

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**VIGAS METÁLICAS PROTENDIDAS: ANÁLISE
ESTÁTICA, MODAL E DE RUPTURA DO CABO DE
PROTENSÃO E APLICATIVO COMPUTACIONAL PARA
PROJETOS**

ALINE CAIRES FERREIRA

**ORIENTADOR: LUCIANO MENDES BEZERRA
CO-ORIENTADOR: PAULO CHAVES DE REZENDE MARTINS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL:**

PUBLICAÇÃO: E.DM - 003A/07

BRASÍLIA/DF: MAIO DE 2007

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**VIGAS METÁLICAS PROTENDIDAS: ANÁLISE ESTÁTICA,
MODAL E DE RUPTURA DO CABO DE PROTENSÃO E
APLICATIVO COMPUTACIONAL PARA PROJETOS**

ALINE CAIRES FERREIRA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (ENC-UnB)
(Orientador)

Prof. Yosiaki Nagato, DSc (ENC-UnB)
(Examinador Interno)

Prof^a. Maria Elizabeth da Nóbrega Tavares, DSc (UERJ)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 10 DE MAIO DE 2007

FICHA CATALOGRÁFICA

FERREIRA, ALINE CAIRES

Vigas metálicas protendidas: Análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos [Distrito Federal] 2007.

xxiv, 252p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2007).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Vigas metálicas
3.Frequência natural
I. ENC/FT/UnB

2.Protensão
4.Ruptura cabos
II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FERREIRA, A. C. (2007). Vigas metálicas protendidas: Análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM - 003A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 252p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DA AUTORA: Aline Caires Ferreira

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Vigas metálicas protendidas: Análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos.

GRAU/ANO: Mestre/2007

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Aline Caires Ferreira
Rua Ubaldo Osório, 129, Itaipara.
40815-040 - Salvador – BA – Brasil.
alicares@ig.com.br

AGRADECIMENTOS

Ao professor Luciano Mendes Bezerra, pela disponibilidade, dedicação e constante incentivo demonstrados durante a orientação desta dissertação.

Ao professor Paulo Chaves de Rezende Martins, pelo interesse e pela valiosa contribuição dada ao trabalho como co-orientador.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade de Brasília pelos ensinamentos transmitidos.

Aos amigos e colegas do Mestrado da Universidade de Brasília, pela amizade e o apoio que me dedicaram durante todo este período.

Ao CNPQ, pelo suporte financeiro.

Aos meus amigos e familiares, que de uma forma ou de outra, acreditaram na minha capacidade e me deram incentivos para vencer esta etapa.

Ao André, pelo carinho e companheirismo, e por ter, acima de tudo, me ajudado no desenvolvimento deste trabalho, tanto na superação de dificuldades encontradas, como pelas valiosas idéias e sugestões dadas.

Aos meus pais, Lúcia e Vitório, pelo amor, pela confiança que depositam em mim, e por se fazerem presentes em todos os momentos da minha vida, me dando todo o apoio que preciso. Ao meu irmão, Luciano, pela sua amizade, apoio e carinho.

A Deus, por ter me concedido tamanha conquista.

RESUMO

VIGAS METÁLICAS PROTENDIDAS: ANÁLISE ESTÁTICA, MODAL E DA RUPTURA DO CABO DE PROTENSÃO E APLICATIVO COMPUTACIONAL PARA PROJETOS

Autor: Aline Caires Ferreira

Orientador: Luciano Mendes Bezerra

Co-orientador: Paulo Chaves de Rezende Martins

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, maio de 2007

Atualmente, a grande competitividade existente no mercado da construção civil motiva estudos na busca de novos materiais e novas tecnologias. Tendo em vista o potencial de consumo do aço e as vantagens do seu emprego, torna-se importante a investigação de tecnologias para o seu melhor aproveitamento e utilização. Assim sendo, este estudo sobre a protensão de vigas de aço pretende contribuir para o aumento do uso das estruturas metálicas no mercado atual. A técnica da protensão é largamente conhecida e utilizada em estruturas de concreto, onde serve para reduzir os esforços de tração, ou até mesmo fazer a peça trabalhar apenas à compressão, obtendo-se, assim, um aproveitamento maior da capacidade resistente da seção de concreto. Já nas vigas de aço, a protensão pode ser usada com a finalidade de reforçar e recuperar estruturas metálicas existentes, e também podem servir para projetos de passarelas e pontes, como opção para atender imposições construtivas de limitação de altura de viga, ou ainda serem usadas em projetos arquitetônicos de grandes vãos. Este trabalho analisa o comportamento estrutural de vigas de aço protendidas, em perfil tipo I, indicando diretrizes para a utilização dessa técnica, e desenvolve um aplicativo para projetos e verificações de tais elementos. Este aplicativo, além de avaliar o perfil metálico de acordo com a NBR8800/1986, calcula a força e as perdas de protensão, o número de cabos e as possíveis instabilidades. Realiza-se, também, a análise das frequências naturais e dos modos de vibração da viga metálica protendida e, ainda, a análise do comportamento dinâmico, via método dos elementos finitos e formulações analíticas, com transformadas de Laplace, numa simulação de rompimento súbito dos cabos de protensão.

ABSTRACT

PRESTRESSED STEEL BEAMS: STATICS, MODAL AND CABLE BREAK ANALYSES AND A SOFTWARE FOR ITS DESIGN

Author: Aline Caires Ferreira

Supervisor: Luciano Mendes Bezerra

Co-Supervisor: Paulo Chaves de Rezende Martins

Programa de Pós-graduação em Estruturas de Construção Civil

Brasília, may 2007

The great competitiveness observed in the civil construction market encourages, nowadays, researches on new materials and technologies. Due to the potential for an increase in steel use and its inherited advantages in front of other materials, it is important to bring new technologies for an effective use of steel structures in the building industry. Therefore, this research on prestressed steel beams aims to increase the consumption of steel structures in the current marketplace. The pretension technique is already largely known and commonly used on concrete. With this technique, the ultimate capacity of prestressed concrete sections can be substantially increased, and concrete cracks prevented or at least reduced. Prestressed steel beams may be used to reinforce or even to recover existing steel structures, they also may be used in road bridges or in bridges for pedestrians and are good options to comply with limitations imposed on the beam height, or to assist architects and engineers to overcome large spans. This study analyzes the structural behavior of prestressed beams made of steel section of type I, establishing some guidelines for the appropriate use of the pretension technique, and develops a software for the design and verification of prestressed steel beams. The software checks the beam section according to the Brazilian NBR8800/1986 code specifications and also determines the pretension force to apply in the steel beam, the prestress losses, the number of cables required and the possible steel section instabilities. This research also presents, with the help of the finite element method and analytical formulations with Laplace's transform, the study of the natural frequencies and vibration modes of the beam and also the dynamic behavior of the prestress beam under a sudden break of the pretension cables.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - GENERALIDADES	1
1.2 - MOTIVAÇÃO	2
1.3 - OBJETIVOS	3
1.4 - APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	4
2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1 - INTRODUÇÃO	6
2.2 - ESTADO DA ARTE	6
3 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS	12
3.1 - INTRODUÇÃO	12
3.2 - PRINCÍPIOS DA PROTENSÃO	12
3.3 - PROTENSÃO EXTERNA	13
3.4 - MATERIAIS	15
3.4.1 - Aços Estruturais	15
3.4.2 - Aços de Protensão	15
3.5 - VIGAS METÁLICAS PROTENDIDAS	17
3.5.1 - Análise da viga à flexão	17
3.5.2 - Excentricidades Limites	23
3.5.3 - Fuso Limite	25
3.5.4 - Esforço Cortante	26
3.6 - TRAÇADO DOS CABOS	29
3.7 - VIGAS HIPERESTÁTICAS PROTENDIDAS	30
3.8 - PERDAS DE PROTENSÃO	32
3.8.1 - Perdas Imediatas	33
3.8.2 - Perdas Progressivas	36
3.9 - OUTRAS VERIFICAÇÕES	37
3.9.1 - Verificação à flambagem	37
3.9.2 - Verificação da viga ao efeito de cargas locais	38
3.9.3 - Verificação à flexocompressão	38
3.10 - TÉCNICAS CONSTRUTIVAS	39

3.10.1 - Preparação da viga.....	39
3.10.2 - Formação dos cabos	40
3.10.3 - Ancoragem	41
3.10.4 - Aplicação da Protensão.....	42
3.10.5 - Injeção de nata de cimento	44
3.11 - RUPTURA DOS CABOS DE PROTENSÃO	44
4 - ESTUDO SOBRE A FLEXOCOMPRESSÃO	45
4.1 - INTRODUÇÃO	45
4.2 - VERIFICAÇÃO À FLEXOCOMPRESSÃO.....	45
4.2.1 - Verificação à flexocompressão segundo a NBR8800/1986.....	50
4.2.2 - Verificação à flexocompressão segundo o AISC/1999.....	51
4.3 - FLAMBAGEM DE VIGAS METÁLICAS.....	51
4.4 - CONSIDERAÇÕES PARA O CASO DE VMP	54
4.5 - TRAVAMENTOS PARA VIGAS-COLUNAS.....	56
5 - APLICATIVO PARA CÁLCULO DE VIGAS METÁLICAS PROTENDIDAS	
ISOSTÁTICAS	62
5.1 - INTRODUÇÃO	62
5.2 - FUNCIONAMENTO DO APLICATIVO.....	62
5.3 - DADOS DE ENTRADA.....	65
5.4 - CÁLCULOS REALIZADOS	67
5.4.1 - Propriedades geométricas da viga	67
5.4.2 - Esforços atuantes devidos às cargas externas.....	67
5.4.3 - Cálculo da força de protensão e verificação das tensões limites	67
5.4.4 - Cálculo do número de cabos e da força de protensão.....	69
5.4.5 - Cálculo das perdas de protensão.....	69
5.4.6 - Verificação das tensões limites devido ao efeito do cortante.....	70
5.4.7 - Verificação quanto à estabilidade da viga.....	70
5.4.8 - Verificação da viga quando sujeita a cargas concentradas.....	72
5.4.9 - Verificação da viga à flexocompressão.....	73
5.4.10 - Cálculo das flechas	74
5.5 - LIMITAÇÕES DO APLICATIVO.....	76
5.6 - IMPLEMENTAÇÃO	77

5.6.1 - Interface gráfica	77
6 - ESTUDO DAS VMP COM MEF E MÉTODOS ANALÍTICOS	86
6.1 - INTRODUÇÃO	86
6.2 - ANÁLISE DINÂMICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	86
6.2.1 - Amortecimento	89
6.3 - MODELAGEM NO PROGRAMA ANSYS	90
6.3.1 - Elementos utilizados para discretização dos modelos	90
6.3.2 - Condições de contorno	92
6.3.3 - Aplicação da protensão	94
6.3.4 - Simulação da ruptura de cabos de protensão	95
6.4 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	96
7 - APLICAÇÕES	109
7.1 - INTRODUÇÃO	109
7.2 - EXEMPLO 1	109
7.2.1 - Utilização do aplicativo para o cálculo de VMP	111
7.2.2 - Modelagem no Ansys	124
7.2.3 - Aplicativo versus modelagem no Ansys	137
7.3 - EXEMPLO 2	140
7.2.1 - Utilização do aplicativo para o cálculo de VMP	142
7.2.2 - Modelagem no Ansys	154
7.2.3 - Aplicativo versus modelagem no Ansys	167
8 - ANÁLISE MODAL E ANÁLISE DINÂMICA DA RUPTURA DO CABO DE PROTENSÃO	170
8.1 - INTRODUÇÃO	170
8.2 - ESTUDO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS	170
8.2.1 - Frequências naturais para a viga do exemplo 1	172
8.2.2 - Frequências naturais para a viga do exemplo 2	178
8.3 - RUPTURA DO CABO DE PROTENSÃO	183
8.3.1 - Viga do exemplo 1	183
8.3.2 - Viga do exemplo 2	199

9 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES FINAIS	212
9.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS E CONCLUSÕES.....	212
9.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	215
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 217

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Valores de Ψ_{1000} , em percentagem (NBR 6118/2003).....	37
Tabela 7.1 – Tensões no elemento da alma 2405, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga no ato da protensão (valores em KN/cm ²).....	131
Tabela 7.2 – Tensões no elemento da alma 2420, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 1 no ato da protensão (valores em KN/cm ²).....	132
Tabela 7.3 – Tensões no elemento da alma 2405, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 1, em serviço (valores em KN/cm ²).....	136
Tabela 7.4 – Tensões no elemento da alma 2420, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo1, em serviço (valores em KN/cm ²).....	137
Tabela 7.5 – Tensões para o meio do vão da viga, obtidas pelo uso do aplicativo Excel e pelas modelagens no ANSYS (Exemplo 1)	138
Tabela 7.6 – Deslocamentos verticais, obtidos pelo aplicativo excel e pelas modelagens no ANSYS (Exemplo 1).....	139
Tabela 7.7 – Tensões no elemento da alma 2255, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 2 no ato da protensão (valores em KN/cm ²)	161
Tabela 7.8 – Tensões no elemento da alma 2264, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 2 no ato da protensão (valores em KN/cm ²)	162
Tabela 7.9 – Tensões no elemento da alma 2255, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 2, em serviço (valores em KN/cm ²).....	166
Tabela 7.10 - Tensões no elemento da alma 2264, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo2, em serviço (valores em KN/cm ²).....	166
Tabela 7.11 – Tensões para o meio do vão da viga, obtidas pelo uso do aplicativo excel e pelas modelagens no ANSYS (Exemplo 2).....	168
Tabela 7.12 – Deslocamentos verticais, obtidos pelo aplicativo Excel e pelas modelagens no ANSYS (Exemplo 2).....	169
Tabela 8.1 – Faixas de frequências fundamentais (CEB,1991 <i>apud</i> Faisca, 2003)	171
Tabela 8.2 – Frequências naturais e períodos de vibração para a viga metálica em estudo (Exemplo 1).....	174
Tabela 8.3 – Frequências naturais e períodos de vibração para a viga com massa adjunta (peso próprio da viga metálica e da laje de concreto)	174
Tabela 8.4 – Frequências naturais e períodos de vibração, viga metálica com protensão	174

Tabela 8.5 – Frequências naturais e períodos de vibração, para os carregamentos permanentes e a força de protensão.....	175
Tabela 8.6 – Frequências naturais e períodos de vibração, para a viga metálica sem travamento lateral.....	177
Tabela 8.7 – Frequências naturais e períodos de vibração para a viga metálica em estudo (Exemplo 2).....	180
Tabela 8.8 – Frequências naturais e períodos de vibração para a viga com massa adjunta (peso próprio da viga metálica e da laje de concreto).....	180
Tabela 8.9 – Frequências naturais e períodos de vibração, viga metálica com protensão.	181
Tabela 8.10 – Frequências naturais e períodos de vibração, para os carregamentos permanentes e a força de protensão.....	181
Tabela 8.11 – Frequências naturais e períodos de vibração, para a viga metálica sem travamento lateral (Exemplo 2).....	183
Tabela 8.12 – Tensões no elemento da alma 2405, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga após ruptura do cabo de protensão resultante (em KN/cm ²)	187
Tabela 8.13 – Tensões no elemento da alma 2420, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga após ruptura do cabo de protensão resultante (em KN/cm ²)	188
Tabela 8.14 – Tensões no elemento da alma 2255, obtidas pela modelagem no ANSYS, com atuação de metade da força protensão (valores em KN/cm ²).....	202
Tabela 8.15 – Tensões no elemento da alma 2264, obtidas pela modelagem no ANSYS, com atuação de metade da força protensão (valores em KN/cm ²).....	202

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Teste experimental para viga de aço protendida (Nunziata, 1999).....	9
Figura 2.2 – Ancoragem dos cabos (Nunziata, 1999).....	9
Figura 2.3 – Viga protendida carregada por blocos de cimento (Nunziata, 1999).....	10
Figura 2.4 – Vigas protendidas do Hotel Hilton São Paulo Morumbi: a) Vista longitudinal; b) Corte transversal (Rubin e Botti, 2003 <i>apud</i> Mazza, 2002).....	11
Figura 3.1 – Aproveitamento da Capacidade Máxima da Viga (Nunziata, 1999)	18
Figura 3.2 – Tensão na viga no ato da protensão (Nunziata, 1999).....	19
Figura 3.3 – Tensão na viga em serviço (Nunziata, 1999).....	20
Figura 3.4 – Viga protendida sem desviador: deformação da viga não é acompanhada pelo cabo de protensão	21
Figura 3.5 – Deslocamentos da força de protensão	22
Figura 3.6 – Excentricidades máximas permitidas e_0 e e_1 (Nunziata, 1999).....	23
Figura 3.7 – Fuso Limite representado pelos pontos B_0 e B_1 (Nunziata, 1999).....	25
Figura 3.8 – Fuso limite para uma viga isostática	26
Figura 3.9 – Força cortante devida a protensão.....	26
Figura 3.10 – Seção onde a tensão devida à força cortante e momento fletor é máxima....	28
Figura 3.11 – Traçado dos cabos. a) poligonal com desvio; b) reto.....	29
Figura 3.12 – a) Viga isostática protendida b) Viga isostática protendida deformada (deformação δ_c no meio do vão) c) Diagrama de momentos fletores devido à protensão.....	30
Figura 3.13 – a) Viga hiperestática protendida b) Viga hiperestática protendida deformada (deformação impedida no meio do vão) c) Momento principal (isostático) d) Momento hiperestático de protensão e) Momento final devido à protensão .	31
Figura 3.14 – Exemplo de perda de protensão por acomodação das ancoragens para uma viga com uma ancoragem morta	35
Figura 3.15 – Perda de protensão devido a acomodação das ancoragens para diversos trechos do comprimento do cabo	36
Figura 3.16 – Desviadores do cabo de protensão a) pino b) enrijecedor.....	39
Figura 3.17 – a) cordoalha de sete fios; b) cabo de protensão com cinco cordoalhas.....	40
Figura 3.18 – Ancoragem através da utilização de cunhas metálicas (Nunziata, 1999)	41
Figura 3.19 – Cunhas de ancoragem a) bi-partidas; b) tri-partidas	42
Figura 3.20 – Sistema de ancoragem rosca e porca para barras Dywidag	42

Figura 3.21 – Macaco de protensão e bomba com válvula de cravação automática	43
Figura 4.1 – Superfícies de Interação (adaptado de Galambos, 1998).....	46
Figura 4.2 – Vigas-colunas: a) esbeltas; b) compactas (adaptado de Galambos, 1998).....	47
Figura 4.3 – Barra sujeita ao carregamento lateral $w(z)$ e a força axial de compressão P ..	48
Figura 4.4 – Modos de flambagem: a) flambagem local b) flambagem distorcional c) flambagem lateral com torção (adaptado de Hancock, 1998).....	52
Figura 4.5 – Flambagem de vigas com seção transversal restringida: a) viga com flange inferior presa no apoio b) viga mista em região de momento negativo com flange superior fixa à laje de concreto (adaptado de Hancock, 1998)	53
Figura 4.6 – a) Seção transversal de uma viga metálica protendida ligada à laje de concreto por conectores; b) Vista longitudinal: viga com cabos e desviadores; c) Distorção lateral e tendência do cabo de protensão a retornar a posição de equilíbrio d) Detalhe da situação anterior	54
Figura 4.7 – O cabo tenta restaurar a posição de equilíbrio quando a viga sofre FLT.....	55
Figura 4.8 – Flambagem de colunas travadas lateralmente (McGuire, 1968).....	58
Figura 4.9 – Coluna com três vãos (adaptada de McGuire, 1968).....	58
Figura 4.10 – Coluna travada com múltiplos vãos (adaptada de McGuire, 1968).....	59
Figura 5.1 – Fluxograma do funcionamento do aplicativo.....	63
Figura 5.2 – Fluxograma do cálculo do momento fletor resistente para FLA.....	71
Figura 5.3 – Fluxograma do cálculo do momento fletor resistente para FLM.....	71
Figura 5.4 – Fluxograma do cálculo do momento fletor resistente para FLT (perfis I duplamente simétricos).....	72
Figura 5.5 – Fluxograma do cálculo do momento fletor resistente para FLM (perfis I com apenas um eixo de simetria).....	72
Figura 5.6 – a) Viga protendida; b) Sistema de cargas equivalentes.....	75
Figura 5.7 – Sistema de cargas equivalentes	75
Figura 5.8 – Tela de Apresentação do Aplicativo	78
Figura 5.9 – Tela de Entrada de Dados do Aplicativo no Excel	78
Figura 5.10 – Tela de Instruções do Aplicativo no Excel	79
Figura 5.11 – Tela de Saída de Resultados 1: Tensões Limites	80
Figura 5.12 – Tela de Saída de Resultados 2: Diagramas de Momento Fletor	80
Figura 5.13 – Tela de Saída de Resultados 3: Diag. de Esforço Cortante e Fuso Limite	81
Figura 5.14 – Tela de Saída de Resultados 4: verificação quanto à flambagem e ao cisalhamento.....	81

Figura 5.15 – Tela de Saída de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas	82
Figura 5.16 – Tela de Resultados 6a: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, sem considerar travamentos	82
Figura 5.17 – Tela de Resultados 6b: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, inserindo travamentos	83
Figura 5.18 – Tela de Resultados 6c: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando os desviadores como travamentos	83
Figura 5.19 – Tela de Resultados 6d: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando contribuição da laje.....	84
Figura 5.20 – Tela de Resultados 6e: verificação da viga à flexocompressão pela AISC/LRFD	84
Figura 5.21 – Tela de Saída de Resultados 7: cálculo das flechas	85
Figura 5.22 – Tela de Saída de Resultados 8: perdas de protensão.....	85
Figura 6.1 – Elemento LINK10.....	92
Figura 6.2 – Elemento SHELL 43	93
Figura 6.3 – Condições de contorno para a viga	94
Figura 6.4 – Modelo dinâmico reológico do comportamento da viga metálica protendida	98
Figura 6.5 – Modelo dinâmico equivalente	98
Figura 6.6 – Função que traduz a atuação da força de protensão até o tempo $t = a$, e a retirada desta força de forma súbita	98
Figura 7.1 – Seção transversal (Viga 1).....	109
Figura 7.2 – Traçado do cabo	111
Figura 7.3 – Tela de entrada de dados (Exemplo 1).....	112
Figura 7.4 – Tela de Resultados 1: tensões, força de protensão calculada, número de cabos e força de protensão por cabo (Exemplo 1)	112
Figura 7.5 – Tela de Resultados 2: diagramas de momentos fletores (Exemplo 1)..	113
Figura 7.6 – Tela de Resultados 3: diagramas de forças cortantes e fuso limite (Ex. 1)...	113
Figura 7.7 – Tela de Resultados 4: verificação à flexão e ao cisalhamento (Exemplo 1). 114	
Figura 7.8 – Tela de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas (Exemplo 1).....	114
Figura 7.9 – Tela de Resultados 6a: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, sem considerar travamentos (Exemplo 1).....	115

Figura 7.10 – Tela de Resultados 6b: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, inserindo travamentos (Exemplo 1).....	115
Figura 7.11 – Tela de Resultados 6c: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando os desviadores como travamentos (Ex. 1)	116
Figura 7.12 – Tela de Resultados 6d: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando contribuição da laje (Exemplo 1).....	116
Figura 7.13 – Tela de Resultados 6e: verificação da viga à flexocompressão pela AISC/LRFD (Exemplo 1)	117
Figura 7.14 – Tela de Resultados 7: deslocamentos calculados para o meio do vão da viga (Exemplo 1).....	117
Figura 7.15 – Tela de Resultados 8: perdas de protensão (Exemplo 1).	118
Figura 7.16 – Tela de entrada de dados (Exemplo 1 sem protensão).....	119
Figura 7.17 – Tela de Resultados 1: tensões nas seções da viga acima dos limites permitidos (Exemplo 1 sem protensão).....	120
Figura 7.18 – Tela de Resultados 2: diagramas de momentos fletores (Exemplo 1 sem protensão).....	120
Figura 7.19 – Tela de Resultados 3: diagramas de forças cortantes e o fuso limite não é formado (Exemplo 1 sem protensão)	121
Figura 7.20 – Tela de Resultados 4:a verificação à flexão mostra que a viga NÃO atende as condições de flambagem local e global (Exemplo 1 sem protensão).....	121
Figura 7.21 – Tela de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas (Exemplo 1 sem protensão).....	122
Figura 7.22 – Tela de Resultados 6a: verificação da viga à flexocompressão. Esta verificação não se aplica, pois a viga não está submetida à força axial (Exemplo 1 sem protensão).....	122
Figura 7.23 – Tela de Resultados 7: verificação do aumento do deslocamento no meio do vão para a viga em serviço (Exemplo 1 sem protensão).....	123
Figura 7.24 – Tela de Resultados 8: não há perdas de protensão (Exemplo 1 sem protensão).....	124
Figura 7.25 – Viga do exemplo 1 modelada no ANSYS.....	125
Figura 7.26 – Viga do exemplo 1 modelada no ANSYS (sem protensão).....	126
Figura 7.27 – Deformada da viga do exemplo 1 (sem protensão).....	126
Figura 7.28 – Viga metálica protendida, modelada no ANSYS (Exemplo 1).....	127

Figura 7.29 – Tensões ao longo da viga, ato da protensão (Exemplo 1).....	129
Figura 7.30 – Tensões nas ancoragens, ato da protensão (Exemplo 1).....	129
Figura 7.31 – Tensões para a seção do meio do vão da viga, ato da protensão (Ex. 1)	130
Figura 7.32 – Diagrama de tensões no meio do vão, ato da protensão (Exemplo 1)	130
Figura 7.33 – a) Numeração dos nós da seção do meio do vão; b) Numeração dos elementos da seção do meio do vão (Exemplo 1).....	131
Figura 7.34 – Deformada da viga, ato da protensão (Exemplo 1).....	132
Figura 7.35 – Tensões ao longo da viga, condição de serviço (Exemplo 1)o	134
Figura 7.36 – Tensões nas ancoragens, em serviço (Exemplo 1).....	135
Figura 7.37 – Tensões para a seção do meio do vão, em serviço (Exemplo 1).....	135
Figura 7.38 – Diagrama de tensões no meio do vão, viga em serviço (Exemplo 1)	136
Figura 7.39 – Deformada da viga em serviço (Exemplo 1).....	137
Figura 7.40 – Siglas utilizadas para as tensões na viga, sem protensão e com protensão.	139
Figura 7.41 – Seção transversal (Viga 2)	140
Figura 7.42 – Desenho esquemático para a viga em estudo (Exemplo 2).....	140
Figura 7.43 – Traçado do cabo: a) vista longitudinal; b) coordenada dos desviadores.....	142
Figura 7.44 – Tela de entrada de dados (Exemplo 2).....	143
Figura 7.45 – Tela de Resultados 1: tensões, força de protensão calculada, número de cabos e força de protensão por cabo (Exemplo 2)	143
Figura 7.46 – Tela de Resultados 2: diagramas de momentos fletores (Exemplo 2).....	144
Figura 7.47 – Tela de Resultados 3: diagramas de forças cortantes e fuso limite (Ex. 2).	144
Figura 7.48 – Tela de Resultados 4: verificação à flexão e ao cisalhamento (Exemplo 2)	145
Figura 7.49 – Tela de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas (Exemplo 2).....	145
Figura 7.50 – Tela de Resultados 6a: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, sem considerar travamentos (Exemplo 2).....	146
Figura 7.51 – Tela de Resultados 6b: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, inserindo travamentos (Exemplo 2).....	146
Figura 7.52 – Tela de Resultados 6c: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando os desviadores como travamentos (Ex. 2)	147
Figura 7.53 – Tela de Resultados 6d: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando contribuição da laje (Exemplo 2).....	147
Figura 7.54 – Tela de Resultados 6e: verificação da viga à flexocompressão pela AISC/LRFD (Exemplo 2)	148

Figura 7.55 – Tela de Resultados 7: deslocamentos calculados para o meio do vão da viga (Exemplo 2).....	148
Figura 7.56 – Tela de Resultados 8: perdas de protensão (Exemplo 2)).....	149
Figura 7.57 – Tela de entrada de dados (Exemplo 2 sem protensão).....	150
Figura 7.58 – Tela de Resultados 1: tensões nas seções da viga acima dos limites permitidos (Exemplo 2 sem protensão).....	151
Figura 7.59 – Tela de Resultados 2: diagramas de momentos fletores (Exemplo 2 sem protensão).....	151
Figura 7.60 – Tela de Resultados 3: diagramas de forças cortantes e o fuso limite não é formado (Exemplo 2 sem protensão).....	152
Figura 7.61 – Tela de Resultados 4: a verificação à flexão mostra que a viga NÃO atende as condições de flambagem local e global (Exemplo 2 sem protensão).....	152
Figura 7.62 – Tela de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas (Exemplo 2 sem protensão).....	153
Figura 7.63 – Tela de Resultados 7: verificação do aumento do deslocamento no meio do vão para a viga em serviço (Exemplo 2 sem protensão).....	153
Figura 7.64 – Viga do exemplo 2 modelada no ANSYS	154
Figura 7.65 – Diagrama de tensões, na seção do meio do viga sem protensão (Ex. 2).....	156
Figura 7.66 – Deformada da viga do exemplo 2 (sem protensão).....	156
Figura 7.67 – Viga metálica protendida, modelada no ANSYS (Exemplo 2).....	157
Figura 7.68 – Tensões ao longo da viga, ato da protensão (Exemplo 2).....	159
Figura 7.69 – Tensões nas ancoragens, ato da protensão (Exemplo 2).....	159
Figura 7.70 – Tensões no ato da protensão: a)meio do vão b)2,5m e 22,5m (Ex. 2).....	160
Figura 7.71 – Diagrama de tensões na seção do meio do vão, a 2,5m e 22,5m, no ato da protensão (Exemplo 2).....	160
Figura 7.72 – Numeração dos nós e elementos para seção do meio do vão (Exemplo 2): a) nós; b) elementos.....	161
Figura 7.73 – Deformada da viga, ato da protensão (Exemplo 2).....	162
Figura 7.74 – Tensões ao longo da viga, condição de serviço (Exemplo 2).....	164
Figura 7.75 – Tensões nas ancoragens, em serviço (Exemplo 2).....	165
Figura 7.76 – Tensões para viga em serviço: a)meio do vão b)2,5m e 22,5m (Ex. 2).....	165
Figura 7.77 – Diagrama de tensões na seção do meio do vão, a 2,5m e 22,5m, no ato da protensão (Exemplo 2).....	166

Figura 7.78 – Deformada da viga em serviço (Exemplo 2).....	167
Figura 7.79 – Siglas utilizadas para as tensões na viga, sem protensão e com protensão.	169
Figura 8.1 – Forças geradas pela protensão.....	172
Figura 8.2 – Modos de vibração à flexão, para a viga do Exemplo 1	176
Figura 8.3 – Modos de vibração para viga metálica sem restrição ao deslocamento lateral.....	178
Figura 8.4 – Quinto modo de vibração para viga metálica sem restrição ao deslocamento lateral (modelo casca).....	178
Figura 8.5 – Aplicação das forças geradas pela protensão	179
Figura 8.6 – Modos de vibração à flexão, para a viga do Exemplo 2	182
Figura 8.7 – Modos de vibração para a viga sem restrição ao deslocamento lateral (Exemplo 2).....	184
Figura 8.8 – Cabo de protensão desativado do modelo em elementos finitos, simulando a sua ruptura (Exemplo 1).....	185
Figura 8.9 – Comportamento da viga após simulação da ruptura do cabo de protensão de um dos lados da viga (Exemplo 1).....	185
Figura 8.10 – Tensões ao longo da viga após ruptura de um dos cabos de protensão (Exemplo 1).....	186
Figura 8.11 – Tensões nas ancoragens para a situação da viga após ruptura do cabo de protensão (Exemplo 1).	186
Figura 8.12 – Tensões para a seção do meio do vão da viga, após ruptura do cabo de protensão (Exemplo 1)	187
Figura 8.13 – Deformada da viga após ruptura do cabo de protensão (Exemplo 1).....	188
Figura 8.14 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento	191
Figura 8.15 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3%.....	192
Figura 8.16 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento e com massa adjunta da laje de concreto.....	193
Figura 8.17 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3%.....	194
Figura 8.18 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento, obtidos pelo ANSYS	194

Figura 8.19 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultado obtido do ANSYS)	195
Figura 8.20 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento e com massa adjunta, obtidos pelo ANSYS	196
Figura 8.21 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultado obtido do ANSYS)	196
Figura 8.22 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento (Resultados numéricos e analíticos)	197
Figura 8.23 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultados numéricos e analíticos)	197
Figura 8.24 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento e com massa adjunta (Resultados numéricos e analíticos)..	198
Figura 8.25 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultados numéricos e analíticos)	198
Figura 8.26 – Tensões ao longo da viga, simulação da ruptura de cabo de protensão (Exemplo 2)	200
Figura 8.27 – Tensões para viga com metade da força de protensão: a)meio do vão b)2,5m e 22,5m (Exemplo 2)	201
Figura 8.28 – Deformada da viga do exemplo 2, considerando a atuação de metade da força de protensão	203
Figura 8.29 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento	205
Figura 8.30 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3%	205
Figura 8.31 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento e com massa adjunta da laje de concreto.....	207
Figura 8.32 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3%	207
Figura 8.33 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento, obtidos pelo ANSYS	208

Figura 8.34 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultado obtido do ANSYS)	209
Figura 8.35 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento e com massa adjunta, obtidos pelo ANSYS	209
Figura 8.36 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultado obtido do ANSYS)	210
Figura 8.37 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento (Resultados numéricos e analíticos)	210
Figura 8.38 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultados numéricos e analíticos)	211
Figura 8.39 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento e com massa adjunta (Resultados numéricos e analíticos)..	211
Figura 8.40 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultados numéricos e analíticos)	212

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Maiúsculas

A	- área da seção transversal
A_p	- área do aço de protensão
A_T	- área do travamento
B_0	- ponto inferior do fuso limite
B_1	- ponto superior do fuso limite
E	- módulo de elasticidade
E_0	- ponto da excentricidade limite inferior
E_1	- ponto da excentricidade limite superior
E_p	- módulo de elasticidade do aço de protensão
I	- momento de inércia da seção bruta em relação ao centro de gravidade
K_0	- ponto limite inferior
K_1	- ponto limite superior
L	- comprimento da viga
$M_{máx}$	- Momento máximo (atua na estrutura em serviço)
M_{min}	- Momento mínimo (atua na estrutura no ato da protensão)
M_n	- Momento resistente
M_p	- Momento final de protensão
$M_{p_{hip}}$	- Momento hiperestático de protensão
M_{prot}	- Momento gerado pela força de protensão
M_p^0	- Momento principal relativo à estrutura isostática
M_{px}, M_{py}	- Momentos de plastificação
M_u	- Momento solicitante, segundo o AISC
N_d	- força normal solicitante, segundo a NBR 8800/1986
N_{ex}, N_{ey}	- Carga crítica de flambagem, segundo a NBR 8800/1986, em torno dos eixos x e y, respectivamente
N_n	- força normal resistente, segundo a NBR 8800/1986
P	- força de protensão
P_e	- Carga crítica de Euler = $N_{cr} = P_{cr}$
P_n	- força axial resistente, segundo o AISC
P_y	- força axial de plastificação
P_u	- força axial solicitante, segundo o AISC

P_0	- força de protensão inicial
P^*	- força de protensão majorada pelo coeficiente γ_p
S	- momento estático em relação ao centro de gravidade da seção bruta, da parte da seção entre a borda e o ponto onde se mede a tensão
V	- força cortante devido às cargas externas na seção S
$V_{p_{hip}}$	- força cortante hiperestática de protensão
V_r	- força cortante reduzida
V^0	- força cortante devida ao carregamento inicial (peso próprio)
V^1	- força cortante devida ao carregamento externo total
V_r^0	- força cortante reduzida, no ato da protensão
V_r^1	- força cortante reduzida para a viga em serviço
W_i	- módulo de resistência elástico em relação à fibra inferior
W_s	- módulo de resistência elástico em relação à fibra superior

Letras Minúsculas

d	- distância do cabo resultante ao ponto inferior do núcleo central de inércia
e	- excentricidade (distância do cabo resultante ao centro de gravidade da seção)
e_i	- distância do baricentro ao ponto inferior do núcleo central de inércia
e_s	- distância do baricentro ao ponto superior do núcleo central de inércia
e_0	- excentricidade limite inferior
e_1	- excentricidade limite superior
f	- flecha
f_i	- frequência natural para o modo de vibração i
f_d	- tensão máxima permitida para aço ($f_d = f_y/\gamma$)
f_{ptk}	- resistência característica de ruptura à tração do aço
f_{pyk}	- tensão para que ocorra uma deformação unitária residual de 1%
f_u	- tensão de ruptura do aço
f_y	- tensão de escoamento do aço
h	- altura da alma
k	- rigidez ou constante de mola
l_T	- comprimento do travamento
n	- número de cabos
t	- espessura
y_i	- distância do centro de gravidade à fibra inferior

ΔL - alongamento do cabo de protensão.

ΔP - acréscimo da força de protensão

Letras Gregas

α - ângulo de inclinação do cabo

β - coeficiente de majoração da força de protensão

δ - penetração da cunha de ancoragem

δ_0 - deslocamento da força de protensão no ato da protensão

δ_l - deslocamento da força de protensão para a viga em serviço

ϕ - coeficiente de segurança

γ_p - coeficiente de segurança para a força de protensão

μ - coeficiente de atrito angular

σ_{cg} - tensão na viga devida ao peso próprio

σ_{cp} - tensão na viga para a força de protensão dos n cabos

σ_{id} - tensão proveniente da atuação simultânea do momento fletor e da força cortante

σ_{pi} - tensão de protensão inicial

σ_i^0 - tensão no bordo inferior da seção no ato da protensão

σ_m^0 - tensão axial devida à protensão, no centro de gravidade, no ato da protensão

σ_s^0 - tensão no bordo superior da seção no ato da protensão

σ_i^1 - tensão no bordo inferior da seção para a viga em serviço

σ_m^1 - tensão axial devida à protensão, no centro de gravidade, para a viga em serviço

σ_s^1 - tensão no bordo superior da seção para a viga em serviço

τ - tensão cisalhante

τ_{max} - tensão cisalhante máxima

ω - frequência angular

ξ - razão de amortecimento

$\Delta\sigma_p$ - acréscimo da tensão devida à protensão

$\Delta\sigma_{pr}(t,t_0)$ - perda de tensão por relaxação pura do instante t_0 ao instante t

$\Delta\varepsilon_p$ - variação de deformação unitária do cabo

$\psi(t,t_0)$ - coeficiente para determinação da intensidade da relaxação do aço

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

A utilização de estruturas metálicas na construção civil, no Brasil, tem se tornado cada vez mais expressiva e tem permitido aos arquitetos, engenheiros e construtores, soluções arrojadas, eficientes e de alta qualidade. Segundo Coelho (2005), o setor da construção civil, compreendendo as áreas habitacional, comercial, industrial e de infra-estrutura, possui o maior potencial de crescimento do consumo do aço no país. A mesma fonte ainda observa que nos anos 2000 a 2005, as vendas de aço para estruturas em concreto mantiveram-se praticamente constantes, enquanto que as vendas para estruturas em aço cresceram cerca de 52%.

De acordo com informações do CBCA¹ (2004), o consumo brasileiro de aço na construção civil é de cerca de 5 kg por habitante. Como comparação, os ingleses consomem 20 kg por habitante, enquanto os norte-americanos já chegaram à marca de 30 kg por habitante. Isso indica o potencial de desenvolvimento da indústria do aço no Brasil. Para que isso aconteça, é necessário eliminar a deficiência de conhecimentos técnicos e de formação profissional de grande parte dos envolvidos no processo de utilização do material na construção civil.

Dentre as aplicações mais comuns para o aço no setor da construção civil estão: edifícios, instalações industriais, galpões, coberturas, passarelas, viadutos, torres de transmissão e de antenas de telecomunicações, pontes, silos, tanques, vasos sob pressão, plataformas *off-shore*, etc.

As estruturas construídas em aço apresentam uma série de vantagens em relação às demais estruturas. Entre elas destacam-se: maior liberdade de criação no projeto arquitetônico; possibilidade de vencer grandes vãos; maior facilidade para adaptações, ampliações, reformas e mudança de ocupação de edifícios; menor prazo de execução da obra; racionalização de materiais e mão-de-obra, devido ao processo de fabricação ser

¹ CBCA – Centro Brasileiro de Construção em Aço

industrializado; redução do custo das fundações em razão dos perfis serem mais leves que os em concreto armado, entre outros.

Outro fator importante relacionado à utilização do aço é o fato dele ser um material 100% reciclável, e, portanto, as construções em aço ajudam a diminuir a agressão ao meio ambiente, contribuindo para um tema muito importante nos dias atuais, o “desenvolvimento sustentável”. Assim, o uso do aço favorece a mudança no modelo de produção, passando para o modelo da reutilização e reciclagem e se afastando daquele em que os materiais são extraídos da natureza e acabam desperdiçados em lixões ou aterros.

Em virtude da competitividade existente no mercado atual, verifica-se a necessidade de estudos aprofundados em busca de novos materiais e novas tecnologias. Tendo em vista o potencial de consumo do aço na construção civil e as vantagens do seu emprego, torna-se importante a investigação de tecnologias para o seu melhor aproveitamento e utilização. Sendo assim, o estudo da protensão em vigas metálicas pretende contribuir para o avanço das estruturas metálicas no mercado atual.

1.2 - MOTIVAÇÃO

A protensão atua na estrutura introduzindo tensões internas diretamente opostas àquelas que vão surgir em decorrência dos carregamentos externos. Com isso há um aumento da capacidade resistente da peça, possibilitando a redução do tamanho dos perfis e como consequência, a redução dos custos das construções. Além disso, o uso da protensão em estruturas de aço pode ser uma boa opção para atender imposições arquitetônicas ou construtivas, como é o caso de limitação de altura de viga, ou até mesmo para tornar possíveis projetos arquitetônicos mais modernos e arrojados.

A tecnologia da protensão pode ser usada também com a finalidade de reforçar e recuperar estruturas metálicas já existentes, como passarelas e, principalmente, pontes metálicas. Troitsky (1990) ressalta que existem duas situações em que efetivamente as pontes precisam sofrer intervenção: uma delas quando ocorre deterioração em função da idade da estrutura e estado de corrosão das peças, e, portanto, as pontes se encontram debilitadas estruturalmente e não suportam mais as cargas para as quais foram projetadas. A outra

situação seria a das pontes que estão obsoletas do ponto de vista funcional pela alteração no seu uso, como o aumento do volume do tráfego, de forma que as cargas atuantes excedem as cargas de projeto. A protensão das pontes metálicas se apresenta como uma ótima alternativa de reforço da estrutura e também para o projeto e construção de novas pontes, especialmente quando há necessidade de vencer grandes vãos.

Troitsky (1990) evidencia também que a protensão de vigas metálicas é um dos métodos usados para efetivamente aumentar a função estrutural do material. Através da protensão é possível reduzir a quantidade de metal de 10 a 20% e o custo da estrutura de 5 a 12%.

Na literatura técnica o tema específico de vigas metálicas protendidas ainda é pouco abordado; há poucas publicações e é bastante reduzido o número de artigos técnico-científicos sobre o assunto, principalmente no âmbito nacional. Portanto, este trabalho apresenta-se como uma modesta contribuição técnica e tenta preencher um pouco a falta de conhecimento relacionado a este importante tema em nosso país.

1.3 - OBJETIVOS

Este estudo tem como objetivo geral analisar o comportamento estrutural de vigas metálicas protendidas, apontando as diretrizes para utilização dessa técnica, e gerar um aplicativo para a verificação das vigas de aço e dimensionamento dos cabos externos de protensão da viga, além de propiciar de forma pioneira um estudo dinâmico do comportamento de vigas de aço protendidas quando do rompimento do cabo de protensão.

Como objetivos específicos, os seguintes aspectos serão avaliados:

- O comportamento global da estrutura;
- As deformações resultantes nas vigas;
- As tensões nos cabos, considerando as perdas de protensão;
- As tensões nas vigas e nos desviadores;
- A diferença entre o comportamento estrutural de vigas metálicas sem protensão e vigas metálicas protendidas;

- O comportamento da viga devido a uma eventual quebra de um cabo de protensão ou de um desviador;
- Estudo das frequências naturais e modos de vibração da estrutura.

1.4 - APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

O corpo principal deste trabalho está dividido em nove capítulos, incluindo este capítulo introdutório. Além disso, existe um apêndice que traz as informações complementares.

O Capítulo 2 contempla a revisão bibliográfica, onde são comentados os aspectos mais relevantes dos principais trabalhos desenvolvidos sobre a protensão de estruturas metálicas.

No Capítulo 3 são apresentados os fundamentos teóricos necessários para compreender o comportamento estrutural da viga quando submetida ao esforço de protensão. São mostradas as verificações que devem ser feitas nas seções da viga, de forma a garantir que os estados limites não sejam superados. Este capítulo aborda também os cálculos das possíveis perdas de protensão do cabo e, ainda, as técnicas construtivas envolvidas no processo de protensão de vigas de aço.

No Capítulo 4 é feito um estudo detalhado sobre a flexocompressão, visto que esta é uma verificação que deve ser feita para peças metálicas submetidas ao efeito combinado de momento fletor e força axial, como acontece nas vigas de aço protendidas. No entanto, as formulações existentes para este cálculo não foram desenvolvidas para o caso específico das vigas protendidas, surgindo a necessidade de um estudo voltado para este assunto.

O Capítulo 5 contém todas as informações sobre o aplicativo desenvolvido para calcular vigas metálicas protendidas. Esse aplicativo visa tornar os cálculos automatizados, servindo de ferramenta para auxiliar o engenheiro na elaboração de projetos. Neste capítulo é explicitado o funcionamento do aplicativo e são explicadas quais informações precisam ser introduzidas como entrada de dados para que os cálculos se processem. Além disso, são esclarecidos quais os cálculos e verificações o programa realiza, de forma automática, para checar se o perfil escolhido para a viga está atendendo às especificações

previstas nas normas. Adicionalmente, comenta-se também sobre a implementação do aplicativo e são exibidas as suas principais telas.

O Capítulo 6 trata da modelagem de vigas metálicas protendidas por meio de elementos finitos, utilizando para isso, o programa ANSYS. São comentados os elementos da biblioteca do ANSYS usados para a discretização dos modelos, a forma que será aplicada a força de protensão nos elementos que simulam os cabos, as condições de contorno utilizadas, entre outros aspectos. Este capítulo aborda também os aspectos referentes ao estudo dinâmico do comportamento da viga quando ocorre a ruptura do cabo de protensão.

O Capítulo 7 traz os exemplos de aplicações da protensão em vigas de aço. Os resultados são obtidos a partir do programa desenvolvido para cálculo de vigas metálicas protendidas. Em seguida, é feita uma comparação entre esses resultados e os resultados provenientes das verificações da mesma viga sem o uso da protensão. Ainda neste capítulo, são apresentados os resultados provenientes das discretizações em elementos finitos, no programa ANSYS. As mesmas vigas testadas pelo programa desenvolvido serão modeladas e analisadas no ANSYS, como mais uma forma de comparação de resultados.

No Capítulo 8 é feito o estudo das frequências naturais e modos de vibração para as vigas analisadas. Além disso, será simulada a quebra do cabo de protensão, e as vigas serão analisadas nesta nova situação.

No Capítulo 9 são apresentadas as conclusões obtidas no trabalho e as sugestões para trabalhos futuros relacionados ao tema deste estudo.

O Apêndice A traz os relatórios gerados pelo aplicativo desenvolvido para o cálculo de vigas metálicas protendidas, para os exemplos apresentados neste trabalho.

2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - INTRODUÇÃO

Foi realizada uma vasta pesquisa sobre a aplicação da tecnologia da protensão em estruturas de aço. O material disponível sobre o assunto é na sua grande maioria de origem estrangeira. Foram encontrados poucos artigos técnicos, bem como, um número reduzido de livros que trazem informações sobre o tema. No Brasil, verificou-se que não há praticamente estudos que tratem de vigas metálicas protendidas.

Neste capítulo serão comentados os principais trabalhos realizados sobre a utilização da protensão em estruturas metálicas, destacando seus aspectos mais relevantes.

2.2 - ESTADO DA ARTE

O desenvolvimento da tecnologia para a aplicação da protensão em estruturas metálicas, de forma que se possa obter ganho econômico, começou a se estabelecer em alguns países da Europa, mas ainda é considerada uma técnica nova para a grande maioria dos países.

Mukhanov (1968) relata que a protensão de vigas de aço pode ser feita através de cabos ou barras de aço que devem ser colocados na região tracionada da viga. O cabo deve ser posicionado preferencialmente abaixo do flange inferior da viga, com traçado reto, de maneira que a tensão devida à protensão seja inicialmente neutralizada com a atuação do carregamento externo e por esta razão, poderá ser aplicada uma carga maior sobre a viga. Ainda segundo Mukhanov (1968), com a protensão é possível ter uma economia de 10-18% de aço e com isso uma redução de custos de 5-15%. É ressaltada, também, a importância do posicionamento adequado dos desviadores/enrijecedores ao longo do flange inferior, como uma forma de prevenir a perda de estabilidade desse flange, em razão da força de compressão gerada pela protensão. Segundo o autor, estes elementos devem estar espaçados no máximo de 1,5 a 2,0 metros, e limitam o comprimento de flambagem do flange. Além disso, é feita a verificação do flange inferior quanto à instabilidade,

encontrando-se a força máxima de protensão que poderá ser aplicada nesse flange de forma que fique garantida a sua estabilidade.

Sampaio Júnior (1976) faz um estudo sobre o dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço, que ocorre quando uma ou mais seções tem nas suas fibras extremas tensões iguais à tensão de escoamento do material. Esse dimensionamento ótimo foi feito através de métodos numéricos, em razão da complexidade das equações envolvidas no processo de otimização. O estudo foi realizado para viga de seção I de abas desiguais e com utilização de cabo de protensão com traçado reto e localizado abaixo do flange inferior. A conclusão do estudo é que as vigas protendidas de aço possibilitam uma economia em peso que varia de 15% a 30% em comparação as vigas convencionais. Esta economia está relacionada com a esbeltez da alma e com a excentricidade adotada para o cabo. O autor acredita ainda que a economia em custo será menor, e praticável apenas para vigas sujeitas a grande momento fletor, nas quais os custos com os sistemas de ancoragens e protensão possam ser diluídos no custo total da obra, e que o processo racional de industrialização deste tipo de estrutura contribuirá para a redução dos custos.

Troitsky (1990) aborda a teoria e o dimensionamento de pontes metálicas protendidas. Nesse estudo são apresentados os métodos de aplicação da protensão, assim como alguns tipos de ancoragens e as perdas de protensão. A tecnologia da protensão é analisada para vigas de aço com seção I e seção caixão, vigas mistas aço-concreto e para treliças. No caso das vigas isoladas de aço com perfil I, mostra-se que o traçado do cabo de protensão pode ser reto, situado imediatamente acima ou abaixo do flange inferior, ou ainda pode ser poligonal. Além das verificações quanto a combinações de tensões causadas pela força de protensão e pelo momento fletor, é feita também a verificação do flange inferior quanto à máxima força de compressão que pode ser aplicada de forma que não aconteça perda de estabilidade. O autor afirma que o uso da técnica da protensão em pontes metálicas é uma das melhores maneiras para conseguir economia em aço e para diminuir os custos das construções.

Bradford (1991) ressalta que a protensão dos cabos gera uma grande tensão de compressão no flange inferior da viga antes da atuação das cargas externas e faz um estudo da instabilidade das vigas de aço protendidas sob esse carregamento, de modo que a força de protensão não cause flambagem das peças. É feita uma comparação entre o resultado

obtido a partir do método de cálculo de elementos submetidos ao efeito combinado de força axial de compressão e momento fletor do AISC/LRFD e o resultado proveniente do método de cálculo desenvolvido pelo autor para determinação da resistência a flambagem da viga protendida. O método de análise desenvolvido pelo autor produz curvas de flambagem para a força de protensão que causa flambagem distorcional elástica de vigas esbeltas. A partir dessas curvas é encontrada a máxima força de protensão de acordo com as especificações do LRFD para que não ocorra flambagem da viga. Apesar do critério do AISC/LRFD para efeitos combinados de força de compressão e momento fletor ter se mostrado mais conservador que o resultado encontrado pelo método proposto no trabalho, o autor afirma que ambos podem ser utilizados.

Nunziata (1999a) apresenta um estudo sobre estruturas em aço protendidas, onde são fornecidas informações a respeito dos princípios básicos da protensão, das características dos materiais, das técnicas construtivas, etc. O autor evidencia que para vigas isostáticas o traçado parabólico do cabo é mais apropriado para contrabalancear o efeito das cargas externas. Neste trabalho são mostradas as verificações que devem ser feitas nas seções ao longo do comprimento da viga quanto às tensões geradas pelo momento fletor e pelas forças cisalhantes. O autor trata também da obtenção do fuso limite, que definirá o posicionamento mais adequado para os cabos de protensão. São analisadas tanto vigas isostáticas quanto vigas hiperestáticas. No entanto, o estudo não contempla nenhuma verificação de possível instabilidade da viga em decorrência da elevada tensão de compressão gerada pela aplicação da protensão.

Além de descrever as técnicas e verificações para o uso da protensão em aço, Nunziata (1999b) realizou também ensaios para analisar o comportamento de vigas metálicas protendidas. Inicialmente foi feito um estudo teórico para determinar as suas dimensões, os carregamentos e outras características. Então, foi ensaiada uma viga com 21,4m de comprimento, 80cm de altura e protendida com 10cabos de 15mm de diâmetro, como mostra a Figura 2.1 abaixo.



Figura 2.1 - Teste experimental para viga de aço protendida (Nunziata, 1999)

O carregamento previsto para o ensaio foi de $10,2\text{kN/m}$ para carga permanente, excluindo o peso próprio da viga de $1,72\text{ kN/m}$, e uma sobrecarga acidental igual a $11,4\text{kN/m}$. O carregamento foi distribuído com blocos de cimento de 25kN e foi aplicada uma força de protensão de 151kN em cada cabo.

A Figura 2.2 mostra a execução da ancoragem dos cabos de protensão por meio de cunhas metálicas e a Figura 2.3 evidencia a aplicação da carga na viga através da colocação de blocos de cimento ao longo de todo o seu comprimento.



Figura 2.2 – Ancoragem dos cabos (Nunziata, 1999b)

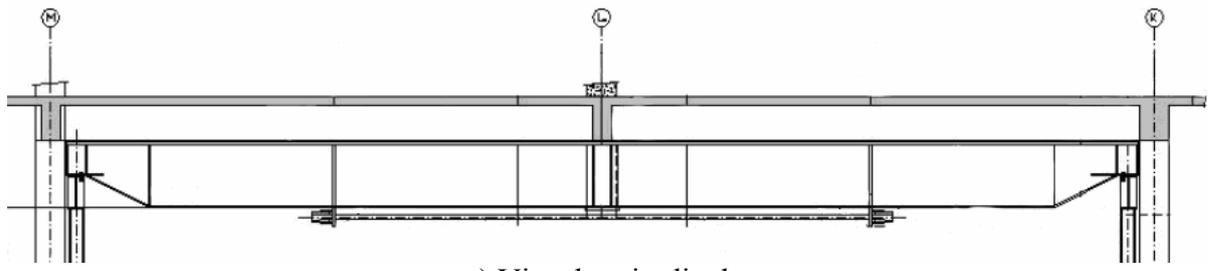


Figura 2.3 - Viga protendida carregada por blocos de cimento (Nunziata, 1999b)

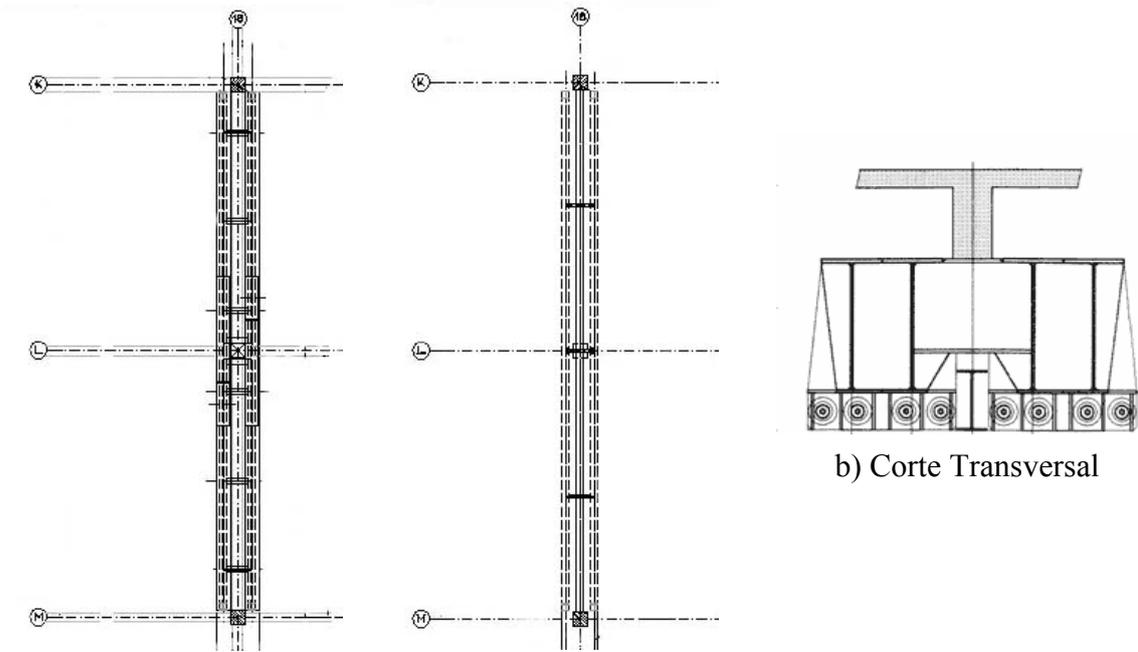
Segundo o autor, os resultados mostraram superioridade em termos de resistência e deformação para a viga de aço protendida em comparação com tipos de estruturas análogas, e a economia e facilidade de execução da tecnologia proposta.

No Brasil, as primeiras vigas protendidas de aço foram projetadas para o Hotel Hilton São Paulo Morumbi, em São Paulo capital, pela Eng.^a Heloísa Maringoni no ano de 2001. A idéia surgiu da necessidade de adaptar parte das garagens subterrâneas do edifício para a criação de salas de convenções. O espaçamento entre as colunas era de 7,5m e havia a necessidade de grandes vãos, com 15m, compatíveis com ambientes de convenções. A solução encontrada pelos projetistas para este problema foi a substituição de parte dos pilares por vigas especiais de transição. Como a utilização de vigas de concreto protendido se mostrou inviável em razão da limitação de altura (as vigas não poderiam ter altura superior a 90cm) e porque precisariam de um período para cura do concreto, o que era um inconveniente já que o prédio continuava em funcionamento, optou-se pelo uso de vigas metálicas protendidas (Rubin e Botti, 2003 *apud* Mazza, 2002).

A Figura 2.4 abaixo traz os detalhes do projeto das vigas de aço protendidas (vista longitudinal e corte transversal) executada no Hotel Hilton São Paulo Morumbi. Nota-se que foi colocada uma viga em cada lado do pilar, e para garantir o trabalho conjunto, elas foram interligadas através de enrijecedores devidamente espaçados.



a) Vista longitudinal



b) Corte Transversal

Figura 2.4 – Vigas protendidas do Hotel Hilton São Paulo Morumbi (Rubin e Botti, 2003 *apud* Mazza, 2002)

3 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 - INTRODUÇÃO

Neste trabalho, é de fundamental importância a compreensão do comportamento estrutural da viga metálica quando submetida ao esforço de protensão. Como existem poucos estudos sobre esse tema, serão fornecidos, ao longo deste capítulo, os fundamentos teóricos necessários para o melhor entendimento do assunto.

Serão abordadas as características mais importantes relacionadas à técnica da protensão, procurando apontar as vantagens e desvantagens da sua utilização. Serão aprofundados os conceitos e particularidades da protensão com cabos externos, já que essa é a forma usada para vigas de aço, inclusive tratando das perdas de protensão que podem ocorrer imediatamente após a aplicação da protensão e no decorrer do tempo. Serão apresentados os cálculos necessários para a verificação dessas vigas, de forma que atendam às exigências das normas vigentes. Além disso, as técnicas construtivas também serão expostas. Por fim, serão comentados os aspectos referentes à dinâmica da quebra do cabo de protensão.

3.2 - PRINCÍPIOS DA PROTENSÃO

O princípio básico da protensão é o de provocar solicitações na estrutura opostas às das cargas decorrentes do seu uso, ou seja, a estrutura é submetida a um estado prévio de tensões para aumentar a sua resistência ou melhorar o seu comportamento sob os carregamentos externos.

A tecnologia da protensão já é amplamente utilizada no concreto em diversos tipos de obras. Com a protensão é possível aliviar consideravelmente o esforço de tração no concreto ou até mesmo fazer a peça trabalhar apenas sob compressão. Assim, garante-se um aproveitamento muito maior da capacidade resistente da seção de concreto, além de evitar ou minimizar a fissuração.

No entanto, são raros os exemplos de aplicação da protensão em outros tipos de materiais, embora se saiba que muitos deles podem tirar proveito do uso dessa técnica. O aço, em especial, é um material que pode apresentar características bastante favoráveis quando protendido, oferecendo desempenhos satisfatórios principalmente pela sua capacidade de resistir bem à compressão e à tração. Nas estruturas metálicas protendidas não há a preocupação em manter toda a peça comprimida, como existe no CP, porque o aço se comporta de maneira muito eficiente quando submetido à tração.

Estruturas metálicas protendidas ainda não são comuns e ainda são poucos os estudos nessa área. Mas essa situação tende a mudar, uma vez que as dificuldades de caráter tecnológico, a maior limitação para o emprego da técnica de protensão em vigas de aço, são superadas com o desenvolvimento e aprimoramento da protensão através de cabos externos.

3.3 - PROTENSÃO EXTERNA

A protensão externa pode ser utilizada para diversos tipos de materiais, como concreto, madeira, aço, ou estruturas mistas aço e concreto. No estudo de vigas metálicas protendidas é importante o domínio dessa técnica de protensão para que se possam projetar as peças e entender o seu comportamento estrutural.

De acordo com Reis (2003), a protensão externa apresenta as seguintes características:

- Os cabos de protensão são colocados fora da área física ocupada pela seção transversal da estrutura;
- A força de protensão é transmitida à estrutura apenas pelos pontos de ancoragem e pelos desviadores. Desta forma, esses dispositivos ficam solicitados por forças bastante elevadas, e precisam ser projetados, detalhados e executados de forma adequada para evitar danos à estrutura;
- A aderência entre o cabo de protensão e a estrutura acontece apenas nos pontos de ancoragem e de desvio dos cabos, onde existe o atrito criado pela necessidade de fixação do cabo ou devido ao contato do cabo com o desviador;

- Os desviadores devem ser posicionados com alto grau de precisão para reduzir o atrito e evitar danos ao aço de protensão, e para que não aconteça mudança da excentricidade de projeto;

As vantagens da protensão externa são:

- Os cabos externos facilitam os trabalhos de inspeção e manutenção durante e após a protensão;
- Os cabos de protensão externos podem ser substituídos quando necessário, desde que previsto em projeto;
- Há redução das perdas por atrito uma vez que praticamente não existem ondulações parasitas nos cabos;
- Os traçados são considerados simples (retos) o que facilita os detalhes construtivos.

Além disso, Viana (2004) ressalta que através da utilização da protensão externa é possível reforçar estruturas sem que haja necessidade de descarregá-las e o resultado do reforço é alcançado imediatamente após a conclusão da protensão. Com essa técnica pode ser eliminada grande parte das deformações existentes na estrutura que está sendo submetida ao reforço.

As desvantagens relacionadas à protensão com cabos externos são:

- Devido ao fácil acesso, os cabos são mais propensos às ações externas como fogo, corrosão, agressividade de elementos químicos e até mesmo vandalismo, por isso existe a necessidade de proteger os cabos;
- Os cabos de protensão podem sofrer vibração e, portanto, devem ter o comprimento livre limitado;
- A deformação da viga pela atuação das cargas externas pode levar a uma alteração da excentricidade do cabo quando não existem desviadores suficientes ao longo do vão e, com isso, a uma redução do efeito da protensão em compensar o momento devido às cargas aplicadas. Esse aspecto será abordado mais adiante.

3.4 - MATERIAIS

3.4.1 - Aços estruturais

Os aços estruturais que devem ser utilizados para o perfil I da viga metálica são aqueles aprovados pela NBR 8800/1986. As propriedades mecânicas gerais desses aços são:

- $E = 205.000$ MPa, módulo de elasticidade;
- $\nu_a = 0,3$, coeficiente de Poisson;
- $\beta = 12 \times 10^{-6}$ por $^{\circ}\text{C}$, coeficiente de dilatação térmica;
- $\gamma_a = 77$ kN/m³, peso específico.

As propriedades mecânicas usadas nos cálculos, tais como, os limites de escoamento (f_y) e a resistência à tração (f_u), variam de acordo com o tipo de aço estrutural escolhido, e os seus valores são fornecidos na NRB 8800/1986.

3.4.2 - Aços de protensão

Os aços usados na protensão caracterizam-se por elevada resistência e pela ausência de patamar de escoamento. Apresentam resistência até três vezes maior que os aços que costumam ser empregados no concreto armado. Esses aços podem ser adquiridos em grandes comprimentos, na forma de fios ou cordoalhas, e com isso elimina-se o problema de emendas do aço para estruturas de grandes vãos. Devem apresentar boa ductilidade, para que não tenham uma ruptura frágil por danos mecânicos ou por deformações a frio junto às ancoragens.

Os aços de protensão podem ser encontrados nas seguintes formas:

- fios trefilados de aço carbono, com diâmetro de 3 a 8 mm, fornecidos em rolos ou bobinas;
- cordoalhas: fios trefilados, enrolados em forma de hélice, com dois, três ou sete fios, e o diâmetro pode variar de 6,5 à 15,7mm.
- barras de aço-liga, de alta resistência, laminadas a quente, com diâmetros superiores a 12mm e comprimento limitado.

Quanto ao tipo de tratamento que recebem podem ser:

- aços aliviados ou de relaxação normal (RN): aços retificados por um tratamento térmico que alivia as tensões internas de trefilação;
- aços estabilizados ou de relaxação baixa (RB): aços que recebem um tratamento termo-mecânico para melhorar as características elásticas e reduzir as perdas de tensão por relaxação.

As principais propriedades mecânicas do aço de protensão são:

- f_{ptk} : resistência característica à ruptura a tração do aço
- f_{pyk} : limite de escoamento convencional, correspondente à tensão em que o aço apresenta uma deformação unitária residual de 0,2%. No caso de fios e cordoalhas, o f_{pyk} é aproximadamente igual a tensão para que ocorra uma deformação de 1%.
- E_p : Módulo de elasticidade. De acordo com a NBR 6118, na falta de dados específicos, pode-se considerar o valor de 200.000MPa para o módulo de elasticidade de fios e cordoalhas.
- ϵ_{uk} : Alongamento após ruptura.

Os aços de protensão têm suas tensões iniciais de tração (no momento de aplicação da força de protensão) limitadas pela NBR 6118/2003 pelos seguintes valores:

- Para aços de relaxação normal (RN): $\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,87f_{pyk} \end{cases}$
- Para aços de relaxação baixa (RB): $\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,82f_{pyk} \end{cases}$
- Aços CP-85/105, fornecidos em barras: $\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,72f_{ptk} \\ 0,88f_{pyk} \end{cases}$

Essas tensões limites são para o caso de pós-tração, o que ocorre nas vigas metálicas protendidas. Esses limites são necessários para evitar a ruptura do cabo durante a protensão, para que a perda por relaxação do aço não seja muito elevada e porque tensões excessivas deixam o aço de protensão com maior sensibilidade à corrosão.

3.5 - VIGAS METÁLICAS PROTENDIDAS (VMP)

Através da protensão em vigas de aço é possível utilizar perfis mais leves, uma vez que o esforço devido à protensão irá contrabalançar o carregamento externo atuante, e com isso gerar ganhos econômicos. Além disso, podem existir situações em que a técnica da protensão torna-se a solução mais viável para a obra, como por exemplo, para reforço de estrutura metálica já existente, para construção de estruturas de grandes vãos (como pontes) ou ainda quando há limitação de altura da viga, impossibilitando o uso do concreto protendido ou da viga metálica convencional. A protensão de estruturas metálicas torna o aço ainda mais competitivo no mercado atual e surge como mais uma opção para o trabalho dos arquitetos e dos engenheiros de estruturas.

No entanto, um aspecto que merece atenção em estruturas metálicas de um modo geral e, conseqüentemente, é algo que deve ser analisado nas vigas de aço protendidas, é a possível ocorrência de instabilidade. Sabe-se que estruturas metálicas comprimidas estão sujeitas à flambagem local das chapas que compõem o perfil e também à flambagem global da peça. No caso da viga de aço protendida, além do momento fletor gerar tensões de compressão ao longo da viga, a força de protensão também atua comprimindo a estrutura. Sendo assim, é importante a verificação da estabilidade.

Vale ressaltar também que, apesar dos benefícios citados de redução da quantidade de metal utilizada, a tecnologia da protensão exige maiores cuidados na fabricação e execução da obra, fato que deve ser levado em consideração na elaboração dos projetos.

3.5.1 - Análise da viga à flexão

O dimensionamento ótimo da viga protendida acontece quando uma ou mais seções solicitadas pelas cargas externas e pela protensão atingem a tensão limite de projeto do material, de forma que este possa ser aproveitado na sua capacidade máxima.

As seções da viga devem ser analisadas em duas condições de carga, uma delas é a condição inicial, ou seja, no ato da protensão, que corresponde ao momento em que é aplicada a força de protensão na estrutura e, portanto, as cargas atuantes são apenas o peso próprio da viga e a protensão. A outra é a condição final, aquela em que a viga está em uso,

em serviço. Na condição final atuam os carregamentos externos, demais cargas permanentes e sobrecargas e a força de protensão. Nessas duas situações de carregamento, a tensão máxima no aço da viga terá que ser inferior aos limites permitidos pelas normas ($\pm f_d$). As perdas de protensão devem ser calculadas e a força de protensão a ser aplicada na estrutura deverá compensar essas perdas.

A Figura 3.1 mostra as tensões na viga de maneira que a seção seja aproveitada na sua capacidade máxima. No momento em que é aplicada a força de protensão (condição inicial), o flange inferior fica comprimido até o limite máximo, $-f_d$, e quando a viga está em serviço a tensão no bordo inferior é máxima de tração, $+f_d$, e no flange superior é máxima de compressão, $-f_d$.

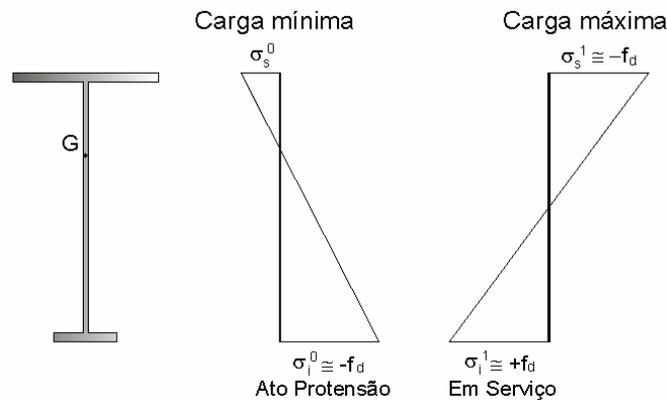


Figura 3.1 - Aproveitamento da Capacidade Máxima da Viga (Nunziata, 1999a)

Para que seja possível utilizar a seção da viga na sua capacidade máxima, aproveitando todo o efeito da protensão e o aumento da sua capacidade de carga, a seção mais apropriada é o perfil I com apenas um eixo de simetria quando comparado com o perfil I duplamente simétrico. O perfil I com flange inferior de largura menor que a do superior permite atingir as tensões máximas limites nos dois flanges quando a viga está em serviço, como visto na Figura 3.1.

A protensão atua de forma contrária à flexão da viga devida às cargas externas atuantes, de forma a reduzir o efeito dessa solicitação. Os cabos são posicionados de tal forma, que no ato da protensão é gerado um diagrama de momento fletor de sinal oposto ao diagrama da viga em serviço. Assim, pelo princípio da superposição dos efeitos, a soma desses dois diagramas resulta em um estado de tensões menos crítico para a viga, em comparação ao estado de tensões provocado apenas pelas cargas externas, onde se incluem as cargas

acidentais na estrutura. No entanto, a viga fica solicitada também por uma força axial de compressão.

A Figura 3.2 abaixo ilustra as tensões na viga no ato da protensão, que corresponde à soma das tensões geradas pela força de protensão com as tensões devidas à carga inicial (peso próprio).

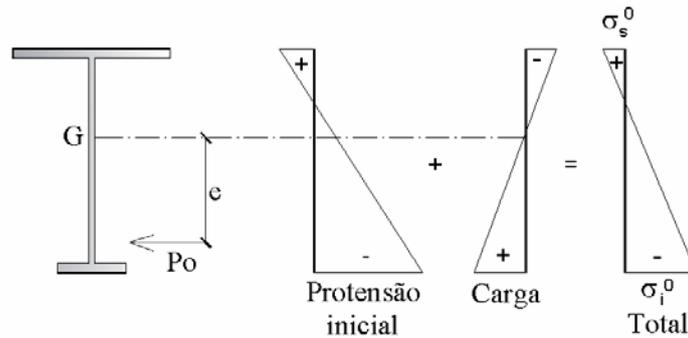


Figura 3.2 - Tensão na viga no ato da protensão (Nunziata, 1999a)

onde P_0 é a força de protensão inicial, antes da ocorrência das perdas de protensão; σ_i^0 e σ_s^0 são as tensões, respectivamente, nos bordos inferior e superior da seção, para a condição inicial, no momento de aplicação da protensão.

No ato da protensão, a tensão máxima de compressão no bordo inferior da seção, σ_i^0 , não pode ultrapassar a tensão limite do aço, f_d . Então:

$$\sigma_i^0 = -\frac{\gamma_p \beta P}{A} - \frac{\gamma_p \beta P e}{W_i} + \frac{M_{\min}}{W_i} \leq f_d \quad (3.1)$$

onde: P é a força de protensão final (após as perdas de protensão), A é a área da seção transversal da viga metálica, W_i é o módulo de resistência elástico em relação à fibra inferior (módulo resistente inferior), γ_p é um coeficiente de segurança aplicado à força de protensão, M_{\min} é o momento mínimo que atua na estrutura no ato da protensão, calculado levando-se em consideração os coeficientes de segurança para a carga em questão, ' e ' é a excentricidade, ou seja, a distância do cabo resultante ao centro de gravidade da seção e β é o coeficiente de majoração da força de protensão para compensar as perdas de protensão, ou seja, no ato da protensão, deve ser aplicada uma força de protensão corrigida pelo coeficiente β , para garantir que após a ocorrência das perdas de protensão, atue na estrutura a força de protensão realmente desejada.

Nota-se, na equação 3.1, que o primeiro termo do lado direito da equação representa a tensão gerada pela força normal de protensão P , o segundo termo é a tensão provocada pelo momento fletor resultante da atuação da carga excêntrica P e o terceiro termo representa a tensão causada pelo momento mínimo.

A Figura 3.3 mostra as tensões na viga quando ela se encontra em uso, com todas as cargas externas atuando na estrutura.

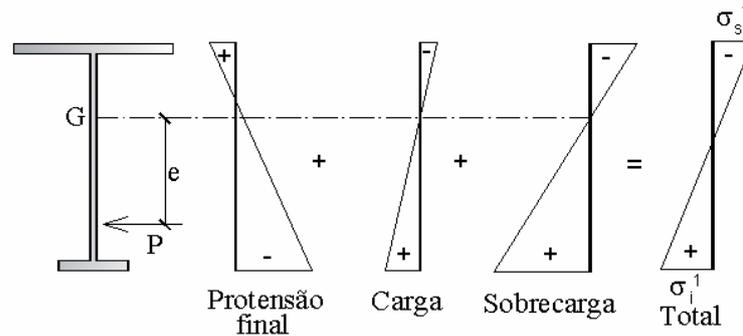


Figura 3.3 - Tensão na viga em serviço (Nunziata, 1999a)

As tensões no bordo inferior (σ_i^1) e superior (σ_s^1) da seção transversal da viga metálica quando em condição de serviço não podem superar a tensão limite do aço, f_d , e são obtidas pelas seguintes expressões:

$$\sigma_s^1 = -\frac{\gamma_p P}{A} + \frac{\gamma_p P e}{W_s} - \frac{M_{\max}}{W_s} \leq f_d \quad (3.2)$$

$$\sigma_i^1 = -\frac{\gamma_p P}{A} - \frac{\gamma_p P e}{W_i} + \frac{M_{\max}}{W_i} \leq f_d \quad (3.3)$$

onde: W_s é o módulo resistente superior da viga metálica, M_{\max} é o momento máximo que atua na estrutura em serviço (com as cargas externas presentes), calculado levando-se em consideração os coeficientes de segurança das cargas. As demais grandezas são as mesmas descritas anteriormente. Neste caso, o coeficiente β é igual a 1, uma vez que as equações 3.2 e 3.3 determinam as tensões para a situação de carregamento final, onde se considera que as perdas de protensão já aconteceram.

Alguns fatores interferem no comportamento estrutural das vigas de aço protendidas, como por exemplo, a variação da excentricidade em decorrência da aplicação das cargas externas, a esbelteza da viga e as perdas de protensão.

Segundo Perlingeiro (2006), com a atuação dos carregamentos permanentes e sobrecargas, a estrutura sofre deformações que não são acompanhadas pelos cabos de protensão externos, uma vez que estes são fixados apenas nas ancoragens e nos desviadores. Eles permanecem retilíneos entre esses pontos, enquanto a estrutura se deforma quando submetida aos carregamentos, como pode ser observado na Figura 3.4. Conseqüentemente, ocorrem variações nas excentricidades dos cabos, o que gera, na viga, um comportamento não-linear.

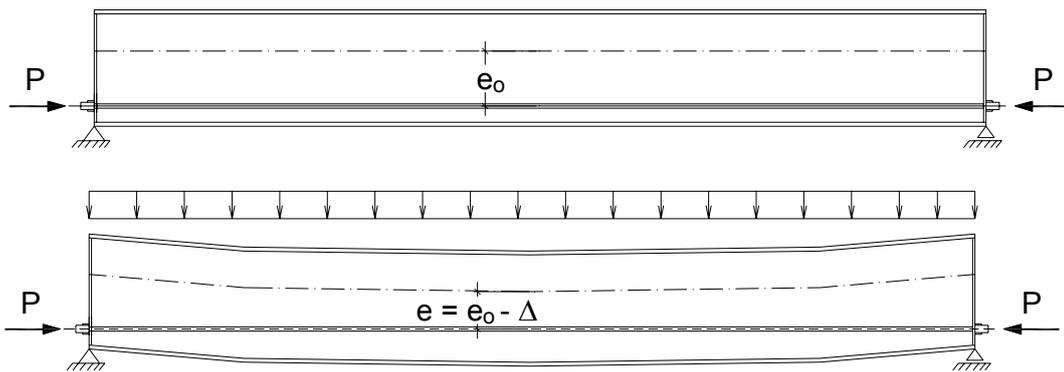


Figura 3.4 – Viga protendida sem desviador: deformação da viga não é acompanhada pelo cabo de protensão

No entanto, esse efeito pode ser reduzido quando são introduzidos mais desviadores ao longo do vão da viga. Estudos mostraram que quando é colocado um desviador no meio do vão, já diminui bastante o efeito da variação da excentricidade e aumenta a capacidade de carga da viga. (Rao e Mathew, 1996, Tan e Ng, 1997 e Harajli *et all*, 1999 *apud* Perlingeiro 2006).

Admitindo-se que são introduzidos desviadores na estrutura de forma a evitar a variação da excentricidade, com a atuação das cargas externas a viga vai se deformar arrastando consigo o cabo de protensão. Então o aço de protensão sofre um alongamento ΔL , e em decorrência disso, há um aumento da força de protensão P para a viga na condição de serviço. Esse acréscimo de tensão é calculado pela expressão:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\Delta L}{L} E_p \quad (3.4)$$

O valor de ΔL pode ser encontrado através de tentativas, admitindo um valor de flecha f' para a estrutura quando submetida aos carregamentos externos. Este valor deverá ser

menor que a flecha calculada, pois o acréscimo da tensão no cabo aumenta a força de protensão, que atua na estrutura contrabalanceando os efeitos das cargas externas. A partir do valor f' , encontra-se o aumento de tensão $\Delta\sigma_p$ e em seguida a nova força de protensão. Com a força de protensão corrigida, calcula-se a flecha f , que deve ser igual àquela inicialmente fixada, caso contrário, adota-se outro valor para f' .

A atuação, na estrutura, dos momentos devidos às cargas externas faz também com que a força de protensão atuante no cabo resultante sofra deslocamentos dos seguintes valores (Nunziata, 1999a):

$$\delta_0 = \frac{M_{\min}}{\beta P^*}; \quad \delta_1 = \frac{M_{\max}}{P^*} \quad (3.5)$$

onde: δ_0 representa o deslocamento no ato da protensão, devido, ao momento causado pelo carregamento inicial; δ_1 representa o deslocamento quando a viga está na condição de serviço e P^* é a força de protensão multiplicada pelo coeficiente de segurança γ_p .

Os deslocamentos δ_0 e δ_1 são mostrados na Figura 3.5. As distâncias do baricentro ao ponto inferior e superior do núcleo central de inércia são respectivamente e_i e e_s ; “ d ” é a distância do cabo resultante ao ponto inferior do núcleo central. A força de protensão se desloca do ponto K_0 ao ponto K_1 na passagem da condição inicial de aplicação da protensão para a condição de serviço. Os pontos K_0 e K_1 encontram-se fora do núcleo central de inércia.

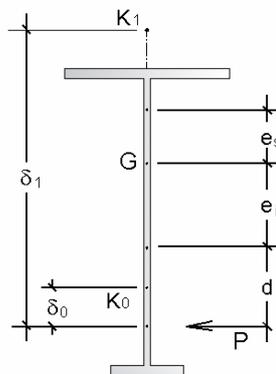


Figura 3.5 – Deslocamentos da força de protensão (Nunziata, 1999a)

Nota-se que no aço protendido os limites em que a força de protensão pode se deslocar são mais amplos quando comparados com o que ocorre no concreto protendido. Esse fato é

justificado porque no concreto protendido o ideal é que a peça esteja totalmente comprimida durante sua vida útil para evitar fissuração. Para tanto, a força de protensão deve se mover apenas dentro do núcleo central de inércia, o que constitui uma limitação, dada a variabilidade das cargas acidentais e a probabilidade de surgirem situações não previstas em projeto. Nas estruturas metálicas protendidas não há essa preocupação, e os limites do centro de pressão, região em que pode ser aplicada a força de protensão, estão fora do núcleo central de inércia.

Sabendo-se que ocorrem esses deslocamentos na força de protensão com a atuação dos momentos fletores externos, faz-se necessário conhecer as máximas excentricidades que o centro de pressão pode assumir no ato da protensão e em serviço, para garantir que os estados limites da viga metálica não sejam superados.

3.5.2 - Excentricidades Limites

As excentricidades limites, e_0 e e_1 , definem a faixa em que deve ser aplicada a força de protensão, de forma que não seja ultrapassada a tensão limite do material. Os pontos que representam as excentricidades limites são o E_0 e o E_1 , e dependem da seção transversal da viga, da força de protensão e da tensão limite do aço. A Figura 3.6 mostra tais pontos.

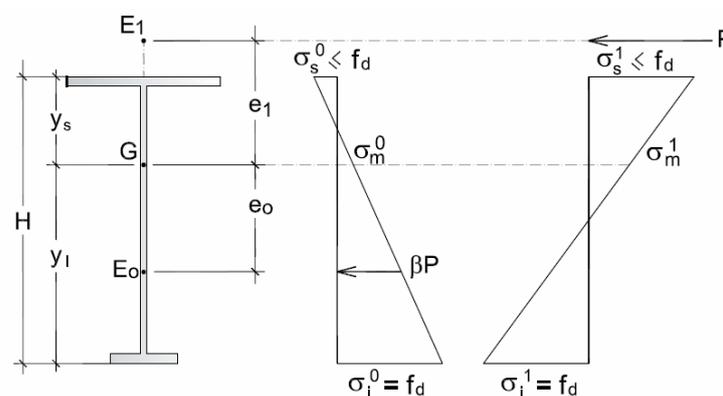


Figura 3.6 – Excentricidades máximas permitidas e_0 e e_1 (Nunziata, 1999a)

Como a tensão no bordo inferior da seção no ato da protensão não pode superar o valor da tensão limite, a excentricidade e_0 (distância do centro de gravidade da peça ao ponto limite inferior do centro de pressão E_0) é obtida da seguinte forma (Nunziata, 1999a):

$$\sigma_i^0 = -\frac{\beta P^*}{A} - \frac{\beta P^* e_0}{W_i} \leq f_d$$

Igualando a tensão na fibra inferior da viga, no ato da protensão, à tensão limite do aço, $-f_d$, tem-se:

$$\begin{aligned} -\frac{\beta P^*}{A} - \frac{\beta P^* e_0}{W_i} &= -f_d \\ -\frac{\beta P^*}{A} + f_d &= \frac{\beta P^* e_0}{W_i} \\ e_0 &= -\frac{\beta P^*}{A} \cdot \frac{W_i}{\beta P^*} + f_d \frac{W_i}{\beta P^*} = -\frac{\rho^2}{y_i} + \frac{f_d \rho^2}{\sigma_m^0 y_i} \\ e_0 &= -\frac{\rho^2}{y_i} \left(1 - \frac{f_d}{\sigma_m^0} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde: $\rho^2 = \frac{I_g}{A}$; $\sigma_m^0 = \frac{\beta P^*}{A}$; $\sigma_m^1 = \frac{P^*}{A}$

De forma análoga, para a condição de serviço, tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_i^1 &= -\frac{P^*}{A} + \frac{P^* e_1}{W_i} \leq f_d \\ \sigma_s^1 &= -\frac{P^*}{A} - \frac{P^* e_1}{W_s} \leq f_d \end{aligned}$$

Igualando a tensão no bordo inferior da seção, para a viga em serviço, ao valor da tensão limite de tração, $+f_d$, encontra-se a excentricidade e_1' . Da mesma forma, fazendo a tensão no bordo superior da seção igual ao valor $-f_d$ (compressão), chega-se a excentricidade e_1'' .

$$\begin{aligned} \sigma_i^1 &= -\frac{P^*}{A} + \frac{P^* e_1'}{W_i} = f_d \\ \frac{P^* e_1'}{W_i} &= \frac{P^*}{A} + f_d \\ e_1' &= \frac{P^*}{A} \cdot \frac{W_i}{P^*} + f_d \frac{W_i}{P^*} = +\frac{\rho^2}{y_i} + \frac{f_d \rho^2}{\sigma_m^1 y_i} \\ e_1' &= +\frac{\rho^2}{y_i} \left(1 + \frac{f_d}{\sigma_m^1} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_s^1 &= -\frac{P^*}{A} - \frac{P^* e_1''}{W_i} = -f_d \\
-\frac{P^* e_1''}{W_i} &= \frac{P^*}{A} - f_d \\
e_1'' &= -\frac{P^*}{A} \cdot \frac{W_i}{P^*} + f_d \frac{W_i}{P^*} = -\frac{\rho^2}{y_i} + \frac{f_d \rho^2}{\sigma_m^1 y_i} \\
e_1'' &= -\frac{\rho^2}{y_i} \left(1 - \frac{f_d}{\sigma_m^1} \right) \tag{3.8}
\end{aligned}$$

A excentricidade e_1 , que representa a excentricidade limite para a viga na condição de serviço, corresponde ao menor valor entre e_1' e e_1'' .

Conhecer os valores dos pontos E_0 e E_1 é de extrema importância, pois a partir desses pontos é possível determinar uma faixa da peça em que deve estar contido o cabo resultante, o chamado *fuso limite*, que garante que as tensões limites do material não são ultrapassadas em nenhuma seção.

