UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

ESTRATÉGIAS DE ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ATIVIDADES LÚDICAS DE TRIGONOMETRIA CONTEXTUALIZADOS

MARIA DALVIRENE BRAGA

BRASÍLIA

2014

MARIA DALVIRENE BRAGA

MATRÍCULA - 12/0054795

ESTRATÉGIAS DE ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ATIVIDADES LÚDICAS DE TRIGONOMETRIA CONTEXTUALIZADOS

Dissertação apresentada à Comissão Examinadora do Curso de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação, sob a orientação do Professor Doutor Antônio Villar Marques de Sá.

Área de Concentração: Ensino das Ciências e Matemática

BRASÍLIA

2014

ESTRATÉGIAS DE ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ATIVIDADES LÚDICAS DE TRIGONOMETRIA CONTEXTUALIZADOS

MARIA DALVIRENE BRAGA

MATRÍCULA - 12/0054795

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Antônio Villar Marques de Sá
Universidade de Brasília – Faculdade de Educação

Membro: Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo
Universidade de Brasília – Faculdade de Educação

Membro: Profa. Dra. Katia Cristina Stocco Smole
Universidade de Franca – Faculdade de Educação

Suplente: Profa. Dra. Teresa Cristina Siqueira Cerqueira
Universidade de Brasília – Faculdade de Educação

BRASÍLIA, 14 de março de 2014

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho

ao meu esposo, Joselito, grande companheiro, e

aos nossos queridos filhos Lorena, Caio, Letícia e Ivo.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me conduziu durante todo o percurso dessa etapa de minha vida, onde encontrei algumas dificuldades e muitas vitórias.

Aos meus pais, Antonio e Valda, pelo exemplo de trabalho e determinação, por sempre acreditarem em mim e colaborarem para que meus sonhos se tornem realidade.

Ao meu esposo Joselito, companheiro e amigo, pelo apoio, paciência, compreensão e contribuições ao meu trabalho.

Aos meus filhos, Lorena, Letícia, Caio e Ivo, que souberam compreender minha ausência em alguns momentos e sempre me incentivaram.

Aos professores do programa de pós-graduação em Educação, pela aprendizagem e acolhimento durante este primeiro ano de mestrado.

Aos professores doutores: Cleyton Hércules Gontijo, Kátia Cristina Stocco Smole e Teresa Cristina Siqueira Cerqueira pelas contribuições dadas ao meu trabalho e por aceitarem o convite de participar de minha banca examinadora.

Ao meu orientador, Antônio Villar Marques de Sá, por me aceitar como orientanda, pelas orientações, atenção, gentileza, disponibilidade, oportunidades oferecidas, pela parceria e pela competência em relação aos rumos deste trabalho.

Aos colegas da turma de mestrado, que compartilham comigo os momentos de aprendizagerm, de alegrias e também de dificuldades e pela convivência produtiva.

Aos meus alunos do ensino médio que me incentivam a cada dia continuar estudando e pesquisando sobre educação.

A todos os amigos e familiares que incentivaram, apoiaram, consolaram e comemoram comigo dois anos de caminhada.

Ao diretor do Centro de Ensino Médio, professor Wilson, e ao professor Bonifácio, pela parceria e confiança depositada na viabilização do meu projeto de pesquisa.

Por fim, agradeço aos alunos que participaram deste estudo, pela valiosa colaboração que prestaram ao responder os instrumentos da pesquisa.

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de problemas. Este pode ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

(POLYA, 1944/1978, p. v).

RESUMO

O presente trabalho aborda a temática da contextualização no ensino médio brasileiro, destacando as contribuições de metodologias relacionadas à ludicidade e à resolução de problemas no campo da Educação Matemática. São discutidas abordagens da aprendizagem lúdica e da resolução de problemas no ensino da Matemática. Esta proposta foi analisada tomando como base uma pesquisa qualitativa realizada em uma escola pública em Ceilândia, Distrito Federal, que visou provocar uma mudança de atitude frente à aprendizagem lúdica da Matemática, desenvolver o interesse pelo uso de maneiras diversas de se resolver problemas contextualizados, e, enfim, ampliar o sentimento de autoconfiança em relação à própria capacidade dos estudantes em construir conhecimentos matemáticos. O objetivo geral dessa pesquisa foi investigar os desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aula com alunos do 2º ano do ensino médio. Os objetivos específicos foram: a) Analisar as estratégias que os alunos do 2º ano de ensino médio estão utilizando na elaboração de resoluções para problemas de trigonometria contextualizados e/ou atividades lúdicas e; b) Analisar as impressões (reações) de alunos do ensino médio a atividades lúdicas e resolução de problemas em aulas de Matemática. Para atingir esses objetivos, desenvolvemos esta pesquisa em uma turma entre abril de 2012 e setembro de 2013. O estudo foi realizado a partir de coleta de dados, por meio de entrevistas semiestruturadas, de observação participante, de diário de campo e da análise de produções dos alunos. Os resultados mostram que ainda existe um longo caminho a percorrer até que se consiga trabalhar a resolução de problemas contextualizados e as atividades lúdicas como metodologia. São necessárias novas pesquisas com esta temática que, quando aplicada, poderá trazer bons resultados no processo de aprendizagem dos estudantes.

Palavras-chave: Educação matemática. Ensino da matemática. Contextualização. Ludicidade. Resolução de problemas. Ensino médio.

ABSTRACT

This paper approaches the subject of contextualization at Brazilian high School, highlighting the contributions of methodologies about the playfulness and problem solving in mathematics education. Playful approaches to learning and problem solving are discussed in mathematics teaching. This proposal was examined through a qualitative research developed in a public school in Ceilândia, Federal District, which aimed to elicit a change of attitude towards playful learning of mathematics. Then, it sets up the interest in the use of different ways for solving problems in context, and finally, it expands the sense of self related to students' own ability to construct mathematical knowledge. The overall objective of this research was to investigate the challenges and possibilities of using the methodology of problem solving and contextualized playful activities in the classroom with students from 2nd grade of High school. The specific goals were aimed at: a) examine the strategies which the students from 2nd grade of high school are using in drafting resolutions to contextualized problems of trigonometry and or playful activities e; b) Analyze the impressions (reactions) of High school students to playful activities and problem solving into mathematics classes. In order to achieve these goals, we have developed this research between April 2012 and September 2013. The study was managed from data collection through semi-structured interviews, participant observation, field diary and analysis of students' productions. The results display that there is still a long journey to reach until the moment it is possible to work contextualized problem solving and playful activities as methodology. It is necessary to have further research on this theme. Thus, if it starts working, it might bring significant result into the student learning process.

Keywords: Mathematics education. Teaching of mathematics. Contextualization. Playfulness. Mathematical problem solving. High school.

LISTA DE FIGURAS

LISTAS DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

Enem Exame Nacional do Ensino Médio

Ideb Índice de Desenvolvimento do Ensino Básico

Ifes Instituições Federais de Ensino Superior

Inep Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas

MEC Ministérios de Educação

PAS Programa de Avaliação Seriada

PCN Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio

Saeb Sistema de Avaliação da Educação Base Básica

TIC Tecnologias de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

Figura1 – Depoimentos de alunas e professora

Professora não é nada contra a senhora, mas odeio Matemática. (Aluna da 8ª série de uma escola pública do DF, 16 anos, 1990). *Eu nunca tinha estudado geometria.* (Aluna do 1º magistério, Escola Normal de Ceilândia-DF, 1992). *Não conhecia esta forma de ensinar áreas e volumes.* (Professora de matemática ensino médio de uma escola pública do DF, 1992).

Fonte: Braga (2009, p. 12).

APRESENTAÇÃO

> Ao longo da existência de cada um de nós pode-se aprender Matemática, mas não se pode perder o conhecimento de si próprio e criar barreiras entre indivíduos e os outros, entre indivíduos e sociedade, e gerar hábitos de desconfiança do outro, de descrença na sociedade, de desrespeito e de ignorância pela humanidade que é uma só, pela natureza que é comum a todos e pelo universo como um todo.

(D'AMBROSIO, 2007, p. 13)

Quase já se tornou senso comum a existência de uma grande preocupação com a melhoria do ensino da Matemática. Na maioria das escolas, o trabalho pedagógico com a Matemática tem sido marcado pela fragmentação, descontextualização e o ensino mecânico. Essa realidade tem gerado desinteresse e indiferença em relação a este componente curricular, produzindo ao longo da história escolar dos alunos um sentimento de fracasso e incapacidade para compreender e resolver problemas matemáticos e dificultando a relação professor-aluno, aluno-aluno e aluno-professor (BRAGA, 2009; GONTIJO, 2006).

Dá-se muita ênfase à transmissão de conteúdos e às avaliações pontuais e sem nenhum significado para a atividade matemática propriamente dita. Pouco se sabe das motivações, interesses e demandas dos alunos, principalmente dos adolescentes, para aprendê-la.

Os sentimentos gerados nos alunos têm sido disseminados, constituindo-se representações negativas acerca da Matemática, sendo tratada como difícil, impossível de aprender, "bicho-papão", ou ainda, que é somente para gênios (MARTINS, 1999; SANTOS; DINIZ, 2004; SILVEIRA, 2002).

Esta realidade pode ser constatada por meio dos baixos índices de proficiência nesta área do conhecimento, expressos em testes oficiais como o Sistema de Avaliação da Educação Básica – Saeb/Prova Brasil e notas do Exame Nacional do Ensino Médio – Enem.

A Prova Brasil é aplicada a cada dois anos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, autarquia vinculada ao Ministério de Educação do Brasil – MEC, que avalia competência em Língua Portuguesa e Matemática com alunos de 5º e 9º anos do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio. Já o Enem, é aplicado pelo mesmo instituto anualmente e avalia competências nas quatro áreas de conhecimento: Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias; Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; e Matemática e suas Tecnologias, para egressos e estudantes do 3º ano do ensino médio.

Juntamente com a criação da Prova Brasil, foi instituído o Ideb – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica –, criado pelo Inep em 2007 e representa a iniciativa pioneira de reunir, num só indicador, dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: fluxo escolar e médias de desempenho nas avaliações. Ele agrega ao enfoque pedagógico dos resultados das avaliações em larga escala do Instituto, a possibilidade de resultados sintéticos, facilmente assimiláveis, e que permitem traçar metas de qualidade educacional para os sistemas. O indicador é calculado a partir dos dados sobre aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, e médias de desempenho nas avaliações do Inep, o Saeb – para as unidades da federação e para o País, e a Prova Brasil – para os municípios[1].

Dados do Ideb 2009-2011

Os números recentes apontam que, nos últimos anos, houve avanços na qualidade da educação nos primeiros anos do ensino fundamental. No entanto, o desempenho dos alunos nas séries seguintes da educação básica não está acompanhando essa melhora. Enquanto no fim do 5° ano do ensino fundamental a taxa de alunos com aprendizado considerado suficiente em Português é de 40% e em Matemática é de 36,3%, no fim do ensino fundamental (9º ano) o percentual cai para 27% em Português e 16,9% em Matemática (MAIA, 2013).

No que se refere ao ensino médio, a cada dez alunos, apenas um concluiu o terceiro ano com conhecimento considerado adequado em Matemática em 2011. Os dados são parte do relatório anual “De olho nas Metas” feito pelo movimento Todos Pela Educação. A análise de dados oficiais mostra que o ensino médio continua sendo o grande gargalo da educação brasileira.

O ensino médio foi a única etapa a regredir em relação à prova anterior, o índice de alunos com desempenho satisfatório em Matemática era de 11% em 2009 e ficou em 10,3% em 2011. O relatório usou dados da Prova Brasil.

Vejamos no quadro a seguir dados que comprovam esta realidade em todo o ensino básico:

[1] Para mais detalhes sobre a definição e construção do Ideb, consultar a publicação Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), na Série Documental – Texto para Discussão nº 26, disponível em: <www.inep.gov.br>.

Figura 2 – Índice de alunos com desempenho satisfatório em Matemática de 2009 a 2011

UMA CONTA QUE NÃO FECHA

Números expõem o fracasso do país no cumprimento das metas estipuladas para este ano para o ensino da Matemática no ensino fundamental e no ensino médio, em especial nas escolas públicas.

Percentual de alunos que superam os níveis adequados de aprendizado para cada série estipulados pelo movimento "Todos Pela Educação" com base na escala Sistema de Avaliação da

Fonte: DAUDÉN, 2013.

Enem – Exame Nacional de Ensino Médio

Em relação à prova do Enem (BRASIL, 2013), sabemos que:

> A prova foi criada em 1998, sendo usada inicialmente para avaliar a qualidade da educação nacional.
>
> Teve sua segunda versão iniciada em 2009 (Novo Enem). Passou a ser utilizado também como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior. Foram implementadas mudanças no Exame que contribuem para a democratização das oportunidades de acesso às vagas oferecidas por Instituições Federais de Ensino Superior (IFES), para a mobilidade acadêmica e para induzir a reestruturação dos currículos do ensino médio.
>
> Respeitando a autonomia das universidades, a utilização dos resultados do Enem para acesso ao ensino superior pode ocorrer como fase única de seleção ou combinado com seus processos seletivos próprios.

Dados do Enem 2009-2012

No Enem 2009, a escala de proficiência para a prova de ciências da natureza ficou entre 263,3 e 903,2. Isso significa que essas foram, respectivamente, a menor e a maior nota alcançada pelos participantes. Na prova ciências humanas, as notas variaram entre 300 e 887. Em linguagens, a menor nota observada foi 224,3 e a maior, 835,6. No caso de Matemática, as notas foram de 345,9 a 985,1.

Podemos perceber que a Matemática se destaca com a maior nota, de 985,1 e a sua menor nota, 345,9, ainda é a mais alta quando comparada com as outras áreas, indicando a segunda maior variação desempenho dos alunos.

Na escala construída para o Enem, a nota 500 representa a média obtida pelos concluintes do ensino médio que realizaram a prova. Portanto, quanto mais distante de 500 for a nota do estudante para cima, maior o desempenho obtido em relação à média dos participantes. Mesmo raciocínio vale para desempenho menor que 500.

Considerando as variáveis desempenho e participação, o Inep divulga as médias do Enem 2009 a partir da distribuição dos participantes por faixas de desempenho, e, apesar de a área da Matemática apresentar a maior nota, a participação acima de 900 pontos não chega a 0,1%. A maior parte dos participantes obteve desempenho entre 400 e 500 pontos na área de "Matemática e suas Tecnologias", ou seja, 43,4% dos alunos estiveram abaixo da média de 500, demonstrando baixo desempenho dos alunos brasileiros na área de Matemática. No exame de 2010, a área de "Matemática e suas Tecnologias" novamente registra o maior desempenho, e também mantém a maior nota entre as menores notas observadas. As notas em ciências humanas variaram entre 265,1 e 883,7. Na prova de ciências da natureza, a nota máxima foi 883,7 e a mínima 297,3. Em linguagens, a variação foi entre 254,0 e 810,0. Em Matemática, a pontuação mínima foi 313,4 e a máxima 973,2.

Em 2011 as notas dos candidatos em ciências humanas variaram entre 252,6 e 793,1 pontos. Na prova de ciências da natureza, a nota máxima foi 867,2 e a mínima 265. Em Matemática, a pontuação mínima foi 321,6 e a máxima 953. Em linguagens, a nota mais alta foi 795,5 pontos e a menor 301,2 pontos.

O Enem de 2012 mostrou que as notas dos candidatos em ciências humanas variaram entre 295,6 (mínima) e 874,9 (máxima) pontos. Na prova de ciências da natureza entre 303,1 e 864,9. Em linguagens, a pontuação mínima foi 295,2 e a máxima 817,9. Em Matemática, a pontuação mínima foi 277,2 e a máxima 955,2.

O Inep divulgou que, em Matemática, 99,3% dos participantes tiraram menos de 800 pontos. Uma única pessoa atingiu a nota de 985,1. Em ciências da natureza, 99,8% ficaram abaixo de 800 pontos. Em ciências humanas, 99,9%. Já em linguagens, 97,9% dos participantes ficaram abaixo de 700 pontos.

Comparando o desempenho em Matemática de 2009 a 2012, o quadro abaixo nos mostra que em 2012 obtivemos o pior resultado.

Quadro 1 – Notas do e do Enem em Matemática de 2009-2012

ÁREA DE CONHECIMENTO	NOTA	2009	2010	2011	2012
Matemática e suas Tecnologias	Menor nota observada	345,9	313,3	321,6	277,2
	Maior nota observada	985,1	973,2	953	955,2

Fonte: BRASIL, 2013.

Apesar das limitações das avaliações, que utilizam apenas dois fatores de qualidade avaliativos (fluxo e desempenho) e contemplam apenas as dimensões de leitura e Matemática – e sabendo que estes não são suficientes para compreender a amplitude e a complexidade da realidade da escola –, não podemos desconsiderar o que os dados dessas avaliações que privilegiam a resolução de problemas nos apresentam.

Tais informações revelam que existe uma limitação no que se refere ao domínio de conteúdos que há tempos preocupam os pesquisadores e professores da área. Quanto a essa limitação relacionada à disciplina, Micotti (1999, p. 154) acena:

> A aplicação dos aprendizados em contextos diferentes daquele em que foram adquiridos exige mais que a simples decoração ou a solução mecânica dos exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração. Essas capacidades são necessárias em todas as áreas de estudo, mas a falta delas, em matemática, chama a atenção.

Aprender e ensinar Matemática desafia o educador a construir uma prática pedagógica que muitas vezes não vivenciou. É importante que ele possa perceber os alunos como pessoas que precisam aprender a disciplina a partir da realidade em que vivem, dos saberes cotidianos e culturais: esta é a chamada etnomatemática (D'AMBROSIO, 1986).

Na tentativa de fazer diferente, por acreditar que ensinar Matemática vai além do exposto acima, é papel do educador contribuir para a formação plena de um cidadão com condições de "incorporar uma gama de conhecimentos essenciais em sua atuação futura no meio social" (BIEMBENGUT; BASSANEZI, 1989, p. 1). Houve várias iniciativas, durante minha atuação docente, de viabilizar propostas que possibilitassem aprendizagens mais significativas. Durante os últimos anos propus projetos tais como (BRAGA, 2009, p. 11):

> Construindo brinquedos com base no estudo da geometria (ponto, reta, plano, ângulos, áreas, sólidos, [...]); novos leitores e escritores da matemática (trabalho realizado a partir da leitura, interpretação, compreensão e resolução de problemas de livros que falam da história da matemática e paradidáticos); cantando com as frações (realizado a partir do estudo das frações relacionando-o com a música); vivenciando a Matemática (proposta de

vivências com normalistas através da abordagem psicodramática[2]); montando o laboratório de matemática; promovendo a construção de hortas na escola e na comunidade; conhecendo o mundo através das maquetes.

Por meio da realização desses projetos, tentei transformar a rotina dos estudantes e das escolas em que trabalhei ao mesmo tempo em que transformava a minha própria prática pedagógica. Dos registros que guardo desses projetos, alguns depoimentos e comentários me fazem acreditar que valeu a pena trilhar por esse caminho, mas ainda há muito que fazer (BRAGA, 2009, p. 12):

> Professora, não é nada contra a senhora, mas odeio Matemática (aluna da 8ª série, 16 anos, 1990);
>
> Eu nunca tinha estudado geometria (aluna do 1º magistério, 1992);
>
> Não conhecia esta forma de ensinar áreas e volumes (professora de Matemática do ensino médio, 1992);
>
> Você é maluca, como tem coragem de sair com estes alunos para ficar fora da escola (professora de ensino médio de escola pública da periferia, 1995-1996);
>
> Professora, posso resolver as operações sem fazer mmc? (alunos durante o projeto com frações, 2006);
>
> Muito cuidado, não deixe estes alunos sozinhos quando estiverem utilizando o martelo (diretor de escola de ensino médio, durante o projeto de construção de brinquedos, 2006);
>
> Posso conversar com a senhora? Não estou conseguindo resolver as situações-problema porque não sei tabuada e tenho vergonha de falar (aluno da 7ª série, 17 anos, 2005);
>
> Você vai ser uma eterna normalista (colega de área ao me ver planejando as aulas durante o projeto cantando com as frações, 2006);
>
> Nunca vou esquecer de nossas vivências, espero poder colocá-las em prática com meus futuros alunos (aluna do magistério, 2004);
>
> Eu não acredito que tirei esta nota, tem certeza que é a minha avaliação, professora? Eu só tirava zero (aluno da 8ª série, 19 anos, ao receber o resultado de sua avaliação do 1º bimestre, 2005);
>
> Minha mãe falou que agora eu vou virar matemático, pois não saio da escola. (aluno da 8ª série, 17 anos, bi-repetente, durante uma festa cultural promovida por toda comunidade escolar, 2005).

---

[2] A abordagem psicodramática foi realizada a partir da metodologia desenvolvida dentro da filosofia do psicodrama pedagógico. Tendo em Jacob Levy Moreno a base primeira, principalmente nos livros *Psicodrama* (1993) e *Quem sobreviverá* (1992), com seus três volumes.

Essas percepções sempre me motivaram a considerar a complexidade do processo educativo e a necessidade do estudo permanente deste processo.

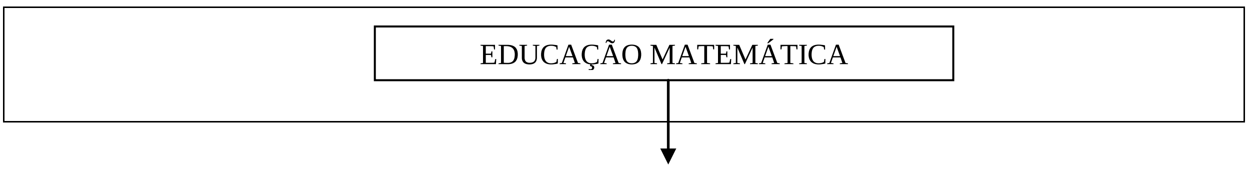
A Matemática é um produto social, está presente em nossas vidas, desde uma simples contagem, nos orçamentos ou nos gastos diários, até nos índices que determinam se uma pessoa é pobre ou rica em um determinado país. É importante sabermos usufruir e estimular o seu estudo de forma clara e objetiva quanto à sua aplicação imediata no mundo em que vivemos. Ela tem sua importância desde que "devidamente contextualizada, pois é ilusório pensar que o enfoque conteudista, seja suficiente para torná-la um instrumento de acesso social e econômico, devido aos fatores de iniquidade e injustiça social" (DISTRITO FEDERAL, 2000, p. 196).

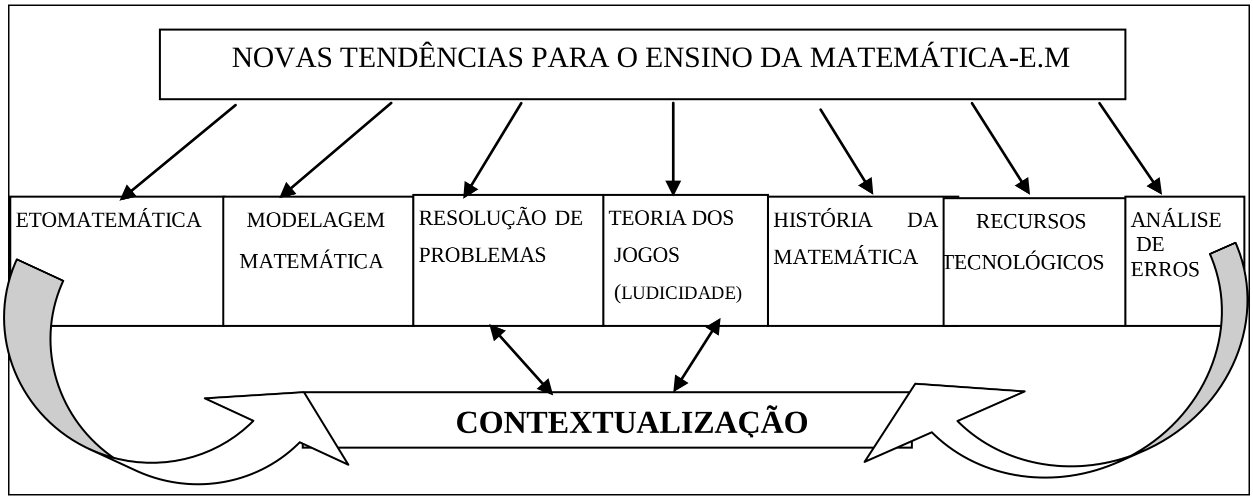
Muitos professores justificam que realizar uma educação voltada para o contexto é difícil, requer planejamento contínuo e que a nossa própria formação é deficitária. Neste sentido, busca-se sair das atividades rotineiras do ensinar para procurar novas propostas de aprendizagens tanto para os educandos como para os educadores, que necessitam construir uma nova pedagogia, a "pedagogia das possibilidades" (FREIRE, 2011).

Diante das experiências já vivenciadas nesta forma diferente de mediação do conhecimento, este trabalho não tem a pretensão de "dar receitas", mas, sobretudo, busca analisar experiências e ideias, apresentar algumas reflexões e tentativas de ensinar Matemática a partir da resolução de problemas contextualizados e/ou lúdicos no 2º ano do ensino médio. Também pretende apresentar e discutir as diferentes concepções sobre as atuais tendências no ensino da Matemática, buscando referenciais teóricos e metodológicos que possam orientar a ação do educador matemático como mediador do conhecimento no nível escolar "menos focalizado" em artigos científicos (OLIVEIRA *et al*., 2006, p. 283).

O que incentivou a execução da presente pesquisa foi a necessidade de estudar tendências de ensino-aprendizagem (Fig. 3, a seguir), que permitam ao professor trabalhar de forma produtiva e contextualizada os conteúdos matemáticos, visando estimular o aluno a participar ativamente da construção do conhecimento e reconhecer a aplicabilidade dos conceitos aprendidos no seu cotidiano. E para tal, foi escolhida a Resolução de Problemas de Matemática Contextualizados e a Ludicidade.

Figura 3 – As tendências para o ensino da Matemática no ensino médio





Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

A questão de pesquisa deste estudo tem por objetivo geral investigar os desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aula com alunos do 2º ano do ensino médio. Partindo deste objetivo geral, foram definidos objetivos específicos e questões norteadoras para esta caminhada. Assim, no primeiro capítulo, além de situar historicamente a investigação e o pesquisador, apresentamos as questões que orientam este trabalho, o objetivo geral e os específicos.

No segundo capítulo, construímos o referencial teórico que fundamenta este estudo. Foi organizado em quatro partes: a Educação Matemática; o ensino da Matemática; a resolução de problemas e; a ludicidade. Abordamos a Educação Matemática a partir de Campos, Nunes (1994), Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001) e Pais (2002); o ensino da Matemática segundo Barbosa (2004), Brasil (2006), D'Ambrosio (1986), Machado (1993), Santos (2007), Silva (2009), Spinelli (2011), Pires (2011) e Van de Walle (2009). A resolução de problemas com *link* na contextualização e a ludicidade sem reduzi-la aos jogos. Sendo a resolução de problemas a partir de Brasil (1999), Callejo e Vila (2006), D'Ambrosio(1986), Diniz (2001), Krulik e Reys (1998), Machado (1991) e Van de Walle (2009) e; a ludicidade segundo os PCN (1999), D'Ambrosio (2005), Fortuna (2001) e Santos (2001), dentre outros.

O método e as reflexões realizadas no transcorrer da pesquisa participante, ou seja, a forma com a qual nos propomos trabalhar é apresentada no terceiro capítulo. Optamos por uma pesquisa qualitativa, identificamos o local e os participantes dos quais conseguimos material para nossas análises. Descrevemos como chegamos ao material para a análise, quais as situações que geraram os protocolos e as categorias que serviram de análise. Os alunos revelam informações valiosas sobre a elaboração de resoluções para problemas e atividades lúdicas a partir de seus registros e estas foram organizadas.

Nos capítulos quarto e quinto, apresentamos as análises dos dados das observações, entrevistas e produção dos alunos, selecionados conforme a fundamentação teórica e metodologia desta pesquisa. No quarto descrevemos e analisamos as concepções dos alunos e do professor. No quinto, analisamos os protocolos selecionados.

No desejo de contribuir com o trabalho pedagógico, tendo em vista o aprendizado dos alunos, nas conclusões, sexto capítulo, destacamos alguns pontos que consideramos essenciais para a práxis pedagógica, com o foco no que descobrimos nesta investigação a respeito de: a) desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aula com alunos do 2º ano do ensino médio; b) as estratégias utilizadas pelos alunos pesquisados na resolução de problemas de matemática contextualizados e/ou atividades lúdicas; e c) as reações dos alunos de Ensino Médio a atividades lúdicas e resolução de problemas em aulas de Matemática.

Finalizamos com as considerações finais, sétimo capítulo, com a certeza de que este trabalho nos proporcionou uma nova reflexão teórica sobre os procedimentos matemáticos dos estudantes pesquisados.

Figura 4 – Depoimentos de alunos, diretor e professor

Muito cuidado, não deixe estes alunos sozinhos quando estiverem utilizando o martelo.

(Diretor de escola de ensino médio do DF, durante o projeto de construção de brinquedos, 2006).

Professora posso resolver as operações sem fazer mmc?

(Alguns alunos da 7ª série durante o projeto com frações, 2006).

Você vai ser uma eterna normalista.

(Colega de área ao me ver planejando as aulas durante o projeto cantando com as frações, 2006).

Nunca vou me esquecer de nossas vivências, espero poder colocá-las em prática com meus futuros alunos.

(Aluna do 3º ano do Magistério, Escola Normal de Ceilândia, 2004).

Fonte: Braga (2000, p. 12).

1 INTRODUÇÃO

> Ninguém é sujeito da autonomia de ninguém. Por outro lado, ninguém amadurece de repente, aos vinte e cinco anos. A gente vai amadurecendo todo dia, ou não. A autonomia, enquanto amadurecimento do ser para si, é processo, é vir a ser.
>
> (FREIRE, 2011, capa)

1.1 Relação da pesquisadora com a escola e a Matemática

A seguir farei um breve histórico da minha vida pessoal, acadêmica e profissional, da relação com a escola e a Matemática para melhor compreensão das escolhas que me motivaram na delimitação do objeto de pesquisa e dos objetivos propostos para esta pesquisa.

Nesta caminhada algumas situações sobressaem:

1.1.1 Das brincadeiras de criança ao Curso Normal

Minha história de relação com a Matemática começa na infância, de uma maneira bem informal e anterior à entrada na escola, por meio das brincadeiras e jogos. Nas brincadeiras e nos jogos iniciei minhas primeiras contagens, operações, representações geométricas e noções de espaço. Na vida escolar, tudo começou na primeira série, em 1971, Distrito Federal, numa escolinha de madeira na cidade Metropolitana (Núcleo Bandeirante). Não tenho recordações da minha primeira professora, apenas da escola e de um amigo, o Rui, com o qual ia embora para casa todos os dias. Em 1972, na segunda série, conheci a professora Vilma, da qual tenho boas lembranças. Era carinhosa e cuidava muito de seus alunos.

Em 1973 fui morar em Ceilândia, uma nova cidade satélite de Brasília, lá estudava em uma escola bem diferente da anterior e percorria grande distância para chegar até ela, nesta escola fiz a terceira série. Em 1974 fui para outra escola onde fiz a quarta série. Deste período só me recordo da professora Vilma, não consigo me lembrar de outros professores, nem da forma como aprendi ou me relacionei com a Matemática. Só sei que nunca fui reprovada e que nas reuniões de pais não havia reclamações sobre meu comportamento.

Foi no ensino fundamental que comecei a me relacionar com a Matemática de uma forma diferente. Fui estudar numa escola grande, Centro Educacional nº 3 de Ceilândia, onde conheci a professora Marília. Nunca esqueci suas aulas que eram bem tradicionais, de acordo com a Matemática Moderna. Marília era diferente, quando estava explicando o conteúdo ninguém falava, todos ficavam quietos (atentos). Passava-me segurança e hoje tenho certeza de que ela amava a Matemática e, ainda mais, dar aulas.

Quando terminei a 8ª série, em 1979, resolvi fazer o Magistério, na Escola Normal de Ceilândia. Durante o curso, só tive contato com a Matemática na disciplina Didática de Matemática. Apesar disso, o desejo de fazer Matemática no ensino superior despertava dentro de mim. Em 1982, terminei o curso normal e, em seguida, 1983, fiz o concurso para a Fundação Educacional do Distrito Federal, hoje extinta, assumindo o cargo em 1984. E o sonho de fazer Matemática, agora com o emprego ficava mais perto.

1.1.2 Início da profissão e a persistência de um sonho...

Entrei em exercício em 21 de março de 1984 e fui trabalhar com a pré-escola na Escola Classe 38, no setor P norte (Ceilândia). Na época cada professor tinha que dar aula para três turmas com auxílio de monitores. Era uma loucura, mas eu adorava, pois estava fazendo o que sempre desejei, dar aula. Logo no segundo semestre em que iniciei meu trabalho nesta escola, a regional de ensino ofereceu um curso voltado para a teoria de Piaget. Fui fazê-lo e voltei muito animada para trabalhar com as crianças da forma nova que aprendi. Dispondo de uma variedade de material concreto, a experiência foi um sucesso, apesar das dificuldades em relação ao número de alunos e da falta de materiais que a escola oferecia.

Ainda em 1984, fiz um cursinho preparatório para o vestibular. Na época havia um revezamento para vagas nos cursos de exatas, de forma que em cada semestre eram oferecidas duas ou três especialidades. Quando fiz o vestibular, 1º semestre de 1985, não havia a opção Matemática, então fiz a seleção para Física, na Universidade Católica de Brasília, na qual passei. Foi uma vitória, sem contar que o número de vagas era reduzido, mas ainda não era o que eu queria. Então, depois de um semestre mudei para o curso de Matemática, onde realmente queria e, a partir daí, um novo desafio surgia.

1.1.3 Ensino superior e a realização de um sonho

Recordo-me da primeira aula de geometria, o professor explicava o conteúdo, olhava para a turma e comentava: “Vocês entenderam?”. Antes da resposta da turma, ele continuava: “Já sei, as professorinhas não entenderam nada”, referindo-se a mim e a duas colegas que tinham feito o curso normal. Estes comentários não me desanimavam, ao contrário, motivavam-me para estudar muito mais. Fiz meu curso no turno vespertino e, quando terminavam as aulas, ia para a biblioteca estudar o conteúdo de pré-requisito para acompanhar as próximas, e nas avaliações “as professorinhas” iam bem.

Durante toda graduação, senti falta de momentos e conteúdos que me ajudassem a melhorar a prática em sala, mesmo as disciplinas voltadas para o estágio não traziam nada de novo. O que praticava em sala de aula era com base no que tinha aprendido no curso normal. A partir daí, resolvi participar de cursos, congressos, seminários, jornadas, tudo que estivesse voltado para o ensino da Matemática.

1.1.4 Continuidade da profissão e da relação com a Matemática em sala de aula: na prática com alunos do ensino básico. E planos para o futuro

Em 1986, comecei a trabalhar no ensino fundamental, no qual fiquei até 1990, passei por todas as séries de 5ª à 8ª. Neste período, fiz um curso voltado para estas séries, promovido pela Secretaria de Educação, por meio do qual aprendi maneiras diferentes de trabalhar o conteúdo utilizando material concreto. Em 1990, terminei minha licenciatura e iniciei meu trabalho com o ensino médio. Fui convidada para trabalhar na Escola Normal de Ceilândia, pelo diretor, na época, Professor Sebastião (para trabalhar na escola normal, era necessário ser indicado por alguém e passar por uma entrevista que verificava o perfil do candidato).

Por meio deste convite, retornei para a escola onde vivi tantas coisas boas, agora como a professora de Matemática das normalistas. Mas com uma diferença, as normalistas tinham aulas de Didática da Matemática e de Matemática do ensino médio, que era a minha disciplina. Que desafio! Ensinar o que nunca me ensinaram na escola e que tinha aprendido estudando sozinha na biblioteca da universidade. Não foi fácil, mas a vontade de fazer diferente saltava em meu peito. Fiquei 10 anos trabalhando nesta escola, realizei muitos projetos, aprendi novas maneiras de trabalhar com a Matemática.

Em 1999, quando já lecionava em outra escola de ensino médio, o Centro Educacional nº 9, também em Ceilândia, fui convidada, pela regional de ensino, para participar da reformulação do currículo das escolas públicas para o ensino médio. Fiquei durante um ano estudando sobre as novas tendências da Matemática, competências, habilidades, conteúdos significativos e escrevendo um novo currículo que foi distribuído para as escolas em 2000 (DISTRITO FEDERAL, 2000).

Foi uma experiência inesquecível na minha relação com a disciplina. Li vários autores, tive a oportunidade de discutir com os colegas da área vários pontos de vista sobre a Educação Matemática e aconteceu uma reviravolta na minha cabeça. A partir deste período abracei a causa da Educação Matemática e tenho, na minha prática, trabalhado com as novas tendências para o seu ensino. Os jogos, a resolução de problemas, a história da Matemática e a contextualização têm feito parte da minha prática.

Em 2000 participei da seleção para fazer uma disciplina como aluno especial no mestrado da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília. Passei e fiz a primeira disciplina do curso de mestrado em Educação Matemática (que, à época, era um projeto em andamento). Aqui surgiu o desejo de fazer o mestrado em Educação Matemática, quando tive a oportunidade de fazer um primeiro esboço de um projeto de pesquisa. Comecei a me preparar para a próxima seleção, mas infelizmente meu esposo teve um problema de saúde e tive que adiar meus planos.

De 2000 a 2003 continuei atuando no ensino médio, apenas em um turno. Em 2004, ampliei minha carga horária para 40h e retornei o trabalho com o ensino fundamental. No início não estava muito satisfeita com a mudança, devido ao meu grande envolvimento com a realidade do ensino médio, mas aos poucos fui me adaptando novamente. Neste período (2004-2006), trabalhei com 7ª e 8ª séries, a faixa etária dos alunos era de 13 a 19 anos (a maioria tinha sido reprovada pelo menos uma série), mais um desafio surgia na minha prática. Com estes alunos trabalhei projetos relacionados à leitura e à interpretação utilizando os livros paradidáticos de Matemática, resolução de problemas e construção de jogos. Eles apresentavam defasagem de conteúdo e dificuldade de aprendizagem, principalmente porque não sabiam ler e, consequentemente, interpretar.

1.1.5 Novos planos

Em 2007, resolvi registrar um pouco de minha experiência com o ensino da Matemática e fiz um projeto para seleção do Mestrado em Educação Matemática na Faculdade de Educação da Universidade de Brasília. Infelizmente não passei na prova de língua estrangeira, confesso que fiquei muito triste, pois tinha tirado a segunda maior nota no pré-projeto.

Em 2008 continuei estudando e me preparando para a próxima seleção do mestrado. Para isto me matriculei num curso de espanhol e, em seguida, entrei no Curso de Especialização em Educação Matemática da Faculdade Jesus Maria José. Fazer esta especialização foi uma experiência maravilhosa, aprendi muito com os professores e colegas de classe. Foram muitas as trocas de experiências, as oportunidades de realização de estudos e as discussões sobre o novo ensino da Matemática. Desta forma continuava me preparando para a próxima seleção do mestrado, tinha o objetivo de ampliar e compartilhar o que vinha aprendendo em sala de aula com o ensino da Matemática.

Quando terminei o curso básico de espanhol, resolvi fazer a inscrição para outra seleção no mestrado, porém a universidade passou a exigir o curso intermediário, o que adiou mais uma vez meu projeto de ser uma mestranda.

No período em que estava fazendo a especialização (2008-2009), atuei na 5ª e 6ª série. Também foi uma experiência maravilhosa, na qual tive a oportunidade de trabalhar com crianças que vinham da 4ª série e nunca tinham sido reprovadas. Eram crianças que gostavam e queriam estudar e estavam cheias de energia. Tudo que eu levava de proposta para a sala de aula elas realizavam e pediam mais. Às vezes me sentia cansada, mas sempre saia das salas de aula feliz. Foi uma época em que aprendi muito com meus alunos. Fiz uma parceria com a professora de português das mesmas turmas e, juntas, realizamos vários projetos com eles: “Aprendendo matemática e português através da leitura e interpretação de livros paradidáticos”, “Poetizando a matemática”, “Construindo e explorando o mundo das pipas”. Tivemos a oportunidade de apresentar estes projetos, junto com nossos alunos, no IV Encontro Brasiliense de Educação Matemática (BRAGA, 2008, p. 360). Foi um sucesso.

Em 2010 retornei para o ensino médio e fui para uma escola de Taguatinga. Desde 1984, quando entrei na Secretaria de Educação trabalhava em Ceilândia. Uma nova realidade, novos alunos e novos desafios me eram apresentados. Gostei muito, era uma escola pública daquelas que sonhamos trabalhar, dotada de boa estrutura física, profissionais dedicados, bom projeto político pedagógico e alunos que gostam de estudar.

Na primeira reunião pedagógica iniciamos as discussões sobre o planejamento de ações para o ano letivo e tive a oportunidade de perceber um grupo entrosado querendo fazer o melhor para o ensino. A escola trabalha com a metodologia de projetos e toda comunidade escolar se envolve nas atividades. Neste ano trabalhei, com turmas do 2º ano e foram dez turmas com 43 alunos cada. Os alunos apresentavam certas dificuldades e defasagem na aprendizagem, mas estavam dispostos a aprender. Conseguimos realizar um bom trabalho e nos encontramos novamente no ano seguinte, agora no 3º ano (9 turmas de 40 alunos). E, dando continuidade às atividades do ano anterior, realizamos um trabalho integrado com as várias disciplinas: geografia, artes, física, português, educação física e redação. Os alunos participaram ativamente de todos os projetos realizados.

Os estudos realizados durante a especialização e o trabalho com estas turmas de 2010 e 2011 contribuíram para que minha vontade de continuar pesquisando sobre o ensino da Matemática continuasse viva. E, uma vez terminado o nível intermediário do espanhol, resolvi participar da seleção do mestrado para o 1º semestre de 2012. Fiz minha inscrição e viajei com meus alunos, numa viagem de formatura, para Porto Seguro – BA, foram dez dias de divertimento. Todos muito admirados com a forma como a pessoa “Dalvirene” era diferente da professora em sala de aula. Eles têm dificuldade para separar a professora da pessoa, lá tivemos a oportunidade de brincar, dançar, jogar e fazer as refeições juntos.

Retornei da viagem, e fui correndo para o computador ver se minha inscrição tinha sido homologada. Para minha surpresa, estava escrito: não homologada. O prazo para recurso era até dia 03/09 e eu havia chegado dia 02/09. O motivo para a não homologação foi o fato de constar no sistema duas inscrições. Entrei com recurso e obtive sucesso. Passado o susto, fui para a próxima etapa, a prova escrita. Estava insegura, pois só tinha lido um dos livros da bibliografia. Quando terminei de passar a primeira questão a limpo, observei que estava na metade da quarta página, nas orientações estava escrito no máximo três páginas. Faltavam apenas 40 minutos para terminar o tempo de prova quando me desesperei. Chamei um aplicador, que foi se informar sobre a referida orientação e me respondeu que se tratava apenas de uma instrução e não era motivo para reprovação. Então me acalmei e fui para segunda pergunta, que fazia referências ao livro que eu não tinha lido, pois não consegui encontrá-lo. Para minha surpresa/alegria, o tema da pergunta era currículo, e este era um tema que eu havia estudado em vários momentos. Foi um dia difícil e a ansiedade continuava.

