



**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**FADIGA MULTIAXIAL SOB CARREGAMENTO DE  
AMPLITUDE VARIÁVEL: AVALIAÇÃO DO MÉTODO DE  
BANNANTINE E SOCIE**

Por,

**Beugre Ouronon Marie Rosalie**

**Brasília, 31 de janeiro de 2014**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Mecânica

# **FADIGA MULTIAXIAL SOB CARREGAMENTO DE AMPLITUDE VARIÁVEL: AVALIAÇÃO DO MÉTODO DE BANNANTINE E SOCIE**

**Beugre Ouronon Marie Rosalie**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

---

Prof. Fábio Comes de Castro, D.Sc. (ENM/UnB)  
(Orientador)

---

Prof. Edgar Nobuo Mamiya, D.Sc. (ENM/UnB)  
(Examinador Interno)

---

Prof. José Alexander Araújo, D.Sc. (ENM/UnB)  
(Examinador Suplente)

Brasília/DF, 31 de janeiro de 2014.

## FICHA CATALOGRÁFICA

BEUGRE, OURONON MARIE ROSALIE

Fadiga multiaxial sob carregamento de amplitude variável: Avaliação do método de Bannantine-Socie.

[Distrito Federal] 2014.

xi, 57 p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2014)

Dissertação de mestrado – Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Fadiga multiaxial

2. Método de contagem de ciclos

I. ENM/FT/UnB

II. Título (Série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BEUGRE, O. M. R., (2014) Fadiga multiaxial sob carregamento de amplitude variável: Avaliação do método de Bannantine-Socie. Dissertação de mestrado, Publicação Título (Série), Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, DF, 57 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Beugre Ouronon Marie Rosalie.

TÍTULO: Fadiga multiaxial sob carregamento de amplitude variável: Avaliação do método de Bannantine-Socie.

GRAU: Mestre

ANO: 2014

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Beugre Ouronon Marie Rosalie  
Rua Trajano Reis 185 Apto. 101 Bl. 07  
05541-030 São Paulo – SP – Brasil.

## **Dedicatória**

A minha mãe Yoffoua Yaba Georgette (in memoriam),  
a meu tio Djokouri Adjehi Ignace (in memoriam),  
a minha avó Gnagna Yon Madeleine,  
e a minha tia Yoffoua Amani Catherine.

## **Agradecimentos**

Esta dissertação é fruto de dois anos de incansável esforço, e também de trocas benéficas e frutíferas colaborações. Ela não poderia ser concluída sem a preciosa e generosa participação de pessoas que compartilham a mesma paixão pela pesquisa científica e tecnológica.

Quero agradecer ao Professor Éder Lima de Albuquerque por ter me apresentado aos professores do Laboratório de Engenharia Mecânica e pela honra de ter acompanhado o processo de desenvolvimento desse trabalho. Agradeço também aos professores da Universidade de Cocody (Côte D'Ivoire) e da UnB (Universidade de Brasília) que me deram a oportunidade de realizar este programa de Pós Graduação.

Dirijo meus muitos sinceros agradecimentos ao meu orientador Dr. Fábio Comes de Castro, pela paciência, gentileza, prontidão para me ajudar e, sobretudo pela orientação científica e tecnológica que ele me proporcionou. Nunca encontrei um professor tão amigável.

Agradeço também aos Professores Lucival e Edgar por me terem dado conselhos e incentivos. Agradeço aos colegas e funcionários do curso e laboratório pela ajuda e simpatia, especialmente Dalmo que me ajudou muito e Carolina pela amizade.

Agradeço a Mme. Kouadio e minha querida família que sempre me apoiou e incentivou em todas minhas decisões e que orou por mim, meu tio professor Dr. N'Guessan Desiré e Gilmari Ana Conte, por terem me dado todo o apoio e carinho necessário e os conselhos durante a realização deste programa de mestrado.

Agradeço pessoas especiais, exemplos de talento, dignidade, credibilidade, seriedade, honestidade, competência, irreverência, perseverança e com tantos outros bons adjetivos é praticamente impossível: Amon Guy Olivier, Atron Adou Emilie, Atron Boussouma Sylvie, Boni Yavo, Djokouri Adjehi Ignace (in memoriam), Djokouri Ballet Guy Ebga, Djokouri Ella Adeline, Djokouri Florance Estelle, Djokouri Franck Hervé, Ekissi Amon Christine, Gilmari Ana Conte, Gnagna Yon Madeleine, Hien Touviel Sebastien (in memoriam), Kouadio Ahi Germaine, Kouadio Boni Faustin, Kouadio Jean Didier, Lamine Kante, Madeleine Conte N'Guessan, N'Guessan Desire, N'Guessan Yoffoua Esaie, Nikebie Cyr Georgy, Nikebie Nikebie frederick Junior, Nikebie Flore Josiane, Ouraga Gbalou Fabrice, Yoffoua Amani Catherine, Yoffoua Rosalie, Yoffoua Yaba Georgette (in memoriam) OBRIGADA !

Finalmente agradeço a Deus pela realização dessa dissertação. Ele me iluminou e é sempre na minha vida como um pai. Sem ele nada seria possível.

O objetivo deste trabalho é avaliar uma metodologia de estimativa de vida à fadiga, com particular atenção a carregamentos multiaxiais de amplitude variável. A metodologia emprega o modelo de encruamento cinemático de Chaboche no cálculo das tensões e deformações no regime elasto-plástico cíclico estabilizado. Para estimar a vida à fadiga, utiliza-se o método de Bannantine-Socie, no qual (i) a técnica de contagem de ciclos *rainflow* é aplicada a cada plano material, (ii) o dano acumulado em cada plano é calculado com a regra de Palmgren-Miner e (iii) o plano crítico é definido como o plano onde o dano por fadiga é máximo. Para materiais com modo de falha por cisalhamento, a contagem de ciclos é feita sobre a história da deformação cisalhante e o dano à fadiga é calculado com o modelo de Fatemi-Socie. No caso de falha por tração, a história da deformação normal e o modelo de Smith-Watson-Topper são empregados. A avaliação da metodologia foi feita com base em vidas observadas em ensaios de fadiga relatados na literatura, realizados em corpos de prova tubulares submetidos a carregamento axial-torcional de amplitude constante e variável. Os corpos de prova foram fabricados em aço S45C e aço inoxidável 304. Para os dois aços investigados, a maioria das estimativas de vida do método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k$  em função da vida ficaram dentro de uma banda de fator 2 no diagrama vida estimada vs. vida observada. As estimativas de vida que ficaram fora dessa banda foram conservadoras. As estimativas de vida com o uso do modelo de Smith-Watson-Topper também ficaram em sua maioria dentro de uma banda de fator 2, com exceção dos ensaios de torção sob carregamento totalmente alternado e variável.

---

## ABSTRACT

The aim of this work is to evaluate a fatigue life estimation methodology, with particular attention to variable amplitude multiaxial loading. The stabilized stress-strain response of the material was assumed to obey the kinematic hardening model developed by Chaboche. Fatigue life estimations were obtained with Bannantine-Socie method: (i) rainflow cycle counting is applied on each material plane, (ii) fatigue damage on each plane is accumulated according to Palmgren-Miner rule and (iii) the critical plane is defined as the plane experiencing the largest fatigue damage. For shear failure mode materials, cycle counting is performed on the shear strain history and the Fatemi-Socie parameter is used to estimate fatigue damage. For tensile failure mode materials, the normal strain history and the Smith-Watson-Topper parameter are used instead. Fatigue tests available in the literature were considered to assess the methodology. Such tests were carried out on thin-walled tubular specimens made of S45C and 304 steels, subjected to constant and variable amplitude axial-torsional loadings. For both steels, most life estimates using the Fatemi-Socie parameter with  $k$  as function of fatigue life were within a factor of 2 bandwidth in the estimated life vs. observed life diagram. The use of the Smith-Watson-Topper parameter provided a similar overall performance, but life estimates for torsion tests were not satisfactory.

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 OBJETIVO E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	2
<b>2 DEFINIÇÕES E CONCEITOS PRELIMINARES.....</b>	<b>4</b>
2.1 RESPOSTA TENSÃO-DEFORMAÇÃO SOB CARREGAMENTO CÍCLICO.....	4
2.2 CURVA DEFORMAÇÃO-VIDA.....	7
2.3 EFEITO DA TENSÃO MÉDIA .....	10
2.4 ESTIMATIVA DE VIDA SOB CARREGAMENTO DE AMPLITUDE VARIÁVEL.....	11
<b>3 ABORDAGEM DE PLANO CRÍTICO PARA FADIGA MULTIAXIAL .....</b>	<b>13</b>
3.1 MODELOS DE FADIGA .....	13
3.2 MÉTODO DE CONTAGEM DE CICLOS DE BANNANTINE-SOCIE.....	16
<b>4 MODELAGEM DO COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO SOB CARREGAMENTO CÍCLICO .....</b>	<b>21</b>
4.1 DECOMPOSIÇÃO ADITIVA DA DEFORMAÇÃO .....	21
4.2 SUPERFÍCIE DE ESCOAMENTO.....	21
4.3 LEI DE EVOLUÇÃO DA DEFORMAÇÃO PLÁSTICA .....	22
4.4 LEIS DE ENCRUAMENTO CINEMÁTICO .....	23
4.5 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS.....	24
4.5.1 Caso uniaxial .....	24
4.5.2 Curva tensão-deformação cíclica.....	26
4.5.2.1 Modelo de encruamento linear .....	26
4.5.2.2 Modelo de encruamento de Armstrong-Frederick .....	28
4.5.2.3 Modelo de encruamento de Chaboche .....	30
<b>5 AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA INVESTIGADA .....</b>	<b>32</b>
5.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS DISPONÍVEIS NA LITERATURA.....	32
5.1.1 Aço S45C.....	32
5.1.2 Aço inoxidável 304.....	35
5.2 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS.....	39
5.2.1 Parâmetros do modelo constitutivo.....	39
5.2.2 Parâmetros dos modelos de fadiga .....	40
5.3 SIMULAÇÃO DA RESPOSTA TENSÃO-DEFORMAÇÃO VIA ELEMENTOS FINITOS.....	44
5.4 COMPARAÇÃO ENTRE VIDAS OBSERVADAS E ESTIMADAS.....	48
<b>6 CONCLUSÃO .....</b>	<b>54</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>55</b>

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Resposta tensão-deformação de cobre totalmente recozido (a), parcialmente recozido (b) e laminado a frio (c) (Morrow, 1965).....	5
Figura 2.2 – Laço de histerese estabilizado (Stephens et al., 2001). ....	6
Figura 2.3 – Curva tensão-deformação cíclica (Stephens et al., 2001).....	6
Figura 2.4 – Curvas deformação-vida do aço SAE 1045. Dados experimentais obtidos por Leese e Morrow (1985). ....	9
Figura 2.5 – Relaxão da tensão média em um material submetido à deformação cíclica.10	
Figura 2.6 – História do momento fletor de um componente da suspensão de um veículo terrestre (Stephens et al., 2001). ....	11
Figura 2.7 – Critério para identificação de um ciclo de carregamento segundo o método <i>rainflow</i> . ....	12
Figura 3.1 – Base conceitual do modelo de Fatemi-Socie (Socie e Marquis, 2000).....	14
Figura 3.2 – Interpretação do parâmetro de Smith, Watson e Topper segundo a abordagem de plano crítico (Socie e Marquis, 2000). ....	16
Figura 3.3 – Sistema de coordenadas x-y-z. ....	17
Figura 3.5 – Deformações cisalhantes e tensão normal num plano material. ....	18
Figura 3.6 – Gama da deformação cisalhante e tensão normal máxima correspondentes a um ciclo de carregamento. ....	19
Figura 3.7 – Planos perpendicular e inclinado 45° em relação à superfície livre.....	20
Figura 4.1 – Laço de histerese e variação do parâmetro A para o encruamento cinemático linear. ....	27
Figura 4.2 - Curva tensão deformação cíclica segundo modelo de encruamento linear. ...	28
Figura 4.3 – Laço de histerese e variação do parâmetro A para o modelo de encruamento de Armstrong-Frederick.....	28
Figura 4.4 - Curva tensão-deformação cíclica segundo o modelo de encruamento de Armstrong-Frederick. ....	30
Figura 5.1 – Geometria do corpo de prova (dimensões em mm) (Kim et al., 1999).....	33
Figura 5.2 - Trajetórias de deformação dos ensaios de fadiga no aço S45C (Kim e Park, 1999). ....	34
Figura 5.3 – Exemplos de histórias de deformação amplitude variável dos ensaios com carregamento axial (a) e torcional (b) no aço S45C. ....	34
Figura 5.4 – Exemplos de histórias de deformação amplitude variável dos ensaios com carregamento axial-torcional no aço S45C. ....	35
Figura 5.5 – Trajetórias de deformação dos ensaios de fadiga no aço inoxidável 304. ...	36
Figura 5.6 – Exemplos de histórias de deformação dos ensaios com carregamento de amplitude constante no aço inoxidável 304. ....	37
Figura 5.7 – Exemplos de histórias de deformação dos ensaios com carregamento de amplitude variável no aço inoxidável 304. ....	38
Figura 5.8 – Comparação entre as curvas $\sigma_a$ vs. $\epsilon_{pa}$ experimentais dos aços S45C (a) e 304 (b) e as obtidas com o modelo de Chaboche com 2 termos não-lineares e 1 termo linear. ....	40
Figura 5.9 – Curvas deformação-vida do aço S45C sob carregamento torcional.....	42
Figura 5.10 – Curvas deformação-vida do aço S45C sob carregamento uniaxial. ....	42
Figura 5.11 – Variação de $k$ em função do número de ciclos para falha para o aço S45C. ....	42
Figura 5.12 – Curvas deformação-vida do aço inoxidável 304 sob carregamento torcional. ....	43
Figura 5.13 – Curvas deformação-vida do aço inoxidável 304 sob carregamento uniaxial. ....	44
Figura 5.14 – Variação de $k$ em função do número de ciclos para falha para o aço 304. ....	44
Figura 5.15 – Resposta tensão-deformação do aço S45C no ensaio AAT03.....	45
Figura 5.16 – Resposta tensão-deformação do aço S45C no ensaio AP02.....	46
Figura 5.17 – Resposta tensão-deformação do aço S45C no ensaio R01. ....	46
Figura 5.18 – Resposta tensão-deformação do aço inoxidável 304 no ensaio TB01.....	47

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Composição química do aço S45C (% peso) (Kim et al., 1999). .....	33
Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas monotônicas do aço S45C (Kim et al., 1999). .....	33
Tabela 5.3 – Composição química do aço inoxidável 304 (% peso). .....	36
Tabela 5.4 – Propriedades mecânicas monotônicas do aço inoxidável 304.....	36
Tabela 5.5 – Parâmetros do modelo de Chaboche para os aços S45C e 304.....	40
Tabela 5.6 – Propriedades cíclicas do aço S45C. ....	41
Tabela 5.7 – Propriedades cíclicas do aço inoxidável 304. ....	43

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Latinos

$b$	Expoente de resistência à fadiga
$b_0$	Expoente de resistência à fadiga torcional
$c$	Expoente de ductilidade à fadiga
$c_0$	Expoente de ductilidade à fadiga torcional
$C$	Módulo plástico Generalizado
$E$	Módulo de Young
$G$	Módulo de elasticidade ao cisalhamento
$H$	Módulo de encruamento linear
$K'$	Coefficiente de encruamento cíclico
$n'$	Expoente de encruamento cíclico
$N_f$	Número de ciclos para falha
$\sigma_h$	Tensão hidrostática
$S$	Tensor desviador de tensões
$S$	Constante material de Brown-Miller

## Símbolos Gregos

$\alpha$	Centro do domínio elástico (tensor tensão cinemática)
$\epsilon$	Tensor de deformações
$\epsilon$	Deformação uniaxial
$\epsilon'_f$	Coefficiente de ductilidade à fadiga
$\gamma$	Deformação cisalhante
$\gamma'_f$	Coefficiente de ductilidade à fadiga em torção
$\lambda$	Multiplicador plástico
$\kappa$	Parâmetro material de Fatemi-Socie
$\sigma$	Tensor de tensões
$\sigma_y, \sigma_0$	Tensão de escoamento
$\sigma'_f$	Coefficiente de resistência à fadiga
$\varphi$	Ângulo de fase
$\phi, \theta$	Ângulos de rotação do plano material
$\nu_e$	Coefficiente de Poisson elástico
$\nu_p$	Coefficiente de Poisson plástico
$\tau'_f$	Coefficiente de resistência à fadiga em torção

## Subscritos

$e$	elástica
$p$	plástica
$a$	amplitude
$max$	máximo
$min$	mínimo

## Siglas

ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
------	---

# 1 INTRODUÇÃO

Na definição da norma ASTM E 206-72, fadiga é um "processo de mudança estrutural permanente, localizada e progressiva que ocorre em um material submetido a condições que produzem tensões e deformações flutuantes em algum ponto, ou pontos, e que pode culminar em trincas ou fratura completa após um número suficiente de flutuações". O interesse na prevenção de falhas por fadiga em componentes mecânicos tomou corpo ao longo da Revolução Industrial e firmou-se como uma necessidade a partir da Segunda Guerra Mundial. Atualmente, a análise de resistência à fadiga é parte fundamental no desenvolvimento de componentes mecânicos e estruturas utilizados nas indústrias aeronáutica, automobilística e de geração de energia, dentre outras.

O primeiro estudo sobre fadiga foi publicado por Wilhelm Albert (1838), que projetou uma máquina para testar correntes utilizadas no levantamento de cargas em minas. Albert descobriu que as falhas observadas não estavam associadas a uma sobrecarga acidental, mas ao número de repetições do ciclo de carregamento aplicado. Apesar do pioneirismo de Albert, August Wöhler é considerado o "pai" das pesquisas sobre fadiga por ter realizado de forma sistemática, nas décadas de 1850 e 1860, ensaios de fadiga em eixos ferroviários. A partir destes ensaios, Wöhler introduziu os conceitos de curva  $S-N$ , limite de fadiga e demonstrou a importância da carga média na vida à fadiga.

A abordagem introduzida por Wöhler, conhecida como abordagem  $S-N$ , aplica-se a componentes cuja resposta tensão-deformação é elástica, ou seja, quando as deformações plásticas macroscópicas são negligenciáveis. Após o trabalho de Wöhler, a abordagem foi posteriormente desenvolvida por vários pesquisadores. No contexto de carregamentos uniaxiais, destaca-se a regra de acúmulo de dano linear proposta por Palmgren (1924) e Miner (1945) para estimar o dano produzido por um carregamento de amplitude variável. Merece destaque também os trabalhos de Neuber (1937) e Peterson (1959) sobre o efeito de entalhes na resistência à fadiga. No contexto de carregamento multiaxiais, vários modelos foram desenvolvidos para estimar o limite de fadiga ou a vida à fadiga, tais como os modelos baseados em invariantes de tensão, em energia de deformação e na abordagem de plano crítico. Uma revisão destes modelos pode ser encontrada em Socie e Marquis (2000).

Paralelamente ao desenvolvimento da abordagem  $S-N$ , teve início no final da década de 1950 o surgimento da abordagem  $\epsilon-N$ , em resposta à necessidade de se analisar falhas por fadiga ocorridas após um pequeno número de ciclos de carregamento. Em particular, as aplicações de maior interesse estavam relacionadas a componentes de reatores nucleares e de turbinas à jato. A

abordagem  $\varepsilon$ - $N$  baseia-se nas tensões e deformações localizadas em regiões críticas de componentes, tal como a raiz de um entalhe, e leva em consideração as deformações plásticas que frequentemente ocorrem nestas regiões. Atualmente, a abordagem  $\varepsilon$ - $N$  envolve um conjunto de procedimentos e práticas para realização de ensaios em laboratório e de métodos para estimar a vida à fadiga. No contexto de carregamento uniaxial, destaca-se a contribuição de Manson (1952) e Coffin (1954) que propuseram, de forma independente, um relação de potência entre a amplitude da deformação plástica e a vida à fadiga. Posteriormente, Morrow (1968) e Smith, Watson e Topper (1970) propuseram relações para estimar o efeito da tensão média na vida à fadiga. Outro avanço significativo ocorreu com o desenvolvimento do método *rainflow* (Matsuishi e Endo, 1968) de identificação de ciclos de um carregamento de amplitude variável. No contexto multiaxial, modelos baseados na abordagem de plano crítico, tais como os propostos por Brown e Miller (1973) e por Fatemi e Socie (1988), dentre outros, vem sendo bastante empregados para estimar a vida à fadiga. Abordagens alternativas à de plano crítico também tem apresentado correlações satisfatórias com dados experimentais. Dentre elas, pode-se citar a lei de evolução de dano proposta por Jiang (2000), o método de Coffin-Manson modificado de Susmel (2009), o método do momento de inércia de Meggiolaro e Castro (2014) e o modelo baseado na combinação de amplitudes de deformação desviadora de Mamiya et al. (2014). Um dos desafios enfrentados atualmente no desenvolvimento da abordagem  $\varepsilon$ - $N$  é o tratamento adequado de carregamentos multiaxiais de amplitude variável. Os métodos propostos para situações desse tipo ainda não atingiram o mesmo grau de maturidade dos empregados no caso uniaxial, embora avançados significativos tem sido alcançados com o desenvolvimento dos métodos de contagem de ciclos de Bannantine e Socie (1991) e de Wang e Brown (1993).

## 1.1 OBJETIVO E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é avaliar uma metodologia de estimativa de vida à fadiga, com particular atenção a carregamentos multiaxiais de amplitude variável. A metodologia investigada utiliza o modelo de encruamento cinemático de Chaboche na análise de tensão-deformação do componente mecânico e o método de Bannantine-Socie na análise de vida à fadiga.

Para atingir esse objetivo, o presente trabalho foi organizado da seguinte forma: No capítulo 2 apresenta-se uma revisão de definições e conceitos relacionados ao comportamento tensão-deformação cíclico e à fadiga de materiais metálicos. No capítulo 3 apresentam-se a abordagem de plano crítico para fadiga multiaxial, seus principais modelos e o método de contagem de ciclos de Bannantine-Socie. No capítulo 4 faz-se uma revisão dos modelos elasto-plásticos de Prager,

Armstrong-Frederick e Chaboche. No capítulo 5, os dados experimentais usados para avaliar a metodologia são descritos e um estudo comparativo entre as vidas observadas e estimadas é apresentado. Por fim, no capítulo 6, as conclusões deste trabalho são apresentadas.

