

**COMPORTAMENTO À PUNÇÃO DE LAJES LISAS EM
CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO SOB
CARREGAMENTO SIMÉTRICO**

BERNARDO NUNES DE MORAES NETO

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**COMPORTAMENTO À PUNÇÃO DE LAJES LISAS EM
CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO SOB
CARREGAMENTO SIMÉTRICO**

BERNARDO NUNES DE MORAES NETO

ORIENTADOR: GUILHERME SALES S.A. MELO (UNB)

COORIENTADOR: JOAQUIM A.O. BARROS (UNIVERSIDADE DO MINHO)

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

JANEIRO-2013

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**COMPORTAMENTO À PUNÇÃO DE LAJES LISAS EM
CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO SOB
CARREGAMENTO SIMÉTRICO**

BERNARDO NUNES DE MORAES NETO

TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, PhD (UnB)
(Orientador)

Prof. Joaquim A. O. Barros, PhD (Universidade do Minho)
(Coorientador)

Prof. Yosiaki Nagato, D.Sc. (UnB)
(Examinador Interno)

Prof. ()
(Examinador)

Prof. ()
(Examinador)

BRASÍLIA-DF, 28 DE JANEIRO DE 2013

FICHA CATALOGRÁFICA

MORAES NETO, BERNARDO NUNES DE

Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico [Distrito Federal] 2013.

xx, 343 p, 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2013).

Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Punção

2. Laje lisa

3. Fibra de aço

4. Modelo de cálculo

I. ENC/FC/UnB

II. Título (Doutor)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MORAES NETO, B.N. (2013). Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD-001A/13 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 343 p.

CESSÃO DE DIREITOS

Autor: Bernardo Nunes de Moraes Neto.

Título: Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico.

GRAU: Doutor

ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

AGRADECIMENTOS

As minhas primeiras palavras de gratidão são dedicadas aos professores Guilherme Sales Melo e Joaquim Barros.

Professor Guilherme, obrigado pela confiança, por ter possibilitado o meu estudo na Europa, o qual foi um grande aprendizado de vida, obrigado pelo incentivo, pela orientação e o mais importante, obrigado pelo apoio amigo nos momentos que eu mais precisei.

Professor Joaquim Barros, eu deixo registrado nestas poucas palavras a minha eterna admiração e respeito à sua imagem de professor e amigo. Professor, obrigado pela orientação acertada, pelas inestimáveis contribuições durante a pesquisa, pela atenção, confiança e amizade. Foi uma honra ter sido o seu aluno.

Eu aproveito o momento e agradeço também ao professor Dênio Ramam, o meu orientador no mestrado, a pessoa que deu início a esta jornada. Agradeço também aos professores da pós-graduação da UnB, que contribuíram para minha formação durante este período.

Agradeço aos meus pais, Bernardo e Alice, e avós, Juvenal e Lourdes (em memória), pelo amor eterno, pela educação, apoio, incentivo e por tudo que me foi proporcionado até este momento. Obrigado ao meu irmão de sangue, Bruno e família, e irmãos de vida, Luis Ângelo, Paulo Fernando, Marco Antônio e BW, que me fazem ver que a vida é mais que um dia após outro.

Eu deixo o meu agradecimento à minha futura esposa, Alessandra Andrade, por ter me acompanhado nesta caminhada, sendo amorosa, amiga, paciente e compreensiva nos momentos que precisei. Agradeço também o carinho e a paciência da minha futura família, Antônio Messias, Maria Luiza, Sra. Norma e Coronel Andrade.

Sou grato pelo companheirismo de todos os amigos que fiz em Brasília e em Guimarães, foi uma grande satisfação compartilhar os momentos bons e difíceis. Deixo um agradecimento especial ao amigo Luigi Di Cerbo, que me ajudou na fase inicial dos experimentos e ao amigo Hélder Eira, cuja ajuda foi primordial para a concretização de todo o programa experimental. Por fim, eu gostaria de agradecer ao amigo que se tornou um irmão de vida, Mateus Antônio Nogueira, obrigado pela amizade e por tudo meu irmão.

Deixo a minha gratidão à Eng. Delfina Gonçalves e aos funcionários da empresa CiviTest, que contribuíram de forma valiosa na fase experimental deste trabalho e aos técnicos do laboratório de estruturas da Universidade do Minho, em especial ao Sr. Matos, que auxiliou os testes desta pesquisa.

RESUMO

O presente estudo avalia o comportamento da ligação *laje x pilar* de lajes reforçadas com fibras de aço, localizada internamente à edificação e submetida a carregamento simétrico. Para este fim, realizaram-se testes experimentais e análises que discutiram a performance de alguns códigos de projeto e de modelos teóricos em prescrever a resistência última à punção de lajes reforçadas com fibras de aço.

No tocante ao estudo experimental, foram realizados 8 testes de punção até a ruína, sendo 2 lajes de referência e 6 de concreto reforçado com fibras de aço, CRFA. A dimensão das peças foi de 2550 x 2550 x 150 mm³ e a ligação *laje x pilar* foi simulada por uma placa de aço de 200 x 200 x 50 mm³ em contato com a laje. As variáveis avaliadas foram: a resistência à compressão do concreto, f_{cm} , 50 e 70 MPa e a quantidade de fibra adicionada à massa de concreto, V_f , 0, 60, 75 e 90 kg/m³. No que diz respeito às lajes de CRFA, uma das particularidades destas peças foi a utilização de armaduras de flexão apenas em uma região próxima à área carregada. Entretanto, nas questões de cálculo, as taxas de armadura, ρ_s , destas lajes foram as mesmas apresentadas pelas lajes de referência (armada em toda a sua extensão), visto que as recomendações normativas sugerem que o valor de ρ_s seja obtido sobre uma largura preestabelecida da laje.

Nas análises dos códigos de projeto, foram avaliadas as prescrições do ACI 318 (2008), do CEB-FIP (1991), do EC2 (2004), da NBR 6118 (2003) e do CEB-FIP (2010). No que se refere aos modelos teóricos, discutiram-se as propostas de NARAYANAN e DARWISH (1987), de SHAABAN e GESUND (1994), de HARAJLI *et al.* (1995), de HOLANDA (2002), de CHOI *et al.* (2007), de MUTTONI e RUIZ (2010) e de HIGASHIYAMA *et al.* (2011). As referidas análises, além de avaliarem a dispersão e o nível de conservadorismo dos resultados, também os classificam segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*.

Por fim, com o intuito de contribuir ao conhecimento do dimensionamento à punção de lajes lisas reforçadas com fibras de aço, o presente trabalho apresenta uma proposta de cálculo com base na formulação de MUTTONI (2008), a qual estabelece o valor da resistência à punção segundo a *Critical Shear Crack Theory*. Para este propósito, foi discutida a relação *carga x rotação* e o *critério de ruína* das lajes reforçadas com fibras. Na sequência, também foi abordada uma proposta, a qual se baseia nos estudos de MUTTONI e RUIZ (2010) e adota a lei constitutiva *tensão x abertura de fissura* sugerida pelo CEB-FIP (2010), para estabelecer a parcela de contribuição da fibra de aço na resistência à punção.

ABSTRACT

In the present dissertation the behaviour of the column-slab connection interior of a building is investigated. Symmetric load conditions are assumed for this connection and a special focus is given in slabs made by steel fibre reinforced concrete (SFRC). For this purpose, experimental programs were carried out, and from these results and from a data base that collects the relevant results found in specialized bibliography, the predictive performance of the most reputed theoretical models for the prediction of the punching resistance of steel fibre reinforced concrete slabs was assessed.

The experimental program was composed by eight slabs, two of them without steel fibres (reference slabs), and the remaining six slabs were made with SFRC. All the slabs have dimensions of 2550 x 2550 x 150 mm³, and the column-slab connection was simulated by a steel plate of 200 x 200 x 50 mm³ in direct contact with the slab. In this experimental program the influence of the following variables on the punching behaviour of the tested slabs was investigated: concrete strength class (average compressive strength, f_{cm} , of 50 and 70 MPa); content of fibres added to the concrete (0, 60, 75 and 90 kg/m³). In the tested slabs, in an attempt of providing conditions for punching failure mode, conventional longitudinal tensile steel bars were disposed in the centre of the slab, close to the loaded area.

The predictive performance of the formulations available in the following design guidelines was assessed: ACI 318 (2008), CEB-FIP (1991), EC2 (2004), NBR 6118 (2003), and CEB-FIP (2010). The accuracy of the following theoretical models was also investigated: NARAYANAN and DARWISH (1987), SHAABAN and GESUND (1994), HARAJLI *et al.* (1995), HOLANDA (2002), CHOI *et al.* (2007), MUTTONI e RUIZ (2010), and HIGASHIYAMA *et al.* (2011). The performed analyzes have covered the dispersion of the results, level of accuracy of the predictions of these models, and the *Demerit Points Classification* (DPC) proposed by COLLINS (2001).

Finally, based on the formulation proposed by MUTTONI (2008), a new approach is proposed to estimate the punching resistance of SFRC slabs according to the *Critical Shear Crack Theory*. For this aim, the load-rotation relationship, and the failure criterion of SFRC slabs during the loading process were determined. Like the proposal of MUTTONI and RUIZ (2010), in the present approach the fibre reinforcement contribution was simulated by the stress-crack width but now adopting recommendations of CEB-FIP (2010).

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xvii
LISTA DE SÍMBOLOS	xix
1- INTRODUÇÃO	1
1.1- OBJETIVOS E METODOLOGIA	6
1.2- ESTRUTURA DO TRABALHO	7
2- LAJES LISAS EM CONCRETO ARMADO	10
2.1- SISTEMA ESTRUTURAL DAS LAJES EM CONCRETO ARMADO	10
2.2- DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO	12
2.3- MECANISMO DE RUÍNA	15
2.4- CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	18
3- COMPÓSITOS ESTRUTURAIS: CONCRETO COM FIBRAS	20
3.1- CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO - CRFA	21
3.1.1- Considerações gerais	21
3.1.2- A Fibra de aço	23
3.1.3- Confecção do CRFA	25
3.1.4- Propriedades do concreto reforçado com fibras	25
3.1.4.1- Resistência à compressão.....	29
3.1.4.2- Resistência à tração direta.....	30
3.1.4.3- Resistência à tração indireta.....	31
3.1.4.4- Resistência à tração na flexão	32
3.1.4.5- Resistência à flexão	34
3.1.4.6- Resistência ao cisalhamento	35
4- INFLUÊNCIA DAS FIBRAS DE AÇO NA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DAS LAJES LISAS 37	
4.1- INFLUÊNCIA DAS FIBRAS DE AÇO NO COMPORTAMENTO DAS LAJES.....	38
4.1.1- ALEXANDER e SIMMONDS (1992)	38
4.1.2- THEODORAKOPOULOS e SWAMY (1993)	39
4.1.3- TAN e PARAMASIVAN (1994)	40
4.1.4- SHAABAN e GESUND (1994)	41
4.1.5- HARAJLI <i>et al.</i> (1995)	41
4.1.6- MCHARG (1997)	42
4.1.7- PRISCO e FELICETTI (1997)	44
4.1.8- ZAMBRANA VARGAS (1997)	44
4.1.9- AZEVEDO (1999)	45
4.1.10- HOLANDA (2002)	46
4.1.11- SMADI e YASIN (2008)	48
4.1.12- CHENG <i>et al.</i> (2008)	49
4.1.13- CHENG e PARRA (2010)	50
4.1.14- NAAMAN <i>et al.</i> (2010)	50
4.1.15- NGUYEN-MINH <i>et al.</i> (2011)	51

4.2- INFLUÊNCIA DA ADIÇÃO DE FIBRAS DE AÇO AO CONCRETO NO COMPORTAMENTO DAS VIGAS	52
4.2.1- GUSTAFSSON e NOGHABAI (1997)	52
4.2.2- KWAK <i>et al.</i> (2002).....	54
4.2.3- LOPES (2005).....	55
4.2.4- MADAN <i>et al.</i> (2007)	55
5- RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS	57
5.1- ACI 318 – AMERICAN BUILDING CODE FOR REINFORCED CONCRETE. ACI 318 (2008)	58
5.2- CEB-FIP MODEL CODE 1990 – Comitê Euro-International du Beton. CEB-FIP (1991).....	59
5.3- EUROCODE 2 – Design of Concrete Structures. EC2 (2004)	61
5.4- NBR 6118 – PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO-PROCEDIMENTO. NBR 6118 (2003).....	63
5.5- CEB-FIP MODEL CODE 2010 – FINAL DRAFT – MODEL CODE PREPARED BY SPECIAL ACTIVITY GROUP 5. CEB-FIP (2010).....	64
6- MODELOS ANALÍTICOS	69
6.1- MODELOS ANALÍTICOS DESENVOLVIDOS PARA PRESCREVER A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LAJES ARMADAS APENAS COM ARMADURA DE FLEXÃO.....	69
6.1.1- KINNUNEN e NYLANDER (1960).....	69
6.1.2- MOE (1961)	71
6.1.3- BRÆSTRUP <i>et al.</i> (1976)	72
6.1.4- SHEHATA (1990)	72
6.1.5- BAZANT e CAO (1987)	74
6.1.6- GEORGOPOULOS (1988, 1989)	74
6.1.7- BROMS (1990)	75
6.1.8- BORTOLOTTI (1990).....	77
6.1.9- ALEXANDER e SIMMONDS (1992)	78
6.1.10- HALLGREN (1996).....	79
6.1.11- MUTTONI (2008)	81
6.2- MODELOS ANALÍTICOS DESENVOLVIDOS PARA PRESCREVER A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LAJES REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO	84
6.2.1- NARAYANAN e DARWISH (1987).....	84
6.2.2- SHAABAN e GESUND (1994).....	85
6.2.3- HARAJLI <i>et al.</i> (1995).....	86
6.2.4- HOLANDA (2002)	87
6.2.5- CHOI <i>et al.</i> (2007)	88
6.2.6- MUTTONI e RUIZ (2010)	91
6.2.7- HIGASHIYAMA <i>et al.</i> (2011).....	94
7- CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE	96
7.1- INTRODUÇÃO	96
7.2- CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE.....	97
7.3- PROCEDIMENTO DE CÁLCULO	97
7.3.1- RILEM 162-TDF (2003).....	97
7.3.2- CEB-FIP (2010).....	102
8- PROGRAMA EXPERIMENTAL	105

8.1- ENSAIO À PUNÇÃO	105
8.1.1- Lajes	105
8.1.2- Armadura de flexão	107
8.1.3- Fibras de aço	112
8.1.4- Sistema de ensaio	113
8.1.5- Instrumentação	116
8.2- MATERIAL.....	122
8.2.1- Composição do concreto.....	122
8.2.2- Propriedades mecânicas do concreto	123
8.2.3- Propriedades mecânicas do aço das armaduras.....	130
8.3- PRESCRIÇÃO DA RESISTÊNCIA DAS LAJES	131
8.3.1- Resistência à punção	131
8.3.2- Resistência à flexão	133
9- RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	136
9.1- DESLOCAMENTOS DO SISTEMA DE ENSAIO	136
9.2- DESLOCAMENTOS DAS LAJES	139
9.3- DEFORMAÇÕES NO CONCRETO	146
9.4- DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS	149
9.5- MAPA DE FISSURAÇÃO.....	157
9.6- SUPERFÍCIE DE RUÍNA.....	168
9.7- PRESCRIÇÃO DA CARGA ÚLTIMA E CLASSIFICAÇÃO DO MODO DE RUÍNA	173
10- ANÁLISE DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS	177
10.1- BASE DE DADOS (BD).....	177
10.2- PROCEDIMENTO DA ANÁLISE	177
10.3- APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	178
11- ANÁLISE DAS FORMULAÇÕES QUE CONSIDERAM O REFORÇO COM FIBRA DE AÇO	186
11.1- BASE DE DADOS (BD).....	186
11.2- PROCEDIMENTO DA ANÁLISE	187
11.3- APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	187
11.4- INFLUÊNCIA DE ALGUNS PARÂMETROS IMPORTANTES NO COMPORTAMENTO DA LIGAÇÃO <i>LAJE X PILAR</i> REFORÇADA COM FIBRAS DE AÇO.....	190
12- PROPOSTA ANALÍTICA PARA O CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS RESIDUAIS À TRAÇÃO POR FLEXÃO f_{R1}, f_{R3} e f_{R4}.....	196
12.1- BASE DE DADOS (BD).....	196
12.2- ANÁLISE DAS PROPOSTAS.....	197
13- PROPOSTA ANALÍTICA PARA ESTABELECEER O CRITÉRIO DE RUÍNA À PUNÇÃO DE LAJES DE CRFA	201
13.1- APRESENTAÇÃO DO CRITÉRIO DE RUÍNA	202
13.2- PROPOSTAS PARA O CRITÉRIO DE RUÍNA	204
13.3- ANÁLISE CRITERIOSA DAS PROPOSTAS PARA O CRITÉRIO DE RUÍNA.....	206
14- PROPOSTAS ANALÍTICAS PARA ESTABELECEER A RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO DE LAJES DE CRFA E A CONTRIBUIÇÃO DA FIBRA $V_{R,f}$ NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	211
14.1- RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO	211

14.2- RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO SIMPLIFICADA.....	218
14.3- CONTRIBUIÇÃO DA FIBRA.....	223
14.4- PRESCRIÇÃO DA CARGA ÚLTIMA DAS LAJES DO PRESENTE ESTUDO	228
14.4.1- Propostas que definem a relação carga x rotação.....	228
14.4.2- Propostas que definem o valor de V_{Rf}.....	232
15- ANÁLISE DAS PROPOSTAS.....	233
15.1- BASE DE DADOS (BD).....	233
15.2- PROCEDIMENTO DA ANÁLISE	234
15.3- PROPOSTAS QUE DEFINEM A RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO	234
15.4- PROPOSTAS QUE DEFINEM O VALOR DE V_{Rf}	237
15.5- INFLUÊNCIA DE ALGUNS PARÂMETROS IMPORTANTES NO COMPORTAMENTO DA LIGAÇÃO LAJE X PILAR REFORÇADA COM FIBRAS DE AÇO.....	239
15.6- COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS	244
16- CONCLUSÕES.....	249
16.1- PROGRAMA EXPERIMENTAL (<i>CAPÍTULO 8</i>).....	249
16.2- RESULTADOS EXPERIMENTAIS (<i>CAPÍTULO 9</i>)	249
16.2.1- Deslocamentos do sistema de ensaio.....	249
16.2.2- Deslocamentos das lajes.....	249
16.2.3- Deformações no concreto	250
16.2.4- Deformações nas armaduras.....	250
16.2.5- Mapa de fissuração e superfície de ruína.....	251
16.2.6- Prescrição da carga última e classificação do modo de ruína	251
16.3- ANÁLISE DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS (<i>CAPÍTULO 10</i>).....	252
16.4- ANÁLISE DAS FORMULAÇÕES QUE CONSIDERAM O REFORÇO COM FIBRA DE AÇO (<i>CAPÍTULO 11</i>).....	253
16.5- PROPOSTA ANALÍTICA PARA O CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS RESIDUAIS À TRAÇÃO POR FLEXÃO f_{R1} , f_{R3} e f_{R4} (<i>CAPÍTULO 12</i>).....	254
16.6- PROPOSTA ANALÍTICA PARA ESTABELECEER O CRITÉRIO DE RUÍNA À PUNÇÃO DE LAJES DE CRFA (<i>CAPÍTULO 13</i>).....	254
16.7- PROPOSTAS ANALÍTICAS PARA ESTABELECEER A RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO DE LAJES DE CRFA E A CONTRIBUIÇÃO DA FIBRA V_{Rf} NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO (<i>CAPÍTULO 14</i>)	254
16.8- ANÁLISE DAS PROPOSTAS (<i>CAPÍTULO 15</i>)	255
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	256
ANEXO A	274
ANEXO B – FÔRMA METÁLICA.....	280
ANEXO C – SISTEMA DE ENSAIO.....	286
ANEXO D – CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS.....	292
ANEXO E – BASE DE DADOS.....	323
ANEXO F – BASE DE DADOS UTILIZADA NA ANÁLISE DE f_{Ri}.....	327
ANEXO G – PROPOSTAS ANALÍTICAS PARA ESTABELECEER A RESISTÊNCIA ÚLTIMA À PUNÇÃO DE LAJES DE CRFA	329
ANEXO H – ANÁLISE DAS PROPOSTAS CARGA X ROTAÇÃO	339

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- <i>Global Cement Report 9th</i> (2011) – <i>Ranking</i> de 2011	1
Figura 1.2- Lajes reforçadas com armaduras de cisalhamento.....	3
Figura 1.3- Testes realizados para avaliar o desempenho de lajes reforçadas apenas por fibras de aço	4
Figura 1.4- Sistema <i>TAB-Slab</i>	5
Figura 2.1- Exemplos de sistemas estruturais para as lajes em concreto armado	11
Figura 2.2- Alguns engenheiros envolvidos no desenvolvimento histórico das lajes cogumelo.....	13
Figura 2.3- Sistema estrutural proposto por Norcross – U.S. Patent Office no 698,542 (1902)	14
Figura 2.4- Sistema em laje cogumelo proposto por C.A.P Turner – <i>The Atlas Portland Cement Company</i> (1907)	15
Figura 2.5- Mecanismos de ruína das lajes por cisalhamento – Adaptado de WIGHT e MACGREGOR (2009)	16
Figura 3.1- Fornecimento de fibras em pentes	22
Figura 3.2- Outros tipos de fibra apresentados pelo <i>Technical Report no 63 (The Concrete Society)</i>	24
Figura 3.3- Distribuição das tensões (linhas vermelhas) no concreto simples – FIGUEIREDO (2000).....	26
Figura 3.4- Distribuição das tensões (linhas vermelhas) no CRFA – FIGUEIREDO (2000)	27
Figura 3.5- Influência da compatibilidade dimensional entre os agregados e as fibras – FIGUEIREDO (2000)	28
Figura 3.6- Comportamento dúctil das fibras – FIGUEIREDO (2000)	28
Figura 3.7- Curva <i>tensão x deformação</i> típica obtida em ensaios de compressão – NATARAJA et al. (1999)	30
Figura 3.8- Comportamento do CRFA nos ensaios de tração direta – CEB-FIP (2010).....	30
Figura 3.9- Ensaio de flexão em três pontos em viga entalhada (dimensões em mm)	32
Figura 3.10- Teste de flexão sugerido pelo RILEM TC 162-TDF (2002)	33
Figura 3.11- Teste de tenacidade à flexão - ASTM C1550 (2003)	34
Figura 4.1- Distribuição da armadura de flexão das lajes de MCHARG (1997).....	42
Figura 4.2- Definição das lajes de NAAMAN <i>et al.</i> (2010)	51
Figura 4.3- Detalhe das seções transversais das vigas de GUSTAFSSON e NOGHABAI (1997).....	53
Figura 4.4- Seção transversal das vigas de KWAK <i>et al.</i> (2002).....	54
Figura 4.5- Seção transversal das vigas de LOPES (2005).....	55
Figura 4.6- Seção transversal das vigas de MADAN <i>et al.</i> (2007)	56
Figura 5.1- Seção crítica sugerida pelo ACI 318 (2008) para o cálculo da punção	58
Figura 5.2- Seção crítica para lajes sem armadura de cisalhamento – CEB-FIP (1991).....	60
Figura 5.3- Modelo de ruptura e seção crítica utilizada no cálculo da resistência à punção – EC2 (2004)	61
Figura 5.4- Perímetro de controle para pilar interno com carregamento simétrico – NBR 6118 (2003)	63
Figura 5.5- Perímetro de controle para pilar interno com carregamento simétrico – CEB-FIP (2010).....	65
Figura 5.6- Altura efetiva da laje – CEB-FIP (2010).....	65
Figura 5.7- Rotação da laje ao redor da região de apoio – CEB-FIP (2010).....	66
Figura 6.1- Modelo de KINNUNEN e NYLANDER (1960).....	69
Figura 6.2- Particularidades do modelo de KINNUNEN e NYLANDER (1960).....	70
Figura 6.3- Superfície de ruína adotada por BRÆSTRUP <i>et al.</i> (1976)	72
Figura 6.4- Superfície de ruína de SHEHATA (1990).....	73
Figura 6.5- Forças atuantes em um segmento de laje – SHEHATA (1990).....	73
Figura 6.6- Modelo de ruína proposto por GEORGOPOULOS (1988, 1989).....	75
Figura 6.7- Modelo de ruína para a hipótese de elevadas tensões radiais de compressão – BROMS (1990).....	77
Figura 6.8- Mecanismo de ruína de BORTOLOTTI (1990)	77

Figura 6.9- Curva de ruína de BORTOLOTTI (1990).....	78
Figura 6.10- Biela de compressão adotada por ALEXANDER e SIMMONDS (1992)	79
Figura 6.11- Apresentação das tiras adotada por ALEXANDER e SIMMONDS (1992).....	79
Figura 6.12- Modelo proposto por HALLGREN (1996)	80
Figura 6.13- Critério de ruína de HALLGREN (1996).....	81
Figura 6.14- Relação entre as curvas “ <i>carga x rotação</i> ” e “ <i>critério de ruína</i> ” – MUTTONI (2008)	82
Figura 6.15- Relação “ <i>momento x curvatura</i> ”	82
Figura 6.16- Modelo proposto por MUTTONI (2008)	83
Figura 6.17- Superfície crítica proposta por CHOI <i>et al.</i> (2007)	88
Figura 6.18- Hipóteses adotadas no modelo de MUTTONI e RUIZ (2010).....	93
Figura 7.1- Relação <i>tensão x deformação</i> – RILEM TC 162-TDF (2003)	97
Figura 7.2- Fator de escala k_h – Adaptado do RILEM TC 162-TDF (2003).....	98
Figura 7.3- Relação <i>tensão x deformação</i> do concreto com fibra.....	99
Figura 7.4- Relação <i>tensão x deformação</i> do aço	100
Figura 7.5- Distribuição das deformações e das tensões na seção transversal da peça - RILEM TC 162-TDF (2003)	100
Figura 7.6- Cálculo do momento resistente - RILEM TC 162-TDF (2003)	101
Figura 7.7- Distribuição das deformações e das tensões na seção transversal da peça – CEB-FIP (2010).....	102
Figura 7.8- Cálculo do momento resistente - Projeto do CEB-FIP (2010)	104
Figura 8.1- Descrição das lajes de referência (cotas em milímetros).....	105
Figura 8.2- Descrição das lajes reforçadas com fibras de aço.....	106
Figura 8.3- Armaduras das lajes de referência.....	109
Figura 8.4- Armaduras das lajes de referência – Cortes.....	109
Figura 8.5- Armaduras das lajes de referência – Detalhes	110
Figura 8.6- Detalhe das armaduras das lajes de CRFA	111
Figura 8.7- Detalhe das armaduras das lajes de CRFA – Cortes.....	111
Figura 8.8- Detalhe das armaduras das lajes de CRFA – Detalhes	112
Figura 8.9- Apresentação do sistema de ensaio	113
Figura 8.10- Vistas do sistema de ensaio	114
Figura 8.11- Esquema de montagem do sistema de ensaio	115
Figura 8.12- Esquema de aplicação da carga	116
Figura 8.13- Disposição dos LVDTs para a medição dos deslocamentos verticais das lajes.....	117
Figura 8.14- Instrumentação do sistema de ensaio.....	118
Figura 8.15- Instrumentação do tirante T01 com EER.....	119
Figura 8.16- Instrumentação do tirante T02 com EER e da viga metálica com LVDT	120
Figura 8.17- Disposição dos EERs na seção transversal dos tirantes.....	120
Figura 8.18- Disposição dos EERs na armadura de flexão	121
Figura 8.19- Disposição dos EERs na face comprimida do concreto	122
Figura 8.20- Realização dos ensaios de caracterização do concreto	124
Figura 8.21- Realização do ensaio de tenacidade à flexão em placas redondas.....	124
Figura 8.22- Relação <i>tensão x deformação</i> obtida dos ensaios de compressão (curvas médias)	125
Figura 8.23- Fotos utilizadas na contagem das fibras (<i>Vf75fc70</i>)	126
Figura 8.24- Distribuição das fibras no plano do entalhe (valores médios)	126

Figura 8.25- Resultados dos ensaios de flexão em 3P (curvas médias)	128
Figura 8.26- Relação <i>carga x deslocamento</i> obtida dos ensaios em placas redondas (valores médios)	129
Figura 8.27- Ensaio de tração axial para caracterização das armaduras de flexão	130
Figura 8.28- Relação <i>tensão x deformação</i> (curva média)	131
Figura 8.29- Configuração adotada de linha de ruptura	134
Figura 8.30- Relação entre as resistências à punção e flexão	135
Figura 9.1- Deslocamentos das vigas metálicas	137
Figura 9.2- Deformações nos tirantes	137
Figura 9.3- Deformações nos tirantes	138
Figura 9.4- Deformações nos tirantes	138
Figura 9.5- Deformações nos tirantes	139
Figura 9.6- Relação <i>carga x deslocamento</i> das lajes	140
Figura 9.7- Relação <i>carga x deslocamento</i> das lajes	141
Figura 9.8- Rotação das lajes para diferentes níveis de carga	141
Figura 9.9- Rotação das lajes para diferentes níveis de carga	142
Figura 9.10- Influência de V_f na relação <i>carga x deslocamento</i> normalizada	143
Figura 9.11- Influência de f_{cm} na relação <i>carga x deslocamento</i> normalizada	145
Figura 9.12- Relação <i>carga x deformação</i> na superfície do concreto (direção radial)	146
Figura 9.13- Relação <i>carga x deformação</i> na superfície do concreto (direção radial)	147
Figura 9.14- Influência de V_f na relação <i>carga x deformação</i> normalizada (direção radial)	148
Figura 9.15- Influência de f_{cm} na relação <i>carga x deformação</i> normalizada (direção radial)	149
Figura 9.16- Relação <i>carga x deformação</i> das armaduras de flexão	150
Figura 9.17- Relação <i>carga x deformação</i> das armaduras de flexão	151
Figura 9.18- Avaliação do parâmetro r_y	151
Figura 9.19- Avaliação de r_y em função das deformações das armaduras	152
Figura 9.20- Laje $L_{vf0}f_c50$	159
Figura 9.21- Laje $L_{vf0}f_c70$	160
Figura 9.22- Laje $L_{vf60}f_c50$	161
Figura 9.23- Laje $L_{vf60}f_c70$	162
Figura 9.24- Laje $L_{vf75}f_c50$	164
Figura 9.25- Laje $L_{vf75}f_c70$	165
Figura 9.26- Laje $L_{vf90}f_c50$	166
Figura 9.27- Laje $L_{vf90}f_c70$	167
Figura 9.28- Parâmetros utilizados na avaliação da superfície de ruína das lajes	169
Figura 9.29- Seção da laje $L_{vf0}f_c50$	169
Figura 9.30- Seção da laje $L_{vf0}f_c70$	169
Figura 9.31- Seção da laje $L_{vf60}f_c50$	170
Figura 9.32- Seção da laje $L_{vf60}f_c70$	170
Figura 9.33- Seção da laje $L_{vf75}f_c50$	171
Figura 9.34- Seção da laje $L_{vf75}f_c70$	171
Figura 9.35- Seção da laje $L_{vf90}f_c50$	172
Figura 9.36- Seção da laje $L_{vf90}f_c70$	172
Figura 9.37- Relação <i>carga x rotação</i> (normalizada) - MUTTONI e RUIZ (2010)	175

Figura 10.1- Avaliação dos resultados quanto à precisão para as lajes com $V_f=0$	179
Figura 10.2- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão para as lajes com $V_f=0$	180
Figura 10.3- Avaliação dos resultados quanto à precisão para as lajes com $V_f>0$	182
Figura 10.4- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão para as lajes com $V_f>0$	183
Figura 10.5- Análise da relação χ_{med} em função de V_f	185
Figura 11.1- Avaliação dos resultados quanto à precisão	188
Figura 11.2- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão	189
Figura 11.3- Análise da relação χ_{med} em função de V_f	191
Figura 11.4- Análise da relação χ_{med} em função de l/d_f	193
Figura 11.5- Análise da relação χ_{med} em função de f_c	194
Figura 11.6- Análise da relação χ_{med} em função de ρ	195
Figura 12.1- Procedimento para estabelecer os valores f_{Ri} – RILEM TC 162-TDF (2002)	197
Figura 12.2- Relações entre os parâmetros f_{R1}, f_{R3}, f_{R4} e $V_f(l/d_f)$	198
Figura 12.3- Análise dos resultados	199
Figura 12.4- Análise dos resultados	200
Figura 13.1- Perímetro crítico adotado no cálculo da punção.....	202
Figura 13.2- Cálculo aproximado da rotação	204
Figura 13.3- Proposta 01	205
Figura 13.4- Proposta 02.....	206
Figura 13.5- Proposta 03.....	206
Figura 13.6- Análise dos resultados	208
Figura 13.7- Critério de ruína adotado – <i>Experimental x Teórico</i>	210
Figura 14.1- Características das lajes.....	212
Figura 14.2- Esforços atuantes no segmento radial.....	213
Figura 14.3- Correlação entre lajes quadradas e axissimétricas.....	214
Figura 14.4- Relação $m \times \chi$ e $m \times r$	214
Figura 14.5- Critério utilizado no cálculo de m_R – CEB-FIP (2010).....	217
Figura 14.6- Hipóteses adotadas para estabelecer a relação <i>carga x rotação</i> simplificada.....	219
Figura 14.7- Relação $\psi \times V/V_{flex}$ de alguns estudos experimentais.....	221
Figura 14.8- Contribuição das fibras no valor da resistência à punção	225
Figura 14.9- Relação <i>carga x rotação</i> experimental e teórica – Lajes $Lvf60fc50$ e $Lvf60fc70$	228
Figura 14.10- Relação <i>carga x rotação</i> experimental e teórica – Lajes $Lvf75fc50$ e $Lvf75fc70$	229
Figura 14.11- Relação <i>carga x rotação</i> experimental e teórica – Lajes $Lvf90fc50$ e $Lvf90fc70$	229
Figura 14.12- Relação entre as curvas <i>carga x rotação</i> e critério de ruína – Lajes $Lvf60fc50$ e $Lvf60fc70$	230
Figura 14.13- Relação entre as curvas <i>carga x rotação</i> e critério de ruína – Lajes $Lvf75fc50$ e $Lvf75fc70$	230
Figura 14.14- Relação entre as curvas <i>carga x rotação</i> e critério de ruína – Lajes $Lvf90fc50$ e $Lvf90fc70$	231
Figura 15.1- Relação <i>carga x rotação</i> experimental e teórica – Apresentação 1	235
Figura 15.2- Relação <i>carga x rotação</i> experimental e teórica – Apresentação 2.....	235
Figura 15.3- Relação <i>carga x rotação</i> experimental e teórica – Apresentação 3.....	236
Figura 15.4- Análise dos resultados	237
Figura 15.5- Análise dos resultados de <i>Teo-compl_{COD,f}</i>	238
Figura 15.6- Análise dos resultados de <i>Teo-simpl_{COD,f}</i>	239
Figura 15.7- Análise das propostas <i>carga x rotação</i> em função de V_f	240

Figura 15.8- Análise das propostas <i>carga x rotação</i> em função de l/d_f	240
Figura 15.9- Análise das propostas <i>carga x rotação</i> em função de f_c	241
Figura 15.10- Análise das propostas <i>carga x rotação</i> em função de d	241
Figura 15.11- Análise das propostas <i>carga x rotação</i> em função de ρ	242
Figura 15.12- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de V_f	242
Figura 15.13- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de l/d_f	243
Figura 15.14- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de f_c	243
Figura 15.15- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de d	244
Figura 15.16- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de ρ	244
Figura 15.17- Avaliação dos resultados quanto à Precisão	246
Figura 15.18- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão	247

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1- Acidentes envolvendo a ruína da ligação <i>laje x pilar</i> por punção.....	17
Tabela 2.2- Acidentes envolvendo a ruína da ligação <i>laje x pilar</i> por punção.....	17
Tabela 2.3- Acidentes envolvendo a ruína da ligação <i>laje x pilar</i> por punção.....	18
Tabela 3.1- Classificação das fibras de aço segundo a NBR 15530 (2007).....	23
Tabela 3.2- Classificação das fibras segundo as regulamentações internacionais	24
Tabela 4.1- Propriedades e resultados dos ensaios de ALEXANDER e SIMMONDS (1992).....	38
Tabela 4.2- Características das lajes de THEODORAKOPOULOS e SWAMY (1993).....	39
Tabela 4.3- Propriedades das lajes de TAN e PARAMASIVAN (1994).....	40
Tabela 4.4- Resultados dos ensaios de SHAABAN e GESUND (1994)	41
Tabela 4.5- Resumo dos resultados de HARAJLI <i>et al.</i> (1995).....	42
Tabela 4.6- Reforço utilizado por MCHARG (1997)	43
Tabela 4.7- Resumo dos resultados dos ensaios de MCHARG (1997).....	43
Tabela 4.8- Lajes de PRISCO e FELICETTI (1997)	44
Tabela 4.9- Detalhe das lajes de ZAMBRANA VARGAS (1997).....	45
Tabela 4.10- Características das lajes de AZEVEDO (1999)	46
Tabela 4.11- Características dos segmentos de laje de AZEVEDO (1999)	46
Tabela 4.12- Dados e resultados das vigas piloto da Série 1 de HOLANDA (2002).....	47
Tabela 4.13- Dados e resultados das vigas piloto da Série 2 de HOLANDA (2002).....	47
Tabela 4.14- Propriedades das peças ensaiadas por HOLANDA (2002).....	48
Tabela 4.15- Resultados de CHENG e PARRA (2010).....	50
Tabela 4.16- Propriedades e resultados das lajes de NAAMAN <i>et al.</i> (2010).....	51
Tabela 4.17- Resultado dos testes de NGUYEN-MINH <i>et al.</i> (2011)	52
Tabela 4.18- Propriedades das vigas de GUSTAFSSON e NOGHABAI (1997)	53
Tabela 4.19- Características das vigas de KWAK <i>et al.</i> (2002).....	54
Tabela 4.20- Resultados das vigas de MADAN <i>et al.</i> (2007).....	56
Tabela 8.1- Característica das lajes (valores teóricos)	107
Tabela 8.2- Características das fibras de aço	112
Tabela 8.3- Identificação dos materiais.....	122
Tabela 8.4- Consumo de material	123
Tabela 8.5- Resumo do ensaio de compressão (valores médios)	125
Tabela 8.6- Avaliação da distribuição das fibras no plano do entalhe (valores médios).....	127
Tabela 8.7- Resumo das tensões obtidas das curvas <i>tensão x CMOD</i> (curvas médias)	128
Tabela 8.8- Resumo dos resultados (valores médios)	129
Tabela 8.9- Resumo dos resultados (valores médios)	131
Tabela 8.10- Característica das lajes (valores experimentais).....	132
Tabela 8.11- Contribuição de resistência do concreto $V_{R,c}$	132
Tabela 8.12- Resistência à punção das lajes de CRFA ($V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$)	132
Tabela 8.13- Resistência à flexão V_{flex}	134
Tabela 9.1- Valores máximos obtidos nas curvas <i>carga x deslocamento</i> ($P x \delta$).....	143
Tabela 9.2- Valores máximos e mínimos obtidos no EER01.....	148
Tabela 9.3- Avaliação de r_y nas lajes de MCHARG (1997).....	153

Tabela 9.4- Avaliação de r_y na laje de AZEVEDO (1999)	153
Tabela 9.5- Avaliação de r_y nas lajes de CHENG e PARRA (2010) – Lajes S5, S6 e S7	154
Tabela 9.6- Avaliação de r_y nas lajes de CHENG e PARRA (2010) – Lajes S8 e S9.....	155
Tabela 9.7- Avaliação de r_y nas lajes de CHENG e PARRA (2010) – Lajes S10 e Resumo.....	156
Tabela 9.8- Resumo dos valores de r_y	157
Tabela 9.9- Resumo da avaliação do mapa de fissuração	168
Tabela 9.10- Resumo da análise da seção de ruína das lajes.....	173
Tabela 9.11- Avaliação das prescrições à punção segundo os códigos de projeto.....	173
Tabela 9.12- Avaliação das prescrições à punção segundo os modelos teóricos	174
Tabela 9.13- Predominância do comportamento das observações experimentais e classificação do modo de ruína	176
Tabela 10.1- Adaptação do critério de COLLINS (2001)- DPC	178
Tabela 10.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001) para as lajes com $V_f=0$	181
Tabela 10.3- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001) para as lajes com $V_f>0$	183
Tabela 11.1- Adaptação do critério de COLLINS (2001)- DPC	187
Tabela 11.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001).....	190
Tabela 12.1- Critério de COLLINS (2001) - DPC.....	197
Tabela 12.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001) - DPC	199
Tabela 12.3- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001) - DPC	200
Tabela 13.1- Adaptação do critério de COLLINS (2001) - DPC.....	207
Tabela 13.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001).....	208
Tabela 14.1- Avaliação das prescrições da resistência à punção	231
Tabela 14.2- Avaliação das prescrições da resistência à punção ($V_R=V_{R,c}+V_{R,f}$)	232
Tabela 15.1- Adaptação do critério de COLLINS (2001)- DPC	234
Tabela 15.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001).....	237
Tabela 15.3- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001).....	239
Tabela 15.4- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001).....	248

LISTA DE SÍMBOLOS

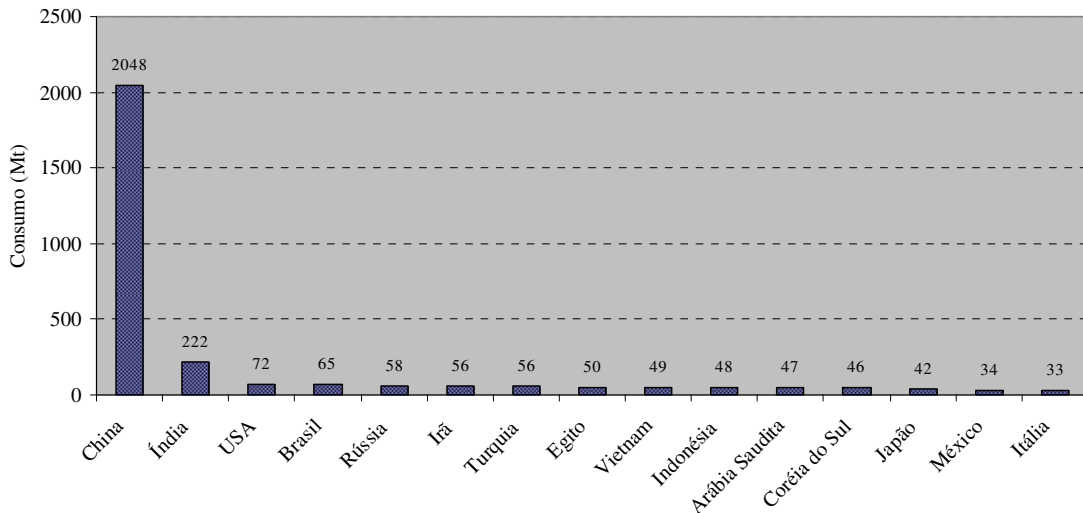
Na lista seguinte constam os principais símbolos do trabalho, entretanto, outros símbolos são apresentados e explicados no decorrer da tese.

a	Vão de corte da viga;
A_p	Projeção horizontal da superfície de ruína;
A_s	Área de aço da armadura de flexão;
A_{sw}	Área de aço da armadura de corte;
b	Largura da viga;
$b_0=u_0$	Perímetro crítico da laje;
$d=d_v$	Altura útil da laje;
d_f	Diâmetro das fibras;
d_g	Diâmetro do agregado graúdo;
e	Altura da fibra com seção transversal retangular;
E_{abs}	Energia de absorção;
E_c	Módulo de elasticidade do concreto;
E_s	Módulo de elasticidade do aço da armadura de flexão;
$f_{c,cub}$	Resistência à compressão do concreto em corpo de prova cúbico;
$f_{cm}=f_c$	Resistência à compressão do concreto em corpo de prova cilíndrico;
f_{ct}	Resistência à tração do concreto;
$f_{ctm,f}$	Resistência média à tração por flexão;
$f_{eq,j}$	Resistência equivalente à tração na flexão;
$f_{ct,L}$	Tensão correspondente ao limite de proporcionalidade;
f_{FTS}	Resistência residual no estado limite de serviço;
f_{FTu}	Resistência residual no estado limite último;
F_L	Carga correspondente ao limite de proporcionalidade;
$F_{R,i}=F_j$	Carga correspondente à resistência residual à tração por flexão;
f_{Ri}	Resistência residual à tração por flexão;
f_y	Tensão de escoamento da fibra;
f_{yd}	Tensão de escoamento de cálculo da armadura de flexão;
h	Altura efetiva da laje;
h_{sp}	Altura da viga medida no plano do entalhe;
I_0	Momento de inércia da peça antes da fissuração;
I_1	Momento de inércia da peça após a fissuração;
L	Vão da peça;
L	Vão da laje;
l_f	Comprimento das fibras;
m_{Rd}	Momento fletor médio resistente de cálculo;
m_{sd}	Momento fletor médio solicitante de cálculo;
M_u	Momento fletor último;
P	Carga;
P_{cr}	Carga correspondente à primeira fissura;
$r=c$	Dimensão do pilar quadrado;
r_0	Raio que estabelece a superfície de ruína à punção de lajes axisimétricas;
r_1	Raio de curvatura referente à estabilização da fissuração;
r_c	Raio do pilar;
r_{cr}	Raio de curvatura referente ao início da fissuração;
r_q	Raio de aplicação da carga nas lajes axisimétricas;
r_s	Raio da laje;

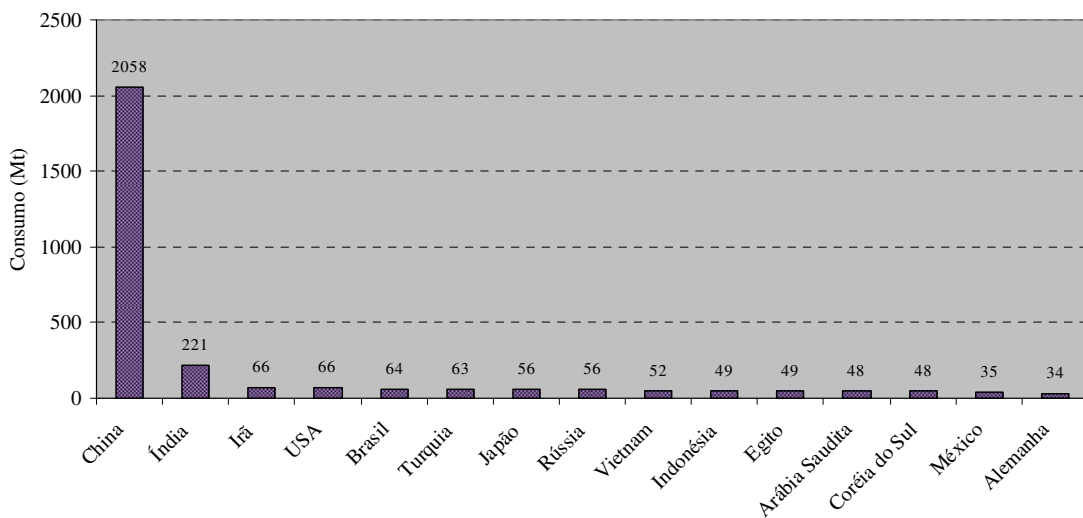
r_y	Raio de curvatura referente ao escoamento da armadura de flexão;
V_{cr}	Carga correspondente à primeira fissura;
$V_{f,crit}$	Volume de fibras crítico;
$V_f = \rho_f$	Volume de fibras;
V_{flex}	Carga correspondente à ruína por flexão;
$V_{R,cd}$	Contribuição do concreto na resistência de cálculo última à punção;
$V_{R,d}$	Resistência de cálculo última à punção;
$V_{R,fd}$	Contribuição da fibra na resistência de cálculo última à punção;
$V_{R,sd}$	Contribuição da armadura de corte na resistência de cálculo última à punção;
V_u	Carga última;
w	Largura da fibra com seção transversal retangular;
w	Largura da abertura da fissura;
W_f	Quantidade de fibra em peso;
w_u	Largura da abertura da fissura correspondente à carga última;
δ	Deslocamento;
δ_{cr}	Deslocamento correspondente à carga da primeira fissura;
δ_u	Deslocamento correspondente à carga última;
ε	Deformação normal;
θ_u	Rotação correspondente à carga última;
$v_{N,d}$	Tensão de cisalhamento nominal;
$v_{R,d}$	Tensão de cisalhamento resistente;
$\xi = k$	Parâmetro que estabelece o fator de escala;
$\rho_s = \rho$	Taxa de armadura de flexão;
σ	Tensão normal;
τ	Tensão de aderência interfacial entre a fibra e o concreto;
χ_{TS}	Parametro que estabelece o efeito “ <i>tension stiffening</i> ”;
ψ	Rotação da laje.

1- INTRODUÇÃO

O cimento, depois da água, é o produto mais consumido no mundo. De acordo com o *Global Cement Report 9th* (2011), publicado pela revista inglesa *International Cement Review*, a demanda de cimento em 2010 e 2011 foi, respectivamente, 3287 e 3577 Mt (Mega tonelada) e com perspectiva de recordes para 2012, 3859 Mt. A título de informação, a Figura 1.1 apresenta o *ranking* dos 15 maiores consumidores e produtores de cimento no mundo.



a) Consumidores de cimento



b) Produtores de cimento

Figura 1.1- *Global Cement Report 9th* (2011) – Ranking de 2011

O sucesso do concreto, ou do concreto armado, como material de construção é atribuído às seguintes vantagens: (1) a flexibilidade; (2) a facilidade de construção; (3) a durabilidade; (4) o baixo custo de manutenção; (5) a resistência ao fogo e à água; (6) a resistência a choques e vibrações; (7) a economia na construção; e (8) as ligações monolíticas entre os elementos. No

tocante à sustentabilidade, segundo PEDROSO (2009), a fabricação do cimento, principal componente do concreto, além de consumir menos energia que a fabricação do alumínio e do aço, também emite menos gases e partículas poluentes ao meio ambiente. Somando-se às vantagens ecológicas, salienta-se que o concreto é um material que pode reciclar grande quantidade de rejeitos industriais.

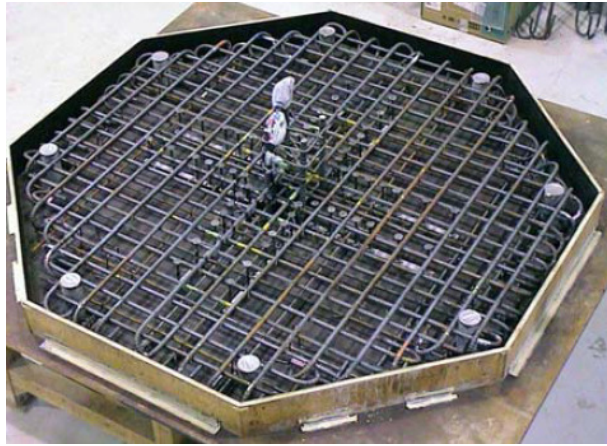
A aplicabilidade do concreto armado é ampla, conforme se confirma nas edificações residenciais, comerciais e industriais, nos arranha céus, nas torres, nas obras de saneamento, nas rodovias, nas pontes, nas usinas hidrelétricas e nucleares, nas plataformas de extração petrolífera, etc. No tocante às edificações, de acordo com a publicação da *PCA – Portland Cement Association* (2005), *Economical Concrete Floor System*, e com o trabalho de DELAHAY e CHRISTOPHER (2007), dentre os vários tipos de sistemas estruturais existentes, as lajes lisas e cogumelo são as mais econômicas quando se depara com vãos de 7.5 a 9.0 metros e com carga acidental de até 5 kN/m².

O sistema estrutural das lajes lisas caracteriza-se por apresentar uma laje de espessura uniforme apoiada diretamente sobre os pilares. Apesar das inúmeras vantagens, as quais serão discutidas posteriormente, este tipo de laje apresenta o infortúnio de romper subitamente por punção. O fenômeno da punção tem sido constantemente estudado teórica e experimentalmente, pois, além de ocasionar uma ruptura brusca na ligação *laje x pilar*, também pode desencadear a ruína total da estrutura por meio do colapso progressivo.

A resistência à punção das lajes lisas pode ser aprimorada por meio de vários artifícios, como: a utilização de concreto de alta resistência, CAR, a utilização de armadura de cisalhamento e a adição de fibras (aço, sintética, etc) ao concreto. No tocante ao CAR, é confirmado que a resistência à compressão superior deste material favorece a resistência à punção das lajes, porém, salienta-se que estudos como os de MAGHSOUDI e SHARIFI (2009) revelaram que o CAR, além de apresentar menor ductilidade que o concreto normal, também apresenta superfície de ruína mais lisa, diminuindo assim a contribuição do engrenamento dos agregados. As desvantagens citadas anteriormente devem ser avaliadas cuidadosamente, pois ambas podem contribuir para tornar a ruína por punção ainda mais frágil.

Estudos semelhantes aos de OLIVEIRA (2003), MORAES NETO (2007), CHOI *et al.* (2008) e FERREIRA (2010), mostraram que as armaduras de cisalhamento, além de contribuir efetivamente na resistência à punção das lajes, também conferem maior ductilidade à ligação *laje*

x pilar. Entretanto, salienta-se que tanto o tipo de armadura utilizada quanto sua distribuição destas ao redor do pilar, podem tornar problemático o serviço de instalação da armadura de cisalhamento, uma vez que a região *laje x pilar* já é densamente armada pelas armaduras de flexão (ver a Figura 1.2). Além das considerações apresentadas, também é importante garantir a ancoragem eficaz destas armaduras para que as mesmas exerçam eficientemente o seu papel.



a) Laje de BIRKLE (2004)



b) Laje de TRAUTWEIN (2006)



c) Laje de FERREIRA (2010)



d) Laje de ALBUQUERQUE (2010)

Figura 1.2- Lajes reforçadas com armaduras de cisalhamento

No que diz respeito às lajes lisas reforçadas com fibras, em especial as de aço, TAN e PARAMASIVAN (1994), PRISCO e FELICETTI (1997), NGUYEN-MINH *et al.* (2011) e outros pesquisadores mostraram que o concreto reforçado com fibras de aço, CRFA, quando dosado adequadamente, aprimora vários aspectos da ligação *laje x pilar*, como a capacidade resistente da laje, a ductilidade da ligação, o controle da fissuração e outros pontos que serão abordados nas seções seguintes deste trabalho. É importante salientar que a eficiência do reforço com fibras depende de uma boa técnica de confecção do CRFA, pois a homogeneidade das fibras na matriz de concreto é primordial neste tipo de material.

Além das vantagens citadas anteriormente, o concreto com fibras de aço também potencializa o desempenho das armaduras de flexão e de cisalhamento, o que sugere a possibilidade de suprimir parte destas armaduras. Por exemplo, as pesquisas de GUSTAFSSON e NOGHABAI (1997) e MADAN *et al.* (2007), confirmaram a viabilidade de substituir a armadura transversal das vigas, os estribos, por fibras de aço, em quantidades, V_f , aproximadamente igual a 75 kg/m^3 . Corroborando a idéia, os testes de flexão em vigas de LOPES (2005) mostraram que a adição de fibras de aço ao concreto, $V_f \approx 150 \text{ kg/m}^3$, tornou possível a redução de 50% da armadura de flexão destas peças. No que diz respeito às lajes, testes em protótipos de estruturas, tais como os realizados em *Bissen* em 2004 e *Tallinn* em 2007 (DESTRÉE *et al.*, 2009 e DESTRÉE e MANDL, 2008) e os apresentados em BARROS *et al.* (2012), ver a Figura 1.3, vem mostrando o futuro promissor de executar-se lajes onde o único mecanismo de reforço é a adição de fibras de aço à matriz de concreto, $90 < V_f < 100 \text{ kg/m}^3$. Nos referidos testes, barras de aço foram utilizadas apenas ao longo do alinhamento dos pilares como reforço ao colapso progressivo.



a) Teste em *Bissen* 2004 (escala real)
DESTRÉE *et al.* (2009)



b) Teste em *Tallinn* em 2007 (escala real)
DESTRÉE e MANDL (2008)



c) Protótipo na escala $\frac{1}{4}$
BARROS *et al.* (2012)

Figura 1.3- Testes realizados para avaliar o desempenho de lajes reforçadas apenas por fibras de aço

Ultrapassando a fronteira dos testes, DESTRÉE e MANDL (2008) e DESTRÉE *et al.* (2009) mostraram que os avanços conseguidos no campo da ciência dos materiais e das técnicas de construção já permitem a execução de estruturas onde as lajes são reforçadas praticamente apenas com fibras de aço, $V_f \approx 100 \text{ kg/m}^3$, ver a Figura 1.4. Segundo DESTRÉE *et al.* (2009), este novo sistema, denominado *TAB-Slab*, foi patentado pela *ArcelorMittal Bissen*. As lajes *TAB-*

Slab, além de serem reforçadas com fibras de aço, também apresentam barras de aço distribuídas ao longo do alinhamento dos pilares, as quais constituem o reforço ao colapso progressivo (ver as Figuras 1.4 a e b). Além das estruturas apresentadas na Figura 1.4, Destrée *et al.* comentam que 65 edificações já foram construídas com o sistema *TAB-Slab* até o ano de 2009.



a) Prédio *Rocca Tower* – 16 andares (Tallinn-Estônia)
DESTRÉE et al. (2009)



b) Centro comercial *Ditton Nams* (Daugavpils-Látvia)
DESTRÉE e MANDL (2008)



c) Prédio comercial *Triangle* (Tallinn-Estônia)
DESTRÉE e MANDL (2008)



d) Prédio residencial *Juhkentali* (Tallinn-Estônia)
DESTRÉE e MANDL (2008)

Figura 1.4- Sistema *TAB-Slab*

Apesar das vantagens promissoras, para que as lajes de CRFA possam competir com os métodos convencionais de reforço é necessário que os modelos teóricos que descrevem o complexo comportamento da ligação *laje x pilar* reforçada com fibras acompanhem a evolução das técnicas construtivas. No entanto, até o presente momento, ainda não existem regras de projeto que considerem a contribuição das fibras de aço na resistência última à punção de lajes lisas.

1.1- OBJETIVOS E METODOLOGIA

O presente estudo tem como objetivo avaliar o comportamento da ligação *laje x pilar* de lajes reforçadas com fibras de aço, localizada internamente à edificação e submetida a carregamento simétrico. Esta pesquisa apresenta a realização de testes experimentais e análises que discutem a performance de alguns códigos de projeto e de modelos teóricos em prescrever a resistência última à punção de lajes reforçadas com fibras de aço. Por fim, o presente estudo tem como objetivo adaptar as formulações de MUTTONI (2008) aos casos de lajes lisas reforçadas com fibras de aço. Para isto, será discutida a relação *carga x rotação* e o *critério de ruína* das lajes reforçadas com fibras. Além disto, também será apresentada uma proposta, a qual se baseia nos estudos de MUTTONI e RUIZ (2010) e adota a lei constitutiva *tensão x abertura de fissura* sugerida pelo CEB-FIP (2010) para estabelecer a parcela de contribuição da fibra de aço na resistência à punção.

A relação *tensão x abertura de fissura* sugerida pelo CEB-FIP (2010) é sustentada no conceito de resistências residuais à tração por flexão, f_{Ri} , as quais são obtidas das respostas *carga x deslocamento* ou *carga x CMOD* (*Crack Mouth Opening Displacement*) de ensaios de flexão de vigas entalhadas em três pontos. Entretanto, o referido documento não apresenta informações que correlacionem os valores de f_{Ri} a parâmetros ligados ao reforço com fibras, tais como, o volume de fibras, V_f , e o fator de forma, l_f/d_f . Desta maneira, estas recomendações tornam-se pouco práticas, uma vez que f_{Ri} dependem de ensaios experimentais. Visando atribuir mais praticidade à obtenção de f_{Ri} , o presente estudo objetiva apresentar uma base de dados consistente, a qual permitirá o desenvolvimento e a avaliação de formulações empíricas que correlacionem os valores de f_{Ri} com o parâmetro $V_f(l_f/d_f)$ para concretos com comportamento *softening*.

No tocante ao estudo experimental, foram realizados 8 testes de punção até a ruína, sendo 2 lajes de referência e 6 de concreto reforçado com fibras de aço, CRFA. A dimensão das peças foi de 2550 x 2550 x 150 mm³ e a ligação *laje x pilar* foi simulada por uma placa de aço de 200 x 200 x 50 mm³ em contato com a laje. As variáveis avaliadas foram: (a) a resistência à compressão do concreto, f_{cm} , 50 e 70 MPa; e (b) a quantidade de fibra adicionada à massa de concreto, V_f , 0, 60, 75 e 90 kg/m³. No que diz respeito às lajes de CRFA, uma das particularidades destas peças foi a utilização de armaduras de flexão apenas em uma região próxima à área carregada. Entretanto, nas questões de cálculo, as taxas de armadura, ρ_s , destas lajes foram as mesmas apresentadas pelas lajes de referência (armada em toda a sua extensão), visto que recomendações como as do

EC2 (2004), CEB-FIP 90 (1991) e NBR 6118 (2003) sugerem que o valor de ρ_s seja estabelecido sobre uma largura $0.5 \cdot r + 3 \cdot d$, medida a partir do eixo do pilar e para cada lado da laje.

Nas análises dos códigos de projeto, avaliaram-se neste trabalho as prescrições do ACI 318 (2008), do CEB-FIP (1991), do EC2 (2004), da NBR 6118 (2003) e do CEB-FIP (2010). No que se refere aos modelos teóricos, foram discutidas sete propostas analíticas, NARAYANAN e DARWISH (1987), SHAABAN e GESUND (1994), HARAJLI *et al.* (1995), HOLANDA (2002), CHOI *et al.* (2007), MUTTONI e RUIZ (2010) e HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

1.2- ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta tese está dividida em 16 *Capítulos* mais as *Referências Bibliográficas* e os *Anexos*. No *Capítulo 2* apresentam-se as considerações gerais sobre o sistema estrutural das lajes em concreto armado, o desenvolvimento histórico das lajes lisas, o mecanismo de ruína das mesmas e os conceitos básicos adotados no cálculo da resistência à punção.

No *Capítulo 3* são apresentadas as particularidades do concreto reforçado com fibras de aço, CRFA. Neste capítulo abordam-se as fibras de aço utilizadas no reforço do concreto, as considerações básicas sobre a confecção deste tipo de material e algumas propriedades do CRFA.

O *Capítulo 4* apresenta alguns trabalhos experimentais que avaliam a influência do CRFA no comportamento da ligação *laje x pilar* das lajes lisas. Neste capítulo também são apresentados estudos que discutem o desempenho à flexão e ao corte de vigas de CRFA. O *Capítulo 4*, além de descrever os trabalhos, também aborda as principais conclusões dos mesmos.

O *Capítulo 5* discute as recomendações do ACI 318 (2008), do CEB-FIP (1991), do EC2 (2004), da NBR 6118 (2003) e do CEB-FIP (2010) relativamente à prescrição da resistência à punção de lajes submetidas a carregamento simétrico e sem a utilização de armadura de cisalhamento.

No *Capítulo 6* são apresentadas as propostas de alguns modelos teóricos para o cálculo da resistência última à punção de lajes convencionais, ou seja, contendo apenas armaduras de flexão, e de lajes de CRFA. No que diz respeito aos modelos de cálculo das lajes de CRFA, discute-se neste capítulo as propostas de NARAYANAN e DARWISH (1987), SHAABAN e

GESUND (1994), HARAJLI *et al.* (1995), HOLANDA (2002), CHOI *et al.* (2007), MUTTONI e RUIZ (2010) e HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

O *Capítulo 7* aborda os procedimentos e as hipóteses adotados pelo RILEM 162-TDF (2003) e pelo CEB-FIP (2010) para o cálculo do momento resistente de peças reforçadas com fibras de aço. Nestas apresentações, são abordadas somente as ideias base e os parâmetros envolvidos em cada formulação.

O programa experimental desta pesquisa é tratado no *Capítulo 8*. Este capítulo descreve as características geométricas das lajes, o esquema de reforço utilizado, a instrumentação adotada, o sistema de ensaio empregado e as propriedades mecânicas dos materiais que compuseram as lajes.

No *Capítulo 9* são apresentados e discutidos os resultados obtidos nos ensaios de punção das 8 lajes abordadas no programa experimental. Além de apresentar as informações obtidas com a instrumentação das lajes e do sistema de ensaio (deslocamentos e deformações), é tratado também o mapa das fissuras, a superfície de ruína, a prescrição da carga última e o modo de ruína das lajes.

As análises que avaliam a performance das prescrições da resistência à punção dos códigos de projeto e dos modelos teóricos destinados às lajes de CRFA são apresentadas, respectivamente, nos *Capítulos 10 e 11*. As referidas análises, além de avaliarem a dispersão e o nível de conservadorismo dos resultados, também os classificam segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*.

No *Capítulo 12* apresenta-se uma proposta empírica para os concretos com comportamento *softening* que relaciona as resistências residuais à tração por flexão, f_{Ri} ($i=1, 3$ e 4), com o parâmetro $V_f(l_f/d_f)$. Segundo o RILEM TC 162-TDF (2003) e o CEB-FIP (2010), as resistências f_{Ri} são utilizadas, entre vários aspectos, no dimensionamento à flexão e ao cisalhamento de peças de CRFA e devem ser obtidas dos ensaios de flexão de vigas entalhadas em três pontos. Os referidos documentos, entretanto, não apresentam informações que correlacione f_{Ri} à parâmetros ligados ao reforço com fibras, tais como, o volume de fibras, V_f , e o fator de forma, l_f/d_f , o que justifica a proposta empírica citada previamente.

No *Capítulo 13* apresenta-se e avalia-se a proposta empírica que descreve o critério de ruína das lajes lisas reforçadas com fibras de aço. Posteriormente, o referido critério será utilizado no cálculo da resistência à punção de lajes reforçadas com fibras.

O *Capítulo 14* discute a proposta que tenciona adaptar as formulações de MUTTONI (2008) aos casos de lajes lisas reforçadas com fibras de aço. Para isto, é discutida a relação *carga x rotação*, a qual combinada ao critério de ruína apresentado no *Capítulo 13* permitirá o cálculo da resistência última à punção de lajes reforçadas com fibras. Além disto, também é apresentada uma proposta, a qual se baseia nos estudos de MUTTONI e RUIZ (2010) e adota a lei constitutiva *tensão x abertura de fissura* sugerida pelo CEB-FIP (2010), para estabelecer a parcela de contribuição da fibra de aço na resistência à punção.

No *Capítulo 15* são discutidas as análises que julgam o desempenho das propostas apresentadas nos *Capítulos 13 e 14* em prever a resistência à punção das lajes de CRFA. As referidas análises, além de avaliarem a dispersão e o nível de conservadorismo dos resultados, também os classificam segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*.

Por fim, no *Capítulo 16* são apresentadas as conclusões do trabalho e algumas sugestões para pesquisas futuras. Na sequência são apresentadas as *Referências Bibliográficas* e os *Anexos*. Nos anexos são apresentadas as particularidades do cálculo do momento resistente (*Anexo A*), o projeto das fôrmas metálicas (*Anexo B*) e do sistema de ensaio (*Anexo C*), os resultados referentes à caracterização do concreto e da armadura (*Anexo D*), a base de dados utilizada nas análises de prescrição da resistência à punção (*Anexo E*), a base de dados utilizada na proposta apresentada no *Capítulo 12* (*Anexo F*), a dedução das equações tratadas no *Capítulo 14* (*Anexo G*) e os resultados das propostas apresentadas nos *Capítulos 13 e 14* (*Anexo H*).

2- LAJES LISAS EM CONCRETO ARMADO

2.1- SISTEMA ESTRUTURAL DAS LAJES EM CONCRETO ARMADO

De acordo com SOUZA e CUNHA (1998), as lajes em concreto armado podem ser classificadas segundo diferentes critérios: quanto à forma, elas podem ser poligonais ou curvas, podendo, entretanto, assumir qualquer geometria. Quanto à natureza, existem as lajes maciças, as nervuradas, as pré-fabricadas, as protendidas e as mistas. Quanto ao tipo de apoio, encontram-se lajes sobre apoios contínuos (alvenaria ou vigas), apoios discretos (ligadas diretamente nos pilares) e apoios proporcionados por determinado trecho de sua área (por exemplo, em contato com o solo, os *radiers*).

Segundo PARK e GAMBLE (2000), as lajes em concreto armado vêm sofrendo alterações e adaptações desde a sua origem. Dentre os fatores que influenciam, e que provavelmente continuarão influenciando, o processo de construção das lajes, o referido autor destaca: os fatores econômicos, o desenvolvimento dos métodos de construção, a capacidade de adaptação de alguns tipos de lajes em cumprir as exigências arquitetônicas modernas e os avanços dos métodos de análise. Para WIGHT e MACGREGOR (2009), as lajes em concreto armado são, dentre os vários elementos estruturais, uma forma de construção única, pois são eficientes, econômicas e amplamente utilizadas.

PARK e GAMBLE (2000) salientam que a escolha do tipo de laje para uma determinada aplicação estrutural é função da análise do custo, da magnitude das cargas, dos valores dos vãos e das exigências impostas nos estados limites de serviço e último. De acordo com PERKINS *et al.* (2004), a seleção do sistema estrutural mais apropriado é resultado da avaliação: (1) das condições do solo; (2) do tipo de estrutura (residencial, comercial, industrial, etc); (3) das normas de projeto que tem maior impacto sobre a construção da estrutura (regulamentação do carregamento, regulamentações específicas para determinados tipos de estruturas, etc); (4) da flexibilidade da estrutura em adaptar-se à futuras ampliações e reformas; (5) do impacto da altura final da estrutura (se há a necessidade de minimizar a altura do pé direito ou a altura final da estrutura); (6) da disponibilidade de materiais e do tempo da construção; (7) se o local da construção é compatível com a escolha do sistema estrutural (algumas regiões não são capazes de fornecer os subsídios necessários para a aplicação de determinado sistema estrutural); (8) da compatibilização entre o sistema estrutural adotado e o prazo para construção da estrutura; (9) do custo do sistema estrutural; (10) do impacto sobre o custo de outras atividades da construção; e

(11) da compatibilização entre o sistema estrutural e o design arquitetônico da estrutura (funções estéticas, etc).

WIGHT e MACGREGOR (2009) sugerem que nas estruturas residenciais e em algumas estruturas comerciais, onde a carga suportada pelas lajes não é elevada, a utilização das lajes lisas, ver a Figura 2.1 (a), pode ser adotada. O sistema estrutural das lajes lisas caracteriza-se por apresentar uma laje de espessura uniforme apoiada diretamente sobre os pilares. Estas lajes são mais econômicas para vãos entre 4.5 e 6.0 m. Nas estruturas do tipo industrial, ou onde a sobrecarga nas lajes é elevada (superior a 4.8 kN/m^2) e os vãos variam entre 6.0 e 9.0 m, as lajes cogumelo, ver a Figura 2.1 (b) e (c), podem ser utilizadas. Neste tipo de estrutura, a capacidade portante da ligação *laje x pilar* é aprimorada mediante o engrossamento da espessura da laje, *drop panel*, ou pelo alargamento da cabeça do pilar (capitel), *column capital*. Wight e Macgregor acrescentam que nas estruturas de vãos grandes, entre 7.5 e 12.0 m, a transferência dos esforços cortantes verticais na ligação *laje x pilar* exige uma espessura de laje superior ao valor estabelecido pela resistência à flexão (região central da laje). Para estes casos, a utilização de lajes nervuradas, ver a Figura 2.1 (d), pode ser uma alternativa viável, visto que a porção maciça da laje existente na região do apoio e a porção nervurada verificada na região central garantem a utilização eficiente do material. Além dos sistemas estruturais apresentados, as lajes também podem apresentar vigas entre alguns, ou todos, os pilares, caracterizando assim o sistema estrutural com vigas, ver a Figura 2.1 (e). Segundo FERREIRA (2010), no Brasil, os sistemas de lajes com vigas (maciças ou nervuradas) são os mais utilizados devido às limitações impostas pela mão de obra.

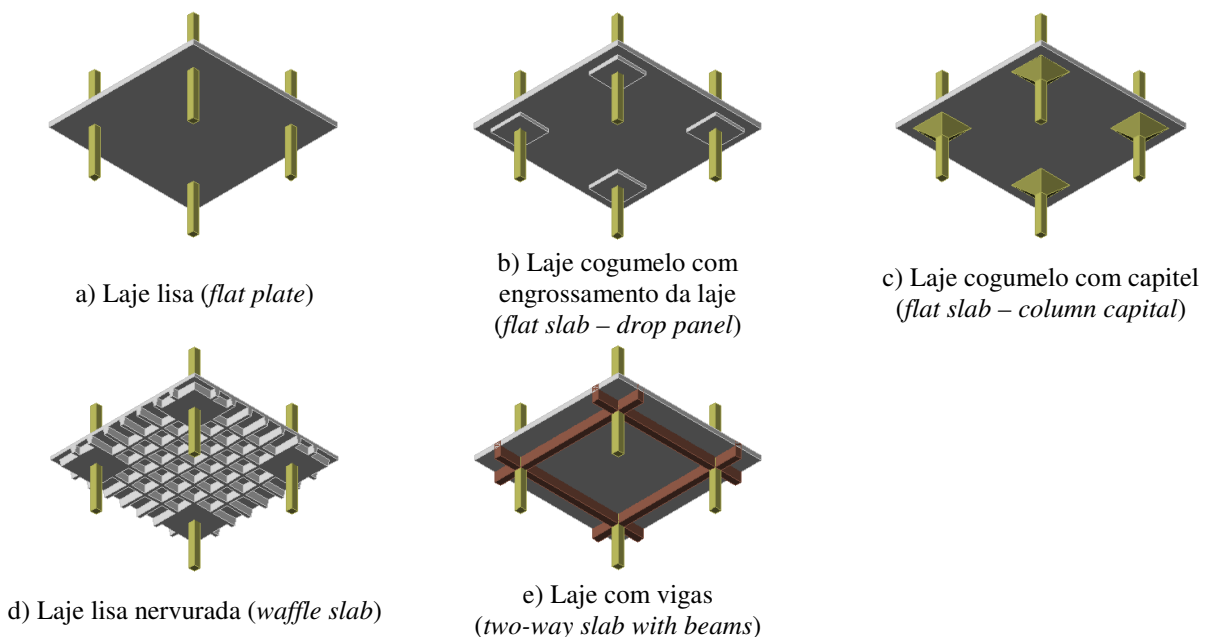


Figura 2.1- Exemplos de sistemas estruturais para as lajes em concreto armado

As principais vantagens das lajes lisas, quando comparadas às lajes com vigas, são: (1) a economia de concreto; (2) a redução na quantidade de fôrmas; (3) a simplificação na execução de fôrmas, armaduras e concretagem; (4) a maior facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto; (5) a facilidade na execução de alvenarias, divisórias e tubulações; (6) a redução da altura total da estrutura; e (7) menores cargas nas fundações devido à diminuição do peso próprio da estrutura. Todos estes fatores contribuem para acelerar a execução da construção, o que influencia sobremaneira no custo da estrutura. Dentre as desvantagens do sistema de lajes lisas, pode-se citar: (1) a possibilidade de ocorrência de flechas inaceitáveis em condições de serviço; (2) momentos elevados na ligação *laje x pilar*; (3) a diminuição da estabilidade global da edificação em relação aos esforços horizontais; e (4) a ruptura súbita por punção.

2.2- DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO

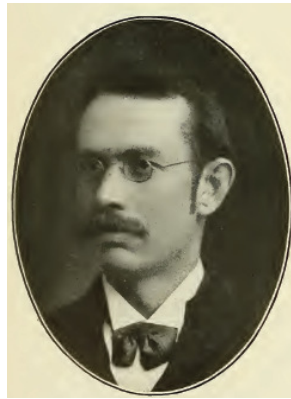
De acordo com SOZEN e SIESS (1963), as primeiras estruturas em concreto armado foram idealizadas nas construções que as precederam, as estruturas em pedra, madeira, etc. A exceção foi a concepção estrutural das lajes cogumelo, *flat slabs*, a qual, segundo KIERDORF (2006), é considerada a primeira construção genuína em concreto armado, uma vez que as mesmas não seguem os conceitos estruturais utilizados nas edificações convencionais da época. GASPARINI (2002) comenta que o sistema estrutural em laje cogumelo, embora represente um avanço na tecnologia das construções, apresenta incertezas quanto ao seu desenvolvimento histórico devido a relatos conflitantes. Por exemplo, DRAFFIN (1943) relata que a construção em lajes cogumelo foi desenvolvida por Orlando W. Norcross (ver a Figura 2.2 a) na construção de uma estrutura próxima de Boston. SOZEN e SEISS (1963) apresentam que C.A.P. Turner (ver a Figura 2.2 b) encontrou resistência à sua invenção, as lajes cogumelo, em 1906. GIEDION (1970), além de descrever que os experimentos de Maillart (ver a Figura 2.2 c) com lajes cogumelo datam de 1908, também exhibe o armazém construído pelo mesmo, em Zurique, como a primeira laje cogumelo da Europa. Giedion acrescenta às suas afirmações que Maillart já utilizava as lajes como elementos básicos em pontes desde 1900.

De acordo com GASPARINI (2002), a concepção de apoiar uma laje de concreto sobre um pilar, também de concreto, foi apresentada por George M. Hill em HILL (1900). A autoria de Hill na construção de uma laje lisa é confirmada em depoimentos do mesmo para assuntos de patente, onde foi ratificada a construção de uma edificação em laje lisa para a *International Ultramarine*

Blue Works em 1899. Além desta, citam-se também as construções de varias edificações para a *Central Railroad* de N.Y. em 1901.



a) Orlando W. Norcross ⁽¹⁾



b) C.A.P. Turner ⁽²⁾



c) Robert Maillart ⁽³⁾

Figura 2.2- Alguns engenheiros envolvidos no desenvolvimento histórico das lajes cogumelo

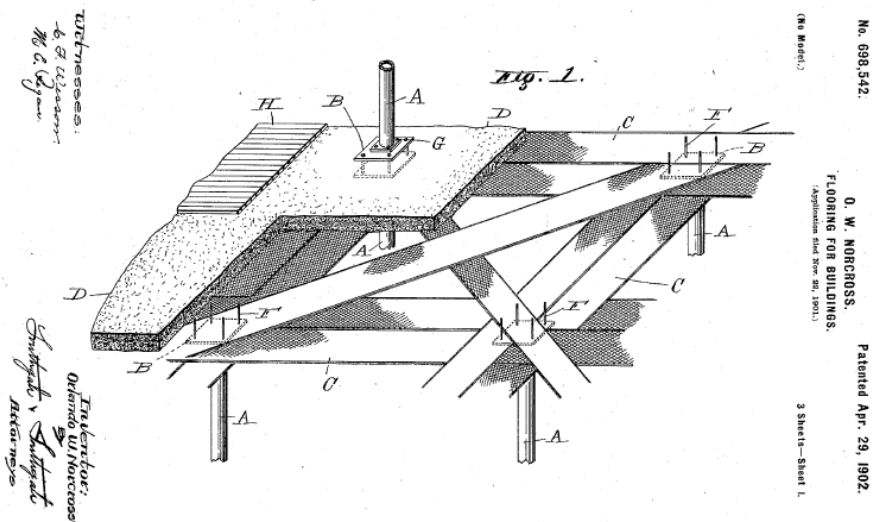
Fonte:

⁽¹⁾- JACKSON (2008)

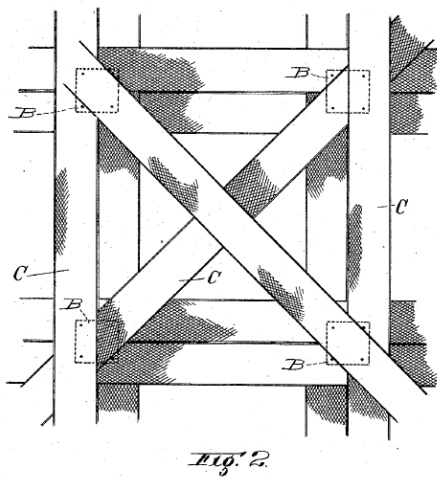
⁽²⁾- Men of Minnesota, The Minnesota Historical Company (1902)

⁽³⁾- BILLINGTON (1979)

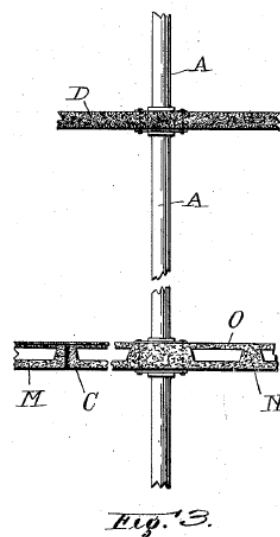
Orlando W. Norcross, em 1902, patenteou (U.S. Patent Office nº 698,542) o sistema estrutural em laje cogumelo mostrado na Figura 2.3, onde a laje é apoiada diretamente, mas não monoliticamente a pilares de metal. A figura mostra que o reforço da laje é constituído por telas de arame dispostas em tiras em quatro direções, porém, nada é mencionado quanto à posição das mesmas ao longo da espessura da laje. Segundo GASPARINI (2002), até que ponto o sistema de Norcross foi usado é desconhecido, porém, em relatos judiciais por questões de patente, foi aceito que o referido sistema foi utilizado na construção de um pórtico em uma residência e na construção de um simples aposento residencial. Para HOLL e KINNE (1924), nenhuma edificação foi construída usando o sistema proposto por Norcross.



a) Detalhe 01



b) Detalhe 02



c) Detalhe 03

Figura 2.3- Sistema estrutural proposto por Norcross – U.S. Patent Office no 698,542 (1902)

GASPARINI (2002) relata que C.A.P. Turner divulgou o seu sistema em laje cogumelo em uma carta em 19 de setembro de 1905 e posteriormente publicou-a na *Engineering News*, em outubro do mesmo ano. O sistema Turner também foi publicado na *ASCE Transactions* em 1906 e nos livros de Homer Reid em 1907 e Turneure e Maurer em 1908. As principais características do sistema Turner são as armaduras dispostas em quatro direções e um substancial reforço ao cisalhamento, *shear head*, o qual apresentava diâmetro aproximadamente igual à metade do vão da laje, ver a Figura 2.4 (a). A primeira construção de Turner em laje cogumelo, *Johnson-Bovey* em Minneapolis, ver a Figura 2.4 (b), foi relatada na *Engineering News* em outubro de 1906. A aplicabilidade do sistema Turner é verificada em relatos do próprio. Em 1909, na *Engineering News*, Turner informa que o seu sistema estrutural está associado à mais de 400 acres de construção. Em 1910, na *Cement Age*, Turner comenta que a quantidade de edificações que utilizam o seu sistema aproxima-se dos 1000 acres. Por curiosidade, salienta-se que o termo

cogumelo, *mushroom*, foi criado por Turner para se referir ao reforço *shear head* e não ao capitel do pilar.



a) Detalhes das armaduras das lajes Turner
(Possivelmente o prédio *Johnson-Bovey*)



b) Interior do prédio *Johnson-Bovey* (1906)

Figura 2.4- Sistema em laje cogumelo proposto por C.A.P Turner – *The Atlas Portland Cement Company* (1907)

Em resistência ao *sistema Turner*, CONDIT (1968) e GIEDION (1970) sugerem que o engenheiro americano não compreendia plenamente o papel estrutural da laje cogumelo, visto que a prática americana adotava a utilização de reforços com barras cruzando diagonalmente à laje e um reforço ao cisalhamento, *shear head*, com geometria exagerada.

Para GASPARINI (2002), o primeiro engenheiro a projetar e construir lajes cogumelo foi George M. Hill, entre 1899 e 1901. As afirmações de FÜRST e MARTI (1997) e BILLINGTON (1997), de que o sistema em laje cogumelo foi inventado em 1900 pelo engenheiro Suíço Robert Maillart, são prováveis enganos no que diz respeito ao significado do termo laje cogumelo. Gasparini acrescenta declarando que o sistema de C.A.P. Turner comprovou a confiabilidade e a eficácia dos custos do sistema em lajes cogumelo na aplicação em edificações e pontes no período de 1905 a 1909. Apresentações mais detalhadas sobre o desenvolvimento histórico das lajes cogumelo podem ser encontradas em SOZEN e SEISS (1963), GASPARINI (2002) e FERREIRA (2010).

2.3- MECANISMO DE RUÍNA

De acordo com MENÉTREY (1998), as lajes lisas podem romper de três formas: (1) por flexão, a qual é ocasionada pela formação do mecanismo das linhas de ruptura; (2) por punção, que ocorre quando o pilar perfura a laje e há o deslocamento de uma superfície cônica na ligação *laje x pilar*; e (3) por aderência, que é caracterizada pelo deslizamento entre a armadura de flexão e o

concreto (este tipo de ruína é pouco comum, porém, segundo Menétrey, foi verificado em Richart, 1948). WIGHT e MACGREGOR (2009) explicam que as lajes lisas, além de romperem por punção, ou em duas direções (ver a Figura 2.5 a), também podem romper em uma direção, ou por ação de viga. Este tipo de ruína é pouco comum, depende das condições de apoio e de solicitação e caracteriza-se por apresentar uma fissura inclinada que se desenvolve por todo o comprimento da peça, ver a Figura 2.5 (b).

