International Journal of Fracture Mechanics, v 2, 1966, pp.460-467.

WESTERGAARD, H.M., **Bearing Pressure and Cracks**, Journal of Applied Mechanics, v 6, 1939, pp. A49–A53.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Será utilizado um corpo de prova do tipo tração compacto (CT) para demonstrar, detalhadamente, toda a etapa de pré-processamento para modelagem de problemas de propagação de trinca por fadiga via BemLab2D.

A geometria e o material do CP são os mesmos considerados por Borges (2010). A geometria é ilustrada na Figura A.1, em milímetros.

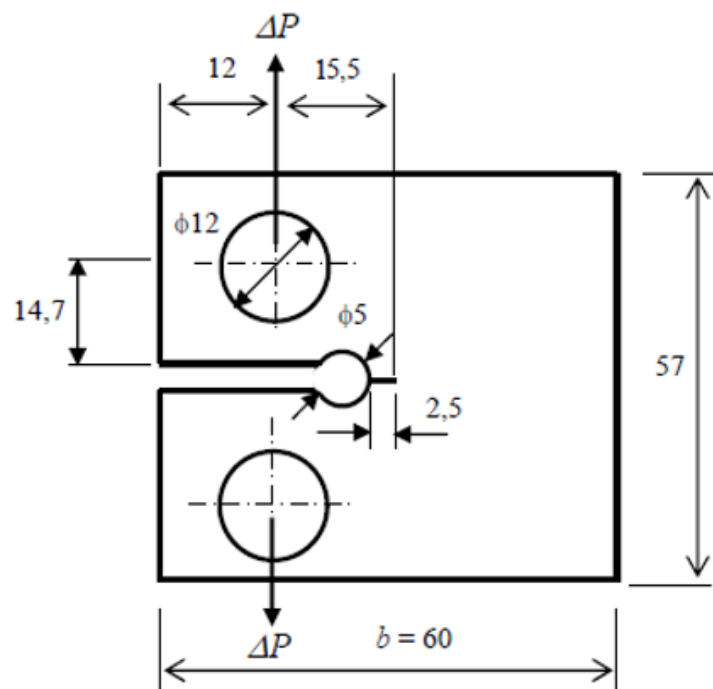


Figura A.1 – Geometria do corpo de prova do tipo CT (Fonte: Borges, 2010)

O material do CP é de ferro fundido nodular austemperado, com as seguintes propriedades elásticas obtidas experimentalmente (BORGES, 2010): módulo de Young $E = 155400$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.28$. Para análise de propagação por fadiga, as constantes de Paris do material são (BORGES, 2010): $C = 7.1433 \cdot 10^{-12} \frac{m/\text{ciclo}}{(MPa\sqrt{m})^m}$ e $m = 3.0753$.

O primeiro passo é definir um sistema de coordenadas cartesianas para definir pontos de referência utilizados na construção dos segmentos retos e curvos no BemLab2D. O sistema de coordenadas considerado é apresentado na Figura A.2, com origem na ponta da pré-trinca.

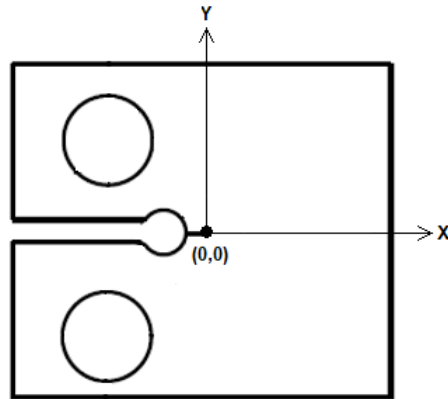


Figura A.2 – Sistema de coordenadas cartesianas adotado para definição de pontos de referência

Observando a geometria apresentada, percebe-se que é preciso definir pontos para a construção de oito segmentos retos e quatro segmentos curvos (dois círculos e dois arcos ligados na ponta da trinca). A Figura A.3 ilustra três exemplos de segmentos construídos a partir de pontos de referência. O ponto inicial, final e central são especificados como P_i , P_f e P_c , respectivamente. A Figura A.3(a) mostra um exemplo de segmento reto construído a partir de um ponto inicial e um ponto final. A Figura A.3(b) mostra um exemplo de segmento curvo em que forma-se um círculo em torno de um ponto central, onde os pontos inicial e final são os mesmos. No caso de um círculo, o sentido não importa para o desenho, apenas irá mudar a numeração de elementos na etapa de geração de malha. A Figura A.3(c) mostra um exemplo de segmento curvo em que forma-se um arco em torno de um ponto central, onde os pontos inicial e final devem ser diferentes.

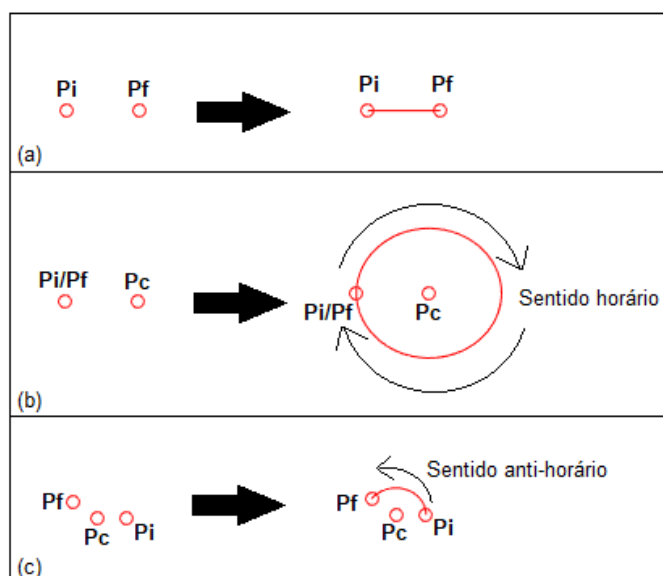


Figura A.3 – (a) Exemplo de segmento reto; (b) Exemplo de segmento curvo em que forma-se um círculo; (c) Exemplo de segmento curvo em que forma-se um arco

Portanto, para a construção da geometria apresentada, considerou-se quinze pontos de referência, ilustrados na Figura A.4.