3.5.3 - Fuso Limite

O fuso limite, região ao longo da viga em que deve estar localizado o cabo de protensão resultante, será encontrado levando em consideração o deslocamento δ_0 que ocorre pela atuação do momento externo mínimo e o deslocamento δ_1 devido ao momento externo máximo (deslocamentos para cima no caso de momentos positivos). A partir do ponto inferior do centro de pressão E_0 determina-se um novo ponto, B_0 , deslocado para baixo no valor de δ_0 . De forma semelhante encontra-se o ponto B_1 , abaixo δ_1 do ponto superior do centro de pressão E_1 (Nunziata, 1999a). Esses pontos podem ser vistos na Figura 3.7.

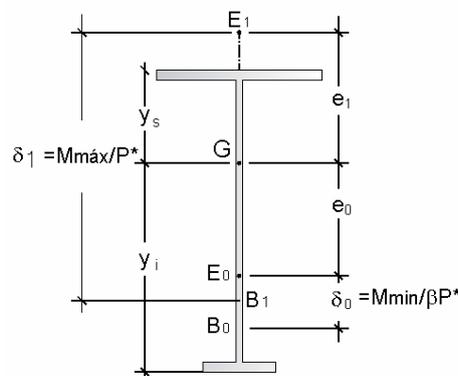


Figura 3.7 – Fuso Limite representado pelos pontos B_0 e B_1 (Nunziata, 1999a)

O cabo de protensão resultante deve estar obrigatoriamente contido entre os pontos B_0 e B_1 para que as tensões limites sejam satisfeitas. O momento a que a viga estará submetida nas diversas fases de carregamentos não deve ser menor do que o momento M_{min} (devido ao peso próprio) e nem maior que o M_{max} (devido às demais cargas permanentes e sobrecargas). Caso contrário, a força de protensão não estará entre os limites E_0 e E_1 , e assim, as tensões na viga estarão acima das tensões limites.

A Figura 3.8 mostra o fuso limite para uma viga isostática. O fuso foi obtido traçando-se a partir de $E_1 - E_1$ a parábola referente aos valores de M_{max}/P^* e a partir de $E_0 - E_0$ a parábola dos valores $M_{min}/\beta P^*$.

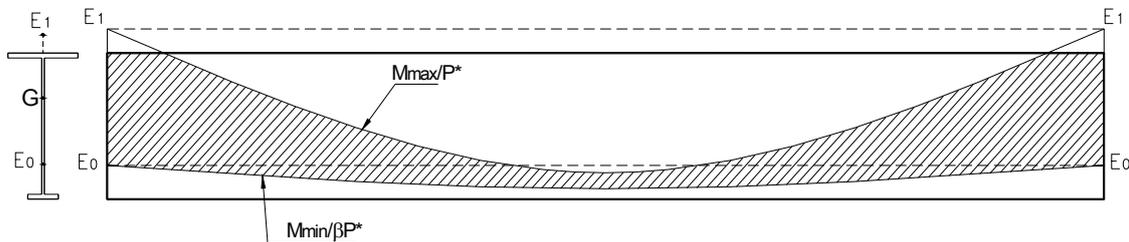


Figura 3.8 – Fuso limite para uma viga isostática

3.5.4 - Esforço Cortante

Nas vigas metálicas protendidas, deve-se considerar a força cortante que atua na peça em razão dos carregamentos externos, e também, aquela proveniente da força de protensão aplicada à estrutura. Para o cálculo da força cortante oriunda da protensão, deve ser considerada a projeção da força de protensão na direção vertical, encontrando-se assim a sua componente vertical $P \text{sen} \alpha$. Isso significa dizer que a componente de força cisalhante da protensão age em sentido contrário à força cisalhante proveniente das ações externas, como pode ser observado na Figura 3.9 abaixo.

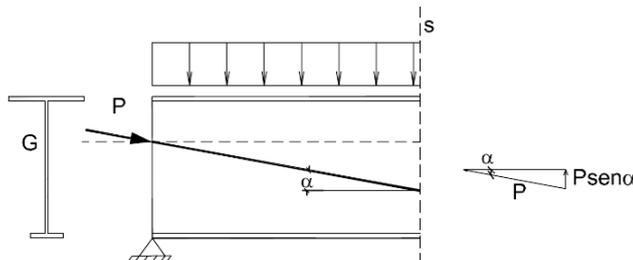


Figura 3.9 – Força cortante devida a protensão

Com isso, tem-se a chamada força cortante reduzida:

$$V_r = V - P \sin \alpha \quad (3.9)$$

sendo: V a força cortante devido às cargas externas na seção S ;

P é a força de protensão

α é o ângulo de inclinação do cabo

De acordo com Nunziata (1999a), a força cortante é calculada para a viga no ato da protensão e em serviço, da seguinte forma:

$$\begin{cases} V_r^0 = V^0 - \gamma_p P \sin \alpha & \text{Ato da Protensão} \\ V_r^1 = V^1 - \gamma_p P \sin \alpha & \text{Em serviço} \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\quad (3.11)$$

onde V^0 é a força cortante devida ao carregamento inicial (peso próprio) e V^1 é a força cortante oriunda do carregamento externo total (cargas permanentes e cargas acidentais).

Da Resistência dos Materiais sabe-se que as tensões τ , em peças de altura constante solicitadas por um esforço cisalhante reduzido V_r , são dadas pela seguinte equação:

$$\tau = \frac{V_r S}{t I} \quad (3.12)$$

onde t = espessura da chapa no ponto em que é medida a tensão cisalhante;

S = momento estático em relação ao centro de gravidade da seção bruta, da parte da seção entre a borda e o ponto onde se mede a tensão;

I = momento de inércia da seção bruta em relação ao centro de gravidade.

Quando se trata de perfil I , quase todo o esforço cortante é absorvido pela alma da viga e as tensões variam muito pouco ao longo da alma, sendo assim, é possível utilizar a seguinte fórmula simplificada para encontrar a tensão devida ao cisalhamento (Pfeil, 2000):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{V_r}{t \cdot h} \quad (3.13)$$

em que t e h correspondem, respectivamente, a espessura e altura da alma da viga.

De acordo com Nunziata (1999a), para as seções sujeitas ao corte puro, deve-se fazer a seguinte verificação:

$$\tau_{\text{máx}} \leq \frac{f_d}{\sqrt{3}} \quad (3.14)$$

Mas geralmente as seções das vigas são solicitadas ao mesmo tempo pelo cortante e pelo momento fletor. Pela hipótese de que o cortante é absorvido inteiramente pela alma da viga, deve ser considerada, na altura da viga, a seção mais desfavorável, onde a tensão devido ao momento fletor e ao cortante atinge o valor máximo (ver Figura 3.10).

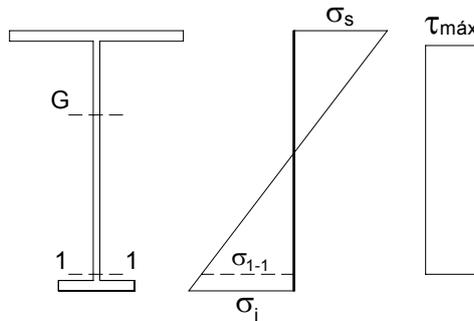


Figura 3.10 – Seção onde a tensão devida à força cortante e ao momento fletor é máxima

Aplicando o critério de escoamento de Von Mises é possível encontrar o valor da tensão, proveniente da atuação simultânea do momento fletor e da força cortante, na seção mencionada anteriormente e considerada como mais crítica, utilizando as seguintes equações (Chakrabarty, 1988):

$$\begin{aligned} \sigma^2 + 3\tau^2 &= Y^2 \\ \sigma_{id} &= \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_d \end{aligned} \quad (3.15)$$

Vale ressaltar que como a protensão é aplicada por cabos externos à estrutura, a força cortante de protensão é transmitida para a viga apenas nos pontos onde existem os desviadores do cabo.

3.6 - TRAÇADO DOS CABOS

O traçado dos cabos para protensão externa é geralmente poligonal, às vezes reto. O traçado dos cabos é extremamente importante para a definição final dos esforços na peça protendida e deve ser projetado em função dos carregamentos atuantes na estrutura, de forma a contrabalança-los.

No caso dos cabos com traçado modificado pelos desviadores, procura-se posicionar o cabo tentando acompanhar o desenho do diagrama de momentos fletores que atua na viga, justamente para que ao ser aplicada a força de protensão, apareça um diagrama de momentos oposto ao atuante. Deste modo, para vigas isostáticas, os cabos são ancorados preferencialmente no centro de gravidade das seções de extremidades, como é observado na Figura 3.11a abaixo.

Quando são utilizados cabos de protensão com traçado retilíneo, é possível reduzir o número de desviadores, já que, neste caso, funcionam apenas para garantir que o cabo acompanhe a deformação da estrutura. Por essa razão, as estruturas protendidas com cabos retos são de execução mais fácil, e apresentam perda por atrito praticamente nula.

O cabo reto pode ser colocado imediatamente acima do flange inferior, ou ainda, abaixo desse flange, permitindo a obtenção de excentricidades maiores. No entanto, os cabos com traçado reto apresentam o inconveniente de fazerem aparecer esforços indesejáveis próximos ao apoio, mas isso pode ser evitado ancorando-se os cabos afastados dos apoios, como mostra a Figura 3.11b.

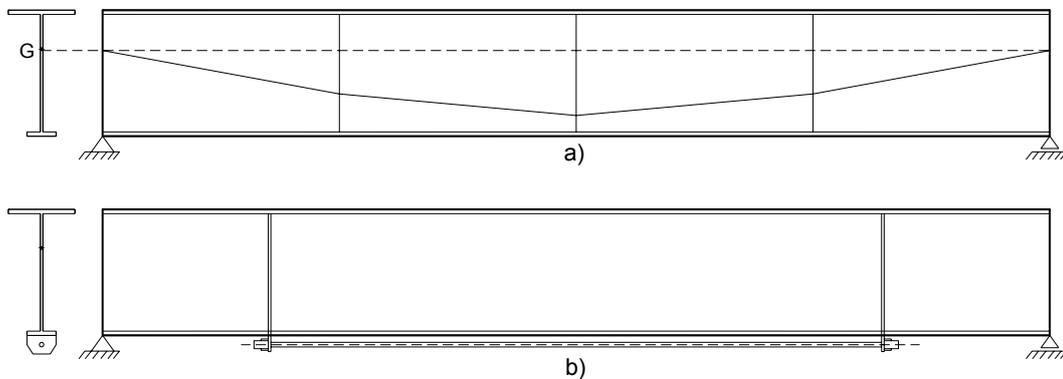


Figura 3.11 – Traçado dos cabos. a) poligonal com desvio; b) reto.

3.7 - VIGAS HIPERESTÁTICAS PROTENDIDAS

As estruturas isostáticas podem se deformar livremente quando são aplicadas as forças de protensão. O sistema composto pela estrutura e pelos cabos de protensão é um sistema autoequilibrado e as reações de apoio devidas ao efeito da protensão são nulas. Sendo assim, nas estruturas isostáticas os esforços solicitantes internos podem ser determinados apenas por equações de equilíbrio.

No caso de vigas hiperestáticas, os vínculos redundantes geram reações de apoio diferentes de zero para a protensão, já que a viga terá parte da deformação impedida por esses vínculos. Essas reações causam esforços solicitantes na estrutura que serão somados aos esforços provocados pelos cabos de protensão na estrutura isostática equivalente. Esse fato dá origem aos momentos hiperestáticos de protensão.

A Figura 3.12 mostra o comportamento de uma viga isostática protendida por um cabo que apresenta traçado poligonal. A aplicação da força de protensão tem como efeito a geração do momento igual a $P \cdot e$ (momento principal de protensão), e como consequência, a viga se curva para cima, provocando um deslocamento no meio do vão igual a δ_c .

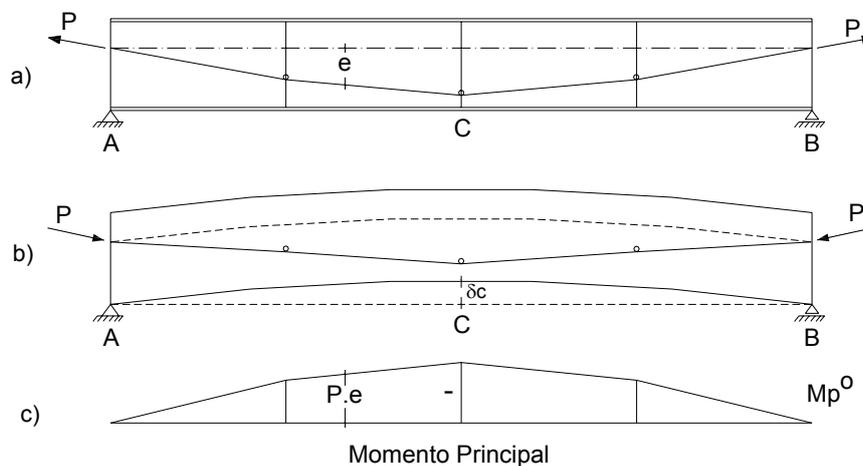


Figura 3.12 – a) Viga isostática protendida b) Viga isostática protendida deformada (deformação δ_c no meio do vão) c) Diagrama de momentos fletores devido à protensão

Em se tratando de vigas hiperestáticas, por exemplo, uma viga com apoios nas extremidades e um apoio central, como mostra a Figura 3.13, o apoio central na seção C vai impedir a ocorrência de deslocamentos verticais, e assim, reagirá com uma força R_c

para baixo que vai anular o deslocamento δc . Em consequência, surgirão reações de apoio opostas em A e B, como pode ser observado nas Figuras 3.13a e 3.13b. Essas reações de apoio hiperestáticas dão origem ao momento hiperestático de protensão ($M_{p_{hip}}$), que somado ao momento principal relativo à estrutura isostática (M_{p^0}), resulta no momento final de protensão M_p .

$$M_p = M_{p^0} + M_{p_{hip}} \quad (3.16)$$

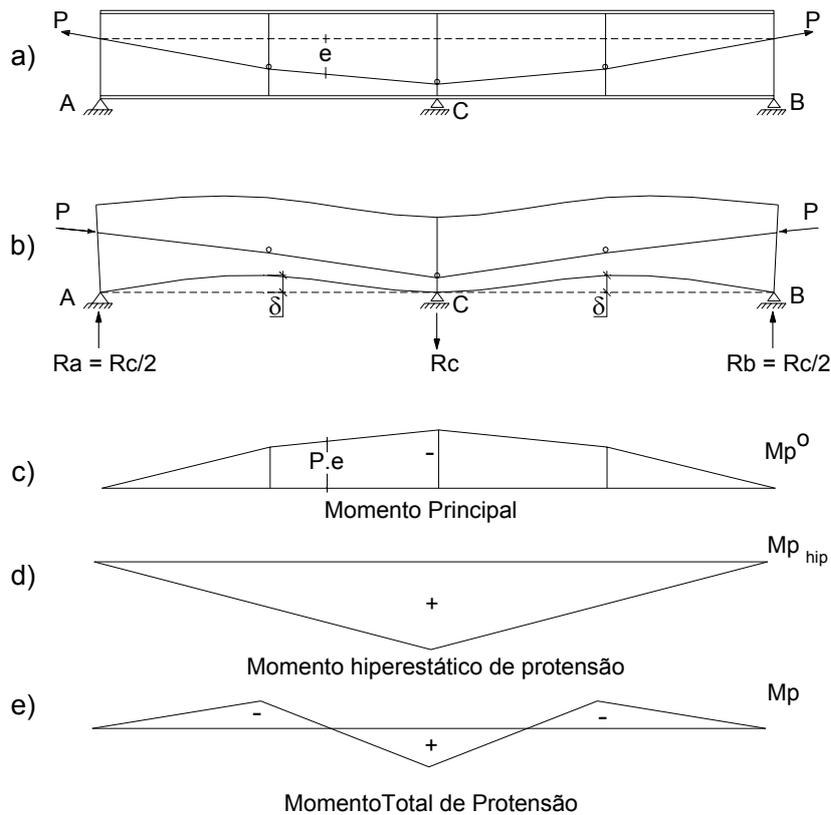


Figura 3.13 – a)Viga hiperestática protendida b) Viga hiperestática protendida deformada (deformação impedida no meio do vão) c) Momento principal (isostático) d) Momento hiperestático de protensão e) Momento final devido à protensão

O traçado do cabo influencia diretamente no surgimento das reações hiperestáticas. É possível que essas reações sejam nulas caso o cabo tenha um traçado tal que não produza o efeito de deformar a viga no apoio. Nesta situação, o momento final de protensão (M_p) será igual ao momento principal da estrutura isostática equivalente.

Ressalta-se que os momentos hiperestáticos de protensão produzem uma parcela de esforço cortante ($V_{p_{hip}}$), que se soma aos esforços cortantes provocados pelas solicitações atuantes e pelas inclinações dos cabos de protensão em relação ao eixo da viga.

3.8 - PERDAS DE PROTENSÃO

A força de protensão introduzida na estrutura não é constante ao longo do espaço e do tempo. O acionamento dos macacos, a liberação dos cabos e a transferência da força de protensão, entre outros fatores, originam uma série de efeitos que levam a uma redução da força de protensão com o passar do tempo. No dimensionamento de peças protendidas é importante, portanto, estimar essas perdas para que se possa encontrar o valor da tensão adicional a ser aplicada na estrutura, de forma que após todas as perdas, a força de protensão efetivamente atuante na peça seja a força desejada.

As perdas de protensão podem ser classificadas como imediatas ou progressivas. As perdas imediatas acontecem durante a operação de protensão e imediatamente após a ancoragem do cabo. Já as perdas progressivas são aquelas que ocorrem ao longo da vida útil da estrutura, depois que os cabos já estão protendidos e ancorados.

No caso de vigas metálicas protendidas, as perdas imediatas são decorrentes dos seguintes fatores:

- Atrito do cabo nos desviadores;
- Deformação elástica do cabo já protendido devida à protensão sucessiva de outros cabos;
- Acomodação das ancoragens.

A perda progressiva é causada pela relaxação do aço de protensão.

Os fatores que causam perdas de protensão para estruturas metálicas protendidas são inferiores aos do concreto protendido, uma vez que não existem as perdas relacionadas ao material concreto, como é o caso das perdas ao longo do tempo por retração e fluência deste material.

A seguir serão apresentados os métodos de cálculo usados para estimar as perdas de protensão.

3.8.1 - Perdas Imediatas

3.8.1.1 Perdas no Macaco

As perdas devidas ao conjunto macaco/ancoragem variam de 3% a 8%. Geralmente é adotado o valor médio de 5% (Pfeil, 1991). Mas essa perda do processo de macaqueamento pode ser regulada na tara do macaco no momento da protensão e, portanto, não é considerada no projeto.

3.8.1.2 Perdas por Atrito

As perdas de protensão devidas ao atrito para cabos externos acontecem apenas nos pontos onde estão localizados os desviadores. Essas perdas são devidas à variação angular do cabo no desviador (perdas em curva). Como o cabo permanece reto entre os desviadores e entre o ponto de ancoragem e desviador, não existem os desalinhamentos parasitas, que são as curvaturas não intencionais ao longo do cabo. Aplicando-se uma força de protensão P_0 na extremidade do cabo, a força de protensão em uma abscissa x , medida a partir da ancoragem, pode ser encontrada usando a seguinte expressão:

$$P_{(x)} = P_0 e^{-(\mu \Sigma \alpha)} \quad (3.17)$$

onde: P_0 = Força de protensão na extremidade do cabo;

μ = Coeficiente de atrito angular (1/radianos);

$\Sigma \alpha$ = soma dos ângulos (rad) de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x ;

3.8.1.3 Perdas por Protensão Sucessiva

Nas vigas em que existem diversos cabos a serem protendidos sucessivamente, ocorre perda da força de protensão devida à deformação elástica do cabo já protendido, em razão da deformação elástica da viga.

De forma análoga à perda que ocorre no concreto protendido pelo encurtamento elástico do concreto quando n cabos são protendidos sucessivamente, a perda média de protensão devida à deformação elástica no caso de vigas metálicas protendidas será calculada pela seguinte expressão (Martins, 2005):

$$\Delta\sigma_p = (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) \frac{n-1}{2n} \quad (3.18)$$

onde: n é o número de cabos, σ_{cp} é a tensão na viga para a força de protensão dos n cabos e σ_{cg} é a tensão na viga devida ao peso próprio.

A relação entre o módulo de deformação do aço de protensão e o módulo de deformação da viga metálica foi considerada igual a 1.

3.8.1.4 Perdas nas Ancoragens

Após a aplicação da protensão, os cabos são ancorados, e em decorrência desse processo, acontecem perdas de protensão, causadas pela transferência da força nos macacos para as ancoragens e pela penetração das cunhas no momento da cravação.

Pfeil (1991) ressalta que em muitos sistemas de ancoragens a transferência do esforço de protensão se faz sem perda de alongamento do cabo, e, portanto, sem perdas nas ancoragens. Como exemplo tem-se os sistemas de ancoragem rosca e porca. Nesses sistemas quando a barra alcança a elongação final, aperta-se a porca contra a chapa de apoio. A pressão no macaco é retirada e o esforço é transmitido à placa de apoio sem perda de alongamento do cabo.

Mas nos sistemas de ancoragens com cunhas acontece sempre uma perda de alongamento do cabo provocada pela penetração (δ) da cunha na ancoragem. O valor do deslizamento δ é proporcional ao valor da força P aplicada no cabo.

A Figura 3.14 mostra a variação da força de protensão no cabo para uma viga com apenas uma ancoragem ativa. A força de protensão máxima aplicada na extremidade do cabo é P_0 . Após o deslocamento δ , a força P_0 na extremidade do cabo vai sofrer redução em decorrência da acomodação da ancoragem.

O valor da penetração δ é fornecido pelo fabricante do dispositivo de ancoragem. A nova força P_{anc} e o comprimento x , que representa o trecho que sofre perda de tensão em razão do deslocamento da cunha, são determinados por compatibilidade geométrica. O encurtamento do cabo, provocado pela variação das tensões σ_p , é igual ao deslocamento δ ocorrido.

$$\delta = \Sigma \Delta \epsilon_p \cdot \Delta x \quad (3.19)$$

Sendo $\Delta \epsilon_p$ a variação de deformação unitária do cabo num intervalo Δx de comprimento x .

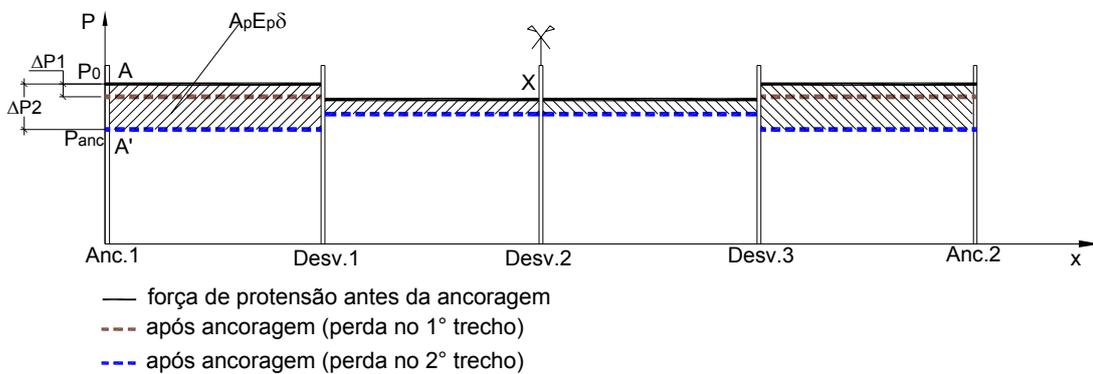


Figura 3.14 – Exemplo de perda de protensão por acomodação das ancoragens para uma viga com as duas ancoragens ativas

Admitindo o material como elástico e linear, temos, pela lei de Hooke, que $\sigma = \epsilon \cdot E$, então a expressão acima pode ser escrita da seguinte forma (Pfeil, 1991):

$$\delta = \frac{\Sigma \Delta \sigma_p}{E_p} \cdot \Delta x = \frac{\Sigma \Delta P}{A_p E_p} \Delta x = \frac{1}{A_p E_p} (\text{Área AXA}') \quad (3.20)$$

onde $\Delta \sigma_p$ é a variação de tensão no cabo no intervalo Δx de comprimento x .

$$\text{Área AXA}' = A_p E_p \cdot \delta \quad (3.21)$$

Como os valores de A_p , E_p e de δ são conhecidos, determina-se o ponto A' (P_{anc}) e o comprimento x através de tentativas, variando o ponto X até que a área AXA' (formada por retângulos) se iguale ao valor $A_p E_p \delta$.

Na Figura 3.14, foi mostrada a perda por cravação das ancoragens para uma viga com ambas as extremidades ativas. Na Figura 3.15, a seguir, são ilustrados quatro casos de perdas por recuo da ancoragem (ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_3 , ΔP_4), para uma viga com uma das ancoragens mortas, para mostrar que a redução da força de protensão depende da intensidade da perda, do número de desviadores e do atrito nos desviadores. Se a perda de protensão é pequena, como ΔP_1 , a redução da força pode ficar restrita apenas ao primeiro trecho do cabo. Já quando a perda é bastante elevada, a força de protensão pode sofrer redução ao longo de todo o comprimento do cabo, como pode ser observado para ΔP_4 .

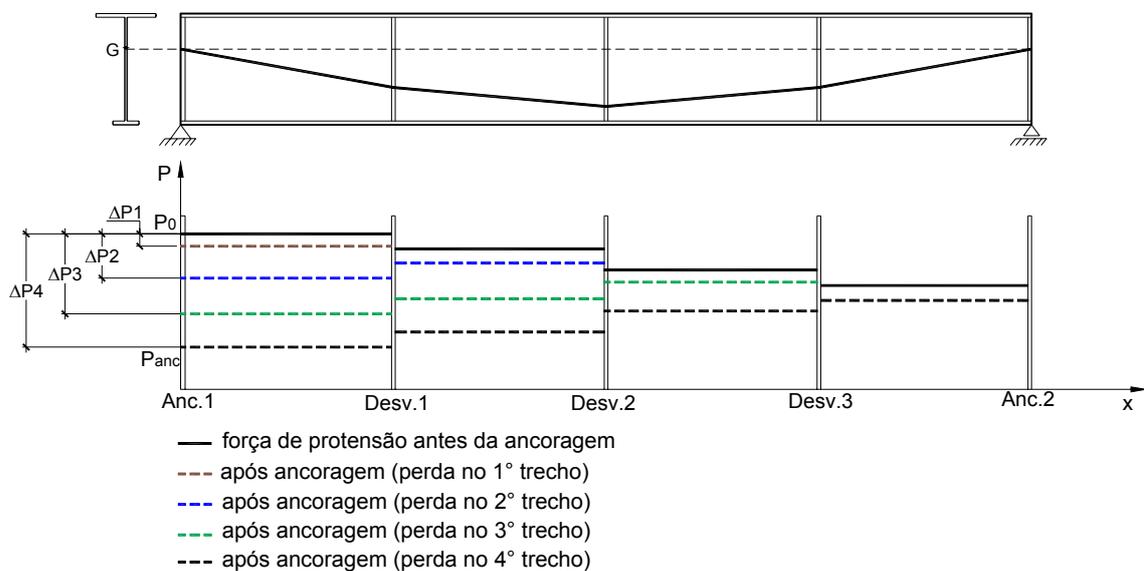


Figura 3.15 – Perda de protensão devido a acomodação das ancoragens para diversos trechos do comprimento do cabo (viga com uma ancoragem morta)

Vale salientar que o efeito da perda por ancoragem para cabos externos cessa apenas nos desviadores, devido às perdas por atrito que alteram a força nos cabos. Sendo assim, se o atrito no primeiro desviador não é suficiente para absorver a perda por ancoragem, o trecho seguinte do cabo será afetado, chegando até o próximo desviador, onde novamente acontecerá perda por atrito, e assim por diante. Quando o atrito no desviador conseguir neutralizar a perda por ancoragem, os trechos seguintes não mais serão influenciados por essa perda.

3.8.2 - Perdas Progressivas

3.8.2.1 Perdas por Relaxação do Aço de Protensão

Segundo a NBR6118 (2003) a intensidade da relaxação do aço deve ser determinada pelo coeficiente $\psi(t, t_0)$, calculado por:

$$\Psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (3.22)$$

Onde: $\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$ = perda de tensão por relaxação pura desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado.

A tabela 3.1 apresenta os valores médios da relaxação, medidos após 1000h à temperatura constante de 20°C, para as perdas de tensão referidas a valores básicos da tensão inicial de 50% a 80% da resistência característica f_{ptk} (Ψ_{1000}).

Tabela 3.1 - Valores de Ψ_{1000} , em percentagem (NBR 6118/2003)

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{ptk}	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,6 f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

onde RN é a relaxação normal e RB é a relaxação baixa.

Para tempos diferentes de 1000h, sempre a 20°C, o coeficiente $\psi(t, t_0)$ pode ser determinado através da seguinte expressão:

$$\Psi(t, t_0) = \Psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (3.23)$$

3.9 - OUTRAS VERIFICAÇÕES

3.9.1 - Verificação à flambagem

Além das verificações quanto às tensões limites, as vigas metálicas devem ser analisadas também quanto a possível ocorrência de flambagem local ou flambagem lateral, que reduzem a capacidade resistente da peça.

A flambagem local pode acontecer na alma (FLA) ou na mesa (FLM) do perfil; e corresponde a perda de estabilidade das chapas comprimidas que compõem o perfil antes que a tensão determinada pela análise global seja atingida. A flambagem lateral é a perda do equilíbrio no plano principal de flexão, levando a deslocamentos laterais e rotações de torção. Para evitar a ocorrência da flambagem lateral de uma viga I é necessário providenciar contenção lateral de forma a garantir uma maior rigidez à torção da peça.

O momento resistente da seção será o menor dos valores encontrados para FLA, FLM e FLT. Este valor será comparado com o momento solicitante de cálculo para checar se a seção está apta a resistir aos carregamentos previstos.

3.9.2 - Verificação da viga ao efeito de cargas locais

Quando a viga é submetida a cargas concentradas, nas regiões da alma não-enrijecida podem ocorrer os seguintes tipos de ruptura da alma por compressão transversal:

- escoamento local da alma
- enrugamento da alma com flambagem localizada
- flambagem da alma com ou sem deslocamento lateral da mesa tracionada.

Portanto, a viga deverá ser verificada também para essa condição de carregamento. Se for constatado que a resistência necessária superara os valores obtidos através das equações para os estados limites citados, deve-se a colocar enrijecedores transversais.

3.9.3 - Verificação à flexocompressão

A viga metálica protendida é submetida à combinação da solicitação de momento fletor e de força axial de compressão. As normas em vigor trazem equações específicas para colunas e vigas-colunas sob esse tipo de solicitação. Como a verificação de flexocompressão envolve particularidades, em razão do uso da técnica da protensão em vigas de aço, este assunto será tratado com detalhes no Capítulo 4 deste trabalho.

3.10 - TÉCNICAS CONSTRUTIVAS

A aplicação da protensão em vigas metálicas é uma técnica nova e deve ser realizada por profissionais especializados. É necessária grande atenção em todas as operações envolvidas de forma a evitar erros que podem levar à graves conseqüências. A seguir são listadas as operações indispensáveis para a realização da protensão nas vigas de aço:

- 1) Preparação da viga, através da colocação dos desviadores ao longo do seu comprimento, definindo assim, o traçado do cabo e o sistema de ancoragens;
- 2) Formação dos cabos;
- 3) Posicionamento dos cabos e das ancoragens;
- 4) Tracionamento das armaduras através de macacos hidráulicos e ancoragem dos cabos;
- 5) Eventual protensão sucessiva dos demais cabos;
- 6) Injeção de pasta de cimento na bainha.

3.10.1 - Preparação da viga

Uma vez escolhido o traçado do cabo resultante, são colocados desviadores ao longo do comprimento da viga, de forma simétrica em relação à alma, que vão definir o posicionamento de um ou mais cabos de protensão. Os desviadores podem ser pinos soldados à alma e que possuem um ressalto para manter o cabo na posição certa, ou ainda, chapas metálicas soldadas à alma da viga, que além de desviar o cabo, servirão como enrijecedores para a alma (ver Figura 3.16).

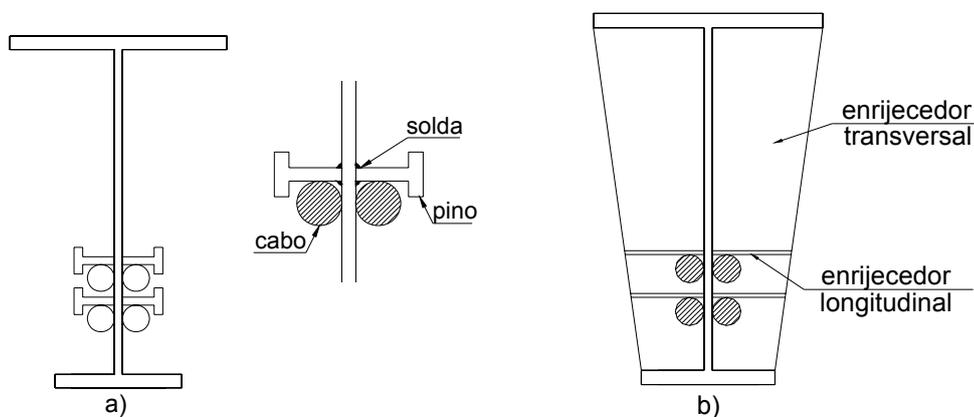


Figura 3.16 – Desviadores do cabo de protensão a) pino b) enrijecedor

O número de desviadores e de camadas de cabos dispostas dependerá do comprimento, da altura da viga e das solicitações às quais ela está submetida. Em geral, é preferível ter um número menor de cabos com diâmetro maior (cabo com elevado número de cordoalhas) do que ter muitos cabos, porque assim é possível reduzir operações importantes e delicadas como, por exemplo, a que envolve o posicionamento adequado do desviador. A operação de colocação dos desviadores exige grande cuidado, de forma que não existam desvios verticais da posição do cabo, que influenciam diretamente no esforço resultante na viga.

3.10.2 - Formação dos cabos

Para formar o cabo externo a ser colocado na viga metálica para posterior aplicação da força de protensão, as cordoalhas são agrupadas em número conveniente, em função das solicitações na peça. As cordoalhas são dispostas dentro de uma bainha de polietileno de alta densidade e resistente aos raios ultravioletas, de forma a ficarem paralelas (podem ser espaçadas ou não).

Para garantir a necessária proteção contra a corrosão das armaduras de protensão, as cordoalhas utilizadas para formar o cabo são as “cordoalhas engraxadas” (cordoalhas revestidas com bainha plástica contínua de polietileno de alta densidade e preenchidas com graxa inibidora de corrosão). Depois que essas cordoalhas são inseridas na nova bainha de polietileno, é executada uma injeção final de nata de cimento ou de graxa especial, isenta de produtos agressivos, para preencher o vazio do cabo de protensão e assegurar a proteção contra a corrosão. Na Figura 3.17 pode ser vista uma cordoalha de sete fios, assim como um cabo de protensão formado por cinco cordoalhas.

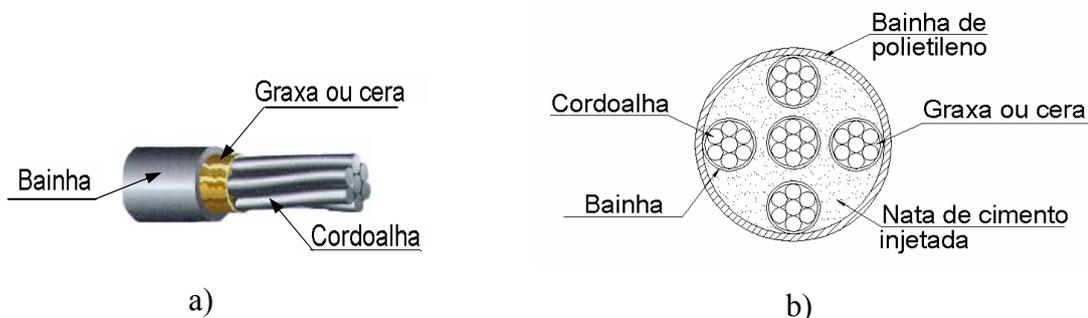


Figura 3.17 – a) cordoalha de sete fios; b) cabo de protensão com cinco cordoalhas

3.10.3 - Ancoragem

As ancoragens são dispositivos usados para fixar os cabos de protensão tensionados, de modo que a força de protensão aplicada pelo macaco hidráulico seja mantida. Elas impedem que os cabos voltem para as posições originais, e conseqüentemente, que percam as tensões. Nas vigas de aço protendidas são utilizadas as mesmas ancoragens usadas no concreto protendido, sendo necessárias poucas adaptações.

Os tipos de ancoragens mais utilizadas são feitas por meio de cunhas metálicas, como no Sistema Freyssinet de Protensão para cordoalhas, e as do tipo rosca e porca, quando são usados cabos constituídos de barras laminadas com rosca, como no processo de Dywidag.

A Figura 3.18 abaixo mostra o sistema de ancoragem através de cunhas para uma viga metálica protendida. Esse sistema é formado basicamente por uma chapa metálica colocada na seção transversal da viga (placa de ancoragem), enrijecedores longitudinais metálicos soldados à alma, cunhas metálicas que irão ancorar cada cordoalha individualmente, trombeta de plástico ou metálica (peça cônica de transição entre a bainha e a placa de ancoragem) e um tubo para injeção final da nata de cimento.

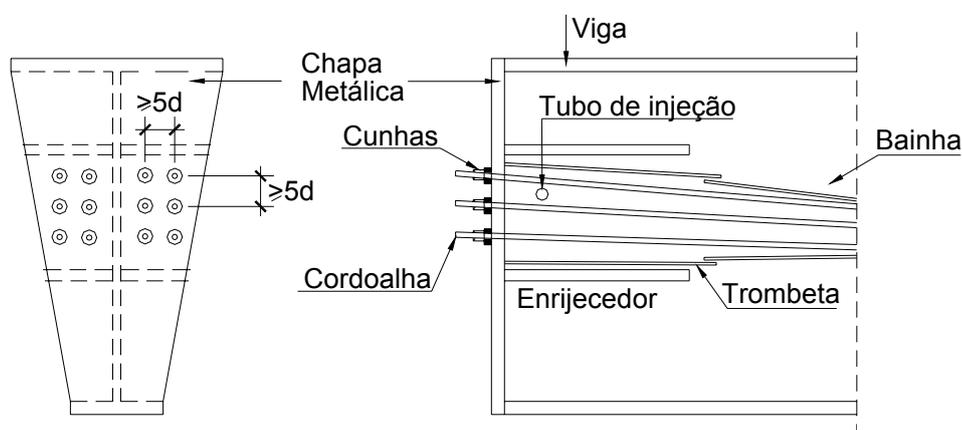


Figura 3.18 – Ancoragem através da utilização de cunhas metálicas (Nunziata, 1999a)

A seguir são mostrados exemplos de cunhas de ancoragem bi-partidas (Figura 3.19a) e cunhas tri-partidas (Figura 3.19b). Quando os cabos são liberados pelos macacos, eles tendem a voltar ao comprimento inicial, mas são impedidos pela cunha de ancoragem.

Apesar da cunha já estar cravada pelo macaco ou manualmente, ela ainda sofre um deslocamento penetrando um pouco mais no cone fêmea.

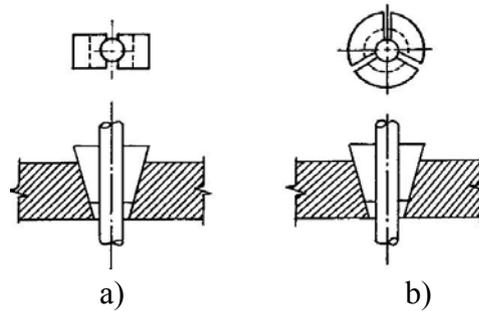


Figura 3.19 – Cunhas de ancoragem a) bi-partidas; b) tri-partidas

No caso de ancoragem por rosca e porca, podem ser usadas barras com rosca em todo o seu comprimento (Figura 3.20a), que podem ser cortadas em qualquer dimensão dependendo da necessidade, ou barras lisas com rosca apenas nas extremidades (Figura 3.20b). Ambas são constituídas por aço de alta resistência e baixa relaxação.

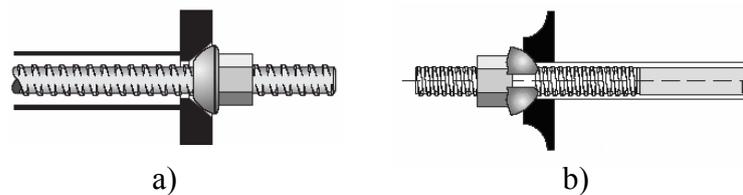


Figura 3.20 – Sistema de ancoragem rosca e porca para barras Dywidag
a) barras roscadas; b) barras lisas

As ancoragens podem ser de dois tipos:

- Ancoragens ativas: são as ancoragens onde a força de protensão é efetivamente aplicada à viga.
- Ancoragens mortas ou passivas: quando por alguma razão técnica, econômica ou construtiva torna-se mais conveniente protender a peça por apenas uma extremidade, colocando-se na outra, uma ancoragem morta (ou passiva). Esse tipo de ancoragem pode ser feito pela utilização de cunhas pré-cravadas.

3.10.4 - Aplicação da Protensão

Os cabos de protensão são tensionados até que seja atingida uma tensão elevada no aço de protensão, o que resulta em forças de protensão muito grandes. A melhor maneira de

aplicar essa força é através da utilização de macacos hidráulicos, que são ligados a bombas especiais, capazes de produzir altas tensões no cabo.

Os macacos usados para a protensão são constituídos por um cilindro e um pistão de seção cheia ou em coroa circular. O espaço entre o pistão e o cilindro é vedado por uma borracha especial. Para a aplicação da força de protensão, com os cabos já presos ao macaco, uma bomba de alta pressão injeta uma emulsão pressurizada dentro do cilindro, que faz com que o pistão se desloque, alongando os cabos de protensão ligados ao macaco. Existe uma válvula de segurança que impede que o pistão se desloque indefinidamente até escapar do cilindro. Os macacos são ligados às bombas por mangueiras flexíveis de alta pressão ou, no caso de grandes macacos, por tubulações de alta pressão constituídas por tubos de aço ou de cobre. A Figura 3.1 ilustra um macaco de protensão que possui válvula automática para cravação das ancoragens.

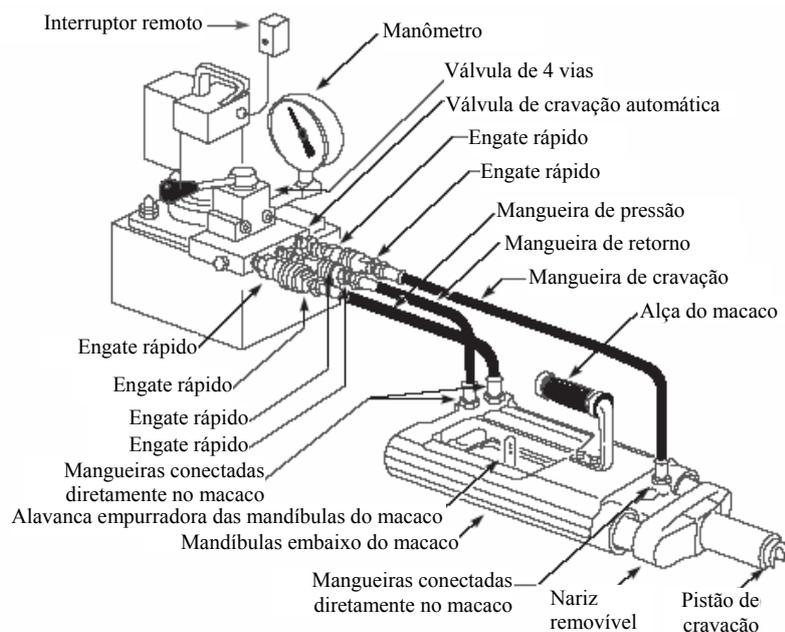


Figura 3.21 – Macaco de protensão e bomba com válvula de cravação automática (Cauduro, 2004)

Para as ancoragens por meio de cunhas, os macacos se apóiam nas placas de ancoragem, prendem os fios de aço, esticando-os. Quando o esforço de protensão desejado é atingido, aciona-se a cunha de forma automática com uma força F , ou manualmente. Quando o esforço do macaco sobre os fios é reduzido, estes tendem a voltar ao comprimento inicial, mas são impedidos pela cunha. Nesse instante, a cunha penetra um pouco mais na abertura cônica, o que gera a chamada perda por encunhamento ou perda por cravação das

ancoragens. Esta bomba pode ser de acionamento manual ou elétrico, o que possibilita uma maior flexibilidade segundo as características do local da obra.

No caso de ancoragem por meio de rosca e porca, durante o processo de alongamento do cabo, a porca da ancoragem é girada com uma chave de modo a ficar sempre encostada na ancoragem (placa) e assim segurar a tensão aplicada pela bomba.

3.10.5 - Injeção de nata de cimento

Depois que os cabos são protendidos e ancorados, executa-se a injeção de nata de cimento dentro do cabo de forma a preencher o vazio existente e, principalmente, com a finalidade de proteger o aço protendido contra a corrosão. Essa proteção tem grande importância já que o aço quando sujeito à altas tensões fica mais susceptível à corrosão. Nos aços protendidos, as depressões causadas pela corrosão funcionam como moedas, fazendo surgir perigosos picos de tensão que podem ser críticos para fios de protensão de pequena seção transversal.

Leonhardt (1983) ressalta que os aços de protensão devem ser protegidos contra a corrosão na fábrica, durante o transporte e na obra. Devem ser armazenados e instalados em lugares cobertos, aquecidos, secos e aerados, para não serem afetados pela água de condensação. É preciso evitar que os fios entrem em contato com o solo ou que tenham contato com agentes químicos que favorecem a corrosão, tais como cloretos, nitratos, sulfetos, sulfatos e alguns ácidos. E as bainhas devem estar impermeabilizadas no momento da montagem dos cabos.

3.11 - RUPTURA DOS CABOS DE PROTENSÃO

Neste trabalho serão estudadas também, as tensões durante uma ruptura acidental dos cabos de protensão. Objetiva-se com isso conhecer as distribuições de tensões que podem ocorrer durante a ruptura de um ou mais cabos de protensão. O estudo será feito de forma numérica via método dos elementos finitos e será um estudo estático, transiente elástico e plástico. Os cabos serão modelados, juntamente com os desviadores e o efeito de protensão do cabo será retirado de forma súbita. As tensões na viga serão estudadas e reportadas neste trabalho.

4 - ESTUDO SOBRE A FLEXOCOMPRESSÃO

4.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo aborda os aspectos relacionados à análise da flexocompressão para vigas metálicas, conforme tratada na literatura técnica.

O objetivo é entender quais os fatores que interferem no comportamento da viga quando sujeita à combinação de força axial de compressão e momento fletor, de forma que seja possível, então, compreender como as particularidades da protensão nas vigas metálicas podem influenciar na análise à flexocompressão.

4.2 - VERIFICAÇÃO À FLEXOCOMPRESSÃO

Como as vigas metálicas protendidas estão constantemente submetidas ao momento fletor causado pelo peso próprio e pelas cargas externas e ao esforço axial de compressão gerado pela força de protensão aplicada, essas estruturas precisam ser verificadas à flexocompressão.

Os elementos dimensionados à flexocompressão são geralmente denominados de *vigas-colunas*. Quando os elementos são curtos, não há risco de flambagem global, mas estruturalmente pode acontecer a flambagem local das chapas que compõem o perfil metálico. No entanto, os elementos esbeltos, quando possuem contenção lateral no plano perpendicular ao da flexão, podem apresentar flambagem do modo coluna, no plano da flexão. Se não possuem contenção lateral, esses elementos podem ficar sujeitos à flambagem lateral, ou seja, no plano perpendicular ao da flexão. É possível ainda que ocorra flexão composta oblíqua (em dois planos) com flambagem.

Galambos (1998) afirma que a capacidade de carga de vigas-colunas depende de muitos fatores, que são relacionados à carga, ao elemento e às imperfeições. O diagrama tridimensional de interação apresentado na Figura 4.1 mostra como o carregamento interfere na resistência de vigas-colunas sujeitas a combinações de força axial, P , momento em torno do eixo de maior inércia, M_x , e momento em torno do eixo de menor inércia, M_y .

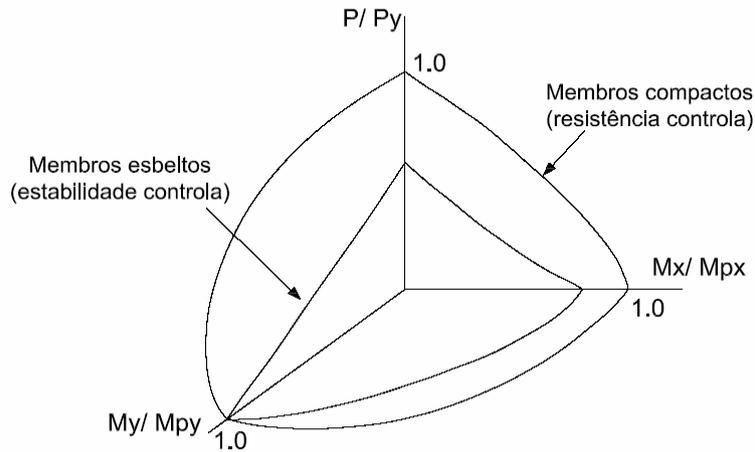


Figura 4.1 – Superfícies de Interação (adaptado de Galambos, 1998)

Observa-se que qualquer ponto localizado em algum dos eixos, corresponde a apenas um tipo de sollicitação, já as linhas ou superfícies que unem os pontos extremos, definem resistências para as vigas-colunas submetidas a, respectivamente, duas ou três componentes de cargas, isto é, entre força normal e momentos.

Para construir diagramas como o da Figura 4.1, leva-se em consideração a resistência do elemento como coluna, P_u , e a resistência da peça como viga, M_{ux} e M_{uy} , para fixar os pontos extremos. Para determinar essas resistências, as propriedades do elemento são utilizadas, tais como: as propriedades geométricas, a resistência do material, o comprimento sem travamento, as condições de contorno, etc. Tudo isso irá definir também a forma exata das curvas ou superfícies de interação.

As imperfeições (imperfeição geométrica, tensão residual, variação da resistência do material na seção transversal, etc) também influenciam na resistência da peça e na forma das curvas e superfícies de interação.

Ainda de acordo com Galambos (1998), os métodos de dimensionamento para vigas-colunas seguem duas categorias: uma em que são usados gráficos e tabelas para fornecer combinações seguras dos carregamentos, e outra onde são usadas fórmulas de interação do tipo

$$f\left(\frac{P}{P_u}, \frac{M_x}{M_{ux}}, \frac{M_y}{M_{uy}}\right) \leq 1 \quad (4.1)$$

que fornecem uma boa transição entre os pontos extremos, correspondentes a apenas uma forma de carregamento.

A Equação (4.1) pode ser representada de maneira conveniente pela fórmula mostrada abaixo, que foi usada como ponto de partida para muitas fórmulas de dimensionamento de vigas-colunas quando atuam carga axial e um momento fletor:

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M}{M_u} \leq 1 \quad (4.2)$$

onde P é a força solicitante; P_u é a carga última para uma coluna com carga centrada para flambagem no plano de aplicação do momento; M é o momento máximo solicitante ao longo da coluna e M_u é o momento último na ausência de carga axial.

Uma observação importante é que enquanto o valor correto para P é a carga axial aplicada, o valor apropriado para o momento M é mais difícil de determinar, pois será afetado pela deformação do elemento. Este valor depende da forma como são aplicadas as cargas que vão gerar momento, do valor da força de compressão aplicada, e da esbeltez do elemento. O momento máximo, para os elementos de seção compacta, pode ser determinado sem levar em consideração o momento de segunda ordem, acrescido de momento causado pela força axial, uma vez que esse valor será bastante pequeno. Já os elementos esbeltos, podem apresentar um acréscimo significativo de momento, em razão da atuação da carga axial de compressão, sendo necessário, portanto, considerar os efeitos de segunda ordem em seu dimensionamento (Galambos, 1998). A Figura 4.2 mostra a diferença de comportamento para colunas compactas e esbeltas.

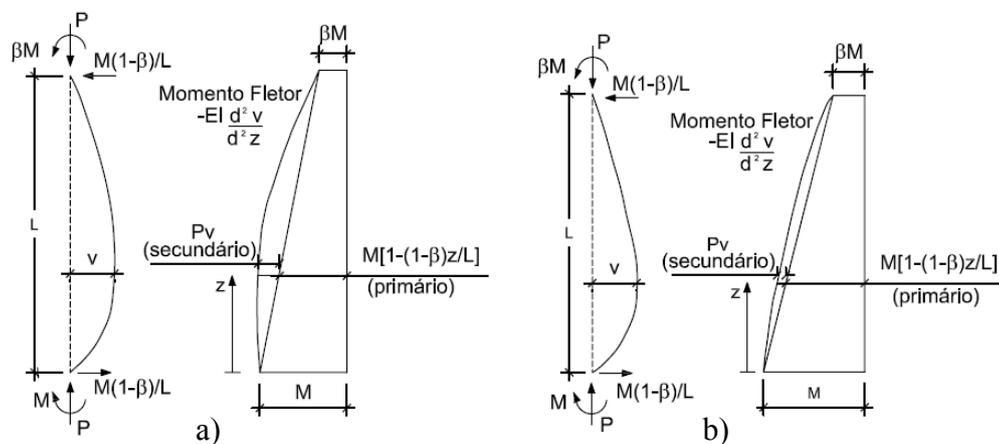


Figura 4.2 – Vigas-colunas: a) esbeltas b) compactas (adaptado de Galambos, 1998)

Sendo P a força axial solicitante; M e βM , os momentos atuantes em cada extremidade da coluna; v o deslocamento máximo devido aos carregamentos, que ocorre na altura z . O momento primário é dado pela expressão $M[1-(1-\beta)z/L]$, e o momento secundário é igual a Pv . Pode-se perceber, a partir da Figura 4.2, que o momento secundário para elementos compactos é muito pequeno, ao contrário do que ocorre para elementos esbeltos.

A Figura 4.3 ilustra o acréscimo de deslocamento que ocorre em uma barra bi-rotulada submetida a um carregamento lateral $w(z)$; este acréscimo de deslocamento ocorre em razão da atuação da força axial de compressão P . O carregamento $w(z)$ causa o deslocamento inicial, δ_0 , no meio do vão, e a força P produz uma flexão adicional e , como consequência, gera o deslocamento δ_1 .

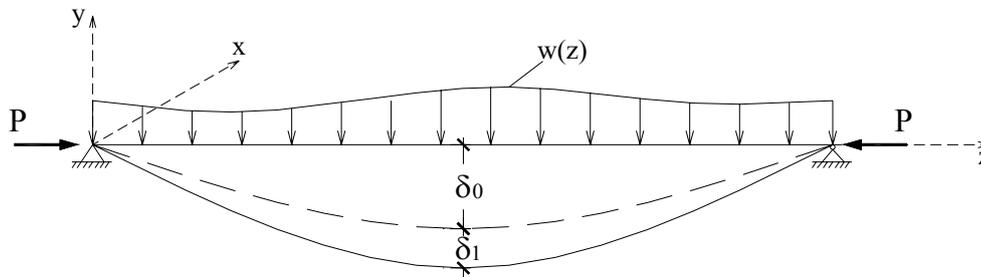


Figura 4.3 – Barra sujeita ao carregamento lateral $w(z)$ e a força axial de compressão P

O deslocamento total da barra é então:

$$\delta_{\max} = \delta_0 + \delta_1 \quad (4.3)$$

Desta forma, o momento fletor total no meio do vão é:

$$M_x = M_{ox} + P\delta_{\max} \quad (4.4)$$

onde M_{ox} é momento devido ao carregamento lateral $w(z)$ e $P\delta_{\max}$ é o acréscimo de momento causado pela força normal de compressão.

Pela equação da linha elástica pode-se encontrar o valor do deslocamento máximo quando $P \rightarrow P_e$:

$$\delta_{\max} = \frac{\delta_0}{1 - \frac{P}{P_e}} \quad (4.5)$$

onde P_e é a carga crítica de flambagem de Euler, dada pela seguinte expressão:

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{L_f^2} \quad (4.6)$$

Substituindo (4.5) em (4.4), tem-se:

$$M_x = M_{ox} + P \frac{\delta_o}{1 - \frac{P}{P_e}} \quad (4.7)$$

Através de manipulações algébricas, encontra-se a expressão abaixo para M_x :

$$M_x = M_{ox} \left[\frac{1 + \left(\frac{P_e \delta_o}{M_{ox}} - 1 \right) \frac{P}{P_e}}{1 - \frac{P}{P_e}} \right] \quad (4.8)$$

A Equação (4.8) pode ser escrita da seguinte forma:

$$M_x = M_{ox} \left(\frac{C_m}{1 - \frac{P}{P_e}} \right) \quad (4.9)$$

onde o coeficiente C_m é dado pela seguinte expressão:

$$C_m = 1 + \left(\frac{P_e \delta_o}{M_{ox}} - 1 \right) \frac{P}{P_e} \quad (4.10)$$

O coeficiente C_m pode ser considerado igual a 1 para momento constante ao longo da barra e para carga uniforme em viga simplesmente apoiada; menor que 1 nos outros casos. A expressão $[C_m/(1-P/P_e)]$ representa um fator de amplificação para o momento M_{ox} , para levar em consideração o acréscimo de momento pela atuação da força axial de compressão.

Então, a Equação (4.2) assume uma forma mais geral e pode ser reescrita como:

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m M_o}{M_u \left(1 - \frac{P}{P_e}\right)} \leq 1 \quad (4.11)$$

A partir daí, foram desenvolvidos muitos métodos de cálculo para a verificação de vigas-colunas, e muitas comparações foram feitas entre as várias curvas de interação publicadas na literatura e as equações de interação. Algumas equações foram formuladas considerando que a seção atinge a plastificação e, portanto, se baseiam nos valores de resistência última para a força axial e momento fletor, P_y e M_p , respectivamente.

Neste trabalho, serão abordadas as fórmulas de interação contidas na Norma Brasileira ainda em vigor, NBR8800/1986, e no *American Institute of Steel Construction*, AISC/1999, para a verificação de peças submetidas à flexocompressão.

4.2.1 - Verificação à flexocompressão segundo a NBR8800/1986

Para a verificação da viga à flambagem sob o efeito das duas solicitações, tanto momento fletor quanto força normal, a NBR8800/86 utiliza equações empíricas de interação, que devem ser aplicadas a barras prismáticas com seção transversal com um ou dois eixos de simetria, sujeitas a cargas transversais atuando de forma tal a não produzir torção. Essas equações levam em consideração o efeito de 2ª ordem, que amplifica o momento fletor atuante. Esta norma estabelece que as seguintes condições devem ser satisfeitas para elementos submetidos a flexocompressão:

Condição1:

$$\frac{N_d}{\phi N_n} + \frac{M_{dx}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{dy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1 \quad (4.12)$$

onde: N_d = força normal de cálculo na barra, considerada constante, ao longo da barra;

M_{dx} , M_{dy} = momentos fletores de cálculo, na seção considerada, em torno dos eixos “x” e “y”, respectivamente;

$\phi N_n = 0,9Q A_g f_y$;

$\phi_b M_{nx}$ e $\phi_b M_{ny}$ = resistências de cálculo aos momentos fletores em torno dos eixos “x” e “y” respectivamente.

Condição 2:

$$\frac{N_d}{\phi_c N_n} + \frac{C_{mx} M_{dx}}{\phi_b M_{nx} \left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ex}}\right)} + \frac{C_{my} M_{dy}}{\phi_b M_{ny} \left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ey}}\right)} \leq 1 \quad (4.13)$$

onde: N_d , M_{dx} , M_{dy} , $\phi_b M_{nx}$ e $\phi_b M_{ny}$ foram definidos anteriormente;

$\phi_c N_n$ = resistência de cálculo à compressão;

N_{ex} , N_{ey} = cargas de flambagem elástica por flexão em torno dos eixos “x” e “y”, respectivamente.

4.2.2 - Verificação à flexocompressão segundo o AISC/1999

O AISC/LRFD traz as seguintes fórmulas de interação para a verificação de elementos submetidos à combinação de momento fletor e força axial de compressão:

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0,2 \Rightarrow \frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1 \quad (4.14)$$

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi P_n} < 0,2 \Rightarrow \frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1 \quad (4.15)$$

onde: P_u = força solicitante;

P_n = resistência nominal;

M_u = momento solicitante, levando-se em conta os efeitos de 2ª ordem;

M_n = resistência nominal à flexão;

ϕ = coeficiente de segurança para a resistência à compressão, igual a 0,85;

ϕ_b = coeficiente de segurança para a resistência à flexão, igual a 0,90.

4.3 - FLAMBAGEM DE VIGAS METÁLICAS

A flambagem elástica de um elemento de seção I pode ser classificada como sendo local ou lateral. Na flambagem local, apenas um pequeno trecho da alma ou do flange

comprimido da peça, sofre flambagem, havendo alterações locais na forma da seção transversal, que pode inclusive gerar flambagem global. Já na flambagem lateral com torção (FLT), a viga se desloca lateralmente e gira, sem mudanças na forma da seção transversal, ou seja, a seção transversal da viga se deforma como se fosse um corpo rígido.

De acordo com Hancock (1980), as vigas podem flambar também combinando deslocamento lateral e torção da viga, com alterações locais da seção transversal. O autor trata ainda da flambagem que envolve deslocamento lateral e torção, acompanhado de mudança na seção transversal da viga, o que acontece quando se tem distorção da alma.

A figura a seguir apresenta os modos de flambagem descritos. Na Figura 4.4a verifica-se a flambagem local da seção, onde não há deslocamento lateral, a Figura 4.4b mostra a flambagem distorcional, e por fim, a Figura 4.4c traz a flambagem lateral com torção, em que a seção transversal da viga permanece sem distorções.

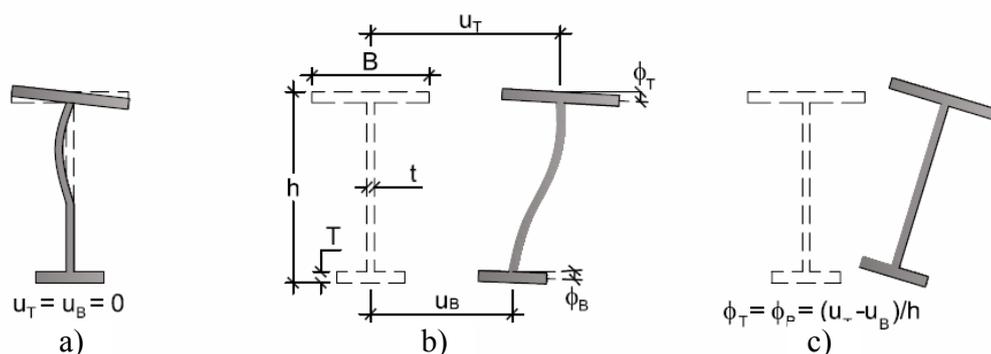


Figura 4.4 – Modos de flambagem: a) flambagem local b) flambagem distorcional c) flambagem lateral com torção (adaptado de Hancock, 1998)

A distorção da alma permite que o flange se desloque lateralmente com pequena torção, reduzindo a resistência efetiva à torção da peça, e conseqüentemente, reduzindo a resistência à flambagem lateral com torção. Esse efeito é mais significativo em vigas de almas esbeltas não enrijecidas, mas também é importante no caso de vigas muito carregadas, onde as deflexões e torções são impedidas. A Figura 4.5a mostra uma viga com a mesa inferior presa ao apoio e, portanto, impedida de se movimentar, enquanto que a mesa superior é enrijecida apenas pela alma, e por esta razão, a viga apresenta flambagem com distorção da alma. Outro exemplo desse tipo de flambagem é mostrado na Figura 4.5b

onde se tem uma viga mista com a mesa superior restringida pela laje de concreto e a mesa inferior presa apenas na alma (Hancock, 1998).

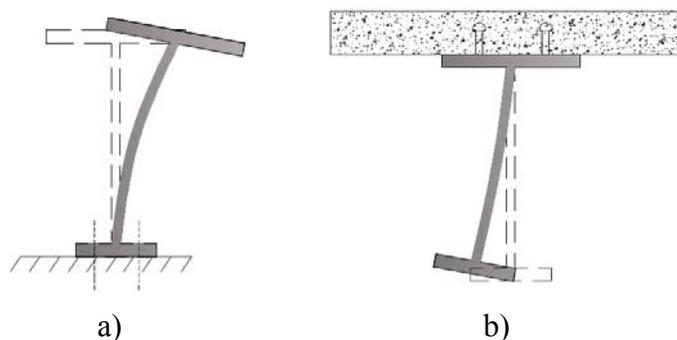


Figura 4.5 – Flambagem de vigas com seção transversal restringida: a) viga com flange inferior presa no apoio b) viga mista em região de momento negativo com flange superior fixa à laje de concreto (adaptado de Hancock, 1998)

Bradford (1990), em seu estudo sobre instabilidade de vigas-colunas de almas finas, com apenas um eixo de simetria, afirma que a instabilidade global de vigas de seção I ocorre quando a peça submetida a esforços axiais e de momento fletor, e sem travamentos laterais, flamba fora do plano de aplicação da carga, através de deslocamento lateral e torção (FLT). No entanto, segundo o autor, quando o elemento é esbelto, a sua flexibilidade pode modificar a rigidez torcional e o modo de flambagem será distorcional, caracterizado pela flexão da alma.

O estudo de Bradford (1990) traz uma análise de seções T, com almas esbeltas, e a conclusão de que para “vigas”, ou seja, peças submetidas à momentos fletores, há uma redução do momento crítico devido à flambagem distorcional, principalmente para vigas com relação L/h (comprimento/altura) pequena. No caso de “colunas”, elementos submetidos apenas a esforço axial, a carga de flambagem distorcional também foi comparada com a carga de flambagem para flexo-torção, e o resultado foi semelhante ao anterior: redução da carga crítica de flambagem devido à distorção. Mas, para o caso de “vigas-colunas”, que são solicitadas ao mesmo tempo por força axial e momento fletor, a conclusão é que a relação entre carga axial e momento para flambagem por flexo-torção é uma aproximação conservadora daquela para flambagem distorcional, o que significa dizer que, para a flambagem com distorção, é possível obter uma relação maior entre carga axial e momento fletor, através das curvas de interação, desenvolvidas pelo autor (Bradford, 1990), entre esses carregamentos.

4.4 - CONSIDERAÇÕES PARA O CASO DE VMP

É importante salientar que os estudos descritos a respeito da flexocompressão foram desenvolvidos para colunas ou vigas-colunas metálicas convencionais. Ainda são necessários estudos específicos para vigas de aço protendidas, principalmente no que se refere às combinações das solicitações de força axial de compressão e de momento fletor, uma vez que as vigas protendidas apresentam particularidades decorrentes da utilização da técnica da protensão, com a presença dos cabos de aço de alta resistência, dos desviadores ao longo da viga, das placas de ancoragem nas extremidades, que precisam ser levadas em consideração.

No caso de uma possível flambagem lateral da peça, os cabos de protensão, ligados à viga pelos desviadores e presos nas extremidades, proporcionam um efeito favorável para a viga metálica, pois quando a viga tende a se deslocar lateralmente, o cabo fica solicitado e forçado a aumentar o seu comprimento. Estando o cabo altamente tensionado, ele criará uma resistência ao deslocamento. Sendo assim, surgirá uma força restauradora no cabo, transmitida à viga nos pontos dos desviadores, que tende a restaurar a viga para a sua posição de equilíbrio inicial, antes da instabilidade.

A Figura 4.6 ilustra o efeito descrito anteriormente para a situação de uma viga sofrendo flambagem distorcional, o que pode acontecer quando a mesa superior está travada lateralmente por uma laje de concreto.

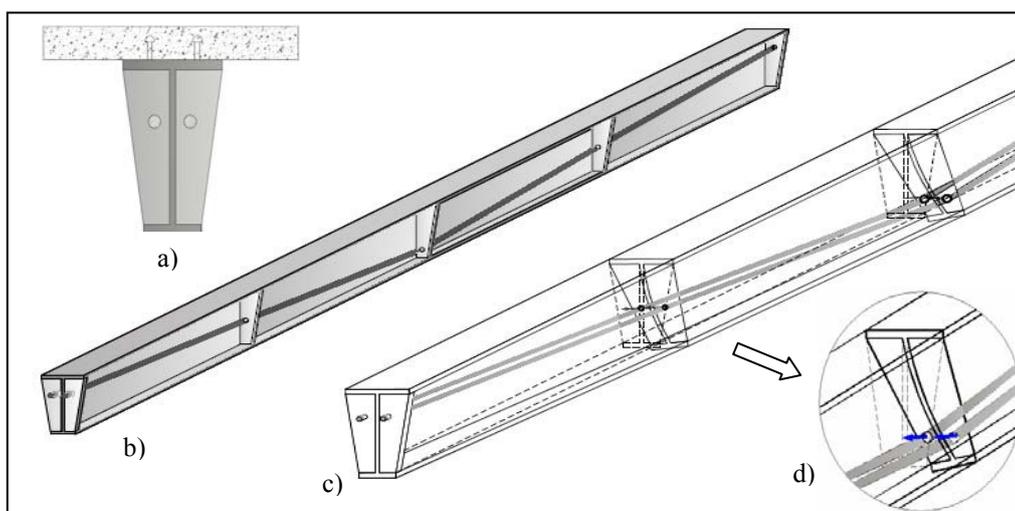


Figura 4.6 – a) Seção transversal da viga protendida ligada à laje de concreto por conectores; b) Vista longitudinal: viga com cabos e desviadores; c) Distorção lateral e tendência do cabo de retornar a posição de equilíbrio d) Detalhe da situação anterior.

No caso de ocorrência de flambagem lateral com torção (FLT), o cabo de protensão atuará também de forma a restaurar a posição de equilíbrio da viga, como pode ser observado na Figura 4.7.

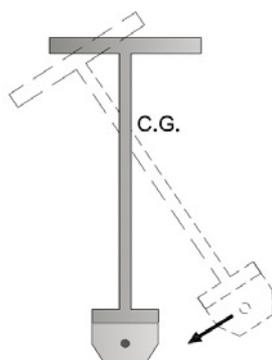


Figura 4.7 – O cabo tenta restaurar a posição de equilíbrio quando a viga sofre FLT

Segundo Bradford (1991), entre as ancoragens nas extremidades da viga, consideradas como ancoragens “fortes”, devem existir as ancoragens “leves” (desviadores), permitindo relativo movimento dos cabos. Esses desviadores vão limitar o comprimento de flambagem da viga, mas se o espaçamento entre eles for muito grande, a viga pode flambar entre os pontos dos desviadores.

Os aspectos abordados acima interferem na análise à flexocompressão, já que esta verificação está diretamente ligada à probabilidade de ocorrência de flambagem da viga-coluna.

Outro fato a ser levado em consideração é que quando as vigas metálicas estiverem devidamente conectadas às lajes de concreto, e, portanto, submetidas a uma contenção lateral contínua, elas não estão sujeitas ao fenômeno de flambagem lateral. Além disso, na análise da flambagem no plano da flexão, deve-se entender que haverá um aumento de rigidez do conjunto viga-laje, uma vez que para a viga se deformar, terá que levar junto com ela, uma parcela da laje de concreto, o que torna mais difícil a ocorrência dessa flambagem.

São também muito importantes os dispositivos construtivos para prover contenção lateral para as vigas e, assim, prevenir a flambagem. Esse assunto será tratado a seguir.

4.5 - TRAVAMENTOS PARA VIGAS-COLUNAS:

Para evitar o problema de flambagem das vigas, muitas vezes torna-se necessário introduzir travamentos ao longo do comprimento da peça. Os travamentos laterais podem ser contínuos ou espaçados. No caso de vigas, os travamentos contínuos podem ser garantidos por lajes de concreto, e os travamentos espaçados podem ser feitos por vigas ou treliças de travamento, por quadros transversais, mãos-francesas, etc.

A seguir serão apresentados os procedimentos para a determinação da rigidez e resistência requerida para que os travamentos laterais funcionem de maneira satisfatória, de acordo com a metodologia apresentada por McGuire (1968).

Considere inicialmente uma coluna ideal, prismática, reta, esbelta e com comprimento $2l$, a sua carga crítica é $P_{cr} = \pi^2 EI / (2l)^2$ (ver Figura 4.8a). Colocando-se um apoio indeslocável no meio do vão, a carga crítica aumenta em quatro vezes, passando a $P_{cr} = \pi^2 EI / l^2$, como mostra a Figura 4.8b. Admitindo agora que é colocado um apoio elástico no meio de meio do vão da coluna (Figura 4.8c), a rigidez desse apoio é calculada da mesma forma do cálculo da rigidez de uma mola elástica linear (constante de mola):

$$k = \frac{F}{d} \quad (4.16)$$

sendo F a força e “ d ” o deslocamento sofrido pela mola.

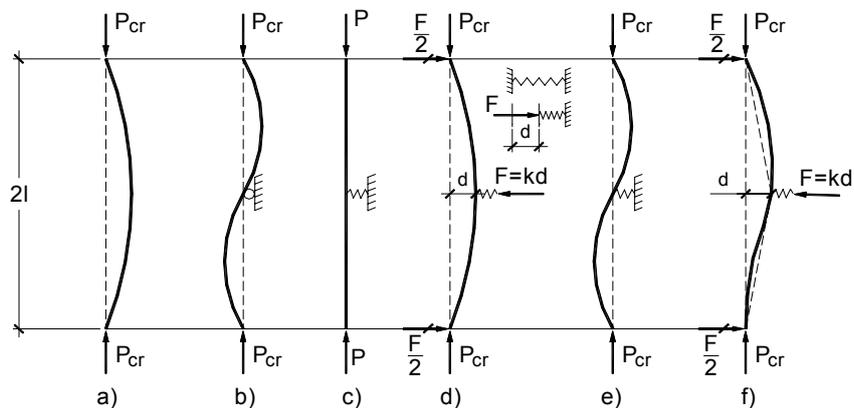


Figura 4.8 – Flambagem de colunas travadas lateralmente (McGuire, 1968)

Para tornar real este conceito, o apoio deve ser visualizado como uma barra reta elástica. Quando tracionado ou comprimido, seu alongamento ou encurtamento é:

$$d = \frac{F \ell_T}{A_T E} \quad (4.17)$$

onde ℓ_T e A_T são, respectivamente, o comprimento e a área do travamento. A constante de mola é então:

$$k = \frac{F}{d} = \frac{A_T E}{\ell_T} \quad (4.18)$$

Se a mola tiver alguma rigidez, isso será suficiente para impedir a flambagem da coluna ideal com a carga crítica de $\pi^2 EI / 4\ell^2$. A peça permanecerá reta para esta carga, mas, para uma mola relativamente flexível, se formará, de repente, uma meia onda para uma carga pouco maior que a carga crítica, $\pi^2 EI / 4\ell^2$, como mostra a Figura 4.8d. A deflexão “d” e a reação $F = kd$ vão aumentar e a coluna irá flambar. Quanto mais rígida for a mola, maior será o adiamento a ocorrência da flambagem. Para uma certa rigidez, a carga $P_{cr} = \pi^2 EI / \ell^2$ será alcançada e a coluna irá flambar em duas meias ondas (Figura 4.8e). A partir daí, o aumento da rigidez do apoio não tem significância para a coluna, uma vez que a mesma continuará a flambar para a carga $P_{cr} = \pi^2 EI / \ell^2$, como acontece com um apoio indeslocável ($k \rightarrow \infty$).

A rigidez necessária para formar duas meias ondas no vão da coluna pode ser calculada fazendo um deslocamento lateral infinitesimal sobreposto em uma onda de forma assimétrica. Enquanto o deslocamento do apoio elástico é certo ocorrer na flambagem, devido a sua flexibilidade finita, inicialmente esse movimento será tão pequeno, que deixará sem perturbação a anti-simetria da forma deformada; ainda continuará existindo um ponto flexível no travamento. Fazendo o momento das forças na metade superior do membro em relação a esse ponto, temos:

$$\frac{F \ell}{2} = P_{cr} d \quad (4.19)$$

Sendo $F = k_{id} d$, onde k_{id} é a constante de mola necessária para travar completamente uma coluna ideal reta e carregada axialmente. Então:

$$k_{id} = \frac{2P_{cr}}{\ell} \quad (4.20)$$

Através das equações (4.18) e (4.20) pode-se encontrar a rigidez e área necessária para o travamento da coluna:

$$k = \frac{A_T E}{\ell_T} = \frac{2}{\ell} \left(\frac{\pi^2 EI}{\ell^2} \right) \quad (4.21)$$

$$A_T = 2\pi^2 \left(\frac{\ell_T}{\ell} \right) \frac{A_c}{(\ell/r)^2} \quad (4.22)$$

onde A_c é a área da coluna.

Para diversos valores assumidos para (ℓ_T/ℓ) e (ℓ/r) , os resultados mostram que a área necessária para o travamento, A_T , será sempre apenas uma pequena fração de A_c , ou seja, para colunas ideais, a rigidez requerida para garantir o travamento é bastante pequena.

Da mesma maneira, uma coluna com três vãos iguais irá flambar em três meias ondas, com um ponto flexível em cada apoio, como pode ser observado na Figura 4.9a. Para apoios com mesma rigidez, a flambagem pode acontecer de acordo com as Figuras 4.9b e 4.9c.

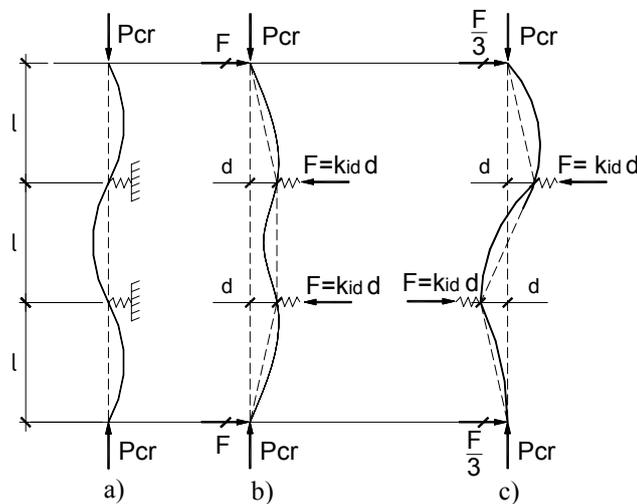


Figura 4.9 – Coluna com três vãos (adaptada de McGuire, 1968)

Fazendo o equilíbrio dos momentos em relação ao ponto flexível, encontra-se $k_{id} = P_{cr}/\ell$ para a situação vista na Figura 4.9b, e $k_{id} = 3P_{cr}/\ell$ para a flambagem mostrada na Figura 4.9c, onde $P_{cr} = \pi^2 EI / \ell^2$. O maior valor de k_{id} ($= 3P_{cr}/\ell$) é o que deve ser utilizado, uma vez que para uma rigidez menor, a coluna irá flambar para uma carga menor que o P_{cr} .

É importante ressaltar que os valores das deflexões nos pontos flexíveis podem não ser iguais, desde que um deslocamento não esteja relacionado com o outro por simetria ou anti-simetria.

Para um número grande de vãos, ou seja, de apoios laterais discretos, pode ser admitida a configuração da Figura 4.10. Através do equilíbrio dos momentos, tem-se:

$$\frac{F\ell}{2} = \frac{k_{id}d\ell}{2} = P_{cr}(2d) \quad \text{ou} \quad k_{id} = \frac{4P_{cr}}{\ell} \quad (4.23)$$

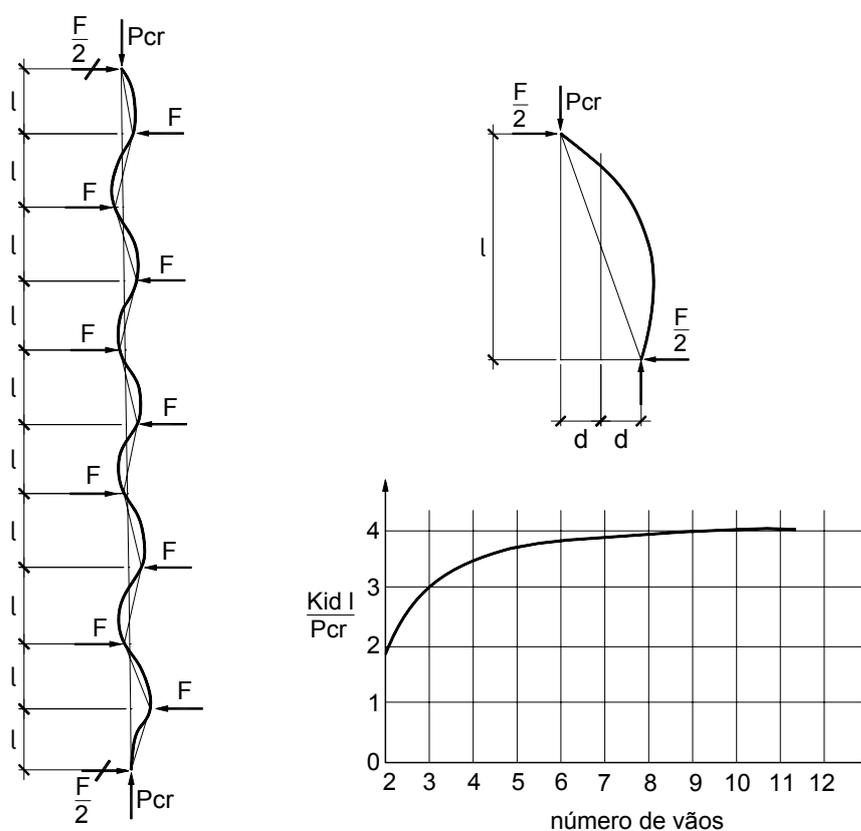


Figura 4.10 – Coluna travada com múltiplos vãos (adaptada de McGuire, 1968)

No entanto, nas colunas e vigas-colunas reais, devem ser levados em consideração os efeitos das imperfeições críticas de geometria e carregamento. No trabalho isto é representado por uma curvatura inicial caracterizada por uma deflexão \$d_0\$ dos apoios internos. A deformação total no meio do vão até a carga limite de flambagem será então \$(d_0+d)\$. Fazendo mais uma vez o equilíbrio em relação ao ponto flexível, tem-se:

Colunas com 2 vãos:

$$\frac{F\ell}{2} = P_{cr} (d_o + d)$$

$$k_{act} = \frac{2P_{cr}}{\ell} \left(\frac{d_o}{d} + 1 \right)$$

$$k_{act} = k_{id} \left(\frac{d_o}{d} + 1 \right)$$

Colunas com 3 vãos:

$$\frac{F\ell}{3} = P_{cr} (d_o + d) \quad (4.24)$$

$$k_{act} = \frac{3P_{cr}}{\ell} \left(\frac{d_o}{d} + 1 \right) \quad (4.25)$$

$$k_{act} = k_{id} \left(\frac{d_o}{d} + 1 \right) \quad (4.26)$$

onde $k_{act} = k_{id} (d_o/d + 1)$ é a constante de mola para o travamento real de uma coluna imperfeita.

A rigidez do travamento real deve ser maior do que a rigidez do travamento ideal. Winter sugere que a relação k_{act}/k_{id} igual a 2, fazendo $d = d_o$, não é uma exigência onerosa e mantêm as deflexões satisfatoriamente pequenas antes da flambagem.

Após a determinação da rigidez do travamento, é possível calcular a resistência requerida para esse elemento (F_{req}).

$$F_{req} = k_{act} d \quad (4.27)$$

Da Equação (4.26) encontra-se $d = d_o [k_{id} / (k_{ac} - k_{id})]$ e então:

$$F_{req} = d_o \left(\frac{k_{id}}{1 - k_{id} / k_{act}} \right) \quad (4.28)$$

Para $k_{act} = 2k_{id}$ e sabendo-se que $k_{id} = \alpha P_{cr} / \ell$, onde α varia de 2 a 4 dependendo do número de vãos, a equação para determinação de F_{req} torna-se:

$$F_{req} = 2d_o \left(\frac{\alpha P_{cr}}{\ell} \right) \quad (4.29)$$

Os valores aceitáveis de d_o , imperfeições para membros comprimidos, são limitados pelas normas como uma fração do comprimento do elemento. O AISC, por exemplo, admite valores de d_o variando entre 1/500 e 1/1000 do comprimento (McGuire, 1968).

Portanto, com base nas equações apresentadas, torna-se fácil determinar a rigidez e a força requerida para que os travamentos laterais das vigas-colunas funcionem de forma eficiente. Além disso, mostrou-se, também, que o travamento precisa ter capacidade bem menor (cerca de apenas 2%) que a capacidade da peça a ser travada.

No caso das vigas metálicas protendidas, esse estudo a respeito da rigidez e força necessárias para os travamentos laterais se torna bastante relevante, uma vez que tais estruturas estão submetidas à forças de compressão axial, que podem gerar instabilidade na peça, especialmente se não houver, na viga, restrição ao deslocamento lateral.

5 - APLICATIVO PARA CÁLCULO DE VIGAS METÁLICAS PROTENDIDAS ISOSTÁTICAS

5.1 - INTRODUÇÃO

Com a finalidade de tornar os cálculos automatizados, facilitando o dimensionamento das vigas e a elaboração de projetos, optou-se por desenvolver um aplicativo para a verificação de vigas metálicas protendidas e para o cálculo da força de protensão e do número de cabos. Para isso foi escolhido o programa Microsoft Excel.

No decorrer deste capítulo será explicado como funciona o aplicativo, quais as etapas de cálculos envolvidas, as verificações realizadas, como foi feita a sua implementação, quais as suas limitações, enfim, serão fornecidas todas as informações julgadas necessárias para deixar evidente o que é feito pelo programa.

5.2 - FUNCIONAMENTO DO APLICATIVO

O fluxograma da Figura 5.1 mostra de maneira geral como funciona o aplicativo. Existem dados de entrada indispensáveis para os cálculos, que são:

- Dimensões da viga e do perfil I;
- Carregamentos (cargas permanentes e cargas acidentais);
- Características do aço estrutural e do aço de protensão;
- Dados para o cálculo das perdas de protensão;
- Posição dos desviadores e o traçado do cabo,
- Definição quanto à aplicação da protensão (duas extremidades ou em apenas uma)
- Coeficientes de segurança.

A partir desses dados iniciais, fornecidos pelo usuário, todos os cálculos são efetuados. Como resultados obtidos têm-se:

- Esforços devido ao momento fletor e à força cortante;

- Força de protensão a ser aplicada na viga;
- Número de cabos;
- Verificação quanto às tensões limites;
- Verificação quanto à estabilidade da peça (FLA, FLM e FLT);
- Verificação da viga quando submetida a cargas concentradas;
- Verificação quanto ao efeito combinado de momento fletor e força axial de compressão,
- Determinação do fuso limite;
- Perdas de protensão;
- Determinação das flechas para o meio do vão.

Além de visualizar os resultados na tela do computador, o usuário pode imprimir o relatório final, que é gerado automaticamente, e onde estão organizadas as informações dos dados de entrada, assim como todas as verificações realizadas e os resultados obtidos.