## 2 DEFINIÇÕES E CONCEITOS PRELIMINARES

Este capítulo contém definições e conceitos introdutórios relacionados ao comportamento tensão-deformação cíclico e à fadiga de materiais metálicos. Inicia-se, nas seções 2.1 e 2.2, com a apresentação das relações que governam esses comportamentos no contexto de materiais submetidos à deformação cíclica uniaxial e cisalhante de amplitude constante. Em seguida, na seção 2.3, apresentam-se os procedimentos utilizados na abordagem deformação-vida para predição de vida sob carregamento de amplitude variável.

### 2.1 RESPOSTA TENSÃO-DEFORMAÇÃO SOB CARREGAMENTO CÍCLICO

O comportamento mecânico de um material submetido a carregamento cíclico pode ser observado a partir da evolução das tensões e deformações que nele agem ao longo do tempo. Para estudar esse comportamento, Morrow (1965) conduziu uma série de ensaios em corpos de prova de cobre com diferentes tratamentos térmicos (totalmente recozido, parcialmente recozido e laminado a frio) e submetidos à deformação uniaxial cíclica a amplitude constante. As curvas tensão-deformação registradas encontram-se reproduzidas na Fig. 2.1. Para o cobre totalmente recozido observou-se o comportamento denominado *endurecimento cíclico* (Fig. 2.1a) no qual, para manter o nível de deformação prescrito, a amplitude de tensão aumenta a cada reversão de carregamento até atingir um valor máximo após 1100 reversões de carregamento. A partir de então, o material para de endurecer e a amplitude de tensão se mantém constante nos ciclos subsequentes. Para o cobre laminado a frio observou-se um comportamento denominado *amolecimento cíclico* (Fig. 2.1c). A cada reversão de carregamento os níveis de tensão diminuíram até que, após 1232 reversões, as tensões estabilizaram com uma amplitude de tensão menor do que a inicial. O comportamento do cobre parcialmente recozido (Fig. 2.1b) possui características dos dois fenômenos descritos anteriormente e, por isso, é denominado *comportamento misto*. Até a 21ª reversão de carregamento a amplitude de tensão aumenta (endurecimento), então diminui (amolecimento) e, por fim, estabiliza com uma amplitude de tensão inferior à do primeiro ciclo.

Como pode ser observado na Fig. 2.1, a resposta tensão-deformação de um material submetido à deformação cíclica a amplitude constante possui uma fase transiente, na qual os laços de tensão-deformação variam em função do número de ciclos aplicados, e uma fase estacionária ou estabilizada, na qual os laços de tensão-deformação permanecem inalterados. São os laços de tensão-deformação na fase estabilizada, chamados *laços de histerese estabilizados*, que são

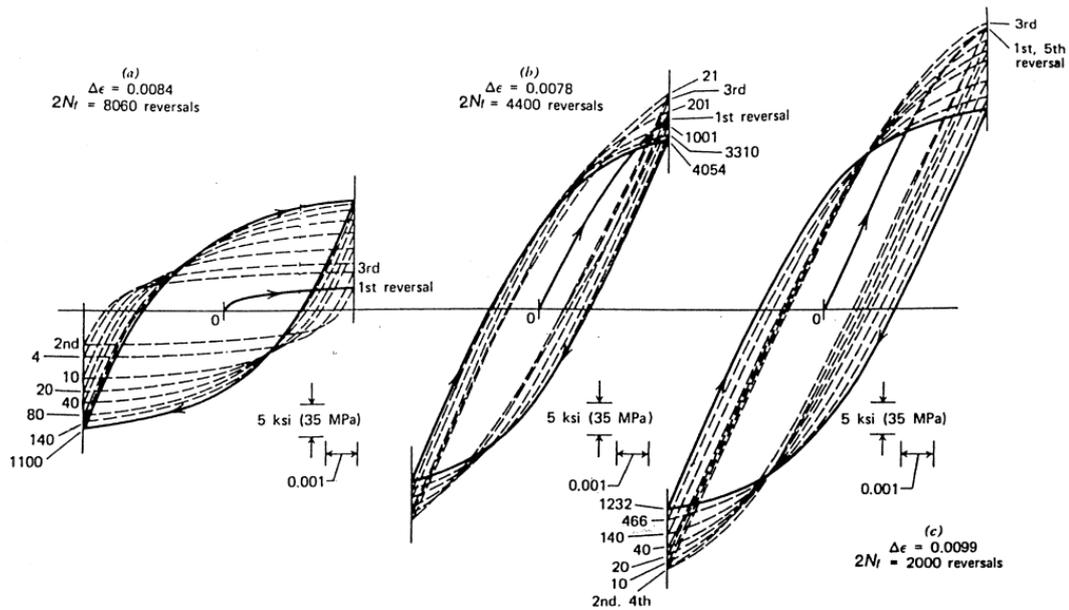


Figura 2.1 – Resposta tensão-deformação de cobre totalmente recozido (a), parcialmente recozido (b) e laminado a frio (c) (Morrow, 1965).

utilizados para caracterizar o comportamento à fadiga. Segundo Stephens et al. (2001), a estabilização dos laços de histerese geralmente ocorre entre 10% a 40% do número de ciclos para falha. Como consequência desta observação, a descrição do comportamento à fadiga normalmente baseia-se nas características de um laço de histerese obtido em torno da metade do número de ciclos para falha, pelo fato do mesmo ser representativo do comportamento estabilizado do material. Apresenta-se na Fig. 2.2 um desenho esquemático de um laço de histerese estabilizado e os principais parâmetros que o caracterizam. Observa-se que a amplitude de deformação total pode ser decomposta de forma aditiva em uma parcela elástica e uma plástica, conforme a seguinte expressão:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ea} + \varepsilon_{pa}, \quad (2.1)$$

onde  $\varepsilon_a = \Delta\varepsilon/2$ ,  $\varepsilon_{ea} = \Delta\varepsilon_e/2$  e  $\varepsilon_{pa} = \Delta\varepsilon_p/2$  são as amplitudes de deformação total, elástica e plástica, respectivamente. Note que a amplitude de deformação elástica obedece à lei de Hooke,  $\varepsilon_{ea} = \sigma_a/E$ , onde  $\sigma_a = \Delta\sigma/2$  é a amplitude de tensão e  $E$  é o módulo de Young.

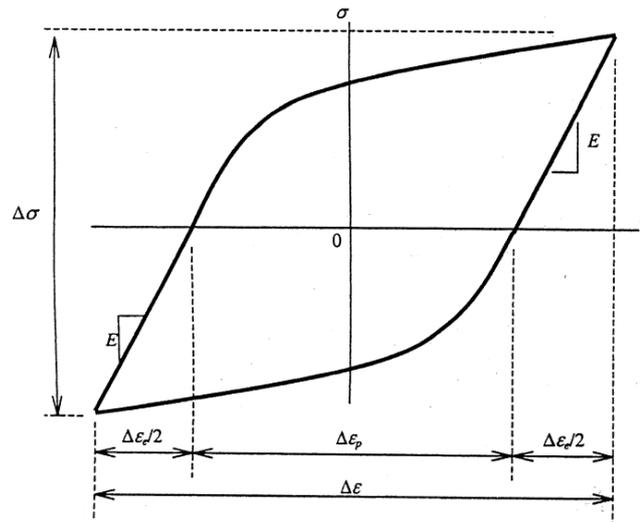


Figura 2.2 – Laço de histerese estabilizado (Stephens et al., 2001).

Se diversos laços de histerese como os da Fig. 2.2 forem produzidos, cada um associado a uma gama de deformação prescrita diferente, e forem colocados em um mesmo gráfico, teremos um conjunto de laços de histerese de tamanhos distintos, conforme ilustra a Fig. 2.3. Conectando-se o ponto de cada laço correspondente à maior deformação (ponto superior à direita) com o próximo, obtém-se uma curva denominada curva tensão-deformação cíclica, representada na Fig 2.3 em vermelho. Observa-se que esta curva é diferente da curva tensão-deformação monotônica.

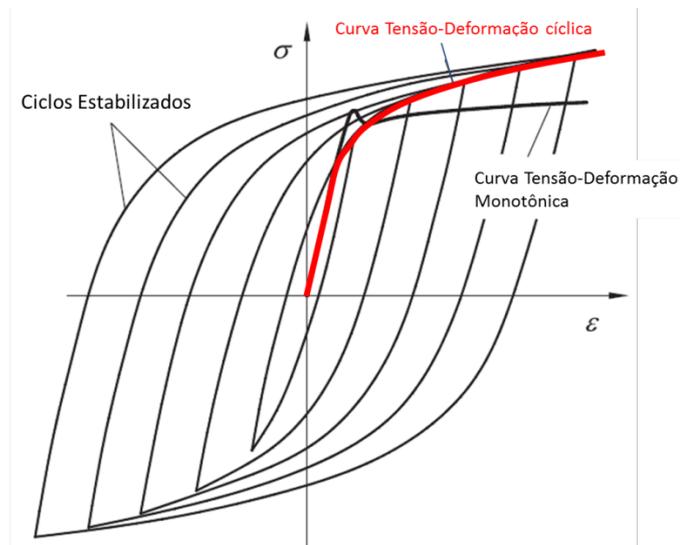


Figura 2.3 – Curva tensão-deformação cíclica (Stephens et al., 2001).

A relação matemática que descreve a curva tensão-deformação cíclica pode ser obtida observando-se que, em um gráfico log-log, as amplitudes de tensão e de deformação plástica correspondentes a diferentes laços de histerese estabilizados resultam em uma reta representada pela relação de potência

$$\sigma_a = K' \varepsilon_{pa}^{n'} , \quad (2.2)$$

onde  $K'$  e  $n'$  são o coeficiente de encruamento cíclico e o expoente de encruamento cíclico, respectivamente. Substituindo a Eq. (2.2) na Eq. (2.1) e utilizando a lei de Hooke,  $\varepsilon_{ea} = \sigma_a/E$ , chega-se à relação que representa a curva tensão-deformação cíclica:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}} . \quad (2.3)$$

Esta relação é frequentemente chamada de *relação de Ramberg-Osgood*, pois possui a mesma forma da relação proposta por Ramberg e Osgood (1943) para descrição da curva tensão-deformação monotônica.

Para um material submetido à deformação cisalhante cíclica de amplitude constante, a descrição do comportamento tensão-deformação cíclico é feita com expressões análogas às utilizadas no caso uniaxial (Leese e Morrow, 1985). A decomposição aditiva da deformação cisalhante total é escrita como:

$$\gamma_a = \gamma_{ea} + \gamma_{pa} , \quad (2.4)$$

onde  $\gamma_a$ ,  $\gamma_{ea}$  e  $\gamma_{pa}$  são as amplitudes das deformações cisalhantes total, elástica e plástica, respectivamente. A amplitude da deformação cisalhante elástica obedece à lei de Hooke,  $\gamma_{ea} = \tau_a/G$ , onde  $\tau_a = \Delta\tau/2$  é a amplitude da tensão cisalhante e  $G$  é o módulo de elasticidade ao cisalhamento. A relação entre a amplitude da tensão cisalhante e a amplitude da deformação cisalhante plástica é dada pela seguinte expressão:

$$\tau_a = K'_0 \gamma_{pa}^{n'_0} , \quad (2.5)$$

onde  $K'_0$  e  $n'_0$  são o coeficiente e o expoente de encruamento cíclico em torção, respectivamente. A curva tensão-deformação cíclica em torção é descrita pela seguinte relação:

$$\gamma_a = \frac{\tau_a}{G} + \left(\frac{\tau_a}{K'_0}\right)^{\frac{1}{n'_0}} . \quad (2.6)$$

## 2.2 CURVA DEFORMAÇÃO-VIDA

A curva deformação-vida é obtida a partir de ensaios de fadiga nos quais o corpo de prova é submetido a deformação cíclica controlada e de amplitude constante, conforme os procedimentos descritos na norma ASTM E606 (ASTM, 1980). A tensão durante o ensaio é também medida e o número de ciclos para falha é registrado. A partir de um laço de histerese como o da Fig. 2.2,

medem-se as amplitudes de tensão, de deformação total e de deformação plástica ( $\sigma_a$ ,  $\varepsilon_a$  e  $\varepsilon_{pa}$ , respectivamente). O laço de histerese escolhido deve ser obtido em torno da metade do número de ciclos para falha, de forma que ele seja capaz de representar o comportamento tensão-deformação estabilizado do material.

Conforme discutido na Seção 2.1, a amplitude da deformação total é igual à soma das amplitudes das deformações elástica e plástica:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ea} + \varepsilon_{pa}, \quad (2.7)$$

onde a amplitude da deformação elástica obedece à relação  $\varepsilon_{ea} = \sigma_a/E$ . Basquin (1910) observou que a relação entre a amplitude de tensão e o número de ciclos para falha podia ser representada por uma reta em um gráfico log-log. A partir dessa observação, Basquin propôs a relação

$$\sigma_a = \sigma_f'(2N_f)^b, \quad (2.8)$$

onde  $\sigma_f'$  e  $b$  são o coeficiente e o expoente de resistência à fadiga, respectivamente, e  $N_f$  é o número de ciclos para falha. Coffin (1954) e Manson (1952) também observaram, de forma independente, que a relação entre a amplitude de deformação plástica e o número de ciclos para falha pode ser representada por uma reta em um gráfico log-log. A partir dessa observação, a seguinte relação foi proposta:

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon_f'(2N_f)^c, \quad (2.9)$$

onde  $\varepsilon_f'$  e  $c$  são chamados coeficiente e expoente de ductilidade à fadiga, respectivamente. Substituindo as Eqs. (2.8) e (2.9) na Eq. (2.7), chega-se à seguinte relação entre a amplitude de deformação total e o número de ciclos para falha:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E}(2N_f)^b + \varepsilon_f'(2N_f)^c. \quad (2.10)$$

A Figura 2.4 ilustra as curvas deformação-vida do aço SAE 1045 em um gráfico log-log, construídas com os dados experimentais relatados em (Leese e Morrow, 1985).

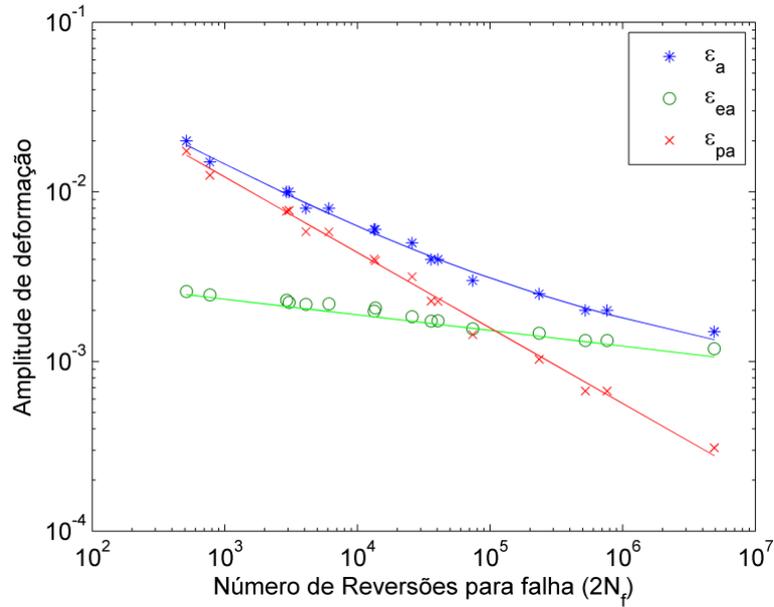


Figura 2.4 – Curvas deformação-vida do aço SAE 1045. Dados experimentais obtidos por Leese e Morrow (1985).

Para um material submetido à deformações cisalhantes cíclicas a amplitude constante, expressões análogas às Eqs. (2.8)-(2.10) são utilizadas para descrever o comportamento deformação-vida do material. A relação entre a amplitude da tensão cisalhante e o número de ciclos para falha é dada pela expressão

$$\tau_a = \tau'_f (2N_f)^{b_0}, \quad (2.11)$$

enquanto a relação entre a amplitude da deformação cisalhante plástica e o número de ciclos para falha é escrita como:

$$\gamma_{pa} = \gamma'_f (2N_f)^{c_0}. \quad (2.12)$$

Os parâmetros  $\tau'_f$  e  $b_0$  da Eq. (2.11) são denominados coeficiente e expoente de resistência à fadiga em torção, respectivamente. Por sua vez, os parâmetros  $\gamma'_f$  e  $c_0$  da Eq. (2.12) são denominados coeficiente e expoente de ductilidade à fadiga em torção, respectivamente. Substituindo as Eqs. (2.11) e (2.12) na Eq. (2.4), chega-se à seguinte relação entre a amplitude da deformação cisalhante total e o número de ciclos para falha:

$$\gamma_a = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0}. \quad (2.13)$$

## 2.3 EFEITO DA TENSÃO MÉDIA

Em um material submetido à deformação cíclica a amplitude constante, com deformação média não nula, observa-se a presença de uma tensão média, conforme ilustrado na Fig. 2.5. Esta tensão média pode relaxar parcialmente ou totalmente. Nesse último caso, observa-se que a vida à fadiga é afetada pela sua presença. Várias relações foram desenvolvidas para quantificar o efeito da tensão média na vida à fadiga. Apresenta-se a seguir duas das relações mais utilizadas.

Morrow (1968) propôs que o efeito da tensão média pode ser quantificado incluindo-se a tensão média,  $\sigma_m$ , na parcela elástica da curva deformação-vida, conforme a expressão a seguir:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (2.14)$$

Essa relação é consistente com dados experimentais que indicam que a tensão média tem efeito significativo na vida à fadiga quando os níveis de deformação plástica são pequenos e pouco efeito quando esses níveis são altos. Smith, Watson e Topper (1970) propuseram a seguinte relação para quantificar o efeito da tensão média na vida à fadiga:

$$\sigma_{max} \varepsilon_a = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (2.15)$$

onde  $\sigma_{max} = \sigma_a + \sigma_m$  é a tensão máxima. No caso da tensão máxima ser nula ou negativa, assume-se que o material não irá falhar.

A relação de Morrow é recomendada para predição de vida de aços, enquanto a relação de Smith, Watson e Topper aplica-se de forma bastante satisfatória em ligas de alumínio, embora possa ser utilizada também em aços. Uma discussão detalhada da qualidade das predições de vários métodos de predição de vida à fadiga na presença de tensão média pode ser encontrada em Dowling (2007, 2009).

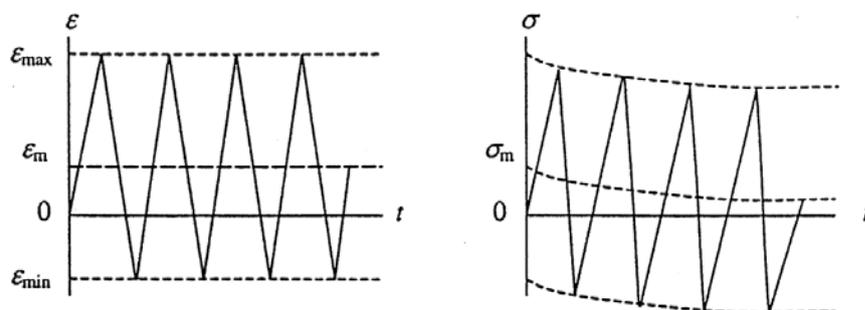


Figura 2.5 – Relaxão da tensão média em um material submetido à deformação cíclica com deformação média (Stephens et al., 2001).

## 2.4 ESTIMATIVA DE VIDA SOB CARREGAMENTO DE AMPLITUDE VARIÁVEL

Em condições reais de serviço, a maioria dos componentes mecânicos e estruturas encontram-se submetidos a carregamentos de amplitude variável, ou seja, que variam de forma irregular ao longo do tempo. A Figura 2.6 ilustra um carregamento de amplitude variável, obtido a partir do registro do momento fletor de um componente da suspensão de um veículo terrestre. A estimativa de vida à fadiga sob carregamento de amplitude variável requer os seguintes procedimentos (Stephens, 2001; Dowling, 2007):

1. um método de contagem de ciclos para extrair eventos (ciclos) da história de carregamentos;
2. um modelo de dano por fadiga para estimar o dano produzido por cada ciclo identificado;
3. uma regra de acúmulo de dano para calcular o dano total produzido por todos ciclos identificados.

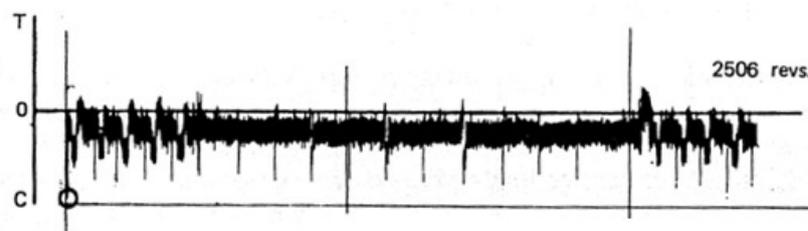


Figura 2.6 – História do momento fletor de um componente da suspensão de um veículo terrestre (Stephens et al., 2001).

Dentre as inúmeras técnicas de contagem de ciclos propostas, o método *rainflow* desenvolvido por Matsuishi e Endo (1968) é reconhecido como a mais bem estabelecida para identificar os ciclos de um carregamento de amplitude variável. Neste método, um ciclo de carregamento é associado um ciclo de histerese. O critério empregado para contagem de ciclo é mostrado na Fig. 2.7: uma combinação de pico-vale-pico ou vale-pico-vale X-Y-Z na história de carregamento é considerado um ciclo, se a gama de carregamento,  $\Delta\sigma_{YZ}$ , é maior do que ou igual a gama  $\Delta\sigma_{XY}$ . Algumas variações do método *rainflow* original são bastante utilizadas. Dentre elas, destaca-se o método *rainflow* simplificado, que foi desenvolvido para blocos de carregamento que são aplicados repetidamente, conforme descrito na norma ASTM E 1049-85.