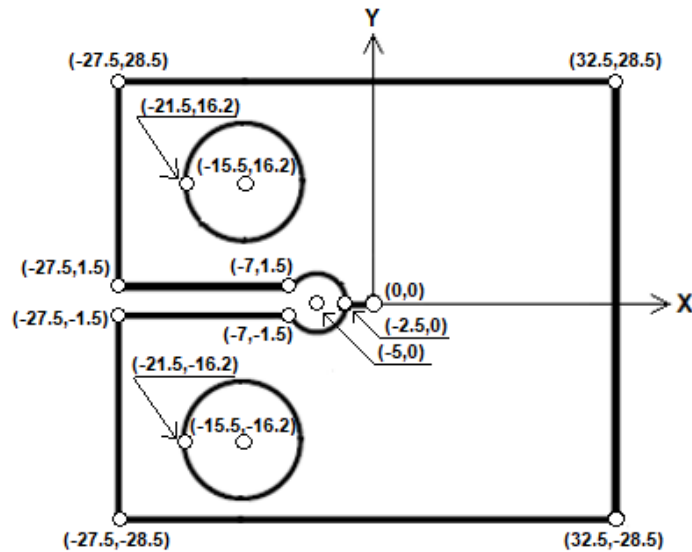


Figura A.4 – Pontos de referência utilizados para construção do modelo geométrico

Iniciando o BemLab2D, antes de entrar com as coordenadas de cada ponto, é preciso definir os limites do visualizador do programa para melhor enquadramento do desenho. Utilizando o botão *Scale* na parte inferior do programa, é possível entrar com os valores de X_i , X_f , Y_i e Y_f para definir os limites. A Figura A.5 mostra os valores considerados.

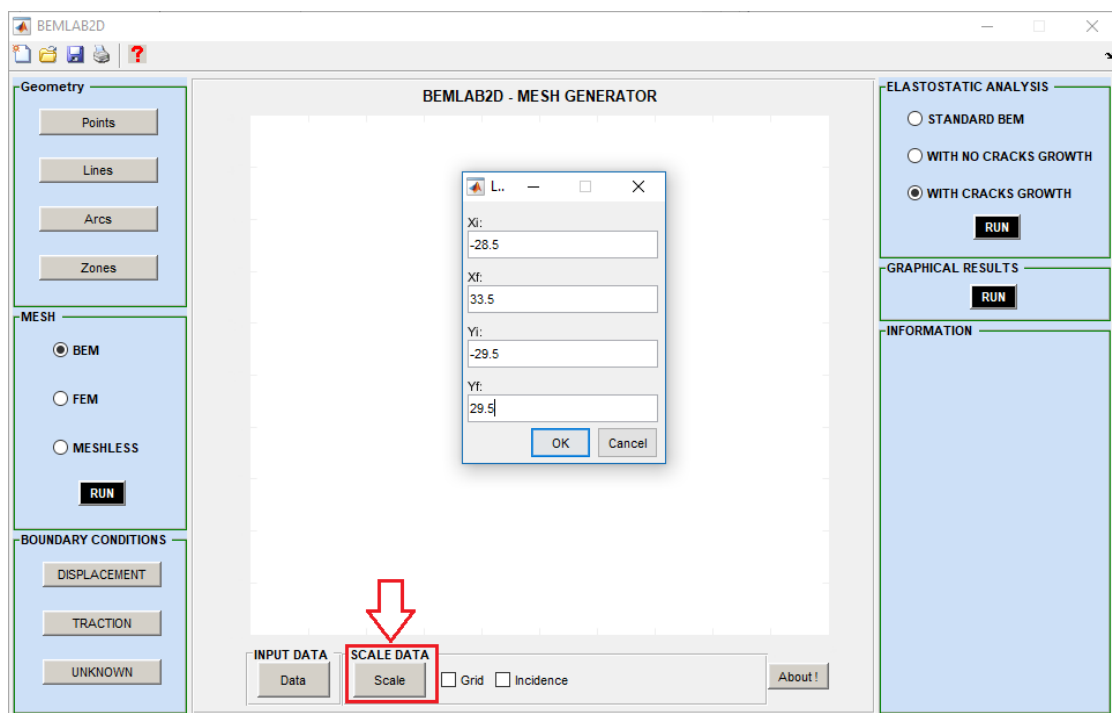


Figura A.5 – Janela para entrada dos valores dos limites do visualizador do BemLab2D

O próximo passo é entrar com as coordenadas dos pontos de referência utilizando o botão *Points* no canto superior esquerdo do programa, como ilustrado na Figura A.6. Na janela é possível entrar com os valores de cada ponto individualmente ou em forma de vetores separado por vírgulas. A Figura A.7 mostra os pontos de referência criados.