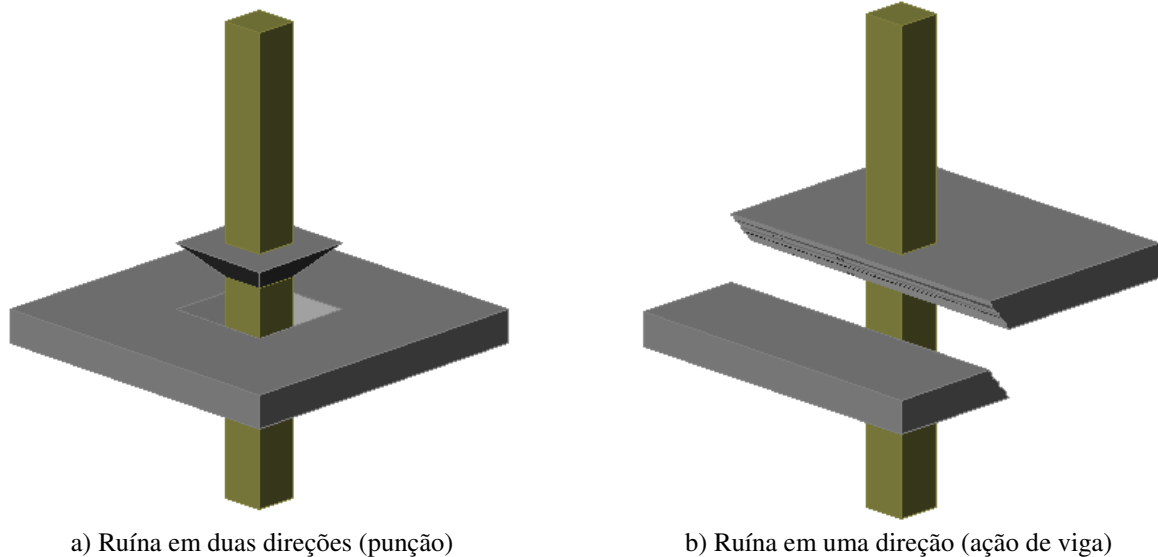


Figura 2.5- Mecanismos de ruína das lajes por cisalhamento – Adaptado de WIGHT e MACGREGOR (2009)

O fenômeno da punção tem sido constantemente estudado teórica e experimentalmente, pois, além de ocasionar uma ruptura brusca na ligação *laje x pilar*, também pode desencadear a ruína total da estrutura por meio do colapso progressivo. CASTELO BRANCO (1989), MELO (1990), OLIVEIRA (1998) e outros autores citam o *Prest-o-Lite Building* (1911), em Indianápolis, como sendo a primeira catástrofe por punção, a qual resultou em 9 mortos e 20 feridos. Além deste incidente, as Tabelas de 2.1 a 2.3 mostram outros desastres envolvendo a ruína da ligação *laje x pilar* por punção.

Tabela 2.1- Acidentes envolvendo a ruína da ligação *laje x pilar* por punção



	<i>2000 Commonwealth Avenue, Boston</i>	<i>Skyline Plaza, Virginia</i>
Edificação		
Ano	1971	1973
Causa	Puncionamento da laje de cobertura seguido do colapso progressivo do lado leste da edificação.	Punção em um ou mais pilares do 23º andar, devido à remoção prematura das fôrmas das lajes (baixa resistência do concreto), seguido do colapso progressivo.
Consequência	4 trabalhadores mortos e 20 feridos.	14 trabalhadores mortos e 34 feridos.
Fontes	Foto: Simpson Gumpertz & Heger Incorporated, 2008 (http://www.sgh.com/markets/track-record/2000-commonwealth-ave/); Causa: KAMINETZKY (1991); Consequência: KAMINETZKY (1991).	Foto: DELATTE (2009); Causa: LEYENDECKER E FATTAL (1997); Consequência: CARINO et al. (1983).

Tabela 2.2- Acidentes envolvendo a ruína da ligação *laje x pilar* por punção



	<i>Harbour Cay Condominium, Florida</i>	<i>Sampoong Department Store, Seul, Coreia do Sul</i>
Edificação		
Ano	1981	1995
Causa	Punção seguido do colapso progressivo da estrutura.	Ruptura da ligação <i>laje x pilar</i> por punção, devido: à erros no projeto estrutural e de execução, ao controle de qualidade da construção inadequado, à redução na seção transversal dos pilares do 5º andar e da cobertura, à redução na altura útil da laje, à acréscimo na carga do piso do 5º andar.
Consequência	11 trabalhadores mortos e 23 feridos.	Mais de 500 pessoas mortas e mais 900 feridas.
Fontes	Foto: DELATTE (2009); Causa: DELATTE (2009); Consequência: DELATTE (2009).	Foto: Apresentação de Oshiro-Momohara et al.; Causa: GARDNER et al. (2002); Consequência: Apresentação de Oshiro-Momohara et al..

Tabela 2.3- Acidentes envolvendo a ruína da ligação *laje x pilar* por punção

	<i>Piper Rows Car Park, Wolverhampton, Inglaterra</i>	<i>Gretzenbach accident, Suíça</i>
Edificação		
Ano	1997	2004
Causa	Punção seguido do colapso progressivo parcial da estrutura.	Incêndio que causou a ruína da ligação <i>laje x pilar</i> por punção.
Consequência	Sem vítimas.	7 bombeiros mortos.
Fontes	Foto: WOOD (2001); Causa: WOOD (2001); Consequência: WOOD (2001).	Foto: MUTTONI e MIRZAEI (2005); Causa: MIRZAEI (2010); Consequência: MIRZAEI (2010).

A resistência à punção das lajes lisas pode ser aprimorada considerando-se: (1) o aumento da espessura da laje em regiões próximas aos pilares ou áreas carregadas (*drop panel*); (2) o aumento das dimensões dos pilares ou utilização de capitéis; (3) a utilização de concreto de alta resistência nas regiões próximas aos pilares ou áreas carregadas; (4) o uso da protensão; (5) a utilização de armadura de combate à punção; e (6) a adição de fibras (aço, sintética, etc) ao concreto. No que diz respeito à utilização de fibras de aço, no *Capítulo 4* serão apresentados alguns trabalhos experimentais que explicam o comportamento, as vantagens/desvantagens e as principais propriedades das ligações *laje x pilar* (internas à edificação) reforçadas com fibras de aço.

2.4- CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

A NBR 6118 (2003), assim como o EC2 (2004), recomendam que a análise estrutural das lajes lisas deva ser realizada mediante procedimento numérico adequado, tais como: diferenças finitas, elementos finitos, etc. Entretanto, nos casos em que os pilares estiverem dispostos em fileiras ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, a NBR 6118 estabelece que o cálculo dos esforços possa ser realizado pelo processo elástico aproximado, que consiste em adotar pórticos múltiplos em cada direção.

De uma forma geral, os códigos de projeto vigentes, tais como: ACI 318, BS 8110, EC2, CEB-FIP 90, NBR 6118 e outros, adotam o conceito de que a resistência última à punção, $V_{R,d}$, possa

ser estabelecida somando-se as parcelas de resistência atribuídas ao concreto, $V_{R,cd}$, e às armaduras de cisalhamento, $V_{R,sd}$, ou seja, $V_{R,d} = V_{R,cd} + V_{R,sd}$. No que diz respeito às lajes sem armadura de cisalhamento, $V_{R,d} = V_{R,cd}$, o procedimento de cálculo utilizado no dimensionamento à punção corresponde à verificação de uma tensão de cisalhamento nominal, $v_{N,d}$, em duas ou mais seções críticas definidas no entorno do pilar. A segurança do cálculo é estabelecida comparando-se as tensões de cisalhamento nominal, $v_{N,d}$, e resistente, $v_{R,d}$, ou seja, $v_{R,d} \geq v_{N,d}$.

No tocante às lajes lisas reforçadas com fibras de aço, o cálculo da parcela de resistência atribuída às fibras, $V_{R,fd}$, não é, até o presente momento, previsto em nenhuma código de projeto em vigor. Entretanto, vários estudos teóricos vêm sendo realizados, NARAYANAN e DARWISH (1987), HARAJLI *et al.* (1995), MUTTONI e RUIZ (2010) e MICHELS *et al.* (2012), com o intuito de propor um modelo teórico simples que estabeleça o valor da resistência última à punção das lajes reforçadas com fibras de aço. Nos capítulos futuros serão apresentadas as considerações básicas de alguns códigos de projeto e de alguns modelos teóricos destinados ao cálculo da resistência à punção de lajes reforçadas com fibras de aço.

3- COMPÓSITOS ESTRUTURAIS: CONCRETO COM FIBRAS

De acordo com LEVY NETO e PARDINI (2006), a característica básica dos compósitos estruturais é combinar a nível macroscópico pelo menos duas fases distintas denominadas de matriz e reforço. Nestes materiais, a matriz, normalmente apresentada na forma de aglutinante, permite que os reforços, os quais frequentemente são oferecidos na forma filamentar, transfiram os esforços mecânicos entre si, trabalhando assim, ambos os materiais de forma integrada. Segundo HULL e CLYNE (1996), a origem desta classe de material remonta a incontáveis milhares de anos, uma vez que as madeiras, os ossos e os tecidos musculares são exemplos notáveis dos chamados compósitos naturais.

De acordo com FIGUEIREDO (2000) e MEHTA e MONTEIRO (2006), a utilização de materiais compósitos na construção civil remete ao Antigo Egito. Os referidos autores destacaram as seguintes citações das *Escrituras Sagradas*:

“Portanto deu ordem Faraó, naquele mesmo dia, aos exatores do povo, e aos seus oficiais, dizendo: Daqui em diante não torneis a dar palha ao povo, para fazer tijolos, como fizestes antes: vão eles mesmos, e colham palha para si.” (Êx 5, 6s).

No que diz respeito às fibras utilizadas na construção civil, NAAMAN (2003) comenta que as fibras discretas usadas no concreto podem ser classificadas de diferentes modos, quanto ao material constituinte (metálicas, minerais, naturais e sintéticas), quanto às propriedades físico-químicas (densidade, rugosidade da superfície, estabilidade química, etc) e quanto às propriedades mecânicas (resistência à tração, módulo de elasticidade, rigidez, ductilidade, etc).

No tocante às fibras de aço, segundo o ACI 544.1R-96 (1996), os primeiros ensaios experimentais e patentes envolvendo o uso de elementos discretos de aço na melhoria das propriedades do concreto datam de 1910. Entretanto, segundo LOPES (2005), LOBÃO (2005), OLIVEIRA (2010) e outros, os materiais compósitos a base de cimento apresentaram um desenvolvimento tecnológico notório nos anos 50 e 60. Neste período promoveram-se as principais investigações quanto à utilização das fibras de aço como reforço estrutural para o concreto.

De acordo com BARROS (1995), as propriedades do concreto mais beneficiadas pelos mecanismos de reforço das fibras são a capacidade de absorção de energia, a ductilidade, o controle da fissuração e a resistência às ações dinâmicas, de fadiga e de impacto. Quanto à

aplicação do concreto reforçado com fibras de aço, BARROS (1995) e RODRIGUES JÚNIOR (2009) exemplificam a utilização destes concretos nos pisos industriais, nos pavimentos de estradas e aeroportos, nos revestimento de túneis, nos blocos de ancoragem de cabos de protensão ou em outras regiões com concentração de tensões, nos tubos de águas pluviais e esgotos, nas cascas, nos elementos de contenção, nos elementos sujeitos à sismos e/ou à impactos, nos dormentes, nos pré-fabricados em geral, nos reforços de elementos estruturais, etc. De acordo com SANTOS (2009), em 1970 foi construído o primeiro prédio com concreto reforçado com fibras de aço, o *CN Tower* em Toronto-Canada.

A eficácia das fibras em melhorar as propriedades mecânicas da matriz de concreto pode ser atribuída principalmente aos mecanismos responsáveis pela transferência de tensões entre a fibra e o concreto e pelo ao efeito de “*costura*” das fissuras pelas fibras. Os aspectos mencionados anteriormente (a transferência de tensões e o efeito de “*costura*”), assim como outras propriedades do concreto com fibras serão discutidos nas seções seguintes.

3.1- CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO - CRFA

3.1.1- Considerações gerais

De acordo com o ACI 544.1R-96 (1996), define-se concreto reforçado com fibras de aço, CRFA, o concreto feito com cimento hidráulico contendo agregados finos, ou agregados finos e graúdos, e fibras discretas e descontínuas de aço, as quais apresentam tamanho apropriado para serem introduzidas ao concreto. As fibras de aço utilizadas como reforço apresentam uma ampla variação de formatos, dimensões e tipos de aço, conforme será apresentado nas seções seguintes.

Segundo BARROS (2000), o CRFA apresenta vantagens econômicas e técnicas sobre o reforço convencional com barras de aço. As vantagens econômicas advêm da supressão da mão de obra necessária à confecção e montagem das armaduras convencionais e no menor tempo de execução da estrutura. Quanto às vantagens técnicas, Barros salienta que as fibras conferem ao concreto: capacidade de absorção de energia, ductilidade, melhorias no controle da fissuração e benefícios à resistência às ações dinâmicas, de fadiga e de impacto.

Apesar das vantagens conferidas pelas fibras, atenção especial deve ser dada ao processo de preparo do CRFA para que seja evitada a aglomeração das fibras (formação dos “*ouriços*”), o que comprometerá a trabalhabilidade da mistura, a durabilidade e o desempenho mecânico do concreto. De acordo com BARROS (1995), BARROS (2000) e MARANGON (2006), a

aglomeração das fibras está relacionada à porcentagem e ao fator de forma das fibras, à porcentagem e ao tamanho dos agregados, à composição granulométrica da mistura, à relação água/cimento e ao método de preparo da mistura. O fator de forma, ou esbeltez, da fibra representa a razão entre o comprimento e o diâmetro da mesma, l/d_f . Para FIGUEIREDO (2000) e ELSAIGH (2001), quanto maior o valor do fator de forma e da porcentagem de fibras, maior será a tendência para a aglomeração das mesmas. Por isso se recomenda lançar as fibras em taxas controladas junto com os agregados, homogeneizando a mistura antes do lançamento do cimento.

Além das desvantagens apresentadas anteriormente, SHAKHMENKO *et al.* (2007) acrescenta: (1) a alta heterogeneidade do CRFA, ou seja, para concretos com quantidades de fibras superiores a 20 ou 30 kg/m³ é inviável a confecção do mesmo sem a utilização de aditivos químicos; (2) dependendo da quantidade de fibra utilizada, o preço do CRFA pode ser superior ao do concreto convencional; e (3) a falta de códigos que estabeleçam de forma unificada procedimentos de construção e projeto.

Segundo BARROS (1995), caso se pretenda aumentar a porcentagem de fibras sem comprometer a trabalhabilidade da mistura, será necessário utilizar composições de granulometria mais fina. É normal utilizar-se também aditivos plastificantes redutores de água, uma vez que estes permitem diminuir a porcentagem de água e, conseqüentemente, aumentar a resistência do compósito, sem prejuízo à trabalhabilidade da mistura. De acordo com o ACI 544.1R-96 (1996), FIGUEIREDO (2000) e BARROS (2000), uma alternativa para minimizar o impacto na trabalhabilidade é a utilização das fibras coladas em pentes, conforme mostra a Figura 3.1. Quando os pentes são misturados ao concreto, tem a sua cola dissolvida, o que permite uma melhor homogeneização do compósito.

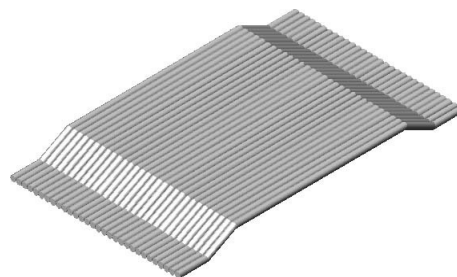
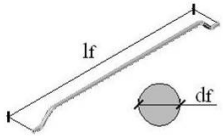
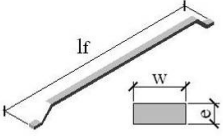
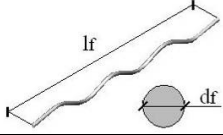
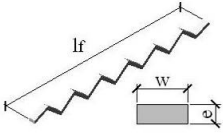
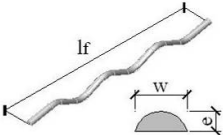
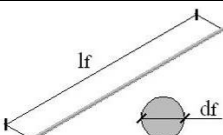
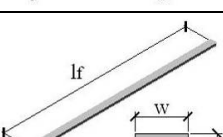


Figura 3.1- Fornecimento de fibras em pentes

3.1.2- A Fibra de aço

Segundo o ACI 544.1R-96, as fibras de aço destinadas ao reforço do concreto são suficientemente curtas para serem dispersas aleatoriamente à massa fresca de concreto. A NBR 15530 (2007) classifica as fibras de aço de acordo com a geometria (*Tipo A, C e R*) e quanto ao aço que lhes deu origem (*Classe I, II e III*), ver a Tabela 3.1. As fibras do *Tipo A, C e R* são designadas, respectivamente, por fibras *Hooked*, *Crimped* e *lisas*. Além das classificações anteriores, a NBR 15530 também estabelece limites para os valores do fator de forma e da resistência à tração das fibras. No que diz respeito à tensão de escoamento mínima das fibras, o ASTM A 820 (1996) sugere a tensão de 345 MPa, enquanto que o JSCE (1983) especifica o valor de 552 MPa. Além dos tipos de fibras apresentados na Tabela 3.1, o *Technical Report n° 63* publicado pela *The Concrete Society* também cita os tipos de fibras ilustrados na Figura 3.2.

Tabela 3.1- Classificação das fibras de aço segundo a NBR 15530 (2007)

Tipo	Classe	Geometria	Fator de forma mínimo	Limite de resistência à tração (MPa)
A	I		40	1000
	II		30	500
C	I		40	800
	II		30	500
	III		30	800
R	I		40	1000
	II		30	500

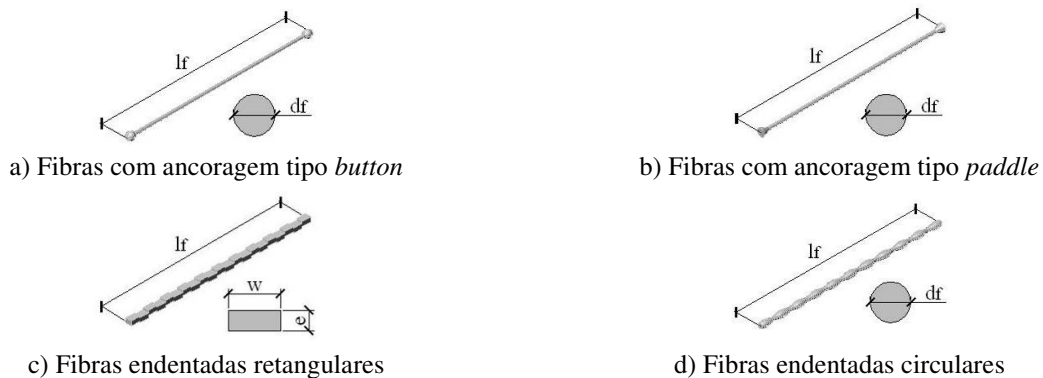


Figura 3.2- Outros tipos de fibra apresentados pelo *Technical Report no 63 (The Concrete Society)*

No que diz respeito à classificação das fibras segundo as regulamentações internacionais, comenta-se as recomendações do BS EN 14889-1 (2006), da ASTM A 820 (1996), as quais classificam as fibras segundo o processo de fabricação, e da JSCE (1983), que classificam as fibras de acordo com a seção transversal das mesmas, ver a Tabela 3.2.

Tabela 3.2- Classificação das fibras segundo as regulamentações internacionais

BS EN 14889-1 (2006)	ASTM A 820 (1996)	JSCE (1983)
Grupo I- Fios trefilados	Tipo I- Fios trefilados	Tipo 1- Seção quadrada
Grupo II- Chapas cortadas	Tipo II- Chapas cortadas	Tipo 2- Seção circular
Grupo III- Extr. de metais fundidos	Tipo III- Extr. de metais fundidos	Tipo 3- Seção crescente
Grupo IV- Raspas de fios trefilados	Tipo IV- Outras fibras	-
Grupo V- Obt. do proc. de fresagem	-	-

De acordo com o ACI 544.1R-96 (1996), as fibras de aço lisas, ou seja, sem mecanismo de ancoragem nas extremidades e com seção transversal circular (fibras RI da Tabela 3.1) são produzidas do corte de fios de aço, com diâmetro, d_f , variando entre 0.25 e 1.00 mm. As fibras lisas com seção retangular (fibras RII da Tabela 3.1) são produzidas do corte de chapas de aço ou do “achatamento” dos fios de aço e apresentam dimensão que variam entre $0.15 \leq e \leq 0.64$ mm e $0.25 \leq w \leq 2.03$ mm. Ainda segundo o ACI 544.1R-96, o comprimento das fibras abrange valores entre 6.4 e 76 mm.

Os processos de fabricação citados anteriormente estendem-se também às fibras *crimped* (Tipo C da Tabela 3.1), às fibras endentadas (Figuras 3.2.c e 3.2.d) e às fibras com ancoragem nas extremidades (Tipo A da Tabela 3.1 e Figuras 3.2.a e 3.2.b), as quais são posteriormente conformadas longitudinalmente até alcançarem o formato desejado.

3.1.3- Confeção do CRFA

O ACI 544.4R-88 relata que a confecção do CRFA pode ser realizada com equipamentos e procedimentos convencionais, desde que a quantidade de fibra seja limitada de 0.5 a 1.5% do volume de concreto. Para quantidades maiores, o ACI 544.4R-88 sugere que o método de adicionar fibras à massa de concreto, assim como o procedimento de confecção do mesmo, ambos devem ser aprimorados. SHAKHMENKO *et al.* (2007) comentam ser viável preparar CRFA, com quantidades de fibra abaixo de 1.25%, usando as dosagens tradicionais de concreto. Para quantidades maiores de fibras, Shakhmenko et al. comentam que há a necessidade de adotar uma método diferente de dosagem, o qual considera quantidades maiores de pasta de cimento e a adoção de curvas granulométricas semelhantes as utilizadas nos concretos auto compactáveis. Mais detalhes sobre métodos de confecção do CRFA são encontrados em BARROS (1995), BARROS (2000), FIGUEIREDO (2000), VAN CHANH (2005) e ACI 544.3R-08.

3.1.4- Propriedades do concreto reforçado com fibras

De acordo com o ACI 544.4R-88 e BARROS (1995), o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço depende das propriedades dos elementos constituintes da matriz de concreto, das propriedades mecânicas e geométricas das fibras, da composição da mistura e do processo de confecção da mesma. Para o ACI 544.1R-96, a resistência e a rigidez das fibras, assim como a capacidade da mesma em aderir ao concreto, são propriedades que garantem o bom desempenho do CRFA.

Segundo BARROS (1995), as fibras podem perder a sua capacidade de reforço de dois modos diferentes: por escoamento e posterior ruptura, ou por deslizamento da matriz de concreto. Para produzir CRFA mais resistentes, devem ser usadas fibras com resistência e fator de forma, ambos, elevados, de forma a obter-se a ruína do CRFA por ruptura da fibra. Entretanto, este tipo de ruína, impede o principal benefício do reforço com fibras, que é o aumento da capacidade de absorção de energia do material. O referido aumento só é significativo se as fibras que atravessam as fissuras cederem por deslizamento durante o processo de fissuração do concreto. O ACI 544.4R-88 comenta que uma das vantagens do CRFA romper pelo deslizamento das fibras é o comportamento dúctil conferido ao concreto, diferentemente da ruína rápida e possivelmente catastrófica que ocorre quando a fibra rompe.

Para o ACI 544.1R-96, o CRFA tem sido extensivamente estudado em termos da resistência ao deslizamento interfacial entre as fibras e a matriz de concreto, o qual é resultado do colapso da aderência entre a fibra e o concreto. De acordo com FIGUEIREDO (2000), diferentemente do concreto simples, as fibras do CRFA permitem uma redistribuição dos esforços (capacidade portante pós-fissuração) mesmo quando utilizada em baixos teores. Com base na Figura 3.3 (b), verifica-se que o concreto simples está suscetível às concentrações de tensões quando do surgimento de uma fissura, visto que a fissura representa uma barreira à propagação das tensões. No CRFA, ver a Figura 3.4 (b), as fibras servem como ponte de transferência de tensões nas fissuras, minimizando assim a concentração de tensões nas extremidades das mesmas.

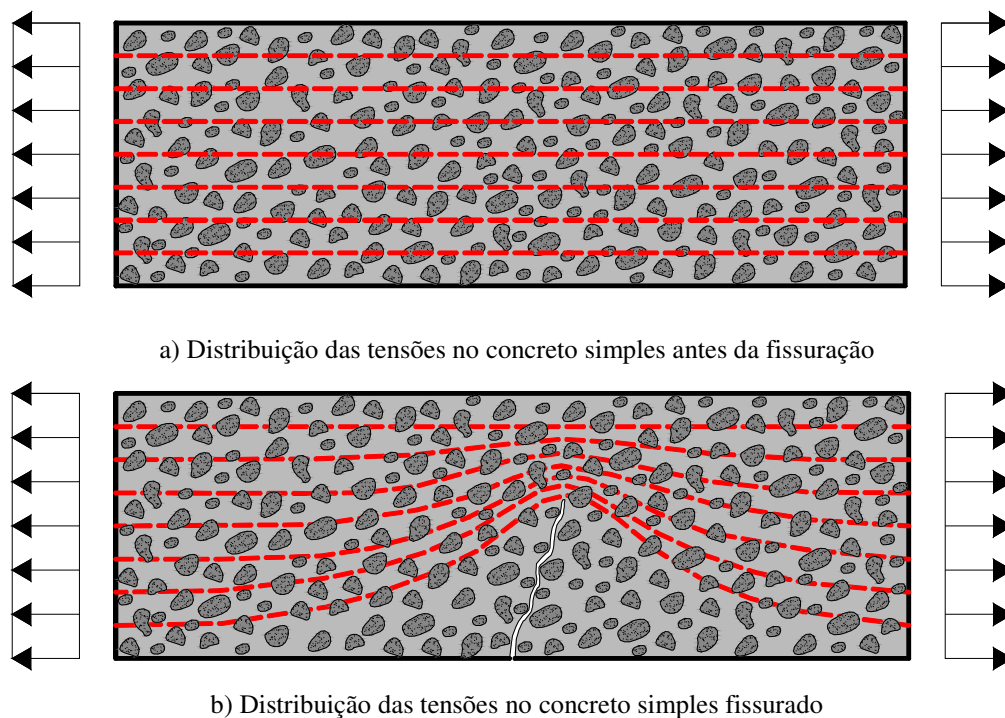


Figura 3.3- Distribuição das tensões (linhas vermelhas) no concreto simples – FIGUEIREDO (2000)

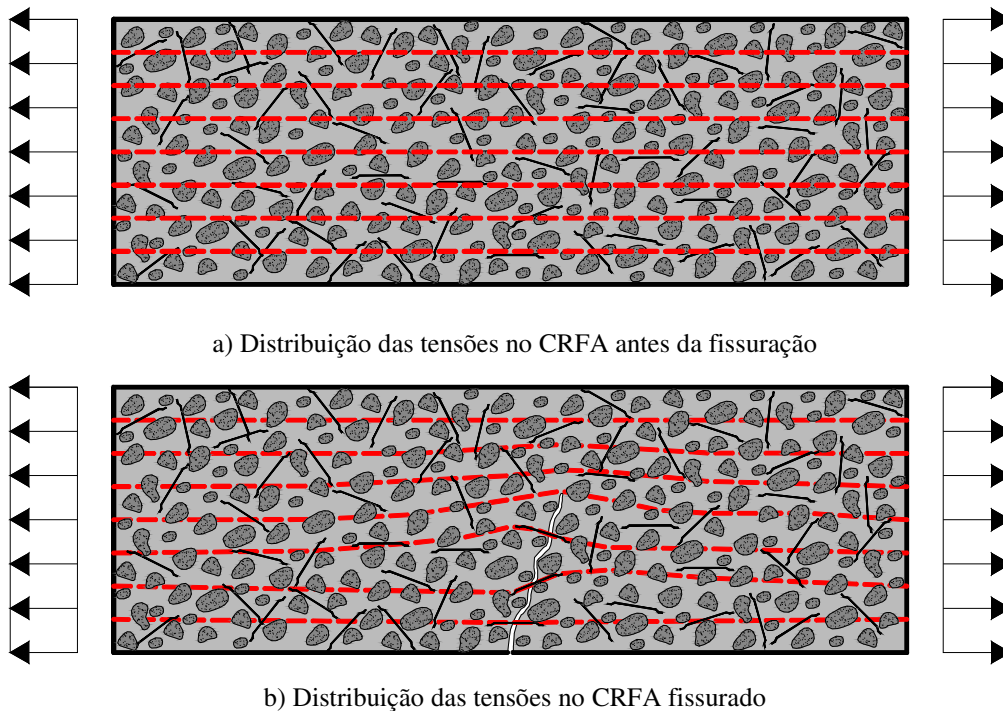
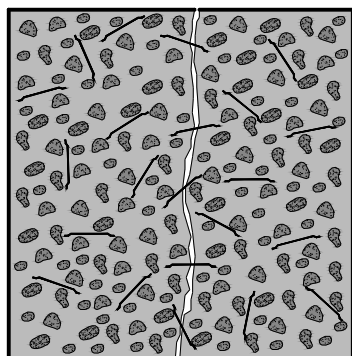


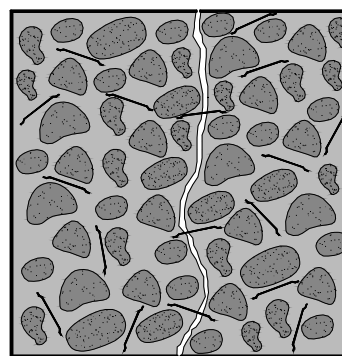
Figura 3.4- Distribuição das tensões (linhas vermelhas) no CRFA – FIGUEIREDO (2000)

Conforme mencionado anteriormente, os benefícios que as fibras introduzem ao CRFA dependem das propriedades das mesmas e da qualidade do concreto. Para BARROS (2000), o tipo de fibra deve ser selecionado em função do tipo de concreto a ser utilizado, por exemplo, nos concretos de elevada resistência devem-se evitar fibras longas (reduz a possibilidade de ruptura das fibras), enquanto que nos concretos de resistência normal e com inertes de maior dimensão devem-se utilizar fibras longas (facilita a “costura” da fissura).

Corroborando os comentários de Barros, FIGUEIREDO (2000) comenta que deve haver compatibilidade dimensional entre os agregados e as fibras para que estas últimas possam realmente trabalhar como ponte de transferência de tensões. Quando não há esta compatibilidade, uma quantidade menor de fibras trabalha como ponte de transferência de tensões nas fissuras, conforme mostra a Figura 3.5. Além do exposto, Figueiredo também comenta que a capacidade portante do CRFA pode ser comprometida caso as fibras não apresentem ductilidade suficiente para se deformarem plasticamente no momento da fissuração. Dado o elevado nível de tensão cisalhante no plano da fissura, fibras com pouca ductilidade podem romper por corte antes do deslizamento da matriz de concreto, ver a Figura 3.6.

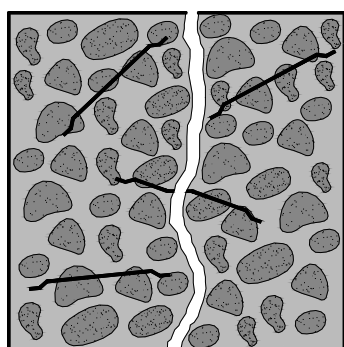


a) CRFA compatibilizado

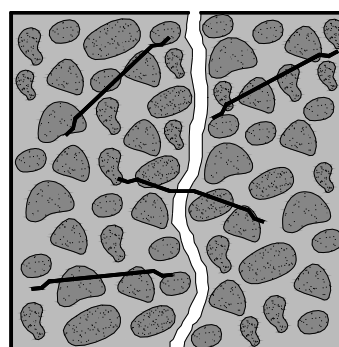


b) CRFA não compatibilizado

Figura 3.5- Influência da compatibilidade dimensional entre os agregados e as fibras – FIGUEIREDO (2000)



a) Fibra frágil (ruptura por cisalhamento)



b) Fibra dúctil (deformação plástica)

Figura 3.6- Comportamento dúctil das fibras – FIGUEIREDO (2000)

De acordo com o ACI 544.4R-88, o mecanismo de reforço das fibras implica na transferência de tensões da matriz de concreto para as fibras, a qual acontece devido à aderência interfacial *fibra x matriz de concreto* e pelo “engrenamento dos agregados”, *interlock*, que ocorre na seção fissurada do concreto caso a fibra tenha ductilidade para se deformar.

BARROS (2000) comenta que a ductilidade do CRFA está relacionada aos mecanismos de reforço das fibras, os quais dependem das configurações geométricas das fibras. O ACI 544.4R-88 relata que, geralmente, quanto mais dúctil for a fibra, mais dúctil será a ruína do concreto. A exemplo, Barros cita que o mecanismo de reforço das fibras lisas resulta da aderência, do atrito entre as fibras e a matriz de concreto e da deformação elástica das fibras. Nos casos de fibras com superfície irregulares (fibras endentadas e fibras *crimped*) e fibras com ancoragem nas extremidades (fibras *hooked* e fibras com ancoragem tipo *button* ou *paddle*), somam-se, respectivamente, aos mecanismos anteriores, o mecanismo de engrenagem e o mecanismo proveniente da ancoragem das extremidades. Trabalhos como os de HOLSCHEMACHER e MÜLLER (2007), KRASNIKOVS e KONONOVA (2009) e SALNA e MARCIUKAITIS

(2010) têm mostrado que as fibras com ancoragem nas extremidades e as fibras *crimped* conferem, ambas, performance satisfatória ao CRFA.

O ACI 544.1R-96 relata que a fibra de aço melhora a ductilidade do concreto em todos os modos de carregamento, compressão, tração, cisalhamento, torção e flexão, entretanto, o acréscimo da resistência é diferenciado para cada tipo de carregamento, conforme apresenta as seções seguintes.

3.1.4.1- Resistência à compressão

Segundo o ACI 544.1R-96, a resistência à compressão do CRFA não é influenciada significativamente pelas fibras. O referido documento relata acréscimos na ordem de 15% quando o concreto apresenta reforço de até 1.5% de fibras. Para o CEB-FIP (2010), as propriedades à compressão do concreto simples podem, geralmente, ser aplicáveis satisfatoriamente ao CRFA. Para BARROS (1995) e RAMLI e DAWOOD (2011), a quantidade de fibras utilizada no concreto, o fator de forma das mesmas, assim como as condições de ancoragem entre as fibras e a matriz, ambas conduzem a acréscimos discretos na resistência à compressão do CRFA. Além da resistência à compressão, verifica-se que a deformação correspondente à referida tensão resistente também aumenta suavemente com a adição de fibras à massa de concreto, conforme relatado em BARROS (1995), NATARAJA *et al.* (1999) e outros.

De acordo com FIGUEIREDO (2000), alguns trabalhos sugerem que a adição de fibras à massa de concreto reduz a resistência à compressão do CRFA. O referido autor comenta que este efeito é consequência do preparo inadequado do material. RAMLI e DAWOOD (2011) realçam que a menor resistência seja atribuída à distribuição não homogênea das fibras na matriz de concreto.

No que diz respeito à curva *tensão x deformação*, ver a Figura 3.7, obtida em ensaios de compressão de corpos de prova cilíndricos, NATARAJA *et al.* (1999) comentam que tanto o ramo ascendente como o descendente da curva são influenciados pela adição de fibras no concreto, porém, o grande benefício do CRFA é observado no ramo descendente, a fase de *amolecimento* do concreto. De acordo BARROS (1995), na fase de *amolecimento*, o fator de forma das fibras e a geometria das mesmas têm menor efeito que a porcentagem de fibras. Análises sobre as curvas *tensão x deformação* também mostram que a adição de fibras à matriz de concreto aumenta a ductilidade e a tenacidade do concreto, visto que as fibras atuam como

ponte de transferência de tensões entre fissuras, conforme mencionado em FIGUEIREDO (2000) e LOPES (2005).

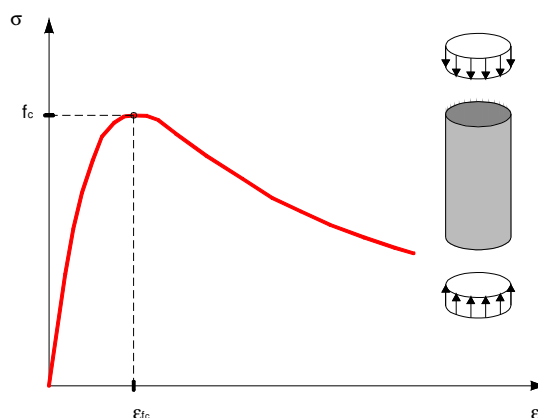
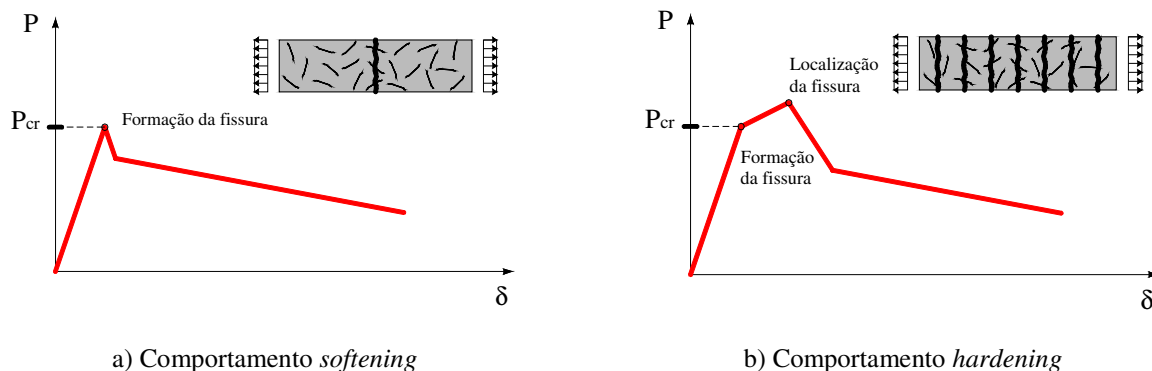


Figura 3.7- Curva *tensão x deformação* típica obtida em ensaios de compressão – NATARAJA et al. (1999)

3.1.4.2- Resistência à tração direta

O ACI 544.1R-96 comenta que a resistência à tração do CRFA é melhorada significativamente. O referido documento relata acréscimos de 30 a 40% para adições 1.5% de fibras à massa de concreto. Entretanto, contrariando o comentário anterior, o ACI 544.4R-88 informa que as resistências do CRFA e do concreto simples apresentam a mesma ordem de grandeza, variando entre 2 e 4 MPa. Segundo o CEB-FIP (2010), o teste de tração direta não é apropriado para representar o teste padrão de novas misturas, pois a execução e a interpretação dos resultados destes testes são difíceis. O CEB-FIP (2010) acrescenta que o ensaio de tração em CRFA pode fornecer, dependendo da composição do compósito, comportamento *softening* (resposta pós-fissura com amolecimento), quando as deformações se localizam em uma única fissura, ou *hardening* (resposta pós-fissura com endurecimento), quando múltiplas fissuras são formadas antes de ser alcançada a carga máxima de tração, conforme mostra a Figura 3.8.



a) Comportamento *softening*

b) Comportamento *hardening*

Figura 3.8- Comportamento do CRFA nos ensaios de tração direta – CEB-FIP (2010)

O RILEM TC 162-TDF (2001) estabelece critérios para a realização de testes de tração direta em CRFA com comportamento *softening*, porém, o referido documento informa que o teste não é destinado à determinação da resistência à tração do concreto, mas sim, para estabelecer a relação *tensão x abertura da fissura*. O ACI 544.4R-88 comenta que as curvas obtidas nos ensaios de tração direta são influenciadas pelo tamanho do corpo de prova, pelo procedimento do teste, pela rigidez do sistema de ensaio, pelo tipo de equipamento utilizado na instrumentação e se a formação da fissura (apenas uma ou múltiplas) ocorre na região instrumentada. De acordo com BARROS (1995), LOBÃO (2005) e WANG (2006), a adição de fibras de aço à massa de concreto melhora a resistência à tração, porém, o grande benefício da fibra é verificado no comportamento pós-fissurado do material.

3.1.4.3- Resistência à tração indireta

O ACI 544.2R-89 menciona que os resultados dos testes de tração por compressão diametral em cilindros para concretos reforçados com fibras são difíceis de interpretar depois da primeira fissura da matriz e que por este motivo não devem ser conduzidos além desta referida fissura. Segundo este documento, a dificuldade na interpretação dos resultados reside no desconhecimento da distribuição das tensões após a primeira fissura da matriz.

BARROS (1995) comenta que o uso de fibras de aço e de microsílica em concreto leve confere acréscimo de 200% na resistência à tração do concreto. RODRIGUES JÚNIOR (2009) cita os trabalhos de ARAÚJO (2002), NUNES (2006) E OLIVEIRA (2007) para relatar que a resistência à tração por compressão diametral do concreto aumenta significativamente quando fibras de aço são adicionadas à matriz de concreto. KARL *et al.* (2011) relata que dependendo da quantidade fibra utilizada na massa de concreto, a resistência à tração do CRFA pode alcançar aproximadamente o dobro da resistência do concreto simples. SHENDE e PANDE (2011) avaliaram a influência da quantidade de fibras ($V_f = 0, 1, 2, \text{ e } 3\%$) e do fator de forma das mesmas ($l_f/d_f = 50, 60 \text{ e } 67$) sobre a resistência à tração do CRFA. Os autores verificaram que a resistência à tração do concreto melhorou com o aumento da quantidade de fibra e com a diminuição do fator de forma. De acordo com FIGUEIREDO (2000), o aumento da resistência à tração por compressão diametral do CRFA depende da compatibilidade dimensional entre os agregados e as fibras.

3.1.4.4- Resistência à tração na flexão

O RILEM TC 162-TDF (2002) estabelece que o comportamento do CRFA à tração seja avaliado em função das áreas sob a curva *carga x deslocamento*, ver a Figura 3.10 (a), ou em função da curva *carga x CMOD (Crack Mouth Opening Displacement)*, ver a Figura 3.10 (b), as quais são obtidas do teste de flexão em três pontos em vigas entalhadas, ver a Figura 3.9. O procedimento do RILEM estabelece o limite de proporcionalidade do material, $f_{fct,L}$, ver a equação Eq. 3.1, as resistências equivalentes à tração na flexão, $f_{eq,j}$ ($j=2$ e 3), ver a equação Eq. 3.2, e as resistências residuais à tração na flexão, $f_{R,i}$ ($i=1, 2, 3$ e 4), ver a equação Eq. 3.3. Se o objetivo do teste for o cálculo das resistências equivalentes à tração na flexão, é necessário realizar a medida apenas do deslocamento, porém, se a intenção for determinar os valores das resistências residuais à tração na flexão, é possível optar pela medida do deslocamento ou do CMOD.

$$f_{fct,L} = \frac{3 \cdot F_L \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad \text{Eq. (3.1)}$$

$$f_{eq,2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{D_{BZ,2}^f}{0.50} \cdot \frac{L}{b \cdot h_{sp}^2} \quad \text{Eq. (3.2)}$$

$$f_{eq,3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{D_{BZ,3}^f}{2.50} \cdot \frac{L}{b \cdot h_{sp}^2}$$

$$f_{R,i} = \frac{3 \cdot F_{R,i} \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad \text{Eq. (3.3)}$$

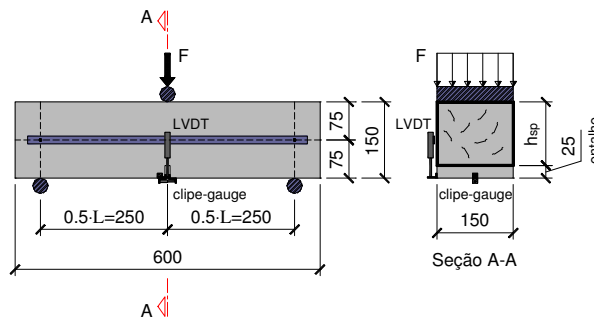


Figura 3.9- Ensaio de flexão em três pontos em viga entalhada (dimensões em mm)

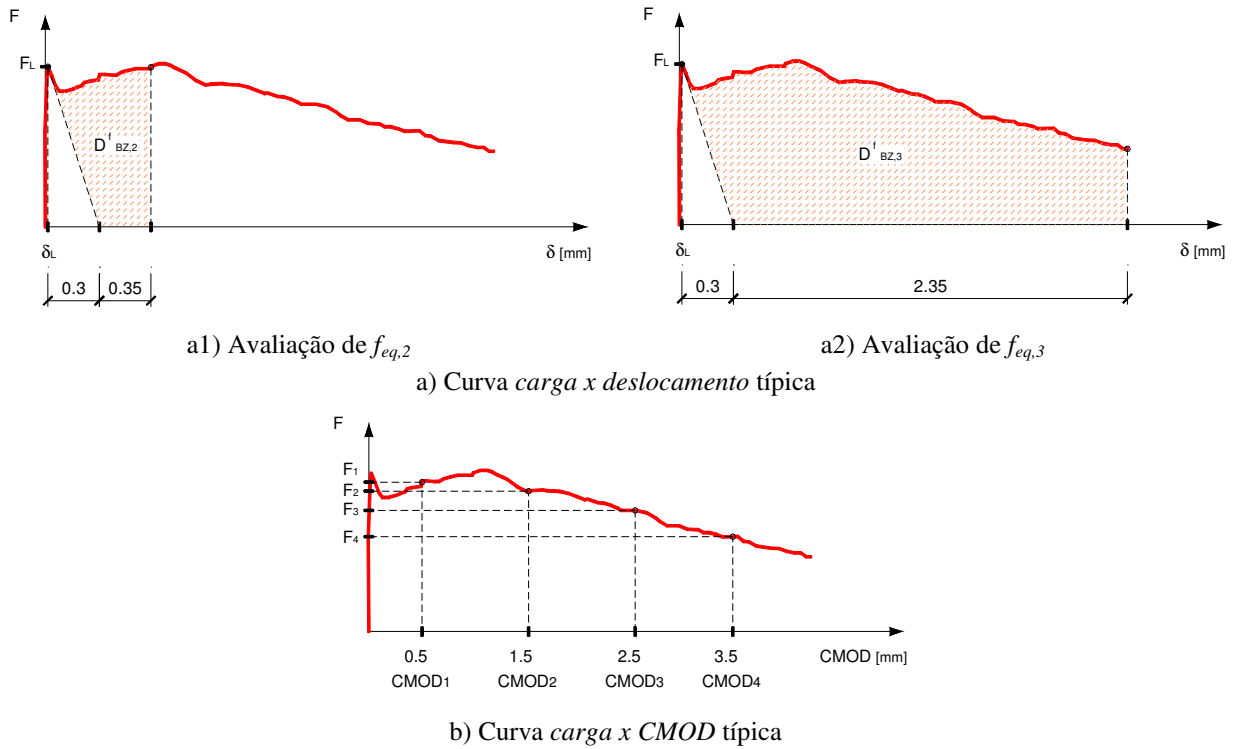


Figura 3.10- Teste de flexão sugerido pelo RILEM TC 162-TDF (2002)

O CEB-FIP (2010) relata, semelhantemente ao RILEM TC 162-TDF (2002), que testes de flexão podem ser realizados para estabelecer o comportamento à tração do CRFA. O referido código sugere o teste de flexão em três pontos em vigas entalhadas, ver a Figura 3.9, para estabelecer a relação *carga x CMOD* (*Crack Mouth Opening Displacement*), ver a Figura 3.10 (b). A partir da Figura 3.10 (b) é possível calcular o parâmetro $f_{R,i}$ ($i=1, 2, 3$ e 4), ver a equação Eq. 3.4, o qual representa a resistência residual à tração na flexão.

$$f_{R,j} = \frac{3 \cdot F_j \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad \text{Eq. (3.4)}$$

De acordo com MARTI *et al.* (1999), a avaliação da resistência e da ductilidade do CRFA por meio de testes de flexão em vigas ou placas quadradas, conforme estabelece o EFNARC (1996), apresenta, respectivamente, a desvantagem de fornecer resultados dispersos e de não serem simples de analisar. Para MOLINS *et al.* (2009), os resultados fornecidos pelo teste de flexão sugerido no RILEM TC 162-TDF (2002) apresentam coeficiente de variação entre 10 e 25% (resultados obtidos em corpos de prova com 25-75 kg/m³ de fibra).

O ASTM C1550 (2003) sugere o teste de flexão em placas redondas para avaliar a tenacidade do CRFA, ver a Figura 3.11. O referido documento relata que a performance do CRFA é quantificada em termos da energia de absorção, onde, placas com 800 mm de diâmetro e 75 mm

de espessura são apoiadas simetricamente em três pivôs metálicos e carregadas concentricamente por uma calota esférica de aço. Entretanto, segundo MARTI et al. (1999), MARTIN *et al.* (2010) e NOUR *et al.* (2011), aplicando-se os conceitos da teoria de flexão e de linha de ruptura ao referido teste é possível estimar o valor da resistência à tração na flexão e o comportamento do concreto em termos de *carga x deslocamento*, *carga x rotação*, *tensão x rotação*, etc.

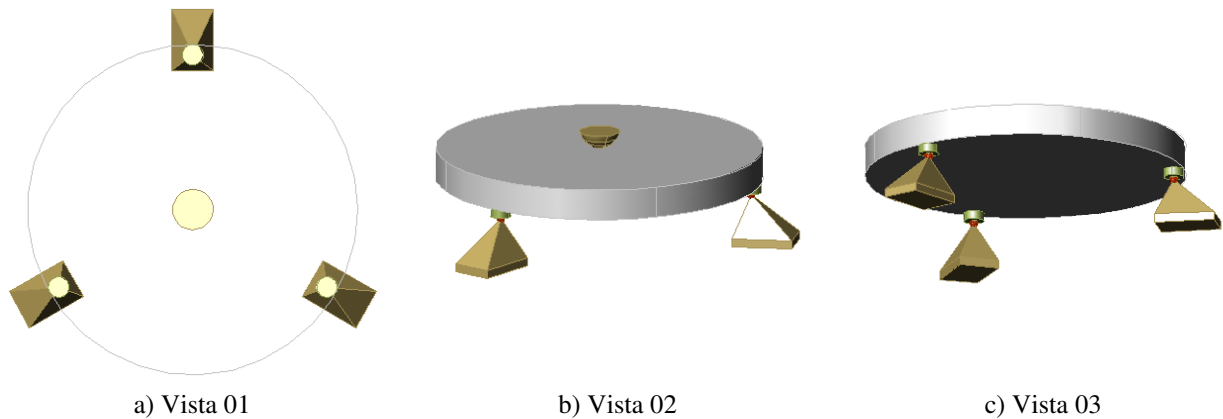


Figura 3.11- Teste de tenacidade à flexão - ASTM C1550 (2003)

Segundo COHEN (2012), o teste de flexão em placas redondas permite uma estimativa confiável e econômica do comportamento pós-fissurado do CRFA. Dentre as vantagens, Cohen destaca a facilidade de execução, a obtenção de resultados poucos dispersos e a simplicidade para aplicar conceitos teóricos. As desvantagens do teste, segundo a opinião do referido pesquisador, são a dimensão do corpo de prova e a necessidade de usar equipamento específico. Além dos métodos apresentados, há também o teste de punção dupla ou o teste Barcelona (*double punch test*), conforme descreve MOLINS *et al.* (2009), e o teste de flexão em placas triangulares, conforme apresenta ALMEIDA (1999).

3.1.4.5- Resistência à flexão

O ACI 544.1R-96 informa que o acréscimo conseguido na resistência à flexão do CRFA é superior ao acréscimo obtido na tração e na compressão. Isto acontece porque o comportamento dúctil observado na zona tracionada de uma peça flexionada de CRFA altera a distribuição, normalmente elástica, das tensões e das deformações na seção transversal da referida peça. O referido documento relata que a distribuição das tensões alterada é plástica na zona tracionada e elástica na zona comprimida, ocasionando assim, a movimentação do eixo neutro em direção à zona comprimida. ASHOUR *et al.* (2000) relatam que o acréscimo de resistência à flexão

proporcionado pelas fibras de aço é pouco influenciado pelo valor da taxa de armadura de flexão e é proporcional à resistência à compressão do concreto.

De acordo com o ACI 544.4R-88, a resistência última à flexão geralmente aumenta em função de $V_f l_f / d_f$, ou seja, em função do produto do volume de fibras, V_f , pelo fator de forma das mesmas, l_f / d_f . BARROS (1995) comenta que para valores elevados de $V_f l_f / d_f$, o comportamento à flexão do CRFA é influenciado pelas propriedades das fibras, enquanto que para valores baixos, as propriedades da matriz governam o comportamento à flexão do compósito. Para os casos práticos, onde o valor $V_f l_f / d_f$ é intermediário, Barros informa que ambas as propriedades, fibra e matriz, influenciam no comportamento à flexão do CRFA.

O ACI 544.4R-88 comenta que o comportamento pós-fissurado da relação *carga x deslocamento* do CRFA depende do tipo e da quantidade de fibra utilizada. De acordo com SHUKLA (2011), a adição de fibras de aço à massa de concreto melhora o desempenho estrutural de uma peça flexionada tanto no estado limite de serviço, como no estado limite último. Trabalhos como os de LOPES (2005), DESTRÉE e MANDL (2008), DESTRÉE *et al.* (2009) e MICHELS *et al.* (2012) mostram que a substituição total, ou de parte, da armadura convencional de flexão por fibras de aço é possível, porém, cuidados especiais devem ser tomados no processo de confecção do concreto, visto que a má confecção da mistura pode comprometer a resistência à flexão do CRFA.

3.1.4.6- Resistência ao cisalhamento

Segundo o ACI 544.1R-96, as fibras de aço, além de aumentarem a resistência do concreto ao cisalhamento, também apresentam potencial para substituir os estribos das vigas. A melhor performance do CRFA aos esforços de cisalhamento, na óptica do referido documento, advém da capacidade das fibras em conter a abertura das fissuras, em aumentar a capacidade portante do concreto à formação da primeira fissura e à carga de ruína e em aumentar a adesão friccional com a matriz de concreto. MADAN *et al.* (2007) e KWAK *et al.* (2002) relatam que a resistência ao cisalhamento melhora com o aumento da quantidade de fibras e com a diminuição da relação a/d , onde a e d representam, respectivamente, os valores do vão de cisalhamento e da altura útil da viga. Para GUSTAFSSON e NOGHABAI (1997), concretos contendo fibras curtas e longas contribuem melhor para a resistência do concreto ao cisalhamento. BARROS (1995) comenta que alguns resultados experimentais sugerem que a resistência ao cisalhamento aumenta com o

fator de forma das fibras, porém, a resistência pode ser comprometida para $l_f/d_f > 75$, provavelmente devido a problemas de confecção do compósito.

O ACI 544.1R-96 informa que dependendo das propriedades geométricas das fibras e da sua quantidade na massa de concreto, o aumento da resistência ao cisalhamento pode, inclusive, alterar o modo de ruína de frágil para dúctil. No que diz respeito às vigas de CRFA, BARROS (1995) relata que a alteração do modo de ruína depende também da taxa de armadura de flexão e do parâmetro a/d . Barros complementa a abordagem afirmando que para baixos valores de a/d a alteração no modo de ruína só acontece para quantidades elevadas de fibras na massa de concreto.

4- INFLUÊNCIA DAS FIBRAS DE AÇO NA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DAS LAJES LISAS

As lajes lisas surgiram em 1905 pela iniciativa de Turner, cujo método de cálculo causou polêmica por apresentar um taxa de armadura maior que as obtidas pelos métodos clássicos de projeto. Por se tratar de um sistema estrutural inovador, alguns edifícios calculados por este método foram submetidos à prova de carga e os resultados apresentaram desempenho satisfatórios. Apesar de cumprirem as exigências da prova de carga, segundo OLIVEIRA (1998), em 1911, Indianápolis-Estados Unidos, a utilização indevida deste sistema estrutural provocou a ruína por punção de uma estrutura, *Prest-o-Lite*, o que resultou na morte de nove pessoas. Após o ocorrido, foi verificada a necessidade de conhecer com primor o comportamento das lajes lisas.

Os principais problemas das lajes lisas são as flechas inaceitáveis em condições de serviço, a diminuição da estabilidade global da estrutura com relação às ações horizontais e a ruína por punção. O puncionamento pode ocorrer antes do escoamento das armaduras de flexão, o que caracteriza uma ruína frágil e sem aviso. Entretanto, a resistência à punção pode ser aumentada considerando-se: o aumento da espessura da laje, o aumento da dimensão do pilar, a utilização de concreto de alta resistência, o uso da protensão, a utilização de armaduras de cisalhamento e pela adição de fibras ao concreto.

A técnica de usar concreto reforçado com fibras, *fiber reinforced concrete – FRC*, para garantir maior resistência e ductilidade à ligação *laje x pilar* tem fornecido bons resultados. Além disto, o concreto com fibras também apresenta um bom desempenho aos esforços laterais. De acordo com BARROS (1995), nos concretos reforçados com fibras, o aumento da resistência ao cisalhamento é atribuído à maior resistência à tração do concreto, à maior resistência ao deslizamento entre as bielas de concreto comprimido e ao aumento da resistência ao cisalhamento das armaduras de flexão.

Quando o concreto simples é submetido à tração ou flexão, observa-se o alargamento rápido e descontrolado das fissuras, tendo como consequência a ruína frágil. No entanto, segundo KRASNIKOVS e KONONOVA (2008), em estruturas de concreto reforçadas por barras de aço, o comportamento pós-fissura é baseado na resistência à tração das barras de reforço, enquanto que no concreto reforçado com fibras, o arrancamento destas da massa de concreto é que determina a capacidade portante da peça fissurada. Além disto, no concreto com fibras, as fissuras avançam e as fibras se opõem a este desenvolvimento, resultando assim em ganho de ductilidade.

Sendo assim, pelo fato das fibras conseguirem proporcionar maior resistência, ductilidade, capacidade de absorção de energia e tenacidade à ligação *laje x pilar* é que as mesmas vêm sendo estudadas e utilizadas como alternativa de reforço, não só nas lajes lisas, mas também em outros elementos estruturais de concreto.

Dada a variedade de fatores que influenciam o complexo comportamento da ligação *laje x pilar*, pode-se afirmar que mais trabalhos experimentais envolvendo o reforço de lajes lisas com fibras de aço precisam ser realizados. O estudo experimental, além de ser fundamental no entendimento do fenômeno, também serve de base para a validação das propostas analíticas e numéricas.

As seções seguintes apresentam algumas pesquisas experimentais que avaliam o desempenho da utilização da fibra de aço como reforço à punção em lajes e ao cisalhamento em vigas. Estas seções, além de descreverem as pesquisas, também apresentam um resumo das principais conclusões.

4.1- INFLUÊNCIA DAS FIBRAS DE AÇO NO COMPORTAMENTO DAS LAJES

4.1.1- ALEXANDER e SIMMONDS (1992)

Nesta pesquisa os autores avaliaram o comportamento das lajes lisas reforçadas com fibras de aço fazendo variar o cobrimento da armadura de flexão e o volume de fibra utilizado no reforço. As peças apresentaram dimensão de 2750 x 2750 x 155 mm³, a carga foi aplicada em um pilar de 200 x 200 mm² de seção transversal e no reforço foram utilizadas fibras de aço corrugadas com 50 mm de comprimento. Algumas propriedades e resultados das lajes de Alexander e Simmonds são exibidos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1- Propriedades e resultados dos ensaios de ALEXANDER e SIMMONDS (1992)

Laje	Cobrimento	V_f	f_c	δ_u	V_u
	(mm)	(%)	(MPa)	(mm)	(kN)
P11F0	11	0.0	33.2	48	257
P11F31	11	0.4	35.8	69	324
P11F66	11	0.8	35.0	75	345
P38F0	38	0.0	35.6	62	264
P38F34	38	0.4	38.4	85	308
P38F69	38	0.8	38.5	98	330

Após a avaliação dos resultados, os autores ressaltaram que: (1) a capacidade resistente à punção pode aumentar de 20 a 30%, dependendo da espessura do cobrimento reforçada e do volume de fibra utilizado; (2) nas análises plásticas o efeito das fibras foi desconsiderado, ou seja, as respostas destas análises tornam-se conservadoras; e (3) a maior resistência da ligação *laje x pilar* foi consequência da ação benéfica das fibras ao longo das linhas de ruptura (maior resistência à flexão).

4.1.2- THEODORAKOPOULOS e SWAMY (1993)

O estudo dos pesquisadores consistiu na análise de 20 lajes lisas confeccionadas com agregado leve. As peças apresentaram dimensão de 1800 x 1800 x 125 mm³ e foram carregadas por um pilar de seção transversal quadrada. As variáveis da pesquisa e o valor da carga de ruína são apresentados na Tabela 4.2. É importante salientar que apenas a laje FS-20 foi completamente reforçada com fibra de aço, as demais peças apresentaram uma área de reforço limitada às proximidades do pilar em 1100 x 1100 mm².

Tabela 4.2- Características das lajes de THEODORAKOPOULOS e SWAMY (1993)

Lajes	Tipo de fibra	l_f	d_f	V_f	r	f_c	V_u
		(mm)	(mm)	(%)	(mm)	(MPa)	(kN)
FS-1	-	-	-	0.0	150	35.38	173.50
FS-2	<i>Crimped</i>	50	0.50	0.5	150	34.00	225.00
FS-3	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	150	35.65	247.40
FS-4	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	150	37.34	224.40
FS-5	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	150	38.00	198.10
FS-6	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	150	35.68	174.50
FS-7	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	150	36.64	192.40
FS-8	-	-	-	0.0	100	36.66	150.30
FS-9	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	100	35.60	216.60
FS-10	-	-	-	0.0	200	36.40	191.40
FS-11	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	200	34.24	259.80
FS-12	<i>Japanese</i>	25	0.418	1.0	150	36.08	217.50
FS-13	<i>Hooked</i>	50	0.50	1.0	150	33.48	235.50
FS-14	<i>Paddle</i>	53	0.76	1.0	150	34.98	239.50
FS-15	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	150	31.24	238.00
FS-16	<i>Paddle</i>	53	0.76	1.0	150	27.92	227.80
FS-17	<i>Paddle</i>	53	0.76	1.0	150	46.85	268.40
FS-18	<i>Paddle</i>	53	0.76	1.0	150	14.20	166.00
FS-19	-	-	-	0.0	150	34.50	136.50
FS-20	<i>Crimped</i>	50	0.50	1.0	150	37.04	211.00

Após a análise dos resultados, foi constatado que: (1) a utilização de 1% de fibras na massa de concreto proporcionou acréscimo de 30 a 45% na resistência última à punção; (2) o reforço com fibras também favoreceu outras propriedades da ligação *laje x pilar*, tais como, o aumento das cargas de fissura e de escoamento das armaduras; e (3) as fibras preservam a integridade da conexão após a ruína.

4.1.3- TAN e PARAMASIVAN (1994)

Para analisar a influência das fibras de aço no comportamento da ligação *laje x pilar*, os autores ensaiaram até a ruína 14 lajes lisas que se encontravam apoiadas nas quatro bordas. O reforço das peças foi com fibras de aço do tipo “hooked”, com comprimento de 30 mm e diâmetro de 0.5 mm. A Tabela 4.3 mostra algumas propriedades e resultados das lajes analisadas por Tan e Paramasivan.

Tabela 4.3- Propriedades das lajes de TAN e PARAMASIVAN (1994)

Série	Lajes	a/d	V_f	h	$f_{c,cub}$	r	V_u
			(%)	(mm)	(MPa)	(mm)	(kN)
1	SFRC1-1	27.2	0.31	35	50	100	21.40
1	SFRC1-2	40.9	0.31	35	50	100	22.60
1	SFRC1-3	54.5	0.31	35	50	100	18.90
2	SFRC2-1	40.9	0.50	35	50	100	20.90
2	SFRC2-2	40.9	1.00	35	50	100	23.70
2	SFRC2-3	40.9	1.50	35	50	100	24.60
2	SFRC2-4	40.9	2.00	35	50	100	27.40
3	SFRC3-1	65.2	0.31	22	50	100	9.40
3	SFRC3-2	25.1	0.31	57	50	100	54.90
3	SFRC3-3	20.5	0.31	70	50	100	70.50
4	SFRC4-1	40.9	0.31	35	35	100	19.00
4	SFRC4-2	40.9	0.31	35	65	100	20.00
5	SFRC5-1	40.9	0.31	35	50	200	26.10
5	SFRC5-2	40.9	0.31	35	50	150	18.70

NOTA: $d/h=0.625$

A análise dos resultados estabeleceu que: (1) o perímetro crítico formou-se aproximadamente à distância $4.5 \cdot d$ da face da área carregada, o que resultou em uma superfície de ruína variando entre 20° e 60°; e (2) a ruína por punção ocorreu após o escoamento da armadura e foi acompanhada pela formação de fissuras radiais e circunferenciais.

4.1.4- SHAABAN e GESUND (1994)

O objetivo desta pesquisa foi determinar a influência das fibras de aço na resistência à punção da ligação *laje x pilar*, sendo assim, foram ensaiadas 13 lajes com dimensão de 1448 x 1448 x 83 mm³, as quais foram reforçadas com fibras de aço *corrugadas*. A Tabela 4.4 apresenta algumas propriedades das lajes e o valor da carga de ruína das mesmas.

Tabela 4.4- Resultados dos ensaios de SHAABAN e GESUND (1994)

Lajes	d (mm)	f_c (MPa)	V_f (%)	V_u (kN)
SF0-1	60.33	33.40	0.00	90.00
SF0-2	60.33	39.05	0.00	112.50
SF0-3	60.33	31.05	0.00	81.00
SF0-4	60.33	31.74	0.00	94.50
SF2-1	60.33	34.50	0.61	94.50
SF2-2	60.33	37.26	0.61	112.50
SF2-3	60.33	29.67	0.61	72.00
SF2-4	60.33	24.84	0.61	85.50
SF3-1	60.33	37.67	0.95	108.00
SF4-1	60.33	46.78	1.19	135.00
SF4-2	60.33	36.57	1.19	117.00
SF6-1	60.33	22.36	1.86	99.00
SF6-2	60.33	22.08	1.86	103.50

Os resultados apontaram que as fibras de aço proporcionaram melhorias no comportamento da conexão *laje x pilar*.

4.1.5- HARAJLI *et al.* (1995)

Esta pesquisa avaliou experimentalmente o efeito das fibras de aço na resistência à punção e no comportamento da ligação *laje x pilar*. As lajes apresentaram dimensão de 650 x 650 mm², estavam apoiadas nas quatro bordas e foram carregadas em uma área de 100 x 100 mm². A Tabela 4.5 apresenta um resumo de algumas propriedades e resultados.

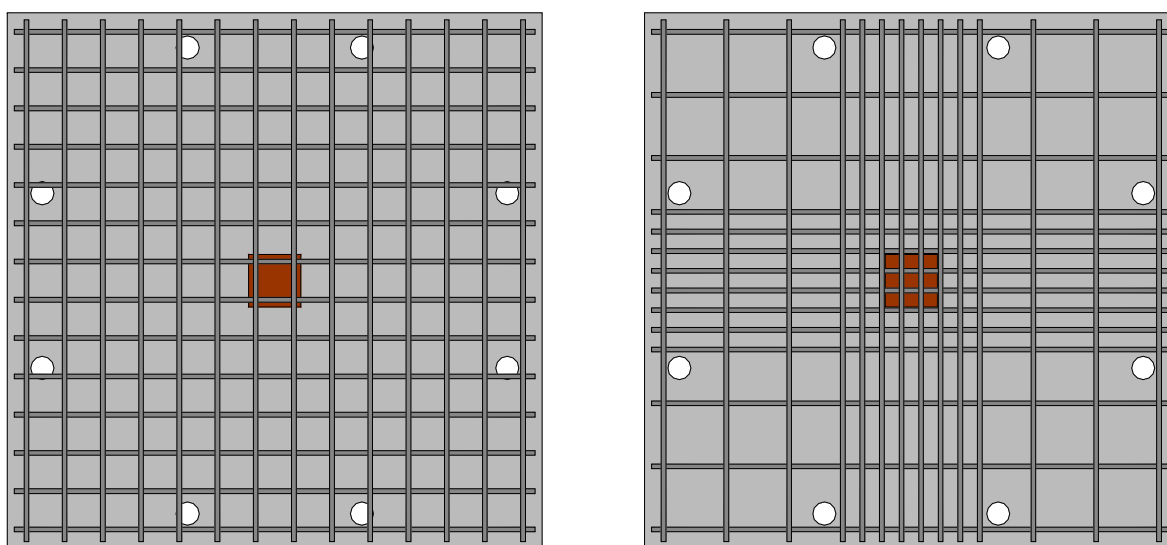
Tabela 4.5- Resumo dos resultados de HARAJLI *et al.* (1995)

Série	Lajes	V_f	l/d_f	f_c	$P_{max}/(b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c})$	Modo de ruína
		(%)		(MPa)	($\sqrt{\text{MPa}}$)	
A h=55 mm d=39 mm	A1	0.00	-	29.6	0.53	Punção
	A2	0.45	100	30.0	0.57	Punção
	A3	0.80	100	31.4	0.64	Flexão
	A4	1.00	60	24.6	0.64	Flexo-punção
	A5	2.00	60	20.0	0.64	Flexão
B h=75 mm d=55 mm	B1	0.00	-	31.4	0.52	Punção
	B2	0.45	100	31.4	0.60	Punção
	B3	0.80	100	31.8	0.61	Punção
	B4	1.00	60	29.1	0.64	Punção
	B5	2.00	60	29.2	0.79	Punção

Após a análise dos resultados, foi observado que $V_f=2\%$ proporcionou um acréscimo de 36% na resistência última à punção. Também foi verificado que o ganho de resistência está mais relacionado ao volume de fibras do que ao fator de forma.

4.1.6- MCHARG (1997)

O estudo do autor avaliou experimentalmente os benefícios de reforçar a ligação das lajes lisas com fibras de aço. Para isto, foram ensaiadas 6 lajes com dimensão de 2300 x 2300 x 150 mm³, as quais foram carregadas por um pilar com seção transversal de 225 x 225 mm². Dentre os parâmetros analisados, a distribuição da armadura de flexão foi uma das variáveis, conforme mostra a Figura 4.1.



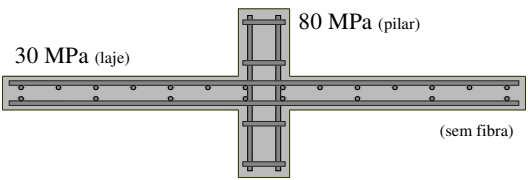
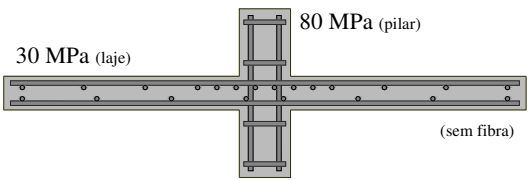
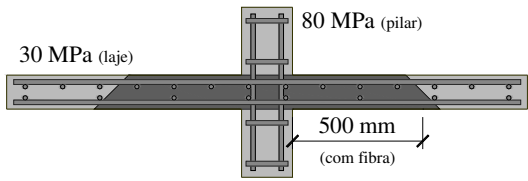
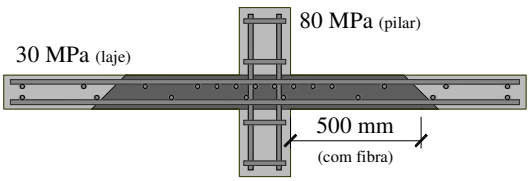
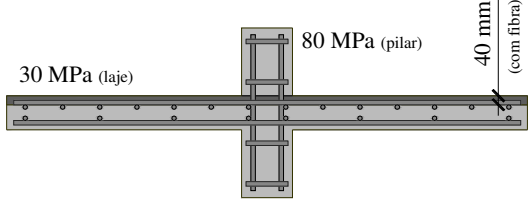
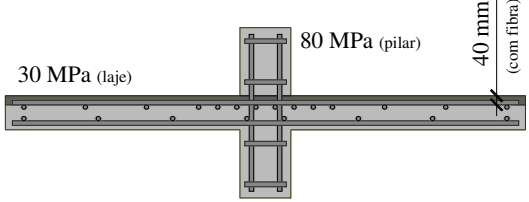
a) Distribuição uniforme

b) Distribuição concentrada

Figura 4.1- Distribuição da armadura de flexão das lajes de MCHARG (1997)

O concreto foi reforçado com fibras de aço do tipo “hooked”, as quais apresentavam 30 mm de comprimento e 0.5 mm de diâmetro. O volume de fibra utilizado na massa de concreto foi de 0.5%. As Tabelas 4.6 e 4.7 mostram, respectivamente, o tipo de reforço utilizado e alguns resultados encontrados.

Tabela 4.6- Reforço utilizado por MCHARG (1997)

Série	Distribuição da armadura de flexão	
	Uniforme (U)	Concentrada (B)
NSC		
FRS		
FRC		

NSC- Laje sem reforço de fibra;
FRS- Laje reforçada com fibra em uma região próxima ao pilar;
FRC- Laje reforçada com fibra apenas na camada do cobrimento.

Tabela 4.7- Resumo dos resultados dos ensaios de MCHARG (1997)

Lajes	δ_{cr}	V_{cr}	δ_u	V_u
	(mm)	(kN)	(mm)	(kN)
NSCU	1.3	80	17.2	306
NSCB	1.0	78	15.3	349
FRSU	1.1	97	36.0	422
FRSB	1.0	93	32.8	438
FRCU	1.3	93	18.2	329
FRCB	1.0	84	16.3	361

Após os ensaios, foi concluído que: (1) a armadura de flexão distribuída de forma concentrada foi mais eficiente que a distribuição uniforme. Foi verificado um acréscimo de resistência de 4, 10 e 14% nas séries FRS, FRC e NSC, respectivamente; (2) a adição de fibras na região próxima à área carregada proporcionou melhorias na resistência à punção, na ductilidade, na rigidez pós-fissura e no controle da fissuração. O acréscimo da resistência à punção foi de 38 e 26% para as

lajes armadas de forma uniforme e de forma concentrada, respectivamente; e (3) a utilização de fibras apenas no cobrimento da laje melhorou a resistência à punção e o controle da fissuração.

4.1.7- PRISCO e FELICETTI (1997)

Os autores analisaram 15 lajes, das quais 10 foram reforçadas com fibras de aço do tipo “hooked”, ver a Tabela 4.8. As peças, com dimensão de 330 x 330 x 70 mm³, foram carregadas sob duas superfícies de contato diferente, uma hemisférica com 30 mm de diâmetro e outra plana de seção circular com 15 mm de diâmetro. As fibras de aço utilizadas no reforço apresentaram comprimento de 30 mm e diâmetro de 0.5 mm.

Tabela 4.8- Lajes de PRISCO e FELICETTI (1997)

Lajes	f_c	V_f	V_u
	(MPa)	(%)	(kN)
P80S1	41.44	0.00	43.94
P40S1	41.44	0.00	41.33
P40S2	41.44	0.00	45.31
F80S1	40.32	0.80	46.68
F80S2	40.32	0.80	49.33
F80S3	40.32	0.80	52.46
F80S4	40.32	0.80	48.55
F40S1	42.56	0.40	49.97
F40S2	42.56	0.40	40.83
F40S3	42.56	0.40	37.53
P25F1	33.28	0.00	34.61
P25F2	33.28	0.00	30.57
F25F1	22.24	0.25	31.35
F25F2	22.24	0.25	30.44
F25F3	22.24	0.25	33.78

Após a análise dos resultados, foi observado que valores de V_f , entre 0.25 e 0.40%, têm pouca influência na resistência à punção, todavia, a energia dissipada na ruína destas lajes é aproximadamente duplicada. Nas lajes com $V_f=0.8%$, verificaram-se maior capacidade portante e acréscimo significativo na ductilidade da ligação.

4.1.8- ZAMBRANA VARGAS (1997)

O programa experimental do pesquisador consistiu no estudo de 12 lajes lisas de 800 x 800 x 60 mm³ de dimensão, as quais estavam apoiadas ao longo das bordas e carregadas por um pilar de

100 x 100 mm² de seção transversal. As peças foram reforçadas com armaduras de cisalhamento do tipo “*studs*” e com fibras de aço. As fibras utilizadas foram as do tipo HSCF 25, com fator de forma de 25/0.667=37.48. A Tabela 4.9 apresenta um resumo das propriedades das lajes, assim como alguns resultados obtidos.

Tabela 4.9- Detalhe das lajes de ZAMBRANA VARGAS (1997)

Série	Lajes	f_c	A_s	A_{sw} /linha de armadura	Nº de linha de armadura	V_f	Carga de ruína	Modo de ruína Punção
		(MPa)	(mm ²)	(mm ²)		(%)	(kN)	
I	L1	26.0	706.86	-	-	0	80	Punção
	L2	31.5		-		0.75	84	Punção
	L3	31.6		-		1.50	97	Punção
	L4	26.0		249.38	3	0	100	Punção
	L5	31.5		249.38		0.75	126	Punção
	L6	31.6		249.38		1.50	130	Punção/Flexão
II	L7	88.7		-	-	0	101	Punção
	L8	79.0		-		0.75	112	Punção
	L9	93.0		-		1.50	136	Punção
	L10	88.7		249.38	3	0	110	Punção
	L11	79.0		249.38		0.75	157	Punção
	L12	93.0		249.38		1.50	170	Punção/Flexão

Dentre as conclusões do autor, tem-se que: (1) as fibras melhoraram a resistência à punção e garantiram um comportamento mais dúctil, mudando inclusive o modo de ruína; (2) as fibras potencializaram o funcionamento da armadura de cisalhamento, permitindo inclusive a redução da mesma; e (3) o concreto de alta resistência confere melhorias na utilização das fibras.

4.1.9- AZEVEDO (1999)

A pesquisadora ensaiou 12 lajes lisas com dimensão de 1160 x 1160 x 100 mm³ e 6 segmentos de laje, os quais representavam a região central das lajes lisas, medindo 1160 x 330 x 100 mm³. Ambas as peças foram carregadas por meio de uma chapa de aço de tamanho 80 x 80 x 37 mm³. As Tabelas 4.10 e 4.11 mostram algumas propriedades das lajes e dos segmentos de laje, respectivamente.

As lajes da autora foram reforçadas com armaduras de cisalhamento do tipo “*studs*” e com fibras de aço. Os *studs* foram compostos por barras de aço de 6.6 mm de diâmetro e dispostos radialmente ao redor da área carregada. As fibras utilizadas foram a RC 65/30 BN da DRAMIX, com fator de forma de 30/0.45=67.

Tabela 4.10- Características das lajes de AZEVEDO (1999)

Laje	A_{sw}	Nº de linha de armadura	V_f	f_c	f_{ct}	E_c	V_u
	(cm ² /per.)		(%)	(MPa)	(MPa)	(GPa)	(kN)
OSC.S1	-	-	0	43.73	3.76	30.47	176.48 (P)
OSC.S2	-	-	0.75	46.42	4.40	-	191.96 (P)
OSC.S3	-	-	1.50	30.80	4.89	-	197.61 (P)
OSC.S4	3.08	3	0	38.84	2.16	-	270.44 (P)
OSC.S5	3.08	3	0.75	37.02	3.51	26.31	292.79 (F)
OSC.S6	3.08	3	1.50	39.72	4.44	26.60	329.56 (F)
HSC.S1	-	-	0	86.65	3.94	48.22	190.72 (P)
HSC.S2	-	-	0.75	81.85	6.08	38.08	206.81 (P)
HSC.S3	-	-	1.50	79.30	6.85	-	293.93 (P)
HSC.S4	3.08	3	0	82.74	5.35	-	293.35 (P)
HSC.S5	3.08	3	0.75	73.49	6.14	-	388.67 (F)
HSC.S6	3.08	3	1.50	71.46	7.73	35.71	439.07 (F)

(P) Ruptura por punção;
(F) Ruptura por flexão.

Tabela 4.11- Características dos segmentos de laje de AZEVEDO (1999)

Segmento de laje	V_f	f_c	f_{ct}	V_u
	(%)	(MPa)	(MPa)	(kN)
V1	0	29.28 ± 2.05	2.67 ± 0.34	83.0
V2	0.75	33.92 ± 0.23	3.37 ± 0.23	88.6
V3	1.50	36.40 ± 1.49	4.64 ± 0.20	86.9
V4	0	66.77 ± 0.37	3.63 ± 0.28	90.9
V5	0.75	64.79 ± 2.64	5.42 ± 0.12	96.5
V6	1.50	67.28 ± 0.90	7.50 ± 0.01	99.0

Da análise dos resultados, a autora concluiu que: (1) a adição de fibras é mais eficiente em concretos de alta resistência; (2) a resistência final da laje HSC.S3, com $V_f=1.5\%$, reforçada com armadura de cisalhamento e utilizando concreto de alta resistência é semelhante a da laje HSC.S4, peça com as mesmas características, porém sem fibra; (3) a utilização de fibras influencia o modo de ruína das lajes; e (4) o reforço com fibras proporciona mais ductilidade do que o reforço com armadura de cisalhamento.

4.1.10- HOLANDA (2002)

A pesquisa da autora teve como objetivo verificar se existiam tendências de comportamento similares entre lajes e vigas. Inicialmente foram feitos ensaios-piloto de vigas correspondentes a algumas lajes lisas (OSC.S1, OSC.S2 e OSC.S3) ensaiadas por AZEVEDO (1999). Nos ensaios-

piloto da Série 1, foram testadas 6 vigas reforçadas com fibras do tipo ZP-305 e com fator de forma $30/0.55=54.5$. O mecanismo de transferência da força cortante destas vigas se deu predominantemente por “*ação de viga*” (avaliação dos esforços críticos em seções críticas). Na Tabela 4.12 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das vigas piloto da Série 1.

Tabela 4.12- Dados e resultados das vigas piloto da Série 1 de HOLANDA (2002)

Viga	h (mm)	d (mm)	b (mm)	ρ (%)	V_f (%)	V_u (kN)
VP1A	100	80	120	1.67	0	28.42
VP1B						27.01
VP2A					0.75	40.44
VP2B						35.39
VP3A					1.50	43.02
VP3B						48.54

Da análise dos resultados, a autora verificou que as fibras realmente contribuíram no aumento de resistência ao cisalhamento, ou seja, as fibras influenciam no mecanismo “*ação de viga*”. No entanto, segundo o modelo de ALEXANDER e SIMMONDS (1991), a resistência à punção é uma combinação da “*ação de viga*” e da “*ação de arco*”, sendo assim, a autora achou necessário verificar se as fibras atuavam também na “*ação de arco*”. Desta maneira, foram realizados os ensaios-piloto da Série 2, onde foram testadas 6 vigas reforçadas com fibras ZP-305 e fator de forma $30/0.55=54.5$, nas quais o mecanismo de transferência da força cortante se deu predominantemente por “*ação de arco*”. Na Tabela 4.13 apresentam-se alguns dados e resultados dos ensaios das vigas piloto da Série 2.

Tabela 4.13- Dados e resultados das vigas piloto da Série 2 de HOLANDA (2002)

Viga	h (mm)	d (mm)	b (mm)	ρ (%)	V_f (%)	$V_{f,crit}$ (%)	V_u (kN)
VP4A	100	85	120	1.57	0	-	49.98
VP4B							58.55
VP5A					0.75	0.98	53.03
VP5B							47.62
VP6A					1.50	1.19	56.62
VP6B							56.74

O trabalho experimental de Holanda, também constituiu no estudo de 8 modelos de lajes de $1160 \times 1160 \times 110 \text{ mm}^3$. A Tabela 4.14 mostra que foi feito um modelo de laje para cada conjunto de variáveis estudada e duas vigas equivalentes a cada modelo de laje.

Tabela 4.14- Propriedades das peças ensaiadas por HOLANDA (2002)

Série	Modelos		d (mm)	r (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	Fibra	V_f (%)	l/d_f	$P_{u,viga}$ (kN)	$V_{u,laje}$ (kN)
	Vigas	Lajes									
S1	V1A	L1	85	80	1.57	25	-	0	54.5	24.86	137.20
	V1B									29.65	
	V2A	L2	85	80	1.57	25	ZP-305	1		43.65	139.55
	V2B									47.17	
	V3A	L3	85	80	1.57	25	ZP-305	2		55.14	163.62
	V3B									51.05	
S2	V4A	L4	85	80	1.57	60	-	0	54.5	36.26	192.86
	V4B									36.35	
	V5A	L5	85	80	1.57	60	ZP-305	1		72.78	215.14
	V5B									66.60	
	V6A	L6	85	80	1.57	60	ZP-305	2		57.17	236.17
	V6B									53.85	
S3	V7A	-	155	80	1.59	60	-	0	54.5	54.82	-
	V7B									46.44	
	V8A	-	155	80	1.59	60	ZP-305	1		68.32	-
	V8B									80.06	
	V9A	-	155	80	1.59	60	ZP-305	2		81.17	-
	V9B									104.93	
S4	V10A	L7	85	80	1.57	40	RL 45/50	0.75	48	42.71	182.85
	V10B									38.99	
	V11A	L8	85	80	1.57	40	RL 45/50	1.5		49.99	210.90
	V11B									61.79	
S5	V12A	-	85	80	1.71	85	-	0	37.45	46.39	-
	V12B									50.80	
	V13A	-	85	80	1.71	85	HSCF- 25	0.75		62.64	-
	V13B									51.43	
	V14A	-	85	80	1.71	85	HSCF- 25	1.5		67.50	-
	V14B									55,09	

Da análise dos resultados, algumas das conclusões foram: (1) tanto nas lajes como nas vigas a resistência e a ductilidade aumentaram com o aumento do volume de fibras; (2) em todas as peças reforçadas com fibras foi observada uma ruína mais dúctil; (3) a alteração do fator de forma pouco contribuiu na resistência das peças; (4) as fibras apresentam melhor desempenho nos concretos de alta resistência; e (5) na maioria dos casos foi observada a similaridade de comportamento estrutural entre lajes e vigas análogas.

4.1.11- SMADI e YASIN (2008)

O estudo dos autores analisou 10 ligações *laje x pilar* reforçadas com fibra de aço. As peças foram carregadas verticalmente e horizontalmente. A dimensão das lajes foi de 1500 x 1500 x

150 mm³ e a seção transversal do pilar foi de 250 x 250 mm². Dois tipos de fibras foram usados, fibras com fator de forma de 30/0.5=60 e 60/0.8=75. O volume de fibra analisado foi de 0.5 e 1%.

Foi observado que as fibras com fator de forma de 75 apresentaram os melhores resultados, no entanto, tais fibras precisam de melhores técnicas de misturas para garantir uma homogeneidade adequada à massa de concreto. Foi constatado que as fibras de aço mostraram-se uma alternativa viável no reforço da ligação *laje x pilar* sujeitas a esforços verticais e horizontais.