Enfim chegou o dia do resultado da prova escrita. Estava escrito: inscrição 57 – aprovada. Foi uma alegria coletiva. Minha, do meu esposo e dos meus quatro filhos. Vimos o resultado juntos, meus alunos também acompanharam todas as etapas, e diziam: “professora não se preocupe a senhora vai passar, precisa apenas de uma vaga e tem duas”; “ano que vem vamos nos encontrar na UnB, a senhora vai ver”.

Chega o dia da prova oral, apesar da ansiedade, me senti tranquila e confiante em relação ao que tinha dito sobre mim e meu projeto, embora isso não garantisse a aprovação. O que ficou gravado na minha mente foi o que os professores avaliadores disseram: “Você tem um bom projeto e uma excelente trajetória, mas teremos que escolher entre os melhores”. E quando saiu o resultado da prova oral, fui aprovada. Agora restava aguardar o resultado da classificação. Nesta fase fui a terceira, porém existiam somente duas vagas para a linha de pesquisa que havia escolhido.

1.1.6 Ainda não era a hora de desistir, e a esperança e persistência continuam

Assim que vi minha classificação, peguei o edital e realizei uma pesquisa sobre a quantidade de vagas para cada linha e eixo de pesquisa e quantos candidatos haviam sido classificados. Descobri que estavam sobrando cerca de sete vagas que poderiam ser repassadas. O desafio continuava.

Enfim chega o dia do resultado final, cheia de esperança vou para o computador e ao abrir o resultado vi meu número entre os contemplados. Foi uma das maiores emoções que já senti. Sai abraçando meus filhos e agradecendo a todos que tinham me ajudado e me acompanhado durante o percurso.

No dia seguinte, dei a notícia para meus alunos. Todos ficaram felizes e aproveitei a oportunidade para agradecê-los pela parceria que fizemos durantes os dois anos que estávamos juntos e pelo incentivo nas atividades que desenvolvemos. Não poderia deixar de dizer o quanto foram importantes neste meu processo de conquista em mais uma etapa de minha vida profissional e pessoal.

1.1.7 Realizando o sonho de fazer o mestrado

Logo após fazer minha matrícula na Universidade de Brasília, entrei com pedido de afastamento remunerado para estudos na Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal, onde trabalho. O mesmo foi deferido e o sonho seria realizando com mais alegria. E de 2012 a 2013 passei pela experiência de realizar este trabalho de pesquisa.

O afastamento me proporcionou o tempo suficiente para realizar meus estudos: fazer as disciplinas, as leituras, elaborações de textos, a escrita da dissertação, participar de palestras a respeito de assuntos referentes ao meu trabalho, realizar pesquisa de campo e até escrever artigos e três capítulos para um livro. Quanta produção ... (Fig. 6).

Figura 5 – A pesquisadora em ação

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Também passei por momentos difíceis, muitas dúvidas, idas e vindas aos textos, diversas versões da dissertação, dificuldades em elaborar questões e objetivos de pesquisa, escolha de atividades para serem aplicadas em campo, momentos de verdadeiros “brancos”, vontade de parar por um tempo e não fazer nada, convivência diária com livros, dissertações, revistas, apostilas, textos e textos. E como toda boa dona de casa conciliando o mestrado com a família: filhos, esposo, pais idosos. Sem esquecer o lazer (este bem reduzido) e a realização de uma atividade física (afinal o corpo cobra).

Durante estes dois anos, convivi e aprendi com pessoas que se tornaram muito especiais: professores, membros da banca, colegas de turma, professor e alunos participantes da pesquisa e o meu orientador. Todos de alguma forma colaboraram para o sucesso deste trabalho. No entanto, não posso deixar de relatar que a parceria com o orientador foi vital para realização deste trabalho. Uma relação de respeito e compreensão que me deu segurança para ir sempre em frente. Posso afirmar que durante o mestrado fui privilegiada, escolhida e acolhida. E agora, olhando para minha história de relação com a Matemática, percebo que só cresci, aperfeiçoei-me e continuo cada dia mais entusiasmada com o ensino.

1.2 Construção da questão de pesquisa e objetivos

A crença de que é possível construir uma educação centrada no sucesso de cada estudante é que fez nascer o desejo de pesquisar e contribuir com o processo de crescimento e expansão da Educação Matemática na formação do aluno sujeito de sua aprendizagem.

Diante do que foi exposto, elegeu-se como questão motivadora central:

- Quais são os desafios e possibilidades de utilização da metodologia de resolução de problemas e atividade lúdicas em sala de aula no 2º ano do ensino médio?

Outras questões foram assim delineadas:

- Quais são as estratégias dos alunos do 2º ano do ensino médio para registrar o seu processo de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados?
- Quais as reações (impressões) de alunos do ensino médio a atividades lúdicas e resolução de problemas em aulas de Matemática?

1.2.1 Objetivos

1.2.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral da pesquisa é investigar os desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aula com alunos do 2º ano do ensino médio.

1.2.1.2 Objetivos específicos

A partir do objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Analisar as estratégias que os alunos do 2º ano do Ensino Médio estão utilizando para registrar o seu processo de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados.
- Analisar as reações (impressões) de alunos do ensino médio a atividades lúdicas e resolução de problemas em aulas de Matemática.

Tendo estabelecido os objetivos, no próximo capítulo será construído o referencial teórico que deu suporte a essa caminhada.

Figura 6 – Depoimentos de alunos

Eu não acredito que tirei esta nota, tem certeza que é a minha avaliação professora? Eu só tirava zero.

(Aluno da 8ª série, 19 anos, ao receber o resultado de sua avaliação do 1º bimestre em 2005).

Minha mãe falou que agora eu vou virar matemático, pois não saio da escola.

(Aluno da 8ª série, 17 anos, bi-repetente, 2005, durante uma festa cultural promovida por toda comunidade escolar).

Posso conversar com a senhora? Não estou conseguindo resolver as situações-problema, porque não sei tabuada e tenho vergonha de falar.

(Aluno da 7ª série, 17 anos, 2005).

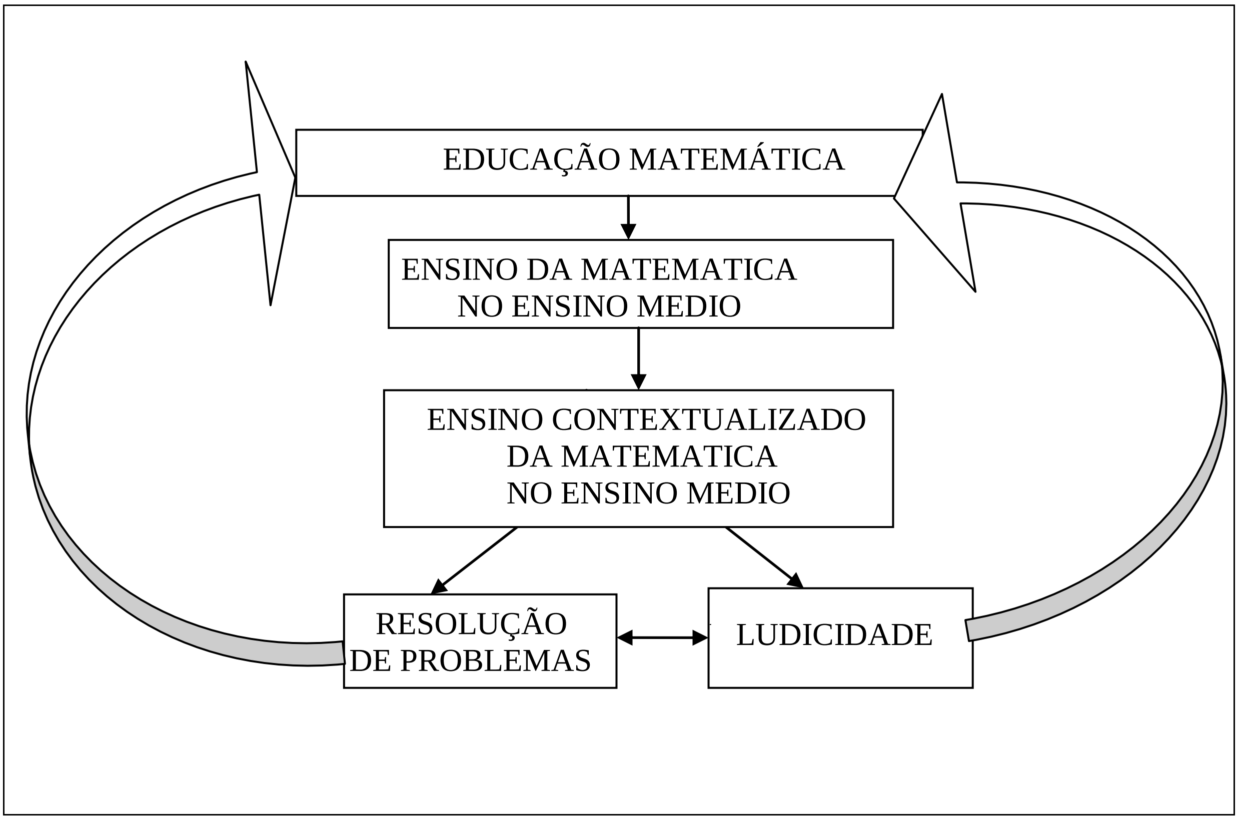
Fonte: Braga (2009, p. 12).

2 REFERENCIAIS TEÓRICOS

> Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses quefazeres se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino, continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.
>
> (FREIRE, 2011, p. 30-31)

Este capítulo apresenta os referenciais teóricos que fundamentam esta pesquisa. O objetivo é dialogar com os principais autores e pesquisadores sobre o tema em questão, apresentando algumas das tendências e contribuições do processo de ensinar e aprender Matemática com diferentes estratégias metodológicas, tendo como objetos desta análise algumas tendências da Educação Matemática: a resolução de problemas e ludicidade com foco na contextualização. Estas tendências serão apresentadas como alternativas de mediação capazes de dar sentido e significado à aprendizagem no ambiente escolar quando abordadas de forma intencional, sistematizada, organizada e, principalmente, planejada.

Figura 7 – Esquema dos referenciais teóricos



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

2.1 Educação matemática

> Havia, e ainda há, matemáticos e mesmo educadores matemáticos que veem a Matemática como uma forma privilegiada de conhecimento, acessível apenas a alguns especialmente dotados, e cujo ensino deve ser estruturado levando em conta que apenas certas mentes, de alguma maneira "especiais", podem assimilar e apreciar a Matemática em sua plenitude.
>
> (D'AMBROSIO, 1986, p. 9)

Nas últimas décadas, a preocupação com o ensino da Matemática traduziu-se em alguns movimentos bem definidos, segundo Krulik e Reys (1998; Apr.):

> Nos anos 60, foi a "matemática moderna" que buscou soluções no formalismo e nas estruturas. Nos anos 70, o "retorno básico", de certa forma uma reação diante do malogro da matemática moderna. Para os anos 80, muitos educadores matemáticos eminentes chegaram a eleger a "resolução de problemas" como a grande prioridade do ensino da matemática.

Há pouco mais de 30 anos, no contexto das lutas pela redemocratização do País, surgiram grandes movimentos de renovação pedagógica. Dentre estes, segundo Silva (2004, p.76), "um viria propor intensas modificações no ensino da matemática: trata-se do movimento Educação Matemática, que nasceu das discussões ocorridas a partir do início dos anos 70 no mundo inteiro".

Logo, se comparada à história milenar da Matemática, a Educação Matemática é uma área de pesquisa consolidada relativamente recente. Tem sido compreendida como um valor altamente desejado pelos diversos estudiosos e professores que buscam melhorar o contexto educacional e do ensino-aprendizagem e, frequentemente, apontando estratégias na possibilidade de serem geradas transformações que permitam que o ensino da Matemática supere seus impasses.

A Educação Matemática surge no contexto da globalização e de transformações nos mais diversos sentidos, principalmente no que diz respeito às tecnologias de informação e comunicação que vêm tomando espaço cada vez maior na sociedade, alterando de forma significativa antigos paradigmas educacionais e disseminando novas concepções para o conhecimento humano, exigindo que a Educação, especialmente no que se refere ao ensino da Matemática, diante desta nova realidade reflita sobre seu papel e proponha novos rumos.

Segundo Pais (2002, p. 10):

> A educação matemática é uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos

> referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática. Pode ser ainda entendida no plano da prática pedagógica, conduzida pelos desafios do cotidiano escolar.

Campos e Nunes (1994, p. 2) consideram a Educação Matemática uma parte essencial da educação, tão essencial quanto a leitura e a escrita, mesmo para aqueles alunos que não pretendem avançar em Matemática como uma ciência. Afirmam que o ensino da Matemática foi, e ainda é, caracterizado nos meios oficiais, por um currículo a ser cumprido, uma lista de tópicos a ser estudada, e não como uma forma de pensar. No entanto, entre os pesquisadores da Educação Matemática, as preocupações como o ensino têm diversas origens: psicológicas, antropológicas, epistemológicas e históricas. Dentro desta nova preocupação com o ensino da Matemática o professor assume um novo papel: “Se considerarmos o significado da Educação Matemática no mundo atual e a criação e o desenvolvimento de uma nova disciplina, a Educação Matemática, devemos concluir que o professor não pode mais reproduzir os modelos educacionais que ele próprio vivenciou enquanto aluno”.

Sob a ótica da formação integral, faz-se necessário oferecer ao aluno uma boa formação matemática já nas séries iniciais, de tal forma que a passagem da Matemática menos formal que é tratada nessas séries, não implique descontinuidade em relação à Matemática estudada nos últimos anos da educação básica. O professor, responsável por esse processo e desempenhando um papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, deve estar atento para “o que, como, quando e porque” ensinar aquele conteúdo (MAGINA, 2001).

O que a Educação Matemática quer é aproximar o aluno dos conceitos matemáticos. E trazer a Matemática para próximo do aluno significa mostrar que ela é aplicável na sua vida, que aquilo que ele aprende na escola tem relação com seu dia a dia.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 4):

> Enquanto os *matemáticos,* de um lado, estão preocupados em produzir, por meio de processos hipotético-dedutivos, novos conhecimentos e ferramentas matemáticas que possibilitam o desenvolvimento da matemática pura e aplicada, os *educadores matemáticos*, de outro, realizam seus estudos utilizando métodos interpretativos e analíticos das ciências sociais e humanas, tendo como perspectiva o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação mais integral, humana e crítica do aluno e do professor.

Ainda segundo os autores (2006, p. 5), a Educação Matemática caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a Matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar.

No que diz respeito ao ensino da matemática, especialmente no Ensino Médio, a Educação Matemática deu origem a várias tendências, cada qual valorizando determinadas temáticas educacionais do ensino da Matemática. Buscando fortalecer esta área de estudo e viabilizando ações pedagógicas que descrevam atitudes de negociação como mecanismos de propor motivar, estimular, respeitar e desenvolver não somente uma ação de ensino aprendizagem, mas, sim, uma interação que entrelaçam o elo entre o que vai ensinar ao que se deve ensinar e, por que não, para que ensinar. Entre estas tendências, as escolhidas para a investigação dos desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aula com alunos do 2º ano do ensino médio neste trabalho foram: a resolução de problemas e a ludicidade.

A proposta situa-se como uma metodologia de ensino, visando à construção de conceitos matemáticos pelo educando, por meio de situações-problema que estimulem a curiosidade matemática, a investigação e a exploração de novos conceitos e que são propostos por todos os que, de alguma forma, estejam inseridos neste contexto de construção do conhecimento.

2.2 O ensino da Matemática

> É a forma de abordagem dos diferentes assuntos que distingue diferentes propostas, dando-lhes cor e substância. Assim, ora a ênfase se dá aos aspectos formais, ora aos aspectos prático-utilitários, ora aos aspectos lúdicos etc., existindo certa contaminação dos diferentes assuntos no que diz respeito à abordagem.
>
> (MACHADO, 1991, p. 22)

Numa visão tradicional, a maioria dos adultos reconhece a Matemática como um tema importante, mas poucos compreendem sobre o que trata a disciplina. Para muitos, a Matemática é uma coleção de regras, cálculos, equações misteriosas e demonstrações geométricas. Para outros, um conhecimento que apenas o professor detém. Esta é uma visão construída a partir do que se observa no ensino tradicional, no qual o padrão educativo ainda predominante, segundo Van de Walle (2009, p. 31):

> Começa tipicamente com uma explicação de qualquer ideia que esteja atual do texto didático, seguida por mostrar às crianças como fazer exercícios indicados. Até mesmo com atividades envolvendo materiais ou modelos concretos, o professor tradicional continua guiando os estudantes, dizendo exatamente como usar os materiais de uma maneira bem prescrita. O enfoque da lição está principalmente em obter respostas. Os estudantes delegam apenas ao professor a responsabilidade de determinar se suas respostas estão corretas.

Em outras palavras, o ensino está centrado no professor. Ele explica, apresenta vários modelos de exercícios, os indica e mostra como fazer. E possui a responsabilidade de dizer o que está certo ou errado. É o “dono” do conhecimento.

De acordo com Machado (1991, p. 96):

> Muito mais do que a aprendizagem de técnicas para operar com símbolos, a Matemática relaciona-se de modo visceral com o desenvolvimento da capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, significar, conceber, transcender o imediatamente sensível, extrapolar, projetar.

Atualmente, no que diz respeito ao ensino da Matemática, o nosso grande desafio é “reconceituar sua própria compreensão do que significa saber e fazer matemática de modo que os estudantes desenvolvam uma visão mais excitante e mais acurada da matemática” (VAN DE WALLE, 2009, p. 31).

No que diz respeito ao *fazer Matemática*, o autor se refere ao fato:

> De a Matemática ser uma ciência de coisas que possuem um padrão de regularidade ou ordem e de ordem lógica. Sendo assim se faz necessário descobrir e explorar esta regularidade ou ordem e então, dar sentido a esta ordem. Os padrões e ordem não estão apenas em números e equações, mas também em tudo ao nosso redor: na natureza, na arte, nas construções, na música, no comércio, na ciência, na medicina, nas indústrias e fábricas e na sociologia. A Matemática descobre esta ordem, lhe dá sentido, e a utiliza em uma variedade de maneiras fascinantes, melhorando nossas vidas e ampliando nosso conhecimento. E a escola precisa começar a ajudar os estudantes neste processo de descoberta (p. 32).

Dentro desta visão de *fazer Matemática*, ao contrário do que acontece na visão tradicional, o ensino passa a ser centrado no estudante. Eles participam mais, compartilham suas ideias, dão sugestões, defendem ou desafiam as soluções dos colegas e, consequentemente, começam a desenvolver autoconfiança, passando a ver a Matemática de uma forma mais atrativa.

Para que isto aconteça D’Ambrosio (2007) ressalta a importância do diálogo e do acesso a um maior número de instrumentos e técnicas intelectuais:

> O diálogo é importante e dar oportunidade para essa prática é uma estratégia que vem sendo mais e mais adotada. O objetivo principal do diálogo é criar um ambiente menos inibidor para os ouvintes. Refiro-me à inibição em dois sentidos. Alguns têm uma boa pergunta para fazer, mas sentem inibição de formulá-la (p. 107).
>
> O acesso a um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dá, quando devidamente contextualizado, muito maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação (p. 119).

Nas aulas de matemática, o diálogo (a comunicação) ocorre em diferentes modalidades: em forma de texto – linguagem materna ou linguagem matemática, tabelas, gráficos, obras de artes, em imagem – visual ou pictórica, figuras geométricas e outros. É necessário que o aluno tenha a oportunidade aprender por meio de novos recursos didáticos, como os jogos, a resolução de problemas, o uso da tecnologia (computador, calculadora), conforme indicam os princípios da Educação Matemática contidos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999).

O método e as estratégias de ensino têm a função de contribuir para que o aluno possa fazer Matemática no contexto escolar, sob a coordenação do professor; é uma das finalidades mais expressivas da Educação Matemática. Para isso, é preciso buscar dinâmicas apropriadas para intensificar as possibilidades de interação do aluno com o conhecimento (PAIS, 2006, p. 28).

O autor também afirma que:

> Um dos objetivos de trabalhar com a resolução de problemas é, de maneira geral, contribuir no desenvolvimento intelectual do aluno, no que diz respeito aos aspectos específicos do saber matemático. Além do mais, através dessa estratégia, é possível interligar a Matemática com outras disciplinas ou com situações do mundo vivenciado pelo aluno (p. 131).

Para que isto aconteça, é necessário que a comunicação seja estimulada, que o aluno tenha oportunidade de falar, ler, escrever sobre a Matemática e trabalhar com suas representações por meio de desenhos, gráficos, tabelas, construções, organizando e tratando dados.

Outro aspecto importante dentro desta proposta, é que na sua prática em sala de aula, o professor tenha clareza de que não há um único caminho, uma única metodologia para o ensino-aprendizagem da Matemática. É importante conhecer novos caminhos, novos recursos e metodologias e proporcionar aos alunos a oportunidade de experimentá-los. Para que ele possa sair de uma posição passiva para um produtor de conhecimento e agente ativo de sua aprendizagem.

Van de Walle (2009) diz que é necessário que o professor ajude os estudantes a fazer Matemática, criando um ambiente que encoraje o risco e promova a participação, onde os indivíduos que se sentem incomodados com um ambiente orientado para respostas e centrado no professor comecem a desenvolver a autoconfiança. E deixa um recado aos professores dizendo que:

> Ser professor responsável pela criação desse ambiente pode parecer uma tarefa esmagadora. Você pode ter imaginado o ensino da matemática como relativamente fácil – apenas demonstrar as regras e fazer exercícios. Criar

> uma cultura e um ambiente de sala de aula nos quais as crianças estejam fazendo matemática não é fácil. Não há nenhum motivo para esperar que você seja um especialista desde o início (p. 39).

Logo, contrariando as propostas do ensino tradicional da Matemática, atualmente é importante que o ensino da Matemática seja visto pelo aluno como um conhecimento que poderá adquirir para a sua formação e atuação na sociedade e não como algo inatingível, reservado apenas para algumas pessoas chamadas de mais inteligentes.

2.2.1 O ensino contextualizado da Matemática do ensino médio

> [...] Mas é necessário voltar a enfatizar que: partir da realidade do aluno não significa substituir o saber escolar pelo saber cotidiano. O objeto da aprendizagem escolar não é o mesmo saber cotidiano. O saber escolar serve, em particular, para modificar o estatuto dos saberes que o aluno já aprendeu nas situações do mundo-da-vida.
>
> (PAIS, 2002, p. 28)

O termo contextualização aparece nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, em 1998. O documento estabelece como princípios estruturadores dos currículos do ensino médio a identidade, a diversidade e autonomia, a interdisciplinaridade e a contextualização, e estes passam a ser usados em documentos curriculares específicos da área de matemática.

Entre estes documentos estão: a) os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), b) o PCN + Ensino Médio – Ciências, Matemática e suas Tecnologias, c) as Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e d) as Diretrizes do ENEM, que registram a necessidade da contextualização do ensino e orientam que seja voltada para os universos do trabalho, da cidadania, da cultura, da tecnologia e da ciência, sob o foco, principalmente, da interdisciplinaridade.

Alguns autores argumentam que o termo contextualização tem sido usado de forma indevida. Afirmam perceber que em discursos de colegas professores, o verbo contextualizar figura embutido na argumentação de que o ensino de Matemática deve explorar as aplicações de seus conteúdos, como se a Matemática pertencesse a um mundo exterior e a contextualização fosse estabelecida quando conectamos com situações do dia a dia. Que propostas de interdisciplinaridade, transversalidade e concepções de contextualização, embora promissoras do ponto de vista da organização curricular, parecem ainda implementadas de forma tímida e, por vezes, desvirtuadas quando se restringe o contextualizar em Matemática ao “fazer parte do cotidiano ou da realidade”. E que o contexto pode ser considerado um entrelaçar de assuntos, categorias, como contextos: histórico, matemático, de outras disciplinas, interdisciplinar, transdisciplinar etc. (BARBOSA, 2004; PIRES, 2011; SILVA, 2009).

Para Spinelli (2011, p. 12):

> A efetivação de propostas dessa natureza passa pela composição de contextos com características diversas, voltadas para a interdisciplinaridade, para aplicações cotidianas dos conceitos, para a história da Matemática, dentre outros, sem relegar a segundo plano os contextos intradisciplinares, voltados para as relações internas à própria disciplina. Na composição de contextos de qualquer natureza revela-se a importância do papel do professor, como tecelão de percursos sobre a rede conceitual, organizando as narrativas convincentes para o transporte dos significados.

Ainda segundo ao autor, a ideia de contextualização do ensino da Matemática está, no senso comum, direta e unicamente associada à aplicação dos conceitos em situações cotidianas. Esta é, de fato, uma das possíveis formas de estimular a atribuição dos significados aos objetos de estudo, mas não é a única e nem sempre é a mais importante.

Santos (2007, p. 5) reafirma a constatação de Spinelli, ao falar da contextualização no ensino das Ciências:

> Muitos professores consideram o princípio da contextualização como sinônimo de situações do cotidiano, no sentido de descrever, nominalmente, o fenômeno com a linguagem científica. Essa abordagem é desenvolvida, em geral, sem explorar as dimensões nas quais os fenômenos estão inseridos. Para muitos, a simples menção do cotidiano já significa contextualização. Muitas vezes, essa aparente contextualização é colocada apenas como um pano de fundo para encobrir a abstração excessiva de um ensino puramente conceitual, enciclopédico, de cultura de almanaque. Nessa visão, são adicionados cada vez mais conteúdos ao currículo, como se o conhecimento isolado por si só fosse a condição de preparar para a vida social.

E também acrescenta outra concepção:

> Aquela na qual a contextualização significa um método de ensino em que aumenta a motivação e facilita a aprendizagem. Todavia, deve-se destacar que essa abordagem não pode ser vista como uma “vara mágica”, no sentido de que ela, por si só, vai resolver os problemas da educação, ou seja, como se o fato de o professor contextualizar suas aulas já fosse suficiente para que os alunos aprendam os conteúdos escolares (SANTOS, 2007, p. 5).

Faz-se necessário compreender que o conhecimento se constrói a partir de relações estimuladas por vários contextos, com diferentes características. Daí surge o desafio de nossa pesquisa: a importância de consideramos as diversas possibilidades de contextualização do ensino, proporcionando aos alunos momentos de enfrentamento com questões elaboradas a partir de diferentes contextos e sem a pretensão de sermos mágicos. A simples inclusão de questões do cotidiano pode não implicar a discussão de aspectos relevantes para a formação do aluno enquanto cidadão ou não motivar suficientemente os alunos para se interessar por Matemática, ciências naturais, ciências humanas ou qualquer outra disciplina.

Na seleção das questões, será necessário formular determinados encadeamentos conceituais a fim de que o contexto escolhido possa embasar o desenvolvimento dos conteúdos, no caso desta pesquisa, conteúdos relacionados à trigonometria, contextualizados e/ou lúdicos. Assim, como afirma Machado (2009, p. 63):

> Ao organizar as tarefas docentes, ao planejar um curso, um professor arquiteta um percurso sobre essa imensa teia; e, sem sombra de dúvida, precisa ordenar os passos a serem dados, quase sempre linearmente, encadeando significações.

No documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, do Ministério da Educação, podemos ler:

> É na dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua [...]. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de "ilustrar" o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola (BRASIL, 2006, p. 83).

Neste trecho, o documento nos alerta para o fato de que não se justifica apresentar situações compostas de conceitos sem significados na busca de contextualização, mas com pretensão de serem contextualizados. Embora esta seja uma prática frequente na aplicação de atividades para o ensino de conteúdos tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio, e não apenas na disciplina de Matemática, como já foi relatado em relação ao ensino das Ciências.

Vejamos o que nos fala um documento oficial sobre o ensino das disciplinas da área de Ciências Humanas e suas Tecnologias:

> A tradição existente, senão em todas, mas ao menos na maioria das propostas de trabalho que envolvem as disciplinas da área de Ciências Humanas e suas Tecnologias, costuma vincular a noção de contexto à condição de conjunto de aspectos gerais, que supostamente fazem as vezes de ano de fundo" ou "cenário" no qual se desdobram os acontecimentos [...]. No entanto, quando aqui nos referimos à noção de contextualização como parte necessária da prática docente comum, que alicerça um trabalho efetivamente interdisciplinar, estamos apontando para uma outra direção, qual seja, a significação dos temas/assuntos estudados pelos educandos, no âmbito do viver em sociedade amplo e particular dos mesmos (BRASIL, 2002, p. 22).

As preocupações relatadas neste trecho vêm ao encontro as desse trabalho em relação ao ensino da Matemática e das Ciências. São elas: a criação de contextos que associem significados importantes aos conceitos envolvidos e a busca pela interdisciplinaridade que deve orientar a contextualização dos conteúdos, visando possibilitar ao educando ampla compreensão dos fenômenos sociais, em todas as esferas do conhecimento, contribuindo, dessa maneira, para sua formação integral e cidadã. Confirmando a orientação geral, recomendada nos documentos oficiais, para a elaboração de currículos, que pode ser colocada acima das particularidades das disciplinas.

Quanto à aprendizagem no ensino da Matemática, e uma forma contextualizada, os PCN + Ensino Médio – Matemática orientam:

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p. 111).

Desta forma, os PCN+ Ensino Médio, nos propõe renovar o aprendizado e o interesse dos estudantes pela Matemática, concebida como um produto social, presente em nossas vidas, desde um simples gasto diário, até nos índices que determinam o grau de riqueza de um cidadão ou de um país. Nessa proposta, é interessante que as pessoas aprendam a partir dos seus saberes cotidianos e culturais (D’AMBROSIO, 1986). É importante usufruir e estimular o seu estudo de forma clara e objetiva quanto à sua aplicação no mundo. Aprender e ensinar Matemática são desafios para o educador, pois exigem dele o conhecimento da realidade dos alunos, muitas vezes diferente das que eles vivem. Porém, apesar de estar presente em tantos momentos, ela pode parecer, para muitos, como uma disciplina complexa e isolada.

Infelizmente, “o currículo atualmente praticado, que é, em sua concepção e detalhamento, obsoleto, desinteressante e pouco útil” (D’AMBROSIO, 2005, p. 99) não aproxima os conceitos matemáticos da vivência dos estudantes. Também para D’Ambrosio (2007, p. 31), do ponto de vista de motivação contextualizada, “a Matemática que se ensina hoje nas escolas é morta”, pois é difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos, com problemas de então, com percepções que nos são estranhas.

A contextualização pode ser um recurso para conseguir o objetivo de relacionar e integrar as disciplinas, oferecendo a possibilidade aos estudantes de serem ativos na aquisição do conteúdo do ensino e provocando aprendizagens significativas que os mobilizem e estabeleçam entre eles e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade.

A contextualização pode, ainda, provocar o desenvolvimento de aulas com uma dimensão mais ampla dos assuntos escolares, em suas inserções sociais, culturais, políticas e econômicas. E, particularmente em relação ao ensino da Matemática, tão útil para codificar, ordenar, quantificar e interpretar os fenômenos da sociedade contemporânea, os PCN afirmam, inclusive, a urgência da ampliação da sua aprendizagem significativa para a maioria, senão a totalidade, dos estudantes pré-universitários do País (BRASIL, 1999, p. 208):

> O ensino médio concebido para a universalização da Educação Básica precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania e não como prerrogativa de especialistas. O aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural.

2.2.1.1 Contextualização e interdisciplinaridade

Nos PCN a contextualização, associada à interdisciplinaridade, é princípio curricular central. A ideia seria basicamente que formar indivíduos que se realizem como pessoas, cidadãos e profissionais exige da escola muito mais do que a simples transmissão e acúmulo de informações. Exige experiências concretas e diversificadas, transpostas da vida cotidiana para as situações de aprendizagem.

MACHADO (1993) afirma que:

> A ideia de interdisciplinaridade tende a transformar-se em bandeira aglutinadora na busca de uma visão sintética, de uma reconstrução da unidade perdida, da interação e da complementariedade nas ações envolvendo diferentes disciplinas (p. 25).
>
> A interdisciplinaridade é hoje uma palavra-chave para a organização escolar; pretende-se com isso o estabelecimento de uma intercomunicação efetiva entre as disciplinas, através da fixação de um objeto comum diante do qual os objetos particulares de cada uma delas constituem subobjetos (p. 32).

Neste sentido, segundo os PCN (BRASIL, 1999, p. 88), a interdisciplinaridade deve partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e alunos de explicar, compreender, intervir, mudar, prever algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez vários.

2.3 Resolução de problemas no ensino da Matemática

> O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver, por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta.
>
> (POLYA, 1944/1978, p. v)

O tema da resolução de problemas tem tido, desde o início da década de 80, uma atenção particular na Educação Matemática. Para isso, contribuíram, especialmente, as ideias de George Polya.

Polya (1944/1978, p. v) considera que um professor de matemática tem em suas mãos uma grande oportunidade:

> se utiliza o tempo exercitando seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independe.

Em uma das primeiras pesquisas sobre o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas, Polya propõe um método heurístico em quatro etapas: 1) compreender o problema; 2) elaborar um plano; 3) executar o plano e; 4) fazer o retrospecto ou verificação da solução do problema original.

Esse enfoque sofreu várias alterações e, atualmente, a proposta da educação matemática de utilizar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino visa à construção de conceitos matemáticos pelos educandos, por meio de situações-problema que estimulem a curiosidade, a investigação e a exploração por todos os que estejam inseridos neste contexto.

O National Council of Teachers of Mathematics dos EUA (Conselho Nacional de Professores de Matemática) afirmava em sua famosa recomendação 1: “A resolução de problemas deveria ser o foco da matemática escolar dos anos 80” (NCTM, 1980, p. 1).

Posteriormente, em 1989 (em sua versão espanhola, 1991, p. 5) e no contexto de um novo documento, “Parâmetros curriculares e de avaliação para a Educação Matemática”, o NCTM propõe cinco objetivos gerais para todos os alunos:

1. Aprender a valorizar a Matemática.
2. Adquirir confiança na própria capacidade.
3. Adquirir capacidade de resolver problemas matemáticos.
4. Aprender a se comunicar matematicamente.

5. Aprender a raciocinar matematicamente.

No final do século passado, Onuchic (1999) apoiou o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas como uma metodologia de ensino centrada no estudante, que constrói os conceitos matemáticos durante a resolução:

> O ponto central de nosso interesse em trabalhar o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática (ONUCHIC, 1999, p. 208).

As mudanças na sociedade, bem como nas atitudes e pensamentos das pessoas, passaram a exigir auxílio imediato na reflexão e na resolução de problemas e situações do dia a dia. A condição em que a sociedade se encontra exige maior participação do educando no que se refere ao ensino-aprendizagem.

Nas diferentes etapas e áreas da educação percebe-se a necessidade de que os alunos obtenham habilidades e estratégias que lhes proporcionem a apreensão, por si mesmos, de novos conhecimentos e não apenas a obtenção de conhecimentos prontos e acabados que fazem parte da nossa cultura, ciência e sociedade. Uma das formas mais acessíveis de proporcionar aos alunos que aprendam a aprender é a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino.

Para Diniz (2001, p. 89):

> Podemos tentar definir a Resolução de problemas como *"perspectiva metodologia".* Isto significa que, em nossa concepção, a Resolução de Problemas corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, do que significa aprender. Daí a escolha do termo "perspectiva", cujo significado "uma certa forma de ver" ou "um certo ponto de vista" corresponde a ampliar a conceituação de Resolução de problemas como simples metodologia ou conjunto de orientações didáticas.

A utilização da resolução de problemas na prática educativa da Matemática deve merecer atenção por parte de todos os professores. Ensinar a resolver problemas requer que o professor situe os alunos frente a diferentes situações. Ele deve encorajá-los a pensar por si mesmos, a levantarem suas hipóteses e a testá-las, a discutirem com seus colegas como e por que determinada estratégia resolve ou não o problema. O ensino/aprendizagem por meio da resolução de problemas é uma tentativa de modificar o desenvolvimento habitual das aulas de Matemática.

Para Callejo e Vila (2006, p. 29):

> O termo problema para designar uma situação, proposta com finalidade educativa, que propõe uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/resolvedor ou ao grupo de alunos que tenta resolvê-la, porque não dispõe de um algoritmo que relaciona os dados e a incógnita ou de um processo que identifique automaticamente os dados com a conclusão e, portanto, deverá buscar, investigar, estabelecer relações e envolver suas emoções para enfrentar uma situação nova.

O processo de resolução de problemas pode ser expresso e comunicado de diversas maneiras como: desenhos, geometricamente, comunicação oral, expressões algébricas ou numéricas, esquemas, dentre outras.

Neste trabalho, além de valorizar os diferentes caminhos de resolução encontrados pelos alunos, procuraremos fazer uma socialização dessa diversidade, a fim de desmistificar o conceito de que o fazer matemático se resume em uma simples reprodução de modelos. E, como já foi mencionado, é interessante que a Matemática seja vista pelo estudante como um conhecimento que poderá contribuir para sua formação e atuação na sociedade e não como algo inatingível, reservado apenas para algumas pessoas chamadas de “mais inteligentes”.

Polya ([1949], 1998, p. 2) afirmou que:

> se a educação não contribui para o desenvolvimento da inteligência, ela está obviamente incompleta. Entretanto, a inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: problemas do cotidiano, problemas pessoais, problemas sociais, problemas científicos, quebra-cabeças, toda sorte de problemas. O aluno desenvolve sua inteligência usando-a; ele aprende a resolver problemas resolvendo-os.

Este pensamento está relacionado com a proposta da metodologia de resolução de problemas em Educação Matemática que visa tirar o aluno da tradicional postura passiva em sala de aula para uma postura ativa e interessada e desconstruir a noção de que a Matemática é algo pronto e acabado.

Para Van de Walle (2009, p. 59), não há dúvida de que ensinar por resolução de problemas é difícil. Ao se planejar ou selecionar as atividades a cada dia, é importante considerar a compreensão atual dos alunos e as necessidades curriculares. Em geral, é difícil planejar com muita antecedência. Mas, relata que há boas razões para prosseguir neste esforço:

> 1. A resolução de problemas concentra a atenção dos alunos sobre as ideias e em dar sentido às mesmas;
>
> 2. A resolução de problemas desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido;

3. A resolução de problemas fornece dados contínuos que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudar os alunos a ter bom desempenho e manter os pais informados;
4. A resolução de problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos;
5. Uma abordagem de resolução de problemas envolve os estudantes de modo que ocorrem menos problemas de disciplina;
6. A resolução de problemas desenvolve o “potencial matemático;
7. É muito divertida!

Tanto as dificuldades como algumas das razões de prosseguir com o esforço de ensinar por resolução de problemas foram constatadas no trabalho de campo com os participantes desta pesquisa e serão relatados nos capítulos 3 e 4 deste trabalho.

2.3.1 Resolução de problemas no ensino médio

> Toda vez que você apresenta uma tarefa baseada na resolução de problemas e aguarda uma solução, você está dizendo aos estudantes “Eu acredito que vocês podem fazer isso”. Toda vez que a turma resolve um problema e os alunos desenvolvem sua compreensão, a autoconfiança e a autoestima são ampliadas e fortalecidas.
>
> (VAN DE WALLE, 2009, p. 59)

O que se espera do aluno no ensino médio é que seja competente em resolução de problemas, se não de todos, pelo menos daqueles que permitam desenvolver formas de pensar Matemática.

Em relação à resolução de problemas os PCN + Ensino Médio – Matemática (BRASIL, 2002, p. 112) relata:

> A resolução de problemas é peça central para o ensino da Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação são passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

O referido documento tem como proposta que, em cada escola, os professores proponham um trabalho pedagógico que permita o desenvolvimento das competências que se desejam alcançar. E apresenta as seguintes competências para o ensino médio (BRASIL, 2002, p. 113):

> Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;

> Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de *situações-problema*, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
>
> *Contextualização* das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

Desse modo, um dos principais objetivos é explorar os problemas contextualizados, em cada ramo da Matemática. Além disso, as razões históricas de cada assunto são importantes para a compreensão do aluno, pois ele, assim, compreenderá o porquê de existir. Outro aspecto a considerar é a escolha do tema de cada aula, que é interessante ser feita pensando no indivíduo que vai receber o assunto. Neste sentido é interessante adaptar cada conteúdo proposto para o ensino médio de tal forma que se aborde a tão importante resolução de problema. Logo, a proposta dos PCNEM privilegia o tratamento de situações-problema, preferencialmente tomadas em contexto real.

Para Brasil (2002, p. 129):

> Um importante recurso para o desenvolvimento das competências é o *trabalho em grupo*. Que apesar de rejeitado por muitos, sob a alegação de que os alunos fazem muito barulho e não sabem trabalhar coletivamente, essa modalidade de trabalho é valiosa para várias das competências que se deseja desenvolver. Outro aspecto que se deve enfatizar é a importância da *comunicação em Matemática*, por ser uma competência valiosa como relato, registro e expressão.

Segundo Callejo e Vila (2006), ao pensarmos na organização de uma tarefa centrada na intervenção a partir da resolução de problemas, o trabalho em pequenos grupos em um ambiente de discussão e a comunicação em geral são essenciais.

Considerando a importância desses recursos, na intervenção com a resolução de problemas, eles foram escolhidos para compor nossa metodologia de pesquisa. Hoje, conforme proposta da Educação Matemática, é interessante que o ensino e aprendizagem estejam associados ao diálogo, à participação, à criação e à cooperação, e não apenas à reprodução e à memorização.

Nas aulas de Matemática, a comunicação pode se realizar por meio de propostas de elaboração de textos diversos, como relatórios sobre atividades, relatos de conclusões sobre um conceito ou processo, síntese sobre o que o aluno ou grupo aprenderam, de desenhos, gráficos, tabelas e, em relação à comunicação oral, o trabalho de grupo pode ser um instrumento quando os alunos, além de aprenderem uns com os outros, precisam organizar o que sabem para se fazerem entender e, para isso, usam a linguagem que está sendo aprendida (BRASIL, 2002; CÂNDIDO, 2001).

Faz-se necessário frisar que o trabalho com resolução de problemas é um processo lento, pois, na maioria das vezes, o aluno está acostumado apenas com exercícios e não têm o costume de analisar, interpretar e até fazer questionamentos quanto ao problema, se está bem elaborado, se admite ou não solução e se essa é única. Percebem quantos questionamentos podem fazer e é assim que acontece o processo de aprendizagem que, muitas vezes, é lento, pois um único problema pode ocupar várias aulas.

Esta proposta de metodologia para o ensino médio requer mudança no pensar do professor sobre o ensino e na sua ação. A seleção das atividades a serem propostas deve garantir espaço para a diversidade de opiniões, de ritmos de aprendizagem e outras diferenças pessoais. O aspecto desafiador das atividades deve estar presente todo o tempo, permitindo o engajamento e a continuidade desses alunos no processo de aprender.

2.4 Ludicidade no ensino da Matemática

> Se há uma unanimidade, pelo menos no plano dos conceitos entre os educadores para as Ciências e a Matemática, é quanto à necessidade de se adotarem métodos de aprendizagem ativo e interativo. Os alunos alcançam o aprendizado em um processo complexo, de elaboração pessoal, para o qual o professor e a escola contribuem permitindo ao aluno se comunicar, situar-se em seu grupo, debater sua compreensão, aprender a respeitar e a fazer-se respeitar (...) valorizando as atividades coletivas que propiciem a discussão e a elaboração conjunta de ideias e de práticas; desenvolvendo atividades lúdicas, nas quais o aluno deve se sentir desafiado pelo jogo do conhecimento e não somente pelos outros participantes.
>
> (BRASIL 1999, p. 266).

