



**FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITMOS
GENÉTICOS COM APLICAÇÕES EM ENGENHARIA**

GINO BERTOLLUCCI COLHERINHAS

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITMOS
GENÉTICOS COM APLICAÇÕES EM ENGENHARIA

GINO BERTOLLUCCI COLHERINHAS

Orientador: Marcus Vinicius Girão de Moraes

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM - 243 A/16

BRASÍLIA/DF: 29 de Agosto de 2016

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITMOS
GENÉTICOS COM APLICAÇÕES EM ENGENHARIA

GINO BERTOLLUCCI COLHERINHAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

Marcus Vinicius Girão de Moraes, Dr. Univ (ENM/ UnB)
(Orientador)

Aline Souza de Paula, DSc. (ENM/ UnB)
(Examinadora Interna)

Suzana Moreira Ávila, DSc. (FGA/ UnB)
(Examinadora Externa)

BRASÍLIA/DF, 29 DE AGOSTO DE 2016.

FICHA CATALOGRÁFICA

COLHERINHAS, GINO B.
FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITMOS GENÉTICOS COM APLICAÇÕES
EM ENGENHARIA [Distrito Federal] 2016.

xvii, 84p., 297mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2016).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

Palavras-chave:

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| 1. Algoritmos Genéticos | 2. Controle Estrutural |
| 3. TMD Pendular | 4. Trato Vocal |
| I. ENM/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

COLHERINHAS, GINO B. (2016). FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITMOS GENÉTICOS COM APLICAÇÕES EM ENGENHARIA. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM - 243 A/16, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, xvii, 84p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: GINO BERTOLLUCCI COLHERINHAS.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITMOS GENÉTICOS COM APLICAÇÕES EM ENGENHARIA.

GRAU / ANO: MESTRE / 2016

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Gino Bertollucci Colherinhas
Rua 1030, número 85, Setor Pedro Ludovico
74.823-150 Goiânia - GO - Brasil.

*Este trabalho é dedicado à minha família por ter
dado todo o apoio emocional que eu precisava,
aos meus amigos que embarcaram comigo nessa jornada
cósmica e à minha namorada que me deu muito amor
durante a conclusão desta etapa da minha vida.*

Resumo

FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITMOS GENÉTICOS COM APLICAÇÕES EM ENGENHARIA

Autor: GINO BERTOLLUCCI COLHERINHAS

Orientador: Marcus Vinicius Girão de Moraes

Programa de Pós Graduação em Ciências Mecânicas

Brasília, 13 de setembro de 2016

O objetivo desta dissertação é criar uma ferramenta de otimização via Algoritmos Genéticos (AG) para a resolução de problemas de engenharia. A implementação da otimização é realizada para dois estudos de caso e os principais algoritmos são descritos. O Estudo de Caso 1 propõe uma metodologia de projeto do controle passivo de torres eólicas do tipo TMD-Pendular. Realiza-se a investigação do mapa composto pelos picos de resposta em frequência da torre eólica obtido pela formulação analítica 2-GdL (torre eólica+pendulo). O Estudo de Caso 2 identifica as configurações de um Trato Vocal (TV). Investigam-se as áreas da seção transversal do TV através da análise modal dos modos de vibração acústica obtidas pelo modelo de Matriz de Transferência (MT). Este estudo tem como objetivo encontrar a mesma geometria de um TV obtidos via imagens por ressonância magnética da vogal $\backslash a \backslash$. A ferramenta de otimização via AG implementada apresenta resultados satisfatórios para os dois Estudos de Caso de engenharia propostos. Esta ferramenta apresenta uma linguagem simples e eficiente sugerida como uma alternativa aos *softwares* comerciais existentes. Descreve-se a teoria do AG e diferentes estratégias evolutivas. Os algoritmos implementados são estruturados utilizando os recursos do *software MATLAB*.

Palavras-chaves: Algoritmos Genéticos; Controle Estrutural; TMD Pendular; Trato Vocal.

Abstract

GENETIC ALGORITHM TOOLBOX AND ITS APPLICATIONS IN ENGINEERING

Author: GINO BERTOLLUCCI COLHERINHAS

Supervisor: Marcus Vinicius Girão de Moraes

Master of Science in Mechanical Engineering

Brasília, August/2016

The target of this work is to create an optimization toolbox using Genetic Algorithms to solve engineering problems. The implementation of the optimization are performed for two case studies and their main algorithms are described. Case study 1 proposes a design methodology of a wind tower passive control for a Pendulum TMD type, investigating the map composed by the response frequency peaks of the wind tower obtained by a 2-DoF analytical formulation (wind turbine + pendulum). Case Study 2 identifies the settings of a Vocal Tract investigating their cross section areas through the acoustical modal analysis obtained by the Transfer Matrix model. This study aims to find the same geometry of a vocal tract obtained by the magnetic resonance imaging of the vowel $\backslash a \backslash$. This toolbox provides a simple and efficient language as an alternative for commercial softwares. It describes the theory of GA and different evolutionary strategies. The implemented algorithms are structured using the resources of *MATLAB* software.

Key-words: Genetic Algorithm; Structural Control; Pendulum TMD; Vocal Tract.

Sumário

1	INTRODUÇÃO GERAL	1
2	OTIMIZAÇÃO: MÉTODOS E FORMULAÇÕES	3
2.1	Otimização	3
2.2	Heurísticas	4
2.3	Meta-Heurísticas	5
2.4	Computação evolutiva	6
3	ALGORITMOS GENÉTICOS	8
3.1	Introdução	8
3.2	Definição	8
3.3	Parâmetros iniciais	9
3.4	População inicial	11
3.5	Função objetivo	11
3.6	Seleção	12
3.6.1	Método da roleta	12
3.6.2	Seleção por classificação	13
3.6.3	Seleção por Torneio	13
3.6.4	Elitismo e dizimação	15
3.7	Cruzamento	15
3.7.1	Cruzamento em codificação binária	15
3.7.2	Cruzamento aritmético	16
3.7.3	Cruzamento heurístico (HX)	17
3.7.4	<i>Blend crossover</i> (BLX- α)	17
3.7.5	<i>Rayleigh crossover</i> (RX)	17
3.8	Mutação	18
3.8.1	Mutação em codificação binária	18
3.8.2	Mutação uniforme	19
3.8.3	Mutação de contorno	19
3.8.4	Mutação gaussiana	19

3.8.5	Mutação <i>creep</i> - uniforme	20
3.8.6	Mutação <i>creep</i> - não-uniforme	20
3.8.7	Quando usar os Algoritmos Genéticos?	20
4	FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO VIA AGS	21
4.1	Implementação	21
4.1.1	A função <i>main.m</i>	22
4.1.2	A função <i>newpop.m</i>	24
4.1.3	A função <i>evolutionary_strategies.m</i>	24
4.2	Análise Exploratória	26
4.2.1	Codificação Binária vs Codificação Real	26
4.2.2	<i>Blend crossover</i> (BLX- α) e a mutação <i>Creep</i> uniforme	26
5	ESTUDO DE CASO 1: CONTROLE PASSIVO DE TORRE EÓLICA ATRAVÉS DE ABSORVEDOR DE MASSA SINTONIZADA DO TIPO PENDULAR	28
5.1	Colocação do problema	28
5.2	Modelo analítico	29
5.2.1	Redução de ordem	30
5.2.2	Modelo 2-GdL Analítico: TMD Pendular acoplado à torre eólica	31
5.2.3	Adimensionalização do 2-GdL Analítico	33
5.3	Análise de sensibilidade - Mapas de respostas	34
5.3.1	Influência da variação do amortecimento C_p do pêndulo	36
5.3.2	Influência da variação da rigidez K_p do pêndulo	37
5.4	Otimização via Algoritmo Genético (AG)	39
5.4.1	Função objetivo	39
5.4.2	Resultados	39
5.4.3	Análise dos resultados	41
5.5	Modelos numéricos via elementos finitos (FEM)	43
5.5.1	2-GdL FEM	43
5.5.2	Viga FEM e Casca FEM	44
5.5.3	Aproximação do modelo 2-GdL ao Viga FEM	45
5.6	Projeto de um TMD-Pendular	46
5.6.1	Metodologia	47
5.6.2	Estudo de Caso	47
6	ESTUDO DE CASO 2: IDENTIFICAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DO TRATO VOCAL	51
6.1	Colocação do problema	51
6.2	Método das matrizes de transferência (MT)	52
6.3	Descrição do Estudo de Caso	54
6.4	Otimização	56

6.4.1	Função objetivo	56
6.4.2	Avaliação da função objetivo	57
6.5	Avaliação dos Resultados	58
6.6	Comparação da ferramenta de otimização com o <i>modeFRONTIER</i>	62
6.7	Comparação e discussão dos métodos utilizados	65
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	68
	REFERÊNCIAS	70
	APÊNDICES	75
	APÊNDICE A – CONSIDERAÇÕES SOBRE OS MODELOS VIGA FEM E CASCA FEM	76
	ANEXOS	78
	ANEXO A – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - FEM	79
	A.0.1 2-GdL FEM	79
	A.0.2 Viga FEM	79
	A.0.3 Casca FEM	80
	ANEXO B – MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO - BEM	81
	ANEXO C – CRITÉRIO DE GARANTIA MODAL (MAC)	84

Lista de Figuras

Figura 3.1 – Definição dos componentes de um cromossomo	9
Figura 3.2 – Fluxograma do AG implementado	10
Figura 3.3 – Método da Roleta e suas probabilidades	12
Figura 3.4 – (A) Método da roleta x (B) Método da classificação	14
Figura 3.5 – Representação do Método do torneio com $k = 5$	14
Figura 3.6 – Cruzamento em um único ponto (MOGNON, 2004, modificado)	16
Figura 3.7 – Cruzamento em dois pontos (MOGNON, 2004, modificado)	16
Figura 3.8 – Cruzamento em pontos aleatórios (MOGNON, 2004, modificado)	16
Figura 3.9 – <i>Blend crossover</i> - BLX- α (ESHELMAN; SCHAFFER, 1993, modificado)	17
Figura 3.10 – Mutação em um único ponto (MOGNON, 2004, modificado)	19
Figura 4.1 – Fluxograma das funções implementadas	21
Figura 5.1 – Descrição de uma viga em balanço com uma massa m em sua extremidade	30
Figura 5.2 – Estrutura com um pendulo linear fixo: excitação devido à força $F_s(t)$	31
Figura 5.3 – Mapa dos picos máximos de resposta em frequência em função com comprimento do pêndulo L_p e da razão de massas μ	35
Figura 5.4 – Vista L_p vs. μ do mapa dos picos máximos de resposta em frequência	36
Figura 5.5 – Mapas de respostas para o amortecimento do pêndulo iguais à $C_p =$ $[5000; 15000]N/m$	36
Figura 5.6 – Mapas de respostas para a rigidez do pêndulo igual à $K_p = 5 \cdot 10^5 N/m$	37
Figura 5.7 – Mapas de respostas para a rigidez do pêndulo igual à $K_p = 10 \cdot 10^5 N/m$	38
Figura 5.8 – Mapas de respostas para a rigidez do pêndulo igual à $K_p = 15 \cdot 10^5 N/m$	38
Figura 5.9 – Curvas de resposta em frequência da torre eólica com e sem o pêndulo TMD, obtidas pela otimização	40
Figura 5.10 – Resultados ótimos (L_p, μ) obtidos pelos AG, comparados ao mapa de respostas	40
Figura 5.11 – Valores de L_p por μ obtidos a partir dos resultados das 300 otimizações para diferentes valores de rigidez torcional k_p	41
Figura 5.12 – Regressão em potência da razão de massa μ em função do comprimento do pêndulo L_p dos resultados da Fig 5.11	42

Figura 5.13–Gráfico da função $C_i = \mu/L_p^{\alpha_i}$ vs. L_p . Comparação entre as soluções ótimas $(L_p; \mu)$ para diferentes rigidezes torcionais K_p (Fig 5.11) das regressões em potência (Fig 5.12)	42
Figura 5.14–Resposta em frequência do sistema de 2-GdL Analítico e FEM para diversos comprimentos de pêndulo L_p	43
Figura 5.15–Respostas em frequência da torre com o pêndulo acoplado modelada como 2-GdL FEM, Viga FEM e Casca FEM	44
Figura 5.16–FRFs do caso extremo ($M_p = 0,1kg$; $L_p = 0,1m$) para 2-GdL e Viga FEM	45
Figura 5.17–Resposta em frequência da torre com o pêndulo TMD modelada por 2-GdL corrigido e Viga FEM	46
Figura 5.18–Seleção da configuração de pêndulo $L_p = 7,696m$, $\mu = 0,02008$ e $K_p = 5,00.10^5$	48
Figura 5.19–FRF do modelo 2-GdL com a correção Ω_{corr} aplicada	48
Figura 5.20–FRFs dos modelos 2-GdL corrigido e Viga FEM para $L_p = 7,696m$, $\mu = 0,02008$	49
Figura 5.21–Seleção da configuração de pêndulo $L_p = 3,49m$, $\mu = 0,1349$ e $K_p = 5,00.10^5$	49
Figura 5.22–FRFs dos modelos 2-GdL corrigido e Viga FEM para $L_p = 3,49m$, $\mu = 0,1349$	50
Figura 6.1 – Representação esquemática do aparelho fonador (CATALDO; SAMPAIO; NICOLATO, 2004)	52
Figura 6.2 – (a) Imagem do TV obtida pela IMR (CLÉMENT et al., 2007) e (b) Distribuição de pressão normalizada para o primeiro modo (TAKEMOTO; MOKHTAR, 2010, modificado), para a vogal $\backslash a \backslash$	52
Figura 6.3 – Malha criada para a vogal $\backslash a \backslash$ (FERREIRA, 2014)	55
Figura 6.4 – Função objetivo dos melhores indivíduos e da média para cada geração	59
Figura 6.5 – Comparação das FRFs entre a matriz de transferência e a otimização via AG	60
Figura 6.6 – Comparação das formas modais da pressão entre a matriz de transferência e a otimização via AG (tracejado) das 10 primeiras formas modais	60
Figura 6.7 – Valores de MAC para as 10 primeiras formas modais de pressão	61
Figura 6.8 – Comparação das formas modais do fluxo de pressão entre a matriz de transferência e a otimização via AG (tracejado) das 10 primeiras formas modais	61
Figura 6.9 – Valores de MAC para as 10 primeiras formas modais do fluxo de pressão	62
Figura 6.10–Espaço de trabalho utilizado pelo <i>software modeFRONTIER</i>	63
Figura 6.11–Áreas de seção transversal obtidas pelas otimização em relação ao número de seções	64

Figura 6.12–Erros relativos (%) das áreas otimizadas em relação ao objetivo para cada seção, entre as duas otimizações	65
Figura 6.13–Primeira forma modal: comparação entre BEM, FEM, MT e AG	66
Figura 6.14–Segunda forma modal: comparação entre BEM, FEM, MT e AG	66
Figura 6.15–Terceira forma modal: comparação entre BEM, FEM, MT e AG	66
Figura A.1–Descrição esquemática da torre como elemento de viga com uma massa M e um pêndulo linear fixo em sua extremidade	80
Figura A.2–Descrição esquemática da torre como elemento de casca com uma massa M e um pêndulo linear fixo em sua extremidade	80

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Frequências naturais dos 1º e 2º modos dos modelos 2-GdL, Viga FEM e Casca FEM para diferentes comprimentos de pêndulo L_p	45
Tabela 5.2 – Frequências naturais para os 1º e 2º modos dos modelos de 2-GdL corrigido e Viga FEM para diferentes comprimentos de pêndulo L_p	46
Tabela 6.1 – Relações necessárias para se determinar a frequência de ressonância para diferentes condições de contorno, usando MT	54
Tabela 6.2 – Áreas A_i e desvios padrões σ_i das seções transversais do TV para a vogal $\backslash a \backslash$ em cm^2 (CLÉMENT et al., 2007, modificado)	55
Tabela 6.3 – Comparação das áreas de seção transversal para diferentes funções objetivos. Objetivo: [1,1,1,1] (cm^2)	57
Tabela 6.4 – Comparação das áreas de seção transversal para diferentes funções objetivos. Objetivo: [1,1,2,2] (cm^2)	57
Tabela 6.5 – Resumo de convergência das funções objetivos	58
Tabela 6.6 – Seções de área transversal A_i do TV para a vogal $\backslash a \backslash$ em cm^2 (CLÉMENT et al., 2007, modificado) e do indivíduo ótimo obtido pela ferramenta de otimização	59
Tabela 6.7 – Seções de área transversal A_i do TV para a vogal $\backslash a \backslash$ em cm^2 (CLÉMENT et al., 2007, modificado) e do indivíduo ótimo encontrado pela otimização via <i>modeFRONTIER</i>	64

Lista de Algoritmos

Algoritmo 1 – Procedimentos da Computação Evolucionária	6
Algoritmo 2 – Método da Roleta	13
Algoritmo 3 – Método do Torneio	15
Algoritmo 4 – <i>main.m</i> : Inicialização dos parâmetros	22
Algoritmo 5 – <i>main.m</i> : Objetivos, restrições, geração da população inicial e chamada das outras funções	23
Algoritmo 6 – <i>newpop.m</i> : gera uma nova população a partir de um conjunto de restrições <i>CromLim</i>	24
Algoritmo 7 – <i>evolutionary_strategies.m</i> : Seleção pelo Método da Roleta . . .	24
Algoritmo 8 – <i>evolutionary_strategies.m</i> : Elitismo	25
Algoritmo 9 – <i>evolutionary_strategies.m</i> : Cruzamento (BLX- α) e Mutação Creep	25

Lista de abreviaturas e siglas

<i>IC</i>	Inteligência Computacional
<i>CE</i>	Computação Evolucionária
<i>AG</i>	Algoritmo Genético
<i>TMD</i>	Amortecedor de Massa Sintonizado (<i>Tuned Mass Damper</i>)
<i>TV</i>	Trato Vocal
1 – <i>GdL</i>	Um Grau de Liberdade
2 – <i>GdL</i>	Dois Graus de Liberdade
<i>MT</i>	Matriz de Transferência
<i>BEM</i>	Método dos Elementos de Contorno (<i>Boundary Element Method</i>)
<i>FEM</i>	Método dos Elementos Finitos (<i>Finite Element Method</i>)
<i>FRF</i>	Função de Resposta em Frequência (<i>Frequency Response Function</i>)
<i>HX</i>	Cruzamento heurístico (<i>Heuristic Crossover</i>)
<i>BLX</i> – α	Cruzamento de mistura (<i>Blend Crossover</i>)
<i>RX</i>	Cruzamento de Rayleigh (<i>Rayleigh Crossover</i>)
<i>APDL</i>	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
<i>IMR</i>	Imagens por Ressonância Magnética
<i>MAC</i>	Critério de garantia modal (<i>Modal Assurance Criterion</i>)
<i>CPU</i>	Unidade central de processamento (<i>Central Processing Unit</i>)
<i>RAM</i>	Memória de acesso aleatório (<i>Random Access Memory</i>)

Lista de símbolos

P	Conjunto de indivíduos (População)
f_{obj}	Função objetivo
N_{ger}	Número de gerações
N_{ind}	Número de indivíduos da população
N_{diz}	Número de gerações para adizimação
N_{elit}	Número de indivíduos de elite
p_{diz}	Probabilidade de dizimação
p_{elit}	Probabilidade de elitismo
p_m	Probabilidade de mutação
p_c	Probabilidade de cruzamento
$CromLim$	Restrições
s_{obj}	Objetivo de área do TV
pop	Indivíduos da população
fit	Aptidão dos indivíduos da população
E	Módulo de Young [N/m^2]
I	Momento de Inércia de área [m^4]
ρ	Densidade da viga [kg/m^3]
F_s	Força de excitação [N/m]
H	Altura da torre [m]
L_p	Comprimento do pêndulo [m]
M_t	Massa da nacelle + rotor [kg]

M_s	Massa da torre [kg]
M_p	Massa da extremidade do pêndulo [kg]
K_s	Rigidez da torre [N/m]
K_p	Rigidez do pêndulo [N/m]
C_s	Amortecimento da torre [Nms]
C_p	Amortecimento do pêndulo [Nms]
ω_n	Frequência Natural [rad/s]
H_y	Função de Resposta da estrutura [m]
H_θ	Função de Resposta do pêndulo [m]
c	Velocidade de propagação da onda acústica [m/s]
p_i	Pressão
q_i	Variação de pressão
S	Área de seção transversal do tubo
L	Comprimento do tubo
k	Número de ondas
γ	Mudança de fase sobre a distância L .

1 Introdução Geral

A evolução tecnológica das últimas décadas tem levado a engenharia a buscar soluções otimizadas para problemas complexos. Nem sempre as metodologias de resolução de alguns destes problemas são bem definidas e a mínima variação de seus parâmetros de entrada afetam drasticamente os resultados. A manipulação desses parâmetros induziu o nascimento de diversas técnicas numéricas, que, com o desenvolvimento de recursos e processamento computacional, fez da interface homem-computador uma relação cada vez mais necessária.

Essa interface introduziu um novo conceito de algoritmos baseados em **Inteligência Computacional** (IC). [Bezdek \(1993\)](#) atribui à IC uma coleção de metodologias que exploram a incerteza, imprecisão e tolerância à falhas, proporcionando robustez e soluções de baixo custo. Entre as principais abordagens da IC estão: as redes neurais artificiais; **a Computação Evolutiva** (CE, Cap. 2.4); os sistemas nebulosos; o raciocínio probabilístico; e os sistemas híbridos inteligentes (combinações de redes neurais, sistemas nebulosos e CE) ([COELHO; MARIANI, 2006](#)). A otimização utiliza técnicas de IC para encontrar o valor máximo ou mínimo de uma função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições. O **Algoritmo Genético (AG)** é um tipo clássico de otimização da CE utilizado em aplicações de diversas áreas.

Inspirados nos fenômenos de adaptação natural, [Holland \(1975\)](#) implementa os mecanismos de adaptação natural computacionalmente para a criação dos AGs. O desenvolvimento desta técnica de otimização repercutiu pela comunidade acadêmica em diversas áreas científicas.

A fim de obter a solução ótima para problemas de engenharia através dessa técnica heurística, uma ferramenta baseada em AG é proposta. Almeja-se encontrar soluções ótimas de baixo custo computacional por meio da plataforma *MATLAB*. Busca-se evidenciar o comportamento dinâmico de problemas de engenharia com o uso desse instrumento de otimização. Uma comparação ao *software* comercial *Modefrontier* é realizada em um dos objetos de estudo.

Neste trabalho aplica-se a ferramenta em AG para a determinação das soluções ótimas de dois estudos de caso a fim de evidenciar seu potencial e aplicabilidade. O primeiro estudo de caso busca otimizar a redução da vibração estrutural de torres eólicas, a dinâmica do comportamento da torre acoplada a um sistema de controle passivo. Além

disso, desenvolve-se uma metodologia de projeto para turbinas eólicas que permite a seleção de configurações ótimas de TMD para minimizar os picos de frequência da torre. O segundo estudo pretende através do comportamento acústico de um Trato Vocal (TV) identificar a sua geometria. Objetiva-se a determinação aproximada da cavidade acústica a partir de uma voz conhecida.

Para alcançar os objetivos propostos e a realização dos dois estudos de caso, esta dissertação divide-se em 7 capítulos descritos brevemente a seguir.

A otimização é definida no Capítulo 2. Os métodos determinísticos e estocásticos são comparados mostrando a importância do desenvolvimento de procedimentos heurísticos para a resolução de problemas complexos de muitas variáveis. Definem-se meta-heurísticas como ferramentas de busca superiores que utilizam processos lógicos ou da natureza para a resolução de problemas de otimização, sendo descritos alguns exemplos.

O Capítulo 3 define o AG. Seu funcionamento é explicado através dos parâmetros iniciais, da função objetivo e das estratégias evolutivas de seleção, cruzamento e mutação. Os principais métodos de estratégias evolutivas são apresentados e suas formulações são descritas.

O Capítulo 4 executa a implementação da teoria apresentada pelo Cap. 3. Cria-se uma ferramenta de otimização via AG. Uma análise exploratória é realizada, onde são apresentadas considerações relevantes sobre esta ferramenta.

Os Capítulos 5 e 6 apresentam o Estudo de Caso 1 e 2, respectivamente. O primeiro estudo utiliza a ferramenta AG para auxiliar o projeto de um controle TMD-Pendular aplicado à torres eólicas. O segundo utiliza a ferramenta AG para a identificação da configuração do TV.

O Capítulo 7 contém as considerações finais e são apresentadas perspectivas futuras para o aprimoramento da ferramenta de otimização genética.

2 Otimização: Métodos e Formulações

*Se a montanha não vai à Maomé,
então Maomé vai à montanha.*

Michalewicz (1996) citando um clássico provérbio para explicar a ideia por trás da programação evolutiva.

2.1 Otimização

Dado um conjunto P , de soluções x , e uma função objetivo $f_{obj} : P \rightarrow \mathbb{R}$, que associa cada solução $x \in P$ a um valor real $f_{obj}(x)$, existe uma solução ótima $x^* \in P$ para a qual $f_{obj}(x)$ tem o valor mais favorável, obedecendo R_i , sendo R_i um conjunto de restrições do problema. O objetivo é a minimização de f_{obj} , buscando o seu valor mínimo, ou sua maximização, almejando o valor máximo.

As resolução deste tipo de problema pode ser realizada utilizando métodos determinísticos ou estocásticos (HOLTZ, 2005). Os itens a seguir resumem brevemente estes dois métodos:

- Métodos determinísticos

Os *métodos determinísticos* são métodos clássicos de otimização dos quais a partir de teoremas é possível garantir sua convergência para uma solução ótima. Estes métodos sofrem uma forte dependência do ponto de partida das variáveis. Com este método é possível prever todos os passos a partir do seu ponto de partida. Em problemas com vários objetivos este tipo de método não possui um bom desempenho.

A função objetivo e as restrições destes métodos são dadas como funções matemáticas e relações funcionais. Estas funções objetivos devem ser contínuas e diferenciáveis no espaço de busca (BASTOS, 2004).

- Métodos estocásticos

Os *métodos estocásticos* avaliam a função objetivo, introduzindo parâmetros gerados por eventos aleatórios onde através de uma representação puramente lógica é possível alcançar a solução. Com este método é possível otimizar problemas com um grande número de variáveis, por esse motivo o custo computacional pode se tornar bastante elevado.

Em um espaço de busca de muitas soluções, o uso de métodos matemáticos para resolver problemas com muitas formulações e variáveis, geralmente torna-se inviável devido ao seu elevado custo computacional. Uma enumeração completa de todas as soluções de problemas combinatórios pode levar vários dias para sua resolução.

Uma maneira de reduzir o número de soluções é dar um certa “inteligência” a estes métodos de enumeração, analisando seu espaço de soluções de maneira estocástica. Na prática é suficiente encontrar um “boa” solução, ou um ótimo local, para esses problemas ao invés de uma solução ótima global, pois esta última tem alto custo computacional.

Por este motivo uma grande quantidade de formulações heurísticas têm sido desenvolvidas para solucionar problemas com grande nível de complexidade. As heurísticas são técnicas inspiradas em processos intuitivos que procuram soluções satisfatórias (próximas da solução ótima).

A partir da década de 1980, diversos estudos foram realizados para desenvolver procedimentos heurísticos, utilizando uma estrutura teórica e com um caráter mais geral. A união de conceitos das áreas de otimização e da Inteligência Computacional (IC) viabilizou a construção de estratégias “inteligentemente flexíveis”, conhecidas como “Meta-Heurísticas”.

2.2 Heurísticas

Um conhecimento que não é capaz de se verificar matematicamente é definido como uma heurística¹. Aplicamos métodos heurísticos a todo instante para tomar decisões. Desde quando escolhemos o menor caminho para fugir dos semáforos e do trânsito, ou quando escolhemos um presente para uma pessoa querida. Estamos nos utilizando de experiências acumuladas para decidir qual a melhor decisão a ser tomada. Buscando imitar instintos humanos na tomada de decisões, algoritmos com inteligências artificiais são capazes de realizar escolhas ótimas, tais como, resolver o caminho mais rápido até o trabalho ou resolver problemas bem mais complexos de engenharia.

De maneira a interpretar computacionalmente as heurísticas como métodos de resolução de problemas, [Souza \(2011\)](#) cita dois exemplos.

¹ Termo derivado da palavra grega *heuriskein*, que significa descobrir.

- As *Heurísticas Construtivas* são destinadas à geração de uma solução inicial para um problema de otimização. Constroem a solução elemento por elemento. A escolha de cada elemento varia de acordo com uma função de avaliação adotada, que depende do problema analisado. Nas heurísticas clássicas, estes elementos são ordenados segundo uma função *gulosa*, que insere apenas o melhor elemento a cada passo;
- As *Heurísticas de Refinamento*, também chamadas de técnicas de busca local, constituem uma família de técnicas baseadas na noção de vizinhança. Uma função $N(s)$, que depende da estrutura do problema tratado, associa a cada solução $s \in S$, sua vizinhança $N(s) \subseteq S$. Cada solução $s' \in N(s)$ é chamada de vizinho de s . Denomina-se o movimento m , a modificação de uma solução s em outra s' , que esteja em sua vizinhança. Esta classe de heurística parte de uma solução inicial qualquer e caminha, a cada iteração, de vizinho para vizinho, de acordo com a definição de vizinhança adotada.

Existem métodos de heurísticas de refinamento clássicos tais como: o Método da Descida/Subida Randômico, de Primeira Melhora, Não Ascendente/Descendente Randômico. Existem também heurísticas de refinamento mais sofisticadas como a Descida em Vizinhança Variável, que explora o espaço de soluções do problema fazendo trocas sistemáticas de vizinhanças.

2.3 Meta-Heurísticas

A meta-heurística² busca explorar eficientemente o espaço de soluções viáveis de um problema, fugindo dos confinamentos de mínimos ou máximos locais. Quanto mais se aplicam estes conhecimentos específicos ao problema sobre forma de heurística, mais perto da solução global o algoritmo converge (BIONDI et al., 2009).

As meta-heurísticas são algoritmos de busca inspirados em processos lógicos ou da natureza. Esses algoritmos baseiam-se em aspectos comportamentais, evolutivos, ou de estratégias bem definidas. A seguir alguns exemplos de meta-heurísticas são descritos (SUCUPIRA, 2004):

- A otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization*) baseia-se no comportamento utilizado pelas colônias de formigas para traçar rotas entre o formigueiro e as fontes de alimentação;
- O *Recozimento Simulado* (*Simulated Annealing*) fundamenta-se em uma analogia com o processo térmico utilizado na metalurgia para obtenção de estados de baixa energia em um sólido através do recozimento;

² O prefixo *meta* significa “além”/ “acima”, no sentido de superior.