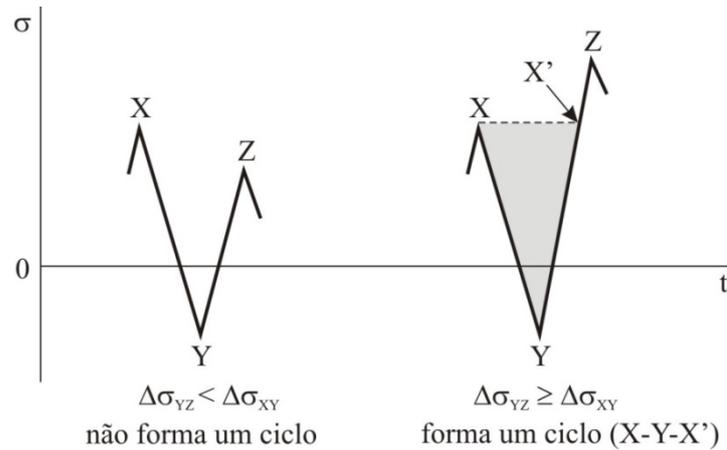


Figura 2.7 – Critério para identificação de um ciclo de carregamento segundo o método *rainflow*.

Para cada ciclo  $i$  identificado, o dano por fadiga é estimado com a seguinte expressão:

$$D_i = \frac{1}{N_{fi}} \quad (2.16)$$

onde o número de ciclos para falha,  $N_{fi}$ , é obtido por meio de um modelo de fadiga, tais como os expressos pelas Eqs. (2.14) e (2.15). Para calcular o dano total produzido por todos ciclos identificados, deve-se utilizar uma regra de acúmulo de dano. Uma das regras mais simples e empregadas é a regra de Palmgren-Miner (Palmgren, 1924; Miner, 1945). Segundo esta regra, o dano total é igual a soma dos danos produzidos por cada ciclo da história de carregamento aplicada:

$$D_{total} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{N_{fi}} \quad (2.17)$$

onde  $n$  é o número de ciclos identificados. Assume-se que a falha do material ocorre quando o dano total for igual a 1.

### **3 ABORDAGEM DE PLANO CRÍTICO PARA FADIGA MULTIAXIAL**

Componentes mecânicos e estruturas encontram-se frequentemente submetidos a tensões e deformações multiaxiais, seja como consequência da natureza multiaxial do carregamento aplicado ou devido à presença de entalhes. Muitos modelos multiaxiais de estimativa de vida à fadiga foram desenvolvidos ao longo dos anos. Alguns dos modelos mais utilizados encontram-se descritos em (Socie e Marquis, 2000). Abordagens mais recentes incluem a lei de evolução de dano proposta por Jiang (2000), o método de Coffin-Manson modificado de Susmel (2009), o método do momento de inércia de Meggiolaro e Castro (2012) e o modelo baseado na combinação de amplitudes de deformação desviadora de Mamiya et al. (2014).

Neste capítulo, os principais modelos de fadiga baseados na abordagem de plano de crítico são apresentados na seção 3.1. A aplicação desses modelos no contexto de carregamentos de amplitude variável, segundo o método proposto por Bannantine e Socie, é então apresentada na seção 3.2.

#### **3.1 MODELOS DE FADIGA**

A abordagem de plano crítico tem como fundamento observações experimentais da nucleação e crescimento de microtrincas em um material submetido a carregamento cíclico. Dependendo do material, estado de tensão e deformação, condições do ambiente e magnitude do carregamento, observa-se que a nucleação e crescimento de microtrincas ocorre em planos materiais, chamados planos críticos, onde as deformações cisalhantes ou normais são mais severas (Socie, 1993; Socie e Marquis, 2000).

Modelos de fadiga baseados na abordagem de plano crítico quantificam o dano por fadiga associado a cada plano material a partir das tensões e deformações que atuam nesse plano. Os planos críticos são definidos como aqueles onde o dano por fadiga é máximo dentre todos os planos materiais.

Segundo a abordagem de plano crítico proposta por Brown e Miller (1973), as deformações cisalhantes cíclicas governam a nucleação e o crescimento de microtrincas e as deformações normais favorecem o crescimento de microtrincas. Tendo como base essa abordagem, Kandil, Brown e Miller (1982) propuseram um modelo de estimativa de vida com a seguinte forma:

$$(\Delta\gamma_{max}^\alpha + S\Delta\varepsilon_n^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} = f(N_f), \quad (3.1)$$

onde  $\Delta\gamma_{max}$  é o valor máximo da gama da deformação cisalhante,  $\Delta\varepsilon_n$  é a gama da deformação normal ao plano de máximo cisalhamento, enquanto  $S$  e  $\alpha$  são parâmetros materiais. O lado direito da Eq. (3.1) é uma função do número de ciclos para falha,  $N_f$ .

Para quantificar o efeito da tensão média, Wang e Brown (1993, 1996) adicionaram um termo à Eq. (3.1), assumindo  $\alpha = 1$ , conforme a seguinte expressão:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n = A \frac{\sigma_f' - 2\sigma_{n,m}}{E} (2N_f)^b + B\varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (3.2)$$

onde  $\sigma_{n,m}$  é o valor médio da tensão normal no plano de plano de máximo cisalhamento, enquanto  $A$  e  $B$  são parâmetros materiais definidos por:

$$A = 1.3 + 0.7S \quad (3.3)$$

$$B = 1.5 + 0.5S \quad (3.4)$$

O parâmetro  $S$  pode ser determinado ajustando-se a Eq. (3.2) a dados experimentais obtidos sob tração-compressão e torção totalmente alternadas (Socie e Marquis, 2000).

Fatemi e Socie (1988) propuseram um modelo inspirado no trabalho de Brown e Miller, mas sugeriram que o termo associado à deformação normal deveria ser substituído pela tensão normal. Segundo esses pesquisadores, as deformações cisalhantes governam a nucleação e o crescimento de microtrincas, enquanto as tensões normais favorecem o crescimento delas. A base conceitual dessa abordagem é ilustrada na Fig. 3.1. As tensões normais às faces de uma microtrinca tenderiam a separá-las e assim reduzir o atrito entre elas, favorecendo dessa forma o crescimento da microtrinca.

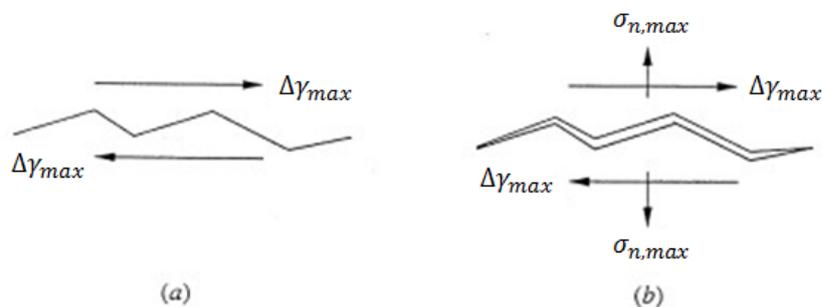


Figura 3.1 – Base conceitual do modelo de Fatemi-Socie (Socie e Marquis, 2000).

O modelo de Fatemi e Socie é expresso da seguinte forma:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \left( 1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y} \right) = f(N_f), \quad (3.5)$$

onde  $\Delta\gamma_{max}$  é o valor máximo da gama da deformação cisalhante,  $\sigma_{n,max}$  é a tensão normal máxima no plano de máximo cisalhamento,  $\sigma_y$  é o limite de escoamento do material e  $k$  é um parâmetro material. Ajustando a Eq. (3.5) a dados de fadiga obtidos sob torção totalmente alternada, o modelo passa a ter o seguinte formato:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \left( 1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau_{f'}}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma_{f'} (2N_f)^{c_0} \quad (3.6)$$

O parâmetro  $k$  pode ser obtido ajustando-se a Eq. (3.6) a dados de fadiga obtidos sob tração-compressão totalmente alternada. Conforme mostrado em Socie e Marquis (2000), esse procedimento leva à seguinte expressão:

$$k = \left( \frac{\frac{\tau_{f'}}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma_{f'} (2N_f)^{c_0}}{\left[ (1 + \nu_e) \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + (1 + \nu_p) \varepsilon_f' (2N_f)^c \right]} - 1 \right) \frac{2\sigma_y}{\sigma_f' (2N_f)^b} \quad (3.7)$$

Os modelos de Brown-Miller e Fatemi-Socie foram desenvolvidos para materiais e condições de carregamento em que o mecanismo de nucleação de trinca é governado pelas deformações cisalhantes. Entretanto, existem situações em que a trinca é nucleada por cisalhamento, mas a vida à fadiga é controlada pelo crescimento da trinca em planos onde as deformações e tensões normais são mais severas. Isso ocorre, por exemplo, em ferro fundido e no aço inoxidável 304 sob certas condições de carregamento. A Figura 3.2 ilustra esse tipo de mecanismo de falha. Para tratar situações desse tipo, Socie (1987) propôs um modelo de plano crítico baseado no parâmetro de Smith, Watson e Topper (1970) escrito da seguinte forma:

$$\frac{\Delta\varepsilon_{n,max}}{2} \sigma_{n,max} = f(N_f), \quad (3.8)$$

Nesse modelo o plano crítico é definido como o plano material onde a gama da deformação normal é máxima,  $\Delta\varepsilon_{n,max}$ , e  $\sigma_{n,max}$  é a tensão normal máxima no plano crítico. Ajustando a Eq. (3.8) à dados de fadiga obtidos sob tração-compressão totalmente alternada, o modelo passa a ter o seguinte formato:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{n,max}}{2} \sigma_{n,max} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b+c} \quad (3.9)$$

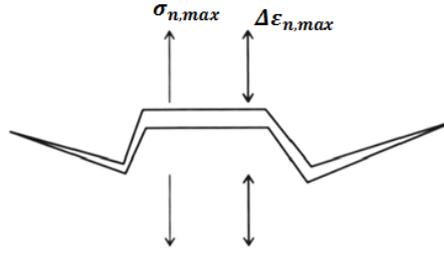


Figura 3.2 – Interpretação do parâmetro de Smith, Watson e Topper segundo a abordagem de plano crítico (Socie e Marquis, 2000).

### 3.2 MÉTODO DE CONTAGEM DE CICLOS DE BANNANTINE-SOCIE

No caso de carregamento uniaxial, métodos de contagem de ciclos bem estabelecidos e amplamente utilizados foram desenvolvimentos para extrair eventos (ciclos) de uma história de carregamento complexa (ASTM, 1990). Métodos similares para carregamentos multiaxiais de amplitude variável ainda não estão bem estabelecidos. Dentre os métodos mais utilizados, encontram-se os propostos por Bannantine e Socie (1991) e Wang e Brown (1993). Nesta seção apresenta-se o método de Bannantine e Socie, foco de estudo deste trabalho.

O método de Bannantine e Socie baseia-se na aplicação da técnica de contagem de ciclos *rainflow* a cada plano material e na definição do plano crítico como o plano onde o dano por fadiga é máximo. O método foi originalmente desenvolvido para situações em que a iniciação da trinca ocorre em um ponto material  $O$  localizado na superfície livre de um componente (estado plano de tensão), conforme ilustrado na Fig. 3.3. Deve-se escolher um sistema de coordenadas  $x$ - $y$ - $z$  tal que a direção  $z$  é normal à superfície livre. Em relação a este sistema de coordenadas, o tensor de tensões possui a seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

e o tensor de deformações é escrito como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

A aplicação do método requer o conhecimento das histórias das componentes de deformação  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  e  $\gamma_{xy}$  e das componentes de tensão  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ , conforme ilustrado na Fig. 3.4. Três procedimentos podem ser utilizados para determinação dessas histórias: (1) as histórias das deformações  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$  são medidas por meio de extensômetros; então, as tensões  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  e a deformação  $\varepsilon_z$  são determinadas por meio da simulação numérica da resposta elasto-plástica de um ponto material submetido às deformações controladas  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$ ; (2) as histórias do tensor de tensões e do tensor de deformações são obtidas por meio de análise por elementos finitos da resposta elasto-plástica do componente mecânico e (3) as histórias do tensor de tensões e do tensor de deformações são obtidas por meio de um método aproximado, no qual as tensões e deformações no regime elasto-plástico são estimadas a partir das tensões e deformações calculadas por meio de uma análise elástica. Uma descrição de alguns desses métodos pode ser encontrada em Lee et al. (2012), por exemplo.

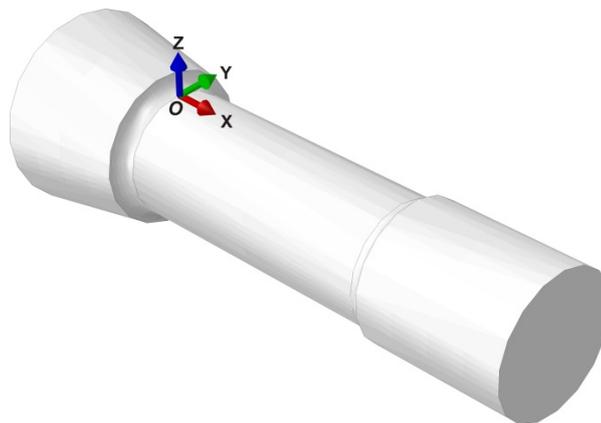


Figura 3.3 – Sistema de coordenadas x-y-z.

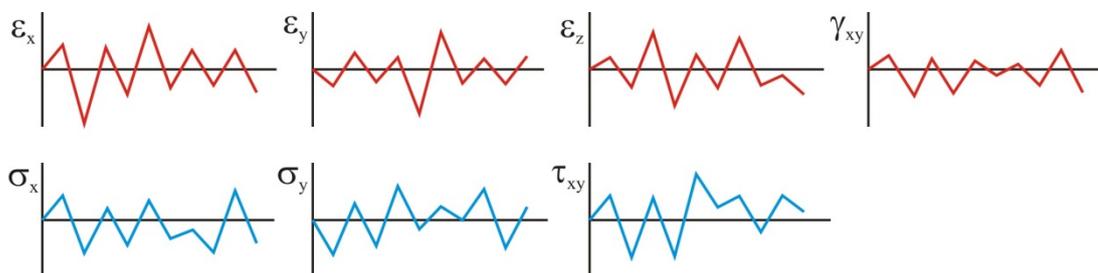


Figura 3.4 – Histórias das deformações e tensões relativas ao sistema de coordenadas x-y-z.

Uma vez conhecidas as histórias do tensor de tensões e do tensor de deformações relativas ao sistema de coordenadas x-y-z, deve-se calcular o dano por fadiga associado a cada plano material. Isso é feito aplicando-se o método de contagem de ciclos *rainflow* às histórias das deformações

cisalhantes (ou à história da deformação normal) associadas ao plano e somando-se o dano produzido por cada ciclo identificado por meio da regra de Palmgren-Miner. Por fim, admite-se que o plano onde ocorrerá a iniciação de trinca é aquele onde o dano por fadiga é máximo. Uma descrição detalhada das etapas necessárias à implementação do método é apresentada a seguir:

**1. Para cada plano material (orientado segundo os ângulos  $\phi$  e  $\theta$ ):**

- a. Calcular as histórias das deformações cisalhantes  $\gamma_{x'y'}$  e  $\gamma_{x'z'}$  e da tensão normal  $\sigma_{x'}$  associadas ao sistema de coordenadas  $x'-y'-z'$ , onde a direção  $x'$  é normal ao plano material e a direção  $y'$  é paralela a interseção do plano material com a superfície livre (plano  $x-y$ ), conforme mostrado na Fig. 3.5. Estas deformações cisalhantes e a tensão normal são determinadas por meio das fórmulas de transformação de deformações e tensões (Socie e Marquis, 2000) e são escritas conforme a seguir:

$$\gamma_{x'y'} = 2 \left( -\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta \right) \sin \phi \quad (3.12)$$

$$\gamma_{x'z'} = -\left( \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta - \varepsilon_z + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta \right) \sin 2\phi \quad (3.13)$$

$$\sigma_{x'} = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \right) \sin^2 \phi \quad (3.14)$$

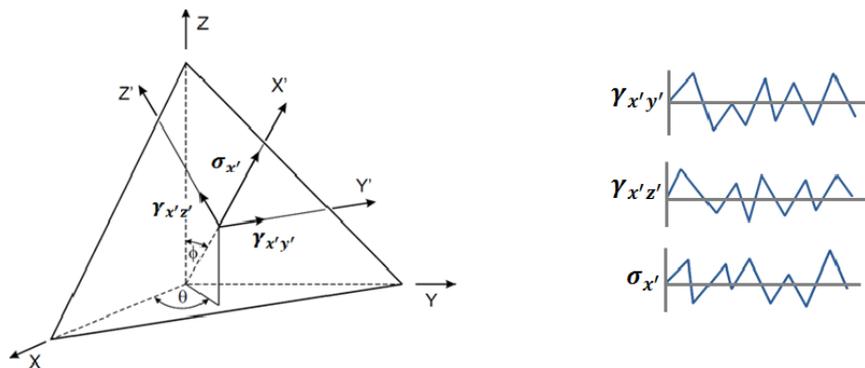


Figura 3.4 – Deformações cisalhantes e tensão normal num plano material.

- b. Aplicar a técnica de contagem de ciclos *rainflow* à história da deformação cisalhante  $\gamma_{x'y'}$ . Para cada ciclo  $i$  identificado, armazenar a gama da deformação cisalhante  $\Delta\gamma_i$  e a tensão normal máxima  $\sigma_{nmax,i}$  (ver Fig. 3.6).

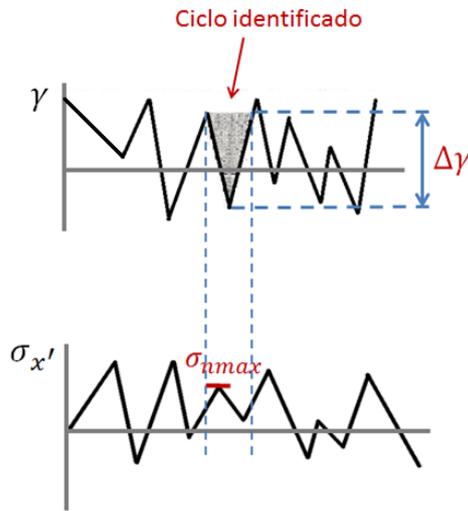


Figura 3.5 – Gama da deformação cisalhante e tensão normal máxima correspondentes a um ciclo de carregamento.

- c. Calcular o dano produzido por cada ciclo identificado, usando a expressão

$$D_i = \frac{1}{N_i} \quad (3.15)$$

onde  $N_i$  é a solução da equação

$$\frac{\Delta\gamma_i}{2} \left( 1 + k \frac{\sigma_{nmax,i}}{\sigma_Y} \right) = \frac{\tau_{f'}}{G} (2N_i)^{b_0} + \gamma_{f'} (2N_i)^{c_0} \quad (3.16)$$

- d. Calcular o dano total associado à direção  $y'$  do plano. Segundo a regra de acúmulo de dano de Palmgren-Miner (Palmgren, 1924; Miner, 1945), o dano total é igual a soma dos danos produzidos por cada ciclo:

$$D_{plano,y'} = \sum_{i=1}^n D_i \quad (3.17)$$

onde  $n$  é o número de ciclos identificados.

- e. Repetir as etapas b, c e d considerando-se a história da deformação cisalhante  $\gamma_{x'z'}$ .

- f. Calcular o dano associado ao plano, definido como o maior dentre os danos totais associados às direções  $y'$  e  $z'$ :

$$D_{plano} = \max(D_{plano,y'}, D_{plano,z'}) \quad (3.19)$$

2. Dentre os planos investigados, selecionar aquele no qual o dano por fadiga é máximo (plano crítico).
3. Calcular o número de repetições do bloco de carregamento que ocasionará a falha do material.

$$N_{blocos} = \frac{1}{D_{max}} \quad (3.20)$$

onde  $D_{max}$  é o dano por fadiga no plano crítico.

### Comentários:

- Para pontos materiais localizados na superfície livre de um componente, a condição de estado plano de tensão faz com que o plano crítico seja perpendicular ou inclinado  $45^\circ$  em relação à superfície (Bannantine, 1989). Esses planos são ilustrados na Fig. 3.7. Nesses casos, portanto, a etapa 1 requer somente o cálculo dos danos associados aos planos em que  $\phi = 90^\circ$  e  $45^\circ$ .
- O procedimento das etapas 1b e 1c aplica-se a situações em que o modo de falha do material é por cisalhamento. No caso da falha ocorrer por tração, a contagem de ciclos é feita sobre a história da deformação normal e o dano por fadiga é calculado com o modelo de Smith-Watson-Topper, ou seja, a Eq. (3.16) é substituída pela Eq. (3.9).

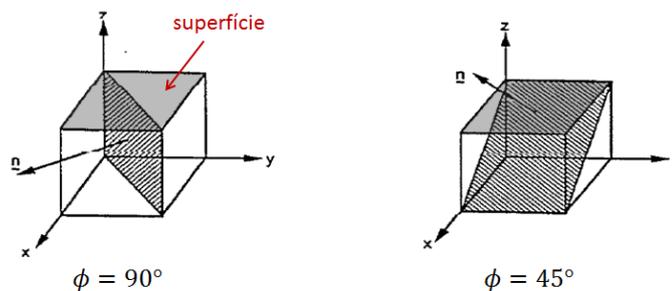


Figura 3.6 – Planos perpendicular e inclinado  $45^\circ$  em relação à superfície livre.

## 4 MODELAGEM DO COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO SOB CARREGAMENTO CÍCLICO

Neste capítulo faz-se uma revisão de modelos elasto-plásticos para materiais submetidos a carregamento cíclico. A formulação de um modelo elasto-plástico requer a definição de uma superfície de escoamento, uma lei de evolução da deformação plástica e uma lei de encruamento. Esses três conceitos serão apresentados a seguir. Uma descrição mais detalhada da modelagem do comportamento elasto-plástico de um material pode ser encontrada em (Lemaitre e Chaboche, 1990).

### 4.1 DECOMPOSIÇÃO ADITIVA DA DEFORMAÇÃO

Assume-se que a deformação total é pequena e pode ser decomposta de forma aditiva em uma parcela elástica e uma parcela plástica:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p, \quad (4.1)$$

onde  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  e  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  são tensores que representam as deformações total, elástica e plástica, respectivamente.