O ensino da Matemática tem promovido, ao longo do tempo, uma série de discussões acerca de seus métodos, de sua função prática, de sua relevância na formação do cidadão crítico e reflexivo, além de vários questionamentos sobre os motivos pelos quais se deve estudar a Matemática.

Surge, assim, a necessidade de proporcionar aos alunos o acesso aos conhecimentos matemáticos. Para essa missão, o professor é o principal convidado e é importante que seja capaz de transformar seu ensino, proporcionando aos alunos a participação ativa nesse novo ambiente. A fim de motivar e envolver os alunos, evitando uma educação rotineira e cansativa, o educador deve estar aberto à mudança e às diversas formas de ensinar, entre elas a lúdica (SANTOS, 2001).

Para Santos (2011, p. 12), não podemos limitar o ato de educar à repassagem de informações, faz-se necessário “oferecer várias ferramentas para que a pessoa possa escolher, entre muitos caminhos, aquele que for compatível com seus valores, sua visão de mundo e com as circunstâncias adversas que cada um irá encontrar. Educar é preparar para a vida".

O lúdico pode oferecer estas ferramentas, pois possui aspectos de relevância para o aprendizado, tornando-o mais interessante e significativo para as crianças, os jovens ou, mesmo, os adultos. É por meio de atividades lúdicas e interativas que buscamos vivenciar a construção matemática e humanizar esta ciência, valorizando diversos contextos sociais, econômicos, políticos e culturais em diferentes momentos históricos. Com relações estabelecidas entre a Matemática e as outras ciências, podemos contribuir para que o seu ensino cumpra com sua responsabilidade social e, ainda, que possa transpor os muros da escola e aproximá-la da realidade dos estudantes (BRASIL, 1999; D'AMBROSIO 2005; SANTOS, 2001).

Fortuna (2001, p. 116) afirma que:

> Uma aula ludicamente inspirada não é, necessariamente, aquela que ensina conteúdos com jogos, mas aquela em que as características do brincar estão presentes, influindo no modo de ensinar do professor, na seleção dos conteúdos, no papel do aluno. Que se assemelha ao brincar – atividade livre, criativa, imprevisível, capaz de absorver a pessoa que brinca, não centrada na produtividade. Nesta sala de aula convive-se com a aleatoriedade, com o imponderável; o professor renuncia à centralização, à onisciência e ao controle onipotente e reconhece a importância de que o aluno tenha uma postura ativa nas situações de ensino, sendo sujeito de sua aprendizagem; a espontaneidade e a criatividade são constantemente estimuladas. Está aberto aos novos possíveis, daí que sua visão de planejamento pedagógico também sofre uma revolução lúdica, sua aula deve ser uma ação pedagógica conscientemente criada, donde seu caráter intencional (necessário para garantir que o jogo não deslize para a promoção do individualismo), mas repleta de espaços para o inesperado, para o surgimento do que ainda não existe, do que não se sabe.

Nesse contexto de compromisso com a qualidade da educação, a ludicidade propõe que se abordem as várias situações da vida, tornando a Matemática mais interessante. Este é, portanto, o grande desafio do educador: assegurar ao aluno uma educação significativa, garantindo a este a participação e a construção do ambiente em que está inserido.

A ludicidade pode ser aplicada por meio de atividades em que a Matemática possa ser evidenciada, a exemplo dos trabalhos que envolvem e exploram os conceitos de geometria, por meio da construção de maquetes, formas geométricas, entre outros, e o principal deles que é interpretar e compreender os mais diversos fenômenos do cotidiano dos alunos.

Por meio da ludicidade os dados poderão ser analisados e interpretados pelos educandos de forma que eles façam naturalmente a correlação entre a aprendizagem matemática e as suas vivências. O lúdico pode ser utilizado como alternativa para tornar as aulas de Matemática mais criativas, na construção de plantas baixas da sala de aula, da escola, de uma casa ou de um apartamento; estes são apenas alguns exemplos da aplicação da ludicidade, há uma infinidade de outros campos em que se pode aplicar a utilização desta ferramenta.

Em muitos casos, os educadores matemáticos não utilizam tal ferramenta em decorrência de não dominarem esse tema, por não conhecerem mais profundamente e mesmo por não terem experiência com a prática da ludicidade na Matemática.

A construção dos referenciais teóricos que fundamentam esta pesquisa nos fez refletir a respeito das orientações para o ensino da Matemática, entre elas a que fala da postura do professor em ação na sala de aula: cabe ao professor, enquanto mediador, propiciar um ambiente favorável à discussão e validação dos métodos de resolução desenvolvidos pelos alunos, demonstrando que todos têm potencial para desenvolver novas estratégias e que a construção do conhecimento realizada não é privilégio de poucos.

Também nos auxiliou na compreensão de quais caminhos seguiremos para alcançar nossos objetivos por meio do método e reflexões realizadas no transcorrer da pesquisa participante, ou seja, a forma como nos propomos trabalhar, que apresento no próximo capítulo.

Figura 8 – Depoimentos dos alunos no decorrer da primeira entrevista semiestruturada

Eu é que tenho que lhe agradecer, por me ouvir falar essas coisas... Desculpe se falei errado. Não sei o que a senhora queria que eu falasse. Mas só falei o que penso.

(Beatriz, 15 anos, 2012).

Calma professora. Tenho que pensar. Afinal nunca perguntaram minha opinião sobre as coisas da escola... É ... dos professores e as matérias, sabe?

(João, 17 anos, 2012).

Espera um pouco professora. Tenho que me arrumar, pois nunca fui entrevistado antes.

(Marcos, 16 anos, 2012).

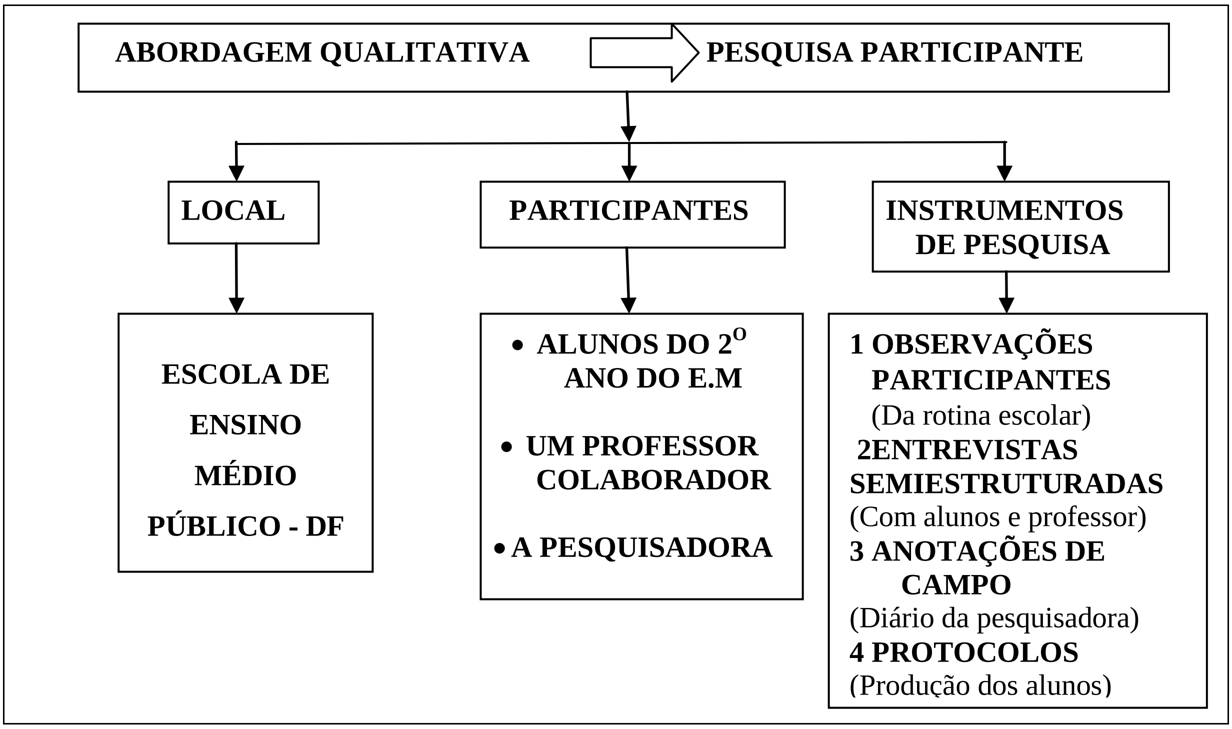
Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

3 MÉTODO

> Dificilmente poderá a prática pedagógica atingir a eficiência desejada se, ao considerar ou ao iniciar uma aula e ao prepará-la, o professor não fizer um exame do objetivo que pretende atingir durante aquela hora em que os alunos estão a ele confiados, e qual o método que será empregado para conduzir a prática pedagógica nesses 50 minutos de interação professor-classe.
>
> (D'AMBROSIO, 1986, p. 46)

Para alcançar o objetivo deste trabalho foi realizada uma investigação que abordava a Educação Matemática, contextualização, resolução de problemas, e ludicidade como processos de mediação na aprendizagem em geral e em especial da Matemática no ensino médio. Inicialmente, buscou-se compreendê-las em um estudo bibliográfico. Em uma segunda etapa, a pesquisa de campo, os temas foram analisados por meio da metodologia qualitativa, visto que essa abordagem mostra-se como uma opção para permitir compreender o fenômeno social.

Figura 9 – Proposta Metodológica



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

O investigador qualitativo procura descobrir fatos importantes, fazendo paralelo entre os indivíduos pesquisados e a cultura em que estão inseridos.

Segundo Chizzotti (1995, p. 79):

> A abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo e o objetivo e a subjetividade do sujeito. O conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa: O sujeito observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpretar os fenômenos, atribuindo-lhes um significado. O objetivo não é um dado inerte e neutro; está possuído de significados e relações que sujeitos concretos criam em suas ações.

Considerando este ponto de vista, também se justifica a escolha da abordagem qualitativa para esta pesquisa, por seus objetivos e pelos aspectos teóricos apresentados anteriormente sobre o ensino da Matemática, a contextualização e interdisciplinaridade, a resolução de problemas e a ludicidade, que apresentam aspectos como: relação sujeito e mundo real, holismo do conhecimento. É uma abordagem que possibilita o trabalho com o contexto.

Para efeitos práticos, Minayo (2011, p. 26-27) divide o processo de trabalho científico em pesquisa qualitativa em três etapas: 1) fase exploratória: “consiste na produção do projeto de pesquisa e de todos os procedimentos necessários para preparar a entrada em campo”; 2) trabalho de campo: “levar para a prática empírica a construção teórica elaborada na primeira etapa” e; 3) análise e tratamento do material empírico e documental: “diz respeito ao conjunto de procedimentos para valorizar, compreender, interpretar os dados empíricos, articulá-los com a teoria que fundamentou o projeto ou com outras leituras teóricas e interpretativas cuja necessidade foi dada pelo trabalho de campo”.

De acordo com Richardson *et al*. (1999, p. 90) “A pesquisa qualitativa pode ser considerada como a tentativa de uma compreensão detalhada dos significados e características situacionais apresentadas pelos entrevistados, em lugar da produção de medidas quantitativas de características ou comportamentos”.

Considerando que a pesquisa de abordagem qualitativa possibilita ao pesquisador trabalhar de forma mais interativa e interpretativa, para esta pesquisa foram adotados os pressupostos teóricos da pesquisa participante, que é uma pesquisa de construção e não somente de respostas, dado o seu caráter flexível, aberto e dinâmico. “(...) emerge como resultado de reflexão sobre a práxis cotidiana coletiva e se realiza como fruto de uma identificação do pesquisador e dos pesquisados em termos de vontade coletiva” (MÁXIMO, 2006, p. 37).

Na pesquisa participante, pesquisador e pesquisado têm a possibilidade de interagirem no campo de trabalho, de forma que o pesquisado participe ativamente do processo, tendo a possibilidade não somente de fornecer dados ao pesquisador, mas de se assumir como autor da história. E durante todo o percurso de pesquisa, considerando que ele não é linear e nem totalmente previsível, os sujeitos têm a oportunidade de aprender, desenvolver e reforçar esquemas mentais.

Para Minayo (2011, p. 59), quando terminamos a fase exploratória de uma pesquisa qualitativa, cujo produto principal é o projeto de pesquisa no qual já está estabelecido o espaço para investigar e decidido com que grupo trabalhar, chega a hora de iniciar o trabalho de campo propriamente dito.

Ainda segundo a autora (2011, p. 63):

> Pela sua importância, o trabalho de campo deve ser pela realizado a partir de referenciais teóricos e também de aspectos operacionais. Isto é, não se pode pensar num trabalho de campo neutro. A forma de realizá-lo revela as preocupações científicas dos pesquisadores que selecionam tanto os fatos a serem observados, coletados e compreendidos como o modo como vai recolhê-los. Esse cuidado é necessário porque o campo da pesquisa social não é transparente e tanto o pesquisador como os seus interlocutores e observados interferem no conhecimento da realidade. Essa interferência faz parte da própria natureza da pesquisa social que nunca é neutra.

O trabalho de campo visa reunir e organizar um conjunto comprobatório de informações. A coleta de informações em campo pode exigir negociações prévias para se aceder a dados que dependem da anuência de hierarquias rígidas ou da cooperação das pessoas informantes. As informações são documentadas, abrangendo qualquer tipo de informação disponível, escrita, oral, gravada, filmada que se preste para fundamentar o relatório do caso que será, por sua vez, objeto de análise crítica pelos informantes ou por qualquer interessado (CHIZZOTTI, 1995, p. 103).

Neste estudo foi realizado um trabalho de campo, que se associa à participação efetiva da pesquisadora na escola, junto com o professor regente, mais especificamente juntos aos sujeitos, que participaram das atividades propostas.

Somos sujeitos com história, ideologias, formação acadêmica, crenças, vivências e, no papel de pesquisador participativo – “(...) não se pode pensar num trabalho de campo neutro” (MINAYO, 2011, p. 63) –,importante estar atentos para não interferir, comprometendo os resultados da pesquisa. Cada palavra, instrumento, procedimento necessita ser cuidadosamente planejado para desenvolver uma pesquisa de qualidade, capaz de contribuir positivamente para o mundo acadêmico e profissional.

Na elaboração de nosso planejamento para coleta e análise de dados temos a clareza que, embora sejamos criteriosos, pesquisar implica uma série de desafios, seja de ordem epistemológica, metodológica, temporal ou pessoal.

O primeiro obstáculo a ser superado numa pesquisa de campo educacional é o fato de em muitos casos o pesquisador ser visto como um intruso, que está lá para apontar os problemas da prática pedagógica, ensinar o professor regente dar aula e não como colaborador. Neste sentido, adotamos como forma de superação uma postura de diálogo. Realizamos contato com o diretor da escola, o coordenador pedagógico, o professor regente, os alunos e pais ainda na fase de projeto de qualificação para os devidos esclarecimentos sobre a proposta da pesquisa. Acreditamos ser essencial para o trabalho de pesquisa a segurança mínima quanto ao desenvolvimento do projeto de campo, ser compreendido como alguém interessado em contribuir para a construção da Educação Matemática como um todo, adquirir a credibilidade e confiança dos profissionais ali envolvidos, como também dos estudantes.

Aspectos relacionados à estrutura da escola como horários de aula, grade curricular das disciplinas, semana de provas, subida de aula e problemas políticos como autorização para frequentar o ambiente escolar podem ser desafios a serem superados frente ao objetivo proposto para nossa pesquisa: *investigar os desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aula com alunos do 2º ano do ensino médio.* Aspectos estes que foram constatados no decorrer do nosso trabalho de campo e serão explicitados no item 3.5 deste trabalho, referente aos procedimentos.

Como foi citado nos referenciais teóricos, o ensino tradicional reforça uma concepção escolar na qual o professor tem sempre a resposta, adotada como a única correta, cabendo ao aluno adaptar-se aos métodos e técnicas escolhidos pelo ele. Na visão da Educação Matemática, partimos do pressuposto que o aluno é o autor da sua aprendizagem e o professor um colaborador dentro da complexa relação entre o aluno e o saber. Este é um campo de novidades tanto para os alunos quanto para o professor, que é o da validação da produção do aluno. Dentro desta nova forma de mediação no ensino da Matemática, a credibilidade e confiança são essenciais. Estes foram dois pontos que conquistamos no decorrer de nossa pesquisa.

A seguir descreveremos o local, os participantes, as atividades, os instrumentos, os critérios e fontes de seleção das atividades e os critérios e/ou categorias de análise dos dados desta pesquisa acadêmica. Esperamos que esta estrutura metodológica contribua para realizarmos uma análise clara e segura a fim de atingir os objetivos neste estudo.

3.1 Local da pesquisa

O local da pesquisa foi uma escola pública, de ensino médio, localizada na cidade de Ceilândia, Distrito Federal. Escolhida pelos seguintes critérios: 1) Pertencer à rede pública de ensino, instituição onde exercemos nossa prática pedagógica, prática que proporcionou o despertar para esta pesquisa; 2) Estar localizada na cidade de Ceilândia, onde exerci a docência por 26 anos, destes 18 no ensino médio, o que proporcionou a escolha do público desta pesquisa; 3) Atender ao ensino médio regular, público escolhido nos objetivos do trabalho e; 4) Apresentar aceitação por parte da direção da escola, do coordenador pedagógico e do professor da turma, permitindo a realização da pesquisa.

A aceitação de um pesquisador no espaço de trabalho é um dos desafios da pesquisa no ambiente escolar. Em nosso caso, a partir do diálogo com direção, coordenação e professor, a aceitação foi imediata. Fomos acolhidos para a realização de nosso trabalho.

A escola possui diretor eleito pela comunidade escolar por meio do processo de eleição direta. Funciona atualmente com 91 professores, distribuídos em três turnos (matutino, vespertino e noturno). São 26 turmas no matutino, 20 no vespertino e 6 no noturno. Em relação aos aspectos físicos, a escola tem 4 laboratórios: química, biologia, física e informática; 25 salas de aula; 1 auditório; 1 anfiteatro e quadras de esportes. O objetivo principal que norteia a proposta pedagógica da escola, é promover o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, proporcionando aos alunos uma participação efetiva no processo educativo e à comunidade escolar uma integração cada vez mais significativa (Vide parte do PPP da escola no Anexo 1).

Os projetos e atividades desenvolvidas propostos para realização na comunidade escolar são: as Olimpíadas de Matemática e Português; Jornada das Profissões; Feira de Ciências; Olimpíada do Conhecimento; Festival de Cinema; Danças Afro-brasileiras; Jogos Interclasses e o Projeto de Arborização “Aprendendo a Preservar”. Estas atividades são coordenadas pela direção, professores e alunos, mas toda comunidade escolar participa, inclusive os pais e demais servidores da escola.

Para a aplicação dos instrumentos deste trabalho (vide item 3.5 na p. 66) os espaços utilizados no local da pesquisa foram: anfiteatro (reunião com pais); sala de artes e laboratório de química (entrevista com alunos); biblioteca (entrevista com professor); sala de aula e laboratório de informática (para aplicação de atividades de resolução de problemas e/ou atividades lúdicas). Sendo que a maioria das atividades de resolução de problemas e/ou atividades lúdicas foram aplicadas em sala de aula com a colaboração do professor da turma.

As atividades aplicadas no laboratório foram coordenadas pela pesquisadora com a colaboração de uma professora coordenadora do NTE – Núcleo de Tecnologia Educacional/ Ceilândia – com sede no local da pesquisa.

3.2 Participantes

Participaram deste estudo, a pesquisadora, uma turma de 36 de alunos do 2º ano do ensino médio, sendo 23 do sexo masculino e 15 do sexo feminino, com idade média de 16 anos e um professor colaborador.

A escolha pela turma deu-se pela disponibilidade do professor em participar da pesquisa e pelo fato de os horários das aulas de Matemática serem os primeiros. Como poderia ocorrer, devido à falta de professores por atestados ou abonos (dia de folga que o professor tem adquirido por lei pelo fato de trabalhar um dia a mais nos meses de 31 dias no decorrer do ano), a escola antecipa os horários das aulas, no caso de uma turma que possui os demais horários, da pesquisadora chegar à escola e a turma já ter sido dispensada, este foi um dos desafios enfrentados no percurso da pesquisa e será relatado no item 3.5 deste trabalho (procedimentos).

Para preservar os estudantes que colaboraram com este trabalho, optamos por usar nomes fictícios. E quanto ao professor regente, além de participar da seleção das atividades, ceder uma de suas aulas semanais de Matemática para o desenvolvimento das atividades, participou ativamente na aplicação colaborando com a pesquisadora.

Os colaboradores da pesquisa são percebidos como sujeitos do fenômeno a ser investigado. O contexto em que estão inseridos, as situações que se colocam na rotina escolar e os significados construídos pelos sujeitos não são desprezados na análise dos protocolos.

3.3 Atividades selecionadas

As atividades, selecionadas no decorrer da pesquisa, ou seja, as situações problemas e as propostas lúdicas (objetos desta pesquisa), que foram conceituados nos referenciais teóricos e desenvolvidas com os estudantes do segundo ano do ensino médio, no período de abril a setembro de 2013, foram selecionadas no decorrer do processo de pesquisa, no intuito de possibilitarmos a adaptação dos problemas e das atividades lúdicas quanto:

1. *Contexto em que será aplicado e para quem*: numa escola de ensino médio para alunos do 2º ano.
2. *Tipo de atividade*: problemas contextualizados abertos, gráficos, textos desafiadores, atividades lúdicas com jogos, uso da tecnologia (calculadora, computador) e outras;

3. *Conteúdo matemático*: trigonometria.
4. *Sequência didática*: atividades de introdução, desenvolvimento e recapitulação ou de aplicação.

Em relação ao item 4 (quatro), Callejo e Vila (2006, p.164-165) afirmam que quando propomos problemas aos alunos estamos perseguindo vários objetivos, como desenvolver estratégias e processos gerais ou específicos do pensamento matemático, ou motivar e tornar significativa a introdução de uma noção. Mas que os objetivos também têm relação com a sequência didática:

> *Atividades de introdução*: têm como objetivo motivar a aprendizagem de um novo conceito a partir de uma situação-problema, que pode ser ou não aquela que lhe deu origem, ou problematizar um tema por meio de perguntas que serão respondidas durante o seu desenvolvimento.
> *De desenvolvimento:* são atividades de desenvolvimento da unidade de aprendizagem e ajudam a assimilar os conteúdos, a aprofundá-los, a verificar sua utilidade e a possibilidade de aplicá-los a situações parecidas ou novas.
> *De recapitulação ou de aplicação:* também é possível propor proble*mas como atividades* de síntese que ajudam a recapitular os conhecimentos, que podem ser de investigação.

Faz-se necessário esclarecer que esta seleção ocorreu de acordo com a parceria entre as necessidades e solicitações dos alunos, enquanto participantes ativos do processo, as exigências do professor e nossas reflexões enquanto pesquisadores, buscando, desta forma, realizar uma pesquisa dinâmica, refletida e construída coletivamente.

As atividades foram desenvolvidas com toda turma, dividida em grupos de quatro alunos, e a cada encontro fizemos o diário[3] com a descrição do encontro, os destaques do dia, as reflexões sobre o que foi vivido e a relação com o objeto de pesquisa. As produções dos alunos foram recolhidas e analisadas como protocolos.

3.4 Instrumentos para coleta de dados

Importante considerar que é relevante a verificação de que todo pesquisador consciente deve saber como selecionar e utilizar adequadamente as técnicas científicas para que os resultados obtidos sejam realmente fidedignos (ROSA; ARNOLDI, 2008, p. 7).

3diário do encontro era produzido pela própria pesquisadora assim que saia da sala de aula. Era um espaço para registrar o visto, lido e vivido pela pesquisadora no contato com os estudantes e professor.

Para o presente estudo, optamos pelos seguintes instrumentos de coleta de dados: 1) observação participante: escolhida por ser imprescindível na pesquisa de fenômenos sociais e, especificamente, de fenômenos educativos. Para Lüdke e André (1986, p. 26), tanto quanto a entrevista, "a observação ocupa um lugar privilegiado nas novas abordagens de pesquisa educacional"; 2) registro de campo: contribuiu para as reflexões, planejamento e seleção dos problemas e das atividades lúdicas aplicadas e, posteriormente, para a análise dos protocolos e organização de tópicos abordados nas entrevistas; 3) entrevista semiestruturada: em um primeiro momento, utilizada com todos os alunos divididos em oito grupos de quatro ou cinco membros, a fim de conhecermos suas concepções sobre o ensino em geral, os professores, a escola, a aprendizagem por meio de atividades lúdicas e da resolução de problemas em sala de aula. As entrevistas foram, em sua totalidade, gravadas em áudio, filmadas e, posteriormente, transcritas e desenvolvidas na análise de dados. Num segundo momento, ocorreu o mesmo com o professor regente; 4) produções dos alunos (protocolos): aos alunos foram propostas atividades lúdicas e de resolução de problemas utilizadas posteriormente na análise dos dados.

Os instrumentos foram cuidadosamente selecionados com o intuito de que cada coleta nos fornecesse subsídios para a investigação de quais são os desafios e possibilidades de utilização da metodologia de resolução de problemas e atividade lúdicas em sala de aula no 2º ano do ensino médio.

As atividades foram planejadas pela pesquisadora, ajustadas com o professor nas coordenações de área (nas segundas-feiras à tarde) e propostas para os alunos no período da manhã nas aulas de Matemática da turma. O conteúdo abordado foi aquele que o professor estava trabalhando no bimestre, no caso Trigonometria.

Os protocolos, ou seja, as produções realizadas pelos estudantes constituíram um dos mais valiosos instrumentos dessa pesquisa, pois, por meio deles, procuramos investigar quais as estratégias utilizadas pelos alunos pesquisados na elaboração de resoluções para problemas de trigonometria e/ou atividades lúdicas, bem como estimulá-los à produção escrita, buscando favorecer o processo de validação de suas resoluções.

3.4.1 Observações participantes

No primeiro momento, participamos da rotina escolar dos colaboradores para entender os significados que permeiam o ambiente e ter uma visão geral do problema, foi o nosso objetivo. Realizamos a observação participante, com permissão de professor e alunos, para conseguir informações sobre aquela realidade cultural, aquele contexto. Acompanhar essa rotina foi útil para enriquecer as interpretações que produzimos sobre os dados.

Para Lüdke e André (1986, p. 26) a observação participante possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado, o que apresenta uma série de vantagens:

- Permite que o observador chegue mais perto da “perspectiva dos sujeitos”, um importante alvo nas abordagens qualitativas;
- As técnicas de observação são extremamente úteis para descobrir aspectos novos de um problema;
- Permite a coleta de dados em situações em que é impossível outras formas de comunicação.

Para Gil (2011, p. 103), a observação participante consiste na participação real do conhecimento na vida da comunidade, do grupo ou de uma situação determinada. Neste caso, o observador assume, pelo menos até certo ponto, o papel de um membro do grupo. Daí por que se pode definir observação participante como a técnica pela qual se chega ao conhecimento da vida de um grupo a partir do interior dele mesmo. E pode assumir duas formas distintas: a) *natural*, quando o observador pertence à mesma comunidade ou grupo que investiga; b) *artificial,* quando o observador se integra ao grupo com o objetivo de realizar uma investigação.

A observação participante ocorreu no decorrer de todo o processo investigativo: nos encontros com o professor colaborador durante a coordenação pedagógica (nas segundas-feiras à tarde); nos momentos com alunos e professora em sala de aulas, às terças-feiras pela manhã; nos encontros com os alunos em sala de aula, no pátio da escola ou no laboratório de informática, antes, durante ou após as produções ou participação nas atividades a serem desenvolvidas. Ou seja, como já foi mencionado, participando da rotina escolar dos colaboradores.

3.4.2 Anotações ou registros de campo

Segundo Triviños (1987, p. 154), as anotações de campo podem ser entendidas como todo o processo de coleta e análise de informações, isto é, ela compreenderia descrições de fenômenos sociais e físicos, explicações levantadas sobre as mesmas e a compreensão da totalidade da situação em estudo. Este sentido tão amplo faz das anotações de campo uma expressão quase sinônima de todo o desenvolvimento da pesquisa.

Em relação ao registro da observação, Gil (2011, p. 105) ressalta que: “O registro da observação é feito no momento em que esta ocorre e pode assumir diferentes formas. A mais frequente consiste na tomada de notas por escrito ou na gravação de sons e imagens”.

Os registros da observação foram feitos em um diário de campo. Estas observações aconteceram às segundas-feiras, à tarde, no período da coordenação dos professores e nas terças-feiras, pela manhã, em sala de aula e no espaço escolar como um todo. Também foram feitos registros das conversas informais com os participantes da pesquisa, logo após o ocorrido.

Por meio do diário de campo, os registros diários advindos da participação e observação efetiva do pesquisador (já que se trata de uma pesquisa participante), contribuíram para as reflexões, planejamento e seleção dos problemas e das atividades lúdicas a serem aplicadas e, posteriormente, para a análise dos protocolos e organização de tópicos abordados nas entrevistas.

3.4.3 Entrevistas semiestruturadas

A entrevista é uma das técnicas de coleta de dados mais utilizada no âmbito das ciências sociais. Ela complementou as observações e ofereceu a vantagem de possibilitar o aprofundamento de alguns temas, além de permitir a obtenção imediata de informações.

"É uma forma de diálogo assimétrico, em que uma das partes busca coletar dados e a outra se apresenta como fonte de informação". (GIL, 2011, p. 109)

Lüdke e André (1986, p. 34) ressaltam que: enquanto outros instrumentos têm seu destino selado no momento em que saem das mãos do pesquisador que os elaborou, a entrevista ganha vida ao se iniciar o diálogo entre o entrevistador e o entrevistado. Para as autoras, a entrevista semiestruturada se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações. E afirmam que:

> Ao lado do respeito pela cultura e pelos valores do entrevistado, o entrevistador tem que desenvolver uma grande capacidade de ouvir atentamente e de estimular o fluxo natural de informações por parte do entrevistado. [...] É muito importante que o entrevistado esteja bem informado sobre os objetivos da entrevista e de que as informações fornecidas serão utilizadas exclusivamente para fins de pesquisa, respeitando-se sempre o sigilo em relação aos informantes. [...] Como em qualquer outra técnica, é necessário verificar cuidadosamente se as informações pretendidas exigem mesmo essa técnica ou se poderiam ser conseguidas por outros meios de aplicação mais fácil e menos cara (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 35-38).

Dados quantitativos foram utilizados para complementar os qualitativos. Entretanto, o tratamento dispensado aos primeiros tem, sumariamente, o intuito de categorizá-los, para que, condensados, facilitem a visualização e a análise.

Com a entrevista, buscou-se estabelecer um diálogo para captar o ponto de vista ou a compreensão dos entrevistados: os alunos e o professor colaborador. Este instrumento foi, em um primeiro momento, utilizado com todos os alunos, divididos em oito grupos de quatro ou cinco membros, por acreditarmos que a entrevista coletiva facilita o diálogo entre os entrevistados e o pesquisador, quando os sujeitos têm a oportunidade de se manifestar livremente, reforçados pela presença de outros membros do grupo. Todos contribuíram. Alguns timidamente, outros bem abertos. Num segundo momento, com o professor colaborador, o objetivo foi o de conhecermos um pouco do seu perfil profissional e suas concepções sobre a aprendizagem contextualizadas a partir da metodologia de resolução de problemas no ensino médio.

3.4.4 Produções dos alunos (protocolos)

Qualquer produção, seja aquela que apenas repete uma resolução-modelo, seja a que indica a criatividade do estudante, tem características que permitem detectar as maneiras como o aluno pensa e que influências traz de sua aprendizagem anterior, formal ou informal. Assim, analisar as produções é uma atividade que acarreta, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes (CURY, 2007, p. 13).

Aos alunos foram propostas atividades lúdicas e de resolução de problemas de contextualizados utilizadas posteriormente na análise dos dados.

Cavalcanti (2001, p. 126) afirma que:

> Para representar seus pensamentos, as crianças podem lançar mão dos recursos que lhes sejam mais familiares como a oralidade e o desenho, além da utilização de escritas matemáticas. Ao fazer registros, a criança exterioriza um conhecimento, revelando sua compreensão do próprio problema e o domínio que possui dos conteúdos matemáticos que fazem parte daquela atividade.

Sendo assim, se faz necessário convidarmos os alunos a registrar e comunicar informações e suas próprias descobertas. Para Callejo e Villa (2006, p. 143):

> Os protocolos devem recolher dois tipos de informação: o conteúdo do processo e as observações sobre ele, entendendo por estas o que se está realizando, o que se está pensando, o parecer sobre o que se está fazendo e os sentimentos que se está experimentando.

Os protocolos, ou seja, as produções realizadas pelos alunos, constituíram um dos mais valiosos instrumentos dessa pesquisa. Por meio das produções, podemos investigar quais as estratégias que os alunos utilizam na elaboração de resoluções para problemas contextualizados e atividades lúdicas de trigonometria.

3.5 Procedimentos

Quanto aos procedimentos, inicialmente foi feito um contato com a direção da escola para autorização da pesquisa. Posteriormente foi realizada parte da coleta de dados no campo entre os meses de setembro e dezembro de 2012, onde as primeiras reuniões com os pais, estudantes, professores, direção e coordenação aconteceram uma vez por semana. Neste primeiro período de coleta de dados, foram realizados 10 encontros, nas terças-feiras, exceto no primeiro dia das entrevistas semiestruturadas, que foi numa quarta-feira, totalizando 10 horas e 20 minutos. Também ocorreram conversas informais com os participantes da pesquisa, durante os intervalos dos alunos e do professor, além de observações da rotina escolar dos colaboradores. As entrevistas semiestruturadas, exceto as do primeiro dia, foram feitas em grupo de quatro alunos, gravadas e filmadas, com as devidas autorizações dos estudantes e seus respectivos responsáveis. O segundo período de coleta de dados ocorreu, inicialmente, de abril a setembro de 2013, em dois dias, sendo um no período da tarde e outro pela manhã, semanalmente, onde ocorreu a entrevista com o professor colaborador, observação participante e a aplicação das atividades de resolução de problemas.

Realizamos a observação participante, com permissão de professor e alunos, para conseguir informações sobre aquele contexto e acompanhamos a rotina escolar dos colaboradores que nos foi útil para enriquecer as interpretações que produzimos sobre os dados.

Ainda na fase inicial da pesquisa, definimos critérios para trabalharmos com a turma. Decidimos selecionar todos os alunos da turma para acompanhar e investigar sistematicamente seus registros de elaboração de resoluções para os problemas de trigonometria. Para facilitar o acompanhamento de suas produções, optamos pelo trabalho em grupo. Durante a aplicação das atividades, a turma foi dividida em grupos de quatro membros. Aqui se faz necessário explicar que, no início da pesquisa, a turma era composta por 38 alunos, mas devido a algumas transferências e evasão escolar, no segundo período de coleta de dados, trabalhamos com 32 estudantes.

Na organização das tarefas em sala, Callejo e Vila (2006, p. 141-143) orientam que temos um leque de opções e destacam quatro: o trabalho em pequenos grupos em um ambiente de discussão, a comunicação em geral, o processo de reflexão sobre a resolução do problema e o desenvolvimento da criatividade por meio da resolução de problemas. À respeito do trabalho de grupo afirmam que:

> Apesar de inúmeras dificuldades, vale apena apostar em um trabalho em pequenos grupos e na discussão (Abrantes, 1994; Schoenfeld, 1985b) e também consideramos que, integrados adequadamente com fases de trabalho individual, podem resultar em uma oportunidade única para “viver” e “recriar” o processo próprio da atividade de resolução de problemas.
>
> Duas crenças muito difundidas, verdadeiros mitos sociais, são as que afirmam que “a Matemática não é falada, é escrita” e que “não se discute Matemática, se aceita”. Uma causa dessas crenças, que por sua vez se torna efeito, realimentando-se continuamente, é o predomínio quase absoluto de “lápis e papel”.

Seguindo a orientação dos autores, em alguns momentos os estudantes trabalharam individualmente para depois socializarem suas produções com o grupo para chegarem a um consenso. Esta metodologia ocorreu em diversos momentos orientada pela pesquisadora ou seguida livremente pelos estudantes. Nesta dinâmica, o processo de discussão e comunicação foi essencial.

Com estes estudantes, no segundo período da pesquisa, foram realizadas atividades lúdicas: jogos e atividades com uso da tecnologia (computador); resolução de situações-problema e entrevistas a partir de seus registros, buscando os significados a eles atribuídos. Inicialmente a proposta era de realizarmos 10 intervenções com estes alunos, uma vez por semana. No entanto, seguir este planejamento no período estabelecido inicialmente foi um de nossos desafios. Enfrentamos dificuldades em relação a alguns aspectos mencionados no início deste capítulo.

A escola trabalha com um sistema de semana de provas e envolve todos os professores na preparação. Para esta é utilizado os horários de coordenação, horários em que preparávamos as atividades com o professor colaborador. Em alguns momentos não foi possível realizar o planejamento porque os professores estavam reunidos grampeando provas ou fazendo gabaritos para correção, e até mesmo corrigindo as avaliações. Então aproveitava para observar a atividade, interagir com o grupo e colaborar de alguma forma. Na semana de provas também não era possível aplicar nenhuma atividade, pois os alunos só iam à escola para fazer as avaliações.

Outro desafio enfrentado foi em relação à aula cedida pelo professor regente para realizarmos as atividades. Esta turma foi escolhida para pesquisa por ter aula de Matemática nos dois primeiros horários em um dos dias da semana (terça-feira). Inicialmente ficou acordado que o professor regente me cederia uma dessas aulas. No decorrer do processo de pesquisa não foi possível continuar com este acordo, já que ele precisava trabalhar o conteúdo com os alunos, aplicar as avaliações gerais da escola e, como só dispunha de três aulas na turma, estava difícil cumprir o currículo exigido pela escola. Daí sugeriu utilizar a aula de quarta-feira. Por se tratar do quinto horário, em alguns momentos cheguei à escola e a turma já tinha sido dispensada, por vários motivos: falta de professor, reuniões dos professores com a direção, falta de água na escola, etc. Então, passei a chegar nos primeiros horários e aguardar até o quinto.

Sendo assim, o planejamento teve que ser reestruturado. Reorganizamos a coleta para um encontro quinzenal de 50 minutos, exceto na semana de provas, e o número de atividades a serem aplicadas passou de 10 para 8, sendo quatro atividades lúdicas e 4 resoluções de problemas. Para que este novo planejamento fosse executado, foi necessária a colaboração de outros professores, que nos cederam suas aulas para aplicação das atividades no laboratório de informática, já que isso não seria possível em uma aula de 50 minutos.

No decorrer da pesquisa, intervimos de forma mais direta a partir da proposição e observação de situações para os estudantes com vistas à apreensão conceitual da trigonometria. Escolhido por se tratar do conteúdo que o professor colaborador estava trabalhando com a turma neste período da pesquisa.

No entanto, antes de iniciarmos com as atividades sobre o conteúdo de trigonometria, o professor regente solicitou a aplicação de uma atividade de revisão sobre o conteúdo de logaritmo, juros simples e juros compostos. Para este momento a atividade aplicada foi um bingo.

Na fase de investigação com foco na trigonometria, as ações foram planejadas junto com o professor da turma e operacionalizadas pela pesquisadora com a sua colaboração. Exceto no caso das atividades que foram aplicadas no laboratório de informática, nas quais tivemos que utilizar mais de uma aula, pois o professor regente precisava estar em outra turma, necessitamos da colaboração dos professores das aulas seguintes (no caso os professores de inglês e português que, gentilmente, nos cederam suas aulas). Contamos também com a professora responsável pelo laboratório e conhecedora do *software* a ser utilizado, no caso, o GeoGebra. No planejamento destas ações foram observadas sempre a proposição de situação-problema contextualizada e o aspecto lúdico da situação.

No entanto, reconhecemos que muitas vezes não conseguimos trabalhar na perspectiva da situação-problema, apesar de o tratamento dos problemas ter acontecido na mesma orientação.

O aspecto lúdico que aqui nos referimos trata da cultura lúdica, da atividade prazerosa. Não nos restringimos apenas a jogos com regras, mas a outras atividades que deixaram o estudante pensar de forma mais espontânea. Para esta atividade trabalhamos com o uso da tecnologia.

Como destacamos anteriormente, a resolução de problemas e a ludicidade, não visam encontrar gênios, mas mostrar que é possível encontrar formas diversas de resolução de uma situação-problema e/ou atividade lúdica na produção matemática do aluno, sem, necessariamente, reproduzir o modelo do professor.

3.6 Critérios e fontes de seleção das atividades

Para suprir uma demanda do professor regente, nos foi proposto realizar uma atividade de recapitulação do conteúdo que tinha terminado de desenvolver com a turma: logaritmo, juros simples e composto, que faria parte da avaliação bimestral a ser aplicada na “semana de prova”, na qual todos os professores se organizam para aplicar suas provas e as dos colegas ao final de cada bimestre.

A partir da proposta do professor, comecei a refletir sobre alguns aspectos identificados nas observações realizadas na sala de aula e nas coordenações na primeira etapa da pesquisa: as aulas do professor eram todas expositivas e as atividades planejadas e aplicadas, na sua maioria, com caráter de exercícios e questões fechadas. Alguns alunos faziam as listas de exercícios, no entanto, boa parte ficava alheia ao que estava acontecendo, apenas anotavam o conteúdo que era passado no quadro e não resolviam as questões. Em relação à participação, perguntas e comentários praticamente não existiam, embora demonstrassem bom relacionamento com o professor. Então resolvi aplicar uma atividade lúdica.

Atividade 1: bingo – selecionada para recapitulação de conteúdo

A atividade escolhida foi um bingo que resolvi chamar de: Bingo Lúdico. Justificando a escolha, retomo o que Santos (2011, p.12) afirma sobre a ludicidade:

> (...) é uma necessidade do ser humano em qualquer idade e não pode ser vista apenas como diversão. O desenvolvimento do aspecto lúdico facilita a aprendizagem, o desenvolvimento pessoal, social e cultural, colabora para uma boa saúde mental, prepara para um estado interior fértil, facilita os processos de socialização, comunicação, expressão e construção do conhecimento.

Sabemos que as atividades lúdicas são inerentes ao ser humano, desde crianças nos deparamos com estas atividades, principalmente com brincadeiras e jogos, apesar de amadurecermos, não nos distanciamos desta prática, sendo que o jogo do bingo é apreciado inclusive por pessoas da terceira idade.

O bingo é um jogo conhecido por praticamente todas as crianças, jovens, adultos e é muito divertido. Aproveitando a diversão, podemos torná-la educativa, transformando o jogo tradicional em um bingo matemático. Sua estrutura pode ser aplicada com qualquer conteúdo. É uma maneira simples, prática, e interessante de ter um instrumento de ajuda na aplicação de alguns conteúdos.

O uso dos jogos é incentivado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. De acordo com o PCN+ (BRASIL, 2002, p. 56):

> O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de *comunicação e expressão*, mostrando-lhes uma nova maneira *lúdica*, prazerosa e participativa de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos.