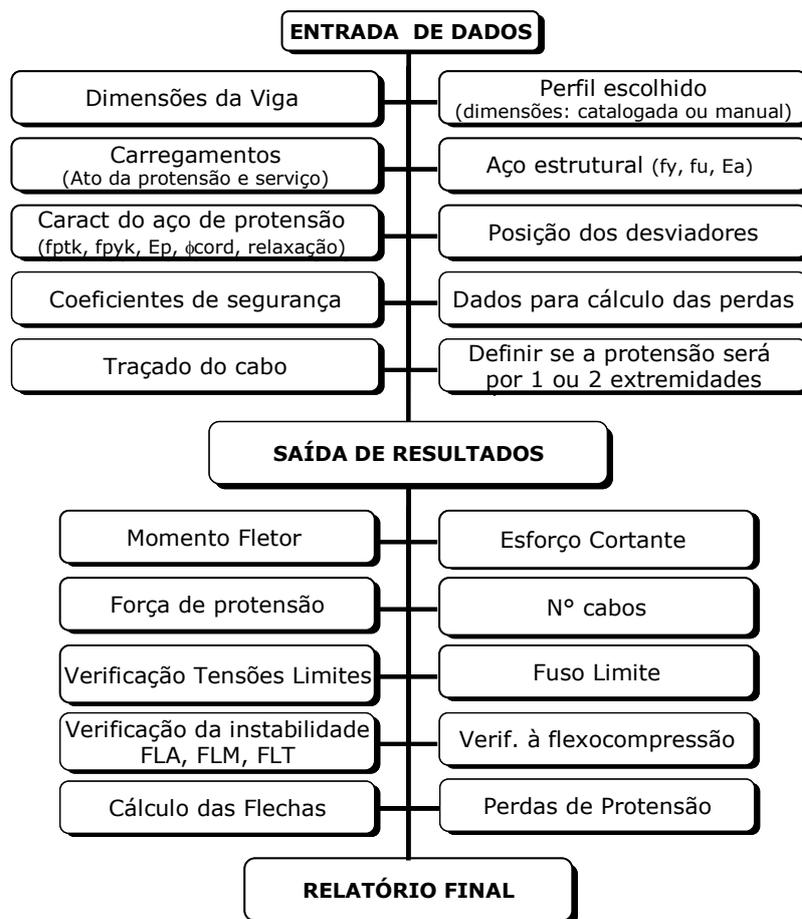


Figura 5.1 – Fluxograma do funcionamento do aplicativo

A seguir estão apresentadas em forma de tópicos as principais etapas dos cálculos realizados pelo aplicativo:

- 1) Cálculo das propriedades geométricas;
 - Perfil catalogado: propriedades geométricas obtidas do banco de dados
 - Perfil com entrada manual: propriedades geométricas calculadas pelo aplicativo
- 2) Cálculo dos esforços devidos às cargas externas;
 - Momento Fletor: ato da protensão (M_{min}) e em serviço ($M_{máx}$)
 - Esforço Cortante: ato da protensão e em serviço
- 3) Cálculo das excentricidades ao longo do comprimento da viga a partir dos dados fornecidos sobre a posição dos desviadores;
- 4) Cálculo da força de protensão P;
(igualando a tensão no bordo inferior no ato da protensão à tensão limite do aço f_d)
- 5) Verificação das tensões limites nos bordos inferior e superior da viga, no ato da protensão e em serviço, devidas ao momento fletor gerado pelo carregamento externo e pela força de protensão;
- 6) Cálculo da tensão limite de tração (σ_{limite}) para o aço de protensão RN ou RB;
- 7) Cálculo da área de protensão necessária para aplicação da força de protensão;
- 8) Cálculo do número de cabos;
- 9) Cálculo das perdas de protensão e da nova força de protensão após a ocorrência das perdas;
- 10) Cálculo do esforço cisalhante devido à protensão;
- 11) Cálculo das tensões devidas à combinação de momento fletor e esforço cortante;
- 12) Cálculo do momento fletor resultante da atuação das cargas externas e da força de protensão: ($M_{min}+M_{prot}$), ($M_{cp} +M_{prot}$) e ($M_{máx}+M_{prot}$);
- 13) Verificação quanto à flambagem da peça (FLA, FLM, FLT);

- 14) Verificação da viga quanto à flexocompressão;
- 15) Verificação ao cisalhamento;
- 16) Verificação da alma quando sujeita a cargas concentradas.
- 17) Cálculo das flechas.

5.3 - DADOS DE ENTRADA

Como dados de entrada do aplicativo para o cálculo da viga de aço protendida, é preciso que o usuário informe o comprimento da viga (L), o comprimento da viga sem contenção lateral e a distância entre enrijecedores (a), em metros. Devem ser fornecidas também as características do aço do perfil metálico, como o módulo de elasticidade (E_a), valor da tensão de escoamento (f_y) e da tensão de ruptura (f_u).

Os dados referentes aos carregamentos externos são divididos em duas fases: ato da protensão e viga em serviço. Nessas duas etapas há a possibilidade de inserir carga permanente e carga acidental. Esses carregamentos podem ser distribuídos ao longo do comprimento da viga, ou ainda, podem ser colocadas como cargas concentradas, bastando, neste caso, informar a posição $x(m)$ do comprimento da viga em que a carga está aplicada. No ato da protensão, que é o momento em que a força de protensão está sendo aplicada à estrutura, atuam apenas os carregamentos iniciais (como o peso próprio da viga). Na condição de serviço, atuam todas as cargas externas na estrutura (cargas permanentes totais e cargas acidentais).

O aplicativo calcula vigas metálicas isostáticas, com perfil tipo I. Este perfil poderá ser obtido a partir de um banco de dados existente na própria planilha (catalogado), ou pode ter suas dimensões digitadas manualmente. A nomenclatura para escolha do perfil catalogado é: altura(mm)xpeso(kg/m). Ao clicar no quadro de entrada do perfil, abre-se uma lista onde o usuário pode escolher o perfil desejado a partir de um banco de dados de perfis I, CS, VS e CVS. Os perfis catalogados são duplamente simétricos, mas se a opção for a de entrar com os dados do perfil manualmente, é possível diferenciar os flanges, obtendo um perfil I com apenas um eixo de simetria.

É necessário também que o usuário forneça as características do aço de protensão, que compreendem: a resistência característica de ruptura à tração (f_{ptk}), a tensão do aço de protensão para uma deformação unitária residual de 1% (f_{p1k}), o módulo de elasticidade (E_p), o diâmetro e a área da cordoalha. Deve-se, ainda, esclarecer o tipo de relaxação do aço, se o aço é de relaxação baixa (RB) ou de relaxação normal (RN). A posição dos desviadores deve ser informada através das suas coordenadas em x (ao longo do comprimento da viga) e em y (ao longo da altura da viga).

Na tela de entrada de dados do aplicativo devem ser respondidas as perguntas referentes ao traçado do cabo, se será reto ou poligonal, e se a protensão será aplicada em ambas as extremidades da viga, ou em apenas uma das extremidades. Essas informações são muito importantes para o cálculo das perdas de protensão, assim como, o coeficiente de atrito (μ) e o valor da cravação das ancoragens (δ), que também constituem dados de entrada do usuário.

O cálculo das perdas progressivas por relaxação do aço de protensão será feito levando-se em consideração o tempo final e o tempo inicial da estrutura, que devem ser fornecidos na tela de entrada de dados do aplicativo.

A força de protensão a ser aplicada na viga será calculada automaticamente pelo aplicativo, desde que o usuário digite “N” (não) para responder se deseja entrar com o valor manualmente da força de protensão. Fica evidente, portanto, que se responder positivamente com “S” (sim) à pergunta anterior, o usuário deverá preencher o campo correspondente ao valor da força de protensão P (kN) e todos os cálculos serão efetuados para verificar a viga para este valor de força sugerida.

Deve-se também, entrar com os valores dos coeficientes de segurança que serão utilizados no ato da protensão e quando a viga se encontra em serviço.

Caso exista alguma dúvida no preenchimento dos dados de entrada, o usuário pode recorrer à tela de instruções, clicando no ícone interrogação (?), que foi confeccionada justamente com a finalidade de esclarecer cada campo que deverá ser preenchido.

A partir das informações dos “dados de entrada”, o programa realiza todos os cálculos necessários para a verificação da viga de aço protendida, determina a quantidade de cabos necessários para a aplicação da protensão e gera um relatório com todos os resultados.

5.4 - CÁLCULOS REALIZADOS

5.4.1 - Propriedades geométricas da viga

O primeiro cálculo a ser realizado consiste na determinação das propriedades geométricas da viga, tais como área, centro de gravidade, momento de inércia, módulo estático resistente, raio de giração, momento torsor e módulo plástico resistente.

No caso de perfis escolhidos no banco de dados existente na própria planilha, as propriedades geométricas são retiradas também do banco de dados, mas quando as dimensões do perfil são dadas manualmente, o programa calcula automaticamente essas propriedades.

5.4.2 - Esforços atuantes devidos às cargas externas

A partir dos valores fornecidos na tela de entrada de dados para os carregamentos, o aplicativo calcula automaticamente os esforços atuantes nas seções da viga devido ao momento fletor e ao esforço cortante.

Os esforços atuantes são determinados para as seções de meio do vão ($L/2$), $1/4$ do vão ($L/4$), $3/4$ do vão ($3L/4$) e para as seções de extremidade (0 e L). Além desses pontos, os esforços são calculados também para todos os valores de $x(m)$ inseridos nos campos de carga concentrada, até mesmo quando o valor da carga concentrada referente ao valor de $x(m)$ é colocado igual a zero.

5.4.3 - Cálculo da força de protensão e verificação das tensões limites

Depois que são traçados os diagramas de momentos fletores para a viga no ato da protensão (M_{min}) e em serviço (M_{max}), é então calculada a força de protensão que deve ser

aplicada na peça. Para isso, impõe-se que a tensão no bordo inferior da viga, na condição inicial de carregamento (ato da protensão), seja igual à tensão limite do aço f_d .

$$\sigma_i^0 = -\frac{\gamma_p \beta P}{A} - \frac{\gamma_p \beta P e}{W_i} + \frac{M_{\min}}{W_i} = -f_d \quad (5.1)$$

$$P = \frac{f_d + \frac{M_{\min}}{W_i}}{\left(\frac{\gamma_p \beta}{A} + \frac{\gamma_p \beta e}{W_i} \right)} \quad (5.2)$$

As excentricidades das seções ao longo do vão são encontradas a partir das informações dadas para a posição dos desviadores. O coeficiente β que leva em conta as perdas de protensão é tomado a partir do valor sugerido pelo usuário na entrada de dados para %perdas, que depois deverá ser comparado com o resultado obtido para o cálculo das perdas totais. Este coeficiente β será discutido mais adiante, no item referente ao cálculo das perdas de protensão.

A força de protensão P é calculada para cada seção que está sendo analisada, e adota-se o menor valor encontrado para garantir que as demais seções não tenham as tensões limites superadas. Após as verificações das tensões limites para o banzo inferior (σ_i^0) e superior (σ_s^0) na condição de carga inicial, são feitas as verificações das tensões para a viga na condição de serviço, ou seja, para o carregamento externo total. As tensões no bordo inferior (σ_i^1) e superior (σ_s^1) são calculadas também para todas as seções.

Para que a perfil escolhido satisfaça as exigências das normas vigentes, as tensões limites não podem ser ultrapassadas em nenhuma seção da viga, tanto no ato da protensão quanto na condição de serviço.

Vale lembrar que, conforme dito anteriormente no item 5.3 deste capítulo, é possível também entrar com um valor desejado para a força de protensão. Neste caso, as tensões ao longo da viga serão calculadas utilizando-se o valor da força de protensão informado pelo usuário, na tela de entrada de dados. Os demais cálculos também se processarão levando-se em conta este valor.

5.4.4 - Cálculo do número de cabos e da força de protensão por cabo

Inicialmente, calcula-se a área de aço de protensão necessária para a aplicação da força de protensão, sendo esta última obtida conforme mencionado no item anterior.

$$A_{\text{aço nec}} = \frac{P}{\sigma_{\text{limite}}} \quad (5.3)$$

onde P é a força de protensão e σ_{limite} é a tensão máxima de tração do aço de protensão, de acordo com a NBR6118/2003.

Sabendo-se o diâmetro da cordoalha que será utilizada, encontra-se a quantidade de cabos necessária através da divisão entre a área de aço de protensão necessária e a área da cordoalha.

$$n^{\circ} \text{ cabos} = \frac{A_{\text{aço nec}}}{A_{\text{cordoalha}}} \quad (5.4)$$

A força de protensão a ser aplicada em cada cabo será:

$$P_{\text{por cabo}} = \frac{P^*}{n^{\circ} \text{ cabos}} \quad (5.5)$$

onde: $P^* = \beta P$ (força de protensão multiplicada pelo coeficiente que leva em consideração as perdas de protensão).

5.4.5 - Cálculo das perdas de protensão

Conforme visto no capítulo 3, a força de protensão sofre redução de valor imediatamente após a aplicação da força de protensão e no decorrer do tempo. As perdas de protensão imediatas calculadas pelo aplicativo são as perdas por atrito e por cravação das ancoragens. A perda progressiva trata-se da relaxação da armadura de protensão.

Inicialmente o usuário estima uma percentagem de perdas totais. Isso é feito na tela de entrada de dados através do preenchimento do campo %perdas. Tomando como referência esse valor de perda, calcula-se o coeficiente β , da seguinte maneira:

$$\beta P - P = \%perdas(\beta P)$$

$$\beta = \frac{1}{(1 - \%perdas)} \quad (5.6)$$

Após o cálculo do valor de β , determina-se, então, o primeiro valor para a força de protensão (βP). Partindo dessa força de protensão e das informações dadas para a posição dos desviadores, coeficiente de atrito μ e cravação δ das ancoragens, as perdas imediatas são calculadas. O próximo passo é o cálculo da perda progressiva por relaxação do aço de protensão, o que torna possível a determinação da perda total de protensão. Por fim, calcula-se a nova força de protensão levando em consideração as perdas totais.

Vale ressaltar que a perda total calculada deverá ser comparada com o valor inicialmente fornecido pelo usuário na tela de entrada de dados. Caso exista uma discrepância acentuada entre esses valores, o usuário deve voltar à tela de entrada de dados e modificar a %perdas para que, após os novos cálculos, esse valor seja próximo ao valor das perdas calculadas pelo programa.

5.4.6 - Verificação das tensões limites devidas ao efeito do cortante

Além do esforço cortante que atua na peça, devido às ações dos carregamentos externos, é preciso levar em consideração também o esforço cortante produzido pela força de protensão, e que é transmitido à estrutura nos pontos de desvio do cabo. Conforme visto anteriormente, a força cisalhante devida à protensão tem sentido oposto ao das forças cisalhantes causadas pelas cargas externas. A força cortante resultante da combinação entre as cargas externas e a força de protensão é calculada no aplicativo conforme as equações 3.10 e 3.11.

Em seguida são encontradas as tensões máximas na alma da viga devidas às forças cortantes calculadas V_r^0 e V_r^1 . A peça é então verificada quanto à associação da tensão máxima de corte com a tensão máxima devida ao momento fletor na alma da viga.

5.4.7 - Verificação quanto à estabilidade da viga

Para que se proceda à verificação da viga quanto à flambagem local e lateral, é preciso calcular o momento fletor final, aquele gerado pela combinação dos momentos devidos às

cargas externas totais ($M_{m\acute{a}x}$) e o causado pela atua\c{c}o da for\c{c}a de protens\c{a}o (M_{prot}). Esse momento resultante ($M_{m\acute{a}x} + M_{prot}$) ser\c{a} comparado com o momento resistente da viga.

No dimensionamento de vigas met\c{a}licas deve ser verificada a poss\c{i}vel ocorr\ec{e}ncia da flambagem local da alma (FLA), da flambagem local da mesa (FLM) e da flambagem lateral por tor\c{c}o (FLT). Para esses tr\ec{s} casos s\c{a}o calculados os momentos resistentes e adotado como resultado final o menor dos valores encontrados.

Os procedimentos para os c\c{a}lculos de FLA, FLM e FLT foram baseados na NBR 8800/86 e est\c{a}o explicitados nos fluxogramas das figuras a seguir.

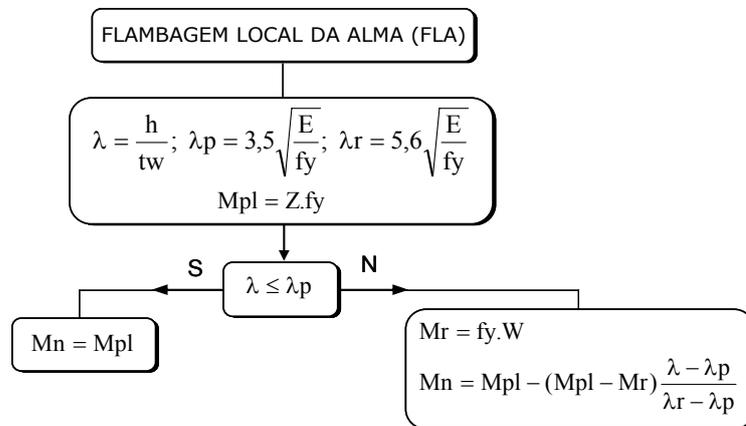


Figura 5.2 – Fluxograma do c\c{a}lculo do momento fletor resistente para FLA

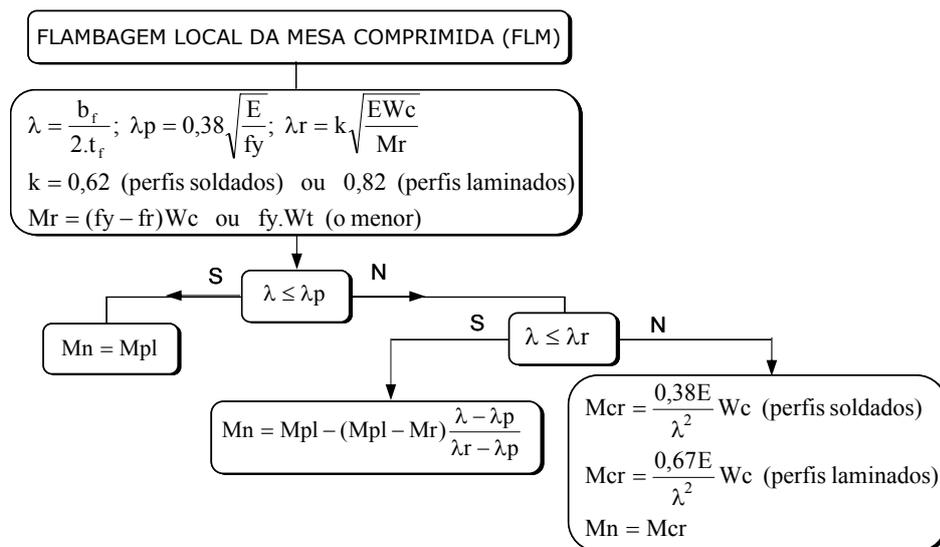


Figura 5.3 – Fluxograma do c\c{a}lculo do momento fletor resistente para FLM

As Figuras 5.2 e 5.3 mostraram, respectivamente, os procedimentos para a determinação do momento resistente da seção para FLA e FLM. No caso da determinação do momento fletor resistente para FLT, há uma diferença nos cálculos para perfis fletidos no plano da alma que possuem dois eixos de simetria, e aqueles que apresentam apenas um eixo de simetria. Os fluxogramas das Figuras 5.4 e 5.5 trazem, respectivamente, os cálculos para as duas situações citadas.

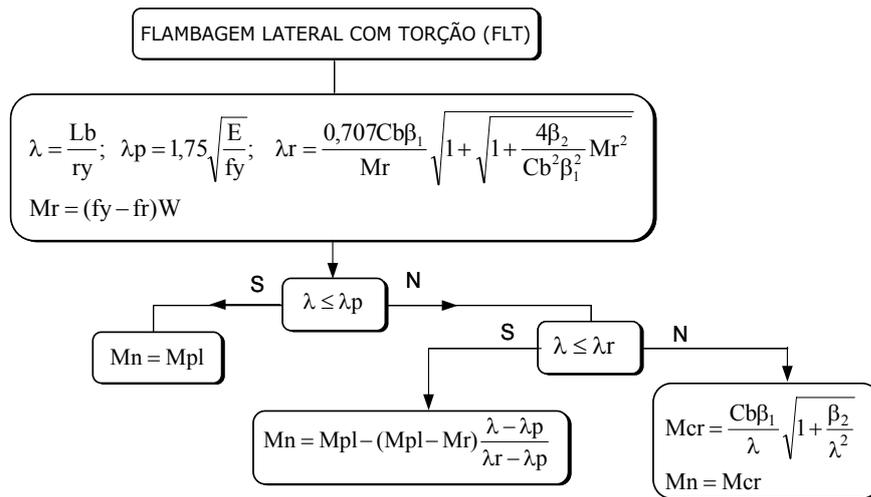


Figura 5.4 – Fluxograma do cálculo do momento fletor resistente para FLT (perfis I duplamente simétricos)

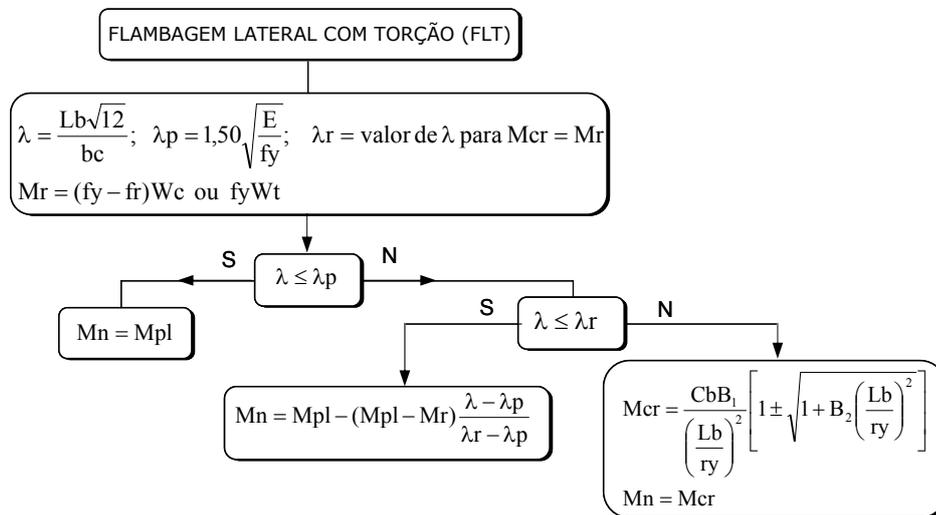


Figura 5.5 – Fluxograma do cálculo do momento fletor resistente para FLM (perfis I com apenas um eixo de simetria)

5.4.8 - Verificação da viga quando sujeita a cargas concentradas

O programa faz as seguintes verificações de resistência para a viga submetida às ações de cargas concentradas:

- enrugamento da alma;
- flambagem local da alma;

Essas verificações são exigidas para o caso em que a carga concentrada comprime a alma da viga. O aplicativo não contempla a situação de cargas atuando na mesa, causando tração na alma.

Se algum desses estados limites é superado, é preciso colocar enrijecedores transversais nas seções onde são aplicadas as cargas concentradas.

5.4.9 - Verificação da viga à flexocompressão

A verificação da viga metálica protendida ao efeito combinado do momento fletor e da força axial de compressão, proveniente da aplicação da protensão, foi feita para três situações distintas de carregamentos, são elas:

- Condição 1: Cargas iniciais + força de protensão
- Condição 2: Cargas permanentes totais + força de protensão
- Condição 3: Cargas totais (cargas permanentes totais + cargas acidentais totais) + força de protensão.

Foram desenvolvidas seis telas de saídas de resultados para a verificação da viga à flexocompressão. Em cada uma dessas telas, o usuário tem a opção de clicar para “ver considerações” sobre a flexocompressão, fazendo com que as novas telas sobre o assunto sejam apresentadas, ou seguir adiante, para a próxima verificação, que é a do cálculo das flechas máximas. Cada uma dessas telas elaboradas sobre a verificação à flexocompressão será comentada a seguir:

- Primeira tela de saída de resultados sobre a flexocompressão:

Esta primeira tela contempla o cálculo feito do efeito combinado de momento fletor e força axial de compressão de acordo com a NBR8800/86, sem considerar qualquer travamento para a viga.

- Segunda tela de saída de resultados sobre a flexocompressão:

Nesta segunda tela, é verificada a necessidade de introduzir travamentos ao longo do comprimento da viga, de forma a garantir que as verificações sejam satisfeitas. Neste caso, é calculado o número de travamentos necessários para a viga, assim como, o comprimento para cada travamento, a área e a resistência requerida. Os cálculos são refeitos, novamente segundo a NBR8800/86, para esta nova situação.

- Terceira tela de saída de resultados sobre a flexocompressão:

Na terceira tela, os cálculos são realizados, pelas formulações da NBR8800/86, considerando os desviadores como travamentos para a viga, ou seja, a partir da posição informada pelo usuário, na tela de entrada de dados, para os desviadores, é calculada a distância entre esses desviadores, que servirá como travamento para o flange inferior.

- Quarta tela de saída de resultados sobre a flexocompressão:

Na quarta tela, a consideração feita é que, quando houver laje de concreto, solidarizada à viga metálica por conectores, pode-se levar em consideração a inércia da seção mista aço-concreto, e a contribuição da laje na resistência à flexão. Nesta tela, precisam ser fornecidos alguns dados para que os cálculos sejam realizados considerando a influência da laje, são eles: o f_{ck} do concreto, a espessura da laje, a largura efetiva da laje e a razão entre o módulo de elasticidade do aço e o do concreto.

- Quinta tela de saída de resultados sobre a flexocompressão:

Por fim, na quinta tela, esta verificação é realizada de acordo com as prescrições do AISC/1999, para a viga sem nenhum travamento e, quando for o caso, para a viga com os travamentos necessários.

5.4.10 - Cálculo das flechas

O aplicativo calcula as flechas para a seção do meio do vão da viga. Inicialmente, são determinados os valores de deslocamentos para cada caso de carregamento. Assim, na condição inicial de carga, ato da protensão, são calculadas as flechas devidas à carga permanente, à sobrecarga e a causada pela força de protensão. Da mesma maneira, na situação final de carregamento, quando a viga se encontra em serviço, são determinadas as flechas relacionadas à carga permanente final, à sobrecarga final e à força de protensão.

Em seguida, são calculadas as flechas resultantes para as duas situações de carregamentos citadas anteriormente, através da soma dos valores individuais.

Ato da protensão:
 $f = f_{CP1} + f_{SB1} + f_{PROT}$

Serviço:
 $f = f_{CP2} + f_{SB2} + f_{PROT}$

Para calcular a flecha causada pela ação da protensão, foi introduzido na estrutura um sistema de cargas externas equivalentes, que produz na viga as mesmas solicitações e deformações causadas pela protensão. Este sistema de cargas equivalentes é composto por uma carga concentrada aplicada na extremidade da armadura de protensão e cargas concentradas aplicadas nos pontos de desvio do cabo resultante, conforme mostra a Figura 5.6 abaixo.

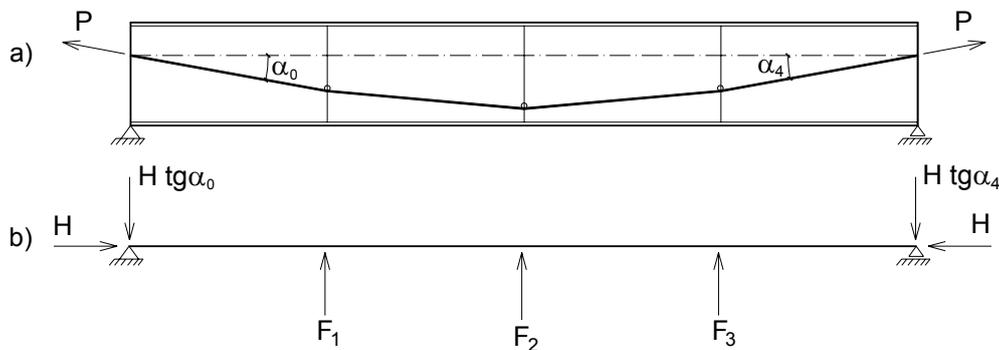


Figura 5.6 - a) Viga protendida; b) Sistema de cargas equivalentes

Segundo Nunziata (1999a), se o ângulo de inclinação α do cabo com a vertical é pequeno, pode-se admitir, como simplificação, que a componente horizontal da força equivalente F é igual a zero (ver Figura 5.7).

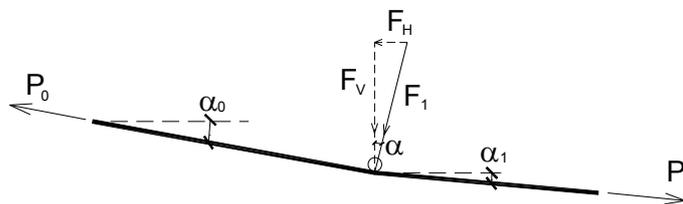


Figura 5.7 – Sistema de cargas equivalentes

$$F_H = F \text{sen} \alpha \cong 0 \quad (5.7)$$

Sendo assim, a componente horizontal da força de protensão P_H é considerada constante e igual a H.

$$P_H = P_i \cos \alpha_i = H \Rightarrow P_i = \frac{H}{\cos \alpha_i} \quad (5.8)$$

As forças verticais equivalentes são calculadas, então, pela seguinte expressão:

$$F_i = H(\operatorname{tg} \alpha_{i-1} - \operatorname{tg} \alpha_i) \quad (5.9)$$

Depois de determinadas as flechas para cada carregamento e as flechas resultantes, foi traçado o gráfico com diversas curvas de deslocamentos x comprimento da viga. É importante lembrar que as flechas foram calculadas apenas para a seção do meio do vão da viga.

5.5 - LIMITAÇÕES DO APLICATIVO

O aplicativo desenvolvido para o cálculo de vigas metálicas protendidas apresenta as seguintes limitações:

- Calcula apenas vigas isostáticas, com perfil tipo I e com comprimento máximo igual a 100m;
- Os campos onde é possível inserir as cargas concentradas são limitados a cinco valores de x (posições ao longo do comprimento da viga, em metros);
- Há a possibilidade de inserir a posição (coordenadas em x e y) de apenas dez desviadores em todo o comprimento da viga. Além disso, é preciso que seja colocado um desviador exatamente no meio do vão da viga.
- O aplicativo não calcula a força de protensão diferenciada em cada trecho do cabo, entre desviadores, que acontece devido ao alongamento que cada trecho do cabo sofre quando a viga se deforma, em decorrência da atuação das cargas externas.
- Para cabos com traçado parabólico, o programa faz, automaticamente, a ancoragem dos cabos, nas seções de apoio, exatamente no centro de gravidade da peça. Portanto, o usuário não deve informar a posição (coordenadas em x e y), no campo das informações sobre os desviadores, para as seções de extremidade.

- Para cabos retos, o traçado é feito a partir do valor de $y(m)$, que corresponde à posição em relação à altura da viga, fornecido para o desviador obrigatório do meio do vão. Esse valor de $y(m)$ é considerado constante ao longo de todo o comprimento, e a ancoragem é feita automaticamente nas extremidades da viga (seções de apoio) na altura $y(m)$.

5.6 - IMPLEMENTAÇÃO

O aplicativo para o cálculo de vigas de aço protendidas foi desenvolvido utilizando o Excel, que é uma planilha eletrônica desenvolvida pela Microsoft para ambiente Windows, podendo ser utilizado para calcular, armazenar e trabalhar com lista de dados, criar relatórios e gráficos, sendo recomendado para planejamentos, previsões, análises estatísticas e financeiras, simulações e manipulação numérica em geral.

No Excel, os dados são dispostos em forma de tabela (planilha/folha de cálculo) onde podem ser manipulados, e submetidos a operações lógicas e/ou matemáticas. Existe uma série de funções no excel que são fórmulas predefinidas para facilitar cálculos complexos ou outras necessidades da planilha. Desta forma, é possível efetuar várias operações automaticamente.

A partir das ferramentas disponíveis no Excel, todos os cálculos necessários para a implementação do aplicativo de vigas metálicas protendidas foram programados para que ocorram de forma automática. Para isso, basta que os dados de entrada sejam corretamente preenchidos.

5.6.1 - Interface gráfica

Com a finalidade de permitir uma maior interação do usuário com o aplicativo, foram elaboradas as seguintes telas: de apresentação do aplicativo, de entrada de dados, de instruções sobre o programa e de saída de resultados. As planilhas onde os cálculos são efetivamente realizados se mantêm escondidas (protegidas), e o usuário tem acesso apenas às telas descritas anteriormente e ao relatório final, onde estão as informações relevantes e todos os resultados obtidos. Para ilustrar o que foi exposto, serão apresentadas a seguir todas as telas existentes no aplicativo.

5.6.1.1 Tela de apresentação

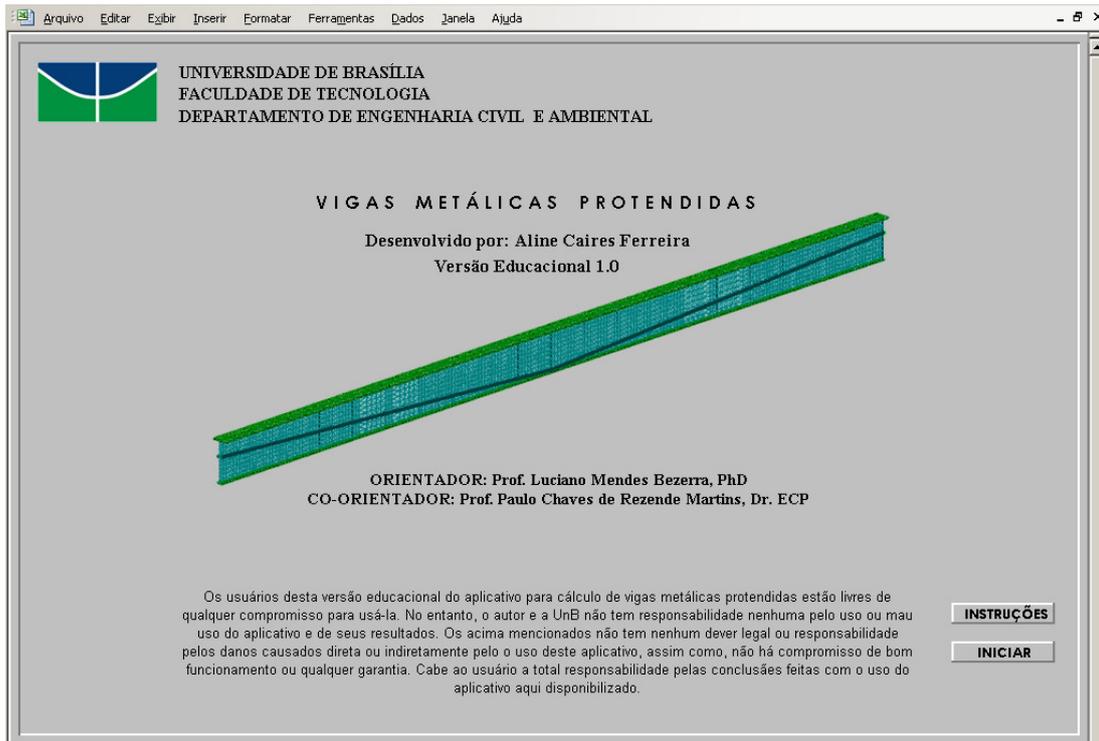


Figura 5.8 – Tela de Apresentação do Aplicativo

5.6.1.2 Tela de entrada de dados

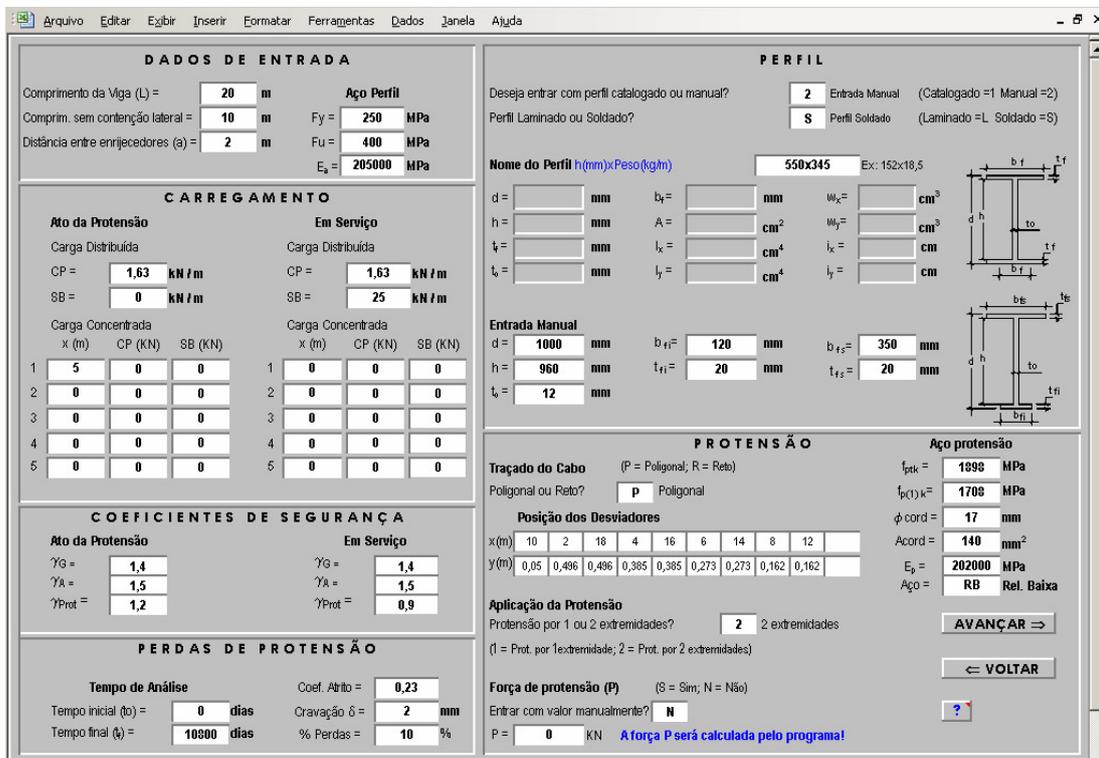


Figura 5.9 – Tela de Entrada de Dados do Aplicativo no Excel

5.6.1.3 Tela de instruções

INSTRUÇÕES

Este aplicativo calcula apenas vigas **biapoiadas**.
O comprimento máximo permitido para a viga limita-se a **100m**.

Ato da protensão = Instante em que a força de protensão está sendo aplicada à estrutura. Nesse momento atuam apenas os carregamentos iniciais, como o peso próprio da viga.

Em Serviço = Quando atuam todas as cargas externas na estrutura (cargas permanentes e cargas acidentais).

DADOS DE ENTRADA

Comprimento da Viga (L) = m Informar o comprimento da viga (L), o comprimento da viga sem contenção lateral e a distância entre enrijecedores (em metros).

Comprim. sem contenção lateral = m

Distância entre enrijecedores (a) = m

Aço Perfil

Fy = MPa → Tensão de escoamento do aço

Fu = MPa → Tensão de ruptura do aço

E_s = MPa → Módulo de elasticidade do aço

CARREGAMENTOS

Ato da Protensão

Carga Distribuída

CP = kN/m → Carga Permanente Inicial. É preciso inserir o Peso Próprio da viga metálica.

SB = kN/m → Entrar com o valor da sobrecarga inicial, se houver.

Carga Concentrada

x (m)	CP (kN)	SB (kN)
1	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="0"/>
2	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="0"/>
3	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="0"/>
4	<input type="text" value="16"/>	<input type="text" value="0"/>
5	<input type="text" value="19"/>	<input type="text" value="0"/>

Entrar com os valores das cargas concentradas iniciais (cargas permanentes e sobrecargas) e os respectivos pontos de aplicação dessas cargas (valores de x em metros). Caso não existam tais carregamentos, pode-se colocar "0" nos campos, ou deixá-los em branco.

Em Serviço

Carga Distribuída

CP = kN/m → Carga Permanente total = carga permanente inicial + carga permanente que atuará após a aplicação da protensão. Portanto, deve-se inserir neste campo o peso próprio da viga novamente.

SB = kN/m → Entrar com o valor da sobrecarga que atua na viga quando a mesma encontra-se em serviço.

Carga Concentrada

x (m)	CP (kN)	SB (kN)
1	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="0"/>
2	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
3	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
4	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
5	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

Entrar com os valores das cargas concentradas finais (cargas permanentes e sobrecargas) e os respectivos pontos de aplicação dessas cargas (valores de x em metros). Caso não existam tais carregamentos, pode-se colocar "0" nos campos, ou deixá-los em branco.

IMPORTANTE: Os valores de x(m) inseridos nas colunas de carga concentrada (tanto no ato da protensão quanto em serviço) serão automaticamente pontos de verificação da seção da viga, mesmo que os valores das cargas concentradas para tais valores de x(m) sejam iguais a zero.

COEFICIENTES DE SEGURANÇA

Ato da Protensão

γ_G = Coef. de segurança para Cargas Permanentes no Ato da Protensão.

γ_A = Coef. de segurança para Cargas Acidentais no Ato da Protensão.

γ_{Prot} = Coef. de segurança para a Força de Protensão no Ato da Protensão.

Em Serviço

γ_G = Coef. de segurança para Cargas Permanentes (viga em serviço).

γ_A = Coef. de segurança para Cargas Acidentais (viga em serviço).

γ_{Prot} = Coef. de segurança para a Força de Protensão (viga em serviço).

PERDAS DE PROTENSÃO

Tempo de Análise

Tempo inicial (t₀) = dias Período de tempo para avaliação do efeito da protensão. A perda progressiva será calculada levando-se em consideração o tempo final e o tempo inicial da estrutura.

Tempo final (t_f) = dias

Coeff. Alrito = Informe o coeficiente de alrito

Cravação δ = mm Informe o valor da cravação da ancoragem

% Perdas = % Admitir uma percentagem de perdas que depois dos cálculos poderá ser corrigida.

PERFIL

Deseja entrar com perfil catalogado ou manual? Entrada Manual (Catalogado=1 Manual=2)

↪ Digite "1" para que os cálculos sejam realizados a partir dos dados referentes ao perfil catalogado que será escolhido em seguida, ou digite "2" para que os cálculos levem em consideração os dados do perfil fornecidos pelo usuário manualmente.

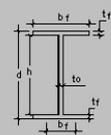
Perfil Laminado ou Soldado? S Perfil Soldado (Laminado=L Soldado=S)

↪ Digite "L" (em letra maiúscula) se o perfil é LAMINADO ou "S" (em letra maiúscula) se o perfil é SOLDADO

Nome do Perfil h(mm)xPeso(kg/m)

A nomenclatura para escolha do perfil é: altura(mm)xpeso(kg/m).
Estão catalogados perfis I, CS, VS e CVS. Ao clicar no quadro de entrada do perfil, abra-se uma lista em que é possível escolher o perfil desejado a partir do banco de dados.

254x59,6
305x60,6
305x63,3
305x67,0
305x74,4
305x81,9
381x66,5
381x73,9



Perfil Simétrico

d = mm b_f = mm w_x = cm³

h = mm A = cm² w_y = cm³

t_w = mm I_x = cm⁴ I_y = cm⁴

t_b = mm I_y = cm⁴ I_y = cm⁴

Os valores acima são automaticamente atualizados no momento em que o perfil é escolhido. Esses valores serão usados para os cálculos da viga metálica protendida caso tenha sido escolhida a opção "Perfil Catalogado" (Digitando "1") na primeira pergunta feita acima.

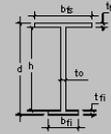
ENTRADA MANUAL

Para a opção de "Entrada Manual" deve-se informar manualmente as características do perfil. Neste caso, o perfil pode ser simétrico ou assimétrico.

d = mm b_{rf} = mm b_{rs} = mm

h = mm t_{ri} = mm t_{rs} = mm

t_w = mm



PROTENSÃO

Aço protensão

f_{pk} = MPa → Resistência característica de ruptura à tração do aço de protensão.

f_{p(t,k)} = MPa → Limite de escoamento convencional, correspondente a uma deformação residual de 1%.

φ cord = mm → Diâmetro da cordoalha

Acord = mm² → Área mínima da cordoalha

E_p = MPa → Módulo de elasticidade do aço de protensão

Aço = → Digite "RN" (em letras maiúsculas) se o aço é de relaxação normal ou "RB" (em letras maiúsculas) para o aço de relaxação baixa.

Traçado do Cabo Poligonal ou Reto? P Poligonal

↪ Digite "P" (em letra maiúscula) quando o traçado do cabo for POLIGONAL ou "R" (em letra maiúscula) quando o traçado do cabo for RETO.

Posição dos Desviadores

x(m)	5	8	10	12	15	1	19
y(m)	<input type="text" value="0,329"/>	<input type="text" value="0,162"/>	<input type="text" value="0,05"/>	<input type="text" value="0,162"/>	<input type="text" value="0,329"/>	<input type="text" value="0,552"/>	<input type="text" value="0,552"/>

A posição dos desviadores deve ser informada através das suas coordenadas em x (ao longo do comprimento da viga) e em y (ao longo da altura da viga).

É NECESSÁRIO COLOCAR UM DESVIADOR EXATAMENTE NO MEIO DO VÃO!

No caso de protensão com cabos retos, em que deseja-se posicionar os cabos abaixo da flange inferior da viga, basta entrar com valores negativos para as ordenadas y(m) dos desviadores.

Aplicação da Protensão

Protensão por 1 ou 2 extremidades? 2 extremidades

↪ Digite "1" quando a protensão for aplicada em apenas uma extremidade da viga ou digite "2" se a protensão for aplicada através das duas extremidades.

Força de protensão (P)

Entrar com valor manualmente? S (S = Sim; N = Não)

↪ Digite "N" (em letra maiúscula) para que a força de protensão P seja calculada automaticamente pelo programa ou "S" (em letra maiúscula) se você deseja fornecer o valor da força P.

P = kN Se a resposta para a pergunta "Entrar com valor manualmente?" for "S" (sim), então este campo deve ser preenchido com o valor da força de protensão desejada em kN. Todos os cálculos serão feitos a partir deste valor de força P. Caso contrário, se a resposta for "N" (não), este campo será desconsiderado.

Figura 5.10 – Tela de Instruções do Aplicativo no Excel

5.6.1.4 Telas de saída de resultados

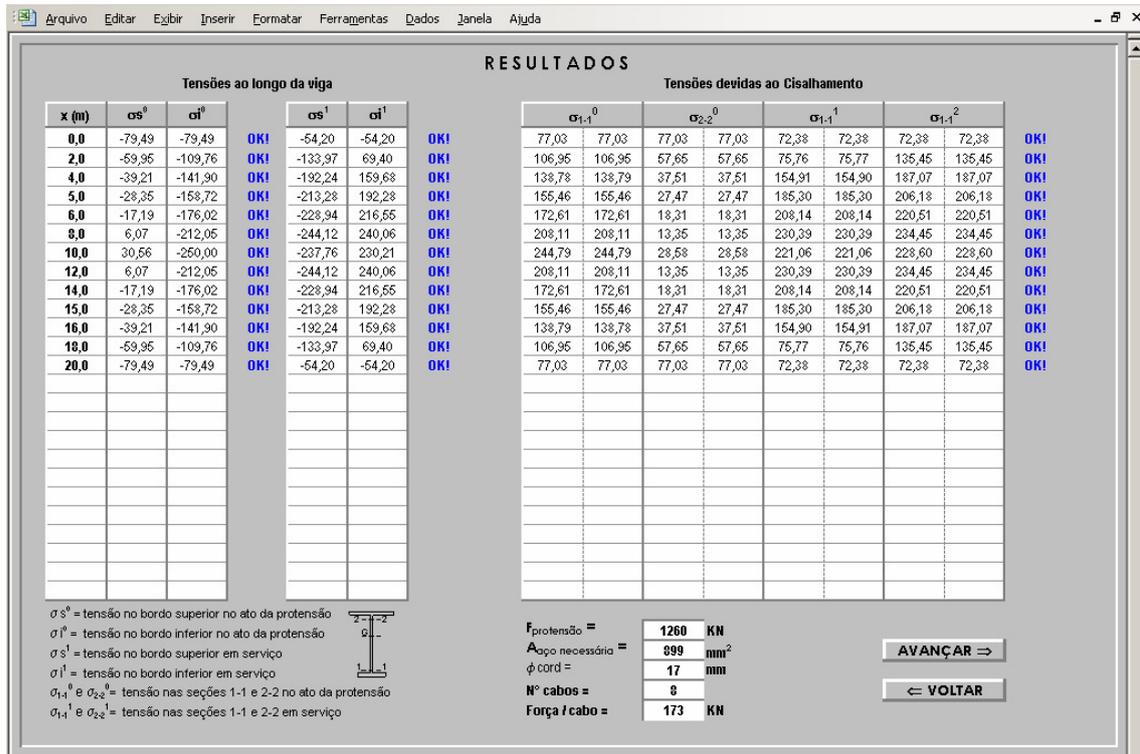


Figura 5.11 – Tela de Saída de Resultados 1: Tensões Limites

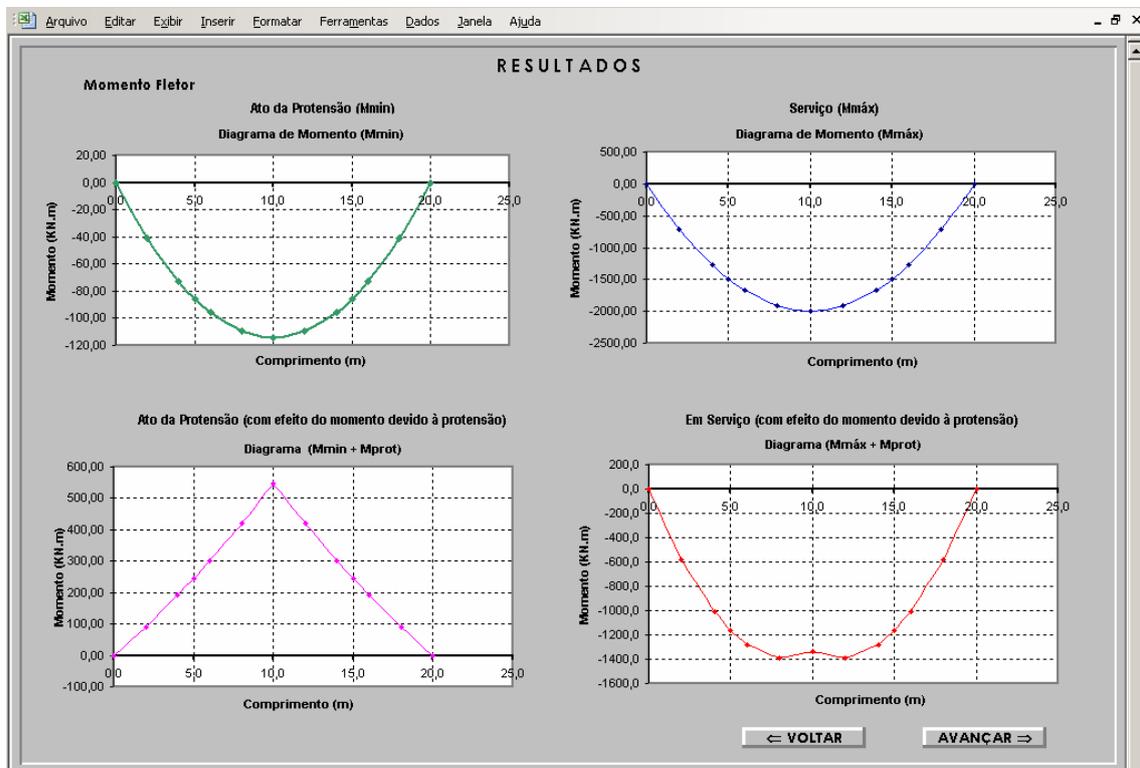


Figura 5.12 – Tela de Saída de Resultados 2: Diagramas de Momento Fletor

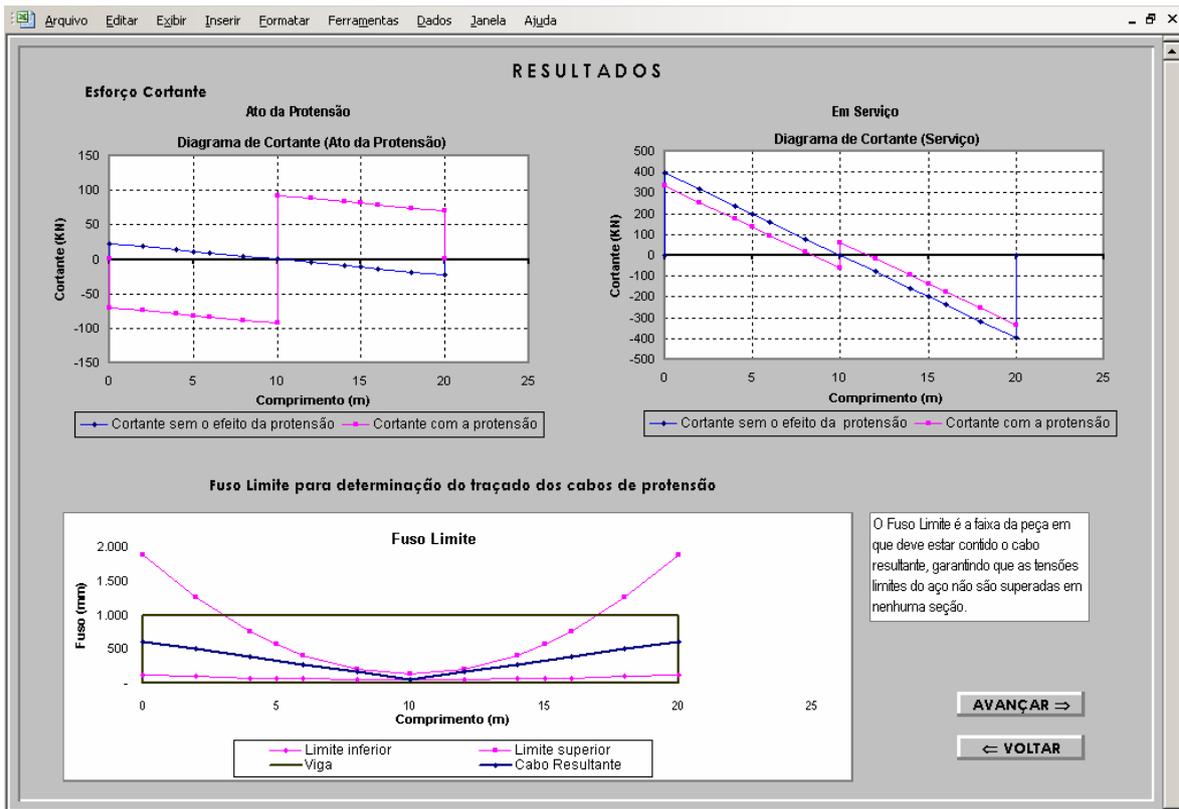


Figura 5.13 – Tela de Saída de Resultados 3: Diag. de Esforço Cortante e Fuso Limite

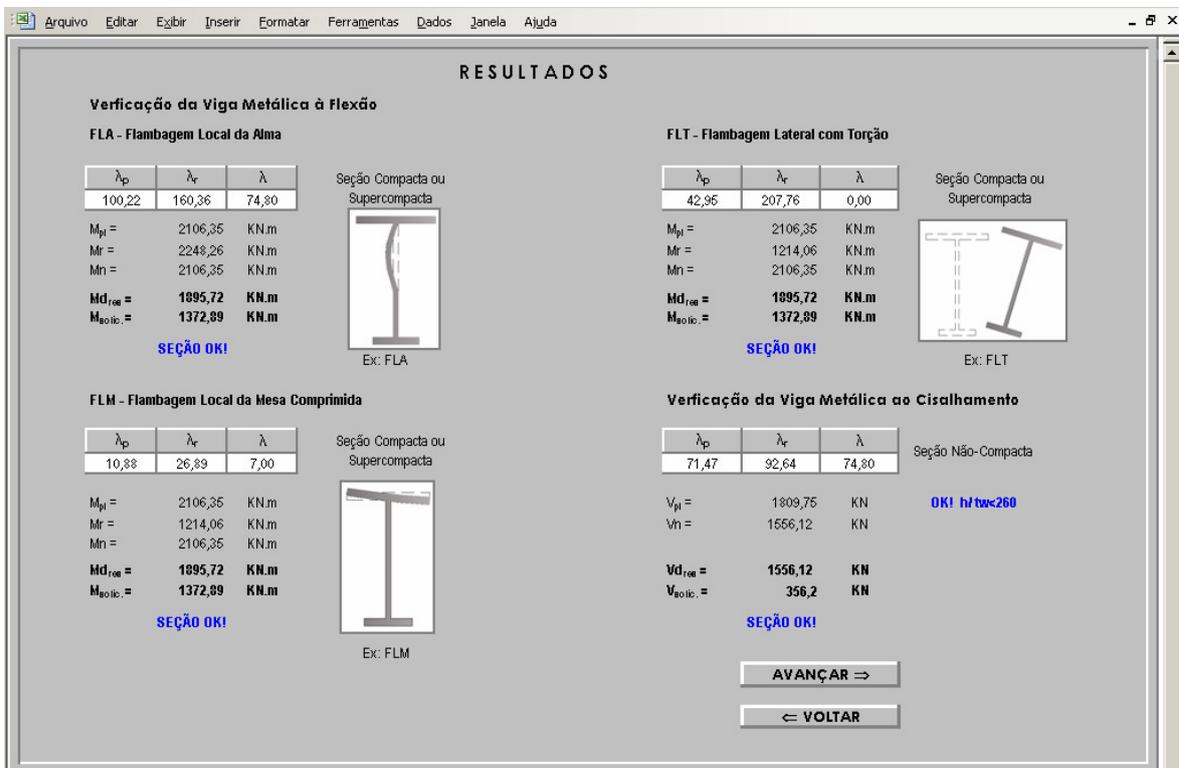


Figura 5.14 – Tela de Saída de Resultados 4: verificação quanto à flambagem e ao cisalhamento

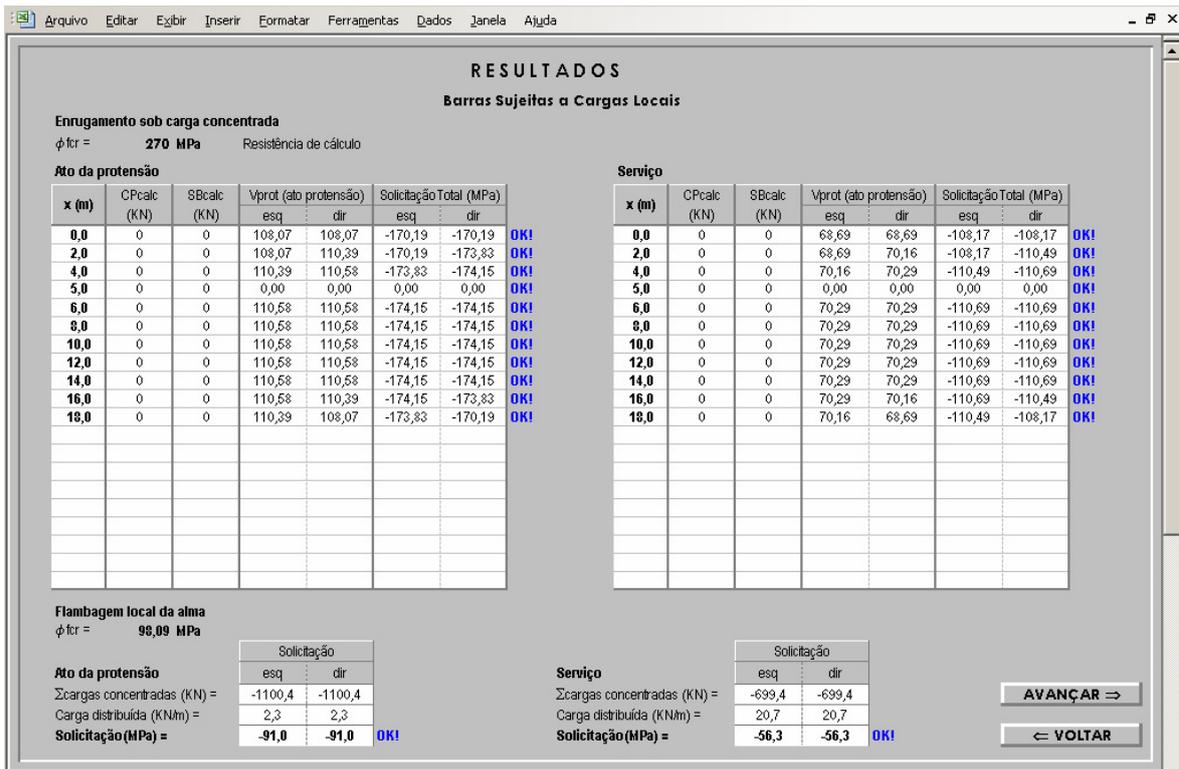


Figura 5.15 – Tela de Saída de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas

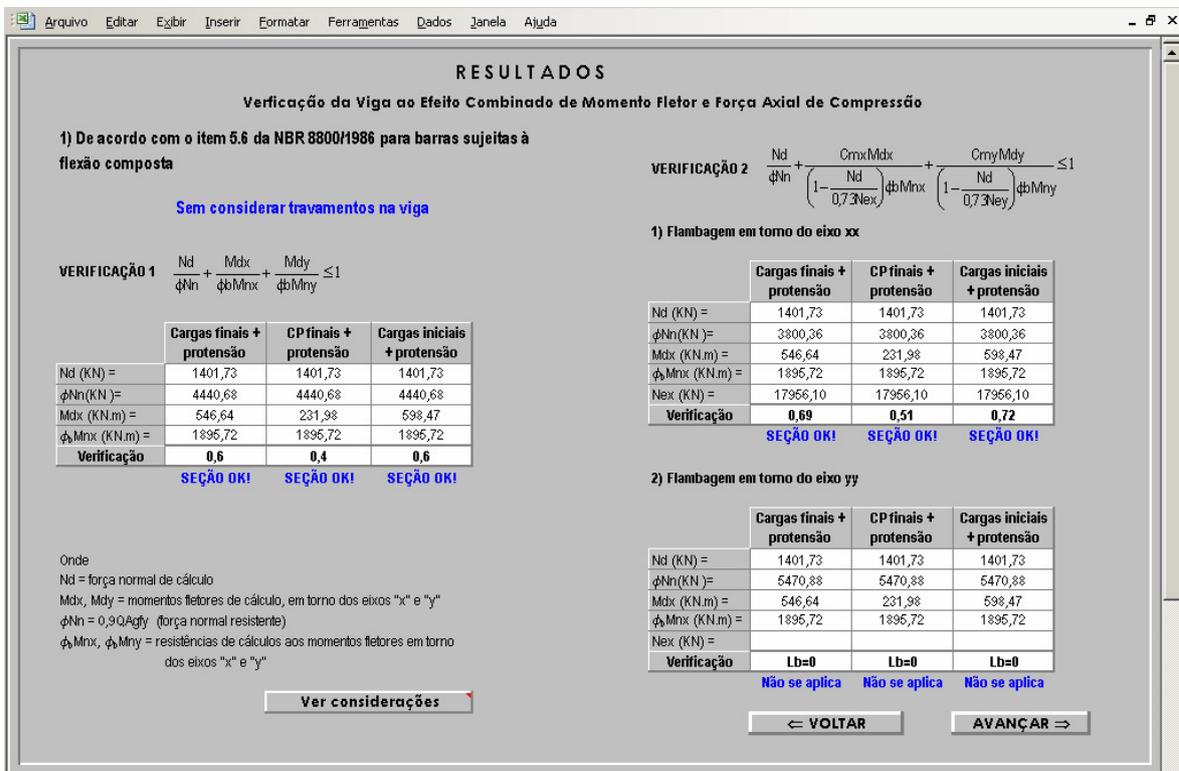


Figura 5.16 - Tela de Resultados 6a: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, sem considerar travamentos

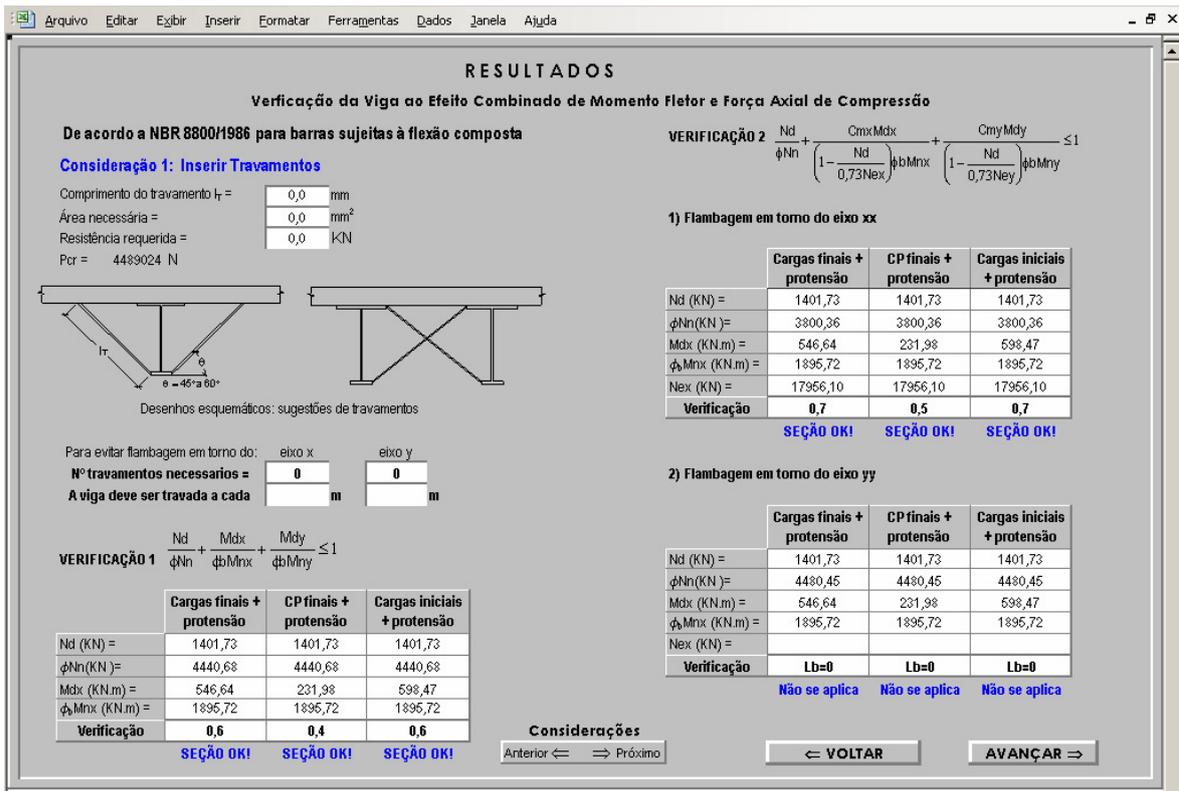


Figura 5.17 – Tela de Resultados 6b: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, inserindo travamentos

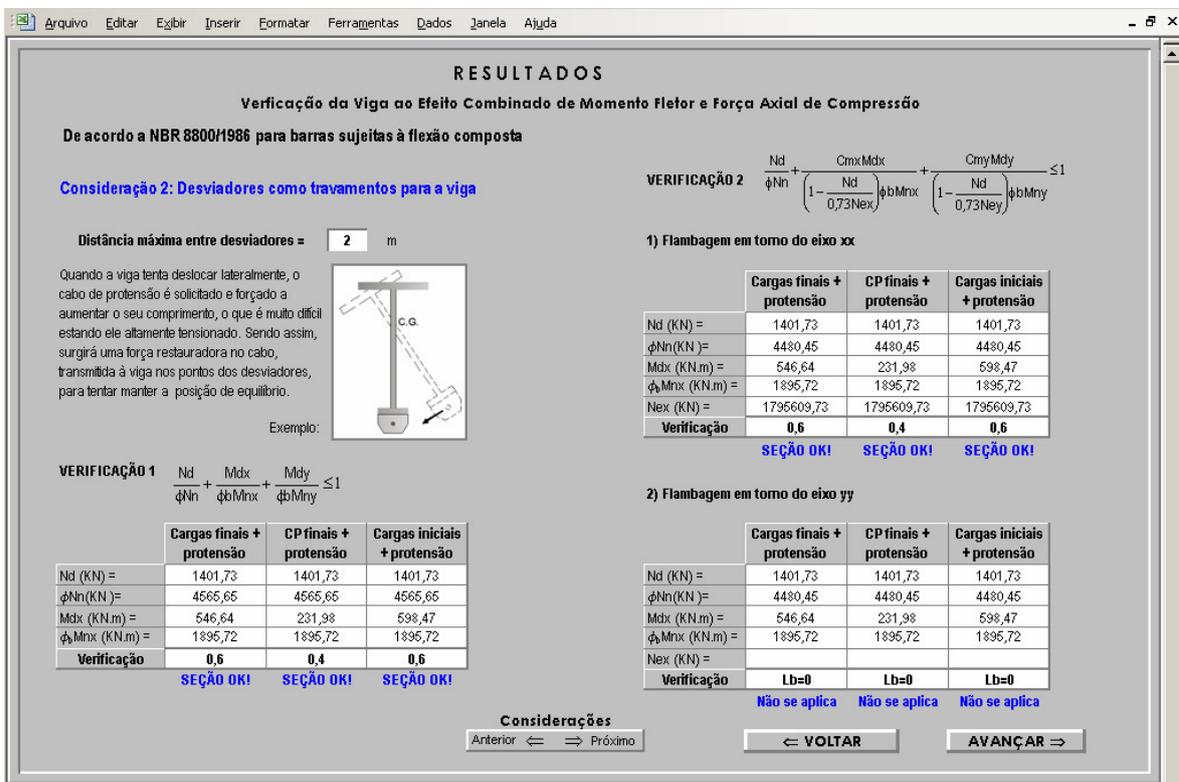


Figura 5.18 – Tela de Resultados 6c: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando os desviadores como travamentos

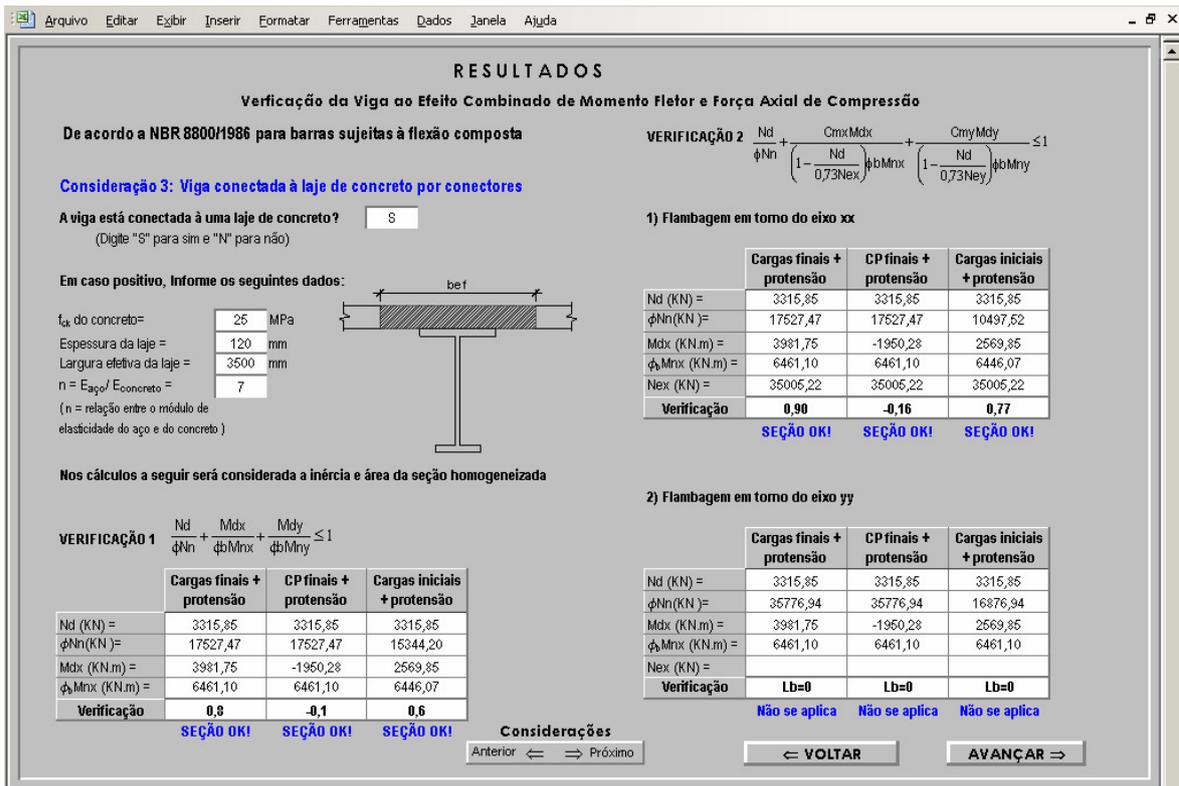


Figura 5.19 – Tela de Resultados 6d: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando contribuição da laje

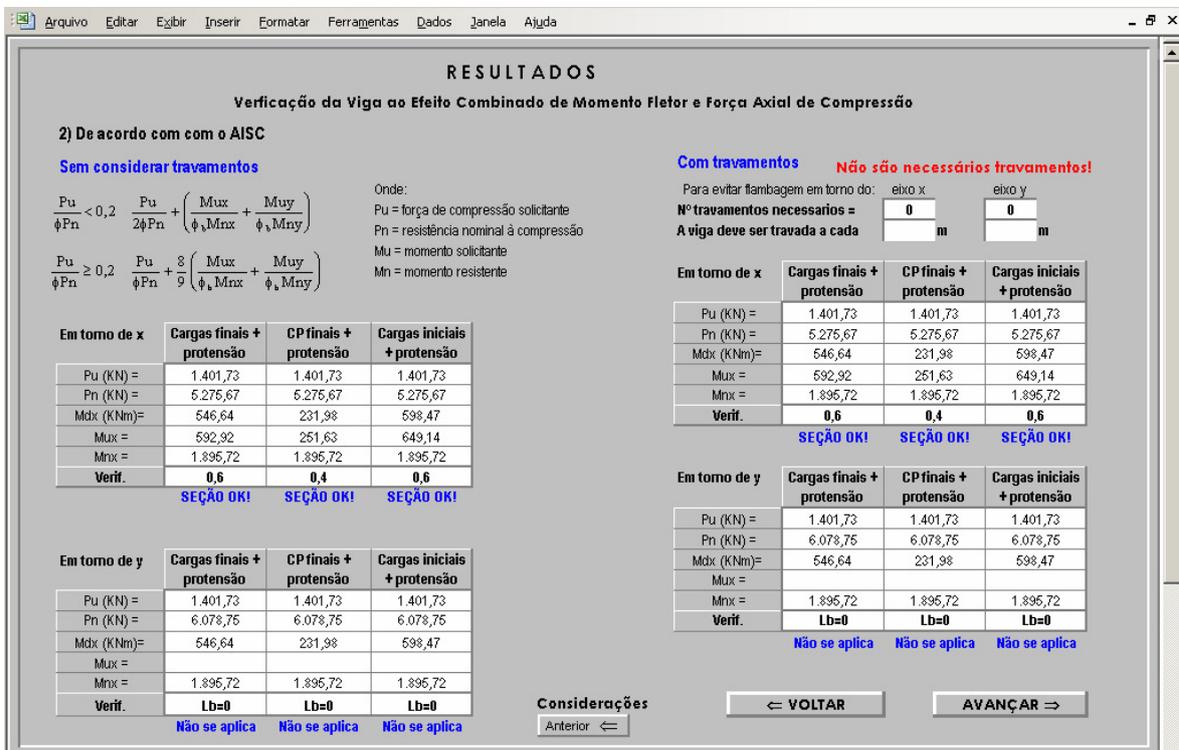


Figura 5.20 – Tela de Resultados 6e: verificação da viga à flexocompressão pela AISC/LRFD

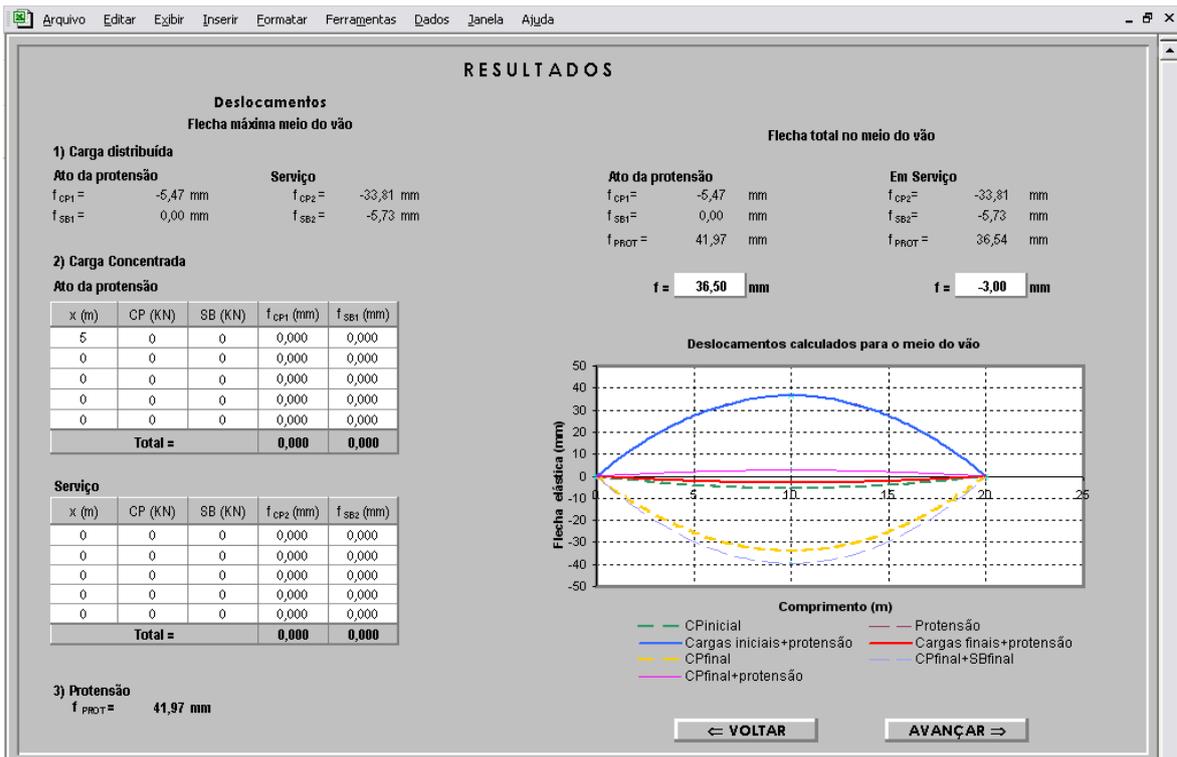


Figura 5.21 – Tela de Saída de Resultados 7: cálculo das flechas

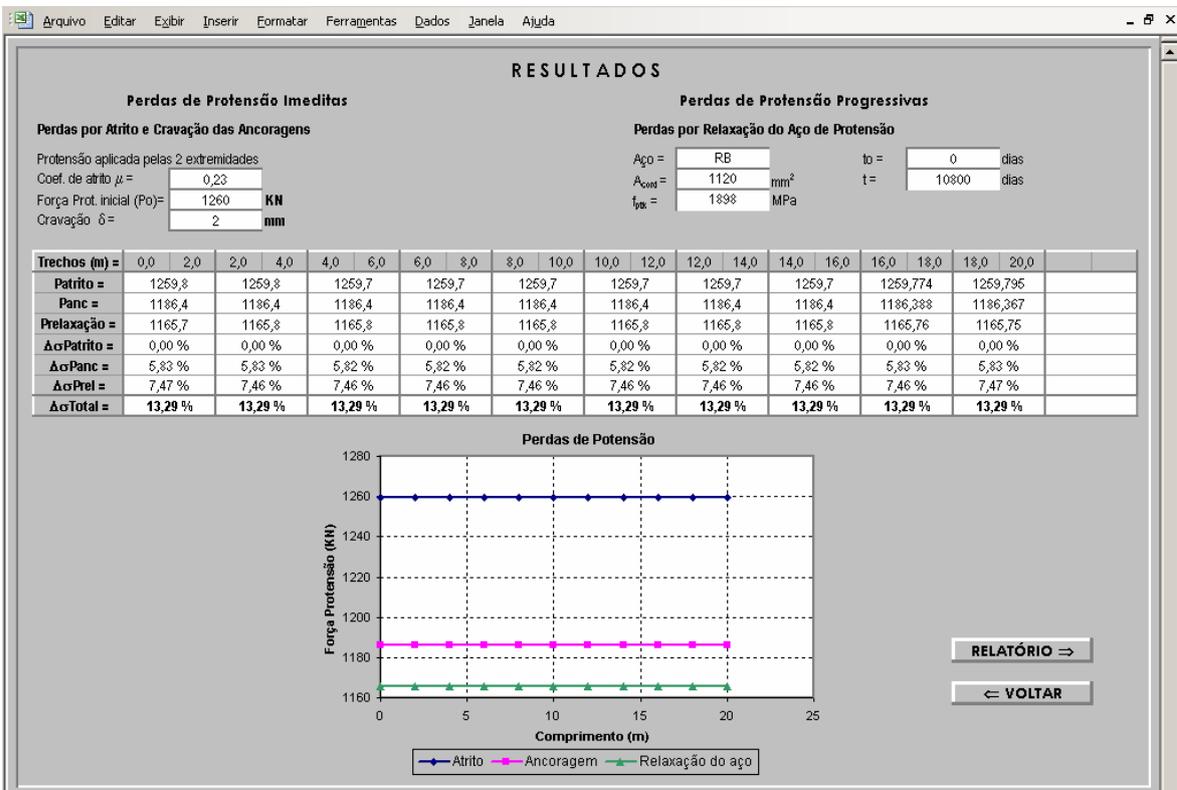


Figura 5.22 – Tela de Saída de Resultados 8: perdas de protensão

6 - ESTUDO DAS VMP COM MEF E MÉTODOS ANALÍTICOS

6.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão abordados os aspectos relacionados à dinâmica da quebra do cabo de protensão. Este estudo será feito através de modelagens numéricas em elementos finitos, com a utilização do programa ANSYS, e também de forma analítica, pelo desenvolvimento de formulação matemática para esta situação. As vigas serão analisadas no modo estático e dinâmico.

Inicialmente, as vigas serão modeladas e analisadas para cargas permanentes e acidentais sem considerar a atuação das forças de protensão. Em seguida, serão adicionados os cabos ao modelo estrutural e, então, será aplicada a força de protensão. Por fim, será simulada a quebra do cabo, visando conhecer o comportamento da viga protendida, através de uma análise estática e dinâmica para esta situação atípica.

Além das informações sobre análises dinâmicas em elementos finitos, este capítulo contempla também os dados relevantes a respeito das discretizações dos modelos, como por exemplo, quais os elementos da biblioteca do ANSYS utilizados, de que forma foi aplicada a força de protensão, como foi feita a simulação da ruptura dos cabos, etc.

6.2 - ANÁLISE DINÂMICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Segundo Clough (1993), um problema estrutural dinâmico difere da sua abordagem de carregamento estático em dois importantes aspectos. O primeiro deles, trata-se do fato do problema dinâmico variar no tempo. Como o carregamento e a resposta da estrutura variam no tempo, o problema dinâmico não tem uma única solução, ao contrário do problema estático. Sendo assim, a análise do problema deve ser realizada pela sucessão de soluções correspondentes a todo o período de interesse.

A segunda e fundamental distinção é que numa estrutura submetida a carregamento estático, os esforços internos e deslocamentos dependem somente do carregamento imposto e podem ser calculados por meio do equilíbrio das forças elásticas. Já no caso de

carregamento dinâmico, os deslocamentos resultantes na estrutura não dependem apenas do carregamento, mas também das forças de inércia resultantes das acelerações da estrutura.

Com o auxílio do programa ANSYS, serão realizadas análises transientes de natureza dinâmica para vigas submetidas à força de protensão. Por meio dessas análises, também conhecidas por análises de *Time History*, deseja-se determinar a resposta dinâmica de uma estrutura sob a ação de um carregamento que varia com o tempo. Assim, pode-se determinar deslocamentos, deformações, tensões, dentre outros parâmetros.

A equação de movimento básica a ser resolvida numa análise transiente é a seguinte:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \quad (6.1)$$

onde: $[M]$ é a matriz de massa;

$[C]$ a matriz de amortecimento;

$[K]$ matriz de rigidez;

$\{\ddot{u}\}$ vetor de acelerações nodais;

$\{\dot{u}\}$ vetor de velocidades nodais;

$\{u\}$ vetor de deslocamentos nodais;

$\{F(t)\}$ vetor de carregamentos.

O procedimento utilizado pelo ANSYS na solução da Equação 6.1 é o método de integração no tempo de Newmark. Um método que utiliza expansão em diferenças finitas num intervalo de tempo Δt , no qual se assume que:

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + [(1 - \delta)\{\ddot{u}_n\} + \delta\{\ddot{u}_{n+1}\}]\Delta t \quad (6.2)$$

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \{\dot{u}_n\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \{\ddot{u}_n\} + \alpha \{\ddot{u}_{n+1}\} \right] \Delta t^2 \quad (6.3)$$

onde:

α, δ = Parâmetros de integração de Newmark;

$\Delta t = t_{n+1} - t_n$;

$$\begin{aligned} \{u_n\} &= \text{Vetor de deslocamento nodal em } t_n; \\ \{\dot{u}_n\} &= \text{Vetor de velocidade nodal em } t_n; \\ \{\ddot{u}_n\} &= \text{Vetor de aceleração nodal em } t_n; \\ \{u_{n+1}\} &= \text{Vetor de deslocamento nodal em } t_{n+1}; \\ \{\dot{u}_{n+1}\} &= \text{Vetor de velocidade nodal em } t_{n+1}; \\ \{\ddot{u}_{n+1}\} &= \text{Vetor de aceleração nodal em } t_{n+1}; \end{aligned}$$

Assim, a Equação 6.1 será resolvida para um tempo t_{n+1} como sendo:

$$[M]\{\ddot{u}_{n+1}\} + [C]\{\dot{u}_{n+1}\} + [K]\{u_{n+1}\} = \{F(t_{n+1})\} \quad (6.4)$$

A solução para o deslocamento num tempo t_{n+1} é obtida reorganizando as Equações 6.2 e 6.3, da seguinte forma:

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = a_0 (\{u_{n+1}\} - \{u_n\}) - a_2 \{\dot{u}_n\} - a_3 \{\ddot{u}_n\} \quad (6.5)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} - a_6 \{\dot{u}_n\} - a_7 \{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (6.6)$$

onde:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2} & a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1 \\ a_1 &= \frac{\delta}{\alpha \Delta t} & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \\ a_2 &= \frac{1}{\alpha \Delta t} & a_6 &= \Delta t (1 - \delta) \\ a_3 &= \frac{1}{2\alpha} - 1 & a_7 &= \delta \Delta t \end{aligned}$$

Visto que o valor $\{\ddot{u}_{n+1}\}$, na Equação 6.5, pode ser substituído na Equação 6.6, $\{\ddot{u}_{n+1}\}$ e $\{\dot{u}_{n+1}\}$ podem ser expressas apenas em função de $\{u_{n+1}\}$, que será a incógnita da equação abaixo.

$$\begin{aligned}
 (a_0[M] + a_1[C] + [K])\{u_{n+1}\} = \{F(t)\} + \\
 [M](a_0\{u_n\} + a_2\{\dot{u}_n\} + a_3\{\ddot{u}_n\}) + [C](a_1\{u_n\} + a_4\{\dot{u}_n\} + a_5\{\ddot{u}_n\})
 \end{aligned}
 \tag{6.7}$$

Uma vez que é obtida uma solução para $\{u_{n+1}\}$, as velocidades e acelerações são atualizadas, como descrito nas Equações 6.5 e 6.6.

Para resolver a Equação 6.7, o ANSYS pode utilizar três diferentes métodos: o método completo (*Full*), o método reduzido (*Reduced*) ou o método de superposição modal (*Mode Superposition*).

O método completo, *Full*, para resolver a Equação 6.7, é o mais poderoso dos três métodos. As vantagens deste método são:

- Facilidade de uso, pois não é preciso se preocupar com a escolha dos graus de liberdade principais - *Master Degree of Freedom* (MDOF);
- Usa matrizes de massa consistentes e cheias, logo, não existe nenhuma aproximação de matriz de massa;
- Todos os deslocamentos e tensões são calculados em passos simples;
- Aceita todos os tipos de carregamentos: forças nodais, deslocamentos impostos (embora não recomendado, pois pode gerar picos de acelerações indesejados), e força de corpo (pressão e temperatura);

A principal desvantagem do método completo consiste no custo computacional, que é bem superior aos outros dois métodos.

