

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL E ANALÍTICO**  
**DO CHOQUE TÉRMICO EM FACHADAS DE**  
**EDIFICAÇÕES**

**ANDERSON DA SILVA BARBOSA**

**ORIENTADOR: WILLIAM TAYLOR MATIAS SILVA**

**COORIENTADOR: LUCIANO MENDES BEZERRA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E**  
**CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM - 11A/13**

**BRASÍLIA/DF: JULHO – 2013**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL E ANALÍTICO DO**  
**CHOQUE TÉRMICO EM FACHADAS DE EDIFICAÇÕES**

**ANDERSON DA SILVA BARBOSA**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE**  
**ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE**  
**TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE**  
**DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU**  
**DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. William Taylor Matias Silva, DR. Ing. (ENC-UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (ENC-UnB)**  
**(Coorientador)**

---

**Prof. Yosiaki Nagato, DSc (ENC-UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Cel.-Eng. Sergio Henrique da Silva Carneiro, PhD (COMAER)**  
**(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 10 DE JULHO DE 2013**

## FICHA CATALOGRÁFICA

BARBOSA, ANDERSON DA SILVA

Estudo Numérico-Computacional e Analítico do Choque Térmico em Fachadas de Edificações [Distrito Federal] 2013.

xxiv, 275 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2013).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Choque Térmico

2. Revestimento Cerâmico

3. Tensões Termomecânicas

4. Fadiga

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BARBOSA, A. S. (2013). Estudo Numérico-Computacional e Analítico do Choque Térmico em Fachadas de Edificações. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-11A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 275 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Anderson da Silva Barbosa.

TÍTULO: Estudo Numérico-Computacional e Analítico do Choque Térmico em Fachadas de Edificações.

GRAU: Mestre

ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito da autora.

---

Anderson da Silva Barbosa

QI 23, Lote 08, Apt. 216, Guará II – CEP 71.060-634.

Brasília – DF – Brasil.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois segui-lo e obedecê-lo me fez uma pessoa muito melhor do que eu jamais poderia ser.

Aos meus pais Doroti e Henrique que me deram toda a educação e apoio para que eu seguisse minha carreira e fosse vitorioso. Agradeço às orações da minha mãe, minha avó (*in memorian*) e pelos conselhos e apoios nos momentos mais difíceis, estando longe ou perto, estão sempre se fazendo presentes.

À minha amada esposa Luciana, por seu amor, carinho, por ser a minha família e pelo seu apoio incondicional durante a difícil tarefa de ser Perito Criminal, esposo e chefe de família e estudante durante esses dois anos. Eu te amo muito!

Aos pastores Almir e Vânia pelas orações e pelo cuidado comigo e com a minha família.

Aos colegas de pesquisa da UnB, Yina Muñoz e João Uchôa, obrigado e parabéns pelo trabalho que muito me ajudaram durante a confecção do trabalho, compartilhando conhecimentos e ideias. Obrigado pelo companheirismo amigos.

Aos orientadores William Taylor e Luciano Bezerra, obrigado por confiarem esse tema tão interessante a mim. Espero que minha dedicação seja útil para a continuidade da pesquisa.

Ao Comando da Aeronáutica pela oportunidade de ter me formado em uma das Escolas mais tradicionais do país, o Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Carregarei sempre com orgulho esse nome, esteja onde estiver.

Ao Instituto de Criminalística da Polícia Civil do Distrito Federal pelo investimento em minha formação, o qual com certeza retribuirei.

## DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho à minha esposa, Luciana,  
Aos meus pais, Henrique e Doroti,  
Aos pastores Almir e Vânia  
E à memória daquela que sempre orou por mim.*

## RESUMO

**Autor: Anderson da Silva Barbosa**

**Orientador: William Taylor Matias Silva**

**Coorientador: Luciano Mendes Bezerra**

**Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, 2013**

As fachadas das edificações são permanentemente expostas a diversos tipos de intempéries que variam de acordo com as condições climáticas. Por essa razão, no Brasil é largamente utilizado o revestimento cerâmico, normalmente composto das camadas de emboço e argamassa colante encimadas por peças cerâmicas e rejunte. Suas propriedades conferem, além da proteção contra as intempéries, conforto térmico, acústico e estanqueidade. Entretanto, dependendo da intensidade dessas intempéries, são produzidos carregamentos térmicos que têm o potencial de causar patologias que diminuem a vida útil do revestimento podendo causar seu colapso manifestado, por exemplo, no descolamento das peças cerâmicas, cuja queda pode provocar acidentes graves. Este trabalho visa estudar quais os efeitos que um choque térmico decorrente de uma intempérie que provoque uma queda brusca na temperatura ambiente junto à face externa de uma fachada, causa na vida útil do sistema de revestimento. A determinação da redistribuição de temperaturas no interior do revestimento cerâmico provocada pelo choque térmico é obtida analiticamente a partir da resolução da Equação Diferencial Parcial da difusão do calor em sólidos. Conhecida a distribuição de temperaturas foi realizada uma análise numérica via Elementos Finitos para determinar os valores das tensões alternadas que surgem na estrutura de revestimento em função das propriedades de dilatação e retração das camadas do revestimento. Finalmente, utilizando um método desenvolvido a partir de pesquisas realizadas na Universidade de Brasília, avalia-se o desempenho da camada de emboço da estrutura de revestimento frente à fadiga provocada por ciclos da tensão alternada que surge em virtude do choque térmico climático. Conclui-se que o choque térmico climático é um evento que provoca danos à camada de emboço, contribuindo, em conjunto com outras patologias, para um futuro colapso do sistema de revestimento.

## ABSTRACT

**Author: Anderson da Silva Barbosa**

**Advisor: William Taylor Matias Silva**

**Co-advisor: Luciano Mendes Bezerra**

**Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, 2013**

Building facades are constantly exposed to several kinds of bad weather which can vary along with time. For this reason, in Brazil coatings made with ceramic tiles are widely used, and they are normally arranged in layers of mortar, dry-set mortar and, on the top, ceramic tiles and grout. Their properties go beyond the protection against bad weather and include thermal comfort, acoustic isolation and tightness. However, depending on the bad weather level, thermal loads which have the potential to cause pathologies that decrease the lifespan of the coating are produced, even resulting in its collapse which can be seen, for example, the unsticking of ceramic tiles, which fall may cause accidents. This work intends to study which effects a thermal shock, caused by a bad weather that results in a sudden decrease of the environment temperature, causes at the coating system's lifespan. The establishment of the temperature redistribution caused by the thermal shock inside the ceramic coating is analytically obtained by solving the heat diffusion's Partial Differential Equation. Once known the temperature distribution, a Finite Element numerical analysis is performed to find out the alternated stresses values which appear inside the coating structure by the expansion and retraction properties of the coating layers. Finally, using a method which development was based on results of researches made at Universidade de Brasília, the performance of the mortar layer subjected to fatigue caused by cycles of alternated stresses is measured. It is concluded that the weather thermal shock is an event which causes damage to the mortar layer, contributing together alongside with other pathologies to the eventual collapse of the coating system.

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1-	APRESENTAÇÃO DO TEMA	1
1.2 –	MOTIVAÇÃO	8
1.3 –	OBJETIVOS E MÉTODO	10
1.4 –	ESTRUTURA DO TRABALHO	11
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>13</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTOS E MODELOS TEÓRICOS</b>	<b>25</b>
3.1 –	TENSÕES TERMOMECÂNICAS NO SISTEMA DE REVESTIMENTO	27
3.1.1 -	Caso Simples de Tensões Térmicas	27
3.1.2 -	Tensões Térmicas no Revestimento Externo de uma Parede	31
3.2 –	FRATURA E FADIGA EM REVESTIMENTOS CERÂMICOS	39
3.2.1 –	Breve introdução à Mecânica da Fratura	40
3.2.2 –	Fissuração e Fratura em Materiais	43
3.2.3 –	Fatores que influenciam o Processo de Fadiga	46
3.2.4 –	CrITÉRIOS de Ruptura de Rankine e Mohr-Coulomb	48
3.2.5 –	Hipótese de Palmgren-Miner - Regra Linear de Dano Acumulado	52
3.2.6 –	Curva de Wöhler ou Curva S-N	54
<b>4</b>	<b>ANÁLISE TÉRMICA</b>	<b>59</b>
4.1 –	DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM PAREDE SIMPLES	61
4.1.1 –	Distribuição Unidimensional de Temperatura	72
4.1.2 –	Integração no Tempo – Método da Superposição	76
4.1.3 -	Método da Integração no Tempo Aplicado à Função do Choque Térmico – Expressão Matemática da Distribuição de Temperatura da Seção 4.1	78
4.1.4 –	Caso Fictício – Teste da Expressão de Distribuição de Temperatura	84
4.1.5 –	Caso Fictício – Simulação Numérica com Elementos Finitos	87
4.1.6 –	Considerações Finais do Capítulo	93
4.2 –	DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM PAREDE COMPOSTA DE CINCO MATERIAIS	95
4.2.1 –	Regime Estacionário	99
4.2.2 –	Regime Transiente	102
4.2.3 –	Fórmula de Cálculo dos Autovalores	108
4.2.4 –	Superposição: Regimes Estacionário e Transiente	111
4.2.5 –	Método da Integração no Tempo Aplicado à Função do Choque Térmico – Expressão Matemática da Seção 4.2, relativa à Distribuição de Temperatura em cada Camada	112
4.2.6 –	Caso Fictício – Teste da Expressão de Distribuição de Temperatura	116
4.2.7 –	Considerações Parciais	122
4.2.8 –	Expressão da Distribuição Unidimensional de Temperatura em Parede Equivalente	125
4.2.9 –	Caso Fictício – Teste da Expressão da Distribuição Unidimensional de Temperatura em Parede Equivalente	128
4.2.10 –	Caso Fictício – Simulação Numérica com Elementos Finitos	130
4.2.11 –	Considerações Finais da Seção 4.2	132
4.3 –	DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM PAREDE EQUIVALENTE COM CHOQUE TÉRMICO CONVECTIVO – FORMULAÇÃO DEFINITIVA	137



4.3.1 – Definição Matemática do Problema e Determinação do Regime Estacionário .....	139
4.3.2 – Expansão de Autofunções e Determinação do Regime Transiente.....	145
4.3.3 – Expressão Final da Distribuição de Temperatura em Parede Equivalente após Choque Térmico – Superposição dos Regimes Estacionário e Transiente ....	154
4.3.4 – Caso Fictício – Teste da Expressão Final de Distribuição de Temperatura após o Choque Térmico .....	156
4.3.5 – Caso Fictício – Simulação Numérica com Elementos Finitos .....	163
4.3.6 – Considerações Finais do Capítulo 5.....	165
<b>5 ANÁLISE MECÂNICA.....</b>	<b>168</b>
5.1 – O MODELO EM ELEMENTOS FINITOS.....	169
5.2 – CASOS CONSTRUTIVOS ESTUDADOS.....	173
5.3 – RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS CARREGAMENTOS .....	176
5.3.1 – Caso 1 – Cerâmica Clara .....	178
5.3.1.1 – Tensão Normal SX (Caso 1) .....	181
5.3.1.2 – Tensão Normal SY (Caso 1) .....	188
5.3.1.3 – Tensão de Cisalhamento SXY (Caso 1).....	195
5.3.1.4 – Tensão Principal S1 (Caso 1).....	201
5.3.1.5 – Tensão Principal S2 (Caso 1).....	207
5.3.2 – Caso 2 - Cerâmica Escura .....	213
5.3.2.1 – Tensão Normal SX (Caso 2) .....	216
5.3.2.2 – Tensão Normal SY (Caso 2) .....	223
5.3.2.3 – Tensão de Cisalhamento SXY (Caso 2).....	230
5.3.2.4 – Tensão Principal S1 (Caso 2).....	236
5.3.1.5 – Tensão Principal S2 (Caso 2).....	242
5.3.3 – Análise Qualitativa da Atuação das Tensões no Modelo .....	248
5.4 – ANÁLISE DE FADIGA.....	250
5.4.1 – Caso 1 .....	251
5.4.2 – Caso 2 .....	251
5.4.3 – Comentários acerca da Análise de Fadiga .....	252
<b>6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>254</b>
6.1 – ANÁLISE TÉRMICA .....	254
6.2 – ANÁLISE MECÂNICA .....	257
6.3 – TRABALHOS FUTUROS .....	259
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>261</b>
<b>ANEXO A.....</b>	<b>266</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Sistema de revestimento sob temperatura ambiente inicial ( $T$ ). Adaptado de Fiorito (1994)	4
Figura 1.2 – Revestimento cerâmico sob nova temperatura $T_1 > T$ , resultando no aparecimento de tensão de tração e cisalhamento entre camadas em virtude da dilatação indicada pelas setas. Adaptado de Fiorito (1994)	4
Figura 1.3 – Revestimento cerâmico sob nova temperatura $T_2 < T$ , resultando no descolamento de peças cerâmicas devido à retração indicada pelas setas. Adaptado de Fiorito (1994)	5
Figura 1.4 – Tensões em virtude do encurtamento da base no sistema de revestimento. Adaptado de Fiorito (1994)	6
Figura 1.5 – Aparecimento das tensões ( $p$ ) e ( $q$ ) em função do encurtamento da base. Adaptado de Fiorito (1994)	6
Figura 1.6 – Parte do processo de colapso. Adaptado de Fiorito (1994)	7
Figura 1.7 – Parte do processo de colapso. Adaptado de Fiorito (1994)	7
Figura 2.1 - Interfaces de estudo da temperatura incidente na fachada para os modelos em 3D com substrato rígido e em concreto (interface 4 até a interface 5) (Silva, 2000)	17
Figura 2.2 - Modelo estudado por Saraiva (1998) (Saraiva et al, 2001)	17
Figura 2.3 - Modelo tridimensional estudado por Silva (2000)	18
Figura 3.1 – Esquematização do mecanismo através do qual as tensões termomecânicas surgem na estrutura	25
Figura 3.2 – Ilustração de uma placa fina, com centro geométrico no ponto $O(0, 0, 0)$ e orientação dos eixos indicada, submetida a um carregamento não uniforme e não simétrico de temperatura. Destaque para o elemento de espessura infinitesimal $dx$ da placa	28
Figura 3.3 – Modelo mostrando corte em uma parede, exibindo suas cinco camadas	32
Figura 3.4 – Modelo de estrutura a ser analisado e dimensões	33
Figura 3.5 – Modos básicos de carregamento em uma trinca (Chagas, 2009)	42

Figura 3.6 – Abertura de fissura sob tensão uniforme	43
Figura 3.7 – Abertura de fissura sob tensão uniforme e coordenadas na frente da trinca (Anderson, 1995)	44
Figura 3.8 – Envoltória de Mohr-Coulomb	49
Figura 3.9 – Ruptura segundo critério de Mohr-Coulomb	50
Figura 3.10 – Curva de Mohr-Coulomb	50
Figura 3.11 – Curvas de resistência para material frágil durante os ciclos de carga (Uchôa, 2007)	51
Figura 3.12 – Curva S-N ou curva de Wöhler qualitativa	54
Figura 3.13 – Carregamento cíclico aplicado no corpo de prova durante os ensaios (Uchôa, 2007)	55
Figura 3.14 – Curvas S-N de fadiga linearizadas para a argamassa de emboço (Uchôa, 2007)	56
Figura 4.1 – Ilustração do sólido estudado (pedaço de parede)	62
Figura 4.2 – Discretização da função temperatura na face exterior do sólido	77
Figura 4.3 – Variação da temperatura do ar na Estação Climática da EPUSP – 16 de jan. de 2003, em contraste com a quantidade de precipitação (Esquivel, 2009)	79
Figura 4.4 – Função que descreve o choque térmico na superfície externa do sólido	80
Figura 4.5 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico, obtido a partir da equação (4.84)	87
Figura 4.6 – Elemento Finito SOLID 90 do ANSYS	88
Figura 4.7 – Malha de elementos finitos	88
Figura 4.8 – Malha de elementos finitos de outro ângulo	89
Figura 4.9 – Distribuição de temperaturas conforme regime estacionário	90
Figura 4.10 – Distribuição de temperaturas conforme regime estacionário, de outro ângulo	90
Figura 4.11 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico, via MEF	93
Figura 4.12 – Gráficos superpostos da distribuição de temperatura após o choque térmico	94

Figura 4.13 – Sólido estudado, feito de cinco camadas de materiais e suas espessuras $l_1$ a $l_5$	96
Figura 4.14 – Esquema representando as interfaces entre as camadas do sólido	99
Figura 4.15 – Ilustração do formato da curva definida pela função associada à equação (4.166)	110
Figura 4.16 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico, em parede composta de cinco materiais	122
Figura 4.17 – Curva real sendo representada por uma Série de Fourier, apresentando fenômeno de Gibbs no trecho com derivada negativa muito alta	124
Figura 4.18 – Distribuição de temperatura após o choque térmico, em parede equivalente	129
Figura 4.19 – Elemento finito LINK32	130
Figura 4.20 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico em parede composta de cinco materiais, via MEF	132
Figura 4.21 – Gráficos superpostos da distribuição de temperatura obtida pela formulação de parede composta e via MEF	133
Figura 4.22 – Gráficos superpostos da distribuição de temperatura obtida pela formulação de parede composta e formulação de parede equivalente	134
Figura 4.23 – Gráficos superpostos da distribuição de temperatura obtida pela formulação de parede equivalente e via MEF	135
Figura 4.24 – Ilustração das trocas de calor no modelo considerado	140
Figura 4.25 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico convectivo, em parede equivalente a uma parede de cinco materiais	162
Figura 4.26 – Elemento finito LINK34	163
Figura 4.27 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico convectivo, em parede equivalente a uma parede de cinco materiais, via MEF	165
Figura 5.1 – Modelo de estrutura a ser analisado posicionado na horizontal	163
Figura 5.2 – Elemento Finito PLANE42 do ANSYS	170
Figura 5.3 – Malha de elementos finitos discretizando a estrutura de revestimento estudada	171

Figura 5.4 – Condições de contorno aplicadas na malha de elementos finitos (ANSYS)	172
Figura 5.5 – Temperaturas aplicadas nas linhas de nós da malha de elementos finitos que discretizou a estrutura de revestimento com valores em metros	175
Figura 5.6 – Seções da malha de elementos finitos onde serão lidas as tensões	176
Figura 5.7 – Exemplo dos nós a terem as tensões lidas, nas seções AA' e BB'	177
Figura 5.8 – Distribuição de temperaturas nas camadas da estrutura de revestimento em 5 instantes - antes e no momento do choque térmico, 15, 30, 45, 60 e 120 minutos após o choque térmico	179
Figura 5.9 – Temperatura de algumas camadas da estrutura de revestimento separadamente, após o choque térmico	180
Figura 5.10 – Variação das tensões SX na seção AA' - cerâmica clara	183
Figura 5.11 – Variação das tensões SX na seção BB' - cerâmica clara	184
Figura 5.12 – Variação das tensões SX na seção CC' - cerâmica clara	184
Figura 5.13 – Variação das tensões SX na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara	186
Figura 5.14 – Tensões SX na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara	187
Figura 5.15 – Tensões SX na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara	187
Figura 5.16 – Variação das tensões SY na seção AA' - cerâmica clara	190
Figura 5.17 – Variação das tensões SY na seção BB' - cerâmica clara	191
Figura 5.18 – Variação das tensões SY na seção CC' - cerâmica clara	191
Figura 5.19 – Tensões SY na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara	193
Figura 5.20 – Tensões SY na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara	194
Figura 5.21 – Tensões SY na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara	194
Figura 5.22 – Variação das tensões SXY na seção AA' - cerâmica clara	197
Figura 5.23 – Variação das tensões SXY na seção BB' - cerâmica clara	198
Figura 5.24 – Variação das tensões SXY na seção CC' - cerâmica clara	198

Figura 5.25 – Tensões SXY na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara	199
Figura 5.26 – Tensões SXY na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara	200
Figura 5.27 – Tensões SXY na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara	200
Figura 5.28 – Variação das tensões S1 na seção AA' - cerâmica clara	203
Figura 5.29 – Variação das tensões S1 na seção BB' - cerâmica clara	204
Figura 5.30 – Variação das tensões S1 na seção CC' - cerâmica clara	204
Figura 5.31 – Tensões S1 na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara	205
Figura 5.32 – Tensões S1 na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara	206
Figura 5.33 – Tensões S1 na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara	206
Figura 5.34 – Variação das tensões S2 na seção AA' - cerâmica clara	209
Figura 5.35 – Variação das tensões S2 na seção BB' - cerâmica clara	210
Figura 5.36 – Variação das tensões S2 na seção CC' - cerâmica clara	210
Figura 5.37 – Tensões S2 na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara	211
Figura 5.38 – Tensões S2 na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara	212
Figura 5.39 – Tensões S2 na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara	212
Figura 5.40 – Distribuição de temperaturas nas camadas da estrutura de revestimento em 5 instantes - antes e no momento do choque térmico, 15, 30, 45, 60 e 120 minutos após o choque térmico	214
Figura 5.41 – Temperatura de algumas camadas da estrutura de revestimento separadamente, após o choque térmico	215
Figura 5.42 – Variação das tensões SX na seção AA' - cerâmica escura	218
Figura 5.43 – Variação das tensões SX na seção BB' - cerâmica escura	219
Figura 5.44 – Variação das tensões SX na seção CC' - cerâmica escura	219
Figura 5.45 – Tensões SX na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica escura	221

Figura 5.46 – Tensões SX na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura	222
Figura 5.47 – Tensões SX na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura	222
Figura 5.48 – Variação das tensões SY na seção AA' - cerâmica escura	225
Figura 5.49 – Variação das tensões SY na seção BB' - cerâmica escura	226
Figura 5.50 – Variação das tensões SY na seção CC' - cerâmica escura	226
Figura 5.51 – Tensões SY na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica escura	228
Figura 5.52 – Tensões SY na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura	229
Figura 5.53 – Tensões SY na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura	229
Figura 5.54 – Variação das tensões SXY na seção AA' - cerâmica escura	232
Figura 5.55 – Variação das tensões SXY na seção BB' - cerâmica escura	233
Figura 5.56 – Variação das tensões SXY na seção CC' - cerâmica escura	233
Figura 5.57 – Tensões SXY na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica escura	234
Figura 5.58 – Tensões SXY na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura	235
Figura 5.59 – Tensões SXY na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura	235
Figura 5.60 – Variação das tensões S1 na seção AA' - cerâmica escura	238
Figura 5.61 – Variação das tensões S1 na seção BB' - cerâmica escura	239
Figura 5.62 – Variação das tensões S1 na seção CC' - cerâmica escura	239
Figura 5.63 – Tensões S1 na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica escura	240
Figura 5.64 – Tensões S1 na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura	241

Figura 5.65 – Tensões S1 na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura	241
Figura 5.66 – Variação das tensões S2 na seção AA' - cerâmica escura	244
Figura 5.67 – Variação das tensões S2 na seção BB' - cerâmica escura	245
Figura 5.68 – Variação das tensões S2 na seção CC' - cerâmica escura	245
Figura 5.69 – Tensões S2 na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara	246
Figura 5.70 – Tensões S2 na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura	247
Figura 5.71 – Tensões S2 na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura	247
Figura 5.72 – Efeito da tração na região das camadas de rejunte no sistema de revestimento cerâmico (Uchôa, 2007)	248
Figura 5.73 – Mapa das tensões SX (MPa) atuantes no modelo, obtido com o aplicativo ANSYS	249
Figura 5.74 – Mapa das tensões SY (MPa) atuantes no modelo, obtido com o aplicativo ANSYS	249
Figura A.1 – Representação esquemática da definição de tensão a partir de uma força $\delta F$ aplicada em um ponto P pertencente a um elemento infinitesimal de área $\delta A$ (Martins, 2006)	266
Figura A.2 – Representação das nove componentes de tensão que definem o estado de tensão do ponto interno P no cubo elementar (Bressan, 1999 apud Martins, 2006)	267
Figura A.3 – Representação da decomposição do vetor deslocamento $\Delta \vec{U}$ em uma das faces do cubo elementar nas suas componentes de alongamento e angular (Bressan, 1999 apud Martins, 2006)	268



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Parâmetros definidos para o ensaio de choque térmico (Esquivel, 2009)	21
Tabela 3.1: Propriedades dos materiais da estrutura de revestimento (Uchôa, 2007)	35
Tabela 3.2: Propriedades dos materiais da estrutura de revestimento e da direção longitudinal da fachada equivalente	38
Tabela 4.1: Valores de temperatura no interior do sólido, até 5 min após choque térmico	85
Tabela 4.2: Valores de temperatura no interior do sólido, até 20 min após choque térmico	85
Tabela 4.3: Valores de temperatura no interior do sólido, até 45 min após choque térmico	86
Tabela 4.4: Valores de temperatura no interior do sólido, até 120 min após choque térmico	86
Tabela 4.5: Valores de temperatura conforme MEF, até 5 min após choque térmico	91
Tabela 4.6: Valores de temperatura conforme MEF, até 30 min após choque térmico	92
Tabela 4.7: Valores de temperatura conforme MEF, até 120 min após choque térmico	92
Tabela 4.8: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via MEF e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão matemática	95
Tabela 4.9: Parâmetros termofísicos dos materiais das camadas	117
Tabela 4.10: Autovalores do problema	118
Tabela 4.11: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 5 (cerâmica)	119
Tabela 4.12: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 4 (argamassa colante)	119
Tabela 4.13: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 3 (emboço)	120
Tabela 4.14: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 2 (alvenaria)	120
Tabela 4.15: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 1 (emboço)	121
Tabela 4.16: Valores de temperatura (°C) consolidados	121

Tabela 4.17: Valores de temperatura (°C) obtidos com a equação (4.206)	129
Tabela 4.18: Valores de temperatura (°C) obtidos via elementos finitos	131
Tabela 4.19: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via MEF e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão matemática de parede composta	133
Tabela 4.20: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via expressão de parede equivalente e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão de parede composta	135
Tabela 4.21: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via MEF e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão matemática de parede equivalente	136
Tabela 4.22: Valores de $I_g$ ao longo do dia	138
Tabela 4.23: Parâmetros termofísicos dos materiais das camadas	157
Tabela 4.24: Valores de temperatura durante um dia tipo na cidade de Brasília, no ano de 1963 (Uchôa, 2007)	158
Tabela 4.25: Valores do parâmetro coeficiente de transferência térmica em função da velocidade do vento	159
Tabela 4.26: Autovalores do problema	160
Tabela 4.27: Autovalores do problema (continuação)	161
Tabela 4.28: Valores de temperatura (°C) obtidos com as equações (4.265) a (4.268)	162
Tabela 4.29: Valores de temperatura (°C) obtidos via elementos finitos	164
Tabela 4.30: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via MEF e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão matemática	167
Tabela 5.1: Propriedades dos materiais da estrutura de revestimento	172
Tabela 5.2: Casos construtivos para análise	176
Tabela 5.3: Temperaturas da distribuição de temperatura que ocorre no interior do revestimento após choque térmico	178
Tabela 5.4: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	181

Tabela 5.5: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	182
Tabela 5.6: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	182
Tabela 5.7: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	188
Tabela 5.8: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	189
Tabela 5.9: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	189
Tabela 5.10: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	195
Tabela 5.11: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	196
Tabela 5.12: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	196
Tabela 5.13: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	201
Tabela 5.14: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	202
Tabela 5.15: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	202
Tabela 5.16: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	207
Tabela 5.17: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	208
Tabela 5.18: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	208
Tabela 5.19: Temperaturas da distribuição de temperatura que ocorre no interior do revestimento após choque térmico	213
Tabela 5.20: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	216

Tabela 5.21: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	217
Tabela 5.22: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	217
Tabela 5.23: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	223
Tabela 5.24: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	224
Tabela 5.25: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	224
Tabela 5.26: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	230
Tabela 5.27: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	231
Tabela 5.28: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	231
Tabela 5.29: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	236
Tabela 5.30: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	237
Tabela 5.31: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	237
Tabela 5.32: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico	242
Tabela 5.33: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico	243
Tabela 5.34: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico	243
Tabela 5.35: Cálculo das tensões alternadas para o caso 1	251
Tabela 5.36: Cálculo das tensões alternadas para o caso 2	252

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_T$	Área transversal à passagem de calor
$A, A_n, B, B_m,$ $C_n, C_{nm}, D_n,$ $D_{nm}, E_{nm},$ $\beta_n, \beta_{nm}$	Coefficientes da Série de Fourier
$CF_i$	Coefficientes da Série de Fourier na camada $i$ da parede
$d$	Espessura total da parede
$d_i$	Posição do topo da camada de material $i$ da parede
$D_i$	Fração de dano a um nível de tensão
$D$	Dano total
$e$	Expansão ou dilatação volumétrica (Capítulo 3 e Anexo A); Número neperiano (Capítulos 4 e 5)
$E$	Módulo de elasticidade (ou módulo de Young)
$F(t)$	Varição da temperatura na face externa da parede com o tempo
$f(x, t)$	Função matemática definida no capítulo 4
$f_{ck}, \sigma_c$	Limite de resistência à ruptura por compressão
$f_n(t)$	Coefficientes da Série de Fourier resultantes da expansão em autovetores da função $f(x, t)$
$f_{tk}, \sigma_t$	Limite de resistência à ruptura por tração
$G$	Módulo de cisalhamento
$h_e$	Coefficiente de transferência térmica do ar exterior à edificação
$h_i$	Coefficiente de transferência térmica do ar interior à edificação
$h$	Coefficiente de transferência térmica do ar
$H(t - \tau)$	Função de Heaviside ou Função Passo
$I_1$	Invariante de primeira ordem de tensões (Capítulo 3 e Anexo A)

$I_g, I_g(t)$	Irradiação solar global incidente
$I$	Número imaginário $\sqrt{-1}$
$K$	Condutividade térmica
$K_{eq}$	Condutividade térmica equivalente
$K_i$	Condutividade térmica da camada $i$ da parede
$l_i$	Espessura da camada $i$ da parede
$l_i$	Espessura da camada $i$ da parede
$L$	Comprimento ou largura da camada de material na estrutura de revestimento
$N$	Número de ciclos de tensão alternada aplicados
$P1, P2, P3$	Constantes arbitrárias
$q$	Taxa de calor
$R$	Resistência térmica
$R_{eq}$	Resistência térmica equivalente
$s$	Capacidade térmica específica
$s_{eq}$	Capacidade térmica específica equivalente
$s_i$	Capacidade térmica específica da camada $i$ da parede
$S(x, t)$	Função de distribuição de temperatura na parede, em regime estacionário
$S, \Delta S$	Tensão alternada
$S1, S2$	Tensões principais
$SX$	Tensão nodal na direção do eixo $x$
$SXY$	Tensão nodal de cisalhamento
$SY$	Tensão nodal na direção do eixo $y$
$t$	Tempo
$T(t)$	Autofunção ou Autovetor relativo à variável tempo
$T, T(x)$	Temperatura ou função de distribuição de temperatura (Capítulo 3)

$U(x, y, z, t),$	
$U(x, y, z),$	Temperatura ou função de distribuição de temperatura (Capítulos 4 e 5)
$U(x, t),$	
$U(x), U$	
$\bar{U}(x, t)$	Função de distribuição de temperatura na parede, em regime transiente
$U_i(x, t),$	
$U_i(x)$	Função de distribuição de temperatura da camada $i$ da parede
$\bar{U}_i(x, t)$	Função de distribuição de temperatura da camada $i$ da parede, em regime transiente
$U_{12}, U_{23},$	Temperaturas de interface entre camadas no regime estacionário, antes do
$U_{34}, U_{45}$	choque térmico
$U_{12B}, U_{23B},$	Temperaturas de interface entre camadas no regime estacionário,
$U_{34B}, U_{45B}$	normalizadas pela face interna
$U_{12C}, U_{23C},$	Temperaturas de interface entre camadas no regime estacionário, após o
$U_{34C}, U_{45C}$	choque térmico
$U_{12T}, U_{23T},$	Temperaturas de interface entre camadas no regime estacionário,
$U_{34T}, U_{45T}$	normalizadas pela face externa
$U_\infty(t)$	Temperatura do ar exterior à edificação
$U_B$	Temperatura da face da parede voltada para o interior
$U_F$	Temperatura da face da parede voltada para o exterior após o choque térmico
$U_S$	Temperatura do espaço sideral profundo
$U_T(t)$	Função da temperatura da face da parede voltada para o exterior
$U_T$	Temperatura da face da parede voltada para o exterior antes do choque térmico
$U_a$	Temperatura do ar exterior à edificação antes do choque térmico
$U_c$	Temperatura do ar exterior à edificação após o choque térmico
$U_i$	Temperatura do ar interior à edificação
$u, v, w$	Deslocamentos (Capítulo 3 e Anexo A)
$V(x, t)$	Função de temperatura normalizada

$X(x), Y(y),$ $Z(z)$	Autovetores ou Autofunções da Série de Fourier
$X_i(x)$	Autovetores ou autofunções da Série de Fourier da camada $i$ da parede
$\alpha$	Coefficiente de dilatação (Capítulos 2 e 3); Difusividade térmica (Capítulos 4 e 5)
$\alpha_{eq}$	Difusividade térmica equivalente
$\alpha_i$	Difusividade térmica da camada $i$ da parede (Capítulos 4 e 5)
$\alpha_{ij}, \mu_{ij}, \xi_{ij}$	Parâmetros essencialmente matemáticos definidos no capítulo 4
$\varepsilon_{ii}, \gamma_{ij}$	Deformações
$\gamma$	Coefficiente de absorção de energia solar
$\lambda$	Parâmetro matemático (Capítulo 3 e Anexo A)
$\lambda, \lambda_i, \lambda_n, \lambda_1,$ $\lambda_2, \lambda_3$	Autovalores da Série de Fourier (Capítulos 4 e 5)
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho$	Densidade de Massa
$\rho_{eq}$	Densidade de Massa equivalente
$\rho_i$	Densidade de Massa da camada $i$ da parede
$\sigma$	Constante de Stephen Boltzmann (Capítulo 4)
$\sigma_1, \sigma_2$	Tensões principais (Capítulo 3)
$\sigma_{ii}$	Tensões normais (Capítulo 3 e Anexo A)
$\sigma_y'', \sigma_y', \sigma_y, \sigma$	Tensões de natureza térmica (Capítulo 3)
$\tau$	Instante de tempo no qual ocorre o choque térmico
$\tau_{ij}$	Tensões de cisalhamento (Capítulo 3 e Anexo A)



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1- APRESENTAÇÃO DO TEMA

As fachadas das edificações, sejam elas de prédios, casas, edículas, entre outros tipos, são a parte mais exposta às intempéries naturais, como radiação solar, umidade, temperatura, vento, chuva, as quais possuem agentes agressivos que diminuem a vida útil da fachada. Nesse sentido, é vital analisar e compreender o funcionamento dos sistemas de revestimento empregados nas fachadas.

Conforme Fiorito (1994) sustenta, ao se falar de revestimento (ou sistema de revestimento), o termo ou expressão correta deveria ser "estrutura de revestimento". Qualquer que seja a natureza do revestimento, ele na verdade é constituído por um conjunto de camadas de materiais diferentes, com propriedades mecânicas e comportamentos distintos, dispostas e ligadas sequencialmente.

Dessa forma, na qualidade de estrutura, o sistema de revestimento deve ser analisado quanto ao seu estado limite último (ELU), ou seja, a análise deve se pautar pela determinação de quando pelo menos um dos materiais que compõe a estrutura chega ao seu colapso. Portanto o colapso de um ou mais materiais levará ao colapso todo o sistema de revestimento, fazendo com que essa estrutura perca a sua função de proteção ao substrato sobre o qual fora aplicado.

Dentre as funções que devem ser desempenhadas por um sistema de revestimento, destaca-se a contribuição para o conforto acústico e térmico. Conforme Saraiva (2001), por ser o revestimento um elemento da edificação constantemente exposto às variações de temperatura, é natural que esteja submetido a carregamentos térmicos que resultam em tensões que surgem a partir das propriedades termomecânicas dos materiais envolvidos na estrutura do revestimento.

No presente trabalho, o foco dos estudos será o sistema de revestimento cerâmico. Uchôa (2007) explica que os revestimentos cerâmicos apresentam excelentes características, como conforto acústico e térmico, estanqueidade, estabilidade, durabilidade, baixa manutenção e

valorização do imóvel devido à parte estética. Silva (2000) também explica que, em relação ao acabamento sem cerâmica, os sistemas de revestimento com acabamento em peças cerâmicas apresentam resistências mais elevadas, pois a cerâmica possui maior durabilidade e melhor desempenho.

A maior durabilidade e desempenho dos revestimentos cerâmicos reduz a incidência de patologias relacionadas principalmente a problemas de impermeabilização apresentados por sistemas sem acabamento cerâmico. Sendo assim, o melhor desempenho e a maior durabilidade proporcionam economia quando se consideram os custos e a quantidade de intervenções e de manutenções.

Esses fatores fizeram com que o acabamento cerâmico alcançasse grande escala de utilização no mercado. Entretanto, apesar das características vantajosas, estruturas de revestimento cerâmico também estão sujeitas ao colapso em um ou mais de seus materiais componentes, e que potencialmente levam ao descolamento das placas cerâmicas que compõem o acabamento. Outros problemas podem também ser citados, como a fadiga e a fissura, entre outros.

Bowman e Westgate (1992) concluem que as manifestações patológicas não estão relacionadas a uma única causa, mas ao somatório de fatores que juntos se manifestam na forma de descolamento de peças, por exemplo. Conforme uma pesquisa realizada pelo "*Technical Committee on Mortars and Renderings, 13-MR*" da RILEM (1982), foram identificados, entre outros, vinte e quatro principais fatores que influenciam no comportamento de um revestimento externo. Entre eles, destacam-se as movimentações higroscópicas no revestimento, movimentações térmicas do revestimento, movimentações higroscópicas da base, movimentações térmicas na base e a incidência de chuvas e ventos sobre a superfície.

Como parte da contribuição à análise de todos os fatores que influenciam a estabilidade das estruturas de revestimento cerâmico, a presente pesquisa se concentrará no estudo do colapso da estrutura provocado pelas tensões advindas de carregamentos térmicos. Fiorito (1994), de forma enfática, coloca que mesmo um sistema de revestimento cerâmico estando sujeito a diversos tipos de solicitações de origens diversas, as solicitações de natureza térmica são as principais responsáveis pelo descolamento das placas cerâmicas.

Esses carregamentos térmicos são caracterizados, entre outros fatores, por variações de temperatura naturais ao longo do dia ou variações de temperaturas bruscas em um dado instante, provocadas por chuvas por exemplo. Esse último tipo de variação de temperatura pode ser entendido como um choque térmico, e será um dos focos da pesquisa materializada nesse trabalho.

A variação de temperatura, conforme explica Silva (2000), provoca respostas diferentes em termos de deformações nos diversos materiais que compõem a estrutura de revestimento, gerando assim diferentes tensões, as quais podem ocasionar descolamento por deficiência de aderência entre as camadas. Fiorito (1994) também ressalta que essas tensões também podem causar a perda de aderência por fadiga, conforme foi estudado por Uchôa (2007) em seu trabalho. Esses estados de tensão e deformação gerados a partir das diferenças de propriedades entre os materiais (destacando-se sobretudo a dilatação térmica) e pelas restrições de movimentação impostas pelos contornos da estrutura, em conjunto com as ações solicitantes é ainda pouco conhecido e estudado como pode se verificar pela pouca bibliografia encontrada sobre esse assunto.

A magnitude das tensões que ocorrerão a partir do carregamento térmico determinará se haverá ou não colapso estático do sistema de revestimento. Já a frequência com que uma determinada variação de tensão ocorre determinará quanto tempo durará a vida útil de um sistema, até que colapse via fadiga.

Em Fiorito (1994) encontra-se explicação qualitativa do mecanismo do fenômeno. Aumentos de temperatura induzem tensões de cisalhamento na interface entre a peça cerâmica e a argamassa colante e também tensões de tração nas bordas do trecho de revestimento analisado. Por outro lado a diminuição de temperatura induziria o aparecimento de tensões de compressão na mesma interface considerada para o caso de aumento de temperatura, o que provocaria a flambagem do conjunto das peças cerâmicas, descolando-as da argamassa colante. As figuras 1.1 a 1.3 a seguir, baseadas em Fiorito (1994), ilustram, respectivamente, o material à temperatura inicial  $T$  e o material submetido às temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ :

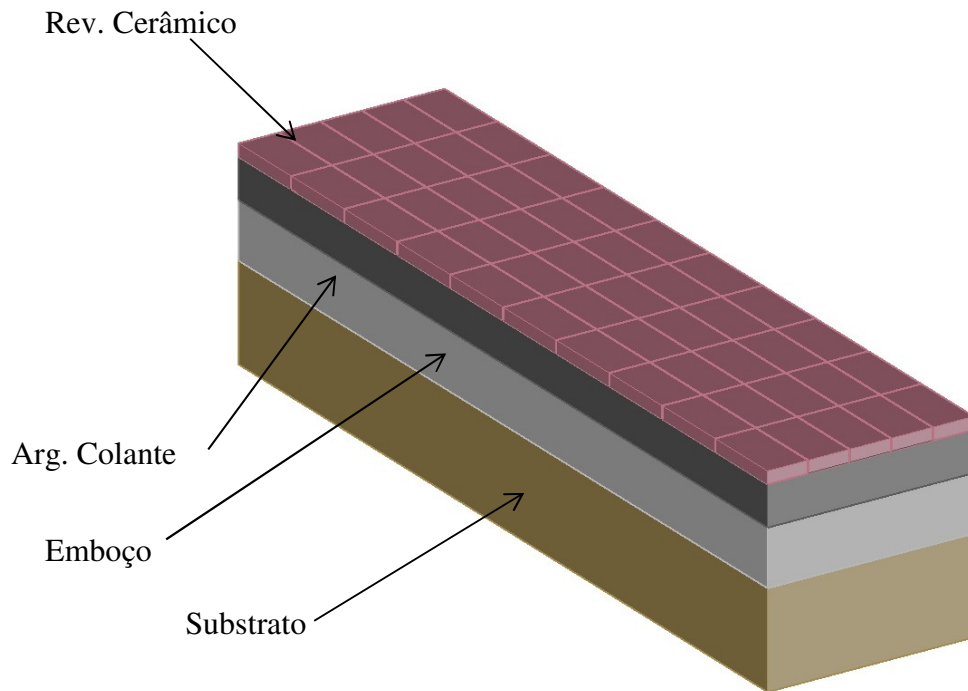


Figura 1.1 – Sistema de revestimento sob temperatura ambiente inicial ( $T$ ). Adaptado de Fiorito (1994)

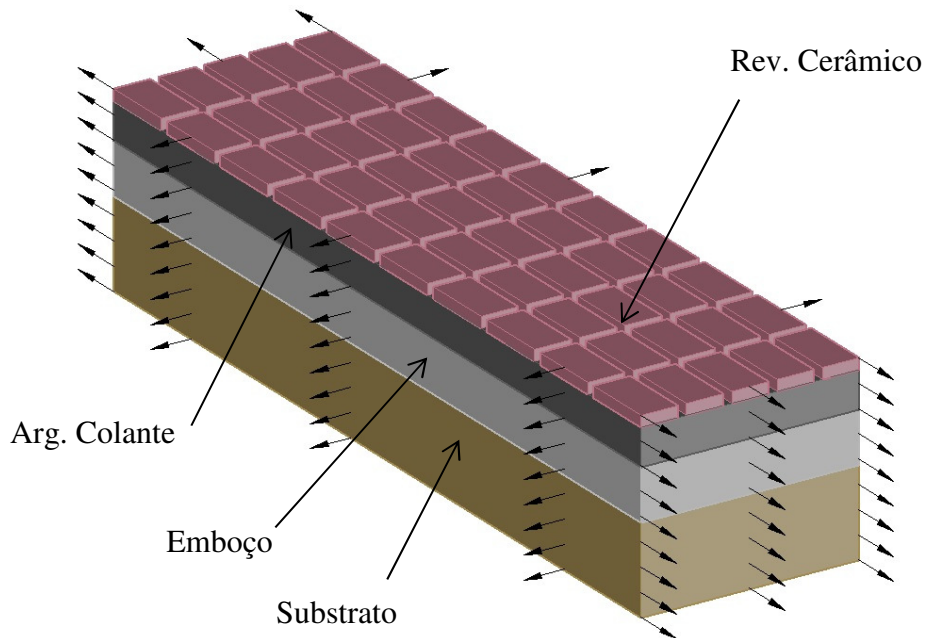


Figura 1.2 – Revestimento cerâmico sob nova temperatura  $T_1 > T$ , resultando no aparecimento de tensão de tração e cisalhamento entre camadas em virtude da dilatação indicada pelas setas. Adaptado de Fiorito (1994)

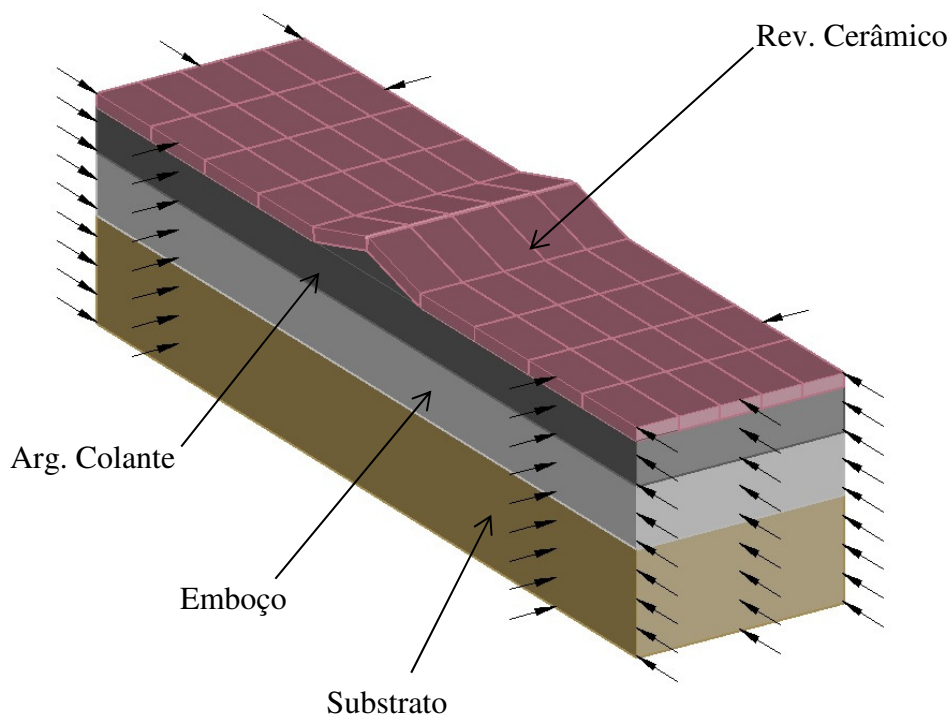


Figura 1.3 – Revestimento cerâmico sob nova temperatura  $T_2 < T$ , resultando no descolamento de peças cerâmicas devido à retração indicada pelas setas. Adaptado de Fiorito (1994)

Detalhando mais o fenômeno, Fiorito (1994) explica as tensões, que surgem a partir das propriedades de dilatação térmica dos materiais envolvidos no sistema, e que provocam os efeitos mostrados na figura anterior. Quando há a diminuição da temperatura em relação à temperatura inicial ambiente ( $T_2 < T$ ), as propriedades de dilatação do material provocam o encurtamento (ou retração) da base de argamassa colante onde estão situadas as peças dando origem à situação da Figura 1.3. Quando esse encurtamento é na camada de emboço (Figura 1.4), há a aproximação entre várias peças cerâmicas, dando origem a esforços de compressão sobre a seção transversal de cada peça cerâmica, que por sua vez originam distribuição vertical de tensões de tração ( $p$ ), tentando arrancar o revestimento da base (Figura 1.5). A reação a esse esforço é manifestada através de uma resistência proporcionada pela aderência entre a cerâmica e a base ( $q$ ). Enquanto  $q > p$  não há o colapso da estrutura de revestimento, embora estejam presentes os fenômenos de encurtamento de base e todos os seus desdobramentos em solicitações, conforme explicado. Caso contrário, há o colapso da estrutura (Figura 1.6 e Figura 1.7):

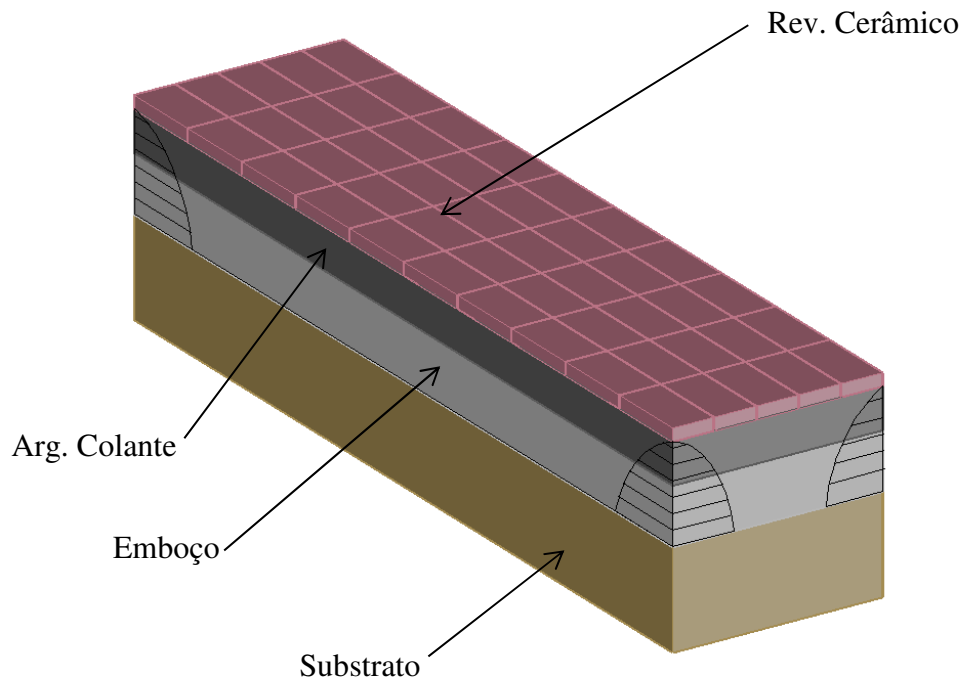


Figura 1.4 – Tensões em virtude do encurtamento da base no sistema de revestimento.  
Adaptado de Fiorito (1994)

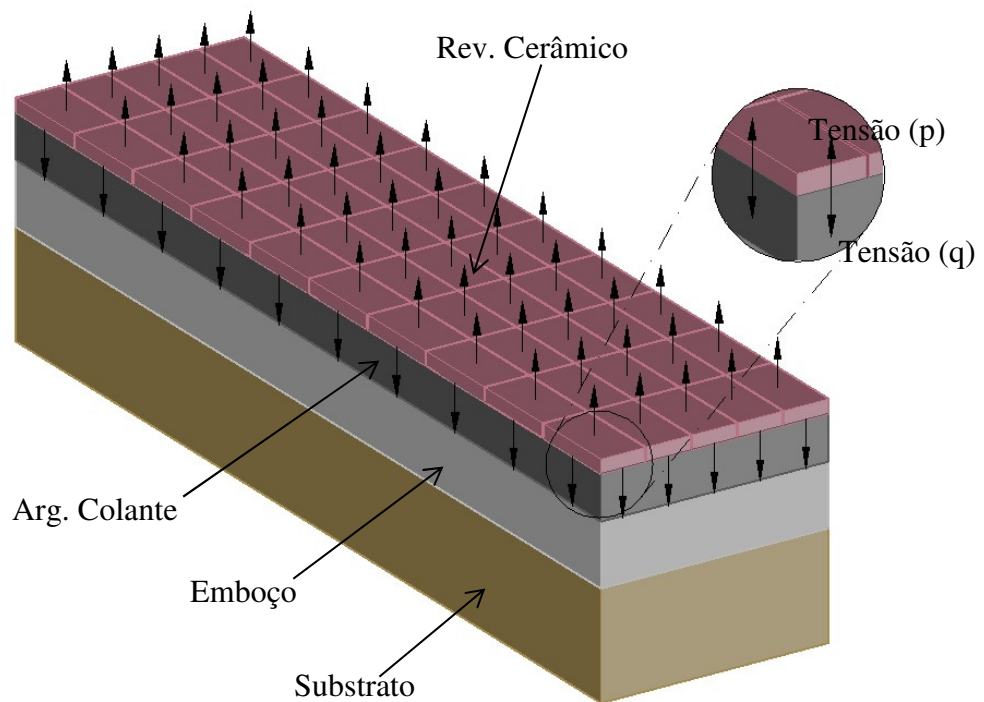


Figura 1.5 – Aparecimento das tensões (p) e (q) em função do encurtamento da base.  
Adaptado de Fiorito (1994)

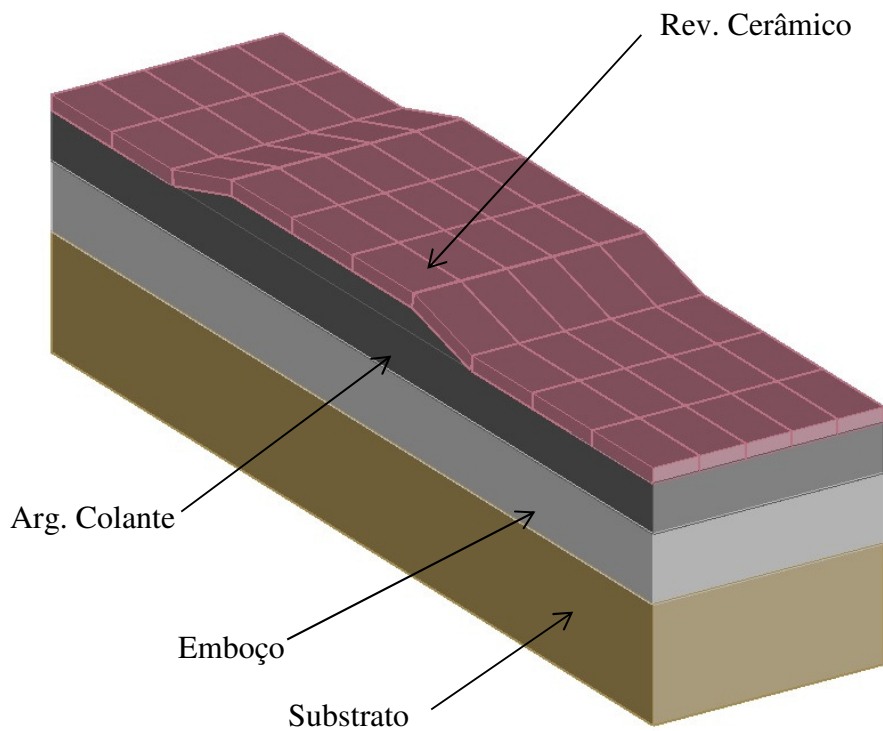


Figura 1.6 – Parte do processo de colapso. Adaptado de Fiorito (1994)

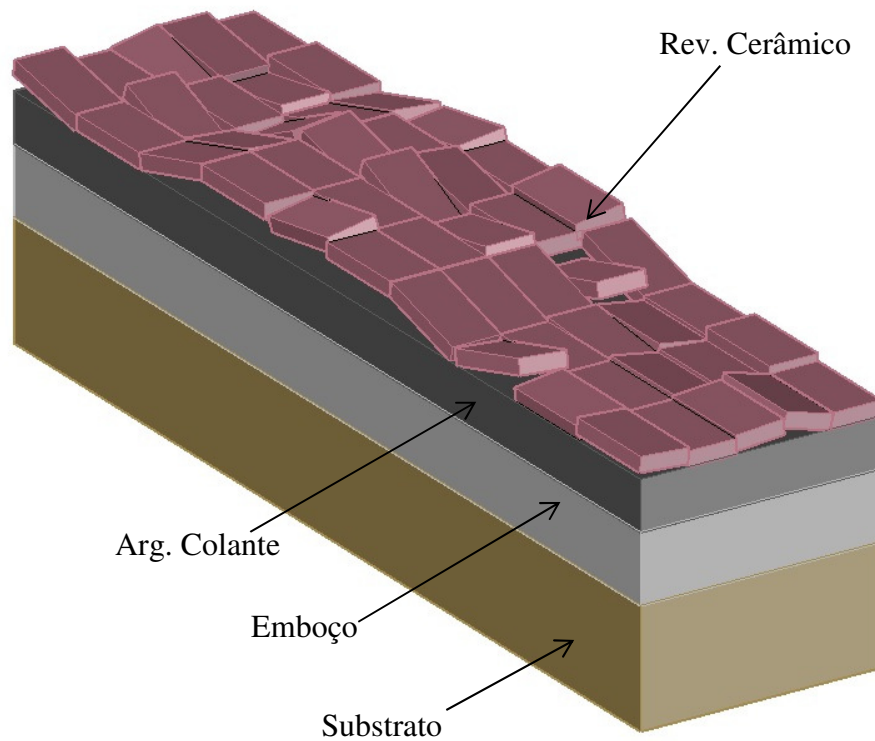


Figura 1.7 – Parte do processo de colapso. Adaptado de Fiorito (1994)

No presente trabalho estuda-se o choque térmico como sendo o evento que desencadeia o mecanismo descrito por Fiorito (1994), a partir da distribuição de temperaturas, provocada pelo choque, no interior de uma estrutura de revestimento. Determina-se matematicamente uma expressão que explica essa distribuição de temperaturas, obtendo também o estado de tensões resultantes, a partir do qual é possível avaliar o desempenho da estrutura frente ao colapso estático e à fadiga provocada por ciclos de choques térmicos.

## **1.2 – MOTIVAÇÃO**

O tema tem grande importância, devido, entre outros fatores, à larga utilização dos sistemas de revestimento cerâmico, e aos tipos de patologias que podem ocorrer nesse tipo de revestimento, com destaque para o deslocamento das peças cerâmicas e o deslocamento da base, ambos causados principalmente por carregamentos térmicos, conforme defende Fiorito (1994). Por outro lado, pouca literatura é encontrada sobre esse tema, mesmo considerando abordagens tanto analíticas quanto numérico-computacionais ou experimentais.

Dessa forma, em que pese o número de publicações e de estudos sobre efeitos de carregamentos térmicos em uma parede revestida com cerâmica ser bastante reduzido, permanece a necessidade de se compreender cientificamente os fenômenos que envolvem a ocorrência dessas patologias, no intuito de se desenvolver metodologias e tecnologias capazes de evitar, retardar, ou mesmo mitigar seus efeitos.

A motivação do trabalho surge a partir da união da importância do tema e da escassez de literatura existente. Além disso, também a continuação da linha de pesquisa sobre "Sistemas de Revestimentos", desenvolvida na Universidade de Brasília (UnB) desde 1998 (Saraiva, 1998) constitui outra motivação para realização do presente trabalho. Os trabalhos relacionados a carregamentos térmicos nessa linha de pesquisa foram feitos via Método Experimental e Método dos Elementos Finitos utilizando o pacote computacional denominado ANSYS, incorporando a análise térmica e a análise mecânica, caracterizada pela resposta, em termos de tensões, que a estrutura de revestimento sofre sob o efeito do carregamento térmico aplicado.



Nesse sentido, de forma resumida, inicialmente Saraiva (1998) e Silva (2000) analisaram, respectivamente, de forma bidimensional e tridimensional, os efeitos que um carregamento térmico estático provoca, em termos de tensões, nos revestimentos com cobertura cerâmica, avaliando assim seu comportamento estrutural. Uchôa (2007), na sequência dos estudos de Saraiva (1998) e Silva (2000), variou o tipo de carregamento de estático para transiente ao longo de um dia tipo, deixando, inclusive, um método para avaliar o desempenho da estrutura de revestimento face à ruptura por fadiga, ou seja, obtendo a quantidade de carregamentos térmicos provocados por esse dia tipo que levaria ao colapso, visualizável na forma ou do deslocamento ou do deslocamento da base. Na sequência, Chagas (2009) estudou o comportamento mecânico e desempenho sob fadiga das argamassas utilizadas em revestimentos, utilizando a metodologia proposta por Uchôa (2007).

Sendo assim, o presente trabalho representa uma continuação desses estudos, pretendendo contribuir com a modelagem de um carregamento térmico do tipo choque, que é caracterizado por uma mudança brusca e significativa de temperatura em um curto intervalo de tempo, fazendo com que essa nova temperatura instalada ainda perdure por vários instantes de tempo depois do evento. Esse tipo de carregamento é relevante e pode ocorrer quando sobrevém um temporal com baixas temperaturas no momento em que as fachadas das edificações se encontram previamente aquecidas. Trata-se de uma situação comum em regiões tropicais onde se situa o Brasil e, conseqüentemente, a capital Brasília.

Na qualidade de continuação de linha de pesquisa, os conceitos e metodologias desenvolvidos por Uchôa (2007), Silva (2000) e Saraiva (1998) são largamente utilizados no presente trabalho. Entretanto, em virtude de o tipo de carregamento estudado ser bastante particular, e de estarem disponíveis poucas referências bibliográficas, o estudo é feito através de modelamento analítico e numérico.

A parte do trabalho que visa determinar a distribuição de temperaturas dentro da estrutura de revestimento terá enfoque teórico e matemático. A partir da equação diferencial parcial que governa a difusão de calor em um corpo tridimensional, são deduzidas as expressões matemáticas da distribuição de temperatura transiente e estacionária no interior desse corpo, o que permite compreender fisicamente o fenômeno.

Em um segundo momento, de posse dos valores de temperatura obtidos pela expressão matemática, são obtidas as tensões através da discretização da estrutura em elementos finitos, onde são calculados numericamente os valores das tensões.

### **1.3 – OBJETIVOS E MÉTODO**

O objetivo principal do trabalho é avaliar o comportamento de um sistema de revestimento cerâmico de uma fachada submetido a um carregamento térmico descrito por choque térmico, representado matematicamente através de uma função de Heaviside (função degrau ou passo), incidente em uma fachada que apresenta regime estacionário de distribuição de temperatura.

O trabalho apresenta as expressões matemáticas e analíticas de distribuição de temperatura que descrevem a movimentação das cargas térmicas dentro da parede e, conseqüentemente, dentro de seu revestimento. O trabalho também inclui a análise das tensões que surgem por conta dessas cargas térmicas dentro do revestimento. Neste trabalho, será também aplicado o método desenvolvido na pesquisa de Uchôa (2007) para avaliar o desempenho do sistema de revestimento frente à fadiga provocada pela repetição da aplicação do choque térmico na estrutura de revestimento.

Dois aplicativos computacionais são utilizados na pesquisa. O primeiro é o aplicativo MAPLE, que é um sistema algébrico-analítico computacional, onde é disponibilizada uma plataforma para a computação e resolução de expressões e equações algébricas, nas quais também é possível se obter resultados numéricos, traçar gráficos e operar matrizes e vetores. Constituiu uma ferramenta de grande utilidade no auxílio da obtenção das expressões de distribuição de temperatura dessa pesquisa, as quais operaram com grande número de variáveis.

O outro aplicativo utilizado é o ANSYS (Analysis System). Trata-se de um pacote computacional que possui uma biblioteca com diversos tipos de elementos finitos com os quais é possível confeccionar um modelo e aplicar-lhe o carregamento desejado, simulando o desempenho desse modelo frente ao carregamento através das respostas nodais. No caso da presente pesquisa, o aplicativo é utilizado para modelar a estrutura de revestimento, em cujos nós são impostas as temperaturas que surgem a partir do choque térmico. Dessa

forma, após realizar numericamente os cálculos, o programa retorna os valores de tensão encontrados para cada nó ou elemento da estrutura modelada.

A seguir elencam-se os objetivos específicos a serem alcançados:

- Apresentar um método para obtenção e análise de distribuição transiente de temperatura em sólidos compostos de camadas dispostas sequencialmente, como paredes com sistemas de revestimento, via desenvolvimento analítico teórico de equações e expressões matemáticas;
- Comparar os resultados das distribuições de temperatura obtidas analiticamente com os resultados obtidos numericamente, através do aplicativo ANSYS;
- Obter numericamente, utilizando pacote computacional de elementos finitos, ANSYS, as tensões e deformações advindas do carregamento térmico para duas situações construtivas: sistema de revestimento com cerâmica clara e com cerâmica escura; e
- Aplicar o método apresentado por Uchôa (2007) para análise de vida útil do sistema de revestimento desenvolvido nas pesquisas anteriores, utilizando os valores de tensão encontrados numericamente, verificando quando se dará a ruptura da camada de emboço por fadiga em virtude da repetição do fenômeno que dá origem ao carregamento térmico estudado.

#### **1.4 – ESTRUTURA DO TRABALHO**

Após este capítulo de introdução, no Capítulo 2 do trabalho é feita uma revisão bibliográfica, onde se apresentam de forma sucinta os trabalhos que compõem a linha de pesquisas sobre efeitos de carregamentos térmicos em sistemas de revestimento cerâmicos desenvolvidas na Universidade de Brasília (UnB). Também são apresentadas outras bibliografias sobre efeitos da temperatura em revestimentos, choque térmico e resolução matemática de equações diferenciais parciais.

No Capítulo 3 são abordados temas relacionados à fundamentação teórica dos eventos que compõem o fenômeno de tensões termomecânicas, bem como os mecanismos que podem levar ao colapso materiais submetidos a esse tipo de carregamento, além de apresentar o modelo de estrutura de revestimento objeto da análise.

O Capítulo 4 é o capítulo de Análise Térmica, onde são mostrados os passos e hipóteses adotadas que levaram à obtenção da expressão matemática da distribuição de temperatura dentro da parede em virtude da incidência de choque térmico.

O Capítulo 5 apresenta a Análise Mecânica, onde é apresentado o modelo em elementos finitos e também são apresentados os resultados (valores de tensão) obtidos a partir da imposição da temperatura nos nós do modelo. Também é feita a avaliação do desempenho da estrutura sob fadiga.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões acerca da pesquisa e de seus resultados em geral, enquanto também são deixadas algumas sugestões para trabalhos futuros e a continuidade da linha de pesquisa.

São apresentados no final as Referências Bibliográficas e um Apêndice sobre teoria da elasticidade aplicada a tensões térmicas.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Conforme já explicado, um sistema de revestimento possui a função de proteção ao substrato (ou superfície) ao qual foi aplicado, constituindo-se de camadas de materiais sobrepostas sequencialmente. No caso do revestimento cerâmico, a última camada (ou camada mais externa) recebe peças cerâmicas, as quais apresentam boas propriedades conforme abordado por Fiorito (1994).

Fiorito (1994) destaca que os fatores climáticos (como a temperatura, foco dessa pesquisa) constituem um dos principais fatores que prejudicam o desempenho dos revestimentos, causando a degradação das fachadas. As mudanças de temperatura, que integram um dado carregamento térmico, acabam por induzir tensões no sistema de revestimento que podem levar à sua ruptura ou colapso.

Sobre tensões de natureza térmica (provenientes da aplicação de gradientes de temperatura), convém considerar a abordagem de Timoshenko et al. (1951). Em sua obra, o autor considera o caso simples de uma placa com pouca espessura, com contorno livre de restrições, submetida a um carregamento térmico não uniforme e não simétrico. Ao modelar a placa como um conjunto de elementos infinitesimais de placa, caracterizados por fibras ou tiras longitudinais, Timoshenko et al. (1951) observou que o carregamento não uniforme produziria deformações diferentes em cada um desses elementos de placa. Entretanto, embora as bordas da placa estivessem livres, a interconectividade entre os elementos fazia com que eles se impusessem restrições mútuas às deformações, resultando nas tensões as quais são o objeto da análise. Após realizar equilíbrio das forças, Timoshenko et al. (1951) encontra uma expressão matemática que expressa essas tensões térmicas.

A obra de Timoshenko et al. (1951) também apresenta a teoria da elasticidade, mostrando os conceitos de tensão, deformação, estados planos de tensão e deformação, além de fornecer os teoremas fundamentais da elasticidade, os quais apresentam as equações de equilíbrio com tensões térmicas, equações constitutivas de relação entre tensão e deformação (Lei de Hooke) e condições de compatibilidade geométrica. Essa teoria expressa física e matematicamente a ligação entre o carregamento térmico sobre um sólido e as tensões mecânicas advindas desse carregamento.

O trabalho de Fiorito (1994) também segue os conceitos desenvolvidos por Timoshenko et al. (1951), entretanto aplicado a paredes e seus revestimentos, os quais na verdade são sólidos compostos de vários materiais, conforme mostrado anteriormente na Introdução desse trabalho.

Um dos fatores que contribuem para a magnitude das tensões é o fato de que a estrutura de revestimento se compõe de materiais sobrepostos e interconectados, e que possuem diferentes coeficientes de dilatação ( $\alpha$ ). Isso significa que, sob uma mesma temperatura, cada camada tenderia a dilatar ou retrair em diferentes extensões, o que não ocorre na prática já que as camadas estão interconectadas entre si. Portanto, a camada que apresentaria maior deformação induz assim mais deformação nas camadas que teriam menor movimentação. Por outro lado as camadas que apresentariam menor deformação também acabam por conter a deformação total que seria apresentada pelo material com maior movimentação. Fiorito (1994) desenvolve esse fenômeno a partir da concepção de um modelo de barras interconectadas, onde cada uma das camadas do sistema de revestimento é considerada uma barra com um certo comprimento e uma certa seção transversal, feitas de material homogêneo.

Sendo assim, conhecendo o coeficiente de dilatação linear do material de cada camada, é possível calcular a deformação de cada camada, dada uma certa variação de temperatura. Conhecendo também o módulo de elasticidade do material em estudo, e de posse da seção transversal da barra, é possível estabelecer o valor da força axial (e conseqüentemente da tensão) de compressão necessária a fim de se opor à deformação nas barras provocada pela variação de temperatura. Dessa forma, após a adoção de algumas hipóteses de simplificação, Fiorito (1994) encontra a força axial necessária para que duas barras feitas de materiais diferentes trabalhem solidariamente, ou seja, sofram deslocamentos equivalentes permanecendo ainda aderidas uma à outra.

Portanto, o estudo de Fiorito (1994), junto com a teoria mostrada através da obra de Timoshenko et al. (1951) serão de suma importância quando da montagem do modelo em elementos finitos para a análise mecânica (deformações e tensões), os quais virão na sequência após a análise de distribuição de temperatura a partir do carregamento térmico.

Por outro lado, é necessário conhecer como funcionam as trocas de calor nos sólidos, pois é a partir desse fenômeno que se originarão as tensões. Rivero (1985) e Frota e Schiffer

(2003) abordaram o fenômeno da troca de calor por condução através de paredes, objeto de estudo dessa pesquisa. Os autores mostram uma formulação a partir da qual determina-se o fluxo térmico na parede a partir da interface entre a camada mais externa da fachada e o ambiente exterior em contato, no qual há incidência de irradiação solar e a troca de calor com a camada de ar em contato por convecção. A formulação desenvolvida pelos autores permite encontrar o valor da temperatura na superfície mais exterior da fachada, denominada temperatura equivalente. Dentre os parâmetros utilizados na formulação para o cálculo podem-se citar:

- Temperatura externa do ar;
- Coeficiente de absorção de radiação solar da superfície externa da fachada (revestida por cerâmica no caso em estudo);
- Radiação solar global incidente na superfície; e
- Condutância superficial entre parede e ar.

A UnB tem desenvolvido linhas de pesquisa que abordam exatamente os conceitos de trocas de calor e os efeitos que as tensões associadas a essas trocas de calor causam em revestimentos de fachadas que utilizam peças cerâmicas. Cita-se Saraiva (1998) como uma das pioneiras dessa linha de pesquisa. A autora utilizou-se dos conceitos de Fiorito (1994) para montar seu modelo bidimensional em elementos finitos para a análise das tensões. Além disso, a autora também utilizou conceitos de Rivero (1985), por sua vez também utilizados por Frota e Schiffer (2003), a fim de estabelecer temperatura equivalente da camada externa da fachada, em função dos parâmetros de convecção e radiação solar, e Costa (1974) para a definição das temperaturas entre as camadas do sistema de revestimento, utilizando o conceito de resistência térmica.

No trabalho de Saraiva (1998) foi concebido um modelo bidimensional, a partir de hipóteses simplificadoras como o estado plano de deformação, a fim de montar sua malha de elementos finitos, utilizando uma fachada representativa, com dimensões recomendadas por Fiorito (1994) sobre o posicionamento das juntas de movimentação para revestimentos cerâmicos externos. Ainda sobre esse modelo, a fim de definir as condições de contorno para as bordas, para a análise mecânica, foi elaborada uma fachada equivalente a fim de representar o restante da parede. As bases sobre as quais se assentou o sistema de revestimento foram modeladas como rígidas ou indeformáveis.

Saraiva (1998) obteve valores para os parâmetros das equações a partir de bibliografia adequada e de ensaios realizados na parte experimental de sua pesquisa. Para a análise térmica, conforme recomendação de Rivero (1985) considerou-se o regime estacionário de temperatura. A malha utilizada foi bastante regular, sendo que para a análise térmica utilizou-se o elemento finito PLANE55 da biblioteca do ANSYS, o qual possui um grau de liberdade (temperatura), enquanto que para a análise mecânica utilizou-se o elemento PLANE42, com dois graus de liberdade de translação (UX e UY). Saraiva (1998) estudou cinco casos, variando a espessura da camada de emboço, o tipo de rejunte (mais ou menos flexível, ou seja, com menor ou com maior módulo de elasticidade) e o tipo de cerâmica (maior ou menor coeficiente de absorção de radiação solar).

Os resultados obtidos por Saraiva (1998) mostraram-se bastante relevantes, pois evidenciaram que quanto mais flexíveis os materiais utilizados na confecção da estrutura de revestimento, menores são as tensões que ocorrem dentro da estrutura e que potencialmente a levariam às formas de colapso já mostradas anteriormente. Foi demonstrado que, de forma geral, quanto menos se restringe o sistema e quanto mais deformáveis os materiais das camadas, menores as tensões associadas aos deslocamentos. A importância do rejunte mais flexível, mostrada através da grande influência que exerceu no resultado em termos de mitigar as tensões, ficou demonstrada, evidenciando seu melhor desempenho frente o combate às patologias ocasionadas por carregamentos térmicos. Os resultados da pesquisa tiveram reflexo, inclusive, na indústria, impulsionando a utilização de rejuntas flexíveis para fachadas.

Silva (2000) continuou a pesquisa, seguindo a mesma linha de análise, porém, de forma geral, retirando a hipótese simplificadora de estado plano de deformação que permitiram à pesquisa anterior desenvolver um modelo bidimensional. Dessa forma Silva (2000) desenvolveu um modelo em três dimensões, a fim de comparar os resultados obtidos por Saraiva (1998). Silva (2000) emulou mais casos em relação à pesquisa anterior, contudo encontrou resultados que mostraram-se compatíveis com os obtidos por Saraiva (1998). A Figura 2.1 mostra a parede tipo considerada por Silva (2000) e Saraiva (1998), a qual inspirou o modelo em elementos finitos, estudado no pacote computacional ANSYS, mostrado na Figura 2.2. A Figura 2.3 mostra o modelo tridimensional desenvolvido por Silva (2000).



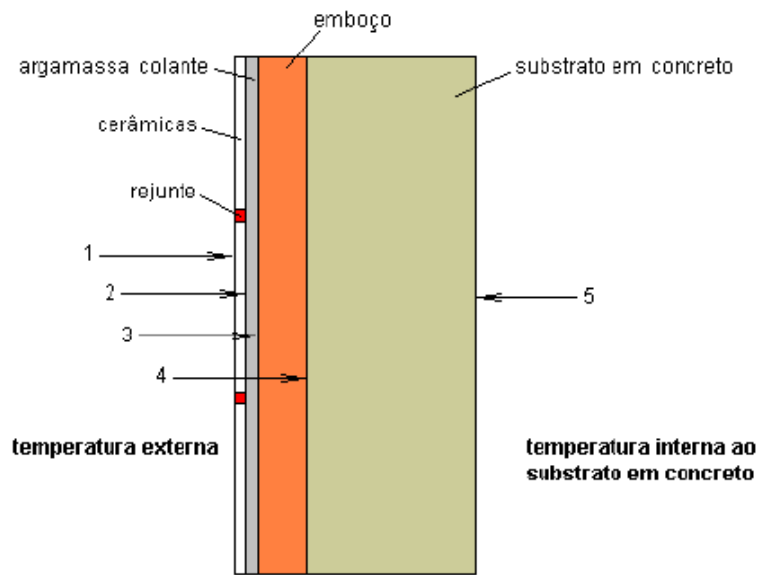


Figura 2.1 - Interfaces de estudo da temperatura incidente na fachada para os modelos em 3D com substrato rígido e em concreto (interface 4 até a interface 5) (Silva, 2000)

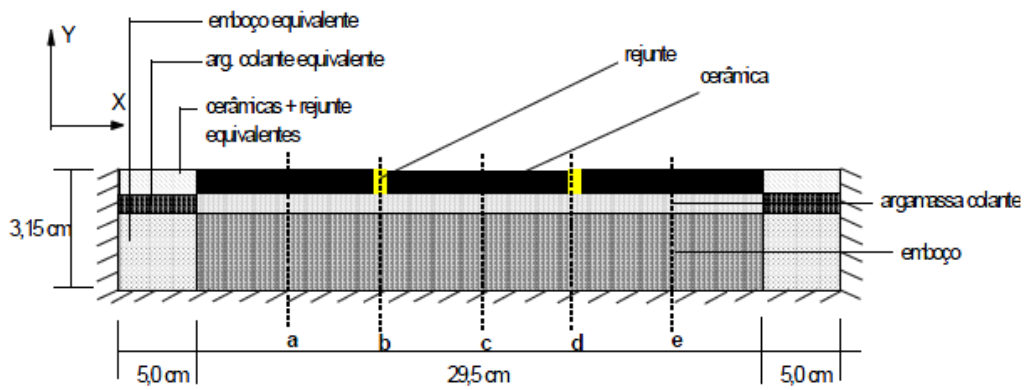


Figura 2.2 - Modelo estudado por Saraiva (1998) (Saraiva et al, 2001)

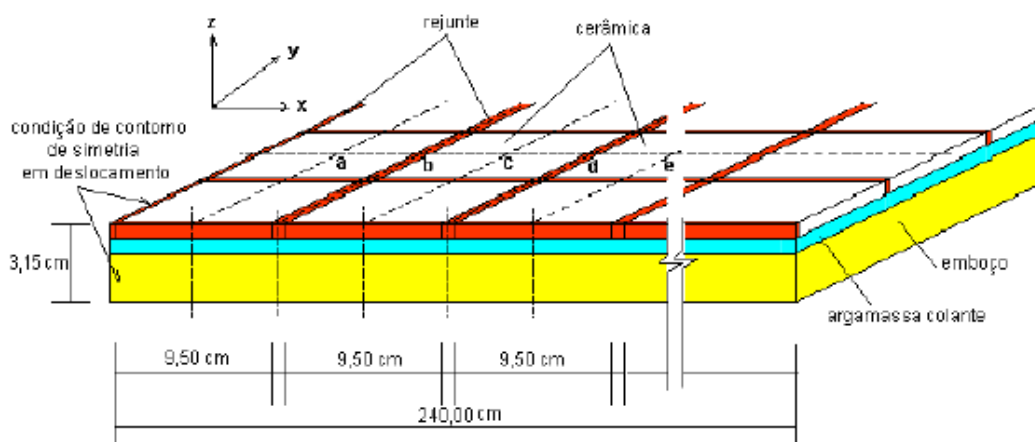


Figura 2.3 - Modelo tridimensional estudado por Silva (2000)

Ainda sobre a linha de pesquisa desenvolvida na UnB, há o relevante trabalho de Uchôa (2007), o qual trouxe outra perspectiva na análise de carregamentos térmicos em estruturas de revestimento: o do carregamento transiente cíclico, de temperaturas variáveis ao longo de um período, com potencial para gerar ruptura por fadiga. Uchôa (2007) parte basicamente dos mesmos fundamentos teóricos que embasaram as pesquisas anteriores, inclusive no tocante aos fenômenos de trocas de calor, deformações e tensões resultantes.

Uchôa (2007) cita teoria de acumulação de danos a fim de fundamentar as bases para explicar o fenômeno da fadiga atuando nas camadas do revestimento. O autor aborda o fenômeno de propagação de trincas (ou fissuras) mediante a repetição cíclica do carregamento. A propagação de trincas é um fenômeno dividido em quatro fases distintas, descritas como nucleação, crescimento microscópico, crescimento macroscópico e ruptura final. Dessa forma, a partir do crescimento macroscópico as fissuras se propagam na direção das regiões de maior concentração de tensões, tornando-se instáveis, levando à ruptura final do material.

Dessa forma, a análise de desempenho da camada de emboço do revestimento é feita por Uchôa (2007) a partir da curva denominada S-N, ou curva de Wöhler, para avaliação do ciclo de vida da argamassa de emboço, onde (S) é a tensão alternada aplicada no material avaliado e (N) o número de ciclos aplicados. Dessa forma, a curva informa com quantos

ciclos de carregamento um material chegará à ruptura quando submetido a um carregamento alternado. O autor obtém primeiramente a curva S-N de tração em um experimento com um corpo de prova, o qual foi feito com a argamassa utilizada na camada de emboço, submetido a uma carga alternada de tração. A partir de uma relação entre tensão e compressão, o autor também apresenta a curva S-N de compressão.

Para a análise termomecânica, Uchôa (2007) se baseia nas temperaturas medidas a cada hora, durante um determinado dia do ano de 1963, onde ocorreu a temperatura máxima anual em Brasília, conforme relatório técnico do INMET. Dessa forma, usando basicamente o mesmo modelo em elementos finitos que Saraiva (1998) utilizou, Uchôa (2007) modelou carregamento térmico transiente, avaliando, durante esse dia, as temperaturas críticas na estrutura e determinando assim a carga alternada a qual a estrutura de revestimento estava submetida, em cada camada. Dessa forma o autor pôde determinar o desempenho do revestimento, prevendo em quantos ciclos ocorreria o colapso da camada de emboço e, conseqüentemente, da estrutura de revestimento.

Evidenciou-se que, quanto mais escura a cerâmica, maior a absorção de calor por irradiação e, portanto, maiores as tensões no interior do revestimento. Além disso, nos horários de maior incidência solar foram registradas as maiores tensões no revestimento.

Chagas (2009) seguiu a linha de pesquisa de Uchôa (2007) também estudando o comportamento de argamassas utilizadas em revestimentos frente à ruptura por fadiga. A autora apresenta a curva S-N de compressão e a curva de Coulomb-Mohr com planos de ruptura em três dimensões, para argamassas de emboço estudadas, aplicando os conceitos e a metodologia desenvolvida por Uchôa (2007). A autora também verificou que, no ensaio de fadiga sob compressão, à medida que se aumentava o número ciclo de carregamentos a resistência dos corpos de prova diminuía até atingir um patamar em que não havia mais ruptura, caracterizando um processo gradual de dano por fadiga.

Chagas (2009) também estudou casos nos quais foi verificado paralelismo entre curvas de resistência à fadiga, de tração e compressão, em argamassas industriais utilizadas em emboço. Tal paralelismo é defendido no trabalho de Tepfers e Kutti (1979).

No trabalho de que trata a presente dissertação, o carregamento térmico que incide sobre o sistema de revestimento cerâmico é diferenciado em relação aos trabalhos de Saraiva

(1998), Silva (2000) e Uchôa (2007). Trata-se de um choque térmico caracterizado por brusca mudança de condições climáticas. Portanto faz-se necessário citar trabalhos na área de choque térmico relacionados ao tema e aos materiais que compõem um sistema de revestimento cerâmico.

O trabalho de Berutti (2004) visou investigar a aplicação de métodos de ultra-som para caracterizar materiais cerâmicos contendo cerca de 94,3% em peso de alumina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). O autor aqueceu os corpos de prova (sinterizados a  $1450^\circ\text{C}$ ) até temperaturas variando de  $200$  a  $500^\circ\text{C}$ , para depois resfriá-los em água a  $0^\circ\text{C}$ , a fim de analisar sua estrutura e propriedades mecânicas. Berutti (2004) concluiu que para choques térmicos inferiores a  $200^\circ\text{C}$  não houve alteração significativa das resistências mecânicas das peças.

Ainda sobre a obra de Berutti (2004), o autor também concluiu que nessa faixa de choque térmico, inferior a  $200^\circ\text{C}$ , o tamanho médio de defeitos nos corpos de prova (trincas) foi de aproximadamente  $78 \mu\text{m}$ , muito próximos dos  $65 \mu\text{m}$  de quando o material não é submetido a choque térmico. Entretanto, o autor conclui que choques térmicos acima de  $70^\circ\text{C}$  já produzem trincas capazes de se propagarem pelo material. Esses resultados são importantes para a presente pesquisa pois, como os estudos se concentram em choques térmicos atmosféricos regionais (da ordem de  $30^\circ\text{C}$  em caso teórico crítico, com muitas simplificações), não será necessário considerar mudança das propriedades da camada cerâmica de revestimento.

O trabalho de Esquivel (2009), também na área de choque térmico, visou estudar a deficiência de aderência da cerâmica na base dos revestimentos provocada por esse tipo de carregamento térmico. As temperaturas, tensões e deformações no revestimento foram estudadas numericamente, através de elementos finitos. O autor também realizou experimentos, nos quais desenvolveu equipamentos para controle de ensaios cíclicos de choques térmicos, avaliando também se esse tipo de carregamento térmico pode levar à fadiga a argamassa submetida ao choque. Os parâmetros do ensaio de choque térmico do autor constam da Tabela 2.1:

Tabela 2.1: Parâmetros definidos para o ensaio de choque térmico (Esquivel, 2009)

<b>Parâmetro de ensaio</b>	<b>Valores definidos no ensaio</b>
Temperatura superficial máxima	70°C
Temperatura superficial mínima	23°C (ambiente)
Tempo de aquecimento	3 h
Tempo de permanência na temperatura máxima (parte integrante do tempo de aquecimento de 3 h)	1,5 h
Tempo de resfriamento	1 h
Forma de aquecimento	Painel radiante com 96 lâmpadas incandescentes com potência de 150 W
Forma de resfriamento	Jato de água na superfície do revestimento provocado por aspersores
Número de ciclos	30
Duração do ciclo (aquecimento e resfriamento)	4 h
Controle de temperatura	Controlador automático liga/desliga montado no trabalho
Registro de temperaturas	Termopares tipo "t"

Ao defender a motivação de seu trabalho Esquivel (2009) argumenta que os modelos teóricos existentes não são capazes de definir a resistência ao choque térmico de diversos materiais, e cita instituições como o CSTB (*Centre Scientifique et Technique du Bâtiment*), na França, e o LNEC (Laboratório Nacional de Engenharia Civil), em Portugal, que possuem vasta pesquisa sobre revestimentos em argamassa. Mesmo assim, o autor admite serem praticamente inexistentes trabalhos focando choque térmico utilizando modelos numéricos de sistemas multicamadas.

Sobre a situação de choque térmico de natureza climática, Esquivel (2009) cita que o fenômeno ocorre, por exemplo, quando após um período forte de insolação, no qual a superfície do revestimento pode chegar a atingir temperaturas da ordem de 70 a 80°C,

ocorre uma chuva intensa da ordem de 20°C de temperatura, provocando uma queda da temperatura superficial entre 50°C a 60°C em poucos minutos. O autor sustenta ainda que a denominação desse fenômeno como choque térmico, mesmo com essa faixa de variação relativamente baixa de temperatura é endossada pela Agence Qualité Construction (1995). Também sustenta que pastas de cimento submetidas a choque térmico com variação de temperatura de 30°C apresentam fissuras.

A partir de pesquisas bibliográficas, Esquivel (2009) explica que, dentro de determinadas limitações, as relações matemáticas que governam a análise da fadiga por tensões de origem térmica são similares às que governam a fadiga por tensões de origem mecânica.

Os modelos de Esquivel (2009), tanto experimental quanto numérico, consistiram em substratos de concreto, nos quais foram aplicados os revestimentos compostos de argamassa objeto de estudo. Um diferencial no trabalho do autor foi a simulação de macrodefeitos decorrentes da colagem, na interface base-revestimento.

Esquivel (2009) observou um aumento nas tensões quando existem macro-defeitos. Também concluiu que revestimentos de argamassa com menor módulo de elasticidade possuem melhor desempenho frente ao choque térmico, e que choques térmicos diminuem a resistência à aderência do revestimento no substrato.

As autoras Crescêncio e Barros (2003) realizaram ensaios para avaliar aderência de revestimentos decorativos monocamada quando submetidos a choque térmico. Os ensaios basearam-se em ensaio padrão conforme IPT (1998), com parâmetros bastante similares aos que foram utilizados posteriormente por Esquivel (2009), entretanto, com 10 ciclos de choque térmico. Dessa forma concluíram que, embora os resultados apresentassem bastante dispersão, os ciclos de choque térmico produziam diminuição da resistência de aderência de revestimentos.

Geyer (1994) também realizou ensaios cíclicos de choque térmico, entretanto para avaliar a aderência de azulejos ao substrato, utilizando 10 ciclos de choque térmico. Embora não tenha conseguido evidenciar sinais de descolamento dos azulejos após os 10 ciclos, a autora conseguiu verificar que as juntas de cerca de 1,5 mm de espessura foram suficientes para absorver as tensões a que foram submetidas. Entretanto, a autora sugere que em trabalhos futuros sejam empregados maiores ciclos de carregamento e pondera que,

possivelmente as altas temperaturas ambientes (cerca de 36°C) e alta umidade relativa do ar (cerca de 90%) na cidade de Porto Alegre, no período em que realizou seus experimentos, podem ter influenciado o resultado.