Dentro deste contexto, o bingo foi escolhido como proposta para recapitulação de conteúdos, com a intenção de proporcionar um momento de aprendizagem prazeroso, possibilitando a comunicação e expressão ressaltada no PCN+, por meio da participação dos alunos interagindo com o professor, colegas de grupo e demais grupos (Fig. 11). Nosso intuito era também avaliar e observar o nível de aceitação dos alunos a este tipo de atividade, sem esquecer do objeto principal desse estudo, que são as resoluções propostas pelos alunos.

Figura 10 – Alunos realizando a atividade do bingo

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

O roteiro e as questões utilizadas durante a atividade do bingo estão nos apêndices 7 e 8 deste trabalho.

Após aplicação da atividade 1 (um), as demais foram selecionadas com foco nos objetivos da pesquisa: 1) O objetivo geral: investigar os desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aula com alunos do 2º ano do ensino médio; e 2) Os objetivos específicos: 2.1) Analisar as estratégias que os alunos do 2º ano do Ensino Médio estão utilizando para registrar o seu processo de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados; e 2.2) Analisar as reações (impressões) de alunos do ensino médio a atividades lúdicas e resolução de problemas em aulas de Matemática.

As atividades foram escolhidas para serem aplicadas na introdução do conteúdo de trigonometria, durante o processo de desenvolvimento e no momento de recapitulação. De acordo com Callejo e Vila (2006), temos mais três objetivos a considerar: os que têm relação com a sequência didática (citados no item 3.3 deste capítulo). Outros aspectos citados no referido item também foram considerados: o contexto em que será aplicado e para quem, tipo de atividade (problemas contextualizados com gráficos, textos desafiadores; atividades lúdicas com jogos e uso da tecnologia e outros) e o conteúdo matemático trigonometria.

Estudos como o de Spinelli (2011), Vasconcelos (2008), o nosso – e também nossa prática, – apontam a possibilidade de apresentação de conteúdos matemáticos a partir de problemas contextualizados voltados para aplicações cotidianas e interdisciplinares. Certamente estas não são as únicas possibilidades, por exemplo, o contexto do ensino pode ser elaborado a partir da História da Matemática (D'AMBROSIO, 2005, 2007; MACHADO, 2009; SPINELLI, 2011), no entanto, para escolha das atividades para nossa pesquisa, optamos por exemplos de problemas e atividades lúdicas contextualizadas voltadas para aplicações cotidianas e interdisciplinares. Sendo quatro resoluções de problemas contextualizados e quatro atividades lúdicas (2 jogos e 2 mediadas pela tecnologia).

Considerando o bingo como atividade um, as seguintes serão numeradas de 2 a 8.

Atividade 2: situação-problema – selecionada para ser aplicada antes da introdução do conteúdo trigonometria

Esta atividade foi aplicada antes de o professor introduzir as razões trigonométricas, com objetivos de recapitular alguns conteúdos relacionados à trigonometria no triângulo retângulo como, por exemplo, o Teorema de Pitágoras, mas também alguns conceitos matemáticos como medidas, geometria e números e buscar estratégias para resolver problemas (Fig. 11).

Trata-se de uma situação contextualizada do ensino voltado para aplicação cotidiana.

Figura 11 – Situação-problema 1

Algumas questões ou situações do dia a dia exigem que antes de sua resolução se faça uma simplificação da situação, um desenho ou um esquema que transforme o problema real em outro no qual se podem aplicar conceitos, cálculos ou medições que nos permitam resolvê-los matematicamente.

Analise a seguinte questão e busque encontrar um triângulo cujas medidas nos permitam solucionar o problema.

(UFRJ- 2008) Uma prateleira de um metro de comprimento e 4,4 cm de espessura deve ser encaixada entre duas paredes planas e paralelas. Por razões operacionais, a prateleira deve ser colocada enviesada (inclinada), para depois ser girada até a posição final, como indica a figura abaixo:

Se a distância entre as paredes é de um metro e um milímetro, é possível encaixar a prateleira?

A) Explique como você fez para encontrar o triângulo?
B) Como esse triângulo auxilia na resolução do problema?
C) Uma simples leitura do enunciado foi suficiente para que você chegasse a uma solução do problema?

Fonte: Smole; Diniz (2010, p. 249).

Para resolução desta situação, é preciso algum conhecimento da situação descrita para analisá-la adequadamente. É necessário estar atento a situações do dia a dia, às ocorrências que nos cercam (SMOLE; DINIZ, 2010, p. 249).

Trata-se de uma questão contextualizada, aberta e por esta razão pode contribuir para que o aluno adquira a competência de analisar um problema e tomar decisões necessárias à resolução, conforme orientações contidas nos PCN (BRASIL, 2006, p. 84):

> A contextualização pode ser feita por meio da resolução de problemas, mas aqui é preciso estar atento aos problemas "fechados", porque esses poucos incentivam o desenvolvimento de habilidades. Neste tipo de problema, já de antemão o aluno identifica o conteúdo a ser utilizado, sem que haja maiores provocações quando à utilização do raciocínio matemático. O uso exclusivo desse tipo de problema consegue mascarar a efetiva aprendizagem, pois o aluno, ao antecipar o conteúdo que está trabalhando, procede de forma um tanto mecânica na resolução do problema.
>
> O problema do tipo "aberto" procura levar o aluno à aquisição de procedimentos para resolução de problemas. A prática em sala de aula deste tipo de problema acaba por transformar a própria relação entre o professor e os alunos e entre os alunos e o conhecimento matemático. O conhecimento passa a ser entendido como uma importante ferramenta para resolver problemas, e não mais como algo que deve ser memorizado para ser aplicado em momentos de "provas escritas".

Antes de iniciarmos a atividade explicamos que se tratava de um problema envolvendo conteúdos que eles já tinham estudado e que estavam livres quanto à forma de resolução e registro: poderiam utilizar a escrita por meio de palavras, figuras, números, entre outras. Foi aplicada em grupo, mas num primeiro momento os membros dos grupos fizeram uma leitura e interpretação individual, partindo, posteriormente, para uma discussão em grupo. Por fim foi feita uma discussão com toda a turma.

As atividades 3, 4, 5, 6 e 7 foram aplicadas durante o processo de desenvolvimento do conteúdo no decorrer do terceiro bimestre letivo.

Atividades 3 e 4: resoluções de situações-problema com o uso do software GeoGebra

As atividades 3 e 4 foram aplicadas após o professor regente trabalhar as razões trigonométricas, com objetivo de trabalharmos a trigonometria utilizando o computador. Essas atividades proporcionaram aos alunos resolver problemas de forma lúdica, tendo participação ativa, oportunidade de fazer elaboração pessoal, de se comunicar, e debater sua compreensão na dupla, grupo e turma.

Nas atividades com o uso do computador os alunos tiveram a oportunidade de resolver problemas de uma forma diferente da que conheciam. Utilizaram o software Geogebra. Um software que proporciona o estudo da trigonometria de uma forma dinâmica, pois possibilita que uma construção geométrica seja arrastada, no seu todo, pela tela do computador em diferentes posições, ou alterada sua posição ou tamanho por meio de seus pontos. Isso nos permite pensar de uma forma matematicamente diferente do que se estivéssemos trabalhando com uma construção estática ou apenas falando dela, sem nenhum recurso visual. Logo, as atividades no computador foram propostas para estarem entre a resolução de problemas e o lúdico.

Tecnologias da informação e comunicação

Na década de 90 enfrentamos um desafio do volume de informações, produzido em decorrência das novas tecnologias, colocando novos parâmetros para a formação dos cidadãos. Não se trata de acumular conhecimentos, mas de considerar que a formação do aluno deve ter como alvo principal a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar as diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação.

Vivemos sob influência deste processo de globalização. As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) estão cada dia mais presentes no nosso cotidiano, constituindo-se num instrumento de trabalho essencial, razão pela qual exercem um papel cada vez mais importante na educação, notadamente na Educação Matemática.

As recomendações dos PCN+ Ensino Médio a respeito do desenvolvimento da capacidade de comunicação indicam:

> Que é de grande relevância que os alunos saibam utilizar as *tecnologias básicas* de redação e informação, como os *computadores*. E, no que concerne à contextualização sociocultural, destacam que os educandos necessitam construir a competência de utilizar adequadamente *calculadoras*

> *e computador*, reconhecendo suas limitações e suas potencialidades (BRASIL, 2002, p. 114-118).

Sendo assim, diante dos avanços tecnológicos, o uso do computador na educação poderá torna-se um grande aliado, dentro de uma nova perspectiva de metodologia de ensino, como mediadores do processo educativo. Observamos que o ensino de Matemática poderá ser inserido nesta nova realidade. Mas ao falarmos da informática e a comunicação na Matemática, Milani (2001, p. 175) nos faz uma alerta:

> O computador, símbolo e principal instrumento do avanço tecnológico, não pode ser mais ignorado pela escola. No entanto, o desafio é colocar todo o potencial dessa tecnologia a serviço do aperfeiçoamento do processo educacional, aliando-a ao projeto da escola com o objetivo de preparar o futuro cidadão.

É nesta perspectiva que foi proposto as atividades com o uso do computador, para os alunos pesquisados, pensando em contribuir e oferecer subsídios para uma educação de qualidade. Para aplicação das atividades utilizamos o *software* GeoGebra.

***Software* GeoGebra**

GeoGebra é um *software* de Matemática dinâmica que alia geometria, álgebra e cálculo. Foi desenvolvido para aprendizagem e ensino da Matemática nas escolas por Markus Hohenwart e uma equipe internacional de programadores. Um programa utilizado como recurso metodológico no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, que pode ser aplicado a todos os níveis de ensino, por meio da álgebra, geometria, gráficos, tabelas, estatística, construções que se utilizam pontos, segmentos, retas, ângulos, vetores, cônicas, seções e funções.

Para realização das atividades propostas foi necessário um projetor multimídia, um *notebook* e um laboratório de informática contendo o *software* Geogebra, instalado de acordo com o número de máquinas compatível aos participantes.

Primeiro dia (atividade 3)

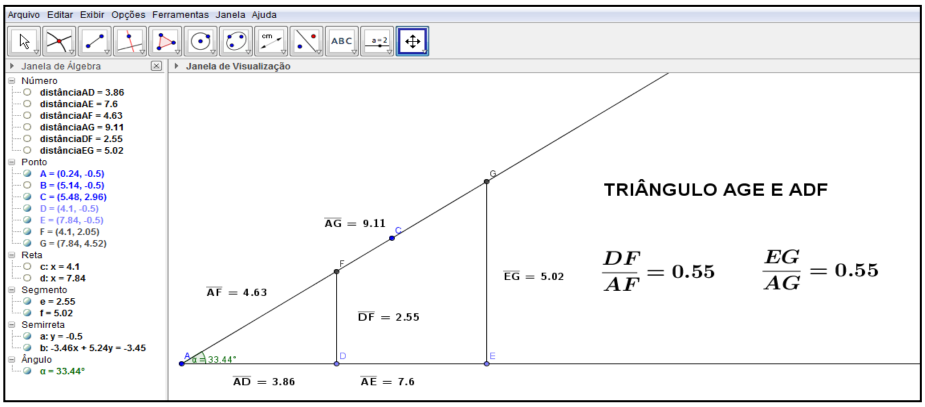
Primeiramente foram apresentados aos alunos as principais ferramentas e alguns comandos para que pudessem se familiarizar com o *software* GeoGebra. Em seguida, iniciou-se a atividade, que foi desenvolvida no laboratório de informática com a participação dos alunos pesquisados, da professora pesquisadora e da professora Cleia, responsável pelo laboratório.

No primeiro dia foram utilizados dois horários de 50 minutos (um de matemática e outro cedida pela professora de inglês) para aplicação da atividade. Os alunos trabalharam em um primeiro momento em dupla e depois em quarteto. Cada aluno recebeu uma apostila com as informações sobre o *software* Geogebra e a proposta de atividade para ser desenvolvida (apêndice 9).

A atividade desenvolveu-se em três momentos:

1) Num primeiro momento, construção de 02 triângulos, com a demonstração da Razão Seno, conforme a imagem a seguir:

Figura 12 – Triângulo da razão seno



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Para este momento cada grupo de 4 alunos (os grupos que vêm realizando as atividades propostas pela pesquisadora) foi dividido em duas duplas. Desta forma, cada grupo trabalhará em dois computadores e dialogarão em duplas.

Após organização da turma nos computadores e entrega do roteiro da atividade para cada dupla, a professora colaboradora apresentou o *software* Geogebra e os comandos que seriam utilizados na atividade do dia. E, aos poucos, de acordo com os comandos, foram realizando a atividade proposta para as duas aulas: construção do triângulo e interpretação dos dados construídos e da razão seno (Fig. 13).

Figura 13 – Alunos trabalhando em dupla e pesquisadora fazendo a mediação

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

2) No segundo momento, ocorreu a introdução da linguagem Latex permitindo aos alunos visualizarem a Razão Seno de maneira dinâmica para melhorar a demonstração para os dois triângulos.

O Latex é uma linguagem para processamento de documentos que permite produzir saídas com qualidade tipográfica profissional, costumeiramente utilizada para processamento de trabalhos científicos na área de ciências exatas, mas versátil o bastante para ser utilizado para outros fins, como tipografia de teses, livros e brochuras (FEFERRAZ, 2014).

Durante a atividade, foi solicitado que as duplas registrassem suas conclusões e fizessem uma pequena avaliação da experiência vivenciada durante essas duas horas aulas.

3) Para o terceiro momento, a atividade propôs aos grupos que fizessem a demonstração da razão cosseno e outra da razão tangente, utilizando o *software* Geogebra, mas não tivemos tempo suficiente. Então, os grupos se dispuseram a realizar a atividade em casa da seguinte forma: divididos em dupla, fariam as demonstrações. Sendo que uma dupla faria a razão cosseno e a outra a razão tangente e no próximo encontro faríamos uma partilha.

Segundo dia (atividade 4)

A atividade foi desenvolvida dando continuidade ao trabalho iniciado na aula anterior. Novamente o auxílio da professora Cleia no desenvolvimento da atividade, por ter conhecimento do programa GeoGebra e do laboratório de informática. Foram utilizadas duas aulas, sendo uma de matemática e outra cedida pela professora de português.

Iniciamos os trabalhos com uma conversa sobre a tarefa de casa. A maioria disse não ter feito a tarefa por falta de tempo e acesso à internet. Alguns tentaram fazer mais tiveram dificuldade em relação ao uso das ferramentas e outros conseguiram executar. Pedimos que escrevessem a experiência em uma folha.

Vejamos o que a dupla 6 relatou:

> Fazer o cosseno e a tangente foi um pouco mais complicado que fazer o seno, porque surgiram dúvidas sobre como executar os comandos necessários para chegar às respostas (ANA e CARLA, alunas do 2º ano, 2013).

Em seguida, iniciamos a tarefa do dia. Solicitamos que pegassem a apostila entregue na aula anterior. Alguns tinham esquecido, então entreguei outra com empréstimo para realizarem a tarefa, que foi colocada como um desafio no sentido de aplicarem os conhecimentos da aula anterior sobre o razão seno. Após explicação sobre a tarefa do dia, foi dado um tempo para trabalharem em dupla no sentido de encontrarem uma solução.

Figura 14 – Alunos trabalhando em dupla

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Durante alguns minutos não surgiu nenhuma dúvida, nem solução. Após aproximadamente 10 minutos, alguns perguntaram sobre o que fazer? Muitos tinham esquecido as ferramentas apresentadas na aula anterior. Então foram orientados para lerem as orientações na apostila.

A partir deste momento, foram surgindo alguns caminhos. Por exemplo: vou ter que fazer um triângulo retângulo, vou fazer uma reta na base, traçar uma perpendicular, marcar pontos, medir o ângulo agudo da base do triângulo, traçar segmentos, medir segmentos. E os conceitos vão surgindo. Muito interessante de se ver: uma chuva de contribuições. E outras perguntas surgem:

– E agora o que vou fazer? Já fiz o triângulo grande. Tenho que fazer o pequeno também? Como na aula passada?

– Posso fazer uma regra de três? (A colega responde: não é regra de três. É... Como fala? Proporção?

Figura 15 – Alunos realizando atividade e pesquisadora mediando

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Alguns alunos chamam a professora colaboradora, outros, a pesquisadora e vão falando:

– Não estou conseguindo fazer nada. Meu prédio sumiu.

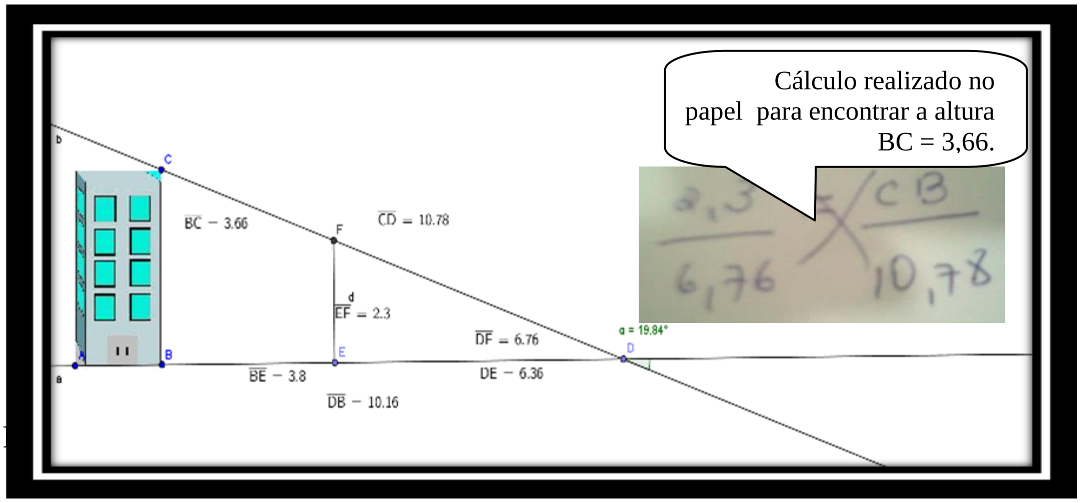
– Meu computador travou.

– Acho que encontrei a resposta. Chama a professora.

Neste momento foi feito um pequeno lembrete à respeito das orientações dadas na aula anterior. Em seguida, as duplas começaram encontrar soluções.

Os registros dessas soluções foram gravados e salvos no computador, mas as duplas também registraram suas tentativas e conclusões no papel, como mostra a figura a seguir (Fig. 16).

Figura 16 – Registro da resolução da dupla 1



Fonte: arquivo pessoal da pesquisadora.

Finalizamos a atividade com uma avaliação utilizando um questionário no Google Drive (Apêndice 6).

Atividade 5: Situação-Problema contextualizada extraído da prova do Enem 2009

A utilização da resolução de problemas como metodologia para o ensino da Matemática é proposta das avaliações nacionais, especialmente do Enem, que pretende desenvolver leitura e interpretação por parte do aluno a partir de determinadas situações-problema contextualizadas abordando conteúdos matemáticos desenvolvidos no ensino médio, o que justifica a utilização de questões deste exame nesta pesquisa.

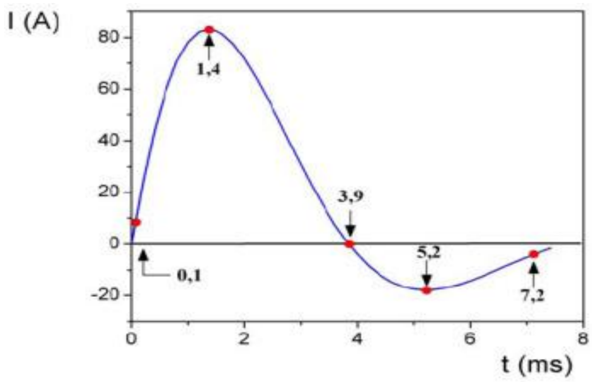
Trata-se de uma questão de aplicação dos conceitos matemáticos voltados para situação do cotidiano, bem como variáveis técnico-científicas. Assim como outras áreas do conhecimento, especial a Física, no estudo dos movimentos periódicos, como é o caso. Daí também se apresenta como contexto interdisciplinar (Fig. 18).

Segundo Santos (2007, p. 5), a contextualização pode ser vista com os seguintes objetivos:

> 1) Desenvolver atitudes e valores em uma perspectiva humanística diante das questões sociais relativas à ciência e à tecnologia; 2) auxiliar na aprendizagem de conceitos científicos relativos à natureza da ciência; e 3) encorajar os alunos a relacionar suas experiências escolares em ciências com problemas do cotidiano.

Figura 17 – Situação-problema

Um desfibrilador é um equipamento utilizado em pacientes durante parada cardiorrespiratória com objetivo de restabelecer ou reorganizar o ritmo cardíaco. O seu funcionamento consiste em aplicar uma corrente elétrica intensa na parede torácica do paciente em um intervalo de tempo da ordem de milissegundos. O gráfico seguinte representa, de forma genérica, o comportamento da corrente aplicada no peito dos pacientes em função do tempo.



De acordo com o gráfico, a contar do instante em que se inicia o pulso elétrico, a corrente elétrica inverte o seu sentido após quanto tempo? Justifique sua resposta.

Fonte: Brasil (2009, p. 10).

Atividade 6: Situação-Problema contextualizada

Trata-se de uma situação contextualizada voltada para o cotidiano e a interdisciplinaridade. Segundo Spinelli (2011, p. 87):

> Para compreender um pouco da geração, propagação e recepção de ondas eletromagnéticas, é preciso conhecer as funções trigonométricas. De fato, todo o estudo das ondas é modelado por funções envolvendo soma e/ou subtrações de senos e/ou cossenos, por intermédio de uma série de Fourier. Para mostrar um pouco das características dessa modelagem a nossos alunos, podemos recorrer a contexto exclusivamente interdisciplinar, mas podemos também destacar prioritariamente a aplicação dos conceitos em situações cotidianas.

A atividade propõe o estudo a respeito da transmissão de sinal eletromagnético, algo presente em operações cotidianas de nossos alunos, como nos casos do uso de um controle remoto e do telefone celular. É apenas uma introdução do estudo das ondas eletromagnéticas, já que o estudo das ondas envolve a aplicação de diversos conceitos, matemáticos e físicos, que exigirá do professor preparar as atividades levando em conta o estágio educacional em que os alunos se situam (Fig. 18).

Figura 18 – Situação-problema 3

Leia as descrições seguintes, sobre ações que você realiza cotidianamente e que estão relacionadas às funções trigonométricas seno e/ou cosseno. Após a leitura, discuta com seus colegas as respostas que irão elaborar a partir de seus conhecimentos anteriores sobre dos temas.

a) Quando você aperta o botão do aparelho de controle remoto, consegue interferir na propagação de sua TV, por exemplo. Nesse ato, o aparelho emite um sinal na forma de onda eletromagnética até a TV que, por sua vez, respeita sua vontade e efetua a operação solicitada. O que ocorre nesse percurso?
b) Com o controle remoto de sua TV você não consegue fazer funcionar seu aparelho de som, pois este aceita apenas a onda emitida por outro aparelho de controle remoto. Por que o controle da TV não faz funcionar o aparelho de som?
c) Ao ligar o rádio do automóvel você consegue ouvir as músicas tocadas em sua estação preferida. Mudando de estação, consegue ouvir, por exemplo, o noticiário do dia. Como é que o rádio consegue sintonizar uma estação de cada vez?

Fonte: Spinelli (2011, p. 88).

Atividade 7: Situação-problema contextualizada

Trata-se de uma situação-problema contextualizada, voltado para aplicação cotidiana e interdisciplinar, aplicada quando o professor estava trabalhando as funções e equações trigonométricas, com objetivo de assimilar, aprofundar o conteúdo e verificar sua utilidade (Fig. 19).

Foi uma atividade escolhida com base nas orientações de BRASIL (2006, p. 121) quando afirma que:

> Apesar de sua importância, a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.

A doação de sangue é um tema que, concernente à Matemática, está relacionado à possibilidade de modelar fenômenos por intermédio de funções periódicas como, por exemplo, a função cosseno. No entanto, este é um tema que não pertence a uma determinada disciplina. Permite o estudo de elementos de outras curriculares como: a Química, a Biologia, a Sociologia e outras. Além de possibilitar uma discussão e reflexão a respeito de temas relacionados à saúde e à cidadania,como, por exemplo: a importância da doação de sangue e os fatores que a impedem.

Nesse sentido, para Santos (2007), assumir o papel central do princípio da contextualização na formação da cidadania implicará necessidade da reflexão crítica e interativa sobre situações reais e existenciais para os estudantes.

Figura 19 – Situação-problema 4

Muitas campanhas têm sido realizadas com o objetivo de conscientizar a população sobre a importância de doar sangue e, assim, incentivar pessoas que não têm esse hábito de fazerem a doação, podendo tornar-se doadoras permanentes. Para doar sangue é necessário ter entre 18 e 65 anos, estar bem de saúde, levar um documento com foto, ter mais de 50kg e, no momento da doação, não estar em jejum.

É importante saber que: a doação não traz risco à saúde; o material utilizado é descartável; quem doa sangue uma vez não é obrigado a doar sempre; homens podem doar sangue, no máximo, 4 vezes ao ano e mulheres, no máximo 3.

No hemocentro de certo hospital, a quantidade de doações tem variado periodicamente. Suponha que em 2009, de janeiro (t=0) a dezembro (t = 11), essa quantidade possa ser dada pela função

$Q(t) = \alpha - \cos\left(\frac{(t-1)\pi}{6}\right)$, em que t representa tempo em meses

($0 \leq t \leq 11$), Q (t) é dada em milhares e α é uma constante positiva.

a)Sabendo que no mês de fevereiro houve 2 mil doações de sangue, qual o valor de α ?
b)Em quais meses houve 3 mil doações de sangue?
c) Você conhece alguma pessoa que doa sangue?
d) Em sua opinião, qual é a importância de doar sangue?

Fonte: Ribeiro (2011, p. 105).

Atividade 8: Atividade lúdica - Dominó Trigonométrico

Esta atividade foi aplicada com objetivo de recapitular o conteúdo desenvolvido durante o terceiro bimestre e que será cobrado na avaliação bimestral.

O jogo de dominó

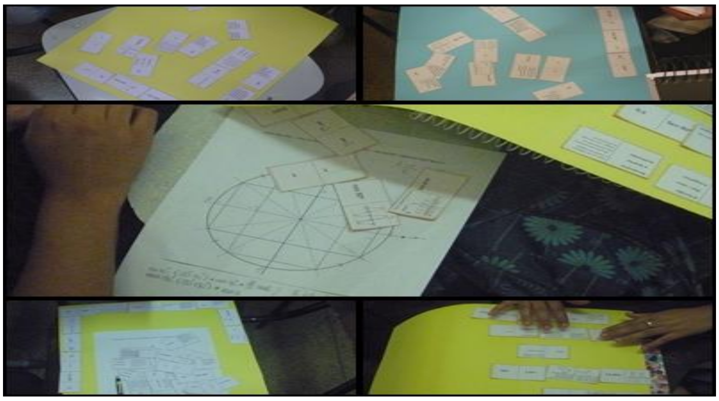
O jogo aparentemente surgiu na China e sua criação é atribuída a um santo soldado chinês chamado Hung Ming que viveu de 243 a.C a 182 a.C. O conjunto tradicional de dominós conhecido como sino-europeu é formado por vinte e oito peças. Cada face retangular de dominó é divida em duas partes quadradas que são marcadas por um número de pontos de um a seis, ou deixadas em branco. Um jogo de dominós é equivalente a um baralho de cartas ou jogo de dados que podem ser jogados em uma diversidade indeterminada de maneiras.

O dominó trigonométrico

A dinâmica apresentada aos alunos com a finalidade de recapitular conceitos básicos da trigonometria, estudados durante o bimestre, foi escolhida com o intuito de mostrá-los um jeito diferente de aprender conceitos básicos de trigonometria como seno, cosseno e tangente. Pois apesar de serem conceitos fáceis e de grande aplicabilidade na vida prática, muitos alunos ainda sentem dificuldade em compreendê-los.

Para a atividade, foram utilizados um dominó (composto de 28 cartas com atividades referentes ao conteúdo de trigonometria), uma folha com o ciclo trigonométrico, um pedaço de cartolina grande para as peças serem agrupadas, folhas de papel, (caso precisem efetuar algum tipo de cálculo e/ou anotações referentes à atividade). (Fig. 20). Além disso, foi disponibilizado um quadro negro para auxiliar os alunos que necessitavam.

Figura 20 – Peças do dominó



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Neste jogo de dominó, no lugar dos números foram colocadas sentenças pequenas envolvendo os conteúdos abordados (Apêndice 10). As pedras confeccionadas para que formem os pares, um será a pergunta e a emenda que a complementa será a resposta da pergunta.

A partir da aplicação do jogo de dominó trigonométrico, os alunos foram instigados a perceber a relação entre seno e cosseno de um mesmo ângulo, a relação entre esses valores e o cálculo da tangente, entre outras ideias associadas ao conteúdo de trigonometria: relações trigonométricas no triângulo retângulo, redução ao primeiro quadrante, esboço dos gráficos seno e cosseno determinando domínio, imagem e período da função e ângulos formados pelos ponteiros do relógio. Esta dinâmica serve de motivação ao estudo da trigonometria, visto que estimula o raciocínio e desperta a curiosidade dos alunos, além de testar e formular métodos capazes de proporcionar a estes educandos um melhor aprendizado por meio de atividades lúdicas (Fig. 21).

Figura 21 – Alunos jogando dominó

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Inicialmente foi apresentada aos alunos a proposta de realização de uma atividade lúdica com objetivo de recapitular o conteúdo do bimestre que será cobrado na avaliação bimestral. Em seguida falamos das regras, que são as mesmas do jogo tradicional e que eles conheciam muito bem.

Regras

São as mesmas existentes no jogo tradicional. Quando se joga em dupla: são quatro jogadores dois a dois e cada um deles recebe sete peças. Quando se joga individualmente: são dois jogadores e cada um recebe sete peças, tendo as quatorze peças restantes para comprar no caso de o oponente não ter a peça da vez.

O primeiro participante a jogar pode ser escolhido por duas regras. Ou aquele que possuir a peça 6 x 6 começa a partida ou quem sortear a peça mais alta antes de começar a primeira partida iniciará. E as demais partidas iniciam no sentido anti-horário a partir deste jogador. Ganha a partida quem conseguir terminar primeiro com todas as suas peças.

No caso específico desta atividade, trabalhamos com grupos de 4 alunos, no qual os alunos de um mesmo grupo se ajudaram mutuamente diante das situações que vivenciaram durante o jogo. E ganha o(s) grupo(s) que terminar(em) primeiro com todas as peças.

3.7 Critérios e/ou categorias de análise dos dados

Após coleta dados, iniciamos o processo de análise, que envolveu uma classificação e interpretação do material coletado. A classificação implicou identificar se as informações registradas eram realmente pertinentes e relevantes para nossa pesquisa. Tais informações foram agrupadas, observando-se aspectos similares ou convergentes com o intuito de facilitar a análise dos dados de nosso interesse.

Definimos as categorias de análise decorrentes das entrevistas e das observações, e dos protocolos.

3.7.1 Categorias decorrentes das entrevistas e das observações.

Embora o foco desta pesquisa seja as estratégias que os alunos estão utilizando na resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizadas, quando falamos no ensino da Matemática por meio destas metodologias não podemos deixar de considerar o papel primordial dos personagens desta ação (alunos e professores) e do contexto em que se desenrola. “[....] pois entendemos que no contexto escolar um problema não pode ser desligado dos alunos aos quais é proposto nem da intencionalidade do professor que o selecionou para uma situação concreta de ensino-aprendizagem” (CALLEJO; VILA, 2006, p. 28).

Concordamos com Minayo (2011) quando afirma que, na pesquisa qualitativa, a interação entre o pesquisador e os sujeitos pesquisados é essencial. O que foi proporcionado com a utilização dos dois instrumentos de pesquisa.

As entrevistas e observações nos proporcionaram conhecer quem são os participantes de nosso estudo, fator importante principalmente quando se trata de uma pesquisa participante sobre contextualização. Ao entrar em sala, o professor se depara com uma grande variedade de alunos, cujos objetivos, capacidades e interesses são diferentes. Nesse sentido, tentar obter uma visão ampla da significação que os conteúdos e a própria Matemática têm para os alunos e quais são os interesses comuns à maioria dos membros do grupo poderá contribuir para que o professor possa organizar o seu trabalho, segundo essa perspectiva.

Sendo assim, centramos as categorias deste item em dois aspectos:

(1) *a visão dos alunos acerca da contextualização, resolução de problemas e atividades lúdicas no ensino da Matemática.*

(2) *a visão do professor colaborador acerca da contextualização, resolução de problemas e atividades lúdicas no ensino da Matemática e a importância para a aprendizagem matemática*.

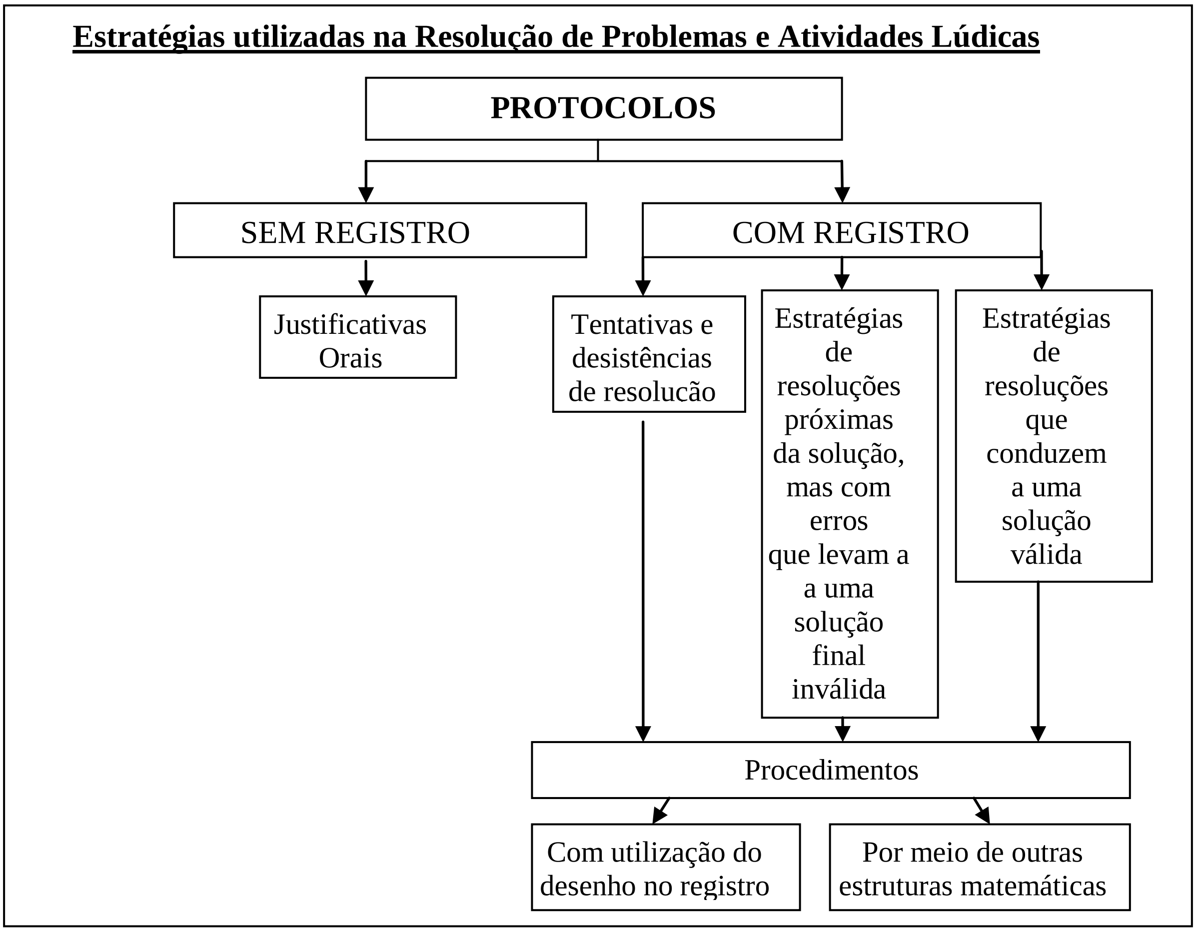
3.7.*2 Categorias decorrentes dos protocolos*

Após organizar o vasto e complexo conjunto de procedimentos dos alunos em seus 584 protocolos, coloquei todos numa mesa e fui observando as estratégias de resolução.

Alguns estavam em branco (28), outros apresentavam tentativas de resolução com presença de rabiscos e borrões, desistência de resolução (30), a maioria com resoluções próxima da solução (300) e boa parte com estratégias de resolução que conduziram a uma solução correta (226).

A partir dessa observação, resolvi separá-los com o seguinte critério: protocolos sem e com registro (Fig. 22).

Figura 22 – Critérios de análise dos protocolos



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

1) *Protocolos sem registros*: nesta categoria, agrupamos aqueles protocolos que não apresentaram nenhum registro, mas que os grupos justificaram oralmente o porquê da ausência de registros.

Para Cândido (2001, p. 17):

> Na escola, a oralidade é o recurso de comunicação mais acessível, que todos os alunos podem utilizar, seja em Matemática ou em qualquer

> outra área do conhecimento [...]. Independente da idade e da série escolar, a oralidade é o único recurso quando a escrita e as representações gráficas ainda não são dominadas ou não permitem demonstrar toda a complexidade do que foi pensado.

Sendo assim, o recurso da oralidade foi essencial para a análise desta categoria. Já que embora os alunos não tenham resolvido a atividade proposta, tiveram a oportunidade de se posicionarem.

2) *Protocolos com registro*: agrupamos os registros que apresentaram tentativas e desistências de soluções; resoluções próximas da solução, mas com erros que levam a uma solução final inválida; e métodos adequados que conduzem a uma solução válida.

Nesta categoria, agrupamos os registros de acordo com os procedimentos utilizados pelos alunos:

2.1) Procedimentos com utilização do desenho na estratégia de resolução: esta categoria se constituiu pelos protocolos que apresentam desenhos que servem tanto para interpretar a situação quanto organizar o procedimento de resolução de problemas e/ou atividade lúdica, quando se mostram como apoio durante a resolução, acompanhadas ou não de algoritmos formais.

Quer como uma ponte para uma linguagem numérica quer como um contexto rico para a exploração de um problema, as linguagens ilustradas mostram-se ferramentas úteis e gratificantes na resolução de problemas (SCHENEIDER; SAUNDERS, 1997, p. 98).

2.2) Procedimentos por meio de outras estruturas matemáticas: símbolos matemáticos, linguagem escrita, representação numérica, algoritmos formais, entre outros.

Sem dúvida os alunos se comunicam por meio de seus registros. Nas aulas de Matemática, a comunicação pode ocorrer em diferentes modalidades: em forma de texto – linguagem materna ou linguagem matemática, tabelas, gráficos, obras de artes, em imagem – visual ou pictórica, figuras geométricas etc. (BRAGA, 2009, p. 19).

Em seguida, fiz um levantamento do número de questões que correspondiam a cada uma das categorias, chegando aos dados apresentados no quadro 2, a seguir, e que serão utilizados nos capítulos 4 e 5 deste trabalho, nos quais realizamos a análise de dados.

Quadro 2 – Dados referentes aos critérios de separação dos protocolos dos alunos

Atividade	Número de protocolos de acordo com o número de questões e itens de cada atividade	Ausência de solução	Tentativas e desistência	Resoluções próximas da solução, mas com erros que levam a solução final incompleta e /ou inválida	Métodos adequados que conduzem a uma solução válida
01	48	10	11	15	12
02	08	00	02	02	04
03	16	00	00	00	16
04	16	00	00	00	16
05	08	05	00	00	03
06	24	06	12	02	04
07	16	07	05	01	03
08	448	00	00	280	168
Total	**584**	**28**	**30**	**300**	**226**
Porcentagem	**100%**	**4,79%**	**5,14%**	**51,36%**	**38,69%**

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

De acordo com o que foi relatado nesse capítulo, os instrumentos utilizados na pesquisa foram: a observação participante, as entrevistas semiestruturadas, as anotações de campo e os protocolos com as produções dos alunos pesquisados. E estes foram importantes. No entanto, não posso passar para o próximo capítulo sem relatar a colaboração das entrevistas para todo o processo de pesquisa.

As entrevistas foram determinantes para mudar meu olhar, para conhecer os alunos e a realidade do local de pesquisa, escolha das atividades, as leituras que fiz dos protocolos e até entender as respostas dos alunos. Porque alguns mudaram, viram outra posição, mas para outros o tempo não foi suficiente, até porque não era meta dessa pesquisa que tudo fosse revolvido num período tão curto (08 encontros, sendo 5 de 50 minutos, para resolução de atividades).

Sem elas a pesquisadora não teria conseguido trabalhar os protocolos, já que os pesquisados não gostavam de resolver problemas, nem usavam os recursos que a escola oferece. Foi sem dúvida este instrumento que deu suporte para a pesquisadora entrar em sala. Por esta razão, no próximo capítulo será abordada a análise dos dados das entrevistas.

Figura 23 – Depoimentos dos alunos durante a entrevista semiestruturada

Nossa! Estou me sentindo tão importante.

(Ana, 15 anos, 2012).

Calma professora. Tenho que pensar. Afinal nunca perguntaram minha opinião sobre as coisas da escola... É ... dos professores e as matérias, sabe?

(João, 17 anos, 2012).

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

4 CONCEPÇÕES DOS ALUNOS E DO PROFESSOR

> O aluno deve ser capaz não só de repetir ou refazer, mas também de resignificar em situações novas, de adaptar, de transferir seus conhecimentos para resolver problemas.
>
> (CHARNAY, 1999, p. 38)

Após a coleta de dados, a fase seguinte da pesquisa é a de análise e interpretação. "O processo de análise qualitativa está baseado em uma impregnação dos dados pelo pesquisador, o que só tem condição de acontecer se ele interage completamente com esses dados, na sua integridade e repetidas vezes" (ROSA; ARNOLDI, 2008, p. 61).

A análise tem como objetivo organizar e sumariar os dados de forma tal que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação. Já a interpretação tem como objetivo a procura do sentido mais amplo das respostas, o que é feito mediante sua ligação a outros conhecimentos anteriormente obtidos (GIL, 2011, p. 156).

Sendo assim, na fase de análise, procuramos nos apoiar em três aspectos fundamentais para alcançar os resultados, segundo Triviños (1987, p. 172): 1) no estudo (respostas dos instrumentos, ideias dos documentos, observações etc.); 2) na fundamentação teórica (manejo dos conceitos-chave das teorias e de outros pontos de vista); e 3) na experiência pessoal do investigador. Buscando estabelecer articulações entre os dados e o referencial teórico da pesquisa, indo além de uma descrição. Analisamos as informações coletadas junto aos alunos (entrevistas em grupo) e professor regente sobre resolução de problemas e ludicidade (entrevista individual), tentando estabelecer relações de coerência entre suas afirmações e a prática observada; e as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos nos protocolos.

Para dar suporte à análise de dados, utilizamos em especial o que propõem estudiosos sobre a resolução de problemas contextualizados e ludicidade.

4.1 Análises das respostas dos alunos

4.1.1 Em relação à metodologia utilizada pelos seus professores que se destacam:

> Porque ele não deixa ninguém não prestar atenção. Dificilmente a pessoa não entende da primeira vez que ele explica. Ninguém tem dúvida. Ele atrai a turma (Ana e Marcos, 18 e 15 anos, respectivamente, 2012).
>
> Ela só muda de conteúdo quando todo mundo aprende. Ela se preocupa com o aluno (Débora, 15 anos, 2012).