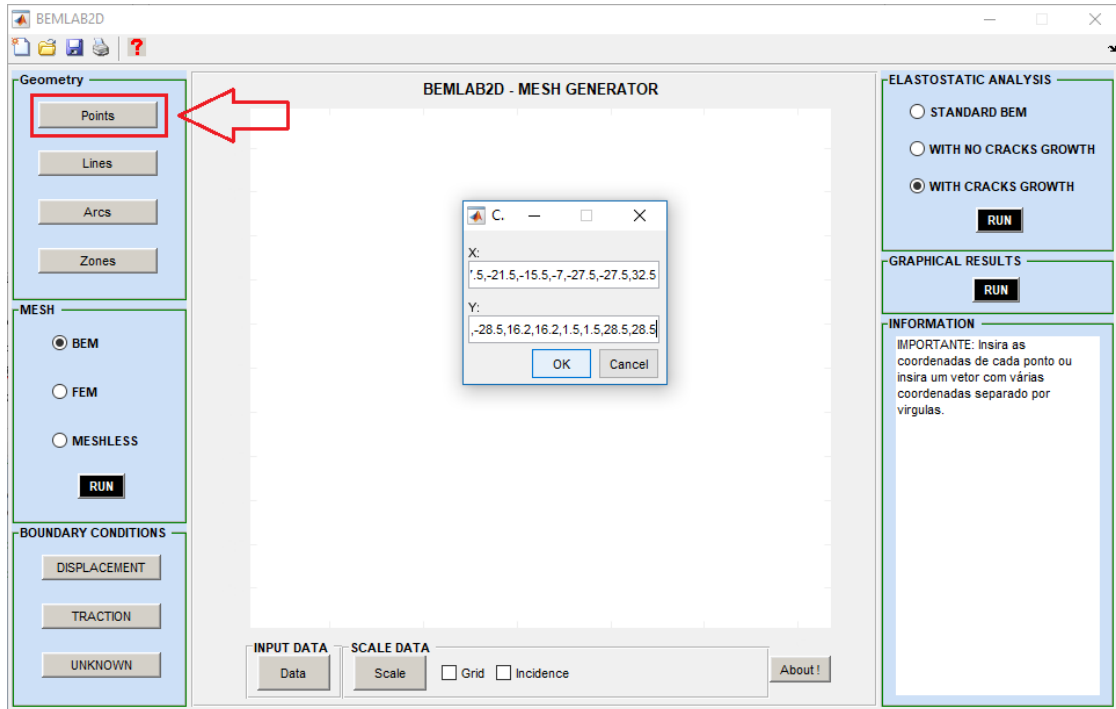


Figura A.6 – Janela para definição das coordenadas dos pontos de referência

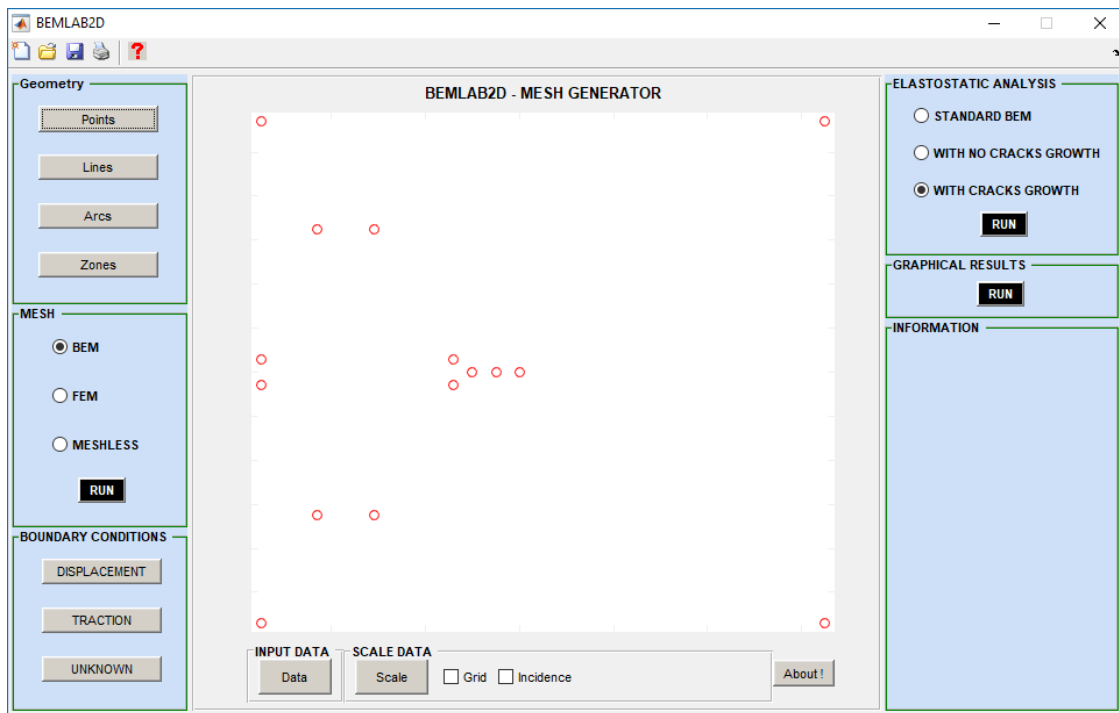


Figura A.7 – Pontos de referência criados

Através dos pontos de referência, cria-se os segmentos retos utilizando o botão *Lines* no canto superior esquerdo do programa. O segmento reto é definido após clicar com o mouse no ponto de referência inicial e no ponto de referência final, respectivamente. É preciso seguir uma sequência de desenho em que o último segmento construído se conecte com o próximo até fechar o contorno do problema. Também é importante ressaltar que os desenhos de diferentes tipos de zonas devem ser feitos em sentidos diferentes (horário e anti-horário), no caso deste exemplo, há uma zona mestre e duas zonas de furo. A zona mestre foi desenhada no sentido anti-horário e no caso das zonas de furo, desenha-se no sentido horário. Após definir todos os segmentos retos, pressiona-se o botão *enter* no teclado. A Figura A.8 ilustra os segmentos retos construídos através do botão *Lines*.

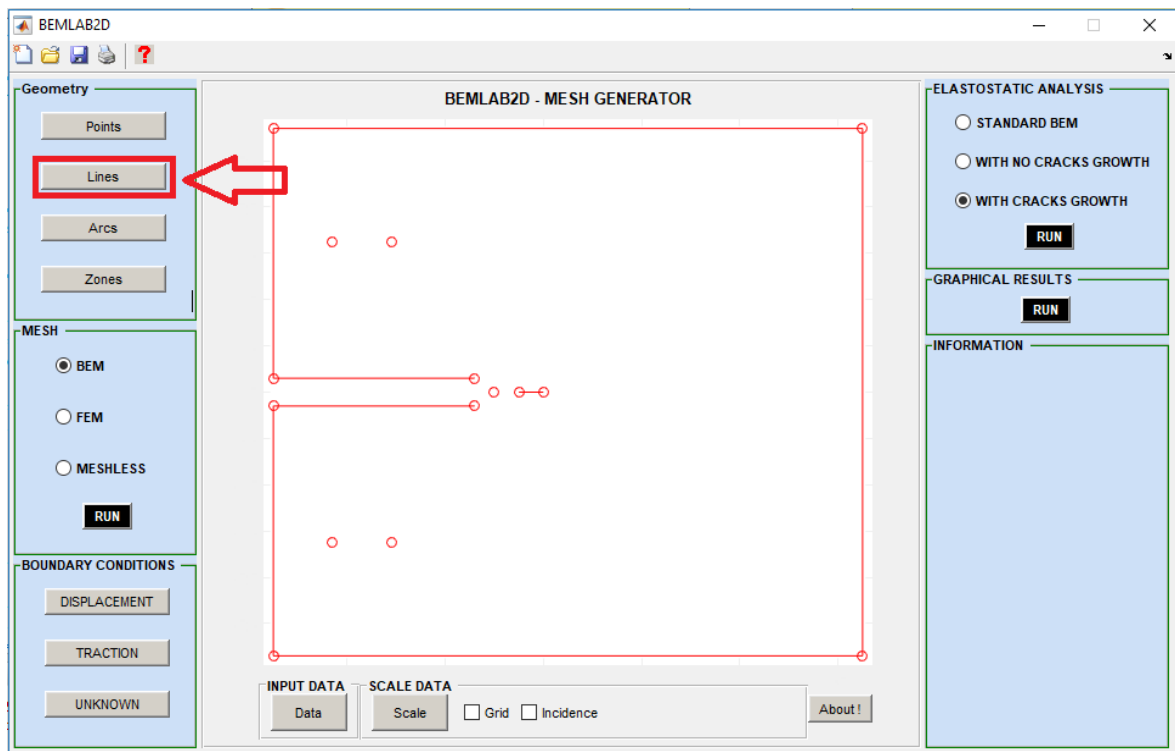


Figura A.8 – Segmentos retos finalizados

Em seguida, utiliza-se o botão *Arcs* logo abaixo do botão *Lines* para definir segmentos curvos. A sequência dos pontos deve ser sempre partindo do ponto inicial, seguido do ponto final e, por fim, o ponto central utilizando o clique do mouse. Após clicar no último ponto de referência, o programa apresenta uma janela onde é preciso indicar qual o sentido de desenho do segmento curvo (horário ou anti-horário). Após definir todos os segmentos curvos, pressiona-se o botão *enter* no teclado. A Figura A.9 ilustra o modelo geométrico finalizado com todos segmentos retos e curvos construídos.

