

**OTIMIZAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSA  
SINTONIZADOS, MÚLTIPLOS E INTERLIGADOS, PARA  
CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ALTOS**

CAROLINA SÁNCHEZ OSPINA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM  
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**OTIMIZAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSA  
SINTONIZADOS, MÚLTIPLOS E INTERLIGADOS, PARA  
CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ALTOS**

**CAROLINA SÁNCHEZ OSPINA**

**ORIENTADOR: JOSÉ LUIS VITAL DE BRITO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM  
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM – 005A/08**

**BRASÍLIA /DF: MARÇO - 2008.**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**OTIMIZAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSA  
SINTONIZADOS, MÚLTIPLOS E INTERLIGADOS, PARA  
CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ALTOS**

**CAROLINA SÁNCHEZ OSPINA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE  
BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA  
A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E  
CONSTRUÇÃO CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. José Luis Vital De Brito, DSc (ENC-UnB)  
(Orientador)**

---

**Prof. Graciela N. Doz de Carvalho, Dr. Ing. (ENC-UnB)  
(Examinadora Interna)**

---

**Prof. Zenón José Guzmán Núñez Del Prado, DSc (UFG)  
(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 20 DE MARÇO DE 2008**

## FICHA CATALOGRÁFICA

OSPINA, CAROLINA SÁNCHEZ

Otimização de amortecedores de massa sintonizados, múltiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos [Distrito Federal] 2008.

xv, 81p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2008).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Amortecedor de massa sintonizado (AMS)
2. Amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM)
3. Controle de vibrações
4. Dinâmica estrutural

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OSPINA, C. S. (2008). Otimização de amortecedores de massa sintonizados, múltiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM 005A/08, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 81p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Carolina Sánchez Ospina

TÍTULO: Otimização de amortecedores de massa sintonizados, múltiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos.

GRAU: Mestre

ANO: 2008

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Carolina Sánchez Ospina  
SCLN 407 Bloco C Apto 211.  
CEP 70.855-530 Brasília/DF, Brasil.

## DEDICATÓRIA

A Deus  
aos meus pais, à minha família  
e ao Nelson.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus por dá-me força para seguir adiante.

Ao orientador, professor José Luis Vital de Brito, por sua paciência e disposição ante minhas dúvidas.

Aos meus pais Neftaly e Letícia pela confiança e apoio no meu trabalho longe de casa.

À minha família, por me esperar sempre de braços abertos.

Ao Nelson por sua paciência, por me escutar quando precisava e por me ajudar neste país.

Ao professor Raul Yukihiro Matsushita pela sua colaboração no programa SAS v. 9.1.3.

Aos meus colegas colombianos, cubanos, peruanos e brasileiros pela companhia y amizade.

À Cristina e a sua família pela amizade desinteressada.

Ao CAPES pelo apoio financeiro.

E em geral a todos que de alguma forma me ajudaram nesta parte da minha vida.

## RESUMO

### OTIMIZAÇÃO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS, MÚLTIPLOS E INTERLIGADOS, PARA CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ALTOS.

Com o advento de novas tecnologias e novos materiais o homem tem construído estruturas cada vez mais altas e flexíveis, porém mais vulneráveis às vibrações. Entre as várias técnicas desenvolvidas para evitar estas vibrações, está o controle passivo o qual subdivide-se em vários tipos de dispositivos. O amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM) é um deles. Este consiste em vários sistemas massa-mola-amortecedor sintonizados ao redor da frequência do sistema principal. Neste trabalho se comparam as respostas de um edifício *shear frame* de vinte andares reduzido a um grau de liberdade por meio do método da superposição modal, tomando-se a contribuição do primeiro modo de vibração como a mais significativa. Inicialmente, verifica-se que os parâmetros sugeridos pela literatura para o AMSM não interligado (NI) não são adequados para o AMSM interligado (I). Portanto, realiza-se um estudo paramétrico, baseado no procedimento de busca numérica *Min. Max.* a fim de determinar parâmetros que conduzam a uma melhor eficiência do AMSM I para dois, três, quatro e cinco massas e apresentar as equações que governam este sistema de AMSM I. As equações do AMSM I são determinadas por meio de um ajuste de curvas, baseado no método dos mínimos quadrados, com o auxílio do programa estatístico SAS versão 9.1.3.

**Palavras-chave:** amortecedor de massa sintonizado (AMS); amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM); controle de vibrações; dinâmica estrutural.

## **ABSTRACT**

### **OTIMIZATION OF INTERCONNECTED, MULTIPLE AND TUNED MASS DAMPER FOR HIGH BUILDINGS VIBRATION CONTROL.**

With the advent of new technology and new materials the man has constructed higher and flexible structures, however, more vulnerable to vibrations. Among the several techniques to prevent these vibrations, appears the passive control which is subdivided in some types of devices. The multiple tuned mass damper (MTMD) is one of them. It consists in a mass-spring-damper system tuned around the main system frequency. In this work the behavior of a 20-floors shear frame building, reduced to a single degree-of-freedom system by the superposition method, is studied taking into account the first mode shape. Initially, it is verified that the parameters suggested by the references for the non-interconnected MTMD are not efficient for the interconnected MTMD. As a result, a parametric study is conducted based on a *Min. Max.* numerical searching procedure in order to determine parameters that improve the interconnected MTMD efficiency for two, three, four and five masses and showing the equations that govern the system. These interconnected MTMD equations are found with a curves adjustment based on the minimum squared method and by using the SAS statistical program, v. 9.1.3.

**Keywords:** tuned mass damper (TMD) multiple tuned mass damper (MTMD); vibration control; structural dynamics.

# SUMÁRIO

<b>1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 - IMPORTÂNCIA .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 - OBJETIVOS .....</b>	<b>2</b>
<b>1.3 - METODOLOGIA .....</b>	<b>2</b>
<b>1.4 - JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>3</b>
<b>1.5 - DESCRIÇÃO DO TRABALHO .....</b>	<b>4</b>
<b>2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>5</b>
<b>2.1 - DISPOSITIVOS DE CONTROLE ESTRUTURAL.....</b>	<b>5</b>
2.1.1 - Controle passivo .....	6
2.1.2 - Controle ativo .....	6
2.1.3 - Controle semi-ativo .....	7
2.1.4 - Controle híbrido .....	7
<b>2.2 - AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO (AMS).....</b>	<b>8</b>
2.2.1 - Aplicações dos AMS .....	11
<b>2.3 - AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO (AMSM) ....</b>	<b>16</b>
<b>3 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....</b>	<b>24</b>
<b>3.1 - AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO (AMS).....</b>	<b>24</b>
3.1.1 – Equações de movimento do sistema com um grau de liberdade .....	24
3.1.2 – Equações de movimento do sistema com vários graus de liberdade.....	25
3.1.3 – Sistema reduzido a um grau de liberdade .....	26
3.1.4 – Otimização dos parâmetros para o AMS não amortecido.....	27
<b>3.2 - AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO (AMSM) ....</b>	<b>30</b>
3.2.1 – Equação de movimento para o AMSM NI .....	30
3.2.2 – Otimização dos parâmetros para o AMSM NI.....	32
3.2.3 – Equação de movimento para o AMSM I.....	35

3.2.4 – Busca da otimização dos parâmetros para o AMSM I.....	36
3.2.5 – Resposta no domínio da frequência .....	40
<b>4 - ESTUDO NUMÉRICO .....</b>	<b>41</b>
4.1 – AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO.....	41
4.2 – AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO .....	42
4.3 – ESTUDO PARAMÉTRICO 1 .....	47
4.4 – ESTUDO PARAMÉTRICO 2 .....	49
4.5 – COMPARAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS AMSM NI E I.....	55
<b>5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>59</b>
5.1 – CONCLUSÕES.....	59
5.2 – SUGESTÕES .....	60
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>61</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Aplicações dos AMS .....	15
Tabela 3.1 - Variação dos parâmetros ótimos de Jangid (1999) para n AMSM NI .....	33
Tabela 3.2 - Valores dos coeficientes das equações ótimas. (Jangid, 1999) .....	34
Tabela 4.1 - Propriedades por andar do <i>shear frame</i> de 20 andares .....	41
Tabela 4.2 - Valores dos parâmetros no estudo paramétrico 1 .....	47
Tabela 4.3 - Valores dos parâmetros no estudo paramétrico 2 .....	50
Tabela 4.4 - Ajuste de curvas para os amortecedores da Figura 4.10 .....	52
Tabela 4.5 - Ajuste de curvas para a razão entre massas $\mu$ da Figura 4.9 .....	53
Tabela 4.6 - Coeficientes calculados pelo programa SAS, versão 9.1.3 .....	54

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1- Amortecedores de massa sintonizados: a) AMS original; b) AMS passivo; c) AMS ativo. ....	8
Figura 2.2- Aplicações dos AMS até 1989. a) John Hancock Building b) City Corp Center c) Chiba Port Tower d) Fukuoka Tower <a href="http://images.google.com">http://images.google.com</a> (acesso 11-2007) .....	11
Figura 2.3- Aplicações dos AMS nos anos 90 a) Crystal Tower b) Yokohama Landmark Tower c) Burj Al Arab. <a href="http://images.google.com">http://images.google.com</a> (acesso 11-2007) .....	12
Figura 2.4- Aplicações dos AMS no novo milênio. a) Millennium Bridge b) Park Tower c) Taipei 101 d) Grand Canyon Skywalk. <a href="http://images.google.com">http://images.google.com</a> (acesso 11-2007) .....	13
Figura 2.5- Ponte Rio-Niterói. <a href="http://images.google.com">http://images.google.com</a> (acesso 11-2007).....	21
Figura 3.1- Modelo estrutural de um sistema com AMS instalado.....	24
Figura 3.2- Sistema com N graus de liberdade com AMS instalado.....	25
Figura 3.3- Fator de amplificação em função de $\beta$ ( $\mu = 0,05$ ; $\alpha = 1$ ) .....	28
Figura 3.4- Modelo estrutural de um sistema principal com AMSM NI .....	30
Figura 3.5- Modelo estrutural de um sistema principal com AMSM I .....	35
Figura 3.6- Diagrama de fluxo dos dois estudos paramétricos.....	39
Figura 4.1- Respostas em frequência da estrutura sem controle e com um AMS.....	42
Figura 4.2- Respostas em frequência da estrutura sem controle e com 3 AMS NI.....	43
Figura 4.3- Respostas em frequência da estrutura com 1 AMS e com 3 AMS NI .....	43
Figura 4.4- Respostas em frequência da estrutura sem controle e com 3 AMS NI e I.....	44
Figura 4.5- Respostas ótimas em frequência da estrutura com 3 AMS NI e 3 AMS I .....	44
Figura 4.6- Respostas em frequência da estrutura com 3 AMS I ótimos e segundo Jangid	45
Figura 4.7- Comparação dos parâmetros ótimos encontrados pela busca numérica 1 versus o número de amortecedores n.....	47

Figura 4.8- Comparação dos parâmetros ótimos encontrados pela busca numérica 1 versus a razão de amortecimento $\xi$ .....	48
Figura 4.9- Comparação dos parâmetros ótimos encontrados pela busca numérica 2 versus o número de amortecedores $n$ .....	50
Figura 4.10- Comparação dos parâmetros ótimos encontrados pela busca numérica 2 versus a razão entre massas $\mu$ .....	51
Figura 4.11- Fator de amplificação em função de $\beta$ ( $\mu = 0,05$ ; $\alpha$ ótimo; $\xi$ ótimo) para 2 AMSM interligados e não interligados.....	55
Figura 4.12- Fator de amplificação em função de $\beta$ ( $\mu = 0,05$ ; $\alpha$ ótimo; $\xi$ ótimo) para 3 AMSM interligados e não interligados.....	55
Figura 4.13- Fator de amplificação em função de $\beta$ ( $\mu = 0,05$ ; $\alpha$ ótimo; $\xi$ ótimo) para 4 AMSM interligados e não interligados.....	56
Figura 4.14- Fator de amplificação em função de $\beta$ ( $\mu = 0,05$ ; $\alpha$ ótimo; $\xi$ ótimo) para 5 AMSM interligados e não interligados.....	56
Figura 4.15- Fator de amplificação em função de $\beta$ ( $\mu = 0,05$ ; $\alpha$ ótimo; $\xi$ ótimo) para 10 AMSM interligados e não interligados.....	57
Figura 4.16- Respostas no tempo da estrutura sem controle, com 4 AMSM I e 4 AMSM NI.....	58
Figura 4.17- Respostas no tempo da estrutura sem controle, com 5 AMSM I e 5 AMSM NI.....	58

## LISTA DE SÍMBOLOS, SIGLAS E ABREVIATURAS

AMS	amortecedor de massa sintonizado;
AMSM	amortecedores de massa sintonizados múltiplos;
AMSM I	amortecedores de massa sintonizados múltiplos interligados;
AMSM NI	amortecedores de massa sintonizados múltiplos não interligados;
$a_n$	constantes;
$C$	coeficiente de amortecimento do sistema principal;
$\underline{C}$	matriz de amortecimento do sistema principal;
$C^*$	amortecimento do sistema principal reduzido a um G.L. ou generalizado, $C^* = \phi_1^T \underline{C} \phi_1$ ;
$\underline{C}$	matriz de amortecimento normalizada;
$c$	amortecimento do AMS;
$c_c$	amortecimento crítico do AMS;
$c_n$	amortecimento do n-ésimo amortecedor;
$FAD$	fator de amplificação dinâmica;
$F_o$	vetor das amplitudes do carregamento;
$F(t)$	carregamento dinâmico aplicado sobre a estrutura, $F(t) = F_o e^{i\omega t}$ ;
$F^*(t)$	força generalizada, $F^*(t) = \phi_1^T F(t)$ ;
$f(t)$	ação dinâmica externa;
$f(\mu)$	função em termos de $\mu$ para as equações ótimas de Jangid (1999);
G.L.	graus de liberdade;
$\underline{H}(\omega)$	matriz da função de resposta em frequência de um sistema com vários graus de liberdade;
$ H(\omega) $	função de resposta em frequência;
$H_{ij}(\omega)$	elemento da matriz $\underline{H}(\omega)$ que representa a resposta permanente na coordenada $i$ devido a uma excitação harmônica na coordenada $j$ ;
$K$	rigidez do sistema principal;
$\underline{K}$	matriz de rigidez do sistema;
$K^*$	rigidez do sistema principal reduzido a um G.L. ou generalizada, $K^* = \phi_1^T \underline{K} \phi_1$ ;
$\underline{K}$	matriz de rigidez normalizada;

$k$	rigidez do AMS;
$k_n$	rigidez do n-ésimo amortecedor;
$M$	massa do sistema principal;
$\underline{M}$	matriz de massa do sistema;
$M^*$	massa do sistema principal reduzido a um G.L. ou generalizada, $M^* = \varphi_1^T \underline{M} \varphi_1$ ;
$\underline{M}$	matriz de massa normalizada;
$m$	massa do AMS;
$Max.$	máximo;
MEF	método dos elementos finitos;
$Min.$	mínimo;
$m_n$	massa do n-ésimo amortecedor;
$m_i$	massa do i-ésimo amortecedor;
$N$	número de graus de liberdade ou andares do <i>shear frame</i> ;
$n$	número de amortecedores ou massas;
$P$	ponto fixo ou invariante encontrado por Den Hartog (1956) ;
$P(t)$	$[0, \dots, c\dot{z} + kz]^T$ ;
$P^*(t)$	carga generalizada, $P^*(t) = \varphi_1^T P(t)$ ;
$Q$	ponto fixo ou invariante encontrado por Den Hartog (1956);
$R$	fator de amplificação dinâmica ou resposta em frequência normalizada;
$R_{max}$	amplitude máxima da resposta em frequência;
$rms$	<i>root mean square</i> ;
SP	sistema principal;
$u_n$	deslocamentos absolutos de cada massa;
$Y$ :	vetor das coordenadas generalizadas;
$y_{sp}(t)$	deslocamento do sistema principal em relação à base;
$y_n(t)$	deslocamento da enésima massa relativo à base;
$y_{max}$	deslocamento máximo do sistema principal;
$Y_N$	n-ésima coordenada generalizada;
$y_n$	deslocamentos relativos de cada massa;
$y_{st}$	deslocamento estático;
$y(t)$	vetor de ordem (n+1) dos deslocamentos do sistema com AMSM;

$z(t)$	deslocamento do AMS em relação ao sistema principal;
$\alpha$	razão de frequência, $\alpha = \omega_a / \omega_{sp}$ ;
$\alpha_n$	razão de frequência do n-ésimo amortecedor, $\alpha_n = \omega_n / \omega_{sp}$ ;
$\alpha$ ótimo	razão de frequência ótima;
$\beta$	razão de frequência forçada do sistema principal, $\beta = \omega / \omega_{sp}$ ;
$\beta_L$	largura de banda, $\beta_L = (\omega_n - \omega_1) / \omega_T$ ;
$\mu$	razão entre massas, $\mu = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i$ ;
$\mu_n$	razão de massa do n-ésimo amortecedor, $\mu_n = m_n / M^*$ ;
$\xi$	razão de amortecimento do sistema principal; $\xi = c/c_c = c/2m\omega_{sp}$ ;
$\xi'$	razão de amortecimento média dos amortecedores;
$\xi_a$	razão de amortecimento do AMS, $\xi_a = c/c_c = c/2m\omega_a$ ;
$\xi_n$	razão de amortecimento do n-ésimo amortecedor, $\xi_n = c_n / 2m_n\omega_n$ ;
$\xi$ ótimo	razão de amortecimento ótima do AMS;
$\underline{\Phi}$	matriz modal do sistema;
$\varphi_N$	vetor que contém o N-ésimo modo de vibração;
$\omega_1$	frequência do primeiro AMS;
$\omega_a$	frequência natural do AMS, $\omega_a = \sqrt{k/m}$ ;
$\omega_n$	frequência natural do n-ésimo amortecedor, $\omega_n = \sqrt{k_n/m_n}$ ;
$\omega_{sp}$	frequência natural do sistema principal ou estrutura, $\omega_{sp} = \sqrt{K/M}$ ;
$\omega_T$	media das frequências dos AMS.

# **1 - INTRODUÇÃO**

## **1.1 - IMPORTÂNCIA**

Com o passar dos anos e com o avanço tecnológico, as estruturas vão se tornando mais esbeltas e flexíveis, porém mais vulneráveis às vibrações dinâmicas tais como sismos, ação do vento, ações humanas, vandalismo entre outras. Deste modo, nos últimos anos tem-se investido bastante em pesquisas e no desenvolvimento de ferramentas de controle de vibrações para melhorar o comportamento de estruturas sob vibrações externas.

O controle estrutural é uma tecnologia para proteção de estruturas que promove uma alteração nas propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura pela adição de dispositivos externos ou pela ação de forças externas. Estes dispositivos de controle podem ser classificados como passivos, ativos, híbridos e semi-ativos.

Os dispositivos passivos não necessitam de alta tecnologia, de energia externa e nem de manutenção permanente para desempenhar de forma satisfatória a sua função. Os ativos, pelo contrário, necessitam de uma fonte externa de energia, mas se adaptam às mudanças das frequências da excitação, pela aplicação de uma força em um sistema secundário fixo à estrutura. Os dispositivos híbridos são uma combinação dos dois tipos anteriores, passivo e ativo, tornando-os mais eficientes e econômicos. Finalmente, os controles semi-ativos têm propriedades ajustáveis como os dispositivos ativos, mas não adicionam energia ao sistema estrutural (Ávila, 2002).

O controle passivo tem sido objeto de inúmeros estudos e pesquisas nos últimos 30 anos, contando atualmente com uma série de implementações práticas principalmente nos Estados Unidos e Japão (Soong e Dargush, 1997). Entre estes dispositivos tem-se o amortecedor de massa sintonizado, que consiste em um ou vários sistemas massa-mola-amortecedor encarregados de atenuar as vibrações do sistema estrutural, mediante a sintonização do amortecedor ao redor da frequência do sistema principal. Quando são vários sistemas massa-mola-amortecedor, o sistema de controle é chamado AMSM (amortecedores de massa sintonizados múltiplos).

Existem duas formas de conectar os amortecedores múltiplos: em série ou em paralelo. Quando os amortecedores estão arranados em paralelo, o dispositivo é chamado AMSM NI (não interligado) e, quando estão em série o controle é chamado AMSM I (interligado).

## 1.2 - OBJETIVOS

O objetivo da presente dissertação é obter parâmetros ótimos para os amortecedores de massa sintonizados múltiplos interligados (AMSM I), trabalhando com variáveis como número de amortecedores, razão de frequência, razão de amortecimento e razão de massa, entre outras. Para tanto toma-se como base o artigo escrito por Jangid (1999) e a dissertação de Carneiro (2004), para finalmente, com ajuda do programa SAS, versão 9.1.3, encontrar as equações que governam estes sistemas.

Como objetivos específicos podem-se destacar:

- A realização de uma busca numérica dos parâmetros ótimos para AMSM I com várias massas (n);
- A comparação entre os parâmetros determinados por Jangid (1999) para AMSM não interligados (NI) e os encontrados no presente trabalho para AMSM I;
- A busca de uma equação geral que governe o comportamento e o desempenho dos AMSM I.

## 1.3 - METODOLOGIA

No exemplo numérico estudado no presente trabalho, um edifício é considerado como uma estrutura do tipo *shear frame*, ou seja, um pórtico cujas vigas (que representam os pavimentos do edifício) possuem rigidez muito superior à rigidez dos pilares e cujas barras têm deformações axiais desprezíveis. Assim, os deslocamentos das vigas são

representados pelos deslocamentos de suas extremidades ou nós, podendo-se dizer que as vigas não se deslocam verticalmente nem sofrem rotações. Uma única coordenada horizontal representa o deslocamento horizontal da viga, sendo assim, cada pavimento do edifício possui um grau de liberdade e, deste modo, N andares implicam em N graus de liberdade.

Uma outra consideração adotada na análise numérica é que os edifícios altos são estruturas que geralmente vibram em torno do primeiro modo de vibração. Sendo assim, seus deslocamentos podem ser bem representados tomando-se a contribuição relacionada a esse modo de vibração como preponderante. Estes edifícios são estruturas com vários graus de liberdade e podem ser reduzidos a sistemas com um grau de liberdade através do método da superposição modal, tomando-se a contribuição apenas do primeiro modo de vibração.

#### **1.4 - JUSTIFICATIVA**

Na revisão bibliográfica sobre amortecedores de massa se encontrou muita informação para amortecedores de massa sintonizados múltiplos não interligados, como por exemplo, os parâmetros ótimos e as equações que governam estes sistemas com um número máximo de 31 amortecedores. Porém, para os AMSM I não havia estudos suficientes.

