

**CONTRIBUIÇÕES À ANÁLISE DA ESTABILIDADE GLOBAL EM  
EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO COM REDUÇÃO BRUSCA  
DE RIGIDEZ ENTRE PAVIMENTOS**

**IVO CARRIJO ANDRADE NETO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DA ESTABILIDADE  
GLOBAL EM EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO COM  
REDUÇÃO BRUSCA DE RIGIDEZ ENTRE PAVIMENTOS**

**IVO CARRIJO ANDRADE NETO**

**ORIENTADOR: GUILHERME SALES S. A. MELO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM - 020 A/13  
BRASÍLIA/DF: NOVEMBRO – 2013**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DA ESTABILIDADE  
GLOBAL EM EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO COM  
REDUÇÃO BRUSCA DE RIGIDEZ ENTRE PAVIMENTOS**

**IVO CARRIJO ANDRADE NETO**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU  
DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Guilherme Sales S. A. Melo, PhD (ENC-UnB)  
(Orientador)**

---

**Prof. Yosiaki Nagato, DSc (ENC-UnB)  
(Examinador Interno)**

---

**Prof. Ricardo Leopoldo e Silva França, DSc (EPUSP)  
(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 22 DE NOVEMBRO DE 2013**

## FICHA CATALOGRÁFICA

ANDRADE NETO, IVO CARRIJO

Contribuição à Análise da Estabilidade Global em Edifícios de Concreto Armado com Redução Brusca de Rigidez entre Pavimentos

[Distrito Federal] 2013.

xviii, 134p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2013).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Concreto Armado

2. Rigidez

3. Estabilidade Global

4. Análise Segunda Ordem

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Mestre)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ANDRADE NETO, I. C. (2013). Contribuição à Análise da Estabilidade Global em Edifícios de Concreto Armado com Redução Brusca de Rigidez entre Pavimentos. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-020A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 134p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Ivo Carrijo Andrade Neto.

TÍTULO: Contribuição à Análise da Estabilidade Global em Edifícios de Concreto Armado com Brusca Redução de Rigidez entre Pavimentos.

GRAU: Mestre

ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Ivo Carrijo Andrade Neto  
Rua Anhangá Qd. 178 Lt. 12 – Parque Amazônia  
CEP: 74.835-310 – Goiânia/GO – Brasil.

## DEDICATÓRIA

*Agradeço a Deus pelo dom da vida!*

*“Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível, e de repente você estará fazendo o impossível.”*

*São Francisco de Assis.*

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, João e Helena, que sempre me proporcionaram a chance de estudar e sempre me incentivaram. Nunca conseguirei pagar o que vocês fizeram e ainda fazem por mim.

Minha avó, Divina, que com suas orações permitiu e abriu barreiras que jamais almejei alcançar.

A minha irmã Paula Viana que esteve presente em todas as derrotas e superações deste trabalho.

A minha especial companheira de todos os momentos, Geisa Pires, que me auxiliou diretamente na conclusão deste trabalho, além das palavras de motivação.

A meu querido amigo e irmão Janes, a pessoa que possibilitou que este sonho fosse realizado. A minha querida madrinha Luciana, mãe do lindo Daniel.

Ao meu orientador, Professor Guilherme, primeiramente pela honra de ser seu orientando e por toda a atenção dispensada a este trabalho.

A todos os amigos, parentes, professores que diretamente e indiretamente me ajudaram, incentivaram na minha jornada.

A Universidade de Brasília, pela oportunidade de aprimorar os conhecimentos na área acadêmica.

A Capes, pelo auxílio financeiro.

## **RESUMO**

### **CONTRIBUIÇÃO À ANÁLISE DA ESTABILIDADE GLOBAL EM EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO COM REDUÇÃO BRUSCA DE RIGIDEZ ENTRE PAVIMENTOS**

**Autor: Ivo Carrijo Andrade Neto**

**Orientador: Guilherme Sales S. A. Melo**

**Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, Novembro de 2013**

A obtenção dos parâmetros de instabilidade global em edifícios com vigas e lajes maciças e com lajes planas é importante por estas se tratarem de um sistema estrutural empregado na construção de edifícios altos, que há muitos anos tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores. A confiabilidade de tal estrutura deve ser feita de maneira minuciosa levando-se em conta fatores como rigidez, quando comparada a sistemas convencionais com lajes, vigas e pilares.

Este trabalho visa contribuir para a avaliação da instabilidade global de estruturas. Tal avaliação será feita considerando algumas variações nas tipologias estruturais como resistência característica do concreto, módulo de elasticidade, seções dos pilares ao longo da altura e pé-direito duplo. O comportamento das estruturas mediante tais variações foi feito através de modelagens numéricas utilizando o software SAP2000, que nos fornece os parâmetros simplificados de estabilidade ( $\alpha$  e  $\gamma_z$ ) e pelo método  $P-\Delta$  indicando assim se há necessidade de uma análise criteriosa de segunda ordem para garantir a confiabilidade da estrutura.

Palavras-Chaves: Concreto Armado – Rigidez – Estabilidade Global – Análise Segunda Ordem

## **ABSTRACT**

### **CONTRIBUTION TO THE ANALYSIS OF OVERALL STABILITY OF REINFORCED CONCRETE BUILDINGS WITH ABRUPT REDUCED STIFFNESS BETWEEN FLOORS**

**Author: Ivo Carrijo Andrade Neto**

**Advisor: Guilherme Sales S. A. Melo**

**Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, November of 2013**

Obtaining the parameters of overall instability in buildings with beams and slabs and flat slabs is important since they refer to a structural system used in the construction of tall buildings, which has been studied by several researchers for many years. The reliability of such structures must be taken to thoroughly taking into account factors such as rigidity when compared to conventional systems with slabs, beams and columns.

This work aims to contribute to the evaluation of overall instability of structures. Such an evaluation will be made considering some variations in structural typologies as concrete strength to compression, modulus of elasticity, sections of the columns along the height and double height. The behavior of structures through the variations was made using numerical modeling using the software SAP2000, which provides us with the simplified parameters of stability as ( $\alpha$  and  $\gamma_z$ ) and by method  $P-\Delta$  thus indicating then, if whether there is need for a careful analysis of second order to ensure the reliability of the structure.

**Key Words: Reinforced Concrete – Rigidity – Overall Stability – Second Order Analysis**



# SUMÁRIO

<b>1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 - HISTÓRICO SOBRE ANÁLISE DA ESTABILIDADE GLOBAL.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA .....</b>	<b>4</b>
<b>1.3 - OBJETIVOS GERAIS E OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....</b>	<b>7</b>
<b>1.4 - METODOLOGIA E HIPÓTESES BÁSICAS.....</b>	<b>8</b>
<b>1.5 - APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS .....</b>	<b>9</b>
<b>2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>11</b>
<b>2.1 - TENDÊNCIAS NA ARQUITETURA MODERNA DOS EDIFÍCIOS DE     CONCRETO ARMADO .....</b>	<b>11</b>
<b>2.2 - TIPOS DE VARIAÇÕES NAS TIPOLOGIAS ESTRUTURAIS DOS     EDIFÍCIOS.....</b>	<b>14</b>
2.2.1 - Variação da Seção do Pilar .....	14
2.2.2 - Variação da Resistência Característica do Concreto ( <i>f<sub>ck</sub></i> ) dos Pilares..	18
2.2.3 - Pé-Direito Duplo .....	18
<b>2.3 - NÃO-LINEARIDADES .....</b>	<b>19</b>
2.3.1 - Não-Linearidade Física .....	20
2.3.2 - Não-Linearidade Geométrica.....	23
<b>2.4 - PARÂMETROS DE ESTABILIDADE E EFEITOS DE SEGUNDA     ORDEM .....</b>	<b>25</b>
2.4.1 - O Parâmetro $\alpha$ .....	29
2.4.2 - O Coeficiente $\gamma_z$ .....	35
2.4.2.1 - Em que casos não se devem Utilizar o Processo Simplificado do gama-z para Determinação dos Efeitos de Segunda Ordem .....	40
2.4.3 - O Método <i>P-<math>\Delta</math></i> .....	41
2.4.3.1 - Análise Rigorosa de Segunda Ordem .....	43
<b>3 - CONSIDERAÇÃO SOBRE O PRODUTO DE RIGIDEZ .....</b>	<b>47</b>
<b>3.1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>47</b>
<b>3.2 - DISCUSSÕES SOBRE O MÓDULO DE ELASTICIDADE .....</b>	<b>47</b>
<b>3.3 - MOMENTO DE INÉRCIA CONSIDERADO PARA VIGAS E PILARES ..</b>	<b>56</b>
<b>3.3.1 - Vigas .....</b>	<b>60</b>

3.3.2 - Pilares .....	63
3.4 - METODOLOGIA ADOTADA NO PRESENTE TRABALHO .....	64
4 - APLICAÇÕES PRÁTICAS .....	67
4.1 - INTRODUÇÃO .....	67
4.2 - EXEMPLO A - EDIFÍCIO - LAJE COM VIGAS - 11 PAVIMENTOS.....	69
4.3 - EXEMPLO B - EDIFÍCIO - LAJE COM VIGAS - 13 PAVIMENTOS.....	76
4.4 - EXEMPLO C - EDIFÍCIO - LAJE NERVURADA - 13 PAVIMENTOS .....	83
4.5 - EXEMPLO D - EDIFÍCIO - LAJE PLANA - 13 PAVIMENTOS .....	90
4.6 - EXEMPLO E - EDIFÍCIO - LAJE COM VIGAS - 25 PAVIMENTOS.....	97
5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....	104
5.1 – CONCLUSÕES.....	104
5.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	108
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	109
ANEXO A – AÇÃO DO VENTO NAS EDIFICAÇÕES.....	116
ANEXO B – FORÇA DE ARRASTO E COEFICIENTE DE ARRASTO.....	121
ANEXO C – AÇÕES VERTICAIS.....	124
ANEXO D – COMBINAÇÕES DAS AÇÕES .....	126
ANEXO E – ÁBACOS DE VIGAS E PILARES .....	130
ANEXO F – CONSIDERAÇÃO DA RIGIDEZ SAP2000.....	132

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Entrada de Dados: Planilha de Pré-Dimensionamento de Pilares.....	16
Tabela 2.2 - Planilha de Pré-Dimensionamento de Pilares. ....	16
Tabela 2.3 - Tabela para Dimensionamento de Pilares . ....	17
Tabela 4.1 - Efeitos de Segunda Ordem (Direções x e/ou y) - Exemplo A.....	73
Tabela 4.2 - Efeitos de Segunda Ordem (Direção x) - Exemplo B.....	80
Tabela 4.3 - Efeitos de Segunda Ordem (Direção y) - Exemplo B.....	80
Tabela 4.4 - Efeitos de Segunda Ordem (Direção x) - Exemplo C.....	87
Tabela 4.5 - Efeitos de Segunda Ordem (Direção y) - Exemplo C.....	87
Tabela 4.6 - Efeitos de Segunda Ordem (Direção x) - Exemplo D.....	94
Tabela 4.7 - Efeitos de Segunda Ordem (Direção y) - Exemplo D.....	94
Tabela 4.8 - Efeitos de Segunda Ordem (Direção x) - Exemplo E.....	101
Tabela 4.9 - Efeitos de Segunda Ordem (Direção y) - Exemplo E.....	101

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Edifícios Altos do Mundo.....	2
Figura 1.2 - Edifícios mais Altos do Brasil.....	3
Figura 1.3 - Catedral de Brasília - Brasília/DF.....	5
Figura 2.1 - Fachada do Edifício Clássico x Edifício Moderno - Contemporâneo.....	12
Figura 2.2 - Influência da Alvenaria na Rigidez de Pórticos.....	13
Figura 2.3 - Estrutura (Pórtico + Alvenaria). ....	13
Figura 2.4 - Tipos de Redução de Seção Transversal de Pilares.....	15
Figura 2.5 - Edifício E-Business - Goiânia/GO - Pé-Direito Duplo no Pavimento Térreo.	19
Figura 2.6 - Diagrama Tensão-Deformação do Concreto. ....	21
Figura 2.7 - Diagrama Momento-Curvatura.....	21
Figura 2.8 - Barra Vertical com Mudança de Posição no espaço.....	23
Figura 2.9 - Barra Vertical Submetida a Ações Vertical e Horizontal.....	24
Figura 2.10 - Reações na Barra Vertical Indeformada. ....	24
Figura 2.11 - Reações na Barra Deformada. ....	24
Figura 2.12 - Análise da Coluna Isolada.....	30
Figura 2.13 - Valores de $\alpha_{klim}$ de Acordo com o Contraventamento Utilizado. ....	33
Figura 2.14 - Simplificação Adotada no Cálculo da Inércia Equivalente. ....	34
Figura 2.15 - Determinação do Momento Final $M$ .....	37
Figura 2.16 - Estrutura deformada com carregamento original e com as cargas fictícias... 41	
Figura 2.17 - Pórtico plano e diagramas de primeira e segunda ordem.....	43
Figura 2.18 - Elemento Indeformado e Deformado - Pórtico.....	44
Figura 3.1 - Módulo de Elasticidade ou de Deformação Longitudinal.....	47
Figura 3.2 - Módulo de Deformação Tangente Inicial ( $E_{ci}$ ).....	48
Figura 3.3 - Comportamentos Típicos de Tensão-Deformação da Pasta de Cimento, Agregado e Concreto.....	50
Figura 3.4 - Comportamentos Típicos de Tensão-Deformação da Pasta de Cimento, Agregado e Concreto - Microscopicamente.....	50
Figura 3.5 - Parâmetros que Influenciam o Módulo de Elasticidade do Concreto.....	51
Figura 3.6 - Linearização Proposta por França.....	57
Figura 3.7 - Regiões das Rigidezes em um Diagrama Momento-Curvatura.....	59
Figura 3.8 - Esforços Solicitantes da Viga. ....	60
Figura 3.9 - Seção Transversal da Viga - Momento Principal Positivo.....	61

Figura 3.10 - Seção Transversal da Viga - Momento Principal Negativo.....	62
Figura 3.11 - Esforços Solicitantes do Pilar. ....	63
Figura 3.12 - Seção Transversal do Pilar.....	63
Figura 3.13 - Fluxograma - Análise e Verificação da Estrutura.....	65
Figura 4.1 - Discretização das Lajes.....	67
Figura 4.2 - Esquema do Edifício - Exemplo A. ....	69
Figura 4.3 - Forma do Pavimento Tipo - Exemplo A.....	70
Figura 4.4 - Modelos Discretizados no SAP2000 - Exemplo A.....	71
Figura 4.5 - Comparação de Valores - Parâmetro $\alpha$ - Exemplo A.....	72
Figura 4.6 - Comparação de Valores - Coeficiente $\gamma_z$ - Exemplo A. ....	72
Figura 4.7 - Comparação de Valores - Deslocamentos - Análise $P-\Delta$ - Exemplo A.....	74
Figura 4.8 - Esquema do Edifício - Exemplo B. ....	76
Figura 4.9 - Forma do Pavimento Tipo - Exemplo B.....	77
Figura 4.10 - Modelos Discretizados no SAP2000 - Exemplo B.....	78
Figura 4.11 - Comparação de Valores - Parâmetro $\alpha$ - Exemplo B. ....	79
Figura 4.12 - Comparação de Valores - Coeficiente $\gamma_z$ - Exemplo B. ....	79
Figura 4.13 - Comparação de Valores - Deslocamentos - Análise $P-\Delta$ - Exemplo B.....	81
Figura 4.14 - Esquema do Edifício - Exemplo C. ....	83
Figura 4.15 - Forma do Pavimento Tipo - Exemplo C.....	84
Figura 4.16 - Modelos Discretizados no SAP2000 - Exemplo C.....	85
Figura 4.17 - Comparação de Valores - Parâmetro $\alpha$ - Exemplo C. ....	86
Figura 4.18 - Comparação de Valores - Coeficiente $\gamma_z$ - Exemplo C. ....	86
Figura 4.19 - Comparação de Valores - Deslocamentos - Análise $P-\Delta$ - Exemplo C.....	88
Figura 4.20 - Esquema do Edifício - Exemplo D. ....	90
Figura 4.21 - Forma do Pavimento Tipo - Exemplo D.....	91
Figura 4.22 - Modelos Discretizados no SAP2000 - Exemplo D.....	92
Figura 4.23 - Comparação de Valores - Parâmetro $\alpha$ - Exemplo D.....	93
Figura 4.24 - Comparação de Valores - Coeficiente $\gamma_z$ - Exemplo D. ....	93
Figura 4.25 - Comparação de Valores - Deslocamentos - Análise $P-\Delta$ - Exemplo D.....	95
Figura 4.26 - Esquema do Edifício - Exemplo E.....	97
Figura 4.27 - Forma do Pavimento Tipo - Exemplo E.....	98
Figura 4.28 - Modelos Discretizados no SAP2000 - Exemplo E.....	99
Figura 4.29 - Comparação de Valores - Parâmetro $\alpha$ - Exemplo E. ....	100

Figura 4.30 - Comparação de Valores - Coeficiente $\gamma_z$ - Exemplo E.....	100
Figura 4.31 - Comparação de Valores - Deslocamentos - Análise $P-\Delta$ - Exemplo E. ....	102

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

$a$	- deslocamento horizontal máximo
$a/c$	- relação água/cimento
$ACI$	- American Concrete Institute
$A_e$	- área efetiva
$A_s$	- área de aço
$A'_s$	- área de aço da seção comprimida do concreto (armadura dupla)
$b_w$	- base da seção transversal de concreto
$C_a$	- coeficiente de arrasto
$CEB$	- Comité Européen du Béton
$d'$	- altura da parte mais tracionada do concreto ao centróide da armadura
$DIN$	- Deutsche Institut für Normung
$E$	- módulo de deformação longitudinal ou módulo de elasticidade
$E_{ci}$	- módulo de deformação tangente inicial
$E_{c,o}$	- módulo tangente na origem de um concreto de referência
$E_{cs}$	- módulo de elasticidade secante
$e_d$	- deslocamento de primeira ordem
$EI$	- módulo de deformação por flexão (rigidez)
$F_a$	- força de arrasto
$f_{cd}$	- resistência de cálculo do concreto
$f_{yd}$	- resistência de cálculo do aço
$f_{cm}$	- resistência média à compressão (cilindros)
$f_{cm,o}$	- resistência média 10 MPa aos 28 dias
$f_{ck}$	- resistência característica à compressão do concreto
$f_{ct}$	- resistência à tração do concreto
$f_{ctk,m}$	- resistência à tração característica média do concreto
$f_e$	- faixa externa
$F_h$	- força horizontal
$f_i$	- faixa interna
$F_{Gi,k}$	- valor característico das ações permanentes
$f_p$	- resistência média (cubos)
$F_{Qi,k}$	- valor característico da ação variável

$F_v$	- força vertical
$h$	- altura da seção transversal de concreto
$H$	- altura total da edificação
$I_c$	- momento de inércia da seção bruta de concreto
<i>Inmetro</i>	- Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
$k$	- rigidez secante (kapa)
$K_I$	- rigidez (estádio de fissuração I)
$K_{II}$	- rigidez (estádio de fissuração II)
$K_{III}$	- rigidez (estádio de fissuração III)
$l_c$	- altura do pavimento
$M-l/r$	- relação momento-curvatura
$M_{I,tot,d}$	- momento de tombamento
$M_1$	- momento de primeira ordem
$M_2$	- momento de segunda ordem
<i>MEF</i>	- Método dos Elementos Finitos
$M_r$	- momento de fissuração
$M_{ud}$	- momento fletor último
$n$	- número de prumadas de pilares do pórtico
<i>NBR</i>	- Norma Brasileira Registrada
$P_{crit}$	- carga crítica
$P-\Delta$	- Método $P-\Delta$
$P_k$	- carga vertical atuante
$q$	- pressão dinâmica do vento
$R_d$	- resultante de todas as cargas de projeto
$S_1$	- fator topográfico
$S_2$	- fator de rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura
$S_3$	- fator estatístico
$V_k$	- velocidade característica
$V_0$	- velocidade básica
$V_u$	- esforço cortante devido às forças horizontais
$\alpha$	- parâmetro de instabilidade
$\alpha_e$	- constante que depende do agregado
$\varepsilon$	- deformação específica



$\gamma$	- fator de flexibilidade
$\gamma_g$	- coeficiente de ponderação relativo as ações permanentes
$\gamma_z$	- coeficiente de avaliação de instabilidade e majoração de esforços de 1ª ordem para obtenção dos finais de 2ª ordem
$\Delta_0$	- deslocamento de primeira ordem
$\Delta M_d$	- acréscimos de momento
$\Delta M_{tot,d}$	- soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes
$\theta$	- rotações do eixo de uma barra/ deslocamento angular
$\lambda_c$	- fator de carga colapso plástico
$\lambda_{cr}$	- fator de carga crítica de flambagem
$\sigma$	- tensão
$\psi_0$	- fator de combinação de redução
$\sum P_u$	- somatória das cargas axiais de todas as colunas do pavimento

# **1 INTRODUÇÃO**

## **1.1 HISTÓRICO SOBRE ANÁLISE DA ESTABILIDADE GLOBAL**

Tão importante quanto garantir a segurança nos projetos estruturais, é dever do projetista de estrutura avaliar se a estrutura projetada é viável ou não. Um estudo de viabilidade do projeto estrutural começa com a escolha dos materiais adequados, passando pela avaliação da técnica construtiva mais indicada e a compatibilidade com a mão de obra disponível. Segundo a NBR 6118:2003, a estrutura é considerada segura quando são confirmadas as hipóteses de cálculo, admitidas na fase de projeto, atendendo as premissas da norma. Desta forma torna-se evidente a preocupação com a correta especificação dos materiais e a escolha de técnicas construtivas coerentes com a localidade onde a obra está inserida.

A presença de edifícios altos está cada vez mais frequente nos grandes centros urbanos e desafiam a cada dia os projetistas de estruturas, na concepção de arranjos estruturais eficientes, capazes de suportar ações que lhes são impostas com deslocamentos admissíveis. Os avanços obtidos com a tecnologia dos materiais, projetos mais sofisticados de elevadores e o surgimento de ferramentas computacionais voltadas para avaliação de desempenho estrutural são alguns dos fatores que viabilizam a construção de concepções cada vez mais altas e esbeltas (Oliveira, 2009).

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), as estruturas, mesmo as mais simples, estão sempre sujeitas, além das ações gravitacionais, às ações laterais decorrentes, principalmente, por efeito de ventos. No caso de estruturas de grande altura ou que têm relação entre a altura e maior dimensão em planta grande, esses efeitos se tornam mais importantes e podem, inclusive, desencadear situações de instabilidade do edifício. Dessa forma, embora em algumas situações as estruturas tenham rigidez suficiente para que possam ser desprezados os efeitos de segunda ordem devidos à instabilidade global, ainda assim, é preciso avaliar se as ações de vento são significativas e necessitam ser consideradas no cálculo.

Sabe-se que o projeto e execução de um edifício alto é uma tarefa extremamente laboriosa e que deve ser tratada com muita responsabilidade e planejamento. No que tange ao projeto estrutural, muitos fatores devem ser levados em consideração de forma a prever o comportamento destes edifícios frente a diversas ações que lhes são impostas.

A avaliação da rigidez destas torres, sobretudo da estabilidade global, é de suma importância para viabilizá-las. Alguns fatores como os efeitos de segunda ordem, a consideração da ação do vento, efeitos de abalos sísmicos e a interação solo-estrutura que, normalmente, são negligenciados em projetos de menor porte, são itens essenciais que possibilitarão a construção de um edifício alto de forma segura e econômica.

Nos últimos dez anos, a crescente verticalização dos grandes centros fez com que o estudo da estabilidade global dos edifícios se tornasse tema principal de diversas dissertações de mestrado e teses de doutorado. A Figura 1.1 mostra alguns dos edifícios mais altos do mundo construídos na última década deixando clara a evolução ao longo dos anos da relação esbeltez versus altura dos edifícios.

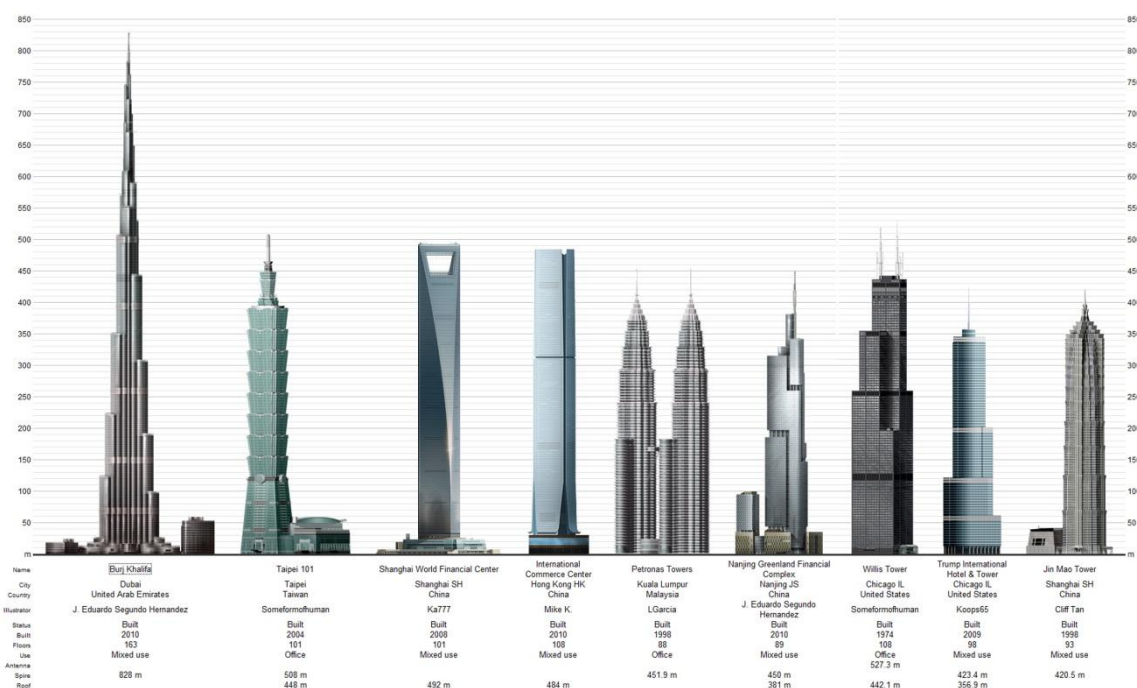


Figura 1.1 – Edifícios Altos do Mundo (fonte: Council on Tall Buildings and Urban Habitat)

No Brasil, o edifício mais alto atualmente é o *Mirante do Vale* construído em 1960, em São Paulo, com 170 m de altura. Em construção podemos citar o *Infinity Coast Tower*, com 240 m de altura, o *Sky Tower*, com 210 m e o *Alameda Jardins Residence* com 170 m de altura todos eles na cidade de Balneário Camboriú. Analisando os edifícios mais altos do mundo (Figura 1.1) com os do Brasil (Figura 1.2), segundo o Conselho de Prédios Altos e Habitação Urbana (CTBUH, na sigla em inglês), não há nenhum representante brasileiro entre os cem primeiros listados, isto se deve devido que edifício alto é muito caro, além de

problemas de gabarito (plano diretor) e cone de aproximação, por isto não há edifícios altos no Brasil.

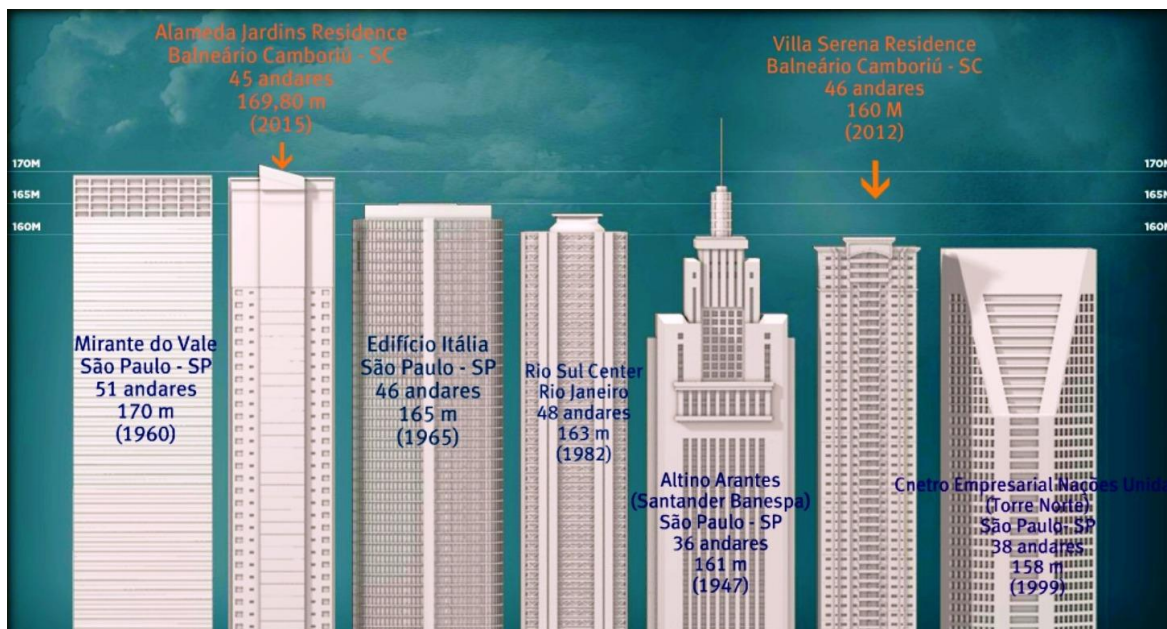


Figura 1.2 – Edifícios mais Altos do Brasil (fonte: [www.imoveisembalneariocamboriu.blogspot.com](http://www.imoveisembalneariocamboriu.blogspot.com))

Baseado nesta vertente verticalização dos grandes centros urbanos juntamente com a ousadia dos projetos arquitetônicos, pé-direito duplo, fachadas em vidros (pele de vidro), o estudo da estabilidade global precisa ser realizado de maneira criteriosa. Como já citado, é um assunto de bastante interesse pelos pesquisadores, mas que ainda assim é um enigma em diversos aspectos como: pé-direito diferenciado entre pavimentos, variações bruscas de rigidez, transição de pilares em vigas, estruturas deslocáveis com cargas verticais, torções no pórtico espacial e recalques não uniformes nas fundações.

Através desta retrospectiva no âmbito da estabilidade global de edifícios, este trabalho buscará estudar alguns dos pontos levantados anteriormente, como o aspecto de pé-direito diferente entre pavimentos e de redução brusca de rigidez entre pavimentos.

## 1.2 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

As cidades do outrora denominado “Terceiro Mundo”, sobretudo na América Latina e mais especificamente no Brasil, passaram por transformações significativas no Século XX, relacionadas às novas manifestações da materialidade. Essas manifestações foram resultado da tendência de novas formas de morar, identificadas nos edifícios de vários pavimentos. A especificidade para o Brasil se destaca na inversão do local de moradia da população brasileira, que passou a ser urbana e, junto a essa inversão, surgiu ou se manifestou com maior evidência o papel do incorporador/ promotor imobiliário, que, por meio do valor de troca, concentrou seus investimentos na construção de edifícios. O fenômeno da verticalização, uma vez manifesto, passou a fazer parte dos estudos e investigações acadêmicas, na área da engenharia estrutural, do planejamento urbano, entre outras.

O Brasil na década de 60 ficou nos holofotes do mundo em relação às inovações tecnológicas na engenharia principalmente na área do concreto armado e protendido, com obras principalmente em Brasília, onde se erguia a nova Capital Federal. A maioria das obras eram edificações como monumentos históricos e edificações de pequeno porte.

Segundo dados históricos, tratando-se de edifícios altos no Brasil, edifícios que ultrapassaram a marca dos 100 m de altura tiveram início na década de 20, como o Edifício *A Noite*, construído no Rio de Janeiro em 1928, com 103 m e 24 pavimentos, considerado o edifício mais alto do mundo em concreto armado, na época, calculado por Emilio Baumgart. Hoje o considerado mais alto do Brasil é o edifício *Mirante do Vale* construído em São Paulo em 1960, com 170 m de altura e 51 andares (Figura 1.3).



a) Edifício A Noite, 1928.



b) Edifício Mirante do Vale, 1960.

Figura 1.3 – Edifícios mais Antigo e mais Alto do Brasil

A idéia de se estudar os edifícios altos no âmbito da engenharia estrutural é justamente com a preocupação de como estão sendo tratados os assuntos da estabilidade global. Atualmente os projetos arquitetônicos estão com concepções cada vez mais ousadas em relação aos sistemas estruturais, chamados edifícios inteligentes, fachadas de vidro, pé-direito diferenciados, vãos maiores, tudo buscando, além do diferencial para o mercado imobiliário, a economia, tanto na fase de construção quanto na fase de utilização. Outro aspecto que hoje impulsiona as inovações nos projetos arquitetônicos é a questão da sustentabilidade, inteiramente ligada à economia, meio ambiente e a questão social.

Quando se fala em edifícios inteligentes a primeira coisa que vem à cabeça são os processos de automação que eles devem incluir, mas edifícios inteligentes são muito mais que isso, eles mexem com a arquitetura de uma cidade, com seu urbanismo, seu paisagismo, enfim, com a vida das pessoas. Para projetá-los não há um simples processo de disposição, pensa-se em diversas questões para que se torne uma arquitetura agradável que dê facilidade aos seus usuários. Além disso, o edifício inteligente não deve ser tratado como um ambiente isolado da cidade, mas como um ambiente que tenha uma relação dinâmica com o exterior e seu entorno para não se tornar um agente invasor e deteriorador do espaço urbano.

Um edifício inteligente deve ser concebido assim em sua etapa de projeto estrutural de modo a estar apto a receber todos os subsistemas necessários para a automação de processos e sua devida integração, oferecendo ainda facilidades de integração, controle, gerenciamento e manutenção, além de oferecer um ambiente prático e confortável aos seus usuários.

A partir dos novos conceitos dos partidos arquitetônicos, sistemas estruturais diferentes, vidros nas fachadas, pés-direitos diferenciados, ambientes internos maiores, as adaptações estruturais para atender estas solicitações tiveram que ser repensadas, como mudanças no lançamento estrutural, aplicação de novas tecnologias nos materiais de construção e uma abordagem mais criteriosa para a estabilidade global dos edifícios.

O pé-direito duplo traz enormes vantagens para o ambiente, pois melhora a ventilação e a iluminação do espaço, principalmente quando utilizado com fachadas envidraçadas que aumentam a área de irradiação da luz natural. O pé-direito duplo ainda proporciona a criação de ambientes diferenciados e personalizados no vão superior, o mezanino, além de causar um forte apelo estético.

Na estrutura, economia pode ser gerada através da redução da resistência característica do concreto dos pilares ao longo do edifício e também através da redução da seção dos pilares ao longo da edificação. As condições de redução são determinadas a partir do lançamento estrutural, onde o projetista de estrutura determina as condições de carregamentos e demais ações a serem impostas na estrutura.

O pé-direito duplo especificamente deve ser muito bem analisado estruturalmente não no item de economia, pois se trata de uma concepção da arquitetura, mas no quesito da estabilidade global, pois os pilares têm comprimentos muito superiores aos dos demais pavimentos da edificação. Deve ser realizada uma análise criteriosa no dimensionamento dos pilares, principalmente se forem pilares da torre do edifício e/ou se participam diretamente do contraventamento da estrutura.

Afinal, o grande dilema deste trabalho, que será pormenorizado nos objetivos gerais e específicos, é estudar o problema da brusca variação de rigidez dos edifícios entre pavimentos, através de alterações nas seções dos pilares, variação de  $f_{ck}$  e/ou pé-direito duplo. Estes problemas serão analisados através das respostas geradas pelos parâmetros simplificados de estabilidade global ( $\alpha$  e  $\gamma_z$ ), juntamente com uma análise de segunda ordem, via método  $P-\Delta$ , acoplando a análise a não-linearidade física.

Essas três variações na tipologia estrutural, segundo Laranjeiras (2013), podem ser sintetizadas em uma só, se questionarmos se é válido usar o coeficiente  $\gamma_z$  em estruturas de edifícios em que a rigidez dos pilares, definida por  $E_c \times I/h$ , varia de um andar para o outro,

sendo  $E_c$  o módulo de elasticidade, função de  $f_{ck}$ ,  $I$  o momento de inércia da seção bruta do pilar e  $h$  a distância entre pisos.

A grande questão é quais as limitações para a utilização destes parâmetros? Principalmente o coeficiente  $\gamma_z$ , uma vez que a NBR 6118:2003 estabelece apenas uma restrição para o uso do coeficiente  $\gamma_z$ , que o edifício tenha pelo menos quatro andares e que este coeficiente, por outro lado, encontra irrestrita aplicação nos programas de cálculo (Laranjeiras, 2013).

### 1.3 OBJETIVOS GERAIS E ESPECÍFICOS DO TRABALHO

Como objetivos gerais, este trabalho se propõe a contribuir na avaliação da estabilidade global de edifícios de concreto armado considerando o aspecto tridimensional dos pórticos, o lançamento estrutural e as ações atuantes. Será feita uma análise numérica de modelos no sistema computacional SAP2000 utilizando o modelo de grelhas para as lajes e pórtico espacial para as vigas e pilares. Serão modelados e estudados cinco edifícios com tipologias estruturais diversas: lajes convencionais, nervuradas e planas, iniciando-se com 10 pavimentos e indo até 24 pavimentos, caracterizando edifícios baixos, médios e altos. Serão assim determinados os parâmetros de instabilidade simplificados da NBR 6118:2003 ( $\alpha$  e  $\gamma_z$ ) e realizada uma análise de segunda ordem rigorosa através do método  $P-\Delta$ .

Como objetivos específicos pretende-se investigar o comportamento estrutural dos edifícios propostos nos objetivos gerais inserindo as seguintes variações na tipologia estrutural:

1. Mudança de seção transversal dos pilares, ao longo da altura do edifício;
2. Alteração da resistência característica do concreto,  $f_{ck}$ , dos pilares ao longo da altura da edificação, buscando a interferência na rigidez dos pilares através da variação do módulo de elasticidade;
3. Modelos estruturais contendo pé-direito duplo.

Correlacionar os coeficientes de estabilidade global ( $\alpha$  e  $\gamma_z$ ) com os efeitos de segunda ordem via  $P-\Delta$ , dos modelos convencionais em relação aos modelos com variações na tipologia estrutural.



## 1.4 METODOLOGIA E HIPÓTESES BÁSICAS

A fim de atingir os objetivos propostos buscou-se inicialmente uma revisão bibliográfica sobre as referências que tratam de assuntos pertinentes a este trabalho como efeitos de segunda ordem em edifícios, parâmetros de instabilidade, não-linearidades físicas e geométricas e modelagem numérica.

São cinco os modelos analisados no trabalho, três deles estudados por França (1985) e dois por Oliveira (2009). Os resultados foram obtidos pelos pesquisadores usando sistemas analíticos próprios, onde tiveram como objetivo encontrar e comparar resultados sobre os parâmetros de instabilidade ( $\alpha$  e  $\gamma_z$ ) e o método  $P-\Delta$ .

Para este trabalho foram modelados os três edifícios estudados por França (1985). Trata-se do mesmo edifício geometricamente falando, com mesmas dimensões em planta e altura, variando apenas a tipologia estrutural adotada, um com laje maciça, outro com laje nervurada e o último com laje plana, todos com 12 pavimentos tipo. Os outros dois modelos, estudados por Oliveira (2009), correspondem a um edifício simétrico (nas direções  $x$  e  $y$ ) com 10 pavimentos tipo e o outro edifício com 24 pavimentos tipo constituídos de estrutura convencional com formatos diferentes nas direções  $x$  e  $y$ . Todos os edifícios foram modelados no SAP2000.

Para cada modelo analisado foram feitas as três variações na tipologia estrutural propostas nos objetivos específicos. Para cada alteração na tipologia foram reanalisados: os carregamentos gravitacionais, os carregamentos horizontais (vento) e a combinação utilizada. Em todos os modelos, incluindo os com alterações na tipologia estrutural, foram considerados as não-linearidades, física e geométrica e os efeitos de segunda ordem de maneira criteriosa, através do processo  $P-\Delta$ .

Para a consideração da redução da seção dos pilares ao longo da estrutura, foi adotado como critério de projeto uma única redução de seção a partir do sexto pavimento e consideradas para todos os cinco modelos estudados. O critério para definição da nova seção do pilar foi baseado na leitura dos diagramas de esforços normais e com os resultados dos esforços, realizado um pré-dimensionamento do pilar, adotando inicialmente uma seção arbitrária de acordo com os limites impostos pela NBR 6118:2003. O pré-dimensionamento dos pilares foi considerado à compressão centrada com taxa de

armadura igual a 1% e resistência característica do concreto igual para todos os lances do pilar, 30 MPa.

Para a variação do  $f_{ck}$  dos pilares ao longo da edificação, foi considerado como hipótese básica de projeto a variação da resistência a partir do sexto pavimento (assim como a variação da seção dos pilares), reduzindo no trecho da variação a resistência do concreto de 30 MPa para 25 MPa. Com a redução do  $f_{ck}$  nos pilares, foi necessário um novo pré-dimensionamento do pilar (no lance onde houve a redução do  $f_{ck}$ ) para verificar se a seção com alteração na resistência a compressão suporta os esforços empregados.

A consideração para o pé-direito duplo nos modelos de estudo foi apenas no pavimento térreo, onde a partir do modelo convencional foi suprimido o primeiro pavimento tipo. Como o comprimento dos pilares dobrou, foram considerados o pré-dimensionamento dos pilares à compressão centrada, taxa de armadura igual a 1% e  $f_{ck}$  igual ao dos demais pavimentos tipos, 30 MPa.

Nos modelos não foram consideradas alterações nas seções transversais das lajes e vigas nem do concreto desses elementos.