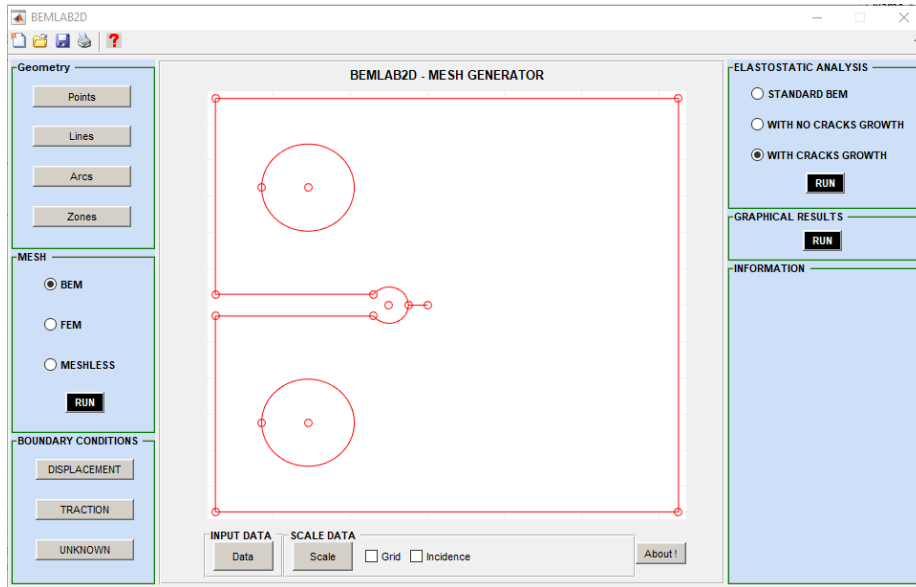


Figura A.9 – Segmentos retos e curvos finalizados

O próximo passo consiste em indicar ao programa os tipos de zonas presentes no problema. Neste exemplo, é preciso definir uma zona mestre e duas zonas de furo. Utiliza-se o botão *Zones* no canto superior esquerdo do programa para realizar tais definições. Para definir a zona mestre, é necessário entrar com as propriedades elásticas do material na janela ilustrada na Figura A.10 (módulo de Young $E = 155400$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.28$).

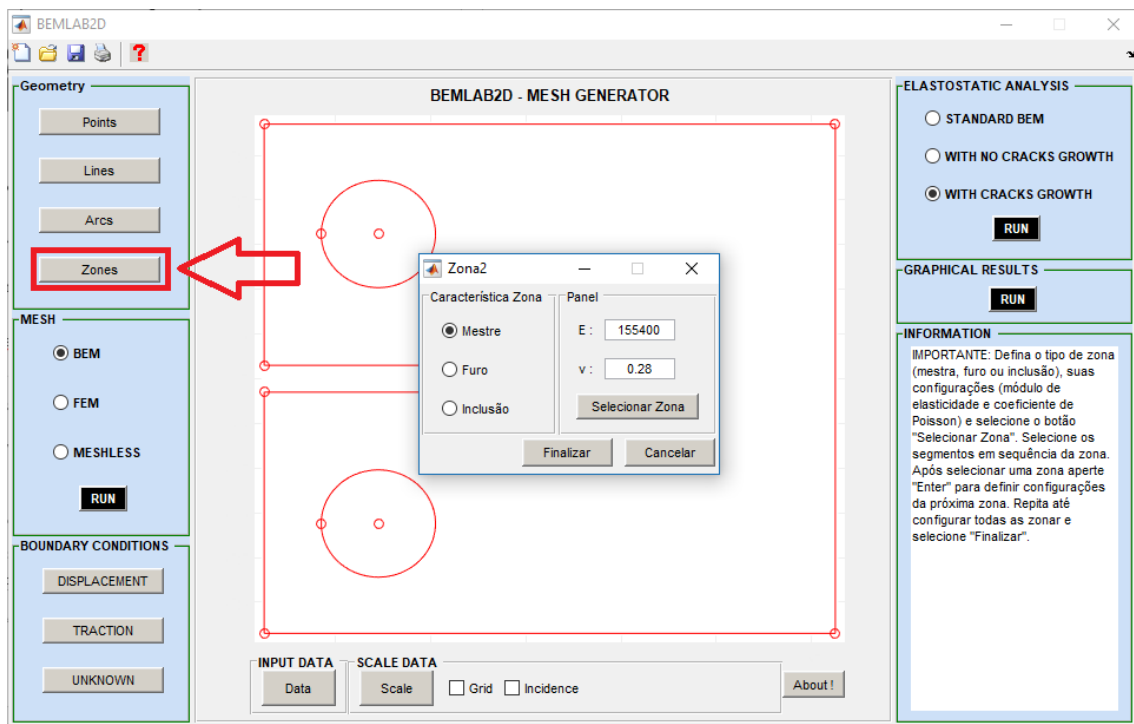


Figura A.10 – Janela para definição de zona mestre do problema

Após entrar com as propriedades elásticas do material, utiliza-se o botão *Selecionar Zona* e em seguida, com o clique do mouse, seleciona-se os segmentos que compõem a zona mestre, na mesma sequência que foi realizado o desenho. No final da seleção, pressiona-se o botão *enter* do teclado para finalizar a definição da zona mestre. Logo em seguida, a mesma janela da Figura A.10 irá surgir. Dessa vez, seleciona-se a opção *Furo* na sessão *Característica Zona* e pressiona-se o botão *Selecionar Zona*, indicando o círculo como a primeira zona de furo e pressionando *enter* no teclado. Esses passos são repetidos para a definição da segunda zona de furo e, após finalizar as definições de zonas, pressiona-se o botão *Finalizar* na atual janela.

O próximo passo é gerar a malha de contorno do problema através do Módulo MESH localizado no canto esquerdo do programa. Com a caixa *BEM* selecionada, pressiona-se o botão *RUN* para iniciar a construção da malha de contorno. Utilizando o clique do mouse, seleciona-se o segmento em que se deseja atribuir o número de elementos de contorno. No caso de segmentos retos que não representem a trinca, deve-se entrar com o número de elementos contínuos para o segmento selecionado, como ilustrado na Figura A.11.