- A *Busca Tabu* explora o histórico de possíveis valores através de uma memória adaptativa, baseando-se em uma busca relacionada à frequência, à presença no passado recente, à qualidade e à influência;
- As *Redes Neurais Artificiais* são modelos abstratos inspirados pelo sistema nervoso central dos quais os neurônios, através de um conjunto de dados de entradas que possuem correspondentes dados de saída, ajustam seus parâmetros para tornarem-se capazes de aproximar os seus valores ao de uma determinada função;
- O **Algoritmo Genético (AG)** inspira-se na evolução das espécies darwinista cujos indivíduos mais aptos sobrevivem e transmitem suas características para a próxima geração;
- Os *Algoritmos Meméticos* são derivados dos algoritmos genéticos. Eles incorporam além dos operadores clássicos de mutação e recombinação, processos de busca por entornos de soluções individuais. Possuem agentes que aplicam meta-operadores capazes de realizar otimizações locais, que amplificam sua aptidão.

2.4 Computação evolutiva

Nas décadas de 50 e 60, muitos cientistas da computação estudaram de maneira independente a ideia de que sistemas evolutivos poderiam ser utilizados como ferramentas de otimização para resolução de problemas de engenharia.

A Computação Evolutiva (CE) é um ramo da IC. Ela propõe um novo paradigma para solução de problemas inspirados no princípio da evolução de uma população de candidatos, que caracterizam um dado problema. Essa população utiliza-se de operadores inspirados na variação de genética natural e da seleção natural de [Darwin \(1859\)](#).

A CE relaciona todos os sistemas baseados na evolução e sua estrutura padrão é mostrada no Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Procedimentos da Computação Evolucionária

Entrada: restrições do problema R_i

Saída: melhor indivíduo de $P(t)$

início

$t \leftarrow 0$;

 inicializa a população $P(t)$;

 avalia $P(t)$;

repita

$t \leftarrow t + 1$;

 seleciona $P(t)$ a partir de $P(t - 1)$;

 altera $P(t)$;

 avalia $P(t)$;

até o valor mais favorável de f (mín ou máx);

fim

A CE é um algoritmo probabilístico que mantém a população de indivíduos, $P(t) = x_1^t, \dots, x_n^t$ para a iteração t . Cada indivíduo representa uma solução potencial para o problema e, para cada CE, é implementado uma estrutura de dados S . Cada solução x_i^t é avaliada atribuindo-las valores de aptidão. Então uma nova população (na iteração $t + 1$) é formada, selecionando os indivíduos mais aptos através de operadores “genéticos”. Após algumas gerações, o programa converge e espera-se que o melhor indivíduo seja representado através de uma solução “ótima” (que não seja necessariamente a global) (MICHALEWICZ, 1996).

Os melhores indivíduos sobrevivem e transferem suas características a novas gerações. Alguns exemplos de CE são: Programação Evolucionária (FOGEL; OWENS; WALSH, 1966), Estratégias Evolucionárias (BEYER; SCHWEFEL, 2002), Algoritmos Genéticos (HOLLAND, 1975; GOLDBERG, 1989) e Programação Genética. Os AGs e a Programação Genética são duas principais frentes de pesquisa em CE (POZO et al., 2005).

Os Algoritmos Genéticos propostos por Holland (1975) e seus alunos na década de 1960, são mecanismos de busca meta-heurísticos baseados processo de seleção natural onde os indivíduos mais aptos lutam pela sobrevivência. O Capítulo 3 faz uma abordagem mais ampla sobre os AGs e o Cap. 4 apresenta sua implementação.

3 Algoritmos Genéticos

3.1 Introdução

Os Algoritmos Genéticos (AGs) foram criados por John Henry Holland na década 1960 e desenvolvidos por ele, seus estudantes e colegas da universidade de Michigan durante as décadas de 60 e 70 (MITCHELL, 1998). O objetivo original de Holland (1975) era estudar formalmente os fenômenos de adaptação que ocorrem na natureza, para assim desenvolver mecanismos de adaptação natural que pudessem ser importados para sistemas computacionais. Na década de 1970, Holland apresentou em seu livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, os AGs como uma abstração da evolução biológica proposta por Darwin.

Goldberg (1989) introduz os AGs como uma técnica de otimização em seu livro *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, através de simulações de sistemas genéticos.

Esses algoritmos expandiram-se pela comunidade acadêmica em uma série de aplicações para diversos problemas não convencionais. Os AGs possuem aplicações em diversas áreas científicas, das quais podem ser citados problemas de otimização de soluções, aprendizado de máquina, desenvolvimento de estratégias e fórmulas matemáticas, análise de modelos econômicos, problemas de engenharia, diversas aplicações na Biologia, como simulação de bactérias, sistemas imunológicos, ecossistemas, descoberta de formato e propriedades de moléculas orgânicas (MITCHELL, 1998). Esta vasta gama de aplicações acarretou o desenvolvimento de *softwares* comerciais de otimização, tais como, o *Evolver* e o *ModeFrontier*.

3.2 Definição

Nos AGs, cada *cromossomo* ou indivíduo da população associa-se a uma solução do problema e cada *gene* está associado a uma variável. Um *alelo* corresponde a um componente do valor que o gene pode assumir (Figura 3.1). Através da iteração de uma sequência de etapas lógicas, a população evolui com o passar das gerações até a obtenção de um cromossomo ideal.

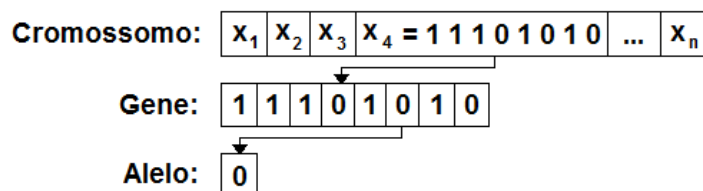


Figura 3.1 – Definição dos componentes de um cromossomo

Um conjunto de cromossomos são definidos como genótipos¹. Estes genótipos são organizados em estruturas de dados na forma de vetores ou cadeia de valores binários, reais ou combinação de ambas. Estas estruturas definem a constituição genética de um indivíduo. Sobre os cromossomos aplicam-se operadores genéticos (seleção, reprodução, mutação e dizimação) para a geração de novos indivíduos (SILVA, 2005).

Inicialmente uma **população inicial** é criada com cromossomos que apresentam valores aleatórios a partir de uma distribuição uniforme dentro de restrições pré-estabelecidas. Estes cromossomos recebem notas que os avaliam através de uma **função objetivo**. Os cromossomos participam de um processo de **seleção** onde os mais aptos possuem maior capacidade de transferir suas características para as próximas gerações através do **cruzamento**. Uma parcela mínima da população poderá ter suas informações genéticas alteradas como em um processo de **mutação**. Métodos determinísticos tais como o **elitismo** podem garantir que uma porcentagem dos melhores indivíduos sempre sobrevivam para as gerações seguintes. Assim como a **dizimação** pode eliminar uma parcela dos piores indivíduos da população.

O fluxograma da Figura 3.2 esquematiza o funcionamento do AG implementado nesta dissertação. A variável i é o contador lógico da evolução das gerações. Se $i = 0$, o AG é inicializado. Se $i = n_{ger}$ ele encerra-se. Se i é um valor múltiplo do número de passos de dizimação n_{diz} , ocorre a dizimação. Cada etapa será explicada com mais detalhes a seguir.

3.3 Parâmetros iniciais

Na inicialização dos parâmetros ($i = 0$) são incluídas informações essenciais de como o AG funciona, tais como:

- o tipo de codificação utilizada (binária ou real);
- as restrições que limitam os cromossomos dentro de uma faixa de possíveis soluções;
- quais as estratégias evolutivas serão aplicadas e suas respectivas taxas (probabilidade de indivíduos que sofrerão cruzamento, mutação, elitismo e dizimação)

¹ Do grego *genos*, originar, e *typos*, característica.

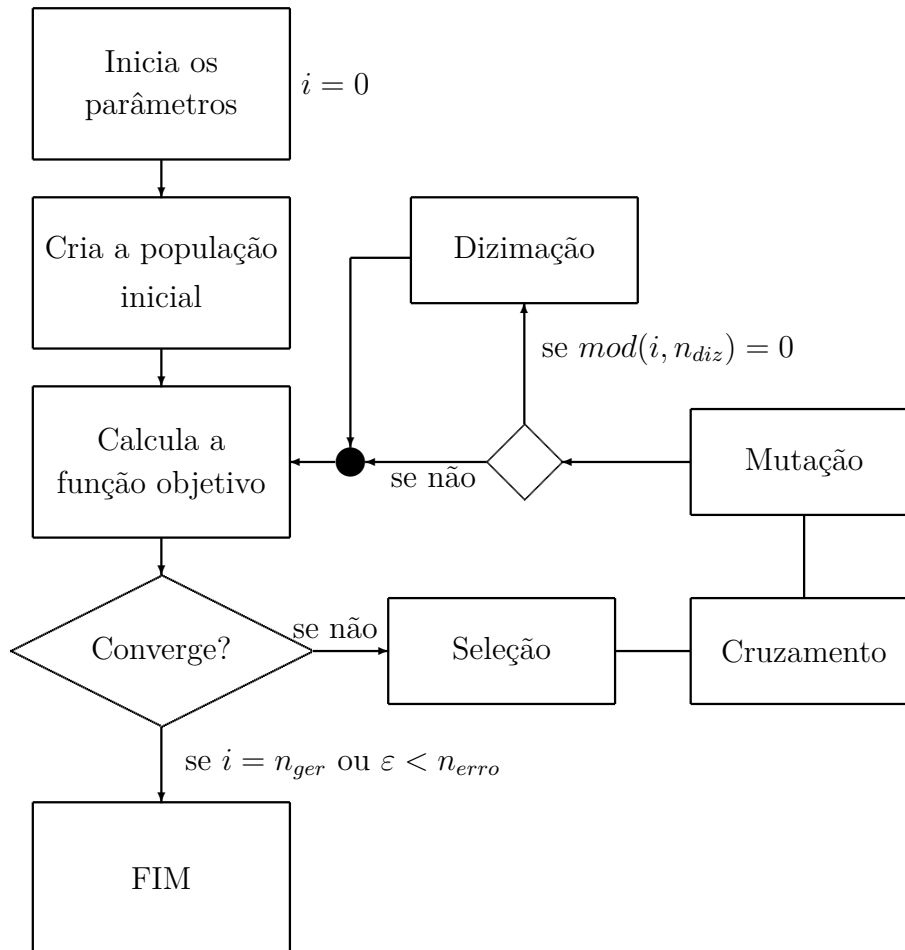


Figura 3.2 – Fluxograma do AG implementado

- o tamanho da população e em quantas gerações o AG irá finalizar (pode ser definido também um erro para a convergência do AG).

Codificação binária e real

No trabalho original de [Holland \(1975\)](#), a codificação binária foi a primeira a ser desenvolvida. Ela é muito utilizada devido à sua fácil implementação, manipulação, além de ser simples de se analisar teoricamente.

Para problemas com parâmetros de otimização com variáveis sobre domínios contínuos, genes de codificação real (ou de pontos flutuantes) foram desenvolvidos, possuindo operadores genéticos próprios. [Michalewicz \(1996\)](#) compara o tempo computacional para ambas implementações, variando os números de cromossomos dos elementos, para exemplos específicos. Ele chega a conclusão que a codificação via pontos flutuantes conseguem realizar a convergência de maneira muito mais rápida do que a implementação binária. Para domínios grandes e/ou de alta precisão o comprimento total dos cromossomos aumenta, elevando o custo computacional.

Na Seção 4.2.1 realiza-se uma análise exploratória a cerca da ferramenta de otimização desenvolvida por esta dissertação, onde se evidencia conclusões semelhantes às

obtidas por [Michalewicz \(1996\)](#).

3.4 População inicial

Após definidos os parâmetros iniciais da otimização, a população inicial atribui para cada cromossomo um determinado valor a partir de uma distribuição aleatória. Esses cromossomos estão restritos à uma faixa de valores atribuída nos parâmetros iniciais.

Muitas vezes algumas otimizações necessitam de um tempo computacional muito alto e acabam não convergindo na quantidade de gerações pré-estabelecida. A seleção de alguns cromossomos presos em máximos locais podem ser inseridas em uma otimização nova reduzindo o tempo de processamento e evolução dessa nova simulação.

Algumas abordagens apresentam o uso de processamento paralelos onde várias populações são geradas simultaneamente em diversos núcleos de processamento ([ALBUQUERQUE, 2005](#); [MOLE, 2002](#)). Estes núcleos compartilham as informações produzidas através de um nó central.

3.5 Função objetivo

A função objetivo ou função de aptidão (*fitness*) é uma etapa importantíssima e depende de fatores que apresentam claramente os objetivos da otimização, sujeita a um conjunto de restrições. Este é um passo decisivo para o correto funcionamento do algoritmo. A conjunção entre a função objetivo e as restrições atribuem uma pontuação final (aptidão) sobre um determinado indivíduo. Cada caso possui uma lógica distinta para a atribuição desta nota. Para se definir problemas multiobjetivos, realiza-se uma combinação dos fatores avaliados. Também é possível ponderar cada objetivo com pesos diferentes.

Por exemplo, [Colherinhas e Dias \(2014\)](#) otimiza as razões de transmissão do sistema de potência (*powertrain*) de veículos a fim de obter a melhor relação de consumo de combustível e aceleração. Para este caso, três funções objetivos distintas foram definidas. A primeira busca otimizar dois parâmetros de maneira simultânea (aceleração e consumo). A segunda prioriza a economia de combustível. E a última prioriza a determinação do ponto ótimo para a aceleração do veículo. Como a aceleração e o consumo de combustível possuem objetivos distintos, ao se ponderar pesos para cada um desses objetivos é possível atribuir razões de transmissão para um carro de passeio (prioriza a economia de combustível) ou a um modelo esportivo (prioriza a aceleração do veículo). Dar “prioridade” a uma função objetivo não significa desconsiderar as outras.

3.6 Seleção

Após a avaliação, um algoritmo especializado seleciona os cromossomos com as melhores características genéticas através de escolhas estocásticas. A seleção depende da nota atribuída a cada cromossomo. Algumas estratégias mais conhecidas de seleção são descritas nos itens abaixo (MITCHELL, 1998):

3.6.1 Método da roleta

A roleta (*roulette-wheel*) é um método clássico de seleção proporcional (HOLLAND, 1975) no qual a cada cromossomo é atribuída uma “fatia” sobre a área circular da roleta. O tamanho desta fatia baseia-se na aptidão (nota) do cromossomo em relação à soma de todos os outros da população. A roleta (Fig. 3.3) é girada N vezes, sendo N é o número de indivíduos da população. Cada vez que a roleta para, seleciona-se o indivíduo marcado para a próxima geração. Estes indivíduos selecionados poderão participar das estratégias evolutivas de cruzamento e mutação.

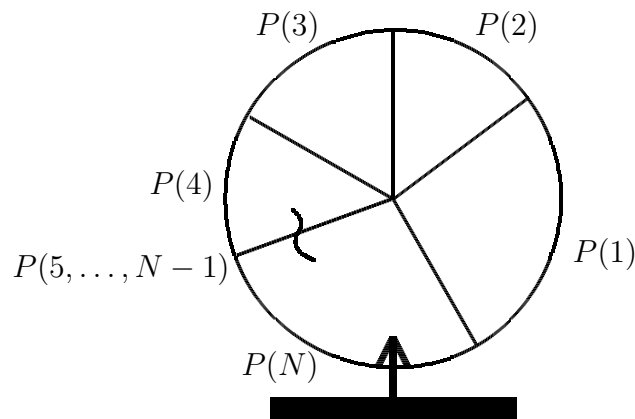


Figura 3.3 – Método da Roleta e suas probabilidades

A probabilidade P_i que um indivíduo i possui de ser selecionado em função de sua aptidão $f_{obj}(i)$, é expressa por:

$$P_i = \frac{f_{obj}(i)}{\sum_{i=1}^N f_{obj}(i)} \quad (3.1)$$

Esta probabilidade P_i representa uma porção da roleta que o indivíduo i possui, para ser selecionado. Um indivíduo com maior valor objetivo possui maior chance de ser escolhido. A probabilidade acumulada q_i representa a soma das probabilidades P_k .

$$q_i = \sum_{k=1}^i P_k \quad (3.2)$$

sendo $k = 1, \dots, i$

O Algoritmo 2 apresenta o método da roleta.

Algoritmo 2 Método da Roleta

Entrada: indivíduos da população

Saída: seleção dos indivíduos mais aptos

início

$i \leftarrow 1$: inicia a contagem de indivíduos a serem selecionados;

$N \leftarrow$ número de indivíduos da população;

repita

$P_i \leftarrow$ equação 3.1;

 gera r com valor aleatório entre 0 e 1;

$q_i \leftarrow$ equação 3.2;

se $r < q_i$ **então**

 seleciona i ;

$i \leftarrow i + 1$;

fim

até $i = N$;

fim

3.6.2 Seleção por classificação

A classificação (*rank selection*) é um método alternativo que evita a convergência rápida do AG. Os indivíduos da população são classificados de acordo com sua aptidão e os valores esperados de cada indivíduo depende da sua classificação, ao invés de sua aptidão bruta.

A classificação linear é um método proposto por Baker (1985) onde cada indivíduo da população é classificada em ordem crescente de aptidão. O pior indivíduo recebe nota 1 e o melhor N . O restante da seleção é feita da mesma maneira que a roleta.

Descartar as informações da aptidão absoluta pode ter vantagens e desvantagens. A classificação evita dar à maior parte dos descendentes um pequeno grupo de indivíduos com alta aptidão. Isto evita a pressão seletiva quando a variância da aptidão é muito alta. Observa-se também que, quando a variância da aptidão é pequena, a razão dos valores esperados dos indivíduos da classificação i e $i + 1$ será a mesma se a diferença das suas aptidões brutas forem altas ou baixas (MITCHELL, 1998).

A Figura 3.4 compara o método da roleta com o método da seleção por classificação.

3.6.3 Seleção por Torneio

O torneio (*tournament selection*) é um método onde uma parcela de indivíduos da população é escolhida de forma aleatória. Esta parcela compete entre si, baseadas em suas

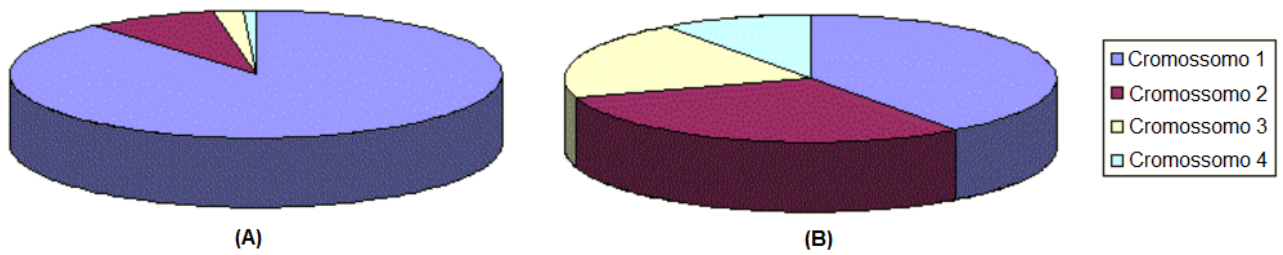


Figura 3.4 – (A) Método da roleta x (B) Método da classificação

aptidões. Aquele que possui a melhor nota é selecionado. Um parâmetro do tamanho de torneio k , define a quantidade de indivíduos selecionados para a competição.

A Figura 3.5 mostra como o melhor indivíduo da população é selecionado através do Torneio.

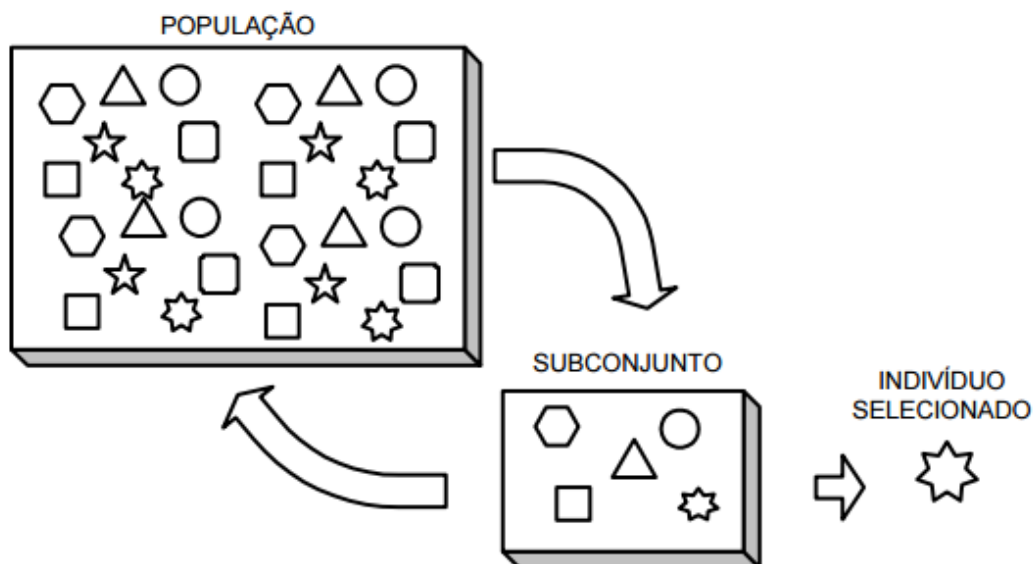


Figura 3.5 – Representação do Método do torneio com $k = 5$

O valor mínimo de k é dois, pois só assim existe competição. Se $k = N$ (tamanho da população), o vencedor é sempre o mesmo. Caso k seja um valor alto, os $N - k$ cromossomos tenderão a predominar, pois eles sempre possuirão maiores probabilidades de serem escolhidos.

O Algoritmo 3 apresenta o pseudocódigo correspondente a este método.

Algoritmo 3 Método do Torneio

Entrada: indivíduos da população

Saída: seleção dos indivíduos mais aptos

início

$N \leftarrow$ número de indivíduos da população;

$k \leftarrow$ parâmetro entre 2 e N de indivíduos a serem selecionados;

para $i = 1$ **até** N **faça**

para $j = 1$ **até** k **faça**

 gera r_j com valor aleatório entre 1 e k ;

fim

 seleciona $i(\max(f_{obj}(r_j)))$;

fim

fim

3.6.4 Elitismo e dizimação

O **elitismo** é um método que mantém uma pequena parcela dos indivíduos com maior aptidão da população. Por ser um método determinístico, este valor deve ser pequeno para a população não perder variabilidade genética ao passar das gerações.

De maneira semelhante, a **dizimação** é uma estratégia determinística que remove um número fixo de indivíduos de baixa aptidão. A simplicidade deste método enfrenta a desvantagem de eliminação de potenciais características genéticas. Algumas dessas características podem ser relevantes apesar de seu baixo valor de aptidão. Enquanto nos métodos estocásticos citados, indivíduos com baixa aptidão possuem a chance de serem selecionados.

Esta eliminação geralmente ocorre a partir de um período n_{diz} de gerações. Uma estratégia de pular a seleção nesta etapa, que deve ser aplicada com cuidado, pode ser inserida para aumentar a variabilidade genética da população.

3.7 Cruzamento

O cruzamento (*crossover*) responsabiliza-se pela troca de uma parcela de genes entre dois cromossomos selecionados. Desta troca, são gerados novos descendentes. [Goldberg \(1989\)](#) sugere que a probabilidade de cruzamento P_c seja igual ou superior à 60%. Isto simula uma ocorrência natural na qual a maioria dos casais possuem filhos. Com essa alta probabilidade, o cruzamento torna-se um operador fundamental para as novas gerações.

3.7.1 Cruzamento em codificação binária

O cruzamento pode ser realizado de diferentes maneiras. Uma maneira simples é a seleção aleatória de um gene do cromossomo onde os pais trocam materiais genéticos em

uma posição qualquer (Fig. 3.6).

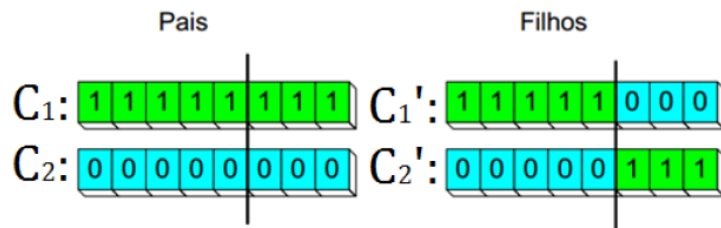


Figura 3.6 – Cruzamento em um único ponto (MOGNON, 2004, modificado)

Existem variações deste método. Pode ser realizado em dois pontos aleatórios (Fig. 3.7) ou mais.

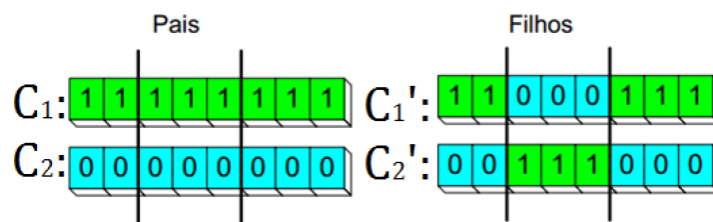


Figura 3.7 – Cruzamento em dois pontos (MOGNON, 2004, modificado)

Existe também a possibilidade do cruzamento em alelos aleatórios (Fig. 3.8).

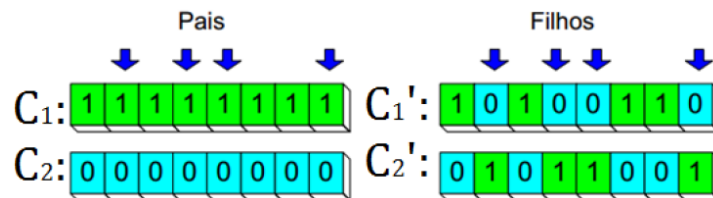


Figura 3.8 – Cruzamento em pontos aleatórios (MOGNON, 2004, modificado)

3.7.2 Cruzamento aritmético

O cruzamento aritmético (ou intermediário) busca uma analogia da representação binária. Os cromossomos são representado por números reais (GABRIEL; DELBEM, 2008). O cruzamento aritmético proposto por Michalewicz e Janikow (1991) cria novos alelos nos descendentes com valores intermediários aos dos pais. Uma combinação linear entre dois cromossomos x e y gera um descendente z a partir da seguinte expressão:

$$z = y + \beta(x - y) \quad (3.3)$$

sendo β um número aleatório pertencente ao intervalo $[0, 1]$. Este valor de β pode ser considerado fixo (por exemplo $\beta = 0,5$), caracterizando um cruzamento uniforme.

3.7.3 Cruzamento heurístico (HX)

O cruzamento heurístico (*heuristic crossover* - HX) avalia as informações de aptidão, para evitar que o cruzamento aritmético leve os genes para o centro do intervalo, de tal forma que (DEEP; THAKUR, 2007):

$$z = y + \beta(x - y) \quad (3.4)$$

sendo $f(y) > f(x)$ e $\beta \sim U(0, 1)$, onde U representa uma distribuição uniforme.

3.7.4 Blend crossover (BLX- α)

Uma outra abordagem é o **cruzamento de mistura** (*blend crossover* - BLX- α) (ESHELMAN; SCHAFFER, 1993; GOLDBERG, 1991).

Dado dois cromossomos x e y , um cromossomo z é produzido da seguinte forma:

$$z = x + \beta(y - x) \quad (3.5)$$

sendo $\beta \sim U(-\alpha, 1 + \alpha)$, onde U representa uma distribuição uniforme. Na literatura sugere-se $\alpha = 0, 5$ ou $0, 25$.

Este operador permite extrapolar a região de cruzamento dos pais. Por este motivo, ele atribui maior variabilidade genética durante a evolução das gerações. A Figura 3.9 mostra uma representação de como o espaço do *BLX- α* atua nesta estratégia evolutiva. É interessante ver que, ao se adicionar o parâmetro α , são adicionadas novas soluções ao espaço de busca.

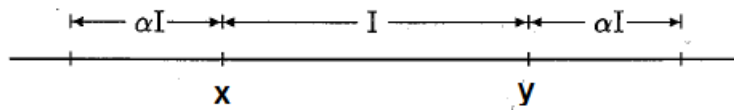


Figura 3.9 – *Blend crossover* - BLX- α (ESHELMAN; SCHAFFER, 1993, modificado)

3.7.5 Rayleigh crossover (RX)

O **cruzamento de Rayleigh** (*Rayleigh crossover* - RX) utiliza a distribuição de Rayleigh (LIM et al., 2014). Esta é uma distribuição de probabilidade contínua que gera descendentes aleatórios em pontos flutuantes.

Define-se a função de densidade de Rayleigh como:

$$f(x; s) = \frac{x}{s^2} e^{-x^2/2s^2}, x \geq 0 \quad (3.6)$$

sendo $s > 0$ o parâmetro de escala da distribuição. [Lim et al. \(2014\)](#) define, experimentalmente, o melhor valor $s = 3$.

Para utilizar esta distribuição, dois pais p_1 e p_2 produzem dois filhos y_1 e y_2 a partir das seguintes equações:

$$y_1 = p_1 \log(x) + p_2(1 - \log(x)) \quad (3.7)$$

$$y_2 = p_2 \log(x) + p_1(1 - \log(x)) \quad (3.8)$$

O filho y_1 (3.7) é definido mais perto do pai p_1 , enquanto o filho y_2 (3.8) do pai p_2 . Introduce-se o logaritmo para definir o contorno x , sendo $0 > x > 1$. O número da distribuição de Rayleigh x é gerado pela inversão da função de distribuição de Rayleigh (3.9).

$$|x| = \sqrt{-2s^2 \log_e(1 - U)} \quad (3.9)$$

sendo atribuído a x apenas os valores positivos. Portanto:

$$x = | -s(2 \ln(1 - U))^{1/2} | \quad (3.10)$$

3.8 Mutação

O operador de mutação modifica aleatoriamente um ou mais genes de um cromossomo através de uma taxa de mutação P_m . [Goldberg \(1989\)](#) sugere uma taxa de mutação de 5%. Geralmente são atribuídos valores pequenos para esta taxa, uma vez que este operador pode gerar um indivíduo muito pior que o original. Através da mutação, entretanto, são introduzidas informações novas ou que talvez tivessem sido perdidas nas iterações. A mutação busca fugir de máximos locais aumentando a probabilidade de se encontrar um máximo global.