No caso em que a resposta elástica do material é isotrópica e linear, a deformação elástica obedece à lei de Hooke generalizada dada por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2G} - \frac{\nu}{E}(\text{tr } \boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}, \quad (4.2)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}$  é o tensor de tensões,  $E$  é o módulo de Young,  $G$  é o módulo de elasticidade ao cisalhamento,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $\text{tr}$  denota o traço de um tensor e  $\boldsymbol{I}$  é o tensor identidade. Deve-se observar que as constantes materiais obedecem à seguinte relação:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (4.3)$$

### 4.2 SUPERFÍCIE DE ESCOAMENTO

Assume-se que o comportamento mecânico do material é elástico se o tensor de tensões estiver no interior de uma região denominada *domínio elástico*. O domínio elástico é delimitado por uma superfície, denominada *superfície de escoamento*, definida como:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = 0. \quad (4.4)$$

O tensor de tensões pode ser decomposto de forma aditiva em uma parcela desviadora,  $\mathbf{S}$ , e uma parcela hidrostática,  $\sigma_h \mathbf{I}$ , conforme a expressão a seguir:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} + \sigma_h \mathbf{I}, \quad (4.5)$$

onde  $\mathbf{S}$  é o tensor desviador de tensões cujo traço é nulo ( $\text{tr } \mathbf{S} = 0$ ) e  $\sigma_h = (1/3)\text{tr } \boldsymbol{\sigma}$  é a tensão hidrostática. Portanto, é possível reescrever a Eq. (4.4) como função do tensor desviador de tensões e da tensão hidrostática:

$$f(\mathbf{S}, \sigma_h) = 0. \quad (4.6)$$

Para metais cujo escoamento plástico é insensível à presença de tensão hidrostática, a superfície de escoamento deve depender somente da tensão desviadora, ou seja:

$$f(\mathbf{S}) = 0. \quad (4.7)$$

No modelo de von Mises, a superfície de escoamento é definida somente pela magnitude do tensor desviador de tensões, conforme escrito a seguir:

$$f(\mathbf{S}) = \|\mathbf{S}\| - c = 0, \quad (4.8)$$

onde  $c$  é uma constante do material. Identificando-se essa constante por meio do ensaio de tração, tem-se que  $c = \sqrt{2/3}\sigma_0$  onde  $\sigma_0$  é a tensão de escoamento sob tração. Portanto, a Eq. (4.8) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$f(\mathbf{S}) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\mathbf{S}\| - \sigma_0 = 0. \quad (4.9)$$

### 4.3 LEI DE EVOLUÇÃO DA DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

Uma lei de evolução da deformação plástica estabelece uma relação entre a taxa da deformação plástica e a taxa do tensor de tensões. A lei mais utilizada para metais baseia-se na hipótese de que a taxa da deformação plástica é colinear ao vetor normal à superfície de escoamento no ponto de carga (Lemaitre e Chaboche, 1990). Essa lei pode ser escrita da seguinte forma:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.10)$$

onde  $\lambda$  é um escalar denominado multiplicador plástico e  $\frac{\partial f}{\partial \sigma}$  é um vetor normal à superfície de escoamento. Conforme mostrado em Bannantine, 1989, a Eq. (4.10) também pode ser escrita como:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \frac{1}{C} (\dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}, \quad (4.11)$$

onde  $\mathbf{n}$  é o vetor unitário normal à superfície de escoamento e  $C$  é o módulo plástico generalizado. Em particular, para função de escoamento de von Mises, a Eq. (4.11) assume a seguinte forma:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \frac{1}{C} (\dot{\boldsymbol{S}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}, \quad (4.12)$$

#### 4.4 LEIS DE ENCRUAMENTO CINEMÁTICO

Leis de encruamento são utilizadas para descrever mudanças na condição de escoamento induzidas pelo carregamento aplicado ao material. Dois tipos de leis têm sido desenvolvidos para descrever esse comportamento. Nos modelos elasto-plásticos com lei de encruamento isotrópico, a forma da superfície de escoamento permanece constante, mas seu tamanho é modificado ao longo do processo de plastificação do material. Nos modelos com lei de encruamento cinemático, a superfície de escoamento mantém sua forma e tamanho, mas pode transladar no espaço das tensões. Modelos que combinam essas duas leis têm sido propostos na tentativa de descrever de forma mais realística o comportamento elasto-plástico dos materiais. Em particular, para descrição da resposta tensão-deformação estabilizada dos materiais, inúmeros modelos com lei de encruamento cinemático encontram-se disponíveis na literatura. Nesta seção apresentam-se as leis de encruamento cinemático linear de Prager, de Armstrong-Frederick e de Chaboche. Outras leis que têm recebido bastante atenção na literatura são as propostas por Ohno e Wang (1993) e Jiang (1993).

Para materiais cuja plastificação é descrita pelo modelo de Mises, a representação matemática do encruamento cinemático é feita introduzindo-se o tensor desviador  $\boldsymbol{\alpha}$  que define o centro da superfície de escoamento, que é então expressa na forma:

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\boldsymbol{S} - \boldsymbol{\alpha}\| - \sigma_0 = 0. \quad (4.13)$$

A diferença fundamental entre os diversos modelos com encruamento cinemático propostos na literatura refere-se à lei de evolução do centro da superfície de escoamento, ou seja, à escolha da função que define  $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ . Prager (1949) propôs uma lei de encruamento dada por

$$\dot{\alpha} = \frac{2}{3} c \dot{\epsilon}^p, \quad (4.14)$$

onde  $c$  é um parâmetro material. Armstrong e Frederick (1966) propuseram um lei de encruamento não-linear, expressa por

$$\dot{\alpha} = \frac{2}{3} c \dot{\epsilon}^p - \zeta \alpha \dot{p}, \quad (4.15)$$

onde  $\zeta$  é um parâmetro material e  $\dot{p} = \sqrt{2/3} \|\dot{\epsilon}^p\|$  é a taxa da deformação plástica acumulada.

Chaboche (Chaboche et al., 1979; Chaboche, 1986) propôs uma lei de encruamento na qual o centro da superfície de escoamento é decomposto em várias parcelas:

$$\alpha = \sum_{i=1}^M \alpha^{(i)}, \quad (4.16)$$

onde  $M$  denota o número de parcelas. Assume-se que a evolução de cada termo  $\alpha^{(i)}$  é governada pela relação

$$\dot{\alpha}^{(i)} = \frac{2}{3} c^{(i)} \dot{\epsilon}^p - \zeta^{(i)} \alpha^{(i)} \dot{p}, \quad (4.17)$$

onde  $c^{(i)}$  e  $\zeta^{(i)}$  são parâmetros materiais.

## 4.5 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Os parâmetros dos modelos elasto-plásticos com encruamento cinemático apresentados na seção 4.4 podem ser obtidos a partir da curva tensão-deformação cíclica do material obtida em laboratório. Para isso, é necessário obter a relação matemática que descreve a curva tensão-deformação cíclica correspondente a cada modelo. Então, deve-se encontrar os parâmetros que melhor ajustem a curva tensão-deformação cíclica do modelo em relação à curva experimental. Esse ajuste de curvas pode ser realizado, por exemplo, por meio de um método de regressão não linear.

O objetivo desta seção é apresentar as relações matemáticas que descrevem as curvas tensão-deformação cíclica estimadas pelos modelos descritos na seção 4.4. Estas relações são utilizadas na seção 5.2 para encontrar os parâmetros do modelo de Chaboche dos materiais investigados neste trabalho.

### 4.5.1 Caso uniaxial

Para um estado de tensão uniaxial, o tensor de tensões possui a forma

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

onde  $\sigma$  é a componente de tensão associada à direção do carregamento. A parcela desviadora deste tensor é dada por

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{S}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{S}{2} \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

onde  $S = 2/3\sigma$ . Como consequência da forma das Eqs. (4.10) e (4.15) e da hipótese que  $\boldsymbol{\varepsilon}^p = \mathbf{0}$  e  $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$  no instante inicial, a deformação plástica e o centro da superfície de escoamento devem ter, respectivamente, as seguintes formas:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^p = \begin{bmatrix} \varepsilon_p & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\varepsilon_p}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\varepsilon_p}{2} \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Substituindo as Eqs. (4.19) e (4.21) na Eq. (4.13) obtém-se a condição de escoamento no contexto uniaxial:

$$f = |\sigma - A| - \sigma_0 = 0, \quad (4.22)$$

onde  $A = 3/2 \alpha$ . Durante um processo de plastificação com carregamento crescente (carregamento plástico) tem-se  $\sigma - A > 0$ . Portanto, resulta da Eq. (4.22) que a tensão é dada pela expressão

$$\sigma = A + \sigma_0. \quad (4.23)$$

Para plastificação com carregamento decrescente (descarregamento plástico) tem-se  $\sigma - A < 0$ . Nesse caso a tensão é obtida pela expressão

$$\sigma = A - \sigma_0. \quad (4.24)$$

Resulta da Eq. (4.16) que

$$A = \sum_{i=1}^M A^{(i)}. \quad (4.25)$$

Substituindo as Eqs. (4.20) e (4.21) na Eq. (4.17) e notando que  $\dot{p} = |\dot{\varepsilon}_p|$  obtém-se a relação

$$\dot{A}^{(i)} = c^{(i)} \dot{\varepsilon}_p - \zeta^{(i)} A^{(i)} |\dot{\varepsilon}_p|. \quad (4.26)$$

Durante carregamento plástico  $\dot{\varepsilon}_p > 0$ . Então, a Eq. (4.26) pode ser escrita na forma

$$\dot{A}^{(i)} = (c^{(i)} - \zeta^{(i)} A^{(i)}) \dot{\varepsilon}_p. \quad (4.27)$$

Por sua vez, durante descarregamento plástico  $\dot{\varepsilon}_p < 0$ . Nesse caso, a Eq. (4.26) torna-se

$$\dot{A}^{(i)} = (c^{(i)} + \zeta^{(i)} A^{(i)}) \dot{\varepsilon}_p. \quad (4.28)$$

## 4.5.2 Curva tensão-deformação cíclica

A curva tensão-deformação cíclica descreve a relação entre as amplitudes de tensão e de deformação plástica do laço de histerese estabilizado. O objetivo desta seção é desenvolver as expressões matemáticas das curvas tensão-deformação cíclicas descritas pelos modelos de encruamento linear, de Armstrong-Frederick e de Chaboche.

### 4.5.2.1 Modelo de encruamento linear

O modelo de encruamento linear corresponde ao caso em que  $M = 1$  e  $\zeta^{(1)} = 0$ . Portanto, resulta das Eqs. (4.25), (4.27) e (4.28) que durante carregamento e descarregamento plásticos tem-se:

$$\dot{A} = c \dot{\varepsilon}_p, \quad (4.29)$$

ou, equivalentemente,

$$\frac{dA}{d\varepsilon_p} = c. \quad (4.30)$$

A solução dessa equação diferencial ordinária é

$$A = A_0 + c(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0}), \quad (4.31)$$

onde  $\varepsilon_{p0}$  e  $A_0$  são os valores de  $\varepsilon_p$  e  $A$  no início do processo de plastificação, respectivamente. Para calcular as tensões durante carregamento plástico, utilizam-se as Eqs. (4.23) e Eq. (4.31). Durante descarregamento plástico, utilizam-se as Eqs. (4.24) e (4.31).

Considere agora um carregamento controlado por deformação, totalmente alternado. Após a estabilização do comportamento plástico, tem-se o laço de histerese mostrado na Fig. 4.3. A condição para que ocorra a estabilização é dada por

$$A_{\max} + A_{\min} = 0. \quad (4.32)$$

Aplicando a Eq. (4.31) no ramo superior do laço de histerese (carregamento plástico) obtém-se a relação

$$A_{\max} = A_{\min} + 2c\varepsilon_{pa}. \quad (4.33)$$

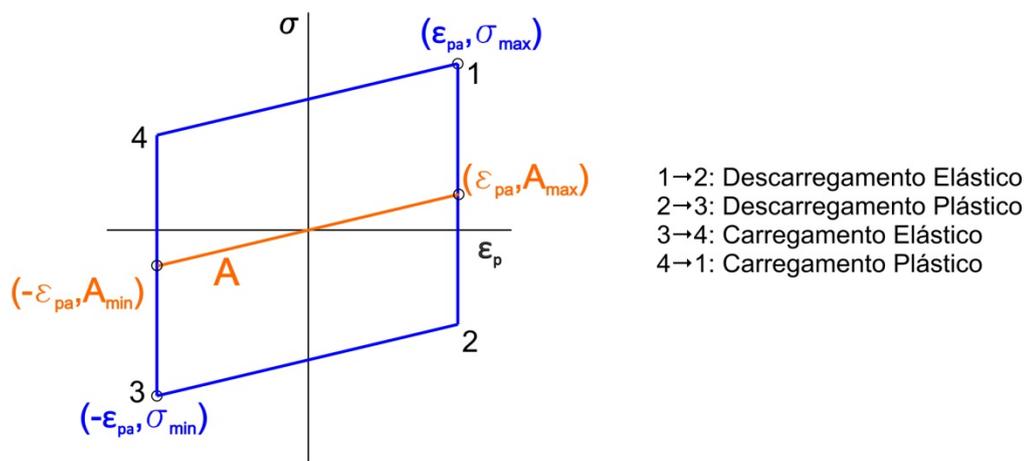


Figura 4.1 – Laço de histerese e variação do parâmetro A para o encruamento cinemático linear.

Das Eqs. (4.32) e (4.33) resulta que:

$$A_{\max} = c\varepsilon_{pa}. \quad (4.34)$$

Aplicando a Eq. (4.23) ao estado de tensão correspondente à extremidade direta do laço de histerese tem-se:

$$\sigma_{\max} = \sigma_a = A_{\max} + \sigma_0. \quad (4.35)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (4.34) na Eq. (4.35), chega-se à expressão que descreve a curva tensão-deformação cíclica segundo o modelo de encruamento linear:

$$\sigma_a = c\varepsilon_{pa} + \sigma_0. \quad (4.36)$$

A Figura 4.2 ilustra a reta representada pela Eq. (4.36).

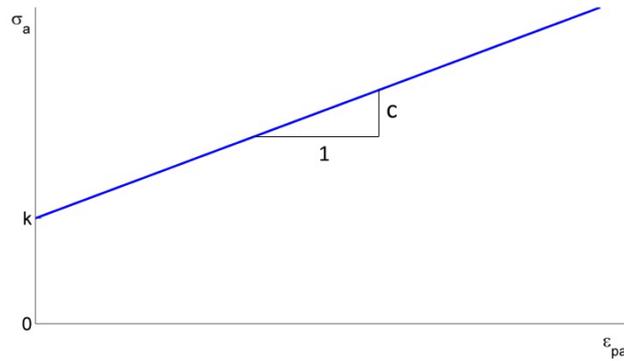


Figura 4.2 - Curva tensão deformação cíclica segundo modelo de encruamento linear.

#### 4.5.2.2 Modelo de encruamento de Armstrong-Frederick

O modelo de encruamento de Armstrong-Frederick corresponde ao caso em que  $M = 1$  e  $\zeta^{(1)} \neq 0$ . Portanto, resulta das Eqs. (4.25) e (4.27) que durante carregamento plástico

$$\dot{A} = (c - \zeta A)\dot{\varepsilon}_p, \quad (4.37)$$

ou, equivalentemente,

$$\frac{dA}{d\varepsilon_p} = c - \zeta A. \quad (4.38)$$

A solução dessa equação diferencial ordinária é

$$A = \frac{c}{\zeta} + \left(A_0 - \frac{c}{\zeta}\right) e^{-\zeta(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})}, \quad (4.39)$$

onde  $\varepsilon_{p0}$  e  $A_0$  são os valores de  $\varepsilon_p$  e  $A$  no início do processo de plastificação, respectivamente.

Para calcular as tensões durante carregamento plástico, utilizam-se as Eqs. (4.23) e Eq. (4.39).

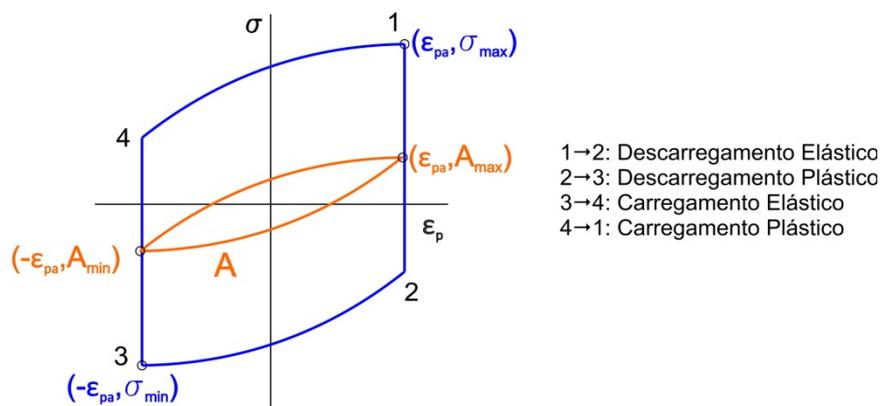


Figura 4.3 – Laço de histerese e variação do parâmetro A para o modelo de encruamento de Armstrong-Frederick.

A Figura 4.5 mostra o laço de histerese estabilizado resultante da aplicação de uma história de deformação controlada, totalmente alternada. Para que ocorra a estabilização é necessário que

$$A_{\max} + A_{\min} = 0. \quad (4.40)$$

Aplicando a Eq. (4.39) no ramo superior do laço de histerese (carregamento plástico) obtém-se a relação

$$A_{\max} = \frac{c}{\zeta} + \left( A_{\min} - \frac{c}{\zeta} \right) e^{-2\zeta \varepsilon_{pa}}. \quad (4.41)$$

Das Eqs. (4.40) e (4.41) resulta que

$$A_{\max} = \frac{c}{\zeta} \operatorname{tgh} \zeta \varepsilon_{pa}. \quad (4.42)$$

onde  $\operatorname{tgh}$  denota a função tangente hiperbólica. Aplicando a Eq. (4.23) ao estado de tensão correspondente à extremidade direta do laço de histerese tem-se

$$\sigma_{\max} = \sigma_a = A_{\max} + \sigma_0. \quad (4.43)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (4.42) na Eq. (4.43), chega-se à expressão que descreve a curva tensão-deformação cíclica segundo o modelo de Armstrong-Frederick:

$$\sigma_a = \frac{c}{\zeta} \operatorname{tgh} \zeta \varepsilon_{pa} + \sigma_0. \quad (4.44)$$

A Figura 4.6 ilustra a curva representada pela Eq. (4.44). Os parâmetros que definem essa curva possuem a seguinte interpretação. A curva parte do valor  $\sigma_0$  com inclinação igual a  $c$ , uma vez que  $\sigma_a = \sigma_0$  em  $\varepsilon_{pa} = 0$  e

$$\left. \frac{d\sigma_a}{d\varepsilon_{pa}} \right|_{\varepsilon_{pa}=0} = c. \quad (4.45)$$

Para  $\varepsilon_{pa} \rightarrow \infty$ , a curva tende para um valor constante dado por

$$\lim_{\varepsilon_{pa} \rightarrow \infty} \sigma_a = \frac{c}{\zeta} + \sigma_0. \quad (4.46)$$

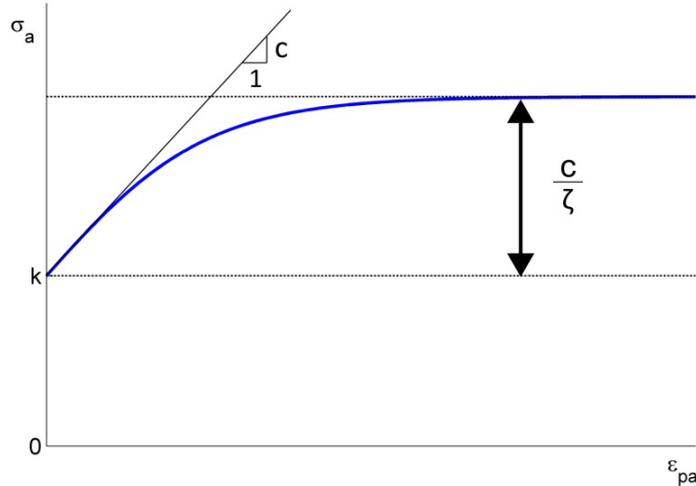


Figura 4.4 - Curva tensão-deformação cíclica segundo o modelo de encruamento de Armstrong-Frederick.

#### 4.5.2.3 Modelo de encruamento de Chaboche

Durante carregamento plástico, a lei de evolução de cada parte  $A^{(i)}$  que compõe  $A$  é governada pela Eq. (4.27), cuja solução é

$$A^{(i)} = \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} + \left( A_0^{(i)} - \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \right) e^{-\zeta^{(i)}(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})}. \quad (4.47)$$

Para descarregamento plástico, a lei de evolução de  $A^{(i)}$  compõe  $A$  é governada pela Eq. (4.28), cuja solução é

$$A^{(i)} = -\frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} + \left( A_0^{(i)} + \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \right) e^{\zeta^{(i)}(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})}. \quad (4.48)$$

Para que ocorra a estabilização dos laços de histerese, assume-se que

$$A_{\max}^{(i)} + A_{\min}^{(i)} = 0. \quad (4.49)$$

Aplicando a Eq. (4.47) ao longo do processo de carregamento plástico obtém-se a relação

$$A_{\max}^{(i)} = \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} + \left( A_{\min}^{(i)} - \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \right) e^{-2\zeta^{(i)}\varepsilon_{pa}}. \quad (4.50)$$

Das Eqs. (4.49) e (4.50) resulta que

$$A_{\max}^{(i)} = \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \operatorname{tgh} \zeta^{(i)} \varepsilon_{pa}, \quad (4.51)$$

e da Eq. (4.25),

$$A_{\max} = \sum_{i=1}^M \frac{c^{(i)}}{\bar{\zeta}^{(i)}} \operatorname{tgh} \zeta^{(i)} \varepsilon_{pa}. \quad (4.52)$$

Aplicando a Eq. (4.23) ao estado de tensão correspondente à extremidade direta do laço de histerese tem-se

$$\sigma_{\max} = \sigma_a = A_{\max} + \sigma_0. \quad (4.53)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (4.52) na Eq. (4.53), chega-se à expressão que descreve a curva tensão-deformação cíclica segundo o modelo de Chaboche:

$$\sigma_a = \sum_{i=1}^M \frac{c^{(i)}}{\bar{\zeta}^{(i)}} \operatorname{tgh} \zeta^{(i)} \varepsilon_{pa} + \sigma_0. \quad (4.54)$$

É importante observar que no caso em que os  $M - 1$  termos da decomposição Eq. (4.16) seguem a lei de encruamento de Armstrong-Frederick, Eq. (4.14), enquanto o último termo segue a lei de encruamento linear, Eq. (4.13), a curva tensão-deformação cíclica descrita pelo modelo de Chaboche é uma combinação das Eqs. (4.44) e (4.36) expressa como

$$\sigma_a = \sum_{i=1}^{M-1} \frac{c^{(i)}}{\bar{\zeta}^{(i)}} \operatorname{tgh} \zeta^{(i)} \varepsilon_{pa} + c^{(M)} \varepsilon_{pa} + \sigma_0. \quad (4.55)$$

Segundo Chaboche (1989) o uso da Eq. (4.55) com  $M = 3$  é capaz de descrever de forma satisfatória a curva tensão-deformação cíclica do material.