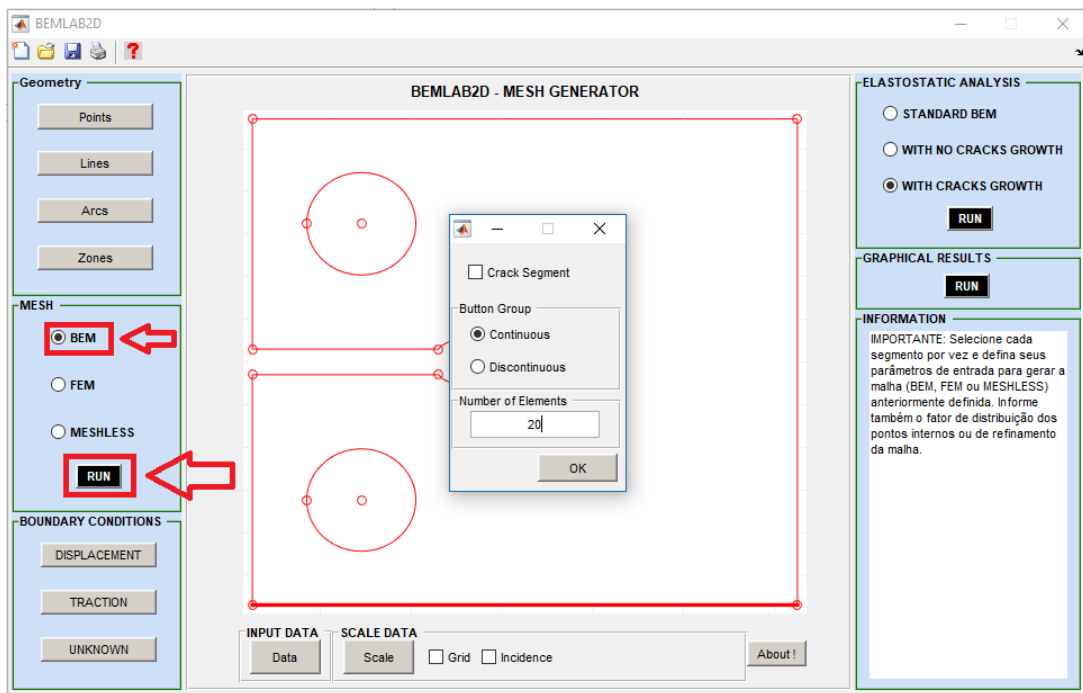


Figura A.11 – Janela para atribuir o número de elementos contínuos de um segmento reto

No caso do segmento reto que represente a trinca, seleciona-se o segmento e marca-se a caixa *Crack Segment* na janela. É necessário indicar a razão dos elementos descontínuos que representam a trinca, separado por vírgula, como ilustrado na Figura A.12. É

importante ressaltar que a razão dos elementos deve ter sua somatória igual a 1. No caso de segmentos curvos, apenas se faz necessário a entrada do número de elementos (Figura A.13).

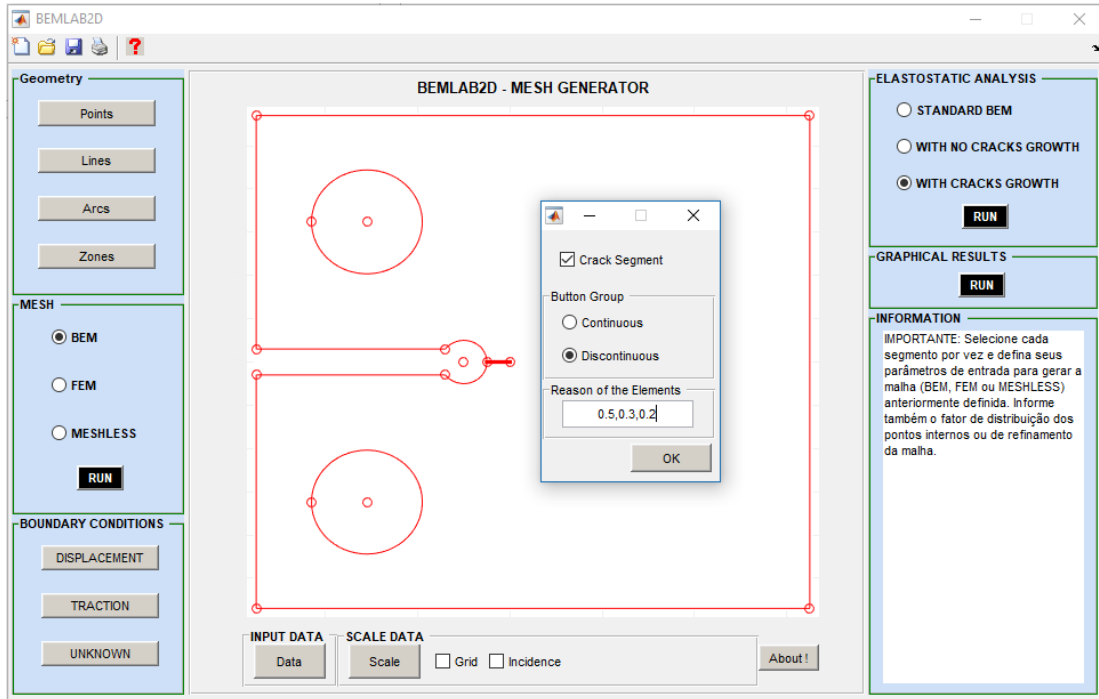


Figura A.12 - Janela para atribuir o número de elementos descontínuos de um segmento reto

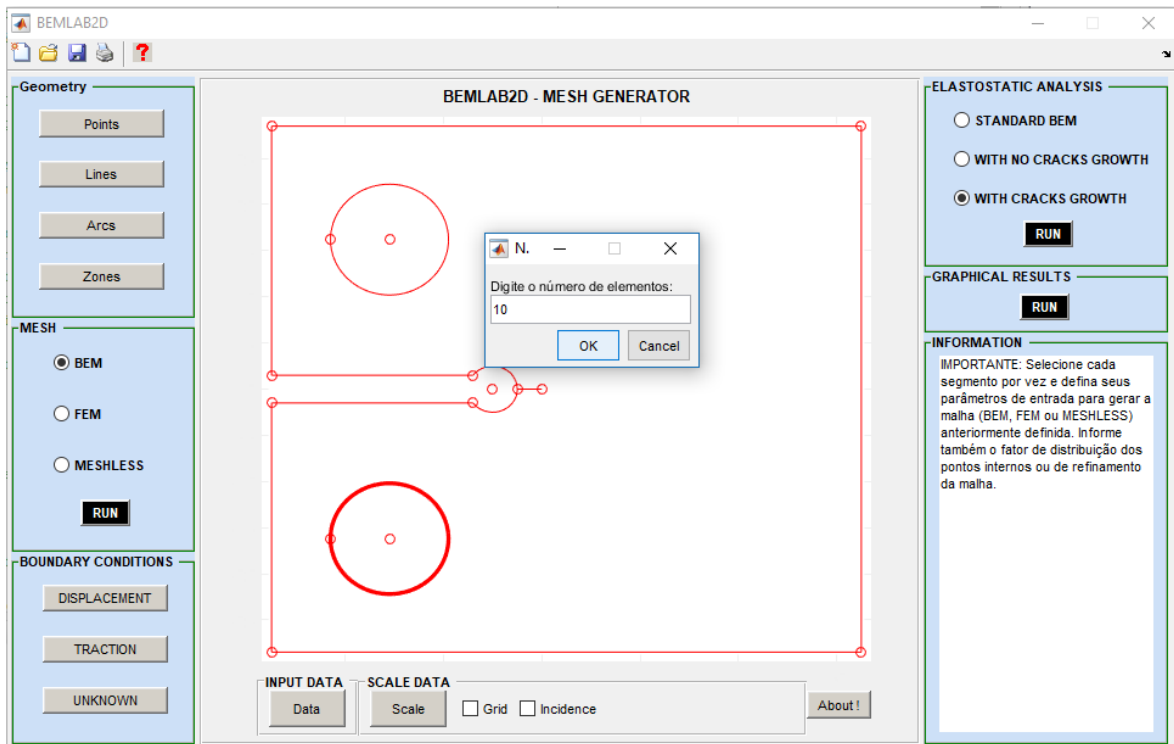


Figura A.13 - Janela para atribuir o número de elementos contínuos de um segmento curvo

A Figura A.14 ilustra o modelo finalizado, com um total de 136 elementos, sendo 6 destes para discretização da trinca em elementos descontínuos de razão 0.5, 0.3, 0.2.