Os operadores de mutação mais comuns para os pontos flutuantes são a mutação uniforme e a mutação Gaussiana. Encontra-se na bibliografia diversos tipos alguns listados abaixo:

3.8.1 Mutação em codificação binária

A mutação é um operador genético muito simples nos algoritmos binários. É necessário apenas a inversão do valor de um ou mais alelos aleatórios do cromossomo. A [Figura 3.10](#) ilustra a mutação em um único alelo.

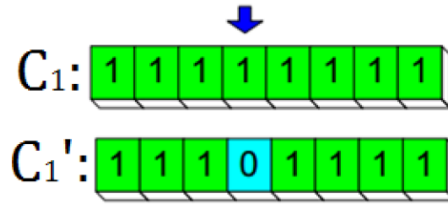


Figura 3.10 – Mutação em um único ponto (MOGNON, 2004, modificado)

3.8.2 Mutação uniforme

Para este tipo de mutação, o operador seleciona genes aleatórios $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ do cromossomo $C = [x_1, \dots, x_k, \dots, x_n]$. Gera-se um novo gene x'_k através de uma distribuição uniforme aleatória $U(L_i, L_s)$, respectivamente, os limites inferior L_i e superior L_s da restrição do gene x_k (GABRIEL; DELBEM, 2008).

3.8.3 Mutação de contorno

Neste tipo de mutação, um gene aleatório j é selecionado. Substitui-se este gene por um dos limites do intervalo $[L_i, L_s]$, da seguinte maneira:

$$x'_k = \begin{cases} L_i, & \text{se } r < 0,5 \text{ e } k = j \\ L_s, & \text{se } r \geq 0,5 \text{ e } k = j \\ x_k, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.11)$$

sendo $r \in U(0, 1)$.

Este operador evita que o cromossomo induza os genes para o centro do intervalo factível $[L_i, L_s]$

3.8.4 Mutação gaussiana

Este operador adiciona um valor aleatório ao cromossomo de acordo com uma distribuição gaussiana da seguinte forma:

$$x'_k = \begin{cases} N(x_k, \sigma), & \text{para } k = j \\ x_k, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.12)$$

sendo $N(x_k, \sigma)$ a distribuição normal com média x_k e desvio-padrão σ .

Este procedimento gera grande variabilidade nas soluções (das gerações seguintes), dificultando a convergência da solução para um mínimo (local ou global). Uma estratégia, a fim de diminuir esta variabilidade é reduzir progressivamente o desvio padrão σ à medida do número de gerações.

3.8.5 Mutação *creep* - uniforme

Este operador adiciona ao gene x_k um pequeno número aleatório ou multiplica-o por um número próximo de 1.

Este é um operador menos destrutivo usado para explorar localmente o espaço de busca. Provoca-se pequenas perturbações nos genes a fim de levá-los mais rapidamente para a convergência. Aplica-se em uma taxa um pouco mais alta que outros operadores de mutação ($P_m \approx 10\%$).

3.8.6 Mutação *creep* - não-uniforme

Substitui o gene por um número extraído de uma distribuição não-uniforme.

$$x'_k = \begin{cases} x_k + \Delta(i, L_s - x_k), & \text{se } z = 0 \\ x_k - \Delta(i, x_k - L_i), & \text{se } z = 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

sendo z um dígito binário aleatório (0 ou 1), L_i e L_s os limites inferiores e superiores do parâmetro x'_k . A função $\Delta(i, y)$ retorna um valor no intervalo $[0, y]$ tal que a probabilidade de $\Delta(i, y)$ inicia-se em zero e   incrementada de acordo com o número de gerações i , tal que:

$$\Delta(i, y) = y \cdot r \left(1 - \frac{i}{N_{ger}} \right)^b \quad (3.14)$$

sendo r um número gerado aleatoriamente no intervalo $[0, 1]$, N_{ger} o número máximo de gerações e b um parâmetro escolhido pelo usuário, que determina o grau de dependência com o número de gerações.

Esta propriedade leva o operador a realizar uma busca uniforme no espaço inicial (quando i é pequeno) e uma busca mais local   medida que o valor de i aumenta.

3.8.7 Quando usar os Algoritmos Genéticos?

Segundo [Mitchell \(1998\)](#), a literatura descreve um grande número de aplicações bem sucedidas, mas existem alguns casos em que a performance dos AGs não   tão boa. Muitos pesquisadores concluem que não existe uma resposta clara para essa pergunta, entretanto o histórico de aplicações dos AGs nos diz que se o espaço de busca   grande, ou se a função objetivo não é muito bem definida, o algoritmo pode demorar muito tempo para a convergência. Se o objetivo do problema for obter uma resposta exata (máximo global), o AG pode não ser a melhor ferramenta, pois muitas vezes encontramos soluções muito boas para um problema, mas que não necessariamente é a melhor de todas.

4 Ferramenta de Otimização via AGs

Neste capítulo descreve-se a implementação de uma ferramenta de otimização em AG e realiza-se uma análise exploratória para se apresentar considerações relevantes para o aprimoramento desta ferramenta. A linguagem *MATLAB* foi utilizada para o desenvolvimento de um *software* preliminar, devido a sua facilidade de implementação. Todos os algoritmos foram elaborados em uma CPU Intel Core i7-4790K, 4.40GHz, dispondo de 16 GB de RAM.

4.1 Implementação

Nesta seção, a implementação dos códigos pessoais dos principais operadores do AG é mostrada para a visualização do seu funcionamento. O seguinte fluxograma apresenta as estruturas criadas para a interpretação do AG.

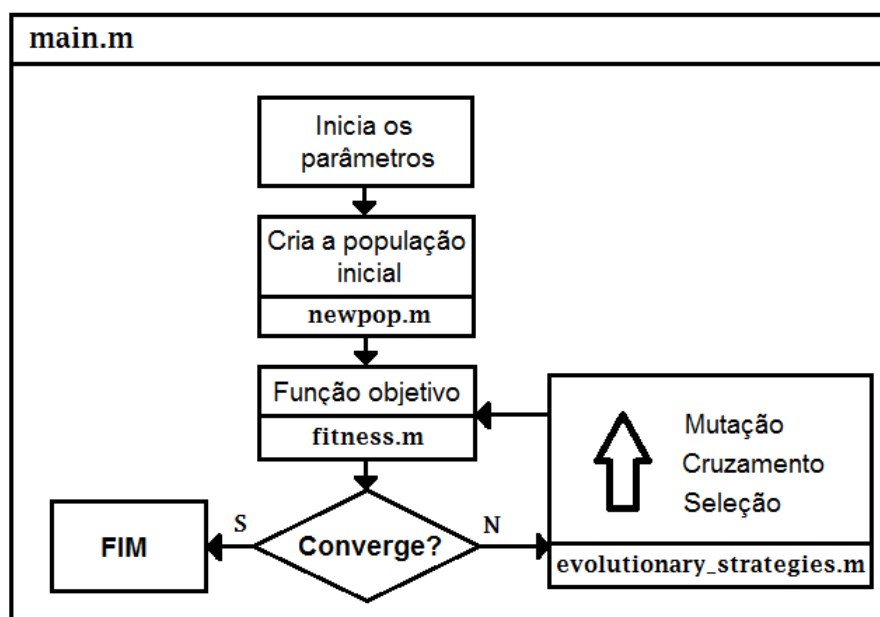


Figura 4.1 – Fluxograma das funções implementadas

A função *main.m* é a principal. Esta função chama todas as outras funções. Ela

inicializa os parâmetros; define os objetivos e limites das restrições; realiza as análises do problema (criação dos gráficos de convergência e dos objetivos).

A função *fitness.m* recebe as formulações analíticas do problema que se pretende otimizar, ela precisa ter como saída a nota (aptidão) de cada indivíduo.

As funções *newpop.m* e *evolutionary_strategies.m* são funções fixas que não necessitam ser editadas. *newpop.m* cria a população inicial e *evolutionary_strategies.m* realiza os operadores genéticos utilizados.

Cada uma destas funções é explicada a seguir. Os valores utilizados em sua descrição correspondem ao Estudo de Caso 2 (Seção 6).

4.1.1 A função *main.m*

A função *main.m* é organizada em uma série de etapas. Primeiramente os parâmetros são inicializados conforme o Algoritmo 4. Definem-se as variáveis de inicialização:

- N_{ger} - Número de gerações;
- N_{ind} - Número de indivíduos da população;
- N_{diz} - Número de gerações decorridas para o acontecimento da dizimação;
- p_{diz} - Porcentagem de indivíduos da população que serão dizimados;
- p_{elit} - Porcentagem de indivíduos da população que serão mantidos para a próxima geração;
- p_m - Probabilidade de mutação;
- p_c - Probabilidade de cruzamento.

Algoritmo 4 *main.m*: Inicialização dos parâmetros

```
1 % Algoritmo Genético utilizando pontos flutuantes
2 clear; clf; clc; close all;
3
4 t = cputime;      % Calcula o tempo computacional
5 addpath fix      % Lê a pasta fix
6
7 %% Parâmetros da Otimização:
8
9 N_ger = 50000;    % Número de gerações
10 N_ind = 150;     % Número de cromossomos/geração
11 N_diz = 100;     % Número de gerações para que ocorra a dizimação
12 p_diz = 0.2;     % Probabilidade de dizimação
13 p_elit = 0.02;   % Probabilidade de elitismo
14 p_m = 0.04;     % Probabilidade de mutação
15 p_c = 0.6;      % Probabilidade de crossover
```

O Algoritmo 5 define o objetivo s_{obj} a ser alcançado e os limites inferiores e superiores $CromLim = [L_I^i, L_S^i]$ de cada gene i . Com as informações do $CromLim$ e N_{ind} cria-se a população inicial partir da função $newpop.m$.

Algoritmo 5 *main.m*: Objetivos, restrições, geração da população inicial e chamada das outras funções

```

1 %% Objetivo da otimização:
2     %s1 s2 s3 s4 s5 s6 s7 s8 s9 s10 s11 s12 s13 s14 s15
3 s_obj = [1.8 1.8 2.8 1.5 0.8 1.3 1.5 1.7 2.8 4.5 7.1 9.3 13.5 15.5 7.8];
4
5 %% Restrições do Problema (Limite inferior e superior p/ s1, s2, ...
6     ..., s15):
7 CromLim = [0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; ...
8             0.5 17;
9             0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; 0.5 17; 0.5 17];
10
11 %% Gerando a população inicial:
12 pop = newpop(N_ind,CromLim);
13
14 for i=1:N_ger
15     % Cálculo do fitness de cada individuo:
16     fit = fitness(pop,w,q_obj,n_freq,m);
17
18     % Estratégias evolutivas
19     pop = evolution_strategies(pop,fit,p_elit,p_m,p_c,CromLim);
20
21     % Determinação do melhor individuo e sua posição
22     [best,best_pos] = max(fit);
23     melhor(i) = best; medio(i) = mean(fit);
24     fittest = pop(best_pos,:);
25
26     % Dizimação
27     if mod(i,N_diz)==0
28         pop(round(N_ind*(1-p_diz))+1:N_ind,:) = ...
29             newpop(N_ind-round(N_ind*(1-p_diz)),CromLim);
30     end
31 end

```

O laço *for* realiza o ciclo das iterações referente ao número de gerações N_{ger} para o funcionamento do AG.

Este algoritmo não possui critério de erro ε de parada. Ele é interrompido apenas ao final de todas as gerações N_{ger} calculadas. Os cromossomos são avaliados pela função objetivo $fitness.m$. Após atribuída suas notas de aptidão, aplicam-se as estratégias evolutivas para se criar uma nova geração de descendentes pop . Nesse trecho do algoritmo determina-se o melhor indivíduo e armazenam-se as informações evolutivas dessa geração.

A dizimação ocorre após as estratégias evolutivas após um certo número de gerações N_{diz} . Ela exclui uma parcela dos piores indivíduos e acrescenta uma população nova em seu lugar em função de uma porcentagem P_{diz} .

4.1.2 A função *newpop.m*

A função *newpop.m* (Algoritmo 6) Gera uma população aleatória a partir de um conjunto de restrições *CromLim*. Ela ocorre no ponto de partida do AG e em algumas estratégias evolutivas, tais como dizimação, cruzamento e mutação.

Algoritmo 6 *newpop.m*: gera uma nova população a partir de um conjunto de restrições *CromLim*

Entrada: Número de indivíduos da população N_{ind} ; conjunto de restrições *CromLim*;

Saída: População de cromossomos aleatórios;

```
1 %% Cria população inicial
2
3 function pop = newpop(Nind,CromLim)
4     Ncrom = length(CromLim(:,1));
5     pop = zeros(Nind,Ncrom);
6     for i = 1:Nind
7         for j=1:Ncrom
8             Li=CromLim(j,1); Ls=CromLim(j,2);
9             pop(i,j)=rand*(Ls-Li)+Li;
10        end
11    end
12 end
```

4.1.3 A função *evolutionary_strategies.m*

O Algoritmo 7 apresenta a seleção utilizando o método da roleta. Nesta etapa é possível utilizar qualquer outro método de seleção apresentado na Seção 3.6.

Algoritmo 7 *evolutionary_strategies.m*: Seleção pelo Método da Roleta

Entrada: Número de indivíduos da população N_{ind} ; aptidão *fit* dos indivíduos da população;

Saída: Seleção dos indivíduos (*seleciona*);

```
1 %% Seleção, Elitismo, Cruzamento e Mutação
2 function new_pop = evolution_strategies(pop,fit,p_elit,p_m,p_c,CromLim)
3
4     N_ind = length(fit);
5     N_elit = round(N_ind*p_elit);
6     new_pop = zeros(size(pop));
7
8     %% Seleção (Roulette-Wheel):
9     P = fit/sum(fit);
10    r = rand(N_ind,1);
11    j = 1;
12    for i = 1:N_ind
13        q(i) = sum(P(1:i)); % Probabilidades Acumuladas
14        if r(i) < q(i)
15            seleciona(j) = i;
16            j=j+1;
17        end
18    end
```

O Algoritmo 8 apresenta o elitismo. Este mantém uma pequena porcentagem P_{elit} dos indivíduos mais aptos para as próximas gerações.

Algoritmo 8 *evolutionary_strategies.m*: Elitismo

Entrada: Número de indivíduos de elite N_{elit} ; cromossomos da geração atual pop ; aptidão fit dos indivíduos da população;

Saída: Seleção dos indivíduos de elite;

```

1      %% Elitismo:
2      [~, pos] = sort(fit, 'descend');
3      for i = 1:N_elit
4          new_pop(i, :) = pop(pos(i), :);
5      end

```

Por último o Algoritmo 9 realiza o Cruzamento BLX- α e a Mutação Creep.

Algoritmo 9 *evolutionary_strategies.m*: Cruzamento (BLX- α) e Mutação Creep

Entrada: Probabilidade de mutação P_m ; probabilidade de cruzamento P_c ; cromossomos da geração atual pop ; aptidão fit dos indivíduos da população; geração de nova população $newpop.m$; indivíduos selecionados (*seleciona*);

Saída: Aplicação do cruzamento e mutação;

```

1      %% Cruzamento e Mutação
2      i = i+1;
3      while i ≤ N_ind
4          if p_m ≤ rand
5              pos_pai = seleciona(round(rand.*((j-1)-1)+1));
6              pos_mae = seleciona(round(rand.*((j-1)-1)+1));
7              pai = pop(pos_pai, :);
8              mae = pop(pos_mae, :);
9              if p_c ≥ rand
10                 alpha = 0.25;
11                 a2 = -alpha; b2 = 1+alpha;
12                 beta = a2 + (b2-a2).*rand;
13                 new_pop(i, :) = pai+beta*(mae-pai);
14                 for k=1:size(CromLim,1)
15                     if new_pop(i,k)<CromLim(k,1)
16                         new_pop(i,k)=CromLim(k,1);
17                     end
18                     if new_pop(i,k)>CromLim(k,2)
19                         new_pop(i,k)=CromLim(k,2);
20                     end
21                 end
22             else
23                 if fit(pos_pai)>fit(pos_mae)
24                     new_pop(i, :) = pai;
25                 else
26                     new_pop(i, :) = mae;
27                 end
28             end
29         else
30             new_pop(i, :) = newpop(1,CromLim);
31         end
32         i=i+1;
33     end

```

4.2 Análise Exploratória

Esta seção realiza considerações importantes sobre algumas decisões implementadas na versão final do AG desta dissertação.

4.2.1 Codificação Binária vs Codificação Real

A primeira versão desta ferramenta genética (COLHERINHAS; DIAS, 2014) utilizou codificação binária. Percebeu-se neste trabalho a necessidade da sua tradução para a codificação real devido ao tempo computacional e problemas de convergência.

Ao se comparar a codificação real à binária, encontram-se conclusões semelhantes na literatura (BALIEIRO, 2008; RODRIGUES, 2007) que o uso de pontos flutuantes é superior à codificação binária. A solução final obtida é mais próxima ao ótimo global. O AG binário obteve, em algumas situações, uma convergência prematura para um valor local, enquanto o AG com codificação real continuou evoluindo para o ótimo global. Esse desempenho se deve à precisão da busca real em relação à binária, devido ao uso de variáveis contínuas (RAHMAT-SAMII; MICHELSEN, 1999). Por esses motivos, a ferramenta genética desenvolvida nessa dissertação apresenta codificação utilizando pontos flutuantes.

4.2.2 *Blend crossover* (BLX- α) e a mutação *Creep* uniforme

O Estudo de Caso 1 (Seção 5) utiliza-se de estratégias evolutivas clássicas: (a) cruzamento aritmético e (b) mutação uniforme. Feita essas considerações, o algoritmo converge de maneira precisa e rápida, utilizando poucos indivíduos/gerações (número de gerações $N_{ger} < 80$ e número de indivíduos/geração $N_{ind} = 150$). A velocidade consumida para cada otimização ($N_{ger} = 200$ e $N_{ind} = 150$) é impressionante. O tempo computacional médio consumido é de $t_{cpu} \approx 7,3s$.

Ao se aplicar o mesmo algoritmo, sobre as 15 variáveis do Estudo de Caso 2 (Capítulo 6), o tempo computacional tornou-se praticamente inviável. Cada ensaio durava mais de dois dias para alcançar soluções relativamente grosseiras. Após esta experiência o algoritmo precisou ser aprimorado.

Primeiramente algumas técnicas computacionais foram aplicadas: (a) pré-alocação de todas as variáveis; (b) realização de cálculos matriciais por *MATLAB*, eliminando algumas estruturas de repetição (laços *for* e *while*); e (c) processamento paralelo (*parfor*), para a solução da função objetivo. Foi obtido uma redução de aproximadamente 5 vezes o t_{cpu} , mas sem sucesso para a obtenção de solução próximo ao ótimo global.

Essas dificuldades impulsionaram a implementação de outras estratégias na ferramenta AG a fim de solucionar problemas de otimização com muitos genes e de difícil convergência. Isto motivou o uso do *blend crossover* (Seção 3.7.4) e da mutação *creep*

(Seção 3.8.5). Essas estratégias evolutivas ampliam o espaço de busca e aprimoram o processo computacional. Utilizando a combinação desses dois operadores, o problema da convergência e de custo computacional foram resolvidos.

5 Estudo de Caso 1: Controle passivo de Torre Eólica através de Amortecedor de Massa Sintonizada do tipo Pendular

Com o objetivo de otimizar a redução da vibração estrutural de torres eólicas, a dinâmica do comportamento da estrutura principal acoplada a um sistema de controle passivo, conhecido como Amortecedor de Massa Sintonizada (TMD - *Tuned Mass Damper*), é analisada. Especificamente, estuda-se o comportamento da estrutura principal acoplada a um TMD do tipo pendular, descrito por um modelo dois graus de liberdade (2-GdL). Este sistema é adimensionalizado e realiza-se uma análise de sensibilidade dos parâmetros de massa e comprimento do pêndulo, em função dos picos de resposta em frequência obtidos pela modelagem 2-GdL. Através do mapa de respostas obtido por este estudo, uma metodologia de projeto é proposta utilizando a ferramenta de AG, a fim de se determinar as configurações ótimas para o projeto de um TMD pendular. Uma metodologia de projeto é realizada e um estudo de caso é feito.

5.1 Colocação do problema

Com a finalidade de preservar o meio ambiente a geração de energia eólica é uma medida viável e atrativa para a produção de energia.

A turbina eólica é suportada por uma torre que recebe vibrações excessivas provocadas pela turbina e ação do vento, devido à sua geometria e grande altura. A análise do comportamento estrutural da torre é de grande importância devido ao seu custo, que pode representar aproximadamente 20% do custo total do sistema (MORAIS et al., 2009).

Com os avanços das técnicas construtivas, os progressos de análise e dimensionamento estrutural tornaram-se um estudo interessante para estruturas altas e esbeltas. Estas estruturas, no entanto, são mais vulneráveis a vibrações excessivas devido à ação de cargas dinâmicas tais como terremotos, ventos, tempestades, ondas, etc.

Uma opção alternativa amplamente estudada nos últimos anos é o controle estrutural. Este controle classifica-se como passivo, ativo, híbrido ou semi-ativo. Vários pesquisadores têm estudado o uso do controle estrutural para ajudar a suprimir as vibrações induzidas pelo vento em torres eólicas (NIGDELI; BEKDAŞ, 2016; AVILA et al., 2016; STEWART; LACKNER, 2014; LACKNER; ROTEA, 2011).

Para minimizar essas vibrações, o controle estrutural TMD-Pendular é implementado. O TMD é um dispositivo de controle passivo composto por um amortecedor massa-mola fixo na estrutura principal, objetivando a redução da resposta de vibração estrutural (SOONG; DARGUSH, 1997). Este controle passivo, entretanto, precisa ser sintonizado de maneira adequada a fim desse atuar como um absorvedor. Caso contrário a amplitude de vibração da torre eólica pode ser amplificada.

Neste trabalho, desenvolve-se uma metodologia de projeto para turbinas eólicas que permite a seleção de configurações ótimas de pêndulo para minimizar os picos de frequência da torre. A rigidez, amortecimento, comprimento e massa são os parâmetros do pêndulo a serem identificados. As configurações ótimas do TMD são identificadas através do mapa composto pelos picos de resposta em frequência da torre, obtido pela análise de sensibilidade da formulação teórica. A modelagem do conjunto torre+TMD-Pendular é realizada analiticamente (2-GdL) e logo após é comparada à modelos numéricos através do método de elementos finitos (FEM - *Finite Element Method*), utilizando elementos de viga e casca (AVILA et al., 2009; SHZU et al., 2015).

5.2 Modelo analítico

O movimento da torre (Fig. 5.1), é considerado como o de uma viga em balanço de Euler-Bernoulli, descrita por:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial z^2} \right) + \rho \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial t^2} = F(z, t) \quad (5.1)$$

sendo $w(z, t)$ o deslocamento normal da viga, z a distância ao longo do eixo da viga, ρ a massa por unidade de comprimento da viga, F a força externa por unidade de comprimento aplicada na direção de w , E o Módulo de Young, I momento de inércia de área para flexão.

Em um caso geral, a área e a massa por unidade de comprimento variam ao longo da viga. Por simplificação, estas variáveis são constantes ao longo da viga.

As condições de contorno para a viga são dadas por:

$$\begin{aligned} w(0, t) &= \partial_z w(0, t) = 0 \\ EI \partial_z^2 w(0, t) &= \omega_n^2 \Phi'(L) J_M \\ EI \partial_z^3 w(L, t) &= \omega_n^2 \Phi(L) M \end{aligned} \quad (5.2)$$

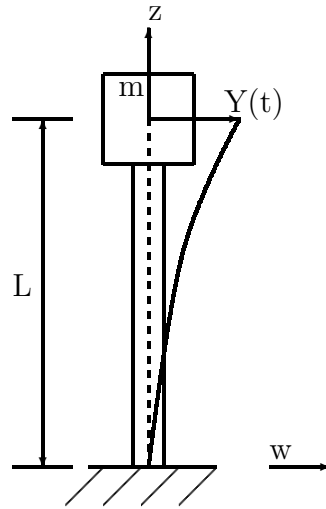


Figura 5.1 – Descrição de uma viga em balanço com uma massa m em sua extremidade

sendo M e J_M a massa concentrada na extremidade livre e a inércia rotativa correspondente à extremidade livre, respectivamente.

5.2.1 Redução de ordem

O comportamento dinâmico de uma torre esbelta modela-se através de equações diferenciais parciais que descrevem a dinâmica de uma estrutura contínua. Um tratamento teórico da análise modal é obtido pela literatura (MEIROVITCH, 1967; MORAIS et al., 2009).

Separando a função espaço-temporal dada por $w(z, t) = \Phi(z)Y(t)$ e aplicando o método de Fourier na equação de vibração livre associada, obtemos:

$$\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} = -\frac{m}{EI} \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = \text{const.} \quad (5.3)$$

As soluções da Eq. (5.3) são:

$$\Phi(z) = C_1 \sin \alpha z + C_2 \cos \alpha z + C_3 \sinh \alpha z + C_4 \cosh \alpha z \quad (5.4)$$

$$Y(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t, \text{ with } n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.5)$$

sendo $\omega_n = (n^2 \pi^2 / L^2) \sqrt{EI/m}$ a frequência natural de vibração e $\alpha_n = \omega_n^2 m / EI$.

Com as condições de contorno da Eq. (5.2) e $J_M = 0$, determina-se as constantes A , B e C_i , $i = 1, 2, 3, \dots$. Assim as condições espaciais da viga com a massa na ponta são determinadas, obtendo-se (MURTAGH; BASU; BRODERICK, 2004):

$$\frac{\Phi_n(z)}{C_1} = \sin \alpha_n z - \sinh \alpha_n z + \left(\frac{\sin \alpha_n z + \sinh \alpha_n z}{\cos \alpha_n z + \cosh \alpha_n z} \right) (\cosh \alpha_n z - \cos \alpha_n z) \quad (5.6)$$

Para se determinar o sistema de 1-GdL equivalente, para sistemas dinâmicos com rigidez e massa distribuídas, Paz e Leigh (2012) assume o primeiro modo como:

$$w(z, t) = Y(t)\Phi(z) = Y(t)\left[1 - \cos \frac{\pi z}{2L}\right] \quad (5.7)$$

Substituindo (5.7) em (5.1), obtemos:

$$M_s \ddot{Y} + K_s Y = F \quad (5.8)$$

Com isto, a rigidez e massa generalizadas da torre são computadas, respectivamente, pelas Eqs. (5.9) e (5.10).

$$K_s = \int_0^L EI[\Phi''(z)]^2 dz = \int_0^L EI \frac{\pi^4}{16L^4} \cos^2 \frac{\pi z}{2L} dz \Leftrightarrow K^* = \frac{\pi^4}{32L^3} EI \quad (5.9)$$

$$M_s = M + \int_0^L \left(1 - \cos \frac{\pi z}{2L}\right)^2 dz = M + \frac{mL}{2\pi}(3\pi - 8) \Leftrightarrow M^* = \frac{mL}{2\pi} \left[\pi \left(3 + 2\frac{L_e}{L}\right) - 8\right] \quad (5.10)$$

sendo que a massa do topo $M_s = mL_e$ é definida como proporcional ao comprimento equivalente L_e .

5.2.2 Modelo 2-GdL Analítico: TMD Pendular acoplado à torre eólica

Com o sistema principal reduzido a um modelo de 1-GdL correspondente ao modo a ser controlado (SOONG; DARGUSH, 1997), acopla-se a ação dinâmica do TMD Pendular. Obtém-se um sistema discreto com 2-GdL descrito esquematicamente pela Fig. 5.2.

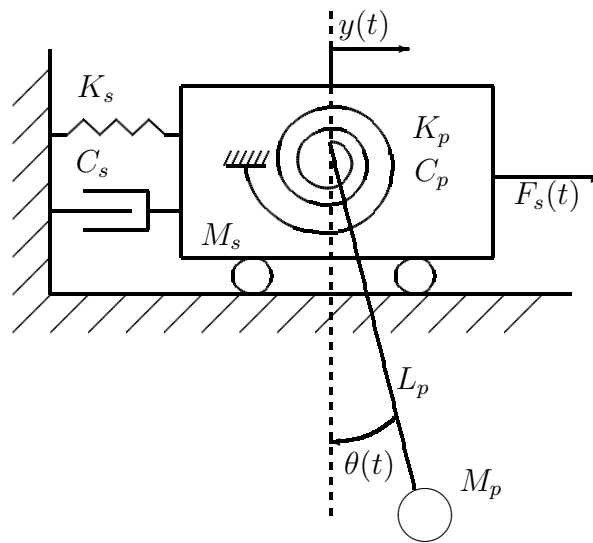


Figura 5.2 – Estrutura com um pendulo linear fixo: excitação devido à força $F_s(t)$.

Considerando pequenos deslocamentos, as equações de movimento do sistema são dadas por:

$$\begin{aligned} (M_s + M_p)\ddot{y} + M_p L_p \ddot{\theta} + C_s \dot{y} + K_s y &= F_s(t) \\ M_p L_p \ddot{y} + M_p L_p^2 \ddot{\theta} + C_p \dot{\theta} + (K_p + M_p g L_p)\theta &= 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Podemos reescrever essas equações na forma matricial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} (M_s + M_p) & M_p L_p \\ M_p L_p & M_p L_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & (K_p + M_p g L_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

sendo M_s a massa do sistema principal, C_s o amortecimento do sistema principal, K_s a rigidez do sistema principal, M_p a massa do pêndulo, C_p o amortecimento do pêndulo, K_p a rigidez do pêndulo, L_p o comprimento do pêndulo, g a aceleração local da gravidade, $F_s(t) = F_{s0}e^{i\omega t}$ a força de excitação, $y(t)$ o deslocamento do sistema principal e $\theta(t)$ o deslocamento angular do pêndulo.