## 1.5 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Uma vez feita neste capítulo uma breve análise histórica com os principais resultados envolvendo o campo da estabilidade global de alguns sistemas, a apresentação do problema incluindo os aspectos arquitetônicos e estabelecidos os principais objetivos, gerais e específicos juntamente com a metodologia aplicada e as hipóteses básicas para a obtenção destes, no capítulo 2 será feita uma revisão bibliográfica de assuntos pertinentes ao trabalho e serão descritos os fundamentos teóricos utilizados nas análises numéricas, como parâmetro  $\alpha$ , o coeficiente  $\gamma_z$  e o método  $P-\Delta$ . Ainda nesse capítulo será feito um breve estudo sobre a não-linearidade física e a geométrica com alguns parâmetros a serem verificados. No capítulo 3 será realizado um estudo sobre o produto de rigidez  $EI$ , realizando uma abordagem sobre o módulo de elasticidade, momento de inércia e de qual maneira foi considerado o  $EI$  no presente trabalho.

Os modelos estudados juntamente com as alterações na tipologia estrutural proposta nos objetivos são apresentados no quarto capítulo. No capítulo 5 são apresentadas as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 TENDÊNCIAS NA ARQUITETURA MODERNA DOS EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO**

Arquitetura é um assunto pouco discutido no Brasil, menos do que merece ser. Nas grandes metrópoles do Brasil, quase todos os ambientes pelos quais circulamos diariamente foram, com mais ou menos cuidado, desenhados por arquitetos. A qualidade do desenho desses espaços afeta diretamente, portanto, a qualidade do nosso dia a dia. Seria natural, então, que um assunto tão constante em nossas vidas fosse debatido também com mais regularidade.

Conhecer, compreender e utilizar técnicas construtivas possibilita à arquitetura ampliar, cada vez mais, as maneiras de consolidar suas idéias. A revolução industrial, a evolução do progresso tecnológico, influenciou diretamente na arquitetura, alimentada pelo ideal do conhecimento pela razão. Desta forma, as inovações estruturais foram fundamentais na primeira fase do modernismo.

A escassez e o elevado custo do metro quadrado das áreas e alterações nos planos diretores das cidades fizeram com que os projetos arquitetônicos buscassem utilizar a pouca área horizontal disponível, crescendo a verticalização das cidades. Com novas concepções de projetos, até a área destinada aos pilares passa a ser objeto de estudo prévio, visto que sua diminuição pode gerar problemas quanto à estabilidade global da edificação devido à redução da rigidez da estrutura e deslocamentos horizontais.

Muito vidro, sem espelho, vale dizer, verde em abundância, pé-direito duplo com mezanino, que formam uma espécie de loft comercial, e espaços externos que podem ser amplos terraços ou coberturas. No térreo, praças de convivência abertas à comunidade, cafés e bicicletários dão o toque contemporâneo final.

Os vãos envidraçados têm características muito particulares que convidam à sua utilização, mas que incluem, simultaneamente, diversas vantagens e múltiplos inconvenientes. O vidro quando integrado na construção civil, é mais ou menos transparente à luz, ao som e às incidências de calor; ele tem implicações em “domínios” como o conforto psicológico, da iluminação natural, acústica, segurança contra incêndios e térmica.

Na Figura 2.1, estão apresentados fotos das fachadas de um edifício construído na década de 50 e outro construído em 2012. Pode se perceber nitidamente as diferenças nas composições das fachadas, nos arranjos arquitetônicos. Os edifícios atuais praticamente não têm mais alvenarias de vedação nas fachadas, na sua grande parte são fechadas com vidros, e podemos perceber também a não continuidade dos traços, compostos por fachadas curvas, pavimentos tipos diferenciados, pés-direitos duplos, diferentemente dos edifícios construídos nas décadas anteriores.



(a) Edifício JK – Belo Horizonte/MG (1952)



(b) Edifício The Prime – Goiânia/GO (2012)

Figura 2.1 – Fachada Edifício Clássico x Edifício Moderno (Contemporâneo)

Com as fachadas de vidro, os projetistas estruturais perderam um grande aliado no contraventamento dos pórticos das estruturas dos edifícios de concreto armado, as alvenarias.

Alguns pesquisadores afirmam que as alvenarias contribuem para o contraventamento da estrutura e a inclusão destas na análise estrutural tem sido objeto de estudo de inúmeras investigações experimentais e analíticas. Oliveira (1998) salienta que, nos edifícios de poucos andares, onde não há um arranjo estrutural de peças de concreto armado que garanta a indeslocabilidade do sistema, a indeslocabilidade dos nós é obtida pela colaboração das alvenarias de tapamento.

Mas como trabalham as alvenarias, contribuindo na rigidez dos edifícios altos? Oliveira (1998) explica que, admitindo que a alvenaria e o pórtico de concreto armado estejam monoliticamente ligados, com a atuação de cargas laterais e com os deslocamentos que

surgem, eles se separam em bordas opostas, de modo que assumem a configuração deformada mostrada na Figura 2.2.

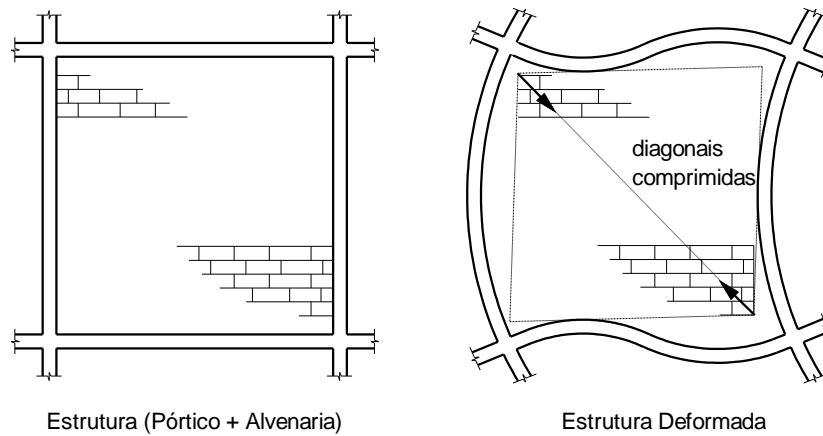


Figura 2.2 – Influência da Alvenaria na Rigidez de Pórticos

Conseqüentemente forças axiais, momentos fletores e esforços cortantes são produzidos nos elementos estruturais. Os esforços cortantes são significativos, pois produzem na alvenaria esforços de compressão diagonais podendo originar danos patológicos tanto por compressão, em uma diagonal, quanto por tração, na outra diagonal. Por esse motivo, uma das formas de considerar os elementos não estruturais é simular uma diagonal equivalente de compressão como esquematizado nas Figuras 2.3 e 2.4.

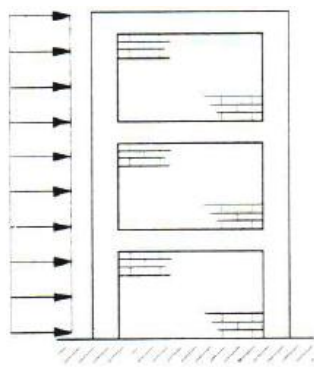


Figura 2.3 – Estrutura (Pórtico + Alvenaria)  
(Fonte: Oliveira, 2008)

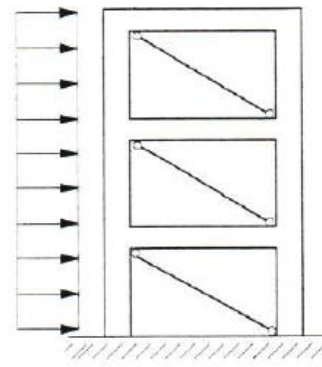


Figura 2.4 – Idealização da Diagonal Equivalente  
(Fonte: Oliveira, 2008)

## 2.2 TIPOS DE VARIAÇÕES NAS TIPOLOGIAS ESTRUTURAIS DOS EDIFÍCIOS

A seguir serão pormenorizadas as variações na tipologia estrutural consideradas nos objetivos específicos deste trabalho. Foram sugeridas estas variações, pois são tendências frequentes nos projetos arquitetônicos dos edifícios.

O grande problema é o uso indiscriminado dos recursos computacionais sem o verdadeiro conhecimento dos conceitos dos efeitos da estabilidade global e das não-linearidades. Um grande exemplo é a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  para todas as estruturas. A NBR 6118:2003 cita limitações para o coeficiente  $\gamma_z$  apenas para a questão da altura das edificações, não tratando nada sobre edifícios com pés-direitos diferenciados, mudança brusca de inércia entre pavimentos e etc.

Um dos desenvolvedores do coeficiente  $\gamma_z$ , Prof. Augusto Carlos Vasconcelos, elaborou um artigo em 2000, publicado na comunidade TQS, descrito no item 2.4.2.1 deste trabalho, abordando e justificando em que situações de projeto não se deve utilizar o  $\gamma_z$ , pois ainda não se tem estudos suficientes que possam validar os resultados apresentados na sua utilização. Laranjeiras (2013) explicou em um email postado na comunidade TQS sobre as limitações de utilização do coeficiente  $\gamma_z$ : “De todo o exposto, extrai-se um aviso aos navegantes: Cautela no uso do  $\gamma_z$  das estruturas que apresentam assimetria de forma ou de cargas, incluídas as do vento. Essa condição abrange um grande número de edifícios”.

### 2.2.1 Variação da seção do pilar

Existem dois tipos de redução da seção transversal de pilares, à centrada e a excêntrica. A redução centrada representa a redução onde não se altera o centro geométrico do pilar. Esta redução não provoca incremento de momentos fletores nos pilares. A redução excêntrica acontece quando a redução da seção do pilar altera o centro geométrico do pilar. O desvio nos eixos dos pilares gera uma excentricidade adicional, criando um acréscimo de momentos fletores na região da redução (Figura 2.4).

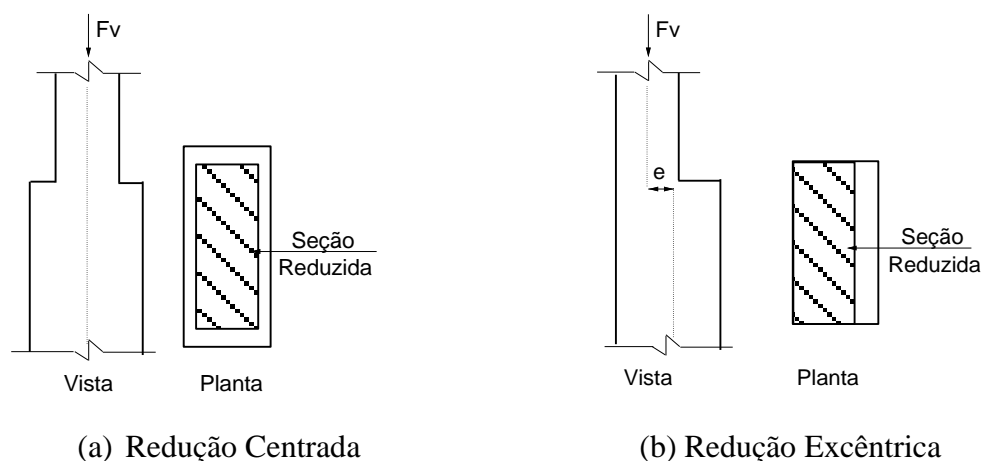


Figura 2.4 – Tipos de Redução de Seção Transversal de Pilares

As reduções de pilares geralmente são utilizadas em situações específicas de projeto, por exemplo, grande número de subsolos com pé-direito diferenciado dos pavimentos tipo, pois nestas regiões são onde os pilares somam o maior carregamento, conseqüentemente necessitam de maior área de seção transversal.

O critério utilizado para redução das seções dos pilares nos modelos propostos foi:

Redução de pilar a partir do sexto pavimento, e por critério de projeto todas as reduções foram reduções centradas, não havendo incremento de momentos fletores nos pilares. Foi mantida a mesma resistência característica do concreto, e para a determinação da nova seção do pilar reduzida utilizando-se os critérios de dimensionamento da NBR 6118:2003, foi realizado um pré-dimensionamento desta nova seção. Os dados coletados determinantes para o pré-dimensionamento foram os de esforço normal das barras dos pilares e a taxa de armadura considerada no pré-dimensionamento foi de 1%. Foi utilizada uma planilha eletrônica, desenvolvida no Microsoft Office Excel por Oliveira (2009) para pré-dimensionamento de peças comprimidas.

Na Tabela 2.2 tem um exemplo de verificação de seção do pilar com a planilha eletrônica. Na planilha o calculista deve inserir alguns dados de entrada, como: carga, cobrimento da armadura, largura da base do pilar ( $b_w$ ), resistência do concreto ( $f_{ck}$ ), comprimento do pilar e taxa de armadura. A partir da resposta, o calculista deve realizar o estudo e definir a outra dimensão do pilar ( $h$ ).



Na Tabela 2.1, são apresentados os dados de entrada que utilizaremos no exemplo de pré-dimensionamento de um pilar para demonstração da planilha.

Tabela 2.1 – Entrada de Dados: Planilha de Pré-Dimensionamento de Pilares

Carga: 200 tf	COB: 2 cm	$b_w$ : 30 cm	$f_{ck}$ : 30 MPa	Taxa: 1%	L: 3,0 m
---------------	-----------	---------------	-------------------	----------	----------

Tabela 2.2 – Planilha de Pré-Dimensionamento de Pilares (*Desenvolvida por Oliveira, 2009*)

**DIMENSIONAMENTO DE PILARES INTERMEDIÁRIOS**

1) DADOS DE ENTRADA

CARGA (Tf)	200
COB (cm)	2
$b_w$ (cm)	30

CARGA(Kgf)	200000
$d'$ (cm)	3
GAMA_n	1

Fck (MPa)	30
L (m)	3
GAMA_f	1,4

2) PRÉ-DIMENSIONAMENTO

Nsd (Kgf)	280000
Fcd(Kgf/cm <sup>2</sup> )	214,29
Ac(cm <sup>2</sup> )	1249,20
H_pre(cm)	41,6401

TAXA(%)	1
Ts2‰	4200
Acmin(cm <sup>2</sup> )	360
H_final(cm)	45

Ac_pre(cm <sup>2</sup> )	1249,20331
Ac_fin(cm <sup>2</sup> )	1350

3) VERIFICAÇÃO DA ESBELTEZ

$b_w$ (cm)	30
$I_x$ (cm <sup>4</sup> )	101250
$i_x$ (cm)	8,66
$\lambda_x$	34,64

H(cm)	45
$I_y$ (cm <sup>4</sup> )	227813
$i_y$ (cm)	12,99
$\lambda_y$	23,09

4) 1a. SITUAÇÃO DE CÁLCULO

ea(cm)	0,75
vo	0,9679
e2ox(cm)	1,02
Nsd(kgf)	280000
Mdx(kgf.cm)	958123

e1,min(cm)	2,4
vo_final	0,9679
ex (cm)	3,42
v	1,14
$\mu$	0,13

e1ox(cm)	2,4
$\delta$	0,1

Tabela	Area de Aço	
$\omega$	0,3	As(cm <sup>2</sup> ) 16,97

5) 2a. SITUAÇÃO DE CÁLCULO

ea(cm)	0,75
vo	0,9679
e2oy(cm)	0,68
Nsd(kgf)	280000
Mdx(kgf.cm)	988749

e1,min(cm)	2,85
vo_final	0,9679
ey (cm)	3,53
v	1,14
$\mu$	0,09

e1oy(cm)	2,85
$\delta$	0,06666667

Tabela	Area de Aço	
$\omega$	0,3	As(cm <sup>2</sup> ) 16,97

6) Armadura Longitudinal Final

Asl(cm <sup>2</sup> )	16,97
-----------------------	-------

Após definição da seção transversal do pilar, através das tabelas de dimensionamento de pilar, determina-se o  $\omega$  para encontrar a armadura do pilar.

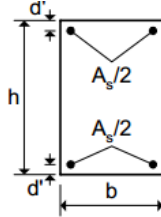
A partir do lançamento dos dados de entrada na planilha, pode-se verificar que a altura da seção do pilar necessária para as características apresentadas na Tabela 2.1 é de 45 cm, ou seja, a seção mínima do pilar para atender as solicitações é 30x45 cm<sup>2</sup>. Com seção transversal definida, verifica-se então a armadura da peça a partir de tabelas para dimensionamento de pilares, como exemplo a Tabela 2.3. Os fatores que determinam a tabela são: o tipo de aço (CA-50 ou CA-60), o  $\delta$  que é a razão entre o  $d'$  e a altura  $h$  do pilar e a disposição das armaduras (número de camadas).

Tabela 2.3 – Tabela para dimensionamento de Pilares (Fonte: Araújo, 2010)

número de camadas=2 ;  $\delta=0,20$

$$\delta=d'/h \quad \sigma_{cd}=0,85f_{cd}$$

$$v=\frac{N_d}{bh\sigma_{cd}} \quad \mu=\frac{M_d}{bh^2\sigma_{cd}}$$

$$A_s=\frac{\omega bh\sigma_{cd}}{f_{yd}}$$


Valores de  $\omega$

		$\mu \downarrow$							
$v \downarrow$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
0,00	0,00	0,27	0,60	0,94	1,27	1,61	1,95	2,28	2,62
0,10	0,00	0,17	0,50	0,84	1,18	1,52	1,85	2,19	2,53
0,20	0,00	0,07	0,41	0,75	1,09	1,43	1,76	2,10	2,44
0,30	0,00	0,00	0,33	0,67	1,01	1,35	1,68	2,02	2,35
0,40	0,00	0,00	0,28	0,62	0,97	1,31	1,66	2,00	2,35
0,50	0,00	0,00	0,30	0,66	1,01	1,36	1,71	2,05	2,40
0,60	0,00	0,00	0,35	0,72	1,08	1,42	1,77	2,11	2,45
0,70	0,00	0,00	0,40	0,79	1,15	1,50	1,85	2,19	2,53
0,80	0,00	0,07	0,47	0,86	1,23	1,58	1,93	2,27	2,61
0,90	0,00	0,17	0,55	0,94	1,31	1,66	2,01	2,36	2,70
1,00	0,00	0,27	0,63	1,01	1,39	1,75	2,10	2,44	2,79
1,10	0,11	0,37	0,72	1,10	1,47	1,83	2,18	2,53	2,88
1,20	0,22	0,47	0,81	1,18	1,55	1,92	2,27	2,62	2,97
1,30	0,33	0,58	0,91	1,27	1,64	2,00	2,36	2,71	3,06
1,40	0,43	0,69	1,00	1,36	1,73	2,09	2,45	2,80	3,15
1,50	0,54	0,79	1,10	1,45	1,82	2,18	2,53	2,89	3,24
1,60	0,65	0,90	1,20	1,55	1,91	2,27	2,62	2,98	3,33
1,70	0,76	1,01	1,30	1,64	2,00	2,36	2,72	3,07	3,42
1,80	0,87	1,12	1,40	1,74	2,09	2,45	2,81	3,16	3,51
1,90	0,98	1,22	1,51	1,84	2,19	2,54	2,90	3,25	3,60
2,00	1,09	1,33	1,61	1,93	2,28	2,64	2,99	3,34	3,69

Realizando todas as verificações necessárias para o pré-dimensionamento dos pilares e encontrando-se a seção transversal do pilar que atende as solicitações impostas, são inseridos os novos valores no modelo estrutural correspondente.

### 2.2.2 Variação da resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ) dos pilares

Assim como a redução da seção dos pilares ao longo da altura dos edifícios, outra variação nas tipologias estruturais também foi empregada, a variação da resistência característica do concreto dos pilares ao longo da altura. Não há um critério pré-definido para impor estas variações, fica a cargo dos projetistas, juntamente com o tipo de estratégia comercial utilizada pelos construtores. A mudança do  $f_{ck}$  usualmente acontece apenas nos pilares, pois segundo Melo (2009), o pilar é considerado um elemento linear de eixo reto, usualmente disposto na vertical, em que as forças normais de compressão são predominantes.

No trabalho, foi adotada a redução da resistência do concreto dos pilares a partir do sexto pavimento. O  $f_{ck}$  dos pilares até o quinto pavimento da estrutura permaneceu com 30 MPa, e a partir do sexto pavimento os pilares passaram a ter o  $f_{ck}$  igual a 25 MPa. Para a determinação da redução da resistência característica do concreto foi realizado um pré-dimensionamento dos pilares através da análise dos esforços normais nas barras correspondentes à alteração do  $f_{ck}$  e também checada a seção transversal da peça estrutural através da planilha de pré-dimensionamento de pilar apresentada na Tabela 2.2.

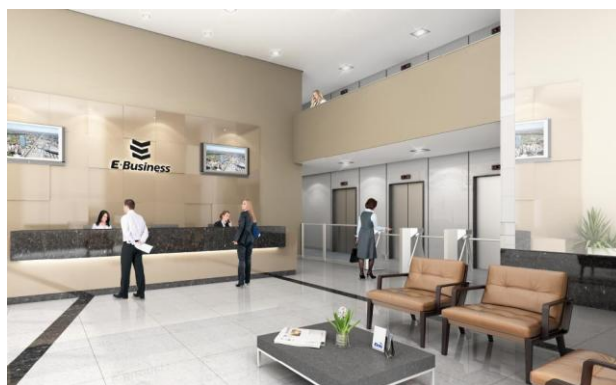
### 2.2.3 Pé-direito duplo

Como tendência da arquitetura moderna, grande parte dos edifícios, residenciais e comerciais está apresentando nos projetos arquitetônicos o pavimento térreo com pé-direito diferenciado. A predominância das alturas é de duas a três vezes a altura do pavimento tipo determinando a nomenclatura, pé-direito duplo e/ou triplo (Figura 2.5).

Para atender a arquitetura o projetista de estruturas deve se preocupar montando um sistema estrutural que garanta a estabilidade global da estrutura. Com a implantação do pé-direito duplo, altera-se o contraventamento da estrutura, situação em que a solução depende diretamente do projeto de arquitetura. Com a alteração do pé-direito, agora o comprimento do pilar no pavimento térreo tem entre duas a três vezes a altura do pé-direito dos pavimentos tipo, alterando todo o sistema estrutural empregado pois os pilares se tornam peças muito mais esbeltas suportando todo o carregamento do edifício. Portanto, estrutura com pé-direito diferenciado deve ter um estudo particular para os pilares.



(a) Vista Fachada



(b) Vista Interna Térreo

Figura 2.5 – Edifício E-Business – Goiânia/GO - Pé-Direito Duplo no Pavimento Térreo

Nos modelos com pé-direito duplo estudado, onde foi suprimido o primeiro pavimento tipo, deixando o pavimento térreo com o dobro da altura, foi realizado um estudo particular dos pilares deste pavimento. Foi verificado o carregamento que cada pilar recebe no lance específico (térreo) e realizado um pré-dimensionamento com o novo comprimento usando a planilha exposta na Tabela 2.2. Foi realizada a alteração da seção transversal dos pilares para os que não passaram no pré-dimensionamento; contudo, nos pavimentos tipos as seções transversais dos pilares permaneceram as mesmas do edifício convencional.

### 2.3 NÃO-LINEARIDADES

No que se refere ao projeto de edifícios de concreto armado, a avaliação da rigidez é realizada através da adoção de métodos simplificados e/ou rigorosos. Nos métodos simplificados estão incluídos o parâmetro  $\alpha$ , o coeficiente  $\gamma_z$  e o método  $P-\Delta$ , e a obtenção dos esforços e deslocamentos na estrutura é feita pela análise elástica-linear. Nesta análise a consideração dos efeitos não-lineares também é simplificada.

O modelo não-linear, na maioria dos casos, se resume a duas considerações: a não-linearidade física e a não-linearidade geométrica. A norma brasileira NBR 6118:2003 recomenda uma redução da rigidez da peça na análise linear para considerar aproximadamente a não-linearidade física, e a aplicação de um coeficiente majorador de

esforços horizontais, obtidos da análise linear, para levar em conta aproximadamente a não-linearidade geométrica.

Como o estudo da rigidez está ligado à análise não-linear, aqui se faz necessário um estudo sobre esta. Ao considerar a estrutura como de nós móveis, surgem implicações no cálculo. A NBR 6118:2003 prescreve em seu item 15.7 que na análise de estruturas de nós móveis devem ser consideradas as não-linearidades física e geométrica, buscando assim aproximar melhor o comportamento real da estrutura. Para a análise não-linear existem modelos de diferentes níveis de complexidade, tanto modelos mais refinados, que levam em conta de uma maneira mais completa os efeitos não-lineares, como modelos mais simplificados, que consideram de maneira aproximada esses efeitos.

A consideração de não-linearidade geométrica traduz as mudanças de geometria que ocorrem na estrutura deformada tornando-se um fator importante e primordial na análise de estruturas esbeltas. A não-linearidade física está intimamente ligada às características inerentes do material estrutural que, para o concreto armado, apresenta uma complexidade maior, inerente à combinação de seus constituintes (concreto e aço). Sob compressão, o concreto apresenta elevada resistência e a lei constitutiva pode ser considerada aproximadamente linear até 40% da tensão máxima, quando passa a ter comportamento não-linear (Gelatti, 2012). Em pavimentos de concreto armado, a fissuração do concreto é responsável pela não-linearidade física. Considerar o tratamento não-linear do concreto se traduz em maior confiabilidade dos resultados nos estudos das deformações. (Heinrichs, 2003).

### **2.3.1 Não-linearidade física**

Quando se refere a não-linearidade física, está sendo considerada a que é causada pelo comportamento do material, que neste caso é o concreto armado. Os efeitos de fissuração, da fluência, do escoamento da armadura, todos eles conferem ao concreto armado um comportamento não-linear (Pinto, 1997).

No gráfico, tensão-deformação, se percebe que a deformação de comportamento linear é representada por uma reta e de um material não-linear é representado por uma curva (Figura 2.6).

Na Figura 2.6 – (a), para qualquer intensidade de tensão, por exemplo,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , a resposta do concreto é a mesma, ou seja, o módulo de elasticidade  $E_c$  é constante. Na Figura 2.6 – (b), para as mesmas tensões  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , a resposta do concreto não é a mesma, pois para estas tensões encontra-se  $E_{c1}$ ,  $E_{c2}$  e  $E_{c3}$  respectivamente. Portanto, percebe-se que o módulo de elasticidade não é constante (único).

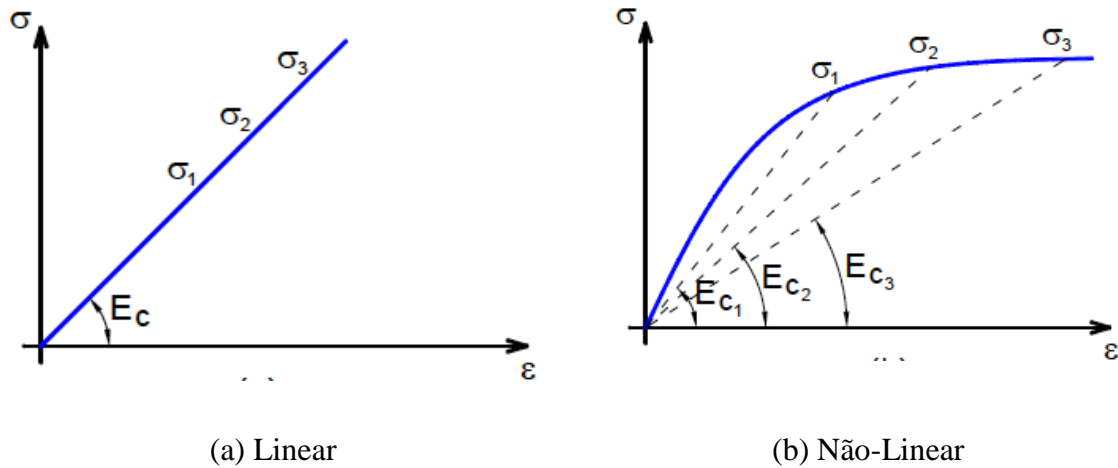


Figura 2.6 – Diagrama Tensão – Deformação do Concreto

No âmbito do cálculo estrutural, o projetista analisa os resultados através dos momentos fletores, e não em tensões. Por isto utiliza-se de outro diagrama chamado momento-curvatura ( $M-l/r$ ), podendo ser utilizado na análise não-linear de pavimentos e no cálculo de flechas (Figura 2.7).

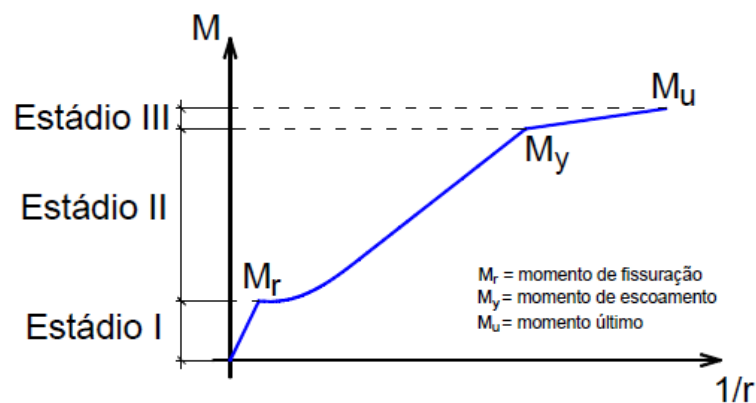


Figura 2.7 – Diagrama Momento-Curvatura

Através do diagrama tensão-deformação, tem-se condição de obter o módulo de elasticidade, mas a grande vantagem em utilizar o diagrama momento-curvatura é que se pode obter diretamente a rigidez  $EI$ , através da armadura.

A elaboração do diagrama momento-curvatura é muito laboriosa, algo que analiticamente para o cálculo de um edifício torna-se praticamente inviável, ou seja, sem a ajuda computacional não se utiliza este método. Por isto a NBR 6118:2003, no item 15.3.1, devido às dificuldades de se montar o diagrama-momento curvatura, permite que se faça uma análise linear, porém com os devidos ajustes.

Para o caso da análise global de uma edificação, pode-se considerar um valor constante (único) para a rigidez  $EI$ , porém utilizando-se um coeficiente redutor. O coeficiente tem função de simular a variação da rigidez e estimar de forma aproximada os efeitos da não-linearidade física.

Para lajes, vigas e pilares, existem coeficientes diferenciados. Estes coeficientes estão descritos no item 15.7.3 da NBR 6118:2003, e valem somente para estruturas reticuladas com no mínimo quatro andares. São eles:

- Lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3 \cdot E_{ci}I_c$

- Vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4 \cdot E_{ci}I_c$  – para  $A_s' \neq A_s$  e

$$(EI)_{sec} = 0,5 \cdot E_{ci}I_c \text{ – para } A_s' = A_s$$

- Pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8 \cdot E_{ci}I_c$

onde:

$E_{ci}$  – módulo de elasticidade tangente inicial do concreto

$I_c$  – momento de inércia da seção bruta de concreto

$A_s'$  – armadura de compressão, no caso de vigas com armadura dupla

$A_s$  – armadura de tração

Quando a estrutura de contraventamento do edifício for composta exclusivamente por vigas, pilares, ou seja, sem a consideração de núcleos de elevadores (pilares paredes) e  $\gamma_z$  for menor que 1,3, a NB-1 faz mais uma consideração de redução de rigidez, permitindo calcular a rigidez das vigas e pilares por:

$$(EI)_{sec} = 0,7 \cdot E_{ci}I_c$$

Obs. As lajes continuam com  $(EI)_{sec} = 0,3 \cdot E_{ci}I_c$ .

### 2.3.2 Não-linearidade geométrica

Quando se menciona a não-linearidade geométrica, está sendo considerada aquela causada pela deformação de elementos da estrutura.

A estrutura muda de posição no espaço quando ela se deforma. Na Figura 2.8 percebe-se que uma barra vertical engastada na base e livre no topo, ao estar submetida a uma ação horizontal no topo, muda de configuração indo para a posição da linha cheia. Quando se analisa o equilíbrio na posição deformada é que os efeitos da não-linearidade geométrica são determinados.



Figura 2.8 – Barra Vertical com Mudança de Posição no Espaço

Para esclarecer mais os conceitos da não-linearidade geométrica, vamos analisar a barra vertical, Figura 2.9, submetida às forças vertical e horizontal.



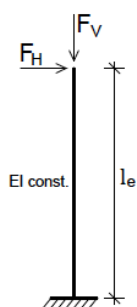


Figura 2.9 – Barra Vertical Submetida a Ações Vertical e Horizontal

Para que tal estrutura esteja em equilíbrio na posição indeformada (posição inicial), surgem reações na base da barra, Figura 2.10, sendo uma delas o momento fletor de primeira ordem  $M_1$ .

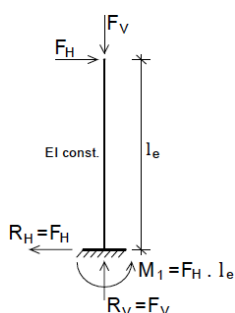


Figura 2.10 – Reações na Barra Vertical Indeformada

Se for considerado o equilíbrio na posição deformada, ou seja, na posição deslocada de um valor  $u$  devido à ação horizontal, será gerado um acréscimo de momento na base igual a  $\Delta M = F_V \cdot u$ , fazendo com que o valor do momento de primeira ordem  $M_1$  aumente, resultando o momento de 1ª ordem mais 2ª ordem, chamado  $M_2$  (Figura 2.11).

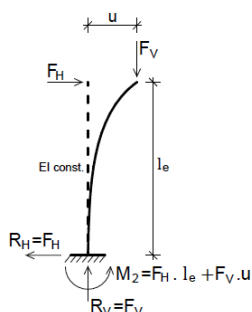


Figura 2.11 – Reações na Barra Vertical Deformada

Os efeitos de segunda ordem são efeitos adicionais à estrutura, gerados a partir de sua deformação. Eles são responsáveis por provocar um comportamento não-linear da estrutura (não-linearidade geométrica) (Kimura, 2007).

## **2.4 PARÂMETROS DE ESTABILIDADE E EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM**

Na avaliação da rigidez dos edifícios leva-se em conta um critério proposto por Beck e König (1966), que aparece também no código modelo CEB-FIP 90, que diz que se os efeitos de segunda ordem são inferiores a 10% dos correspondentes efeitos de primeira ordem, então, a estrutura é considerada de nós fixos. De acordo com esses mesmos pesquisadores, nestes 10% estão incluídas as incertezas das hipóteses de carregamento de vento. Para esses casos, os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados restando verificar somente os pilares isoladamente. Caso os efeitos de segunda ordem excedam 10%, a estrutura é considerada de nós móveis e tais efeitos não podem ser desprezados. No código ACI 318/95 o limite adotado é mais conservador, com o valor de 5%.

À medida que os edifícios altos estavam sendo construídos, estudos para investigação de estabilidade e de previsão dos efeitos de segunda ordem para tais estruturas se intensificaram. Lima (2001) fala que a estabilidade de uma estrutura pode ser entendida como a sua capacidade de manter o equilíbrio sob a incidência de ações. Segundo Wordell (2003) a análise da instabilidade global das estruturas é fundamental para as edificações.

O parâmetro  $\alpha$  foi estabelecido em 1966 por Beck e König com objetivo de fornecer ao projetista uma avaliação da sensibilidade da estrutura aos efeitos de segunda ordem. Verificada a necessidade da consideração dos esforços de segunda ordem, o projetista deverá utilizar outro processo para avaliar e quantificar tais esforços.

Segundo Franco (1985) pode-se estabelecer limites diferentes para  $\alpha$ , conforme o tipo de contraventamento da estrutura do edifício. Alguns destes tipos de contraventamento podem ser: método da coluna equivalente e associação de pórticos.

França (1985) elaborou um trabalho para comparação dos parâmetros de instabilidade global ( $\alpha$  e  $\gamma_2$ ) entre três edifícios de concreto armado com as mesmas características entre as dimensões em planta e as alturas, entre pavimentos e total, variando apenas as tipologias estruturais, o primeiro edifício constituído de pilares, vigas e lajes maciças, o segundo com

pilares, vigas e lajes nervuradas e o terceiro com pilares e lajes cogumelo sem capitel. A conclusão foi que mesmo mantendo algumas semelhanças físicas de um modelo de edifício para outro, os parâmetros de instabilidade variam consideravelmente, onde para alguns arranjos estruturais a estrutura apresenta-se como de nós fixos e para outras com nós móveis.

Franco e Vasconcelos (1991) trataram os deslocamentos das estruturas e a necessidade da análise de segunda ordem. O coeficiente  $\gamma_z$  tem origem nesses estudos com objetivo de propor um processo simples para estimar os esforços de segunda ordem com certa precisão.

Fusco (1993) ressalta que o aumento significativo dos vãos de vigas e lajes, aumento das aberturas nas alvenarias, substituição das alvenarias maciças por outros materiais e colocação de alvenarias sobre lajes não suportadas diretamente por vigas são fatores que contribuem para redução da rigidez de edifícios altos.

Carmo (1995) faz um amplo estudo dos parâmetros de instabilidade. Após estudar vários edifícios, obteve uma nuvem de pontos que possibilitaram correlacionar o parâmetro  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$  através de uma equação cúbica. O objetivo principal de se achar esta correlação, obtendo-se  $\gamma_z$  a partir de valores de  $\alpha$ , é que com o parâmetro  $\gamma_z$ , além de ser possível a mesma avaliação que a fornece, pode-se também estimar os esforços de 2ª ordem. Seus resultados foram obtidos de análises de edifícios reais, com a consideração da não-linearidade física e geométrica.

O comportamento de edifícios em alvenaria estrutural sob ação do vento foi estudado por Silva (1996), considerando a presença de paredes rígidas na análise do comportamento dos lintéis (vergas e contra vergas). Uma avaliação da rigidez dos edifícios também foi proposta por Beck e König. Esta avaliação também é feita por métodos simplificados e/ou rigorosos que incluem os parâmetros  $\alpha$ , o coeficiente  $\gamma_z$  e o método  $P-\Delta$ .

A influência da flexibilidade das fundações no comportamento das estruturas usuais de contraventamento foi investigada por Matias Jr. (1997), através da elaboração de um programa, em linguagem Fortran, considerando o efeito da não-linearidade, extremidades rígidas dos elementos estruturais e a flexibilidade das fundações no equilíbrio final do arranjo estrutural. No mesmo ano Pereira (1997) investigou a eficiência dos núcleos

rígidos de contraventamento através de modelagens numéricas de pórticos tridimensionais associados a núcleos rígidos.

A contribuição da rigidez transversal à flexão das lajes na distribuição dos esforços em estruturas de edifícios de andares múltiplos foi investigada por Martins (1998). Utilizando um programa baseado no método dos elementos finitos, foram determinados esforços e deslocamentos de estruturas tridimensionais, sujeitas às ações verticais e horizontais. A não-linearidade geométrica é levada em consideração quando na verificação do equilíbrio na posição deformada.

Fiorin (1998) apresenta um estudo interessante sobre a importância do arranjo das armaduras no comportamento mecânico dos elementos estruturais. Este trabalho conclui que a disposição das armaduras é um item imprescindível na análise do comportamento das peças estruturais e que permite uma resposta mais realista dos elementos que compõem o sistema estrutural.

Zalka (2000) apresenta um estudo amplo sobre a estabilidade global de edifícios altos, utilizando-se de simplificações nas análises tridimensionais do edifício, uma correlação entre as condições de instabilidade e as frequências naturais de vibração da estrutura. Resultados experimentais também são apresentados buscando estabelecer algumas correlações.

Uma análise não-linear e tridimensional de edifícios de andares múltiplos com a presença de núcleos resistentes e considerando a rigidez a flexão das lajes foi abordado por Martins (2001) através de um algoritmo onde foi implementada a análise de segunda ordem. São apresentados exemplos reais de edifícios de andares múltiplos, com a avaliação dos parâmetros de instabilidade  $\alpha$  e  $\gamma_z$ .

Souza Jr. (2001) apresentou resultados sobre a iteração de núcleos estruturais e lajes, em edifícios de múltiplos andares. São apresentadas características como o empenamento do elemento do núcleo, levando-se em consideração a teoria de flexo-torção em análise de 1ª ordem.

Utilizando o método dos elementos de contorno e elementos finitos, Carmo (2001) avaliou a rigidez de edifícios de andares múltiplos implementando na modelagem técnicas

avançadas de acoplamento entre os elementos e outros fatores importantes, como o efeito da excentricidade do eixo neutro das barras em relação à superfície neutra das placas.

Pinto (2002) estudou a análise não-linear de estruturas de contraventamento em edifícios de concreto armado avaliando o comportamento de pórticos planos, submetidos a diferentes carregamentos e diferentes taxas de armadura. Os resultados obtidos permitem estimar, com razoável precisão, os efeitos da não-linearidade em pórticos de concreto armado.

Sanches Jr. (2003) abordou vários tipos de modelos numéricos para análise de estruturas de pavimentos de edifícios, baseando-se no método dos elementos finitos. Considerou-se a não-linearidade física através de modelos que simulam o comportamento mecânico do concreto e do aço.

Fernandes (2003) utiliza o método dos elementos de contorno, baseando-se nas hipóteses de Kirchhoff adaptadas para a análise de estruturas de pavimentos de edifícios, considerando a iteração entre os elementos de barra e de superfície. Na avaliação do comportamento mais realista das placas realizou-se uma análise elastoplástica.

O cálculo de deslocamentos levando-se em consideração o comportamento não-linear do concreto armado foi abordado por Guarda (2005). Abordou-se fatores importantes como os efeitos da fissuração, da retração, da fluência, colaboração do concreto tracionado entre as fissuras na rigidez à flexão dos elementos.

Cicolin (2007) investigou algumas formas para avaliação da estabilidade de edifícios de andares múltiplos contendo pavimentos com lajes planas. Neste trabalho analisou-se a validade dos parâmetros  $\alpha$  e  $\gamma_s$ , comparando os resultados obtidos com outros provenientes de uma análise de segunda ordem, utilizando o método  $P-\Delta$ .

Muttoni (2008) e Ruiz e Muttoni (2009) apresentaram um método teórico denominado Teoria da Fissura Crítica de cisalhamento onde a resistência à punção de ligações laje-pilar sem e com armadura de Cisalhamento é tratada como uma função do comportamento carga-rotação.

Bueno (2009) também estudou o parâmetro  $\gamma_z$  e comparou seus resultados com os do processo  $P-\Delta$ . Ele o denominou  $\gamma'_z$  e concluiu-se que para esse parâmetro ser consolidado como parâmetro de estabilidade, mais estudos são necessários.