6.2.1 - Amortecimento

O amortecimento está presente em muitos sistemas e será considerado nas modelagens utilizando o programa ANSYS através das constantes α e β , fornecidas por meio dos comandos ALPHAD e BATAD, respectivamente. A matriz de amortecimento $[C]$ é encontrada pela multiplicação dessas constantes pela matriz de massa e de rigidez, como mostra a expressão abaixo.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (6.8)$$

As constantes α e β são conhecidas como constantes de amortecimento de Rayleigh e seus valores são determinados por interpolação linear, a partir das razões de amortecimentos, ξ_i . Sendo ξ_i a razão entre o amortecimento atual e o amortecimento crítico, para um modo e vibração particular, ω_i . Se ω_i é frequência angular para o modo i , α e β satisfazem a relação:

$$\xi_i = \alpha / 2\omega_i + \beta\omega_i / 2 \quad (6.9)$$

6.3 - MODELAGEM NO PROGRAMA ANSYS

Inicialmente pretendia-se modelar a viga metálica através de um elemento sólido da biblioteca do ANSYS. Esse elemento seria o “SOLID45”, que é definido por oito nós, com três graus de liberdade por nó: as translações nas direções x, y e z. Ele é usado para modelagens tridimensionais e adequado para análises elásticas e plásticas. No entanto, trabalhar com o elemento sólido mostrou-se inviável em decorrência da quantidade exagerada de elementos gerados já no primeiro modelo em estudo. A seção transversal de uma primeira viga analisada tinha as seguintes dimensões: flange inferior (120x20) mm, alma (960x12) mm e flange superior (350x20) mm. O comprimento da viga era de 20m. Utilizando o elemento SOLID45, o menor dos banzos apresentou 66 mil elementos, que é um número bastante elevado. Como o seu tamanho corresponde a 1/8 da altura da alma, esse modelo ficaria com cerca de 700 mil elementos, impossibilitando o seu uso. Sendo assim, optou-se por discretizar a viga de aço com elemento de casca.

Os cabos de protensão serão modelados com um elemento linear do programa ANSYS. A seguir serão explicadas as características de cada elemento que será utilizado nas modelagens numéricas computacionais.

6.3.1 - Elementos utilizados para discretização dos modelos

6.3.1.1 Elemento Linear – LINK10

O elemento “LINK10” é um elemento tridimensional do programa ANSYS que apresenta a característica da matriz de rigidez bilinear resultar em um elemento com tensão uniaxial

apenas de tração ou apenas de compressão. Nota-se aqui que o elemento “LINK10” trabalhando no estado de compressão não é do interesse deste estudo. Com a opção de tensão uniaxial apenas de tração, este elemento pode simular os cabos de protensão. Ao trabalhar somente à tração, a rigidez deste elemento é automaticamente removida da matriz de rigidez do elemento se o elemento entrar subitamente em compressão ou se cessar a ação de tração do cabo. Isto vem a simular a situação do cabo frouxo ou mesmo a inexistência (ou ruptura) do cabo que é o caso de interesse deste estudo. Esta característica deste elemento em trabalhar apenas à tração é útil para aplicações com cabos estáticos em estruturas protendidas onde todo o cabo pode ser modelado com elementos finitos unidimensionais. Este mesmo elemento da biblioteca de elementos do ANSYS também pode ser usado em análises dinâmicas e, portanto, servirá para modelar a estrutura protendida sob efeito de quebra repentina do cabo de protensão. Isto será feito neste trabalho.

O elemento “LINK10” apresenta dois nós, com três graus de liberdade por nó: translações nodais nas direções x, y e z. Este elemento é definido pelos dois nós, pela área da seção transversal, por uma deformação inicial e pelas propriedades isotrópicas do material.

O elemento LINK10 pode ser visto na Figura 6.1 abaixo, e será utilizado para a discretização dos cabos de protensão.

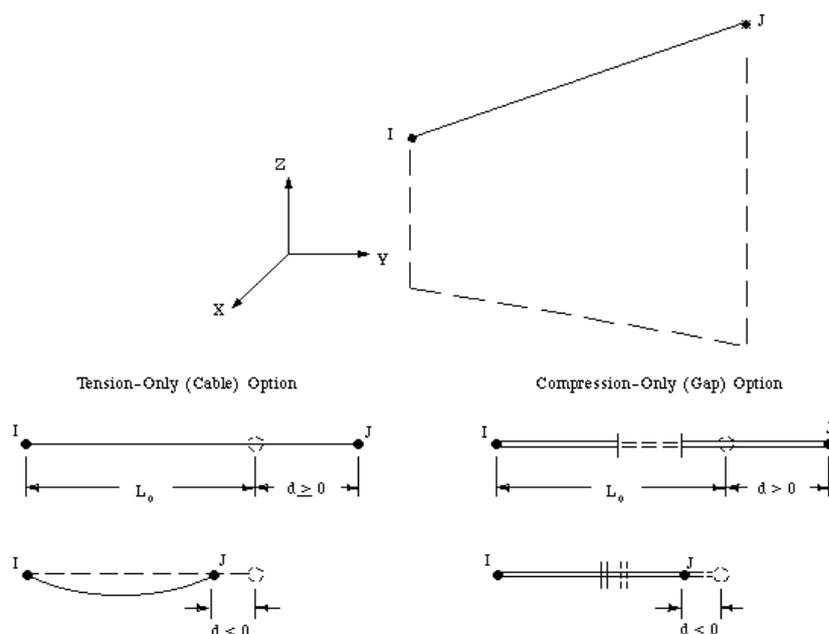


Figura 6.1 – Elemento LINK10

6.3.1.2 Elemento de Casca – SHELL43

O elemento “SHELL43” é um elemento de casca do programa ANSYS, adequado para analisar estruturas lineares, curvas, e que tenham espessuras moderadas. O elemento apresenta seis graus de liberdade por nó: translações nas direções x, y e z e rotações em torno dos eixos x, y e z.

O elemento SHELL43 apresenta plasticidade, fluência, grande deflexão e grande capacidade de deformação. A Figura 6.2 mostra a geometria, a locação dos nós e o sistema de coordenadas do elemento SHELL43, que foi utilizado para a discretização da viga metálica. Este elemento é definido por quatro nós, quatro espessuras e pelas propriedades ortotrópicas dos materiais.

O elemento pode ter espessuras variáveis. Assume-se que a espessura varia diretamente sobre a área do elemento, e a informação da espessura é dada para os quatro nós de canto, no caso de espessura variável. Se a espessura é constante em todo o elemento, basta informar uma vez o seu valor.

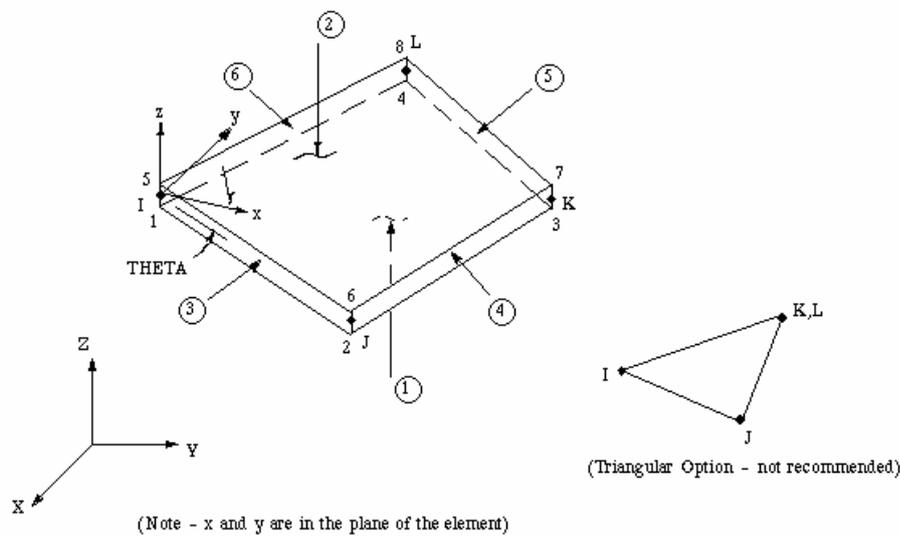


Figura 6.2 – Elemento SHELL 43

6.3.2 - Condições de contorno

Pretende-se estudar vigas de aço protendidas isostáticas, justamente para que possa ser feita a comparação entre os resultados obtidos das modelagens no ANSYS, e aqueles

provenientes do uso do aplicativo desenvolvido neste trabalho para o cálculo de VMP. Sendo assim, os modelos discretizados apresentam as seguintes condições de contorno:

- Os nós do flange inferior, nas duas extremidades, foram impedidos de deslocar na vertical.
- Os nós do alinhamento da alma tiveram os deslocamentos transversais impedidos, incluindo, portanto, o nó localizado no meio do flange inferior e também o nó do meio do flange superior. Essa limitação de movimento ao longo da alma foi necessária para evitar o deslocamento de corpo rígido, quando fosse realizada a análise do comportamento da viga sob ruptura do cabo de protensão.
- O nó do meio do flange inferior foi impedido de deslocar também no sentido longitudinal da viga, em apenas uma das extremidades da peça.
- Os elementos que simulam os cabos de protensão foram conectados a pinos soldados à alma da viga, que funcionam como desviadores. Os nós dos cabos foram acoplados aos nós dos pinos, restringindo os deslocamentos verticais e transversais. Apenas os deslocamentos no sentido longitudinal foram liberados, para permitir o deslizamento do cabo sobre os pinos, com exceção dos pontos das extremidades, que representam as ancoragens, onde todos os deslocamentos foram impedidos, inclusive os longitudinais.

A Figura 6.3 exemplifica as condições de contorno citadas para os modelos da viga metálica protendida sem e com a ruptura do cabo de protensão.

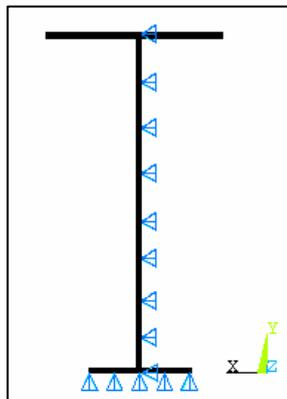


Figura 6.3 – Condições de contorno para a viga

6.3.3 - Aplicação da protensão

Para simular a aplicação da força de protensão na estrutura, será dada uma variação de temperatura nos cabos de protensão, fazendo com que estes elementos se contraíam, e como consequência, será gerada uma força de compressão na viga. A restrição da viga ao movimento dos cabos, resultará em esforços de tração em tais elementos.

O valor de ΔT , diferença de temperatura, a ser introduzida nos cabos de protensão, deve ser um valor tal que produza o esforço axial nos elementos de cabo igual ou bastante próximo ao valor da força de protensão calculada.

Sendo assim, da Resistência dos Materiais, sabe-se que:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_o} \quad (6.10)$$

onde ε é a deformação unitária; ΔL é a variação de comprimento do cabo e L_o é o comprimento inicial do cabo de protensão.

A tensão no cabo de protensão é:

$$\sigma_p = \frac{\Delta L}{L_o} E_p \quad (6.11)$$

sendo σ_p e E_p a tensão e o módulo de elasticidade do cabo de protensão, respectivamente.

Então, a força de protensão no cabo pode ser escrita da seguinte forma:

$$P = \sigma_p A_p = \frac{\Delta L}{L_o} E_p A_p \quad (6.12)$$

onde A_p é a área do cabo de protensão.

Então, a variação de comprimento, ΔL , do cabo é encontrada pela equação:

$$\Delta L = \frac{P L_o}{E_p A_p} \quad (6.13)$$

Sabe-se também que uma variação de temperatura, ΔT , provoca uma mudança de comprimento no elemento, ΔL , igual a:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T \quad (6.14)$$

sendo α o coeficiente de dilatação térmica do aço de protensão.

Igualando as Equações 6.13 e 6.14, tem-se:

$$\Delta T = \frac{P}{\alpha E_p A_p} \quad (6.15)$$

Finalmente, tomando uma temperatura como referência para toda a estrutura, T_r , pode-se determinar a nova temperatura do cabo de protensão, para provocar na estrutura a força de protensão desejada “P”.

$$\Delta T = T - T_r \quad (6.16)$$

$$T = \frac{P}{\alpha E_p A_p} + T_r \quad (6.17)$$

6.3.4 - Simulação da ruptura de cabos de protensão

A ruptura do cabo de protensão será simulada no programa ANSYS através do comando de “eliminação do elemento” (EKILL). As opções de “matar” ou “nascer” elementos podem ser usadas para desativar ou reativar elementos selecionados. Este comando pode ser bastante útil no caso de análise de escavação, ou de construção realizada por etapas, como nas montagens de pontes escoradas, e será de grande interesse nesse trabalho, para tornar possível a avaliação do comportamento da viga metálica protendida diante da ruptura acidental de um ou mais cabos de protensão.

O efeito de “morte” do elemento é alcançado através da multiplicação da rigidez desse elemento por um fator de redução bastante severo, ou seja, o elemento não é removido do modelo estrutural, e sim, desativado. O programa ANSYS utiliza um fator redutor com um valor padrão igual a 1.0E-6, mas é possível alterar esse valor para outro mais apropriado ao

modelo em estudo. Os carregamentos referentes aos elementos desativados serão zerados fora do vetor de carga, no entanto continuarão aparecendo nas listas de cargas dos elementos. De forma semelhante, a massa, o calor específico e demais efeitos, são zerados em elementos desativados. A deformação do elemento também é imediatamente zerada assim que o elemento é “morto”.

Da mesma maneira, quando se deseja que elementos “nasçam”, eles não são acrescentados de fato ao modelo; estes elementos são simplesmente reativados. Sendo assim, é preciso criar todos os elementos desde o início do modelo. Para fazer nascer elementos nas fases posteriores da análise, inicialmente desativam-se esses elementos e então eles poderão ser reativados no momento adequado da análise, ou melhor, no passo de carga apropriado.

Quando o elemento é reativado, a sua rigidez, massa, cargas, etc, retornam para os valores iniciais. Os elementos são reativados sem nenhum registro de deformação. Entretanto, se a deformação inicial for definida como uma constante real, ela não sofrerá alteração com a morte ou nascimento do elemento.

Outra forma de simular a ruptura do cabo é com o uso das forças equivalentes do cabo, ou seja, a protensão é aplicada à estrutura por meio de forças equivalentes as que seriam transmitidas pelos cabos de protensão, e para simular a quebra do cabo, basta retirar essas forças do modelo estrutural, no momento conveniente da análise.

6.4 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA DINÂMICA DA VMP

Será desenvolvida a formulação matemática para expressar o comportamento dinâmico da estrutura após a retirada, de forma súbita, através de uma função Heaviside, dos cabos de protensão.

O comportamento da viga metálica protendida à flexão pode ser representado pelo sistema de um grau de liberdade, cujo modelo reológico está apresentado na Figura 6.4. Neste sistema, “m” é a massa da viga, “k” representa a rigidez e “c” o amortecimento. Este sistema pode ser simplificado para o modelo dinâmico de um grau de liberdade mostrado na Figura 6.5, onde k' e c' são, respectivamente, a rigidez e o amortecimento equivalente.

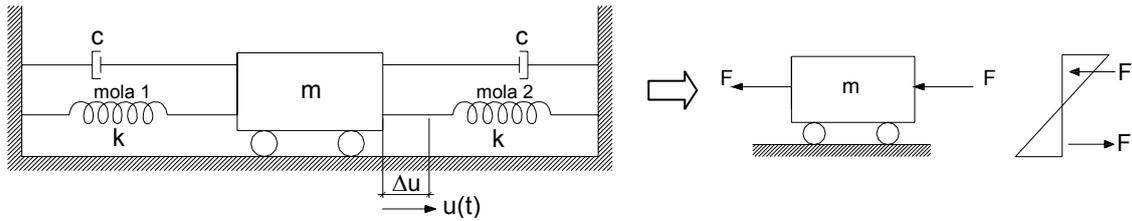


Figura 6.4 – Modelo reológico do comportamento dinâmico da viga metálica protendida

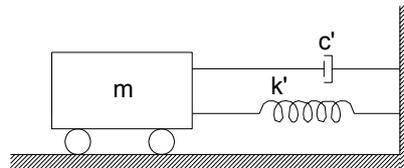


Figura 6.5 – Modelo dinâmico equivalente

O modelo mostrado na Figura 6.4 representa o comportamento da viga à flexão porque quando a massa, m , vibra em torno da sua posição de equilíbrio, surgem forças opostas nas molas 1 e 2, ou seja, quando a mola 1 está comprimida, a mola 2 está tracionada e vice-versa, simulando o binário que surge na viga de forças de tração e compressão.

A vibração da viga, em torno do seu eixo de maior inércia, é definida pelo deslocamento $u(t)$, e a equação do movimento, considerando o sistema de um grau de liberdade e o seu respectivo modelo dinâmico mostrado da Figura 6.5, é apresentada a seguir:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + k u = U(t) - U(t - a) = H(t) \quad (6.18)$$

onde $U(t)$ é igual a F , função constante, e $U(t-a)$ é igual a F só para $t > a$.

A função $H(t)$ expressa a força de protensão que atua na estrutura a partir de um $t = 0$, até a sua retirada, de maneira brusca, num tempo $t = a$. Essa função, $H(t)$, é obtida fazendo a subtração da função $U(t)$ pela função $U(t-a)$, onde $U(t)$ representa a atuação de uma força constante ao longo do tempo e a função $U(t-a)$ expressa a atuação de uma força na estrutura apenas a partir do $t = a$. Assim, encontra-se a função desejada: $H(t) = U(t) - U(t-a)$, que representa a situação da quebra repentina do cabo de protensão no tempo $t_0 = a$. A Figura 6.6 ilustra as funções descritas.

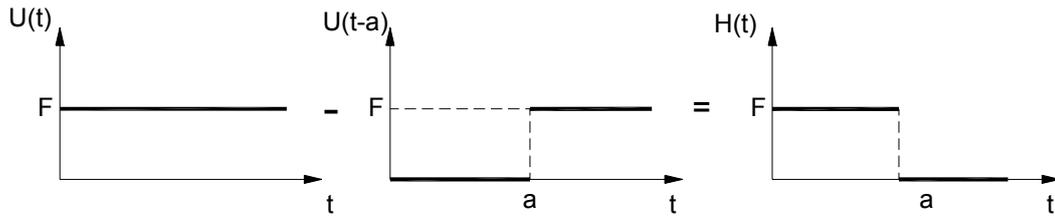


Figura 6.6 – Função que traduz a atuação da força de protensão até o tempo $t = a$, e a retirada desta força de forma súbita

Onde: $U(t) = F, \quad t > 0$

$$U(t-a) = \begin{cases} 0, & 0 < t < a \\ F, & t \geq a \end{cases}$$

$$H(t) = \begin{cases} F, & 0 < t < a \\ 0, & t \geq a \end{cases}$$

Inicialmente, será considerada a vibração livre da viga sem amortecimento. Então, a Equação 6.18 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$m\ddot{u} + k u = H(t) \quad (6.19)$$

As condições iniciais, estando a viga em repouso, são:

$$u(0) = \dot{u}(0) = 0$$

A Equação 6.19 será resolvida pela aplicação da Transformada de Laplace (TL). Para determinar a Transformada de Laplace de uma função $u(t)$, essa função é multiplicada por e^{-st} e o resultado é integrado em $t \in [0, \infty)$ ($t \geq 0$). Assim, uma nova função da variável “s” é obtida:

$$\mathcal{L}\{u(t)\} = F(s) = \bar{u}(s) \equiv \int_0^{\infty} e^{-st} u(t) dt \quad (6.20)$$

Aplicando a Transformada de Laplace para a Equação 6.19, tem-se:

$$\mathcal{L}\{m\ddot{u} + k u\} = \mathcal{L}\{m\ddot{u}\} + \mathcal{L}\{k u\} = m\mathcal{L}\{\ddot{u}\} + k\mathcal{L}\{u\} \quad (6.21)$$

A Transformada de Laplace da segunda derivada de u em relação a t , $\ddot{u}(t)$, é obtida da seguinte maneira:

$$\mathcal{L}\{\ddot{u}\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \ddot{u}(t) dt \quad (6.22)$$

Usando o método da integração por partes, tem-se:

$$\int u dv = uv - \int v du, \text{ sendo } u = e^{-st}; du = -se^{-st}; dv = \ddot{u}(t) dt; v = \dot{u}(t)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{u}\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \ddot{u}(t) dt = e^{-st} \dot{u}(t) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \dot{u}(t) (-s) e^{-st} dt \quad (6.23)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{u}\} = 0 - \dot{u}(0) + s \int_0^{\infty} e^{-st} \dot{u}(t) dt \quad (6.24)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{u}\} = -\dot{u}(0) + s \mathcal{L}\{\dot{u}\} \quad (6.25)$$

De forma semelhante, é determinada a Transformada de Laplace para a primeira derivada de u em relação a t , $\dot{u}(t)$:

$$\mathcal{L}\{\dot{u}\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \dot{u}(t) dt = e^{-st} u(t) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} u(t) (-s) e^{-st} dt \quad (6.26)$$

$$\mathcal{L}\{\dot{u}\} = 0 - u(0) + s \int_0^{\infty} e^{-st} u(t) dt \quad (6.27)$$

$$\mathcal{L}\{\dot{u}\} = -u(0) + s\bar{u} \quad (6.28)$$

Substituindo a Equação 6.28 na 6.25, encontra-se a Transformada de Laplace de $\ddot{u}(t)$:

$$\mathcal{L}\{\ddot{u}\} = -\dot{u}(0) + s \mathcal{L}\{\dot{u}\} \quad (6.29)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{u}\} = -\dot{u}(0) + s[-u(0) + s\bar{u}] \quad (6.30)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{u}\} = s^2 \bar{u} - su(0) - \dot{u}(0) \quad (6.31)$$

Sendo assim, determina-se a Transformada de Laplace para o termo do lado esquerdo da Equação 6.19:

$$\mathcal{L}\{m\ddot{u} + k u\} = m[s^2 \bar{u} - su(0) - \dot{u}(0)] + k\bar{u} = ms^2 \bar{u} + k\bar{u} \quad (6.32)$$

Aplicando a Transformada de Laplace nos termos do lado direito da Equação 6.19, tem-se:

$$\mathcal{L}\{H(t)\} = \mathcal{L}\{U(t)\} - \mathcal{L}\{U(t-a)\} \quad (6.33)$$

$$\mathcal{L}\{U(t)\} = \mathcal{L}\{F\} = \int_0^{\infty} Fe^{-st} dt = F \int_0^{\infty} e^{-st} dt = -\frac{F}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{F}{s} \quad (6.34)$$

$$\mathcal{L}\{U(t-a)\} = \mathcal{L}\{F\} = \int_a^{\infty} Fe^{-st} dt = F \int_a^{\infty} e^{-st} dt = -\frac{F}{s} e^{-st} \Big|_a^{\infty} = 0 - \left(-\frac{Fe^{-at}}{s} \right) = \frac{Fe^{-at}}{s} \quad (6.35)$$

Então, o resultado final da Equação 6.33 é representado pela seguinte expressão:

$$\mathcal{L}\{H(t)\} = \frac{F}{s} - \frac{Fe^{-as}}{s} \quad (6.36)$$

As transformadas de Laplace obtidas anteriormente para as funções apresentadas, podem ser retiradas diretamente de tabelas matemáticas que possuem as propriedades gerais das Transformadas de Laplace, no entanto, preferiu-se, aqui, realizar os cálculos de forma acadêmica para explicitar todas as etapas envolvidas.

Portanto, após a Transformada de Laplace nos dois membros da Equação 6.19, tem-se:

$$ms^2 \bar{u} + k\bar{u} = \frac{F}{s} - \frac{Fe^{-as}}{s} \quad (6.37)$$

A solução da Equação 6.37 é apresentada a seguir:

$$(ms^2 + k)\bar{u} = \frac{F}{s} - \frac{Fe^{-as}}{s} \quad (6.38)$$

$$\bar{u} = \left[\frac{F}{s(ms^2 + k)} - \frac{Fe^{-as}}{s(ms^2 + k)} \right] \div m \quad (6.39)$$

$$\bar{u} = \frac{\frac{F}{m}}{s\left(s^2 + \frac{k}{m}\right)} - \frac{\frac{Fe^{-as}}{m}}{s\left(s^2 + \frac{k}{m}\right)} \quad (6.40)$$

Fazendo $B^2 = \frac{k}{m}$, a expressão 6.40 assume a seguinte forma:

$$\bar{u} = \frac{\frac{F}{m}}{s(s^2 + B^2)} - \frac{\frac{Fe^{-as}}{m}}{s(s^2 + B^2)} \quad (6.41)$$

Utilizando o método das frações parciais, tem-se:

$$\frac{F/m}{s(s^2 + B^2)} = \frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{(s^2 + B^2)} \quad (6.42)$$

$$\frac{F/m}{s(s^2 + B^2)} = \frac{C_1(s^2 + B^2) + C_2s}{s(s^2 + B^2)} \quad (6.43)$$

Para a determinação das constantes C_1 e C_2 , faz-se, inicialmente, $s = 0$, então:

$$C_1B^2 = \frac{F}{m} \Rightarrow C_1 = \frac{F}{mB^2}$$

Substituindo o valor encontrado para a constante C_1 , chega-se ao valor da constante C_2 :

$$s(C_1s + C_2) + C_1B^2 = \frac{F}{m} \Rightarrow s\left(\frac{Fs}{mB^2} + C_2\right) + \frac{F}{mB^2}B^2 = \frac{F}{m} \Rightarrow s\left(\frac{Fs}{mB^2} + C_2\right) = 0$$

$$\frac{Fs}{mB^2} + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = -\frac{Fs}{mB^2}$$

Conhecendo as constantes C_1 e C_2 , a Equação 6.40 assume a forma apresentada abaixo:

$$\frac{F/m}{s(s^2 + B^2)} = \frac{F}{mB^2} \frac{1}{s} - \frac{F}{mB^2} \frac{s}{(s^2 + B^2)} = \frac{F}{mB^2} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + B^2} \right) \quad (6.44)$$

Portanto, a Equação 6.41, que simula os deslocamentos da viga no espaço s , pode ser representada pela expressão abaixo:

$$\bar{u} = \frac{F}{mB^2} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + B^2} \right) - e^{as} \left[\frac{F}{mB^2} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + B^2} \right) \right] \quad (6.45)$$

A Equação 6.45 é a TL da Equação 6.19, mas a variável independente da Equação 6.19 é “ t ” enquanto que após a TL a variável é “ s ”. Agora, será aplicada a Transformada inversa

de Laplace na Equação 6.45, de forma a obter a solução para o problema original, com variável independente “t”. Então:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = 1 \quad (6.46)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + B^2}\right\} = \cos Bt \quad (6.47)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{e^{-as}F(s)\right\} = f(t-a)U_a(t) \quad (6.48)$$

$$u(t) = \frac{F}{mB^2}(1 - \cos Bt) - \frac{F}{mB^2}[1 - \cos B(t-a)]U_a(t) \quad (6.49)$$

onde U_a é a função unitária de Heaviside: $U_a(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < a \\ 1, & t > a \end{cases}$

Substituindo o valor de $B^2 = \frac{k}{m}$ na Equação 6.49, obtêm-se:

$$u(t) = \frac{F}{k}\left(1 - \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) - \frac{F}{k}\left[1 - \cos\sqrt{\frac{k}{m}}(t-a)\right]U_a(t) \quad (6.50)$$

A equação final para expressar o deslocamento da viga ao longo do tempo, sem amortecimento, é mostrada a seguir:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{F}{k}\left(1 - \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right), & \text{se } 0 < t \leq a \\ \frac{F}{k}\left(1 - \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) - \frac{F}{k}\left[1 - \cos\sqrt{\frac{k}{m}}(t-a)\right], & \text{se } t > a \end{cases} \quad (6.51)$$

Considerando, agora, a existência do amortecimento na estrutura, a aplicação da Transformada de Laplace na Equação 6.18 resulta na seguinte equação:

$$\mathcal{L}\{m\ddot{u} + c\dot{u} + ku\} = \mathcal{L}\{m\ddot{u}\} + \mathcal{L}\{c\dot{u}\} + \mathcal{L}\{ku\} = m\mathcal{L}\{\ddot{u}\} + c\mathcal{L}\{\dot{u}\} + k\mathcal{L}\{u\} \quad (6.52)$$

Neste caso, as condições de contorno para a viga em repouso são as mesmas descritas anteriormente:

$$u(0) = \dot{u}(0) = 0$$

Conforme desenvolvimento matemático apresentado anteriormente, as Transformadas de Laplace para a primeira e segunda derivadas de u em relação a t são representadas, respectivamente, pelas Equações 6.28 e 6.31.

Desta maneira, a Transformada de Laplace para a Equação 6.52 é:

$$\mathcal{L}\{\ddot{m}u + \dot{c}u + ku\} = m[s^2\bar{u} - su(0) - \dot{u}(0)] + c[s\bar{u} - u(0)] + k\bar{u} \quad (6.53)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{m}u + \dot{c}u + ku\} = ms^2\bar{u} + cs\bar{u} + k\bar{u} \quad (6.54)$$

A Transformada de Laplace para o termo do lado direito da Equação 6.18, mesmo termo da Equação 6.19, foi determinado anteriormente pela Equação 6.36. Então, pela utilização das Equações 6.36 e 6.54, a Equação 6.18 assume a forma mostrada abaixo:

$$ms^2\bar{u} + cs\bar{u} + k\bar{u} = \frac{F}{s} - \frac{Fe^{-as}}{s} \quad (6.55)$$

A solução para a Equação 6.55 será desenvolvida a seguir:

$$(ms^2 + cs + k)\bar{u} = \frac{F}{s} - \frac{Fe^{-as}}{s} \quad (6.56)$$

$$\bar{u} = \left[\frac{F}{s(ms^2 + cs + k)} - \frac{Fe^{-as}}{s(ms^2 + cs + k)} \right] \div m \quad (6.57)$$

$$\bar{u} = \frac{\frac{F}{m}}{s\left(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}\right)} - \frac{\frac{Fe^{-as}}{m}}{s\left(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}\right)} \quad (6.58)$$

As raízes para a Equação do segundo grau $s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}$ são:

$$s_{1,2} = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (6.59)$$

Fazendo $\omega^2 = \frac{k}{m}$, a Equação 6.59 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$s_{1,2} = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega^2} \quad (6.60)$$

De acordo com Clough (1993), o amortecimento crítico acontece quando o termo do radical é igual a zero e, portanto, $c_c = 2m\omega$. No caso do amortecimento subcrítico, $c < c_c$ (isto é, $c < 2m\omega$). Portanto, o termo do radical se torna negativo. Para expressar a resposta da vibração, é conveniente expressar o amortecimento em termos da razão de amortecimento, ξ , que corresponde a razão entre o amortecimento c e o amortecimento crítico:

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega} \quad (6.61)$$

Introduzindo o termo da Equação 6.61 na Equação 6.60, tem-se:

$$s_{1,2} = -\xi\omega \pm i\omega_D \quad (6.62)$$

$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \quad (6.63)$$

A Equação 6.58 assume a seguinte forma:

$$\bar{u} = \frac{F/m}{s[s - (-\xi\omega + i\omega_D)][s - (-\xi\omega - i\omega_D)]} - \frac{Fe^{-as}/m}{s[s - (-\xi\omega + i\omega_D)][s - (-\xi\omega - i\omega_D)]} \quad (6.64)$$

$$\bar{u} = \frac{F/m}{s(s + \xi\omega - i\omega_D)(s + \xi\omega + i\omega_D)} - \frac{Fe^{-as}/m}{s(s + \xi\omega - i\omega_D)(s + \xi\omega + i\omega_D)} \quad (6.65)$$

Usando o método das frações parciais, a Equação 6.65 pode ser reescrita como mostra a seguir:

$$\bar{u} = \left(\frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{(s + \xi\omega - i\omega_D)} + \frac{C_3}{(s + \xi\omega + i\omega_D)} \right) - e^{-as} \left(\frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{(s + \xi\omega - i\omega_D)} + \frac{C_3}{(s + \xi\omega + i\omega_D)} \right) \quad (6.66)$$

Resolvendo a Equação 6.66, tem-se:

$$\frac{F/m}{s(s + \xi\omega - i\omega_D)(s + \xi\omega + i\omega_D)} = \frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{(s + \xi\omega - i\omega_D)} + \frac{C_3}{(s + \xi\omega + i\omega_D)} \quad (6.67)$$

$$= \frac{C_1(s + \xi\omega - i\omega_D)(s + \xi\omega + i\omega_D) + C_2(s)(s + \xi\omega + i\omega_D) + C_3(s)(s + \xi\omega - i\omega_D)}{s(s + \xi\omega - i\omega_D)(s + \xi\omega + i\omega_D)} \quad (6.68)$$

Para a determinação das constantes, faz-se, inicialmente, $s = 0$, então:

$$C_1(\xi\omega - i\omega_D)(\xi\omega + i\omega_D) = \frac{F}{m} \Rightarrow C_1 = \frac{F}{m(\xi^2\omega^2 + \omega_D^2)}$$

Em seguida, faz-se $s = -\xi\omega \pm i\omega_D$, para encontrar as constantes C_2 e C_3 :

a) $s = -\xi\omega + i\omega_D$

$$C_2(-\xi\omega + i\omega_D)(-\xi\omega + i\omega_D + \xi\omega + i\omega_D) = \frac{F}{m} \Rightarrow C_2 = \frac{F}{m(-2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)}$$

b) $s = -\xi\omega - i\omega_D$

$$C_3(-\xi\omega - i\omega_D)(-\xi\omega - i\omega_D + \xi\omega - i\omega_D) = \frac{F}{m} \Rightarrow C_3 = \frac{F}{m(2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)}$$

Conhecendo as constantes C_1 , C_2 e C_3 , a Equação 6.65 é reescrita pela expressão abaixo:

$$\begin{aligned} \bar{u} = & \left(\frac{F}{m(\xi^2\omega^2 + \omega_D^2)} \frac{1}{s} + \frac{F}{m(-2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)} \frac{1}{(s + \xi\omega - i\omega_D)} + \right. \\ & \left. + \frac{F}{m(2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)} \frac{1}{(s + \xi\omega + i\omega_D)} \right) - e^{-as} \left(\frac{F}{m(\xi^2\omega^2 + \omega_D^2)} \frac{1}{s} + \right. \\ & \left. + \frac{F}{m(-2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)} \frac{1}{(s + \xi\omega - i\omega_D)} + \frac{F}{m(2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)} \frac{1}{(s + \xi\omega + i\omega_D)} \right) \end{aligned} \quad (6.69)$$

Aplicando a Transformada inversa de Laplace na Equação 6.69, de forma a obter a solução para o problema original:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = 1 \quad (6.70)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s - (-\xi\omega + i\omega_D)}\right\} = e^{(-\xi\omega + i\omega_D)t} \quad (6.71)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s - (-\xi\omega - i\omega_D)}\right\} = e^{(-\xi\omega - i\omega_D)t} \quad (6.72)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{e^{-as}F(s)\} = f(t - a)U_a(t) \quad (6.73)$$

$$u(t) = C_1 + C_2 e^{(-\xi\omega + i\omega_D)t} + C_3 e^{(-\xi\omega - i\omega_D)t} - (C_1 + C_2 e^{(-\xi\omega + i\omega_D)t} + C_3 e^{(-\xi\omega - i\omega_D)t})U_a(t) \quad (6.74)$$

Utilizando as propriedades de Euler:

$$\begin{aligned} C_2 e^{(-\xi\omega + i\omega_D)t} + C_3 e^{(-\xi\omega - i\omega_D)t} &= e^{-\xi\omega t} (C_2 e^{i\omega_D t} + C_3 e^{-i\omega_D t}) = \\ e^{-\xi\omega t} [C_2 (\cos \omega_D t + i \operatorname{sen} \omega_D t) + C_3 (\cos(-\omega_D t) + i \operatorname{sen}(-\omega_D t))] &= \\ e^{-\xi\omega t} [(C_2 + C_3) \cos \omega_D t + i(C_2 - C_3) \operatorname{sen} \omega_D t] & \end{aligned} \quad (6.75)$$

Substituindo o valor de $\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2}$ e $\omega^2 = k/m$ em C_1 , $(C_2 + C_3)$ e $(C_2 - C_3)$ tem-se:

$$C_1 = \frac{F}{m(\xi^2 \omega^2 + \omega_D^2)} = \frac{F}{m[\xi^2 \omega^2 + \omega^2(1 - \xi^2)]} = \frac{F}{m\omega^2} = \frac{F}{k}$$

$$C_2 + C_3 = \frac{F}{m(-2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)} + \frac{F}{m(-2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)} = \frac{-F}{m(\xi^2 \omega^2 + \omega_D^2)} = \frac{-F}{k}$$

$$C_2 - C_3 = \frac{F}{m(-2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)} - \frac{F}{m(-2\xi\omega i\omega_D - 2\omega_D^2)} = \frac{F\xi\omega i}{m\omega_D(\xi^2 \omega^2 + \omega_D^2)} = \frac{\xi Fi}{k\sqrt{1 - \xi^2}}$$

A Equação 6.74 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$u(t) = C_1 + C_2 e^{(-\xi\omega + i\omega_D)t} + C_3 e^{(-\xi\omega - i\omega_D)t} - (C_1 + C_2 e^{(-\xi\omega + i\omega_D)t} + C_3 e^{(-\xi\omega - i\omega_D)t})U_a(t) \quad (6.76)$$

$$\begin{aligned} u(t) &= C_1 + e^{-\xi\omega t} [(C_2 + C_3) \cos \omega_D t + i(C_2 - C_3) \operatorname{sen} \omega_D t] - \\ &- \{C_1 + e^{-\xi\omega t} [(C_2 + C_3) \cos \omega_D t + i(C_2 - C_3) \operatorname{sen} \omega_D t]\}U_a(t) \end{aligned} \quad (6.77)$$

$$u(t) = \frac{F}{k} + e^{-\xi\omega t} \left[\left(\frac{-F}{k} \right) \cos\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) t - \left(\frac{F\xi}{k\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) t \right] - \left\{ \frac{F}{k} + e^{-\xi\omega t} \left[\left(\frac{-F}{k} \right) \cos\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) t - \left(\frac{F\xi}{k\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) t \right] \right\} U_a(t) \quad (6.78)$$

Sabendo que $U_a(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < a \\ 1, & t > a \end{cases}$, função unitária Heaviside, chega-se, enfim, à

expressão que representa o deslocamento da viga, com amortecimento, para a situação de uma eventual ruptura dos cabos de protensão:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{F}{k} + e^{-\xi\omega t} \left[\left(\frac{-F}{k} \right) \cos\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) t - \left(\frac{F\xi}{k\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) t \right], & \text{se } 0 < t \leq a \\ \frac{F}{k} + e^{-\xi\omega t} \left[\left(\frac{-F}{k} \right) \cos\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) t - \left(\frac{F\xi}{k\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) t \right] - \left\{ \frac{F}{k} + e^{-\xi\omega(t-a)} \left[\left(\frac{-F}{k} \right) \cos\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) (t-a) - \left(\frac{F\xi}{k\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} \right) (t-a) \right] \right\}, & \text{se } t > a \end{cases} \quad (6.79)$$

Os deslocamentos da viga em cada posição x , ao longo do seu comprimento, variando no tempo, são obtidos pela expressão abaixo:

$$y(x, t) = u(x).u(t) \quad (6.80)$$

A variação do deslocamento no tempo, $u(t)$, é determinada pelas equações, desenvolvidas neste trabalho, Equações 6.51 e 6.79. Já o deslocamento variando com a posição x , comprimento da viga, pode ser bem aproximado por uma função do tipo seno, da seguinte maneira:

$$u(x) = A \operatorname{sen}\left(\frac{x}{L} \pi\right) \quad (6.81)$$

A Equação 6.80 pode ser, portanto, reescrita de acordo com a expressão abaixo:

$$y(x, t) = u(t) A \operatorname{sen}\left(\frac{x}{L} \pi\right) \quad (6.82)$$

onde $u(t)$ das Equações 6.51 e 6.79 serve apenas como uma amplitude da deformada senoidal admitida para a viga.

Os momentos fletores na viga podem, então, ser calculados, a partir da obtenção da segunda derivada de $y(x, t)$ em relação a x . A Equação 6.85 traz a expressão final para a determinação dos momentos ao longo da viga.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{M}{EI} \quad (6.83)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{A\pi^2}{L^2} \operatorname{sen}\left(\frac{x}{L} \pi\right) u(t) \quad (6.84)$$

$$M(x, t) = -\frac{AEI\pi^2}{L^2} \operatorname{sen}\left(\frac{x}{L} \pi\right) u(t) \quad (6.85)$$

7 - APLICAÇÕES

7.1 - INTRODUÇÃO

Com o objetivo de mostrar a viabilidade do uso da protensão em vigas de aço e de validar o programa desenvolvido para sua verificação, serão apresentados alguns exemplos. Foram verificadas duas vigas isostáticas com seção I, que apresentam dimensões e carregamentos distintos. Em uma delas o traçado usado para o cabo de protensão foi poligonal, e na outra, foi usado cabo reto. Todos os resultados obtidos serão expostos no decorrer deste capítulo.

As mesmas vigas verificadas pelo aplicativo foram também discretizadas por meio de elementos finitos no programa ANSYS. Os modelos desenvolvidos visam a análise das tensões nas seções ao longo do seu comprimento, a verificação das flechas antes e após a aplicação da protensão, enfim, a avaliação do comportamento estrutural do elemento. A partir desses modelos, será feita uma comparação entre os resultados provenientes da aplicação do programa e os resultados obtidos das modelagens em elementos finitos.

7.2 - EXEMPLO 1

A primeira viga a ser estudada apresenta as seguintes características:

- Comprimento (L) = 20m
- Carregamentos:
 - Ato da protensão: Peso próprio, PP = 1,91 kN/m
 - Serviço: Carga permanente, CP = 11,81 kN/m
 - Sobrecarga, SB = 16,5 kN/m
- Aço: A36
 - $f_y = 250$ MPa e $f_u = 400$ MPa

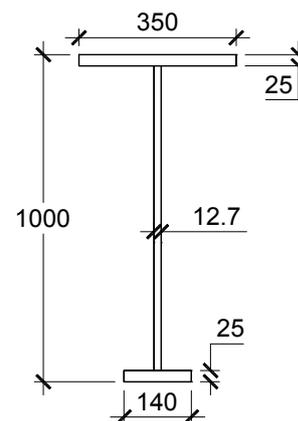


Figura 7.1 – Seção transversal (Viga 1)

O perfil é soldado e a seção escolhida é mostrada na Figura 7.1. A viga foi considerada travada lateralmente por uma laje de concreto de 12cm de espessura e possui, portanto, comprimento sem contenção lateral, L_b , igual a zero. O carregamento inicial (no ato da

protensão) corresponde apenas ao peso próprio da viga metálica. Os carregamentos mostrados anteriormente para a viga em serviço foram obtidos considerando uma largura efetiva de 3,3m e foram calculados da seguinte forma:

- Carga permanente final (serviço):

$$PP_{\text{laje}} = 0,12\text{m} \times 25\text{kN/m}^3 \times 3,3\text{m} = 9,9\text{kN/m}$$

$$CP = PP_{\text{viga}} + PP_{\text{laje}} = 1,91 + 9,9 \cong 11,81\text{kN/m}$$

- Sobrecarga final (serviço):

Admitiu-se que atuará na estrutura uma carga acidental de 5kN/m^2 .

$$SB = 5\text{kN/m}^2 \times 3,3\text{m} = 16,5\text{kN/m}$$

Os coeficientes de segurança adotados seguem as recomendações da norma brasileira, em vigor, para projeto de estruturas de aço, NBR 8800/1986:

Fase inicial (Ato da protensão):

$$\gamma_G = 1,2 \quad (\text{carga permanente})$$

$$\gamma_A = 1,3 \quad (\text{carga acidental})$$

$$\gamma_{\text{Prot}} = 1,2 \quad (\text{protensão})$$

Fase final (Serviço):

$$\gamma_G = 1,3 \quad (\text{carga permanente})$$

$$\gamma_A = 1,5 \quad (\text{carga acidental})$$

$$\gamma_{\text{Prot}} = 0,9 \quad (\text{protensão})$$

Com relação ao aço de protensão utilizado, destacam-se as seguintes características:

- Aço CP 190 RB (relaxação baixa);

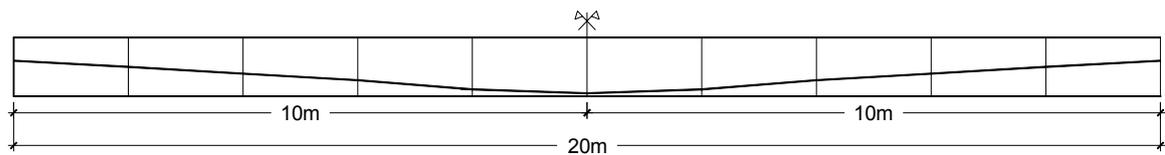
- Resistência característica à ruptura por tração, f_{ptk} , igual a 1898MPa;

- Tensão para uma deformação residual de 1%, f_{p1k} , igual a 1708MPa;

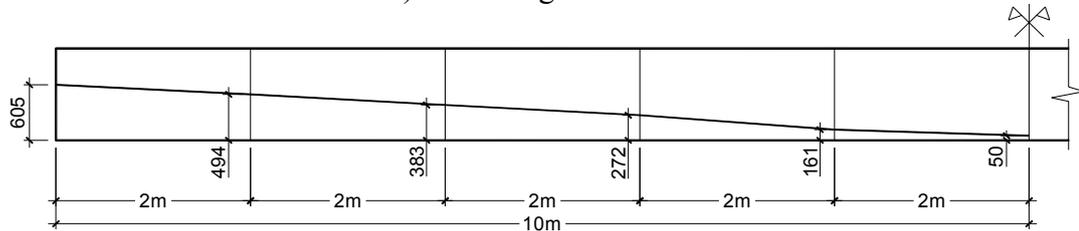
- Módulo de elasticidade, E_p , igual a 202.000MPa.

- As cordoalhas possuem diâmetro de 15,2mm e área mínima de 140mm^2 .

Os cabos têm traçado poligonal e a protensão será aplicada pelas duas extremidades da viga. A Figura 7.2 abaixo evidencia o traçado escolhido para os cabos de protensão.



a) Vista longitudinal



b) Coordenadas dos desviadores (altura em mm e comprimento em m)

Figura 7.2 – Traçado do cabo

A seguir serão apresentados os resultados do estudo desta viga por meio da utilização do aplicativo para cálculo de VMP, e os resultados obtidos através da modelagem da viga em elementos finitos.

7.2.1 - Utilização do aplicativo para cálculo de VMP

Para utilizar o aplicativo, além dos dados citados anteriormente, foram adotados os seguintes valores, para os cálculos das perdas de protensão:

- Coeficiente de atrito (μ) = 0,15
- Cravação da ancoragem (δ) = 4mm
- Percentagem de perdas estimadas = 12,9%
- Tempo inicial = 0 dias
- Tempo final = 10800 dias (30 anos)

Optou-se por obter do programa o valor da força de protensão (P) que deve ser aplicada à estrutura, ao invés de sugerir um valor de P para ser testado.

Depois que esses dados de entrada são devidamente preenchidos pelo usuário, todos os cálculos são realizados automaticamente, e os resultados obtidos podem ser observados nas telas de saídas dos resultados, assim como, no relatório final gerado pelo programa. As figuras mostradas a seguir trazem essas telas de saída de resultados e os relatórios finais podem ser vistos no Apêndice A.

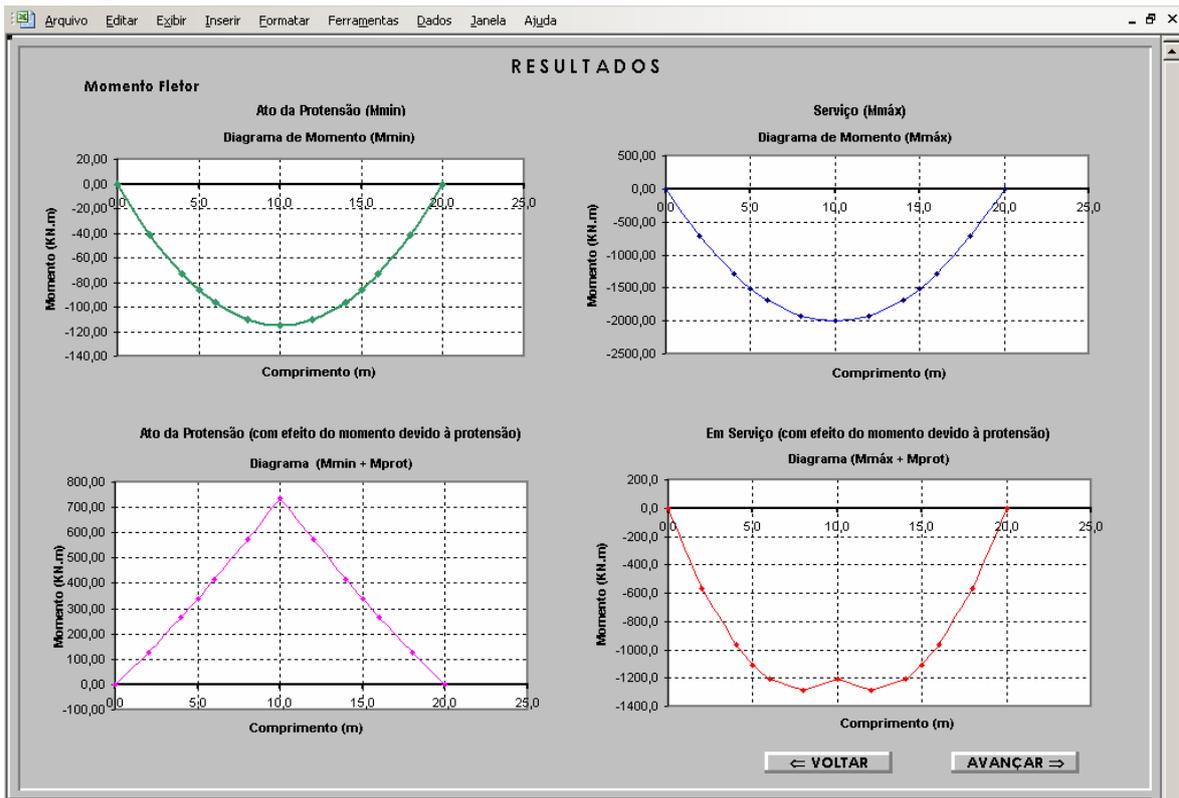


Figura 7.5 – Tela de Resultados 2: diagramas de momentos fletores (Exemplo 1)

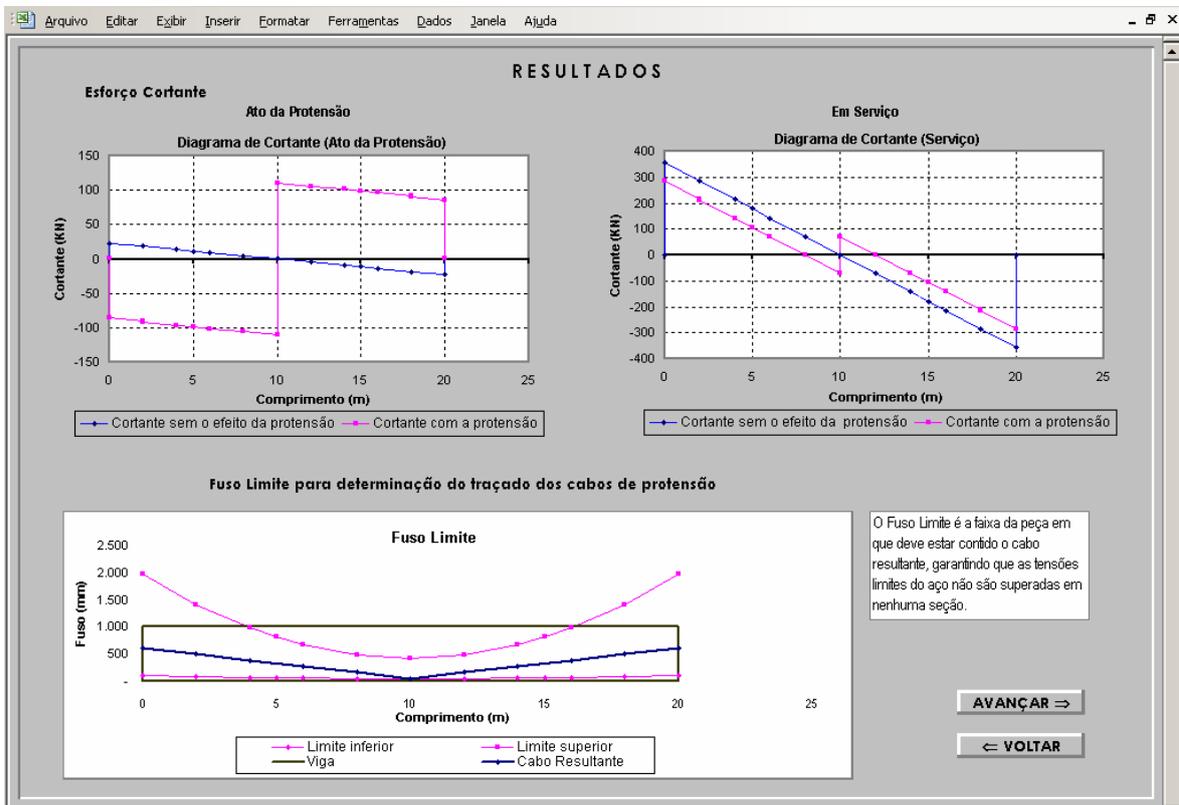


Figura 7.6 – Tela de Resultados 3: diagramas de forças cortantes e fuso limite (Exemplo 1)

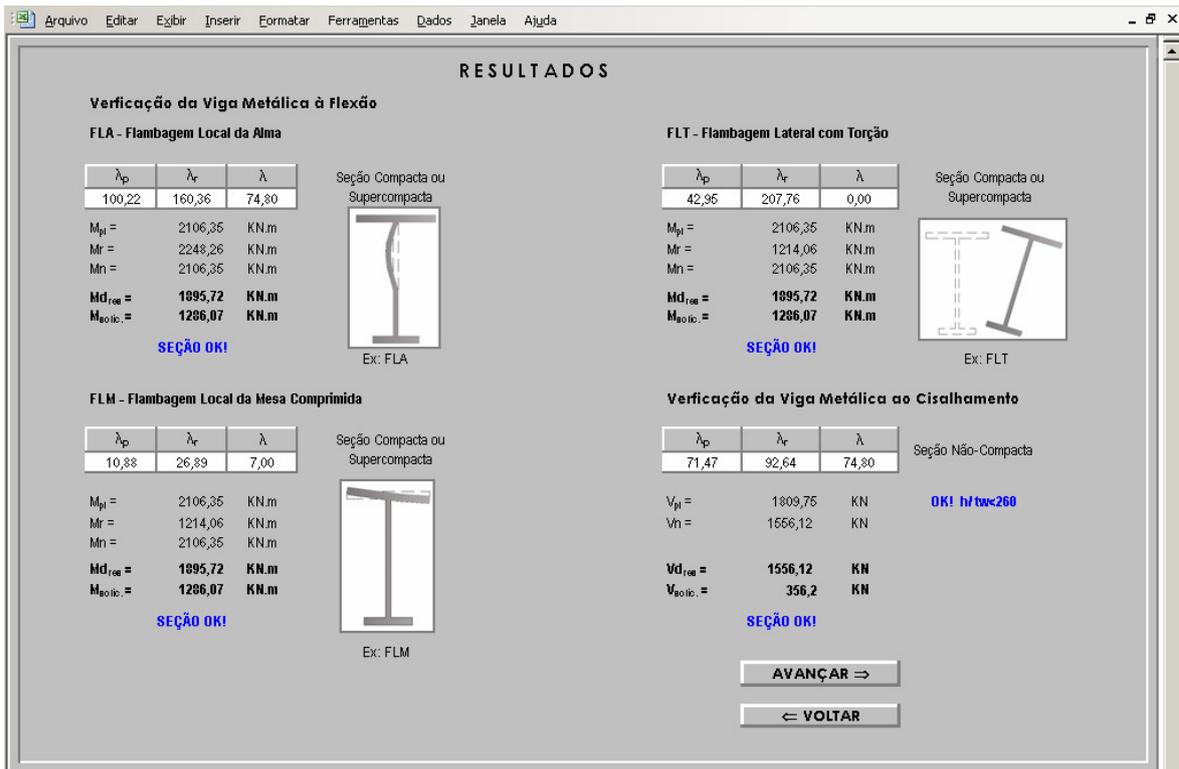


Figura 7.7 – Tela de Resultados 4: verificação à flexão e ao cisalhamento (Exemplo 1)

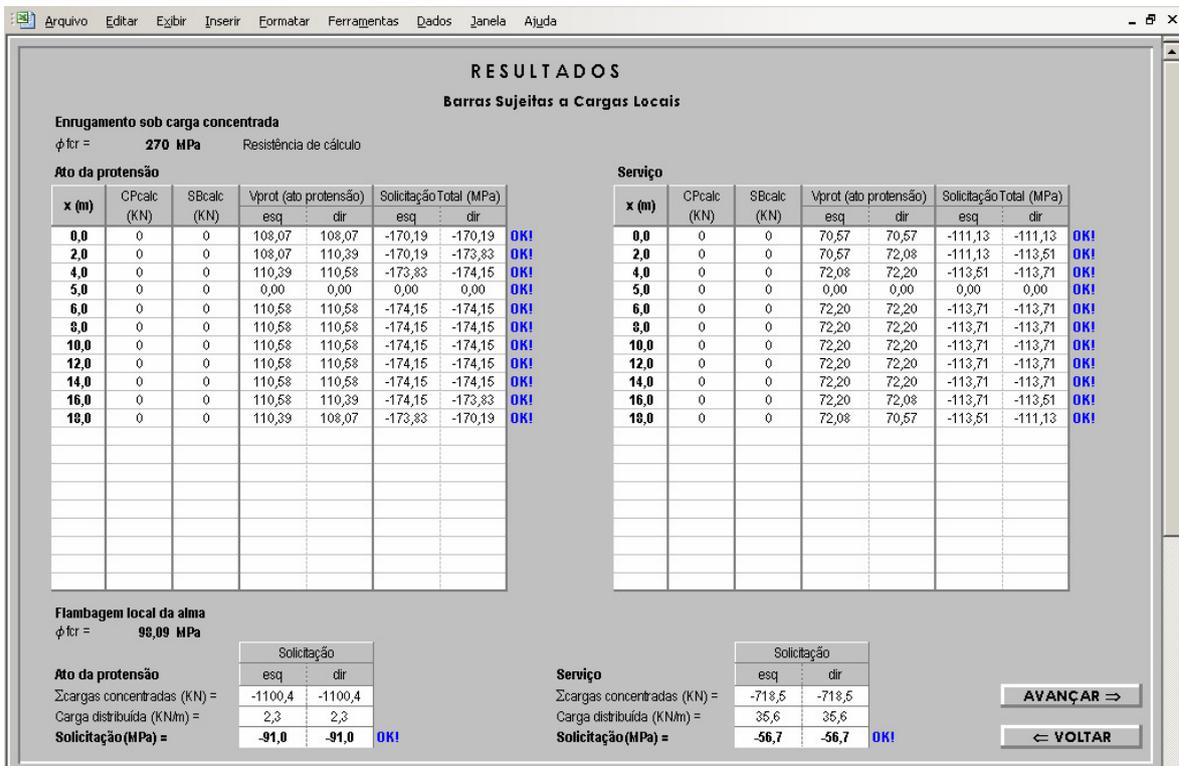


Figura 7.8 – Tela de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas (Exemplo 1)

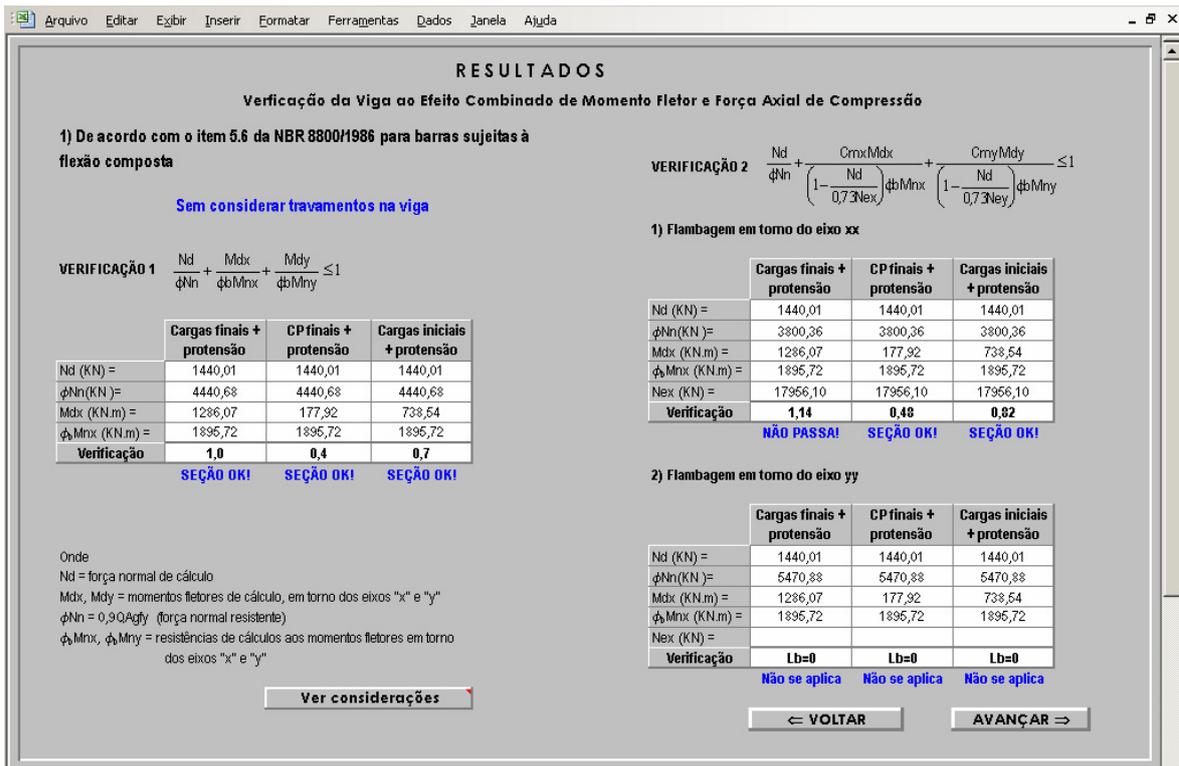


Figura 7.9 – Tela de Resultados 6a: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, sem considerar travamentos (Exemplo 1)

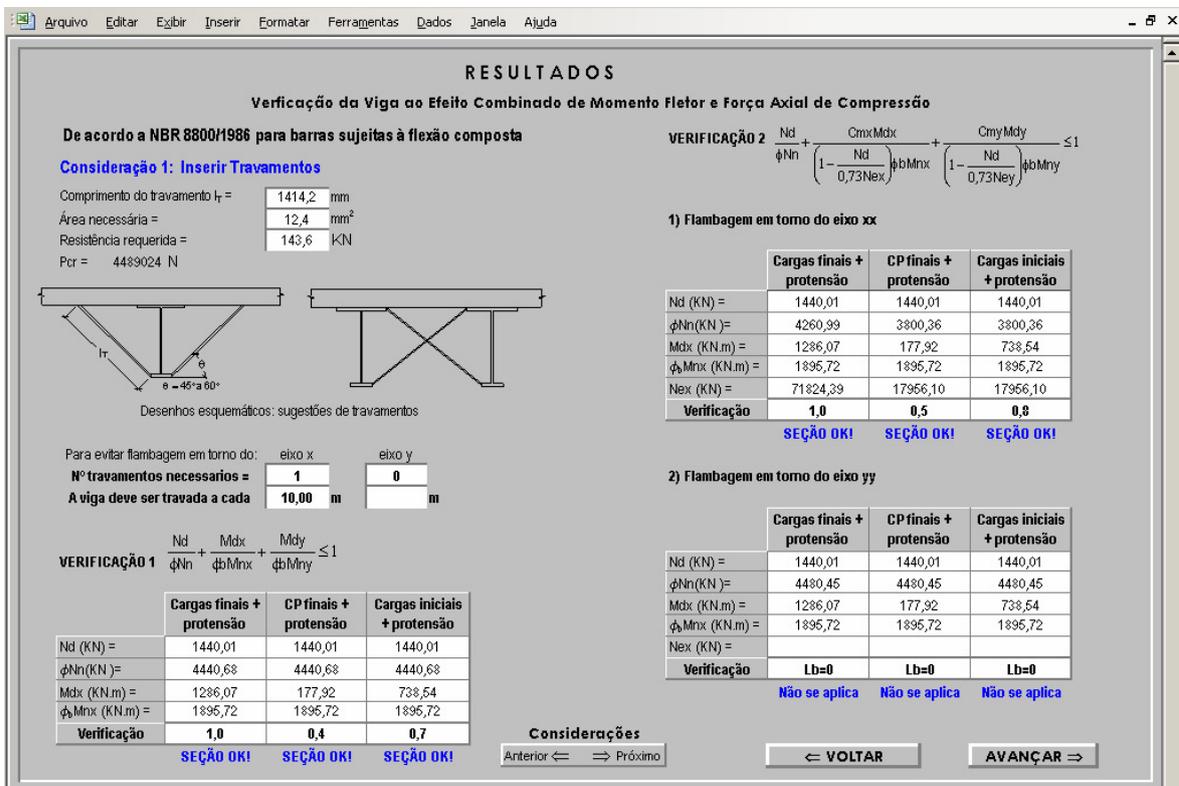


Figura 7.10 – Tela de Resultados 6b: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, inserindo travamentos (Exemplo 1)

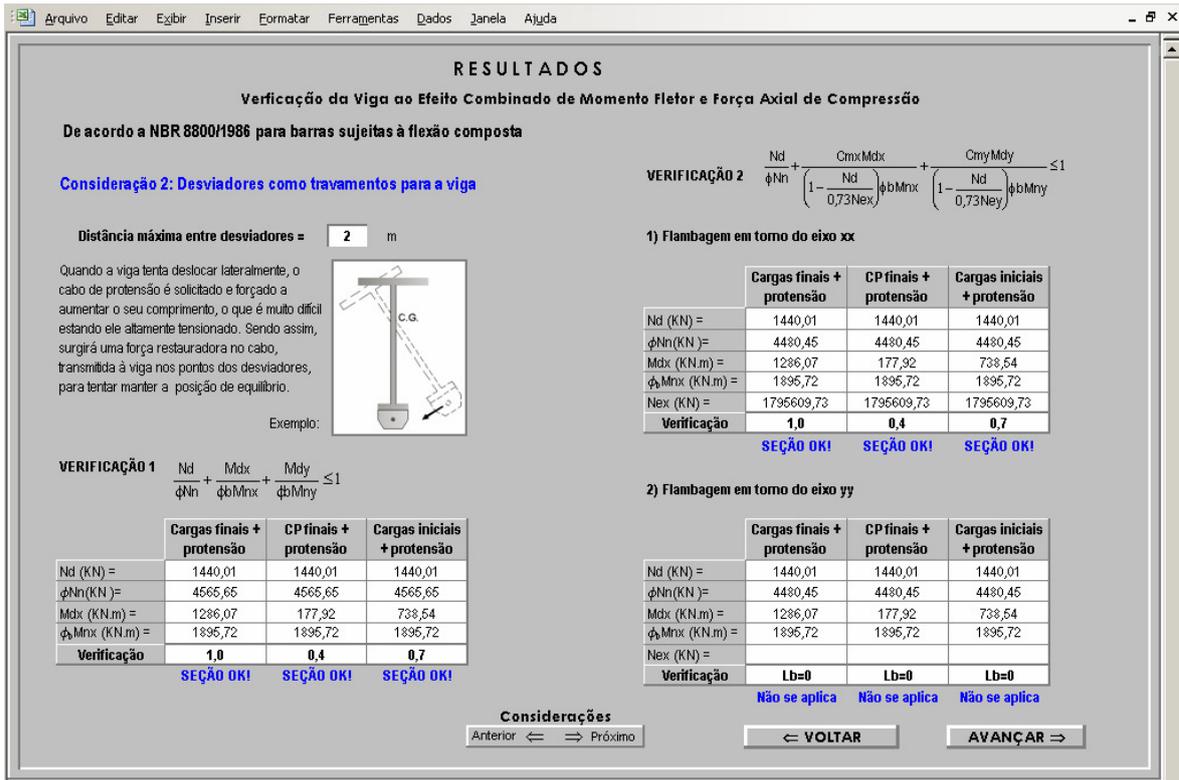


Figura 7.11 – Tela de Resultados 6c: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando os desviadores como travamentos (Exemplo 1)

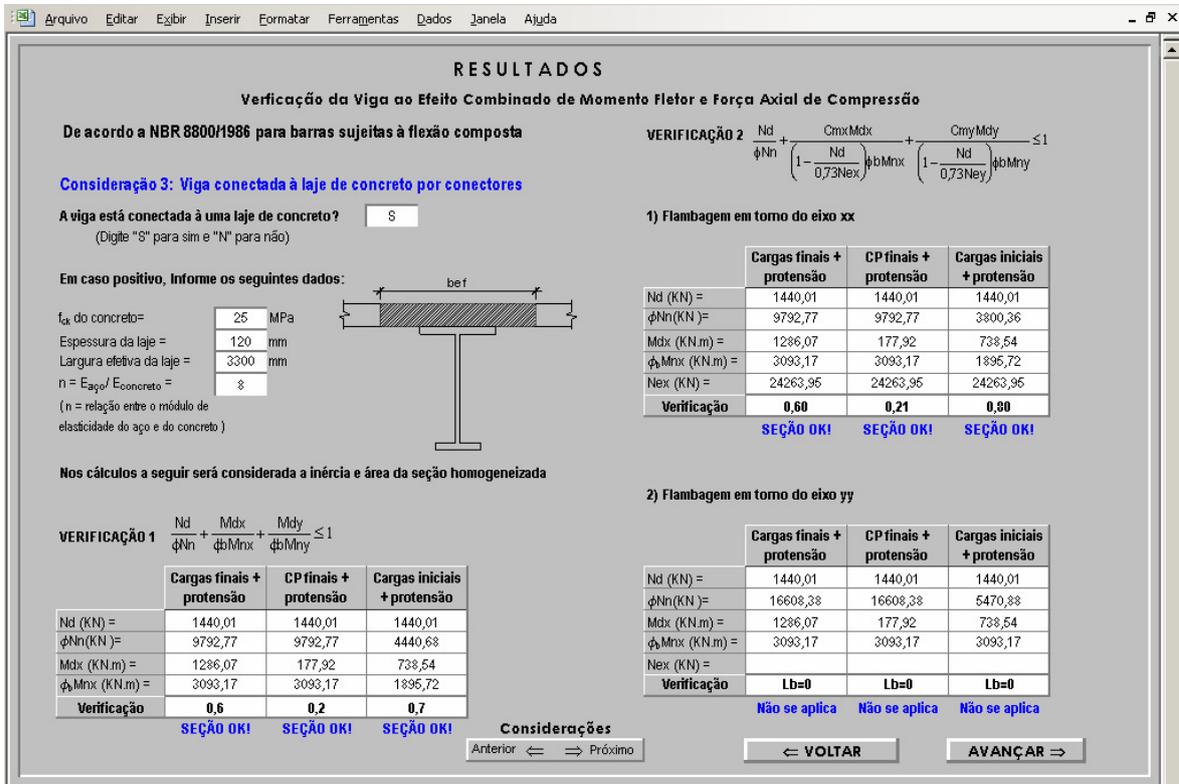


Figura 7.12 – Tela de Resultados 6d: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando contribuição da laje (Exemplo 1)

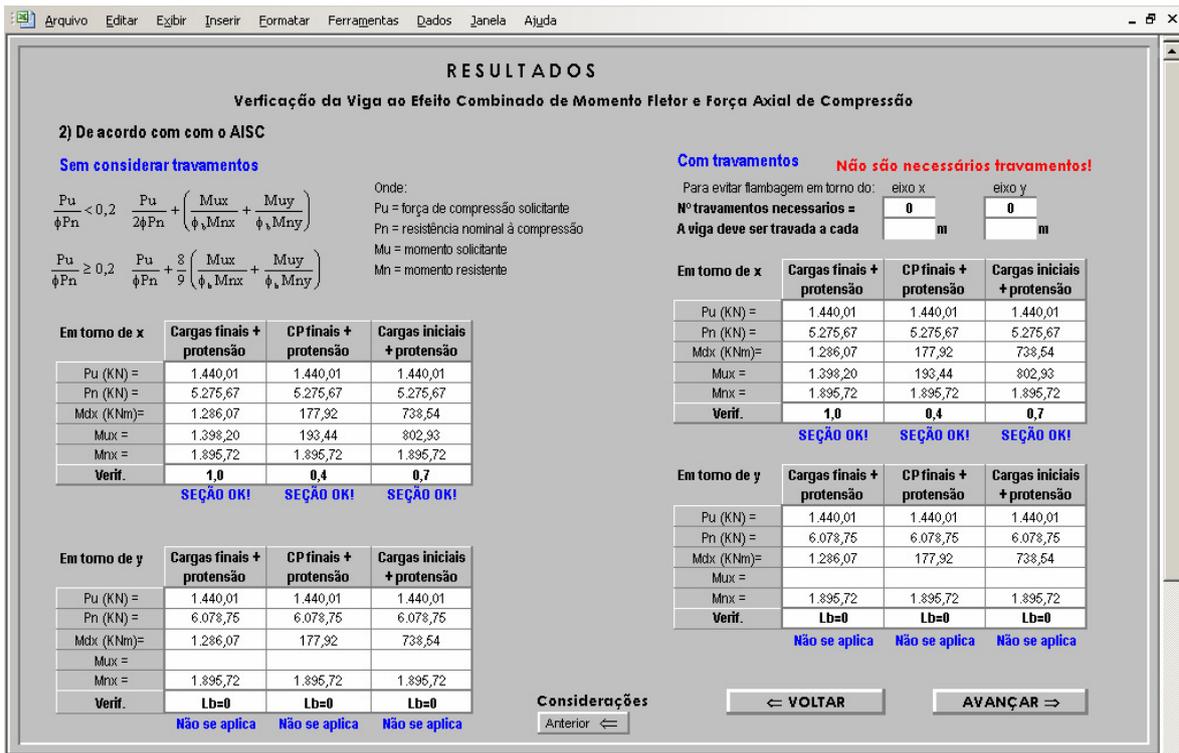


Figura 7.13 – Tela de Resultados 6e: verificação da viga à flexocompressão pela AISC/LRFD (Exemplo 1)

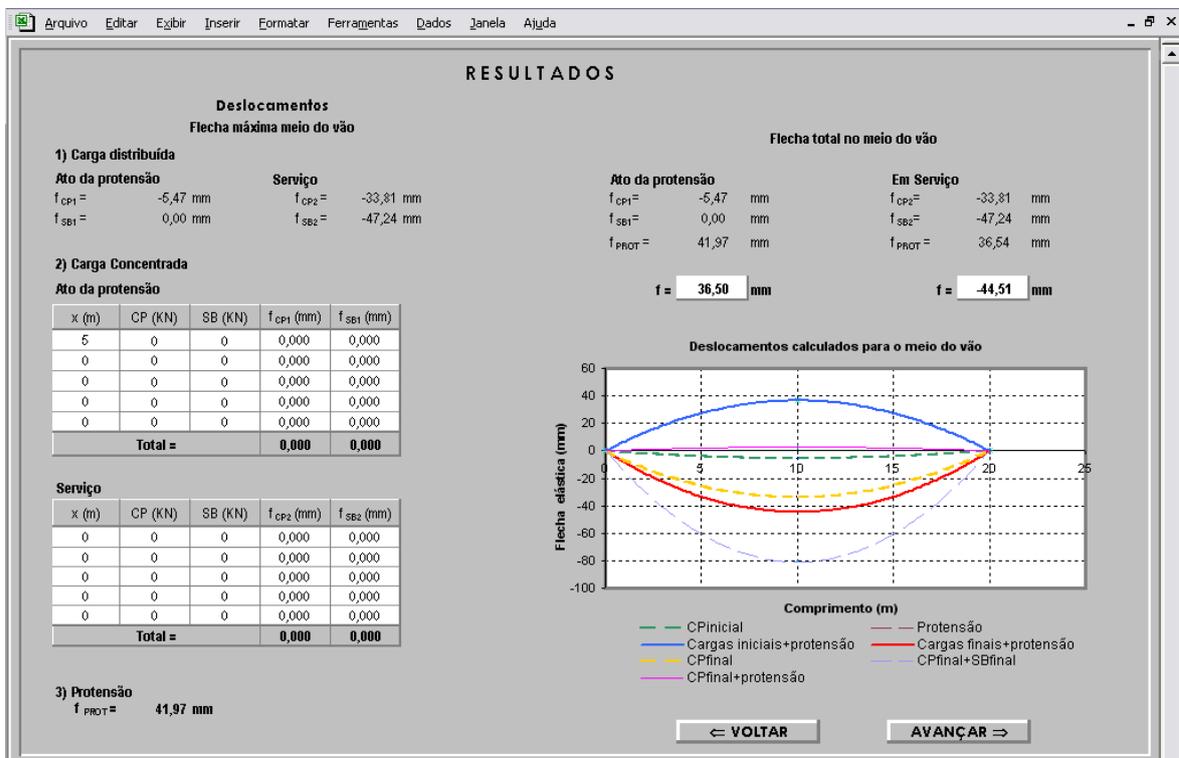


Figura 7.14 – Tela de Resultados 7: deslocamentos calculados para o meio do vão da viga (Exemplo 1)

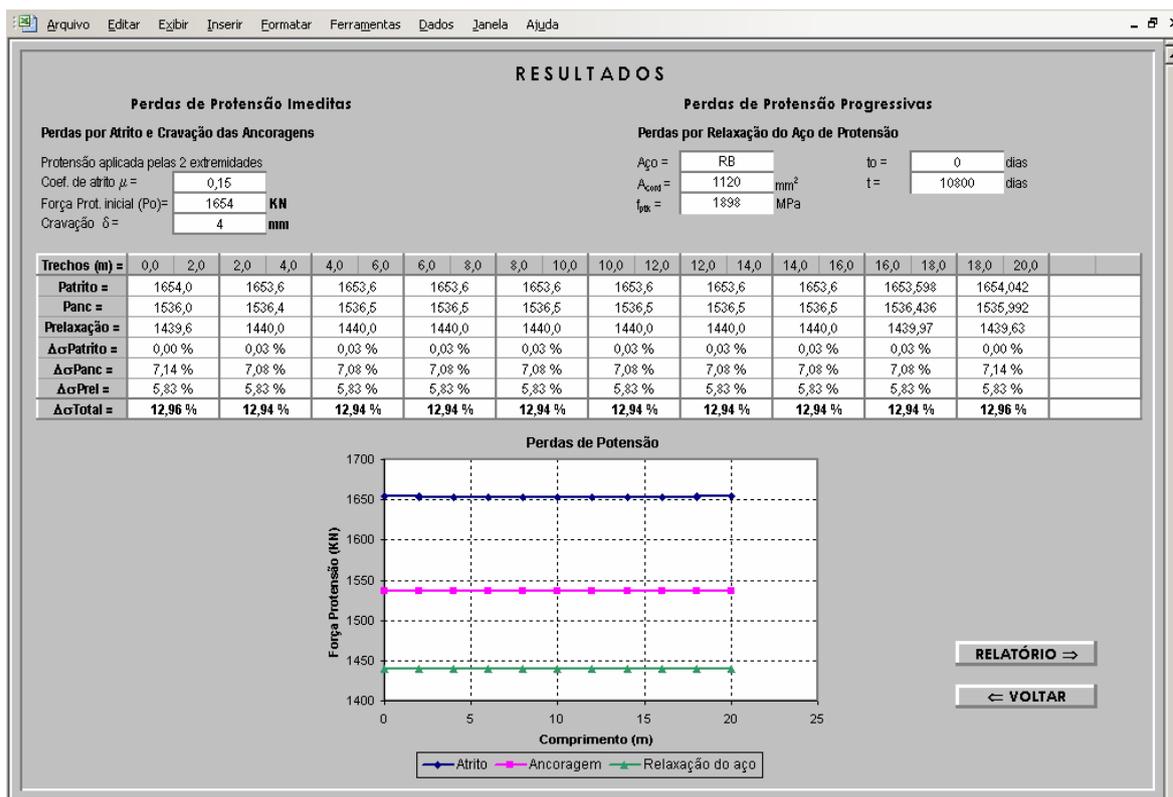


Figura 7.15 – Tela de Resultados 8: perdas de protensão (Exemplo 1)

Como pôde ser observado nas telas de resultados mostradas anteriormente, a viga protendida com uma força total de 1654kN, correspondendo a 8 cordoalhas de 15,2mm e uma força de 207kN por cordoalha, atende às exigências das normas vigentes. A seção escolhida está apta para as condições de carregamentos impostas.

Nota-se também que, de acordo com a verificação à flexocompressão da NBR8800/1986, é necessário inserir um travamento no meio do vão da viga, ou seja, a 10,0m. No entanto, para esta mesma verificação, considerando agora os desviadores como travamentos para a viga, ou a laje contribuindo para rigidez à flexão, as equações de interação são satisfeitas, sem a necessidade de qualquer travamento. A verificação da flexocompressão por meio das prescrições do AISC/1999, também não indicou necessidade de colocar travamentos ao longo do comprimento da viga.