Considerando a solução permanente, ou seja, $F_s(t) = e^{i\omega t}$ e fazendo $y(t) = H_y(\omega)e^{i\omega t}$ e $\theta(t) = H_\theta(\omega)e^{i\omega t}$, sendo $H_y(\omega)$ a função de resposta da estrutura no domínio da frequência, $H_\theta(\omega)$ a função de resposta do pêndulo no domínio da frequência, ω a frequência de excitação e t o tempo, substituímos essas considerações em (5.12) para obter o sistema de equações lineares dado por:

$$\begin{bmatrix} -(M_s + M_p)\omega^2 + C_s i\omega + K_s & -M_p L_p \omega^2 \\ -M_p L_p \omega^2 & -M_p L_p^2 \omega^2 + C_p i\omega + (K_p + M_p g L_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_y(\omega) \\ H_\theta(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Resolvendo o sistema de equações lineares (5.13) de maneira similar à literatura (ZULUAGA, 2007), obtemos as funções de resposta $H_y(\omega)$ e $H_\theta(\omega)$ no domínio da frequência:

$$H_y(\omega) = \frac{A_{y0} + A_{y1}\omega + A_{y2}\omega^2}{B_0 + B_1\omega + B_2\omega^2 + B_3\omega^3 + B_4\omega^4} \quad (5.14)$$

$$H_\theta(\omega) = \frac{A_{\theta0} + A_{\theta1}\omega + A_{\theta2}\omega^2}{B_0 + B_1\omega + B_2\omega^2 + B_3\omega^3 + B_4\omega^4} \quad (5.15)$$

sendo $A_{y0} = L_p M_p g + K_p$; $A_{y1} = i C_p L_p^2$; $A_{y2} = -L_p^2 M_p$; (Estrutura)

$$A_{\theta0} = 0; A_{\theta1} = 0; A_{\theta2} = L_p M_p; \text{ (Pêndulo)}$$

$$B_0 = K_s (K_p + L_p M_p g);$$

$$B_1 = i (C_s K_p + C_p K_s L_p^2 + C_s L_p M_p g);$$

$$B_2 = -(K_p M_p + K_p M_s + C_p C_s L_p^2 + K_s L_p^2 M_p + L_p M_p^2 g + L_p M_p M_s g);$$

$$B_3 = -i L_p^2 (C_p M_s + C_s M_p + C_p M_p);$$

$$B_4 = L_p^2 M_p M_s;$$

5.2.3 Adimensionalização do 2-GdL Analítico

O sistema (5.11) pode ser reescrito na forma adimensional utilizando as seguintes variáveis (OLIVEIRA; BRITO; AVILA, 2013):

$$\begin{aligned} \alpha &= \omega_p/\omega_s & \beta &= \omega/\omega_s & \delta &= L/H \\ \mu &= M_p/M_s & \eta &= y/H & \tau &= \omega_s t. \end{aligned} \quad (5.16)$$

sendo as relações adimensionais α entre a frequência natural do pêndulo, ω_p , e a frequência natural da estrutura, ω_s ; β entre a frequência de excitação, ω , e a frequência natural da estrutura, ω_s ; δ entre o comprimento do cabo, L_p , e altura da estrutura, H ; μ entre a massa do pêndulo, M_p , e a massa da estrutura, M_s ; η entre o deslocamento relativo do sistema principal em relação à base, y , e a altura da estrutura, H ; τ a adimensionalização temporal em função da frequência natural da estrutura; ξ_p a razão de amortecimento do pêndulo; ξ_s a razão de amortecimento da estrutura; $\omega_p = \sqrt{(K_p + M_p g L)/M_p L^2}$ a frequência natural do pêndulo; $\omega_s = \sqrt{K_s/M_s}$ a frequência natural da estrutura; $f_s(t) = F_s(t)/M_s \omega_s^2 H$ a adimensionalização da Força $F_s(t)$.

Seja $y(t) = y$, $\theta(t) = \theta$, $\eta(\tau) = \eta$ e $\Theta(\tau) = \Theta$, as equações adimensionalizadas (5.17) são obtidas considerando $y = \eta H$, $\dot{y} = \dot{\eta} \omega_s H$, $\ddot{y} = \ddot{\eta} \omega_s^2 H$, $\theta = \Theta H$, $\dot{\theta} = \dot{\Theta} \omega_s H$ e $\ddot{\theta} = \ddot{\Theta} \omega_s^2 H$.

$$\begin{aligned} (1 + \mu)\ddot{\eta} + 2\xi_s \dot{\eta} + \eta + \mu\delta\ddot{\Theta} &= f_s(t) \\ \mu\ddot{\eta} + \mu\delta\ddot{\Theta} + 2\xi_p \alpha \delta \mu \dot{\Theta} + \alpha^2 \mu \delta \Theta &= 0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

Seja $H_\eta(\beta) = H_\eta$, $H_\Theta(\beta) = H_\Theta$ e $f_s(t) = e^{i\omega\tau/\omega_s} = e^{i\beta\tau}$, as equações de (5.18) são obtidas considerando $\eta = e^{i\beta\tau} H_\eta$, $\dot{\eta} = i\beta e^{i\beta\tau} H_\eta$, $\ddot{\eta} = -e^{i\beta\tau} H_\eta$, $\Theta = e^{i\beta\tau} H_\Theta$, $\dot{\Theta} = i\beta e^{i\beta\tau} H_\Theta$ e $\ddot{\Theta} = -\beta^2 e^{i\beta\tau} H_\Theta$.

$$\begin{aligned} -(1 + \mu)\beta^2 H_\eta - \mu\delta H_\Theta + 2i\xi_s \beta H_\eta + H_\eta &= 1 \\ -\mu\delta\beta^2 H_\eta - \mu\delta^2 \beta H_\Theta + 2i\xi_p \alpha \beta \delta^2 \mu H_\Theta + \alpha^2 \mu \delta^2 H_\Theta &= 0 \end{aligned} \quad (5.18)$$

Podemos reescrever essas equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -\beta^2(1 + \mu) + 2i\xi_s \beta + 1 & -\beta^2 \delta \mu \\ -\beta^2 \delta \mu & -\beta^2 \delta^2 \mu + 2i\xi_p \alpha \beta \delta^2 \mu + \alpha^2 \delta^2 \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_\eta(\beta) \\ H_\Theta(\beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

As funções de resposta $H_\eta(\beta)$ e $H_\Theta(\beta)$ no domínio da frequência são obtidas resolvendo o sistema de equações lineares (5.19) de maneira similar à bibliografia (OLIVEIRA; BRITO; AVILA, 2013):

$$H_\eta(\beta) = \frac{C_{\eta 0} + C_{\eta 1} \beta + C_{\eta 2} \beta^2}{D_0 + D_1 \beta + D_2 \beta^2 + D_3 \beta^3 + D_4 \beta^4} \quad (5.20)$$

$$H_\Theta(\beta) = \frac{C_{\Theta 0} + C_{\Theta 1} \beta + C_{\Theta 2} \beta^2}{D_0 + D_1 \beta + D_2 \beta^2 + D_3 \beta^3 + D_4 \beta^4} \quad (5.21)$$

sendo $C_{\eta_0} = -\alpha^2$; $C_{\eta_1} = -2i\xi_p\alpha$; $C_{\eta_2} = 1$; (Estrutura)

$C_{\Theta_0} = 0$; $C_{\Theta_1} = 0$; $C_{\Theta_2} = -1/\delta$; (Pêndulo)

$D_0 = -\alpha^2$;

$D_1 = -2i(\xi_p\alpha + \xi_s\alpha^2)$;

$D_2 = 1 + \alpha^2 + \alpha^2\mu + 4\alpha\xi_p\xi_s$;

$D_3 = 2i(\xi_s + \xi_p\alpha + \xi_p\alpha\mu)$;

$D_4 = -1$;

5.3 Análise de sensibilidade - Mapas de respostas

Quatro parâmetros definem o comportamento dinâmico do pêndulo: comprimento L_p , massa M_p , amortecimento C_p e rigidez K_p .

Para estudar a sensibilidade dessas variáveis, definiu-se uma função objetivo que avalia as configurações do pêndulo através de um único parâmetro. Um ótimo indicador de vibrações excessivas da torre é a sua resposta em frequência $H_y(\omega)$. Buscando-se reduzir os picos de resposta em frequência da torre, avaliou-se o comportamento da estrutura para diferentes configurações de pêndulo.

Ao se definir funções objetivos podemos utilizar diversas ferramentas de otimização. Mas antes de atacar o problema aplicando o AG a estes quatro parâmetros, define-se um “mapa” de soluções do comprimento do pêndulo L_p e da razão de massa $\mu = M_p/M_s$ em função da amplitude máxima de resposta $\max(H_y(\omega))$. Estas amplitudes contém os valores máximos das FRFs obtidas por análise harmônica através das combinações de L_p e μ .

Para o presente estudo, avalia-se uma torre com altura $H = 60m$, construída de aço (módulo de elasticidade $E = 2,1 \cdot 10^{11} N/m^2$ e densidade $\rho_{aço} = 7850 kg/m^3$), diâmetro externo $d_e = 3m$ e uma espessura $e = 0,015m$ (portanto diâmetro interno $d_i = d_e - 2e = 2,97m$). A inércia da estrutura é calculada como sendo $I = \pi(d_o^4 - d_i^4)/64$. A torre carrega o sistemas de nacele e rotor com massa de $19876kg$. Este é um modelo simples que representa dimensões realísticas de uma torre, estudado por [Murtagh, Basu e Broderick \(2004\)](#), [Avila et al. \(2009\)](#) e [Shzu et al. \(2015\)](#).

Aplicando-se essas considerações, a rigidez e massa generalizada da estrutura são obtidas através das Eqs. (5.9) e (5.10), respectivamente, $K_s = 463671,26 N/m$ e $M_s = 34899,6 kg$. O amortecimento da torre é considerado desprezível $C_s \approx 0$. A massa, rigidez torcional e o amortecido do pêndulo são, respectivamente, $M_p = 9198,6 kg$, $K_p = 1247900 N/m$ e $C_p = 9024,9 Nms$.

Considerando estes critérios de design, a Fig. 5.3 apresenta o mapa de respostas. Nota-se um vale neste mapa. Este locus geométricos corresponde às combinações ótimas de TMD-pendular, excluindo a existência de um ótimo global.

O mapa de resposta na vista superior (Fig. 5.4) mostra mais claramente a forma curvilínea do locus de soluções ótimas. Para a massa pendular $M_p = 9198,6kg$, efetua-se uma marcação no mapa de resposta no ponto $L_p = 4m$ e $\mu = 0,26$ referente aos valores de projeto (SHZU et al., 2015).

Outra marcação foi realizada sobre esta figura considerando a mesma razão de massas $\mu = 0,26$. A despeito da solução para $L_p = 4,00m$ não ser ótima, a ordem de grandeza é bastante semelhante, como mostrado a seguir:

$$\text{Para } L_p = 4,00: H_y(\omega) = e^{-8,804} = 1,51 \cdot 10^{-4}m.$$

$$\text{Para } L_p = 4,36: H_y(\omega) = e^{-9,057} = 1,16 \cdot 10^{-4}m.$$

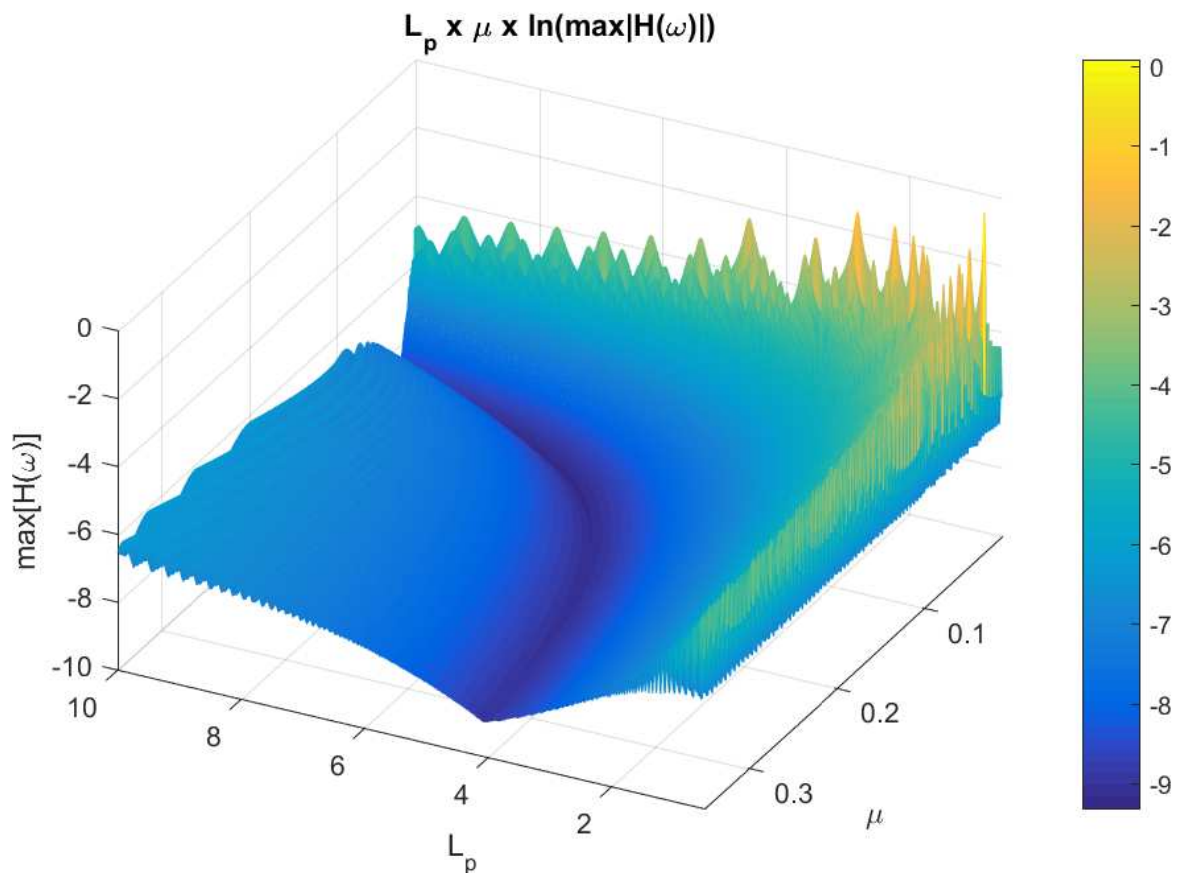


Figura 5.3 – Mapa dos picos máximos de resposta em frequência em função com comprimento do pêndulo L_p e da razão de massas μ

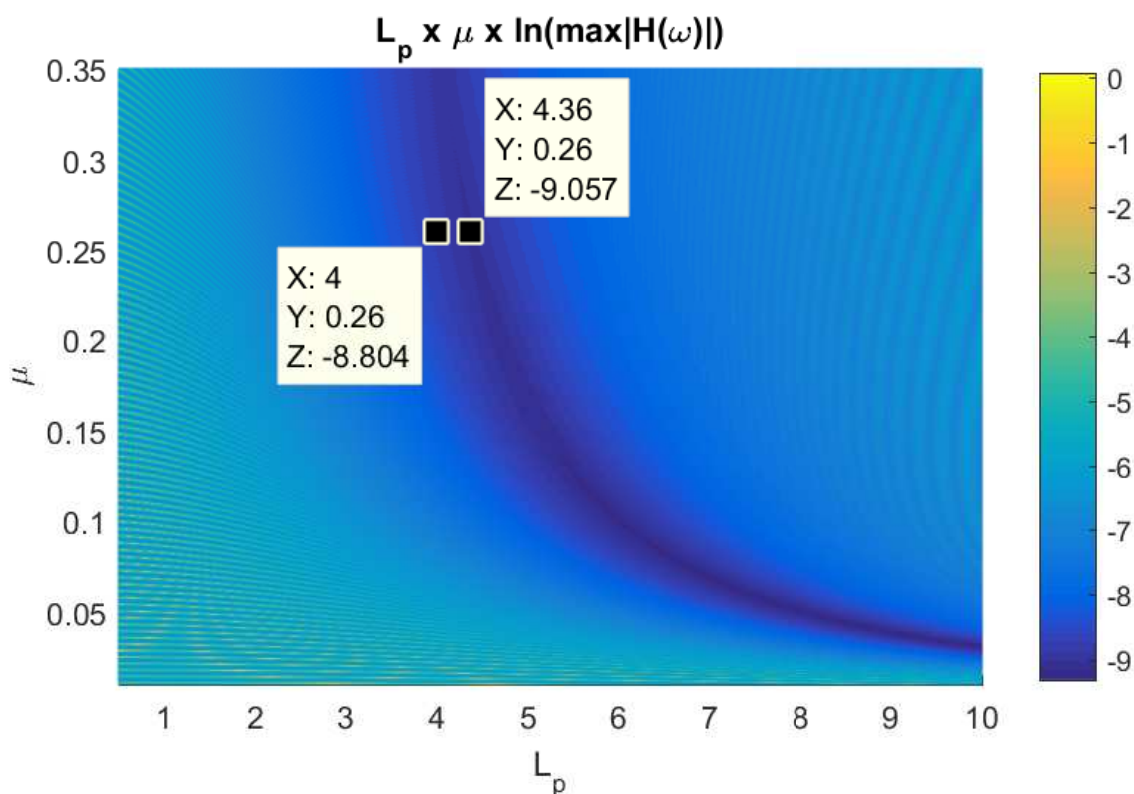


Figura 5.4 – Vista L_p vs. μ do mapa dos picos máximos de resposta em frequência

5.3.1 Influência da variação do amortecimento C_p do pêndulo

Para estudar a sensibilidade da variável do amortecimento torcional sobre a dinâmica da estrutura, atribuiu-se os valores de $C_p = \{5000, 7500, 10000, 12500, 15000\} Nms$. O valor da rigidez foi considerado como sendo o mesmo utilizado anteriormente ($K_p = 1247900 N/m$). Os mapas de resposta em frequência foram novamente elaborados para algumas dessas condições e representados na Fig 5.5.

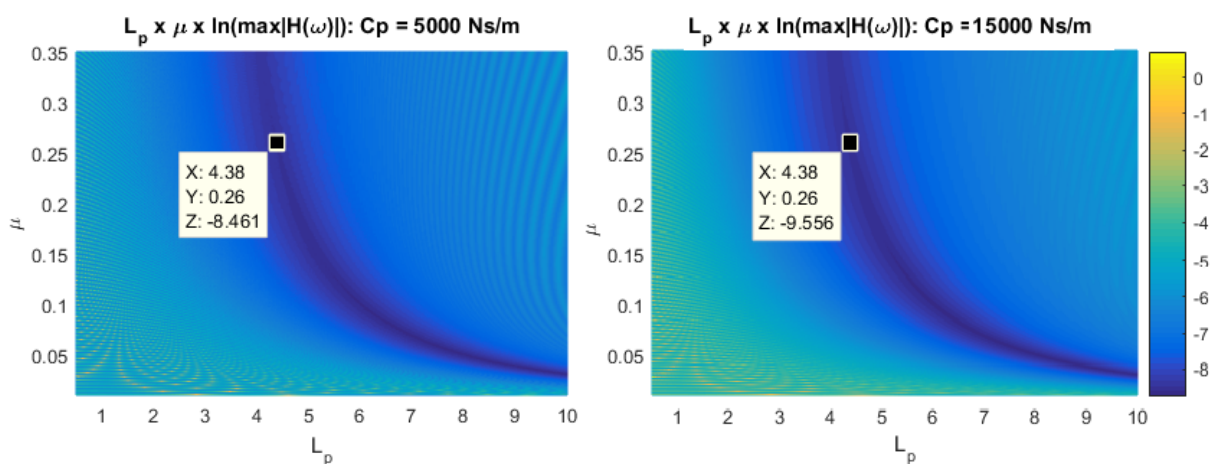


Figura 5.5 – Mapas de respostas para o amortecimento do pêndulo iguais à $C_p = [5000; 15000] N/m$

Para esses dois casos ($C_p = \{5000, 15000\} Nms$), as curvas relativas à posição dos vales obtiveram a mesma forma. Entretanto, os valores das respostas em frequência ($H_y(\omega)$) foram menores para amortecimentos maiores.

Para $C_p = 5000 Nms$: $H_y(\omega) = e^{-8,461} = 1,12 \cdot 10^{-4} m$.

Para $C_p = 15000 Nms$: $H_y(\omega) = e^{-9,556} = 7,08 \cdot 10^{-5} m$.

Este comportamento repete-se para os outros valores de C_p . A forma e a posição da curva no mapa de resposta permanece inalterada no plano L_p vs. μ . E as amplitudes de resposta diminuem à medida que o amortecimento aumenta.

5.3.2 Influência da variação da rigidez K_p do pêndulo

Para estudar a sensibilidade da variável da rigidez torcional sobre a dinâmica da estrutura, atribuiu-se os valores de $K_p = \{5, 10, 15\} \cdot 10^5 N/m$. O valor do amortecimento foi considerado como sendo o mesmo utilizado no primeiro caso ($C_p = 9024,9 Nms$). Os mapas de resposta em frequência foram novamente elaborados para algumas dessas condições (Figs. 5.6, 5.7 e 5.8).

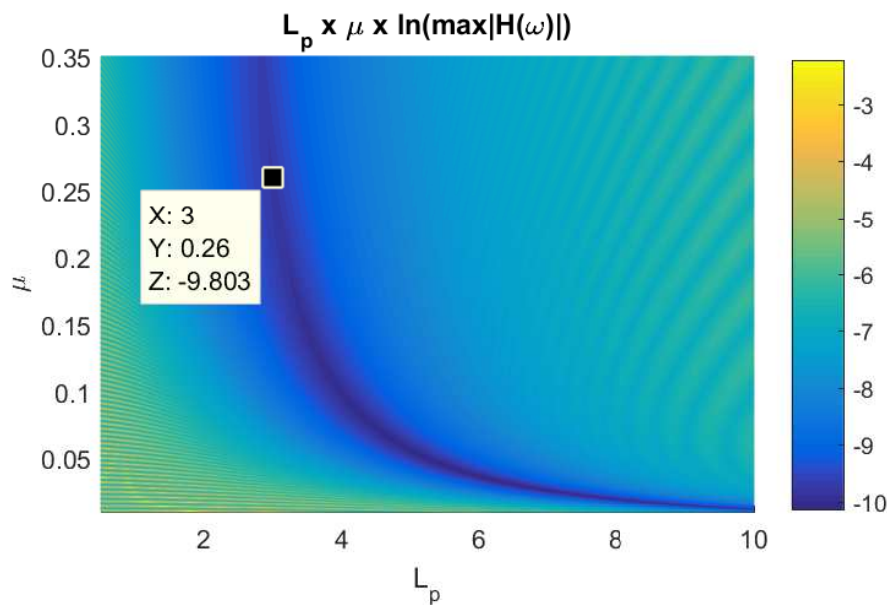


Figura 5.6 – Mapas de respostas para a rigidez do pêndulo igual à $K_p = 5 \cdot 10^5 N/m$

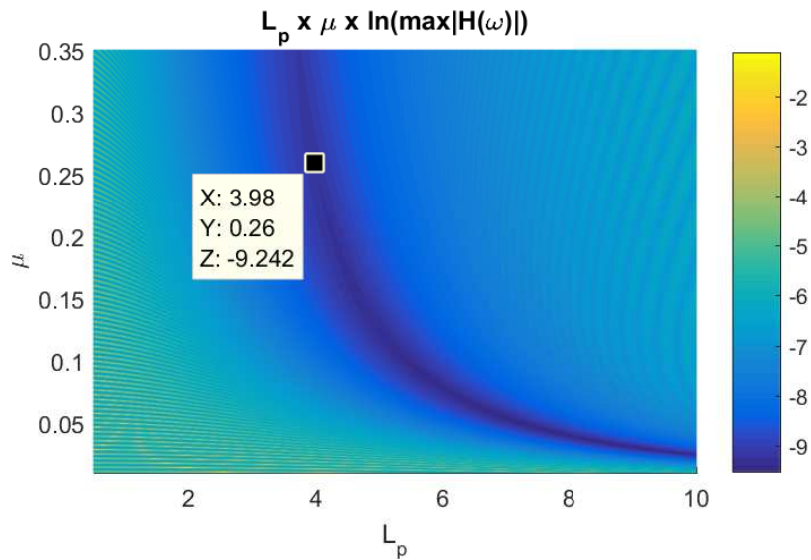


Figura 5.7 – Mapas de respostas para a rigidez do pêndulo igual à $K_p = 10 \cdot 10^5 N/m$

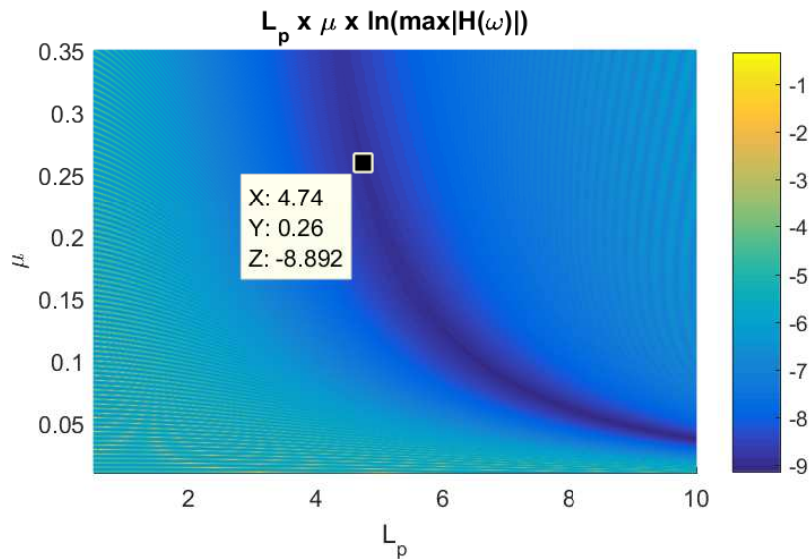


Figura 5.8 – Mapas de respostas para a rigidez do pêndulo igual à $K_p = 15 \cdot 10^5 N/m$

Conclui-se pelas Figuras (5.6)-(5.8) que o vale se desloca pelo plano L_p vs. μ . Na medida em que o valor da rigidez K_p aumenta, a curva desloca-se para a direita, sobre este plano, e os valores de resposta $H_y(\omega)$ aumentam, como mostrado a seguir:

$$\text{Para } K_p = 500000 N/m: H_y(\omega) = e^{-9,803} = 5,53 \cdot 10^{-5} m.$$

$$\text{Para } K_p = 1000000 N/m: H_y(\omega) = e^{-9,242} = 9,69 \cdot 10^{-5} m$$

$$\text{Para } K_p = 1500000 N/m: H_y(\omega) = e^{-8,892} = 13,75 \cdot 10^{-5} m.$$

5.4 Otimização via Algoritmo Genético (AG)

Para auxiliar a análise dos mapas de resposta (Seção 5.3), elaborou-se uma metodologia de otimização utilizando a ferramenta AG.

Os parâmetros escolhidos para serem otimizados foram o comprimento do pêndulo L_p (m) e a razão de massa entre o pêndulo e a estrutura μ . A população inicial $C = [L_p; \mu]$ é criada restringindo-se as variáveis nas seguintes faixas:

$$\begin{aligned} 0.50 &\leq L_p \leq 10.00 \\ 0.01 &\leq \mu \leq 0.15 \end{aligned} \quad (5.22)$$

As melhores combinações de probabilidade de cruzamento, mutação e elitismo foram selecionadas após diversas simulações serem realizadas analisando-se o tempo de convergência.

5.4.1 Função objetivo

A proposta desta otimização é minimizar os picos de resposta em frequência da torre descritos na formulação 2-GdL analítica (Eq. 5.14). Para tal finalidade, a função objetivo minimiza $H_y(\omega)$ maximizando o seu inverso.

$$f_{obj} = \frac{1}{\max H_y(\omega)_i}, \text{ sendo } i = 1, 2, \dots, N_{ind} \quad (5.23)$$

sendo i o indivíduo da população N_{ind} .

5.4.2 Resultados

Definida a função objetivo f_{obj} , a ferramenta genética utiliza os seguintes parâmetros:

- $N_{ger} = 200$, o número de gerações;
- $N_{ind} = 200$, o número de indivíduos na população;
- $p_c = 60\%$, a probabilidade de cruzamento;
- $p_m = 2\%$, a probabilidade de mutação;
- $p_{elit} = 2\%$, a probabilidade de elitismo;
- $p_{diz} = 20\%$, a probabilidade de dizimação;
- $N_{diz} = 50$, o passo de gerações para a ocorrência da dizimação.

Os valores encontrados pela otimização foram: comprimento do pêndulo $L_p = 7.08m$ e razão de massas $\mu = 0,0663$. O valor do pico de resposta em frequência é $H(\omega) = 9,224 \cdot 10^{-5} m$ e ocorre para a frequência natural $\omega = 0,509 Hz$ (Fig. 5.9).

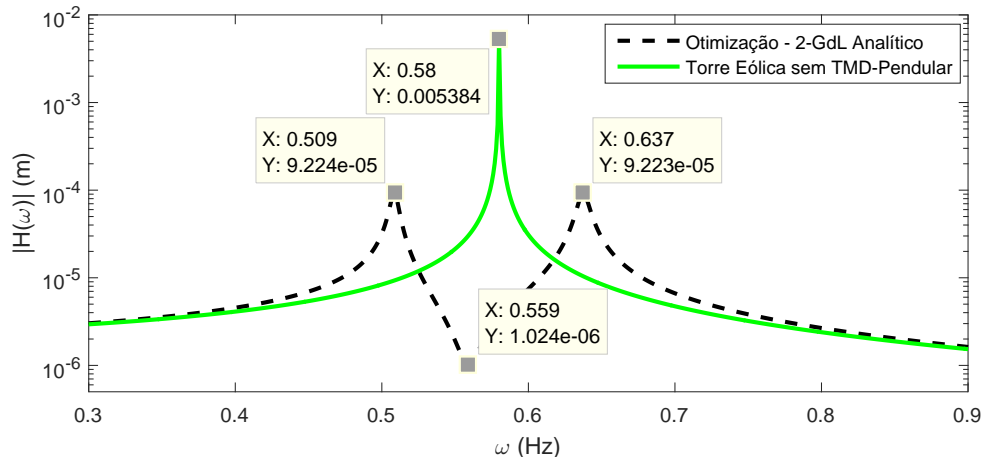


Figura 5.9 – Curvas de resposta em frequência da torre eólica com e sem o pêndulo TMD, obtidas pela otimização

Ao se efetuar a otimização mais de uma vez, os resultados obtidos para as melhores configurações de pêndulo convergem para várias soluções. Inicialmente concluiu-se que a ferramenta AG não funcionava conforme o esperado. Contudo considerando a existência de um locus de solução ótima (Seção 5.3), propôs-se uma nova maneira de se interpretar o problema.

Realizaram-se 300 otimizações que resultaram em soluções ótimas localizadas próximas ao locus no mapa de resposta, para as diversas combinações de L_p e μ (Fig.5.10).