Oliveira (2009) buscou em seu trabalho contribuir para a avaliação da rigidez de pórticos de concreto armado considerando alguns fatores que são relevantes para a análise como: o aspecto tridimensional da estrutura, a iteração conjunta dos elementos lajes – vigas – pilares, o fator de carga de colapso plástico ( $\lambda_c$ ), o fator de carga crítica de Euler ( $\lambda_{cr}$ ) e as frequências naturais ( $\omega$ ), obtidas através de uma análise de vibrações livres. Através das modelagens numéricas, baseadas no método dos elementos finitos (MEF), foram desenvolvidos programas que permitem avaliar o comportamento de pórticos em uma análise elastoplástica incremental, análise de instabilidade elástica e análise de frequências naturais sob vibrações livres. São apresentados correlações entre todos os parâmetros envolvidos obtidos de forma simplificada ( $\alpha$  e  $\gamma_z$ ) e através de processos rigorosos ( $\lambda_c$ ,  $\lambda_{cr}$  e  $\omega$ ), utilizando o MEF. Os programas desenvolvidos são utilizados em exemplos reais de estruturas de edifícios demonstrando o grau de influência de cada parâmetro na rigidez do arranjo estrutural.

#### 2.4.1 O parâmetro $\alpha$

Este parâmetro de instabilidade foi adotado pela norma alemã DIN e, posteriormente, pelo CEB, objetivando auxiliar o projetista de estruturas na avaliação da deslocabilidade dos edifícios. O parâmetro  $\alpha$  foi proposto em 1966, por Beck e König, após analisar pórticos rotulados, contraventados por parede atuante como viga vertical em balanço.

O parâmetro  $\alpha$  é calculado da seguinte forma:

$$\alpha = H \sqrt{\frac{P_k}{EI_k}} \quad (2.1)$$

onde:

$P_k$  = carga vertical atuante;

$H$  = altura total da edificação;

$E \cdot I_k$  = produto de rigidez da estrutura.

A relação 2.1 é originada a partir do estudo de uma barra fletida, articulada em suas extremidades e submetida a uma carga axial. Para certo valor crítico  $P = P_{crit}$ , a coluna alcança o chamado ponto de bifurcação de equilíbrio. Este ponto define um estado limite onde a barra pode tomar uma das seguintes formas: a forma reta que caracteriza um equilíbrio instável ou, a forma fletida, com equilíbrio estável.

Para valores de  $P$  superiores a  $P_{crit}$  ( $P > P_{crit}$ ), qualquer perturbação na barra faz com que esta sofra flambagem e assuma a configuração deformada apresentada na Figura 2.12.

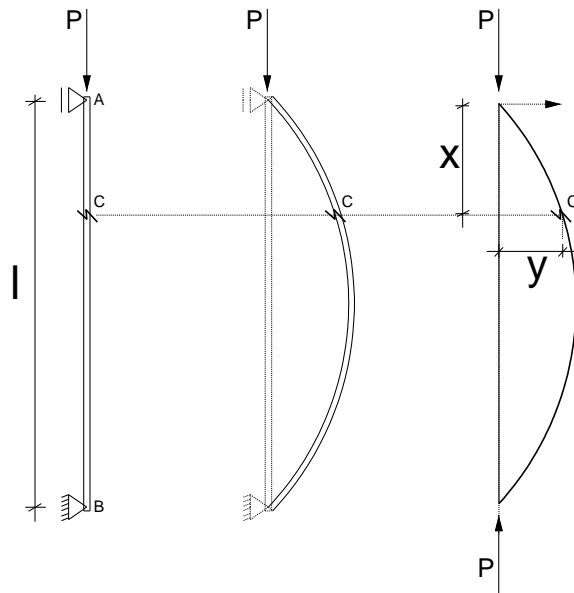


Figura 2.12 – Análise da Coluna Isolada (Parâmetro  $\alpha$ )

Admitindo como sendo  $x$  a distância da extremidade “A” a um ponto genérico “C” da linha elástica e “ $y$ ”, a correspondente deflexão no mesmo ponto C, o respectivo momento fletor na seção vale:

$$M_c = -P \cdot y \quad (2.2)$$

A equação diferencial que rege a deformação da barra pode ser escrita como:

$$EI \cdot y'' = Mc \quad (2.3)$$

Ou, numa forma mais detalhada:

$$y'' + \frac{P}{EI} \cdot y = 0 \quad (2.4)$$

Escolhendo uma variável adimensional  $\xi = \frac{x}{\ell}$  para a abscissa, a expressão 2.4 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$y''(\xi) + \frac{P \cdot \ell^2}{EI} \cdot y(\xi) = 0 \quad (2.5)$$

Fazendo  $\alpha^2 = \frac{P \cdot \ell^2}{EI}$ , a expressão 2.5 fica assim representada:

$$y''(\xi) + \alpha^2 \cdot y(\xi) = 0 \quad (2.6)$$

Esta última equação diferencial de segunda ordem tem como solução geral:

$$y = A \cdot \text{sen} \alpha \xi + B \cdot \text{cos} \alpha \xi \quad (2.7)$$

As constantes A e B podem ser encontradas impondo as condições de contorno na barra fazendo  $x = 0$  e  $x = \ell$ , na expressão 2.7:

$$x = 0 \text{ e } y = 0 \rightarrow \xi = 0 \rightarrow B = 0$$

$$x = \ell \text{ e } y = 0 \rightarrow \xi = 1 \rightarrow A \cdot \text{sen} \alpha = 0$$

Para  $A = 0$ , a barra apresenta o eixo reto e para  $\text{sen} \alpha = 0$ , tem-se que  $\alpha = n \cdot \pi$ . O valor crítico corresponde ao menor valor para  $\alpha$  com  $n = 1$ . O valor de  $\alpha_{crit}$  será dado pela expressão:

$$\alpha_{crit} = \ell \cdot \sqrt{\frac{P_{crit}}{EI}} = \pi \quad (2.8)$$



Beck e König (1966) apresentaram uma variação da equação diferencial 2.5, adaptando-a a um modelo submetido a um carregamento  $\omega$ , uniforme e distribuído. A expressão resultante é a seguinte:

$$y''''(\xi) + \alpha^2 \cdot [y'(\xi) \cdot \xi]' = \frac{\omega \cdot \ell^4}{EI} \quad (2.9)$$

Segundo Vasconcelos (1998), a resolução da equação diferencial 2.9 foi obtida empregando as funções de Bessel. A estrutura descontínua formada por pavimentos iguais e superposta foi transformada em uma estrutura contínua, tratada com recursos do cálculo diferencial. O valor de  $\alpha^2$  nesta situação é dado por:

$$\alpha^2 = \frac{(p + v) \cdot \ell^3}{EI} \quad (2.10)$$

Na expressão 2.10, o carregamento concentrado  $P$  foi substituído por duas cargas distribuídas,  $p$  e  $v$ , que representam respectivamente o carregamento distribuído na estrutura de contraventamento e contraventada. Foi adotado um número de pavimentos igual a quatro, justificando assim a transformação do modelo descontínuo em contínuo. O valor crítico para o coeficiente  $\alpha$  com  $n = 4$  pavimentos corresponde a:

$$\alpha_{crit}^2 = \frac{(p + v) \cdot \ell^3}{EI} = 7,84 \quad \alpha_{crit} = 2,80 \quad (2.11)$$

Considerando que uma margem de segurança adequada ocorre quando os momentos de segunda ordem não superem em 10% os respectivos momentos de 1ª ordem, o valor de  $\alpha_{crit}$  fica limitado a 0,6, para  $n$  igual ou superior a quatro pavimentos. Para  $n$  até três pavimentos, Beck e König (1966) sugeriram os limites:

$$n = 1 \rightarrow \alpha_{crit} = 0,3$$

$$n = 2 \rightarrow \alpha_{crit} = 0,4$$

$$n = 3 \rightarrow \alpha_{crit} = 0,5$$

Outros limites para o parâmetro  $\alpha$ , de acordo com a forma da linha elástica do edifício, foram apresentados por Franco (1985) diferindo de acordo com o tipo de contraventamento adotado (Figura 2.13).

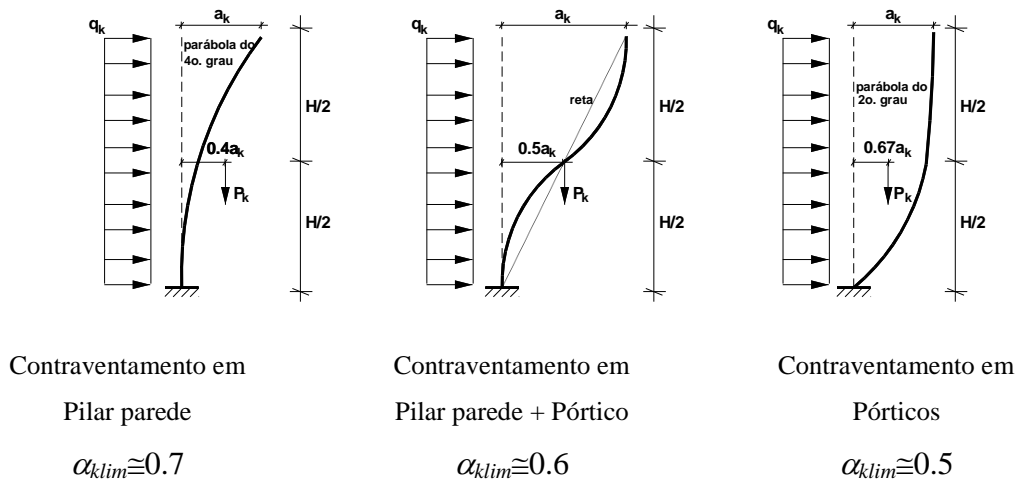


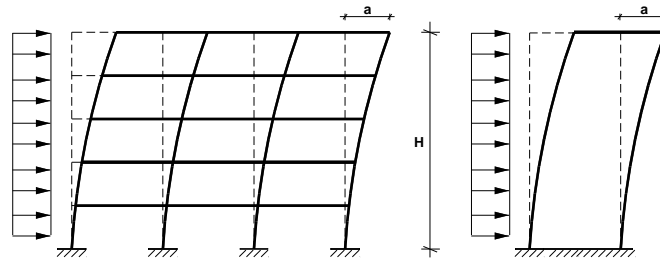
Figura 2.13 - Valores de  $\alpha_{klim}$  de acordo com o Contraventamento Utilizado

Para o cálculo do produto de rigidez da estrutura necessita-se saber qual a inércia equivalente do pórtico. Ela pode ser calculada assimilando-a como a inércia de um pilar isolado em balanço que apresente o mesmo deslocamento no topo, para um mesmo carregamento lateral (Figura 2.14). Este carregamento lateral pode ser concentrado, aplicado no topo da estrutura, ou distribuído, ao longo da altura do mesmo. Os valores de  $E \cdot I_k$  podem ser encontrados pelas relações 2.12 e 2.13.

$$EI_k = \frac{p \cdot H^3}{3 \cdot a_k} \text{ sendo } p, \text{ a carga concentrada;} \quad (2.12)$$

$$EI_k = \frac{q \cdot H^4}{8 \cdot a_k} \text{ sendo } q, \text{ o carregamento distribuído.} \quad (2.13)$$

Segundo França (1985), a utilização da relação 2.13 parece ser um critério mais conveniente para a determinação da rigidez equivalente, pois representa de forma mais realista o comportamento da elástica frente aos carregamentos horizontais que usualmente atuam nos edifícios, como o vento (Figura 2.14).



a) Sistema Real de Contraventamento      b) Pilar Parede Isolado

Figura 2.14 - Simplificação Adotada no Cálculo da Inércia Equivalente

O parâmetro  $\alpha$  constituiu, por assim dizer, um termômetro para avaliação do estado de saúde da estrutura (Vasconcelos, 1985). Se este coeficiente for menor que certo valor limite, os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados na estrutura global, restando à verificação dos pilares isoladamente. Se ultrapassar os limites estabelecidos, os efeitos de segunda ordem têm que ser considerados. Não se dispensa a consideração dos efeitos de segunda ordem nos pilares, isoladamente, mesmo que se tenha comprovado a indeslocabilidade da estrutura.

Pelos critérios da NB1/2003, em seu item 15.5.2, os limites estabelecidos para o parâmetro  $\alpha$  são:

$$\alpha \leq 0,2 + 0,1n, \quad \text{para } n \leq 3 \text{ pavimentos;}$$

$$\alpha \leq 0,6, \quad \text{para } n \geq 4 \text{ pavimentos.}$$

O parâmetro  $\alpha$ , calculado de acordo com a relação 2.1 e resultados válidos dentro do regime elástico, foi muito útil para avaliação de estruturas concebidas em alvenaria estrutural ou constituídas de elementos pré-moldados. Para estruturas de nós rígidos, geralmente os valores de  $\alpha$  são elevados, não autorizando desprezar os efeitos de segunda ordem. Vasconcelos (1985) afirma que se pode reduzir o valor de  $\alpha$  se a rigidez dos nós denominados “monolíticos” for considerada na análise.

Outra observação é que para os limites estabelecidos pelo CEB, para a estrutura de 1, 2 ou 3 andares, os valores de  $\alpha$  são também exagerados. Vasconcelos (1985) sugere que poderiam ser dispensados os efeitos de segunda ordem, quando o valor do coeficiente de instabilidade “ $\alpha$ ” for menor que 0,5 para pórticos de 1 pavimento, inferior a 0,55 para pórticos de 2 pavimentos e inferior a 0,75 para pórticos de 3 pavimentos.

O parâmetro  $\alpha$  foi muito utilizado pelos projetistas de estruturas por oferecer uma resposta satisfatória acerca da rigidez da estrutura e por ser de fácil obtenção. A desvantagem do parâmetro  $\alpha$  é que, para estruturas de nós móveis, o projetista não tem nenhuma informação sobre a magnitude dos esforços de segunda ordem. Uma análise de segunda ordem é obrigatória nestes casos.

#### 2.4.2 O coeficiente $\gamma_z$

O coeficiente  $\gamma_z$  desenvolvido pelos brasileiros Mario Franco e Augusto Vasconcelos em 1991, representa um grande marco para o campo da estabilidade global. Sua importância se deve à possibilidade de prever a magnitude dos efeitos de segunda ordem na estrutura. Este coeficiente pode ser utilizado como fator amplificador, majorando os esforços globais e, assim evitando a verificação de uma análise de segunda ordem rigorosa.

Segundo o item 15.5.3 da NBR 6118:2003, é possível determinar de forma aproximada o coeficiente  $\gamma_z$  de majoração dos esforços globais finais com relação aos de primeira ordem, ou seja, avalia-se a importância dos esforços de segunda ordem globais.

Para o cálculo do coeficiente, os procedimentos a serem seguidos são:

- a) Primeiro faz-se uma análise de primeira ordem levando em consideração as cargas verticais e horizontais. Uma redução da rigidez da estrutura é realizada com o objetivo de considerar, de forma aproximada, a não-linearidade física.
- b) Calculam-se os acréscimos de momentos, através da relação:

$$\Delta M_d = R_d \cdot e_d \quad (2.14)$$

onde:

$\Delta M_d$  = acréscimos de momentos;

$R_d$  = Valor de projeto da resultante de todas as cargas verticais;

$e_d$  = deslocamento de primeira ordem do ponto de aplicação da resultante  $R_d$ .

Essa avaliação, válida para estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares, é efetuada a partir dos resultados de uma análise linear de primeira ordem, adotando-se os valores de rigidez dados em 15.7.3 da norma. O valor de  $\gamma_z$  é determinado pela seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (2.15)$$

onde:

$\Delta M_{tot,d}$  = soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de primeira ordem;

$M_{1,tot,d}$  = momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura.

Considera-se que a estrutura é de nós fixos se for obedecida à condição:  $\gamma_z = 1,1$ .

A formulação do  $\gamma_z$  pode ser concebida de maneira simples e prática e será demonstrada a seguir, de modo bem didático. Partindo de uma análise linear, com a aplicação das ações horizontais, são calculados os momentos de primeira ordem  $M_1$  em relação à base do edifício e os deslocamentos horizontais da estrutura, análogo ao que se mostrou no item 2.2.2, ao considerar os efeitos da não-linearidade geométrica. Esses deslocamentos fazem com que a força vertical atuante gere acréscimos de momento fletor a base, resultando um momento  $M_2$ , isso na segunda iteração de uma sucessão de várias. Cada iteração gera acréscimos de momento que vão diminuindo até se tornarem praticamente nulos, obtendo-se um momento final  $M$ , se a estrutura for estável.

Na Figura 2.15, pode-se observar um gráfico que relaciona o momento gerado na estrutura e o número de iterações. Verifica-se no gráfico que o fim da curva tende a ser uma reta, ou seja, tende a convergir a um único valor, igual ao momento final  $M$ .

Esse momento final  $M$  é a soma dos momentos de primeira e de segunda ordem, ou seja, é a soma do momento  $M_1$  com os acréscimos de momentos a cada iteração:

$$M = M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_i \quad (2.16)$$

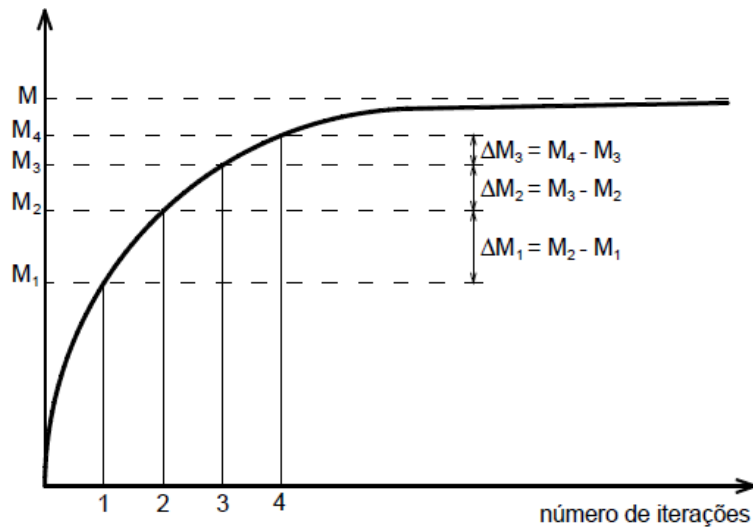


Figura 2.15 – Determinação do Momento Final  $M$

Segundo o CEB-1978, as parcelas do momento final estão em uma progressão geométrica decrescente de razão menor que 1, e a razão pode ser obtida dividindo-se um termo pelo seu anterior, ou seja:

$$r = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta M_2}{M_2} = \frac{\Delta M_3}{M_3} = \dots = \frac{\Delta M_i}{M_{i-1}} < 1 \quad (2.17)$$

Da expressão anterior obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta M_1 &= M_1 \cdot r \\ \Delta M_2 &= \Delta M_1 \cdot r = (M_1 \cdot r) \cdot r = M_1 \cdot r^2 \\ \Delta M_3 &= \Delta M_2 \cdot r = [\Delta M_1 \cdot r] \cdot r = [(M_1 \cdot r) \cdot r] \cdot r = M_1 \cdot r^3 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \Delta M_i &= \Delta M_{i-1} \cdot r = M_1 \cdot r^i \end{aligned} \quad (2.18)$$

Substituindo na equação 2.16, resulta:

$$\begin{aligned} M &= M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_i \\ M &= M_1 + M_1 \cdot r + M_1 \cdot r^2 + M_1 \cdot r^3 + \dots + M_1 \cdot r^i \end{aligned} \quad (2.19)$$

Colocando-se  $M_1$  em evidência na equação 2.19, obtém-se:

$$M = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^i) \cdot M_1 \quad (2.20)$$

Percebe-se que a somatória das parcelas dentro dos parênteses, no segundo membro da equação 2.20, é uma soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão  $r$ , cuja formulação já foi deduzida e pode ser encontrada em qualquer livro de matemática do ensino médio. Tal formulação permite que se diga que a soma dos termos de uma PG infinita de razão  $q$ , com  $-1 < q < 1$ , é dada por:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

-  $a_1$  é o primeiro termo da soma;

-  $q$  é a razão ( $-1 < q < 1$ ).

No estudo das progressões geométricas impõe-se como restrição para a razão o intervalo ( $-1 < q < 1$ ), pois o universo de estudo são os números reais ( $R$ ). Na demonstração do coeficiente  $\gamma_z$  impõe-se como restrição para a razão apenas ( $q < 1$ ), pois nunca resultará razão negativa, isso porque um momento obtido numa determinada iteração nunca será menor que o obtido na iteração anterior. Caso isto ocorra, algum erro foi cometido na análise.

Portanto, obtém-se o seguinte resultado:

$$M = \left( \frac{1}{1 - r} \right) \cdot M_1 \quad (2.21)$$

Sabe-se que o  $\gamma_z$  é obtido por meio de uma análise linear e que com ele pode-se considerar de forma aproximada a análise não-linear geométrica.

Tal análise é realizada por sucessivas análises lineares, uma após a outra, ou seja, a cada iteração realiza-se uma análise linear para que no final se possa obter um resultado que represente os efeitos da não-linearidade geométrica.

Portanto, considerando-se apenas a primeira análise linear, o que corresponde à primeira e à segunda iteração, tem-se:

$$r = \frac{\Delta M}{M_1} \quad (2.22)$$

E em valores de cálculo:

$$r = \frac{\Delta M_d}{M_{1d}} \quad (2.23)$$

Portanto, substituindo-se (2.23) em (2.21) resulta:

$$M = \left( \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \right) \cdot M_1 \quad (2.24)$$

A parcela que majora (multiplica) o momento  $M_l$  foi definida por Franco e Vasconcelos (1991) como o coeficiente  $\gamma_z$ . Portanto:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad (2.25)$$

Generalizando-se para o caso de edifícios, onde se tem carregamentos verticais com diferentes pontos de aplicação na estrutura, obtém-se a formulação da NBR 6118:2003:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (2.26)$$



#### 2.4.2.1 Em que casos não se deve utilizar o processo simplificado do $\gamma_z$ para determinação dos efeitos de segunda ordem.

Segundo Vasconcelos (2000) através de diversos estudos relacionados aos efeitos de segunda ordem e a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  constatou-se que há casos excepcionais em que a hipótese formulada não se aplica, ou se aplica com maiores erros. Esses casos de exceção, lembrando que foram abordados os casos que têm correlação com os modelos estudados neste trabalho, são:

- Caso de mudança brusca de inércias entre pavimentos, em especial entre o térreo e o primeiro andar.

Pode-se julgar melhor a influência desse fator, imaginando os pilares do trecho em consideração totalmente rígidos. Eles só se deslocam em consequência dos deslocamentos de translação e rotação dos nós da base e do topo do trecho do pilar. O pilar, inicialmente reto, continua reto depois dos deslocamentos. A flexibilidade do pilar no trecho considerado influi no valor dos deslocamentos dos nós. Isto atrapalha a regularidade da progressão geométrica. Conforme os valores relativos das inércias, a tendência é de acarretar valores menores de  $\gamma_z$  do que os corretos. Pode se arriscar a dizer que os desvios são pequenos, mas podem existir casos em que isto não se dá.

- Caso de pé-direito muito diferente entre os pavimentos.

Aumentando o pé-direito a esbeltez dos pilares aumenta e também seus deslocamentos. Como estamos admitindo que os deslocamentos sucessivos formam uma progressão geométrica, pode haver uma discrepância sensível no pavimento em que o pé-direito se tornou muito maior. A tendência é resultar em valor de  $\gamma_z$  menor do que o verdadeiro. Somente com exemplos numéricos é que se pode “sentir” esta influência.

- Uso de fatores de redução de inércias de pilares e vigas.

Ao entrar no estágio II, as vigas sofrem maiores reduções de inércias do que os pilares. Adotar-se um coeficiente único de redução, por exemplo, 0,7 para as vigas e pilares, influi muito pouco no resultado final. Adotar, entretanto, a inércia no estágio I é contra a

segurança. A diferença pode ser muito grande no caso de pilares esbeltos, caso em que a caixa de elevadores fica muito solicitada.

### 2.4.3 O método $P-\Delta$

É um método bastante utilizado para a análise de segunda ordem, com aplicação relativamente simples e que oferece estimativas satisfatórias desses efeitos. Também pode ser encontrado na literatura como Método da carga lateral fictícia (LOPES, SANTOS & SOUZA, 2005). Ele consiste em um cálculo iterativo onde o efeito dos deslocamentos sucessivos é transformado em forças horizontais equivalentes.

Inicialmente faz-se uma análise de primeira ordem (estrutura indeformada) considerando o carregamento horizontal e vertical. Os deslocamentos  $\Delta$  obtidos assim para cada pavimento serão transformados em cargas horizontais fictícias a serem consideradas na estrutura para nova análise (Figura 2.16).

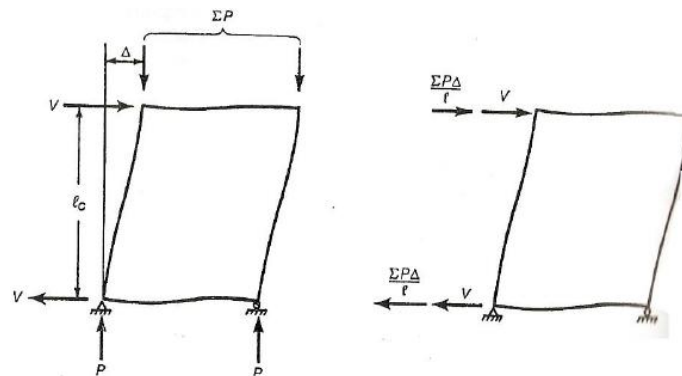


Figura 2.16 – Estrutura deformada com carregamento original e com cargas fictícias (Fonte: MACGREGOR & WIGHT, 2005)

Estas forças horizontais fictícias ou equivalentes são determinadas da seguinte forma, de acordo com FRANÇA (1985).

- 1- Obtêm-se os deslocamentos  $u_i$  de cada pavimento pela análise de primeira ordem;
- 2- Calculam-se os deslocamentos relativos  $\Delta u$  de cada pavimento fazendo  $\Delta u = (u_i - u_{i+1})$ ;
- 3- Considerando a carga  $F_i$  atuante em cada pavimento  $i$ , e a distância  $h$  entre andares, calculam-se as forças  $H_i$  totais pela formulação 2.27;

$$H_i = \frac{F_i \Delta u_i}{h} \quad (2.27)$$

4- No caso de estruturas formadas por  $n$  pórticos calculam-se as forças  $\Delta H_i$  para cada pórtico (equação 2.28);

$$\Delta H_i = \frac{(H_i - H_{i+1})}{n} \quad (2.28)$$

5- As forças  $\Delta H_i$  são adicionadas ao carregamento horizontal original da estrutura e faz-se nova análise de primeira ordem;

6- Para cada iteração, novas forças  $\Delta H_i$  são encontradas e isto se sucede até que os valores fiquem constantes.

Os resultados desse método apresentam como os efeitos de segunda ordem se manifestam para cada elemento da estrutura, ou seja, as barras correspondentes a cada viga e pilar terão um valor de  $P-\Delta$  correspondente, que será capaz de apresentar os efeitos individuais para os elementos através de uma análise global.

Algumas observações devem ser feitas para que o processo seja bem implantado:

- A NLF é considerada de maneira simplificada através da redução da rigidez de vigas e pilares. Para melhores resultados a rigidez das barras pode ser atualizada após cada iteração em função dos novos momentos e do diagrama Momento-curvatura;

- As forças  $\Delta H_i$  são sempre adicionadas ao carregamento original da estrutura e não ao carregamento já adicionado da força equivalente proveniente da iteração anterior;

- MACGREGOR & WIGHT (2005) recomendam que se as flechas crescerem mais de 2,5% de uma iteração para outra, deve-se continuar até que este limite seja atendido;

- Outra consideração recomendada por diversos autores está relacionada com uma correção que deve ser feita ao método. O diagrama do momento  $P-\Delta$  para uma coluna tem a mesma forma curva da flexão desta e quando se substitui ele por forças horizontais equivalentes, o diagrama se torna retilíneo como o do momento de primeira ordem  $Hl$  (figura 2.17). Como resultado, a área do diagrama real  $P-\Delta$  é maior do que a do gerado pelas cargas fictícias, obtendo deslocamentos finais menores do que os reais. Segundo MACGREGOR & WIGHT (2005), o aumento nos deslocamentos varia de acordo com a rigidez dos pórticos,

indo de zero a 22%, esse último para pilares com as extremidades completamente impedidas de girar. Os autores sugerem que se considere um valor médio de 15% e com isso o processo estaria corrigido se a força equivalente utilizada fosse multiplicada pelo fator de flexibilidade  $\gamma$ , que varia de 1,0 a 1,22 e pode ser considerado 1,15 para estruturas usuais.

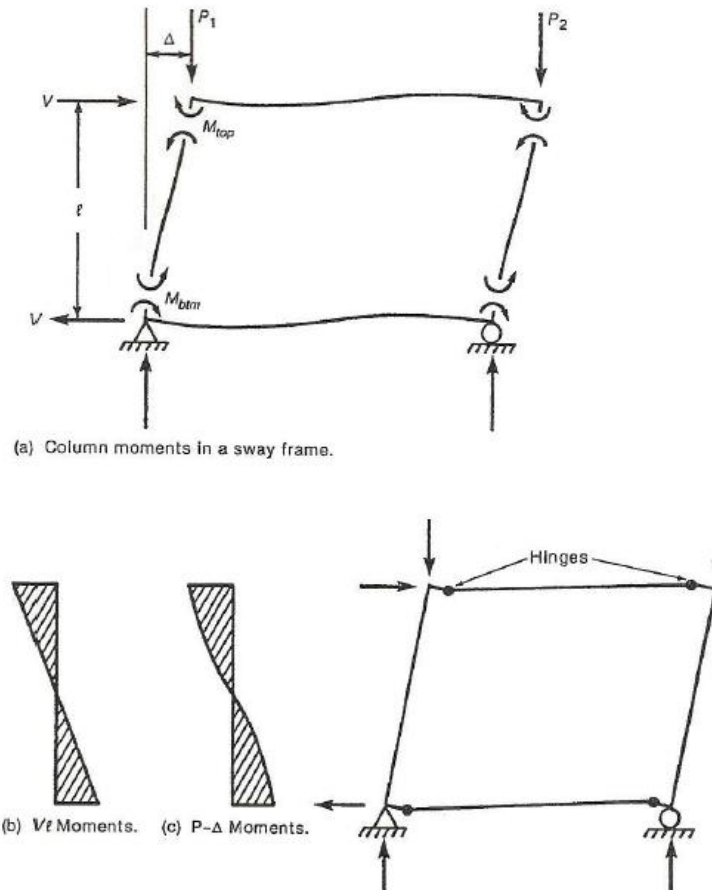


Figura 2.17 – Pórtico plano e diagramas de primeira e segunda ordem (Fonte: MACGREGOR & WIGHT, 2005)

#### 2.4.3.1 Análise Rigorosa de Segunda Ordem

A seguir segue as considerações de cálculo do software SAP2000 para os efeitos da análise rigorosa de segunda ordem.

Numa análise de segunda ordem rigorosa são considerados os momentos devido ao produto  $P-\Delta$ , onde  $\Delta$  consiste na distância da linha de ação da força normal atuante nas extremidades do elemento deformado (Figura 2.18).

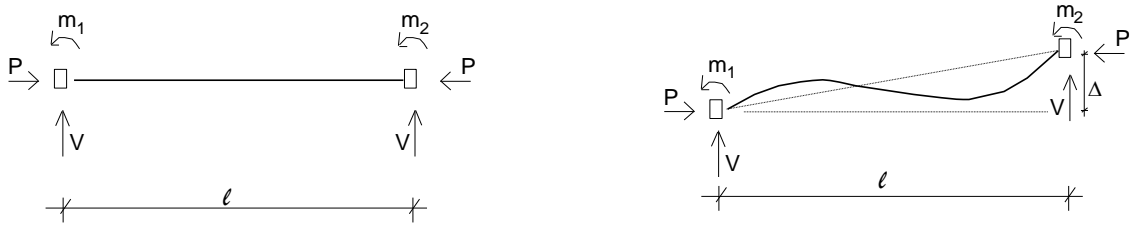


Figura 2.18 – Elemento Indeformado e Deformado - Pórtico

Primeiramente uma análise linear elástica é realizada, computando os esforços nas barras e os deslocamentos nodais. Para levar em consideração na análise os momentos  $P-\Delta$ , em cada ciclo de iteração, a matriz de rigidez de cada elemento desconexo vai sendo modificada utilizando-se as funções de estabilidade desenvolvidas por Livesley & Chandler (1956)<sup>1</sup>. As funções de estabilidade assumem valores diferenciados de acordo com o esforço normal atuante na barra. De acordo com este trabalho de Livesley & Chandler (1956), a matriz de rigidez do elemento desconexo fica definida como:

$$K_i = \begin{bmatrix} \phi_1 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_2 \frac{EI_z}{L} & \phi_3 \frac{EI_z}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_3 \frac{EI_z}{L} & \phi_2 \frac{EI_z}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_4 \frac{EI_y}{L} & \phi_5 \frac{EI_y}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_5 \frac{EI_y}{L} & \phi_4 \frac{EI_y}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

onde  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$ ,  $\phi_4$  e  $\phi_5$  assumem valores de acordo com o sinal do esforço axial no elemento. Por exemplo, para um elemento sob tração tem-se que:

$$Q_z = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \quad Q_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2}, \quad \mu L_z = \pi \sqrt{\frac{P}{Q_z}}, \quad \mu L_y = \pi \sqrt{\frac{P}{Q_y}}, \quad \omega_z = \frac{\mu L_z}{2} \text{ e } \omega_y = \frac{\mu L_y}{2}$$

<sup>1</sup>LIVESLEY, R. K. & CHANDLER, D. B. - “*Stability Functions for Structural Frameworks*”, Manchester Univ. Press, Manchester, England (1956); *apud* HARRISON, H. B. - “*Computer Methods in Structural Analysis*”, Prentice Hall, INC., Englewood Cliffs, New Jersey (1973).

$$\begin{aligned}\phi' M &= \mu L_z \cdot (M_{ABz}^2 + M_{BAz}^2) \cdot (\coth \mu L_z + \mu L_z \cdot \operatorname{cosech}^2 \mu L_z) \\ &\quad - 2 \cdot (M_{ABz} + M_{BAz})^2 + 2 \cdot \mu L_z \cdot \operatorname{cosech} \mu L_z \cdot M_{ABz} \cdot M_{BAz} \cdot (1 + \mu L_z \cdot \coth \mu L_z)\end{aligned}$$

$$\phi_1 = \frac{1}{\left[ 1 - \frac{EA}{4P^3 L^2} \cdot (\phi' M) \right]}$$

$$\phi_2 = \frac{\omega_z \cdot (\omega_z - \coth \omega_z + \omega_z \coth^2 \omega_z)}{\omega_z \coth \omega_z - 1}, \quad \phi_3 = \frac{\omega_z \cdot (\omega_z + \coth \omega_z - \omega_z \coth^2 \omega_z)}{\omega_z \coth \omega_z - 1}$$

$$\phi_4 = \frac{\omega_y \cdot (\omega_y - \coth \omega_y + \omega_y \coth^2 \omega_y)}{\omega_y \coth \omega_y - 1}, \quad \phi_5 = \frac{\omega_y \cdot (\omega_y + \coth \omega_y - \omega_y \coth^2 \omega_y)}{\omega_y \coth \omega_y - 1}$$

Para um elemento sob compressão temos que:

$$Q_z = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \quad Q_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2}, \quad \mu L_z = \pi \sqrt{\frac{P}{Q_z}}, \quad \mu L_y = \pi \sqrt{\frac{P}{Q_y}}, \quad \omega_z = \frac{\mu L_z}{2} \text{ e } \omega_y = \frac{\mu L_y}{2}$$

$$\begin{aligned}\phi M &= \mu L_z \cdot (M_{ABz}^2 + M_{BAz}^2) \cdot (\cot \mu L_z + \mu L_z \cdot \operatorname{cosec}^2 \mu L_z) \\ &\quad - 2 \cdot (M_{ABz} + M_{BAz})^2 + 2 \cdot \mu L_z \cdot \operatorname{cosec} \mu L_z \cdot M_{ABz} \cdot M_{BAz} \cdot (1 + \mu L_z \cdot \cot \mu L_z)\end{aligned}$$

$$\phi_1 = \frac{1}{\left[ 1 - \frac{EA}{4P^3 L^2} \cdot (\phi M) \right]}$$

$$\phi_2 = \frac{\omega_z \cdot (\omega_z + \cot \omega_z - \omega_z \cot^2 \omega_z)}{1 - \omega_z \cot \omega_z}, \quad \phi_3 = \frac{\omega_z \cdot (\omega_z - \cot \omega_z + \omega_z \cot^2 \omega_z)}{1 - \omega_z \cot \omega_z}$$

$$\phi_4 = \frac{\omega_y \cdot (\omega_y + \cot \omega_y - \omega_y \cot^2 \omega_y)}{1 - \omega_y \cot \omega_y}, \quad \phi_5 = \frac{\omega_y \cdot (\omega_y - \cot \omega_y + \omega_y \cot^2 \omega_y)}{1 - \omega_y \cot \omega_y}$$

Os coeficientes  $\phi_2$ ,  $\phi_3$ ,  $\phi_4$  e  $\phi_5$  mudam à medida que o valor do esforço axial muda e assumem valores 4, -2, 4 e -2, respectivamente, para esforço axial nulo. Da mesma forma, o coeficiente que altera a rigidez axial,  $\phi_1$ , assume valor unitário para momentos fletores nulos. Observa-se, portanto, que a análise linear elástica é uma particularidade da análise não linear. Vale ressaltar que esta análise de segunda ordem é baseada na teoria dos deslocamentos finitos, podendo assim desprezar as pequenas diferenças nas relações de equilíbrio e compatibilidade devido às deformações (Harrison, 1973).

Em uma análise bem refinada levam-se em consideração as armaduras dos elementos estruturais e a não linearidade física e geométrica. Por exigir grande esforço computacional, a análise de segunda ordem rigorosa não é muito utilizada. Franco (1995) adverte que, num futuro próximo, programas de cálculo já irão incluir tal análise em um formato mais acessível aos projetistas de estruturas.

### 3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PRODUTO DE RIGIDEZ $EI$

#### 3.1 INTRODUÇÃO

A determinação do produto de rigidez  $EI$ , considerando a seção fissurada e a armadura utilizada para as seções de lajes, vigas e pilares, é uma tarefa laboriosa e exige um rigor maior nas análises. Alguns trabalhos da literatura admitem coeficientes de redução sendo estes gerais para todas as seções ou diferenciados para cada elemento. Na presente pesquisa optou-se pela adoção de um coeficiente redutor para cada barra do pórtico, colunas e vigas, levando em consideração o módulo de elasticidade utilizado e a armadura determinada numa análise linear elástica. Os resultados mais realistas obtidos com a consideração da não-linearidade física de maneira rigorosa justificam o maior esforço computacional adotado neste trabalho.

#### 3.2 DISCUSSÕES SOBRE O MÓDULO DE ELASTICIDADE

Conhece-se que a relação entre tensão e deformação, para determinados intervalos, pode ser considerada linear (*Lei de Hooke*), ou seja,  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ , sendo  $\sigma$  a tensão,  $\varepsilon$  a deformação específica e  $E$  o *Módulo de Elasticidade* ou *Módulo de Deformação Longitudinal* (Figura 3.1).

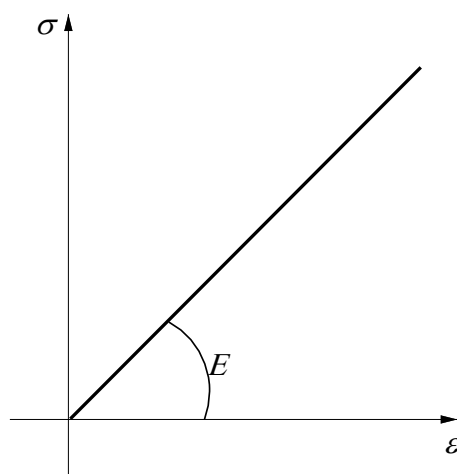


Figura 3.1 – Módulo de Elasticidade ou de Deformação Longitudinal



O *Módulo de Deformação Tangente Inicial*,  $E_{ci}$ , é determinado pela tangente da curva na origem quando não existir uma parte retilínea, ou quando existir a parte retilínea a expressão do Módulo de Elasticidade é aplicada para o concreto somente na parte retilínea da curva tensão-deformação (Figura 3.2).

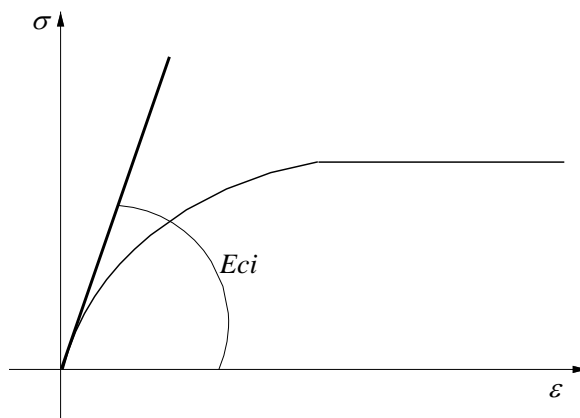


Figura 3.2 – Módulo de Deformação Tangente Inicial ( $E_{ci}$ )

Com o ensaio descrito na NBR 8522:2008 é obtido o Módulo de Deformação Tangente Inicial. A NBR 6118:2003 apresenta uma expressão (3.1) para estimar o valor do módulo de elasticidade inicial quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto, para a idade de referência de 28 dias.

$$E_{ci} = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (3.1)$$

onde:

$E_{ci}$  e  $f_{ck}$  são dados em MPa.

Para determinação do *Módulo de Elasticidade Secante* ( $E_{cs}$ ), a NBR 6118:2003, através da expressão 3.2, determinou um coeficiente redutor em relação à expressão do módulo tangente inicial. O  $E_{cs}$  deve ser utilizado nas análises elásticas do projeto, especialmente para a determinação de esforços solicitantes e verificação de limites de serviço.

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad (3.2)$$

Na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou de uma seção transversal, pode ser adotado um módulo de elasticidade único, igual ao módulo de elasticidade secante.