No presente trabalho, a troca de calor da fachada com o ambiente também se dá em função de um choque térmico, o qual induz uma distribuição de temperaturas no interior da parede e que variam no decorrer do tempo. Dessa forma, optou-se por identificar matematicamente a distribuição de temperaturas no interior da parede, resolvendo-se a equação diferencial parcial (EDP) de difusão do calor em sólidos. Portanto, foi necessário incluir na bibliografia obras que versassem sobre a resolução matemática de problemas que envolvem equações diferenciais parciais.

Uma das referências bibliográficas matemáticas utilizadas foi Hildebrand (1962). O autor considera a EDP de fluxo unidimensional de temperatura em um sólido, retratando o fenômeno da condução. O método utilizado na resolução da EDP consiste em se separar o problema em dois, considerando os dois regimes de distribuição de temperatura que surgem a partir da resolução dos dois problemas: Regime Estacionário (Solução particular) e Regime Transiente (Solução homogênea). O autor mostra como a resposta do Regime Transiente se apresenta na forma de uma série de Fourier.

Hildebrand (1962) apresenta método de integração de superposição no tempo, a fim de incluir, na Série de Fourier que representa o regime transiente de distribuição de temperatura, os efeitos causados por uma condição de contorno cujo valor varia no tempo. Essa condição de contorno é justamente a temperatura em uma das faces do sólido, a qual obedece uma função que varia no tempo e que representa o choque térmico. O método envolve a discretização dessa função em partes infinitesimais para, ao final, realizar-se uma integração.

Carslaw e Jaeger (1959) em seu trabalho de condução de calor em sólidos apresentam um procedimento para a obtenção da expressão para a função de distribuição de temperatura em sólidos compostos por várias camadas de materiais diferentes, assim como as paredes estudadas nessa dissertação, inclusive através da aplicação de Transformadas de Laplace e integração por resíduos.

Farlow (1982) apresenta técnica de resolução de EDPs nas quais as condições de contorno apresentadas não são homogêneas. O procedimento, que ao final revela-se análogo ao apresentado por Hildebrand (1962), consiste em se realizar uma transformação de variáveis que efetivamente homogeneizará as condições de contorno e tornará a equação principal não-homogênea. Isso resulta no aparecimento de um dos problemas clássicos regulares de Sturm-Liouville, cujos autovalores podem ser obtidos numericamente, e em quantidade suficiente para obtenção da precisão desejada na resposta. O trabalho do autor é fundamental para resolução da equação de distribuição de temperatura quando existem condições de contorno convectivas, na intenção de se estudar os efeitos de um choque térmico mais próximo do caso real possível.

Também é necessário mencionar a obra de Moaveni (2008), na apresentação e dedução da EDP de condução de calor a partir dos conceitos da conservação de energia térmica. Moaveni (2008) também é importante na modelagem da malha de elementos finitos com o pacote computacional ANSYS, em cujo ambiente se realizam as análises das tensões advindas do carregamento térmico, além de oferecer valores de referência para parâmetros térmicos e mecânicos de materiais.



### 3 FUNDAMENTOS E MODELOS TEÓRICOS

Ao ser aplicado um determinado carregamento térmico sobre os contornos de uma dada estrutura de revestimento, esse carregamento térmico provocará um arranjo de temperaturas no interior dessa estrutura, denominado nesse trabalho de distribuição de temperaturas, que pode ser determinada uma vez conhecidos o carregamento térmico e as propriedades térmicas dos materiais que compõem a estrutura.

Dessa forma, há uma resposta da estrutura em termos de dilatações ou retrações que, por sua vez, caracterizam as deformações nos vários pontos da estrutura que é composta por diversos materiais. É a partir da ocorrência de restrições a essas deformações que se dá o surgimento das tensões, as quais podem ser determinadas a partir do conhecimento das propriedades termomecânicas dos materiais e de suas condições de contorno.

Ao se obterem as tensões, ao profissional projetista caberá avaliá-las face ao Estado Limite Último (ELU) de cada material, a fim de estudar o desempenho da estrutura dimensionada. A Figura 3.1 a seguir mostra um esquema do mecanismo de surgimento das tensões:

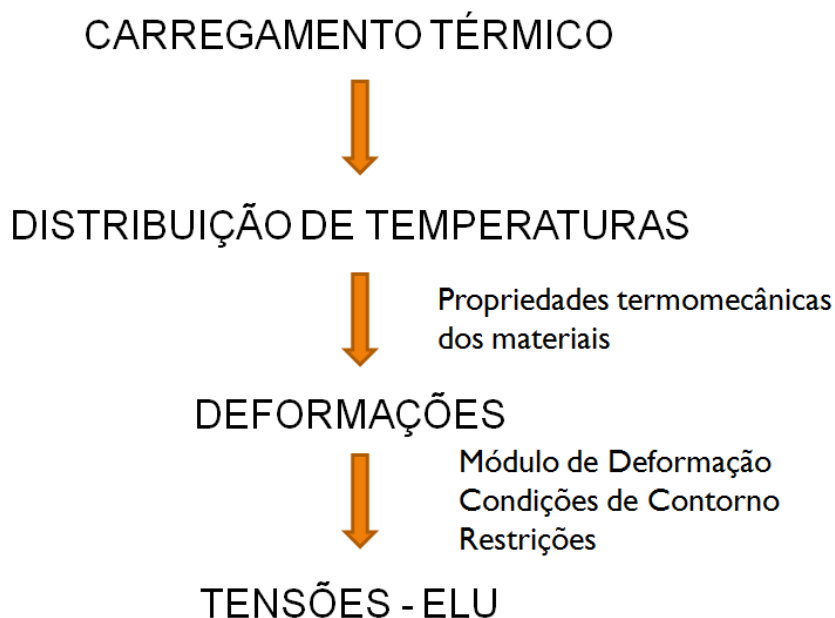


Figura 3.1 – Esquematização do mecanismo através do qual as tensões termomecânicas surgem na estrutura

A determinação da distribuição de temperatura, causada pelo carregamento térmico aplicado, é chamada nesse trabalho de Análise Térmica. Por outro lado, a determinação das tensões que surgem a partir da distribuição de temperatura é chamada de Análise Mecânica.

Em termos de Análise Térmica, no trabalho de Saraiva (1998) o foco foi a análise dos efeitos provocados por cargas térmicas estacionárias, utilizando-se de expressões apresentadas em Rivero (1985) e Costa (1974) para calcular a distribuição de temperaturas em regime estacionário. No trabalho de Uchôa (2007) onde se analisou o comportamento quanto à fadiga, realizou-se uma análise térmica transiente, com a temperatura variando ao longo do tempo, também utilizando método dos elementos finitos, com temperaturas de contorno impostas obtidas com a formulação de Rivero (1985) e Costa (1974).

De posse dos resultados da distribuição de temperatura, foram utilizadas malhas de elementos finitos para analisar as tensões provocadas pela dilatação ou retração dos materiais que compunham as camadas do revestimento, estudando seu desempenho, estático ou dinâmico (cargas cíclicas).

A presente pesquisa introduz a análise dos efeitos de um carregamento térmico que muda drasticamente em um curto intervalo de tempo, ou seja, um choque térmico que consistirá em uma queda repentina de temperatura que influenciará no desempenho do revestimento cerâmico.

No trabalho optou-se pela abordagem analítica quando do estudo das temperaturas induzidas no interior da parede pelo choque térmico, procurando obter as expressões matemáticas das distribuições de temperatura, a fim de, não apenas obter os valores das temperaturas no revestimento, mas também compreender matematicamente como ocorrem as trocas de calor. Para isso é necessário modelar todas as camadas da parede, pois as condições de contorno estarão localizadas nas camadas externas da parede, voltadas para o interior e exterior da edificação. O ponto de partida para as expressões será a EDP da difusão de temperatura. Serão apresentados os métodos e técnicas algébricas utilizados na resolução das EDPs com suas condições de contorno.

O choque térmico é um fenômeno transiente. Isso significa que durante um período de tempo estudado as temperaturas de contorno (ao redor da estrutura de revestimento) variam no tempo, o que torna indispensável, na resolução da equação de difusão de calor, levar em consideração ambos os regimes de distribuição de temperatura: estacionário e transiente.

Após a análise térmica, feita de forma analítica, proceder-se-á à análise mecânica, de tensões, utilizando o método dos elementos finitos, de forma análoga aos trabalhos anteriores, estudando situações construtivas diferentes submetidas ao mesmo carregamento térmico, a fim de testar o desempenho do revestimento.

A seguir, apresentar-se-ão conceitos teóricos envolvidos na pesquisa.

### **3.1 – TENSÕES TERMOMECÂNICAS NO SISTEMA DE REVESTIMENTO**

#### **3.1.1 - Caso Simples de Tensões Térmicas**

Timoshenko et al. (1951) explica que uma das causas das tensões iniciais em um corpo é a distribuição não uniforme de temperatura, ou seja, aplicação de temperaturas diferentes em diferentes pontos de um dado sólido. Nessa situação, a expansão ou retração do corpo não pode acontecer livremente conforme será explicado a seguir, aparecendo então restrições que levam ao surgimento das tensões.

Como uma primeira aproximação, pode-se avaliar o caso de uma placa retangular bastante fina, com espessura uniforme na direção  $z$ , porém muito pequena em relação às outras dimensões, conforme mostrado na Figura 3.2 a seguir:

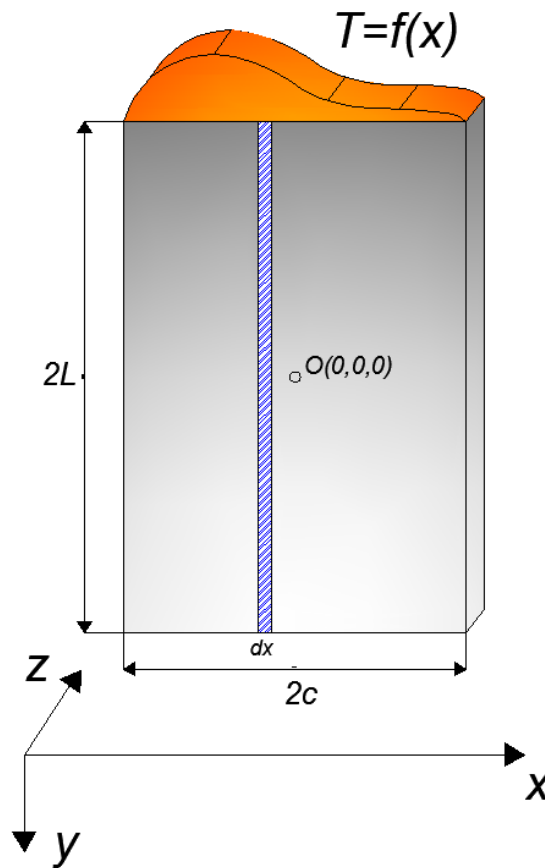


Figura 3.2 – Ilustração de uma placa fina, com centro geométrico no ponto  $O(0, 0, 0)$  e orientação dos eixos indicada, submetida a um carregamento não uniforme e não simétrico de temperatura. Destaque para o elemento de espessura infinitesimal  $dx$  da placa

Conforme se vê na Figura 3.2, a placa encontra-se submetida a um carregamento térmico não uniforme e não simétrico, porém conhecido. Tal carregamento térmico  $T$ , em um determinado instante de tempo específico, é função apenas da variável  $x$ , logo  $T = f(x)$ .

Em virtude de o carregamento térmico (ou distribuição de temperaturas) não ser uniforme, cada elemento de placa  $dx$  estará submetido a uma temperatura  $T$  diferente, a qual produziria, caso os elementos de placa  $dx$  não estivessem interconectados, expansões (ou retrações) térmicas verticais de magnitude  $\alpha T$ .

Sendo assim, tais deslocamentos térmicos teóricos seriam completamente suprimidos caso fossem aplicadas, entre o topo e a base de cada elemento  $dx$  a tensão  $\sigma'_y$  de magnitude:

$$\sigma'_y = -\alpha TE \quad (3.1)$$

Entretanto, a interconexão faz com que cada elemento de placa tenha seu movimento restrito por elementos adjacentes, ainda que as bordas da placa estejam livres, sem restrições à movimentação. Essa restrição mútua origina tensões no interior do corpo.

Uma vez que a placa está livre para expandir na direção do eixo  $y$ , não são verificadas tensões localizadas nas extremidades de comprimento  $2c$  da placa. Dessa maneira, Timoshenko et al. (1951) explica que as tensões em cada elemento  $dx$ , mostradas na equação (3.1), devem ser distribuídas, a fim de que possam se manter na placa.

Portanto, para obter as tensões que atuam no corpo, deve-se utilizar o princípio da superposição, acrescentando às tensões  $\sigma'_y$ , calculadas na Equação 3.1.1.1, a resultante da distribuição das forças de natureza térmica e de magnitude  $\alpha TE$  distribuídas na placa. Essa resultante é dada por:

$$\int_{-c}^c \alpha TE dx \quad (3.2)$$

Se localizadas a uma distância suficiente das extremidades produzirão tensão da ordem de:

$$\frac{1}{2c} \int_{-c}^c \alpha TE dx \quad (3.3)$$

Sendo assim, pelo princípio da superposição, a tensão térmica na placa com bordas livres, a uma distância considerável das extremidades será:

$$\sigma_y = \frac{1}{2c} \int_{-c}^c \alpha T E dx - \alpha T E \quad (3.4)$$

Entretanto, o carregamento térmico que atua sobre a placa, além de não uniforme, também é não simétrico. Nesse caso, essas tensões fazem surgir não apenas uma força resultante  $-\int_{-c}^c \alpha T E dx$ , mas também um conjugado (momento fletor) de magnitude  $-\int_{-c}^c \alpha T E x dx$ , cujos efeitos, pelo princípio da superposição, devem ser considerados juntamente com a tensão já calculada na equação (3.4).

Esses momentos advindos das tensões dadas por  $\sigma_y'' = \sigma x/c$ , são determinados através do equilíbrio quando da distribuição na seção transversal, obrigando que a resultado da soma deles seja igual a zero:

$$\int_{-c}^c \frac{\sigma x^2}{c} dx - \int_{-c}^c \alpha T E x dx = 0 \quad (3.5)$$

Portanto:

$$\frac{\sigma}{c} = \frac{3}{2c^3} \int_{-c}^c \alpha T E x dx \quad (3.6)$$

$$\sigma_y'' = \frac{3x}{2c^3} \int_{-c}^c \alpha T E x dx \quad (3.7)$$

Logo, a tensão total na placa é dada por:

$$\sigma_y = \frac{3x}{2c^3} \int_{-c}^c \alpha T E x dx + \frac{1}{2c} \int_{-c}^c \alpha T E dx - \alpha T E \quad (3.8)$$

Portanto, Timoshenko et al. (1951) mostram matematicamente como surge um estado de tensões dentro de um corpo, quando submetido a carregamento térmico, sem que para isso

ele esteja restrito em suas bordas, ou ainda sem que haja uma deformação visível em uma de suas bordas.

A ocorrência dessas tensões explica como um determinado carregamento térmico pode provocar trincas em um material, o que representaria a ocorrência de um Estado Limite Último nesse material.

Na subseção a seguir será deixado em evidência um desenvolvimento matemático para estudar a ocorrência de tensões térmicas em uma parede, mais especificamente em seu sistema de revestimento externo. A metodologia será diferente da demonstrada na placa fina, já que o sistema de revestimento possui restrições à movimentação.

### **3.1.2 - Tensões Térmicas no Revestimento Externo de uma Parede**

Para o desenvolvimento do problema, considera-se um modelo simplificado de uma parede com sistema de revestimento cerâmico voltado para o exterior da edificação. Tal parede encontra-se exposta a carregamento térmico, com condições de contorno de temperatura do ar interior à edificação fixa e temperatura do ar exterior variável, além do receber energia térmica solar por irradiação, também variável durante o dia.

Concebe-se um modelo de parede como um sólido composto de cinco materiais, representando a construção da parede, conforme mostrado na Figura 3.3 a seguir:

- Camada 1: material representando chapisco, emboço e pintura interna. Por simplificação, admite-se ser uma camada única de emboço. Caracteriza-se por ser o revestimento interno;
- Camada 2: material representando substrato, o qual pode ser de alvenaria ou de concreto (blocos, por exemplo). Constitui a base do revestimento externo;
- Camada 3: material representando chapisco e emboço aplicados sobre o substrato, constituindo a primeira camada de revestimento externo. Por simplificação, admite-se ser uma camada única de emboço;
- Camada 4: material representando a argamassa colante, a qual serve para unir as peças cerâmicas à camada de emboço; e

- Camada 5: composta de dois materiais, a saber, o rejunte e cerâmica. Camada mais externa do revestimento que recebe diretamente as intempéries.

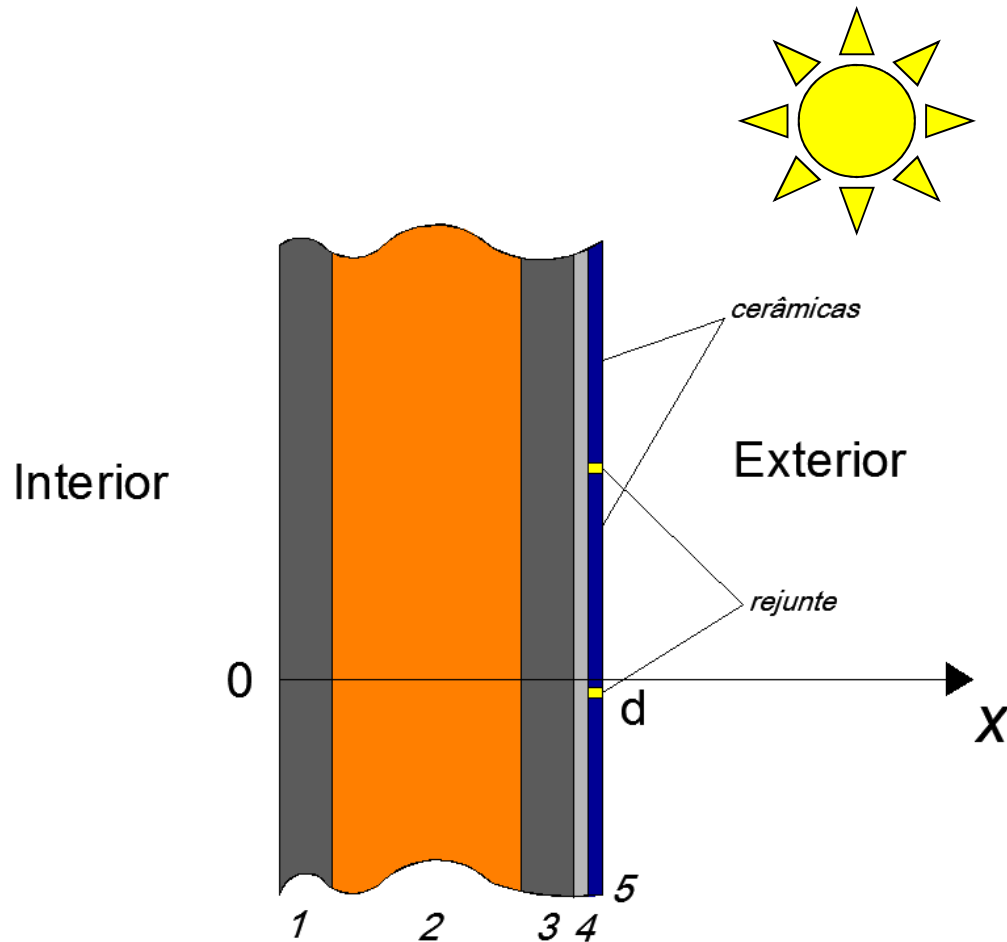


Figura 3.3 – Modelo mostrando corte em uma parede, exibindo suas cinco camadas

Para a Análise Mecânica, deseja-se considerar apenas a estrutura ou o sistema de revestimento, o qual é caracterizado pelas últimas três camadas da parede. Portanto, deve-se extrair da parede um modelo de sistema de revestimento a ser estudado.

Tendo em vista que Fiorito (1994) sugere que, em uma parede, o posicionamento das juntas de movimentação deve estar no máximo a cada 4,90 m de distância, considerando revestimento cerâmico, pode-se conceber um modelo de estrutura de revestimento com



comprimento de 4,90 m nas direções dos eixos  $y$  e  $z$ , conforme orientação de eixos mostrada na Figura 3.4.

Entretanto, conforme já foi feito nas pesquisas anteriores de Uchôa (2007) e Saraiva (1998), é conveniente concentrar a análise em apenas uma pequena região desse pedaço de fachada. Escolhe-se portanto a região central da fachada, contendo apenas três peças cerâmicas, montando-se uma região de fachada equivalente ao redor dessas três cerâmicas, conforme mostra a Figura 3.4 a seguir:

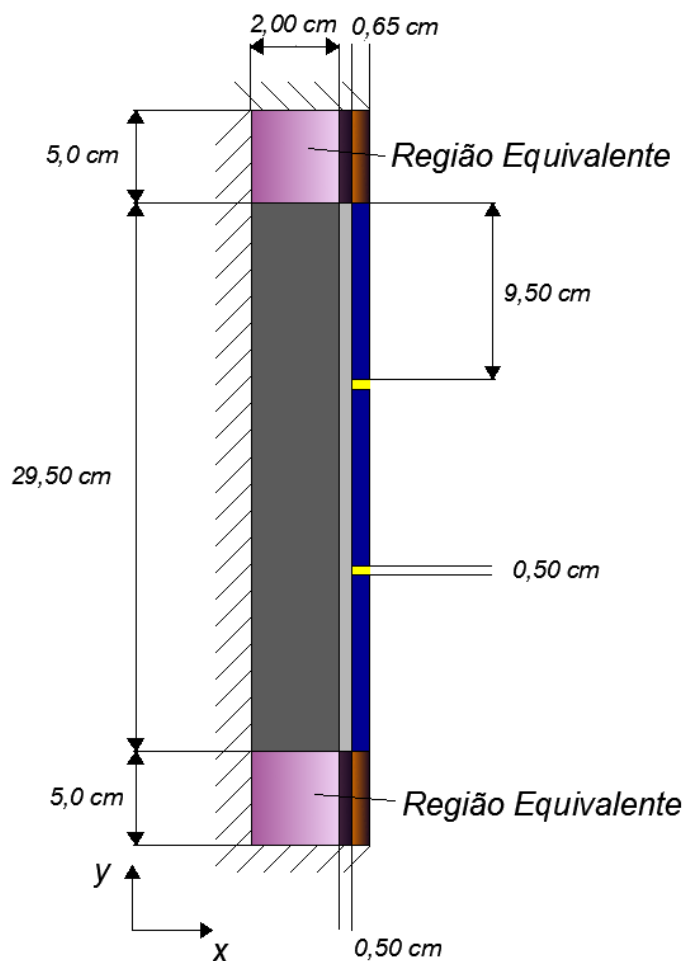


Figura 3.4 – Modelo de estrutura a ser analisado e dimensões

O modelo confeccionado ficou com dimensões de apenas 39,50 cm de comprimento (eixo  $y$ ) e 3,15 cm de espessura (eixo  $x$ ), seguindo assim o mesmo modelo utilizado primeiramente por Saraiva (1998) e Uchôa (2007). Tais dimensões são pequenas se comparadas aos 4,90 m da estrutura contidos na direção do eixo  $z$ .

O modelo inclui três peças cerâmicas de 9,50 cm de comprimento, além de rejunte, na espessura de 0,50 cm. A espessura da camada de revestimento é de 0,65 cm. Abaixo da camada de revestimento há uma camada de argamassa colante com comprimento total de 29,50 cm, entretanto com 0,50 cm de espessura. Já abaixo da argamassa colante, existe a camada de emboço, a qual também possui comprimento total de 29,50 cm, entretanto com 2,00 cm de espessura.

As duas regiões equivalentes, compostas de três camadas (cerâmica equivalente, argamassa colante equivalente e emboço equivalente), ficaram com 5,0 cm de comprimento cada uma, sendo esse tamanho escolhido arbitrariamente, constituindo o mesmo modelo utilizado por Uchôa (2007) e Saraiva (1998). Essas regiões equivalentes de comprimento reduzido devem reproduzir os deslocamentos que a fachada de comprimento normal reproduziria. Dessa forma, deverão ter propriedades e comportamentos equivalentes, os quais serão calculados no decorrer dessa subseção.

Admitir-se-á na análise a hipótese simplificadora do Estado Plano de Deformação.

É importante ressaltar as condições de contorno impostas ao redor do modelo, também representadas na Figura 3.4. Tratam-se de condições de contorno de deslocamento nulo. As justificativas para se impor essas condições, de forma geral são as seguintes:

- base ou substrato sobre o qual está apoiado o sistema de revestimento considerado rígido, portanto, na fronteira entre o revestimento e o substrato, os deslocamentos no eixo  $y$  devem ser iguais a zero. Essa simplificação se deve ao fato de que a espessura do revestimento (aproximadamente 3,00 cm) é pequena se comparada à espessura do substrato (normalmente 20 cm), fazendo com que as deformações no substrato sejam desprezíveis em relação ao revestimento. Entretanto, conforme recomenda Saraiva (1998), em um estudo mais detalhado deve-se considerar a interação entre essas camadas. Por coerência, no resto da região de fronteira também foi adotado deslocamento nulo na direção do eixo  $x$  para representar o restante das condições de contorno;
- não são considerados objetos de estudo as regiões equivalentes, tampouco a vizinhança das mesmas, sendo o foco as regiões centrais do sistema. A ideia seria evitar perturbações geradas no contorno, o que produziria resultados não consistentes, conforme argumenta Saraiva (1998).

As propriedades termomecânicas dos materiais que compõem a estrutura de revestimento estão evidenciadas na tabela a seguir:

Tabela 3.1: Propriedades dos materiais da estrutura de revestimento (Uchôa, 2007)

<b>Material</b>	<b>Módulo de Elasticidade - E (GPa)</b>	<b>Coefficiente de Dilatação Térmica - <math>\alpha</math> (<math>^{\circ}\text{C}^{-1}</math>)</b>	<b>Coefficiente de Poisson - <math>\nu</math></b>
Emboço	5,50	$11,5 \times 10^{-6}$	0,2
Argamassa Colante	3,56	$8,7 \times 10^{-6}$	0,2
Rejunte	7,88	$4,2 \times 10^{-6}$	0,2
Cerâmica	41,6	$6,8 \times 10^{-6}$	0,2

Para o cálculo dos parâmetros mecânicos da fachada equivalente, Saraiva (1998) utiliza fórmulas deduzidas em sua obra. É importante ressaltar que as fórmulas equivalentes a seguir valem apenas para a direção do comprimento do modelo (eixo y), onde houve o encurtamento do restante da fachada. Na direção transversal (eixo x) onde não houve alteração, as propriedades permanecerão as mesmas da tabela 3.1. Em outras palavras significa dizer que os materiais que compõem as camadas equivalentes são materiais ortotrópicos.

No caso dos módulos de elasticidade equivalentes do emboço e da argamassa tem-se que:

$$E_{Eq} = E_F \frac{L_{Eq}}{L_F} \quad (3.9)$$

onde  $E_{Eq}$  é o módulo de elasticidade do material na fachada equivalente,  $E_F$  é o módulo de elasticidade da fachada real,  $L_{Eq}$  é o comprimento da camada do material na fachada equivalente e  $L_F$  é o comprimento da camada do material na fachada real.

No caso do módulo de elasticidade equivalente do rejunte e da cerâmica procede-se de forma diferente, pois tem-se uma camada composta de dois materiais diferentes. Portanto, antes de achar o módulo de elasticidade da fachada equivalente, deve-se substituir os dois

módulos de elasticidade do modelo por apenas um valor de módulo de elasticidade que represente os efeitos de um material teórico que seria a mistura de cerâmica e rejunte. Conforme Saraiva (1998) a fórmula é:

$$E_{Rejunte+Cerâmico} = \frac{E_{Rejunte}E_{Cerâmico}(L_{0/Rejunte} + L_{0/Cerâmico})}{L_{0/Rejunte}E_{Cerâmico} + L_{0/Cerâmico}E_{Rejunte}} \quad (3.10)$$

onde  $E_{Rejunte+Cerâmico}$  é o módulo de elasticidade do material teórico que seria a mistura de cerâmica e rejunte no modelo;  $E_{Rejunte}$  e  $E_{Cerâmico}$  são os módulos de elasticidade respectivamente do rejunte e da cerâmica na fachada real; e  $L_{0/Rejunte}$  e  $L_{0/Cerâmico}$  são os comprimentos das camadas, respectivamente, de rejunte e de cerâmica no modelo.

Uma vez estabelecido o valor de  $E_{Rejunte+Cerâmico}$ , pode-se determinar o valor da camada de rejunte e cerâmica na fachada equivalente através da fórmula exibida da equação (3.9).

No caso dos coeficientes de dilatação linear equivalentes do emboço e da argamassa tem-se que:

$$\alpha_{Eq} = \alpha_F \frac{L_F}{L_{Eq}} \quad (3.11)$$

onde  $\alpha_{Eq}$  é o coeficiente de dilatação linear do material na fachada equivalente,  $\alpha_F$  é o coeficiente de dilatação linear da fachada real,  $L_{Eq}$  é o comprimento da camada do material na fachada equivalente e  $L_F$  é o comprimento da camada do material na fachada real.

No caso do coeficiente de dilatação linear equivalente do rejunte e da cerâmica também procede-se de forma diferente, pois tem-se uma camada composta de dois materiais diferentes. Portanto, antes de achar o coeficiente de dilatação linear da fachada equivalente, deve-se substituir os coeficientes de dilatação do modelo por apenas um valor que represente os efeitos de um material teórico que seria a mistura de cerâmica e rejunte. Conforme Saraiva (1998) a fórmula é:

$$\alpha_{Rejunte+Cerâmico} = \frac{L_{0/Rejunte}\alpha_{Rejunte} + L_{0/Cerâmico}\alpha_{Cerâmico}}{L_{0/Rejunte} + L_{0/Cerâmico}} \quad (3.12)$$

onde  $\alpha_{Rejunte+Cerâmico}$  é o coeficiente de dilatação do material teórico que seria a mistura de cerâmica e rejunte no modelo;  $\alpha_{Rejunte}$  e  $\alpha_{Cerâmico}$  são os coeficientes de dilatação respectivamente do rejunte e da cerâmica na fachada real.

Uma vez estabelecido o valor de  $\alpha_{Rejunte+Cerâmico}$ , pode-se determinar o valor para a camada de rejunte e cerâmica na fachada equivalente através da fórmula exibida na equação (3.11).

Portanto:

$$L_{0/Rejunte} = 2 \times 0,50cm = 1,00cm \quad (3.13)$$

$$L_{0/Cerâmico} = 3 \times 9,50cm = 28,50cm \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} L_{Eq/Rejunte+Cerâmico} &= L_{Eq/Arg\ Colante} = L_{Eq/Emboço} = 2 \times 5,00cm \\ &= 10,00cm \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$L_F = 490,00cm - (3 \times 9,50cm + 2 \times 0,50cm) = 460,50cm \quad (3.16)$$

Dessa forma, tem-se a tabela a seguir consolidando todos os valores de parâmetros físicos utilizados no modelo, inclusive os da direção longitudinal da fachada equivalente:

Tabela 3.2: Propriedades dos materiais da estrutura de revestimento e da direção longitudinal da fachada equivalente

<b>Material</b>	<b>Módulo de Elasticidade - E (GPa)</b>	<b>Coefficiente de Dilatação Térmica - <math>\alpha</math> (<math>^{\circ}\text{C}^{-1}</math>)</b>	<b>Coefficiente de Poisson - <math>\nu</math></b>
Emboço	5,50	$11,5 \times 10^{-6}$	0,2
Argamassa	3,56	$8,7 \times 10^{-6}$	0,2
Rejunte	7,88	$4,2 \times 10^{-6}$	0,2
Cerâmica	41,6	$6,8 \times 10^{-6}$	0,2
Emboço Equivalente	0,119	$530 \times 10^{-6}$	0,2
Argamassa Colante Equivalente	0,0773	$400 \times 10^{-6}$	0,2
Rejunte e Cerâmica Equivalente	0,789	$310 \times 10^{-6}$	0,2

Uma vez determinados todos os valores dos parâmetros pode-se empregar o sistema de equações diferenciais mostrado no Anexo A para se encontrar as tensões. Levando em consideração que a temperatura é função apenas de  $x$  e que o modelo foi concebido de forma a atender a hipótese simplificadora de estado plano de deformação o sistema definido pelas equações (A.47) a (A.49) fica:

$$(\lambda + G) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + G \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (3.17)$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + G \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (3.18)$$

Uma vez resolvido esse sistema de EDPs e conhecidas as funções dos deslocamentos  $u(x, y)$  e  $v(x, y)$  e também, por consequência, as deformações, aplicam-se as equações constitutivas (Lei de Hooke) para se achar as tensões através das quais se pode avaliar o desempenho da estrutura de revestimento:

$$\sigma_{xx} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + 2G\varepsilon_{xx} - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \quad (3.19)$$

$$\sigma_{yy} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + 2G\varepsilon_{yy} - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \quad (3.20)$$

Embora as equações anteriores mostrem como calcular as tensões, para a presente pesquisa será utilizado o pacote computacional ANSYS para calculá-las. O referido aplicativo utiliza como base o Método dos Elementos Finitos (MEF). O cálculo das tensões via MEF será apresentado futuramente, em item próprio.

### **3.2 – FRATURA E FADIGA EM REVESTIMENTOS CERÂMICOS**

A ocorrência de tensões no sistema ou estrutura de revestimento pode levar ao surgimento de falhas nos materiais que a compõem, principalmente no tocante à propagação de trincas nesses materiais.

Ciclos de aplicação de cargas ou tensões podem trazer fadiga aos materiais, de maneira que esse tipo de solicitação eventualmente tem participação na ocorrência das falhas, já que a fadiga pode influenciar no crescimento e propagação das trincas.

No tocante ao estudo das falhas em materiais, duas abordagens principais podem ser citadas: a abordagem por tolerância ao defeito e a abordagem por vida total.

A abordagem por tolerância ao defeito é avaliada pela Mecânica da Fratura, onde são estudados e aplicados conceitos sobre o crescimento da trinca em si e suas forças motrizes, como fator de intensidade de tensões. Também é estudado o crescimento da trinca por fadiga, destacando-se o trabalho de Paris (1960) que estudou a relação entre fator de concentração de tensões e o crescimento da trinca e limiar de propagação, propagação estável e instável. Convém que o extenso trabalho de Broek (1988), sobre Mecânica da Fratura, seja mencionado, pela abordagem sobre fratura elástica e elasto-plástica, crescimento de trincas, influência do histórico de carregamentos e da geometria das peças, além de procedimentos de análise e controle de fraturas.

Na abordagem por vida total são estudados, sob aspecto macroscópico, a relação entre o tempo de vida de um determinado material ou peça sob fadiga e a tensão ou deformação aplicada ou verificada. A curva de Wöller, ou curva S-N, relaciona tensão alternada aplicada e o número de ciclos dessa tensão que um dado material resiste. Integram essa abordagem a avaliação por curvas que determinam a resistência de um dado material por ciclos de carga, baseadas em critérios de ruptura de Rankine e Mohr-Coulomb. A Regra Linear de Dano Acumulado, ou Hipótese de Palmgren-Miner também pode ser incluída na abordagem por vida total.

A determinação dessas curvas foi objeto do trabalho de Chagas (2009). Entre outros resultados, a autora observou correlação entre curvas de Wöller de compressão e de tração, para as argamassas estudadas.

A seguir, são apresentados alguns conceitos de Mecânica da Fratura. No presente trabalho, o estudo do desempenho da camada de emboço sob fadiga seguirá a abordagem por vida total.

### **3.2.1 – Breve introdução à Mecânica da Fratura**

Conforme Broek (1988), a Mecânica da Fratura consiste em um ramo da mecânica cujo objetivo é determinar um limite de capacidade de carga de um dado material ou estrutura, tendo como principal parâmetro o valor da carga crítica, a qual leva ao surgimento das trincas nesse material, caracterizando assim a ocorrência de Estado Limite Último (ELU). Chagas (2009) coloca que a mecânica da fratura também é conhecida por ser a mecânica das trincas.

São objetivos da mecânica da fratura:

- Que tamanho de trinca pode ser tolerado para uma esperada carga de serviço?
- Quanto tempo leva para uma trinca crescer desde um certo tamanho inicial até um tamanho crítico?
- Que tamanho pode ser permitido para uma falha preexistente no começo da vida útil de uma estrutura?
- Com que frequência a estrutura deve ser inspecionada?



Citam-se três tipos de micro mecanismos de fratura que ocorrem em metais e ligas:

- Fratura dúctil: resultante da nucleação, crescimento e coalescência de micro poros internos;
- Fratura por clivagem: surge a partir de uma separação entre planos cristalinos. Geralmente trata-se de uma fratura frágil, entretanto, pode ser precedida de plasticidade e crescimento de trinca dúctil.
- Fratura intergranular: acontece quando o caminho da trinca é feito preferencialmente no contorno dos grãos que compõem o material.

Os dois ramos principais da mecânica da fratura são a mecânica da fratura linear elástica (MFLE) e mecânica da fratura elastoplástica (MFEP). As argamassas que compõem o sistema de revestimento cerâmico objeto de estudo são consideradas materiais frágeis, nos quais podem ocorrer fraturas sem extensa deformação plástica anterior, caracterizando portanto um material que pode ser estudado através da MFLE.

A MFLE surgiu a partir da necessidade de analisar o comportamento de materiais que apresentam descontinuidades internas e superficiais. A MFLE descreve a magnitude e a distribuição do campo de tensões (linear e elástico) na vizinhança de uma trinca, sendo que a magnitude do campo de tensões em torno da trinca nestes casos é quantificada pelo fator de intensidade de tensão,  $K$ .

Sendo assim, comparando o fator  $K$  com a resistência à fratura frágil ou resistência do material à propagação à trinca (também chamada de tenacidade), é possível prever quando ocorrerá o trincamento do material, desde que no instante da fratura o campo de tensões permaneça se expressando como linear elástico.

Conforme já explicado em capítulos anteriores, os carregamentos térmicos podem produzir deformações nos materiais que compõem a estrutura de revestimento. A partir dessas deformações e das restrições intrínsecas e de contorno da estrutura, todo um campo de tensões surge no interior dos materiais da estrutura, solicitando-a. A magnitude dessas solicitações determinará a ocorrência ou não de trincamento nos materiais.

Considerando as solicitações que o campo de tensões provoca em uma trinca, tem-se que serão induzidos três modos básicos de movimentação correlacionados a um tipo básico de solicitação, conforme visualizados na Figura 3.5 abaixo:

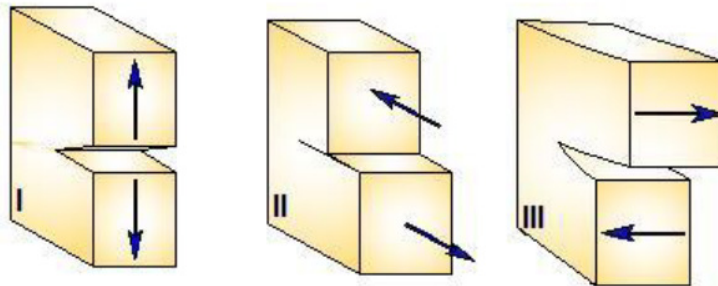


Figura 3.5 – Modos básicos de carregamento em uma trinca (Chagas, 2009)

Conforme Broek (1988), os modos mostrados na Figura 3.5 são:

- Modo I – Tração ou abertura na ponta da trinca: ocorre quando as faces da trinca são separadas.
- Modo II – Cisalhamento puro: ocorre quando há o deslocamento das superfícies da trinca paralelamente a si mesma e perpendicularmente à propagação.
- Modo III – Rasgamento ou Cisalhamento antiplano: ocorre quando as superfícies da trinca movem-se paralelamente em relação à aresta de propagação e relativamente umas às outras.

Dessa forma, é possível abordar problemas entendendo o deslocamento em uma trinca como uma combinação dos três modos apresentados acima. Analogamente, um campo de tensões também pode ser entendido como uma combinação das três solicitações dos modos apresentados acima.

O primeiro modo é considerado o mais importante, pois atende ao modo de fratura da maioria das peças trincadas, apresentando também maior desenvolvimento em termos de metodologias analíticas e experimentais.

### 3.2.2 – Fissuração e Fratura em Materiais

Broek (1988) explica que a fadiga é um tipo de falha mecânica caracterizada pela geração ou propagação paulatina de uma trinca, causada pelas repetições dos carregamentos aplicados sobre a peça, podendo causar a fratura dos componentes da estrutura.

O estudo da fadiga é relevante pois um material submetido a uma carga cíclica pode ser levado à ruptura, dependendo do número de ciclo de cargas aplicado, ainda que a tensão seja inferior à resistência à tração ou compressão do material.

Para que se inicie o processo de fadiga é necessário primeiramente haver um campo de tensões. A título de exemplo, a fim de visualizar mais facilmente pode-se considerar um estado plano de tensões, conforme situação mostrada na Figura 3.6 a seguir, idealizada a partir de Broek (1988). Conforme explica o autor, a tensão  $\sigma$  representa uma tensão média de tração distante da trinca, solicitando-a com o modo I de carregamento, fazendo aparecer tensões normais e de cisalhamento em um elemento infinitesimal situado junto à vizinhança da ponta da trinca. O parâmetro  $2a$  representa o comprimento da trinca:

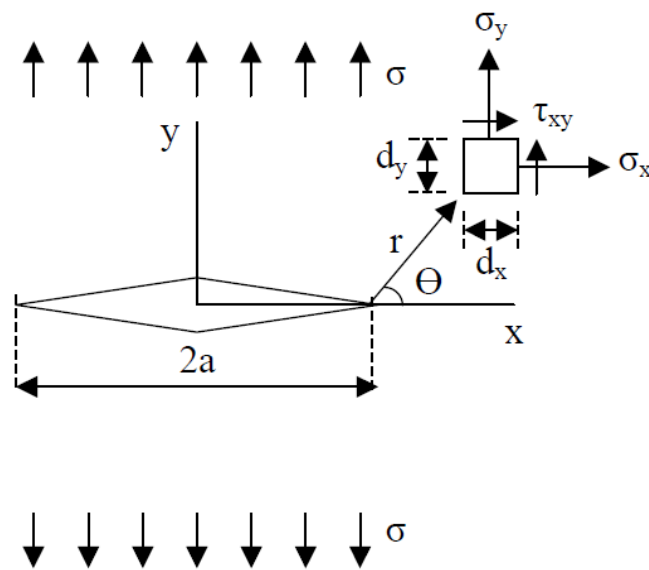


Figura 3.6 – Abertura de fissura sob tensão uniforme

Anderson (1995) expressa o campo de tensões em um material elástico, conforme evidenciado na Figura 3.7:

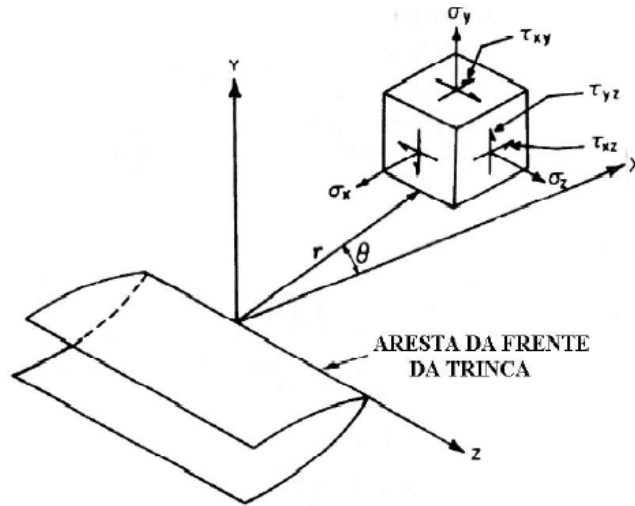


Figura 3.7 – Abertura de fissura sob tensão uniforme e coordenadas na frente da trinca  
(Anderson, 1995)

Dessa forma, o campo de tensões, para o modo I em estado plano é dado pelas seguintes expressões:

$$\sigma_x = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.21)$$

$$\sigma_y = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.22)$$

$$\tau_{xy} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3.23)$$

É importante observar, a partir das equações anteriores, que quando  $r \rightarrow 0$ , ou seja, quanto mais próximo um dado elemento infinitesimal se encontra próximo à borda da trinca, mais seu estado de tensões tenderia para o infinito, fazendo com que a ruptura na verdade ocorresse para qualquer acréscimo infinitesimal de tensão diferente de zero. Entretanto, ao invés da ruptura final, o que ocorre na verdade é o aumento da abertura, em cuja ponta surgirá novamente concentração de tensões.

Basicamente essa é a razão para que ocorra a propagação da trinca, através da expansão de microfissuras, quando um ciclo de cargas se instala. Tal propagação se dará com ou sem

plastificação do material, dependendo respectivamente se o material é dúctil ou frágil (como as argamassas presentes nessa pesquisa), até eventualmente causar a fratura do material ou da estrutura, caracterizando ELU.

A natureza frágil em materiais como o concreto e as argamassas de revestimento pressupõe uma ruptura ocorrendo sob deformação plana e deformações elásticas, com superfície de fratura geralmente perpendicular ao carregamento aplicado. Sendo assim, os ciclos de carregamento são totalmente absorvidos elasticamente sendo necessários carregamentos de baixa intensidade com elevado número de ciclos para que ocorra a ruptura por fadiga, sendo essa chamada fadiga de alto ciclo.

Entre os modelos que visam explicar a propagação das trincas por fadiga destaca-se o trabalho de Paris (1960) que determinou experimentalmente ser a variação do fator de intensidade de tensões ( $\Delta K$ ) e não a tensão propriamente, que controla a propagação das trincas.

A propagação de trincas por fadiga em peças estruturais pode ser resumida em três etapas, da seguinte forma:

- Etapa 1:
  - Iniciação da fissura, quando uma pequena fissura se forma em algum ponto de alta concentração de tensões; ou
  - Descontinuidades pré-existentes, ou seja, microfissuras já existentes no material (devido a existência de falhas no concreto) previamente ao processo de fadiga; ou
  - os dois fenômenos anteriores ocorrendo simultaneamente.
- Etapa 2: Propagação da fissura, onde há o avanço de sua frente em incrementos a cada ciclo de tensões, devido à existência de zonas de concentração de tensões; e
- Etapa 3: Ruptura final, que ocorre muito rapidamente, uma vez que a fissura em avanço tenha atingido uma abertura crítica.

Para maiores detalhes sobre modelos empíricos de previsão do crescimento das trincas foram desenvolvidos consultar, além de Paris (1960), Forman (1967), Walker (1970) e Priddle (1976).

### 3.2.3 – Fatores que influenciam o Processo de Fadiga

Inúmeros são os fatores que podem influenciar o desempenho de uma peça de concreto ou argamassa frente à fadiga, quando sujeita a uma carga cíclica. Cervo (2004) expôs fatores relacionados a níveis de carga e a forma como é aplicada, condições climáticas (frequência e variação de temperatura), frequência de aplicação de cargas, além da influência das características da peça submetida ao carregamento, inclusive no que tange à sua fabricação e materiais que a constituem.

Já Maggi (2004) cita variação de tensão, histórico das ações, propriedades dos materiais, frequência das ações, gradiente de tensão e períodos de folga, elencando também fatores externos como a temperatura e a agressividade do meio.

Um dos fatores importantes é o Fator de Concentração de Tensões ( $K_t$ ). Tanto Chagas (2009) quanto Cervo (2004) explicam que a maioria dos materiais, incluindo argamassas e concreto, apresentam irregularidades como entalhes, furos e ranhuras, as quais alteram a distribuição de tensões. Tem-se que, nessas regiões, há um aumento de concentração de tensões que pode levar ao surgimento de microfissuras, contribuindo para a velocidade de sua propagação. Maggi (2004) ainda enfatiza que a fadiga é caracterizada pela propagação de fissuras a partir das saliências ou microdefeitos de forma que, dependendo da composição, o material será mais ou menos resistente a esse efeito, citando ainda o ar incorporado como fator que reduz a vida à fadiga.

Chagas (2009) também elenca o tamanho da peça como fator a influenciar o desempenho frente à fadiga. Quanto maior um determinado corpo de prova, menor é a sua resistência à fadiga. O efeito que consiste na diminuição de resistência a esforços com aumento de tamanho de fissuras é denominado *size effect* ou efeito tamanho. MacGregor (2005) estudando vigas sob cisalhamento sem estribos mostra que aumentar a altura da seção da

viga produz aumento na largura e espaçamento das trincas que, por sua vez, levam à redução da resistência ao cisalhamento do material.

Bazant (1984) explicou o efeito tamanho com base na energia liberada durante a fissuração. A quantidade de energia liberada aumenta quando a seção transversal é maior, especialmente a altura da seção.

Com relação à frequência de carregamento, em sua obra Cervo (2004) explica que quanto mais elevada é a frequência, maior será o número de ciclos à fadiga que o concreto poderá suportar. Baseado em ensaio padrão, MacGregor (2005) sustenta que a taxa de carregamento influencia na capacidade de resistência do concreto. Sob taxas muito lentas de carregamento a resistência de compressão axial do corpo de prova se reduziria a aproximadamente 75% da resistência relativa ao ensaio padrão, enquanto que, sob taxas rápidas de carregamento a resistência à compressão pode alcançar até 115% da resistência relativa ao ensaio padrão.

Cervo (2004) ainda completa que o desempenho do material à fadiga depende da combinação entre a frequência de carregamento e o nível de tensão aplicada, e que ambas variáveis devem ser consideradas em um mesmo modelo analisado sob condições de fadiga.

A amplitude de tensão também merece ser citada como fator determinante para o desempenho frente à fadiga. Quanto maior for essa amplitude, ou seja, a diferença entre a maior tensão e a menor tensão em um carregamento cíclico, menor será o número de ciclos que o material poderá suportar, sob a ótica qualitativa. Também a tensão média do carregamento obedece à mesma relação com o número de ciclos que a amplitude. Trata-se de importante parâmetro, especialmente em se tratando de carregamentos cíclicos de amplitude variável.

Finalmente, deve-se dar ênfase às condições térmicas, com destaque para a temperatura, como outro fator a influenciar a vida útil sob fadiga. Conforme já explicado no decorrer desse trabalho, a temperatura, ou seja, os gradientes térmicos entre as faces de uma estrutura ou material, induzem o aparecimento de tensões que se distribuirão pela peça. Portanto é correto dizer que esse gradiente determinará a magnitude das tensões que ocorrerão na peça considerada, conforme explica Balbo (2001) apud Cervo (2004). Sendo

assim, quanto maior for a diferença de temperatura, ou seja, quanto maior for o gradiente de temperatura, maior será a magnitude das tensões.

Ainda sobre a temperatura, Chagas (2009) explica que a fadiga térmica pode ocorrer justamente a partir dos ciclos consecutivos de aquecimento e resfriamento do material, gerando ciclos de gradientes térmicos, que por sua vez gerarão o aparecimento de tensões térmicas alternadas no interior da peça, as quais podem levá-la à fratura final. Nos casos de um sistema de revestimento, essas tensões térmicas se manifestam em forma de tensões de tração e compressão em virtude das variações diárias de temperatura em sua camada cerâmica, ou no caso de um choque térmico (foco do presente trabalho), as quais podem levar ao deslocamento das cerâmicas ou outras formas de Estado Limite Último que determinarão a ruína da estrutura de revestimento.

### 3.2.4 – Critérios de Ruptura de Rankine e Mohr-Coulomb

Para um entendimento qualitativo de como proceder à avaliação quanto à ruptura, recorre-se às teorias de Rankine e de Mohr-Coulomb, as quais tratam das envoltórias de resistência dos materiais frágeis, como as argamassas e concreto.

Conforme Timoshenko et al. (1951), tomando a título exemplificativo o estado plano de tensões, tem-se que as tensões principais em um determinado elemento infinitesimal de um corpo são dadas por:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3.24)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3.25)$$

na qual a tensão principal mínima é  $\sigma_2$  e a máxima é  $\sigma_1$ . Portanto, a teoria de Rankine diz que a fratura nesse dado ponto ocorrerá caso a magnitude dessas tensões principais se equivalha aos limites de resistência do material sob tração ( $f_{tk} = \sigma_t$ ) ou sob compressão ( $f_{ck} = \sigma_c$ ), o qual também é chamado de resistência à ruptura do material. Dessa forma, a teoria de Rankine também é chamada de teoria da tensão normal máxima.



Entretanto, para muitos materiais, notadamente o concreto, o comportamento de resistência sob compressão é diferente. Quando essa situação ocorre, a teoria da tensão normal máxima passa a ser denominada como teoria de Mohr-Coulomb. Por exemplo, tomando-se por base duas situações de carregamentos de tensão, onde há respectivamente apenas tensões de tração e apenas tensões de compressão, ao traçar os dois círculos de Mohr correspondentes, pode-se obter a chamada envoltória de Mohr-Coulomb através da qual é possível prever em quais situações de tensões normais e de cisalhamento ocorrerá a ruptura do material, conforme mostrado na Figura 3.8 a seguir:

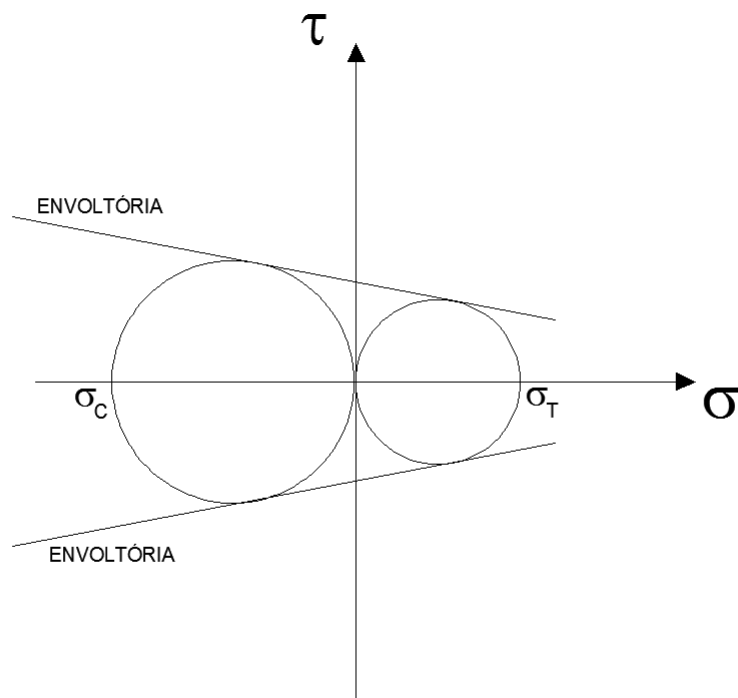


Figura 3.8 – Envoltória de Mohr-Coulomb

Em outras palavras, Mohr estabeleceu que a envoltória das circunferências pode ser aproximada com adequada precisão através das duas retas mostradas na Figura 3.8 acima, traçadas a partir de ensaios de tração e compressão uniaxiais. Logo, as retas mostradas determinam o limite teórico dos estados de tensão, de forma que, ocorrerá a ruptura do material quando, em algum ponto, o estado de tensão tangenciar essas retas, conforme mostrado na Figura 3.9 a seguir:

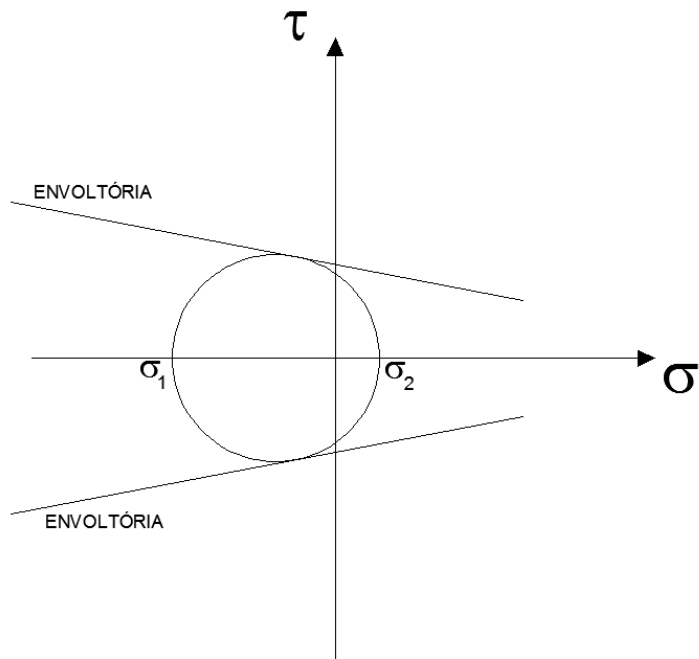


Figura 3.9 – Ruptura segundo critério de Mohr-Coulomb

Dessa forma, para representar o critério de ruptura através dos possíveis pares de tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , levando também em consideração as diferenças de valores entre a resistência à compressão e resistência à tração, tem-se a Curva de Mohr-Coulomb representada na Figura 3.10 a seguir:

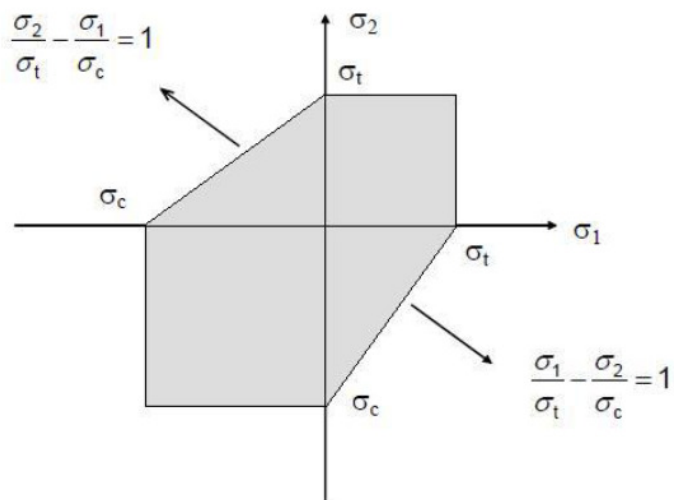


Figura 3.10 – Curva de Mohr-Coulomb

Sendo assim, se um ponto submetido a um estado plano de tensão possui tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  tais que configurem um ponto interior à curva traçada mostrada na figura anterior, tem-se que não há o risco de ruptura do material nesse ponto. Do contrário, caso as tensões principais configurem um ponto exterior à curva então há o risco de ruptura.

Na incidência de carregamento cíclico, o qual expõe o material ao risco de ruptura sob fadiga, o que acontece de forma progressiva é a diminuição dos valores de resistência, tanto à compressão quanto à tração, à medida que se incrementa o número de ciclos de carregamento. Uma das maneiras de explicar esse fenômeno é a chamada Teoria de Palmgren-Miner ou regra linear de dano acumulado, a qual será esboçada na subseção seguinte. O encolhimento da curva de Mohr-Coulomb (resistência) está representado na Figura 3.11 a seguir:

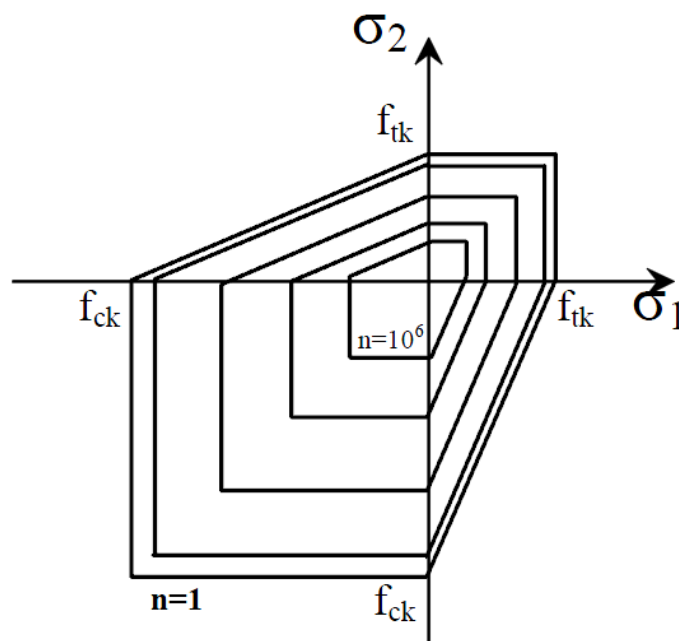


Figura 3.11 – Curvas de resistência para material frágil durante os ciclos de carga (Uchôa, 2007)

A maneira com a qual se obtém a diminuição das resistências à tração e compressão utilizada na metodologia da pesquisa de Uchôa (2007), a qual será aproveitada nessa pesquisa, é através da confecção das curvas S-N, também conhecidas como curvas de Wöller, feita com resultados experimentais de corpos de prova submetidos a ensaios de fadiga, com carregamentos cíclicos.

Cervo (2004) explica que, após obtidos os resultados dos experimentos, as propriedades de fadiga podem ser apresentadas graficamente, na forma de uma tensão ou deformação em função do número de ciclos até a ruptura, para cada corpo de prova ensaiado.

A autora também explica que, nos ensaios de fadiga, verificam-se dois tipos de comportamento de tensão alternada (S) versus número de ciclos de carga (N) distintos. No primeiro comportamento, abordado em parágrafo anterior, quanto maior a magnitude da tensão alternada, ou amplitude de tensão, menor o número de ciclos de carregamento que o material é capaz de suportar antes de romper. O outro comportamento é a verificação de um limite de resistência à fadiga abaixo do qual a ruptura da peça não irá ocorrer, independente do número de ciclos. Isso significa que esse valor representa o valor máximo de amplitude de tensão aplicada na qual a peça, independente do número de ciclos de carregamento, não sofrerá ruptura por fadiga.

Sendo assim, através de tais ensaios, uma vez conhecidos os níveis de tensão de um carregamento cíclico, é possível prever em quantos ciclos ocorrerá a ruptura por fadiga daquele material. Entretanto, conforme Cervo (2004) enfatiza, os níveis de dispersão nos resultados desse tipo de ensaio é muito alto, apresentando variação grande no valor de N (número de ciclos de carga) para vários corpos de prova testados sob o mesmo nível de tensão. Tal informação deve ser considerada quando da utilização da metodologia para efeitos de dimensionamento, adotando-se margens de segurança, por exemplo.

### **3.2.5 – Hipótese de Palmgren-Miner - Regra Linear de Dano Acumulado**

A teoria de Palmgren-Miner consiste basicamente em um modelo linear para avaliação do dano por fadiga em um material. Conforme explica Maggi (2004), em 1924 Palmgren propôs um modelo linear de dano por fadiga, no qual é possível considerar o efeito histórico da aplicação das cargas a partir do dano que cada intensidade de tensão provoca no material. Dessa forma, a teoria considera uma superposição de danos provocados por cada carga distinta, consolidando o conceito cumulativo de dano para explicar o comportamento à fadiga de materiais de engenharia.

Em 1945 Miner apresentou uma equação linear para representar o modelo de Palmgren, sendo essa equação conhecida como modelo ou hipótese de Palmgren-Miner. Conforme Cervo (2004) tal modelo assume que a fração de dano no material causado pela aplicação

de um nível de tensão  $\sigma_i$  é linearmente proporcional à relação entre o número de ciclos de carregamento nesse nível de tensão  $\sigma_i$  e o número de ciclos total teórico que poderia levar o material ao colapso. Dessa forma:

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (3.26)$$

Onde:

- $D_i$  é uma fração de dano a um nível de tensão  $\sigma_i$ ;
- $n_i$  é o número de ciclos de carregamento aplicados no material sob tensão  $\sigma_i$ ; e
- $N_i$  é o número total teórico de ciclos para que haja o colapso sob  $\sigma_i$ .

Dessa forma, o dano total ( $D$ ) é dado pela soma das frações de dano provocados pela aplicação dos ciclos em cada nível de tensão considerando a superposição dos efeitos, daí essa teoria ser chamada de cumulativa:

$$D = \sum_{i=1}^n D_i = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_n}{N_n} \quad (3.27)$$

Sendo assim, a falha ocorrerá quando o dano total atingir o valor crítico de 1 (100%), ou seja:

$$D_1 + D_2 + \dots + D_n \geq 1 \quad (3.28)$$

Cumpramos ressaltar que essa expressão não leva em conta qual a ordem ou sequência na qual cada ciclo de carregamento, a um dado nível de tensão, é aplicado. Além disso, não é levado em consideração o histórico anterior de carregamentos.

Embora seja uma teoria linear, conforme coloca Maggi (2004), não fora comprovado que alguma teoria não linear de acúmulo de danos forneça resultados mais precisos que o modelo linear. Teorias não lineares também exigem mais dados experimentais, diminuindo a praticidade de sua aplicação.

Esses fatos fazem com que a regra de Palmgren-Miner ainda seja utilizada com boa confiabilidade na análise de danos provocados por fadiga.

### 3.2.6 – Curva de Wöhler ou Curva S-N

Trata-se de uma maneira prática ou experimental de caracterizar o comportamento de um dado material (no caso da presente pesquisa é a argamassa) quanto à fadiga. A curva de Wöhler ou curva S-N é o gráfico que explicita a relação entre um nível de tensão alternada ( $S$ ) cíclica aplicada e o número de ciclos que provocará sua ruptura ( $N$ ).

Ao realizar seus ensaios, Wöhler detectou que quanto maior o nível de tensão aplicada no carregamento, menor a vida útil do material ensaiado, ou seja, menor o número de ciclos que o material suporta. Além disso, Wöhler também percebeu que abaixo de um determinado valor de tensão alternada a ruptura por fadiga simplesmente não ocorre, ou seja, o material pode viver infinitamente mesmo submetido a esse nível de tensão. A Figura 3.12 exemplifica de forma qualitativa essa curva:

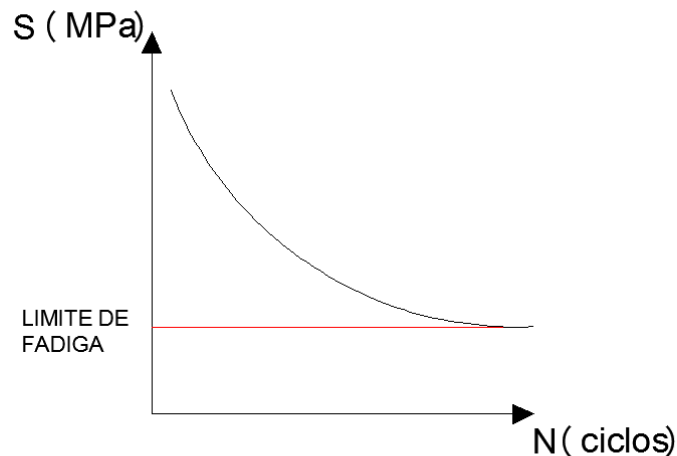


Figura 3.12 – Curva S-N ou curva de Wöhler qualitativa

A assíntota representada por "Limite de fadiga" na Figura 3.12 mostra o valor de tensão alternada para o qual o número de ciclos necessários para que haja a falha por fadiga tende ao infinito. Uchôa (2007) também chama esse valor de "resistência à fadiga", representando-o por  $S_{Rf}$ .

Para uma determinada carga superior a  $S_{Rf}$ , a cada ciclo as trincas ou fissuras aumentam no material, de maneira que, mesmo que o número de ciclos necessários para o colapso por fadiga não seja atingido, a estrutura do material ficará menos resistente, pois os danos causados vão se acumulando, conforme visto na teoria de Palmgren-Miner exposta anteriormente. Portanto, para cada ciclo, há um valor de dano correspondente.

A Figura 3.13 a seguir mostra como é aplicado o carregamento cíclico típico, ou tensão alternada, em um experimento para caracterização da curva S-N, conforme feito por Uchôa (2007) para uma argamassa de emboço industrializada. Pode-se observar que o carregamento típico obedece um padrão senoidal.

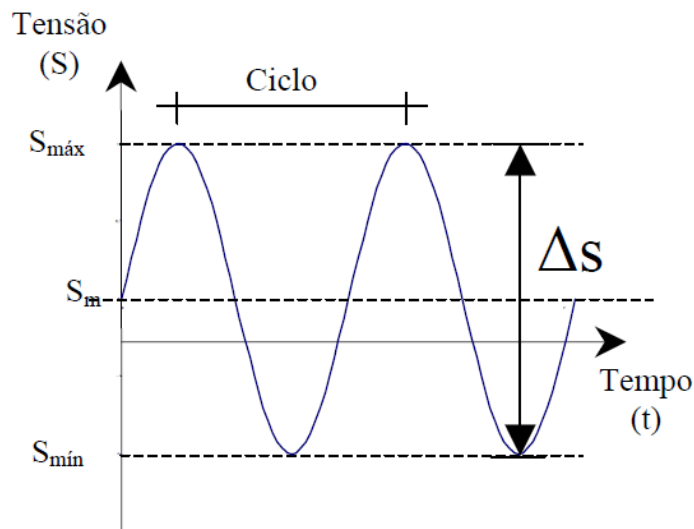


Figura 3.13 – Carregamento cíclico aplicado no corpo de prova durante os ensaios (Uchôa, 2007)

Na figura,  $S_m$  é a tensão média e  $\Delta S$  é chamada variação de tensão, ou tensão alternada, também chamada de  $S$ . Outros parâmetros podem ser introduzidos como a amplitude de carregamento  $S_a$  e o coeficiente  $R$  definido como a razão entre a tensão máxima ( $S_{max}$ ) e tensão mínima ( $S_{min}$ ) durante o carregamento. As fórmulas são as seguintes:

$$S_m = \frac{S_{max} + S_{min}}{2} \quad (3.29)$$

$$S_a = \frac{S_{max} - S_{min}}{2} \quad (3.30)$$

$$\Delta S = S_{max} - S_{min} = S \quad (3.31)$$

$$R = \frac{S_{min}}{S_{max}} \quad (3.32)$$

A fim de obter uma expressão (equação) a partir dos valores numéricos obtidos em ensaio, seguindo metodologia proposta por Cervo (2004) e Tepfers e Kutti (1979), Uchôa (2007) procedeu à linearização da curva S-N para a argamassa industrializada de emboço, representando o eixo das abscissas (onde está o número de ciclos de carregamento) em escala logarítmica, conforme a Figura 3.14 a seguir:

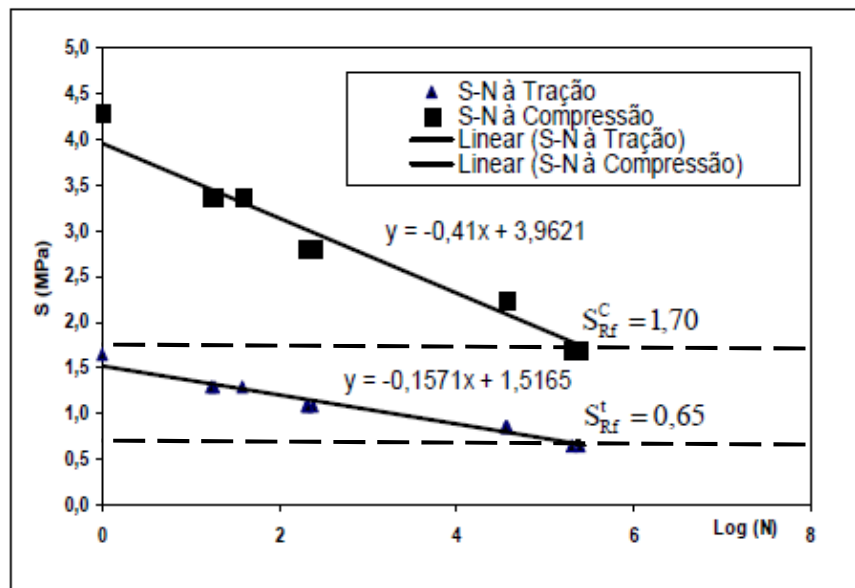


Figura 3.14 – Curvas S-N de fadiga linearizadas para a argamassa de emboço, adaptadas de Uchôa (2007)

Cabe ressaltar que os limites de resistência à fadiga ( $S_{Rf}$ ) apresentados na Figura 3.14 não são experimentais, mas limites adotados, pois o ensaio foi interrompido após a aplicação de  $1,3 \times 10^6$  ciclos de carga alternada. A interrupção do ensaio se deu em virtude de sua longa duração de 74h e também pelo elevado número de ciclos aplicados sem que se



verificasse o rompimento de alguns corpos de prova. Sendo assim, foi adotado o nível de tensão alternada de 0,65 MPa, no ensaio de tração, para o qual verificou-se o rompimento do corpo de prova após a aplicação de  $2 \times 10^5$  ciclos de carga alternada.

Outro aspecto a ser ressaltado é que o ensaio realizado por Uchôa (2007) foi apenas de tração. A curva S-N de compressão foi obtida com base em propriedade de paralelismo entre curvas de concreto à fadiga em ensaios à tração e à compressão. Tal propriedade é sustentada nos trabalhos de Tepfers e Kutti (1979) e foi posteriormente verificada por Chagas (2009) quando da realização de sua pesquisa.

Dessa forma, conforme Uchôa (2007), as equações para as curvas S-N para a argamassa industrializada de emboço, quanto à tração são dadas por:

$$S = 1,5163 - 0,157 \log(N), \quad N < 2 \times 10^5 \quad (3.33)$$

$$S = 0,65 \text{ MPa}, \quad N > 2 \times 10^5 \quad (3.34)$$

Logo, a equação da curva para argamassa de emboço submetida à compressão é:

$$S = 3,9621 - 0,410 \log(N), \quad N < 2 \times 10^5 \quad (3.35)$$

$$S = 1,70 \text{ MPa}, \quad N > 2 \times 10^5 \quad (3.36)$$

De forma a se obter expressões mais genéricas, não dependendo dos valores numéricos das resistências à tração ( $f_{tk}$ ) e compressão ( $f_{ck}$ ) das argamassas de emboço, tem-se que, para a tração:

$$\frac{S}{f_{tk}} = 0,925 - 0,096 \log(N), \quad N < 2 \times 10^5 \quad (3.37)$$

$$\frac{S}{f_{tk}} = 0,396, \quad N > 2 \times 10^5 \quad (3.38)$$

No caso de argamassa de emboço submetida à compressão tem-se que:

$$\frac{S}{f_{ck}} = 0,925 - 0,096 \log(N), \quad N < 2 \times 10^5 \quad (3.39)$$

$$\frac{S}{f_{ck}} = 0,396, \quad N > 2 \times 10^5 \quad (3.40)$$

As equações obtidas por Uchôa serão utilizadas nesse trabalho para avaliar a fadiga causada pela influência dos ciclos de carregamentos de choque térmico nas argamassas industrializadas de emboço do sistema de revestimento modelado via elementos finitos.

## 4 ANÁLISE TÉRMICA

A análise térmica, no contexto da presente pesquisa, consistirá na determinação da distribuição de temperatura no interior do sólido estudado (no caso, uma parede), quando submetido a carregamento térmico.

Por isso, para que se possam determinar as tensões atuantes no interior da parede e de sua estrutura de revestimento, é necessário conhecer a distribuição de temperatura dentro do sólido em dado instante de tempo, ou seja, é preciso determinar o valor da temperatura em cada elemento infinitesimal da parede.

Nas pesquisas anteriores de Saraiva (1998) e Uchôa (2007), foram utilizadas expressões aproximadas para a determinação dessas temperaturas, através das quais era possível obter o regime estacionário de distribuição de temperatura. No caso de Uchôa (2007), utilizando essas expressões, em conjunto com o Método de Elementos Finitos do aplicativo computacional ANSYS, foi possível montar um transiente térmico, que consistiu em um regime transiente de distribuição de temperatura, representando os efeitos que a variação atmosférica de temperatura durante o dia causam no interior da parede.

Na presente pesquisa, o carregamento térmico considerado é um choque térmico, o qual também é um efeito transiente. Entretanto, no caso desse carregamento, não se dispõe de uma expressão simplificada da qual se possa lançar mão, e com a qual se explique como varia a temperatura no interior do sólido após a mudança brusca de temperatura que caracteriza esse choque térmico.

Sendo assim, optou-se pela abordagem analítica para obter uma expressão matemática que represente a distribuição de temperatura quando há um choque térmico nos contornos do sólido, ou seja, junto ao revestimento cerâmico da parede. O ponto de partida para se achar essa expressão foi a EDP de difusão do calor em sólidos, derivada a partir da lei de Fourier de conservação de energia:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (4.1)$$

A equação (4.1) anterior rege como se dá a condução de calor em um sólido cujas camadas são feitas de material isotrópico, onde  $U$  representa a temperatura e  $\alpha$  um parâmetro denominado difusividade térmica, o qual será melhor descrito no decorrer das seções e subseções seguintes.

A resolução da EDP anterior, a fim de se extrair a expressão da distribuição de temperatura no interior da parede, como consequência do choque térmico em seu exterior, constitui um problema matemático de dificuldade considerável, e que envolve o emprego de várias técnicas matemáticas de resolução de EDPs. Por outro lado, sua solução deve fornecer uma expressão matemática que possibilite interpretar fisicamente o fenômeno, residindo aí a sua vantagem em relação às metodologias empíricas ou puramente numéricas.

Portanto, em razão da complexidade, o problema será subdividido. Serão resolvidas versões mais simplificadas do problema, removendo-se as simplificações a cada versão, até que se apresente a formulação analítica da distribuição de temperatura a ser efetivamente utilizada para o cálculo das tensões no capítulo de análise mecânica. Nesse sentido, a sequência do trabalho inclui a resolução dos seguintes problemas:

- Seção 4.1: Dedução matemática da expressão de distribuição de temperatura para uma parede simples, feita de apenas um material, submetida a choque térmico. São desprezados os efeitos da troca de calor por convecção com o ar;
- Seção 4.2: Dedução matemática da expressão de distribuição de temperatura para uma parede composta de cinco materiais, submetida a choque térmico. São desprezados os efeitos da convecção térmica através do ar da troca de calor por convecção com o ar;
- Seção 4.3: Dedução matemática da expressão de distribuição de temperatura para uma parede composta de apenas um material, equivalente aos cinco materiais da parede normal, submetida a choque térmico. Incluídos os efeitos da troca de calor por convecção com o ar, além do fornecimento de energia térmica à parede pelo sol (sol representado como fonte de calor).

#### 4.1 – DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM PAREDE SIMPLES

Supõe-se um pedaço da parede de uma edificação, mostrada na Figura 4.1, sujeito a um carregamento térmico. A distribuição de temperatura é representada pela função  $U(x, y, z, t)$ . Esse pedaço de parede, para esse primeiro caso, é composto de apenas um dado material isotrópico. Admite-se que o sistema examinado é adiabático. A distribuição de temperatura funcionará conforme a seguinte equação:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (4.2)$$

onde a difusividade térmica  $\alpha$  uma grandeza específica do material e é dada por:

$$\alpha = \frac{K}{\rho s} \quad (4.3)$$

sendo  $K$  a condutividade térmica (J/m.seg. °C),  $\rho$  a densidade de massa (Kg/m<sup>3</sup>), e  $s$  a capacidade térmica específica (J/Kg °C).

Esse pedaço de parede é o sólido estudado nesse primeiro caso, cujas dimensões encontram-se representadas na Figura 4.1 a seguir. Nessa figura, o pedaço de parede encontra-se representado na horizontal e orientado por eixos que denotam sistema dextrógiro de rotação.

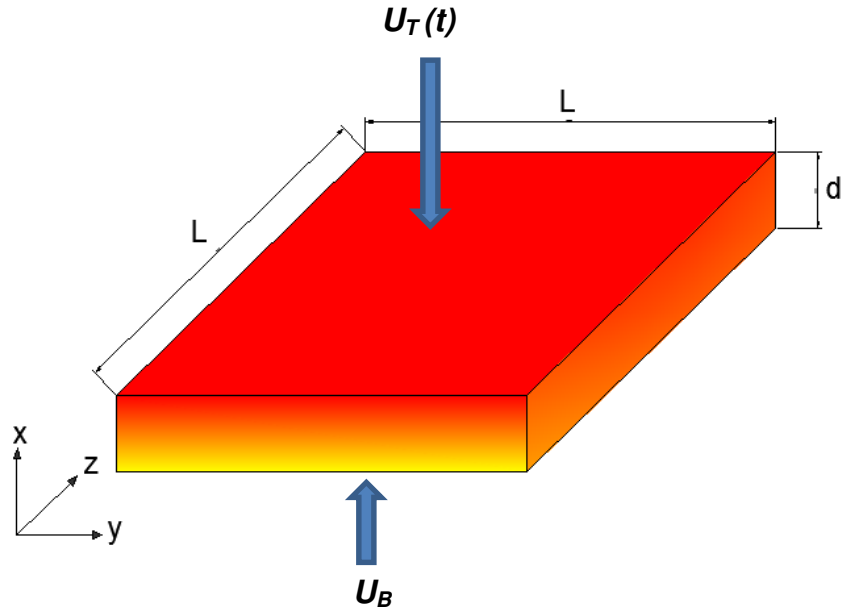


Figura 4.1 – Ilustração do sólido estudado (pedaço de parede)

Supõe-se ainda que o sólido analisado situa-se em uma posição tal na parede que suas bordas definidas pelas faces de área  $L \times d$  permanecem isoladas termicamente. Esse aspecto é representado pelas quatro condições de contorno de Neumann a seguir:

$$\frac{\partial U(x, 0, z, t)}{\partial y} = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial U(x, L, z, t)}{\partial y} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial U(x, y, 0, t)}{\partial z} = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial U(x, y, L, t)}{\partial z} = 0 \quad (4.7)$$

No problema estudado, a face da fachada voltada para o interior do edifício encontra-se submetida a uma temperatura controlada  $U_B$  conforme mostra a Figura 4.1, visando representar, por exemplo, um ambiente onde funciona um aparelho de ar condicionado mantendo constante a temperatura.

Por outro lado, na face da fachada voltada para o exterior encontra-se submetida à temperatura  $U_T(t)$  que irá variar no tempo, simulando as condições climáticas conforme se apresentam. Aqui reside uma das simplificações do problema, pois a variação da temperatura se dará diretamente na face do sólido, sem levar em consideração os efeitos da troca de calor por convecção.

A partir dessas hipóteses têm-se mais duas condições de contorno, do tipo condições de Dirichlet:

$$U(0, y, z, t) = U_B \quad (4.8)$$

$$U(d, y, z, t) = U_T(t) \quad (4.9)$$

A resolução da equação, conforme as condições de contorno elencadas, seguirá analogia com o método utilizado por Hildebrand (1962), e que consiste nos seguintes passos:

- Separação em duas soluções: Regime estacionário e Regime transiente;
- Resolução do regime estacionário, onde  $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$  e  $U_T(t) = U_T$ ;
- Resolução do regime transiente, onde  $U(0, y, z, t) = U(d, y, z, t) = 0$ ;
- Obtenção dos coeficientes da Série de Fourier que representam a resposta do problema;
- Aplicação da integral obtida a partir do método da superposição a fim de obter a resposta do problema com  $U_T$  variando no tempo.

Considerando inicialmente apenas a resolução para o regime estacionário, tem-se a seguinte EDP associada:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (4.10)$$

Cujas condições de contorno de Neumann são as mesmas apresentadas anteriormente (ver equações (4.4) a (4.7)) observando, é claro, que por se estar considerando inicialmente apenas o caso estacionário, a função de temperatura  $U$  não depende da variável tempo. Logo, as condições de contorno de Dirichlet para esse caso serão as seguintes:

$$U(0, y, z) = U_B \quad (4.11)$$

$$U(d, y, z) = U_T \quad (4.12)$$

Dessa maneira, força-se a temperatura  $U_T$  na parte externa da placa a possuir um valor constante, não levando em consideração, a priori, a sua variação no tempo, deixando essa análise para posteriori.

Dessa forma, resolve-se a equação normalmente através do método de separação de variáveis:

$$U(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad (4.13)$$

Reescrevendo a equação (4.10) tem-se que:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = 0 \quad (4.14)$$

Para que a equação tenha solução deve-se fixar:

$$\frac{X''}{X} = P_1 \quad (4.15)$$



$$\frac{Y''}{Y} = P2 \quad (4.16)$$

$$\frac{Z''}{Z} = P3 \quad (4.17)$$

Na qual  $P1, P2, P3$  são constantes. Dessa forma se escolhe primeiramente resolver o problema com a variável  $Y(y)$ . Sendo assim, há três possibilidades para a constante  $P2$ : positiva, nula ou negativa.

Quando a constante  $P2$  é positiva, não se encontra solução, pois a função-variável  $Y(y)$  nesse caso é combinação linear de funções exponenciais, de maneira que as condições de contorno nas equações 4.1.3 e 4.1.4 não são satisfeitas simultaneamente.

Por outro lado, quando a constante  $P2$  é nula, ao aplicar as condições de contorno obtém-se para a função-variável  $Y(y)$  uma função constante. Por analogia, a função  $Z(z)$  também funcionaria da mesma forma, o que levaria o sólido tridimensional em análise a ter distribuição unidimensional de temperatura no eixo  $x$ , o que é comportamento semelhante a uma barra por exemplo.

Sendo assim, analisar-se-á primeiramente o caso onde a constante  $P2$  é negativa:

$$\frac{Y''}{Y} = P2 = -\lambda_2^2 \quad (4.18)$$

A solução é dada por:

$$Y(y) = A \cos \lambda_2 y + B \sin \lambda_2 y \quad (4.19)$$

A fim de aplicar as condições de contorno, obtém-se a derivada da função:

$$Y'(y) = -\lambda_2 A \sin \lambda_2 y + \lambda_2 B \cos \lambda_2 y \quad (4.20)$$

Levando em consideração que:

$$\frac{\partial U(x, 0, z, t)}{\partial y} = 0 \rightarrow Y'(0) = 0 \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial U(x, L, z, t)}{\partial y} = 0 \rightarrow Y'(L) = 0 \quad (4.22)$$

Obtêm-se as seguintes autofunções como soluções para o problema:

$$Y_n(y) = A_n \cos \lambda_2 y \quad (4.23)$$

$$\lambda_2 = \frac{n\pi}{L} \quad (4.24)$$

$$n = 1, 2, \dots \quad (4.25)$$

Por questão de simetria do modelo de parede, o resultado para a direção do eixo z (ver Figura 4.1) deve ser análogo ao obtido para o eixo y:

$$Z_m(y) = B_m \cos \lambda_3 z \quad (4.26)$$

$$\lambda_3 = \frac{m\pi}{L} \quad (4.27)$$

$$m = 1, 2, \dots \quad (4.28)$$

Para o eixo x, o ponto de partida é novamente a equação (4.14):

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = 0 \quad (4.29)$$

$$\frac{X''}{X} - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 = 0 \quad (4.30)$$

$$\frac{X''}{X} = \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = K_1^2 \quad (4.31)$$

Portanto:

$$\lambda_1 = \frac{\pi}{L} \sqrt{m^2 + n^2} \quad (4.32)$$

Logo, têm-se as seguintes soluções para o problema:

$$X_{nm}(x) = C_{nm}e^{\lambda_1 x} + D_{nm}e^{-\lambda_1 x} \quad (4.33)$$

Portanto, a solução completa para o regime estacionário é:

$$U(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (A_n \cos \lambda_2 y)(B_m \cos \lambda_3 z)(C_{nm}e^{\lambda_1 x} + D_{nm}e^{-\lambda_1 x}) \quad (4.34)$$

$$U(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( A_n \cos \frac{n\pi}{L} y \right) \left( B_m \cos \frac{m\pi}{L} z \right) \left( C_{nm} e^{\frac{\pi}{L} \sqrt{n^2+m^2} x} + D_{nm} e^{-\frac{\pi}{L} \sqrt{n^2+m^2} x} \right) \quad (4.35)$$

Chamando:

$$E_{nm} = A_n B_m \quad (4.36)$$

Então:

$$U(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} E_{nm} \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right) \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right) \left( C_{nm} e^{\frac{\pi}{L} \sqrt{n^2+m^2} x} + D_{nm} e^{-\frac{\pi}{L} \sqrt{n^2+m^2} x} \right) \quad (4.37)$$

Aplicando também as condições de contorno de Dirichlet do problema:

$$U(0, y, z) = U_B \quad (4.38)$$

$$U(0, y, z) = U_B \quad (4.39)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} E_{nm} \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right) \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right) (C_{nm} + D_{nm})$$

A partir da propriedade de ortogonalidade de autofunções, demonstrada por Haberman (1987), e que será brevemente abordada na seção 4.3, tem-se que:

$$U_B \int_0^L \int_0^L \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right) \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right) dy dz \quad (4.40)$$

$$= E_{nm} (C_{nm} + D_{nm}) \int_0^L \int_0^L \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right)^2 \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right)^2 dy dz$$

$$0 = E_{nm} (C_{nm} + D_{nm}) \frac{L^2}{4} \quad (4.41)$$

$$C_{nm} = -D_{nm} \quad (4.42)$$

Portanto, considerando:

$$\beta_{nm} = 2E_{nm}C_{nm} \quad (4.43)$$

Então:

$$U(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{nm} \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right) \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right) \sinh \frac{\pi}{L} \sqrt{n^2 + m^2} x \quad (4.44)$$

Tem-se ainda que:

$$U(d, y, z) = U_T \quad (4.45)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{nm} \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right) \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right) \sinh \frac{\pi d}{L} \sqrt{n^2 + m^2}$$

Pela propriedade de ortogonalidade de autofunções:

$$\begin{aligned} \beta_{nm} \sinh \frac{\pi d}{L} \sqrt{n^2 + m^2} \int_0^L \int_0^L \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right)^2 \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right)^2 dydz & \quad (4.46) \\ & = U_T \int_0^L \int_0^L \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right) \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right) dydz \end{aligned}$$

Resolvendo isoladamente as integrais duplas de cada lado da igualdade acima tem-se que:

$$\int_0^L \int_0^L \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right)^2 \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right)^2 dydz = \frac{L^2}{4} \quad (4.47)$$

E:

$$\int_0^L \int_0^L \left( \cos \frac{n\pi}{L} y \right) \left( \cos \frac{m\pi}{L} z \right) dydz = 0 \quad (4.48)$$

Portanto, pode-se concluir que:

$$\beta_{nm} = 0 \quad (4.49)$$

Significa que a solução encontrada para o regime estacionário da função  $U(x, y, z)$  é a trivial. Isso quer dizer que, ao considerar  $P2$  e  $P3$  como negativas, a única solução possível para a distribuição de temperatura, com as condições de contorno impostas, é a trivial a qual não é a desejada.