A flecha máxima no ato da protensão foi de +31,07mm, ou seja, um deslocamento que faz a viga se curvar para cima. Na condição da viga em serviço, a flecha máxima no meio do vão foi igual a -44,51mm, que corresponde a um deslocamento da viga para baixo. Caso

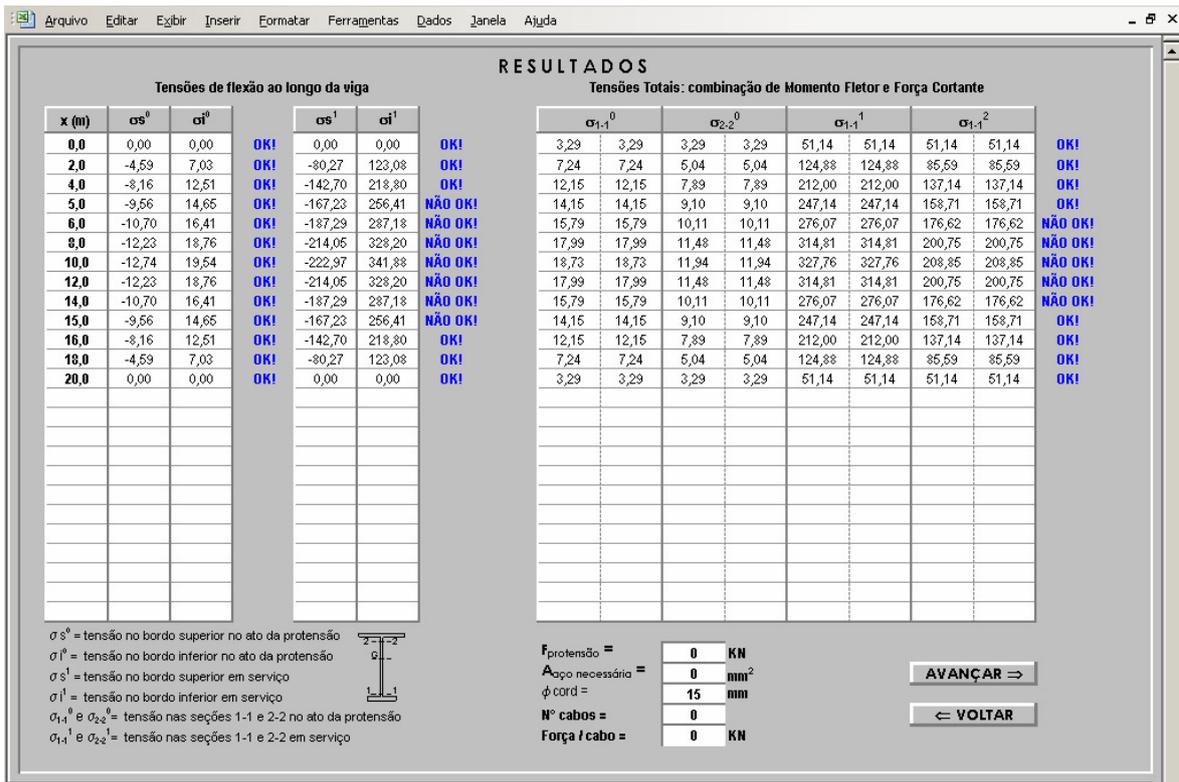


Figura 7.17 – Tela de Resultados 1: tensões nas seções da viga acima dos limites permitidos (Exemplo 1 sem protensão)

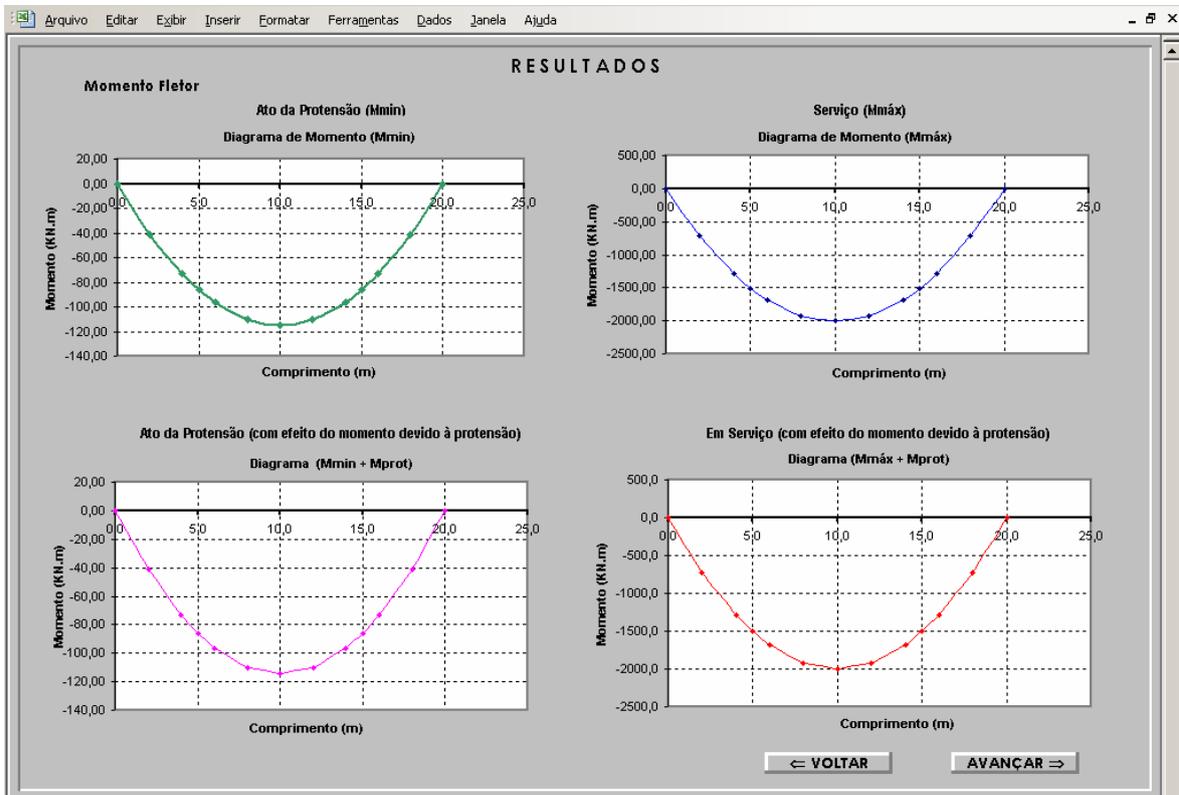


Figura 7.18 – Tela de Resultados 2: diagramas de momentos fletores (Exemplo 1 sem protensão)

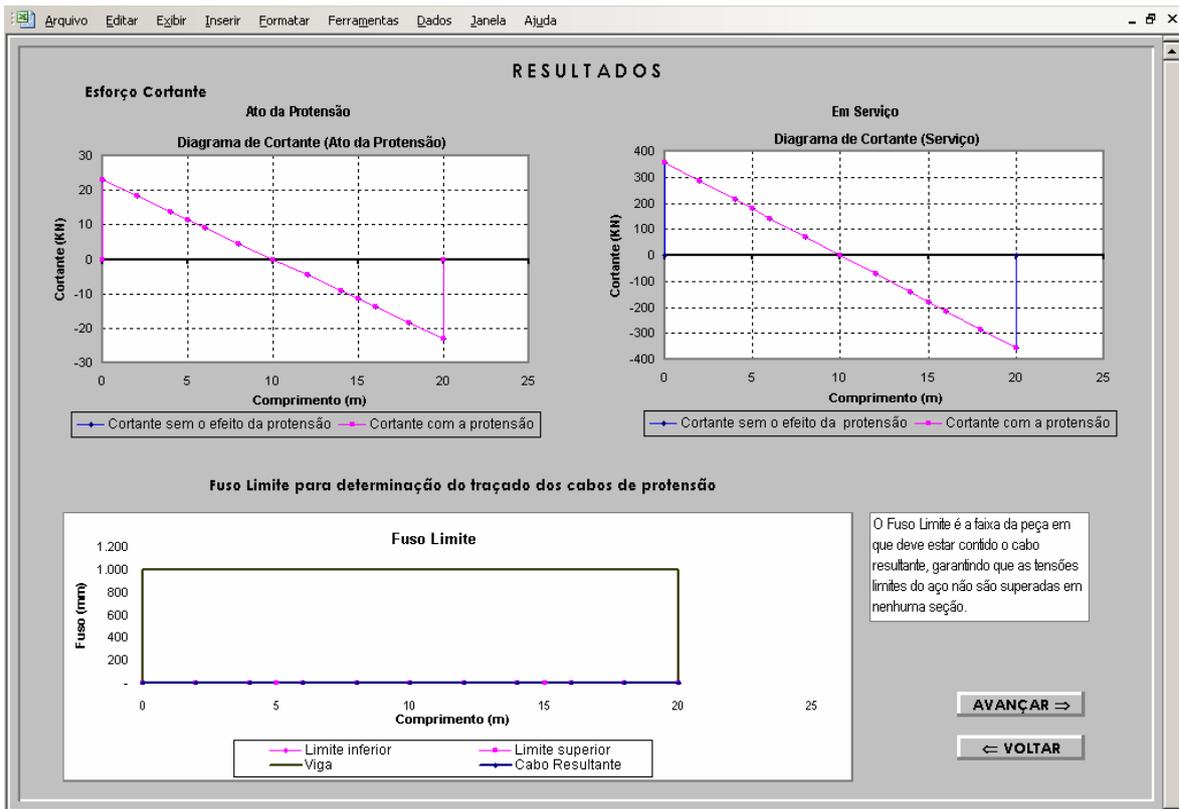


Figura 7.19 – Tela de Resultados 3: diagramas de forças cortantes e o fuso limite não é formado (Exemplo 1 sem protensão)

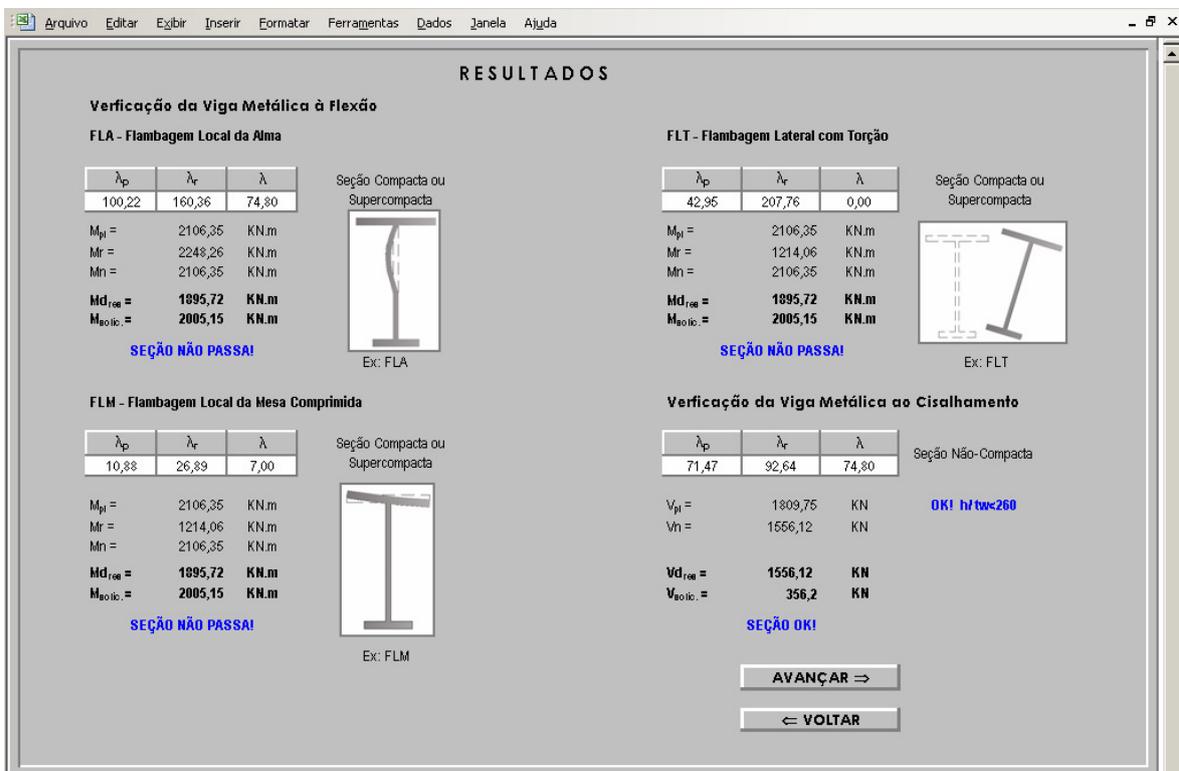


Figura 7.20 – Tela de Resultados 4: a verificação à flexão mostra que a viga NÃO atende as condições de flambagem local e global (Exemplo 1 sem protensão)

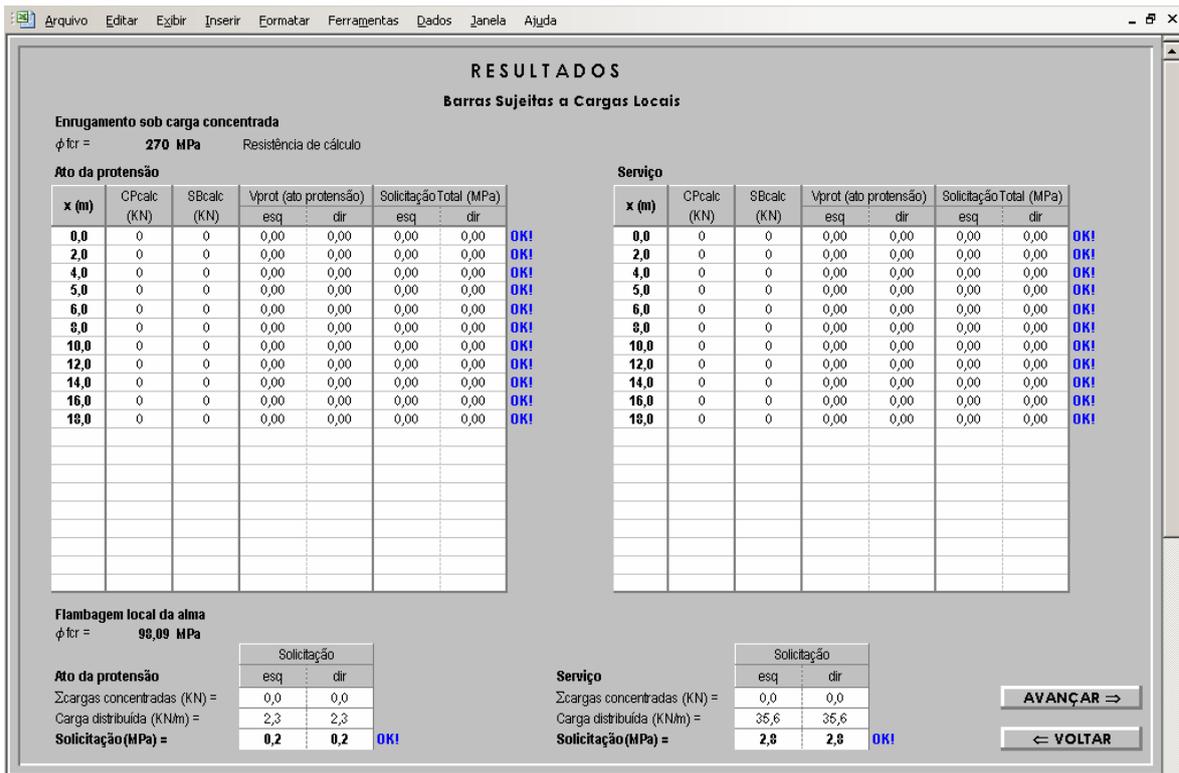


Figura 7.21 – Tela de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas (Exemplo 1 sem protensão)

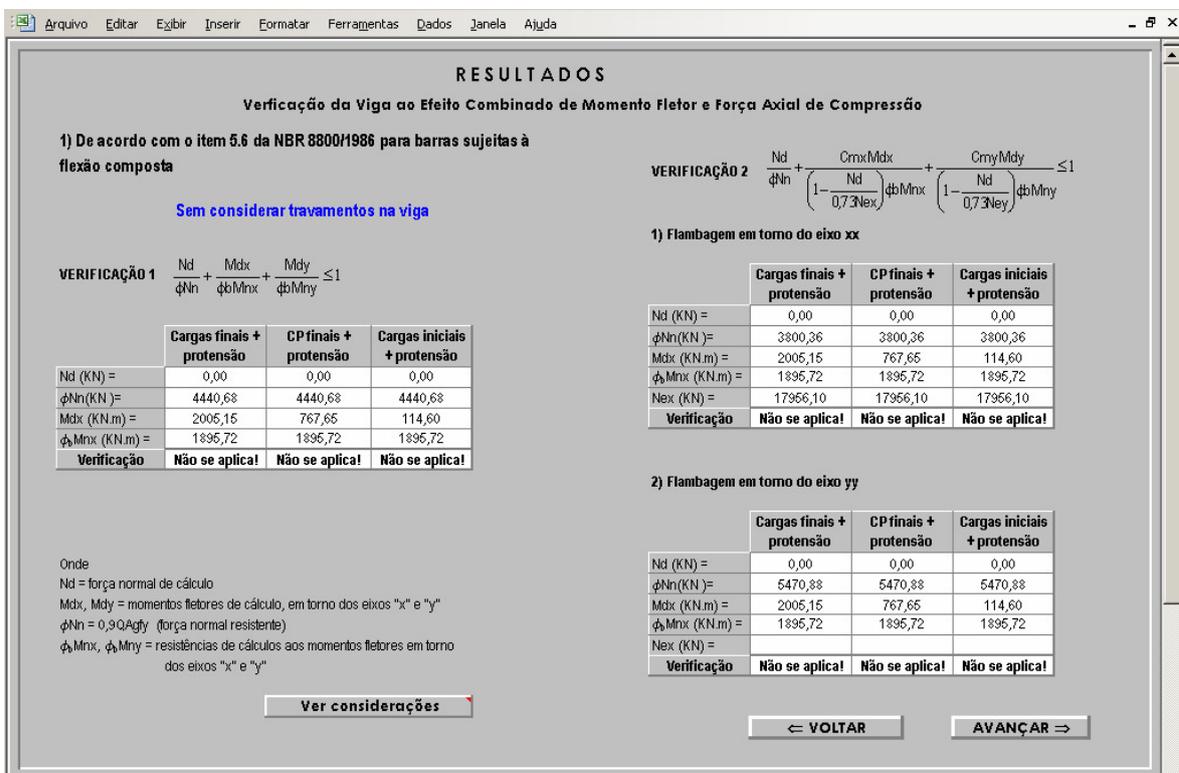


Figura 7.22 – Tela de Resultados 6a: verificação da viga à flexocompressão. Esta verificação não se aplica, pois a viga não está submetida à força axial. (Exemplo 1 sem protensão)

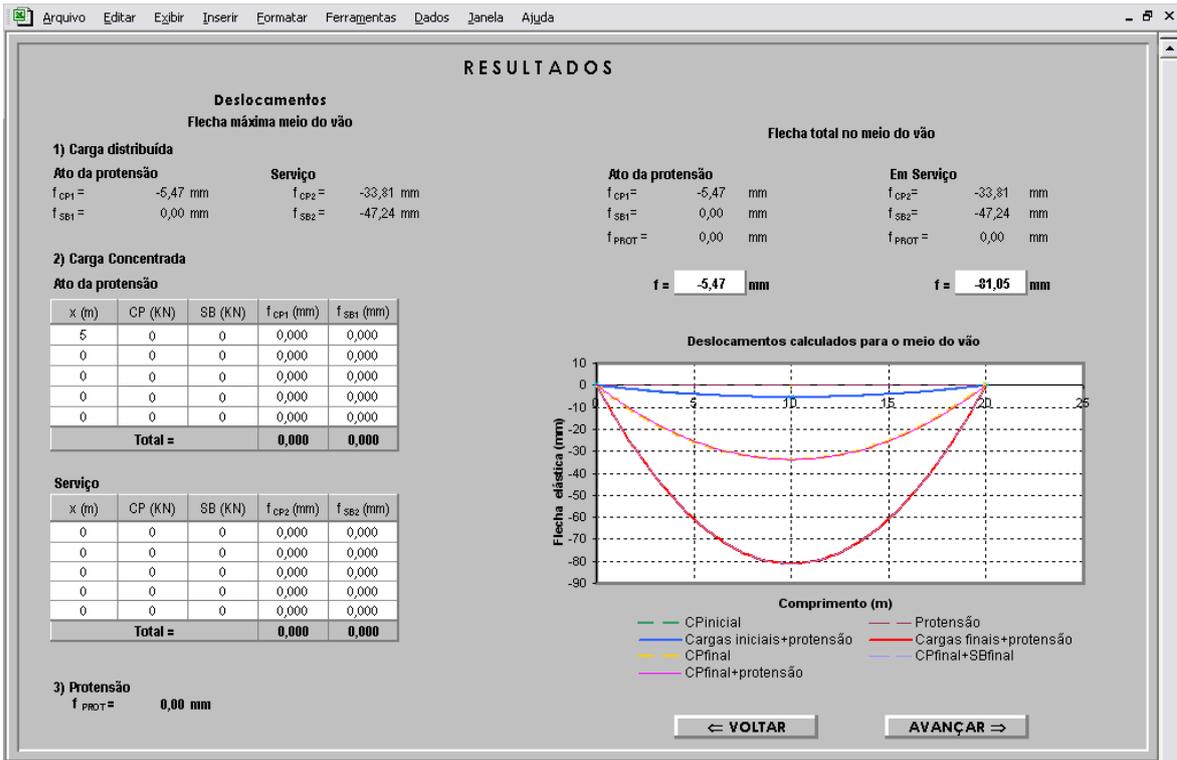


Figura 7.23 – Tela de Resultados 7: verificação do aumento do deslocamento no meio do vão para a viga em serviço (Exemplo 1 sem protensão)

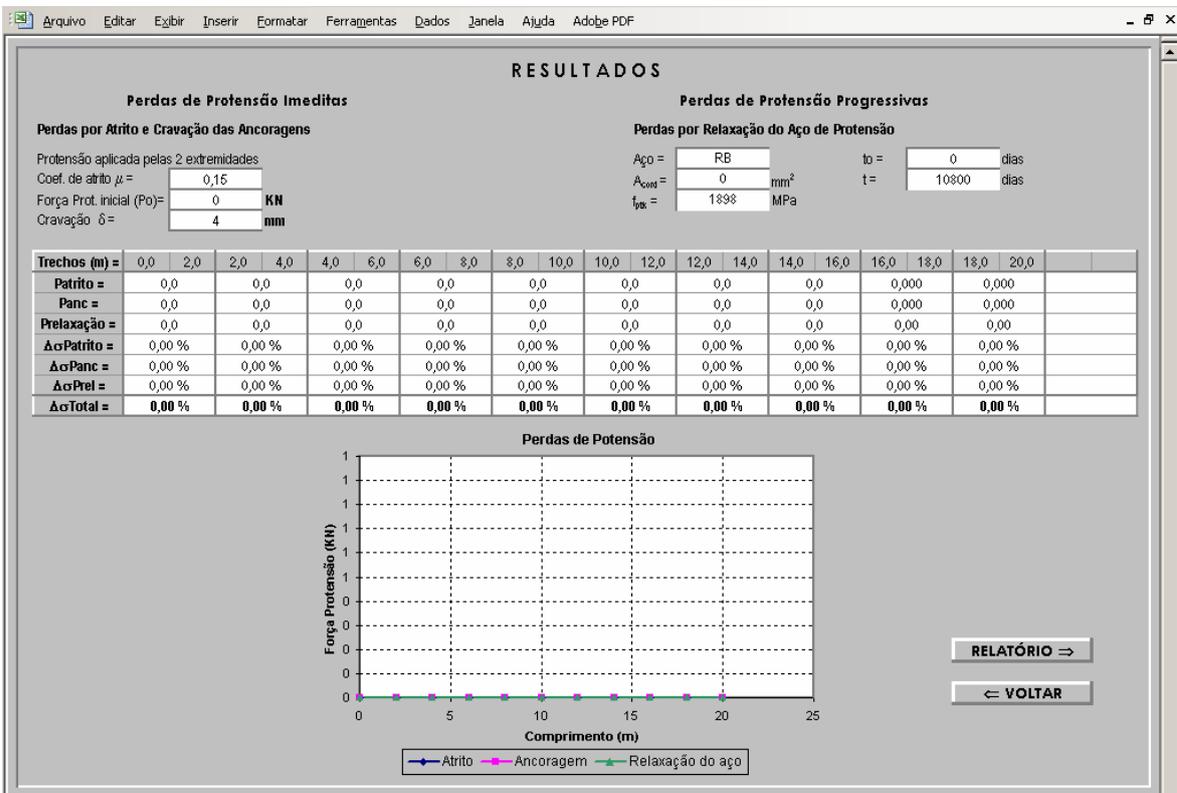


Figura 7.24 – Tela de Resultados 8: não há perdas de protensão (Exemplo 1 sem protensão)

Os resultados mostram que a viga do Exemplo 1 não apresenta desempenho satisfatório se não for protendida. Sem a aplicação da protensão, as tensões ao longo do comprimento são superadas em várias seções, chegando a atingir o valor de 341,88MPa, bastante superior a tensão de escoamento do material de 250MPa. Além disso, a viga estaria sujeita a ocorrência de flambagem local da mesa, flambagem local da alma e flambagem lateral com torção, além de apresentar aumento do deslocamento vertical.

Para que a viga passe a atender às exigências necessárias para garantir a segurança estrutural seria preciso aumentar as dimensões do perfil. Neste exemplo, a alteração da largura do flange inferior de 140mm para 250mm, mantendo as demais dimensões do perfil, tornaria a viga apta para atender as solicitações impostas. Essa modificação representa um acréscimo de 10,2% de aço.

7.2.2 - Modelagem no Ansys

A viga apresentada no Exemplo 1 será agora analisada por meio de elementos finitos, através da modelagem no programa ANSYS. A Figura 7.25, a seguir, mostra a vista longitudinal da viga, ainda sem a modelagem dos cabos de protensão, e o detalhe da seção transversal, bem como da discretização da malha em elementos finitos. Para a modelagem desta viga, foram gerados 4.800 elementos.

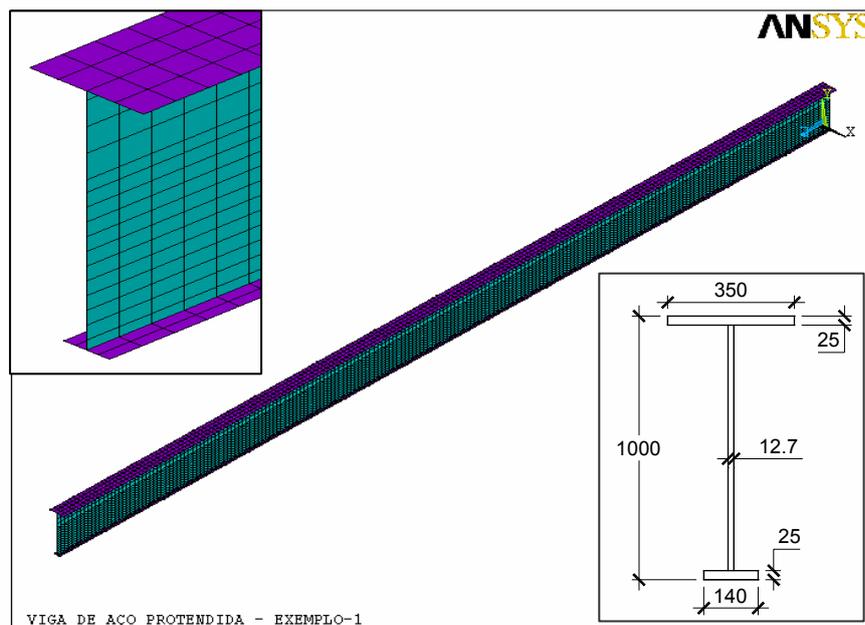


Figura 7.25 – Viga do exemplo 1 modelada no ANSYS

A viga, como foi visto anteriormente, possui 20m de comprimento. Para a análise no ANSYS, os carregamentos foram multiplicados pelos mesmos coeficientes de segurança utilizados na planilha de cálculo de VMP. Serão apresentados os resultados do comportamento da viga metálica sem a protensão, sob a atuação de todos os carregamentos externos e os resultados para a viga protendida, na condição inicial, ato da protensão e para os carregamentos finais, quando a viga está serviço. Além disso, serão expostos os resultados da análise estrutural para a situação de eventual ruptura de cabos de protensão. Esta última análise será feita de forma estática e dinâmica.

7.2.2.1 Viga metálica sem protensão

Inicialmente, a viga de aço deste exemplo teve o comportamento estrutural avaliado para a atuação de todos os carregamentos externos, sem a aplicação da força de protensão. Esses carregamentos foram obtidos da seguinte maneira:

- Carga Permanente Total:

$$PP_{\text{viga}} = 1,91 \text{ kN/m e } PP_{\text{laje}} = 9,9 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,3$$

$$PP_{\text{viga}} = 1,3 \times 1,91 \text{ kN/m} = \mathbf{2,48 \text{ kN/m}}$$

$$PP_{\text{laje}} = 1,3 \times 9,9 \text{ kN/m} = \mathbf{12,87 \text{ kN/m}}$$

- Carga Acidental Total:

$$SB = 16,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,5$$

$$SB = 1,5 \times 16,5 \text{ kN/m} = \mathbf{24,75 \text{ kN/m}}$$

A Figura 7.26 mostra as tensões ao longo da viga, para esta condição de carregamentos. Observa-se que, para a seção do meio do vão, a fibra inferior está tracionada, com tensão de $34,3 \text{ kN/cm}^2$ e a fibra superior está comprimida com tensão igual a $-22,4 \text{ kN/cm}^2$. Isso significa que esta viga não está apta para atender as solicitações impostas, pois teve a tensão limite do material, 25 kN/cm^2 , ultrapassada.

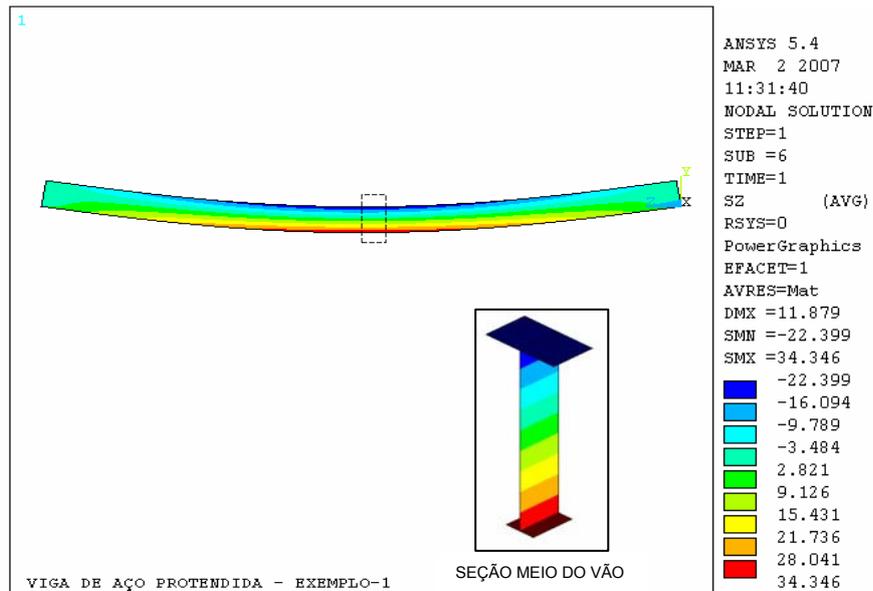


Figura 7.26 – Viga do exemplo 1 modelada no ANSYS (sem protensão)

A flecha máxima para a viga de aço, na condição de carga descrita acima, mas com carregamento nominal, foi igual a -83,50mm. A deformada da estrutura é mostrada na Figura 7.27 abaixo.

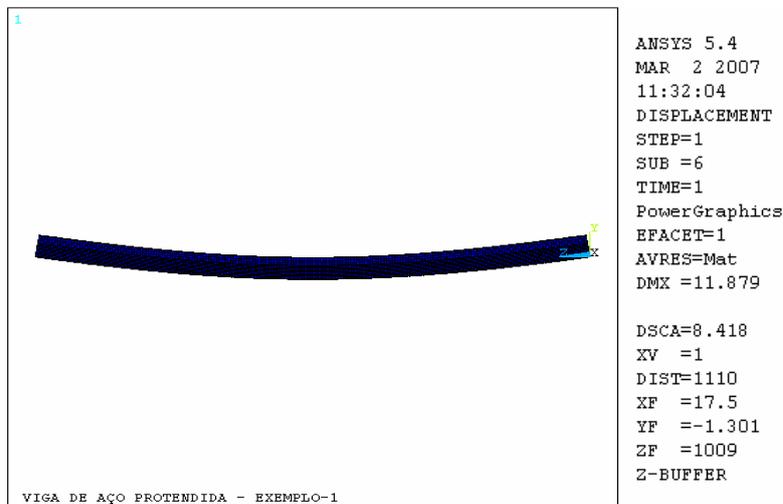


Figura 7.27 – Deformada da viga do exemplo 1 (sem protensão)

A seguir serão mostrados os resultados provenientes da modelagem da viga no ANSYS, com a introdução, no modelo estrutural, dos elementos que simulam os cabos de protensão, e com a aplicação da força de protensão nesses elementos. A Figura 7.28 ilustra a viga metálica protendida.

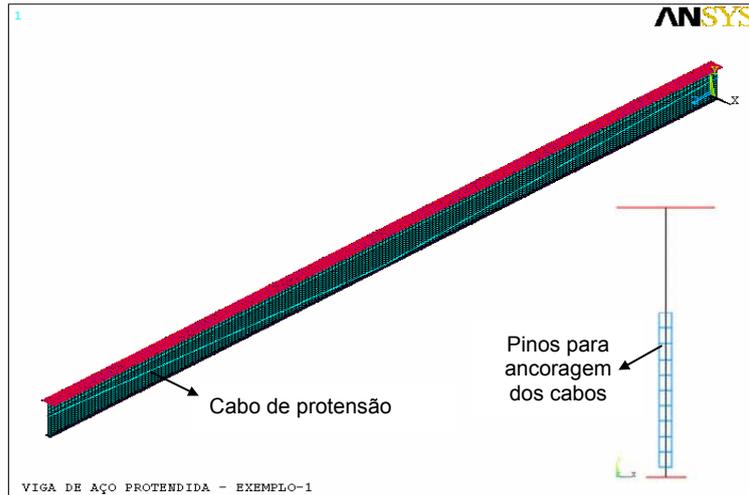


Figura 7.28 – Viga metálica protendida, modelada no ANSYS (Exemplo 1)

7.2.2.2 Condição inicial: ato da protensão

Nesta fase, os carregamentos lançados no modelo estrutural, em elementos finitos, foram os seguintes:

- Carga Permanente:

$$PP_{\text{viga}} = 1,91 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,2$$

$$PP_{\text{viga}} = 1,2 \times 1,91 \text{ kN/m} = \mathbf{2,29 \text{ kN/m}}$$

- Força de Protensão:

$$P = 1654 \text{ kN}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_p = 1,2$$

$$P = 1,2 \times 1654 \text{ kN} = 1984,8 \text{ kN}$$

Serão utilizados dois cabos resultantes, um em cada lado da viga, então:

$$P_{\text{cabo}} = 1984,8 \text{ kN} \div 2 = \mathbf{992,4 \text{ kN}}$$

Para simular a aplicação da protensão na estrutura, será dada uma variação de temperatura no cabo de protensão, ΔT , para fazer com que o cabo se contraia e, conseqüentemente, exerça uma força de compressão na viga. Para tanto, foi estabelecida uma temperatura de referência, para toda a estrutura, de 21°C. A nova temperatura do cabo de protensão é calculada utilizando as seguintes equações, apresentas no Capítulo 6 deste trabalho:

$$\Delta T = T - T_r \quad (6.16)$$

$$\Delta T = \frac{P}{\alpha E_p A_p} \quad (6.15)$$

Portanto:

$$T = \frac{P}{\alpha E_p A_p} + T_r \quad (6.17)$$

onde: T = nova temperatura do cabo, de forma a simular a força de protensão;

P = força de protensão aplicada nos cabos resultantes, 992,4 kN;

T_r = temperatura de referência, 21°C;

α = coeficiente de dilatação térmica do cabo = 1,2x10⁻⁵/°C;

E_p = módulo de elasticidade do aço de protensão = 20.200 kN/cm²;

A_p = área do aço de protensão = 7,07cm² (8 cabos de protensão com diâmetro igual a 15mm, o que corresponde a uma área total de 14,14cm². Portanto, o cabo resultante de cada lado da viga terá área de 7,07cm², o equivalente a área de 4 cabos).

Utilizando a Equação 6.17, chega-se ao valor de T para cada cabo de protensão:

$$T = \frac{-992,4}{1,2 \times 10^{-5} \times 20200 \times 7,07} + 21^\circ\text{C} \Rightarrow T = -558,9^\circ\text{C}$$

Inicialmente, foi aplicada a temperatura T = -558,9°C nos cabos de protensão, e para este valor de temperatura, foi obtida a força axial nos cabos. O valor encontrado foi igual a 926kN. Como o valor desejado para este esforço axial é 992,4kN, foram feitas correções no valor da temperatura T, de forma a encontrar uma força axial bastante próxima da força de protensão para o ato da protensão. Assim, chegou-se a uma temperatura T=-625°C, que gera nos cabos um esforço axial de 991,85kN, valor satisfatório para a força de protensão.

A Figura 7.29 abaixo mostra as tensões ao longo da viga, no ato da protensão.

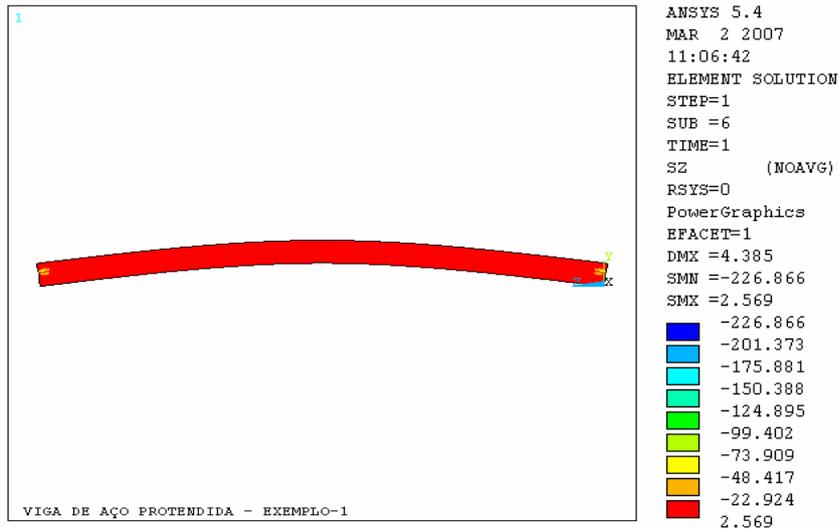


Figura 7.29 – Tensões ao longo da viga, ato da protensão (Exemplo 1)

É importante salientar que o valor elevado de tensão de compressão igual a -227kN/cm^2 se refere a um ponto de tensão localizada na ancoragem do cabo, e não reflete a situação real, uma vez que neste local existe a placa de ancoragem, que não foi discretizada no modelo. Essas tensões podem ser melhor visualizadas na Figura 7.30.

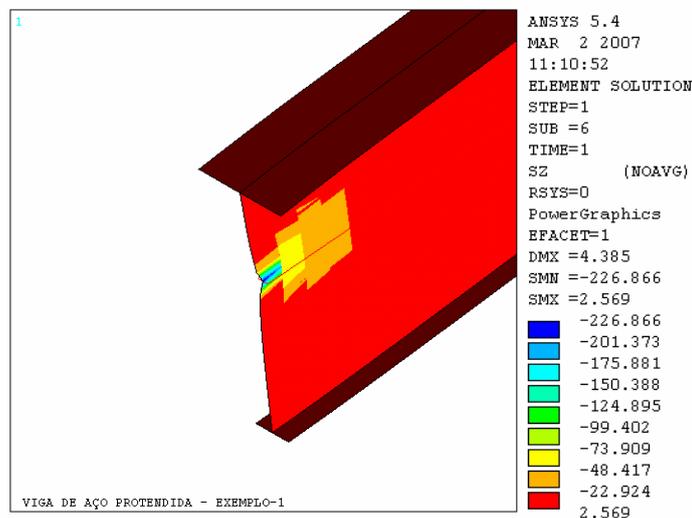


Figura 7.30 – Tensões nas ancoragens, ato da protensão (Exemplo 1)

Para uma melhor comparação dos resultados encontrados usando a planilha de cálculo de VMP e os resultados deste modelo em elementos finitos, serão mostradas as tensões para a seção do meio do vão da viga (ver Figura 7.31).

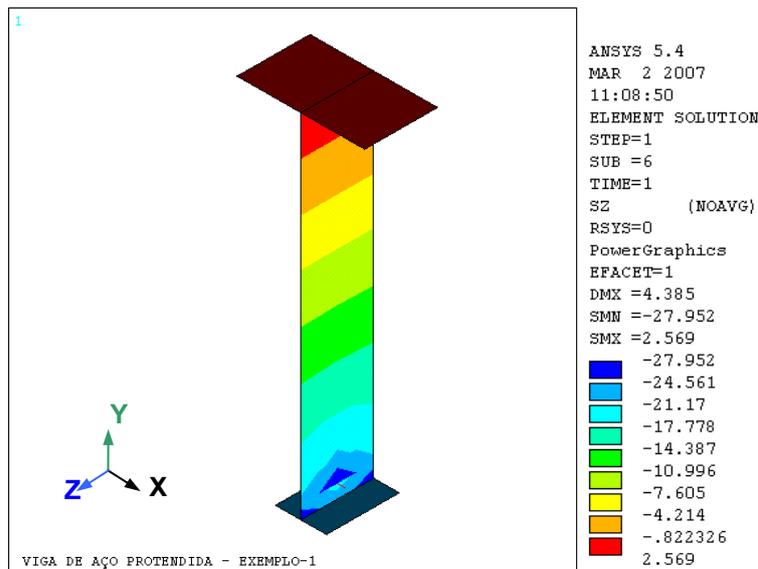


Figura 7.31 – Tensões para a seção do meio do vão da viga, ato da protensão (Exemplo 1)

Na Figura 7.31, nota-se que as tensões para a seção do meio do vão variaram de $-27,9 \text{ kN/cm}^2$, tensão de compressão na fibra inferior, a $2,6 \text{ kN/cm}^2$, tensão de tração na fibra superior. A Figura 7.32 traz o diagrama com essas tensões resultantes.

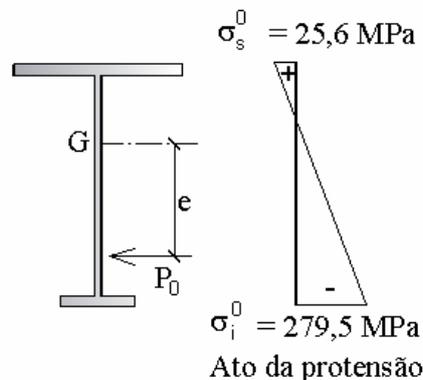


Figura 7.32 – Diagrama de tensões no meio do vão, ato da protensão (Exemplo 1)

O resultado desta modelagem aponta uma diferença entre a tensão de compressão na fibra inferior obtida para este modelo, e a proveniente do uso do aplicativo de cálculo de VMP. Através da modelagem em elementos finitos, chegou-se a um valor de tensão, $279,5 \text{ MPa}$, que ultrapassa a tensão limite do material (250 MPa). Já no aplicativo, parte-se do princípio de que a tensão no bordo inferior é exatamente igual a tensão limite do material, ou seja, 250 MPa , e a partir daí, os demais cálculos são realizados.

Os números dos nós e dos elementos da seção do meio do vão, mostrada na Figura 7.31, estão apresentados na Figura 7.33 a seguir.

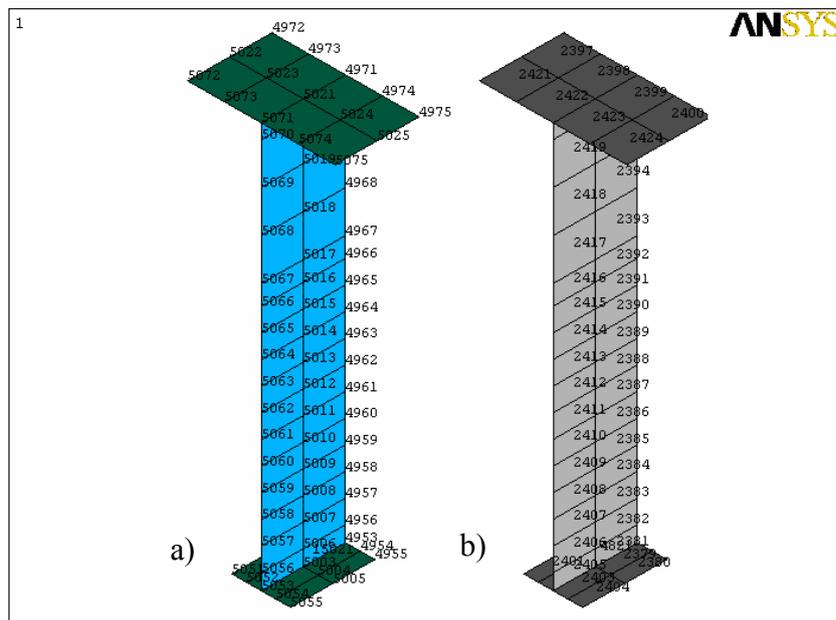


Figura 7.33 – a) Numeração dos nós da seção do meio do vão; b) Numeração dos elementos da seção do meio do vão (Exemplo 1)

As Tabelas 7.1 e 7.2 trazem as tensões em dois elementos da alma da viga, como uma forma de exemplificar as tensões obtidas no modelo. O primeiro elemento escolhido foi o 2405, localizado na parte inferior da alma, e ligado à mesa inferior do perfil. O outro elemento tem número 2420, e está situado na região superior da alma, unido à mesa superior.

Tabela 7.1 – Tensões no elemento da alma 2405, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 1 no ato da protensão (valores em kN/cm^2)

ELEMENTO 2405		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
5003	-1,43E-23	6,9623	-22,947	-2,70E-07	-4,6324	4,86E-16
5006	-1,43E-23	7,8937	-19,842	-2,70E-07	-6,2173	3,62E-16
5056	-1,48E-32	-4,1819	-23,465	-2,29E-17	-3,3195	5,35E-16
5053	-1,99E-32	-5,1134	-26,569	-8,97E-17	-1,7345	6,59E-16
5003	-1,43E-23	6,9623	-22,947	-2,70E-07	-4,6324	4,86E-16
5006	-1,43E-23	7,8937	-19,842	-2,70E-07	-6,2173	3,62E-16
5056	-1,48E-32	-4,1819	-23,465	-2,29E-17	-3,3195	5,35E-16
5053	-1,99E-32	-5,1134	-26,569	-8,97E-17	-1,7345	6,59E-16

Tabela 7.2 – Tensões no elemento da alma 2420, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 1 no ato da protensão (valores em kN/cm²)

ELEMENTO 2420		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
5020	1,54E-33	-0,20956	1,1886	1,05E-17	-0,60466	-4,76E-17
5021	2,45E-33	8,94E-02	2,1851	1,84E-17	-0,60367	-7,40E-17
5071	1,06E-33	9,75E-02	2,1876	-7,84E-18	0,39286	-4,76E-17
5070	1,45E-34	-0,20147	1,191	-1,57E-17	0,39186	-2,12E-17
5020	1,54E-33	-0,20956	1,1886	1,05E-17	-0,60466	-4,76E-17
5021	2,45E-33	8,94E-02	2,1851	1,84E-17	-0,60367	-7,40E-17
5071	1,06E-33	9,75E-02	2,1876	-7,84E-18	0,39286	-4,76E-17
5070	1,45E-34	-0,20147	1,191	-1,57E-17	0,39186	-2,12E-17

Estas tensões são correspondentes ao eixo de coordenadas globais X, Y e Z, visto na Figura 7.31. Portanto, as tensões “SX”, “SY” e “SZ” são as tensões normais atuantes nas direções X, Y e Z, enquanto que as tensões “SXY”, “SYZ” e “SXZ” são cisalhantes. As tensões de flexão ao longo do comprimento da viga são representadas por “SZ”. Como o elemento SHELL43 apresenta quatro espessuras e é discretizado por quatro nós, localizados no meio do elemento, as tensões são dadas para *top* e *bottom*, ou seja, no plano superior e inferior do elemento, por esta razão os nós do elemento se repetem na tabela.

A deformada da viga do exemplo 1 pode ser observada na Figura 7.34. O valor máximo do deslocamento para o ato da protensão, para as cargas sem majoração, foi de +36,07mm, ou seja, o efeito da protensão foi de gerar na viga uma curvatura para cima.

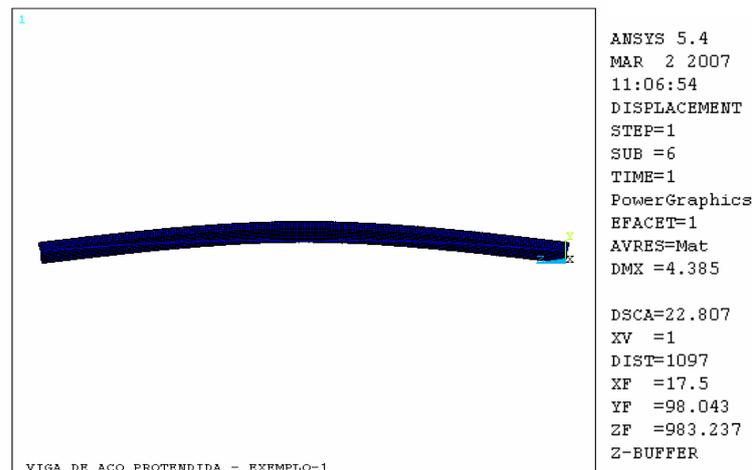


Figura 7.34 – Deformada da viga, ato da protensão (Exemplo 1)

A seguir serão apresentados os resultados da modelagem em elementos finitos para a viga na situação de carregamento final.

7.2.2.3 Condição final: serviço

Nesta fase, foram lançados no modelo estrutural em elementos finitos, todos os carregamentos atuantes na viga:

- Carga Permanente Total:

$$PP_{\text{viga}} = 1,91 \text{ kN/m e } PP_{\text{laje}} = 9,9 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,3$$

$$PP_{\text{viga}} = 1,3 \times 1,91 \text{ kN/m} = \mathbf{2,48 \text{ kN/m}}$$

$$PP_{\text{laje}} = 1,3 \times 9,9 \text{ kN/m} = \mathbf{12,87 \text{ kN/m}}$$

- Carga Acidental Total:

$$SB = 16,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,5$$

$$SB = 1,5 \times 16,5 \text{ kN/m} = \mathbf{24,75 \text{ kN/m}}$$

- Força de Protensão Final:

$$P = 1439,7 \text{ kN}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_p = 0,9$$

$$P = 0,9 \times 1439,7 \text{ kN} = 1295,7 \text{ kN}$$

Serão utilizados dois cabos resultantes, um em cada lado da viga, então:

$$P_{\text{cabo}} = 1295,7 \text{ kN} \div 2 = \mathbf{647,9 \text{ kN}}$$

De maneira análoga ao que foi feito na condição de ato da protensão, a Equação 6.17 será novamente utilizada para determinar o valor da nova temperatura do cabo de protensão, de forma a simular a aplicação da força de protensão. Portanto:

$$T = \frac{P}{\alpha E_p A_p} + T_r \quad (6.17)$$

onde: T = nova temperatura do cabo, de forma a simular a força de protensão;

P = força de protensão aplicada nos cabos resultantes, 647,9 kN;

Tr = temperatura de referência, 21°C;

α = coeficiente de dilatação térmica do cabo = $1,2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$;

E_p = módulo de elasticidade do aço de protensão = 20.200 kN/cm^2 ;

A_p = área do aço de protensão = $7,07 \text{ cm}^2$ (8 cabos de protensão com diâmetro igual a 15mm, o que corresponde a uma área total de $14,14 \text{ cm}^2$. Portanto, o cabo resultante de cada lado da viga terá área de $7,07 \text{ cm}^2$, o equivalente a área de 4 cabos).

Substituindo esses valores na Equação 6.17, encontra-se o valor de T para cada cabo de protensão:

$$T = \frac{-647,9}{1,2 \times 10^{-5} \times 20200 \times 7,07} + 21^{\circ}\text{C}$$

$$T = -357,57^{\circ}\text{C}$$

Inicialmente, foi aplicada a temperatura $T = -357,57^{\circ}\text{C}$ nos cabos de protensão. As forças axiais obtidas nos cabos, para esta temperatura, foram iguais a 661kN. Em seguida, foram feitas as correções no valor da temperatura T, de forma a encontrar uma força axial bastante próxima da força de protensão para a viga em situação de serviço. Chegou-se, então, a uma temperatura $T = -349^{\circ}\text{C}$, que provoca nos cabos um esforço axial de 647,5kN, valor bastante próximo ao desejado para a força de protensão P.

A Figura 7.35 abaixo mostra as tensões ao longo do comprimento da viga para a condição em que atuam os carregamentos finais (serviço). O gráfico mostra que a fibra inferior da viga está solicitada à tração enquanto que a fibra superior está sob tensão de compressão.

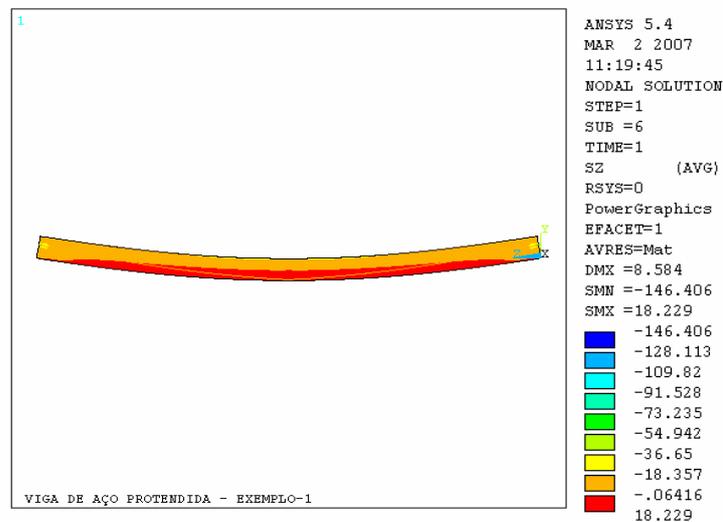


Figura 7.35 – Tensões ao longo da viga, condição de serviço (Exemplo 1)

Assim como na condição do ato da protensão, nesta fase de carregamento também aparece um valor elevado de tensão de compressão (igual a $-146,4\text{kN/cm}^2$), que corresponde à região de tensão localizada, na ancoragem do cabo. Como foi discutido anteriormente, este valor não reflete a situação real, pois neste local existe a chamada “placa de ancoragem”, que enrijece a seção e tem a função de absorver essas tensões concentradas devidas à ancoragem dos cabos, e que não foi discretizada no modelo. A Figura 7.36 mostra a concentração de tensões na região das ancoragens dos cabos.

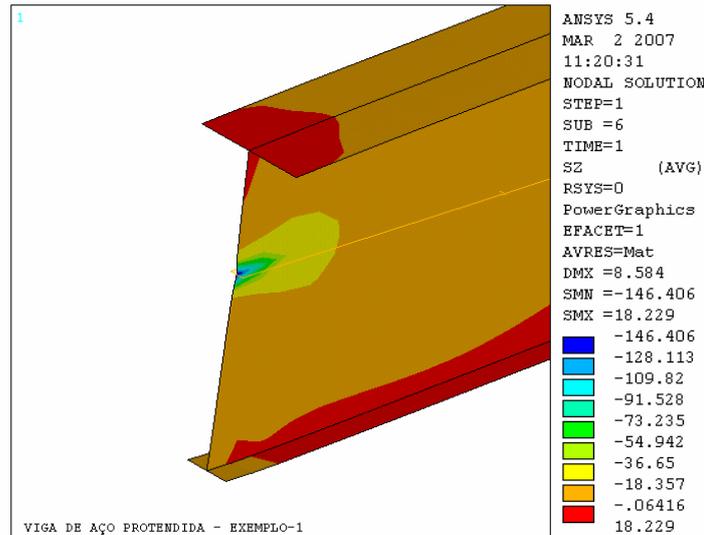


Figura 7.36 – Tensões nas ancoragens, em serviço (Exemplo 1)

As tensões de compressão e de tração para a seção do meio do vão da viga podem ser visualizadas na Figura 7.37 abaixo.

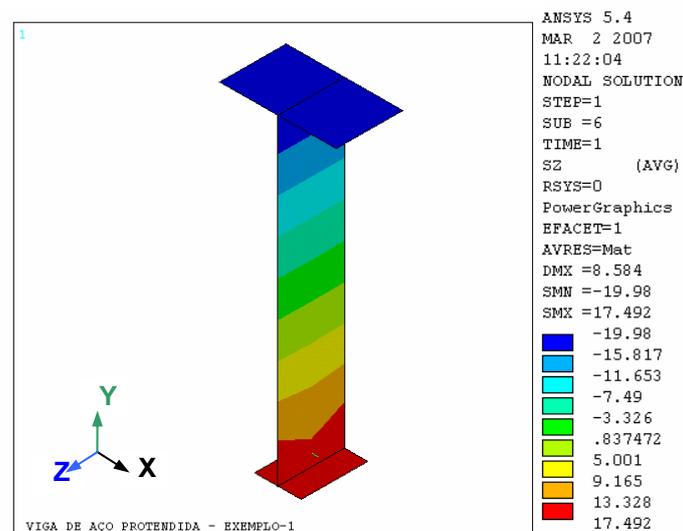


Figura 7.37 – Tensões para a seção do meio do vão, em serviço (Exemplo 1)

Da Figura anterior, pode-se perceber que as tensões na mesa inferior, para a seção do meio do vão, são de tração e possuem valores iguais a $17,49 \text{ kN/cm}^2$. Já a mesa superior, apresenta tensões de compressão iguais a $-19,98 \text{ kN/cm}^2$. O diagrama de tensões para esta situação é mostrado na Figura 7.38.

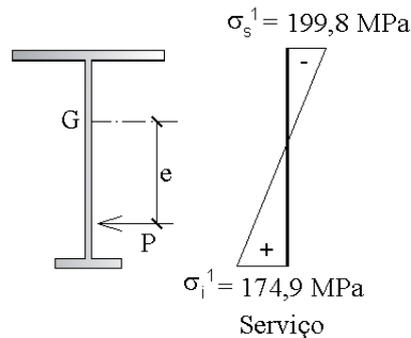


Figura 7.38 – Diagrama de tensões no meio do vão da viga, em serviço (Exemplo 1)

A seguir são expostas as Tabelas 7.3 e 7.4 com as tensões, respectivamente, nos elementos 2405 e 2420 para a viga em serviço, que servem como comparação com os resultados das tensões apresentadas para estes mesmos elementos na situação do ato da protensão. Vale lembrar que a numeração dos nós e dos elementos da seção do meio do vão são os mesmos mostrados na Figura 7.33.

Conforme visto anteriormente, estas tensões correspondem ao eixo de coordenadas globais X, Y e Z, mostrado na Figura 7.37. As tensões “SX”, “SY” e “SZ” são as tensões normais atuantes nas direções X, Y e Z, e as tensões “SXY”, “SYZ” e “SXZ” são tensões cisalhantes. As tensões de flexão ao longo do comprimento da viga são representadas por “SZ”. As tensões contempladas nas tabelas são para os planos superior e inferior do elemento (*top e bottom*).

Tabela 7.3 – Tensões no elemento da alma 2405, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 1, em serviço (valores em kN/cm^2)

ELEMENTO 2405		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
5003	4,11E-23	4,8812	17,492	5,87E-07	-1,9573	-1,88E-07
5006	3,11E-23	4,8095	17,253	5,87E-07	-2,9918	-5,37E-16
5056	-1,56E-23	-3,0729	14,888	-2,94E-07	-3,2149	-4,80E-16
5053	-5,60E-24	-3,0012	15,127	-2,94E-07	-2,1803	-1,88E-07
5003	4,11E-23	4,8812	17,492	5,87E-07	-1,9573	-1,88E-07
5006	3,11E-23	4,8095	17,253	5,87E-07	-2,9918	-5,37E-16
5056	-1,56E-23	-3,0729	14,888	-2,94E-07	-3,2149	-4,80E-16
5053	-5,60E-24	-3,0012	15,127	-2,94E-07	-2,1803	-1,88E-07

Tabela 7.4 – Tensões no elemento da alma 2420, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 1, em serviço (valores em kN/cm^2)

ELEMENTO 2420		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
5020	-1,39E-32	-0,12819	-18,255	-2,13E-17	0,67288	5,02E-16
5021	-1,52E-32	-0,56467	-19,71	-3,29E-17	0,67344	5,41E-16
5071	-1,32E-32	-0,56005	-19,708	5,88E-18	-0,78151	5,02E-16
5070	-1,18E-32	-0,12356	-18,253	1,75E-17	-0,78207	4,64E-16
5020	-1,39E-32	-0,12818	-18,255	-2,13E-17	0,67288	5,02E-16
5021	-1,52E-32	-0,56467	-19,71	-3,29E-17	0,67344	5,41E-16
5071	-1,32E-32	-0,56005	-19,708	5,88E-18	-0,78151	5,02E-16
5070	-1,18E-32	-0,12356	-18,253	1,75E-17	-0,78207	4,64E-16

A deformada da viga do exemplo 1, quando em situação de serviço, é mostrada na Figura 7.39. O valor máximo do deslocamento foi de $-47,23\text{mm}$, ou seja, a viga sofre um deslocamento para baixo quando atuam todos os carregamentos externos e a força de protensão.

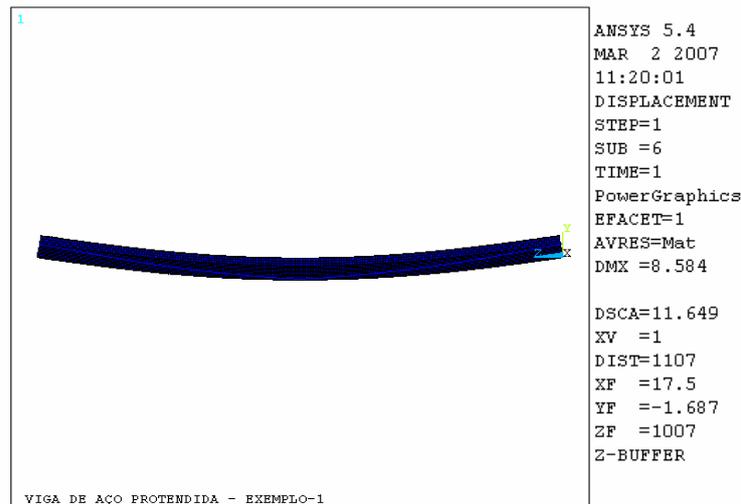


Figura 7.39 – Deformada da viga em serviço (Exemplo 1)

7.2.3 - Aplicativo versus modelagens no Ansys

A seguir será feita a comparação entre os resultados provenientes da utilização do aplicativo para o cálculo de vigas metálicas protendidas e os resultados obtidos através das modelagens em elementos finitos, no programa ANSYS.

As tensões serão analisadas e comparadas para a viga de aço sem aplicação da protensão, e com a força de protensão aplicada na estrutura. A Figura 7.40 abaixo ilustra as siglas

referentes às tensões para o meio do vão da viga do Exemplo 1, que serão comparadas pelos dois métodos de cálculos citados anteriormente.

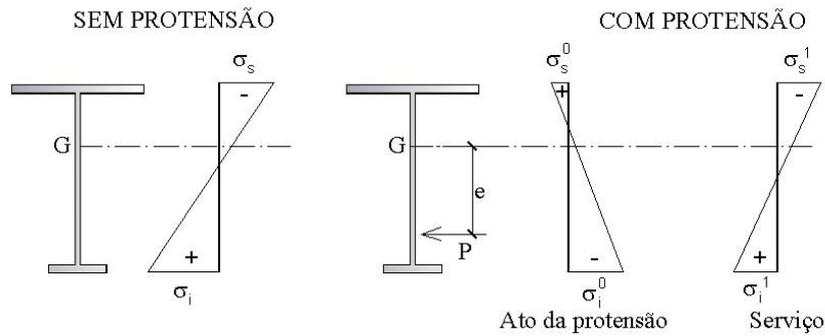


Figura 7.40 – Siglas utilizadas para as tensões na viga, sem protensão e com protensão

Os valores das tensões, na seção localizada a 10m de comprimento, meio do vão, são apresentados na Tabela 7.5.

Tabela 7.5 – Tensões para o meio do vão da viga, obtidas pelo uso do aplicativo Excel e pelas modelagens no ANSYS (Exemplo 1)

	TENSÃO (MPa)	APLICATIVO	ANSYS	DIFERENÇA
Sem protensão	σ_s	-222,97	-223,99	0,46%
	σ_i	341,88	343,46	0,46%
Com protensão	σ_s^0	28,18	25,69	8,84%
	σ_i^0	-250,00	-279,52	10,56%
	σ_s^1	-196,25	-199,8	1,78%
	σ_i^1	165,88	174,9	5,16%

A partir dos dados da Tabela 7.5, observa-se que para a viga submetida apenas aos carregamentos externos, sem protensão, os valores encontrados pelos dois métodos são bastante próximos, com uma diferença de somente 0,46%. Para este caso, a tensão na fibra inferior ultrapassa a tensão limite do material (250MPa).

No ato da protensão, os valores calculados pelo aplicativo e os resultados das modelagens no ANSYS apresentam maiores diferenças, principalmente para a tensão na fibra inferior, onde os resultados do ANSYS se mostram mais conservadores que os do aplicativo. No aplicativo, a tensão no bordo inferior é igualada à tensão limite do material, e a partir desta imposição, é calculada a força de protensão que deve atuar na estrutura, usando as fórmulas da Resistência dos Materiais. No entanto, aplicando esta força de protensão

calculada, no modelo em elementos finitos, foi encontrada, no bordo inferior, uma tensão de -279,52 MPa, valor maior que a tensão de escoamento do aço. Porém, apesar da diferença de 10,56%, os resultados mantêm coerência.

Para as tensões na viga em serviço, os resultados provenientes do ANSYS também foram mais conservadores que os valores encontrados pelo uso do aplicativo, mas não houve uma diferença significativa entre as tensões encontradas.

No geral, os resultados provenientes das modelagens em elementos finitos foram um pouco superiores aos obtidos pelo aplicativo de cálculo de VMP. As diferenças obtidas se devem ao fato do modelo em elementos finitos utilizado ter grande refinamento e, apesar de apresentar solução aproximada, por ser numérico, tem teoria mais precisa que a das fórmulas da Resistência dos Materiais, utilizadas no aplicativo, pois leva em consideração a influência real que as tensões de cisalhamento exercem na viga. Além disso, na modelagem numérica a força de protensão é mantida constante ao longo de todo o cabo, não é levada em consideração a perda de protensão, que ocorre de maneira diferenciada em cada trecho, entre desviadores, o que justifica diferenças encontradas nas tensões ao longo da viga.

Os valores encontrados de deslocamentos verticais para a viga do Exemplo 1, através do uso do aplicativo e pelas modelagens no ANSYS são mostrados na Tabela 7.6. Os valores reportados das flechas são referentes aos carregamentos nominais.

Tabela 7.6 – Deslocamentos verticais, obtidos pelo uso do aplicativo excel e pelas modelagens no ANSYS (Exemplo 1)

	FLECHAS (mm)	APLICATIVO	ANSYS	DIFERENÇA
Sem protensão	$\delta =$	-81,05	-83,5	2,93%
Com protensão	δ_0 (ato protensão) =	36,5	36,07	1,18%
	δ_1 (serviço) =	-44,51	-47,23	5,76%

Comparando os deslocamentos apresentados, nota-se que a flecha máxima obtida pelo ANSYS foi, no geral, um pouco superior que a calculada pela planilha. No entanto, a diferença entre os valores obtidos não foi significativa.

7.3 - EXEMPLO 2

A seguir serão apresentadas as características da viga que será analisada no Exemplo 2:

- Comprimento (L) = 25m

- Carregamentos:

Ato da protensão: Peso próprio, $PP = 3,86 \text{ kN/m}$

Sobrecarga, $SB = 3 \text{ kN/m}$

Serviço: Carga permanente, $CP = 12,86 \text{ kN/m}$

Sobrecarga, $SB = 15 \text{ kN/m}$

- Aço: A572-50

$f_y = 345 \text{ MPa}$ e $f_u = 450 \text{ MPa}$

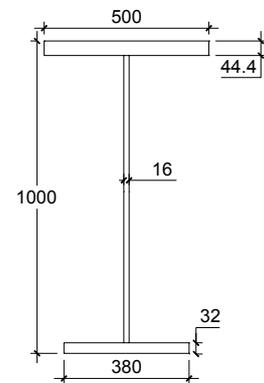


Figura 7.41 – Seção transversal (Viga 2)

A seção transversal da viga do Exemplo 2 é mostrada na Figura 7.41. Considerando, por exemplo, que esta é uma viga interna de um pontilhão que possui 8m de largura e 25m de comprimento, pode-se admitir que a laje de concreto, de 12cm de espessura, trava a viga lateralmente, e, portanto, o seu comprimento sem contenção lateral, L_b , é igual a zero. A Figura 7.42 abaixo apresenta um desenho esquemático da seção transversal desse pontilhão.

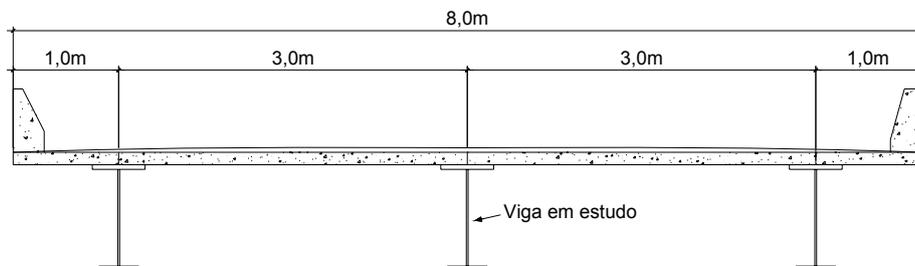


Figura 7.42 – Desenho esquemático para a viga em estudo (Exemplo 2)

O carregamento inicial, no ato da protensão, corresponde ao peso próprio da viga metálica e a uma sobrecarga inicial de construção. A largura efetiva para esta viga é 3,0m, como pode ser observado na Figura 7.42. Então, os carregamentos descritos acima foram calculados da seguinte forma:

- Carga permanente inicial (ato da protensão):

$PP_{\text{viga}} = 3,86 \text{ kN/m}$

- Sobrecarga inicial (ato da protensão):

Admitiu-se que atuará na estrutura uma carga acidental inicial de 1kN/m^2 .

$$SB = 1\text{kN/m}^2 \times 3,0\text{m} = 3,0 \text{ kN/m}$$

- Carga permanente final (serviço):

$$PP_{\text{laje}} = 0,12\text{m} \times 25\text{kN/m}^3 \times 3,0\text{m} = 9,0 \text{ kN/m}$$

$$CP = PP_{\text{viga}} + PP_{\text{laje}} = 3,86 + 9,0 = 12,86 \text{ kN/m}$$

- Sobrecarga final (serviço):

Admitiu-se que atuará na estrutura uma carga acidental de 5 kN/m^2 , além das cargas concentradas de 150 kN situadas em três posições ao longo do comprimento da viga.

$$SB = 5 \text{ kN/m}^2 \times 3,0\text{m} = 15,0 \text{ kN/m}$$

$$SB = 150 \text{ kN nas posições } x = 11\text{m}, 12,5\text{m e } 14\text{m}$$

Os coeficientes de segurança adotados são os mesmo usados no Exemplo 1:

Fase inicial (Ato da protensão):

$$\gamma_G = 1,2 \quad (\text{carga permanente})$$

$$\gamma_A = 1,3 \quad (\text{carga acidental})$$

$$\gamma_{\text{Prot}} = 1,2 \quad (\text{protensão})$$

Fase final (Serviço):

$$\gamma_G = 1,3 \quad (\text{carga permanente})$$

$$\gamma_A = 1,5 \quad (\text{carga acidental})$$

$$\gamma_{\text{Prot}} = 0,9 \quad (\text{protensão})$$

O aço de protensão utilizado também apresenta as mesmas características do que foi usado para a protensão da viga no Exemplo 1:

- Aço CP 190 RB (relaxação baixa);

- Resistência característica à ruptura por tração, f_{ptk} , igual a 1898MPa ;

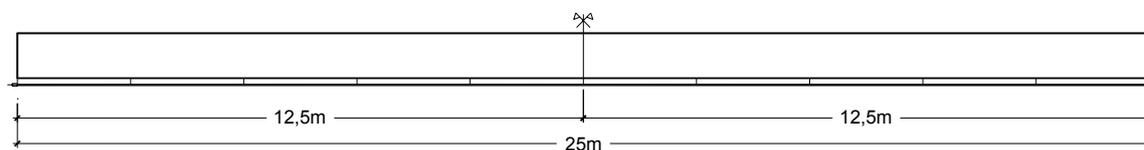
- Tensão para uma deformação residual de 1% , f_{p1k} , igual a 1708MPa ;

- Módulo de elasticidade, E_p , igual a 202.000MPa .

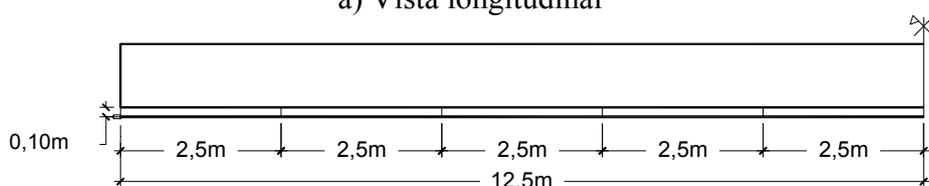
- As cordoalhas possuem diâmetro de $15,2\text{mm}$ e área mínima de 140mm^2 .

O traçado escolhido para o cabo de protensão foi o traçado reto, e a protensão será aplicada pelas duas extremidades da viga. O cabo reto estará localizado a $0,10\text{m}$ abaixo da mesa

inferior, garantindo uma maior excentricidade, e, conseqüentemente, uma maior capacidade de contrabalancear as cargas externas. Foram colocados desviadores ao longo do vão, como mostra a Figura 7.43, de forma a assegurar que o cabo de protensão irá acompanhar a deformação da viga.



a) Vista longitudinal



b) Coordenadas dos desviadores

Figura 7.43 – Traçado do cabo: a) vista longitudinal; b) coordenada dos desviadores

A seguir serão apresentados os resultados do estudo desta viga por meio da utilização do aplicativo para cálculo de VMP, e os resultados obtidos através da modelagem da viga em elementos finitos.

7.3.1 - Utilização do aplicativo para cálculo de VMP

Para utilizar o aplicativo, além dos dados citados anteriormente, foram adotados os mesmos valores descritos no Exemplo 1, para os dados necessários para os cálculos das perdas de protensão (coeficiente de atrito (μ) igual 0,15; cravação da ancoragem (δ) igual a 4mm; tempo inicial igual a 0 dias e tempo final igual a 10800 dias), com exceção da percentagem de perdas estimadas, que neste caso é igual a 12,3%.

Neste exemplo, optou-se por fornecer o valor da força de protensão que atuará na estrutura. Para tanto, na tela de entrada de dados foi dado o valor de **3400kN** para a força final de protensão (P). A força inicial de protensão a ser aplicada na estrutura será calculada pelo programa e terá valor maior que o fornecido pelo usuário, pois leva em consideração as perdas de protensão. As telas de saídas dos resultados são mostradas nas figuras que se seguem, e o relatório final gerado pelo programa se encontra no Apêndice A deste trabalho.

DADOS DE ENTRADA

Comprimento da Viga (L) = **25** m **Aço Perfil**
 Comprim. sem contenção lateral = **0** m $F_y = 345$ MPa
 Distância entre enrijecedores (a) = **25** m $F_u = 450$ MPa
 $E_s = 205000$ MPa

CARREGAMENTO

Ato da Protensão **Em Serviço**

Carga Distribuída Carga Distribuída
 CP = **3,86** kN/m CP = **12,86** kN/m
 SB = **3** kN/m SB = **15** kN/m

Carga Concentrada Carga Concentrada
 x (m) CP (KN) SB (KN) x (m) CP (KN) SB (KN)

1	0	0	0	1	11	0	150
2	0	0	0	2	12,5	0	150
3	0	0	0	3	14	0	150
4	0	0	0	4	0	0	0
5	0	0	0	5	0	0	0

COEFICIENTES DE SEGURANÇA

Ato da Protensão **Em Serviço**

$\gamma_G = 1,2$ $\gamma_G = 1,3$
 $\gamma_A = 1,3$ $\gamma_A = 1,5$
 $\gamma_{Prot} = 1,2$ $\gamma_{Prot} = 0,9$

PERDAS DE PROTENSÃO

Tempo de Análise Coef. Atrito = **0,15**
 Tempo inicial (t₀) = **0** dias Cravação $\delta = 4$ mm
 Tempo final (t₁) = **10800** dias % Perdas = **12,3** %

PERFIL

Deseja entrar com perfil catalogado ou manual? **2** Entrada Manual (Catalogado = 1 Manual = 2)
 Perfil Laminado ou Soldado? **S** Perfil Soldado (Laminado = L Soldado = S)

Nome do Perfil h(mm)xPeso(kg/m) **550x345** Ex: 152x18,5

d = mm $I_y =$ mm⁴ $W_{y_k} =$ cm³
 h = mm A = cm² $W_{y_s} =$ cm³
 $t_f =$ mm $I_x =$ cm⁴ $i_x =$ cm
 $t_w =$ mm $I_y =$ cm⁴ $i_y =$ cm

Entrada Manual

d = **1000** mm $b_{ef} = 380$ mm $b_{ef2} = 500$ mm
 h = **923,6** mm $t_{f1} = 32$ mm $t_{f2} = 44,4$ mm
 $t_w = 16$ mm

PROTENSÃO

Traçado do Cabo (P = Poligonal; R = Reto) $f_{ptk} = 1898$ MPa
 Poligonal ou Reto? **R** Reto $f_{p(1)k} = 1708$ MPa
 Posição dos Desviadores $\phi_{cord} = 15,2$ mm
 x(m) 2,5 5 7,5 10 12,5 15 17,5 20 22,5 25 Acord = **140** mm²
 y(m) -0,1 -0,1 -0,1 -0,1 -0,1 -0,1 -0,1 -0,1 -0,1 -0,1 $E_p = 202000$ MPa
 Aço = **RB** Rel. Baixa

Aplicação da Protensão
 Protensão por 1 ou 2 extremidades? **2** 2 extremidades
 (1 = Prot. por 1 extremidade; 2 = Prot. por 2 extremidades)

Força de protensão (P) (S = Sim; N = Não)
 Entrar com valor manualmente? **S**
 P = **3400** KN

Figura 7.44 – Tela de entrada de dados (Exemplo 2)

RESULTADOS

Tensões de flexão ao longo da viga

x (m)	σ_s^0	σ_i^0		σ_s^1	σ_i^1	
0,00	59,19	-321,75	OK!	38,93	-211,63	OK!
2,50	47,79	-304,93	OK!	-53,57	-75,13	OK!
5,00	38,92	-291,84	OK!	-134,42	44,19	OK!
6,25	35,43	-286,70	OK!	-170,47	97,41	OK!
7,50	32,58	-282,49	OK!	-203,62	146,32	OK!
10,00	28,78	-276,88	OK!	-261,18	231,27	OK!
11,00	27,97	-275,69	OK!	-280,94	260,43	OK!
12,50	27,52	-275,01	OK!	-291,05	275,36	OK!
14,00	27,97	-275,69	OK!	-280,94	260,43	OK!
15,00	28,78	-276,88	OK!	-261,18	231,27	OK!
17,50	32,58	-282,49	OK!	-203,62	146,32	OK!
18,75	35,43	-286,70	OK!	-170,47	97,41	OK!
20,00	38,92	-291,84	OK!	-134,42	44,19	OK!
22,50	47,79	-304,93	OK!	-53,57	-75,13	OK!
25,00	59,19	-321,75	OK!	38,93	-211,63	OK!

Tensões Totais: combinação de Momento Fletor e Força Cortante

	σ_{1-1}^0	σ_{2-2}^0	σ_{1-1}^1	σ_{2-2}^1				
309,81	309,81	44,08	44,08	220,82	220,82	89,87	89,87	OK!
293,81	293,81	33,65	33,65	103,45	103,45	89,16	89,16	OK!
281,35	281,35	25,37	25,37	75,53	75,53	142,21	142,21	OK!
276,46	276,46	22,04	22,04	107,13	107,13	169,51	169,51	OK!
272,45	272,45	19,25	19,25	145,80	145,80	195,89	195,89	OK!
267,11	267,11	15,42	15,42	220,06	220,06	243,42	243,42	OK!
265,97	265,97	14,57	14,57	246,45	243,74	260,06	257,50	OK!
265,33	265,33	14,08	14,08	257,49	257,49	266,15	266,15	OK!
265,97	265,97	14,57	14,57	243,74	246,45	257,50	260,06	OK!
267,11	267,11	15,42	15,42	220,06	220,06	243,42	243,42	OK!
272,45	272,45	19,25	19,25	145,80	145,80	195,89	195,89	OK!
276,46	276,46	22,04	22,04	107,13	107,13	169,51	169,51	OK!
281,35	281,35	25,37	25,37	75,53	75,53	142,21	142,21	OK!
293,81	293,81	33,65	33,65	103,45	103,45	89,16	89,16	OK!
309,81	309,81	44,08	44,08	220,82	220,82	89,87	89,87	OK!

σ_s^0 = tensão no bordo superior no ato da protensão
 σ_i^0 = tensão no bordo inferior no ato da protensão
 σ_s^1 = tensão no bordo superior em serviço
 σ_i^1 = tensão no bordo inferior em serviço
 σ_{1-1}^0 e σ_{2-2}^0 = tensão nas seções 1-1 e 2-2 no ato da protensão
 σ_{1-1}^1 e σ_{2-2}^1 = tensão nas seções 1-1 e 2-2 em serviço

$F_{protensão} = 3877$ KN
 $A_{aço\ necessária} = 2428$ mm²
 $\phi_{cord} = 15$ mm
 N° cabos = **18**
 Força / cabo = **215** KN

Figura 7.45 – Tela de Resultados 1: tensões nas seções da viga, força de protensão calculada, número de cabos e força de protensão por cabo (Exemplo 2)

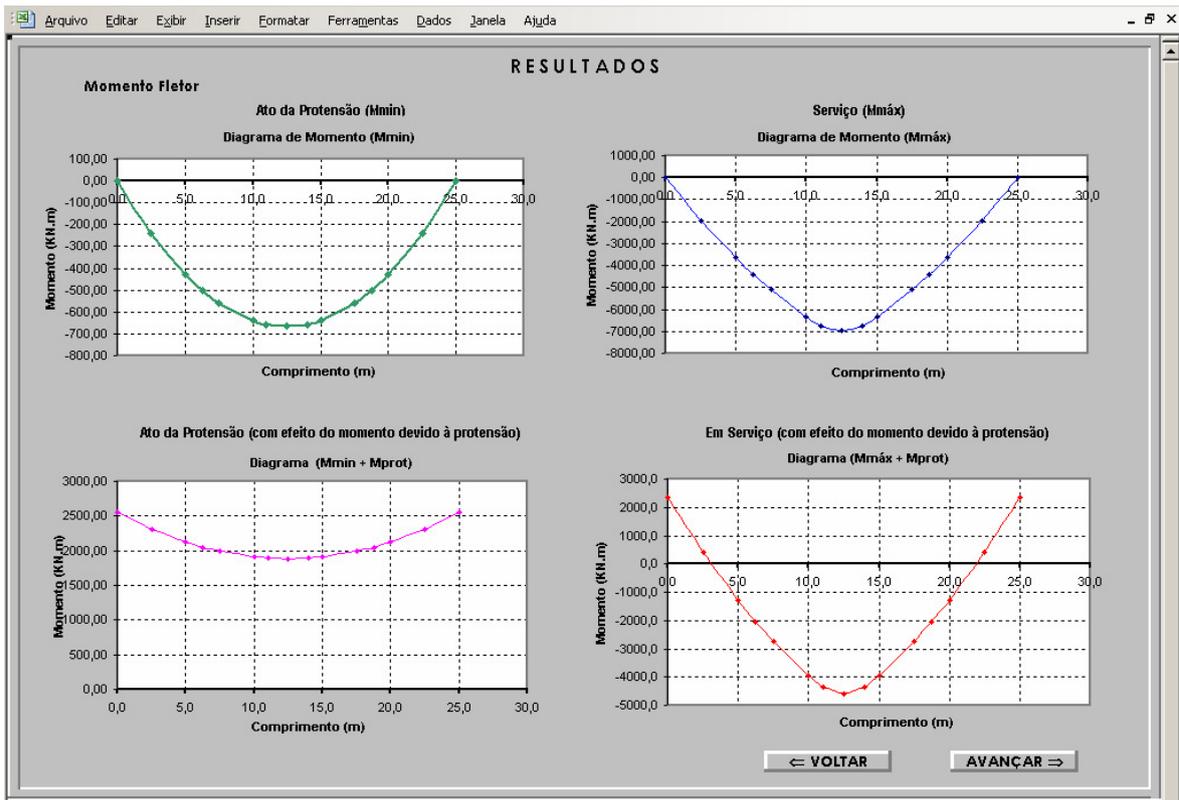


Figura 7.46 – Tela de Resultados 2: diagramas de momentos fletores (Exemplo 2)

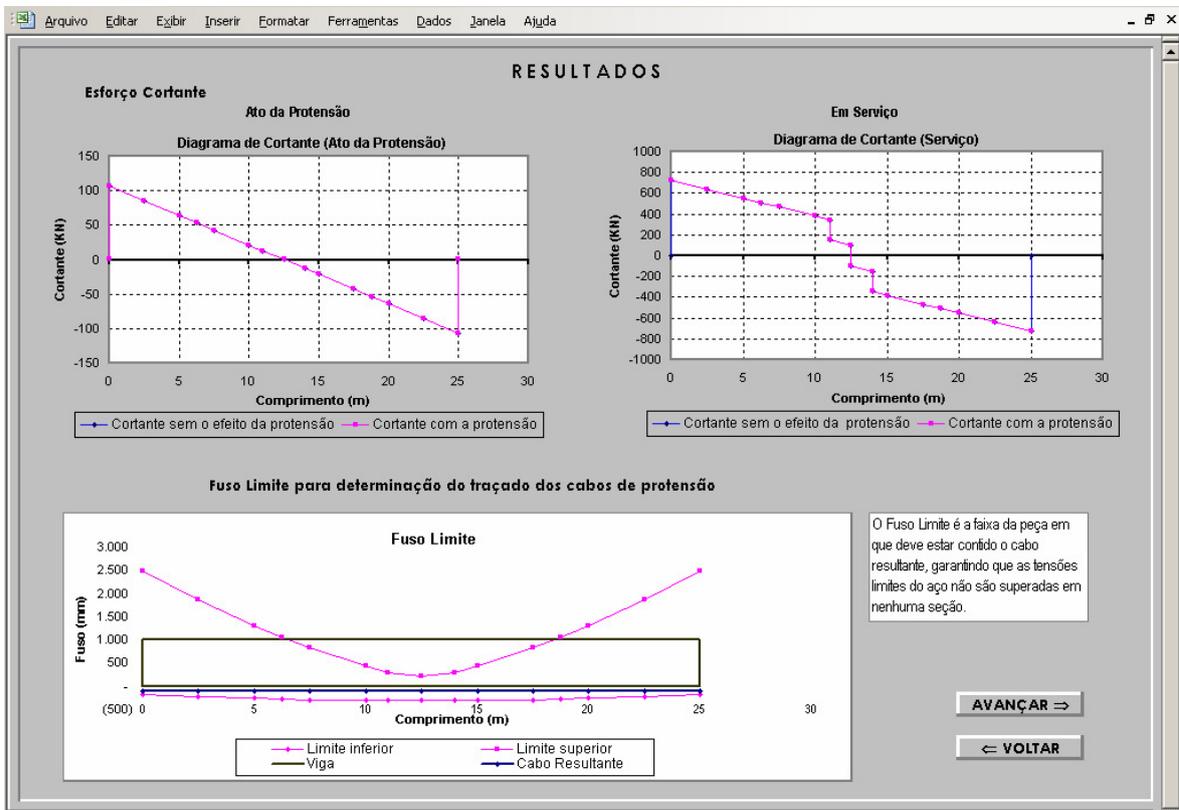


Figura 7.47 – Tela de Resultados 3: diagramas de forças cortantes e fuso limite (Exemplo 2)

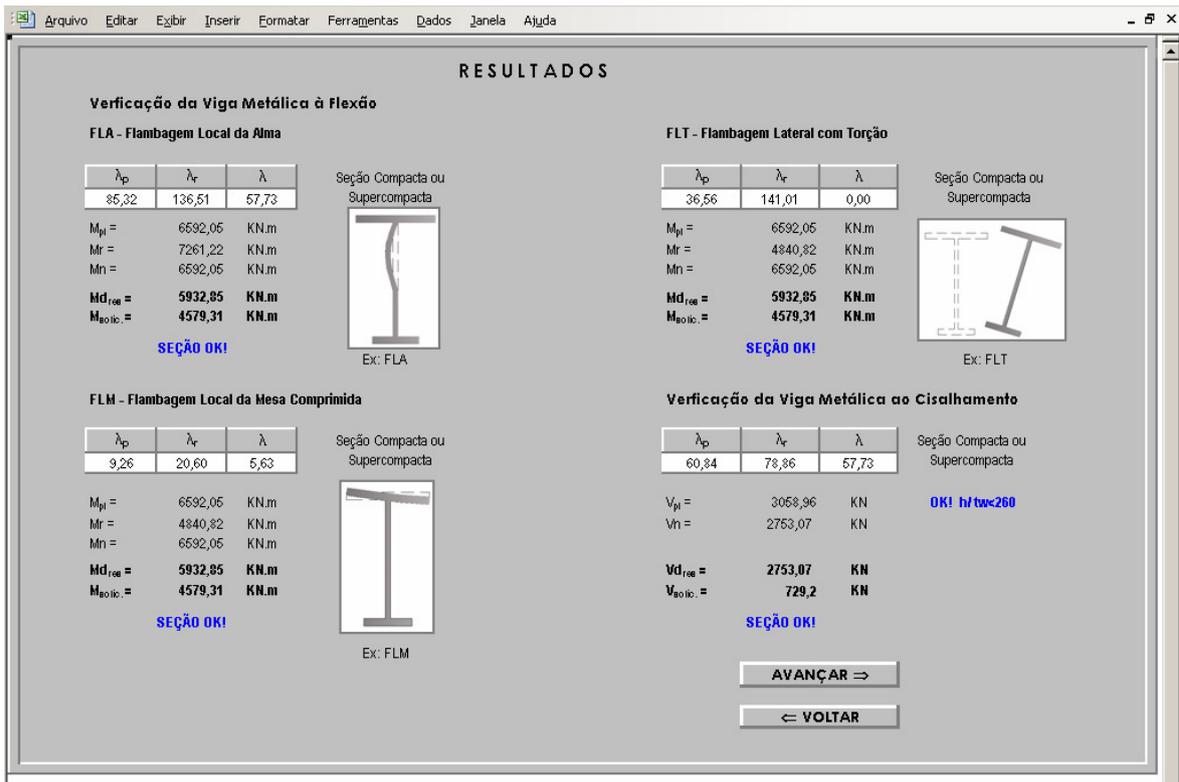


Figura 7.48 – Tela de Resultados 4: verificação à flexão e ao cisalhamento (Exemplo 2)

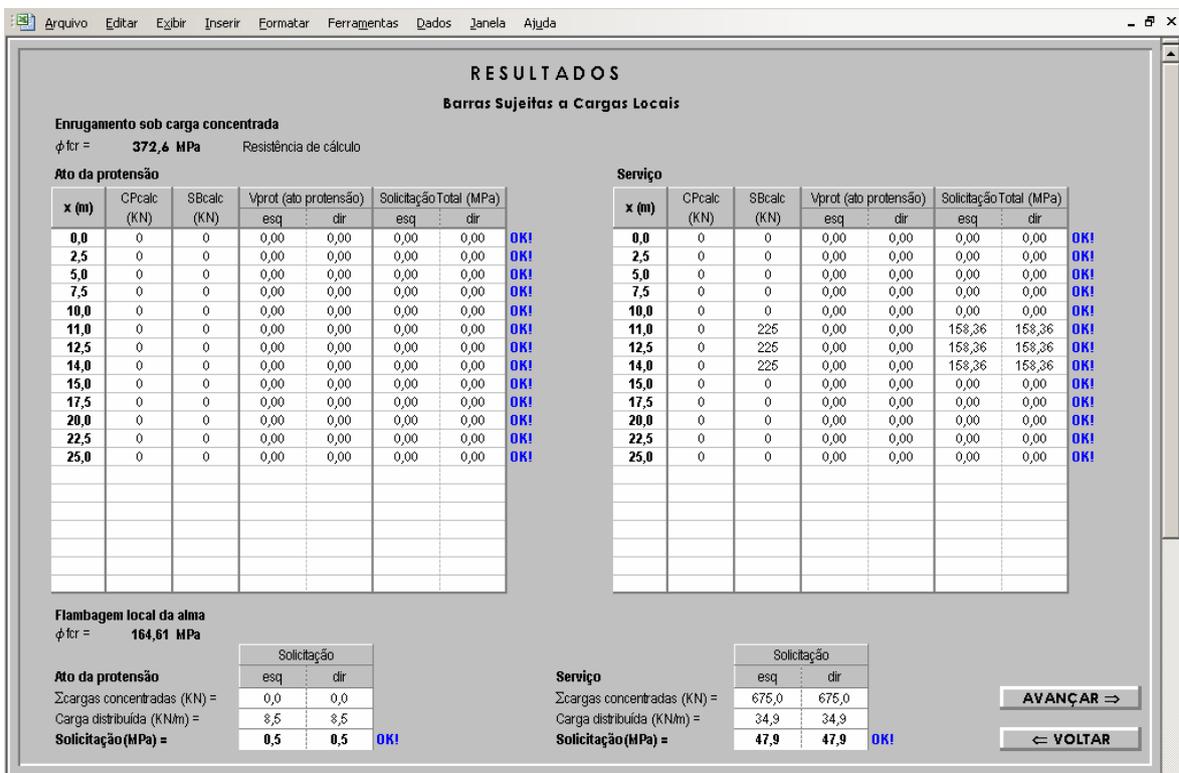


Figura 7.49 – Tela de Resultados 5: verificação da viga ao efeito de cargas concentradas (Exemplo 2)