Segundo Metha e Monteiro (2008), em materiais homogêneos, o módulo de elasticidade é uma medida das forças de ligação interatômicas e não são afetados por alterações microestruturais. No caso dos aços, independentemente da matéria prima, a estrutura básica do cristal do ferro é sempre a mesma. Independente da composição é sempre o cristal cúbico do ferro que se sujeita às deformações elásticas, ou seja, as deformações sempre vão depender das forças de ligação entre os átomos de ferro.

O concreto possui um módulo de elasticidade diferente de metais como o aço e o ferro (materiais homogêneos), pois o concreto (material heterogêneo) varia em função das matérias-primas que o compõem, aglomerante (cimento) + material granular (agregados graúdos e miúdos) + mais água, relacionando diretamente com a resistência mecânica.

Para um melhor entendimento das deformações às quais o concreto está sujeito é necessário entender o que ocorre nos materiais como um todo. De modo geral, existem dois tipos de deformações: as elásticas e as plásticas. Na primeira, as deformações desaparecem quando a carga é removida, e já na segunda, ocorre um deslocamento permanente dos átomos do material.

A curvatura da relação tensão-deformação do concreto deve-se à presença da zona de transição entre o agregado e a pasta de cimento (Metha e Monteiro, 2008). A zona de transição possui características que afetam o módulo de elasticidade do concreto, algumas delas são: presença de espaços vazios, concentração de cristais de hidróxido de cálcio e microfissuras. A zona de transição está sujeita ainda a porosidade controlada por fatores como relação água/cimento, interação química entre o agregado e a pasta de cimento e o grau de hidratação (Figura 3.3).

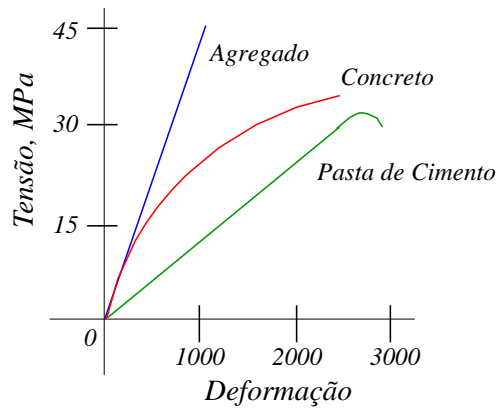


Figura 3.3 – Comportamentos Típicos de Tensão-Deformação da Pasta de Cimento, Agregado e Concreto (fonte: *Metha e Monteiro, 2008*)

Avaliando a Figura 3.3, percebe-se para um carregamento uniaxial separadamente para agregado e pasta de cimento, estes apresentam comportamentos lineares. Na medida em que o carregamento aumenta, para o concreto, a curva fica mais acentuada, pois o concreto não permanece com as características lineares do agregado e da pasta de cimento.

Segundo Neville (1997), com relação à curvatura do material composto, com o aparecimento das microfissuras progressivas ocorre uma redução da área que resiste à carga aplicada, aumentando a deformação, causando assim um aumento na tensão baseada na seção transversal da peça, causando a curvatura da Figura 3.3. A evolução da microfissuração interna do concreto sob uma tensão aplicada pode ser vista na Figura 3.4.

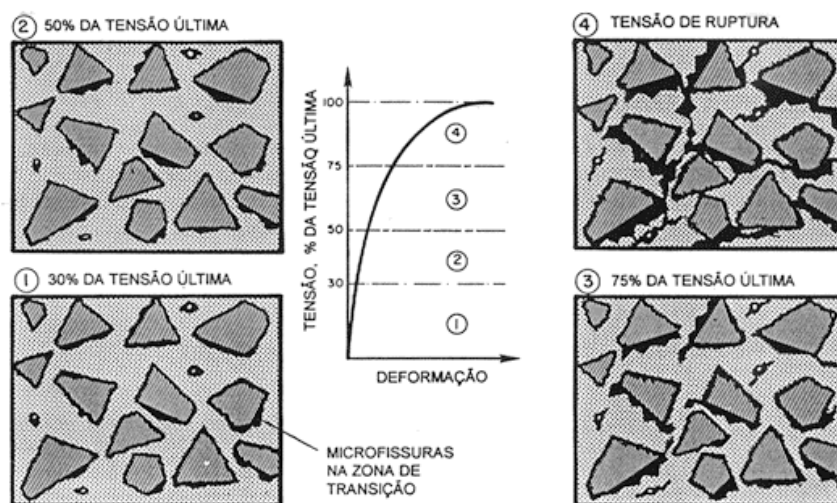


Figura 3.4 – Comportamentos Típicos de Tensão-Deformação da Pasta de Cimento, Agregado e Concreto – Microscopicamente (fonte: *Metha e Monteiro, 2008*)

Conforme Vasconcelos (2009), o conceito de elasticidade não depende do comportamento linear. O termo elasticidade pressupõe que, uma vez cessada a solitação, a deformação desaparece a qualquer nível de carregamento. Além disso, pode ser observado que o diagrama tensão-deformação pode ser curvo (não linear), mas é descrito pela mesma curva tanto na aplicação da tensão crescente como na decrescente. Caso não exista resíduo ao fim do carregamento, o material será classificado como elástico. Para que o termo módulo de elasticidade seja usado corretamente, é necessário que as duas condições acima, elasticidade e linearidade, sejam satisfeitas, porém, o que ocorre com o concreto é que estas condições são atendidas apenas para as tensões de até 40% da carga última (Figura 3.4).

Há algumas propriedades do concreto que influenciam diretamente o módulo de elasticidade como: resistência à compressão, resistência à tração, entre outras, os quais são sensíveis às quantidades e qualidade do agregado graúdo, à quantidade e ao tipo do cimento, à relação água/cimento, ao teor de ar incorporado, ao tempo de cura, ao adensamento, aos aditivos incorporados e adições minerais, entre outras (Figura 3.5).

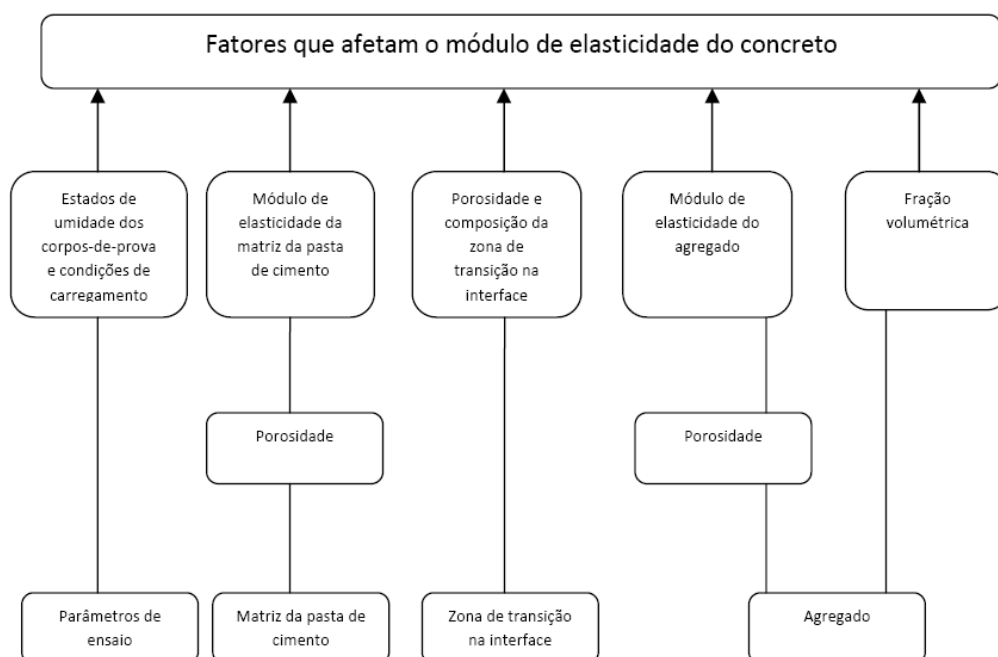


Figura 3.5 – Parâmetros que Influenciam o Módulo de Elasticidade do Concreto (fonte: Metha e Monteiro, 2008)

A relação do enfraquecimento da matriz da pasta de cimento e o aumento da porosidade estão ligados com o aumento da relação água/cimento (Metha e Monteiro, 2008). E também a relação água/cimento juntamente com o grau de adensamento tem influência sobre o volume de vazios do concreto (Neville, 1997).

O módulo de elasticidade do concreto pode ser afetado pelo consumo de cimento de duas formas distintas. Primeiramente, mantendo-se constante a relação água/cimento e aumentando o consumo de cimento. Isto implica uma diminuição do módulo de elasticidades causada pela redução do teor de agregados que possuem maior valor para o módulo de elasticidade que a pasta de cimento (Neville, 1997). A outra possibilidade ocorrerá quando houver a situação inversa, que é manter o abatimento constante e aumentar o consumo de cimento, isto causará uma diminuição no fator água/cimento, aumentando assim o módulo de elasticidade do concreto.

Para Neville (1997), os aditivos superplastificantes melhoram a trabalhabilidade do concreto podendo ser aproveitados de duas maneiras: Produzindo concreto com trabalhabilidade ou com resistência muito alta.

O que pode influenciar o módulo de elasticidade de maneira mais incisiva é a porosidade do agregado, pois segundo Metha e Monteiro (2008) e a porosidade do agregado que determina sua rigidez, o que, por sua vez, controla a capacidade de o agregado restringir a deformação da matriz.

Já os agregados densos possuem um alto módulo de elasticidade. Em geral, quanto maior a quantidade de agregado graúdo com alto módulo de elasticidade em uma mistura de concreto, maior será o módulo de elasticidade do concreto (Metha e Monteiro, 2008).

Segundo Vasconcelos (2009) as diversas normas em uso nos países mais adiantados indicam expressões muito diferentes relacionando o módulo com a resistência. Para a resistência considerada aos 28 dias, distinguem-se ora expressões que consideram a resistência determinada em cubos, ora as que a consideram determinada em cilindros. A seguir serão apresentadas algumas expressões de acordo com as normas dos diversos países, todas elas amplamente baseadas em ensaios.

O Eurocódigo, em seu capítulo A, referente ao concreto, foi preparado pelo Prof. Hilsdorf da Universidade de Karlsruhe e fornece a seguinte expressão para o módulo de elasticidade secante para o nível de carregamento  $0,4 f_{cm}$ :

$$E_c = \alpha_E \cdot E_{c,o} \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm,o}} \right)^{1/3} \quad (3.3)$$

onde:

$E_c$  – Módulo de elasticidade secante para  $0,4 f_{cm}$  em MPa;

$f_{cm}$  – Resistência média à compressão (cilindros), MPa;

$f_{cmo}$  – Resistência média 10 MPa aos 28 dias, referência;

$E_{c,o}$  – 21500 MPa módulo tangente na origem de um concreto de referência;

$\alpha_E$  – Constante que depende do agregado.

Esta expressão foi proposta pelo Código Modelo CEB-FIP MC 90 com a forma:

$$E_c = 9500(f_{ck} + 8)^{1/3} \quad (3.4)$$

onde:

$E_c$  – Módulo de elasticidade secante para  $0,4 f_{cm}$ ;

$f_{ck}$  – Resistência característica do concreto.

Essa expressão não corresponde exatamente a nenhum dos agregados dos indicados na expressão 3.3, portanto, nem mesmo o Eurocódigo estabeleceu uma expressão livre de críticas e de cálculos compatíveis. Acontece que as dispersões de valores ultrapassam a precisão que se pretenderia obter por meio de uma expressão.

As expressões alemãs, DIN 1045, esclareceram que o módulo de elasticidade do concreto somente é constante para tensões pequenas aplicadas com curta duração.

O carregamento é limitado a  $f_p/3$ , sendo  $f_p$  a resistência média em cubos. Aplicando-se um carregamento com essa amplitude, com uma velocidade de  $5 \text{ kgf/cm}^2/\text{s}$ , obtêm-se um diagrama sensivelmente linear, do qual se pode extrair um valor constante para o módulo de elasticidade  $E_c$ . Os valores que constam da norma alemã se referem exclusivamente à idade de 28 dias e são dados em função da resistência em cubos  $\beta_w$  do concreto, determinada em cubos com 20 cm de aresta. Aceitando uma dispersão de mais ou menos 20 %, é possível calcular  $E_c$  com a expressão:

$$\begin{aligned} E_c &= 18000\sqrt{\beta_w}, \text{ em kgf/cm}^2 \text{ (cubos)} \\ E_c &= 5690\sqrt{\beta_w}, \text{ em MPa (cubos)} \\ E_c &= 6170\sqrt{\beta_w}, \text{ em MPa (cilindros)} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Este valor se refere ao módulo estático, havendo menção explícita de que esse é o módulo a ser usado no cálculo de concreto armado e não o módulo dinâmico, usado na avaliação do efeito de vibrações.

Para o ACI 318-95, a revisão de 1995 não alterou os valores anteriores de  $E_c$ . A norma americana é a única que fornece o valor do módulo de elasticidade em função da densidade do concreto:

$$E_c = w_c^{3/2} 0,0043\sqrt{f'_c} \tag{3.6}$$

O coeficiente de raiz quadrada pode ser tomado igual a 4700 para concretos com densidades normais, qualquer que seja o tipo de agregado. Entre  $1500 \text{ kg/m}^3$  o valor é  $2500\sqrt{f'_c}$  e para  $2500 \text{ kg/m}^3$ ,  $5400\sqrt{f'_c}$ . O valor médio do coeficiente seria 3950 e não 4700 o que mostra que essa expressão não deve ser aplicada com grande precisão arredondando sempre nas centenas.

A NBR 6118:2003, em sua revisão, 1997, decidiu reduzir consideravelmente seu valor, após inúmeras discussões de especialistas da área afirmando que o  $E_c$  calculado pela versão

1978 é muito grande e fora da realidade brasileira, tomando como base ensaios feitos na COPPE, no Rio de Janeiro e a Norma Americana ACI 318-95, foi proposta a expressão:

$$E = 4700\sqrt{f_{ck}} \quad (3.7)$$

Com o coeficiente 4700 da norma americana substituindo o valor 4250 encontrado nos ensaios da COPPE. Julgou-se que a redução de 36% do valor de 6600 para 4250 seria exagerada, aplicável somente aos agregados usuais no Rio de Janeiro. A redução menor, de 6600 para 4700 (29%) seria mais apropriada considerando os agregados mais usuais em outros Estados.

Na NBR 6118:2003, após novas revisões, o valor alterou-se para 5600, conforme descrito na expressão 3.1.

A partir dessas expressões das diversas normas fica a questão: qual o valor de  $E_c$  que deve ser usado?

Segundo Vasconcelos (2009) o valor a ser usado nos cálculos depende da finalidade. No caso de avaliação de esforços devidos a deformações impostas, o valor de norma pode ser usado, não obstante a discrepância entre os diversos regulamentos. Isso significa que não tem sentido o exagero matemático com muitas casas decimais, como acontece sempre que se usa o computador. Aos se calcular tensão no concreto em MPa já é duvidosa a primeira casa depois da vírgula. Quando se procura avaliar o efeito, as discrepâncias são geralmente muito maiores, pois raramente a protensão é aplicada depois de 28 dias. As fórmulas apresentadas, em geral, só valem para concretos com, no mínimo, 28 dias de idade.

Para o cálculo de deslocamentos (flechas, contraflechas, alongamentos térmicos contidos e outras) é fundamental um estudo criterioso do módulo de elasticidade, quando necessário, as primeiras idades e em condições diferentes de cura.

Vasconcelos (2009) conclui depois de todas essas considerações que os fatores que determinam o valor do módulo de elasticidade do concreto são muito diversos e a influência não é muito bem definida. Embora se saiba que o módulo de elasticidade aumenta com a resistência, sabe-se também que essa relação não é facilmente determinável, pelo menos não se consegue chegar a uma expressão genérica que represente essa relação.



A melhor forma de se conseguir uma correlação entre valores dessas duas características seria através de estudos prévios feitos com o próprio concreto com que se vai trabalhar. Isso significa os mesmos materiais, nas mesmas proporções e nas mesmas condições (Vasconcelos, 2009).

Na presente pesquisa optou-se por utilizar o módulo de elasticidade secante do concreto previsto na NBR 6118:2003 e definido na expressão 3.1.

### 3.3 RIGIDEZ EQUIVALENTE USADO PARA VIGAS E PILARES

Nas análises de esforços de segunda ordem de estruturas reticuladas de concreto armado, a rigidez é usualmente obtida a partir de relações constitutivas construídas a partir de valores de cálculo das resistências. Isto pode conduzir a uma superavaliação dos efeitos da não-linearidade (França e Oliveira, 2000).

A idéia de se adotar, em análises de segunda ordem, relações momento-curvatura linearizadas é bastante antiga. Porém, alguns dos processos de linearização propostos possuem o inconveniente de não passarem pela origem.

Hoffmann apud França (1991) adaptou uma proposta de Kordina e Quast para os padrões da norma NB1-78, enquanto Molzahn apud França (1991) adaptou-a para o CEB. Ambas as adaptações utilizam como base de linearização diagramas momento-curvatura construídos a partir de valores de cálculo das resistências,  $0,85.f_{cd}$  e  $f_{yd}$ , diagrama tensão-deformação parábola-retângulo, e não contemplam a subdivisão de  $\gamma_f$ .

Visando obter um procedimento prático, França (1991) propôs um processo mais simples de linearização das relações momento-curvatura.

A linearização proposta por França (1991), hoje adotado na NBR 6118:2003, toma como base as curvas momento-curvatura construída a partir do diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e valores de  $\alpha f_c=0,85.1,3.f_{cd}$ ,  $f_y=f_{yd}$  e  $\gamma_f=1,10$ .

A linearização consiste em substituir a relação momento-curvatura por uma reta que liga a origem do diagrama (A) ao ponto (B) correspondente à interseção entre o momento fletor último dividido por  $\gamma_f=(M_{ud}/\gamma_f)$  e a curva momento-curvatura (Figura 3.6). A rigidez

secante dada por esta reta será chamada de  $(EI)_{sec}$ , e o correspondente valor de rigidez secante adimensional  $k$  será dado por:

$$k = \frac{(EI)_{sec}}{b_w \cdot h^3 \cdot f_{cd}} = \frac{\frac{M_{ud}}{\gamma f_3}}{\frac{1}{r_{cs}}} \cdot \frac{1}{b_w \cdot h^3 \cdot f_{cd}} \quad (3.8)$$

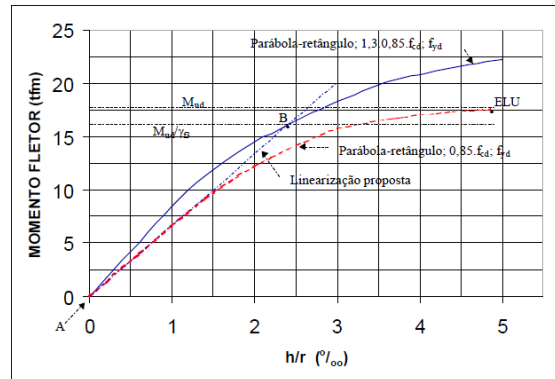


Figura 3.6 – Linearização Proposta por França (1991)

A razão de se tomar o diagrama parábola-retângulo como base e não o diagrama proposto por Grasser, adotado pelo CEB, vem do fato de se tornar possível a criação de diagramas adimensionais válidos para diferentes valores de  $f_{cd}$ . O diagrama de Grasser tem sua forma modificada para cada valor de  $f_{cd}$ , o que implicaria em traçar ábacos específicos para cada classe de concreto. Demonstra-se em França (1991) que os valores de rigidez obtidos a partir do parábola-retângulo podem, em algumas situações, ser um pouco maiores ou menores que os obtidos a partir do diagrama de Grasser, essa diferença, no entanto, é pequena e pode ser desprezada.

França (1991) e Oliveira (2000) construíram para utilização prática, ábacos dos valores de rigidez secante adimensional  $k$ , respectivamente para pilares e para vigas de concreto armado, seguindo os seguintes procedimentos:

Os autores partiram de uma seção transversal retangular ou em T com geometria definida determinando vários momentos últimos para uma sequência de taxas de armadura superior e inferior.

Em seguida, para cada conjunto de valores ( $A_s$ ,  $A_s'$  e  $M_{ud}$ ) foi construído o trecho da curva momento-curvatura (com  $\alpha f_c = 0,85.1,3.f_{cd}$  e  $f_y = f_{yd}$ ) e calculado o valor de  $1/r_{sec}$  correspondente a  $M_{ud}/\gamma_{f3}$ . O valor da rigidez secante adimensional  $k$  é calculado com base na expressão 3.9.

Assim, com os pares  $A_s$  e  $k$  determinados são traçadas curvas ligando os pontos para cada seção transversal definida.

Os adimensionais utilizados na elaboração dos ábacos são dados por:

$$k = \frac{(EI)_{sec}}{b_w \cdot h^3 \cdot f_{cd}} \quad \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (3.9)$$

França e Oliveira (2000) traçaram ábacos para valores do coeficiente de fluência iguais a 0 e 1,0.

A razão de se adotar, mesmo para as vigas com seção transversal em T, os parâmetros  $b_w \cdot h^3$  na expressão da rigidez secante adimensional, vem do fato de se tornar possível a comparação destes valores com os das vigas de seção transversal retangular, facilitando o pré-dimensionamento e permitindo uma melhor sensibilidade nas análises.

Os ábacos apresentados no trabalho de Oliveira (2000), que fornecem diretamente a rigidez secante em vigas, juntamente com aqueles propostos por França (1991) para pilares, podem ser de grande auxílio na atividade de projeto.

Em relação aos estádios de fissuração, podem ser distinguidas quatro regiões de rigidez (Figura 3.7), dependendo do grau de solicitação:

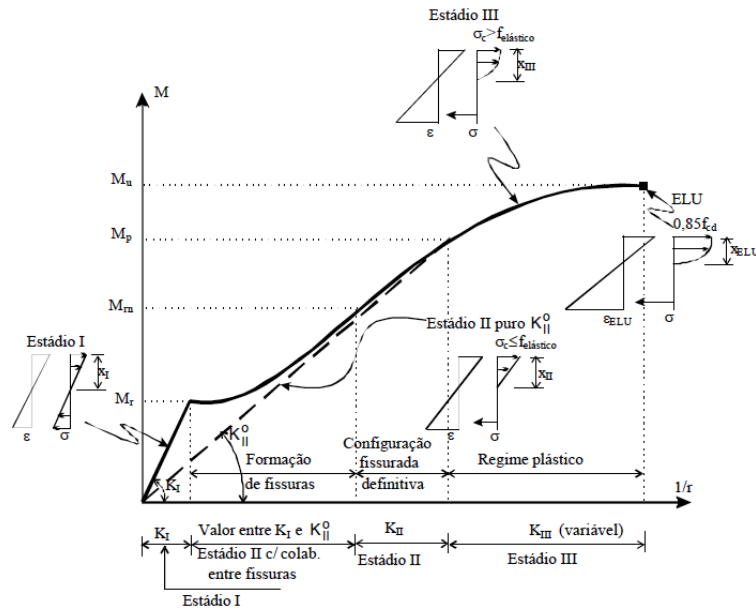


Figura 3.7 – Regiões das Rigidezes em um Diagrama Momento-Curvatura (fonte: França e Oliveira, 2000)

A primeira é chamada de Estádio I, onde a rigidez  $K_I = E_c I_c$  é válida até se atingir o momento de fissuração  $M_r$ . A segunda região de rigidez é a região de formação de fissuras, a rigidez é um valor entre  $K_I$  e  $K_{II}^0$ . O estágio II é a terceira região de rigidez, onde a configuração de fissuração é definitiva, diagrama  $M-1/r$  aproximadamente retilíneo, ou seja, o comportamento à deformação é aproximadamente linear. A quantidade de fissuras não varia mais, nem o valor de suas aberturas. Rigidez  $K_{II}$ . Finalmente, no estágio III, deformação plástica do concreto crescente, e início do escoamento do aço. Rigidez  $K_{III}$  variável.

Para valores de solicitações baixas, deve ser utilizado o Estádio I, onde as tensões resultantes não ultrapassem o valor da resistência à tração do concreto.

Para a NBR 6118:2003 a resistência a tração do concreto é determinada pela seguinte expressão:

$$f_{ct} = (1,2) \cdot f_{ctk,m} \text{ ou } f_{ct} = (1,5) \cdot f_{ctk,m} - MPa \quad (3.10)$$

$$f_{ctk,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} - MPa$$

Os valores iguais a 1,5 são usados para seções transversais em formato T ou I e 1,2 para seções transversais retangulares.

O estágio II é frequentemente utilizado na determinação das deformações das estruturas em análises de estados limites de utilização. Porém, nas análises para combinações últimas das estruturas torna-se necessário obter os esforços de segunda ordem originados.

### 3.3.1 Vigas

Como exemplo dos procedimentos adotados, foi modelado um pórtico plano de 5 pavimentos e apresentado o cálculo da rigidez secante de uma viga.

Na Figura 3.8 estão apresentados os esforços solicitantes da viga tomada como exemplo.

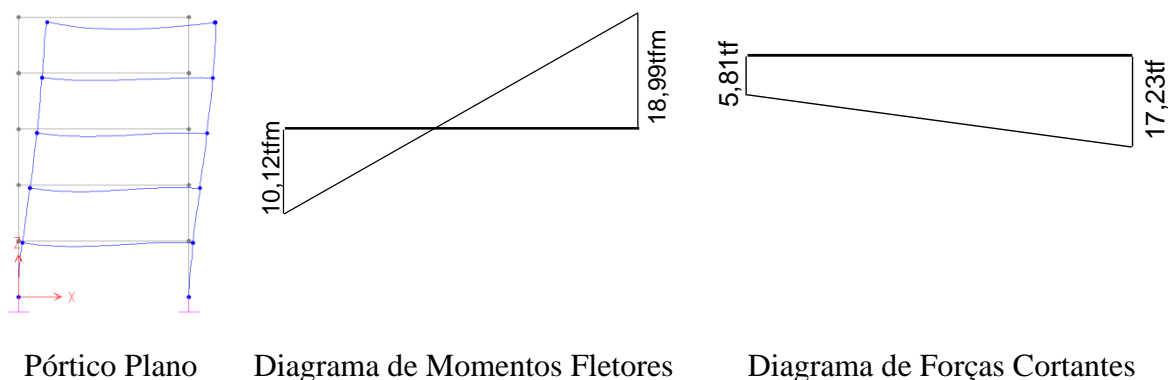


Figura 3.8 – Esforços Solicitantes da Viga

Para o momento positivo  $M=10,12$  tf.m temos, para a seção transversal (Figura 3.9):

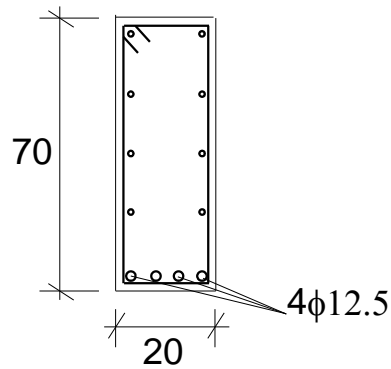


Figura 3.9 – Seção Transversal da Viga – Momento Principal Positivo

$$d' = 3,255 \text{ cm}$$

$$\frac{d'}{h} = \frac{3,255}{70} = 0,047$$

$$\frac{A'_s}{A_s} = \frac{0,4}{5,09} = 0,079$$

$$\omega = \frac{A_{s,inf} \cdot f_{yd}}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{0,4 \times 434,78}{20 \times 70 \times 21,43} = 0,006 \rightarrow \text{Consultando o ábaco, Figura E.1, no Anexo E,}$$

temos:

$$K = 83$$

Para o momento negativo  $M=18,99$  tf.m temos, para a seção transversal (Figura 3.10):

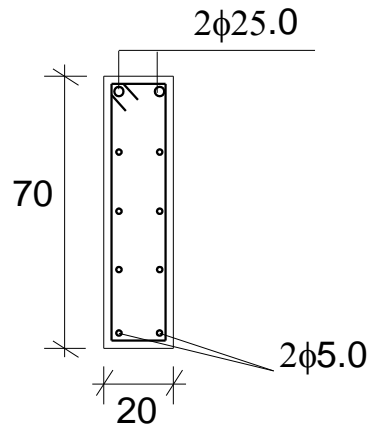


Figura 3.10 – Seção Transversal da Viga – Momento Principal Negativo

$$d' = 3,88 \text{ cm}$$

$$\frac{d'}{h} = \frac{3,88}{70} = 0,055$$

$$\frac{A'_s}{A_s} = \frac{0,4}{10} = 0,04$$

$$\omega = \frac{A_{s,inf} \cdot f_{yd}}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{10,0 \times 434,78}{20 \times 70 \times 21,43} = 0,145 \rightarrow \text{Consultando o ábaco, Figura E.1, no Anexo E,}$$

temos:

$$K = 87$$

Calculando a média dos dois valores de  $k$  resulta:

$$k_{med} = \frac{83 + 87}{2} = 85$$

$$(EI)_{sec} = k_{med} \cdot b_w \cdot h^3 \cdot f_{cd} = 12495 \text{ tfm}^2 \rightarrow (EI)_{sec} = 0,71 E_c I_c$$

### 3.3.2 Pilares

Com exemplo dos procedimentos adotados, foi modelado um pórtico plano de 5 pavimentos e apresentado o cálculo da rigidez secante de um pilar.

Na Figura 3.11 estão apresentados os esforços solicitantes do pilar tomado como exemplo.

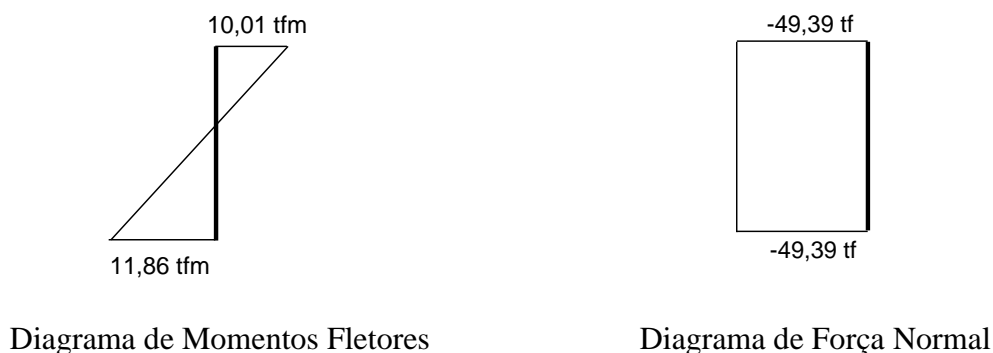


Figura 3.11 – Esforços Solicitantes do Pilar

Para os esforços apresentados na Figura 3.12, a seção transversal do pilar resultante é:

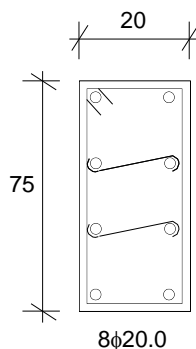


Figura 3.12 – Seção Transversal do Pilar

$$\frac{d'}{h} = \frac{3,63}{75} = 0,048$$

$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{49,39}{20 \times 75 \times 0,214} = 0,154$$

$$\omega = \frac{A_{s,tot} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{25,2 \times 434,78}{20 \times 75 \times 21,43} = 0,341 \rightarrow \text{Consultando o ábaco, Figura E.2, no Anexo E, temos:}$$

$$K = 35$$

$$(EI)_{sec} = k_{med} \cdot b_w \cdot h^3 \cdot f_{cd} = 6328,13 \text{ tfm}^2 \rightarrow (EI)_{sec} = 0,29 E_c I_c$$



### 3.4 METODOLOGIA ADOTADA NO PRESENTE TRABALHO

Neste t3pico, pretende-se descrever, de forma objetiva os procedimentos necess3rios para o dimensionamento dos elementos estruturais, vigas e pilares, dos modelos propostos, sujeitos a n3o-linearidade f3sica e geom3trica. Utilizou-se para este fim, a rigidez secante adimensional  $k$  ( $\kappa$ ) para considera33o da n3o-linearidade f3sica.

No dimensionamento das pe3as de concreto armado, foram consideradas as combina33es 3ltimas das a33es, com tamb3m, os esfor3os de segunda ordem decorrente da n3o-linearidade geom3trica e f3sica originados com o carregamento. A rigidez e a deforma33o da estrutura, neste tipo de an3lise, s3o diferentes daquelas que se verificam na mesma, quando esta estiver solicitada por combina33es de servi3o.

Segundo Fran3a (1991) a rigidez secante proposta em seus estudos, para as pe3as de concreto armado n3o deve ser utilizada nas an3lises de estado limite de servi3o de deforma33o excessiva, limitando-se o seu emprego, apenas nas an3lises de estado limite 3ltimo.

Para uma an3lise completa, dever3amos encontrar, para todas as vigas do p3rtico, uma envolt3ria de carregamento, formada pela sobreposi33o de todas as combina33es, e, para cada lance de pilar, o carregamento dentre todas as combina33es que fornece a maior quantidade de arma33o.

Para simplificarmos a an3lise do p3rtico, adotaremos aqui a combina33o das a33es descrita na express3o 3.11, Tabelas apresentadas no Anexo D, como aquela que apresenta o carregamento cr3tico para a estrutura.

$$F_d = \sum_{i=1}^m 1,4 + [F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n 0,6 \cdot F_{Qj,k}] \quad (3.11)$$

Atrav3s dos esfor3os resultantes da combina33o descrita na express3o 3.11, dimensionaram-se todos os elementos do p3rtico. Os pilares foram calculados lance por lance, j3 as vigas, foram dimensionadas em grupos formados por quatro pavimentos.

Com todas as pe3as da estrutura dimensionadas, determinou-se a rigidez secante  $K_{III}$  proposta por Fran3a (1991) utilizando-se os 3bacos de intera33o apresentados por este para os pilares e os 3bacos apresentados por Oliveira (2000) para as vigas.

Em cada viga foram encontrados dois valores para a rigidez secante  $K_{III}$ : O primeiro para a seção transversal da viga com o momento máximo positivo e o segundo para a seção transversal da viga com o momento máximo negativo. A rigidez secante  $K_{III}$ , representativa de toda a viga, foi admitida como sendo a média dos dois valores encontrados para as duas seções transversais analisadas.

Toda a metodologia de análise e verificação da estrutura pode ser resumida no fluxograma apresentado na Figura 3.13.

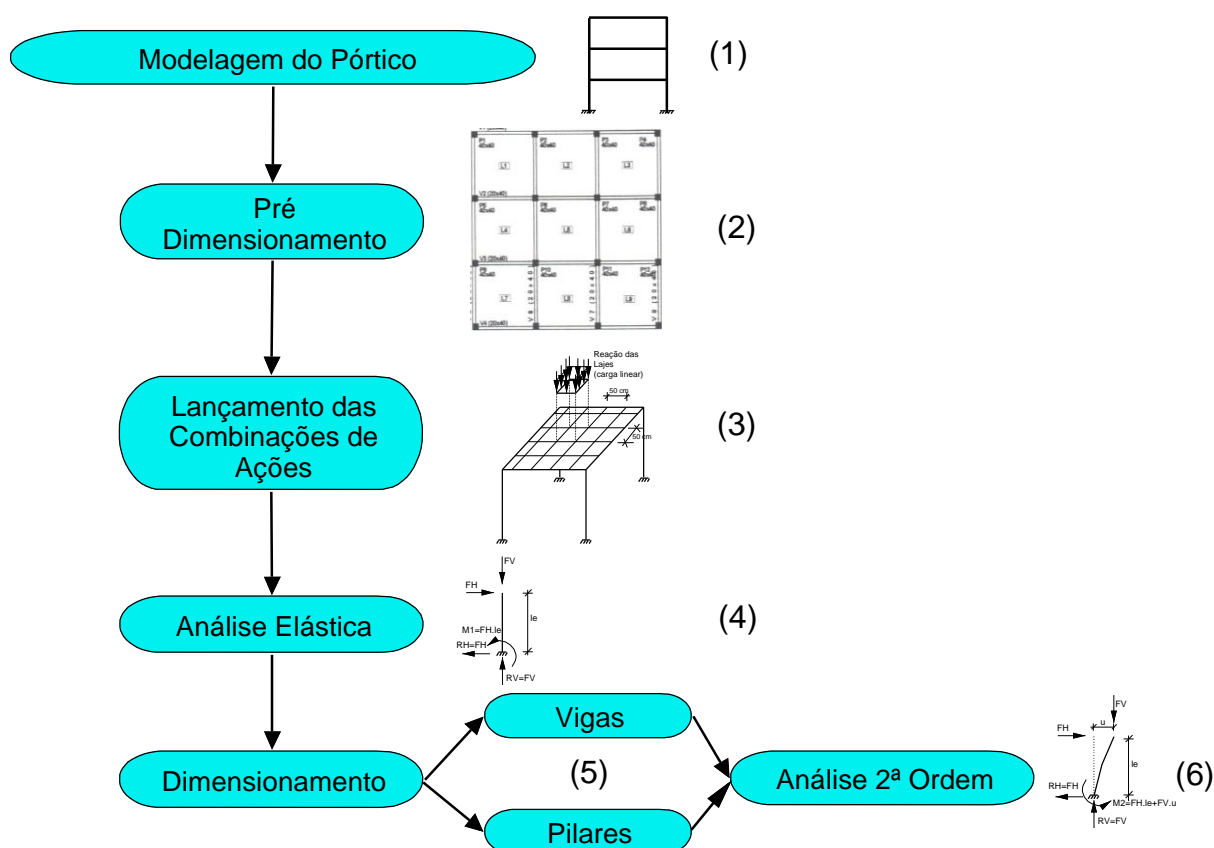


Figura 3.13 – Fluxograma – Análise e Verificação da Estrutura

Para a análise e verificação da estrutura através do fluxograma da Figura 3.13, a análise basicamente foi dividida em seis etapas. A primeira etapa (1) é a preparação do modelo, a fase de inserir no edifício o modelo de cálculo, nos modelos propostos foi utilizado o modelo de grelha acoplado no pórtico espacial. Na segunda etapa (2), a partir do lançamento estrutural, foi realizado o pré-dimensionamento dos elementos estruturais, lajes, vigas e pilares, através dos critérios abordados na NBR 6118:2003. Logo após a realização do pré-dimensionamento, na etapa (3), são lançados os carregamentos atuantes, verticais e horizontais, através da combinação de carregamento determinada para o

exemplo, tabelas e expressão do Anexo D e inicialmente também são utilizados os parâmetros simplificados da norma dos fatores de redução para determinação da não-linearidade física e geométrica. Com o modelo definido, modelo de cálculo, seções dos elementos estruturais, carregamentos e combinações de ações, não-linearidades é realizado uma análise elástica, primeira ordem, etapa (4).

Depois de realizado a análise de primeira ordem obtém-se os esforços, deformações e deslocamentos dos elementos estruturais, determinando-se assim o detalhamento das armaduras, etapa (5). A partir do detalhamento das armaduras e utilizando a rigidez secante adimensional  $k_{pa}$ , é possível determinar os novos e mais aproximados coeficientes adimensionais para a não-linearidade física. Na última etapa (6), é realizada uma análise incremental de 2ª ordem, onde já é considerada nos modelos a não-linearidade física através da rigidez secante adimensional  $k_{pa}$ , que tem em sua formulação a consideração das armaduras e a seção transversal das peças.

## 4 APLICAÇÕES PRÁTICAS

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados de cinco análises de edifícios utilizando o software SAP2000. São exemplos de modelos estruturais coletados na literatura onde se investigou os principais parâmetros utilizados nas análises de estabilidade global frente às modificações propostas: Variação das seções dos pilares ao longo da estrutura, mudança do  $f_{ck}$  dos pilares ao longo da estrutura e a inclusão de pé-direito duplo no edifício. Uniformizou-se o modelo estrutural considerando as lajes modeladas em grelha acopladas a um modelo de pórtico espacial com pilares e vigas.

Foi considerada na discretização das lajes uma grelha de dimensões 50 cm x 50 cm, lançando o carregamento gravitacional como cargas distribuídas linearmente nas barras da grelha (Figura 4.1). A grelha foi acoplada ao pórtico espacial com o cuidado de coincidir os nós da grelha de lajes com as vigas.

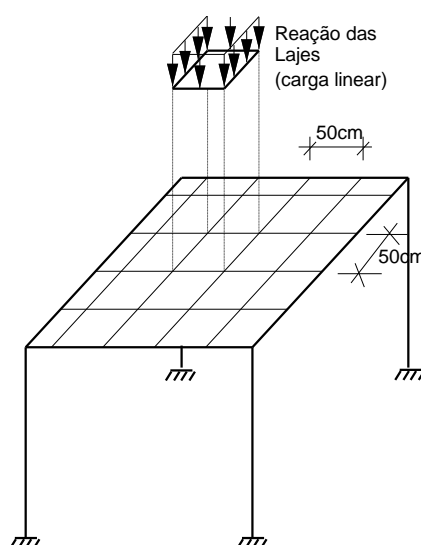


Figura 4.1 – Discretização das Lajes

Para os modelos analisados, foram utilizadas reduções centradas nas seções transversais dos pilares, não ocorrendo incremento de momento fletores nos pilares por conta desta redução. A redução de seção aconteceu uma única vez a partir do sexto pavimento tipo. Para a variação do  $f_{ck}$  nos pilares, considerou-se 30 MPa para os cinco primeiros

pavimentos e 25 MPa para os pavimentos restantes. Para as vigas e lajes foi mantido o  $f_{ck}$  igual a 30 MPa. A consideração da influência do pé-direito duplo na análise foi realizada subtraindo-se o primeiro pavimento, redimensionando os pilares no lance do pavimento térreo para o primeiro tipo.

As características geométricas bem como a tipologia estrutural serão mais bem detalhadas em cada exemplo. Para os carregamentos gravitacionais, adotaram-se os mesmos valores para todos os exemplos:

- Carregamento distribuído sobre lajes =  $5,0 \text{ kN/m}^2$  (com peso próprio); Nos modelos não foram discretizadas as lajes, portanto foram determinadas as reações das lajes e distribuídas uniformemente nas vigas.

- Carregamento distribuído sobre as vigas =  $50 \text{ kN/m}$  (exceto peso próprio).