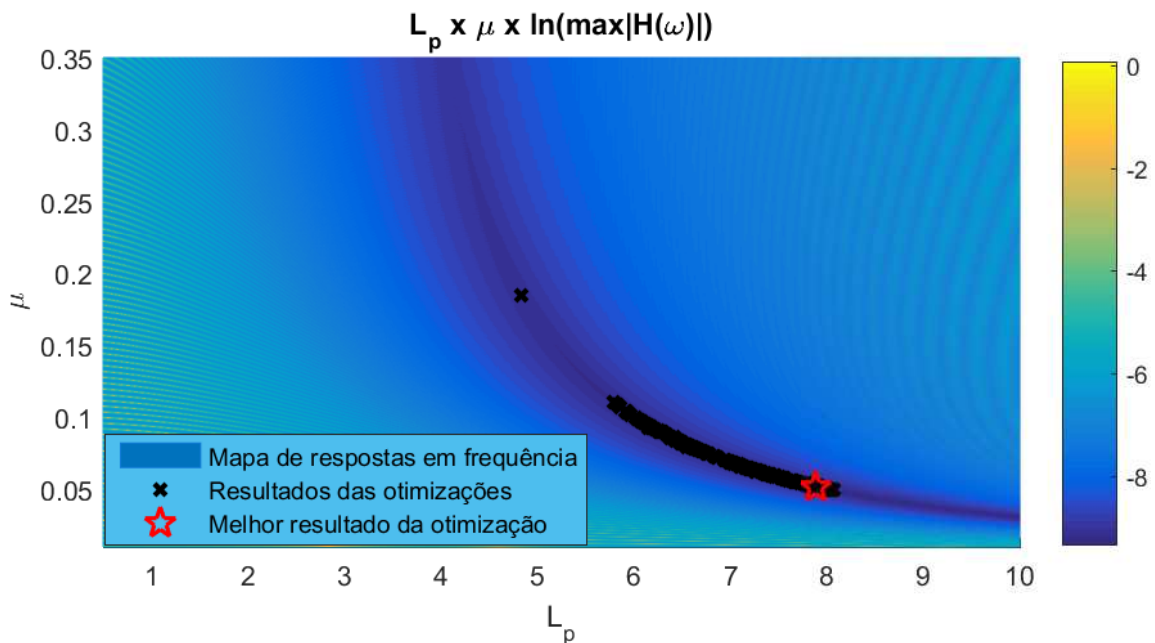


Figura 5.10 – Resultados ótimos (L_p, μ) obtidos pelos AG, comparados ao mapa de respostas

A otimização, utilizando a ferramenta genética, funciona bem e de maneira rápida para esta função objetivo. Esta característica aliás é a que define os AGs como uma

ferramenta versátil, capaz de encontrar soluções diferentes para um problema de engenharia.

5.4.3 Análise dos resultados

Um estudo sobre os resultados é realizado para estimar as regressões mais adequadas aos locus obtidos no mapa de respostas.

Para cada valor de $K_p = [0, 25; 0, 50; 0, 75; 1, 00; 1, 25; 1, 50; 1, 75; 2, 00] \cdot 10^6 \text{ N/m}$, realizam-se 300 otimizações. Estes pontos são dispostos sobre um plano L_p vs. μ (Fig. 5.11) para se visualizar o comportamento das curvas.

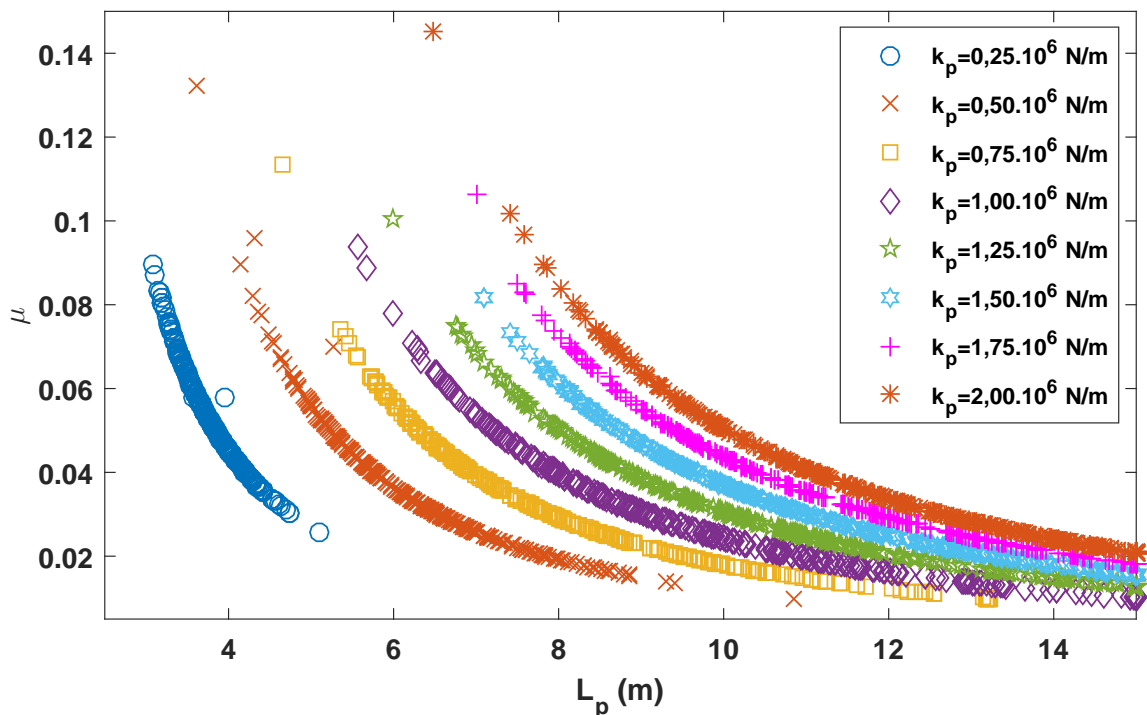


Figura 5.11 – Valores de L_p por μ obtidos a partir dos resultados das 300 otimizações para diferentes valores de rigidez torsional k_p

Sobre os pontos encontrados pela otimização, utilizou-se a ferramenta *cftool* do *MATLAB* para se realizar um estudo de regressão. As regressões em potência da forma $\mu = C_i L_p^{\alpha_i}$ foram as que apresentaram o coeficiente de determinação R^2 mais próximo de 1. Este coeficiente avalia a qualidade do ajuste do modelo, e, quanto mais próximos de 1, melhor é o ajuste. A Figura 5.12 apresenta as curvas das regressões em escala logarítmica.

Essas funções em potência apresentam certa linearidade em escala *log-log*. Estas relações são importantes para o projetista que queira dimensionar os parâmetros do pêndulo, já que o amortecimento C_p não afeta tanto no comportamento desta curva.

Os coeficientes C_i e α foram utilizados para auxiliar a avaliação das regressões em potência obtidas após a otimização. A Figura 5.13 ilustra $C_i = \mu/L_p^{\alpha_i}$ em função de L_p . Desta forma, os coeficientes de C_i , obtidos pela Figura 5.12, foram colocados em função

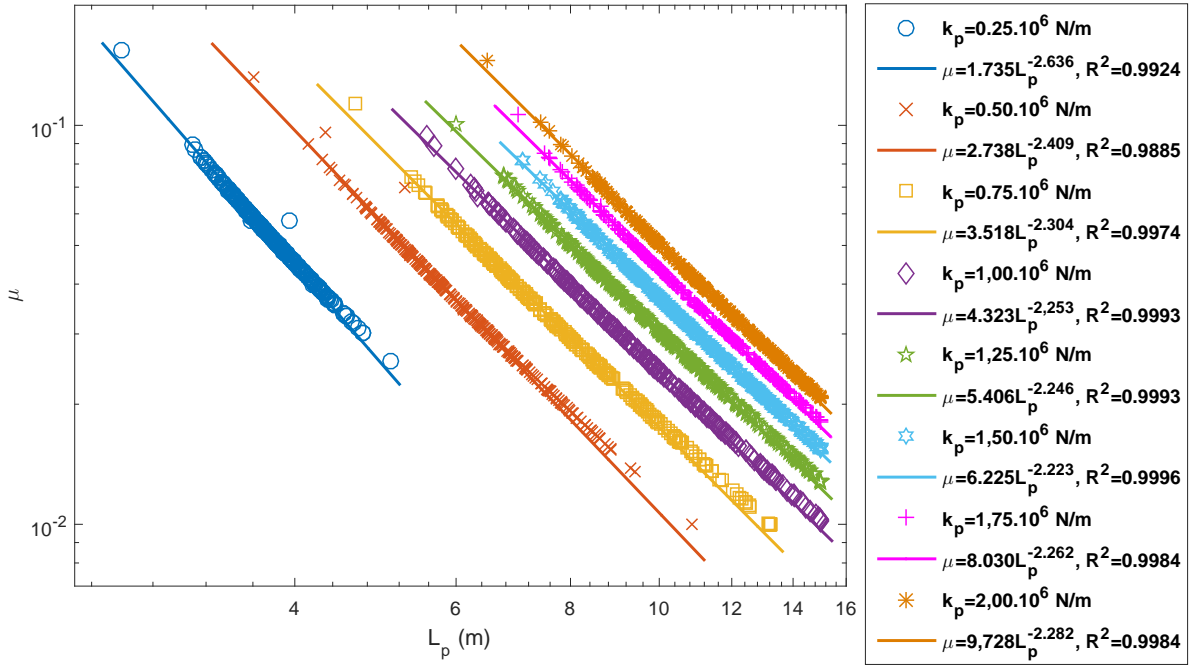


Figura 5.12 – Regressão em potência da razão de massa μ em função do comprimento do pêndulo L_p dos resultados da Fig 5.11

de L_p , assim como todos os pontos obtidos pelas otimizações, para os mesmo valores de rigidez do pêndulo k_p utilizados anteriormente.

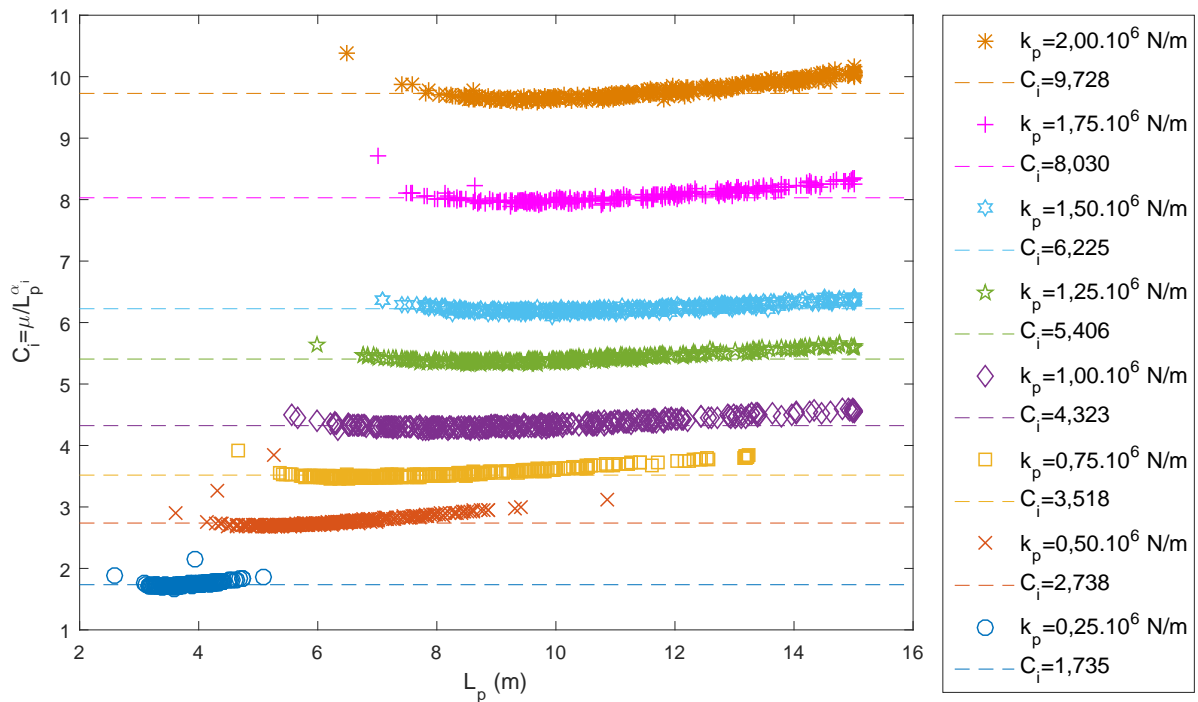


Figura 5.13 – Gráfico da função $C_i = \mu / L_p^{\alpha_i}$ vs. L_p . Comparação entre as soluções ótimas $(L_p; \mu)$ para diferentes rigidezes torcionais K_p (Fig 5.11) das regressões em potência (Fig 5.12)

Os pontos obtidos pelas otimizações quando colocados neste plano C_i vs. L_p , apresentam comportamentos distintos em relação aos valores das constantes C_i . Uma análise estatística mais profunda sobre estes resultados pode ser elaborada em trabalhos futuros.

5.5 Modelos numéricos via elementos finitos (FEM)

Objetivando comparar o modelo 2-GdL à modelos mais próximos da realidade, modela-se sistemas estruturais massa-mola+pêndulo (2-GdL FEM), viga+pêndulo e casca cilíndrica+pêndulo, usando a plataforma computacional *ANSYS Mechanical APDL*. A modelagem no *ANSYS Mechanical* é descrita no Anexo A de forma sucinta.

5.5.1 2-GdL FEM

Uma primeira comparação foi realizada entre o modelo 2-GdL FEM e o 2-GdL Analítico (5.14).

A Figura 5.14 apresenta as Funções de Resposta em Frequência (FRF) de ambos modelos 2-GdL (Analítico e FEM), demonstrando a reprodução dos seus comportamentos dinâmicos. Os modelos 2-GdL FEM e 2-GdL Analítico, por praticidade, são denominados como modelo 2-GdL, por não apresentarem diferença significativa entre eles. Variou-se o comprimento do pêndulo L_p para perceber a sua influência sobre a resposta.

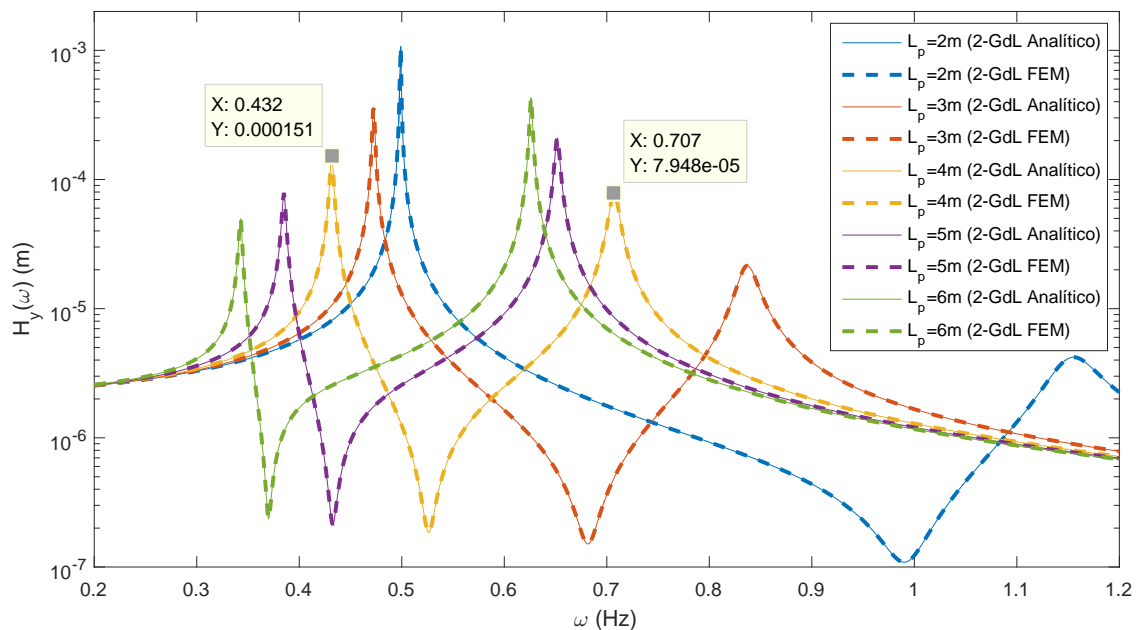


Figura 5.14 – Resposta em frequência do sistema de 2-GdL Analítico e FEM para diversos comprimentos de pêndulo L_p

A medida que o comprimento do pêndulo L_p aumenta, a resposta $H_y(\omega)$ para o primeiro modo diminui, enquanto o segundo modo aumenta. Com o aumento do L_p as curvas de FRF deslocam-se para a esquerda.

5.5.2 Viga FEM e Casca FEM

Os modelos Viga FEM e Casca FEM foram construídos utilizando-se os elementos BEAM188 e SHELL93, respectivamente (Anexo A). As FRFs dos modelos Viga FEM e Casca FEM foram elaboradas para alguns valores de comprimento de pêndulo $L_p = [2, 4, 6]m$. A Figura 5.15 compara as FRFs de ambos os casos em relação ao modelo 2-GdL.

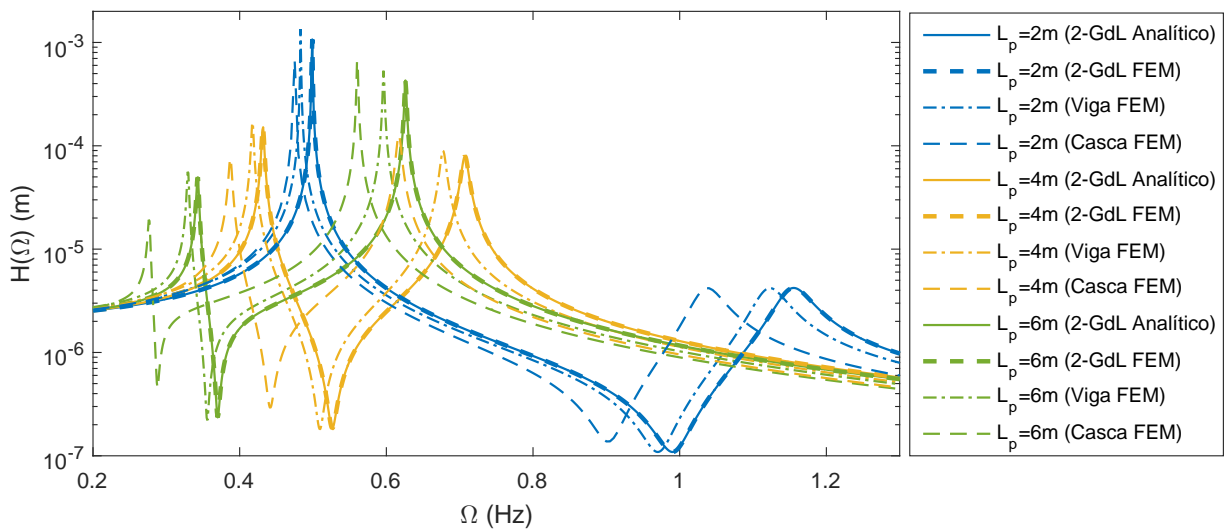


Figura 5.15 – Respostas em frequência da torre com o pêndulo acoplado modelada como 2-GdL FEM, Viga FEM e Casca FEM

Esta figura mostra que as FRFs para os modelos 2-GdL e Viga FEM possuem características semelhantes, apresentando um pequeno erro relativo entre si. Esta diferença é maior ao se comparar os modelos 2-GdL e Casca FEM.

A Tabela 5.1 apresenta os valores das frequências naturais dos 1º e 2º modos para os modelos Viga FEM e Casca FEM em função do comprimento do pêndulo L_p . A Tabela 5.1 ainda apresenta os erros relativos destes modelos em relação ao 2-GdL.

Os erros relativos do Viga FEM em relação ao 2-GdL são pequenos tanto para o primeiro quanto para o segundo modo. O erro relativo da Casca FEM torna-se bastante significativo alcançando valores maiores que 30% para $L_p > 9m$ (primeiro modo) e um erro relativo em torno de 10% (segundo modo) para diferentes comprimentos L_p .

Tabela 5.1 – Frequências naturais dos 1º e 2º modos dos modelos 2-GdL, Viga FEM e Casca FEM para diferentes comprimentos de pêndulo L_p

$\omega_n(Hz)$	L_p (m)							
	2	3	4	5	6	7	8	9
1º modo								
2-GdL	0,499	0,473	0,432	0,385	0,343	0,308	0,279	0,256
Viga FEM	0,483	0,458	0,417	0,371	0,329	0,295	0,267	0,245
erro % (Viga)	3,21	3,17	3,47	3,64	4,08	4,22	4,30	4,30
Casca FEM	0,475	0,445	0,387	0,325	0,276	0,235	0,205	0,180
erro % (Casca)	4,81	5,92	10,42	15,58	19,53	23,70	26,52	29,69
2º modo								
2-GdL	1,155	0,837	0,707	0,652	0,626	0,613	0,605	0,600
Viga FEM	1,123	0,807	0,677	0,622	0,596	0,582	0,574	0,568
erro % (Viga)	2,77	3,58	4,24	4,60	4,79	5,06	5,12	5,33
Casca FEM	1,038	0,730	0,617	0,577	0,560	0,550	0,545	0,543
erro % (Casca)	10,13	12,78	12,73	11,50	10,54	10,28	9,92	9,50

5.5.3 Aproximação do modelo 2-GdL ao Viga FEM

Nesta seção propõe-se uma aproximação do modelo 2-GdL ao Viga FEM. O primeiro passo é obter as FRFs desconsiderando o pêndulo. Para tanto, efetua-se uma simulação do modelo da torre através do modelo 2-GdL para um caso extremo, fazendo $M_p = 0,1kg$ e $L_p = 0,1m$ (Figura 5.16).

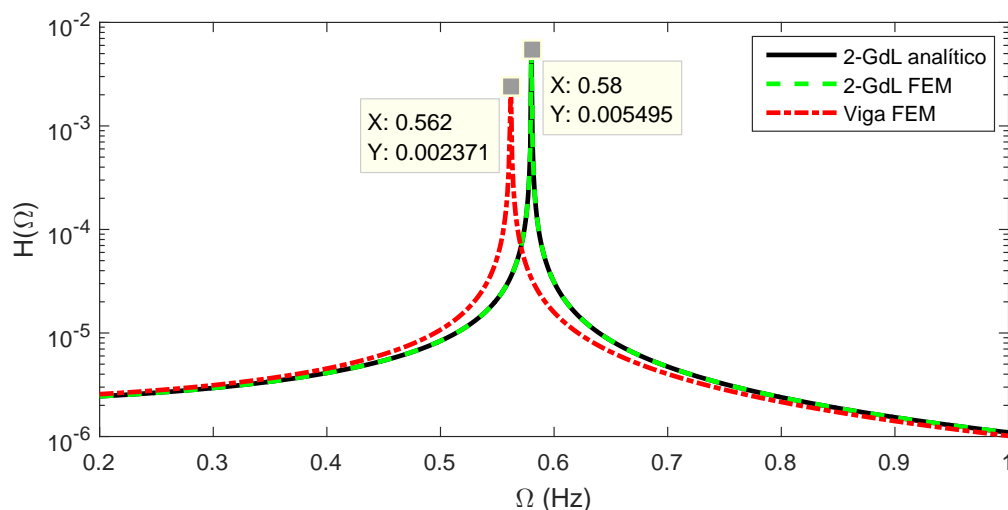


Figura 5.16 – FRFs do caso extremo ($M_p = 0,1kg$; $L_p = 0,1m$) para 2-GdL e Viga FEM

A diferença entre as frequências de ressonância dos modelos 2-GdL e Viga FEM, para este caso extremo, é calculada por (5.24).

$$\Omega_{corr} = \Omega_{2GdL} - \Omega_{Viga} = 0,018Hz \quad (5.24)$$

sendo Ω_{corr} o fator de correção para aproximar o modelo 2-GdL e a Viga FEM.

A Figura 5.17 mostra a correção feita após aplicado o fator Ω_{corr} ao modelo 2-GdL.

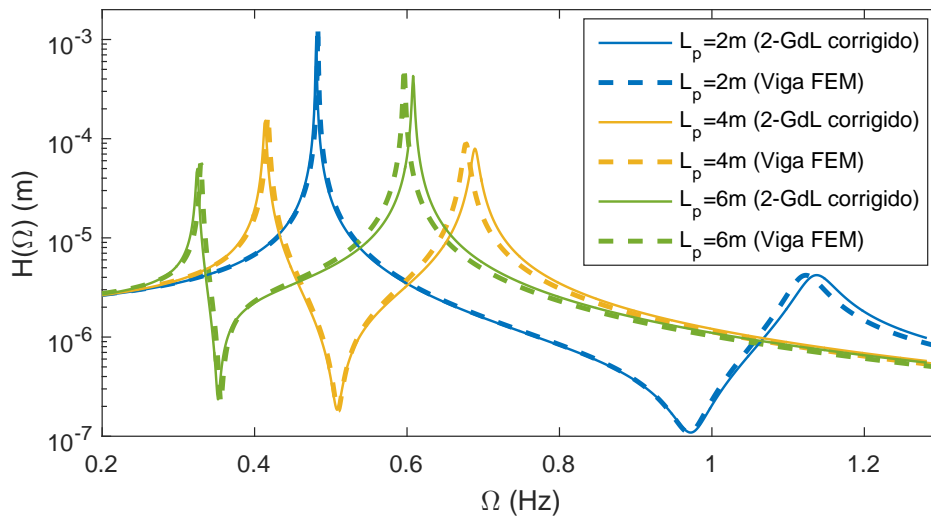


Figura 5.17 – Resposta em frequência da torre com o pêndulo TMD modelada por 2-GdL corrigido e Viga FEM

A Tabela 5.2 mostra os erros após aplicação da correção de frequência Ω_{corr} . É possível notar que a correção diminui o erro relativo, que passa a ter valores aceitáveis ($erro \approx 1\%$).

Tabela 5.2 – Frequências naturais para os 1º e 2º modos dos modelos de 2-GdL corrigido e Viga FEM para diferentes comprimentos de pêndulo L_p

$\omega_n(Hz)$	L_p (m)		
	2	4	6
1º modo			
2-GdL corr	0,481	0,414	0,325
Viga FEM	0,483	0,417	0,329
erro %	0,41	0,72	1,22
2º modo			
2-GdL corr.	1,137	0,689	0,608
Viga FEM	1,123	0,677	0,596
erro %	1,25	1,77	2,01

5.6 Projeto de um TMD-Pendular

Após as avaliações efetuadas, é possível propor uma metodologia para o projeto de absorvedores de vibração de torres do tipo TMD-Pendular com base na teoria apresentada. Utilizando esta metodologia um estudo de caso é apresentado.

5.6.1 Metodologia

1º passo - Análise modal da torre

Nesta etapa é importante entender o comportamento dinâmico da torre eólica a ser controlada. A análise modal da primeira frequência de ressonância e forma modal deve ser realizada. As características dinâmicas são reduzidas para um modelo 2-GdL.

2º passo - Definir os coeficientes de rigidez K_p e amortecimento C_p

O amortecimento C_p não possui influência direta no comportamento das variáveis μ e L_p mas exclusivamente na amplitude da resposta em frequência $H_y(\omega)$ (Seção 5.3.1). Logo, o amortecimento pendular C_p não é um fator de decisão do projeto do TMD, podendo ser selecionado de forma arbitrária de acordo com a disponibilidade.

Foi visto na Seção 5.3.2 que, para menores valores de rigidez, menores amplitudes de resposta são obtidas. Opta-se, portanto, a seleção de valores K_p menores.

3º passo - Seleção de $(L_p; \mu)$ através das curvas de otimização

Nesta etapa, os valores $(L_p; \mu)$ são selecionados através da curva de regressão em potência (Figura 5.12) que utiliza o valor de K_p selecionado.

4º passo - Corrigir $\Omega_{2-GdL} \rightarrow \Omega_{viga}$

Usando as configurações de pêndulo selecionadas $(C_p; K_p; L_p; \mu)$, a correção Ω_{corr} (5.24) é aplicada ao modelo 2-GdL analítico para aproximá-lo ao Viga FEM, deslocando a curva FRF para a esquerda.

5º passo - Comparação ao modelo FEM

Nesta última etapa, o comportamento dinâmico do modelo 2-GdL corrigido obtido pelo 4º passo é comparado com o Viga FEM.

5.6.2 Estudo de Caso

Este estudo de caso baseia-se no modelo apresentado por esta dissertação, portanto o comportamento dinâmico do **1º Passo** já está definido (Fig. 5.9).

Aplicando o **2º Passo**, define-se que o amortecimento do pêndulo $C_p = 9024,9 Nms$ é conhecido. Seleciona-se a rigidez $K_p = 5,00 \cdot 10^5 N/m$. O valor de rigidez $K_p = 2,50 \cdot 10^5 N/m$ não foi escolhido por não apresentar valores ótimos quando μ é pequeno nas curvas de regressão de potência (Figura 5.12).

No **3º Passo**, a massa $M_p = 700 kg$ é escolhida e calcula-se $\mu = M_p/M_s \approx 0,02$. Este valor foi escolhido pois é possível ver pela Figura 5.12 que para $\mu < 0,02$ a curva de regressão em potência para $K_p = 5,00 \cdot 10^5 N/m$ se distancia dos valores ótimos encontrados pela otimização. Na Figura 5.18, o comprimento do pêndulo $L_p \approx 7,7 m$ é obtido a partir da curva obtida pela regressão de $K_p = 5,00 \cdot 10^5 N/m$.

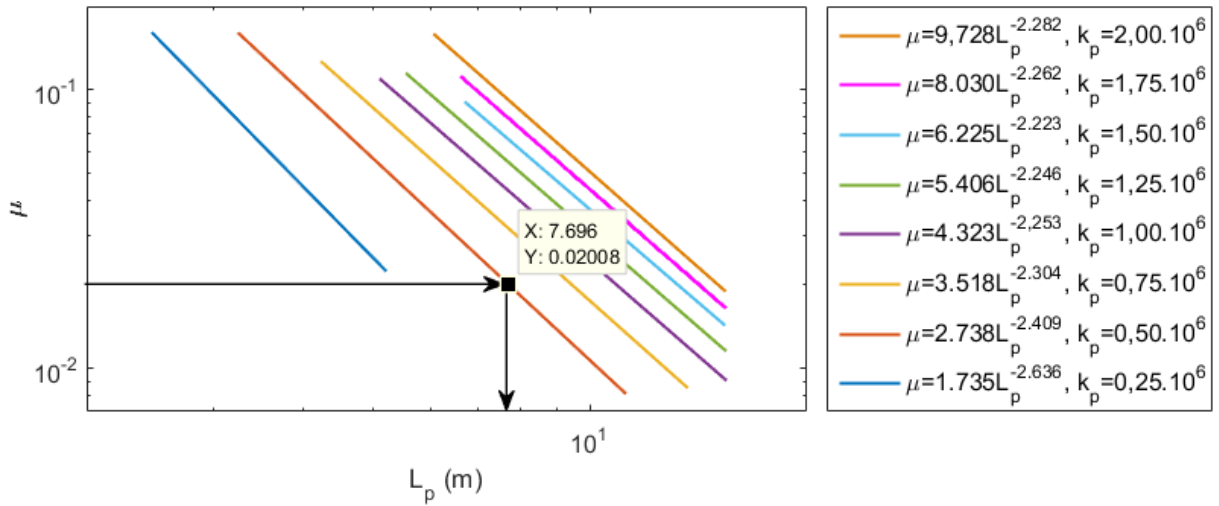


Figura 5.18 – Seleção da configuração de pêndulo $L_p = 7,696m$, $\mu = 0,02008$ e $K_p = 5,00 \cdot 10^5$

A Figura 5.19 corresponde ao **4º Passo** onde aplica-se a correção Ω_{corr} .