4.1.12- CHENG *et al.* (2008)

O ensaio do autor simulou um sismo, o qual combinou cargas verticais e deslocamentos laterais biaxiais em 3 ligações *laje x pilar*. As dimensões das lajes e a seção dos pilares foram, respectivamente, 5200 x 5200 x 150 mm³ e 400 x 400 mm². A resistência à compressão do concreto das peças 1, 2 e 3 foi de 37, 31 e 44 MPa, respectivamente. A armadura de flexão foi praticamente idêntica para todas as lajes.

Duas peças foram reforçadas com fibras de aço apenas na região central, até a distância $4 \cdot d$ da face do pilar. Na peça 1 foram utilizadas fibras DRAMIX ZP305, com fator de forma 30/0.55=55 e $V_f=1.5\%$. Na peça 2 foram utilizadas fibras DRAMIX RC80/30-BR, com fator de forma 30/0.38=80 e $V_f=1.36\%$. O reforço ao cisalhamento da peça 3 foi com armadura de transversal do tipo *studs*, a qual seguiu as prescrições do ACI 318 (2008).

Após os ensaios, foi verificado que todas as lajes romperam por punção, com a superfície de ruína localizada aproximadamente à distância $1.5 \cdot h$ da face do pilar. Foi observado que o mecanismo de ruína das peças 1 e 2 foi o descolamento das fibras, enquanto que na peça 3 a ruína ocorreu na segunda linha de *studs*. A utilização de fibras com $V_f=1.5\%$ mostrou-se uma opção de reforço melhor que o reforço por *studs*.

Além dos trabalhos de SMADI e YASIN (2008) e CHENG *et al.* (2008), pesquisas como as de DURRANI e DIAZ (1992), SCHREIBER (2001) e CHENG e PARRA (2010b) mostram o bom desempenho das fibras de aço no reforço das ligações *laje x pilar* sujeitas a carregamentos laterais.

4.1.13- CHENG e PARRA (2010)

Os pesquisadores analisaram 10 lajes lisas com dimensão de 1500 x 1500 x 150 mm³, as quais estavam apoiadas em todas as bordas e foram carregadas por um pilar de 150 x 150 mm². É importante mencionar que as lajes S5, S6, S9 e S10 foram reforçadas com fibras apenas na região central da ligação *laje x pilar*, abrangendo a área de 760 x 760 mm². A Tabela 4.15 apresenta alguns resultados obtidos.

Tabela 4.15- Resultados de CHENG e PARRA (2010)

Lajes	V_f	P_{max}	$P_{max}/(b_0 \cdot d \cdot f_c^2)$	δ_u	θ_u
	(%)	(kN)	($\sqrt{\text{MPa}}$)	(mm)	(rad)
S1	0.00	433	0.44	18	0.013
S2	0.00	379	0.39	25	0.021
S3	1.00	386	0.54	20	0.013
S4	1.00	389	0.55	23	0.021
S5	1.50	530	0.49	30	0.018
S6	1.50	444	0.41	35	0.030
S7	1.50	522	0.66	20	0.015
S8	1.50	472	0.60	28	0.027
S9	1.50	530	0.55	40	0.027
S10	1.50	503	0.46	42	0.047

Após a análise dos resultados, os autores verificaram que a utilização de fibras de aço, além de proporcionar acréscimos na resistência à punção e uma melhor capacidade de deformação das peças, também pode alterar o modo de ruína de frágil, típico do fenômeno da punção, para dúctil.

4.1.14- NAAMAN *et al.* (2010)

O objetivo da pesquisa de Naaman et al. foi avaliar a resistência à punção do novo sistema de tabuleiros de pontes proposto por NAAMAN e CHANDRANGSU (2004), onde três camadas de armadura seriam eliminadas e a matriz de concreto seria substituída por um compósito cimentício reforçado com fibra de alta resistência, “*High-Performance Fiber-Reinforced Cement Composite - HPFRCC*”.

O estudo experimental consistiu na análise de 9 lajes de HPFRCC e 1 laje de referência, conforme mostra a Figura 4.2. A dimensão das peças foi de 790 x 790 x 180 mm³, as quais foram carregadas por uma chapa de aço de 100 x 100 mm² de área. A Tabela 4.16 mostra algumas propriedades das lajes e alguns resultados obtidos na pesquisa.

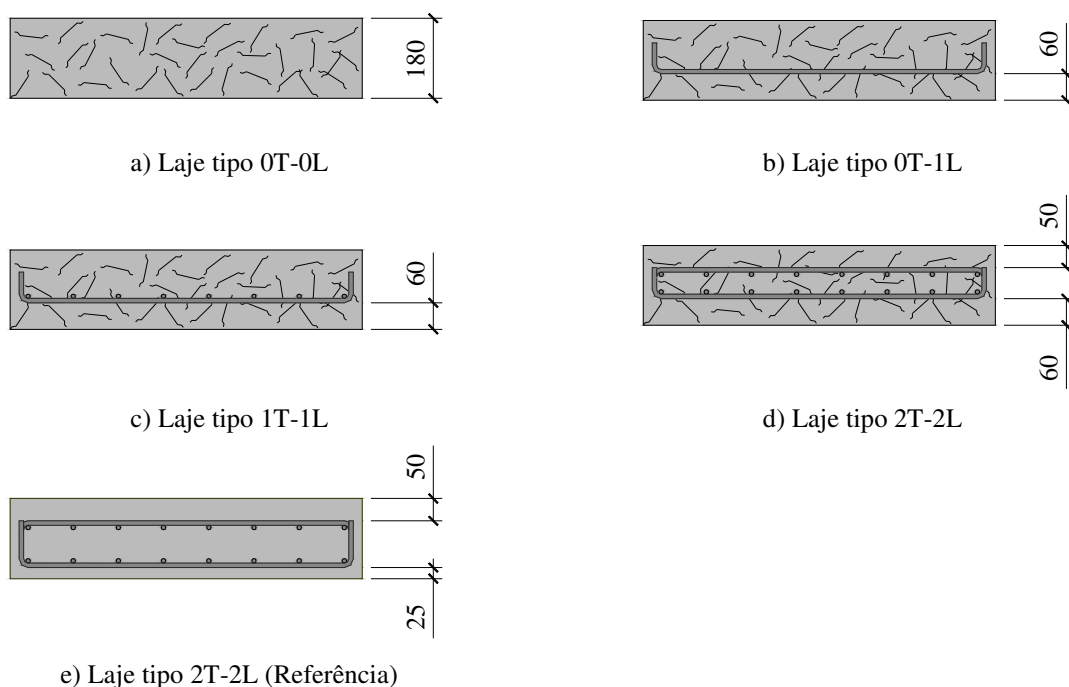


Figura 4.2- Definição das lajes de NAAMAN *et al.* (2010)

Tabela 4.16- Propriedades e resultados das lajes de NAAMAN *et al.* (2010)

Lajes	Fibra	l_f/d_f	V_f	f_c	V_u	Tipo de ruína
			(%)	(MPa)	(kN)	
CON-2T-2L	-	-	-	43.9	383	Punção
PVA-2T-2L	PVA	13/0.19	2.0	56.2	500	Punção
PVA-0T-0L	PVA	13/0.19	2.0	56.2	209	Flexão
SPE-2T-2L	SPE (Polietileno)	38/0.038	1.75	44.9	549	Punção
SPE-1T-1L	SPE (Polietileno)	38/0.038	1.75	44.9	440	Punção
SPE-0T-0L	SPE (Polietileno)	38/0.038	1.75	44.9	205	Flexão
TOR-2T-2L	Torex	30/0.30	2.0	69.6	759	Punção
TOR-1T-1L	Torex	30/0.30	2.0	69.6	614	Flexão
TOR-0T-1L	Torex	30/0.30	2.0	69.6	592	Flexão
TOR-0T-0L	Torex	30/0.30	2.0	69.6	569	Flexão

Algumas das conclusões dos autores foram: (1) a resistência à punção aumentou de 15 a 100% quando o sistema de tabuleiro convencional foi substituído pelo novo sistema reforçado com HPFRCC; e (2) as fibras de aço *Torex* apresentaram o melhor desempenho.

4.1.15- NGUYEN-MINH *et al.* (2011)

A pesquisa do autor consistiu no estudo experimental de 12 lajes lisas de diferentes tamanhos, conforme mostra a Tabela 4.17. Todavia, a altura efetiva, $h=125$ mm, e a taxa de armadura,

$\rho=0.66\%$, foram iguais para todas as peças. As fibras utilizadas no estudo foram a DRAMIX RC-80/60-BN, a qual apresentava comprimento $l_f=60$ mm e diâmetro $d_f=0.75$ mm.

Tabela 4.17- Resultado dos testes de NGUYEN-MINH *et al.* (2011)

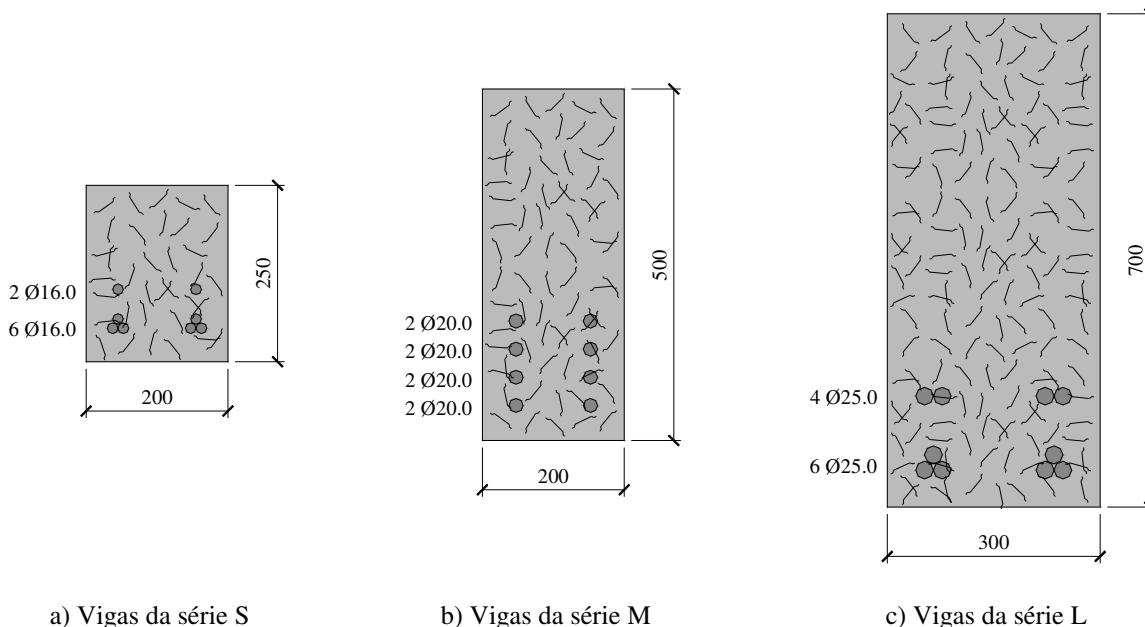
Lajes	Dimensões	d (mm)	V_f (%)	$f_{c,cub}$ (MPa)	$f_{sp,cub}$ (MPa)	V_{cr} (kN)	V_u (kN)	δ_u (mm)	Modo de ruína
	(mm)								
A0	900 x 900 x 125	105	0	27.1	1.95	20	284	4.120	Punção
A1			0.4	27.9	2.23	30	330	5.450	Punção
A2			0.6	29.2	2.42	40	345	6.82	Punção
A3			0.8	31.6	2.57	45	397	6.710	Punção
B0	1200 x 1200 x 125		0	27.1	1.95	25	301	11.71	Punção
B1			0.4	27.9	2.23	35	328	23.21	Punção
B2			0.6	29.2	2.42	40	337	13.13	Punção
B3			0.8	31.6	2.57	45	347	14.04	Punção
C0	1500 x 1500 x 125		0	27.1	1.95	30	264	22.05	Punção
C1			0.4	27.9	2.23	46	307	23.63	Punção
C2			0.6	29.2	2.42	50	310	23.10	Punção
C3			0.8	31.6	2.57	55	326	26.52	Punção

A pesquisa mostrou que a utilização de fibras de aço com o volume de fibras, V_f , variando de 0.4 a 0.8% melhorou a resistência à punção das lajes de 9 a 39.8%.

4.2- INFLUÊNCIA DA ADIÇÃO DE FIBRAS DE AÇO AO CONCRETO NO COMPORTAMENTO DAS VIGAS

4.2.1- GUSTAFSSON e NOGHABAI (1997)

O objetivo do estudo dos pesquisadores foi investigar a possibilidade de substituir o reforço tradicional de cisalhamento, o estribo, pelo reforço com fibras de aço com $V_f=1\%$ ou menor. Para isto, foram testadas 20 vigas, as quais são detalhadas na Figura 4.3 e na Tabela 4.18.



a) Vigas da série S b) Vigas da série M c) Vigas da série L
 Figura 4.3- Detalhe das seções transversais das vigas de GUSTAFSSON e NOGHABAI (1997)

Tabela 4.18- Propriedades das vigas de GUSTAFSSON e NOGHABAI (1997)

Vigas	Tipo de reforço	a/d	$f_{c,cub}$
			(MPa)
S-REF	-	3.3	113.4
S-STIRRUPS	Ø8s130	3.3	113.4
S-MIX	Mix 1.0 vol% (1)	3.3	118.0
S-6/015	6/0.5 1.0 vol%	3.3	128.4
S-60/07(I)	60/0.7 0.5 vol%	3.3	114.1
S-60/07(II)	60/0.7 0.75 vol%	3.3	114.1
M-REF	-	2.9	98.7
M-STIRRUPS	Ø8s300	2.9	98.7
M-MIX-1	Mix 1.0 vol% (1)	2.9	102.1
M-MIX-2	Mix 1.0 vol% (1)	2.9	102.1
M-6/015-1	6/0.15 1.0 vol%	2.9	108.9
M-6/015-2	6/0.15 1.0 vol%	2.9	108.9
M-60/07(I)-1	60/0.7 0.5 vol%	2.9	98.2
M-60/07(I)-2	60/0.7 0.5 vol%	2.9	98.2
M-60/07(II)-1	60/0.7 0.75 vol%	2.9	107.3
M-60/07(II)-2	60/0.7 0.75 vol%	2.9	85.3
L-STIRRUPS	Ø8s400	3.0	98.7
L-MIX	Mix 1.0 vol% (1)	3.0	106.6
L-6/015	6/0.15 1.0 vol%	3.0	108.9
L-60/07(II)	60/0.7 0.75 vol%	3.0	107.3

Os autores concluíram que: (1) adicionando certa quantidade de fibras à massa de concreto, $V_f=1\%$ ou menor, é possível alcançar um nível de resistência ao cisalhamento compatível ao reforço convencional por estribo; e (2) a utilização de misturas com fibras longas e curtas no concreto proporciona reforços mais eficientes.

4.2.2- KWAK *et al.* (2002)

O objetivo da pesquisa dos autores foi analisar a influência do volume de fibras, do vão de cisalhamento, a/d , e da resistência à compressão do concreto na capacidade última e na ductilidade de vigas de concreto. Sendo assim, 12 vigas com seção transversal de $125 \times 250 \text{ mm}^2$ e comprimentos que variaram em 1548, 1972 e 2396 mm foram ensaiadas até a ruína. As fibras de aço utilizadas apresentaram 50 mm de comprimento e 0.8 mm de diâmetro. A Figura 4.4 exibe a seção transversal das vigas e a Tabela 4.19 mostra algumas características das mesmas.

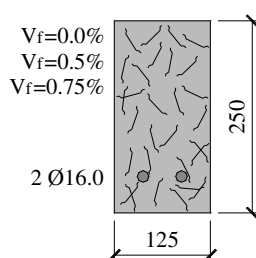


Figura 4.4- Seção transversal das vigas de KWAK *et al.* (2002)

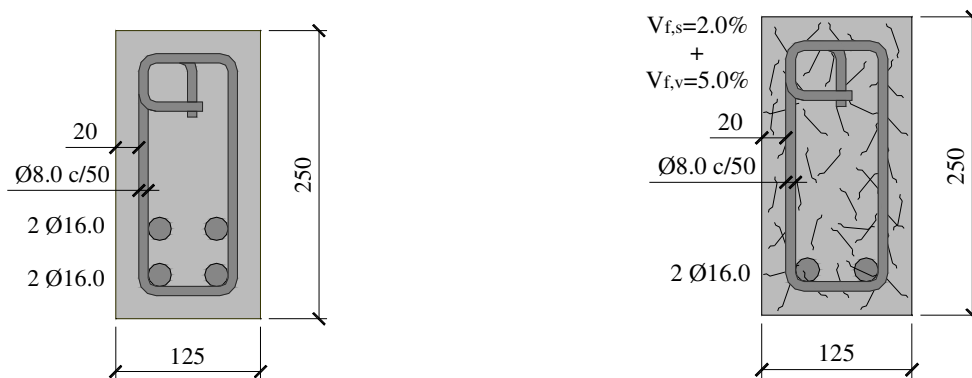
Tabela 4.19- Características das vigas de KWAK *et al.* (2002)

Vigas	V_f	a/d	f_c	$v_u = P_u / b \cdot d$	Modo de ruína
	(%)		(MPa)	(MPa)	
FHB1-2	0.0	2	62.6	3.02	Corte
FHB2-2	0.5	2	63.8	5.09	Corte-flexão
FHB3-2	0.75	2	68.6	5.44	Corte-flexão
FHB1-3	0.0	3	62.6	2.53	Corte
FHB2-3	0.5	3	63.8	3.09	Flexão
FHB3-3	0.75	3	68.6	3.40	Flexão
FHB1-4	0.0	4	62.6	1.98	Corte
FHB2-4	0.5	4	63.8	2.41	Flexão
FHB3-4	0.75	4	68.6	2.74	Flexão
FNB2-2	0.5	2	30.8	4.04	Corte
FNB2-3	0.5	3	30.8	2.55	Corte
FNB2-4	0.5	4	30.8	2.00	Flexão

Após avaliar os resultados, foi concluído que as vigas com os vãos de cisalhamento maiores ruíram por flexão e apresentaram acréscimo de resistência de 22 a 38% e as vigas com os vãos de cisalhamento menores apresentaram ruína do tipo “*corte-flexão*” e proporcionaram os maiores acréscimos de resistência, de 69 a 80%.

4.2.3- LOPES (2005)

O programa experimental de LOPES (2005) consistiu em duas etapas distintas: (1) a obtenção de uma mistura de concreto fibroso que apresentasse propriedades mecânicas elevadas e trabalhabilidade adequada; e (2) a realização de ensaios em vigas de concreto com substituição parcial das armaduras de flexão por fibras de aço. Sendo assim, foram ensaiadas até a ruína 2 vigas de concreto armado com dimensão de $125 \times 250 \times 2300 \text{ mm}^3$, ambas apresentaram a mesma armadura de cisalhamento. A viga de referência foi dimensionada de tal forma que a ruína fosse por flexão e a viga reforçada com fibras visou reduzir parcialmente a armadura de flexão, ver a Figura 4.5. O concreto com fibras possuía 2% de fibra de aço com $l_f/d_f=64$, assim como 5% de fibra de volastonita.



a) Viga de referência – $M_{u,exp}=60.78 \text{ kN}\cdot\text{m}$

b) Viga reforçada – $M_{u,exp}=55.77 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Figura 4.5- Seção transversal das vigas de LOPES (2005)

A partir da análise dos resultados, foi concluído que a substituição da armadura de flexão por concreto reforçado com fibras é viável. No entanto, é importante garantir a qualidade técnica da concretagem, pois, caso a mistura não apresente trabalhabilidade e homogeneidade adequada, o reforço com fibra torna-se mecanicamente inadequado.

4.2.4- MADAN *et al.* (2007)

Os autores analisaram experimentalmente a influência das fibras de aço no comportamento das vigas. Para isto, foram ensaiadas 18 vigas, sendo que 6 foram reforçadas com fibras de aço com fator de forma de $40.5/0.45=90$. A Figura 4.6 e a Tabela 4.20 exibem os detalhes das vigas.

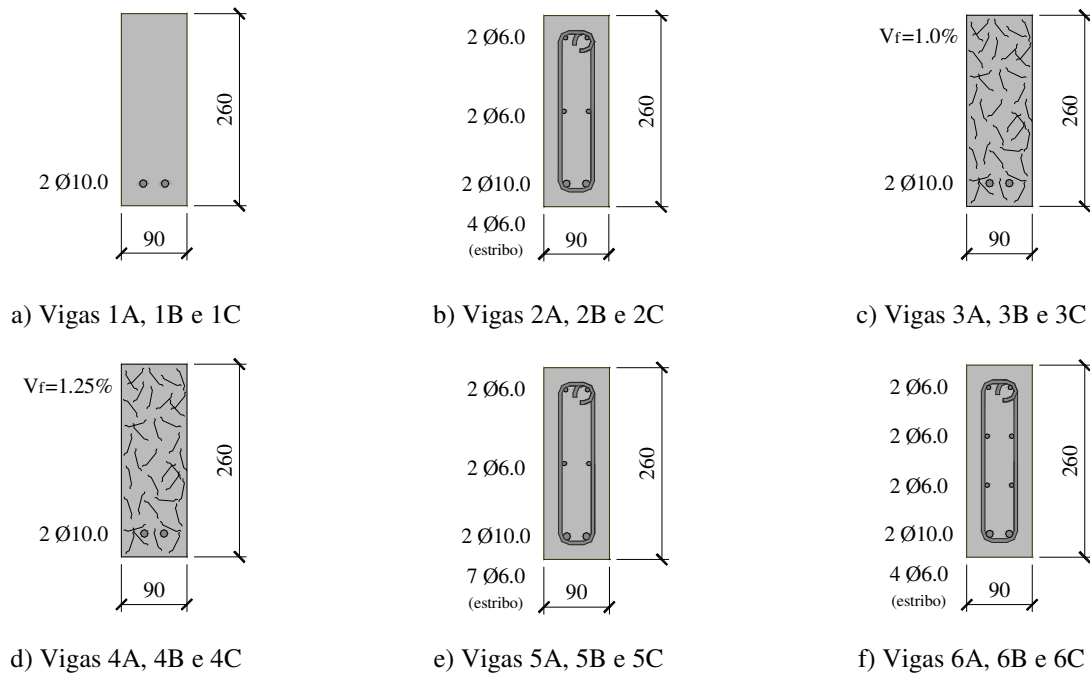


Figura 4.6- Seção transversal das vigas de MADAN *et al.* (2007)

Tabela 4.20- Resultados das vigas de MADAN *et al.* (2007)

Vigas	a/d	V_f	f_c	P_u
		(%)	(MPa)	(kN)
1A	0.75	-	28.9	158.0
2A	0.75	-	28.9	173.0
3A	0.75	1.00	32.1	181.0
4A	0.75	1.25	33.5	188.0
5A	0.75	-	28.9	183.0
6A	0.75	-	28.9	173.0
1B	1.00	-	28.9	143.0
2B	1.00	-	28.9	148.0
3B	1.00	1.00	32.1	168.0
4B	1.00	1.25	33.5	173.0
5B	1.00	-	28.9	169.0
6B	1.00	-	28.9	159.5
1C	1.25	-	28.9	123.0
2C	1.25	-	28.9	128.0
3C	1.25	1.00	32.1	156.6
4C	1.25	1.25	33.5	161.0
5C	1.25	-	28.9	145.25
6C	1.25	-	28.9	142.0

Os resultados mostraram que a adição de fibras de aço ao concreto confere resistência adequada e melhor controle de fissuração às vigas. Dentre as vigas ensaiadas, a peça reforçada com fibras apresentou a maior resistência, o que conduz à possibilidade de utilizar fibras de aço como reforço alternativo ao cisalhamento.

5- RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

Nesta seção serão apresentadas as prescrições da resistência à punção de cinco códigos de projeto. As referidas prescrições são aplicáveis às lajes de concreto armado submetidas a carregamento simétrico e sem a utilização de armaduras de cisalhamento. Os códigos avaliados neste trabalho são os seguintes:

- ACI 318 – American Building Code for Reinforced Concrete. ACI 318 (2008);
- CEB-FIP MODEL CODE 1990 – Comite Euro-International du Beton. CEB-FIP (1991);
- EUROCODE 2 – Design of Concrete Structures. EC2 (2004);
- NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto-Procedimento. NBR 6118 (2003);
- CEB-FIP MODEL CODE 2010 – *Final draft* – Model Code Prepared by Special Activity Group 5. CEB-FIP (2010)

Segundo WIGHT e MACGREGOR (2009), o projeto e a execução de obras são regulamentados por leis chamados códigos ou normas de construções, as quais existem para garantir a segurança dos usuários e para fixar os requisitos gerais a serem atendidos na fase de projeto e de execução de uma obra.

De acordo com FERREIRA (2010), o código do ACI publicado em 1925 para estruturas de concreto armado já apresentava recomendações sobre a punção. O referido código foi fundamentado em trabalhos como os de LORD (1910), o qual estudou o fenômeno da punção por meio de prova de carga em um edifício de 11 andares até estado limite de serviço, e TALBOT (1913), que estudou o mesmo fenômeno por meio de testes em sapatas até a ruína. Estas pesquisas, apesar de pioneiras, apresentavam algumas falhas no que diz respeito ao estudo da punção, visto que as provas de carga nos edifícios avaliavam a estrutura apenas em condições de serviço e as sapatas testadas até a ruína eram muito espessas quando comparadas às lajes da época.

Para HARRIS (2004), o conhecimento sobre a resistência ao cisalhamento de peças de concreto armado foi devidamente estruturado em meados de 1970, consolidando o relato de CORDOVIL (1997), que explica que antes da década de 70, as normas existentes quase não continham recomendações a respeito da punção.

5.1- ACI 318 – AMERICAN BUILDING CODE FOR REINFORCED CONCRETE. ACI 318 (2008)

De acordo com o ACI 318 (2008), o cálculo da resistência ao cisalhamento de uma peça de concreto armado é baseado na equação Eq. 5.1.

$$\phi \cdot V_n \geq V_u \quad \text{Eq. (5.1)}$$

onde V_u é a força cortante majorada e V_n é a resistência nominal ao cisalhamento, sendo a última calculada pela equação Eq. 5.2. O coeficiente de segurança ϕ será considerado unitário para estudos em laboratório.

$$V_n = V_c + V_s \quad \text{Eq. (5.2)}$$

Na equação anterior, V_c e V_s são as parcelas de resistência, respectivamente, do concreto e da armadura de cisalhamento. A resistência ao cisalhamento de uma ligação *laje x pilar* interna à edificação e sem utilização de armadura de cisalhamento é feita considerando a situação mais desfavorável entre: a laje comportando-se como viga chata (efeito do cisalhamento em uma direção) e a análise da influência do cisalhamento nas duas direções da laje (punção).

Devido às condições de contorno das lajes em estudo, a ruptura por viga chata torna-se pouco provável e, por este motivo, não será considerada nas verificações futuras. O cálculo da resistência à punção sugerido pelo ACI 318 é realizado avaliando-se as tensões solicitantes na seção crítica b_0 , sendo a mesma estabelecida conforme indica a Figura 5.1.

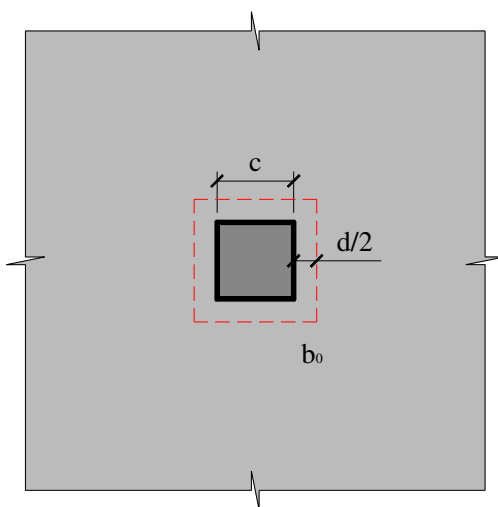


Figura 5.1- Seção crítica sugerida pelo ACI 318 (2008) para o cálculo da punção

Na equação Eq. 5.2, a parcela nominal de resistência do concreto, V_c , é determinada considerando a situação mais desfavorável para os três casos apresentados a seguir. A primeira situação considera o efeito das dimensões do pilar na tensão limite do concreto, ver a equação Eq. 5.3.

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad \text{Eq. (5.3)}$$

onde β_c é a razão entre o lado maior e o menor do pilar. Para considerar a contribuição da seção crítica b_0 na tensão limite do concreto, segunda situação, é utilizada a equação Eq. 5.4.

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{6 \cdot \alpha_s \cdot d}{b_0} + 1 \right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad \text{Eq. (5.4)}$$

onde α_s assume o valor 3.32 para pilares internos à edificação. A última consideração, expressa pela equação Eq. 5.5, não leva em conta o efeito da dimensão do pilar, β_c , e nem a contribuição do perímetro de controle, b_0 , na tensão limite do concreto.

$$V_c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad \text{Eq. (5.5)}$$

O valor de V_n deve ser calculado pela equação Eq. 5.2, entretanto, V_c não deve ser maior que $\sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d / 6$. Além disso, V_n também não deve ser tomado maior que $\sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d / 2$.

5.2- CEB-FIP MODEL CODE 1990 – Comitê Euro-Internacional do Beton. CEB-FIP (1991)

O CEB-FIP (1991) admite que a resistência transversal ao efeito de cargas concentradas, ou reações, atuando em lajes sem armadura de cisalhamento pode ser verificada pelo esforço cortante nominal na seção crítica, u_l , a qual é considerada distante $2 \cdot d$ do perímetro do pilar, conforme mostra a Figura 5.2. O valor da altura útil da laje, d , é considerado constante e pode ser determinado, na maioria das vezes, pela equação Eq. 5.6.

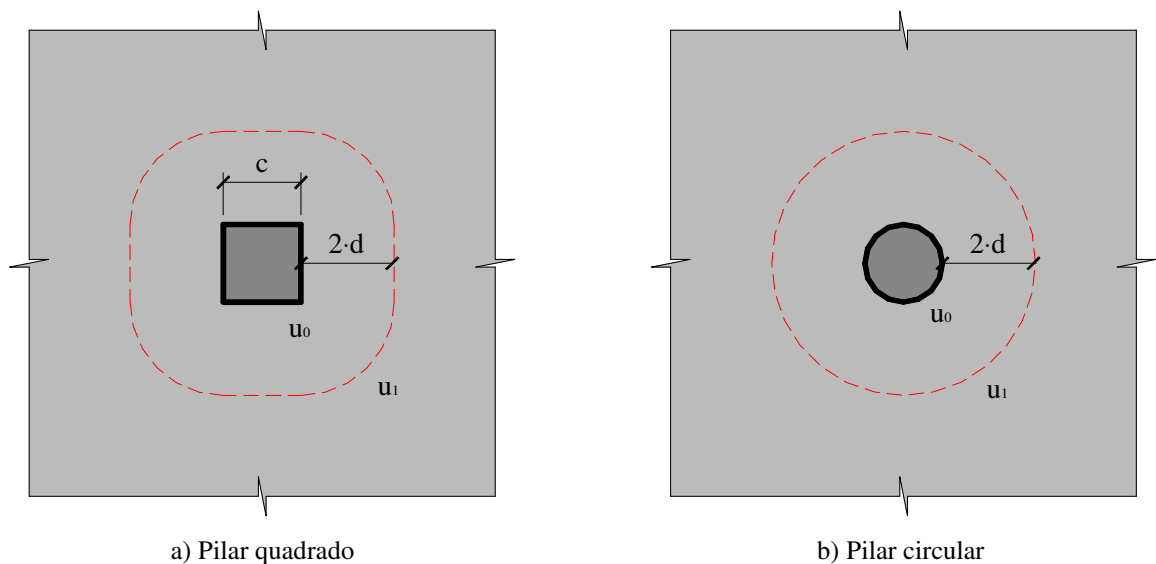
$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad \text{Eq. (5.6)}$$

onde d_x e d_y são as alturas úteis da laje, respectivamente, nas direções ortogonais x e y das armaduras.

Se a distribuição da força concentrada atuante na laje é aproximadamente polar-simétrica, a tensão de cisalhamento na seção crítica, ver a Figura 5.2, pode ser determinada pela equação Eq. 5.7.

$$v_s = \frac{P_s}{u_1 \cdot d} \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad \text{Eq. (5.7)}$$

onde P_s é a carga concentrada solicitante e u_1 é o comprimento da seção crítica.



a) Pilar quadrado
b) Pilar circular
Figura 5.2- Seção crítica para lajes sem armadura de cisalhamento – CEB-FIP (1991)

A resistência ao cisalhamento de uma laje de concreto armado sem armadura de cisalhamento, expressa em função da tensão de cisalhamento sobre a seção crítica, é determinada pela equação Eq. 5.8.

$$\tau_r = 0.12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (5.8)}$$

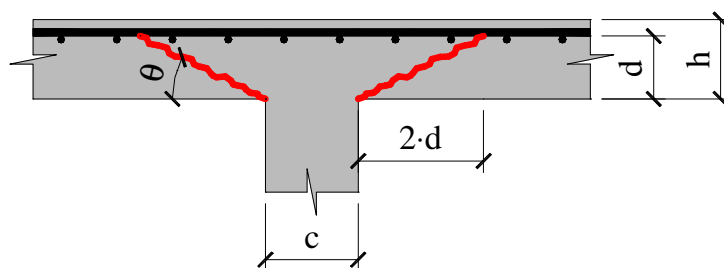
onde

$$\xi = 1 + \left(\frac{200}{d} \right)^{1/2} \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (5.9)}$$

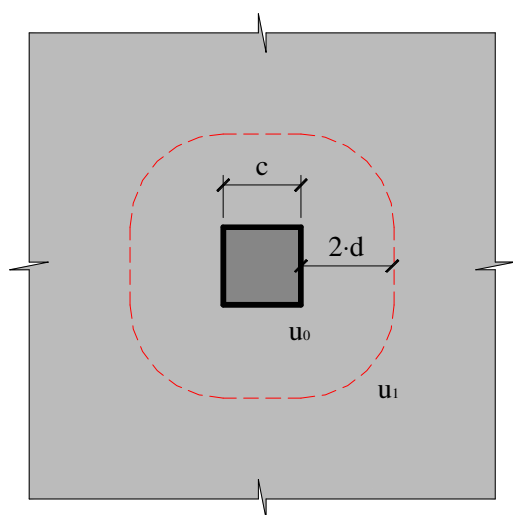
Na equação Eq. 5.8, a taxa de armadura de flexão, ρ , pode ser calculada por $(\rho_x \cdot \rho_y)^{1/2}$, onde ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas direções ortogonais x e y . O valor da taxa de armadura deve ser calculado, em cada direção, para uma largura igual à dimensão do pilar somada ao valor de $3 \cdot d$ para cada lado.

5.3- EUROCODE 2 – Design of Concrete Structures. EC2 (2004)

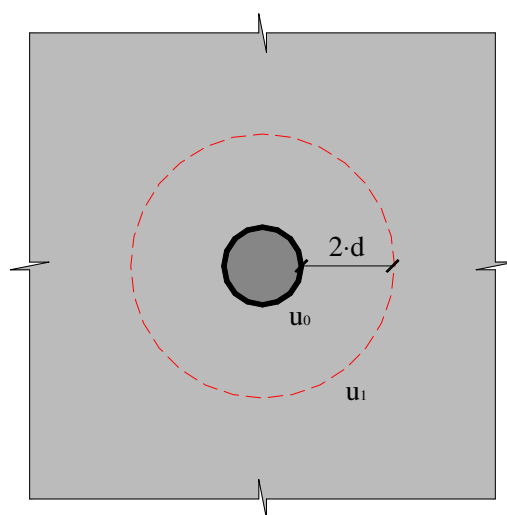
Segundo o EC2 (2004), um modelo apropriado para a verificação da ruptura por punção no estado limite último é mostrado na Figura 5.3 (a). De acordo com a referida norma, a resistência à punção deve ser verificada no perímetro do pilar e na seção crítica, u_1 , a qual pode ser tomada à distância $2 \cdot d$ da face da área carregada e deve ser traçada de tal forma que minimize seu comprimento, conforme mostram as Figuras 5.3 (b) e (c).



a) Modelo de ruptura adotado para a verificação da punção



b) Seção crítica para pilar quadrado



c) Seção crítica para pilar circular

Figura 5.3- Modelo de ruptura e seção crítica utilizada no cálculo da resistência à punção – EC2 (2004)

A altura útil da laje, d , é considerada constante e pode, na maioria das vezes, ser estabelecida conforme indica a equação Eq. 5.10.

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad \text{Eq. (5.10)}$$

onde d_x e d_y são as alturas úteis da laje nas direções ortogonais x e y .

O EC2 sugere que a verificação da punção seja feita com base nas tensões de cisalhamento $v_{R,c}$, a qual é o valor da resistência de projeto à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento, e $v_{R,max}$, que é o valor de projeto da máxima resistência à punção.

De acordo com as recomendações do referido código, no perímetro do pilar, a máxima tensão de cisalhamento por punção não deve exceder a desigualdade da equação Eq. 5.11 e a laje é dispensada da armadura de cisalhamento se estabelecida a desigualdade da equação Eq. 5.12. Nos casos onde v_E exceder o valor de $v_{R,c}$, armaduras de cisalhamento podem ser consideradas como uma opção para o acréscimo de resistência da laje.

$$v_E < v_{R,max} \quad \text{Eq. (5.11)}$$

$$v_E < v_{R,c} \quad \text{Eq. (5.12)}$$

A resistência ao cisalhamento por punção de lajes sem armadura de cisalhamento pode ser estabelecida pela equação Eq. 5.13 e deve ser avaliada na seção crítica u_I .

$$v_{R,c} = C_{R,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_I \cdot f_c)^{1/3} \geq v_{min} \quad [\text{MPa, mm}] \quad \text{Eq. (5.13)}$$

onde

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (5.14)}$$

$$\rho_I = \sqrt{\rho_{Ix} \cdot \rho_{Iy}} \leq 0.02 \quad \text{Eq. (5.15)}$$

Na equação Eq. 5.15, as grandezas ρ_{Ix} e ρ_{Iy} são, respectivamente, as taxas de armadura nas direções x e y . As referidas grandezas devem ser calculadas como um valor médio em relação à largura da laje, sendo esta largura igual à dimensão do pilar somado ao valor de $3 \cdot d$ para cada lado. A norma recomenda que $C_{Rd,c}$ seja $0.18/\gamma_c$ e que a tensão v_{min} seja determinada pela equação Eq. 5.16.

$$v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_c^{1/2} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (5.16)}$$

5.4- NBR 6118 – PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO-PROCEDIMENTO. NBR 6118 (2003)

Segundo a NBR 6118 (2003), o procedimento de cálculo utilizado no dimensionamento à punção corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais seções críticas definidas no entorno das forças concentradas. Na primeira seção crítica, perímetro C do pilar, deve ser verificado indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, por meio da tensão de cisalhamento. Na segunda seção crítica, perímetro C' (afastado $2 \cdot d$ do pilar), deve ser verificado a capacidade da ligação à punção associada à resistência à tração diagonal. Essa verificação também se faz através de uma tensão de cisalhamento no perímetro C' .

No caso de pilar interno à edificação e com carregamento simétrico, a tensão solicitante nos perímetros C e C' , ver a Figura 5.4, é determinada pela equação Eq. 5.17.

$$\tau_s = \frac{F_s}{u \cdot d} \quad [\text{MPa, mm}] \quad \text{Eq. (5.17)}$$

onde $d = d_x + d_y / 2$. O Valor d é a altura útil da laje ao longo do perímetro C' , d_x e d_y são as alturas úteis nas duas direções ortogonais x e y , u é o perímetro do contorno C' , $u \cdot d$ é a área da seção crítica e F_s é a força ou a reação concentrada de cálculo.

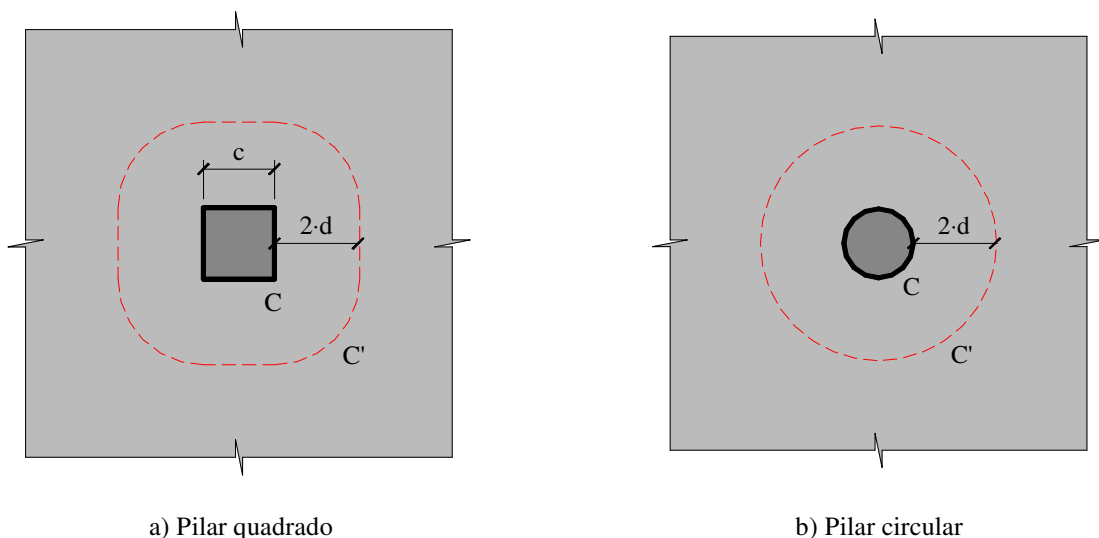


Figura 5.4- Perímetro de controle para pilar interno com carregamento simétrico – NBR 6118 (2003)

A verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto no perímetro C em lajes submetidas à punção, com ou sem armadura de cisalhamento, é determinada pela equação Eq. 5.18.

$$\tau_s \leq \tau_{r2} = 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_c \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (5.18)}$$

onde

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (5.19)}$$

A tensão τ_s é calculada pela equação Eq. 5.17, porém, utiliza-se u_0 (perímetro C) no lugar de u . A tensão resistente em lajes sem armadura de cisalhamento no perímetro C' é determinada pela equação Eq. 5.20.

$$\tau_s \leq \tau_{r1} = 0.13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \quad [\text{MPa, mm}] \quad \text{Eq. (5.20)}$$

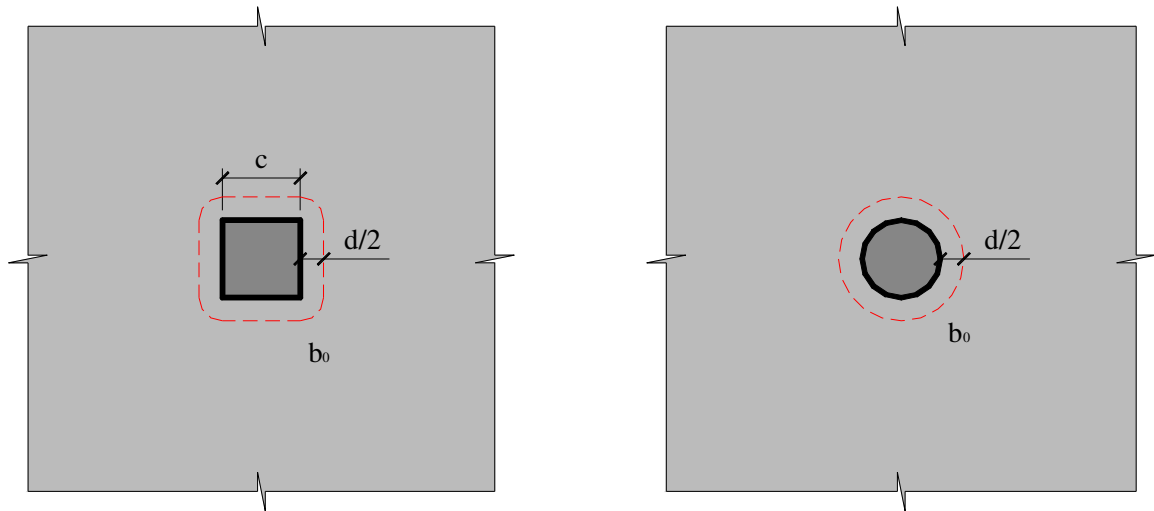
onde

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{Eq. (5.21)}$$

onde ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada), ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais x e y , as quais são estabelecidas para uma largura igual à dimensão do pilar acrescida de $3 \cdot d$ para cada lado.

5.5- CEB-FIP MODEL CODE 2010 – FINAL DRAFT – MODEL CODE PREPARED BY SPECIAL ACTIVITY GROUP 5. CEB-FIP (2010)

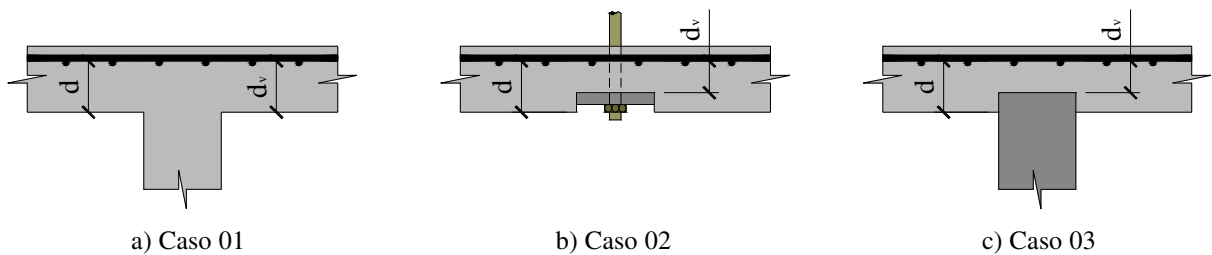
A referida norma estabelece que a punção possa ser resultado de uma carga concentrada ou uma reação aplicada em uma área relativamente pequena. A força cortante de projeto referente à punção, V_{Ed} , é definida como a soma das forças que atuam em uma perímetro básico de controle, o qual pode ser tomado como a região distante $0.5 \cdot d_v$ da área carregada, ver a Figura 5.5. A altura efetiva da laje, d_v , deve considerar o nível do apoio, conforme mostra a Figura 5.6.



a) Pilar quadrado

b) Pilar circular

Figura 5.5- Perímetro de controle para pilar interno com carregamento simétrico – CEB-FIP (2010)



a) Caso 01

b) Caso 02

c) Caso 03

Figura 5.6- Altura efetiva da laje – CEB-FIP (2010)

A resistência última à punção é estabelecida pela soma das parcelas resistidas pelo concreto, $V_{Rd,c}$, e pelas armaduras de cisalhamento, $V_{Rd,s}$, conforme mostra a equação Eq. 5.22.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad \text{Eq. (5.22)}$$

sendo:

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (5.23)}$$

O parâmetro k_{ψ} é calculado pela equação Eq. 5.24 e depende da rotação da laje na região do apoio.

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \leq 0.6 \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (5.24)}$$

$$k_{d_g} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0.75 \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (5.25)}$$

onde d é o valor médio da altura efetiva da laje e d_g é o diâmetro do agregado graúdo. O parâmetro ψ refere-se à rotação da laje localizada fora da fissura crítica de cisalhamento, ver a Figura 5.7.

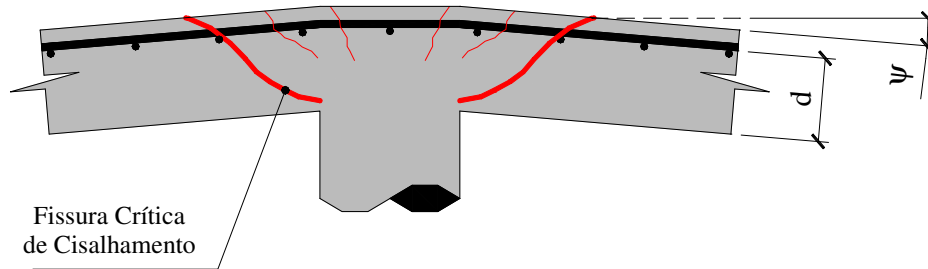


Figura 5.7- Rotação da laje ao redor da região de apoio – CEB-FIP (2010)

O cálculo da rotação é feito para quatro níveis de aproximação. As aproximações são utilizadas na avaliação da resistência ao cisalhamento e são distinguidas pelo nível de complexidade da análise e pelo grau de precisão dos resultados. O nível de aproximação I refere-se às lajes analisadas por teorias elásticas e que não apresentam redistribuições significativas de forças internas. Uma estimativa segura da rotação no momento da ruína é dada pela equação Eq. 5.26.

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad \text{Eq. (5.26)}$$

onde r_s indica a posição, com relação ao eixo do pilar, na qual o momento de flexão radial é zero. O valor de r_s pode ser considerado igual a $0.22 \cdot L$ (nas direções x , L_x , e y , L_y) em lajes onde a relação entre os vãos, L_x/L_y , fica limitada em 0.5 e 2.0.

O nível de aproximação II refere-se às lajes que apresentam redistribuição significativa de momento no cálculo da armadura de flexão. Para estes casos o cálculo da rotação da laje é dado pela equação Eq. 5.27.

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad \text{Eq. (5.27)}$$

onde m_{sd} representa o valor do momento fletor médio solicitante de projeto e m_{Rd} o valor do momento fletor médio resistente de projeto. Ambos os momentos são calculados para uma faixa de comprimento b_s , sendo $b_s = 1.5 \cdot (r_{s,x} \cdot r_{s,y})^{0.5} \leq L_{min}$.

O valor aproximado de m_{sd} depende da localização do pilar na edificação. A referida norma considera três localizações possíveis para os pilares: (1) interno à edificação, (2) de borda e (3) de canto. No caso de pilar interno, m_{sd} é calculado simplificadaamente pela equação Eq. 5.28.

$$m_{sd} = \frac{V_d}{8} \quad \text{Eq. (5.28)}$$

No nível de aproximação III, o coeficiente 1.5 da equação Eq. 5.27 pode ser substituído por 1.2 se os valores de r_s e m_{sd} forem calculados por um modelo linear elástico. No nível de aproximação IV, o cálculo da rotação ψ pode ser baseado em uma análise não linear.

Para os casos em que a laje é reforçada com fibras de aço, o CEB-FIP (2010) sugere que a equação Eq. 5.22, a qual estabelece o valor da resistência última à punção, seja substituída pela equação Eq. 5.29.

$$V_{Rd} = V_{Rd,F} + V_{Rd,s} \quad \text{Eq. (5.29)}$$

onde,

$$V_{Rd,F} = V_{Rd,c} + V_{Rd,f} \quad \text{Eq. (5.30)}$$

sendo o valor de $V_{Rd,f}$ estabelecido por:

$$V_{Rd,f} = \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_F} \cdot b_0 \cdot d_v \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (5.31)}$$

$$f_{Ftuk} = f_{Fts} - \frac{w_u}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Eq. (5.32)}$$

$$f_{Fts} = 0.45 \cdot f_{R1} \quad \text{Eq. (5.33)}$$

onde f_{Ftuk} é o valor característico da resistência residual última à tração, ver a equação Eq. 5.32, calculado para $w_u=1.5$ mm. Para lajes com armadura de flexão, a referida norma sugere utilizar

$w_u = \psi \cdot d/6$, sendo ψ calculado conforme apresentado anteriormente. A tensão f_{Fts} é o valor da resistência residual à tração no estado limite de serviço, ver a equação Eq. 5.33. Os valores de f_{RI} e f_{R3} representam parâmetros de resistência residual à tração por flexão e podem ser obtidos do diagrama *carga x CMOD* (*CMOD = Crack Mouth Opening Displacement*). O coeficiente de segurança γ_F será considerado unitário para estudos em laboratório.

6- MODELOS ANALÍTICOS

Esta seção, além de apresentar um resumo das propostas de cálculo para a resistência última à punção de lajes convencionais, ou seja, reforçadas apenas com armadura de flexão, também apresenta modelos de cálculos para as lajes reforçadas com fibras de aço. Neste estudo serão abordadas somente as ideias base e os parâmetros envolvidos em cada formulação.

6.1- MODELOS ANALÍTICOS DESENVOLVIDOS PARA PRESCREVER A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LAJES ARMADAS APENAS COM ARMADURA DE FLEXÃO

6.1.1- KINNUNEN e NYLANDER (1960)

A formulação de Kinnunen e Nylander foi baseada no ensaio de 61 lajes circulares, todas apoiadas em pilares circulares. A ideia básica do modelo é estabelecer o equilíbrio das forças que atuam em um elemento fissurado da laje, conforme mostram as Figuras 6.1 e 6.2. A face lateral da porção fissurada é formada pelas fissuras radiais, enquanto que a região frontal e inclinada é formada pela fissura tangencial. O critério de ruína é fundamentado na deformação última ao cisalhamento do concreto na base da laje.

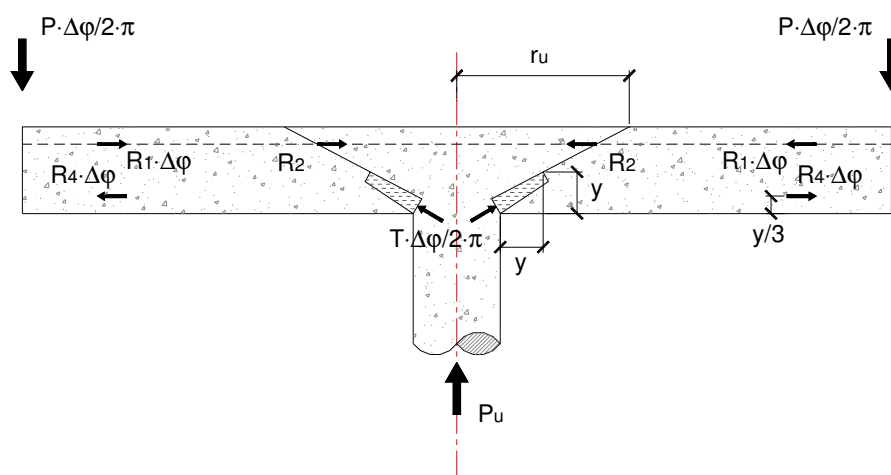
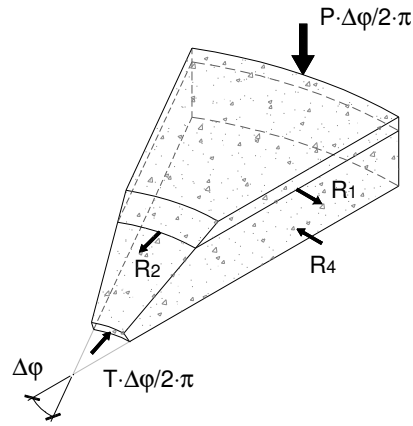
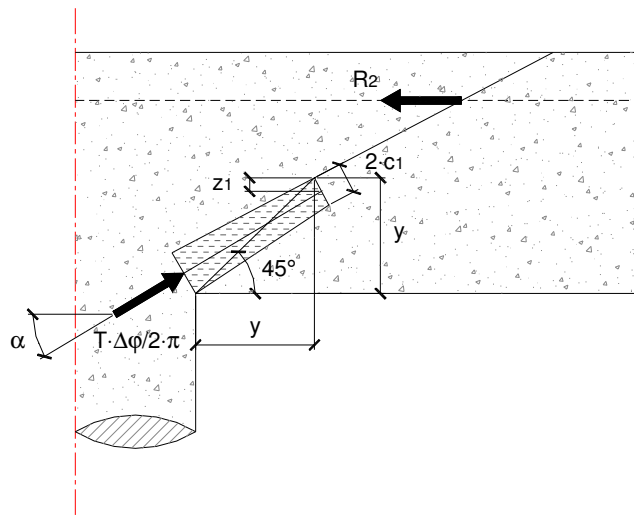


Figura 6.1- Modelo de KINNUNEN e NYLANDER (1960)



a) Forças atuantes em um elemento fissurado da laje



b) Superfície de ruína

Figura 6.2- Particularidades do modelo de KINNUNEN e NYLANDER (1960)

A teoria é formulada para lajes com armaduras radiais e tangenciais, porém, a mesma foi expandida para as lajes armadas por malhas ortogonais pela introdução de um fator de correção. Para prescrever a carga última da laje, é realizada uma iteração sobre o valor da zona comprimida do concreto, k_x , até que as equações Eq. 6.1 e 6.2 se igualem.

$$V_{u,c} = \kappa \cdot \pi \cdot \eta \cdot d^2 \cdot k_x \cdot \frac{1 + \frac{2 \cdot k_x}{\eta}}{1 + \frac{k_x}{\eta}} \cdot \sigma_{cu} \cdot f(\alpha) \quad \text{Eq. (6.1)}$$

$$V_{u,s} = \kappa \cdot 4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot f_y \cdot d \cdot r_f \cdot \left[1 + \ln \left(\frac{\delta \cdot d}{2 \cdot r_u} \right) \right] \cdot \frac{1 - \frac{k_x}{3}}{\delta - \eta} \quad \text{Eq. (6.2)}$$

onde:

$$\eta = \frac{c_2}{d} \quad \text{Eq. (6.3)}$$

$$f(\alpha) = \frac{\tan \alpha \cdot (1 - \tan \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \text{Eq. (6.4)}$$

$$\delta = \frac{l_{slab}}{d} \quad \text{Eq. (6.5)}$$

O ângulo α descreve a inclinação da superfície cônica.

6.1.2- MOE (1961)

A formulação proposta por Moe foi estabelecida tomando como base apenas os ensaios experimentais do próprio autor. Dois parâmetros limites são usados para descrever a ruína por punção, a capacidade portante do pilar à flexão e ao cisalhamento. É importante salientar que o modelo apresentado não considera as propriedades dos materiais, a geometria das peças e desconsidera, também, o comportamento físico do critério de ruína. A resistência última, V_u , proposta pelo autor é dada pela Eq. 6.6.

$$V_u = \frac{1.246 \cdot (1 - 0.059 \cdot \eta) \cdot u_{col} \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + \frac{0.436}{V_{flex}} \cdot u_{col} \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} \quad \text{Eq. (6.6)}$$

$$V_{flex} = C \cdot w \cdot (1 - 0.59 \cdot w) \cdot d^2 \cdot f_c \quad \text{Eq. (6.7)}$$

$$w = \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} \quad \text{Eq. (6.8)}$$

$$\eta = \frac{c_2}{d} \quad \text{Eq. (6.9)}$$

onde, o fator C representa a relação entre o momento fletor último da laje e a correspondente força interna no pilar, u_{col} é a seção crítica e c_2 é o diâmetro do pilar.

6.1.3- BRÆSTRUP *et al.* (1976)

O modelo destes pesquisadores é baseado na teoria da plasticidade, a qual supõe: (1) o concreto um material perfeitamente plástico; (2) o critério de ruína baseado nas leis de Coulomb; e (3) que a resistência do concreto à tração é desprezível. A equação Eq. 6.10 mostra o valor da carga última, P_u , e a Figura 6.3 mostra a forma da superfície de ruína.

$$P_u = V_{u1} + V_{u2} \quad \text{Eq. (6.10)}$$

sendo,

$$V_{u1} = 0.5 \cdot \pi \cdot f_c \cdot d_0 \cdot (c_2 + d_0 \cdot \tan \Phi) \cdot \frac{1 - \sin \Phi}{\cos \Phi} \quad \text{Eq. (6.11)}$$

$$V_{u2} = 0.5 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \left[k_2 \cdot C \cdot (d - d_0) + k_2 \cdot \left(\frac{c'}{2} \cdot \sqrt{\frac{c'}{4} - C^2} - A \cdot B \right) - k_3 \cdot \left(\frac{c'^2}{4} - A^2 \right) \right] \quad \text{Eq. (6.12)}$$

Os valores de A , B e C são calculados de forma iterativa, de forma a apresentar o menor valor para P_u . Os termos k_2 e k_3 são constantes do material.

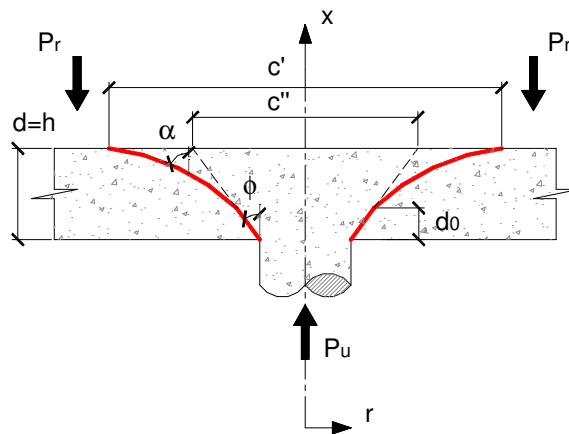


Figura 6.3- Superfície de ruína adotada por BRÆSTRUP *et al.* (1976)

6.1.4- SHEHATA (1990)

A formulação de Shehata, a qual se baseia em resultados experimentais, considera que a região puncionada da laje é dividida em segmentos radiais rígidos, conforme mostram as Figuras 6.4 e 6.5, e que o eixo neutro destes segmentos sofre uma rotação em relação à face do pilar.

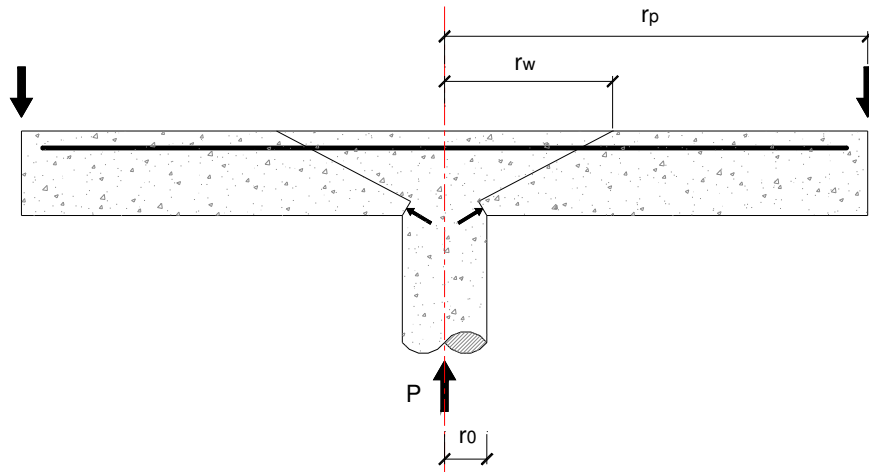


Figura 6.4- Superfície de ruína de SHEHATA (1990)

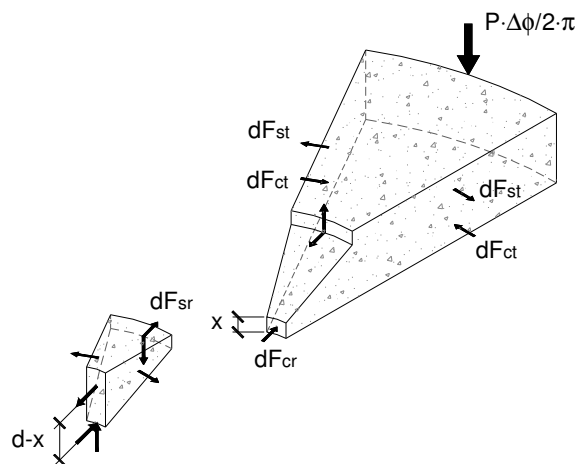


Figura 6.5- Forças atuantes em um segmento de laje – SHEHATA (1990)

O autor considera três hipóteses para o critério de ruína do segmento radial. A primeira suposição admite a ruína do segmento por fendilhamento do concreto, caso o ângulo da força de compressão, F_{cr} , alcance 20° . As outras hipóteses admitem o esmagamento do concreto, ou na direção radial, ou na direção tangencial, caso a deformação média na face comprimida (em cada direção) alcance o valor de 3.5% .

Segundo Shehata, a resistência última à punção, P_u , é obtida, encontrando-se a rotação da laje que leve a um dos casos de ruína descritos anteriormente. Simplificadamente, o valor de P_u pode ser calculado pela equação Eq. 6.13.

$$P_u = 2 \cdot \pi \cdot r_0 \cdot x \cdot n_c \cdot f_c \cdot \tan 10^\circ \quad \text{Eq. (6.13)}$$

onde, r_0 é o raio do pilar, x é a altura da zona de compressão na flexão (na direção tangencial), n_c é o fator de concentração de tensão, o qual considera a resistência do concreto em estado multiaxial de tensão e f_c é a resistência do concreto à compressão obtido em corpos de prova cilíndricos.

6.1.5- BAZANT e CAO (1987)

O conceito básico deste modelo é a hipótese que a ruína por punção não ocorre simultaneamente ao longo da superfície crítica, mas sim, propagando-se através da ligação *laje x pilar*. A partir desta ideia, os autores sugerem que a carga de punção deve ser formulada por mecanismos de fratura e não por análises plásticas. Um estudo experimental foi realizado, e a partir destes resultados os autores estabeleceram a equação Eq. 6.14, a qual prescreve a carga de punção, P_u .

$$v_u = \frac{P_u}{\pi \cdot b \cdot d} = C \cdot \left(1 + \frac{d}{\lambda_0 \cdot d_a}\right)^{-1/2} \quad \text{Eq. (6.14)}$$

$$C = k_1 \cdot f_c \cdot \left(1 + k_2 \cdot \frac{d}{b}\right) \quad \text{Eq. (6.15)}$$

onde, v_u é a tensão nominal de cisalhamento, C é a tensão nominal de cisalhamento obtida em análises plásticas, d é a espessura da laje, b é o diâmetro do cone de punção, k_1 e k_2 são constantes empíricas, λ_0 é um parâmetro empírico que caracteriza a energia de fratura do material e a forma da estrutura e d_a é o diâmetro máximo do agregado graúdo.

6.1.6- GEORGOPOULOS (1988, 1989)

Os principais parâmetros do presente modelo são a resistência do concreto a tração, σ_t , e a taxa de armadura mecânica, w . O modelo de ruína adotado por Georgopoulos supõe que a carga de punção é suportada pela tensão σ_t , a qual é responsável por 75% da transferência da carga na ligação *laje x pilar*, e pelas forças inclinadas de compressão ao redor do pilar. A integração da tensão de tração ao longo da fissura de punção, ver Figura 6.6, assim como, o equilíbrio das forças na direção vertical, conduzem à equação Eq. 6.16, a qual prescreve a carga de punção.

$$P_u = 4.13 \cdot \sigma_1 \cdot h_m^2 \cdot \cot \alpha \cdot \left(\frac{\lambda}{2} + 0.20 + 0.35 \cdot \cot \alpha \right) \quad \text{Eq. (6.16)}$$

$$\sigma_1 = 0.17 \cdot (f_{ck, cube})^{2/3} \quad \text{Eq. (6.17)}$$

sendo, σ_1 a tensão principal máxima de tração esperada na fissura de punção, h_m a altura efetiva da laje, α a inclinação da fissura de punção, $\lambda = d_{st}/h_m$ e d_{st} o diâmetro do pilar.

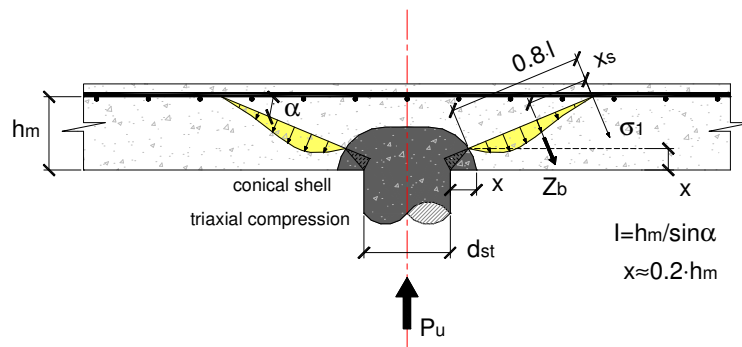


Figura 6.6- Modelo de ruína proposto por GEORGOPOULOS (1988, 1989)

6.1.7- BROMS (1990)

O modelo proposto por Broms difere da teoria de KINNUNEN e NYLANDER (1960) por duas hipóteses. Uma das hipóteses foi não utilizar resultados experimentais para calibrar o seu modelo, mas sim, adotar valores unanimemente aceitos no meio científico para definir as propriedades do concreto. A segunda hipótese foi eliminar o procedimento de iteração proposto por Kinnunen e Nylander, Broms preferiu calcular diferentes alturas para a zona de compressão na direção radial e tangencial. O método proposto por Broms, além de ser válido à análise de punção não simétrica, também considera o efeito da escala, *size effect*.

No presente modelo, Broms admite que o puncionamento da laje acontece quando o concreto comprimido próximo ao pilar é solicitado ou por elevadas deformações tangenciais, ou por elevadas tensões radiais. Para a hipótese de elevadas deformações tangenciais, o puncionamento inicia quando as deformações tangenciais na zona de compressão próximo ao pilar alcança o valor crítico ϵ_{cpu} . Para este caso, Broms admite que a deformação ϵ_{cpu} pode ser descrita como função da resistência do concreto, f_c , (corpo de prova cilíndrico) e da altura da zona de compressão, x_{pu} , conforme mostra a equação Eq. 6.18.

$$\varepsilon_{cpu} = 0.0008 \cdot \left(\frac{150}{\alpha \cdot x_{pu}} \cdot \frac{25}{f_c} \right)^{0.333} \quad \text{Eq. (6.18)}$$

onde, 150 é o diâmetro padrão o corpo de prova usado em ensaios de compressão, x_{pu} é a altura da zona de compressão na flexão, orientada na direção tangencial e no momento do funcionamento e $\alpha \cdot x_{pu}$ é a altura equivalente do bloco de tensão (distribuição retangular) para uma tensão igual à f_c .

Conhecido o valor de ε_{cpu} , o valor da carga de punção V_ε é estabelecido com base na teoria clássica de flexão, ou seja, usando as condições de equilíbrio e compatibilidade da seção transversal. A teoria de flexão apresenta a vantagem de realizar o cálculo, também, em função da taxa de armadura, o que permite considerar um possível escoamento ou ruína da mesma.

Para a hipótese de elevadas tensões radiais, Broms admite que o funcionamento acontece quando a tensão de compressão no concreto (direção radial), atuando sobre uma região cônica imaginária (*conical shell*), ver a Figura 6.7, alcança o valor crítico de $1.1 \cdot f_c$ na base da fissura de punção. Como resultado, a carga de punção V_σ pode ser determinada por condição de equilíbrio na direção vertical, conforme mostra a equação Eq. 6.19. Na referida equação, o termo $(150/0.5 \cdot y)^{0.333}$ leva em consideração o fator de escala, *size effect*, e a altura da zona de compressão, y , (direção radial) é determinada da posição do eixo neutro.

$$V_\sigma \approx 0.46 \cdot (b + 3.5 \cdot y) \cdot y \cdot f_c \cdot \left(\frac{150}{0.5 \cdot y} \right)^{0.333} \quad \text{Eq. (6.19)}$$

onde, y é a espessura aproximada da região cônica e b é o diâmetro do pilar.

Por fim, a carga efetiva de punção, V_u , é determinada admitindo a hipótese mais crítica dentre as hipóteses anteriores, ou seja, $V_u = \min(V_\varepsilon, V_\sigma)$.

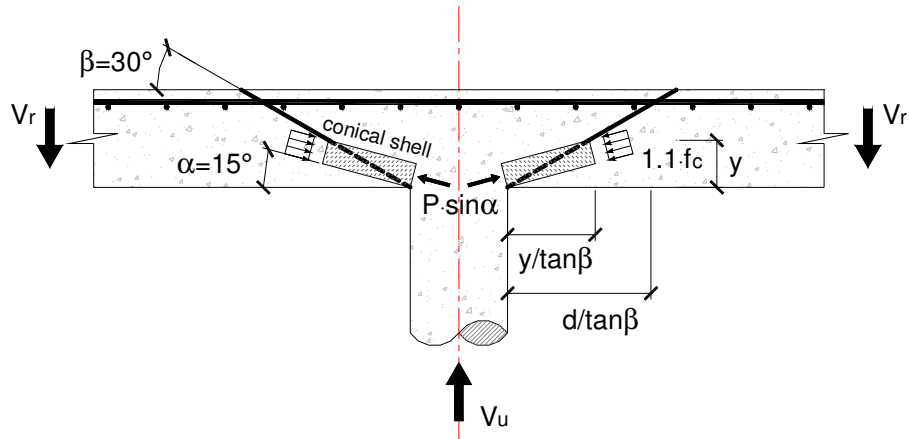


Figura 6.7- Modelo de ruína para a hipótese de elevadas tensões radiais de compressão – BROMS (1990)

6.1.8- BORTOLOTTI (1990)

O modelo de Bortolotti foi baseado na teoria da plasticidade, porém, diferentemente dos modelos plásticos existentes, o autor introduziu um procedimento que considera a deformação do concreto na fase de “*amolecimento*”, *strain softening*. O procedimento de cálculo sugerido pelo autor fornece, aplicando o conceito de trabalho virtual, um limite superior de soluções para a carga de punção, e, para estabelecer o limite inferior de solução, Bortolotti emprega um procedimento variacional, o qual fornece também a forma da superfície de ruína da laje.

A hipótese do presente modelo assume um mecanismo de ruína rígido-plástico sujeito a uma taxa de deslocamento vertical uniforme, v , conforme mostra a Figura 6.8. Uma vez que a inclinação α , em cada ponto da superfície de ruína, é diferente do ângulo de fricção interno Φ' , Bortolotti acredita que as deformações plásticas causam um processo de “*amolecimento*” no concreto, o qual introduz uma mudança em Φ' (na compressão há redução de Φ' e redução da tensão de compressão e na tração há acréscimo de Φ' e redução da tensão de tração).

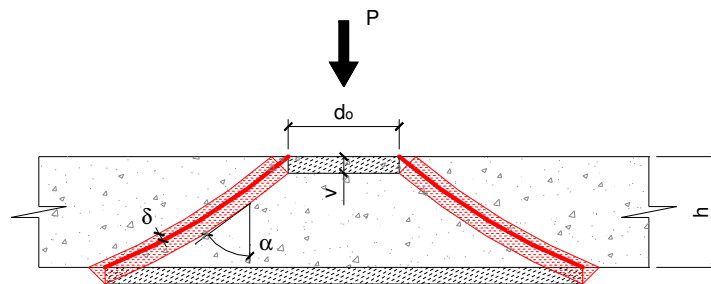


Figura 6.8- Mecanismo de ruína de BORTOLOTTI (1990)

Sendo assim, Bortolotti considera a curva de ruína exibida na Figura 6.9 e assume que cada ponto pertencente ao intervalo AA_1 experimenta um “*amolecimento*” de compressão, enquanto que no intervalo AA_2 é experimentado um “*amolecimento*” de tração. Como resultado, a seguinte condição de ruína é estabelecida:

$$\begin{aligned} \Phi < \Phi' & \quad \sigma_1 \cdot (1 + \sin \Phi) - \sigma_3 \cdot (1 - \sin \Phi) - 2 \cdot f_t = 0 \\ \Phi > \Phi' & \quad \sigma_1 \cdot (1 + \sin \Phi) - \sigma_3 \cdot (1 - \sin \Phi) - f_c \cdot (1 - \sin \Phi) = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. (6.20)}$$

onde, Φ' é o ângulo de fricção interno e Φ é o ângulo de fricção interno instantâneo.

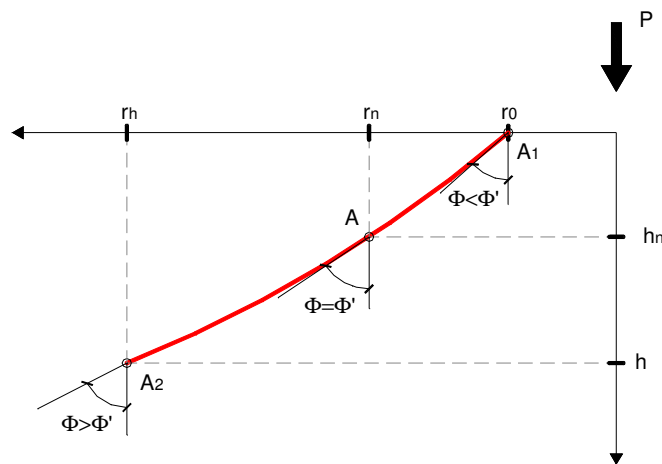


Figura 6.9- Curva de ruína de BORTOLOTTI (1990)

6.1.9- ALEXANDER e SIMMONDS (1992)

O modelo dos referidos autores é conhecido como “*bond model*” e é resultado de uma modificação do modelo “*truss model*” proposto por ALEXANDER e SIMMONDS (1987). Assim como no modelo “*truss model*”, o presente modelo considera que a conexão *laje x pilar* é uma estrutura composta por tirantes, os quais representam as tensões nas armaduras, e por bielas comprimidas, as quais simulam os esforços de compressão no concreto. A diferença do modelo “*bond model*” para o modelo “*truss model*” é que o primeiro modelo considera as bielas comprimidas curvas, conforme mostra a Figura 6.10, e são localizados em quatro tiras radiais que seguem paralelamente a armadura de flexão a partir da face do pilar, ver a Figura 6.11.

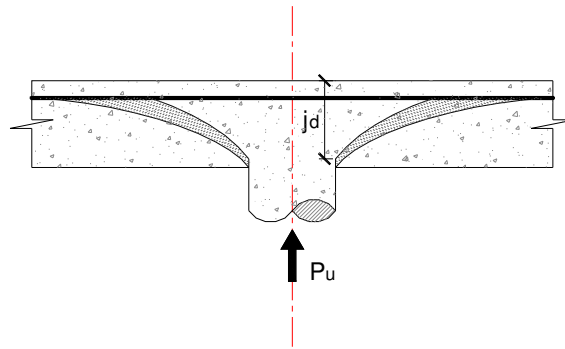


Figura 6.10- Biela de compressão adotada por ALEXANDER e SIMMONDS (1992)

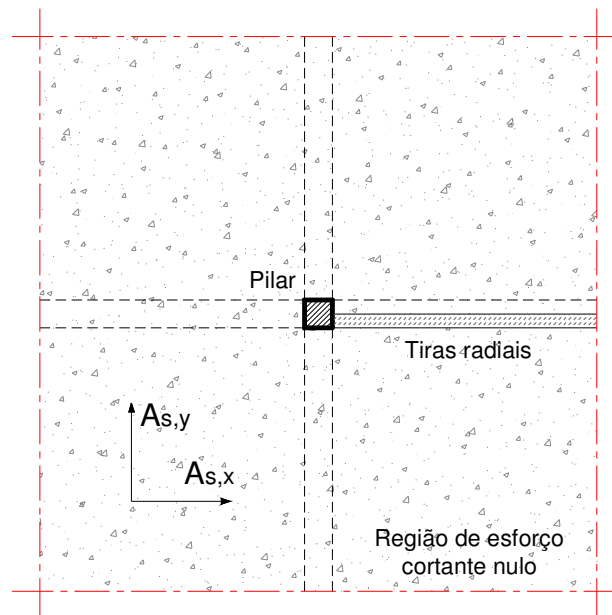


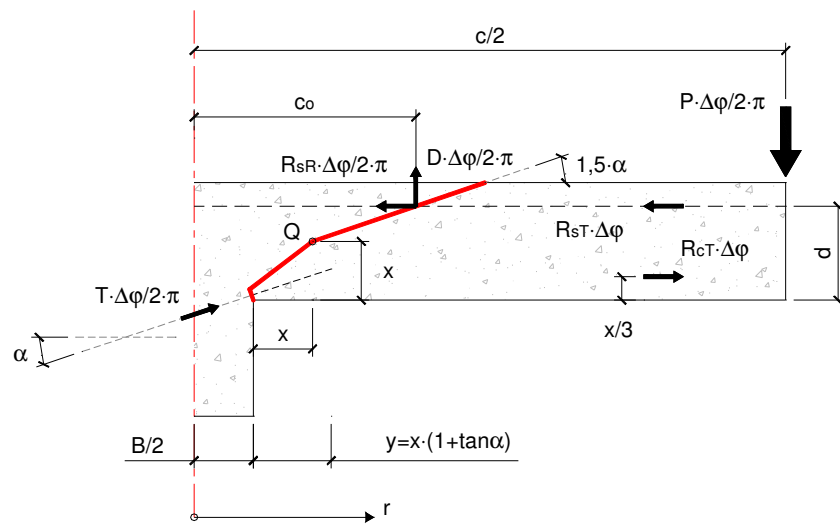
Figura 6.11- Apresentação das tiras adotada por ALEXANDER e SIMMONDS (1992)

Com base nestas hipóteses, os autores estabeleceram a carga máxima das tiras radiais e usaram o modelo “*bond model*” de MORITA e FUJII (1982) para estabelecer o valor da resistência à punção. O modelo proposto por Alexander e Simmonds combina a ação de arco com a ação de cisalhamento em vigas.

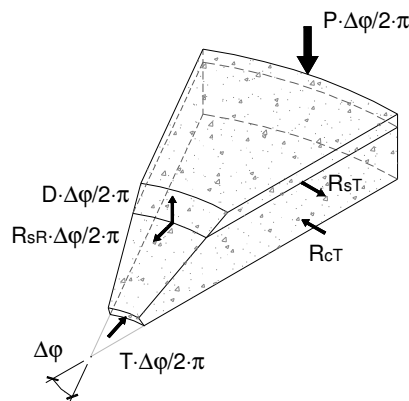
6.1.10- HALLGREN (1996)

A formulação de Hallgren é uma modificação do modelo de KINNUNEN e NYLANDER (1960) e está baseado em observações experimentais e simulações numéricas. O critério de ruína considera uma laje polar-simétrica apoiada sobre um pilar concêntrico, ver Figura 6.12 (a), e é definido por um modelo de fratura que considera a fragilidade do concreto e o efeito da escala,

size effect. A porção da laje fissurada, a qual está limitada pelas fissuras radiais de cisalhamento, ver a Figura 6.12 (b), é considerada um corpo rígido rotacionado.



a) Critério de ruína



b) Porção fissurada da laje

Figura 6.12- Modelo proposto por HALLGREN (1996)

O critério de ruína proposto pelo autor estabelece que o concreto localizado próximo à ligação *laje x pilar*, ver a Figura 6.13, está sujeito a um estado triaxial de compressão e que o concreto distante y da face do pilar, além de encontra-se em um estado biaxial de compressão no plano horizontal, também apresenta deformações de tração na direção vertical. A carga última de punção é encontrada quando a deformação tangencial do concreto comprimido, a uma distância y da face do pilar, alcança o valor crítico ε_{cTu} e apresenta o estado de tensão descrito anteriormente.

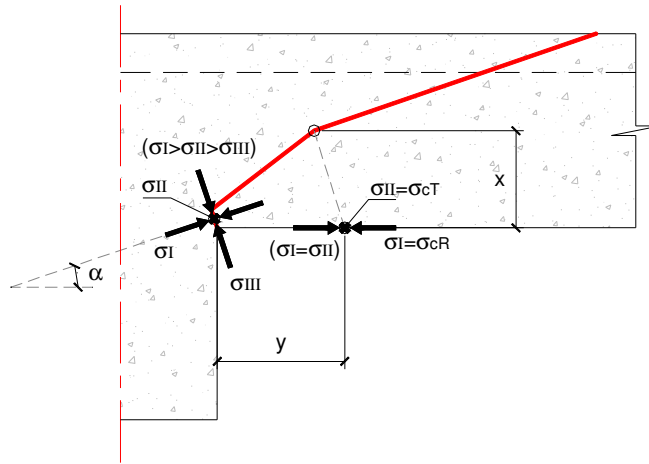


Figura 6.13- Critério de ruína de HALLGREN (1996)

6.1.11- MUTTONI (2008)

O estudo realizado pelos autores propôs uma metodologia de cálculo para estabelecer a resistência última à punção com base na *Critical Shear Crack Theory – CSCT* (Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento), a qual relaciona a resistência ao cisalhamento da laje com a rotação da mesma no momento da ruína. De acordo com MUTTONI e SCHWARTZ (1991), é plausível admitir que a largura da fissura crítica, w , seja proporcional ao produto da rotação da laje pela altura útil da mesma, $\psi \cdot d$, o que leva ao critério de ruína semi-empírico apresentado a seguir.

$$\frac{V_E}{b_0 \cdot d^3 \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\psi \cdot d}{4}\right)^2} \quad [\text{N}, \text{mm}] \quad \text{Eq. (6.21)}$$

A quantidade de esforço cortante que pode ser transferida na ligação *laje x pilar* ao longo da fissurada crítica de cisalhamento depende da rugosidade da fissura, a qual é função da dimensão máxima do agregado graúdo. Segundo WALRAVEN (1981) e VECCHIO e COLLINS (1986) a rugosidade da fissura e a capacidade da mesma em transferir esforço cortante, ambas as considerações podem ser previstas nos cálculos, dividindo-se o produto $\psi \cdot d$ por $(d_{g0} + d_g)$, onde d_g é o diâmetro máximo do agregado graúdo e $d_{g0} = 16 \text{ mm}$ é o diâmetro do agregado de referência. Desta maneira, MUTTONI (2003) propôs melhorias à equação Eq. 6.21, sugerindo assim a equação Eq. 6.22 para descrever o critério de ruína das lajes.

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad \text{Eq. (6.22)}$$

onde V_R é o valor da resistência ao cisalhamento, $b_0 = 4 \cdot r + \pi \cdot d$ (para pilar quadrado) é o perímetro da seção crítica da laje (admitida distante $d/2$ da face do pilar) e r é a dimensão do pilar quadrado.

Com base nos resultados experimentais de KINNUNEN e NYLANDER (1960), Ruiz e Muttoni verificaram que a ruína das lajes ocorre na interseção das curvas “carga x rotação” e “critério de ruína”, ver a Figura 6.14. Sendo assim, o cálculo da resistência à punção, usando a equação Eq. 6.22, só é possível se for conhecida a relação “carga x rotação”. Segundo GUANDALINI (2005), para os casos onde um elemento isolado de laje apresenta características axissimétricas, é possível estabelecer a relação “carga x rotação”, por meio da relação “momento x curvatura”, ver a Figura 6.15.