## 5 AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA INVESTIGADA

Para avaliar a capacidade preditiva da metodologia investigada, suas predições serão confrontadas com dados de vida à fadiga gerados sob condições de carregamento multiaxial de amplitude constante e variável.

O presente capítulo inicia-se com a apresentação dos dados experimentais utilizados neste trabalho. Em seguida, na seção 5.2, faz-se uma descrição dos procedimentos adotados para identificação dos parâmetros do modelo constitutivo de Chaboche e dos modelos de fadiga de Fatemi-Socie e Smith-Watson-Topper. Detalhes das simulações por elementos finitos realizadas para obtenção da resposta tensão-deformação estabilizada dos materiais investigados são descritos na seção 5.3. Finalmente, na seção 5.4, apresenta-se uma comparação entre as vidas estimadas pela metodologia e as observadas em laboratório.

### 5.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS DISPONÍVEIS NA LITERATURA

Os dados experimentais utilizados neste trabalho foram obtidos por meio de ensaios de fadiga axial e torcional, controlados por deformação, realizados em corpos de prova tubulares fabricados em aço S45C (Kim e Park, 1999; Kim et al., 1999) e aço inoxidável 304 (Kim et al., 2000). Uma descrição desses dados é apresentada a seguir.

#### 5.1.1 Aço S45C

O material escolhido para a fabricação dos corpos de prova foi o aço S45C laminado a quente. As Tabelas 5.1 e 5.2 apresentam sua composição química e propriedades mecânicas monotônicas, respectivamente. A geometria do corpo de prova é tubular com diâmetros interno e externo na região de ensaio iguais a 10 mm e 12.5 mm, conforme mostra a Fig. 5.1.

Os ensaios de fadiga foram executados à deformação controlada, em uma máquina MTS axial-torcional, e classificados da seguinte forma: 8 ensaios axiais de amplitude constante (A\_C), 9 ensaios torcionais de amplitude constante (T\_C), 6 ensaios axiais de amplitude variável (A\_VAR), 6 ensaios torcionais de amplitude variável (T\_VAR), 5 ensaios axial-torcional em fase e amplitude constante (C\_PRO), 5 ensaios axial-torcional fora de fase e amplitude constante (C\_OP), 2 ensaios proporcionais de amplitude variável (P\_VAR), 3 ensaios axial-torcional alternados (AAT), 2 ensaios proporcionais alternados (AP), 1 ensaio com trajetória em forma de caixa (B) e 2 ensaios pseudo-aleatórios de amplitude variável (R). Os valores das deformações axial e cisalhante utilizados em cada ensaio e o número de blocos de carregamento para falha encontram-se

relatados em Kim et al. (1999). As trajetórias de deformação no plano *deformação axial* ( $\epsilon$ ) versus *deformação cisalhante* ( $\gamma$ ), correspondentes aos ensaios multiaxiais, são mostradas na Fig. 5.2. Exemplos de histórias de deformação de amplitude variável são mostradas na Fig. 5.3, para o caso axial e o caso torcional, e na Fig. 5.4 para o caso axial-torcional.

Tabela 5.1 – Composição química do aço S45C (% peso) (Kim et al., 1999).

C	Si	Mn	P	S	Cu	Al	Ni	Cr	Mo	Ti
0,427	0,023	0,734	0,018	0,004	0,131	0,025	0,042	0,037	0,005	0,002

Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas monotônicas do aço S45C (Kim et al., 1999).

Limite de escoamento, $\sigma_y$	496 MPa
Limite de resistência à tração, $\sigma_u$	770 MPa
Módulo de Young, $E$	186 GPa
Coefficiente de Poisson elástico, $\nu_e$	0,28
Alongamento	21 %
Redução de área	42 %
Dureza	182 H <sub>BR</sub>

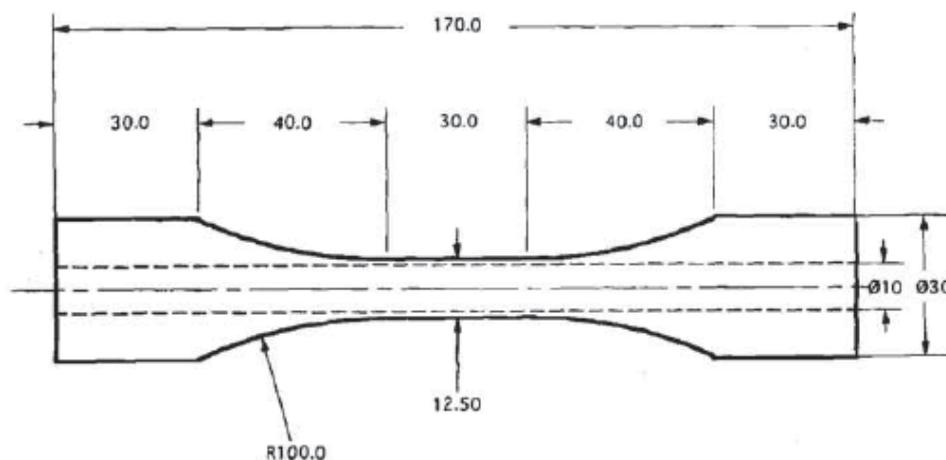


Figura 5.1 – Geometria do corpo de prova (dimensões em mm) (Kim et al., 1999).

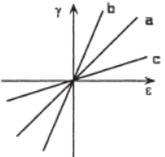
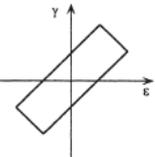
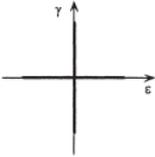
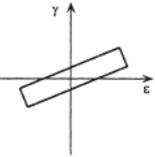
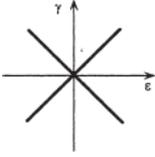
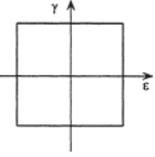
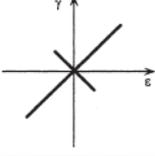
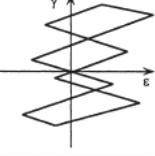
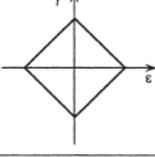
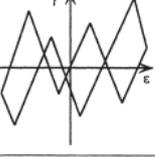
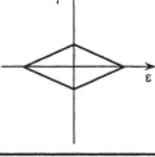
	a : C_PRO01, C_PRO02 C_PRO03, P_VAR01, P_VAR02 b : C_PRO04 c : C_PRO05		C_OP02 C_OP05
	AAT01 AAT02 AAT03		C_OP04
	AP01		B01
	AP02		R01
	C_OP01		R02
	C_OP03		

Figura 5.2 - Trajetórias de deformação dos ensaios de fadiga no aço S45C (Kim e Park, 1999).

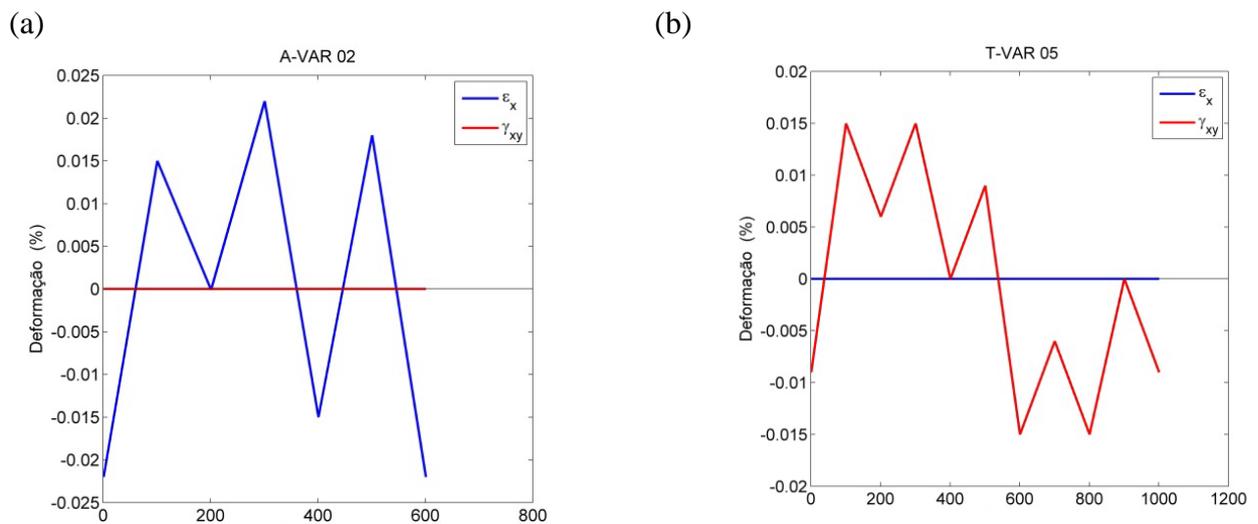


Figura 5.3 – Exemplos de histórias de deformação amplitude variável dos ensaios com carregamento axial (a) e torcional (b) no aço S45C.

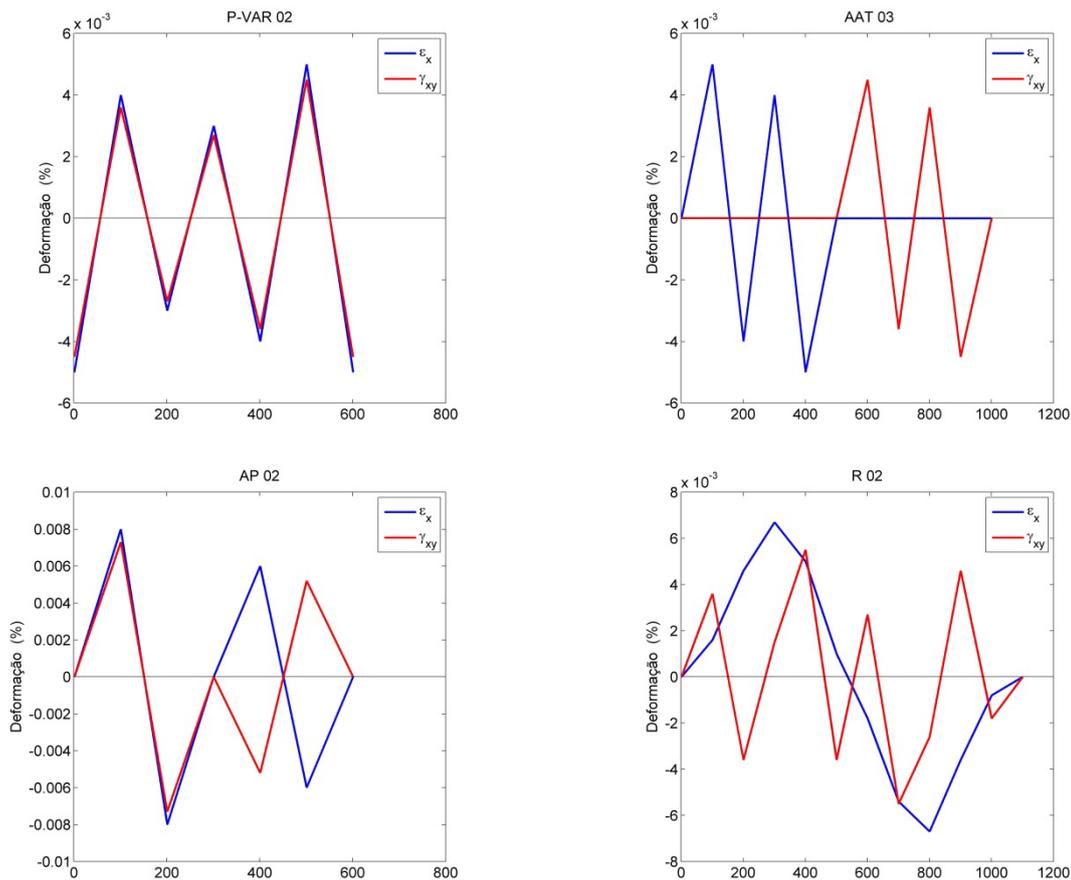


Figura 5.4 – Exemplos de histórias de deformação amplitude variável dos ensaios com carregamento axial-torcional no aço S45C.

### 5.1.2 Aço inoxidável 304

O material ensaiado foi o aço inoxidável 304, cuja composição química e propriedades mecânicas monotônicas encontram-se nas Tabelas 5.3 e 5.4, respectivamente. A geometria do corpo de prova é idêntica a utilizada por Kim, Park e Lee nos ensaios do aço S45C (ver Fig. 5.1).

Os ensaios de fadiga foram executados à deformação controlada, em uma máquina MTS axial-torcional, e classificados da seguinte forma: 7 ensaios axiais de amplitude constante, 8 ensaios torcionais de amplitude constante, 4 ensaios axiais de amplitude variável (AV), 4 ensaios torcionais de amplitude variável (TV), 4 ensaios proporcionais de amplitude constante (CP), 2 ensaios proporcionais de amplitude variável (PV), 5 ensaios fora de fase de amplitude constante (COP), 2 ensaios axial-torcional alternados (AAT), 2 ensaios proporcionais alternados (AP), 2 ensaios com trajetória em forma de caixa (B), 1 ensaio com trajetória em forma de duas caixas (TB), 3 ensaios pseudo-aleatórios de amplitude variável (R) e 1 ensaio com trajetória em forma de borboleta (BF). Os valores das deformações axial e cisalhante utilizados em cada ensaio e o número de blocos de carregamento para falha encontram-se relatados em Kim, Lee e Park (2000).

As trajetórias de deformação no *deformação axial* ( $\epsilon$ ) versus *deformação cisalhante* ( $\gamma$ ) correspondentes a esses ensaios são mostradas na Fig. 5.5. Exemplos de histórias de carregamento de amplitude constante e variável variável são mostradas nas Figs. 5.6 e 5.7, respectivamente.

Tabela 5.3 – Composição química do aço inoxidável 304 (% peso).

C	Si	Mn	P	S	Cu	N	Ni	Cr	Mo
0,038	0,497	1,16	0,031	0,014	0,313	0,013	7,99	18,05	0,171

Tabela 5.4 – Propriedades mecânicas monotônicas do aço inoxidável 304.

Limite de escoamento, $\sigma_y$	405 MPa
Limite de resistência à tração, $\sigma_u$	754 MPa
Módulo de Young, $E$	171 GPa
Módulo de elasticidade ao cisalhamento, $G$	66 GPa
Coefficiente de Poisson elástico, $\nu_e$	0,3

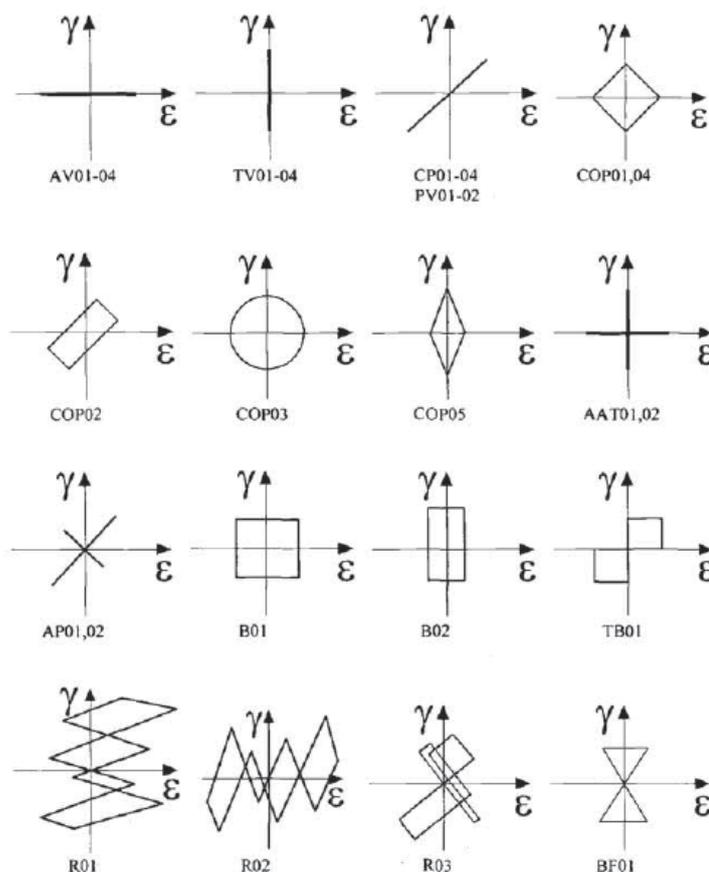


Figura 5.5 – Trajetórias de deformação dos ensaios de fadiga no aço inoxidável 304.

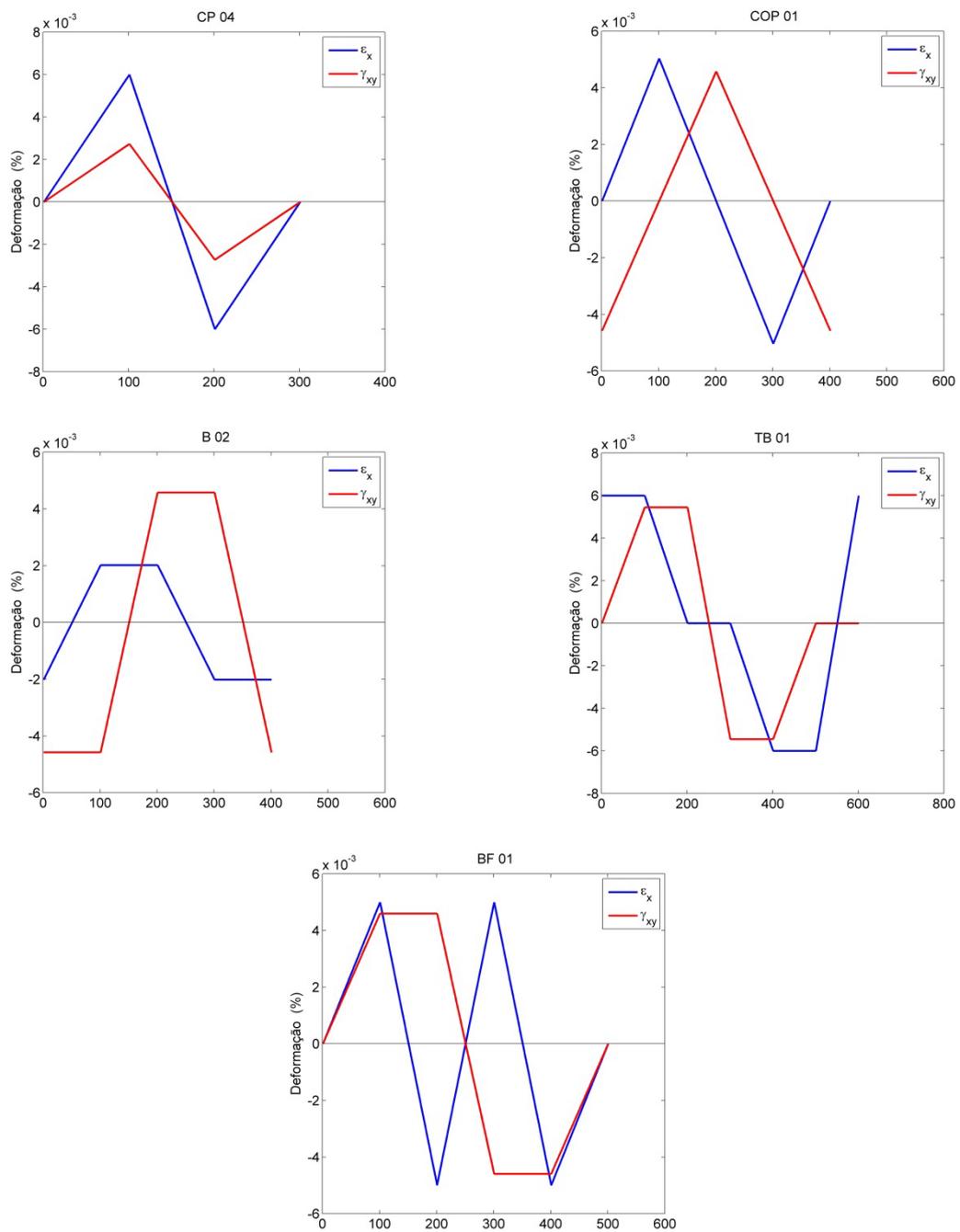


Figura 5.6 – Exemplos de histórias de deformação dos ensaios com carregamento de amplitude constante no aço inoxidável 304.