Carneiro (2004) fez uma otimização para os AMSM I com vários amortecedores, empregando programas como MAPLE V e FORTRAN 2000, onde se variava os parâmetros dos amortecedores, tentando obter o menor pico de resposta de amplificação dinâmica. No entanto, nesse trabalho, não foram obtidas as equações ótimas para os AMSM I.

Neste trabalho, parte-se do desenvolvimento feito por Carneiro (2004) modificando os programas desenvolvidos nos ambientes citados, empregando amortecedores com características iguais, adotando o procedimento feito por Jangid (1999), encontrando finalmente as equações ótimas que governam os AMSM I.

## **1.5 - DESCRIÇÃO DO TRABALHO**

Esta dissertação de mestrado divide-se em 5 capítulos, finalizando com a bibliografia usada nesta pesquisa, a saber:

O primeiro é a introdução onde se apresenta um breve resumo do trabalho, sua importância e seus objetivos.

O segundo capítulo apresenta a revisão bibliográfica, introduzindo o assunto com uma breve história dos dispositivos de controle estrutural: como surgiram, características e tipos de controle. Aprofundando-se, após, nos amortecedores de massa sintonizados múltiplos (AMSM), tema principal desta dissertação.

No terceiro capítulo são apresentadas as equações de movimento dos amortecedores de massa sintonizados (AMS) para um sistema com um grau e N graus de liberdade, as equações de movimento para AMSM NI e AMSM I. Apresentam-se as otimizações existentes na literatura para AMS não amortecidos e AMSM NI de até 31 massas. Após, descreve-se o procedimento de busca numérica dos parâmetros ótimos do sistema AMSM I, implementado neste trabalho. No final do capítulo explica-se como obter a resposta no domínio da frequência para um sistema com vários graus de liberdade.

O quarto capítulo apresenta os dois estudos numéricos realizados para obter os parâmetros ótimos para os AMSM I. Os valores destes parâmetros são obtidos mediante os programas de otimização explicitados no capítulo 3 e desenvolvidos nos ambientes MAPLE V e FORTRAN 2000. Ao final do capítulo, são determinadas as equações que governam os AMSM I, obtidas pelo método dos mínimos quadrados por intermédio do programa estatístico SAS versão 9.1.3.

O quinto capítulo apresenta as conclusões e sugestões para dissertações ou trabalhos futuros.

## **2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 - DISPOSITIVOS DE CONTROLE ESTRUTURAL.**

Geralmente as primeiras cargas consideradas no cálculo da maioria das estruturas são aquelas devidas à gravidade. No entanto, apenas uma idealização estática não é muito apropriada já que a estrutura deve se proteger de outras forças existentes na natureza como vento, ondas e terremotos ou de forças devidas à atividade humana, as quais não são estáticas nem unidirecionais. Estas cargas produzem efeitos de inércia que podem trazer amplificações dinâmicas importantes e difíceis de prever (Soong e Dargush, 1997).

É por isto que nos últimos anos tem-se desenvolvido sistemas de controle estrutural para proteção de estruturas que promovem uma alteração nas propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura pela adição de dispositivos externos ou pela ação de forças externas. Estes sistemas de controle protegem a estrutura contra vibrações excessivas diminuindo o dano estrutural e evitando perdas humanas. Estes dispositivos podem se dividir em: passivos, ativos, híbridos e semi-ativos. Na literatura há muitas revisões bibliográficas a respeito destes dispositivos de controle estrutural.

Sakamoto e Kobori (1995) se inspiraram no terremoto de México em 1985 para fazer uma busca de vários sistemas de controle passivos, ativos e híbridos. Apresentam a aplicação destes em edifícios altos e a rapidez com que estes sistemas têm se desenvolvido no Japão.

Soong e Spencer Jr. (2002) apresentam a história, o estado da arte e da prática dos sistemas de controle passivos, ativos, semi-ativos e híbridos em edifícios e pontes. Mostram a importância destes na redução de vibrações devidas aos sismos e ao vento, além das vantagens e limitações de cada dispositivo de controle.

Datta (2003) apresenta o estado da arte dos sistemas ativos, dando ênfase no controle de forças sísmicas. O autor comenta as dificuldades de aplicação dos sistemas, as teorias de controle, as observações paramétricas, as limitações e finalmente introduz a noção de controle semi-ativo.

Têm-se também artigos sobre o estado da arte em controle estrutural desenvolvido em países específicos como os escritos por Spencer Jr. e Soong (1999) nos Estados Unidos, Ou e Li (2004) na China e Kitagawa e Midorikawa (1998) no Japão.

### **2.1.1 - Controle passivo:**

É um mecanismo que dissipa a energia fornecida ou transfere parte da energia para o sistema de controle, sem necessidade de fontes de energia externa. Estes dispositivos dissipam a energia usando o próprio movimento da estrutura para produzir um movimento relativo ou convertem a energia cinética em calor.

A falta da energia elétrica é esperada depois de um grande terremoto. Nestes casos os amortecedores trabalham bem e são sistemas muito confiáveis. Exemplos destes sistemas são os isoladores de base, os amortecedores de massa sintonizados (AMS), os amortecedores líquidos sintonizados, amortecedores metálicos, amortecedores viscosos, amortecedores viscoelásticos, amortecedores viscofluidos e amortecedores de atrito.

Soong & Dargush (1997) apresentam um completo estado da arte dos sistemas passivos de dissipação de energia, princípios básicos, resposta dinâmica, modelos experimentais, formulações matemáticas, análise estrutural, considerações práticas de projeto, detalhes de implementação, diferentes tipos de configurações e aplicações estruturais de cada dispositivo passivo.

### **2.1.2 - Controle ativo:**

São mais efetivos do que os passivos. Adaptam-se à diferentes condições de carga, por meio de um sensor de resposta estrutural, que determina a força de controle a ser aplicada na estrutura. No entanto esses dispositivos precisam de grande quantidade de energia para trabalhar e podem introduzir instabilidade à estrutura (Yang, 2001).

Exemplos destes dispositivos são os materiais inteligentes (Daley et al., 2006), amortecedores de massa ativos, contraventamento ativo, geradores de pulso, apêndices aerodinâmicos e os cabos tensionados. Spencer Jr. e Sain (1997) e Datta (2003) têm escrito sobre o avanço destes dispositivos em edifícios, pontes, torres, plataformas de petróleo, redes de distribuição de fluidos entre outras estruturas no Japão, apresentando um completo estado da arte deste dispositivo. No Brasil, Souza (2003) compara diferentes tipos de sistemas de controle ativo.

### **2.1.3 - Controle semi-ativo:**

Este dispositivo monitora a resposta estrutural para calcular a força de controle requerida. Os dispositivos de controle semi-ativo possuem propriedades que controladas de forma ótima, reduzem a resposta do sistema. Este dispositivo não adiciona energia ao sistema controlado e garante a estabilidade demonstrando ser mais efetivo e confiável do que o controle passivo e ativo (Yang, 2001). Têm a vantagem de possuir a adaptabilidade dos controladores ativos sem demandar grandes quantidades de energia, podendo, em muitas aplicações, operar com baterias de emergência, no caso de falta de energia. Pode-se dizer que são controles passivos controláveis (Ávila, 2002). Dyke (1996), Dyke et al. (1996), Jansen e Dyke (2000), Zhuang et al. (2000), Pinkaew e Fujino (2001), Zhu et al. (2004), Lu (2004), Ying et al. (2005), Dias (2005), Golafshani et al. (2006), Yan et al. (2006) e Zhou et al. (2006) entre outros, têm-se dedicado ao estudo do tema.

Exemplos destes são os sistemas de rigidez variável semi-ativos, os dispositivos de controle de atrito semi-ativo (Dupont et al. 1997), amortecedores de orifício variável, dispositivo de fluido controlável, entre outros. Symans e Constantinou (1999) apresentaram uma revisão sobre o estado da arte deste dispositivo na última década.

### **2.1.4 - Controle híbrido:**

É uma combinação do controle passivo e do ativo. Necessita de forças de magnitudes menores nos atuadores, o que gera uma considerável redução no custo além de ter um desempenho mais eficiente comparado ao sistema passivo, ampliando a faixa de frequência em que o mesmo funciona. No caso de falta de energia, o seu componente passivo ainda oferece um certo grau de proteção à estrutura. Portanto, supre as principais desvantagens dos controles passivo e ativo isoladamente.

Spencer Jr & Soong (1999) comparam o desempenho do controle híbrido em países como Japão, Estados Unidos, Taiwan e China. Yang e Agrawal (2002) e Zhang et al. (2005) trabalharam com este tipo de controle nos últimos anos, obtendo um desempenho mais eficiente do que o sistema de isolamento de base para terremotos com epicentros superficiais.

## 2.2 - AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO (AMS)

O amortecedor de massa sintonizado (AMS) é um dispositivo de controle de vibrações passivo clássico da engenharia, com um ou vários sistemas massa-mola (Figura 2.1) e um ou vários amortecedores junto ao sistema principal (SP) para atenuar suas vibrações. O AMS está localizado geralmente no topo da estrutura, para atenuar as vibrações devidas ao primeiro modo de vibração que predomina em edifícios altos.

A frequência natural do AMS é sintonizada ao redor da frequência natural do SP ou da frequência correspondente ao modo de vibração a ser controlado. Assim, ao vibrar o SP, o AMS vibra com a mesma frequência deste, absorvendo parte da energia do sistema.

O AMS passivo é um sistema não controlável que consta de uma massa, um amortecedor e uma mola. Já o AMS semi-ativo tem o amortecimento controlável, mas não possui atuadores ativos. O AMS híbrido é um AMS passivo equipado com atuadores ativos. Por último o AMS ativo é aquele que depende de uma fonte externa para que os atuadores possam trabalhar, já que não possui componentes passivos.

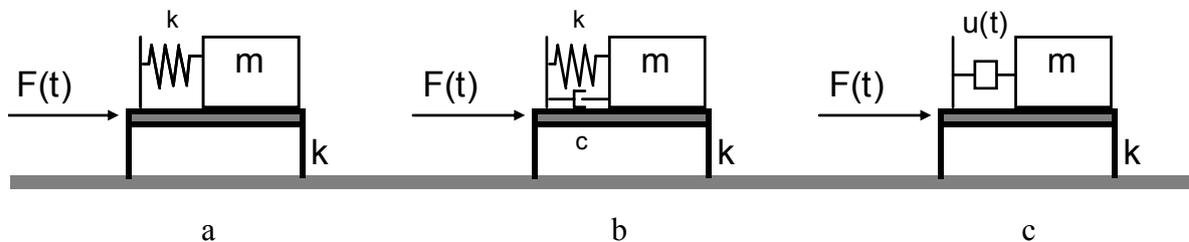


Figura 2.1. Amortecedores de massa sintonizados: a) AMS original; b) AMS passivo; c) AMS ativo.

O conceito de AMS foi concebido por Frahm em 1909 e é mostrado na Figura 2.1.a. Este dispositivo não tinha amortecedor. Em 1928 Ormondroyd e Den Hartog estudaram o tema e encontraram um melhor desempenho ao adicionar um amortecedor ao sistema de Frahm (Figura 2.1.b), mas não mostraram como otimizar a frequência do amortecedor (Nishimura et al. 1998; Den Hartog, 1956 e Soong e Dargush, 1997).

Segundo Nishimura et al. (1998), em 1935 Erich Hahnkamm determinou a rigidez ótima para diminuir a resposta do sistema. Nesse ano Den Hartog introduz a descoberta de Hahnkamm em seu livro *Mechanical Vibration*. Em 1946, Brock calculou o fator de amortecimento ótimo para o AMS. Posteriormente, Den Hartog (1956) publicou a edição revisada do seu livro com esse novo fator. Sete anos depois, Crandall encontrou fatores similares, ao comparar as respostas com a frequência harmônica e a frequência estacionária.

Luft (1979), apud Ambrosini et al. (2004) encontrou os parâmetros ótimos para um sistema principal amortecido e um AMS como o mostrado na Figura 2.1.a., isto é, um AMS não amortecido submetido a uma excitação do tipo ruído branco.

Em 1979 Lund utilizou pela primeira vez o AMS ativo no campo da engenharia civil além de trabalhar na instalação deste no edifício John Hancock em Boston, seguido pela instalação de outro AMS no edifício City Corp Center em Nova Iorque. O AMS ativo de Lund foi analisado em 1980 por Chang e Soong, os quais multiplicaram e difundiram este estudo fazendo que essa técnica seja atualmente muito utilizada na construção de edifícios no Japão (Nishimura et al., 1998).

Warburton (1982) apresentou os parâmetros ótimos para amortecedores ligados a um sistema principal sem amortecimento, submetido a uma força harmônica ou a uma excitação do tipo ruído branco e encontrou que estruturas com muitos graus de liberdade podem ser tratadas como sistemas de um grau de liberdade se vibram predominantemente em torno de um único modo de vibração. Nesse caso, considera-se apenas a contribuição deste modo.

Xu e Igusa (1992) estudaram as características dinâmicas de estruturas com AMS submetidas a forças harmônicas ou de banda larga e encontraram que múltiplos amortecedores podem ser representados por um AMS equivalente, se estas frequências são próximas.

Em 1992 Jensen, Setarch e Peck estudaram como a incerteza dos parâmetros do sistema principal influi na efetividade do AMS para uma carga aleatória devida a um ruído branco (Ambrosini et al., 2004).

Rana e Soong (1998) realizaram um estudo paramétrico para determinar os valores ótimos dos parâmetros dos amortecedores de modo a torná-los mais efetivos, encontrando que para uma estrutura principal de um grau de liberdade com amortecimento alto, a resposta dinâmica não diminui muito ao adicionar apenas um AMS. Verificaram a resposta estrutural no domínio do tempo dessa estrutura com amortecimento baixo, equipada com um AMS submetido a uma força harmônica, aplicando os carregamentos correspondentes aos sismos de El Centro e México. Os autores descobriram que este AMS trabalha muito bem em ambos os casos, considerando a significativa diferença na natureza dos registros e sugeriram utilizar a carga harmônica para otimizar o desempenho dos amortecedores. Posteriormente estudaram uma estrutura de três graus de liberdade equipada com amortecedores de massa sintonizados múltiplos (AMSM), sintonizando-os com as frequências dos três primeiros modos da estrutura principal. Obtiveram melhores resultados quando a estrutura vibrava no primeiro modo e piores quando vibrava no segundo e terceiro modos.

Lin et al. (2001) otimizaram o estudo feito por Xu e Igusa (1992) utilizando estruturas com múltiplos graus de liberdade submetidas à cargas sísmicas. Com este estudo comprovaram a efetividade dos AMS passivos.

Pinkaew e Fujino (2001) trabalharam com AMS semi-ativos com amortecimento variável em estruturas de um grau de liberdade submetidas a uma carga harmônica, usando a teoria do controle ótimo. Encontraram que um AMS semi-ativo possui um desempenho igual a um AMS passivo com 4 vezes mais massa e, portanto, recomendam o uso dos amortecedores semi-ativos.

Zuo e Nayfeh (2003 e 2004) otimizaram o estudo realizado por Xu e Igusa (1992) empregando uma carga aleatória atuando em estruturas com múltiplos graus de liberdade usando amortecedores que possuem também múltiplos graus de liberdade. Com este estudo comprovaram a efetividade dos AMS passivos.

Lee et al. (2006) otimizaram o cálculo de estruturas de um ou vários graus de liberdade com AMS, minimizando a resposta da estrutura no domínio da frequência e mostraram a efetividade da sua teoria por intermédio de simulações numéricas em modelos complexos.

Yan et al. (2006) estudaram o comportamento da torre de TV WuTong com AMS semi-ativos com rigidez variável e atestaram sua eficiência na redução dos deslocamentos da

estrutura. Na revisão bibliográfica os autores afirmam que em 1973 Morison e Karnopp estudaram pela primeira vez o AMS ativo (Figura 2.1.c), por meio de um algoritmo quadrático, mas a sua aplicação na engenharia civil data do início da década dos anos 80, com pesquisadores como Chang, Soong, Udwadia, Tabaie e Lund.

Com o passar dos anos e devido à ocorrência de terremotos, o controle de vibrações tornou-se mais importante, sobretudo nos Estados Unidos e no Japão (Soong & Dargush, 1997).

### 2.2.1 – Aplicações dos AMS

A primeira estrutura com AMS não ativo foi o Centerpoint Tower em Sydney, Austrália, a qual tem no topo um reservatório de 162.000 litros que atua como estabilizador (Extraído do site <http://www.liquidloungeworld.com/attractionscenterpointtower.aspx> em 06-2006).

Nas Figuras 2.2 a 2.4 apresentam-se várias estruturas com AMS. Estas figuras foram tomadas pesquisando imagens no site <http://images.google.com> (acesso 11-2007) e suas características e histórias foram consultadas no site <http://en.wikipedia.org> (acesso 11-2007).

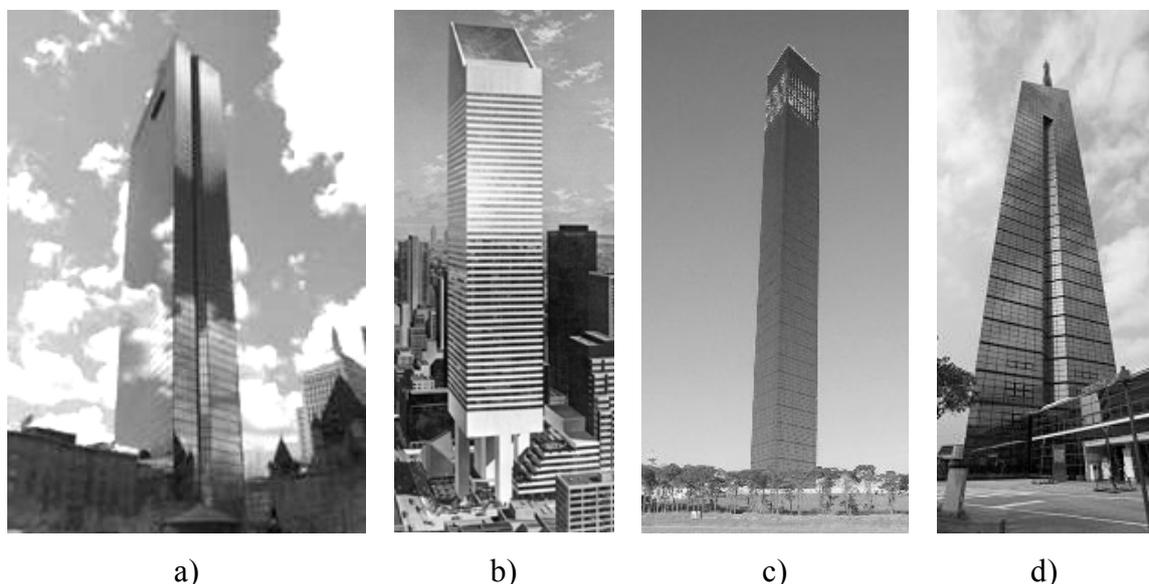


Figura 2.2. Aplicações dos AMS até 1989. a) John Hancock Building b) City Corp Center c) Chiba Port Tower d) Fukuoka Tower. <http://images.google.com> (acesso 11-2007)

O edifício John Hancock em Boston (Figura 2.2.a) possui dois AMS de aço e chumbo no andar 58, cada um com um peso de 300 toneladas para diminuir as vibrações

ocasionadas pelo vento. Na Figura 2.2.b está o edifício City Corp Center ou Citigroup Center que está equipado com um AMS de 400 toneladas no topo. Este amortecedor reduziu as vibrações devidas ao vento em 50%. Estas construções foram as primeiras nos Estados Unidos a possuir AMS.

No Japão foram construídas várias estruturas com AMS, entre elas o Chiba Port Tower (Figura 2.2.c) equipado com um sistema AMS de 15 toneladas no topo da torre para diminuir de 30% a 40% os movimentos da mesma produzidos pelo vento e por terremotos. A Figura 2.2.d apresenta o Fukuoka Tower que está equipado com um AMS de 30 toneladas, também para reduzir as vibrações produzidas pelo vento. Este amortecedor está localizado a 132 m de altura, sendo a altura total da torre de 151 m.

Nos anos 90 construíram-se várias estruturas com AMS como pontes, antenas de TV, hotéis, entre outros.

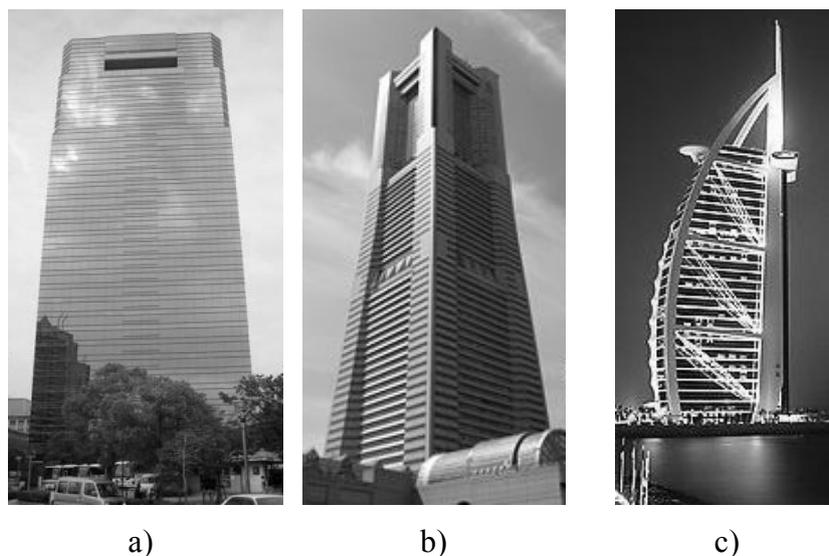


Figura 2.3. Aplicações dos AMS nos anos 90 a) Crystal Tower b) Yokohama Landmark Tower c) Burj Al Arab. <http://images.google.com> (acesso 11-2007)

O Crystal Tower (Figura 2.3.a) é um edifício de 37 andares construído no Japão no ano de 1990. Possui um AMS em forma de pêndulo de 540 toneladas que reduz as vibrações laterais da estrutura produzidas pelo vento em até 50%. O Yokohama Landmark Tower (Figura 2.3.b) é um edifício de 73 andares e é o mais alto do Japão. Possui dois AMS

localizados no 71º andar a 282 m de altura, em cantos opostos do edifício, seguindo a disposição encontrada no edifício John Hancock.