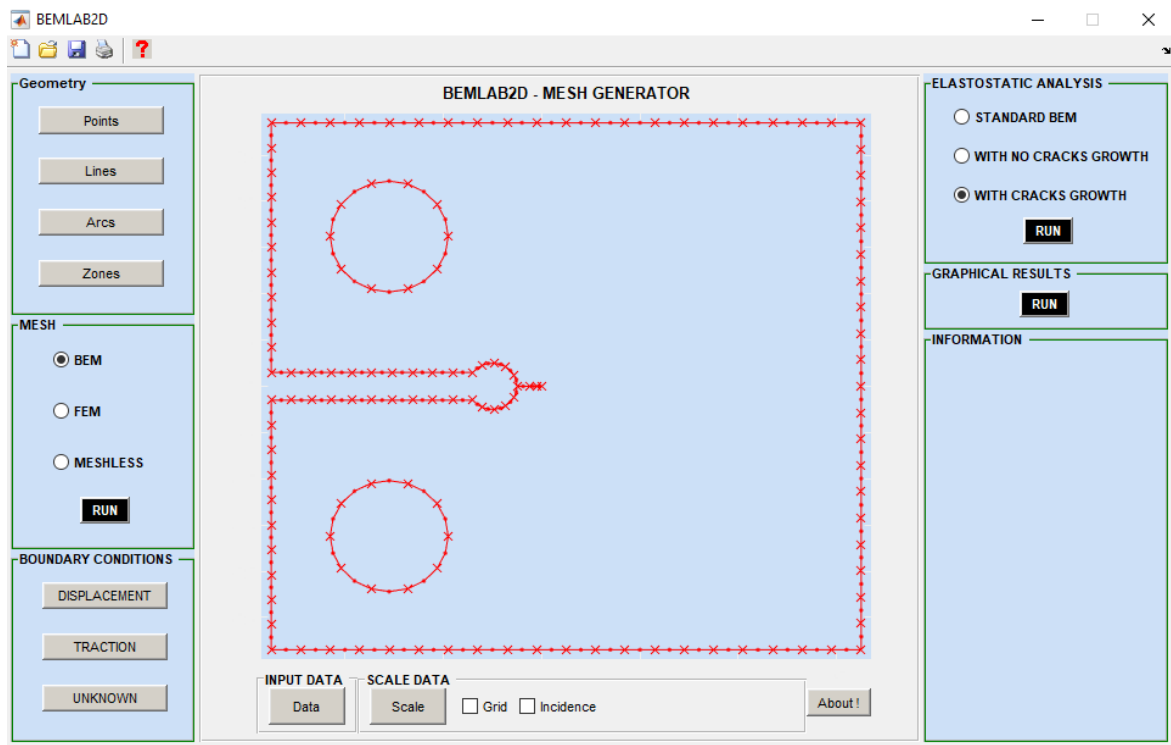


Figura A.14 – Malha de contorno finalizada

No canto inferior esquerdo do programa, é possível definir as condições de contorno de deslocamento e de tração. Primeiramente, define-se as condições de contorno através do botão *Displacement*. Na janela que surge, é possível definir as condições de contorno de deslocamento através da numeração do nó e do seu respectivo elemento. A numeração dos elementos é feita de acordo com a sequência de desenho realizada nos passos anteriores. Cada elemento possui três nós numerados de 1 a 3, também seguindo a sequência de desenho. Neste exemplo, aplica-se uma restrição de deslocamento na direção X e Y no elemento 30 em seu nó 3, como observado na Figura A.15. Também aplica-se uma restrição de deslocamento na direção X no elemento 29 em seu nó 3. A Figura A.16 ilustra as condições de contorno aplicadas ao modelo.