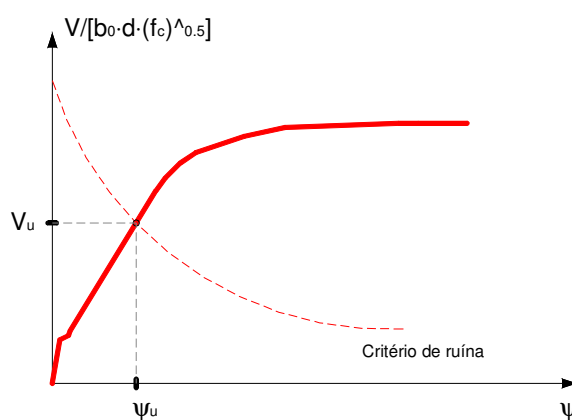


Figura 6.14- Relação entre as curvas “carga x rotação” e “critério de ruína” – MUTTONI (2008)

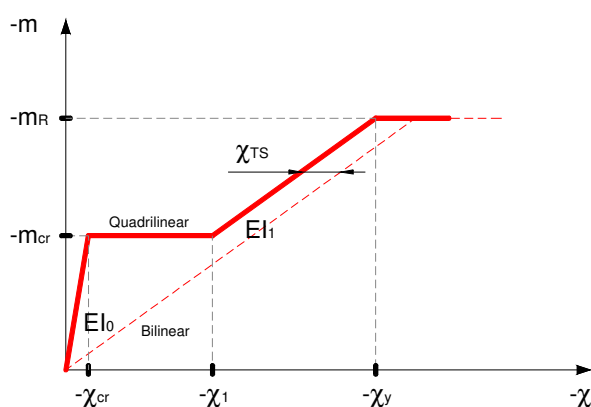


Figura 6.15- Relação “momento x curvatura”

Admitindo a laje axissimétrica apresentada na Figura 6.16 e considerando o comportamento quadrilinear da relação “momento x curvatura”, ver a Figura 6.15, Ruiz e Muttoni estabeleceram a equação Eq. 6.23 para descrever a relação “carga x rotação”.

$$V = \frac{2 \cdot \pi}{(r_q - r_c)} \cdot \left[-m_r \cdot r_0 + E \cdot I_0 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_s) - \ln(r_{cr}) \rangle + m_{cr} \cdot \langle r_{cr} - r_1 \rangle + E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_1) - \ln(r_y) \rangle + E \cdot I_1 \cdot \chi_{TS} \cdot \langle r_1 - r_y \rangle + m_R \cdot \langle r_y - r_0 \rangle \right] \quad \text{Eq. (6.23)}$$

onde m_r é o momento radial por unidade de comprimento atuando na laje, m_{cr} é o momento de fissuração por unidade de comprimento, m_R é o momento resistente por unidade de comprimento, r_0 , r_c , r_q e r_s representam as medidas indicadas na Figura 6.16, $E \cdot I_0$ e $E \cdot I_1$ definem, respectivamente, os valores de rigidez da laje antes e após a fissuração, r_{cr} , r_1 , r_y são os raios de curvatura referentes, respectivamente, ao início da fissuração, à estabilização da fissuração e ao escoamento da armadura e χ_{TS} considera o efeito “*tension stiffening*”. Na equação anterior, o operador $\langle x \rangle$ é igual a x se $x \geq 0$ e igual a 0 se $x < 0$.

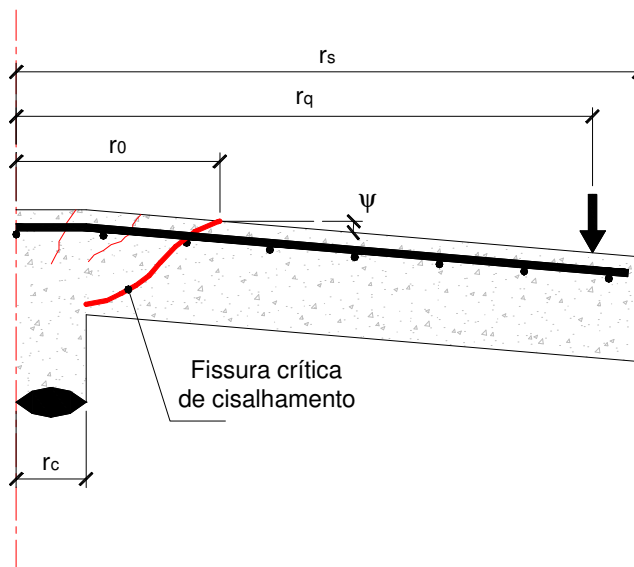


Figura 6.16- Modelo proposto por MUTTONI (2008)

Para considerações práticas, os autores admitem que a relação “*carga x rotação*” pode ser representada simplificada, assumindo que a rotação ψ é função da relação $(V/V_{flex})^{3/2}$. Sendo assim, Ruiz e Muttoni apresentam a equação Eq. 6.24 para representar a relação “*carga x rotação*” simplificada.

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad \text{Eq. (6.24)}$$

sendo,

$$V_{flex} = \begin{cases} 2 \cdot \pi \cdot m_R \cdot \frac{r_s}{(r_q - r_c)} & \text{para laje circular com pilar circular} \\ 8 \cdot m_R & \text{para laje quadrada com pilar quadrado} \end{cases} \quad \text{Eq. (6.25)}$$

onde f_y e E_s são, respectivamente, a tensão de escoamento e o módulo de elasticidade da armadura de flexão, V_{flex} é a carga correspondente ao momento resistente de flexão.

6.2- MODELOS ANALÍTICOS DESENVOLVIDOS PARA PRESCREVER A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LAJES REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO

Esta seção descreve sucintamente alguns modelos analíticos utilizados na prescrição da resistência à punção de lajes lisas reforçadas com fibras de aço sem a utilização de armadura de cisalhamento. As apresentações seguintes destinam-se em explicar as ideias básicas e os parâmetros envolvidos em cada formulação.

6.2.1- NARAYANAN e DARWISH (1987)

Nesta pesquisa os autores apresentaram uma formulação analítica para o cálculo da resistência última à punção de lajes lisas reforçadas com fibras de aço, a qual é fundamentada na hipótese de que a resistência ao cisalhamento das lajes é similar ao das vigas, ver a equação Eq. 6.26. A referida equação foi posteriormente expandida por TAN e PARAMASIVAM (1994), resultando assim na equação Eq. 6.27.

$$v_u = \xi_s \cdot (A' \cdot f_{spf} + B' \cdot \rho + v_b) \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (6.26)}$$

onde, ξ_s é um fator empírico que considera o fator de escala, *size effect*, $A'=0.24$ e $B'=16$ são constantes adimensionais, f_{spf} é a resistência do concreto à tração por compressão diametral, ρ é a taxa de armadura de flexão e v_b é a tensão vertical de arrancamento da fibra ao longo da fissura inclinada.

$$v_u = \frac{P_u}{\xi_s \cdot u_b \cdot d} = 0.24 \cdot f_{spf} + 16 \cdot \rho + 0.41 \cdot \tau_u \cdot \rho_f \cdot d_f \cdot \frac{L}{D} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (6.27)}$$

sendo

$$P_u = \left(0.24 \cdot f_{sp} + 16 \cdot \rho + 0.41 \cdot \tau_u \cdot \rho_f \cdot d_f \cdot \frac{L}{D} \right) \cdot \xi_s \cdot u_b \cdot d \quad [\text{MPa,mm}] \quad \text{Eq. (6.28)}$$

onde

$$u_b = \left(1 - 0.55 \cdot \rho_f \cdot d_f \cdot \frac{L}{D} \right) \cdot (4 \cdot r + 3 \cdot \pi \cdot h) \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (6.29)}$$

Nas equações anteriores, u_b é o perímetro crítico da laje, h é a altura efetiva da laje, r é dimensão do pilar (quadrado), d é a altura útil da laje, $\xi_s = (1.6 - 0.002 \cdot h)$ é um fator de forma empírico, f_{sp} é a resistência do concreto à tração por compressão diametral, $\tau_u = 4.15$ MPa é a tensão média de aderência interfacial entre a fibra e o concreto, ρ_f é o volume de fibra, d_f é o parâmetro que define o tipo de fibra (ver a equação Eq. 6.30), L e D são, respectivamente, os valores do comprimento e do diâmetro da fibra.

$$d_f = \begin{cases} 0.5 & \text{para fibras "round"} \\ 0.75 & \text{para fibras "crimped"} \\ 1.0 & \text{para fibras "duoform fibers"} \end{cases} \quad \text{Eq. (6.30)}$$

6.2.2- SHAABAN e GESUND (1994)

Nesta pesquisa, os autores propuseram uma alteração à prescrição da resistência última à punção sugerida pelo ACI 318 (1989), para que a mesma seja adaptada aos casos de laje reforçada com fibras de aço. Segundo o ACI 318 (1989), a resistência à tração do concreto pode ser relacionada à sua resistência à compressão por meio da equação Eq. 6.31.

$$f_{sp} = k \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{Eq. (6.31)}$$

sendo k um valor constante.

Tencionando relacionar a resistência à tração por compressão diametral, f_{sp} , com a resistência à compressão, f_c , e a quantidade de fibras, W_f , Shaaban e Gesund realizaram ensaios experimentais, e através de análises de regressão linear sobre os resultados dos ensaios, os autores apresentaram a equação Eq. 6.32.

$$f_{sp} = (0.025 \cdot W_f + 0.567) \cdot \sqrt{f_c} \quad [\text{MPa, \%}] \quad \text{Eq. (6.32)}$$

$$W_f = \frac{7850 \cdot V_f}{w_c} = \frac{7850 \cdot V_f}{2400} = 3.27 \cdot V_f \quad [\text{kg, m}] \quad \text{Eq. (6.33)}$$

sendo W_f o valor da porcentagem de fibra por peso de concreto, $0 \leq W_f \leq 8\%$.

De acordo com o ACI 318 (1989), a resistência de uma laje à punção é dada, salvo algumas exceções, pela equação Eq. 6.34. Com o intuito de incorporar a parcela de resistência das fibras à equação Eq. 6.34, Shaaban e Gesund propuseram acrescentar o valor de f_{sp} à equação do ACI, resultando então na equação Eq. 6.35, a qual estabelece o valor da resistência última à punção de lajes reforçadas com fibras de aço.

$$V_c = 0.333 \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \quad [\text{MPa, mm}] \quad \text{Eq. (6.34)}$$

$$V_c = 0.6 \cdot (0.025 \cdot W_f + 0.567) \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \quad [\text{MPa, mm}] \quad \text{Eq. (6.35)}$$

Na equação Eq. 6.35, o multiplicador 0.6 é utilizado para manter o mesmo fator de segurança da equação do ACI, ou seja, quando $W_f=0$ o produto $0.6 \cdot 0.567 \approx 0.333$ corresponde ao valor encontrado na expressão do ACI.

6.2.3- HARAJLI *et al.* (1995)

A primeira proposta apresentada por Harajli et al. para o cálculo da resistência à punção de lajes reforçadas com fibras de aço foi fundamentada em uma base de dados composta apenas pelos resultados experimentais dos próprios autores, o que resultou na expressão Eq. 6.36.

$$P_u = (0.54 + 0.09 \cdot V_f) \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \quad [\text{MPa, mm}] \quad \text{Eq. (6.36)}$$

Com o intuito de tornar ampla a aplicabilidade da equação anterior, Harajli et al. utilizaram uma base de dados mais robusta, acrescentando à base de dados inicial os trabalhos de SWAMY e ALI (1982), THEODORAKOPOULOUS e SWAMY (1989/1993) e ALEXANDER e SIMMONDS (1992). Após a avaliação dos novos resultados, os autores propuseram, por meio de análises de regressão linear, a equação Eq. 6.37, a qual estabelece o acréscimo de resistência proporcionado pela adição de fibras de aço ao concreto. De acordo com Harajli et al., a equação

Eq. 6.37 é limitada aos casos de $V_f \leq 2\%$ e as fibras de aço do tipo “*crimped*”, “*hooked*”, “*corrugated*” e “*paddle*”.

$$\Delta P_u = (0.033 + 0.075 \cdot V_f) \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad \text{Eq. (6.37)}$$

O valor da resistência última à punção, P_u , é obtido, realizando-se $P_u = \Delta P_u + P_c$, onde P_c representa a parcela de resistência do concreto sem reforço com fibras. O valor de P_c pode ser obtido aplicando-se as prescrições de um código de projeto, como por exemplo, conforme sugere os autores, o ACI 318.

6.2.4- HOLANDA (2002)

A proposta da autora consistiu em adaptar o modelo “*bond model*” de ALEXANDER e SIMMONDS (1992), o qual combina os mecanismos de “*ação de arco*” com os de “*ação de cisalhamento em vigas*”, aos casos de lajes reforçadas com fibras de aço. Após analisar os resultados experimentais da sua pesquisa, Holanda verificou que a contribuição das fibras na resistência à punção deve ser atribuída à parcela da “*ação de cisalhamento em vigas*”. Segundo Holanda, a resistência à punção da ligação *laje x pilar* pode ser estabelecida consoante a equação Eq. 6.38.

$$P_u = 8 \cdot \sqrt{M_s \cdot d \cdot \tau} \quad \text{Eq. (6.38)}$$

sendo,

$$M_s = \rho \cdot f_y \cdot c \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{1,7 \cdot f_c} \right) \quad \text{Eq. (6.39)}$$

$$\tau = 0.3255 \cdot (0.15 \cdot V_f + 0.51) \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{Eq. (6.40)}$$

onde M_s e τ são, respectivamente, os valores do momento resistente à flexão e da resistência ao cisalhamento.

Substituindo as equações Eq. 6.39 e 6.40 em 6.38, a autora apresenta a expressão Eq. 6.41 para o cálculo da carga de ruína à punção de lajes reforçadas com fibras de aço, a qual Holanda denomina de *Modelo Viga-Arco Modificado*.

$$P_u = 0.0035 \cdot d \cdot \sqrt{c \cdot d \cdot f_c \cdot w \cdot (170 - w) \cdot k_f} \quad \text{Eq. (6.41)}$$

onde,

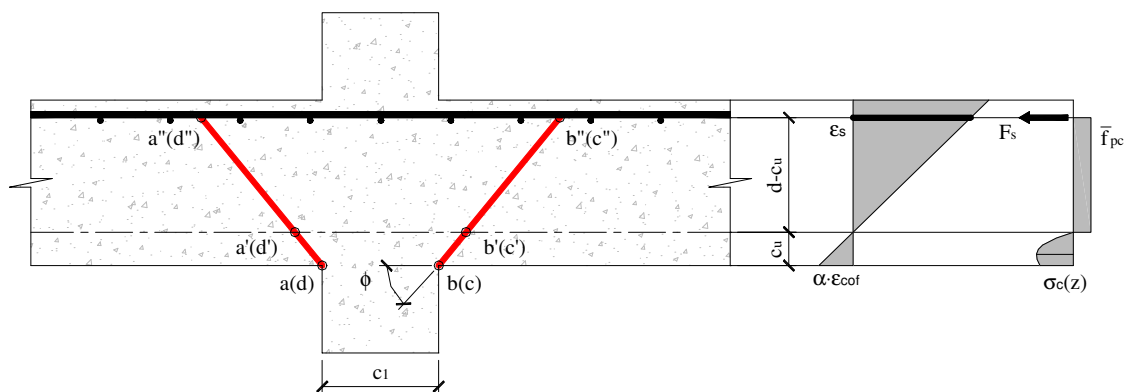
$$w = \frac{\rho \cdot f_y}{f_c} \quad \text{Eq. (6.42)}$$

$$k_f = (0.15 \cdot V_f + 0.51) \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{Eq. (6.43)}$$

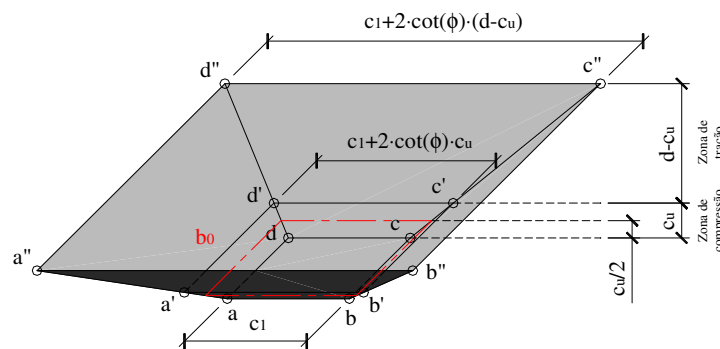
sendo f_y e f_c dados em *MPa*, c e d dados em *cm* e ρ e V_f dados em %.

6.2.5- CHOI *et al.* (2007)

O cálculo da resistência à punção proposto por Choi *et al.* é fundamentado na formação de uma superfície de ruína delimitada pelo ângulo $\phi=30^\circ$ e admitindo o perímetro médio b_0 como seção crítica, ver a Figura 6.17. Segundo os autores, a ruína da laje pode ocorrer ou por compressão, ou por tração, porém, análises numéricas realizadas pelos autores mostraram que a capacidade portante ao cisalhamento é, para os casos correntes, governada pela ruína à tração.



a) Superfície de ruína



b) Parâmetros da superfície de ruína

Figura 6.17- Superfície crítica proposta por CHOI *et al.* (2007)

Nesta formulação, os autores adotaram as equações Eq. de 6.44 a 6.46 para medir, respectivamente, a resistência à compressão, f'_{cf} , a resistência à tração, f_{ct} , e a resistência à tração após a fissuração, f_{pc} , do concreto reforçado com fibra.

$$f'_{cf} = 1.9 \cdot V_f \cdot (L/D) \cdot \beta + f_c \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (6.44)}$$

$$f_{ct} = f_t \cdot (1 - V_f) + \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \tau \cdot V_f \cdot (L/D) \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (6.45)}$$

$$f_{pc} = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot V_f \cdot (L/D) \cdot \tau \cdot \beta \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (6.46)}$$

sendo,

$$f_t = 0.292 \cdot \sqrt{f_c} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (6.47)}$$

Nas equações anteriores, f_c representa a resistência à compressão do concreto equivalente sem fibra, f_t é a resistência do concreto à tração obtida em ensaio de tração simples, L e D são, respectivamente, o comprimento e o diâmetro da fibra, $\tau = 2 \cdot f_t$ é a resistência da aderência interfacial média entre a fibra e o concreto. Ainda referente às equações anteriores, $\lambda_1=0.25$ é a taxa esperada para o comprimento de arrancamento, $\lambda_2=1.2$ é o fator de eficiência da orientação das fibras no estágio fissurado do concreto e $\lambda_3=1.0$ é o fator de redução associado ao número de fibras que se desprendem por unidade de área.

Para simplificar a equação Eq. 6.45, os autores admitem que $f_{ct}=f_t$ quando $\alpha_1 \approx 0.5$ e $\alpha_2 \approx 0.1$. Os valores de α_1 e α_2 representam, respectivamente, a parte mobilizada da aderência no momento da primeira fissura e o fator de eficiência da orientação da fibra antes da fissura do concreto. O parâmetro β apresentado nas equações Eq. 6.44 e 6.46 distingue o tipo de fibra, sendo adotado:

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{para fibras "hooked" ou "crimped"} \\ 2/3 & \text{para fibras "lisas" ou "circulares" em concretos normais} \\ 3/4 & \text{para fibras "hooked" ou "crimped" em concretos leves} \end{cases} \quad \text{Eq. (6.48)}$$

A seção crítica b_0 apresentada na Figura 6.17, assim como, as áreas das seções transversais inclinadas das zonas de tração, A_T , e compressão, A_C , podem ser calculadas em função do ângulo ϕ , conforme mostram as equações Eq. de 6.49 a 6.51.

$$b_0 = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 4 \cdot \cot(\phi) \cdot c_u \quad \text{Eq. (6.49)}$$

$$A_T = \frac{(2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 4 \cdot \cot \phi \cdot d) \cdot (d - c_u)}{\sin \phi} \quad \text{Eq. (6.50)}$$

$$A_C = b_0 \cdot c_u = (2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 4 \cdot \cot \phi \cdot c_u) \cdot c_u \quad \text{Eq. (6.51)}$$

sendo c_1 e c_2 as dimensões do pilar, ou da área carregada, e c_u a altura da zona de compressão, a qual é obtida equilibrando-se as forças internas resistentes indicadas no diagrama de tensão da Figura 6.17.

A distribuição da tensão $\sigma_c(z)$ mostrada na Figura 6.17 é definida pela equação Eq. 6.52. Entretanto, a abordagem simplificada da formulação considera uma tensão de compressão média, $\bar{\sigma}$, sobre a zona de compressão, conforme mostra a Eq. 6.53. Além da hipótese anterior, os autores também consideram $\alpha \cdot \varepsilon_{cof} = 0.00196$, o que simplifica a resistência à tração do concreto reforçado com fibras para $f'_{ct} = 0.9 \cdot f_t$, onde o valor de ε_{cof} é definido na equação Eq. 6.54.

$$\sigma_c(z) = f'_{cf} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\alpha \cdot z}{c_u} \right) - \left(\frac{\alpha \cdot z}{c_u} \right)^2 \right] \quad \text{Eq. (6.52)}$$

$$\bar{\sigma} = \left(\alpha - \frac{\alpha^2}{3} \right) \cdot f'_{cf} \quad \text{Eq. (6.53)}$$

$$\varepsilon_{cof} = 0.00079 \cdot V_f \cdot \left(\frac{L}{D} \right) + 0.0041 \cdot \left(\frac{f'_{cf}}{f_c} \right) \quad \text{Eq. (6.54)}$$

Na equação Eq.6.54, ε_{cof} representa a deformação correspondente à resistência à compressão do concreto reforçado com fibras. A Figura 6.17 também mostrou que os autores adotaram uma tensão média na zona de tração, \bar{f}_{pc} , a qual é definida pela equação Eq. 6.55.

$$\bar{f}_{pc} = 0.6 \cdot f_{pc} \quad \text{Eq. (6.55)}$$

A expressão proposta por Choi et al. para estabelecer a resistência à punção da ligação *laje x pilar* é mostrada na equação Eq. 6.56.

$$V_u = \sqrt{f'_{ct} \cdot [f'_{ct} + \sigma]} \cdot A_C + V_{fr} \quad \text{Eq. (6.56)}$$

onde V_{fr} é a capacidade portante ao corte na zona tracionada. No cálculo de V_u , ver a equação Eq. 6.56, os autores adotam a equação Eq. 6.57 para estabelecer o valor de V_{fr} .

$$V_{fr} = \bar{f}_{pc} \cdot A_T \cdot \cos \bar{\phi} \quad \text{Eq. (6.57)}$$

Realizando-se as devidas substituições, obtém-se a equação Eq. 6.58, a qual representa a expressão final utilizada no cálculo da resistência última à punção. Nesta equação também é apresentado o parâmetro λ_s , o qual considera o fator de escala (o mesmo adotado no código BS 8110, 1997).

$$V_u = \lambda_s \cdot \sqrt{0.9 \cdot f_t \cdot \left[0.9 \cdot f_t + \left(\alpha - \frac{\alpha^2}{3} \right) \cdot f'_{cf} \right]} \cdot A_C + V_{fr} \quad \text{Eq. (6.58)}$$

sendo

$$\lambda_s = \sqrt[4]{\frac{400}{d}} \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (6.59)}$$

6.2.6- MUTTONI e RUIZ (2010)

Nesta pesquisa os autores explicam como a *Critical Shear Crack Theory – CSCT* (Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento), pode ser utilizada para prescrever a resistência última à punção, V_{Rd} , das lajes lisas reforçadas com fibras de aço. A primeira hipótese dos autores é admitir que V_{Rd} possa ser representada pela equação Eq. 6.60, conforme segue:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,f} \quad \text{Eq. (6.60)}$$

onde $V_{Rd,c}$ e $V_{Rd,f}$ representam, respectivamente, as parcelas de resistência do concreto e da fibra.

Segundo Muttoni e Ruiz, a contribuição da fibra, $V_{Rd,f}$, pode ser estimada se for conhecida a relação *Tensão x Abertura da fissura*, $\sigma_{tf}(w)$. Sendo assim, os autores adotaram o modelo de VOO e FOSTER (2004), *Variable Engagement Model – VEM*, para relacionar a tensão e a abertura da fissura. De acordo com o modelo de Voo e Foster, as tensões nas fibras, σ_{tf} ,

ocasionadas por uma dada abertura de fissura, w , podem ser calculadas de acordo com a expressão seguinte:

$$\sigma_{if}(w) = \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{w}{\alpha_1 \cdot l_f}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w}{l_f}\right)^2 \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \rho_f \cdot \tau_b \quad \text{Eq. (6.61)}$$

onde

$$\tau_b = \begin{cases} 0.8 \cdot f_{cm}^{0.5} & \text{para fibra "hooked"} \\ 0.6 \cdot f_{cm}^{0.5} & \text{para fibra "crimped"} \\ 0.4 \cdot f_{cm}^{0.5} & \text{para fibra "straight"} \end{cases} \quad \text{Eq. (6.62)}$$

Na equação Eq. 6.61, l_f e d_f definem, respectivamente, o comprimento e o diâmetro da fibra, ρ_f é a taxa volumétrica da fibra, $\alpha_1 = d_f / (3.5 \cdot l_f)$ é um parâmetro de engajamento e τ_b é a tensão de aderência interfacial entre a fibra e o concreto.

De acordo com a teoria da fissura crítica de cisalhamento, a abertura da fissura, w , é proporcional ao produto $\psi \cdot d$. Sendo assim, escreve-se:

$$w = \alpha \psi \cdot \xi \quad \text{Eq. (6.63)}$$

ou

$$w(\psi, \xi) = k \cdot \psi \cdot \xi \quad \text{Eq. (6.64)}$$

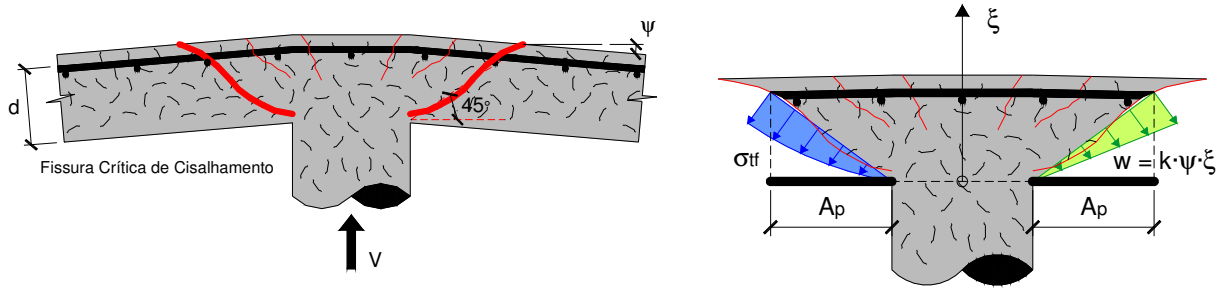
Desta maneira, a equação Eq. 6.61 pode ser reescrita conforme segue:

$$\sigma_{if}(\psi, \xi) = \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{k \cdot \psi \cdot \xi}{\alpha_1 \cdot l_f}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot k \cdot \psi \cdot \xi}{l_f}\right)^2 \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \rho_f \cdot \tau_b \quad \text{Eq. (6.65)}$$

onde k é o coeficiente que relaciona a rotação com a abertura da fissura. De acordo com RUIZ e MUTTONI (2009), $k=0.5$ para fins de projeto.

Após ser estabelecido o valor de $\sigma_{if}(w) = \sigma_{if}(\psi, \xi)$, Muttoni e Ruiz adotaram que a superfície de ruína da laje reforçada com fibras de aço é delimitada por um ângulo de 45° com relação ao plano da laje, ver a Figura 6.18 (a). Sendo assim, o cálculo de $V_{R,f}$ é estabelecido desenvolver-se

a integral de $\sigma_{tf}(\psi, \xi)$ em A_p (ver a equação Eq. 6.66), onde A_p , ver a Figura 6.18 (b), representa a projeção horizontal da superfície de ruína. O resultado final do valor de $V_{R,f}$ é apresentado na equação Eq. 6.67.



a) Superfície de ruína

b) Distribuição da tensão e da abertura da fissura

Figura 6.18- Hipóteses adotadas no modelo de MUTTONI e RUIZ (2010)

$$\begin{aligned}
 V_{R,f} &= \int \sigma_{tf}(\psi, \xi) \cdot dA_p = \\
 &= \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\xi=0}^d \left(\frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{k \cdot \psi \cdot \xi}{\alpha_1 \cdot l_f}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot k \cdot \psi \cdot \xi}{l_f}\right)^2 \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \rho_f \cdot \tau_b \right) \cdot (r_c + \xi) \cdot d\theta \cdot d\xi \\
 &= 2 \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \rho_f \cdot \tau_b \cdot \int_{\xi=0}^d \arctan\left(\frac{k \cdot \psi \cdot \xi}{\alpha_1 \cdot l_f}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot k \cdot \psi \cdot \xi}{l_f}\right)^2 \cdot (r_c + \xi) \cdot d\xi
 \end{aligned}$$

Eq. (6.66)

$$V_{R,f} = 2 \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \rho_f \cdot \tau_b \cdot \frac{1}{12 \cdot a^4} \cdot \left(\begin{aligned} &\arctan(a \cdot d) \cdot (a^4 \cdot d \cdot (4 \cdot c \cdot (b^2 \cdot d^2 - 3 \cdot b \cdot d + 3))) + \\ &+ d \cdot (3 \cdot b^2 \cdot d^2 - 8 \cdot b \cdot d + 6) + a^2 \cdot (6 - 12 \cdot b \cdot c - 3b^2) - \\ &- a \cdot ((6 \cdot a^2 \cdot c - 2 \cdot b^2 \cdot c + 4 \cdot b) \cdot \log(a^2 \cdot d^2 + 1) + \\ &+ d \cdot (a^2 \cdot (b^2 \cdot d \cdot (2 \cdot c + d) - 4 \cdot b \cdot (3 \cdot c + d) + 6) - 3 \cdot b^2)) \end{aligned} \right)$$

Eq. (6.67)

sendo,

$$a = \frac{k \cdot \psi}{\alpha_1 \cdot l_f} \quad b = \frac{2 \cdot k \cdot \psi}{l_f} \quad c = r_c$$

Eq. (6.68)

Segundo os autores, para casos práticos e corriqueiros não há necessidade de utilizar-se a extensa equação Eq. 6.67. Uma simplificação aceitável é adotar o produto da tensão média na fibra pela área da superfície de ruína, conforme mostra a equação Eq. 6.69.

$$V_{R,f} = \int_{A_p} \sigma_{if}(\psi, \xi) \cdot dA_p = A_p \cdot \sigma_{if}(\psi, h_c) \quad \text{Eq. (6.69)}$$

onde $h_c=d/3$ representa a distância de controle da ponta da fissura, localizada na base da laje, até o ponto em que possivelmente se estabelece a tensão média.

Desta forma, o valor de cálculo de $V_{R,f}$ é definido conforme segue:

$$V_{R,f} = A_p \cdot \sigma_{ifd}(w) = A_p \cdot \sigma_{ifd}(k \cdot \psi \cdot h_c) = A_p \cdot \sigma_{ifd}\left(\frac{\psi \cdot d}{6}\right) \quad \text{Eq. (6.70)}$$

sendo

$$\sigma_{ifd}(w) = \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{w}{\alpha_1 \cdot l_f}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot w}{l_f}\right)^2 \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \rho_f \cdot \tau_b \quad \text{Eq. (6.71)}$$

6.2.7- HIGASHIYAMA *et al.* (2011)

A proposta de cálculo apresentada pelos pesquisadores foi baseada na prescrição à punção da JSCE (2008), *Japan Society of Civil Engineers*, a qual é descrita pela equação Eq. 6.72.

$$V_u = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_r \cdot f_{pcd} \cdot u_p \cdot d \quad \text{Eq. (6.72)}$$

sendo,

$$f_{pcd} = 0.2 \cdot \sqrt{f_c} < 1.2 \text{ MPa} \quad \text{Eq. (6.73)}$$

$$\beta_d = \sqrt[4]{\frac{1000}{d}} < 1.5 \quad \text{Eq. (6.74)}$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100 \cdot \rho} < 1.5 \quad \text{Eq. (6.75)}$$

$$\beta_r = 1 + \frac{1}{1 + 0.25 \cdot (u/d)} \quad \text{Eq. (6.76)}$$

$$u_p = u + \pi \cdot d \quad \text{Eq. (6.77)}$$

onde f_c [MPa] é a resistência do concreto à compressão obtida em corpos de prova cilíndricos, d [mm] é a altura útil da laje, ρ é a taxa geométrica da armadura de flexão, u [mm] é o perímetro do pilar ou da área carregada e u_p [mm] é o perímetro da seção crítica localizada à distância $d/2$ da face da área carregada.

A contribuição da parcela da fibra de aço foi incorporada à equação Eq. 6.72 admitindo-se a resistência ao arrancamento (*pull-out strength*) apresentado por NARAYANAN e KAREEM-PALANJIAN (1984) e o perímetro crítico proposto por NARAYANAN e DARWISH (1987), conforme segue:

$$V_u = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_r \cdot (f_{pcd} + v_b) \cdot u_p \cdot d \quad \text{Eq. (6.78)}$$

onde,

$$v_b = 0.41 \cdot \tau \cdot F \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sendo :} \\ \tau = 4.15 \text{ MPa} \end{array} \right. \quad \text{Eq. (6.79)}$$

$$u_p = (u + \pi \cdot d) \cdot (1 - K \cdot F) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sendo :} \\ K = 0.32 \end{array} \right. \quad \text{Eq. (6.80)}$$

$$F = \frac{L}{D} \cdot V_f \cdot d_f \quad \text{Eq. (6.81)}$$

$$d_f = \begin{cases} 0.50 & \text{para fibras tipo "round"} \\ 0.75 & \text{para fibras tipo "crimped"} \\ 1.00 & \text{para fibras tipo "duoform fibers"} \end{cases} \quad \text{Eq. (6.82)}$$

Nas equações Eq. de 6.79 a 6.82, τ é a tensão de aderência interfacial média entre a matriz e a fibra, V_f é o volume de fibra, d_f é o fator de aderência, L e D são, respectivamente, o comprimento e o diâmetro da fibra, F é o fator da fibra e K é uma constante adimensional. Os demais parâmetros envolvidos são definidos conforme se apresentou anteriormente.

7- CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE

7.1- INTRODUÇÃO

Nas obras de engenharia, os elementos estruturais de concreto, tais como pilares, vigas e lajes, quase sempre estão sujeitos aos efeitos da flexão. Por este motivo, conhecer as variáveis que governam este fenômeno é de fundamental importância. No que diz respeito às lajes lisas, PARK e GAMBLE (2000) afirmam que o comportamento das lajes lisas no momento da ruína é extremamente complexo devido ao efeito combinado das ações de flexão e cisalhamento e à natureza tridimensional do problema.

A influência dos efeitos da flexão sobre a ruína das lajes lisas já vem sendo registrada desde 1960, quando KINNUNEN e NYLANDER (1960) desenvolveram um modelo mecânico para estimar a resistência à punção com base na rotação de corpo rígido da laje. A rotação crítica prevista pelo referido modelo é calculada em função do diagrama bilinear *momento x curvatura*. Com o passar dos anos, outros modelos foram apresentados, MOE (1961), BRÆSTRUP *et al.* (1976), SHEHATA (1990), BAZANT e CAO (1987), GEORGOPOULOS (1988, 1989), BROMS (1990), BORTOLOTTI (1990), ALEXANDER e SIMMONDS (1992), HALLGREN (1996). Alguns destes modelos, apesar de apresentarem bons resultados, nunca foram incorporados aos códigos de projeto, provavelmente, devido à dificuldade de aplicação.

As prescrições da resistência à punção apresentadas pelos códigos de projeto em vigor, por exemplo, ACI 318 (2008), CEB-FIP (1991), EC2 (2004), são fundamentadas no conceito da seção crítica, as quais estão baseadas apenas em formulações empíricas. Recentemente, estudos vêm sendo desenvolvidos, GUANDALINI (2005), MUTTONI (2008) e PARK *et al.* (2011), com o intuito de avaliar a ruína das lajes lisas de forma menos empírica e com mais consistência física/mecânica. Além disto, os referidos estudos também levam em conta o comportamento à flexão das peças.

Dada a importância dos efeitos da flexão sobre a ruína à punção, o presente tópico destina-se em apresentar os procedimentos e hipóteses utilizadas no cálculo do momento resistente de peças reforçadas com fibras de aço.

7.2- CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE

O cálculo do momento resistente de lajes reforçadas com fibras de aço e com armadura convencional de barra é na maioria das vezes simplificado às formulações existentes para o caso do concreto reforçado apenas com barra, conforme observado em ALEXANDER e SIMMONDS (1992), AZEVEDO (1999), HOLANDA (2002), CHENG e PARRA (2010). Para estes casos, o cálculo do equilíbrio das forças internas sem a contribuição das fibras, apesar de inadequada, é possível apenas considerando-se a parcela do concreto comprimido e das armaduras. Em contra partida, para os casos de peças com taxa de armadura consideravelmente reduzida, ou com ausência de armadura, o referido cálculo torna-se impraticável sem a contribuição das fibras. No presente estudo, o procedimento de cálculo utilizado para definir o valor do momento resistente de peças reforçadas com fibras foi baseado nas formulações do RILEM TC 162-TDF (2003) e do CEB-FIP (2010).

7.3- PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

7.3.1- RILEM 162-TDF (2003)

Os cálculos sugeridos pelo RILEM 162-TDF (2003) são limitados aos casos de $f_{ck} \leq 50$ MPa e são baseados no método $\sigma_c - \varepsilon_c$. O referido documento comenta que as fibras podem ser usadas em casos onde $f_{ck} > 50$ MPa, porém, cuidados adicionais devem ser tomados para evitar que as fibras rompam de maneira frágil antes de iniciar o processo de arrancamento das mesmas da matriz de concreto. No que diz respeito ao cálculo do momento resistente, o RILEM sugere o diagrama mostrado na Figura 7.1.

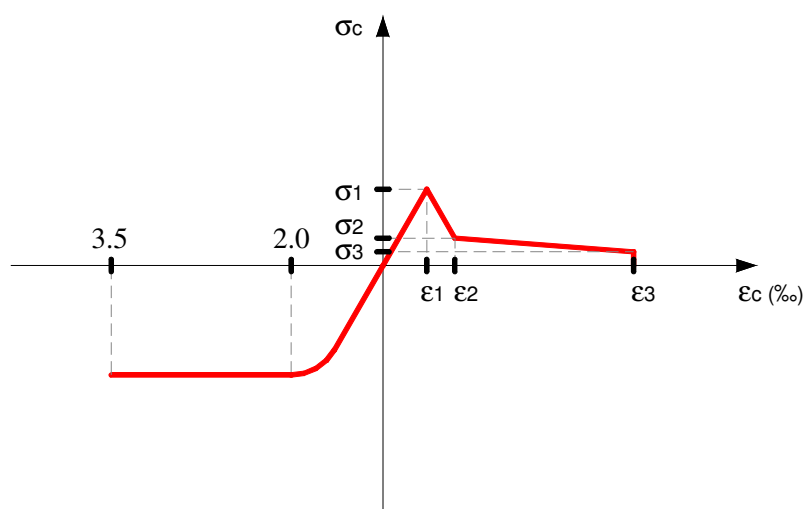


Figura 7.1- Relação *tensão x deformação* – RILEM TC 162-TDF (2003)

Os parâmetros envolvidos na relação *tensão x deformação* são descritos pelas equações seguintes:

$$\sigma_1 = 0.7 \cdot f_{ctm,f} \cdot \left(1.6 - \frac{d}{1000}\right) \quad [\text{MPa, mm}] \quad \text{Eq. (7.1)}$$

$$\sigma_2 = 0.45 \cdot f_{R,1} \cdot k_h \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (7.2)}$$

$$\sigma_3 = 0.37 \cdot f_{R,4} \cdot k_h \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (7.3)}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_c} \quad \text{Eq. (7.4)}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + 0.1\% \quad \text{Eq. (7.5)}$$

$$\varepsilon_3 = 25\% \quad \text{Eq. (7.6)}$$

$$E_c = 9500 \cdot (f_{cm})^{1/3} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (7.7)}$$

sendo $f_{ctm,f}$ o valor da resistência média à tração por flexão, f_{R1} e f_{R3} os valores de resistência residuais à tração por flexão obtidas nas curvas *carga x deslocamento* ou *carga x CMOD*. Nos casos em que o concreto é reforçado por fibra e por barras de aço, o referido documento sugere que a deformação no nível das armaduras seja limitada em 25‰ (ε_3). O fator de escala k_h é definido por:

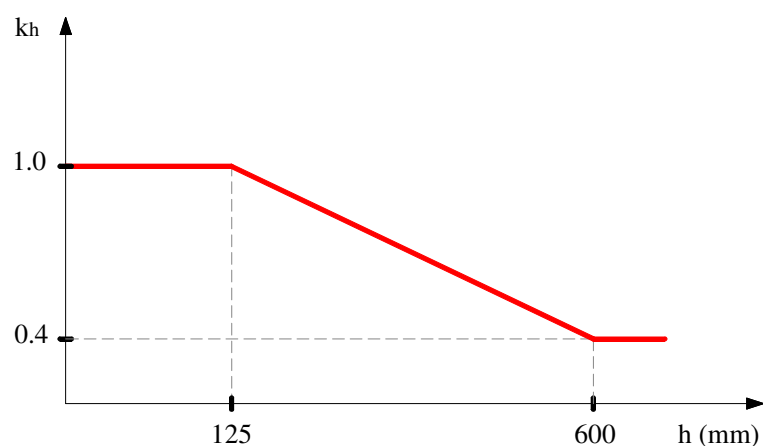
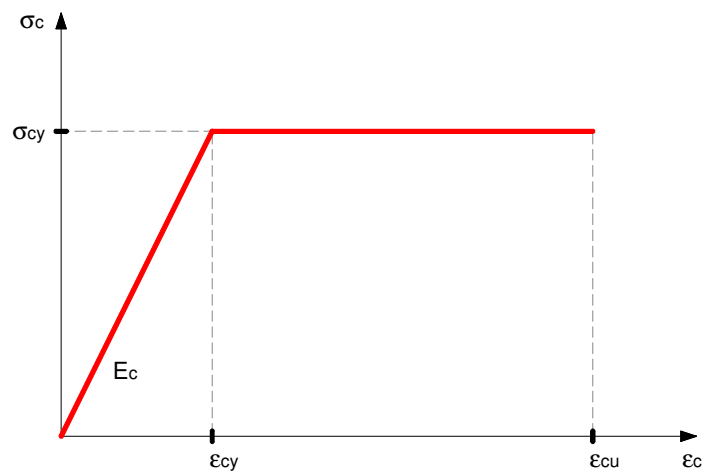


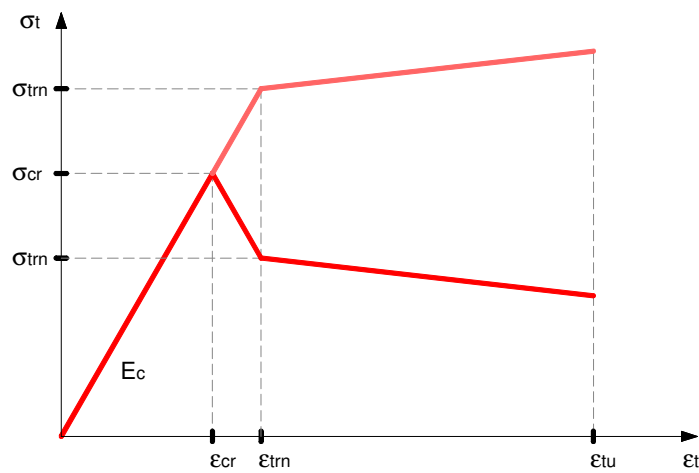
Figura 7.2- Fator de escala k_h – Adaptado do RILEM TC 162-TDF (2003)

$$k_h = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq h \leq 125 \\ \frac{0.6 \cdot (600 - h)}{475} + 0.4 & \text{se } 125 < h \leq 600 \\ 0.4 & \text{se } h > 600 \end{cases} \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (7.8)}$$

O cálculo do momento resistente desenvolvido nesta seção é baseado nas recomendações do RILEM TC 162-TDF (2003), entretanto, as leis constitutivas utilizadas para representar simplificadaamente o comportamento do concreto à compressão e à tração, assim como a das armaduras de flexão, são as apresentadas nas Figuras 7.3 e 7.4.



a) Compressão



b) Tração

Figura 7.3- Relação *tensão x deformação* do concreto com fibra

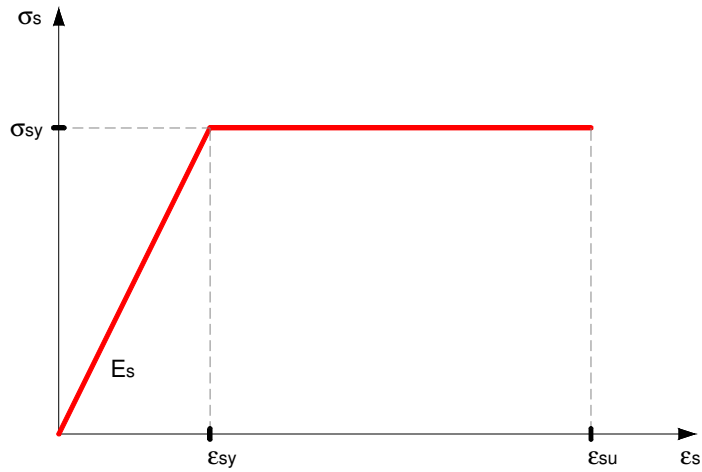


Figura 7.4- Relação *tensão x deformação* do aço

O cálculo do momento foi estabelecido para uma peça de concreto com seção transversal retangular, reforçada com fibra de aço e com armadura de flexão nas faces tracionada e comprimida, conforme mostra a Figura 7.5. O processo foi realizado iterativamente, conforme esquematiza o procedimento mostrado na Figura 7.6. O Anexo A apresenta as equações que definem as grandezas apresentadas na Figura 7.5.

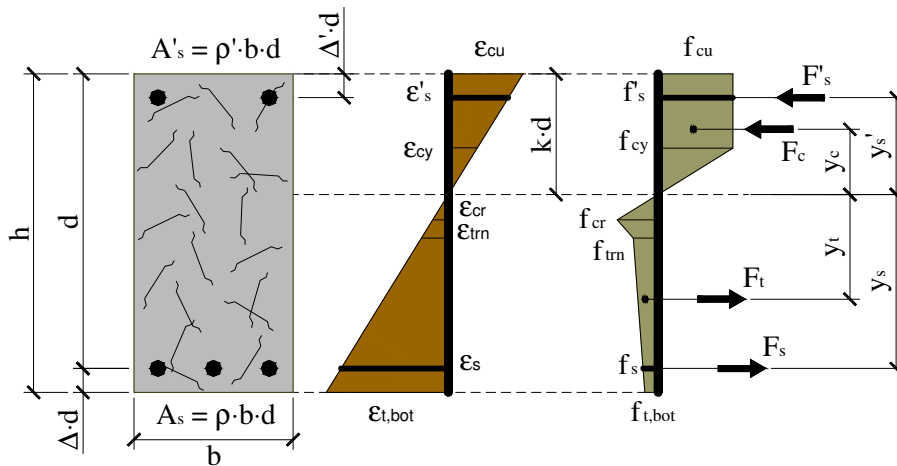


Figura 7.5- Distribuição das deformações e das tensões na seção transversal da peça - RILEM TC 162-TDF (2003)

sendo b e d a largura e a altura útil da peça, $\Delta \cdot d$ e $\Delta' \cdot d$ as distâncias, respectivamente, dos eixo das armaduras de flexão de tração e compressão as fibras mais tracionadas e comprimidas do concreto, ε_i as deformações que se desenvolvem na peça, f_i as tensões na seção transversal, F_i as resultantes das forças internas e y_i o braço de alavanca referente a cada força.

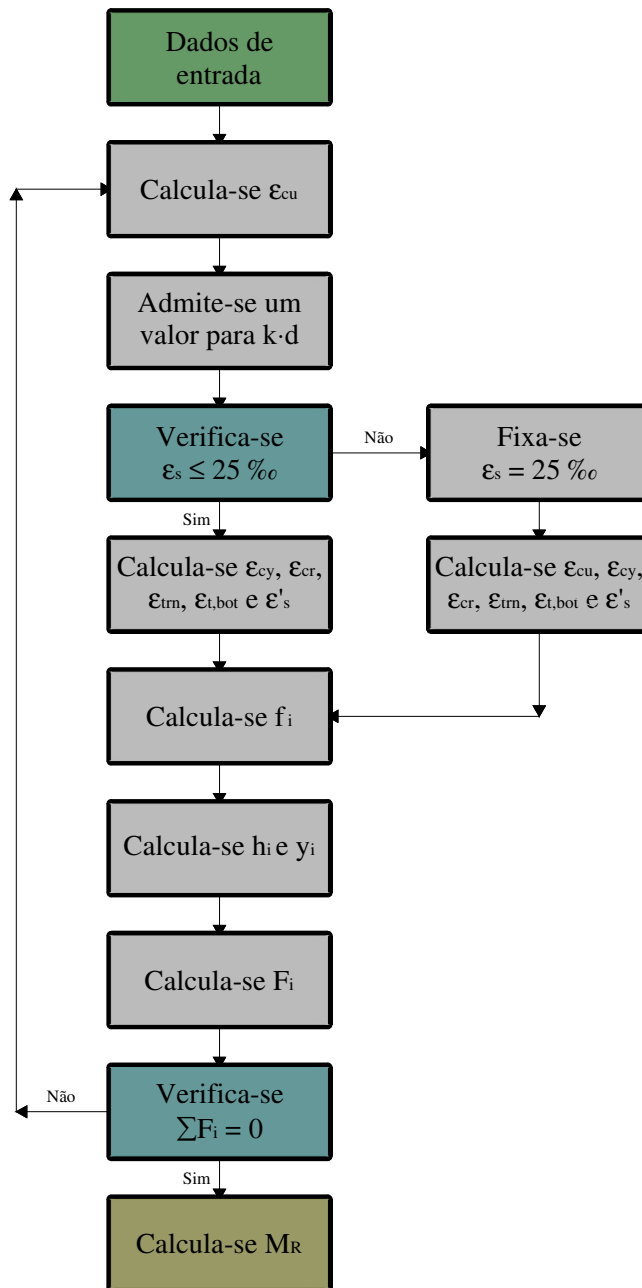


Figura 7.6- Cálculo do momento resistente - RILEM TC 162-TDF (2003)

O cálculo do valor de ε_{cu} seguiu a recomendação do CEB-FIP (2010), conforme segue:

$$\varepsilon_{cu} = \begin{cases} 3.5 & \text{se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2.6 + 35 \cdot \left[\frac{90 - (f_c - 8)}{100} \right]^4 & \text{se } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad [\%] \quad \text{Eq. (7.9)}$$

Conforme discutido anteriormente, as recomendações do RILEM TC 162-TDF (2003) especificam que os valores de f_{R1} e f_{R4} sejam obtidos das curvas experimentais *carga x deslocamento* ou *carga x CMOD*, sendo assim, verifica-se que o cálculo de $f_{tm}=\sigma_2$ e $f_{t,bot}=\sigma_3$ torna-se dependente de ensaios experimentais, ver equações Eq. 7.10 e 7.11.

$$f_{tm} = \sigma_2 = 0.45 \cdot f_{R,1} \cdot k_h \quad \text{Eq. (7.10)}$$

$$f_{t,bot} = \sigma_3 = 0.37 \cdot f_{R,4} \cdot k_h \quad \text{Eq. (7.11)}$$

7.3.2- CEB-FIP (2010)

Segundo o CEB-FIP (2010), a peça flexionada de concreto reforçado com fibras pode atingir a ruína de três maneiras diferentes: (a) ou pelo esmagamento do concreto comprimido, ϵ_{cu} ; (b) ou pela ruptura das armaduras de flexão, ϵ_{su} ; e (c) ou pela ruptura do concreto na face tracionada, ϵ_{fu} . O cálculo do momento resistente proposto pelo referido código é obtido de forma iterativa e baseado no modelo simplificado apresentado na Figura 7.7.

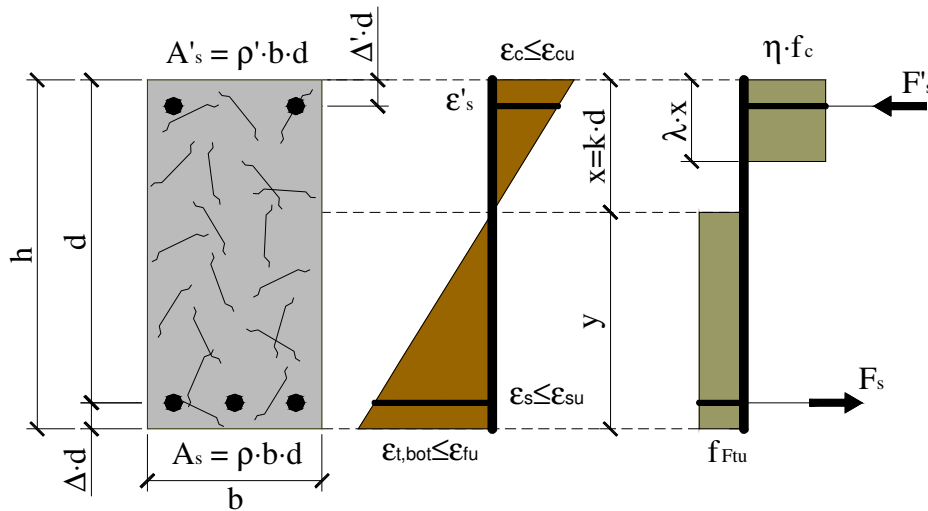


Figura 7.7- Distribuição das deformações e das tensões na seção transversal da peça – CEB-FIP (2010)

sendo,

$$\lambda = \begin{cases} 0.8 & \text{se } f_c \leq 58 \\ 0.8 - \frac{(f_c - 8) - 50}{400} & \text{se } f_c > 58 \end{cases} \quad \text{Eq. (7.12)}$$

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{se } f_c \leq 58 \\ 1 - \frac{(f_c - 8) - 50}{200} & \text{se } f_c > 58 \end{cases} \quad \text{Eq. (7.13)}$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Eq. (7.14)}$$

$$f_{Fts} = 0.45 \cdot f_{R1} \quad \text{Eq. (7.15)}$$

$$\varepsilon_{cu} = \begin{cases} 3.5 & \text{se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2.6 + 35 \cdot \left[\frac{90 - (f_c - 8)}{100} \right]^4 & \text{se } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad [\text{‰}] \quad \text{Eq. (7.16)}$$

$$\varepsilon_{fu} = \frac{w_u}{l_{cs}} \quad \text{Eq. (7.17)}$$

Os valores de λ e η definem o diagrama de tensão do concreto comprimido, as tensões f_{Fts} e f_{Ftu} representam, respectivamente, as resistências residuais no estado limite de serviço e último, ε_{fu} e w_u são, respectivamente, a deformação e a abertura de fissura máximas aceitáveis em projeto. No presente estudo adotou-se $w_u=2.5$ mm, conforme especifica o CEB-FIP. O valor de l_{cs} corresponde ao comprimento característico estrutural do elemento avaliado, o qual é definido por:

$$l_{cs} = \min(s_{rm}, y) \quad \text{Eq. (7.18)}$$

sendo, s_{rm} o valor da distância média entre fissuras e y o valor indicado na Figura 7.7.

Quantificar o valor de s_{rm} é uma decisão que precisa ser estudada, pois não foi encontrado um número relevante de pesquisas sobre o assunto. Os estudos sobre concreto com fibras permitem supor/afirmar que o valor de s_{rm} esteja diretamente ligado aos parâmetros da fibra e da armadura de flexão, porém, PEDERSEN (1996) conseguiu resultados razoáveis admitindo $s_{rm}=h/2$.

A lei constitutiva das armaduras é a relação $\sigma\varepsilon$ apresentada na Figura 7.4. O processo iterativo de cálculo é representado na Figura 7.8. No Anexo A são apresentadas as equações que definem as grandezas da Figura 7.7.

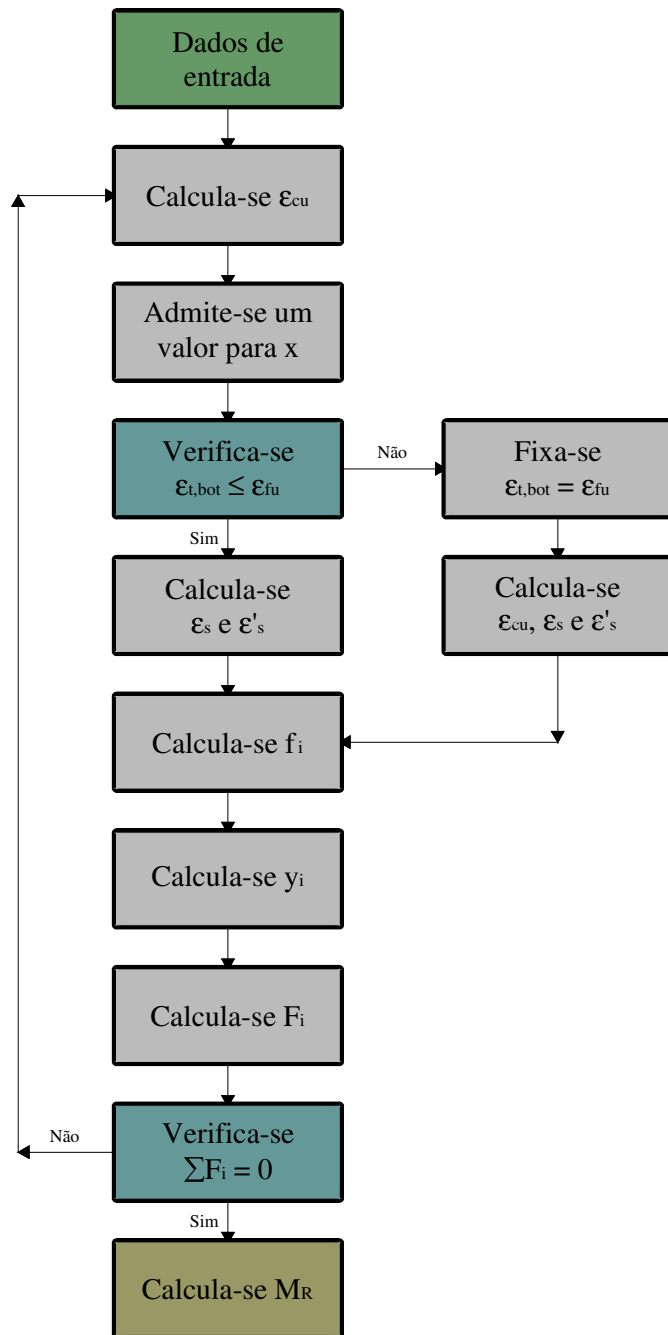
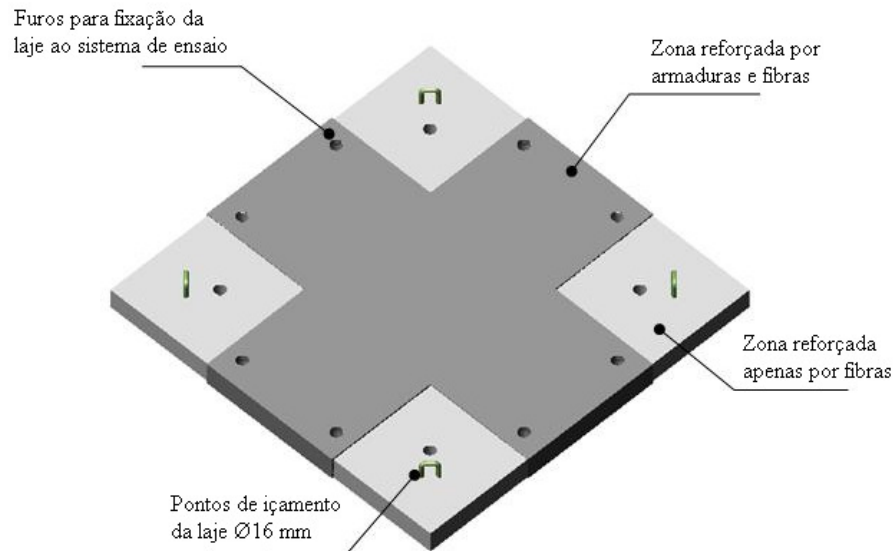
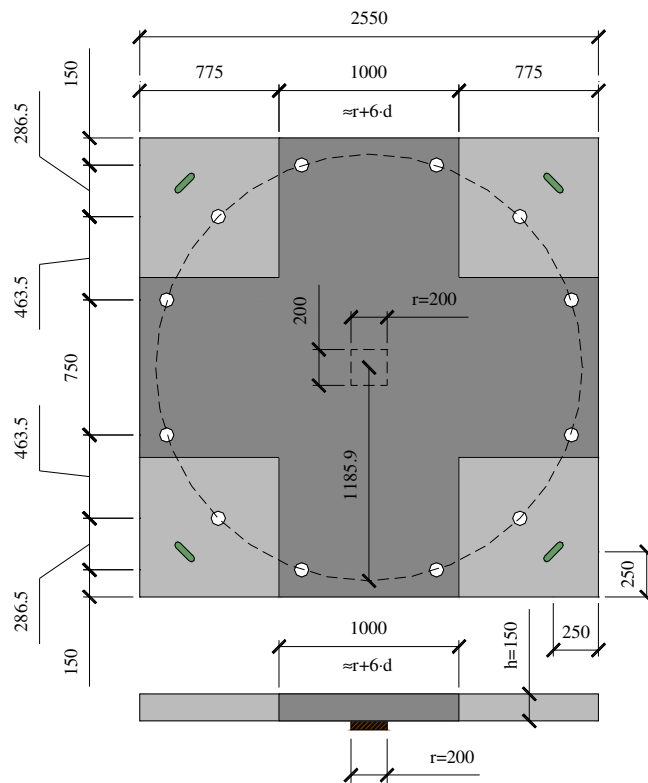


Figura 7.8- Cálculo do momento resistente - Projeto do CEB-FIP (2010)



a) Apresentação das zonas de reforço



b) Dimensão das lajes [mm]

Figura 8.2- Descrição das lajes reforçadas com fibras de aço

As variáveis avaliadas nos ensaios foram: (a) A resistência à compressão do concreto, 50 e 70 MPa; e (b) a quantidade de fibra adicionada à massa de concreto, V_f , 0, 60, 75 e 90 kg/m³. As principais características das lajes são apresentadas na Tabela 8.1. A identificação das peças está vinculada às variáveis em estudo, por exemplo, a laje $Lvf60fc50$ informa que a peça é reforçada com 60 kg/m³ de fibra e apresenta resistência à compressão teórica de 50 MPa. A concretagem

das lajes foi realizada em fôrmas metálicas estanques, o projeto das mesmas encontra-se no Anexo B.

Tabela 8.1- Característica das lajes (valores teóricos)

Laje	d	ρ_s	ρ'_s	V_f	l_f/d_f	f_{cm}
	(mm)	(%)	(%)	(kg/m ³)		(MPa)
<i>Lvf0fc50</i>	123	0.88	0.0	0	-	50
<i>Lvf0fc70</i>	123	0.88	0.0	0	-	70
<i>Lvf60fc50</i>	123	0.88	0.0	60	67	50
<i>Lvf60fc70</i>	123	0.88	0.0	60	67	70
<i>Lvf75fc50</i>	123	0.88	0.0	75	67	50
<i>Lvf75fc70</i>	123	0.88	0.0	75	67	70
<i>Lvf90fc50</i>	123	0.88	0.0	90	67	50
<i>Lvf90fc70</i>	123	0.88	0.0	90	67	70

NOTA: $\rho_s = A_s/A_c = A_s/[(r+6 \cdot d) \cdot d]$.

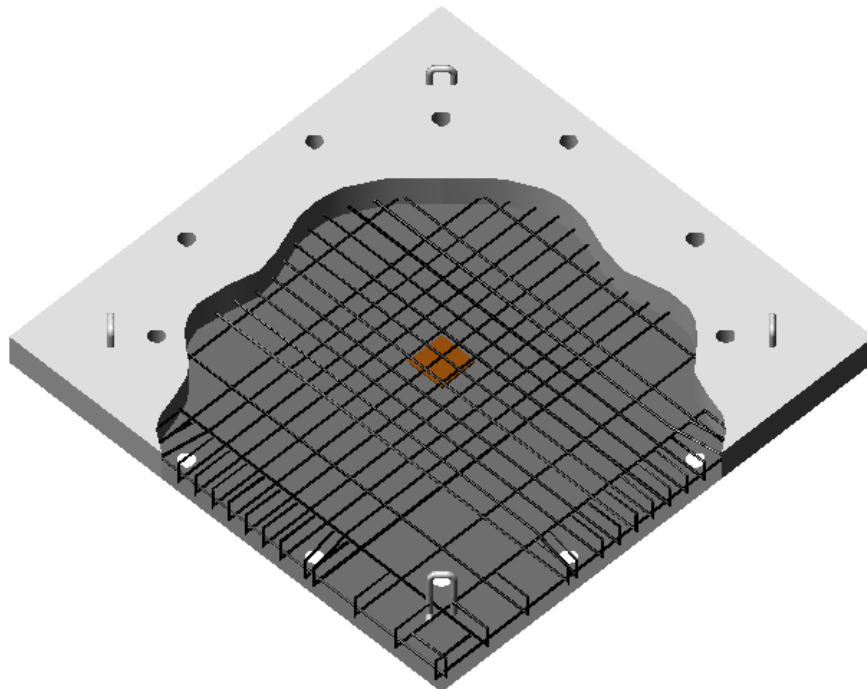
A composição do concreto foi desenvolvida e avaliada pela empresa CiviTest, a concretagem das lajes ocorreu nas instalações da empresa que realizou a confecção do mesmo, UniBetão em Celeirós. O processo de cura das lajes e dos corpos de prova foi realizado umedecendo-se as peças logo após o endurecimento das mesmas. A cura foi realizada por quatro dias e o umedecimento das peças era feito de três à quatro vezes por dia. No momento oportuno, as lajes foram transportadas para o laboratório da Universidade do Minho em Guimarães e os corpos de prova para CiviTest, locais estes onde foram realizados os ensaios das respectivas peças.

8.1.2- Armadura de flexão

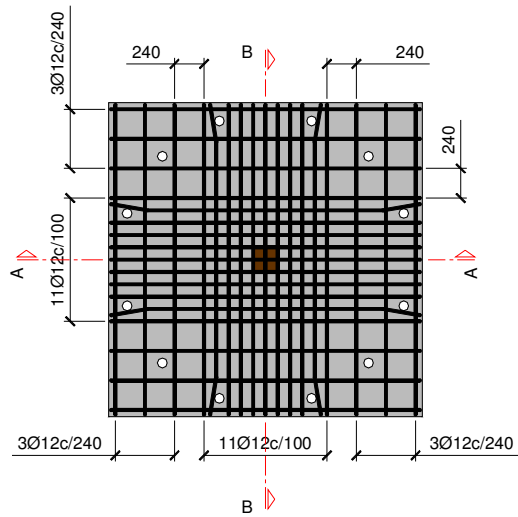
As armaduras de flexão de todas as lajes foram compostas por barras de aço de 12 mm de diâmetro. Os detalhes destas armaduras nas lajes de referência e nas lajes de CRFA são apresentados nas Figuras de 8.3 a 8.8. No que diz respeito às considerações de projeto, as taxas de armadura, ρ_s , das lajes de referência e de CRFA são as mesmas, pois, recomendações como as do EC2 (2004), CEB-FIP 90 (1991) e NBR 6118 (2003) sugerem $\rho_s = A_s/A_c = A_s/[(r+6 \cdot d) \cdot d]$, sendo r a dimensão do pilar quadrado, d a altura útil da laje e A_s a área da armadura de flexão compreendida sobre a largura $0.5 \cdot r + 3 \cdot d$, a qual é medida para cada lado da laje a partir do eixo do pilar. A Figura 8.2 (a) mostrou que a armadura de flexão das lajes de CRFA reforçou apenas a região central da peça, estando os cantos reforçados somente pelas fibras de aço adicionadas à matriz de concreto.

No momento da concretagem, decidiu-se posicionar a armadura de flexão das lajes de CRFA na face superior da peça. Esta decisão foi fundamentada no conhecimento de que o sentido da concretagem afeta a distribuição das fibras ao longo da espessura da laje. Para manter a posição correta das armaduras de flexão durante a concretagem, foram utilizadas as “armaduras de apoio” indicadas na Figura 8.8 (e). O posicionamento destas armaduras na região central da laje foi estabelecido de forma a evitar que as mesmas cruzassem a superfície de ruína (punção) da peça. A face comprimida das lajes de CRFA não foi reforçada por barras de aço. Salienta-se que a referida face era submetida à esforços de tração durante as operações de movimentação das lajes (atividades no laboratório, transporte das lajes de Celeirós para Guimarães, etc) e que o reforço com fibras foi suficiente para manter a integridade da peça.

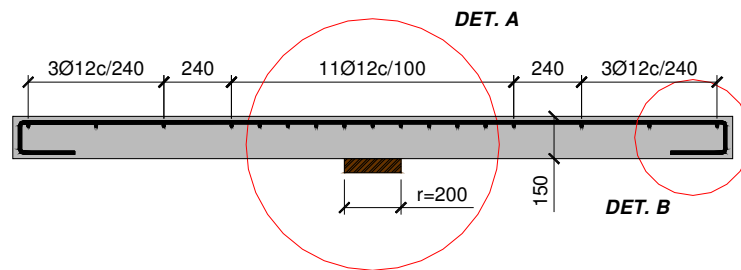
No que diz respeito às lajes de referência, o posicionamento das armaduras de flexão durante a fase de concretagem foi junto à face inferior das peças. Esta decisão atribuiu duas propriedades importantes às lajes de referência: (1) a integridade das peças durante as operações de movimentação; e (2) a mesma condição de reforço das lajes de CRFA durante a realização dos ensaios, ou seja, ausência de armaduras na face comprimida das lajes.



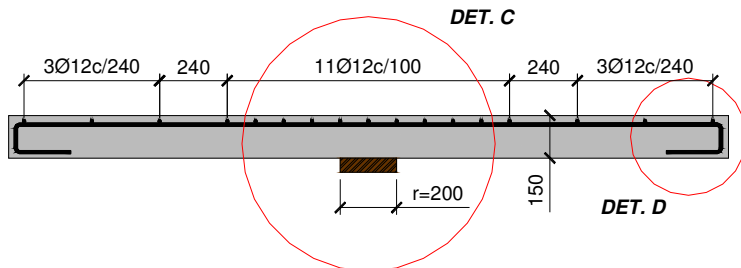
a) Disposição das armaduras no momento da concretagem
Figura 8.3- Armaduras das lajes de referência (Continua)



b) Esquema das armaduras na zona de tração
 Figura 8.3- Armaduras das lajes de referência

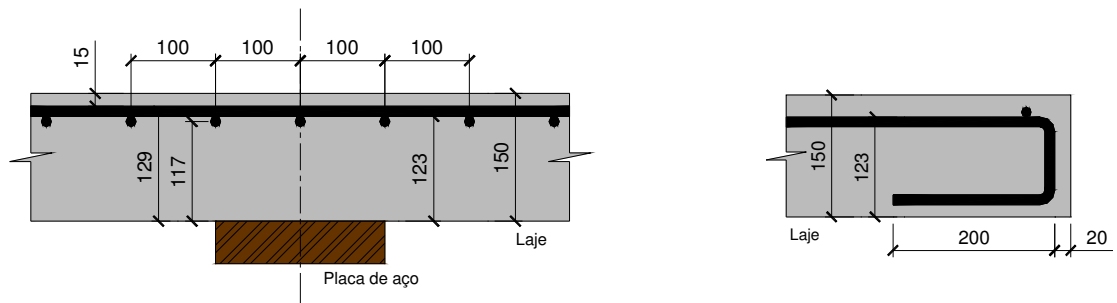


a) Corte A-A



b) Corte B-B

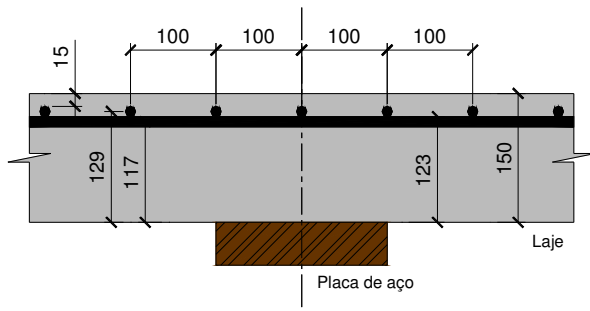
Figura 8.4- Armaduras das lajes de referência – Cortes



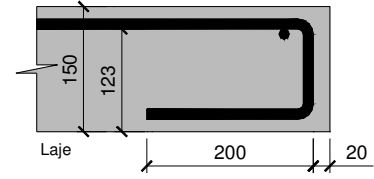
a) DET. A

b) DET. B

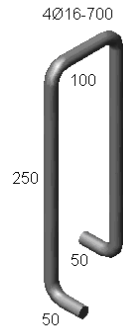
Figura 8.5- Armaduras das lajes de referência – Detalhes (Continua)



c) DET. C

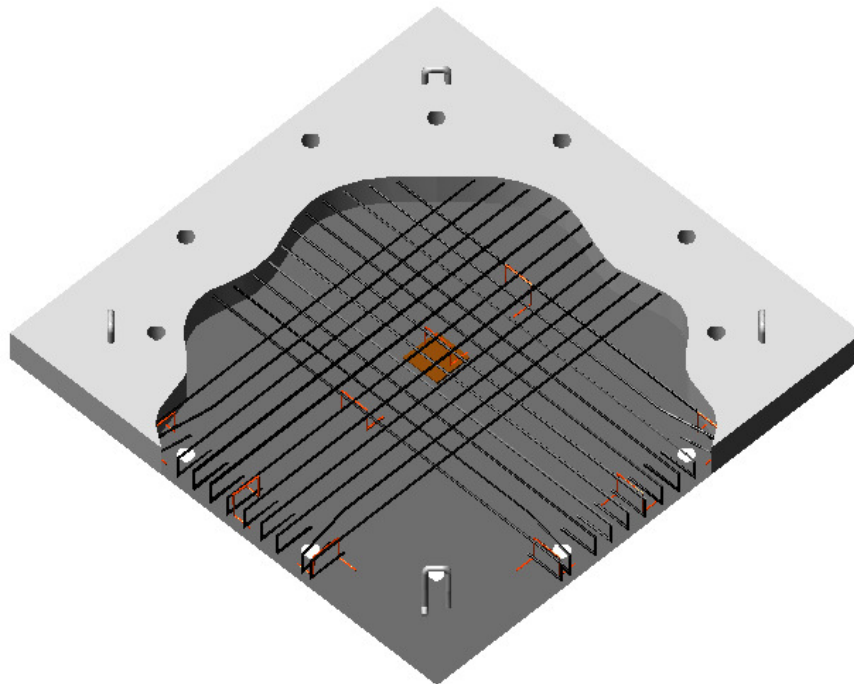


d) DET. D



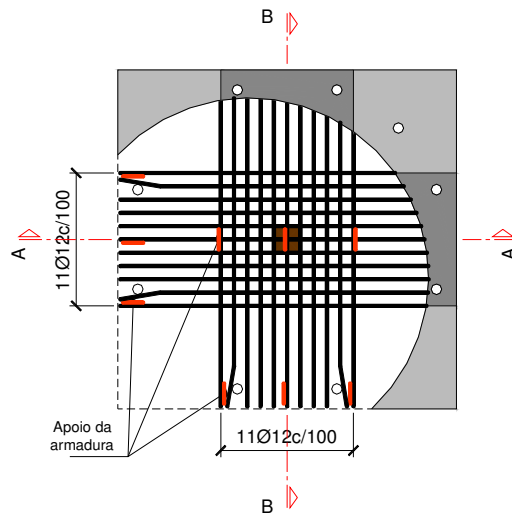
e) Gancho de içamento

Figura 8.5- Armaduras das lajes de referência – Detalhes

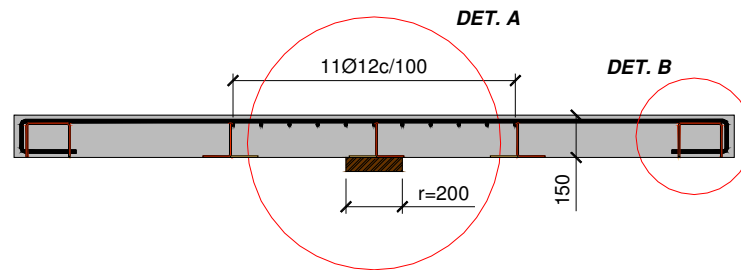


a) Disposição das armaduras no momento da concretagem

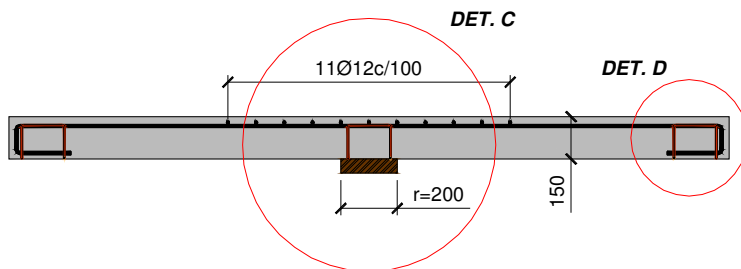
Figura 8.6- Detalhe das armaduras das lajes de CRFA (Continua)



b) Esquema das armaduras na zona de tração
 Figura 8.6- Detalhe das armaduras das lajes de CRFA

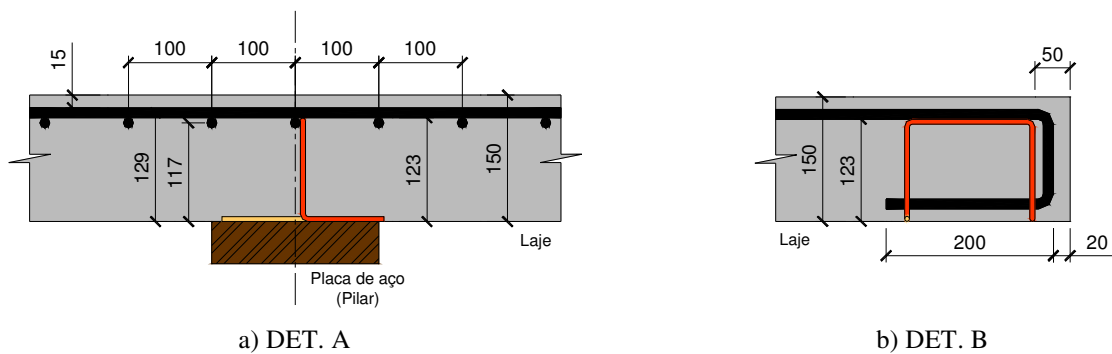


a) Corte A-A



b) Corte B-B

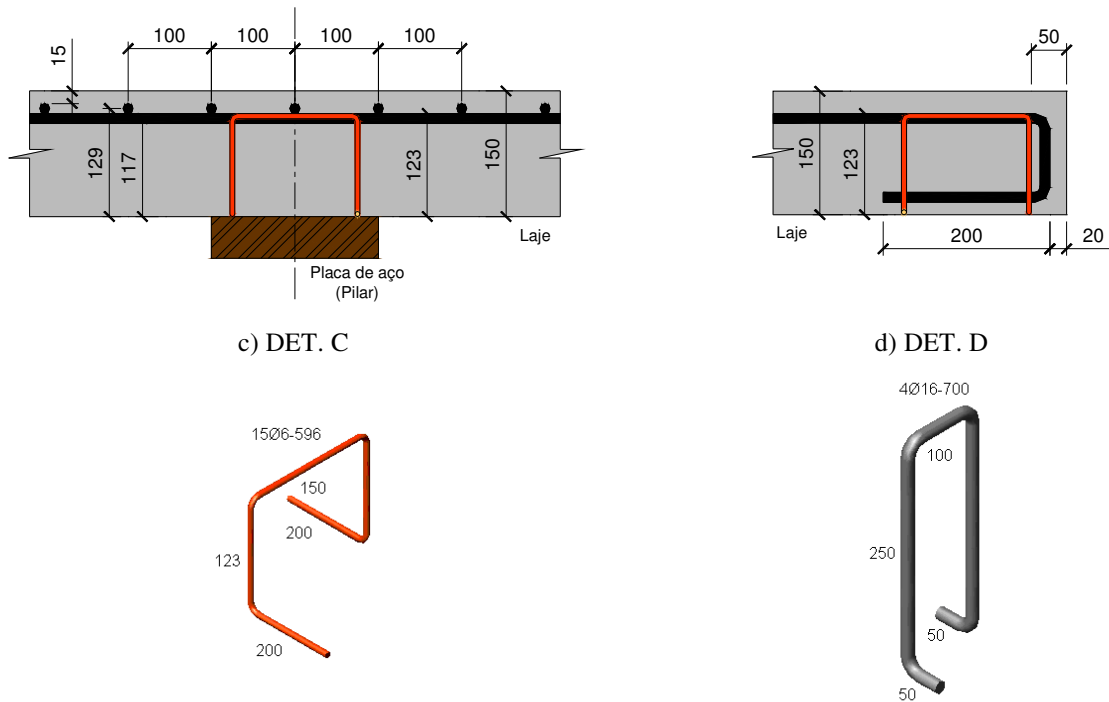
Figura 8.7- Detalhe das armaduras das lajes de CRFA – Cortes



a) DET. A

b) DET. B

Figura 8.8- Detalhe das armaduras das lajes de CRFA – Detalhes (Continua)



c) DET. C

d) DET. D

e) Armadura de apoio

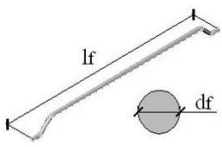
f) Gancho de içamento

Figura 8.8- Detalhe das armaduras das lajes de CRFA – Detalhes

8.1.3- Fibras de aço

A fibra de aço utilizada foi a *MACCAFERRI – Wirand Fibre FS1*. Estas fibras são do tipo *Hooked*, com seção transversal circular, fator de forma $l_f/d_f=37/0.55=67$ e foram fornecidas em caixas de 20 kg (não eram coladas em pentes). A quantidade de fibra utilizada foi 60, 75 e 90 kg/m³ de concreto, equivalente, respectivamente, a 0,8, 1,0 e 1,2% de fibra (foi adotado peso específico de 7500 kg/m³ para o aço). As principais características das fibras são apresentadas na Tabela 8.2. Para mais informações, consultar o Anexo D.5.

Tabela 8.2- Características das fibras de aço

Fibra	Seção	d_f (mm)	l_f (mm)	l_f/d_f	f_y (MPa)
	Circular	0.55	37	67	>1200
NOTA: Características fornecidas pelo fabricante					

8.1.4- Sistema de ensaio

O sistema de ensaio tencionou simular de forma simples e prática o comportamento da ligação *laje x pilar* de uma laje lisa, localizada internamente à edificação e submetida a carregamento simétrico (ausência de momento fletor desbalanceado). O projeto do sistema de ensaio foi fundamentado no trabalho de BIRKLE (2004) e encontra-se detalhado no Anexo C. Os elementos básicos que compõem o sistema são: (1) suportes de apoios, os quais são constituídos por tubos de aço com 150 mm de diâmetro e 10 mm de espessura; (2) vigas metálicas, compostas por 2 perfis “C” de seção transversal 150 x 50 x 10 mm³, os quais foram fixados por parafusos \varnothing 12 mm; e (3) tirantes de aço com 35 mm de diâmetro. Os elementos citados anteriormente são apresentados nas Figuras 8.9 e 8.10 e o procedimento de montagem dos mesmos para compor o sistema de ensaio é esquematizado na Figura 8.11. Após a realização do primeiro ensaio, os serviços de montagem do sistema para a realização dos ensaios seguintes se resumiam às atividades mostradas nas Figuras 8.11 (d) e (e).