O Burj Al Arab (Figura 2.3.c.), é o hotel mais alto do mundo com 321 m de altura. Entre as suas características dinâmicas estão 11 amortecedores, localizados ao longo da altura do hotel para evitar o desconforto dos turistas pelas possíveis vibrações devidas ao vento e às ondas e para minimizar os danos que um terremoto poderia ocasionar.

A Figura 2.4 apresenta varias estruturas construídas no novo milênio, como a Passarela do Millennium, o edifício Park Tower, o Taipei 101 e a plataforma em balanço sobre o Rio Colorado chamada Grand Canyon Skywalk.

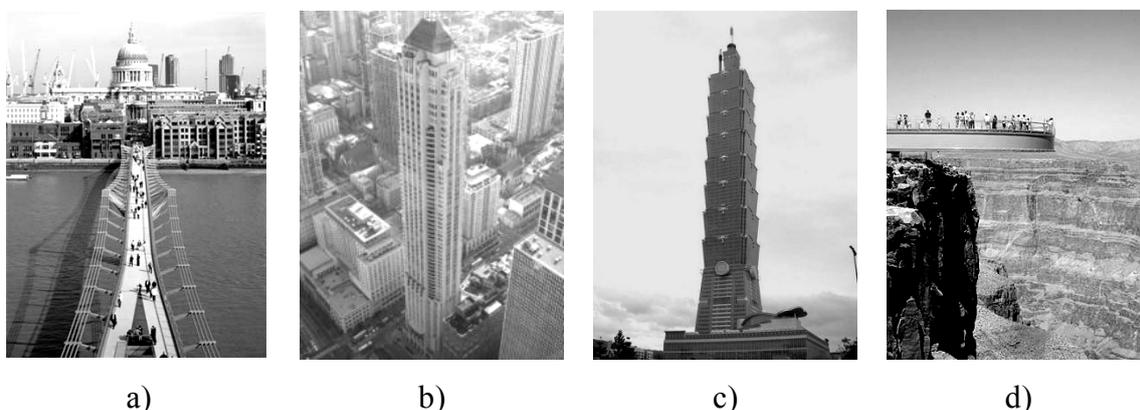


Figura 2.4. Aplicações dos AMS no novo milênio. a) Millennium Bridge b) Park Tower c) Taipei 101 d) Grand Canyon Skywalk. <http://images.google.com> (acesso 11-2007)

A Passarela do Millennium em Londres (Figura 2.4.a) apresentou vibrações excessivas induzidas por pessoas. Esta passarela de 325 m de comprimento total possui três vãos de 81, 144 e 108 m de norte a sul. No dia da sua inauguração centenas de pessoas começaram a atravessá-la e ocorreram fortes vibrações laterais muito acima dos limites de serviço citados na literatura. Por este motivo a estrutura foi interditada dois dias após a sua inauguração e foram instalados 26 pares de amortecedores de massa sintonizados, totalizando 52 dispositivos, localizados ao longo dos seus três vãos para diminuir possíveis vibrações verticais. Além desses AMS a passarela conta com 37 amortecedores viscofluidos para reduzir as vibrações horizontais o que melhorou o seu comportamento (Gomes, 2006).

O Park Tower (Figura 2.4.b) é um edifício com 70 andares que possui um AMS pendular de 300 toneladas para reduzir as vibrações produzidas pelo vento.

O Taipei 101 (Figura 2.4.c) é o edifício construído e habitado mais alto do mundo até agora, sendo chamado uma das 7 maravilhas da engenharia atual. Seu nome é devido ao local onde se encontra, Taipei em Taiwan e 101 é o número de andares do prédio. Possui o maior AMS em forma de pêndulo do mundo, construído para suportar ventos de 60 m/seg correspondente a 216 km/h e terremotos de grande magnitude, fazendo do Taipei 101 uma construção bastante estável. O AMS utilizado se encontra localizado entre os andares 88 e 92 e é uma esfera de 5,5 m de diâmetro feita de 41 pratos de aço ou camadas de aço soldadas que pesa na sua totalidade 662 toneladas, reduzindo em 40% a oscilação do prédio. Além do AMS em forma de pêndulo possui mais 2 AMS cada um com um peso de 4,5 toneladas perto da antena no topo do edifício para ajudar na estabilidade frente a ventos muito fortes. Suas paredes são de vidro verde-azul e suporta impactos de 8 toneladas.

Outra estrutura foi inaugurada em 2007 no Arizona, USA (Figura 2.4.d) sobre o *Grand Canyon* do Colorado. Esta estrutura é uma plataforma em balanço em forma de ferradura usada como mirante situada a 1200 m acima do Rio Colorado. Esta plataforma é feita de vidro de 10,2 cm de espessura e tem capacidade para suportar 70 toneladas, o equivalente a 800 pessoas, mas por segurança a capacidade permitida é de 120 pessoas. No projeto original foram calculados 4 AMS localizados dentro das vigas no centro do raio da ferradura para resistir ventos de 160 km/h e terremotos de magnitude 8, além de evitar as vibrações produzidas pelos pedestres, como na passarela do Millennium.

Na Tabela 2.1 podem ser observadas algumas construções como torres, pontes, passarelas, plataformas, fábricas de concreto, hotéis e outras edificações equipadas com AMS, o lugar onde foram construídas, a altura em metros no caso da estrutura ser um edifício, o número de amortecedores de massa sintonizados utilizados e o ano em que a construção foi finalizada.

Tabela 2.1 - Aplicações dos AMS.

Nome	Lugar	Altura (m)	Número de AMS	Ano
Fernsehturm Berlin	Berlin, Alemanha	368	1	1969
CN TowerTV antenna	Toronto, Canadá	553	1	1973
John Hancock Building	Boston, EEUU	244	2	1977
City Corp Center	New York, EEUU	278	1	1978
Sydney Tower	Sydney, Austrália	305	1	1981
Al Khobar	Arábia Saudita	120	1	1982
Deutsche Bundespost	Nornberg, Alemanha	278	1	1982
Yanbu Cement Plant	Arábia Saudita	81	1	1984
Hydro-Quebec wind generator	Quebec, Canadá	-	1	1985
Chiba Port Tower	Chiba, Japão	125	2	1986
Pylon, Aratsu Bridge	Japão	-	1	1987
Pylon, Yokohama Bay Bridge	Yokohama, Japão	-	1	1988
MHS Bldg	Tokyo, Japão	26	1	1988
Bin Quasim Thermal Power Station	Paquistão	70	1	1988
Tiwest Rutile Plant	Austrália	43	1	1989
Fukuoka Tower	Fukuoka, Japão	151	2	1989
Higashiyama Sky Tower	Nagoya, Japão	134	1	1989
Pylon, Bannaguru Bridge	Japão	-	1	1990
Crystal Tower	Osaka, Japão	157	2	1990
Huis Ten Bosch Domtoren	Nagasaki, Japão	105	1	1990
Hibikiryokuchi Sky Tower	Kitakyushu, Japão	135	1	1991
HKW chimney	Frankfurt, Alemanha	120	1	1992
House Tembos Tower	Nagasaki, Japão	105	1	1992
BASF chimney	Antwerp, Bélgica	100	1	1992
Siemens power station	Killingholme, Reino Unido	70	1	1992
Rokko island P & G	Kobe, Japão	117	1	1993
Chifley Tower	Sydney, Austrália	209	1	1993
Al Taweeiah chimney	Abu Dhabi	70	1	1993
Yokohama Landmark Tower	Yokohama, Japão	296	2	1993
Akita Tower	Akita, Japão	112	1	1994
Burj Al Arab	Dubai, Emiratos Árabes	321	11	1999
Park Tower	Chicago, EEUU	257	1	2000
Millennium Bridge	Londres, Inglaterra	-	52	2000
Trump World Tower	New York, EEUU	262	1	2001
One Wall Centre	Vancouver, Canadá	150	2	2001
Spire of Dublin	Dublin, Irlanda	120	1	2003
Taipei 101	Taipei, Taiwan	509	3	2004
Bloomberg Tower	New York, EEUU	246	1	2005
Grand Canyon Skywalk	Arizona, EEUU	-	4	2007
One Rincon Hill	San Francisco, EEUU	195	4	2008
Comcast Center	Filadélfia, EEUU	297	1	2008

<http://nisee.berkeley.edu/prosys/tuned.html>, modificado por Ospina (2008).

### **2.3 - AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO (AMSM).**

O conceito de AMSM e a sua otimização foi proposta em 1988 por Clark (Soong e Dargush, 1997). Desde então essa configuração tem sido estudada por vários pesquisadores. A seguir será apresentado um resumo de alguns dos estudos sobre AMSM.

Yamaguchi e Harnpornchai (1993) apresentaram um estudo analítico referente às características fundamentais dos AMSM com frequências naturais distribuídas e com diferentes números de amortecedores que permitem a redução das oscilações em estruturas submetidas a uma força harmônica. Os parâmetros desse estudo foram o intervalo de frequências do AMSM, a razão de amortecimento de cada amortecedor e o número total de amortecedores. Os autores encontraram que o fator que melhora a efetividade do sistema equipado com AMSM e o torna mais robusto é o intervalo de frequência dos amortecedores. Foi verificado que existe um dispositivo AMSM ótimo que minimiza a resposta estrutural, para um determinado número total de amortecedores, com um intervalo de frequências ótimo e uma razão de amortecimento ótima. A razão de amortecimento e o número de amortecedores são parâmetros secundários, já que para uma menor razão de amortecimento pode-se aumentar o número de amortecedores e vice-versa. Estes pesquisadores afirmaram que o comportamento dos AMSM é mais efetivo que o dos AMS.

Igusa e Xu (1994) analisaram e otimizaram a capacidade de controle de vibrações dos AMSM em relação à massa total dos amortecedores, com frequências naturais distribuídas em um determinado intervalo de frequências em estruturas influenciadas por frequências de banda larga, encontrando que o comportamento dos AMSM é mais efetivo que o dos AMS. O método utilizado para a otimização da estrutura com AMSM foi o cálculo variacional. Os resultados mostraram que as frequências naturais dos AMSM devem ser distribuídas em um intervalo de frequências centrado na frequência da estrutura principal e que a largura de banda das frequências é proporcional ao quadrado da massa total dos AMSM.

Abe e Fujino (1994) estudaram analiticamente as características modais e a eficiência dos AMSM em estruturas submetidas a forças harmônicas. Os autores determinaram uma fórmula específica para estimar a efetividade do sistema sob essas forças e conseguiram encontrar a largura de banda crítica das frequências naturais e os amortecimentos ótimos dos AMSM. O

estudo concluiu que o AMSM é eficiente quando pelo menos um dos amortecedores tem a sua frequência acoplada à frequência natural de qualquer modo da estrutura e afirmaram que, em geral, o desempenho dos AMSM é melhor que o dos AMS.

Kareem e Kline (1995) apresentaram um estudo a respeito das características dinâmicas e eficiência de estruturas com AMSM submetidas a um carregamento aleatório de vento e terremoto. Os autores utilizaram como parâmetros o intervalo de frequências do AMSM, a razão de amortecimento dos amortecedores, bem como o seu número. O estudo paramétrico realizado avaliou a influência de vários parâmetros na eficiência e na robustez do AMSM em comparação a um único amortecedor de massa. O artigo descreve algumas vantagens dos AMSM, como o fato de precisar menor espaço, já que cada amortecedor do AMSM é menor em tamanho do que um único AMS, facilitando o transporte, carregamento e instalação dos mesmos. Concordam com Yamaguchi e Harnpornchai (1993) quanto à importância do intervalo de frequência do AMSM nestes sistemas e o papel secundário da razão de amortecimento e do número de amortecedores.

Jangid e Datta (1997) pesquisaram o comportamento da resposta dinâmica de um sistema simples torsionalmente acoplado com um AMSM, isto é, um sistema cujo centro de massa não coincide com o centro de torção, submetido a uma excitação lateral do tipo ruído branco. Os amortecedores tiveram suas frequências uniformemente distribuídas. Um estudo paramétrico foi conduzido para investigar a eficiência do AMSM em reduzir a resposta do sistema. Os parâmetros analisados incluíram a excentricidade do sistema principal, a razão entre a frequência desacoplada lateral e torsional e o amortecimento do AMSM. Foi verificado que a eficiência do AMSM em controlar a resposta lateral do sistema acoplado diminui com o aumento do grau de assimetria. Observaram que a largura de banda dos amortecedores mudava ao se modificar a excentricidade do sistema assimétrico, do mesmo modo que a frequência de sintonização. Concluíram que a eficiência do AMSM projetado para sistemas assimétricos, ignorando-se o efeito de acoplamento de torção, é superestimada porque é menor que a de seus sistemas simétricos correspondentes. Os autores determinaram que, quando o amortecimento dos amortecedores aumenta, a largura de banda decresce como também a efetividade do sistema na redução de vibrações. Os pesquisadores encontraram que o comportamento dos AMSM é mais efetivo que o dos AMS.

Joshi e Jangid (1997) estudaram os parâmetros ótimos como razão de amortecimento, razão de frequência e largura de banda de um sistema estrutural de um grau de liberdade amortecido com AMSM e submetido a uma excitação de base em um modo de vibração específico. Os autores utilizaram o método da minimização do valor *rms* (*root mean square*) do deslocamento da estrutura principal e concluíram que o amortecimento do sistema principal não influi no amortecimento ótimo dos amortecedores e que o número de amortecedores também não tem muita influência na busca da frequência ótima nem na efetividade do sistema. Com este estudo os autores afirmaram que o desempenho dos AMSM é mais efetivo que o dos AMS.

Rana e Soong (1998) pesquisaram a possibilidade de usar AMSM para controlar mais de um modo de vibração em estruturas de três graus de liberdade e verificaram que ao adicionar um amortecedor sintonizado correspondente ao segundo e terceiro modo de vibração, a resposta do primeiro modo deteriorava. Deste modo, não foi considerado efetivo o uso de AMSM para controlar a resposta referente a vários modos de vibração.

Jangid (1999) encontrou a razão de amortecimento, a largura de banda e a frequência ótima dos AMSM NI para um sistema sem amortecimento submetido a uma carga harmônica, por meio de uma busca numérica chamada *Min.Max* proposta por Tsai e Lin (1993). Com os resultados obtidos, foi feito um ajuste de curvas e, finalmente, por meio de um procedimento de tentativa e erro, o autor determinou as equações que governam os sistemas com AMSM NI sob carga harmônica. Estas equações são válidas para estruturas com até 31 amortecedores e que possuem uma razão de massa menor que 0,1.

Wu e Chen (2000) otimizaram a posição dos amortecedores para minimizar a resposta dinâmica de uma estrutura *shear building* com N graus de liberdade submetida a um carregamento sísmico. O trabalho determinou que os AMSM funcionam mesmo em caso de falha de um dos amortecedores do sistema, sem comprometer a resposta estrutural, mostrando uma das vantagens dos AMSM em comparação a um AMS.

Gu et al. (2001) apresentaram um estudo paramétrico para controlar as vibrações na ponte Yangpu na China com sete possíveis disposições de AMSM, localizadas no vão central da ponte de comprimento igual a 602 m. Foi obtido que a eficiência do dispositivo depende da razão de frequência, da largura de banda e, de forma secundária, da razão de amortecimento, a qual aconselham tomar como constante para todos os amortecedores.

Este artigo confirma os estudos feitos por Yamaguchi e Harnpornchai (1993), Abe e Fujino (1994) e Kareem e Kline (1995) com relação à importância do intervalo da frequência dos amortecedores na eficiência do sistema com AMSM.

Li e Liu (2002) realizaram uma otimização dos parâmetros ótimos de estruturas de aço amortecidas de vários graus de liberdade reduzidos a um grau de liberdade pelo método da superposição modal. Foram utilizados AMSM ativos de frequências uniformemente distribuídas e submetidos a uma aceleração na base. No estudo, a rigidez e o amortecimento dos AMSM foram mantidos constantes enquanto se variavam as massas dos amortecedores. Foi realizada uma busca numérica para obter os parâmetros ótimos do sistema com AMSM ativos e avaliar a sua influência na eficiência e na robustez do sistema. Os autores concluíram que o sistema com AMSM ativos têm uma melhor performance do que o mesmo sistema com AMSM passivos e do que o sistema com somente um AMS ativo.

Ávila (2002) analisou as vantagens de um sistema com vários graus de liberdade com amortecedores híbridos sobre aqueles equipados com amortecedores passivos ou ativos na proteção de estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos. Foi determinado que o comportamento de um AMS híbrido é mais eficiente do que o sistema passivo. A autora propôs um algoritmo para minimizar a amplitude da resposta harmônica permanente e reduziu o sistema a um grau de liberdade pelo método da superposição modal. Além disso, estudou a influência da não-linearidade do AMS no comportamento dinâmico do sistema estrutural e avaliou a importância do tipo de ligação entre AMSM mediante quatro configurações, considerando ou não a interligação dos amortecedores e variando a forma como estes são ligados à massa principal, encontrando menores amplitudes da resposta para o sistema equipado com AMSM do que para o sistema com somente um AMS.

Li e Liu (2003) estudaram a otimização de estruturas com AMSM submetidas à aceleração de base, por intermédio de oito modelos analíticos para avaliar e comparar suas performances em controle. Os parâmetros do sistema como massa, rigidez e coeficiente de amortecimento, foram uniformemente distribuídos em torno dos seus valores médios e mudavam para cada modelo. A estrutura foi representada por um sistema reduzido, por meio de uma análise modal, a um grau de liberdade correspondente ao modo de vibração que necessitava ser controlado. A análise foi feita pela minimização dos valores mínimos dos fatores de amplificação dinâmica máximos (*Min.Min.Max.FAD*) da estrutura.

Os parâmetros ótimos e os valores do *Min.Min.Max.FAD* dos modelos foram investigados e suas performances foram quantificadas e comparadas. Os autores concluíram que o intervalo da frequência, a razão de amortecimento e a eficiência dos amortecedores aumentam com a razão de massa.

Chen e Wu (2003) realizaram um estudo experimental com AMSM procurando reduzir a resposta sísmica de um edifício de três andares submetido a vibrações livres e forçadas. Os autores confirmaram as vantagens encontradas por Wu e Chen (2000) com relação à redução da aceleração, ou seja, determinaram uma redução maior na aceleração do edifício equipado com AMSM do que no caso do sistema com apenas um AMS.

Pinelli et al. (2003) para obter resultados ótimos na redução de vibrações sísmicas, trabalharam com quatro possíveis combinações de AMSM em três tipos de edifícios. Os edifícios do estudo tinham 3, 9 e 20 andares para garantir um resultado geral que pudesse ser utilizado em estruturas baixas, medias e altas. Os autores determinaram que os sistemas com AMSM apresentaram uma redução de 10% na aceleração em relação aos sistemas com apenas um AMS. O artigo também estudou a influência da não linearidade na performance dos AMSM.

Souza (2003) utilizou sistemas fluidodinâmicos híbridos para o controle passivo e ativo de oscilações produzidas pelo vento em estruturas altas e esbeltas. Foram apresentadas as propriedades dinâmicas e alguns aspectos do desempenho de vários destes dispositivos com o auxílio dos resultados obtidos com modelos analíticos e numéricos do sistema estrutural discretizado pelo método dos elementos finitos. O autor concluiu que estes dispositivos são eficientes no controle de oscilações horizontais produzidas pelo vento.

Magluta et al. (2003) apresentaram um estudo comparativo entre sistemas com AMSM e com um AMS mostrando algumas vantagens dos AMSM, como a possibilidade de avaliar erros na calibração destes e a necessidade de uma menor razão de amortecimento. Os autores também determinaram numericamente os parâmetros ótimos de calibração dos AMSM.

Battista (2004) apresenta um sistema de múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados instalado na Ponte Rio-Niterói para evitar o aparecimento de grandes amplitudes de

oscilações induzidas por desprendimento de vórtices provocados por ventos com velocidades relativamente baixas. A ponte é composta por vigas-caixão geminadas com o maior vão do mundo (300 m). Tem um comprimento total de 13,3 km e apresentava um comportamento aeroelástico no vão central. Foi necessária a reabilitação da ponte para melhorar a segurança e o conforto dos usuários. O bom desempenho do sistema de AMSM é demonstrado através de resultados de medições experimentais e comparações de resultados numéricos obtidos na resposta da estrutura original e controlada.



Figura 2.5. Ponte Rio-Niterói. <http://images.google.com> (acesso 11-2007)

Carneiro (2004) avalia a eficiência do AMSM na redução de vibrações em edifícios altos analisando a influência e os efeitos do número total de massas e da interligação entre as mesmas em sua performance. Todo o estudo numérico realizado considera um *shear frame* de vinte andares reduzido a um grau de liberdade por meio do método da superposição modal, tomando a contribuição do primeiro modo de vibração como a mais significativa. A autora verificou que os parâmetros sugeridos pela literatura para o AMSM NI não são adequados para o AMSM I. Foi realizada, portanto, uma busca numérica com o método *Min.Max* proposto por Tsai e Lin (1993), para encontrar os parâmetros adequados do sistema interligado de modo a melhorar a sua performance.

Wang e Lin (2005) pesquisaram a aplicabilidade dos AMSM no controle de vibrações de estruturas irregulares torsionalmente acopladas de um andar, submetidas a uma carga sísmica. Os autores implementaram modelos numéricos que consideravam a interação solo-estrutura e diferentes razões de frequência para cada amortecedor. Além disso, estudaram os efeitos da torção e da assimetria das estruturas na resposta do sistema com AMSM, encontrando que a efetividade do AMSM é melhor que a dos AMS, mas que a mesma diminui a medida que decrescem as características de resistência do solo.

Li e Qu (2006) estudaram as propriedades ótimas de uma estrutura assimétrica de dois graus de liberdade, submetida a uma aceleração na base e equipada com AMSM, cujos amortecedores apresentaram rigidez e coeficientes de amortecimento iguais, mas massas diferentes. Foi utilizado o método da superposição modal para reduzir o sistema a um grau de liberdade, sendo procurada a resposta dinâmica mínima de torção e de deslocamento lateral da estrutura. Os autores compararam o comportamento torsional de estruturas flexíveis, intermédias e rígidas submetidas à carga sísmica e concluíram que somente nas estruturas rígidas, a excentricidade não afeta a performance dos AMSM. Também encontraram que o comportamento dos AMSM é mais efetivo que o dos AMS.