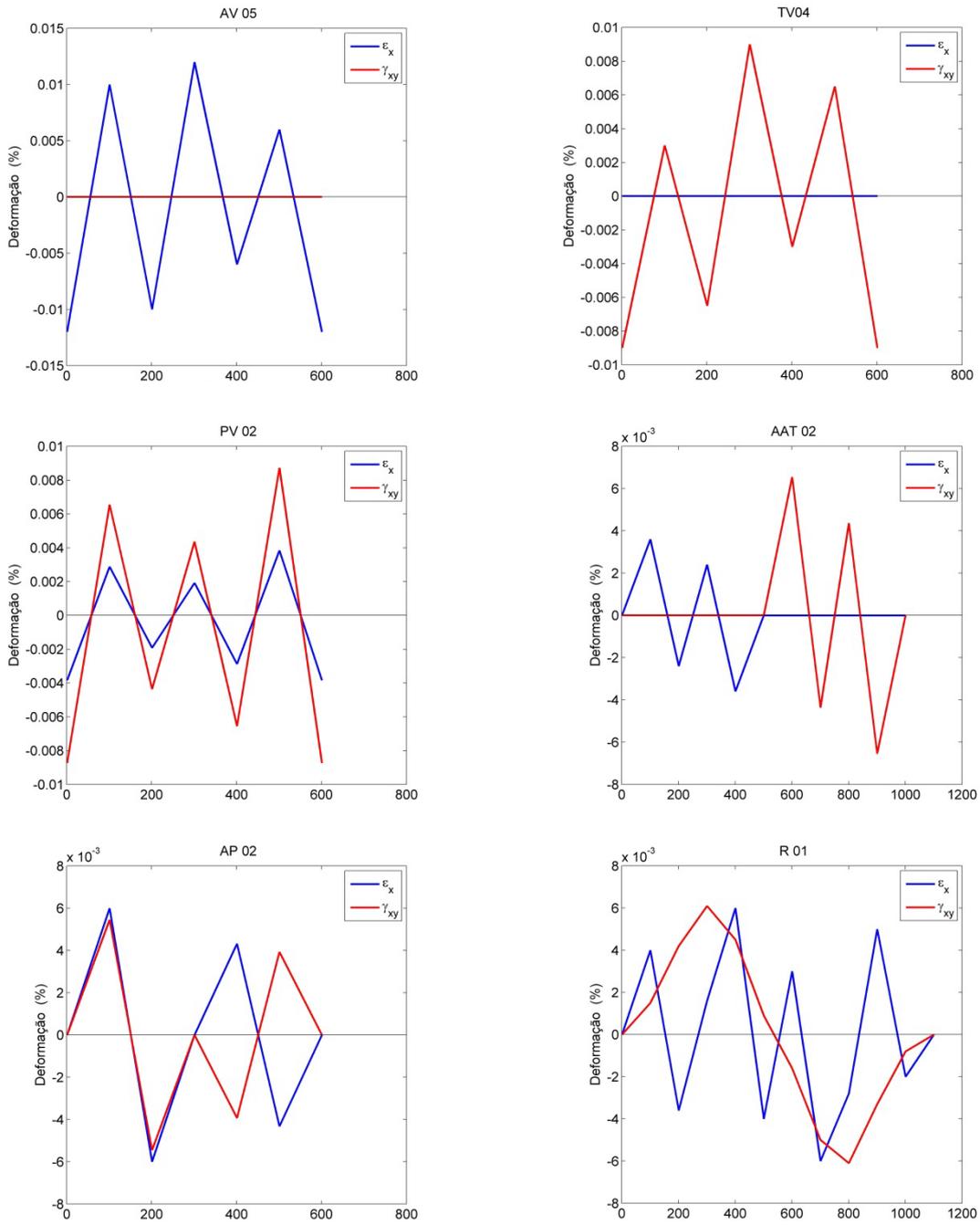


Figura 5.7 – Exemplos de histórias de deformação dos ensaios com carregamento de amplitude variável no aço inoxidável 304..

## 5.2 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Nesta seção apresenta-se os procedimentos adotados para identificação dos parâmetros do modelo constitutivo de Chaboche e dos modelos de fadiga de Fatemi-Socie e Smith-Watson-Topper.

### 5.2.1 Parâmetros do modelo constitutivo

Os parâmetros do modelo de Chaboche podem ser obtidos ajustando-se a curva *amplitude de tensão* ( $\sigma_a$ ) versus *amplitude de deformação plástica* ( $\varepsilon_{pa}$ ) descrita por esse modelo, Eq. (4.57), à curva experimental expressa pela Eq. (2.2). Esse ajuste de curvas pode ser realizado, por exemplo, por meio de um método de regressão não linear. Neste trabalho este procedimento foi realizado utilizando-se a função **nlinfit** do MATLAB.

Para os dois aços investigados neste trabalho, adotou-se uma lei de encruamento cinemático composta por 2 termos não-lineares e 1 termo linear, ou seja:

$$\dot{\alpha} = \frac{2}{3} c^{(1)} \dot{\varepsilon}^p - \zeta^{(1)} \alpha^{(1)} \dot{p} + \frac{2}{3} c^{(2)} \dot{\varepsilon}^p - \zeta^{(2)} \alpha^{(2)} \dot{p} + \frac{2}{3} c^{(3)} \dot{\varepsilon}^p \quad (5.1)$$

Nesse caso, a curva  $\sigma_a$  vs.  $\varepsilon_{pa}$  estimada possui a seguinte forma (ver seção 4.5):

$$\sigma_a = \frac{c^{(1)}}{\zeta^{(1)}} \operatorname{tgh} \zeta^{(1)} \varepsilon_{pa} + \frac{c^{(2)}}{\zeta^{(2)}} \operatorname{tgh} \zeta^{(2)} \varepsilon_{pa} + c^{(3)} \varepsilon_{pa} + \sigma_0. \quad (5.2)$$

Segundo Chaboche (1989), essa expressão é capaz de descrever de forma satisfatória a curva experimental dada pela Eq. (2.2).

Neste trabalho, a implementação do ajuste entre as curvas estimada e experimental foi feita por meio da função **nlinfit** do MATLAB. A Tabela 5.5 lista os parâmetros identificados. A Figura 5.8 ilustra o resultado do ajuste de curvas, onde observa-se que o uso do modelo de Chaboche com 2 termos não-lineares e 1 termo linear permite uma descrição bastante satisfatória da curva experimental. As constantes das curvas experimentais foram:  $K' = 1259$  MPa e  $n' = 0,201$  para o aço S45C, e  $K' = 877$  MPa e  $n' = 0,138$  para o aço inoxidável 304. Essas constantes foram obtidas com os dados dos ensaios de tração-compressão relatados por Kim et al. (1999) para o aço S45C e por Kim et al. (2000) para o aço inoxidável 304, ajustando-se a reta  $\log \sigma_a = \log K' + n' \log \varepsilon_{pa}$  aos dados experimentais por meio do método dos mínimos quadrados.

Tabela 5.5 – Parâmetros do modelo de Chaboche para os aços S45C e 304.

Material	$c^{(1)}$ (MPa)	$\zeta^{(1)}$	$c^{(2)}$ (MPa)	$\zeta^{(2)}$	$c^{(3)}$ (MPa)	$\zeta^{(3)}$	$\sigma_0$ (MPa)
Aço S45C	346665	3300	47366	392	12495	0	150
Aço 304	343108	3801	38720	424	8368	0	202

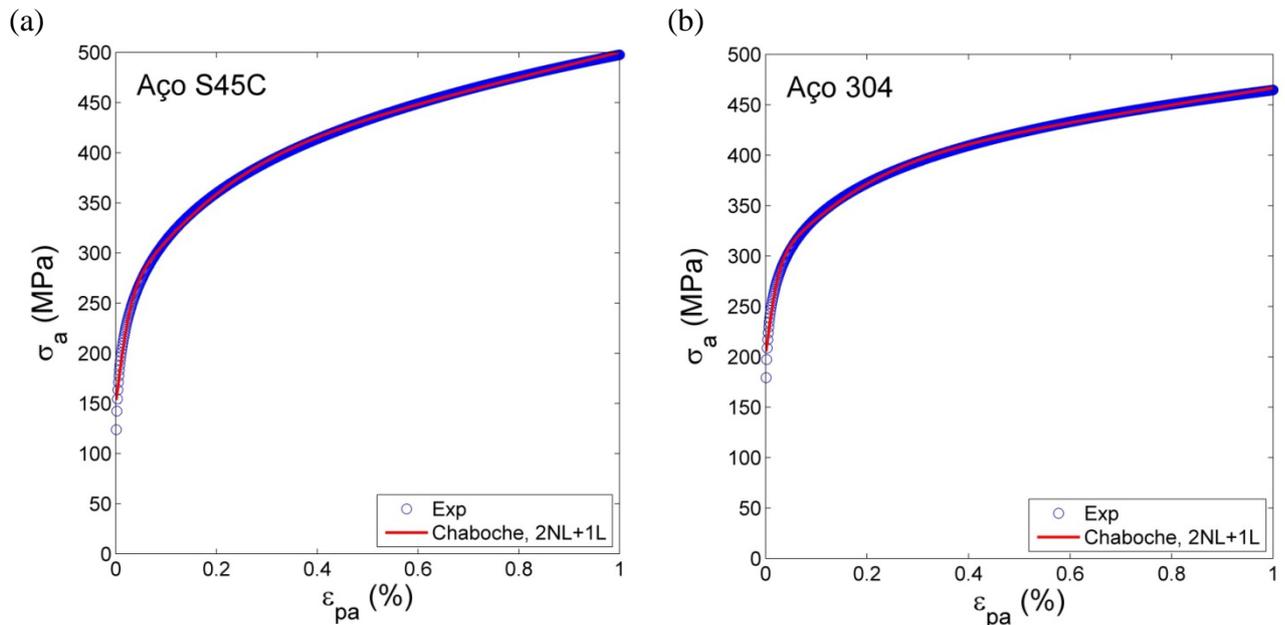


Figura 5.8 – Comparação entre as curvas  $\sigma_a$  vs.  $\varepsilon_{pa}$  experimentais dos aços S45C (a) e 304 (b) e as obtidas com o modelo de Chaboche com 2 termos não-lineares e 1 termo linear.

### 5.2.2 Parâmetros dos modelos de fadiga

Neste trabalho, estimativas de vida com o modelo de Fatemi-Socie foram feitas com a Eq. (3.6). Os parâmetros do lado direito dessa equação foram obtidos conforme o seguinte procedimento: os parâmetros  $\tau_f'$  e  $b_0$  foram determinados ajustando-se a curva de Basquin em torção (Eq. 2.11) a um conjunto de dados *amplitude de tensão cisalhante versus vida* obtidos em laboratório. Conforme descrito em Dowling (2007) e Stephens et al. (2001), esse ajuste foi feito por meio de regressão linear dos dados em escala log-log e a variável independente adotada foi a vida à fadiga. De forma similar, os parâmetros  $\gamma_f'$  e  $c_0$  foram determinados ajustando-se a curva de Coffin-Manson em torção (Eq. 2.12) a um conjunto de dados *amplitude de deformação plástica versus vida* obtidos em laboratório. Para estimar o parâmetro  $k$ , os três procedimentos descritos a seguir foram considerados:

1. O parâmetro  $k$  é obtido ajustando-se a Eq. (3.6) a dados de fadiga uniaxial. Conforme mostrado em Socie e Marquis (2000), assumindo-se que os dados de fadiga uniaxial são descritos pela Eq. (2.10), esse procedimento leva à expressão de  $k$  em função do número de ciclos para falha dada pela Eq. (3.7).
2. Calcula-se o valor de  $k$  que ajusta cada dado de fadiga uniaxial à Eq. (3.6). O parâmetro  $k$  é então definido como a média desses valores. Esse procedimento é o adotado nos trabalhos de Kim, Park e Lee (1999, 2000). O parâmetro  $k$  obtido por meio desse procedimento será denotado  $k_{med}$ .
3. O parâmetro  $k$  é obtido ajustando-se a Eq. (3.7) a um conjunto de dados de fadiga uniaxial por meio do método dos mínimos quadrados. O parâmetro  $k$  obtido por meio desse procedimento será denotado  $k_{mmc}$ .

Estimativas de vida com o modelo de Smith-Watson-Topper foram feitas com a Eq. (3.9). A identificação dos parâmetros  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  e  $c$  do lado direito dessa equação foi realizada ajustando-se as curvas de Basquin e Coffin-Mason uniaxiais a um conjunto de dados experimentais. O ajuste de curvas adotado seguiu o procedimento descrito no parágrafo anterior para o caso torcional.

Para o aço S45C, os parâmetros  $\tau'_f$ ,  $b_0$ ,  $\gamma'_f$  e  $c_0$  foram obtidos utilizando-se os cinco primeiros dados de torção totalmente alternada relatados em (Kim, Park e Lee, 1999). Os quatro dados restantes não foram usados pois as amplitudes das tensões cisalhantes não foram fornecidas. Os parâmetros,  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  e  $c$  foram obtidos utilizando-se os oito ensaios de tração-compressão totalmente alternada relatados em (Kim, Park e Lee, 1999). Os parâmetros identificados encontram-se listados na Tabela 5.6, enquanto as Figs. 5.9 e 5.10 mostram as curvas de deformação-vida uniaxial e torcional, respectivamente. A Figura 5.11 mostra a variação de  $k$  em função da vida, enquanto os valores de  $k$  estimados pelos procedimentos 2 e 3 foram  $k_{med} = 0,875$  e  $k_{mmc} = 1,6$ .

Tabela 5.6 – Propriedades cíclicas do aço S45C.

$\tau'_f$ (MPa)	$b_0$	$\gamma'_f$	$c_0$	$\sigma'_f$ (MPa)	$b$	$\varepsilon'_f$	$c$
646	-0,102	0,29	-0,407	1116	-0,117	0,56	-0,583

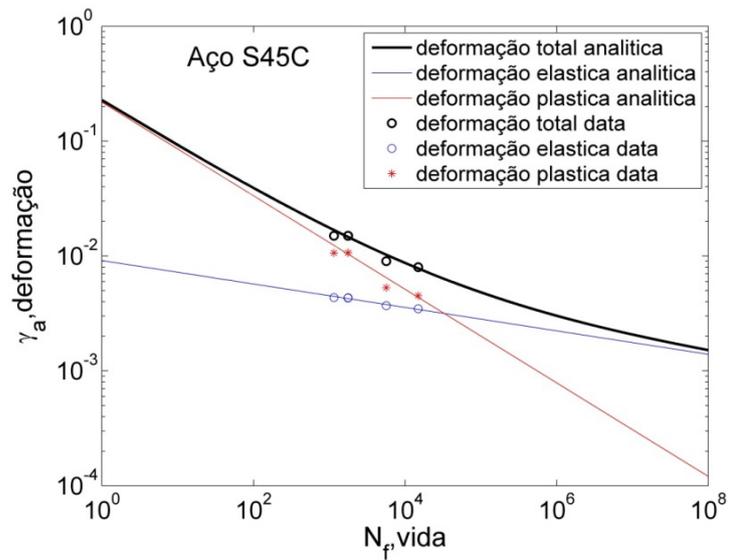


Figura 5.9 – Curvas deformação-vida do aço S45C sob carregamento torcional.

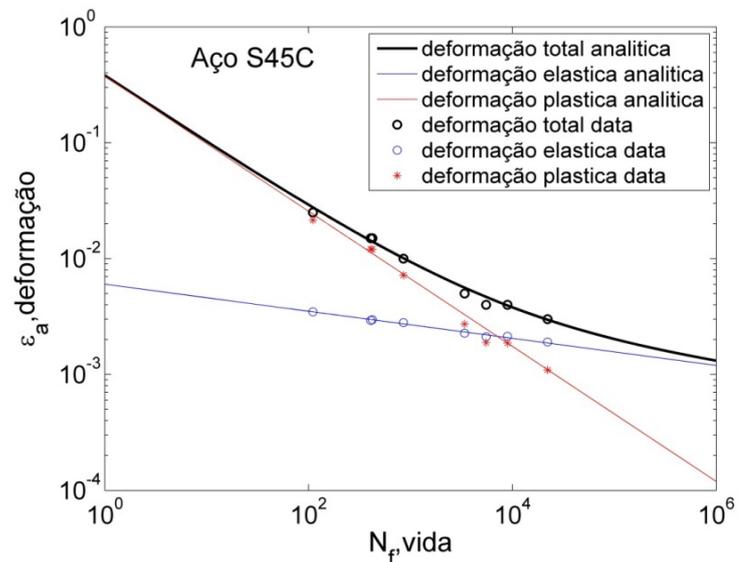


Figura 5.10 – Curvas deformação-vida do aço S45C sob carregamento uniaxial.

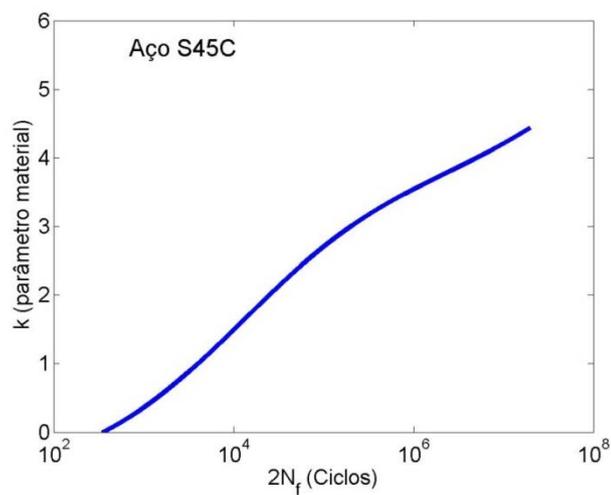


Figura 5.11 – Variação de  $k$  em função do número de ciclos para falha para o aço S45C.

Para o aço inoxidável 304, os parâmetros  $\tau'_f$ ,  $b_0$ ,  $\gamma'_f$  e  $c_0$  foram obtidos utilizando-se os oito dados de torção totalmente alternada reportados em (Kim, Lee e Park, 2000). Os parâmetros,  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  e  $c$  foram obtidos utilizando-se os seis primeiros dados de tração-compressão totalmente alternada reportados em (Kim, Lee e Park, 2000). O sétimo dado não foi utilizado pois o ensaio foi interrompido. Os parâmetros identificados encontram-se listados na Tabela 5.7, enquanto as Figs. 5.12 e 5.13 mostram as curvas deformação-vida uniaxial e torcional, respectivamente. A Figura 5.14 mostra a variação de  $k$  em função da vida, enquanto os valores de  $k$  estimados pelos procedimentos 2 e 3 foram  $k_{med} = 0,97$  e  $k_{mmc} = 0,9$ .

Tabela 5.7 – Propriedades cíclicas do aço inoxidável 304.

$\tau'_f$ (MPa)	$b_0$	$\gamma'_f$	$c_0$	$\sigma'_f$ (MPa)	$b$	$\varepsilon'_f$	$c$
1009	-0,125	0,23	-0,386	647	-0,056	0,10	-0,389

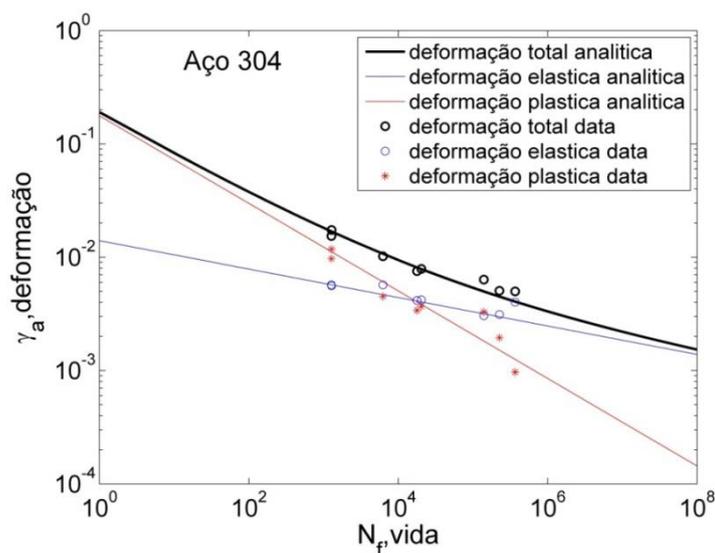


Figura 5.12 – Curvas deformação-vida do aço inoxidável 304 sob carregamento torcional.

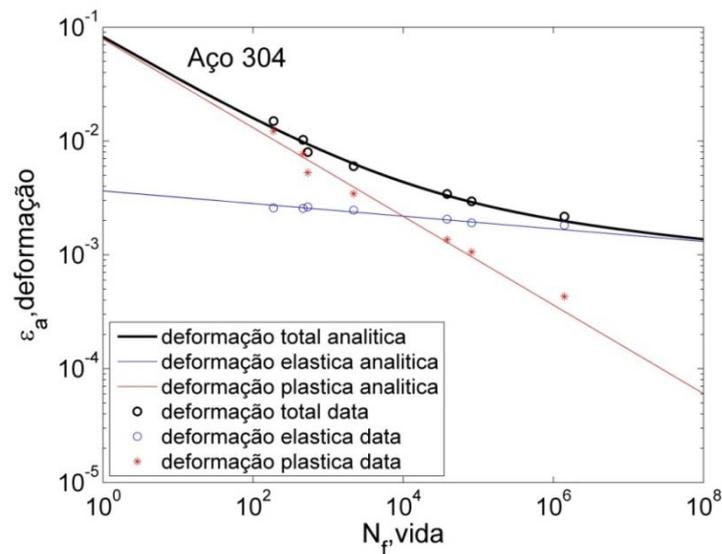


Figura 5.13 – Curvas deformação-vida do aço inoxidável 304 sob carregamento uniaxial.

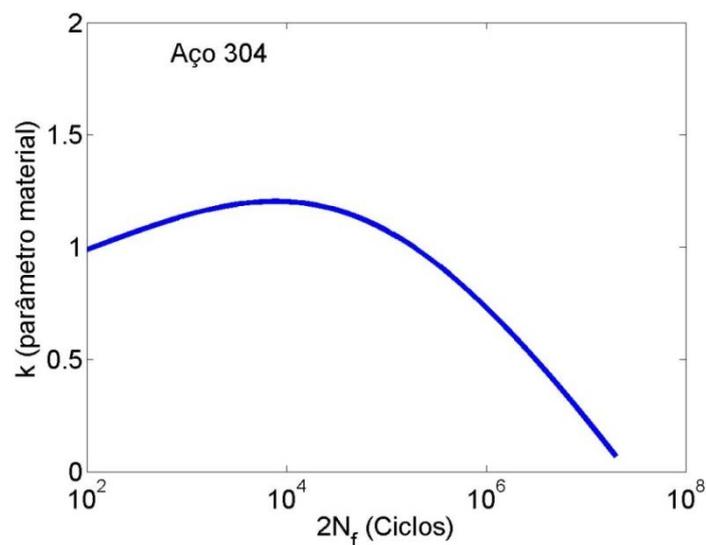


Figura 5.14 – Variação de  $k$  em função do número de ciclos para falha para o aço 304.