Para o carregamento horizontal devido às ações do vento, utilizou-se como orientação as prescrições da NBR 6123:1988, considerando como velocidade básica  $V_0 = 32 \text{ m/s}$ , fator topográfico  $S_T = 1,0$ , categoria referente à rugosidade igual a IV, a classe da edificação definida basicamente pela altura da edificação, fator estatístico equivalente a 1,0 e coeficientes de arrasto definidos de acordo com o ábaco da norma para edificações paralelepípedicas. As combinações de carregamentos e os coeficientes de majoração e minoração estão em pleno acordo com a NBR 6118:2003 e com a NBR 8681:2003.

Na comparação dos resultados optou-se pela combinação no estado limite último, expressão D.1, de acordo com os coeficientes das tabelas contidas nos anexos, D.2 a D.6, o carregamento gravitacional (permanente mais sobrecarga) foi multiplicado por 1,4 e o carregamento acidental principal (vento) foi multiplicado por 0,84 ( $1,4 \times 0,6$ ).

O  $f_{ck}$  inicial adotado para os modelos foi de 30 MPa reduzindo nos pilares para 25 MPa nos modelos onde se investigou a influência da variação do  $f_{ck}$  nos pilares na rigidez global do edifício. O aço utilizado foi o CA-50A e a taxa de armadura máxima para o pré-dimensionamento dos pilares foi equivalente a 1%.

Foi considerado no trabalho o módulo secante previsto pela NBR 6118:2003 e a rigidez adotada foi à rigidez secante  $k$  demonstrada no capítulo 3 deste trabalho.

## 4.2 EXEMPLO A – EDIFÍCIO – LAJE COM VIGAS - 10 PAVIMENTOS TIPO

O exemplo A é devido a Oliveira (2009) e apresenta um arranjo simétrico com seções transversais uniformes para vigas e pilares. A distância entre pisos é constante e igual a 3 metros. Foram consideradas as fachadas, frontal e lateral para incidência do vento conforme esquema apresentado na Figura 4.2. A forma do pavimento tipo esta esquematizada na Figura 4.3.

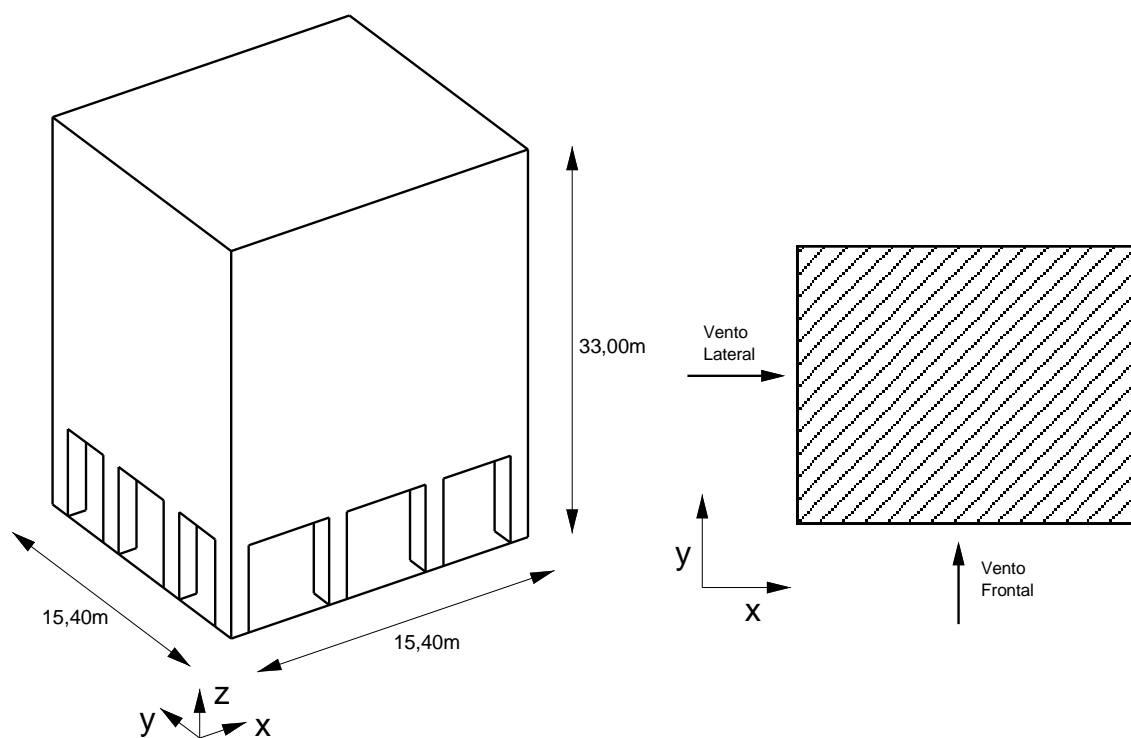


Figura 4.3 – Esquema do Edifício – Exemplo A (fonte: Oliveira, 2009)

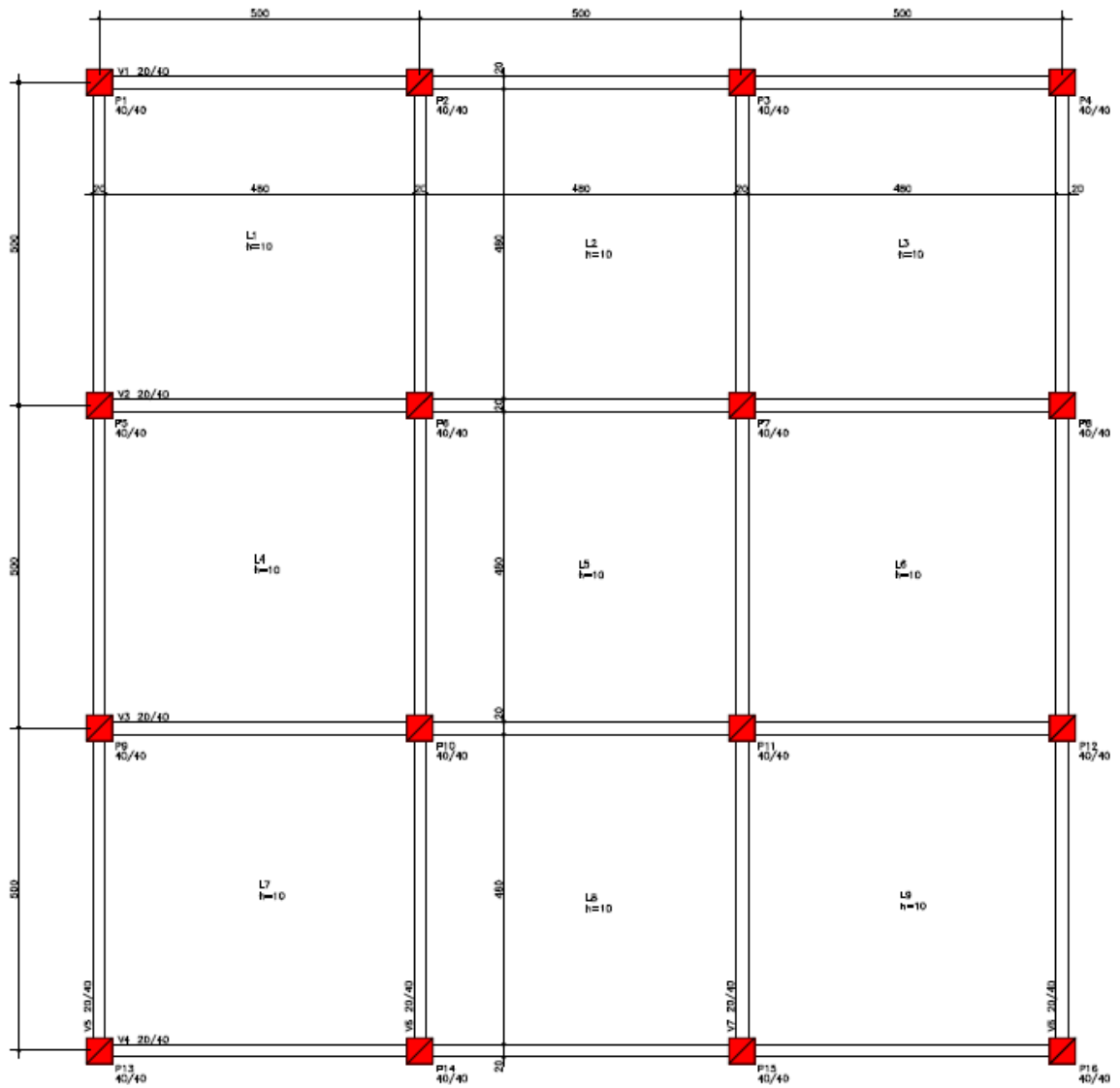


Figura 4.3 – Forma do Pavimento Tipo – Exemplo A (fonte: Oliveira, 2009)

Na Figura 4.4 está apresentado o modelo de 10 pavimentos tipo com as variações na tipologia estrutural propostas e discretizadas no SAP2000:

- (a) modelo convencional, sem alterações na tipologia estrutural;
- (b) variação na seção do pilar ao longo da altura;
- (c) variação do  $f_{ck}$  ao longo da altura;
- (d) Adoção de pé-direito duplo no pavimento térreo.

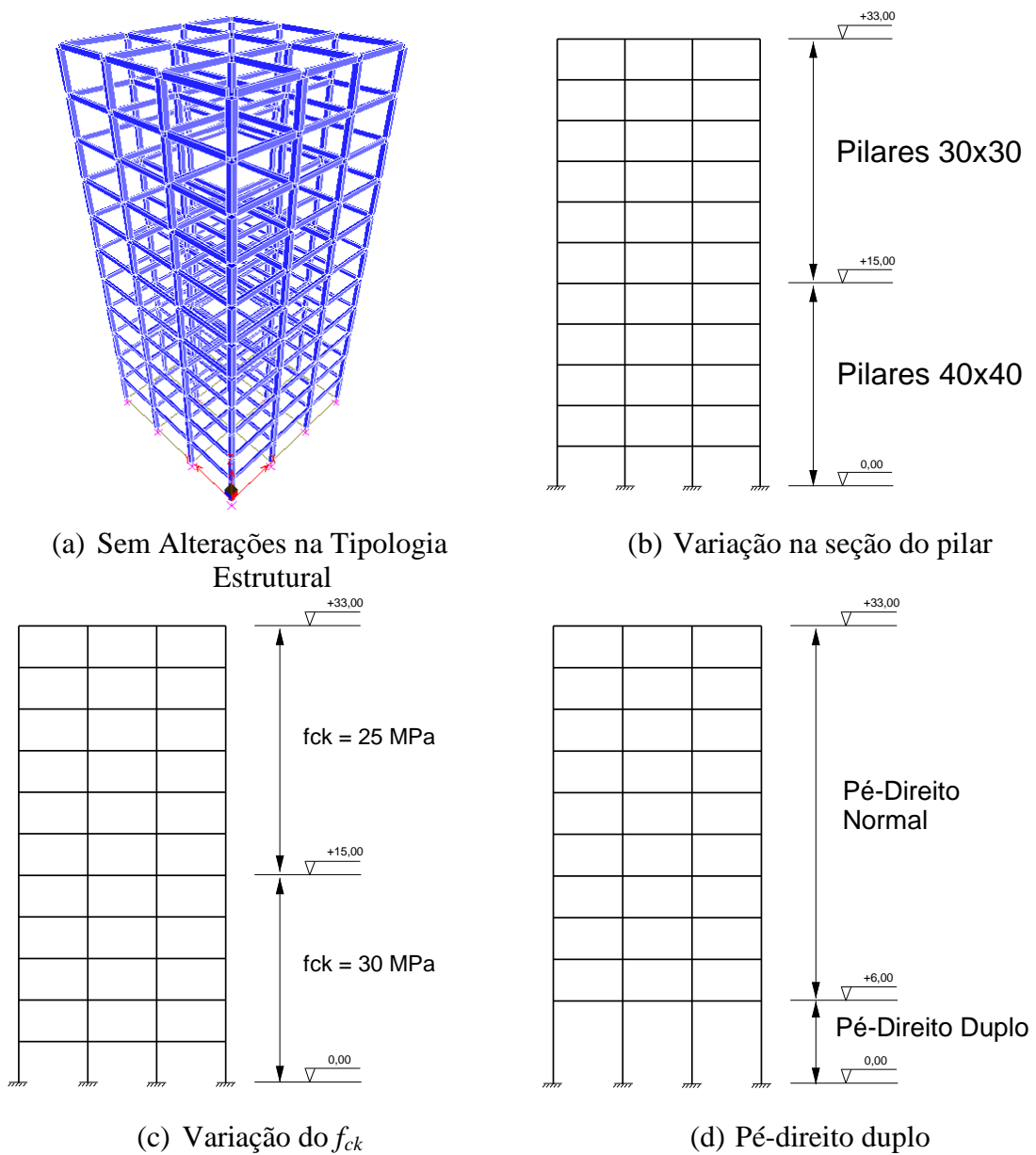


Figura 4.4 – Modelos discretizado no SAP2000 – Exemplo A



Nas Figuras 4.5 e 4.6, são apresentados os valores encontrados para o parâmetro  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$  para o modelo de 10 pavimentos tipo.

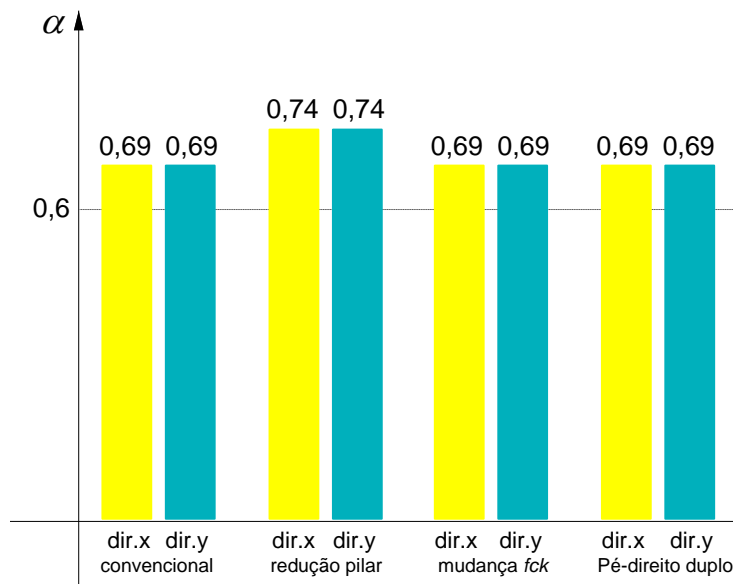


Figura 4.5 – Comparação de Valores – Parâmetro  $\alpha$  – Exemplo A

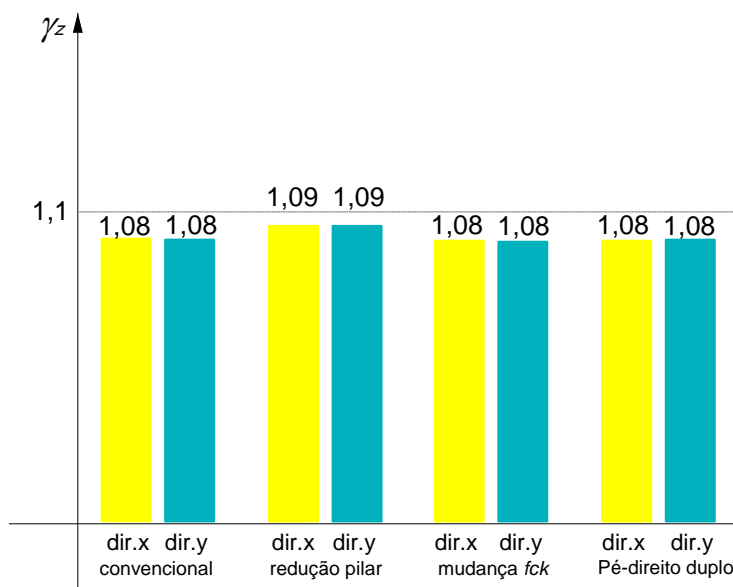


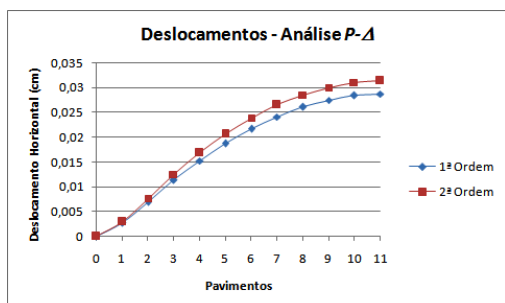
Figura 4.6 – Comparação de Valores – Coeficiente  $\gamma_z$  – Exemplo A

Os resultados apresentados na Figura 4.4 pelo parâmetro  $\alpha$ , a estrutura pode ser classificada de nós fixos. Para o coeficiente  $\gamma_z$ , Figura 4.5, os resultados indicam que para esta estrutura pode ser negligenciada a análise de segunda ordem, pois os coeficientes ficaram abaixo do limite admissível da NBR 6118:2003.

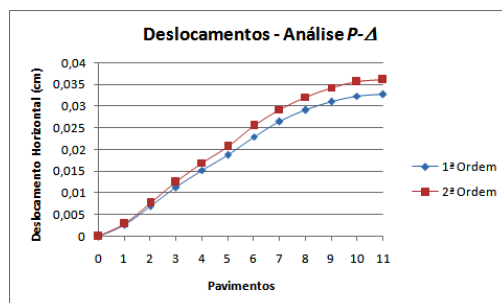
Tabela 4.1 – Efeitos de Segunda Ordem (Direções x e/ou y) – Exemplo A

PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé- Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	2,87	9,15	3,28	10,00	2,89	9,34	2,89	9,34	1ª Ordem
	3,14		3,61		3,16		3,16		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	9.532,01	3,16	9.573,22	3,15	9.532,53	1,80	9.226,67	3,40	1ª Ordem
	9.833,46		9.875,15		9.703,94		9.540,64		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	5.170,95	5,09	5.172,99	5,04	5.170,93	5,09	8.313,31	6,87	1ª Ordem
	5.434,09		5.433,57		5.433,88		8.884,18		2ª Ordem

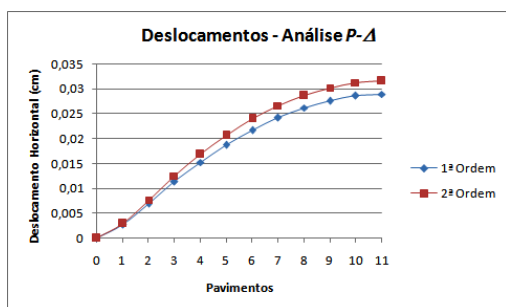
Ao realizar uma análise de segunda ordem através do método  $P-\Delta$ , Tabela 4.1, os resultados indicam que para este modelo a análise de segunda ordem pode ser negligenciada numa análise global sendo o edifício classificado de nós fixos. Percebe-se que os efeitos de segunda ordem não excedem em 10% aos correspondentes efeitos de primeira ordem.



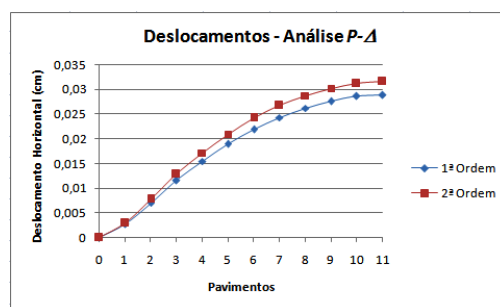
(a) Edifício sem Alteração na Tipologia Estrutural



(b) Edifício com Redução de Pilar



(c) Edifício com Mudança de  $f_{ck}$



(d) Edifício com Pé-direito duplo

Figura 4.7 – Comparação de Valores – Deslocamentos – Análise  $P-\Delta$  – Exemplo A

Nas Figuras 4.7 (a) a 4.7 (d) são apresentados os resultados dos deslocamentos para o edifício A. Na estrutura base (convencional) o deslocamento no topo do edifício na fase elástica foi de 2,87 cm e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , o respectivo deslocamento foi de 3,14 cm. Considerando os resultados para o modelo com variação de seção dos pilares ao longo da altura (Figura 4.7-b), o deslocamento no topo para a análise de primeira ordem foi de 3,28 cm e a análise de segunda ordem foi de 3,61 cm. Comparando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo base e o modelo de variação de seção do pilar, houve um incremento de 15% nos deslocamentos do topo do edifício.

Para o modelo com variação do  $f_{ck}$  (Figura 4.7-c), o deslocamento no topo encontrado na fase elástica foi de 2,89 cm e na análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , foi de 3,16 cm. Estabelecendo-se um paralelo entre os deslocamentos do modelo com variação de  $f_{ck}$  e o modelo convencional, houve um incremento de menos de 1% nos deslocamentos do topo do edifício.

Com a inclusão do pé-direito duplo no modelo em estudo, o deslocamento no topo do edifício na fase elástica foi de 2,89 cm e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , o respectivo deslocamento foi de 3,16 cm. Examinando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo base e o modelo com pé-direito duplo, houve um incremento de menos de 1% nos deslocamentos do topo do edifício.

Apesar dos resultados do parâmetro  $\alpha$  indicar que o modelo analisado é classificado como de nós móveis, os resultados do coeficiente  $\gamma_2$ , mostraram que a estrutura pode ser

considerada como de nós fixos ( $\gamma_z = 1,08 < 1,1$ ). Os resultados obtidos para o coeficiente  $\gamma_z$  coincidem com o resultado obtido via método  $P-\Delta$ .

Os resultados obtidos para o modelo A indicam que a redução de seção dos pilares ao longo da altura alterou a rigidez do edifício de forma que os efeitos de segunda ordem ficaram em 10% os respectivos efeitos de primeira ordem, indicando que a estrutura pode ser classificada como de nós fixos. A variação do  $f_{ck}$  dos pilares e a inclusão do pé-direito duplo, não resultaram em mudanças significativas na rigidez deste edifício.

### 4.3 EXEMPLO B – EDIFÍCIO - LAJE COM VIGAS - 12 PAVIMENTOS TIPO

O exemplo B foi apresentado por França (1985), o edifício apresenta uma dimensão em planta predominante em relação à outra, sugerindo uma condição de esbeltez coincidente com a menor direção do edifício. O arranjo estrutural dos pórticos expressa o contrário, pois o arranjo dos pórticos está organizado em uma só direção, garantindo a rigidez do edifício. O esquema básico do edifício é mostrado na Figura 4.8 e a forma do pavimento tipo está esquematizada na Figura 4.9. O pé-direito é constante igual a 2,9 metros.

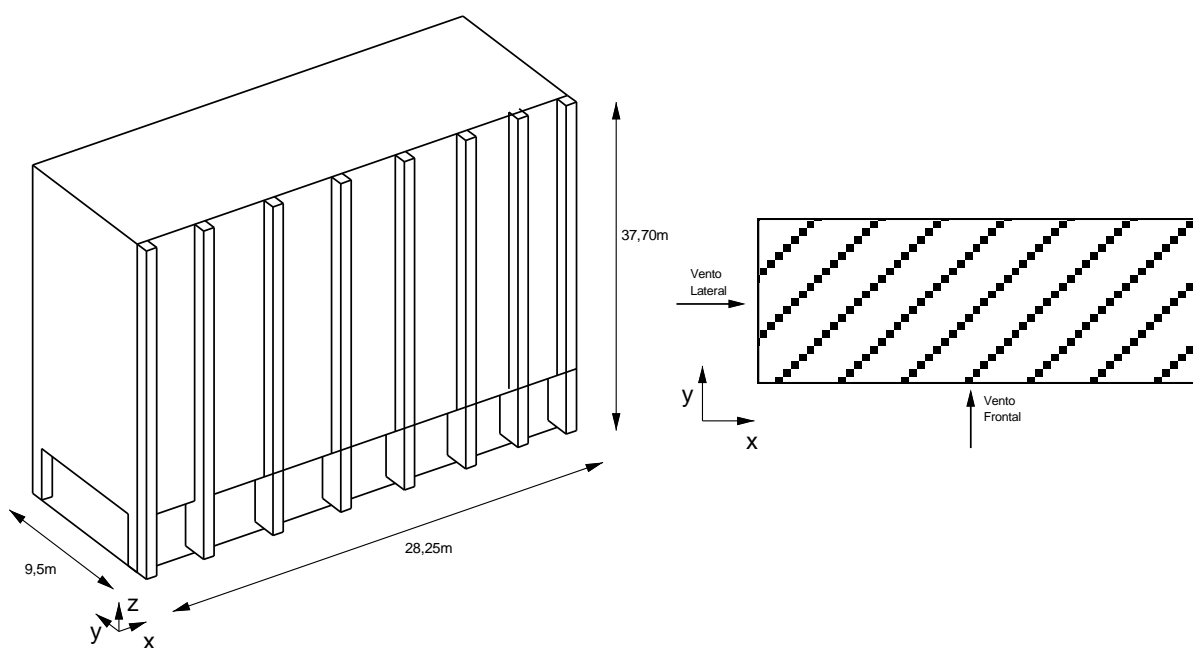


Figura 4.8 – Esquema do Edifício – Exemplo B (fonte: Oliveira, 2009)

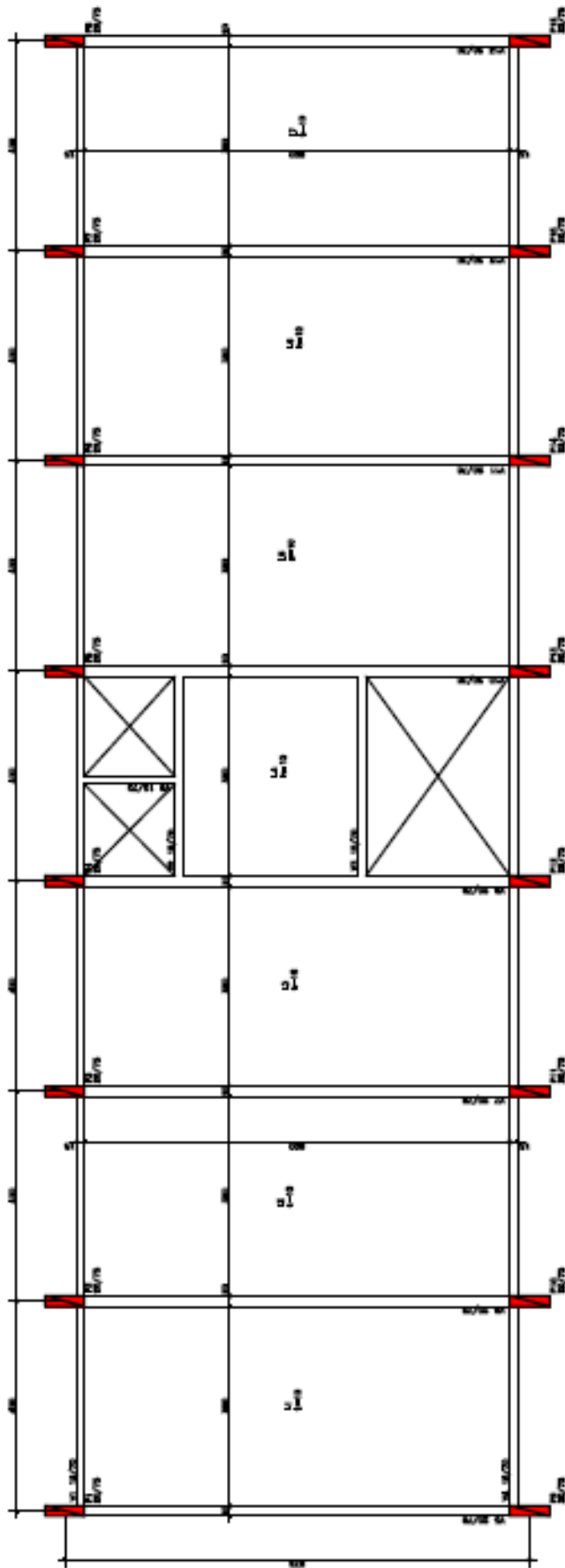


Figura 4.9 – Esquema do Edifício – Exemplo B (fonte: Oliveira, 2009)

Na Figura 4.10 está apresentado o modelo de laje maciça com 12 pavimentos tipos com todas as variações na tipologia estrutural propostas e discretizadas no SAP2000:

- (a) modelo convencional, sem alterações na tipologia estrutural;
- (b) variação na seção do pilar ao longo da altura;
- (c) variação do  $f_{ck}$  ao longo da altura;
- (d) Adoção de pé-direito duplo no pavimento térreo.

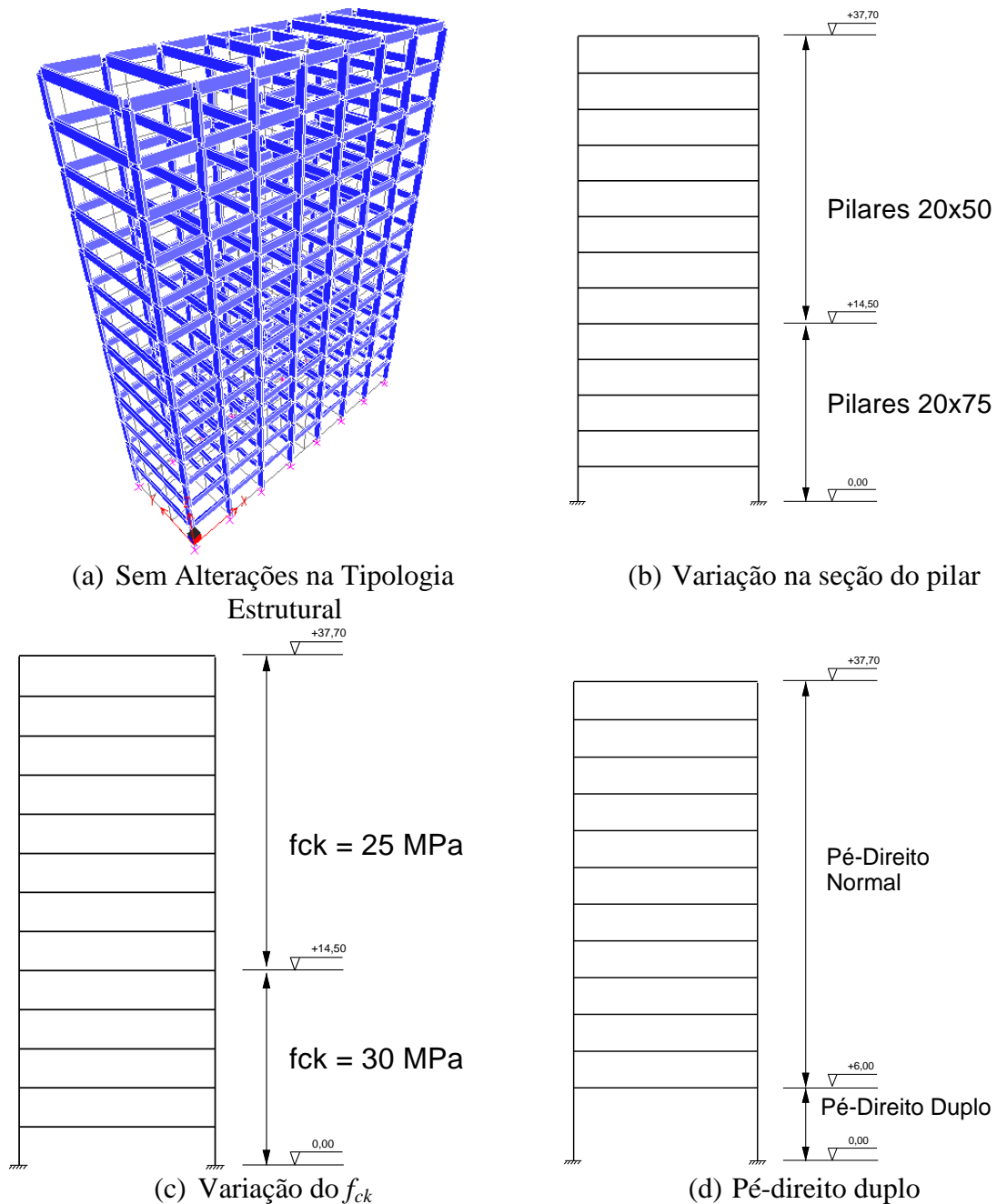


Figura 4.10 – Modelos discretizado no SAP2000 – Exemplo B

Observando os resultados do parâmetro  $\alpha$  e do coeficiente  $\gamma_z$  apresentado nas Figuras 4.11 e 4.12 respectivamente, confirmando-se que a estrutura é mais flexível na direção  $x$ , nós móveis, o que visualmente olhando em planta causa a impressão contrária, que o edifício é mais rígido na direção  $x$ , isto devido que em planta a direção  $x$  é geometricamente muito maior que a direção  $y$ .

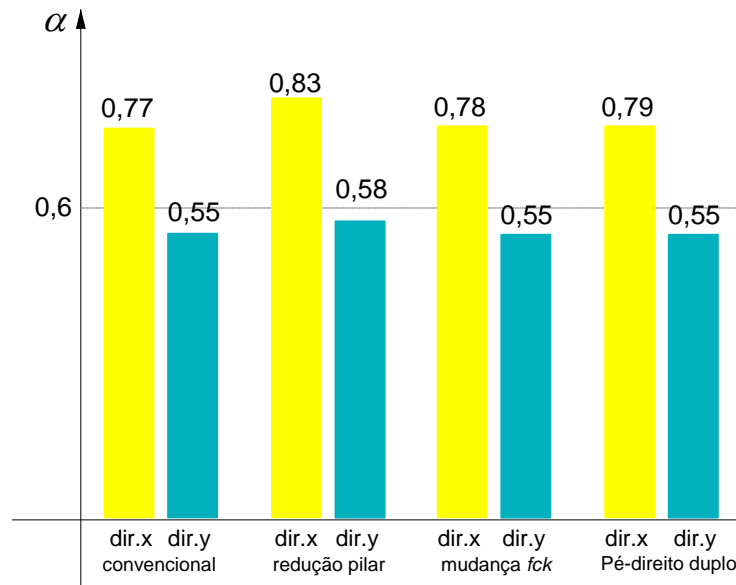


Figura 4.11 – Comparação de Valores – Parâmetro  $\alpha$  – Exemplo B

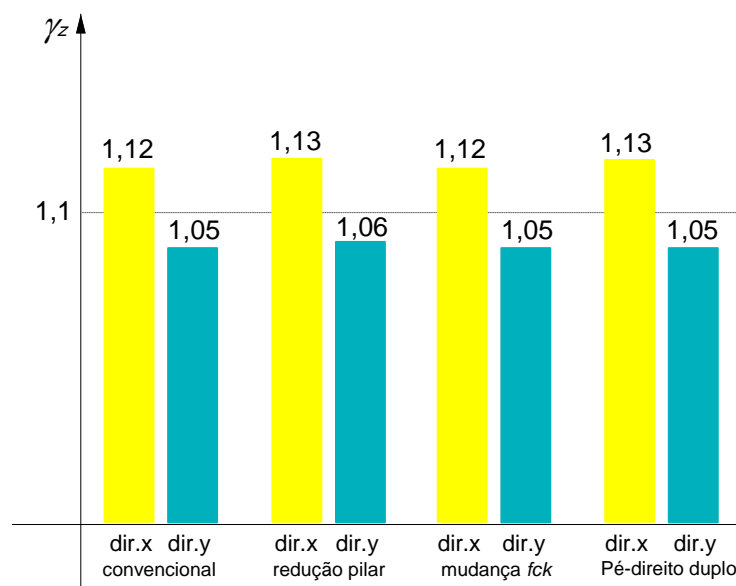


Figura 4.12 – Comparação de Valores – Coeficiente  $\gamma_z$  – Exemplo B



Tabela 4.2 – Efeitos de Segunda Ordem (Direção x) – Exemplo B

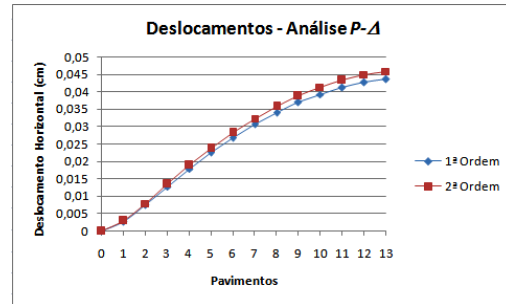
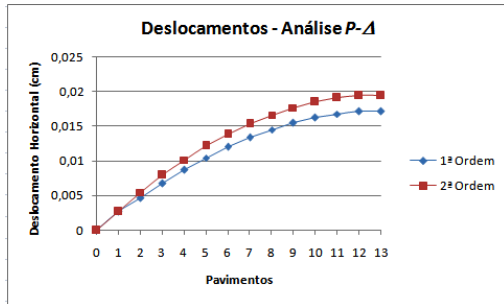
PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé- Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	1,71	13,49	1,99	14,95	1,77	13,87	1,78	14,43	1ª Ordem
	1,94		2,28		2,01		2,04		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	4.287,71	5,31	4.322,10	5,04	4.293,18	5,59	3.824,04	6,25	1ª Ordem
	4.515,26		4.539,72		4.533,01		4.063,12		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	1.569,24	10,83	1.573,20	8,85	1.570,33	14,32	2.879,02	14,85	1ª Ordem
	1.739,16		1.712,49		1.795,25		3.306,55		2ª Ordem

Tabela 4.3 – Efeitos de Segunda Ordem (Direção y) – Exemplo B

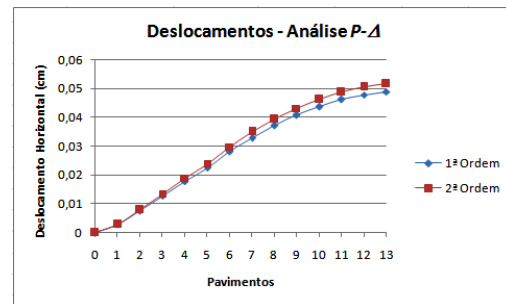
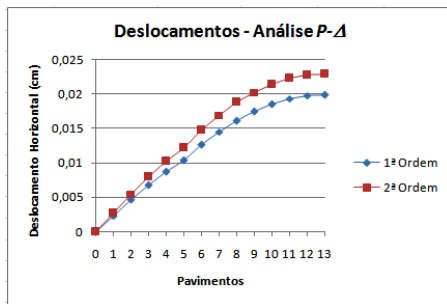
PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé- Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	4,36	5,16	4,89	5,65	4,40	5,16	4,45	5,32	1ª Ordem
	4,59		5,16		4,62		4,69		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	19.537,65	2,85	19.601,29	2,78	19.543,87	2,71	19.954,86	2,88	1ª Ordem
	20.095,43		20.146,49		20.072,98		20.529,39		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	452,91	-3,31	457,25	-2,66	454,14	-2,69	412,63	3,29	1ª Ordem
	437,94		445,10		441,92		426,21		2ª Ordem

Realizando uma análise de segunda ordem, resultados descritos nas Tabelas 4.2 e 4.3, foram confirmados os indicadores de instabilidade global, para a direção  $x$  os valores de deslocamentos no topo, momentos fletores em vigas aleatórias do edifício e momentos na base de alguns pilares, os efeitos de segunda ordem ultrapassaram os 10% em relação aos de primeira ordem, necessitando uma análise criteriosa de segunda ordem, e na direção  $y$ , os efeitos de segunda ordem não ultrapassaram os 10%, podendo ser negligenciada a verificação criteriosa de segunda ordem.

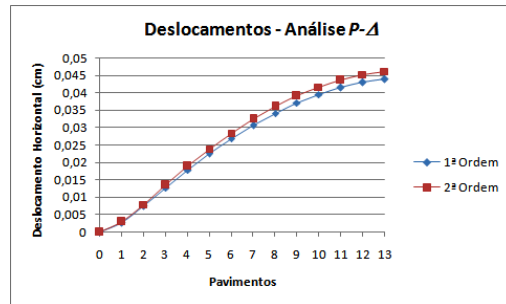
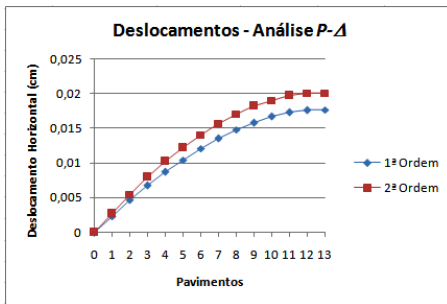
Os deslocamentos para cada pavimento devido à combinação utilizada, apresentada no item 4.1, de carregamento vertical e horizontal estão apresentados na Figura 4.13.



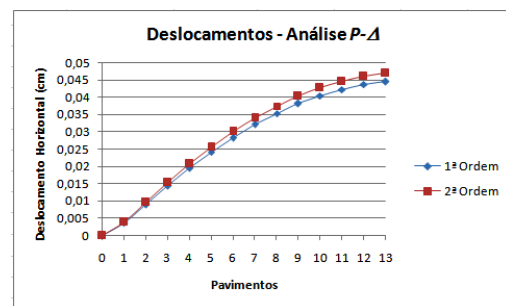
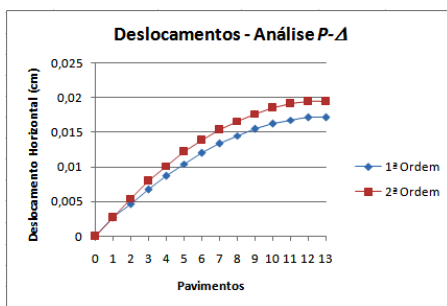
(a) Edifício sem Alteração na Tipologia Estrutural (direção x e y)



(b) Edifício com Redução de Pilar (direção x e y)



(c) Edifício com Mudança de  $f_{ck}$  (direção x e y)



(d) Edifício com Pé-direito duplo (direção x e y)

Figura 4.13 – Comparação de Valores – Deslocamentos – Análise  $P-\Delta$  – Exemplo B

Nas Figuras 4.13 (a) a 4.13 (d) são apresentados os resultados dos deslocamentos para o edifício B. Na estrutura convencional o deslocamento no topo do edifício na análise de

primeira ordem foi de 1,71 cm para a direção  $x$  e 4,36 cm para a direção  $y$  e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , os respectivos deslocamentos foram de 1,94 cm (dir.  $x$ ) e 4,59 cm (dir.  $y$ ). Considerando os resultados para o modelo com variação de seção dos pilares ao longo da altura (Figura 4.13-b), o deslocamento no topo para a análise de primeira ordem foi de 1,99 cm (dir.  $x$ ) e 4,89 cm (dir.  $y$ ) e a análise de segunda ordem foi respectivamente de 2,28 cm (dir.  $x$ ) e 5,16 cm (dir.  $y$ ). Comparando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo base e o modelo de variação de seção do pilar, houve um incremento de 17,5% nos deslocamentos do topo do edifício na direção  $x$  e de 12,5% na direção  $y$ .