Elias e Ávila (2006) apresentaram uma análise para a definição do número e da posição dos amortecedores em estruturas de edifícios e vigas com vários graus de liberdade, por meio da resposta dinâmica permanente, levando em conta as propriedades das mesmas e o carregamento aplicado. Constataram que a instalação destes dispositivos em todos os andares, no caso de edifícios, nem sempre é necessária e verificaram que pode ser proposta uma configuração de amortecedores que minimize o custo do sistema sem prejudicar a sua eficiência.

Orlando (2006) estudou o desempenho de um absorvedor pendular no controle de vibrações de torres altas e esbeltas provocadas por carregamentos harmônicos, considerando na modelagem do problema a não-linearidade do pêndulo. O sistema foi reduzido a dois graus de liberdade pela análise modal. Foi observada a importância da consideração da não linearidade na resposta do sistema e foi proposto um absorvedor pendular híbrido, já que o mesmo apresentava maior eficiência que o absorvedor passivo e não necessitava de grande gasto de energia como o ativo.

Gomes (2006) realizou um estudo numérico do comportamento dinâmico de uma passarela de pedestres localizada na cidade de Brasília. Foi realizada uma análise da passarela sob vibração forçada devida às ações humanas de caminhar e correr. Foi verificado que a passarela apresentava vibrações excessivas e que os limites de serviço apresentados na literatura eram superados em várias situações estudadas. Para melhorar este comportamento o autor propôs várias configurações de AMSM projetadas através de simulações numéricas, além de introduzir barras de travamento e obteve uma redução nas amplitudes das vibrações da estrutura a níveis aceitáveis segundo a literatura.

Battista (2007) analisa o comportamento estrutural de uma torre tubular metálica de seção circular, típica do setor das telecomunicações, sob a ação de ventos de baixa velocidade. O autor propôs um sistema de controle dinâmico pendular, para aumentar a vida útil da torre e para atenuar as oscilações excessivas da mesma. Este controle serviu também para a diminuição do risco de fraturas em detalhes geométricos de ligações soldadas da torre.

Du et al. (2007) propõem uma otimização paramétrica de estruturas de um grau de liberdade amortecidas submetidas a aceleração de base com AMSM, considerando infinitos amortecedores e procurando a melhor e a mais crítica performance dos AMSM. Foi verificado que o método dos amortecedores infinitos proporciona uma excelente eficiência e pode fornecer corretamente os valores ótimos dos parâmetros quando o sistema possui mais de 20 amortecedores.

Li e Ni (2007) realizaram uma otimização dos parâmetros dos AMSM, com frequências não uniformemente distribuídas, em estruturas de um grau de liberdade submetidas a uma carga harmônica. Portanto, investigaram em detalhe as características dinâmicas, efetividade e robustez dos AMSM, já que não havia restrições de uniformidade na frequência, e nem com relação às razões de amortecimento iguais, fazendo desta a “verdadeira otimização dos AMSM” como ressaltaram os autores. O método utilizado foi a minimização do deslocamento e da resposta em frequência do sistema principal e não do valor *rms* (*root mean square*) como é usual em outros trabalhos. Os autores concluíram que esta otimização é mais efetiva e completa do que as outras, baseadas na uniformidade e restrição de alguns parâmetros, propostas por outros autores.

### 3 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

#### 3.1 - AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO (AMS)

##### 3.1.1 – Equações de movimento do sistema com um grau de liberdade

Considere um AMS instalado em um sistema estrutural com um grau de liberdade submetido a uma excitação dinâmica (Figura 3.1).

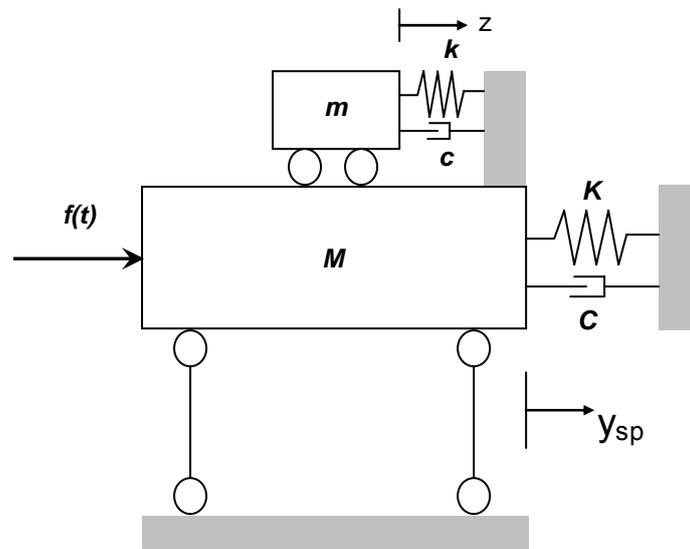


Figura 3.1. Modelo estrutural de um sistema com AMS instalado.

As equações de movimento deste sistema são:

$$M\ddot{y}_{sp}(t) + C\dot{y}_{sp}(t) + Ky_{sp}(t) = c\dot{z}(t) + kz(t) + f(t) \quad (3.1)$$

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{y}_{sp}(t) \quad (3.2)$$

Onde:

$M$ : massa do sistema principal;

$C$ : coeficiente de amortecimento do sistema principal;

$K$ : rigidez do sistema principal;

$m$ : massa do AMS;

$c$ : amortecimento do AMS;

- $k$ : rigidez do AMS;  
 $y_{sp}(t)$ : deslocamento do sistema principal em relação à base;  
 $z(t)$ : deslocamento do AMS em relação ao sistema principal;  
 $f(t)$ : ação dinâmica externa.

### 3.1.2 – Equações de movimento do sistema com vários graus de liberdade

A resposta dinâmica de um edifício do tipo *shear building* de  $N$  graus de liberdade (G.L.) com um AMS instalado (ver Figura 3.2) possui  $N + 1$  equações de movimento expressas pelas Equações (3.3) e (3.4).

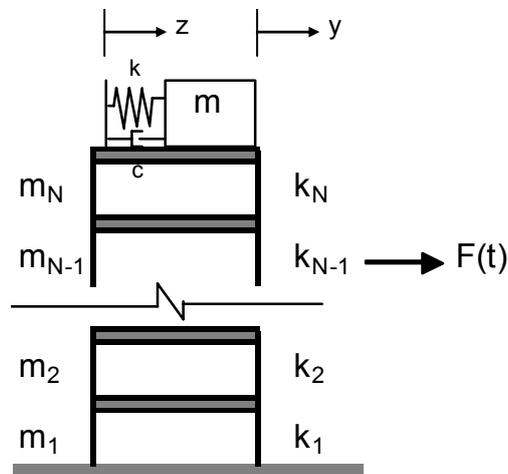


Figura 3.2. Sistema com  $N$  graus de liberdade com AMS instalado.

$$\underline{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \underline{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \underline{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}(t) + \mathbf{P}(t) \quad (3.3)$$

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{y}_n(t) \quad (3.4)$$

onde

- $\underline{M}$ : matriz de massa da estrutura;  
 $\underline{C}$ : matriz de amortecimento da estrutura;  
 $\underline{K}$ : matriz de rigidez da estrutura;  
 $\mathbf{F}(t)$ : carregamento dinâmico aplicado sobre a estrutura;  
 $\mathbf{P}(t)$ :  $[0, \dots, c\dot{z} + kz]^T$ ;  
 $y_n(t)$ : deslocamento da  $n$ -ésima massa relativo à base.

### 3.1.3 – Sistema reduzido a um grau de liberdade

Um sistema como o mostrado na Figura 3.2 pode ser reduzido a um grau de liberdade. O vetor de deslocamento total pode ser obtido pela soma de suas componentes modais como se apresenta na Equação (3.5).

$$y(t) = \varphi_1 Y_1 + \varphi_2 Y_2 + \varphi_3 Y_3 + \dots + \varphi_N Y_N, \quad (3.5)$$

onde

$\varphi_N$  : vetor que contém o N-ésimo modo de vibração;

$Y_N$  : N-ésima coordenada generalizada.

Pode-se ainda escrever  $y(t)$  em notação matricial como mostra a Equação (3.6).

$$y(t) = \underline{\Phi} Y, \quad (3.6)$$

onde

$\underline{\Phi}$  : matriz modal do sistema;

$Y$  : vetor das coordenadas generalizadas.

Geralmente os edifícios altos são estruturas que vibram usualmente em torno de um único modo de vibração, normalmente o primeiro. Sendo assim, seus deslocamentos podem ser bem representados tomando-se somente a contribuição relacionada ao primeiro modo de vibração. Para esse tipo de estrutura, o vetor de deslocamentos pode, então, ser representado pelo primeiro termo do lado direito da Equação (3.5).

$$y(t) = \varphi_1 Y_1. \quad (3.7)$$

Introduzindo a Equação (3.6) e suas derivadas na Equação (3.3) e pré-multiplicando-a pelo vetor  $\varphi_1^T$ , obtém-se

$$\varphi_1^T \underline{M} \underline{\Phi} \ddot{Y} + \varphi_1^T \underline{C} \underline{\Phi} \dot{Y} + \varphi_1^T \underline{K} \underline{\Phi} Y = \varphi_1^T \underline{F}(t) + \varphi_1^T \underline{P}(t) \quad (3.8)$$

As matrizes  $\underline{M}$  e  $\underline{K}$  são ortogonais com relação aos modos de vibração, da mesma maneira que a matriz  $\underline{C}$  se o amortecimento for proporcional ou de Rayleigh. Neste caso, a matriz de amortecimento é dada por

$$\underline{C} = a_0 \underline{M} + a_1 \underline{K}. \quad (3.9)$$

Com  $a_0$  e  $a_1$  constantes. Admitindo a consideração a respeito da matriz de amortecimento, a Equação (3.8) pode ser escrita como

$$M^* \ddot{Y}_1 + C^* \dot{Y}_1 + K^* Y_1 = F^*(t) + P^*(t), \quad (3.10)$$

onde

$$M^* = \varphi_1^T \underline{M} \varphi_1;$$

$$K^* = \varphi_1^T \underline{K} \varphi_1;$$

$$F^*(t) = \varphi_1^T F(t);$$

$$P^*(t) = \varphi_1^T P(t).$$

Nota-se que a Equação (3.10) é equivalente à Equação (3.1) de um sistema com um G.L., porém, na Equação (3.10), as propriedades modais são utilizadas ao invés dos parâmetros físicos.

### 3.1.4 – Otimização dos parâmetros para o AMS não amortecido

Ao se instalar um AMS numa estrutura, pretende-se diminuir a amplitude do pico de ressonância para o valor mais baixo possível, a fim de que as amplificações sejam menores ao longo de uma faixa mais ampla de frequência próxima à de ressonância. Existem vários métodos para encontrar os parâmetros ótimos que permitem a diminuição da resposta dinâmica da estrutura com AMS. Entre eles está o proposto por Den Hartog (1956) o qual desenvolveu uma técnica de otimização com o objetivo de minimizar o deslocamento da estrutura ao considerar um sistema não amortecido ( $C = 0$ ) submetido a uma excitação harmônica senoidal com frequência igual a  $\omega$ . Nesse estudo, foram obtidas expressões para a determinação dos parâmetros ótimos do AMS.

O efeito dinâmico do AMS é medido em comparação ao deslocamento estático. Sabe-se que o fator de amplificação dinâmica, ou resposta em frequência normalizada, para um sistema não amortecido submetido a uma excitação senoidal com frequência  $\omega$  é dado por

$$R = \frac{y_{\max}}{y_{st}} = \sqrt{\frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (2\xi_a \alpha \beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2)(1 - \beta^2) - \alpha^2 \beta^2 \mu]^2 + (2\xi_a \alpha \beta)^2 (1 - \beta^2 - \beta^2 \mu)^2}}, \quad (3.11)$$

onde

$R$ : Fator de amplificação dinâmica ou resposta em frequência normalizada;

$y_{\max}$ : deslocamento máximo do sistema principal;

$y_{st}$ : deslocamento estático;

$\alpha$ : razão de frequência,  $\alpha = \omega_a / \omega_{sp}$ ;

$\omega_a$ : frequência natural do AMS,  $\omega_a = \sqrt{k/m}$ ;

$\omega_{sp}$ : frequência natural do sistema principal ou estrutura,  $\omega_{sp} = \sqrt{K/M}$ ;

$\beta$ : razão de frequência forçada do sistema principal,  $\beta = \omega / \omega_{sp}$ ;

$\xi_a$ : razão de amortecimento do AMS,  $\xi_a = c/c_c = c/2m\omega_a$ ;

$c_c$ : amortecimento crítico do AMS;

$\mu$ : razão de massa,  $\mu = m/M$ .

A Figura 3.3 apresenta a variação de  $R$  em função de  $\beta$  para  $\alpha = 1$ ,  $\mu = 0,05$  e vários valores de  $\xi_a$ .

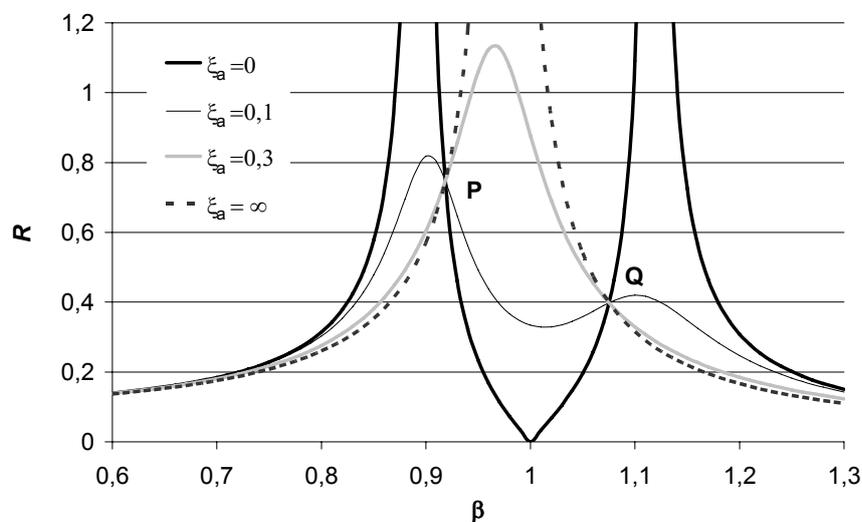


Figura 3.3. Fator de amplificação em função de  $\beta$  ( $\mu = 0,05$ ;  $\alpha = 1$ )

Observa-se que, quando o amortecimento do AMS é igual a zero, a amplitude de resposta tende para o infinito nos pontos correspondentes às duas frequências naturais do sistema estrutura/AMS. Aumentando o amortecimento do AMS para um valor infinito, a amplitude da resposta tende novamente para o infinito, comportando-se como uma estrutura sem controle com um único G.L. e massa 1,05M. Para outras duas razões de amortecimento, as curvas apresentam picos com valor finito para  $R$ . Portanto, deve haver um valor de  $\xi_a$  entre zero e infinito para o qual a amplitude do pico seja mínima.

Com base neste gráfico, verifica-se que existem dois pontos P e Q, para os quais o valor de  $R$  independe da razão de amortecimento do AMS,  $\xi_a$ . Esses pontos são chamados de pontos fixos ou invariantes. Segundo Den Hartog (1956), os picos podem ser minimizados, escolhendo-se um valor de  $\alpha$  tal que os dois pontos fixos possuam as mesmas amplitudes. Esse valor de  $\alpha$  é denominado razão de frequência ótima e é expresso por

$$\alpha_{\text{ótimo}} = \frac{1}{1 + \mu} . \quad (3.12)$$

Com  $\alpha_{\text{ótimo}}$  pode-se encontrar a amplitude,  $R$  destes pontos P e Q e a razão ótima de amortecimento do AMS,  $\xi_{\text{ótimo}}$ , estimada como média de dois valores que maximizam as amplitudes dos pontos fixos na curva  $R$  versus  $\beta$ .

$$R = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} , \quad (3.13)$$

$$\xi_{\text{ótimo}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} . \quad (3.14)$$

Deste modo, um AMS otimizado pode ter suas propriedades de massa, rigidez e amortecimento definidas, inicialmente, adotando-se uma razão de massa, calculando-se os valores dos parâmetros através das expressões ótimas de Den Hartog (1956) e sabendo-se que

$$\omega_a = \alpha \omega_{sp} , \quad (3.15)$$

$$k = \omega_a^2 m , \quad (3.16)$$

$$c = 2m \xi_a \omega_a . \quad (3.17)$$

### 3.2 - AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO (AMSM).

#### 3.2.1 – Equação de movimento para o AMSM NI

Neste trabalho, foram eleitas coordenadas relativas para o deslocamento dos amortecedores em relação ao deslocamento do sistema principal como mostra a Figura 3.4, onde  $y_n$  são os deslocamentos relativos de cada massa e  $u_n$  os deslocamentos absolutos. Assim pode-se desacoplar as matrizes de rigidez e amortecimento e, conseqüentemente, acoplar a matriz de massa. As equações de movimento do sistema são dadas então por:

$$\underline{M}\ddot{y}(t) + \underline{C}\dot{y}(t) + \underline{K}y(t) = F(t) \quad (3.18)$$

Onde

$\underline{M}$ ,  $\underline{C}$  e  $\underline{K}$ : matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema respectivamente;

$y(t)$ : vetor de ordem  $(n+1)$  dos deslocamentos do sistema com AMSM.

O sistema AMSM NI com  $n$  amortecedores é apresentado a seguir

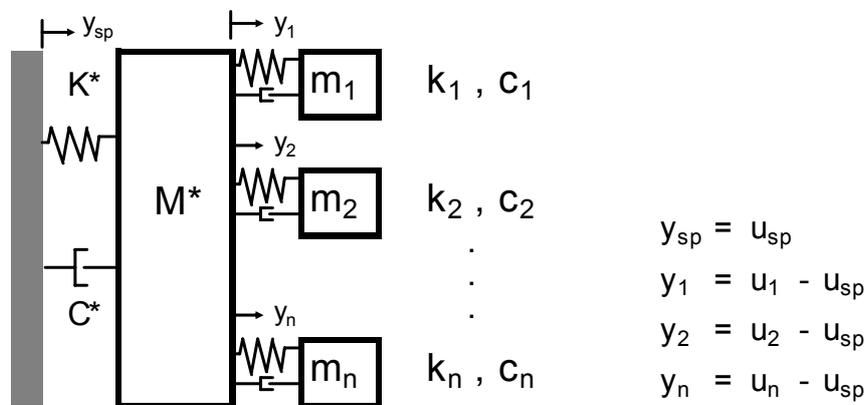


Figura 3.4. Modelo estrutural de um sistema principal com AMSM NI.

Onde

$y_n$ : deslocamentos relativos de cada massa;

$u_n$ : deslocamentos absolutos de cada massa;

$k_n, m_n$  e  $c_n$ : rigidez, massa e amortecimento do  $n$ -ésimo amortecedor;

$K^*, M^*$  e  $C^*$ : rigidez, massa e amortecimento do sistema principal reduzido a um G.L.

As matrizes  $\underline{K}$ ,  $\underline{M}$  e  $\underline{C}$  de ordem  $(n+1)$  obtidas com as coordenadas da Figura 3.4 são apresentadas a seguir:

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} M^* + \sum_{j=1}^n m_j & m_1 & m_2 & \cdots & m_n \\ m_1 & m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ m_2 & 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_n & 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K^* & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_n \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} C^* & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & c_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Com a finalidade de facilitar a busca numérica, normalizam-se as equações de movimento do sistema dividindo-as pela massa do sistema principal  $M^*$ . As matrizes de massa, rigidez e amortecimento normalizadas obtidas desse modo têm a seguinte forma

$$\underline{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 1 + \sum_{j=1}^n \mu_j & \mu_1 & \mu_2 & \cdots & \mu_n \\ \mu_1 & \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \mu_2 & 0 & \mu_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_n & 0 & 0 & \cdots & \mu_n \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\underline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \omega_{sp}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_1^2 \omega_{sp}^2 \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2^2 \omega_{sp}^2 \mu_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_n^2 \omega_{sp}^2 \mu_n \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 2\xi\omega_{sp} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2\mu_1\xi_1\alpha_1\omega_{sp} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu_2\xi_2\alpha_2\omega_{sp} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2\mu_n\xi_n\alpha_n\omega_{sp} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Onde

$\xi$ : razão de amortecimento do sistema principal;

$\mu_n$ : razão de massa do n-ésimo amortecedor,  $\mu_n = m_n/M^*$ ;

$\alpha_n$ : razão de frequência do n-ésimo amortecedor,  $\alpha_n = \omega_n/\omega_{sp}$ ;

$\omega_n$ : frequência natural do n-ésimo amortecedor,  $\omega_n = \sqrt{k_n/m_n}$ ;

$\xi_n$ : razão de amortecimento do n-ésimo amortecedor,  $\xi_n = c_n/2m_n\omega_n$ ;

### 3.2.2 – Otimização dos parâmetros para o AMSM NI

Jangid (1999) realizou uma busca numérica para encontrar parâmetros ótimos para o AMSM NI. Em seu estudo, foi considerado um sistema não amortecido submetido à excitação harmônica na base da estrutura. O critério de otimização adotado foi a minimização do deslocamento permanente da resposta do sistema principal e uma mesma razão de amortecimento  $\xi'$  para todos os amortecedores. Os parâmetros ótimos dos amortecedores ( $\xi'$ , largura de banda  $\beta_L$  e razão de frequência  $\alpha$ ) foram obtidos para diversos valores de  $\mu$  e números de amortecedores. O  $\beta_L$  foi calculado como a razão entre a diferença da enésima frequência ( $\omega_n$ ) e da primeira ( $\omega_1$ ), dividida pela media das frequências dos amortecedores ( $\omega_T$ ), ou seja,  $\beta_L = (\omega_n - \omega_1)/\omega_T$ .

Ao observar as curvas de resposta em frequência de um sistema com AMSM NI submetido à excitação harmônica para quatro diferentes razões de amortecimento, Jangid (1999) percebeu a inexistência de pontos fixos, ou seja, pontos em que  $R$  coincide para diferentes razões de amortecimento. Conseqüentemente, expressões para parâmetros ótimos de AMSM não podem ser obtidas pelo mesmo procedimento utilizado para um AMS, como, por exemplo, o utilizado por Den Hartog (1956). Sendo assim, Jangid (1999) propôs uma técnica de busca numérica, que consistiu em variar os parâmetros do AMSM ( $\xi'$ ,  $\beta_L$  e  $\alpha$ ) para uma dada razão de massa e  $n$  amortecedores de forma que a resposta em frequência máxima  $R_{max}$  atingisse o menor valor e baseou-se no procedimento *Min.Max.* proposto por Tsai e Lin (1993).