> Explica a matéria, tira dúvidas, gentil com os alunos, gente boa e entende os adolescentes (Joana, 15 anos, 2012).
>
> São aulas onde os professores explicam tudo certinho, você entende, aprende. Às vezes fazem coisas que os outros professores não fazem, como dinâmicas diferentes (Joaquim, 16 anos, 2012).
>
> Eu me interessei mais por esta matéria por causa disso. Ela ia mostrando as coisas da Terra. O DataShow dela não é só foto. Ela pega no Google, tem movimento. Chama atenção (Maria, 15 anos,2012).
>
> Porque eles dão exemplos práticos que faz com que a gente aprenda. Às vezes o conteúdo em si não interessa, mas com as curiosidades fica interessante. Por exemplo: ele foi dar um conteúdo ontem e explicou como acontece na vida (Vitor, 15 anos, 2012).
>
> Porque ele explica bem. Detalhadamente, desde o começo, o porquê das coisas (William, 17 anos, 2012).

Na resposta dos alunos foi possível perceber que o "jeito de ensinar" que mais gostam são aqueles em que os professores dão exemplos práticos (contextualizam) explicam de forma compreensível, utilizam recursos tecnológicos e se relacionam bem com a turma. Concordando com Machado (1991, p. 22) quando afirma que:

> É a forma de abordagem dos diferentes assuntos que distingue diferentes propostas, dando-lhes cor e substância. Assim, ora a ênfase se dá aos aspectos formais, ora aos aspectos prático-utilitários, ora aos aspectos lúdicos etc., existindo certa contaminação dos diferentes assuntos no que diz respeito à abordagem.

4.1.2 Em relação à resolução de problemas nas aulas de Matemática:

Dos trinta e cinco entrevistados, apenas dois (6%) afirmaram gostar de resolver problemas. Os demais (94%) disseram que são difíceis, que gostavam até o ensino fundamental, se entendem é bom resolver, e outros que quando têm problemas nos exercícios ou avaliações não resolvem, conforme podemos constatar nas falas a seguir:

> Antes do primeiro ano eu gostava de resolver problemas. Os professores ensinavam diretinho. Agora acho difícil, diferente a forma de cobrar (Ana, 15 anos, 2012).
>
> Acho difícil. Não gosto de números (Jéssica, 16 anos).
>
> Gosto de resolver problemas, principalmente quando tem desafio (João, 16 anos, 2012).
>
> Quando eu entendo, amo. Quando eu não entendo, odeio (Letícia, 15 anos, 2012).
>
> Quando eu entendo bem o conteúdo eu gosto. Quando eu não consigo, acho difícil (Marcos, 16 anos, 2012).

> Quando eu entendo, eu gosto (Priscila, 17 anos, 2012).

Embora a maioria tenha dito que não gosta de resolver problemas, os relatos demonstram que quando entendem gostam. Constatamos aqui que a dificuldade está associada à falta de entendimento dos conceitos matemáticos cobrados nos problemas e não à metodologia.

No diálogo durante a entrevista, alguns alunos relataram que geralmente os problemas propostos são difíceis e que têm dificuldade de saber o que fazer, ou seja, como resolver. Às vezes não sabem do que se trata, parece algo que não tem solução e que os problemas das avaliações são muito diferentes dos que eles resolvem em sala. Para Callejo e Vila (2006, p. 135-136):

> Uma característica muito importante dos problemas, embora relacionada mais com o resolver do que com a tarefa em si mesma, é que os problemas devem ser tarefas acessíveis.
>
> Outro aspecto é o fato de que não é conveniente que apareçam todas as dificuldades simultaneamente: as situações propostas não podem bloquear de saída, isto é, os problemas precisam ser abordáveis.

Segundo Van de Walle (2009, p. 57) é importante começar o problema onde os alunos estão. O projeto ou seleção das tarefas deve levar em consideração a compreensão atual dos estudantes.

4.1.3 Em relação às maneiras como resolvem os problemas:

A maioria respondeu que resolve apenas de uma maneira e geralmente da forma como é ensinado pelo(a) professor(a), outros que fazem de várias maneiras:

> Geralmente faço mais de outro jeito do que como a da professora. Meu tio é professor de Matemática, às vezes não entendo como a professora explica, e entendo do jeito dele (Ana, 15 anos, 2012).
>
> Tendo de outras maneiras (Carlos, 16 anos, 2012).
>
> Não. Geralmente resolvo dentro de um mesmo padrão (Jéssica, 15 anos, 2012).
>
> Tento fazer até achar uma resposta (João, 16 anos, 2012).
>
> Sempre faço do mesmo jeito, isto quando consigo fazer alguma coisa (Joel, 16 anos, 2012).
>
> Quando não acho logo a resposta, faço de várias formas (Letícia, 15 anos, 2012).
>
> Eu procuro a forma mais fácil. A mais eficiente (Lorena, 15 anos, 2012).
>
> Sempre do jeito que a professora ensina (Lucas, 16 anos, 2012).

> Eu faço sempre do mesmo jeito. Não consigo fazer diferente (Marcos, 16 anos, 2012).
>
> Tento resolver nas provas. Se não consigo procuro várias formas até chegar a uma resposta (Maria, 17 anos, 2012).

Nos relatos constatamos que, ao se depararem com um problema, alguns tentam resolver repetindo a maneira que aprenderam com o(a) professor(a) e outros procuram vários caminhos, principalmente quando não conseguem encontrar a reposta na primeira tentativa de resolução. O fato de não encontrar uma resposta rapidamente torna o problema um desafio. Existe o desejo de encontrar a solução, embora alguns desistam após as tentativas sem sucesso.

Pozo (2002, p. 209) orienta que uma forma ainda mais eficaz de evitar a repetição cega é fazer com que os materiais de aprendizagem sejam aprendidos de forma mais significativa ou compreensiva possível.

Já os PCN (1999, p. 208) afirmam que:

> [...] o aprendizado não deve ser centrado na interação individual de alunos com materiais instrucionais, nem se resumir à exposição de alunos ao discurso professoral, mas se realizar pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional numa prática de elaboração cultural.

4.1.4 Em relação ao gosto pelos jogos e/ou atividades lúdicas:

Quando fizemos a pergunta a respeito do gosto pelos jogos, o clima no ambiente e entre o grupo entrevistado mudou completamente: os rostos expressavam alegria e todos queriam falar ao mesmo tempo.

Dos trinta e cinco entrevistados apenas um (3%) respondeu “mais ou menos”. Os demais (97%) afirmaram gostar de jogos:

> Gosto. Eu estudava numa escola que a gente jogava xadrez. Tinha aula de xadrez toda semana e vários outros jogos para estimular (Carlos, 16 anos, 2012).
>
> Sim. Jogamos nas aulas de Educação Física (Jéssica, 15 anos, 2012).
>
> Acho que não só, professora, nas matérias das Ciências, Matemática e Educação Física, poderia ter jogos, mas tinha que ter em todas as matérias. Todo mundo ia querer pesquisar mais (Lorena, 15 anos, 2012).
>
> Eu amo jogos (Lucas, 16 anos, 2012).
>
> Nunca tive na escola, nem no ensino fundamental. Jogo em casa (Márcio, 16 anos, 2012).
>
> No ensino fundamental a gente jogava mais (Pedro, 16 anos, 2012).
>
> No ensino fundamental meu professor colocava a gente para jogar. Eu gostava (Sérgio, 16 anos, 2012).

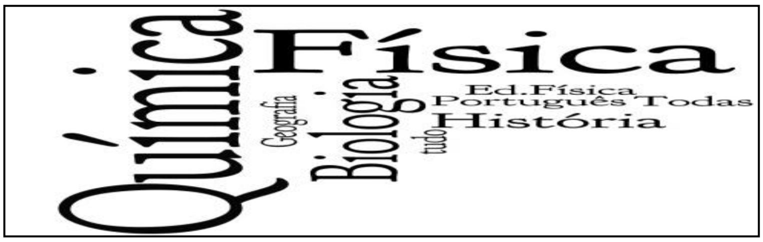
Os relatos nos mostram o gosto dos alunos pelas atividades lúdicas e a compreensão de sua importância para o ensino não apenas da Matemática, mas das diversas áreas do conhecimento. Concordando com Santos (2011, p. 12) quando afirma que:

> A ludicidade é uma necessidade do ser humano em qualquer idade e não pode ser vista apenas como diversão. O desenvolvimento do aspecto lúdico facilita a aprendizagem, o desenvolvimento pessoal, social e cultural, colabora para uma boa saúde mental, prepara para um estado interior fértil, facilita os processos de socialização, comunicação, expressão e construção do conhecimento.

4.1.5 No que diz respeito à relação da Matemática com os conteúdos de outras disciplinas:

Todos responderam que relacionam a Matemática aos conteúdos de outras disciplinas e as que se destacaram foram a Física e a Química, conforme a nuvem de palavras 1, a seguir:

Figura 24 – Nuvens de palavras 1 – criada no Wordle



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Percebe-se que os alunos compreendem que a Matemática se relaciona com as diversas áreas do conhecimento. O que nos remete à importância da interdisciplinaridade no ensino. Para Machado (1993), a interdisciplinaridade é hoje uma palavra-chave para a organização escolar.

4.1.6 No que diz respeito à palavra que resume a relação do aluno com a Matemática durante seus anos de estudo na escola e o porquê:

As palavras difícil e complicada foram as mais eleitas, conforme podemos confirmar na nuvem de palavras 2, a seguir:

Figura 25 – Nuvem de palavras 2 – criada no Wordle

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Em relação aos porquês vejamos o que os alunos falam:

> DIFÍCIL: Muito complicada (Ana, 15 anos, 2012). Relacionado a tudo. Porque é difícil entender, ficar sem ela, lidar com ela. Precisamos estudar muito (Carlos, 16 anos, 2012). Tenho dificuldade para aprender (Lucas, 16 anos, 2012). Porque é muito difícil (Marta, 15 anos, 2012). Porque não entendo (Jéssica, 16 anos, 2012). Gosto mais das humanas (Marcos, 16 anos, 2012). Porque pra mim foi sempre complicado (Maria, 15 anos, 2012).
>
> COMPLICADA: porque às vezes estou fazendo de tudo e, do nada, não sei nada (Carlos, 15 anos, 2012). Muito confusa. Não entendo nada (Lucas, 16 anos, 2012). É complicado chegar até a Matemática. Tenho que ir aos poucos. Parece que não vou aprender nunca (Ana, 15 anos, 2012). Não gosto dos números (Karla, 17 anos, 2012).
>
> STRESS: Dá muito trabalho (Matheus, 16 anos). Às vezes nos confunde (Marta, 17 anos, 2012). É tudo difícil e confuso para mim (Lorena, 16 anos). Tem hora que a gente pensa que sabe e erra tudo, escapa tudo (Rita, 18 anos, 2012).
>
> NECESSIDADE: Você precisa da Matemática pra tudo. Se você não souber um pouco de Matemática, não consegue sobreviver (João, 16 anos, 2012).
>
> ÓTIMA: Por que sempre gostei de Matemática (Luana, 16 anos, 2012).
>
> INTERESSANTE: Porque acho legal resolver. Não tenho muita capacidade para resolver umas coisas. Mas quando resolvo acho interessante (Marcos, 15 anos, 2012).
>
> CHATA: Porque é muito complicada mesmo. Tem vez que eu olho assim: o que é isso? Pra que serve isso? (Ivo, 17anos, 2012).
>
> ATENÇÃO: Porque as pessoas às vezes não entendem. Se você não parar para focar só naquilo você não entende (Bete, 15 anos, 2012).
>
> CONHECIMENTO: Você não pode resolver pela fórmula de Báskara, se não conhece a fórmula (Guilherme, 16 anos, 2012).
>
> SUPERAÇÃO: Na oitava série eu odiava Matemática, fiquei para recuperação e reprovei. No ano seguinte eu peguei a mesma professora de Matemática, que eu odiava, ela me marcava, só que aprendi tudo e passei. Foi uma superação (Letícia, 17 anos, 2012).
>
> TENSO: Não é direto. Parece que temos que atravessar um caminho longo para chegar numa resposta. Para entender (José, 16 ano, 2012).
>
> RACIOCÍNIO: Sem raciocínio não vamos entender nem fazer nada na Matemática (Gilda, 15 anos, 2012).
>
> PRÁTICA: Se você só olhar sem praticar, não aprende (João, 16 anos, 2012).
>
> AMOR: no ensino fundamental, pois eu era bem estudioso em Matemática. Agora é DISTÂNCIA: no ensino médio as coisas mudaram muito (Celso, 15 anos, 2012).

Os depoimentos destes alunos nos remetem a ideias e sentimentos enraizados no senso comum de que a Matemática é difícil, complicada – para eles – principalmente no ensino médio. Em vários momentos durante a entrevista, citaram que tinham menos dificuldade no ensino fundamental, que os professores ensinavam diferente e que as aulas eram mais legais.

Embora a maioria reconheça a importância da Matemática e que está presente no seu cotidiano.

Estes sentimentos gerados nos alunos têm sido disseminados, constituindo representações negativas acerca da Matemática, que vem sendo tratada como difícil, impossível de aprender, “bicho-papão”, ou ainda, que é somente para gênios, são aspectos constatados neste e em outros trabalhos como os de Martins (1999), Ramos (2011), Santos e Diniz (2004) e Silveira (2002)

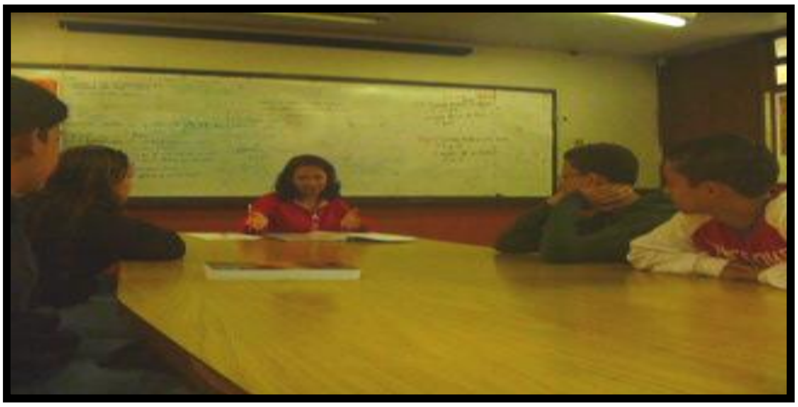
Durante todo percurso das entrevistas, buscou-se estabelecer um diálogo para captar o ponto de vista ou a compreensão dos entrevistados. Segundo Lüke e André (1986), a entrevista ganha vida ao se iniciar o diálogo entre o entrevistador e o entrevistado. Ouvir os entrevistados, seus anseios, dificuldades, como estavam se sentido, confirma o quanto a comunicação é importante e faz a diferença na relação entre professor-aluno, aluno-aluno. Vejamos alguns depoimentos que ilustram os sentimentos dos alunos durante a entrevista:

> Nossa! Estou me sentindo tão importante (Ana, 15 anos, 2012).
>
> Eu é que tenho que lhe agradecer, por me ouvir falar essas coisas... Desculpe se falei errado. Não sei o que a senhora queria que eu falasse. Mas só falei o que penso. (Beatriz, 15 anos, 2012).
>
> Calma professora. Tenho que pensar. Afinal nunca perguntaram minha opinião sobre as coisas da escola... É ... dos professores e as matérias, sabe? (João, 17 anos, 2012).
>
> Espera um pouco professora. Tenho que me arrumar, pois nunca fui entrevistado antes (Marcos, 16 anos, 2012).

Além da importância do diálogo, estes depoimentos nos mostram o quanto os alunos se sentem valorizados quando são convidados a participar. No início ficam tímidos, com certo receio, mas aos poucos foram se soltando, participando e dando sua contribuição. Esta dinâmica transcorreu facilmente nas entrevistas em grupo, já nas duas entrevistas individuais o entrevistado demonstrou mais dificuldade em se expressar e dar suas respostas. Desta forma constatamos o que D’Ambrosio (2007, p. 107) afirma:

> O diálogo é importante e dar oportunidade para essa prática é uma estratégia que vem sendo mais e mais adotada. O objetivo principal do diálogo é criar um ambiente menos inibidor para os ouvintes. Refiro-me à inibição em dois sentidos. Alguns têm uma boa pergunta para fazer, mas sentem inibição de formulá-la. O grupo pequeno desinibe e ajuda a aprimorar a questão para ser feita em plenário. Outros têm uma pergunta trivial e desinteressante, que pode se esgotar no grupo pequeno. O fato é que a qualidade da sessão de perguntas e respostas é muito melhorada com essa estratégia.

Figura 26 – Alunos e pesquisadora durante a entrevista



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

4.2 Análises das respostas do professor

4.2.1 Em relação ao planejamento de suas aulas

Planeja as aulas com foco nos vestibulares e avaliações nacionais:

> Quando eu comecei a trabalhar com segundo grau há uns 18 anos eu tinha certa preocupação em estar vendo alguns conteúdos mais voltados para o segundo grau, pois eu só tinha trabalhado com o primeiro grau, dentro daquelas questões mais voltadas para o vestibular e para concursos. Aí veio o PAS, a questão da UnB, e a escola pública por mais que não fosse voltada para este objetivo, eu estava sempre buscando questões voltadas para o PAS, não tinha o Enem na época. Pegava as provas da UnB [...], porque no final das contas estaria preparando para as outras faculdades (Professor, 2013).

Com esta resposta, o professor confirma que o objetivo principal do seu planejamento está na preparação dos alunos para fazerem as avaliações dos vestibulares, concursos etc. O que evidencia uma problemática em relação ao significado da Matemática, pontuada por Van de Walle (2009):

> As pressões das pontuações dos testes estatais têm uma tendência para reforçar as abordagens de "exercícios e adestramentos" embora demonstrem consistentemente que tais métodos são ineficazes (p. 31).
>
> Os exercícios podem, em curto prazo, produzir bons resultados em testes tradicionais, mas os seus efeitos têm produzido, em longo prazo, uma nação de cidadãos felizes em admitir que não conseguem fazer ou compreender Matemática (p. 32).

4.2.2 Em relação à forma como desenvolve suas atividades em sala de aula:

Por meio de aulas expositivas, listas de exercícios, quadro e giz. Confirmando a visão tradicional para o ensino da Matemática.

Polya (1965 *apud* CALLEJO; VILA, 2006, p. 17) considera que:

> Um professor de Matemática tem em suas mãos uma grande oportunidade: se utiliza seu tempo exercitando seus alunos em operações rotineiras, matará neles o interesse, impedirá seu desenvolvimento intelectual; porém, se estimula neles a curiosidade, poderá despertar-lhes o gosto pelo pensamento independente.

4.2.3 Em relação ao objetivo do ensino da Matemática nas escolas:

> [...] Agora o objetivo é passar no concurso, no vestibular, ver o que cai. Na verdade não existe objetivo, você vai aprender porque você vai aplicar no seu cotidiano, porque o cotidiano deles a gente pensa que vai ser o de faculdade, ele vai para a universidade (Professor, 2013).

Concordando com o item 4.2.1 preparar o aluno para passar no vestibular ou concurso.

4.2.4 Em relação à utilização da resolução de problemas em sala de aula:

> É o que eu mais faço. Eu dei uma lista de exercícios agora para os alunos, inclusive não sei se você viu o comentário das meninas (professores que estavam separando as provas bimestrais), que viram alguns problemas da lista na prova. Aqueles dois problemas que estavam prova, não sei se você observou, foi um da meia vida do carbono, questão interdisciplinar com química e a outra sobre a salmonela, que é uma coisa bem próxima deles, que quando se faz uma maionese, uma quantidade x de salmonela, uma questão bem dia a dia deles e a do carbono porque a professora estaria trabalhando com esta matéria em química. Mas a maioria são problemas. Teve estas questões em particular que tirei do livro e da internet. Na internet a da salmonela da UFRJ e depois também tinha nos livros, e a do carbono tirei do livro. Mais sempre tiro questões das provas ou do PAS, da prova da UnB ou Enem (Professor, 2013).

Novamente o professor relata sua preocupação com as avaliações dos vestibulares, concursos e Enem, sejam nas listas de exercícios ou nas avaliações que aplica para os alunos. Constata-se que as questões trabalhadas em sala são retiradas dos livros, internet e avaliações de vestibulares e do Enem.

4.2.5 Em relação à utilização da contextualização e atividades lúdicas em sala de aula:

Não utiliza. E diz:

> Nem sempre tem condição de a gente utilizar (Professor, 2013).

A justificativa para a dificuldade em trabalhar com esta metodologia foi o número de aulas de Matemática no ensino médio e a quantidade de conteúdo a ser trabalhada.

4.2.6 Em relação aos conteúdos que ensinam e permitem maior possibilidade de contextualização:

> Com contexto... Eu acho que exponencial seria uma legal, já passou. Logaritmo já é... aí envolve um pouco de PA e PG. Mas eu acho legal, legal, geometria espacial, plana e espacial. Detesto falar isto, mas eu não concordo

> com geometria plana estanque da espacial. A gente tem que trabalhar os dois (Professor, 2013).

No relato, o professor reconhece que existe a possibilidade de contextualizar alguns dos conteúdos que está trabalhando com os alunos, embora não o faça.

4.2.7 Em relação à reação dos alunos a partir da aplicação da resolução de problemas e atividades lúdicas em sala de aula:

> Olha, eu já trabalhei, algumas vezes para trabalhar com o lúdico em sala. Por exemplo, na construção de figuras, acabam que eles encaram a disciplina como artes, como outra matéria, eles não veem a Matemática como sendo uma ferramenta poderosa, principal. Eu vejo muito um detalhe, Matemática diferente das outras áreas, alguns cientistas brincam dizendo que é rainha e outros que é meramente uma ferramenta. Eu sempre falo o seguinte, que a Matemática, num caso como este, a grande maioria da culpa dos alunos não aprenderem acaba sendo do sistema, de faltar professor, de greve etc. Imagina você, você vê um camarada que não sabe uma fração, aí você vai condenar. Será o que aconteceu neste processo todo. Eu digo sempre para o aluno que ele não pode deixar perder nada. Perdeu ali não tem mais sequência. Eu não culpo somente os alunos. Tem o sistema e muita coisa. É importante considerar estas coisas em sala de aula para não termos problemas (Professor, 2013).

De acordo com este relato, o professor verificou em sua prática que a utilização destas metodologias em sala de aulas não são vistas pelos alunos como possibilidades de intervenção no ensino da Matemática. Opinião contrária a dos alunos que apontaram, principalmente, as atividades lúdicas como possibilidade de metodologia para o ensino da Matemática. Como podemos constatar na resposta da Lorena (2012) em relação a este tema:

> Acho que não só, professora, nas matérias das Ciências, Matemática e Educação Física, poderia ter jogos, mas tinha que ter em todas as matérias. Todo mundo ia querer pesquisar mais.

Esta contradição nos faz refletir sobre a importância da participação dos alunos em todo processo de desenvolvimento de sua aprendizagem, inclusive contribuindo para o planejamento do professor. Novamente surgem indícios da importância da comunicação em sala de aula.

O professor até pode ter tido experiências não significativas ao trabalhar com foco na contextualização e atividades lúdicas, como citou em seu depoimento. No entanto, para a turma que trabalha no momento é algo significo.

4.2.8 Em relação aos tipos de resoluções que têm aparecido nas soluções de questões propostas aos alunos:

> Olha, as soluções são as mais diversas. Eu estava olhando quantos são realmente aqueles que fazem, eles têm uma dificuldade enorme na propriedade distributiva, uma coisa mais simples que existe lá na quinta e sexta série, eles têm dificuldade não na aplicação, se você disser pra ele que é a *distributiva ou chuveirinho* ele sabem imediatamente, mas de identificarem a situação. Por exemplo, se você tem:
>
> $32^{x + 4}$, para ele fracionar, colocar, por exemplo $2^{5(x + 4)}$, ir lá em cima colocar parênteses. Ele não coloca, ele acha que os parênteses só podem estar ali quando vem do problema, eles têm dificuldade de usar o artifício quando necessário, para dizer que o número está sendo multiplicado pelo outro.
>
> Outra questão que a gente vê é a de operações de MMC, isto é, a questão de frações, por mais que explique eles não conseguem perceber que em duas *frações* com denominadores diferentes, há necessidade de igualarmos os denominadores, não podemos somar pedaços diferentes. Eles não sabem a regrinha de dividir em baixo **e somar em cima, para transformar em frações equivalentes.** Eles deixam sem fazer ou fazem errado, ou multiplicam em baixo e soma encima ou vice-versa. Mas é claro que é a minoria, mais acontece (Professor, 2013).

Ao falar das soluções que os alunos têm apresentado nas resoluções de questões, o que relata são as dificuldades que apresentam em relação a conceitos matemáticos, principalmente aqueles que são de conteúdos do ensino fundamental.

4.2.9 Em relação a soluções diferentes:

> Olha, não parei para tal. Às vezes aparecem umas coisas interessantes. Não estou me recordando agora. Mas quando aparece costumo perguntar: você sabe o que fez? E digo que o importante é saber o que se está fazendo (Professor, 2013).

Percebe-se nesta fala uma preocupação em relação ao fato de saber se o aluno está ou não compreendendo o que faz de diferente. Pois se for igual à solução do professor significa que ele entendeu.

Ao final da entrevista com o professor concluímos que para ele os conteúdos no ensino médio são bem mais abstratos e muitos têm aplicação apenas no ensino da Matemática, muito embora há a possibilidade de se trabalhar a interdisciplinaridade em muito desses conteúdos.

4.3 Reflexões das análises das concepções dos alunos e do professor

Neste capítulo analisamos as respostas dos alunos e do professor em relação as suas concepções a respeito da metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas.

Traçamos até aqui um percurso, iniciado com análise das respostas dos alunos e em seguida do professor, que contribuíram para conhecer os participantes de nossa pesquisa, captar o ponto de vista ou a compreensão dos entrevistados, dando a oportunidade de se manifestarem livremente e reafirmando o que Minayo (2011) diz em relação à pesquisa qualitativa: “a interação entre o pesquisador e os sujeitos pesquisados é essencial”.

Conhecer quem são os participantes, obter uma visão ampla da significação que os conteúdos e a própria Matemática têm para os alunos, quais são seus interesses, auxiliam no planejamento das ações em sala de aula.

Nas respostas dos alunos identificamos que: 1) Gostam de aulas práticas, com utilização do lúdico e recursos tecnológicos; 2) A maioria não gostava de resolver problemas e quando resolvem fazem como o professor ensinou; 3) 97% gostam de jogos e sugerem que como metodologia para todas as disciplinas; 4) Conseguem identificar a relação da Matemática com outras disciplinas, destacando a Química e a Física; e 5) Resumem a Matemática, que estudaram até o 2º ano do Ensino Médio, como difícil e complicada.

Nas respostas do professor identificamos que: 1) Planeja suas aulas com foco nas avaliações nacionais e nos vestibulares; 2) Desenvolve as suas atividades em sala de aula por meio de aulas expositivas e listas de exercícios; 3) Afirma utilizar a resolução de problemas em sala de aula, com questões retiradas dos livros, provas de vestibulares e do Enem, mas nem sempre contextualizadas; 4) Não trabalha com o lúdico; e 5) Relata que os alunos têm apresentado, em seus registros de resolução, dificuldades em relação a conceitos matemáticos do ensino fundamental.

Estes pontos contribuíram no desenvolvimento de pesquisa, principalmente em relação: a) ao planejamento e aplicação das atividades; e b) ao diálogo com os alunos e professor colaborador.

Dando continuidade ao percurso, analisaremos no próximo capítulo as estratégias dos alunos na resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados.

Figura 27 – Falas dos alunos em diálogo com a pesquisadora durante as atividades de resolução de problemas

Até conversamos sobre algumas possibilidades, mas não escrevemos porque achamos que estava errado.

(João, 16 anos, 20113).

A gente não sabe por onde começar.

(Leila, 15 anos, 2013).

Não se preocupe professora a gente não fez porque o grupo não estava afim, mas a próxima vamos fazer.

(Lúcia, 17 anos, 2013).

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

5 ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DOS ALUNOS

> Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si, [...], mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem.
>
> (CURY, 2000, p. 63)

No capítulo 3, descrevemos os passos que nos levaram à definição das categorias de análise dos protocolos, assim como as situações que promoveram os registros. Agora, vamos apresentar as análises das estratégias de resolução dos alunos para problemas contextualizados e atividades lúdicas. Organizamos em suas respectivas categorias, fazendo uma descrição do procedimento dos alunos, algumas vezes interpretando a fala, outras pela explicação deles.

A partir dos dados do quadro 2 (vide p. 85), podemos constatar que a maioria (51,36%) dos alunos, diante de uma situação-problema ou atividade lúdica, sente-se desafiada a encontrar uma solução; 38,69% utilizam estratégias que conduzem a uma solução correta; 5,14% tentam, mas desistem quando não encontram uma solução; e a minoria, 4,7%, não utiliza nenhuma estratégia de resolução.

Importante ressaltar que, dialogando com os alunos durante a aplicação das atividades, constatamos que todos têm uma justificativa para estratégia escolhida ou para ausência de uma escolha. Como diz Van de Walle (2009), é necessário que o professor ajude os estudantes a fazer matemática, criando um ambiente o qual encoraje o risco e promova a participação, onde os indivíduos que se sentem incomodados com um ambiente orientado para respostas e centrado no professor comecem a desenvolver a autoconfiança.

Essa foi uma necessidade que sentimos durante o percurso de aplicação das atividades; estar mais perto do aluno, encorajando-o a participar. Nem sempre estavam dispostos a realizar a atividade, mas, com o incentivo da pesquisadora e, principalmente, dos colegas de grupo, iam se entrosando e aos poucos iniciavam suas tentativas individuais e, em seguida, partilhavam-nas com o grupo.

Sem dúvida, o trabalho de grupo foi essencial para a participação durante as atividades, considerando que estávamos trabalhando com 36 alunos. Mesmo os mais tímidos e os que apresentavam dificuldades em relação aos conceitos matemáticos deram sua contribuição.

Autores como Callejo e Vila (2006), Cândido (2001) e Van del Walle (2009) confirmam a proposta da Educação Matemática, quando orientam que o ensino e aprendizagem devem estar associados ao diálogo, à participação, à criação e à cooperação. E o trabalho de grupo pode ser um instrumento que possibilita estas ações, quando os alunos, além de aprenderem uns com os outros, precisam organizar o que sabem, a fim de se fazerem entender, e, para isso, usam a comunicação. Essa pode se realizar por meio de várias respostas: textos diversos como relatórios sobre atividades, relatos de conclusão sobre um conceito ou processo, síntese sobre o que se aprendeu, de desenhos, tabelas, gráficos, comunicação oral etc. (Fig. 28).

Figura 28 – A comunicação no processo de aprendizagem

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem (CURY, 2007, p. 63).

Nessa perspectiva, iniciaremos a análise das produções matemáticas, decorrentes da relação dos alunos com as atividades propostas para buscar as estratégias utilizadas por eles na resolução de problemas contextualizados e atividades lúdicas, compreendendo que essa produção é fruto do processo de aprendizagem.

5.1 Protocolos sem registros

Fazem parte desta categoria os 28 registros em que os alunos não utilizaram nenhuma estratégia de resolução, representando 4,79% do total de protocolos.

No diálogo com alunos e/ou grupos, obtive justificativas como:

> Não conseguimos entender nada (Carlos, 16 anos, 2013).
>
> Até conversamos sobre algumas possibilidades, mas não escrevemos porque achamos que estava errado (João, 16 anos, 20113).
>
> A gente não sabe por onde começar (Leila, 15 anos, 2013).
>
> Não se preocupe professora, a gente não fez porque o grupo não estava afim, mas a próxima vamos fazer (Lúcia, 17 anos, 2013).
>
> Não fiz porque o pessoal do grupo não quis (Marcos, 16 anos, 2013).
>
> Esquecemos tudo que o professor falou (Maria, 17 anos, 2013).

Mais uma vez, aparece a importância do diálogo e da comunicação no processo de ensino e aprendizagem. Sem o diálogo, jamais saberíamos os motivos verdadeiros e poderíamos pensar erradamente sobre esta atitude dos alunos.

Com essa postura, seguimos as orientações de Van de Walle (2009, p. 65), em relação às ações do professor durante a aplicação de uma atividade, deixando os alunos caminharem por si mesmos, escutando-os ativamente e propondo dicas e sugestões cuidadosamente.

Também identificamos que a maioria desses protocolos era dos alunos que apresentavam muita dificuldade em relação aos conceitos matemáticos, tinham reprovado pelo menos uma vez ou apresentavam resistência em resolver problemas ou participar de atividades lúdicas.

Outro ponto detectado foi que estes alunos que apresentavam dificuldade ou certa resistência em relação ao ensino da Matemática formaram um grupo. No decorrer das observações, fomos percebendo que esses alunos conversavam apenas entre eles, ficavam um pouco isolados da turma, apresentavam certa timidez, não participavam no decorrer das aulas, ficavam juntos durante o intervalo e, quando queriam falar com o professor, procuravam uma forma de os demais colegas não ouvirem.

No entanto, para minha surpresa, no decorrer da pesquisa, durante a aplicação das demais atividades, principalmente nas atividades lúdicas, este grupo começou a pedir ajuda aos membros de outros grupos, sendo recebido com empatia, e aos poucos foi se entrosando com a turma. Inclusive quando o número de alunos da turma diminuiu (no início das atividades eram 36, depois passou para 32), ou quando faltavam membros nos grupos, eles se misturavam.

De acordo com Van de Walle (2009, p. 62):

> Independente de os alunos estarem ou não trabalhando em grupos, sempre é uma boa ideia que eles tenham alguma oportunidade para discutir suas ideias com um ou mais antes de compartilharem seus pensamentos na fase depois da lição [com toda a turma]. Quando trabalham sozinhos, os estudantes não têm ninguém para conversar sobre alguma ideia ou sobre algum modo de começar se estiverem bloqueados.

Sendo assim, mesmo com ausência de registros, esses protocolos nos encaminharam para a perspectiva de sabermos os porquês desta ausência e nos proporcionou constatar pontos importantes para o ensino da Matemática no ensino médio. Pontos estes que tinham sido apontados por autores do nosso referencial teórico: a comunicação, o diálogo, o trabalho de grupo e o papel de mediador do professor.

5.2 Protocolos com registros

5.2.1 Tentativas e desistências de resolução

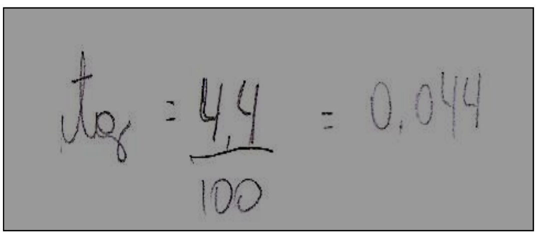
Fazem parte desta categoria os 30 registros em que os alunos tentaram utilizar estratégias de resolução, mas desistiram, representando 5,14% do total de protocolos.

5.2.1.1 Com utilização do desenho no registro

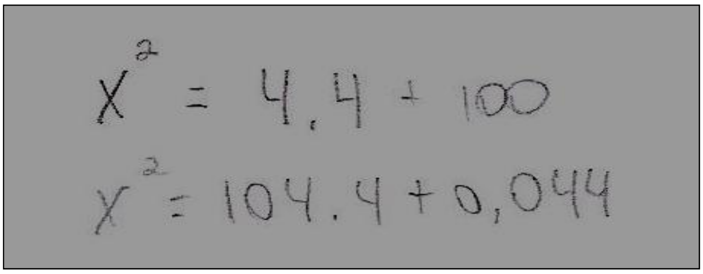
Neste item, temos três análises de protocolos que apresentam **desenho no registro**.

Nos três protocolos, a seguir, podemos constatar que os alunos tentaram encontrar uma resposta, mas, diante das dificuldades, desistiram. Essas dificuldades estão relacionadas à interpretação da situação-problema e a conceitos matemáticos.

No protocolo 1, o grupo fez a organização dos dados no desenho corretamente. No entanto, apresentou dificuldade ao trabalhar com razões trigonométricas (no caso a tangente), quando escreve:

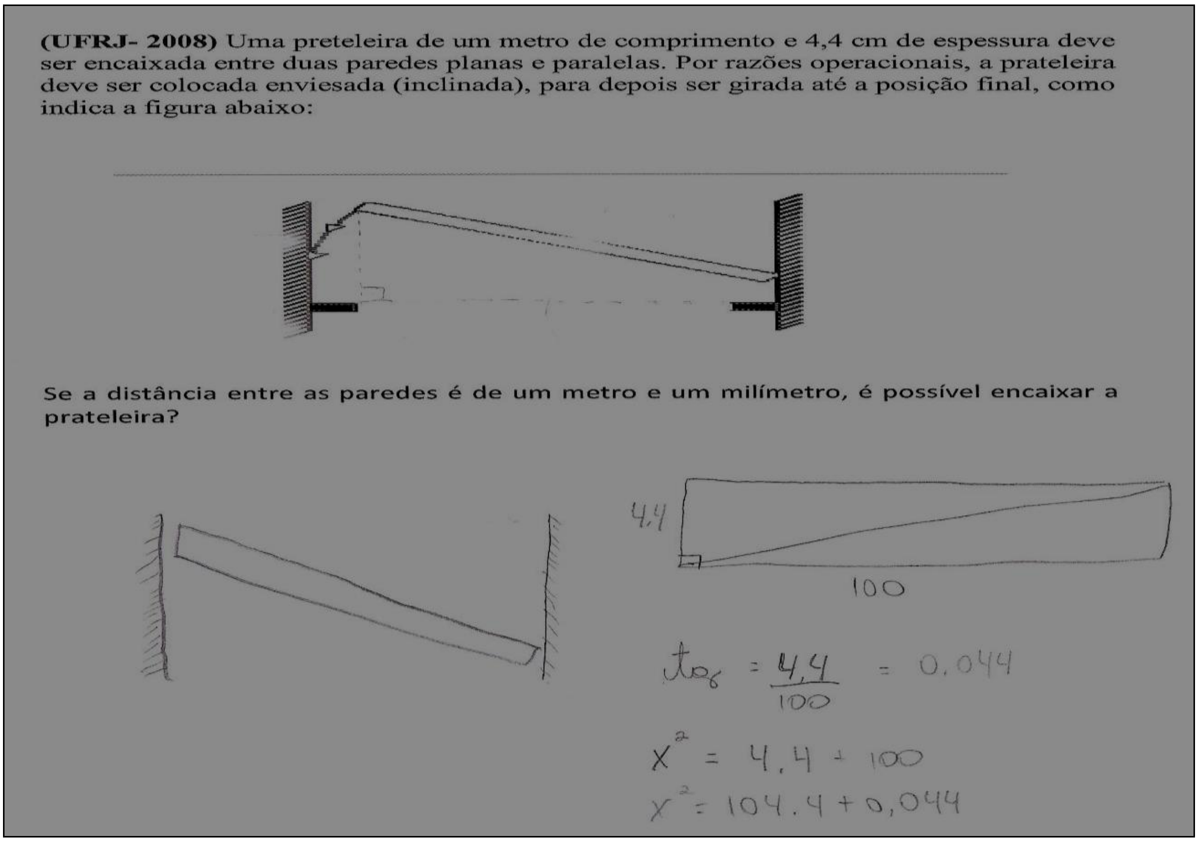


, sem representar o valor do ângulo, seja por um valor numérico ou variável, e o Teorema de Pitágoras:



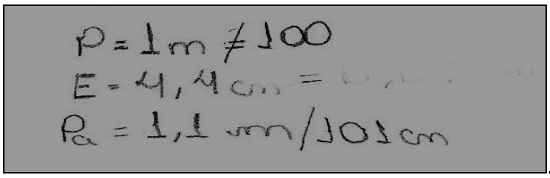
, ao escrever a igual sem elevar os valores dos catetos ao quadrado.

Figura 29 – Protocolo 1



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

No protocolo 2, o grupo teve dificuldade com o conceito relacionado às medições:



. Na transformação das medidas, escreve que 1m é diferente de 100, mas não coloca a unidade de medida do 100, e, ao escrever a medida referente a 1,1 m quando passa para cm, errou. O correto seria 110 cm, e não 101 cm, como está no registro.

Fez registro de um desenho, tentou utilizar o Teorema de Pitágoras, mas, como o grupo anterior, apresentou dificuldade em relação a conceitos básicos de trigonometria.