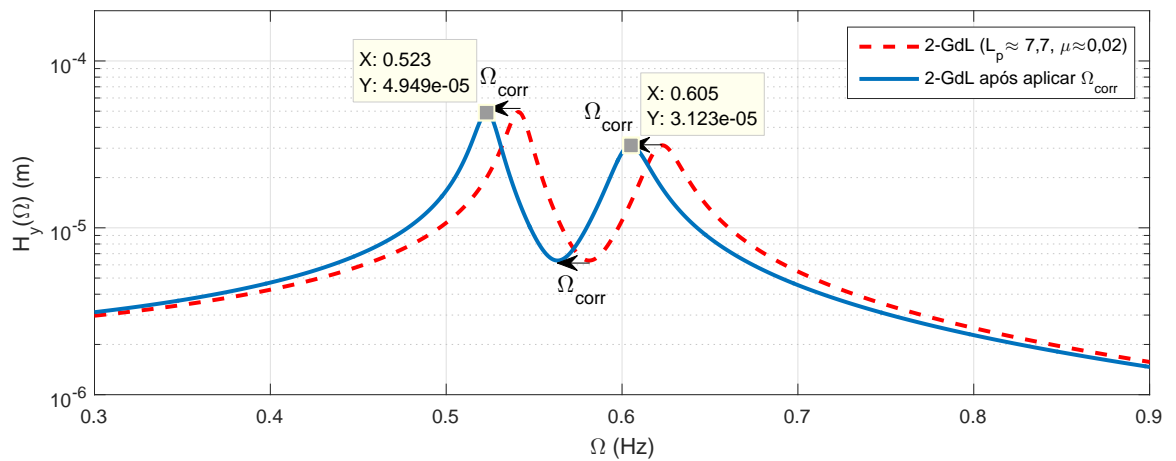


Figura 5.19 – FRF do modelo 2-GdL com a correção Ω_{corr} aplicada

Por último (**5º Passo**) a Figura 5.22 compara o modelo 2-GdL corrigido (Fig. 5.19) ao Viga FEM.

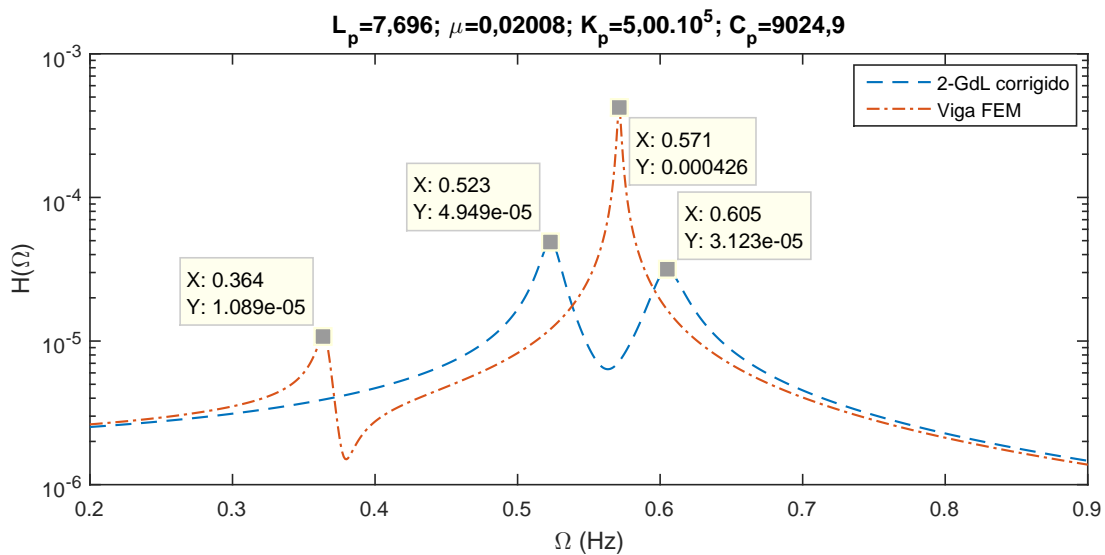


Figura 5.20 – FRFs dos modelos 2-GdL corrigido e Viga FEM para $L_p = 7,696m$, $\mu = 0,02008$

Percebe-se um comportamento diferente do esperado ao se comparar estes dois modelos. Uma análise mais apurada do modelo Viga FEM foi realizada notando-se que este modelo apresenta comportamentos bem diferentes ao 2-GdL para valores $\mu < 0.1$. Não se sabe ao certo o motivo para este tipo de comportamento, permanecendo em aberto para análise futura. Acredita-se que esse valor aproxima-se ao pico do modelo 1-GdL a medida que minimiza-se μ .

Para a validação da metodologia os passos 3-5 foram repetidos para uma nova seleção de valores $L_p = 3,49m$, $\mu = 0,1349$, correspondentes à Fig. 5.21 (3º passo) e Fig. 5.22 (5º passo).

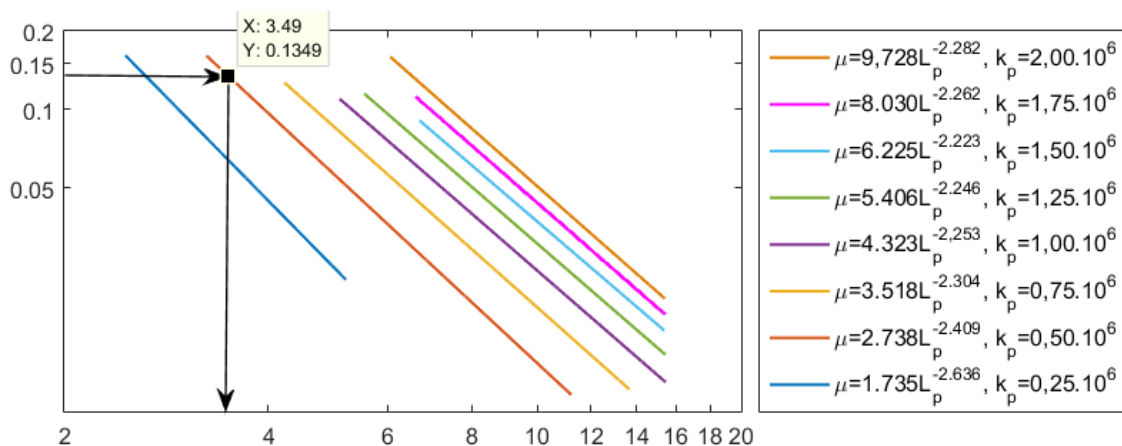


Figura 5.21 – Seleção da configuração de pêndulo $L_p = 3,49m$, $\mu = 0,1349$ e $K_p = 5,00 \cdot 10^5$

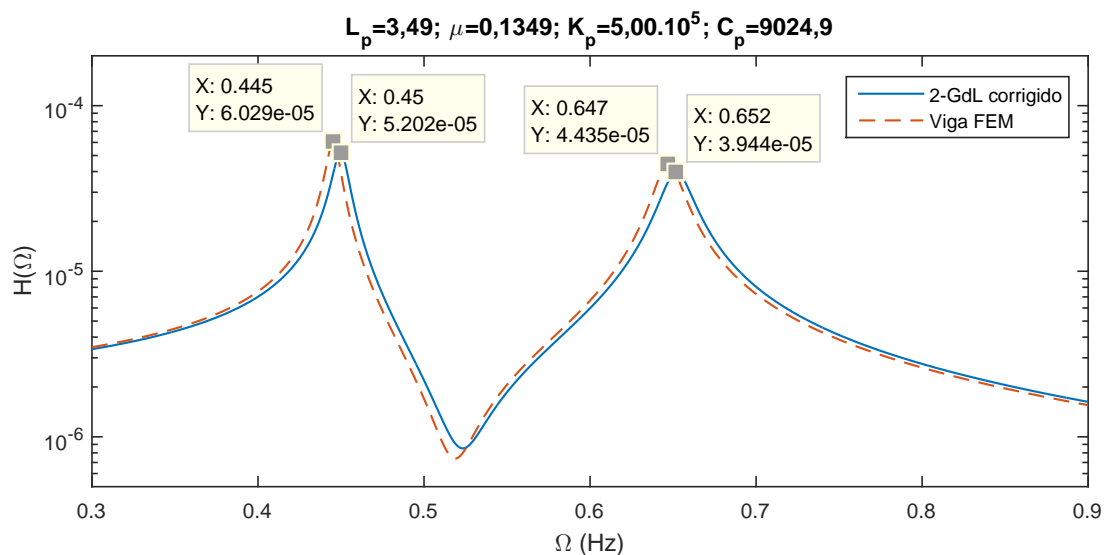


Figura 5.22 – FRFs dos modelos 2-GdL corrigido e Viga FEM para $L_p = 3,49m$, $\mu = 0,1349$

Para este novo estudo de caso ($L_p = 3,49m$, $\mu = 0,1349$) os resultados esperados são alcançados. Os erros relativos entre os modelos Viga FEM e 2-GdL corrigido são de 1,11% para a primeira frequência de ressonância e de 0,77% para a segunda frequência de ressonância.

6 Estudo de caso 2: Identificação da configuração do trato vocal

Este estudo de caso tem como objetivo identificar as configurações do Trato Vocal (TV) utilizando o método da Matriz de Transferência (MT) como modelo analítico do comportamento acústico do TV. A ferramenta AG é utilizada para aproximar as formas modais dos modos de ressonância acústica obtidos através da MT.

6.1 Colocação do problema

A acústica do TV é uma ferramenta de extrema importância utilizada para comunicar ideias. A complexidade da voz humana tem sido utilizada como forma de expressão por artistas desde o início da música na história humana. Por sua flexibilidade, a voz foi um dos primeiros instrumentos musicais. A variedade de sons que podem ser produzidas pelo TV variam desde cantar, sussurrar, assobiar, tossir e bocejar. Recentemente, a voz tornou-se também objeto de estudo de cientistas e muitos avanços na compreensão do comportamento físico do TV foram proporcionados pelos avanços tecnológicos e científicos do último século ([WALLIN; MERKER; BROWN, 2001](#)).

Cantores, professores, atores e muitos outros profissionais utilizam a voz como o meio de transmissão de ideias. É possível construir modelos numéricos do TV e de sua geometria complexa usando dados experimentais obtidos de Imagens por Ressonância Magnética (IMR), durante a fonação de vogais.

As propriedades acústicas do TV proporcionam o que é denominado como voz ressonante ([TITZE, 2001](#)) por cientistas da voz e pelos profissionais que a utilizam. Sua ressonância acústica define a qualidade da vogal produzida. Para se diminuir o esforço excessivo sobre as pregas vocais, a voz ressonante torna-se uma característica desejável para a obtenção de amplitude do som fonado. Diferentes configurações de TVs produzem modos e frequências de ressonância distintos. O aparelho fonador é apresentado no modelo esquemático da Figura 6.1. Apenas a região contida entre a glote e a boca serão abordados neste trabalho.

[Clément et al. \(2007\)](#) avalia o uso de IMR para a obtenção da geometria da cavidade

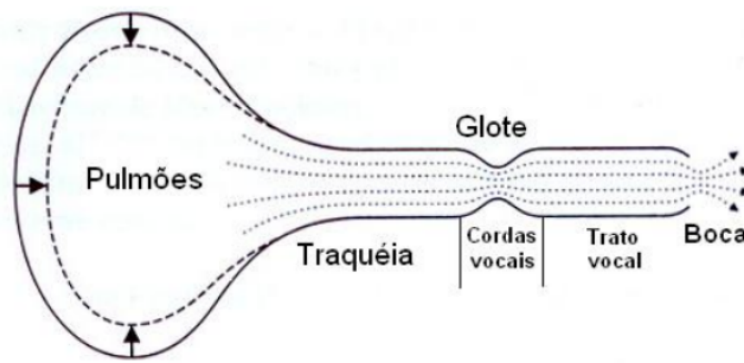


Figura 6.1 – Representação esquemática do aparelho fonador (CATALDO; SAMPAIO; NICOLATO, 2004)

do TV com o objetivo de simular as características acústicas de vogais, principalmente na identificação dos três primeiros formantes, que alteram com mais sensibilidade a vogal fonada. A Figura 6.2 (a) mostra a imagem do TV obtida pela IMR durante a produção do som de vogal $\backslash a \backslash$.

Hannukainen et al. (2007) e Takemoto e Mokhtar (2010) abordam em seus estudos sobre a acústica dos TVs, a fonação de vogais utilizando métodos de elementos finitos e diferenças finitas, respectivamente, na resolução da equação da onda. A Figura 6.2 (b) mostra a distribuição de pressão normalizada para o primeiro modo de ressonância da vogal $\backslash a \backslash$.

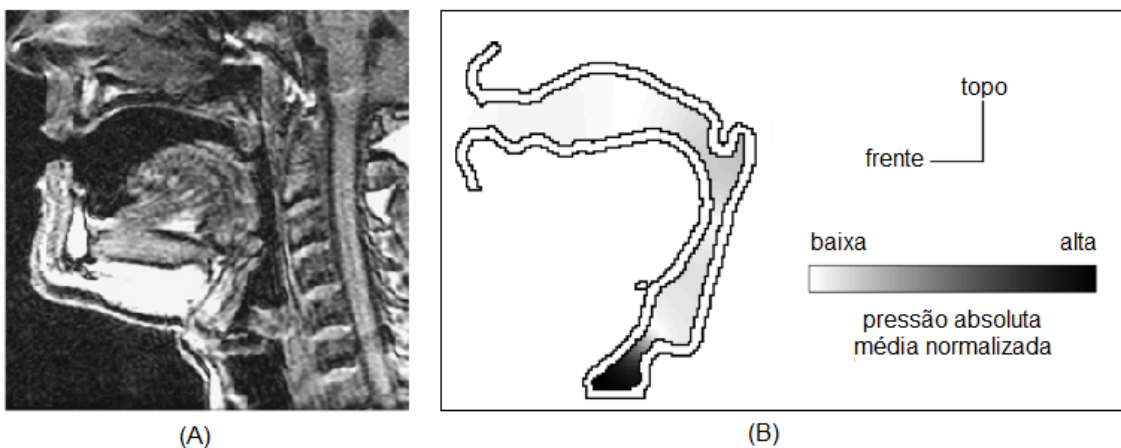


Figura 6.2 – (a) Imagem do TV obtida pela IMR (CLÉMENT et al., 2007) e (b) Distribuição de pressão normalizada para o primeiro modo (TAKEMOTO; MOKHTAR, 2010, modificado), para a vogal $\backslash a \backslash$

6.2 Método das matrizes de transferência (MT)

Cavidades acústicas, tais como tubos ou tratos vocais, comportam-se como sistemas uni-dimensionais para baixas faixas de frequências, já que os modos longitudinais possuem

frequências muito mais baixas do que para os modos transversais. Para estes casos, [Gibert \(1988\)](#) apresenta uma interessante formulação matemática para a resolução do método da matriz de transferência (MT). Para cavidades acústicas uni-dimensionais, a pressão acústica e a variação de pressão são variáveis a serem determinadas no final de cada contorno. A MT relaciona os valores do início até o final da cavidade.

Considere a equação da onda acústica homogênea no domínio da frequência:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = k^2 p \quad (6.1)$$

sendo $k = \omega/c$ o número de ondas.

A solução da equação 6.1 pode ser escrita como:

$$p(x, \omega) = A \sin kx + B \cos kx \quad (6.2)$$

É possível definir o fluxo mássico Q através do cilindro de área S pela equação:

$$Q = \rho_f V_f = \rho_f S \dot{X}_f \quad (6.3)$$

sendo $V_f = S \dot{X}_f$ e $X_f = X_f(x, t)$ a velocidade e o deslocamento da partícula fluida através do tempo.

Do balanço de forças dinâmico da partícula fluida, quando Δx tende a zero:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \ddot{X}_f = 0 \quad (6.4)$$

Substituindo (6.2) e (6.3) em (6.4), obtém-se:

$$q = \frac{iS}{c} (A \cos kx - B \sin kx) \quad (6.5)$$

Usando as relações (6.2) e (6.5) e aplicando as condições de contorno para os pontos 1 ($x = 0$) e 2 ($x = L$), a relação entre pressão (p) e variação de pressão (q), para um tubo reto, é dada por:

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & c/iS \sin(\gamma) \\ -iS/c \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

sendo c a velocidade de propagação da onda acústica, p_i e q_i os valores no ponto i da pressão e da variação de pressão, respectivamente, S a área de seção transversal do tubo, L o comprimento do tubo e $\gamma = kL$ a mudança de fase sobre a distância L .

A MT também pode ser usada para estimar o comportamento das cavidades acústicas, por acoplamento das cavidades utilizando os seguintes procedimentos. Considere

3 cavidades de comprimentos L_1 , L_2 e L_3 e áreas de seção transversal S_1 , S_2 e S_3 . Se todas as cavidades são acopladas, a relação entre os pontos 1 e 3 são dadas por:

$$\begin{bmatrix} p_3 \\ q_3 \end{bmatrix} = A_{(3)(1)} \begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

sendo $A_{(3)(1)}$ a MT dos pontos 1 ao 3.

Aplicando a mesma metodologia dos pontos 1 ao 2, esta relação é agora escrita como:

$$\begin{bmatrix} p_3 \\ q_3 \end{bmatrix} = A_{(3)(2)} A_{(2)(1)} \begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Generalizando para N cavidades:

$$\begin{bmatrix} p_N \\ q_N \end{bmatrix} = A_{(N)(N-1)} A_{(N-1)(N-2)} \dots A_{(3)(2)} A_{(2)(1)} \begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

As condições de contorno são aplicadas para os pontos 1 e N . Pode-se escrever 6.9 como 6.10 e usar a Tabela 6.1 para se determinar as condições necessárias para se obter as condições de contorno desejadas.

$$\begin{bmatrix} p_N \\ q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Tabela 6.1 – Relações necessárias para se determinar a frequência de ressonância para diferentes condições de contorno, usando MT

Condições de contorno	Condição Necessária
Aberto-Aberto	$A_{12} = 0$
Aberto-Fechado	$A_{22} = 0$
Fechado-Aberto	$A_{11} = 0$
Fechado-Fechado	$A_{21} = 0$

6.3 Descrição do Estudo de Caso

O comprimento e a área transversal do TV são as dimensões essenciais para a identificação de suas características acústicas.

Este estudo identifica as funções objetivos que melhores se adequam na obtenção da configuração do TV, através do seu comportamento acústico. O Algoritmo Genético detecta suas características, baseando-se na acústica produzida por um modelo existente, maximizando as funções objetivos definidas pelas restrições geométricas estabelecidas. Propriedades físicas do sistema tais como as frequência de ressonância e as formas modais são utilizadas para a construção das funções objetivos.

Através do procedimento visual obtido pelo IMR os valores médios e o desvio médio padrão são determinados para cada área de seção transversal. A Tabela 6.2 mostra os valores dessas áreas para a vogal $\backslash a \backslash$, baseadas na representação de reconstrução 3D.

Tabela 6.2 – Áreas A_i e desvios padrões σ_i das seções transversais do TV para a vogal $\backslash a \backslash$ em cm^2 (CLÉMENT et al., 2007, modificado)

		Área da Seção transversal (cm^2)														
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
A_i	1,8	1,8	2,8	1,5	0,8	1,3	1,5	1,7	2,8	4,5	7,1	9,3	13,5	15,5	7,8	
σ_i	0,1	0,1	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2	0,4	0,3	0,4	0,2	

Ferreira (2015) cria malhas para diferentes vogais utilizando o *software* comercial GiD 11.0.7. A Figura 6.3 mostra a malha da vogal $\backslash a \backslash$ construída (Tab. 6.2), possuindo 226 elementos contantes.

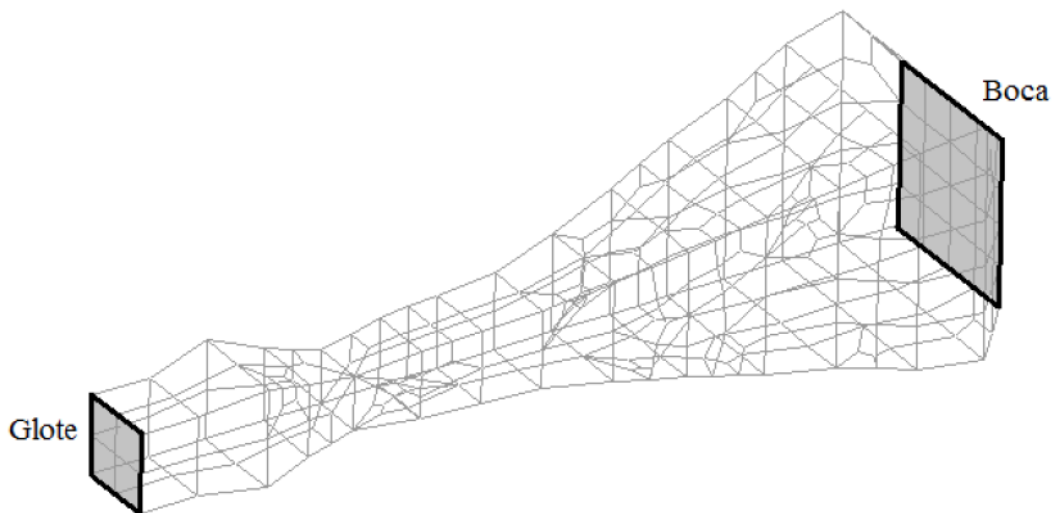


Figura 6.3 – Malha criada para a vogal $\backslash a \backslash$ (FERREIRA, 2014)

Usando essas informações geométricas do TV para a vogal $\backslash a \backslash$, modelos BEM (Anexo B), FEM (FERREIRA, 2014) e MT podem ser configurados. Estes modelos serão comparados nas seções mais à frente.

A varredura de frequência para os modelos BEM e MT obtêm funções de resposta em frequência (FRFs) que serão comparadas com o método dos elementos finitos (FEM -

Finite Element Method), modelado a partir do software comercial *ANSYS*. Estes valores serão analisados em conjunto ao da otimização, realizado na próxima seção.

6.4 Otimização

Os parâmetros escolhidos para serem otimizados foram as áreas de seção transversal A_i (cm^2). A população inicial $C = [A_i]$ é criada restringindo-se as variáveis nas seguintes faixas:

$$0.50 \leq A_i \leq 17.00$$

sendo $i = 1, 2, \dots, 14, 15$ as seções correspondentes.

6.4.1 Função objetivo

A função objetivo para identificar o TV é definida para que a otimização alcance os resultados obtidos pela MT, utilizando os valores da Tab. 6.2, para a vogal \a\.

Para tal objetivo, três operadores foram utilizados para o AG: as frequências de ressonância, as formas modais da pressão e as formas modais do fluxo de pressão. A norma de Frobenius ($\|\varphi\| = Tr(\varphi^* \varphi)$) foi utilizada para aproximar os operadores da otimização, obtidos pela MT.

Uma breve explicação sobre cada função objetivo é realizada a seguir:

(a) Função objetivo 1: Frequência modal

Para os primeiros n_{freq} modos acústicos, a frequência de ressonância foi utilizada como a primeira função objetivo. Os valores da frequência de ressonância são obtidos selecionando-se os picos das FRFs obtidas pela MT. A função objetivo (6.11) é definida como o inverso da norma de Frobenius, ou o inverso da raiz quadrada da diferença entre os quadrados da frequência de ressonância do objetivo ω_{obj}^i e da frequência ω_r^i de cada indivíduo r , para cada modo i .

$$f_{obj1}(r) = \left[\sum_{i=1}^N (\omega_{obj}^i - \omega_r^i)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6.11)$$

sendo N o número de pontos físicos analisados pelo programa.

(b) Função objetivo 2: Formas modais da pressão

Esta função utiliza como objetivo os valores da pressão acústica para cada ponto i ao longo do tubo. A mesma operação (6.11) é realizada, mas substituindo os valores das frequências de ressonância para os valores de pressão acústica, obtendo:

$$f_{obj2}(r) = \left[\sum_{i=1}^N (p_{obj}^i - p_r^i)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6.12)$$

(c) Função objetivo 3: Formas modais do fluxo de pressão

Esta função utiliza como objetivo os valores do fluxo pressão longo do tubo. A mesma operação (6.11) é realizada, mas substituindo os valores das frequências de ressonância para os valores de pressão acústica, obtendo:

$$f_{obj3}(r) = \left[\sum_{i=1}^N (q_{obj}^i - q_r^i)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6.13)$$

6.4.2 Avaliação da função objetivo

Resultados preliminares foram realizados para se testar a convergência das funções objetivos em relação à área da seção transversal. Dois modelos com quatro áreas de seção transversal [1,1,1,1] cm^2 e [1,1,2,2] cm^2 foram realizados.

As Tabelas 6.3 e 6.4 mostram as áreas de seção transversal obtidas usando as três funções objetivos definidas.

Tabela 6.3 – Comparação das áreas de seção transversal para diferentes funções objetivos. Objetivo: [1,1,1,1] (cm^2)

	S_1	S_2	S_3	S_4
Objetivo sugerido	1.000	1.000	1.000	1.000
Função objetivo 1	2.126	1.849	1.867	2.149
Função objetivo 2	2.228	2.228	2.228	2.228
Função objetivo 3	0.999	0.998	1.005	0.999

Tabela 6.4 – Comparação das áreas de seção transversal para diferentes funções objetivos. Objetivo: [1,1,2,2] (cm^2)

	S_1	S_2	S_3	S_4
Objetivo sugerido	1.000	1.000	2.000	2.000
Função objetivo 1	0.802	0.899	1.815	1.619
Função objetivo 2	0.938	0.939	1.877	1.878
Função objetivo 3	1.001	0.998	2.003	1.991

É possível perceber que os comportamentos são semelhantes de uma tabela para outra:

- Para a função objetivo 1, as áreas de seção transversal são completamente diferentes uma das outras;
- Para a função objetivo 2, existe um padrão de proporcionalidade entre as áreas sugeridas;

- Para a função objetivo 3, os resultados da otimização convergem em todos os valores, com um erro pequeno.

Ao se rodar a otimização para as 3 funções objetivos realizadas acima, nota-se que:

- Para a função objetivo 1, a otimização converge para os valores de frequências, mas apresentam pequenas diferenças nos resultados de pressão e fluxo de pressão. Essa pequena variação acarreta em áreas objetivo diferentes das pretendidas;
- Para a função objetivo 2, os resultados da otimização convergem para os valores de frequências e pressão, mas também apresentam erros nos valores do fluxo de pressão;
- Para a função objetivo 3, os resultados da otimização convergem em todos os valores.

Um resumo de convergência (OK) e de não-convergência (X) é mostrado na Tabela 6.5

Tabela 6.5 – Resumo de convergência das funções objetivos

	F. objetivo 1	F. objetivo 2	F. objetivo 3
Frequência modal	OK	OK	OK
Forma modal da pressão	X	OK	OK
Forma modal do fluxo de pressão	X	X	OK

Portanto a função objetivo 3 é a melhor escolha para a otimização.

6.5 Avaliação dos Resultados

A função *fitness* f_{obj3} oferece os melhores resultados para a otimização pretendida. Logo, a presente análise estabelece para a ferramenta genética os seguintes parâmetros:

- $N_{ger} = 50000$, o número de gerações;
- $N_{ind} = 150$, o número de indivíduos na população;
- $p_c = 60\%$, a probabilidade de cruzamento;
- $p_m = 4\%$, a probabilidade de mutação;
- $p_{elit} = 2\%$, a probabilidade de elitismo;
- $p_{diz} = 20\%$, a probabilidade de dizimação;
- $N_{diz} = 100$, o passo de gerações para a ocorrência da dizimação.

O número de modos utilizados como parâmetros de entrada da otimização foi de $n_{freq} = 10$.

A Figura 6.4 mostra o gráfico de desenvolvimento dos melhores indivíduos das gerações e da média entre todos eles.

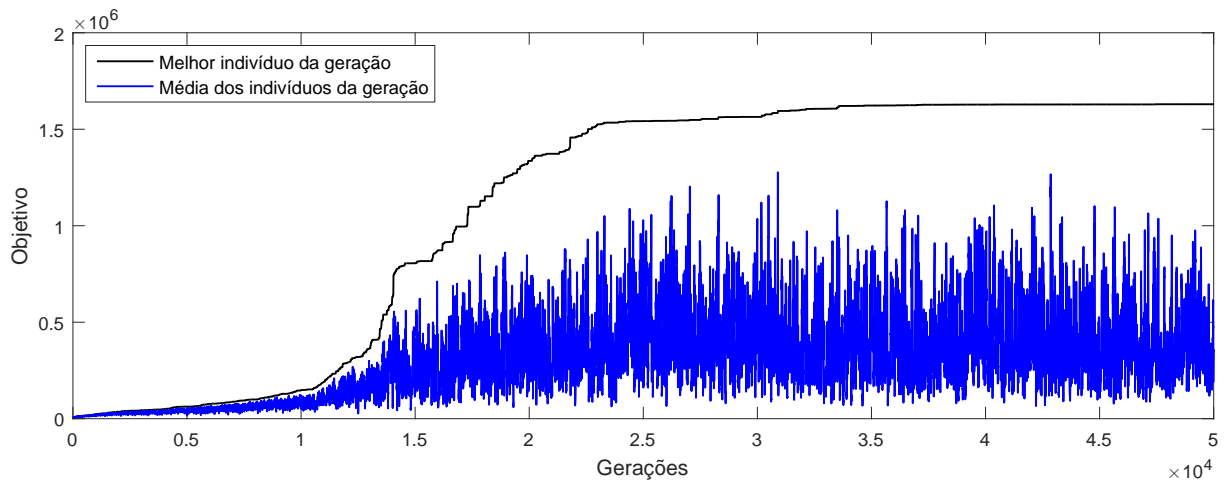


Figura 6.4 – Função objetivo dos melhores indivíduos e da média para cada geração

Percebe-se que a ferramenta genética apresenta uma convergência lenta, alcançando um valor *fitness* máximo a partir de mais de 35 mil gerações.

A Tabela 6.6 apresenta os resultados obtidos pela otimização e os compara aos valores objetivos, apresentando um erro relativo. O maior erro relativo encontrado é de apenas 3,51%.