Os intervalos admitidos para a razão de amortecimento  $\xi'$ , a largura de banda  $\beta_L$  e a razão de frequência  $\alpha$ , foram:  $0 \leq \xi' < 1$ ;  $0 \leq \beta_L < 2$  e  $\alpha > 0$ . Os parâmetros ótimos obtidos por Jangid (1999) para diversos valores de  $\mu$  e números de amortecedores  $n$ , são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Variação dos parâmetros ótimos de Jangid (1999) para  $n$  AMSM NI

n	$\mu = 0,01$				$\mu = 0,05$				$\mu = 0,10$			
	$\xi'$	$\beta_L$	$\alpha$	$R_{max}$	$\xi'$	$\beta_L$	$\alpha$	$R_{max}$	$\xi'$	$\beta_L$	$\alpha$	$R_{max}$
1	0,0611	0,0000	0,9876	14,286	0,1352	0,0000	0,9404	6,6460	0,1890	0,0000	0,8861	4,9270
3	0,0315	0,0861	0,9910	12,026	0,0696	0,1861	0,9567	5,6297	0,0975	0,2548	0,9169	4,1860
5	0,0240	0,1113	0,9920	11,514	0,0526	0,2424	0,9613	5,3812	0,0727	0,3345	0,9257	3,9976
7	0,0201	0,1239	0,9924	11,341	0,0443	0,2700	0,9635	5,2920	0,0607	0,3738	0,9298	3,9271
9	0,0183	0,1307	0,9927	11,271	0,0393	0,2867	0,9647	5,2542	0,0585	0,3887	0,9314	3,9005
11	0,0166	0,1360	0,9928	11,242	0,0365	0,2970	0,9655	5,2376	0,0548	0,4021	0,9327	3,8902
15	0,0161	0,1401	0,9929	11,225	0,0350	0,3065	0,9660	5,2293	0,0520	0,4162	0,9337	3,8821
21	0,0156	0,1436	0,9930	11,218	0,0340	0,3140	0,9662	5,2255	0,0513	0,4254	0,9340	3,8792
31	0,0155	0,1460	0,9930	11,213	0,0331	0,3204	0,9664	5,2232	0,0497	0,4347	0,9345	3,8767

A partir da Tabela 3.1, e com o auxílio de um ajuste de curvas, Jangid (1999) encontrou expressões para o cálculo dos parâmetros ótimos em função do número de amortecedores  $n$  e da razão entre as massas  $\mu$ , como mostram as Equações (3.25) a (3.29).

$$\xi' = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-0,5\mu)}} + f(\mu)\sqrt{\mu} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 \left( \frac{1}{n} - 1 \right) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \quad (3.25)$$

$$\beta_L = f(\mu)\sqrt{\frac{\mu}{n}} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 (n-1) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \quad (3.26)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1-0,5\mu}{1+\mu}} + f(\mu)\sqrt{\frac{\mu}{n}} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 (n-1) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \quad (3.27)$$

$$R_{\max} = \sqrt{\frac{2}{\mu}}(1+\mu) + f(\mu)\sqrt{\frac{1}{\mu}} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 \left( \frac{1}{n} - 1 \right) + a_6 \left( \frac{1}{n\sqrt{n}} - 1 \right) \right\} \quad (3.28)$$

$$f(\mu) = (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu) \quad (3.29)$$

Os coeficientes  $a_n$  destas equações são apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Valores dos coeficientes das equações ótimas. (Jangid, 1999).

Coef.	Parâmetros ótimos			
	$\xi'$	$\beta_L$	$\alpha$	$R_{\max}$
$a_1$	0,5474	0,42113	- 0,00241	0,2985
$a_2$	0,1038	0,04479	0,72152	- 0,0078
$a_3$	- 0,4522	- 0,38909	- 0,43970	0,2355
$a_4$	0,7604	- 0,73518	- 0,66385	- 0,0442
$a_5$	0,3916	- 0,11866	- 0,01138	0,6265
$a_6$	0,0403	4,86139	0,99522	0,4789

Uma comparação feita entre os parâmetros ótimos obtidos pelas Equações (3.25) a (3.29) e pela busca numérica demonstrou a eficiência do ajuste de curvas. Estas equações são aplicáveis para  $\mu \leq 0,1$  e AMSM com no máximo 31 massas, para satisfazer que as frequências naturais do AMSM sejam positivas e reais e que o AMSM tenha amortecimento subcrítico.

### 3.2.3 – Equação de movimento para o AMSM I

As equações de movimento do sistema principal com AMSM I possuem a mesma forma da Equação (3.18), no entanto a matriz de massa  $\underline{M}$  assume nova forma conforme apresentado na Equação (3.30). As matrizes de rigidez  $\underline{K}$  e de amortecimento  $\underline{C}$  para  $n$  massas interligadas são equivalentes às apresentadas anteriormente nas Equações (3.20) e (3.21). A matriz  $\underline{M}$  normalizada é dada pela Equação (3.31), enquanto as matrizes  $\underline{K}$  e  $\underline{C}$  normalizadas são equivalentes às Equações (3.23) e (3.24) respectivamente. (Carneiro, 2004).

O sistema AMSM I é apresentado a seguir

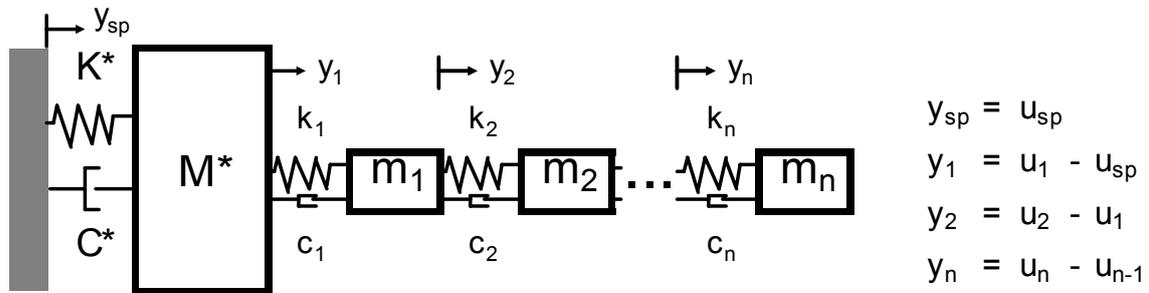


Figura 3.5. Modelo estrutural de um sistema principal com AMSM I.

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} M^* + \sum_{j=1}^n m_j & \sum_{j=1}^n m_j & \sum_{j=2}^n m_j & \cdots & m_n \\ & \sum_{j=1}^n m_j & \sum_{j=2}^n m_j & \cdots & m_n \\ & & \sum_{j=2}^n m_j & \cdots & m_n \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & m_n \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

*Simétrica*

$$\underline{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 1 + \sum_{j=1}^n \mu_j & \sum_{j=1}^n \mu_j & \sum_{j=2}^n \mu_j & \cdots & \mu_n \\ & \sum_{j=1}^n \mu_j & \sum_{j=2}^n \mu_j & \cdots & \mu_n \\ \text{Simétrica} & & \sum_{j=2}^n \mu_j & \cdots & \mu_n \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \mu_n \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

### 3.2.4 – Busca da otimização dos parâmetros para o AMSM I

Na literatura encontrou-se pouca informação sobre os AMSM I. Ávila (2002) propôs parâmetros ótimos para um sistema de controle com duas massas interligadas submetido a um carregamento harmônico.

Carneiro (2004) estendeu o estudo desenvolvido por Ávila (2002) para um AMSM com três, cinco e sete amortecedores realizando uma série de testes variando os valores da razão de frequência  $\alpha_n$ , da razão de massa  $\mu_n$  e da razão de amortecimento  $\xi_n$  de cada um dos amortecedores e observou a resposta em frequência para minimizar as amplitudes máximas, ou picos, da resposta.

Por meio destes estudos, Ávila (2002) e Carneiro (2004) obtiveram fazer uma primeira aproximação dos parâmetros ótimos para estes sistemas.

No presente trabalho modifica-se a otimização feita por Carneiro (2004), obtendo novos parâmetros ótimos para AMSM I com dois, três, quatro e cinco amortecedores.

A principal diferença entre o trabalho realizado por Carneiro (2004) e o desenvolvido na presente dissertação reside na uniformidade dos parâmetros para cada amortecedor, isto é, a razão de frequência  $\alpha_n$ , a razão de massa  $\mu_n$  e a razão de amortecimento  $\xi_n$  são tomadas iguais para todos os amortecedores como foi feito anteriormente por Jangid (1999) para o caso dos AMSM NI.

Deste modo, nesta pesquisa é realizado um estudo por estimativa dos parâmetros do AMSM I, no qual são fixados dois parâmetros adimensionais dos amortecedores: a razão de frequência  $\alpha_n$  e a razão de amortecimento  $\xi_n$ , enquanto a razão de massa  $\mu_n$  dos amortecedores variava.

Analisa-se cada resposta em frequência correspondente ao sistema controlado submetido a um carregamento harmônico e realizam-se novas modificações de parâmetros com o intuito de minimizar a amplitude máxima da resposta, tornando assim o AMSM I mais eficiente. A obtenção e análise das curvas de resposta em frequência são realizadas por intermédio de uma rotina escrita por Carneiro (2004) no programa de álgebra simbólica MAPLE V, onde foram modificados os valores dos parâmetros iniciais para dar continuidade a esta nova pesquisa. Essa estimativa de parâmetros é importante para delimitar os intervalos de variação dos mesmos, que serão utilizados a seguir em uma busca numérica mais aprofundada, a qual convencionou-se denominar estudo paramétrico.

Os estudos paramétricos que sucedem à estimativa de parâmetros são realizados de maneira mais sistemática por meio da implementação de rotinas em FORTRAN 2000, desenvolvidas por Carneiro (2004) e modificadas no presente trabalho, as quais permitem analisar várias combinações de parâmetros. Realizam-se várias tentativas de variação dos parâmetros, em cada uma delas são estipulados os intervalos para a variação de cada parâmetro e o número de valores discretos a considerar dentro dos intervalos incluindo os extremos. Após terminada a busca numérica, os sub-intervalos que contêm os valores que tornam o AMSM I mais eficiente são refinados para uma nova tentativa.

O programa principal da rotina computacional do estudo paramétrico varia os parâmetros do sistema de controle (razões de massa, amortecimento e frequência dos amortecedores) e utiliza uma sub-rotina, que calcula as matrizes normalizadas conforme descrito nos itens 3.2.1 e 3.2.3, e em seguida a função de resposta em frequência (ver item 3.2.5) para cada razão de frequência forçada  $\beta$  correspondente.

Posteriormente, o programa principal registra o pico da função de resposta em frequência e seu  $\beta$  correspondente e busca o menor pico encontrado entre todas as combinações dos parâmetros. Este procedimento é conhecido como *Min.Max* (Tsai e Lin, 1993). A busca numérica é encerrada quando todos os parâmetros são combinados entre si, obtendo-se a combinação que produziu o menor pico da função de resposta em frequência e suas coordenadas correspondentes. Esse programa sofre adaptações ao longo do trabalho, que possibilitam algumas situações específicas, como, por exemplo, manter certos parâmetros fixos variando os demais e também utilizá-lo para sistemas com diferentes números de massas.

Os intervalos admitidos para os parâmetros, como se comentou anteriormente foram:  $0 \leq \xi' < 1$ ;  $0 \leq \beta_L < 2$ ;  $\alpha > 0$  e  $\mu \leq 0.1$ . Para encontrar o intervalo do número de amortecedores, foi utilizado o programa desenvolvido no ambiente MAPLE V e FORTRAN 2000, descobrindo que para  $n > 5$  o comportamento da resposta estrutural era melhor para AMSM NI do que para AMSM I, independente do  $\xi'$ ,  $\beta_L$ ,  $\alpha$  e do  $\mu$ . Por este motivo o intervalo para o número de amortecedores tomado foi  $n \leq 5$ . Estes dados foram ordenados em uma tabela para que posteriormente fosse feito o ajuste das curvas e obtidas as equações procuradas.

Foram realizados dois estudos paramétricos:

No estudo paramétrico 1, foram fixadas as razões de amortecimento de um sistema AMSM I e se variou a razão de frequência e a razão de massa. Inicialmente se admite que o sistema tenha dois amortecedores interligados. O programa calcula o menor dos picos máximos da função de resposta em frequência e o valor do  $\beta$  correspondente. O mesmo procedimento se repete aumentando o número de amortecedores interligados até um número de dez.

Na Figura 3.6 é apresentado o diagrama de fluxo dos estudos realizados, onde a principal diferença se dá no parâmetro escolhido,  $\xi$  ou  $\mu$ . O procedimento é igual nos dois estudos desenvolvidos.



No estudo paramétrico 2 foi fixada a razão de massa de um sistema AMSM I inicialmente com duas massas e se variou a razão de frequência e a razão de amortecimento média do mesmo sistema. O programa calcula o menor pico das respostas e o valor de  $\beta$ . O mesmo procedimento se repete para três, quatro e cinco amortecedores interligados.

De cada estudo são obtidos 8 gráficos para fazer o ajuste de curvas e encontrar finalmente as equações procuradas com o auxílio do programa estatístico SAS, versão 9.1.3.

### 3.2.5 – Resposta no domínio da frequência

A função de resposta em frequência,  $H(\omega)$ , de uma estrutura de vários graus de liberdade é dada pela Equação (3.33) e é encontrada ao substituir a solução permanente, Equação (3.32), e suas derivadas em relação ao tempo, no problema reduzido, Equação (3.18), submetido a um vetor de carregamento harmônico do tipo  $F(t) = F_0 e^{i\omega t}$ .

$$y(t) = F_0 \underline{H}(\omega) e^{i\omega t} \quad (3.32)$$

$$\underline{H}(\omega) = (-\omega^2 \underline{M} + i\omega \underline{C} + \underline{K})^{-1} \quad (3.33)$$

O elemento  $H_{ij}(\omega)$  da matriz  $\underline{H}(\omega)$  representa a resposta permanente na coordenada  $i$  devido a uma excitação harmônica na coordenada  $j$ . Neste trabalho, é observada a variação do módulo do elemento  $H_{11}(\omega)$ , porque ele representa a resposta permanente do sistema principal devido a uma excitação harmônica aplicada sobre o mesmo. Doravante, o módulo do elemento  $H_{11}(\omega)$  será referido como a resposta em frequência do sistema e será representado por  $|H(\omega)|$ .

## 4 – ESTUDO NUMÉRICO

Neste capítulo pretende-se encontrar as equações que minimizam as respostas dos AMSM I amortecidos, baseando-se no trabalho feito por Jangid (1999) e Carneiro (2004), variando parâmetros como número de amortecedores  $n$ , razão de frequência  $\alpha$ , razão de amortecimento  $\xi$  e razão entre massas  $\mu$ , obtendo pares  $\beta_L, R$  (Largura de banda, Resposta normalizada).

Para este fim, realizam-se várias sub-rotinas em FORTRAN 2000 e MAPLE V, procurando os parâmetros que tornam mínima a resposta da estrutura, neste caso, um *shear frame* de 20 andares, analisado anteriormente por Carneiro (2004), submetido a uma carga harmônica senoidal  $\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_0 \text{Sen}(\omega t)$ , tal que  $\mathbf{F}_0$  é um vetor de amplitudes proporcional ao primeiro modo de vibração (ver Figura 3.2, com  $N=20$ ).

As propriedades de massa e rigidez desta estrutura sem AMS são:

Tabela 4.1 - Propriedades por andar do *shear frame* de 20 andares.

Andar	Rigidez ( $10^5$ N/m)	Massa ( $10^3$ kg)
16 - 20	1000	100
11 - 15	2000	175
6 - 10	3000	250
1 - 5	4000	300

Considerando que o amortecimento do sistema seja proporcional ou de Rayleigh e admitindo razão de amortecimento  $\xi = 2\%$  referentes ao primeiro e segundo modos de vibração determina-se a matriz  $\underline{C}$ . A frequência fundamental encontrada foi de 3,43 rad/s. O sistema de vinte graus de liberdade é reduzido a um por meio de uma análise modal conforme descrito no item 3.1.3. As propriedades modais generalizadas assim obtidas foram  $M^* = 1264012,20$  kg;  $K^* = 14839097,61$  N/m e  $C^* = 173236,49$  Ns/m.

### 4.1 – AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO

Adiciona-se ao sistema anterior um AMS com os parâmetros ótimos de Den Hartog (1956) com razão entre massas  $\mu = 0,05$ . Os parâmetros ótimos para este sistema são razão de

freqüência  $\alpha_{\text{ótimo}} = 0,95$  e  $\xi_{\text{ótimo}} = 0,14$ . As propriedades do AMS calculadas a partir das expressões ótimas são  $m = 63200,61$  kg;  $k = 672974,97$  N/m e  $c = 56479,48$  Ns/m.

A Figura 4.1 apresenta a resposta do sistema estrutural, sem controle e com um AMS. Pode-se verificar a eficiência do AMS, por meio da diminuição na amplitude máxima da resposta em 77,1%.

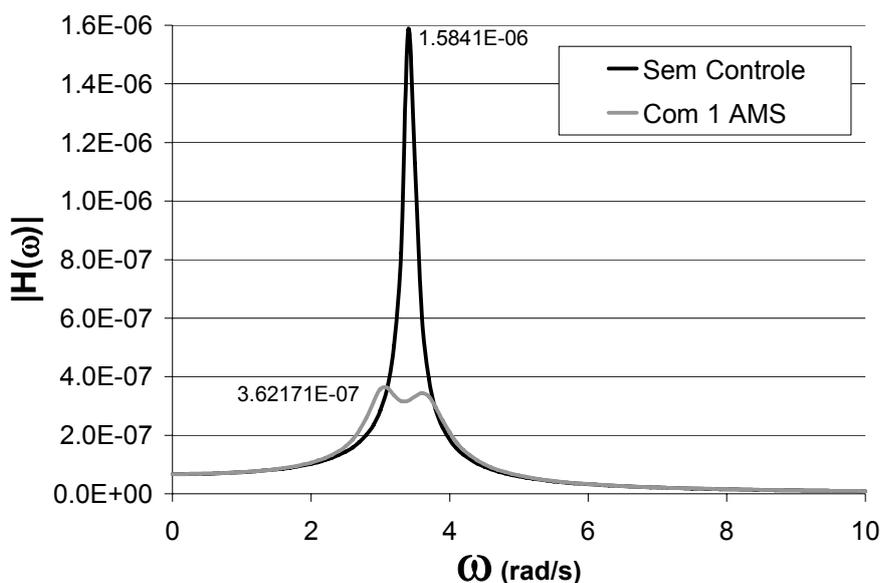


Figura 4.1. Respostas em freqüência da estrutura sem controle e com um AMS.

#### 4.2 – AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO MÚLTIPLO

A fim de observar-se o comportamento do edifício com múltiplas massas, foram adicionados inicialmente 3 amortecedores não interligados, baseando-se no estudo de Jangid (1999), conforme descrito no item 3.2.3.

Observando a Tabela 3.1 e adotando um valor de  $\mu = 0,05$ , obtem-se  $\xi_{\text{ótimo}} = 0,0696$  e  $\beta_{L \text{ ótimo}} = 0,1861$ .

A Figura 4.2 apresenta a resposta do sistema sem controle e com 3 AMS NI, tomando os parâmetros ótimos de Jangid (1999) já citados.

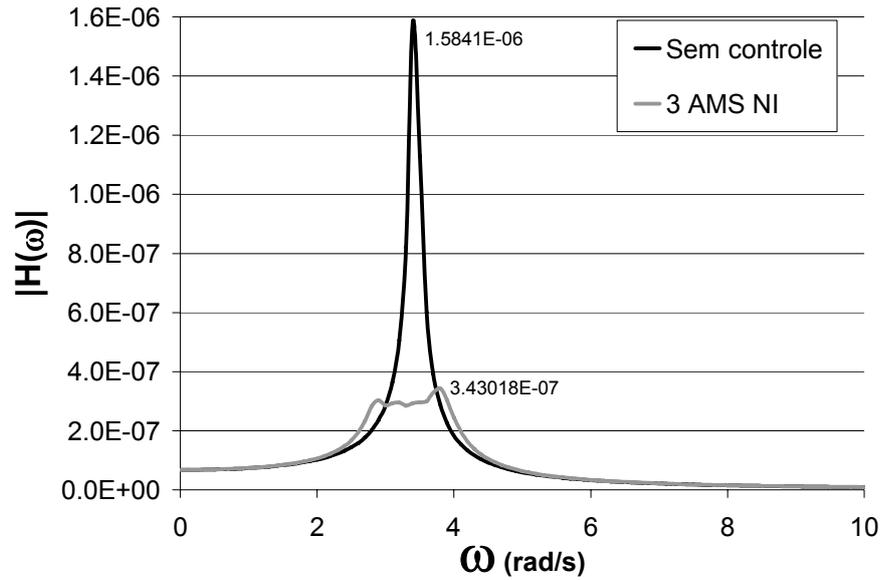


Figura 4.2. Respostas em frequência da estrutura sem controle e com 3 AMS NI.

Comparando as respostas do AMS com o AMSM com 3 amortecedores não interligados otimizados, Figura 4.3, pode-se observar que a amplitude na resposta do sistema equipado com 3 amortecedores não interligados é menor do que a apresentada pelo sistema com apenas um amortecedor. Em porcentagem, 3 AMSM NI conseguiram diminuir a resposta em 78,3% e 1 AMS em 77,1% quando comparado com o sistema sem controle. Portanto 3 AMSM NI apresentaram uma resposta 5,3% menor do que 1 AMS.

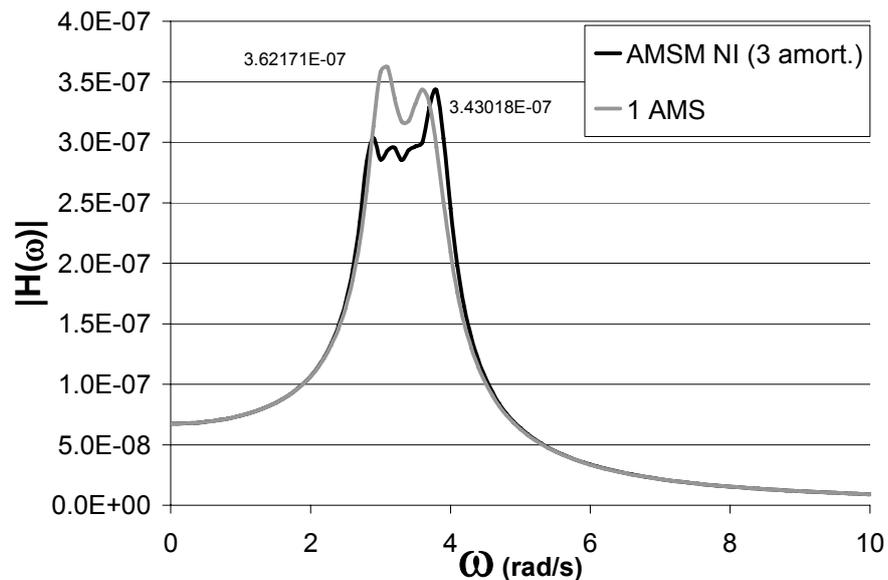


Figura 4.3. Respostas em frequência da estrutura com 1 AMS e com 3 AMS NI.