### 5.3 SIMULAÇÃO DA RESPOSTA TENSÃO-DEFORMAÇÃO VIA ELEMENTOS FINITOS

A simulação numérica dos ensaios de fadiga descritos na seção 5.1 foi feita com o programa de elementos finitos Abaqus, versão 6.10. O corpo de prova tubular foi modelado com um único elemento finito do tipo PIPE31. A escolha desse elemento tem a vantagem de propiciar uma simulação de um ensaio axial-torcional de forma fácil. PIPE31 é um elemento de viga de Timoshenko com seção transversal circular vazada. Esse elemento é formado por dois nós e um ponto de Gauss. Cada nó possui seis graus de liberdade (três deslocamentos e três rotações). Uma

descrição detalhada desse elemento é apresentada no manual do Abaqus. No modelo constitutivo do material, assumiu-se que o comportamento elástico é linear e isotrópico e o comportamento plástico obedece a lei de encruamento cinemático de Chaboche com 2 termos não-lineares e 1 termo linear. As condições de carregamento e de contorno foram aplicadas conforme descrito a seguir: Em um dos nós, as histórias do deslocamento axial e do ângulo de rotação foram prescritas de forma a reproduzir as deformações axial e cisalhante aplicadas em cada ensaio de fadiga. No outro nó, todos os deslocamentos e rotações foram prescritos com valores nulos. Exemplos das respostas tensão-deformação estabilizadas são apresentadas nas Figs. 5.15 a 5.17 para o aço S45C, e nas Figs. 5.18 a 5.20 para o aço inoxidável 304. As simulações foram realizadas aplicando-se cinco repetições do bloco de carregamento e extraindo as tensões e deformações correspondentes ao último bloco. Observou-se que após cinco repetições do bloco de carregamento os laços de histerese se confundem, ou seja, a resposta tensão-deformação do material já encontra-se estabilizada.

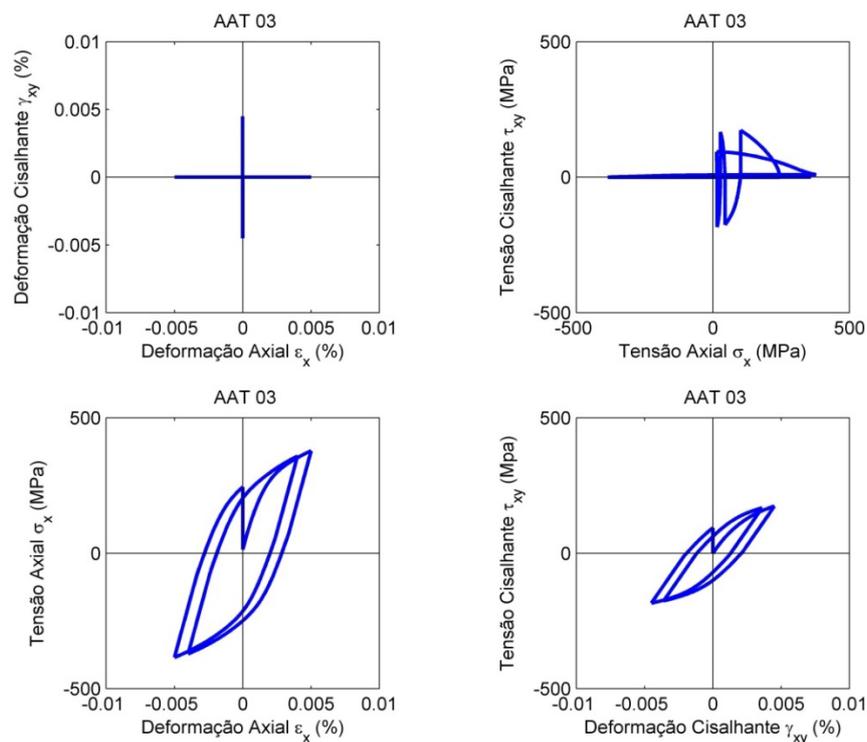


Figura 5.15 – Resposta tensão-deformação do aço S45C no ensaio AAT03.

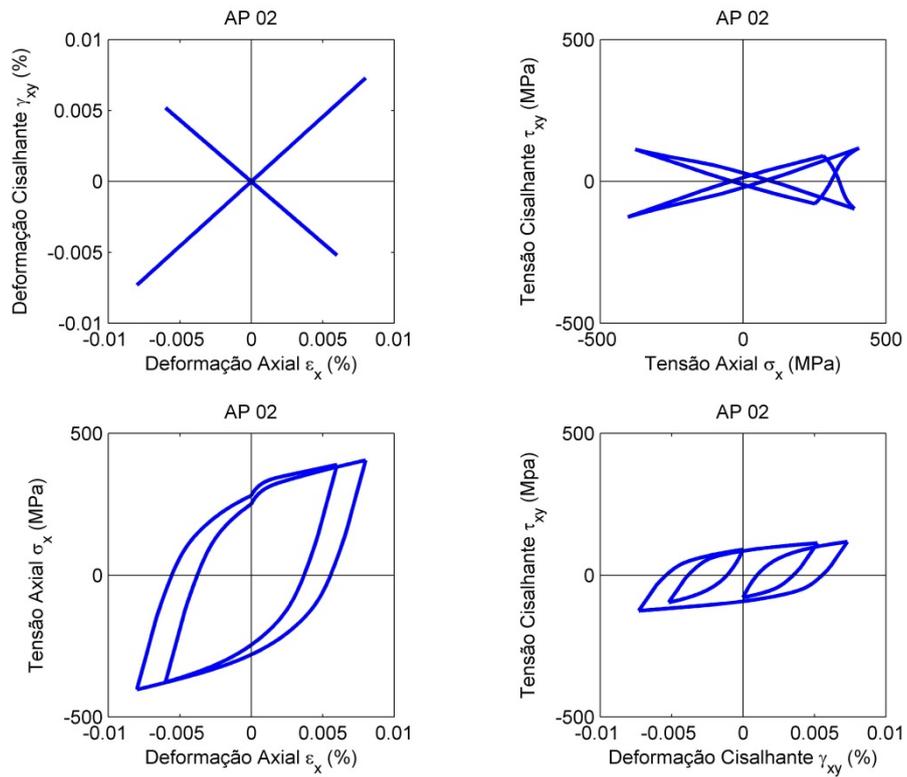


Figura 5.16 – Resposta tensão-deformação do aço S45C no ensaio AP02.

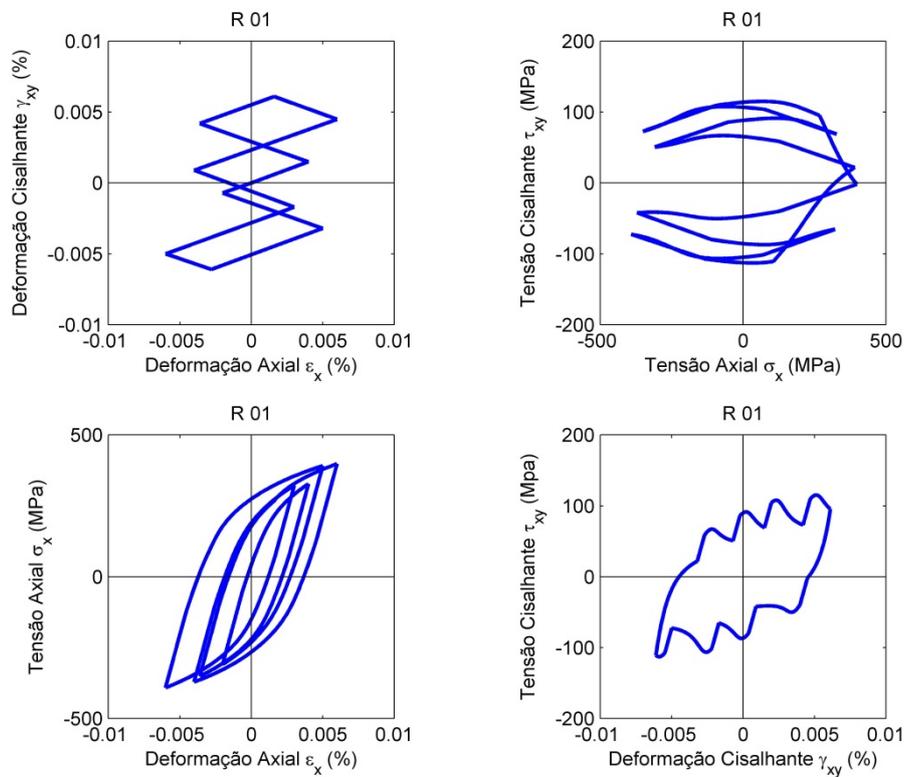


Figura 5.177 – Resposta tensão-deformação do aço S45C no ensaio R01.

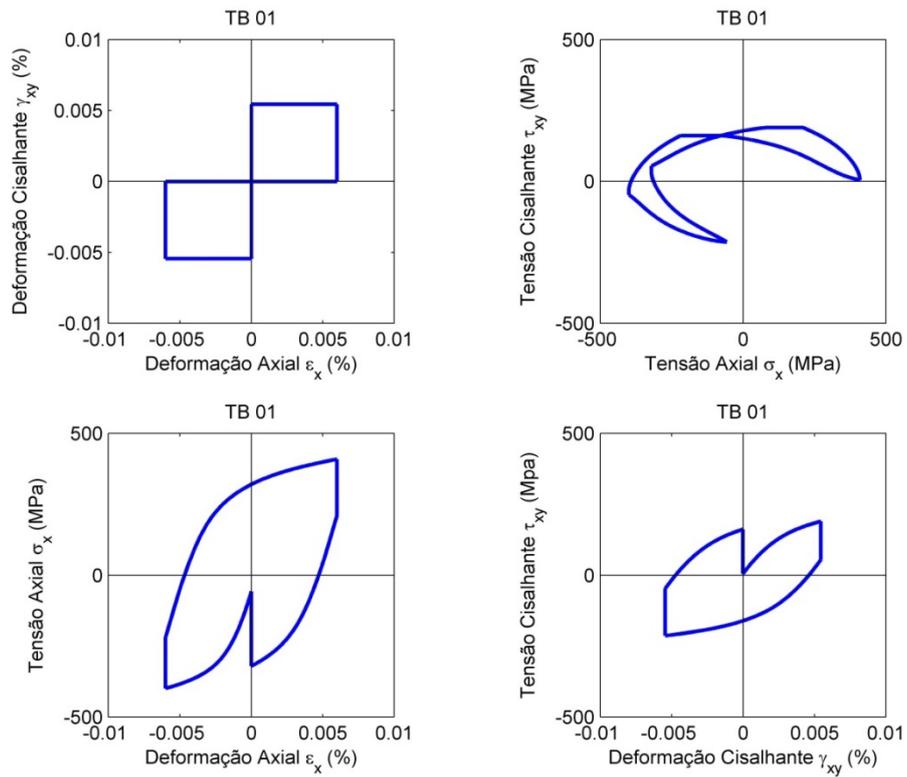


Figura 5.18 – Resposta tensão-deformação do aço inoxidável 304 no ensaio TB01.

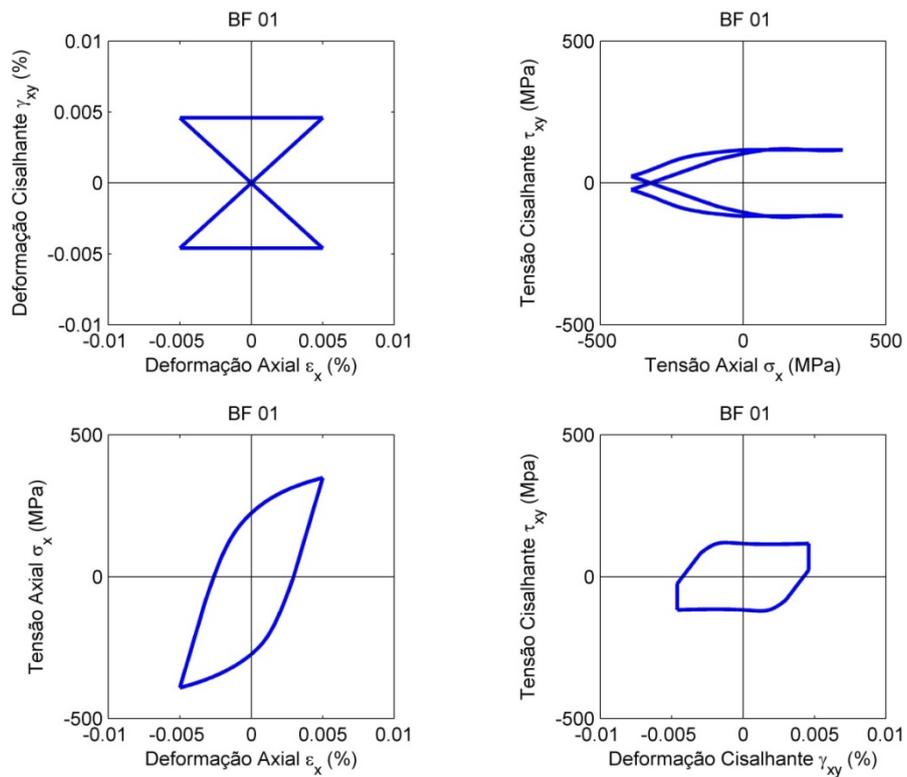


Figura 5.19 – Resposta tensão-deformação do aço inoxidável 304 no ensaio BF01.

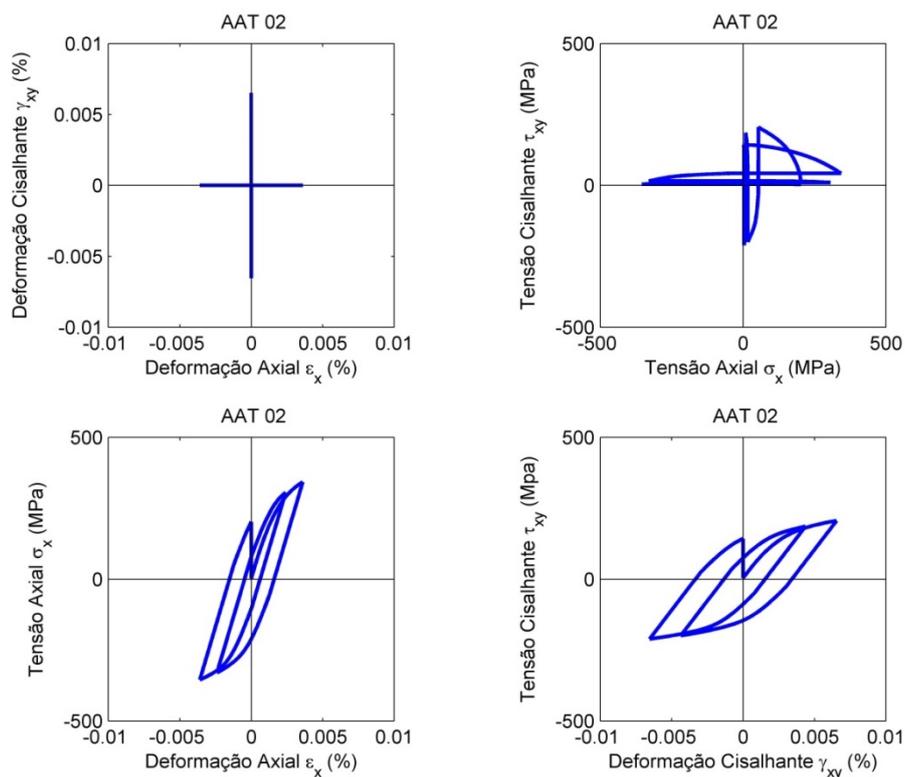


Figura 5.20 – Resposta tensão-deformação do aço inoxidável 304 no ensaio AAT02.

## 5.4 COMPARAÇÃO ENTRE VIDAS OBSERVADAS E ESTIMADAS

As estimativas de vida à fadiga foram feitas com um *script* escrito em MATLAB. Os dados de entrada do *script* foram: (i) as deformações prescritas em cada ensaio de fadiga, (ii) as tensões obtidas por meio das simulações por elementos finitos descritas na seção 5.3 e (iii) os parâmetros dos modelos de fadiga descritos na seção 5.2.

As vidas observadas e estimadas para o aço S45C e 304 são comparadas nas Figs. 5.21-5.28. As estimativas de vida foram feitas com o método de Bannantine-Socie. Para o cálculo do dano à fadiga foram empregados o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$ ,  $k_{med}$  e  $k_{mmc}$  e o modelo de Smith-Watson-Topper. A linha contínua inclinada corresponde a vidas estimadas iguais às observadas. As linhas pontilhadas delimitam uma banda de fator 2, ou seja, entre elas situam-se os resultados em que a vida estimada é até duas vezes menor ou até duas vezes maior do que a vida observada.

A partir dos resultados mostrados nas Figs. 5.21-5.24 para o aço S45C, observa-se que as estimativas de vida do método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$  situaram-se dentro de uma banda de fator 2 para todas as condições de carregamento investigadas. As estimativas de vida com o uso de  $k_{med}$ , para a maioria dos casos analisados, ficaram dentro de

uma banda de fator 3. Em contrapartida, as estimativas de vida com o uso do modelo de Fatemi-Socie com  $k_{mmc}$  não apresentaram uma correlação satisfatória com as vidas observadas em grande parte dos carregamentos investigados, enquanto as estimativas de vida com o uso do modelo de Smith-Watson-Topper não foram satisfatórias para os dados de torção sob carregamento de amplitude variável.

A partir dos resultados mostrados nas Figs. 5.25-5.28 para o aço inoxidável 304, observa-se que as estimativas de vida do método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$ ,  $k_{med}$  e  $k_{mmc}$  foram essencialmente idênticas e situaram-se dentro de uma banda de fator 2 para todas as condições de carregamento investigadas, com exceção de três ensaios de torção totalmente alternada. Em contrapartida, as estimativas de vida com o uso do modelo de Smith-Watson-Topper não foram satisfatórias para a maioria dos ensaios de torção sob carregamento totalmente alternado e sob carregamento de amplitude variável.

Para os dois aços investigados, as melhores correlações com os dados experimentais foram obtidas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$ . A maioria das estimativas de vida situaram-se dentro de uma banda de fator 2. As estimativas de vida que ficaram fora dessa banda foram conservadoras.

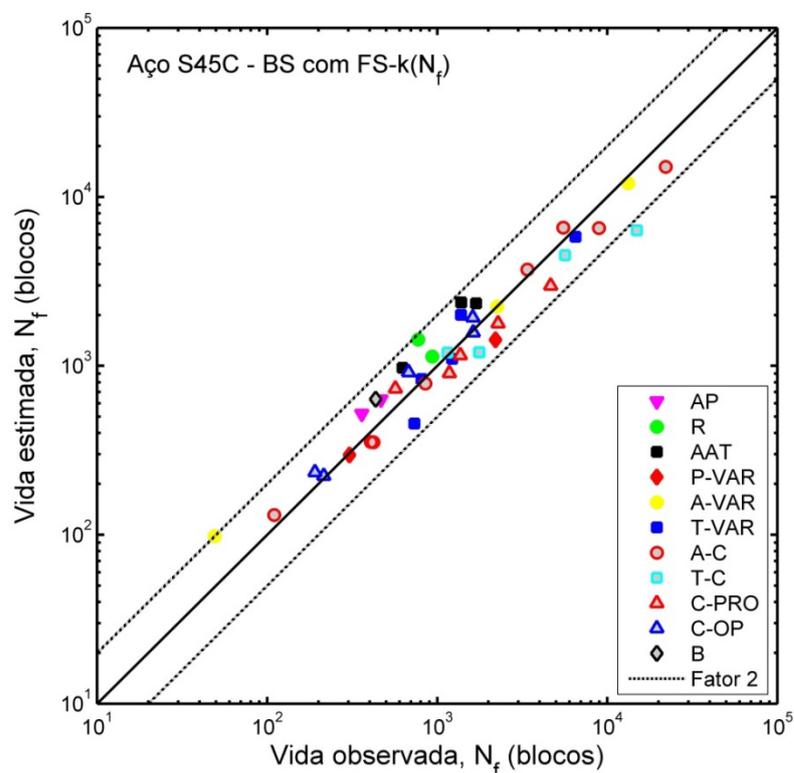


Figura 5.21 – Comparação entre vidas observadas e estimadas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$  para o aço S45C.

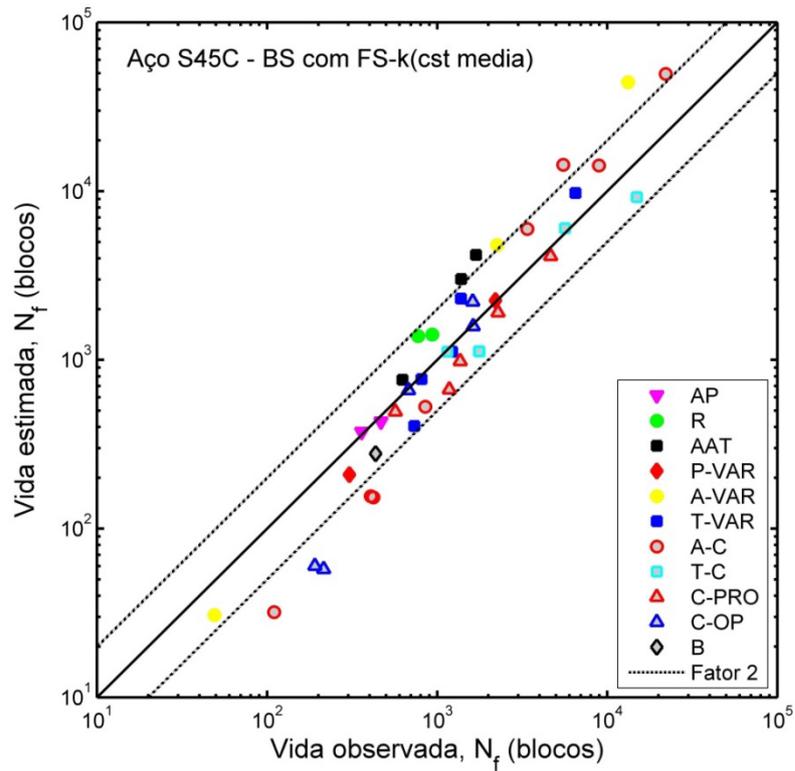


Figura 5.22 – Comparação entre vidas observadas e estimadas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k_{med}$  para o aço S45C.