Sendo assim, a alternativa para que se obtenha solução não trivial para o problema, sem que se modifiquem as condições de contorno, se dará apenas se as constantes  $P2$  e  $P3$  forem consideradas como nulas durante a resolução do problema. Tal procedimento levará a uma distribuição unidimensional de temperatura, que é a distribuição observada em um elemento unidimensional, como uma barra, por exemplo:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = 0 \quad (4.50)$$

$$\frac{X''}{X} + P2 + P3 = 0 \quad (4.51)$$

$$\frac{X''}{X} + 0 + 0 = 0 \quad (4.52)$$

$$\frac{X''}{X} = 0 \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \quad (4.54)$$

Acima, tem-se exatamente a equação de distribuição unidimensional de temperatura para o regime estacionário.

Dessa forma, quando se estipula que os bordos do sólido estão isolados e que em toda a superfície da face externa do sólido existe apenas um valor de temperatura distribuído ( $U_T$ ), e que, semelhantemente, em toda a face interna também há apenas um valor de temperatura distribuído ( $U_B$ ), o sólido tridimensional, na verdade, se comportará como se fosse um elemento unidimensional no que tange à distribuição de temperatura. Sendo assim, haverá distribuição térmica variando apenas na direção do eixo  $x$  (ver Figura 4.1).

Portanto, os passos anteriores serviram como uma demonstração, a qual permitirá que, no resto da pesquisa, a formulação unidimensional (mais simples) para o problema seja utilizada.

#### 4.1.1 – Distribuição Unidimensional de Temperatura

Como as condições de contorno apresentadas anteriormente levaram o sólido tridimensional a se comportar como um elemento unidimensional em termos de distribuição de temperatura, a solução se dará resolvendo a EDP de difusão do calor considerando apenas uma direção de distribuição. A equação original se torna:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (4.55)$$

Conforme Hildebrand (1962), a solução para a distribuição de temperatura, no regime estacionário ( $\frac{\partial U}{\partial t} = 0$ ), considerando apenas uma direção, utilizando as mesmas condições de contorno mostradas nas equações (4.11) e (4.12) é dada por:

$$U(x) = U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d} \quad (4.56)$$

A solução do regime estacionário atende às condições de contorno do problema e se trata, na verdade, da solução particular da equação. Já a solução do regime transiente, caracteriza-se por ser a solução homogênea da equação, atendendo às seguintes condições de contorno:

$$U(0, t) = 0 \quad (4.57)$$

$$U(d, t) = 0 \quad (4.58)$$

Resolvendo a equação (4.55) pelo método da separação das variáveis, considerando regime transiente (condições de contorno das equações (4.57) e (4.58)), obtém-se como solução:



$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha t} \quad (4.59)$$

A solução completa da distribuição de temperatura é a soma, ou superposição, da solução particular (regime estacionário) com a solução homogênea (regime transiente):

$$U(x, t) = U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha t} \quad (4.60)$$

Na equação (4.60) ainda permanece pendente a determinação dos coeficientes  $A_n$  da Série de Fourier que representa a parte transiente da solução. Para tal, em princípio seria necessário saber qual a expressão da distribuição inicial de temperatura no sólido, ou seja, qual a expressão de  $U(x, 0)$ .

Entretanto, o problema estudado na pesquisa está sendo modelado de tal forma que apenas os instantes imediatamente anteriores e também os instantes após o choque térmico sejam levados em consideração. Uma das hipóteses assumidas para o problema é a de que o sólido apresentará distribuição de temperatura em regime estacionário, instantes antes de ocorrer o choque térmico.

Modelar o problema dessa forma significa dizer que não importa a hipotética condição inicial de distribuição de temperatura do sólido pois, qualquer que tenha sido ela, ao passar do tempo a parcela de distribuição transiente ali outrora contida desaparecerá restando apenas o regime estacionário de distribuição antes de ocorrer o choque térmico.

Por esse motivo é conveniente, do ponto de vista matemático, escolher o valor nulo para  $U(x, 0)$ , a fim de facilitar os cálculos das integrais que levarão à determinação dos coeficientes  $A_n$ . Dessa forma:

$$U(x, 0) = 0 = U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) \quad (4.61)$$

Aplicando novamente o princípio da ortogonalidade das autofunções, tem-se que os coeficientes  $A_n$  são obtidos da seguinte forma:

$$A_n \int_0^d \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right)^2 dx = \int_0^d - \left( U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d} \right) \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) dx \quad (4.62)$$

O que resulta em:

$$A_n = \frac{2}{n\pi} (U_T \cos n\pi) - U_B \quad (4.63)$$

Substituindo na solução obtida na equação (4.60):

$$U(x, t) = U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2}{n\pi} (U_T \cos n\pi) - U_B \right) \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 at} \quad (4.64)$$

O resultado da equação diferencial parcial resolvida é composto de duas parcelas, as quais expressam o regime transiente e o regime estacionário. Estarão presentes na resposta total da distribuição da temperatura em qualquer situação, exceto em  $t \rightarrow \infty$ , quando apenas o regime estacionário se manifestará.

O regime transiente surge quando se obtém a solução homogênea da EDP que rege o fluxo de temperatura. Trata-se de um efeito temporário que age no sistema, pois desaparece quando  $t \rightarrow \infty$ .

O regime estacionário surge quando se obtém a solução particular da EDP que rege o fluxo de temperatura. Trata-se de um efeito permanente que age no sistema, pois independe da variável tempo, estando sempre embutido na resposta. Pode-se dizer que reflete uma situação de equilíbrio do sistema com o meio, pois é o que permanece quando a variável tempo não consegue mais influenciar na distribuição de temperatura.

<i>REGIME TRANSIENTE</i>	<i>REGIME ESTACIONÁRIO</i>
$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2}{n\pi} (U_T \cos n\pi) - U_B \right) \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 at}$	$U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d}$
<i>Resposta temporária</i>	<i>Resposta permanente</i>
<i>Solução homogênea</i>	<i>Solução particular</i>

O regime estacionário, no caso do problema analisado, dependerá apenas das temperaturas das faces voltadas para o interior e exterior ( $U_B$  e  $U_T$ ). Entretanto, o ponto crucial nessa análise é que pelo menos uma dessas temperaturas é variável no tempo ( $U_T$ ), mudando bruscamente de valor, caracterizando o choque térmico.

A partir daí, novos efeitos transientes se darão no interior do sólido, que começará a se redistribuir termicamente em direção ao novo equilíbrio ou novo regime estacionário, em virtude da nova temperatura externa, conforme será mostrado na subseção seguinte.

#### 4.1.2 – Integração no Tempo – Método da Superposição

Aqui será incluído o efeito da variação da temperatura na superfície voltada para o exterior do sólido. A função que rege como essa temperatura varia é conhecida no problema, pois representará os efeitos que as condições atmosféricas onde ocorre choque térmico causarão na face externa do sólido.

Conforme demonstra Hildebrand (1962), o primeiro passo é efetuar uma “normalização” em cada uma das faces da parede (exterior ou interior) considerando a solução  $U(x, t)$ , transformando-a em uma outra função nomeada como  $V(x, t)$ . A seguir demonstra-se o procedimento primeiramente na face externa. Isso pode ser feito dividindo-se  $U(x, t)$  por  $U_T$  (que é a temperatura na face a ser “normalizada”) e considerando  $U_B = 0$ :

$$V(x, t) = \frac{U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d}}{U_T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{2}{n\pi} (U_T \cos n\pi) - U_B\right)}{U_T} \left(\sin \frac{n\pi}{d} x\right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha t} \quad (4.65)$$

$$V(x, t) = \frac{x}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} (\cos n\pi) \left(\sin \frac{n\pi}{d} x\right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha t} \quad (4.66)$$

Supõe-se agora que a função  $F(t)$ , cujo gráfico se encontra na Figura 4.2, descreve a variação da temperatura na face exterior do sólido ( $x = d$ ), em um intervalo de tempo variando de zero a  $\tau_n$ . O gráfico a seguir mostra a discretização desse intervalo:

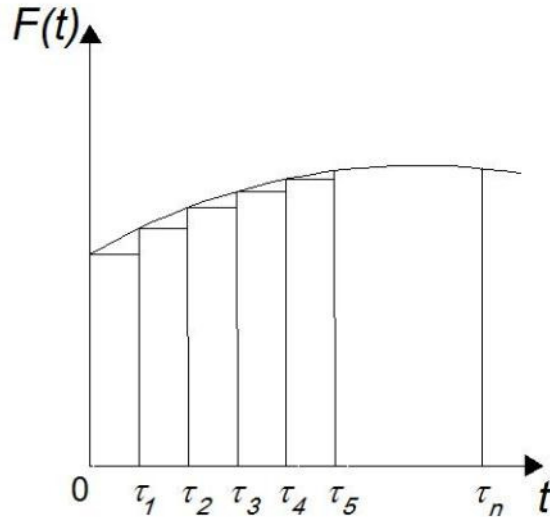


Figura 4.2 – Discretização da função temperatura na face exterior do sólido

Dessa forma, a distribuição de temperatura pode ser escrita superpondo os efeitos de cada intervalo  $\tau_k - \tau_{k-1}$ :

$$\begin{aligned}
 U(x, t) = & F(0)V(x, t) + [F(\tau_1) - F(0)]V(x, t - \tau_1) & (4.67) \\
 & + [F(\tau_2) - F(\tau_1)]V(x, t - \tau_2) + \dots \\
 & + [F(\tau_n) - F(\tau_{n-1})]V(x, t - \tau_n)
 \end{aligned}$$

Fazendo infinitesimais as diferenças  $(\tau_k - \tau_{k-1})$ , e, caso  $F(t)$  seja diferenciável, tem-se que a distribuição poderá ser escrita da seguinte forma:

$$U(x, t) = F(0)V(x, t) + \int_0^t V(x, t - \tau)F'(\tau)d\tau \quad (4.68)$$

Portanto, a fórmula acima, obtida a partir da superposição dos efeitos de intervalos de tempo infinitesimais, reflete a integração da temperatura no tempo. Caso as funções  $V(x, t)$  obedeam à seguinte relação:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} V(x, t - \tau) = -\frac{\partial}{\partial t} V(x, t - \tau) \quad (4.69)$$

Tem-se ainda outra forma para a integração no tempo:

$$U(x, t) = F(t)V(x, 0) + \int_0^t F(\tau) \frac{\partial V(x, t - \tau)}{\partial t} d\tau \quad (4.70)$$

#### **4.1.3 - Método da Integração no Tempo Aplicado à Função do Choque Térmico – Expressão Matemática da Distribuição de Temperatura da Seção 4.1**

No caso em questão, a função  $F(t)$  considerada procura representar um choque térmico devido a uma mudança brusca na temperatura externa à fachada ( $x = d$ ), relacionada a um evento climático crítico. Entretanto, no presente capítulo, o modelo de função escolhida é simplificado, a fim de obter uma primeira formulação para a distribuição de temperatura, pois a variação de temperatura será dada diretamente na superfície do sólido, e não no fluido que está em contato com a superfície da placa, como aconteceria em uma situação real.

Esquivel (2009) em seu trabalho sustenta que um país tropical como o Brasil possui características climáticas que podem apresentar situações de variação extrema de temperatura do ar. Entretanto, a obtenção de dados sobre variação de temperatura em curto espaço de tempo não é simples, já que os dados são originados em medidas de temperatura feitas por estações climáticas que fornecem valores médios e extremos. O autor obteve dados de temperatura do ar coletados na Estação Climática da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP, a qual mostra que uma diminuição rápida de temperatura da ordem de 10°C pode atingir taxas em torno de 0,5°C/min no início de uma precipitação. A Figura 4.3 ilustra a situação em um dado dia do ano de 2003:

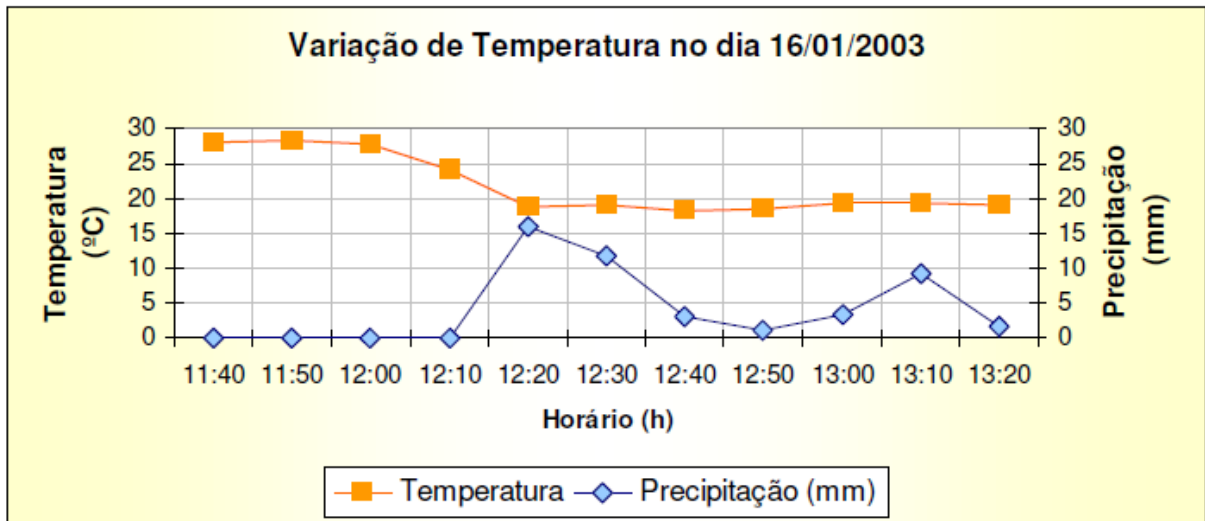


Figura 4.3 – Variação da temperatura do ar na Estação Climática da EPUSP – 16 de jan. de 2003, em contraste com a quantidade de precipitação (Esquivel, 2009)

Para o choque térmico da modelagem em questão, escolheu-se incorporar uma função de Heaviside na fórmula de  $F(t)$ , a fim de introduzir-lhe uma descontinuidade para que em determinado instante de tempo ocorra uma mudança instantânea de valor de temperatura, conforme mostrado na Figura 4.4. Portanto, modelar  $F(t)$  dessa maneira torna a aplicação do método de superposição bastante simples, já que esse tipo de função, por si, já é discretizada. Além disso, a escolha da função de Heaviside para o choque térmico em questão torna a mudança de temperatura mais brusca e mais crítica em relação ao caso real explicado por Esquivel (2009) onde a taxa de mudança de temperatura é de  $0,5^{\circ}\text{C}/\text{min}$ . Dessa forma, o choque térmico modelado com função de Heaviside pode ser considerado uma opção conservadora dessa pesquisa.

Supõe-se então que a face exterior apresentou uma temperatura de  $U_T$  durante um intervalo de tempo  $\tau$ . A partir desse instante, um determinado evento climático faz com que a temperatura apresentada nessa superfície passe a ser de  $U_F$ . Logo, a função  $F(t)$  é caracterizada por:

$$F(t) = \begin{cases} U_T, & t < \tau \\ U_F, & t \geq \tau \end{cases} \quad (4.71)$$

Expressando a função  $F(t)$  com a função de Heaviside  $H(t - \tau)$ , também conhecida como função passo (ou degrau), tem-se:

$$F(t) = U_T + (U_F - U_T)H(t - \tau) \quad (4.72)$$

$$H(t - \tau) = \begin{cases} 0, & t < \tau \\ 1, & t \geq \tau \end{cases} \quad (4.73)$$

A Figura 4.4 expressa graficamente a função em questão:

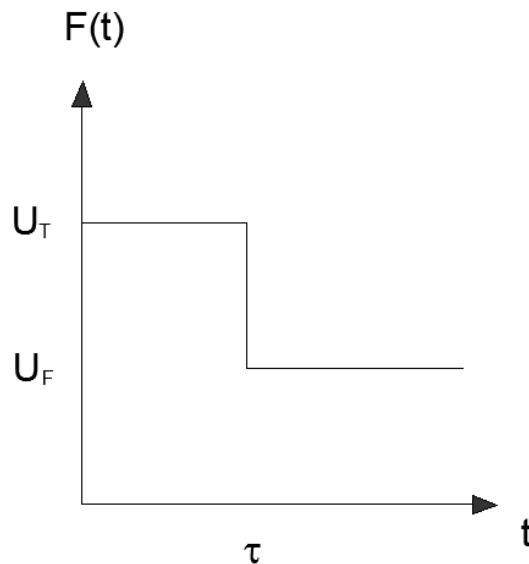


Figura 4.4 – Função que descreve o choque térmico na superfície externa do sólido

Dessa forma, aplicando-se a superposição dos dois intervalos discretizados, tem-se que a função que rege a distribuição de temperatura pode ser escrita da forma:

$$U(x, t) = F(0)V(x, t) + [F(\tau) - F(0)]V(x, t - \tau) \quad (4.74)$$



Normalizando a face externa do sólido ( $U_B = 0$ ), tem-se:

$$\begin{aligned}
 U(x, t) = & U_T \left( \frac{U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d}}{U_T} \right. & (4.75) \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \frac{2(-1)^n}{n\pi} U_T - U_B \right)}{U_T} \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 \alpha t} \\
 & + [U_F - U_T] \left( \frac{U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d}}{U_T} \right. \\
 & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \frac{2(-1)^n}{n\pi} U_T - U_B \right)}{U_T} \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 \alpha (t-\tau)} \right)
 \end{aligned}$$

Aplicando-se  $U_B = 0$  resulta em:

$$\begin{aligned}
 U(x, t) = & U_T \left( \frac{x}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n\pi} \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 \alpha t} \right) & (4.76) \\
 & + [U_F - U_T] \left( \frac{x}{d} \right. \\
 & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n\pi} \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 \alpha (t-\tau)} \right)
 \end{aligned}$$

Por outro lado, a face interior ( $x = 0$ ) do sólido mantém temperatura constante de  $U_B$  durante todo o intervalo de tempo considerado. Logo, para essa face tem-se a seguinte função:

$$F(t) = U_B \quad (4.77)$$

Dessa forma, aplicando-se a normalização para a face interior, tem-se que a função que rege a distribuição de temperatura será da forma:

$$U(x, t) = F(0)V(x, t) \quad (4.78)$$

Para normalizar a face interior do sólido, deve-se utilizar  $U_T = 0$ , logo:

$$U(x, t) = U_B \left( \frac{U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d}}{U_B} \right) \quad (4.79)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \frac{2(-1)^n}{n\pi} U_T - U_B \right)}{U_B} \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 at}$$

Aplicando-se  $U_T = 0$  resulta em:

$$U(x, t) = U_B \left( 1 - \frac{x}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} - \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 at} \right) \quad (4.80)$$

Portanto, a expressão da distribuição de temperatura, considerando temperatura variável na face exterior do sólido (choque térmico no instante  $t = \tau$ ), surge quando se superpõem as expressões de distribuição de temperatura das equações (4.76) e (4.80):

$$t < \tau \rightarrow U(x, t) = U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d} \quad (4.81)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2(-1)^n U_T}{n\pi} - U_B \right) \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 at}$$

$$\begin{aligned}
t \geq \tau \rightarrow U(x, t) = & U_T \left( \frac{x}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n\pi} \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha t} \right) \\
& + [U_F - U_T] \left( \frac{x}{d} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n\pi} \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha (t-\tau)} \right) \\
& + U_B \left( 1 - \frac{x}{d} - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha t} \right)
\end{aligned} \tag{4.82}$$

Entretanto, conforme foi colocado anteriormente, apenas interessa para a análise os instantes de tempo imediatamente anteriores ao do choque térmico em diante. Por outro lado é conveniente que, nesse instante de tempo ( $t = \tau$ ), a distribuição de temperatura no sólido exiba uma situação de equilíbrio, de maneira que é coerente escolher o regime estacionário de distribuição de temperatura para esse instante.

Portanto, arbitra-se que o instante  $\tau$  seja tardio o suficiente para que, imediatamente antes do choque térmico o sólido já esteja em regime estacionário de distribuição de temperatura. Utilizando propriedades matemáticas de limite de funções tem-se então que a distribuição de temperatura fica:

$$\text{antes do choque} \rightarrow U(x, t) = U_B + (U_T - U_B) \frac{x}{d} \tag{4.83}$$

$$\text{após o choque} \rightarrow U(x, t) \tag{4.84}$$

$$\begin{aligned}
& = U_B + (U_F - U_B) \frac{x}{d} \\
& + (U_F - U_T) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2(-1)^n}{n\pi} \right) \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha t}
\end{aligned}$$

$$t \geq 0$$

#### 4.1.4 – Caso Fictício – Teste da Expressão de Distribuição de Temperatura

A fim de testar a expressão obtida, supõe-se que o material do sólido é um concreto com os seguintes parâmetros físicos, obtidos a partir da bibliografia (Uchôa, 2007):

- $K$  a condutividade térmica= 1,4 J/seg.m.°C;
- $\rho$  a densidade de massa= 2310 Kg/m<sup>3</sup>; e
- $s$  a capacidade térmica específica= 1000 J/Kg °C.

Portanto, a difusividade térmica desse concreto ( $\alpha$ ) é  $6,061 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/seg.

Com relação à geometria do sólido, estipula-se sua espessura em  $d = 0,2$  m, dimensão compatível com paredes de comuns de alvenaria.

Têm-se ainda os valores das temperaturas para as condições de contorno do problema:

- $U_T = 50$  °C, compatível com a temperatura que uma superfície com revestimento em cerâmica clara pode alcançar em regime estacionário, conforme os trabalhos de Uchôa (2007) e Saraiva (1998);
- $U_B = 21$  °C, compatível com a temperatura interna em um ambiente com condicionamento de ar; e
- $U_F = 20$  °C, compatível com a temperatura mínima no dia tipo escolhida por Uchôa (2007) em sua análise.

Com esses dados, aplica-se a equação (4.84). Nos somatórios presentes na fórmula da equação (4.84) foram utilizados propositalmente um número grande de termos, com a finalidade de se obter máxima precisão: 10000. Obtêm-se as tabelas e gráfico a seguir:

Tabela 4.1: Valores de temperatura no interior do sólido, até 5 min após choque térmico

Profundidade d (m)	TEMPERATURA °C		
	antes do choque	choque	5 min
0,20	50,00000	20,00000	20,00000
0,18	47,10000	47,09397	38,27202
0,16	44,20000	44,19706	43,12183
0,14	41,30000	41,29813	41,25042
0,12	38,40000	38,39869	38,39918
0,10	35,50000	35,49905	35,50000
0,08	32,60000	32,59931	32,60000
0,06	29,70000	29,69951	29,70000
0,04	26,80000	26,79969	26,80000
0,02	23,90000	23,89985	23,90000
0,00	21,00000	21,00000	21,00000

Tabela 4.2: Valores de temperatura no interior do sólido, até 20 min após choque térmico

Profundidade d (m)	TEMPERATURA °C		
	10 min	15 min	20 min
0,20	20,00000	20,00000	20,00000
0,18	33,35047	30,75519	29,10008
0,16	40,05968	37,42383	35,37202
0,14	40,51728	39,22160	37,82992
0,12	38,30963	37,93709	37,32183
0,10	35,49374	35,42606	35,23777
0,08	32,59974	32,59160	32,55042
0,06	29,69999	29,69933	29,69275
0,04	26,80000	26,79996	26,79918
0,02	23,90000	23,90000	23,89993
0,00	21,00000	21,00000	21,00000

Tabela 4.3: Valores de temperatura no interior do sólido, até 45 min após choque térmico

Profundidade d (m)	TEMPERATURA °C		
	25 min	30 min	45 min
0,20	20,00000	20,00000	20,00000
0,18	27,92880	27,04428	25,30090
0,16	33,75395	32,44585	29,66730
0,14	36,51829	35,33123	32,47202
0,12	36,58103	35,79695	33,54032
0,10	34,92951	34,53147	33,08616
0,08	32,45333	32,29406	31,52186
0,06	29,66922	29,61826	29,26828
0,04	26,79474	26,78159	26,64599
0,02	23,89928	23,89658	23,85402
0,00	21,00000	21,00000	21,00000

Tabela 4.4: Valores de temperatura no interior do sólido, até 120 min após choque térmico

Profundidade d (m)	TEMPERATURA °C		
	60 min	90 min	120 min
0,20	20,00000	20,00000	20,00000
0,18	24,23793	22,95762	22,18685
0,16	27,85520	25,56983	24,14769
0,14	30,38834	27,55126	25,68707
0,12	31,62387	28,71985	26,66426
0,10	31,59806	29,01288	27,00694
0,08	30,52228	28,47583	26,71297
0,06	28,68067	27,23280	25,84227
0,04	26,34549	25,45133	24,50289
0,02	23,73304	23,31356	22,83555
0,00	21,00000	21,00000	21,00000

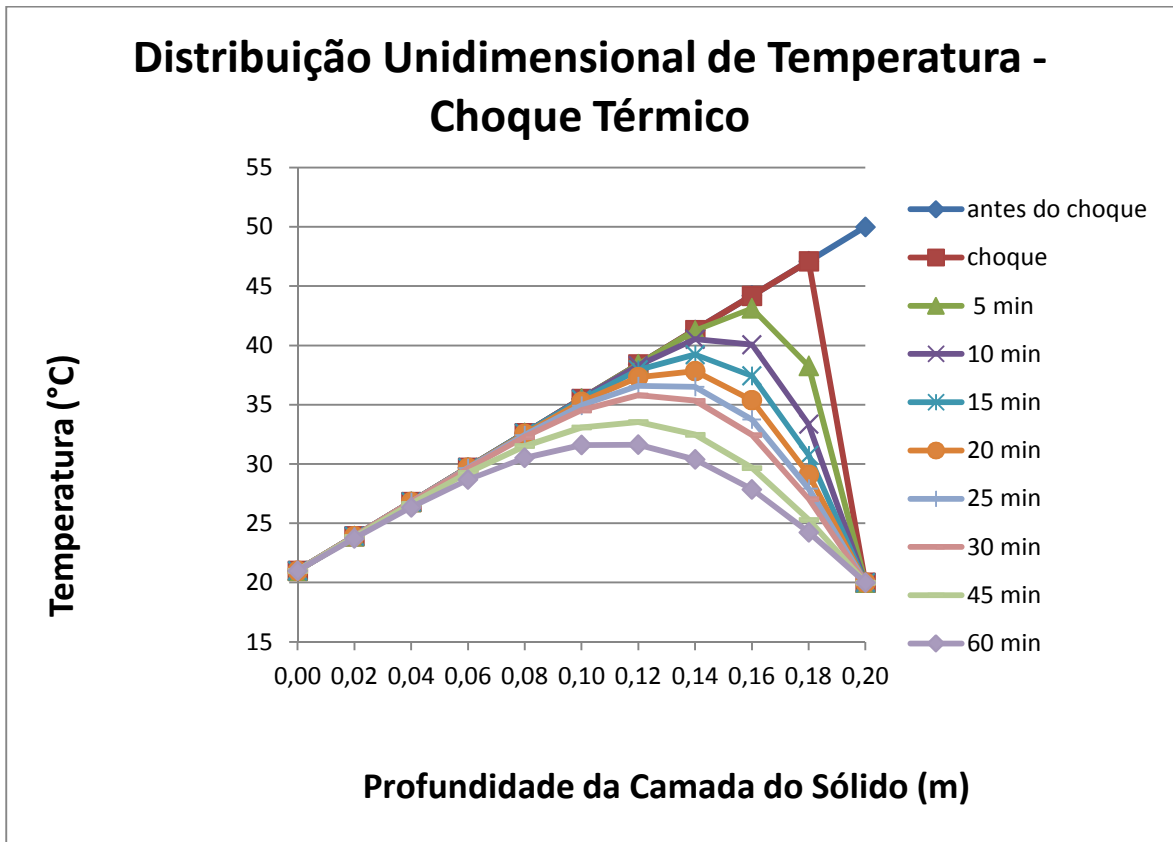


Figura 4.5 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico, obtido a partir da equação (4.84)

#### 4.1.5 – Caso Fictício – Simulação Numérica com Elementos Finitos

Utilizando o aplicativo computacional ANSYS, foi feita uma análise térmica, em elementos finitos, utilizando os mesmo parâmetros físicos e condições de contorno utilizadas na dedução da expressão analítica e no caso fictício anterior.

Foi escolhido o elemento finito denominado SOLID90 o qual possui 20 nós com apenas um grau de liberdade: temperatura em cada nó. A seguir, a Figura 4.6 apresentando o elemento escolhido:

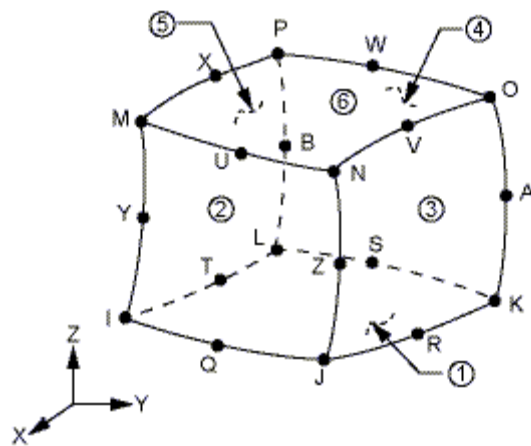


Figura 4.6 – Elemento Finito SOLID 90 do ANSYS

O sólido estudado foi dividido em elementos cuja dimensão era de 0,02 m. Portanto, a placa apresentada possuía 100000 elementos e 436421 nós. As Figuras 4.7 e 4.8 ilustram a malha:

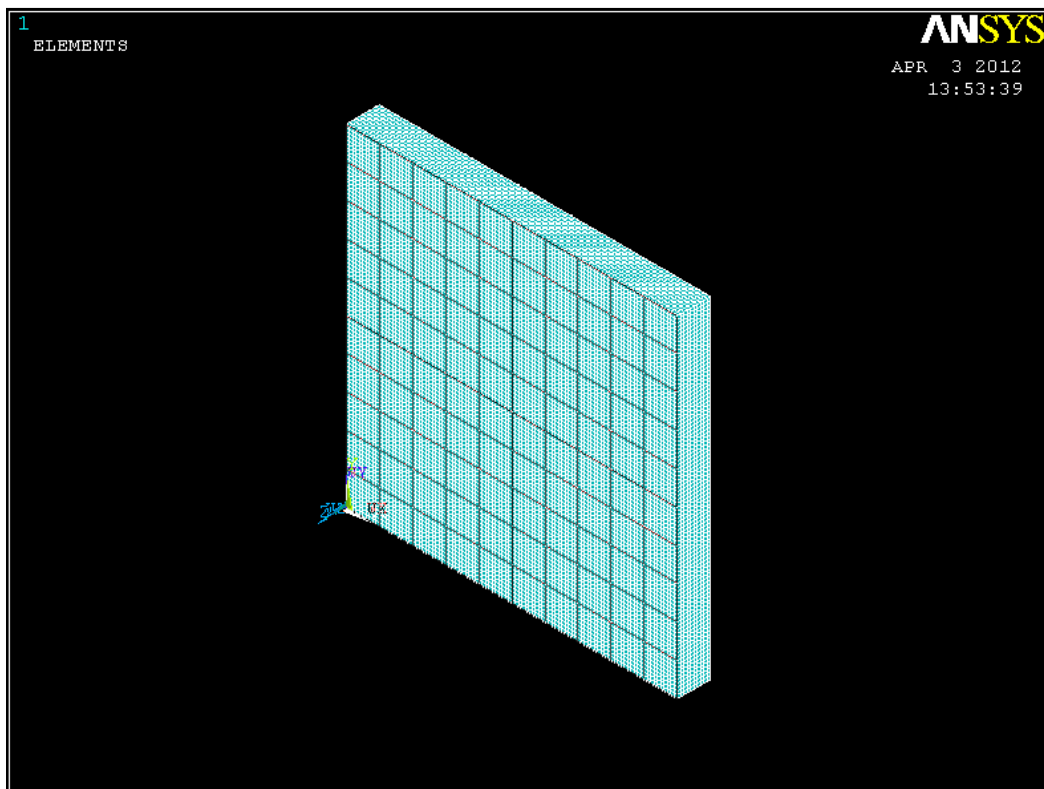


Figura 4.7 – Malha de elementos finitos



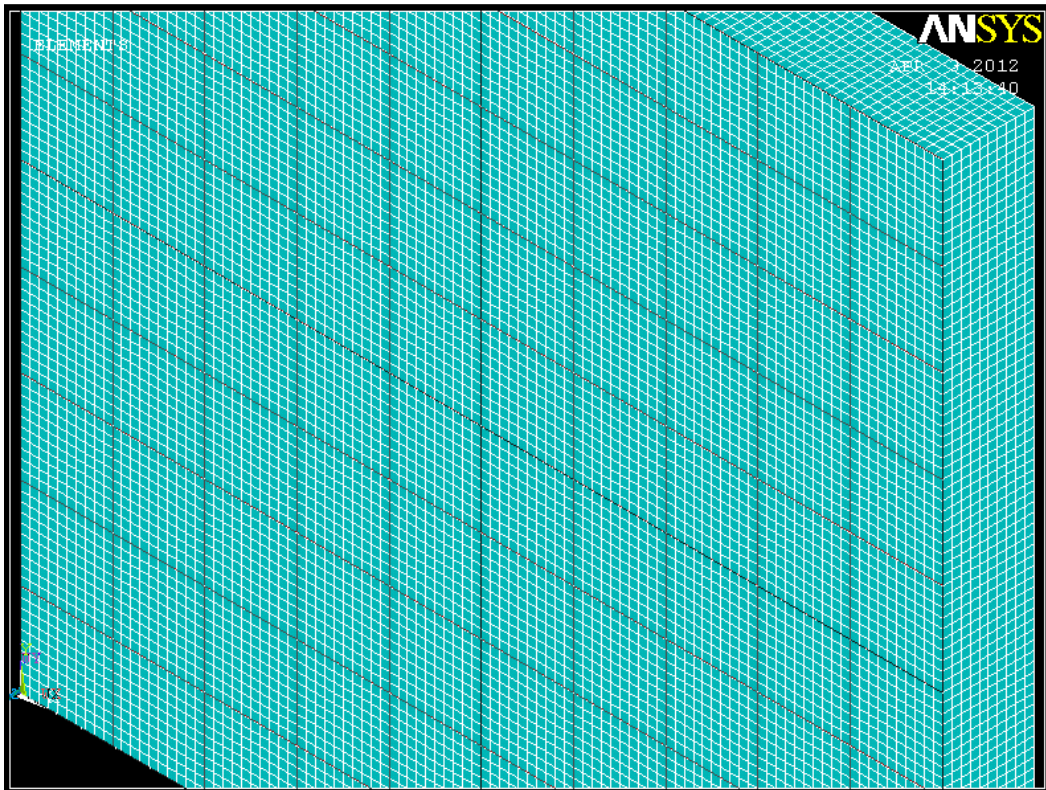


Figura 4.8 – Malha de elementos finitos de outro ângulo

Nessa etapa, o refinamento exagerado da malha foi feito de forma proposital, apenas para, ao final dessa seção, se comprovar a compatibilidade entre os resultados analíticos e numéricos.

A partir dessa malha, procedeu-se aos passos necessários para primeiramente se obter a resposta estacionária do sistema antes do evento que provoca o choque térmico. Dessa forma, a temperatura  $U_T = 50\text{ °C}$  foi aplicada na área da placa situada na coordenada  $z = 0,0\text{ m}$ , e a temperatura  $U_B = 21\text{ °C}$  foi aplicada na área da placa situada na coordenada  $z = -0,2\text{ m}$ . Tendo em vista que o aplicativo ANSYS não aceita a entrada de tempo nulo, foi escolhido um intervalo de tempo de apenas  $0,001\text{ seg}$  para representar o início do processo. Foi dado o comando TIMINT, OFF no aplicativo, com a finalidade de manter desligada a integração no tempo, pois nessa etapa deseja-se obter apenas o regime estacionário de distribuição de temperatura. Os resultados estão apresentados nas figuras 4.9 e 4.10:

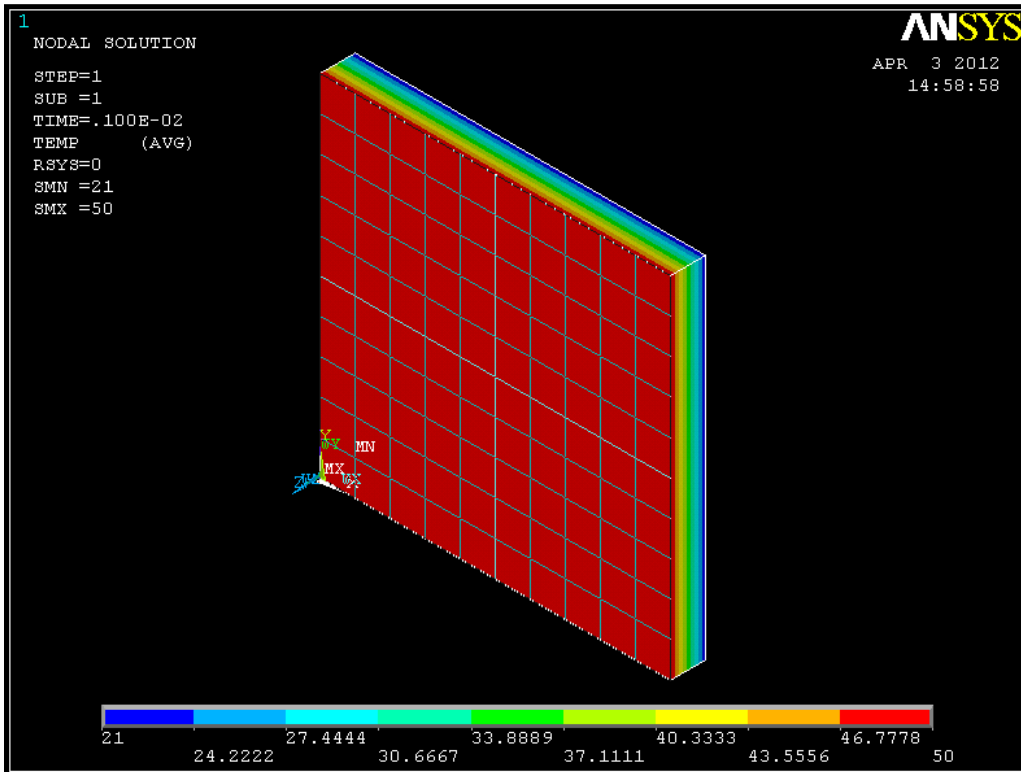


Figura 4.9 – Distribuição de temperaturas conforme regime estacionário

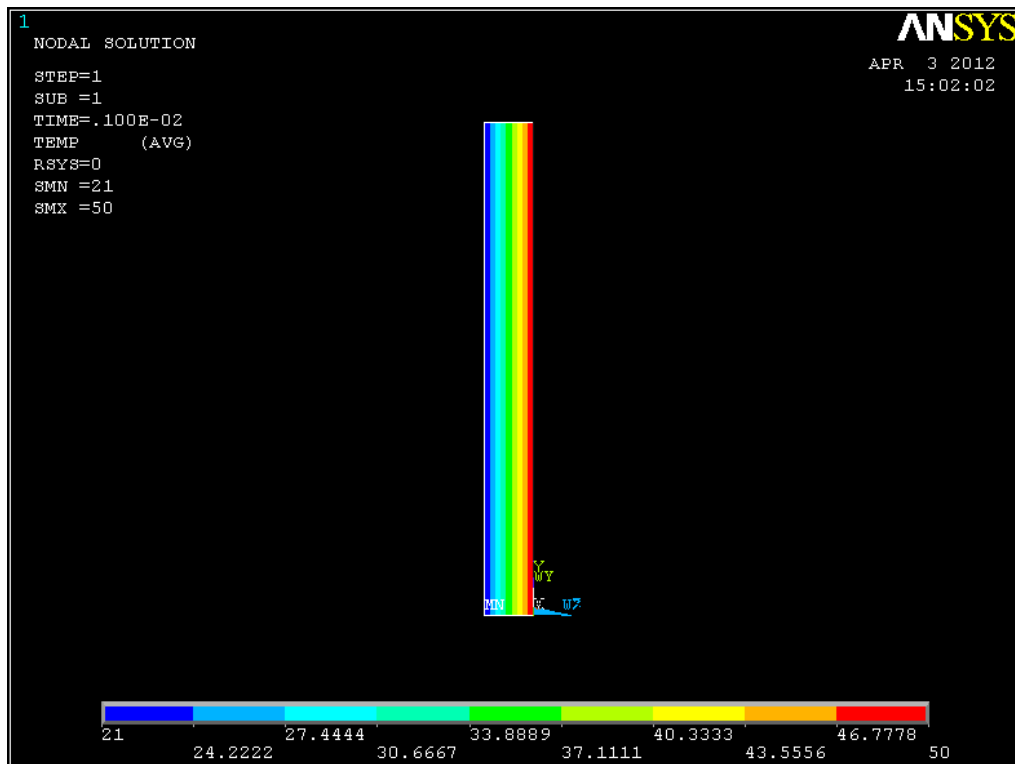


Figura 4.10 – Distribuição de temperaturas conforme regime estacionário, de outro ângulo

Os resultados obtidos via elementos finitos, evidenciaram que a distribuição de temperaturas na placa, no regime estacionário foi unidimensional e linear, na direção da espessura da placa, tal qual a resolução analítica da EDP tridimensional de difusão do calor já havia demonstrado, evidenciando a compatibilidade entre os dois métodos de análise.

Após estabelecido o regime permanente, ocorrerá o evento climático que desencadeará o choque térmico, tal qual foi feito com o exemplo fictício da equação analítica obtida. Dessa forma, utiliza-se o comando “TIMINT, ON” ligando a integração no tempo, juntamente com o comando “KBC, 1”, indicando que as mudanças nas condições de contorno ocorrerão de forma brusca. Na sequência, exclui-se a temperatura de 50°C localizada na face externa do sólido, substituindo-a pela temperatura de 20°C, configurando um choque térmico de 30°C nessa face.

Analogamente ao exemplo do método analítico, o tempo que as novas condições de contorno que caracterizam o choque térmico terão efeito sobre a placa analisada será de 120 min (7200 seg.). As temperaturas obtidas encontram-se nas tabelas abaixo:

Tabela 4.5: Valores de temperatura conforme MEF, até 5 min após choque térmico

Profundidade d (m)	TEMPERATURA °C		
	antes do choque	choque	5 min
0,20	50,00000	20,00000	20,00000
0,18	47,10000	47,10000	40,25500
0,16	44,20000	44,20000	42,63820
0,14	41,30000	41,30000	40,94370
0,12	38,40000	38,40000	38,31870
0,10	35,50000	35,50000	35,48140
0,08	32,60000	32,60000	32,59580
0,06	29,70000	29,70000	29,69900
0,04	26,80000	26,80000	26,79980
0,02	23,90000	23,90000	23,90000
0,00	21,00000	21,00000	21,00000

Tabela 4.6: Valores de temperatura conforme MEF, até 30 min após choque térmico

Profundidade d (m)	TEMPERATURA °C		
	10 min	15 min	30 min
0,20	20,00000	20,00000	20,00000
0,18	35,27760	34,35450	28,90950
0,16	40,36680	38,78510	34,16000
0,14	40,16630	38,99950	36,05400
0,12	38,08220	37,42260	35,75630
0,10	35,41400	35,08480	34,20240
0,08	32,57730	32,42380	31,97670
0,06	29,69410	29,62550	29,40740
0,04	26,79850	26,76920	26,66840
0,02	23,89960	23,88890	23,84980
0,00	21,00000	21,00000	21,00000

Tabela 4.7: Valores de temperatura conforme MEF, até 120 min após choque térmico

Profundidade d (m)	TEMPERATURA °C		
	45 min	60 min	120 min
0,20	20,00000	20,00000	20,00000
0,18	26,37510	27,55390	23,38780
0,16	31,01980	31,46950	26,05510
0,14	33,42550	33,01540	27,75040
0,12	33,91390	33,01920	28,48900
0,10	33,03850	32,02130	28,39960
0,08	31,29200	30,37600	27,64580
0,06	29,02780	28,31660	26,39000
0,04	26,47340	25,99980	24,77950
0,02	23,76840	23,53400	22,94410
0,00	21,00000	21,00000	21,00000

Com os valores das tabelas acima, confeccionou-se o gráfico a seguir:

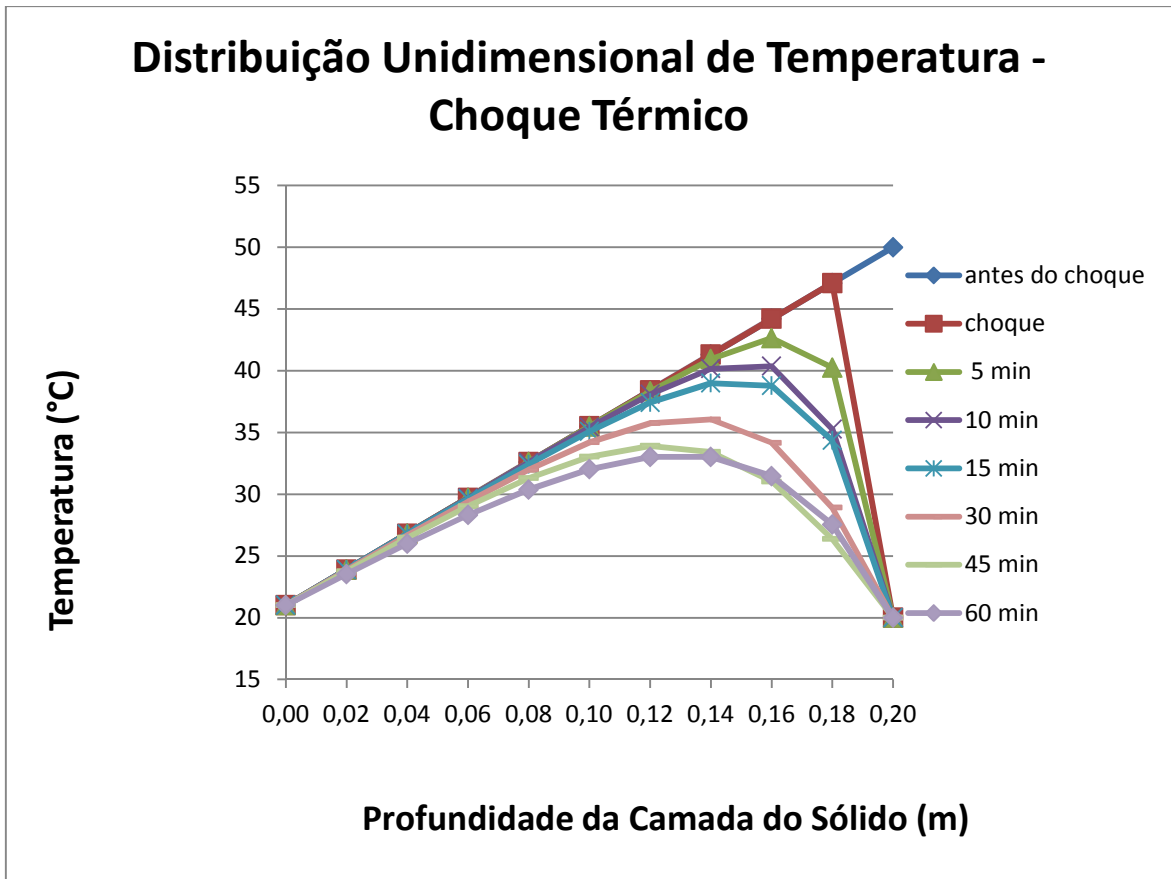


Figura 4.11 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico, via MEF

#### 4.1.6 – Considerações Finais do Capítulo

Os resultados numéricos para a distribuição de temperatura na placa mostraram-se compatíveis com os resultados obtidos analiticamente (utilizando a equação obtida matematicamente). Cabe destacar o fato de que a resposta obtida em ambos os métodos foi uma resposta unidimensional, ou seja, a distribuição da temperatura ocorreu apenas na direção em que se encontra a profundidade ou espessura do sólido, que, no caso em estudo, foi uma parede de concreto.

Como se pôde observar, após o choque térmico, as regiões próximas às faces do sólido se resfriam mais rapidamente que seu núcleo, o que é fisicamente coerente, pois retrata maior dificuldade de dissipar o calor no núcleo do sólido, devido à baixa difusividade térmica do material (mau condutor de calor). Portanto, a equação obtida, mostrada na equação (4.84) foi eficiente para descrever e modelar o fenômeno. A seguir, a Figura 4.12 apresenta o

gráfico contendo as distribuições de temperatura obtidas pelos dois métodos superpostas, evidenciando a compatibilização dos resultados:

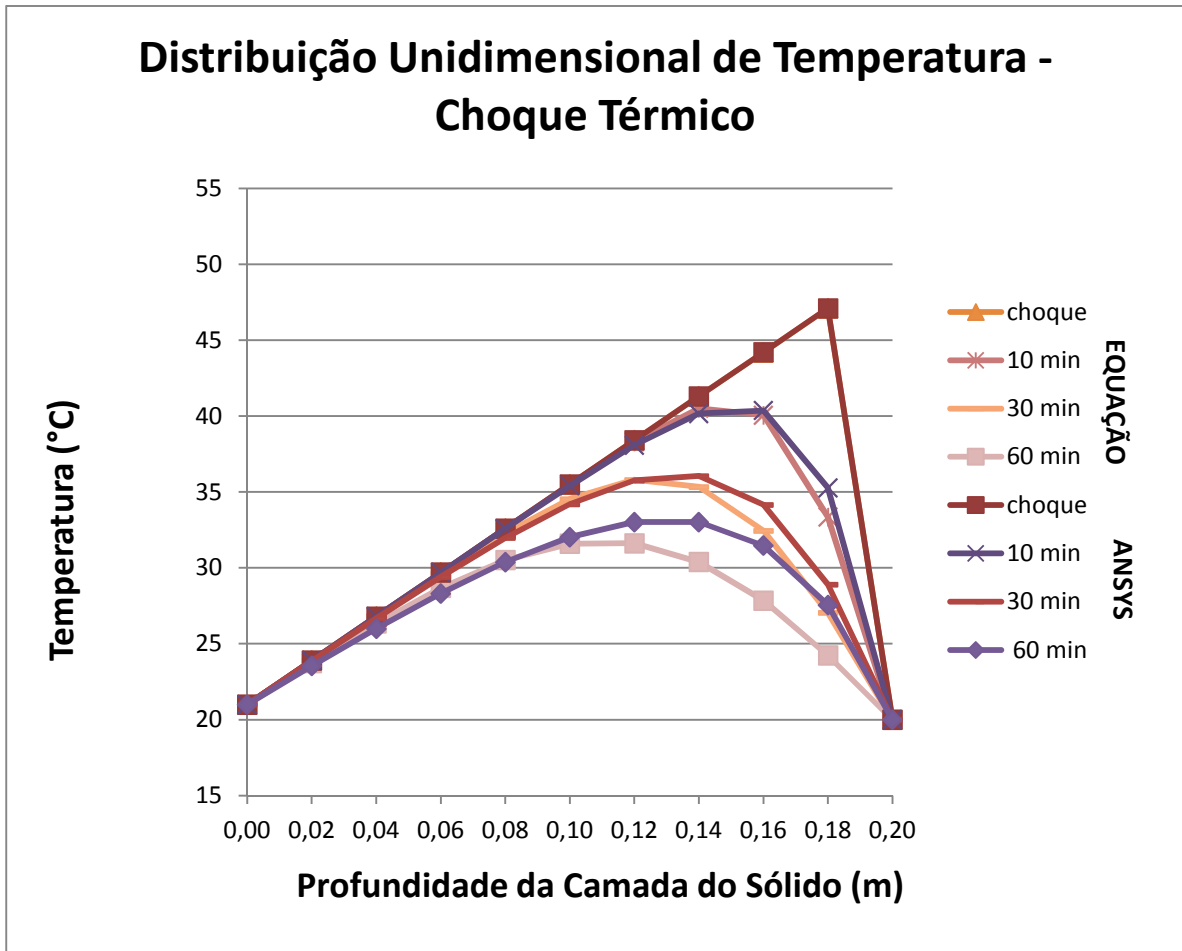


Figura 4.12 – Gráficos superpostos da distribuição de temperatura após o choque térmico

Entretanto, algumas pequenas distorções foram verificadas no método numérico, como o aquecimento nos dois nós internos mais próximos da superfície, quando da transição de 45 minutos após o choque para 60 minutos após o choque.

Porém, se podem relevar tais erros em face do resultado global da simulação, a qual mostrou apropriadamente o resfriamento mais lento e gradual das camadas mais internas da parede em relação às extremidades, fato já anteriormente demonstrado no desenvolvimento do problema pelo método analítico. A Tabela 4.8 a seguir mostra as diferenças entre os valores de temperatura obtidos via MEF e analiticamente.

Tabela 4.8: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via MEF e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão matemática

	Profundidade d (m)										
INSTANTE	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02	0,00
antes do choque	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
choque	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5 min	0,00	1,98	-0,48	-0,31	-0,08	-0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10 min	0,00	1,93	0,31	-0,35	-0,23	-0,08	-0,02	-0,01	0,00	0,00	0,00
15 min	0,00	3,60	1,36	-0,22	-0,51	-0,34	-0,17	-0,07	-0,03	-0,01	0,00
30 min	0,00	1,87	1,71	0,72	-0,04	-0,33	-0,32	-0,21	-0,11	-0,05	0,00
45 min	0,00	1,07	1,35	0,95	0,37	-0,05	-0,23	-0,24	-0,17	-0,09	0,00
60 min	0,00	3,32	3,61	2,63	1,40	0,42	-0,15	-0,36	-0,35	-0,20	0,00

Tais erros provavelmente decorrem do grande número de iterações que foram necessárias ser realizadas pelo programa, em virtude do grande número de elementos finitos (100000) os quais geraram quase 400000 equações a serem resolvidas (número de equações mostradas pelo aplicativo, durante sua execução), traduzindo-se em esforço computacional considerável.

#### 4.2 – DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM PAREDE COMPOSTA DE CINCO MATERIAIS

Na seção anterior, a modelagem analítica foi feita considerando uma parede simples, composta de apenas um material. Agora, a simplificação de apenas um material será removida, e a parede modelada conterá cinco camadas de materiais sobrepostos sequencialmente.

Entretanto, as simplificações referentes à desconsideração dos efeitos de convecção (troca de calor com o ar) e da influência de fontes de calor posicionadas externamente à edificação (o sol, por exemplo) serão mantidas, de maneira que a mudança brusca de temperatura também será dada diretamente na face externa da parede, assim como na seção 4.1.

Todos os materiais que compõem o sólido serão considerados isotrópicos, assim como o material único da seção 4.1. Da mesma forma, também admite-se que o sistema estudado composto da parede com cinco camadas é adiabático, não recebendo ou perdendo calor

para nenhum outro meio. Os resultados obtidos na seção anterior, no tocante à distribuição de temperatura unidimensional, serão utilizados aqui.

A Figura 4.13 a seguir mostra as dimensões do sólido e apresenta também um segundo detalhe evidenciando suas camadas com as respectivas espessuras:

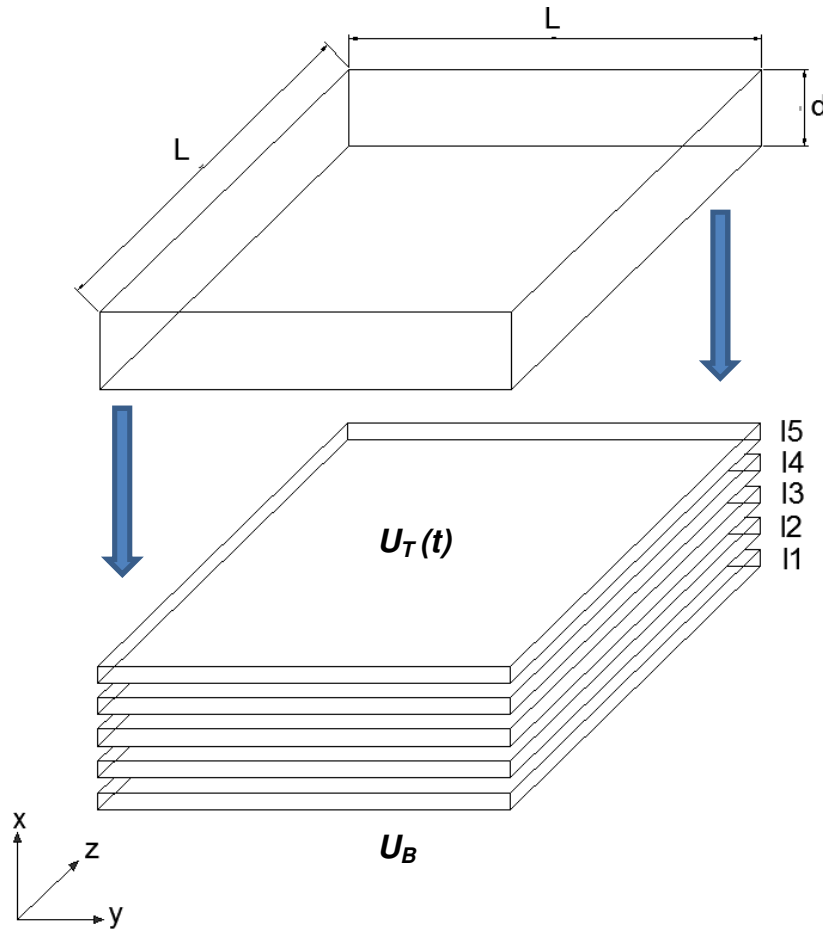


Figura 4.13 – Sólido estudado, feito de cinco camadas de materiais e suas espessuras  $l_1$  a  $l_5$

Assim como explicitado nos capítulos anteriores, cada um desses materiais possui difusividade térmica  $\alpha_i$  como uma grandeza específica do material sendo dada por:

$$\alpha_i = \frac{K_i}{\rho_i s_i} \quad (4.85)$$



$$i = 1, \dots, 5 \quad (4.86)$$

sendo:

- $K_i$  a condutividade térmica da camada  $i$  (J/m.seg. °C);
- $\rho_i$  a densidade de massa da camada  $i$  (Kg/m<sup>3</sup>); e
- $s_i$  a capacidade térmica específica da camada  $i$  (J/Kg °C).

Levando em consideração os resultados obtidos na seção 4.1 anterior, os quais revelaram que as condições de contorno estipuladas (sólido isolado nos bordos e temperatura uniforme tanto na face interna como na externa à edificação) levaram a uma distribuição unidimensional, tem-se que as equações de difusão do calor para cada uma das camadas será:

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial U_1}{\partial t} = 0, \quad 0 \leq x \leq d_1, \quad t \geq 0 \quad (4.87)$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial U_2}{\partial t} = 0, \quad d_1 \leq x \leq d_2, \quad t \geq 0 \quad (4.88)$$

$$\frac{\partial^2 U_3}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha_3} \frac{\partial U_3}{\partial t} = 0, \quad d_2 \leq x \leq d_3, \quad t \geq 0 \quad (4.89)$$

$$\frac{\partial^2 U_4}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha_4} \frac{\partial U_4}{\partial t} = 0, \quad d_3 \leq x \leq d_4, \quad t \geq 0 \quad (4.90)$$

$$\frac{\partial^2 U_5}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha_5} \frac{\partial U_5}{\partial t} = 0, \quad d_4 \leq x \leq d_5, \quad t \geq 0 \quad (4.91)$$

onde  $d_i$  são as posições no eixo  $x$  que marcam as interfaces entre as camadas de materiais diferentes. A Figura 4.14 mostrada nas próximas páginas ilustrará essas posições.

Conforme abordado no trabalho de Carslaw e Jaeger (1959), as condições de contorno para esse sistema de EDPs, desde que se assuma que não há resistência de contato nas superfícies de separação entre as camadas de materiais da placa, são:

$$K_i \frac{\partial U_i}{\partial x} = K_{i+1} \frac{\partial U_{i+1}}{\partial x}, \quad x = d_i, \quad t \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (4.92)$$

$$U_i = U_{i+1}, \quad x = d_i, \quad t \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (4.93)$$

As condições de contorno anteriores obtidas em Carslaw e Jaeger (1959), significam respectivamente que nas regiões de interface entre as camadas do sólido deve haver a mesma quantidade de calor e a mesma temperatura.

As condições de contorno de Dirichlet, expressas abaixo, completam o conjunto de condições de contorno do problema. Refletem as temperaturas nas faces do sólido voltadas respectivamente para o interior e do exterior, tal qual a seção 4.1:

$$U_1(0, t) = U_B \quad (4.94)$$

$$U_5(d_5, t) = U_T(t) \quad (4.95)$$

A função  $U_T(t)$  na face da placa voltada para o exterior ( $x = d_5$ ) exprime a variação temporal de temperatura naquela região. Assim como na seção anterior (4.1) essa função será modelada com uma função de Heaviside, pois ali ocorrerá o choque térmico em um dado instante de tempo  $\tau$ .

Primeiramente será obtido o regime estacionário e posteriormente o regime transiente. Após esses passos, aplicar-se-á a integração no tempo, de forma análoga à descrita na seção 4.1. Portanto, até que seja realizada a integração no tempo, a função  $U_T(t)$  na face exterior do sólido ( $x = d_5$ ) será considerada de valor constante e igual a  $U_T$ .

#### 4.2.1 – Regime Estacionário

Conforme mostrado na seção 4.1, tanto na abordagem numérica quanto na analítica, o regime térmico que prevalecia instantes antes do choque térmico era o regime estacionário.

Na abordagem analítica, a calibração da equação foi feita utilizando-se um valor suficientemente grande para o instante de tempo  $\tau$  (instante do choque térmico) a fim de garantir que, quando o choque térmico ocorresse, a distribuição térmica na placa fosse uma distribuição estacionária. Na abordagem numérica (ou computacional) via elementos finitos, foi preciso estabelecer primeiramente a solução do regime estacionário como condição inicial do problema, antes de habilitar a integração no tempo e determinar a solução transiente em função do choque térmico.

A Figura 4.14 a seguir representa a distribuição da temperatura no regime estacionário nas diversas camadas do sólido. As temperaturas  $U_{12}, U_{23}, U_{34}, U_{45}$ , são as temperaturas da interface entre as camadas de materiais diferentes, e são as incógnitas do problema nessa etapa.

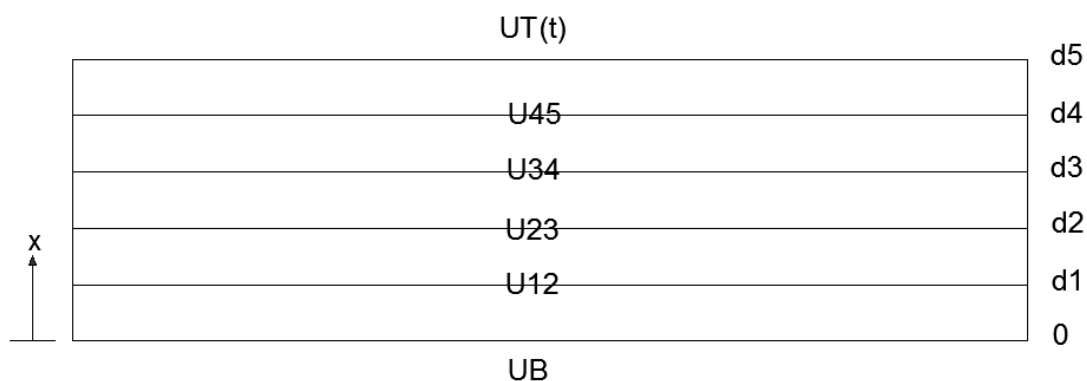


Figura 4.14 – Esquema representando as interfaces entre as camadas do sólido

Sabe-se que o regime estacionário em cada camada é uma solução particular das mesmas equações já mostradas anteriormente. É encontrado quando não há mais variação de temperatura em nenhum ponto do interior do sólido no decorrer do tempo ( $\partial U/\partial t = 0$ ), desde que mantidas constantes as condições de contorno:

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} = 0, \quad 0 \leq x \leq d_1 \quad (4.96)$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} = 0, \quad d_1 \leq x \leq d_2 \quad (4.97)$$

$$\frac{\partial^2 U_3}{\partial x^2} = 0, \quad d_2 \leq x \leq d_3 \quad (4.98)$$

$$\frac{\partial^2 U_4}{\partial x^2} = 0, \quad d_3 \leq x \leq d_4 \quad (4.99)$$

$$\frac{\partial^2 U_5}{\partial x^2} = 0, \quad d_4 \leq x \leq d_5 \quad (4.100)$$

A resolução das equações produz como resultado funções de retas, as quais representam a o regime estacionário. As funções de cada camada são expressas por:

$$U_1(x) = U_B + \frac{U_{12} - U_B}{d_1} x, \quad 0 \leq x \leq d_1 \quad (4.101)$$

$$U_2(x) = \frac{U_{12}d_2 - U_{23}d_1}{d_2 - d_1} + \frac{U_{23} - U_{12}}{d_2 - d_1} x, \quad d_1 \leq x \leq d_2 \quad (4.102)$$

$$U_3(x) = \frac{U_{23}d_3 - U_{34}d_2}{d_3 - d_2} + \frac{U_{34} - U_{23}}{d_3 - d_2} x, \quad d_2 \leq x \leq d_3 \quad (4.103)$$

$$U_4(x) = \frac{U_{34}d_4 - U_{45}d_3}{d_4 - d_3} + \frac{U_{45} - U_{34}}{d_4 - d_3} x, \quad d_3 \leq x \leq d_4 \quad (4.104)$$

$$U_5(x) = \frac{U_{45}d_5 - U_T d_4}{d_5 - d_4} + \frac{U_T - U_{45}}{d_5 - d_4} x, \quad d_4 \leq x \leq d_5 \quad (4.105)$$

As condições de contorno a seguir também devem ser aplicadas nesse caso, a fim de se obterem os valores das temperaturas de interface. Fazendo isso, obtém-se um sistema de equações:

$$K_i \frac{\partial U_i}{\partial x} = K_{i+1} \frac{\partial U_{i+1}}{\partial x}, \quad x = d_i, \quad t \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (4.106)$$

$$U_i = U_{i+1}, \quad x = d_i, \quad t \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (4.107)$$

$$U_1(0, t) = U_B \quad (4.108)$$

$$U_5(d_5, t) = U_T \quad (4.109)$$

onde  $U_T$  representa um valor constante de temperatura. Resolvendo o sistema utilizando as condições de contorno anteriores, e levando em consideração que as espessuras das camadas dadas por  $l_1 = d_1$  e  $l_i = d_i - d_{i-1}$ ,  $i = 2, \dots, 5$ , obtém-se para as incógnitas  $U_{12}, U_{23}, U_{34}, U_{45}$  os seguintes valores:

$$U_{12} = \frac{U_T l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + U_B l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + U_B l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + U_B l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + U_B l_5 K_1 K_2 K_3 K_5}{l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + l_5 K_1 K_2 K_3 K_5} \quad (4.110)$$

$$U_{23} = \frac{U_T l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + U_T l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + U_B l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + U_B l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + U_B l_5 K_1 K_2 K_3 K_5}{l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + l_5 K_1 K_2 K_3 K_5} \quad (4.111)$$

$$U_{34} = \frac{U_T l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + U_T l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + U_T l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + U_B l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + U_B l_5 K_1 K_2 K_3 K_5}{l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + l_5 K_1 K_2 K_3 K_5} \quad (4.112)$$

$$U_{45} = \frac{U_T l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + U_T l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + U_T l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + U_T l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + U_B l_5 K_1 K_2 K_3 K_5}{l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + l_5 K_1 K_2 K_3 K_5} \quad (4.113)$$

#### 4.2.2 – Regime Transiente

De forma análoga à seção 4.1, o método para determinação do regime transiente será aplicado individualmente para cada uma das cinco camadas do sólido composto do presente capítulo. As EDPs para cada camada serão as equações (4.87) a (4.91) com as condições de contorno (4.92) e (4.93) acrescidas das seguintes:

$$U_1(0, t) = 0 \quad (4.114)$$

$$U_5(d_5, t) = 0 \quad (4.115)$$

Resolvendo as equações diferenciais parciais (4.87) a (4.91) normalmente pelo método de separação de variáveis obtêm-se como resultado as seguintes expressões:

$$U_1(x, t) = (C_1 e^{-\lambda_1 I x} + C_2 e^{\lambda_1 I x}) e^{-\alpha_1 \lambda_1^2 t}, \quad 0 \leq x \leq d_1 \quad (4.116)$$

$$U_2(x, t) = (C_3 e^{-\lambda_2 I x} + C_4 e^{\lambda_2 I x}) e^{-\alpha_2 \lambda_2^2 t}, \quad d_1 \leq x \leq d_2 \quad (4.117)$$

$$U_3(x, t) = (C_5 e^{-\lambda_3 I x} + C_6 e^{\lambda_3 I x}) e^{-\alpha_3 \lambda_3^2 t}, \quad d_2 \leq x \leq d_3 \quad (4.118)$$

$$U_4(x, t) = (C_7 e^{-\lambda_4 I x} + C_8 e^{\lambda_4 I x}) e^{-\alpha_4 \lambda_4^2 t}, \quad d_3 \leq x \leq d_4 \quad (4.119)$$

$$U_5(x, t) = (C_9 e^{-\lambda_5 I x} + C_{10} e^{\lambda_5 I x}) e^{-\alpha_5 \lambda_5^2 t}, \quad d_4 \leq x \leq d_5 \quad (4.120)$$

onde  $\lambda_i$  e os coeficientes  $C_n$  são parâmetros a serem determinados. Tendo em vista que o caractere  $i$  já vem sendo utilizado nas notações indiciais, o símbolo  $I$  passará então a representar o número imaginário ( $\sqrt{-1}$ ). Lançando mão das condições de contorno (4.92) e (4.93) já é possível concluir que:

$$\alpha_1 \lambda_1^2 = \alpha_2 \lambda_2^2 = \alpha_3 \lambda_3^2 = \alpha_4 \lambda_4^2 = \alpha_5 \lambda_5^2, \quad 0 \leq x \leq d_5 \quad (4.121)$$

Ainda utilizando as condições de contorno, tem-se que os valores dos coeficientes  $C_n$  são:

$$C_1 = -C_2 \quad (4.122)$$

$$C_3 = \frac{C_2 (\mu_{12} + 1) e^{-\lambda_1 I d_1}}{2 \mu_{12} e^{-\lambda_2 I d_1}} (\xi_{12} e^{2\lambda_1 I d_1} - 1) \quad (4.123)$$

$$C_4 = \frac{C_2 (\mu_{12} + 1) e^{-\lambda_1 I d_1}}{2 \mu_{12} e^{\lambda_2 I d_1}} (e^{2\lambda_1 I d_1} - \xi_{12}) \quad (4.124)$$

$$C_5 = \frac{C_2 (\mu_{23} + 1)(\mu_{12} + 1) e^{-\lambda_2 l l_2 - \lambda_1 l l_1}}{4 \mu_{13} e^{-\lambda_3 l d_2}} \left( e^{2\lambda_2 l l_2} (e^{2\lambda_1 l l_1} - \xi_{12}) \xi_{23} \right. \\ \left. + (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l l_1} - 1) \right) \quad (4.125)$$

$$C_6 = \frac{C_2 (\mu_{23} + 1)(\mu_{12} + 1) e^{-\lambda_2 l l_2 - \lambda_1 l l_1}}{4 \mu_{13} e^{\lambda_3 l d_2}} \left( e^{2\lambda_2 l l_2} (e^{2\lambda_1 l l_1} - \xi_{12}) \right. \\ \left. + \xi_{23} (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l l_1} - 1) \right) \quad (4.126)$$

$$C_7 = \quad (4.127)$$

$$\frac{C_2 (\mu_{34} + 1)(\mu_{23} + 1)(\mu_{12} + 1) e^{-\lambda_3 l l_3 - \lambda_2 l l_2 - \lambda_1 l l_1}}{8 \mu_{14} e^{-\lambda_4 l d_3}} \left[ e^{2\lambda_3 l l_3} \left( e^{2\lambda_2 l l_2} (e^{2\lambda_1 l l_1} \right. \right. \\ \left. \left. - \xi_{12}) + \xi_{23} (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l l_1} - 1) \right) \xi_{34} \right. \\ \left. + \left( e^{2\lambda_2 l l_2} (e^{2\lambda_1 l l_1} - \xi_{12}) \xi_{23} + (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l l_1} - 1) \right) \right]$$

$$C_8 = \quad (4.128)$$

$$\frac{C_2 (\mu_{34} + 1)(\mu_{23} + 1)(\mu_{12} + 1) e^{-\lambda_3 l l_3 - \lambda_2 l l_2 - \lambda_1 l l_1}}{8 \mu_{14} e^{\lambda_4 l d_3}} \left[ e^{2\lambda_3 l l_3} \left( e^{2\lambda_2 l l_2} (e^{2\lambda_1 l l_1} \right. \right. \\ \left. \left. - \xi_{12}) + \xi_{23} (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l l_1} - 1) \right) \right. \\ \left. + \xi_{34} \left( e^{2\lambda_2 l l_2} (e^{2\lambda_1 l l_1} - \xi_{12}) \xi_{23} + (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l l_1} - 1) \right) \right]$$



$$C_9 =$$

$$\begin{aligned} \frac{C_2}{16} \frac{(\mu_{45} + 1)(\mu_{34} + 1)}{\mu_{15}(\mu_{23} + 1)^{-1}(\mu_{12} + 1)^{-1}} \frac{e^{-\lambda_4 l_4 - \lambda_3 l_3 - \lambda_2 l_2 - \lambda_1 l_1}}{e^{-\lambda_5 l_4}} \left\{ e^{2\lambda_4 l_4} \left[ e^{2\lambda_3 l_3} \left( e^{2\lambda_2 l_2} (e^{2\lambda_1 l_1} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \xi_{12} \right) + \xi_{23} (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l_1} - 1) \right) \right] \\ + \xi_{34} \left( e^{2\lambda_2 l_2} (e^{2\lambda_1 l_1} - \xi_{12}) \xi_{23} + (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l_1} - 1) \right) \xi_{45} \\ + \left[ e^{2\lambda_3 l_3} \left( e^{2\lambda_2 l_2} (e^{2\lambda_1 l_1} - \xi_{12}) + \xi_{23} (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l_1} - 1) \right) \xi_{34} \right. \\ \left. + \left( e^{2\lambda_2 l_2} (e^{2\lambda_1 l_1} - \xi_{12}) \xi_{23} + (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l_1} - 1) \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.129)$$

$$C_{10} =$$

$$\begin{aligned} \frac{C_2}{16} \frac{(\mu_{45} + 1)(\mu_{34} + 1)}{\mu_{15}(\mu_{23} + 1)^{-1}(\mu_{12} + 1)^{-1}} \frac{e^{-\lambda_4 l_4 - \lambda_3 l_3 - \lambda_2 l_2 - \lambda_1 l_1}}{e^{\lambda_5 l_4}} \left\{ e^{2\lambda_4 l_4} \left[ e^{2\lambda_3 l_3} \left( e^{2\lambda_2 l_2} (e^{2\lambda_1 l_1} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \xi_{12} \right) + \xi_{23} (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l_1} - 1) \right) \right] \\ + \xi_{34} \left( e^{2\lambda_2 l_2} (e^{2\lambda_1 l_1} - \xi_{12}) \xi_{23} + (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l_1} - 1) \right) \xi_{45} \\ + \xi_{45} \left[ e^{2\lambda_3 l_3} \left( e^{2\lambda_2 l_2} (e^{2\lambda_1 l_1} - \xi_{12}) + \xi_{23} (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l_1} - 1) \right) \xi_{34} \right. \\ \left. + \left( e^{2\lambda_2 l_2} (e^{2\lambda_1 l_1} - \xi_{12}) \xi_{23} + (\xi_{12} e^{2\lambda_1 l_1} - 1) \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.130)$$

Os caracteres ainda não definidos utilizados nas equações anteriores são:

$$\alpha_{ij} = \sqrt{\frac{\alpha_i}{\alpha_j}} \quad (4.131)$$

$$\mu_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{K_i/K_j} \quad (4.132)$$

$$\xi_{ij} = \frac{\mu_{ij} - 1}{\mu_{ij} + 1} \quad (4.133)$$

Sendo assim, a partir das equações (4.121) e (4.131) é possível concluir que:

$$\lambda_j = \alpha_{ij}\lambda_i \quad (4.134)$$

A partir dessa etapa é conveniente escrever essas distribuições em termos de autofunções (ou autovetores) trigonométricas. Sendo assim:

$$U_1(x, t) = D_1 \sin(\lambda_1 x) e^{-\alpha_1 \lambda_1^2 t}, \quad 0 \leq x \leq d_1 \quad (4.135)$$

$$U_2(x, t) = (D_3 \sin(\lambda_2 x) + D_4 \cos(\lambda_2 x)) e^{-\alpha_2 \lambda_2^2 t}, \quad d_1 \leq x \leq d_2 \quad (4.136)$$

$$U_3(x, t) = (D_5 \sin(\lambda_3 x) + D_6 \cos(\lambda_3 x)) e^{-\alpha_3 \lambda_3^2 t}, \quad d_2 \leq x \leq d_3 \quad (4.137)$$

$$U_4(x, t) = (D_7 \sin(\lambda_4 x) + D_8 \cos(\lambda_4 x)) e^{-\alpha_4 \lambda_4^2 t}, \quad d_3 \leq x \leq d_4 \quad (4.138)$$

$$U_5(x, t) = (D_9 \sin(\lambda_5 x) + D_{10} \cos(\lambda_5 x)) e^{-\alpha_5 \lambda_5^2 t}, \quad d_4 \leq x \leq d_5 \quad (4.139)$$

onde os novos coeficientes  $D_n$  são dados por:

$$D_1 = 2IC_2 \quad (4.140)$$

$$D_4 = C_3 + C_4 ; D_3 = I(-C_3 + C_4) \quad (4.141)$$

$$D_6 = C_5 + C_6 ; D_5 = I(-C_5 + C_6) \quad (4.142)$$

$$D_8 = C_7 + C_8 ; D_7 = I(-C_7 + C_8) \quad (4.143)$$

$$D_{10} = C_9 + C_{10} ; D_9 = I(-C_9 + C_{10}) \quad (4.144)$$

Portanto, assim como todos os coeficientes  $C_n$  estavam em função de  $C_2$ , todos os coeficientes  $D_n$  agora ficam temporariamente em função de  $D_1$ . Extraindo as equações (4.135) a (4.139) apenas a parte correspondente às autofunções tem-se:

$$X_1(x) = \sin(\lambda_1 x), \quad 0 \leq x \leq d_1 \quad (4.145)$$

$$X_2(x) = (\beta_3 \sin(\lambda_2 x) + \beta_4 \cos(\lambda_2 x)), \quad d_1 \leq x \leq d_2 \quad (4.146)$$

$$X_3(x) = (\beta_5 \sin(\lambda_3 x) + \beta_6 \cos(\lambda_3 x)), \quad d_2 \leq x \leq d_3 \quad (4.147)$$

$$X_4(x) = (\beta_7 \sin(\lambda_4 x) + \beta_8 \cos(\lambda_4 x)), \quad d_3 \leq x \leq d_4 \quad (4.148)$$

$$X_5(x) = (\beta_9 \sin(\lambda_5 x) + \beta_{10} \cos(\lambda_5 x)), \quad d_4 \leq x \leq d_5 \quad (4.149)$$

onde os novos coeficientes  $\beta_n$  são dados por:

$$\beta_n = \frac{D_n}{D_1} \quad (4.150)$$

Cada uma das autofunções  $X_i(x)$  é formada por combinação linear das autofunções trigonométricas ( $\cos(\lambda_i x)$  e  $\sin(\lambda_i x)$ ). Dessa forma, conforme preconiza Haberman (1987), a combinação linear de autofunções linearmente independentes entre si e associadas a um único autovalor ( $\lambda_i$ ), também é uma autofunção do mesmo problema. Portanto, pode-se rescrever as distribuições de temperatura em cada camada:

$$U_1(x, t) = CF_1 X_1(x) e^{-\alpha_1 \lambda_1^2 t}, \quad 0 \leq x \leq d_1 \quad (4.151)$$

$$U_2(x, t) = CF_2 X_2(x) e^{-\alpha_2 \lambda_2^2 t}, \quad d_1 \leq x \leq d_2 \quad (4.152)$$

$$U_3(x, t) = CF_3 X_3(x) e^{-\alpha_3 \lambda_3^2 t}, \quad d_2 \leq x \leq d_3 \quad (4.153)$$

$$U_4(x, t) = CF_4 X_4(x) e^{-\alpha_4 \lambda_4^2 t}, \quad d_3 \leq x \leq d_4 \quad (4.154)$$

$$U_5(x, t) = CF_5 X_5(x) e^{-\alpha_5 \lambda_5^2 t}, \quad d_4 \leq x \leq d_5 \quad (4.155)$$

onde os novos coeficientes  $CF_i$  das equações (4.151) a (4.155) são os coeficientes da série de Fourier que irá representar a distribuição de temperatura em regime transiente em cada camada. A fórmula para o cálculo desses coeficientes será indicada futuramente, pois antes é necessário calcular os autovalores ( $\lambda_i$ ) do problema.

#### 4.2.3 – Fórmula de Cálculo dos Autovalores

Os parâmetros denominados  $\lambda_i$  nesse trabalho são os autovalores, até aqui pendentes de serem determinados. Conforme equação (4.134), esses autovalores estão relacionados a  $\lambda_1$  da seguinte forma:

$$\lambda_2 = \lambda_1 \alpha_{12} \quad (4.156)$$

$$\lambda_3 = \lambda_1 \alpha_{13} \quad (4.157)$$

$$\lambda_4 = \lambda_1 \alpha_{14} \quad (4.158)$$

$$\lambda_5 = \lambda_1 \alpha_{15} \quad (4.159)$$

Pode-se então rescrever as equações (4.145) a (4.149) dos autovetores utilizando essas relações:

$$X_1(x) = \sin(\lambda_1 x), \quad 0 \leq x \leq d_1 \quad (4.160)$$

$$X_2(x) = (\beta_3 \sin(\lambda_1 \alpha_{12} x) + \beta_4 \cos(\lambda_1 \alpha_{12} x)), \quad d_1 \leq x \leq d_2 \quad (4.161)$$

$$X_3(x) = (\beta_5 \sin(\lambda_1 \alpha_{13} x) + \beta_6 \cos(\lambda_1 \alpha_{13} x)), \quad d_2 \leq x \leq d_3 \quad (4.162)$$

$$X_4(x) = (\beta_7 \sin(\lambda_1 \alpha_{14} x) + \beta_8 \cos(\lambda_1 \alpha_{14} x)), \quad d_3 \leq x \leq d_4 \quad (4.163)$$

$$X_5(x) = (\beta_9 \sin(\lambda_1 \alpha_{15} x) + \beta_{10} \cos(\lambda_1 \alpha_{15} x)), \quad d_4 \leq x \leq d_5 \quad (4.164)$$

Portanto, através dessas relações torna-se necessário determinar apenas os valores correspondentes aos autovalores  $\lambda_1$ . Tais valores surgem ao se considerar a seguinte condição de contorno do regime transiente:

$$U_5(d_5, t) = 0 \rightarrow X_5(d_5, t) = 0 \quad (4.165)$$

Sendo assim:

$$\beta_9 \sin(\lambda_1 \alpha_{15} d_5) + \beta_{10} \cos(\lambda_1 \alpha_{15} d_5) = 0 \quad (4.166)$$

Trata-se de uma equação resultante de combinação linear de funções circulares, a qual produzirá infinitos autovalores  $\lambda_1$ . Graficamente, aparência da curva que representa a equação (4.166) é ilustrada na Figura 4.15 a seguir:

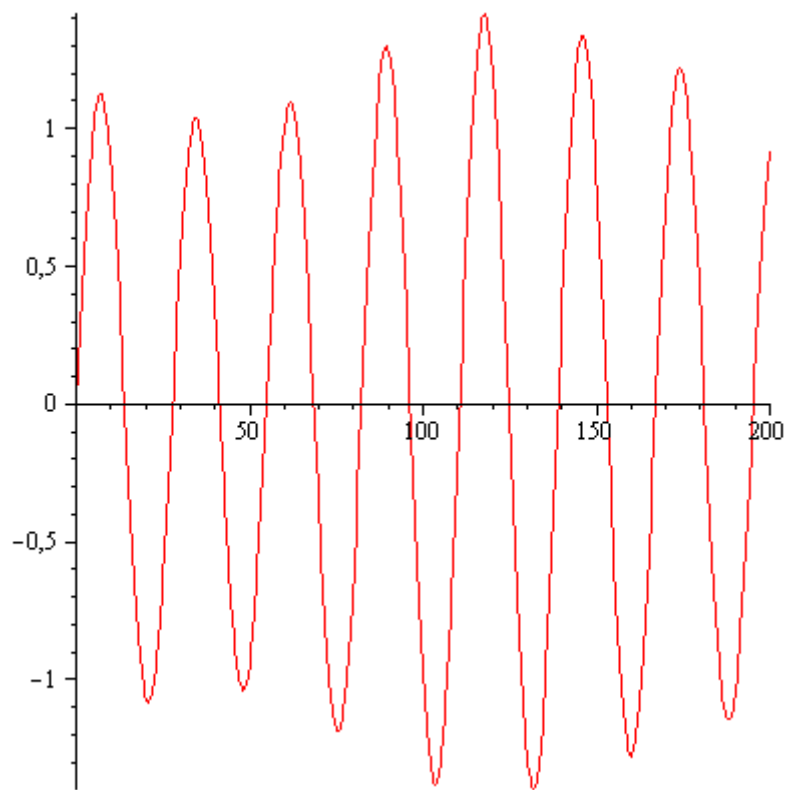


Figura 4.15 – Ilustração do formato da curva definida pela função associada à equação (4.166)

Entretanto, vale lembrar que os parâmetros  $\beta_9$  e  $\beta_{10}$  vêm de outras relações matemáticas descritas na subseção 4.2.2. Essas relações são bastante extensas, tornando recomendável que o cálculo dos autovalores  $\lambda_1$  seja feito através de métodos numéricos computacionais. Na presente pesquisa foi utilizado o aplicativo MAPLE para o cálculo dos autovalores,

através da função *Roots*, da biblioteca *Student [Calculus1]*, para se encontrar os valores numéricos das raízes da equação (4.166).

Para o cálculo numérico dos autovalores, entretanto, é necessário que haja valores para os parâmetros físicos. Nas próximas subseções, analogamente à seção 4.1, será resolvido um caso fictício, no qual serão obtidos os autovalores e a formulação será testada.

#### 4.2.4 – Superposição: Regimes Estacionário e Transiente

As funções de distribuição de temperatura em cada camada, considerando a superposição dos regimes estacionário e transiente são dadas por:

$$U_1(x, t) = U_B + \frac{U_{12} - U_B}{d_1} x + \left( \sum_{n=1}^{\infty} CF_1 X_1(x) e^{-\alpha_1 \lambda_1^2 t} \right) \quad (4.167)$$

$$U_2(x, t) = \frac{U_{12} d_2 - U_{23} d_1}{d_2 - d_1} + \frac{U_{23} - U_{12}}{d_2 - d_1} x + \left( \sum_{n=1}^{\infty} CF_2 X_2(x) e^{-\alpha_2 \lambda_2^2 t} \right) \quad (4.168)$$

$$U_3(x, t) = \frac{U_{23} d_3 - U_{34} d_2}{d_3 - d_2} + \frac{U_{34} - U_{23}}{d_3 - d_2} x + \left( \sum_{n=1}^{\infty} CF_3 X_3(x) e^{-\alpha_3 \lambda_3^2 t} \right) \quad (4.169)$$

$$U_4(x, t) = \frac{U_{34} d_4 - U_{45} d_3}{d_4 - d_3} + \frac{U_{45} - U_{34}}{d_4 - d_3} x + \left( \sum_{n=1}^{\infty} CF_4 X_4(x) e^{-\alpha_4 \lambda_4^2 t} \right) \quad (4.170)$$

$$U_5(x, t) = \frac{U_{45} d_5 - U_T d_4}{d_5 - d_4} + \frac{U_T - U_{45}}{d_5 - d_4} x + \left( \sum_{n=1}^{\infty} CF_5 X_5(x) e^{-\alpha_5 \lambda_5^2 t} \right) \quad (4.171)$$

Resta ainda determinar os valores dos coeficientes  $CF_i$  da série de Fourier que representa a distribuição de temperatura transiente em cada camada. Vale ressaltar que para cada camada haverá  $n$  coeficientes, relativos a  $n$  autovalores  $\lambda_1$  utilizados.