Jangid (1999) encontrou os parâmetros ótimos para diminuir a resposta estrutural de sistemas com AMSM NI. O objetivo da Figura 4.4 é mostrar que os ditos parâmetros não são adequados quando aplicados a um sistema equipado com AMSM I, uma vez que não reduzem a resposta da estrutura. Deste modo, há a necessidade de encontrar parâmetros mais eficientes para o caso de massas interligadas.

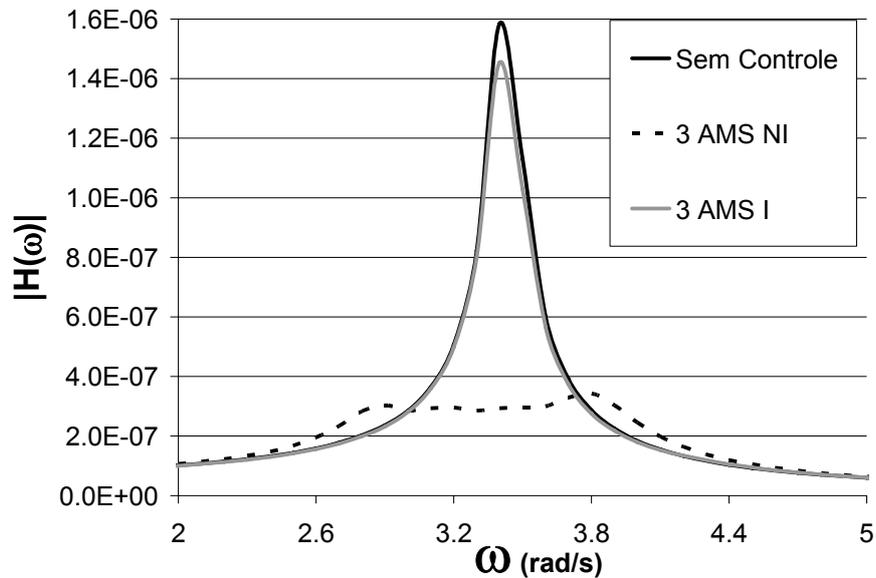


Figura 4.4. Respostas em frequência da estrutura sem controle e com 3 AMS NI e I.

Tomando a otimização de Carneiro (2004) descrita no item 3.2.4 para 3 AMSM I e a otimização realizada por Jangid (1999), obtém-se a Figura 4.5.

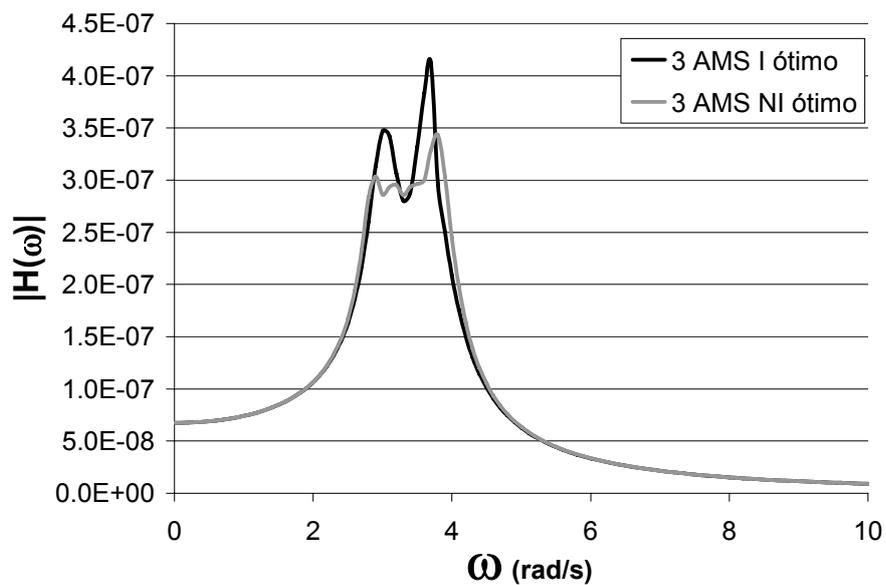


Figura 4.5. Respostas ótimas em frequência da estrutura com 3 AMS NI e 3 AMS I.

Na Figura 4.5 pode-se ver que o comportamento do sistema com 3 AMSM NI é melhor do que o apresentado pelo sistema com 3 AMSM I. O sistema interligado diminuiu a resposta em 74% enquanto o sistema não interligado 78,3%. Isto é, 3 AMSM NI são 16,8% mais eficientes do que 3 AMSM I.

A Figura 4.6 compara o desempenho de duas otimizações encontradas para 3 AMSM I. Pode-se ver uma redução de 71,6% na resposta em frequência ao substituir os parâmetros ótimos de Jangid (1999) pelos encontrados numericamente pela otimização de Carneiro (2004), onde a diminuição passou de 8,3% a 74% quando comparados com o sistema sem controle, mostrando a importância de encontrar novos parâmetros ótimos para sistemas interligados.

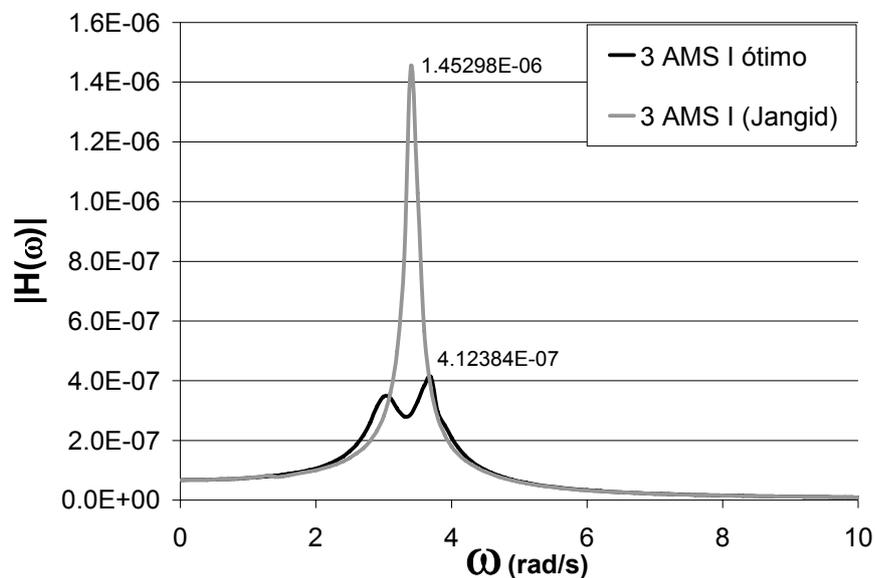


Figura 4.6. Respostas em frequência da estrutura com 3 AMS I ótimos e segundo Jangid.

Ao se comparar as respostas no domínio da frequência dos AMSM com os parâmetros ótimos de Jangid (1999) para AMSM NI, nota-se que estes não devem ser utilizados para AMSM I, portanto é necessário realizar um estudo para determinar os parâmetros ótimos para o AMSM I e, posteriormente, desenvolver uma equação otimizada para estes sistemas.

Para este fim realiza-se uma busca numérica de acordo com o procedimento apresentado no item 3.2.4. Os valores encontrados serão colocados em um gráfico, fazendo após um ajuste de curvas para encontrar as equações que governam os AMSM I, mediante o programa estatístico SAS, versão 9.1.3.

Os parâmetros que serão levados em conta são:

$n$ : número de amortecedores;

$\mu$ : razão entre massas,  $\mu = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i$ , com:

$m_i$ : massa do  $i$ -ésimo amortecedor;

$M$ : massa do sistema principal;

$\xi_a$ : razão de amortecimento do amortecedor,  $\xi_a = c/c_c = c/2m\omega_a$ , com:

$c$ : amortecimento do amortecedor;

$c_c$ : amortecimento crítico do AMS;

$\omega_a$ : frequência natural do AMS,  $\omega_a = \sqrt{k/m}$ ;

$k$ : rigidez do AMS;

$\alpha$ : razão de frequência,  $\alpha = \omega_a / \omega_{sp}$ , com:

$\omega_{sp}$ : frequência natural do sistema principal ou estrutura,  $\omega_{sp} = \sqrt{K/M}$ ;

$K$ : rigidez do sistema principal;

$\beta_L$ : largura de banda,  $\beta_L = (\omega_n - \omega_1) / \omega_T$  com:

$\omega_1$ : frequência do primeiro AMS;

$\omega_n$ : frequência do  $n$ -ésimo AMS;

$\omega_T$ : media das frequências dos AMS.

Utilizando o trabalho de Jangid (1999) como referência, serão utilizadas razões de amortecimento  $\xi$  iguais para todos os amortecedores, melhorando o tempo de cálculo computacional.

Ao aumentar o número de parâmetros a variar, aumenta consideravelmente o tempo de análise computacional da busca numérica. Então quanto o maior número de massas, menor deve ser o refinamento dos intervalos dos parâmetros que sofrem variação e maior o número de simplificações feitas.

Depois de várias tentativas se verificou que o desempenho dos AMSM I era pior do que o apresentado por os AMSM NI quando são utilizadas mais de 5 massas. Para AMSM NI, pode-se trabalhar com mais massas, já que não estão ligadas entre si, sendo portanto possível mudar a sua localização no sistema principal.

### 4.3 – ESTUDO PARAMÉTRICO 1

Foram fixados 3 valores para a razão de amortecimento,  $\xi$ : 0,01; 0,1 e 0,5 e, mediante um programa escrito em MAPLE V, se encontraram as expressões necessárias para encontrar o valor *Min.Max* da resposta da estrutura segundo o método proposto por Tsai e Lin (1993). Estas expressões foram introduzidas num programa escrito em FORTRAN 2000, segundo o diagrama de fluxo da Figura 3.6, obtendo-se os valores apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Valores dos parâmetros no estudo paramétrico 1.

n	$\xi=0,01$				$\xi=0,1$				$\xi=0,5$			
	$\mu$	$\alpha$	$\beta_L$	R	$\mu$	$\alpha$	$\beta_L$	R	$\mu$	$\alpha$	$\beta_L$	R
2	0,099	0,625	0,961	1,2501	0,099	0,625	1,007	0,9964	0,099	0,975	1,009	0,4963
3	0,099	0,800	0,933	1,3193	0,099	0,800	0,974	0,6101	0,099	0,975	1,004	0,6553
4	0,099	0,650	1,054	1,2982	0,099	0,975	1,071	0,4816	0,099	0,975	0,993	0,6651
5	0,099	0,600	0,978	0,9761	0,099	0,775	1,006	0,785	0,099	0,975	0,993	0,6189

Com estes valores podem-se obter os gráficos mostrados na Figura 4.7.

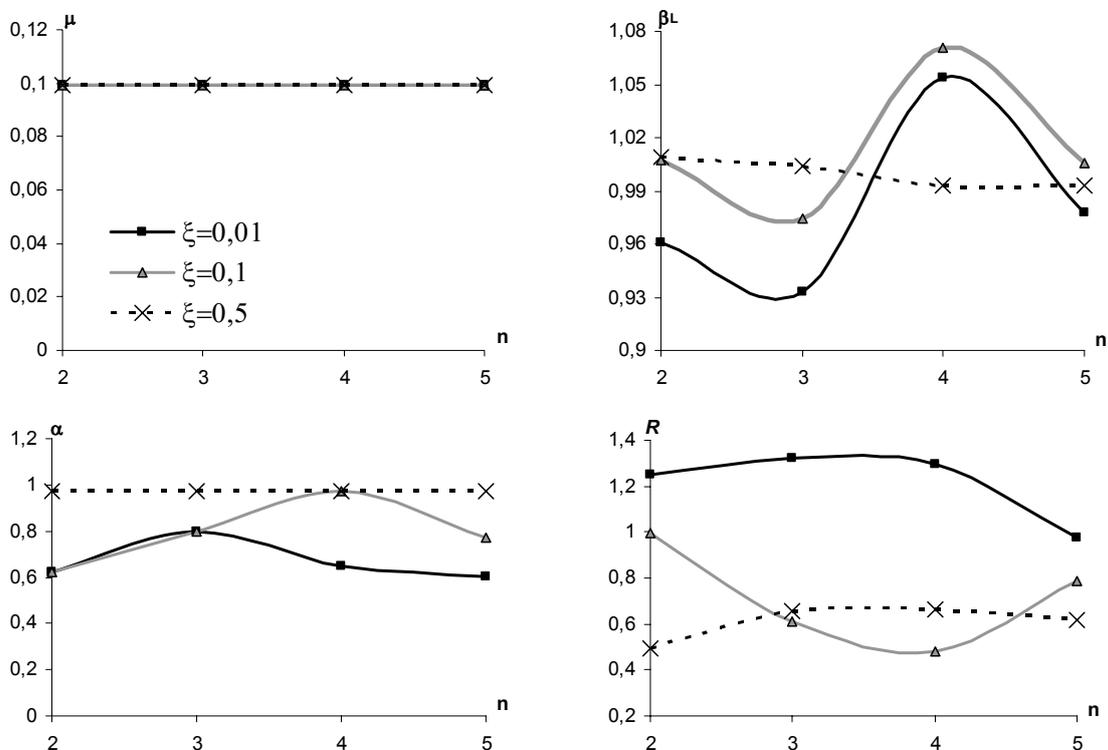


Figura 4.7. Comparação dos parâmetros ótimos encontrados pela busca numérica 1 versus o número de amortecedores  $n$ .

A Figura 4.7 mostra o comportamento dos parâmetros  $\mu$ ,  $\beta_L$ ,  $\alpha$  e  $R$ , versus o número de amortecedores  $n$ , para os três valores fixos de  $\xi$  tomados neste estudo.

No gráfico  $\mu$  versus  $n$  nota-se que para vários valores de  $\xi$  a curva não muda. Isto é,  $\mu$  permanece constante para qualquer  $n$  e para qualquer  $\xi$ . No gráfico  $\beta_L$  versus  $n$ , a curva tende a se estabilizar perto do valor 1,0 ao aumentar o número de amortecedores e o valor de  $\xi$  mas apresenta um comportamento ondulatório. No gráfico  $\alpha$  versus  $n$  ao aumentar o valor de  $\xi$  a curva tende a se estabilizar perto do valor 1,0, como no gráfico  $\beta_L$  versus  $n$ . No gráfico  $R$  versus  $n$ , ao aumentar o valor de  $\xi$  a curva tende a um valor assintótico perto de 0,6 mas não segue uma tendência definida. A menor amplitude na resposta foi obtida para 4 AMSM I com  $\xi=0,1$ , no gráfico  $R$  versus  $n$ .

Foram feitas outras curvas dos mesmos parâmetros versus a razão de amortecimento  $\xi$ , fixando o número de amortecedores  $n$ , obtendo a Figura 4.8.

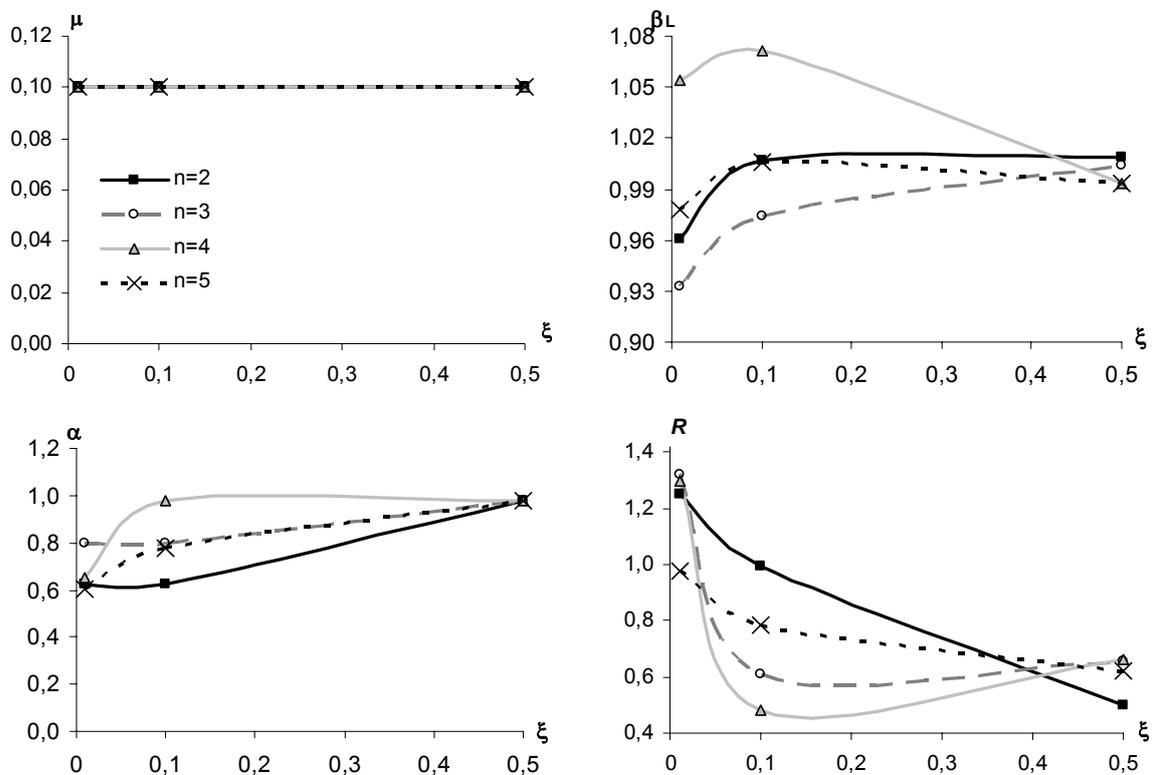


Figura 4.8. Comparação dos parâmetros ótimos encontrados pela busca numérica 1 versus a razão de amortecimento  $\xi$ .

Da Figura 4.8 pode-se verificar que as curvas apresentam um melhor comportamento, mas a sua tendência varia muito com o número de amortecedores. As vezes sobe e outras vezes desce como numa onda.

Para obter as equações a partir destes gráficos, seria necessário um estudo mais complexo. Mas, pode-se afirmar que no gráfico  $\mu$  versus  $\xi$ , ao aumentar o  $n$ ,  $\mu$  permanece constante, confirmando os resultados do gráfico  $\mu$  versus  $n$  da Figura 4.7.

Da Figura 4.8 também pode-se dizer que para os amortecedores interligados ao aumentar o valor de  $\xi$  as curvas tendem a se estabelecer num ponto fixo, por exemplo no gráfico  $\beta_L$  versus  $\xi$ ,  $\beta_L$  tende a 0,993, no gráfico  $\alpha$  versus  $\xi$ ,  $\alpha$  tende a 0,975 e no gráfico  $R$  versus  $\xi$ ,  $R$  tende a 0,66.

Um fato muito importante determinado pela Figura 4.8 é que 4 AMSM I apresentaram melhor resposta do que 3 AMSM I, mas ao aumentar o número de amortecedores para 5 AMSM I, a resposta não melhorou, portanto um número maior de AMSM I não implica melhores resultados. Esta conclusão demonstra mais uma vez que o comportamento dos AMSM NI é muito diferente dos AMSM I, visto que um número maior de amortecedores NI melhora a resposta estrutural, enquanto que um número maior de amortecedores interligados pode piorar a resposta do sistema estrutural. A melhor resposta do sistema foi obtida para 4 AMSM I com  $\xi = 0,1$ , onde o fator de amplificação dinâmica  $R$ , apresenta o valor mínimo, confirmando o comportamento encontrado na Figura 4.7.

Apesar das importantes conclusões obtidas é necessário fazer outro estudo numérico que apresente gráficos com melhor tendência, já que com o primeiro estudo paramétrico seriam obtidas equações não muito confiáveis para representar o comportamento dos AMSM I.

#### **4.4 – ESTUDO PARAMÉTRICO 2**

Foram fixados 3 valores para a razão entre massas,  $\mu$ : 0,01; 0,05 e 0,1; e por intermédio das rotinas desenvolvidas foram obtidos os valores apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Valores dos parâmetros no estudo paramétrico 2.

n	$\mu=0,01$				$\mu=0,05$				$\mu=0,1$			
	$\xi$	$\alpha$	$\beta_L$	R	$\xi$	$\alpha$	$\beta_L$	R	$\xi$	$\alpha$	$\beta_L$	R
2	0,026	0,600	1,006	1,758	0,041	0,600	1,020	1,180	0,051	0,600	1,035	0,897
3	0,026	0,800	0,978	1,220	0,056	0,800	0,960	0,767	0,080	0,800	0,950	0,585
4	0,046	1,000	0,979	1,156	0,085	1,000	0,953	0,696	0,100	1,000	0,928	0,537
5	0,026	0,750	1,009	1,634	0,046	0,750	1,028	1,010	0,065	0,750	1,039	0,737

Na Figura 4.9 são apresentados os gráficos dos parâmetros  $\xi$ ,  $\beta_L$ ,  $\alpha$  e da resposta obtida R, versus o número de amortecedores n.