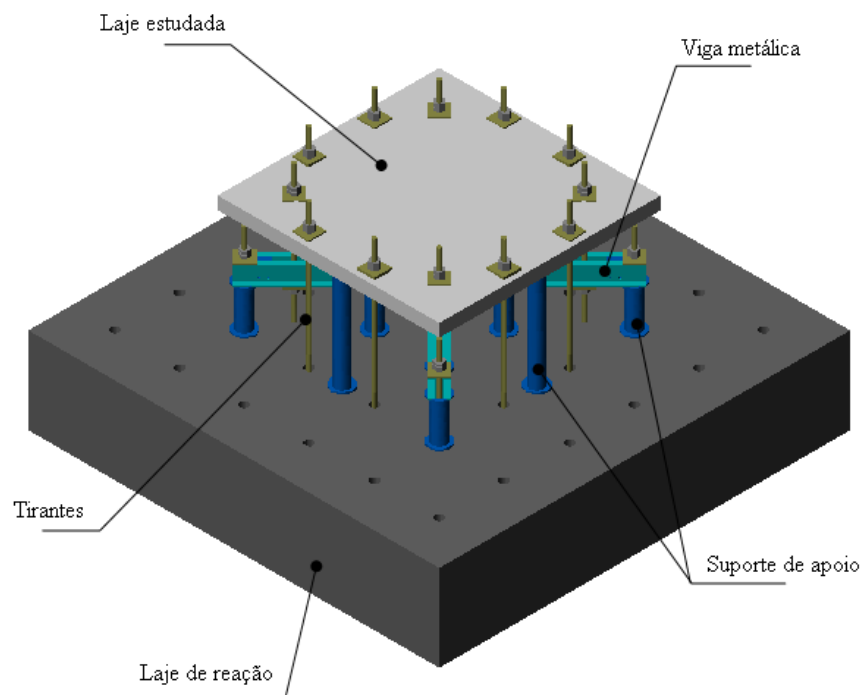
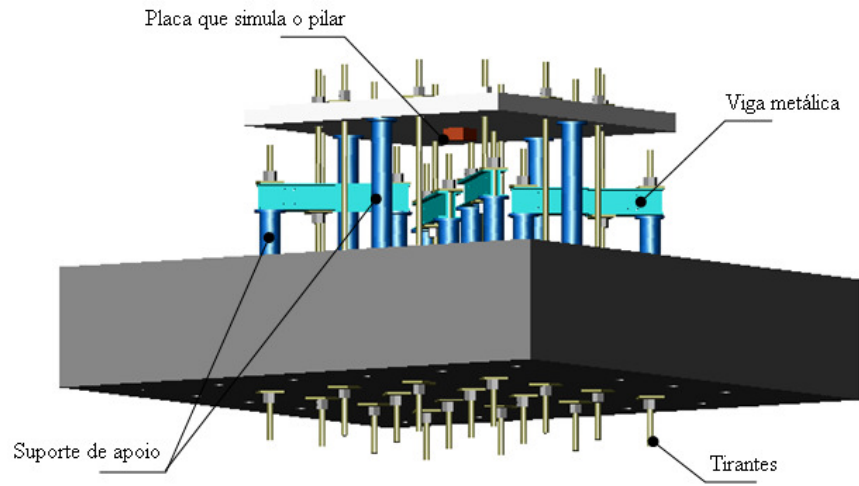
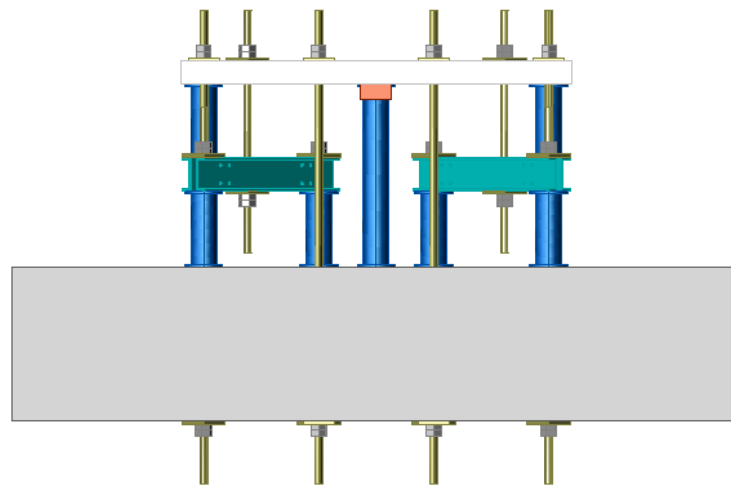


Figura 8.9- Apresentação do sistema de ensaio

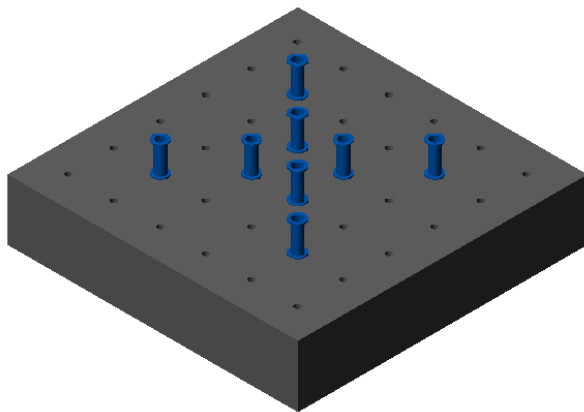


a) Vista 01

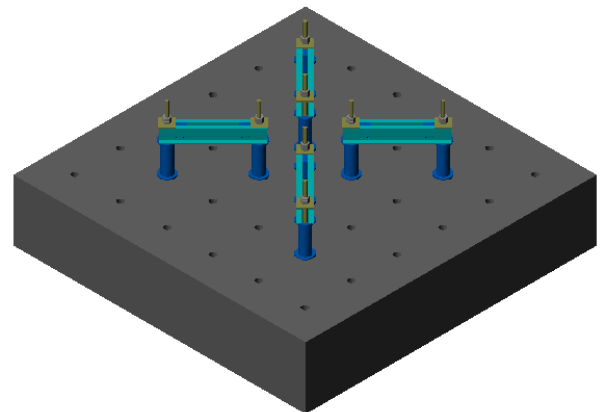


b) Vista 02

Figura 8.10- Vistas do sistema de ensaio

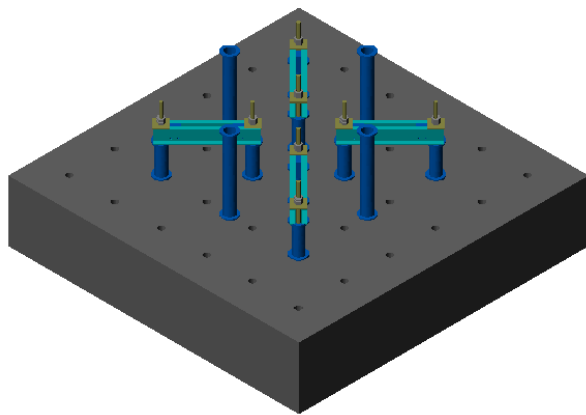


a) Posicionamento dos suportes das vigas metálicas

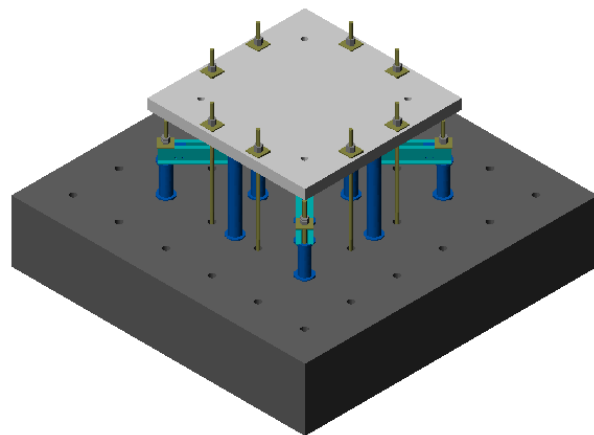


b) Fixação das vigas metálicas à laje de reação

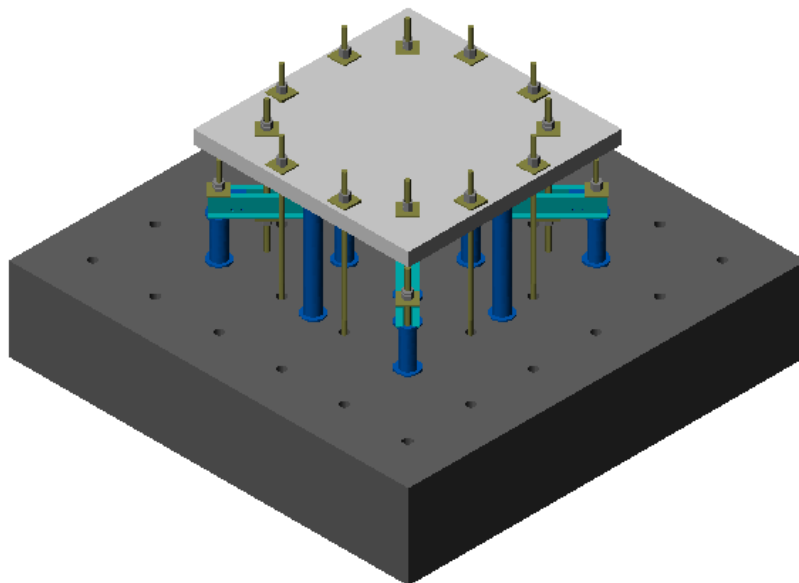
Figura 8.11- Esquema de montagem do sistema de ensaio (Continua)



c) Posicionamento dos suportes da laje



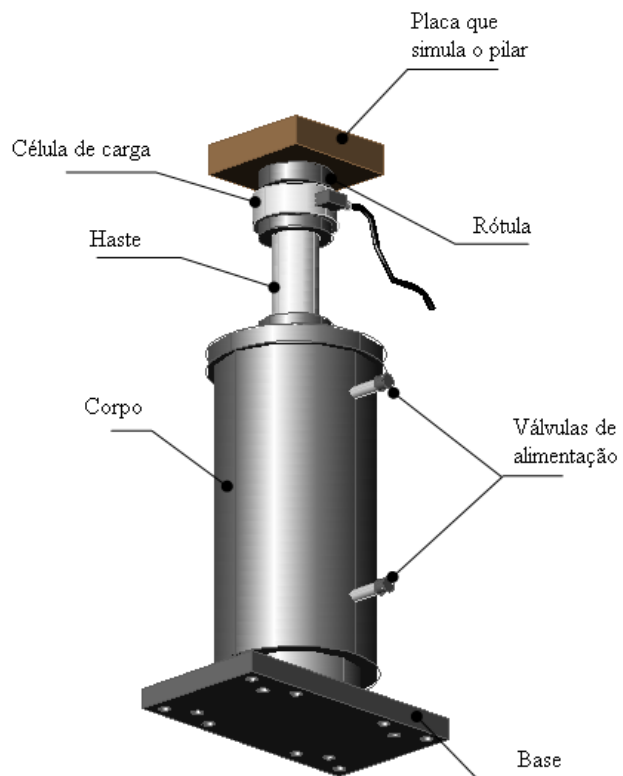
d) Fixação da laje estudada à laje de reação



e) Fixação da laje estudada às vigas metálicas

Figura 8.11- Esquema de montagem do sistema de ensaio

O carregamento da laje foi realizado por um servo atuador hidráulico com capacidade de 1000 kN, o qual foi projetado e construído na IDMEC-FEUP, ver a Figura 8.12 (a). Acoplado ao atuador havia uma célula de carga AEP C8S (com capacidade de 1000 kN e precisão de 1 kN) e uma rótula metálica. O atuador hidráulico era alimentado pela central de abastecimento, o SENTUR II, a qual era conectada à central de controle e por fim, alimentação e controle de todo o sistema era realizado automaticamente por um computador. Os ensaios foram realizados sob controle de deslocamento a uma velocidade de 0.05 mm/min. O carregamento simétrico foi conseguido posicionando o atuador sob a região central da laje estudada, ver a Figura 8.12 (b). A rigidez da laje de reação do laboratório, espessura de 800 mm, tornou viável assentar o atuador diretamente sobre a mesma sem que houvesse preocupações com o deslocamento do referido piso.

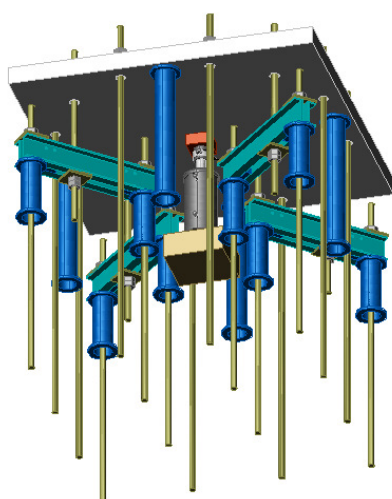


a.1) Componentes

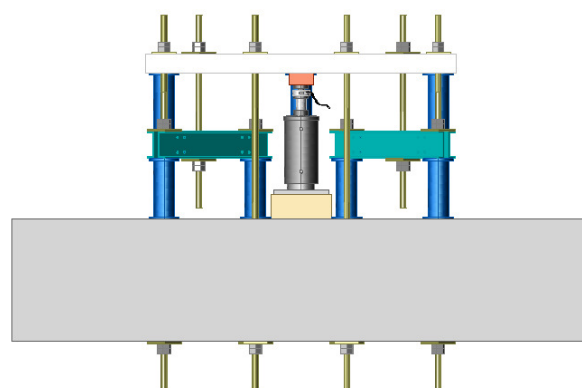


a.2) Foto

a) Servo atuador hidráulico



b.1) Vista 01



b.2) Vista 02

b) Posicionamento do atuador sob a laje

Figura 8.12- Esquema de aplicação da carga

8.1.5- Instrumentação

A instrumentação tem a finalidade de coletar informações referentes ao estudo experimental, permitindo assim a análise do comportamento do mesmo. As informações adquiridas, além de descreverem o comportamento dos ensaios, servem também de referência para a calibração dos modelos analíticos.

Será iniciada a explanação da instrumentação pela medição dos deslocamentos verticais das lajes, as quais foram feitas por meio de 7 LVDTs, *Linear Variable Differential Transformer*, os quais foram fornecidos pela RDP Group. Os LVDTs foram instalados na face tracionada da laje e distribuídos conforme mostra a Figura 8.13. A referida figura mostra que o LVDT 01 registrou o deslocamento central da laje, enquanto que os LVDTs 04 e 07 monitoravam os deslocamentos na linha de apoio. É importante salientar que os LVDTs foram fixados em uma estrutura secundária, completamente independente do sistema de ensaio das lajes.

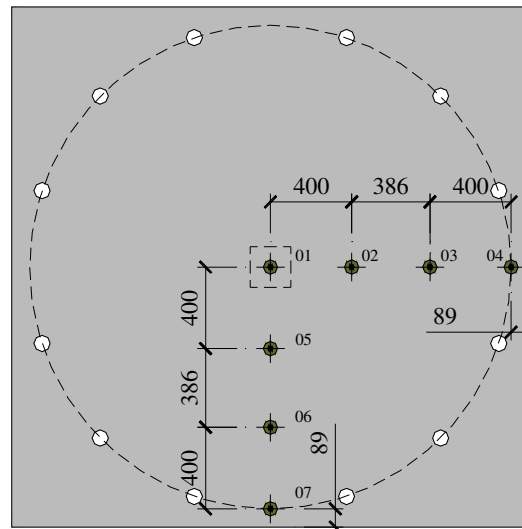
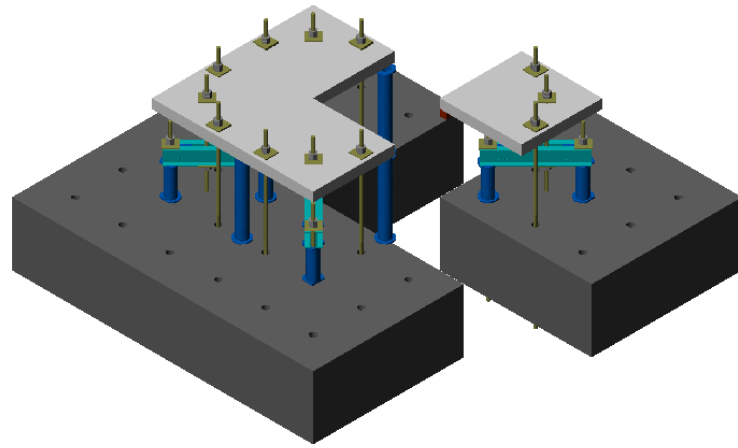
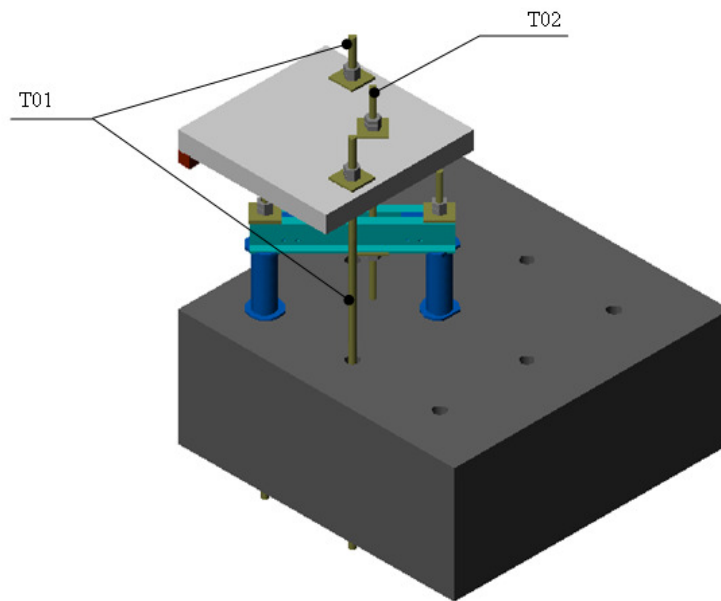


Figura 8.13- Disposição dos LVDTs para a medição dos deslocamentos verticais das lajes

Com o intuito de obter a correta medição dos deslocamentos das lajes, foram monitoradas também as deformações dos tirantes e o deslocamento da viga metálica. Dada a simetria do problema, optou-se por instrumentar apenas $\frac{1}{4}$ do sistema de ensaio, conforme mostra a Figura 8.14. Os tirantes monitorados são identificados na Figura 8.14 (b) e o esquema da instrumentação é ilustrado nas Figuras 8.15 e 8.16. A Figura 8.17 mostra que foram utilizados 3 *Strain Gauges*, ou extensômetros elétricos de resistência, EER, para monitorar os tirantes. Os referidos EERs são do tipo FLA-3-11-3L e foram fornecidos pela Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd.. O deslocamento da viga metálica foi medido por 1 LVDT, o qual estava posicionado próximo tirante que garantia a fixação da laje à referida viga, ver a Figura 8.16.



a) Análise de $\frac{1}{4}$ do sistema



b) Identificação dos tirantes

Figura 8.14- Instrumentação do sistema de ensaio

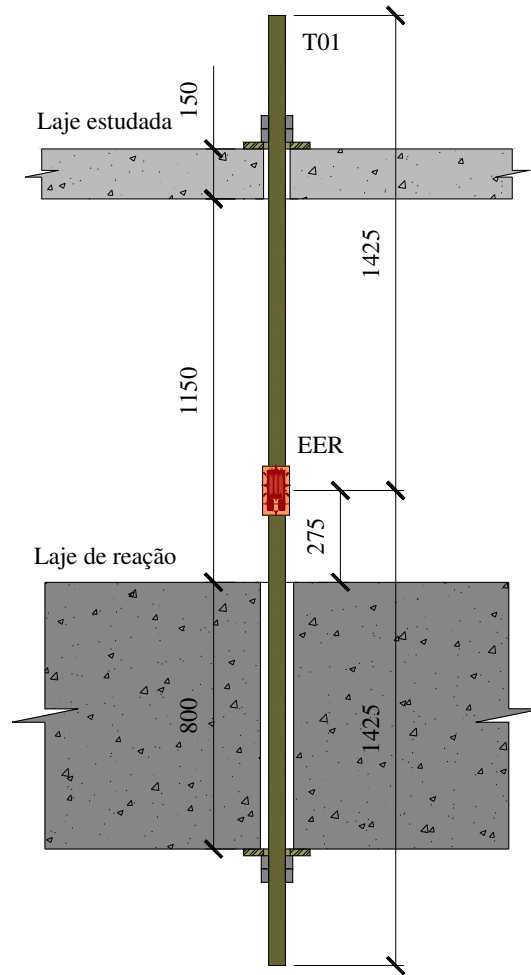


Figura 8.15- Instrumentação do tirante T01 com EER

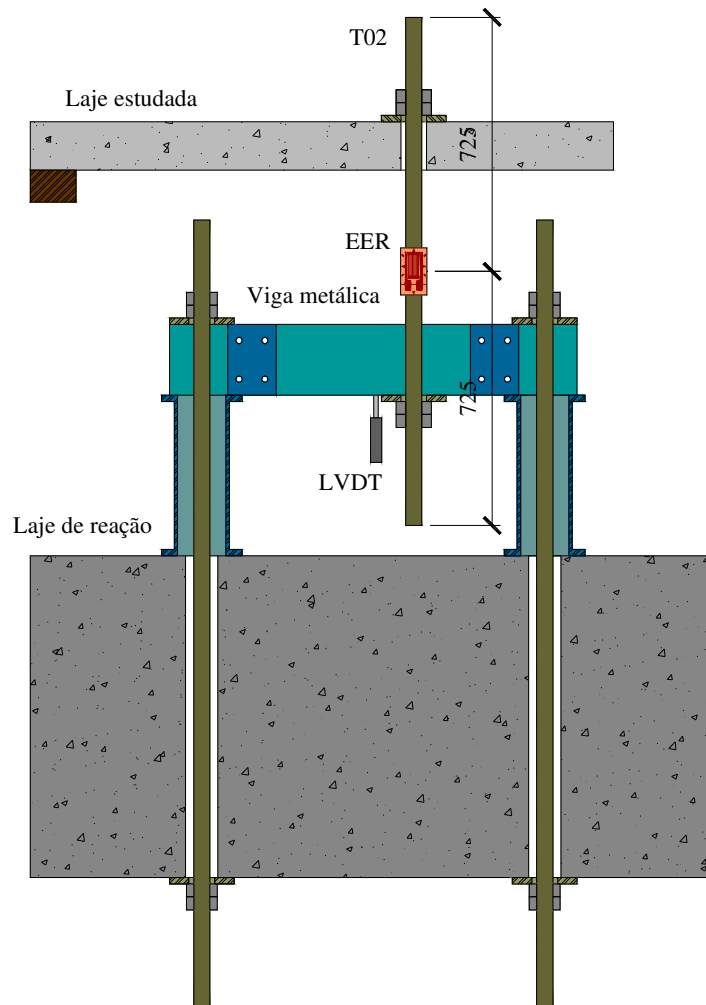


Figura 8.16- Instrumentação do tirante T02 com EER e da viga metálica com LVDT

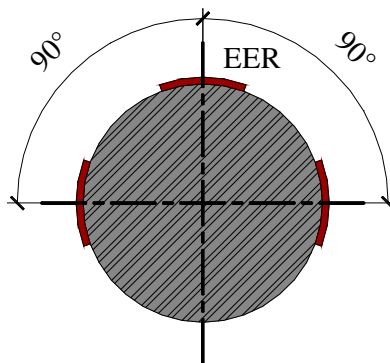


Figura 8.17- Disposição dos EERs na seção transversal dos tirantes

As medidas das deformações das armaduras de flexão das lajes de CRFA e de referência foram realizadas por EERs, respectivamente, do tipo FLA-1-11-3L e FLA-3-11-3L, ambos fornecidos pela Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd. Foram instrumentadas, para cada direção da laje, apenas as barras que estavam posicionadas sobre o eixo de simetria da laje. Em cada barra foram utilizados 5 EERs, conforme mostra a Figura 8.18. Cada ponto monitorado foi instrumentado apenas por 1

extensômetro, o qual foi fixado na superfície lateral da barra, tencionando desta maneira registrar a deformação média da mesma.

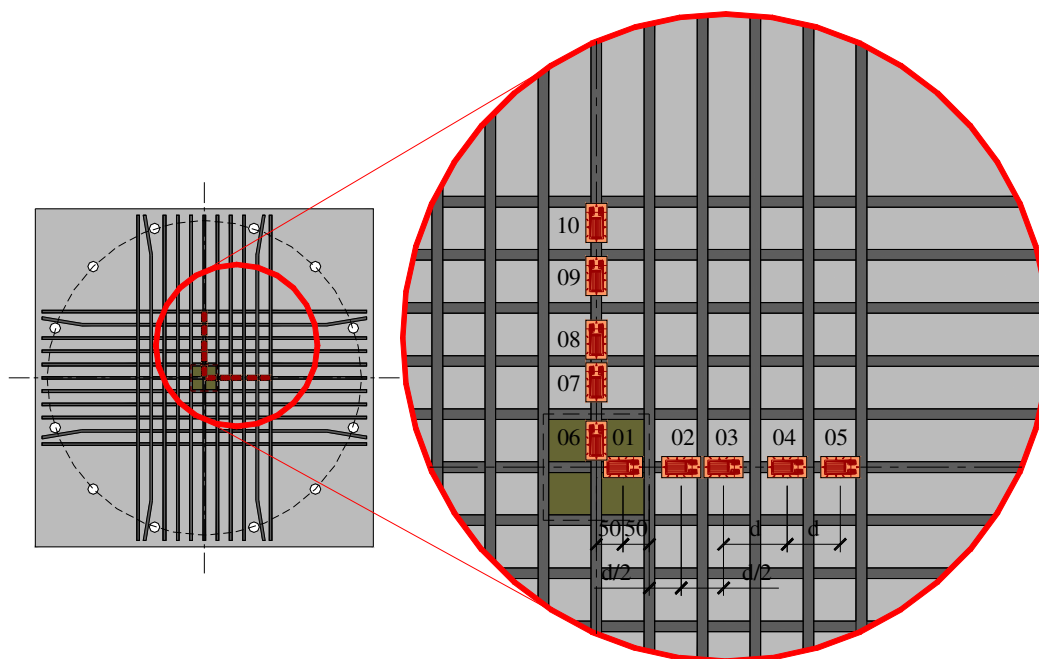


Figura 8.18- Disposição dos EERs na armadura de flexão

As deformações nas faces comprimidas das lajes foram monitoradas por 4 EERs do tipo PFL-30-11-3L (fornecidos pela Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd.), os referidos extensômetros foram fixados nas mesmas posições dos EERs da armadura de flexão, porém, em apenas uma direção da laje, ver Figura 8.19. A decisão sobre a posição dos EERs permitiu a realização de duas análises distintas: (a) avaliar a curvatura da peça e (b) verificar o comportamento da distribuição das deformações próximo à área carregada. As informações da última análise podem contribuir na classificação do modo de ruína das lajes, principalmente nos casos onde o deslocamento da superfície cônica não for evidente.

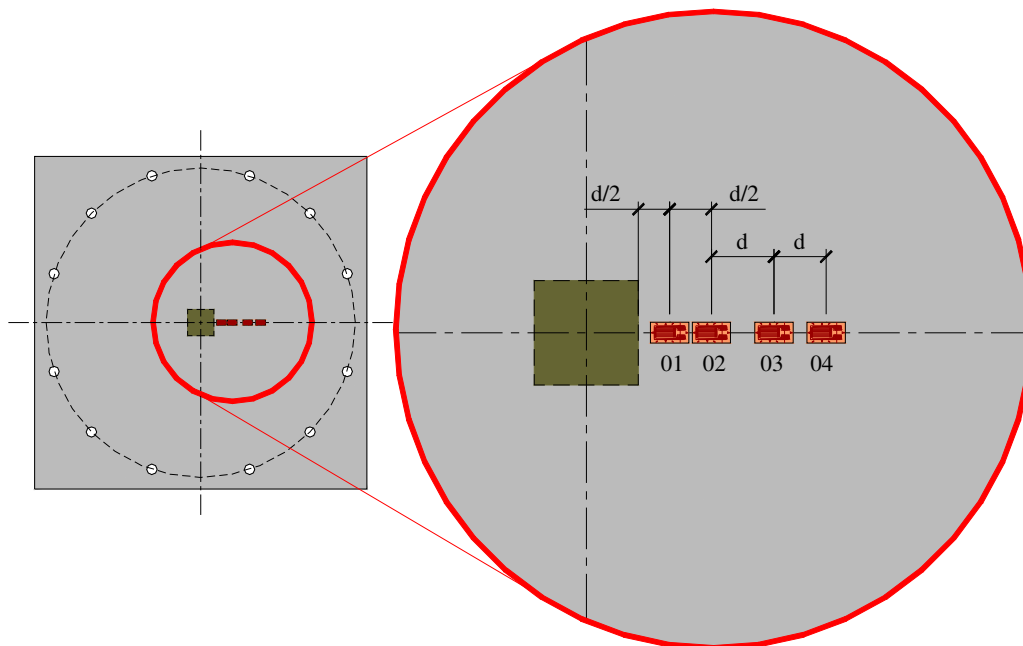


Figura 8.19- Disposição dos EERs na face comprimida do concreto

8.2- MATERIAL

8.2.1- Composição do concreto

As composições dos concretos foram desenvolvidas e avaliadas pela empresa CiviTest. Nesta pesquisa foram utilizados 8 tipos de concreto, pois houve a necessidade de se obter resistências à compressão de 50 e 70 MPa, para dosagens de fibras de 0, 60, 75 e 90 kg/m³ de concreto. Os materiais utilizados na confecção dos concretos e o consumo dos mesmos são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 8.3 e 8.4. Na Tabela 8.4, a identificação das composições está vinculada às variáveis em estudo, por exemplo, a mistura *Vf60fc50* informa que a mesma apresenta 60 kg/m³ de fibras adicionadas à massa de concreto e que se tenciona obter resistência à compressão de 50 MPa.

Tabela 8.3- Identificação dos materiais

Materiais	Identificação
Cimento	Portland – CEM I Classe 42.5R
Pozolana	Cinza volante
Agregado graúdo	Brita 12
Agregado miúdo	½ Areia + Areia fina
Superplastificante	SP Sika 3005
Água	Potável
Fibras de aço	MACCAFERRI – Wirand Fibre FS1.

Tabela 8.4- Consumo de material

Material	Consumo (kg/m ³)							
	Vf0fc50	Vf60fc50	Vf75fc50	Vf90fc50	Vf0fc70	Vf60fc70	Vf75fc70	Vf90fc70
Cimento	420	420	420	420	480	480	480	480
Cinza volante	65	65	75	80	65	65	75	80
Brita 12	670	668	661	657	628	627	620	619
½ Areia	806	804	795	790	757	755	746	741
Areia fina	269	268	265	265	253	252	249	247
Superplastificante	6.79	7.76	7.92	8.00	7.63	8.72	8.88	8.96
Água	165	165	168	170	185	185	189	190
Fibras	0	60	75	90	0	60	75	90

8.2.2- Propriedades mecânicas do concreto

As propriedades mecânicas do concreto foram estabelecidas ensaiando-se corpos de prova que foram moldados com o mesmo concreto utilizado na confecção das lajes. Os corpos de prova, além de apresentarem o mesmo concreto das lajes, também foram curados nas mesmas condições. Para cada laje concretada, foram moldados 9 cilíndricos de 150 x 300 mm² para a realização do ensaio de compressão axial, 9 vigas de 150 x 150 x 600 mm³ para a realização do ensaio de flexão em três pontos de vigas entalhadas e 3 placas com 800 mm de diâmetro e 80 mm de altura para a realização do ensaio de tenacidade à flexão em placas redondas. Os referidos ensaios foram realizados no laboratório da empresa CiviTest.

O ensaio de compressão seguiu as recomendações da ISO 1920-3 (2004), o ensaio de flexão em três pontos seguiu as orientações do RILEM TC 162-TDF (2002) e por fim, o ensaio das placas redondas foi realizado conforme sugere a ASTM C1550 (2003). As Figuras 8.20 e 8.21 mostram o instante em que alguns ensaios foram realizados.



a) Ensaio de compressão axial



b) Ensaio de flexão em 3P em vigas entalhadas

Figura 8.20- Realização dos ensaios de caracterização do concreto



a) Vista 1

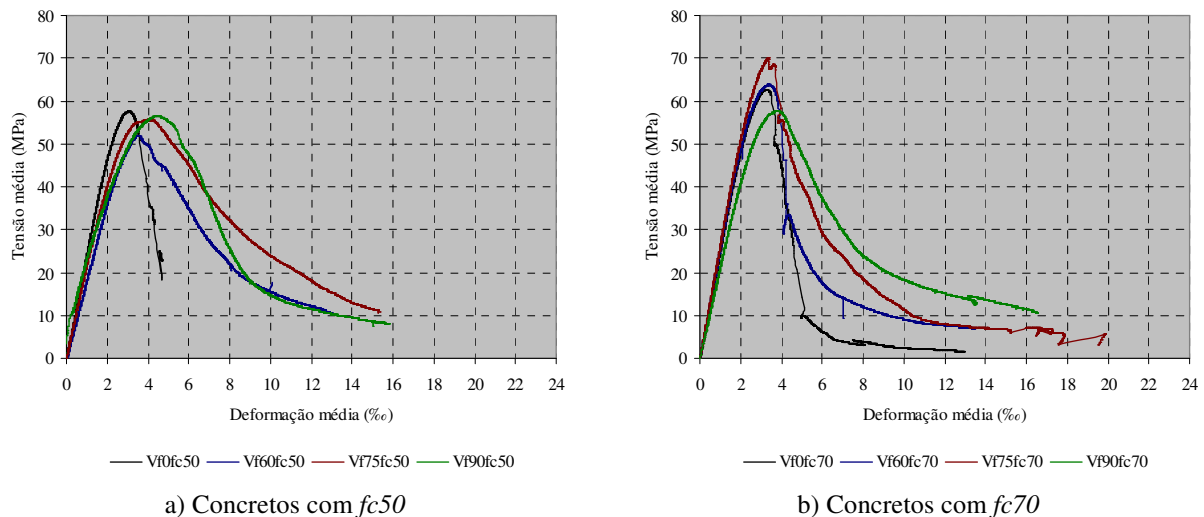


b) Vista 2

Figura 8.21- Realização do ensaio de tenacidade à flexão em placas redondas

Ensaio de compressão axial em corpos de prova cilíndricos

O resumo dos resultados obtidos nos ensaios de compressão é apresentado na Figura 8.22 e na Tabela 8.5. A Figura 8.22 apresenta a relação *tensão x deformação* dos concretos, as curvas apresentadas nesta figura representam as curvas médias obtidas nos ensaios. A Tabela 8.5 apresenta os valores das resistências médias de cada concreto e a deformação correspondente à cada resistência. A apresentação completa dos resultados encontra-se no Anexo D.1.



a) Concretos com f_c50 b) Concretos com f_c70
 Figura 8.22- Relação *tensão x deformação* obtida dos ensaios de compressão (curvas médias)

Tabela 8.5- Resumo do ensaio de compressão (valores médios)

Concreto	Idade (dias)	$f_{cm,teo}$ (MPa)	$f_{cm,exp}$ (MPa)	$\epsilon_{fcm,exp}$ (%)	$f_{cm,exp}/f_{cm,teo}$	$f_{cm,CRFA}/f_{cm,Ref}$	f_{ctm} (MPa)
Vf0fc50	65	50.00	57.61	3.04	1.15	-	4.05
Vf60fc50	43	50.00	51.90	3.54	1.04	0.90	3.73
Vf75fc50	52	50.00	55.68	4.01	1.11	0.97	3.94
Vf90fc50	57	50.00	56.39	4.41	1.13	0.98	3.98
Vf0fc70	63	70.00	62.63	3.28	0.89	-	4.32
Vf60fc70	52	70.00	63.77	3.36	0.91	1.02	4.41
Vf75fc70	66	70.00	70.02	3.35	1.00	1.12	4.41
Vf90fc70	46	70.00	57.63	3.85	0.82	0.92	4.41

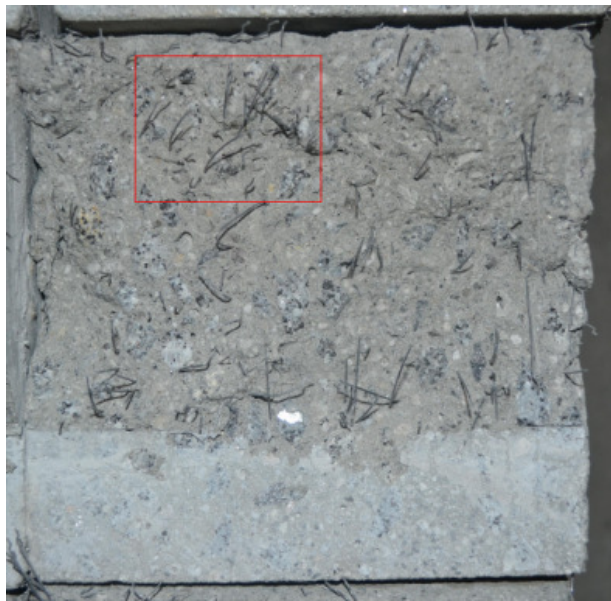
NOTA 1: Os valores de $f_{cm,exp}$ e $\epsilon_{fcm,exp}$ foram obtidos das curvas médias da relação *tensão x deformação*.
 NOTA 2: O valor de f_{ctm} foi definido segundo o CEB-FIP (2010), $f_{ctm}=0.3 \cdot (f_{ck})^{2/3}=0.3 \cdot (f_{cm}-8)^{2/3}$.

A análise da Tabela 8.5 confirmou que as resistências à compressão dos concretos corresponderam satisfatoriamente aos valores teóricos, sendo o resultado do concreto Vf90fc70 o menos favorável, $f_{cm,exp}/f_{cm,teo}=0.82$. No que diz respeito à relação *tensão x deformação*, ver a Figura 8.22, estas também atenderam as expectativas, porém, era previsto na fase pós-pico comportamento mais dúctil nos concretos com mais fibras, Vf90fc50 e Vf90fc70.

Ensaio de flexão em 3P em vigas entalhadas

A Figura 8.24 e a Tabela 8.6 apresentam o resumo da contagem do número médio de fibras existentes no plano do entalhe após a realização dos ensaios. A referida contagem foi realizada por meio de fotos de alta resolução. Dada a qualidade das fotos, ver a Figura 8.23, acredita-se que este processo possibilita contagens confiáveis. A Tabela 8.6, além de informar o número de fibras, apresenta também o valor da densidade, a qual será utilizada para avaliar a distribuição das fibras, e o valor do fator de orientação (determinado segundo KRENCHER, 1964), o qual é

utilizado na estimativa do número efetivo de fibras que cruzam a seção fissurada de uma peça (não aplicado neste trabalho).



a) Vista da seção da viga



b) Vista utilizada na contagem das fibras

Figura 8.23- Fotos utilizadas na contagem das fibras (*Vf75fc70*)

			Σ	
20	18	20	58	
20	17	18	55	
17	17	20	54	
Σ	57	53	57	166

a) Concreto *Vf60fc50*

			Σ	
18	17	16	51	
19	16	18	53	
21	14	16	51	
Σ	58	46	50	155

b) Concreto *Vf75fc50*

			Σ	
34	31	29	94	
38	36	29	103	
41	34	34	109	
Σ	113	100	92	305

c) Concreto *Vf90fc50*

			Σ	
35	31	30	97	
34	33	31	98	
35	33	34	101	
Σ	104	96	96	295

d) Concreto *Vf60fc70*

			Σ	
44	56	53	152	
41	44	40	125	
42	48	50	139	
Σ	126	147	143	416

e) Concreto *Vf75fc70*

			Σ	
39	32	27	98	
46	33	29	109	
39	39	32	110	
Σ	125	104	88	317

f) Concreto *Vf90fc70*

Figura 8.24- Distribuição das fibras no plano do entalhe (valores médios)

Tabela 8.6- Avaliação da distribuição das fibras no plano do entalhe (valores médios)

Material	Seção transv. ⁽¹⁾	N° fibras	Densidade	Fator de orientação
	(mm ²)		(fibras/mm ²)	
Vf60fc50	150x125	166	0.89·10 ⁻²	0.22
Vf60fc70	150x125	295	1.58·10 ⁻²	0.39
Vf75fc50	150x107.5	155	0.96·10 ⁻²	0.19
Vf75fc70	150x107.5	416	2.58·10 ⁻²	0.51
Vf90fc50	150x90	305	2.26·10 ⁻²	0.37
Vf90fc70	150x90	317	2.34·10 ⁻²	0.38

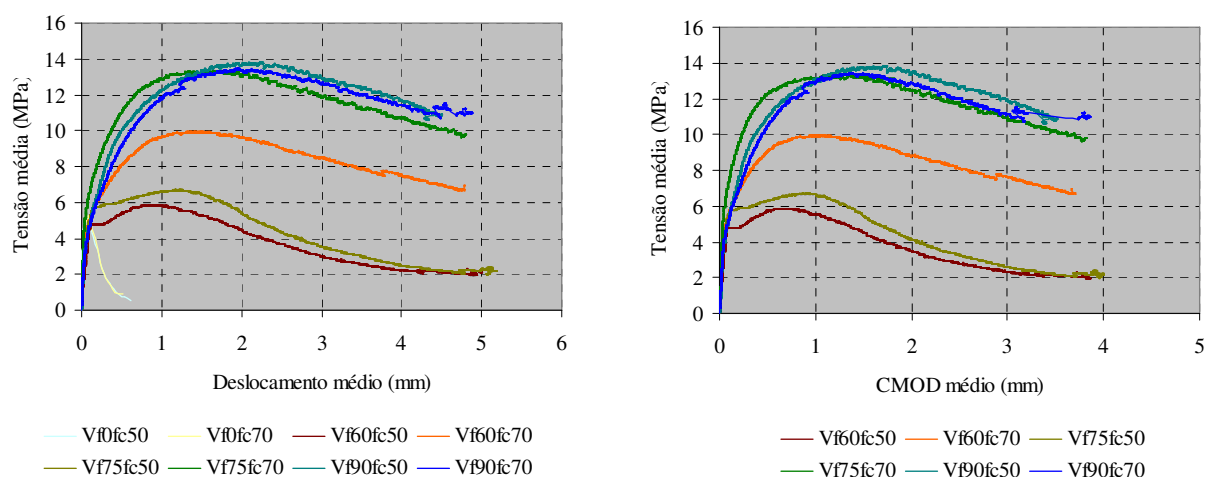
⁽¹⁾ Seção transversal no plano do entalhe.

NOTA: Segundo KRENCHER (1964), o fator de orientação é definido por: *Fat. orientação* = *Densidade* · (*A_f*/*V_f*). Sendo *A_f* a área da seção transversal da fibra.

Conforme mencionado em seções anteriores, o RILEM TC 162-TDF (2002) recomenda que o entalhe das vigas seja de 25 mm, porém, a Tabela 8.6 mostrou que os entalhes realizados nas vigas deste estudo foram correlacionados à quantidade de fibra, V_f , adicionada à massa de concreto. Acredita-se que para $V_f > 60 \text{ kg/m}^3$ o entalhe de 25 mm pode não garantir modos de ruína com a formação de uma única fissura no plano do entalhe, o que comprometeria a confiabilidade dos resultados.

Avaliando-se os resultados da Figura 8.24 e da Tabela 8.6 (valor da densidade), verificou-se que, de um modo geral, os concretos com $f_{cm}=70 \text{ MPa}$ foram mais ricos em fibras do que os correspondentes concretos com $f_{cm}=50 \text{ MPa}$. A exceção foram os concretos com $V_f=90 \text{ kg/m}^3$, que apresentaram distribuições equivalentes.

Na Figura 8.25 são apresentadas as curvas médias das relações *tensão x deslocamento* e *tensão x CMOD*, as quais são utilizadas para obter-se a tensão correspondente ao limite de proporcionalidade, $f_{fct,L}$, e as resistências residuais à tração na flexão, $f_{R,i}$ ($i=1$ a 4). Os valores médios de $f_{fct,L}$ e $f_{R,i}$ são apresentados na Tabela 8.7 (o roteiro de cálculo das referidas grandezas foi apresentado em seções anteriores). Nos concretos de referência foram realizadas apenas as medidas dos deslocamentos. Os resultados completos destes ensaios são apresentados no Anexo D.2.



a) *tensão x deslocamento*

b) *tensão x CMOD*

Figura 8.25- Resultados dos ensaios de flexão em 3P (curvas médias)

Tabela 8.7- Resumo das tensões obtidas das curvas *tensão x CMOD* (curvas médias)

Material	$f_{fc,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
Vf0fc50	5.16	-	-	-	-
Vf0fc70	4.43	-	-	-	-
Vf60fc50	3.55	5.71	4.55	2.77	2.13
Vf60fc70	4.64	9.06	9.58	8.08	6.96
Vf75fc50	4.27	6.32	5.42	3.25	2.19
Vf75fc70	6.00	12.30	13.30	11.55	10.23
Vf90fc50	4.04	11.02	13.62	12.61	10.83
Vf90fc70	4.21	10.51	13.38	11.99	11.04

Ensaio de tenacidade à flexão em placas redondas

A avaliação da tenacidade do CRFA foi realizada por meio do ensaio de placas redondas, conforme recomenda o ASTM C1550 (2003). O referido documento sugere que a performance do concreto seja quantificada em termos da energia de absorção, E_{abs} , a qual é obtida da integração da curva *carga x deslocamento* até o valor de deslocamento 40 mm. O mesmo procedimento de ensaio também foi utilizado nos concretos de referência. As curvas *carga x deslocamento* médias obtidas nos testes são apresentadas na Figura 8.26, na referida figura, os valores entre parênteses correspondem à energia de absorção. Na Tabela 8.8 são apresentados, além dos valores das energias de absorção, também os valores das cargas máximas, P_{max} , e das tensões correspondente às cargas máximas, f_{Pmax} . O roteiro de cálculo do valor de f_{Pmax} e os resultados completos dos testes são apresentados no Anexo D.3.

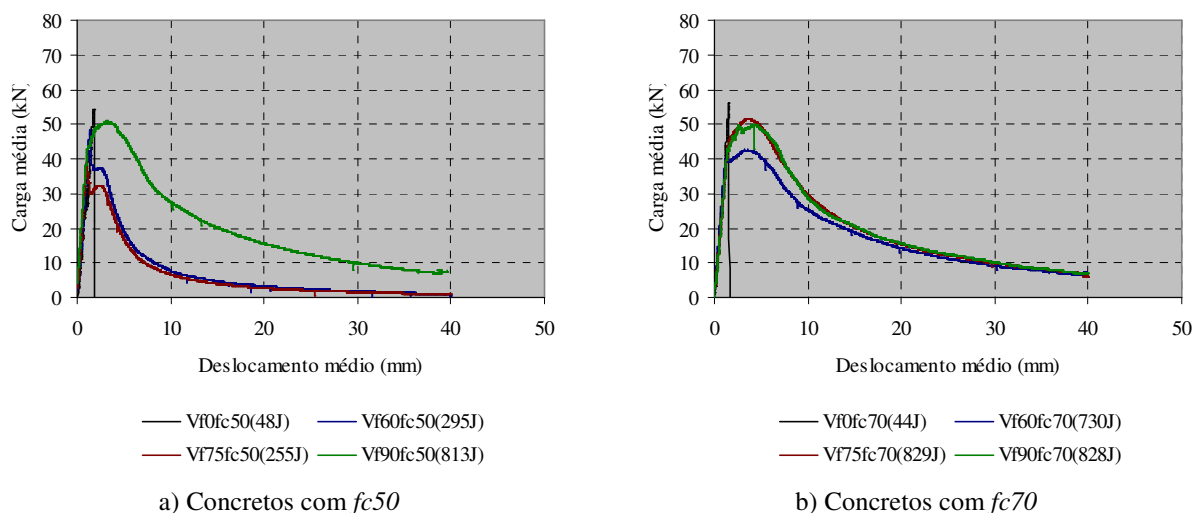


Figura 8.26- Relação carga \times deslocamento obtida dos ensaios em placas redondas (valores médios)

Tabela 8.8- Resumo dos resultados (valores médios)

Concreto	P_{max} (kN)	E_{abs} (J)	f_{pmax} (MPa)
Vf0fc50	54.07	48	6.94
Vf60fc50	48.25	295	6.94
Vf75fc50	39.00	255	6.36
Vf90fc50	51.02	813	7.24
Vf0fc70	56.01	44	7.11
Vf60fc70	42.55	730	6.21
Vf75fc70	51.61	829	7.76
Vf90fc70	49.90	828	7.40

NOTA 1: A energia de absorção do CRFA foi obtida da integração das curvas médias até o deslocamento 40 mm.
 NOTA 2: A energia de absorção do concreto de referência foi obtida da integração das curvas médias até o deslocamento máximo.

A Figura 8.26 mostrou que a adição de fibras à massa de concreto, independente do valor de f_{cm} , conferiu maior ductilidade ao material e uma ligeira redução no valor da carga máxima. No que diz respeito aos concretos com $f_{cm}=50$ MPa, os resultados dos testes com placas redondas mostraram que a performance do concreto Vf75c50 foi aquém ao previsto, verificou-se pouca ductilidade na fase pós-pico e baixa energia de absorção. A provável causa deste comportamento foi a densidade de fibra insuficiente no concreto. A Figura 8.26 (b) mostrou que a ductilidade dos CRFA foi invariável para deslocamentos superiores a 15 mm, conjecturava-se maior ductilidade aos concretos com mais fibras. Ainda com relação aos concretos com $f_{cm}=70$ MPa, o desempenho do concreto Vf90fc70 não satisfaz às expectativas teóricas, verificou-se que o mesmo apresentou baixa energia de absorção, provavelmente devido à influência de $f_{cm}<70$ MPa.

8.2.3- Propriedades mecânicas do aço das armaduras

A caracterização das propriedades mecânicas das barras de aço que compuseram as armaduras de flexão é tão importante quanto à caracterização do concreto, pois as mesmas exercem influência significativa sobre o comportamento das lajes. A caracterização das barras foi feita por meio do ensaio de tração axial, o qual seguiu as exigências da ISO 15630-1 (2002).

Foram ensaiadas 5 amostras, uma vez que as barras das armaduras pertenceram ao mesmo lote. A deformação das barras foi registrada por meio de 1 *Axial Extensometers* do tipo MFA 25, o qual foi fornecido pela MF Mess- & Feinwerktechnik GmbH. Todos os ensaios foram realizados no laboratório de estruturas da Universidade do Minho. A Figura 8.27 mostra o momento da realização do ensaio, enquanto que a Figura 8.28 e a Tabela 8.9 apresentam os resumos dos resultados. Os dados completos obtidos nos ensaios são apresentados no Anexo D.4.



a) Vista 1



b) Vista 2

Figura 8.27- Ensaio de tração axial para caracterização das armaduras de flexão

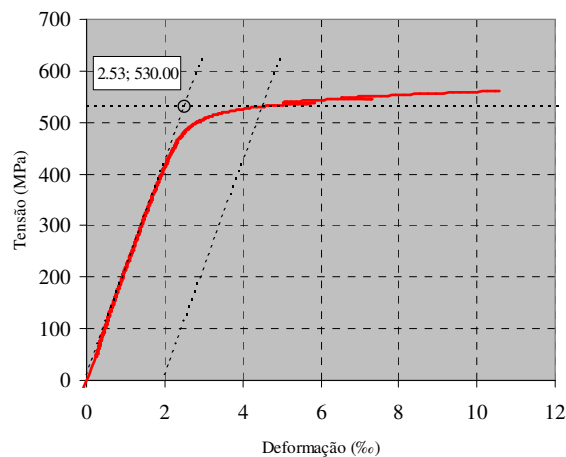


Figura 8.28- Relação *tensão x deformação* (curva média)

Tabela 8.9- Resumo dos resultados (valores médios)

Diâmetro (mm)	$\varepsilon_{y,m}$ (‰)	$f_{y,m}$ (MPa)	$\varepsilon_{u,m}$ (‰)	$f_{u,m}$ (MPa)	$E_{s,m}$ (GPa)
12	2.53	530	-	684	209.49

8.3- PRESCRIÇÃO DA RESISTÊNCIA DAS LAJES

8.3.1- Resistência à punção

O cálculo da resistência à punção V_R foi realizado admitindo $V_R = V_{R,c} + V_{R,s} + V_{R,f}$, onde $V_{R,c}$, $V_{R,s}$ e $V_{R,f}$ representam, respectivamente, as contribuições de resistência do concreto, da armadura de cisalhamento e das fibras de aço. No presente estudo, $V_{R,s} = 0$, visto que não há armadura de cisalhamento nas lajes. Na seção *Modelos Analíticos*, foi apresentado que a maioria dos modelos abordados, NARAYANAN e DARWISH (1987), SHAABAN e GESUND (1994), HOLANDA (2002), CHOI *et al.* (2007) e HIGASHIYAMA *et al.* (2011), já estabelecem o valor de $V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$, porém, os modelos de HARAJLI *et al.* (1995) e de MUTTONI e RUIZ (2010) prescrevem apenas a parcela $V_{R,f}$. Para estes casos, os supracitados autores sugerem que a parcela $V_{R,c}$ seja determinada segundo as recomendações de códigos de projeto. Neste trabalho, ver a seção *Recomendações Normativas*, o cálculo de $V_{R,c}$ seguiu as sugestões do ACI 318 (2008), do CEB-FIP (1991), do EC2 (2004), da NBR 6118 (2003) e do CEB-FIP (2010).

No que diz respeito ao cálculo da resistência à punção das lajes desta pesquisa, na Tabela 8.10 apresenta-se os principais parâmetros envolvidos no referido cálculo e nas Tabelas 8.11 e 8.12 são exibidos os resultados.

Tabela 8.10- Característica das lajes (valores experimentais)

Laje	d	r	ρ_s	V_f	l/d_f	f_{cm} (MPa)
	(mm)	(mm)	(%)	(kg/m ³)		
Lvf0fc50	125.8	200	0.85	0	-	57.61
Lvf0fc70	130.2	200	0.80	0	-	62.63
Lvf60fc50	122.2	200	0.89	60	67	51.90
Lvf60fc70	132.9	200	0.77	60	67	63.77
Lvf75fc50	129.0	200	0.81	75	67	55.68
Lvf75fc70	128.0	200	0.82	75	67	70.02
Lvf90fc50	118.1	200	0.95	90	67	56.39
Lvf90fc70	117.4	200	0.96	90	67	57.63
Média	125.4	-	0.86	-	-	-
DP	5.7	-	0.07	-	-	-
CV (%)	4.5	-	8.23	-	-	-

NOTA: $\rho_s = A_s/A_c = A_s/[(r+6 \cdot d) \cdot d]$.

Tabela 8.11- Contribuição de resistência do concreto $V_{R,c}$

Laje	$V_{R,c,ACI}$	$V_{R,c,CEB-90}$	$V_{R,c,EC2}$	$V_{R,c,NBR}$	$V_{R,c,CEB-2010}$	$V_{R,c,CEB-2010} + V_{R,f,CEB-2010}$	Média ⁽¹⁾	DP ⁽¹⁾	CV (%) ⁽¹⁾
	(kN)								
Lvf0fc50	413.03	297.22	394.37	321.99	368.71	368.71	359.06	48.61	13.54
Lvf0fc70	451.69	314.13	420.80	340.31	388.99	388.99	383.18	56.45	14.73
Lvf60fc50	376.69	280.10	368.66	303.44	347.95	520.45	335.9	42.2	12.6
Lvf60fc70	468.99	321.07	432.53	347.83	397.55	937.03	405.5	66.8	16.5
Lvf75fc50	420.57	299.51	400.21	324.47	372.58	588.79	364.6	51.1	14.0
Lvf75fc70	466.54	321.12	428.16	347.88	395.04	1125.26	408.4	70.7	17.3
Lvf90fc50	374.81	280.95	366.28	304.37	347.14	1044.60	351.2	59.3	16.9
Lvf90fc70	375.66	281.56	366.42	305.02	347.51	998.37	349.4	55.4	15.9

⁽¹⁾ Não foram considerados nos cálculos os valores de " $V_{R,c,CEB-2010} + V_{R,f,CEB-2010}$ ".

Tabela 8.12- Resistência à punção das lajes de CRFA ($V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$)

Laje	$V_{R,MOD1}$	$V_{R,MOD2}$	$V_{R,MOD3}^{(1)}$	$V_{R,MOD4}$	$V_{R,MOD5}$	$V_{R,MOD6}^{(2)}$	$V_{R,MOD7}$	Média	DP	CV (%)
	(kN)									
Lvf0fc50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Lvf0fc70	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Lvf60fc50	483.2	430.51	482.2	381.78	365.68	450.82	503.77	442.57	52.90	11.95
Lvf60fc70	581.23	536	600.36	427.17	367.97	529.52	544.4	512.38	84.14	16.42
Lvf75fc50	519.59	493.09	557.38	413.16	403.12	522.99	556.35	495.10	63.49	12.82
Lvf75fc70	574.56	547	618.31	437	410.33	566.09	552.12	529.34	76.19	14.39
Lvf90fc50	481.89	450.52	513.67	400.81	433.32	517.71	533.63	475.94	49.39	10.38
Lvf90fc70	470.01	451.54	514.84	401.43	433.24	515.40	530.52	473.85	48.35	10.20

⁽¹⁾ $V_{R,MOD3} = V_{R,c,ACI} + V_{R,f,MOD3}$ (O valor $V_{R,c,ACI}$ foi sugerido por Harajli *et al.*);
⁽²⁾ $V_{R,MOD6} = V_{R,c,CEB-2010} + V_{R,f,MOD6}$ (O valor $V_{R,c,CEB-2010}$ foi sugerido por Muttoni e Ruiz).

NOTA:
MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

A Tabela 8.11 mostrou que atenção especial deve ser dada aos cálculos das lajes de CRFA segundo o CEB-FIP (2010), pois foram verificados resultados consideravelmente maiores. Porém, de um modo geral, as Tabelas 8.11 e 8.12 mostraram que os cálculos das resistências foram satisfatórios. A análise individual das lajes apontou pouca dispersão entre as resposta dos modelos e dos códigos de projeto, quando o assunto são as lajes de referência, conforme sugerem os coeficientes de variação, CV.

8.3.2- Resistência à flexão

O cálculo da resistência à flexão, V_{flex} , foi realizado aplicando-se a teoria das linhas de ruptura, a qual estabelecer a relação V_{flex}/m_R , onde m_R representa o momento fletor resistente. No referido cálculo foram considerados três hipóteses de charneiras plásticas, ver os CASOS I, II e III na Figura 8.29, sendo estas baseadas nas condições de carregamento e de apoio das lajes. No CASO I, é considerado que as charneiras propagam-se na direção dos apoios que estão próximos ao eixo de simetria das lajes. No CASO II, admite-se a situação que conduz ao valor mínimo de V_{flex} , ou seja, $\alpha = \pi/8$. Por fim, o CASO III representa a hipótese simplificada $V_{flex}/m_R = 8$. A expressão que relaciona V_{flex} e m_R é apresentada na equação Eq. 8.1 e a sua dedução encontra-se no Anexo G.1.

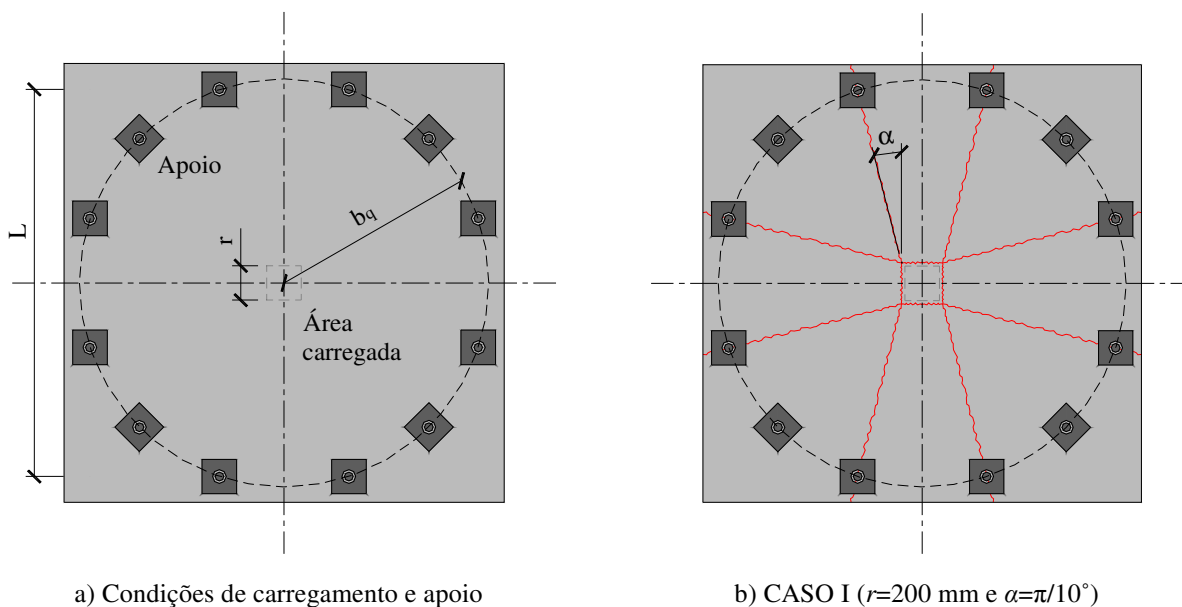


Figura 8.29- Configuração adotada de linha de ruptura (Continua)

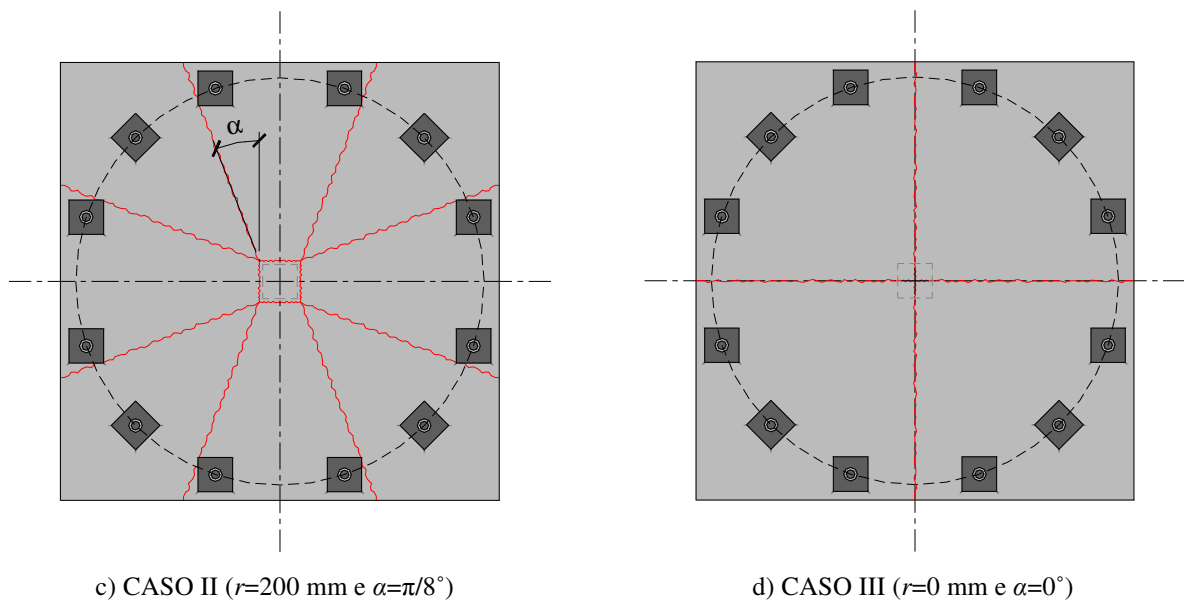


Figura 8.29- Configuração adotada de linha de ruptura

$$\frac{V_{flex}}{m_R} = \frac{8}{b_q - \frac{r}{2}} \cdot \left[\frac{L-r}{2} \cdot \frac{1 + \tan^2(\alpha)}{1 + \tan(\alpha)} + \frac{r}{2} \right] \quad \text{Eq. (8.1)}$$

Uma vez definida a relação V_{flex}/m_R , o objetivo seguinte reside no cálculo do momento resistente m_R , o qual seguiu as recomendações do CEB-FIP (2010), ver a seção *Cálculo do Momento Resistente*. As resistências à flexão das lajes são apresentas na Tabela 8.13 e as comparações destes valores com as resistências à punção são apresentas na Figura 8.30. Nesta última figura, comparam-se os valores médios de V_R , ver a Tabela 8.13, com os valores de V_{flex} obtidos no CASO II, que são os resultados mínimos encontrados.

Tabela 8.13- Resistência à flexão V_{flex}

Laje	V_{flex} (kN)			Média	DP	CV (%)
	CASO I	CASO II	CASO III			
<i>Lvf0fc50</i>	579.80	563.61	616.91	586.77	27.33	4.66
<i>Lvf0fc70</i>	587.53	571.13	625.13	594.59	27.69	4.66
<i>Lvf60fc50</i>	495.81	481.97	527.54	501.77	23.36	4.66
<i>Lvf60fc70</i>	687.63	668.43	731.65	695.90	32.41	4.66
<i>Lvf75fc50</i>	514.96	500.58	547.92	521.15	24.27	4.66
<i>Lvf75fc70</i>	767.38	745.96	816.50	776.61	36.17	4.66
<i>Lvf90fc50</i>	800.15	777.82	851.37	809.78	37.71	4.66
<i>Lvf90fc70</i>	745.96	725.14	793.71	754.94	35.15	4.66

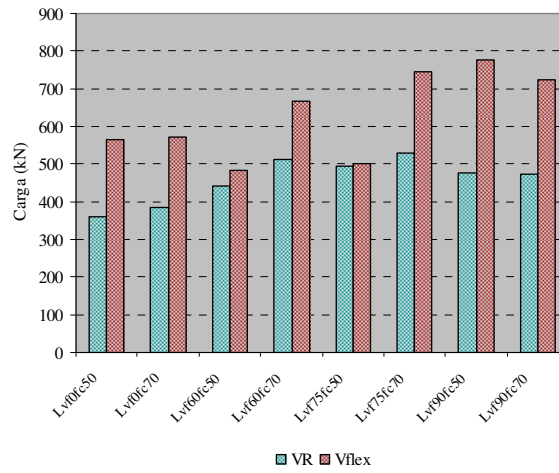


Figura 8.30- Relação entre as resistências à punção e flexão

A Tabela 8.13 mostrou que as hipóteses impostas ao CASO II de linha de ruptura determinaram a resistência à flexão das lajes (valores mínimos), enquanto que a Figura 8.30 sugeriu que as referidas lajes rompem por punção, uma vez que $V_R < V_{flex}$.

9- RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção serão apresentados e discutidos os resultados obtidos nos ensaios de punção das 8 lajes abordadas no programa experimental. Além de apresentar as informações obtidas com a instrumentação das lajes e do sistema de ensaio (deslocamentos e deformações), será tratado também o mapa das fissuras, a superfície de ruína, a prescrição da carga última e o modo de ruína das lajes.

9.1- DESLOCAMENTOS DO SISTEMA DE ENSAIO

De acordo com o exposto no *Programa Experimental*, com o intuito de obter a correta medição dos deslocamentos das lajes, foi monitorado $\frac{1}{4}$ do sistema de ensaio. Dentre os elementos que compõem o referido sistema, instrumentaram-se as deformações em 2 tirantes e o deslocamento em 1 viga metálica. A identificação e o esquema da instrumentação dos referidos elementos foram discutidos em seções anteriores, porém, salienta-se que foram utilizados 3 EERs para monitorar os tirantes e 1 LVDT para medir o deslocamento da viga metálica.

Na Figura 9.1 são apresentados os deslocamentos das vigas metálicas em todos os ensaios. Nas Figuras de 9.2 a 9.5 são apresentadas as deformações dos tirantes. Nas referidas figuras, as nomenclaturas X e Y que acompanham a identificação dos tirantes, dizem respeito às posições dos tirantes (direções x e y).

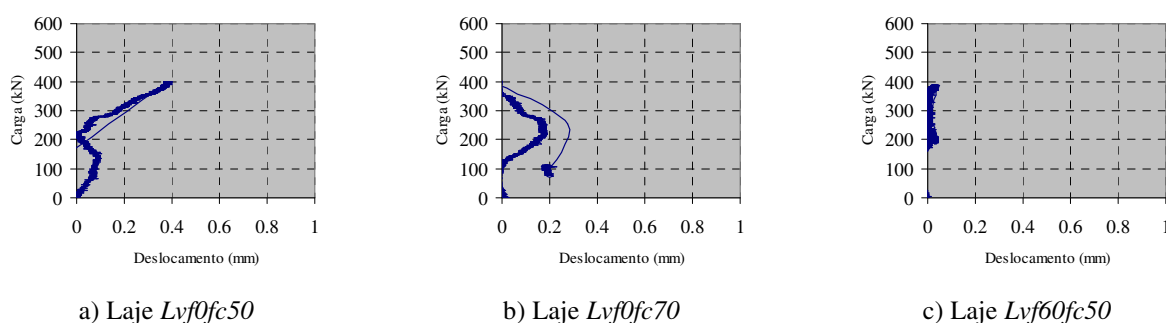
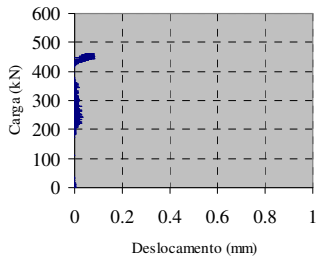
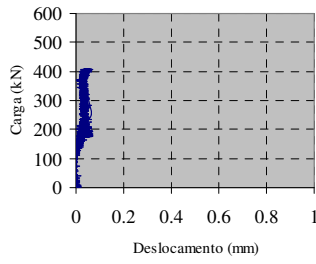


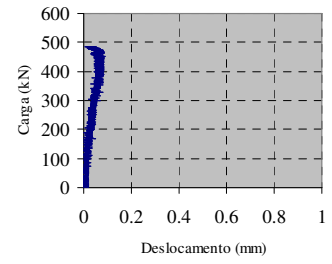
Figura 9.1- Deslocamentos das vigas metálicas (Continua)



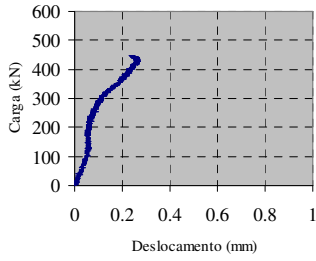
d) Laje *Lvf60fc70*



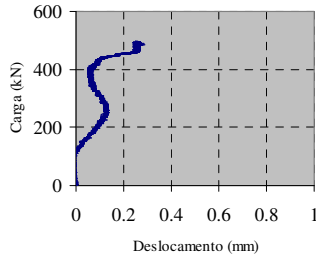
e) Laje *Lvf75fc50*



f) Laje *Lvf75fc70*

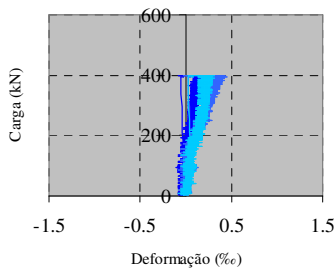


g) Laje *Lvf90fc50*

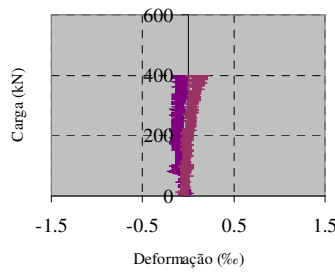


h) Laje *Lvf90fc70*

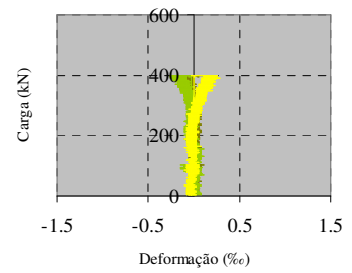
Figura 9.1- Deslocamentos das vigas metálicas



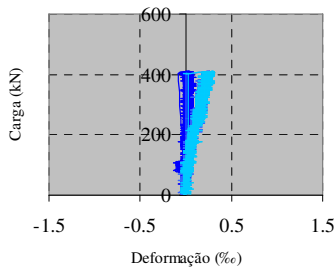
a.1) Tirante T01-X



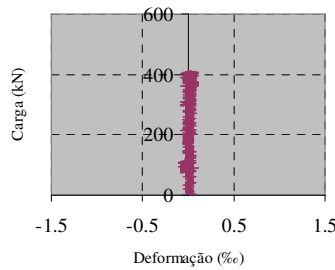
a.2) Tirante T01-Y
a) Laje *Lvf0fc50*



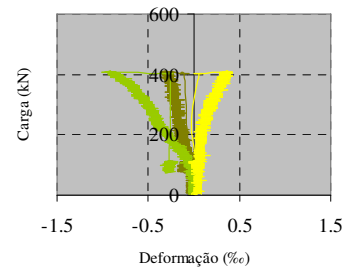
a.3) Tirante T02



b.1) Tirante T01-X

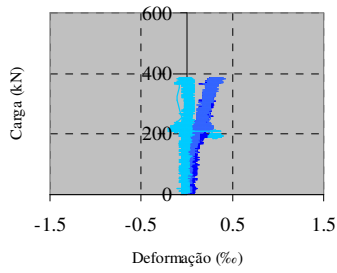


b.2) Tirante T01-Y
b) Laje *Lvf0fc70*

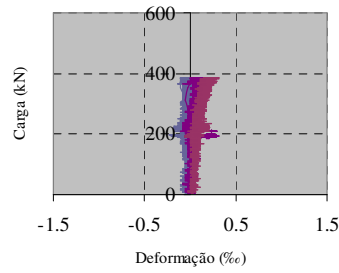


b.3) Tirante T02

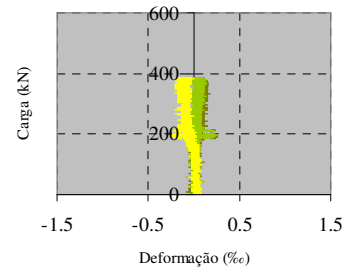
Figura 9.2- Deformações nos tirantes



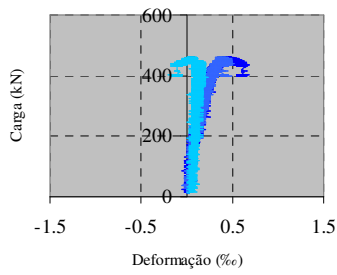
a.1) Tirante T01-X



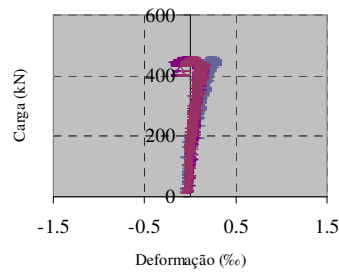
a.2) Tirante T01-Y
a) Laje *Lvf60fc50*



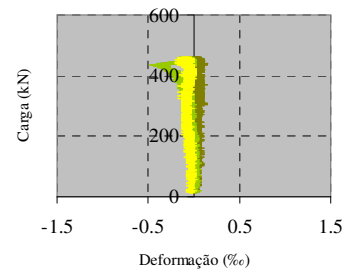
a.3) Tirante T02



b.1) Tirante T01-X

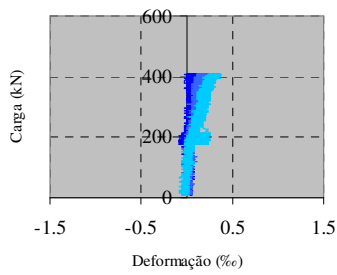


b.2) Tirante T01-Y
b) Laje *Lvf60fc70*

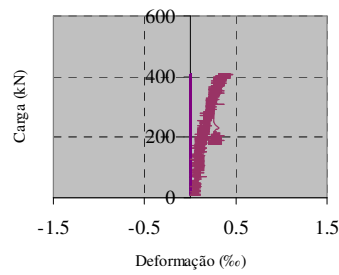


b.3) Tirante T02

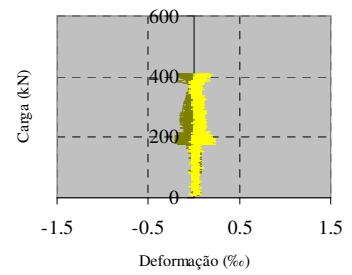
Figura 9.3- Deformações nos tirantes



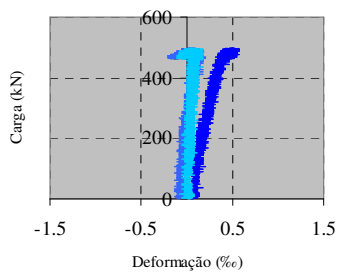
a.1) Tirante T01-X



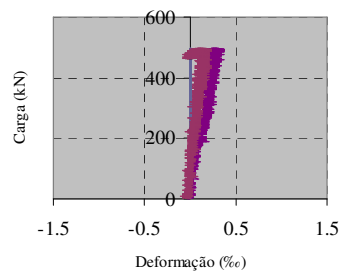
a.2) Tirante T01-Y
a) Laje *Lvf75fc50*



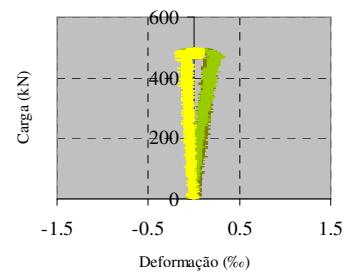
a.3) Tirante T02



b.1) Tirante T01-X



b.2) Tirante T01-Y
b) Laje *Lvf75fc70*



b.3) Tirante T02

Figura 9.4- Deformações nos tirantes

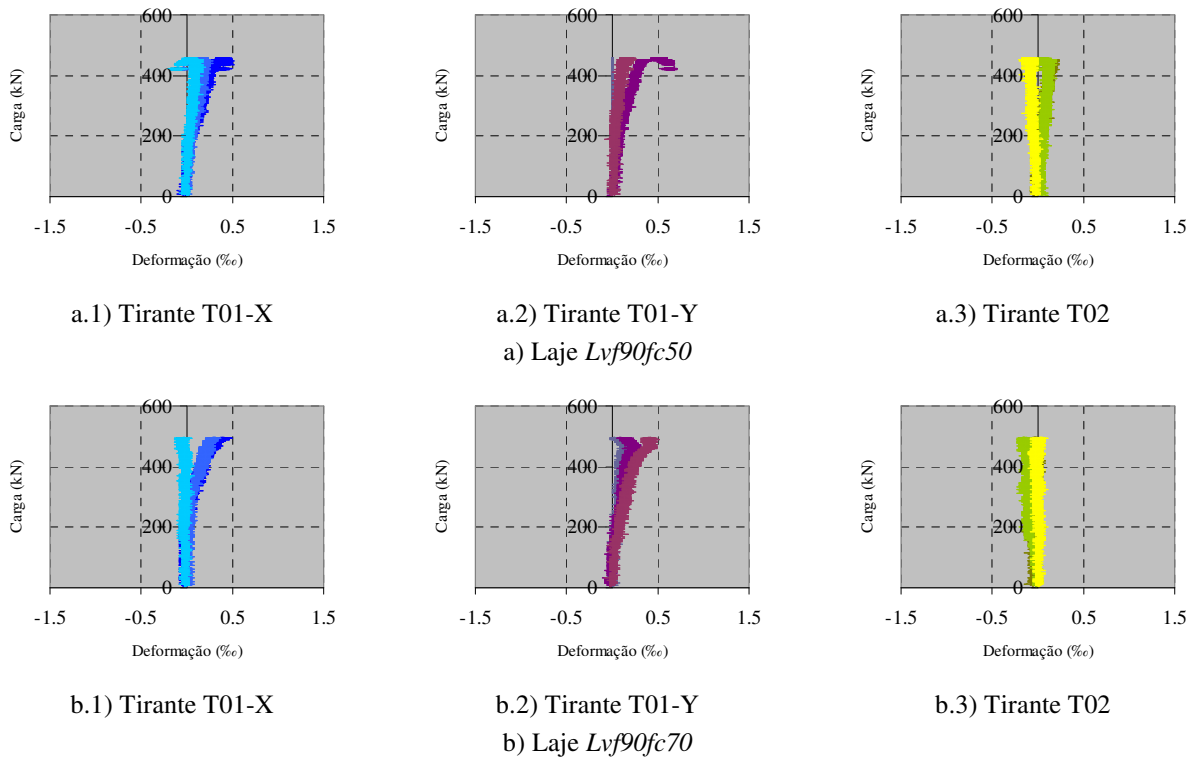
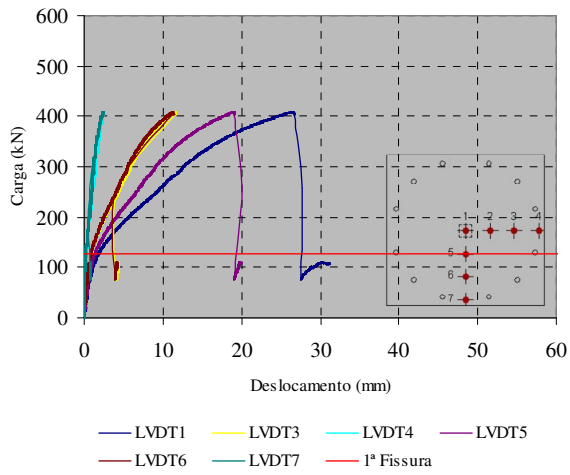


Figura 9.5- Deformações nos tirantes

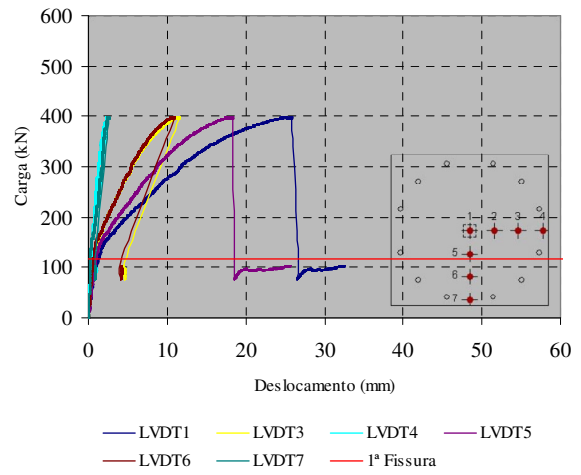
Das análises dos deslocamentos das vigas metálicas e das deformações dos tirantes, é possível afirmar que o sistema de ensaio apresentou rigidez suficiente para garantir a adequada avaliação dos deslocamentos das lajes (ausência de deslocamentos secundários).

9.2- DESLOCAMENTOS DAS LAJES

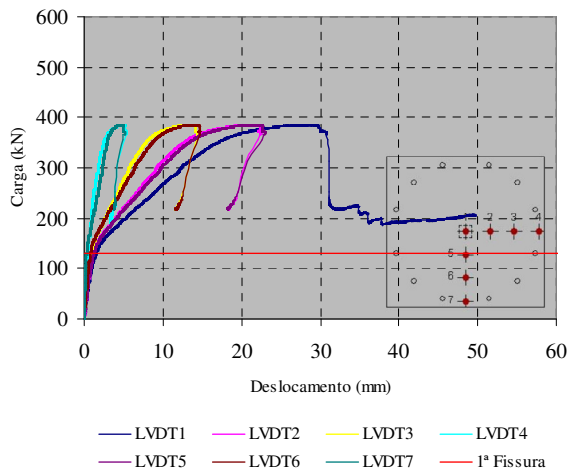
Conforme apresentado no *Programa Experimental*, a instrumentação dos deslocamentos das lajes deu-se por 7 LVDTs, os quais foram distribuídos e instalados na face tracionada das mesmas. Salienta-se que os LVDTs foram fixados em uma estrutura secundária, completamente independente do sistema de ensaio das lajes. As Figuras 9.6 e 9.7 apresentam os deslocamentos medidos pelos referidos LVDTs para cada laje ensaiada, enquanto que as Figuras 9.8 e 9.9 descrevem a rotação das peças para diferentes níveis de carga. Com relação à última figura, o eixo das abscissas representa o posicionamento dos LVDTs medidos a partir do eixo de simetria da laje para cada direção instrumentada (denominada nas figuras de *Eixos x* e *y*).



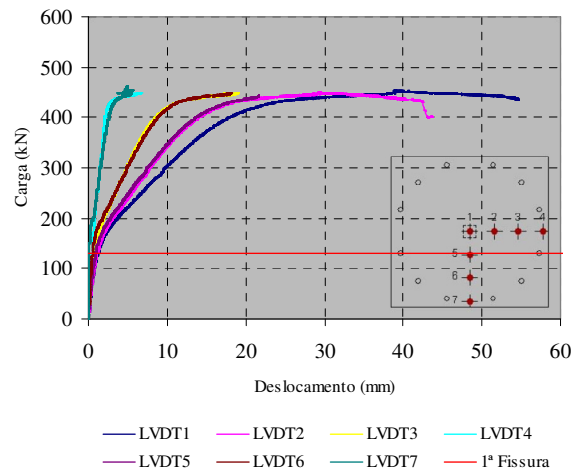
a) Laje *Lvf0fc50*



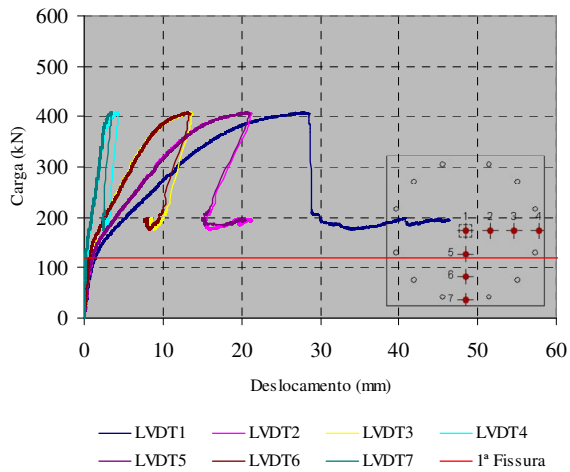
b) Laje *Lvf0fc70*



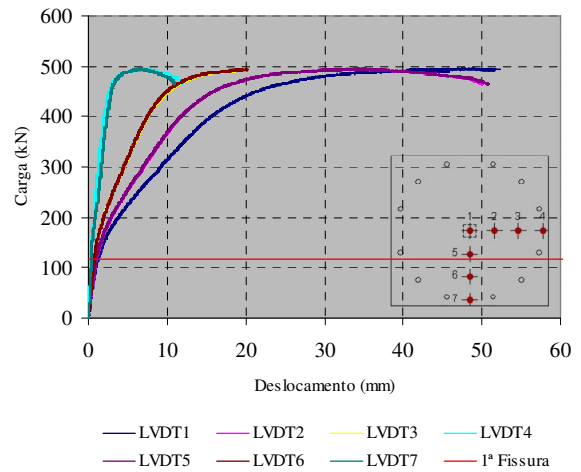
c) Laje *Lvf60fc50*



d) Laje *Lvf60fc70*

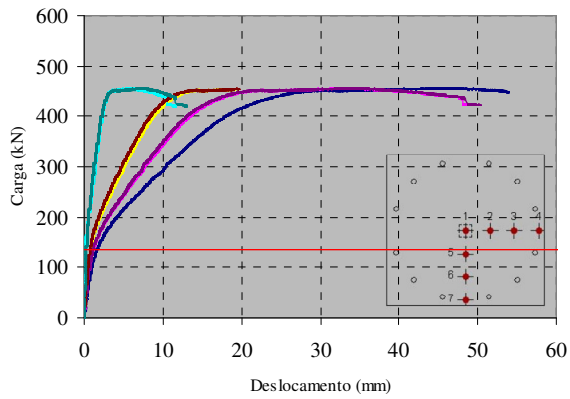


e) Laje *Lvf75fc50*

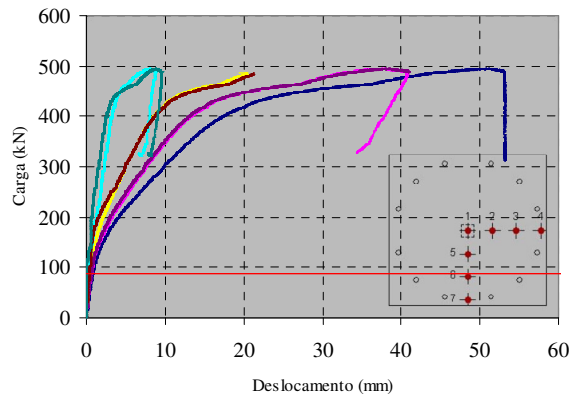


f) Laje *Lvf75fc70*

Figura 9.6- Relação carga x deslocamento das lajes



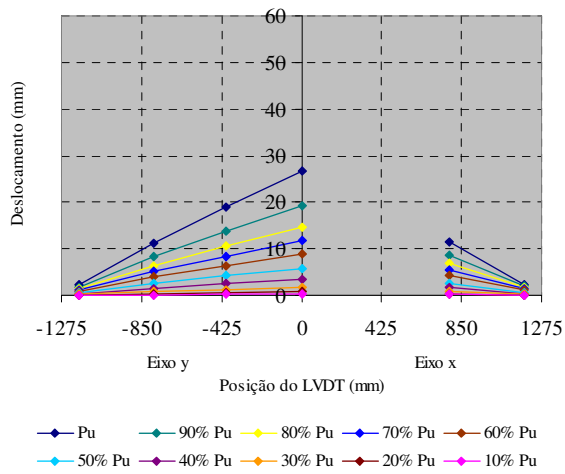
a) Laje *Lvf90fc50*



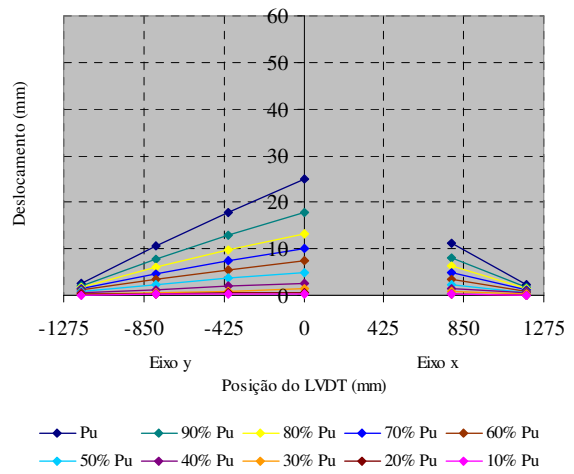
b) Laje *Lvf90fc70*

Figura 9.7- Relação carga x deslocamento das lajes

Os resultados das Figuras 9.6 e 9.7 permitem afirmar que o sistema de ensaio utilizado neste estudo cumpriu satisfatoriamente as expectativas. Verificou-se que as curvas das lajes descrevem adequadamente um comportamento simétrico. As Figuras 9.6 (a) e (b) não apresentaram os deslocamentos dos LVDTs2 devido à problemas nos mesmo.