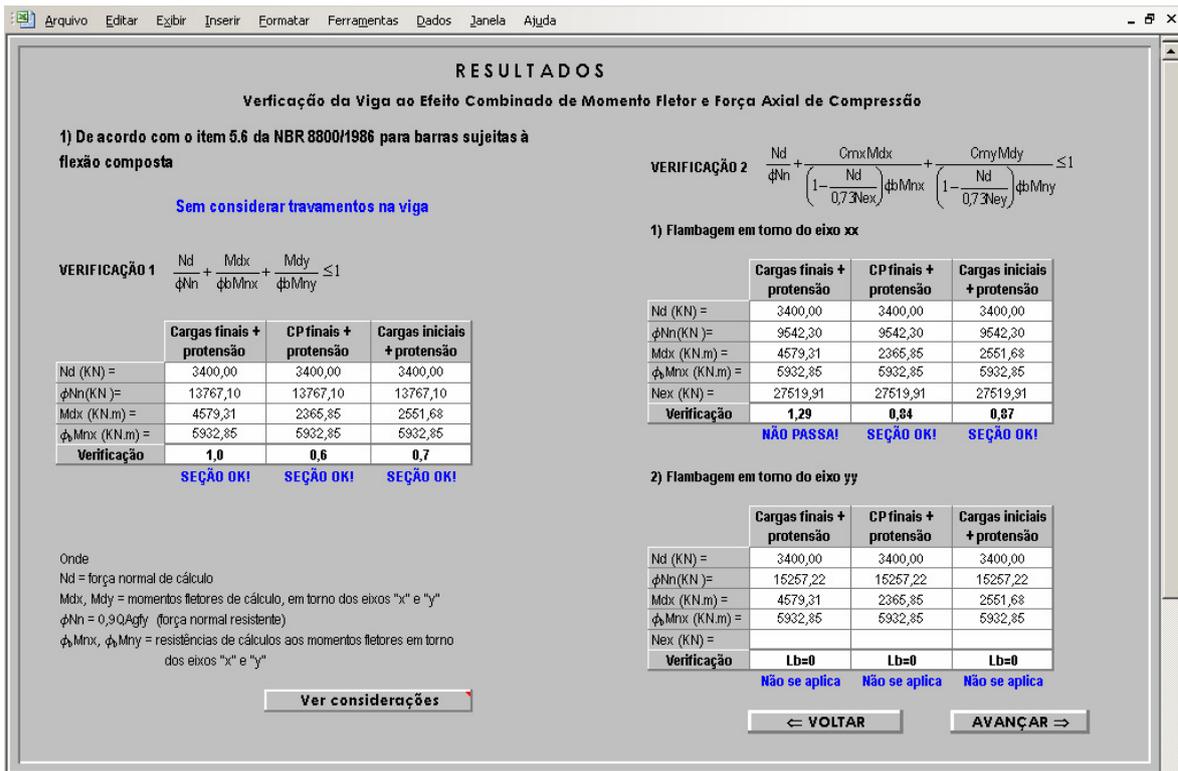


Figura 7.50 – Tela de Resultados 6a: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, sem considerar travamentos (Exemplo 2)

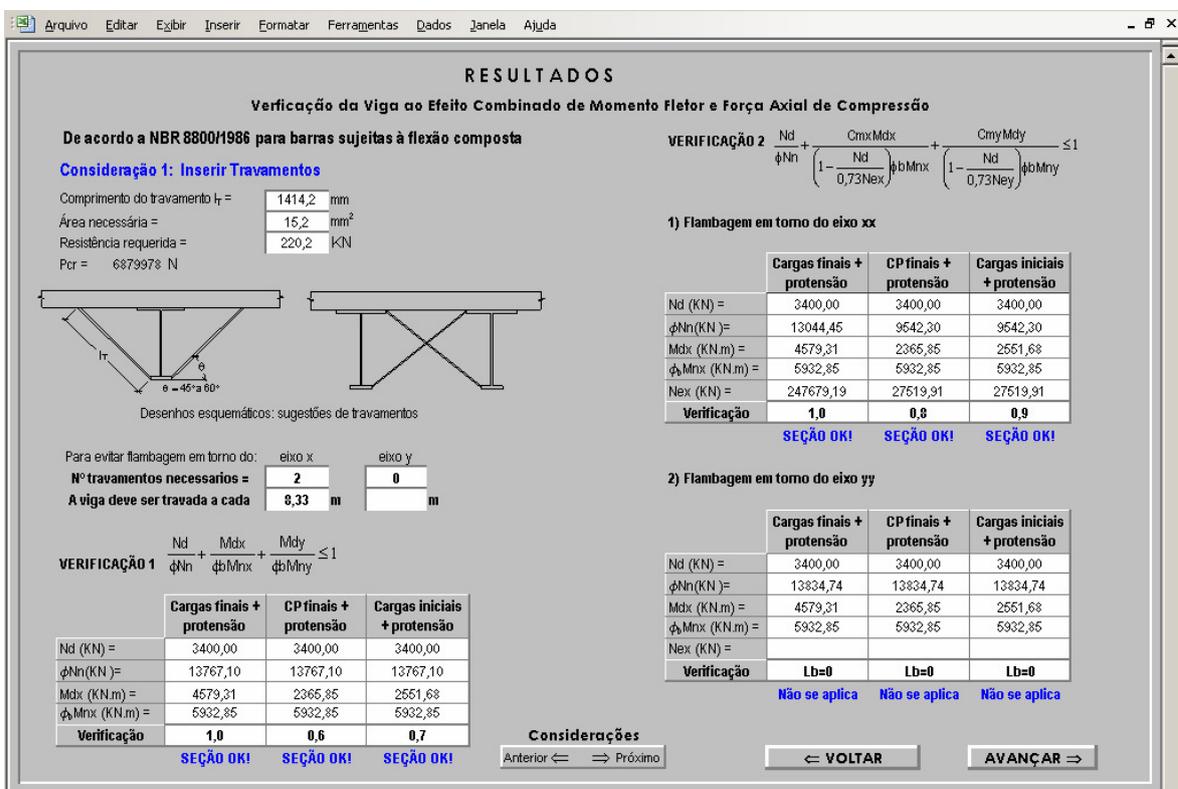


Figura 7.51 – Tela de Resultados 6b: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, inserindo travamentos (Exemplo 2)

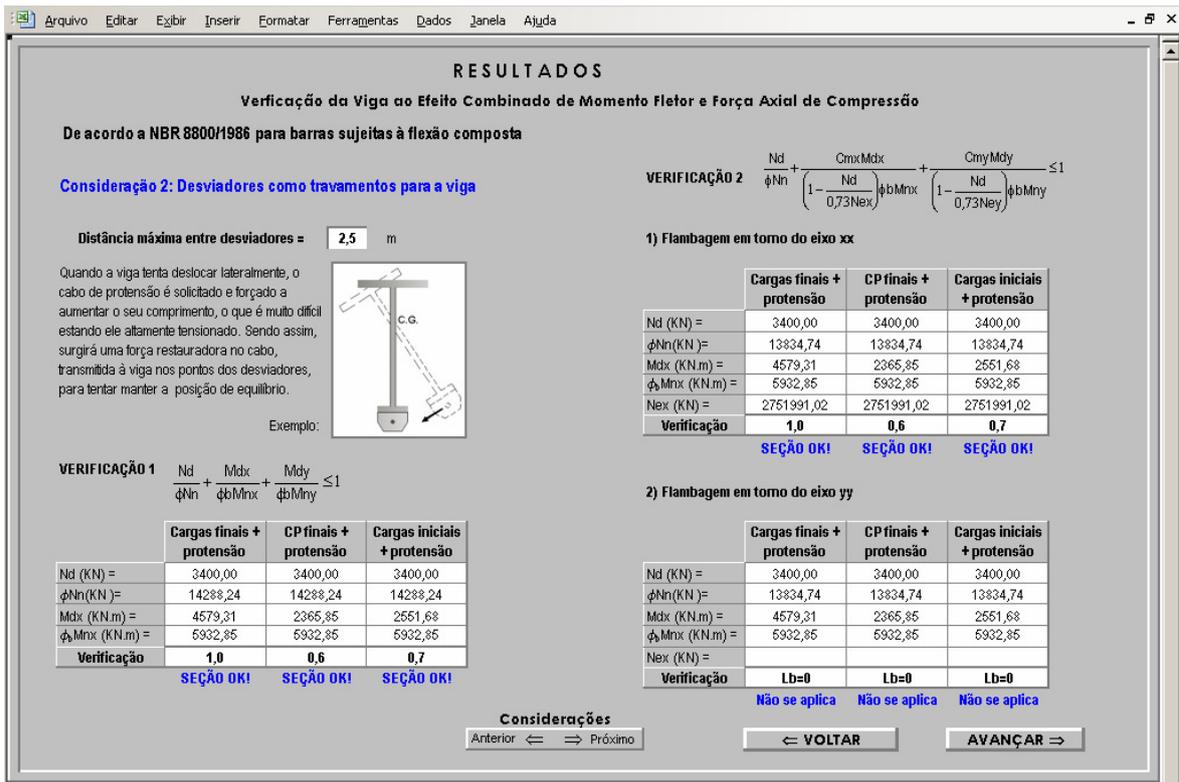


Figura 7.52 – Tela de Resultados 6c: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando os desviadores como travamentos (Exemplo 2)

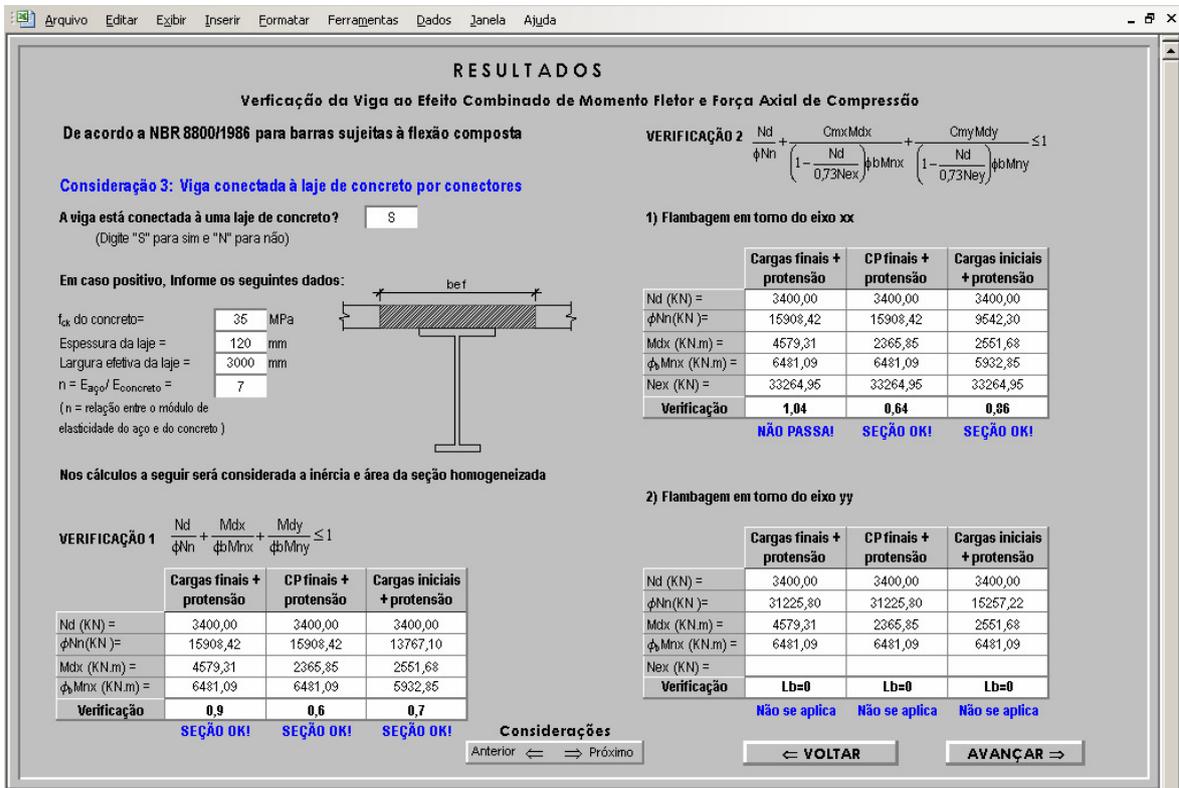


Figura 7.53 – Tela de Resultados 6d: verificação da viga à flexocompressão pela NBR8800/86, considerando contribuição da laje (Exemplo 2)

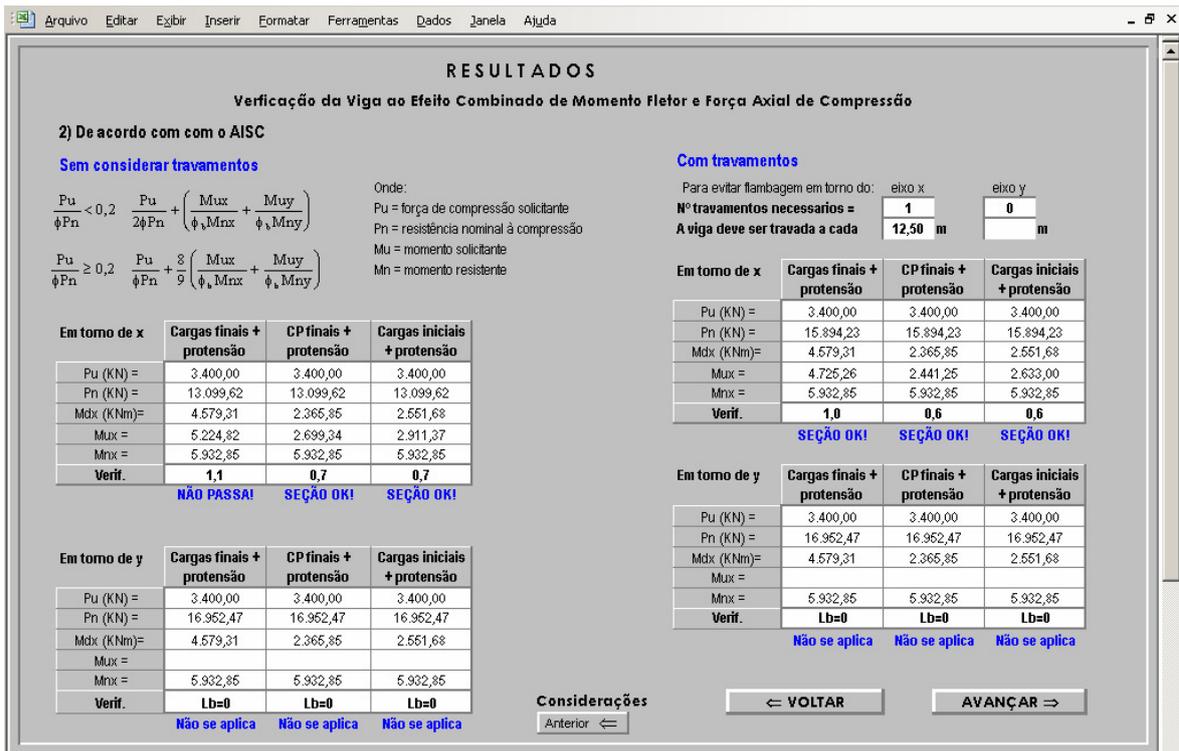


Figura 7.54 – Tela de Resultados 6e: verificação da viga à flexocompressão pela AISC/LRFD (Exemplo 2)

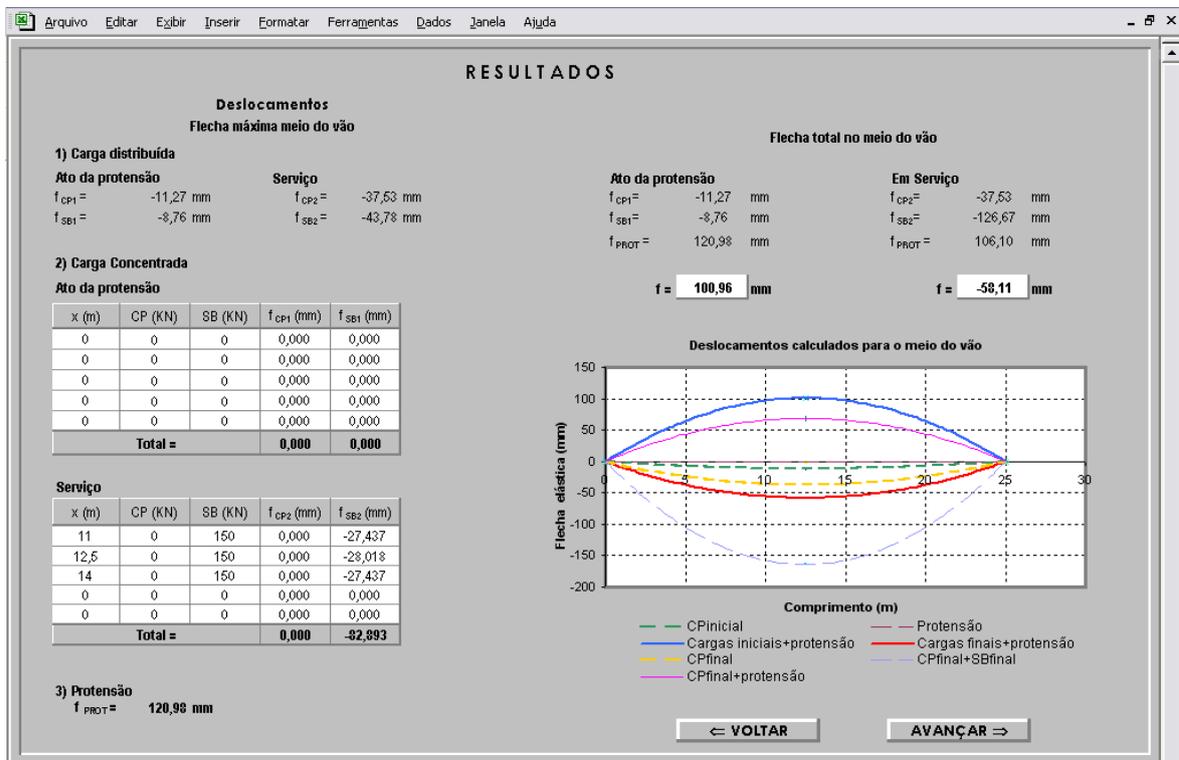


Figura 7.55 – Tela de Resultados 7: deslocamentos calculados para o meio do vão da viga (Exemplo 2)

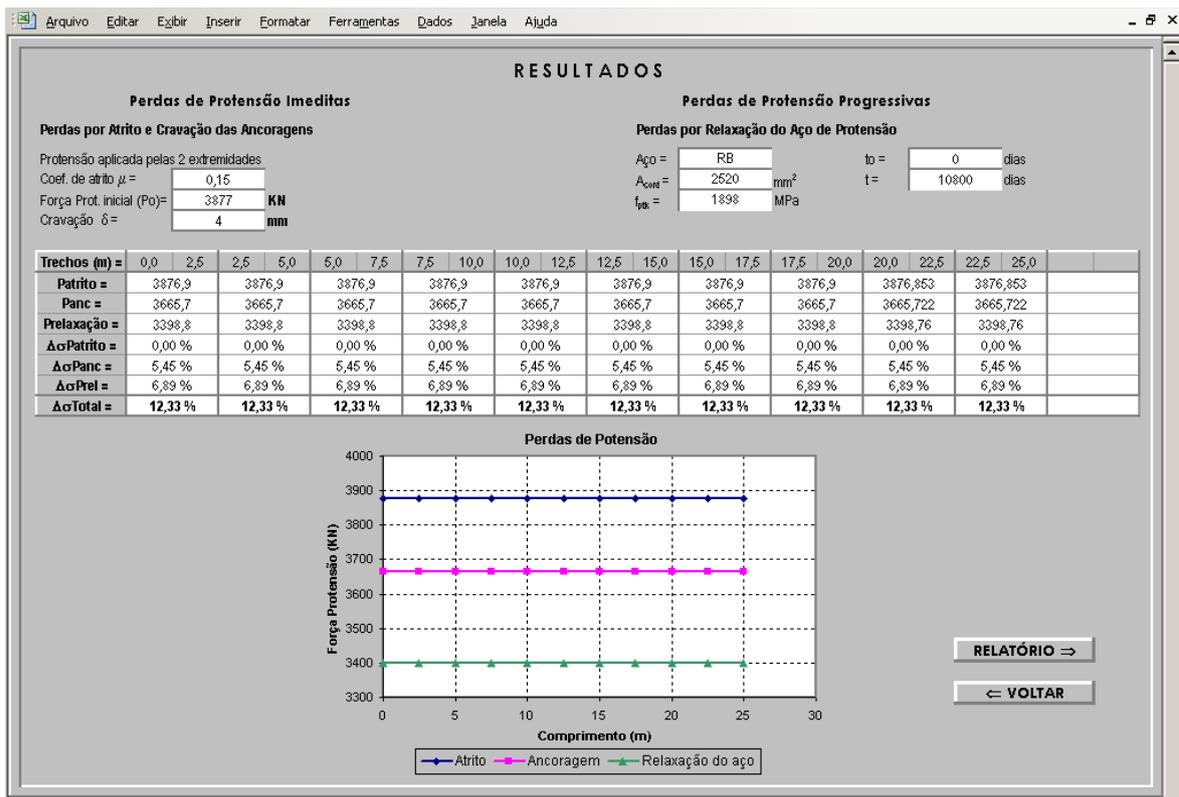


Figura 7.56 – Tela de Resultados 8: perdas de protensão (Exemplo 2)

Para este exemplo, o valor total da força de protensão a ser aplicada na estrutura é igual a 3877kN, correspondendo a 18 cordoalhas de 15,2mm e uma força de 215kN por cordoalha. A partir dos resultados apresentados, verifica-se que as tensões não superam a tensão limite em nenhuma seção, não há risco de ocorrência de FLA, FLM ou FLT, e as verificações ao cisalhamento e efeito de cargas locais também são satisfeitas.

A verificação à flexocompressão, segundo a NBR8800/1986, aponta a necessidade de introduzir dois travamentos ao longo do comprimento da viga, o primeiro a 8,33m e o segundo a 16,67m. Quando esta mesma verificação é realizada considerando a laje trabalhando em conjunto com a viga metálica na resistência à flexão, as equações de interação atingem o valor de 1,04. A verificação da flexocompressão por meio das prescrições do AISC/1999 indica que é preciso colocar um travamento no meio do vão da viga.

A flecha máxima no ato da protensão foi igual a +100,96mm, ou seja, a viga se curva para cima nesta condição de carregamento. Na condição da viga em serviço, a flecha máxima no meio do vão foi igual a -58,11mm, que corresponde a um deslocamento da viga para

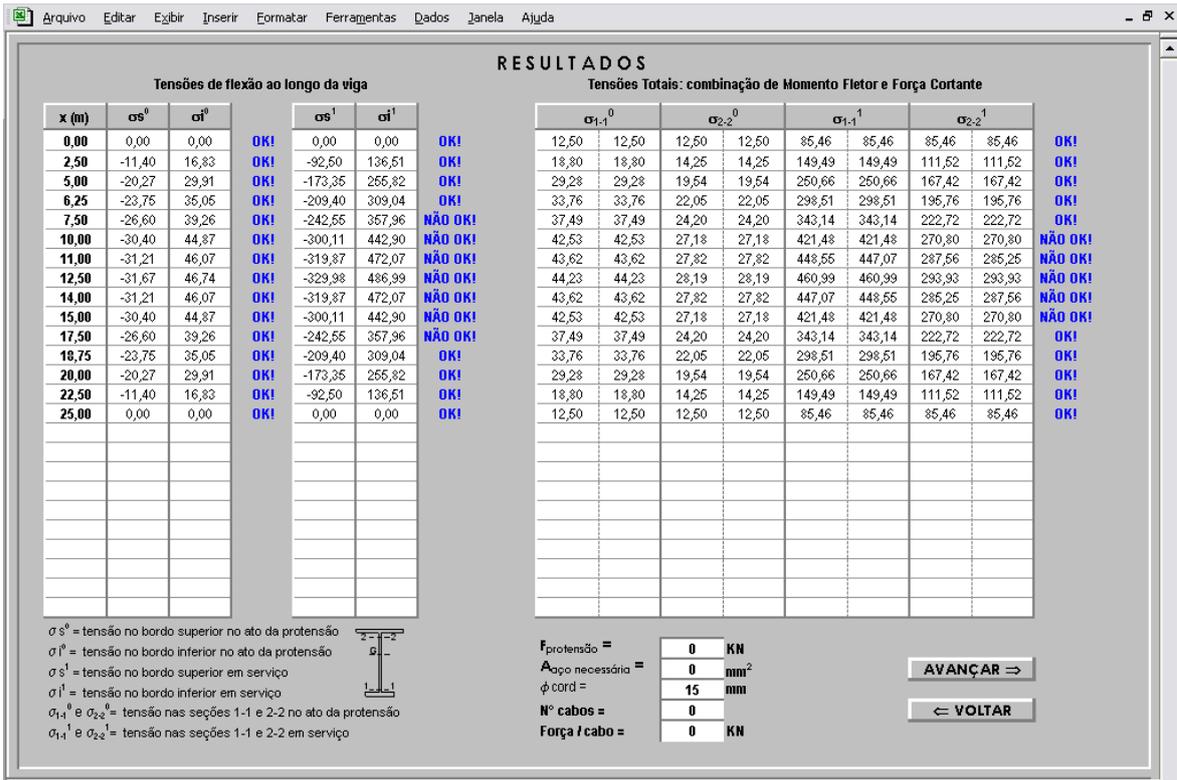


Figura 7.58 – Tela de Resultados 1: tensões nas seções da viga acima dos limites permitidos (Exemplo 2 sem protensão)

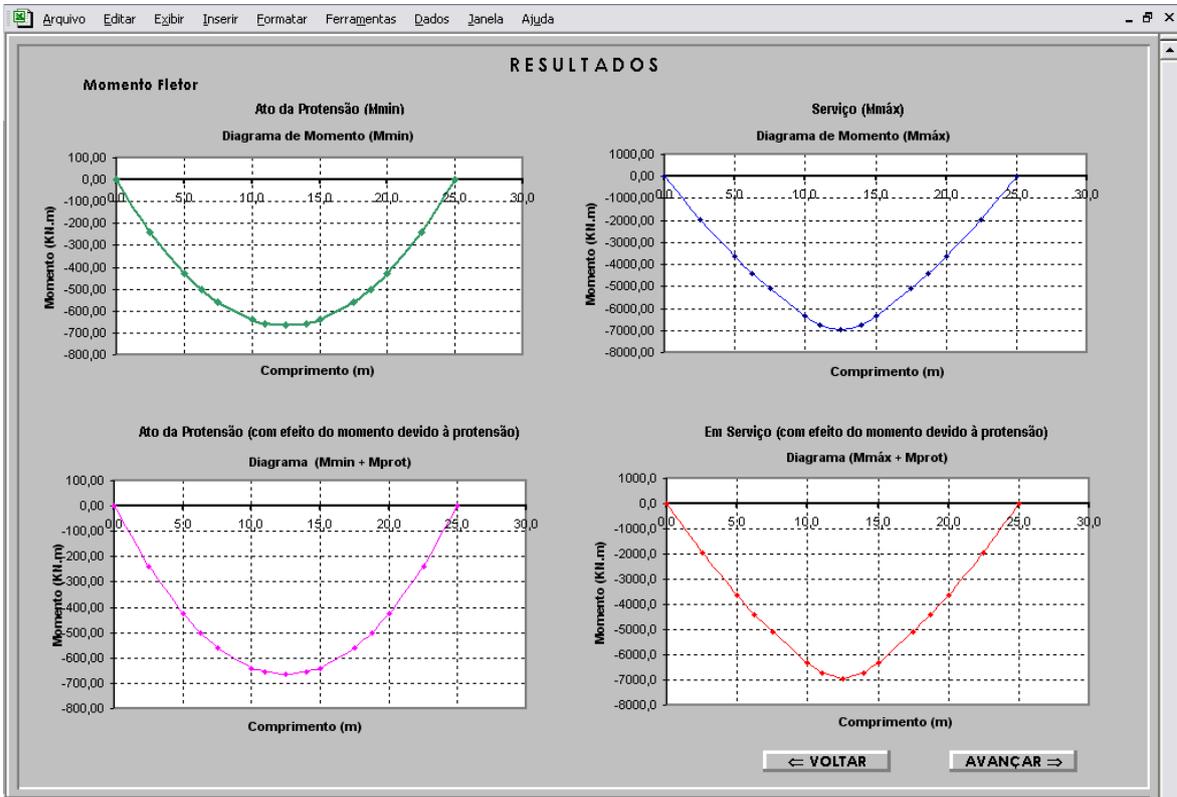


Figura 7.59 – Tela de Resultados 2: diagramas de momentos fletores (Exemplo 2 sem protensão)

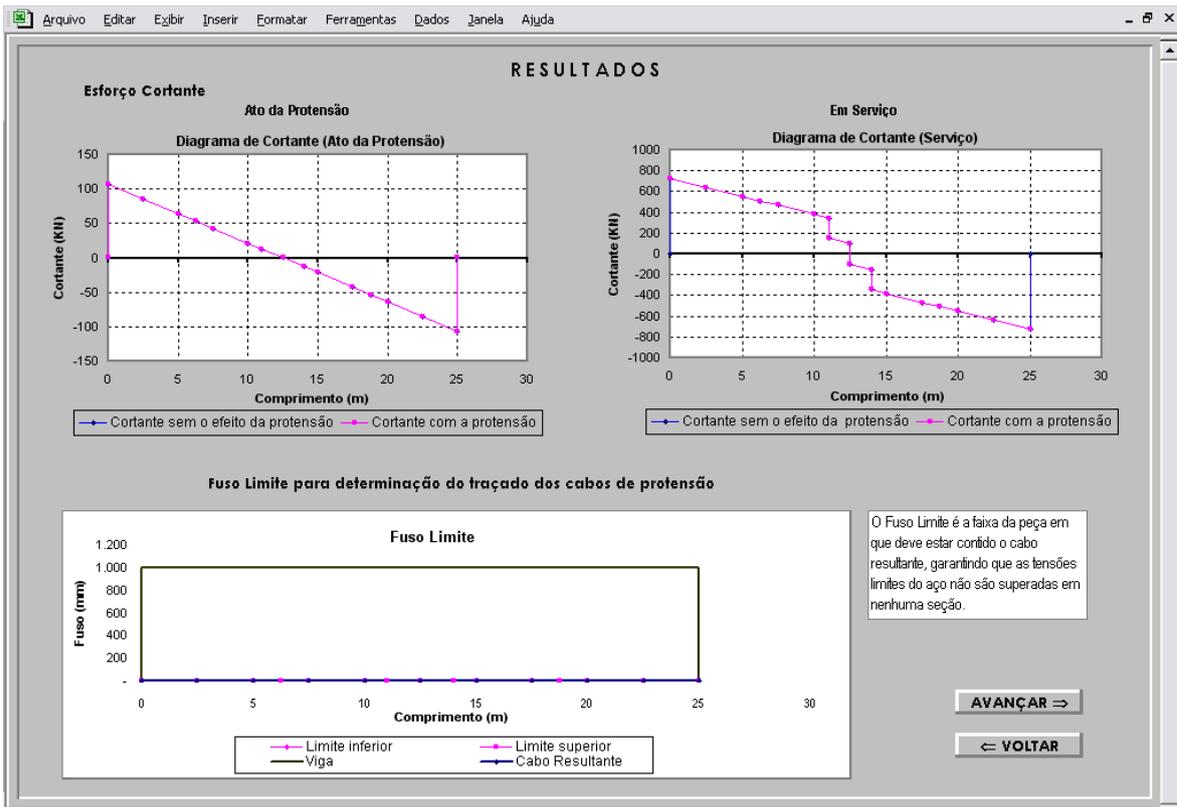


Figura 7.60 – Tela de Resultados 3: diagramas de forças cortantes e o fuso limite não é formado (Exemplo 2 sem protensão)

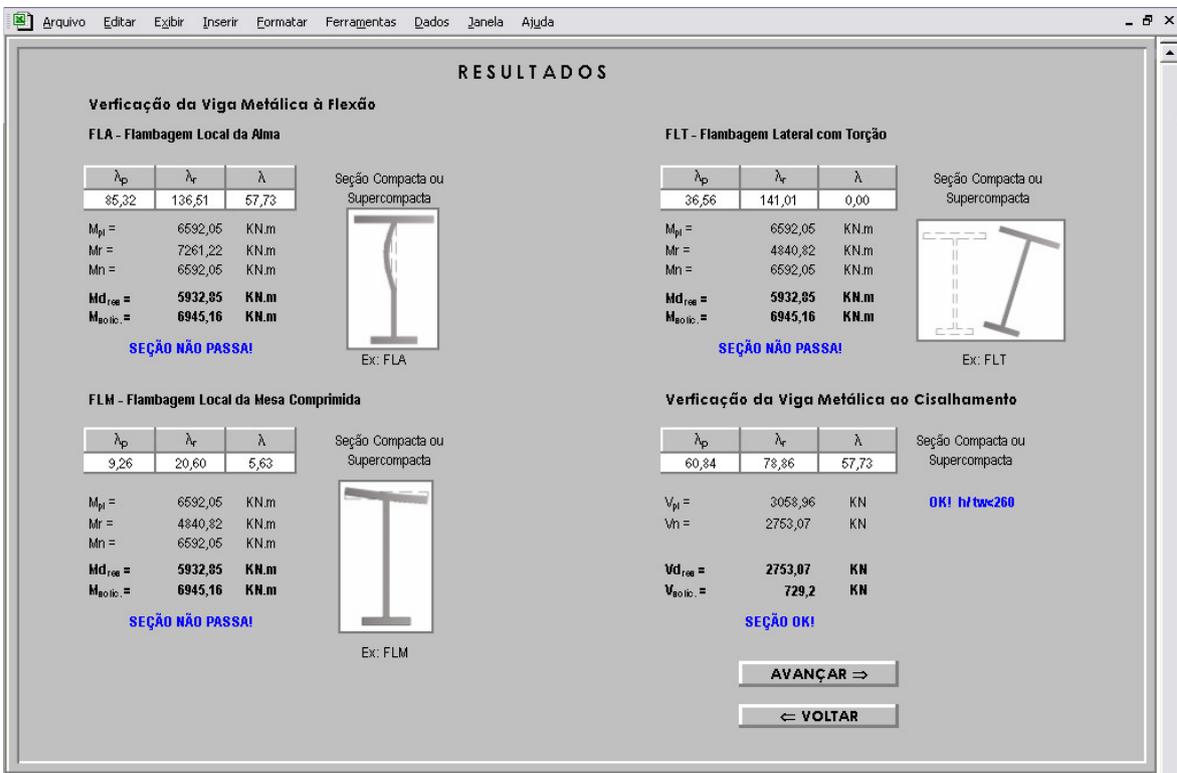


Figura 7.61 – Tela de Resultados 4: a verificação à flexão mostra que a viga NÃO atende as condições de flambagem local e global (Exemplo 2 sem protensão)

Não foram apresentadas as telas de resultados 6 e 8, correspondentes a verificação à flexocompressão e ao cálculo das perdas de protensão, respectivamente, uma vez que sem a força de protensão não se aplica a verificação de efeito combinado de momento fletor e força axial, e também não existem perdas de protensão.

Os resultados mostram que a viga, sem a protensão, não suporta os carregamentos impostos. Nesta situação, as tensões chegam a atingir o valor de 487MPa, o que ultrapassa bastante a tensão limite do material de 345MPa. Observa-se também que as verificações quanto à flambagem não são satisfeitas, indicando que a viga está suscetível a sofrer FLA, FLM e FLT. Portanto, seria necessário aumentar as dimensões do perfil para tornar a viga capaz de absorver os esforços solicitantes.

Para que a viga em estudo se torne capaz de atender os carregamentos atuantes, o flange inferior do perfil deve passar de (380x32)mm para (450x44)mm, e isso significa um aumento de 13,7% na quantidade de metal.

7.3.2 - Modelagem no Ansys

A Figura 7.64, a seguir, mostra a modelagem em elementos finitos da viga apresentada no Exemplo 2, ainda sem os cabos de protensão. No detalhe, tem-se a seção transversal dessa viga e a malha em elementos finitos utilizada. Este modelo foi gerado com 4.500 elementos.

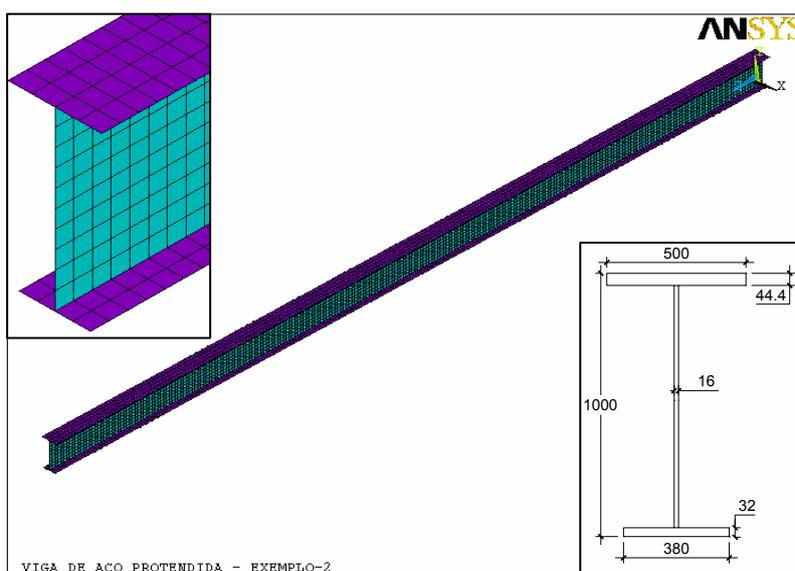


Figura 7.64 – Viga do exemplo 2 modelada no ANSYS

Como descrito anteriormente, a viga possui 25m de comprimento. De forma análoga ao que foi feito no Exemplo 1, para realizar a análise desta viga no ANSYS, os carregamentos foram multiplicados pelos mesmos coeficientes de segurança utilizados na planilha de cálculo de VMP. Inicialmente, serão contemplados os resultados do comportamento da viga de aço sem a protensão e submetida aos carregamentos permanentes e acidentais totais. Em seguida, serão expostos os resultados para a viga protendida, na condição inicial, ato da protensão, e para os carregamentos finais, quando a viga está serviço.

7.3.2.1 Viga metálica sem protensão

Para a avaliação do comportamento estrutural da viga sem protensão, foram lançados os carregamentos totais na estrutura, como mostra a seguir:

- Carga Permanente Total:

$$PP_{\text{viga}} = 3,86 \text{ kN/m e } PP_{\text{laje}} = 9,0 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,3$$

$$CP = 1,3 \times (3,86+9,0) \text{ kN/m} = \mathbf{16,72 \text{ kN/m}}$$

- Carga Acidental Total:

$$SB = 15 \text{ kN/m e cargas concentradas de } 150\text{kN nas posições: } x = 11\text{m, } 12,5\text{m e } 14\text{m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,5$$

$$SB = 1,5 \times 15 \text{ kN/m} = \mathbf{22,5 \text{ kN/m}}$$

$$SB = 1,5 \times 150 \text{ kN} = \mathbf{225 \text{ kN}}$$

Na Figura 7.65, pode ser observada a variação de tensões ao longo do comprimento da viga e na seção do meio do vão, para os carregamentos descritos acima. Nota-se que, para a seção do meio do vão, a tensão na fibra inferior é de tração, e tem valor igual a +48,03 kN/cm². Já a fibra superior, sofre tensão de compressão de -35,63 kN/cm². Como o aço do perfil utilizado neste exemplo tem tensão de escoamento de 345MPa (34,5kN/cm²), esta viga não suporta as solicitações impostas, uma vez que tensão limite é ultrapassada.

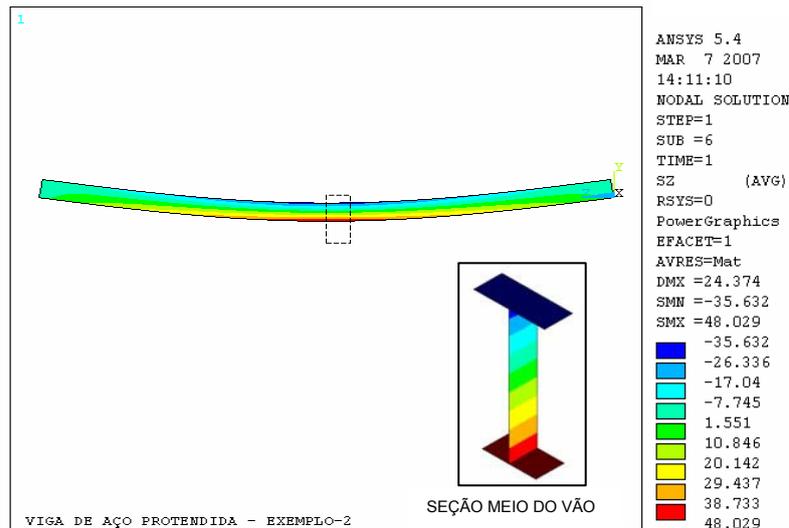


Figura 7.65 – Viga do exemplo 2 modelada no ANSYS (sem protensão)

A flecha máxima para a viga metálica, com carregamento externo total atuando na estrutura e sem aplicação da protensão, foi igual a -167,23mm. A deformada é mostrada na Figura 7.66 abaixo.

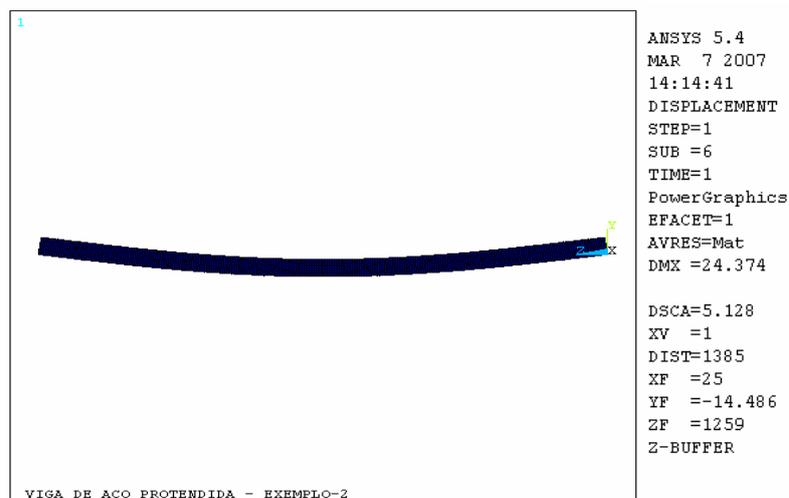


Figura 7.66 – Deformada da viga do exemplo 2 (sem protensão)

Feita a avaliação do comportamento da viga sem protensão, serão mostrados, agora, os resultados obtidos por meio da modelagem no ANSYS, com a introdução, no modelo estrutural, dos elementos que simulam os cabos de protensão, e com a aplicação da força de protensão nesses elementos. A Figura 7.67 ilustra a viga metálica protendida.

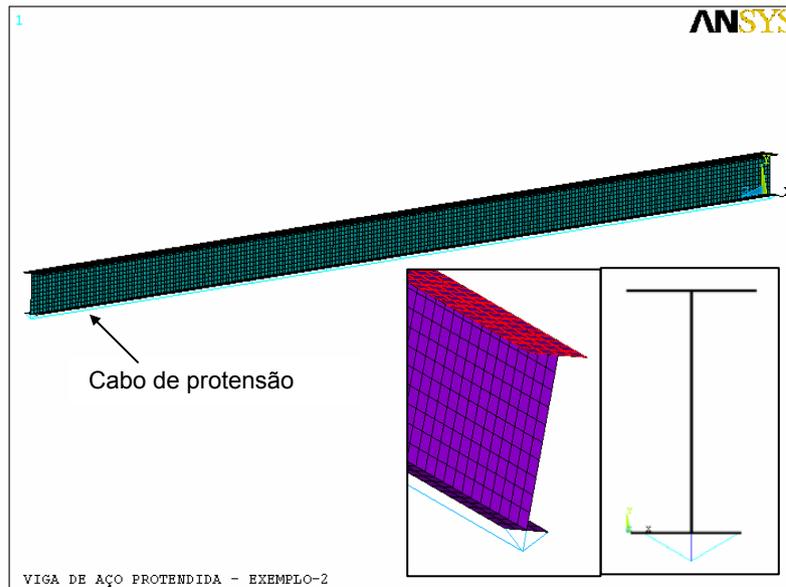


Figura 7.67 – Viga metálica protendida, modelada no ANSYS (Exemplo 2)

7.3.2.2 Condição inicial: ato da protensão

Os carregamentos lançados no modelo estrutural, em elementos finitos, para a condição do ato da protensão, foram os seguintes:

- Carga Permanente:

$$PP_{\text{viga}} = 3,86 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,2$$

$$PP_{\text{viga}} = 1,2 \times 3,86 \text{ kN/m} = \mathbf{4,63 \text{ kN/m}}$$

- Sobrecarga inicial:

$$SB = 3,00 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,3$$

$$PP_{\text{viga}} = 1,3 \times 3,00 \text{ kN/m} = \mathbf{3,90 \text{ kN/m}}$$

- Força de Protensão:

A força de protensão inicial é igual a 3877kN

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_p = 1,2$$

$$P = 1,2 \times 3877 \text{ kN} = \mathbf{4652,4 \text{ kN}}$$

Será utilizado um cabo resultante, localizado 0,10m abaixo do flange inferior da viga.

Neste modelo, a força de protensão também foi aplicada à estrutura através de uma variação de temperatura, ΔT , dada aos elementos que simulam os cabos de protensão. Admitindo uma temperatura de referência, para toda a estrutura, de 21°C , a nova temperatura do cabo de protensão é determinada pela Equação 6.17 abaixo:

$$T = \frac{P}{\alpha E_p A_p} + T_r \quad (6.17)$$

onde: T = nova temperatura do cabo, de forma a simular a força de protensão;

P = força de protensão aplicada nos cabos resultantes, 4652,4 kN;

T_r = temperatura de referência, 21°C ;

α = coeficiente de dilatação térmica do cabo = $1,2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$;

E_p = módulo de elasticidade do aço de protensão = 20.200 kN/cm^2 ;

A_p = área do aço de protensão = $31,8 \text{ cm}^2$ (18 cabos de protensão com diâmetro igual a 15mm).

Substituindo os valores acima na Equação 6.17, chega-se ao valor de T para cada cabo de protensão:

$$T = \frac{-4652,4}{1,2 \times 10^{-5} \times 20200 \times 31,8} + 21^{\circ}\text{C} \Rightarrow T = -582,5^{\circ}\text{C}$$

Aplicando a temperatura $T = -582,5^{\circ}\text{C}$ nos elementos que simulam os cabos de protensão, foi encontrada uma força axial nos cabos com valor igual a 3870,5 kN. Então, foram feitos ajustes no valor da temperatura T , de forma a encontrar uma força axial próxima da força de protensão desejada para o ato da protensão, 4652,4 kN. Sendo assim, chegou-se a temperatura $T = -707,5^{\circ}\text{C}$, que gera nos cabos um esforço axial de 4653 kN, valor muito próximo ao se queria obter para a força de protensão.

Após o lançamento dos carregamentos e aplicação da protensão, foram extraídos os resultados das tensões ao longo da viga, como mostra a Figura 7.68.

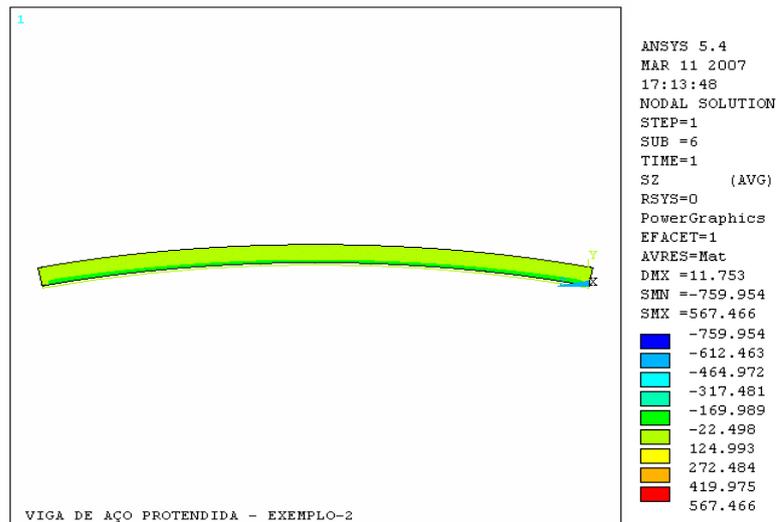


Figura 7.68 – Tensões ao longo da viga, ato da protensão (Exemplo 2)

Neste modelo também se verifica uma grande concentração de tensões na região das ancoragens dos cabos, que pode ser melhor visualizada na Figura 7.69. As “placas de ancoragem” são responsáveis pela absorção destas tensões nas extremidades, e não foram discretizadas neste modelo.

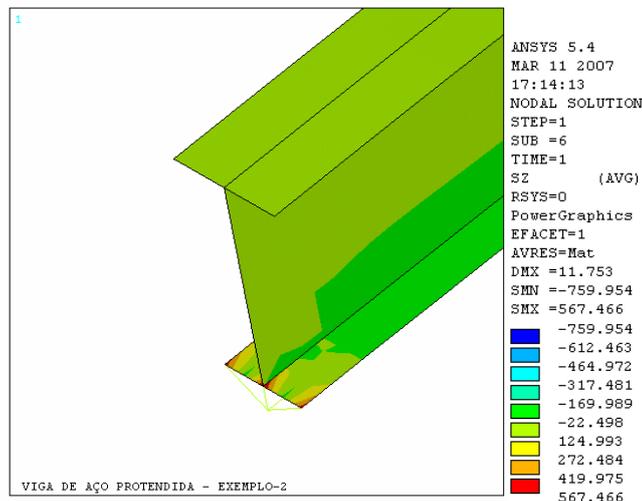


Figura 7.69 – Tensões nas ancoragens, ato da protensão (Exemplo 2)

Neste exemplo, foi usado o traçado reto para o cabo de protensão, que leva à geração de momentos nas extremidades da viga. Então, além das tensões nos elementos do meio do vão, serão mostradas, também, tensões nas seções localizadas a 2,5m e 22,5m, ou seja, seções mais próximas aos apoios. Isso será feito para uma melhor comparação dos resultados encontrados usando a planilha de cálculo de VMP e os resultados deste modelo

em elementos finitos. Uma observação a ser feita é que não foi escolhida exatamente a seção de apoio para a análise das tensões, em virtude da já referida concentração de tensões existente neste local, o que impossibilitaria a comparação de resultados.

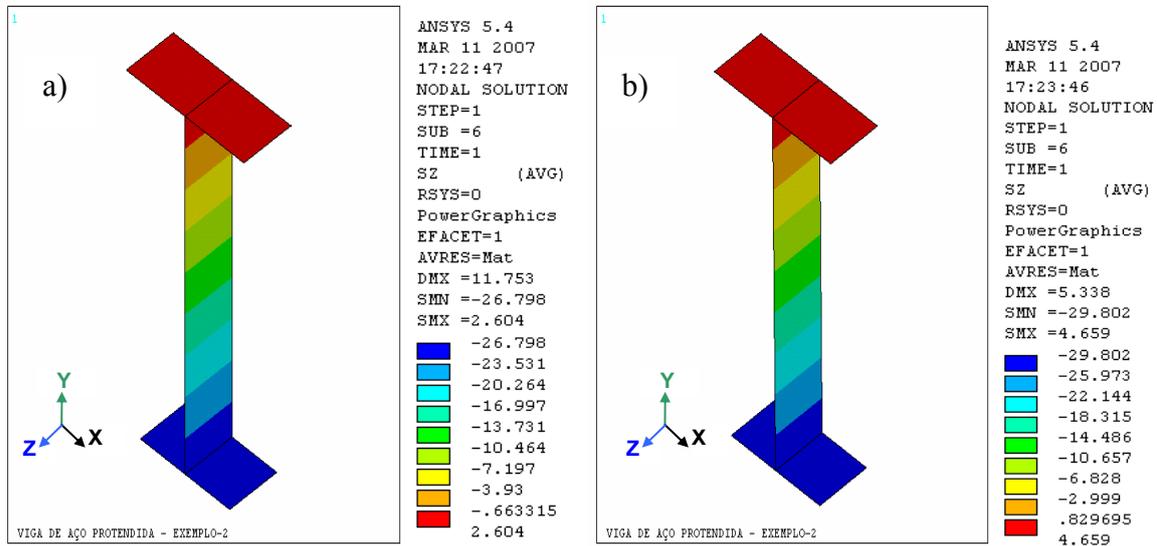


Figura 7.70 – Tensões no ato da protensão: a)meio do vão b)2,5m e 22,5m (Exemplo 2)

A partir da Figura 7.70, nota-se que as tensões para a seção do meio do vão variaram de -26,8 kN/cm², tensão de compressão na fibra inferior, à 2,6 kN/cm², tensão de tração na fibra superior. Já nas seções localizadas à 2,5m e 22,5m, as tensões foram um pouco superiores, atingindo os valores de -29,8 kN/cm² e 4,66 kN/cm² nas fibras inferior e superior, respectivamente. A Figura 7.71 traz os diagramas com essas tensões resultantes.

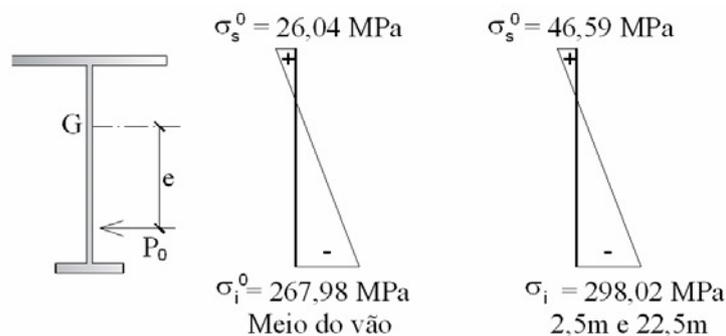


Figura 7.71 – Diagrama de tensões na seção do meio do vão, a 2,5m e 22,5m, no ato da protensão (Exemplo 2)

A numeração dos nós e dos elementos analisados para a seção do meio do vão é mostrada na Figura 7.72.

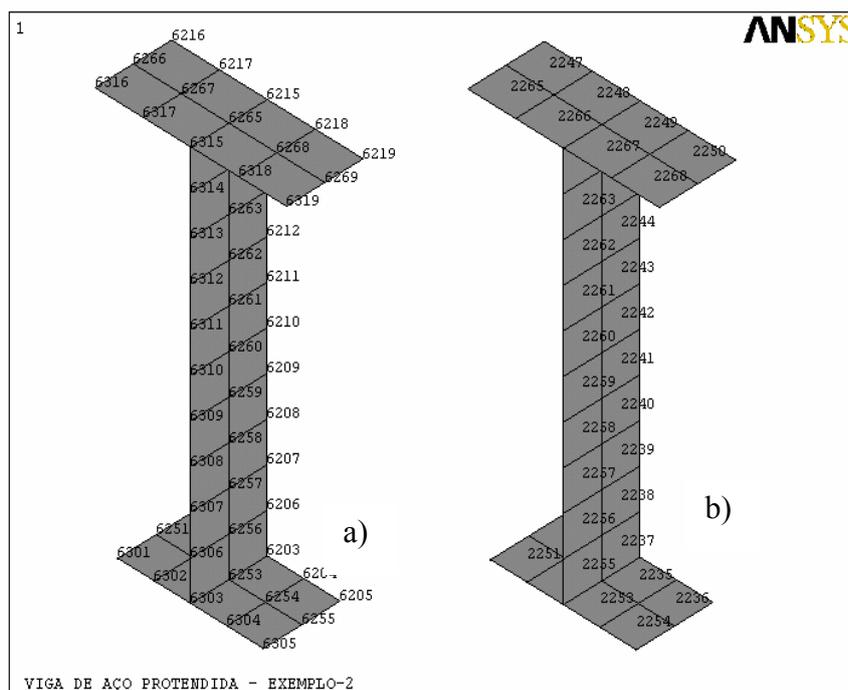


Figura 7.72 – Numeração dos nós e elementos para seção do meio do vão (Exemplo 2):
a) nós; b) elementos

As Tabelas 7.7 e 7.8 trazem as tensões em dois elementos da alma da viga, como uma forma de exemplificar as tensões obtidas no modelo. O primeiro a ser analisado tem numeração 2255 e está localizado na parte inferior da alma, conectado à mesa inferior do perfil. O outro elemento tem número 2264, e está situado na região superior da alma, unido à mesa superior.

Tabela 7.7 – Tensões no elemento da alma 2255, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 2 no ato da protensão (valores em kN/cm^2)

ELEMENTO 2255		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
6253	-1,82E-32	-0,46762	-26,467	2,51E-18	-0,56211	6,87E-16
6256	-1,53E-32	0,46303	-23,365	2,72E-17	-0,56207	6,05E-16
6306	-1,69E-32	0,46315	-23,365	-2,75E-18	0,56681	6,35E-16
6303	-1,98E-32	-0,4675	-26,467	-2,74E-17	0,56677	7,17E-16
6253	-1,82E-32	-0,46762	-26,467	2,51E-18	-0,56211	6,87E-16
6256	-1,53E-32	0,46303	-23,365	2,72E-17	-0,56207	6,05E-16
6306	-1,69E-32	0,46315	-23,365	-2,75E-18	0,56681	6,35E-16
6303	-1,98E-32	-0,4675	-26,467	-2,74E-17	0,56677	7,17E-16

Tabela 7.8 – Tensões no elemento da alma 2264, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 2 no ato da protensão (valores em kN/cm^2)

ELEMENTO 2264		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
6264	-3,16E-34	-0,51734	-1,0559	1,19E-18	-0,56205	1,31E-17
6265	2,53E-33	0,41392	2,0483	2,59E-17	-0,56207	-6,93E-17
6315	9,34E-34	0,41389	2,0483	-4,08E-18	0,56756	-3,93E-17
6314	-1,91E-33	-0,51738	-1,0559	-2,88E-17	0,56757	4,31E-17
6264	-3,16E-34	-0,51734	-1,0559	1,19E-18	-0,56205	1,31E-17
6265	2,53E-33	0,41392	2,0483	2,59E-17	-0,56207	-6,93E-17
6315	9,34E-34	0,41389	2,0483	-4,08E-18	0,56756	-3,93E-17
6314	-1,91E-33	-0,51738	-1,0559	-2,88E-17	0,56757	4,31E-17

As tensões correspondem ao eixo de coordenadas globais X, Y e Z, visto na Figura 7.78. Conforme dito anteriormente, as tensões “SX”, “SY” e “SZ” são tensões normais atuantes nas direções X, Y e Z, e as tensões “SXY”, “SYZ” e “SXZ” são cisalhantes. As tensões são dadas para o plano superior e inferior do elemento, por isso os nós do elemento se repetem na tabela.

O valor máximo de deslocamento vertical, para a viga no ato da protensão e com carregamento nominal, foi igual a +97,72mm (curvatura para cima). A deformada da viga pode ser vista na Figura 7.73.

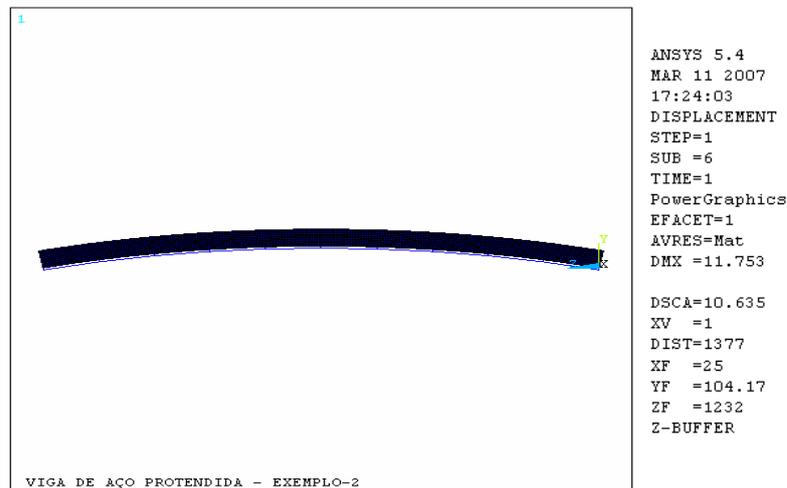


Figura 7.73 – Deformada da viga, ato da protensão (Exemplo 2)

A etapa seguinte foi fazer a análise da viga na condição de carregamento final. Os resultados da modelagem em elementos finitos para esta situação são mostrados a seguir.

7.3.2.3 Condição final: serviço

Nesta fase, foram lançados no modelo estrutural em elementos finitos, todos os carregamentos atuantes na viga:

- Carga Permanente Total:

$$PP_{\text{viga}} = 3,86 \text{ kN/m e } PP_{\text{laje}} = 9,0 \text{ kN/m}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,3$$

$$PP_{\text{viga}} = 1,3 \times 3,86 \text{ kN/m} = \mathbf{5,02 \text{ kN/m}}$$

$$PP_{\text{laje}} = 1,3 \times 9,0 \text{ kN/m} = \mathbf{11,70 \text{ kN/m}}$$

- Carga Acidental Total:

SB = 15 kN/m e cargas concentradas de 150kN nas posições: x = 11m, 12,5m e 14m.

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_G = 1,5$$

$$SB = 1,5 \times 15 \text{ kN/m} = \mathbf{22,5 \text{ kN/m}}$$

$$SB = 1,5 \times 150 \text{ kN} = \mathbf{225 \text{ kN}}$$

- Força de Protensão Final:

$$P = 3400 \text{ kN}$$

$$\text{Coeficiente de segurança } \gamma_p = 0,9$$

$$P = 0,9 \times 3400 \text{ kN} = \mathbf{3060 \text{ kN}}$$

Será usado um cabo resultante.

A Equação 6.17 será novamente utilizada para cálculo da temperatura que deve ser fornecida ao elemento que simula o cabo de protensão, visando obter a mesma carga axial dada pela aplicação da protensão:

$$T = \frac{P}{\alpha E_p A_p} + T_r \quad (6.17)$$

onde: T = nova temperatura do cabo, de forma a simular a força de protensão;

P = força de protensão aplicada nos cabos resultantes, 3060 kN;

Tr = temperatura de referência, 21°C;

α = coeficiente de dilatação térmica do cabo = $1,2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$;

E_p = módulo de elasticidade do aço de protensão = 20.200 kN/cm^2 ;

A_p = área do aço de protensão = $31,8 \text{ cm}^2$ (8 cabos de protensão com diâmetro igual a 15mm).

Substituindo os valores acima na Equação 6.17, chega-se a temperatura, T:

$$T = \frac{-3060}{1,2 \times 10^{-5} \times 20200 \times 31,8} + 21^{\circ}\text{C}$$

$$T = -396,7^{\circ}\text{C}$$

A temperatura $T = -396,7^{\circ}\text{C}$ foi aplicada no cabo de protensão. Em seguida foram feitas as correções no valor de T, até encontrar uma força axial nos elementos de cabo próxima ao valor da protensão ($P = 3060 \text{ kN}$). Chegou-se, então, a temperatura $T = -332^{\circ}\text{C}$, que provoca nos cabos um esforço axial de $3059,1 \text{ kN}$, valor satisfatório para a força de protensão P.

As tensões obtidas pela modelagem no ANSYS, para a viga em serviço, são mostradas na Figura 7.75.

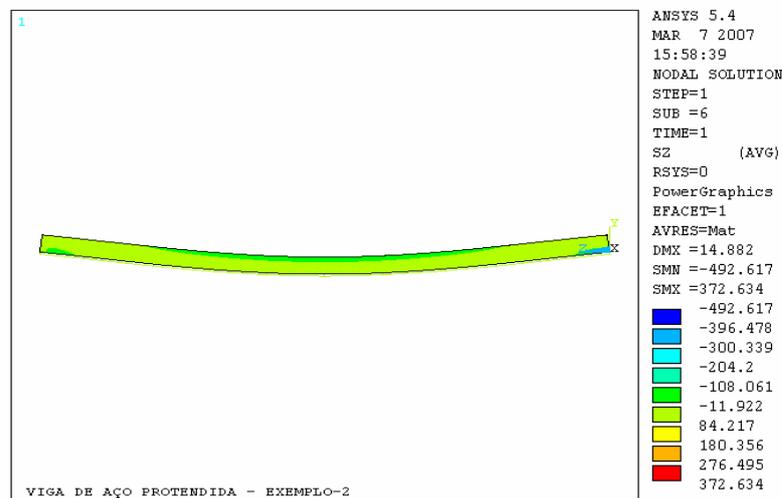


Figura 7.74 – Tensões ao longo da viga, condição de serviço (Exemplo 2)

Os picos de tensões localizados nas ancoragens dos cabos podem ser visualizados na Figura 7.75 abaixo.

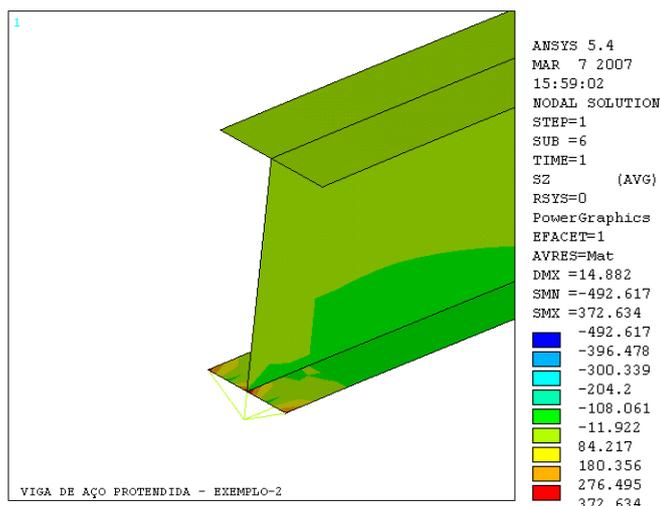


Figura 7.75 – Tensões nas ancoragens, em serviço (Exemplo 2)

As tensões para a seção do meio do vão da viga e também para as seções situadas a 2,5m e 22,5m são exibidas na Figura 7.76. Pode-se observar que os valores das tensões mais próximas aos apoios são menores quando comparados com os valores das tensões nos elementos do meio do vão. Verifica-se, ainda, que nas seções à 2,5m e 22,5m, as tensões atuantes são apenas de compressão.

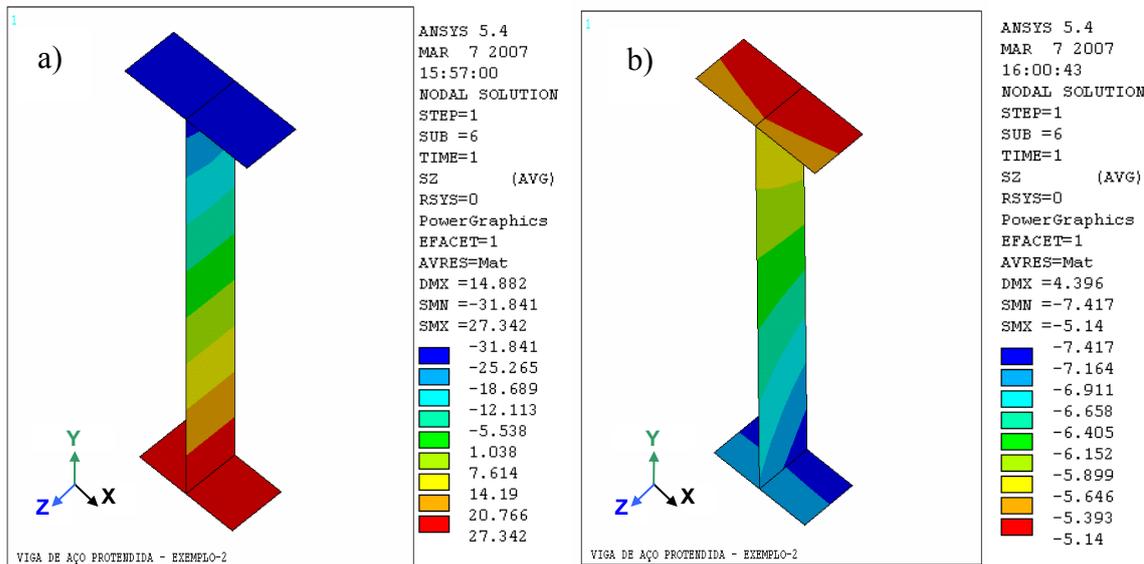


Figura 7.76 – Tensões para viga em serviço: a)meio do vão b)2,5m e 22,5m (Exemplo 2)

A Figura 7.84 mostra que a seção do meio do vão apresenta tensão de compressão de -31,84 kN/cm² na fibra superior, e tensão de tração igual a +27,34 kN/cm², na fibra inferior. As seções localizadas a 2,5m e 22,5m de comprimento, estão completamente comprimidas,

com tensões que variam de $-7,42 \text{ kN/cm}^2$ a $-5,14 \text{ kN/cm}^2$. O diagrama esquemático de tensões para esta situação é mostrado na Figura 7.77.



Figura 7.77 – Diagrama de tensões na seção do meio do vão, a 2,5m e 22,5m, no ato da protensão (Exemplo 2)

As Tabelas 7.9 e 7.10 trazem as tensões na condição de serviço, para os mesmos elementos analisados na situação do ato da protensão: os elementos localizados na alma, com numeração 2255 e 2264. Vale destacar que a numeração dos nós e dos elementos desta seção em estudo, no meio do vão da viga, foi apresentada na Figura 7.80.

Tabela 7.9 – Tensões no elemento da alma 2255, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo 2, em serviço (valores em kN/cm^2)

ELEMENTO 2255		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
6253	1,77E-32	0,79978	26,61	-9,79E-18	1,1686	-6,75E-16
6256	1,22E-32	-0,98174	20,671	-5,71E-17	1,1716	-5,17E-16
6306	1,53E-32	-0,9727	20,674	4,42E-19	-0,98936	-5,75E-16
6303	2,07E-32	0,80882	26,612	4,78E-17	-0,9924	-7,33E-16
6253	1,77E-32	0,79978	26,61	-9,79E-18	1,1686	-6,75E-16
6256	1,22E-32	-0,98174	20,671	-5,71E-17	1,1716	-5,17E-16
6306	1,53E-32	-0,9727	20,674	4,42E-19	-0,98936	-5,75E-16
6303	2,07E-32	0,80882	26,612	4,78E-17	-0,9924	-7,33E-16

Tabela 7.10 – Tensões no elemento da alma 2264, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga do exemplo2, em serviço (valores em kN/cm^2)

ELEMENTO 2264		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
6264	-2,43E-32	-7,0498	-22,928	-2,46E-16	2,2325	6,68E-16
6265	-3,42E-32	-9,4185	-30,824	-3,61E-16	4,1895	9,29E-16
6315	-2,49E-32	-3,605	-29,08	-1,31E-16	1,3162	8,07E-16
6314	-1,49E-32	-1,2363	-21,184	-1,58E-17	-0,64076	5,45E-16
6264	-2,43E-32	-7,0498	-22,928	-2,46E-16	2,2325	6,68E-16
6265	-3,42E-32	-9,4185	-30,824	-3,61E-16	4,1895	9,29E-16
6315	-2,49E-32	-3,605	-29,08	-1,31E-16	1,3162	8,07E-16
6314	-1,49E-32	-1,2363	-21,184	-1,58E-17	-0,64076	5,45E-16

As tensões “SX”, “SY” e “SZ” são as tensões normais atuantes nas direções X, Y e Z, do eixo global, e as tensões “SXY”, “SYZ” e “SXZ” são tensões cisalhantes. As tensões “SZ” representam as tensões de flexão ao longo do comprimento da viga. As tensões contempladas nas tabelas são para os planos superior e inferior do elemento (*top e bottom*).

A deformada da viga do exemplo 2, quando em situação de serviço, é mostrada na Figura 7.78. O valor máximo do deslocamento foi de -62,76mm, considerando os carregamentos nominais.

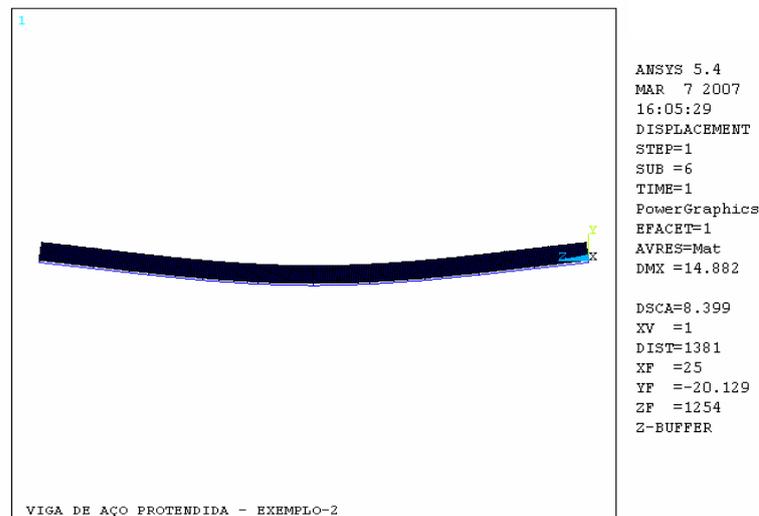


Figura 7.78 – Deformada da viga em serviço (Exemplo 2)

7.3.3 - Aplicativo *versus* modelagens no Ansys

A seguir será feita a comparação entre os resultados provenientes da utilização do aplicativo desenvolvido para o cálculo de vigas metálicas protendidas e os resultados obtidos através das modelagens em elementos finitos, no programa ANSYS.

As tensões serão analisadas e comparadas para a viga de aço sem aplicação da protensão, e com a força de protensão aplicada na estrutura. A Figura 7.79 abaixo ilustra as siglas referentes as tensões para o meio do vão da viga do Exemplo 1, que serão comparadas pelos dois métodos de cálculos citados anteriormente.

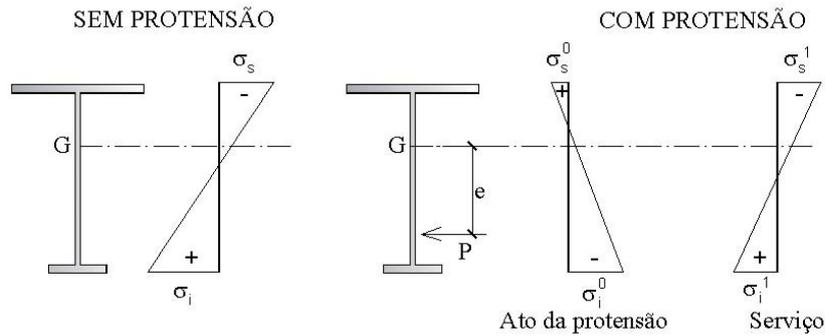


Figura 7.79 – Siglas utilizadas para as tensões na viga, sem protensão e com protensão

Os valores das tensões no meio do vão para a viga sem protensão e com a protensão, tanto no ato da protensão quanto na condição de serviço, são apresentados na Tabela 7.11.

Tabela 7.11 – Tensões para o meio do vão da viga, obtidas pelo uso do aplicativo excel e pelas modelagens no ANSYS (Exemplo 2)

	TENSÃO (MPa)	Meio do vão (L=12,5m)			L=2,5m e L=22,5m		
		APLICATIVO	ANSYS	DIFER.	APLICATIVO	ANSYS	DIFER.
Sem protensão	σ_s	-329,98	-356,32	7,39%	-92,50	-93,76	1,34%
	σ_i	486,99	480,29	1,38%	136,51	137,90	1,01%
Com protensão	σ_s^0	27,52	26,04	5,38%	47,79	46,59	2,51%
	σ_i^0	-275,01	-267,98	2,56%	-304,93	-298,02	2,27%
	σ_s^1	-291,05	-318,41	8,59%	-53,57	-51,4	4,05%
	σ_i^1	275,36	273,42	0,70%	-75,13	-74,17	1,28%

Analisando os dados da Tabela 7.11, nota-se que, no geral, as diferenças entre os resultados encontrados pelo uso do aplicativo desenvolvido no Excel para o cálculo de vigas de aço protendidas e os resultados extraídos dos modelos em elementos finitos, foram maiores para a seção do meio do vão do que para as seções mais próximas aos apoios. No caso da viga sob os carregamentos externos e sem protensão, os valores de tensões encontrados pelos dois métodos foram muito parecidos, variando cerca de 1%, com exceção da tensão na fibra superior, para a seção do meio do vão, onde a diferença de valores foi igual a 7,39%. No ato da protensão, a variação entre os resultados foi de 2,27% a 5,38%. Para as tensões na viga em serviço, foram obtidos valores muito próximos, com apenas 0,70% de diferença, no caso das tensões na fibra inferior para a seção do meio do vão, e também, valores com diferença mais acentuada, 8,59% para a fibra superior na seção do meio do vão. A comparação desses valores de tensões, extraídos pela utilização

do aplicativo e dos modelos no ANSYS, mostra que os resultados estão coerentes e não apresentam grandes divergências.

A Tabela 7.12, a seguir, mostra os valores dos deslocamentos verticais encontrados para a viga do Exemplo 2, através do uso do aplicativo e pelas modelagens no ANSYS. Nos dois casos, foram utilizadas as cargas sem majoração para a obtenção dos deslocamentos.

Tabela 7.12 – Deslocamentos verticais, obtidos pelo uso do aplicativo Excel e pelas modelagens no ANSYS (Exemplo 2)

	FLECHAS (mm)	APLICATIVO	ANSYS	DIFERENÇA
Sem protensão	$\delta =$	-164,2	-167,23	1,81%
Com protensão	δ_0 (ato protensão) =	100,96	97,72	3,21%
	δ_1 (serviço) =	-58,11	-62,76	7,41%

Como pode ser observado na tabela acima, os valores dos deslocamentos verticais encontrados pelos dois métodos de análises, aplicativo Excel e modelos discretizados no ANSYS, são próximos. Para a viga sem protensão, a diferença encontrada entre os valores das flechas foi muito pequena (1,81%). Confrontando os resultados para a viga sob a ação da protensão, nota-se que os deslocamentos diferem de 3,21% para o ato da protensão e a maior diferença encontrada foi de 7,41%, para a viga em serviço, representando cerca de 5mm, o que significa, também, uma variação bastante reduzida, tendo em vista o comprimento total da estrutura, igual a 25000mm.

8 - ANÁLISE MODAL E ANÁLISE DINÂMICA DA RUPTURA DO CABO DE PROTENSÃO

8.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, será realizada uma abordagem sobre as frequências naturais e modos de vibração de vigas de aço protendidas, tomado como referência, as mesmas vigas avaliadas no capítulo anterior. Pretende-se, com isso, entender o efeito da força de protensão nas frequências de vibração de tais estruturas.

Será apresentado, também, o estudo sobre o comportamento das vigas protendidas sob eventual ruptura dos cabos de protensão. Este estudo será realizado de forma estática, partindo dos modelos discretizados em elementos finitos, no programa ANSYS, e implementando a simulação da ruptura do cabo, e de maneira dinâmica, pela obtenção da vibração das vigas, ao longo do tempo, através da formulação matemática desenvolvida no Capítulo 6 e pelas modelagens numéricas.

8.2 - ESTUDO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

As estruturas, de um modo geral, são projetadas para resistir aos carregamentos estáticos, no entanto, existem casos em que devem ser considerados os efeitos das cargas dinâmicas, normalmente geradas por máquinas, tráfego de automóveis, por atividades humanas, etc.

A verificação do comportamento dinâmico das estruturas torna-se mais importante a cada dia, em razão da forte tendência em se projetar estruturas mais esbeltas e flexíveis, o que reduz as suas frequências naturais, podendo deixá-las mais propensas aos efeitos dos carregamentos dinâmicos. As cargas dinâmicas podem produzir níveis de vibrações elevados, os quais podem causar desconforto humano, ou até mesmo, colocar em risco a segurança da estrutura. (Faísca, 2003).

A Tabela 8.1 apresenta a faixa das frequências fundamentais para diversos tipos de estruturas, como estádios, salões de ginásticas, passarelas, entre outras, para cargas dinâmicas induzidas por pessoas (CEB,1991 *apud* Faísca, 2003).

Tabela 8.1 – Faixas de frequências fundamentais (CEB,1991 *apud* Faisca, 2003)

Atividade	Frequência Fundamental (Hz)
Andar	1,6 a 2,4
Correr	2,0 a 3,5
Saltar	1,8 a 3,4
Dançar hard rock	1,5 a 3,0
Dançar light rock	1,5 a 3,0
Movimento lateral do corpo	0,6
Aplaudir e mover o corpo do pé	1,6 a 2,4

De acordo com Blevins (1979), as frequências naturais para vigas bi-apoiadas são calculadas utilizando-se a seguinte expressão:

$$f_i = \frac{(i\pi)^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{m} \right)^{1/2} ; i = 1, 2, 3, \dots \quad (8.1)$$

onde: E é módulo de elasticidade do material, I é o momento de inércia em relação ao eixo neutro, L é o comprimento da viga e m é a massa por unidade de comprimento.

Blevins (1979) relata, ainda, que vigas submetidas a cargas axiais têm os valores de frequências naturais modificados por estes carregamentos. Quando é aplicada uma carga axial de tração, o valor da frequência natural da viga aumenta. Já a atuação de uma força axial de compressão, faz diminuir a frequência natural da viga. A expressão para o cálculo das frequências naturais para vigas solicitadas por forças axiais é a seguinte:

$$f_i = \frac{(i\pi)^2}{2\pi L^2} \left(1 + \frac{PL^2}{EI^2\pi^2} \right)^{1/2} \left(\frac{EI}{m} \right)^{1/2} ; i = 1, 2, 3, \dots \quad (8.2)$$

onde P é a força axial, sendo positiva se a força é de tração e negativa para força de compressão.

A seguir será feito o estudo das frequências naturais para as vigas analisadas nos exemplos apresentados no capítulo anterior.

8.2.1 - Freqüências naturais para a viga do exemplo 1

A viga discutida no Exemplo 1, do capítulo anterior, será agora analisada quanto as suas freqüências naturais. Serão expostos os valores das freqüências referentes aos cinco primeiros modos de vibração.

Para a realização deste estudo, foi elaborado um modelo mais simples em elementos finitos, onde a viga metálica foi discretizada por uma barra, utilizando, para isso, o elemento BEAM4 da biblioteca do ANSYS. A protensão foi dada à estrutura, por meio da aplicação de forças na viga, equivalentes às que seriam transmitidas pelos cabos de protensão. Este modelo foi criado com a finalidade de facilitar a manipulação dos dados e permitir uma melhor interpretação dos resultados obtidos.

Para tornar este modelo linear compatível com o modelo de casca, utilizado para a verificação das tensões e deformações ao longo da viga, foram impostas características iguais para a viga nos dois modelos. Sendo assim, para o elemento BEAM4 foi informado a área e o comprimento da viga, o momento de inércia em torno dos eixos x e y, além do módulo de elasticidade do aço e a densidade, para o cálculo da massa. Em seguida, as forças de protensão, que seriam transmitidas por cabos poligonais, ancorados no centro de gravidade das seções de extremidade, foram decompostas na direção horizontal (F_H) e vertical (F_V). As forças horizontais foram aplicadas nos nós de apoio da viga, comprimindo a peça. A soma das componentes verticais foi aplicada no nó do meio da viga, conforme mostra a Figura 8.1.

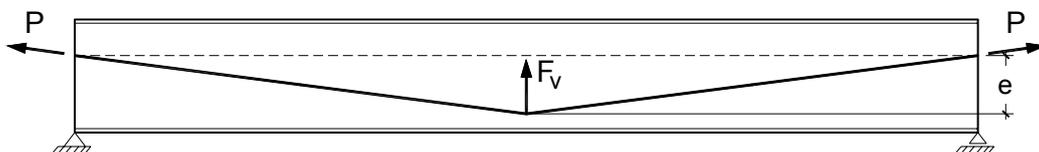


Figura 8.1 – Forças geradas pela protensão

Posteriormente, os resultados deste modelo simplificado serão comparados com os resultados oriundos da modelagem da viga feita com elemento de casca, retirando os cabos de protensão e aplicando as forças geradas por tais elementos.

Destaca-se que, esta análise das frequências naturais, onde são introduzidas as forças no modelo para simular a protensão, diz respeito a uma condição inicial, em que o cabo de protensão está tensionado, provocando compressão na viga. Depois que a viga começa a vibrar, ocorre alteração desses valores, uma vez que o cabo também entra em vibração, e o seu comportamento irá influenciar diretamente nas frequências da estrutura. A vibração do conjunto cabo-viga causa variação no valor da força de protensão, e o cabo pode, ainda, sofrer afrouxamento e, neste caso, a frequência natural tende a retornar ao valor inicial, da viga sem protensão.

Inicialmente, foram determinadas as frequências para a viga livre de carregamentos, ou seja, quando atua apenas o peso próprio do perfil metálico. Em seguida, as frequências foram calculadas para a estrutura submetida aos carregamentos permanentes totais (peso próprio da viga metálica e peso próprio da laje de concreto). Nessa abordagem, todos os carregamentos foram considerados com seus valores nominais.

Nas Tabelas 8.2 e 8.3 são reportados os valores das frequências naturais extraídas dos modelos no ANSYS, tanto em casca quanto o modelo simplificado, e também, os valores analíticos, calculados pelo uso da Equação 8.1.

Para o cálculo das frequências utilizando a Equação 8.1, foram considerados os seguintes dados, conforme mostrado no Exemplo 1 do capítulo anterior:

- Módulo de elasticidades, E , igual a 20500KN/m^2 ;
- Momento de inércia em torno do eixo de maior rigidez, I_x , igual a $354.991,8\text{ cm}^4$;
- Comprimento da viga, L , igual a 2000 cm ;
- Massa por unidade comprimento, m , é obtida dividindo o peso por metro, pela aceleração da gravidade, sendo o peso próprio da viga igual a $1,91 \times 10^{-2}\text{ KN/cm}$ e o peso próprio da laje de concreto, referente a uma laje com espessura de 12cm e largura efetiva de $3,3\text{m}$, igual a $9,9 \times 10^{-2}\text{ KN/cm}$. A aceleração da gravidade foi considerada igual a 981cm/s^2 .

Tabela 8.2 – Frequências naturais e períodos de vibração para a viga do Exemplo 1

PESO PRÓPRIO DA VIGA METÁLICA						
MODO	Modelo Ansys (casca)		Modelo Ansys (simplificado)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	7,54 _(fl)	0,1326	7,58 _(fl)	0,1319	7,59 _(fl)	0,1317
2	29,17 _(fl)	0,0343	30,15 _(fl)	0,0332	30,37 _(fl)	0,0329
3	52,41 _(long)	0,0191	63,28 _(long)	0,0158	68,33 _(fl)	0,0146
4	62,39 _(fl)	0,0160	67,26 _(fl)	0,0149	121,47 _(fl)	0,0082
5	104,12 _(fl)	0,0096	118,17 _(fl)	0,0085	189,80 _(fl)	0,0053

fl = modo de vibração do plano principal de flexão

long = modo de vibração no sentido longitudinal

Tabela 8.3 – Frequências naturais e períodos de vibração para a viga com massa adjunta (peso próprio da viga metálica e da laje de concreto – Exemplo 1)

VIGA METÁLICA COM MASSA ADJUNTA						
MODO	Modelo Ansys (casca)		Modelo Ansys (simplificado)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	3,03 _(fl)	0,3297	3,05 _(fl)	0,3281	3,05 _(fl)	0,3275
2	11,73 _(fl)	0,0852	12,13 _(fl)	0,0825	12,21 _(fl)	0,0819
3	21,08 _(long)	0,0474	25,45 _(long)	0,0393	27,48 _(fl)	0,0364
4	25,09 _(fl)	0,0399	27,05 _(fl)	0,0370	48,85 _(fl)	0,0205
5	41,88 _(fl)	0,0239	47,53 _(fl)	0,0210	76,33 _(fl)	0,0131

fl = modo de vibração do plano principal de flexão

long = modo de vibração no sentido longitudinal

As Tabelas 8.4 e 8.5, a seguir, trazem as frequências naturais, para as duas situações descritas anteriormente, contando também, com a aplicação da força de protensão. Nestes dois casos, os valores analíticos foram calculados pela da utilização da Equação 8.2, que leva em consideração a atuação da força axial. A força de protensão que age na estrutura tem valor nominal de 1439,7 KN, sendo a sua componente horizontal igual a 1437,48 KN e a componente vertical igual a 79,86 KN.