Para o cálculo, é necessário lançar mão da propriedade de ortogonalidade de autovetores explicada por Haberman (1987). Conforme o autor, as fórmulas para o cálculo dos coeficientes das séries em cada camada são dadas por:

$$CF_1 = \frac{-\int_0^{d_5} \left( U_B + \frac{U_{12}-U_B}{d_1} x \right) (X_1(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_1(x))^2 dx} \quad (4.172)$$

$$CF_2 = \frac{-\int_0^{d_5} \left( \frac{U_{12}d_2-U_{23}d_1}{d_2-d_1} + \frac{U_{23}-U_{12}}{d_2-d_1} x \right) (X_2(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_2(x))^2 dx} \quad (4.173)$$

$$CF_3 = \frac{-\int_0^{d_5} \left( \frac{U_{23}d_3-U_{34}d_2}{d_3-d_2} + \frac{U_{34}-U_{23}}{d_3-d_2} x \right) (X_3(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_3(x))^2 dx} \quad (4.174)$$

$$CF_4 = \frac{-\int_0^{d_5} \left( \frac{U_{34}d_4-U_{45}d_3}{d_4-d_3} + \frac{U_{45}-U_{34}}{d_4-d_3} x \right) (X_4(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_4(x))^2 dx} \quad (4.175)$$

$$CF_5 = \frac{-\int_0^{d_5} \left( \frac{U_{45}d_5-U_Td_4}{d_5-d_4} + \frac{U_T-U_{45}}{d_5-d_4} x \right) (X_5(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_5(x))^2 dx} \quad (4.176)$$

#### 4.2.5 – Método da Integração no Tempo Aplicado à Função do Choque Térmico – Expressão Matemática da Seção 4.2, relativa à Distribuição de Temperatura em cada Camada

De forma similar à seção 4.1, onde foi efetuada a integração nas faces externa e interna do sólido, também aqui será feito procedimento similar com o sólido compósito que representa a parede. Sendo assim, para a modelagem desse capítulo, a temperatura na face externa da parede varia no tempo, segundo a função  $F(t)$  apresentada na Figura 4.4, a qual representa um choque térmico no instante de tempo  $\tau$ .



Seguindo o mesmo procedimento apresentado na seção 4.1, deve-se “normalizar” as funções considerando as faces externa e interna. Para a normalização pela face externa, considera-se que  $U_T = 1$  e  $U_B = 0$ . Esse procedimento faz as seguintes conversões nas temperaturas de interface:

$$U_{12} \Rightarrow U_{12T} \quad (4.177)$$

$$U_{23} \Rightarrow U_{23T} \quad (4.178)$$

$$U_{34} \Rightarrow U_{34T} \quad (4.179)$$

$$U_{45} \Rightarrow U_{45T} \quad (4.180)$$

Já na normalização pela face interna, tem-se que  $U_T = 0$  e  $U_B = 1$ . Esse procedimento faz as seguintes conversões nas temperaturas de interface:

$$U_{12} \Rightarrow U_{12B} \quad (4.181)$$

$$U_{23} \Rightarrow U_{23B} \quad (4.182)$$

$$U_{34} \Rightarrow U_{34B} \quad (4.183)$$

$$U_{45} \Rightarrow U_{45B} \quad (4.184)$$

Conforme o método da integração no tempo descrito na seção 4.1, aplicam-se as equações (4.74) e (4.78) de integração no tempo, respectivamente para a face externa e interna do sólido. Superpondo a normalização efetuada pela face externa e pela face interna do sólido, chegam-se às equações finais de distribuição em cada camada. Finalmente, aplica-se o

limite para o caso em que o instante  $\tau$  é tardio o suficiente a ponto de o sólido chegar ao estado estacionário antes de sofrer o choque térmico. Dessa forma, as funções de distribuição de temperatura em cada camada são:

$$U_1(x, t) = U_B + \frac{U_{12C} - U_B}{d_1} x + (U_F - U_T) \left( \sum_{n=1}^{\infty} C F_{1T} X_1(x) e^{-\alpha_1 \lambda_1^2 t} \right) \quad (4.185)$$

$$t \geq 0$$

$$U_2(x, t) = \frac{U_{12C} d_2 - U_{23C} d_1}{d_2 - d_1} + \frac{U_{23C} - U_{12C}}{d_2 - d_1} x \quad (4.186)$$

$$+ (U_F - U_T) \left( \sum_{n=1}^{\infty} C F_{2T} X_2(x) e^{-\alpha_2 \lambda_2^2 t} \right)$$

$$t \geq 0$$

$$U_3(x, t) = \frac{U_{23C} d_3 - U_{34C} d_2}{d_3 - d_2} + \frac{U_{34C} - U_{23C}}{d_3 - d_2} x \quad (4.187)$$

$$+ (U_F - U_T) \left( \sum_{n=1}^{\infty} C F_{3T} X_3(x) e^{-\alpha_3 \lambda_3^2 t} \right)$$

$$t \geq 0$$

$$U_4(x, t) = \frac{U_{34C} d_4 - U_{45C} d_3}{d_4 - d_3} + \frac{U_{45C} - U_{34C}}{d_4 - d_3} x \quad (4.188)$$

$$+ (U_F - U_T) \left( \sum_{n=1}^{\infty} C F_{4T} X_4(x) e^{-\alpha_4 \lambda_4^2 t} \right)$$

$$t \geq 0$$

$$U_5(x, t) = \frac{U_{45C}d_5 - U_F d_4}{d_5 - d_4} + \frac{U_F - U_{45C}}{d_5 - d_4} x \quad (4.189)$$

$$+ (U_F - U_T) \left( \sum_{n=1}^{\infty} C F_{5T} X_5(x) e^{-\alpha_5 \lambda_5^2 t} \right)$$

$$t \geq 0$$

onde as temperaturas  $U_{12C}, U_{23C}, U_{34C}, U_{45C}$  caracterizam o novo estado estacionário do sólido após o choque térmico sendo dadas por:

$$U_{12C} = \frac{U_F l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + U_B l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + U_B l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + U_B l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + U_B l_5 K_1 K_2 K_3 K_5}{l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + l_5 K_1 K_2 K_3 K_5} \quad (4.190)$$

$$U_{23C} = \frac{U_F l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + U_F l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + U_B l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + U_B l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + U_B l_5 K_1 K_2 K_3 K_5}{l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + l_5 K_1 K_2 K_3 K_5} \quad (4.191)$$

$$U_{34C} = \frac{U_F l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + U_F l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + U_F l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + U_B l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + U_B l_5 K_1 K_2 K_3 K_5}{l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + l_5 K_1 K_2 K_3 K_5} \quad (4.192)$$

$$U_{45C} = \frac{U_F l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + U_F l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + U_F l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + U_F l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + U_B l_5 K_1 K_2 K_3 K_5}{l_1 K_2 K_3 K_4 K_5 + l_2 K_1 K_3 K_4 K_5 + l_3 K_1 K_2 K_4 K_5 + l_4 K_1 K_2 K_3 K_5 + l_5 K_1 K_2 K_3 K_5} \quad (4.193)$$

Para os coeficientes da série de Fourier normalizados tem-se então:

$$CF_{1T} = \frac{\int_0^{d_5} - \left( \frac{U_{12T}}{d_1} x \right) (X_1(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_1(x))^2 dx} \quad (4.194)$$

$$CF_{2T} = \frac{\int_0^{d_5} - \left( \frac{U_{12T}d_2 - U_{23T}d_1}{d_2 - d_1} + \frac{U_{23T} - U_{12T}}{d_2 - d_1} x \right) (X_2(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_2(x))^2 dx} \quad (4.195)$$

$$CF_{3T} = \frac{\int_0^{d_5} - \left( \frac{U_{23T}d_3 - U_{34T}d_2}{d_3 - d_2} + \frac{U_{34T} - U_{23T}}{d_3 - d_2} x \right) (X_3(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_3(x))^2 dx} \quad (4.196)$$

$$CF_{4T} = \frac{\int_0^{d_5} - \left( \frac{U_{34T}d_4 - U_{45T}d_3}{d_4 - d_3} + \frac{U_{45T} - U_{34T}}{d_4 - d_3} x \right) (X_4(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_4(x))^2 dx} \quad (4.197)$$

$$CF_{5T} = \frac{\int_0^{d_5} - \left( \frac{U_{45T}d_5 - d_4}{d_5 - d_4} + \frac{1 - U_{45T}}{d_5 - d_4} x \right) (X_5(x)) dx}{\int_0^{d_5} (X_5(x))^2 dx} \quad (4.198)$$

#### 4.2.6 – Caso Fictício – Teste da Expressão de Distribuição de Temperatura

A fim de testar as expressões obtidas para cada uma das camadas, supõe-se que os cinco materiais que compõem a parede são, respectivamente da face voltada para o interior para a face voltada para o exterior, são: 1) emboço e chapisco; 2) alvenaria; 3) emboço e chapisco; 4) argamassa colante; 5) cerâmica e rejunte.

Os parâmetros físicos dos materiais de cada camada foram extraídos basicamente de Uchôa (2007), Saraiva (1998) e de Moaveni (2008). Encontram-se na Tabela 4.9 a seguir:

Tabela 4.9: Parâmetros termofísicos dos materiais das camadas

CAMADA	$K$ (J/seg.m.°C)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$s$ (J/Kg.°C)	$l$ (m)	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /seg)
1	1,40	2310	1000	0,02	$6,061 \times 10^{-7}$
2	1,40	1790	1000	0,2	$7,821 \times 10^{-7}$
3	1,40	2310	1000	0,02	$6,061 \times 10^{-7}$
4	0,65	1680	1000	0,005	$3,869 \times 10^{-7}$
5	2,00	2510	920	0,0065	$8,661 \times 10^{-7}$

As condições de contorno de temperatura no sólido compósito são basicamente as mesmas do capítulo anterior:

- $U_T = 50 \text{ °C}$ ;
- $U_B = 21 \text{ °C}$ ; e
- $U_F = 20 \text{ °C}$ .

Sendo assim, calculam-se os valores dos parâmetros  $\alpha_{ij}$ :

$$\alpha_{12} = 0,8802793733 \cong 0,88$$

$$\alpha_{13} = 1,0000000000 \cong 1,00$$

$$\alpha_{14} = 1,251572438 \cong 1,25$$

$$\alpha_{15} = 0,8365151378 \cong 0,84$$

Com esses parâmetros, obtêm-se 160 autovalores calculados conforme equação (4.166), mostrados a seguir:

Tabela 4.10: Autovalores do problema

AUTOVALORES $\lambda_1$							
N	Valor	N	Valor	N	Valor	N	Valor
1	13,94549	41	564,0217	81	1116,028	121	1666,908
2	27,72315	42	577,8506	82	1129,869	122	1681,098
3	41,29608	43	591,9405	83	1143,722	123	1695,364
4	54,80722	44	606,1502	84	1157,676	124	1709,613
5	68,44583	45	620,3434	85	1171,746	125	1723,79
6	82,29634	46	634,4464	86	1185,91	126	1737,922
7	96,34465	47	648,4836	87	1200,138	127	1752,078
8	110,5303	48	662,5389	88	1214,388	128	1766,3
9	124,7649	49	676,6634	89	1228,599	129	1780,559
10	138,9557	50	690,841	90	1242,736	130	1794,791
11	153,0567	51	705,0284	91	1256,83	131	1808,944
12	167,1055	52	719,1884	92	1270,956	132	1822,976
13	181,1808	53	733,2809	93	1285,147	133	1836,858
14	195,3062	54	747,2536	94	1299,346	134	1850,595
15	209,4154	55	761,083	95	1313,432	135	1864,281
16	223,3829	56	774,8278	96	1327,263	136	1878,041
17	237,05	57	788,577	97	1340,709	137	1891,881
18	250,2449	58	802,3038	98	1353,751	138	1905,649
19	262,9634	59	815,8064	99	1366,652	139	1919,134
20	275,6328	60	828,8397	100	1379,798	140	1932,277
21	288,7042	61	841,4849	101	1393,277	141	1945,332
22	302,1456	62	854,2763	102	1406,904	142	1958,629
23	315,7193	63	867,5613	103	1420,5	143	1972,26
24	329,3198	64	881,264	104	1434,064	144	1986,132
25	343,0152	65	895,1948	105	1447,732	145	2000,107
26	356,8867	66	909,1894	106	1461,576	146	2014,047
27	370,9127	67	923,1391	107	1475,539	147	2027,871
28	385,0102	68	937,0357	108	1489,513	148	2041,62
29	399,1051	69	950,9658	109	1503,396	149	2055,409
30	413,1441	70	965,0004	110	1517,107	150	2069,268
31	427,0831	71	979,1013	111	1530,612	151	2083,072
32	440,9151	72	993,1396	112	1544,024	152	2096,605
33	454,718	73	1006,961	113	1557,55	153	2109,709
34	468,6108	74	1020,454	114	1571,269	154	2122,521
35	482,624	75	1033,651	115	1585,054	155	2135,497
36	496,6506	76	1046,813	116	1598,711	156	2148,938
37	510,5078	77	1060,25	117	1612,166	157	2162,796
38	524,0475	78	1074,044	118	1625,555	158	2176,876
39	537,3015	79	1088,055	119	1639,095	159	2190,996
40	550,5332	80	1102,091	120	1652,884	160	2205,052

Com esses dados, aplicam-se as equações (4.185) a (4.189). Obtêm-se as tabelas 4.11 a 4.15 a seguir:

Tabela 4.11: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 5 (cerâmica)

INSTANTE	Profundidade d (m)		
	0,2515	0,2483	0,245
antes do choque	50	49,7416	49,4832
choque	20	-8,85144	50,26462
5 min	20	-3,58883	26,45651
10 min	20	1,41764	24,40379
15 min	20	4,46647	23,48864
20 min	20	6,51917	22,94355
25 min	20	8,01279	22,57238
30 min	20	9,15993	22,29903
45 min	20	11,46558	21,77465
60 min	20	12,90859	21,46056
90 min	20	14,72321	21,07755
120 min	20	15,88818	20,8367

Tabela 4.12: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 4 (argamassa colante)

INSTANTE	Profundidade d (m)		
	0,245	0,2425	0,24
antes do choque	49,4832	48,87159	48,25999
choque	33,15894	32,96314	32,49454
5 min	22,08411	24,43407	26,65905
10 min	21,39763	23,00859	24,57164
15 min	21,08491	23,00859	24,57164
20 min	20,8975	21,94426	22,97358
25 min	20,77052	21,67153	22,56021
30 min	20,67871	21,47389	22,25992
45 min	20,51366	21,11766	21,71723
60 min	20,42604	20,92794	21,42719
90 min	20,32782	20,71451	21,09975
120 min	20,26462	20,57686	20,88803

Tabela 4.13: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 3 (emboço)

INSTANTE	Profundidade d (m)		
	0,24	0,23	0,22
antes do choque	48,25999	47,12416	45,98833
choque	52,66052	52,9834	45,50454
5 min	33,97266	40,67106	43,76712
10 min	30,24447	35,88836	39,71069
15 min	28,37065	33,21425	36,91334
20 min	27,1806	31,44348	34,90123
25 min	26,33598	30,15765	33,37273
30 min	25,69537	29,16807	32,16217
45 min	24,42187	27,16843	29,63616
60 min	23,63404	25,91239	28,00172
90 min	22,6625	24,34675	25,92158
120 min	22,05705	23,36357	24,59591

Tabela 4.14: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 2 (alvenaria)

INSTANTE	Profundidade d (m)		
	0,22	0,12	0,02
antes do choque	45,98833	34,63	23,27167
choque	44,98609	34,62172	23,13976
5 min	42,82905	34,62583	23,20155
10 min	38,71707	34,61461	23,23543
15 min	35,87777	34,58413	23,24896
20 min	33,84091	34,52308	23,25571
25 min	32,30092	34,41221	23,25945
30 min	31,08847	34,24467	23,26135
45 min	28,59089	33,46625	23,25548
60 min	27,0111	32,46884	23,22056
90 min	25,06776	30,41303	23,03887
120 min	23,88202	28,59659	22,76276



Tabela 4.15: Valores de temperatura (°C) obtidos para a camada 1 (emboço)

INSTANTE	Profundidade d (m)		
	0,02	0,01	0
antes do choque	23,27167	22,13583	21
choque	23,27247	22,13494	21
5 min	23,27073	22,13542	21
10 min	23,27005	22,13514	21
15 min	23,26861	22,13454	21
20 min	23,26593	22,13339	21
25 min	23,26165	22,13148	21
30 min	23,25546	22,12866	21
45 min	23,22056	22,11247	21
60 min	23,15236	22,08000	21
90 min	22,92286	21,96762	21
120 min	22,63446	21,82397	21

É possível notar alguns valores incoerentes nas tabelas. Eliminando-os pode-se montar uma tabela consolidando apenas os valores coerentes a fim de confeccionar o gráfico. A Tabela 4.16 apresenta esses valores consolidados:

Tabela 4.16: Valores de temperatura (°C) consolidados

INSTANTE	Profundidade d (m)								
	0,2515	0,245	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	50,00	49,48	48,26	47,12	45,99	34,63	23,27	22,14	21,00
choque	20,00	49,48	48,26	47,12	45,99	34,63	23,27	22,14	21,00
5 min	20,00	26,46	33,97	40,67	43,77	34,63	23,27	22,14	21,00
10 min	20,00	24,40	30,24	35,89	39,71	34,61	23,27	22,14	21,00
15 min	20,00	23,49	28,37	33,21	36,91	34,58	23,27	22,13	21,00
20 min	20,00	22,94	27,18	31,44	34,90	34,52	23,27	22,13	21,00
25 min	20,00	22,57	26,34	30,16	33,37	34,41	23,26	22,13	21,00
30 min	20,00	22,30	25,70	29,17	32,16	34,24	23,26	22,13	21,00
45 min	20,00	21,77	24,42	27,17	29,64	33,47	23,22	22,11	21,00
60 min	20,00	21,46	23,63	25,91	28,00	32,47	23,15	22,08	21,00
90 min	20,00	21,08	22,66	24,35	25,92	30,41	22,92	21,97	21,00
120 min	20,00	20,84	22,06	23,36	24,60	28,60	22,63	21,82	21,00

A Figura 4.16 a seguir apresenta o gráfico com os valores da Tabela 4.16.

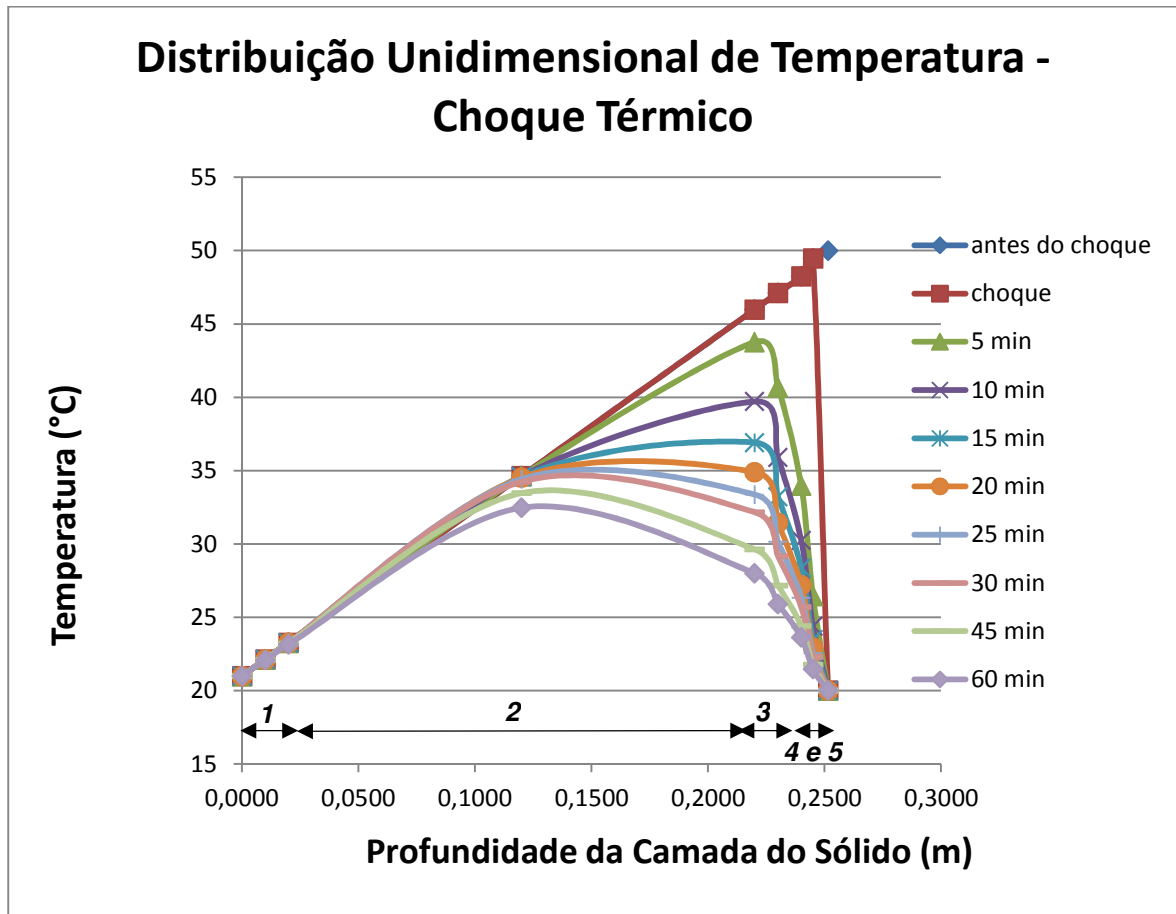


Figura 4.16 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico, em parede composta de cinco materiais

#### 4.2.7 – Considerações Parciais

Conforme foi demonstrado na subseção 4.2.5, foram obtidas cinco funções de distribuição de temperatura, uma para cada camada da parede. Entretanto, na subseção 4.2.6 onde foi simulado um caso fictício para testar a formulação alguns valores inconsistentes de temperatura foram verificados nas tabelas 4.11 a 4.15. Esses valores inconsistentes serão chamados nessa etapa de distorções.

Na Tabela 4.11, que registra os valores de temperatura na camada 5 (cerâmica), as temperaturas obtidas para o meio da camada de cerâmica ( $x = 0,2483$  m) mostraram-se

incompatíveis com a realidade simulada no problema, apresentando valores muito baixos de temperatura e até mesmo negativos.

Nas interfaces entre as camadas há a opção de calcular as temperaturas por uma das duas funções de distribuição referentes às duas camadas que formam a interface. Entretanto quando se comparam os valores de temperatura nesses locais, calculados por funções diferentes nota-se alguma incongruência, já que os valores não são os mesmos (Conferir valores de temperatura para  $x = 0,245$  m,  $x = 0,24$  m,  $x = 0,22$  m e  $x = 0,02$  m nas tabelas 4.11 a 4.15).

Com relação às distorções verificadas nos valores de temperatura das camadas, de forma geral, elas se resumem a:

- distorções nas camadas próximas à descontinuidade da função provocada pelo choque térmico;
- distorções na interface entre cada camada;
- distorções no cálculo da temperatura quanto  $t = \tau$ .

O primeiro tipo de distorção de valores, pode ser explicado em função de um fenômeno que ocorre em funções representadas através de Séries de Fourier, conhecido como fenômeno de Gibbs (Haberman, 1987).

Séries de Fourier, na verdade, são combinações lineares de funções circulares, as quais oscilam em torno dos reais valores da curva que se pretende representar. Portanto quanto mais termos forem utilizados na Série de Fourier, menores serão as amplitudes dessas oscilações e conseqüentemente mais próxima do valor real a série estará. Entretanto quando a curva real apresenta uma descontinuidade, ou uma derivada de valor muito alto em um determinado trecho, tais oscilações podem apresentar valores que constituem distorções, retornando valores inconsistentes. Essa situação caracteriza o fenômeno de Gibbs.

No caso fictício mostrado na subseção 4.2.6, a descontinuidade acontece no ponto  $x = 0,245$  m, onde há o choque térmico que muda instantaneamente o valor da temperatura de  $50^{\circ}\text{C}$  para  $20^{\circ}\text{C}$ . Dessa forma, o fenômeno de Gibbs causado por essa descontinuidade (a

qual de certa forma permanece nos minutos seguintes analisados, na forma de uma integral negativa de grande valor) é o responsável pelas distorções nos valores de temperatura verificados nas camadas 5 e 4. A Figura 4.17 ilustra um esquema desse fenômeno.

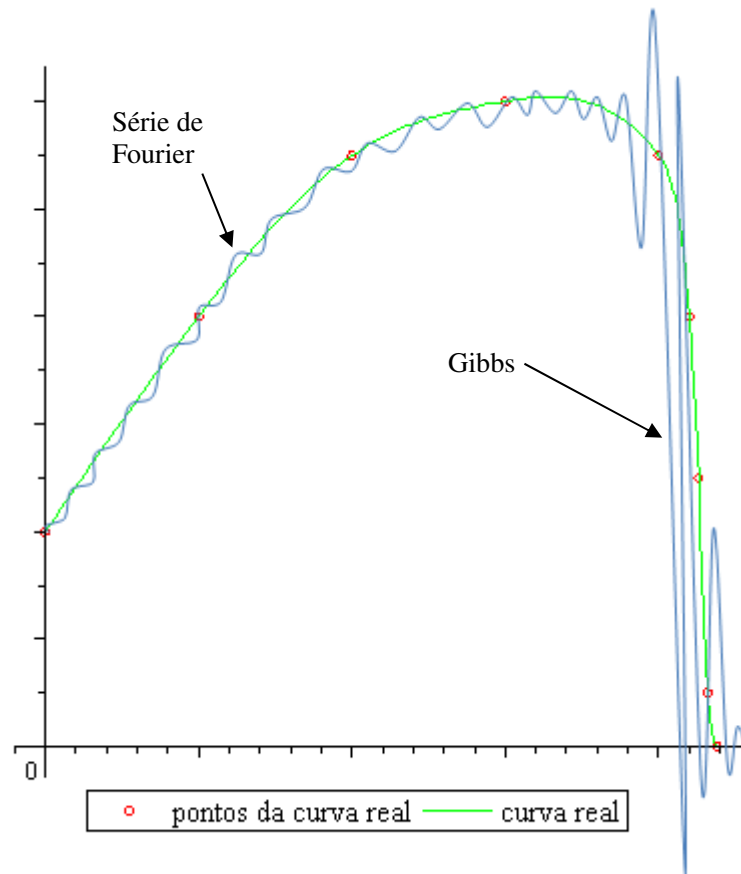


Figura 4.17 – Curva real sendo representada por uma Série de Fourier, apresentando fenômeno de Gibbs no trecho com derivada negativa muito alta

O fenômeno de Gibbs nas camadas 5 e 4 é agravado pelo fato de serem camadas com espessuras muito pequenas comparadas com as outras, espessuras finas nas quais foram confinadas as funções circulares oscilatórias da Série de Fourier.

Sobre a camada 4, vale observar que os valores de temperatura calculados por essa função decaíram mais rapidamente em direção ao estado estacionário do que os das outras camadas. Tal fato se deve ao fenômeno de Gibbs e às oscilações da Série de Fourier em virtude da pequena espessura da camada (5 mm , configurando a camada mais fina dentre todas).

Outra distorção verificada foi a da discrepância de valores nas interfaces entre as camadas. Ali também há descontinuidade, de forma que o fenômeno de Gibbs é um dos responsáveis por essa distorção. O outro responsável pela incongruência entre valores calculados por funções diferentes nas regiões de interface é a própria natureza aproximada do cálculo numérico efetuado pelas Séries de Fourier.

Além disso, também há a distorção no cálculo de temperatura quando  $t = \tau$ , no instante do choque. Nesse caso, também se pode atribuir ao fenômeno de Gibbs. Entretanto esse erro não atrapalha a solução, já que nesse instante ( $t = \tau$ ), a temperatura pode ser obtida pela equação do regime estacionário anterior ao choque térmico.

Sobre a metodologia de obtenção da expressão mostrada nesse capítulo vale a pena ressaltar que foi um processo que envolveu muito algebrismo, com equações extensas, gerando expressões matemáticas muito grandes e que possuem diversos parâmetros e variáveis. Esse fato torna sofrível a resolução de um problema desse tipo sem o apoio de pacotes computacionais matemáticos como o utilizado nesse trabalho (MAPLE). Dessa forma, é desejável a simplificação do problema a fim de se empregar uma solução mais prática ao profissional que analisará a estrutura se baseando no método explicado nessa pesquisa. Isso será feito na subseção 4.2.8 a seguir.

#### **4.2.8 – Expressão da Distribuição Unidimensional de Temperatura em Parede Equivalente**

Embora a modelagem analítica, com autovalores calculados numericamente, tenha sido obtida com sucesso até aqui, a formulação apresentada para cada um das camadas ficou muito extensa, produzindo grande número de variáveis e algebrismos, fazendo-se necessária uma metodologia analítica alternativa, para que seja efetivamente utilizada na prática.

Tendo em vista que a formulação analítica para uma parede simples, mostrada na seção 4.1, mostrou-se bem mais simplificada, a ideia deste capítulo é substituir os cinco materiais da parede por apenas um, que represente de forma equivalente os cinco materiais.

Para isso, antes é necessário introduzir o conceito de resistência térmica, apresentado por Lienhard IV e Lienhard V (2008). Considerando primeiramente que a taxa de calor por condução no interior de um sólido, isotrópico, que no caso em estudo é uma parede, é dada pela lei de Fourier, tem-se:

$$q = -KA_T \frac{dU}{dx} \quad (4.199)$$

Onde  $A_T$  é a área transversal à passagem de calor, considerando fluxo unidimensional. A equação (4.199) tem que valer mesmo nas áreas de interface entre as diferentes camadas (considerando ainda sólido compósito). Vale lembrar novamente que serão desprezadas as perdas de calor em virtude do contato entre as camadas.

A definição de resistência térmica surge a partir da analogia com circuitos elétricos. Assim como uma resistência elétrica se opõe à passagem de corrente, a resistência térmica vai se opor à passagem de calor, logo:

$$R = \frac{dU}{dq} \quad (4.200)$$

Por conveniência, leva-se em consideração apenas o estado estacionário do problema, o qual é representado por uma função linear. Somados ao fato de a parede ser plana e a área transversal ser constante, pode-se reescrever:

$$R = \frac{d}{KA_T} \quad (4.201)$$

onde  $d$  é a espessura do sólido ou da camada de sólido considerada. Para o caso de convecção, utilizando o mesmo raciocínio, tem-se que:

$$R = \frac{1}{hA_T} \quad (4.202)$$

onde  $h$  é o coeficiente de convecção térmica. Como o sólido em estudo é composto de 5 camadas, observa-se que existem 5 resistências térmicas em série. Portanto a resistência térmica equivalente será a soma das resistências de cada uma das 5 camadas:

$$R_{eq} = \frac{d}{K_{eq}A_T} = \frac{l_1}{K_1A_T} + \frac{l_2}{K_2A_T} + \frac{l_3}{K_3A_T} + \frac{l_4}{K_4A_T} + \frac{l_5}{K_5A_T} \quad (4.203)$$

Portanto, tem-se que o coeficiente de condutividade térmica equivalente é dado por:

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2} + \frac{l_3}{K_3} + \frac{l_4}{K_4} + \frac{l_5}{K_5}} \quad (4.204)$$

De forma similar, a densidade equivalente é dada por:

$$\rho_{eq} = \frac{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2 + \rho_3 l_3 + \rho_4 l_4 + \rho_5 l_5}{d} \quad (4.205)$$

Com relação à capacidade térmica específica, os materiais de que trata essa pesquisa possuem valores muito próximos, não necessitando, portanto, de uma formulação específica. Dessa forma é possível transformar o sólido compósito, formado com cinco camadas, em um sólido simples, feito de apenas uma camada. Portanto, é possível utilizar a formulação de distribuição de temperatura obtida na seção 4.1:

$$U(x, t) = U_B + \frac{U_F - U_B}{d}x + (U_F - U_T) \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n\pi} \left( \sin \frac{n\pi}{d}x \right) e^{-\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2 \alpha_{eq}t} \right) \quad (4.206)$$

$$t \geq 0$$

onde  $\alpha_{eq}$  é a difusividade térmica equivalente dada por:

$$\alpha_{eq} = \frac{K_{eq}}{\rho_{eq} s_{eq}} \quad (4.207)$$

#### 4.2.9 – Caso Fictício – Teste da Expressão da Distribuição Unidimensional de Temperatura em Parede Equivalente

O teste da formulação equivalente, mostrada na equação (4.206) será executado com os mesmos materiais e condições de contorno do teste feito na subseção 4.2.7, a fim de viabilizar a comparação entre as duas formulações.

Dessa forma, calculando-se os parâmetros equivalentes, tem-se que:

$$K_{eq} = 1,379057891 \text{ J/seg.m.}^\circ\text{C}$$

$$\rho_{eq} = 1889,125249 \text{ Kg/m}^3$$

$$s_{eq} = 1000 \text{ J/Kg }^\circ\text{C}$$

Portanto:

$$\alpha_{eq} = 7,299981257 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{seg}$$

Com esses dados obtêm-se os valores de temperatura mostrados na Tabela 4.17:



Tabela 4.17: Valores de temperatura (°C) obtidos com a equação (4.206)

INSTANTE	Profundidade d (m)										
	0,2515	0,2483	0,245	0,2425	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	50	49,74	49,48	48,87	48,26	47,12	45,99	34,63	23,27	22,14	21
choque	20	53,15	49,68	48,60	48,98	47,70	46,49	34,86	23,31	22,15	21
5 min	20	23,28	26,57	28,95	31,19	38,39	42,40	34,84	23,31	22,15	21
10 min	20	22,21	24,47	26,13	27,75	33,49	37,75	34,84	23,31	22,15	21
15 min	20	21,74	23,52	24,84	26,14	30,93	34,82	34,83	23,31	22,15	21
20 min	20	21,46	22,95	24,07	25,17	29,30	32,82	34,79	23,31	22,15	21
25 min	20	21,27	22,56	23,54	24,50	28,14	31,34	34,69	23,31	22,15	21
30 min	20	21,12	22,28	23,14	24,00	27,27	30,20	34,53	23,31	22,15	21
45 min	20	20,85	21,72	22,38	23,03	25,56	27,89	33,75	23,30	22,15	21
60 min	20	20,69	21,39	21,93	22,46	24,52	26,45	32,75	23,27	22,14	21
90 min	20	20,49	21,00	21,38	21,77	23,26	24,68	30,68	23,10	22,05	21
120 min	20	20,38	20,77	21,06	21,35	22,50	23,61	28,86	22,83	21,92	21

A Figura 4.18 a seguir apresenta o gráfico com os valores da Tabela 4.17.

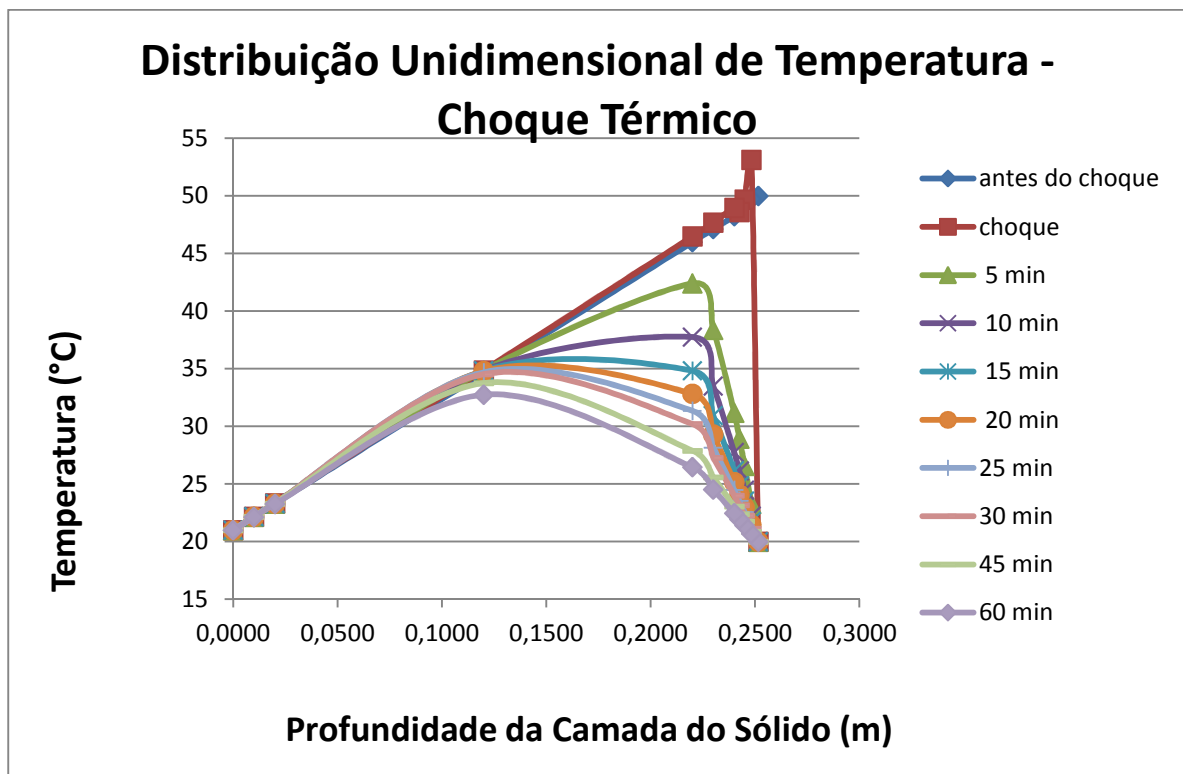


Figura 4.18 – Distribuição de temperatura após o choque térmico, em parede equivalente

#### 4.2.10 – Caso Fictício – Simulação Numérica com Elementos Finitos

Utilizando o aplicativo computacional de elementos finitos ANSYS, foi feita uma análise térmica, em elementos finitos, utilizando os mesmos materiais e condições de contorno do teste feito na subseção 4.2.7.

Para a simulação numérica no aplicativo computacional ANSYS, foi escolhido o elemento finito linear LINK32 o qual possui 2 nós com apenas um grau de liberdade: temperatura em cada nó. Um elemento linear foi escolhido pois trata-se de distribuição unidimensional de temperatura, como foi demonstrado nos capítulos anteriores. A seguir, a Figura 4.19 apresenta o elemento escolhido:

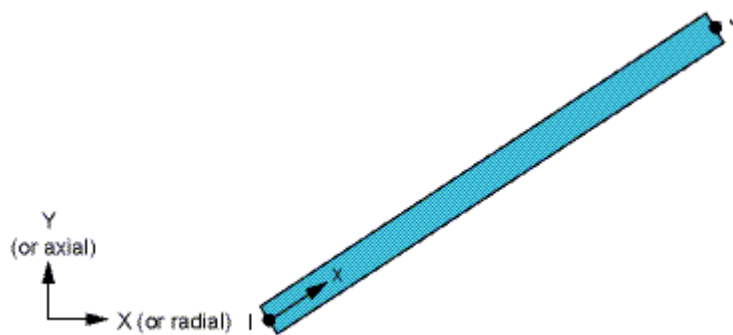


Figura 4.19 – Elemento finito LINK32

O modelo foi dividido em elementos finitos cuja dimensão é de 0,0001 m (0,1 mm). Portanto, o modelo que representou o sólido caracterizou-se por uma barra, composta de cinco materiais conectados extremidade a extremidade, possuindo total de 2515 elementos e 2516 nós.

A partir dessa malha, procedeu-se aos passos necessários para primeiramente se obter a resposta estacionária do sistema antes do evento que provoca o choque térmico. Dessa forma, a temperatura  $U_T = 50 \text{ }^\circ\text{C}$  foi aplicada no nó localizado na coordenada  $x = 0,2515 \text{ m}$ , e a temperatura  $U_B = 21 \text{ }^\circ\text{C}$  no nó de coordenada  $x = 0$ . O restante dos comandos dados ao ANSYS é equivalente àqueles explicados na subseção 4.1.5.

Os resultados obtidos via elementos finitos, mostram que a distribuição de temperaturas na placa, no regime estacionário foi compatível com a resolução analítica da equação do

sólido equivalente, sendo que as temperaturas nas superfícies voltadas para o interior e exterior da placa foram exatamente as mesmas.

Na sequência, ligou-se a integração no tempo através do comando "TIMINT, ON", escolhendo-se um intervalo de tempo de 1 h (3600 seg.) para análise da distribuição de temperatura no sólido pós choque térmico. Introduz-se a temperatura  $U_C = 20\text{ °C}$  em substituição à temperatura  $U_T = 50\text{ °C}$ , de forma análoga à subsecção 4.1.5.

As temperaturas obtidas encontram-se na Tabela 4.18 abaixo:

Tabela 4.18: Valores de temperatura (°C) obtidos via elementos finitos

INSTANTE	Profundidade d (m)										
	0,2515	0,2483	0,245	0,2425	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	50,00	49,75	49,48	48,87	48,26	47,12	45,99	34,63	23,27	22,12	21,00
choque	20,00	49,75	49,48	48,87	48,26	47,12	45,99	34,63	23,27	22,12	21,00
5 min	20,00	23,94	26,93	32,21	36,59	41,50	43,18	34,63	23,27	22,12	21,00
10 min	20,00	21,86	23,70	27,73	31,53	36,95	39,89	34,61	23,27	22,12	21,00
15 min	20,00	21,37	22,77	25,95	29,04	33,91	37,13	34,56	23,27	22,12	21,00
20 min	20,00	21,13	22,28	24,94	27,54	31,82	34,97	34,48	23,27	22,12	21,00
25 min	20,00	21,66	23,15	26,21	29,03	33,11	35,63	34,07	23,25	22,11	21,00
30 min	20,00	21,02	22,05	24,40	26,69	30,43	33,18	34,00	23,26	22,12	21,00
45 min	20,00	20,71	21,45	23,14	24,81	27,68	30,06	33,31	23,22	22,10	21,00
60 min	20,00	20,53	21,08	22,35	23,60	25,83	27,80	32,50	23,18	22,08	21,00

A Figura 4.20 a seguir apresenta o gráfico com os valores da Tabela 4.18.

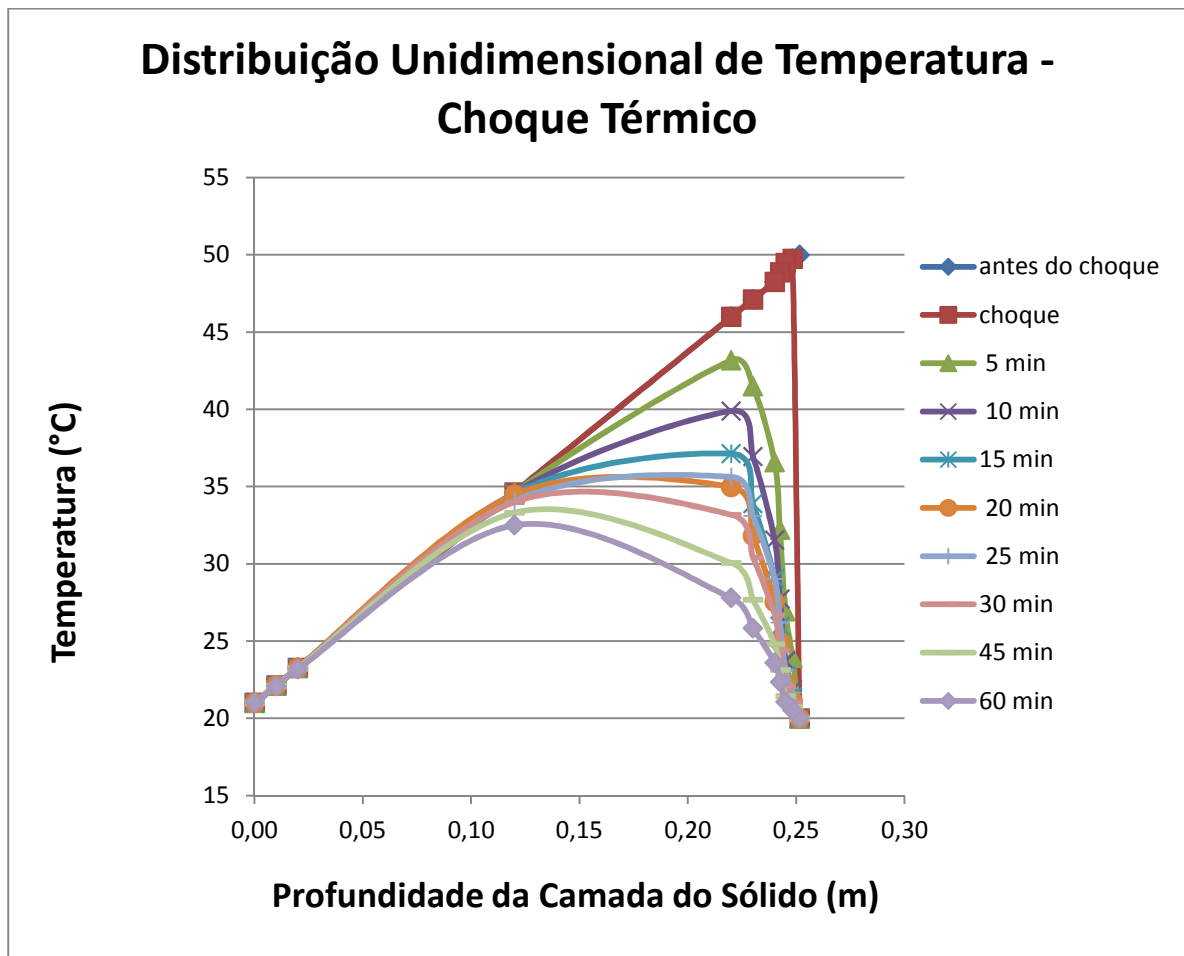


Figura 4.20 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico em parede composta de cinco materiais, via MEF

#### 4.2.11 – Considerações Finais da Seção 4.2

Os resultados dos valores de temperatura para a formulação de parede composta foram muito próximos daqueles obtidos via MEF com o aplicativo ANSYS. A congruência das curvas feitas com temperaturas obtidas pela formulação e pelo aplicativo ANSYS pode ser verificada pela Figura 4.21 e pela Tabela 4.19 a seguir. Essa congruência permite concluir pelo bom funcionamento da modelagem por parede composta, indicando que os dois métodos são equivalentes em termos de resultados.

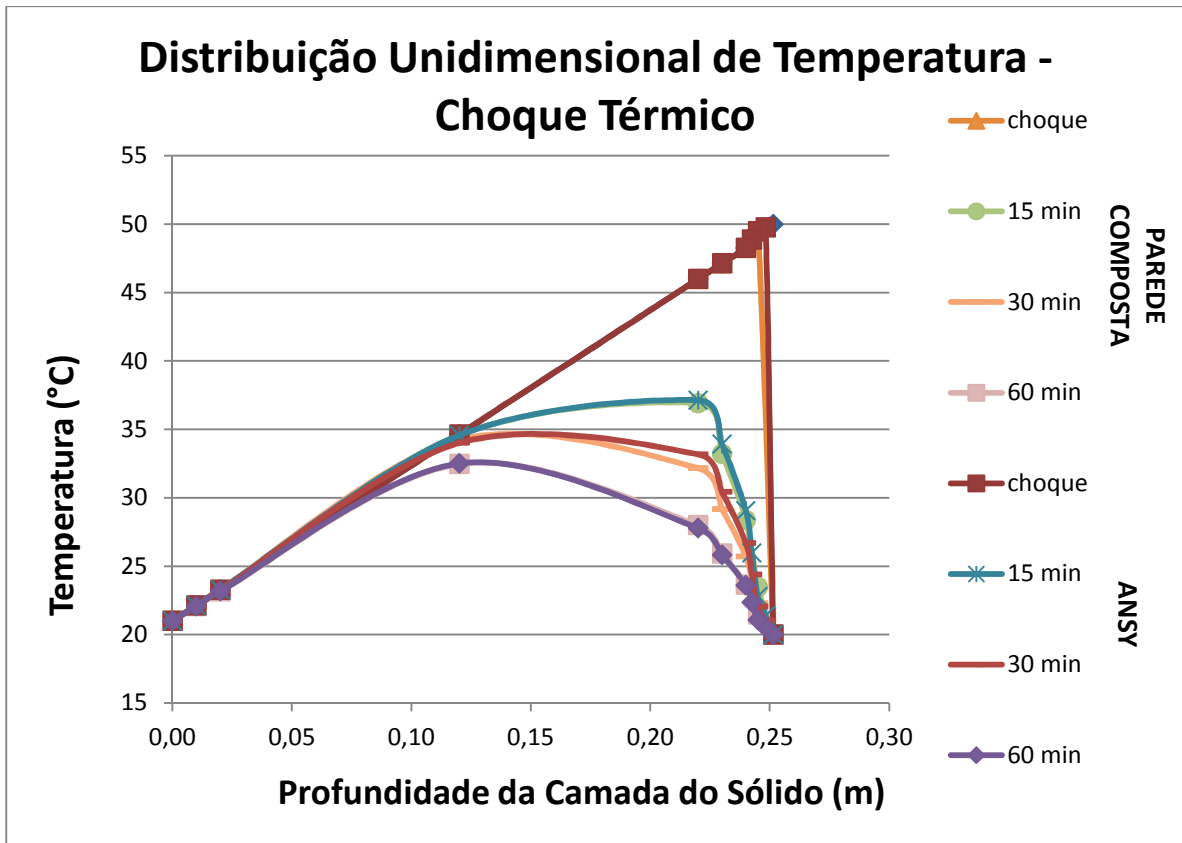


Figura 4.21 – Gráficos superpostos da distribuição de temperatura obtida pela formulação de parede composta e via MEF

Tabela 4.19: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via MEF e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão matemática de parede composta

INSTANTE	Profundidade d (m)								
	0,2515	0,245	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,02	0,00
choque	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,02	0,00
5 min	0,00	0,47	2,62	0,83	-0,59	0,00	0,00	-0,02	0,00
10 min	0,00	-0,70	1,29	1,06	0,18	0,00	0,00	-0,02	0,00
15 min	0,00	-0,72	0,67	0,70	0,22	-0,02	0,00	-0,01	0,00
20 min	0,00	-0,66	0,36	0,38	0,07	-0,04	0,00	-0,01	0,00
25 min	0,00	0,58	2,69	2,95	2,26	-0,34	-0,01	-0,02	0,00
30 min	0,00	-0,25	0,99	1,26	1,02	-0,24	0,00	-0,01	0,00
45 min	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,02	0,00
60 min	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,02	0,00

A formulação de parede equivalente obteve sucesso ao não possuir as discrepâncias que havia no cálculo da temperatura, na interface entre as diferentes camadas, quando utilizada a formulação de sólido composto de cinco materiais sobrepostos. Isso ocorre por haver apenas uma função que descreveu o comportamento de todo o sólido equivalente. As figuras 4.22 e 4.23 e as tabelas 4.20 e 4.21 mostram os gráficos superpostos comparando respectivamente os resultados da formulação de parede equivalente com a de parede composta e a de parede equivalente com a via MEF.

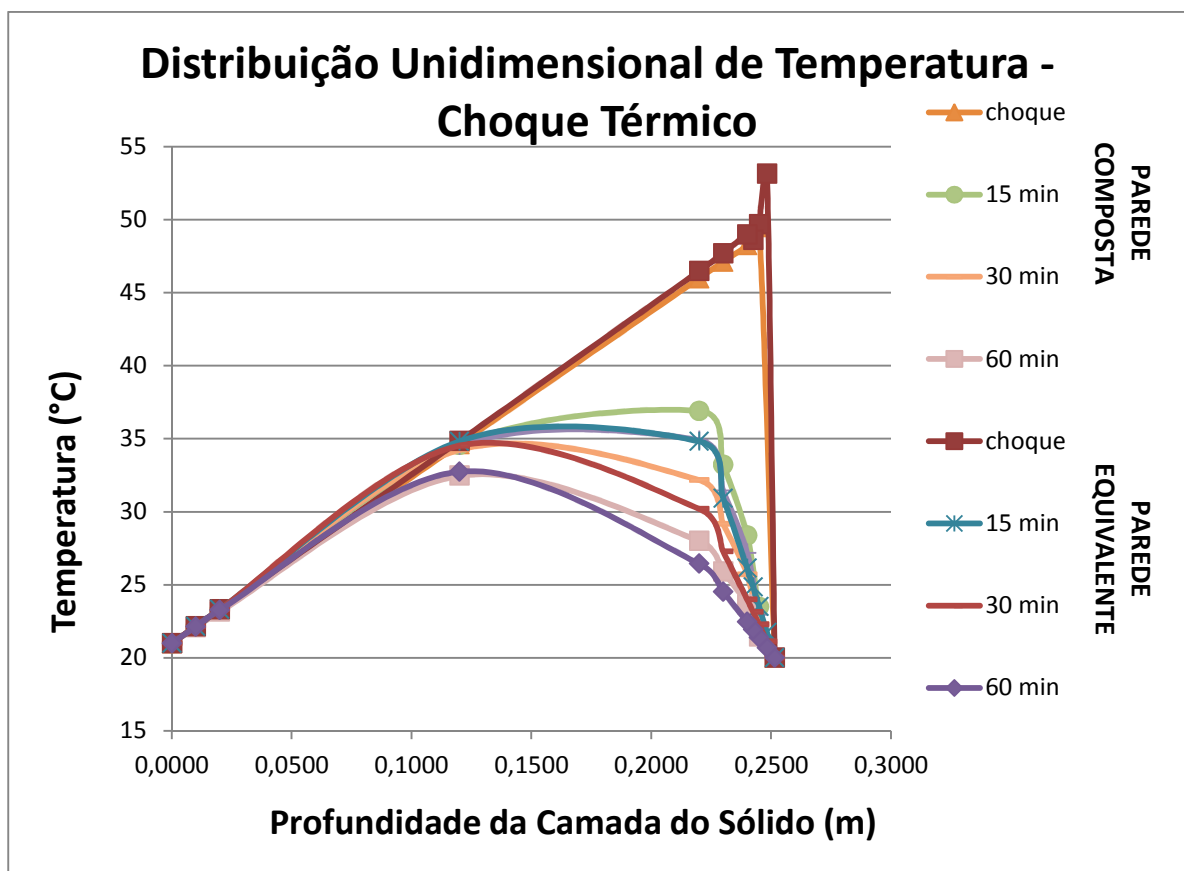


Figura 4.22 – Gráficos superpostos da distribuição de temperatura obtida pela formulação de parede composta e formulação de parede equivalente

Tabela 4.20: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via expressão de parede equivalente e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão de parede composta

	Profundidade d (m)								
INSTANTE	0,2515	0,245	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
choque	0,00	0,20	0,72	0,58	0,50	0,23	0,04	0,01	0,00
5 min	0,00	0,11	-2,78	-2,28	-1,37	0,21	0,04	0,01	0,00
10 min	0,00	0,07	-2,49	-2,40	-1,96	0,23	0,04	0,01	0,00
15 min	0,00	0,03	-2,23	-2,28	-2,09	0,25	0,04	0,02	0,00
20 min	0,00	0,01	-2,01	-2,14	-2,08	0,27	0,04	0,02	0,00
25 min	0,00	-0,01	-1,84	-2,02	-2,03	0,28	0,05	0,02	0,00
30 min	0,00	-0,02	-1,70	-1,90	-1,96	0,29	0,05	0,02	0,00
45 min	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
60 min	0,00	0,20	0,72	0,58	0,50	0,23	0,04	0,01	0,00

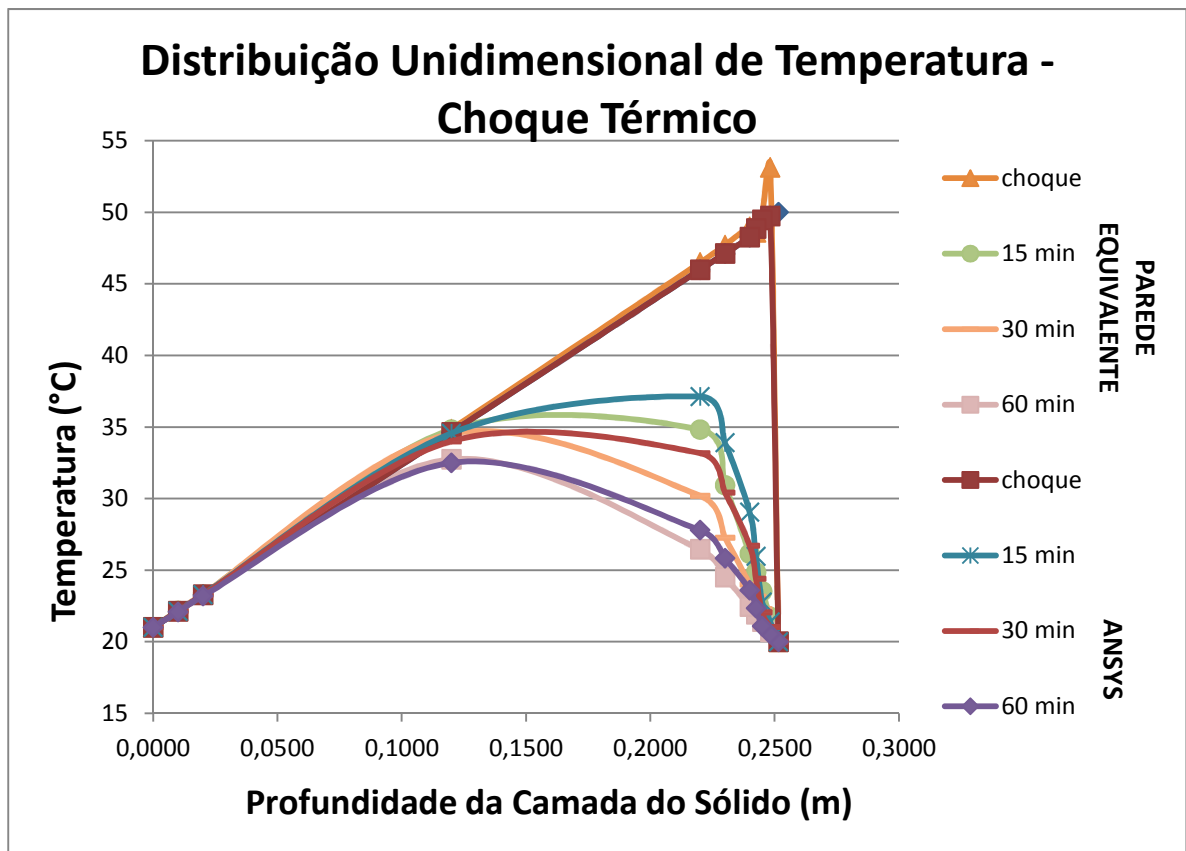


Figura 4.23 – Gráficos superpostos da distribuição de temperatura obtida pela formulação de parede equivalente e via MEF

Tabela 4.21: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via MEF e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão matemática de parede equivalente

INSTANTE	Profundidade d (m)								
	0,2515	0,245	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,02	0,00
choque	0,00	-0,20	-0,72	-0,58	-0,50	-0,23	-0,04	-0,03	0,00
5 min	0,00	0,36	5,40	3,11	0,78	-0,21	-0,04	-0,03	0,00
10 min	0,00	-0,77	3,78	3,46	2,14	-0,23	-0,04	-0,03	0,00
15 min	0,00	-0,75	2,90	2,98	2,31	-0,27	-0,04	-0,03	0,00
20 min	0,00	-0,67	2,37	2,52	2,15	-0,31	-0,04	-0,03	0,00
25 min	0,00	0,59	4,53	4,97	4,29	-0,62	-0,06	-0,04	0,00
30 min	0,00	-0,23	2,69	3,16	2,98	-0,53	-0,05	-0,03	0,00
45 min	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,02	0,00
60 min	0,00	-0,20	-0,72	-0,58	-0,50	-0,23	-0,04	-0,03	0,00

Os resultados dos valores de temperatura para a formulação de parede equivalente se mostraram basicamente os mesmos das abordagens de parede composta e da abordagem numérica via MEF. Entretanto, nos instantes de tempo até 30 min, onde a velocidade de resfriamento é maior, foram observadas diferenças de valores da ordem de até cerca de 3 °C, comparando-se curva a curva nos mesmos instantes de tempo e na mesma posição dentro do sólido. Após 30 min, quando as temperaturas se aproximaram mais do novo estado estacionário, as diferenças entre os dois métodos mostraram-se bastante pequenas, o que permite concluir pelo bom funcionamento da modelagem por parede equivalente.

Conforme se observa no gráfico da Figura 4.18, há uma distorção início do resfriamento, na face exterior do sólido, próximo ao local onde foi dado o choque térmico, cujo responsável é o fenômeno de Gibbs. Consiste em um valor de temperatura superior a 50°C, teoricamente representando um aquecimento da camada, o que não corresponde à realidade sendo apenas um defeito matemático da formulação.



Baseado nos resultados da seção 4.2, para a próxima modelagem será utilizada a abordagem de parede equivalente, a fim de simplificar os cálculos, pois mostrou-se satisfatória em termos de resultados.

Na próxima seção serão introduzidos os efeitos da troca de calor por convecção, além de ser considerado o fornecimento de energia térmica pelo sol, para a parede equivalente. Dessa forma, a função de Heaviside utilizada para representar o choque térmico será associada ao ar que está em contato com a parede, e não mais diretamente à parede. O objetivo é tornar o problema mais próximo da realidade.

O desenvolvimento da formulação da seção 4.3 representará a formulação de análise térmica definitiva na presente pesquisa, e será utilizada na análise mecânica.

#### **4.3 – DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM PAREDE EQUIVALENTE COM CHOQUE TÉRMICO CONVECTIVO – FORMULAÇÃO DEFINITIVA**

Nas seções anteriores, foi estudada a distribuição de temperatura em um sólido sujeito a um choque térmico dado diretamente em uma de suas faces, de forma que foi considerada a troca de calor apenas por condução.

Também foi demonstrado nas seções anteriores que é possível utilizar, de forma satisfatória e com bons resultados, o conceito de resistência equivalente para se conceber uma parede equivalente que represente uma parede convencional formada por cinco materiais dispostos em camadas.

Na presente seção serão introduzidos os efeitos de troca de calor por convecção, já que será considerada a temperatura do ar em contato com uma das faces do sólido. A temperatura do ar é que será modelada com a função de Heaviside, pois é onde ocorrerá o choque térmico efetivamente. Também será considerado o fornecimento de energia térmica pelo sol, de maneira que a estrela será modelada como uma fonte de calor. A fachada absorverá mais ou menos dessa energia fornecida de acordo com o coeficiente de absorção do material de que é feita.

Portanto, o presente capítulo introduzirá parâmetros físicos novos, que não foram considerados no desenvolvimento das formulações dos capítulos anteriores.

Um desses parâmetros novos é representado por  $h$ , e caracteriza o coeficiente de transferência térmica do ar (ou coeficiente de convecção, conforme Haberman (1987)) para uma determinada superfície, no caso, as faces da parede, voltadas para o interior e exterior da edificação. Possui a unidade de  $W/m^2 \cdot ^\circ C$ .

Outro parâmetro novo é aquele que exprime o fornecimento de energia térmica pelo sol à superfície externa da parede: conforme Rivero (1985) é chamado  $I_g$ , irradiação solar global incidente sobre a superfície, cuja unidade é  $W/m^2$ . O trabalho de Frota e Schiffer (2003) apresenta uma tabela com os vários valores de  $I_g$  durante o dia, correspondentes à latitude  $\theta = 17^\circ S$ , sentido oeste, que mais se aproximam da cidade de Brasília:

Tabela 4.22: Valores de  $I_g$  ao longo do dia

Hora	$I_g$ ( $W/m^2$ )	Hora	$I_g$ ( $W/m^2$ )
0:00	0	12:00	68
1:00	0	13:00	224
2:00	0	14:00	536
3:00	0	15:00	680
4:00	0	16:00	692
5:00	0	17:00	457
6:00	0	18:00	23
7:00	30	19:00	0
8:00	45	20:00	0
9:00	53	21:00	0
10:00	60	22:00	0
11:00	65	23:00	0

Como se pode observar, no período noturno, quando o sol está posto, o valor de  $I_g$  é nulo. O valor máximo é registrado às 16h00min. Sendo assim, embora o nome do parâmetro  $I_g$  seja irradiação solar global incidente conforme Rivero (1985),  $I_g$  deve ser entendido como um parâmetro que exprime o sol como uma fonte de calor, atuando durante o período diuturno, mais ou menos intensamente, e não atuante durante o período noturno, em contraposição aos fenômenos de emissão de radiação os quais continuam se verificando entre os corpos mesmo quando não há presença do sol.

Ainda sobre parâmetros novos, ressalta-se aquele que diz respeito à relação entre a energia térmica fornecida pelo sol e a capacidade de absorção da superfície irradiada pela energia solar. Superfícies de cores escuras absorvem mais dessa energia do que as superfícies claras, atingindo assim maiores temperaturas. Esse parâmetro é chamado de coeficiente de absorção de energia solar, o qual Saraiva (1998) e Uchôa (2007) denominam por  $\alpha$ . Entretanto, como no presente trabalho esse caractere já foi selecionado para denominar a difusividade térmica, será utilizada a letra grega  $\gamma$ .

Dessa forma o choque térmico modelado analiticamente nesta seção consistirá em: uma parede equivalente, cuja face interior encontra-se com temperatura do ar controlada (simulando a utilização de um aparelho de ar condicionado), e cuja face exterior encontra-se sob o sol, no momento de maior incidência do dia, quando um evento climático (uma pancada de chuva), resfria instantaneamente o ar exterior e bloqueia o fornecimento de energia solar com nuvens cinzentas, “transformando” o dia em noite.

O ponto de partida será a resolução da EDP de difusão de calor em uma parede equivalente, dada por:

$$\alpha_{eq} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial U}{\partial t} \quad (4.208)$$

A difusividade térmica equivalente  $\alpha_{eq}$  encontra-se definida na equação (4.207).

#### **4.3.1 – Definição Matemática do Problema e Determinação do Regime Estacionário**

O fenômeno que envolve as trocas de energia térmica está ilustrado na Figura 4.24 a seguir, com destaque para a energia térmica fornecida pelo sol, parte dela refletida pela superfície cerâmica da fachada.

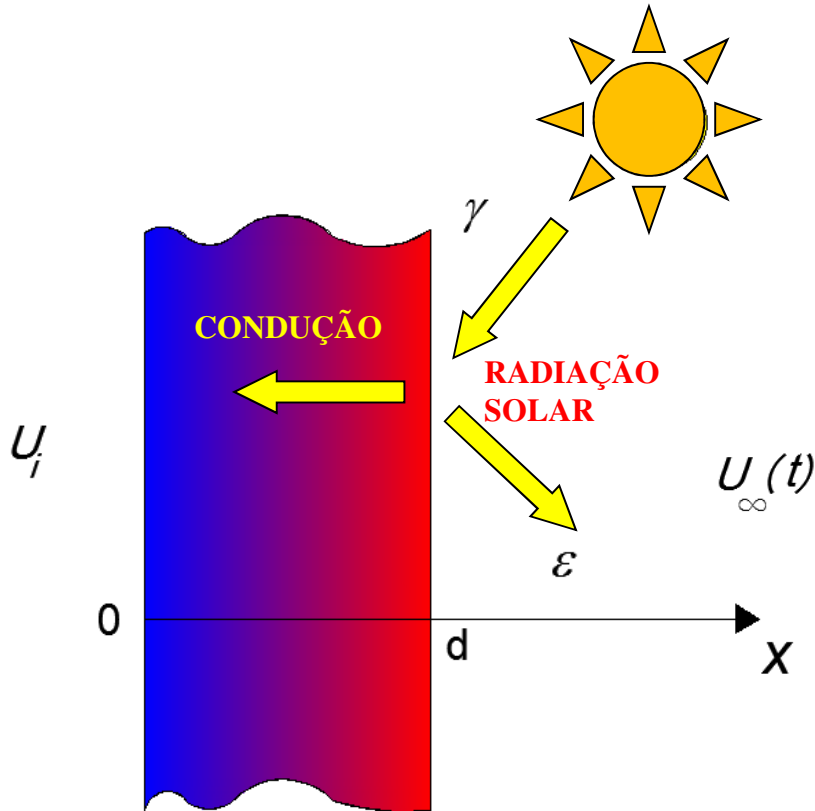


Figura 4.24 – Ilustração das trocas de calor no modelo considerado

Na figura anterior  $\varepsilon$  é a emissividade da superfície,  $U_i$  é a temperatura do ar interno à edificação (constante, já que é uma temperatura controlada) e  $U_\infty(t)$  é a temperatura do ar na parte externa da edificação. Sendo assim, as condições de contorno que regem a troca de calor na superfície externa da fachada ( $x = d$ ) e na superfície da parede voltada para o interior ( $x = 0$ ) são dadas por:

$$-K_{eq} \frac{\partial U(d, t)}{\partial x} = h_e (U(d, t) - U_\infty(t)) + \varepsilon \sigma ((U(d, t))^4 - U_s^4) - \gamma I_g(t) \quad (4.209)$$

$$-K_{eq} \frac{\partial U(0, t)}{\partial x} = h_i (U_i - U(0, t)) \quad (4.210)$$

onde  $\sigma$ , nesse caso, é a constante de Stephen Boltzmann e  $U_S$  é a temperatura do espaço profundo (sideral) para onde a fachada está refletindo o calor por radiação. Os parâmetros  $h_e$  e  $h_i$  referem-se respectivamente aos coeficientes de transferência térmica do ar às superfícies da parede, externamente e internamente à edificação.

A função  $U_\infty(t)$  descreve o comportamento da temperatura do ar no tempo. Essa camada de ar sofrerá choque térmico em dado instante de tempo  $\tau$ . Portanto pode-se escrever essa função como:

$$U_\infty(t) = U_a + (U_c - U_a)H(t - \tau) \quad (4.211)$$

na qual  $U_a$  é a temperatura da camada de ar antes do choque térmico e  $U_c$  é a temperatura da camada de ar após o choque térmico no instante  $t = \tau$ .

A função  $I_g(t)$  descreve o comportamento do fornecimento de energia térmica pelo sol ao decorrer tempo. Conforme explicado anteriormente, quando ocorrer o evento de choque térmico no instante de tempo  $\tau$ , uma nuvem bloqueará o sol, fazendo com que as condições de fornecimento de calor sejam típicas de período noturno (valor nulo), conforme Tabela 4.22. Portanto pode-se escrever essa função como:

$$I_g(t) = \gamma I_g (1 - H(t - \tau)) \quad (4.212)$$

na qual  $I_g$  é a quantidade de energia sendo fornecida imediatamente antes de ocorrer o choque térmico no instante  $t = \tau$ .

Além disso  $\tau$ , como nas outras seções, é o instante no qual acontece o choque térmico. Vale lembrar também que  $H(t - \tau)$  é a função matemática de Heaviside (função passo), definida por:

$$H(t - \tau) = \begin{cases} 0, & t < \tau \\ 1, & t \geq \tau \end{cases} \quad (4.213)$$

Entretanto, conforme explica Rivero (1985), as camadas superiores da atmosfera, por apresentarem sempre baixa temperatura, fazem com que as superfícies situadas em um plano horizontal percam energia por radiação permanentemente, independente do momento do dia, seja em instante de maior ou menor incidência solar. Por outro lado, considerando superfícies situadas no plano vertical, como as fachadas estudadas, essa perda é compensada pela radiação recebida do solo e de outras superfícies próximas, como as fachadas de outras edificações, por exemplo. Dessa forma, utilizando essas simplificações reescrevem-se as condições de contorno de forma mais simplificada:

$$-K_{eq} \frac{\partial U(d, t)}{\partial x} = h_e (U(d, t) - U_\infty(t)) - \gamma I_g(t) \quad (4.214)$$

$$-K_{eq} \frac{\partial U(0, t)}{\partial x} = h_i (U_i - U(0, t)) \quad (4.215)$$

Trata-se de um problema com condições de contorno do tipo de Robin, caracterizadas por serem combinações lineares entre condições de Dirichlet e de Neumann. Também são condições de contorno variáveis no tempo, o que fará com que o regime estacionário também seja variável no tempo.

Sendo assim, o método de resolução deverá seguir um rito diferente em relação aos capítulos anteriores. O método, descrito em Farlow (1982) será empregado, tendo como primeiro passo o rearranjo das condições de contorno elencadas acima:

$$\frac{\partial U(d, t)}{\partial x} + \frac{h_e}{K_{eq}} U(d, t) = \frac{h_e}{K_{eq}} U_\infty(t) + \frac{\gamma I_g(t)}{K_{eq}} = g_2(t) \quad (4.216)$$

$$\frac{\partial U(0, t)}{\partial x} - \frac{h_i}{K_{eq}} U(0, t) = -\frac{h_i}{K_{eq}} U_i = g_1(t) \quad (4.217)$$

Conforme método descrito em Farlow (1982) é necessário transformar as condições de contorno acima mostradas em condições de contorno homogêneas. Isso é feito transformando também a função de distribuição de temperatura original  $U(x, t)$  em uma soma de duas outras funções: a função  $\bar{U}(x, t)$  do regime transiente; e a função  $S(x, t)$  do regime estacionário. A relação será dada pela seguinte fórmula:

$$U(x, t) = S(x, t) + \bar{U}(x, t) = A(t) \left(1 - \frac{x}{d}\right) + B(t) \left(\frac{x}{d}\right) + \bar{U}(x, t) \quad (4.218)$$

onde:

$$S(x, t) = A(t) \left(1 - \frac{x}{d}\right) + B(t) \left(\frac{x}{d}\right) \quad (4.219)$$

É possível notar claramente que a função  $S(x, t)$  é função de uma reta a qual representará o regime estacionário do problema, variável no tempo conforme previsto, em virtude de as condições de contorno também o serem. Nessa fase, é possível ver analogia com o método apresentado na seção 4.1, onde foram separadas as resoluções dos dois regimes obtendo-se a resposta final da distribuição de temperatura como a superposição (soma) do regime estacionário com o transiente.

A superposição das funções  $S(x, t)$  e  $\bar{U}(x, t)$  deve necessariamente obedecer às condições de contorno do problema original, portanto:

$$\begin{cases} \frac{\partial S(d,t)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}(d,t)}{\partial x} + \frac{h_e}{K_{eq}} S(d,t) + \frac{h_e}{K_{eq}} \bar{U}(d,t) = g_2(t) \\ \frac{\partial S(0,t)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}(0,t)}{\partial x} - \frac{h_i}{K_{eq}} S(0,t) - \frac{h_i}{K_{eq}} \bar{U}(0,t) = g_1(t) \end{cases} \quad (4.220)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial S(d,t)}{\partial x} + \frac{h_e}{K_{eq}} S(d,t) = g_2(t) \\ \frac{\partial S(0,t)}{\partial x} - \frac{h_i}{K_{eq}} S(0,t) = g_1(t) \end{cases} \quad (4.221)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{U}(d,t)}{\partial x} + \frac{h_e}{K_{eq}} \bar{U}(d,t) = 0 \\ \frac{\partial \bar{U}(0,t)}{\partial x} - \frac{h_i}{K_{eq}} \bar{U}(0,t) = 0 \end{cases} \quad (4.222)$$

Resolvendo o sistema em (4.221) utilizando a equação (4.219), tem-se que as funções  $A(t), B(t)$  são dadas por:

$$A(t) = \frac{K_{eq}[K_{eq}(g_2(t) - g_1(t)) - h_e d g_1(t)]}{K_{eq}(h_e + h_i) + d h_e h_i} \quad (4.223)$$

$$B(t) = \frac{K_{eq}[K_{eq}(g_2(t) - g_1(t)) + h_i d g_2(t)]}{K_{eq}(h_e + h_i) + d h_e h_i} \quad (4.224)$$

Portanto, tem-se que:

$$A(t) = \frac{K_{eq} (h_e U_\infty(t) + \gamma I_g(t)) + K_{eq} h_i U_i + h_e d h_i U_i}{K_{eq}(h_e + h_i) + d h_e h_i} \quad (4.225)$$

$$B(t) = \frac{(K_{eq} + h_i d) (h_e U_\infty(t) + \gamma I_g(t)) + K_{eq} h_i U_i}{K_{eq}(h_e + h_i) + d h_e h_i} \quad (4.226)$$



Ao definir as expressões de  $A(t)$  e de  $B(t)$ , define-se conseqüentemente a expressão do regime estacionário  $S(x, t)$  a partir da equação (4.219) como:

$$S(x, t) = \frac{K_{eq} (h_e U_\infty(t) + \gamma I_g(t)) + K_{eq} h_i U_i + h_e d h_i U_i + [h_e h_i (U_\infty(t) - U_i) + h_i \gamma I_g(t)] x}{K_{eq} (h_e + h_i) + d h_e h_i} \quad (4.227)$$

#### 4.3.2 – Expansão de Autofunções e Determinação do Regime Transiente

Até essa etapa restou determinado o regime estacionário de distribuição,  $S(x, t)$ . Para continuar a resolução do problema e determinar o regime transiente, primeiramente é necessário considerar a seguinte relação anteriormente definida na equação (4.218):

$$U(x, t) = S(x, t) + \bar{U}(x, t) \quad (4.228)$$

Substituindo essa relação na equação principal (4.208), de difusão de calor, tem-se uma nova equação principal de difusão:

$$\alpha_{eq} \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} - \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} \quad (4.229)$$

A qual tornou-se a equação diferencial de difusão de calor apenas do regime transiente  $\bar{U}(x, t)$ , uma vez que  $S(x, t)$  foi determinado. Sendo assim, configuram-se como condições de contorno do problema as equações que definem o sistema mostrado na equação (4.222):

$$\frac{\partial \bar{U}(d, t)}{\partial x} + \frac{h_e}{K_{eq}} \bar{U}(d, t) = 0 \quad (4.230)$$

$$\frac{\partial \bar{U}(0, t)}{\partial x} - \frac{h_i}{K_{eq}} \bar{U}(0, t) = 0 \quad (4.231)$$

Trata-se agora de um novo problema, porém, com condições de contorno homogêneas, conforme desejado. Por outro lado, a EDP principal (4.229) não é mais homogênea. Conforme propõe Farlow (1982), tal equação deverá ser resolvida através da expansão dos autovetores (ou autofunções) da série de Fourier que representará a resposta do problema.

Com o intuito de desenvolver a expansão, primeiramente é necessário considerar a equação homogênea associada à equação (4.229), com as mesmas condições de contorno:

$$\alpha_{eq} \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} \quad (4.232)$$

A equação anterior dará origem a um problema regular de Sturm-Liouville. A solução desse problema consistirá em uma combinação linear com autovetores orientados por autovalores.

A fim de descobrir quais são esses autovetores e autovalores, inicia-se a resolução da equação (4.232) normalmente, pelo método da separação das variáveis, fazendo:

$$\bar{U}(x, t) = X(x)T(t) \quad (4.233)$$

Considerando apenas a solução da função  $X(x)$ , tem-se o seguinte problema:

$$\frac{d^2X}{dx^2} + \lambda^2X = 0 \quad (4.234)$$

$$X'' + \lambda^2X = 0 \quad (4.235)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$X'(d) + \frac{h_e}{K_{eq}}X(d) = 0 \quad (4.236)$$

$$X'(0) - \frac{h_i}{K_{eq}}X(0) = 0 \quad (4.237)$$

A equação (4.235) juntamente com as condições de contorno em (4.236) e (4.237) caracterizam-se por serem caso particular do problema regular de Sturm-Liouville, com “função peso”  $\sigma(x) = 1$ . Resolvendo a equação (4.235) da forma convencional e utilizando a segunda condição de contorno de (4.237) obtém-se:

$$X(x) = C \sin \lambda x + D \cos \lambda x \quad (4.238)$$

$$X'(0) - \frac{h_i}{K_{eq}}X(0) = 0 \rightarrow D = C \frac{\lambda K_{eq}}{h_i} \quad (4.239)$$

$$X(x) = C \sin \lambda x + C \frac{\lambda K_{eq}}{h_i} \cos \lambda x \quad (4.240)$$

onde  $C$  é um coeficiente pertencente ao conjunto dos números Reais. Empregando agora a condição de contorno (4.236) em (4.240), a fim de se achar o valor de  $\lambda$ , obtém-se a seguinte relação:

$$\lambda \cos \lambda d - \frac{\lambda^2 K_{eq}}{h_i} \sin \lambda d + \frac{h_e}{K_{eq}} \sin \lambda d + \frac{\lambda h_e}{h_i} \cos \lambda d = 0 \quad (4.241)$$

A relação mostrada na equação (4.241) evidencia que podem ser obtidos infinitos valores para o parâmetro  $\lambda$ , os quais são os autovalores do problema de Sturm-Liouville.

Tendo em vista as dificuldades para se isolar o parâmetro  $\lambda$  na equação (4.241) é mais conveniente definir tais valores numericamente, quando da aplicação do caso prático.

Dessa forma, tem-se que os autovalores do problema apresentado serão representados por  $\lambda_n$ , com autovetores correspondentes dados por:

$$X_n(x) = \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \quad (4.242)$$

$$n = 1, 2, \dots \quad (4.243)$$

Conforme Haberman (1987) explica, a combinação linear de duas autofunções linearmente independentes é uma outra autofunção. Observando a equação (4.242) é possível notar que  $X_n(x)$  é exatamente uma combinação de  $\sin \lambda_n x$  e  $\cos \lambda_n x$ , duas autofunções linearmente independentes. Portanto, pode-se considerar as funções  $X_n(x)$  como as autofunções do problema, cada uma delas associada a um único autovalor  $\lambda_n$ .

Uma vez identificadas quais são as autofunções (ou autovetores) do problema, inicia-se a expansão em autovetores. Vale ressaltar que a equação a ser resolvida nessa fase é a equação (4.229), de maneira que os passos dados até agora foram apenas para identificar os autovetores do problema.

Uma vez que a função  $S(x, t)$ , que representa o regime estacionário, foi identificada na subseção 4.3.1, tem-se que:

$$\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} = \frac{\delta(t - \tau)}{K_{eq}(h_e + h_i) + dh_e h_i} \left[ (U_c - U_a)K_{eq}h_e - I_g \gamma K_{eq} \right. \\ \left. + \left( (U_c - U_a)h_i h_e - I_g \gamma h_i \right) x \right] \quad (4.244)$$

$$f(x, t) = \frac{\partial S(x, t)}{\partial t} \quad (4.245)$$

onde a função  $\delta(t - \tau)$  é a função pulso, ou Delta de Dirac, derivada da função de Heaviside  $H(t - \tau)$ , definida por:

$$\delta(t - \tau) = \begin{cases} \infty, & t = \tau \\ 0, & t \neq 0 \end{cases} \quad (4.246)$$

Agora, deve-se proceder à expansão em autovetores da função  $f(x, t)$ . Isso significa que  $f(x, t)$  será escrita em termos de Série de Fourier, utilizando os autovalores encontrados  $X_n(x)$ , a fim de que se possa rescrever toda a equação (4.229) em termos dos mesmos autovetores. Portanto:

$$f(x, t) = f_1(t)X_1(x) + f_2(t)X_2(x) + \dots + f_n(t)X_n(x) \quad (4.247)$$

$$f(x, t) = f_1(t) \left( \sin \lambda_1 x + \frac{\lambda_1 K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_1 x \right) + \dots \quad (4.248) \\ + f_n(t) \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right)$$

Recapitulando, tem-se um problema de Sturm-Liouville que originou uma série de autofunções associadas a autovalores, os quais obedecem as condições de contorno elencadas, já que foram obtidos a partir das próprias condições de contorno. Conforme Haberman (1987) um dos teoremas acerca dos autovalores e autofunções do problema de

Sturm-Liouville é que autofunções associadas a autovalores diferentes são relativamente ortogonais à “função peso”  $\sigma(x)$ , que no caso particular do problema em questão vale 1. Portanto:

$$\int_0^d X_n(x)X_m(x)\sigma(x)dx = \int_0^d X_n(x)X_m(x)dx = 0 \quad \text{se } \lambda_n \neq \lambda_m \quad (4.249)$$

A partir da característica de ortogonalidade das autofunções Haberman (1987) mostra que, dada uma Série de Fourier escrita com as auto funções, há uma fórmula para calcular os coeficientes de tal série. No caso particular do problema em resolução nesse capítulo, a fórmula consiste em:

$$f_n(t) = \frac{\int_0^d f(x,t)X_n(x)dx}{\int_0^d X_n^2(x)dx} \quad (4.250)$$

Sendo assim, conforme Haberman (1987):

$$f_n(t) = \frac{\int_0^d f(x,t) \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right) dx}{\int_0^d \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right)^2 dx} \quad (4.251)$$

Portanto, o valor de  $f_n(t)$  é:

$$f_n(t) = \left( \frac{-2\lambda_n h_i^2 \delta(t - \tau)}{2\lambda_n K_{eq} h_i (\sin^2 \lambda_n d) + (\lambda_n^2 K_{eq}^2 - h_i^2) \sin \lambda_n d \cos \lambda_n d + \lambda_n d (\lambda_n^2 K_{eq}^2 + h_i^2)} \right) \times$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{(K_{eq}(h_e + h_i) + dh_e h_i) h_i \lambda_n^2} [(U_c - U_a)(-\lambda_n^2 h_e K_{eq}^2 \sin \lambda_n d \\
& + h_i^2 h_e (\lambda_n d \cos \lambda_n d - \sin \lambda_n d) - h_i h_e \lambda_n^2 K_{eq} d \sin \lambda_n d) \\
& - \lambda_n^2 I_g \gamma K_{eq} K_{eq}^2 \sin \lambda_n d - h_i^2 I_g \gamma (\lambda_n d \cos \lambda_n d - \sin \lambda_n d) \\
& + h_i I_g \gamma \lambda_n^2 K_{eq} d \sin \lambda_n d]
\end{aligned} \tag{4.252}$$

Uma vez que a função  $f(x, t)$  foi expandida em série de Fourier considerando os autovalores e autofunções obtidas para a equação homogênea associada do problema, volta-se novamente a atenção para a função  $\bar{U}(x, t)$ , que descreve o regime transiente do problema. Considerando a separação de variáveis feita na equação (4.233), expande-se a função  $\bar{U}(x, t)$  com os autovetores encontrados anteriormente:

$$\bar{U}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) X_n(x) \tag{4.253}$$

$$\bar{U}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \lambda_n x + T_n(t) \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \tag{4.254}$$

onde as funções  $T_n(t)$  representam as amplitudes modais dos autovetores. Sendo assim, considerando novamente a equação diferencial parcial em (4.229), pode-se reescrevê-la da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
& - \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \alpha_{eq} \lambda_n^2 \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right) \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right) \\
& = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{T}_n(t) \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right)
\end{aligned} \tag{4.255}$$

Rearranjando a fórmula tem-se:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\dot{T}_n(t) + T_n(t) \alpha_{eq} \lambda_n^2 + f_n(t)) \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right) = 0 \tag{4.256}$$

Logo, para que o equação (4.256) tenha solução, deve-se ter:

$$\dot{T}_n(t) + T_n(t) \alpha_{eq} \lambda_n^2 + f_n(t) = 0 \tag{4.257}$$

A equação acima é uma equação diferencial ordinária (EDO) de primeira ordem, cuja solução é bem conhecida. Entretanto, a condição inicial do problema  $T_n(0)$  é desconhecida a princípio, de forma similar ao que aconteceu na seção 4.1, o que teoricamente impediria a determinação do valor da constante da resposta da equação diferencial.

Conforme explicado na seção 4.1, para a presente pesquisa interessam apenas as expressões de distribuição de temperatura imediatamente anteriores ao choque térmico e de distribuição de temperatura após o choque térmico. Também conforme colocado anteriormente, a hipótese assumida é a de que o sólido modelado apresenta distribuição de temperatura em regime estacionário antes do choque, configurando uma situação de equilíbrio na qual os valores de temperatura no interior da parede não se alteram mais com passar do tempo antes do choque térmico.



O termo  $T_n(0)$  permanecerá indicado sem ser calculado, até o momento em que for aplicado o limite para o qual o instante de tempo  $\tau$  (instante de tempo no qual ocorre o choque térmico) é grande o suficiente para que o sólido esteja em regime estacionário. Nessa ocasião, o termo que contém  $T_n(0)$  desaparecerá, demonstrando assim sua não influência sobre o problema.