Tabela 6.6 – Seções de área transversal A_i do TV para a vogal $\backslash a \backslash$ em cm^2 (CLÉMENT *et al.*, 2007, modificado) e do indivíduo ótimo obtido pela ferramenta de otimização

Área da Seção transversal (cm^2)							
Seção	1	2	3	4	5	6	7
A_{obj}	1,80	1,80	2,80	1,50	0,80	1,30	1,50
A_{AG}	1,77	1,78	2,79	1,53	0,82	1,33	1,54
erro (%)	1,47	0,63	0,06	2,05	2,77	2,21	2,65

8	9	10	11	12	13	14	15
1,70	2,80	4,50	7,10	9,30	13,50	15,50	7,80
1,75	2,89	4,66	7,34	9,59	13,91	16,00	8,07
3,04	3,11	3,51	3,41	3,16	3,02	3,24	3,40

A Figura 6.5 apresenta a FRF do resultado obtido pela otimização AG, comparado ao objetivo produzido pela MT. A resposta em frequência do comportamento acústico obtido pelo AG é praticamente a mesma da função objetivo.

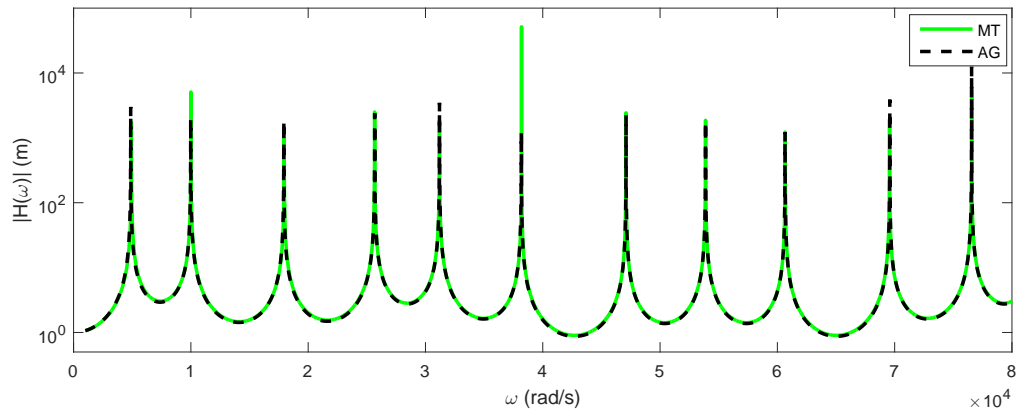


Figura 6.5 – Comparação das FRFs entre a matriz de transferência e a otimização via AG

A Figura 6.6 apresenta a comparação entre os objetivos obtidos pela MT e a otimização utilizando a ferramenta AG das formas modais da pressão.

A Figura 6.7 apresenta os valores de MAC correspondentes para estas 10 primeiras formas modais (definição de MAC no Anexo C). É possível notar a existência de uma forte correlação entre os modos de vibração dos elementos da diagonal com valores de MAC praticamente iguais a um. Outros valores fora da diagonal principal apresentam valores praticamente nulo. Isto indica que existe uma correlação fortíssima entre as formas modais de pressão da otimização obtida pelo AG e do objetivo. Entre o segundo e o terceiro modos existe uma ortogonalidade fraca apresentando valores de MAC com relação cruzada de 0,2.

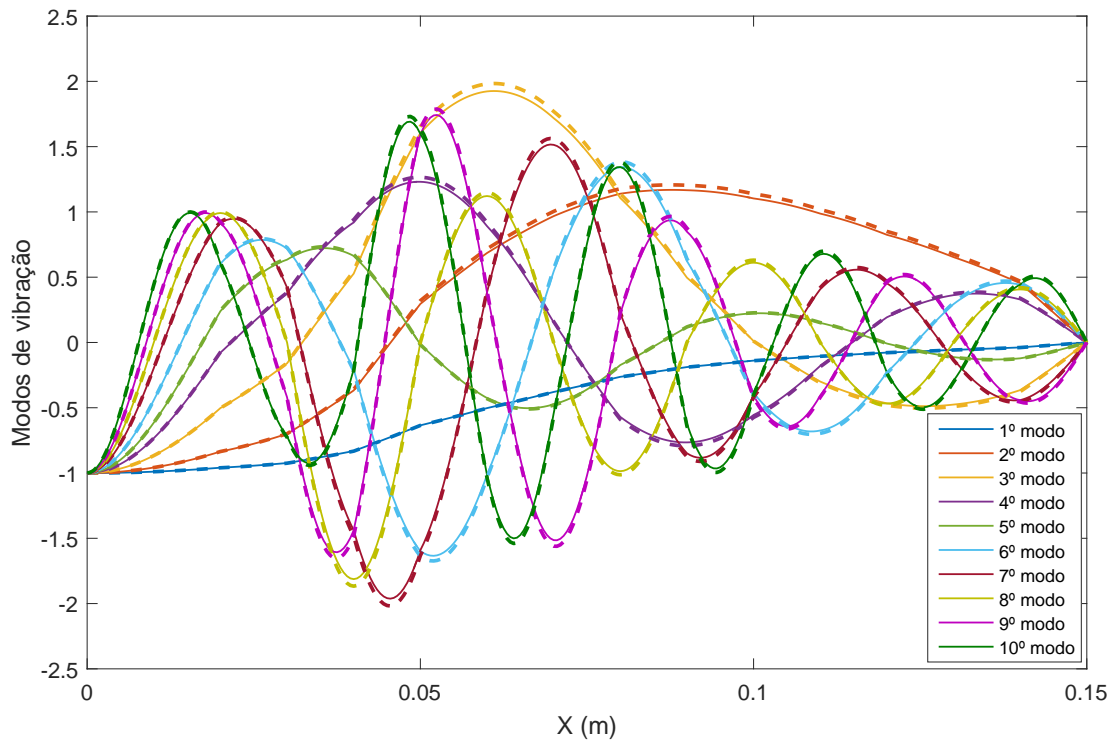


Figura 6.6 – Comparação das formas modais da pressão entre a matriz de transferência e a otimização via AG (tracejado) das 10 primeiras formas modais

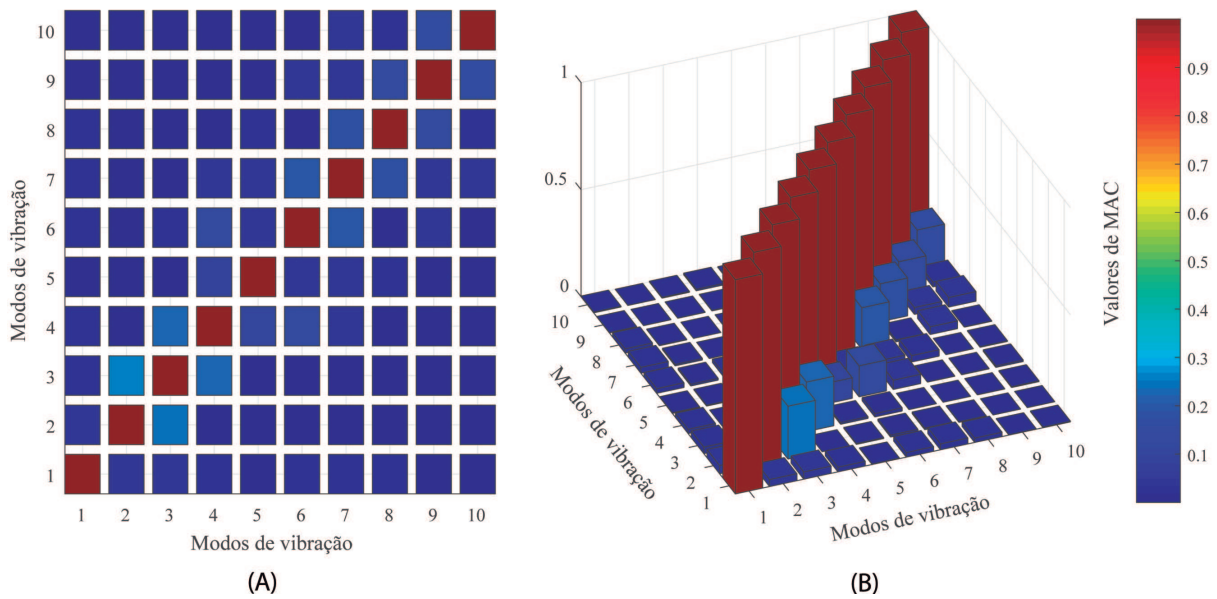


Figura 6.7 – Valores de MAC para as 10 primeiras formas modais de pressão

A Figura 6.8 apresenta a comparação entre os objetivos obtidos pela MT e a otimização utilizando a ferramenta AG, das formas modais do fluxo de pressão.

A Figura 6.9 apresenta os valores de MAC correspondentes para estas 10 primeiras formas modais.

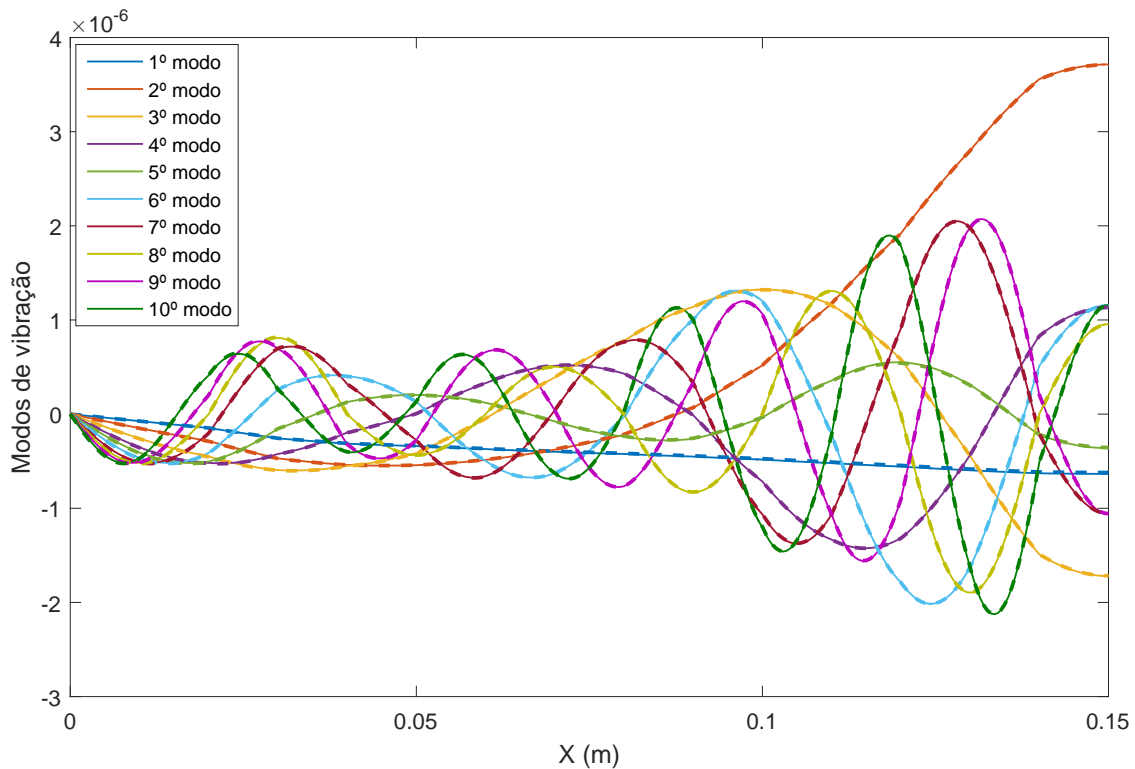


Figura 6.8 – Comparação das formas modais do fluxo de pressão entre a matriz de transferência e a otimização via AG (tracejado) das 10 primeiras formas modais

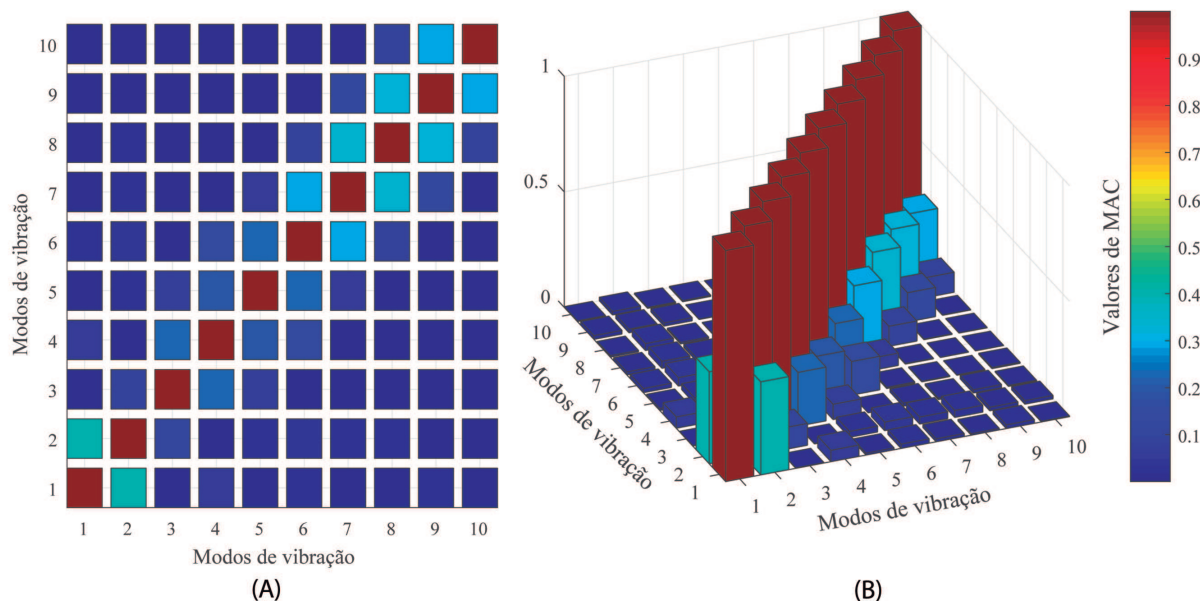


Figura 6.9 – Valores de MAC para as 10 primeiras formas modais do fluxo de pressão

Existe uma forte correlação entre os modos de vibração dos elementos da diagonal, pois estes possuem valores de MAC praticamente iguais a um. Os demais valores possuem valores praticamente nulos, excetuando-se os modos de vibração próximos (modos 1 e 2, 2 e 3, ...). Existe correlação média entre o primeiro e segundo modo de cerca de 40%. Entre formas modais próximas de 3 a 6 existe uma correlação de 20% e entre 7 a 10 por volta de 30%.

6.6 Comparação da ferramenta de otimização com o *modeFRONTIER*

O *software* comercial *modeFRONTIER* fornece um ambiente de otimização com acesso modular baseado em perfil. A plataforma de integração *ESTECO* oferece a otimização multi-objetivo e multidisciplinar integrando ferramentas de engenharia de terceiros. Isto permite a automatização de processo de simulação de design facilitando a tomada de decisão analítica (MODEFRONTIER, 2016).

Realiza-se um estudo de comparação entre a ferramenta de otimização desenvolvida em relação ao *modeFRONTIER 2014*. Utiliza-se as mesmas restrições e parâmetros de otimização da Seção 6.5. A Figura 6.10 mostra o espaço de trabalho utilizado pelo *software modeFRONTIER*.

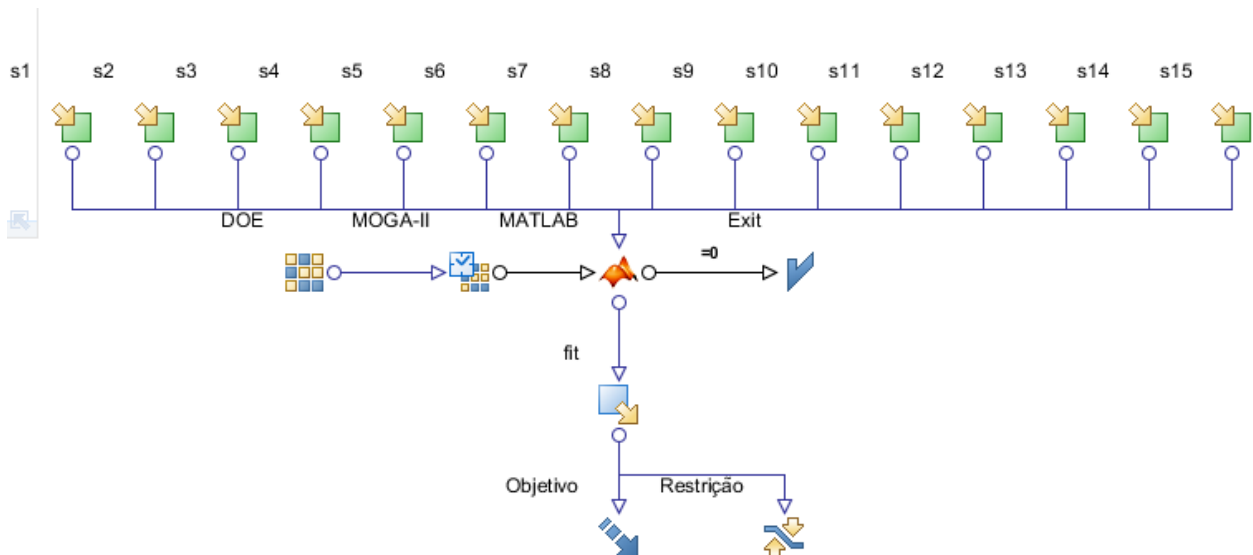


Figura 6.10 – Espaço de trabalho utilizado pelo *software modeFRONTIER*

O algoritmo de otimização utilizado por este *software* foi o *MOGA-II*. Este algoritmo foi projetado utilizando a Fronteira de Pareto rápida (DEB, 2001). As principais características deste algoritmo são:

- Suporta a seleção geográfica e o cruzamento direcional;
- Implementa Elitismo para pesquisa multiobjetivo;
- Impõe restrições definidas pelo usuário por função objetivo de penalização;
- Permite evolução geracional ou estado estacionário;
- Permite a avaliação simultânea de indivíduos independentes.

O número de indivíduos (N) na tabela *DOE* é usado como população inicial do problema. O *software* chama a mesma função objetivo f_{obj3} (*fit*) definida para a ferramenta de otimização (Seção 6.5), criada a partir do *software MATLAB*. O *Objetivo* minimiza a norma de Frobenius entre as seções de área objetivo e as obtidas via IMR (Tabela 6.2).

A Tabela 6.7 apresenta o indivíduo ótimo encontrado por esta otimização.

Tabela 6.7 – Seções de área transversal A_i do TV para a vogal \a\ em cm^2 (CLÉMENT *et al.*, 2007, modificado) e do indivíduo ótimo encontrado pela otimização via *modeFRONTIER*

Área da Seção transversal (cm^2)							
Seção	1	2	3	4	5	6	7
A_{obj}	1,80	1,80	2,80	1,50	0,80	1,30	1,50
A_{mode}	1,81	1,76	2,95	1,34	0,89	1,16	1,64
erro (%)	0,64	2,27	5,44	10,65	11,86	10,60	9,23

8	9	10	11	12	13	14	15
1,70	2,80	4,50	7,10	9,30	13,50	15,50	7,80
1,59	2,92	4,42	7,14	9,29	13,52	15,53	7,79
6,44	4,21	1,79	0,54	0,13	0,12	0,22	0,16

A Figura 6.11 compara graficamente os resultados das áreas de seção transversal, obtidos por ambas otimizações.

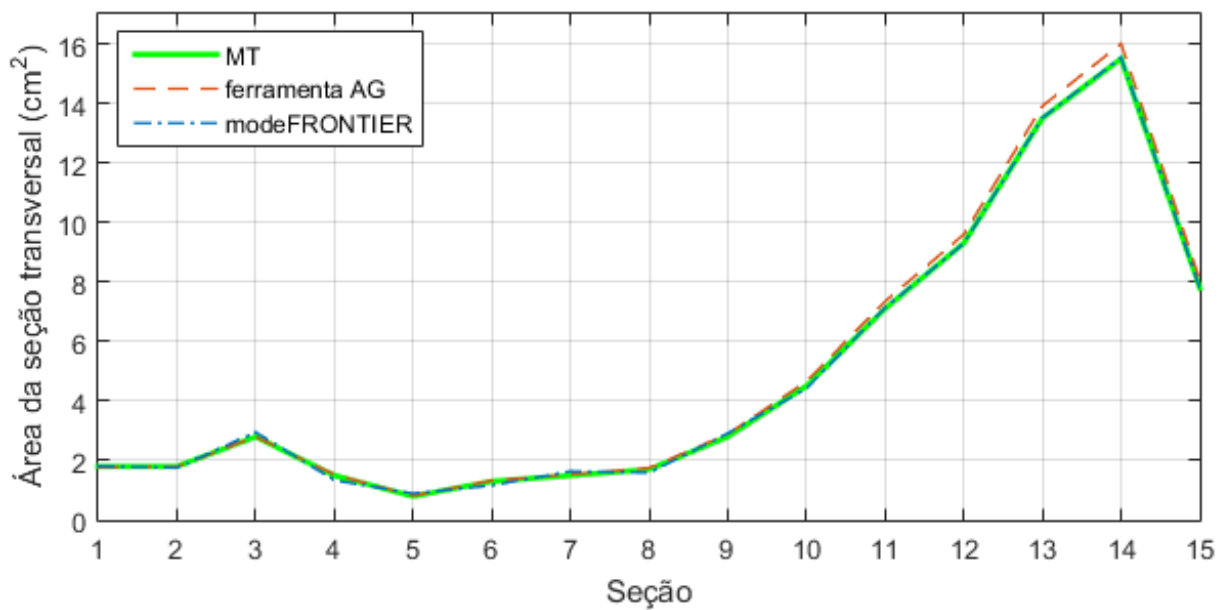


Figura 6.11 – Áreas de seção transversal obtidas pelas otimização em relação ao número de seções

A Figura 6.12 compara graficamente os erros relativos das áreas otimizadas em relação ao objetivo para cada seção entre as duas otimizações.

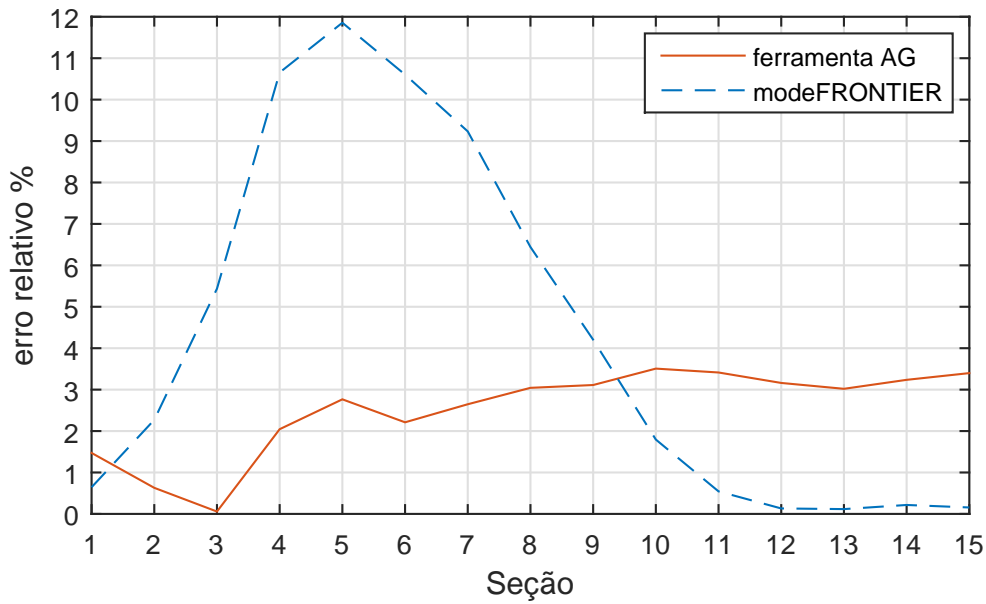


Figura 6.12 – Erros relativos (%) das áreas otimizadas em relação ao objetivo para cada seção, entre as duas otimizações

Ambas otimizações apresentaram resultados satisfatórios com erro pequeno. Os erros relativos da ferramenta AG são constantes, enquanto a otimização via *modeFRONTIER* apresenta um pico. É interessante ver por estes dois gráficos que apesar da otimização via *modeFRONTIER* apresentar erros relativos superiores ao da ferramenta AG, o comportamento da seção inicial e das seções finais apresentam pouca diferença. Isto faz com que o comportamento da otimização do *modeFRONTIER* aparente ser mais próximo ao objetivo.

Pelo fato da ferramenta AG ser mais robusta a otimização levou quase metade do tempo computacional gasto em relação à otimização obtida pelo *modeFRONTIER* (4,2 horas da ferramenta AG contra 9 horas do *modeFRONTIER*).

6.7 Comparação e discussão dos métodos utilizados

Nesta seção todos os modelos discutidos são comparados ao mesmo tempo para as três primeiras formas modais. Assim é possível obter uma visão geral sobre o comportamento acústico do TV para os diversos métodos utilizados.

As Figuras 6.13, 6.14 e 6.15 apresentam a comparação entre os modelos BEM, FEM, MT e AG para as 3 primeiras formas modais.

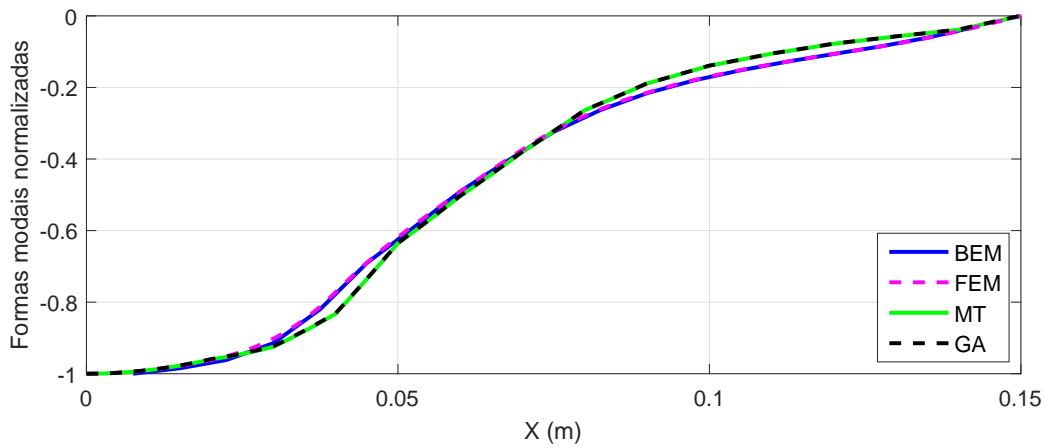


Figura 6.13 – Primeira forma modal: comparação entre BEM, FEM, MT e AG

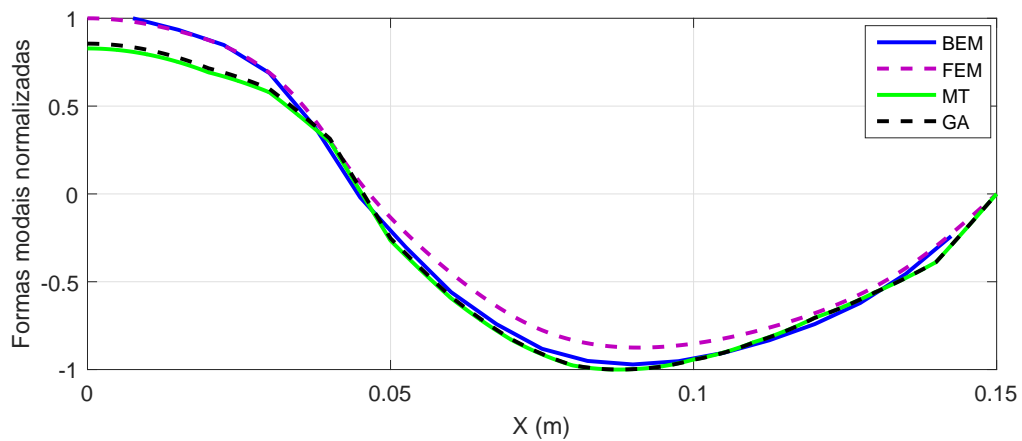


Figura 6.14 – Segunda forma modal: comparação entre BEM, FEM, MT e AG

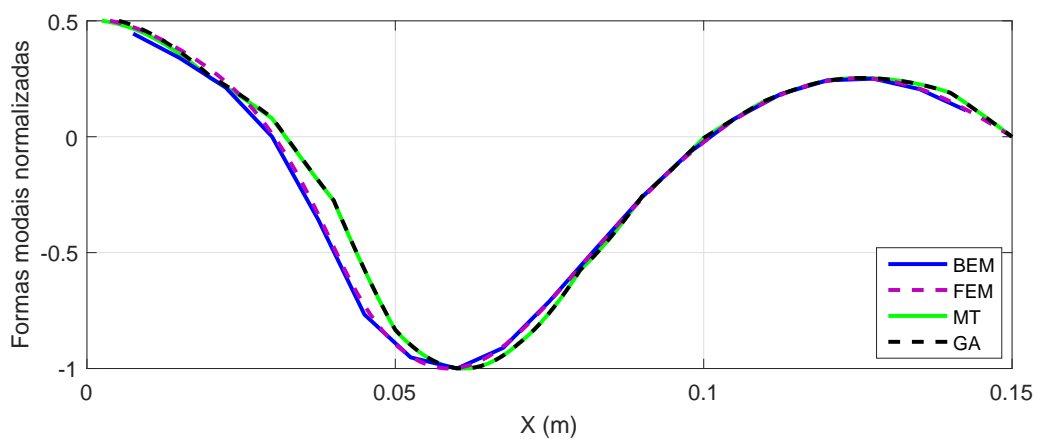


Figura 6.15 – Terceira forma modal: comparação entre BEM, FEM, MT e AG

É possível observar graficamente como os resultados da MT aproximam-se dos resultados obtidos pelos modelos BEM e FEM. A MT é uma ferramenta analítica poderosa

que permite a implementação do AG para a realização de um objetivo específico.

A diferença entre o modelo MT em relação aos modelos BEM e FEM explica-se pela ausência de efeitos tridimensionais, não implementados no modelo analítico MT. Quase não há diferença gráfica entre os modelos AG e MT, o que indica a eficiência da otimização genética.

7 Conclusões e perspectivas futuras

A ferramenta de otimização via AG apresenta resultados satisfatórios na análise de comportamentos dinâmicos para os dois Estudos de Caso de engenharia propostos. Esta ferramenta apresenta uma linguagem simples e eficiente sugerida como uma alternativa às plataformas comerciais existentes.