Tabela 8.4 – Frequências naturais e períodos de vibração, viga metálica com protensão

PESO PRÓPRIO VIGA METÁLICA + PROTENSÃO						
MODO	Modelo Ansys (casca)		Modelo Ansys (simplificado)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	7,23 _(fl)	0,1383	7,27 _(fl)	0,13757	7,28 _(fl)	0,1373
2	28,86 _(fl)	0,0347	29,85 _(fl)	0,03350	29,13 _(fl)	0,0343
3	52,35 _(long)	0,0191	63,28 _(long)	0,01580	65,54 _(fl)	0,0153
4	62,06 _(fl)	0,0161	66,96 _(fl)	0,01493	116,51 _(fl)	0,0086
5	103,76 _(fl)	0,0096	117,88 _(fl)	0,00848	182,05 _(fl)	0,0055

fl = modo de vibração do plano principal de flexão

long = modo de vibração no sentido longitudinal

Tabela 8.5 – Frequências naturais e períodos de vibração, para os carregamentos permanentes e a força de protensão

CARGA PERMANENTE TOTAL + PROTENSÃO						
MODO	Modelo Ansys (casca)		Modelo Ansys (simplificado)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	2,91 _(fl)	0,3437	2,92 _(fl)	0,3421	2,93 _(fl)	0,3415
2	11,61 _(fl)	0,0862	12,01 _(fl)	0,0833	11,71 _(fl)	0,0854
3	21,06 _(long)	0,0475	25,45 _(long)	0,0393	26,36 _(fl)	0,0379
4	24,96 _(fl)	0,0401	26,93 _(fl)	0,0371	46,86 _(fl)	0,0213
5	41,73 _(fl)	0,0240	47,41 _(fl)	0,0211	73,21 _(fl)	0,0137

fl = modo de vibração do plano principal de flexão

long = modo de vibração no sentido longitudinal

A partir dos resultados apresentados para as frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração, pode-se notar que, em todos os casos analisados, as frequências obtidas pelos modelos no ANSYS, para os dois primeiros modos de vibração, foram bastante próximas aos valores calculados pelas equações 8.1 e 8.2. No entanto, esses valores se distanciam nos modos de vibração seguintes. A razão disso é que, como foi mostrado nas tabelas acima, a modelagem numérica acrescenta alguns modos de vibração, pelas condições de contorno atribuídas à viga, não previstos na formulação analítica, específica para flexão pura. Como exemplo, o terceiro modo de vibração obtido pela modelagem no ANSYS se refere ao deslocamento da viga no sentido longitudinal, que pode ser visto na Figura 8.2 a seguir, enquanto que pelas fórmulas analíticas, esse modo de vibração (n=3), corresponde a formação de três meias ondas na viga, o que é contemplado no modo seguinte da modelagem no ANSYS. Sendo assim, as frequências para os modos de vibração n=3 e n=4, obtidas pelas fórmulas analíticas, correspondem as frequências obtidas no ANSYS para os modos n=4 e n=5, respectivamente.

Comparando os valores apresentados nas Tabelas 8.2 e 8.3, observa-se que as frequências naturais da estrutura diminuíram quando foi acrescentada a massa da laje de concreto no modelo. Para o primeiro harmônico, por exemplo, a frequência natural encontrada pelo modelo do ANSYS em casca, para a situação em que atua apenas o peso próprio da viga, foi igual a 7,54Hz. Quando foi considerada a massa adjunta da laje de concreto, a frequência caiu para o valor de 3,03Hz. No entanto, esta análise contemplou apenas o aumento da massa devido à presença da laje, mas não levou em conta o acréscimo de rigidez do conjunto viga-laje, que influenciaria diretamente no resultado encontrado.

Analisando o efeito da protensão nos valores das frequências naturais, pode-se notar que ocorre certa redução desses valores, o que era esperado, já que, conforme mencionado anteriormente, a força axial de compressão causa uma diminuição da frequência natural de uma viga, embora se tenha registrado uma redução bastante pequena. Para o primeiro harmônico, valor da frequência caiu de 7,54Hz para 7,23Hz, no caso da viga metálica submetida apenas ao seu peso próprio, e diminuiu de 3,03Hz para 2,91Hz, para a viga com a massa adjunta.

A Figura 8.2 abaixo ilustra os quatro primeiros modos de vibração da viga à flexão, ou seja, deslocamentos em torno do eixo de maior inércia.

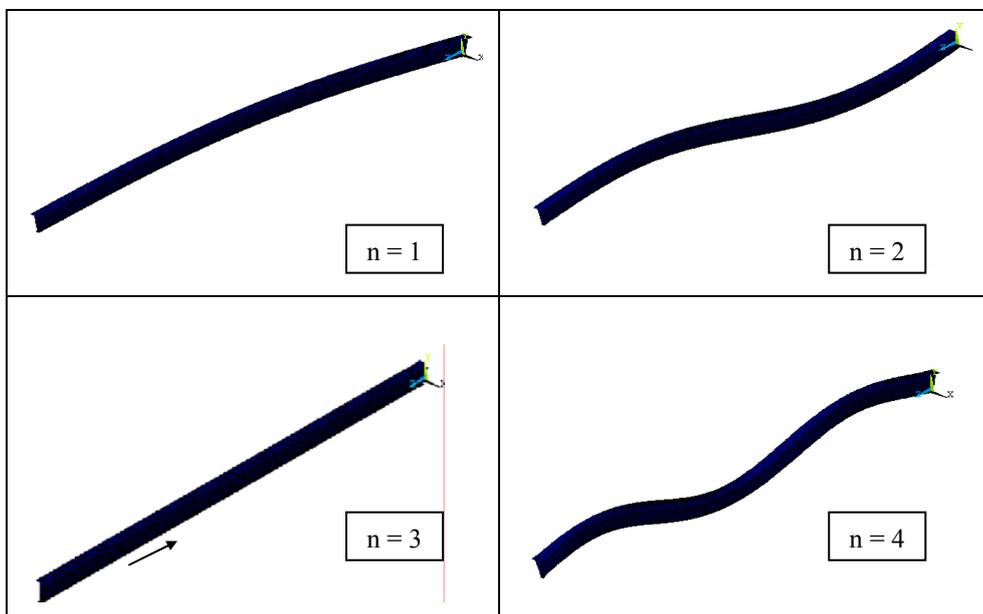


Figura 8.2 – Modos de vibração à flexão, para a viga do Exemplo 1 (modelo casca)

Quando não existe, ao longo do comprimento da viga, nenhuma restrição ao deslocamento lateral, os primeiros modos de vibração correspondem a movimentos em torno do eixo de menor inércia (lateral). Para ilustrar esse comportamento, serão mostrados, na Tabela 8.6, os valores das frequências para a viga metálica sem qualquer travamento lateral.

Para o cálculo das frequências esperadas, através da Equação 8.1, foi usado o momento de inércia em torno do eixo y , menor inércia, com valor de 9.520 cm^4 . Portanto, os modos de vibração, neste caso, correspondem a formação de ondas na lateral. No entanto, as frequências obtidas do modelo em casca do ANSYS, envolvem deslocamentos laterais e

também no plano principal da flexão, uma vez que a viga pode se deslocar nesses dois sentidos.

Tabela 8.6 – Frequências naturais e períodos de vibração, para a viga metálica sem travamento lateral.

PESO PRÓPRIO VIGA METÁLICA (Livre lateralmente)				
MODOS	Modelo Ansys (casca)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	1,13 _(fl)	0,8837	1,24 _(fl)	0,8043
2	2,62 _(fl2)	0,3817	4,97 _(fl)	0,2011
3	3,57 _(fl2)	0,2802	11,19 _(fl)	0,0894
4	6,80 _(fl2)	0,1470	19,89 _(fl)	0,0503
5	7,54 _(fl)	0,1326	31,08 _(fl)	0,0322

fl = modo de vibração do plano principal de flexão

fl = modo de vibração na lateral (em torno do eixo de menor inércia)

fl2 = modo de vibração lateral, onde o flange superior não acompanha o deslocamento do flange inferior

Destaca-se que as frequências naturais, quando a viga se encontra livre para deslocar lateralmente, são bem menores que as frequências para os deslocamentos do plano principal de flexão. No primeiro modo de vibração, a frequência mostrada na Tabela 8.2, foi igual a 7,54Hz e, neste caso, é igual a 1,13Hz.

Conforme visto na Tabela 8.1, as vibrações induzidas por atividades das pessoas têm frequências que variam de 0,6 a 3,5Hz, sendo assim, a viga sem restrição lateral fica mais suscetível aos efeitos dinâmicos gerados pelas atividades humanas, tais como andar, correr, saltar, dançar.

De acordo com os resultados da Tabela 8.6, pode-se notar que apenas no primeiro modo de vibração o valor da frequência encontrado pelo uso da fórmula analítica apresenta grande semelhança com o resultado obtido pelo ANSYS. Isso acontece porque a formulação analítica prevê o deslocamento lateral por igual de toda a seção transversal, em cada posição ao longo do comprimento da viga. No entanto, no modelo numérico, observou-se que o flange superior não acompanhava o deslocamento total do flange inferior, gerando um comportamento diferenciado, que pode ser melhor visualizado a partir da Figura 8.3, que mostra os quatro primeiros modos de vibração para a viga sem restrição ao deslocamento lateral.

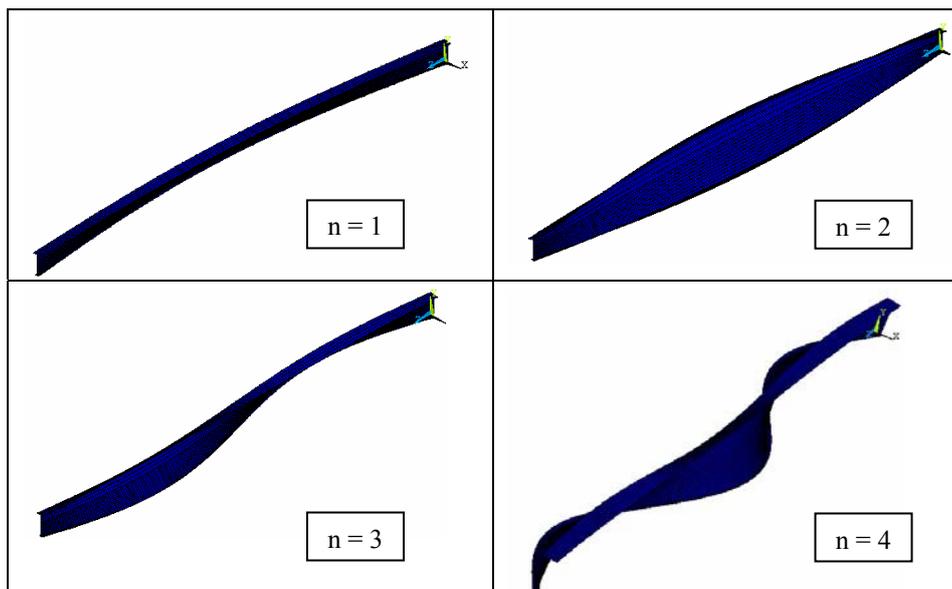


Figura 8.3 – Modos de vibração para viga metálica sem restrição ao deslocamento lateral (modelo casca)

Observando cuidadosamente os valores expostos na Tabela 8.6, pode-se notar que apenas no quinto harmônico, ($n=5$), surge o primeiro modo de vibração à flexão (deslocamento em torno do eixo de maior inércia). O modo de vibração para este harmônico é mostrado na Figura 8.4.

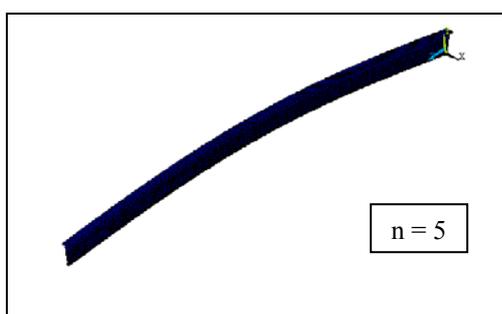


Figura 8.4 – Quinto modo de vibração para viga metálica sem restrição ao deslocamento lateral (modelo casca)

8.2.2 - Frequências naturais para a viga do exemplo 2

A viga analisada no Exemplo 2, do capítulo anterior, também será avaliada quanto as suas frequências naturais. De maneira análoga ao que foi mostrado para a viga do Exemplo 1,

neste caso também foi criado um modelo simplificado no ANSYS, com a discretização da viga metálica por uma barra, utilizando o elemento BEAM4 da biblioteca do ANSYS.

Para o elemento BEAM4 foi informado a área e o comprimento da viga, os momentos de inércia em torno dos eixos x e y, o módulo de elasticidade do aço e a densidade, sendo esses valores iguais aos do modelo de casca, utilizado na verificação das tensões e deformações ao longo da viga. As forças de protensão que, neste caso, seriam transmitidas por cabos retos, localizados abaixo do flange inferior e ancorados nas extremidades, foram aplicadas nos nós de apoio por forças equivalentes (forças axiais e momentos fletores), como mostra a Figura 8.5.



Figura 8.5 – Aplicação das forças geradas pela protensão

As frequências naturais serão obtidas também pelo modelo da viga feito em elemento de casca, retirando os cabos de protensão e aplicando as forças equivalentes. Os resultados encontrados serão comparados com os resultados do modelo simplificado.

As Tabelas 8.7 e 8.8 trazem, respectivamente, os valores das frequências naturais para a viga sem carregamentos, atuando apenas o peso próprio do perfil metálico, e as frequências para a viga com a massa adjunta do peso próprio da laje de concreto. Vale lembrar, que todos os carregamentos foram considerados com seus valores nominais. São reportadas as frequências obtidas dos modelos no ANSYS, modelo em casca e o simplificado, e também, os valores calculados utilizando a Equação 8.1.

Os cálculos das frequências analíticas, para a viga do Exemplo 2, foram realizados aplicando os seguintes dados na Equação 8.1:

- Módulo de elasticidades, E, igual a 20500KN/m^2 ;
- Momento de inércia em torno do eixo de maior rigidez, I_x , igual a $850.106,67 \text{ cm}^4$;
- Comprimento da viga, L, igual a 2500 cm;
- Massa por unidade comprimento, m, é obtida dividindo o peso por metro, pela aceleração da gravidade, sendo o peso próprio da viga igual a $3,86 \times 10^{-2} \text{ KN/cm}$ e o peso

próprio da laje de concreto, referente a uma laje com espessura de 12cm e largura efetiva de 3,0m, igual a $9,0 \times 10^{-2}$ KN/cm, conforme visto no Exemplo 2 do capítulo anterior. A aceleração da gravidade foi considerada igual a 981 cm/s^2 .

Tabela 8.7 – Frequências naturais e períodos de vibração para a viga metálica em estudo (Exemplo 2)

VIGA METÁLICA COM PESO PRÓPRIO						
MODO	Modelo Ansys (casca)		Modelo Ansys (simplificado)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	5,24 _(fl)	0,1909	5,28 _(fl)	0,1893	5,29 _(fl)	0,1891
2	20,18 _(fl)	0,0496	21,04 _(fl)	0,0475	21,16 _(fl)	0,0473
3	40,24 _(long)	0,0249	47,03 _(fl)	0,0213	47,60 _(fl)	0,0210
4	42,86 _(fl)	0,0233	51,90 _(long)	0,0193	84,63 _(fl)	0,0118
5	71,00 _(fl)	0,0141	82,87 _(fl)	0,0121	132,23 _(fl)	0,0076

fl = modo de vibração do plano principal de flexão

long = modo de vibração no sentido longitudinal

Tabela 8.8 – Frequências naturais e períodos de vibração para a viga com massa adjunta (peso próprio da viga metálica e da laje de concreto)

VIGA METÁLICA COM MASSA ADJUNTA						
MODO	Modelo Ansys (casca)		Modelo Ansys (simplificado)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	2,87 _(fl)	0,3484	2,89 _(fl)	0,3456	2,90 _(fl)	0,3451
2	11,05 _(fl)	0,0905	11,53 _(fl)	0,0867	11,59 _(fl)	0,0863
3	22,04 _(long)	0,0454	25,77 _(fl)	0,0388	26,08 _(fl)	0,0383
4	23,48 _(fl)	0,0426	28,43 _(long)	0,0352	46,36 _(fl)	0,0216
5	38,90 _(fl)	0,0257	45,40 _(fl)	0,0220	72,44 _(fl)	0,0138

fl = modo de vibração do plano principal de flexão

long = modo de vibração no sentido longitudinal

Em seguida, a força de protensão foi aplicada nos modelos descritos acima, e as frequências naturais foram determinadas para essa nova situação. Os resultados encontrados são reportados nas Tabelas 8.9 e 8.10. A força de protensão que atua na estrutura tem valor nominal de 3400 KN e a excentricidade do cabo é de 69,61cm, portanto foram aplicados momentos fletores nas extremidades da viga com valor de 236.674 KNcm.

Nestes dois casos, os valores esperados foram calculados pela utilização da Equação 8.2, que leva em conta a atuação da força axial de compressão.

Tabela 8.9 – Freqüências naturais e períodos de vibração, viga metálica com protensão

CARGA PERMANENTE + PROTENSÃO						
MODO	Modelo Ansys (casca)		Modelo Ansys (simplificado)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	4,78 _(fl)	0,2091	4,94 _(fl)	0,2022	4,95 _(fl)	0,2019
2	19,74 _(fl)	0,0507	20,71 _(fl)	0,0483	19,81 _(fl)	0,0505
3	40,11 _(long)	0,0249	46,71 _(fl)	0,0214	44,57 _(fl)	0,0224
4	42,43 _(fl)	0,0236	50,62 _(long)	0,0198	79,23 _(fl)	0,0126
5	70,56 _(fl)	0,0142	82,55 _(fl)	0,0121	123,79 _(fl)	0,0081

fl = modo de vibração do plano principal de flexão
 long = modo de vibração no sentido longitudinal

Tabela 8.10 – Freqüências naturais e períodos de vibração, para os carregamentos permanentes e a força de protensão

CARGA PERMANENTE TOTAL + PROTENSÃO						
MODO	Modelo Ansys (casca)		Modelo Ansys (simplificado)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	2,62 _(fl)	0,3817	2,71 _(fl)	0,3691	2,71 _(fl)	0,3686
2	10,82 _(fl)	0,0925	11,35 _(fl)	0,0881	10,85 _(fl)	0,0922
3	21,97 _(long)	0,0455	25,59 _(fl)	0,0391	24,42 _(fl)	0,0410
4	23,25 _(fl)	0,0430	27,73 _(long)	0,0361	43,41 _(fl)	0,0230
5	38,65 _(fl)	0,0259	45,23 _(fl)	0,0221	67,82 _(fl)	0,0147

fl = modo de vibração do plano principal de flexão
 long = modo de vibração no sentido longitudinal

Para esta segunda viga em estudo, os valores das freqüências naturais provenientes das modelagens no ANSYS também têm grande semelhança com os valores calculados pelas equações 8.1 e 8.2, para os dois modos de vibração iniciais. Da forma similar ao que foi discutido no exemplo anterior, ocorre diferença nas freqüências para os modos de vibração seguintes em razão dos modelos numéricos trazerem modos de vibração que não são contemplados pelas fórmulas analíticas apresentadas. Esse fato pode ser observado na Figura 8.6 a seguir, onde se pode notar que o terceiro modo de vibração, para o modelo do numérico de casca, corresponde ao deslocamento da viga no sentido longitudinal, e pela fórmula analítica, esse modo se refere a formação de três meias ondas ao longo da viga. O modelo numérico simplificado também obteve o modo de vibração da viga no sentido longitudinal, mas para o quarto harmônico, conforme indicação nas tabelas acima.

Pode-se notar, comparando os dados das Tabelas 8.7 e 8.8, que as freqüências naturais da estrutura diminuíram quando foi adicionada a massa da laje de concreto no modelo. Para a viga submetida apenas ao seu peso próprio, foi encontrado o valor de 5,24Hz para a

freqüência referente ao primeiro modo de vibração, pelo modelo do ANSYS em elemento de casca. Considerada a massa adjunta da laje de concreto no modelo, a freqüência caiu para o valor de 2,87Hz.

O efeito da força de compressão tende a reduzir os valores das freqüências, e isso foi evidenciado nos modelos com aplicação das forças axiais. Pela comparação dos dados das Tabelas 8.7 e 8.9, onde se encontram as freqüências para a viga metálica sujeita somente ao seu peso próprio e, respectivamente, sem protensão e com protensão, observa-se que, para o primeiro harmônico, a freqüência caiu de 5,24Hz para 4,78Hz. Analisando os dados das Tabelas 8.8 e 8.10, caso da viga metálica com massa adjunta, vê-se que freqüência diminuiu de 2,87Hz para 2,62Hz, também para o primeiro modo de vibração.

Chama-se atenção que, nas análises realizadas levando em consideração a laje de concreto, foi considerada apenas o acréscimo de massa, e não o aumento de rigidez para a estrutura. Talvez por esta razão, foram encontrados valores bem menores para as freqüências naturais, entrando na faixa das freqüências causadas por atividades dos indivíduos, como correr, saltar. Não foi considerada a influência da rigidez do conjunto viga-laje porque isso implicaria numa nova modelagem numérica, mais complexa, onde deveria ser discretizada também uma parte da laje, que por sua vez, deveria ser conectada de forma apropriada à viga metálica, para garantir o funcionamento conjunto desses dois elementos.

A Figura 8.6 mostra os quatro primeiros modos de vibração à flexão para viga em estudo.

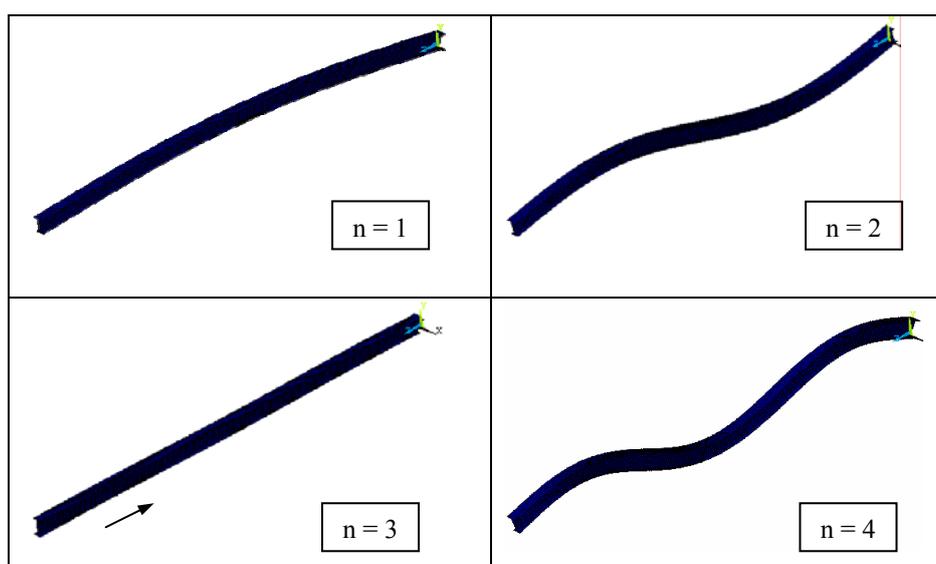


Figura 8.6 – Modos de vibração à flexão, para a viga do Exemplo 2 (modelo casca)

A seguir são expostos, na Tabela 8.11, os valores das freqüências naturais para esta segunda viga em estudo, com carregamento apenas do perfil metálico, e sem qualquer restrição ao deslocamento lateral. Sendo assim, os primeiros modos de vibração acontecem para deslocamentos em torno do eixo de menor inércia.

Tabela 8.11 – Freqüências naturais e períodos de vibração, para a viga metálica sem travamento lateral (Exemplo 2).

PESO PRÓPRIO VIGA METÁLICA (Livre lateralmente)				
MODO	Modelo Ansys (casca)		Valores analíticos	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	1,40 _(fl)	0,7151	1,42 _(fl)	0,7063
2	3,01 _(lt2)	0,3320	5,66 _(lt)	0,1766
3	5,24 _(fl)	0,1909	12,74 _(lt)	0,0785
4	5,32 _(lt2)	0,1881	22,65 _(lt)	0,0441
5	7,95 _(lt2)	0,1258	35,40 _(lt)	0,0283

fl = modo de vibração do plano principal de flexão

lt = modo de vibração na lateral (em torno do eixo de menor inércia)

lt2 = modo de vibração lateral, onde o flange superior não acompanha o deslocamento do flange inferior

Os dados apresentados na Tabela 8.11 mostram que a freqüência da estrutura é menor quando a viga está livre para deslocar lateralmente. No primeiro harmônico, encontrou-se o valor de 1,40Hz, enquanto que para a viga com restrição lateral, a freqüência para este harmônico foi igual a 5,24Hz (ver Tabela 8.7).

Ressalta-se que, neste caso, a viga foi modelada no ANSYS podendo se deslocar tanto na vertical, quanto lateralmente. Desta forma, foram obtidas freqüências para vibrações nesses dois sentidos. Já os valores encontrados pela Equação 8.1, foram calculados utilizando o momento de inércia em torno do eixo y, menor inércia ($I_y = 60.914 \text{ cm}^4$), e isso gera diferença entre os valores esperados e os extraídos do modelo em casca. Um fator importante a ser notado é que no modelo numérico (ANSYS), os deslocamentos laterais do flange inferior não eram acompanhados pelos mesmos deslocamentos no flange superior, o que contribui para a obtenção de freqüências diferentes das teóricas.

Observa-se que a vibração no plano principal de flexão ocorre para o terceiro harmônico, quando a freqüência atinge 5,24Hz. Esse fato pode ser visto pelas imagens da Figura 8.7, onde são apresentados os quatro primeiros modos de vibração para a situação descrita.

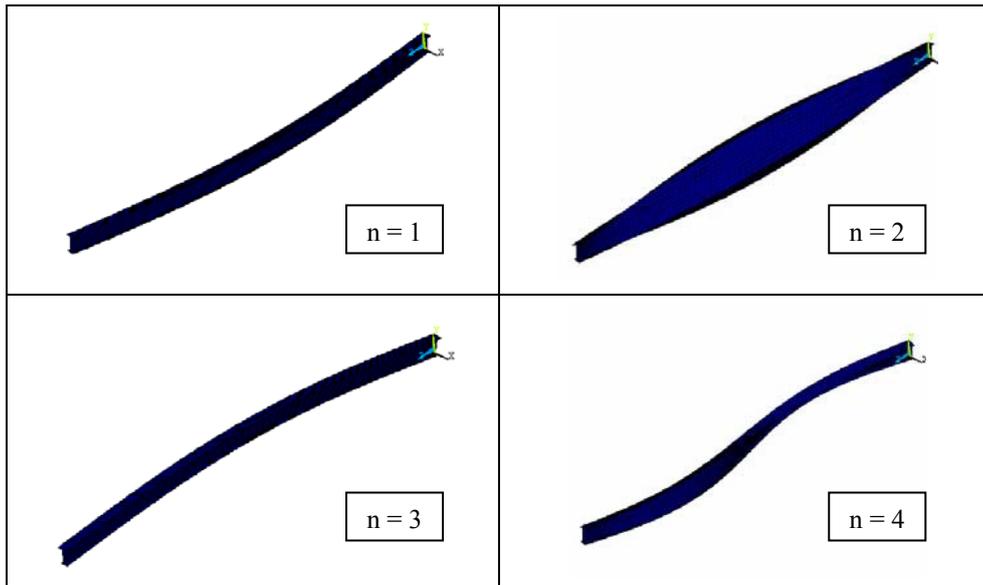


Figura 8.7 – Modos de vibração para a viga sem restrição ao deslocamento lateral para a viga do Exemplo 2 (modelo casca)

8.3 - RUPTURA DO CABO DE PROTENSÃO

8.3.1 - Viga do exemplo 1

8.3.1.1 - Análise estática

Foi realizado um estudo, de forma estática, do comportamento da viga após o rompimento de um dos cabos de protensão resultantes. Neste modelo estrutural, considerou-se a viga submetida a todos os carregamentos finais (cargas externas + protensão). Sendo assim, foram lançados os mesmos carregamentos vistos no capítulo anterior, para a viga do Exemplo 1 na condição de serviço.

- Carga Permanente Total:

$$PP_{\text{viga}} = 2,48 \text{ KN/m e } CP_{\text{viga}} = 12,87 \text{ KN/m}$$

- Carga Acidental Total:

$$SB = 24,75 \text{ KN/m}$$

- Força de Protensão Final:

Serão utilizados dois cabos resultantes, um em cada lado da viga, então:

$$P_{\text{cabo}} = 1295,7 \text{ KN} \div 2 = 647,9 \text{ KN}$$

O valor da nova temperatura, T , a ser dada nos cabos de protensão, para obter o valor desejado da força de protensão, P , foi igual a $-357,57^{\circ}\text{C}$. Após as correções feitas no valor da temperatura T , visando encontrar uma força axial bastante próxima da força de protensão calculada para a viga, chegou-se a uma temperatura $T = -349^{\circ}\text{C}$, que gera nos cabos um esforço axial de $647,5\text{KN}$.

O próximo passo para o desenvolvimento do modelo foi, então, “matar” o cabo de protensão resultante, situado no lado esquerdo da viga, considerando, como referência, que a direção positiva do eixo “z” é direção do comprimento da viga. Este procedimento foi realizado por meio do uso do comando EKILL, que, na realidade, desativa o elemento através da multiplicação da sua rigidez por um fator de redução muito severo, como foi comentado no Capítulo 6 deste trabalho.

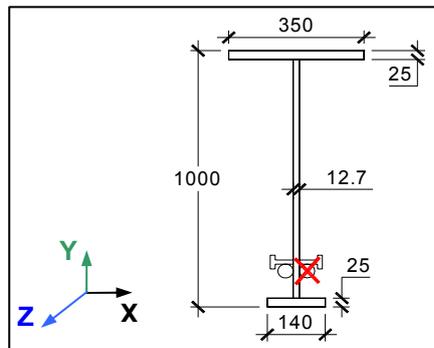


Figura 8.8 – Cabo de protensão desativado do modelo em elementos finitos, simulando a sua ruptura (Exemplo 1)

Na Figura 8.9, pode-se observar a deformação da estrutura devida ao rompimento do cabo de protensão. Verifica-se que a viga sofreu deslocamento na direção do eixo “X”, apresentando uma curvatura lateral.

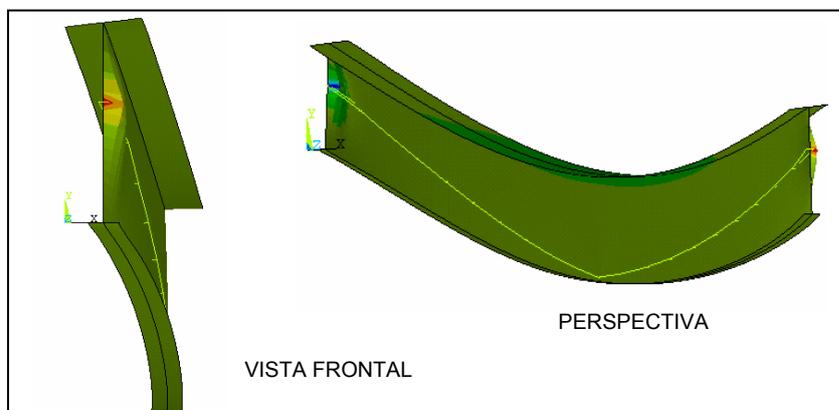


Figura 8.9 – Comportamento da viga após simulação da ruptura do cabo de protensão de um dos lados da viga (Exemplo 1)

A Figura 8.10 mostra as tensões ao longo do comprimento da viga após a ruptura do cabo de protensão.

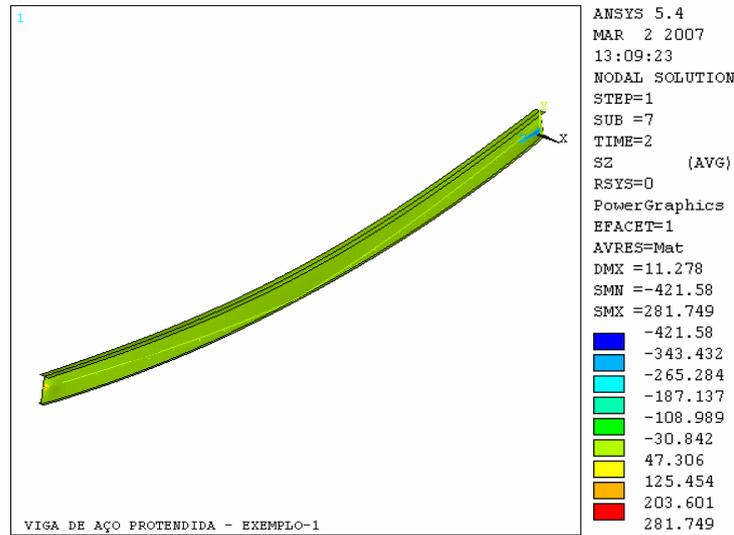


Figura 8.10 – Tensões ao longo da viga após ruptura de um dos cabos de protensão (Exemplo 1)

As tensões nas ancoragens são exibidas na Figura 8.11 abaixo. Mais uma vez, os valores mais elevados das tensões na viga estão localizados nessa região, onde se verifica uma concentração de tensões, que na prática, deve ser absorvida pela placa de ancoragens.

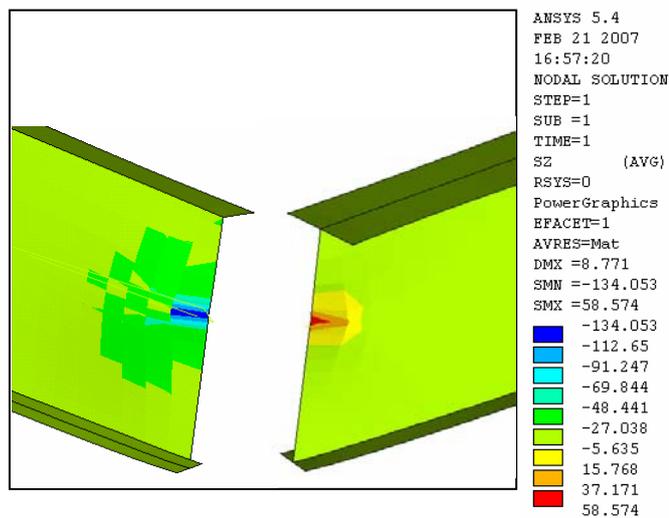


Figura 8.11 – Tensões nas ancoragens para a situação da viga após ruptura do cabo de protensão (Exemplo 1)

Na seção do meio do vão, observa-se que com a ruptura do cabo de protensão de um dos lados da viga, as tensões de flexão excedem a tensão limite do material de 25KN/cm² (ou

250MPa), na região inferior da alma, próxima ao pino que serve como desviador para o cabo resultante que não foi rompido, como mostra a Figura 8.12.

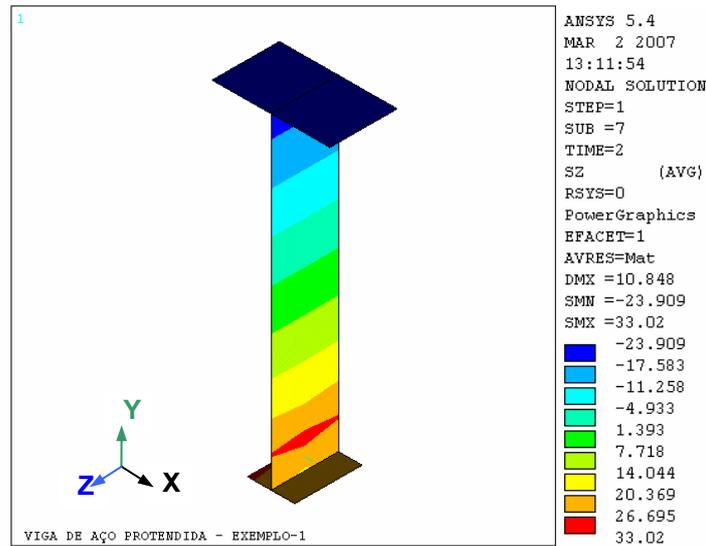


Figura 8.12 – Tensões para a seção do meio do vão da viga, após ruptura do cabo de protensão (Exemplo 1)

Com base na figura anterior, pode-se perceber que a tensão na fibra mais tracionada, para a seção do meio do vão, possui valor igual a $33\text{KN}/\text{cm}^2$. Já a fibra mais comprimida, apresenta tensão igual à $-23,9\text{KN}/\text{cm}^2$.

As Tabelas 8.12 e 8.13 mostram os valores das tensões nos elementos 2405 e 2420 para a situação da viga após o rompimento do cabo de protensão resultante, do lado esquerdo da mesma. A numeração dos elementos foi mostrada na Figura 3.33.

Tabela 8.12 – Tensões no elemento da alma 2405, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga após ruptura do cabo de protensão resultante (valores em KN/cm^2)

ELEMENTO 2405		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
5003	-1,82E-16	-21,419	18,962	-2,644	-0,32059	0,78158
5006	-1,08E-16	-21,291	19,389	-2,644	2,013	-0,61551
5056	1,25E-16	-3,5113	24,723	1,7465	2,4109	-0,61551
5053	5,12E-17	-3,6392	24,296	1,7465	7,74E-02	0,78158
5003	-1,82E-16	26,437	33,02	-2,644	-0,385	0,78158
5006	-1,08E-16	25,501	29,902	-2,644	-3,7046	-0,61551
5056	1,25E-16	0,2094	22,314	1,7465	-6,6149	-0,61551
5053	5,12E-17	1,1448	25,432	1,7465	-3,2953	0,78158

Tabela 8.13 – Tensões no elemento da alma 2420, obtidas pela modelagem no ANSYS para a viga após ruptura do cabo de protensão resultante (valores em KN/cm²)

ELEMENTO 2420		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
5020	-5,28E-19	-0,44969	-19,064	-9,47E-03	0,89525	4,69E-04
5021	-5,82E-19	-1,0035	-20,91	-9,47E-03	0,89909	1,49E-03
5071	-5,61E-19	-0,97211	-20,901	-9,08E-03	-0,94687	1,49E-03
5070	-5,07E-19	-0,41832	-19,055	-9,08E-03	-0,95071	4,69E-04
5020	-5,28E-19	0,33688	-19,03	-9,47E-03	0,90704	4,69E-04
5021	-5,82E-19	-0,21224	-20,86	-9,47E-03	0,90365	1,49E-03
5071	-5,61E-19	-0,23991	-20,869	-9,08E-03	-0,92674	1,49E-03
5070	-5,07E-19	0,3092	-19,038	-9,08E-03	-0,92335	4,69E-04

As tensões se referem ao eixo de coordenadas globais X, Y e Z, mostrado na Figura 8.11, sendo “SX”, “SY” e “SZ” as tensões normais atuantes nas direções X, Y e Z, e “SXY”, “SYZ” e “SXZ”, as tensões cisalhantes. As tensões de flexão ao longo do comprimento da viga são representadas por “SZ”. As tabelas apresentam as tensões no plano superior e inferior do elemento (*top e bottom*).

A deformada da viga do Exemplo 1, depois de sofrer a quebra do cabo de protensão, é mostrada na Figura 8.13. Nota-se que a viga sofre deformação lateral, uma vez que o cabo de protensão, que permaneceu na viga, gera uma força excêntrica que provoca o deslocamento da vida na direção positiva do eixo “X”. O valor máximo do deslocamento lateral em “X” foi de +37,67mm, o valor máximo do deslocamento vertical foi de -66,85mm, e deslocamento na direção “Z” foi igual a 12,54mm.

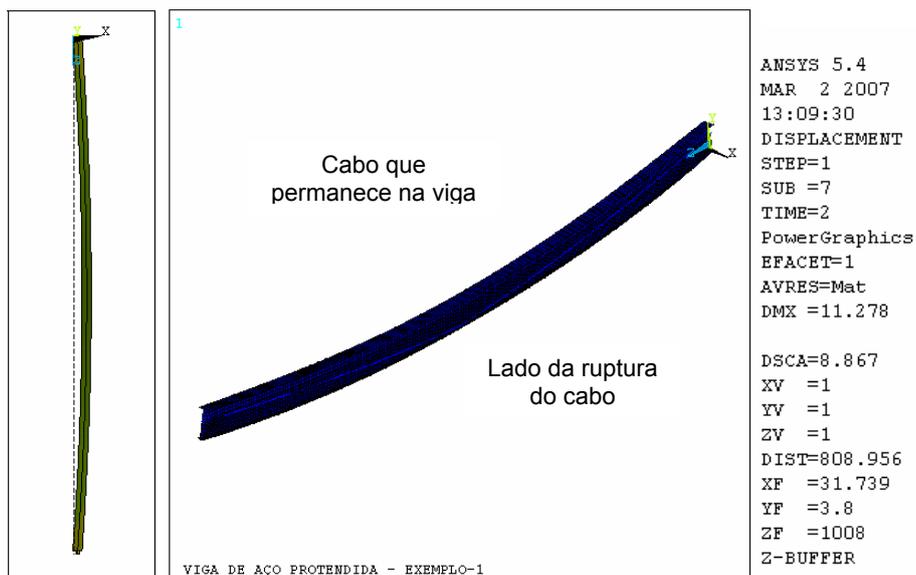


Figura 8.13 – Deformada da viga após ruptura do cabo de protensão (Exemplo 1)

8.3.1.2 - Análise dinâmica utilizando a formulação matemática

Serão reportados, também, os resultados obtidos da análise dinâmica do comportamento da viga após a retirada súbita da força de protensão. Os deslocamentos, ao longo do tempo, para a seção do meio do vão da viga, provenientes das modelagens numéricas, via método dos elementos finitos, serão comparados com os resultados encontrados a partir da formulação matemática desenvolvida no Capítulo 6 deste trabalho, que também traz a vibração da viga no decorrer do tempo.

Inicialmente será considerada a situação da ruptura dos cabos de protensão para a estrutura sem amortecimento. A expressão matemática, desenvolvida neste trabalho, e que traduz o deslocamento da viga, para este caso, é a Equação 6.51:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{F}{k} \left(1 - \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \right), & \text{se } 0 < t \leq a \\ \frac{F}{k} \left(1 - \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \right) - \frac{F}{k} \left[1 - \cos \sqrt{\frac{k}{m}} (t - a) \right], & \text{se } t > a \end{cases} \quad (6.51)$$

Para a viga submetida apenas ao seu peso próprio e a força de protensão, pode-se determinar os valores da força F , rigidez k e massa m , da seguinte maneira:

- Massa (m):

Sabendo que a massa por unidade comprimento, \bar{m} , é obtida dividindo o peso por metro, pela aceleração da gravidade, então a massa, m , será encontrada multiplicando \bar{m} pelo comprimento da viga:

Peso por metro = $1,91 \times 10^2$ kN/cm, $g = 981$ cm/s² e $L = 2000$ cm.

$$m = \bar{m}L = \frac{1,91 \times 10^{-2} \text{ kN/cm}}{981 \text{ cm/s}^2} \times 2000 \text{ cm}$$
$$m = 3,89 \times 10^{-2} \frac{\text{kNs}^2}{\text{cm}} = \mathbf{3894 \text{ kg}}$$

- Rigidez (k):

A frequência angular, ω , é igual a $2\pi f$. A frequência natural calculada para a viga em estudo foi igual a 7,59 Hz. A rigidez, k , pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$\omega = 2\pi f \text{ e } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f \quad (8.3)$$

Substituindo o valor da massa, m, e da frequência, f, na equação acima, tem-se:

$$\sqrt{\frac{k}{3,89 \times 10^{-2}}} = 2\pi 7,59$$

$$\mathbf{k = 88,6kN/cm}$$

- Força (F):

Neste exemplo, o traçado usado para o cabo de protensão foi parabólico, com ancoragens no centro de gravidade das seções extremas. Sendo assim, o deslocamento vertical da viga é gerado pela componente vertical da força de protensão.

$P = 1439,7\text{kN}$ e ângulo de inclinação, $\alpha = 3,18^\circ$

Como o cabo é protendido pelas duas extremidades, a componente vertical total no meio do vão é:

$$F_v = 2 \times \text{sen}(3,18^\circ) = \mathbf{159,73\text{kN}}$$

A flecha devida a uma carga concentrada no meio do vão é calculada pela expressão:

$$\delta = \frac{FL^3}{48EI} \quad (8.4)$$

Sendo $F = 159,76\text{kN}$; $L=2000\text{cm}$, $E = 20500\text{kN/cm}^2$ e $I_x = 354.991\text{cm}^4$, a flecha calculada é igual a 3,66cm.

Encontrado o valor do deslocamento vertical, é possível, então, determinar a força F, a ser utilizada na Equação 6.51, da seguinte forma:

$$F = k \delta \quad (8.5)$$

$$F = 88,6\text{kN/cm} \times 3,66\text{cm} = \mathbf{324\text{kN}}$$

A Figura 8.14 mostra a vibração da viga ao longo do tempo, com a simulação da ruptura do cabo no tempo $t = 0,20s$. Este gráfico foi plotado a partir da Equação 6.51, utilizando os valores calculados acima para as constantes F , m e k .

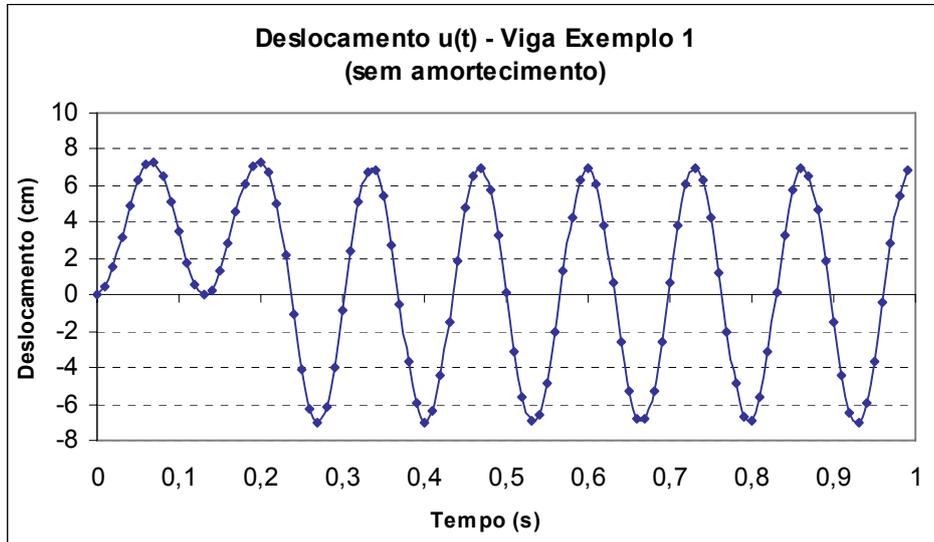


Figura 8.14 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento

Considerando, agora, que existe amortecimento no sistema, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3%, deve-se utilizar a expressão desenvolvida no Capítulo 6 para esta situação:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{F}{k} + e^{-\xi\omega t} \left[\left(\frac{-F}{k} \right) \cos\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} t \right) - \left(\frac{F\xi}{k\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} t \right) \right], & \text{se } 0 < t \leq a \\ \frac{F}{k} + e^{-\xi\omega(t-a)} \left[\left(\frac{-F}{k} \right) \cos\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} (t-a) \right) - \left(\frac{F\xi}{k\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}\left(\frac{k}{m} \sqrt{1-\xi^2} (t-a) \right) \right], & \text{se } t > a \end{cases} \quad (6.79)$$

Os mesmos valores da força, massa e rigidez, utilizados anteriormente, foram substituídos na Equação 6.79. O cabo também foi rompido no tempo $t = 0,20s$. O gráfico que apresenta

a vibração da viga no tempo é mostrado na Figura 8.15 abaixo, onde se percebe a redução da amplitude dos deslocamentos no decorrer do tempo, em razão da atuação do amortecimento.

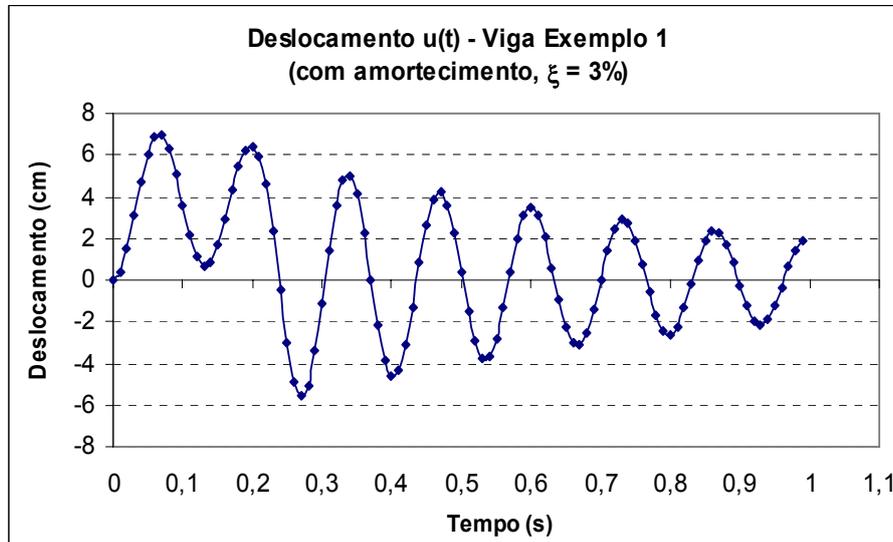


Figura 8.15 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3%

Em seguida, será considerada a massa adicional referente à laje de concreto, na estrutura e, então, serão determinados os novos valores para a força F, rigidez k e massa m:

- Massa (m):

A carga distribuída relativa à laje de concreto é igual a $9,9 \times 10^{-2}$ kN/cm. Como o peso próprio do perfil metálico é de $1,91 \times 10^{-2}$ kN/cm, a carga permanente totaliza $11,81 \times 10^{-2}$ kN/cm. A massa total é, portanto:

$$m = \bar{m}L = \frac{11,81 \times 10^{-2} \text{ kN/cm}}{981 \text{ cm/s}^2} \times 2000 \text{ cm}$$

$$m = 2,41 \times 10^{-1} \frac{\text{kNs}^2}{\text{cm}} = \mathbf{24.077 \text{ kg}}$$

- Rigidez (k):

A frequência natural calculada para a viga com a massa adjunta da laje de concreto foi igual a 3,05Hz. Como já se conhece a massa da estrutura, a rigidez, k pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f \quad (8.3)$$

$$\sqrt{\frac{k}{2,41 \times 10^{-1}}} = 2\pi 3,05$$

$$\mathbf{k = 88,42 \text{ kN/cm}}$$

- Força (F):

A flecha devida à força de protensão foi calculada anteriormente e seu valor é 3,66cm. A força, F, a ser empregada na Equação 6.51, é determinada da seguinte maneira:

$$F = k \delta \quad (8.5)$$

$$F = 88,42 \text{ kN/cm} \times 3,66 \text{ cm} = \mathbf{323,63 \text{ kN}}$$

A Figura 8.16 apresenta a vibração da viga, com a massa adicional da laje, ao longo do tempo. A simulação da quebra do cabo foi feita para o tempo $t = 0,40\text{s}$.

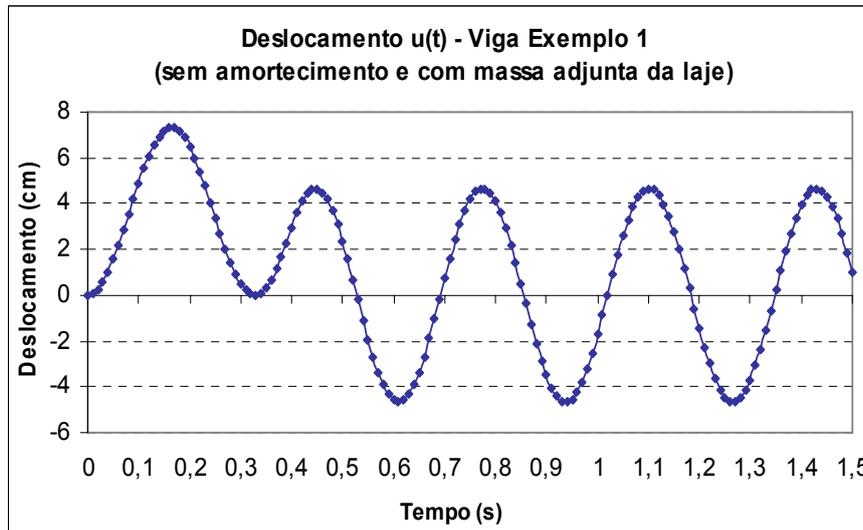


Figura 8.16 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento e com massa adjunta da laje de concreto

Admitindo que o amortecimento atue na estrutura, obtêm-se o gráfico da Figura 8.17, sendo a razão de amortecimento, ξ , igual a 3%. Observa-se, nesta situação, a gradativa redução dos deslocamentos ao longo do tempo.

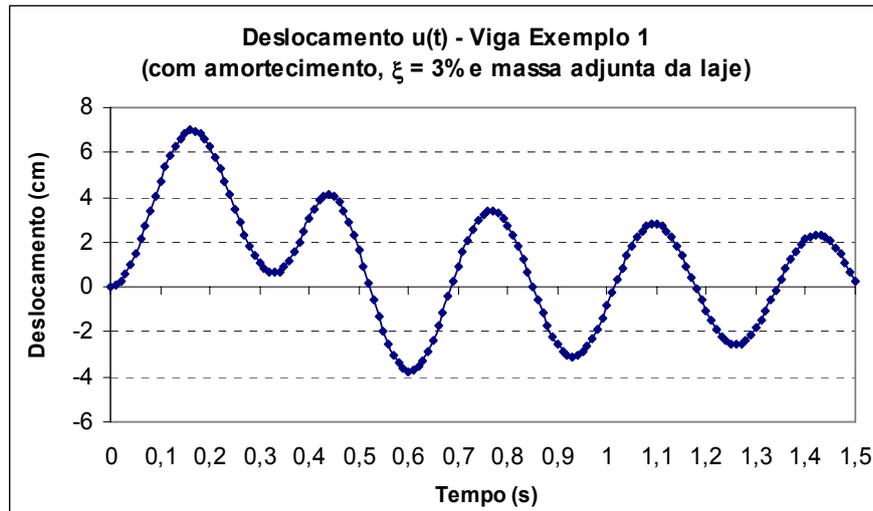


Figura 8.17 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3%

8.3.1.3 - Análise dinâmica utilizando o ANSYS

Serão reportadas, agora, as respostas dinâmicas provenientes das modelagens numéricas feitas no programa ANSYS. Para este estudo foi usado o modelo numérico simplificado, onde a viga é discretizada por elemento de barra e a protensão é dada por meio de forças equivalentes, conforme visto anteriormente. Foi analisado o deslocamento para o nó exatamente no meio do vão da viga.

O *time history* para a viga sem amortecimento e sujeita apenas ao seu peso próprio e a força de protensão pode ser observado na Figura 8.18.

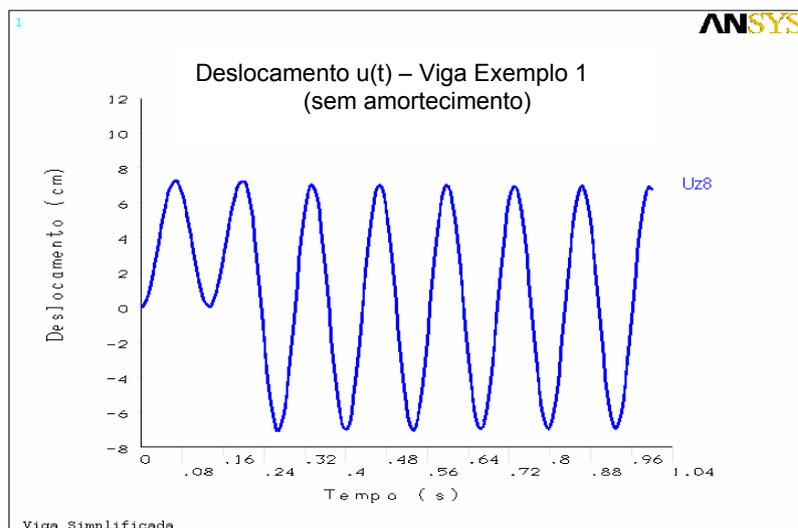


Figura 8.18 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento, obtidos pelo ANSYS

Para fazer a implementação, no modelo numérico, do amortecimento, com ξ igual a 3%, calculou-se as constantes de amortecimento α e β , de acordo com a expressão:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (6.9)$$

Os valores de α e β foram determinados por interpolação linear, fazendo $\xi_1 = 2,9\%$ e $\xi_2 = 3,0\%$ e $\omega_1 = 2\pi f_1$ e $\omega_2 = 2\pi f_2$, sendo $f_1=7,59\text{Hz}$ e $f_2=30,37\text{Hz}$. Assim, encontra-se $\alpha = 2,1875$ e $\beta = 2,54 \times 10^{-4}$.

A resposta dinâmica para esta situação é mostrada na Figura 8.19 abaixo, onde pode-se perceber a redução das amplitudes dos deslocamentos, no decorrer do tempo, em razão da existência do amortecimento.

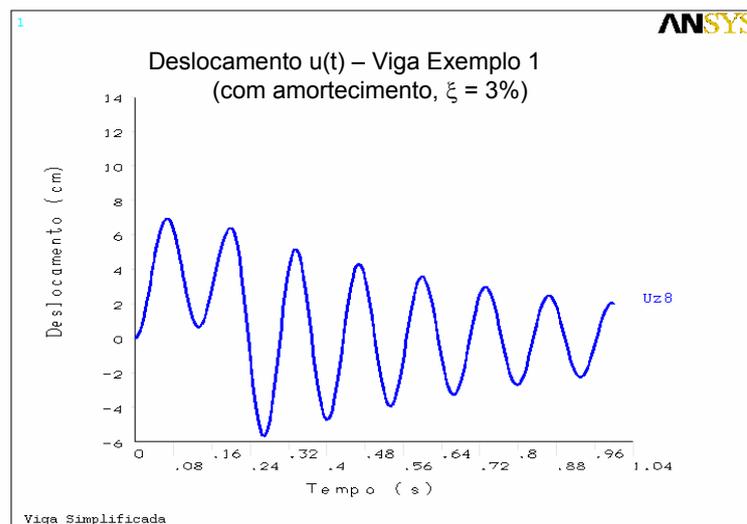


Figura 8.19 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultado obtido do ANSYS)

Em seguida, foi acrescentada ao modelo numérico, a massa adicional da laje de concreto, e a resposta dinâmica obtida é mostrada na Figura 8.20.

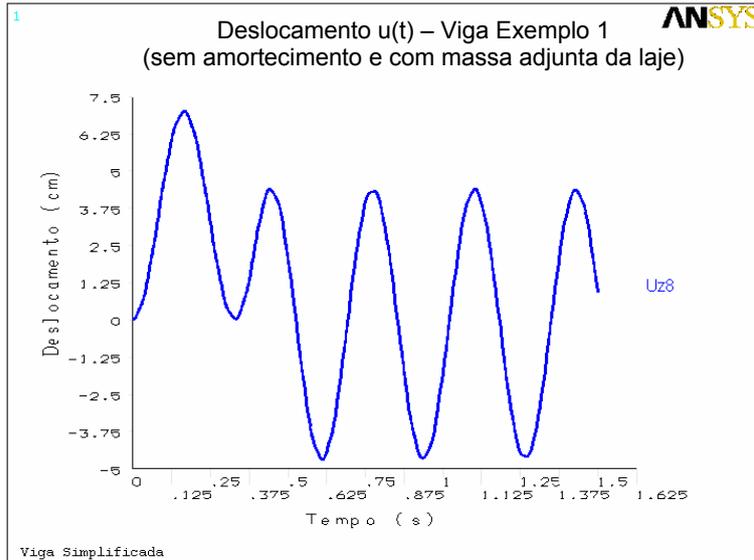


Figura 8.20 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento e com massa adjunta, obtidos pelo ANSYS

Para considerar o amortecimento, novamente foram calculadas as constantes α e β , por interpolação linear, fazendo $\xi_1 = 2,9\%$ e $\xi_2 = 3,0\%$ e $\omega_1 = 2\pi f_1$ e $\omega_2 = 2\pi f_2$. Neste caso, $f_1=3,05\text{Hz}$ e $f_2=12,21\text{Hz}$. Assim, encontra-se $\alpha = 0,879$ e $\beta = 6,33 \times 10^{-4}$. A Figura 8.21 traz a resposta dinâmica para esta situação.

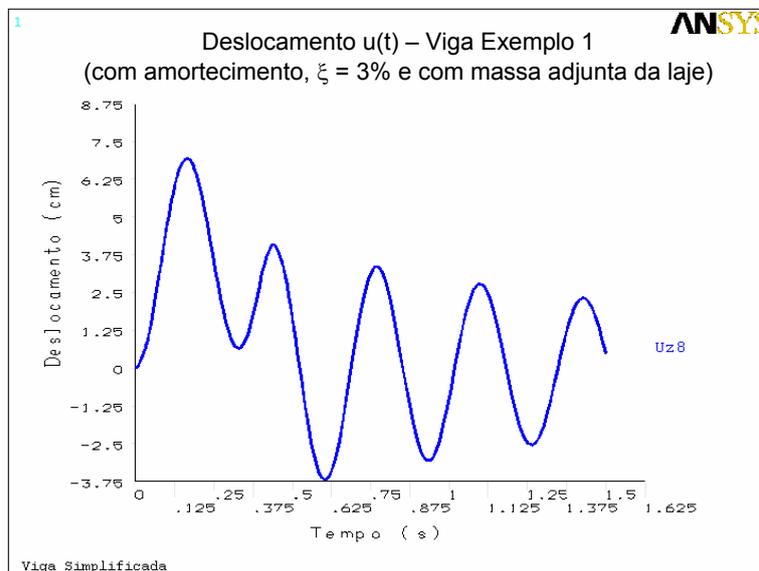


Figura 8.21 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultado obtido do ANSYS)

8.3.1.4 – Comparação das respostas dinâmicas: método analítico *versus* método numérico

Para uma melhor comparação entre as respostas dinâmicas obtidas com o uso da formulação matemática, e as provenientes da modelagem numérica, serão plotados, no mesmo gráfico, os deslocamentos encontrados pelos dois métodos.

As Figuras 8.22 e 8.23 mostram a vibração da viga, quando submetida apenas ao seu peso próprio e a força de protensão. O amortecimento é considerado na Figura 8.23.

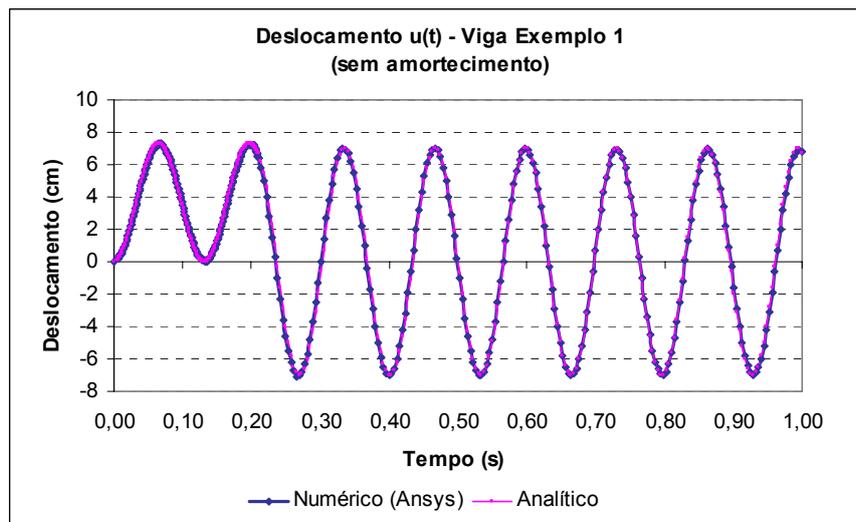


Figura 8.22 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento (Resultados numéricos e analíticos)

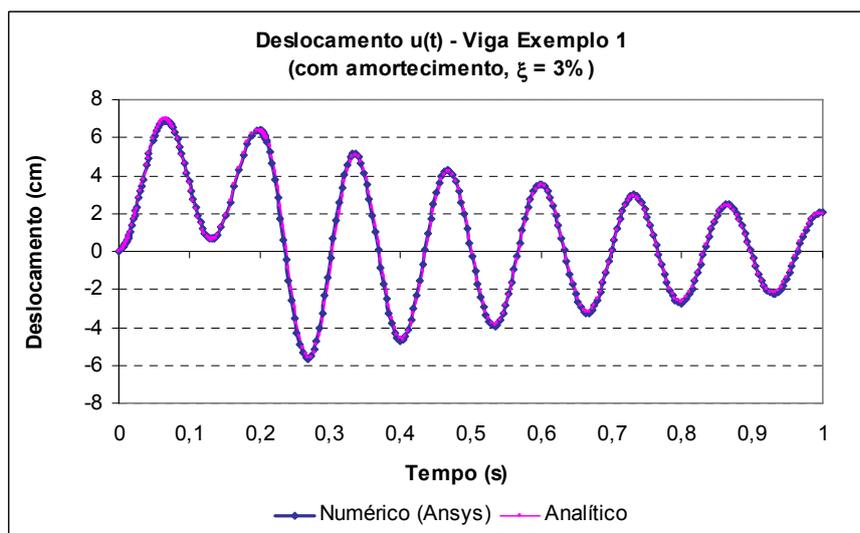


Figura 8.23 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultados numéricos e analíticos)

Observando as Figuras 8.22 e 8.23, pode-se constatar que as respostas dinâmicas obtidas através da formulação matemática e pela modelagem numérica, em elementos finitos, apresentam uma enorme semelhança, estando as curvas dos resultados numéricos e analíticos sobrepostas.

A seguir, serão apresentadas, nas Figuras 8.24 e 8.25, as respostas dinâmicas provenientes dos dois métodos em estudo, para a situação em que é acrescentada a massa adjunta, da laje de concreto, na estrutura.

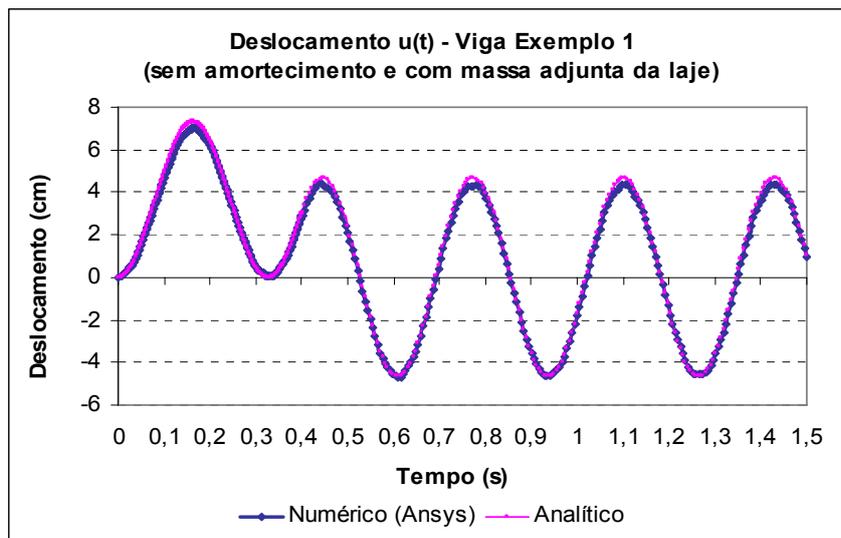


Figura 8.24 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, sem amortecimento e com massa adjunta (Resultados numéricos e analíticos)

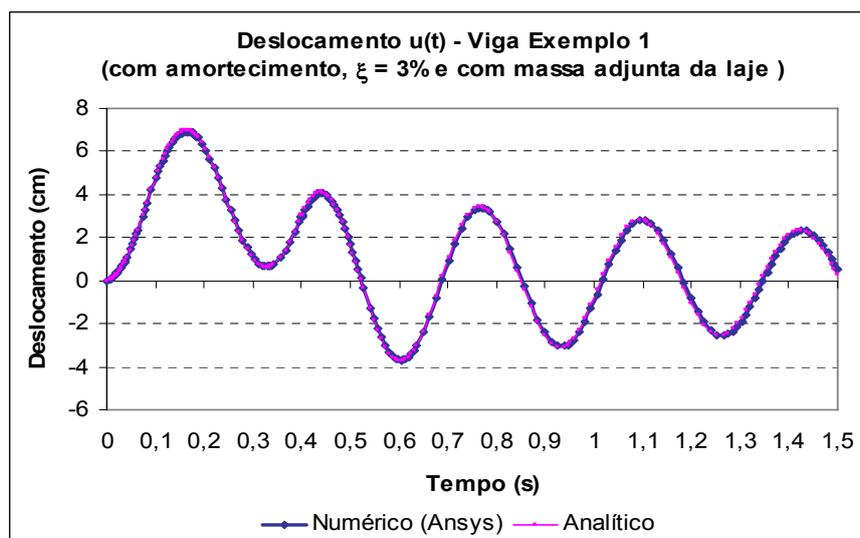


Figura 8.25 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 1, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultados numéricos e analíticos)

As Figuras 8.24 e 8.25 evidenciam, mais uma vez, a grande semelhança entre as respostas dinâmicas encontrada pelos dois métodos de análise, numérico e analítico. As curvas da Figura 8.24, onde não há amortecimento no sistema, apresentam uma pequena diferença nas amplitudes dos deslocamentos, mas as diferenças não são significativas.

A partir dos resultados obtidos, nota-se que houve redução das amplitudes dos deslocamentos e aumento do período de oscilação, quando comparadas as respostas dinâmicas da viga submetida apenas ao seu peso próprio e da viga com o acréscimo da massa da laje.

Observa-se, também, que o rompimento dos cabos de protensão faz a viga oscilar em torno da sua posição inicial ($u = 0$), com amplitudes de deslocamentos positivas e negativas.

Tendo em vista a coerência e proximidade dos resultados obtidos pelo ANSYS e utilizando as formulações matemáticas, desenvolvidas neste trabalho, torna-se possível a validação de tais fórmulas para a análise dinâmica de vigas após o rompimento, de forma súbita, dos cabos de protensão.

8.3.2 - Viga do exemplo 2

8.3.2.1 - Análise estática

A viga do Exemplo 2, estudada no capítulo anterior, possui cabo resultante com traçado reto, situado abaixo do flange inferior. Neste caso, a quebra de uma ou mais cordoalhas levaria a uma redução da força de protensão aplicada à viga. Para ilustrar esta situação, será analisado o comportamento da peça, assumindo que houve ruptura de cabos de protensão, passando a atuar apenas metade da força de protensão total. Os demais carregamentos aos quais a viga está submetida são os mesmos descritos anteriormente para a viga em serviço:

- Carga Permanente Total:

$$PP_{\text{viga}} = 5,02 \text{ KN/m}$$

$$PP_{\text{laje}} = 11,70 \text{ KN/m}$$

- Carga Acidental Total:

$$SB = 22,5 \text{ KN/m}$$

- Força de Protensão:

$P = 3400 \text{ KN} \div 2 = 1700 \text{ KN}$ (Considerando que houve ruptura de cordoalhas e só atua metade da força de protensão). O coeficiente de segurança γ_p é igual a 0,9

$$P = 0,9 \times 1700 \text{ KN} = 1530 \text{ KN}$$

Utilizando a Equação 6.8, encontra-se o elemento que simula o cabo de protensão resultante deve ter temperatura igual à -376°C , para que seja obtida a carga axial de 1530KN, referente a protensão. Para este cálculo, foi considerada metade da área dos cabos de protensão, uma vez que a força foi reduzida pela metade ($A_p = 15,9\text{cm}^2$).

$$T = \frac{-1530}{1,2 \times 10^{-5} \times 20200 \times 15,9} + 21^\circ\text{C} \Rightarrow T = -376^\circ\text{C}$$

Aplicando a temperatura $T = -376^\circ\text{C}$ nos elementos de cabo do modelo em elementos finitos, desenvolvido no ANSYS, foi obtida uma força axial maior do que a desejada. Então, foram feitas as correções no valor de T, chegando ao valor de $-286,5^\circ\text{C}$, que provoca um esforço axial nos cabos de 1530,9KN.

As tensões obtidas pela modelagem no ANSYS, para a situação de carregamento descrita acima, são mostradas na Figura 8.26. No detalhe, a seção do apoio, evidenciando os picos de tensões devidos à ancoragem dos cabos.

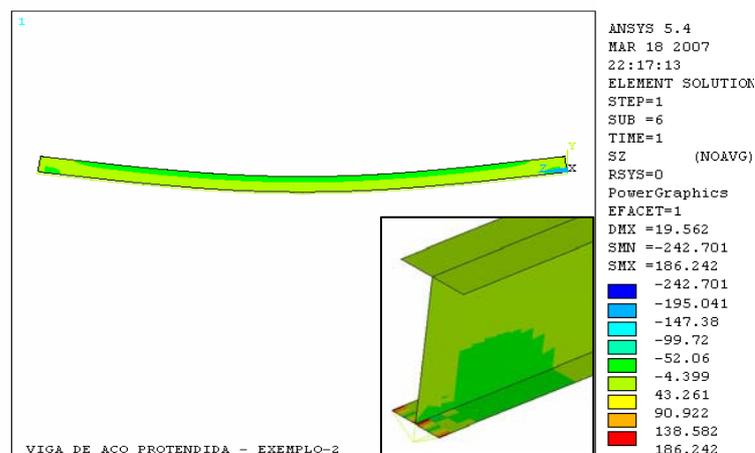


Figura 8.26– Tensões ao longo da viga, simulação da ruptura de cabo de protensão (Ex. 2)

A Figura 8.27 mostra a variação de tensões para a seção do meio do vão e para as seções situadas a 2,5m e 22,5m. Observa-se que os valores das tensões nos elementos do meio do vão são maiores que os valores encontrados para as seções mais próximas aos apoios.

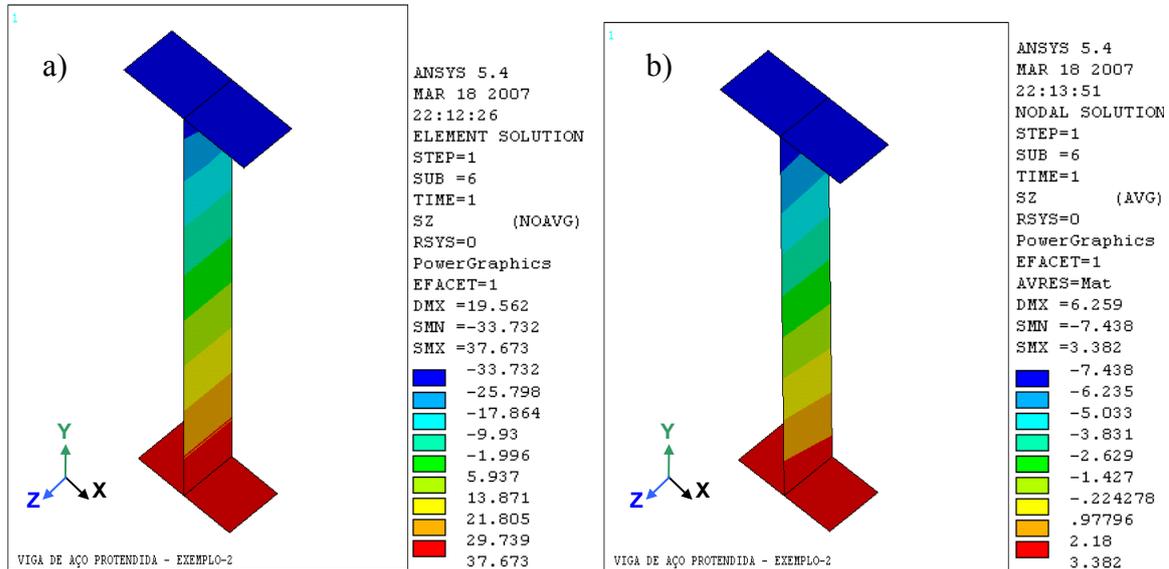


Figura 8.27 – Tensões para viga com metade da força de protensão: a) meio do vão b) 2,5m e 22,5m (Exemplo 2)

Percebe-se, ainda, que para a situação descrita, supondo que houve ruptura de cordoalhas, passando a atuar na estrutura apenas metade da força de protensão, as tensões para os elementos do meio do vão superam a tensão limite do material (350MPa), uma vez que a fibra inferior atinge a tensão de tração +379,7 MPa (37,67 KN/cm²). A fibra inferior fica comprimida com tensão igual a -337,32 MPa (-33,73 KN/cm²). As seções localizadas a 2,5m e 22,5m de comprimento apresentam tensões mais baixas, variando de -7,44 KN/cm² na fibra superior a +3,38 KN/cm² na fibra inferior.

As Tabelas 8.14 e 8.15 trazem, como exemplo, as tensões para os mesmos elementos analisados no capítulo anterior, quando esta viga foi avaliada na condição do ato da protensão e em serviço: os elementos localizados na alma, para seção do meio do vão, com numeração 2255 e 2264. A numeração dos nós e dos elementos da seção em questão, foi mostrada na Figura 7.80.

Tabela 8.14 – Tensões no elemento da alma 2255, obtidas pela modelagem no ANSYS, com atuação de metade da força protensão (valores em KN/cm²)

ELEMENTO 2255		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
6253	2,46E-32	0,99355	36,803	-1,09E-17	1,4036	-9,39E-16
6256	1,80E-32	-1,1755	29,573	-6,85E-17	1,4067	-7,47E-16
6306	2,17E-32	-1,1665	29,576	1,54E-18	-1,2244	-8,17E-16
6303	2,84E-32	1,0026	36,806	5,92E-17	-1,2274	-1,01E-15
6253	2,46E-32	0,99355	36,803	-1,09E-17	1,4036	-9,39E-16
6256	1,80E-32	-1,1755	29,573	-6,85E-17	1,4067	-7,47E-16
6306	2,17E-32	-1,1665	29,576	1,54E-18	-1,2244	-8,17E-16
6303	2,84E-32	1,0026	36,806	5,92E-17	-1,2274	-1,01E-15

Tabela 8.15 – Tensões no elemento da alma 2264, obtidas pela modelagem no ANSYS, com atuação de metade da força protensão (valores em KN/cm²)

ELEMENTO 2264		SHELL43				
NODE	SX	SY	SZ	SXY	SYZ	SXZ
6264	-2,47E-32	-6,856	-23,314	-2,47E-16	2,4675	6,84E-16
6265	-3,59E-32	-9,6122	-32,502	-3,72E-16	4,4245	9,80E-16
6315	-2,59E-32	-3,7988	-30,757	-1,29E-16	1,0812	8,45E-16
6314	-1,47E-32	-1,0425	-21,57	-4,42E-18	-0,87579	5,49E-16
6264	-2,47E-32	-6,856	-23,314	-2,47E-16	2,4675	6,84E-16
6265	-3,59E-32	-9,6122	-32,502	-3,72E-16	4,4245	9,80E-16
6315	-2,59E-32	-3,7988	-30,757	-1,29E-16	1,0812	8,45E-16
6314	-1,47E-32	-1,0425	-21,57	-4,42E-18	-0,87579	5,49E-16

Conforme visto, as tensões “SX”, “SY” e “SZ” são tensões normais que atuam nas direções X, Y e Z, do eixo global, e as tensões “SXY”, “SYZ” e “SXZ” são tensões cisalhantes. As tensões “SZ” representam as tensões de flexão ao longo do comprimento da viga. As tensões reportadas nas tabelas são referentes aos planos superior e inferior do elemento, por esta razão, ocorre a repetição dos nós em cada elemento.

A deformada da viga do exemplo 2, quando do rompimento de cabos de protensão, reduzindo, assim, pela metade a força de protensão, é mostrada na Figura 8.28. O valor máximo do deslocamento vertical, para carga nominal, foi igual a -114,63mm.

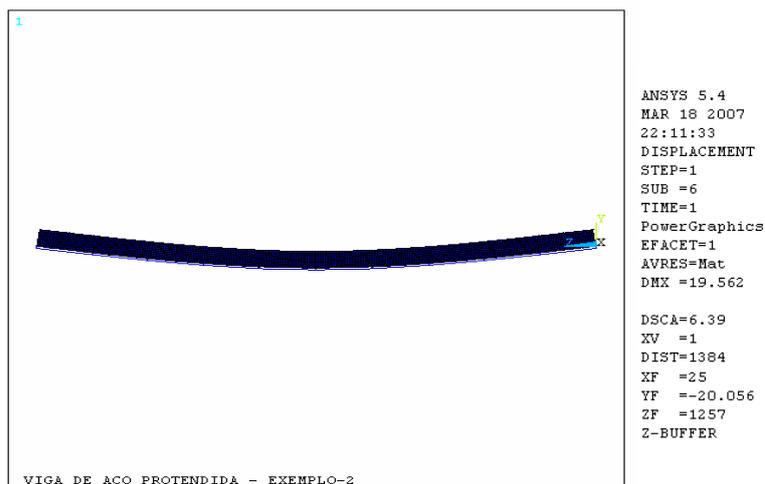


Figura 8.28 – Deformada da viga do exemplo 2, considerando a atuação de metade da força de protensão

8.3.2.2 - Análise dinâmica utilizando a formulação matemática

Para a viga do Exemplo 2, também será realizada a análise da sua vibração ao longo do tempo, tanto por meio da utilização das formulações matemáticas quanto pela modelagem computacional em elementos finitos, visando conhecer o comportamento da viga após a quebra dos cabos de protensão. Inicialmente, serão mostrados os resultados analíticos.

Considerando, em princípio, a ruptura dos cabos para a viga sem amortecimento, deve-se fazer uso da Equação 6.51 para obter a resposta dinâmica. Para tanto, é necessário determinar os valores da força F , rigidez k e massa m . Para a viga submetida apenas ao peso próprio do perfil metálico e a força de protensão, essas constantes são encontradas da seguinte maneira:

- Massa (m):

Peso por metro = $3,86 \times 10^{-2}$ kN/cm , $g = 981$ cm/s² e $L = 2500$ cm.

$$m = \overline{m}L = \frac{3,86 \times 10^{-2} \text{ kN/cm}}{981 \text{ cm/s}^2} \times 2500 \text{ cm} = 9,84 \times 10^{-2} \frac{\text{kNs}^2}{\text{cm}} = \mathbf{9836 \text{ kg}}$$

- Rigidez (k):

A frequência angular, ω , é igual a $2\pi f$. A frequência natural calculada para a viga em estudo foi igual a 5,29Hz. A rigidez, k , pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f \quad (8.3)$$

Substituindo o valor da massa, m, e o valor da frequência, f, na equação acima, determina-se a rigidez k:

$$\sqrt{\frac{k}{9,84 \times 10^{-2}}} = 2\pi 5,29$$

$$\mathbf{k = 108,67 \text{ kN/cm}}$$

- Força (F):

Neste exemplo, o traçado do cabo é reto e localizado a 10cm abaixo do flange inferior, o que gera uma excentricidade de 69,61cm. Portanto, o deslocamento vertical imposto à viga se deve ao momento fletor causado pela força de protensão excêntrica de 3400kN.

$$M = P \times e = 3400 \times 69,61 = 236.674 \text{ kNcm}$$

A flecha para esta situação é calculada pela expressão:

$$\delta = \frac{ML^2}{8EI} \quad (8.6)$$

Substituindo o valor de momento calculado, M, e do comprimento, L, e sendo $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$ e $I_x = 850106,67 \text{ cm}^4$, a flecha calculada é igual a 10,61cm.

Com o valor do deslocamento vertical determinado, pode-se, então, encontrar a força F:

$$F = k \delta F \quad (8.5)$$

$$F = 108,67 \text{ kN/cm} \times 10,61 \text{ cm} = \mathbf{1.152,99 \text{ kN}}$$

A Figura 8.29 mostra a vibração da viga ao longo do tempo, com a simulação da ruptura do cabo no tempo $t = 0,20 \text{ s}$. Este gráfico foi plotado no Excel, a partir da Equação 6.51, utilizando os valores calculados acima para as constantes F, m e k.

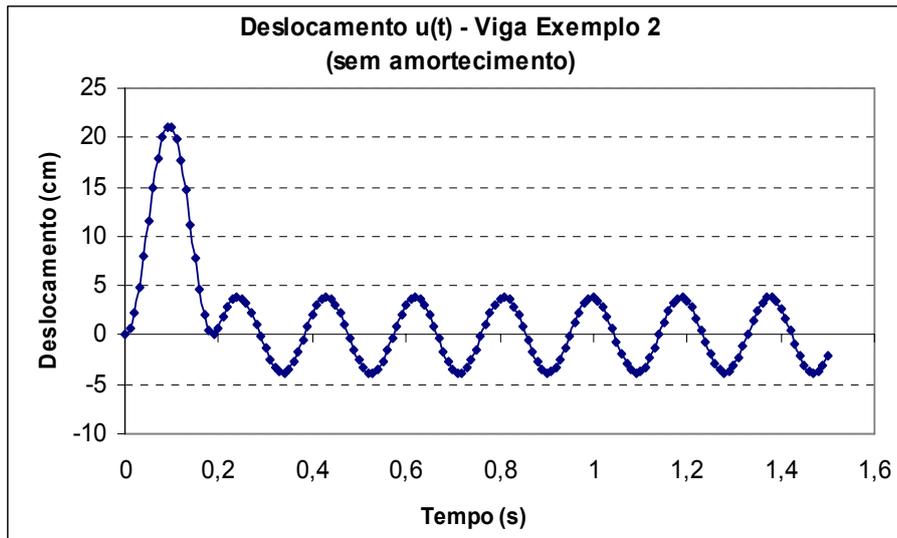


Figura 8.29 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento

Considerando, agora, que existe amortecimento no sistema, com ξ igual a 3%, e, fazendo uso da Equação 6.79, obtêm-se o gráfico da Figura 8.30 abaixo, onde se percebe a redução da amplitude dos deslocamentos, devido ao amortecimento.

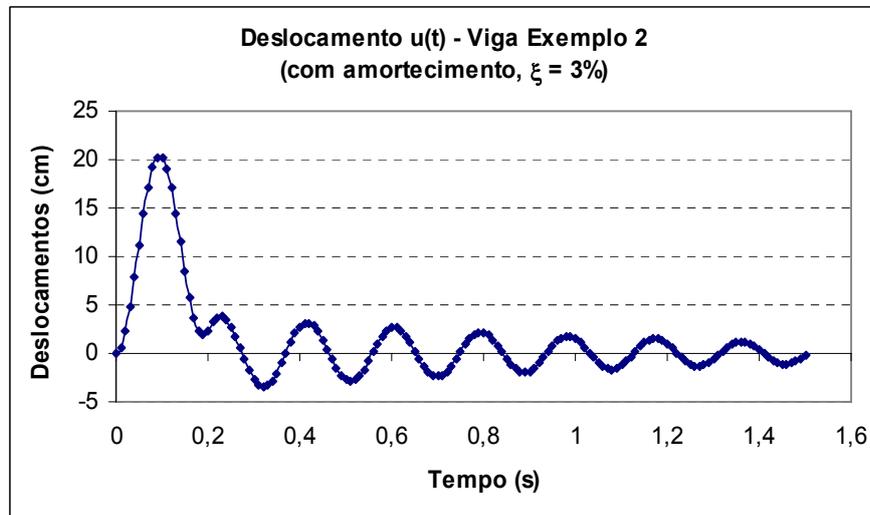


Figura 8.30 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com amortecimento

Considerando a massa adicional proveniente da laje de concreto, serão calculados novos valores para a força F , rigidez k e massa m , como mostra a seguir.

- Massa (m):

O peso próprio da laje de concreto é igual a $9,0 \times 10^{-2}$ kN/cm e o peso próprio do perfil metálico é $3,86 \times 10^{-2}$ kn/cm, o que totaliza $12,86 \times 10^{-2}$ kN/cm. A massa total é, portanto:

$$m = \bar{m}L = \frac{12,86 \times 10^{-2} \text{ kN/cm}}{981 \text{ cm/s}^2} \times 2500 \text{ cm}$$

$$m = 3,28 \times 10^{-1} \frac{\text{kNs}^2}{\text{cm}} = \mathbf{32.773 \text{ kg}}$$

- Rigidez (k):

A frequência natural calculada para a viga com a massa adjunta da laje de concreto foi igual a 2,90Hz. Pela expressão abaixo, determina-se o valor de k:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f \quad (8.3)$$

$$\sqrt{\frac{k}{3,28 \times 10^{-1}}} = 2\pi 2,90$$

$$\mathbf{k = 108,81 \text{ kN/cm}}$$

- Força (F):

A flecha devida à força de protensão foi calculada anteriormente e seu valor é 10,61cm. Em seguida, determina-se a força F que deverá ser usada na Equação 6.51:

$$F = k \delta \quad (8.5)$$

$$F = 108,81 \text{ kN/cm} \times 10,61 \text{ cm}$$

$$\mathbf{F = 1.154,47 \text{ kN}}$$

A Figura 8.31 apresenta a vibração da viga, com a massa adicional da laje, ao longo do tempo, com a simulação da quebra do cabo no tempo $t = 0,40$ s.