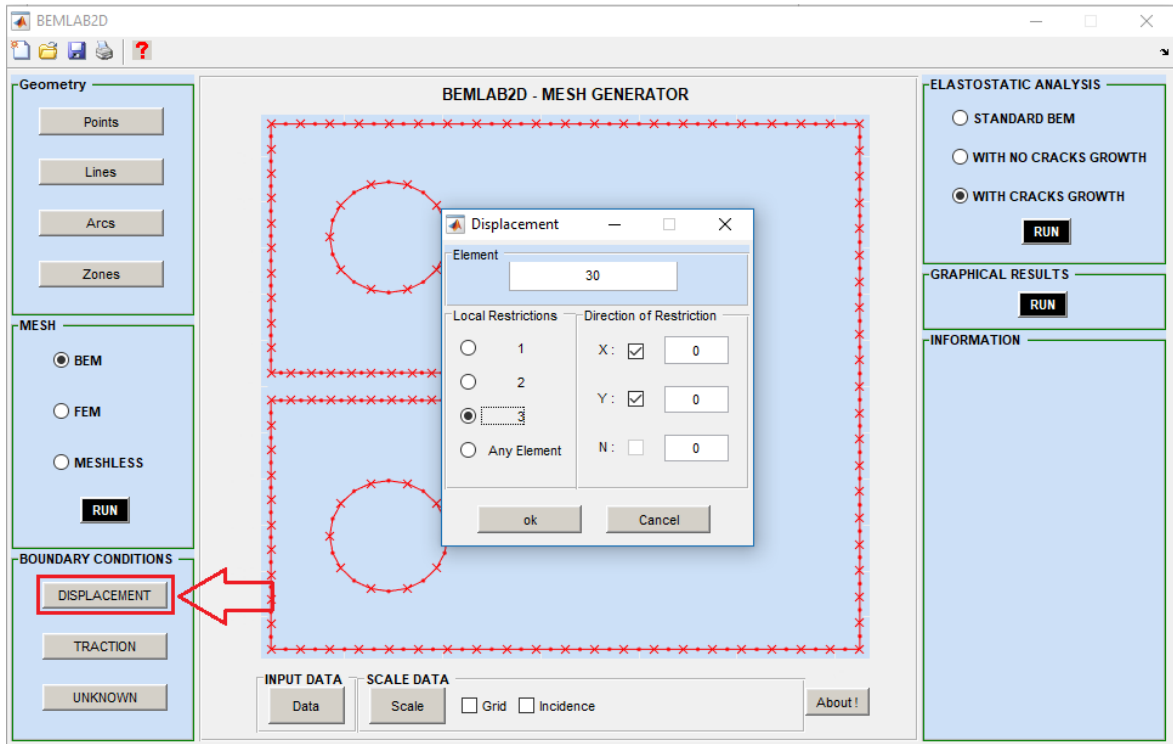


Figura A.15 – Janela de definição das condições de contorno de deslocamento

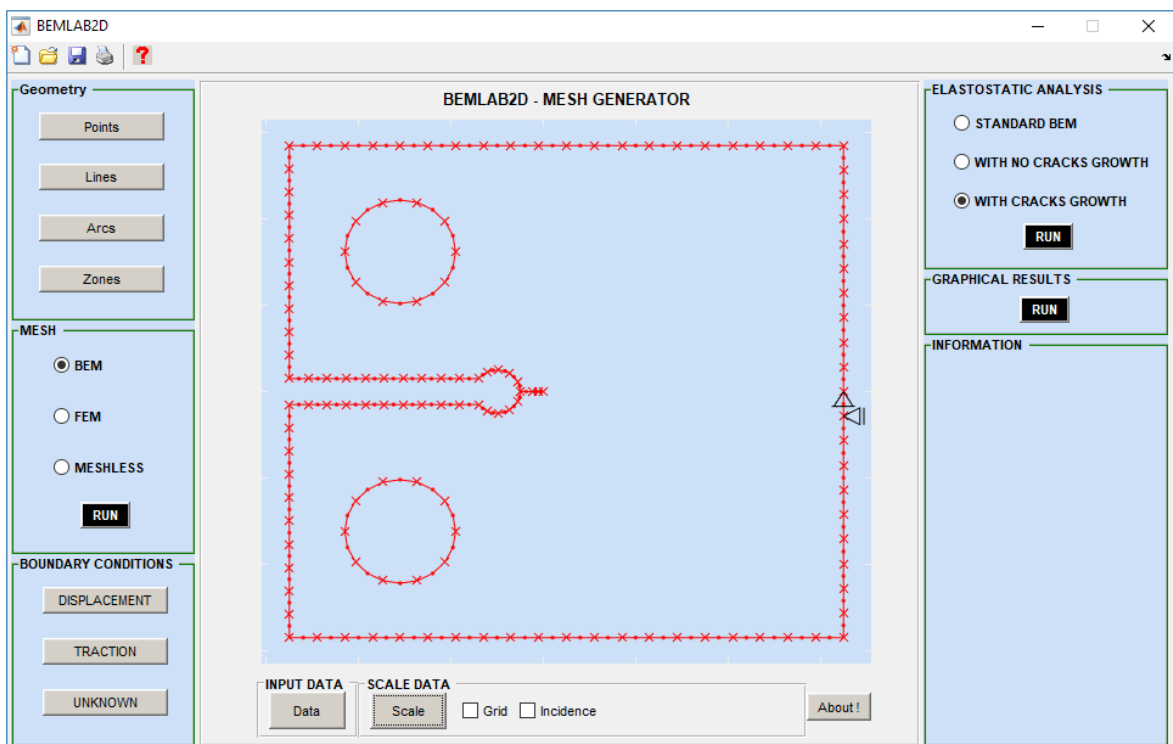


Figura A.16 – Restrições de deslocamento aplicadas no elemento 29 e 30

Ainda no canto inferior esquerdo do programa, as condições de contorno de tração são definidas através do botão *Traction*, como ilustrado na Figura A.17. Seguindo a mesma

lógica de numeração de elementos e nós, define-se uma carga de nove quilonewtons (9 kN) no elemento 124 em seu nó 2 na direção Y no sentido de cima para baixo e outra carga de igual valor no elemento 129 em seu nó 2 também na direção Y, mas no sentido de baixo para cima. O sentido é definido pelo sinal da carga. A Figura A.18 ilustra o modelo finalizado com todas as condições de contorno aplicadas.