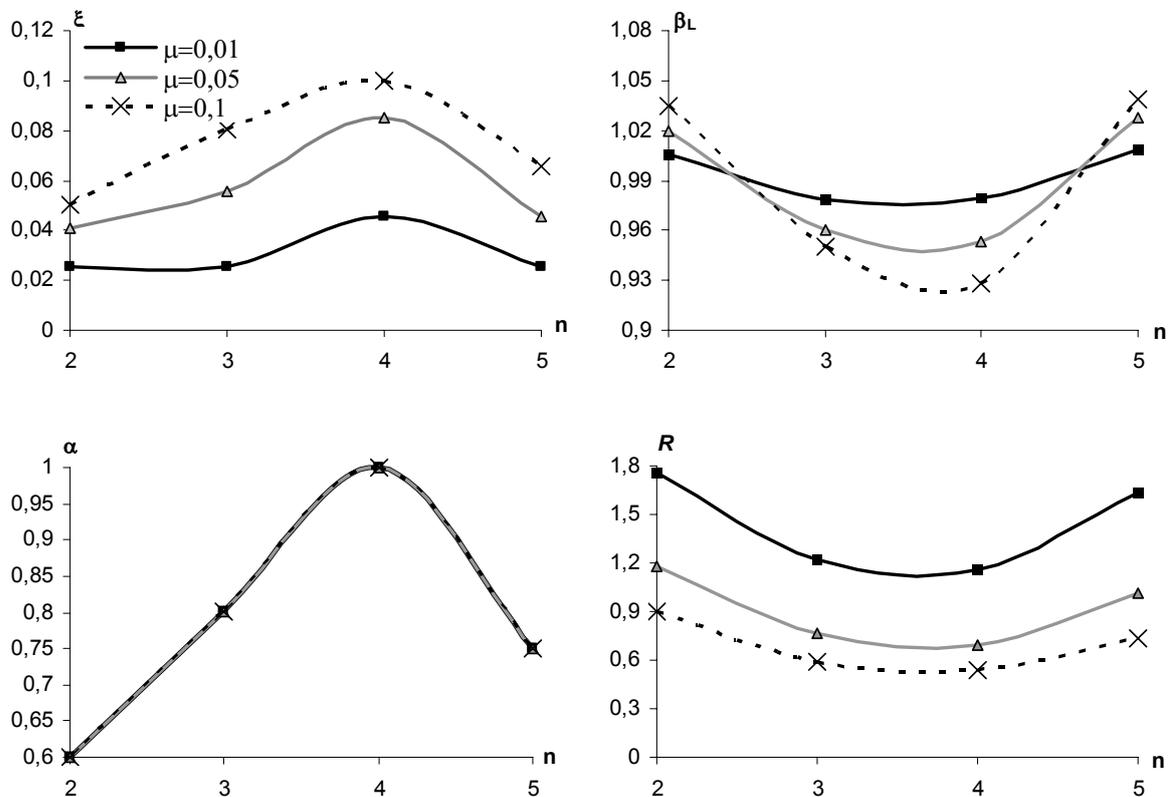


Figura 4.9. Comparação dos parâmetros ótimos encontrados pela busca numérica 2 versus o número de amortecedores n.

A Figura 4.9 mostra uma melhor tendência e um melhor comportamento do que no estudo paramétrico 1.

Da Figura 4.9 pode-se dizer que para as 3 razões entre massas  $\mu$ , tomadas neste estudo, ao aumentar  $\mu$  aumenta o valor de  $\xi$ , e decresce o valor de  $R$ . No gráfico  $\alpha$  versus  $n$ , as curvas se sobrepõem mostrando que independem do valor de  $\mu$ . A melhor resposta foi obtida para 3 e 4 AMSM I.

Foram feitas outras curvas dos mesmos parâmetros versus a razão entre massas,  $\mu$ , fixando o número de amortecedores  $n$ , como mostra a Figura 4.10.

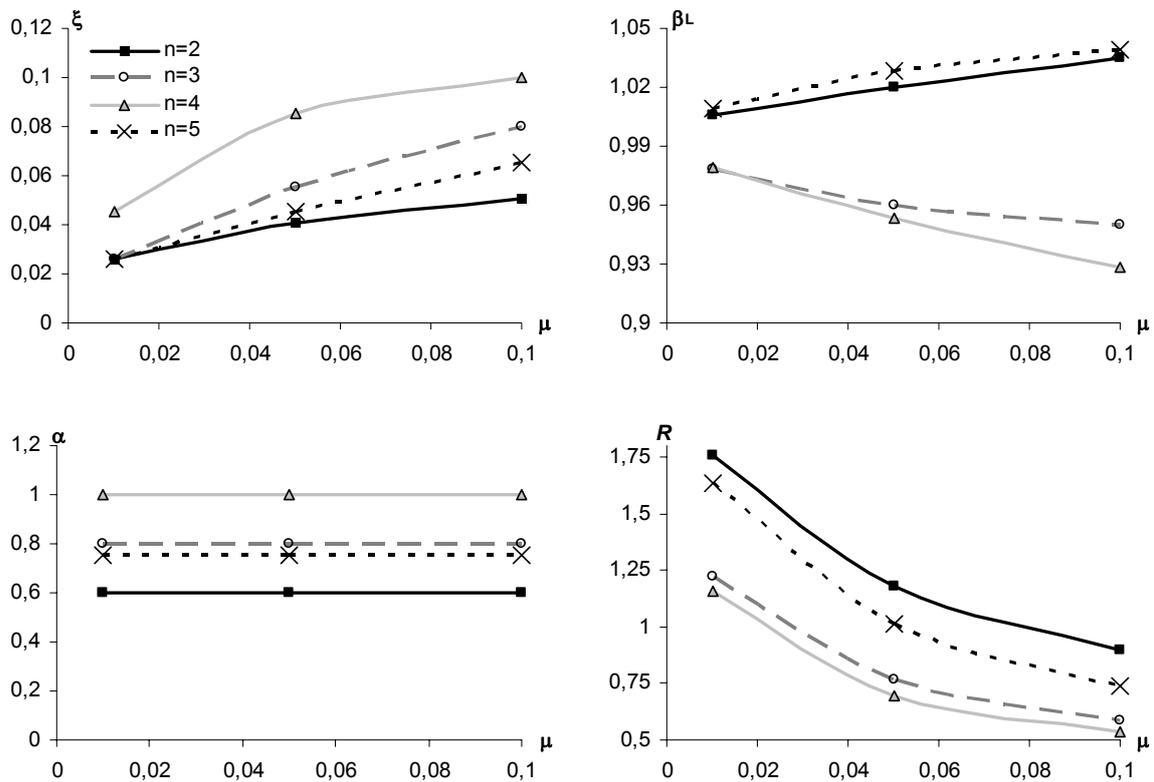


Figura 4.10. Comparação dos parâmetros ótimos encontrados pela busca numérica 2 versus a razão entre massas  $\mu$ .

Das figuras anteriores pode-se ver que as curvas apresentam um melhor comportamento. O gráfico  $\beta_L$  versus  $\mu$ , apresenta uma bifurcação já que o  $\beta_L$  cresce para 2 e 5 amortecedores e decresce para 3 e 4 AMSM I.

Da Figura 4.10 nota-se que ao aumentar o valor de  $\mu$  também aumenta o valor de  $\xi$ , mas decresce o valor de  $R$ . Esta afirmação confirma o descrito antes na Figura 4.9. Do gráfico  $\alpha$  versus  $\mu$ , pode-se dizer que para qualquer valor de  $n$ ,  $\alpha$  permanece constante e

independe de  $\mu$ , confirmando o encontrado na Figura 4.9. A melhor resposta foi obtida para  $\mu=0,1$  e  $n= 4$ . Como foi descrito anteriormente 4 AMSM I apresentaram melhor resposta do que 3 AMSM I, mas ao aumentar o número de amortecedores para 5 AMSM I, a resposta não melhorou, portanto mais de 5 AMSM I não implica melhores resultados. Assim fica mais uma vez caracterizada a diferença de comportamento dos AMSM NI e dos AMSM I.

Como os gráficos da Figura 4.10 apresentaram um comportamento melhor do que os mostrados pelo primeiro estudo paramétrico, resulta confiável tentar obter as equações que governam o comportamento dos AMSM I.

As tabelas seguintes mostram as equações obtidas no ajuste polinomial das curvas das Figuras 4.10 e 4.9 do estudo paramétrico 2.

Tabela 4.4 - Ajuste de curvas para os amortecedores da Figura 4.10.

n	$\xi$
2	$\xi = -1,9111*\mu^2 + 0,4847*\mu + 0,0211$
3	$\xi = -2,7611*\mu^2 + 0,9082*\mu + 0,0170$
4	$\xi = -7,7111*\mu^2 + 1,4527*\mu + 0,0318$
5	$\xi = -1,1000*\mu^2 + 0,5610*\mu + 0,0203$

n	$\alpha$
2	0,6004
3	0,8002
4	1
5	0,7502

n	$\beta_L$
2	$\beta_L = -0,5556*\mu^2 + 0,3833*\mu + 1,0022$
3	$\beta_L = 2,7778*\mu^2 - 0,6167*\mu + 0,9839$
4	$\beta_L = 1,6667*\mu^2 - 0,7500*\mu + 0,9863$
5	$\beta_L = -2,8333*\mu^2 + 0,645*\mu + 1,0028$

n	$R$
2	$R = 97,450*\mu^2 - 20,279*\mu + 1,9507$
3	$R = 85,528*\mu^2 - 16,469*\mu + 1,3763$
4	$R = 92,778*\mu^2 - 17,087*\mu + 1,3180$
5	$R = 112,71*\mu^2 - 22,363*\mu + 1,8461$

Desta primeira tabela pode-se observar que  $\xi$ ,  $\beta_L$  e  $R$  apresentam equações de ordem dois em  $\mu$ , enquanto que para  $\alpha$  é apresentado um valor constante.

Tabela 4.5 - Ajuste de curvas para a razão entre massas  $\mu$  da Figura 4.9.

$\mu$	$\xi$	$\alpha$
0,01	$\xi = -0,0099*n^3 + 0,0990*n^2 - 0,3069*n + 0,3228$	$\alpha = -0,0749*n^3 + 0,6744*n^2 - 1,7485*n + 1,9992$
0,05	$\xi = -0,0140*n^3 + 0,1335*n^2 - 0,3865*n + 0,3916$	$\alpha = -0,0749*n^3 + 0,6744*n^2 - 1,7485*n + 1,9992$
0,1	$\xi = -0,0074*n^3 + 0,0618*n^2 - 0,1384*n + 0,1394$	$\alpha = -0,0749*n^3 + 0,6744*n^2 - 1,7485*n + 1,9992$

$\mu$	$\beta_L$	$R$
0,01	$\beta_L = 0,0145*n^2 - 0,1005*n + 1,149$	$R = 0,0113*n^3 + 0,1355*n^2 - 1,4289*n + 3,9832$
0,05	$\beta_L = 0,0048*n^3 - 0,0170*n^2 - 0,0668*n + 1,183$	$R = 0,0071*n^3 + 0,1072*n^2 - 1,0848*n + 2,8642$
0,1	$\beta_L = 0,0117*n^3 - 0,0735*n^2 + 0,0608*n + 1,114$	$R = -0,0029*n^3 + 0,1587*n^2 - 1,0506*n + 2,3869$

Na Tabela 4.5 pode-se observar que as três equações de  $\alpha$  são iguais e que este parâmetro só depende de  $n$ . Portanto, sem mais cálculos, obtém-se a primeira equação para  $\alpha$ , independente de  $\mu$ .

$$\alpha = -0,0749n^3 + 0,6744n^2 - 1,7485n + 1,9992 \quad (4.1)$$

Analisando as equações apresentadas na Tabela 4.4, nota-se que são de grau dois em  $\mu$ , para os parâmetros estudados, com exceção do parâmetro  $\alpha$ . Por outro lado, as equações da Tabela 4.5 são de grau três em  $n$ , incluindo a equação do parâmetro  $\alpha$ .

As equações dos parâmetros  $\xi$ ,  $\beta_L$  e  $R$  não estão explícitas como a Equação (4.1) e, portanto, será necessário um estudo e uma busca matemática mais aprofundada. Dentro dos possíveis métodos para encontrar essas equações, está o conhecido método dos mínimos quadrados. O programa estatístico SAS versão 9.1.3 utiliza o método dos mínimos quadrados e torna essa busca mais eficiente, por intermédio de um cruzamento multiplicativo dos termos  $n$  e  $\mu$  com todas as suas potências. Foram obtidas desse modo as seguintes expressões ótimas de 12 termos para os parâmetros citados:

$$\xi = 0,279 - 0,259n + 0,081n^2 - 0,008n^3 + 5,372\mu - 66,611\mu^2 - 5,756n\mu + 68,704n\mu^2 + 2,123n^2\mu - 22,889n^2\mu^2 - 0,233n^3\mu + 2,352n^3\mu^2 \quad (4.2)$$

$$\beta_L = 1,128 - 0,099n + 0,020n^2 - 0,001n^3 + 2,337\mu - 24,778\mu^2 - 0,299n\mu + 19,019n\mu^2 - 0,559n^2\mu - 3,806n^2\mu^2 + 0,110n^3\mu + 0,176n^3\mu^2 \quad (4.3)$$

$$R = 4,367 - 1,559n + 0,152n^2 + 0,012n^3 - 40,393\mu + 204,889\mu^2 + 13,907n\mu - 87,333n\mu^2 - 1,847n^2\mu + 18,917n^2\mu^2 - 0,042n^3\mu - 1,028n^3\mu^2 \quad (4.4)$$

Infelizmente no arredondamento dos coeficientes das equações perde-se a exatidão das mesmas. Deste modo, a Tabela 4.6 apresenta os coeficientes calculados pelo programa SAS, versão 9.1.3, com cinco casas decimais.

Tabela 4.6 - Coeficientes calculados pelo programa SAS, versão 9.1.3.

VARIÁVEL	COEFICIENTES		
	$\xi$	$\beta_L$	$R$
Constante	0,27894	1,12811	4,36744
n	-0,25931	-0,09941	-1,55867
n <sup>2</sup>	0,08106	0,02047	0,15158
n <sup>3</sup>	-0,00791	-0,00112	0,01186
$\mu$	5,37167	2,33667	-40,39333
$\mu^2$	-66,61111	-24,77778	204,88889
n* $\mu$	-5,75556	-0,29944	13,90667
n <sup>2</sup> * $\mu$	2,12333	-0,55917	-1,84750
n <sup>3</sup> * $\mu$	-0,23278	0,11028	-0,04250
n <sup>3</sup> * $\mu^2$	2,35185	0,17593	-1,02778
n* $\mu^2$	68,70370	19,01852	-87,33333
n <sup>2</sup> * $\mu^2$	-22,88889	-3,80556	18,91667

#### 4.5 – COMPARAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS AMSM NI E I

Nesta seção são comparados os fatores de amplificação dinâmica ou as respostas em frequência normalizada,  $R$ , do sistema sem controle, o sistema AMSM I com os parâmetros ótimos calculados no presente trabalho e o sistema AMSM NI com a otimização feita por Jangid (1999). Nas Figuras 4.11 a 4.14 são então comparados o sistema sem controle e o sistema com 2, 3, 4 e 5 massas NI e I.

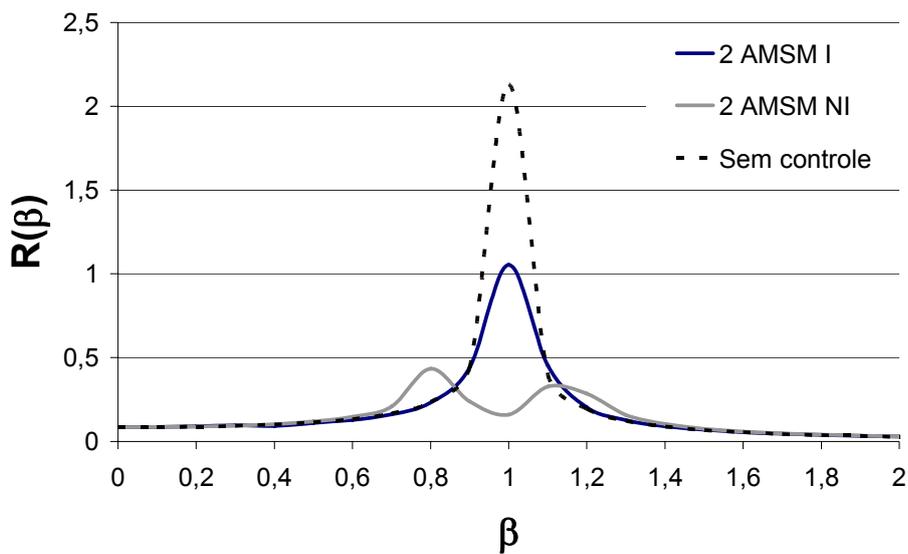


Figura 4.11. Fator de amplificação em função de  $\beta$  ( $\mu = 0,05$ ;  $\alpha$  ótimo;  $\xi$  ótimo) para 2 AMSM interligados e não interligados.

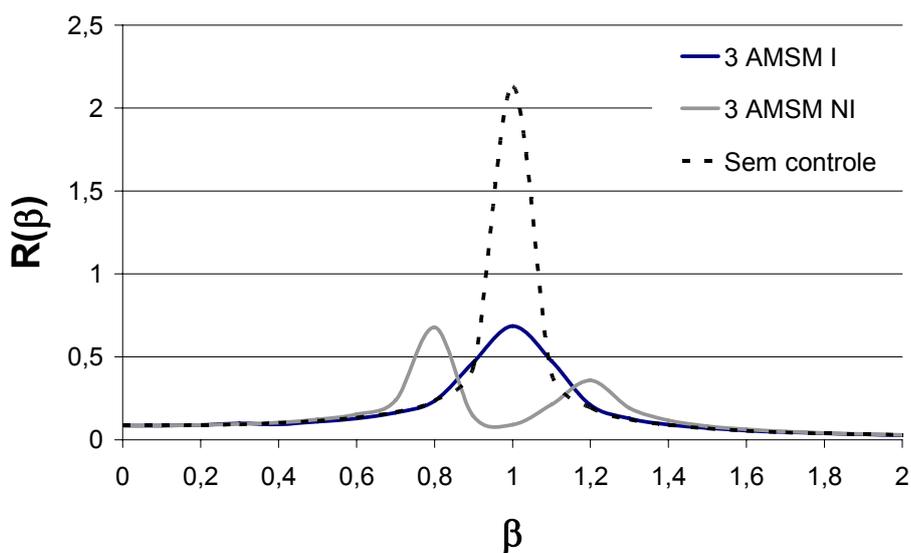


Figura 4.12. Fator de amplificação em função de  $\beta$  ( $\mu = 0,05$ ;  $\alpha$  ótimo;  $\xi$  ótimo) para 3 AMSM interligados e não interligados.

Na Figura 4.11 pode-se observar que a resposta com AMSM NI é melhor do que aquela apresentada pelo sistema com AMSM I. No entanto, na Figura 4.12 o comportamento dos sistemas com AMSM I e AMSM NI é muito parecido, obtendo-se uma porcentagem de redução de 68,1% para AMSM NI e 67,8% para AMSM I.

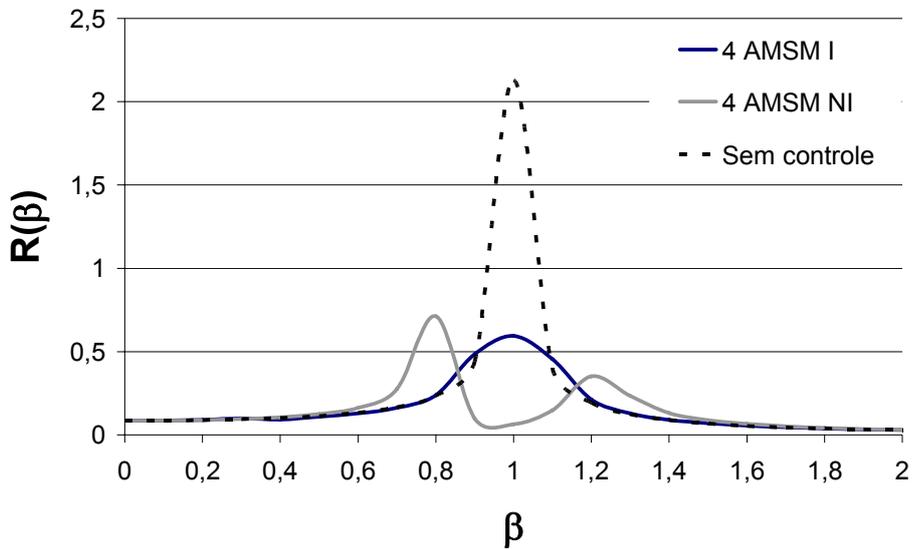


Figura 4.13. Fator de amplificação em função de  $\beta$  ( $\mu = 0,05$ ;  $\alpha$  ótimo;  $\xi$  ótimo) para 4 AMSM interligados e não interligados.

Pode-se ver na Figura 4.13 que 4 AMSM I apresentaram melhor comportamento do que 4 AMSM NI, isto é, a amplitude da resposta foi menor no sistema interligado.

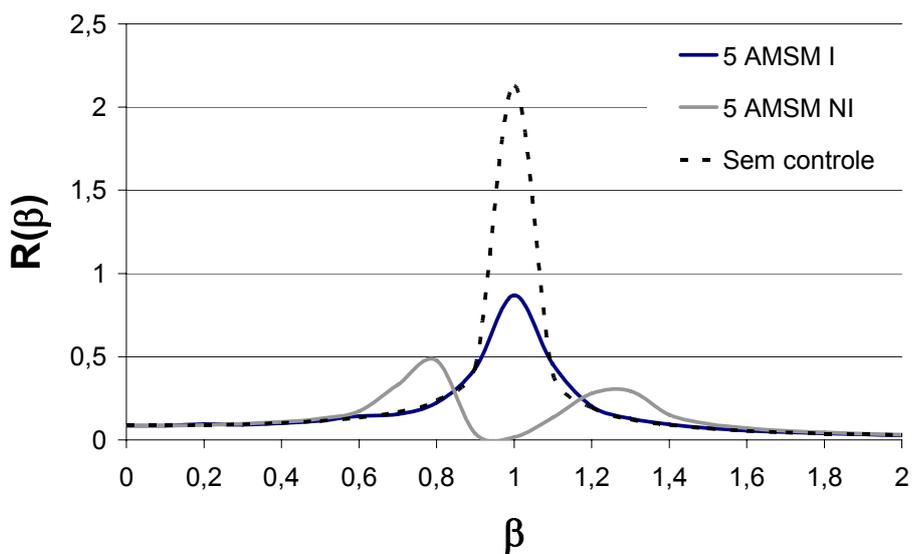


Figura 4.14. Fator de amplificação em função de  $\beta$  ( $\mu = 0,05$ ;  $\alpha$  ótimo;  $\xi$  ótimo) para 5 AMSM interligados e não interligados.

Nota-se que no caso de cinco amortecedores, Figura 4.14, a resposta dos amortecedores interligados aumenta de novo, apresentando pior comportamento do que os 5 AMSM NI.

Neste estudo não foram obtidas performances melhores da estrutura com AMSM I em relação àquelas com AMSM NI, em sistemas com mais de 5 amortecedores. Deste modo, a título de comparação, é apresentada na Figura 4.15 a resposta do sistema estrutural com 10 AMSM I e 10 AMSM NI. Os parâmetros do sistema não interligado foram obtidos pelas equações de Jangid (1999) enquanto que as do sistema interligado foram determinadas pelo estudo paramétrico com o auxílio dos programas desenvolvidos em MAPLE V e FORTRAN 2000. Verifica-se pela figura que o sistema AMSM NI é mais eficiente que o AMSM I.