Para o modelo com variação do  $f_{ck}$  (Figura 4.13-c), o deslocamento no topo encontrado na fase elástica foi de 1,77 cm para a direção  $x$  e 4,40 cm para a direção  $y$  e na análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , foi de 2,01 cm (dir.  $x$ ) e 4,62 cm (dir.  $y$ ). Estabelecendo-se um paralelo entre os deslocamentos do modelo com variação de  $f_{ck}$  e o modelo convencional, houve um incremento de 14% nos deslocamentos do topo do edifício na direção  $x$  e de 5% na direção  $y$ .

Com a inclusão do pé-direito duplo no modelo em estudo, o deslocamento no topo do edifício na fase elástica foi de 1,78 cm e 4,45 cm, nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , os respectivos deslocamento foram de 2,04 cm (dir.  $x$ ) e 4,69 cm (dir.  $y$ ). Examinando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo base e o modelo com pé-direito duplo, houve um incremento de 15% e 6% nos deslocamentos do topo do edifício nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente.

Os resultados do parâmetro  $\alpha$  indicam que o modelo analisado é classificado como de nós móveis na direção  $x$  e de nós fixos na direção  $y$ , sendo confirmados com os resultados do coeficiente  $\gamma_z$ , indicando as mesmas classificações. E mais, o coeficiente  $\gamma_z$  demonstra que para a direção  $x$  deve ser realizada uma análise rigorosa de segunda ordem. Os resultados obtidos para o coeficiente  $\gamma_z$  coincidem com o resultado obtido via método  $P-\Delta$ .

Os resultados obtidos para o modelo B indicam que a redução de seção dos pilares ao longo da altura e a inclusão de pé-direito duplo no pavimento térreo alteraram a rigidez do edifício de forma que os efeitos de segunda ordem ficaram em torno de 15%, na direção classificada de nós deslocáveis (direção  $x$ ), em relação aos respectivos efeitos de primeira ordem. A variação do  $f_{ck}$  dos pilares não resultou em mudanças significativas na rigidez do edifício.

#### 4.4 EXEMPLO C – EDIFÍCIO - LAJE NERVURADA - 12 PAVIMENTOS TIPO

No exemplo C foi proposta a substituição da laje maciça e supressão das vigas intermediárias do exemplo B, por laje nervurada na direção y, também apresentada por França (1985). O esquema básico do edifício é mostrado na Figura 4.14 e a forma do pavimento tipo está esquematizada na Figura 4.15. O pé-direito é constante igual a 2,9 metros. As condições geométricas da edificação permaneceram as mesmas.

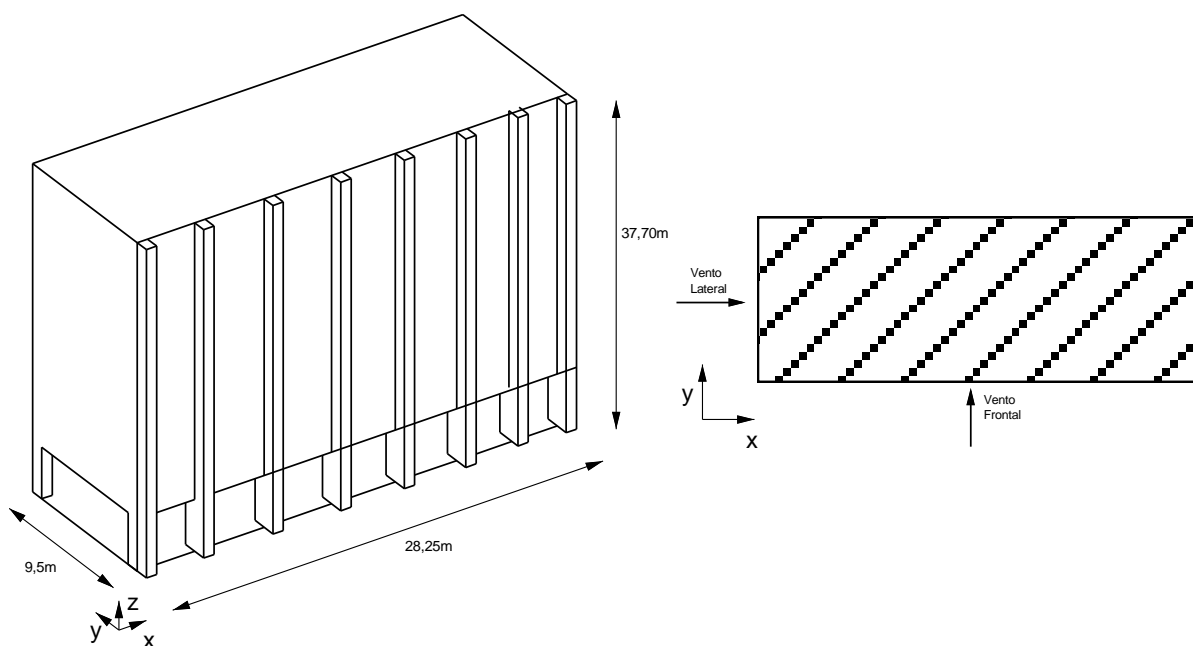


Figura 4.14 – Esquema do Edifício – Exemplo C (fonte: Oliveira, 2009)

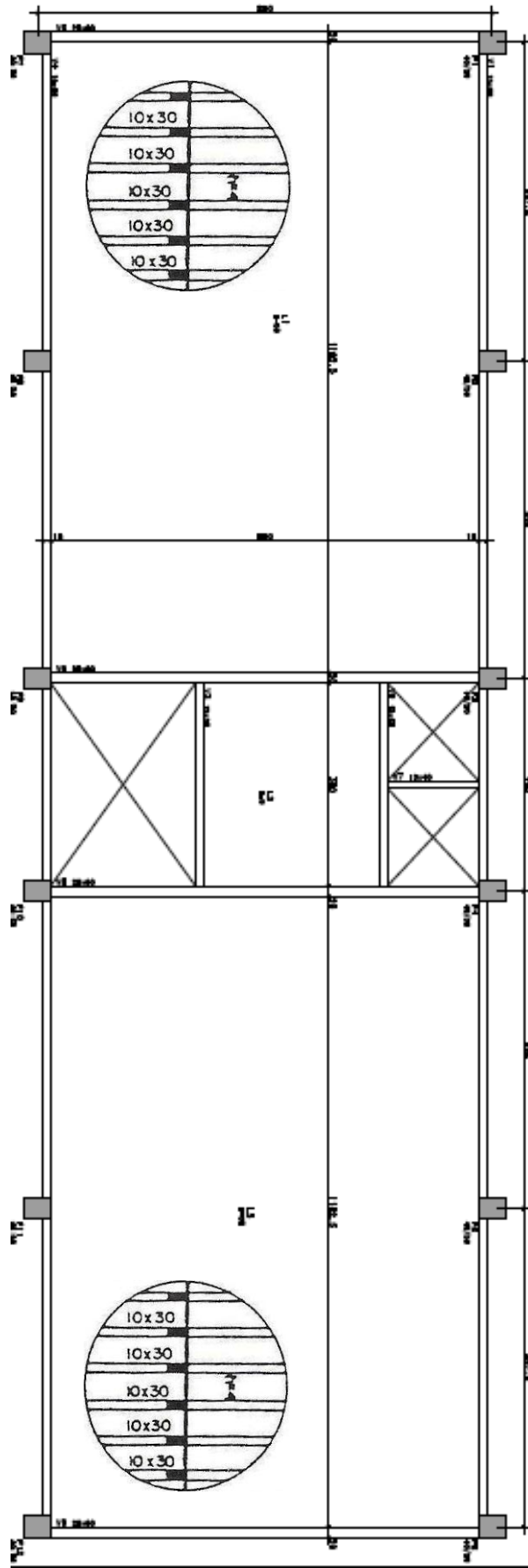


Figura 4.15 – Esquema do Edifício – Exemplo C

Na Figura 4.16 está apresentado o modelo de laje nervurada com 12 pavimentos tipos com todas as variações na tipologia estrutural propostas e discretizadas no SAP2000:

- (a) modelo convencional, sem alterações na tipologia estrutural;
- (b) variação na seção do pilar ao longo da altura;
- (c) variação do  $f_{ck}$  ao longo da altura;
- (d) Adoção de pé-direito duplo no pavimento térreo.

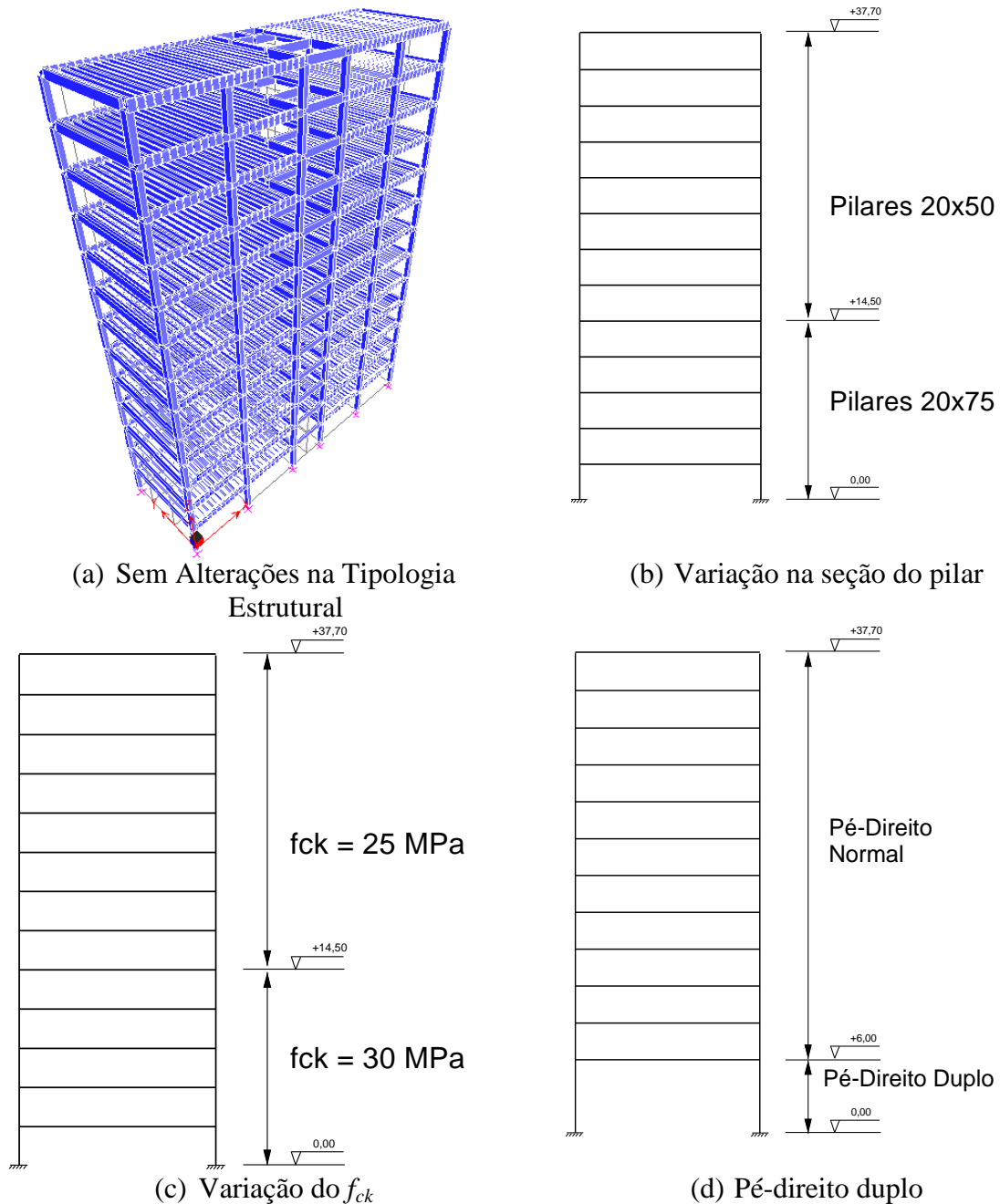


Figura 4.16 – Modelos discretizado no SAP2000 – Exemplo C

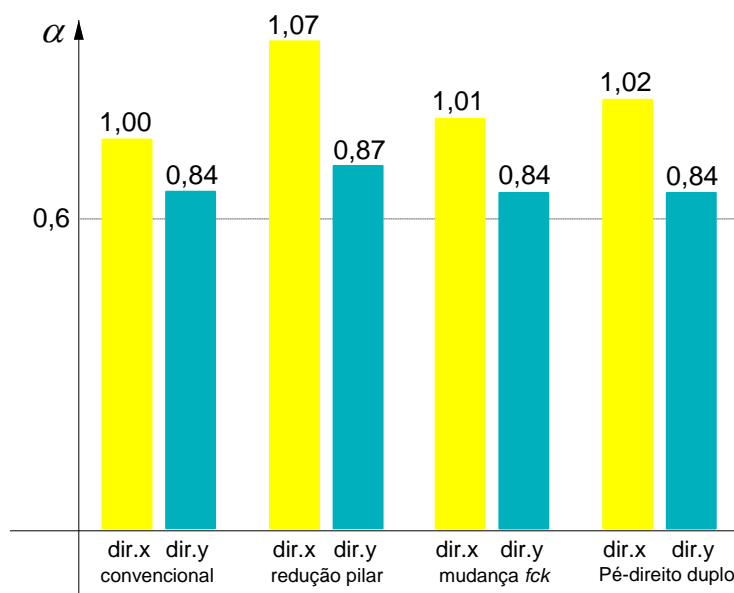


Figura 4.17 – Comparação de Valores – Parâmetro  $\alpha$  – Exemplo C

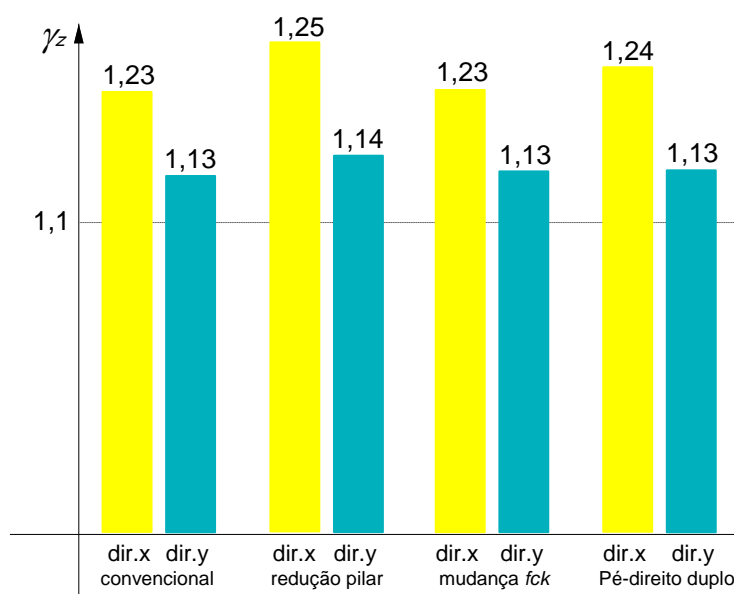


Figura 4.18 – Comparação de Valores – Coeficiente  $\gamma_z$  – Exemplo C

Para o modelo com lajes nervuradas, o parâmetro de estabilidade global  $\alpha$ , Figura 4.17, indica que o edifício apresenta nós moveis nas duas direções ( $x$  e  $y$ ).

O indicador limite do coeficiente  $\gamma_z$  para dispensa de uma análise de segunda ordem previsto pela NBR 6118:2003 é de 1,1, e através da Figura 4.18, percebe-se que para

ambas as direções,  $x$  e  $y$ , os coeficientes ultrapassam o limite de norma, demonstrando que a estrutura precisa ser analisada com mais critério em relação aos esforços de segunda ordem, através, por exemplo, do método  $P-\Delta$ .

Tabela 4.4 – Efeitos de Segunda Ordem (Direção  $x$ ) – Exemplo C

PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé-Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	2,62	24,27	2,98	26,28	2,69	24,54	2,71	25,96	1ª Ordem
	3,25		3,76		3,34		3,41		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	12.042,87	3,99	12.093,73	3,95	12.055,57	3,99	11.530,16	4,52	1ª Ordem
	12.523,17		12.571,04		12.536,32		12.051,44		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	4.596,95	6,15	4.603,38	6,28	4.598,54	6,16	5.739,91	18,65	1ª Ordem
	4.879,75		4.892,27		4.881,63		6.810,15		2ª Ordem

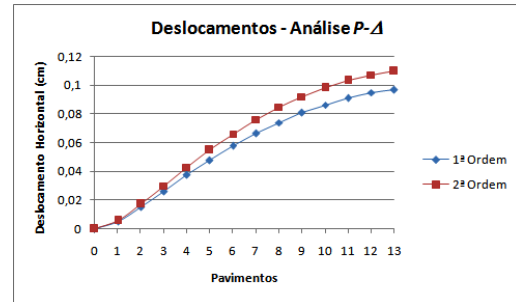
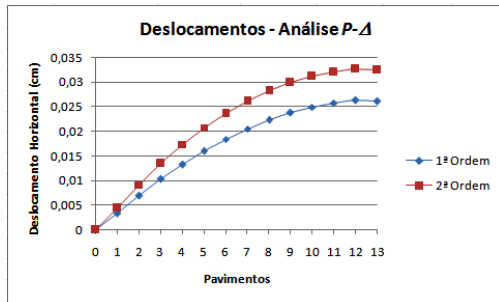
Tabela 4.5 – Efeitos de Segunda Ordem (Direção  $y$ ) – Exemplo C

PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé-Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	9,69	13,44	10,59	14,47	9,75	13,51	9,65	13,45	1ª Ordem
	11,00		12,13		11,07		10,95		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	19.013,21	11,78	19.175,16	12,36	19.030,93	11,82	19.097,86	11,72	1ª Ordem
	21.252,99		21.544,96		21.280,57		21.336,09		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	3.314,71	-3,70	3.321,94	-3,67	3.316,39	-3,69	2.485,22	6,47	1ª Ordem
	3.192,12		3.200,05		3.193,99		2.645,90		2ª Ordem

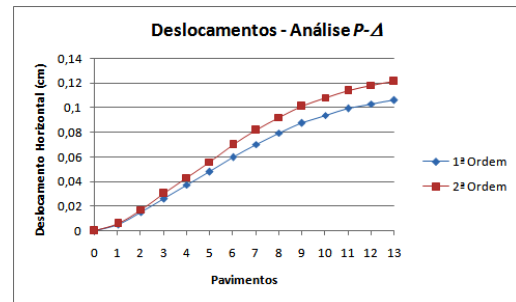
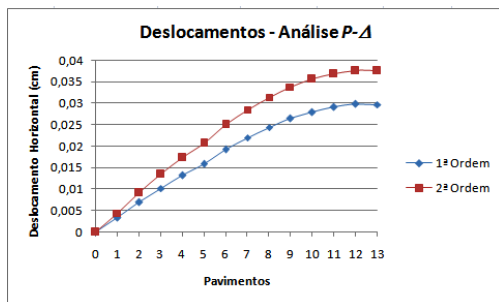
Nas Tabelas 4.4 e 4.5, estão apresentados alguns valores de referência da análise de primeira ordem e de segunda ordem (analisada via  $P-\Delta$ ), juntamente com as respectivas diferenças percentuais.

A seguir, na Figura 4.19, está apresentado os gráficos dos deslocamentos do exemplo C separados de acordo com as variações propostas.

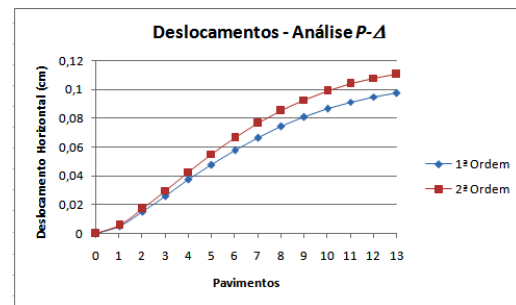
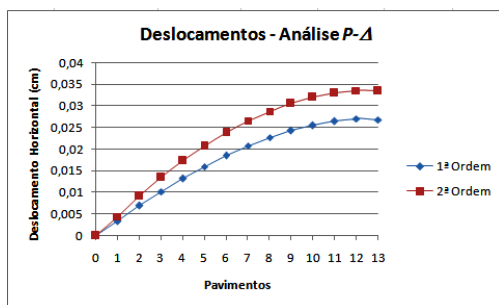




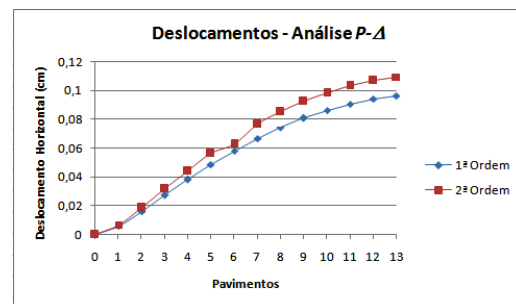
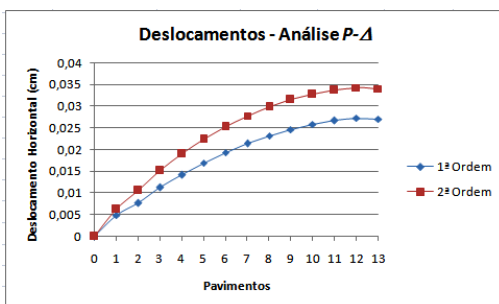
(a) Edifício sem Alteração na Tipologia Estrutural (direção x e y)



(b) Edifício com Redução de Pilar (direção x e y)



(c) Edifício com Mudança de  $f_{ck}$  (direção x e y)



(d) Edifício com Pé-direito duplo (direção x e y)

Figura 4.19 – Comparação de Valores – Deslocamentos – Análise P-Δ – Exemplo C

A seguir são apresentados os resultados dos deslocamentos para o edifício C, Figuras 4.19 (a) a 4.19 (d). Na estrutura básica (convencional) o deslocamento no topo do edifício na

análise elástica foi de 2,62 cm para a direção  $x$  e 9,69 cm para a direção  $y$  e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , os respectivos deslocamentos foram de 3,25 cm (dir.  $x$ ) e 11,0 cm (dir.  $y$ ). Considerando os resultados para o modelo com variação de seção dos pilares ao longo da altura (Figura 4.19-b), o deslocamento no topo para a análise de primeira ordem foi de 2,98 cm (dir.  $x$ ) e 10,59 cm (dir.  $y$ ) e a análise de segunda ordem foi respectivamente de 3,76 cm (dir.  $x$ ) e 12,13 cm (dir.  $y$ ). Comparando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo base e o modelo de variação de seção do pilar, houve um incremento de 16% nos deslocamentos do topo do edifício na direção  $x$  e de 10% na direção  $y$ .

Para o modelo com variação do  $f_{ck}$  (Figura 4.19-c), o deslocamento no topo encontrado na fase elástica foi de 2,69 cm para a direção  $x$  e 9,75 cm para a direção  $y$  e na análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , foi de 3,34 cm (dir.  $x$ ) e 11,07 cm (dir.  $y$ ). Estabelecendo-se um paralelo entre os deslocamentos do modelo com variação de  $f_{ck}$  e o modelo convencional, houve um incremento de 3% nos deslocamentos do topo do edifício na direção  $x$  e menos de 1% na direção  $y$ .

Com a inclusão do pé-direito duplo no modelo em estudo, o deslocamento no topo do edifício na análise de primeira ordem foi de 2,71 cm e 9,65 cm, nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , os respectivos deslocamento foram de 3,41 cm (dir.  $x$ ) e 10,95 cm (dir.  $y$ ). Examinando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo convencional e o modelo com pé-direito duplo, houve um incremento de 5% e 1% nos deslocamentos do topo do edifício nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente.

Os resultados do parâmetro  $\alpha$  indicam que o modelo analisado é classificado como de nós móveis nas duas direções,  $x$  e  $y$ . Os resultados encontrados para o coeficiente  $\gamma_z$  indicam as mesmas classificações do parâmetro  $\alpha$ , além de demonstrar à necessidade da realização de uma análise mais rigorosa de segunda ordem em ambas as direções do edifício.

Os resultados encontrados para o modelo C demonstram que a redução de seção dos pilares ao longo da altura alterou a rigidez do edifício de forma que o efeito de segunda ordem ficou em torno de 16%, na direção  $x$ , e 10% na direção  $y$  em relação aos respectivos efeitos de primeira ordem. A variação do  $f_{ck}$  dos pilares e a inclusão de pé-direito duplo não resultaram em mudanças significativas na rigidez do edifício.

#### 4.5 EXEMPLO D – EDIFÍCIO - LAJE LISA - 12 PAVIMENTOS TIPOS

O último modelo apresentado por França (1985), modelo D, edifício composto por laje plana (pilar e laje maciça) com altura igual a 22 cm. A idéia inicial é na contribuição das lajes planas em relação ao contraventamento da estrutura. Foram mantidas as dimensões em x, y e z dos exemplos anteriores (B e C).

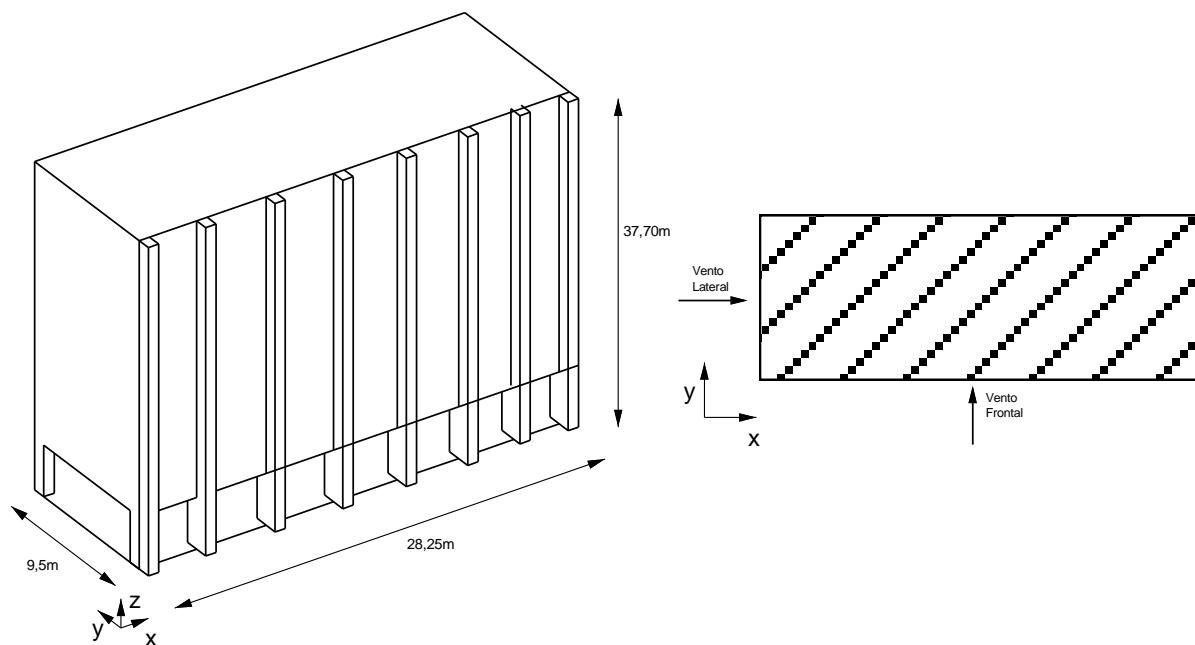
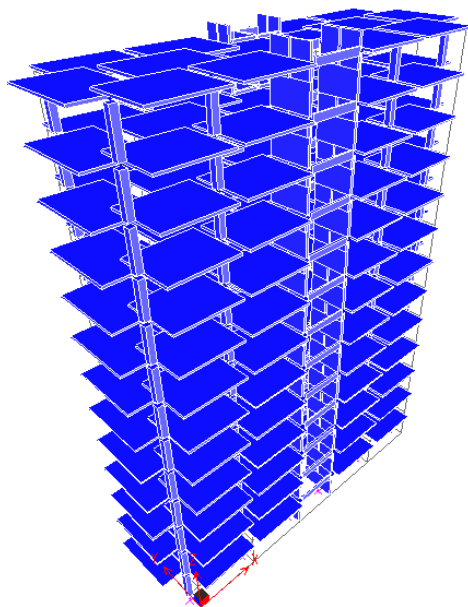


Figura 4.20 – Esquema do Edifício – Exemplo D (fonte: Oliveira, 2009)

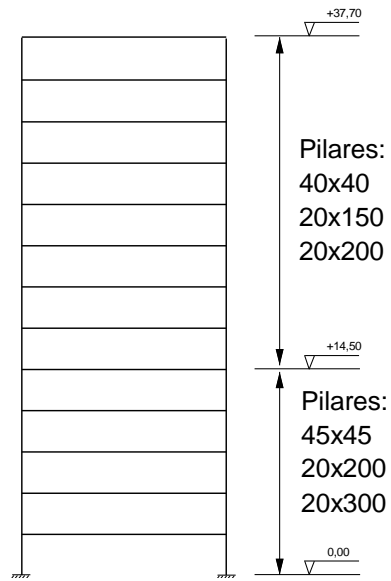


Na Figura 4.22 está apresentado o modelo de laje plana com 12 pavimentos tipo com as variações na tipologia estrutural propostas e discretizadas no SAP2000:

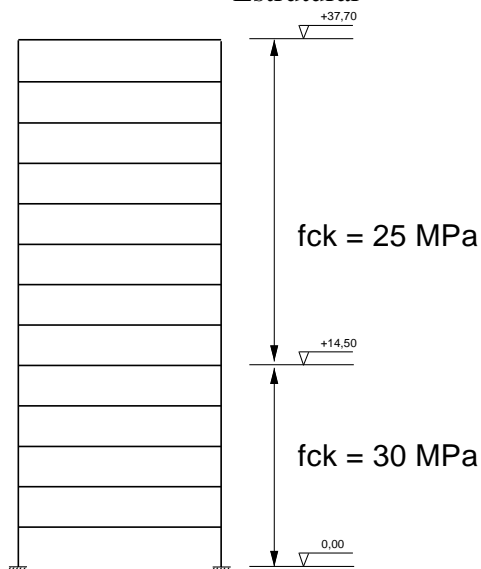
- (a) modelo convencional, sem alterações na tipologia estrutural;
- (b) variação na seção do pilar ao longo da altura;
- (c) variação do  $f_{ck}$  ao longo da altura;
- (d) Adoção de pé-direito duplo no pavimento térreo.



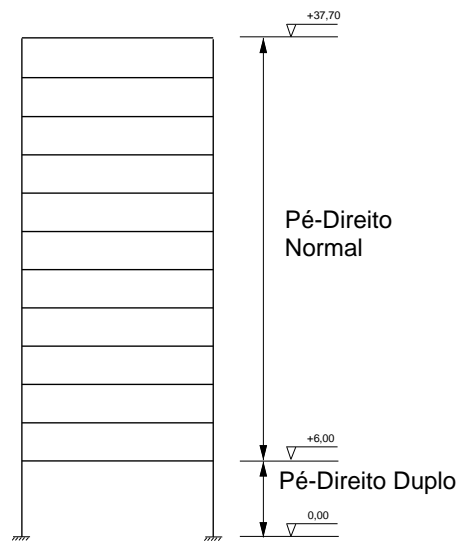
(a) Sem Alterações na Tipologia Estrutural



(b) Variação na seção do pilar



(c) Variação do  $f_{ck}$



(d) Pé-direito duplo

Figura 4.22 – Modelos discretizado no SAP2000 – Exemplo D

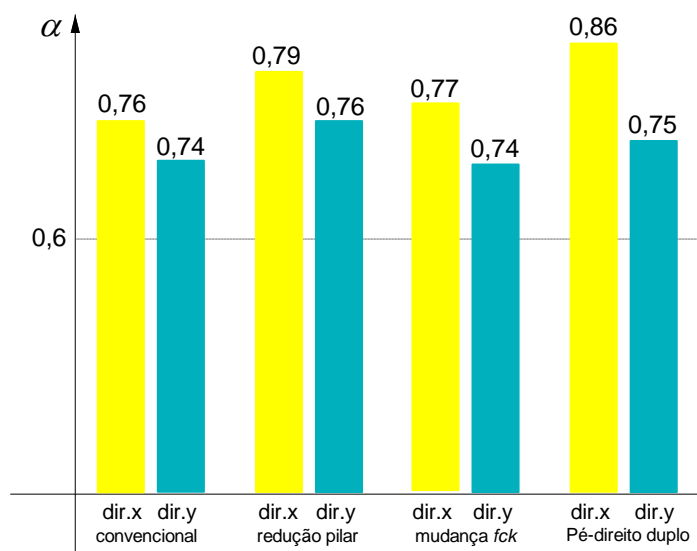


Figura 4.23 – Comparação de Valores – Parâmetro  $\alpha$  – Exemplo D

Na Figura 4.23, são apresentados os indicadores do parâmetro  $\alpha$ , para o edifício de laje plana. Os resultados indicam que a estrutura é classificada como de nós móveis nas direções  $x$  e  $y$ .

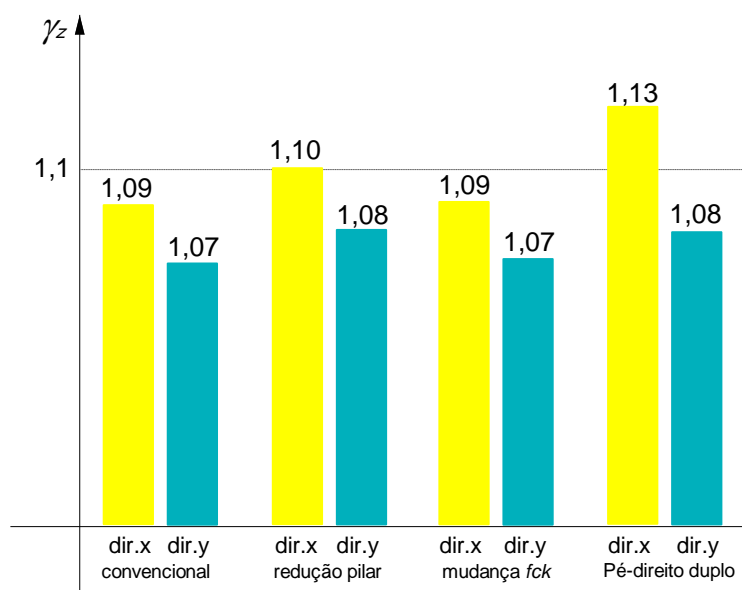


Figura 4.24 – Comparação de Valores – Coeficiente  $\gamma_z$  – Exemplo D

Para o coeficiente  $\gamma_z$ , Figura 4.24, indica que na direção  $y$ , o edifício é classificado como de nós fixos e que está dispensada uma análise de segunda ordem e na direção  $x$ , a estrutura é

classificada como de nós móveis apenas no modelo com pé-direito duplo, devendo ser realizada uma análise mais criteriosa de segunda ordem.

Tabela 4.6 – Efeitos de Segunda Ordem (Direção x) – Exemplo D

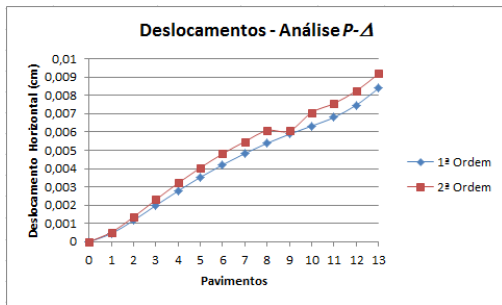
PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé-Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	0,84	9,52	0,87	10,34	0,85	9,41	1,03	17,48	1ª Ordem
	0,92		0,96		0,93		1,21		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	20.222,05	0,70	20.257,79	0,69	20.206,46	0,70	20.255,55	1,10	1ª Ordem
	20.363,59		20.397,18		20.347,49		20.476,60		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	9.466,33	0,84	9.527,48	0,85	4.469,80	0,84	10.355,21	1,36	1ª Ordem
	9.545,67		9.607,98		9.549,40		10.495,54		2ª Ordem

Tabela 4.7 – Efeitos de Segunda Ordem (Direção y) – Exemplo D

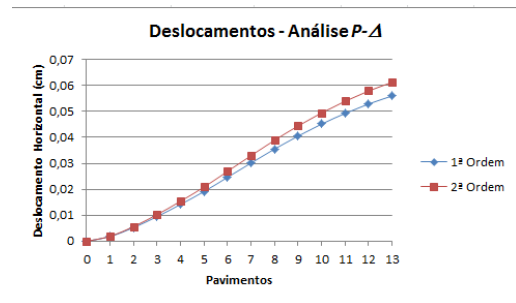
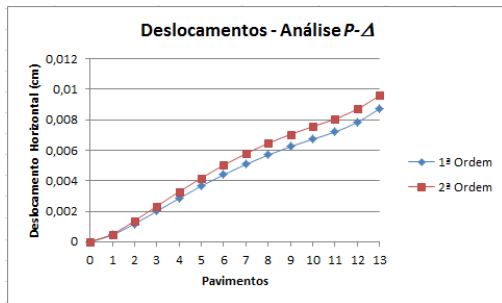
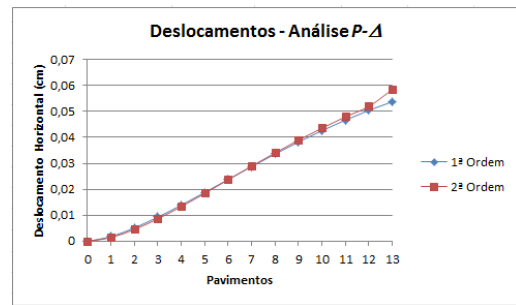
PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé-Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	5,37	8,75	5,60	9,29	5,43	8,84	5,52	9,06	1ª Ordem
	5,84		6,12		5,91		6,02		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	19.781,64	3,34	19.941,77	3,44	19.804,05	3,36	19.294,76	2,68	1ª Ordem
	20.443,65		20.627,11		20.469,95		19.811,14		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	7.166,78	-0,34	7.225,72	-0,32	7.172,59	-0,34	9.297,40	0,98	1ª Ordem
	7.142,16		7.202,28		7.148,23		9.388,91		2ª Ordem

Realizando uma análise de segunda ordem, resultados descritos nas Tabelas 4.6 e 4.7, foram confirmados os indicadores de instabilidade global, para a direção x os valores de deslocamentos no topo, momentos fletores em vigas aleatórias do edifício e momentos na base de alguns pilares, os efeitos de segunda ordem ultrapassaram os 10% em relação aos de primeira ordem, necessitando uma análise criteriosa de segunda ordem, e na direção y, os efeitos de segunda ordem não ultrapassaram os 10%, podendo ser negligenciada a verificação criteriosa de segunda ordem.

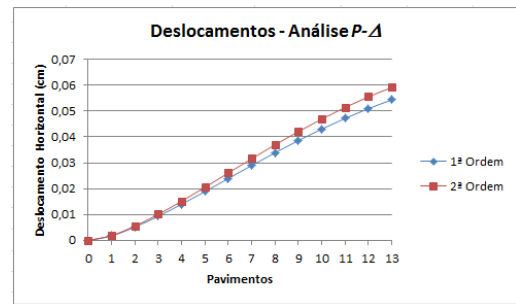
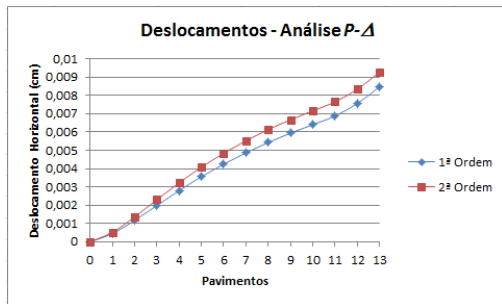
Os deslocamentos para cada pavimento devido à combinação utilizada referente aos modelos do exemplo D estão apresentados na Figura 4.25.



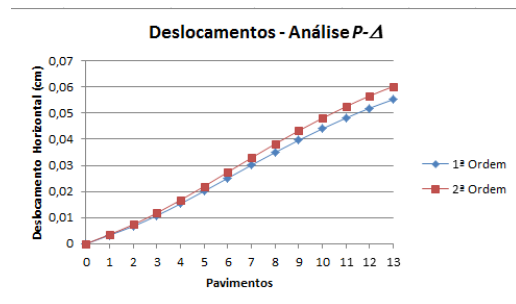
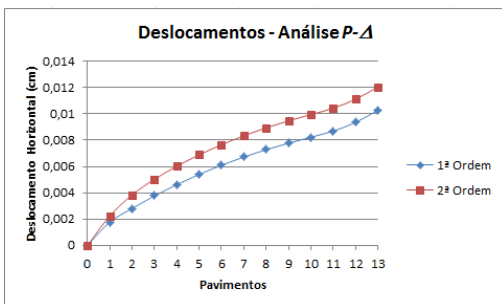
(a) Edifício sem Alteração na Tipologia Estrutural (direção x e y)



(b) Edifício com Redução de Pilar (direção x e y)



(c) Edifício com Mudança de  $f_{ck}$  (direção x e y)



(d) Edifício com Pé-direito duplo (direção x e y)

Figura 4.25 – Comparação de Valores – Deslocamentos – Análise  $P-\Delta$  – Exemplo D



Nas Figuras 4.25 (a) a 4.25 (d) são apresentados os resultados dos deslocamentos para o edifício D. Na estrutura convencional o deslocamento no topo do edifício na análise de primeira ordem foi de 0,84 cm para a direção  $x$  e 5,37 cm para a direção  $y$  e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , os respectivos deslocamentos foram de 0,92 cm (dir.  $x$ ) e 5,84 cm (dir.  $y$ ). Considerando os resultados para o modelo com variação de seção dos pilares ao longo da altura (Figura 4.25-b), o deslocamento no topo para a análise de primeira ordem foi de 0,87 cm (dir.  $x$ ) e 5,60 cm (dir.  $y$ ) e a análise de segunda ordem foi respectivamente de 0,96 cm (dir.  $x$ ) e 6,12 cm (dir.  $y$ ). Comparando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo base e o modelo de variação de seção do pilar, houve um incremento de 10,34% nos deslocamentos do topo do edifício na direção  $x$  e de 9,30% na direção  $y$ .