Pode-se então seguir para a resolução da equação (4.257). Conforme Farlow (1982) propõe, usando o fator de integração  $e^{-\alpha_{eq}\lambda_n^2 t}$  na resposta, tem-se:

$$T_n(t) = T_n(0)e^{-\alpha_{eq}\lambda_n^2 t} - \int_0^t e^{-\alpha_{eq}\lambda_n^2(t-\xi)} f_n(\xi) d\xi \quad (4.258)$$

onde pode-se calcular:

$$\begin{aligned} & \int_0^t e^{-\alpha_{eq}\lambda_n^2(t-\xi)} f_n(\xi) d\xi = \\ & \frac{2\lambda_n^{-1} h_i [h_i^2 (\sin \lambda_n d - \lambda_n d \cos \lambda_n d) + \lambda_n^2 K_{eq} \sin \lambda_n d (h_i d + K_{eq})]}{(2\lambda_n K_{eq} h_i (\sin^2 \lambda_n d) + (\lambda_n^2 K_{eq}^2 - h_i^2) \sin \lambda_n d \cos \lambda_n d + \lambda_n d (\lambda_n^2 K_{eq}^2 + h_i^2))} \times \\ & \frac{H(t - \tau) [h_e (U_c - U_a) - \gamma I_g] e^{-\alpha_{eq}\lambda_n^2(t-\tau)}}{(K_{eq} (h_e + h_i) + d h_e h_i)} \end{aligned} \quad (4.259)$$

Denomina-se por  $CF_n(t)$ , os coeficientes da Série de Fourier que representará a distribuição transiente:

$$CF_n(t) = e^{\alpha_{eq}\lambda_n^2(t-\tau)} \int_0^t e^{-\alpha_{eq}\lambda_n^2(t-\xi)} f_n(\xi) d\xi =$$

$$\frac{2\lambda_n^{-1}h_i[h_i^2(\sin \lambda_n d - \lambda_n d \cos \lambda_n d) + \lambda_n^2 K_{eq} \sin \lambda_n d (h_i d + K_{eq})]}{(2\lambda_n K_{eq} h_i (\sin^2 \lambda_n d) + (\lambda_n^2 K_{eq}^2 - h_i^2) \sin \lambda_n d \cos \lambda_n d + \lambda_n d (\lambda_n^2 K_{eq}^2 + h_i^2))} \times \frac{H(t - \tau)[h_e(U_c - U_a) - \gamma I_g]}{(K_{eq}(h_e + h_i) + dh_e h_i)} \quad (4.260)$$

Finalmente, a função  $\bar{U}(x, t)$ , do regime transiente de distribuição de temperatura, é:

$$\bar{U}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(0) e^{-\alpha_{eq} \lambda_n^2 t} \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right) - \sum_{n=1}^{\infty} C F_n(t) e^{-\alpha_{eq} \lambda_n^2 (t-\tau)} \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right) \quad (4.261)$$

### 4.3.3 – Expressão Final da Distribuição de Temperatura em Parede Equivalente após Choque Térmico – Superposição dos Regimes Estacionário e Transiente

Considerando mais uma vez a equação (4.228), que evidencia a distribuição de temperatura como a soma (superposição) dos regimes estacionário e transiente, tem-se:

$$U(x, t) = S(x, t) + \bar{U}(x, t) \quad (4.262)$$

$$\bar{U}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(0) e^{-\alpha_{eq} \lambda_n^2 t} \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right) \quad (4.263)$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} C F_n(t) e^{-\alpha_{eq} \lambda_n^2 (t-\tau)} \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right)$$

$$S(x, t) = \quad (4.264)$$

$$\frac{K_{eq} (h_e U_{\infty}(t) + \gamma I_g(t)) + K_{eq} h_i U_i + h_e d h_i U_i + [h_e h_i (U_{\infty}(t) - U_i) + h_i \gamma I_g(t)] x}{K_{eq} (h_e + h_i) + d h_e h_i}$$

Analogamente à seção 4.1, fixa-se o instante  $\tau$  como sendo tardio o suficiente para que, imediatamente antes do choque térmico o sólido já esteja em regime estacionário de distribuição de temperatura. Dessa forma, aplicando limite, pode-se estabelecer as expressões finais:

$$\text{antes do choque} \rightarrow C F_n(t) = 0 \quad (4.265)$$

$$\text{antes do choque} \rightarrow U(x, t) = U(x) =$$

$$\frac{h_e U_a K_{eq} + \gamma I_g K_{eq} + h_i U_i K_{eq} + h_i h_e U_i d + [\gamma I_g h_i + h_e h_i (U_a - U_i)] x}{K_{eq} (h_e + h_i) + d h_e h_i} \quad (4.266)$$

$$\begin{aligned}
& \text{após o choque} \rightarrow CF_n(t) = CF_n = \\
& \frac{2\lambda_n^{-1}h_i[h_i^2(\sin \lambda_n d - \lambda_n d \cos \lambda_n d) + \lambda_n^2 K_{eq} \sin \lambda_n d (h_i d + K_{eq})]}{(2\lambda_n K_{eq} h_i (\sin^2 \lambda_n d) + (\lambda_n^2 K_{eq}^2 - h_i^2) \sin \lambda_n d \cos \lambda_n d + \lambda_n d (\lambda_n^2 K_{eq}^2 + h_i^2))} \times \\
& \frac{[h_e(U_c - U_a) - \gamma I_g]}{(K_{eq}(h_e + h_i) + dh_e h_i)} \\
& t \geq 0
\end{aligned}$$

(4.267)

$$\begin{aligned}
& \text{após o choque} \rightarrow U(x, t) = \\
& \frac{h_e U_c K_{eq} + h_i U_i K_{eq} + h_i h_e U_i d + [h_e h_i (U_c - U_i)]x}{K_{eq}(h_e + h_i) + dh_e h_i} \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} CF_n e^{-\alpha_{eq} \lambda_n^2 t} \left( \sin \lambda_n x + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n x \right) \\
& t \geq 0
\end{aligned}$$

(4.268)

#### 4.3.4 – Caso Fictício – Teste da Expressão Final de Distribuição de Temperatura após o Choque Térmico

Analogamente aos capítulos anteriores, a expressão obtida será testada. Supõe-se que os cinco materiais que compõem a parede são, respectivamente da face voltada para o interior para a face voltada para o exterior, são: 1) emboço e chapisco; 2) alvenaria; 3) emboço e chapisco; 4) argamassa colante; 5) cerâmica e rejunte.

Os parâmetros físicos dos materiais de cada camada foram extraídos de Uchôa (2007), Saraiva (1998) e de Moaveni (2008). Encontram-se na Tabela 4.23 a seguir:

Tabela 4.23: Parâmetros termofísicos dos materiais das camadas

CAMADA	$K$ (J/seg.m.°C)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$s$ (J/Kg.°C)	$l$ (m)	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /seg)
1	1,40	2310	1000	0,02	$6,061 \times 10^{-7}$
2	1,16	1790	1000	0,2	$6,480 \times 10^{-7}$
3	1,40	2310	1000	0,02	$6,061 \times 10^{-7}$
4	0,84	1680	1000	0,005	$5,000 \times 10^{-7}$
5	2,00	2510	920	0,0065	$8,661 \times 10^{-7}$

Dessa forma, calculando-se os parâmetros equivalentes, tem-se que:

$$K_{eq} = 1,196550114 \text{ J/seg.m.}^\circ\text{C}$$

$$\rho_{eq} = 1889,125249 \text{ Kg/m}^3$$

$$s_{eq} = 1000 \text{ J/Kg }^\circ\text{C}$$

Portanto:

$$\alpha_{eq} = 6,333884504 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{seg}$$

Com relação às temperaturas  $U_a$  e  $U_c$  que são utilizadas nas condições de contorno do problema, primeiramente é necessário considerar a Tabela 4.24 a seguir, retirada do trabalho de Uchôa (2007):

Tabela 4.24: Valores de temperatura durante um dia tipo na cidade de Brasília, no ano de 1963 (Uchôa, 2007)

HORA	TEMPERATURA (°C)
01h	23,46
02h	22,48
03h	22,55
04h	22,71
05h	22,41
06h	22,14
07h	23,20
08h	25,32
09h	28,96
10h	31,38
11h	32,51
12h	32,84
13h	33,67
14h	33,98
15h	34,21
16h	34,60
17h	34,42
18h	34,34
19h	32,79
20h	28,46
21h	26,48
22h	25,94
23h	24,71
24h	24,49

Na tabela acima, a máxima do dia foi de 34,60 °C às 16h00min, e a mínima de 22,14 °C às 6h00min. Dessa forma, o choque térmico modelado nessa pesquisa fará com que a temperatura do ar, considerando esse dia padrão, caia da máxima  $U_a$  para a mínima  $U_c$ . Adotando-se a temperatura interna do ar  $U_i$  como 21 °C, têm-se como condições de contorno:

- $U_a = 34,60$  °C;

- $U_c = 22,14 \text{ }^\circ\text{C}$ ; e
- $U_i = 21 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Conforme explica Farlow (1982), o parâmetro denominado coeficiente de transferência térmica, externo ou interno ( $h_e$  ou  $h_i$ ), é de difícil mensuração, e, preferencialmente, deveria ser obtido pela via experimental, o que não é o foco desse trabalho.

A tabela a seguir apresenta valores médios de  $h_e$  em função da velocidade do ar, conforme valores retirados de Frota e Schiffer (2003) e Rivero (1985) os quais determinam as velocidades para os cinco tipos de ventos predominantes. Os autores argumentam que pode-se utilizar a média aritmética dos valores de apresentados na tabela para o valor de  $h_e$ , adotando-se portanto o valor de  $18 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ :

Tabela 4.25: Valores do parâmetro coeficiente de transferência térmica em função da velocidade do vento

Tipo de Vento	Velocidade do Vento (m/s)	$h_e$ ( $\text{W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$ )
Ar calmo	0,10	8
Velocidade muito fraca	0,50	10
Velocidade fraca	1,00	13
Velocidade média	3,00	21
Velocidade forte	9,00	35

Conforme Rosa (2001), a velocidade do ar em ambientes com ventilação por deslocamento é geralmente baixa, menor que  $0,2 \text{ m/s}$ , exceto no escoamento próximo aos difusores, ao piso e às paredes. Ainda conforme o autor, corre-se o risco de indesejável sensação de resfriamento nas proximidades do piso e dos difusores, já que nessas regiões há alta velocidade do ar e baixas temperaturas. Rosa (2001), após simular um ambiente interno, insuflado com jatos de ar na vertical e horizontal, determinou linhas caracterizadas pelos isovalores do módulo de velocidade dentro do ambiente. Próximo à parede, a velocidade máxima observada foi aproximadamente  $0,25 \text{ m/s}$ . Portanto, baseado na tabela anterior é coerente utilizar o valor  $h_i$  como sendo de  $9 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Com relação aos valores para a irradiação solar global incidente  $I_g$ , conforme Tabela 4.22, no horário de maior incidência solar no dia, o parâmetro apresentou o valor de 692 W/m<sup>2</sup>, e valor nulo para os períodos noturnos. Sendo assim, o valor utilizado para o parâmetro  $I_g$  nas equações (4.265) a (4.268) será de 692 W/m<sup>2</sup>.

O parâmetro  $\gamma$  do coeficiente de absorção de energia térmica solar, apresentará os valores de 0,45 e 0,95, respectivamente para cerâmica clara e cerâmica escura, conforme Uchôa (2007). Na simulação atual, será considerada a cerâmica clara.

Com esses parâmetros, obtêm-se 120 autovalores calculados numericamente (aplicativo MAPLE), mostrados a seguir:

Tabela 4.26: Autovalores do problema

AUTOVALORES $\lambda_n$					
N	Valor	N	Valor	N	Valor
1	7,524	21	250,187	41	499,836
2	17,023	22	262,661	42	512,323
3	27,988	23	275,137	43	524,811
4	39,661	24	287,614	44	537,298
5	51,667	25	300,093	45	549,786
6	63,844	26	312,572	46	562,274
7	76,116	27	325,053	47	574,761
8	88,447	28	337,534	48	587,250
9	100,816	29	350,016	49	599,738
10	113,212	30	362,499	50	612,226
11	125,626	31	374,982	51	624,715
12	138,054	32	387,466	52	637,203
13	150,492	33	399,950	53	649,692
14	162,938	34	412,434	54	662,181
15	175,391	35	424,919	55	674,670
16	187,848	36	437,405	56	687,159
17	200,310	37	449,891	57	699,648
18	212,775	38	462,377	58	712,137
19	225,243	39	474,863	59	724,626
20	237,714	40	487,350	60	737,116



Tabela 4.27: Autovalores do problema (continuação)

AUTOVALORES $\lambda_n$					
<b>N</b>	<b>Valor</b>	<b>N</b>	<b>Valor</b>	<b>N</b>	<b>Valor</b>
61	749,605	81	999,404	101	1249,214
62	762,094	82	1011,894	102	1261,705
63	774,584	83	1024,384	103	1274,195
64	787,074	84	1036,875	104	1286,686
65	799,563	85	1049,365	105	1299,177
66	812,053	86	1061,855	106	1311,668
67	824,543	87	1074,346	107	1324,158
68	837,032	88	1086,836	108	1336,649
69	849,522	89	1099,327	109	1349,140
70	862,012	90	1111,817	110	1361,631
71	874,502	91	1124,308	111	1374,122
72	886,992	92	1136,798	112	1386,613
73	899,482	93	1149,289	113	1399,103
74	911,972	94	1161,779	114	1411,594
75	924,462	95	1174,270	115	1424,085
76	936,952	96	1186,761	116	1436,576
77	949,443	97	1199,251	117	1449,067
78	961,933	98	1211,742	118	1461,558
79	974,423	99	1224,233	119	1474,049
80	986,913	100	1236,723	120	1486,540

Com esses dados, aplicam-se as equações (4.265) a (4.268). Obtêm-se os valores de temperatura da tabela 4.28 a seguir:

Tabela 4.28: Valores de temperatura (°C) obtidos com as equações (4.265) a (4.268)

INSTANTE	Profundidade d (m)										
	0,2515	0,2483	0,245	0,2425	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	47,34	47,13	46,90	46,73	46,56	45,87	45,19	38,33	31,48	30,80	30,11
choque	47,15	47,09	46,90	46,74	46,55	45,87	45,19	38,33	31,48	30,80	30,11
5 min	41,49	42,35	43,10	43,57	43,96	44,82	44,83	38,33	31,48	30,80	30,11
10 min	39,59	40,38	41,12	41,61	42,06	43,32	43,87	38,33	31,48	30,80	30,11
15 min	38,29	39,04	39,74	40,23	40,68	42,07	42,88	38,33	31,48	30,80	30,11
20 min	37,29	38,00	38,67	39,14	39,59	41,03	41,98	38,33	31,48	30,80	30,11
25 min	36,48	37,15	37,79	38,25	38,68	40,14	41,16	38,32	31,48	30,80	30,11
30 min	35,79	36,43	37,05	37,49	37,91	39,36	40,43	38,30	31,48	30,80	30,11
45 min	34,19	34,76	35,32	35,73	36,11	37,50	38,61	38,16	31,48	30,80	30,11
60 min	33,02	33,54	34,05	34,42	34,78	36,09	37,18	37,90	31,48	30,79	30,11

A Figura 4.29 a seguir apresenta o gráfico com os valores da Tabela 4.28.

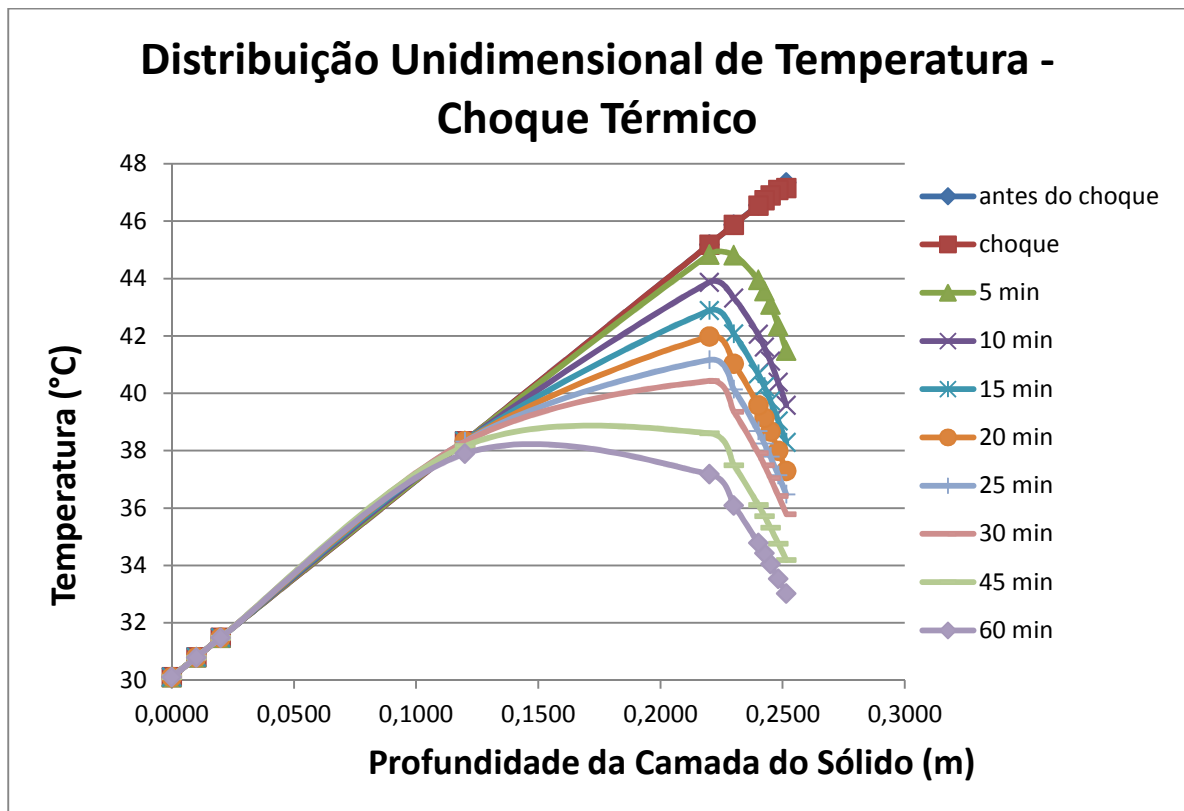


Figura 4.25 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico convectivo, em parede equivalente a uma parede de cinco materiais

#### 4.3.5 – Caso Fictício – Simulação Numérica com Elementos Finitos

Utilizando o aplicativo computacional de elementos finitos ANSYS, foi feita uma análise térmica, em elementos finitos, utilizando os mesmos parâmetros físicos e condições de contorno utilizados no teste da formulação feito na subseção 4.3.4.

Conforme as equações analíticas a inserção da fonte de energia solar no sistema, incidindo na cerâmica cujo coeficiente de absorção dado na subseção 4.3.4 (0,45), produz uma temperatura inicial de 47,34 °C na superfície da cerâmica, antes do choque térmico. Esse valor será utilizado para modelar o estado estacionário de distribuição antes do choque térmico.

Para a simulação numérica no aplicativo computacional ANSYS, escolheu-se emular a condução térmica com o elemento finito linear LINK32, mostrado na subseção 4.2.10. Para modelar a convecção foi escolhido o elemento LINK34, o qual também é unidimensional, disposto no espaço, possuindo 2 nós e apenas a temperatura como grau de liberdade em cada nó, conforme mostrado na Figura 4.26:

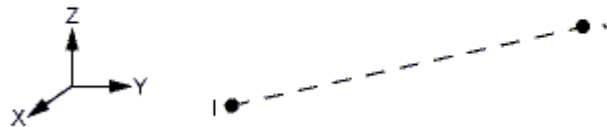


Figura 4.26 – Elemento finito LINK34.

Para a parte de condução, o modelo foi dividido em elementos finitos cuja dimensão é de 0,0001 m (0,1 mm). Portanto, o modelo que representou o sólido caracterizou-se por uma barra, composta de cinco camadas de materiais, possuindo total de 2515 elementos e 2516 nós. Foram acrescentados mais dois elementos convectivos, através da adição dos nós 2517 e 2518 nas coordenadas  $x = 0$  e  $x = 0,2515$ , resultando em elementos sem dimensão, apenas para modelar a convecção.

A partir dessa malha, procedeu-se aos passos necessários para primeiramente se obter a resposta estacionária do sistema antes do evento que provoca o choque térmico. Dessa

forma, a temperatura  $U_T = 47,34$  °C foi aplicada no nó de condução localizado na coordenada  $x = 0,2515$  m, e as temperaturas  $U_i = 21$  °C e  $U_a = 34,60$  °C aplicadas respectivamente nos nós convectivos em  $x = 0$  e  $x = 0,2515$ , representando o ar em contato com as superfícies interior e exterior. Foi escolhido um intervalo de tempo de apenas 0,001 seg. para que o programa pudesse estabelecer o regime estacionário.

Os resultados obtidos via elementos finitos, mostram que a distribuição de temperaturas na placa, no regime estacionário foi compatível com a resolução analítica da equação do sólido equivalente, sendo que as temperaturas nas superfícies voltadas para o interior e exterior da placa foram exatamente as mesmas.

Na sequencia, ligou-se a integração no tempo através do comando "TIMINT, ON", escolhendo-se um intervalo de tempo de 1 h (3600 seg.) para análise dos efeitos do choque térmico. Apagaram-se as temperaturas dos nós de condução e convecção na posição  $x = 0,2515$  m, impondo a temperatura  $U_c = 22,14$  °C apenas para o nó convectivo, representando a mudança brusca de temperatura no ar. Para efetivar o comando de choque térmico (mudança instantânea das condições de contorno), utilizou-se a opção "KBC, 1".

As temperaturas obtidas encontram-se na Tabela 4.29 abaixo:

Tabela 4.29: Valores de temperatura (°C) obtidos via elementos finitos

INSTANTE	Profundidade d (m)										
	0,2515	0,2483	0,245	0,2425	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	47,34	47,21	47,07	46,83	46,59	46,00	45,41	38,35	31,28	30,69	30,11
choque	47,34	47,21	47,07	46,83	46,59	46,00	45,41	38,35	31,28	30,69	30,11
5 min	42,92	43,44	43,81	44,30	44,68	45,08	44,94	38,35	31,28	30,69	30,11
10 min	40,87	41,37	41,79	42,45	43,03	43,92	44,17	38,35	31,28	30,69	30,11
15 min	39,49	39,96	40,39	41,08	41,71	42,82	43,33	38,34	31,28	30,69	30,11
20 min	38,43	38,88	39,30	39,99	40,63	41,83	42,50	38,33	31,28	30,69	30,11
25 min	37,64	38,07	38,48	39,15	39,79	41,01	41,75	38,30	31,28	30,69	30,11
30 min	37,34	37,76	38,15	38,80	39,41	40,57	41,27	38,22	31,28	30,69	30,11
45 min	35,51	35,89	36,24	36,85	37,44	38,62	39,46	38,03	31,27	30,69	30,10
60 min	34,17	34,51	34,83	35,40	35,95	37,09	37,96	37,77	31,25	30,67	30,09

A Figura 4.27 a seguir apresenta o gráfico com os valores da Tabela 4.29.

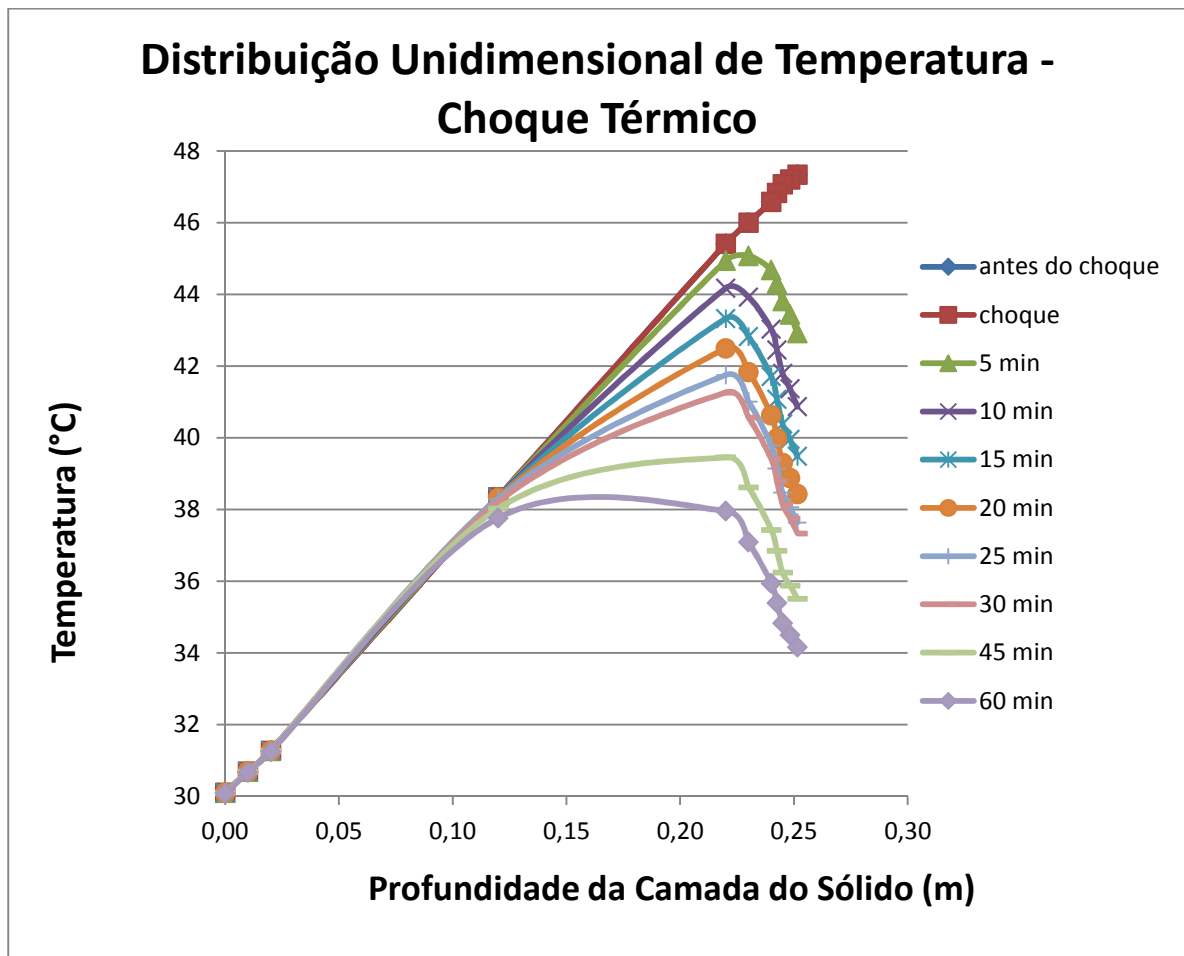


Figura 4.27 – Gráfico da distribuição de temperatura após o choque térmico convectivo, em parede equivalente a uma parede de cinco materiais, via MEF

#### 4.3.6 – Considerações Finais do Capítulo 5

A modelagem na seção 4.3, em relação às seções 4.1 e 4.2, visou a remoção do maior número de simplificações embutidas tanto na EDP quanto em suas condições de contorno. As principais alterações foram:

- Considerar as trocas de calor por convecção tanto na face da parede voltada para o interior quanto na face voltada para o exterior. Nas modelagens anteriores desconsiderou-se esse efeito, distanciando os modelos das seções 4.1 e 4.2 da realidade, pois o que impõe

efetivamente as mudanças de temperatura à parede é o ar em contato com ela. Nos modelos anteriores, supunha-se uma queda de temperatura na própria superfície da parede, diretamente.

- Considerar o fornecimento de energia térmica pelo sol. Tal consideração é de extrema importância pois essa fonte de calor produz um aumento de temperatura considerável na face externa da parede, que, por sua vez, conduzirá esse calor para as camadas mais internas da parede.

Portanto, essas alterações no problema formulado foram as principais responsáveis pelas mudanças nos resultados em relação às modelagens das seções 4.1 e 4.2. A adição da condição de contorno convectiva fez com que o decaimento de temperatura nas diversas camadas da parede fosse mais suave do que os casos modelados anteriormente.

Cabe destacar o comportamento da camada mais exterior da parede, ou seja, a camada superficial do revestimento cerâmico. O resfriamento dessa face foi gradual e de perfil exponencial (maior velocidade de resfriamento nos instantes imediatamente subsequentes ao evento do choque térmico). Portanto o resfriamento da face externa não foi instantâneo como foi modelado nas seções 4.1 e 4.2. Entretanto, os modelamentos anteriores foram úteis, pois forneceram base para aplicação do conceito de parede equivalente e de distribuição unidimensional de temperatura, os quais se revelaram necessários para que se pudesse conceber a expressão do choque térmico na presente seção. A distribuição de temperatura, nos casos anteriores, revelou um resfriamento mais rápido e mais intenso do que quando modelado com condições de contorno mais coerentes, representando assim situação mais crítica do que a realidade.

Por outro lado, o perfil de distribuição térmica, na presente seção, também apresentou resfriamento mais rápido da camada mais externa em relação ao centro do sólido que resfriou mais devagar, assim como nas seções 4.1 e 4.2, evidenciando a dificuldade maior em dissipar o calor nas camadas mais próximas do núcleo da parede.

Também vale ressaltar o comportamento da camada da face da parede voltada para o interior ( $x = 0$ ). Durante o tempo estudado em que o choque térmico permaneceu (2 horas), a temperatura permaneceu a mesma, quando se sabe que, no regime estacionário associado às novas condições de contorno inseridas pelo choque, ela deveria ser cerca de 10 °C

menor. De fato, apenas a partir de 2 h de choque térmico se começou a verificar mudanças na temperatura dessa camada.

Com relação aos resultados obtidos numericamente, via elementos finitos, mostraram-se bastante compatíveis com os resultados obtidos pela equação analítica do sólido equivalente, com diferenças de temperatura que chegaram no máximo a 1,55 °C acima da formulação analítica, no caso mais crítico, conforme mostra a Tabela 4.30.

Tabela 4.30: Diferença entre os valores de temperatura (°C) obtidos via MEF e os valores de temperatura (°C) obtidos pela expressão matemática

INSTANTE	Profundidade d (m)										
	0,2515	0,2483	0,245	0,2425	0,24	0,23	0,22	0,12	0,02	0,01	0
antes do choque	0,00	0,08	0,17	0,10	0,03	0,13	0,22	0,02	-0,20	-0,11	0,00
choque	0,19	0,12	0,17	0,09	0,04	0,13	0,22	0,02	-0,20	-0,11	0,00
5 min	1,43	1,09	0,71	0,73	0,72	0,26	0,11	0,02	-0,20	-0,11	0,00
10 min	1,28	0,99	0,67	0,84	0,97	0,60	0,3	0,02	-0,20	-0,11	0,00
15 min	1,20	0,92	0,65	0,85	1,03	0,75	0,45	0,01	-0,20	-0,11	0,00
20 min	1,14	0,88	0,63	0,85	1,04	0,80	0,52	0,00	-0,20	-0,11	0,00
25 min	1,16	0,92	0,69	0,90	1,11	0,87	0,59	-0,02	-0,20	-0,11	0,00
30 min	1,55	1,33	1,10	1,31	1,5	1,21	0,84	-0,08	-0,20	-0,11	0,00
45 min	1,32	1,13	0,92	1,12	1,33	1,12	0,85	-0,13	-0,21	-0,11	-0,01
60 min	1,15	0,97	0,78	0,98	1,17	1,00	0,78	-0,13	-0,23	-0,12	-0,02

Embora os resultados tenham sido bastante satisfatórios, ainda assim o equacionamento da solução foi feito mediante esforço matemático muito grande, gerando expressões com muitos caracteres.

Uma vez demonstrada a eficácia da formulação analítica mostrada nas equações (4.265) a (4.268) para cálculo da distribuição de temperatura em uma parede, após choque térmico exterior, essa formulação será a utilizada no cálculo das tensões termomecânicas no capítulo seguinte.

## 5 ANÁLISE MECÂNICA

No capítulo anterior foi executada a análise térmica da parede modelo apresentada como objeto de estudo. A análise térmica consistiu basicamente na determinação da distribuição de temperatura através de toda a seção da parede, incluindo as camadas que não serão objeto desse estudo, como o substrato de alvenaria e o emboço interno à edificação.

Ao realizar a análise térmica, foi desenvolvido também um método para obtenção de transientes térmicos através de sólidos multicamadas, pois os estudos se desenvolveram de forma analítica. Dessa forma, obteve-se uma expressão que descreve o comportamento das temperaturas dentro do revestimento quando submetido ao choque térmico atmosférico, que é o carregamento térmico estudado nessa pesquisa.

De posse da equação que provê os valores de temperatura, parte-se para a determinação das tensões térmicas, que são fruto dessa distribuição de temperaturas dentro do revestimento. Uma vez obtidas as tensões, é feita a verificação do desempenho quanto à fadiga, ou seja, quantos ciclos de choque térmico a parede modelada suporta até o colapso. Essa parte da pesquisa é a análise mecânica, a ser apresentada nesse capítulo. Tal análise também constou dos trabalhos anteriores da linha de pesquisa, como Saraiva (1998), Silva (2000) e Uchôa (2007). Em relação às pesquisas na área de choque térmico de Crescêncio e Barros (2003), Berutti (2004) e Esquivel (2009), o presente trabalho se diferencia por apresentar um sistema de revestimento de três camadas compostas de quatro materiais distintos (emboço, argamassa colante, cerâmica e rejunte), além também do desenvolvimento de modelo analítico para a análise térmica.

O presente trabalho também apresenta diferenças com relação à metodologia de ensaio proposta no IPT (1998), também utilizado nas pesquisas de Crescêncio e Barros (2003) e Esquivel (2009), pois a modelagem de choque térmico realizada é a do choque térmico climático, no qual a temperatura ambiente se reduz instantaneamente. No caso do experimento proposto pelo IPT (1998), a temperatura da camada superficial do revestimento é forçada a se reduzir quase instantaneamente, utilizando-se de água à temperatura natural, o que acaba por inserir a componente da umidade no problema.



Por outro lado, Geyer (1994) estudou também uma parede com revestimento cerâmico. Entretanto, a abordagem do problema basicamente foi experimental, utilizando-se de um ensaio similar ao publicado posteriormente no IPT (1998).

A ferramenta utilizada na análise mecânica desse capítulo é o método numérico dos Elementos Finitos (MEF), disponível no aplicativo computacional ANSYS. A estrutura de revestimento da mesma parede modelo utilizada na análise térmica é modelada utilizando uma malha de elementos finitos disponibilizados no aplicativo. As temperaturas decorrentes do choque térmico são aplicadas em cada nó da malha de elementos finitos a ser gerada no aplicativo, o qual retorna com os valores de tensão para cada instante de tempo decorrido após o choque térmico.

### 5.1 – O MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

A estrutura de revestimento cerâmico a ser discretizada em malha de elementos finitos é a mesma definida nos trabalhos anteriores da linha de pesquisa, como Saraiva (1998) e Uchôa (2007).

Trata-se da estrutura de revestimento apresentada anteriormente, representada na Figura 3.4, entretanto disposta na horizontal na Figura 5.1 a seguir:

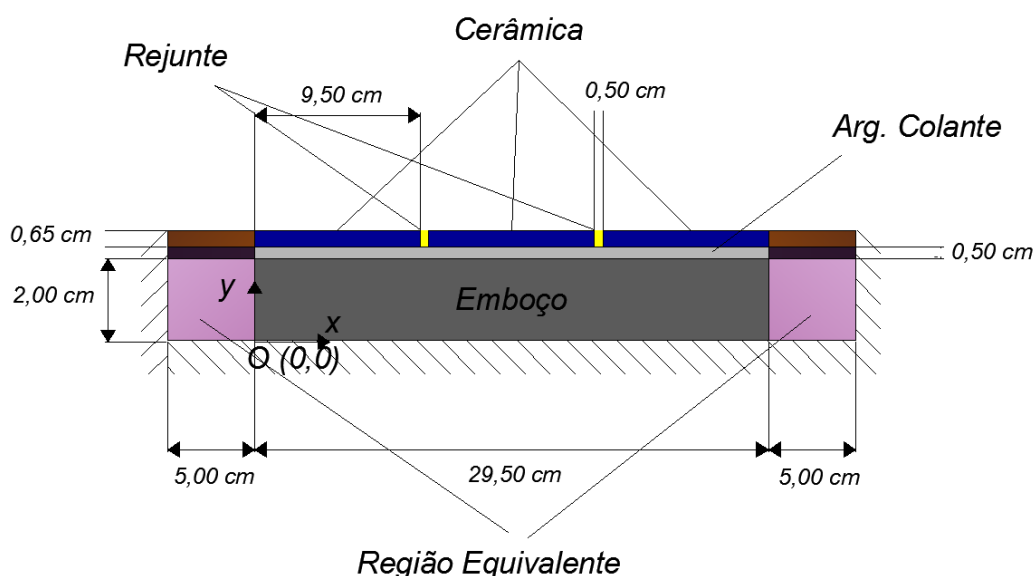


Figura 5.1 – Modelo de estrutura a ser analisado posicionado na horizontal

Para maiores explicações acerca da concepção do modelo de estrutura de revestimento, inclusive as condições de contorno utilizadas, ver subseção 3.1.2.

Conforme explicado na subseção 3.1.2, a análise se dará em torno da hipótese simplificadora do estado plano de deformações. Por isso, para a confecção da malha será o utilizado o elemento plano e quadrilateral denominado PLANE42 do aplicativo ANSYS, conforme mostrado na Figura 5.2 a seguir:

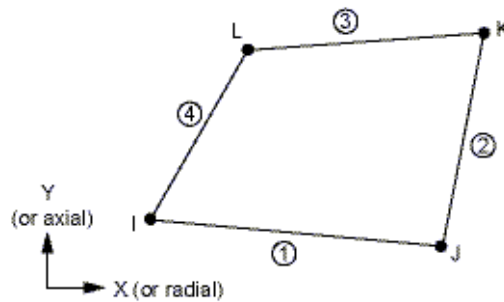


Figura 5.2 – Elemento Finito PLANE42 do ANSYS

Conforme se observa na Figura 5.2, o elemento PLANE42 possui quatro nós, tendo dois graus de liberdade por nó, a saber, os deslocamentos nas direções "x" e "y". O referido elemento aceita temperatura como carregamento, além de permitir a inserção parâmetros como módulo de elasticidade, coeficiente de dilatação térmica, coeficiente de Poisson nos materiais e estruturas modelados com o elemento. A opção KEYOPT (3) = 2 é a que define o estado plano de deformação como a hipótese simplificadora da análise desenvolvida.

A estrutura de revestimento mostrada na Figura 5.1 foi discretizada com o elemento PLANE42, obtendo-se assim a malha mostrada na Figura 5.3 a seguir:

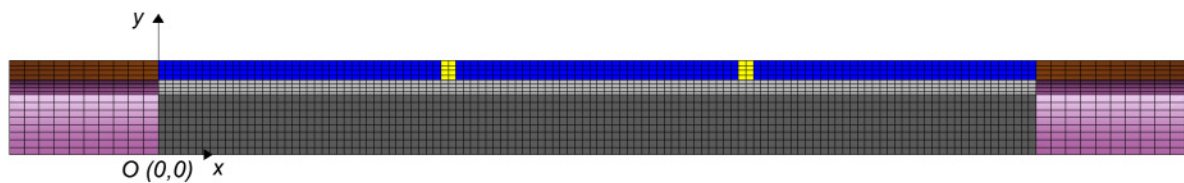


Figura 5.3 – Malha de elementos finitos discretizando a estrutura de revestimento estudada

Ao todo, foram utilizados 2208 elementos finitos, sendo que:

- 160 elementos para as duas regiões de emboço equivalente;
- 80 elementos para as duas regiões de argamassa colante equivalente;
- 80 elementos para as duas regiões de rejunte e cerâmica equivalente;
- 944 elementos para a região do emboço;
- 472 elementos para a região da argamassa colante;
- 456 elementos para as três peças cerâmicas; e
- 16 elementos para as duas regiões de rejunte.

Embora o modelo discretizado inclua as regiões equivalentes da estrutura de revestimento, essas regiões não são de interesse para a pesquisa, pois são regiões fictícias, conforme explicado anteriormente. Dessa forma, somente serão considerados os valores de tensão obtidos para as camadas "reais" da estrutura, com os quais futuramente será avaliado o desempenho da estrutura quanto à fadiga provocada por ciclos de choques térmicos.

À malha de elementos finitos são impostas as condições de contorno de impedimento ao deslocamento, conforme explicado na subseção 3.1.2 e mostrado na Figura 5.4 a seguir:

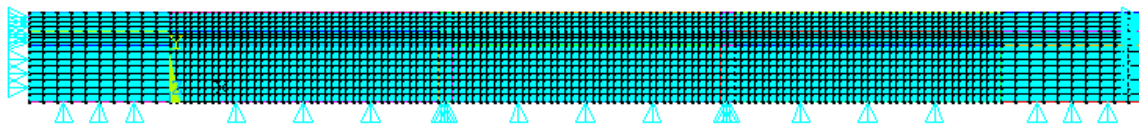


Figura 5.4 – Condições de contorno aplicadas na malha de elementos finitos (ANSYS)

Conforme se vê na Figura 5.4, as condições de contorno consistem em impedimento ao deslocamento no eixo  $y$ , na interface com o substrato (parte inferior da estrutura de revestimento) e impedimento ao deslocamento no eixo  $x$  nas laterais, conforme foi feito por Uchôa (2007) e Saraiva (1998). A seguir, na Tabela 5.1, são recapitulados os valores dos parâmetros mecânicos dos materiais constituintes da estrutura de revestimento, mostradas na subseção 3.1.2:

Tabela 5.1: Propriedades dos materiais da estrutura de revestimento

<b>Material</b>	<b>Módulo de Elasticidade - E (GPa)</b>	<b>Coefficiente de Dilatação Térmica - <math>\alpha</math> (<math>^{\circ}\text{C}^{-1}</math>)</b>	<b>Coefficiente de Poisson - <math>\nu</math></b>
Emboço	5,50	$11,5 \times 10^{-6}$	0,2
Argamassa	3,56	$8,7 \times 10^{-6}$	0,2
Rejunte	7,88	$4,2 \times 10^{-6}$	0,2
Cerâmica	41,6	$6,8 \times 10^{-6}$	0,2
Emboço Equivalente	0,119	$530 \times 10^{-6}$	0,2
Argamassa colante Equivalente	0,0773	$400 \times 10^{-6}$	0,2
Rejunte e Cerâmica Equivalente	0,789	$310 \times 10^{-6}$	0,2

## 5.2 – CASOS CONSTRUTIVOS ESTUDADOS

Para a aplicação dos casos de choque térmico considerados nessa pesquisa, será utilizada a expressão analítica de distribuição de temperatura obtida no capítulo 4, de análise térmica. Entretanto, devem ser feitas adaptações, em virtude da redistribuição do modelo e da translação da origem do sistema cartesiano, pois o modelo para análise mecânica considera apenas a estrutura de revestimento cerâmico e não a parede toda.

Portanto, a equação que determina a distribuição de temperatura  $U(y, t)$  no revestimento após o choque é dada por:

$$CF_n = \frac{[h_i^2(\sin \lambda_n d - \lambda_n d \cos \lambda_n d) + \lambda_n^2 K_{eq} \sin \lambda_n d (h_i d + K_{eq})]}{[2\lambda_n K_{eq} h_i (\sin^2 \lambda_n d) + (\lambda_n^2 K_{eq}^2 - h_i^2) \sin \lambda_n d \cos \lambda_n d + \lambda_n d (\lambda_n^2 K_{eq}^2 + h_i^2)]} \times \quad (5.1)$$

$$U(y, t) = \frac{h_e U_c K_{eq} + h_i U_i K_{eq} + h_i h_e U_i d + [h_e h_i (U_c - U_i)](y + l_1 + l_2)}{K_{eq}(h_e + h_i) + dh_e h_i} - \sum_{n=1}^{\infty} CF_n e^{-\alpha_{eq} \lambda_n^2 t} \left( \sin \lambda_n (y + l_1 + l_2) + \frac{\lambda_n K_{eq}}{h_i} \cos \lambda_n (y + l_1 + l_2) \right) \quad (5.2)$$

Por outro lado, a equação que determina a distribuição de temperatura  $U(y, t)$  no revestimento antes do choque é dada por:

$$U(y, t) = U(y) = \frac{h_e U_a K_{eq} + \gamma I_g K_{eq} + h_i U_i K_{eq} + h_i h_e U_i d + [\gamma I_g h_i + h_e h_i (U_a - U_i)](y + l_1 + l_2)}{K_{eq}(h_e + h_i) + dh_e h_i} \quad (5.3)$$

A fim de recapitular o significado das variáveis das equações (5.1) a (5.3), apresentadas nos capítulos anteriores, tem-se que:

- $K_{eq} = 1,19 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ : Condutividade Térmica Equivalente. Valor único de condutividade térmica para toda a estrutura de revestimento (calculado conforme parâmetros da Tabela 4.19);
- $\alpha_{eq} = 6,33 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{seg}$ : Difusividade Térmica Equivalente. Valor único de difusividade térmica para toda a estrutura de revestimento (calculado conforme parâmetros da Tabela 4.19);
- $d = 25,15 \text{ cm}$ : Espessura total da parede onde está a estrutura de revestimento cerâmico, voltada para o exterior;
- $l_1 = 2 \text{ cm}$ : Espessura da camada de emboço voltado para o interior da edificação. Não faz parte da estrutura de revestimento cerâmico;
- $l_2 = 20 \text{ cm}$ : Espessura da camada de alvenaria da parede. Substrato onde está aplicada a estrutura de revestimento cerâmico. Não faz parte da estrutura de revestimento cerâmico;
- $h_i = 9 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ : Coeficiente de transferência térmica do ar do interior da edificação para a parede onde está a estrutura de revestimento cerâmico;
- $h_e = 18 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ : Coeficiente de transferência térmica do ar atmosférico do exterior da edificação para a parede onde está a estrutura de revestimento cerâmico;
- $U_i = 21^\circ\text{C}$ : Temperatura do ar do interior da edificação onde está a parede submetida ao choque térmico;
- $U_a = 34,60^\circ\text{C}$ : Temperatura do ar atmosférico exterior à edificação instantes imediatamente anteriores à ocorrência do choque térmico;
- $U_c = 22,14^\circ\text{C}$ : Temperatura do ar atmosférico exterior à edificação instantes imediatamente posteriores à ocorrência do choque térmico;
- $\lambda_n$ : Autovalores, cujos valores constam do capítulo de Análise Térmica, obtidos numericamente pela seguinte equação:

$$\lambda \cos \lambda d - \frac{\lambda^2 K_{eq}}{h_i} \sin \lambda d + \frac{h_e}{K_{eq}} \sin \lambda d + \frac{\lambda h_e}{h_i} \cos \lambda d = 0 \quad (5.4)$$

- $CF_n$ : Coeficientes da série de Fourier que descreve a distribuição de temperatura;
- $\gamma$ : Coeficiente de Absorção de Radiação Solar da cerâmica do revestimento. Valerá 0,45 para cerâmica clara e 0,95 para a cerâmica escura;

- $I_g = 692 \text{ W/m}^2$ : Radiação Solar Global Incidente Sobre a Superfície cerâmica, instantes imediatamente anteriores ao choque térmico;
- $t$ : variável de tempo; e
- $y$ : variável de posição.

Os valores dos parâmetros descritos anteriormente e que não são produto de cálculo, foram obtidos em Saraiva (1998), Moaveni (2008), Uchôa (2007) e Rosa (2001).

Conforme se observa na equação (5.2), a temperatura no revestimento, no que tange à posição, depende apenas da variável  $y$ . Portanto, a malha de elementos finitos será alimentada com as temperaturas obtidas através da equação (5.2), onde cada uma das 17 linhas de nós do modelo terá um valor de temperatura a cada instante de tempo, conforme mostrado na Figura 5.5 a seguir:

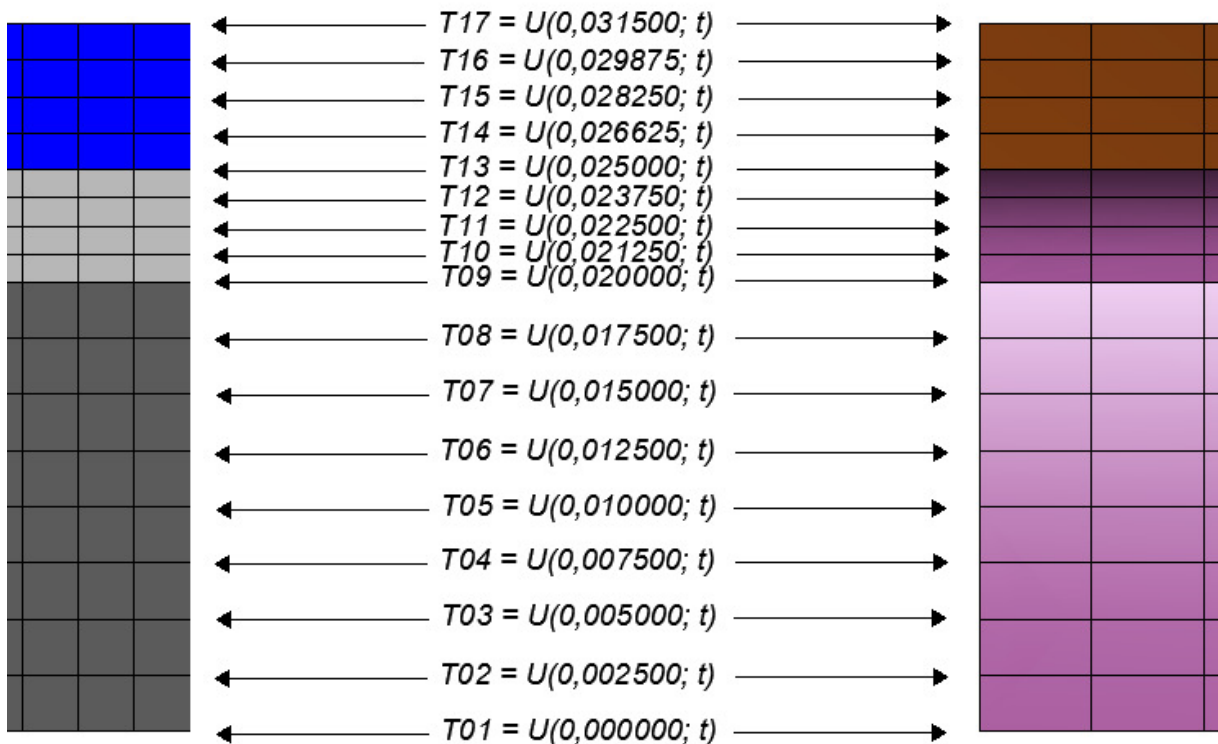


Figura 5.5 – Temperaturas aplicadas nas linhas de nós da malha de elementos finitos que discretizou a estrutura de revestimento com valores em metros

A partir do caso de carregamento térmico aplicado, serão obtidas as tensões na direção do eixo  $x$  e na direção do eixo  $y$ , avaliando-se esses valores no instante em que a parede sofre

o choque atmosférico, e também 15, 30, 45, 60 e 120 minutos após o evento do choque. Com esses valores de tensão é possível encontrar o valor da tensão alternada e avaliar critérios de fadiga quando há incidência de ciclos de choque térmico. Os casos construtivos estudados estão explicitados na Tabela 5.2 a seguir:

Tabela 5.2: Casos construtivos para análise

<b>Caso</b>	<b>Tipo de Cerâmica</b>	<b>Temperatura de Referência (°C)</b>	<b>Instantes de tempo de avaliação, após evento de choque (min)</b>
Caso 1	Clara ( $\gamma = 0,45$ )	25	0, 15, 30, 45, 60, 120
Caso 2	Escura ( $\gamma = 0,95$ )	25	0, 15, 30, 45, 60, 120

A temperatura de referência adotada, que determina a o valor de temperatura onde cada um dos materiais apresenta deformação igual a zero, a ser utilizada no aplicativo ANSYS, é de 25°C.

### 5.3 – RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS CARREGAMENTOS

Os valores das tensões resultantes da aplicação dos casos de carregamento térmico considerados serão lidos nas seções AA', BB' e CC' mostradas na Figura 5.6 a seguir:

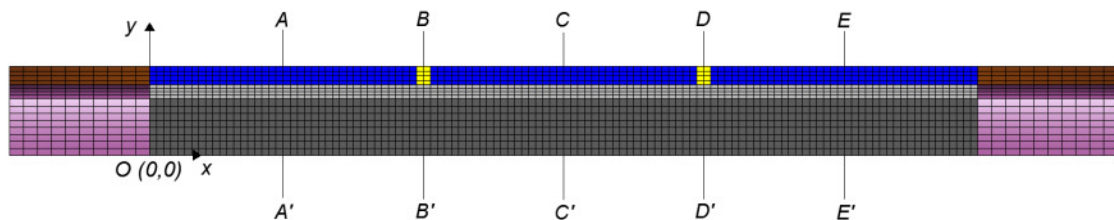


Figura 5.6 – Seções da malha de elementos finitos onde serão lidas as tensões



Conforme se vê na Figura 5.6 as seções de leitura AA' e CC' passam pelo meio de cada peça cerâmica, e a seção de leitura BB' pelo meio de um dos filetes de rejunte. Por outro lado, os nove nós onde serão lidas as tensões, em cada seção, serão os seguintes nós mostrados na Figura 5.7:

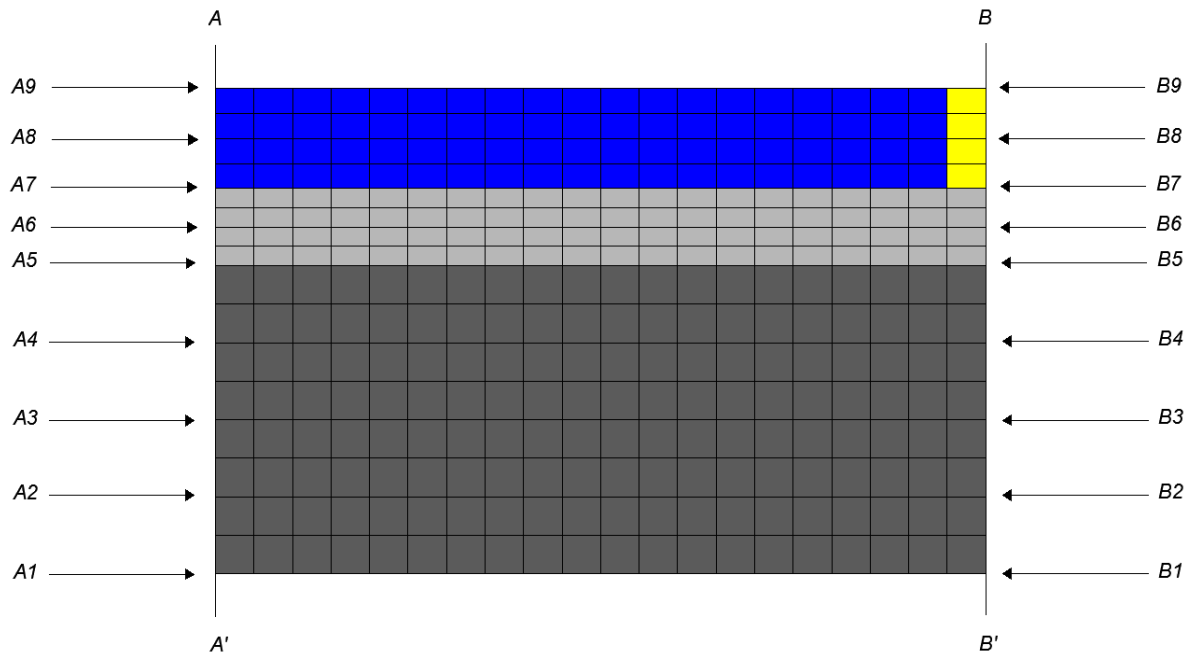


Figura 5.7 – Exemplo dos nós a terem as tensões lidas, nas seções AA' e BB'

As tensões a serem obtidas em cada nó serão representadas por:

- $SX$  (MPa): Tensão nodal na direção do eixo "x";
- $SY$  (MPa): Tensão nodal na direção do eixo "y";
- $SXY$  (MPa): Tensão nodal de cisalhamento;
- $S1$  e  $S2$  (MPa): Tensões principais, obtidas através da seguinte fórmula (Timoshenko et al., 1951):

$$S1 = \frac{SX + SY}{2} + \sqrt{\left(\frac{SX - SY}{2}\right)^2 + SXY^2} \quad (5.5)$$

$$S2 = \frac{SX + SY}{2} - \sqrt{\left(\frac{SX - SY}{2}\right)^2 + SXY^2} \quad (5.6)$$

As tensões principais  $S1$  e  $S2$  serão utilizadas para avaliar o desempenho à fadiga, utilizando as fórmulas das equações (3.33) a (3.36) da subseção 3.2.6.

### 5.3.1 – Caso 1 – Cerâmica Clara

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, apresentadas na seção 5.2, para o caso de cerâmica clara ( $\gamma = 0,45$ ), obtêm-se as seguintes temperaturas, para as linhas de nós indicadas na Figura 5.5, cujos valores encontram-se apresentados na Tabela 5.3 a seguir:

Tabela 5.3: Temperaturas da distribuição de temperatura que ocorre no interior do revestimento após choque térmico

CASO 1: CERÂMICA CLARA						
	TEMPERATURA °C					
Linha de nós	Antes e durante choque	15 min	30 min	45 min	60 min	120 min
T17	47,34	38,29	35,79	34,19	33,02	30,18
T16	47,23	38,68	36,12	34,48	33,29	30,38
T15	47,12	39,05	36,44	34,77	33,55	30,57
T14	47,01	39,40	36,75	35,05	33,80	30,76
T13	46,90	39,74	37,05	35,32	34,05	30,95
T12	46,81	39,99	37,27	35,53	34,24	31,09
T11	46,73	40,23	37,49	35,73	34,42	31,23
T10	46,64	40,46	37,71	35,92	34,60	31,37
T09	46,56	40,68	37,91	36,11	34,78	31,51
T08	46,39	41,08	38,31	36,49	35,13	31,78
T07	46,21	41,45	38,69	36,84	35,46	32,05
T06	46,04	41,78	39,04	37,18	35,79	32,31
T05	45,87	42,07	39,36	37,50	36,09	32,56
T04	45,70	42,33	39,67	37,80	36,39	32,80
T03	45,53	42,55	39,94	38,09	36,67	33,04
T02	45,36	42,73	40,20	38,36	36,93	33,27
T01	45,19	42,88	40,43	38,61	37,18	33,49

Com os valores de temperatura apresentados na Tabela 5.3 montam-se os gráficos apresentados nas Figuras 5.8 e 5.9 a seguir:

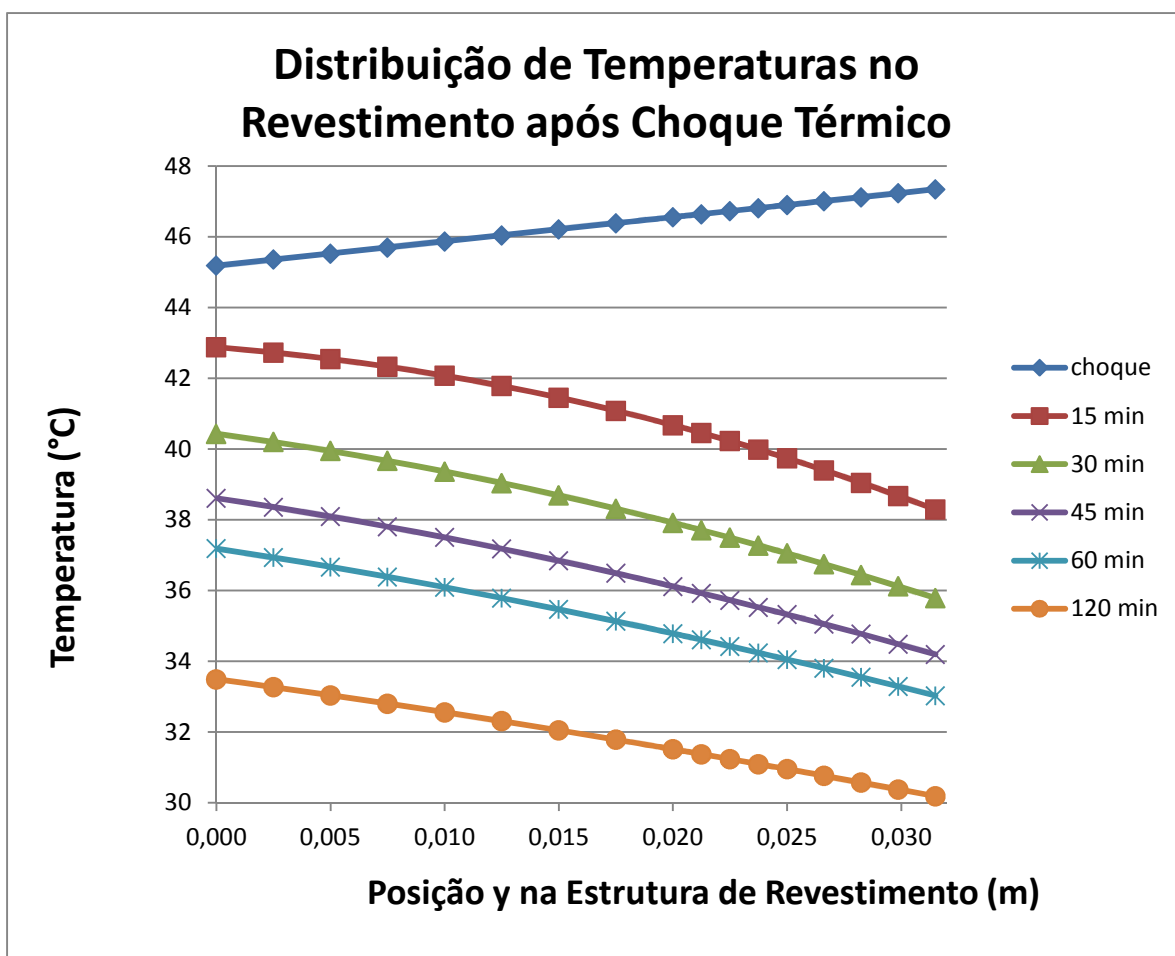


Figura 5.8 – Distribuição de temperaturas nas camadas da estrutura de revestimento em 5 instantes - antes e no momento do choque térmico, 15, 30, 45, 60 e 120 minutos após o choque térmico.

Através da Figura 5.8 pode-se evidenciar o decaimento das temperaturas no interior da estrutura de revestimento. Cada curva apresentada é um instante distinto no tempo onde se pode conferir as temperaturas em cada uma das camadas de linhas de nós da malha que representa a estrutura. No caso mais crítico, no topo da estrutura, onde está a cerâmica (T17), houve uma variação de temperatura de cerca de 17°C em 120 minutos. Já na situação menos crítica, na base da estrutura (T01), houve variação de cerca de 12°C.

Vê-se também que a distância entre as curvas vai diminuindo com o passar do tempo, evidenciando que a mudança de temperatura é mais veloz logo após o choque térmico,

diminuindo gradualmente à medida que o tempo passa. Tal efeito pode ser melhor percebido através da Figura 5.9 a seguir:

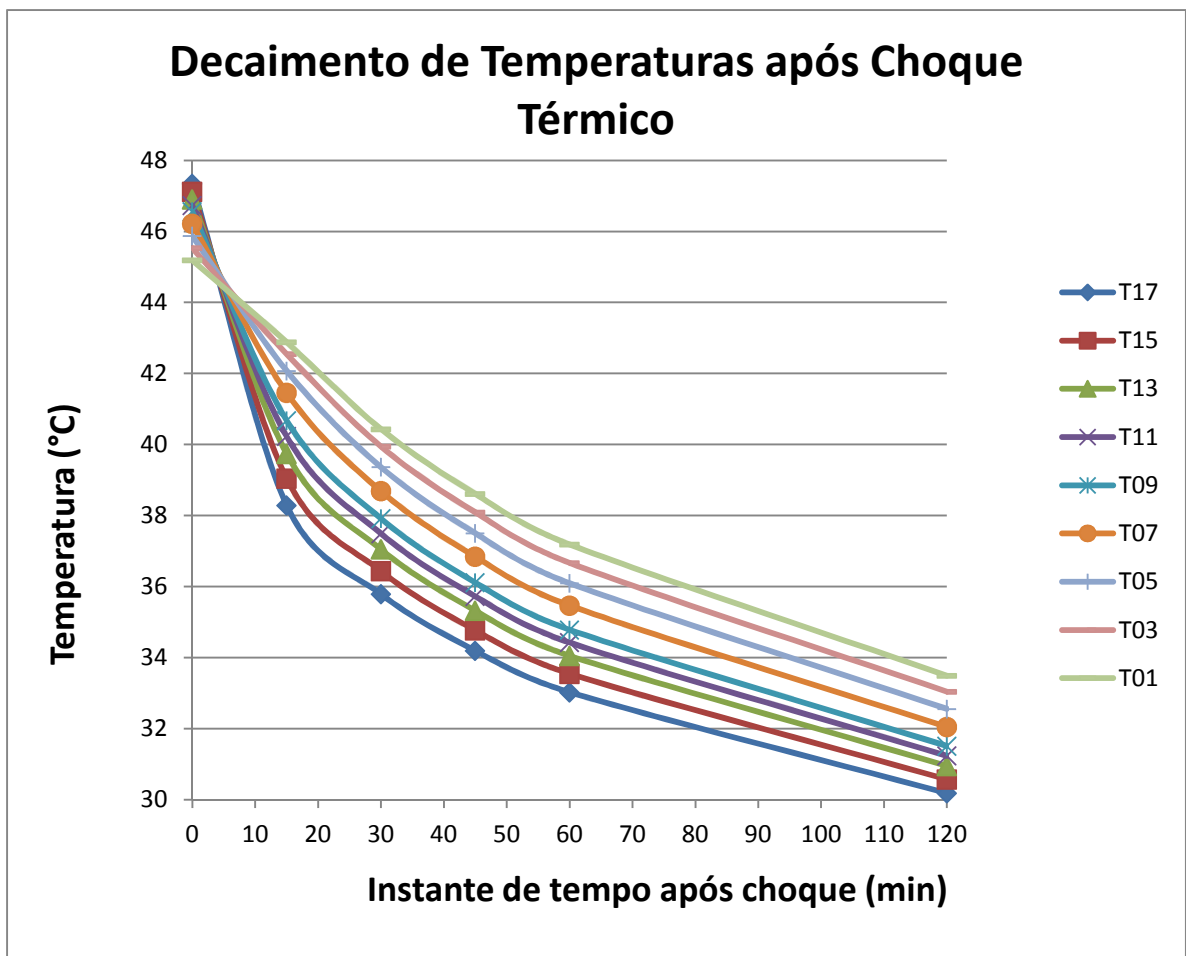


Figura 5.9 – Temperatura de algumas camadas da estrutura de revestimento separadamente, após o choque térmico

A velocidade de decaimento de temperatura de cada camada pode ser obtida considerando as derivadas de cada curva. Vale ressaltar o formato exponencial de cada curva, sendo que as camadas superiores (T17 a T13) são as que apresentam as maiores velocidades de decaimento de temperatura (menores valores de derivada).

Primeiramente, são introduzidas as temperaturas do instante  $t = 0$  (comando TIME, 0.001 no ANSYS, pois o aplicativo não aceita valor de tempo nulo, conforme explicado em capítulo anterior), antes do choque térmico, a fim de que o aplicativo ANSYS considere que essa é a distribuição no regime estacionário da estrutura.

Após a introdução do primeiro perfil de distribuição de temperaturas (instante  $t = 0$ ), liga-se a integração no tempo, utilizando o comando "TIMINT, ON". Também utiliza-se o comando "KBC, 0" que significa que o decremento de temperatura entre 0 e 15 minutos será feito de forma linear, o que é uma aproximação coerente quando se observa o formato das curvas entre 0 e 15 min, mostradas na Figura 5.9. Para a introdução do terceiro, quarto, quinto e sexto perfis de distribuição de temperatura procede-se da mesma maneira.

### 5.3.1.1 – Tensão Normal SX (Caso 1)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica clara ( $\gamma = 0,45$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões normais SX, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.4 a 5.6 seguir:

Tabela 5.4: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO AA' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SX (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
A9	-5,4590	-3,0397	-2,4500	-2,0766	-1,8049	-1,1500
A8	-5,3853	-3,3157	-2,6862	-2,2873	-1,9974	-1,2916
A7c	-5,3176	-3,5697	-2,9104	-2,4893	-2,1808	-1,4305
A7a	-0,6385	-0,4293	-0,3503	-0,2998	-0,2627	-0,1725
A6	-0,6416	-0,4532	-0,3712	-0,3188	-0,2798	-0,1850
A5a	-0,6446	-0,4754	-0,3912	-0,3366	-0,2963	-0,1974
A5e	-1,4114	-1,0363	-0,8529	-0,7339	-0,6461	-0,4303
A4	-1,4014	-1,1062	-0,9216	-0,7975	-0,7049	-0,4761
A3	-1,3879	-1,1620	-0,9799	-0,8541	-0,7585	-0,5187
A2	-1,3694	-1,2042	-1,0290	-0,9035	-0,8067	-0,5581
A1	-1,3454	-1,2317	-1,0688	-0,9455	-0,8478	-0,5941

Tabela 5.5: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SX (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	-5,0404	-2,9531	-2,3859	-2,0265	-1,7658	-1,1339
B8	-4,6507	-2,8383	-2,2981	-1,9556	-1,7067	-1,1025
B7r	-3,7547	-2,3972	-1,9468	-1,6605	-1,4516	-0,9445
B7a	-2,1663	-1,3957	-1,1350	-0,9689	-0,8475	-0,5525
B6	-1,1048	-0,7439	-0,6071	-0,5199	-0,4555	-0,2990
B5a	-0,8945	-0,6313	-0,5177	-0,4445	-0,3906	-0,2586
B5e	-1,7593	-1,2553	-1,0308	-0,8886	-0,7787	-0,5165
B4	-1,5511	-1,2029	-1,0004	-0,8649	-0,7639	-0,5147
B3	-1,4698	-1,2178	-1,0257	-0,8935	-0,7931	-0,5416
B2	-1,4221	-1,2426	-1,0609	-0,9311	-0,8310	-0,5744
B1	-1,3896	-1,2651	-1,0967	-0,9697	-0,8692	-0,6085

Tabela 5.6: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SX (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	-5,4352	-3,0160	-2,4295	-2,0584	-1,7886	-1,1385
C8	-5,3420	-3,2771	-2,6533	-2,2584	-1,9716	-1,2737
C7c	-5,2581	-3,5191	-2,8674	-2,4517	-2,1474	-1,4075
C7a	-0,6325	-0,4242	-0,3460	-0,2960	-0,2593	-0,1701
C6	-0,6397	-0,4516	-0,3699	-0,3177	-0,2787	-0,1843
C5a	-0,6468	-0,4774	-0,3929	-0,3382	-0,2977	-0,1984
C5e	-1,4154	-1,0399	-0,8560	-0,7367	-0,6485	-0,4320
C4	-1,4120	-1,1156	-0,9296	-0,8046	-0,7112	-0,4804
C3	-1,4035	-1,1758	-0,9917	-0,8645	-0,7678	-0,5251
C2	-1,3882	-1,2090	-1,0433	-0,9160	-0,8179	-0,5658
C1	-1,3653	-1,2494	-1,0839	-0,9588	-0,8596	-0,6023

Conforme se observa nas tabelas e figuras anteriores, os nós 5 e 7 são os nós de interface entre as camadas, respectivamente: emboço e argamassa colante; argamassa colante e cerâmica/rejunte. Dessa forma, para esses nós sempre são fornecidos dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com esses valores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.10 a 5.12 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões SX em cada nó ao longo do tempo:

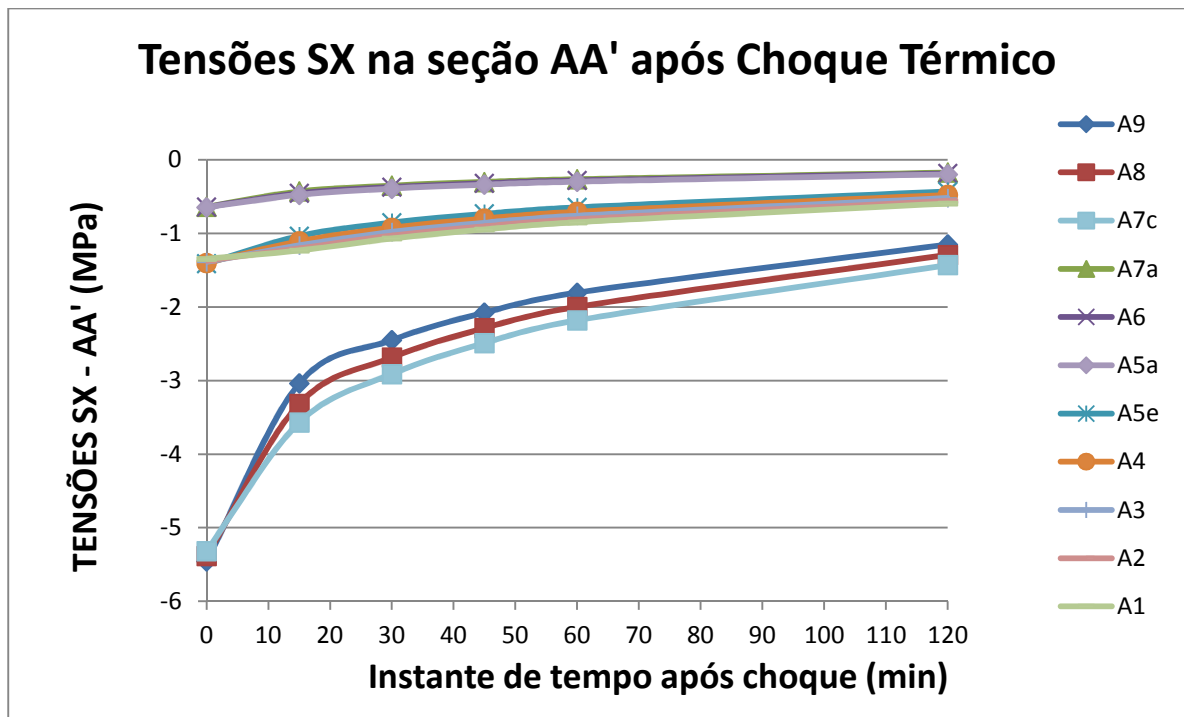


Figura 5.10 – Variação das tensões SX na seção AA' - cerâmica clara

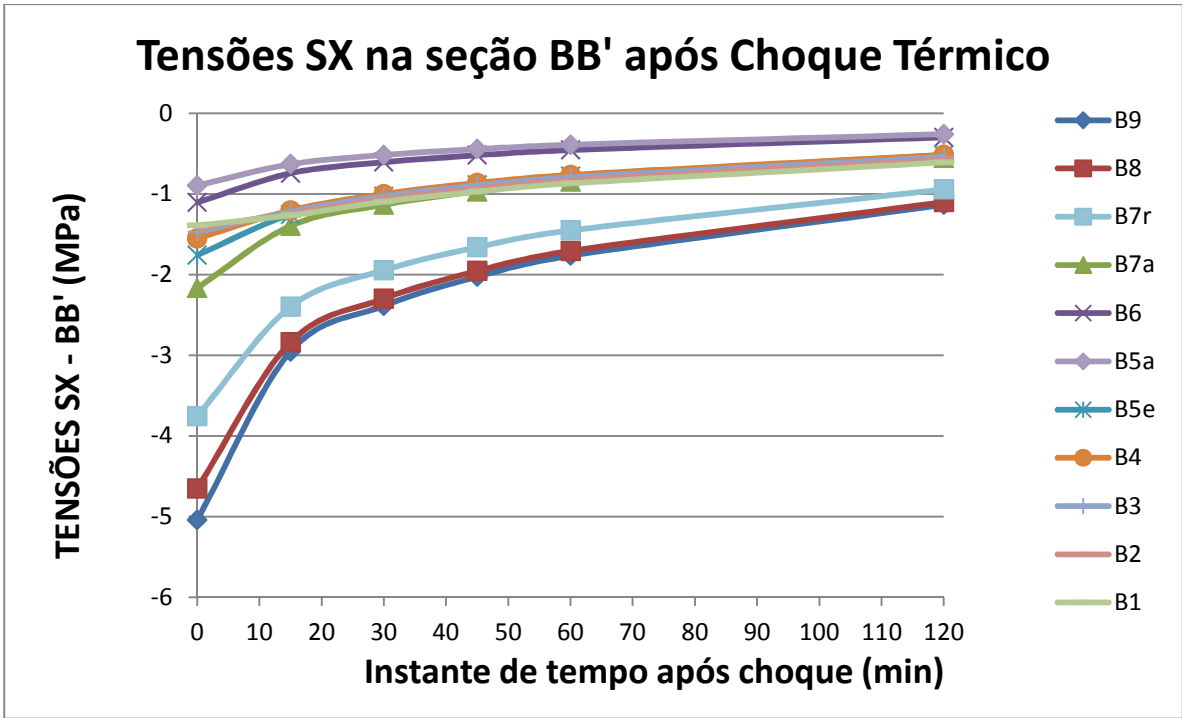


Figura 5.11 – Variação das tensões SX na seção BB' - cerâmica clara

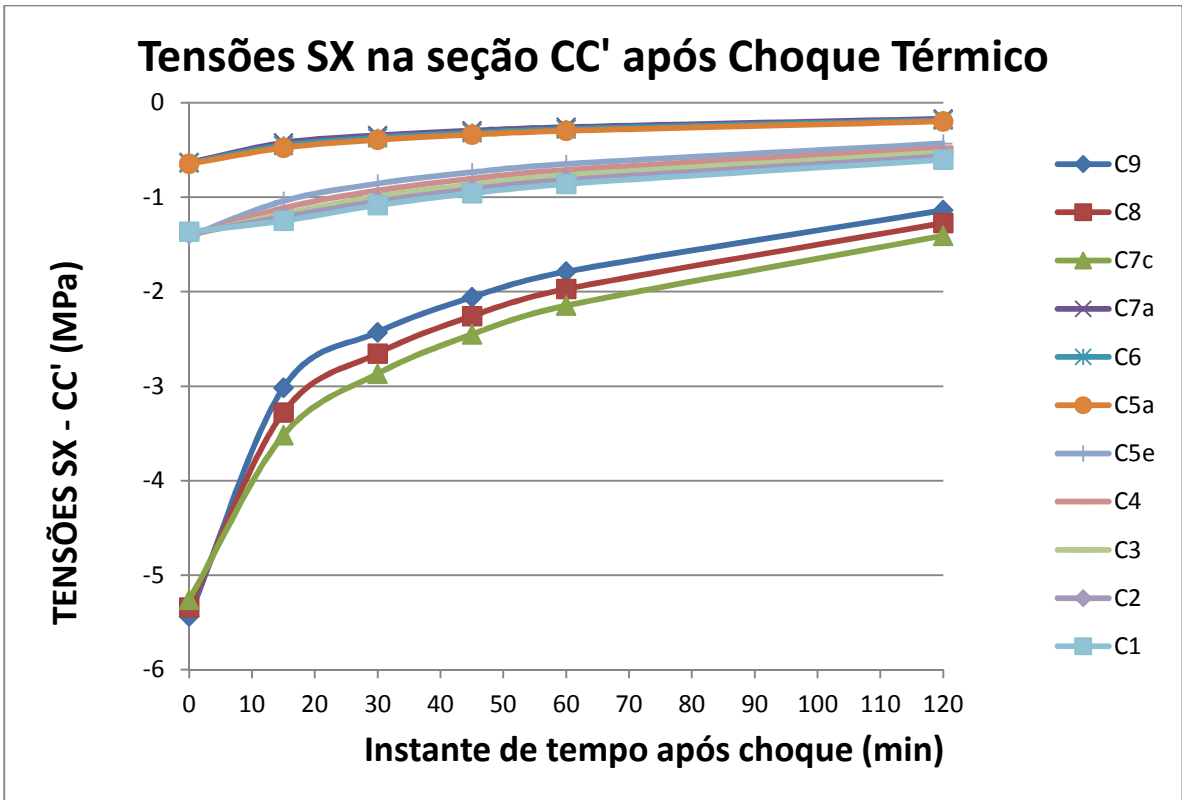


Figura 5.12 – Variação das tensões SX na seção CC' - cerâmica clara



Os valores negativos indicam tensões de compressão, e os positivos tensões de tração.

Cada gráfico, correspondente a cada uma das seções, apresenta três grupamentos de curvas, os quais correspondem às três camadas de materiais que compõem a estrutura de revestimento. Pode-se observar então em cada seção que cada material trabalha com níveis distintos de tensão de compressão.

Nas seções AA' e CC' onde a camada de topo é formada por cerâmica, nota-se esse fenômeno dos três grupamentos de curva bastante claros. Os resultados foram bastante parecidos mostrando que, qualitativamente, as seções AA' e CC' trabalham da mesma forma no tocante às tensões na direção x. A camada cerâmica é a que suporta os maiores níveis de tensão, as quais são da ordem de -5,4 MPa no início do processo de resfriamento devido aos efeitos do choque. Já a camada de argamassa colante é aquela sujeita aos menores níveis de tensão, as quais são da ordem de -0,64 MPa no início do processo. Em ambas as seções a camada de emboço trabalha com tensões da ordem de -1,38 MPa no início do processo.

Na seção BB' onde a camada de topo é o rejunte, também há três grupamentos de curvas, entretanto não são tão claramente definidos como nas seções AA' e CC'. Por exemplo, o nó B7a, que representa o topo da camada de argamassa colante situa-se no grupamento de curvas da camada de emboço. Comparando com as camadas de emboço e argamassa colante das seções AA' e CC', o emboço e argamassa colante da seção BB' trabalham com maiores níveis de tensões de compressão, variando de -2,17 MPa a -1,39 MPa no início do processo de resfriamento devido ao choque térmico.

Os maiores níveis de tensão de compressão nas camadas de argamassa colante e emboço da seção BB' em comparação com as seções AA' e CC' têm na camada de rejunte sua explicação. A cerâmica no topo de AA' e CC' é muito mais rígida que as demais camadas (Módulo de elasticidade de 41,6 GPa) e por isso absorve grande parte das tensões de compressão que seriam repassadas às camadas inferiores. Por outro lado, o rejunte no topo de BB' é muito menos rígido do que a cerâmica (Módulo de elasticidade de 7,879 MPa) e por isso acaba por ser comprimido pelas cerâmicas ao lado, se deformando mais e permitindo maiores deformações, conseqüentemente, deixando passar mais tensões para as camadas subsequentes, de argamassa colante e emboço.

Os resultados mostram que, no início do processo, onde as temperaturas da estrutura são as maiores, é quando haveria as maiores dilatações dos materiais, as quais são reprimidas pelas condições de contorno de impedimento ao deslocamento nas bordas da estrutura, o que acaba por gerar grande parte das tensões verificadas. Com o resfriamento da estrutura provocado pelo choque, a dilatação dos materiais diminui, causando a retração dos materiais, provocando assim o relaxamento ou diminuição dos níveis de tensão inicial.

Também é interessante observar a tendência das curvas a assumir perfis assintóticos, indicando futura estabilização dos níveis de tensão, caso as condições de contorno de temperatura permaneçam imutáveis é claro.