O Estudo de Caso 1 (Cap. 5) propõe a metodologia de projeto do controle passivo de torres eólicas do tipo TMD-Pendular. 300 otimizações foram realizadas para cada valor de rigidez K_p para construção do mapa de respostas. É possível selecionar através deste mapa as combinações ótimas entre a razão de massas μ e o comprimento do pêndulo L_p . O amortecimento C_p não é utilizado como critério de projeto.

Percebe-se através deste estudo que a busca pelo ótimo global não é relevante, pois existe uma combinação de possibilidades (locus geométrico) que realiza o mesmo efeito prático na seleção de configurações pendulares ótimas. O estudo de sensibilidade da modelagem teórica 2-GdL (torre eólica + TMD) foi essencial para se realizar as diversas otimizações. Embora o uso do AG para a resolução do problema apresente rápida convergência, sua análise é complexa. A ferramenta de AG serve como um recurso para a análise do projeto do controle passivo.

Outras funções objetivo podem ser avaliadas para este estudo. Por exemplo, encontrar um comportamento que minimize os picos e maximize o pico de anti-frequência, realizando um filtro de banda (*Mín.máx.*) ou uma função objetivo que minimize o valor do quadrado médio da resposta.

O Estudo de Caso 2 (Cap. 6) identifica as configurações do TV. O método da MT é utilizado para a modelagem do comportamento acústico do TV. A otimização utiliza a MT para encontrar as formas modais dos modos de ressonância acústica a partir de seções transversais obtidas via IMR, para a vogal $\backslash a \backslash$.

A função objetivo que apresenta os melhores resultados de otimização utiliza os valores da pressão acústica ao longo do tubo. Os valores MAC analisam a ortogonalidade da otimização em relação ao modelo experimental, sendo possível notar a proximidade de ambos resultados ($erro_{MAX} = 3,51\%$).

Neste estudo uma comparação entre a ferramenta AG em relação à plataforma *modeFRONTIER* foi realizada, obtendo resultados com erros e tempo computacional

menores para a ferramenta AG.

Esta otimização é comparada a modelos BEM e FEM sendo notada a semelhança do comportamento das três primeiras formas modais. A diferença entre os modelos BEM e FEM em relação ao modelo otimizado se deve ao fato dos efeitos tridimensionais não estarem inclusos no modelo MT. Este estudo de caso possui 15 genes (entradas da otimização) contra 2 genes do primeiro estudo. Esta diferença acarretou um custo computacional muito elevado, sendo necessário a aplicação de estratégias evolutivas mais “inteligentes” para a exploração do espaço de busca.

Este estudo serve ao mesmo tempo como um exemplo de aplicação do AG em um sistema físico de rico comportamento, assim como uma ferramenta para desenvolver ressonadores com comportamento acústico bem determinado e restrições geométricas arbitrárias. Embora não tenha sido identificação a geometria do TV a partir de um som gerado, esse estudo abre a possibilidade para o desenvolvimento de outras funções objetivas tais como uma de análise energética.

Projeta-se como evolução desta pesquisa a tradução completa deste algoritmo para outras linguagens (possivelmente *Python* ou *C++*). A paralelização dos dados pode ser realizada de maneira a utilizar os núcleos de uma GPU ao invés da CPU através da programação CUDA. Este processo utiliza um hardware gráfico para computação não-gráfica. Placas de vídeo modernas conseguem realizar processamento paralelo com maior eficiência devido aos seus vários núcleos. Pode-se desenvolver uma hiper-heurística capaz de tomar decisões que selecione a melhor meta-heurística a ser utilizada em problemas de otimização.

Referências

- ALBUQUERQUE, A. C. M. L. de. Algoritmos genéticos e processamento paralelo aplicados à definição e treinamento de redes neurais perceptron de múltiplas camadas. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2005. Citado na página 11.
- ALLEMANG, R. J. The modal assurance criterion - twenty years of use and abuse. Sound and Vibration, University of Cincinnati, Ohio, 2003. Citado na página 84.
- ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L. A correlation coefficient for modal vector analysis. 1982. Citado na página 84.
- ANSYS. *Basic Analysis Procedures Guide - Release 5.5*. [S.l.]: ANSYS, Inc, 1998. Citado na página 76.
- AVILA, S. M.; MORAIS, M. V. G.; BARCELOS, M.; SHZU, M. A. M.; SILVA, R. C. Vibration control of the set tower and wind turbine under the wind influence. 20th International Congress of Mechanical Engineering, COBEM 2009, Gramado, RS, Brazil, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 34.
- AVILA, S. M.; SHZU, M. A. M.; PEREIRA, W. M.; SANTOS, L. S.; MORAIS, M. V. G.; PRADO, Z. J. G. Numerical modeling of the dynamic behavior of a wind turbine tower. Article in *Advances in Vibration Engineering*, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 79.
- BAKER, J. E. Adaptive selection methods for genetic algorithms. In: *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms*. Hillsdale, NJ, USA: L. Erlbaum Associates Inc., 1985. p. 101–111. ISBN 0-8058-0426-9. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=645511.657075>>. Citado na página 13.
- BALIEIRO, A. M. Estudo comparativo em algoritmo genético: codificação real e codificação binária. 2008. Citado na página 26.
- BASTOS, E. A. Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos. Dissertação de mestrado da Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2004. Citado na página 3.
- BEYER, H.-G.; SCHWEFEL, H.-P. Evolution strategies - a comprehensive introduction. Kluwer Academic Publishers, Hingham, MA, USA, v. 1, n. 1, p. 3–52, maio 2002. ISSN 1567-7818. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1023/A:1015059928466>>. Citado na página 7.
- BEZDEK, J. C. What is computational itelligence? computational intelligence imitating life. IEEE Press, Piscataway, 112, Reprinted in: DOE Proc. Adaptive Control Systems Tech. Symp, 1993. Citado na página 1.

- BIONDI, L.; BECCENERI, J. C.; SILVA, J. D. S.; LUZ, E. F. P.; NETO, A. J. S. *Técnicas de Inteligência Computacional Inspiradas na Natureza - Aplicação em Problemas Inversos em Transferência Radiativa*. [S.l.]: São Carlos: SBMAC, 2009. v. 41. 35-42 p. Citado na página 5.
- CATALDO, E.; SAMPAIO, R.; NICOLATO, L. Uma discussão sobre modelos mecânicos de laringe para síntese de vogais. ENGEVISTA, 2004. Citado 2 vezes nas páginas xi e 52.
- CLÉMENT, P.; HAUS, S.; HARTL, D. M.; MAEDA, S.; VAISSIÈRE, J.; BRASNU, D. Acoustic analysis of the vocal tract during vowel production by finite-difference time-domain method. *Journal of the Voice*, 2007. Citado 7 vezes nas páginas xi, xiii, 51, 52, 55, 59 e 64.
- COELHO, L. d. S.; MARIANI, V. C. Sistema híbrido neuro-evolutivo aplicado ao controle de um processo multivariável. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automática*, scielo, v. 17, p. 32 – 48, 2006. ISSN 0103-1759. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-17592006000100004&nrm=iso>. Citado na página 1.
- COLHERINHAS, G. B.; DIAS, P. H. C. Projeto de graduação: Otimização paramétrica via algoritmos genéticos da cadeia cinemática automotiva por meio de investigação das razões de transmissão. Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de engenharia mecânica, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 26.
- DARWIN, C. *On the Origin of Species by Means of Natural Selection, Or, The Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*. J. Murray, 1859. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=jTZbAAAAQAAJ>>. Citado na página 6.
- DEB, K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001. ISBN 047187339X. Citado na página 63.
- DEEP, K.; THAKUR, M. A. A new crossover operator for real coded genetic algorithms. *Applied Mathematics and Computation*, 2007. Citado na página 17.
- DOMINGUEZ, J. *Boundary Elements in Dynamics*. Av. Reina Mercedes, s/n, 41012 Seville, Spain: Escuela Superior de Ingenieros Industriales Universidad de Sevilla, 1993. Citado na página 81.
- ESHELMAN, L. J.; SCHAFFER, J. D. Real-coded genetic algorithms and interval-schemata. *Foundations of Genetic Algorithms 2 (FOGA-2)*, p. 187–202, 1993. Citado 2 vezes nas páginas x e 17.
- FERREIRA, A. C. Dissertação de mestrado em ciências mecânicas: Análise harmônica de cavidades acústicas pelo método dos elementos de contorno direto. ENM.DM - 119 A/07. Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de engenharia mecânica, 2014. Citado 2 vezes nas páginas xi e 55.
- FERREIRA, A. C. Analytical and numerical modeling of vocal tract in vowel phonation. CILAMCE: XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 81.
- FOGEL, L. J.; OWENS, A. J.; WALSH, M. J. Adaption of evolutionary programming to the prediction of solar flares. No. N-66-21096, NASA-CR-417, 1966. Citado na página 7.

GABRIEL, P. H. R.; DELBEM, A. C. B. Fundamentos de algoritmos evolutivos. Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 19.

GIBERT, R. *Vibrations des structures: interactions avec les fluides, sources d'excitation aléatoires*. Eyrolles, 1988. (Collection de la Direction des études et recherches d'Électricité de France). ISBN 9782212016123. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=EO2bMQEACAAJ>>. Citado na página 53.

GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. 1st. ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989. ISBN 0201157675. Citado 4 vezes nas páginas 7, 8, 15 e 18.

GOLDBERG, D. E. Real-coded genetic algorithms, virtual alphabets, and blocking. *Complex Systems*, v. 5, n. 2, p. 139–168, 1991. Citado na página 17.

HANNUKAINEN, A.; LUKKARI, T.; MALINEN, J.; PALO, P. Vowel formants from the wave equation. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2007. Citado na página 52.

HOLLAND, J. *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press, 1975. ISBN 9780472084609. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=JE5RAAAAMAAJ>>. Citado 5 vezes nas páginas 1, 7, 8, 10 e 12.

HOLTZ, G. C. da C. Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil da PUC-Rio, 2005. Citado na página 3.

KIRKUP, S. M. *The Boundary Element Method in Acoustics*. [S.l.]: Integrated Sound Software, 2007. Citado na página 81.

LACKNER, M. A.; ROTEVA, M. A. Passive structural control of offshore wind turbines. *Wind Energy*, John Wiley & Sons, Ltd., v. 14, n. 3, p. 373–388, 2011. Citado na página 29.

LIM, S. M.; SULAIMAN, M. N.; SULTAN, A. B. M.; MUSTAPHA, N.; TEJO, B. A. A new real coded genetic algorithm crossover: Rayleigh crossover. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

MEIROVITCH, L. *Analytical methods in vibrations*. Macmillan, 1967. (Macmillan series in advanced mathematics and theoretical physics). Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=sf1QAAAAMAAJ>>. Citado na página 30.

MICHALEWICZ, Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs (3rd Ed.)*. London, UK, UK: Springer-Verlag, 1996. ISBN 3-540-60676-9. Citado 4 vezes nas páginas 3, 7, 10 e 11.

MICHALEWICZ, Z.; JANIKOW, C. Z. Handling constraints in genetic algorithms. In: *Proc. of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*. San Diego, CA: [s.n.], 1991. p. 151–157. Citado na página 16.

MITCHELL, M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. Bradford Books, 1998. (A Bradford book). ISBN 9780262631853. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=0eznlz0TF-IC>>. Citado 4 vezes nas páginas 8, 12, 13 e 20.

- MODEFRONTIER. 2016. Disponível em: <<http://www.esteco.com/modefrontier>>. Citado na página 62.
- MOGNON, V. R. Algoritmos genéticos aplicados na otimização de antenas. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná, 2004. Citado 3 vezes nas páginas x, 16 e 19.
- MOLE, V. L. D. Algoritmos genéticos - uma abordagem paralela baseada em populações cooperantes. Dissertação de Mestrado em Ciência da Computação da Universidade Federal de Santa Catarina, 2002. Citado na página 11.
- MORAIS, M. V. G.; BARCELOS, M.; ÁVILA, S. M.; SHZU, M. A. M.; SILVA, R. de C. Dynamic behavior analysis of wind turbine towers. Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, 29 junio al 2 de julio, SEMNI, España, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 30.
- MURTAGH, P. J.; BASU, B.; BRODERICK, B. M. *Simple models for natural frequencies and mode shapes of towers supporting utilities*. [S.l.: s.n.], 2004. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 34.
- NIGDELI, S. M.; BEKDAŞ, G. Optimum tuned mass damper design in frequency domain for structures. *KSCE Journal of Civil Engineering*, p. 1–11, 2016. Citado na página 29.
- OLIVEIRA, F. dos S.; BRITO, J. L. V. de; AVILA, S. M. Design criteria for a pendulum absorber to control high building vibrations. 11th International Conference on Vibration Problems, Lisbon, Portugal, 9-12 September, 2013. Citado na página 33.
- PAZ, M.; LEIGH, W. *Structural Dynamics: Theory and Computation*. Springer US, 2012. ISBN 9781461504818. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=ftd5BgAAQBAJ>>. Citado na página 31.
- POZO, A.; CAVALHEIRO, A. de F.; ISHIDA, C.; SPINOSA, E.; RODRIGUES, E. M. *Computação Evolutiva*. [S.l.]: Departamento de Informática da Universidade Federal do Paraná, 2005. Citado na página 7.
- RAHMAT-SAMII, Y.; MICHIELSSEN, E. *Electromagnetic Optimization by Genetic Algorithms*. Wiley, 1999. (Wiley Series in Microwave and Optical Engineering). ISBN 9780471295457. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=0x5TAAAAMAAJ>>. Citado na página 26.
- RODRIGUES, A. P. de S. P. Dissertação de mestrado em ciências mecânicas: Parametrização e simulação numérica da turbina hidrocínética - otimização via algoritmos genéticos. ENM.DM - 119 A/07. Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de engenharia mecânica, 2007. Citado na página 26.
- SHZU, M. A. M.; MORAIS, M. V. G.; PRADO, Z. J. G. del; ÁVILA, S. M. Finite element analysis of a wind turbine tower with a pendulum tuned mass damper. DINAME 2015 - XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, ABCM, RN, Brazil, February 22-27, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 29, 34, 35 e 79.
- SILVA, A. J. M. Implementação de um algoritmo genético utilizando o modelo de ilhas. Dissertação de mestrado em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005. Citado na página 9.

- SOONG, T.; DARGUSH, G. *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*. Wiley, 1997. ISBN 9780471968214. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=OxBmQgAACAAJ>>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 31.
- SOUZA, M. J. F. Inteligência computacional para otimização. Universidade Federal de Ouro Preto, Departamento de Computação, 2011. Citado na página 4.
- STEWART, G. M.; LACKNER, M. A. The impact of passive tuned mass dampers and wind-wave misalignment on offshore wind turbine loads. *Engineering Structures*, v. 73, p. 54 – 61, 2014. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029614002673>>. Citado na página 29.
- SUCUPIRA, I. R. *Métodos Heurísticos Genéricos: Meta-heurísticas e hiper-heurísticas*. [S.l.]: Universidade de São Paulo, 2004. Citado na página 5.
- TAKEMOTO, H.; MOKHTAR, P. Acoustic analysis of the vocal tract during vowel production by finite-difference time-domain method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2010. Citado 2 vezes nas páginas xi e 52.
- TITZE, I. R. Acoustic interpretation of resonant voice. *Journal of Voice*, 2001. Citado na página 51.
- WALLIN, N.; MERKER, B.; BROWN, S. *The Origins of Music*. A. Bradford, 2001. (A Bradford book). ISBN 9780262731430. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=vYQEakqM4I0C>>. Citado na página 51.
- WROBEL, L. C. *The Boundary Element Method - Applications in Thermo-Fluids and Acoustics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001. Citado na página 81.
- ZULUAGA, A. L. Controle de vibrações em edifícios submetidos à ação de cargas dinâmicas utilizando amortecedor de massa sintonizado na forma de pêndulo. Master's dissertation in Structures and Civil Construction, Universidade de Brasília, p. 22-64, 2007. Citado na página 32.

Apêndices

A Considerações sobre os modelos Viga FEM e Casca FEM

O método de solução utilizados nos modelos Viga FEM e Casca FEM apresentados no Anexo A é a eliminação direta (esparsa). Visando a validação e aperfeiçoamento do modelo, analisou-se este método de solução e percebeu-se, no relatório do *ANSYS*, que existia um erro de pivoteamento no elemento que conecta o elemento de viga ao de massa do pêndulo.

Para se analisar este erro uma abordagem física e duas numéricas foram propostas:

Primeiramente utilizou-se uma abordagem numérica para tratar o mal condicionamento da matriz e resolver as singularidades da modelagem, utilizando o comando "PIVCHECK, OFF". No capítulo 3 do manual do *software* (ANSYS, 1998), verifica-se que por padrão o comando PIVCHECK é ON, com isso a análise linear estática para (em *batch mode*) quando um pivot negativo ou zero é encontrado. Se este comando é OFF, os pivots não são verificados e a análise linear estática continua. No lugar dos valores negativos ou nulos, o *ANSYS* automaticamente altera o pivot menor que o "zero" da máquina para valores entre 10 a 100 vezes o valor "zero" da máquina. Este valor "zero" é um número muito pequeno que o computador usa para definir o "zero" com alguma tolerância. Estes valores variam para diferentes computadores ($\approx 1e - 15$).

Com o comando PIVCHECK em OFF, a solução altera-se e não é apresentado erro algum no relatório de solução do *ANSYS*.

Para a abordagem física, optou-se por adicionar condição de contorno ao problema. Após a análise do modelo, percebeu-se na modelagem de Viga FEM que o pêndulo apresentava um grau de liberdade rotacional em sua massa e que não existia nenhuma restrição rotacional nela. Isto fazia com que o pivot da matriz fosse nulo, acarretando em frequências nulas para o problema. Ao se adicionar essas restrições, a solução alterou-se para a mesma obtida na abordagem numérica anterior.

Para se garantir a viabilidade de ambos resultados encontrados analisou-se, por fim, a fase de solução da análise do software. O computador resolve simultaneamente as equações geradas pelos métodos dos elementos finitos. Vários métodos que resolvem essas equações simultâneas estão disponíveis no programa *ANSYS*: solução frontal, solução

direta esparsa, solução JCG (Jacobi Conjugate Gradient), solução ICCG (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient), solução PCG (Preconditioned Conjugate Gradient) e a opção de iteração automática (ITER).

Quando o modelo apresenta vários graus de liberdade para elementos de viga e casca, o software seleciona automaticamente a opção de solução direta esparsa (esta era a opção *default* do programa antigo). Esta opção, entretanto, é bastante robusta e prioriza a velocidade de processamento e o uso de pouca memória. Para matrizes mal condicionadas, esta opção não soluciona o problema de maneira adequada e apresenta erros no relatório de solução, tais como o erro de pivoteamento nulo.

Utilizou-se o comando "EQSLV, PCG" para se utilizar a solução iterativa utilizando o Gradiente Conjugado Pré-condicionado. Feito isto, as matrizes mal-condicionadas foram resolvidas e os resultados obtidos foram os mesmos para os outros dois casos anteriores.

Por questão de praticidade o comando "PIVCHECK, OFF" foi o escolhido, por não precisar ser feita a mesma análise física para o modelo de casca, nem ter um alto custo computacional utilizando o comando PCG.

Anexos

A Método dos Elementos Finitos - FEM

Este anexo apresenta os três modelos de elementos finitos (FEM - *Finite Element Method*) de torre pendular, que foram abordados nesta dissertação no Capítulo 5. [Avila et al. \(2016\)](#) e [Shzu et al. \(2015\)](#) propõem a modelagem numérica do comportamento dinâmico de turbinas eólicas destes modelos (2-GdL FEM, Viga FEM e Casca FEM), utilizando o software *ANSYS*.

A.0.1 2-GdL FEM

O sistema massa-mola de dois graus de liberdade com o pêndulo TMD atarraxado, da Fig. 5.2, foi modelado a partir de elementos MASS21, BEAM4 e COMBIN14.

A torre é modelada através dos elementos COMBIN14, que contém as informações de rigidez e amortecimento, e do elemento MASS21, que apresenta as características de massa generalizada.

O sistema pendular foi modelado como um elemento de viga de Euler-Bernoulli com um elemento BEAM4 acoplado a um elemento de massa MASS21 em sua extremidade. Outro elemento COMBIN14 modela uma mola tri-dimensional que descreve o amortecimento e a rigidez torcional que conecta a torre ao pêndulo via comando CP.

Apesar da rigidez e massa da torre eólica variarem ao longo da altura na prática, a modelagem considera essas propriedades constantes, por simplificação. Ao elemento BEAM4 do pêndulo atribuiu-se um valor pequeno para densidade ($7,85\text{kg}/\text{m}^3$) e uma rigidez bastante elevada ($2,1 \cdot 10^5 \text{N}/\text{m}$). Essa consideração física oferece a propriedade pendular pretendida de rigidez para o pêndulo.

A.0.2 Viga FEM

A estrutura da torre foi modelada com um elemento de viga com uma massa fixa em sua extremidade (Fig. A.1), com o objetivo de aproximar a estrutura da torre para um modelo mais próximo da realidade.

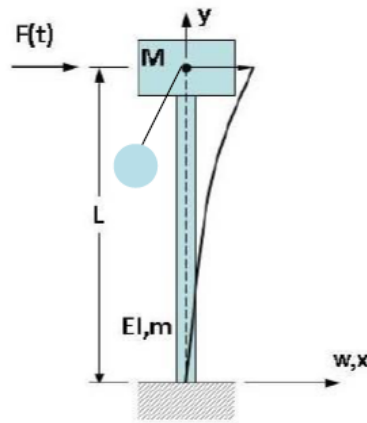


Figura A.1 – Descrição esquemática da torre como elemento de viga com uma massa M e um pêndulo linear fixo em sua extremidade

A torre foi modelada com um elemento de viga linear de Timoshenko utilizando um elemento de viga BEAM188 e de massa MASS21 em seu topo. O elemento MASS21 define a massa da nacele e pá no topo da torre. O pêndulo utiliza a mesma modelagem 2-GdL FEM do Anexo A.0.1, assim como a mesma conexão ao topo da torre com o elemento COMBIN14.

A.0.3 Casca FEM

A estrutura de casca é modelada da mesma forma que a Viga FEM, mas utilizando elementos de casca quadráticos SHELL93 (Figura A.2) no lugar do elemento de viga BEAM188. Para simular a rigidez da nacele e pá no topo da torre um comando CERIG é utilizado. Este comando é responsável por atribuir uma condição de rigidez sem adicionar uma massa ao sistema.

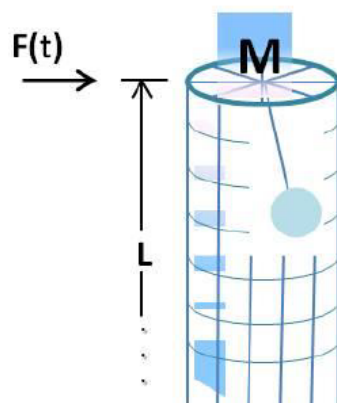


Figura A.2 – Descrição esquemática da torre como elemento de casca com uma massa M e um pêndulo linear fixo em sua extremidade

B Método dos Elementos de Contorno - BEM

A formulação que será desenvolvida nessa sessão corresponde ao método BEM (*Boundary Element Method*) direto para a equação de Helmholtz. Ela é descrita com mais detalhes por Dominguez (1993), Wrobel (2001) e Kirkup (2007).

Ferreira (2015) desenvolve, de maneira resumida, a seguinte metodologia BEM aplicada à acústica.

A propagação de ondas acústicas através de um meio fluido Ω é descrita pela equação da onda. Quando o campo acústico é considerado periódico, esta equação reduz-se para a equação de Helmholtz e toma a seguinte forma:

$$\nabla^2\phi + k^2\phi = 0 \quad (\text{B.1})$$

sendo ϕ a velocidade potencial reduzida, $k = \omega/c$ o número de ondas, c a velocidade do som e ω a frequência angular. A velocidade potencial ϕ relaciona-se à pressão acústica p , conforme (B.2).

$$p = -i\rho\omega\phi \quad (\text{B.2})$$

sendo ρ a densidade do meio fluido Ω .

A equação integral de contorno para o problema, pode ser encontrada pela segunda identidade de Green por (B.3).

$$\int_{\Omega} \phi (\nabla^2\phi^* + k^2\phi^*) d\Omega = \int_{\Gamma} \left(\phi \frac{\partial\phi^*}{\partial n} - \phi^* \frac{\partial\phi}{\partial n} \right) d\Gamma \quad (\text{B.3})$$

sendo ϕ^* a função peso e Γ o contorno do domínio Ω .

Se a função peso ϕ^* satisfaz (B.4), ela é dita solução fundamental da onda escalar (B.1) sob a forma de uma fonte de impulso pontual unitária.

$$\nabla^2\phi^*(X', x) + k^2\phi^*(X', x) = -\delta(X', x) \quad (\text{B.4})$$

sendo X' o ponto de aplicação da fonte pontual (ponto fonte) e x o ponto de observação (ponto campo).

Introduzindo (B.4) em (B.3), a integral de contorno do problema é obtida:

$$\phi(X') = \int_{\Gamma} \frac{\partial\phi(x)}{\partial n} \phi^*(X', x) d\Gamma - \int_{\Gamma} \phi(x) \frac{\partial\phi^*(X', x)}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{B.5})$$

A solução fundamental e a sua derivada normal para problemas tri-dimensionais são apresentadas nas Eqs. (B.6) e (B.7), respectivamente.

$$\phi^* = -\frac{e^{ikr}}{4\pi r} \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{\partial\phi^*}{\partial n} = -\frac{e^{ikr}}{4\pi r} \left(ik - \frac{1}{r} \right) \frac{\partial r}{\partial n} \quad (\text{B.7})$$

sendo $r = |X' - x|$.

Tomando X' no contorno Γ em (B.5) e tendo em vista o comportamento da solução fundamental quando $X' \rightarrow x'$, $x' \in \Gamma$, obtém-se:

$$c(x')\phi(x') = \int_{\Gamma} \frac{\partial\phi(x)}{\partial n} \phi^*(x', x) d\Gamma - \int_{\Gamma} \phi(x) \frac{\partial\phi^*(x', x)}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{B.8})$$

sendo $c(x') = 1/2$ para contornos suaves em x' .

O BEM é um método numérico de solução para as equações integrais de contorno, baseados em um processo de discretização. Dois tipos de aproximações são necessárias para a aplicação deste método: a primeira é geométrica e envolve subdividir o contorno Γ em N pequenos segmentos, de maneira que $\Gamma \approx \sum_{i=1}^N \Gamma_i$; a segunda é uma aproximação da variação do potencial de velocidade e de sua derivada normal dentro de cada elemento. Uma aproximação simples assume que ϕ e $\partial\phi/\partial n$ são constantes dentro de cada elemento e iguais aos seus valores no ponto médio. Introduzindo esta aproximação, obtém-se que:

$$c_j\phi_j = \sum_{i=1}^N \frac{\partial\phi_i}{\partial n} \int_{\Gamma_i} \phi^*(x', x) d\Gamma - \sum_{i=1}^N \phi_i \int_{\Gamma_i} \frac{\partial\phi^*(x', x)}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{B.9})$$

sendo ϕ_i e $\partial\phi_i/\partial n$ os valores de ϕ e $\partial\phi/\partial n$ nos nós localizados no ponto médio do elemento i . No caso de elementos constantes, o número de nós é igual ao número de elementos.

Fazendo

$$H_{ij} = c + \sum_{i=1}^N \left(\int_{\Gamma_i} \frac{\partial\phi^*}{\partial n} d\Gamma \right), c = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

e

$$G_{ij} = \sum_{i=1}^N \left(\int_{\Gamma_i} \phi^* d\Gamma \right) \quad (\text{B.11})$$

a Equação (B.9) toma a forma:

$$\sum_{i=1}^N H_{ij}\phi_i = \sum_{i=1}^N G_{ij} \frac{\partial\phi_i}{\partial n} \quad (\text{B.12})$$

Usando a técnica da colocação em todos os pontos nodais ao longo do contorno, um sistema de equações matriciais pode ser escrito da forma:

$$[H] \{\phi\} = [G] \{q\} \quad (\text{B.13})$$

sendo $\{\phi\}$ e $\{q\}$ os vetores que contêm os valores nodais do potencial e suas derivadas normais; $[H]$ e $[G]$ matrizes quadradas $N \times N$ de coeficientes de influência

O termo diagonal $[H_{ii}]$ é integrado analiticamente e seu valor corresponde à $[H_{ii}] = 1/2$. O termo $[G_{ii}]$ é integrado numericamente, com a diferença que o vetor normal unitário é substituído por um vetor nulo.

Uma vez que as condições de contorno do problema são aplicadas, o problema (B.13) pode ser reescrito sob a forma:

$$[A] \{x\} = \{b\} \quad (\text{B.14})$$

O sistema pode ser resolvido usando uma solução direta padrão e um mecanismo reverso é usado para obter o sistema original $[H] \{\phi\} = [G] \{q\}$.

Quando todos os valores desconhecidos $\{x\}$ são obtidos no contorno, os valores do potencial de velocidade em qualquer ponto interno é obtido usando (B.15).

$$\phi_j = \sum_{i=1}^N \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \int_{\Gamma_i} \phi^*(x', x) d\Gamma - \sum_{i=1}^N \phi_i \int_{\Gamma_i} \frac{\partial \phi^*(x', x)}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{B.15})$$

sendo ϕ_j o valor do potencial de velocidade para o ponto interno j .

C Critério de garantia modal (MAC)

Allemang (2003) faz uma revisão do modelo original do critério de garantia modal (MAC - *Modal Assurance Criterion*) - uma ferramenta que avalia a correlação entre os resultados de dois modelos (o de referência e o calculado).

O MAC é uma ferramenta extremamente útil que utiliza um simples conceito estatístico no campo das análises modais experimentais e na dinâmica estrutural. O MAC é representado pela seguinte equação (ALLEMANG; BROWN, 1982),:

$$MAC_{ij} = \frac{|(\varphi_{Ri})^T \varphi_{Aj}|^2}{[(\varphi_{Ri})^T \varphi_{Ri}][(\varphi_{Aj})^T \varphi_{Aj}]} \quad (C.1)$$

sendo φ_{Ri} o i -ésimo modo de vibração de referência e φ_{Aj} o j -ésimo modo de vibração do modelo calculado.

O MAC situa-se entre zero e um. Quando existe uma forte ortogonalidade entre dois modos de vibração, este valor aproxima-se à unidade. Em caso contrário, o MAC aproxima-se de zero. Quando dois modelos estão perfeitamente correlacionados os valores da diagonal da matriz MAC aproximam-se de um, enquanto os valores fora da diagonal aproximam-se de zero.