Para o modelo com variação do  $f_{ck}$  (Figura 4.25-c), o deslocamento no topo encontrado na fase elástica foi de 0,85 cm para a direção  $x$  e 5,43 cm para a direção  $y$  e na análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , foi de 0,93 cm (dir.  $x$ ) e 5,91 cm (dir.  $y$ ). Estabelecendo-se um paralelo entre os deslocamentos do modelo com variação de  $f_{ck}$  e o modelo convencional, houve incremento nos deslocamentos do topo do edifício na direção  $x$  de 1,10% e de 1,20% na direção  $y$ .

Com a inclusão do pé-direito duplo no modelo em estudo, o deslocamento no topo do edifício na fase elástica foi de 1,03 cm e 5,52 cm, nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , os respectivos deslocamento foram de 1,21 cm (dir.  $x$ ) e 6,02 cm (dir.  $y$ ). Examinando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo base e o modelo com pé-direito duplo, houve um incremento de 31,52% na direção  $x$  e na direção  $y$  não houve incremento significativo nos deslocamentos do topo do edifício.

Os resultados do parâmetro  $\alpha$  indicam que o modelo analisado é classificado como de nós móveis na direção  $x$  e  $y$ , já os resultados do coeficiente  $\gamma_z$  indicam na direção  $x$  a estrutura é classificada como de nós móveis apenas para o modelo de pé-direito duplo e na direção  $y$  como de nós fixos.

Os resultados obtidos para o modelo D indica que o modelo de pé-direito duplo alterou a rigidez do edifício de forma que os efeitos de segunda ordem ficaram em torno de 17,5% (direção  $x$ ), em relação aos respectivos efeitos de primeira ordem. A variação do  $f_{ck}$  dos pilares e a redução de seção de pilar ao longo da altura não resultaram em mudanças significativas na rigidez do edifício.

#### 4.6 EXEMPLO E – EDIFÍCIO - LAJE COM VIGAS - 24 PAVIMENTOS TIPO

Este exemplo, E, trata-se de um edifício construído na cidade de Goiânia e representa uma tendência atual da arquitetura moderna com edifícios mais altos e dimensões em planta bem mais reduzidas. Em se tratando de modelagem numérica, o modelo se assemelha a coluna clássica de *Euler*. As características geométricas assim como as faces de incidência do vento estão esquematizadas na Figura 4.26. A distância entre pavimentos é constante e igual a 2,8 metros. A planta de formas do pavimento tipo está apresentada na Figura 4.27. O edifício possui três anos de utilização e está em perfeitas condições, não apresentando danos patológicos que deponham quanto à sua segurança.

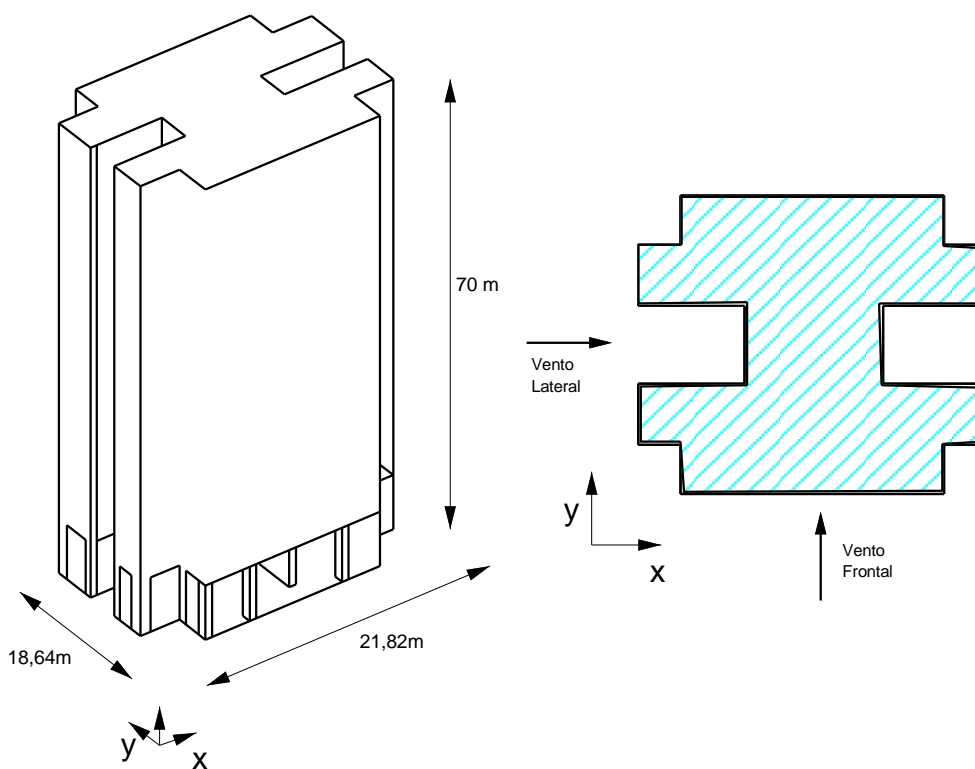


Figura 4.26 – Esquema do Edifício – Exemplo E (fonte: Oliveira, 2009)

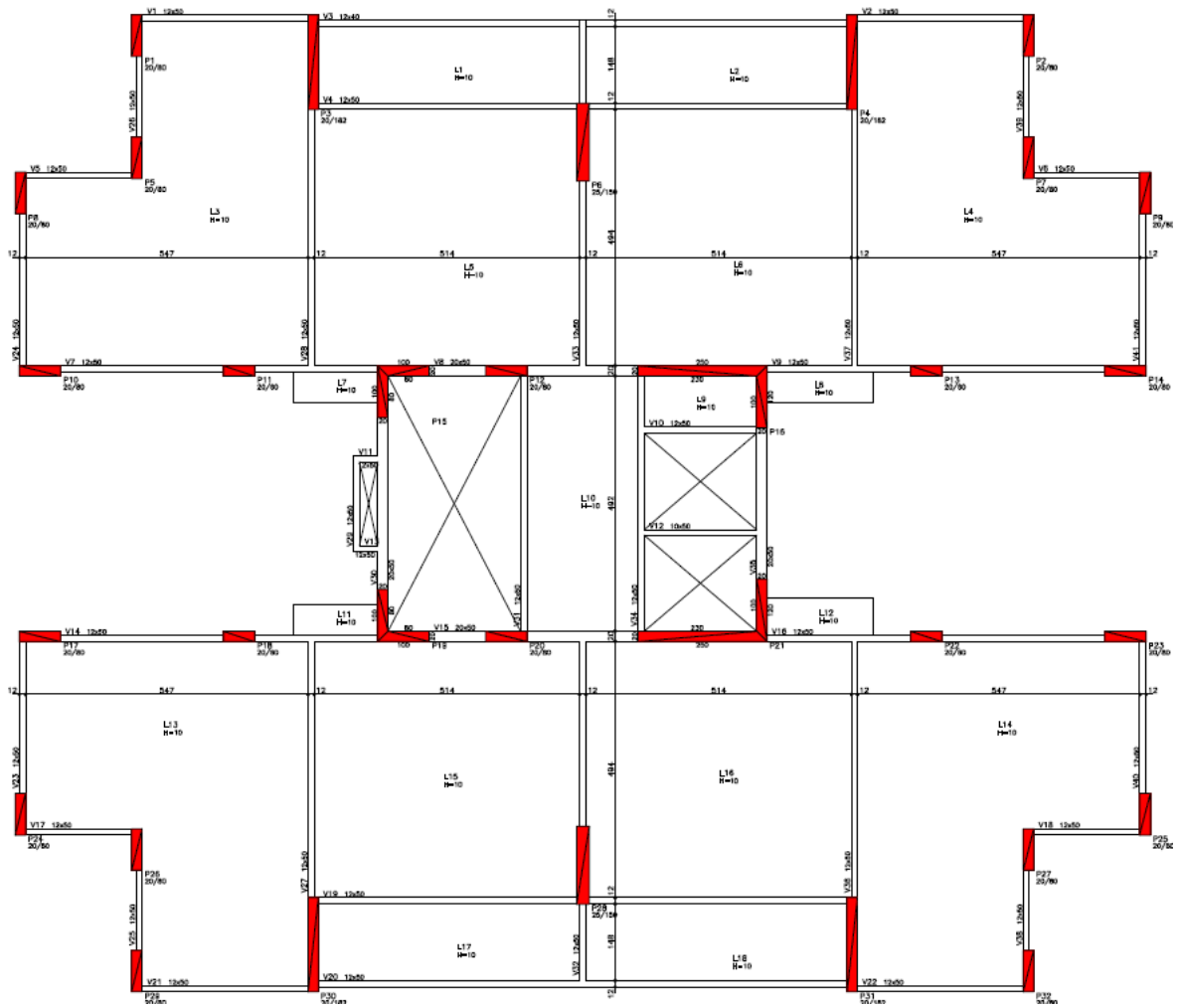
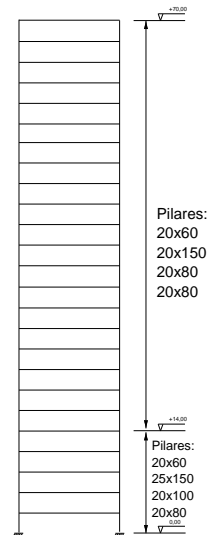
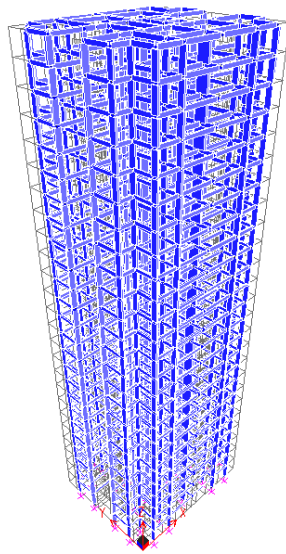


Figura 4.27 – Esquema do Edifício – Exemplo E

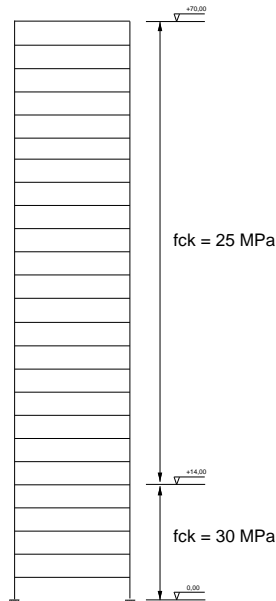
Na Figura 4.28 está apresentado o modelo de 24 pavimentos tipo com as variações na tipologia estrutural propostas e discretizadas no SAP2000:

- (a) modelo convencional, sem alterações na tipologia estrutural;
- (b) variação na seção do pilar ao longo da altura;
- (c) variação do  $f_{ck}$  ao longo da altura;
- (d) Adoção de pé-direito duplo no pavimento térreo.

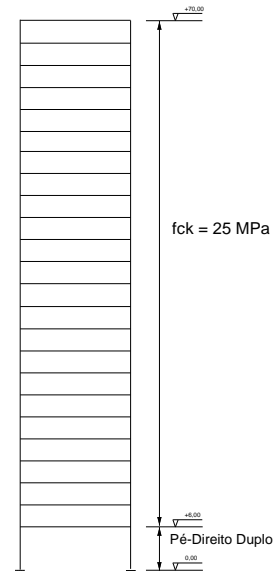


(a) Sem Alterações na Tipologia Estrutural

(b) Variação na seção do pilar



(c) Variação do  $f_{ck}$



(d) Pé-direito duplo

Figura 4.28 – Modelos discretizado no SAP2000 – Exemplo E

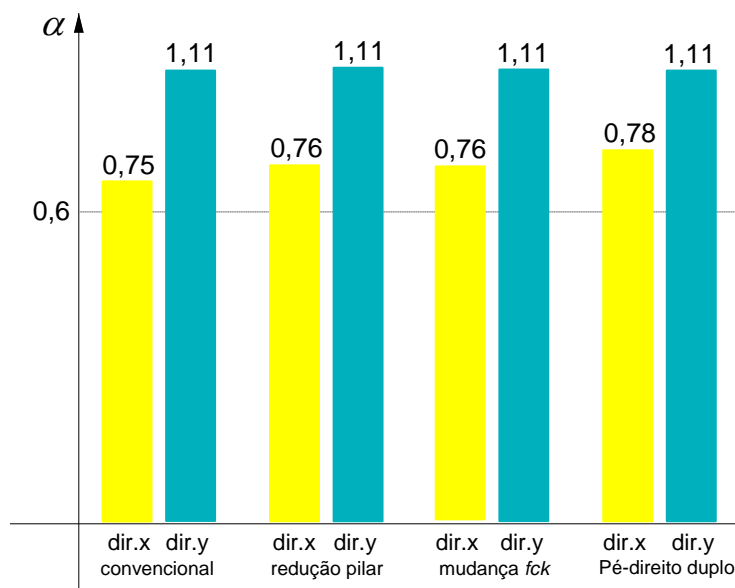


Figura 4.29 – Comparação de Valores – Parâmetro  $\alpha$  – Exemplo E

Para o parâmetro  $\alpha$ , Figura 4.29, o modelo D, para todas as variações propostas indicam valores maiores que 0,6, ou seja, a estrutura apresenta, nós móveis para ambas as direções,  $x$  e  $y$ .

Já para o coeficiente  $\gamma_z$ , apenas a direção  $y$  a estrutura apresenta nós móveis, necessitando de uma análise mais criteriosa de segunda ordem (Figura 4.30).

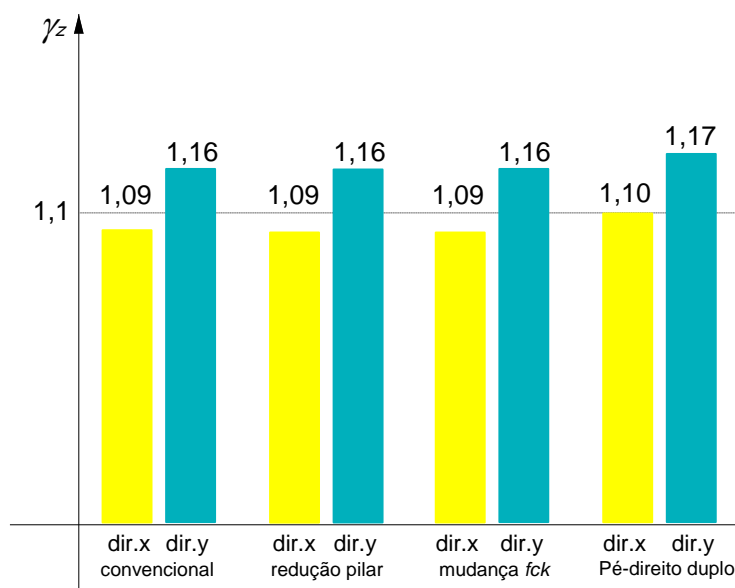


Figura 4.30 – Comparação de Valores – Coeficiente  $\gamma_z$  – Exemplo E

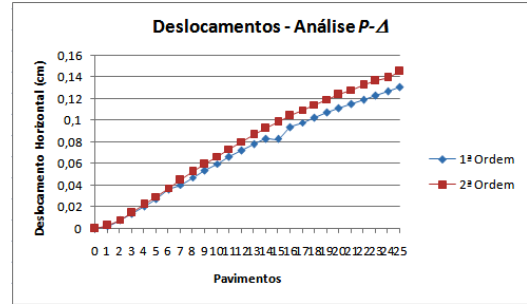
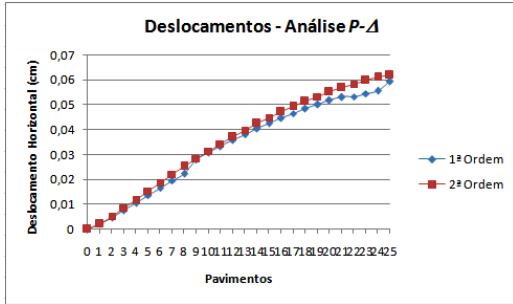
Tabela 4.8 – Efeitos de Segunda Ordem (Direção x) – Exemplo E

PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé-Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	5,93	4,26	5,88	9,62	5,79	9,57	6,05	11,88	1ª Ordem
	6,19		6,44		6,35		6,76		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	5.541,35	1,59	5.436,22	1,60	5.540,62	1,81	5.504,49	-2,41	1ª Ordem
	5.629,68		5.523,17		5.640,81		5.371,89		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	1.742,91	7,12	1.742,85	6,89	1.735,01	6,51	2.416,77	30,20	1ª Ordem
	1.867,07		1.862,94		1.847,91		3.146,55		2ª Ordem

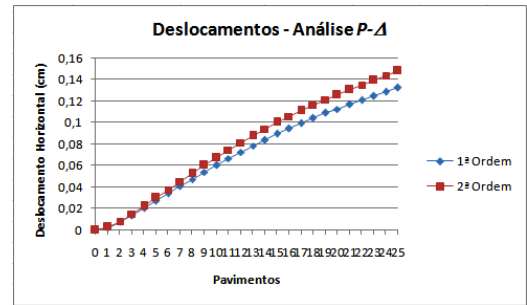
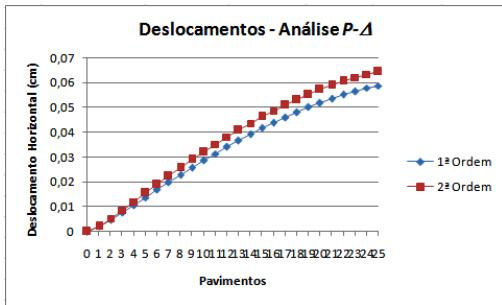
Tabela 4.9 – Efeitos de Segunda Ordem (Direção y) – Exemplo E

PARÂMETROS/ EDIFÍCIO	Conv.	Dif. (%)	Redução Pilar	Dif. (%)	Mudança $f_{ck}$	Dif. (%)	Pé-Direito Duplo	Dif. (%)	Análise
Deslocamento Topo (cm)	13,03	11,40	13,27	11,63	13,20	11,62	13,25	11,64	1ª Ordem
	14,52		14,81		14,73		14,79		2ª Ordem
Momento Fletor na Viga do 3º Pavimento (kgf.m)	5.293,57	8,94	5.398,85	9,01	5.284,11	8,97	5.487,43	9,63	1ª Ordem
	5.766,94		5.885,53		5.757,98		6.016,01		2ª Ordem
Momento Fletor na Base do Pilar (kgf.m)	358,85	19,21	360,62	19,21	356,00	19,33	501,97	24,50	1ª Ordem
	427,79		429,91		424,83		624,94		2ª Ordem

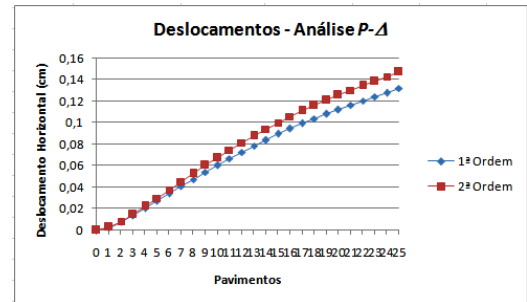
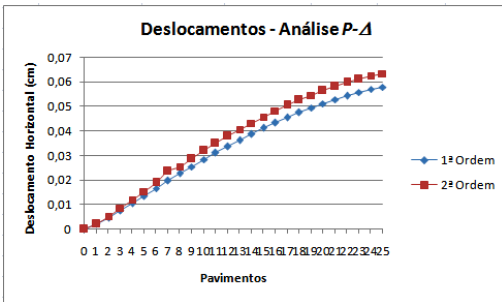
Ao realizar uma análise de segunda ordem através do método  $P-\Delta$ , Tabela 4.8 e 4.9, os resultados confirmam os indicadores do coeficiente  $\gamma_c$ , indicando realmente que para a direção y necessita de uma análise mais criteriosa de segunda ordem.



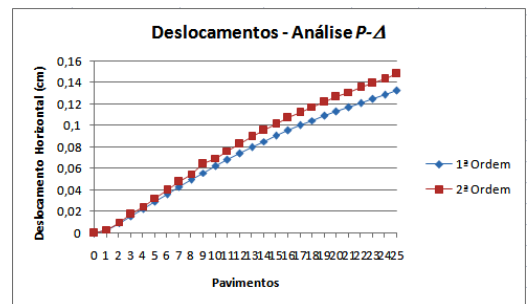
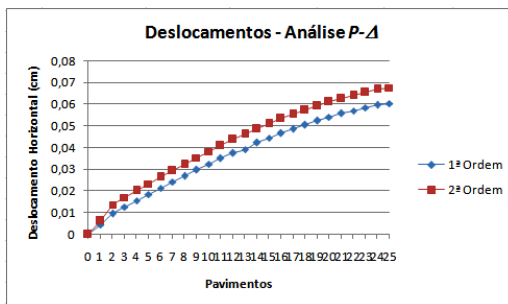
(a) Edifício sem Alteração na Tipologia Estrutural (direção x e y)



(b) Edifício com Redução de Pilar (direção x e y)



(c) Edifício com Mudança de  $f_{ck}$  (direção x e y)



(d) Edifício com Pé-direito duplo (direção x e y)

Figura 4.31 – Comparação de Valores – Deslocamentos – Análise P-Δ – Exemplo E

A seguir são apresentados os resultados dos deslocamentos para o edifício C, Figuras 4.31 (a) a 4.31 (d). Na estrutura básica o deslocamento no topo do edifício na análise elástica foi de 5,93 cm para a direção  $x$  e 13,03 cm para a direção  $y$  e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , os respectivos deslocamentos foram de 6,19 cm (dir.  $x$ ) e 14,52 cm (dir.  $y$ ). Considerando os resultados para o modelo com variação de seção dos pilares ao longo da altura (Figura 4.31-b), o deslocamento no topo para a análise de primeira ordem foi de 5,88 cm (dir.  $x$ ) e 13,27 cm (dir.  $y$ ) e a análise de segunda ordem foi respectivamente de 6,44 cm (dir.  $x$ ) e 14,81 cm (dir.  $y$ ). Comparando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo base e o modelo de variação de seção do pilar, houve um incremento de 4% nos deslocamentos do topo do edifício na direção  $x$  e de 2% na direção  $y$ .

Para o modelo com variação do  $f_{ck}$  (Figura 4.31-c), o deslocamento no topo encontrado na fase elástica foi de 5,79 cm para a direção  $x$  e 13,20 cm para a direção  $y$  e na análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , foi de 6,35 cm (dir.  $x$ ) e 14,73 cm (dir.  $y$ ). Estabelecendo-se um paralelo entre os deslocamentos do modelo com variação de  $f_{ck}$  e o modelo convencional, houve um incremento de 2% nos deslocamentos do topo do edifício nas direções  $x$  e  $y$ .

Com a inclusão do pé-direito duplo no modelo em estudo, o deslocamento no topo do edifício na análise de primeira ordem foi de 6,05 cm e 13,25 cm, nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente e a análise de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , os respectivos deslocamento foram de 6,76 cm (dir.  $x$ ) e 14,79 cm (dir.  $y$ ). Examinando-se os resultados para análise de segunda ordem entre o modelo convencional e o modelo com pé-direito duplo, houve um incremento de 10% e 2% nos deslocamentos do topo do edifício nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente.

Os resultados do parâmetro  $\alpha$  indicam que o modelo analisado é classificado como de nós móveis nas duas direções,  $x$  e  $y$ . Os resultados encontrados para o coeficiente  $\gamma_z$  indicam que na direção  $x$  a estrutura é classificada como de nós fixos e na direção  $y$  como de nós móveis.

Os resultados encontrados para o modelo E demonstram que a inclusão de pé-direito duplo em edifícios altos altera a rigidez do edifício de forma que o efeito de segunda ordem ficou em torno de 10%, na direção  $x$ , em relação aos respectivos efeitos de primeira ordem. A variação do  $f_{ck}$  dos pilares e a variação de seção pilar ao longo da altura não resultaram em mudanças significativas na rigidez do edifício.



## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 5.1 CONCLUSÕES

Apresentam-se a seguir, as conclusões e comentários sobre o trabalho realizado e os resultados obtidos nas aplicações numéricas. Ressalta-se que as conclusões apresentadas a seguir foram retiradas a partir da observação das respostas encontradas nos exemplos resolvidos no quarto capítulo. Espera-se que os resultados obtidos e os comentários sobre os parâmetros utilizados na avaliação da rigidez de pórticos tridimensionais forneçam subsídios aos projetistas estruturais quando na concepção dos edifícios de concreto armado.

São inúmeros os trabalhos envolvendo pesquisas na área da estabilidade global, assim como diversos recursos tecnológicos de se realizar as análises de estabilidade. No caso deste trabalho, optou-se por trabalhar com o software SAP2000. Para a escolha dos modelos, para atender os objetivos do trabalho, tínhamos que ter diferentes tipologias na estrutura e diferentes alturas para se ter condições de compará-las e obter resultados coerentes. Por isto foram escolhidos modelos estudados por França (1985) e Oliveira (2009).

Os modelos escolhidos têm alturas classificadas em baixo, médio e grande porte. O modelo de 10 pavimentos (Exemplo A, estudado por Oliveira) tem a particularidade da sua simetria geométrica, intuitivamente indicando resultados idênticos nas duas direções ( $x$  e  $y$ ). São três os exemplos estudados por França, todos com as mesmas condições geométricas de comprimento, largura e altura, sofrendo ajustes necessários para enquadrar-se na mudança da tipologia estrutural. O exemplo B apresenta lajes com vigas no perímetro e intermediárias formando pórticos com os pilares que apresentam maior rigidez (inércia) na direção de menor largura do edifício (direção  $y$ ).

No exemplo C, foi realizada modificação na estrutura do exemplo B, substituindo as lajes com vigas por lajes nervuradas e conseqüentemente eliminando as vigas intermediárias, mas foram mantidas as posições dos pilares. No último exemplo de França (Exemplo D), também modelado a partir do exemplo B, foram subtraídas as vigas e reposicionados os pilares para receber diretamente lajes maciças (lajes cogumelo sem capitel). Neste exemplo

foram inseridos, nas caixas de escada e de elevadores pilares parede. O último exemplo estudado foi um edifício executado na cidade de Goiânia/GO em 2009, denominado no trabalho como exemplo E, estudado por Oliveira (2009). Este modelo apresenta uma altura de 90 metros, classificando-se como um edifício de grande porte.

Para todos estes modelos (exemplos A - E) foram inseridas as variações na tipologia estrutural propostas nos objetivos específicos do trabalho. A partir do modelo denominado como base e ou convencional foram inseridas variações na seção dos pilares a partir do sexto pavimento, variação do  $f_{ck}$  dos pilares também a partir do sexto pavimento e inclusão de pé-direito duplo no pavimento térreo suprimindo o primeiro pavimento tipo do modelo convencional.

Para todos os modelos propostos foram realizados pré-dimensionamentos dos pilares tanto para mudanças de seção transversal,  $f_{ck}$  e comprimento, através da planilha de pré-dimensionamento de pilares exposta na Tabela 2.2.

Os resultados obtidos no Exemplo A, indicaram que a estrutura apresenta nós fixos nas duas direções, indicados pelos parâmetros de norma ( $\alpha$  e  $\gamma_z$ ) e realizando a verificação dos efeitos de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , observou-se que os maiores esforços não ultrapassaram 10% em relação aos esforços de primeira ordem, confirmando os resultados. Para o exemplo B, na direção  $x$ , o valor encontrado para o parâmetro alfa ultrapassou o limite de norma, 0,6, indicando uma estrutura de nós móveis, para o coeficiente gama  $z$ , os valores encontrados para a direção  $x$ , ficaram na média de 1,25, onde o limite para ignorar a análise de segunda ordem prevista pela NBR 6118:2003 é 1,10. Com a análise de segunda ordem constatou-se o indicador de esforços gama  $z$ , apresentando um percentual médio de 15%. Na direção  $y$ , para todos os parâmetros confirmaram que a estrutura apresenta nós fixos.

Para o Exemplo C, foi necessária uma análise de segunda ordem rigorosa nas duas direções do edifício, pois os coeficientes de estabilidade global da norma indicaram valores para o  $\alpha$  igual a 1,07 em  $x$  e 0,84 em  $y$ , e o  $\gamma_z$  igual a 1,25 na direção  $x$  e 1,13 na direção  $y$ , ou seja, estrutura de nós móveis. Na análise de segunda ordem os efeitos indicaram mais de 25% em relação aos efeitos de primeira ordem, demonstrando que para este tipo de estrutura o coeficiente  $\gamma_z$  atende bem. O exemplo D, estrutura constituída por lajes cogumelo sem capitel, o parâmetro  $\alpha$  na direção  $y$ , classificou a estrutura nesta direção como de nós

móveis, 0,76, mas verificando pelo gama  $z$ , a estrutura na direção  $y$  se classifica na verdade como de nós fixos, 1,08, sendo dispensável uma análise rigorosa de segunda ordem.

Para o edifício de grande porte, Exemplo E, consegue-se perceber os problemas de utilização dos parâmetros de instabilidade indicados pela norma ( $\alpha$  e  $\gamma_z$ ), pois para estes parâmetros a resposta da estrutura para a direção  $x$  era como de uma estrutura de nós fixos ( $\gamma_z = 1,09$ ), mas pela verificação de segunda ordem, percebemos uma diferença percentual de 25% dos esforços de segunda ordem em relação aos de primeira ordem.

O parâmetro  $\alpha$  foi uma ferramenta importante e muito utilizada para estimativa da estabilidade global das estruturas, mas quando não havia ainda os recursos computacionais. Este parâmetro constitui uma medida de deslocabilidade horizontal da estrutura, avaliando sua sensibilidade aos efeitos de segunda ordem, classificando a partir de limites de delimitados pela norma como estruturas de nós fixos ou móveis. A desvantagem do parâmetro  $\alpha$ , é que ele é consequência do comportamento elástico dos materiais. Portanto as análises podem não ser satisfatórias. Para o Exemplo A, o parâmetro  $\alpha$  classificou a estrutura em nós móveis, já na verificação pelo coeficiente  $\gamma_z$ , a estrutura foi classificada como de nós fixos.

Nos Exemplos B e C, o parâmetro  $\alpha$  apresentou resultados satisfatórios, onde a sua classificação inicial foram confirmadas na verificação pelo coeficiente  $\gamma_z$ . Para os Exemplos D e E, em uma das direções do edifício, a classificação pelo parâmetro alfa foi de nós móveis, quanto na verdade foram classificadas posteriormente como de nós fixos através da verificação pelo gama  $z$ .

Como hipótese básica para utilização do  $\gamma_z$ , deve-se considerar que as linhas elásticas que representam os deslocamentos laterais dos diversos pisos do edifício, obtidos na análise de primeira ordem e nas subsequentes iterações da análise de segunda ordem são todas geometricamente afins entre si. Isto significa que a deformada do edifício obtida em uma etapa de análise é substituída ou transformada em outra, na análise seguinte, mantendo, porém, as condições de afinidade.

A partir dos exemplos estudados neste trabalho, comparando-se os resultados obtidos do coeficiente  $\gamma_z$ , o exemplo C, modelo com lajes nervuradas, apresentou o maior índice, 1,25, para o modelo com redução de pilar, indicando que a estrutura necessita de uma análise de

segunda ordem, e com a verificação de segunda ordem via  $P-\Delta$  os resultados confirmaram o índice do gama  $z$ , diferença próxima de 25% entre a análise de 2ª para 1ª ordem. Para o Exemplo E, o  $\gamma_z$  foi igual a 1,17, para o edifício com pé-direito duplo, realizando a análise de segunda ordem, a estrutura apresentou uma diferença de 30% entre a análise de 2ª para 1ª ordem, ou seja, houve uma discrepância nos resultados entre o coeficiente  $\gamma_z$  e a análise  $P-\Delta$ .

Devido existirem ainda muitas interrogativas nesta área, o ideal é que para todas as estruturas que apresentem reduções bruscas de rigidez nos elementos estruturais, vigas e pilares, entre pavimentos seria primeiramente realizar uma análise de primeira ordem pelo coeficiente de instabilidade da NB1, gama  $z$ , e obrigatoriamente esta estrutura teria que passar por uma análise incremental de segunda ordem, via  $P-\Delta$ , mesmo o gama  $z$  indicando uma estrutura de nós fixos. Pois com isto, tem-se a garantia da estabilidade do edifício, atendendo as solicitações impostas, aos estados limites e garantindo economia no detalhamento das seções e das armaduras dos elementos estruturais.

A partir dos resultados obtidos neste trabalho, a conclusão é que com a complexidade deste assunto juntamente com o número de variáveis que envolvem as análises, devem ser realizadas análises de mais edifícios para gerar mais resultados possibilitando comparações e conclusões sobre as condições de utilização dos coeficientes de estabilidade, principalmente onde se tem variações bruscas de rigidez.

## 5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para continuação desta linha de pesquisa, são sugeridos, entre outros, os seguintes tópicos complementares:

- Levar em consideração a influência das alvenarias nas análises para determinar a influencia destas no contraventamento das estruturas. Para isto devem ser realizados diversos ensaios representando diversas situações de exposição das alvenarias;
- Analisar estruturas que tenham pilares de transição em vigas, transição por rotação de 90° de pilares na passagem do pavimento tipo para o térreo ou para a garagem, estruturas particulares que já possuam deslocabilidades com cargas verticais, e modelos que gerem torções no pórtico espacial. O objetivo desses estudos seria explorar melhor as deficiências do coeficiente gama  $z$ , permitindo contribuições e sugestões que hoje não são bem descritas pela NBR 6118:2003.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1995). *ACI 318-95. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*. Detroit, ACI.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1984). *ACI 435.3R-68. Allowable Deflections*. Committee 435. Detroit, ACI.

ARAUJO, J. M. de (1993). *Pilares Esbeltos de Concreto Armado*. Editora da Universidade do Rio Grande, Rio Grande, RS.

ARAUJO, J. M. de (2010). *Curso de Concreto Armado*. Editora Dunas, Vol. 03, Rio Grande, RS.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). *Projeto de Estruturas de Concreto Armado – Procedimento*, NBR 6118, Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). *Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações*, NBR 6120, Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). *Forças devidas ao Vento em Edificações*, NBR 6123, Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). *Ações e Segurança nas Estruturas*, NBR 8681, Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2008). *Concreto – Determinação do Módulo de Deformação Estático e Diagrama Tensão-Deformação*, NBR 8522, Rio de Janeiro, RJ.

BECK, H. e KÖNIG, G. (1966). *Restraining Forces in the Analysis of Tall Buildings*, in: *Symposium on Tall Buildings*. Proceedings, Pergamon Press, Oxford.

BLESSMANN, J. (1989). *Ação do Vento em Edifícios*. Editora UFRGS, v.7, Porto Alegre, RS.

BLESSMANN, J. (1998). *Introdução ao Estudo das Ações Dinâmicas do Vento*. Editora UFRGS, Porto Alegre, RS.

- BREBBIA, C. A. e FERRANTE, A. J. (1986). *Computational Methods for the Solution of Engineering Problems*. Pentech Press, London.
- BUENO, M. M. E. (2009). *Avaliação dos Parâmetros de Instabilidade Global em Estruturas de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.
- CARMO, R. M. S. (1995). *Efeitos de Segunda Ordem em Edifícios Usuais de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1995.
- CARMO, R. M. S. (2001). *Determinação de Rigidez de Estruturas de Pavimentos Através dos Métodos de Elementos de Contorno e Finitos*. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2001.
- CARVALHO, R. C. e PINHEIRO, L. M. (2009). *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado*. Editora Pini, v.2, São Paulo, SP.
- CHAJES, A. (1974). *Principles of Structural Stability Theory*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- CICOLIN, L. A. B. (2007). *Estabilidade em Edifícios de Concreto Armado com Pavimentos em Lajes Planas*. Dissertação de Mestrado - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DO BÉTON (1990). *CEB – FIP Model Code. Bulletin D'information*, No. 203 a 205.
- COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DO BÉTON (1978). *Manual of Buckling and Instability*. Lancaster, England the Construction Press, Bulletin D'information No. 123.
- CUNHA, A. J. P., LIMA, N. A. e SOUZA, V. C. N. de (1996). *Acidentes Estruturais na Construção Civil*. Editora Pini, v. 1, São Paulo, SP.
- FERNANDES, G. R. (2003). *Análise Não Linear de Estruturas de Pavimentos de Edifícios Através do Método de Elementos de Contorno*. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2003.

FERREIRA, M. P. (2010). *Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados*. Tese de Doutorado – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

FIORIN, E. (1998). *Arranjos de Armaduras em Estruturas de Concreto Armado*. Tese de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1998.

FRANÇA, R. L. S. (1985). *Exemplo de Cálculo do Esforço de Segunda Ordem Global em um Edifício de Concreto Armado*, in: *Colóquio Sobre Estabilidade Global de Estruturas de Concreto Armado*. IBRACON, São Paulo, SP.

FRANÇA, R. L. S. (1991). *Contribuição ao Estudo dos Efeitos de Segunda Ordem em Pilares de Concreto Armado*. Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.

FRANÇA, R. L. S. e OLIVEIRA R. M. (2000). *Contribuição ao Estudo da Rigidez de Pilares e Vigas de Concreto Armado em Análises de Segunda Ordem*. EPUSP, São Paulo, SP.

FRANCO, M. (1985). *Problemas de Estabilidade nos Edifícios de Concreto Armado*, in: *Colóquio Sobre Estabilidade Global de Estruturas de Concreto Armado*. IBRACON, São Paulo, SP.

FRANCO, M. (1985). *O Parâmetro de Instabilidade dos Edifícios Altos*, in: *Colóquio Sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado*. IBRACON, São Paulo, SP.

FRANCO, M. (1995). *Instabilidade Local e Global dos Edifícios Altos de Concreto Armado*. International Symposium 1995 da International Association for Shell and Spatial Structures, Milão.

FRANCO, M. e VASCONCELOS, A. C. (1991). *Practical Assessment of Second Order Effects in Tall Buildings*, in: *Colloquium on the CEB-FIP MC90*. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

FUSCO, P. B. (1993). *Estruturas de Concreto: Solicitações Normais*. Editora Guanabara, Rio de Janeiro, RJ.



FUSCO, P. B. (1995). *Técnicas de Armar as Estruturas de Concreto*. Editora Pini, São Paulo, SP.

GELATTI, F. (2012). *Análise Não-Linear Física e Geométrica de Pórticos Planos de Concreto Armado*. Tese de Doutorado – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

GERE, J. M. e WEAVER JR. W. (1987). *Análise de Estruturas Reticuladas*. Editora Guanabara, Rio de Janeiro, RJ.

GUARDA, M. C. C. da (2005). *Cálculo dos Deslocamentos em Pavimentos de Edifícios de Concreto Armado*. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2005.

HARRISON, H. B. (1973). *Computer Methods in Structural Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

HARRISON, H. B. (1980). *Structural Analysis and Design*. Pergamon Press, Oxford.

HENNRICHS, C. A. (2003). *Estudos sobre a Modelagem de Lajes Planas de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

IYENGAR, N. G. R. (1986). *Structural Stability of Columns and Plates*. Affiliated East-West Press Private Limited, New Delhi.

KIMURA, A. (2007). *Informática Aplicada em Estruturas de Concreto Armado*. Editora Pini, São Paulo, SP.

LARANJEIRAS, A. C. (2013). *Limitações de uso do Coeficiente gama z*. Artigo Publicado a Comunidade TQS, Salvador, BA.

LIMA, J. S. (2001). *Verificação da Punção e da Estabilidade Global de Edifícios de Concreto: Desenvolvimento e Aplicação de Recomendações Normativas*. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2001.

LIVESLEY, R. K. e CHANDLER, D. B. - *Stability Functions for Structural Frameworks*. Manchester Univ. Press, Manchester, England (1956); apud HARRISON, H. B. -

*Computer Methods in Structural Analysis*. Prentice Hall, INC., Englewood Cliffs, New Jersey (1973).

LOPES, A. P., SANTOS, G. O. e SOUZA, A. L. A. C. (2005). *Estudo sobre diferentes métodos de análise p-delta*, in: Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, volume 5, número 7.

MACGREGOR, J. G. e HAGE, S. E. (1978). *Stability Analysis and Design of Concrete Frames*. Journal of the Structural Division.

MACGREGOR, J. G. (2005). *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*. Editora Pearson Prentice Hall, 4ª edição, EUA.

MARTINS, C. H. (1998). *Contribuição da Rigidez Transversal à Flexão das Lajes na Distribuição dos Esforços em Estruturas de Edifícios de Andares Múltiplos, em Teoria de Segunda Ordem*. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1998.

MARTINS, C. H. (2001). *Análise Não Linear de Estruturas Tridimensionais de Edifícios de Andares Múltiplos com Núcleos Resistentes Considerando a Rigidez Transversal à Flexão das Lajes*. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2001.

MATIAS JR. I. G. (1997). *Análise Não-Linear de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Altos com Núcleos Resistentes sobre Fundações Flexíveis*. Tese de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1997.

MELO, C. E. L. (2009). *Análise Experimental e Numérica de Pilares Birrotulados de Concreto Armado Submetidos à Flexo-Compressão Normal*. Tese de Doutorado - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

METHA, P. K. e MONTEIRO, P. J. M. (2008). *Concreto, Microestrutura, Propriedades e Materiais*. IBRACON, São Paulo, SP.

MUTTONI, A. (2008). *Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement*. ACI Structural Journal, v. 105, N° 4, July-August.

NEVILLE, A. M. (1997). *Propriedades do Concreto*. Editora Pini, v.2, São Paulo, SP.

OLIVEIRA, J. C. A. (1998). *Estimativa do Índice Global de Esbeltez dos Edifícios de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 1998.

OLIVEIRA, R. M. (2000). *Contribuição ao Estudo da Rigidez de Vigas de Concreto Armado em Análises de Segunda Ordem*. Dissertação de Mestrado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

OLIVEIRA, J. C. A. (2009). *Avaliação da Rigidez de Pórticos Tridimensionais de Concreto Armado*. Tese de Doutorado - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

PARK, R. e GAMBLE, W. L. (1980). *Reinforced Concrete Slabs*. John Wiley & Sons, New York.