As Figuras 5.13 a 5.15 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

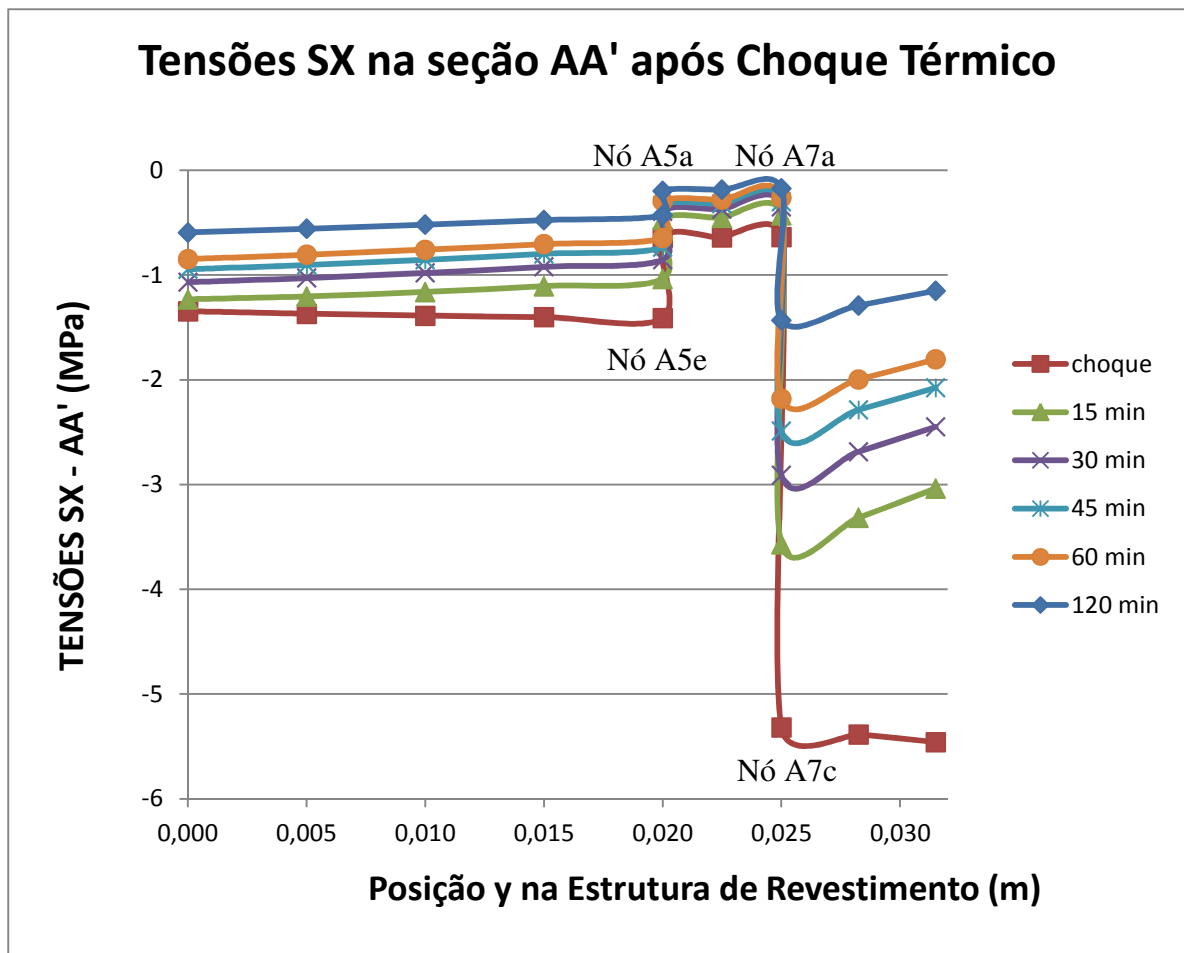


Figura 5.13 – Tensões SX na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara

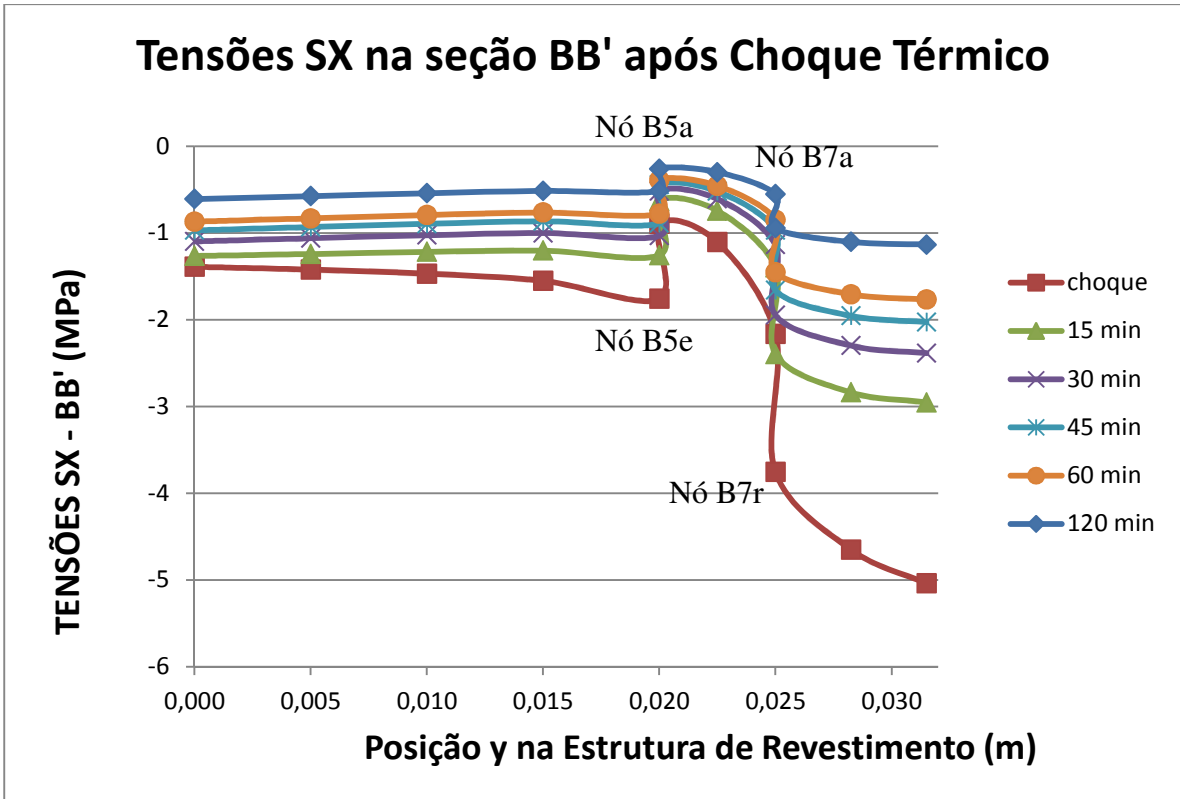


Figura 5.14 – Tensões SX na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara

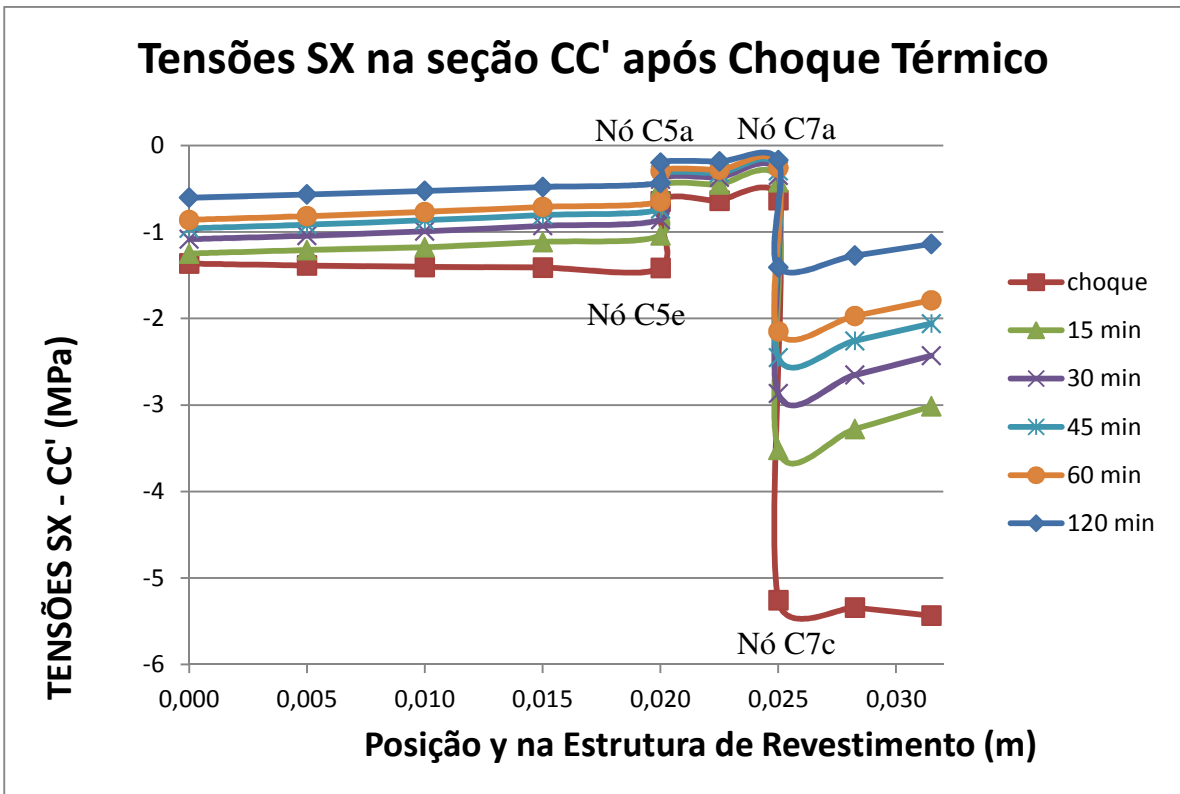


Figura 5.15 – Tensões SX na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara

### 5.3.1.2 – Tensão Normal SY (Caso 1)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica clara ( $\gamma = 0,45$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões normais SY, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.7 a 5.9 seguir:

Tabela 5.7: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO AA' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
A9	0,00050	0,00027	0,00021	0,00027	0,00015	0,00009
A8	0,00286	0,00149	0,00117	0,00097	0,00084	0,00051
A7c	0,00661	0,00336	0,00263	0,00219	0,00188	0,00115
A7a	0,00908	0,00455	0,00355	0,00295	0,00253	0,00154
A6	0,01226	0,00604	0,00469	0,00389	0,00333	0,00201
A5a	0,01539	0,00749	0,00581	0,00481	0,00411	0,00248
A5e	0,01838	0,00887	0,00686	0,00568	0,00485	0,00291
A4	0,02377	0,01132	0,00875	0,00723	0,00616	0,00368
A3	0,02940	0,01385	0,01067	0,00880	0,00750	0,00446
A2	0,03286	0,01537	0,01182	0,00974	0,00829	0,00492
A1	0,03402	0,01587	0,01220	0,01005	0,00855	0,00507

Tabela 5.8: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	0,10336	0,06305	0,05085	0,04318	0,03768	0,02426
B8	0,00696	0,01982	0,01701	0,01509	0,01359	0,00976
B7r	0,03252	0,04495	0,03775	0,03306	0,02940	0,02052
B7a	-0,11399	-0,04701	-0,03661	-0,03023	-0,02581	-0,01519
B6	-0,30388	-0,17500	-0,14112	-0,11971	-0,10423	-0,06670
B5a	-0,27579	-0,16117	-0,13017	-0,11053	-0,09631	-0,06181
B5e	-0,24084	-0,14155	-0,11438	-0,09716	-0,08469	-0,05441
B4	-0,18689	-0,11071	-0,08953	-0,07609	-0,06635	-0,04269
B3	-0,14598	-0,08713	-0,07051	-0,05995	-0,05230	-0,03370
B2	-0,12689	-0,07610	-0,06161	-0,05241	-0,04572	-0,02949
B1	-0,12123	-0,07282	-0,05897	-0,05016	-0,04377	-0,02823

Tabela 5.9: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	0,00063	0,00039	0,00032	0,00027	0,00024	0,00015
C8	0,00375	0,00230	0,00187	0,00159	0,00139	0,00090
C7c	0,00901	0,00551	0,00446	0,00380	0,00332	0,00214
C7a	0,01270	0,00774	0,00627	0,00534	0,00466	0,00301
C6	0,01764	0,01073	0,00869	0,00740	0,00645	0,00417
C5a	0,02254	0,01368	0,01108	0,00943	0,00823	0,00532
C5e	0,02724	0,01652	0,01338	0,01138	0,00993	0,00641
C4	0,03581	0,02167	0,01755	0,01493	0,01303	0,00841
C3	0,04487	0,02712	0,02196	0,01868	0,01630	0,01052
C2	0,05051	0,03051	0,02470	0,02101	0,01833	0,01183
C1	0,05242	0,03165	0,02562	0,02180	0,01902	0,01227

Assim como no caso das tensões na direção x (SX), os nós 5 e 7, de interface entre as camadas fornecem dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com os valores das tabelas anteriores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.16 a 5.18 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões SY em cada nó ao longo do tempo:

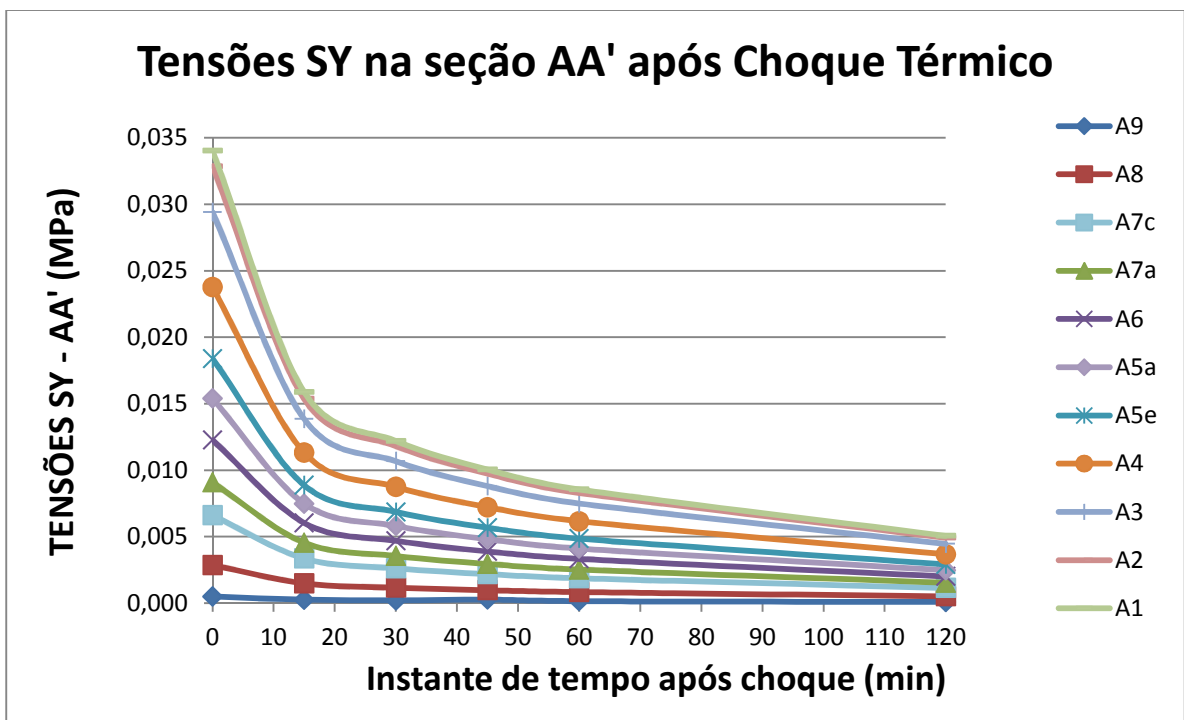


Figura 5.16 – Variação das tensões SY na seção AA' - cerâmica clara

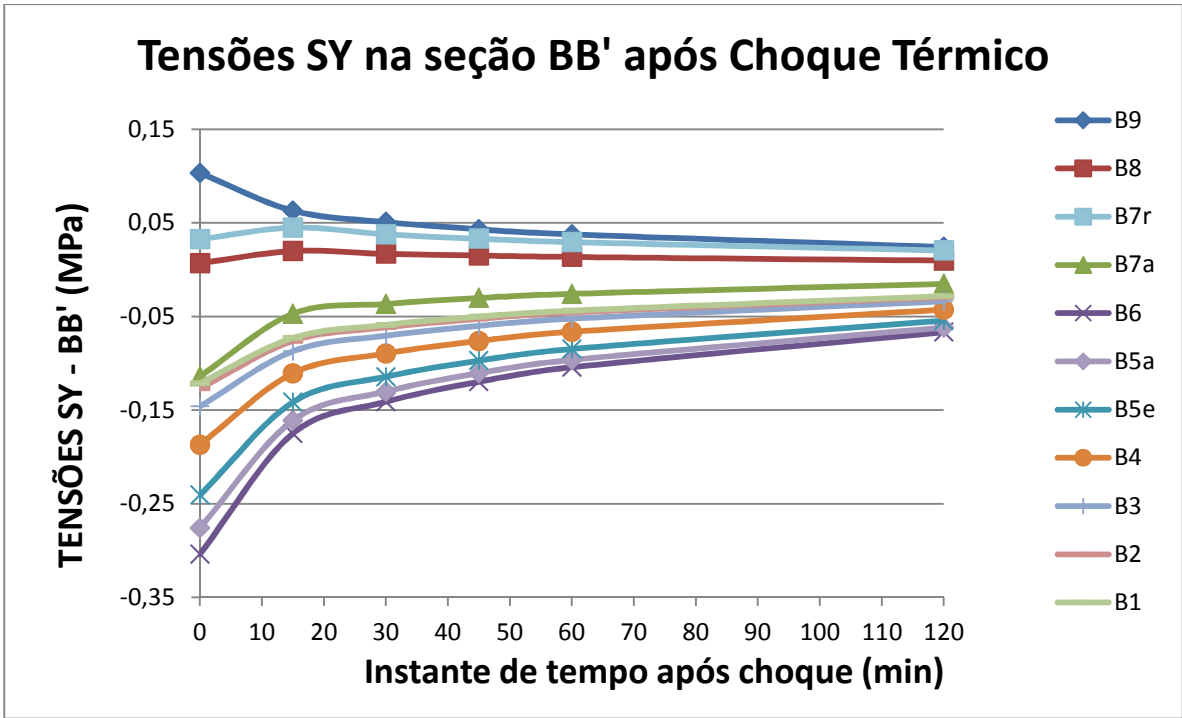


Figura 5.17 – Variação das tensões SY na seção BB' - cerâmica clara

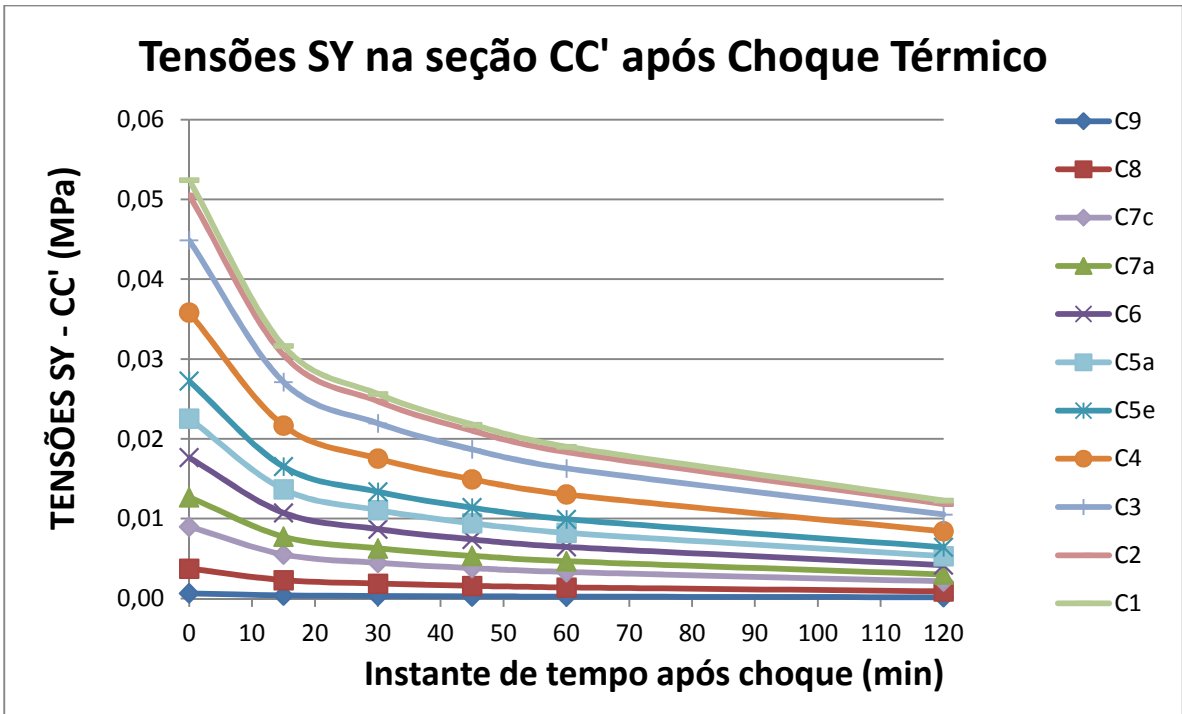


Figura 5.18 – Variação das tensões SY na seção CC' - cerâmica clara

Os valores negativos indicam tensões de compressão e os positivos, tensões de tração.

Comparativamente às tensões SX, aqui as curvas de tensão para cada camada da estrutura não se agrupam conforme evidenciado nas Figuras 5.10 a 5.12. Importante ressaltar que os valores de tensão são bem menores do que os observados nas tensões longitudinais SX. Pode-se atribuir isso ao fato de que as dimensões do modelo na direção x são bem maiores do que na direção y, o que provoca maior dilatação na direção x, conseqüentemente, maiores tensões. Além disso, a movimentação da estrutura na direção x é impedida em dois bordos, enquanto na direção y há apenas a restrição na base, com o topo livre, o que alivia a magnitude das tensões.

Semelhantemente às curvas de tensão SX, as curvas de tensão SY para as seções AA' e CC' mostraram-se compatíveis entre si, o que denota qualitativamente o mesmo comportamento para as duas tensões. Basicamente aqui a estrutura trabalha com tensões de tração. Entretanto, as tensões na seção CC' mostraram-se maiores do que na seção AA' o que mostra que na seção CC' há uma maior pressão no sentido de descolamento das camadas do que na seção AA'. A razão é a posição geométrica da seção CC' situada no meio da estrutura de revestimento.

O destaque é para a seção BB' em relação às demais. O motivo é que na seção BB' apenas a camada de topo (rejunte) trabalha sob tensões de tração enquanto as camadas de argamassa colante e emboço trabalham sob compressão. Isso acontece por causa do fenômeno descrito anteriormente, no qual as placas cerâmicas, muito mais rígidas que o rejunte, o comprimem da direção do eixo x. Ao ser longitudinalmente esmagado por duas peças cerâmicas, o rejunte começa a apresentar tensões de tração, se movimentando para cima e para baixo. Entretanto ao se movimentar para baixo ele comprime as outras duas camadas subsequentes (de argamassa colante e emboço), as quais apresentam condição de contorno de impedimento ao deslocamento na parte de baixo da estrutura. É esse efeito de compressão aliado ao enclausuramento dessas camadas na região da seção BB' que também faz com que a magnitude das tensões seja até 10 vezes maior que nas seções AA' e CC'.

Os resultados mostram que, no início do processo, onde as temperaturas da estrutura são as maiores, é quando haveria as maiores dilatações dos materiais, as quais são reprimidas pelas condições de contorno de impedimento ao deslocamento nas bordas da estrutura, o



que acaba por gerar grande parte das tensões verificadas. Com o resfriamento da estrutura provocado pelo choque, a dilatação dos materiais diminui, causando a retração dos materiais, provocando assim o relaxamento ou diminuição dos níveis de tensão iniciais.

Também é interessante observar a tendência das curvas a assumir perfis assintóticos, indicando futura estabilização dos níveis de tensão, caso as condições de contorno de temperatura permaneçam imutáveis é claro.

As Figuras 5.19 a 5.21 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

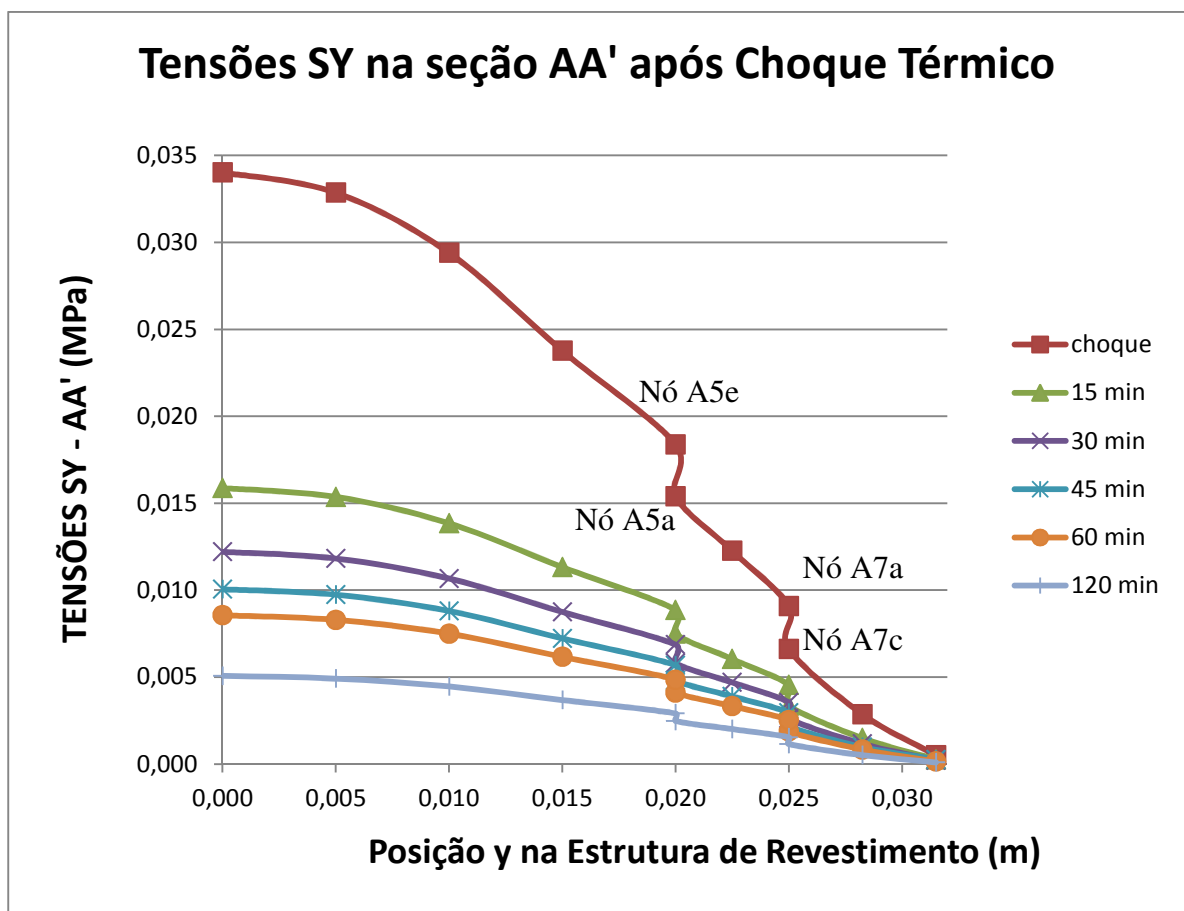


Figura 5.19 – Tensões SY na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara

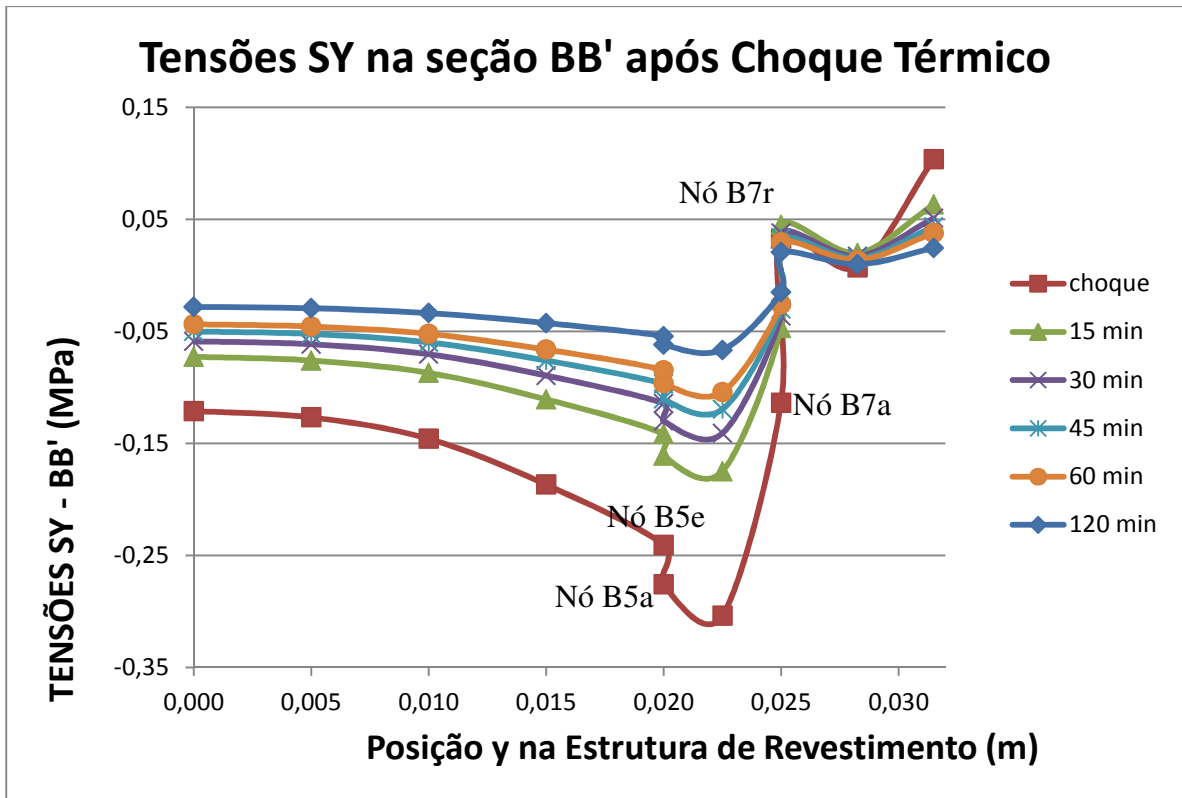


Figura 5.20 – Tensões SY na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara

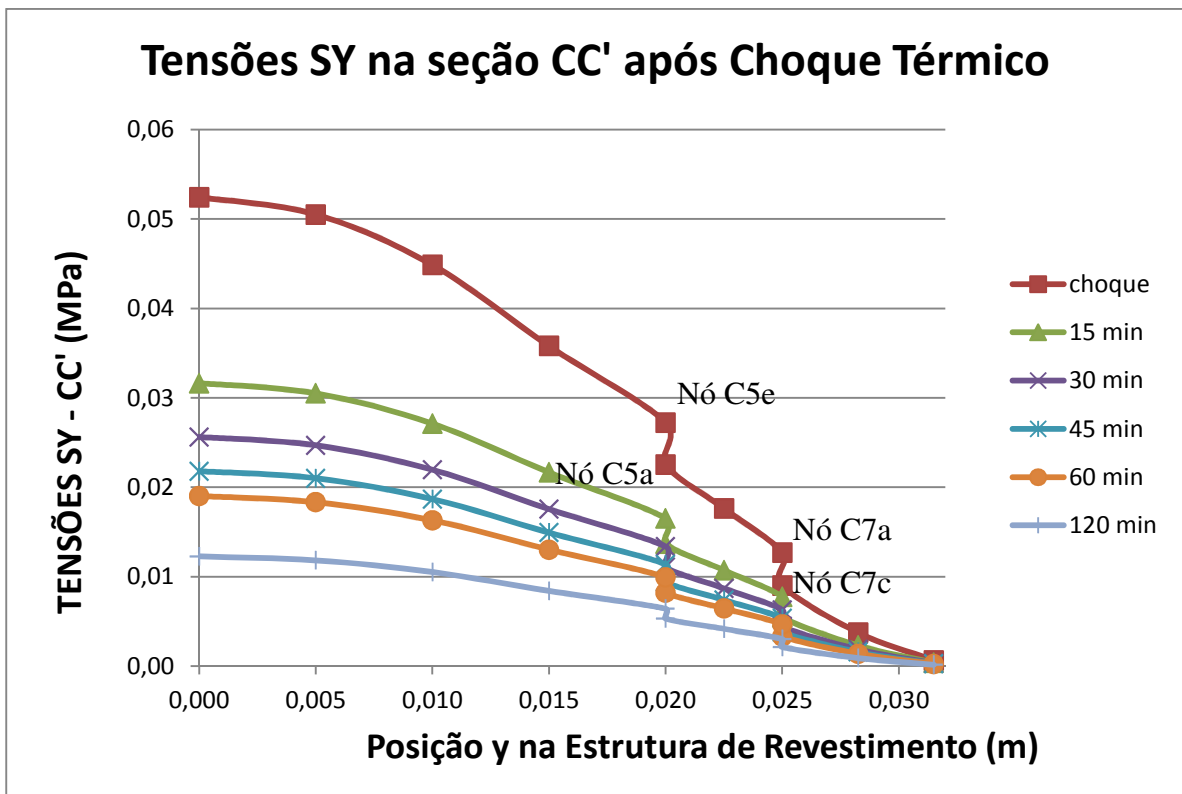


Figura 5.21 – Tensões SY na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara

### 5.3.1.3 – Tensão de Cisalhamento SXY (Caso 1)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica clara ( $\gamma = 0,45$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões de cisalhamento SXY, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.10 a 5.12 seguir:

Tabela 5.10: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO AA' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SXY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
A9	0,00175	0,00166	0,00143	0,00126	0,00113	0,00079
A8	0,00768	0,00702	0,00602	0,00529	0,00473	0,00328
A7c	0,01441	0,01275	0,01088	0,00955	0,00852	0,00589
A7a	0,01699	0,01486	0,01267	0,01110	0,00990	0,00684
A6	0,01727	0,01508	0,01285	0,01127	0,01005	0,00693
A5a	0,01728	0,01507	0,01284	0,01125	0,01003	0,00693
A5e	0,01679	0,01463	0,01247	0,01093	0,00974	0,00672
A4	0,01482	0,01290	0,01099	0,00963	0,00859	0,00593
A3	0,01085	0,00945	0,00805	0,00705	0,00629	0,00434
A2	0,00572	0,00498	0,00425	0,00372	0,00332	0,00229
A1	0,00146	0,00127	0,00108	0,00095	0,00085	0,00058

Tabela 5.11: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SXY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	0,00005	0,00005	0,00004	0,00004	0,00004	0,00003
B8	0,00015	0,00015	0,00013	0,00011	0,00010	0,00007
B7r	0,00039	0,00037	0,00032	0,00028	0,00025	0,00017
B7a	0,00067	0,00062	0,00054	0,00047	0,00042	0,00029
B6	0,00072	0,00067	0,00058	0,00051	0,00045	0,00032
B5a	0,00073	0,00068	0,00058	0,00051	0,00046	0,00032
B5e	0,00071	0,00066	0,00057	0,00050	0,00045	0,00031
B4	0,00064	0,00059	0,00051	0,00044	0,00040	0,00028
B3	0,00047	0,00044	0,00037	0,00033	0,00029	0,00020
B2	0,00025	0,00023	0,00020	0,00018	0,00016	0,00011
B1	0,00006	0,00006	0,00005	0,00004	0,00004	0,00003

Tabela 5.12: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES SXY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C8	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C7c	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C7a	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C5a	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C5e	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C4	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C3	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

Assim como no caso das tensões normais, os nós 5 e 7, de interface entre as camadas fornecem dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com os valores das tabelas anteriores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.22 a 5.24 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões SXY em cada nó ao longo do tempo:

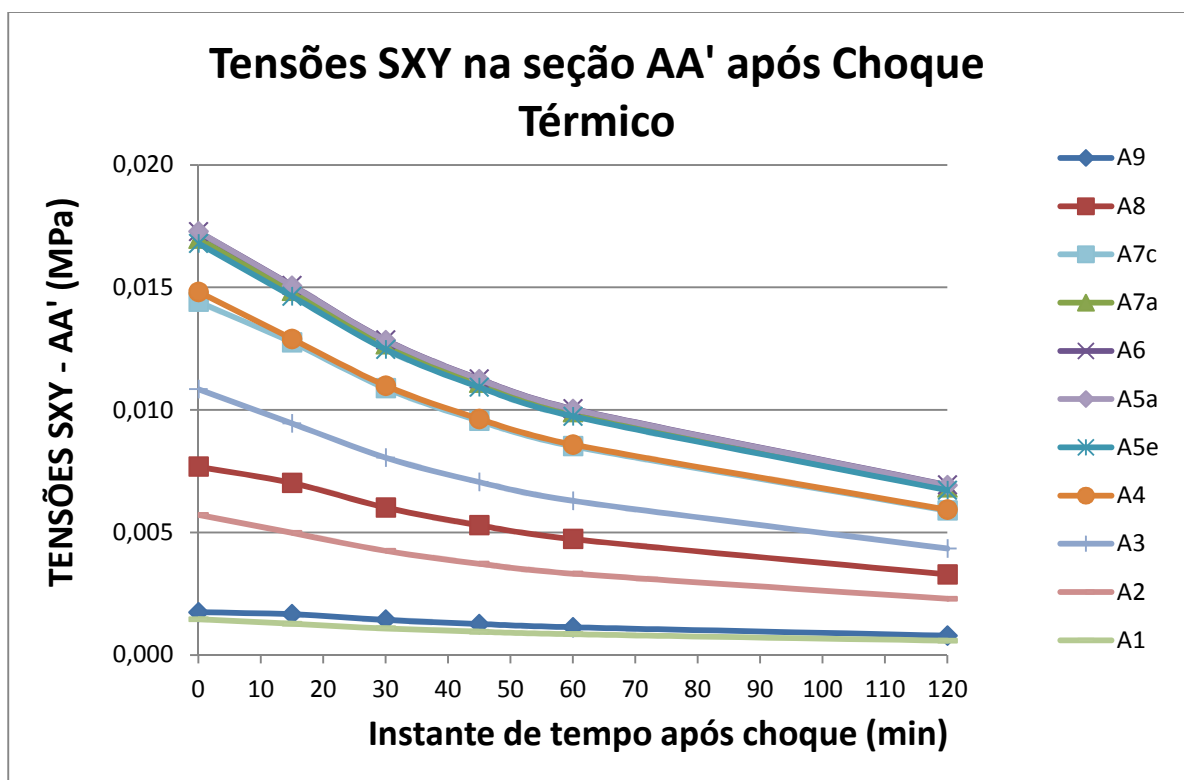


Figura 5.22 – Variação das tensões SXY na seção AA' - cerâmica clara.

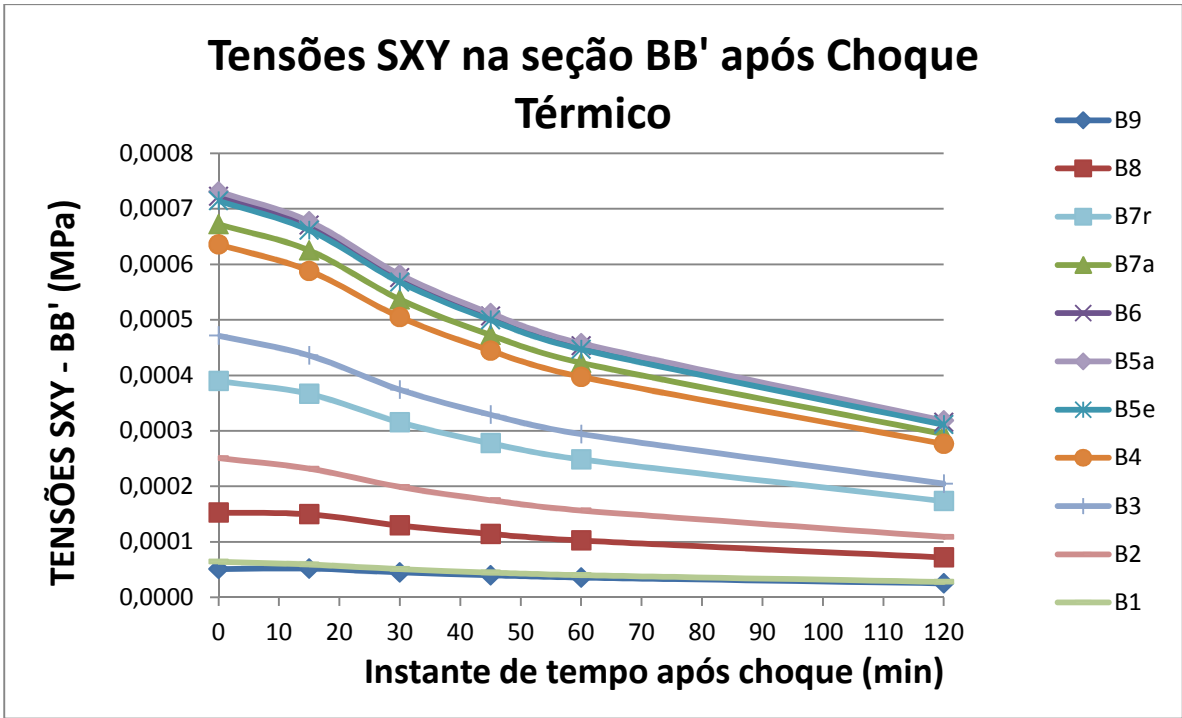


Figura 5.23 – Variação das tensões SXY na seção BB' - cerâmica clara

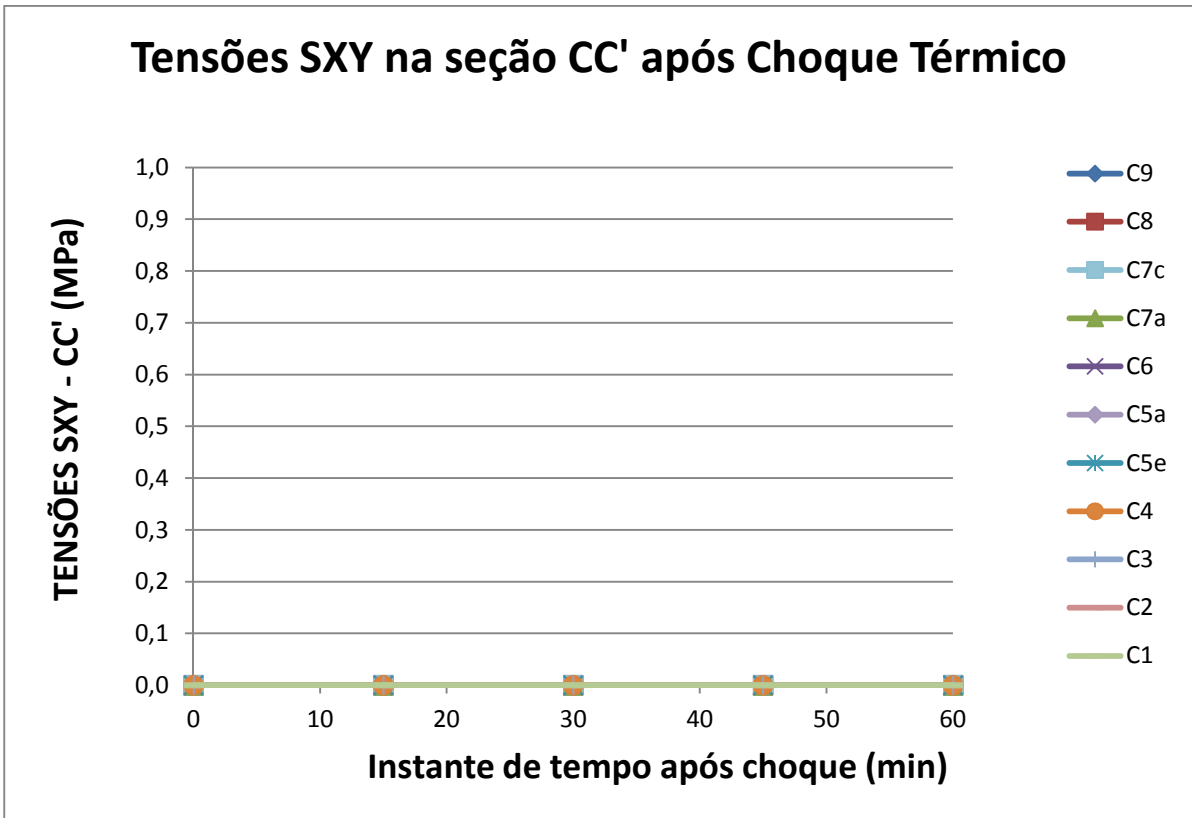


Figura 5.24 – Variação das tensões SXY na seção CC' - cerâmica clara

Com os gráficos e tabelas pôde-se perceber que as tensões de cisalhamento são maiores na seção AA' do que na seção BB', e não apresentam valor na seção CC'. Isso é compatível com a simetria da estrutura de revestimento estudada, mostrando que os esforços de cisalhamento têm maior magnitude nas extremidades em relação ao centro.

Sendo assim, tem-se que na seção CC' as tensões SX e SY apresentadas anteriormente, na verdade também são as tensões principais, respectivamente S2 e S1.

As curvas apresentaram perfis de forma que a magnitude das tensões diminui com o passar do tempo. Os maiores valores de tensão de cisalhamento em cada seção são aqueles verificados nas camadas mais centrais da estrutura, em relação à base e o topo.

Também para tensões SXY, o final das curvas toma aparência próxima à assintótica perto dos 120 minutos, mostrando uma diminuição na taxa de mudanças de tensões. As Figuras 5.25 a 5.27 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

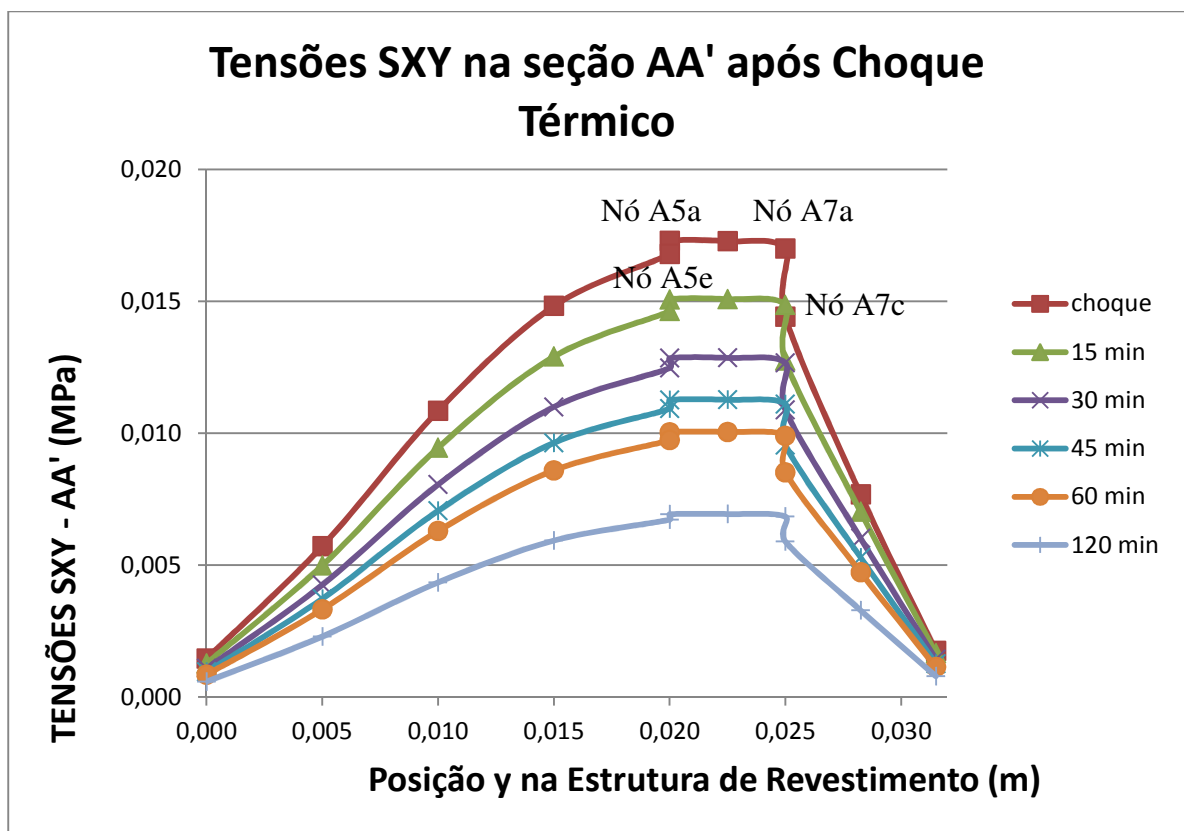


Figura 5.25 – Tensões SXY na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara

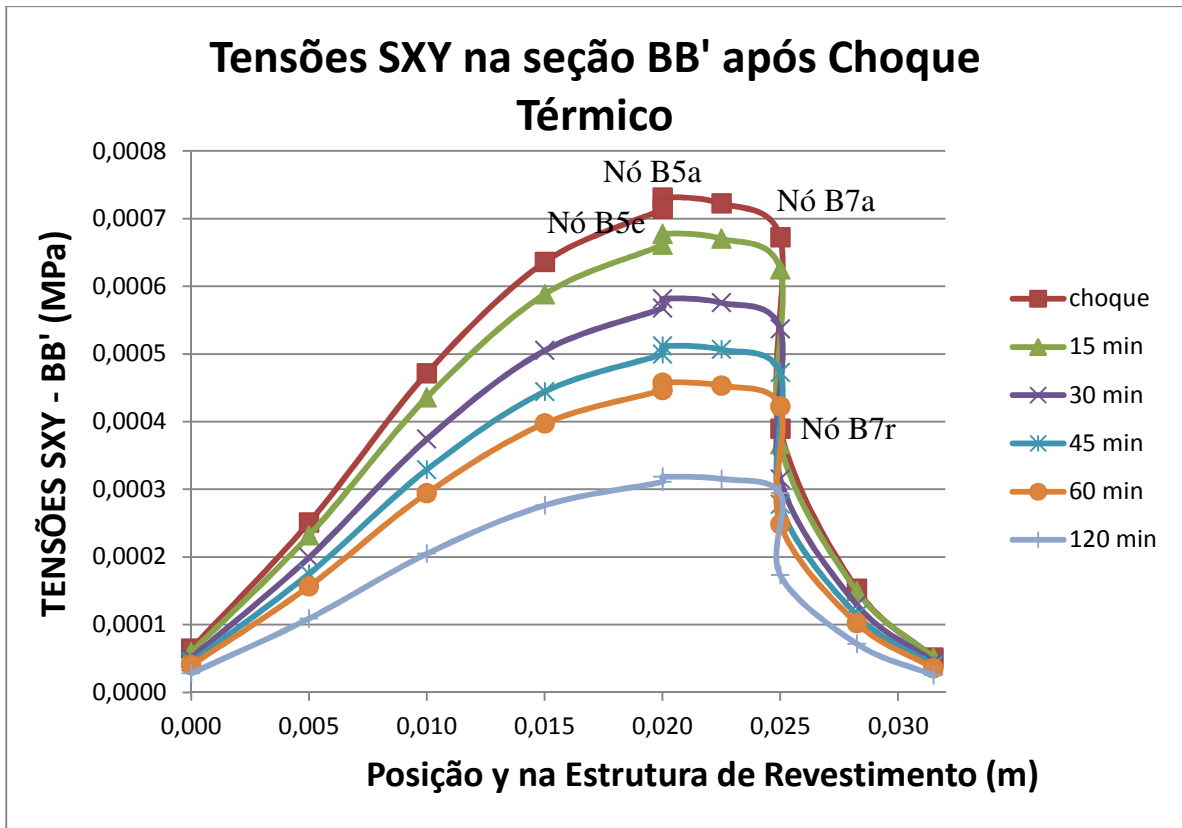


Figura 5.26 – Tensões SXY na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara

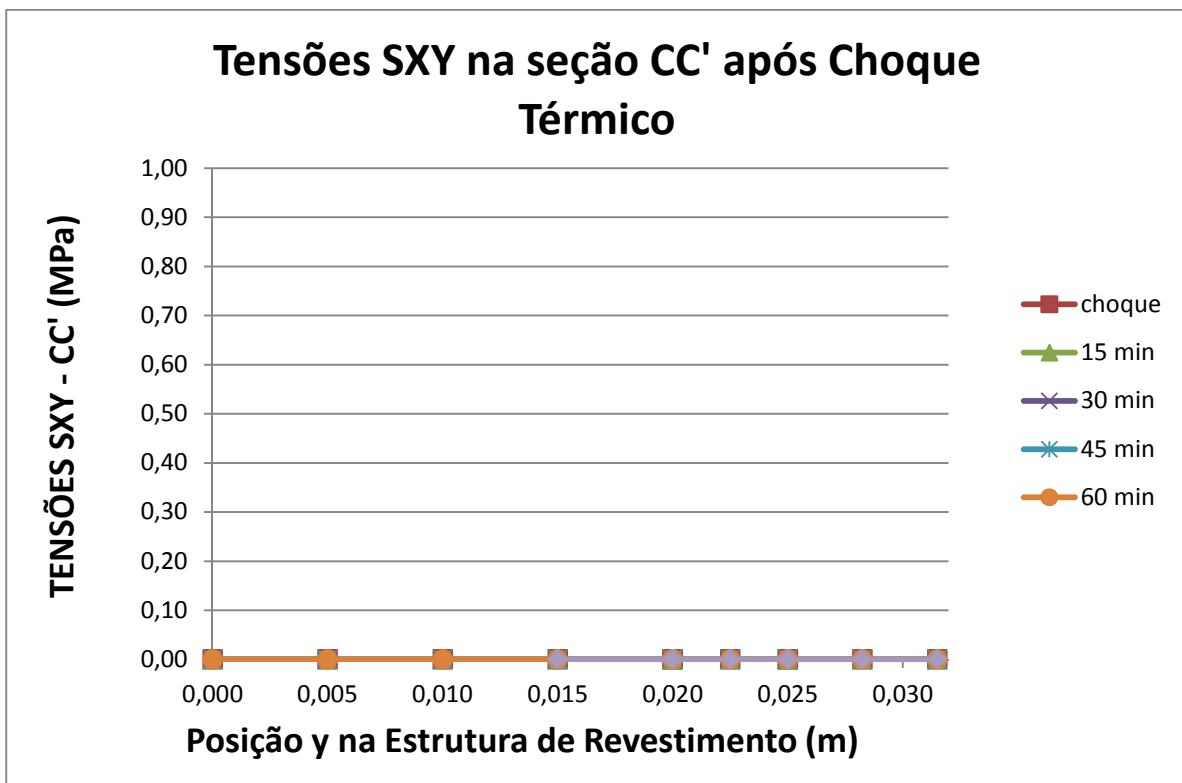


Figura 5.27 – Tensões SXY na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara



### 5.3.1.4 – Tensão Principal S1 (Caso 1)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica clara ( $\gamma = 0,45$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões principais S1, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.13 a 5.15 seguir:

Tabela 5.13: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO AA' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES S1 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
A9	0,00050	0,00027	0,00021	0,00027	0,00015	0,00009
A8	0,00287	0,00150	0,00118	0,00099	0,00085	0,00052
A7c	0,00665	0,00340	0,00267	0,00222	0,00191	0,00117
A7a	0,00953	0,00506	0,00400	0,00336	0,00290	0,00181
A6	0,01272	0,00653	0,00513	0,00428	0,00369	0,00227
A5a	0,01585	0,00796	0,00622	0,00518	0,00445	0,00272
A5e	0,01858	0,00907	0,00705	0,00584	0,00500	0,00302
A4	0,02392	0,01147	0,00888	0,00734	0,00627	0,00376
A3	0,02948	0,01392	0,01074	0,00886	0,00755	0,00450
A2	0,03288	0,01539	0,01184	0,00976	0,00831	0,00493
A1	0,03402	0,01587	0,01220	0,01005	0,00856	0,00507

Tabela 5.14: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES S1 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	0,10336	0,06305	0,05085	0,04318	0,03768	0,02426
B8	0,00696	0,01982	0,01701	0,01509	0,01359	0,00976
B7c	0,03252	0,04495	0,03775	0,03306	0,02940	0,02052
B7a	-0,11399	-0,04700	-0,03661	-0,03023	-0,02581	-0,01519
B6	-0,30388	-0,17500	-0,14112	-0,11971	-0,10423	-0,06670
B5a	-0,27579	-0,16117	-0,13017	-0,11053	-0,09631	-0,06181
B5e	-0,24084	-0,14155	-0,11438	-0,09716	-0,08469	-0,05441
B4	-0,18689	-0,11071	-0,08952	-0,07609	-0,06635	-0,04269
B3	-0,14598	-0,08713	-0,07051	-0,05995	-0,05230	-0,03369
B2	-0,12689	-0,07610	-0,06161	-0,05240	-0,04572	-0,02948
B1	-0,12123	-0,07282	-0,05896	-0,05016	-0,04377	-0,02823

Tabela 5.15: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES S1 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	0,00063	0,00039	0,00032	0,00027	0,00024	0,00015
C8	0,00375	0,00230	0,00187	0,00159	0,00139	0,00090
C7c	0,00901	0,00551	0,00446	0,00380	0,00332	0,00214
C7a	0,01270	0,00774	0,00627	0,00534	0,00466	0,00301
C6	0,01764	0,01073	0,00869	0,00740	0,00645	0,00417
C5a	0,02254	0,01368	0,01108	0,00943	0,00823	0,00532
C5e	0,02724	0,01652	0,01338	0,01138	0,00993	0,00641
C4	0,03581	0,02167	0,01755	0,01493	0,01303	0,00841
C3	0,04487	0,02712	0,02196	0,01868	0,01630	0,01052
C2	0,05051	0,03051	0,02470	0,02101	0,01833	0,01183
C1	0,05242	0,03165	0,02562	0,02180	0,01902	0,01227

Assim como no caso das tensões normais, os nós 5 e 7, de interface entre as camadas fornecem dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com os valores das tabelas anteriores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.28 a 5.30 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões S1 em cada nó ao longo do tempo:

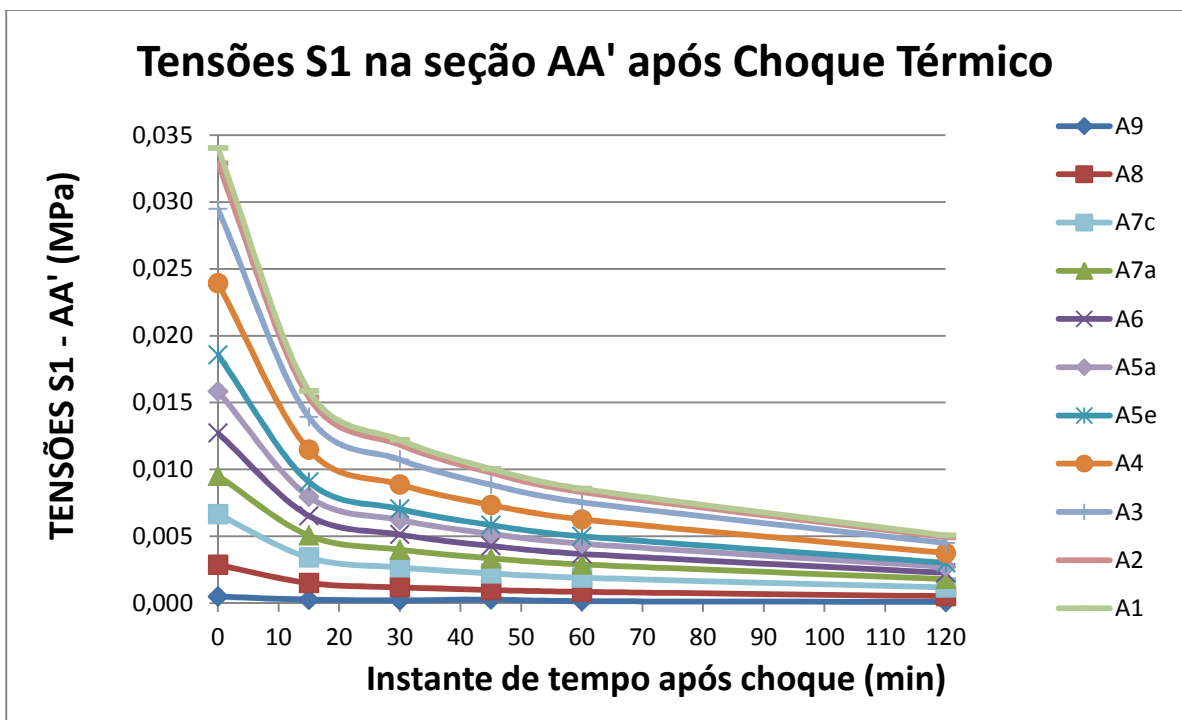


Figura 5.28 – Variação das tensões S1 na seção AA' - cerâmica clara

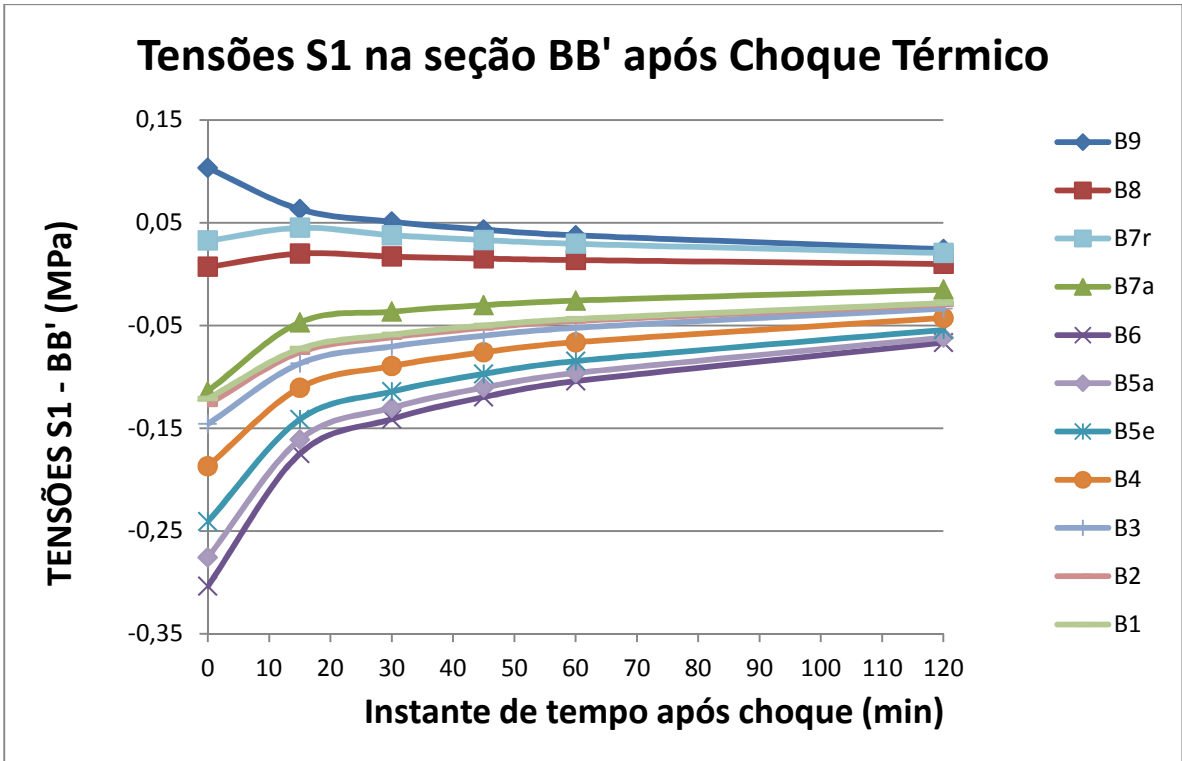


Figura 5.29 – Variação das tensões S1 na seção BB' - cerâmica clara

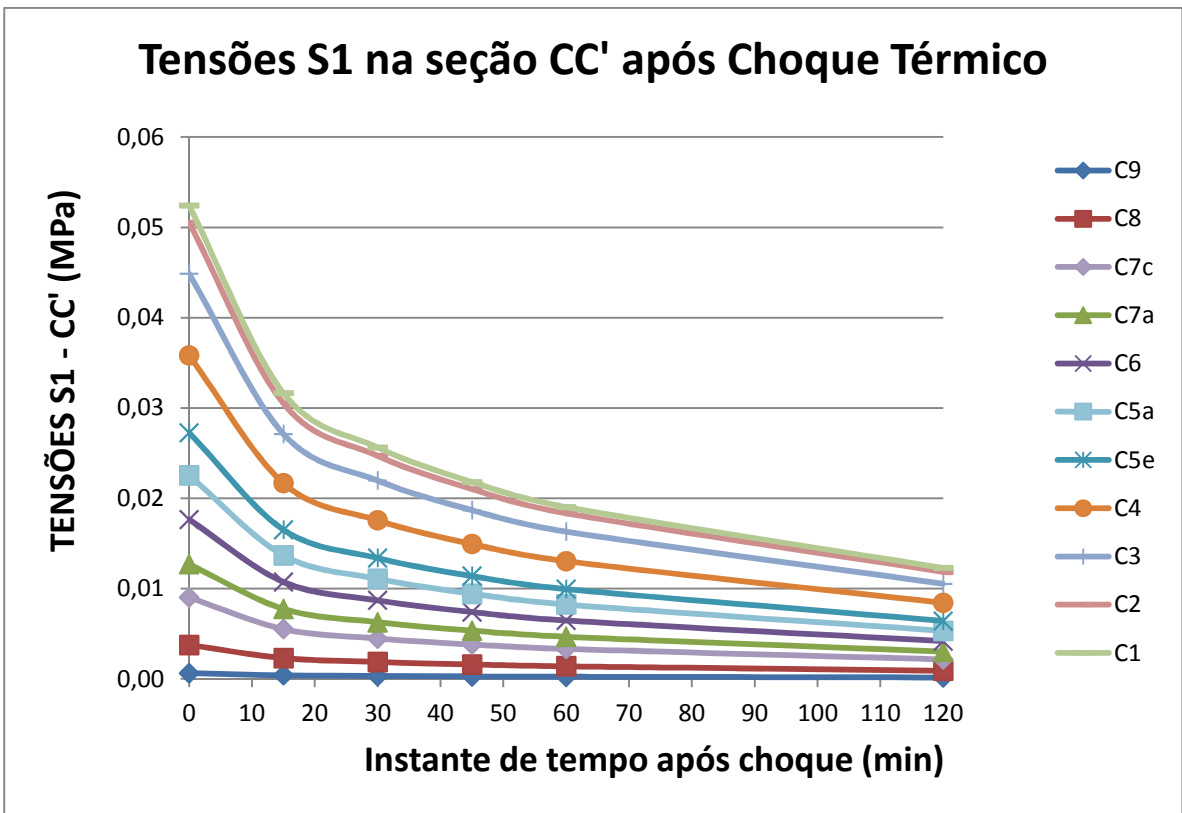


Figura 5.30 – Variação das tensões S1 na seção CC' - cerâmica clara

Com os gráficos e tabelas pôde-se perceber que as tensões principais S1 são basicamente as tensões SY, mostradas anteriormente. Isso se deve ao fato de a magnitude das tensões SX serem muito grandes face às tensões de cisalhamento SXY e as próprias tensões SY. As diferenças de valor entre SY e S1 são basicamente a partir da quarta casa decimal.

O destaque vai para a seção CC' cujas tensões principais efetivamente são as tensões SY, pois nessa seção as tensões de cisalhamento são nulas.

A situação mais crítica, no que tange à variação de tensões S1, para a camada de emboço acontece na seção BB', onde a tensão no instante do choque térmico vale -0,24084 MPa e ao final do evento, após 120 minutos passa a valer -0,05441 MPa, configurando uma variação de 0,18643 MPa.

As Figuras 5.31 a 5.33 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

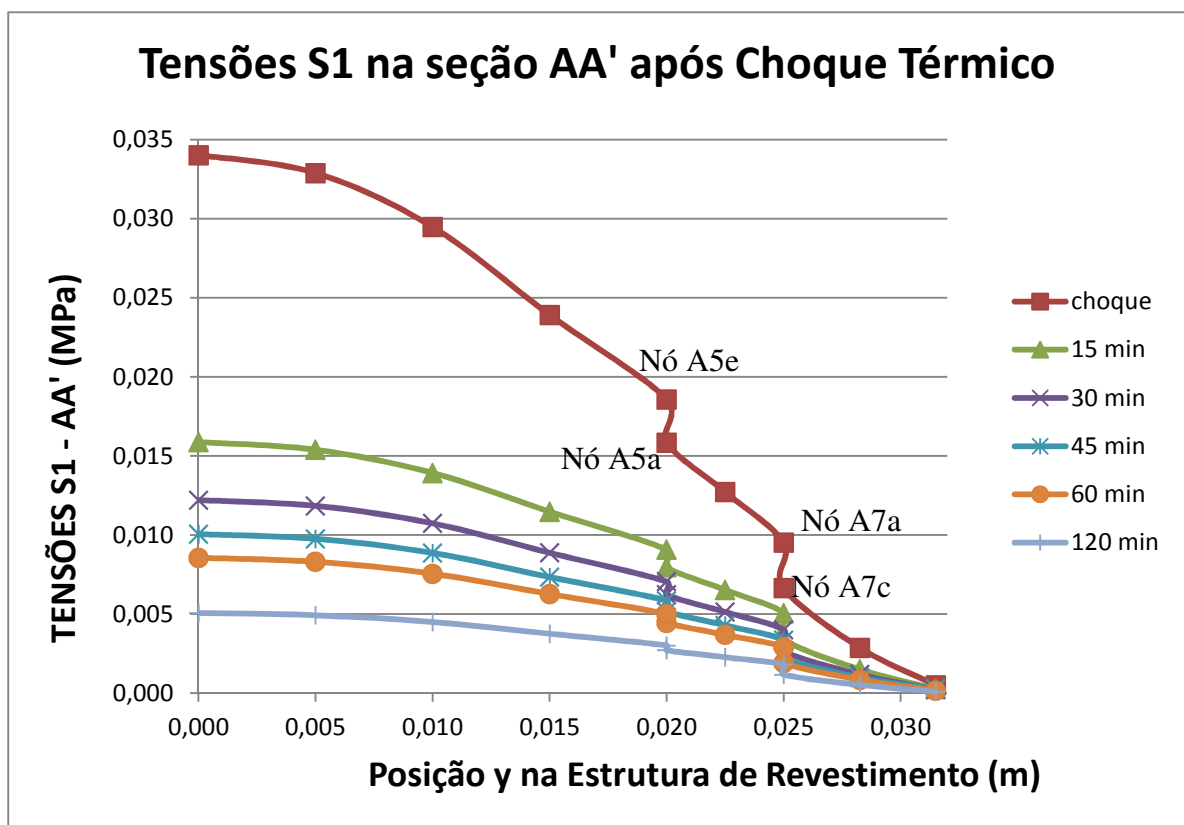


Figura 5.31 – Tensões S1 na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara

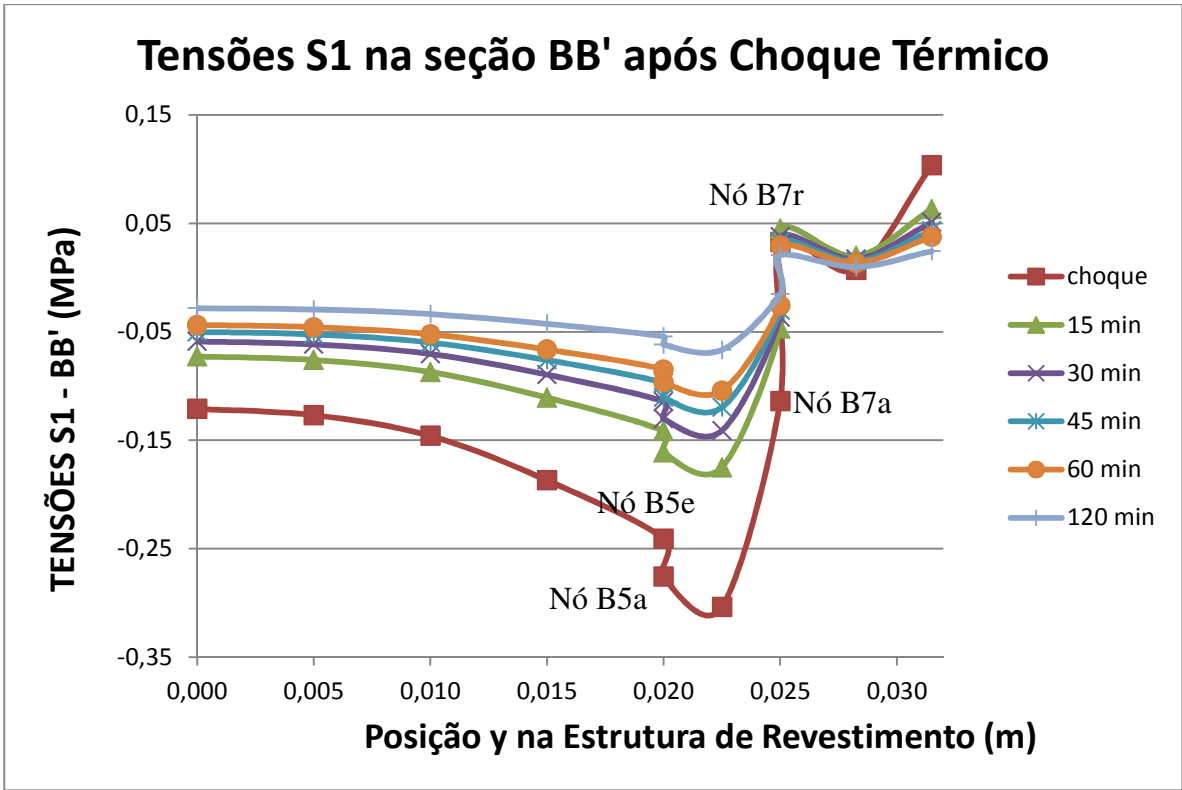


Figura 5.32 – Tensões S1 na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara

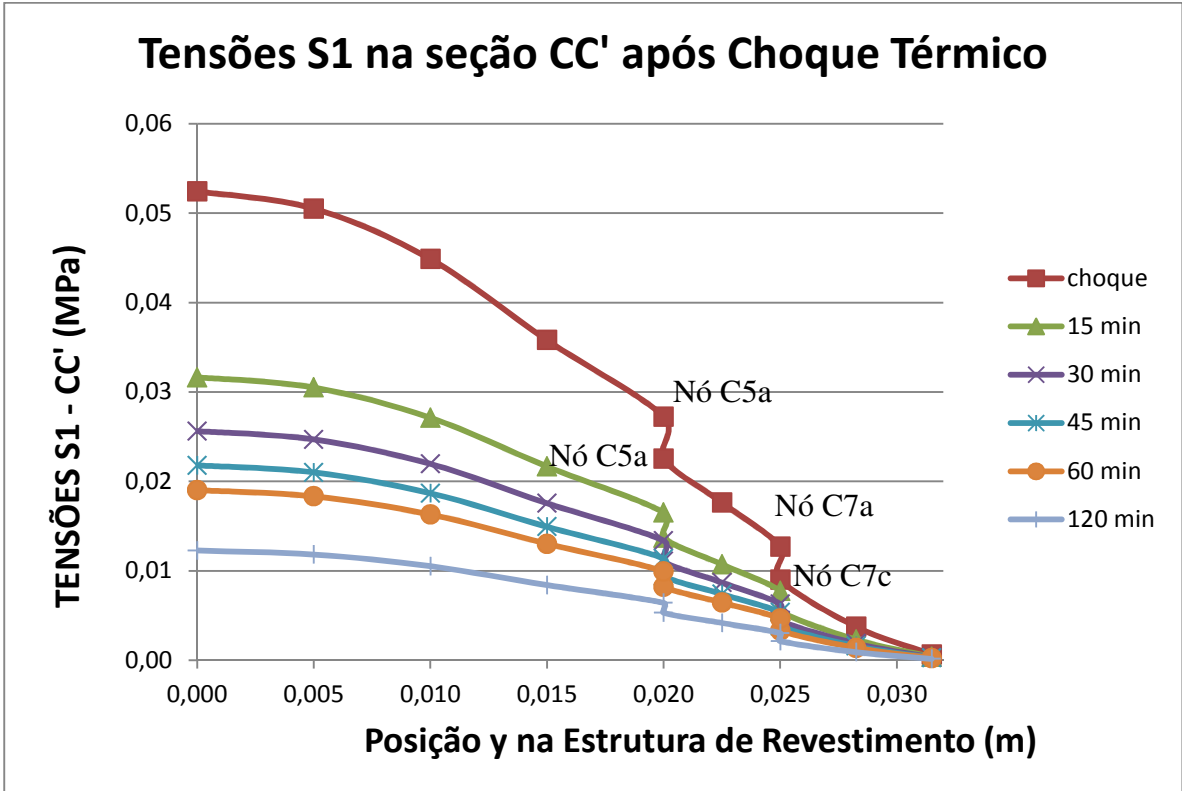


Figura 5.33 – Tensões S1 na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara

### 5.3.1.5 – Tensão Principal S2 (Caso 1)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica clara ( $\gamma = 0,45$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões principais S2, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.16 a 5.18 seguir:

Tabela 5.16: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO AA' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES S2 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
A9	-5,45900	-3,03970	-2,45000	-2,07660	-1,80490	-1,15000
A8	-5,38531	-3,31571	-2,68621	-2,28731	-1,99741	-1,29161
A7c	-5,31764	-3,56975	-2,91044	-2,48934	-2,18083	-1,43052
A7a	-0,63890	-0,42980	-0,35076	-0,30017	-0,26307	-0,17273
A6	-0,64206	-0,45364	-0,37161	-0,31920	-0,28011	-0,18522
A5a	-0,64506	-0,47583	-0,39157	-0,33699	-0,29667	-0,19766
A5e	-1,41160	-1,03650	-0,85304	-0,73409	-0,64625	-0,43039
A4	-1,40155	-1,10635	-0,92173	-0,79766	-0,70502	-0,47615
A3	-1,38798	-1,16208	-0,97993	-0,85418	-0,75856	-0,51875
A2	-1,36942	-1,20422	-1,02902	-0,90351	-0,80671	-0,55809
A1	-1,34540	-1,23170	-1,06880	-0,94552	-0,84781	-0,59414

Tabela 5.17: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES S2 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	-5,04040	-2,95310	-2,38590	-2,02650	-1,76580	-1,13390
B8	-4,65070	-2,83830	-2,29810	-1,95560	-1,70670	-1,10250
B7r	-3,75470	-2,39720	-1,94680	-1,66050	-1,45160	-0,94445
B7a	-2,16630	-1,39570	-1,13500	-0,96889	-0,84750	-0,55252
B6	-1,10480	-0,74389	-0,60712	-0,51994	-0,45549	-0,29904
B5a	-0,89451	-0,63125	-0,51769	-0,44447	-0,39058	-0,25856
B5e	-1,75930	-1,25530	-1,03080	-0,88857	-0,77872	-0,51647
B4	-1,55110	-1,20290	-1,00040	-0,86493	-0,76393	-0,51466
B3	-1,46980	-1,21780	-1,02570	-0,89349	-0,79310	-0,54158
B2	-1,42210	-1,24260	-1,06090	-0,93106	-0,83102	-0,57437
B1	-1,38960	-1,26510	-1,09670	-0,96969	-0,86917	-0,60854

Tabela 5.18: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>						
	<b>TENSÕES S2 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	-5,4352	-3,0160	-2,4295	-2,0584	-1,7886	-1,1385
C8	-5,3420	-3,2771	-2,6533	-2,2584	-1,9716	-1,2737
C7c	-5,2581	-3,5191	-2,8674	-2,4517	-2,1474	-1,4075
C7a	-0,6325	-0,4242	-0,3460	-0,2960	-0,2593	-0,1701
C6	-0,6397	-0,4516	-0,3699	-0,3177	-0,2787	-0,1843
C5a	-0,6468	-0,4774	-0,3929	-0,3382	-0,2977	-0,1984
C5e	-1,4154	-1,0399	-0,8560	-0,7367	-0,6485	-0,4320
C4	-1,4120	-1,1156	-0,9296	-0,8046	-0,7112	-0,4804
C3	-1,4035	-1,1758	-0,9917	-0,8645	-0,7678	-0,5251
C2	-1,3882	-1,2090	-1,0433	-0,9160	-0,8179	-0,5658
C1	-1,3653	-1,2494	-1,0839	-0,9588	-0,8596	-0,6023



Assim como no caso das tensões normais, os nós 5 e 7, de interface entre as camadas fornecem dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com os valores das tabelas anteriores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.34 a 5.36 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões S2 em cada nó ao longo do tempo:

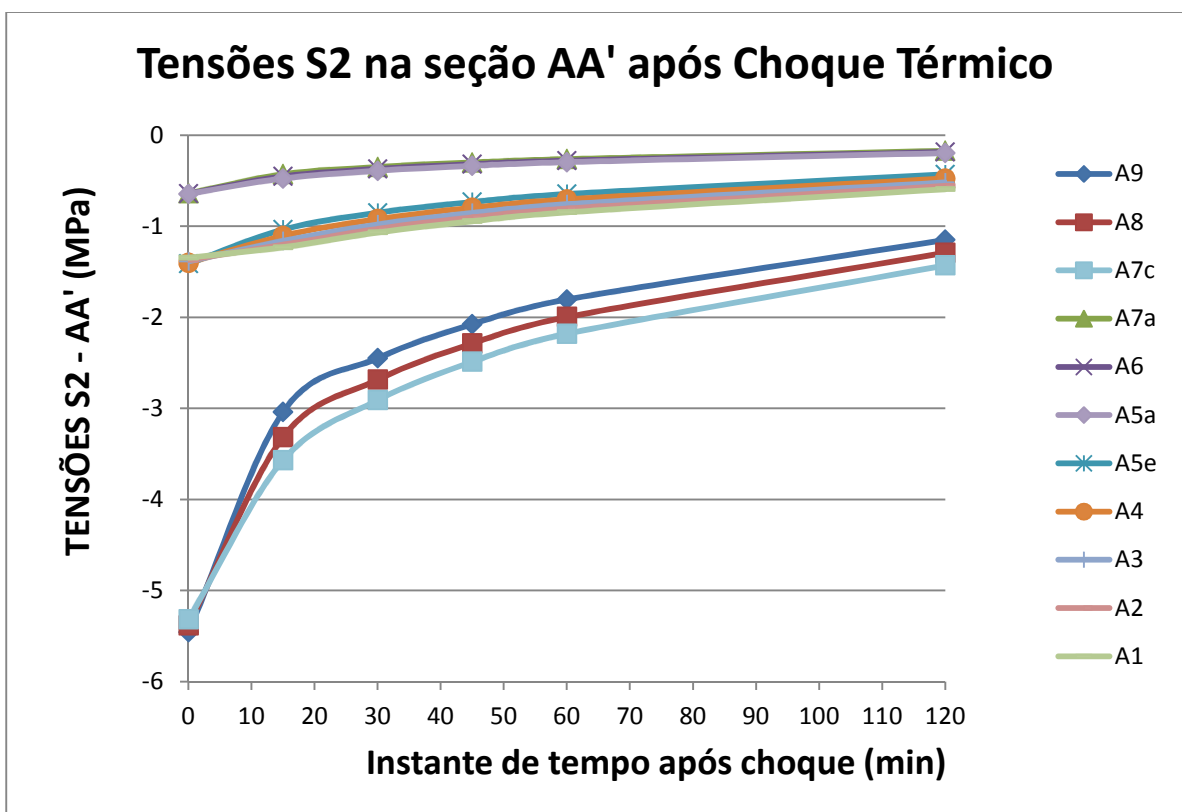


Figura 5.34 – Variação das tensões S2 na seção AA' - cerâmica clara

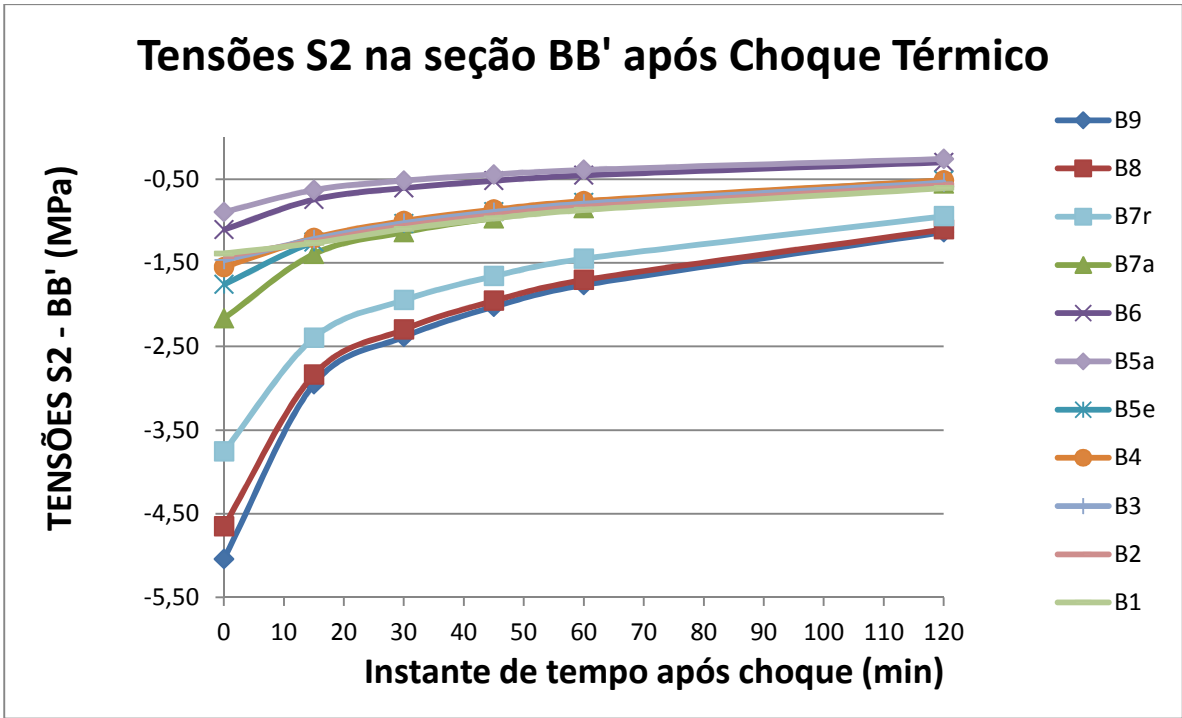


Figura 5.35 – Variação das tensões S2 na seção BB' - cerâmica clara

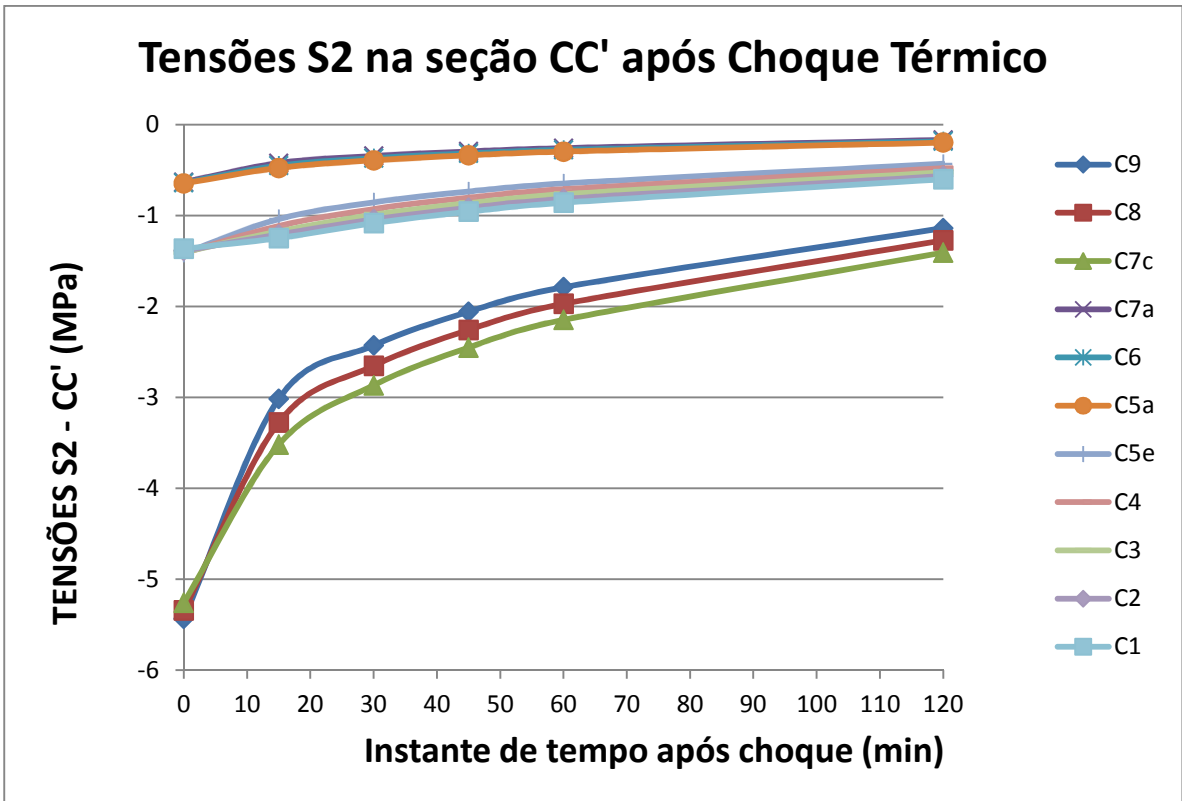


Figura 5.36 – Variação das tensões S2 na seção CC' - cerâmica clara

Com os gráficos e tabelas pôde-se perceber que as tensões principais S2 são basicamente as tensões SX, mostradas anteriormente. Isso se deve ao fato de a magnitude das tensões SX serem muito grandes face às tensões de cisalhamento SXY, As diferenças de valor entre as tensões S2 e SX são basicamente a partir da e quarta casa decimal.

O destaque vai para a seção CC' cujas tensões principais efetivamente são as tensões SX, pois nessa seção as tensões de cisalhamento são nulas.

A situação mais crítica, no que tange à variação de tensões S2, para a camada de emboço acontece na seção BB', onde a tensão no instante do choque térmico vale -1,75930 MPa e ao final do evento, após 120 minutos passa a valer -0,51647 MPa, configurando uma variação de 1,24283 MPa.