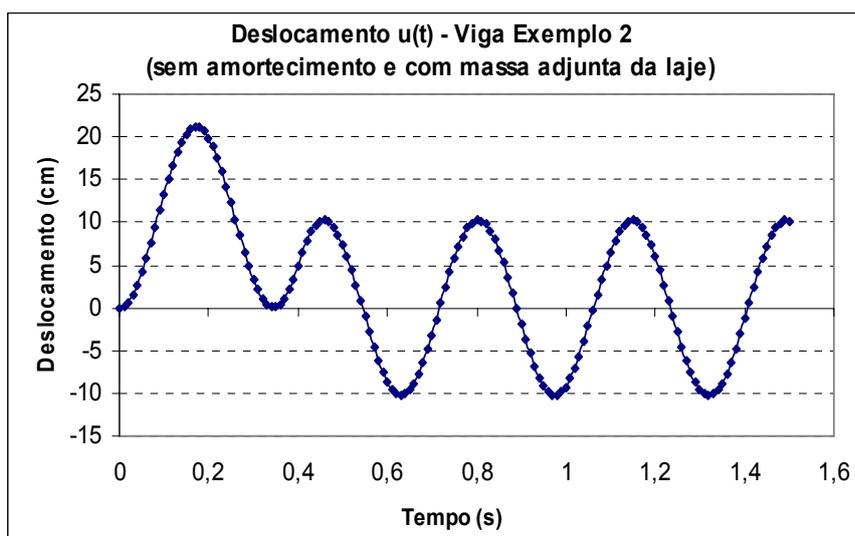


Figura 8.31 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento e com massa adjunta da laje de concreto

Para verificação da estrutura com o amortecimento, fez-se uso da Equação 6.79, sendo a razão de amortecimento, ξ , igual a 3%. A Figura 8.32 apresenta a resposta dinâmica encontrada. Pode-se notar a redução das amplitudes dos deslocamentos ao longo do tempo.

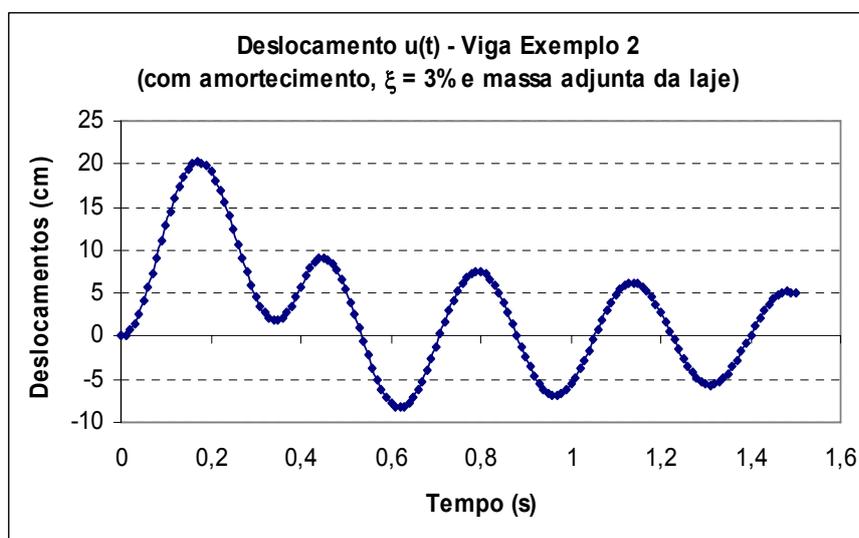


Figura 8.32 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3%

Pode-se perceber, a partir das respostas dinâmicas obtidas, que após a quebra do cabo de protensão, acontece acentuada redução na amplitude dos deslocamentos e a viga passa a oscilar em torno da posição inicial, $u = 0$.

Comparando os resultados da viga apenas com o peso próprio do perfil metálico com os resultados da viga com o acréscimo da massa da laje, observa-se que, após a ruptura dos cabos, houve aumento dos valores das amplitudes dos deslocamentos e do período das oscilações.

8.3.2.3 - Análise dinâmica utilizando o ANSYS

A seguir, serão apresentadas as respostas dinâmicas oriundas das modelagens numéricas, em elementos finitos. De forma análoga ao Exemplo 1, para esta avaliação também foi usado o modelo numérico simplificado, com discretização da viga por elemento de barra e a aplicação da protensão por meio de forças equivalentes. Novamente será reportada a vibração do nó situado no meio do vão da viga.

A vibração da viga ao longo do tempo, sem a consideração do amortecimento, estando ela sujeita apenas ao carregamento do seu peso próprio e da força de protensão, pode ser observada na Figura 8.33.

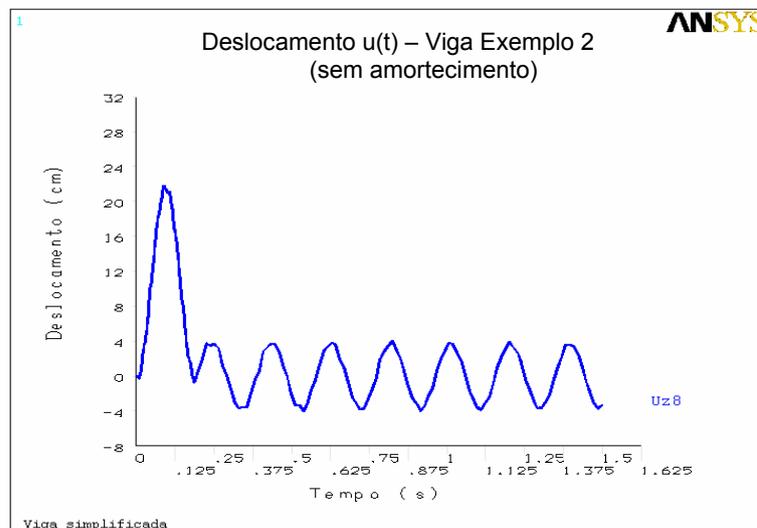


Figura 8.33 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento, obtido pelo ANSYS

Para adicionar o amortecimento neste modelo numérico, com $\xi = 3\%$, calculou-se as constantes α e β , por meio de interpolação linear, fazendo $\xi_1 = 2,9\%$ e $\xi_2 = 3,0\%$ e $\omega_1 = 2\pi f_1$ e $\omega_2 = 2\pi f_2$, na Equação 6.9. Os valores das frequências naturais f_1 e f_2 são, respectivamente, 5,29Hz e 21,16Hz, encontrado $\alpha = 1,5245$ e $\beta = 3,65 \times 10^{-4}$.

A resposta dinâmica, via método dos elementos finitos, para a viga com amortecimento, é apresentada na Figura 8.34.

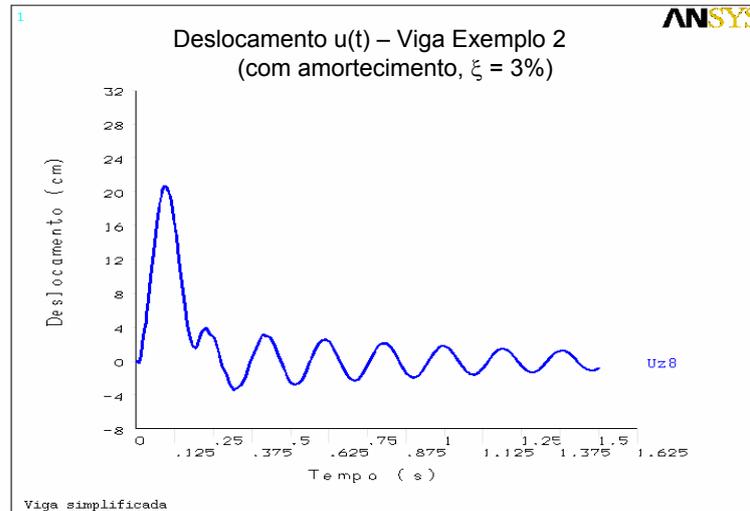


Figura 8.34 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultado obtido do ANSYS)

Considerando a massa adicional da laje de concreto, é obtido o gráfico reportando na Figura 8.35.

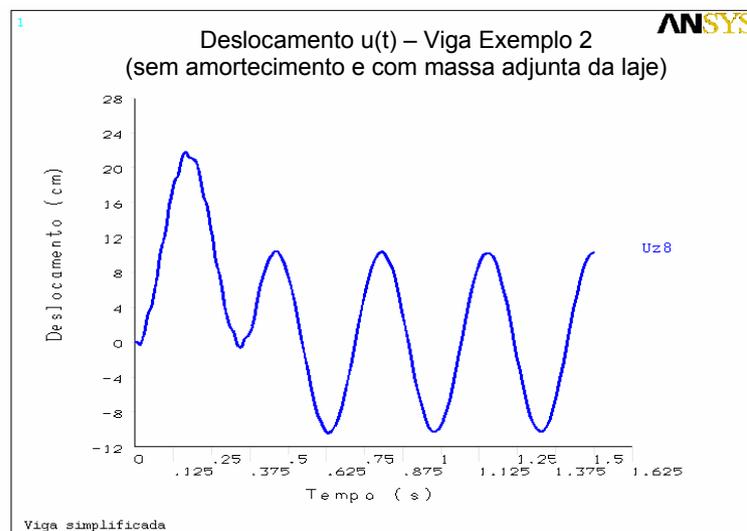


Figura 8.35 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento e com massa adjunta, obtidos pelo ANSYS

Para adicionar o amortecimento na estrutura, foram calculadas, novamente, as constantes α e β , considerando $\xi_1 = 2,9\%$ e $\xi_2 = 3,0\%$ e $\omega_1 = 2\pi f_1$ e $\omega_2 = 2\pi f_2$. Neste caso, em que há o acréscimo da massa da laje, as frequências naturais são, respectivamente, $f_1=2,905\text{Hz}$ e $f_2=11,59\text{Hz}$. Substituindo esses valores na Equação 6.9, encontra-se: $\alpha = 0,8355$ e $\beta = 6,66 \times 10^{-4}$. A Figura 8.36 traz a resposta dinâmica para esta situação.

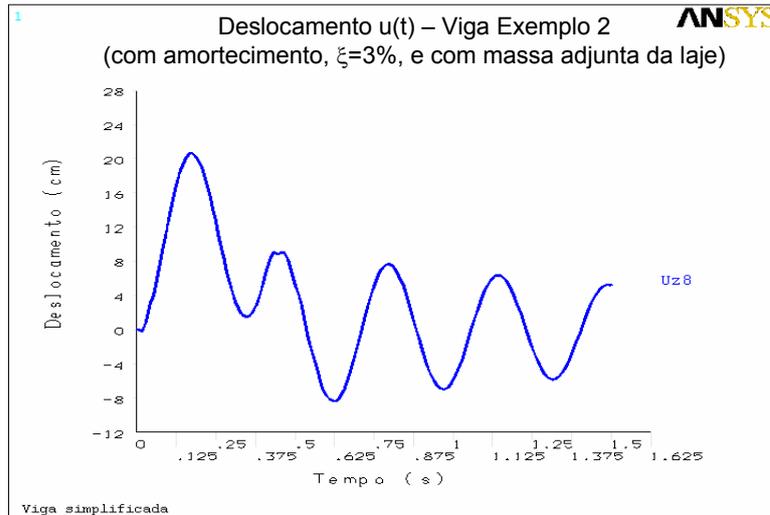


Figura 8.36 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultado obtido do ANSYS)

8.3.2.3 - Comparação das respostas dinâmicas: método analítico *versus* método numérico

Assim como foi feito no exemplo anterior, neste caso também serão plotados, num único gráfico, as respostas dinâmicas da viga obtidas pelo método analítico e pelo método numérico. Desta forma, torna-se fácil a comparação dos resultados.

As curvas da Figura 8.37 mostram a vibração da viga ao longo do tempo, com a simulação da ruptura do cabo no tempo $t = 0,20s$, quando a viga está submetida apenas ao peso próprio do perfil metálico e a força de protensão.

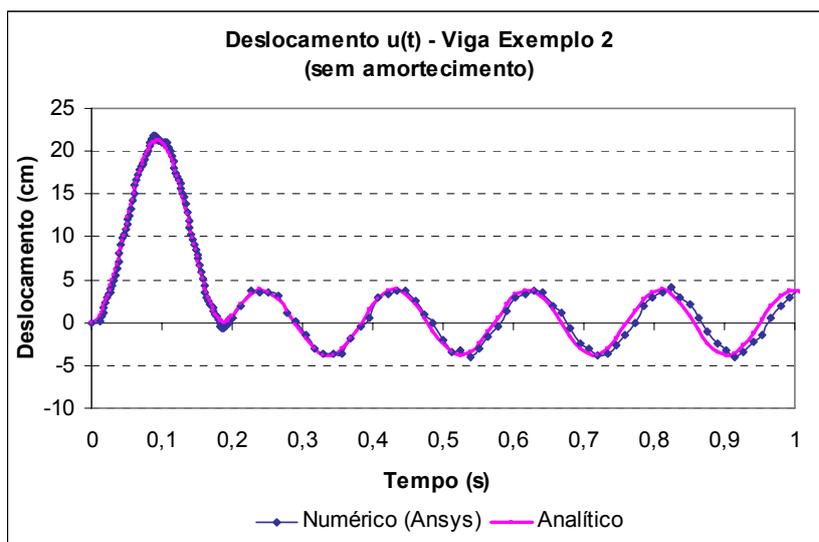


Figura 8.37 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento (Resultados numéricos e analíticos)

Comparando a curva numérica com a analítica, na Figura 8.37, nota-se uma pequena diferença nos deslocamentos encontrados, mas, no geral, o comportamento foi bastante próximo.

A vibração da viga, ao longo do tempo, estando o sistema amortecido, é mostrada na Figura 8.38 abaixo, onde se percebe a redução da amplitude dos deslocamentos. Contata-se, também, a semelhança das respostas obtidas de forma analítica e a partir dos resultados numéricos do ANSYS.

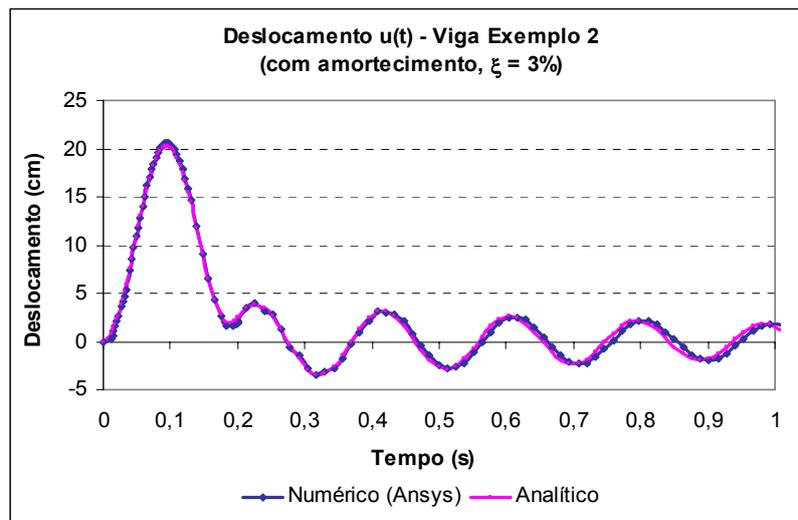


Figura 8.38 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com amortecimento (Resultados numéricos e analíticos)

Na Figura 8.39, a seguir, são apresentados os resultados da vibração da viga, com a massa adicional da laje, ao longo do tempo, com a quebra do cabo no tempo $t = 0,40s$.

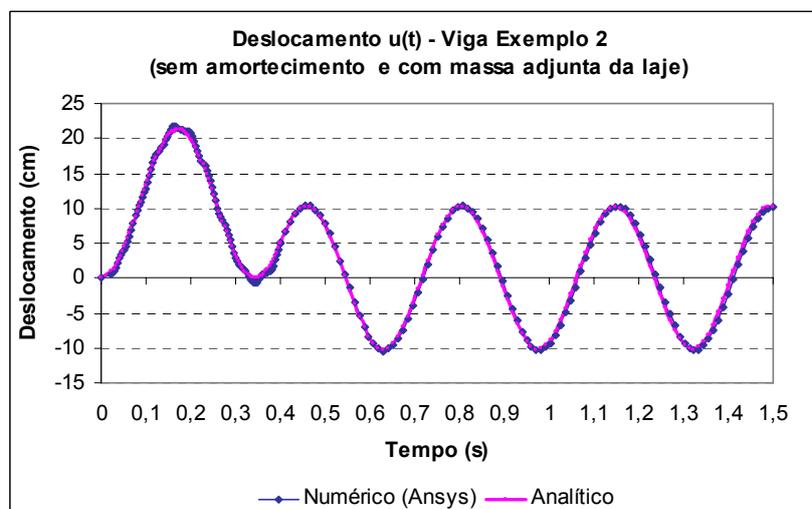


Figura 8.39 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, sem amortecimento e com massa adjunta (Resultados numéricos e analíticos)

A Figura 8.40 traz as respostas dinâmicas, para a mesma situação anterior, e com o acréscimo do amortecimento no sistema. Novamente, as respostas dinâmicas analíticas e numéricas foram muito semelhantes.

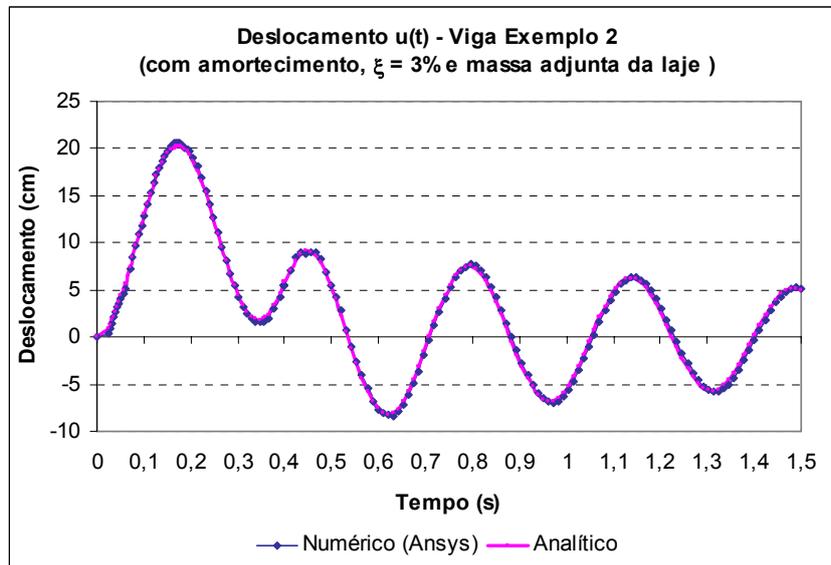


Figura 8.40 – Deslocamentos ao longo do tempo para a viga do exemplo 2, com massa adjunta e com razão de amortecimento, ξ , igual a 3% (Resultados numéricos e analíticos)

Comparando os resultados da viga apenas com o peso próprio do perfil metálico com os resultados da viga com o acréscimo da massa da laje, observa-se que houve aumento dos valores dos deslocamentos e do período das oscilações.

Todos os gráficos mostram que a ruptura do cabo de protensão gera redução nas amplitudes dos deslocamentos e a viga passa a vibrar em torno da sua posição inicial (deslocamento = 0), com deslocamentos positivos e negativos.

A grande semelhança nos resultados obtidos reafirma a validação da formulação matemática desenvolvida neste trabalho.

9 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

9.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS E CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi estudar o comportamento de vigas metálicas protendidas, com perfil tipo I, e desenvolver um aplicativo utilizando o Microsoft Excel, que pudesse realizar os cálculos necessários para a verificação de tais estruturas, apontando se o perfil escolhido para a viga protendida atende às solicitações impostas.

As verificações feitas para os perfis, no aplicativo para o cálculo de VMP, são realizadas com base nas prescrições da norma NBR8800/1986, atendendo a todos os seus requisitos. Adicionalmente, e como forma de comparação com os resultados da norma brasileira, é feita também a verificação da viga à flexocompressão seguindo as recomendações do AISC/1999.

A partir do aplicativo desenvolvido, foram estudados dois exemplos de vigas metálicas protendidas. O primeiro exemplo contempla uma viga com traçado poligonal para os cabos de protensão. No segundo exemplo, foi analisada uma viga com cabos de traçado reto, localizados abaixo do flange inferior, de forma a aumentar a excentricidade e, conseqüentemente, aumentar o poder de contrabalancear os carregamentos externos.

As mesmas vigas calculadas pelo aplicativo, tiveram o comportamento estrutural avaliado pelo programa ANSYS. As vigas foram discretizadas em elementos finitos, e foram submetidas às mesmas condições de contorno e de carregamentos utilizados no aplicativo.

Comparando os dois modelos, pôde-se chegar às seguintes conclusões:

- As vigas analisadas, tanto no primeiro quanto no segundo exemplo, não suportam os carregamentos externos, quando não é aplicada a protensão. Nos dois exemplos, as tensões limites do material foram ultrapassadas para esta situação de carregamento. Esse fato pôde ser observado tanto nos cálculos realizados pela planilha, quanto nos resultados provenientes das modelagens no ANSYS. As verificações quanto à instabilidade, de acordo com a NBR8800/1986, realizadas no

aplicativo, indicam ainda a possibilidade de ocorrência de flambagem local da mesa (FLM), flambagem local da alma (FLA) e flambagem lateral com torção (FLT).

- Os resultados obtidos para a viga do Exemplo 1, no momento de aplicação da força de protensão, revelaram que a maior diferença encontrada, quando comparados os valores das tensões retiradas do aplicativo e do modelo no ANSYS, aconteceu para a tensão do bordo inferior, σ_i^0 . No aplicativo a tensão nesta fibra é de -250MPa e a tensão obtida da modelagem em elementos finitos foi igual a -279,52MPa. Apesar dessa diferença, os resultados se mostram coerentes.
- As diferenças encontradas nos valores das tensões, comparando os resultados do aplicativo com os resultados numéricos, são atribuídas, principalmente, aos seguintes fatores: o modelo em elementos finitos utilizado tem grande refinamento e, apesar de apresentar solução aproximada, por ser numérico, tem teoria mais precisa que a das fórmulas da Resistência dos Materiais, utilizadas no aplicativo, uma vez que leva em consideração a influência real das tensões de cisalhamento ao longo da viga. O outro fator é que na modelagem numérica a força de protensão é mantida constante ao longo de todo o cabo, não é levada em consideração a perda de protensão, que ocorre de maneira diferenciada em cada trecho, entre desviadores.
- Para a viga do Exemplo 1, na condição de serviço, observou-se que as tensões de flexão provenientes da planilha e do modelo discretizado no ANSYS, diferiram muito pouco.
- A análise das tensões de flexão para a viga do Exemplo 2, mostrou coerência entre os valores encontrados pelo aplicativo e pelos modelos no ANSYS, tanto para o ato da protensão, quanto para a viga em serviço. Neste exemplo, foram comparadas as tensões em três seções da viga: meio do vão, à 2,5m de comprimento e à 22,5m de comprimento. Isso foi feito para melhor verificação das tensões próximas aos apoios, uma vez que o cabo com traçado reto, gera momento nas extremidades da viga.

- A comparação entre os valores dos deslocamentos verticais, obtidos do aplicativo no Excel e das modelagens no ANSYS, mostrou que os resultados desses dois métodos de cálculo foram bastante similares, tanto na viga Exemplo 1, quanto na viga Exemplo 2. A maior diferença entre as flechas calculadas pelos dois métodos foi de 5,76% para o primeiro exemplo, o que equivale a uma diferença de 2,72mm para um vão total de 20m, e 7,41% para a viga do segundo exemplo, significando a diferença de 4,65mm, para o vão de 25m.

Diante de tudo que foi estudado e apresentado neste trabalho, pode-se dizer que a tecnologia da protensão, por meio de cabos externos, é uma técnica que pode ser aplicada às vigas metálicas, visando o aumento da capacidade resistente das seções. No entanto, deve-se ter atenção especial com relação à possível instabilidade da peça, gerada pela força axial de compressão. Para evitar esse problema, devem ser providos os travamentos laterais, quando necessários.

Neste trabalho, desenvolveu-se, também, uma formulação matemática com modelo reológico, via transformada de Laplace, para a obtenção da resposta dinâmica da viga metálica protendida após o rompimento brusco dos cabos de protensão. As vigas foram avaliadas de forma estática e dinâmica para essa situação. Na análise dinâmica, foi feita a comparação dos resultados encontrados utilizando as equações matemáticas desenvolvidas e os obtidos das modelagens numéricas no ANSYS. Adicionalmente, foi realizada a análise modal para as vigas estudadas. As seguintes conclusões podem ser feitas:

- As frequências naturais das vigas estudadas sofreram redução em razão da atuação da força de protensão. Isto acontece para uma condição inicial, em que, de fato, atua a força de protensão total aplicada, pois, uma vez que o conjunto viga-cabo entra em vibração, as frequências da estrutura se modificam, devido à variação da força axial no cabo.
- As frequências naturais para as vigas sem qualquer restrição ao deslocamento lateral são consideravelmente menores que as frequências das vigas que só se deslocam no plano principal de flexão, ou seja, na vertical. Com isso, evidencia-se a importância dos travamentos, uma vez que as frequências menores, em torno de 1,0 a 1,5Hz (faixa de valores obtida para as vigas estudadas, no primeiro

harmônico), ficam próximas das frequências geradas por atividades das pessoas, tais como andar, correr, saltar, pular, deixando a estrutura propensa a vibrações.

- Das análises estáticas feitas com simulação da ruptura de cabos de protensão, pôde-se perceber que a viga do primeiro exemplo, que possui cabos resultantes com traçado poligonal, posicionados de forma simétrica em cada lado da alma, sofreu perda da estabilidade, deslocando lateralmente, quando o cabo resultante de um dos lados foi rompido. Esse comportamento era esperado, já que a viga ficou submetida a uma força de compressão excêntrica em relação ao seu eixo vertical. Nesta situação, as tensões limites do material foram ultrapassadas, demonstrando que a viga não suportaria os carregamentos impostos. No caso da viga do exemplo 2, que possui cabos retos, foi simulada a quebra de cordoalhas, por meio da redução da força de protensão aplicada à estrutura. Considerando a severa diminuição desta força, passando a atuar apenas metade da carga, as tensões na viga também superaram a tensão limite do material, além dos deslocamentos verticais terem aumentado de valor.
- A partir das análises dinâmicas da vibração das vigas após a quebra dos cabos de protensão, foi possível validar as formulações matemáticas desenvolvidas, uma vez que as respostas dinâmicas encontradas usando essas equações foram muito semelhantes às obtidas por métodos numéricos. Observando os deslocamentos ao longo do tempo (*time history*), nota-se que a viga passa a oscilar em torno da posição inicial ($u=0$), com amplitudes de deslocamentos positivas e negativas, após o rompimento dos cabos de protensão. Para a situação de serviço, considerando um deslocamento inicial para a viga, a ruptura do cabo de protensão faria a viga vibrar em torno dessa posição inicial. A consideração do amortecimento na estrutura fez as amplitudes dos deslocamentos reduzirem no tempo, como era esperado.

9.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho inicia a linha de pesquisa sobre vigas metálicas protendidas desenvolvida na Universidade de Brasília, havendo ainda muitos aspectos sobre o tema a serem analisados de maneira teórica, numérica e experimental. Algumas sugestões são apresentadas para a continuidade do estudo:

- Aprofundar-se no estudo sobre o efeito da força axial de compressão, gerada pela protensão, na instabilidade da viga de aço protendida. Seria importante a realização de testes experimentais, além do estudo teórico, para uma melhor consolidação da verificação à flexocompressão para esse tipo de estrutura.
- Estender o estudo da protensão para vigas compostas por outros tipos de perfis metálicos, como perfil caixão, perfil U, seções compostas, etc.
- Fazer implementações no aplicativo desenvolvido para o cálculo de vigas metálicas protendidas. Este aplicativo contempla apenas o caso de vigas isostáticas, e com perfil tipo I, portanto, seria de grande interesse, novas implementações, ampliando os cálculos para vigas contínuas, e para outros perfis. Outras modificações também poderiam contribuir para um melhor desempenho do aplicativo, como, por exemplo, o aumento dos campos para colocação de cargas concentradas e para a indicação do posicionamento dos desviadores ao longo do comprimento da viga. Além disso, seria importante implementar a verificação da força de protensão que atua em cada trecho do cabo (entre desviadores), após o alongamento que o cabo sofre em razão da deformação da viga sob o efeito das cargas externas.
- Aprofundar os estudos a respeito de detalhes construtivos, como as dimensões e formatos mais apropriados para os desviadores e para os dispositivos utilizados nas ancoragens dos cabos. A realização de ensaios experimentais também seria interessante neste caso.
- Dar continuidades aos estudos dinâmicos do comportamento das vigas metálicas protendidas.
- A parte analítica pode ser melhorada, considerando as situações de serviço, não só se restringindo aos modos naturais de vibração.

Acredita-se que o estudo dos temas sugeridos acima podem trazer informações muito úteis, contribuindo para o melhor entendimento sobre o tema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800. **Projeto e execução de estruturas de aço em edifícios – Métodos dos estados limites**. Rio de Janeiro, 1986.
- AISC - American Institute of Steel Construction. **Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings**. Chicago, 1999.
- BEZERRA, Luciano Mendes. **Métodos matemáticos para engenharia – Notas de Aula**. Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2005.
- BLEVINS, Robert D. **Formulas for natural frequency and mode shape**. Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1979.
- BRADFORD, Mark A. **Stability of monosymmetric beam-columns with thin webs**. *Journal of Constructional Steel Research* Vol. 15, pp. 323-339. 1990.
- BRADFORD, Mark A. **Buckling of prestressed steel girders**. *Engineering Journal*. Vol. 28, no. 3, pp. 98-101. 1991.
- CAUDURO, Eugenio Luiz. **Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas**. 2ª ed. 111p. 2004.
- CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of structures**. 2nd edition, McGraw-Hill, Singapore, 1993.
- COELHO, Catia M. C. S. **Entrevista com Catia Mac Cord**. Entrevista EC - Engenharia e Construção. Agosto/2005. Disponível em: <http://www.cbca-ibs.org.br/noticias_exibe.asp?Codigo=389&Refresh=2007125995>. Acesso em: 15 de novembro de 2006.
- CBCA – Centro Brasileiro de Construção em Aço. **Começando do zero**. Revista Brasileira do Aço, ano 12, ed. 69, Julho/Agosto 2004. Disponível em: <[218](http://www.cbca-</p></div><div data-bbox=)

ibs.org.br/noticias_exibe.asp?Codigo=221&Refresh=200712585836>. Acesso em: 15 de novembro de 2006.

CHAKRABARTY, J. **Theory of plasticity**. 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1988.

FAÍSCA, Renata G., **Caracterização de cargas dinâmicas geradas por atividades humanas**. Rio de Janeiro, 2003. 230 p. Tese (Doutorado). COPPE/ Universidade Federal do Rio de Janeiro.

GALAMBOS, Theodore V. **Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures**. 5th edition, John Wiley & Sons, 1998.

GALAMBOS, Theodore V.; LIN, F. J.; JOHNSTON, Bruce G. **Basic steel design with LRFD**. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1996.

HANCOCK, Gregory J., BRADFORD, Mark A., TRAHAIR, Nicholas S. **Web distortion and flexural-torsional buckling**. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 106 (ST7), (1980) 1557-71.

LEONHARDT, Fritz. **Construção de concreto: concreto protendido**. Vol. 5. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda., 1983.

MARTINS, Paulo Chaves de Rezende. **Concreto protendido – Notas de Aula**. Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2005.

McGUIRE, William. **Steel Structures**. Prentice-Hall International, London, 1968.

MUKHANOV, K.K. **Design of metal structures**. Moscow: Mir Publishers, 1968.

NUNZIATA, Vincenzo. **Strutture in acciaio precompresso**. Palermo: D. Flaccovio, 1999a.

NUNZIATA, Vincenzo. **Strutture in acciaio precompresso**. XVII CONGRESSO C.T.A. **Costruire in acciaio: struttura e architettura**. Napoli: 3 - 4 - 5 Ottobre 1999b.

PERLINGEIRO, Mayra S.P.L. **Modelo para análise de estruturas de pontes segmentadas de concreto com protensão externa**. Rio de Janeiro, 2006. 160p. Tese (Doutorado). COPPE/ Universidade Federal do Rio de Janeiro.

- PFEIL, Walter. **Concreto Protendido, 1: introdução**. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1984.
- PFEIL, Walter. **Concreto Protendido: processos construtivos, perdas de protensão**. 3. ed – Rio de Janeiro: EDC-Ed. Didática e Científica, 1991.
- PFEIL, Walter; PFEIL, Michèle. **Estruturas de Aço: dimensionamento prático**. 7 ed – Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2000.
- REIS, Francisco J. C. Influência do nível da protensão na deformação de estruturas executadas com protensão externa. Rio de Janeiro, 2003. 118p. Dissertação (Mestrado). COPPE/ Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- SAMPAIO JÚNIOR, Cássio Ferraz. **Dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço**. São Paulo, 1976. Dissertação (Mestrado). São Carlos: EESC (Escola de Engenharia de São Carlos).
- SPIEGEL, Murray R. **Manual de fórmulas, métodos e tabelas de matemática**; revisão Roberto Chiocozzello; revisão e ampliação José Maria Lemes da Silva. Ed. rev. e ampl. São Paulo: Makron, McGraw-Hill, 1992.
- TROITSKY, M. S. **Prestressed steel bridges: theory and design**. New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1990.
- VIANA, Roberta D. A. **Programa para dimensionamento de reforço à flexão e ao cisalhamento de vigas de concreto armado**. Rio de Janeiro, 2004. 115p. Tese (Doutorado). COPPE/ Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- RUBIN, Marc; BOTTI, Alberto. Hotel Hilton São Paulo Morumbi, São Paulo-SP. 2003. Disponível em: <<http://www.arcoweb.com.br/arquitetura/arquitetura347.asp#>>. Acesso em: 16 de novembro de 2006.

APÊNDICE A – RELATÓRIOS GERADOS PELO APLICATIVO DESENVOLVIDO PARA O CÁLCULO DE VIGAS METÁLICAS PROTENDIDAS

1 – RELATÓRIO DA VIGA ANALISADA NO EXEMPLO 1

1- Dados iniciais

Comprimento da Viga (L) = 20 m
 Comp. sem contenção lateral = 0 m
 Distância entre enrijecedores = 20 m

2- Carregamentos

Carga Distribuída

Ato da protensão			Em Serviço		
Carga Permanente =	1,91	KN/m	Carga Permanente =	11,81	KN/m
Sobrecarga =	0	KN/m	Sobrecarga =	16,5	KN/m

Carga Concentrada

Ato da protensão

X (m)	CP (KN)	SB (KN)
5	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0

Em Serviço

X (m)	CP (KN)	SB (KN)
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0

3- Coeficientes de Segurança

Ato da protensão

$\gamma_G = 1,2$
 $\gamma_A = 1,3$
 $\gamma_{Prot} = 1,2$

Em Serviço

$\gamma_G = 1,3$
 $\gamma_A = 1,5$
 $\gamma_{Prot} = 0,9$

4- Perfil utilizado

Altura externa (d) = 1000 mm
Altura alma (h) = 950 mm
Esp.alma (to) = 12,7 mm
Larg.flange inf. = 140 mm
Esp.flange sup. = 25 mm
Larg.flange sup.= 350 mm
Esp.flange inf.= 25 mm

Aço Perfil

$f_y = 250$ MPa
 $f_u = 400$ MPa
 $E = 205000$ MPa

5- Protensão

$f_{ptk} = 1898$ MPa
 $f_{p(1)k} = 1708$ MPa
Aço = RB
 $\sigma_{limite} = 1400,56$ MPa

$E_p = 202.000$ MPa
 $\phi_{cord} = 15,2$ mm
Acord. = 140,00 mm²

Posição dos Desviadores

x(m)	10	2	18	4	16	6	14	8	12	0
y(m)	0,050	0,496	0,496	0,385	0,385	0,273	0,273	0,162	0,162	0,000

Perdas de Protensão

Coef. de Atrito = 0,15
Cravação ancor. $\delta = 4$ mm
% Perdas = 12,94 %

Traçado do Cabo: Poligonal

Protensão aplicada pelas 2 extremidades

Excentricidades

x(m)	0	2	4	5	6	8	10	12	14	15	16	18	20
y(mm)	605	496	385	329	273	162	50	162	273	329	385	496	605
e(mm)	0	109	220	276	332	444	555	444	332	276	220	109	0

6- Resultados

6.1 Momento Fletor

Ato da Protensão (Mmin)

x (m)	M _{CP}	M _{SB}	CP concentrada					SB concentrada					Mmin	
			M _{P1 (CP)}	M _{P2 (CP)}	M _{P3 (CP)}	M _{P4 (CP)}	M _{P5 (CP)}	M _{P1 (SB)}	M _{P2 (SB)}	M _{P3 (SB)}	M _{P4 (SB)}	M _{P5 (SB)}		
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,00	34,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	41,26
4,00	61,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	73,34
5,00	71,63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	85,95
6,00	80,22	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	96,26
8,00	91,68	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	110,02
10,00	95,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	114,60
12,00	91,68	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	110,02
14,00	80,22	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	96,26
15,00	71,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	85,95
16,00	61,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	73,34
18,00	34,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	41,26
20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Em Serviço (Mmax)

x (m)	M _{CP}	M _{SB}	CP concentrada					SB concentrada					Mmax	
			M _{P1 (CP)}	M _{P2 (CP)}	M _{P3 (CP)}	M _{P4 (CP)}	M _{P5 (CP)}	M _{P1 (SB)}	M _{P2 (SB)}	M _{P3 (SB)}	M _{P4 (SB)}	M _{P5 (SB)}		
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,00	212,58	297,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	721,85
4,00	377,92	528,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1283,30
5,00	442,88	618,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1503,86
6,00	496,02	693,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1684,33
8,00	566,88	792,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1924,94
10,00	590,50	825,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2005,15
12,00	566,88	792,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1924,94
14,00	496,02	693,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1684,33
15,00	442,88	618,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1503,86
16,00	377,92	528,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1283,30
18,00	212,58	297,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	721,85
20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

6.2 Verificação das tensões

x (m)	Mmin	fd	P calc	P (KN)	σ_s^0	σ_i^0		Mmax	σ_s^1	σ_i^1	
0,00	0,0	250	4410,1	1440,0	-81,6	-81,6	OK!	0,0	-53,3	-53,3	OK!
2,00	41,3	250	3122,5	1440,0	-62,1	-111,5	OK!	721,9	-117,9	45,7	OK!
4,00	73,3	250	2419,5	1440,0	-41,1	-143,7	OK!	1283,3	-164,2	116,8	OK!
5,00	86,0	250	2176,2	1440,0	-30,2	-160,5	OK!	1503,9	-180,7	142,1	OK!
6,00	96,3	250	1977,5	1440,0	-19,0	-177,6	OK!	1684,3	-192,7	160,5	OK!
8,00	110,0	250	1669,8	1440,0	4,1	-213,0	OK!	1924,9	-203,4	176,9	OK!
10,00	114,6	250	1440,0	1440,0	28,2	-250,0	OK!	2005,2	-196,2	165,9	OK!
12,00	110,0	250	1669,8	1440,0	4,1	-213,0	OK!	1924,9	-203,4	176,9	OK!
14,00	96,3	250	1977,5	1440,0	-19,0	-177,6	OK!	1684,3	-192,7	160,5	OK!
15,00	85,9	250	2176,2	1440,0	-30,2	-160,5	OK!	1503,9	-180,7	142,1	OK!
16,00	73,3	250	2419,5	1440,0	-41,1	-143,7	OK!	1283,3	-164,2	116,8	OK!
18,00	41,3	250	3122,5	1440,0	-62,1	-111,5	OK!	721,9	-117,9	45,7	OK!
20,00	0,0	250	4410,1	1440,0	-81,6	-81,6	OK!	0,0	-53,3	-53,3	OK!

Força de Protensão = 1440,0 KN
 Área de protensão necessária = 1028,2 mm²
 Número de cabos = 8
 Força/cabo ato da protensão = 207 KN

6.3 Esforço cortante

Ato da Protensão

x (m)	V _{CP} (KN)	V _{SB} (KN)	Carga concentrada - permanente										
			V _{P1(CP)}		V _{P2(CP)}		V _{P3(CP)}		V _{P4(CP)}		V _{P5(CP)}		
0,00	19,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,00	15,28	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4,00	11,46	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	9,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6,00	7,64	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8,00	3,82	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12,00	-3,82	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
14,00	-7,64	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,00	-9,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
16,00	-11,46	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
18,00	-15,28	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20,00	-19,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Continuação (Esforço Cortante - ato da protensão)

x (m)	Carga concentrada - sobrecarga									
	V _{P1(SB)}		V _{P2(SB)}		V _{P3(SB)}		V _{P4(SB)}		V _{P5(SB)}	
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
14,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
16,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
18,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Em Serviço

		Carga concentrada - permanente										
x (m)	V _{CP} (KN)	V _{SB} (KN)	V _{P1(CP)}		V _{P2(CP)}		V _{P3(CP)}		V _{P4(CP)}		V _{P5(CP)}	
0,0	118,1	165	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,0	94,48	132	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,0	70,86	99	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5,0	59,05	82,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6,0	47,24	66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8,0	23,62	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12,0	-23,62	-33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14,0	-47,24	-66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15,0	-59,05	-82,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16,0	-70,86	-99	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18,0	-94,48	-132	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20,0	-118,1	-165	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Continuação (Esforço Cortante - ato da protensão)

		Carga concentrada - sobrecarga									
x (m)	V _{P1(SB)}		V _{P2(SB)}		V _{P3(SB)}		V _{P4(SB)}		V _{P5(SB)}		
0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
14,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
15,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
16,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
18,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
20,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

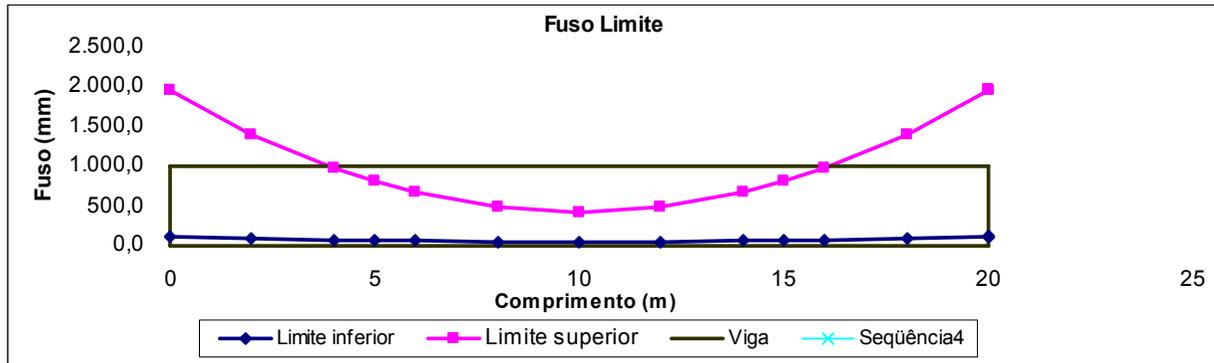
6.4 Verificação das tensões devido ao efeito combinado do momento fletor e força cortante

x (m)	α (radianos)		Cortante (KN)								τ^0		τ^1	
			V^0		Vr^0		V^1		Vr^1					
0,0	0,0545	0,0545	22,92	22,92	-85,15	-85,15	356,22	356,22	285,65	285,65	-7,06	-7,06	23,68	23,68
2,0	0,0545	0,0556	18,34	18,34	-89,74	-92,05	284,98	284,98	214,41	212,90	-7,44	-7,63	17,77	17,65
4,0	0,0556	0,0557	13,75	13,75	-96,63	-96,83	213,73	213,73	141,66	141,53	-8,01	-8,03	11,74	11,73
5,0	0,0557	0,0557	11,46	11,46	-99,12	-99,12	178,11	178,11	105,91	105,91	-8,22	-8,22	8,78	8,78
6,0	0,0557	0,0557	9,17	9,17	-101,41	-101,41	142,49	142,49	70,28	70,28	-8,41	-8,41	5,83	5,83
8,0	0,0557	0,0557	4,58	4,58	-106,00	-106,00	71,24	71,24	-0,96	-0,96	-8,79	-8,79	-0,08	-0,08
10,0	0,0557	-0,0557	0,00	0,00	-110,58	110,58	0,00	0,00	-72,20	72,20	-9,17	9,17	-5,98	5,98
12,0	-0,0557	-0,0557	-4,58	-4,58	106,00	106,00	-71,24	-71,24	0,96	0,96	8,79	8,79	0,08	0,08
14,0	-0,0557	-0,0557	-9,17	-9,17	101,41	101,41	-142,49	-142,49	-70,28	-70,28	8,41	8,41	-5,83	-5,83
15,0	-0,0557	-0,0557	-11,46	-11,46	99,12	99,12	-178,11	-178,11	-105,91	-105,91	8,22	8,22	-8,78	-8,78
16,0	-0,0557	-0,0556	-13,75	-13,75	96,83	96,63	-213,73	-213,73	-141,53	-141,66	8,03	8,01	-11,73	-11,74
18,0	-0,0556	-0,0545	-18,34	-18,34	92,05	89,74	-284,98	-284,98	-212,90	-214,41	7,63	7,44	-17,65	-17,77
20,0	-0,0545	-0,0545	-22,92	-22,92	85,15	85,15	-356,22	-356,22	-285,65	-285,65	7,06	7,06	-23,68	-23,68

Continuação

x (m)	σ_{1-1}^0		σ_{2-2}^0		σ_{1-1}^1		σ_{1-1}^2		
0,0	78,51	78,51	78,51	78,51	65,16	65,16	65,16	65,16	OK!
2,0	107,93	107,97	59,22	59,30	51,74	51,61	117,85	117,80	OK!
4,0	139,80	139,80	39,05	39,06	111,63	111,63	158,51	158,51	OK!
5,0	156,35	156,35	29,16	29,16	134,85	134,85	173,31	173,31	OK!
6,0	173,29	173,29	20,29	20,29	152,01	152,01	184,18	184,18	OK!
8,0	208,14	208,14	15,28	15,28	167,36	167,36	193,91	193,91	OK!
10,0	243,56	243,56	26,50	26,50	157,17	157,17	187,48	187,48	OK!
12,0	208,14	208,14	15,28	15,28	167,36	167,36	193,91	193,91	OK!
14,0	173,29	173,29	20,29	20,29	152,01	152,01	184,18	184,18	OK!
15,0	156,35	156,35	29,16	29,16	134,85	134,85	173,31	173,31	OK!
16,0	139,80	139,80	39,06	39,05	111,63	111,63	158,51	158,51	OK!
18,0	107,97	107,93	59,30	59,22	51,61	51,74	117,80	117,85	OK!
20,0	78,51	78,51	78,51	78,51	65,16	65,16	65,16	65,16	OK!

6.5 Fuso Limite



6.6 Verificação quanto a flambagem

FLA - Flambagem Local da Alma

λ_p	λ_r	λ
100	160	75

$$M_{d_{res}} = 1895,72 \text{ KN.m}$$

$$M_{solic.} = 1286,07 \text{ KN.m}$$

SEÇÃO OK!

FLM - Flambagem Local da Mesa Comprimida

λ_p	λ_r	λ
11	27	7

$$M_{d_{res}} = 1895,72 \text{ KN.m}$$

$$M_{solic.} = 1286,07 \text{ KN.m}$$

SEÇÃO OK!

FLT - Flambagem Lateral com Torção

λ_p	λ_r	λ
43	208	0

$$M_{d_{res}} = 1895,72 \text{ KN.m}$$

$$M_{solic.} = 1286,07 \text{ KN.m}$$

SEÇÃO OK!

6.7 Verificação da Viga Metálica ao Cisalhamento

λ_p	λ_r	λ
71	93	75

OK! $h/tw < 260$

$$V_{d_{res}} = 1556,12 \text{ KN}$$

$$V_{solic.} = 356,22 \text{ KN}$$

SEÇÃO OK!

6.8 Barras Sujeitas a Cargas Locais

a) Enrugamento sob carga concentrada

$\phi_{fcr} =$ **270 MPa** Resistência de cálculo

Ato da protensão

x (m)	CPcalc (KN)	SBcalc (KN)	Vprot (ato protensão)		SolicitaçãoTotal (MPa)	
			esq	dir	esq	dir
0,0	0,0	0,0	108,1	108,1	-170,2	-170,2
2,0	0,0	0,0	108,1	110,4	-170,2	-173,8
4,0	0,0	0,0	110,4	110,6	-173,8	-174,1
5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6,0	0,0	0,0	110,6	110,6	-174,1	-174,1
8,0	0,0	0,0	110,6	110,6	-174,1	-174,1
10,0	0,0	0,0	110,6	110,6	-174,1	-174,1
12,0	0,0	0,0	110,6	110,6	-174,1	-174,1
14,0	0,0	0,0	110,6	110,6	-174,1	-174,1
16,0	0,0	0,0	110,6	110,4	-174,1	-173,8
18,0	0,0	0,0	110,4	108,1	-173,8	-170,2

OK!
OK!

b) Flambagem local da alma

$\phi_{fcr} =$ **98,09 MPa**

Ato da protensão

Σ cargas concentradas =

Carga distribuída =

Solicitação =

Solicitação	
esq	dir
-1100,41	-1100,41
2,29	2,29
-91,03	-91,03

OK!

Serviço

Σ cargas concentradas =

Carga distribuída =

Solicitação =

Solicitação	
esq	dir
-718,5	-718,5
35,6	35,6
-56,7	-56,7

OK!

6.9 Verificação da Viga ao Efeito Combinado de Momento Fletor e Força Axial de Compressão

Caso 1 - Cargas

Caso 2 - CP finais + protensão

Caso 3 - Cargas iniciais + protensão

a) De acordo com o item 5.6 da NBR 8800/1986 para barras sujeitas à flexão

Sem considerar travamentos na viga

Verificação 1

$$\frac{N_d}{\phi N_n} + \frac{M_{dx}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{dy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1$$

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	4440,68	4440,68	4440,68
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	1895,72	1895,72	1895,72
Verificação	1,00	0,40	0,70

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

Verificação 2

$$\frac{N_d}{\phi N_n} + \frac{C_{mx} M_{dx}}{\left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ex}}\right) \phi_b M_{nx}} + \frac{C_{my} M_{dy}}{\left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ey}}\right) \phi_b M_{ny}} \leq 1$$

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	3800,36	3800,36	3800,36	5470,88	5470,88	5470,88
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72
N _{ex} (KN) =	17956,10	17956,10	17956,10			
Verificação	1,14	0,48	0,82	L _b =0	L _b =0	L _b =0

NÃO PASSA!

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

Não se aplica

Não se aplica

Não se aplica

b) De acordo com o item 5.6 da NBR 8800/1986 para barras sujeitas à flexão

Consideração 1: Inserir Travamentos

Comprimento do travamento $l_T =$ 1414,2 mm
 Área necessária = 12,4 mm²
 Resistência requerida = 0,0 KN

Para evitar flambagem em torno do:
 N° travamentos necessários =
 A viga deve ser travada a cada

eixo x	eixo y
1	0
10	

m

Verificação 1

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	4440,68	4440,68	4440,68
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	1895,72	1895,72	1895,72
Verificação	1,00	0,40	0,70

SEÇÃO OK! SEÇÃO OK! SEÇÃO OK!

Verificação 2

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	4260,99	3800,36	3800,36	4480,45	4480,45	4480,45
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72
Nex (KN) =	71824,39	17956,10	17956,10			
Verificação	1,00	0,50	0,80	Lb=0	Lb=0	Lb=0

SEÇÃO OK! SEÇÃO OK! SEÇÃO OK! Não se aplica Não se aplica Não se aplica

c) De acordo com o item 5.6 da NBR 8800/1986 para barras sujeitas à flexão

Consideração 2: Desviadores como travamentos para a viga

Distância máxima entre desviadores = 2,0 m

Verificação 1

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	4565,65	4565,65	4565,65
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	1895,72	1895,72	1895,72
Verificação	1,00	0,40	0,70

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

Verificação 2

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	4480,45	4480,45	4480,45	4480,45	4480,45	4480,45
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72
Nex (KN) =	1795609,73	1795609,73	1795609,73			
Verificação	1,00	0,40	0,70	Lb=0	Lb=0	Lb=0

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

Não se aplica

Não se aplica

Não se aplica

d) De acordo com o item 5.6 da NBR 8800/1986 para barras sujeitas à flexão

Consideração 3: Viga conectada à laje de concreto por conectores

f_{ck} do concreto =	25	MPa	Largura efetiva da laje =	3300	mm
Espessura da laje =	120	mm	$n = E_{aço} / E_{concreto} =$	8	

Verificação 1

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	9792,77	9792,77	4440,68
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	3093,17	3093,17	1895,72
Verificação	0,60	0,20	0,70

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

Verificação 2

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	9792,77	9792,77	3800,36	16608,38	16608,38	5470,88
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	3093,17	3093,17	1895,72	3093,17	3093,17	3093,17
Nex (KN) =	24263,95	24263,95	24263,95			
Verificação	0,60	0,21	0,80	Lb=0	Lb=0	Lb=0
	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	Não se aplica	Não se aplica	Não se aplica

e) De acordo com o AISC

$$\frac{P_u}{\phi P_n} < 0,2 \quad \frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right)$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0,2 \quad \frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right)$$

Onde:

P_u = força de compressão solicitante

P_n = resistência nominal à compressão

M_u = momento solicitante

M_n = momento resistente

Consideração 1: Sem travamentos

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
P_u (KN) =	1.440,01	1.440,01	1.440,01	1440,01	1440,01	1440,01
P_n (KN) =	5.275,67	5.275,67	5.275,67	6078,75	6078,75	6078,75
Mdx (KNm)=	1.286,07	177,92	738,54	1286,07	177,92	738,54
M_{ux} =	1.398,20	193,44	802,93			
M_{nx} =	1.895,72	1.895,72	1.895,72	1895,72	1895,72	1895,72
Verif.	1,00	0,40	0,70	Lb=0	Lb=0	Lb=0
	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	Não se aplica	Não se aplica	Não se aplica

Consideração 2: Sem travamentos

Para evitar flambagem em torno do:
 Nº travamentos necessários =
 A viga deve ser travada a cada



	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01	1440,01
ϕN_n (KN) =	5275,67	5275,67	5275,67	6078,75	6078,75	6078,75
Mdx (KN.m) =	1286,07	177,92	738,54	1286,07	177,92	738,54
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	1398,20	193,44	802,93			
Nex (KN) =	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72	1895,72
Verificação	1,00	0,40	0,70	Lb=0	Lb=0	Lb=0
	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	Não se aplica	Não se aplica	Não se aplica

6.10 Flecha máxima no meio do vão

1) Carga distribuída

Ato da protensão

$$f_{CP1} = 0,00 \text{ mm}$$

$$f_{SB1} = 0,00 \text{ mm}$$

Serviço

$$f_{CP2} = 0,00 \text{ mm}$$

$$f_{SB2} = 0,00 \text{ mm}$$

3) Protensão

$$f_{PROT} = -41,97 \text{ mm}$$

2) Carga Concentrada

Ato da protensão					Serviço				
x (m)	CP (N)	SB (N)	f_{CP1} (mm)	f_{SB1} (mm)	x (m)	CP (N)	SB (N)	f_{CP2} (mm)	f_{SB2} (mm)
5	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0,00	0,00
0	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0,00	0,00
0	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0,00	0,00
0	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0,00	0,00
0	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0,00	0,00
Total =			0,00	0,00	Total =			0,00	0,00

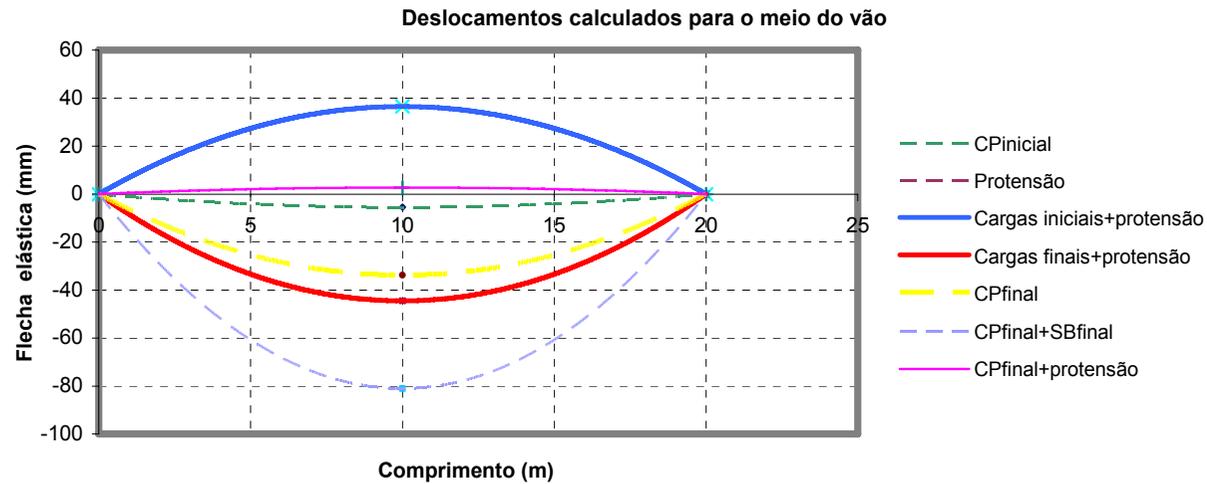
Flecha total no meio do vão

Ato da protensão

$f_{CP1} = 5,47$ mm
 $f_{SB1} = 0,00$ mm
 $f_{PROT} = -41,97$ mm
 $f = -36,50$ mm

Em Serviço

$f_{CP2} = 33,81$ mm
 $f_{SB2} = 47,24$ mm
 $f_{PROT} = -36,54$ mm
 $f = 44,51$ mm



6.11 Perdas de Protensão

Perdas de Protensão Imeditas

Perdas por Atrito e Cravação das Ancoragens

Protensão aplicada pelas 2 extremidades

Coef. de atrito $\mu = 0,15$
 Força protensão inicial (P_0) = 1654 KN
 Cravação $\delta = 4$ mm

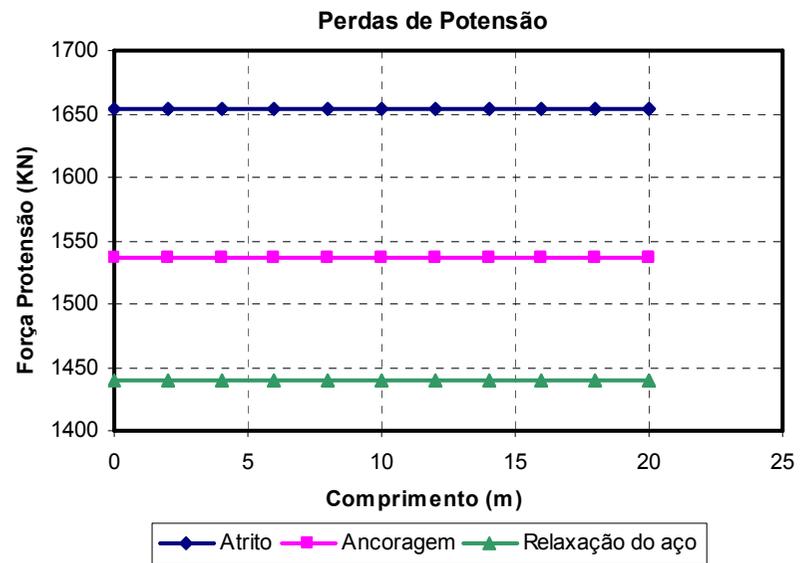
Perdas de Protensão Progressivas

Perdas por Relaxação do Aço de Protensão

Aço = RB $t_0 = 0$ dias
 Acord = 1120 mm² $t = 10800$ dias
 $f_{ptk} = 1898$ MPa

Trechos (m) =	0,0	2,0	2,0	4,0	4,0	6,0	6,0	8,0	8,0	10,0	10,0	12,0
Patrito =	1654,0	1653,6	1653,6	1653,6	1653,6	1653,6	1653,6	1653,6	1653,6	1653,6	1653,6	1653,6
Panc =	1536,0	1536,4	1536,4	1536,5	1536,5	1536,5	1536,5	1536,5	1536,5	1536,5	1536,5	1536,5
Prelaxação =	1439,6	1440,0	1440,0	1440,0	1440,0	1440,0	1440,0	1440,0	1440,0	1440,0	1440,0	1440,0
$\Delta\sigma$Patrito =	0,00%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%
$\Delta\sigma$Panc =	7,14%	7,08%	7,08%	7,08%	7,08%	7,08%	7,08%	7,08%	7,08%	7,08%	7,08%	7,08%
$\Delta\sigma$Prel =	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%	5,83%
$\Delta\sigma$Total =	12,96%	12,94%										

12,0	14,0	14,0	16,0	16,0	18,0	18,0	20,0		
1653,6		1653,6		1653,6		1654,0			
1536,5		1536,5		1536,4		1536,0			
1440,0		1440,0		1440,0		1439,6			
0,03%		0,03%		0,03%		0,00%			
7,08%		7,08%		7,08%		7,14%			
5,83%		5,83%		5,83%		5,83%			
12,94%		12,94%		12,94%		12,96%			



2 – RELATÓRIO DA VIGA ANALISADA NO EXEMPLO 2

1- Dados iniciais

Comprimento da Viga (L) = 25 m
Comp. sem contenção lateral = 0 m
Distância entre enrijecedores = 25 m

2- Carregamentos

Carga Distribuída

Ato da protensão
Carga Permanente = 3,86 KN/m
Sobrecarga = 3 KN/m

Em Serviço
Carga Permanente = 12,86 KN/m
Sobrecarga = 15 KN/m

Carga Concentrada

Ato da protensão

X (m)	CP (KN)	SB (KN)
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0

Em Serviço

X (m)	CP (KN)	SB (KN)
11	0	150
12,5	0	150
14	0	150
0	0	0
0	0	0

3- Coeficientes de Segurança

Ato da protensão

$\gamma_G = 1,2$
 $\gamma_A = 1,3$
 $\gamma_{Prot} = 1,2$

Em Serviço

$\gamma_G = 1,3$
 $\gamma_A = 1,5$
 $\gamma_{Prot} = 0,9$

4- Perfil utilizado

Altura externa (d) = 1000 mm
 Altura alma (h) = 923,6 mm
 Esp.alma (to) = 16 mm
 Larg.flange inf. = 380 mm
 Esp.flange sup. = 32 mm
 Larg.flange sup.= 500 mm
 Esp.flange inf.= 44,4 mm

Aço Perfil

$f_y = 345$ MPa
 $f_u = 450$ MPa
 $E = 205000$ MPa

5- Protensão

$f_{ptk} = 1898$ MPa
 $f_{p(1)k} = 1708$ MPa
 Aço = RB
 $\sigma_{limite} = 1400,56$ MPa

$E_p = 202.000$ MPa
 $\phi_{cord} = 15,2$ mm
 Acord. = 140,00 mm²

Posição dos Desviadores

x(m)	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25
y(m)	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100

Perdas de Protensão

Coef. de Atrito = 0,15
 Cravação ancor. $\delta = 4$ mm
 % Perdas = 12,3 %

Traçado do Cabo:

Reto

Protensão aplicada pelas 2 extremidades

Excentricidades

x(m)	0	2,5	5	6,25	7,5	10	11	12,5	14	15	17,5	18,75	20
y(mm)	-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100
e(mm)	696	696	696	696	696	696	696	696	696	696	696	696	696
	22,5	25											
	-100	-100											
	696	696											

6- Resultados

6.1 Momento Fletor

Ato da Protensão (Mmin)

x (m)	M _{CP}	M _{SB}	CP concentrada					SB concentrada					Mmin	
			M _{P1 (CP)}	M _{P2 (CP)}	M _{P3 (CP)}	M _{P4 (CP)}	M _{P5 (CP)}	M _{P1 (SB)}	M _{P2 (SB)}	M _{P3 (SB)}	M _{P4 (SB)}	M _{P5 (SB)}		
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,50	108,56	84,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	239,96
5,00	193,00	150,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	426,60
6,25	226,17	175,78	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	499,92
7,50	253,31	196,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	559,91
10,00	289,50	225,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	639,90
11,00	297,22	231,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	656,96
12,50	301,56	234,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	666,56
14,00	297,22	231,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	656,96
15,00	289,50	225,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	639,90
17,50	253,31	196,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	559,91
18,75	226,17	175,78	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	499,92
20,00	193,00	150,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	426,60
22,50	108,56	84,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	239,96
25,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Em Serviço (Mmax)

x (m)	M _{CP}	M _{SB}	CP concentrada					SB concentrada					Mmax	
			M _{P1 (CP)}	M _{P2 (CP)}	M _{P3 (CP)}	M _{P4 (CP)}	M _{P5 (CP)}	M _{P1 (SB)}	M _{P2 (SB)}	M _{P3 (SB)}	M _{P4 (SB)}	M _{P5 (SB)}		
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,50	361,69	421,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	210,00	187,50	165,00	0,00	0,00	0,00	1946,76
5,00	643,00	750,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	420,00	375,00	330,00	0,00	0,00	0,00	3648,40
6,25	753,52	878,91	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	525,00	468,75	412,50	0,00	0,00	0,00	4407,30
7,50	843,94	984,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	630,00	562,50	495,00	0,00	0,00	0,00	5104,93
10,00	964,50	1125,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	840,00	750,00	660,00	0,00	0,00	0,00	6316,35
11,00	990,22	1155,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	924,00	825,00	726,00	0,00	0,00	0,00	6732,29
12,50	1004,69	1171,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	825,00	937,50	825,00	0,00	0,00	0,00	6945,16
14,00	990,22	1155,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	726,00	825,00	924,00	0,00	0,00	0,00	6732,29
15,00	964,50	1125,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	660,00	750,00	840,00	0,00	0,00	0,00	6316,35
17,50	843,94	984,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	495,00	562,50	630,00	0,00	0,00	0,00	5104,93
18,75	753,52	878,91	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	412,50	468,75	525,00	0,00	0,00	0,00	4407,30
20,00	643,00	750,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	330,00	375,00	420,00	0,00	0,00	0,00	3648,40
22,50	361,69	421,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	165,00	187,50	210,00	0,00	0,00	0,00	1946,76
25,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

6.2 Verificação das tensões

x (m)	Mmin	fd	P calc	P (KN)	σ_s^0	σ_i^0		Mmax	σ_s^1	σ_i^1	
0,00	0,0	345		3400,0	59,2	-321,8	OK!	0,0	38,9	-211,6	OK!
2,50	240,0	345		3400,0	47,8	-304,9	OK!	1946,8	-53,6	-75,1	OK!
5,00	426,6	345		3400,0	38,9	-291,8	OK!	3648,4	-134,4	44,2	OK!
6,25	499,9	345		3400,0	35,4	-286,7	OK!	4407,3	-170,5	97,4	OK!
7,50	559,9	345		3400,0	32,6	-282,5	OK!	5104,9	-203,6	146,3	OK!
10,00	639,9	345		3400,0	28,8	-276,9	OK!	6316,4	-261,2	231,3	OK!
11,00	657,0	345		3400,0	28,0	-275,7	OK!	6732,3	-280,9	260,4	OK!
12,50	666,6	345		3400,0	27,5	-275,0	OK!	6945,2	-291,1	275,4	OK!
14,00	657,0	345		3400,0	28,0	-275,7	OK!	6732,3	-280,9	260,4	OK!
15,00	639,9	345		3400,0	28,8	-276,9	OK!	6316,4	-261,2	231,3	OK!
17,50	559,9	345		3400,0	32,6	-282,5	OK!	5104,9	-203,6	146,3	OK!
18,75	499,9	345		3400,0	35,4	-286,7	OK!	4407,3	-170,5	97,4	OK!
20,00	426,6	345		3400,0	38,9	-291,8	OK!	3648,4	-134,4	44,2	OK!
22,50	240,0	345		3400,0	47,8	-304,9	OK!	1946,8	-53,6	-75,1	OK!
25,00	0,0	345		3400,0	59,2	-321,8	OK!	0,0	38,9	-211,6	OK!

Força de Protensão = 3400,0 KN
 Área de protensão necessária = 2427,6 mm²
 Número de cabos = 18
 Força/cabo ato da protensão = 215 KN

6.3 Esforço cortante

Ato da Protensão

x (m)	V _{CP} (KN)	V _{SB} (KN)	Carga concentrada - permanente										
			V _{P1(CP)}		V _{P2(CP)}		V _{P3(CP)}		V _{P4(CP)}		V _{P5(CP)}		
0,00	48,25	37,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,50	38,60	30,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	28,95	22,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6,25	24,13	18,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7,50	19,30	15,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	9,65	7,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11,00	5,79	4,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
14,00	-5,79	-4,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,00	-9,65	-7,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
17,50	-19,30	-15,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
18,75	-24,13	-18,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20,00	-28,95	-22,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
22,50	-38,60	-30,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25,00	-48,25	-37,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Continuação (Esforço Cortante - ato da protensão)

x (m)	Carga concentrada - sobrecarga									
	V _{P1(SB)}		V _{P2(SB)}		V _{P3(SB)}		V _{P4(SB)}		V _{P5(SB)}	
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
14,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
17,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
18,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
22,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Em Serviço

		Carga concentrada - permanente										
x (m)	V _{CP} (KN)	V _{SB} (KN)	V _{P1(CP)}		V _{P2(CP)}		V _{P3(CP)}		V _{P4(CP)}		V _{P5(CP)}	
			0,0	160,75	187,5	0	0	0	0	0	0	0
2,5	128,6	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5,0	96,45	112,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6,3	80,375	93,75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7,5	64,3	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10,0	32,15	37,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11,0	19,29	22,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14,0	-19,29	-22,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15,0	-32,15	-37,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17,5	-64,3	-75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18,8	-80,375	-93,75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20,0	-96,45	-112,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22,5	-128,6	-150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25,0	-160,75	-187,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Continuação (Esforço Cortante - ato da protensão)

		Carga concentrada - sobrecarga									
x (m)	V _{P1(SB)}		V _{P2(SB)}		V _{P3(SB)}		V _{P4(SB)}		V _{P5(SB)}		
	0,0	84	84	75	75	66	66	0	0	0	0
2,5	84	84	75	75	66	66	0	0	0	0	
5,0	84	84	75	75	66	66	0	0	0	0	
6,3	84	84	75	75	66	66	0	0	0	0	
7,5	84	84	75	75	66	66	0	0	0	0	
10,0	84	84	75	75	66	66	0	0	0	0	
11,0	84	-66	75	75	66	66	0	0	0	0	
12,5	-66	-66	75	-75	66	66	0	0	0	0	
14,0	-66	-66	-75	-75	66	-84	0	0	0	0	
15,0	-66	-66	-75	-75	-84	-84	0	0	0	0	
17,5	-66	-66	-75	-75	-84	-84	0	0	0	0	
18,8	-66	-66	-75	-75	-84	-84	0	0	0	0	
20,0	-66	-66	-75	-75	-84	-84	0	0	0	0	
22,5	-66	-66	-75	-75	-84	-84	0	0	0	0	
25,0	-66	-66	-75	-75	-84	-84	0	0	0	0	

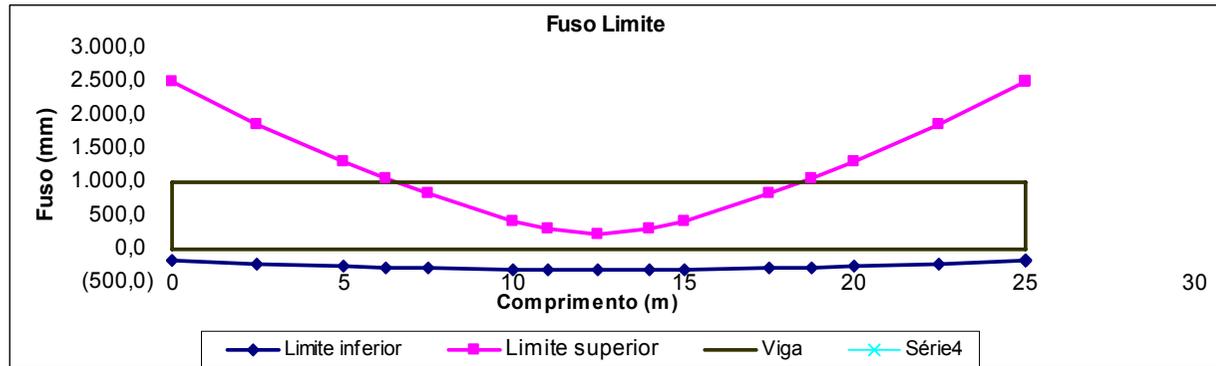
6.4 Verificação das tensões devido ao efeito combinado do momento fletor e força cortante

x (m)	α (radianos)		Cortante (KN)								τ^0		τ^1	
			V^0		Vr^0		V^1		Vr^1					
0,0	0,0000	0,0000	106,65	106,65	106,65	106,65	729,15	729,15	729,15	729,15	7,22	7,22	49,34	49,34
2,5	0,0000	0,0000	85,32	85,32	85,32	85,32	641,82	641,82	641,82	641,82	5,77	5,77	43,43	43,43
5,0	0,0000	0,0000	63,99	63,99	63,99	63,99	554,49	554,49	554,49	554,49	4,33	4,33	37,52	37,52
6,3	0,0000	0,0000	53,33	53,33	53,33	53,33	510,83	510,83	510,83	510,83	3,61	3,61	34,57	34,57
7,5	0,0000	0,0000	42,66	42,66	42,66	42,66	467,16	467,16	467,16	467,16	2,89	2,89	31,61	31,61
10,0	0,0000	0,0000	21,33	21,33	21,33	21,33	379,83	379,83	379,83	379,83	1,44	1,44	25,70	25,70
11,0	0,0000	0,0000	12,80	12,80	12,80	12,80	344,90	149,90	344,90	149,90	0,87	0,87	23,34	10,14
12,5	0,0000	0,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	97,50	-97,50	97,50	-97,50	0,00	0,00	6,60	-6,60
14,0	0,0000	0,0000	-12,80	-12,80	-12,80	-12,80	-149,90	-344,90	-149,90	-344,90	-0,87	-0,87	-10,14	-23,34
15,0	0,0000	0,0000	-21,33	-21,33	-21,33	-21,33	-379,83	-379,83	-379,83	-379,83	-1,44	-1,44	-25,70	-25,70
17,5	0,0000	0,0000	-42,66	-42,66	-42,66	-42,66	-467,16	-467,16	-467,16	-467,16	-2,89	-2,89	-31,61	-31,61
18,8	0,0000	0,0000	-53,33	-53,33	-53,33	-53,33	-510,83	-510,83	-510,83	-510,83	-3,61	-3,61	-34,57	-34,57
20,0	0,0000	0,0000	-63,99	-63,99	-63,99	-63,99	-554,49	-554,49	-554,49	-554,49	-4,33	-4,33	-37,52	-37,52
22,5	0,0000	0,0000	-85,32	-85,32	-85,32	-85,32	-641,82	-641,82	-641,82	-641,82	-5,77	-5,77	-43,43	-43,43
25,0	0,0000	0,0000	-106,65	-106,65	-106,65	-106,65	-729,15	-729,15	-729,15	-729,15	-7,22	-7,22	-49,34	-49,34

Continuação

x (m)	σ_{1-1}^0		σ_{2-2}^0		σ_{1-1}^1		σ_{1-1}^2		
	0,0	309,81	309,81	44,08	44,08	220,82	220,82	89,87	
2,5	293,81	293,81	33,65	33,65	103,45	103,45	89,16	89,16	OK!
5,0	281,35	281,35	25,37	25,37	75,53	75,53	142,21	142,21	OK!
6,3	276,46	276,46	22,04	22,04	107,13	107,13	169,51	169,51	OK!
7,5	272,45	272,45	19,25	19,25	145,80	145,80	195,89	195,89	OK!
10,0	267,11	267,11	15,42	15,42	220,06	220,06	243,42	243,42	OK!
11,0	265,97	265,97	14,57	14,57	246,45	243,74	260,06	257,50	OK!
12,5	265,33	265,33	14,08	14,08	257,49	257,49	266,15	266,15	OK!
14,0	265,97	265,97	14,57	14,57	243,74	246,45	257,50	260,06	OK!
15,0	267,11	267,11	15,42	15,42	220,06	220,06	243,42	243,42	OK!
17,5	272,45	272,45	19,25	19,25	145,80	145,80	195,89	195,89	OK!
18,8	276,46	276,46	22,04	22,04	107,13	107,13	169,51	169,51	OK!
20,0	281,35	281,35	25,37	25,37	75,53	75,53	142,21	142,21	OK!
22,5	293,81	293,81	33,65	33,65	103,45	103,45	89,16	89,16	OK!
25,0	309,81	309,81	44,08	44,08	220,82	220,82	89,87	89,87	OK!

6.5 Fuso Limite



6.6 Verificação quanto a flambagem

FLA - Flambagem Local da Alma

λ_p	λ_r	λ
85	137	58

$$M_{d_{res}} = 5932,85 \text{ KN.m}$$

$$M_{solic.} = 4579,31 \text{ KN.m}$$

SEÇÃO OK!

FLM - Flambagem Local da Mesa Comprimida

λ_p	λ_r	λ
9	21	6

$$M_{d_{res}} = 5932,85 \text{ KN.m}$$

$$M_{solic.} = 4579,31 \text{ KN.m}$$

SEÇÃO OK!

FLT - Flambagem Lateral com Torção

λ_p	λ_r	λ
37	141	0

$$M_{d_{res}} = 5932,85 \text{ KN.m}$$

$$M_{solic.} = 4579,31 \text{ KN.m}$$

SEÇÃO OK!

6.7 Verificação da Viga Metálica ao Cisalhamento

λ_p	λ_r	λ
61	79	58

OK! $h/t_w < 260$

$$V_{d_{res}} = 2753,07 \text{ KN}$$

SEÇÃO OK!

$$V_{solic.} = 729,15 \text{ KN}$$

6.8 Barras Sujeitas a Cargas Locais

a) Enrugamento sob carga concentrada

$\phi_{fcr} = 372,6 \text{ MPa}$ Resistência de cálculo

Ato da protensão

x (m)	CPcalc (KN)	SBcalc (KN)	Vprot (ato protensão)		SolicitaçãoTotal (MPa)	
			esq	dir	esq	dir
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
11,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
12,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
14,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
15,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
17,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
25,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

OK!
OK!

Serviço

CPcalc (KN)	SBcalc (KN)	Vprot (ato protensão)		SolicitaçãoTotal (MPa)	
		esq	dir	esq	dir
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	225	0,00	0,00	158,36	158,36
0	225	0,00	0,00	158,36	158,36
0	225	0,00	0,00	158,36	158,36
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00

OK!
OK!

b) Flambagem local da alma

$\phi_{fcr} = 164,61 \text{ MPa}$

Ato da protensão

Σ cargas concentradas =

Carga distribuída =

Solicitação =

Solicitação	
esq	dir
0,00	0,00
8,53	8,53
0,53	0,53

OK!

Serviço

Σ cargas concentradas =

Carga distribuída =

Solicitação =

Solicitação	
esq	dir
675,0	675,0
34,9	34,9
47,9	47,9

OK!

6.9 Verificação da Viga ao Efeito Combinado de Momento Fletor e Força Axial de Compressão

Caso 1 - Cargas

Caso 2 - CP finais + protensão

Caso 3 - Cargas iniciais + protensão

a) De acordo com o item 5.6 da NBR 8800/1986 para barras sujeitas à flexão
Sem considerar travamentos na viga

Verificação 1
$$\frac{N_d}{\phi N_n} + \frac{M_{dx}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{dy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1$$

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	13767,10	13767,10	13767,10
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	5932,85	5932,85	5932,85
Verificação	1,00	0,60	0,70

SEÇÃO OK! SEÇÃO OK! SEÇÃO OK!

Verificação 2
$$\frac{N_d}{\phi N_n} + \frac{C_{mx} M_{dx}}{\left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ex}}\right) \phi_b M_{nx}} + \frac{C_{my} M_{dy}}{\left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ey}}\right) \phi_b M_{ny}} \leq 1$$

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	9542,30	9542,30	9542,30	15257,22	15257,22	15257,22
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85
Nex (KN) =	27519,91	27519,91	27519,91			
Verificação	1,29	0,84	0,87	Lb=0	Lb=0	Lb=0

NÃO PASSA! SEÇÃO OK! SEÇÃO OK! Não se aplica Não se aplica Não se aplica

b) De acordo com o item 5.6 da NBR 8800/1986 para barras sujeitas à flexão
Consideração 1: Inserir Travamentos

Comprimento do travamento $l_T =$	1414,2 mm	Para evitar flambagem em torno do:	eixo x	eixo y
Área necessária =	15,2 mm ²	Nº travamentos necessarios =	2	0
Resistência requerida =	0,0 KN	A viga deve ser travada a cada	8,333333 m	m

Verificação 1

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	13767,10	13767,10	13767,10
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	5932,85	5932,85	5932,85
Verificação	1,00	0,60	0,70

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

Verificação 2

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	13044,45	9542,30	9542,30	13834,74	13834,74	13834,74
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85
Nex (KN) =	247679,19	27519,91	27519,91			
Verificação	1,00	0,80	0,90	Lb=0	Lb=0	Lb=0

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

Não se aplica

Não se aplica

Não se aplica

c) De acordo com o item 5.6 da NBR 8800/1986 para barras sujeitas à flexão

Consideração 2: Desviadores como travamentos para a viga

Distância máxima entre desviadores = **2,0** m

Verificação 1

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	14288,24	14288,24	14288,24
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	5932,85	5932,85	5932,85
Verificação	1,00	0,60	0,70

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

SEÇÃO OK!

Verificação 2

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	13834,74	13834,74	13834,74	13834,74	13834,74	13834,74
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85
Nex (KN) =	4299985,97	4299985,97	4299985,97			
Verificação	1,00	0,60	0,70	Lb=0	Lb=0	Lb=0
	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	Não se aplica	Não se aplica	Não se aplica

d) De acordo com o item 5.6 da NBR 8800/1986 para barras sujeitas à flexão

Consideração 3: Viga conectada à laje de concreto por conectores

f_{ck} do concreto = 25 MPa Largura efetiva da laje = 3300 mm
 Espessura da laje = 120 mm $n = E_{aço} / E_{concreto} = 8$

Verificação 1

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	15686,22	15686,22	13767,10
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	6346,34	6346,34	5932,85
Verificação	0,90	0,60	0,70
	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!

Verificação 2

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	15686,22	15686,22	9542,30	30626,97	30626,97	15257,22
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	6346,34	6346,34	5932,85	6346,34	6346,34	6346,34
Nex (KN) =	32987,10	32987,10	32987,10			
Verificação	1,06	0,65	0,86	Lb=0	Lb=0	Lb=0
	NÃO PASSA!	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	Não se aplica	Não se aplica	Não se aplica

e) De acordo com o AISC

$$\frac{P_u}{\phi P_n} < 0,2 \quad \frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right)$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0,2 \quad \frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right)$$

Onde:

P_u = força de compressão solicitante

P_n = resistência nominal à compressão

M_u = momento solicitante

M_n = momento resistente

Consideração 1: Sem travamentos

	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
P_u (KN) =	3.400,00	3.400,00	3.400,00	3400,00	3400,00	3400,00
P_n (KN) =	13.099,62	13.099,62	13.099,62	16952,47	16952,47	16952,47
Mdx (KNm)=	4.579,31	2.365,85	2.551,68	4579,31	2365,85	2551,68
M_{ux} =	5.224,82	2.699,34	2.911,37			
M_{nx} =	5.932,85	5.932,85	5.932,85	5932,85	5932,85	5932,85
Verif.	1,10	0,70	0,70	Lb=0	Lb=0	Lb=0
	NÃO PASSA!	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	Não se aplica	Não se aplica	Não se aplica

Consideração 2: Sem travamentos

Para evitar flambagem em torno do:
 Nº travamentos necessários =
 A viga deve ser travada a cada



	Flambagem em torno do eixo xx			Flambagem em torno do eixo yy		
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nd (KN) =	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00	3400,00
ϕN_n (KN) =	15894,23	15894,23	15894,23	16952,47	16952,47	16952,47
Mdx (KN.m) =	4579,31	2365,85	2551,68	4579,31	2365,85	2551,68
$\phi_b M_{nx}$ (KN.m) =	4725,26	2441,25	2633,00			
Nex (KN) =	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85	5932,85
Verificação	1,00	0,60	0,60	Lb=0	Lb=0	Lb=0
	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	SEÇÃO OK!	Não se aplica	Não se aplica	Não se aplica

6.10 Flecha máxima no meio do vão

1) Carga distribuída

Ato da protensão

$$f_{CP1} = 0,00 \text{ mm}$$

$$f_{SB1} = 0,00 \text{ mm}$$

Serviço

$$f_{CP2} = 0,00 \text{ mm}$$

$$f_{SB2} = 0,00 \text{ mm}$$

2) Carga Concentrada

Ato da protensão					Serviço				
x (m)	CP (N)	SB (N)	f_{CP1} (mm)	f_{SB1} (mm)	x (m)	CP (N)	SB (N)	f_{CP2} (mm)	f_{SB2} (mm)
0	0	0	0,00	0,00	11	0	150	0,00	-27,44
0	0	0	0,00	0,00	12,5	0	150	0,00	-28,02
0	0	0	0,00	0,00	14	0	150	0,00	-27,44
0	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0,00	0,00
0	0	0	0,00	0,00	0	0	0	0,00	0,00
Total =			0,00	0,00	Total =			0,00	-82,89

3) Protensão

$$f_{PROT} = -120,98 \text{ mm}$$

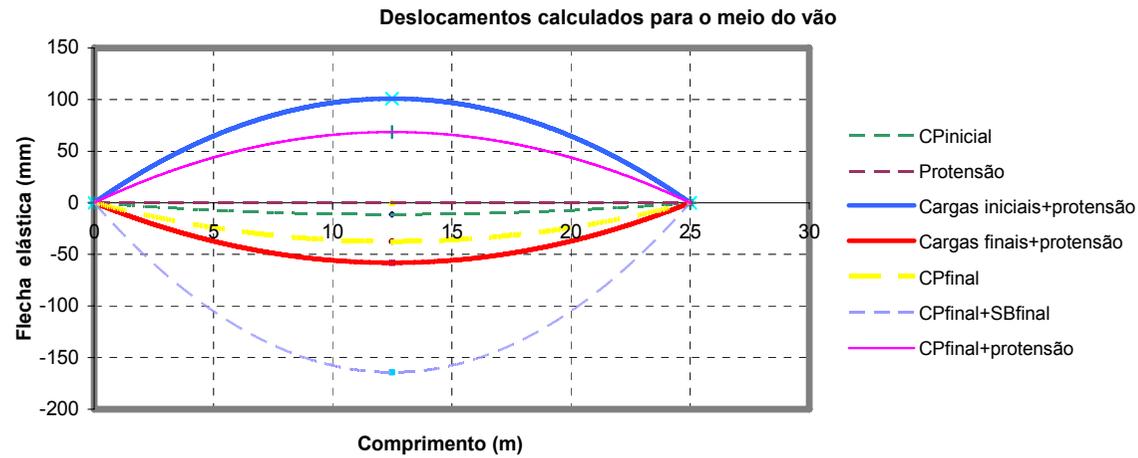
Flecha total no meio do vão

Ato da protensão

$f_{CP1} = 11,27 \text{ mm}$
 $f_{SB1} = 8,76 \text{ mm}$
 $f_{PROT} = -120,98 \text{ mm}$
 $f = -100,96 \text{ mm}$

Em Serviço

$f_{CP2} = 37,53 \text{ mm}$
 $f_{SB2} = 126,67 \text{ mm}$
 $f_{PROT} = -106,10 \text{ mm}$
 $f = 58,11 \text{ mm}$



6.11 Perdas de Protensão

Perdas de Protensão Imeditas

Perdas por Atrito e Cravação das Ancoragens

Protensão aplicada pelas 2 extremidades
 Coef. de atrito $\mu = 0,15$
 Força protensão inicial (P_0) = 3877 **KN**
 Cravação $\delta = 4 \text{ mm}$

Perdas de Protensão Progressivas

Perdas por Relaxação do Aço de Protensão

Aço = RB $t_0 = 0$ dias
 Acord = 2520 mm^2 $t = 10800$ dias
 $f_{ptk} = 1898 \text{ MPa}$

Trechos (m) =	0,0	2,5	2,5	5,0	5,0	7,5	7,5	10,0	10,0	12,5	12,5	15,0
Patrito =	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9
Panc =	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7
Prelaxação =	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8
$\Delta\sigma_{Patrito} =$	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
$\Delta\sigma_{Panc} =$	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%
$\Delta\sigma_{Prel} =$	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%
$\Delta\sigma_{Total} =$	12,33%											

15,0	17,5	17,5	20,0	20,0	22,5	22,5	25,0		
3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9	3876,9		
3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7	3665,7		
3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8	3398,8		
0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%		
5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%	5,45%		
6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%	6,89%		
12,33%									