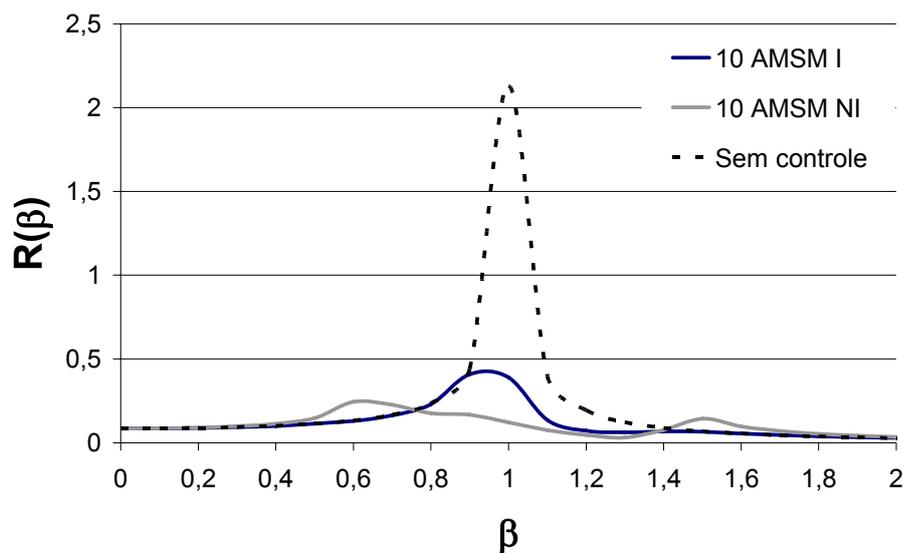


Figura 4.15 Fator de amplificação em função de  $\beta$  ( $\mu = 0,05$ ;  $\alpha$  ótimo;  $\xi$  ótimo) para 10 AMSM interligados e não interligados.

A Figura 4.16 apresenta a resposta no tempo da estrutura sem controle, com 4 AMSM I e com 4 AMSM NI. Nota-se em escuro o comportamento dos amortecedores interligados e em linha de traço a resposta da estrutura sem controle. Neste caso o desempenho dos 4 AMSM I foi melhor do que o apresentado pelo sistema não interligado

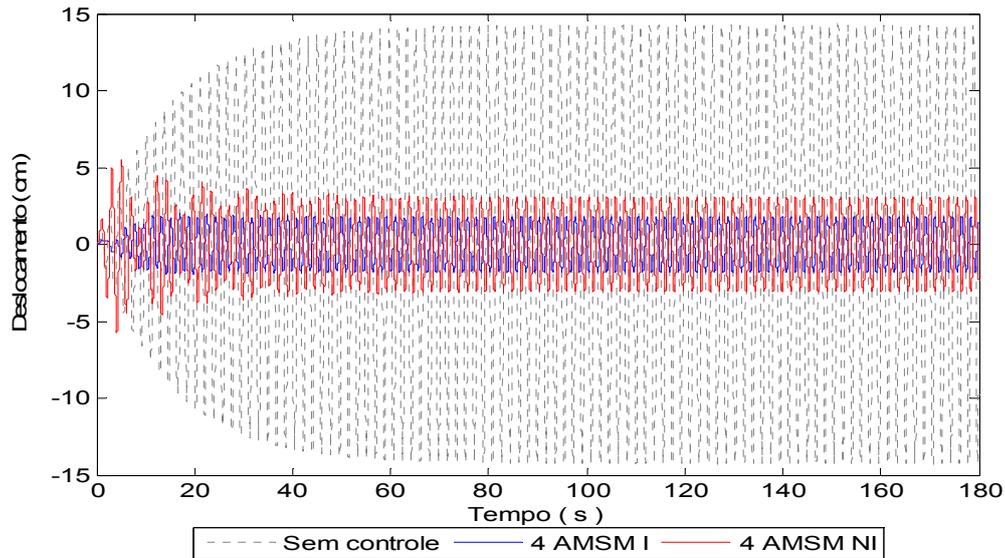


Figura 4.16 Respostas no tempo da estrutura sem controle, com 4 AMSM I e 4 AMSM NI.

A Figura 4.17 apresenta a resposta no tempo da estrutura sem controle, com 5 AMSM I e com 5 AMSM NI. Nota-se que a resposta do sistema não interligado apresenta uma resposta melhor do que o sistema interligado.

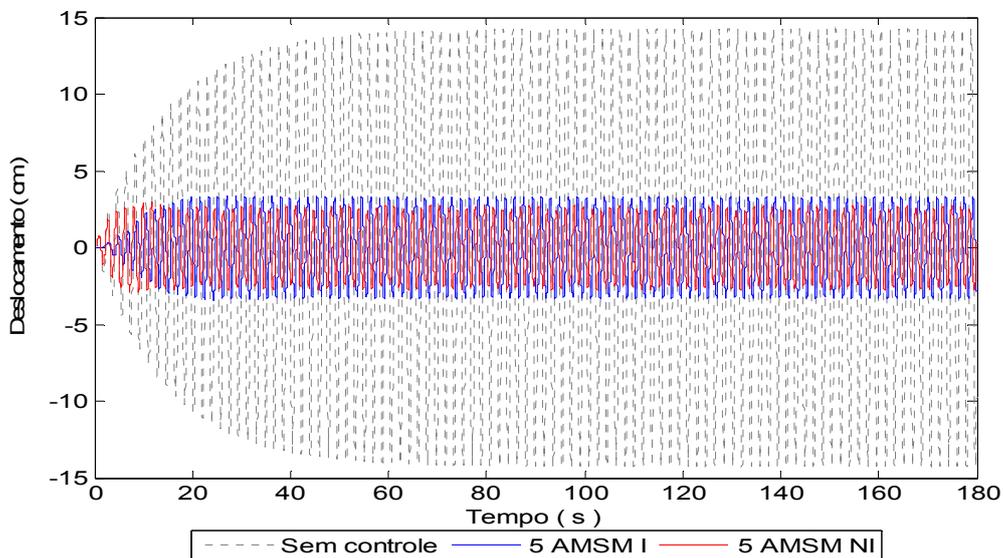


Figura 4.17 Respostas no tempo da estrutura sem controle, com 5 AMSM I e 5 AMSM NI.

Concluí-se que os AMSM I apresentaram comportamento igual ou melhor que os AMSM NI quando o número de amortecedores for igual a três ou quatro. Para dois e cinco amortecedores o desempenho do sistema não interligado foi melhor do que o do sistema interligado.

## 5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 5.1 – CONCLUSÕES

Comparando as respostas em frequência do sistema com AMSM NI e do sistema com AMSM I, encontrou-se que os parâmetros otimizados encontrados na literatura para o AMSM NI não funcionam para o AMSM I. Deste modo foi necessário realizar uma busca numérica de parâmetros mais eficientes para o caso dos AMSM I.

Se compararam as respostas obtidas com os parâmetros ótimos calculados por Jangid (1999) para AMSM NI e as respostas do sistema AMSM I com os parâmetros ótimos obtidos no presente trabalho. Os sistemas foram equipados com igual número de amortecedores mudando a sua interligação e os parâmetros ótimos. Foi encontrado que 3 e 4 amortecedores interligados tiveram desempenho igual ou melhor do que os não interligados.

O melhor comportamento dos sistemas equipados com AMSM I foi obtido com 4 amortecedores, tanto no estudo paramétrico 1 como no estudo paramétrico 2. Com 5 AMSM I o pico da resposta aumentou, demonstrando que para amortecedores interligados, quantidade maior não implica maior eficiência.

Do estudo paramétrico 1 pode-se dizer que para as 3 razões de amortecimento adotadas,  $\mu$  permanece constante. Isto é, o comportamento da resposta não é sensível ao valor de  $\xi$ . Poderia-se escolher  $\xi$  constante para todos os cálculos, como foi sugerido por Gu et al. (2001) e Carneiro (2004).

Do primeiro estudo encontrou-se também que o  $\xi$  não é uma variável muito apropriada para definir o comportamento das curvas, já que  $\alpha$ ,  $\beta_L$  e  $R$ , não apresentaram tendência nenhuma neste estudo. Por isto foi necessário fazer o estudo paramétrico 2. Isto confirma as conclusões apresentadas por Yamaguchi e Harnpornchai (1993) e Kareem e Kline (1995) quanto ao papel secundário da razão de amortecimento  $\xi$ .

Ao se comparar as curvas do primeiro estudo com as do segundo, pode-se observar que no estudo paramétrico 2 as curvas adotaram uma melhor tendência do que no estudo 1, permitindo encontrar a equação de  $\alpha$  em função do número de amortecedores.

Do segundo estudo constata-se que, para os amortecedores de massa sintonizados interligados, quanto maior for o valor de  $\mu$  maior é o valor de  $\xi$  e menor é a resposta  $R$ , enquanto que  $\alpha$  não varia com  $\mu$  permanecendo constante para cada grupo de AMSM I. A melhor resposta foi obtida para  $\mu=0,1$  e 4 AMSM I.

A utilização da razão de massa média  $\mu$  e da razão de amortecimento  $\xi$  igual para todos os amortecedores do AMSM apresenta a vantagem de reduzir o número de variáveis na busca numérica, diminuindo o esforço computacional. Essa simplificação também havia sido utilizada por Jangid (1999) para o AMSM NI e mostra-se eficiente também para o AMSM I de acordo com os resultados obtidos no presente trabalho.

## 5.2 – SUGESTÕES

O estudo dos amortecedores de massa tem aumentado nos últimos anos. No ano de 2008 estarão conclusos os projetos de One Rincon Hill em São Francisco e ComCast Center em Filadélfia, ambos nos Estados Unidos e ambos usando AMS. No entanto, ainda existem muitos aspectos a serem abordados nessa área principalmente no que se refere aos AMSM I. Alguns temas importantes que melhorariam o trabalho feito nesta dissertação são:

- Realizar uma busca numérica com uma razão de amortecimento do sistema principal, diferente da utilizada no presente trabalho ( $\xi = 2\%$ ), com o objetivo de observar o comportamento da estrutura frente a esse parâmetro.
- Realizar uma análise de sensibilidade da estrutura, comparando o sistema estrutural com AMSM NI e AMSM I.
- Utilizar um algoritmo de programação matemática para otimização dos parâmetros do AMSM I com  $n$  amortecedores.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABE, M.; FUJINO, Y. Dynamic characterization of multiple tuned mass damper and some design formulas. *Earthquake engineering and structural dynamics* 23, 813–835, 1994.
- AMBROSINI, D.; CUITIÑO, G.; REBECO, J. Eficiencia de AMS en estructuras sismorresistentes. *Mecánica Computacional* Vol. XXIII. Bariloche, Argentina, 2004.
- ÁVILA, S. M. Controle híbrido para atenuação de vibrações em edifícios. Tese de Doutorado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- BATTISTA, R. C. Múltiplos Atenuadores Dinâmicos Sincronizados para controle das oscilações induzidas pelo vento na Ponte Rio-Niterói. *II seminário de patologia das edificações*. Porto Alegre, Brasil, 2004.
- BATTISTA, R. C.; CARVALHO E. M. L.; PFEIL, M. S.; VARELA, W. D. Estimativa da vida útil à fadiga de uma torre metálica sob ação do vento. *Revista Escola de Minas*, Ouro Preto, 60(2): 401-408, 2007.
- CARNEIRO, R. B. Controle de vibrações em edifícios altos utilizando amortecedor de massa sintonizado múltiplo. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, 2004.
- CHEN, G.; WU, J. Experimental study on multiple tuned mass dampers to reduce seismic responses of a three-storey building structure. *Earthquake engineering & structural dynamics*, v. 32, n. 5, p. 793–810, 2003.
- COMPAQ VISUAL FORTRAN, 2000, versão 6.5, Compaq Computer Corporation Houston, Texas.
- DALEY, S.; HÄTÖNEN, J.; OWENS, D.H. Active vibration isolation in a “smart spring” mount using a repetitive control approach. *Control Engineering Practice* 14, 991–997, 2006.
- DATTA, T. K. A state-of-the-art review on active control of structures. *ISET Journal of Earthquake Technology*, Paper No. 430, Vol. 40, No. 1, 1-17, 2003.
- DEN HARTOG, J. P. Mechanical vibrations. 4th ed. New York, Mcgraw-Hill, 1956.
- DIAS, C. M. Fuzzy control of magnetorheological dampers for vibration reduction of seismically excited structures. Thesis of Doctor of Philosophy. The Florida State University, 2005.
- DU, D.; GU, X.; CHU, D.; HUA, H. Performance and parametric study of infinite-multiple TMDs for structures under ground acceleration by HN optimization. *Journal of sound and vibration*. 305, 843–853, 2007.
- DUPONT, P.; KASTURI, P.; STOKES, A. Semi-active control of friction dampers. *Journal of sound and vibration* 202(2), 203-218, 1997.

- DYKE, S. J. Acceleration feedback control strategies for active and semi-active control systems: modeling, algorithm development, and experimental verification. Tese de Doutorado. Universidade de Notre Dame. Indiana, Estados Unidos, 1996.
- DYKE, S. J.; SPENCER Jr., B. F.; SAIN, M. K.; CARLSON, J. D. Modeling and Control of Magnetorheological Dampers for Seismic Response Reduction. *Smart Materials and Structures*, 5, 565-575, 1996.
- ELIAS, G. T.; ÁVILA, S. M. Metodologia para definição do melhor número e posição para dispositivos de controle estrutural. *XXVII Iberian Latin American congress in computational methods in engineering*. Brasil, 2006.
- GOLAFSHANI, A. A.; RAHANI, E. K.; TABESHPOUR, M. R. A new high performance semi-active bracing system. Sharif University of Technology, Tehran, Iran, 2006.
- GOMES, D. H. M. Controle da resposta dinâmica de uma passarela de pedestres da cidade de Brasília com a utilização e amortecedores de massa sintonizados. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.
- GU, M.; CHEN, S. R.; CHANG, C. C. Parametric study on multiple tuned mass dampers for buffeting control of Yangpu bridge. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, v. 89, p. 987 – 1000, 2001.
- <http://en.wikipedia.org> último acesso 11-2007
- <http://images.google.com> último acesso 11-2007
- <http://nisee.berkeley.edu/prosys/tuned.html> último acesso 11-2007
- <http://www.liquidloungeworld.com/attractionscenterpointtower.aspx> último acesso 6-2006
- IGUSA, T.; XU, K. Vibration control using multiple tuned mass dampers. *Journal of sound and vibration*, v. 175, n. 4, p. 491 – 503, 1994.
- JANGID, R. S. Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system. *Earthquake engineering and structural dynamics*. 28, 1041-1049, 1999.
- JANGID, R. S.; DATTA, T. K. Performance of multiple tuned mass dampers for torsionally coupled system. *Earthquake engineering and structural dynamics* 26, 307–317, 1997.
- JANSEN, L. M.; DYKE, S. J. Semi-Active Control Strategies for MR Dampers: A Comparative Study. *Journal of Engineering Mechanics*, 126(8), 795-803, 2000.
- JOSHI, A.S.; JANGID, R.S. Optimum parameters of multiple tuned mass dampers for base-excited damped systems. *Journal of sound and vibration*, v. 202, n. 5, p. 657-667, 1997.
- KAREEM, A.; KLINE, S. Performance of multiple mass dampers under random loading. *Journal of structural engineering*, v. 121, n. 2, p. 348 – 361, 1995.

- KITAGAWA, Y.; MIDORIKAWA, M. Seismic isolation and passive response-control buildings in Japan. Hiroshima University, Japan. *Smart Mater. Struct.* 7 581–587, 1998.
- LEE C.; CHEN, Y.; CHUNG, L.; WANG, Y. Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *Engineering structures* 28 43–53, 2006.
- LI, C.; LIU, Y. Active multiple tuned mass dampers for structures under the ground acceleration. *Earthquake engineering & structural dynamics*. 31, 1041–1052, 2002.
- LI, C.; LIU, Y. Optimum multiple tuned mass dampers for structures under ground acceleration based on the uniform distribution of system parameters. *Earthquake engineering & structural dynamics*. 32, 671–690, 2003.
- LI, C.; QU, W. Optimum properties of multiple tuned mass dampers for reduction of translational and torsional response of structures subject to ground acceleration. *Engineering structures*. 28, 472–494, 2006.
- LI, H. N.; NI, X. L. Optimization of non-uniformly distributed multiple tuned mass damper. *Journal of Sound and Vibration*. 308, 80–97, 2007.
- LIN, C.; WANG, J.; UENG, J. Vibration control identification of seismically excited MDOF Structure-PTMD systems. *Journal of sound and vibration* 240(1), 87-115, 2001.
- LU, L. Semi-active modal control for seismic structures with variable friction dampers. *Engineering structures* 26 437–454, 2004.
- MAGLUTA, C.; AINSWORTH Jr., G. O.; ROITMAN, N. Comparison between multiple vibration absorbers and single vibration absorbers systems. *Proceedings of COBEM. XVII international congress of mechanical engineering*. São Paulo, 2003.
- MAPLE V, release 5.0, Waterloo Maple Inc.
- NISHIMURA, I.; YAMADA, T.; SAKAMOTO, M.; KOBORI, T. Control performance of active–passive composite tuned mass damper. *Smart mater. Struct.* 7 637–653, 1998.
- ORLANDO, D. Absorção pendular para controle de vibrações de torres esbeltas. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil, 2006.
- OU, J.; LI, H. Recent Advances of Structural Vibration Control in Mainland China. *ANCER Annual Meeting: Networking of Young Earthquake Engineering Researchers and Professionals*, Honolulu, Hawaii, 2004.
- PINELLI, J.P.; HU, S.; GUTIERREZ, H.; CASIER, F. Multiple Distributed Tuned Mass Dampers: An Exploratory Study. *Proceedings of Extreme Loading*, Toronto, Canada, 2003.

- PINKAEW, T.; FUJINO, Y. Effectiveness of semi-active tuned mass dampers under harmonic excitation. *Engineering Structures* 23, 850–856, 2001.
- RANA, R.; SOONG, T. T. Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. *Engineering structures*, 20(3), 193-204, 1998.
- SAKAMOTO, M.; KOBORI, T. Research, development and practical applications on structural response control of buildings. *Smart Mater. Struct.* 4 A58-A74. Japão, 1995.
- SAS versão 9.1.3, Statistical Analysis Software. SAS/STAT software.
- SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. Passive energy dissipation systems in structural engineering. John Wiley & Sons. Chichester, Inglaterra, 1997.
- SOONG, T. T.; SPENCER Jr., B. F. Supplemental Energy Dissipation: State-of-the-Art and State-of-the-Practice. *Engineering Structures*, 24, 243- 259, 2002.
- SOUZA, R. Controle passivo / ativo das oscilações de estruturas esbeltas por meio de dispositivos fluido-dinâmicos. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2003.
- SPENCER Jr., B. F.; SAIN, M. K. Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback. *Special Issue of IEEE Control Systems Magazine on Emerging Technology*, 17(6), 19-35, 1997.
- SPENCER Jr., B.F.; SOONG, T.T. New applications and development of active, semi-active and hybrid control techniques for seismic and non seismic vibration in the USA. *International post-smirt conference seminar on seismic isolation, passive energy dissipation and active control of vibration of structures*. Cheju, Korea, 1999.
- SYMANS, M. D.; CONSTANTINOU, M. C. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering structures*, 21, 469-487, 1999.
- TSAI, H.; LIN, G. Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems. *Earthquake engineering and structural dynamics*. 22, 957-973, 1993.
- WANG, J.; LIN, C. Seismic performance of multiple tuned mass dampers for soil-irregular building interaction systems. *International journal of solids and structures*. 42, 5536–5554, 2005.
- WARBURTON, G. B. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake engineering and structural dynamics*. 10, 381–401, 1982.
- WU, J.; CHEN, G. Optimization of multiple tuned mass dampers for seismic response reduction. *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago, Illinois. 519-523, 2000.

- XU, K.; IGUSA, T. Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies. *Earthquake engineering and structural dynamics*. 21, 1059–1070, 1992.
- YAMAGUCHI, H.; HARNPORNCHAI, N. Fundamental characteristics of multiple tuned mass dampers for suppressing harmonically forced oscillations. *Earthquake engineering and structural dynamics*. 22, 51-62, 1993.
- YAN, A.; TENG, J.; LU, Z. Analysis for seismic response of wutong tv-tower with variable stiffness tuned mass dampers. *4th International Conference on Earthquake Engineering*. Paper 186. Taipei, Taiwan, 2006.
- YANG, G. Large-scale magnetorheological fluid damper for vibration mitigation: modeling, testing and control. Thesis of Doctor of Philosophy. University of Notre Dame, Indiana, 2001.
- YANG, J.; AGRAWAL, A. Semi-active hybrid control systems for nonlinear buildings against near-field earthquakes. *Engineering structures*. 24 271–280, 2002.
- YING, Z. G.; NI, Y. Q.; KO, J. M. Semi-active optimal control of linearized systems with multi-degree of freedom and application. *Journal of sound and vibration*. 279 373–388, 2005.
- ZHANG, Y.; ALLEYNE, A.G.; ZHENG, D. A hybrid control strategy for active vibration isolation with electrohydraulic actuators. *Control Engineering Practice* 13, 279–289, 2005.
- ZHOU, Q.; NIELSEN, S. R. K.; QU, W. L. Semi-active control of three-dimensional vibrations of an inclined sag cable with magnetorheological dampers. *Journal of sound and vibration*. 296 1–22, 2006.
- ZHU, W.; LUO, M.; DONG, L. Semi-active control of wind excited building structures using mr/er dampers. *Probabilistic engineering mechanics*. 19 279–285, 2004.
- ZHUANG, W.; LEMING, S.; KUEHN, J.; ZENG, H.; STALFORD, H. Semi-active tuned mass damper design for balcony vibration control. *American control conference*. Chicago, Illinois. Pag. 3560-3564, 2000.
- ZUO, L.; NAYFEH, S. The multi-degree-of-freedom tuned-mass damper for suppression of single-mode vibration under random and harmonic excitation. Department of mechanical engineering. *ASME design engineering technical conferences*. USA, 2003.
- ZUO, L.; NAYFEH, S. Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned-mass dampers. *Journal of Sound and Vibration*. 272, 893–908, 2004.