As Figuras 5.37 a 5.39 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

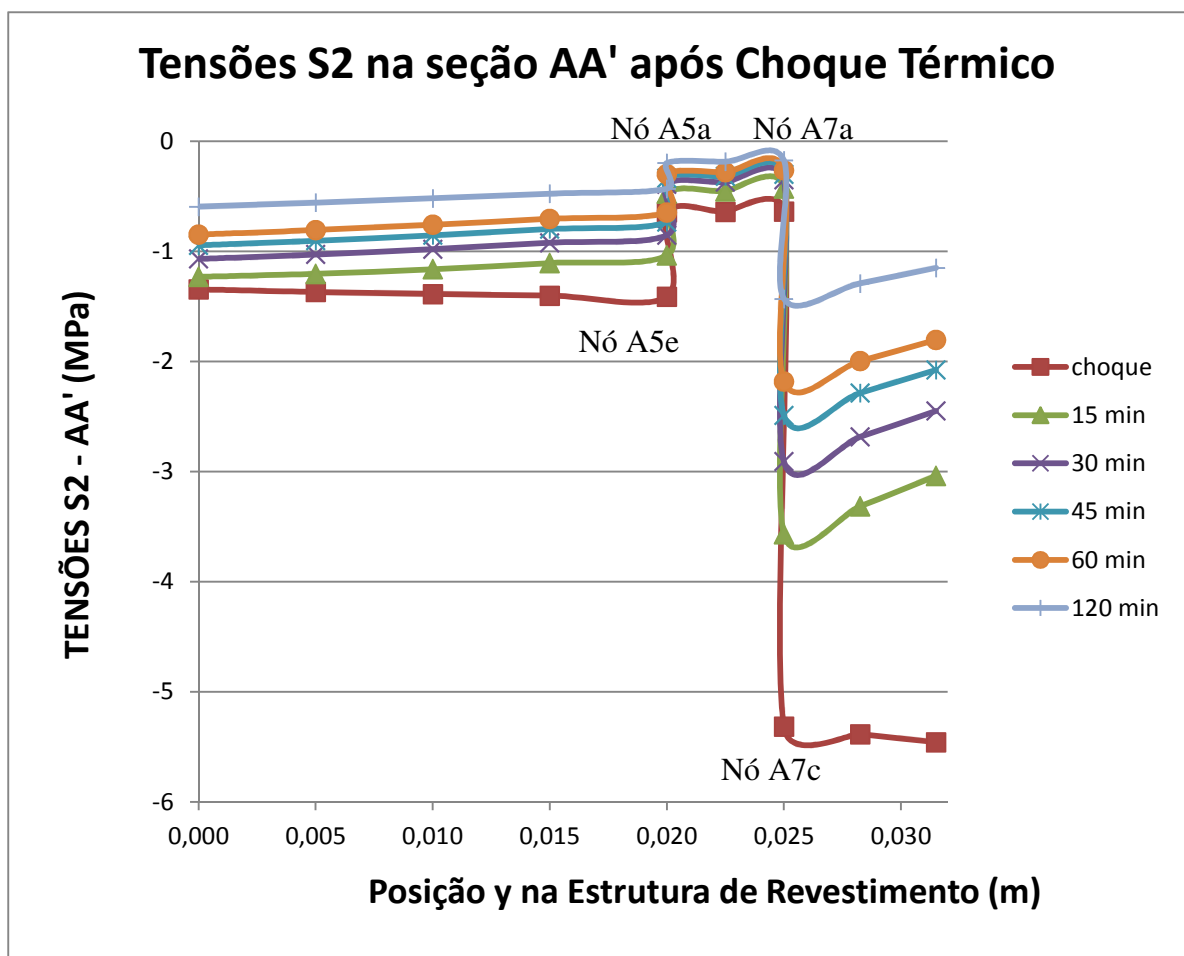


Figura 5.37 – Tensões S2 na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara

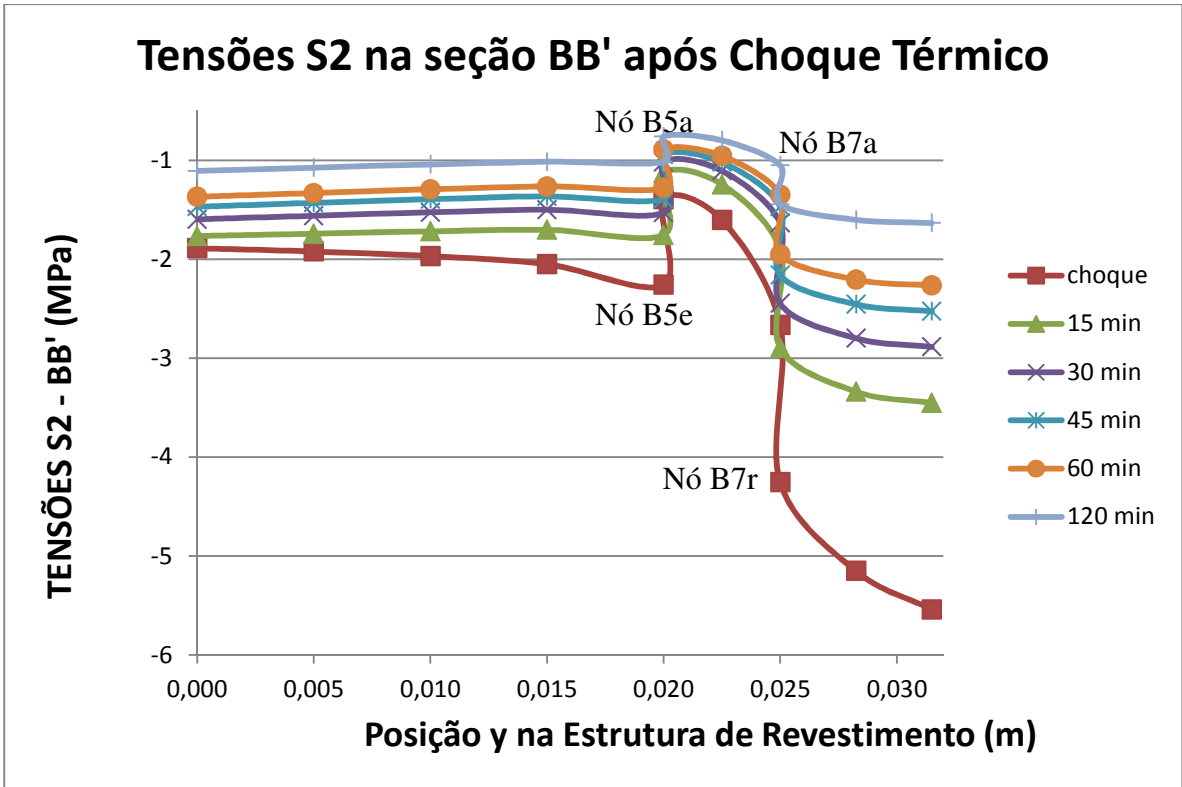


Figura 5.38 – Tensões S2 na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica clara

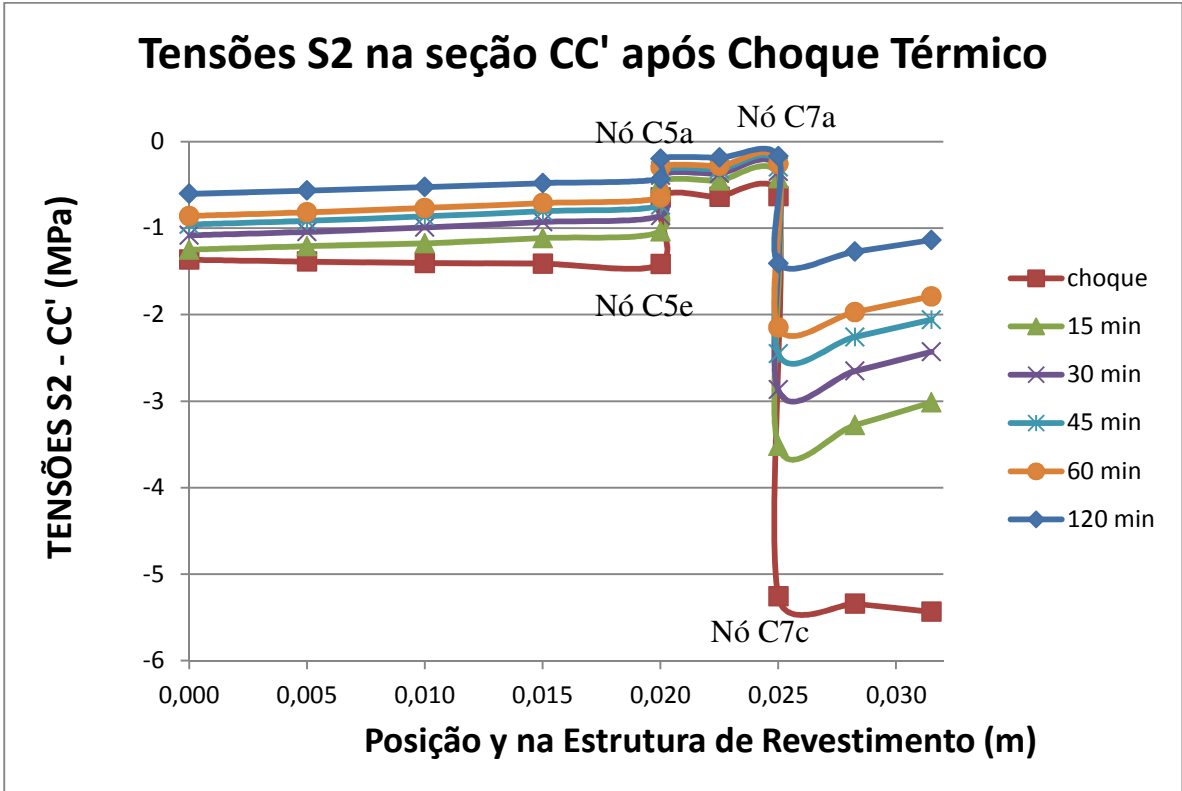


Figura 5.39 – Tensões S2 na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica clara

### 5.3.2 – Caso 2 - Cerâmica Escura

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, apresentadas na seção 5.2, para o caso de cerâmica escura ( $\gamma = 0,95$ ), obtêm-se as seguintes temperaturas, para as linhas de nós indicadas na Figura 5.5, cujos valores encontram-se apresentados na Tabela 5.19 a seguir:

Tabela 5.19: Temperaturas da distribuição de temperatura que ocorre no interior do revestimento após choque térmico

CASO 2: CERÂMICA ESCURA						
Linha de nós	TEMPERATURA °C					
	Antes e durante choque	15 min	30 min	45 min	60 min	120 min
T17	63,73	48,83	44,71	42,09	40,16	35,48
T16	63,55	49,47	45,25	42,57	40,60	35,81
T15	63,37	50,08	45,78	43,04	41,03	36,13
T14	63,19	50,67	46,30	43,50	41,45	36,45
T13	63,01	51,23	46,80	43,95	41,86	36,76
T12	62,87	51,64	47,17	44,29	42,17	36,99
T11	62,73	52,03	47,53	44,62	42,48	37,23
T10	62,59	52,41	47,89	44,95	42,78	37,46
T09	62,45	52,78	48,23	45,27	43,08	37,69
T08	62,18	53,45	48,89	45,89	43,65	38,14
T07	61,90	54,06	49,51	46,47	44,21	38,58
T06	61,62	54,61	50,09	47,04	44,74	39,01
T05	61,34	55,09	50,63	47,57	45,25	39,43
T04	61,07	55,52	51,13	48,07	45,74	39,83
T03	60,79	55,88	51,60	48,54	46,20	40,23
T02	60,51	56,19	52,02	48,99	46,64	40,61
T01	60,23	56,44	52,41	49,41	47,06	40,98

Com os valores de temperatura apresentados na Tabela 5.19 montam-se os gráficos apresentados nas Figuras 5.40 e 5.41 a seguir:

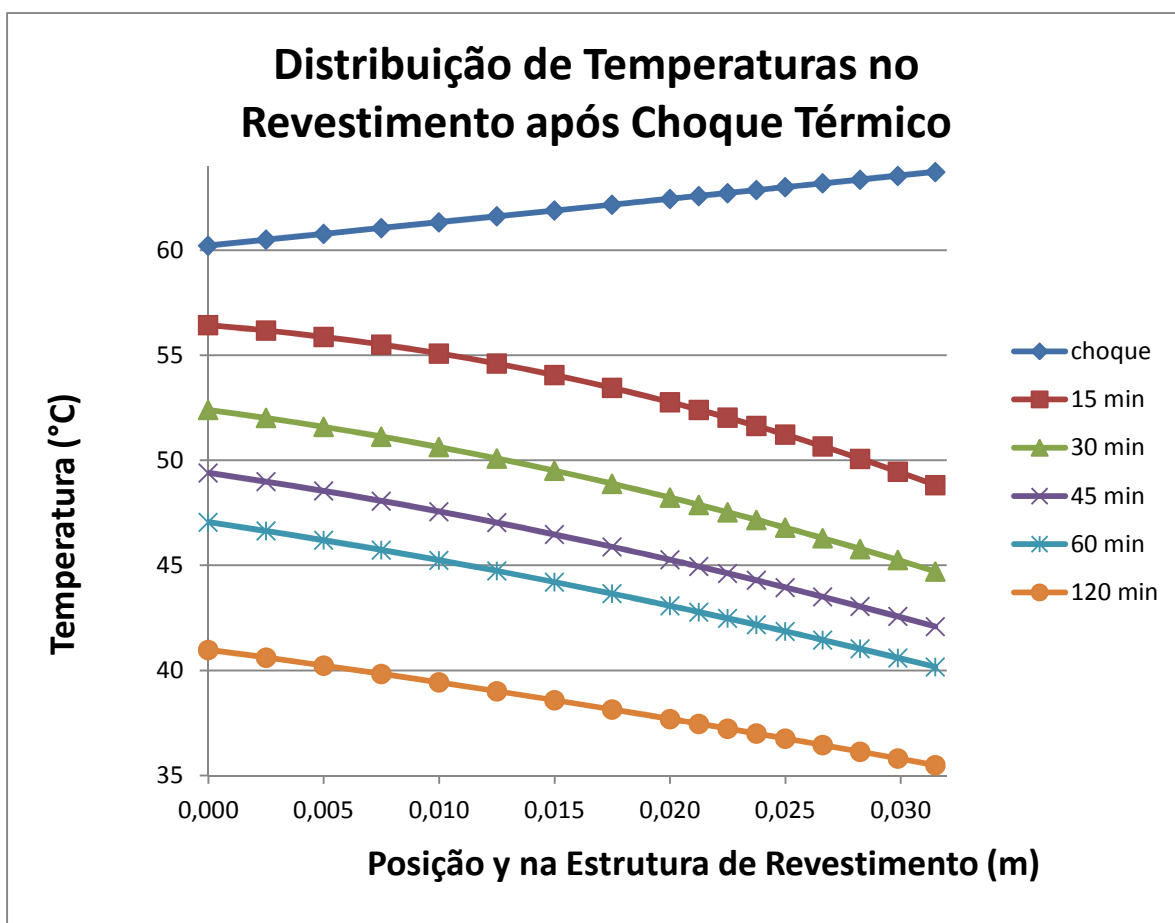


Figura 5.40 – Distribuição de temperaturas nas camadas da estrutura de revestimento em 5 instantes - antes e no momento do choque térmico, 15, 30, 45, 60 e 120 minutos após o choque térmico

Através da Figura 5.40, assim como no Caso 1, pode-se evidenciar o decaimento das temperaturas no interior da estrutura de revestimento. Cada curva apresentada é um instante distinto no tempo onde se pode conferir as temperaturas em cada uma das camadas de linhas de nós da malha que representa a estrutura.

Entretanto, as variações de temperatura para esse caso são mais amplas do que no caso anterior. No caso mais crítico, no topo da estrutura, onde está a cerâmica (T17), houve uma

variação de temperatura de cerca de 28°C em 120 minutos. Já na situação menos crítica, na base da estrutura (T01), houve variação de cerca de 19°C.

De forma análoga ao caso anterior, vê-se também que a distância entre as curvas vai diminuindo com o passar do tempo, evidenciando que a mudança de temperatura é mais veloz logo após o choque térmico, diminuindo gradualmente à medida que o tempo passa. Tal efeito pode ser melhor percebido através da Figura 5.41 a seguir:

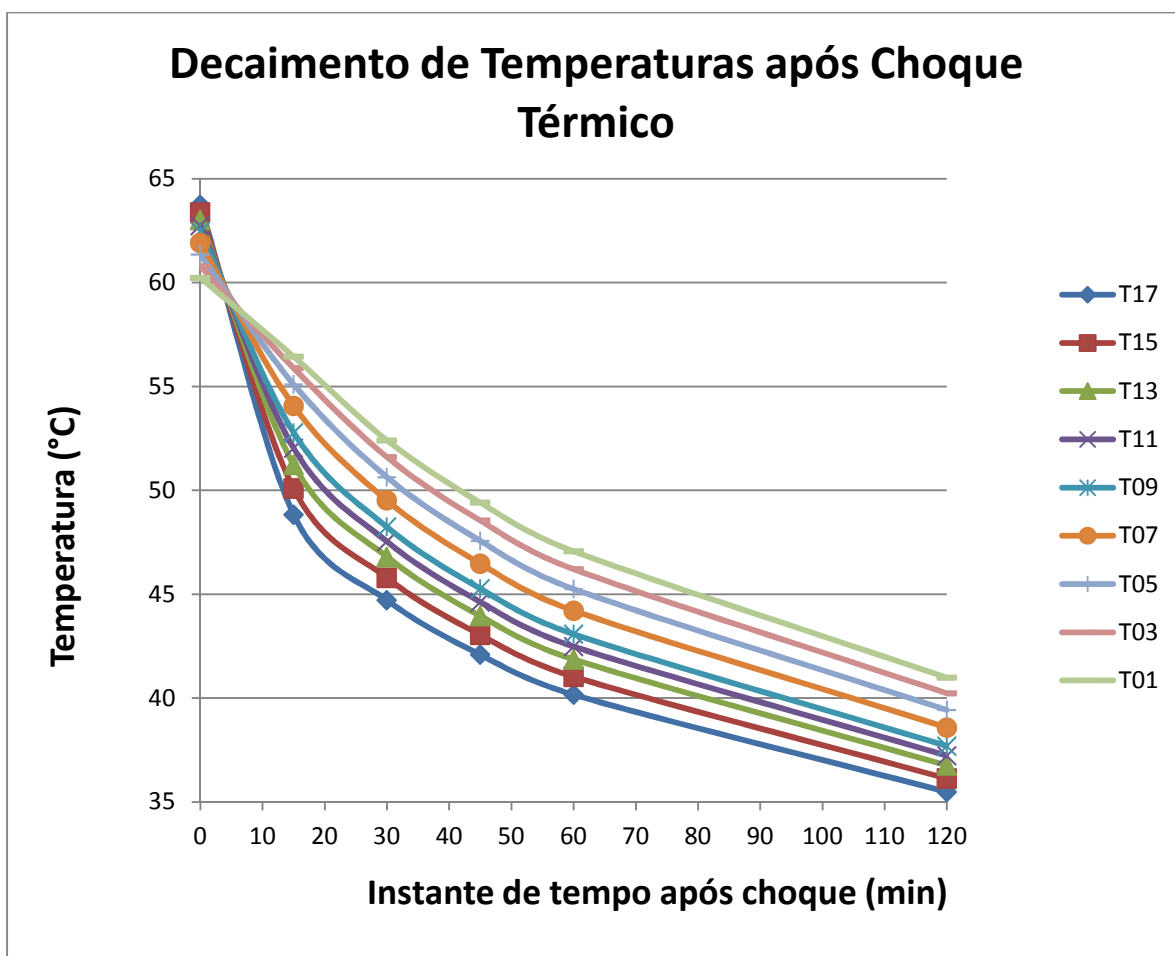


Figura 5.41 – Temperatura de algumas camadas da estrutura de revestimento separadamente, após o choque térmico

A velocidade de decaimento de temperatura de cada camada pode ser obtida considerando as derivadas de cada curva. Vale ressaltar o formato exponencial de cada curva, sendo que as camadas superiores (T17 a T13) são as que apresentam as maiores velocidades de decaimento de temperatura (menores valores de derivada).

A aplicação das temperaturas será feita da mesma forma explicada na subseção 5.3.1.

### 5.3.2.1 – Tensão Normal SX (Caso 2)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica escura ( $\gamma = 0,95$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões normais SX, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.20 a 5.22 seguir:

Tabela 5.20: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO AA' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES SX (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
A9	-9,45770	-5,46450	-4,50170	-3,89170	-3,44320	-2,36330
A8	-9,33760	-5,91850	-4,89100	-4,23750	-3,75980	-2,59970
A7c	-9,22780	-6,34240	-5,26680	-4,57260	-4,06520	-2,83110
A7a	-1,10800	-0,76301	-0,63384	-0,55052	-0,48956	-0,34113
A6	-1,11400	-0,80295	-0,66919	-0,58250	-0,51886	-0,36287
A5a	-1,11970	-0,84077	-0,70321	-0,61357	-0,54726	-0,38413
A5e	-2,45180	-1,83390	-1,53370	-1,33820	-1,19360	-0,83775
A4	-2,43880	-1,95160	-1,64800	-1,44420	-1,29270	-0,91470
A3	-2,41770	-2,04540	-1,74630	-1,53960	-1,38230	-0,98682
A2	-2,38870	-2,11560	-1,82910	-1,62150	-1,46190	-1,05310
A1	-2,34930	-2,16250	-1,89520	-1,69200	-1,53140	-1,11340



Tabela 5.21: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES SX (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	-8,73580	-5,34140	-4,36320	-3,77590	-3,34530	-2,30490
B8	-8,06320	-5,10400	-4,18800	-3,62700	-3,21680	-2,22300
B7r	-6,51240	-4,28420	-3,53580	-3,06520	-2,72160	-1,88750
B7a	-3,75780	-2,49300	-2,06000	-1,78680	-1,58710	-1,10190
B6	-1,91740	-1,32410	-1,09830	-0,95441	-0,84898	-0,59157
B5a	-1,55310	-1,12060	-0,93343	-0,81313	-0,72440	-0,50683
B5e	-3,05510	-2,22650	-1,85710	-1,61860	-1,44260	-1,01040
B4	-2,69840	-2,12450	-1,79100	-1,56850	-1,40320	-0,99152
B3	-2,55980	-2,14470	-1,82920	-1,61180	-1,44660	-1,03190
B2	-2,48030	-2,18370	-1,88650	-1,67170	-1,50680	-1,08480
B1	-2,42620	-2,22160	-1,94530	-1,73590	-1,57070	-1,14120

Tabela 5.22: Tensões normais na direção x (SX), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES SX (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	-9,41600	-5,42310	-4,46530	-3,85940	-3,41390	-2,34200
C8	-9,26210	-5,85090	-4,83240	-4,18560	-3,71300	-2,56610
C7c	-9,12420	-6,25330	-5,19010	-4,50490	-4,00430	-2,78740
C7a	-1,09760	-0,75405	-0,62613	-0,54371	-0,48343	-0,33673
C6	-1,11070	-0,80020	-0,66684	-0,58043	-0,51700	-0,36154
C5a	-1,12360	-0,84434	-0,70631	-0,61631	-0,54974	-0,38592
C5e	-2,45870	-1,84020	-1,53920	-1,34310	-1,19800	-0,84093
C4	-2,45720	-1,96810	-1,66230	-1,45690	-1,30410	-0,92290
C3	-2,44480	-2,06970	-1,76730	-1,55820	-1,39900	-0,99889
C2	-2,42150	-2,14490	-1,85450	-1,64390	-1,48220	-1,06770
C1	-2,38410	-2,19350	-1,92210	-1,71570	-1,55290	-1,12880

Conforme se observa nas tabelas e figuras anteriores, os nós 5 e 7 são os nós de interface entre as camadas, respectivamente: emboço e argamassa colante; argamassa colante e cerâmica/rejunte. Dessa forma, para esses nós sempre são fornecidos dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com esses valores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.42 a 5.44 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões SX em cada nó ao longo do tempo:

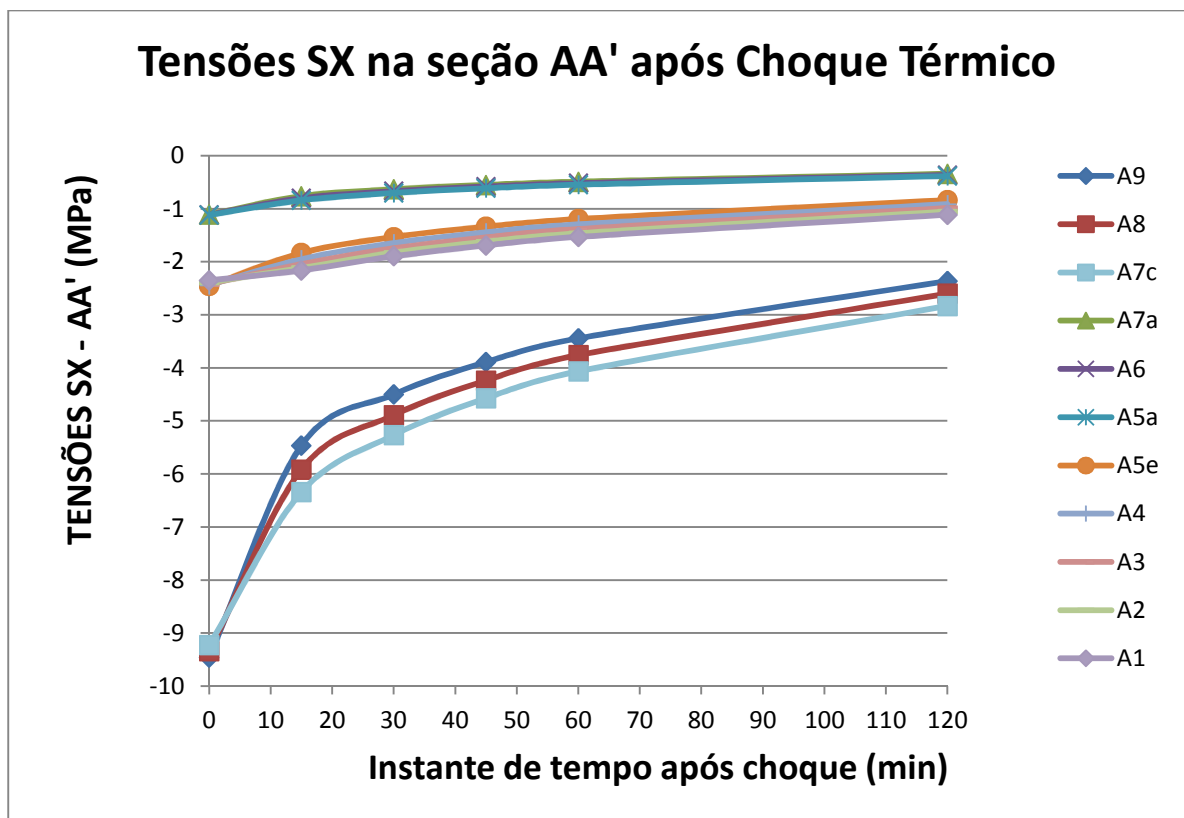


Figura 5.42 – Variação das tensões SX na seção AA' - cerâmica escura

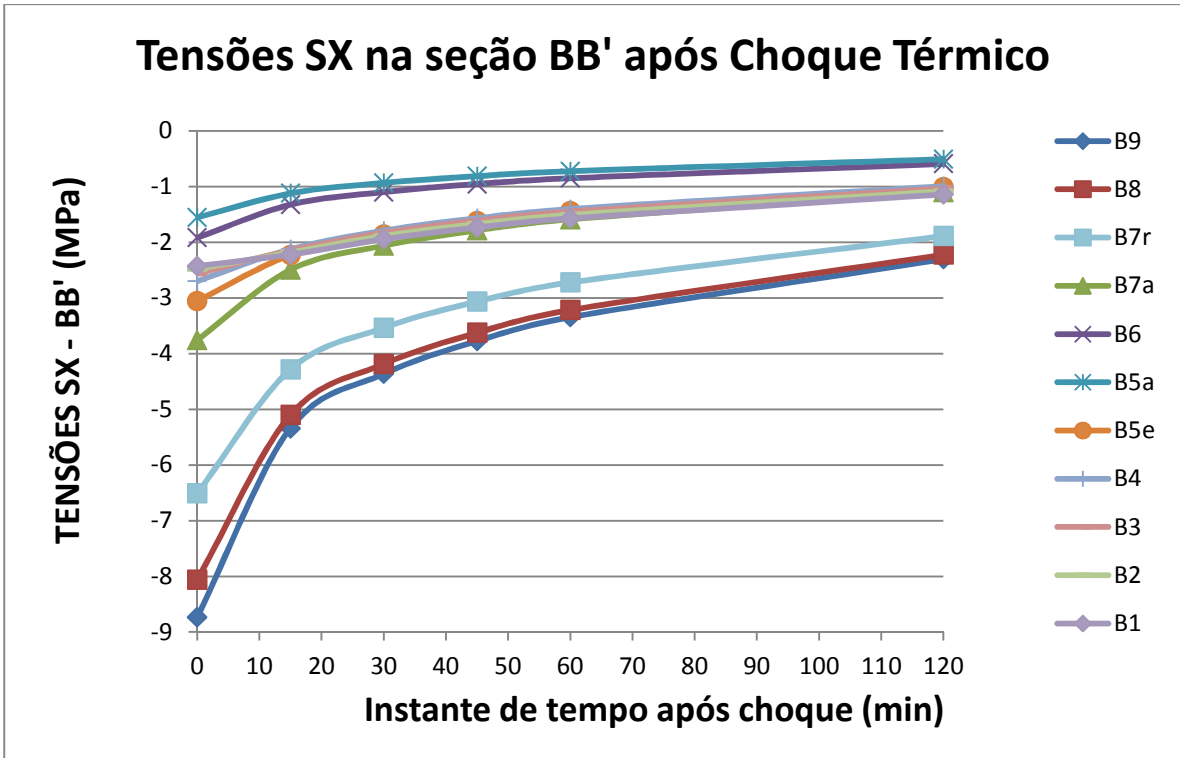


Figura 5.43 – Variação das tensões SX na seção BB' - cerâmica escura

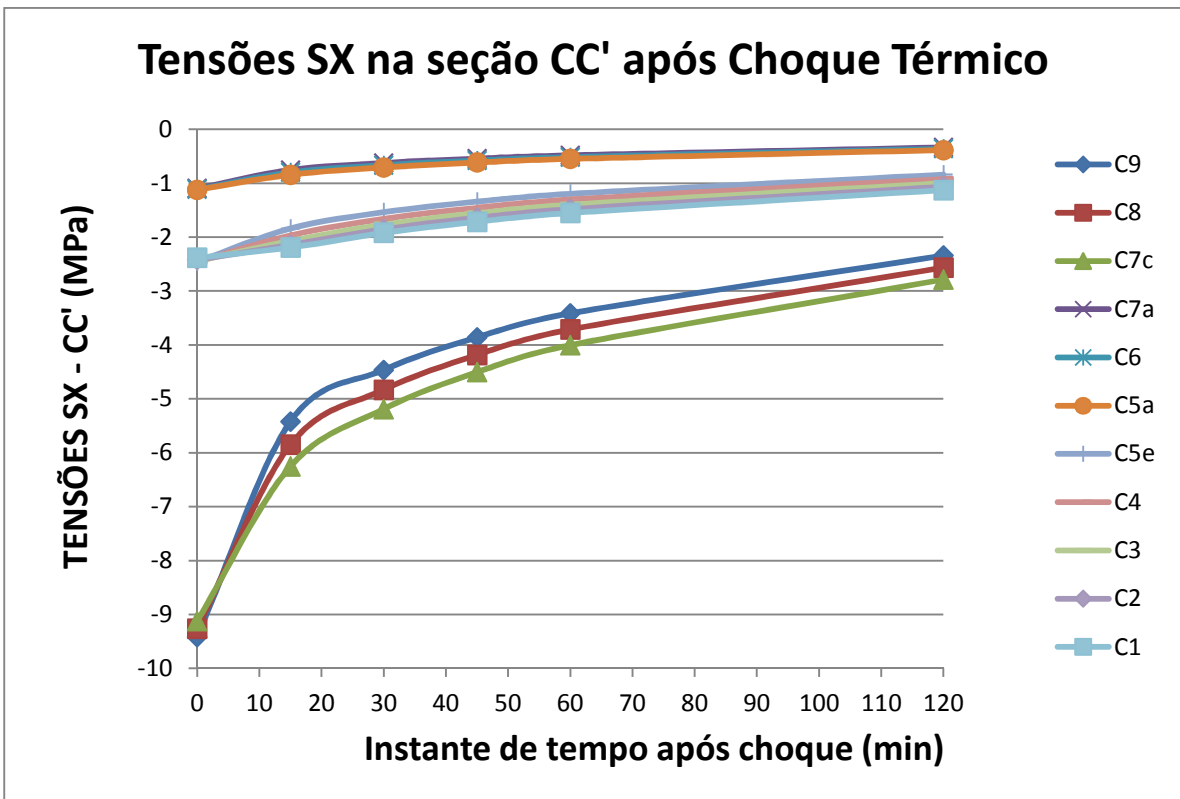


Figura 5.44 – Variação das tensões SX na seção CC' - cerâmica escura

Os valores negativos indicam tensões de compressão, e os positivos tensões de tração.

Cada gráfico, correspondente a cada uma das seções, apresenta três grupamentos de curvas, os quais correspondem às três camadas de materiais que compõem a estrutura de revestimento. Pode-se observar então em cada seção que cada material trabalha com níveis distintos de tensão de compressão.

Nas seções AA' e CC' onde a camada de topo é formada por cerâmica, nota-se esse fenômeno dos três grupamentos de curva bastante claros. Os resultados foram bastante parecidos mostrando que, qualitativamente, as seções AA' e CC' trabalham da mesma forma no tocante às tensões na direção horizontal. A camada cerâmica é a que suporta os maiores níveis de tensão, as quais são da ordem de -9,4 MPa no início do processo de resfriamento devido aos efeitos do choque. Já a camada de argamassa colante é aquela sujeita aos menores níveis de tensão, as quais são da ordem de -1,11 MPa no início do processo. Em ambas as seções a camada de emboço trabalha com tensões da ordem de -2,43 MPa no início do processo.

Na seção BB' onde a camada de topo é o rejunte, também há três grupamentos de curvas, entretanto não são tão claramente definidos como nas seções AA' e CC'. Por exemplo, o nó B7a, que representa o topo da camada de argamassa colante situa-se no grupamento de curvas da camada de emboço. Comparando com as camadas de emboço e argamassa colante das seções AA' e CC', o emboço e argamassa colante da seção BB' trabalham com maiores níveis de tensões de compressão, variando de -3,76 MPa a -1,55 MPa no início do processo de resfriamento devido ao choque térmico.

Os maiores níveis de tensão de compressão nas camadas de argamassa colante e emboço da seção BB' em comparação com as seções AA' e CC' têm na camada de rejunte sua explicação. A cerâmica no topo de AA' e CC' é muito mais rígida que as demais camadas (Módulo de elasticidade de 41,6 GPa) e por isso absorve grande parte das tensões de compressão que seriam repassadas às camadas inferiores. Por outro lado, o rejunte no topo de BB' é muito menos rígido do que a cerâmica (Módulo de elasticidade de 7,879 MPa) e por isso acaba por ser comprimido pelas cerâmicas ao lado, se deformando mais e permitindo maiores deformações, conseqüentemente, deixando passar mais tensões para as camadas subsequentes, de argamassa colante e emboço.

Os resultados mostram que, no início do processo, onde as temperaturas da estrutura são as maiores, é quando haveria as maiores dilatações dos materiais, as quais são reprimidas pelas condições de contorno de impedimento ao deslocamento nas bordas da estrutura, o que acaba por gerar grande parte das tensões verificadas. Com o resfriamento da estrutura provocado pelo choque, a dilatação dos materiais diminui, causando a retração dos materiais, provocando assim o relaxamento ou diminuição dos níveis de tensão inicial.

Também é interessante observar a tendência das curvas a assumir perfis assintóticos, indicando futura estabilização dos níveis de tensão, caso as condições de contorno de temperatura permaneçam imutáveis é claro.

As Figuras 5.45 a 5.47 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45 e 60 min após o choque):

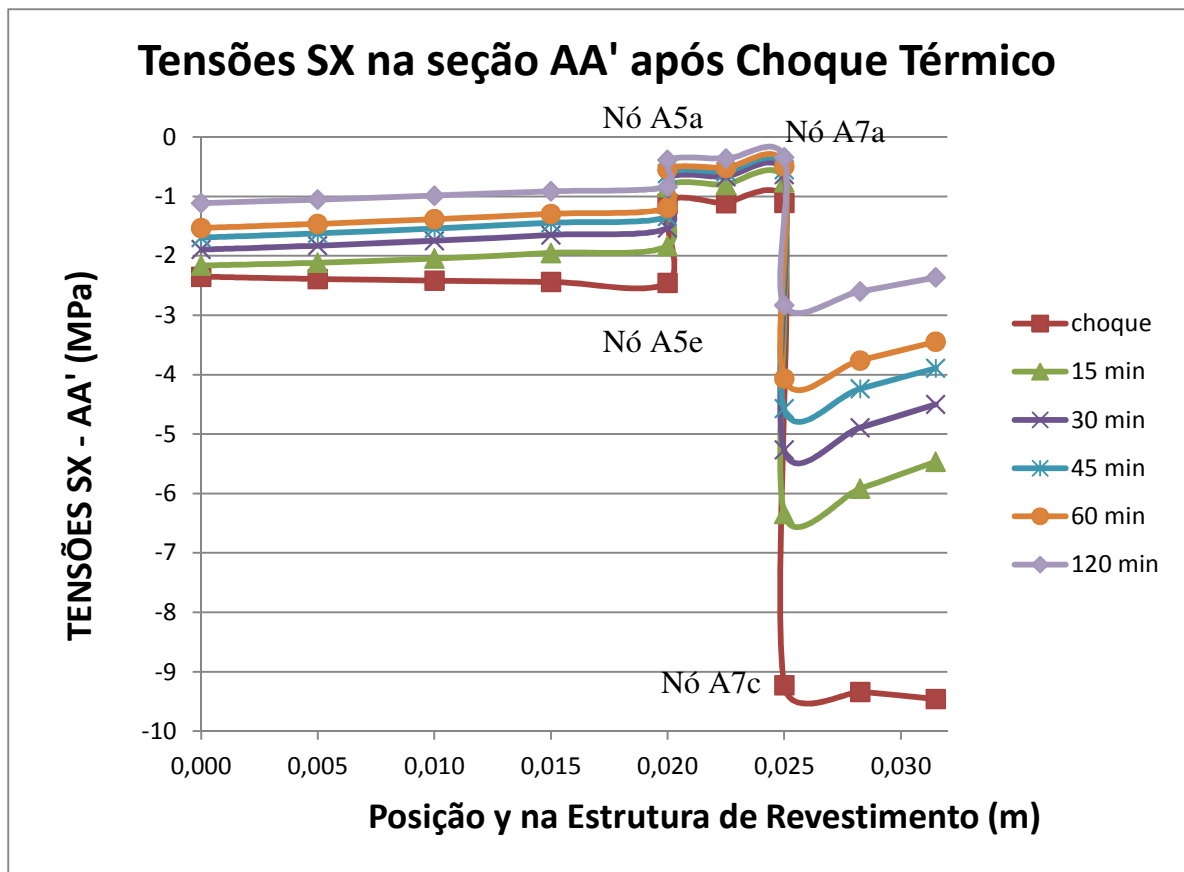


Figura 5.45 – Tensões SX na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica escura

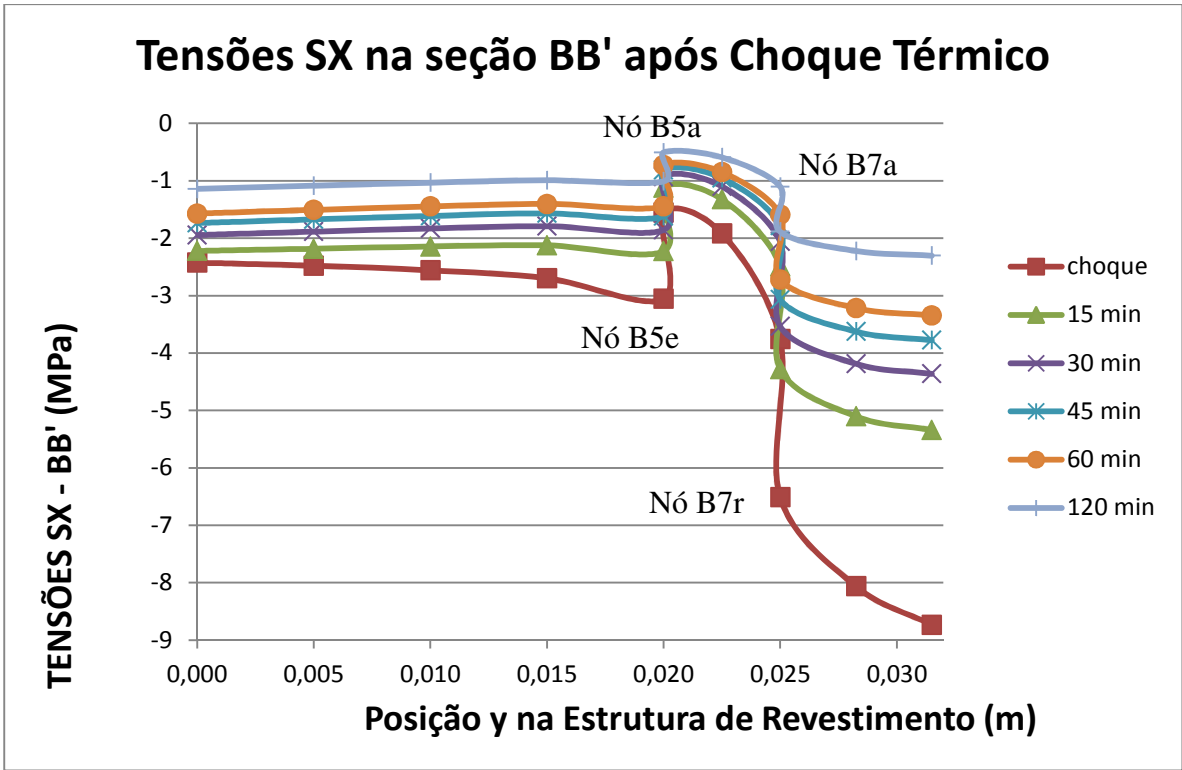


Figura 5.46 – Tensões SX na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura

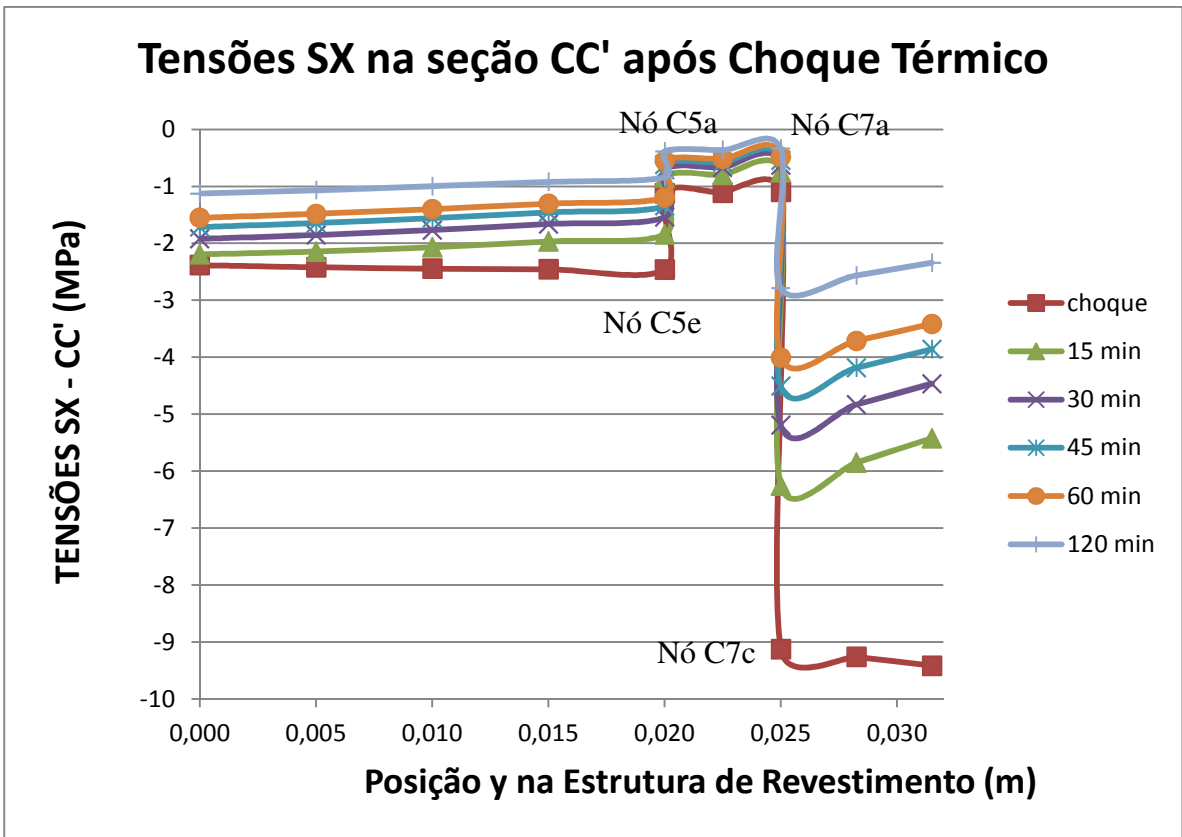


Figura 5.47 – Tensões SX na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura

### 5.3.2.2 – Tensão Normal SY (Caso 2)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica escura ( $\gamma = 0,95$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões normais SY, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.23 a 5.25 seguir:

Tabela 5.23: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

SEÇÃO AA' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)						
	TENSÕES SY (MPa)					
Nós	Antes e durante choque	15 min	30 min	45 min	60 min	120 min
A9	0,00087	0,00048	0,00039	0,00033	0,00029	0,00020
A8	0,00495	0,00271	0,00215	0,00184	0,00162	0,00109
A7c	0,01143	0,00615	0,00486	0,00415	0,00364	0,00244
A7a	0,01571	0,00834	0,00658	0,00561	0,00492	0,00329
A6	0,02121	0,01110	0,00872	0,00743	0,00650	0,00434
A5a	0,02662	0,01379	0,01081	0,00920	0,00805	0,00536
A5e	0,03178	0,01634	0,01279	0,01088	0,00951	0,00632
A4	0,04109	0,02090	0,01632	0,01386	0,01211	0,00803
A3	0,05082	0,02560	0,01993	0,01692	0,01477	0,00977
A2	0,05680	0,02843	0,02210	0,01875	0,01635	0,01081
A1	0,05880	0,02937	0,02282	0,01935	0,01688	0,01115

Tabela 5.24: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES SY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	0,17917	0,11526	0,09263	0,08012	0,07102	0,04898
B8	0,01248	0,03204	0,02908	0,02576	0,02340	0,01721
B7r	0,05701	0,07251	0,06582	0,05773	0,05198	0,03749
B7a	-0,19703	-0,09131	-0,06938	-0,05926	-0,05180	-0,03426
B6	-0,52658	-0,31848	-0,25844	-0,22351	-0,19791	-0,13612
B5a	-0,47798	-0,29266	-0,23807	-0,20601	-0,18251	-0,12571
B5e	-0,41743	-0,25680	-0,20910	-0,18097	-0,16036	-0,11052
B4	-0,32395	-0,20060	-0,16356	-0,14160	-0,12550	-0,08656
B3	-0,25305	-0,15768	-0,12873	-0,11147	-0,09883	-0,06822
B2	-0,21998	-0,13762	-0,11244	-0,09739	-0,08635	-0,05963
B1	-0,21016	-0,13166	-0,10760	-0,09320	-0,08265	-0,05708

Tabela 5.25: Tensões normais na direção y (SY), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES SY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	0,00110	0,00070	0,00058	0,00050	0,00044	0,00031
C8	0,00650	0,00414	0,00340	0,00294	0,00261	0,00181
C7c	0,01563	0,00992	0,00813	0,00705	0,00625	0,00432
C7a	0,02202	0,01395	0,01143	0,00990	0,00879	0,00607
C6	0,03058	0,01934	0,01584	0,01372	0,01217	0,00841
C5a	0,03907	0,02468	0,02020	0,01750	0,01552	0,01073
C5e	0,04723	0,02980	0,02439	0,02113	0,01874	0,01295
C4	0,06208	0,03911	0,03200	0,02772	0,02458	0,01698
C3	0,07779	0,04895	0,04005	0,03469	0,03076	0,02125
C2	0,08757	0,05507	0,04505	0,03902	0,03460	0,02390
C1	0,09087	0,05714	0,04674	0,04048	0,03590	0,02480



Assim como no caso das tensões na direção x (SX), os nós 5 e 7, de interface entre as camadas fornecem dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com os valores das tabelas anteriores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.48 a 5.50 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões SY em cada nó ao longo do tempo:

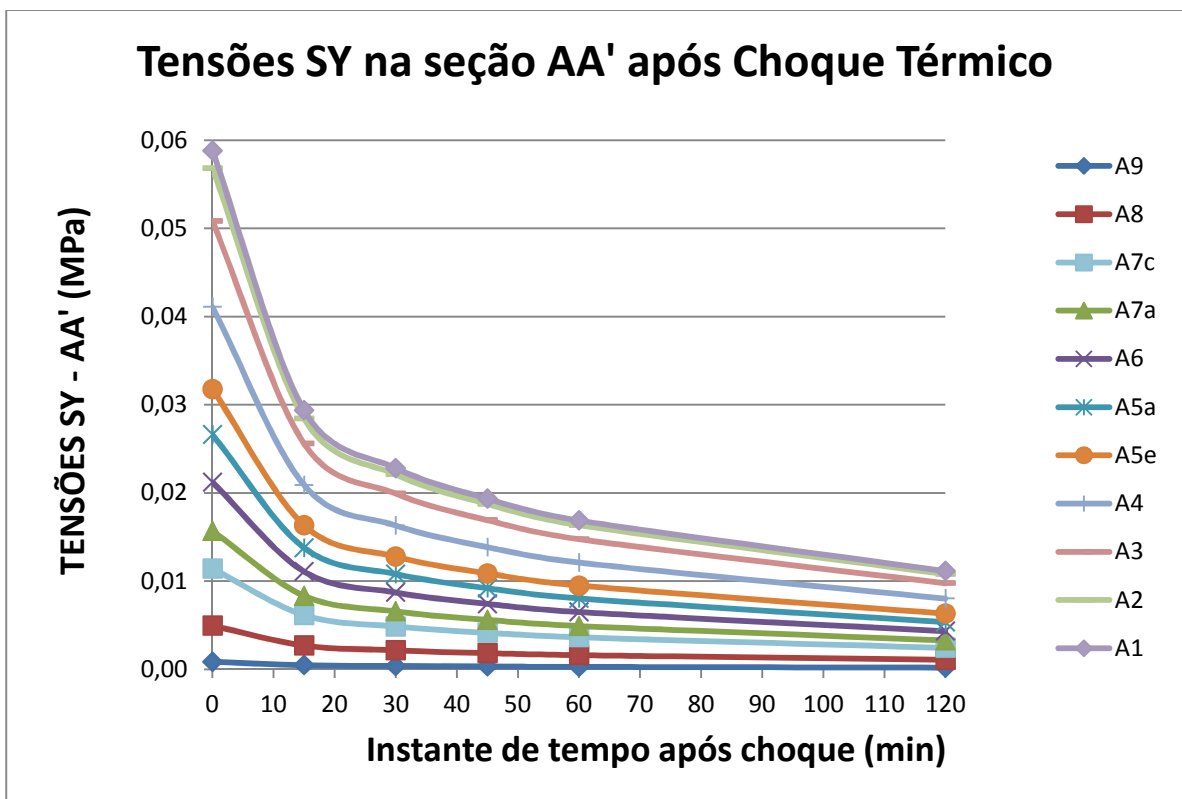


Figura 5.48 – Variação das tensões SY na seção AA' - cerâmica escura

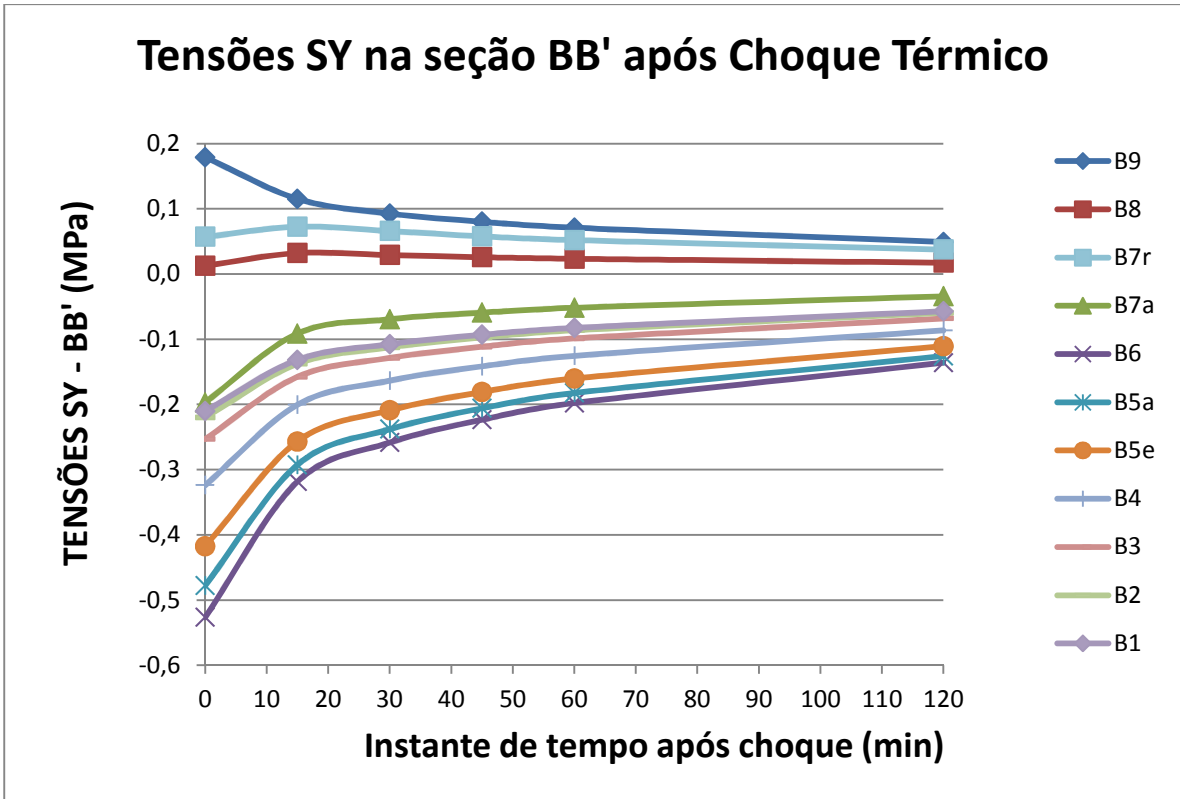


Figura 5.49 – Variação das tensões SY na seção BB' - cerâmica escura

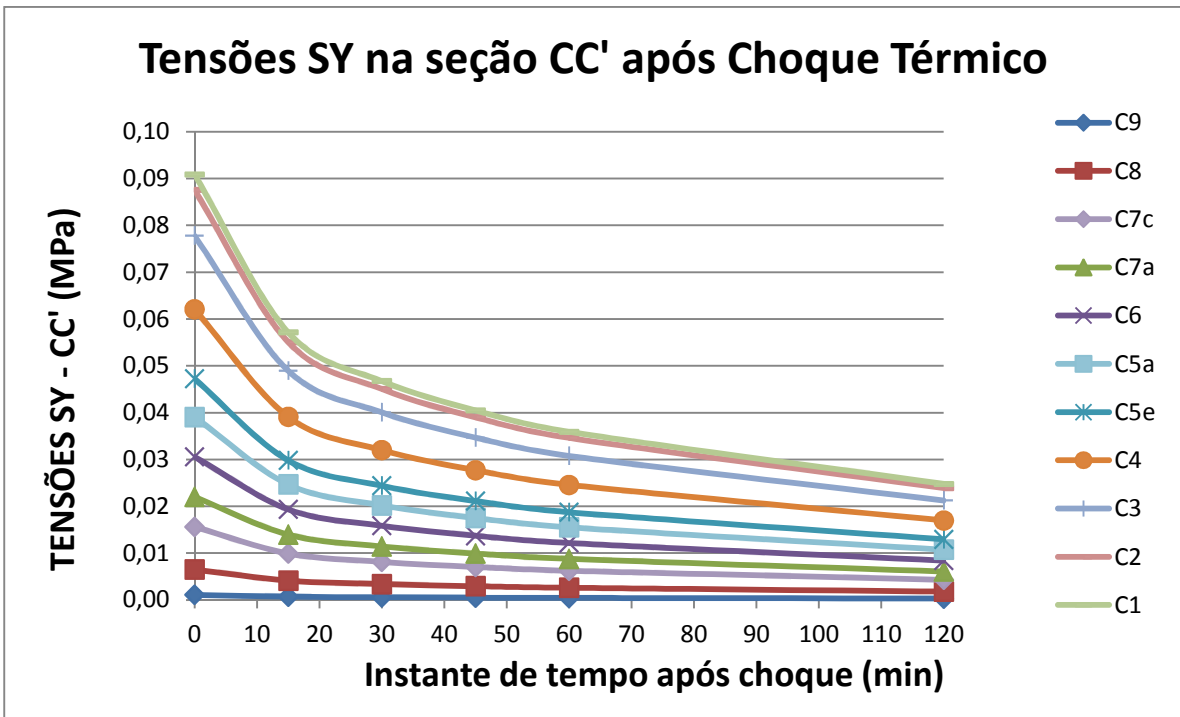


Figura 5.50 – Variação das tensões SY na seção CC' - cerâmica escura

Os valores negativos indicam tensões de compressão, e os positivos tensões de tração.

Comparativamente às tensões SX, aqui as curvas de tensão para cada camada da estrutura não se agrupam conforme evidenciado nas Figuras 5.42 a 5.44. Importante ressaltar que os valores de tensão são bem menores do que os observados nas tensões longitudinais SX. Pode-se atribuir isso ao fato de que as dimensões do modelo na direção x são bem maiores do que na direção y, o que provoca maior dilatação na direção x, conseqüentemente, maiores tensões. Além disso, a movimentação da estrutura na direção x é impedida em dois bordos, enquanto na direção y há apenas a restrição na base, com o topo livre, o que alivia a magnitude das tensões.

Semelhantemente às curvas de tensão SX, as curvas de tensão SY para as seções AA' e CC' mostraram-se compatíveis entre si, o que denota qualitativamente o mesmo comportamento para as duas tensões. Basicamente aqui a estrutura trabalha com tensões de tração. Entretanto, as tensões na seção CC' mostraram-se maiores do que na seção AA', o que mostra que na seção CC' há uma maior pressão no sentido de descolamento das camadas do que na seção AA'. A razão é a posição geométrica da seção CC' situada no meio da estrutura de revestimento.

O destaque é para a seção BB' em relação às demais. O motivo é que na seção BB' apenas a camada de topo (rejunte) trabalha sob tensões de tração enquanto as camadas de argamassa colante e emboço trabalham sob compressão. Isso acontece por causa do fenômeno descrito anteriormente, no qual as placas cerâmicas, muito mais rígidas que o rejunte, o comprimem da direção do eixo x. Ao ser longitudinalmente esmagado por duas peças cerâmicas, o rejunte começa a apresentar tensões de tração, se movimentando para cima e para baixo. Entretanto ao se movimentar para baixo ele comprime as outras duas camadas subsequentes (de argamassa colante e emboço), as quais apresentam condição de contorno de impedimento ao deslocamento na parte de baixo da estrutura. É esse efeito de compressão aliado ao enclausuramento dessas camadas na região da seção BB' que também faz com que a magnitude das tensões seja até 10 vezes maior que nas seções AA' e CC'.

Os resultados mostram que, no início do processo, onde as temperaturas da estrutura são as maiores, é quando haveria as maiores dilatações dos materiais, as quais são reprimidas pelas condições de contorno de impedimento ao deslocamento nas bordas da estrutura, o

que acaba por gerar grande parte das tensões verificadas. Com o resfriamento da estrutura provocado pelo choque, a dilatação dos materiais diminui, causando a retração dos materiais, provocando assim o relaxamento ou diminuição dos níveis de tensão iniciais.

Também é interessante observar a tendência das curvas a assumir perfis assintóticos, indicando futura estabilização dos níveis de tensão, caso as condições de contorno de temperatura permaneçam imutáveis é claro.

As Figuras 5.51 a 5.53 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

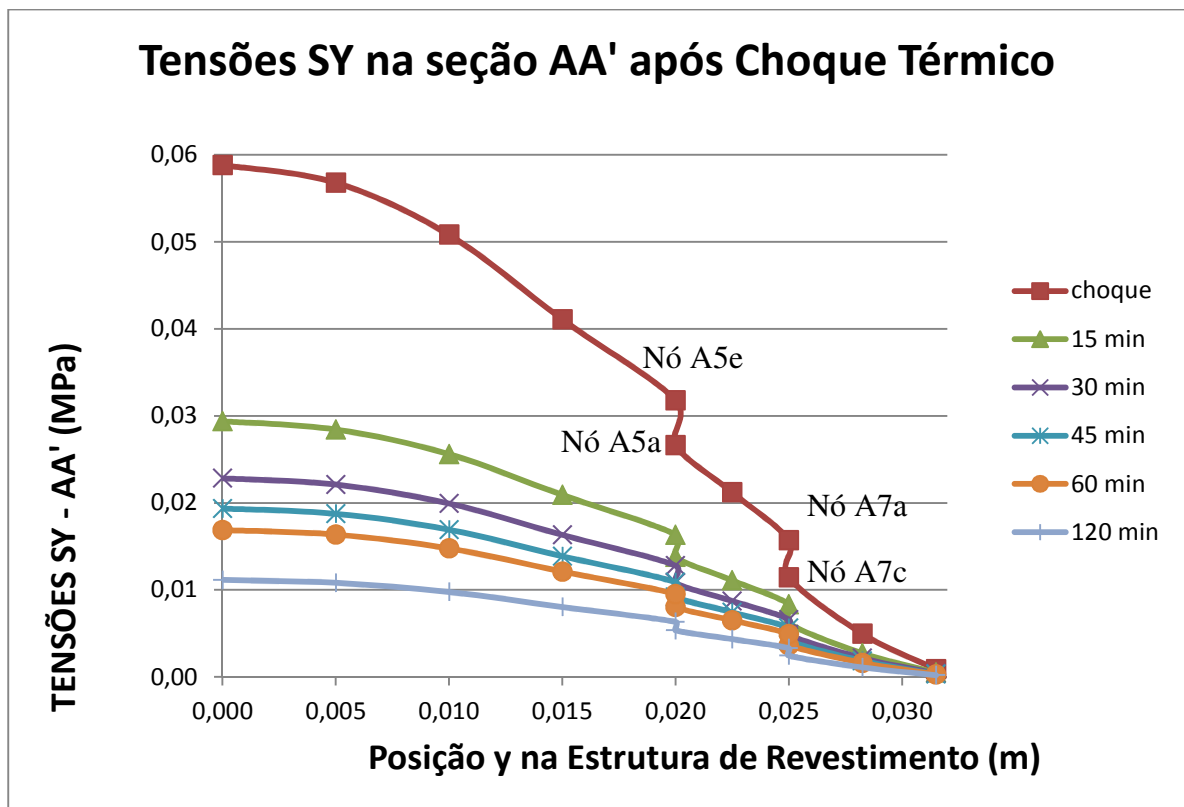


Figura 5.51 – Tensões SY na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica escura

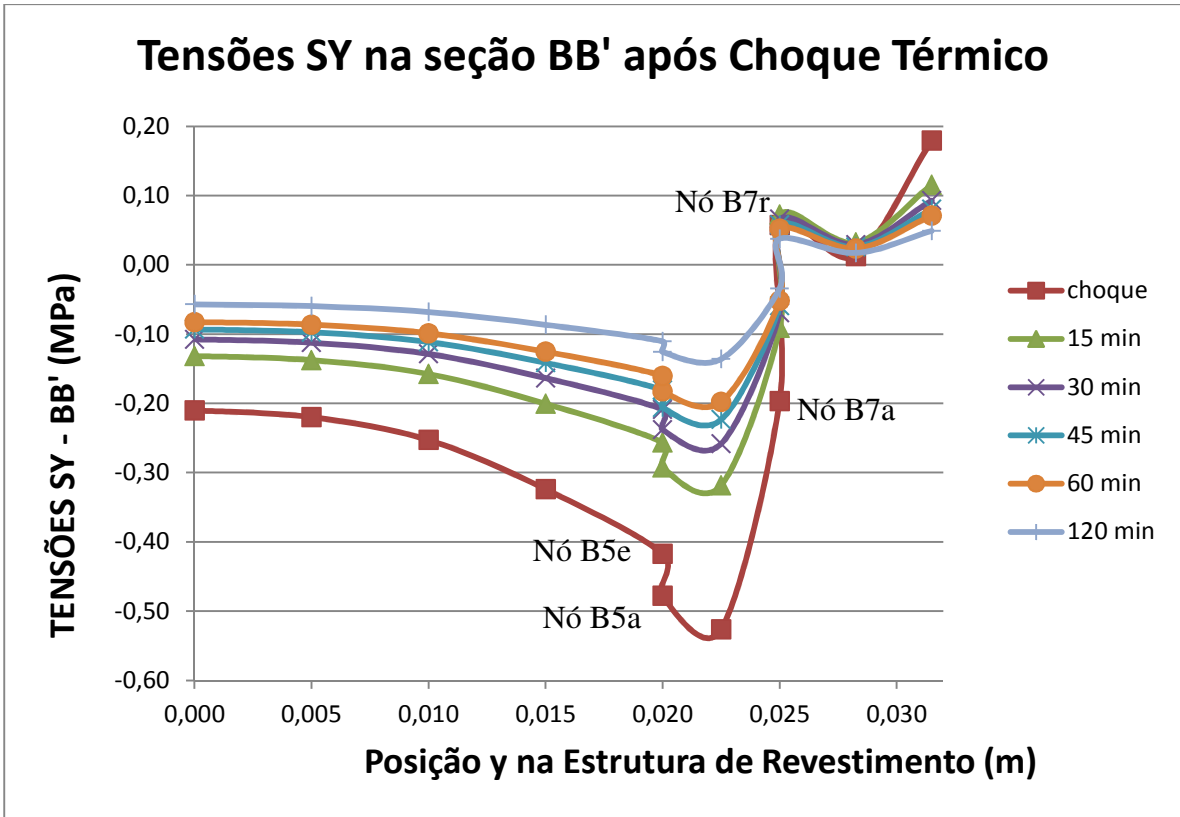


Figura 5.52 – Tensões SY na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura

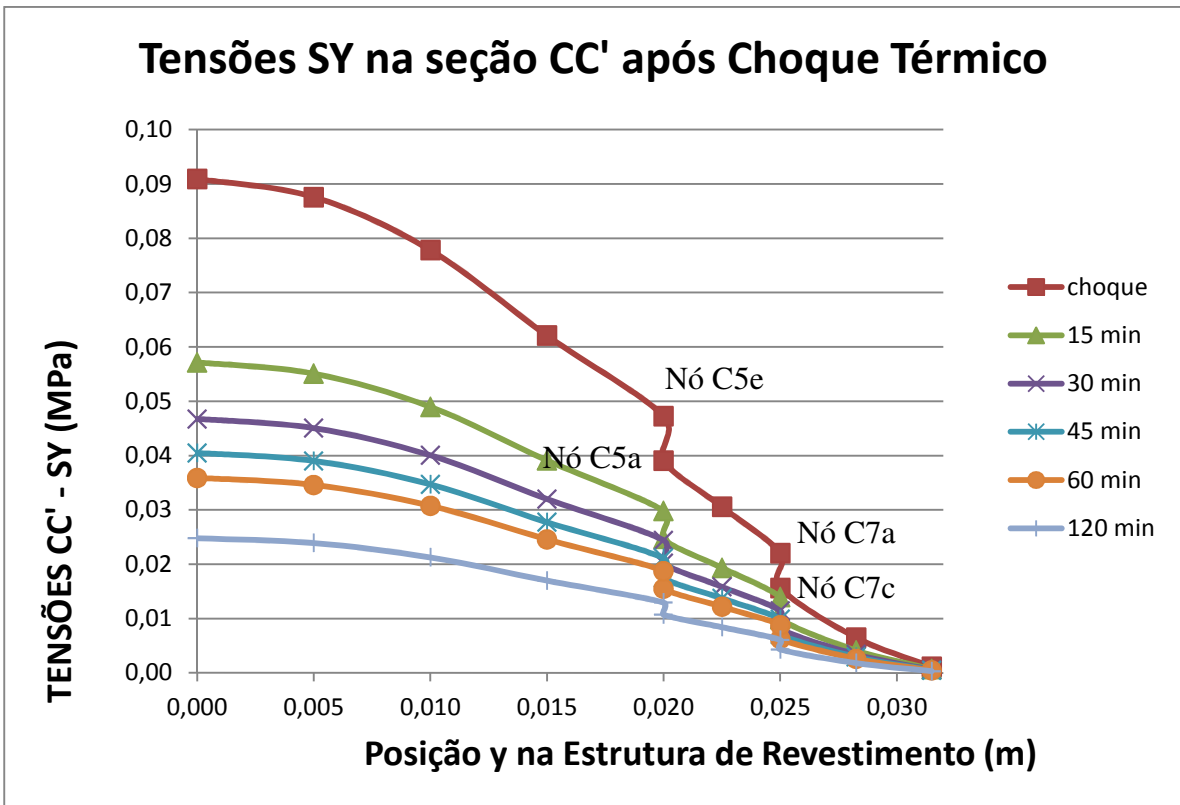


Figura 5.53 – Tensões SY na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura

### 5.3.2.3 – Tensão de Cisalhamento SXY (Caso 2)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica escura ( $\gamma = 0,95$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões de cisalhamento SXY, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.26 a 5.28 seguir:

Tabela 5.26: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO AA' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES SXY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
A9	0,00305	0,00291	0,00254	0,00226	0,00204	0,00148
A8	0,01340	0,01230	0,01069	0,00947	0,00854	0,00617
A7c	0,02514	0,02239	0,01937	0,01713	0,01544	0,01111
A7a	0,02963	0,02612	0,02256	0,01994	0,01796	0,01292
A6	0,03012	0,02651	0,02289	0,02024	0,01823	0,01310
A5a	0,03014	0,02649	0,02287	0,02021	0,01821	0,01309
A5e	0,02928	0,02572	0,02220	0,01963	0,01768	0,01271
A4	0,02584	0,02268	0,01958	0,01731	0,01559	0,01120
A3	0,01891	0,01661	0,01434	0,01267	0,01142	0,00820
A2	0,00997	0,00876	0,00756	0,00669	0,00602	0,00433
A1	0,00254	0,00223	0,00193	0,00170	0,00154	0,00110

Tabela 5.27: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES SXY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	0,00009	0,00009	0,00008	0,00007	0,00006	0,00005
B8	0,00027	0,00026	0,00023	0,00020	0,00018	0,00013
B7r	0,00068	0,00064	0,00056	0,00050	0,00045	0,00032
B7a	0,00117	0,00109	0,00095	0,00084	0,00076	0,00055
B6	0,00126	0,00117	0,00102	0,00091	0,00082	0,00059
B5a	0,00128	0,00119	0,00103	0,00092	0,00083	0,00060
B5e	0,00125	0,00116	0,00101	0,00089	0,00081	0,00058
B4	0,00111	0,00103	0,00090	0,00079	0,00072	0,00052
B3	0,00082	0,00076	0,00066	0,00059	0,00053	0,00038
B2	0,00044	0,00041	0,00035	0,00031	0,00028	0,00020
B1	0,00011	0,00010	0,00009	0,00008	0,00007	0,00005

Tabela 5.28: Tensões de cisalhamento (SXY), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES SXY (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C8	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C7c	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C7a	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C5a	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C5e	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C4	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C3	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
C1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

Assim como no caso das tensões normais, os nós 5 e 7, de interface entre as camadas fornecem dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com os valores das tabelas anteriores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.54 a 5.56 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões SXY em cada nó ao longo do tempo:

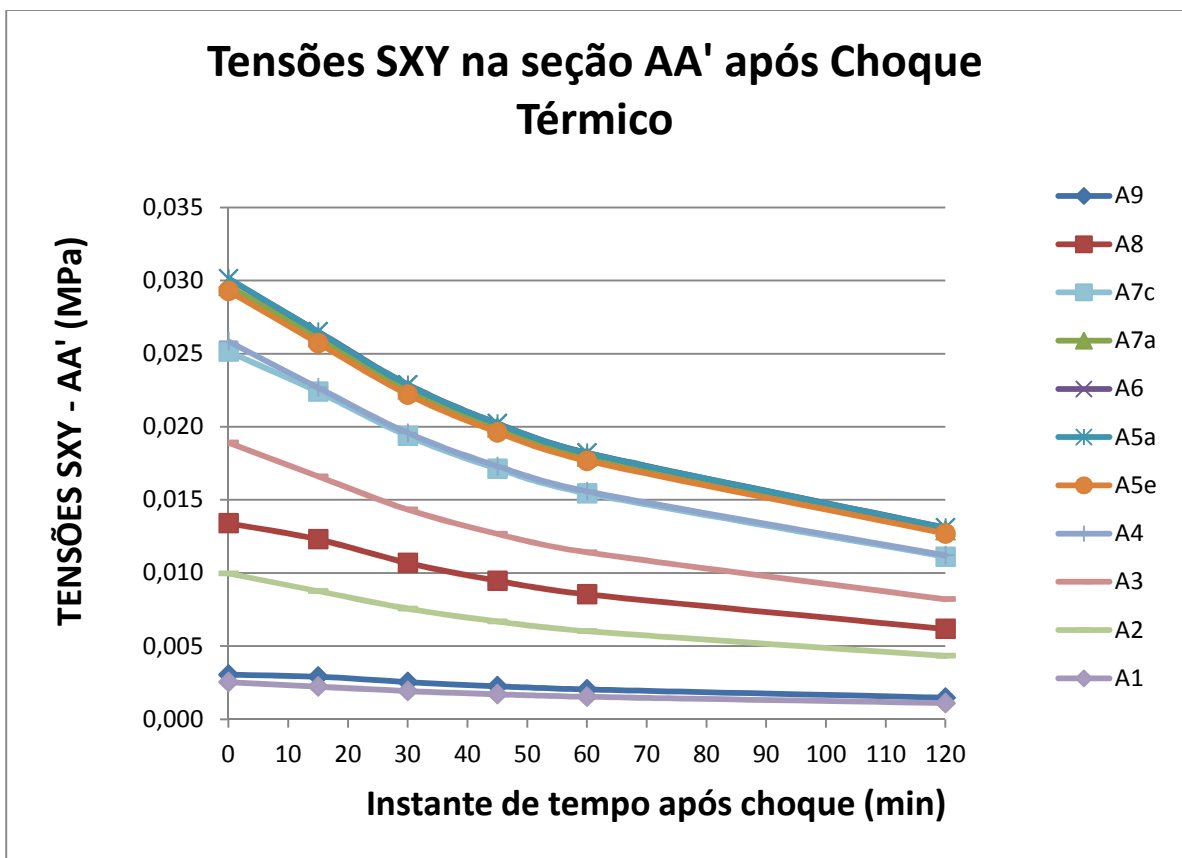


Figura 5.54 – Variação das tensões SXY na seção AA' - cerâmica escura



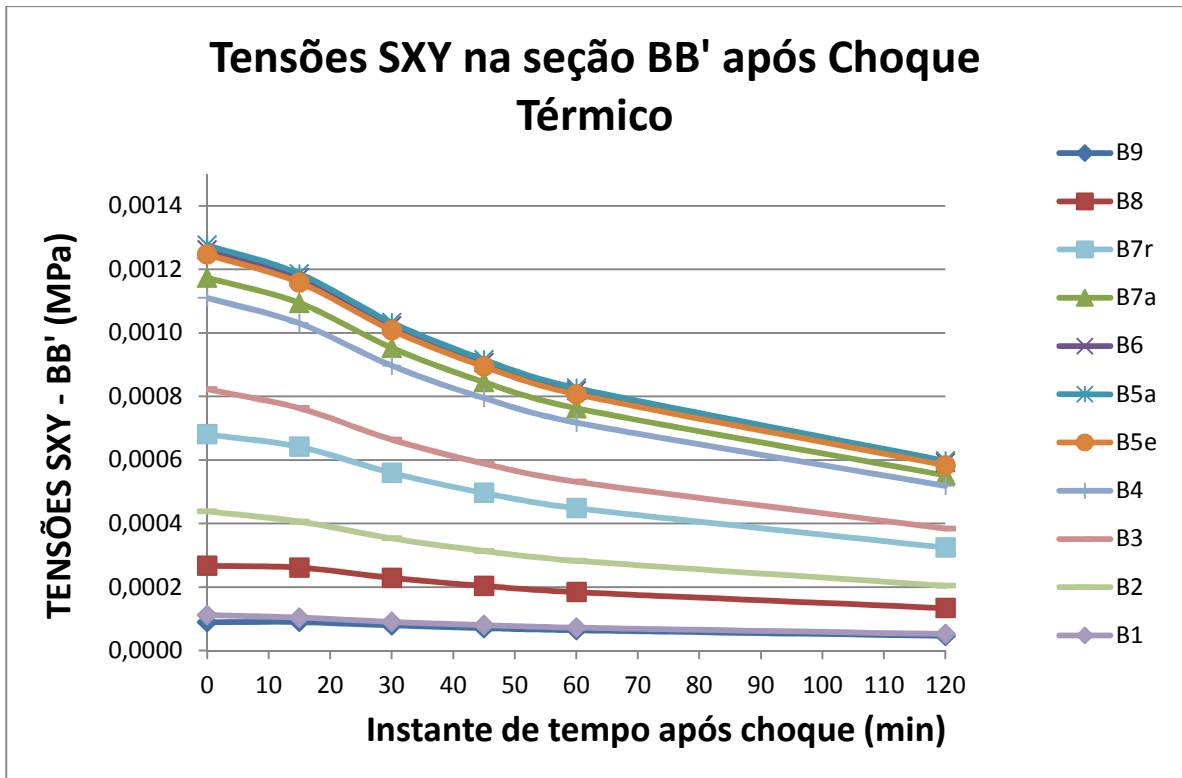


Figura 5.55 – Variação das tensões SXY na seção BB' - cerâmica escura

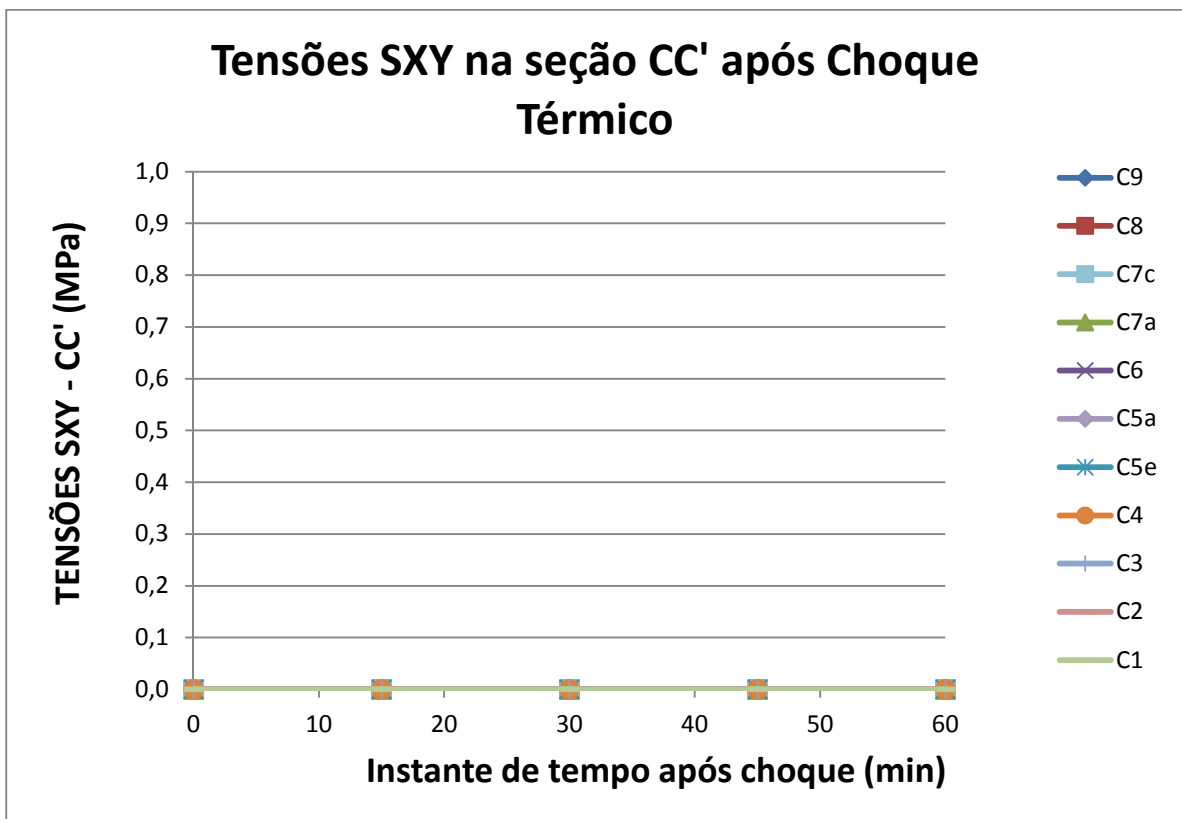


Figura 5.56 – Variação das tensões SXY na seção CC' - cerâmica escura

Com os gráficos e tabelas pôde-se perceber que as tensões de cisalhamento são maiores na seção AA' do que na seção BB', e não apresentam valor na seção CC'. Isso é compatível com a simetria da estrutura de revestimento estudada, mostrando que os esforços de cisalhamento têm maior magnitude nas extremidades em relação ao centro.

Sendo assim, tem-se que na seção CC' as tensões SX e SY apresentadas anteriormente, na verdade também são as tensões principais, respectivamente S2 e S1.

As curvas apresentaram perfis de forma que a magnitude das tensões diminui com o passar do tempo. Os maiores valores de tensão de cisalhamento em cada seção são aqueles verificados nas camadas mais centrais da estrutura, em relação à base e o topo.

Também para tensões SXY, o final das curvas toma aparência próxima à assintótica perto dos 120 minutos, mostrando uma diminuição na taxa de mudanças de tensões. As Figuras 5.57 a 5.59 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

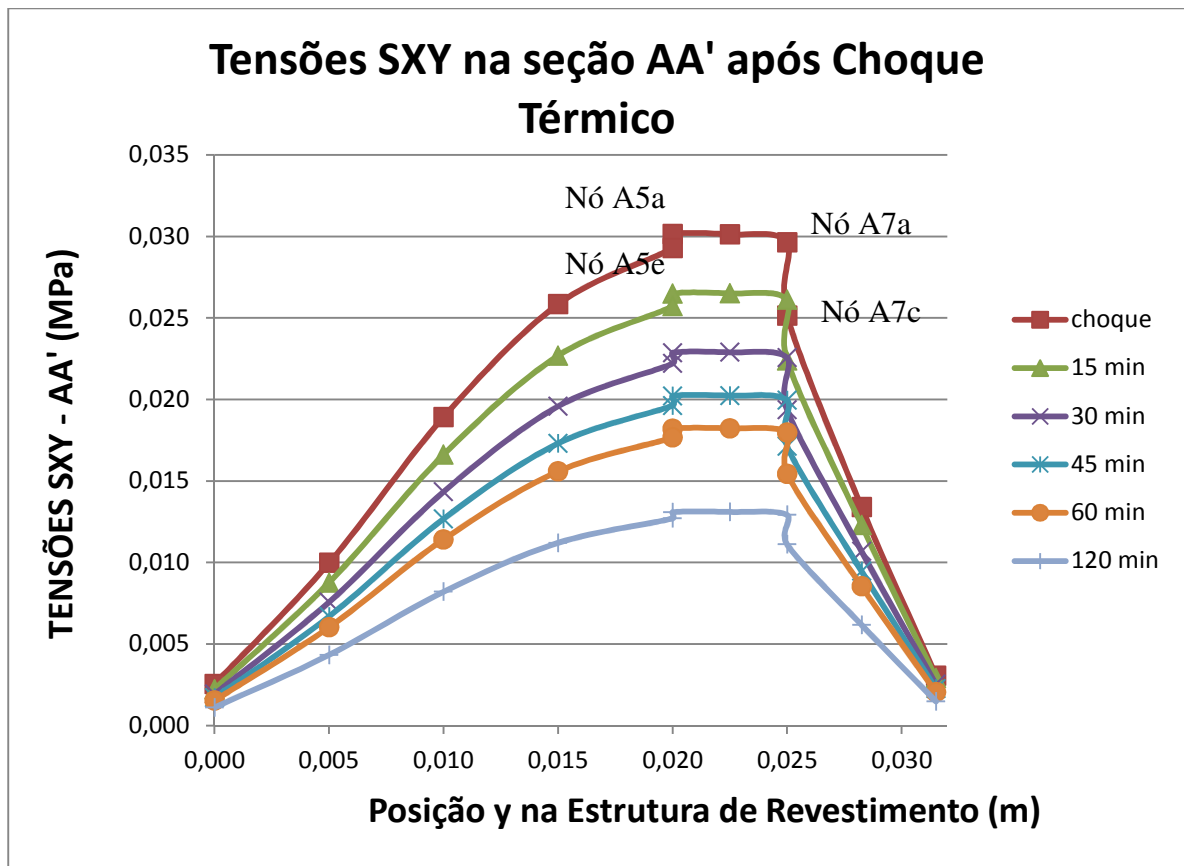


Figura 5.57 – Tensões SXY na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica escura

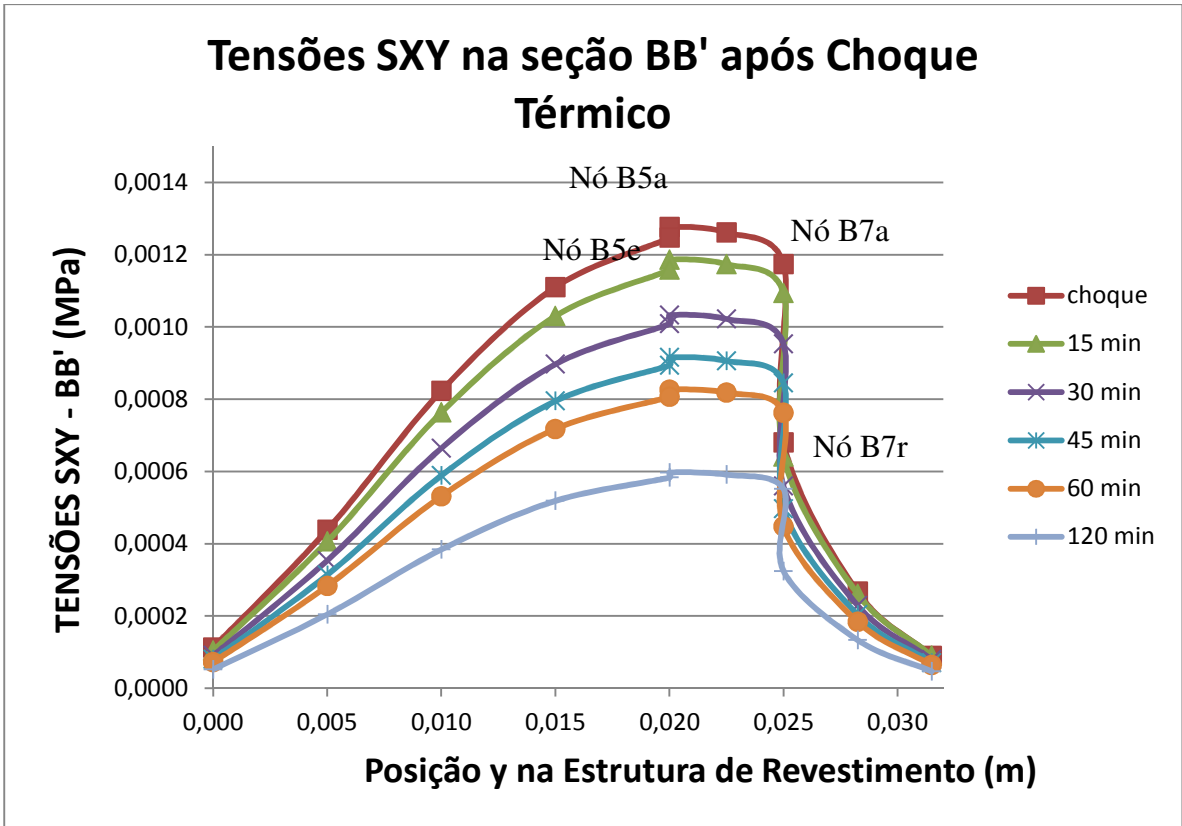


Figura 5.58 – Tensões SXY na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura

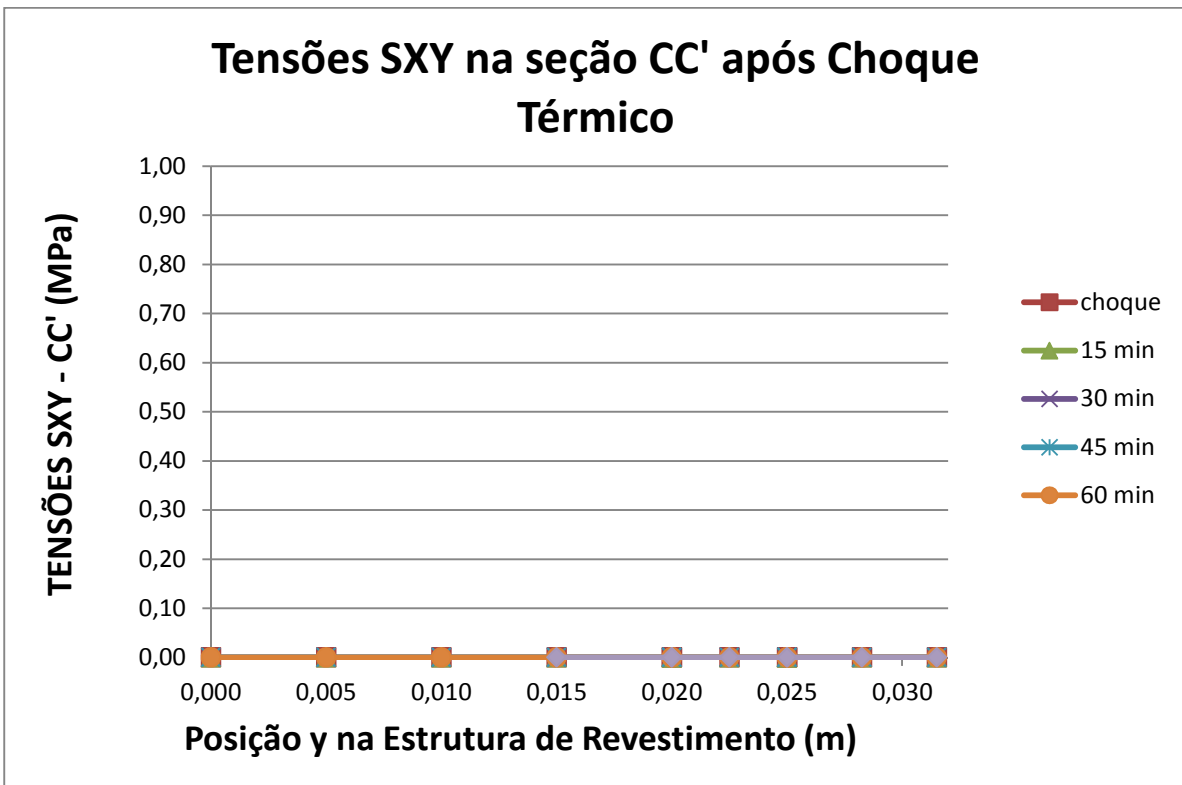


Figura 5.59 – Tensões SXY na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura

### 5.3.2.4 – Tensão Principal S1 (Caso 2)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica escura ( $\gamma = 0,95$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões principais S1, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.29 a 5.31 seguir:

Tabela 5.29: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO AA' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES S1 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
A9	0,00087	0,00049	0,00039	0,00033	0,00029	0,00020
A8	0,00497	0,00274	0,00218	0,00186	0,00164	0,00110
A7c	0,01150	0,00623	0,00493	0,00422	0,00370	0,00249
A7a	0,01649	0,00923	0,00738	0,00633	0,00557	0,00377
A6	0,02201	0,01196	0,00949	0,00812	0,00713	0,00480
A5a	0,02741	0,01461	0,01154	0,00986	0,00864	0,00580
A5e	0,03212	0,01670	0,01311	0,01116	0,00977	0,00651
A4	0,04136	0,02116	0,01655	0,01407	0,01230	0,00817
A3	0,05096	0,02573	0,02005	0,01702	0,01486	0,00984
A2	0,05684	0,02847	0,02213	0,01877	0,01638	0,01082
A1	0,05880	0,02937	0,02282	0,01935	0,01688	0,01115

Tabela 5.30: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES S1 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	0,17917	0,11526	0,09263	0,08012	0,07102	0,04898
B8	0,01248	0,03204	0,02908	0,02576	0,02340	0,01721
B7r	0,05701	0,07251	0,06582	0,05773	0,05198	0,03749
B7a	-0,19703	-0,09131	-0,06938	-0,05926	-0,05180	-0,03426
B6	-0,52658	-0,31848	-0,25844	-0,22351	-0,19791	-0,13612
B5a	-0,47798	-0,29266	-0,23807	-0,20601	-0,18251	-0,12571
B5e	-0,41743	-0,25680	-0,20910	-0,18097	-0,16036	-0,11052
B4	-0,32395	-0,20060	-0,16356	-0,14160	-0,12550	-0,08656
B3	-0,25305	-0,15768	-0,12873	-0,11147	-0,09883	-0,06821
B2	-0,21998	-0,13762	-0,11244	-0,09739	-0,08635	-0,05963
B1	-0,21016	-0,13166	-0,10760	-0,09320	-0,08264	-0,05708

Tabela 5.31: Tensões principais (S1), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES S1 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	0,00110	0,00070	0,00058	0,00050	0,00044	0,00031
C8	0,00650	0,00414	0,00340	0,00294	0,00261	0,00181
C7c	0,01563	0,00992	0,00813	0,00705	0,00625	0,00432
C7a	0,02202	0,01395	0,01143	0,00990	0,00879	0,00607
C6	0,03058	0,01934	0,01584	0,01372	0,01217	0,00841
C5a	0,03907	0,02468	0,02020	0,01750	0,01552	0,01073
C5e	0,04723	0,02980	0,02439	0,02113	0,01874	0,01295
C4	0,06208	0,03911	0,03200	0,02772	0,02458	0,01698
C3	0,07779	0,04895	0,04005	0,03469	0,03076	0,02125
C2	0,08757	0,05507	0,04505	0,03902	0,03460	0,02390
C1	0,09087	0,05714	0,04674	0,04048	0,03590	0,02480

Assim como no caso das tensões normais, os nós 5 e 7, de interface entre as camadas fornecem dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com os valores das tabelas anteriores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.60 a 5.62 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões S1 em cada nó ao longo do tempo:

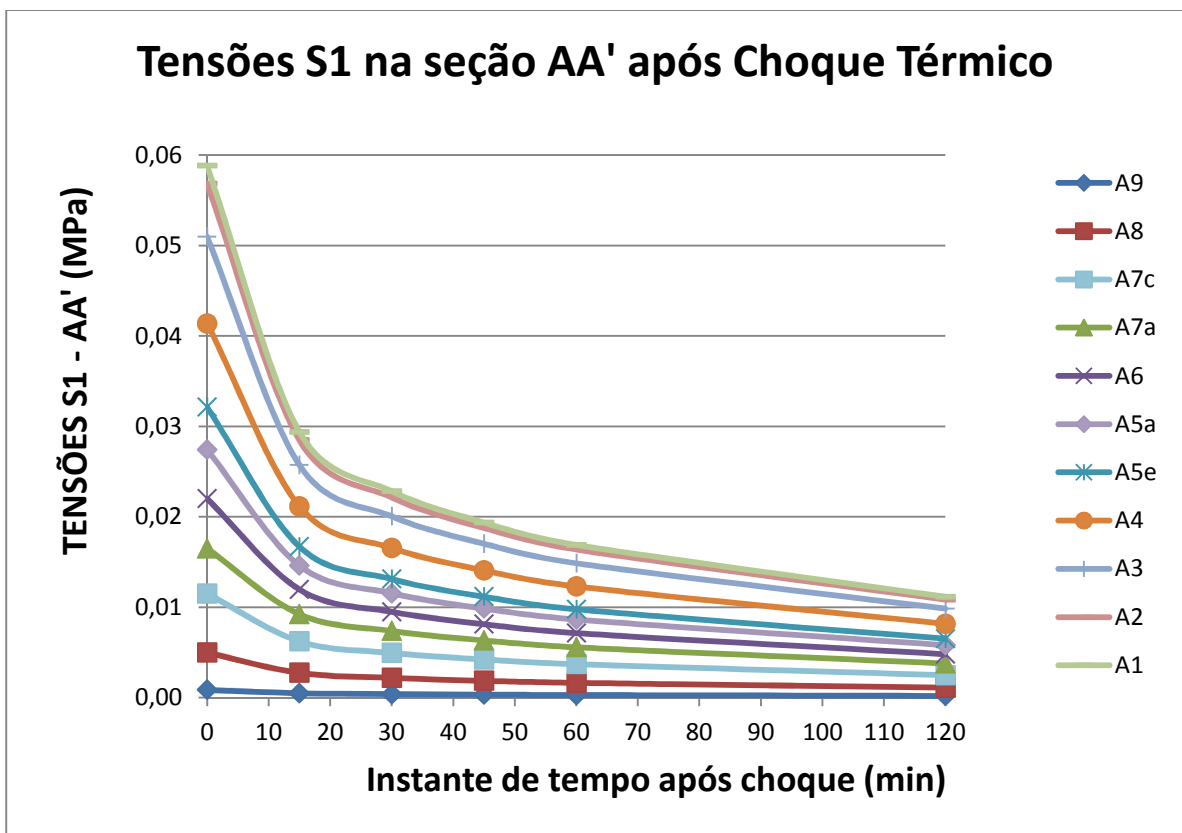


Figura 5.60 – Variação das tensões S1 na seção AA' - cerâmica escura

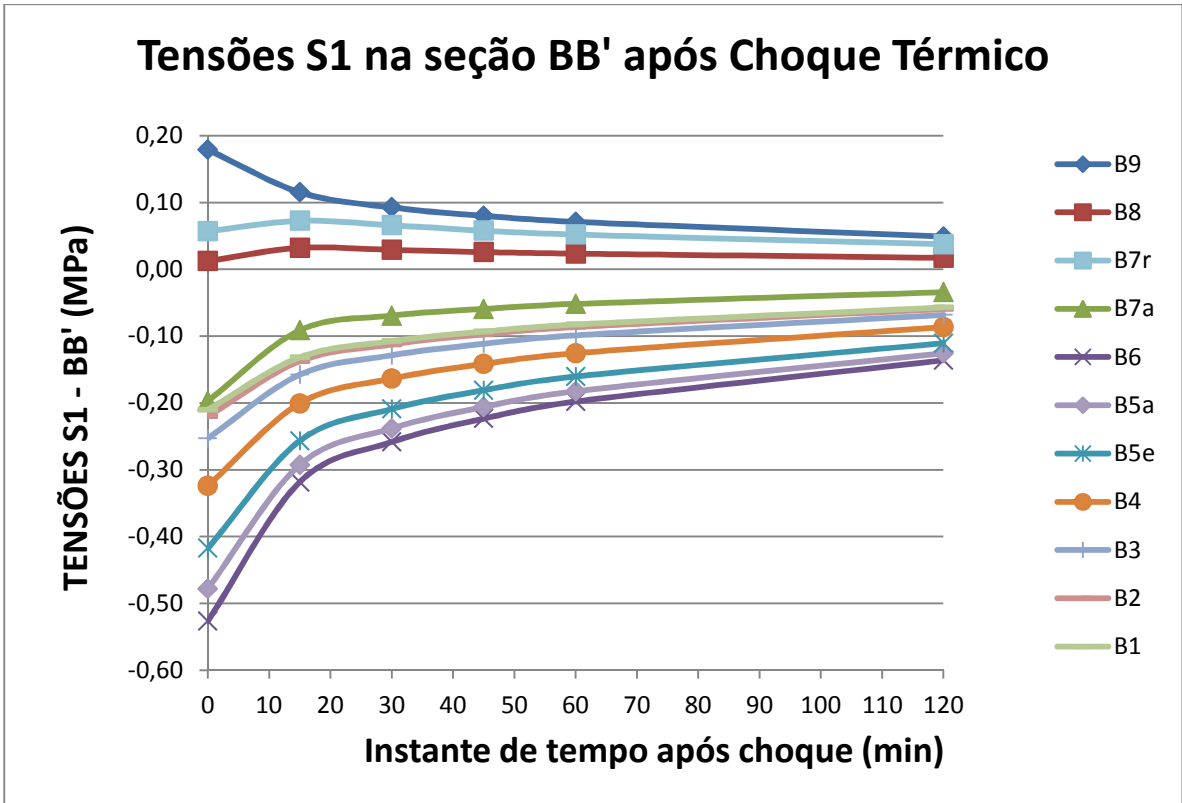


Figura 5.61 – Variação das tensões S1 na seção BB' - cerâmica escura

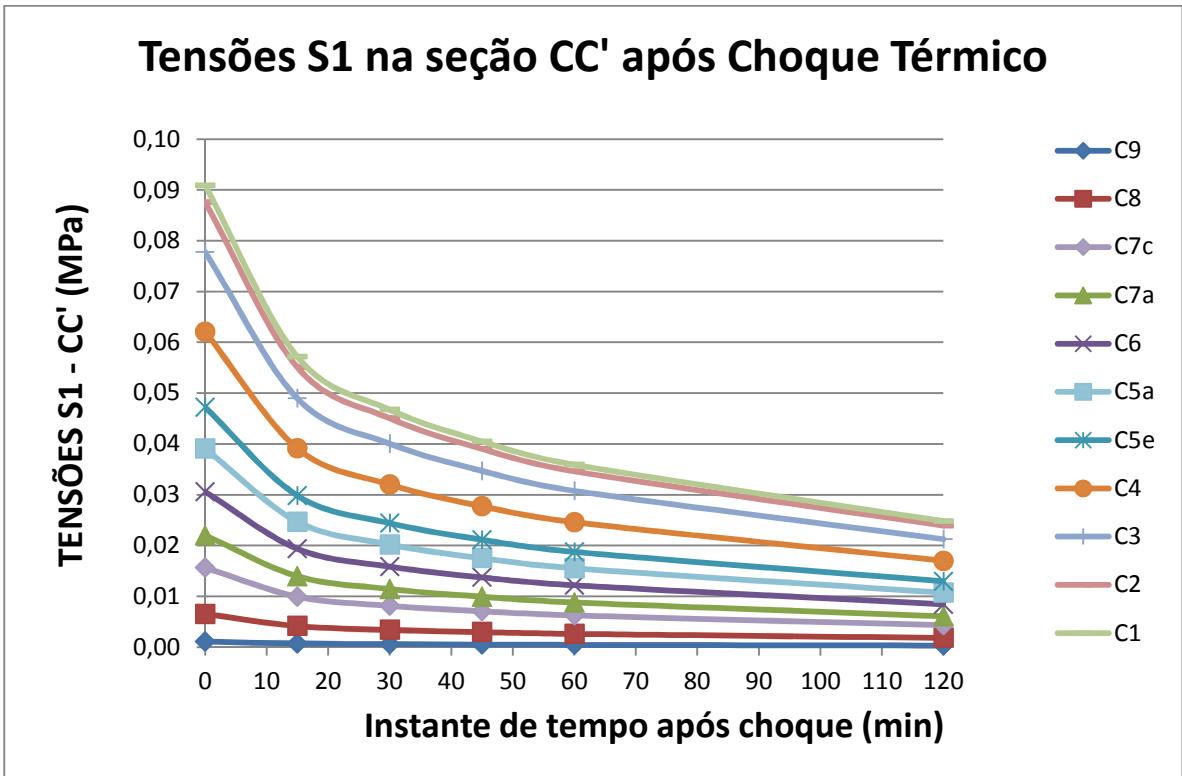


Figura 5.62 – Variação das tensões S1 na seção CC' - cerâmica escura

Com os gráficos e tabelas pôde-se perceber que as tensões principais S1 são basicamente as tensões SY, mostradas anteriormente. Isso se deve ao fato de a magnitude das tensões SX serem muito grandes face às tensões de cisalhamento SXY e as próprias tensões SY. As diferenças de valor entre SY e S1 são basicamente a partir da quarta casa decimal.