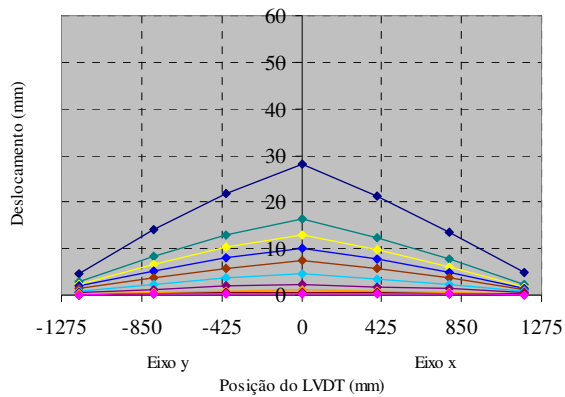
a) Laje *Lvf0fc50* (ver NOTA)



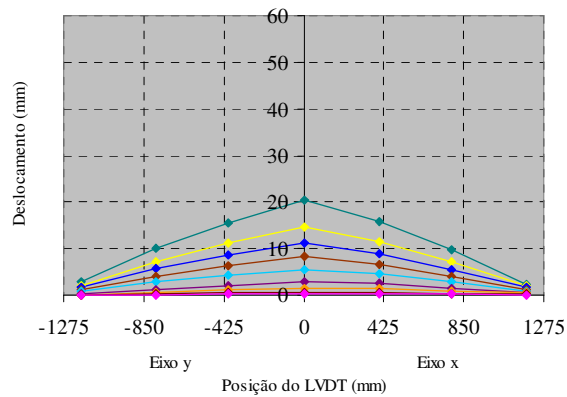
b) Laje *Lvf0fc70* (ver NOTA)

Figura 9.8- Rotação das lajes para diferentes níveis de carga

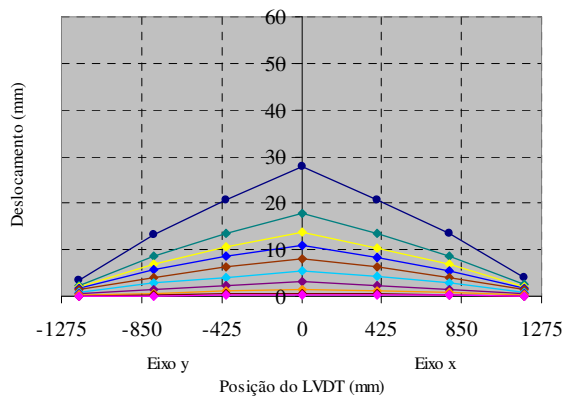
NOTA: Não houve registro do LVDT2.



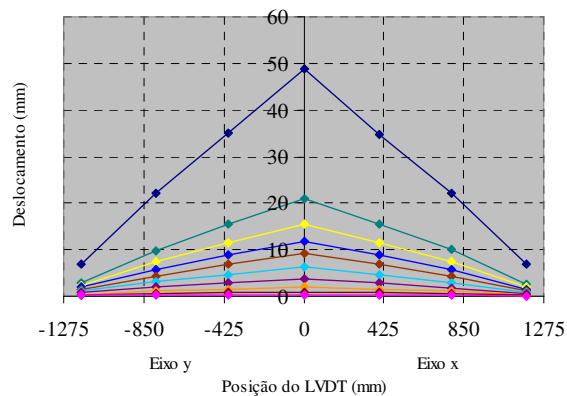
a) Laje *Lvf60fc50*



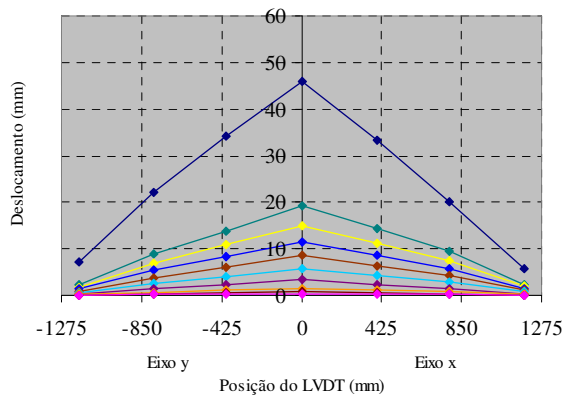
b) Laje *Lvf60fc70* (ver NOTA)



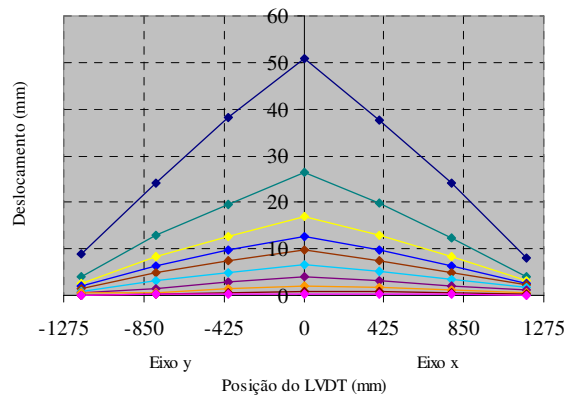
c) Laje *Lvf75fc50*



d) Laje *Lvf75fc70*



e) Laje *Lvf90fc50*



f) Laje *Lvf90fc70*

NOTA: A laje *Lvf60fc70* não apresenta a curva referente à carga P_u porque o LVDT foi removido antes de atingir-se o referido nível de carga (o curso do LVDT foi ajustado inadequadamente).

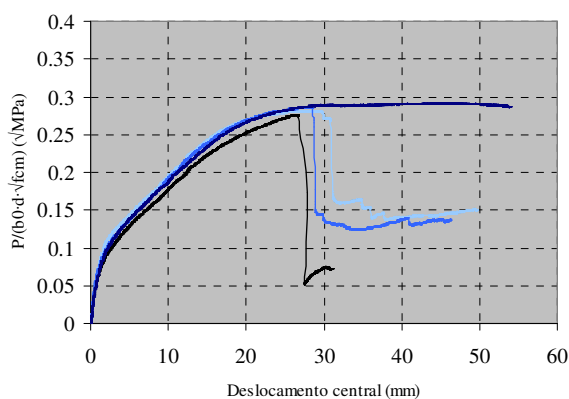
Figura 9.9- Rotação das lajes para diferentes níveis de carga

As informações apresentadas nas Figuras 9.8 e 9.9, além de corroborarem a boa performance do sistema de ensaio, também revelam que as rotações das lajes, ψ , podem ser simplificada e descritas, para qualquer nível de carga, em função dos deslocamentos, δ , e das correspondentes posições onde foram lidos estes deslocamentos.

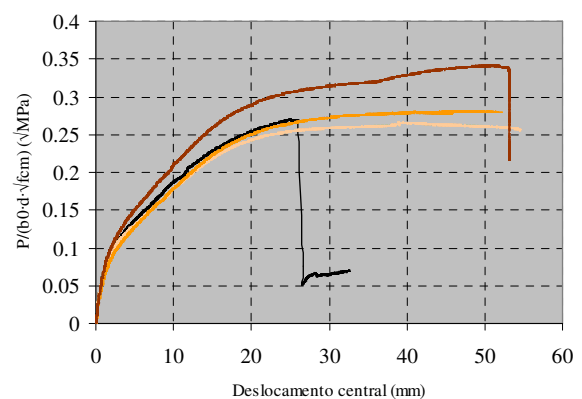
Os valores máximos obtidos nas curvas *carga x deslocamento* são apresentados na Tabela 9.1. Na referida tabela, $P_{max,N}$ representa o valor da carga máxima normalizada, $P_{max,N} = P_{max} / (b_0 \cdot d \cdot f_{cm}^{1/2})$, sendo b_0 o valor do perímetro crítico medido à $d/2$ da face da área carregada, e $E_{abs,45}$ diz respeito à energia de absorção, a qual foi obtida da integração da curva *carga x deslocamento* (não normalizada) até o deslocamento 45 mm. As influências que a quantidade de fibras adicionada à massa de concreto, V_f , e que a resistência à compressão do concreto, f_{cm} , exercem sobre a relação *carga x deslocamento* normalizada são apresentados, respectivamente nas Figuras 9.10 e 9.11. Nas referidas figuras são analisados apenas os deslocamentos centrais e os valores entre parênteses representam a energia de absorção.

Tabela 9.1- Valores máximos obtidos nas curvas *carga x deslocamento* ($P \times \delta$)

Laje	P_{max}	$P_{max,N}$	δ_{Pmax}	$E_{abs,45}$	$P_{CRFA,N} / P_{Ref,N}$	$\delta_{CRFA} / \delta_{Ref}$	E_{CRFA} / E_{Ref}
	(kN)	($\sqrt{\text{MPa}}$)	(mm)	(J)			
Lvf0fc50	409.11	0.28	26.58	9818	-	-	-
Lvf60fc50	386.08	0.28	28.23	13109	1.00	1.06	1.56
Lvf75fc50	408.03	0.29	27.56	11975	1.04	1.04	1.43
Lvf90fc50	456.53	0.29	45.81	19089	1.04	1.72	2.27
Lvf0fc70	399.15	0.27	25.09	9605	-	-	-
Lvf60fc70	462.03	0.27	38.63	19006	1.00	1.54	2.29
Lvf75fc70	496.34	0.28	48.79	20401	1.04	1.94	2.46
Lvf90fc70	495.58	0.34	50.77	19619	1.26	2.02	2.36



a) Lajes com $f_{cm} = 50$ MPa



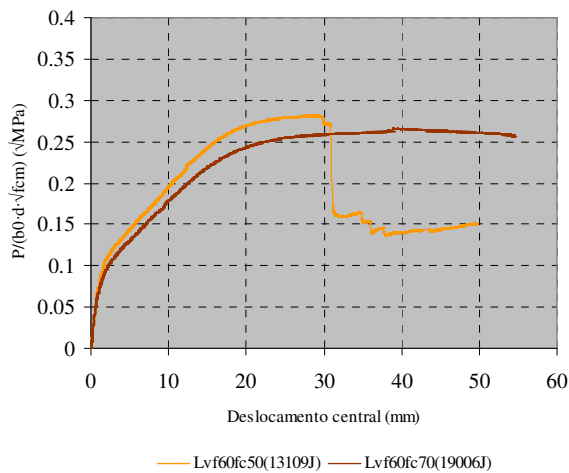
b) Lajes com $f_{cm} = 70$ MPa

Figura 9.10- Influência de V_f na relação *carga x deslocamento* normalizada

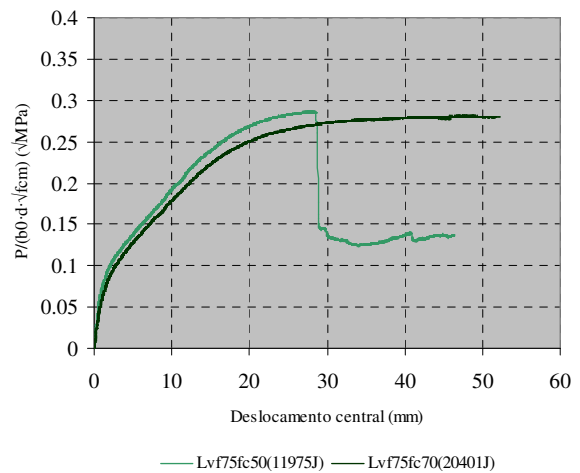
No que diz respeito às lajes com $f_{cm}=50$ MPa, a Figura 9.10 (a) mostrou que as relações *carga x deslocamento* (normalizada) destas lajes foram semelhantes até o deslocamento 30 mm, após este ponto, a influência das fibras foi notória. As fibras não beneficiaram significativamente a capacidade portante das lajes com $f_{cm}=50$ MPa, $P_{max,CRAFA} \approx P_{max,Ref}$, entretanto, verificou-se que as lajes de CRFA apresentaram resistências residuais mais expressivas. A referida figura também mostrou que as lajes *Lvf60fc50* e *Lvf75fc50* apresentaram comportamento semelhante, provavelmente devido à carência de fibras averiguada no concreto da última laje (ver a Tabela 8.6 no Capítulo 8). Confrontando-se os resultados da laje *Lvf0fc50* com as lajes *Lvf60fc50* e *Lvf75fc50* (ver a Tabela 9.1), foram verificados valores semelhantes para δ_{Pmax} , aumento notório, 72%, foi observado apenas na laje *Lvf90fc50*. Para finalizar a análise da Figura 9.10 (a), discute-se que as lajes *Lvf0fc50*, *Lvf60fc50* e *Lvf75fc50* apresentaram perdas súbitas de carga próximo ao deslocamento 30 mm, esta particularidade sugere a formação do cone de punção ao redor da área carregada. Diferentemente, a laje *Lvf90fc50* apresentou um patamar constante de carga até o fim do teste, o que sugere mudança no modo de ruína desta laje.

A avaliação das lajes com $f_{cm}=70$ MPa, ver a Figura 9.10 (b), mostrou que a laje *Lvf90fc70* apresentou capacidade portante, ductilidade e tenacidade ligeiramente superior às outras peças. As demais lajes de CRFA, $V_f=60$ e 75 kg/m³, apresentaram capacidade portante e comportamento, até o deslocamento 25 mm, semelhante à laje de referência. No tocante à avaliação das relações *carga x deslocamento*, para $\delta > 25$ mm, a Figura 9.10 (b) mostrou que as lajes de CRFA e a laje de referência apresentaram comportamento diferente, visto que esta última apresentou perda de carga em $\delta \approx 25$ mm. No que diz respeito à perda de carga da laje *Lvf90fc70*, próximo ao fim do ensaio, acredita-se que este fato tenha sido a influência conjunta de $f_{cm} < 70$ MPa e do elevado nível de fissuração em $\delta \approx 50$ mm.

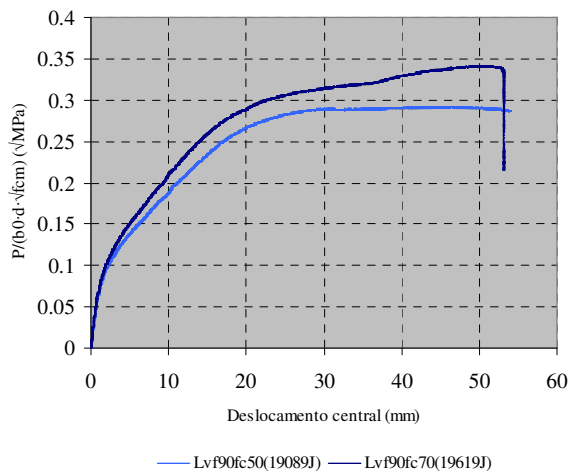
A análise das Figuras 9.10 (a) e (b) mostrou que a performance das fibras, em termos de resistência ao arrancamento da matriz de concreto, foi mais efetiva nas lajes com $f_{cm}=70$ MPa, visto que neste grupo de lajes observou-se que a carga máxima manteve-se praticamente constante até o fim dos ensaios.



a) Lajes com $V_f=60 \text{ kg/m}^3$



b) Lajes com $V_f=75 \text{ kg/m}^3$



c) Lajes com $V_f=90 \text{ kg/m}^3$

Figura 9.11- Influência de f_{cm} na relação carga \times deslocamento normalizada

As repostas apresentadas nas Figuras 9.11 (a) e (b) mostraram que as lajes com $f_{cm}=70 \text{ MPa}$ apresentaram capacidade portante semelhante às lajes com $f_{cm}=50 \text{ MPa}$. Entretanto, verificou-se que as lajes com $f_{cm}=50 \text{ MPa}$ perderam a sua capacidade portante para $\delta \approx 30 \text{ mm}$, enquanto que as lajes com $f_{cm}=70 \text{ MPa}$ apresentaram a qualidade de sustentar o valor da carga máxima até o término do ensaio. A observação anterior sugere que a resistência à compressão de 70 MPa atribuiu às peças as condições necessárias para alterar o modo de ruína das mesmas. No que diz respeito às lajes da Figura 9.11 (c), a laje $Lvf90fc70$ apresentou capacidade portante ligeiramente maior, 17%, que a laje $Lvf90fc50$, entretanto, pode-se afirmar que ambas as lajes apresentaram comportamento semelhante. Conforme mencionado anteriormente, acredita-se que a perda de carga da laje $Lvf90fc70$ tenha sido a influência conjunta de $f_{cm} < 70 \text{ MPa}$ e do elevado nível de fissuração em $\delta \approx 50 \text{ mm}$.

Assim como na análise anterior, afirma-se que as fibras de aço atribuíram maior qualidade as lajes com $f_{cm}=70$ MPa, visto que a resistência a compressão maior garante melhores condições de aderência às fibras.

9.3- DEFORMAÇÕES NO CONCRETO

Foi discutido em seções anteriores que as deformações na face comprimida da laje, ϵ_c , seriam monitoradas por 4 EERs e que os referidos extensômetros estariam fixados em apenas uma direção da laje e nas mesmas posições dos EERs da armadura de flexão. Nas Figuras 9.12 e 9.13 são mostradas as relações *carga x deformação* de todas as lajes e na Tabela 9.2 são apresentados os valores máximos e mínimos obtidos no extensômetro próximo à área carregada, EER01. Na referida tabela, os valores das cargas foram normalizadas conforme explicado na seção anterior, $P_{max,N}=P_{max}/(b_0 \cdot d \cdot f_{cm}^{1/2})$. As influências que V_f e f_{cm} exercem sobre as relações $P \times \epsilon_c$ são apresentadas, respectivamente, nas Figuras 9.14 e 9.15.

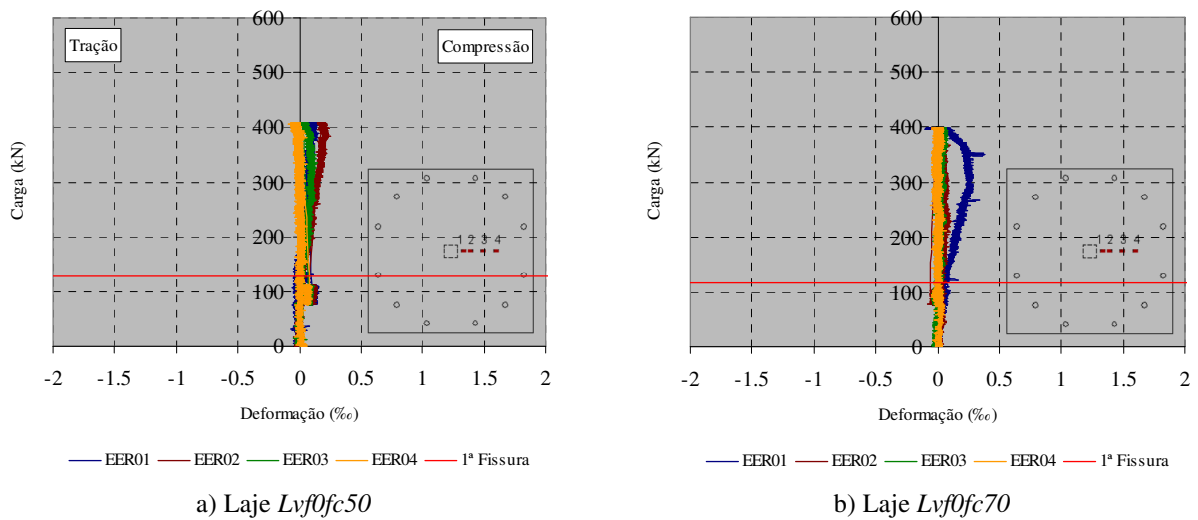
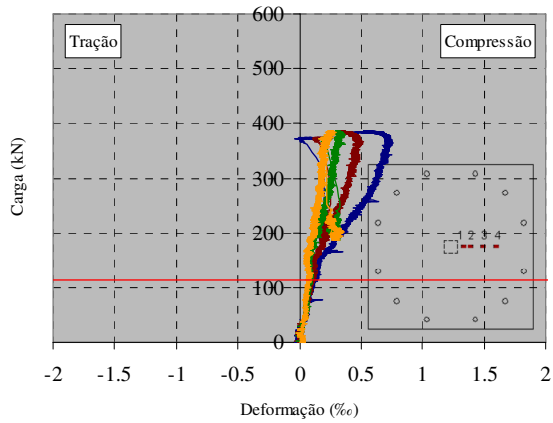
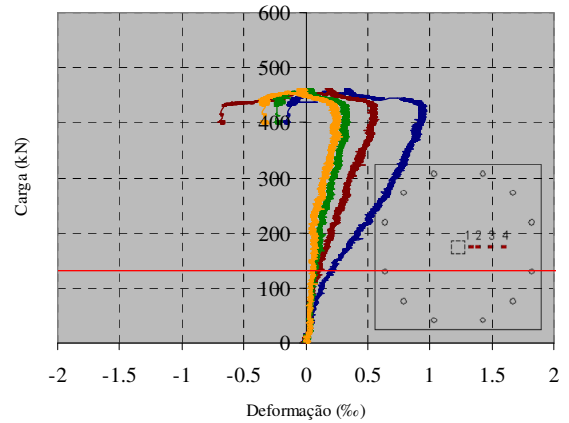


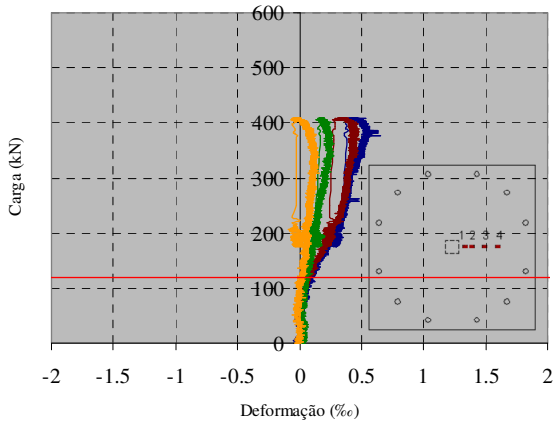
Figura 9.12- Relação *carga x deformação* na superfície do concreto (direção radial)



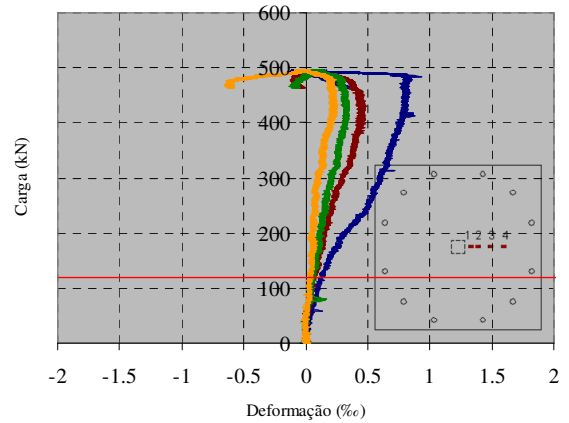
a) Laje *Lvf60fc50*



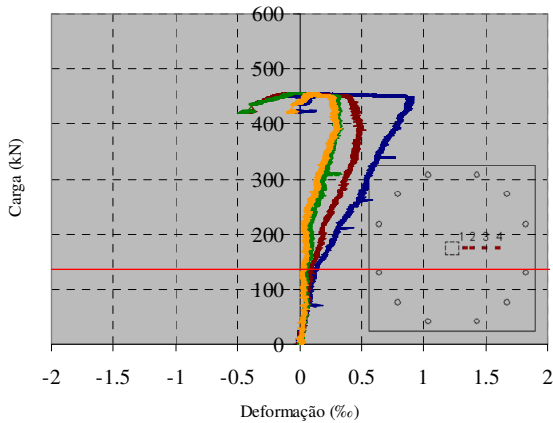
b) Laje *Lvf60fc70*



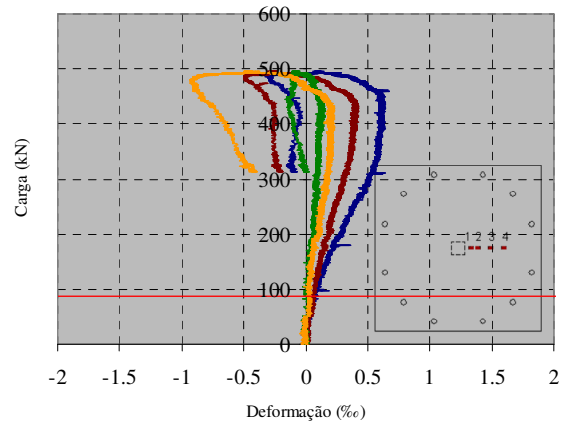
c) Laje *Lvf75fc50*



d) Laje *Lvf75fc70*



e) Laje *Lvf90fc50*



f) Laje *Lvf90fc70*

Figura 9.13- Relação carga x deformação na superfície do concreto (direção radial)

Tabela 9.2- Valores máximos e mínimos obtidos no EER01

Laje	P_{max}	$P_{max,N}$	$\epsilon_{c1,Pmax}$	$P_{\epsilon c1,max,N}$	$\epsilon_{c1,max}$	$P_{\epsilon c1,min,N}$	$\epsilon_{c1,min}$
	(kN)	(kN)	(‰)	(kN)	(‰)	(kN)	(‰)
Lvf0fc50	409.11	0.28	0.11	0.26	0.16	0.22	-0.07
Lvf60fc50	386.08	0.28	0.55	0.27	0.76	0.27	-0.03
Lvf75fc50	408.03	0.29	0.44	0.26	0.65	0.0	0.0
Lvf90fc50	456.53	0.29	0.12	0.28	0.92	0.29	-0.12
Lvf0fc70	399.15	0.27	0.03	0.24	0.39	0.27	-0.01
Lvf60fc70	462.03	0.27	0.32	0.25	0.97	0.24	-0.19
Lvf75fc70	496.34	0.28	-0.07	0.28	0.93	0.28	-0.14
Lvf90fc70	495.58	0.34	0.09	0.32	0.67	0.34	-0.33

De um modo geral, as análises das Figuras 9.12 e 9.13 permitiram afirmar que o comportamento da relação *carga x deformação* na direção radial acontece da seguinte forma: as deformações crescem com a evolução da carga, porém, para níveis de carga próximos ao valor máximo, P_{max} , as referidas deformações diminuem, podendo inclusive ser registrado deformações de tração. A Tabela 9.2 mostrou que os valores máximos e mínimos de deformação acontecem praticamente em um mesmo nível de carga. A exemplo, os resultados da laje Lvf90fc70, onde verificaram-se as seguintes relações: $P_{max,N}/P_{\epsilon c1,max,N}=1.06$ e $P_{max}/P_{\epsilon c1,min,N}=1.0$. Segundo MUTTONI (2008), a constatação de deformações radiais de tração na face comprimida da laje, próximo ao pilar, é um possível indício de ruína por punção.

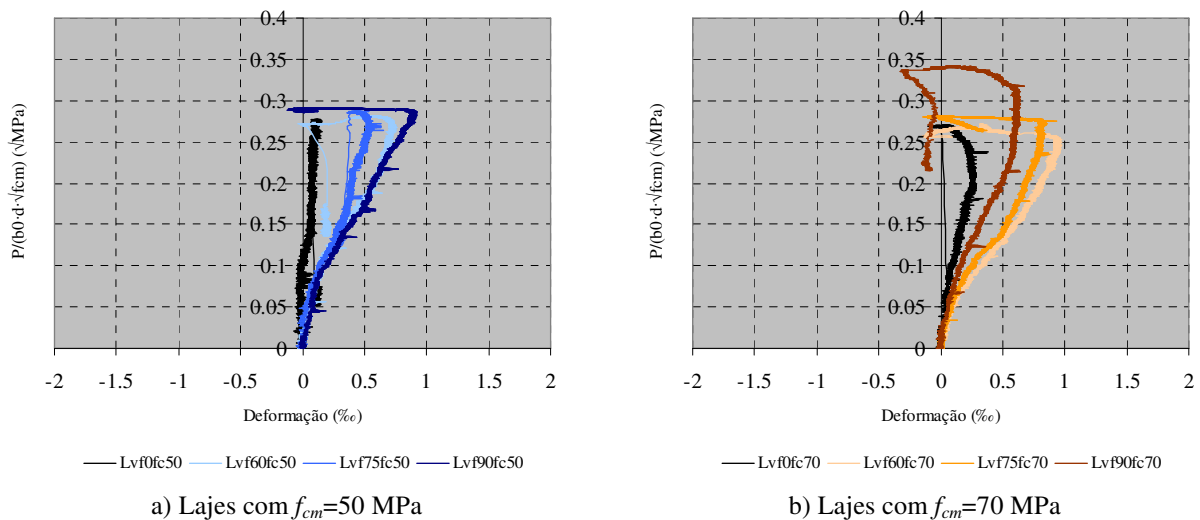
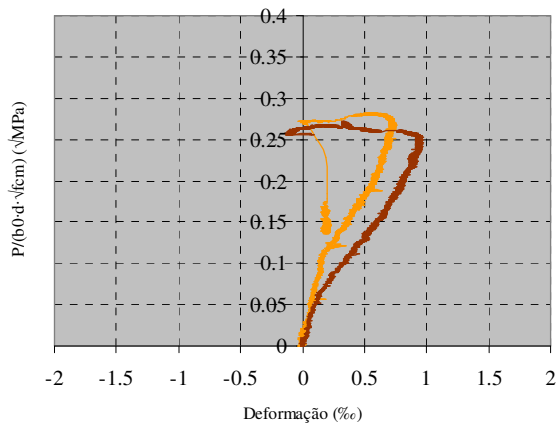
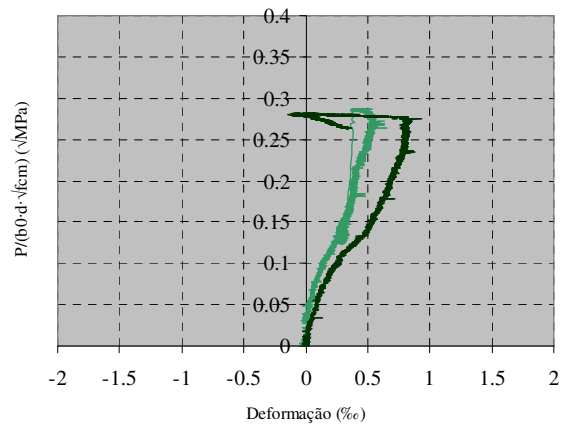


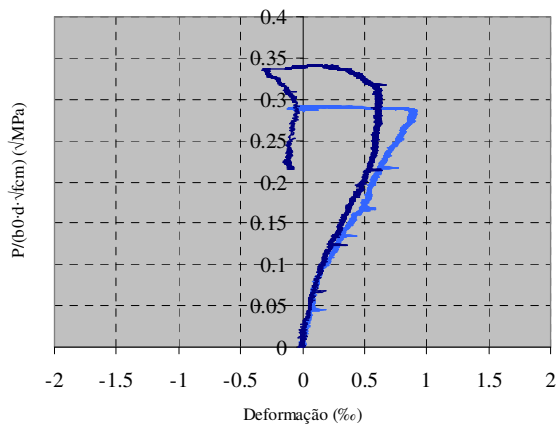
Figura 9.14- Influência de V_f na relação *carga x deformação* normalizada (direção radial)



a) Lajes com $V_f=60 \text{ kg/m}^3$



b) Lajes com $V_f=75 \text{ kg/m}^3$



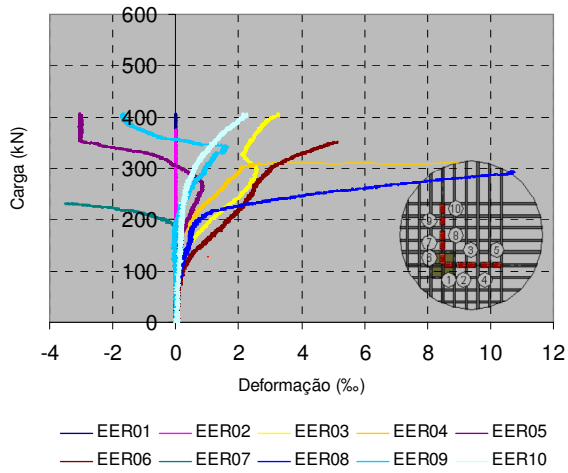
c) Lajes com $V_f=90 \text{ kg/m}^3$

Figura 9.15- Influência de f_{cm} na relação *carga x deformação* normalizada (direção radial)

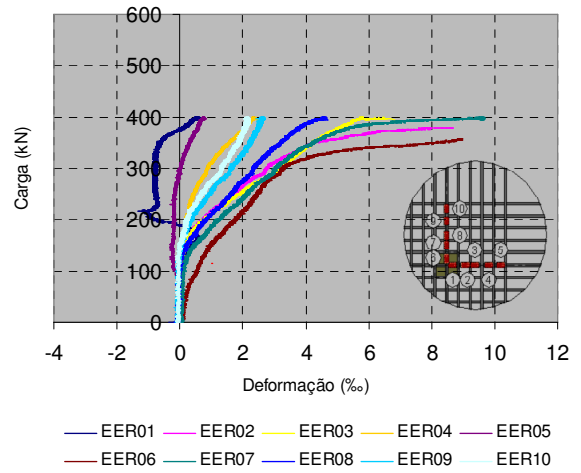
As Figuras 9.14 e 9.15 deixaram claro que V_f e f_{cm} têm pouca influência sobre as relações *carga x deformação* normalizada na direção radial para níveis de carga inferiores à $P_N \approx 0.1 \text{ MPa}^{1/2}$. As peculiaridades das curvas tornaram-se visíveis com a proximidade de $P_{max,N}$, uma vez que as grandezas V_f e f_{cm} atribuem capacidade portante distintas às lajes.

9.4- DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS

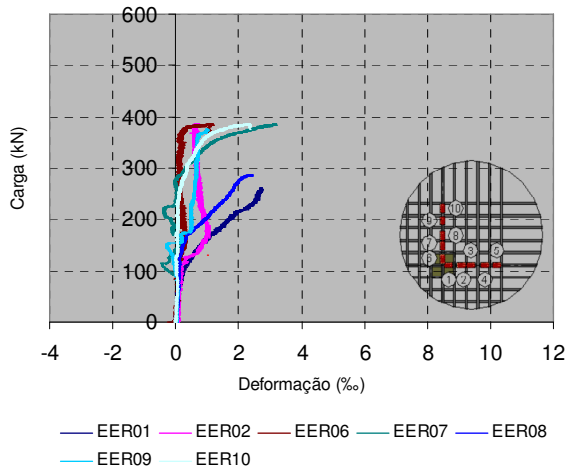
Na seção *Programa Experimental* foi apresentado o plano de instrumentação das armaduras de flexão, o qual consistiu na utilização de 10 EERs, 5 na direção x e 5 na direção y , instalados nas faces laterais das barras que se encontravam sobre o eixo de simetria das lajes. Nas Figuras 9.16 e 9.17 são apresentadas as relações *carga x deformação* obtidas em cada laje.



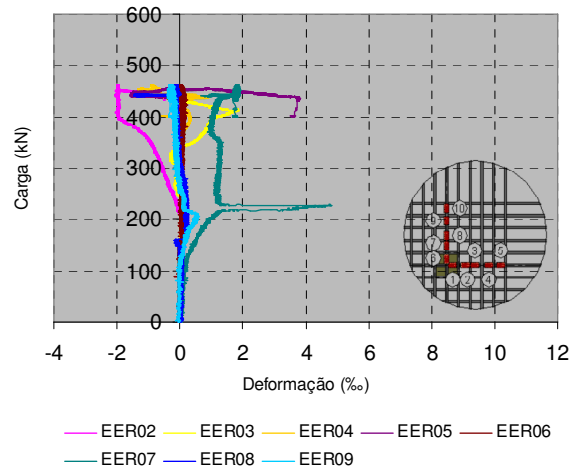
a) Laje *Lvf0fc50*



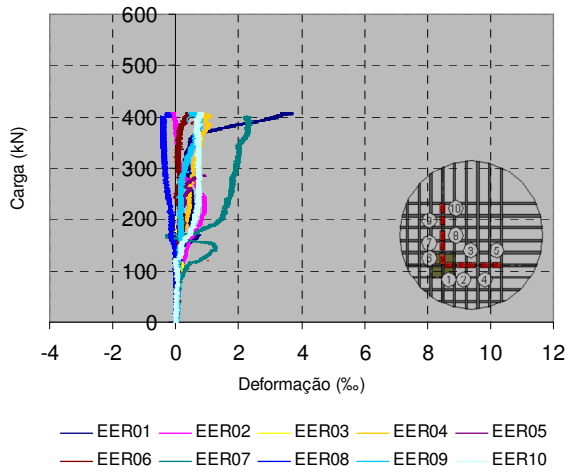
b) Laje *Lvf0fc70*



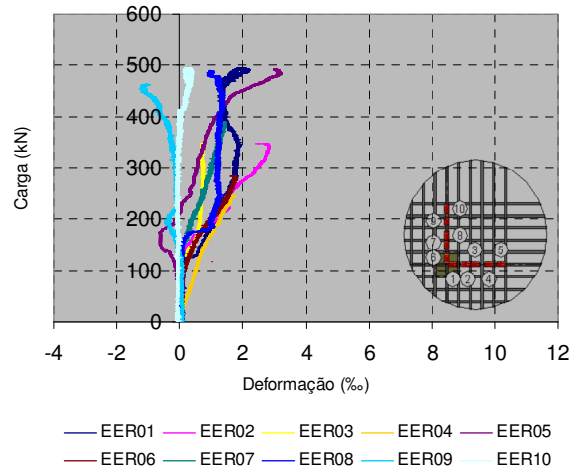
c) Laje *Lvf60fc50*



d) Laje *Lvf60fc70*



e) Laje *Lvf75fc50*



f) Laje *Lvf75fc70*

Figura 9.16- Relação *carga x deformação* das armaduras de flexão

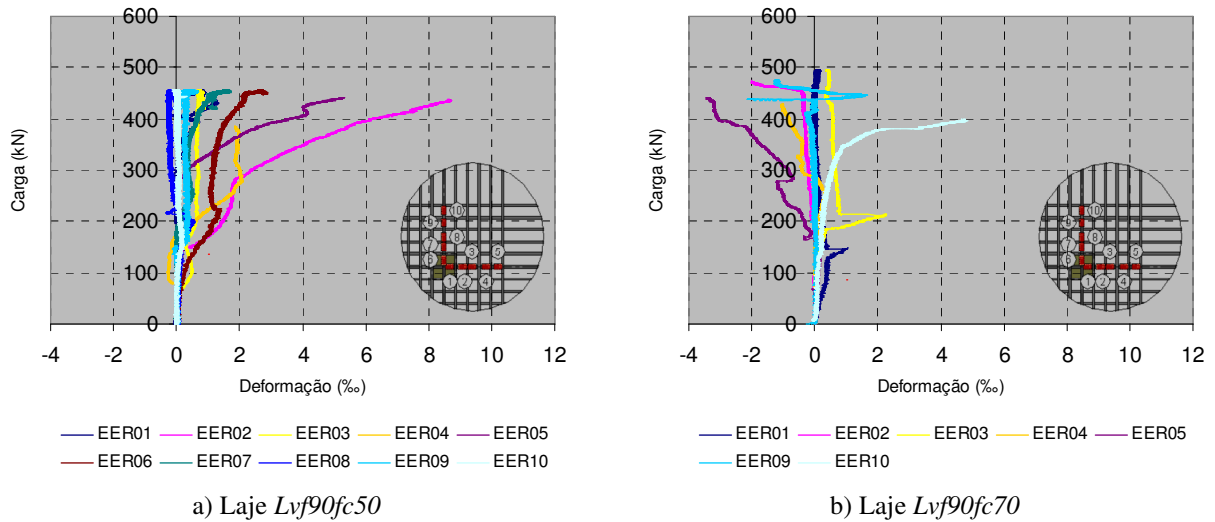


Figura 9.17- Relação *carga x deformação* das armaduras de flexão

As análises das Figuras 9.16 e 9.17 mostraram que o comportamento de algumas curvas das lajes de CRFA não retratou apropriadamente a relação *carga x deformação* das armaduras. Especula-se que o motivo deste acontecimento tenha origem na escolha do extensômetro, o tipo FLA-1-11-3L, usado nas lajes de CRFA, com *gauge length* de 1 mm pode ter sido equivocada. Extensômetros com *gauge length* de 3 mm, FLA-3-11-3L, usados nas lajes de referência, foram mais apropriado. Dado o exposto, atenção especial deve ser dada às análises e conclusões que envolvem as respostas das instrumentações das armaduras das lajes de CRFA.

Descrever as influências que os parâmetros V_f e f_{cm} exercem sobre o comportamento da relação *carga x deformação* das armaduras e avaliar curvatura das lajes (relação entre ϵ_c e ϵ_s) ficou inviável, entretanto, foi possível analisar satisfatoriamente a grandeza r_y , a qual é um indicativo para avaliar o grau de solicitação nas armaduras de flexão. O valor de r_y , ver a Figura 9.18, delimita a região da laje para a qual as deformações nas armaduras, ϵ_s , atingem o escoamento, ϵ_{sy} .

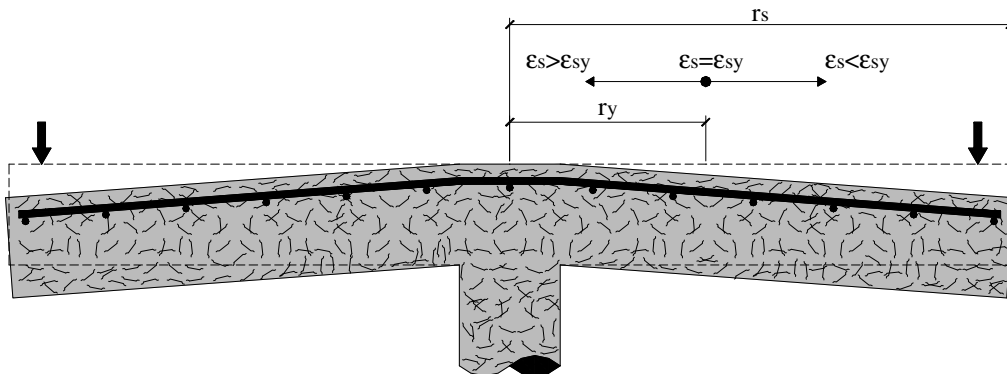


Figura 9.18- Avaliação do parâmetro r_y

A avaliação de r_y é mostrada na Figura 9.19, a qual apresenta a evolução das deformações das armaduras, ε_s , em função das posições dos EERs. Na referida figura, a linha horizontal vermelha indica o valor de ε_{sy} . Para conferir maior credibilidade à estimativa de r_y , além das análises mostradas na Figura 9.19, apresentam-se também as Tabelas de 9.3 a 9.7, as quais avaliam o referido parâmetro com as pesquisas de MCHARG (1997), AZEVEDO (1999) e CHENG e PARRA (2010). Na Tabela 9.8 é apresentado o resumo dos resultados.

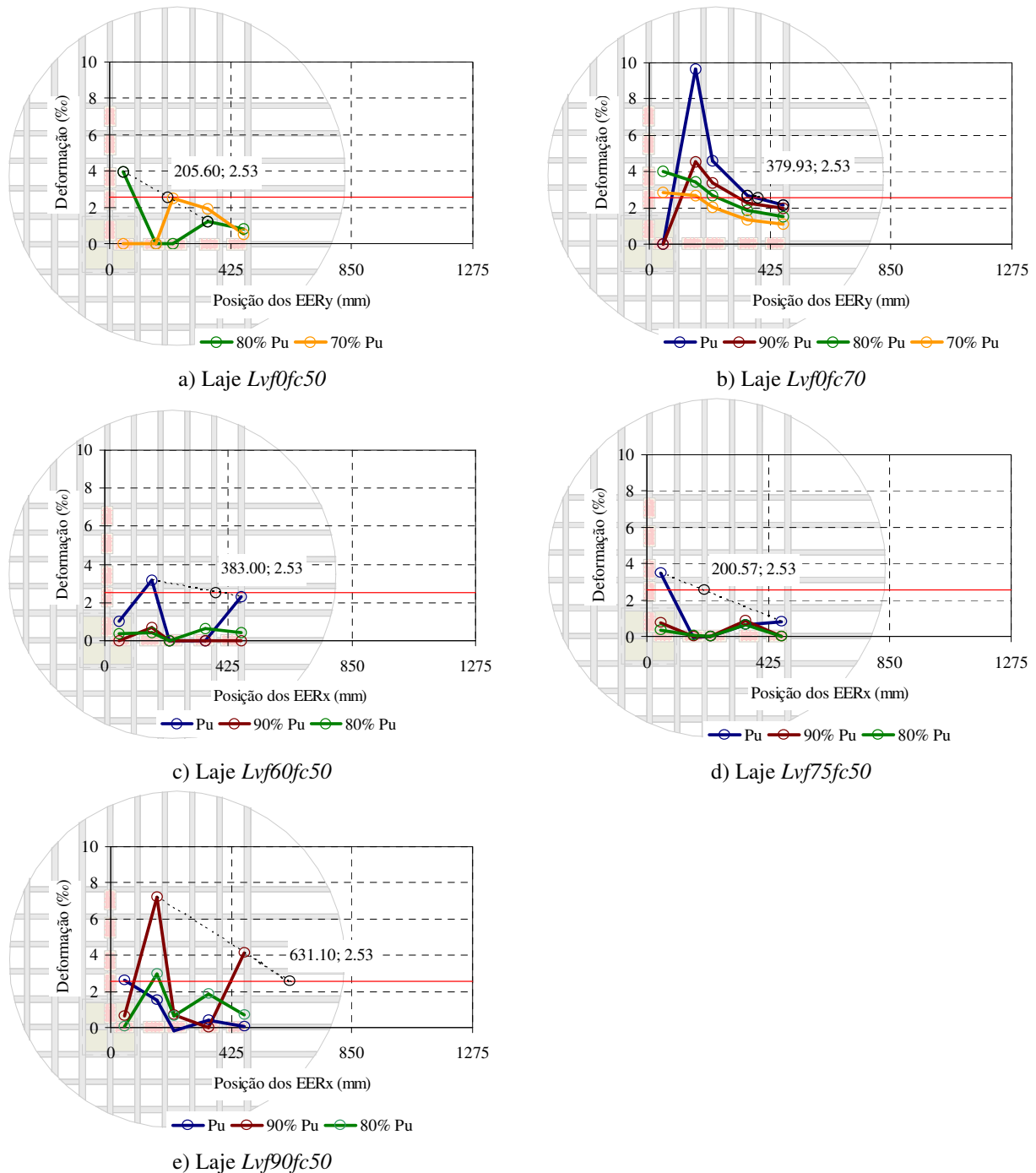


Figura 9.19- Avaliação de r_y em função das deformações das armaduras

Tabela 9.3- Avaliação de r_y nas lajes de MCHARG (1997)

Laje FRISU				Laje FRISB			
Deformação x posição do EER				Deformação x posição do EER			
Laje	Dimensão (mm)	d (mm)	V_f (%)	ρ_s (%)	ε_{sy} (‰)	P_u (kN)	r_y (mm)
FRISU	2300 x 2300 x 150	109.0	0.5	1.26	2.4	422.0	603.8
FRISB	2300 x 2300 x 150	109.0	0.5	1.68	2.4	438.0	476.5

NOTA:
 Pilar quadrado de 225 mm;
 $\rho_s = A_s/A_c = A_s/[(r+6\cdot d)\cdot d]$;
 Na laje FRISU, os EERi (i=1 a 7) estão distantes do centro da laje, respectivamente, de 82.15, 246.46, 410.77, 575.08, 739.39, 903.70 e 1068.00 mm;
 Na laje FRISB, os EERi (i=1 a 7) estão distantes do centro da laje, respectivamente, de 42.20, 126.60, 211.00, 295.40, 526.40, 797.20 e 1068.00 mm;
 As lajes romperam por punção.

Tabela 9.4- Avaliação de r_y na laje de AZEVEDO (1999)

Laje HSC.S3							
Carga x deformação				Deformação x posição do EER			
Laje	Dimensão (mm)	d (mm)	V_f (%)	ρ_s (%)	ε_{sy} (‰)	P_u (kN)	r_y (mm)
HSC.S3	1160 x 1160 x 100	80	1.5	1.66	3.0	293.93	102.0

NOTA:
 Pilar quadrado de 80 mm;
 $\rho_s = A_s/A_c = A_s/[(r+6\cdot d)\cdot d]$;
 Os EERi (i=1 a 3) estão distantes do centro da laje, respectivamente, de 50, 110 e 170 mm;
 A laje rompeu por punção.

Tabela 9.5- Avaliação de r_y nas lajes de CHENG e PARRA (2010) – Lajes S5, S6 e S7

Laje S5	
Carga x deformação	Deformação x posição do EER
<p>— EER1 (W5) — EER2 (W2)</p>	<p>— Pu — 90%Pu</p>
Laje S6	
Carga x deformação	Deformação x posição do EER
<p>— EER1 (N5) — EER2 (N2)</p>	<p>— Pu — 90%Pu</p>
Laje S7	
Carga x deformação	Deformação x posição do EER
<p>— EER1 (W5) — EER2 (W2)</p>	<p>— Pu — 90%Pu</p>

Tabela 9.6- Avaliação de r_y nas lajes de CHENG e PARRA (2010) – Lajes S8 e S9

Laje S8	
Carga x deformação	Deformação x posição do EER
<p>— EER1 (N5) — EER2 (N2)</p>	<p>— Pu — 90%Pu</p>
Laje S9	
Carga x deformação	Deformação x posição do EER
<p>— EER1 (N5) — EER2 (N2)</p>	<p>— Pu — 90%Pu</p>

Tabela 9.7- Avaliação de r_y nas lajes de CHENG e PARRA (2010) – Lajes S10 e Resumo

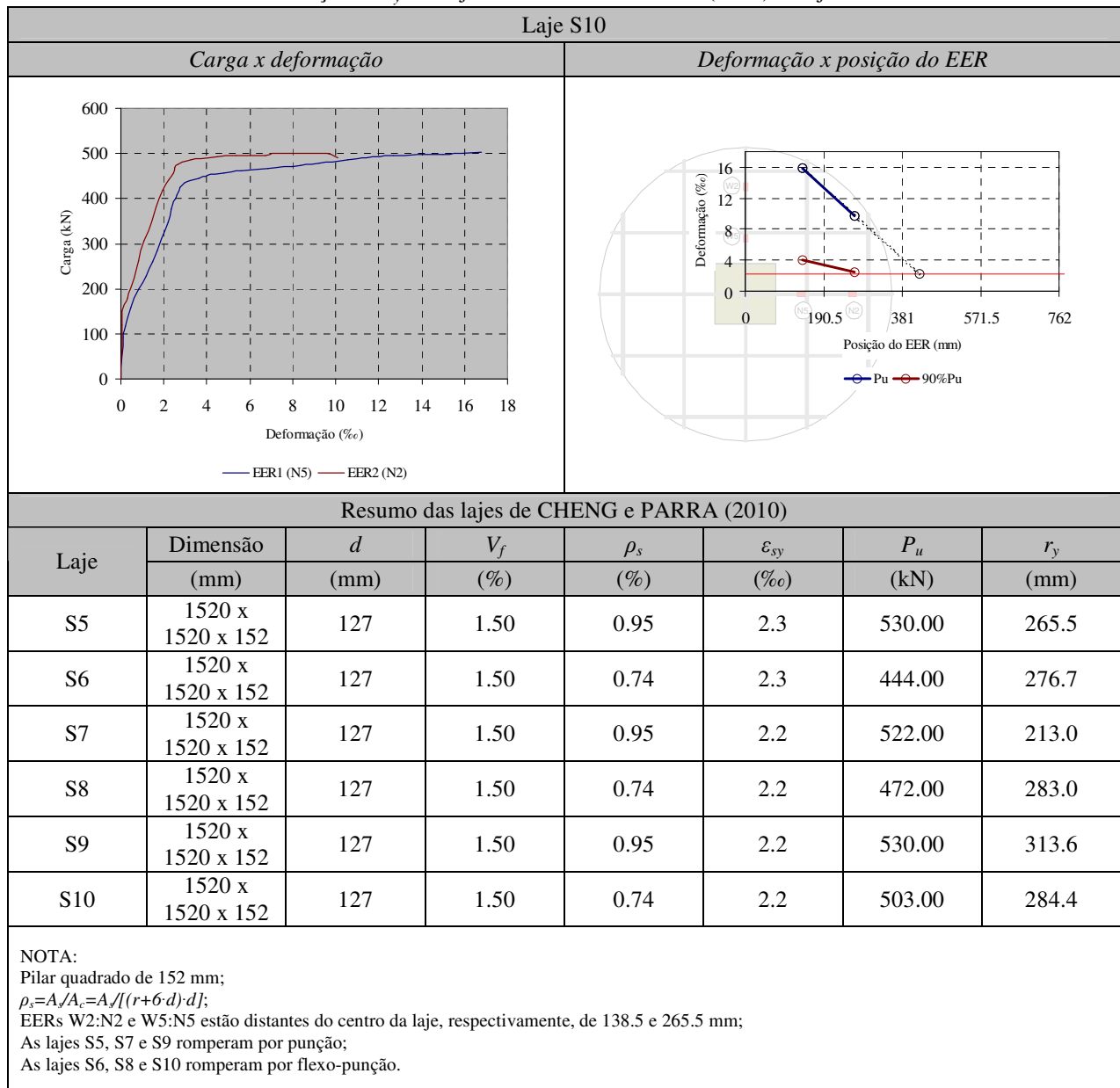


Tabela 9.8- Resumo dos valores de r_y

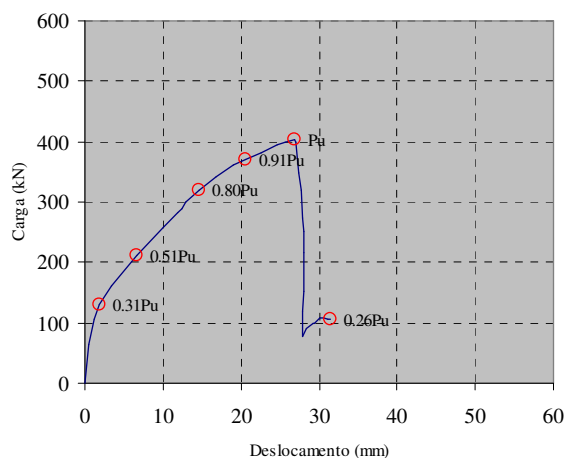
Laje de referência					
Autor	Laje	Nível de carga	r_s (mm)	r_y (mm)	r_y/r_s
Presente estudo	<i>Lvf0fc50</i>	$80\% \cdot P_u$	1275	205.6	0.16
	<i>Lvf0fc70</i>	P_u	1275	379.9	0.30
Laje de CRFA					
Autor	Laje	Nível de carga	r_s (mm)	r_y (mm)	r_y/r_s
Presente estudo	<i>Lvf60fc50</i>	P_u	1275	383.0	0.30
	<i>Lvf75fc50</i>	P_u	1275	200.6	0.16
	<i>Lvf90fc50</i>	$90\% \cdot P_u$	1275	631.1	0.49
MCHARG (1997)	FRSU	P_u	1150	603.8	0.53
	FRSB	P_u	1150	476.5	0.41
AZEVEDO (1999)	HSC.S3	P_u	580	102.0	0.18
CHENG e PARRA (2010)	S5	P_u	762	265.5	0.37
	S6	P_u	762	276.7	0.36
	S7	P_u	762	213.0	0.35
	S8	P_u	762	283.0	0.37
	S9	P_u	762	313.6	0.41
	S10	P_u	762	284.4	0.55
				Média	0.37
				DP	0.12
				CV (%)	32.41

No que se refere às lajes de CRFA, a Figura 9.19 e as Tabelas de 9.3 a 9.7 mostraram que os valores de r_y no momento da ruína, ou próximo da mesma, variaram entre $0.30 \cdot r_s$ e $0.45 \cdot r_s$. Os resultados da Tabela 9.8 indicaram coeficiente de variação (CV) mediano, 32.41%, para a razão r_y/r_s . Entretanto, se forem descartadas as lajes *Lvf75fc50* e HSC.S3, obtém-se dispersão menor entre os resultados, $CV \approx 20\%$. De um modo geral, a relação r_y/r_s conduz à valores baixos sempre que a laje punccionar sem a solicitação efetiva das armaduras de flexão. No que diz respeito às considerações de projeto, é razoável admitir $r_y = 0.35 \cdot r_s$.

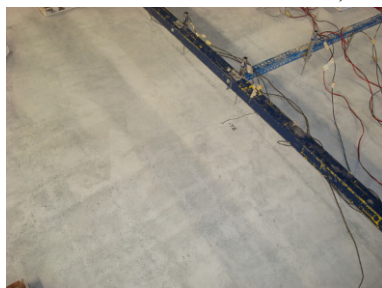
9.5- MAPA DE FISSURAÇÃO

Dada a simetria do estudo, o processo de mapeamento das fissuras foi realizado apenas na metade das lajes. O referido processo consistiu na inspeção visual ininterrupta da face tracionada das peças à medida que o carregamento aumentava continuamente. Confirmada a abertura de uma fissura, era assinalado na superfície da laje o ponto inicial e final desta e o nível de carga em que ocorreu a mesma. Além de marcar as fissuras na superfície da laje, o registro da propagação destas também foi estabelecido por fotografias, as quais permitiram a posterior avaliação do processo. O registro fotográfico não foi aplicado à laje *Lvf60fc50*, porque no momento deste

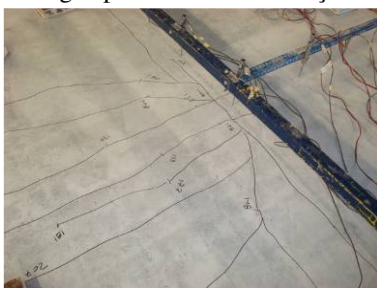
ensaio não estava planejada esta atividade. Os mapas de fissuração das lajes são mostrados nas Figuras de 9.20 a 9.27, cada figura apresenta a evolução das fissuras com o carregamento e as faces tracionadas e comprimidas das peças após o término dos testes.



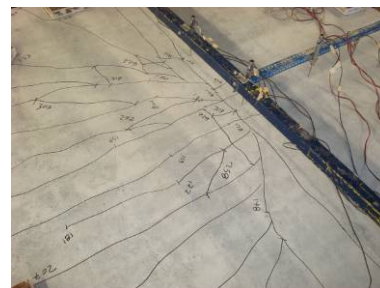
a) Nível de carga apresentado na evolução das fissuras



b.1) Nível de carga: $0.31 \cdot P_u$



b.2) Nível de carga: $0.51 \cdot P_u$



b.3) Nível de carga: $0.80 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais)



b.4) Nível de carga: $0.91 \cdot P_u$



b.5) Nível de carga: P_u



b.6) Nível de carga: $0.26 \cdot P_u$ (Pós-pico)

b) Evolução das fissuras

Figura 9.20- Laje Lvfc50 (Continua)



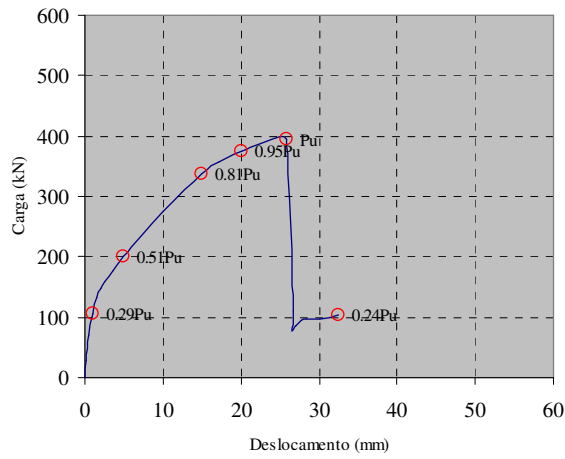
c.1) Face tracionada



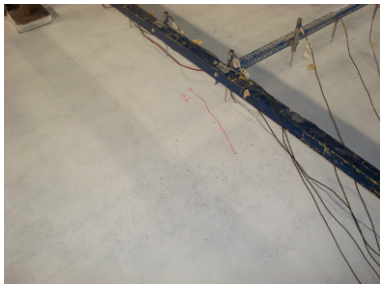
c.2) Face comprimida

c) Faces da peça após o ensaio

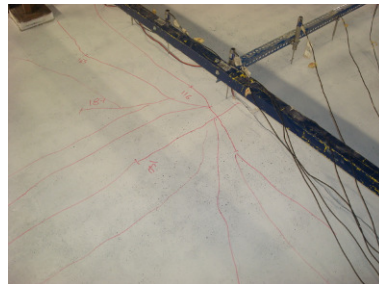
Figura 9.20- Laje $Lvf0fc50$



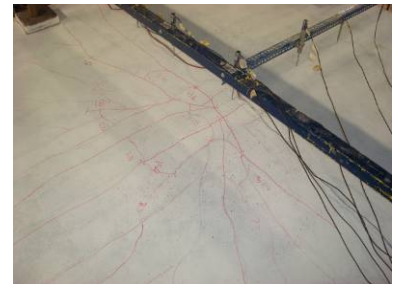
a) Nível de carga apresentado na evolução das fissuras



b.1) Nível de carga: $0.29 \cdot P_u$



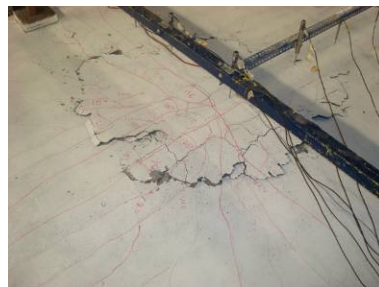
b.2) Nível de carga: $0.51 \cdot P_u$



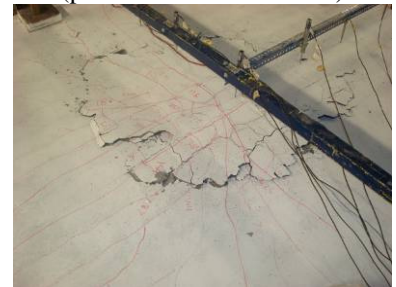
b.3) Nível de carga: $0.81 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais)



b.4) Nível de carga: $0.95 \cdot P_u$



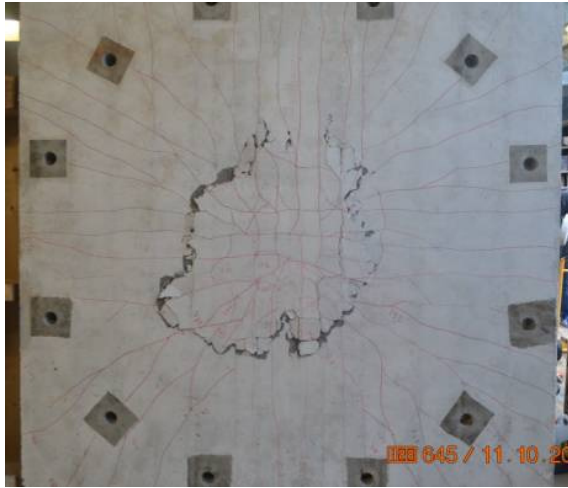
b.5) Nível de carga: P_u



b.6) Nível de carga: $0.24 \cdot P_u$ (Pós-pico)

b) Evolução das fissuras

Figura 9.21- Laje $Lvf0fc70$ (Continua)



c.1) Face tracionada

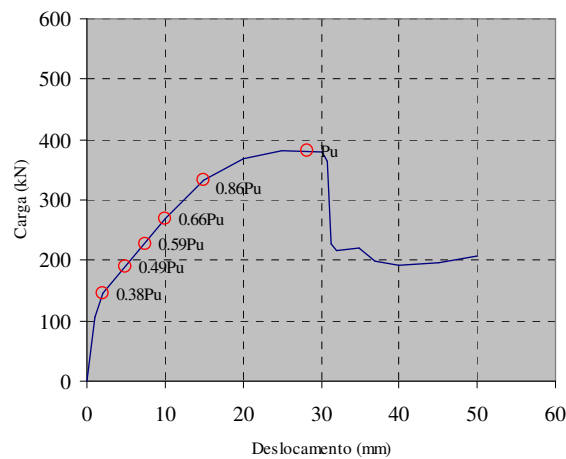


c.2) Face comprimida

c) Faces da peça após o ensaio

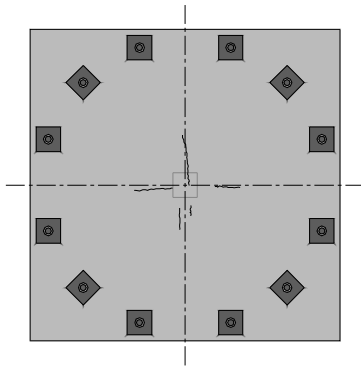
Figura 9.21- Laje $L_{yf}0fc70$

Comparando as lajes de referência, Figuras 9.20 e 9.21, verificou-se que o parâmetro f_{cm} não influenciou significativamente o processo de fissuração. Constatou-se que ambas as lajes começaram a fissurar em um nível de carga próximo de $0.30 \cdot P_u$ e que estas se propagaram radialmente ao redor da área carregada até $0.80 \cdot P_u$, momento este em que surgiram as primeiras fissuras tangenciais. Após o nível de carga $0.80 \cdot P_u$, foi observado que as fissuras radiais existentes apenas abriam e que mais fissuras tangenciais surgiam ao redor da área carregada. O comportamento anterior manteve-se até o momento do deslocamento súbito da região central da laje ao redor da área carregada, confirmando-se assim a formação do cone de punção, P_u .

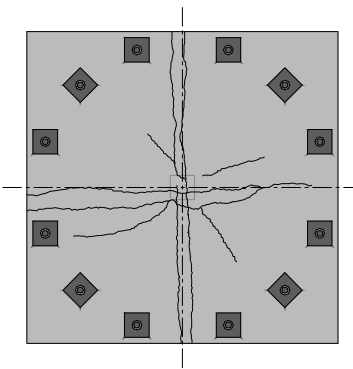


a) Nível de carga apresentado na evolução das fissuras

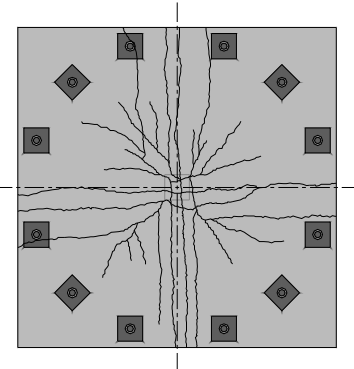
Figura 9.22- Laje $L_{yf}60fc50$ (Continua)



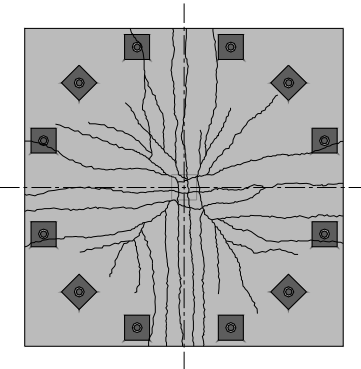
b.1) Nível de carga: $0.38 \cdot P_u$



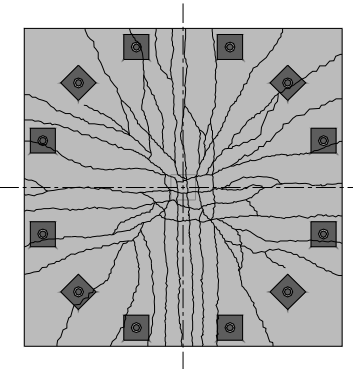
b.2) Nível de carga: $0.49 \cdot P_u$



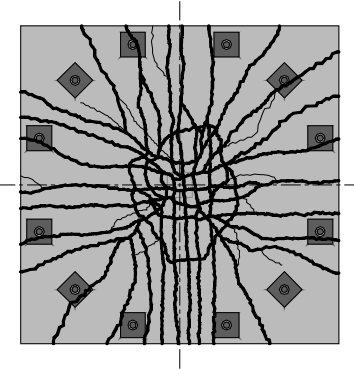
b.3) Nível de carga: $0.59 \cdot P_u$



b.4) Nível de carga: $0.66 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais, após este nível de carga)



b.5) Nível de carga: $.86 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais, anterior à este nível de carga)



b.6) Nível de carga: P_u

NOTA: As reproduções das fissuras foram estabelecidas nas marcações das fissuras reais feitas sobre a laje.

b) Evolução das fissuras



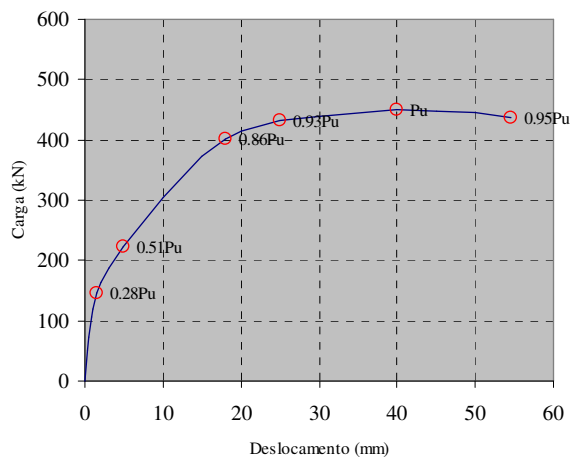
c.1) Face tracionada



c.2) Face comprimida

c) Faces da peça após o ensaio

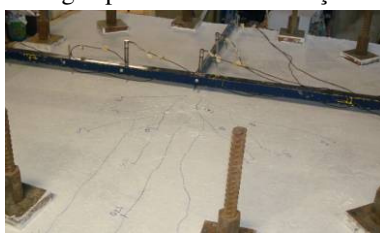
Figura 9.22- Laje $Lv60fc50$



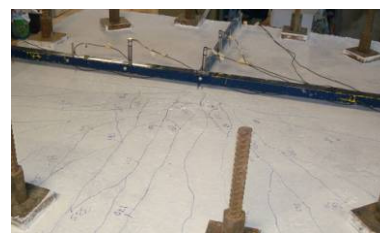
a) Nível de carga apresentado na evolução das fissuras



b.1) Nível de carga: $0.28 \cdot P_u$



b.2) Nível de carga: $0.51 \cdot P_u$



b.3) Nível de carga: $0.86 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais)



b.4) Nível de carga: $0.93 \cdot P_u$

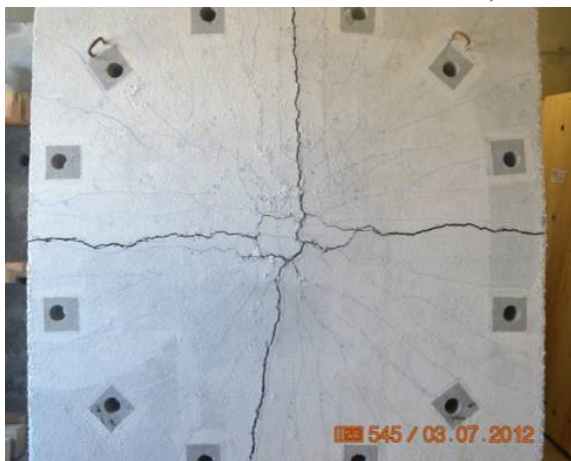


b.5) Nível de carga: P_u



b.6) Nível de carga: $0.95 \cdot P_u$ (Pós-pico)

b) Evolução das fissuras



c.1) Face tracionada



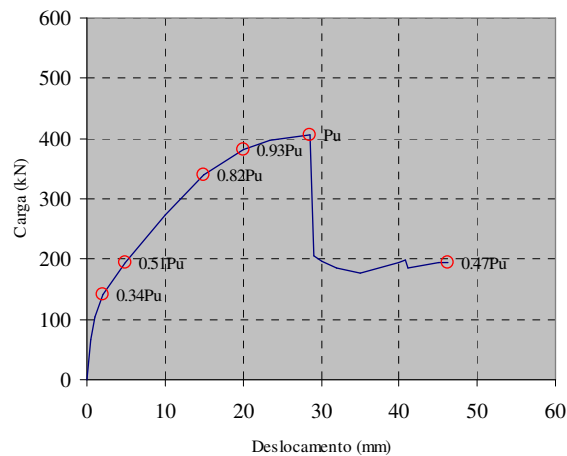
c.2) Face comprimida

c) Faces da peça após o ensaio

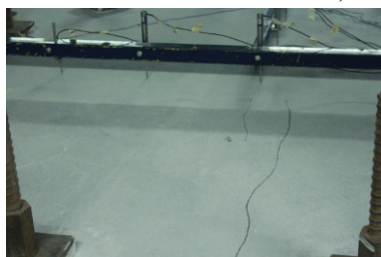
Figura 9.23- Laje Lvf60fc70

As análises das Figuras 9.22 e 9.23 permitiram afirmar que as lajes *Lvf60fc50* e *Lvf60fc70* iniciaram o processo de fissuração de maneira semelhante. Verificou-se que as primeiras fissuras destas lajes ocorreram próximo à área carregada para um nível de carga $\approx 0.35 \cdot P_u$, na sequência,

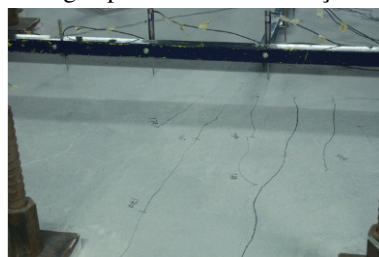
mais fissuras surgiram e propagaram-se na direção radial, também de forma semelhante, até a carga $0.60 \cdot P_u$. No nível de carga $\approx 0.85 \cdot P_u$, foi verificado, em ambas as lajes, a formação de fissuras tangenciais ao redor da área carregada. Nos níveis de carga seguintes, constatou-se que o valor da resistência à compressão, f_{cm} , começou a influenciar expressivamente o padrão de fissuração destas peças. Na laje *Lvf60fc50*, foi observada nos níveis de carga consecutivos, $>0.85 \cdot P_u$, a formação e propagação das fissuras tangenciais, o que resultou no deslocamento do cone de punção ao redor da área carregada. Diferentemente da laje *Lvf60fc50*, após o nível de carga $0.85 \cdot P_u$, foi constatado que na laje *Lvf60fc70* as fissuras tangenciais não se propagaram e que as aberturas das fissuras localizadas próximas ao eixo de simetria da peça atingiram valores significativos, ≈ 10 mm. Em síntese, a laje *Lvf60fc70* ficou caracterizada pelas fissuras de flexão e não houve a formação do cone de punção, embora, a face comprimida desta laje tenha mostrado uma leve tendência à formação do referido cone.



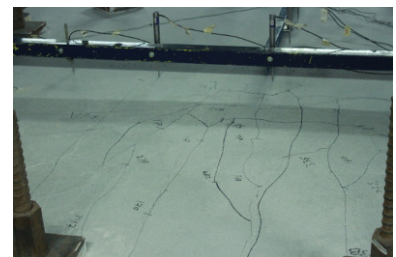
a) Nível de carga apresentado na evolução das fissuras



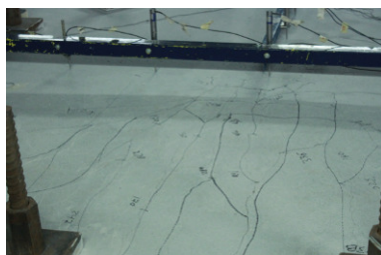
b.1) Nível de carga: $0.34 \cdot P_u$



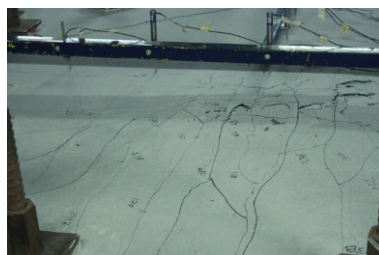
b.2) Nível de carga: $0.51 \cdot P_u$



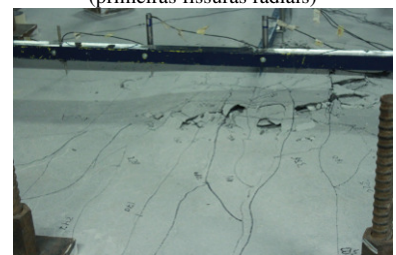
b.3) Nível de carga: $0.82 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais)



b.4) Nível de carga: $0.93 \cdot P_u$



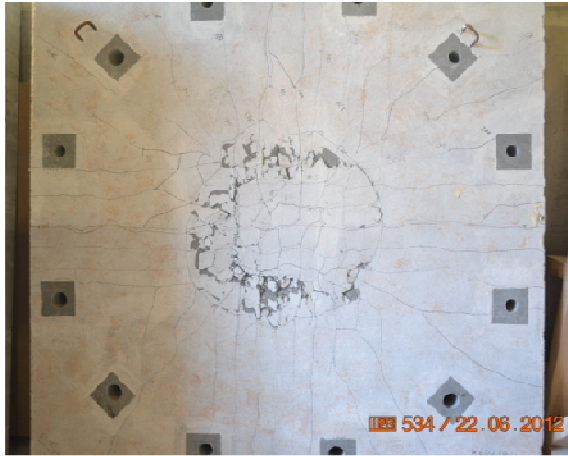
b.5) Nível de carga: P_u



b.6) Nível de carga: $0.47 \cdot P_u$ (Pós-pico)

b) Evolução das fissuras

Figura 9.24- Laje *Lvf75fc50* (Continua)



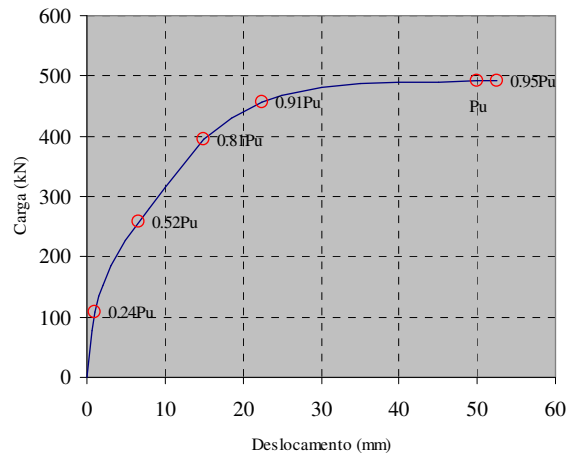
c.1) Face tracionada



c.2) Face comprimida

c) Faces da peça após o ensaio

Figura 9.24- Laje $Lv75fc50$



a) Nível de carga apresentado na evolução das fissuras



b.1) Nível de carga: $0.24 \cdot P_u$



b.2) Nível de carga: $0.52 \cdot P_u$



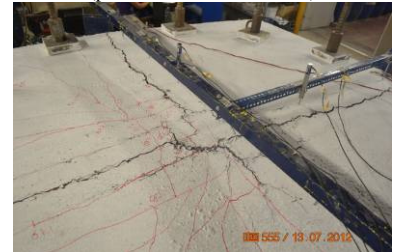
b.3) Nível de carga: $0.81 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais)



b.4) Nível de carga: $0.91 \cdot P_u$



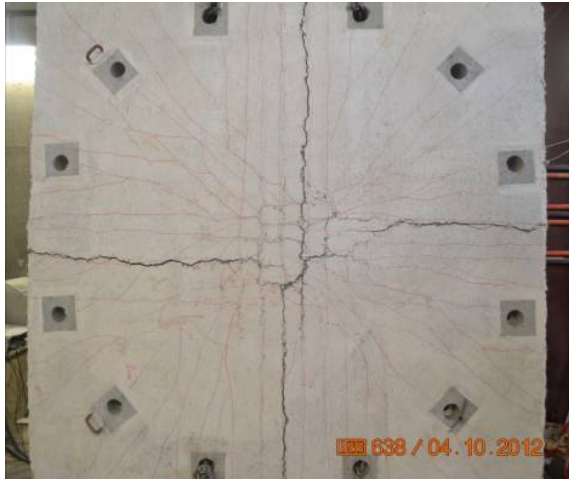
b.5) Nível de carga: P_u



b.6) Nível de carga: $0.95 \cdot P_u$ (Pós-pico)

b) Evolução das fissuras

Figura 9.25- Laje $Lv75fc70$ (Continua)



c.1) Face tracionada

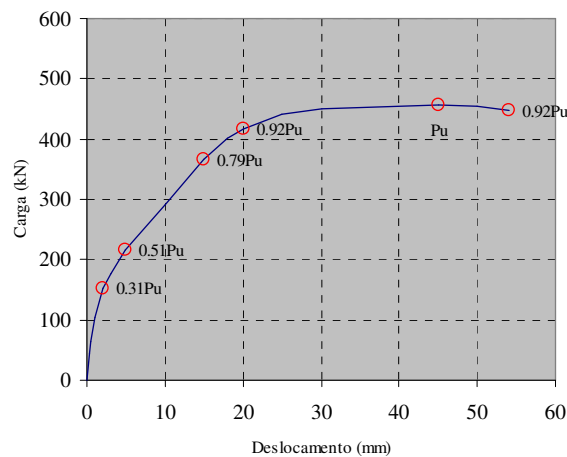


c.2) Face comprimida

c) Faces da peça após o ensaio

Figura 9.25- Laje $Lvf75fc70$

O processo de fissuração das lajes apresentadas nas Figuras 9.24 e 9.25, $V_f=75 \text{ kg/m}^3$, ocorreu de maneira semelhante até o nível de carga $\approx 0.80 \cdot P_u$. Em ambas as lajes, as primeiras fissuras surgiram próximo à área carregada para um nível de carga $\approx 0.30 \cdot P_u$, na sequência, mais fissuras surgiram e propagaram-se na direção radial até a carga $0.80 \cdot P_u$. Após este nível de carga, verificou-se que na laje $Lvf75fc50$ prevaleceram as fissuras que conduziram ao deslocamento do cone de punção ao redor da área carregada, enquanto que na laje $Lvf75fc70$ predominaram as fissuras de flexão. Na última laje, as fissuras mais expressivas estavam localizadas próximo ao eixo de simetria da peça e apresentaram aberturas de quase 10 mm. Na face comprimida desta laje foi observada a tendência à formação do cone de punção.