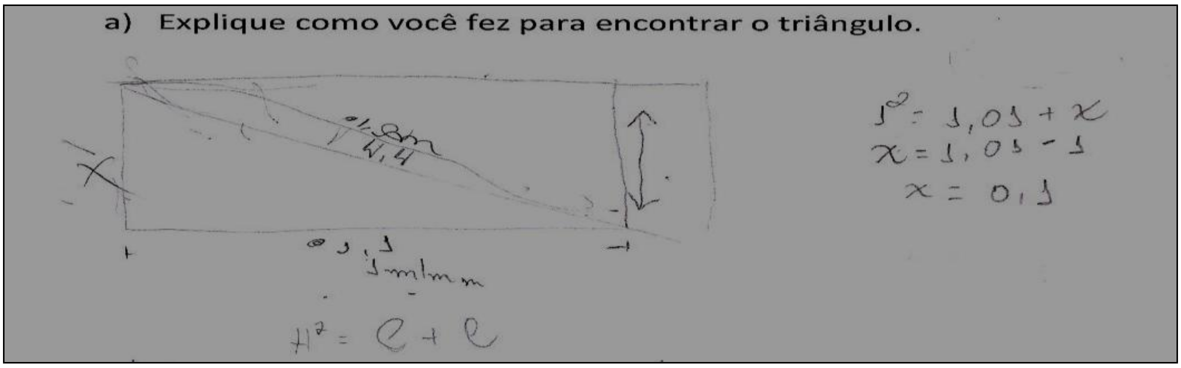
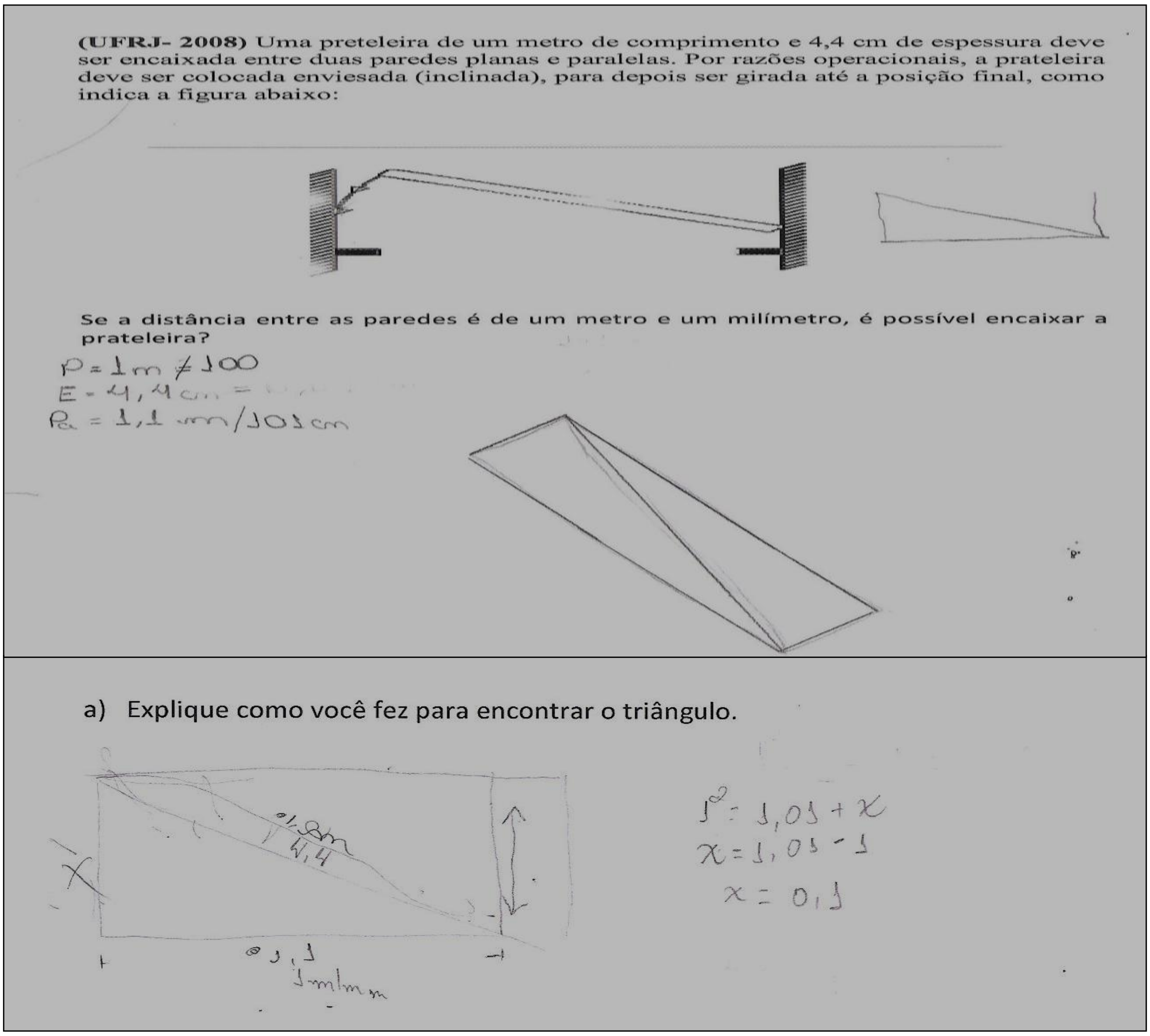


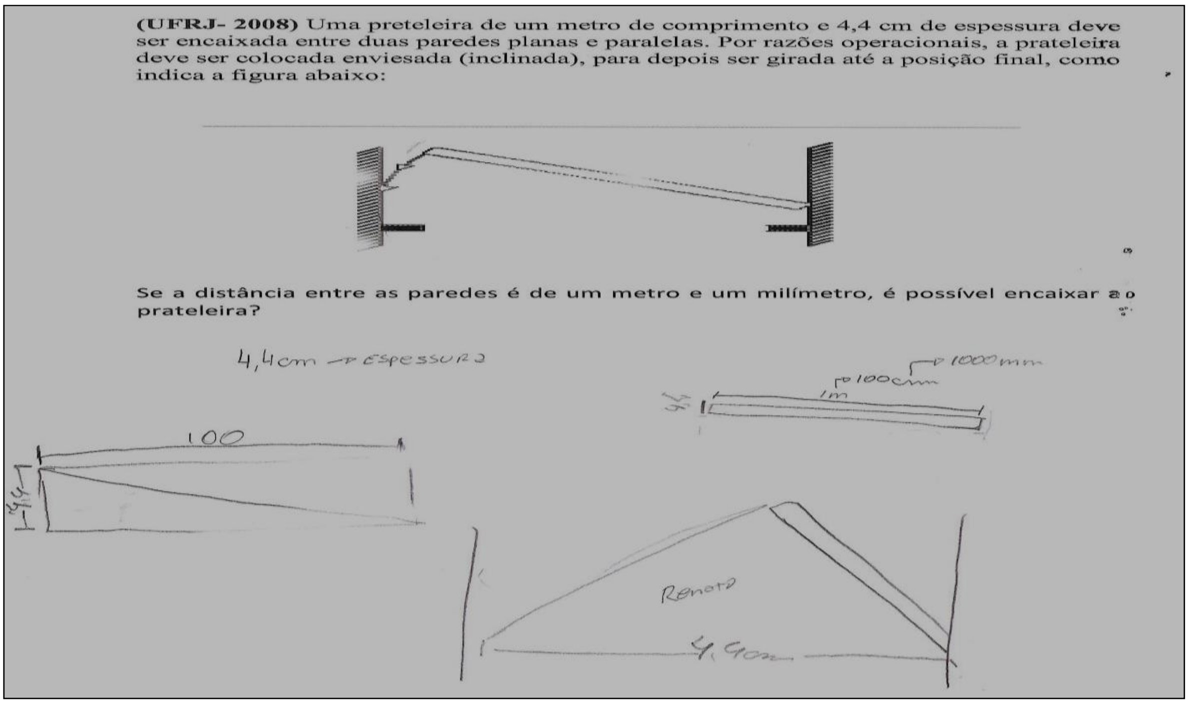
Figura 30 – Protocolo 2



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Já no protocolo 3, o grupo apresentou séria dificuldade de interpretação, pois registrou várias possibilidade de se resolver por **meio do desenho**, mas não soube o que fazer com os dados. E também desistiu.

Figura 31 – Protocolo 3


(UFRJ- 2008) Uma preteleira de um metro de comprimento e 4,4 cm de espessura deve ser encaixada entre duas paredes planas e paralelas. Por razões operacionais, a prateleira deve ser colocada enviesada (inclinada), para depois ser girada até a posição final, como indica a figura abaixo:

Se a distância entre as paredes é de um metro e um milímetro, é possível encaixar a prateleira?

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

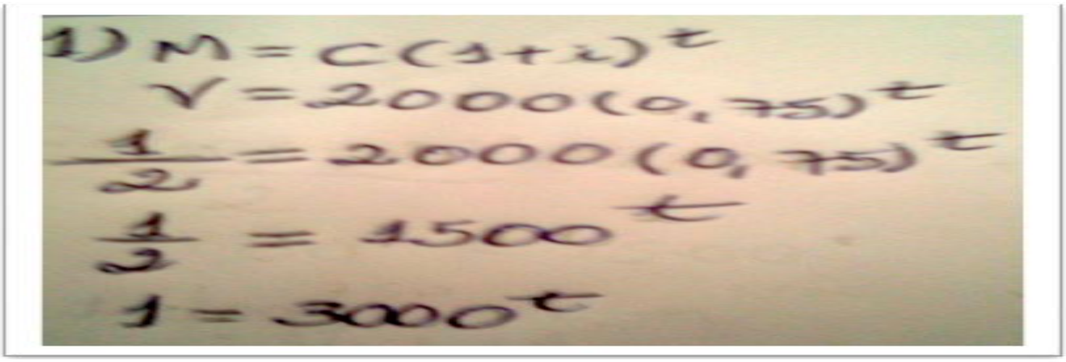
5.2.1.2 Por meio de outras estruturas

No protocolo 4, o grupo utilizou **cálculos algébricos como estratégia de resolução**, fazendo aplicação direta nas equações. Porém, o grupo não conseguiu terminar de resolver porque novamente se deparou com as dificuldades relacionadas aos conhecimentos matemáticos, no caso relacionados à resolução de equações e propriedades dos logaritmos.

A questão apresentada no protocolo a seguir, (fig. 32), fez parte da atividade do bingo.

Figura 32 – Protocolo 4

(FGV) – Daqui a t anos o valor de um automóvel será V = 2000 $(0,75)^t$ reais. A partir de hoje, daqui a quantos anos ele valerá a metade do que vale hoje? Adote log 2 = 0,3 e log 3 = 0,48



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

No protocolo 4, o grupo representou a metade por meio de uma fração ao invés do valor referente à metade de 2000, procedimento incorreto para essa situação. Em seguida, o grupo executa duas ações erradas no que diz respeito à resolução de equações: efetua as multiplicações antes da potência. E, não sabendo o que fazer para isolar a variável t, desiste. Ou seja, o grupo não sabe: aplicar as propriedades de logaritmo; operar potências, equações e frações.

Para justificar a dificuldade e a desistência da resolução do problema, o grupo afirmou que se sentiu pressionado pelo tempo (tinha um tempo determinado para resolvê-lo). Mesmo apresentando dificuldades na resolução, ele participou ativamente do bingo, mostrando interesse pela atividade.

A atividade do bingo foi aplicada a fim de motivar e envolver os alunos, evitando uma educação rotineira e cansativa. Segundo Santos (2001), o educador deve estar aberto à mudança e às diversas formas de ensinar, entre elas a lúdica.

Figura 33 – Protocolo 5

Muitas campanhas têm sido realizadas com o objetivo de conscientizar a população sobre a importância de doar sangue e, assim, incentivar pessoas que não têm esse hábito de fazerem a doação, podendo tornar-se doadoras permanentes. Para doar sangue, é necessário ter entre 18 e 65 anos, estar bem de saúde, levar um documento com foto, ter mais de 50kg e, no momento da doação, não estar em jejum.
É importante saber que: a doação não traz risco à saúde; o material utilizado é descartável; quem doa sangue uma vez não é obrigado a doar sempre; homens podem doar sangue, no máximo, 4 vezes ao ano, e mulheres, no máximo, 3.

No hemocentro de certo hospital, a quantidade de doações tem variado periodicamente. Suponha que em 2009, de janeiro (t=0) a dezembro (t = 11), essa quantidade possa ser dada pela função $Q(t) = \alpha - \cos\left[\frac{(t-1)\pi}{6}\right]$ em que t representa tempo em meses ($0 \leq t \leq 11$), Q (t) é dada em milhares e α é uma constante positiva.

a) Sabendo que no mês de fevereiro houve 2 mil doações de sangue, qual o valor de α ?
b) Em quais meses houve 3 mil doações de sangue?
c) Você conhece alguma pessoa que doa sangue?
d) Em sua opinião, qual é a importância de doar sangue?

a) $2000 = \alpha - \cos\left[\frac{(t-1)\pi}{6}\right]$

$2000 = \alpha - \cos\left[\frac{\pi}{6}\right]$

$2000 = \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}$

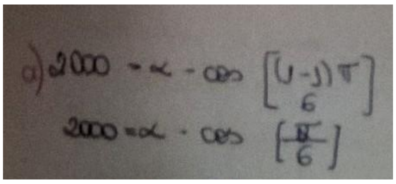
$\alpha = 2000 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) Sim, é uma bela ação, uma forma de [illegible] quem precisa indiretamente.

d) O estoque de sangue é sempre baixo, quem [illegible] condição de apoiar essa causa.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

No protocolo 5, o grupo utilizou a **escrita e cálculos algébricos como estratégia** de resolução.



No item a, o grupo realizou a operação de multiplicação errada: (1-1).pi = 0, mas o grupo fez (1-1).pi = 1.

Quando questionado sobre a resolução da operação, respondeu que não prestou atenção. Também disse que não tinha terminado a questão, porque não sabia o que fazer com a raiz de 3.

Em relação aos itens c e d, o grupo, assim como os demais (nenhum grupo deixou estes itens sem resposta), escreveu sua resposta e, posteriormente, fez um debate em sala sobre o assunto. A turma apresentou boa participação. Todos conheciam alguém que já tinha doado sangue e falaram da necessidade de um número maior de doações.

Na oportunidade, perguntei se sabiam sobre os fatores que impedem definitivamente a doação de sangue. Sabiam de alguns, como: uma pessoa que é portadora do vírus da AIDS, do HBV (vírus da hepatite B) e do HCV (vírus da hepatite C); é usuária de drogas; está grávida; possui histórico de doença hematológica (relacionada ao sangue), cardíaca, renal, pulmonar, etc; e/ou tem anemia.

Possuíam essas informações porque já tinham feito um debate na aula de Biologia sobre o assunto, chegando a realizar algumas pesquisas na internet.

Sendo assim, concordamos com a orientação do PCN, quando fala que a contextualização associada à interdisciplinaridade forma o princípio curricular central, cuja ideia seria basicamente a de formar indivíduos que se realizem como pessoas, cidadãos e profissionais, exigindo, portanto, da escola muito mais do que a simples transmissão e acúmulo de informações, como também experiências concretas e diversificadas, transpostas da vida cotidiana para as situações de aprendizagem. Nessa mesma perspectiva, Machado (1993, p. 25) afirma que:

> A ideia de interdisciplinaridade tende a transformar-se em bandeira aglutinadora na busca de uma visão sintética, de uma reconstrução da unidade perdida, da interação e da complementaridade nas ações envolvendo diferentes disciplinas.

Levantamos outros obstáculos para a doação de sangue que não tinham sido abordados pela turma: uma pessoa que colocou *piercing*, fez tatuagem ou tratamento com acupuntura nos últimos 12 meses. Muitos alunos usam *piercing* ou possuem tatuagem. Antes de falar o período, alguns perguntaram: “Como, professora? Então, eu não posso ser doador?”. Depois que expliquei sobre o tempo, sentiram-se aliviados: “Há!”.

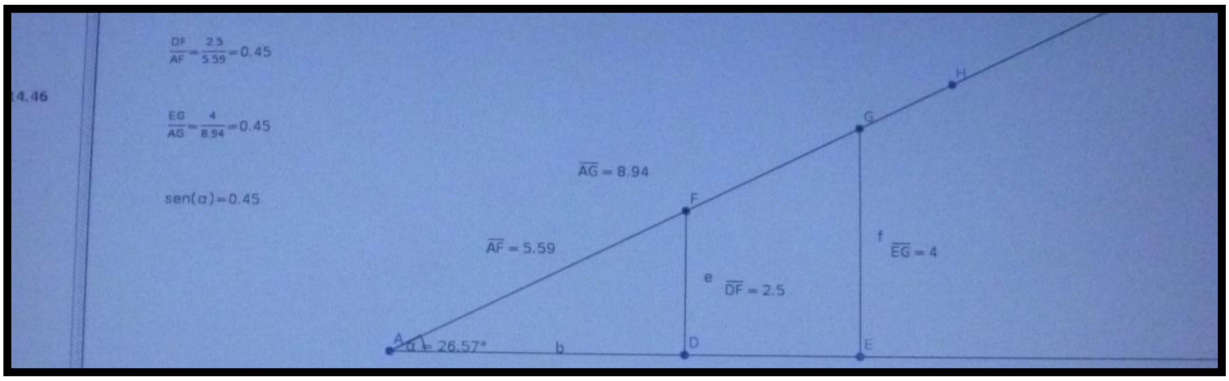
Com este tema, além de trabalharmos com as funções e equações trigonométricas, realizamos um debate bem significativo para a turma. A escola onde estudam fica numa região com alto índice de acidentes e mortes por brigas de gangues. Os alunos presenciam diariamente a necessidade de aumentar o número de doadores.

5.2.2 Resoluções próximas da solução, mas com erros que levam à solução final incompleta e/ou inválida

Fazem parte desta amostra 300 registros, em que os alunos chegaram próximos da resolução, representando os 51,36% do total de protocolos, ou seja, a maioria.

5.2.2.1 Com utilização do desenho no registro

Figura 34 – Protocolo 6



Transcrição da resposta escrita dos alunos:

Concluímos que a relação do ângulo alfa do seno muda de acordo com a movimentação das linhas paralelas. Com isso, pode-se concluir que o ângulo seno pode ser utilizado em todos os triângulos.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Observa-se, no protocolo 6, que embora a dupla tenha realizado a tarefa com sucesso no computador, ao escrever a conclusão, fez confusão em relação aos conceitos.

Vamos dividir a conclusão da dupla em duas partes: **(1) Concluímos que a relação do ângulo alfa do seno muda de acordo com a movimentação das linhas paralelas**. A dupla não entendeu o conceito, pois o valor do seno não muda com a movimentação das linhas paralelas, num triângulo retângulo. Se a medida do ângulo permanece, mesmo que as linhas paralelas sejam movimentadas, o valor do seno permanece, mas, ao mudarmos o valor do ângulo, a razão seno se altera, certamente. **(2) Com isso, pode-se concluir que o ângulo seno pode ser utilizado em todos os triângulos**. Conclusão equivocada, pois a razão seno, que a dupla chama de “ângulo seno”, não pode ser “utilizada” em todos os triângulos, mas apenas nos triângulos retângulos. Diante de protocolos como este, retomamos Borba (2009, p. 58), ao afirmar que:

> Muitas vezes, eu tinha a impressão de que a maioria dos alunos demonstrava compreender o conceito sendo trabalhado ou, ao contrário, parecia que um grande número de alunos estava tendo dificuldades em entender determinado conceito. Como passar, então, destas impressões para uma maior certeza de que, de fato, o conceito havia sido compreendido ou ainda que estava em dúvida por um aluno ou por grupos de alunos? A partir da observação cuidadosa de produções individuais – tarefas ou testes realizados por cada aluno – podia-se verificar a incidência de erros em questões que envolviam certo conceito, mas nem sempre eu tinha uma maior clareza dos motivos das dificuldades demonstradas pelos alunos.

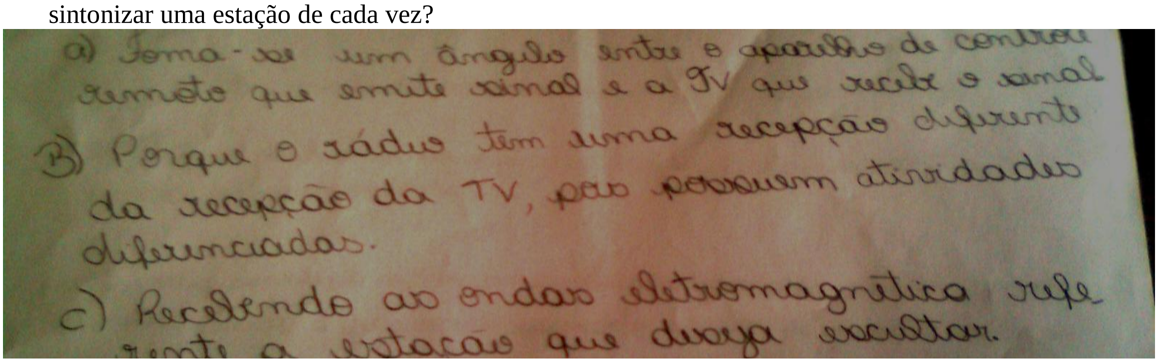
Embora o objetivo deste trabalho seja investigar as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos, não é possível deixar de abordar a importância que o professor mediador tem nesse processo. Observando atentamente o desenvolvimento dos alunos, e procurando ter clareza dos motivos das dificuldades demonstradas por eles, esse profissional consegue mais êxito ao auxiliá-los no processo de ensino e aprendizagem.

5.2.2.2 Por meio de outras estruturas matemáticas

Figura 35 – Protocolo 7

Leia as descrições seguintes sobre ações que você realiza cotidianamente e que estão relacionadas às funções trigonométricas seno e/ou cosseno. Após a leitura, discuta com seus colegas as respostas que irão elaborar a partir de seus conhecimentos anteriores sobre dos temas.

a) Quando você aperta o botão do aparelho de controle remoto, consegue interferir na propagação de sua TV, por exemplo. Nesse ato, o aparelho emite um sinal na forma de onda eletromagnética até a TV, que, por sua vez, respeita sua vontade e efetua a operação solicitada. O que ocorre nesse percurso?
b) Com o controle remoto de sua TV, você não consegue fazer funcionar seu aparelho de som, pois este aceita apenas a onda emitida por outro aparelho de controle remoto. Por que o controle da TV não faz funcionar o aparelho de som?
c) Ao ligar o rádio do automóvel, você consegue ouvir as músicas tocadas em sua estação preferida. Mudando de estação, consegue ouvir, por exemplo, o noticiário do dia. Como é que o rádio consegue sintonizar uma estação de cada vez?



a) Forma-se um ângulo entre o aparelho de controle
remoto que emite sinal e a TV que recebe o sinal
B) Porque o rádio tem uma recepção diferente
da recepção da TV, pois possuem atividades
diferenciadas.
c) Recebendo as ondas eletromagnética refe
rente a estação que deseja escutar.

Fonte:Arquivo pessoal da pesquisadora.

A questão proposta e respondida no protocolo 7 exige do aluno habilidades relacionadas à leitura e à interpretação, assim como conceitos matemáticos e físicos. Para resolvê-la, **o grupo utilizou a estratégia da escrita**. Errou os itens a e b, falou do fenômeno de forma superficial e trocou as grandezas (Ondas por raios). Além disso, ele não dominou o vocabulário.

Em relação ao item c, respondeu de forma correta. No entanto, tratando-se de alunos do 2º ano, as respostas estão aquém do esperado, fato justificado pelas poucas aulas que a turma teve com o professor de Física sobre o assunto (segundo depoimentos dos alunos durante diálogo com os grupos).

Neste ponto, este estudo, assim como o de Spinelli (2011), aponta para a necessidade de, ao se elaborar um planejamento, considerar o estágio educacional em que o aluno se situa. Falhei no planejamento, porque não procurei saber a respeito deste estágio em relação à aplicação dos conceitos físicos. Poderia ter falado com o professor de Física da turma. Pedi apenas ao professor colaborador para verificar se os alunos já tinham estudado sobre o assunto, e pensei em aplicar uma primeira atividade para iniciarmos uma discussão, já que os alunos estavam começando a estudar a respeito das funções trigonométricas. Neste momento, fiquei mais preocupada com os conceitos matemáticos.

Figura 36 – Protocolo 8

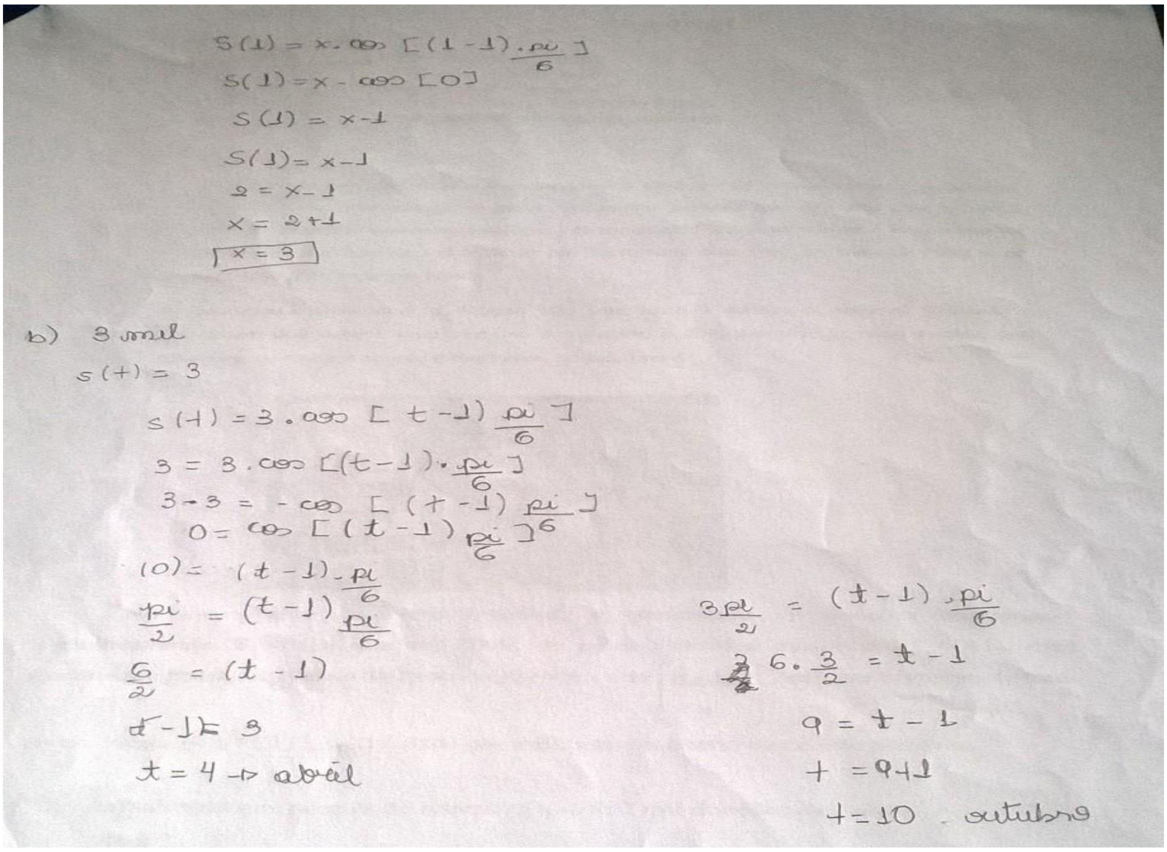
Muitas campanhas têm sido realizadas com o objetivo de conscientizar a população sobre a importância de doar sangue e, assim, incentivar pessoas que não têm esse hábito de fazerem a doação, podendo tornar-se doadoras permanentes. Para doar sangue, é necessário ter entre 18 e 65 anos, estar bem de saúde, levar um documento com foto, ter mais de 50kg e, no momento da doação, não estar em jejum.
É importante saber que: a doação não traz risco à saúde; o material utilizado é descartável; quem doa sangue uma vez não é obrigado a doar sempre; homens podem doar sangue, no máximo, 4 vezes ao ano e mulheres, no máximo 3.

No hemocentro de certo hospital, a quantidade de doações tem variado periodicamente. Suponha que em 2009, de janeiro (t=0) a dezembro (t = 11), essa quantidade possa ser dada pela função
$Q(t) = \alpha - \cos\left[\frac{(t-1)\pi}{6}\right]$, em que t representa tempo em meses ($0 \leq t \leq 11$), Q(t) é dada em milhares e α é uma constante positiva.

a) Sabendo que no mês de fevereiro houve 2 mil doações de sangue, qual o valor de α ?
b) Em quais meses houve 3 mil doações de sangue?
c) Você conhece alguma pessoa que doa sangue? Sim. (transcrição da resposta do grupo)
d) Em sua opinião, qual é a importância de doar sangue? Doar sangue é uma demonstração de amor, é ajudar alguém a continuar a vida. (transcrição da resposta do grupo).

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Figura 37 – Continuação do protocolo 8: registro de solução dos itens a e b


S(1) = x . cos [(1 - 1) . pi/6]
S(1) = x . cos [0]
S(1) = x . 1
S(1) = x . 1
2 = x - 1
x = 2 + 1
x = 3

b) 3 mil
s(t) = 3
s(t) = 3 . cos [t - 1) pi/6]
3 = 3 . cos [(t - 1) . pi/6]
3 - 3 = - cos [(t - 1) pi/6]
0 = cos [(t - 1) pi/6]
(0) = (t - 1) . pi/6
pi/2 = (t - 1) pi/6
6/2 = (t - 1)
t - 1 = 3
t = 4 → abril

3pi/2 = (t - 1) . pi/6
6 . 3/2 = t - 1
9 = t - 1
t = 9 + 1
t = 10 . outubro

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

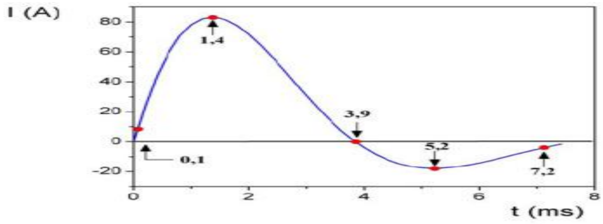
No protocolo 8, o grupo resolveu corretamente as equações **utilizando os cálculos convencionais**. Percebe-se que os alunos têm ideia de função e equação trigonométrica e que reconhecem situações nas quais é possível fazer uso dessas ferramentas. No entanto, faltou atenção na hora de finalizar a questão. Vejamos:

O grupo resolveu o item a corretamente. Em relação ao item **b**, fez todos os cálculos e encontrou os valores de t corretos: t = 4 e t = 10. Mas considerando os dados do problema: **Suponha que em 2009, de janeiro (t=0) a dezembro (t = 11), essa quantidade possa ser dada pela função (...), em que t representa tempo em meses ($0 \leq t \leq 11$)**, t = 4 e t = 10 correspondem respectivamente aos meses de maio e novembro, e não abril e outubro, como o grupo respondeu.

Em relação aos itens c e d, fizemos uma discussão conforme citado anteriormente e o grupo contribuiu oralmente, participando do debate.

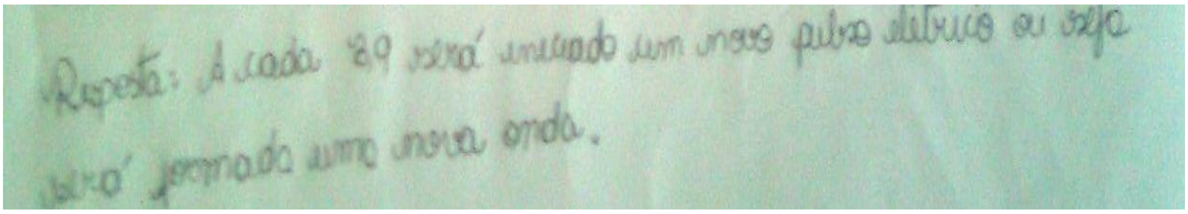
Figura 38 – Protocolos 9 e 10

Um desfibrilador é um equipamento utilizado em pacientes durante parada cardiorrespiratória com o objetivo de restabelecer ou reorganizar o ritmo cardíaco. O seu funcionamento consiste em aplicar uma corrente elétrica intensa na parede torácica do paciente em um intervalo de tempo da ordem de milissegundos. O gráfico seguinte representa, de forma genérica, o comportamento da corrente aplicada no peito dos pacientes em função do tempo.



De acordo com o gráfico, a contar do instante em que se inicia o pulso elétrico, a corrente elétrica inverte o seu sentido após quanto tempo? Justifique sua resposta.

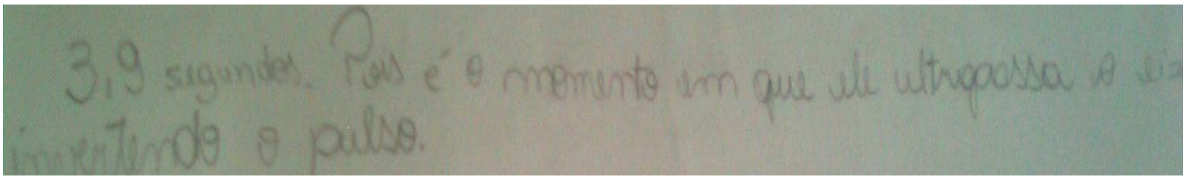
Protocolo 9



Transcrição do protocolo 9:

A cada 3,9, será iniciado novo pulso elétrico, ou seja, será formada uma nova onda.

Protocolo 10



Transcrição do protocolo 10:

3,9 segundos. Pois é o momento em que ele ultrapassa o eixo x, invertendo o pulso.

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Dos oito grupos que participaram da atividade no dia que foi proposto este problema, cinco não responderam à atividade, dois deles responderam que a corrente inverte o seu sentido exatamente no tempo 3,9 segundos e um (protocolo 9) escreveu 3,9, mas não identificou a grandeza.

Para que os alunos possam resolver a questão acima (questão-modelo do Enem de 2009), eles têm de identificar a relação entre as grandezas de corrente elétrica e do tempo, abrangendo as habilidades H15 (identificar relação de dependência entre grandezas) e H17 (analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação) presentes na competência de área 4 (construir ações de variação de grandezas para a compreensão da realidade e solução de problemas do cotidiano).

Há as habilidades H20 (interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas) e H21 (Resolver situação problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos) que contemplam a competência 5 (Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas), uma vez que é necessário ter conhecimento de alguns conceitos importantes de funções para determinar o sentido da função que representa o comportamento da corrente.

Já na competência de área 6 (Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsões de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação), as habilidades que são contempladas nesse problema são as H24 (Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências), H25 (Resolver problemas com dados apresentados em tabelas ou gráficos) e H26 (Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recursos para a construção de argumentos), pois, para encontrar o ponto onde houve a inversão da corrente, é preciso recorrer às informações disponíveis no gráfico dado. Para solucionar a questão, os dois grupos **utilizaram a escrita como estratégia** de resolução.

Nos protocolos 9 e 10, os grupos não fizeram uso da habilidade H15 (Identificar relação de dependência entre grandezas), ou seja, não compreenderam a relação de dependência entre as grandezas corrente e milissegundos. Entretanto, souberam identificar no gráfico o momento em que a corrente inverte. Logo, possuem a habilidade H17 (Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação) em suas resoluções, embora no protocolo 10 o grupo não tenha reconhecido o símbolo de milissegundos, trocando-o por segundos.

As habilidades H20 (Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas) e H21 (Resolver situação problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos) foram abordadas nos dois protocolos, pois souberam interpretar o comportamento da corrente elétrica, o que significa que possuem domínio sobre o conhecimento necessário a respeito do conteúdo de gráfico de funções.

Considerando que a dedução a respeito do comportamento da corrente elétrica quanto à sua inversão foi correta, souberam utilizar as informações disponíveis no gráfico de maneira adequada. Consequentemente, mostraram as habilidades H24 (Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências), H25 (Resolver problemas com dados apresentados em tabelas ou gráficos) e H26 (Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recursos para a construção de argumentos), uma vez que conseguiram ler, interpretar e resolver a questão através do gráfico.

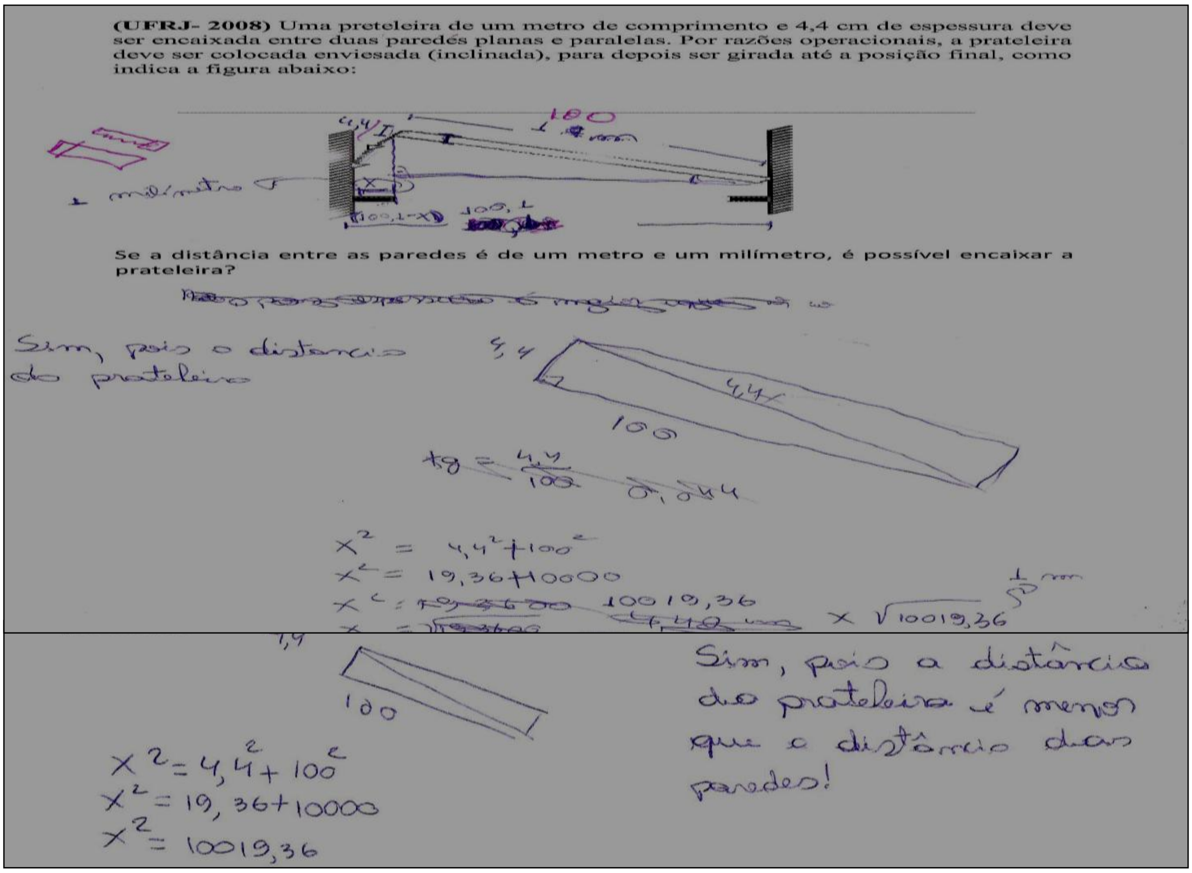
Com esta questão, retomamos Santos (2007, p. 5), quando afirma que "a contextualização pode ser vista com o objetivo de encorajar os alunos a relacionar suas experiências escolares em ciências com problemas do cotidiano".

5.2.3 Métodos adequados que conduzem a uma solução válida

Fazem parte desta categoria os 226 registros, em que os alunos utilizaram estratégias de resolução que conduziram a uma solução válida, representando 38,69% do total de protocolos.

5.2.3.1 Com utilização do desenho no registro

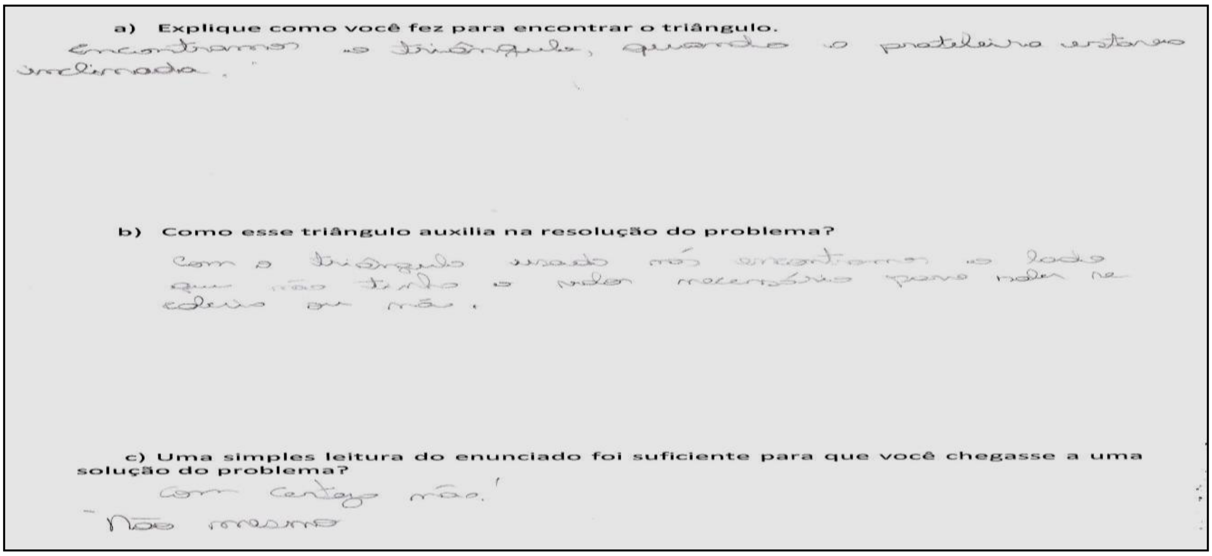
Figura 39 – Protocolo 11 – Parte 1



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

No protocolo 11, constatamos que: 1) para chegar a uma solução correta, o grupo utilizou como estratégia o desenho, os cálculos e a escrita (texto); 2) o grupo tem conhecimento de conceitos relacionados a medidas, equações, trigonometria no triângulo retângulo e reconhece situações nas quais é possível fazer uso dessas ferramentas. Também é capaz de justificar sua resposta conforme parte 2 do protocolo 11:

Protocolo 11– Parte 2



a) Explique como você fez para encontrar o triângulo.

Encontramos o triângulo, quando a prateleira estava inclinada.

b) Como esse triângulo auxilia na resolução do problema?

Com o triângulo usado nós encontramos o lado que não tinha o valor necessário para saber se caberia ou não.

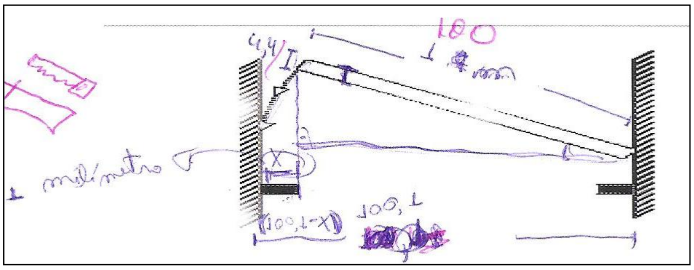
c) Uma simples leitura do enunciado foi suficiente para que você chegasse a uma solução do problema?

Com certeza não!

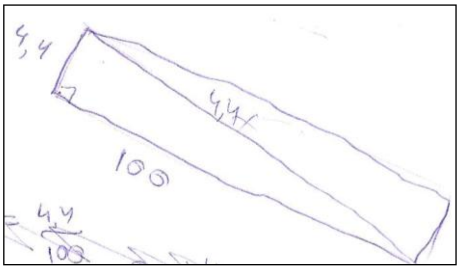
Não mesmo

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

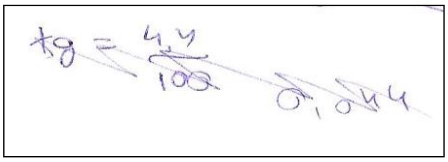
As respostas aos itens a, b e c contribuem para confirmar que o grupo leu o problema, interpretou os dados ou informações apresentadas, traduziu a situação dada para linguagem do desenho e fórmulas matemáticas, e analisou possibilidades de resolução: 1) faz um triângulo no desenho dado,



2) faz um desenho da prateleira fora das paredes,

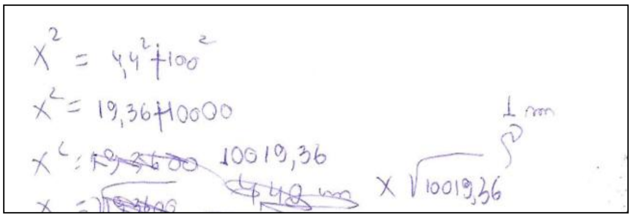


3) registra a possibilidade de utilizar uma razão trigonométrica, mas desiste da possibilidade,



~~$tg = \frac{4,4}{100} = 0,044$~~

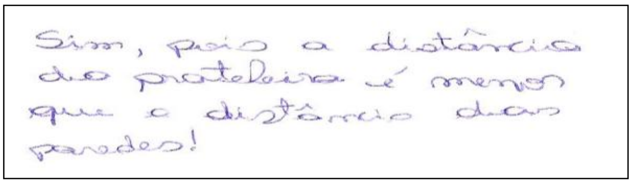
4) muda a estratégia de resolução para utilização do Teorema de Pitágoras, encontra a solução e faz o registro um algébrico e outro por meio da linguagem discursiva.



$x^2 = 4,4^2 + 100^2$

$x^2 = 19,36 + 10000$

$x^2 = \cancel{19,3600}$ $10019,36$ $\quad x\sqrt{10019,36}$ $\quad 1\,m$



Sim, pois a distância da prateleira é menor que a distância das paredes!

A partir da análise deste protocolo, podemos afirmar que a resolução de problemas possibilitou este grupo desenvolver competências em Matemática para o ensino médio.