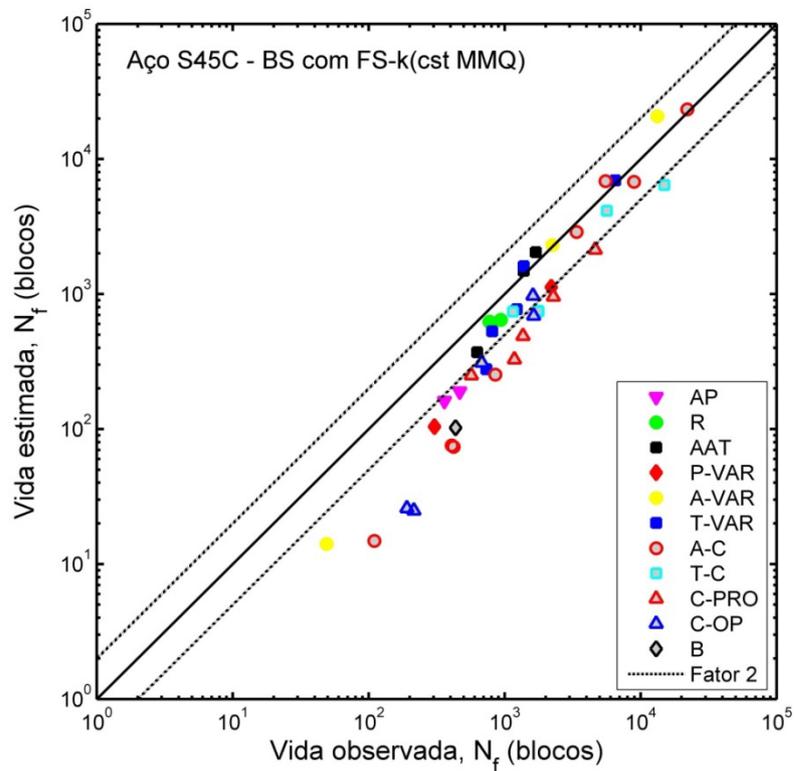


Figura 5.23 – Comparação entre vidas observadas e estimadas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k_{mmc}$  para o aço S45C.

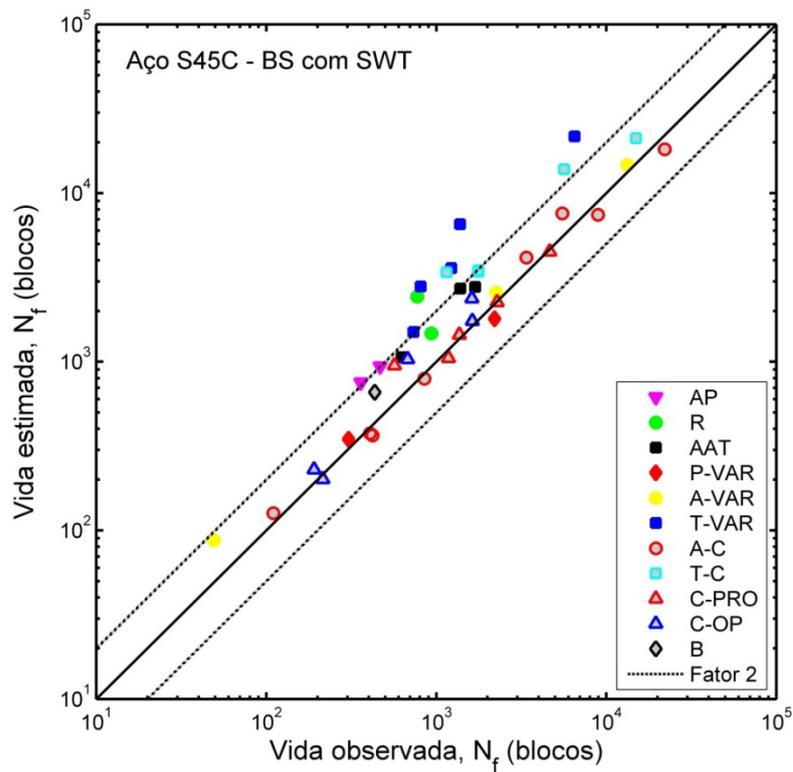


Figura 5.24 – Comparação entre vidas observadas e estimadas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Smith-Watson-Topper para o aço S45C.

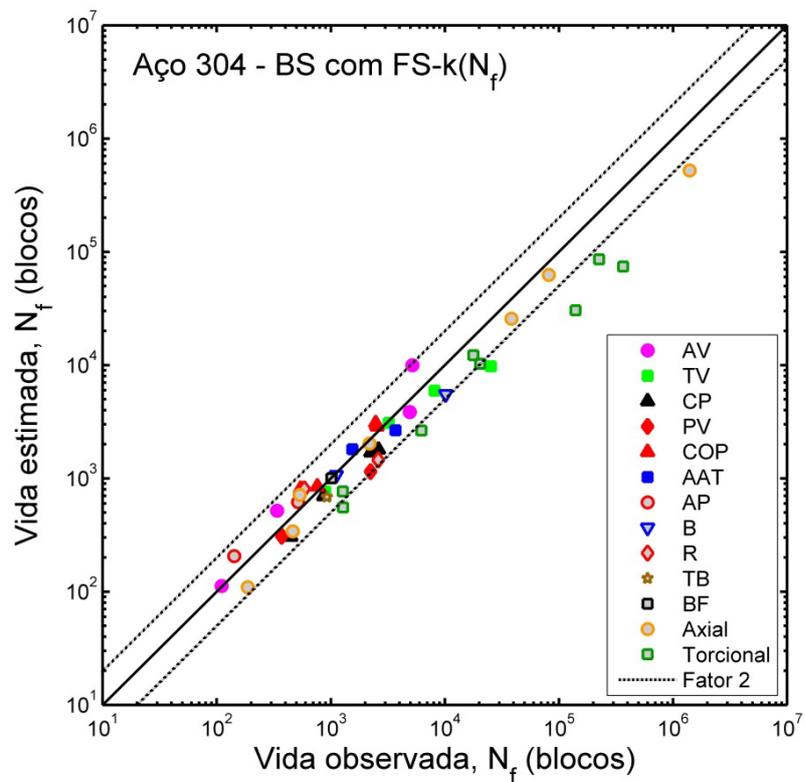


Figura 5.25 – Comparação entre vidas observadas e estimadas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$  para o aço 304.

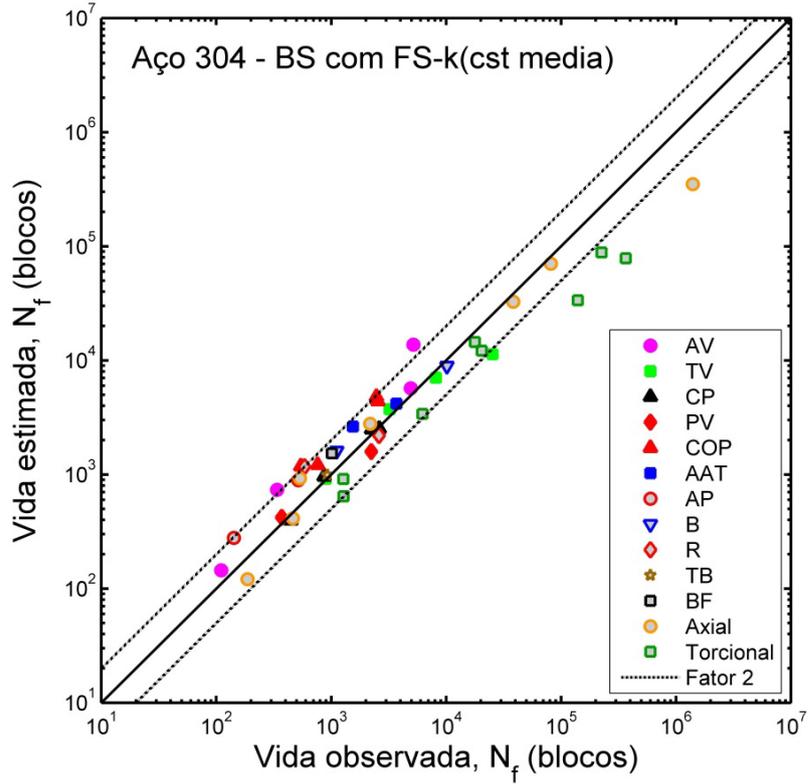


Figura 5.26 – Comparação entre vidas observadas e estimadas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k_{med}$  para o aço 304.

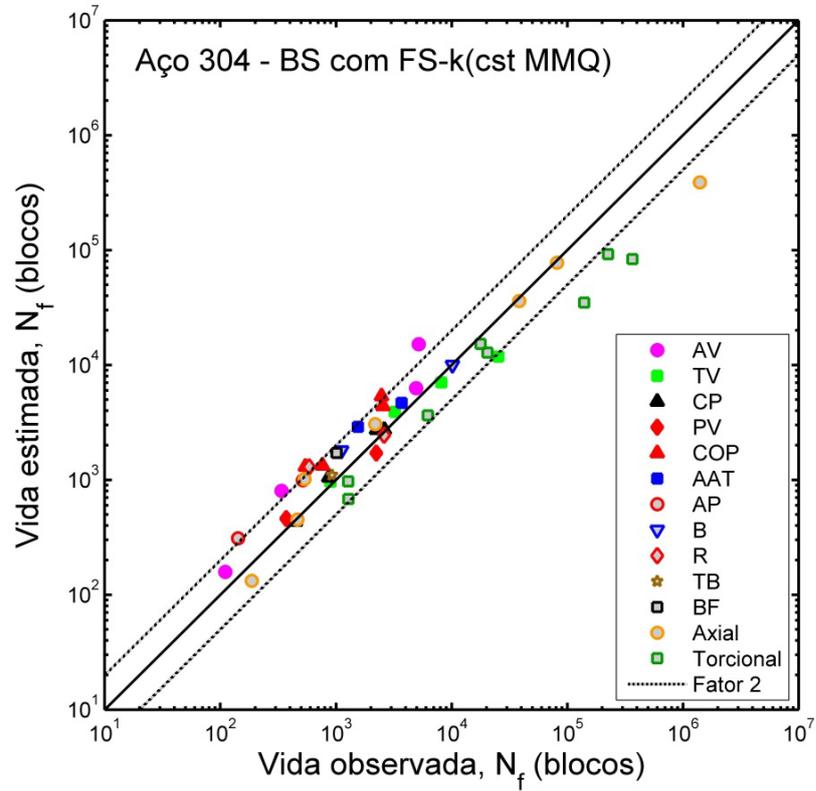


Figura 5.27 – Comparação entre vidas observadas e estimadas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k_{mmc}$  para o aço 304.

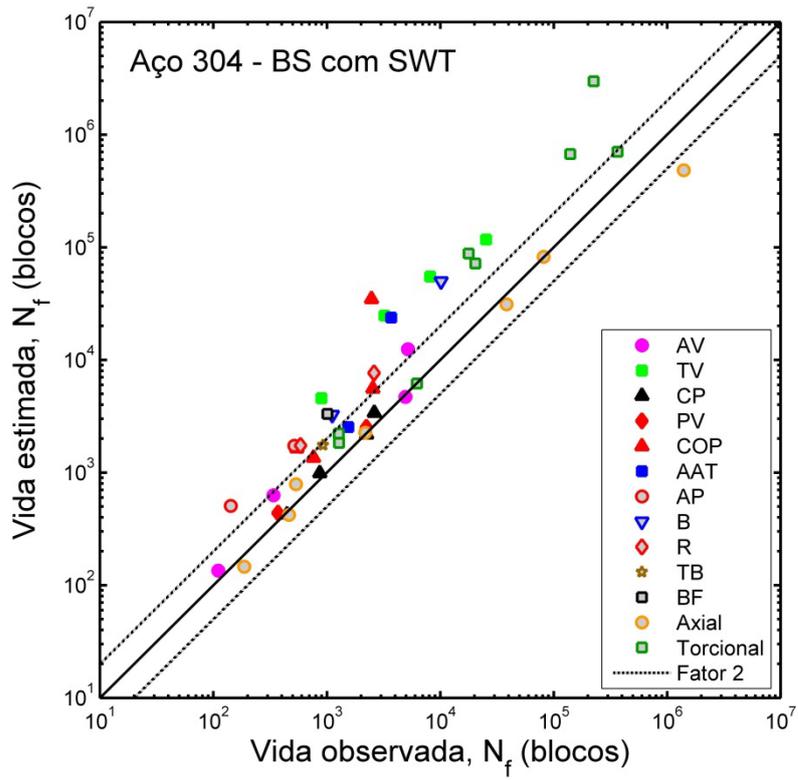


Figura 5.28 – Comparação entre vidas observadas e estimadas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Smith-Watson-Topper para o aço 304.

## 6 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi avaliar uma metodologia de estimativa de vida à fadiga, com particular atenção a carregamentos multiaxiais de amplitude variável. A metodologia emprega o modelo de encruamento cinemático de Chaboche para descrever o comportamento elasto-plástico do material. Para estimar a vida à fadiga, utiliza-se o método de Bannantine-Socie. A avaliação baseou-se na comparação entre as vidas observadas em ensaios de fadiga relatados na literatura, realizados em corpos de prova tubulares submetidos a carregamento axial-torcional de amplitude constante e variável, e as vidas estimadas pela metodologia. Os corpos de prova foram fabricados em aço S45C e aço inoxidável 304.

Com base nos resultados obtidos, conclui-se que:

- Para o aço S45C, as estimativas de vida do método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$  situaram-se dentro de uma banda de fator 2 para todas as condições de carregamento investigadas. As estimativas de vida com o uso de  $k_{med}$  ficaram, para a maioria dos casos analisados, dentro de uma banda de fator 3. As estimativas de vida com o uso do modelo de Fatemi-Socie com  $k_{mmc}$  não apresentaram uma correlação satisfatória com as vidas observadas em grande parte dos carregamentos investigados, enquanto as estimativas de vida com o uso do modelo de Smith-Watson-Topper não foram satisfatórias para os dados de torção sob carregamento de amplitude variável.
- Para o aço inoxidável 304, as estimativas de vida do método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$ ,  $k_{med}$  e  $k_{mmc}$  foram essencialmente idênticas e situaram-se dentro de uma banda de fator 2 para todas as condições de carregamento investigadas, com exceção de três ensaios de torção totalmente alternada. Em contrapartida, as estimativas de vida com o uso do modelo de Smith-Watson-Topper não foram satisfatórias para a maioria dos ensaios de torção sob carregamento totalmente alternado e sob carregamento de amplitude variável.
- Para os dois aços investigados, as melhores correlações com os dados experimentais foram obtidas pelo método de Bannantine-Socie usando o modelo de Fatemi-Socie com  $k(N_f)$ . A maioria das estimativas de vida situaram-se dentro de uma banda de fator 2. As estimativas de vida que ficaram fora dessa banda foram conservadoras.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abaqus 6.10 Documentation. Dassault Systèmes.

Albert, W.A.J, 1838. Über treibseile am Harz, Archive für Mineralogie Geognosie Bergbau und Hüttenkunde, vol. 10, p. 215-34.

Armstrong, P.J., Frederick, C.O., 1966. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. Report RD/B/N 731, Central Electricity Generating Board.

ASTM Standard E206-72, 1979. Definitions of terms relating to fatigue testing and the statistical analysis of fatigue data.

ASTM Standard E606, 1980. Standard test method for strain-controlled fatigue testing. ASTM International

ASTM Standard E1049, 1990. Standard practices for cycle counting in fatigue analysis. ASTM International.

Bannantine, J.A., 1989. A variable amplitude multiaxial fatigue life prediction method. Tese de Doutorado, University of Illinois, Urbana-Champaign.

Bannantine, J.A., Socie, D.F., 1991. A variable amplitude multiaxial fatigue life prediction method. In: Kussmaul K, McDiarmid D, Socie D, editors. ESIS10. London: Mechanical Engineering Publications, p. 35-51.

Basquin, O.H., 1910. The exponential law of endurance tests. Proc. ASTM, 10, 625-630.

Brown MW, Miller KJ, 1973. A theory for fatigue under multiaxial stress-strain conditions. Proc Inst Mech Eng., 187, 745-56.

Brown, M.W., Miller, K.J., 1982. Two decades of progress in the assessment of multiaxial low-cycle fatigue life. Low-cycle fatigue and life prediction, ASTM STP 770. In: Amzallag, C., Leis, B.N., Rabbe, P. (Eds.). American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, p. 482-499.

Chaboche, J.L., Dang Dan, K., Cordier, G., 1979. Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel. Trans. 5th Int. Conf. Structural Mech. Reactor Technol., Div. L, Berlin, L11/3.

Chaboche, J.L., 1989. Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity. Int. J. Plast. 2, 149-188.

Coffin Jr., L.F., 1954. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal. Transactions ASME, Vol. 76, p. 931-950.

Dowling, N.E., 2007. Mechanical behavior of materials: Engineering methods for deformation, fracture and fatigue, 3<sup>a</sup> ed, 715-723.

Dowling, N.E., 2009. Mean stress effects in strain-life fatigue. Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 32, 1004-1019.

Fatemi, A., Socie, D.F., 1988. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 11:149-65.

Jiang, Y., 1993. Cyclic plasticity with an emphasis on ratcheting. Tese de Doutorado, University of Illinois, Urbana-Champaign.

- Kim, K.S., Park, J.C., Lee, B.L., 1999. Shear strain based multiaxial fatigue parameters applied to variable amplitude loading. *Int. J. Fatigue* 21, 475-483.
- Kim, K.S., Park, J.C., Lee, B.L., 1999. Multiaxial under variable amplitude loads. *J. Eng. Mater. Technol.* 121, 286-293.
- Kim, K.S., Lee, B.L., e Park, J.C., 2000. Biaxial fatigue of stainless steel 304 under irregular loading. *Fatigue and Fracture Mechanics*, ASTM STP 1389, G.R. Halford e J.P. Gallagher, Eds., p. 79-93.
- Jiang, Y., 2000. A fatigue criterion for general multiaxial loading. *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 23, 19-32.
- Jiang, Y., Ott, W., Baum, C., Vormwald, M., Nowack, H., 2009. Fatigue life predictions by integrating EVICD fatigue damage model and an advanced cyclic plasticity theory. *Int. J. Plast.* 25, 780-801.
- Lee, Y-L, Barkey, M.E., Kang, H-T, 2012. *Metal fatigue analysis handbook: Practical problem-solving techniques for computer-aided engineering*. Butterworth-Heinemann.
- Leese, G.E., Morrow, J., 1985. Low cycle fatigue properties of a 1045 steel in torsion. *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853, K.J Miller e M.W. Brown, Eds., 482-496.
- Lemaitre, J., Chaboche, J-L., 1990. *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press.
- Manson, S.S., 1952. Behavior of materials under conditions of thermal stress. *Symposium on Heat Transfer*, University of Michigan, Junho 27-28.
- Mamiya, E.N., Castro, F.C., Malcher, L., Araújo, J.A., 2013. Multiaxial fatigue life estimation based on combined deviatoric strain amplitudes, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2013.11.002>, *Int. J. Fatigue*
- Matsuishi, M., Endo, T., 1968. Fatigue of metals subjected to varying stress. Apresentado à Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka, Japan.
- Meggiolaro, M.A., Castro, J.T.P., 2014. Prediction of non-proportionality factors of multiaxial histories using the Moment Of Inertia method, *Int. J. Fatigue* 61, 151-159.
- Miner, M.A., 1945. Cumulative damage in fatigue. *J. Appl. Mech. - Trans. ASME* 67, A159-A164.
- Morrow, J., 1965. Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals, ASTM STP 378, ASTM, West Conshohocken, PA, p. 45.
- Morrow, J., 1968. Fatigue design handbook, *Advances in Engineering*, SAE, Warrendale, PA, 4, 21-29.
- Neuber, H., 1937. *Theory of notch stresses: Principles for exact stress calculation*, Julius Spring, Berlin (traduzido e publicado por J.W. Edwards, Ann Arbor, MI, 1946).
- Ohno, N., Wang, J.D., 1993. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, Part I: formulation and basic features for ratcheting behavior, *Int. J. Plast.* 9, 375-390.
- Palmgren, A., 1924. Die lebensdauer von kugellagern. *Zeitschrift des Vereinesdeutscher Ingenieure*, 68(14), 339-341.
- Peterson, R.E., 1959. Notch sensitivity. Em: *Metal fatigue*, editado por G. Sines e J. L. Waisman, McGraw-Hill, New York, 293-306.
- Prager, W., 1949. Recent developments in the mathematical theory of plasticity. *J. Appl. Phys.* 20 (3), 235-241.

- Ramberg, W., Osgood, W.R., 1943. Description of stress-strain curves by three parameters. NACA Tech. Note No. 902.
- Shamsaei, N., 2010. Multiaxial fatigue and deformation including non-proportional hardening and variable amplitude loading effects. Tese de Doutorado, The University of Toledo.
- Socie, D., 1993. Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment. *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, D.L. McDowell e R. Ellis, Eds., 7-36.
- Socie, D.F. Marquis, G.B., 2000. *Multiaxial fatigue*, SAE International, Warrendale, PA, ISBN 0-7680-0453-5.
- Stephens, R.I., Fatemi, A., Stephens, R.R., Fuchs, H.O., 2001. *Metal Fatigue in Engineering*, Wiley Inter-Science, Second Edition.
- Smith, K.N., Watson, P., Topper, T.H., 1970. A stress-strain function for the fatigue of metals, *Journal of Materials* 5(4), 767-778.
- Socie, D.F., 1987. Multiaxial fatigue damage models. *J. Eng. Mater. Technol.* 109, 293-298.
- Susmel L., 2009. *Multiaxial notch fatigue: from nominal to local stress/strain quantities*. CRC Press.
- Wang, C.H., Brown, M.W., 1993. A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 16,1285-98.
- Wang, C. H., Brown, M. W., 1996. Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue - Part 1: Theories. *J. Eng. Mater. Technol.* 118, 367-370.