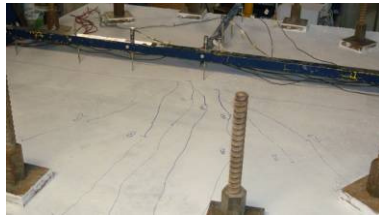


a) Nível de carga apresentado na evolução das fissuras

Figura 9.26- Laje $Lvf90fc50$ (Continua)



b.1) Nível de carga: $0.31 \cdot P_u$



b.2) Nível de carga: $0.51 \cdot P_u$



b.3) Nível de carga: $0.79 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais)



b.4) Nível de carga: $0.92 \cdot P_u$

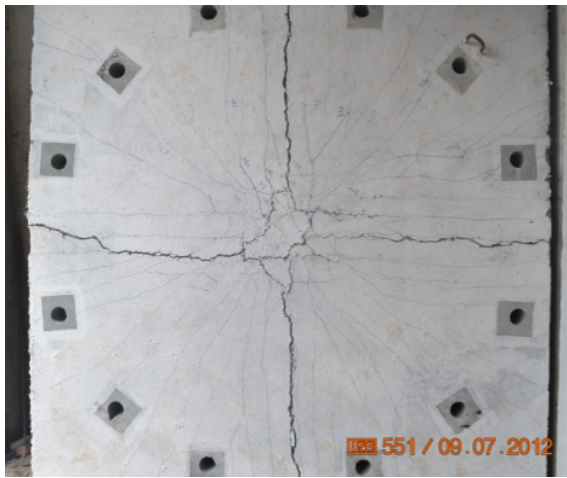


b.5) Nível de carga: P_u



b.6) Nível de carga: $0.92 \cdot P_u$ (Pós-pico)

b) Evolução das fissuras



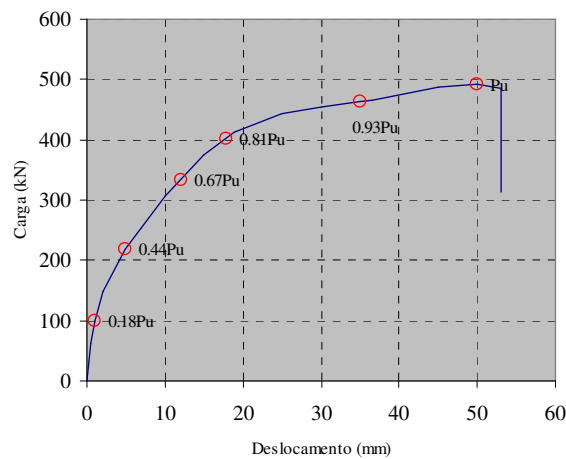
c.1) Face tracionada



c.2) Face comprimida

c) Faces da peça após o ensaio

Figura 9.26- Laje $Lvf90fc50$

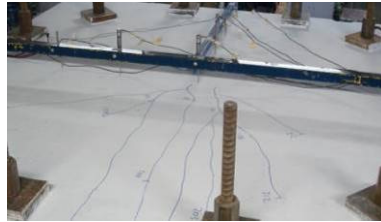


a) Nível de carga apresentado na evolução das fissuras

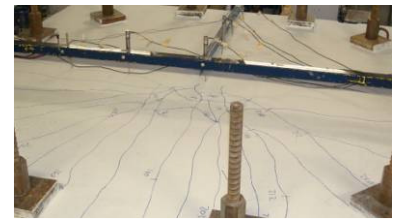
Figura 9.27- Laje $Lvf90fc70$ (Continua)



b.1) Nível de carga: $0.18 \cdot P_u$



b.2) Nível de carga: $0.44 \cdot P_u$



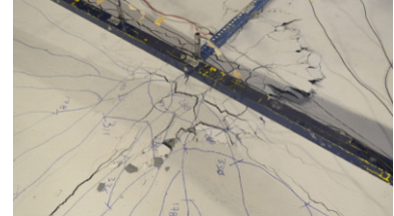
b.3) Nível de carga: $0.67 \cdot P_u$
(primeiras fissuras radiais)



b.4) Nível de carga: $0.81 \cdot P_u$

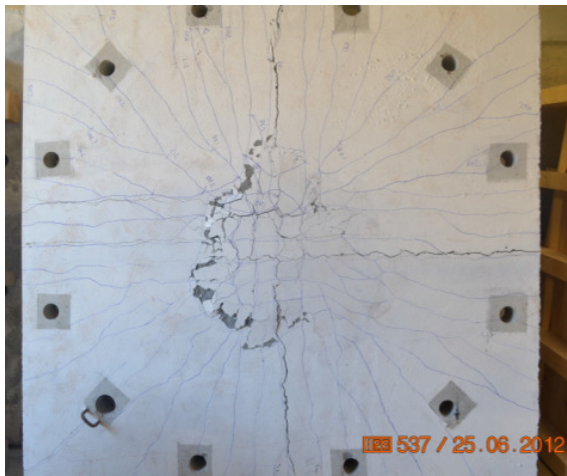


b.5) Nível de carga: $0.93 \cdot P_u$



b.6) Nível de carga: P_u

b) Evolução das fissuras



c.1) Face tracionada



c.2) Face comprimida

c) Faces da peça após o ensaio

Figura 9.27- Laje $Lvf90fc70$

Os mapas de fissuração das lajes $Lvf90fc50$ e $Lvf90fc70$, ver as Figura 9.26 e 9.27, permitiram afirmar que o processo de formação de fissura destas lajes ocorreu de forma análoga. No nível de carga $\approx 0.25 \cdot P_u$ surgiram próximo à área carregada as primeiras fissuras de ambas as lajes, posteriormente, houve a formação de mais fissuras e a propagação destas na direção radial. No carregamento $\approx 0.75 \cdot P_u$, foram verificadas as primeiras fissuras tangenciais e no nível de carga $\approx 0.90 \cdot P_u$ constatou-se a abertura significativa das fissuras próximas ao eixo de simetria das peças. Ao término do ensaio da laje $Lvf90fc50$, as aberturas de ≈ 10 mm das fissuras próximas ao eixo de simetria marcaram o padrão de fissura desta laje. A face comprimida da referida laje mostrou uma tendência à formação do cone de punção ao redor da área carregada, entretanto, o referido cone não foi formado. Por fim, o término do ensaio da laje $Lvf90fc70$ ficou marcado pelas aberturas de ≈ 5 mm das fissuras próximas ao eixo de simetria e pela formação do cone de punção próximo à área carregada.

No que diz respeito à influência do parâmetro V_f sobre o padrão de fissuração das lajes com $f_{cm}=50$ MPa, verificou-se que as peças reforçadas com fibras apresentaram grau de fissuração inferior à respectiva laje sem fibra para qualquer nível de carregamento. Além disto, também foi constatado a não formação do cone de punção na laje com $V_f=90$ kg/m³. Nas lajes com $f_{cm}=70$ MPa observou-se comportamento análogo, as fibras, além de controlarem a fissuração, também favoreceram o modo de ruína das peças. Para este grupo de lajes, $f_{cm}=70$ MPa, a alteração no modo de ruína ocorreu em condições mais vantajosas, pois o puncionamento foi evitado utilizando-se $V_f=60$ kg/m³. No tocante à laje $Lvf90fc70$, acredita-se que a perda de carga apresentada por esta laje no fim do teste seja justificada pela influência conjunta de $f_{cm}<70$ MPa e do elevado nível de fissuração nas fases finais de carregamento. De um modo geral, as fibras aprimoraram o controle da formação e da propagação das fissuras e mais, quando utilizada em quantidades adequadas, as mesmas conferiram às peças os atributos necessários para alterar o seu modo de ruína. Um resumo dos principais resultados é apresentado na Tabela 9.9.

Tabela 9.9- Resumo da avaliação do mapa de fissuração

Lajes	$P_{max}=P_u$ (kN)	1ª fissura	1ª fissura tang.	Formação do cone
$Lvf0fc50$	409.11	$0.31 \cdot P_u$	$0.80 \cdot P_u$	Sim
$Lvf0fc70$	399.15	$0.29 \cdot P_u$	$0.81 \cdot P_u$	Sim
$Lvf60fc50$	386.08	$0.38 \cdot P_u$	$[0.66 \cdot P_u - 0.86 \cdot P_u]$	Sim
$Lvf60fc70$	462.03	$0.28 \cdot P_u$	$0.86 \cdot P_u$	Não
$Lvf75fc50$	408.03	$0.34 \cdot P_u$	$0.82 \cdot P_u$	Sim
$Lvf75fc70$	496.34	$0.24 \cdot P_u$	$0.81 \cdot P_u$	Não
$Lvf90fc50$	456.53	$0.31 \cdot P_u$	$0.79 \cdot P_u$	Não
$Lvf90fc70$	495.58	$0.18 \cdot P_u$	$0.67 \cdot P_u$	Sim

9.6- SUPERFÍCIE DE RUÍNA

A superfície de ruína das lajes foi analisada avaliando-se os parâmetros r_0 , $r_{0,c}$ e θ , os quais identificam a fissura crítica de cisalhamento de punção, ver a Figura 9.28. Os valores dos referidos parâmetros só foram estabelecidos após a realização dos serviços de corte das lajes, estes realizados pela empresa Artecater, em Guimarães. O plano de corte consistiu em seccionar as lajes ao longo da sua extensão em um plano distante aproximadamente 50 mm do eixo de simetria da peça. A excentricidade de 50 mm evitou o corte das barras localizadas sobre o eixo de simetria das peças. Nas Figuras de 9.29 a 9.36 são apresentadas as seções seccionadas das lajes e ao fim destas figuras é apresentada a Tabela 9.10 com um resumo dos principais resultados.

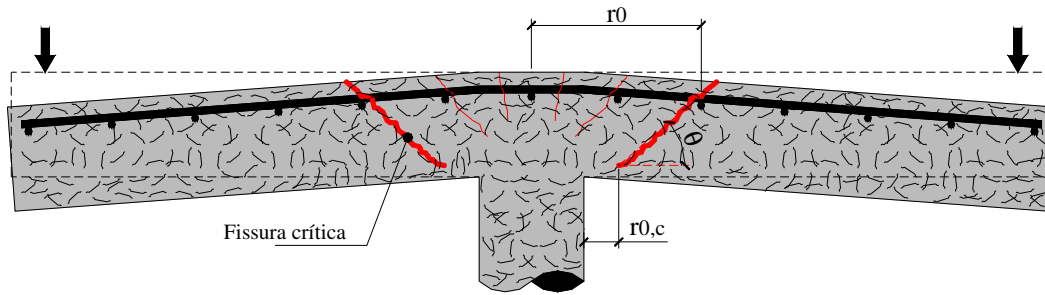
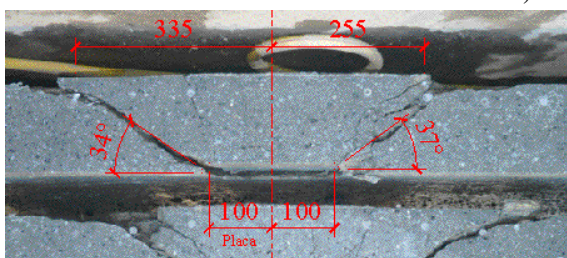


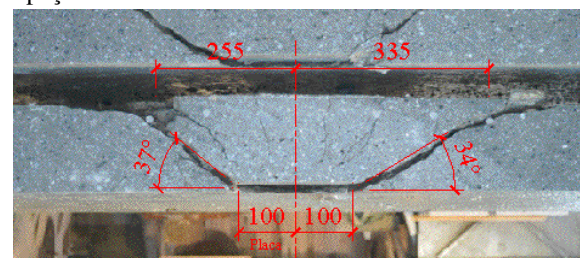
Figura 9.28- Parâmetros utilizados na avaliação da superfície de ruína das lajes



a) Seções da peça



b) Seção 1

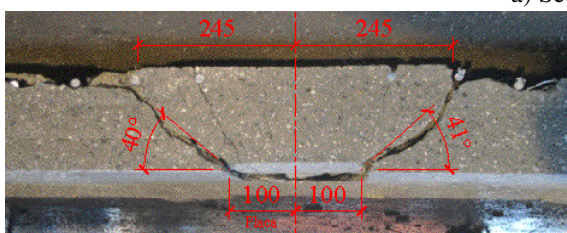


c) Seção 2

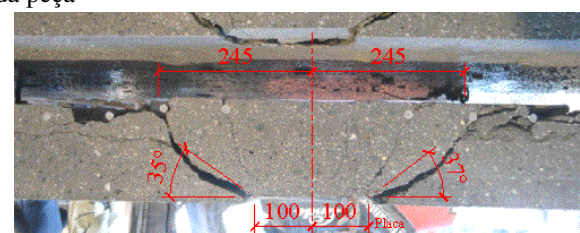
Figura 9.29- Seção da laje *Lvf0fc50*



a) Seções da peça



b) Seção 1



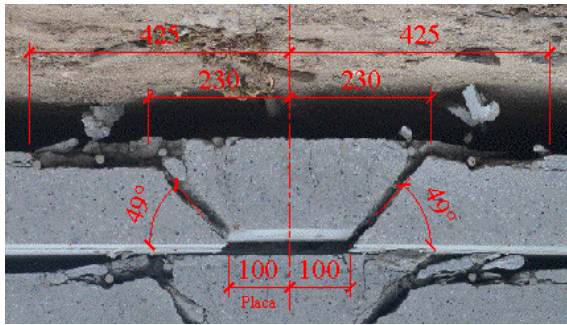
c) Seção 2

Figura 9.30- Seção da laje *Lvf0fc70*

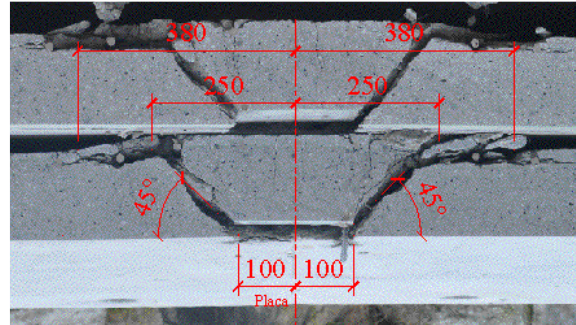
As Figuras 9.29 e 9.30 confirmam a formação do cone de punção nas lajes *Lvf0fc50* e *Lvf0fc70*. Na primeira peça, verificou-se uma superfície de ruína, r_0 , média igual a 295 mm, o que corresponde a $1.5 \cdot d$ da face da área carregada. Na segunda peça, a laje *Lvf0fc70*, encontrou-se $r_0 \approx 245$ mm, ou, $1.1 \cdot d$ distante da face da área carregada.



a) Seções da peça



b) Seção 1

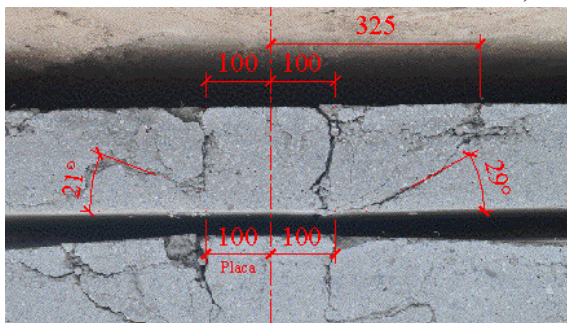


c) Seção 2

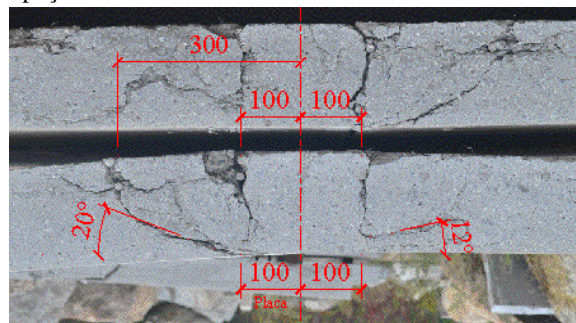
Figura 9.31- Seção da laje *Lvf60fc50*



a) Seções da peça



b) Seção 1



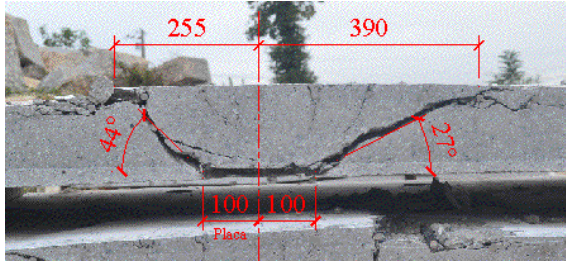
c) Seção 2

Figura 9.32- Seção da laje *Lvf60fc70*

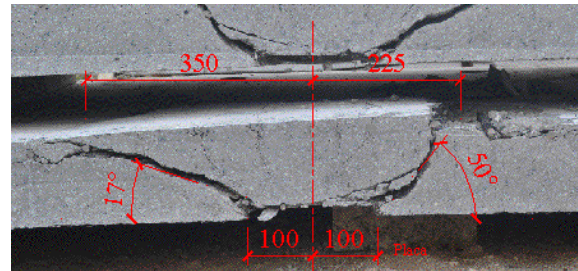
As seções seccionadas das peças *Lvf60fc50* e *Lvf60fc70* confirmam as observações feitas na avaliação do mapa de fissuração, na primeira laje ficou evidente o deslocamento do cone de punção e na última, apenas a tendência de formação do referido cone. A intersecção da superfície de ruína com o plano das armaduras da laje *Lvf60fc50* distancia-se $r_0 \approx 240$ mm do seu eixo de simetria, aproximadamente $1.15 \cdot d$ da face da área carregada.



a) Seções da peça



b) Seção 1

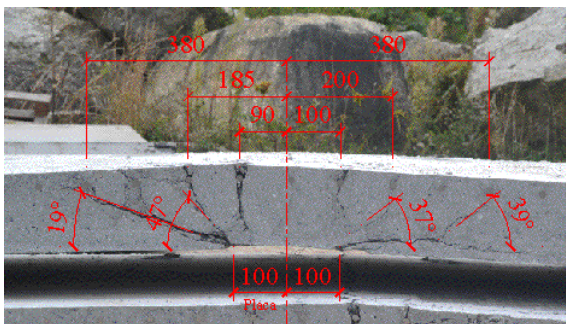


c) Seção 2

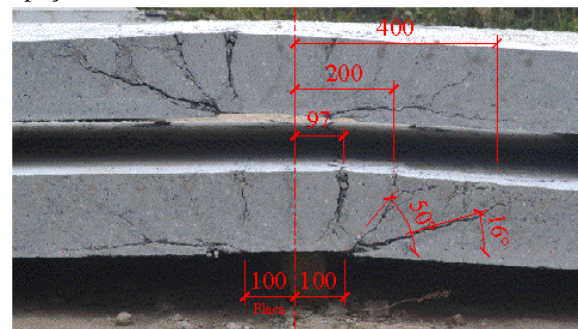
Figura 9.33- Seção da laje *Lvf75fc50*



a) Seções da peça



b) Seção 1



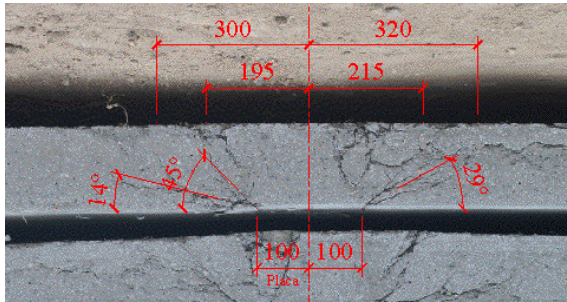
c) Seção 2

Figura 9.34- Seção da laje *Lvf75fc70*

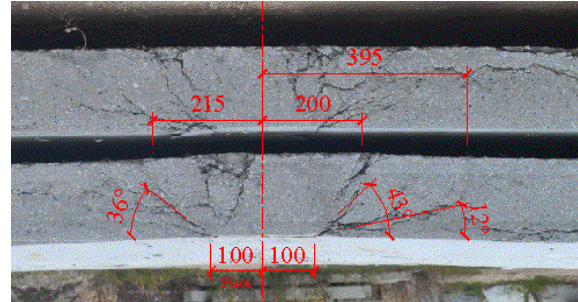
No que diz respeito à laje *Lvf75fc50*, a Figura 9.33 mostrou que o cone de punção ficou claramente estabelecido nesta peça, confirmando-se uma superfície crítica com $r_0 \approx 305$ mm, ou distante $\approx 1.6 \cdot d$ da face da área carregada. Na laje *Lvf75fc70*, a Figura 9.34 além de mostrar que foi verificada a tendência de formação do referido cone, também confirmou que a região central desta peça foi marcada pela formação de múltiplas fissuras, tanto de flexão, como de cisalhamento.



a) Seções da peça



b) Seção 1

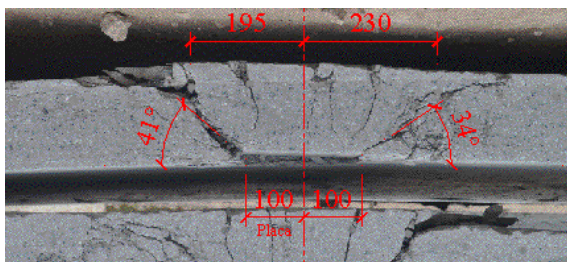


c) Seção 2

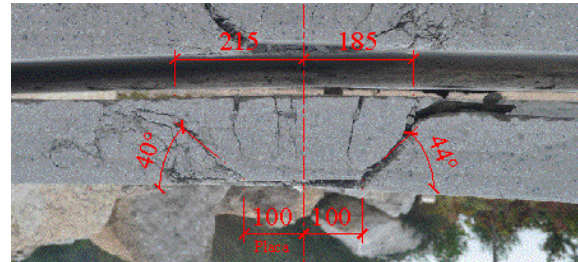
Figura 9.35- Seção da laje *Lvf90fc50*



a) Seções da peça



b) Seção 1



c) Seção 2

Figura 9.36- Seção da laje *Lvf90fc70*

As Figuras 9.35 e 9.36 mostraram que na laje *Lvf90fc50* não houve o deslocamento do cone de punção (apenas a tendência de deslocar) enquanto que na laje *Lvf90fc70* o deslocamento foi evidente. A superfície de ruína da segunda laje foi caracterizada por $r_0 \approx 206$ mm (distante $\approx 0.9 \cdot d$ da face da área carregada).

Tabela 9.10- Resumo da análise da seção de ruína das lajes

Lajes	Seção	r_0 (mm)	$r_{0,c}$ (mm)	θ (graus)	$r_{0,med}$ (mm)	θ_{med} (graus)	Form. cone
Lvff0fc50	Seção 1	335-255	0	34-37	295	36	Sim
	Seção 2	255-335	0	37-34			
Lvff0fc70	Seção 1	245-245	0	40-41	245	38	Sim
	Seção 2	245-245	0	35-37			
Lvff60fc50	Seção 1	230-230	0	49-49	240	47	Sim
	Seção 2	250-250	0	45-45			
Lvff60fc70	Seção 1	-	-	-	-	-	Não
	Seção 2	-	-	-			
Lvff75fc50	Seção 1	255-390	0	44-27	305	35	Sim
	Seção 2	350-225	0	17-50			
Lvff75fc70	Seção 1	-	-	-	-	-	Não
	Seção 2	-	-	-			
Lvff90fc50	Seção 1	-	-	-	-	-	Não
	Seção 2	-	-	-			
Lvff90fc70	Seção 1	195-215	0	41-34	206	40	Sim
	Seção 2	215-200	0	40-44			

9.7- PRESCRIÇÃO DA CARGA ÚLTIMA E CLASSIFICAÇÃO DO MODO DE RUÍNA

A avaliação da prescrição da carga última foi realizada por meio do parâmetro $\chi = V_{exp}/V_{teo}$, onde V_{exp} representa o valor da carga última experimental e $V_{teo} = V_R$ representa a prescrição da resistência à punção. No que diz respeito à classificação do modo de ruína, esta foi estabelecida primeiramente avaliando-se o parâmetro $\chi = V_{exp}/V_{teo}$, sendo nesta análise $V_{teo} = V_{flex}$ e por fim, considerando-se as observações experimentais. A apresentação dos valores de χ para avaliar os cálculos dos códigos de projeto e dos modelos teóricos é feita, respectivamente, nas Tabelas 9.11 e 9.12.

Tabela 9.11- Avaliação das prescrições à punção segundo os códigos de projeto

Lajes	Resistência à punção						Res. Flex.
	$V_{exp}/V_{R,ACI}$	$V_{exp}/V_{R,CEB-90}$	$V_{exp}/V_{R,EC2}$	$V_{exp}/V_{R,NBR}$	$V_{exp}/V_{R,CEB-2010}$	$V_{exp}/V_{R,II,CEB-2010}^{(1)}$	V_{exp}/V_{flex}
Lvff0fc50	0.99	1.38	1.04	1.27	1.11	1.11	0.73
Lvff0fc70	0.88	1.27	0.95	1.17	1.03	1.03	0.70
Lvff60fc50	-	-	-	-	-	0.77	-
Lvff60fc70	-	-	-	-	-	0.43	-
Lvff75fc50	-	-	-	-	-	0.68	-
Lvff75fc70	-	-	-	-	-	0.35	-
Lvff90fc50	-	-	-	-	-	0.38	-
Lvff90fc70	-	-	-	-	-	0.4	-
Média (χ_{med})	0.94	1.32	0.99	1.22	1.07	0.64	0.71
DP	0.08	0.07	0.06	0.07	0.06	0.30	0.02
CV (%)	8.06	5.65	6.33	5.65	5.53	46.98	2.68

⁽¹⁾ $V_{R,II,CEB-2010} = V_{R,c,CEB-2010} + V_{R,f,CEB-2010}$

Tabela 9.12- Avaliação das prescrições à punção segundo os modelos teóricos

Lajes	Resistência à punção							Res. flex.
	$V_{exp}/V_{R,MOD1}$	$V_{exp}/V_{R,MOD2}$	$V_{exp}/V_{R,MOD3}^{(1)}$	$V_{exp}/V_{R,MOD4}$	$V_{exp}/V_{R,MOD5}$	$V_{exp}/V_{R,MOD6}^{(2)}$	$V_{exp}/V_{R,MOD7}$	V_{exp}/V_{flex}
<i>Lvf0fc50</i>	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>Lvf0fc70</i>	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>Lvf60fc50</i>	0.80	0.90	0.80	1.01	1.06	0.86	0.77	0.80
<i>Lvf60fc70</i>	0.79	0.86	0.77	1.08	1.26	0.87	0.85	0.69
<i>Lvf75fc50</i>	0.79	0.83	0.73	0.99	1.01	0.78	0.73	0.82
<i>Lvf75fc70</i>	0.86	0.91	0.80	1.14	1.21	0.88	0.90	0.67
<i>Lvf90fc50</i>	0.95	1.01	0.89	1.14	1.05	0.88	0.86	0.59
<i>Lvf90fc70</i>	1.05	1.10	0.96	1.23	1.14	0.96	0.93	0.68
Média (χ_{med})	0.87	0.93	0.83	1.10	1.12	0.87	0.84	0.71
DP	0.11	0.10	0.08	0.09	0.10	0.06	0.08	0.09
CV (%)	12.30	10.88	10.24	8.32	8.66	6.65	9.14	12.24
⁽¹⁾ $V_{R,MOD3}=V_{R,c,ACI}+V_{R,f,MOD3}$ (O valor $V_{R,c,ACI}$ foi sugerido por Harajli <i>et al.</i>); ⁽²⁾ $V_{R,MOD6}=V_{R,c,CEB-2010}+V_{R,f,MOD6}$ (O valor $V_{R,c,CEB-2010}$ foi sugerido por Muttoni e Ruiz).								
NOTA: MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI <i>et al.</i> (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI <i>et al.</i> (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA <i>et al.</i> (2011).								

No que se refere à prescrição da carga última das lajes de referência (cálculo de $V_R=V_{R,c}$), a Tabela 9.11 mostrou que os resultados mais satisfatórios foram obtidos com o ACI 318, o EC2 e o CEB-2010, uma vez que estes códigos apresentaram $0.85 \leq \chi_{med} < 1.15$. Os resultados obtidos com os códigos CEB-90 e NBR-6118 foram conservadores, pois $1.15 \leq \chi_{med} < 2.00$. Os resultados dos cálculos das lajes de CRFA segundo o CEB-2010 ($V_R=V_{R,c}+V_{R,f}$) foram extremamente perigosos, $\chi_{med} \approx 0.50$.

No tocante aos modelos teóricos, a Tabela 9.12 mostrou que apenas as formulações de Harajli *et al.* e Higashiyama *et al.* forneceram resultados χ_{med} perigosos, $0.50 \leq \chi_{med} < 0.85$, sendo os demais satisfatórios ($0.85 \leq \chi_{med} < 1.15$). Continuando a avaliação, ressalta-se que os valores de χ apresentados pela maioria dos modelos, exceto o de Holanda e de Choi *et al.*, foram desfavoráveis à segurança, $\chi < 1$. Especula-se que o motivo deste acontecimento seja o arranjo incomum das armaduras de flexão. No que diz respeito à proposta de Muttoni e Ruiz, MOD6, este modelo, além de prescrever o valor da carga última, também estabelece a relação *carga x rotação*, conforme mostra a Figura 9.37, o que permite conhecer a rotação da peça no momento da ruína. Com relação à prescrição das rotações, o referido modelo apresentou $(\psi_{exp}/\psi_{teo})_{med}=1.04$ e $CV=18\%$.

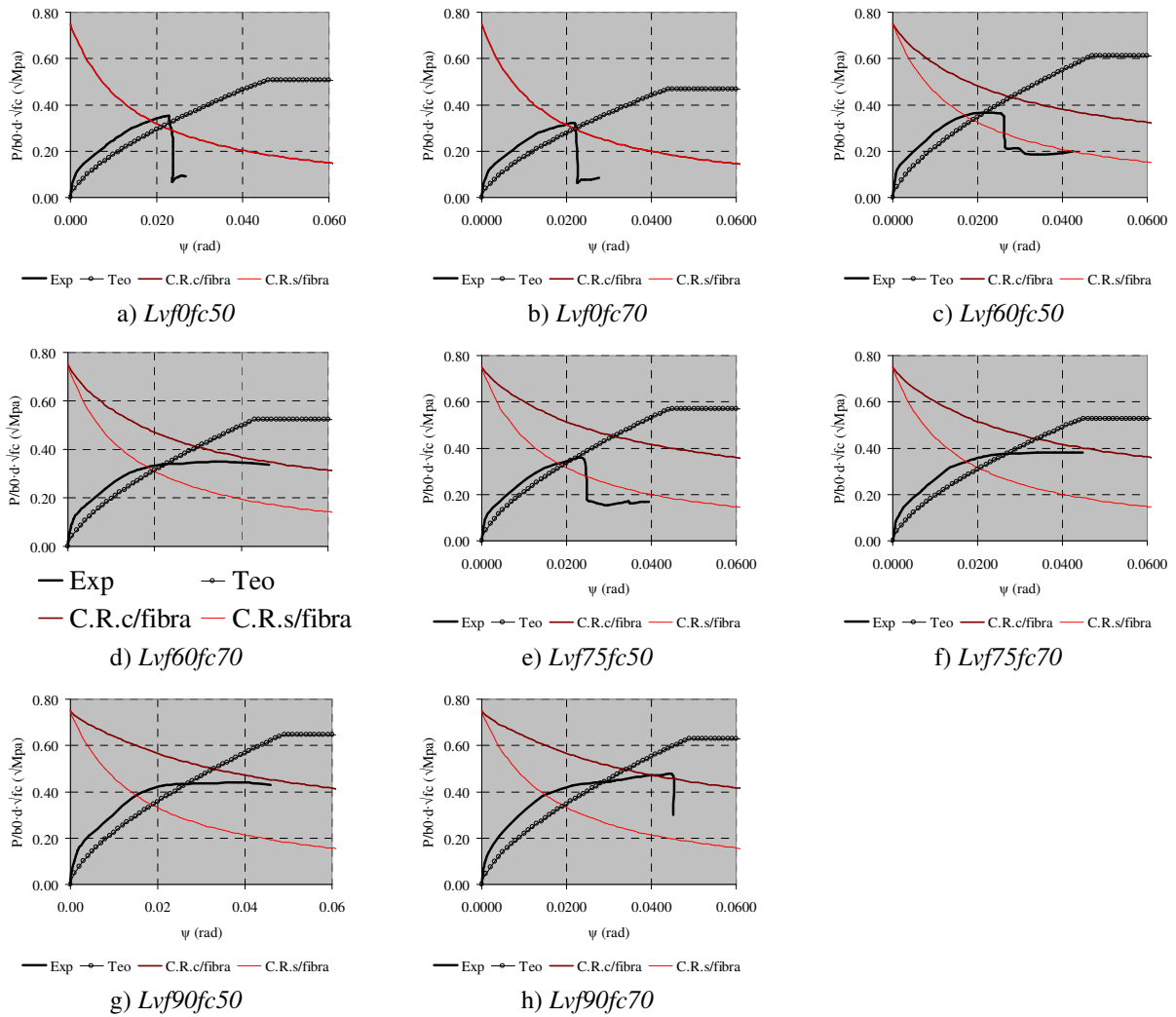


Figura 9.37- Relação carga x rotação (normalizada) - MUTTONI e RUIZ (2010)

A classificação do modo de ruína das lajes segundo a avaliação dos valores de $\chi = V_{exp}/V_{flex}$ sugere que a ruína das lajes seja por punção, pois o valor de V_{exp} é significativamente menor que V_{flex} . Verificou-se, entretanto, que este processo de classificação não correspondeu à realidade dos experimentos, sendo assim, a referida classificação foi estabelecida atribuindo-se maior relevância às observações experimentais.

Inicia-se a avaliação dos resultados experimentais com as relações carga x deslocamento, $Px\delta$, estas relações descreveram dois tipos distintos de comportamento: (1) as lajes que apresentaram perda na capacidade portante; e (2) as lajes que mantiveram o mesmo nível de carga até o fim dos testes. O primeiro tipo de comportamento sugere a formação do cone de punção ao redor da área carregada, enquanto que o segundo, uma ruína por flexão. No que se refere à relação carga x deformação no concreto (direção radial), $Px\epsilon_c$, verificou-se que estas curvas foram marcadas pelo seguinte comportamento: as deformações cresceram com a evolução da carga, porém, para níveis de carga próximos ao valor máximo, P_{max} , as referidas deformações diminuíram, alcançando em alguns casos, deformações de tração. Segundo MUTTONI (2008), a constatação

de deformações radiais de tração na face comprimida da laje, próximo ao pilar, é um possível indício de ruína por punção (formação da fissura crítica de punção). A avaliação das armaduras de flexão será feita por meio da grandeza r_y/r_s . De um modo geral, esta grandeza conduz à valores baixos sempre que a laje puncionar sem a solicitação efetiva das armaduras de flexão. Por fim, avaliam-se as informações fundamentais na classificação do modo de ruína das peças, o mapa de fissuração e a superfície de ruína das lajes. Por meio destas, é possível confirmar se houve o deslocamento do cone de punção ao redor da área carregada, ou se prevaleceram as fissuras de flexão (formação das charneiras plásticas). Na Tabela 9.13 apresenta-se a predominância do comportamento verificada nas observações experimentais, punção ou flexão, e a classificação final do modo de ruína das lajes.

Tabela 9.13- Predominância do comportamento das observações experimentais e classificação do modo de ruína

Lajes	Relação $Px\delta$	Relação $Px\varepsilon_c$	Relação r_y/r_s	Fissuras	Mod. ruína
<i>Lvf0fc50</i>	Punção	Punção ⁽¹⁾	Punção (0.16)	Punção	Punção
<i>Lvf0fc70</i>	Punção	Punção	Punção (0.30)	Punção	Punção
<i>Lvf60fc50</i>	Punção	Punção	Punção (0.30)	Punção	Punção
<i>Lvf60fc70</i>	Flexão	Punção	-	Flexão	Flexão
<i>Lvf75fc50</i>	Punção	Punção ⁽¹⁾	Punção (0.16)	Punção	Punção
<i>Lvf75fc70</i>	Flexão	Punção	-	Flexão	Flexão
<i>Lvf90fc50</i>	Flexão	Punção	Punção (0.49)	Flexão	Flexão
<i>Lvf90fc70</i>	Punção	Punção	-	Punção	Punção

⁽¹⁾ A relação $Px\varepsilon_c$ sugere de forma pouco evidente a formação da fissura crítica de punção.

10- ANÁLISE DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS

Nesta seção serão avaliadas as prescrições da resistência à punção de cinco códigos de projeto, ACI 318 (2008), CEB-FIP (1991), EC2 (2004), NBR 6118 (2003) e CEB-FIP (2010). As referidas prescrições são aplicáveis às lajes submetidas a carregamento simétrico e sem a utilização de armaduras de cisalhamento.

10.1- BASE DE DADOS (BD)

A base de dados, BD, desta pesquisa é formada por 154 ensaios experimentais de punção, conforme mostra a Tabela E.1 do Anexo E. As lajes da BD não apresentavam qualquer tipo de armadura de cisalhamento (estribos/*studs*) e foram ensaiadas simetricamente (ausência de momentos fletores desbalanceados) até a ruína, a qual foi por punção. Dentre as 154 lajes citadas, 37 não foram reforçadas com fibras, enquanto as 117 lajes restantes foram reforçadas com fibras de aço do tipo “*hooked*”, “*twisted*”, “*crimped*”, “*corrugated*”, “*paddle*” e “*Japanese*”. A base de dados utilizada nesta pesquisa abrangeu uma ampla variedade de ensaios, sendo de realçar que as lajes apresentaram propriedades que variaram em: $f_c \in [14;93]$ MPa, $d \in [13;180]$ mm, $\rho \in [0.4;2.75]$ %, $V_f \leq 2.0\%$ e esbelteza, $l/d_f \leq 100$. Dentre as lajes em concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) verificou-se que em 111 lajes o CRFA foi aplicado em toda a volumetria da laje, enquanto em 6 lajes o CRFA foi apenas aplicado numa região próxima da área carregada. Quanto à simulação da ligação *laje x pilar*, existem casos em que o pilar foi ligado monoliticamente à laje e casos em que o pilar foi simulado por placas de aço. A seção transversal dos pilares, ou placas de aço, variou em quadrada e circular.

Com o intuito de evitar resultados que possam comprometer a confiabilidade da análise, as lajes com $d < 80$ mm foram descartadas, visto que o fator de escala pode influenciar negativamente os resultados da avaliação dos códigos de projeto. Além disto, as lajes que apresentaram uma perda de 15% na resistência à compressão do concreto devido à adição das fibras, não foram consideradas, pois a referida perda indica que o método de preparo do CRFA não foi adequado.

10.2- PROCEDIMENTO DA ANÁLISE

A análise dos resultados consistiu em avaliar a dispersão e o nível de conservadorismo das propostas apresentadas anteriormente. Para tal, foi considerado o parâmetro $\chi = V_{exp}/V_{teo}$,

correspondente ao quociente entre a resistência à punção registrada experimentalmente e prevista segundo os códigos de projeto. Os valores de χ foram avaliados segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*, ver Tabela 10.1.

Tabela 10.1- Adaptação do critério de COLLINS (2001)- DPC

$\chi = V_{exp}/V_{teo}$	Classificação	Penalidade
< 0.50	Extremamente perigoso	10
[0.50-0.85[Perigoso	5
[0.85-1.15[Segurança apropriada	0
[1.15-2.00[Conservador	1
≥ 2.00	Extremamente conservador	2

Nas apresentações seguintes, as prescrições dos códigos de projeto avaliados nesta pesquisa são denominados de *MODi* ($i=1$ até 6). A identificação de cada código é feito por meio de legendas que se encontram anexadas às figuras e às tabelas que apresentam os resultados da análise.

No que diz respeito aos cálculos, é importante salientar que serão considerados unitários os valores dos coeficientes de segurança e serão utilizados valores médios para caracterizar os materiais. Além disto, na avaliação do CEB-FIP (2010), equação Eq. 5.22, as recomendações que descrevem o critério de ruína das lajes (valor característico), ver as equações Eq. 5.24 e 5.25, serão substituídas pelas equações Eq. 10.1 e 10.2, as quais descrevem o valor médio do critério de ruína das lajes, conforme apresenta MUTTONI (2011). Ainda com relação ao CEB-FIP (2010), também será avaliada a equação Eq. 5.29.

$$k_{\psi} = \frac{3/4}{1 + \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (10.1)}$$

$$k_{dg} = \frac{15}{16 + d_g} \quad [\text{mm}] \quad \text{Eq. (10.2)}$$

10.3- APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados nas Figuras 10.1 e 10.2 avaliam as performances dos códigos em prescrever a resistência última à punção das lajes da base de dados sem reforço com fibras, ou seja, $V_f=0$. Para esta modalidade de análise as prescrições do CEB-FIP (2010), equações Eq. 5.22 e 5.29, tornam-se idênticas. Na Figura 10.1 mostra-se a precisão dos códigos, ou seja, relaciona-se V_{exp} e V_{teo} . Na Figura 10.2 (a) é apresentada a porcentagem de resultados favoráveis à

segurança, $\chi \geq 1$, e finalizando, a Figura 10.2 (b) apresenta a dispersão dos resultados por meio da curva “*box and whiskers*”, a qual exibe os valores mínimo, máximo, primeiro (Q1), segundo (Q2) e terceiro (Q3) quartil.

O resumo da análise é apresentado na Tabela 10.2, a qual, além de exibir a classificação dos códigos segundo a adaptação do critério de Collins, apresenta também valores estatísticos como a média (Med), o desvio padrão (DP) e o coeficiente de variação (CV).

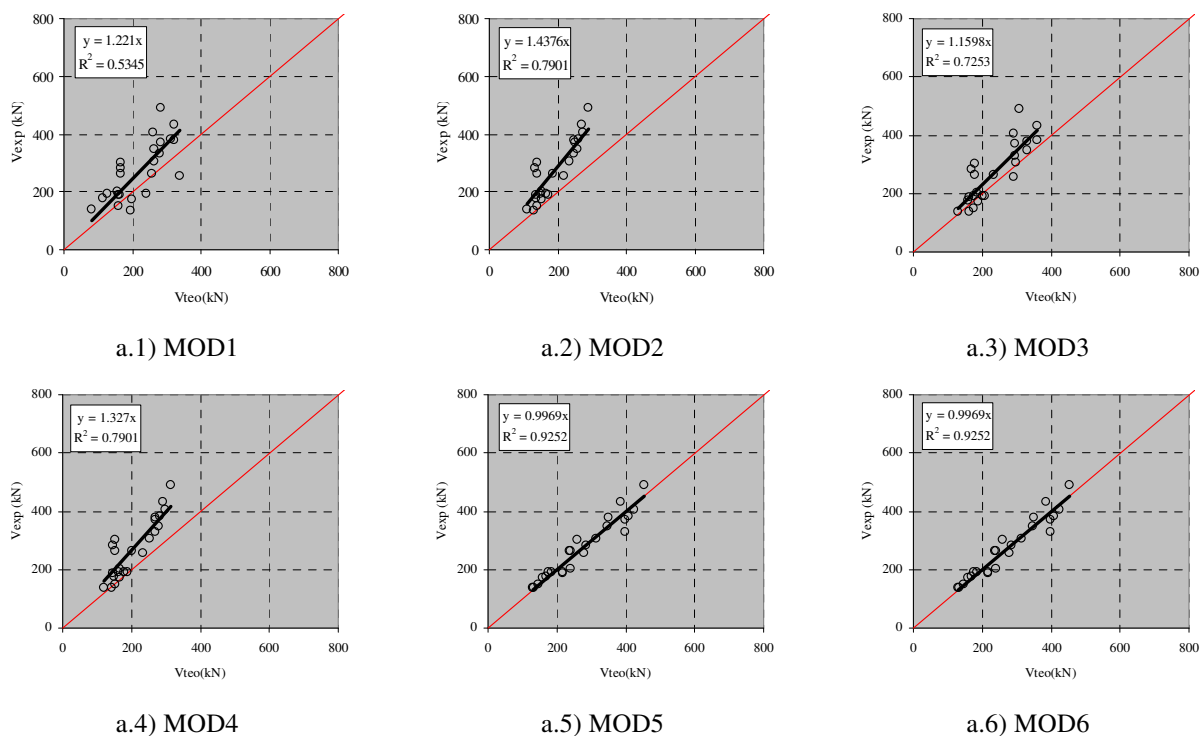
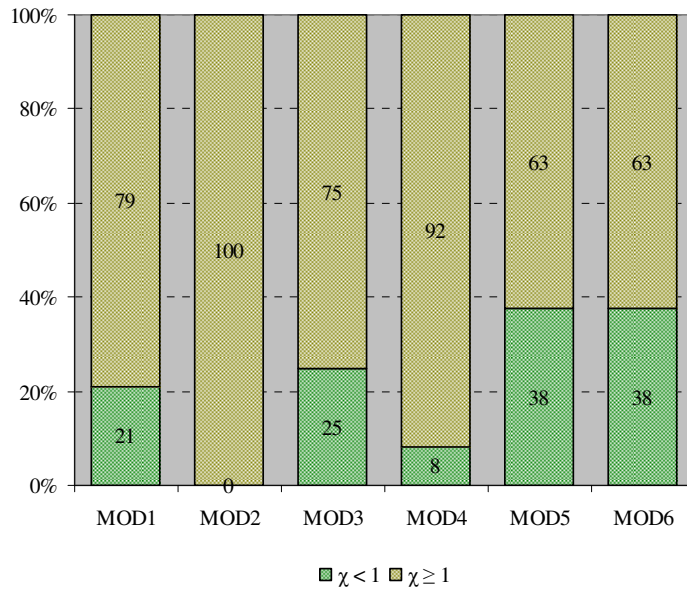


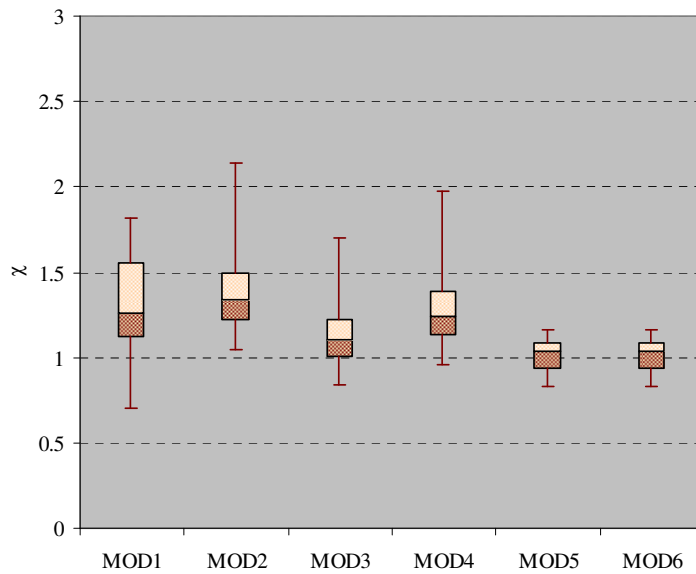
Figura 10.1- Avaliação dos resultados quanto à precisão para as lajes com $V_f=0$

NOTA:

MOD1=ACI 318 (2008), MOD2 =CEB-FIP 90 (1991), MOD3=EC2 (2004), MOD4=NBR 6118 (2003), MOD5=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e MOD6=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.



a) Análise quanto à segurança



b) Análise quanto à dispersão (curva “box and whiskers”)

Figura 10.2- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão para as lajes com $V_f=0$

NOTA:

MOD1=ACI 318 (2008), MOD2 =CEB-FIP 90 (1991), MOD3=EC2 (2004), MOD4=NBR 6118 (2003), MOD5=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e MOD6=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.

Tabela 10.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001) para as lajes com $V_f=0$

$\chi=V_{exp}/V_{req}$		< 0.50	[0.50-0.85[[0.85-1.15[[1.15-2.00[≥ 2.00	Total	Med	DP	COV (%)
MOD1	Nº Lajes	0	3	3	18	0	24	1.28	0.32	25.28
	Penal. Total	0	15	0	18	0	33			
MOD2	Nº Lajes	0	0	4	18	2	24	1.42	0.30	20.91
	Penal. Total	0	0	0	18	4	22			
MOD3	Nº Lajes	0	1	15	8	0	24	1.16	0.25	21.30
	Penal. Total	0	5	0	8	0	13			
MOD4	Nº Lajes	0	0	7	17	0	24	1.31	0.27	20.91
	Penal. Total	0	0	0	17	0	17			
MOD5	Nº Lajes	0	2	21	1	0	24	1.01	0.09	9.34
	Penal. Total	0	10	0	1	0	11			
MOD6	Nº Lajes	0	2	21	1	0	24	1.01	0.09	9.34
	Penal. Total	0	10	0	1	0	11			

NOTA:

MOD1=ACI 318 (2008), MOD2 =CEB-FIP 90 (1991), MOD3=EC2 (2004), MOD4=NBR 6118 (2003), MOD5=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e MOD6=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.

A análise das Figuras 10.1 e 10.2 e da Tabela 10.2 mostrou que as prescrições do código MOD5, CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22, são as mais satisfatórias, pois foram verificados os resultados mais precisos e menos dispersos. Dentre os códigos analisados, o MOD5 foi o único com predominância de resultados na classe (ver a Tabela 10.1) ”segurança apropriada”, $\chi \in [0.85-1.15[$. Dentre os códigos em vigor, a prescrição do MOD3, EC2 (2004), foi a mais satisfatória.

Os resultados mostrados nas Figuras 10.3 e 10.4 avaliam as performances dos códigos em prescrever a resistência última à punção das lajes da base de dados com $V_f > 0$. A apresentação dos resultados seguiu o critério anterior, ou seja, a Figura 10.3 apresenta as precisões dos códigos, a Figura 10.4 (a) discute a porcentagem de resultados favoráveis à segurança e a Figura 10.4 (b) apresenta a dispersão dos resultados. O resumo da análise é apresentado na Tabela 10.3.

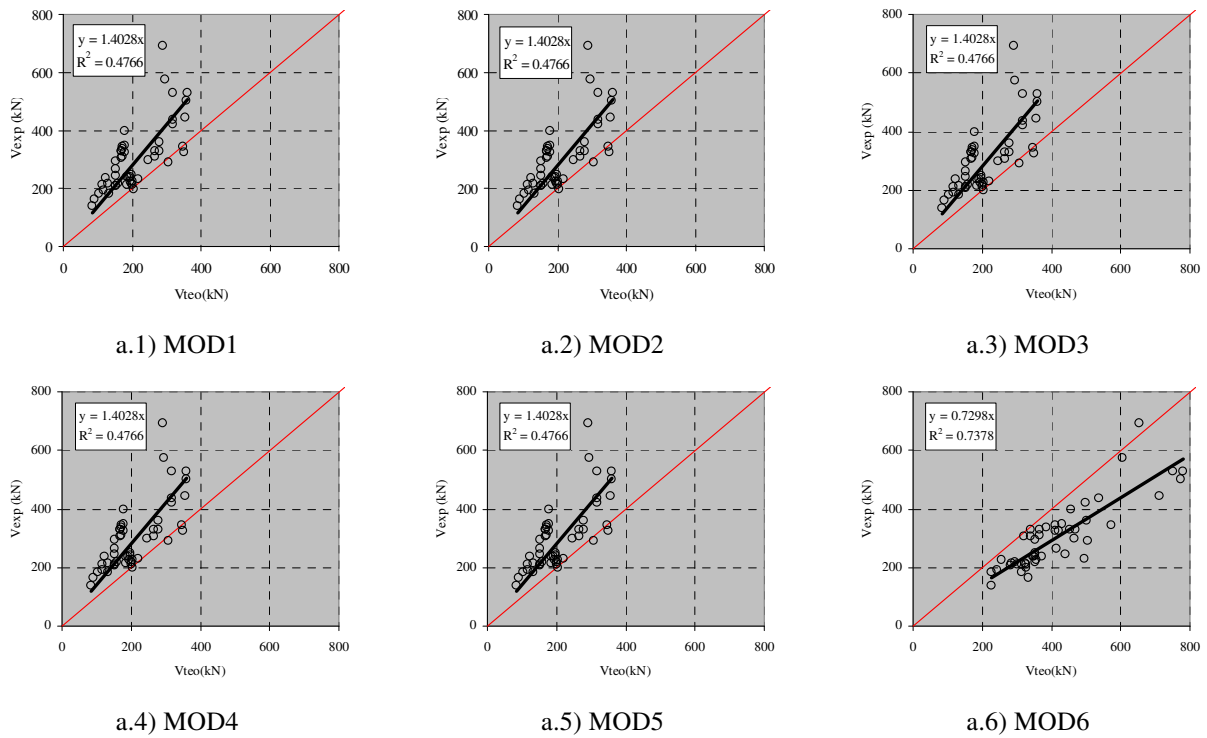
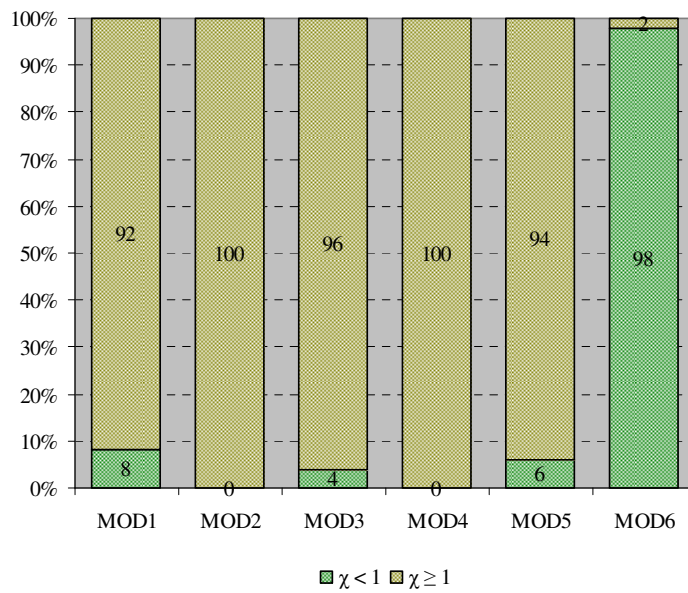


Figura 10.3- Avaliação dos resultados quanto à precisão para as lajes com $V_f > 0$

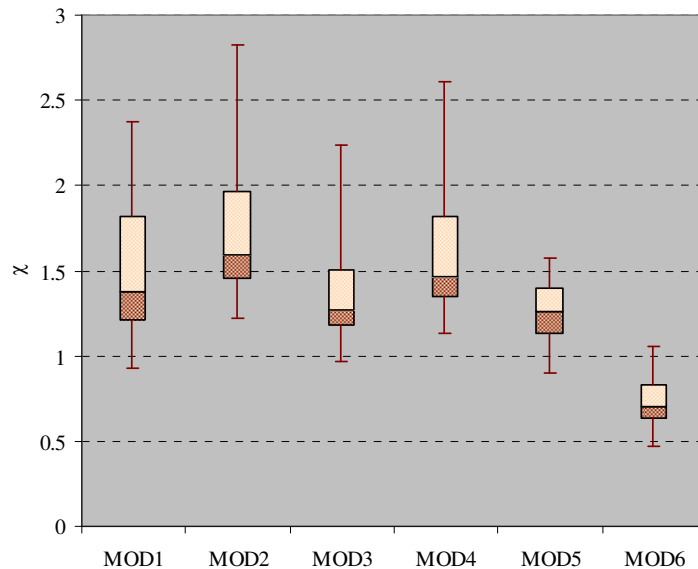
NOTA:

MOD1=ACI 318 (2008), MOD2 =CEB-FIP 90 (1991), MOD3=EC2 (2004), MOD4=NBR 6118 (2003), MOD5=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e MOD6=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.



a) Análise quanto à segurança

Figura 10.4- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão para as lajes com $V_f > 0$ (Continua)



b) Análise quanto à dispersão (curva “box and whiskers”)

Figura 10.4- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão para as lajes com $V_f > 0$

NOTA:

MOD1=ACI 318 (2008), MOD2 =CEB-FIP 90 (1991), MOD3=EC2 (2004), MOD4=NBR 6118 (2003), MOD5=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e MOD6=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.

Tabela 10.3- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001) para as lajes com $V_f > 0$

$\chi = V_{exp}/V_{teo}$		< 0.50	[0.50-0.85[[0.85-1.15[[1.15-2.00[≥ 2.00	Total	Med	DP	COV (%)
MOD1	Nº Lajes	0	0	9	38	3	50	1.50	0.37	24.74
	Penal. Total	0	0	0	38	6	44			
MOD2	Nº Lajes	0	0	0	38	12	50	1.73	0.38	22.25
	Penal. Total	0	0	0	38	24	62			
MOD3	Nº Lajes	0	0	10	38	2	50	1.38	0.32	23.07
	Penal. Total	0	0	0	38	4	42			
MOD4	Nº Lajes	0	0	2	39	9	50	1.59	0.35	22.25
	Penal. Total	0	0	0	39	18	57			
MOD5	Nº Lajes	0	0	16	34	0	50	1.26	0.18	14.14
	Penal. Total	0	0	0	34	0	34			
MOD6	Nº Lajes	2	39	9	0	0	50	0.73	0.13	17.48
	Penal. Total	20	195	0	0	0	215			

NOTA:

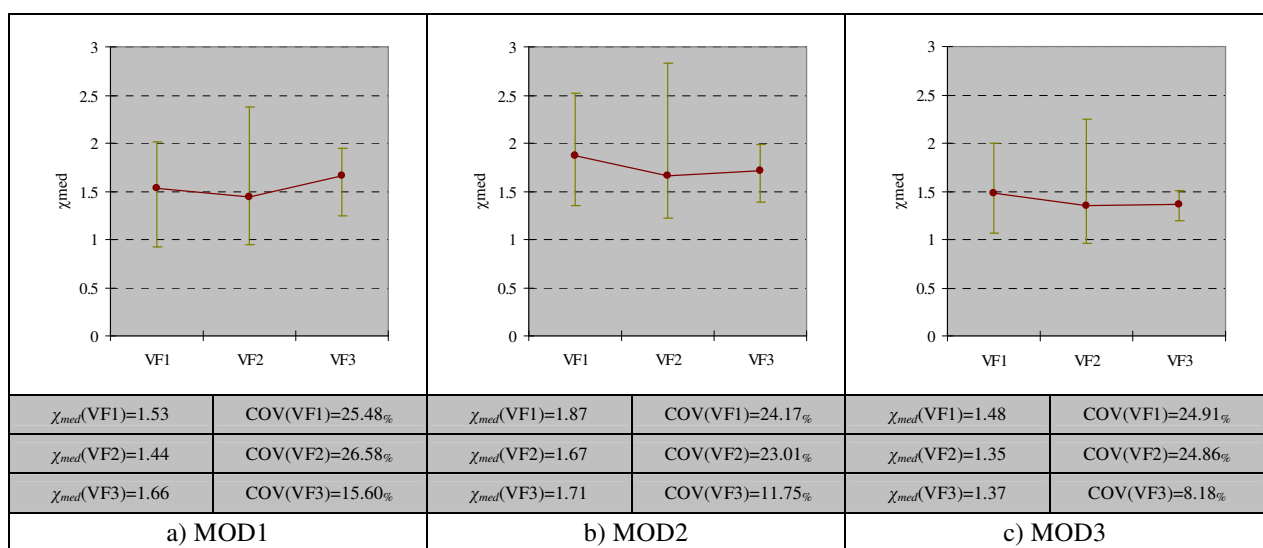
MOD1=ACI 318 (2008), MOD2 =CEB-FIP 90 (1991), MOD3=EC2 (2004), MOD4=NBR 6118 (2003), MOD5=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e MOD6=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.

A análise das Figuras 10.3 e 10.4 e da Tabela 10.3 mostrou que a prescrição de MOD6, CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29, precisa ser reavaliada, pois apresentou performance contra a segurança, sendo classificada, ver critério apresentado na Tabela 10.1, como “perigosa”, $\chi \in [0.50-0.85[$. Nestas análises, o cálculo de f_{Fuks} , sugerido por MOD6 (ver a equação Eq. 5.32), foi realizado admitindo $w_u=1.5$ mm. Adotou-se $w_u=1.5$ mm e desconsiderou-se a recomendação normativa de adotar $w_u=\psi \cdot d/6$ para os casos de laje de CRFA com armadura de flexão, porque $w_u=\psi \cdot d/6$ torna a

performance de MOD6 ainda mais perigosa. Para obter uma resposta satisfatória de MOD6, aproximadamente 85% dos resultados na classe “segurança apropriada”, seria necessário admitir $w_{it} \approx 4.0$ mm.

No que diz respeito às prescrições dos códigos de MOD1 a MOD5, eram previstas respostas conservadoras, $\chi \in [1.15-2.00]$, visto que as mesmas não consideram a parcela de resistência das fibras. Dentre as prescrições de MOD1 a MOD5, a prescrição de MOD5 apresentou os resultados menos conservadores.

Análises adicionais foram realizadas com o intuito de verificar a influência que V_f exerce sobre o valor médio de χ , χ_{med} . A Figura 10.5 apresenta os resultados desta análise, nesta figura, é verificado que as lajes da base de dados foram divididas em grupos, VF1, VF2 e VF3, sendo o grupo intermediário correspondente aos casos usuais de aplicação de fibras. A Figura 10.5 mostra claramente que o parâmetro V_f compromete a performance de todas as prescrições (de MOD1 a MOD6), independentemente do grupo de laje analisada.

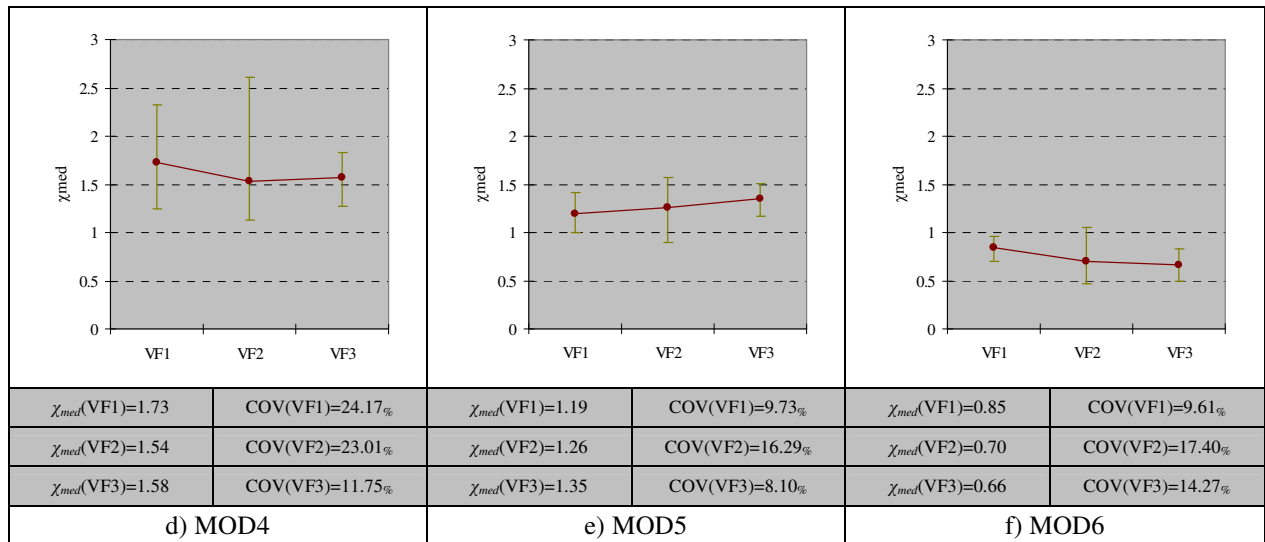


VF1- $V_f \leq 0.6\%$; VF2- $0.6 < V_f \leq 1.2\%$; VF3- $V_f > 1.2\%$

Figura 10.5- Análise da relação χ_{med} em função de V_f (Continua)

NOTA:

MOD1=ACI 318 (2008), MOD2 =CEB-FIP 90 (1991), MOD3=EC2 (2004), MOD4=NBR 6118 (2003), MOD5=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e MOD6=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.



VF1- $V_f \leq 0.6\%$; VF2- $0.6 < V_f \leq 1.2\%$; VF3- $V_f > 1.2\%$

Figura 10.5- Análise da relação χ_{med} em função de V_f

NOTA:

MOD1=ACI 318 (2008), MOD2 =CEB-FIP 90 (1991), MOD3=EC2 (2004), MOD4=NBR 6118 (2003), MOD5=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e MOD6=CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.

11- ANÁLISE DAS FORMULAÇÕES QUE CONSIDERAM O REFORÇO COM FIBRA DE AÇO

Nesta seção serão avaliadas as prescrições da resistência à punção de sete modelos teóricos, NARAYANAN e DARWISH (1987), SHAABAN e GESUND (1994), HARAJLI *et al.* (1995), HOLANDA (2002), CHOI *et al.* (2007), MUTTONI e RUIZ (2010) e HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

11.1- BASE DE DADOS (BD)

A base de dados, BD, desta pesquisa é formada por 154 ensaios experimentais de punção, conforme mostra a Tabela E.1 do Anexo E. As lajes da BD não apresentavam qualquer tipo de armadura de cisalhamento (estribos/studs) e foram ensaiadas simetricamente (ausência de momentos fletores desbalanceados) até a ruína, a qual foi por punção. Dentre as 154 lajes citadas, 37 não foram reforçadas com fibras, enquanto as 117 lajes restantes foram reforçadas com fibras de aço do tipo “hooked”, “twisted”, “crimped”, “corrugated”, “paddle” e “Japanese”. A base de dados utilizada nesta pesquisa abrangeu uma ampla variedade de ensaios, sendo de realçar que as lajes apresentaram propriedades que variaram em: $f_c \in [14;93]$ MPa, $d \in [13;180]$ mm, $\rho \in [0.4;2.75]$ %, $V_f \leq 2.0\%$ e esbeltez, $l/d_f \leq 100$. Dentre as lajes em concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) verificou-se que em 111 lajes o CRFA foi aplicado em toda a volumetria da laje, enquanto em 6 lajes o CRFA foi apenas aplicado numa região próxima da área carregada. Quanto à simulação da ligação *laje x pilar*, existem casos em que o pilar foi ligado monoliticamente à laje e casos em que o pilar foi simulado por placas de aço. A seção transversal dos pilares, ou placas de aço, variou em quadrada e circular.

Com o intuito de evitar resultados que possam comprometer a confiabilidade da análise, as lajes com $d < 80$ mm foram descartadas, visto que o fator de escala pode influenciar negativamente os resultados da avaliação dos modelos. Além disto, as lajes que apresentaram uma perda de 15% na resistência à compressão do concreto devido à adição das fibras, não foram consideradas, pois a referida perda indica que o método de preparo do CRFA não foi adequado.

11.2- PROCEDIMENTO DA ANÁLISE

A análise dos resultados consistiu em avaliar a dispersão e o nível de conservadorismo das propostas apresentadas anteriormente. Para tal foi considerado o parâmetro $\chi = V_{exp}/V_{teo}$, correspondente ao cociente entre a resistência à punção registrada experimentalmente e prevista segundo os modelos. Os valores de χ foram avaliados segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*, ver Tabela 11.1.

Tabela 11.1- Adaptação do critério de COLLINS (2001)- DPC

$\chi = V_{exp}/V_{teo}$	Classificação	Penalidade
< 0.50	Extremamente perigoso	10
[0.50-0.85[Perigoso	5
[0.85-1.15[Segurança apropriada	0
[1.15-2.00[Conservador	1
≥ 2.00	Extremamente conservador	2

Nas apresentações seguintes, os modelos avaliados são denominados de *MODi* ($i=1$ até 7). A identificação de cada modelo é feito por meio de legendas que se encontram anexadas às figuras e às tabelas que apresentam os resultados da análise.

No que diz respeito aos cálculos, é importante salientar que serão considerados unitários os valores dos coeficientes de segurança e serão utilizados valores médios para caracterizar os materiais. Além disto, a análise da proposta de HARAJLI *et al.* (1995), ver a equação Eq. 6.37, foi feita em conjunto com as prescrições de $V_{R,c}$ do ACI 318 (2008) (sugerido por Harajli *et al.*), uma vez que, $V_{teo} = V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$ ($V_{R,c}$ = resistência atribuída ao concreto e $V_{R,f}$ = resistência atribuída as fibras de aço). Pelo mesmo motivo, a análise da proposta de MUTTONI e RUIZ (2010), ver a equação Eq. 6.70, foi feita em conjunto com as prescrições de $V_{R,c}$ do CEB-FIP (2010) (sugerido por Muttoni e Ruiz).

11.3- APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados nas Figuras 11.1 e 11.2 avaliam as performances dos modelos em prescrever a resistência última à punção das lajes da base de dados. Na Figura 11.1 mostram-se as precisões dos modelos, ou seja, relaciona-se V_{exp} e V_{teo} . Na Figura 11.2 (a) é apresentada a porcentagem de resultados favoráveis à segurança, $\chi \geq 1$, e finalizando, a Figura 11.2 (b) apresenta

a dispersão dos resultados por meio da curva “*box and whiskers*”, a qual exibe os valores mínimo, máximo, primeiro (Q1), segundo (Q2) e terceiro (Q3) quartil.

O resumo da análise é apresentado na Tabela 11.2, a qual, além de exibir a classificação dos modelos segundo a adaptação do critério de Collins, apresenta também valores estatísticos como a média (Med), o desvio padrão (DP) e o coeficiente de variação (CV).

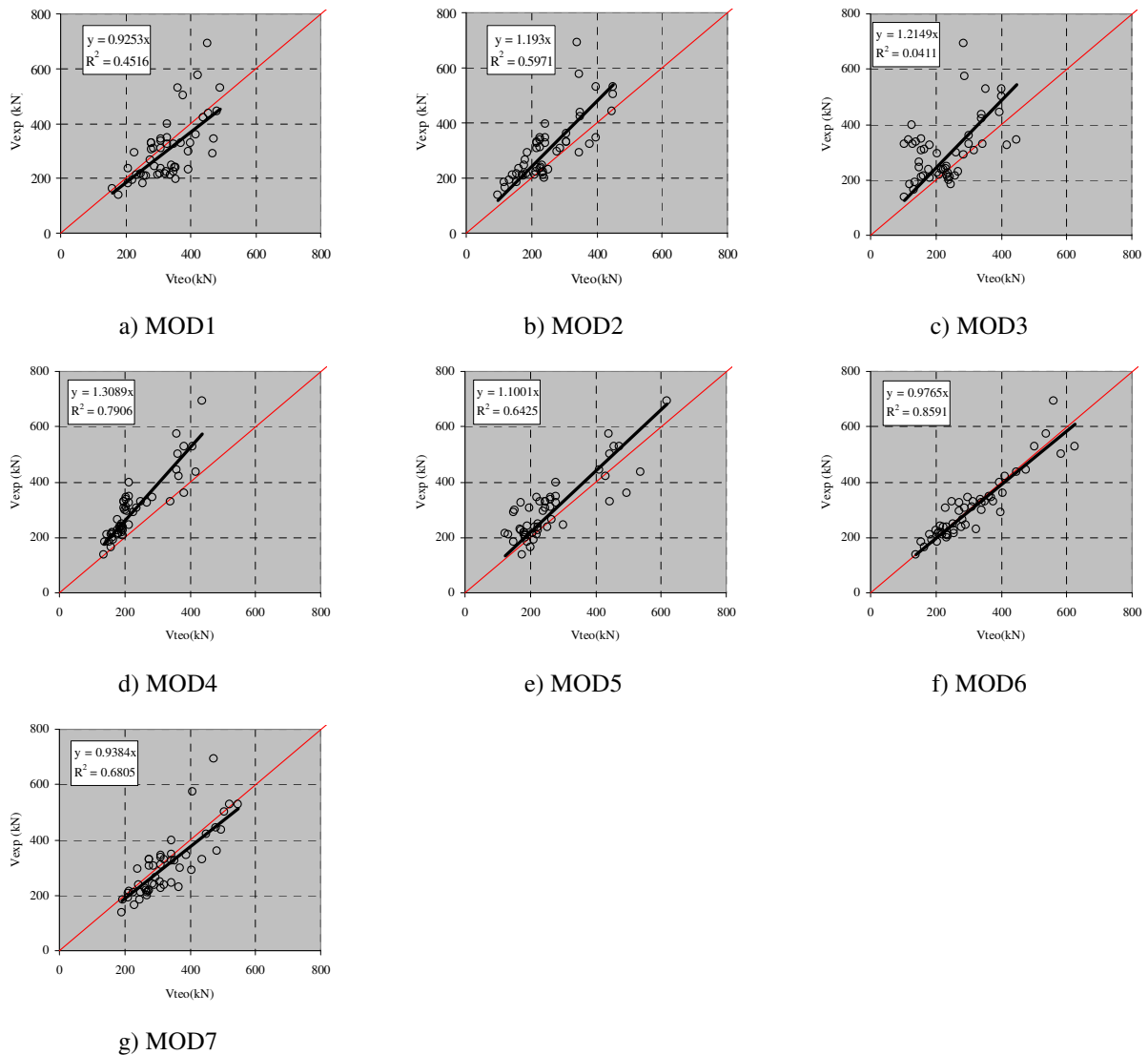
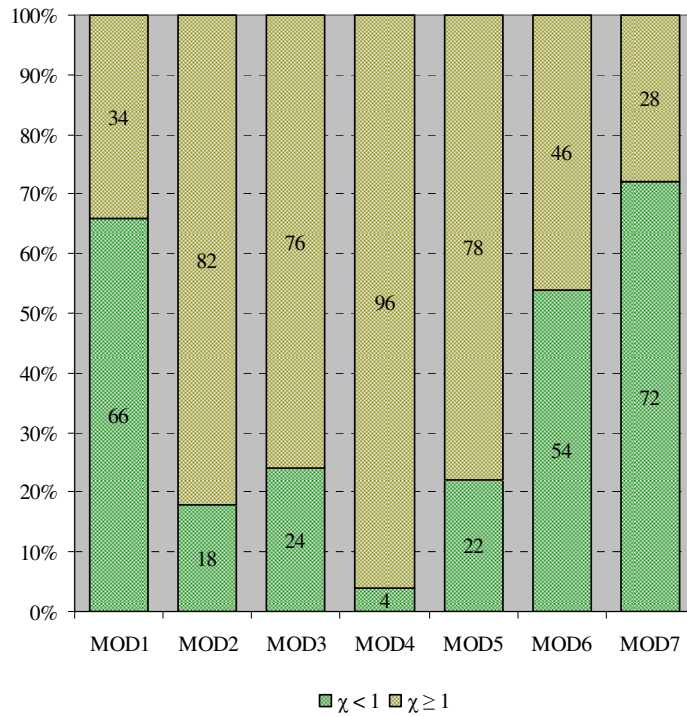


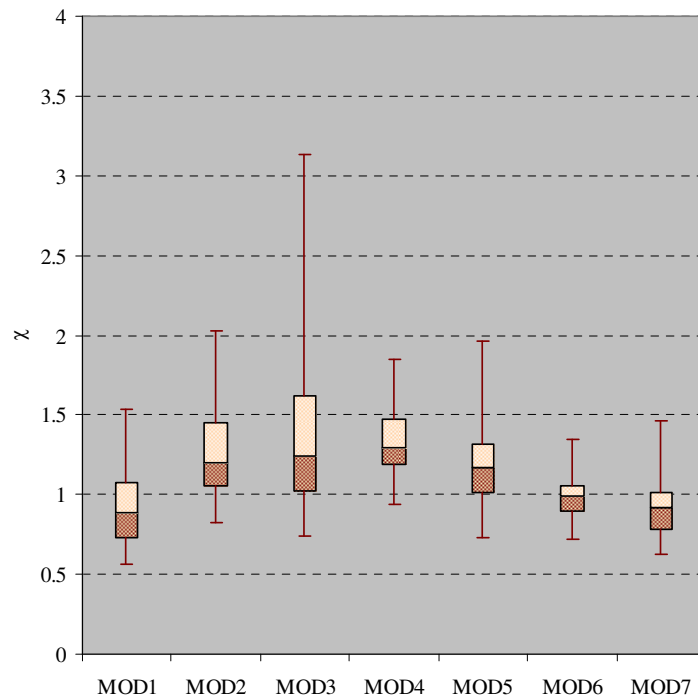
Figura 11.1- Avaliação dos resultados quanto à precisão

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).



a) Análise quanto à segurança



b) Análise quanto à dispersão (curva “box and whiskers”)

Figura 11.2- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

Tabela 11.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001)

$\chi = V_{exp}/V_{teo}$		< 0.50	[0.50-0.85[[0.85-1.15[[1.15-2.00[≥ 2.00	Total	Med	DP	COV (%)
MOD1	Nº Lajes	0	21	21	8	0	50	0.92	0.23	25.29
	Penal. Total	0	105	0	8	0	113			
MOD2	Nº Lajes	0	2	18	29	1	50	1.24	0.26	20.89
	Penal. Total	0	10	0	29	2	41			
MOD3	Nº Lajes	0	5	18	20	7	50	1.42	0.62	43.38
	Penal. Total	0	25	0	20	14	59			
MOD4	Nº Lajes	0	0	8	42	0	50	1.32	0.20	15.47
	Penal. Total	0	0	0	42	0	42			
MOD5	Nº Lajes	0	6	17	27	0	50	1.20	0.29	24.03
	Penal. Total	0	30	0	27	0	57			
MOD6	Nº Lajes	0	6	37	7	0	50	0.99	0.13	13.26
	Penal. Total	0	30	0	7	0	37			
MOD7	Nº Lajes	0	20	24	6	0	50	0.92	0.18	19.45
	Penal. Total	0	100	0	6	0	106			

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

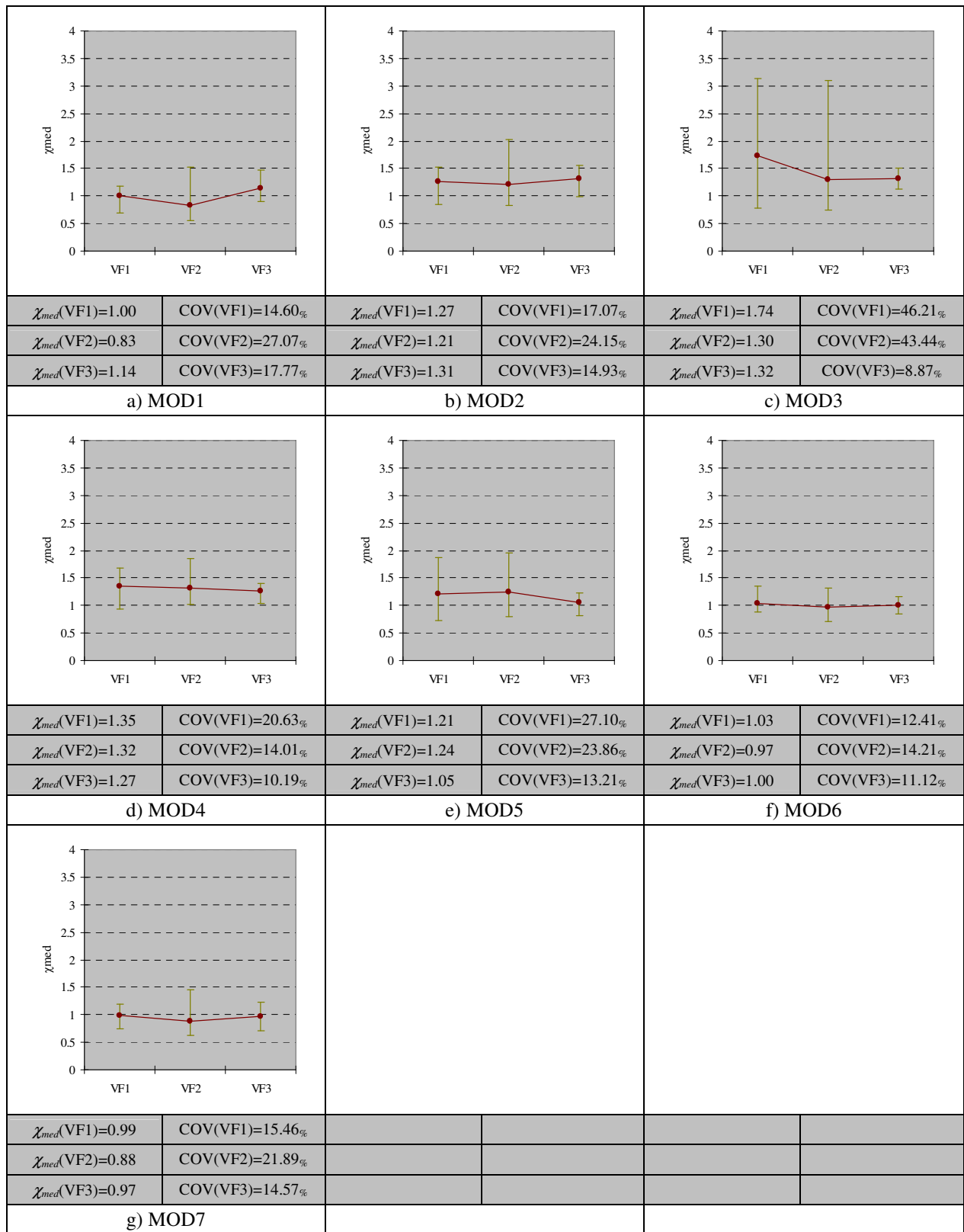
Da análise das Figuras 11.1 e 11.2 verificou-se que os modelos MOD6, MUTTONI e RUIZ (2010), e MOD7, HIGASHIYAMA *et al.* (2011), são os mais satisfatórios no que diz respeito à precisão. Entretanto, a Figura 11.2 (a) e a Tabela 11.2 mostraram que o modelo MOD7 apresentou tendência em prescrever resultados perigosos, $\chi \in [0.50-0.85[$. No âmbito geral, o modelo MOD6 apresentou as respostas mais precisas, menos dispersas e menos penalizadas segundo o critério de Collins.

11.4- INFLUÊNCIA DE ALGUNS PARÂMETROS IMPORTANTES NO COMPORTAMENTO DA LIGAÇÃO LAJE X PILAR REFORÇADA COM FIBRAS DE AÇO

Com o intuito de verificar possíveis deficiências dos modelos, análises adicionais foram realizadas para avaliar a influência que alguns parâmetros exercem sobre o valor médio de χ , χ_{med} . Dentre os inúmeros parâmetros que influenciam o comportamento da ligação *laje x pilar* reforçada com fibras de aço, foram selecionados para esta análise os parâmetros V_f , l/d_f , f_c , e ρ .

Influência do volume de fibras (V_f)

A Figura 11.3 apresenta a influência de V_f . Nesta figura, é verificado que as lajes da base de dados foram divididas em grupos, VF1, VF2 e VF3, sendo o grupo intermediário correspondente aos casos usuais de aplicação de fibras. A Figura 11.3 mostra claramente que os modelos MOD6 e MOD7 apresentaram os melhores desempenhos.



VF1- $V_f \leq 0.6\%$; VF2- $0.6 < V_f \leq 1.2\%$; VF3- $V_f > 1.2\%$

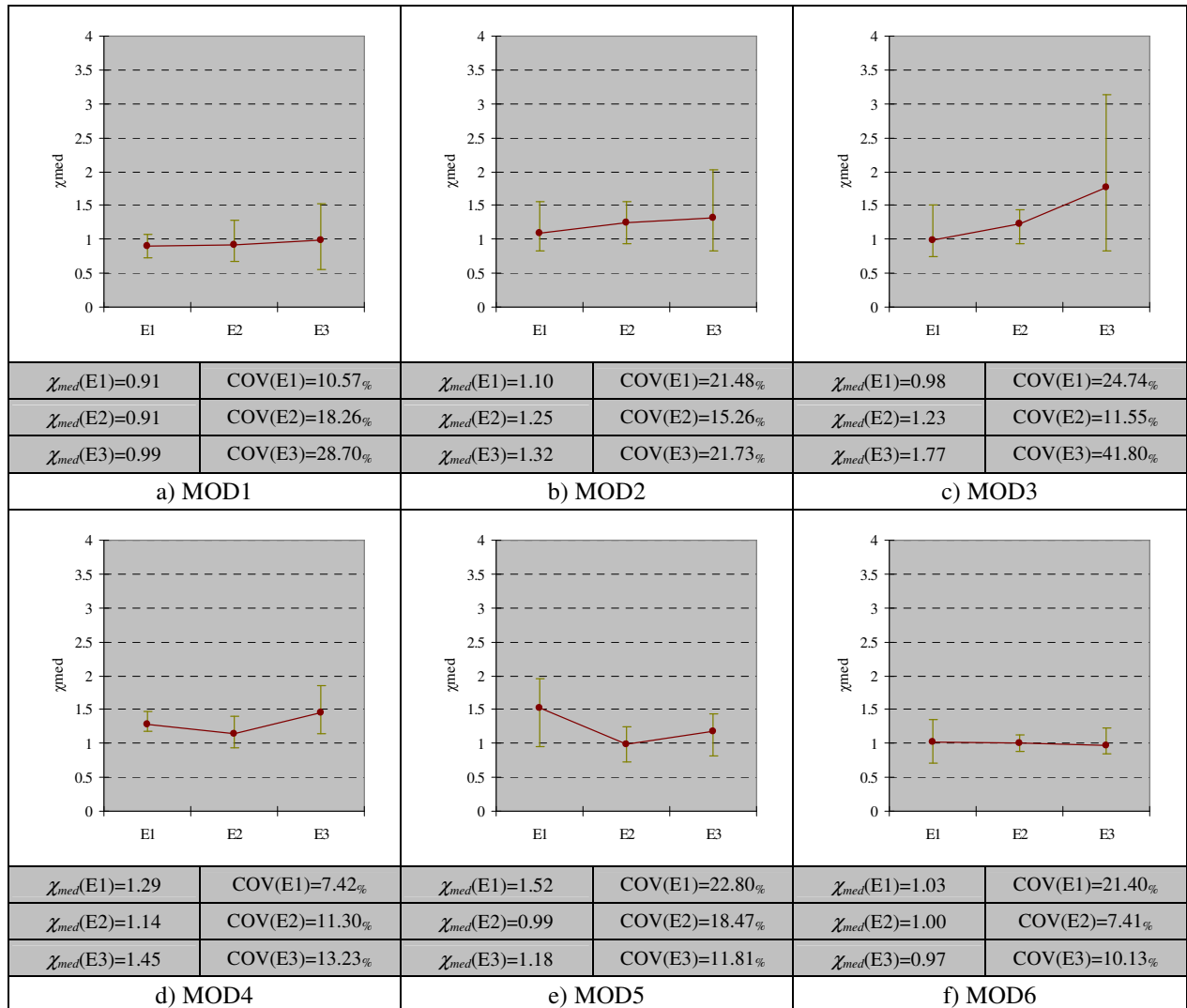
Figura 11.3- Análise da relação χ_{med} em função de V_f

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

Influência do fator de forma das fibras (l_f/d_f)

A Figura 11.4 apresenta o comportamento do fator χ_{med} em função do fator de forma das fibras, l_f/d_f . Os resultados desta análise mostram que as previsões dos modelos MOD1, MOD6 e MOD7 foram as mais favoráveis.

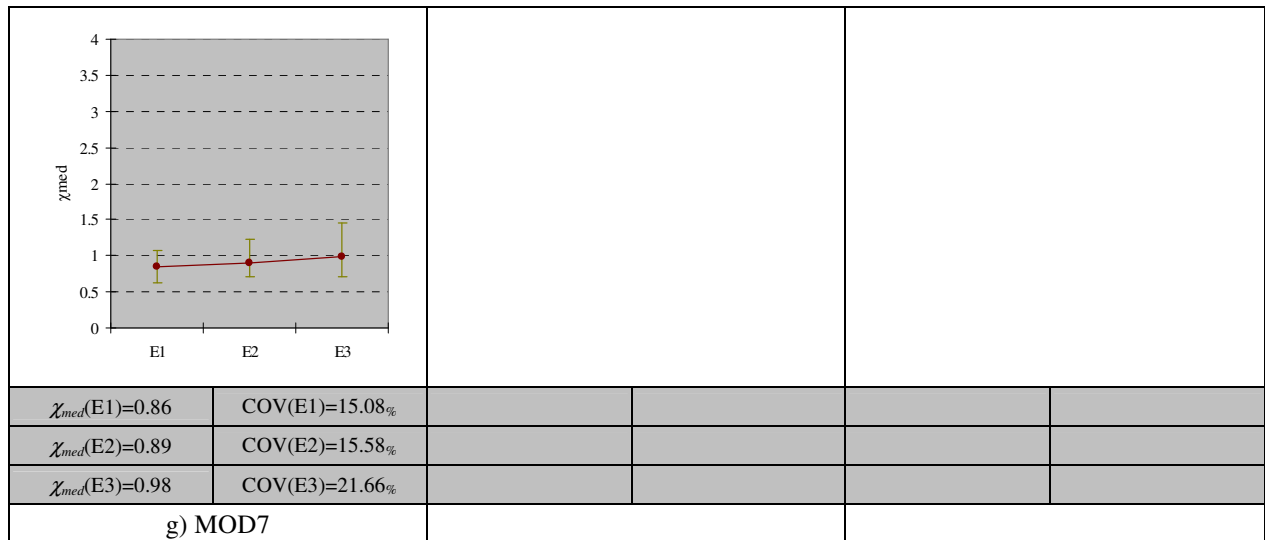


E1- $l_f/d_f \leq 50$; E2- $50 < l_f/d_f \leq 70$; E3- $l_f/d_f > 70$

Figura 11.4- Análise da relação χ_{med} em função de l_f/d_f (Continua)

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).