PENNER, E. e FUSCO, P. B. (1997). *A Estabilidade de Edifícios Altos*. Revista Técnica, São Paulo, SP.

PEREIRA, G. S. (1997). *Contribuições à análise de Estruturas de Contraventamento de Edifícios em Concreto Armado*. Tese de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1997.

PINTO, R. S. (1997). *Não-Linearidade Física e Geométrica no Projeto de Edifícios Usuais de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1997.

PINTO, R. S. (2002). *Análise Não Linear das Estruturas de Contraventamento de Edifícios em Concreto Armado*. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, 2002.

RUIZ M. F. e MUTTONI, A. (2009). *Applications of the Critical Shear Crack Theory to Punching of R/C Slabs with Transverse Reinforcement*. ACI Structural Journal, Reston, USA.

SANCHES JR. F. (2003). *Desenvolvimento de Modelos Numéricos para a Análise de Estruturas de Pavimentos de Edifícios*. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2003.

SILVA, I. M. (1996). *Análise de Edifícios de Alvenaria Estrutural Sujeitos à Ação de Vento*. Tese de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1996.

SOUSA JR. (2001). *Análise da Interação Núcleo Estrutural e Lajes em Edifícios Altos*. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2001.

VASCONCELOS, A. C. (1985). *Critérios para Dispensa de Consideração dos Efeitos de 2ª Ordem*, in: *Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado*. IBRACON, São Paulo, SP.

VASCONCELOS, A. C. e FRANÇA, R. L. S. (1997). *Um Método Simplificado e muito Preciso para Avaliação dos Momentos de Segunda Ordem em Edifícios Altos Usuais*. FIP Symposium, Johannesburg, ZA.

VASCONCELOS, A. C. (1998). *Origem dos Parâmetros de Estabilidade  $\alpha$  e  $\gamma_z$* . Revista Engenharia - Escola Politécnica, São Paulo, SP.

VASCONCELOS, A. C. (2000). *Em que Casos não se devem Utilizar o Processo Simplificado do  $\gamma_z$  para Determinação dos Efeitos de Segunda Ordem?*. Artigo Publicado a Comunidade TQS, São Paulo, SP.

VASCONCELOS, A. C. (2009). *O Misterioso Módulo de Elasticidade*. Artigo Publicado a Comunidade TQS, São Paulo, SP.

WORDELL, F. (2003). *Avaliação da Instabilidade Global de Edifícios Altos*. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

ZALKA, K. A. (2000). *Global Structural Analysis of Buildings*. E & FN Spon, Taylor e Francis Group, London.

ZANETTE, D. S. (2006). *Projeto de Vigas de Pequeno Porte Parcialmente Protendidas com Monocordalhas Engraxadas*. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

## ANEXO A

### A.1 AÇÃO DO VENTO NAS EDIFICAÇÕES

A norma brasileira vigente que determina todas as ações do vento a serem consideradas nas estruturas é a NBR 6123:1988. As forças devido ao vento devem ser calculadas separadamente para os diversos sistemas estruturais, vedação, telhado e a estrutura como um todo.

#### A.1.1 Parâmetros meteorológicos

Segundo Blessmann (1989), a pressão dinâmica do vento em condições normais de temperatura, (15 °C) e de pressão (1 atm) é:

$$q = 0,613V_k^2 \quad (\text{A.1})$$

E a velocidade característica é:

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (\text{A.2})$$

#### A.1.2 A velocidade básica ( $V_0$ )

É a velocidade de uma rajada de três segundos de duração, excedida em média uma vez a cada 50 anos, a dez metros acima do terreno, em campo aberto e plano. A velocidade é obtida a partir do gráfico das isopletras de velocidade básica (Figura A.1).

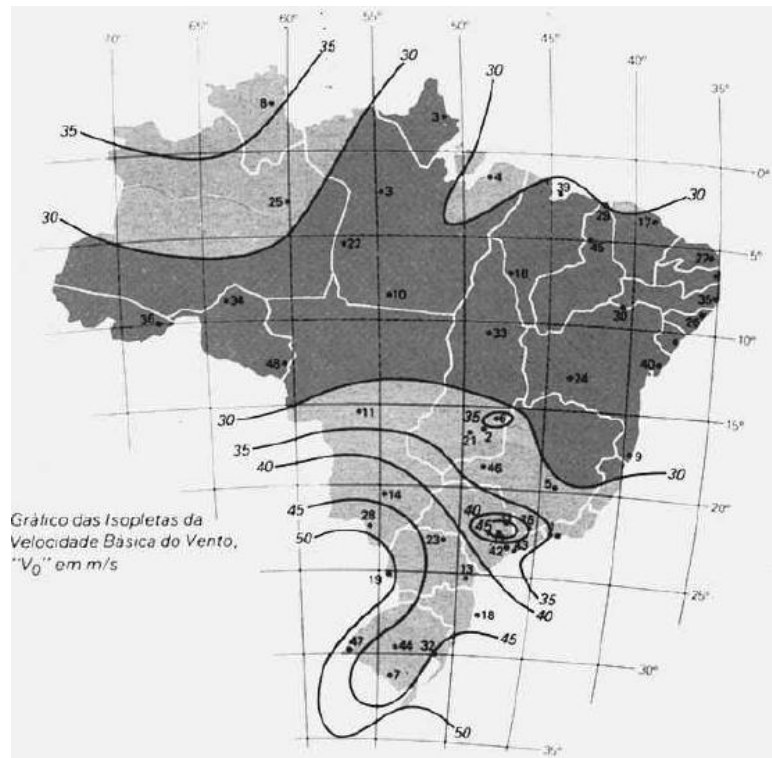


Figura A.1 – Mapa de Isoplethas do Vento no Brasil (fonte: Carvalho e Pinheiro, 2011)

### A.1.3 Fator topográfico ( $S_1$ )

Depende das características do relevo do terreno onde irá ser empregada a edificação. (Figura A.2).

- Terrenos fracamente acidentados:  $S_1 = 1,0$ ;
- Vales protegidos de ventos de qualquer direção:  $S_1 = 0,9$ ;
- Taludes e morros alongados nos quais pode ser admitido um fluxo de ar bidimensional soprando no sentido indicado na Figura 3.3.

No ponto A (morros) e nos pontos A e C (taludes):  $S_1 = 1,0$ ;

No ponto B o fator  $S_1$ , que é uma função  $S_1(z)$ , é calculado pelas seguintes expressões para diversas declividades, podendo ser feita interpolação linear para valores intermediários de  $\theta$ :

$$S_1(z) = 1,0 \text{ para } \theta < 3^\circ$$

$$S_1 = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) \cdot \text{tg}(\theta - 3^\circ) \geq 1 \text{ para } 6^\circ \leq \theta \leq 17^\circ \quad (\text{A.3})$$

$$S_1 = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) \cdot 0,31 \geq 1 \text{ para } \theta \geq 45^\circ$$

onde:

Z = altura medida a partir da superfície do terreno no ponto considerado;

d = diferença do nível entre a base e o topo do talude ou morro;

$\theta$  = inclinação média do talude ou encosta do morro.

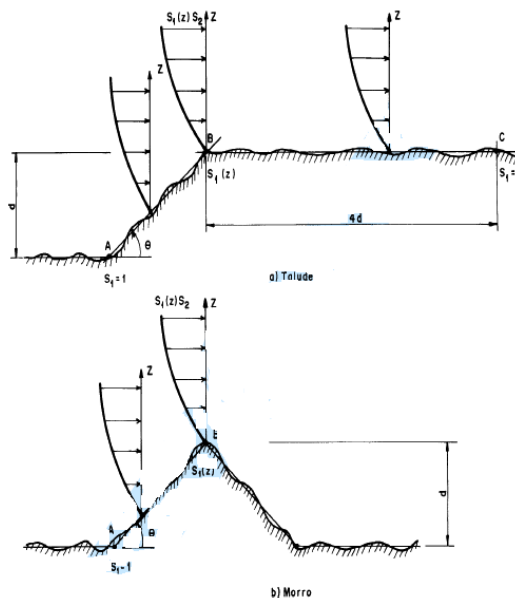


Figura A.2 – Fator Topográfico ( $S_1$ ) para Taludes e Morros (fonte: NBR 6123:1988)

#### A.1.4 Fator ( $S_2$ ) – rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno

O fator  $S_2$  considera o efeito combinado da rugosidade do terreno, da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação ou parte da edificação em consideração. (Tabela A.3).

#### Rugosidade do terreno:

- Categoria I – Superfícies lisas de grandes dimensões, com mais de 5 km de extensão, medida na direção do vento incidente;
- Categoria II – Terrenos abertos em nível ou aproximadamente em nível, com poucos obstáculos isolados, tais como árvores e edificações baixas;
- Categoria III – Terrenos planos ou ondulados com obstáculos, tais como sebes e muros, poucos quebra-ventos de árvores, edificações baixas e esparsas;
- Categoria IV – Terrenos cobertos por obstáculos numerosos e poucos espaçados, em zona florestal, industrial ou urbanizada;
- Categoria V – Terrenos cobertos por obstáculos, numerosos, grandes, altos e pouco espaçados.

#### Dimensões da Edificação:

- Classe A – Todas as unidades de vedação, seus elementos de fixação e peças individuais de estruturas sem vedação. Toda edificação na qual a maior dimensão horizontal ou vertical não exceda 20m;
- Classe B – Toda edificação ou parte da edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal esteja entre 20 m e 50 m;
- Classe C – Toda edificação ou parte da edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal exceda 50 m.



Tabela A.3 – Tabela Fator  $S_2$  (fonte: NBR 6123:1988)

Categorias de rugosidade do terreno												
Altura acima do terreno	Terreno aberto, sem obstruções, zonas costeiras, pradarias			Terreno aberto, com poucas obstruções, granjas, casas de campo			Terreno com muitas obstruções, pequenas cidades, subúrbios de grandes cidades			Terreno com grandes e freqüentes obstruções, centros de grandes cidades		
H (m)	Rugosidade 1			Rugosidade 2			Rugosidade 3			Rugosidade 4		
Classe												
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
3	0,83	0,78	0,73	0,72	0,67	0,63	0,64	0,60	0,55	0,56	0,52	0,47
5	0,88	0,83	0,78	0,79	0,74	0,70	0,70	0,65	0,60	0,60	0,55	0,50
10	1,00	0,95	0,90	0,93	0,88	0,83	0,78	0,74	0,69	0,67	0,62	0,58
15	1,03	0,99	0,94	1,00	0,95	0,91	0,88	0,83	0,78	0,74	0,69	0,64
20	1,06	1,01	0,96	1,03	0,98	0,94	0,95	0,90	0,85	0,79	0,75	0,70
30	1,09	1,05	1,00	1,07	1,03	0,98	1,01	0,97	0,92	0,90	0,85	0,79
40	1,12	1,08	1,03	1,10	1,03	1,01	1,05	1,01	0,96	0,97	0,93	0,89
50	1,14	1,10	1,05	1,12	1,08	1,04	1,08	1,04	1,00	1,02	0,98	0,94
60	1,15	1,12	1,08	1,14	1,10	1,06	1,10	1,06	1,02	1,05	1,02	0,98
80	1,18	1,15	1,11	1,17	1,13	1,09	1,13	1,10	1,06	1,10	1,07	1,03
100	1,20	1,17	1,13	1,19	1,16	1,12	1,16	1,12	1,09	1,13	1,10	1,07

### A.1.5 Fator estatístico ( $S_3$ )

O fator estatístico  $S_3$  é baseado em conceitos estatísticos, e considera o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação. Segundo a definição da velocidade básica do vento ( $V_0$ ) é a velocidade do vento que apresenta um período de recorrência médio de 50 anos. A probabilidade de que a velocidade  $V_0$  seja igualada ou excedida neste período é de 63% (Tabela A.1).

Tabela A.1 – Valores Mínimos do Fator Estatístico  $S_3$  (fonte: NBR 6123:1988)

Grupo	Descrição	$S_3$
1	Edificações cuja ruína total ou parcial pode afetar a segurança ou possibilidade de socorro a pessoas após uma tempestade destrutiva (hospitais, quartéis de bombeiros e de forças de segurança, centrais de comunicações, etc.).	1,10
2	Edificações para hotéis e residências. Edificações para comércio e indústria com alto fator de ocupação.	1,00
3	Edificações e instalações industriais com baixo fator de ocupação (depósitos, silos, construções rurais, etc.).	0,95
4	Vedações (telhas, vidros, painéis de vedação, etc.).	0,88
5	Edificações temporárias e estruturas dos grupos 1 a 3 durante a construção.	0,83

## ANEXO B

### B.1 FORÇA DE ARRASTO E COEFICIENTE DE ARRASTO

A consideração de vento em edificações altas recebe um tratamento, dentro de uma análise global, em que a superposição de efeitos externos (forma) com efeitos internos (aberturas), é obtida por meio de um comportamento global da edificação, e representa por um único coeficiente,  $C_a$ , denominado coeficiente de arrasto.

A força de arrasto  $F_a$  é a componente da força global do vento sobre uma edificação, e tal força global pode ser obtida pela soma vetorial das forças de arrasto que atuam na edificação.

Esta força de arrasto pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$F_a = C_a \cdot q \cdot A_e \quad (\text{B.1})$$

onde:

$C_a$  – é o coeficiente de arrasto;

$q$  – é a pressão dinâmica ou pressão de obstrução;

$A_e$  – é a área efetiva, que é a área da projeção ortogonal da edificação, sobre um plano perpendicular à direção do vento (“área da sombra”).

Segundo a NBR 6123:1988, item 4.2.c, a pressão dinâmica pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$q = 0,613 \cdot V_k^2 \quad (\text{B.2})$$

Segundo a NBR 6123:1988, para se determinar o coeficiente de arrasto ( $C_a$ ) em edificações de múltiplos andares com planta retangular, devem-se considerar, principalmente, as condições de vento de baixa ou alta turbulência (Figuras B.1 e B.2).

Ainda de acordo com a norma, uma edificação é considerada em zona de alta turbulência quando a sua altura não excede o dobro da altura média das edificações vizinhas, ou seja, se a altura da edificação for maior que o dobro da altura média das edificações vizinhas, ela estará em zona de baixa turbulência, caso contrário, estará em zona de alta turbulência.

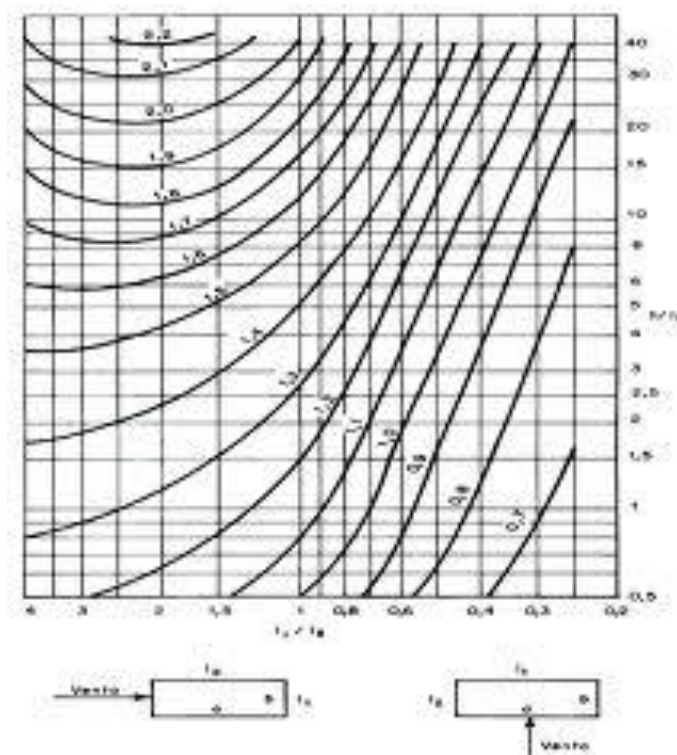


Figura B.1 –  $C_a$  - para Edificações Paralelepípedicas em Vento de Baixa Turbulência (fonte: NBR 6123:1988)

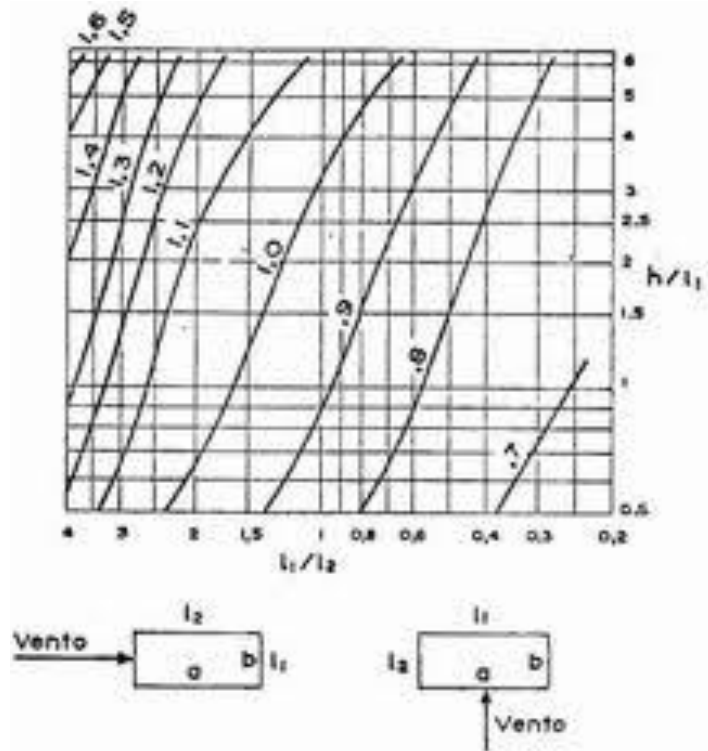


Figura B.2 –  $C_a$  - para Edificações Paralelepípedicas em Vento de Alta Turbulência (fonte: NBR 6123:1988)

## **ANEXO C**

### **C.1 AÇÕES VERTICAIS**

#### **C.1.1 CARGA PERMANENTE**

Para determinar o carregamento permanente de uma estrutura deve-se considerar o peso próprio dos elementos estruturais, lajes, vigas e pilares, além do contrapiso, regularizações na parte inferior da laje, revestimentos e as alvenarias.

Quando em um projeto as paredes ou divisórias não estão com as posições bem definidas, a NBR 6120:1980, no item 2.1.2, tem uma consideração especial, onde, o caçulo dos pisos com suficiente capacidade de distribuição da carga, quando não for por processo exato, pode ser feito admitindo, além dos demais carregamentos já mencionados, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso, não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observando o valor mínimo de  $1 \text{ kN/m}^2$ .

#### **C.1.2 CARGA ACIDENTAL**

As cargas acidentais ou sobrecargas são de ocupação, definidas em função de análises estatísticas, cujos valores mínimos, distribuídos, são estabelecidos conforme NBR 6120:1980.

As cargas verticais que se consideram atuando nos pisos de edificações, além das que se aplicam em caráter especial, referem-se a pessoas, móveis, utensílios e veículos.

A Tabela C.1 mostra as ocupações mais comuns em edifícios. Para outros locais e usos, consultar a referida norma.

Tabela C.1 – Cargas Acidentais Conforme NBR 6120:1980

<b>Tipo</b>	<b>Local</b>	<b>Valores Mínimos kgf/m<sup>2</sup></b>
<b>Edifícios Residenciais</b>	Dormitórios, sala, cozinha, copa, banheiro	150
	Despensa, área de serviço e lavanderia	200
<b>Escadas</b>	Com acesso ao público	300
	Sem acesso ao público	250
<b>Escritórios</b>	Salas de uso geral e banheiros	200
<b>Lojas</b>	Galeria de lojas	300
	Lojas com mezaninos	500
<b>Restaurantes</b>		300
<b>Garagens e Estacionamentos</b>	Veículo de passageiros	300
<b>Escolas</b>	Salas de aula, corredores	300
	Outras salas	200
<b>Bibliotecas</b>	Com acesso ao público	250
	Sem acesso ao público	400
<b>Terraços</b>	Com acesso ao público	200
	Sem acesso ao público	300
<b>Forros</b>	Sem acesso a pessoas	50

## ANEXO D

### D.1 COMBINAÇÕES DAS AÇÕES

Segundo a NBR 6118:2003, um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período preestabelecido.

A combinação das ações deve ser feita de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura; a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos e aos estados limites de serviço deve ser realizada em função de combinações de serviço, respectivamente.

No item 5.1.3.1 da NBR 8681:2003, as ações últimas normais são dadas pela seguinte expressão:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi,k} \cdot F_{gi,k} + [F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{0j} \cdot F_{Qj,k}] \quad (\text{D.1})$$

Onde:

$F_{Gi,k}$  – é o valor característico das ações permanentes;

$F_{Q1,k}$  – é o valor característico da ação variável considerada como ação principal para a combinação;

$\Psi_{0j} \cdot F_{Qj,k}$  – é o valor reduzido de combinação de cada uma das demais ações variáveis.

No item 5.1.4.1 da NBR 8681:2003, os coeficientes de ponderação  $\gamma_g$  das ações permanentes majoram os valores representativos das ações provocam efeitos desfavoráveis e minoram os valores representativos daquelas que provocam efeitos favoráveis para a segurança da estrutura. Para uma dada ação permanente, todas as suas parcelas são ponderadas pelo mesmo coeficiente  $\gamma_g$ , não se admitindo que algumas de suas partes possam ser majoradas e outras minoradas. Os coeficientes de ponderação  $\gamma_g$  relativos às ações permanentes que figuram nas combinações últimas, salvo indicação em contrário,

expressa em norma relativa ao tipo de construção e de material considerados, devem ser tomados com os valores básicos indicados nas Tabelas D.2 e D.3.

Tabela D.2 – Ações Permanentes Diretas Consideradas Separadamente (Fonte: *NBR 8681:2003*)

Combinação	Tipo de ação	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
<b>Normal</b>	Peso próprio de estruturas metálicas	1.25	1.0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1.30	1.0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1.35	1.0
	Elementos Construtivos Industrializados	1.35	1.0
	Elementos Construtivos Industrializados com adições in loco	1.40	1.0
	Elementos Construtivos em geral e equipamentos	1.50	1.0
<b>Especial ou de Construção</b>	Peso próprio de estruturas metálicas	1.15	1.0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1.20	1.0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1.25	1.0
	Elementos Construtivos Industrializados	1.25	1.0
	Elementos Construtivos Industrializados com adições in loco	1.40	1.0
	Elementos Construtivos em geral e equipamentos	1.30	1.0
<b>Excepcional</b>	Peso próprio de estruturas metálicas	1.45	1.0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1.10	1.0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1.15	1.0
	Elementos Construtivos Industrializados	1.15	1.0
	Elementos Construtivos Industrializados com adições in loco	1.15	1.0
	Elementos Construtivos em geral e equipamentos	1.30	1.0

Tabela D.3 – Ações Permanentes Diretas Agrupadas (Fonte: *NBR 8681:2003*)

Combinação	Tipo de ação	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
<b>Normal</b>	Grandes Pontes	1.30	1.0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral	1.35	1.0
	Edificações tipo 2	1.40	1.0
<b>Especial ou de construção</b>	Grandes Pontes	1.20	1.0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral	1.25	1.0
	Edificações tipo 2	1.30	1.0
<b>Excepcional</b>	Grandes Pontes	1.10	1.0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral	1.15	1.0
	Edificações tipo 2	1.20	1.0



Para as ações variáveis, o coeficiente de ponderação é apresentado no item 5.1.4.2 da NBR 8681:2003, onde os coeficientes de ponderação  $\gamma_g$  das ações variáveis majoram os valores representativos das ações variáveis que provocam efeitos desfavoráveis para a segurança da estrutura. As ações favoráveis provocam efeitos não são considerados nas combinações de ações, admitindo-se que sobre a estrutura atuem apenas as parcelas de ações variáveis que produzam efeitos desfavoráveis. As ações variáveis que tenham parcelas favoráveis e desfavoráveis, que fisicamente não possam atuar separadamente, devem ser consideradas conjuntamente como uma ação única. Os coeficientes de ponderação  $\gamma_g$  relativos às ações variáveis que figuram nas combinações últimas estão apresentados nas Tabelas D.4 e D.5.

Tabela D.4 – Ações Variáveis Consideradas Separadamente (Fonte: NBR 8681:2003)

<b>Combinação</b>	<b>Tipo de ação</b>	<b>Coefficiente de Ponderação</b>
<b>Normal</b>	Ações truncadas	1.2
	Efeito de temperatura	1.2
	Ação do vento	1.4
	Ações variáveis em geral	1.5
<b>Especial ou de construção</b>	Ações truncadas	1.1
	Efeito de temperatura	1.0
	Ação do vento	1.2
	Ações variáveis em geral	1.3
<b>Excepcional</b>	Ações variáveis em geral	1.0

Tabela D.5 – Ações Variáveis Consideradas Conjuntamente (Fonte: NBR 8681:2003)

<b>Combinação</b>	<b>Tipo de Estrutura</b>	<b>Coefficiente de Ponderação</b>
<b>Normal</b>	Pontes e edificações tipo 1	1.5
	Edificações tipo 2	1.4
<b>Especial ou de construção</b>	Pontes e edificações tipo 1	1.3
	Edificações tipo 2	1.2
<b>Excepcional</b>	Estruturas em geral	1.1

Para os valores dos fatores de combinação e de redução, item 5.1.4.4 da NBR 8681:2003, os fatores de combinação  $\psi_0$ , salvo indicação em contrário, expressa em norma relativa ao

tipo de construção e de material considerados, estão indicados na Tabela D.6, juntamente com os fatores de redução  $\psi_1$  e  $\psi_2$  referentes às combinações de serviço.

Tabela D.6 – Valores dos Fatores de Combinação ( $\psi_0$ ) e de Redução ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) para as Ações Variáveis .  
(Fonte: NBR 8681:2003)

<b>Ações</b>	<b><math>\psi_0</math></b>	<b><math>\psi_1</math></b>	<b><math>\psi_2</math></b>
<b>Cargas acidentais de edifícios</b>			
Locais que não há predominância de pesos e equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas.	0.5	0.4	0.3
Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas.	0.7	0.6	0.4
Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens.	0.8	0.7	0.6
<b>Vento</b>			
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0.6	0.3	0.0
<b>Temperatura</b>			
Variações uniformes de temperatura em relação à média anual global	0.6	0.5	0.3
<b>Cargas Móveis e seus efeitos dinâmicos</b>			
Passarelas de pedestres	0.6	0.4	0.3
Pontes Rodoviárias	0.7	0.5	0.3
Pontes Ferroviárias não especializadas	0.8	0.7	0.5
Pontes Ferroviárias especializadas	1.0	1.0	0.6
Vigas de rolamentos de pontes rolantes	1.0	0.8	0.5

## ANEXO E

### E.1 ÁBACO PARA VIGA COM SEÇÃO RETANGULAR

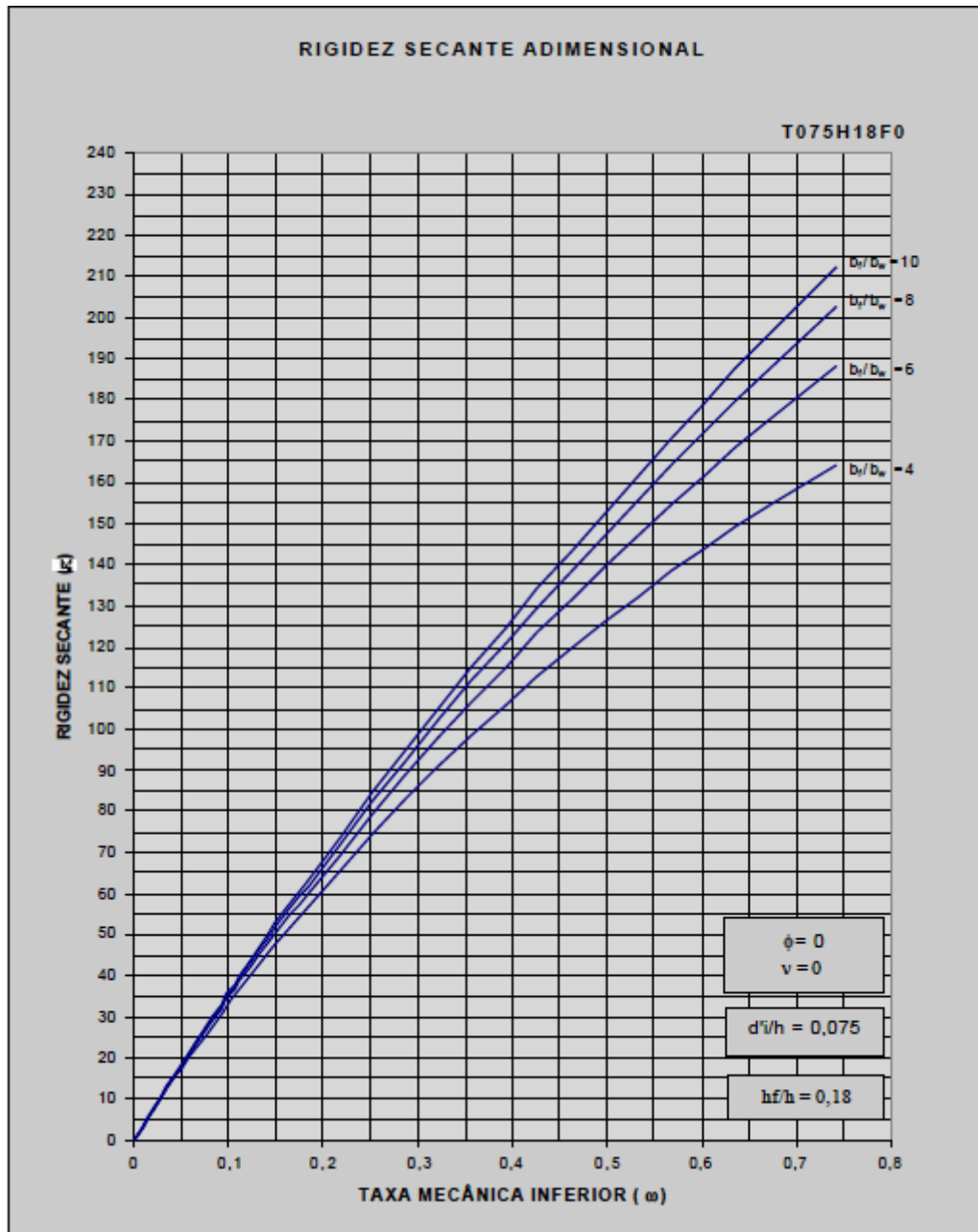


Figura E.1 – Ábaco para Viga com Seção Retangular (fonte: Oliveira, 2000)

## E.2 ÁBACO PARA PILAR

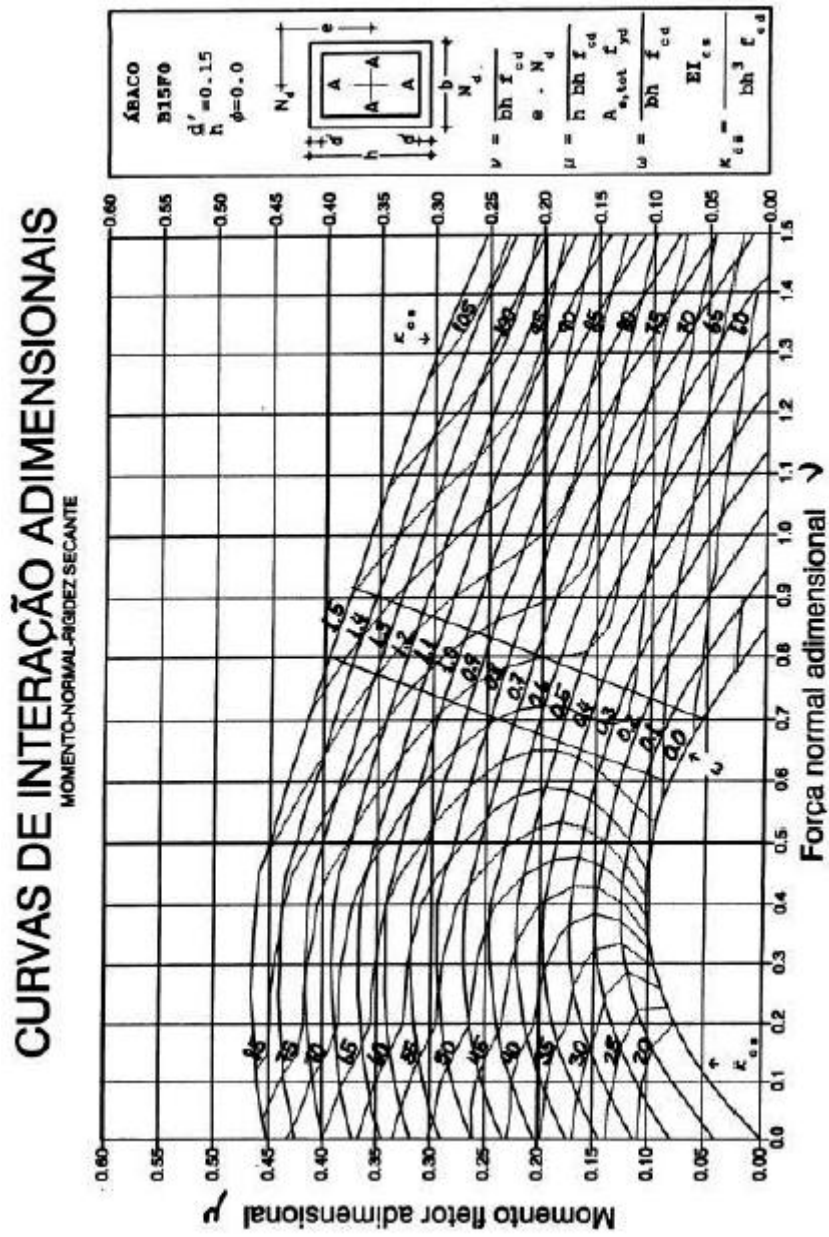


Figura E.2 – Ábaco para Pilar (fonte: França e Oliveira, 2000)

## ANEXO F

### F.1 INTERFACE DO SAP2000 PARA MODIFICAÇÕES NA RIGIDEZ DO EDIFÍCIO

#### 1 Ambiente de modelagem do Edifício (Aspecto Geral)

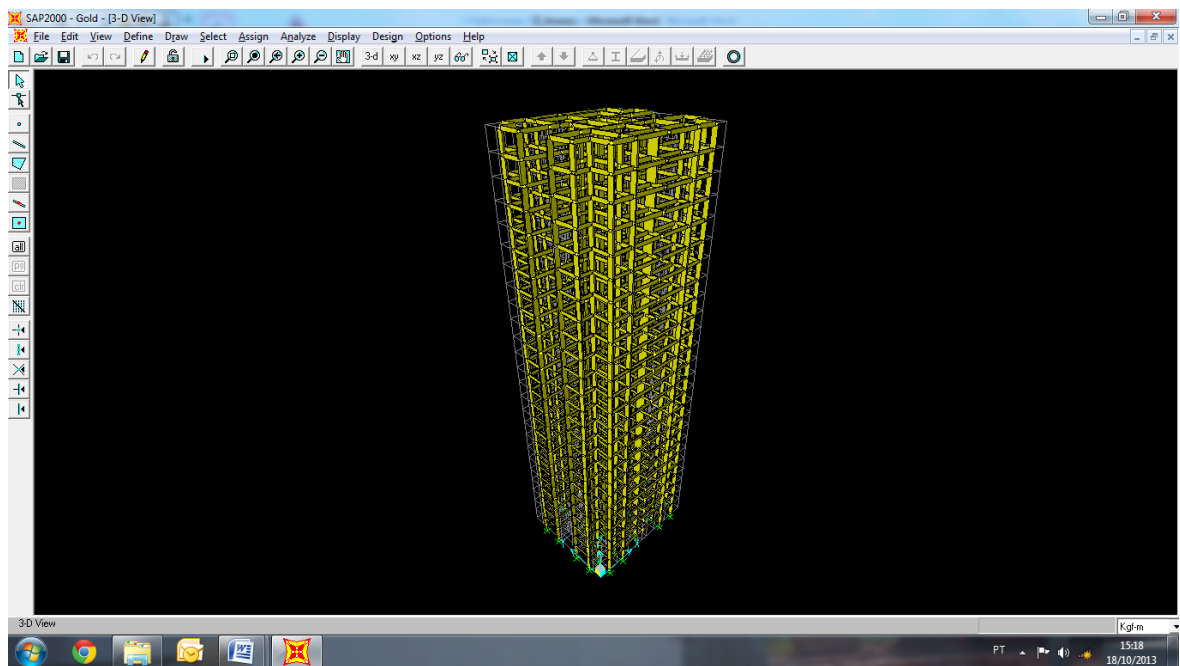


Figura F.1 – Área de Modelagem do Edifício

## 2 Comando Define Frame Sections

Local onde se define e insere as seções transversais dos elementos estruturais, vigas e pilares.

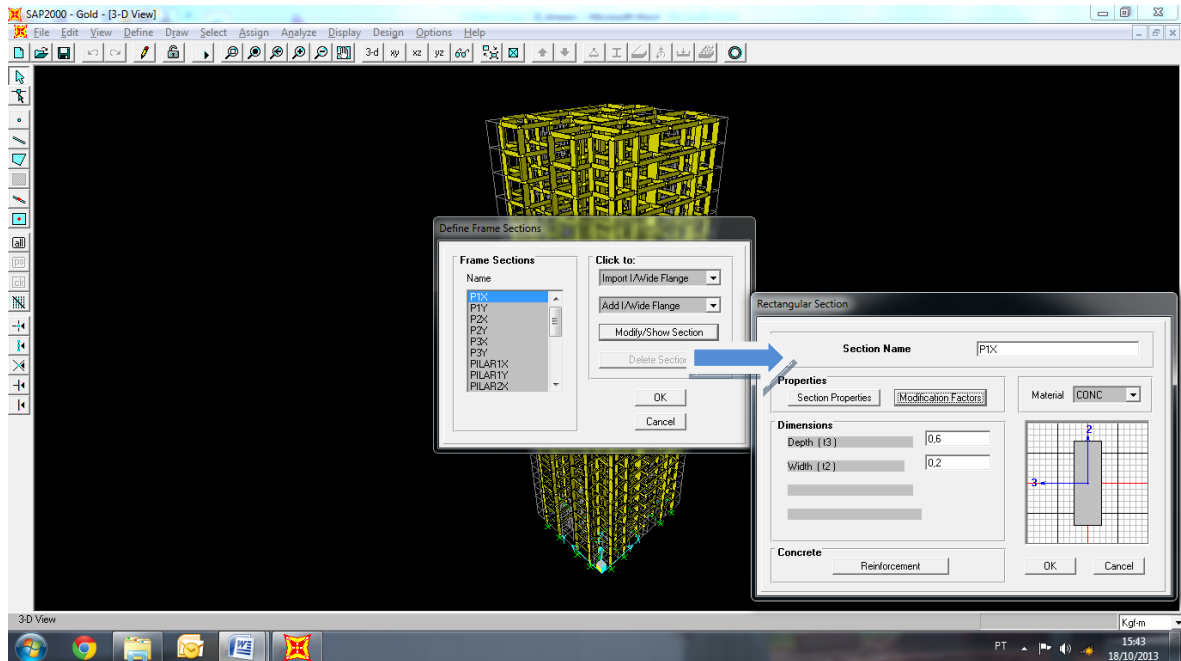


Figura F.2 – Define Frame Sections

### 3 Modification Factors

Neste ambiente é onde possibilita a mudança do momento de inércia para cada elemento estrutural.

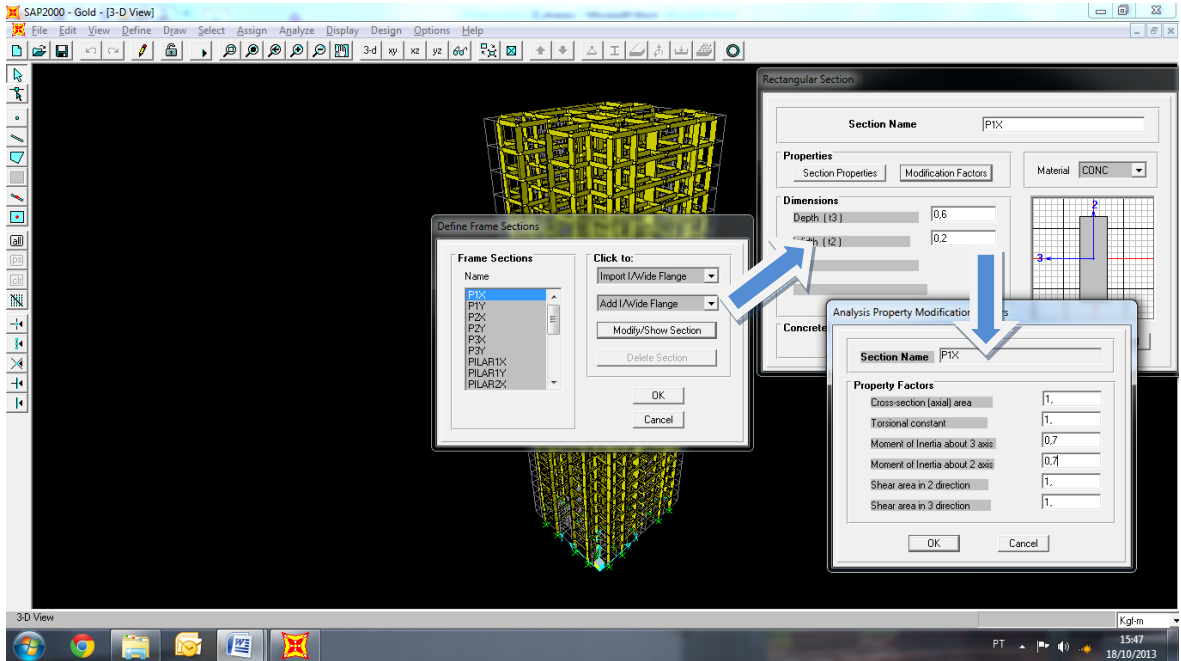


Figura F.3 – Define Frame Sections – Modification Factors