Conforme orientações do PCN (BRASIL,2002, p. 113), as três competências eleitas como metas pela área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias para serem perseguidas durante toda escolaridade básica são:

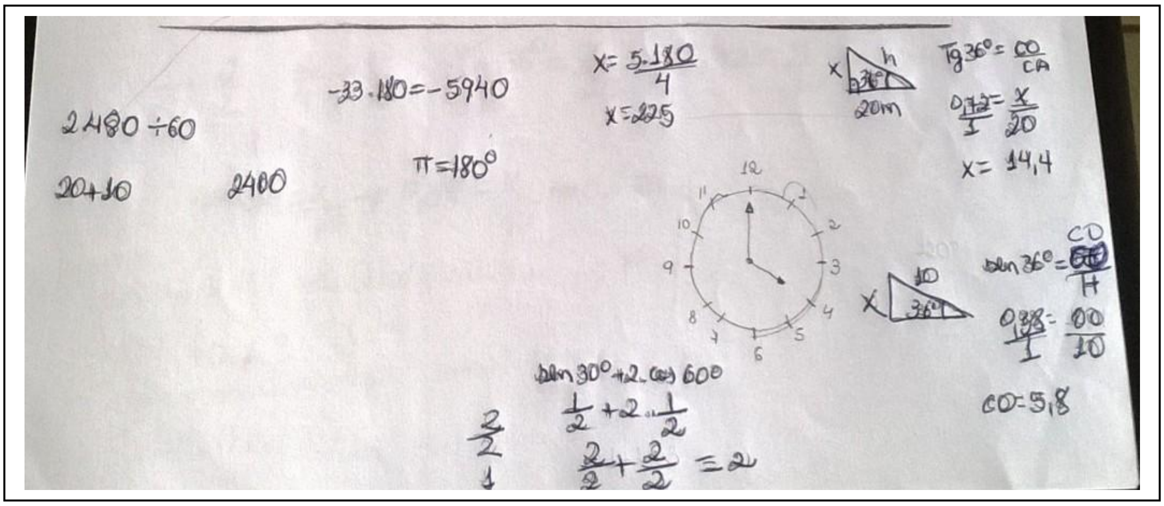
> - representação e comunicação que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
>
> - investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problemas, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
>
> - contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

Nos protocolos 12, 13 e 14, encontramos registros de questões propostas durante a atividade lúdica do dominó. Faz-se necessário esclarecer que nesta atividade os alunos tinham 56 questões para serem resolvidas, já que o dominó é composto de 28 pedras (cartelas) e cada cartela possui duas partes e em cada parte uma questão. Logo, no geral, a turma tinha 448 itens para resolver.

Nem todos os cálculos e propostas de resolução foram registrados, já que várias questões poderiam ser resolvidas apenas com o auxílio do ciclo trigonométrico ou cálculos mentais. O objetivo maior era conseguir encontrar todas as respostas corretas e conseguir utilizar as peças do jogo, sem sobrar nenhuma.

Durante a atividade, procuramos observar como os grupos estavam trabalhando e identificar se as peças estavam encaixadas corretamente: pergunta e resposta. Dos oito grupos presentes, três grupos conseguiram “ganhar o jogo”, ou seja, resolver todas as perguntas corretamente.

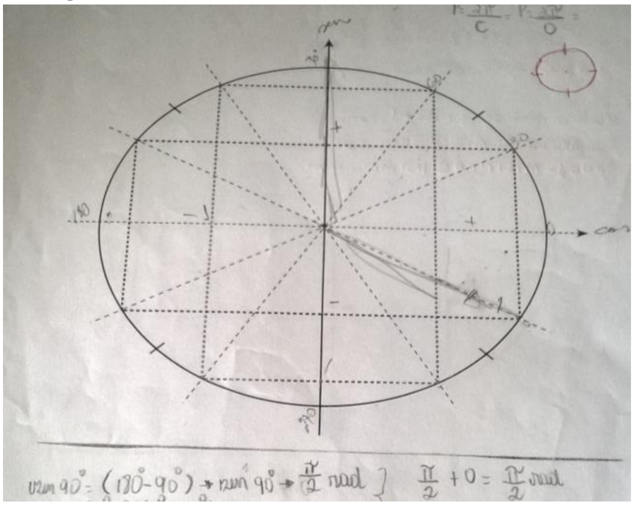
Figura 40 – Protocolo 12



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

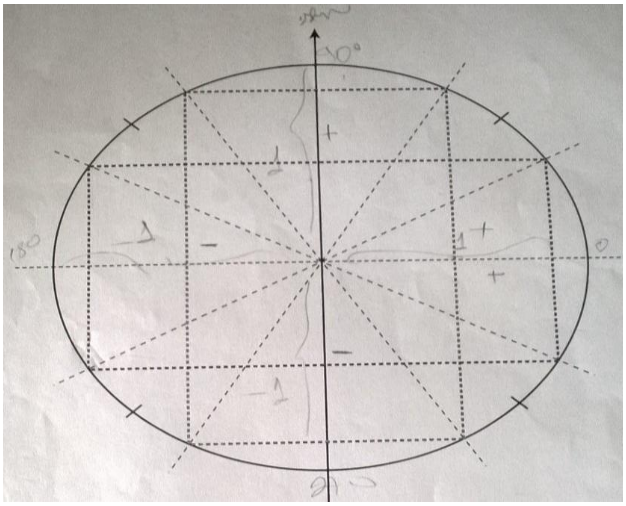
O grupo responsável pelo protocolo 12 utilizou o desenho e cálculos em seu registro. Usou corretamente os conceitos de trigonometria relacionados às razões trigonométricas e às funções seno e cosseno. Também mostrou ter habilidade de resolver a operação de adição de frações.

Figura 41 – Protocolo 13



Fonte:Arquivo pessoal da pesquisadora.

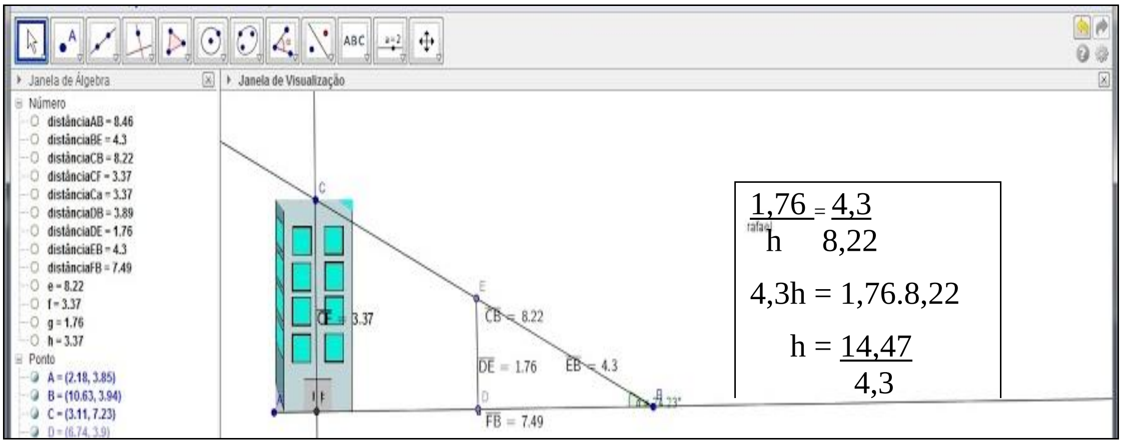
Figura 42 – Protocolo 14



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

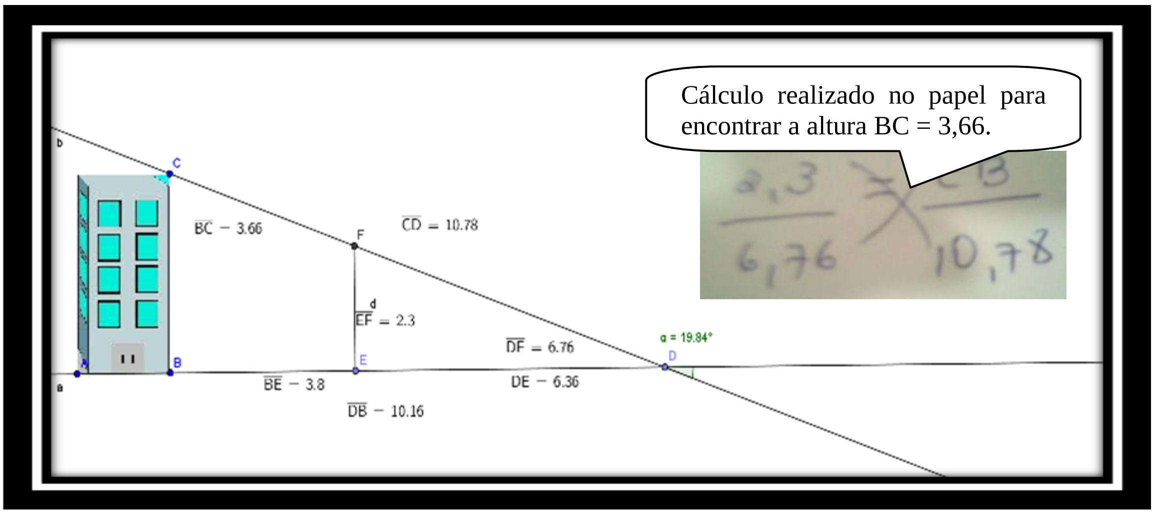
Os grupos responsáveis pelos protocolos 13 e 14 demonstram em seus registros que resolveram questões com o auxílio do ciclo trigonométrico. No dominó, constavam questões que poderiam ser resolvidas facilmente com o uso do ciclo trigonométrico, como, por exemplo: os valores do cos 150º, sen 30º e -cos 30º (Apêndice 10).

Figura 43 – Protocolo 15



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

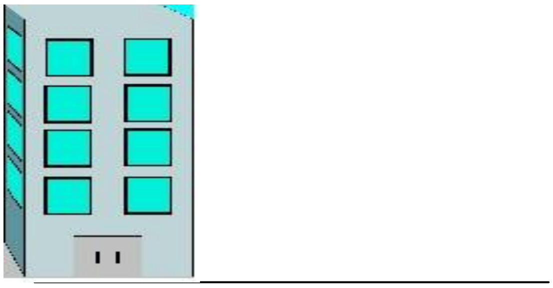
Figura 44 – Protocolo 16



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Os protocolos 15 e 16 são de uma atividade realizada com o uso do computador e do *Software GeoGebra*, para a resolução do problema: utilizando as ferramentas do Geogebra e os conceitos das razões estudadas na aula passada, calcule a altura do prédio abaixo, sabendo-se que:

	30º	45º	60º
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



(Não meça a altura do prédio antes de fazer o cálculo)

As duplas responsáveis pelos protocolos 15 e 16 realizaram a atividade corretamente, tanto no computador como utilizando os cálculos. Compreenderam os conceitos relacionados à razão seno e souberam resolver as equações.

Importante salientar que atividades com uso do computador possibilitam que os alunos utilizem várias tentativas, com mais rapidez, até chegarem à solução correta. Foi o que ocorreu durante esta atividade, como podemos confirmar nas falas dos alunos a seguir:

> – E agora o que vou fazer? Já fiz o triângulo grande. Tenho que fazer o pequeno também? Como na aula passada?
>
> – Posso fazer uma regra de três? A colega responde: não é regra de três. É... Como fala? Proporção?
>
> – Não estou conseguindo fazer nada. Meu prédio sumiu.
>
> – Meu computador travou.
>
> – Acho que encontrei a resposta. Chama a professora.

Neste momento foi feito um pequeno lembrete, pela pesquisadora e professora colaboradora, a respeito das orientações dadas na aula anterior. Em seguida, as duplas começaram a encontrar soluções.

As falas, as atitudes dos alunos durante as atividades com uso do computador, nos remetem a algumas das vantagens da utilização da informática no ensino destacadas por Milani (2001, p. 176):

> *O computador exige que o aluno tenha participação ativa*.
>
> *A visualização rápida dos trabalhos favorece a criatividade e a autocorreção*.
> Com o computador, por sua agilidade e seus recursos, o aluno pode facilmente mudar de ideia, testar várias hipóteses, tentar diferentes caminhos e estratégias, obtendo da máquina a imagem rápida como resposta a suas tentativas. Isto permite ousar com mais facilidade, fator que pode favorecer o desenvolvimento da autonomia e da criatividade.
>
> *Cada aluno tem a possibilidade de trabalhar em seu próprio ritmo*.
> Quando o computador é usado como ferramenta, a aula não é igual para todos. Cada aluno pode construir seus conhecimentos segundo seu próprio

> estilo de aprendizagem, expressar suas ideias ou resolver um problema de acordo com o seu grau de conhecimento e interesse, no seu ritmo.

A atividade registrada nos protocolos 15 e 16 foi realizada no laboratório de informática. Ao término de cada resolução, os resultados eram gravados, os alunos anotavam seus registros e conclusões, realizavam uma avaliação e iam saindo do laboratório. Cada dupla no seu ritmo, conforme destaca Milani (2001). No entanto, um aluno nos chamou atenção, pois todos os colegas se retiraram e ele, ao ficar apenas com a pesquisadora e professora colaboradora, solicitou ajuda. Disse que ainda não tinha compreendido a atividade. Estava com dúvidas e pediu explicações. Só saiu quando compreendeu e encontrou a solução. Depois disse:

> Eu precisava entender. Não podia ir embora com dúvidas. Obrigado. Pretendo estudar mais sobre informática. Por isso senti a necessidade de só sair quando entender. Amanhã tem mais?

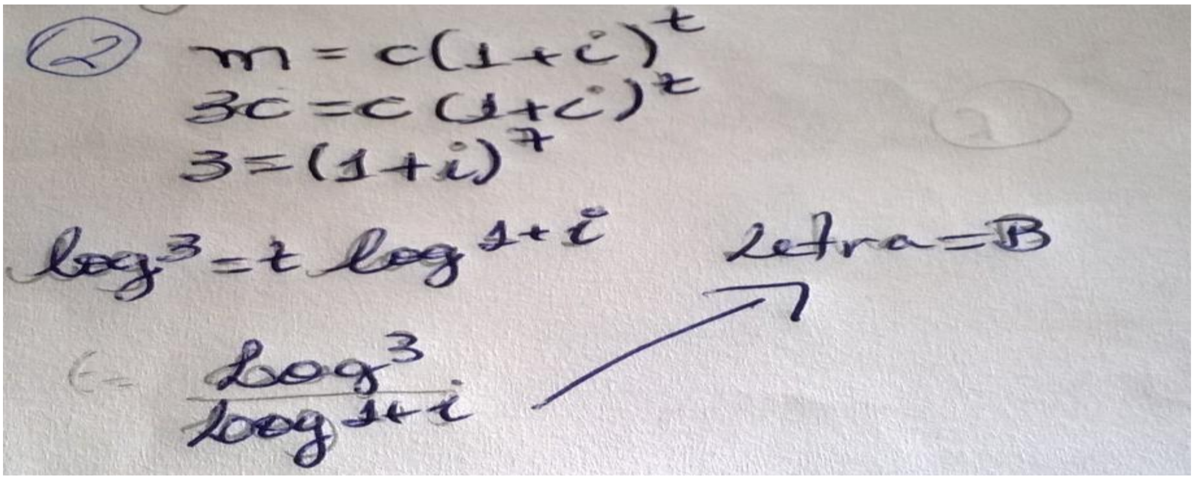
Neste exemplo, constatamos uma das vantagens citadas por Milani (2001): quando o computador é usado como ferramenta, a aula não é igual para todos.

5.2.3.2 Por meio de outras estruturas matemáticas

Figura 45 – Protocolo 17

(FGV-SP) Em regime de juros compostos, um capital inicial aplicado à taxa mensal de juros i irá triplicar em um prazo, indicado em meses, igual a:

a) $\log_{i} 3$ b) $\log_{1+i} 3$ c) $\log_{3} (1 + i)$ d) $\log_{3} i$ e) $\log_{3i} (1+ i)$



Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

No protocolo 17, a dupla utilizou como estratégia de resolução cálculos convencionais de resolução e demonstrou que compreendeu os conceitos relacionados à equação de juros compostos e aplicação das propriedades dos logaritmos.

Importante ressaltar que, independente da resposta ou da forma como foi conduzida a resolução (estratégia), nessa questão, todos os alunos que a procuraram iniciaram pela equação $M = C(1 + i)^t$. No entanto, apenas dois dos oito grupos concluíram a questão corretamente. Os demais pararam quando tiveram de aplicar a propriedade dos logaritmos. Ou seja, a maioria não reconhece situações nas quais é possível fazer uso dessas ferramentas.

5.3 Reflexões das análises das estratégias de resolução dos alunos

Neste capítulo, analisamos as estratégias de alunos do ensino médio na resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizadas. Embora não tenha apresentado todas as respostas obtidas na prática, especificamos os dados coletados que acreditamos ser mais significativos em termos de compreensão do raciocínio e das estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas e atividades lúdicas. Para essa análise, utilizamos 17 produções matemáticas dos alunos pesquisados, sendo duas relacionadas ao conteúdo de juros compostos e logaritmos e 15 envolvendo a trigonometria.

No momento das análises, observamos que havia pontos em comum nas estratégias de resolução dos alunos, como: utilização de registros convencionais; dificuldades relacionadas a conceitos básicos de conteúdos matemáticos do ensino fundamental, como as equações e grandezas. A maioria das estratégias apresentadas nos protocolos (registros convencionais) dos pesquisados têm a ver com a situação em que estão inseridos. No contexto de sala de aula, estão habituados à metodologia de aulas expositivas e a resolverem listas de exercícios descontextualizados.

No entanto, embora apresentem dificuldades em relação a alguns conceitos matemáticos necessários para a resolução de problemas e atividades de trigonometria, os alunos enfrentaram o desafio e foram à busca de uma solução. Nessa busca, iniciaram um processo de expressar seu pensamento e seus conhecimentos utilizando, além de algoritmos, registros de diferentes naturezas: o desenho, a linguagem oral e a escrita.

Procuramos propor questões envolvendo contexto e aplicação da Matemática em situações cotidianas e de interdisciplinaridade para o ensino da Matemática. As situações-problemas e atividades lúdicas de trigonometria propostas exigiram conhecimento da situação descrita para analisá-la adequadamente, leitura, interpretação e “estar atento a situações do dia a dia e as ocorrências que as cercam” (SMOLE; DINIZ, 2010, p. 249).

Os registros mostram que a maioria dos alunos pesquisados depara-se com obstáculos no processo de conceitualização da trigonometria e estes foram explorados e analisados neste capítulo. Também revelam a dificuldade que os alunos têm na leitura e interpretação de situações-problema, alertando-nos para a necessidade de fazermos uso da comunicação no processo de aprendizagem da Matemática por meio da resolução de problemas. Por meio do diálogo com os colegas e com a pesquisadora, em vários momentos foi possível solucionar dúvidas em relação a conceitos de trigonometria, contribuindo com o processo de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, o trabalho de grupo foi essencial. No diálogo com os colegas e com a turma em geral, o processo de aprendizagem foi facilitado. Percebemos que os alunos saíram de uma rotina de alunos passivos e despertaram para participação no processo de ensino-aprendizagem. Nessa perspectiva, Rey (2005, p. 14) afirma que “a comunicação será a via em que os participantes de uma pesquisa se converterão em sujeitos, implicando-se no problema pesquisado a partir de seus interesses e contradições”.

Por meio da resolução de problemas e atividades lúdicas, procurou-se resgatar o ser matemático de cada aluno, propiciando um ambiente livre para permitir que o aluno tomasse o problema para si. Percebeu-se também que, quando os alunos estavam no ambiente de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria, se viam mais confiantes, responsáveis, argumentando a respeito das resoluções, tanto junto ao grupo como à pesquisadora. Essa motivação foi bem expressiva em atividades como o bingo e com o uso do computador, confirmando o que já tinham afirmado nas entrevistas em relação ao lúdico: que gostavam de trabalhar com o lúdico e o recomendavam para todas as disciplinas.

O fazer matemático no espaço escolar precisa ter um significado mais amplo. Sair do decorar definições e procedimentos de resolução, para proporcionar ao aluno desafios nos quais ele busque soluções próprias. Nessa perspectiva, Van de Walle (2009, p. 31-32) afirma que:

> No que diz respeito ao ensino da Matemática o nosso grande desafio é reconceituar sua própria compreensão do que significa saber e fazer Matemática do modo que os estudantes desenvolvam uma visão mais excitante e mais acurada da matemática. Eles participam mais, compartilham mais suas ideias, dão sugestões, defendem ou desafiam as soluções dos colegas e consequentemente começam a desenvolver autoconfiança, passando a ver a Matemática de uma forma mais atrativa.

Os aspectos ressaltados por Van Del Walle são confirmados nos depoimentos dos alunos, ao falarem da experiência de aprenderem por meio da resolução de problemas e atividades lúdicas, a seguir:

> Maravilhosa. Além de ter a oportunidade de obter novos conhecimentos. É dinâmica (Lucas, 15 anos, 2013).
>
> Fez com eu interpretasse melhor as questões de trigonometria e raciocinasse melhor (Maria, 17 anos, 2013).
>
> Usamos nossa criatividade, entretenimento, descontração, e não ficamos só escutando o professor falar (Carlos, 16 anos, 2013).

Logo, o ensino-aprendizagem, por meio da resolução de problemas e atividades lúdicas na visão dos alunos, é uma ferramenta que pode favorecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas, no que se refere ao ensino da trigonometria.

5.4 Limites, desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aulas do 2º ano do ensino médio

> Fazer com que os alunos se envolvam completamente com a resolução de problemas é uma forma de dar-lhes experiências valiosas nos processos da matemática, mas isso significa que precisamos arriscar um pouco da segurança de saber antecipadamente como a aula transcorrerá ou quais serão as soluções. Os alunos estão acostumados a encontrar a matemática acabada. A resolução de problemas é matemática em elaboração. E até que alunos e professores criem uma bagagem matemática considerável, ambos estarão em xeque.
>
> (HOUSE, 1998, p. 218)

Por meio da análise das entrevistas e protocolos dos alunos, constatamos que os problemas e atividades lúdicas revelam-se motivadores no fazer Matemática dos alunos envolvidos. Entretanto, a inserção dessa proposta na sala de aula implica em alguns limites, desafios e possibilidades, os quais não poderiam ser excluídos desse estudo.

No transcorrer de nossa pesquisa, identificamos os seguintes pontos relacionados a esta temática:

a) a *falta de material teórico* sobre a temática da contextualização, resolução de problemas e ludicidade, no ensino médio, como uma dificuldade para o fazer pedagógico dos professores, especificamente daquele que deseja fazer da contextualização um recurso para as suas aulas de Matemática;

b) *o desafio temporal*: por vários momentos, tivemos de adiar um planejamento com o professor ou um encontro com os alunos por aspectos relacionados ao tempo, como redução no horário das aulas da turma ou de coordenação do professor;

c) *o desafio pessoal*: para planejar as atividades, a pesquisadora necessitava do professor regente, mas nem sempre podia contar com sua colaboração, pois ele estava envolvido com a preparação de provas mensais e bimestrais;

d) *o desafio da metodologia do professor da turma*: conforme constatado na entrevista com o professor, ele utiliza a metodologia de aulas expositivas, seguida da resolução de lista de exercícios repetitivos. Como os alunos estavam acostumados com esta metodologia, trabalhar com a resolução de problemas e atividades lúdicas se tornou um desafio maior do que já é. Para compreendermos esta realidade e propormos atividades mais atrativas para os alunos, recorremos às atividades que se destacaram como preferidas pela turma, conforme depoimentos dados nas entrevistas: os jogos;

e) *organização da turma*: no que se refere à resolução dos problemas, a organização da turma é muito importante. A dificuldade surge em gerenciar a ansiedade dos alunos em compreender ou mostrar a solução, o que se acentua nas atividades lúdicas. Neste ponto, o trabalho de grupo foi essencial. Assim como o auxílio do professor regente e da professora do laboratório de informática;

f) a *comunicação* é essencial para a validação das soluções, mas esbarramos no fator *tempo*. Trabalhar com a resolução de problemas numa aula de 50 minutos nos limita no que tange ao diálogo a respeito das soluções. Inicialmente, tínhamos duas aulas para o desenvolvimento das atividades e foi possível realizarmos o debate com a turma, mas com a redução do tempo a comunicação se restringiu à mediação nos grupos;

g) dificuldade em *ouvir e analisar as produções*. Precisamos da colaboração dos alunos, para ouvir e analisar todas as produções. E, quando se trata de uma turma de 40 alunos, a cooperação e o respeito mútuo são essenciais, para que todos possam participar da análise tendo oportunidade de ouvir e falar. No caso de nosso estudo, em função do tempo que nos foi cedido para a aplicação das atividades, não foi possível realizar a validação com a turma em todas as atividades, revelando a necessidade de essa prática ser incorporada na rotina de sala de aula.

h) *aspecto do planejamento*: a resolução dos problemas e atividades lúdicas propostas nesta pesquisa envolveu atividades que os alunos poderiam resolver de diversas maneiras, inclusive o cálculo mental, ou seja, “de cabeça”, como ocorreu em questões propostas no bingo e no dominó. Logo, nestas situações, nem sempre o registro escrito era necessário. No entanto, a pesquisadora necessitava do registro ou do relato oral do aluno. E, quando se trata de uma turma com muitos alunos, isso acarreta um limite para a pesquisa.

Percebemos que o fator temporal está presente em todas as situações de dificuldade, visto que a resolução, a validação e os registros envolvem um tempo considerável da aula. Daí a importância da metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizadas ser incorporada às demais atividades da aula, possibilitando uma otimização do tempo e sua inserção na organização do trabalho escolar.

Em nossa pesquisa, o trabalho de grupo foi um dos fatores que possibilitou a otimização do tempo. Organizamos as atividades de forma que, enquanto os alunos estavam resolvendo as atividades nos grupos, a pesquisadora ia fazendo a mediação. E quando possível realizava a validação com toda a turma.

Percebemos que, embora tenhamos limites e desafios a serem enfrentados na utilização da metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados no segundo ano do ensino médio, este tipo de mediação é possível e significativo para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Inicialmente, os alunos mostram insegurança em relação a novas metodologias, mas aos poucos vão se interando da proposta e apresentando resultados. O processo é longo e gradativo.

No próximo capítulo apresentamos as conclusões que nosso estudo permitiu atingir.

Figura 46 – Depoimento de uma aluna do 2º ano do ensino médio

Através do uso do programa Geogebra, pude aprofundar o conhecimento em relações trigonométricas.
Foi interessante estudar Matemática por meio de um programa de computador por ser um meio de conhecimento mais dinâmico.
Obrigada pela oportunidade!

(Aluna do 2º ano do Ensino Médio, 16 anos, 2013).

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora

6 CONCLUSÕES

> Uma discussão sobre o ensino só pode ter sentido se, previamente, for definido o objetivo a ser atingido. Minha convicção pessoal é que a principal tarefa do ensino da Matemática, em nível secundário, é a de ensinar os jovens a PENSAR.
>
> (POLYA, 1944/1985, p. 12)

Acredita-se que educar é o principal papel do professor, mas as variações do modo de ensinar determinam diferenças nos resultados obtidos. Antigamente, ensinar significava repassar conhecimentos e transmitir informações, porém as ideias pedagógicas mudaram e o professor de Matemática não pode estar alheio às transformações que ocorrem no campo da educação. Nessa perspectiva, viemos delineando este trabalho, cujo objetivo geral é investigar os desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas em sala de aula no 2º ano do ensino médio.

No intuito de alcançarmos nossos objetivos, iniciamos com observações participantes no ambiente de pesquisa. Logo, percebemos que a escola tinha uma proposta de oferecer aos alunos um ambiente lúdico. Caminhando pela escola, em um dos corredores, deparei-me com alunos jogando xadrez, e aquela cena me chamou a atenção, pois era a primeira vez que via um xadrez daquele tamanho, então pedi autorização para tirar uma foto. Foi um registro da presença do lúdico na escola (Fig. 32).

Figura 47 – Alunos jogando xadrez

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

Outro aspecto observado foi em relação à proposta pedagógica da escola, que propõe projetos que envolvem trabalhar com atividades lúdicas e contextualização: feira de ciências, festival de cinema, jogos interclasse, olimpíadas etc.

Verificamos, por meio das entrevistas com os alunos, que, embora a escola tenha uma proposta envolvendo ludicidade, eles não tinham participado de nenhuma até aquele momento: terceiro bimestre – mês de outubro de 2012. Isso ficou confirmado na avaliação diagnóstica da realidade escolar daquele ano, realizada no período de 14/11/2012 a 02/12/2012, contida no PPP (Projeto Político Pedagógico) da escola. Os indicadores proposta pedagógica definida e conhecida por todos e contextualização tiveram como resultado: merece atenção e cuidado (Fig. 33).

Quadro 3 – Resultado da avaliação em relação à prática pedagógica

Dimensão II: Prática Pedagógica	
Indicadores	**Resultado**
Proposta pedagógica definida e conhecida por todos	*Merece atenção e cuidado*
Planejamento	Satisfatório
Contextualização	*Merece atenção e cuidado*
Variedade das estratégias e dos recursos de ensino-aprendizagem	Satisfatório

Fonte: Projeto Político Pedagógico da escola onde foi realizada a pesquisa (2013, p. 9) – Anexo 1.

As entrevistas foram essenciais para a relação entre pesquisadora e pesquisados. Todos estavam esclarecidos da proposta, o que facilitou o andamento das atividades. Diante das dificuldades, estavam dispostos a contribuir.

Percebemos, ao longo desta pesquisa, que a forma tradicional de ensinar Matemática ainda hoje faz parte da vida escolar do aluno, apesar dos esforços existentes por parte do professor para melhorar suas metodologias. Esforços reconhecidos e aprovados pelos alunos, conforme constatado em suas respostas à pergunta: *Há algum(ns) professor(es) que você gosta do jeito de ensinar? Por quê?*

> São aulas onde os professores explicam tudo certinho, você entende, aprende. Às vezes, fazem coisas que os outros professores não fazem, como dinâmicas diferentes (Joaquim, 16 anos, 2012).
>
> A professora leva o *data show* e a aula dela é incrível. Quando ela explica “aquelas paradas” do universo, eu fico impressionada (Mara, 16 anos, 2012).
>
> Porque eles dão exemplos práticos que fazem com que a gente aprenda. Às vezes, o conteúdo em si não interessa, mas com as curiosidades fica interessante. Por exemplo: ele foi dar um conteúdo ontem e explicou como acontece na vida (Vitor, 15 anos, 2012).

Notamos também que existe uma visão pessimista por parte da maioria dos alunos em relação à Matemática e o seu ensino por meio da resolução de problemas. Um pensamento praticamente predominante é de que a Matemática é difícil, principalmente quando não é entendida:

> Antes do primeiro ano, eu gostava de resolver problemas. Os professores ensinavam diretinho. Agora acho difícil, diferente a forma de cobrar (Ana, 15 anos, 2012).
>
> Quando eu entendo, amo. Quando eu não entendo, odeio (Letícia, 15 anos, 2012).

Em relação à maneira como resolvem os problemas, a maioria afirma resolver apenas de uma única maneira: a do professor. Poucos fazem de outras formas. Isto conforme suas falas:

> Tento de outras maneiras (Carlos, 16 anos, 2012).
>
> Geralmente resolvo dentro de um mesmo padrão (Jéssica, 15 anos, 2012).
>
> Sempre do jeito que a professora ensina (Lucas, 16 anos, 2012).

Já em relação ao ensino da Matemática por meio das atividades lúdicas, os alunos afirmam gostar e até indicam como metodologia, como podemos confirmar nas falas a seguir:

> É um assunto que estava conversando com os meninos: em Educação Física, a gente tinha que ter coisas novas, jogo assim para entreter. Por exemplo, um jogo de tabuleiro, as pessoas perguntavam pra que serve. Minha mãe disse que ajuda muito na aprendizagem (Marcos, 16 anos, 2012).
>
> Acho que não só, professora, nas matérias das Ciências, Matemática e Educação Física, poderia ter jogos, mas tinha que ter em todas as matérias. Todo mundo ia querer pesquisar mais (Lorena, 15 anos, 2012).

Retornando a Machado (1991, p. 22), a fim de validar a necessidade de utilizarmos diferentes formas de abordagem para o ensino da Matemática, incluindo os aspectos lúdicos, destacamos que:

> É a forma de abordagem dos diferentes assuntos que distingue diferentes propostas, dando-lhes cor e substância. Assim, ora a ênfase se dá aos aspectos formais, ora aos aspectos prático-utilitários, ora aos aspectos lúdicos etc., existindo certa contaminação dos diferentes assuntos no que diz respeito à abordagem.

Observamos que, durante o desenvolvimento das atividades lúdicas, os alunos se divertiam e aprendiam enquanto tentavam encontrar as resoluções das questões. Isso pode ser comprovado em suas falas, ao fazerem seus registros de avaliação, após a realização das atividades, confirmando mudança de concepção em relação ao ensino da Matemática e ao prazer de participar do seu processo de aprendizagem:

> Nós, alunos do 2º ano D, dedicamos sincera gratidão ao *privilégio* de obter novos conhecimentos na Matemática. Hoje, podemos *entender* as razões trigonométricas, seno, cosseno e tangente. Obrigada! Sucesso! (Carla e Lorena, 17 e 15 anos, 2013).
>
> Quando temos aulas práticas, *facilita bastante o entendimento*. E a relação seno ficou de forma mais simples e de *fácil* entendimento (Celso e João, 15 e 16 anos, 2013).
>
> Usamos nossa *criatividade, entretenimento, descontração*, e não ficamos só escutando o professor falar (Hildo e Márcia, 16 e 16 anos, 2013).
>
> *Legal*! A princípio, achamos que só seria uma aula voltada para a prática, e na verdade foi consecutivo, ou seja, foi voltada para os dois lados, a atenção foi necessária para o aprendizado do programa (*se referindo ao Software Geogebra*), e assim possível conhecer as fórmulas e o meio de cálculo utilizado por ele (Marcos e Jéssica, 16 e 15 anos, 2013).
>
> Foi muito bom, foi uma experiência *diferente*, mas muito *agradável* (Jhonatan e Mário, 16 e 16 anos, 2013).
>
> Fez com que eu *interpretasse melhor* as questões de trigonometria, e racionasse melhor (Letícia, 17 anos, 2013).
>
> *Maravilhosa*. Além de ter a oportunidade de obter novos conhecimentos, é *dinâmico* (Lucas e Marcos, 15 e 16 anos, 2013).

Sendo assim, o que no início da nossa pesquisa era considerado difícil, conforme depoimentos durante as entrevistas semiestruturas, no decorrer da aplicação das atividades lúdicas e de resolução problemas passa a ser: entendimento, interpretação, aprendizado, criatividade, relacionamento entre teoria e prática, possibilidade de obtenção de novos conhecimentos e dinamismo.

Nossa pesquisa permitiu entender que os alunos pesquisados, num primeiro momento, apresentavam-se desmotivados com o ensino da Matemática e, por isso, era imprescindível que novas metodologias fossem trabalhadas para que se tivessem sucesso de aprendizagem. O trabalho com a resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados foi importante para que os alunos fizessem uma reflexão a respeito das suas concepções, no que tange à dificuldade de aprendizagem de Matemática, concluindo que é possível adquirir conhecimentos matemáticos de forma natural e até mesmo agradável.

Nas falas, os alunos nos remetem a pontos destacados por Moran (2004, p. 1-3):

> Antes o professor só se preocupava com o aluno em sala de aula. Agora, continua com o aluno no laboratório (organizando pesquisa), na internet (atividades a distância) e no acompanhamento das práticas, dos projetos, das experiências que ligam o aluno à realidade, à sua profissão (ponto entre a teoria e a prática).

> Do ponto de vista metodológico, o professor precisa aprender a equilibrar processos de organização e de “provocação” na sala de aula. Compreender é organizar, sistematizar, comparar, avaliar, contextualizar.
>
> O professor que dá tudo mastigado para o aluno, de um lado facilita a compreensão; mas, por outro, transfere para o aluno, como um pacote pronto, o nível de conhecimento de mundo que ele tem.

Vimos a importância de trabalharmos os conteúdos matemáticos da forma mais contextualizada e interdisciplinar possível, pois a pesquisa revelou que os alunos compreendem melhor. Mas percebemos também a grande importância dos conteúdos matemáticos dentro desta própria ciência e que, se trabalharmos problemas que levem os alunos a interpretar, explorar, criar estratégias e aplicá-las, provavelmente aprenderão os conteúdos de forma que perceberão que o conhecimento matemático é acessível a todos.

No entanto, podemos relatar que a intervenção por meio da resolução de problemas e atividades lúdicas não pode ser vista como uma solução para as dificuldades com o ensino da Matemática. Trata-se apenas de uma possibilidade, pois, embora a maioria dos participantes de nossa pesquisa tenha mudado sua concepção em relação à Matemática a partir de nossa intervenção, constatamos algumas resistências, como mostram os depoimentos nas avaliações a seguir:

> Perdemos uma aula, desnecessário! (Ana Paula, 15 anos, 2013).
>
> Difícil (João e Antônio, 16 e 17 anos, 2013).
>
> Não tive aula. Chatíssimo (Meire, 17 anos, 2013).

Percebemos que é possível trabalhar com a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas nos três momentos da sequência didática: “introdução, desenvolvimento e recapitulação ou aplicação” (CALLEJO; VILA, 2006, p. 164). Não é preciso privilegiar apenas um deles.

Podemos afirmar que os exercícios e tarefas de investigação são importantes nas aulas e que também fazem parte do conhecimento matemático, mas as aulas deverão ser baseadas em problemas e não apenas em exercícios de fixação como são normalmente as aulas de Matemática. A resolução de problemas é uma parte integrante da aula de Matemática, não um acessório ou um tapa-buracos para as vésperas das férias (HOUSE, 1998, p. 233).

Chegando ao final deste trabalho e voltando para minhas perguntas de pesquisa, concluo que as respostas são:

1) Para questão motivadora central: *quais são os desafios e possibilidades de utilização da metodologia de resolução de problemas e atividade lúdicas em sala de aula no 2º ano do ensino médio*?

a) percebemos que nenhuma nova metodologia trará resultado instantaneamente, pois o processo de ensino e aprendizagem é algo gradativo. Em primeiro lugar, é importante que as concepções do professor mudem, que novas metodologias sejam aplicadas de forma gradual, pois é importante que o ensino tradicional não seja abandonado de uma vez só, visto que isso poderia até mesmo inibir a aprendizagem do aluno;
b) a flexibilidade no planejamento é constante. Temos de usar a criatividade para não deixar de realizar a atividade. Fazer o possível;
c) outro aspecto importante no ensino da Matemática por meio da resolução de problemas e atividades lúdicas é a comunicação. Esta esteve presente em todos os momentos de nossa pesquisa: nas entrevistas, nas conversas informais com alunos e professor regente e durante a aplicação das atividades;
d) o desafio temporal está presente em todas situações de dificuldade, visto que a resolução, a validação e os registros envolvem um tempo considerável da aula;
e) organização da turma em grupo para realização da aplicação da resolução de problemas e atividades lúdicas em sala de do ensino médio possibilita a otimização do tempo, de forma que seja possível resolver, validar e registrar as soluções.

2) Para questões secundárias: 2.1) *Quais são as estratégias dos alunos do 2º ano do ensino médio para registrar o seu processo de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados*?

a) a força das estratégias foi a resposta convencional. Sinal de que os alunos estão dominando a linguagem. Mas quem não dominava utilizou outras formas, como desenhos, a escrita e a oralidade;
b) utilizar a oralidade foi importante. No entanto, a resposta oral só apareceu porque foi proposta pelo pesquisador. Embora não tenha aparecido naturalmente, posso concluir que ela é importante porque quando perguntados os alunos sabiam responder.

2.2) *Quais as reações (impressões) de alunos do ensino médio a atividades lúdicas e resolução de problemas em aulas de Matemática*?

a) num primeiro momento, os alunos se apresentavam desmotivados com o ensino da Matemática. Mas o trabalho com a resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados foi importante para que fizessem uma reflexão a respeito das suas concepções, no que tange à dificuldade de aprendizagem de Matemática, concluindo que é possível adquirir conhecimentos matemáticos de forma natural e até mesmo agradável;

b) alguns alunos demonstravam preferência pelas aulas expositivas e se mantiveram desinteressados. Este fato não pode ser desconsiderado, pois trabalhamos com diversos alunos e cada um tem suas preferências, dificuldades e facilidades. E não podemos crer que uma metodologia vai resolver todos os problemas de dificuldade de aprendizagem no ensino da Matemática;

c) embora os alunos tenham apresentado dificuldades em relação ao conteúdo de trigonometria e outros conceitos matemáticos, como: logaritmo, potências, equação e frações, diante de uma situação-problema ou atividade lúdica enfrentaram o desafio e procuraram uma solução;

d) os alunos pesquisados se mostraram animados e motivados com o processo de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados. O ambiente favorável que se criou em sala possibilitou que eles sentissem segurança para questionar e conversar com a pesquisadora para esclarecer dúvidas, argumentar e dar sugestões, compreendendo os conteúdos trabalhados e também se sentindo incentivados e satisfeitos conforme depoimentos citados no decorrer deste trabalho.

Concordando com Van de Walle (2009, p. 59), não há dúvida de que ensinar por resolução de problemas é difícil. E as tarefas precisam ser planejadas ou selecionadas a cada dia e a compreensão atual dos alunos ser levada em consideração.

No próximo capítulo, apresentamos nossas contribuições finais.

Figura 48 – Depoimento de aluno pesquisado

Quando temos aulas práticas, facilita bastante o entendimento. E a relação seno ficou de forma mais simples e de fácil entendimento.

(Alunos do 2º ano do Ensino Médio, 16 e 17 anos, 2013).

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

> Por mais simples que possa parecer, a descoberta de uma solução, desde que ela seja produzida pelo aluno, representa a origem de motivação para novas aprendizagens. A novidade implícita na descoberta de uma resposta refere-se às informações anteriores dominadas pelo aluno e representam uma expansão efetiva do conhecimento. Nesse sentido, a Matemática é uma das disciplinas mais desafiantes porque permite o contato com situações em que se pode cultivar o exercício da descoberta.
>
> (PAIS, 2006, p. 136**)**

Por meio deste trabalho, procuramos evidenciar a importância do uso da resolução de problemas e atividades lúdicas como recurso para o ensino da Matemática. Apresentamos aplicações prática do uso com alunos do 2º ano do Ensino Médio dessas metodologias no processo de ensino e aprendizagem da teoria da trigonometria.

Os tipos de problema selecionados para a aplicação permitiram uma reflexão sobre conceitos de trigonometria de uma maneira geral, pois verificamos que muitos evidenciam dificuldades com esse conceito, mas tivemos a oportunidade, por meio da análise de protocolo apresentada neste trabalho, de constatar que é possível trabalhar com trigonometria, associada à resolução de problema e atividades lúdicas, fazendo ou não o uso dos algoritmos.

Sendo assim, os alunos somente serão capazes de resolver problemas e atividades de trigonometria se tiverem a oportunidade de aprender via resolução de problemas. Porém, para que isso ocorra, serão necessárias mudanças de paradigmas em relação ao ensino de Matemática, principalmente por parte de nós professores. É importante que o objetivo geral de todos os professores dessa disciplina seja despertar no aluno o ser matemático que pulsa nele.