O destaque vai para a seção CC' cujas tensões principais efetivamente são as tensões SY, pois nessa seção as tensões de cisalhamento são nulas.

A situação mais crítica, no que tange à variação de tensões S1, para a camada de emboço acontece na seção BB', onde a tensão no instante do choque térmico vale -0,41743 MPa e ao final do evento, após 120 minutos passa a valer -0,11052 MPa, configurando uma variação de 0,30691 MPa.

As Figuras 5.63 a 5.65 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

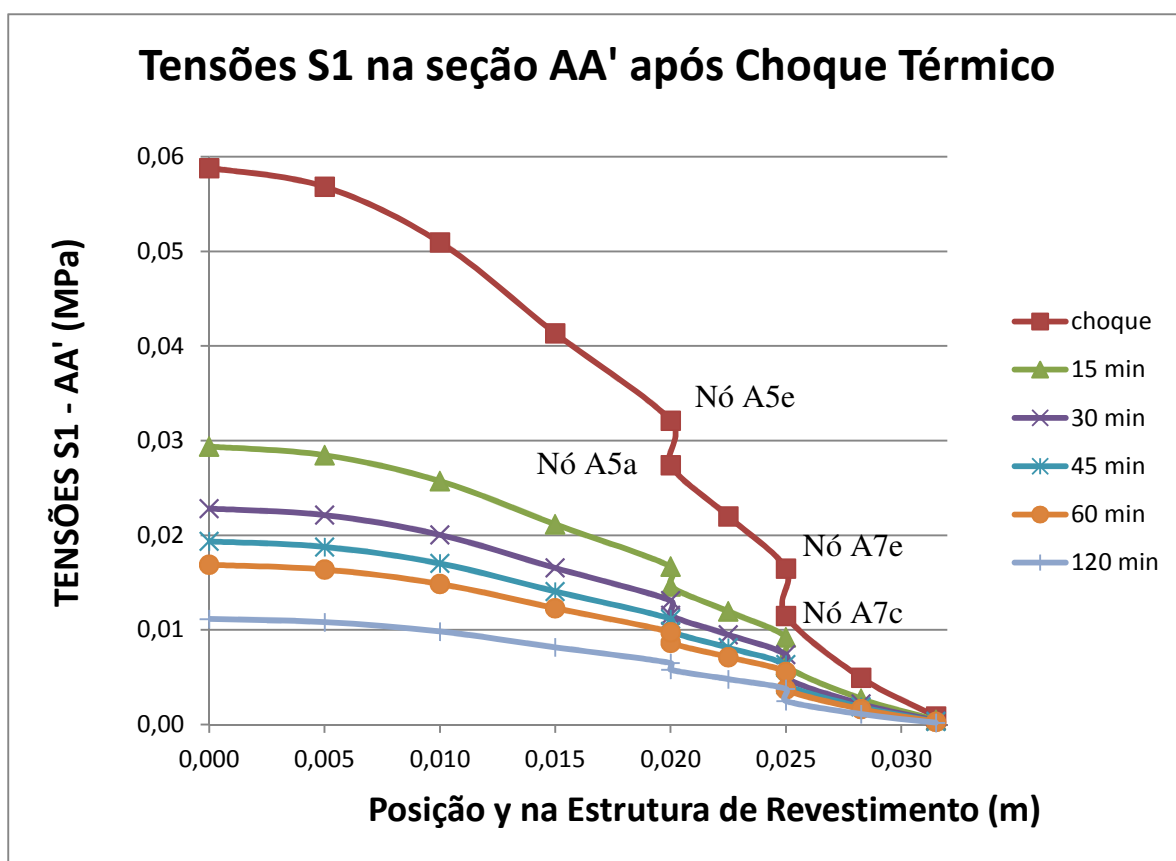


Figura 5.63 – Tensões S1 na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica escura



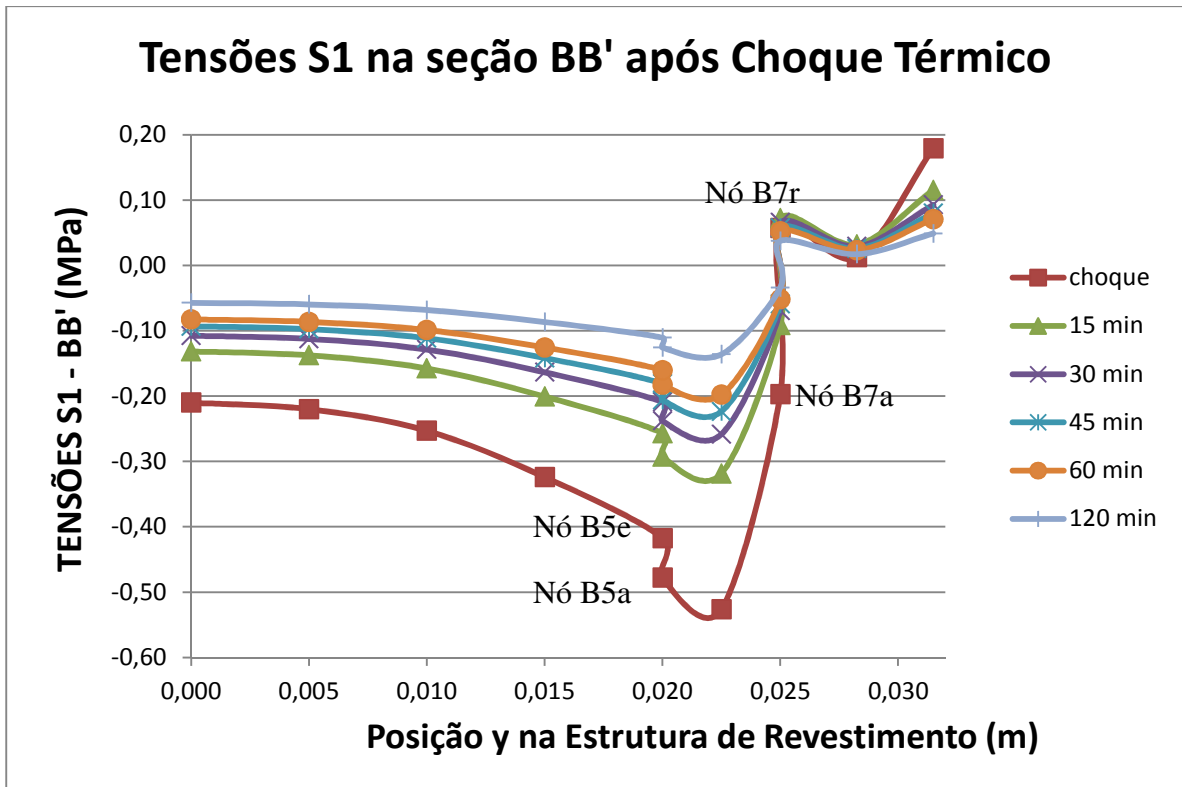


Figura 5.64 – Tensões S1 na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura

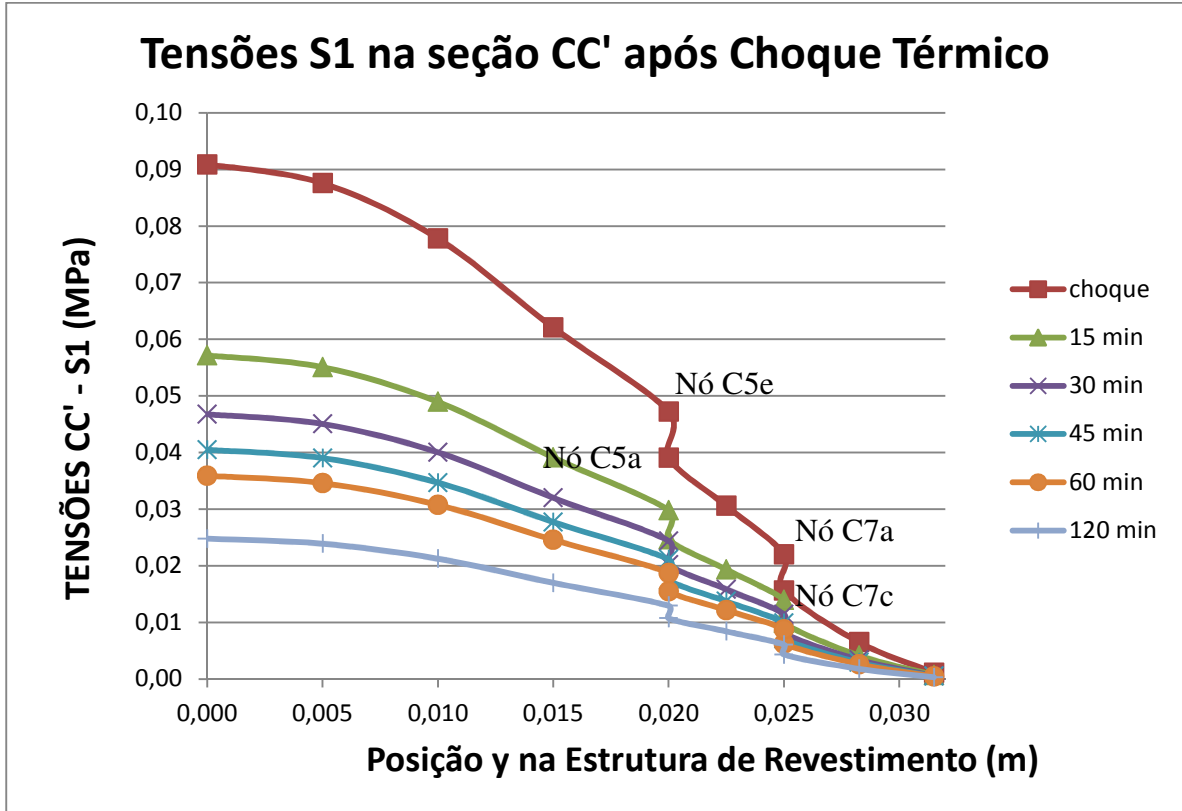


Figura 5.65 – Tensões S1 na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura

### 5.3.1.5 – Tensão Principal S2 (Caso 2)

Ao aplicar as equações 5.2.1 a 5.2.3, para o caso de cerâmica escura ( $\gamma = 0,95$ ), obtêm-se as temperaturas, as quais levam às seguintes tensões principais S2, cujos valores encontram-se apresentados nas Tabelas 5.32 a 5.34 seguir:

Tabela 5.32: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção AA' do interior do revestimento, após choque térmico

SEÇÃO AA' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)						
	TENSÕES S2 (MPa)					
Nós	Antes e durante choque	15 min	30 min	45 min	60 min	120 min
A9	-9,45770	-5,46450	-4,50170	-3,89170	-3,44320	-2,36330
A8	-9,33762	-5,91853	-4,89102	-4,23752	-3,75982	-2,59971
A7c	-9,22787	-6,34248	-5,26687	-4,57266	-4,06526	-2,83114
A7a	-1,10878	-0,76389	-0,63463	-0,55123	-0,49021	-0,34161
A6	-1,11480	-0,80381	-0,66996	-0,58319	-0,51949	-0,36334
A5a	-1,12049	-0,84159	-0,70394	-0,61423	-0,54786	-0,38457
A5e	-2,45215	-1,83426	-1,53402	-1,33849	-1,19386	-0,83794
A4	-2,43907	-1,95186	-1,64823	-1,44441	-1,29289	-0,91484
A3	-2,41784	-2,04553	-1,74642	-1,53970	-1,38239	-0,98689
A2	-2,38874	-2,11564	-1,82913	-1,62153	-1,46192	-1,05312
A1	-2,34930	-2,16250	-1,89520	-1,69200	-1,53140	-1,11340

Tabela 5.33: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção BB' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO BB' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES S2 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
B9	-8,73580	-5,34140	-4,36320	-3,77590	-3,34530	-2,30490
B8	-8,06320	-5,10400	-4,18800	-3,62700	-3,21680	-2,22300
B7r	-6,51240	-4,28420	-3,53580	-3,06520	-2,72160	-1,88750
B7a	-3,75780	-2,49300	-2,06000	-1,78680	-1,58710	-1,10190
B6	-1,91740	-1,32410	-1,09830	-0,95441	-0,84898	-0,59157
B5a	-1,55310	-1,12060	-0,93343	-0,81313	-0,72440	-0,50683
B5e	-3,05510	-2,22650	-1,85710	-1,61860	-1,44260	-1,01040
B4	-2,69840	-2,12450	-1,79100	-1,56850	-1,40320	-0,99152
B3	-2,55980	-2,14470	-1,82920	-1,61180	-1,44660	-1,03190
B2	-2,48030	-2,18370	-1,88650	-1,67170	-1,50680	-1,08480
B1	-2,42620	-2,22160	-1,94530	-1,73590	-1,57070	-1,14120

Tabela 5.34: Tensões principais (S2), lidas nos nós da seção CC' do interior do revestimento, após choque térmico

<b>SEÇÃO CC' - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)</b>						
	<b>TENSÕES S2 (MPa)</b>					
<b>Nós</b>	<b>Antes e durante choque</b>	<b>15 min</b>	<b>30 min</b>	<b>45 min</b>	<b>60 min</b>	<b>120 min</b>
C9	-9,41600	-5,42310	-4,46530	-3,85940	-3,41390	-2,34200
C8	-9,26210	-5,85090	-4,83240	-4,18560	-3,71300	-2,56610
C7c	-9,12420	-6,25330	-5,19010	-4,50490	-4,00430	-2,78740
C7a	-1,09760	-0,75405	-0,62613	-0,54371	-0,48343	-0,33673
C6	-1,11070	-0,80020	-0,66684	-0,58043	-0,51700	-0,36154
C5a	-1,12360	-0,84434	-0,70631	-0,61631	-0,54974	-0,38592
C5e	-2,45870	-1,84020	-1,53920	-1,34310	-1,19800	-0,84093
C4	-2,45720	-1,96810	-1,66230	-1,45690	-1,30410	-0,92290
C3	-2,44480	-2,06970	-1,76730	-1,55820	-1,39900	-0,99889
C2	-2,42150	-2,14490	-1,85450	-1,64390	-1,48220	-1,06770
C1	-2,38410	-2,19350	-1,92210	-1,71570	-1,55290	-1,12880

Assim como no caso das tensões normais, os nós 5 e 7, de interface entre as camadas fornecem dois valores de tensão para os dois materiais que formam as linhas de interface onde estão esses nós.

Com os valores das tabelas anteriores, constroem-se os gráficos das Figuras 5.66 a 5.68 a seguir, os quais mostram a evolução das tensões S2 em cada nó ao longo do tempo:

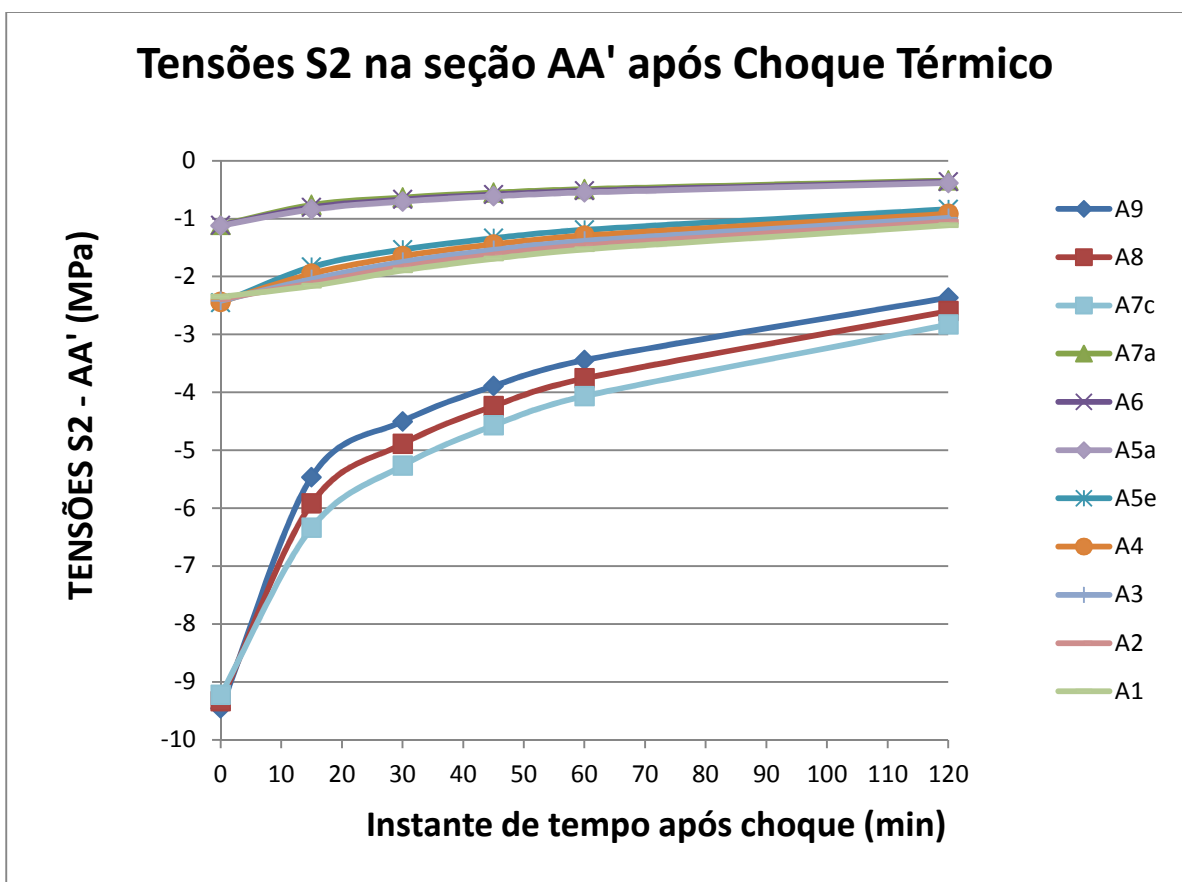


Figura 5.66 – Variação das tensões S2 na seção AA' - cerâmica escura

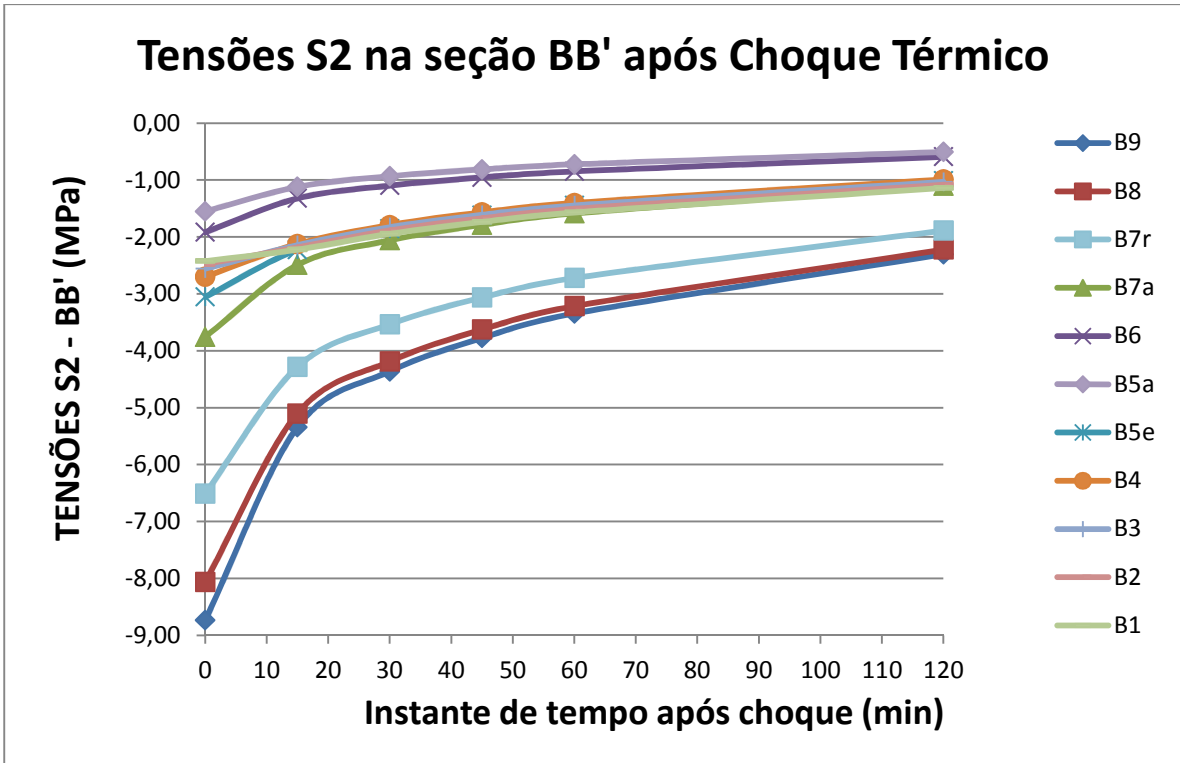


Figura 5.67 – Variação das tensões S2 na seção BB' - cerâmica escura

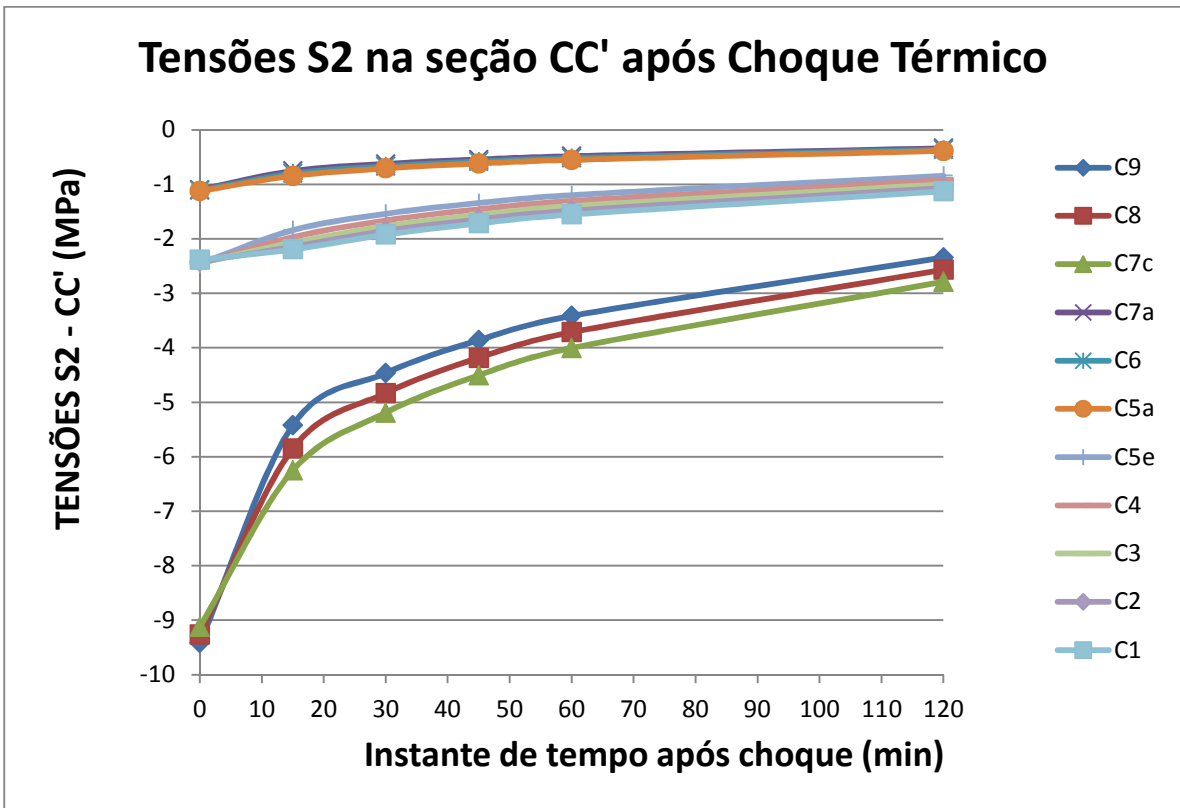


Figura 5.68 – Variação das tensões S2 na seção CC' - cerâmica escura

Com os gráficos e tabelas pôde-se perceber que as tensões principais S2 são basicamente as tensões SX, mostradas anteriormente. Isso se deve ao fato de a magnitude das tensões SX serem muito grandes face às tensões de cisalhamento SXY, As diferenças de valor entre as tensões S2 e SX são basicamente a partir da e quarta casa decimal.

O destaque vai para a seção CC' cujas tensões principais efetivamente são as tensões SX, pois nessa seção as tensões de cisalhamento são nulas.

A situação mais crítica, no que tange à variação de tensões S2, para a camada de emboço acontece na seção BB', onde a tensão no instante do choque térmico vale -3,05510 MPa e ao final do evento, após 120 minutos passa a valer -1,01040 MPa, configurando uma variação de 2,04470 MPa.

As Figuras 5.69 a 5.71 a seguir evidenciam os perfis de tensão de cada seção nos cinco momentos distintos do evento (0, 15, 30, 45, 60 e 120 min após o choque):

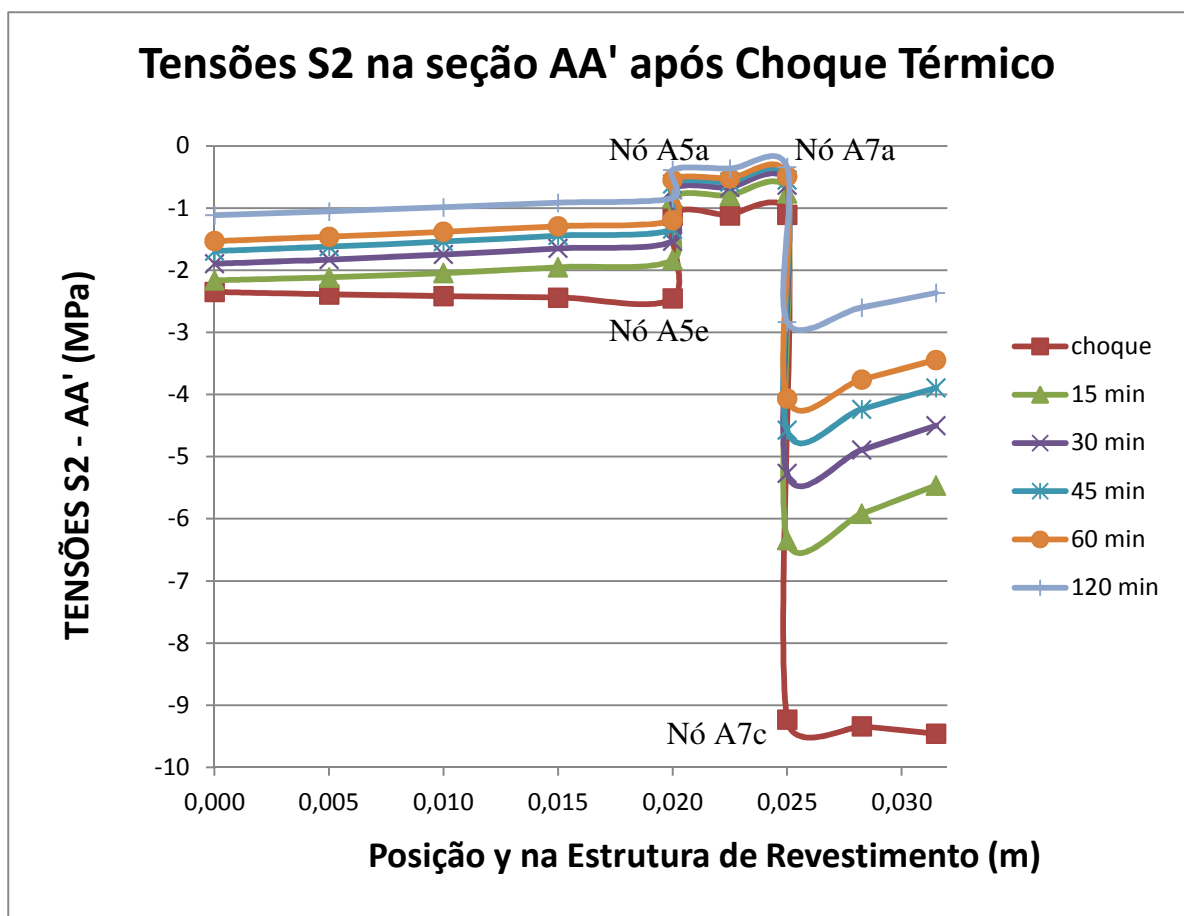


Figura 5.69 – Tensões S2 na seção AA' em cada instante de tempo - cerâmica clara

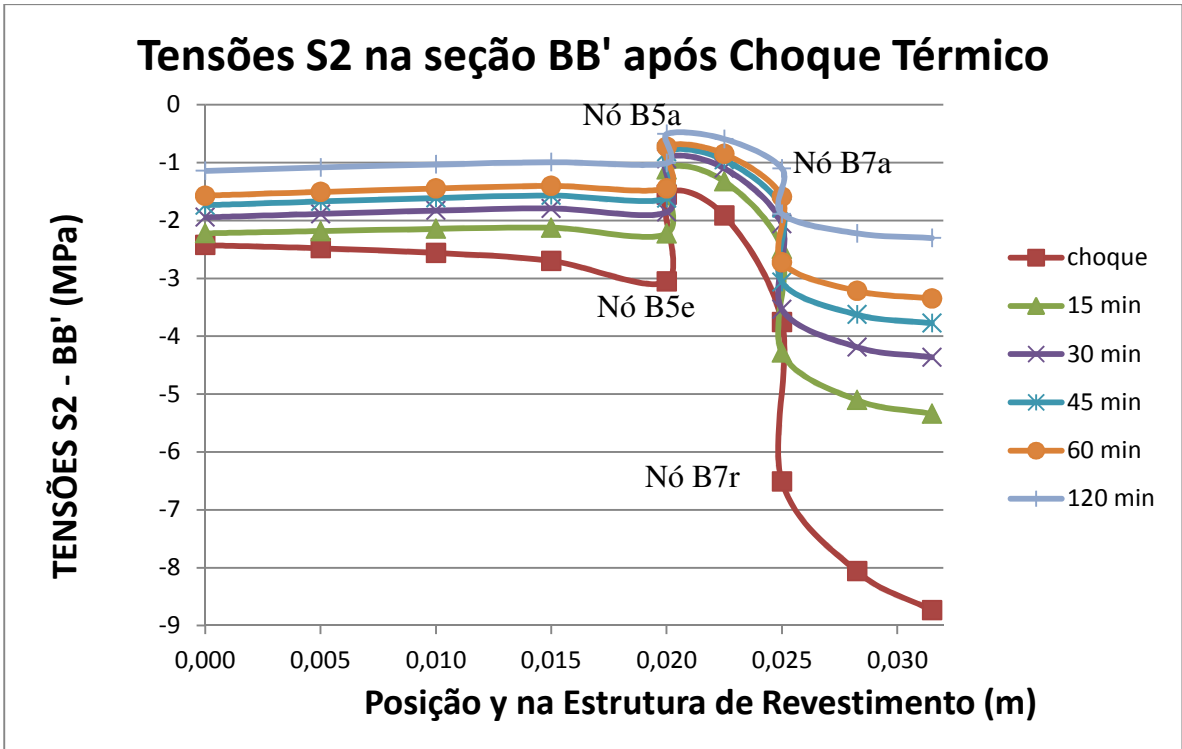


Figura 5.70 – Tensões S2 na seção BB' em cada instante de tempo - cerâmica escura

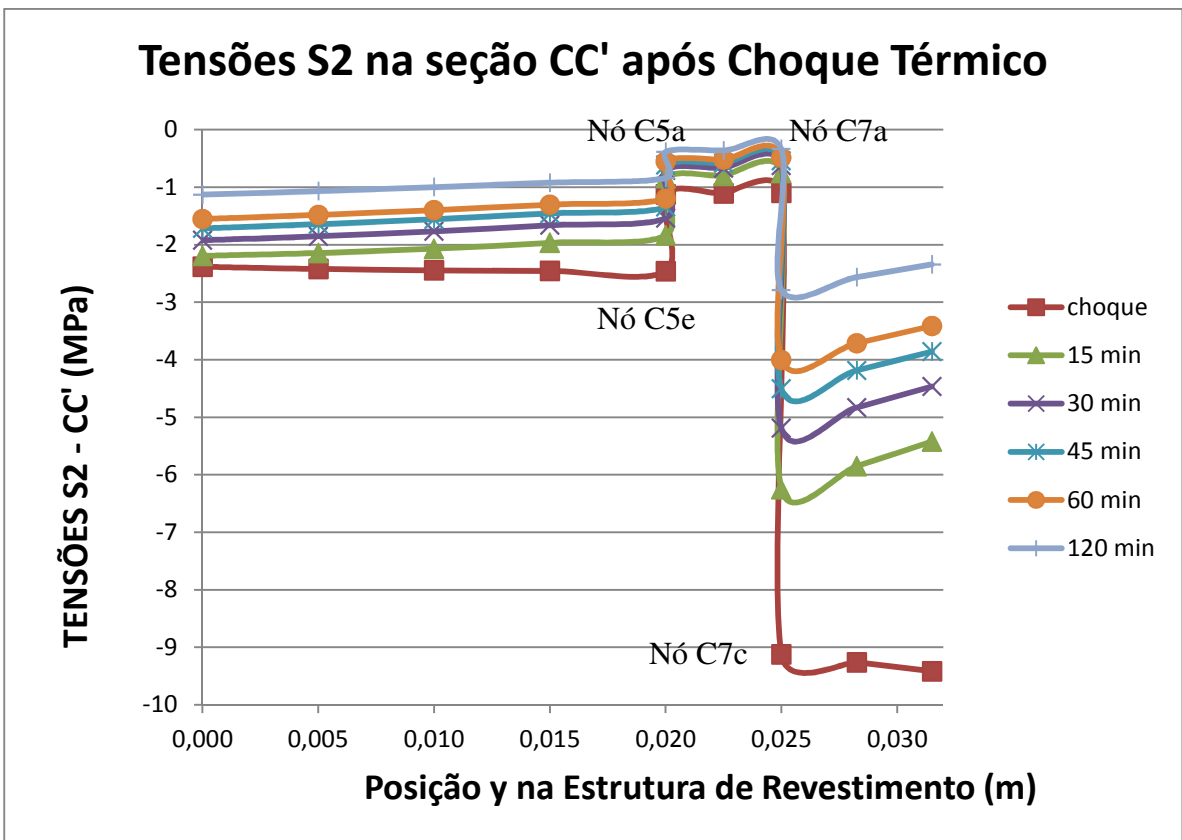


Figura 5.71 – Tensões S2 na seção CC' em cada instante de tempo - cerâmica escura

### 5.3.3 – Análise Qualitativa da Atuação das Tensões no Modelo

Os resultados das subseções anteriores evidenciam que o pré-aquecimento da fachada, antes de ocorrer o choque térmico, aliado à restrição de movimentação imposta pelas condições de contorno, provoca uma situação crítica inicial de tensões que solicitam a fachada.

Na direção do eixo  $x$ , onde ocorreriam as maiores dilatações do modelo, surgem tensões críticas de compressão, em virtude das condições de contorno nas extremidades do modelo, as quais lhe impedem a movimentação. Em função dessa movimentação, surgem tensões de tração na direção  $y$  do modelo, com a tendência de expulsar as peças cerâmicas para fora do modelo.

Entretanto, as regiões das camadas de argamassa colante e emboço situadas abaixo dos filetes de rejunte apresentam tensões de compressão. Tal evento ocorre em função do comportamento das peças cerâmicas e do rejunte na camada de topo do revestimento. A movimentação das cerâmicas (muito mais rígidas do que o rejunte) na direção do eixo  $x$  comprime os filetes de rejunte (flexível em relação às cerâmicas) entre elas. O rejunte comprimido se deforma na direção do eixo  $y$  comprimindo as camadas subsequentes.

A Figura 5.72 ilustra o mecanismo de compressão do rejunte atuante no modelo. As figuras 5.73 e 5.74, retiradas no aplicativo ANSYS, mostram mapas das tensões atuantes no modelo.

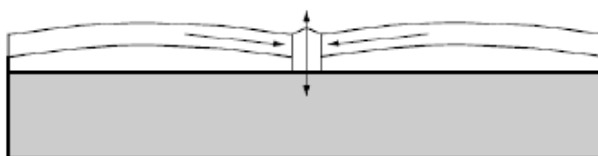


Figura 5.72 – Efeito da tração na região das camadas de rejunte no sistema de revestimento cerâmico (Uchôa, 2007)



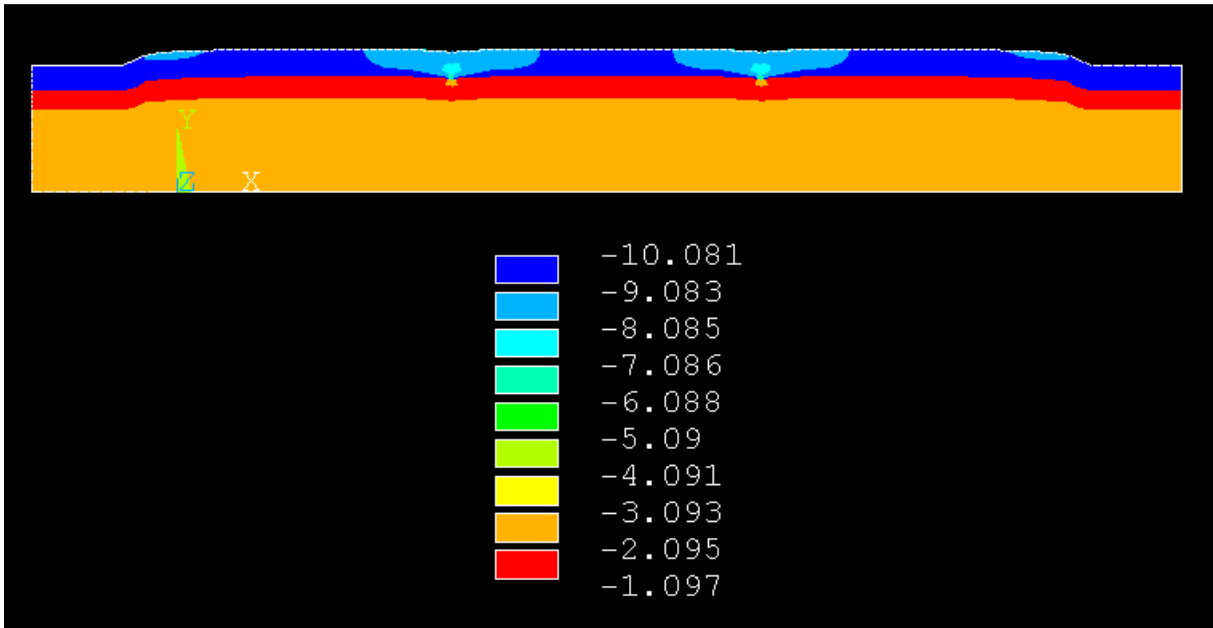


Figura 5.73 – Mapa das tensões SX (MPa) atuantes no modelo, obtido com o aplicativo ANSYS

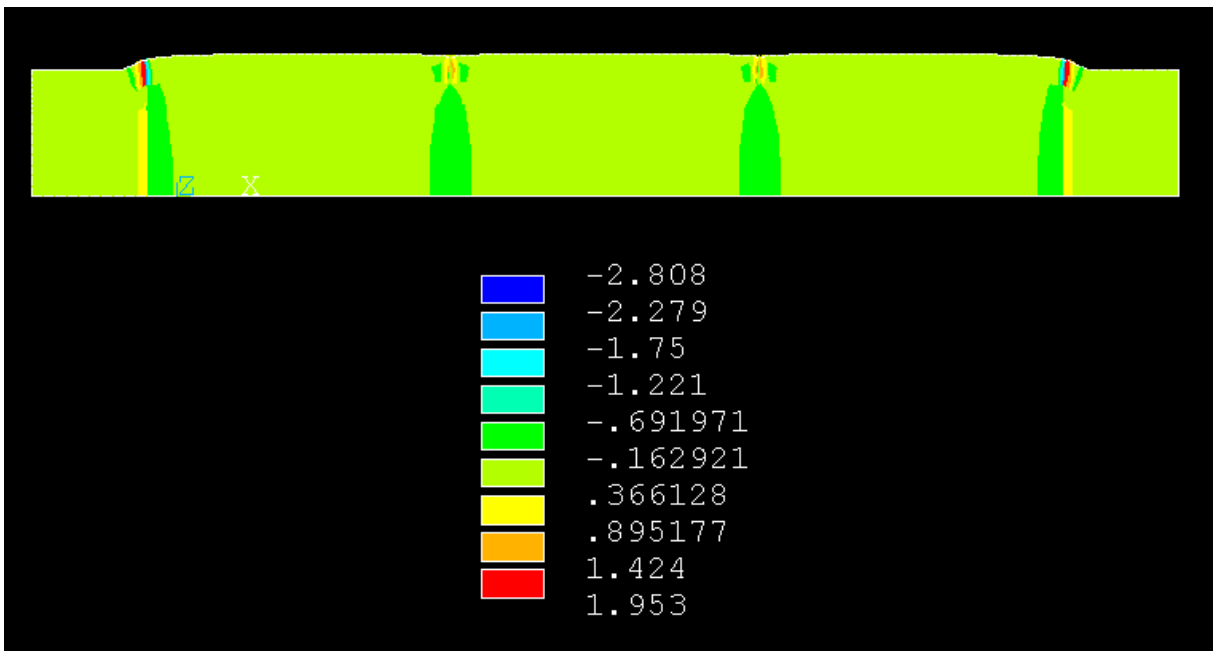


Figura 5.74 – Mapa das tensões SY (MPa) atuantes no modelo, obtido com o aplicativo ANSYS

Com relação às tensões SXY, os resultados mostraram que a seção CC' não estava submetida a tensões de cisalhamento, o que é compatível com a simetria do modelo e a posição central da seção CC', onde as deformações angulares do modelo são desprezíveis. Dessa forma, entende-se que o efeito do cisalhamento na fachada seria melhor estudado em um modelo que representasse a região da fachada mais próxima das extremidades, onde há maior deformação angular.

#### 5.4 – ANÁLISE DE FADIGA

A seção 5.3 apresentou os resultados com os valores de tensão para os dois casos estudados: cerâmica clara (caso 1) e cerâmica escura (caso 2).

Nesta seção será feita a avaliação de como as tensões principais obtidas influenciam o desempenho à fadiga da camada de emboço da estrutura de revestimento. Conforme foi visto, no início do evento, quando ocorre o choque térmico cada nó do modelo apresenta um conjunto de tensões normais e tensões principais S1 e S2. Decorridos 120 min após o choque térmico, essas tensões normais e principais nos nós mudam de magnitude, apresentando menores valores em relação ao instante em que se deu o evento climático. Essa diferença entre as tensões finais e as tensões iniciais é a tensão alternada considerada.

Para a análise de fadiga nesse capítulo será utilizada a curva S-N de compressão linearizada mostrada na Figura 3.14, obtida no trabalho de Uchôa (2007), a fim de determinar com quantos ciclos de carregamento térmico a camada de emboço da estrutura chegará ao Estado Limite Último. Tendo em vista que as camadas de emboço sempre trabalharam sob tensões principais de compressão, as equações utilizadas serão as das curvas S-N de compressão, já mostradas na subseção 3.2.6 (equações (3.35) e (3.36)):

$$\Delta S = 3,9621 - 0,410 \log(N), \quad N < 2 \times 10^5 \quad (5.7)$$

$$\Delta S = 1,70 \text{ MPa}, \quad N > 2 \times 10^5 \quad (5.8)$$

O nó avaliado em cada caso será o nó B5e, onde acontecem os carregamentos críticos de tensões principais.

De posse das equações linearizadas e das tensões alternadas  $\Delta S$ , objetiva-se encontrar o número  $N$  de ciclos ou eventos necessários para que a camada de emboço chegue ao ELU por fadiga.

#### 5.4.1 – Caso 1

A Tabela 5.35 a seguir mostra o cálculo das tensões alternadas para o nó B5e do caso 1:

Tabela 5.35: Cálculo das tensões alternadas para o caso 1

<b>NÓ B5e - CASO 1 (CERÂMICA CLARA)</b>			
	<b>TENSÕES PRINCIPAIS (MPa)</b>		<b>TENSÕES ALTERNADAS (MPa)</b>
	<b>Antes e durante choque</b>	<b>120 min</b>	<b><math>\Delta S = S(120 \text{ min}) - S(\text{Choque})</math></b>
S1	-0,24084	-0,05441	$-0,05441 - (-0,24084) = 0,18643$
S2	-1,75930	-0,51647	$-0,51647 - (-1,75930) = 1,24283$

Considerando-se as fórmulas linearizadas da curva S-N para argamassa de emboço submetida à compressão, mostradas nas equações (5.7) e (5.8) tem-se que:

- $\Delta S1 = 0,18643 \text{ MPa} < 1,7 \text{ MPa} \Rightarrow$  Não há risco de ruptura à fadiga, pois  $N \rightarrow \infty$ ;
- $\Delta S2 = 1,24283 \text{ MPa} < 1,7 \text{ MPa} \Rightarrow$  Não há risco de ruptura à fadiga, pois  $N \rightarrow \infty$ .

Portanto, para o caso 1, não há risco de ruptura por fadiga em nenhuma das direções de tensão principal, pois a variação de ambas tensões principais  $\Delta S1$  e  $\Delta S2$  é menor do que a tensão alternada de referência à fadiga de compressão (1,7 MPa).

#### 5.4.2 – Caso 2

A Tabela 5.36 a seguir mostra o cálculo das tensões alternadas para o nó B5e do caso 2:

Tabela 5.36: Cálculo das tensões alternadas para o caso 2

NÓ B5e - CASO 2 (CERÂMICA ESCURA)			
	TENSÕES PRINCIPAIS (MPa)		TENSÕES ALTERNADAS (MPa)
	Antes e durante choque	120 min	$\Delta S = S (120 \text{ min}) - S (\text{Choque})$
S1	-0,41743	-0,11052	$-0,41743 - (-0,11052) = 0,30691$
S2	-3,05510	-1,01040	$-3,05510 - (-1,01040) = 2,04470$

Considerando-se as fórmulas linearizadas da curva S-N para argamassa de emboço submetida à compressão, mostradas nas equações (5.7) e (5.8) tem-se que:

- $\Delta S1 = 0,30691 \text{ MPa} < 1,7 \text{ MPa} \Rightarrow$  Não há risco de ruptura à fadiga, pois  $N \rightarrow \infty$ ;
- $\Delta S2 = 2,04470 \text{ MPa} > 1,7 \text{ MPa} \Rightarrow N \cong 10^{4,68} \cong 47500$ . Logo, há risco de ruptura após 47500 ciclos de choque térmico em cerâmica escura.

Portanto, para o caso 2, não há risco de ruptura por fadiga na direção da tensão principal S1, pois a variação dessa tensão principais  $\Delta S1$  é menor do que a tensão alternada de referência à fadiga de compressão (1,7 MPa).

Entretanto, para a direção da tensão principal S2, há risco de ruptura após cerca de 47500 ciclos de choque térmico, conforme calculado pela fórmula na equação (5.7).

#### 5.4.3 – Comentários acerca da Análise de Fadiga

Utilizando a metodologia empregada por Uchôa (2007), foi possível estabelecer que quando é usada uma cerâmica escura existe risco de colapso da camada de emboço após a ocorrência de cerca de 47500 ciclos de choque térmico. Embora seja difícil supor que durante sua existência a fachada seja exposta a 47500 ciclos de choque térmico, o fato de haver possibilidade de colapso mostra que esse tipo de carregamento é eficiente para causar micro danos à estrutura de revestimento, que conforme teoria de Palmgren-Miner podem se acumular e, em conjunto com outros tipos de patologia, acelerar o desgaste da estrutura provocando diminuição da sua vida útil.

Entretanto, é necessário ressaltar a sensibilidade da curva S-N, que faz com que pequenas variações no valor de tensão alternada aplicada produzam grandes alterações no número de ciclos necessários para o colapso. No trabalho de Uchôa (2007), por exemplo, em um dos casos analisados o autor encontrou uma tensão alternada de 2,1 MPa e utilizando a mesma curva S-N da presente pesquisa verificou colapso por fadiga da camada de emboço após 12900 ciclos.

O método de análise por fadiga utilizado por Uchôa (2007), e aplicado nesse trabalho, foi desenvolvido com base nos trabalhos de Tepfers e Kutti (1979). Nesse método foram utilizadas apenas as tensões principais  $S_1$  e  $S_2$  na análise do desempenho da argamassa de emboço sob fadiga. Não foram levadas em conta as direções de propagação dessas tensões, o que pode ser determinante para a ocorrência do colapso. Recomenda-se, em trabalhos futuros avaliar as direções das tensões principais quando da aplicação de abordagem por tolerância ao defeito na análise de desempenho da estrutura.

No presente método também não é incluída na análise o desempenho sob tensões equivalentes. A análise abrangeu apenas as solicitações contidas no plano, entretanto, é recomendável, em trabalhos futuros, a avaliação da ocorrência de tensões equivalentes localizadas fora do plano, e sua influência no modelo.

## 6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A pesquisa materializada no presente trabalho teve como objetivo estudar os efeitos causados por um choque térmico em uma camada de estrutura de revestimento cerâmico de uma parede. A parede foi modelada como um sólido compósito de cinco materiais, a saber: 1) emboço; 2) alvenaria; 3) emboço; 4) argamassa colante; 5) cerâmica e rejunte. A estrutura de revestimento cerâmico era composta das três últimas camadas de parede mencionadas.

Para que se pudesse chegar até as tensões no interior da estrutura de revestimento, causadas pelo choque térmico, o trabalho foi desenvolvido em duas etapas, para as quais foram dados enfoques diferentes:

- Análise térmica: enfoque analítico-matemático, objetivando determinar expressão matemática que explicasse a distribuição de temperatura no interior da parede como resultado da ocorrência de choque térmico; e
- Análise mecânica: enfoque numérico, utilizando malha de elementos finitos para modelar apenas a estrutura de revestimento da parede, onde foram atribuídas as temperaturas do interior da parede (determinadas pela equação obtida na análise térmica), com a finalidade de determinar as tensões que solicitam a estrutura, advindas do choque térmico recebido.

As conclusões acerca do desenvolvimento de cada etapa são feitas a seguir.

### 6.1 – ANÁLISE TÉRMICA

O choque térmico modelado no capítulo consistiu em uma mudança brusca de temperatura do ar junto à camada de revestimento cerâmico de uma parede exposta à fonte de calor do sol. Trata-se de um problema com condições de contorno que levavam a deduções matemáticas de nível complexo.

Dessa forma, a análise foi dividida em etapas prévias com condições de contorno mais simplificadas. Os resultados dessas etapas mais simples foram sendo utilizados até que se pudesse obter uma expressão mais próximo possível daquilo que acontece na natureza,

porém, com simplificações justificadas nos resultados anteriores e plausíveis de serem feitas na formulação.

Na seção 4.1, a primeira de análise térmica, considerou-se que a parede analisada era feita de apenas um material isotrópico, desprezando-se a existência de fontes externas de calor e a troca de energia térmica com o ar, de maneira que o choque térmico modelado consistiu na mudança direta e brusca de temperatura em uma das faces da parede.

De início, a parede foi modelada tridimensionalmente. Foi atribuído um valor de temperatura para cada uma das duas faces da parede, sendo que os bordos (laterais) foram considerados termicamente isolados. Entretanto, ao resolver a equação diferencial com essas condições de contorno, obteve-se uma distribuição de temperatura unidimensional, na direção da espessura da parede. Portanto, embora a parede tenha sido modelada tridimensionalmente ela se comportou como um corpo unidimensional, como uma barra, por exemplo.

Esse comportamento, de distribuição unidimensional, foi confirmado através do método dos elementos finitos, quando uma parede com as mesmas dimensões e com as mesmas condições de contorno foi modelada numericamente, obtendo-se basicamente os mesmos resultados.

A variação de temperatura no tempo em uma das faces, caracterizando choque térmico, foi introduzida através de integração com superposição de efeitos, produzindo uma equação que descreveu os efeitos do choque térmico nessa parede simples, no decorrer do tempo após o choque térmico.

A seção 4.1 foi importante, pois a formulação de distribuição unidimensional de temperatura foi demonstrada como válida para descrever o gradiente de temperaturas na parede tridimensional. Esse resultado passou a ser utilizado nos capítulos seguintes. A expressão de distribuição de temperatura encontrada caracterizou-se por ser uma série de Fourier.

A seção 4.2, já utilizando uma equação diferencial de difusão de calor unidimensional, procurou-se modelar uma parede convencional, composta de cinco materiais dispostos em camadas, configurando um sólido compósito. Entretanto, todas as condições de contorno

permaneceram as mesmas da seção 4.1, ou seja, foram desconsideradas a interação do ar em contato com as faces da parede e fonte de calor externa.

Ao se considerar a parede como um sólido composto de cinco materiais, matematicamente o problema que consistia em apenas uma equação diferencial parcial de difusão de calor, passou a ser um sistema de cinco equações diferenciais parciais, referentes às cinco camadas da parede.

A resolução do sistema foi possível, entretanto, um grande número de caracteres foi gerado. Além disso, as fórmulas que expressavam a distribuição de temperatura em cada camada mostraram-se excessivamente extensas, o que inviabilizaria seu uso na prática. Por esse motivo, no mesmo capítulo uma formulação alternativa foi desenvolvida, baseando-se nos conceitos de parede equivalente à parede de cinco materiais. Basicamente, a parede composta por cinco materiais foi substituída por uma parede equivalente, feita com apenas um material equivalente aos outros cinco, possibilitando a utilização da formulação da seção 4.1, mais simples.

Os resultados foram bastante próximos um do outro, de maneira que a seção 4.2 serviu para mostrar que é possível transformar uma parede de cinco materiais em uma parede com apenas um material equivalente aos cinco e ainda assim obter resultados satisfatórios.

A seção 4.3 foi o capítulo da formulação final de distribuição de temperatura. Para a resolução da equação diferencial parcial foram considerados os conceitos de parede equivalente e distribuição unidimensional, desenvolvidos e demonstrados como eficazes nos capítulos anteriores. Nesse capítulo foram introduzidos os efeitos de troca de calor com o ar através de convecção, além da influência do sol, o qual foi modelado como uma fonte de calor externa.

A introdução dos efeitos mencionados anteriormente permitiu a modelagem de um choque térmico mais próximo do que acontece na natureza: nesse capítulo, a mudança brusca de temperatura foi introduzida no ar em contato com a cerâmica, diferentemente do capítulo anterior, onde se considerou a variação de temperatura diretamente na superfície da cerâmica. Operando dessa maneira, as condições de contorno do problema passaram a ser mais complicadas, exigindo outros métodos matemáticos para a resolução da equação diferencial, como a expansão em autovetores, mostrada no corpo do trabalho.



Os resultados mostraram que, embora a temperatura do ar tenha decaído bruscamente, esses efeitos não são sentidos pela superfície da cerâmica no mesmo instante em que acontece a queda brusca que caracteriza o choque térmico. Devido ao fato de o calor ser transferido gradualmente em virtude da nova situação de contorno de temperatura proporcionada pelo choque, o decaimento de temperatura na cerâmica e, conseqüentemente na estrutura de revestimento como um todo, também foi gradual, em taxa logarítmica, mais rápida nos instantes logo após o evento do choque e mais lenta no final, assumindo tendências assintóticas em seu formato.

A eficácia dessa formulação foi confirmada, quando seus resultados foram comparados com modelagem feita em elementos finitos, a qual mostrou resultados novamente bastante próximos ao da formulação analítica.

## **6.2 – ANÁLISE MECÂNICA**

A equação obtida na análise térmica fornece o comportamento das temperaturas em qualquer ponto desejado da parede e conseqüentemente da estrutura de revestimento após o choque térmico. Essas temperaturas configuraram os dados de entrada no modelo em elementos finitos feito para a estrutura de revestimento.

O modelo em elementos finitos utilizado para representar a estrutura de revestimento foi um modelo consagrado na linha de pesquisa desenvolvida na UnB, utilizado nos trabalhos de Saraiva (1998) e Uchôa (2007). Trata-se de um modelo considerado conservador, devido a algumas hipóteses simplificadoras como aderência absoluta entre argamassa colante e emboço, além de substrato perfeitamente rígido, portanto, indeformável. Tais hipóteses tendem a produzir tensões mais elevadas do que seriam na realidade.

Além dos fatores conservadores intrínsecos ao modelo, tem-se que a função matemática escolhida para o choque térmico, caracterizada por uma função passo, a qual determina uma queda instantânea de temperatura, também é conservadora. Conforme consta na pesquisa de Esquivel (2009), choques térmicos na natureza acontecem na forma de queda gradual, a uma taxa de 0,5°C a cada minuto. A adoção da função passo implica em um transiente térmico mais brusco, o que produz mudanças de temperaturas mais velozes do que um choque térmico gradual.

Também é fator conservador a hipótese de considerar um regime de distribuição estacionário de temperatura, como condição de equilíbrio antes do choque térmico. Levando em consideração que os materiais que compõem a parede são maus condutores de calor comparados com aço, por exemplo, é possível ver matematicamente que para uma parede atingir essa situação seriam necessárias algumas horas submetida às mesmas condições de contorno de temperatura externa e interna, o que é difícil acontecer na natureza.

Ao considerar o regime estacionário como ponto de partida, obteve-se a situação mais crítica para a estrutura (tanto em termos de tensões como de temperaturas) antes do choque térmico. Temperaturas da ordem de 63°C para a superfície da cerâmica escura e 47° para a superfície da cerâmica clara foram geradas a partir desse regime estacionário obtido a partir da temperatura máxima diária ocorrida em Brasília no ano de 1963. Trata-se portanto de uma condição de exceção ocorrida na cidade e não da regra. Conforme já evidenciado nos trabalhos anteriores de Saraiva (1998) e Uchôa (2007), a cerâmica escura alcançou maiores valores de temperatura do que a clara, devido ao seu maior coeficiente de absorção térmica (0,95 contra 0,45 da cerâmica clara).

Como resultado das temperaturas do regime estacionário as maiores tensões apareceram na estrutura antes do evento do choque térmico. Três seções do modelo foram analisadas, a saber: AA', passando pelo centro da peça cerâmica da esquerda; BB', passando pelo centro da camada de rejunte da esquerda; e CC', passando pelo centro da peça de cerâmica central.

Com relação às tensões normais no eixo x, longitudinal ao comprimento do modelo, a análise das tensões nas três seções mostra que, antes do choque térmico, toda a estrutura sofreu um processo de dilatação, o qual foi contido pelas condições de contorno de deslocamento nulo nas extremidades da estrutura, comprimindo-a. Esse impedimento à dilatação aliado às restrições intrínsecas ao deslocamento entre as fibras do material fazem surgir as tensões de compressão elevadas mostradas nos resultados no início do processo, as quais chegaram a cerca de 3,00 MPa e 1,75 MPa para a o topo da camada de emboço da seção BB', respectivamente para os casos de estrutura com cerâmica escura e cerâmica clara. De forma geral o caso de cerâmica escura apresentou tensões de cerca de 70 % superiores ao caso de cerâmica clara.

Com relação às tensões normais no eixo  $y$ , transversal ao comprimento do modelo, a análise das tensões nos três modelos mostra uma tendência ao arqueamento das placas cerâmicas materializado nas tensões de tração apresentadas por essa camada, no sentido de tentar expulsar para fora do modelo as peças cerâmicas, ao mesmo tempo que tenta abrir as fibras entre as camadas de emboço e argamassa embaixo das peças cerâmicas. Isso é causado pela compressão da estrutura no eixo  $x$ , já falada na seção anterior, a qual projeta uma cerâmica contra a outra.

Por outro lado, o rejunte entre duas peças cerâmicas é comprimido, se deformando mais que a cerâmica na direção vertical, em virtude de possuir módulo de elasticidade muito menor que a cerâmica. Ao se deformar ele acaba por comprimir as camadas de emboço e argamassa colante abaixo dele, explicando assim o surgimento de tensões de compressão abaixo do rejunte.

Portanto, o que se tem explicado através dos valores de tensão encontrados é o mecanismo que pode levar ao arrancamento das placas cerâmicas e também do rejunte que está comprimido entre duas placas cerâmicas se soltando.

Quando o choque térmico advém sobre esse estado inicial, resfriando o ambiente, a tendência da estrutura ao resfriar é provocar um relaxamento nesse estado de tensões descrito. Portanto há uma movimentação da estrutura, razão pela qual fora submetida à análise de fadiga, na hipótese de ciclos de carregamentos de choque térmico ocorrerem sobre essa estrutura.

Os resultados mostraram que apenas na estrutura com cerâmica escura, após cerca de 47500 ciclos de choque térmico existe risco de colapso. Embora seja difícil supor que durante sua vida útil uma estrutura possa chegar a ser exposta a 47500 ciclos de choque térmico, pela teoria de acumulação de danos pode-se concluir que sim, os choques térmicos podem impor micro danos à estrutura que, se somados a outros tipos de patologias, podem acelerar a diminuição da vida útil da estrutura.

### **6.3 – TRABALHOS FUTUROS**

A análise térmica foi feita com enfoque matemático analítico partindo-se das próprias equações diferenciais de difusão de calor. Como resultado, as equações de distribuição de temperatura foram representadas através de séries de Fourier, com autovalores e

autofunções do tipo senoidais. Todo o processo de resolução matemática é bastante similar aos casos de vibrações em vigas contínuas. Em trabalhos futuros, pode-se pensar em desenvolver uma metodologia baseada em discretizações que produzam matrizes de rigidez térmica, de forma análoga ao que é feito para estudar dinâmica de estruturas, como vibrações em uma viga.

Também é possível pensar em experimento de choque térmico, com objetivo de comparar os resultados encontrados nesse trabalho, além de determinar experimentalmente os valores dos coeficientes de convecção térmica  $h$ , utilizando a expressão de distribuição de temperatura para calibrar os valores do parâmetro.

No final da seção 3.1.2, foram apresentadas as equações diferenciais termomecânicas, ou seja, as equações que permitem que se obtenha analiticamente as tensões atuantes na estrutura de revestimento modelada, uma vez conhecida a função de distribuição de temperatura. Entretanto, tal equação não foi resolvida, pois o foco dessa pesquisa era determinar a função de distribuição de temperatura. Em um trabalho futuro pode-se resolver essa equação obtendo uma expressão analítica também para a análise mecânica.

Algumas melhorias no modelo também podem ser pensadas, no sentido de torná-lo menos conservador, como por exemplo, não considerar o substrato totalmente rígido, ou não considerar perfeita aderência entre as camadas de materiais. Além disso, recomenda-se escolher regiões de estudo mais próximas da extremidade da fachada, pois é um local mais adequado para avaliar as tensões de cisalhamento.

Também é recomendável estudar a influência das tensões equivalentes no modelo e a direção de propagação das tensões principais, utilizando abordagem por tolerância ao defeito da Mecânica da Fratura.

Outra sugestão seria estudar o desempenho frente à fadiga dos outros materiais componentes da estrutura de revestimento, principalmente a cerâmica e o rejunte, pois são os materiais submetidos às tensões mais elevadas no modelo. Sugere-se que, na região do rejunte, a malha seja mais discriminada, podendo optar pela utilização de elementos adaptativos. Já para a cerâmica, é importante estudar seu desempenho frente à flexão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGENCE QUALITÉ CONSTRUCTION. (1995). “*L' étanchéité des façades 1: exigences et moyens.*” EG. Paris, França.
- ANDERSON, T. L. (1995). “*Fracture Mechanics*”. CRC.
- BALBO, J. T. (2001). “*Estudo de gradientes térmicos em placas de concreto de cimento portland para pavimentação*”. Relatório Científico Final. Auxílio Individual à Pesquisa processo nº 98/11629-5 - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo. São Paulo, SP.
- BAZANT, Z. P. and KIM J. K. (1984). “*Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams*”. ACI Structural Journal, Proceedings, Vol. 81, N°5, pp. 456-468.
- BERUTTI, F. A. (2004). “*Aplicação de métodos de ultra-som para avaliação e caracterização da microestrutura de materiais cerâmicos à base de alumina e sua associação com propriedades mecânicas*”, Tese de Doutorado apresentada à Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.
- BOWMAN, R. e WESTGATE, P. (1992). “*Natural Moisture Behaviour of Typical Australian Ceramic tiles. Ceramic, Adding the Value: AUSTCERAM 92*”. Editora M. J. Bannister, CSIRO Publications.
- BRESSAN, J. D. (1999). “*Teoria da Plasticidade e conformação de Metais*”. Apostila, CCT/UEDESC. Joinville, SC.
- BROEK, D. (1988). “*The Practical Use of Fracture Mechanics*”. Kluwer Academic Publishers. Ohio, United States.
- CARSLAW, H. S.; JAEGER J. C. (1959). “*Conduction of Heat in Solids*”. Oxford University Press. London, Englang.

- CERVO, T. C. (2004). "*Estudo da resistência à fadiga de concretos de cimento portland para pavimentação*", Tese de Doutorado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.
- CHAGAS, S. V. M. (2009). "*Estudo e proposta de um modelo de resistência à fadiga de argamassa de revestimento em estado plano e tridimensional de tensões*", Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, DF.
- COSTA, E. C. (1974). "*Física Aplicada à Construção – Conforto Térmico*". Editora Edgar Blucher. São Paulo, SP.
- CRESCENCIO, R.; BARROS, M. (2003). "*A influência do choque térmico na resistência à tração do revestimento decorativo monocamada*". Anais do Simpósio Brasileiro de Tecnologias das Argamassas. São Paulo, SP.
- ESQUIVEL, J. F. T. (2009). "*Avaliação da influência do choque térmico na aderência dos revestimentos de argamassa*", Tese de Doutorado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.
- FARLOW, S. J.(1982). "*Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*". Dover Publications Inc.. New York, United States.
- FIORITO, A J. S. I. (1994) "*Manual de Argamassas e Revestimentos – Estudos e Procedimentos de Execução*", Editora Pini. São Paulo, SP.
- FORMAN, R. G. (1967). "*Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic- Loaded Structures*", Journal of Basic Engineering, v. 89, pp. 459-464.
- FROTA, A. B. e SCHIFFER, S. R. (2003). "*Manual de Conforto Térmico*", Studio Nobel. São Paulo, SP.

- GEYER, R. M. T. (1994). "*Influência do choque térmico na aderência de azulejos ao substrato*", Dissertação de Mestrado apresentada à Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.
- HABERMAN, R. (1987). "*Elementary Applied Partial Differential Equations*". Prentice Hall Inc.. New Jersey, United States.
- HILDEBRAND, F. B.(1962). "*Advanced Calculus for Applications*". Prentice Hall Inc.. New Jersey, United States.
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS (1998). "*Critérios mínimos de desempenho para habitações térreas de interesse social*". IPT, São Paulo, SP.
- LIENHARD IV, J. H. and LIENHARD V, J. H. (2008). "*A Heat Transfer Textbook*", Phlogiston Press. Massachussets, United States.
- MACGREGOR, J. G. and WIGHT, J. K. (2005). "*Reinforced Concrete Mechanics and Design*". Prentice Hall Inc.. New Jersey, United States.
- MAGGI, P. L. O. (2004). "*Comportamento de pavimentos de concreto estruturalmente armados sob carregamentos estáticos e dinâmicos*", Tese de Doutorado apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.
- MARTINS, M. M. (2006). "*Simulação Numérica por Volumes Finitos da Distribuição de Temperatura Transiente e Tensões no Choque Térmico de uma Placa*", Dissertação de Mestrado apresentada ao Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, SC.
- MOAVENI, S. (2008). "*Finite Element Analysis, Theory and Application with ANSYS*". Prentice Hall Inc.. New Jersey, United States.
- PARIS, P. C.; ERDOGAN, F. (1960). "*A Critical Analysis of Crack Propagation Laws*"  
Jornal of Basic Engineering, v 85, pp 528-534.

- PRIDDLE, E. K.; WALKER, F. E. (1976). "*Effect of Grain-Size on Occurrence of Creavage Fatigue Faluire in 316 Stainless-Steel*", J. Mater. Sci., v. 11, pp. 386-388.
- RILEM FINAL RECOMMENDATIONS. (1982). "*13 - MR Technical Committee on Mortars and Renderings.*" Matériaux et Constructions, v 15, nº 89, pp 475-519. França.
- RIVERO, R.(1985). "*Acondicionamento Térmico Natural – Arquitetura e clima*". Editora da Universidade, Rio Grande do Sul.
- ROSA, J. A. da (2001). "*Determinação dos Campos de Velocidade e Temperatura em Ambientes Ventilados* ", Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.
- SARAIVA, A G.(1998). "*Contribuição ao Estudo de Tensões de Natureza Térmica em Sistemas de Revestimento Cerâmico de Fachada*". Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, DF.
- SARAIVA, A G.; BAUER, E.; BEZERRA, L. M.(1999)."*Efeito da Temperatura nas Tensões em Sistemas de Revestimento Cerâmico de Fachada*", Volume II dos Anais do III Simpósio Brasileiro de Tecnologias das Argamassas, Vitória, ES.
- SILVA, M. N. B.; SARAIVA, A G.; BEZERRA, L. M.; BAUER, E. (2000)."*Estudo por Elementos Finitos das Tensões Térmicas em Revestimento Cerâmico de Fachadas*", CD-Room – XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural – Jubileo Prof. Julio Ricaldoni. Punta del Este, Urugai, pp. 1-19.
- SILVA, M. N. B. (2000)."*Avaliação Numérica com o Método dos Elementos Finitos das Tensões Termo-Mecânicas em Sistemas de Revestimento de Fachadas*", Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, DF.
- TEPFERS, R. e KUTTI, T. (1979) "*Fatigue Strength of Plain, Ordinary an Lightweight Concrete*", ACI journal, v 76, nº 29, pp 635-652.



TIMOSHENKO, S. P. e GOODIER, J. N. (1951) "*Theory of Elasticity*", McGraw Hill Book Company Inc.. New York, United States.

UCHÔA, J. C. B. (2007). "*Procedimento numérico e experimental para a avaliação da resistência à fadiga de sistemas de revestimento*", Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, DF.

WALKER, E. K. (1970). "*The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum*", ASTM STP 462, American Society for Testing and Materials. Philadelphia, United States.

## ANEXO A

### TEORIA DA ELASTICIDADE APLICADA A TENSÕES TÉRMICAS

#### A.1 – TENSÕES E DEFORMAÇÕES

Conforme define Martins (2006), o conceito de tensão é dado pela aplicação de um componente de força  $\delta F$ , que atua num elemento de área infinitesimal  $\delta A$  o qual contém o ponto P, conforme esquematizado na Figura A.1 a seguir:

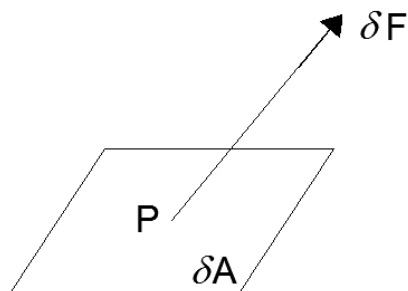


Figura A.1 – Representação esquemática da definição de tensão a partir de uma força  $\delta F$  aplicada em um ponto P pertencente a um elemento infinitesimal de área  $\delta A$  (Martins, 2006)

Sendo assim, matematicamente pode-se definir a tensão  $\sigma$  no ponto P como:

$$\sigma = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A} = \left| \frac{dF}{dA} \right| \quad (\text{A.1})$$

Considerando que essa força  $\delta F$  pode ser decomposta nas direções normal ( $\delta F_n$ ) e tangencial ( $\delta F_t$ ) ao plano da área  $\delta A$ , obtêm-se as chamadas tensão normal e tensão cisalhante (tangencial), respectivamente mostradas nas equações a seguir:

$$\sigma_n = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_n}{\delta A} = \left| \frac{dF_n}{dA} \right| \quad (\text{A.2})$$

$$\tau = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_t}{\delta A} = \left| \frac{dF_t}{dA} \right| \quad (\text{A.3})$$

Considerando que essa força  $\delta F$  aplicada no plano  $\delta A$  encontra-se no espaço, pode-se utilizar o cubo elementar para representar as tensões normais e cisalhantes atuantes no ponto. Dessa forma, visualiza-se o Estado de Tensão do ponto P representado através do conceito de cubo elementar, conforme mostrado na Figura A.2:

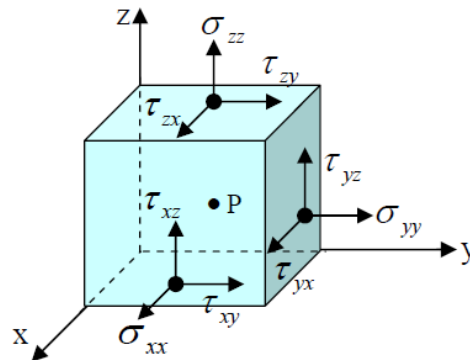


Figura A.2 – Representação das nove componentes de tensão que definem o estado de tensão do ponto interno P no cubo elementar (Bressan, 1999 apud Martins, 2006)

Portanto têm-se nove componentes de tensão, as quais compõem o chamado Estado de Tensão no ponto P. Representando esse conjunto de tensões na forma matricial, levando em consideração o equilíbrio através do princípio da conservação da quantidade de movimento tem-se o Tensor Tensão de Cauchy:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Com relação à deformação, Martins (2006) a conceitua como sendo a alteração nas dimensões ou na forma de um corpo devido à aplicação de um carregamento. Ainda conforme Martins (2006), essas alterações, percebidas na forma de deslocamentos, podem ser visíveis a olho nu ou medidas apenas por instrumentos.

Considerando o espaço tridimensional, tem-se por deslocamento de um determinado ponto de um corpo o vetor  $\Delta\vec{U}$ , o qual pode ser decomposto nas três direções das coordenadas retangulares nas componentes  $\Delta\vec{u}$ ,  $\Delta\vec{v}$ ,  $\Delta\vec{w}$ , conforme mostrado na Figura A.3 a seguir:

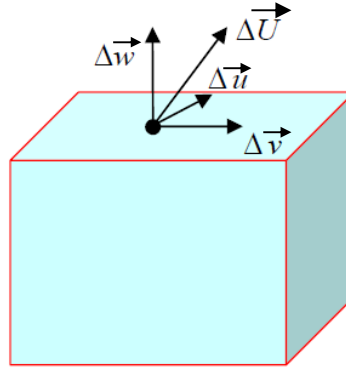


Figura A.3 – Representação da decomposição do vetor deslocamento  $\Delta\vec{U}$  em uma das faces do cubo elementar nas suas componentes de alongamento e angular (Bressan, 1999 apud Martins, 2006)

Sendo assim, a equação do deslocamento total é dada por:

$$\Delta\vec{U} = \Delta\vec{u} + \Delta\vec{v} + \Delta\vec{w} \quad (\text{A.5})$$

Considerando o deslocamento em si, e conseqüentemente suas componentes nas três direções, são infinitesimais, conforme Timoshenko et al. (1951), as equações de deformação ficam dadas por:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{A.6})$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{A.7})$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{A.8})$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{A.9})$$

$$\gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{A.10})$$

$$\gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{A.11})$$

Tal Estado de Deformações também pode ser escrito na forma de tensor:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

## A.2 – ESTADOS PLANOS DE TENSÃO E DEFORMAÇÃO

Tratam-se de situações particulares e aproximadas, que dependem, entre outros aspectos das condições físicas e geométricas da estrutura estudada. Em outras palavras, são hipóteses simplificadoras dos problemas estudados, que, dependendo do caso, podem ser aplicadas.

O Estado Plano de Tensão é admissível quando o corpo estudado possui uma de suas três dimensões muito menor do que as outras duas. Supondo que essa dimensão seja a dimensão paralela ao eixo  $z$ , nessa situação as componentes de tensão nessa direção serão nulas, ficando o Estado de Tensão do corpo representado apenas pelas componentes das direções  $x$  e  $y$ . Portanto:

$$\sigma_{zz} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (\text{A.13})$$

O Estado Plano de deformação é uma outra simplificação que pode ser utilizada quando as forças que atuam em um corpo são predominantes nas seções transversais e a dimensão na direção onde a força não age é muito maior em comparação com as outras dimensões do corpo.

Supondo que a direção na qual essas hipóteses ocorrem é a direção  $z$ , tem-se que nessa direção as componentes de deformação são nulas, ficando o Estado de Deformação do corpo representado apenas pelas componentes das direções  $x$  e  $y$ . Portanto:

$$\varepsilon_{zz} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (\text{A.14})$$

Na pesquisa realizada nesse trabalho, na Análise Mecânica será utilizada a hipótese de Estado Plano de Deformação.

### **A.3 – EQUILÍBRIO COM TENSÕES DE NATUREZA TÉRMICA**

O estado de tensões dentro de um corpo em equilíbrio, na verdade, reflete uma situação física na qual as forças que atuam nesse corpo estão em equilíbrio. Ao se equilibrar matematicamente essas forças, obtêm-se as chamadas Equações de Equilíbrio (Timoshenko et al., 1951).

Partindo do conceito de cubo elementar mostrado na Figura A.2 e na Figura A.3, decompõe-se a força de massa ou de campo por unidade de volume, em suas três componentes, e designando essas três componentes por  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , conforme Timoshenko et al. (1951), o equilíbrio é dado pelas equações:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + Z = 0 \quad (\text{A.17})$$

Timoshenko et al. (1951) também evidencia a relação entre tensão e deformação, a qual é obtida a partir dos conceitos da Lei de Hooke. Tensão e deformação, em um dado elemento, são relacionadas através do parâmetro  $E$ , chamado módulo de elasticidade.

No caso de tensões advindas de carregamentos térmicos, considerando um elemento de um corpo, Timoshenko et al. (1951) explica que a expansão ou retração térmica de valor  $\alpha T$  (onde  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação linear do material e  $T$  a temperatura no elemento de corpo) será inteiramente suprimida caso seja aplicada uma tensão de módulo:

$$\sigma = \alpha T E \quad (\text{A.18})$$

Dessa forma é possível apresentar as relações entre tensão e deformação, também chamada de Equações Constitutivas na teoria apresentada por Timoshenko et al. (1951):

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] + \alpha T \quad (\text{A.19})$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] + \alpha T \quad (\text{A.20})$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{xx})] + \alpha T \quad (\text{A.21})$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (\text{A.22})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (\text{A.23})$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \quad (\text{A.24})$$

Onde  $\nu$  é chamado de Coeficiente de Poisson e  $G$  representa o Módulo de Cisalhamento, ambos parâmetros do material.

É interessante notar, a partir das equações (A.22) a (A.24), que representam as distorções angulares, não são afetadas pelas temperaturas. Em outras palavras, caso um corpo esteja sujeito apenas a carregamento térmico, esse corpo não deverá apresentar distorções de natureza angular.

Expressando as equações constitutivas em termos de tensões obtém-se:

$$\sigma_{xx} = \lambda e + 2G\varepsilon_{xx} - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \quad (\text{A.25})$$

$$\sigma_{yy} = \lambda e + 2G\varepsilon_{yy} - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \quad (\text{A.26})$$

$$\sigma_{zz} = \lambda e + 2G\varepsilon_{zz} - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \quad (\text{A.27})$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (\text{A.28})$$

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad (\text{A.29})$$

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} \quad (\text{A.30})$$

Onde o parâmetro  $e$  é chamado expansão volumétrica ou dilatação volumétrica sendo dado por:

$$e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \frac{1}{E}(1 - 2\nu)I_1 + 3\alpha T \quad (\text{A.31})$$

O parâmetro  $I_1$  é denominado invariante de primeira ordem de tensões:

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (\text{A.32})$$

Tem-se também que:



$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (\text{A.33})$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{A.34})$$

A partir daí pode-se redefinir as Equações de Equilíbrio mostradas em (A.15) a (A.17), identificando as componentes da força de campo aplicada no ponto:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \frac{\alpha E}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.35})$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \frac{\alpha E}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.36})$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \frac{\alpha E}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.37})$$

Timoshenko et al. (1951) também apresenta outro rol de equações, chamadas Condições de Compatibilidade Geométrica. Surgem a partir da concepção de que cada uma das seis componentes do tensor de deformação são funções dos deslocamentos  $u$ ,  $v$  e  $z$ . Também essas funções de deslocamento são funções das coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Portanto, as relações de compatibilidade são dadas por:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad (\text{A.39})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (\text{A.40})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right] \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right] \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right] \quad (\text{A.43})$$

Portanto, supondo que em um problema termomecânico a distribuição de temperatura seja conhecida e que, além disso, também existam condições de contorno de deslocamentos conhecidas. Dessa forma, utilizando-se as equações constitutivas para tensões e escrevendo as deformações em função dos deslocamentos  $u$ ,  $v$  e  $w$ , é possível obter um sistema de equações diferenciais que podem retornar as funções de deslocamento:

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial x} + G \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.44})$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial y} + G \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.45})$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.46})$$

Substituindo o valor de  $e$  conforme a equação (A.31) tem-se que:

$$(\lambda + G) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + G \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.47})$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + G \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.48})$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + G \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\alpha ET}{1 - 2\nu} \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.49})$$

Uma vez conhecidas as funções dos deslocamentos  $e$ , por consequência, as funções de deformação no corpo submetido ao carregamento térmico e às condições de contorno

impostas, utilizam-se as equações constitutivas (Lei de Hooke) para determinar o estado de tensões no corpo (ou estrutura) estudado.