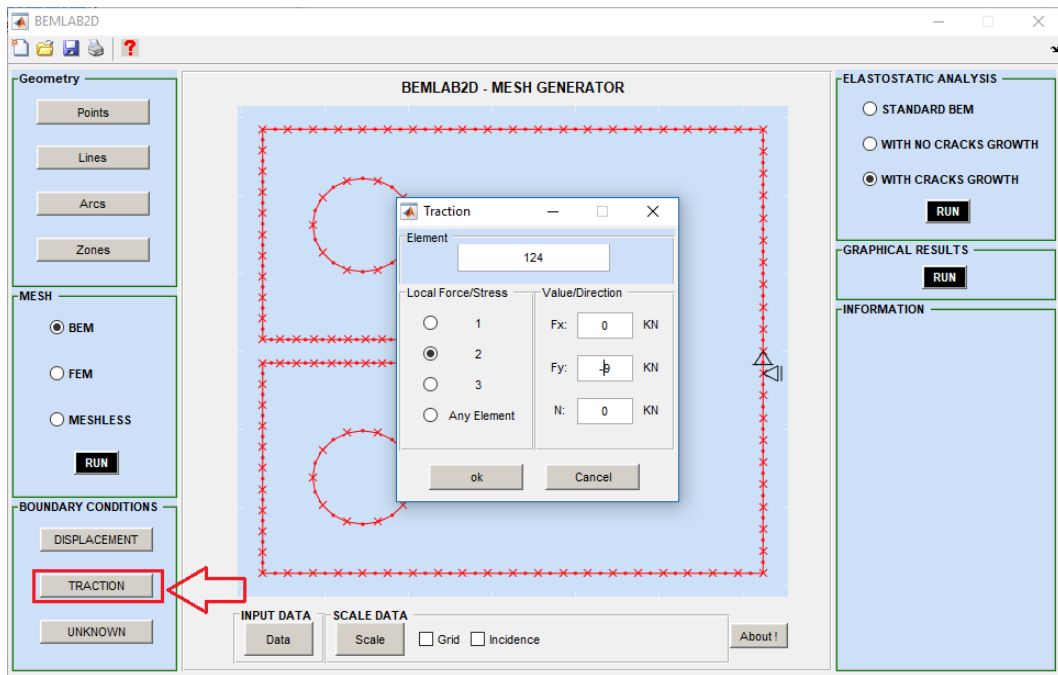


Figura A.17 - Janela de definição das condições de contorno de tração

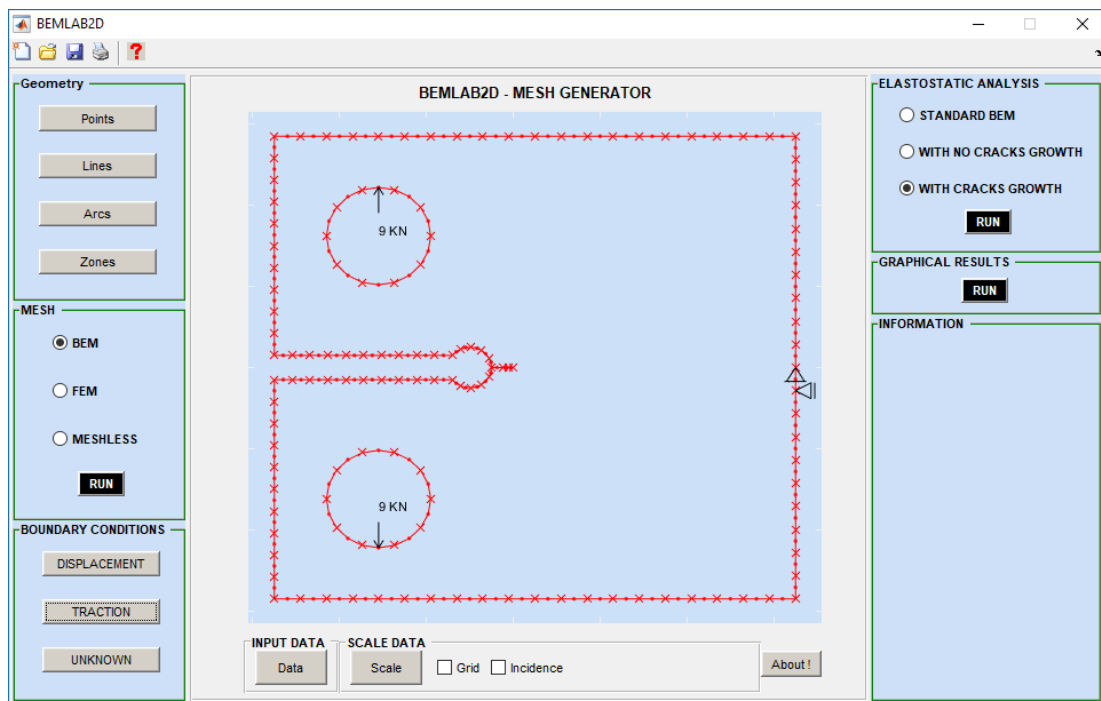


Figura A.18 – Modelo numérico finalizado com todas as condições de contorno aplicadas

O último passo é realizado através do botão *RUN* no módulo ELASTOSTATIC ANALYSIS. Com a opção *With cracks growth* selecionada, pressiona-se o botão *RUN* para definir, na janela que surge, o número de incrementos, tamanho de incremento, coeficientes de Paris *C* e *m*, razão de carga e número de pontos de Gauss para integração numérica. A Figura A.19 ilustra a janela com seus respectivos valores para análise de propagação.

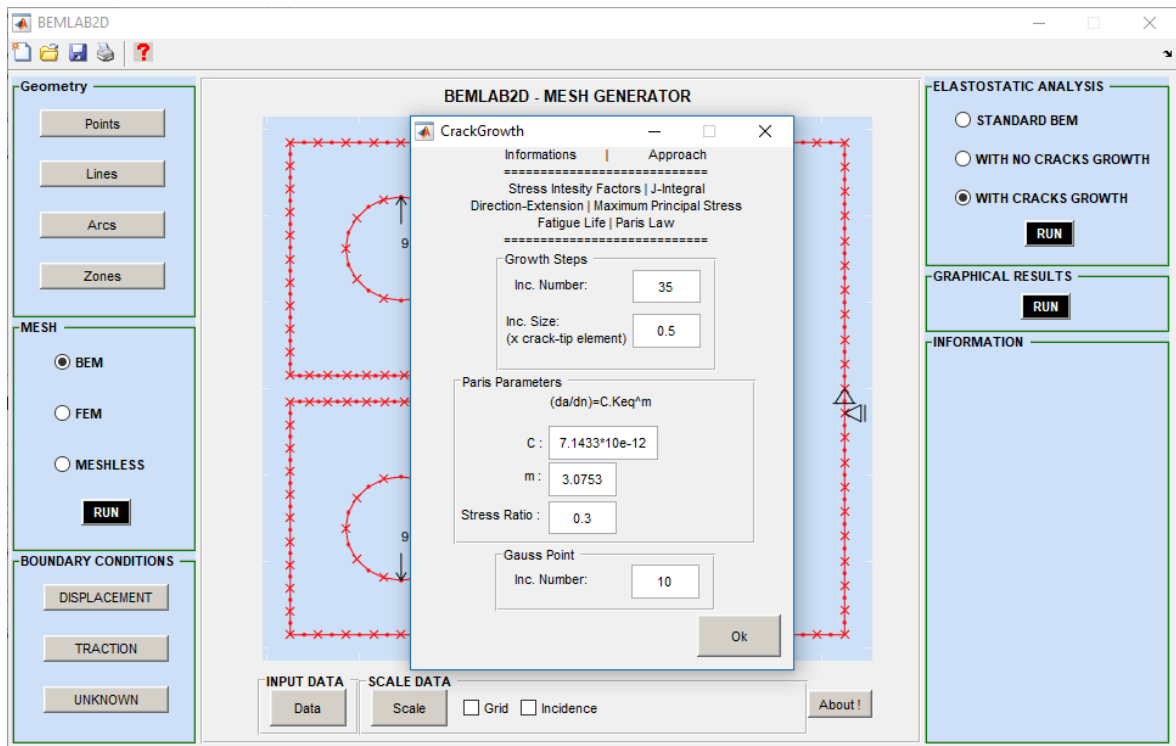


Figura A.19 – Janela de definição de valores para análise com propagação

Por fim, o programa apresenta duas janelas, onde a primeira é possível intitular o problema e a segunda define-se o tipo do problema (estado plano de deformações ou de tensões).

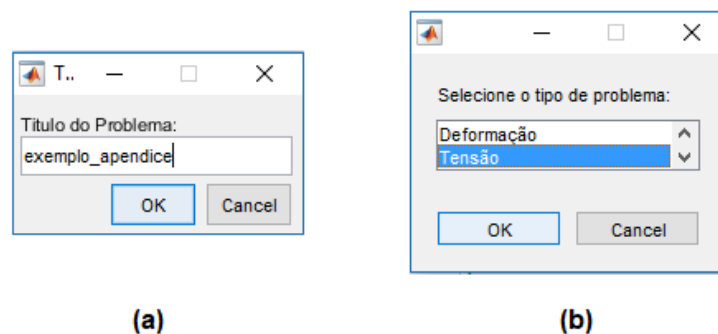


Figura A.20 - (a) Janela para intitular o problema;(b) Janela para definir o tipo do problema