Constatamos, por tudo que foi pontuado, ao final desta pesquisa, que a resolução de problema e atividades lúdicas contribui para que o aluno adquira a competência de resolução de problemas e exige do professor um processo de mediação diferente das tradicionais listas de exercícios repetidos, sem significado e fora do contexto do aluno. Também podemos afirmar que a coleta e análise dos dados feita nesta pesquisa nos auxiliaram na investigação de nossos objetivos.

O objetivo geral da pesquisa era investigar os desafios e possibilidades de se utilizar a metodologia de resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados em sala de aula com alunos do 2º ano do ensino médio.

A partir do objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

a) analisar as estratégias que os alunos do 2º ano do Ensino Médio estão utilizando para registrar o seu processo de resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados;
b) analisar as reações (impressões) de alunos do ensino médio a atividades lúdicas e resolução de problemas em aulas de Matemática.

Revendo nossos objetivos, verificamos indícios de que essa pesquisa nos revela a importância de permanentemente repensar a prática pedagógica no processo ensino-aprendizagem que vemos na maioria das escolas, que dá ênfase a uma Matemática que valoriza decorar fórmulas, mudando para uma Matemática prática, como os alunos relatam em seus depoimentos, nas entrevistas e avaliações após participação nas atividades propostas.

O professor como mediador do conhecimento é o responsável pela condução das atividades. Para tanto, precisa aprimorar seus conhecimentos em relação a essa prática para acompanhar mais de perto o processo de aprendizagem de seus alunos.

Os resultados de nossa pesquisa permitem apontar algumas pistas de ação para o uso da resolução de problemas e atividades lúdicas nas aulas de Matemática no ensino médio:

a) todo mundo diz que não é possível trabalhar o lúdico no ensino médio, pois os alunos não valorizam. A pesquisa mostrou que é possível e os alunos gostam e aprendem por meio de atividades lúdicas. Uma possibilidade é trabalhar a resolução de problemas/lúdico com o uso do computador;
b) a prática da resolução de problemas e atividades lúdicas como metodologia para o ensino da Matemática no segundo ano do ensino médio é viável. Tanto para ser trabalhado nas aulas semanais da grade curricular da escola como também no horário contrário às aulas. Caso a escola ofereça educação integral, dependendo da organização de cada escola;
c) como uma forma de minimizar a dificuldade com o fator temporal, sugere-se a inserção da resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados na organização do trabalho escolar;
d) quando pensamos em utilizar a resolução de problemas e atividades lúdicas em uma turma de 40 alunos, o trabalho em pequenos grupos é uma boa opção. Permite um ambiente de discussão, a comunicação em geral, o processo de reflexão sobre a resolução de problemas e o desenvolvimento da criatividade.

Encerramos este trabalho salientando a necessidade de outras pesquisas para investigar qual a amplitude dos benefícios da resolução de problemas e atividades lúdicas contextualizados no ensino médio, além de futuras pesquisas para verificar se a mediação do ensino da Matemática por meio dessa metodologia possibilita ao aluno do ensino médio resolver questões contextualizadas utilizando estratégias matemáticas próprias, ou se ele continua repetindo o modelo do professor e para investigar sobre de que forma a comunicação contribui no processo de ensino e aprendizagem da Matemática por meio da resolução de problemas e atividades lúdicas no ensino médio.

Talvez tenhamos tantas perguntas quanto tínhamos antes de iniciar esta pesquisa. Mas encerramos este trabalho com *satisfação* por ter conseguido alcançar algumas metas traçadas antes e durante nossa investigação, que verificou quais as estratégias que os alunos pesquisados utilizam na resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados e os limites e possibilidades de se utilizar esta proposta metodológica em sala de aula. E com a *certeza* de que ainda temos muito a avançar em relação à pesquisa a respeito do ensino contextualizado da Matemática no ensino médio, da resolução de problemas e da ludicidade.

Figura 49 – Depoimento do aluno João durante a entrevista

Calma professora. Tenho que pensar. Afinal nunca perguntaram minha opinião sobre as coisas da escola... É... dos professores e as matérias, sabe?

(João, 17 anos, 2012)

Fonte: Arquivo pessoal da pesquisadora.

8 REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. A “contextualização” e a modelagem na educação matemática do ensino médio. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 8. ed. 2004, Recife. Anais. Recife: SBEM, 2004, 1 CD-ROM.lores.

BIEMBENGUT, Maria Salett; BASSANEZI, Rodney Carlos. *Modelagem na matemagicalândia*. Campinas – São Paulo, 1989. p. 1.

BRAGA, Maria Dalvirene. *Integrando o ensino – aprendizagem da matemática e da língua materna a partir da leitura de livros paradidáticos no ensino fundamental.* Monografia de pós-graduação apresentada para obtenção de título de especialista em educação, na Faculdade Jesus Maria José. Brasília, 2009. 68p.

BRAGA, Maria Dalvirene; CARVALHO, Paulo Chagas de; GERARD, Devino; MARCEDO, Sayd; MARTINS, Berlane Silva; OLIVEIRA, Carlos Eduardo de C.; RABELLO, Ricardo da Silva; REZENDE, Fábio Fernandes de; VIEIRA, Lilian Cavalcanti. In: DISTRITO FEDERAL. *Currículo da educação básica das escolas públicas do Distrito Federal para o ensino médio*. Matemática. Brasília: SEEDF, 2000. p. 195-196.

BRAGA, Maria Dalvirene; SANTIAGO, Eliana Mendes Menezes. Aprendendo matemática através da leitura e da interpretação no ensino fundamental. In: *Anais do IV Encontro Brasiliense de Educação Matemática*. Brasília: SBEM-DF, 2008, p. 360-361.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Contextualização. In: *Parâmetros Curriculares Nacionais* – PCN. Brasília: MEC, SEF, 1999. p. 13, 34, 91-98, 262.

BRASIL. Secretaria da Educação da Educação Média e Tecnológica. *PCN + Ensino Médio:* orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Básica. Contextualização. In: *Orientações curriculares para o ensino médio:* Ciências da Natureza, matemática e suas tecnologias – PCNEM. Brasília: MEC, 2006. v. 2, p. 95.

BRASIL. Ministério de Educação. Nacional de estudos e Pesquisas Educacionais. *Matriz de Referência para o Enem 2009*. Brasília: MEC, 2009.

BRASIL. Ministério de Educação. Inep. *Dados do Enem*: 2009-2012. Disponível em: <http://inep.gov.br/web/enem/sobre-o-enem>. Acesso em: 15 jun. 2013.

BORBA, Rute; GUIMARÃES, Gilda. *A pesquisa em educação matemática:* repercussões na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2009.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; NUNES, Terezinha. Tendências atuais do ensino e aprendizagem da matemática**.** *Em Aberto*, Brasília, v. 14, n. 62, p. 2, abr./jun. 1994.

CÂNDIDO, Patricia Teresinha; DINIZ, Maria Ignez. Comunicação e Matemática. In: SMOLE, Katia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). *Ler, escrever e resolver* *problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CAVALCANTI, Claudia Tenório. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Katia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 87-101.

CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, Cecília (Org.). *Didática da matemática:* reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 36-47.

CHIZZOTTI, Antonio. *Pesquisa em ciências humanas e sociais*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CURY, Helena Noronha. *Análise de erros:* o que devemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DAUDÉN, Laura. Vencendo a matemática. *Isto É*. São Paulo, v. 37, n. 2276, 3 jul. 2013. p. 84-85.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação:* reflexões sobre educação e matemática. Campinas: Edunicamp, Sumus, 1986.

______. *Etnomatemática:* elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

_____. *Educação matemática:* da teoria à prática. 14 ed. São Paulo: Papirus, 2007.

DINIZ, Maria Ignez. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, Katia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 87-101.

FEFERRAZ. *Aprenda Latex*. Disponível em: <http://feferraz.net/br/latexlearn.html>. Acesso: em 1 jan. 2014.

FIORENTINI, Dario.; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em educação matemática*: percursos teóricos e metodológicos. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.

FORTUNA, Tânia Ramos. Formando professores na universidade para brincar. In: SANTOS, Santa Marly Pires dos (Org.). *A ludicidade como ciência*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001. p. 115-119.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia:* saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

GIL, Antônio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social.* São Paulo: Atlas, 2011.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em matemática. *Linhas Críticas*, Brasília, v. 12, n. 23, p. 229-244, jul/dez. 2006.

GONTIJO, Cleyton Hércules. *Relações entre criatividade, criatividade em Matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio*. 2007. 194f. Tese (Doutorado). Universidade de Brasília. Brasília, 2007.

HOUSE, Peggy A. *Aventurando-se pelos caminhos da resolução de problemas*. In.: KRULIK, Stephen; REYS, Robert (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1998. p. 218-234.

KRULIK, Stephen; REYS, Robert (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1998.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e língua materna*: análise de uma impregnação mútua. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

______. *Interdisciplinaridade matemática*. *Pro-prosições,* Campinas, v. 4, n. 1, p. 24-34, mar. 1993.

______. *Educação*: competências e qualidade. São Paulo: Escrituras, 2009.

MAGINA, Sandra.; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; NUNES, Terezinha. GITIRANA, Verônica. *Repensando a adição e a subtração*: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais, São Paulo: Proem, 2001.

MAIA, William. *Ensino médio piora: 9 a 10 alunos deixam escola sem saber Matemática*, 2013. Disponível em: <educacao.uol.com.br/noticias>. Acesso em: 7 jul. 2013).

MARTINS, Úgna Pereira. *Matemática*: que bicho papão é esse? 1999. 203f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

MÁXIMO, Antônio Carlos. *A pesquisa participante como prática educativa*. Brasília: Liber Livro, 2006.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino a as propostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação matemática:* concepções e perspectivas. São Paulo: Edunesp, 1999. Parte III, cap. 9, p. 153-167.

MILANI, Estela. A informática e a comunicação matemática. In: SMOLE, Katia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 175-200.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). *Pesquisa social:* teoria, método e criatividade. 3. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2011.

MORAN, José Manuel. *Os novos espaços de atuação do professor com as tecnologias.* Anais do ENIPE: Conhecimento local e conhecimento universal: diversidade e tecnologias na educação. Curitiba: Champagnat, 2004.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (1980): *Na Agenda For Action*. NTNC, Reston. Virginia.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS.(1991): *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Tradução de SAEM THALES. Sevilha. (Versão original em inglês de 1989).

OLIVEIRA, Katya; CANTALICE, Lucicleide; JOLY, Maria Cristina; SANTOS, Acácia. Produção de 10 anos da revista. *Psicologia Escolar e Educacional*. Maringá. v. 10, n. 2, p. 283-292, jul./dez. 2006.

ONBIZ – *Internet transformando negócios* – Wordle. Disponível em: <www.wordle.net/create>. Acesso em: 8 jan. 2014.

ONUCHIC, Lurdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Edunesp, 1999. p. 199-218.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da matemática*: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

______. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Currículo, avaliação e aprendizagem matemática na educação Básica.* 2011. Artigo com objetivo subsidiar as discussões a serem realizados no âmbito do I Ciclo de Simpósios: avaliações de educação básica em debate; organizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*. Artigo encomendado.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas.* Trad.: Heitor Lisboa de Araújo. Do original em inglês: *How to solve it*, 1944. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

______. O ensino por meio de problemas. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 11-16, 1985.

______. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar.* São Paulo: Atual, 1998. p. 1-3.

RAMOS, Priscila Pereira Sousa. *Uma investigação da resolução de problemas como proposta metodológica para a sala de aula no Ensino Médio*. 2011. 46f. Monografia (Especialização). Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, Paraíba, 2011.

REY, Fernando Luis González. *Pesquisa qualitativa e subjetividade:* os processos de construção da informação. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2005.

RIBEIRO, Jackon. *Matemática*: Ciência, Linguagem e Tecnologia. São Paulo: Scipione, 2010, v. 2.

RICHARDSON, Roberto Jarry; PERES, José Augusto de Souza *et al*. *Pesquisa social:* método e técnicas. São Paulo: Atlas, 1999.

ROSA, Maria Virgínia de Figueiredo Pereira do Couto; ARNOLDI, Marlene Aparecida Gonzalez Colombo. *A entrevista na pesquisa qualitativa:* mecanismos para validação dos resultados. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

SANTOS, Neide Aparecida Pessoa; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. *As concepções dos alunos ao final da escola básica podem explicar porque eles não querem aprender*. Anais do VIII Encontro de Educação Matemática. Recife: SBEM /UFPe. Jul. 2004.

SANTOS, Santa Marli Pires dos (Org.). *A ludicidade como ciência.* Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.
______. *O lúdico na formação do educador*. 9. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

SANTOS, Widson Luiz Pereira dos. Contextualização no ensino das ciências por meio de temas CTS em uma perspectiva crítica. *Ciência & Ensino*. v. 1, n. especial, nov. 2007. p. 1-12. Disponível em: <prc.ifsp.edu.br/ojs/index.php/cienciaeensino/article/viewFile/149/120> Acesso em: 29 mar. 2013.

SCHENEIDER, Joel; SAUNDERS, Kevin W. As linguagens ilustradas na resolução de problemas. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar.* São Paulo: Atual, 1998. p. 88-98.

SILVA, Erondina Barbosa da. *O impacto da formação nas representações sociais da matemática* – o caso de graduandos do curso de pedagogia para início de escolarização. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação da Universidade de Brasília. Brasília, 2004. 332p.

SILVA, Márcio Antonio da. *Currículos de Matemática no Ensino Médio*: estabelecendo critérios para escolha e organização de conteúdos. 2009. 248 p. Tese (Doutorado) em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. *“Matemática é difícil”*: Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos, 2002. Disponível em: <http://www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf>. Acesso em: 10 jun 2013.

SMOLE, Katia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Matemática:* ensino médio. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010, v. 2.

SPINELLI, Walter. *A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar*: o caso do ensino da Matemática. 2011. 138 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

TRIVINÕS, Augusto Nibaldo Silva. *Introdução à pesquisa em ciências sociais:* a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VAN DE WALLE, John A. *Matemática no Ensino Fundamental*: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VASCONCELOS, Maria Betânia Fernandes. *A contextualização e o ensino de matemática*: um estudo de caso. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação da Universidade Federal da Paraíba. Paraíba, 2008. 113f.

VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. *Matemática para aprender a pensar*: o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

WIKI. *Manual do Geogebra*. Disponível em: <http://wiki.geogebra.org/pt/Manual:P%C3%A1gina_Principal>. Acesso 1, jan. 2013.

______. *Dominó*. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Domin%C3%B3>. Acesso em: 13 set. 2013

Sites:

BRASIL. MEC. Inep. *Dados do Enem*: 2009-2012. Disponível em: <http://inep.gov.br/web/enem/sobre-o-enem>. Acesso em: 15 jun. 2013.

FEFERRAZ. *Aprenda Latex*. Disponível em: <http://feferraz.net/br/latexlearn.html>. Acesso: em 1 jan. 2014

MAIA, William . *Ensino médio piora: 9 a 10 alunos deixam escola sem saber Matemática,* 2013. Disponível em: <educacao.uol.com.br/noticias>. Acesso em: 7 jul. 2013).

ONBIZ – *Internet transformando negócios* – Wordle. Disponível em: <www.wordle.net/create>. Acesso em: 8 jan. 2014.

SANTOS, Widson Luiz Pereira dos. Contextualização no ensino das ciências por meio de temas CTS em uma perspectiva crítica, 2007. Disponível em: <prc.ifsp.edu.br/ojs/index.php/cienciaeensino/article/viewFile/149/120> Acesso em: 29 mar. 2013

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. *"Matemática é difícil"*: Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos, 2002. Disponível em: <http://www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf>. Acesso em: 10 jun 2013.

WIKI. *Manual do Geogebra*. Disponível em: <http://wiki.geogebra.org/pt/Manual:P%C3%A1gina_Principal>. Acesso 1, jan. 2013.

______. *Dominó*. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Domin%C3%B3>. Acesso em: 13 set. 2013.

APÊNDICES

Apêndice 1 - Termo de Autorização para Realização de Pesquisa

Ao Senhor
Diretor do Centro de Ensino Médio

Prezado Senhor,

Estou realizando uma pesquisa sobre as estratégias de mediação na resolução de problemas no ensino médio, com objetivo de escrever uma dissertação de mestrado em educação pela Universidade de Brasília – UnB. Para tanto, solicito sua autorização para que os(as) estudantes e professora, de uma turma do 1º e 2º anos do ensino médio dessa escola, possam participar, no período de outubro de 2012 a junho de 2013, nas atividades propostas em sala de aula e questionários. Durante a pesquisa, realizar-se-ão observações de atividades gerais (atividades pedagógicas, projetos...), desenvolvidas pelos alunos e professores no ambiente escolar.

Ressalto que as participações serão anônimas e que todos os custos para a realização do estudo sairão por conta do pesquisador, eximindo a referida escola de qualquer responsabilidade orçamentária.

Certa de contar com sua compreensão e autorização para o estudo agradeço.

Atenciosamente,

____

Assinatura da pesquisadora

Autorizo a pesquisadora a realizar, neste espaço escolar, a coleta de dados para sua dissertação de mestrado.

Ceilândia-DF, de outubro de 2012.

____

Assinatura do diretor da escola

Apêndice 2 - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

EU____RG__________________, abaixo assinado, DECLARO que fui devidamente esclarecido(a) à respeito do Projeto de Pesquisa sobre as estratégias de mediação na resolução de problemas no ensino médio, desenvolvido por Maria Dalvirene Braga e orientado pelo professor Dr. Antônio Villar Marques de Sá, do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília, quanto aos aspectos:

a) justificativa, objetivos e procedimentos que serão utilizados na pesquisa.
b) liberdade de retirar, o professor, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao mesmo.
c) garantia de que a utilização dos dados obtidos durante a pesquisa, na entrevista, nos questionários e nas atividades das quais participo, por meio de gravador de voz, filmagens e respostas escritas, obedecerá os critérios da ética de pesquisa, onde está assegurado o total anonimato.

DECLARO, outrossim, que após convenientemente esclarecido pelo pesquisador e ter entendido o que me foi explicado, consinto voluntariamente em que o aluno sob minha responsabilidade possa participar desta pesquisa.

Nome do professor:____

Ceilândia, __________de ________________________de 2013.

___________________________________ _______________________________

Assinatura do professor colaborador | Assinatura do pesquisadora

Apêndice 3 - Roteiro da entrevista semiestruturada com os alunos

I - Em relação aos estudos/escola/professores

1) Onde você estuda?
2) O que você gosta de estudar?
3) Como você ocupa seu tempo? (Em todos os espaços)
4) Sua escola oferece alguma atividade fora da sala de aula? Se não, qual a que você gostaria que oferecesse? Se sim, qual você participa? Qual a sua preferida?
5) O que você acha dos professores?
6) Há algum professor que você goste do seu jeito de ensinar? Por quê?
7) Se pudesse, o que mudaria na aula? Por quê? E na escola? Por quê?

II - Em relação à matemática em sala de aula e na vida cotidiana.

8) Quais são suas aulas preferidas?
9) Há alguma disciplina que você estuda todos os dias?
10) Que meio você utiliza para estudar? (livros, cadernos, TV etc.)
11) Costuma ajudar seus colegas quando eles têm dúvidas?
12) O que você acha de resolver problemas em Matemática?
13) Tenta resolver um mesmo problema de várias maneiras?
14) Gosta de brincar com de jogos que envolvam raciocínio lógico?
15) Você relaciona a Matemática aos conteúdos de outras matérias?
16) Você faz cálculos de cabeça?
17) Se você tivesse que resumir sua relação com a Matemática durante seus anos de estudo na escola e na sua realidade, em uma palavra, que palavra seria esta? Por quê?

Apêndice 4 - Roteiro da entrevista semiestruturada com o professor

1. Como você tem planejado suas aulas?
2. Como você desenvolve suas atividades em sala de aula?
3. Com que objetivo se ensina Matemática nas escolas?
4. Você utiliza a resolução de problemas em sala de aula? De onde sai estes problemas? Você cria? Utiliza dos livros? Pesquisa na internet?
5. Você utiliza a contextualização em sala de aula?
6. Você utiliza atividades lúdicas em sala de aula?
7. Você acredita que exista relação entre a ludicidade, a resolução de problemas contextualizados e o ensino da Matemática? De que forma você coloca em prática? Como você faz esta articulação?
8. Para você, trabalhar os conteúdos de forma contextualizada, associada à resolução de problemas e à ludicidade, pode ser um recurso para facilitar a aprendizagem dos alunos? De que forma?
9. Há conteúdos da série que você ensina que permitem maior possibilidade de contextualização? Quais?
10. Como seus alunos reagem a partir da aplicação de uma atividade lúdica contextualizados em sala de aula?
11. Como seus alunos reagem a partir da aplicação da resolução de problemas em sala de aula?
12. Que tipos de resoluções têm aparecido nas soluções de questões propostas para seus alunos.

Apêndice 5 – Lista geral das atividades desenvolvidas durante pesquisa de campo

1. Apresentação da pesquisadora e da proposta de trabalho para direção da escola.
2. Encontro com a direção para assinatura do termo de realização da pesquisa.
3. Reunião com os pais.
4. Recebimento dos termos de consentimento assinados pelos pais que não participaram da reunião.
5. Entrando na sala de aula – primeiro encontro com a turma para apresentação da pesquisadora e esclarecimentos sobre a pesquisa.
6. Entrevistas semiestruturadas com os alunos.
7. Encontro com alunos e professor regente para organizarmos a continuidade das entrevistas.
8. Entrevistas semiestruturadas com os alunos.
9. Entrevistas semiestruturas com os alunos.
10. Encontro com a direção da escola para entrega de relatório das atividades desenvolvidas no período de setembro a novembro de 2012.
11. Retorno ao local de pesquisa para retomada das atividades após período de férias dos alunos e da pesquisadora – conversa com direção e professor colaborador.
12. Encontro para planejamento de atividades com o professor colaborador.
13. Entrevistas semiestruturadas com professor colaborador.
14. Encontro com os alunos para retomada das atividades – organização para a segunda etapa da pesquisa – realização de atividades em sala.
15. Entrevistas semiestruturadas com alunos que não eram da turma em 2012.
16. Encontro de com professor colaborador e demais professores da escola – preparação de avaliações para semana de prova.
17. Encontro de planejamento com o professor colaborador.
18. Atividade 1 – Jogando bingo.
19. Encontro com professor colaborador para planejamento das demais atividades.
20. Atividade 2 – situação-problema de trigonometria contextualizada.
21. Atividade 3 – trabalhando a trigonometria no *software* GeoGebra.
22. Atividade 4 – trabalhando a trigonometria no *software* GeoGebra.
23. Atividade 5 – problema contextualizado extraído da prova do Enem 2009.
24. Atividade 6 - problema de trigonometria contextualizado.
25. Atividade 7 –problema contextualizado
26. Atividade 8 – Jogando dominó trigonométrico.

Apêndice 6 – questionário de avaliação aplicado após a atividade com Geogebra.

Você já tinha estudado matemática utilizando um programa de computador?

( ) Sim ( )Não

Se sim, fale como foi a experiência?

O que você achou da experiência de estudar trigonometria através de um programa de computador?

Escreva os pontos positivos?

Escreva os pontos negativos?

Fonte: arquivo pessoal da pesquisadora.

Apêndice 7 – Roteiro - Bingo

Objetivo: Recordar cálculos relacionados às propriedades dos logaritmos, juros simples e compostos e aprofundar com a resolução de problemas.
Participantes: o número máximo de participantes dependerá do número de alunos presentes no dia da atividade. No caso da aplicação realizada nesta pesquisa, o número foi 32, distribuídos em 8 grupos de 4 alunos.
Material: cartelas (uma para cada participante ou grupo); marcadores; folhas para resolução das questões; e questões a serem respondidas.

A quantidade de questões pode variar de acordo com: quantidade de conteúdo a ser explorado, quantidade de participantes, tempo disponível, dentre outros. Em nosso caso trabalhamos com 6(seis) questões, procurando variar entre questões fáceis, difíceis, de interpretação gráfica e problemas, de respostas rápidas e que exigiam cálculos algébricos, para serem solucionados num período de duas aulas de 50 minutos.

Regras: As regras do jogo são as mesmas de um bingo tradicional. Cada participante recebe uma ou mais cartelas e vai preenchendo os números que nelas aparecem, a partir da chamada feita por uma pessoa que os sorteia.

Especificamente para o Bingo lúdico:
- as peças sorteadas contêm as questões propostas sobre cada assunto.
- na cartela do aluno, aparecem os resultados das questões propostas. O aluno deve resolver a questões sorteada, descobrir a resposta correta e procurá-la em sua cartela.

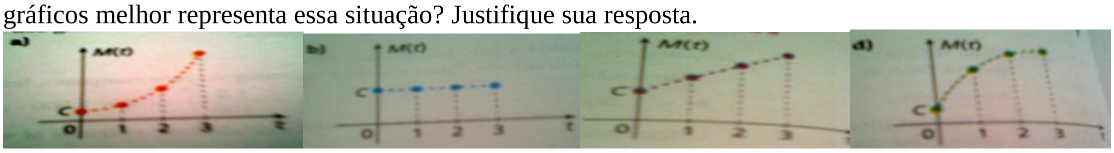
Encontrando-a, deve marcá- la com uma pequena peça (grão de milho,feijão ou botão);
- a pessoa que sorteia deve respeitar um tempo de resolução para cada questão. Cabe ao professor decidir o tempo mínimo e o máximo para a resolução.

Em nossa pesquisa utilizamos o tempo para resolução de cada questão, variando de 3 a 5 minutos. Sendo que em algumas questões foi necessário ampliarmos o tempo. Mas isso só foi feito após acordo com todos os grupos.

Fonte: arquivo pessoal da pesquisa.

Apêndice 8: questões do bingo

1. Considere um capital C aplicado à taxa i ao mês durante 3 meses, em regime de juro composto. Qual dos gráficos melhor representa essa situação? Justifique sua resposta.



2. __________________________, o juro incide apenas sobre o capital investido, e o montante resgatado nesse regime depende do capital, do tempo de aplicação e da taxa de juro.

3. (FGV-SP) Em regime de juros compostos, um capital inicial aplicado à taxa mensal de juros i, irá triplicar em um prazo, indicado em meses, igual a:
a) $\log_{i} 3$ **b) $\log_{1+i} 3$** c) $\log_{3} (1 + i)$ d) $\log_{3} i$ e) $\log_{3i} (1+ i)$

4. Qual deve ser a taxa de juro composto de uma aplicação para que um capital de R$ 8000,00 renda R$ 1261,00 em três meses?

5. (FGV) – Daqui a t anos o valor de um automóvel será $V = 2000\,(0{,}75)^t$ reais. A partir de hoje, daqui a quantos anos ele valerá a metade do que vale hoje? Adote log 2 = 0,3 e log 3 = 0,48.

6. .____________________, o rendimento obtido ao final de cada período de aplicação é incorporado ao capital inicial, dando origem assim a um novo montante e, a partir daí, calcula-se o juro sempre sobre o resultado da aplicação anterior.

Fonte: arquivo pessoal da pesquisadora.

Apêndice 9: descrição do material entregue para os alunos durante a atividade com o *software* GeoGebra

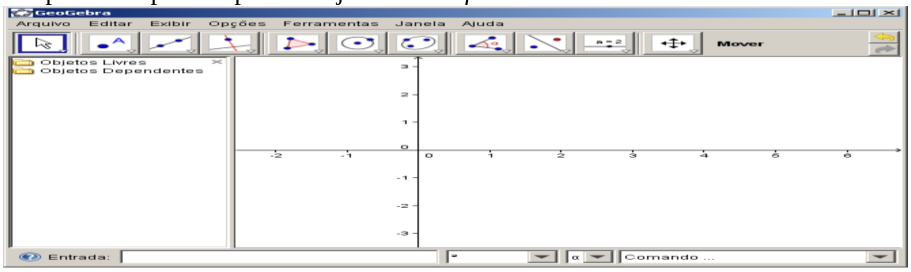
1. OBJETIVOS:

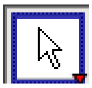
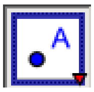
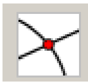
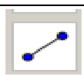
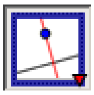
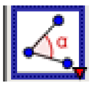
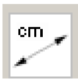
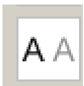
- Apresentar aos alunos as principais ferramentas e alguns comandos para que possam se familiarizar com o *software* GeoGebra;
- Realizar atividades com o *software* que explorem a trigonometria no triângulo retângulo.

2. INTERFACE (Tela inicial)

A interface do GeoGebra constitui-se de duas janelas, sendo estas uma da álgebra e uma da geometria, uma barra de menus, uma de ferramentas e um campo de entrada.

As construções de objetos geométricos podem ser feita através do campo de entrada ou através das ferramentas dispostas na parte superior da janela do *software*.



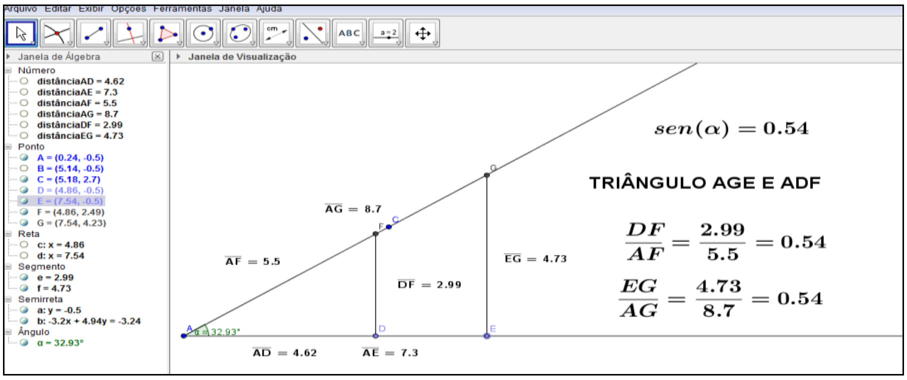
3. TABELA COM ALGUNS COMANDOS QUE IREMOS UTILIZAR		
COMANDOS	**IMAGENS**	**PROCEDIMENTOS**
Mover		Selecione ou arraste um ou mais objetos.
Novo ponto		Clique na janela de visualização ou em um objeto.
Interseção de dois objetos		Selecione dois objetos ou clique diretamente na interseção.
Segmento definido por dois pontos		Selecione dois pontos.
Reta perpendicular		Selecione primeiro o ponto e, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor).
Ângulo		Selecione três pontos ou duas retas.
Distância, comprimento ou perímetro		Selecione dois pontos, um segmento, um polígono ou um círculo.
Exibir/esconder objeto		Selecione o objeto modelo e, em seguida, naquele(s) cujo estilo pretende alterar.
Exibir/esconder rótulo		Selecione o objeto para exibir/esconder o seu rótulo.

Introdução da linguagem Latex (texto dinâmico) para melhorar a demonstração da razão seno para os dois triângulos:

Texto Latex 1 - "\frac{DF} {AF}=\frac{" + distânciaDF + "} {" + distânciaAF + "}=" + (distânciaDF / distânciaAF)

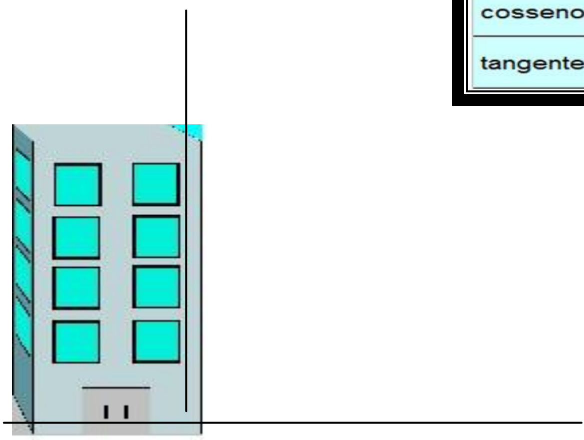
Texto Latex 2 - "\frac{EG} {AG}=\frac{" + distânciaEG + "} {" + distânciaAG + "}=" + (distânciaDF / distânciaAF)

Texto Latex 3 - "sen (α) = " + (sin(α))

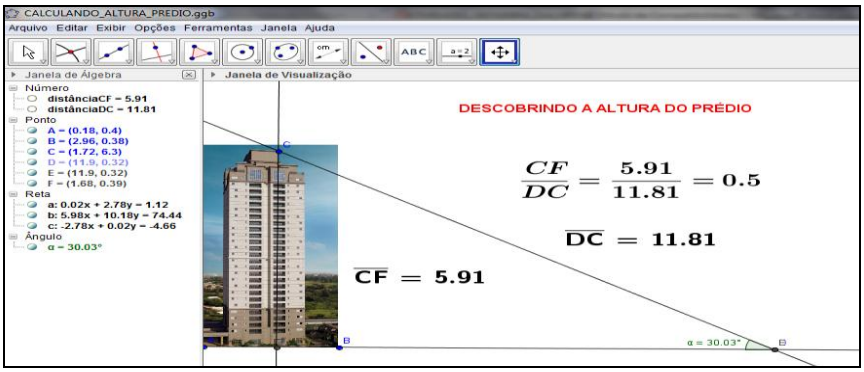


Desafio 1: Utilizando as ferramentas do Geogebra e os conceitos das razões estudadas na aula passada, calcule a altura do prédio abaixo, sabendo-se que:
(Não meça a altura do prédio antes de fazer o cálculo)

	30º	45º	60º
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

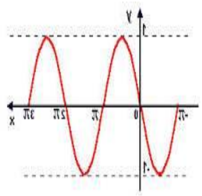


Desafio 2 : Um fio foi esticado do topo de um prédio até a base de outro, formando um ângulo de 30º com o solo. Qual é o valor mais próximo da medida do comprimento do fio?



Fonte: arquivo pessoal da pesquisadora.

Apêndice 10: peças do dominó trigonométrico

Tg $\frac{\pi}{3}$	225º
Cos 30º	$\sqrt{3}$
1	1
90º	5,8m
$\frac{3}{2}$	cos 150º
-cos 30º	
Gráfico da função f(x) = Sen x	A bateria de relógio analógico durou 2.400 horas e 20 minutos. Neste período: quantos graus girou o ponteiro das horas?

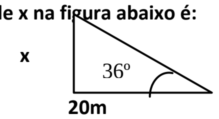
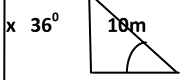
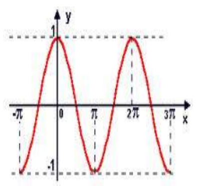
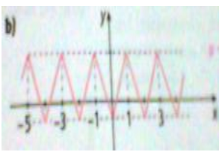
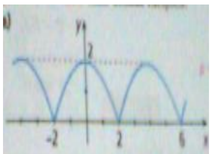
Sen 30º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
0,5	Sen 90º
$Sen^2x + Cos^2x =$	$\frac{\pi}{2}$rad
Sabendo que sen 36º = 0,58, cos 60º = 0,80 e Tg 36º = 0,72, o valor de x na figura abaixo é: 	Sabendo que sem 36º= 0,58, cos 60º=0,80 e tg 36º=0,72, o valor de x na figura abaixo é: 
$\frac{5\pi}{4}$ rad	sen30º + 2.cos60º=
14,40m	
72.010º	Qual o valor da medida do menor ângulo formado pelo ponteiro das horas quando são 4 horas?

Gráfico da função f(x) = cos x	Qual o valor da medida do menor ângulo formado pelo ponteiro dos minutos quando são 4 horas?
160º	A função f(x) = senx é negativa.
No terceiro e quarto quadrantes	Qual é, em radianos, a medida do ângulo descrito pelo ponteiro dos minutos de um relógio, num período de 20 minutos?
40º	Valor da determinação principal do arco de medida igual a 4120º.
UFC-CE) Dois arcos trigonométricos são côngruos se, e somente se, tiverem a mesma extremidade. Qual é a medida de um arco côngruo ao arco trigonométrico de $\frac{\pi}{7}$ rad?	**p = 2π**
$\frac{2\pi}{3}$ **rad**	$\frac{29\pi}{7}$ **rad**
Qual o período da função abaixo? 	**Sen 870º**

120^0	Valor da determinação principal do arco de medida igual a - 33π.
No primeiro e quarto quadrantes.	**p = 4**
No primeiro e segundo quadrantes.	Quadrantes em que o sinal da função f(x)=cosx é positivo.
π	**O sinal da função f(x)=senx é positivo.**
Qual o período da função abaixo? 	Sen 90º + cos 180º=
Zero	Qual é o conjunto imagem da função **f(x) = senx** ?
½	**[-1, 1]**

Fonte: arquivo pessoal da pesquisadora.

ANEXO

Anexo 1: parte do projeto político pedagógico da escola

A história da escola e a história dessa "cidade", hoje com mais de 600.000 habitantes, foi marcada por lutas e muitos desafios.

Ao longo de 30 anos, o CEM enfrentou várias dificuldades, tais como violência, falta de recursos humanos, problemas financeiros. Contudo, apenas os problemas financeiros foram amenizados após o ano de 2009, quando a escola passou a receber recursos financeiros para pequenos reparos e aquisição de materiais de consumo por meio do PDAF – Programa de Descentralização Administrativa e Financeira. Nesse mesmo ano, também começamos a receber verbas do Governo Federal, por meio do PDDE – Programa Dinheiro Direto para a Escola.

1.3. Espaço físico (compilado do PPP de 2012)

Item	Espaço físico	Quantidade
01	Área total	52000 m^2
02	Área construída	
03	Número de salas de aula	30
04	Biblioteca	01
05	Laboratórios (Química, Física e Biologia)	03
06	Laboratório de informática	01
07	Sala de professores	01
09	Sala de coordenação pedagógica	01
10	Sala de orientação educacional	01
11	Sala de atendimento a alunos PNE (DA)	01
12	Sala de direção	01
13	Sala de supervisão pedagógica	01
14	Sala de supervisão administrativa	01
15	Depósito	02
16	Auditório	01
17	Cozinha	01
18	Lanchonete terceirizada	01
19	Sala de Educação Física	01
20	Sala de apoio (conservação e limpeza)	01
21	Banheiros para professores	02
22	Banheiros para alunos	02
23	Banheiros para PNE	01
24	Sala de artes	02
25	Sala de multimídia	01
26	Quadra de esporte (sem cobertura)	03
27	Pista de atletismo	01
28	Estacionamento	02

1.4. Recursos humanos (compilado do PPP de 2012)

No ano de 2013 o Centro de Ensino Médio de Ceilândia contará com uma modulação de 101 (cento e um) professores, sendo 91 (noventa e um) no exercício de regência de classe (funções docentes) e os demais em funções técnicas ou administrativas. **Modalidade de ensino e oferta de turma (compilado do PPP de 2012).** Atualmente a escola oferece ensino médio nos três turnos de funcionamento e ensino fundamental de série finais (apenas 9º anos) a partir de 2013.

1.6. Perfil dos estudantes e pais (compilado do PPP de 2012)

São alunos entre 13 e 72 anos atendidos nos três turnos. Nos turnos matutino e vespertino destaca-se, porém, a presença maciça de adolescentes, em contrapartida, o noturno tem sua clientela composta quase que exclusivamente por alunos com mais de 18 anos. É necessário frisar ainda o atendimento a alunos portadores de necessidade especiais, em turmas de inclusão.

É fato que comunidade de Ceilândia é bastante jovem – 45% da população tem menos de 20 anos – mas também, é fato que dessa juventude surgem propostas inovadoras e objetivas para o desenvolvimento da cidade e o CEM , juntamente com a comunidade, mantém o "status" de pólo gerador de boas idéias.

1. Marco Situacional

1.1. Dados sobre o rendimento escolar e desempenho no Exame nacional do Ensino Médio – Enem

2. Assim, também, utilizaremos os resultados das proficiências médias por área do conhecimento no ENEM de 2011, disponibilizado pelo MEC em http://sistemasenem2.inep.gov.br/enemMediasEscola/

Estudantes concluintes do Ensino Médio matriculados em 2011		436
Nº de Participantes no Enem 2011		260
Taxa de Participação		59%
MÉDIAS	**Linguagens, Códigos**	528,04
	Matemática	**496,76**
	Ciências Humanas	476,78
	Ciências da Natureza	448,64
	Redação	516,23

1.1. Análise da realidade da escola

O instrumento foi preparado pela Coordenação Pedagógica e disponibilizado ao grupo de professores e equipe de direção na sala de Coordenação Pedagógica Virtual da escola. Os participantes foram previamente cadastrados e instruídos no Laboratório de Informática. Foram avaliados 36 indicadores por meio de 256 questões objetivas e dissertativas, agrupadas em sete dimensões da escola. O trabalho foi realizado no período de 14/11/2012 a 02/12/2012, onde o professor tivesse acesso à internet.

A tabela a seguir descreve o resumo do resultado da avaliação. Os detalhes estão disponíveis no Anexo I Avaliação Institucional do CEM de Ceilândia: Indicadores da qualidade na educação - novembro de 2012.

Dimensão II: Prática Pedagógica	
Indicadores	**Resultado**
Proposta pedagógica definida e conhecida por todos	Merece atenção e cuidado
Planejamento	Satisfatório
Planejamento	
Contextualização	Satisfatório
Variedade das estratégias e dos recursos de ensino-aprendizagem	Merece atenção e cuidado
Incentivo à autonomia e ao trabalho coletivo	Satisfatório
Prática pedagógica inclusiva	Merece atenção e cuidado

Esses dados não diminui nossa preocupação, pois mais de um terço deles não tiveram êxito em 2011. Então, questionamos: onde está a causa? A situação é complexa demais para apontarmos uma causa. Por essa razão fizemos a avaliação de indicadores que apontam para sete dimensões da escola, que pudessem sinalizar possíveis causas desse resultado.

Os indicadores avaliados com parecer satisfatório não serão analisados aqui.

Na dimensão 2 – **Prática Pedagógica** – consideramos que os indicadores proposta pedagógica definida e conhecida por todos, contextualização e incentivo à autonomia e ao trabalho coletivo merecem atenção e cuidado.

9.4. Explique resumidamente sua avaliação para o indicador “**contextualização**” (transcrição das respostas).
1. Esta é uma área que ainda precisamos desenvolver em nossa escola.
2. Não identifique nenhuma dessas atividades no período em que estou na escola.
3. Não acontecem visitas ao entorno da escola.
4. Quando possível Eu procuro contextualizar as minhas aulas!
5. Precisamos aproximar escola da comunidade.
6. Poucos são p os passeios q os alunos tem feito durante um ano letivo
7. Implica, planejar as atividades educacionais de acordo com a realidade vivida pela comunidade em foco.
8. Sem contextualizar como dar aulas? Os alunos mesmo vão estranhar tal ato.
9. Implica, planejar as atividades educacionais de acordo com a realidade vivida pela comunidade em foco.
10. Sem contextualizar como dar aulas? Os alunos mesmo vão estranhar tal ato.
11. A escola não busca tratar de assuntos relacionados a comunidade, somente nos momentos que isso influência no rendimento escolar.
12. Estamos inseridos em uma comunidade (Ceilândia), mas visitamos com mais frequência os órgãos localizados em Brasília. Já fizemos atividades focadas em Ceilândia, mas podemos desenvolvê-las com mais frequência.
13. Contextualização é inserir o aluno de forma consciente no contexto sócio-econômico e político a qual faz parte
14. Esta é uma área que ainda precisamos desenvolver em nossa escola. 15. Não identifique nenhuma dessas atividades no período em que estou na escola.