E1- $l/d_f \leq 50$; E2- $50 < l/d_f \leq 70$; E3- $l/d_f > 70$

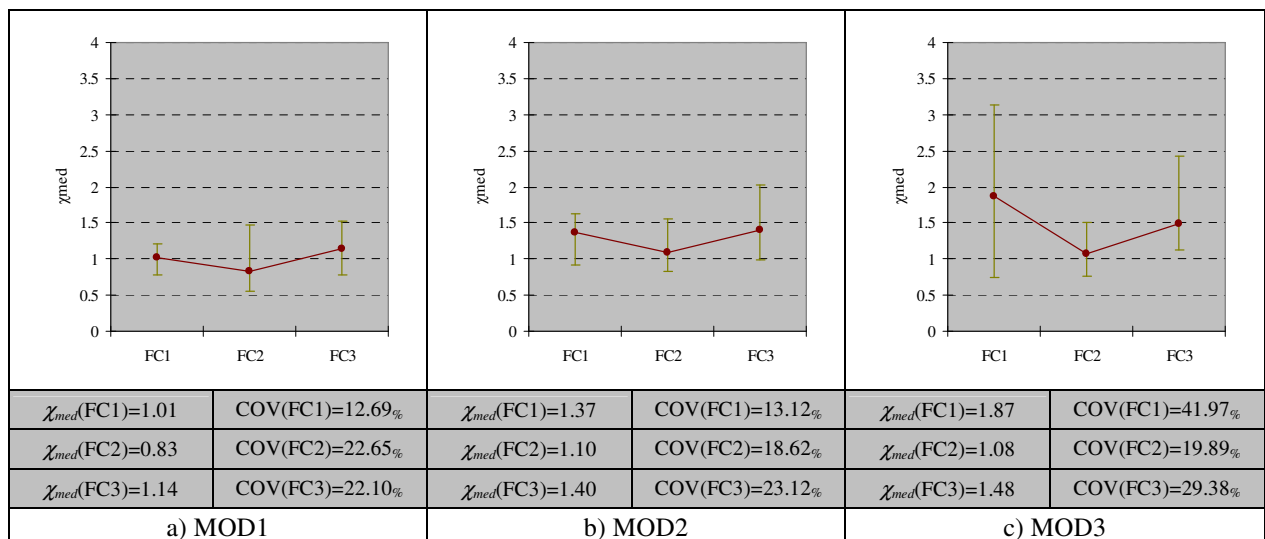
Figura 11.4- Análise da relação χ_{med} em função de l/d_f

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

Influência da resistência à compressão do concreto (f_c)

A Figura 11.5 mostra a influência de f_c sobre o valor de χ_{med} . Dentre os grupos analisados, salienta-se que o grupo FC2 representa a classe de resistência utilizada em situações práticas. Da análise da Figura 11.5 constata-se que os modelos MOD6 e MOD7 são os que apresentam melhor desempenho.

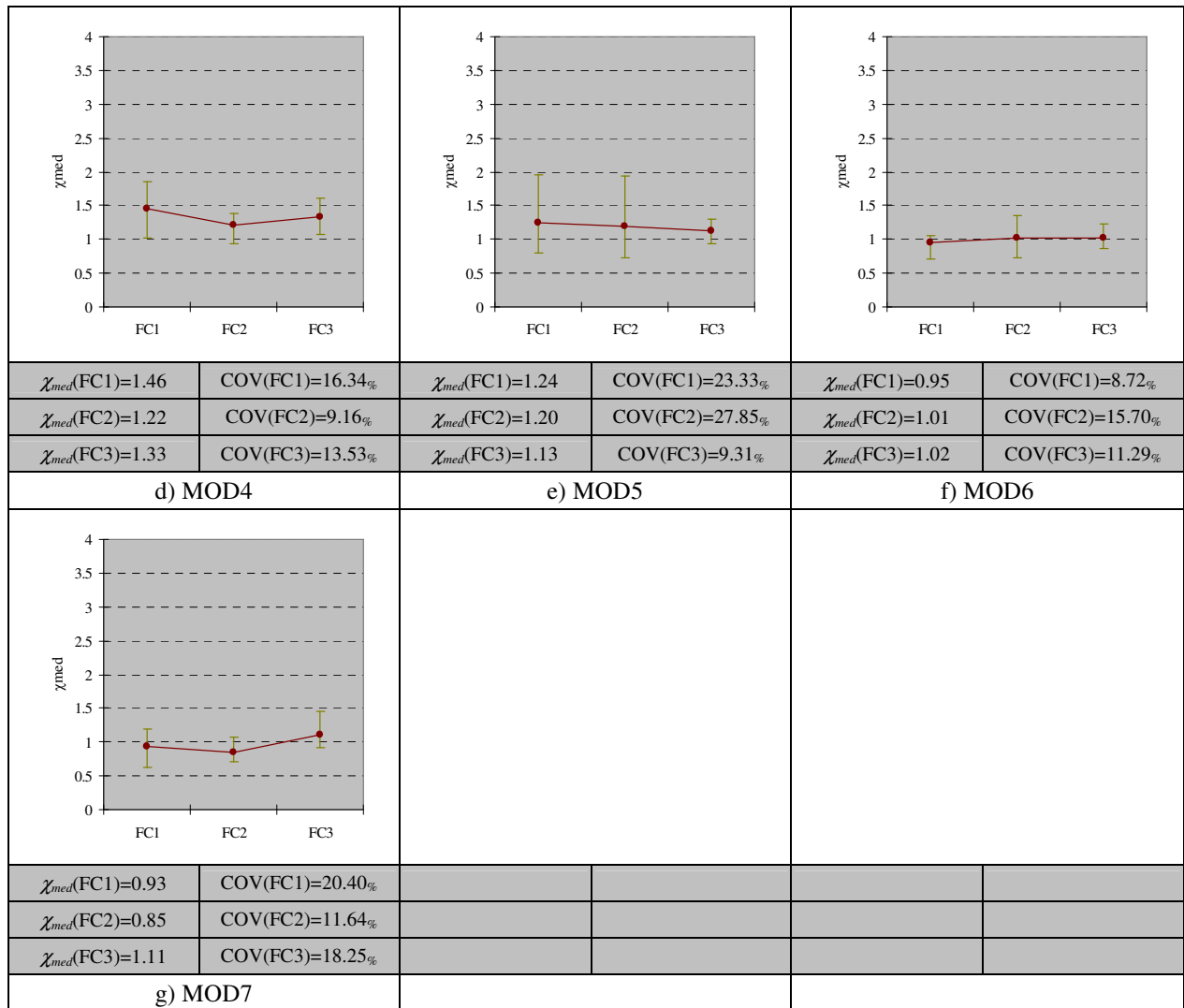


FC1- $f_c \leq 30$ MPa; FC2- $30 < f_c \leq 50$ MPa; FC3- $f_c > 50$ MPa

Figura 11.5- Análise da relação χ_{med} em função de f_c (Continua)

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).



FC1- $f_c \leq 30$ MPa; FC2- $30 < f_c \leq 50$ MPa; FC3- $f_c > 50$ MPa

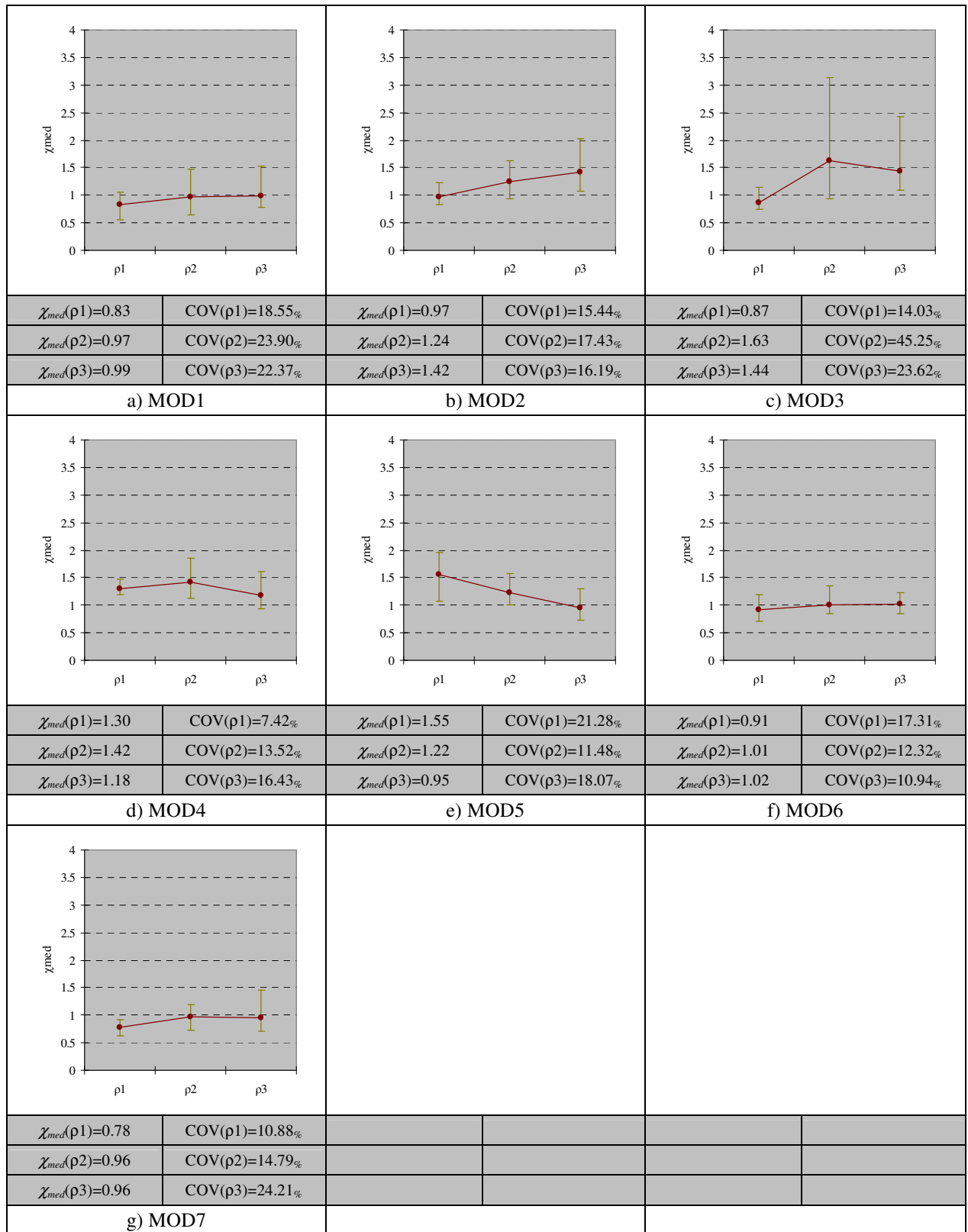
Figura 11.5- Análise da relação χ_{med} em função de f_c

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

Influência da taxa de armadura de flexão (ρ)

A Figura 11.6 mostra a influência que ρ exerce sobre o valor de χ_{med} . A referida figura revela que, para o grupo ρ_1 , alguns modelos (MOD1, MOD5 e MOD7) tiveram os seus resultados comprometidos, ou em termos de segurança ou em termos de dispersão. O modelo MOD6 foi o mais favorável.



$\rho_1 - \rho \leq 0.6$; $\rho_2 - 0.6 < \rho \leq 1.2$; $\rho_3 - \rho > 1.2$

Figura 11.6- Análise da relação χ_{med} em função de ρ

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987), MOD2= SHAABAN e GESUND (1994), MOD3= HARAJLI *et al.* (1995), MOD4= HOLANDA (2002), MOD5= CHOI *et al.* (2007), MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010) e MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011).

12- PROPOSTA ANALÍTICA PARA O CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS RESIDUAIS À TRAÇÃO POR FLEXÃO f_{R1} , f_{R3} e f_{R4}

A caracterização de peças reforçadas com fibra de aço à tração pode ser realizada por meio de ensaios de tração direta, ou de compressão diametral ou de flexão. No que diz respeito aos ensaios de flexão, o RILEM TC 162-TDF (2002), além de descrever os procedimentos para a realização do referido ensaio, também avalia o comportamento à tração em termos das curvas *carga x deslocamento* e *carga x CMOD* (*Crack Mouth Opening Displacement*).

As resistências residuais à tração por flexão, f_{Ri} , são parâmetros obtidos experimentalmente com base nas curvas *carga x deslocamento* ou *carga x CMOD* e conforme sugerem as recomendações do RILEM TC 162-TDF (2003), são comumente utilizados no dimensionamento à flexão e ao cisalhamento de peças reforçadas com fibras de aço (ver o *Capítulo 3*). O referido documento, porém, não apresenta informações que correlacionem os valores de f_{Ri} a parâmetros ligados ao reforço com fibras, tais como, o volume de fibras, V_f , e o fator de forma, l_f/d_f . No que diz respeito ao cálculo de projetos, as recomendações da RILEM tornam-se pouco práticas, uma vez que os valores de f_{Ri} são dependentes de ensaios experimentais.

Sendo assim, o presente estudo tenciona apresentar uma base de dados consistente, a qual permitirá o desenvolvimento e a avaliação de formulações empíricas que correlacionem os valores de f_{Ri} com o parâmetro $V_f(l_f/d_f)$ para concretos com comportamento *softening*.

12.1- BASE DE DADOS (BD)

A base de dados utilizada na análise consistiu em 69 ensaios de flexão de vigas entalhadas, ver a Tabela F.1 do Anexo F. As referidas vigas, reforçadas apenas com fibras de aço do tipo *hooked*, e com volume de fibras, V_f , e fator de forma, l_f/d_f , variando, respectivamente, entre 0.13-1.25% e 50-80 apresentaram, de um modo geral, comportamento *softening*. Os valores de f_{Ri} apresentados na Tabela F.1 foram obtidos ou da curva *carga x deslocamento* ou da curva *carga x CMOD*, conforme estabelece o RILEM TC 162-TDF. A Figura 12.1 (a) e (b) e a equação Eq. 12.1 exemplificam o procedimento utilizado para estabelecer os valores de f_{Ri} .

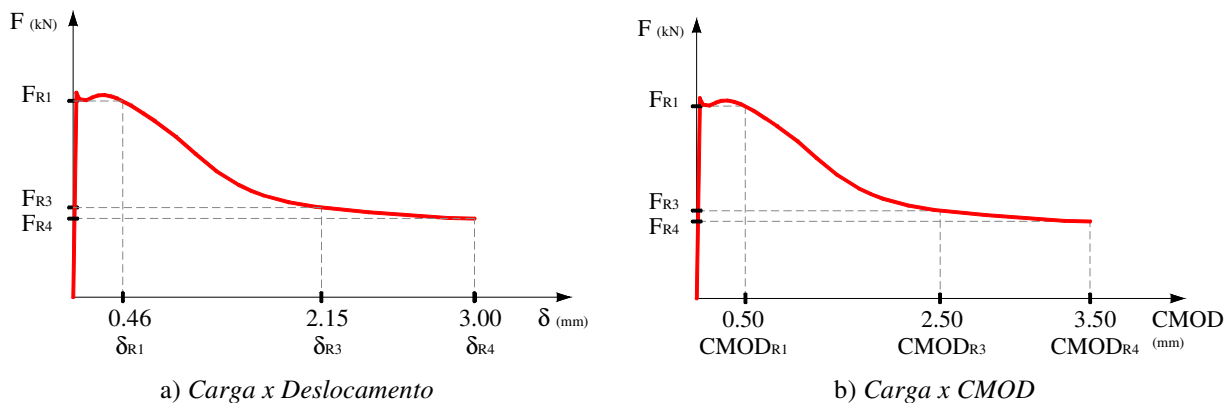


Figura 12.1- Procedimento para estabelecer os valores f_{Ri} – RILEM TC 162-TDF (2002)

$$f_{Ri} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_{Ri} \cdot L}{b \cdot h_{sp}^2} \quad [\text{N}, \text{mm}] \quad \text{Eq. (12.1)}$$

sendo f_{Ri} o valor da tensão residual à tração por flexão correspondente à carga F_{Ri} , F_{Ri} é o valor da carga correspondente à δ_{Ri} ou $CMOD_{Ri}$; L , b e h_{sp} são os valores, respectivamente, do vão, da largura e da altura da viga no plano do entalhe.

12.2- ANÁLISE DAS PROPOSTAS

A fase inicial da análise consistiu em estabelecer equações de tendência que representassem as relações $V_f(l/d_f) \times f_{Ri}$. Na sequência, as referidas equações foram julgadas quanto ao nível de conservadorismo e dispersão. O conservadorismo das equações foi analisado com base no parâmetro $\lambda_i = f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$, o qual representa a relação entre os valores de resistência obtidos experimentalmente e teoricamente. Os valores de λ_i também foram avaliados segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*, ver a Tabela 12.1.

Tabela 12.1- Critério de COLLINS (2001) - DPC

$\lambda_i = f_{Ri,exp}/f_{Ri,teo}$	Classificação	Penalidade
< 0.50	Extremamente perigoso	10
[0.50-0.85[Perigoso	5
[0.85-1.15[Segurança apropriada	0
[1.15-2.00[Conservador	1
≥ 2.00	Extremamente conservador	2

As relações entre os parâmetros f_{Ri} e $V_f(l/d_f)$ são apresentadas na Figura 12.2. Na sequência, as equações Eq. de 12.2 a 12.6 descrevem, respectivamente, a relação de f_{R1} , f_{R3} e f_{R4} com $V_f(l/d_f)$ e a relação de f_{R3} e f_{R4} com f_{R1} .

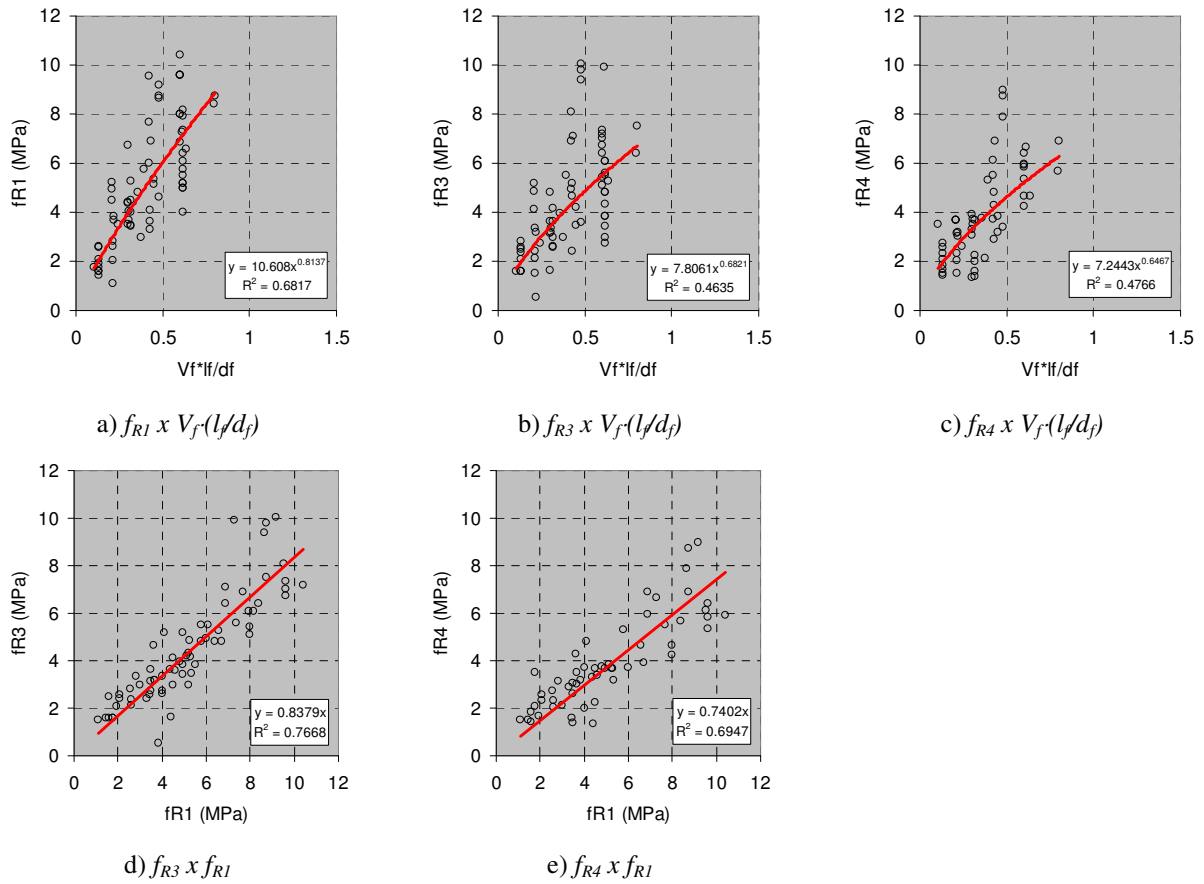


Figura 12.2- Relações entre os parâmetros f_{R1} , f_{R3} , f_{R4} e $V_f(l_f/d_f)$

$$f_{R1} = k_1 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{c1} = 10.5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.8} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (12.2)}$$

$$f_{R3} = k_2 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{c2} = 8.0 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.7} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (12.3)}$$

$$f_{R4} = k_3 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{c3} = 7.0 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.65} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (12.4)}$$

$$f_{R3} = k_4 \cdot f_{R1} = 0.85 \cdot f_{R1} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (12.5)}$$

$$f_{R4} = k_5 \cdot f_{R1} = 0.75 \cdot f_{R1} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (12.6)}$$

A análise das equações Eq. 12.2, 12.3 e 12.4 foi conduzida avaliando-se o comportamento do parâmetro λ_i quanto à dispersão dos resultados e quanto ao critério apresentado na Tabela 12.1. Os resultados da análise são apresentados na Figura 12.3, onde se verifica a precisão, a

porcentagem de resultados seguros ($\lambda_i \geq 1$) e a dispersão dos resultados, por meio da curva “*box and whiskers*”. Por fim, a Tabela 12.2 apresenta o resumo estatístico da análise.

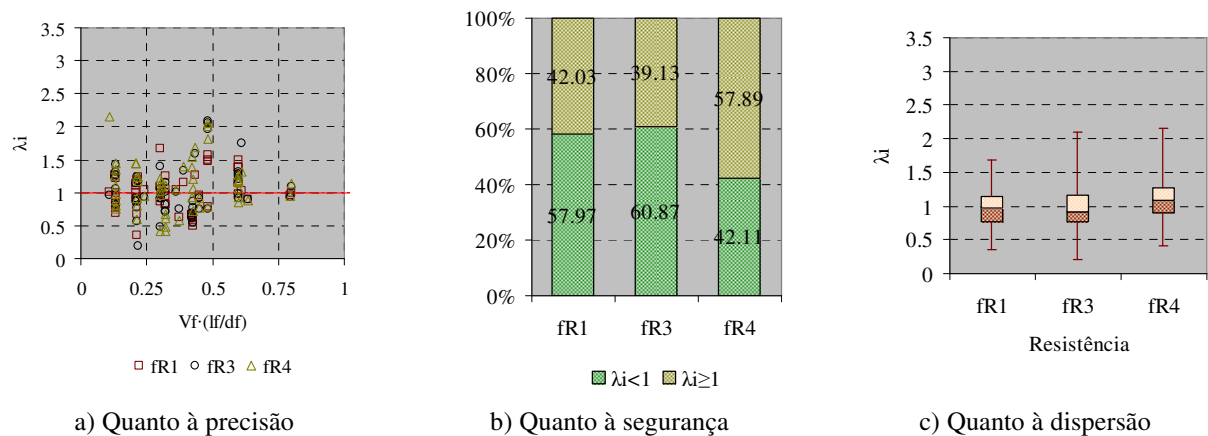


Figura 12.3- Análise dos resultados

Tabela 12.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001) - DPC

Parâmetro	f_{R1}		f_{R3}		f_{R4}	
	Nº peças	Penal.	Nº peças	Penal.	Nº peças	Penal.
λ_i						
< 0.50	1	10	3	30	4	40
[0.50-0.85[22	110	23	115	11	55
[0.85-1.15[31	0	25	0	19	0
[1.15-2.00[15	15	16	16	21	21
≥ 2.00	0	0	2	4	3	6
Total	69	135	69	165	58	122
Resumo estatístico						
Parâmetro	f_{R1}		f_{R3}		f_{R4}	
Média (Med)	0.98		0.99		1.10	
DP	0.27		0.36		0.38	
CV (%)	27.88		36.08		34.53	

Os resultados apresentados na Figura 12.3 e na Tabela 12.2 mostraram que as equações Eq. 12.2, 12.3 e 12.4 apresentaram prescrições significativas contra a segurança. Visando aprimorar a performance das referidas equações, outros valores para os coeficientes k_1 , k_2 e k_3 foram avaliados. Após a análise paramétrica sobre os referidos coeficientes, as equações Eq. 12.7, 12.8 e 12.9 apresentam as novas formulações que correlacionam f_{Ri} e $V_f \cdot (l_f/d_f)$. Finalizando o estudo, a Figura 12.4 e a Tabela 12.3 apresentam os resultados obtidos com as novas equações.

$$f_{R1} = k_1 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{c1} = 7.5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.8} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (12.7)}$$

$$f_{R3} = k_2 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{c2} = 6.0 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.7} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (12.8)}$$

$$f_{R4} = k_3 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{c3} = 5.5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.65} \quad [\text{MPa}] \quad \text{Eq. (12.9)}$$

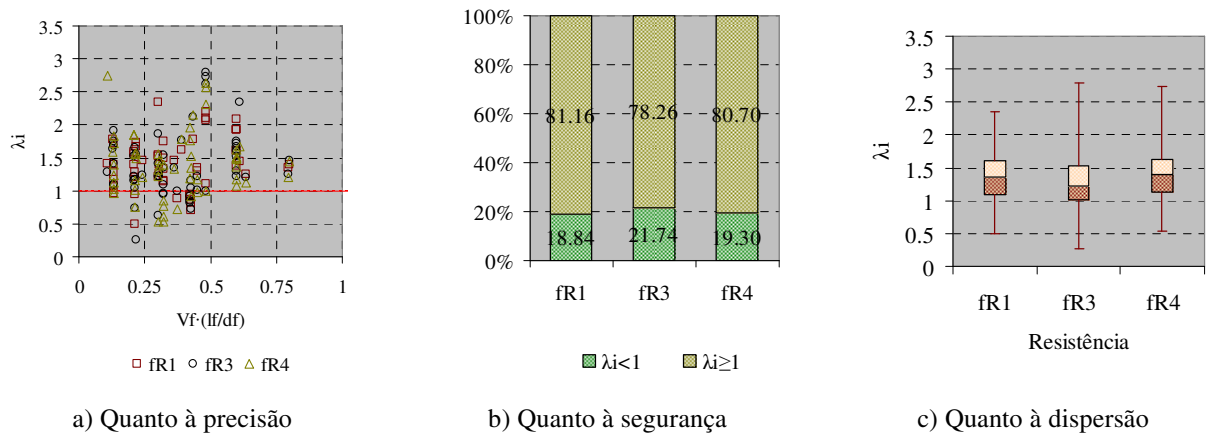


Figura 12.4- Análise dos resultados

Tabela 12.3- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001) - DPC

Parâmetro	f_{R1}		f_{R3}		f_{R4}	
	Nº peças	Penal.	Nº peças	Penal.	Nº peças	Penal.
$\lambda_i < 0.50$	0	0	1	10	0	0
$[0.50-0.85[$	4	20	7	35	6	30
$[0.85-1.15[$	17	0	18	0	10	0
$[1.15-2.00[$	43	43	38	38	36	36
≥ 2.00	5	10	5	10	5	10
Total	69	73	69	93	57	76
Resumo estatístico						
Parâmetro	f_{R1}		f_{R3}		f_{R4}	
Média (Med)	1.37		1.32		1.40	
DP	0.38		0.48		0.49	
CV (%)	27.88		36.08		34.53	

Os resultados apresentados na Figura 12.4 e na Tabela 12.3 mostraram respostas mais conservadoras, porém, com penalidades menos severas, confirmando assim a melhor performance das equações Eqs. 12.7, 12.8 e 12.9, sobre as respectivas Eqs. 12.2, 12.3 e 12.4. As referidas equações, Eqs. 12.7, 12.8 e 12.9, apesar de práticas, são aplicadas apenas aos concretos com comportamento *softening* e precisam ser utilizadas cautelosamente, pois a sua natureza empírica pode conduzir à resultados pouco satisfatórios.

13- PROPOSTA ANALÍTICA PARA ESTABELECER O CRITÉRIO DE RUÍNA À PUNÇÃO DE LAJES DE CRFA

Em 1991, Muttoni e Schwartz discutiram o comportamento estrutural das lajes desprovidas de armadura de cisalhamento (estribos, *studs*, etc) à punção. Nesta pesquisa, os autores concluíram que a carga última à punção é inversamente proporcional a abertura da fissura crítica, w , que se forma nas proximidades do pilar, e que w poderia ser representada simplificada pelo produto *rotação x altura útil* da laje, ou seja, $w = \psi \cdot d$. Em 2003, Muttoni apresentou melhorias na formulação empírica que descreve o critério de ruína das lajes lisas. Em 2008 o referido autor apresentou uma proposta para o cálculo da resistência à punção de peças sem armadura de cisalhamento com base na *Critical Shear Crack Theory*, em que, avalia-se a carga última da peça em função do critério de ruína e em função da relação *carga x rotação*.

O presente capítulo tenciona apresentar e avaliar uma proposta empírica que descreva o critério de ruína das lajes lisas reforçadas com fibras de aço. Posteriormente, o referido critério será utilizado no cálculo da resistência à punção de lajes reforçadas com fibras.

A proposta do critério de ruína foi fundamentada nos ensaios experimentais mostrados na Tabela E.1 do Anexo E, os quais compuseram a base de dados desta análise. As lajes apresentadas na referida tabela não apresentavam qualquer tipo de armadura de cisalhamento (estribos/*studs*) e foram ensaiadas simetricamente (ausência de momentos fletores desbalanceados) até a ruína, a qual foi por puncionamento. Dentre as 154 lajes listadas, 37 peças não foram reforçadas com fibras, enquanto as 117 lajes restantes foram reforçadas com fibras de aço do tipo “*hooked*”, “*twisted*”, “*crimped*”, “*corrugated*”, “*paddle*” e “*Japanese*”.

A base de dados utilizada nesta pesquisa abrangeu uma ampla variedade de ensaios, ressaltando-se que as peças apresentaram propriedades que variaram em: $f_c \in [14;93]$ MPa, $d \in [13;180]$ mm, $\rho \in [0.4;2.75]$ %, $V_f \leq 2.0\%$ e $l_f/d_f \leq 100$. Dentre as lajes em concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) verificou-se que em 111 lajes o CRFA foi aplicado em toda a volumetria da laje, enquanto em 6 lajes o CRFA foi aplicado apenas numa região próxima da área carregada. Quanto à simulação da ligação *laje x pilar*, foram observados os casos em que o pilar era ligado monoliticamente à laje e os casos em que o pilar era simulado por placas de aço. A seção transversal dos pilares, ou das placas de aço, variou em quadrada e circular.

13.1- APRESENTAÇÃO DO CRITÉRIO DE RUÍNA

Admitindo-se que a resistência à punção de uma laje convencional (sem fibra) possa ser estabelecida segundo o método da seção crítica, ou seja, em que a tensão resistente, v_R , é definida como o valor da carga de punção, V_u , dividida pela área de uma superfície crítica normal ao plano da laje, $b_0 \cdot d$, pode-se escrever que:

$$v_R = \frac{V_u}{b_0 \cdot d} \quad \text{Eq. (13.1)}$$

onde b_0 representa o perímetro crítico distante $\alpha \cdot d$ da face do pilar (ver a Figura 13.1).

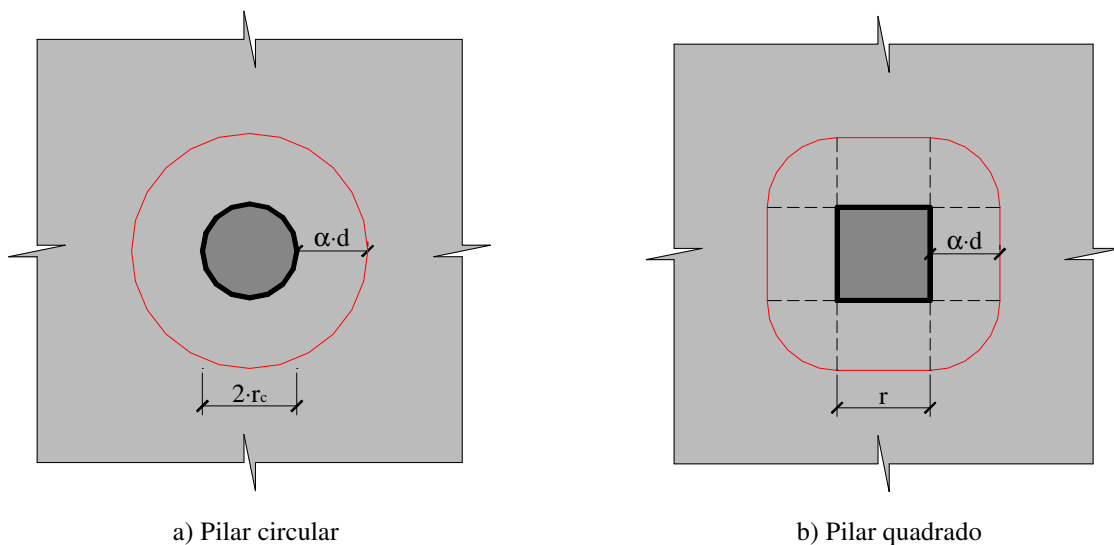


Figura 13.1- Perímetro crítico adotado no cálculo da punção

Admite-se que a contribuição da parcela resistente da fibra possa ser incorporada à equação Eq.13.1 por meio do fator k_f , conforme mostra a equação abaixo.

$$v_R = \frac{V_u}{b_0 \cdot d} \cdot \frac{1}{k_f^{a_1}} \quad \text{Eq. (13.2)}$$

onde k_f é um fator que depende das propriedades das fibras, tais como, V_f , l_f/d_f e τ_b , sendo τ_b (ver equação Eq. 13.3) o valor da resistência de aderência interfacial entre a fibra e o concreto. A constante a_1 define a intensidade com que as fibras influenciam a resistência da laje.

$$\tau_b = \begin{cases} 0.8 \cdot \sqrt{f_c} & \text{para fibra "hooked"} \\ 0.6 \cdot \sqrt{f_c} & \text{para fibra "crimped"} \\ 0.4 \cdot \sqrt{f_c} & \text{para fibra "straight"} \end{cases} \quad \text{Eq. (13.3)}$$

Com o intuito de adaptar a equação Eq. 13.2 à teoria da fissura crítica proposta por MUTTONI (2003), escreve-se a referida equação em função da abertura, w , e da rugosidade da fissura, sendo o último parâmetro descrito em função do diâmetro do agregado, d_0 , conforme mostra a equação Eq. 13.4. Entretanto, segundo MUTTONI e SCHWARTZ (1991), o valor de w é assumido ser proporcional ao produto $\psi \cdot d$, sendo assim, a equação Eq. 13.4 pode ser reescrita na equação Eq. 13.5.

$$\frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot k_f^{a_1}} = v_c \cdot f(w, d_0) \quad \text{Eq. (13.4)}$$

$$\frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot k_f^{a_1}} = \frac{a_2 \cdot v_c}{a_3 + a_4 \cdot \psi \cdot d} \quad \text{Eq. (13.5)}$$

De acordo com MUTTONI (2008), pesquisas como as de Walraven e de Vecchio e Collins propõem que a contribuição do engrenamento dos agregados na resistência ao cisalhamento pode ser considerada multiplicando-se o valor de $\psi \cdot d$ por k_{dg} , $k_{dg} = 1/(d_{g0} + d_g)$, sendo $d_{g0} = 16$ mm (diâmetro de referência) e d_g o valor do diâmetro máximo do agregado. Nos concretos leves, admite-se $d_g = 0$, uma vez que a fissura desenvolve-se através do agregado. Sendo assim, apresenta-se a equação Eq. 13.6, a qual descreve o critério de ruína da laje reforçada com fibras de aço.

$$\frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot k_f^{a_1}} = \frac{a_2 \cdot v_c}{a_3 + a_4 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \quad \text{Eq. (13.6)}$$

sendo v_c o valor da tensão limite de cisalhamento da laje. Os valores das constantes a_i ($i=1, 2, 3$ e 4) e dos parâmetros k_f e v_c , serão definidos posteriormente. Nas análises realizadas nesta pesquisa, admitiu-se satisfatório definir o valor da rotação ψ em função da flecha w (ver as equações Eq. 13.7 e 13.8), uma vez que w é uma grandeza comumente monitorada nos ensaios. As variáveis envolvidas na referida equação são explicadas na Figura 13.2.

$$\psi = \frac{2 \cdot w}{L - r} \quad (\text{Pilar com seção transversal quadrado}) \quad \text{Eq. (13.7)}$$

$$\psi = \frac{2 \cdot w}{L - 2 \cdot r_c} \quad (\text{Pilar com seção transversal circular}) \quad \text{Eq. (13.8)}$$

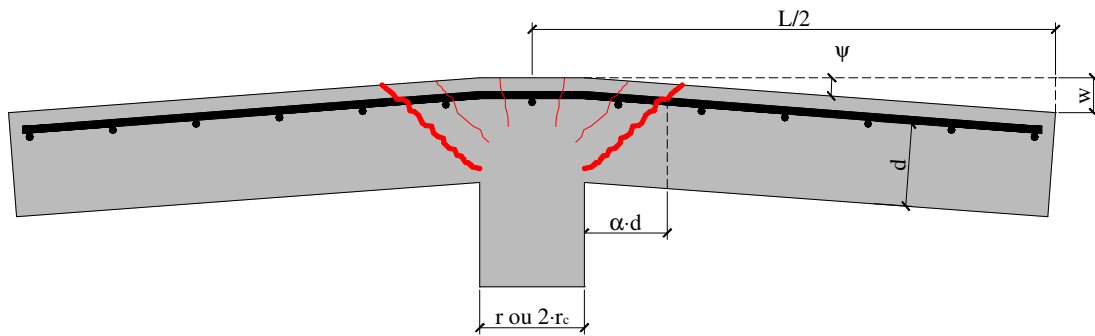


Figura 13.2- Cálculo aproximado da rotação

13.2- PROPOSTAS PARA O CRITÉRIO DE RUÍNA

Os valores das constantes a_i , as quais definem a equação Eq. 13.6, foram estabelecidas com base em análises empíricas sobre os resultados mostrados na Tabela E.1 (Anexo E). Os parâmetros b_0 , distante $d/2$ da face do pilar, e v_c foram baseados nas prescrições do ACI 318 (2008), ver, respectivamente, as equações Eq. 13.9 e 13.10.

$$b_0 = 4 \cdot r + \pi \cdot d \quad (\text{pilar quadrado}) \quad \text{Eq. (13.9)}$$

$$v_c = 0.33 \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{Eq. (13.10)}$$

sendo r a dimensão do pilar quadrado.

Quanto ao fator k_f , foram sugeridas três propostas para representar a influência das fibras sobre o critério de ruína das lajes. As propostas foram baseadas nas grandezas V_f , l_f/d_f e τ_b conforme mostram as equações abaixo.

$$k_f = V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \quad \text{Proposta 01} \quad \text{Eq. (13.11)}$$

$$k_f = V_f \quad \text{Proposta 02} \quad \text{Eq. (13.12)}$$

$$k_f = V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \cdot \tau_b \quad \text{Proposta 03} \quad \text{Eq. (13.13)}$$

As Figuras de 13.3 a 13.5 apresentam os resultados preliminares da análise empírica. Nestas análises, adotou-se a_1 variando em 1/3, 1/2 e 1 e $a_2=1$. Nas Figuras de 13.3 a 13.5 também se adotou uma notação simplificada sobre os eixos das abscissas e das ordenadas, a qual facilitou a obtenção das constantes a_3 e a_4 . A referida notação é apresentada nas expressões seguintes.

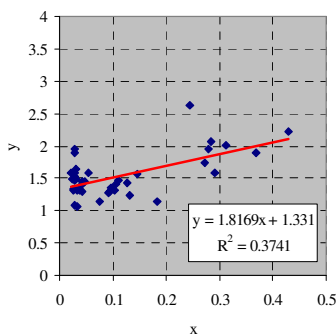
$$\frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot k_f^{a_1}} = \frac{1}{y} \quad \text{Eixo das ordenadas} \quad \text{Eq. (13.14)}$$

$$\frac{a_2}{a_3 + a_4 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} = \frac{a_2}{a_3 + a_4 \cdot x} \quad \text{Eixo das abscissas} \quad \text{Eq. (13.15)}$$

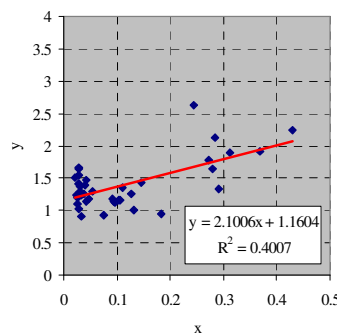
$$y = \frac{a_3 + a_4 \cdot x}{a_2} = a_3 + a_4 \cdot x \quad \text{Notação simplificada} \quad \text{Eq. (13.16)}$$

sendo Eq. 13.16 as equações apresentadas junto aos gráficos das Figuras de 13.3 a 13.5.

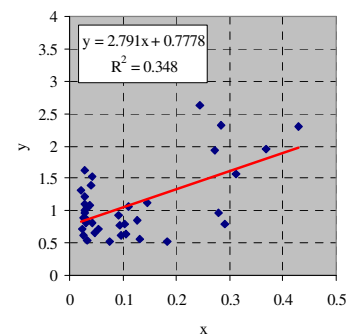
Com o intuito de evitar os resultados que pudessem comprometer a confiabilidade da análise, as lajes com $d < 80$ mm foram descartadas, visto que o fator de escala pode influenciar negativamente nos resultados. Além disto, as lajes que apresentaram uma perda de 15% na resistência à compressão do concreto devido à adição das fibras, também foram desconsideradas, pois, a referida perda traduz-se em processo de preparo inadequado do concreto.



a) $a_1=1/3$

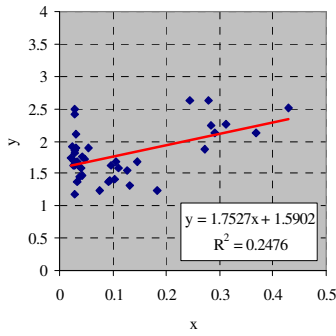


b) $a_1=1/2$

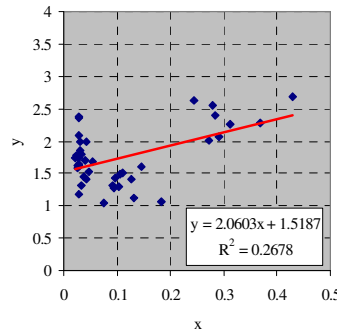


c) $a_1=1$

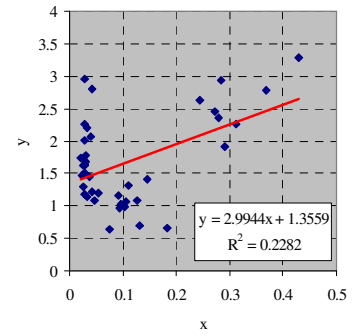
Figura 13.3- Proposta 01



a) $a_j=1/3$

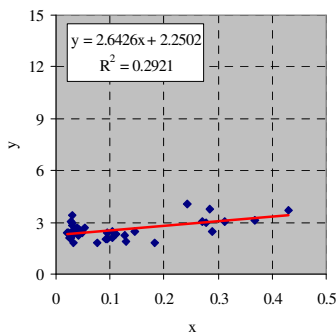


b) $a_j=1/2$

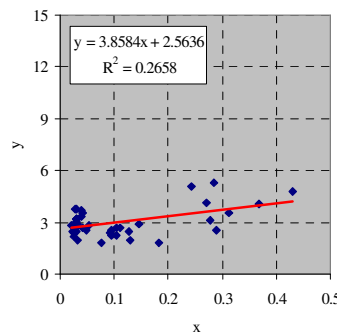


c) $a_j=1$

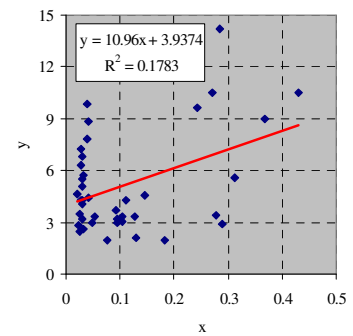
Figura 13.4- Proposta 02



a) $a_j=1/3$



b) $a_j=1/2$



c) $a_j=1$

Figura 13.5- Proposta 03

A análise dos gráficos mostrou que os resultados mais satisfatórios, ou seja, com o valor de R^2 menos comprometido, foram apresentados pela Proposta 01, nas Figuras 13.3 (a) e (b), onde, a princípio, verificaram-se os resultados menos dispersos. Na seção seguinte, as respostas fornecidas pelas Figuras 13.3 (a) e (b) serão julgadas com maior rigor.

13.3- ANÁLISE CRITERIOSA DAS PROPOSTAS PARA O CRITÉRIO DE RUÍNA

A presente análise consiste em avaliar a dispersão e o nível de conservadorismo das duas propostas estabelecidas anteriormente para descrever o critério de ruína de lajes lisas reforçadas com fibras de aço. Para este propósito, será julgado o parâmetro $\lambda = V_{exp,i}/V_{teo,i}$, ($i=1,2$) o qual relaciona os resultados experimentais e teóricos. Os valores de λ também serão avaliados segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*, ver a Tabela 13.1. Nestas análises, as propostas apresentadas nas Figuras 13.3 (a) e (b) para o critério de ruína (*Failure Criterion*) são designadas, respectivamente por FC1 e FC2. Os resultados teóricos e experimentais que definem o parâmetro λ foram obtidos pelas seguintes equações:

Resultados teóricos:

$$V_{teo,1} = \frac{1}{1.33 + 1.82 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \quad \text{Proposta FC1} \quad \text{Eq. (13.17)}$$

$$V_{teo,2} = \frac{1}{2.1 + 1.16 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \quad \text{Proposta FC2} \quad \text{Eq. (13.18)}$$

Resultados experimentais:

$$V_{exp,1} = \frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{1/3}} \quad \text{Proposta FC1} \quad \text{Eq. (13.19)}$$

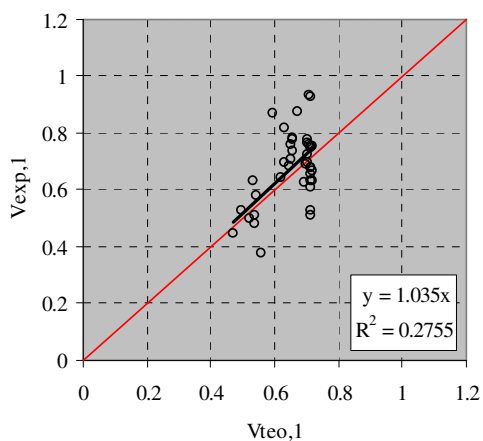
$$V_{exp,2} = \frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{1/2}} \quad \text{Proposta FC2} \quad \text{Eq. (13.20)}$$

Tabela 13.1- Adaptação do critério de COLLINS (2001) - DPC

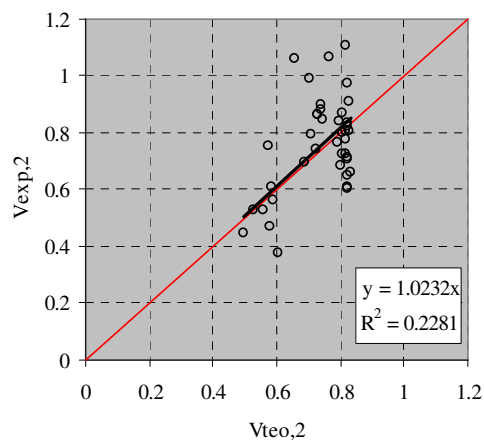
$\lambda = V_{exp,i} / V_{teo,i}$	Classificação	Penalidade
< 0.50	Extremamente perigoso	10
[0.50-0.85[Perigoso	5
[0.85-1.15[Segurança apropriada	0
[1.15-2.00[Conservador	1
≥ 2.00	Extremamente conservador	2

O desempenho das propostas é apresentado na Figura 13.6. Nas Figuras 13.6 (a) e (b) mostram-se as precisões dos modelos, relacionando-se $V_{exp,i}$ e $V_{teo,i}$. Na Figura 13.6 (c) é apresentada a porcentagem de resultados favoráveis à segurança, $\lambda \geq 1$, e finalizando, a Figura 13.6 (d) apresenta a dispersão dos resultados por meio da curva “*box and whiskers*”, a qual exibe os valores mínimo, máximo, primeiro (Q1), segundo (Q2) e terceiro (Q3) quartil.

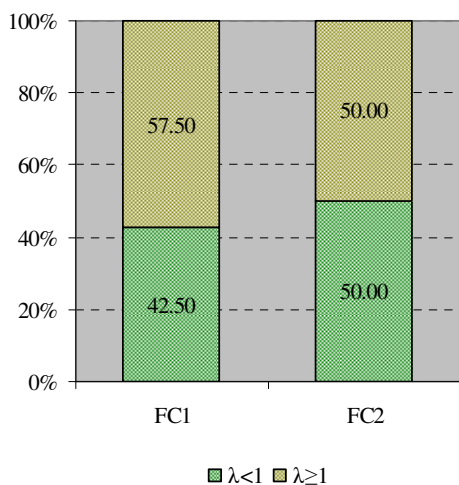
O resumo da análise é apresentado na Tabela 13.2, a qual exibe a classificação das propostas segundo a adaptação do critério de Collins e apresenta valores estatísticos como a média (Med), o desvio padrão (DP) e o coeficiente de variação (CV).



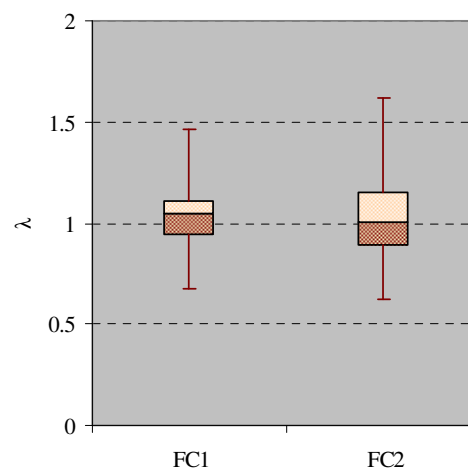
a) Precisão de FC1



b) Precisão de FC2



c) Avaliação da segurança



d) Avaliação da dispersão

Figura 13.6- Análise dos resultados

Tabela 13.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001)

Propostas	FC1		FC2	
	Nº peça	Penal.	Nº peça	Penal.
$\lambda = V_{exp,i}/V_{teo,i}$				
< 0.50	0	0	0	0
[0.50-0.85[3	15	6	30
[0.85-1.15[28	0	24	0
[1.15-2.00[9	9	10	10
≥ 2.00	0	0	0	0
Total	40	24	40	40
Resumo estatístico				
Propostas	FC1		FC2	
Média (Med)	1.04		1.03	
DP	0.17		0.21	
CV (%)	15.97		19.94	

A Figura 13.6 e a Tabela 13.2 mostraram que as respostas da proposta FC1 foram mais satisfatórias que as da proposta FC2, sendo assim, sugerem-se as considerações de FC1, ver a

Figura 13.3 (a), para representar o critério de ruína das lajes lisas reforçadas com fibras de aço. A expressão final do referido critério é apresentada na equação Eq. 13.21.

$$\frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot k_f^{1/3}} = \frac{1}{1.33 + 1.82 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sendo :} \\ b_0 = 4 \cdot r + \pi \cdot d \text{ (pilar quadrado)} \\ k_f = V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \\ k_{dg} = \frac{1}{d_{g0} + d_g} \end{array} \right.$$

Eq. (13.21)

A equação Eq. 13.21 apesar de descrever satisfatoriamente o critério de ruína das lajes lisas reforçadas com fibras de aço, apresenta o inconveniente de não ser aplicável ao caso de $V_f=0$. Para transpor este inconveniente, introduzem-se à equação Eq. 13.21 os coeficientes λ_f e μ_f , os quais adaptam a referida equação aos casos de $V_f=0$. Por fim, a expressão final que descreve o critério de ruína das lajes reforçadas com fibras de aço é apresentada pela equação Eq. 13.22. A comparação da equação Eq. 13.22 com os resultados experimentais apresentados na Tabela E.1 (Anexo E) e os do presente estudo é ilustrada na Figura 13.7.

$$\frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot [\lambda_f + k_f^{1/3}]} = \frac{1}{1.33 + 20 \cdot \mu_f \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \quad \text{Eq. (13.22)}$$

onde,

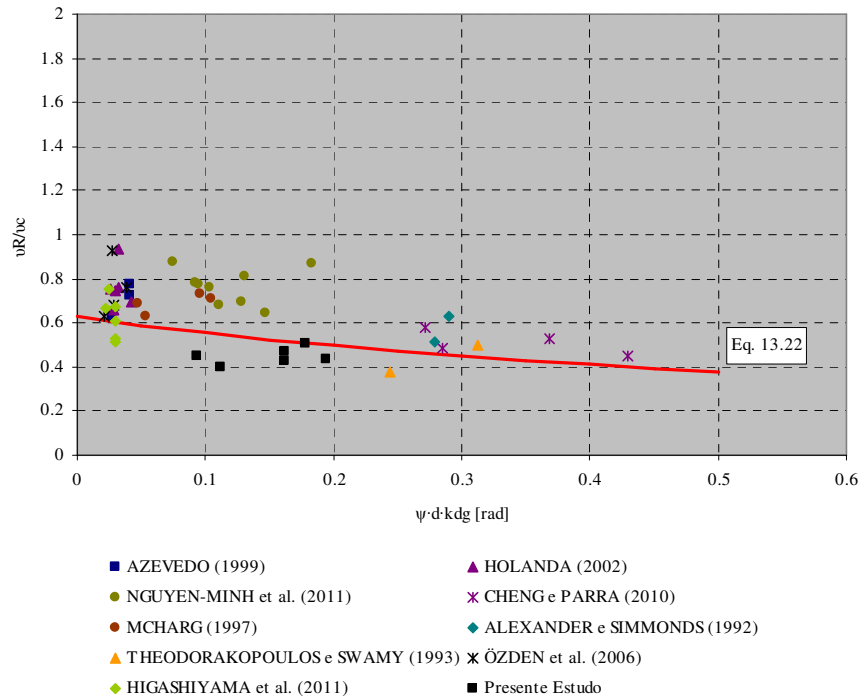
$$k_f = V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \quad \text{Eq. (13.23)}$$

$$\lambda_f = \begin{cases} 0 & \text{se } V_f \neq 0 \\ 1 & \text{se } V_f = 0 \end{cases} \quad \text{Eq. (13.24)}$$

$$\mu_f = \begin{cases} 1/11 & \text{se } V_f \neq 0 \\ 1 & \text{se } V_f = 0 \end{cases} \quad \text{Eq. (13.25)}$$

Quando $V_f=0$, a equação Eq. 13.22 assume a forma apresenta na equação Eq. 13.26, a qual corresponde ao critério de ruína proposto por RUIZ e MUTTONI (2008), ver seção 6.1.11.

$$\frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{1}{1.33 + 20 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} = \frac{3/4}{1 + 15 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \quad \text{Eq. (13.26)}$$



sendo,

$$\frac{v_R}{v_c} = \frac{V_u}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot [\lambda_f + k_f^{1/3}]} \quad (\text{carga normalizada})$$

Figura 13.7- Critério de ruína adotado – *Experimental x Teórico*

A expressão empírica sugerida para descrever o critério de ruína das lajes reforçadas com fibras de aço, Eq. 13.22, apresentou respostas satisfatórias, entretanto, os resultados do presente estudo, mostraram que o desenvolvimento de uma formulação fundamentada em conceitos mecânicos/físicos é necessário para estabelecer-se com maior rigor o momento da ruína das lajes de CRFA.

14- PROPOSTAS ANALÍTICAS PARA ESTABELEECER A RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO DE LAJES DE CRFA E A CONTRIBUIÇÃO DA FIBRA $V_{R,f}$ NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

O presente estudo tenciona adaptar as formulações de MUTTONI (2008) aos casos de lajes lisas reforçadas com fibras de aço. Para isto, será discutida a relação *carga x rotação*, a qual combinada ao critério de ruína apresentado no *Capítulo 13* permitirá o cálculo da resistência última à punção de lajes reforçadas com fibras. Além disto, também será apresentada uma proposta, a qual se baseia nos estudos de MUTTONI e RUIZ (2010) e adota a lei constitutiva *tensão x abertura de fissura* sugerida pelo CEB-FIP (2010) para estabelecer a parcela de contribuição da fibra de aço na resistência à punção.

14.1- RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO

A relação *carga x rotação* apresentada neste trabalho é fundamentada nas recomendações propostas por MUTTONI (2008). A referida relação será estabelecida analisando-se uma laje com propriedades axissimétricas, ver a Figura 14.1 (a), e que se encontra sob carregamento crescente. Em estágios avançados de carga observa-se que o padrão de fissuração divide a laje em segmentos radiais. Cada segmento é delimitado pela fissura tangencial que se forma próximo ao pilar, por duas fissuras radiais e pelo bordo da laje, ver a Figura 14.1 (b).

De acordo com KINNUNEN e NYLANDER (1960), SHEHATA (1985), ALEXANDER e SIMMONDS (1991), os referidos segmentos rotacionam como corpos rígidos em torno do ponto que passa pela base da fissura de cisalhamento, ver a Figura 14.1 (c). O comportamento de corpo rígido permite assumir que a região da laje localizada além da fissura crítica apresenta rotação ψ constante, ver a Figura 14.1 (c). Segundo MUTTONI e SCHWARTZ (1991), a transmissão do esforço cortante V na ligação *laje x pilar* ocorre pela formação de uma biela de compressão que se localiza na região externa à fissura crítica, ver a Figura 14.1 (c). Esta hipótese permite adotar momento fletor radial constante na região interna à fissura crítica, uma vez que as forças nas armaduras radiais também são constantes nesta região.

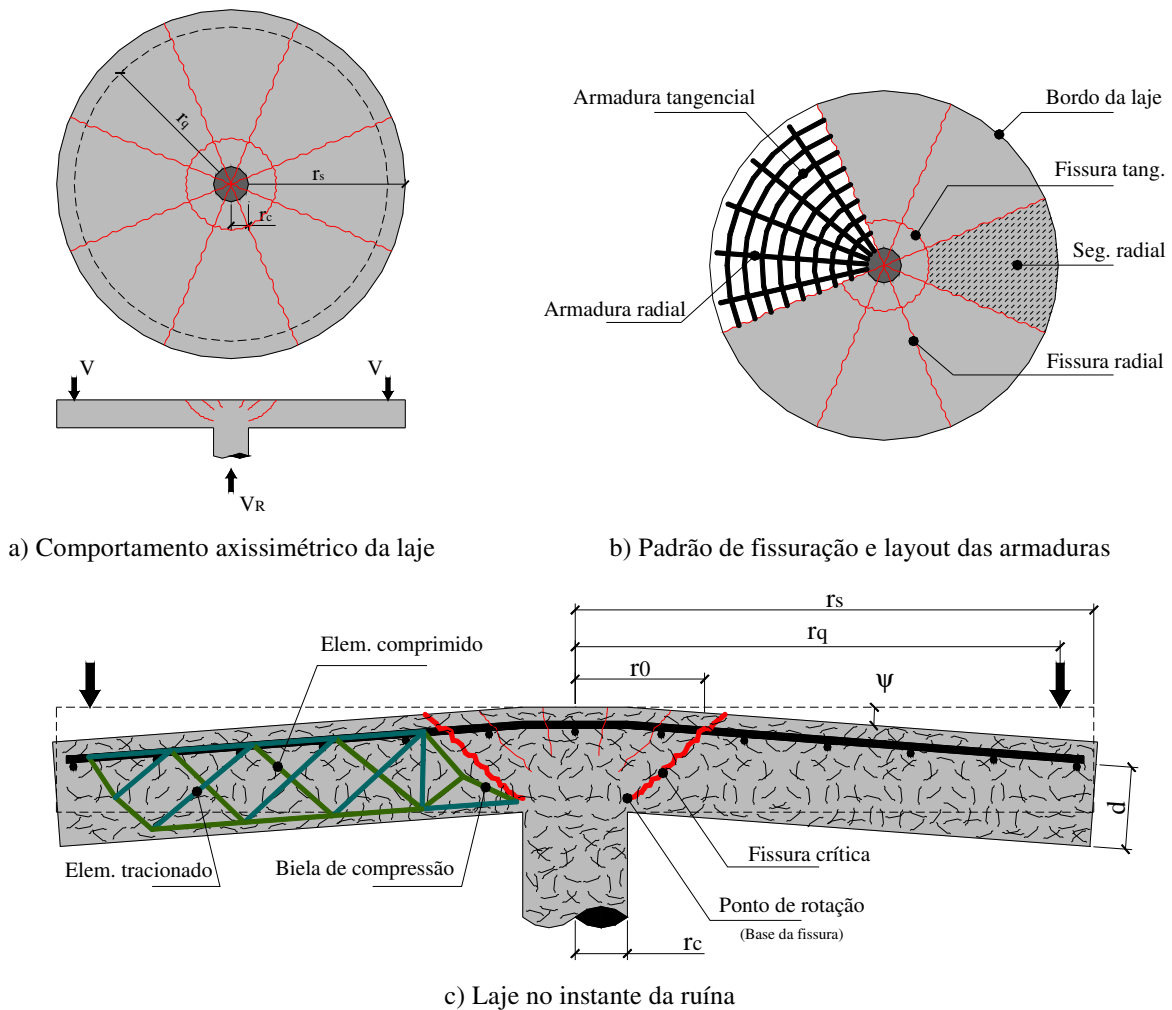


Figura 14.1- Características das lajes

Na Figura 14.1 (a), os valores r_c , r_0 , r_q e r_s , indicam, respectivamente, os raios da seção do pilar, da posição da superfície crítica, $r_0=r_c+d/2$, da posição da carga e do bordo da laje. Os esforços que se desenvolvem no segmento radial são apresentados na Figura 14.2 (a), onde F_{cr} e F_{sr} representam as resultantes das forças provenientes do concreto e da armadura na direção radial e F_{ct} e F_{st} referem-se às resultantes das forças do concreto e da armadura na direção tangencial. As tensões de tração $\sigma_{f,r}$ e $\sigma_{f,t}$ representam a contribuição das fibras nas direções radial e tangencial e por fim, V e V_R representam as forças cortantes solicitante e resistente. Os binários oriundos das forças do concreto, das armaduras e das resultantes das tensões de tração $\sigma_{f,r}$ e $\sigma_{f,t}$ nas direções radial e tangencial, ver a Figura 14.2 (a), são transcritos na Figura 14.2 (b) na forma de momentos fletores m_r e m_t , os quais representam, os momentos radial e tangencial (no valor de m_r foram desconsideradas as componentes verticais da armadura, *dowel actions*, e das fibras).

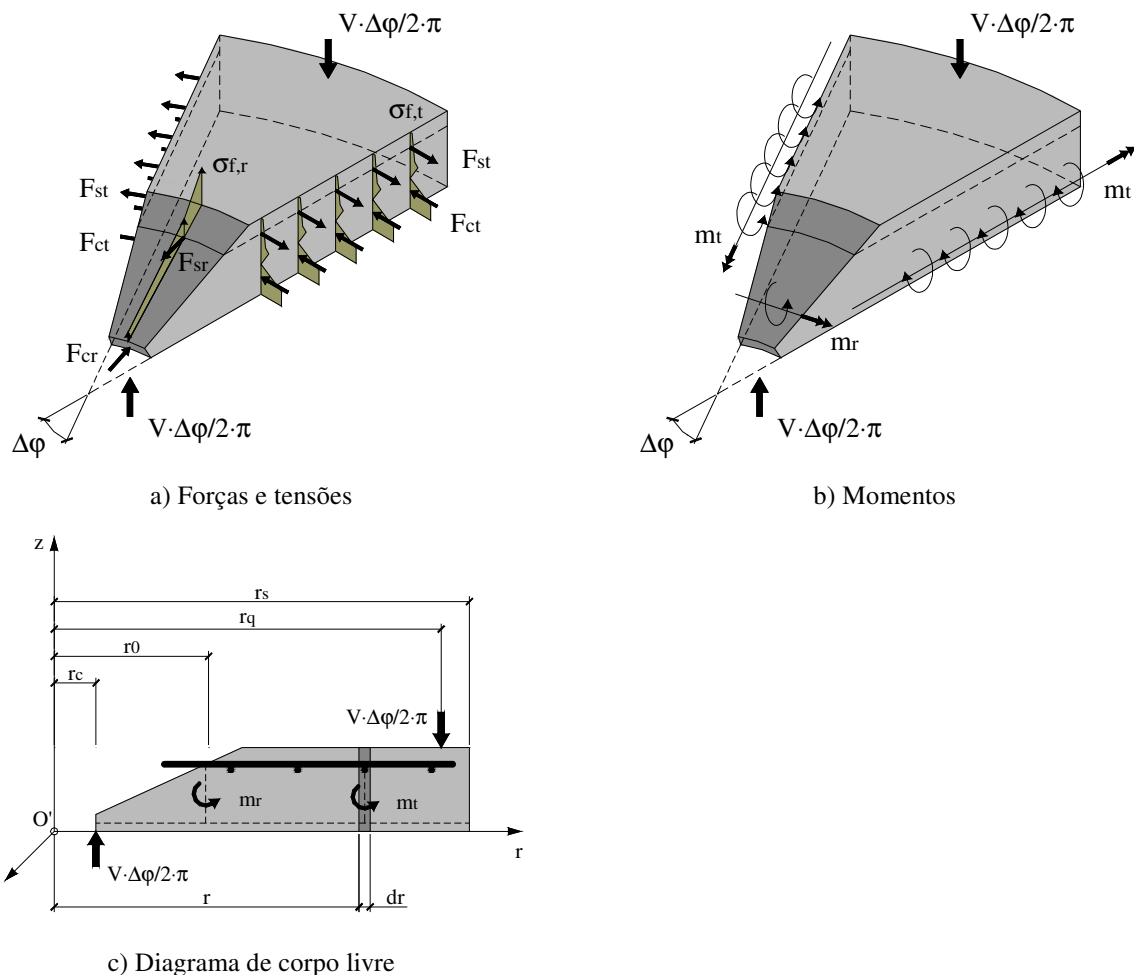


Figura 14.2- Esforços atuantes no segmento radial

A representação exibida na Figura 14.2 (c) descreve uma peça axissimétrica, entretanto, quando a ligação *laje x pilar* apresenta geometria quadrada, admite-se que esta ligação possa ser convertida em uma peça axissimétrica equivalente aplicando-se as correlações apresentadas nas equações Eq. de 14.1 a 14.3. A dedução das referidas equações são discutidas no Anexo G.1. As grandezas apresentadas nas referidas equações são explicadas na Figura 14.3.

$$r_{c,eq} = \frac{2 \cdot r}{\pi} \quad \text{Eq. (14.1)}$$

$$r_{q,eq} = \begin{cases} b_{q,c} & \text{para condição de apoio circular} \\ b_{q,q} & \text{para condição de apoio quadrado} \end{cases} \quad \text{Eq. (14.2)}$$

$$r_{s,eq} = \frac{2}{\pi} \cdot \left[2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (L - r) + r \right] \quad \text{Eq. (14.3)}$$

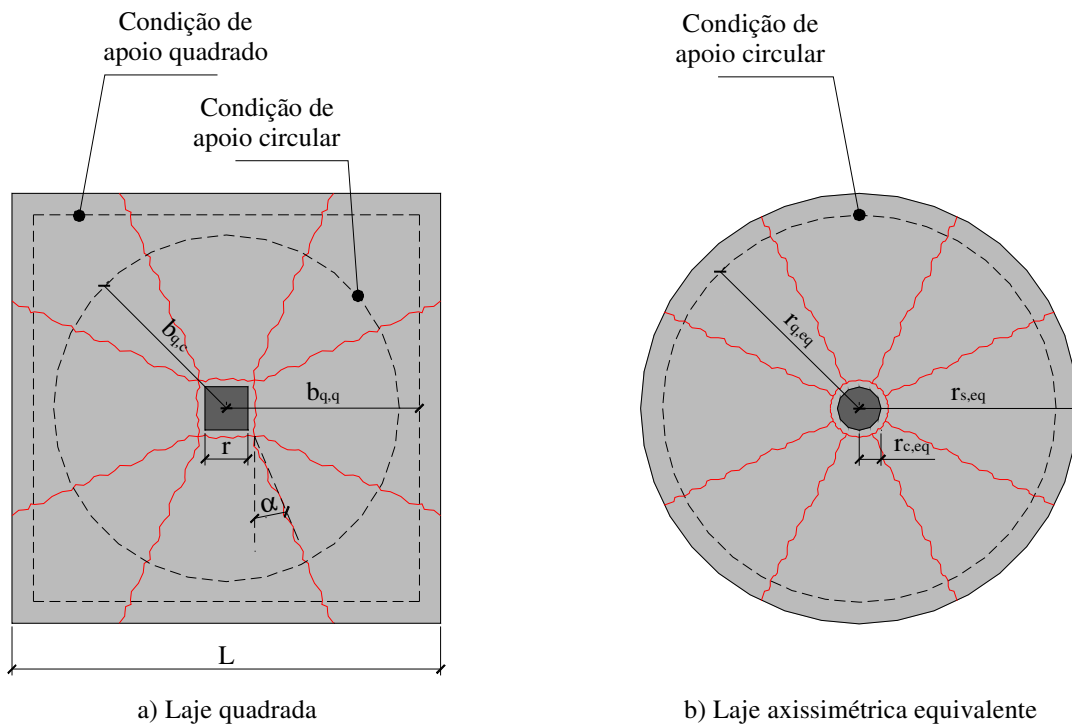


Figura 14.3- Correlação entre lajes quadradas e axissimétricas

Conforme apresentado em GUANDALINI (2005) e MUTTONI (2008), a relação *carga x rotação* de uma laje com características axissimétrica pode ser obtida diretamente do diagrama *momento x curvatura*, ou quadrilinear (4L) ou bilinear (2L), ver a Figura 14.4.

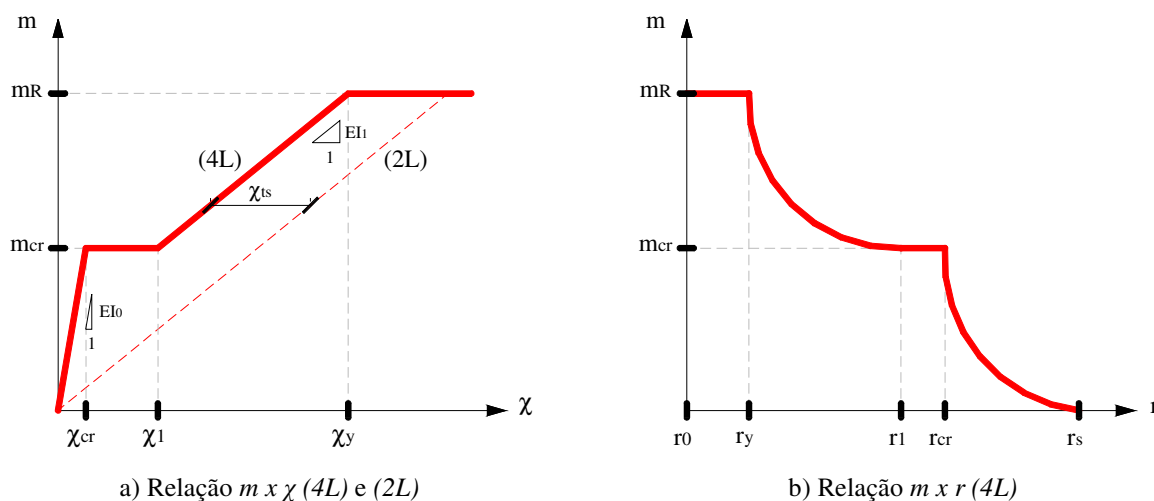


Figura 14.4- Relação $m \times \chi$ e $m \times r$

Na Figura 14.4, os valores de m_{cr} e m_R representam, respectivamente, o momento de fissuração e o momento resistente último da peça. Os valores de $E \cdot I_0$ e $E \cdot I_1$ são a rigidez da peça antes e após a fissuração. Os valores r_{cr} , r_l e r_y são as distâncias sobre a laje, medidas do centro do pilar, referentes às curvaturas χ_{cr} , χ_l e χ_y , onde os índices dizem respeito, respectivamente, ao início da fissuração, à estabilização das fissuras e ao escoamento da armadura.

Sendo assim, realizando-se o equilíbrio dos momentos em relação ao ponto O' , Figura 14.2 (c), obtém-se:

$$\sum_{O'} M = 0 \quad \text{Eq. (14.4)}$$

$$V(\psi) \cdot \frac{\Delta\varphi}{2 \cdot \pi} \cdot r_c - V(\psi) \cdot \frac{\Delta\varphi}{2 \cdot \pi} \cdot r_q + m_r(\psi) \cdot \Delta\varphi \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot \Delta\varphi \cdot dr = 0 \quad \text{Eq. (14.5)}$$

$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_r(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot dr \quad \text{Eq. (14.6)}$$

Na equação Eq. 14.6, o valor de m_t é função da distância r , esta relação sugere que o diagrama *momento x curvatura* ($4L$) apresentado na Figura 14.4 (a) seja reescrito em função da distância r , conforme mostrou a Figura 14.4 (b). Admitindo a relação apresentada na equação Eq. 14.7, a transcrição de $m(\psi)$ em $m(r)$ é feita realizando-se um simples procedimento de mudança de variável.

$$\chi(\psi) = \frac{\psi}{r} \quad \text{Eq. (14.7)}$$

Após a operação matemática sobre a relação $m \times \chi$ ($4L$), a equação Eq. 14.8, ver a Figura 14.4 (a), assume a forma mostrada na equação Eq. 14.9, ver a Figura 14.4 (b).

$$m(\psi) = \begin{cases} E \cdot I_0 \cdot \chi(\psi) & \text{se } \chi(\psi) \leq \chi_{cr} \\ m_{cr} & \text{se } \chi_{cr} < \chi(\psi) \leq \chi_1 \\ E \cdot I_1 \cdot [\chi(\psi) + \chi_{ts}] & \text{se } \chi_1 < \chi(\psi) \leq \chi_y \\ m_R & \text{se } \chi(\psi) > \chi_y \end{cases} \quad \text{Eq. (14.8)}$$

$$m(r) = \begin{cases} m_R & \text{se } r_0 < r \leq r_y \\ E \cdot I_1 \cdot \left[\frac{\psi}{r} + \chi_{ts} \right] & \text{se } r_y < r \leq r_1 \\ m_{cr} & \text{se } r_1 < r \leq r_{cr} \\ E \cdot I_0 \cdot \frac{\psi}{r} & \text{se } r_{cr} < r \leq r_s \end{cases} \quad \text{Eq. (14.9)}$$

Dando prosseguimento, com base na Figura 14.4 (b) e chamando:

$$\int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot dr = INT \quad \text{Eq. (14.10)}$$

tem-se

$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_r(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot dr = m_r(\psi) \cdot r_0 + INT \quad \text{Eq. (14.11)}$$

onde,

$$INT = \int_{r_0}^{r_y} m_R \cdot dr + \int_{r_y}^{r_1} E \cdot I_1 \cdot \frac{\psi}{r} \cdot dr + \int_{r_y}^{r_1} E \cdot I_1 \cdot \chi_{ts} \cdot dr + \int_{r_1}^{r_{cr}} m_{cr} \cdot dr + \int_{r_{cr}}^{r_s} E \cdot I_0 \cdot \frac{\psi}{r} \cdot dr \quad \text{Eq. (14.12)}$$

$$INT = m_R \cdot [r]_{r_0}^{r_y} + E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot [\ln(r)]_{r_y}^{r_1} + E \cdot I_1 \cdot \chi_{ts} \cdot [r]_{r_y}^{r_1} + m_{cr} \cdot [r]_{r_1}^{r_{cr}} + E \cdot I_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r)]_{r_{cr}}^{r_s} \quad \text{Eq. (14.13)}$$

$$INT = m_R \cdot (r_y - r_0) + E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot [\ln(r_1) - \ln(r_y)] + E \cdot I_1 \cdot \chi_{ts} \cdot (r_1 - r_y) + m_{cr} \cdot (r_{cr} - r_1) + E \cdot I_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{cr})] \quad \text{Eq. (14.14)}$$

Substituindo a equação Eq.14.14 em Eq. 14.11, obtém-se,

$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_r(\psi) \cdot r_0 + \{m_R \cdot (r_y - r_0) + E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot [\ln(r_1) - \ln(r_y)] + E \cdot I_1 \cdot \chi_{ts} \cdot (r_1 - r_y) + m_{cr} \cdot (r_{cr} - r_1) + E \cdot I_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{cr})]\} \quad \text{Eq. (14.15)}$$

Por fim,

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{(r_q - r_c)} \cdot \left[\begin{array}{l} m_r(\psi) \cdot r_0 + E \cdot I_0 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_s) - \ln(r_{cr}(\psi)) \rangle + m_{cr} \cdot \langle r_{cr}(\psi) - r_1(\psi) \rangle + \\ E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_1(\psi)) - \ln(r_y(\psi)) \rangle + E \cdot I_1 \cdot \chi_{ts} \cdot \langle r_1(\psi) - r_y(\psi) \rangle + \\ m_R \cdot \langle r_y(\psi) - r_0 \rangle \end{array} \right] \quad \text{Eq. (14.16)}$$

A equação Eq.14.16 descreve a relação *carga x rotação*. O operador matemático $\langle x \rangle = x$ se $x \geq 0$ e $\langle x \rangle = 0$ se $x < 0$. Na referida equação, o valor de $m_r(\psi)$ representa o momento fletor radial correspondente à rotação ψ (ver equação Eq. 14.8). O valor de m_R foi estabelecido seguindo as recomendações do CEB-FIP (2010), onde um processo iterativo é realizado até atingir o

equilíbrio dos esforços internos na seção transversal da laje, ver a Figura 14.5. Maiores detalhes sobre o cálculo de m_R encontram-se no *Capítulo 7*. O cálculo de m_{cr} é apresentado na equação Eq. 14.17.

$$m_{cr} = \frac{f_{ct} \cdot h^2}{6} \quad \text{Eq. (14.17)}$$

sendo f_{ct} o valor da resistência do concreto à tração, $f_{ct} = 0.3 \cdot (f_c)^{2/3}$.

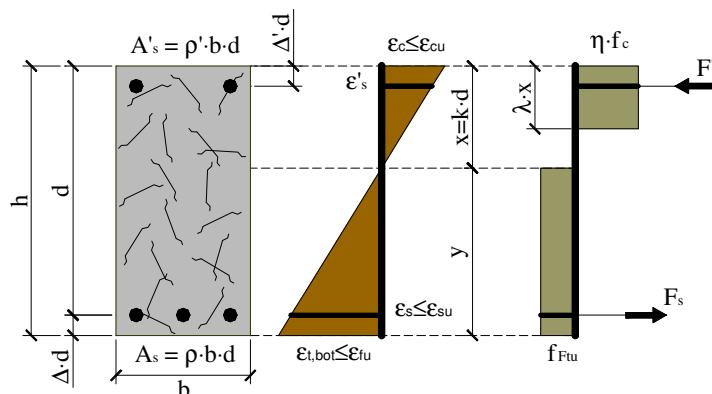


Figura 14.5- Critério utilizado no cálculo de m_R – CEB-FIP (2010)

Na equação Eq. 14.16, os valores $r_{cr}(\psi)$, $r_I(\psi)$ e $r_y(\psi)$ representam as posições sobre a laje, medidos a partir do centro do pilar, referentes às curvaturas $\chi_{cr}(\psi)$, $\chi_I(\psi)$ e $\chi_y(\psi)$, e, cujos valores são estabelecidos conforme segue.

$$\chi_{cr} = \frac{m_{cr}}{E \cdot I_0} \quad \Rightarrow \quad r_{cr}(\psi) = \frac{\psi}{\chi_{cr}} \leq r_s \quad \text{Eq. (14.18)}$$

$$\chi_1 = \frac{m_{cr}}{E \cdot I_1} - \chi_{ts} \quad \Rightarrow \quad r_1(\psi) = \frac{\psi}{\chi_1} \leq r_s \quad \text{Eq. (14.19)}$$

$$\chi_y = \frac{m_R}{E \cdot I_1} - \chi_{ts} \quad \Rightarrow \quad r_y(\psi) = \frac{\psi}{\chi_y} \leq r_s \quad \text{Eq. (14.20)}$$

No cálculo de $E \cdot I_0$, ver a equação Eq 14.21, não é considerado as contribuições das armaduras. O cálculo de $E \cdot I_1$ foi realizado, ver a equação Eq. 14.22, admitindo que a rigidez das peças convencionais de concreto armado poderia ser aplicada as peças reforçadas com fibras de aço. A consideração anterior, apesar de inadequada, fez-se necessária, visto que não foram encontradas pesquisas que descrevessem adequadamente a referida grandeza. A contribuição da fibra no

cálculo de $E \cdot I_1$ foi considerada indiretamente apenas no valor da linha neutra x . A dedução de $E \cdot I_1$ é apresentada no Anexo G.2.

$$E \cdot I_0 = E \cdot \frac{h^3}{12} \quad \text{Eq. (14.21)}$$

$$E \cdot I_1 = \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{3 \cdot d}\right) \quad \text{Eq. (14.22)}$$

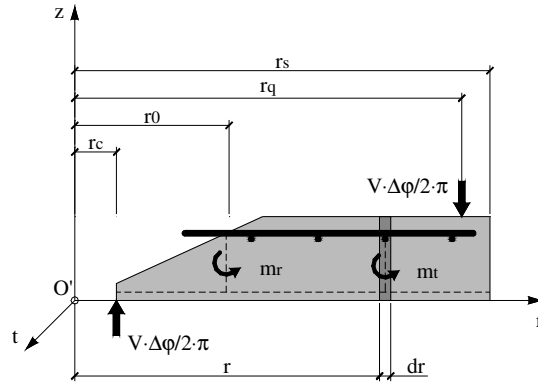
Na equação Eq. 14.22, β é um fator de equivalência sobre o layout das armaduras, uma vez que a dedução da equação Eq. 14.16 foi baseada no conceito axissimétrico e a distribuição usual das armaduras é do tipo ortogonal. Segundo MUTTONI (2008), adotar $\beta=0.6$ conduz a resultados satisfatórios. O cálculo da linha neutra, x , seguiu as recomendações do CEB-FIP (2010) e encontra-se detalhado no capítulo referente ao cálculo do momento resistente, ver a Figura 14.5.

O fator χ_{ts} utilizado na equação Eq. 14.16 leva em conta a capacidade do concreto em reter tensões de tração entre fissuras, *tension stiffening*. De acordo com MUTTONI (2008), o valor de χ_{ts} pode ser calculado simplificado por:

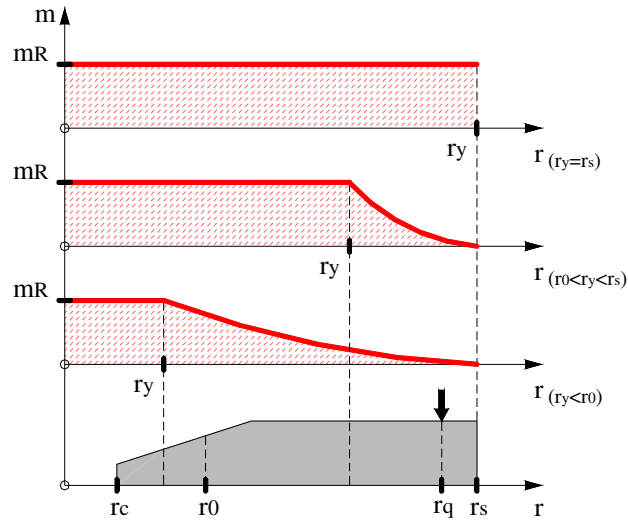
$$\chi_{ts} = \frac{f_{ct}}{\rho \cdot \beta \cdot E_s} \cdot \frac{1}{6 \cdot h} \cong 0.5 \cdot \frac{m_{cr}}{E \cdot I_1} \quad \text{Eq. (14.23)}$$

14.2- RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO SIMPLIFICADA

A equação Eq. 14.16 deduzida na seção anterior apresentou a relação *carga x rotação* em função do diagrama *momento x curvatura* ($4L$). Nesta seção, será apresentada, seguindo ainda as recomendações de MUTTONI (2008), uma formulação simplificada para representar a relação *carga x rotação* em situações práticas de projeto. Conforme apresentou a Figura 14.4 (a), para que a relação *carga x rotação* seja completamente descrita em função do diagrama $m \times \chi$ ($2L$), ou, do diagrama $m \times r$ ($2L$), ver as Figuras 14.6 (a) e (b), é necessário considerar a peça em regime elástico ($r_y < r_0$) e elasto-plástico ($r_0 < r_y < r_s$).



a) Diagrama de corpo livre do segmento radial



b) Relação $m \times r (2L)$

Figura 14.6- Hipóteses adotadas para estabelecer a relação *carga x rotação* simplificada

Sendo assim, realizando-se o equilíbrio dos momentos fletores em função do ponto O' para o caso elástico, $r_y < r_0$, ver a Figura 14.6 (a), obtém-se:

$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_r(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_s} m_r(r) \cdot dr \quad \text{Eq. (14.24)}$$

Chamando-se a integral anterior de *INT*, tem-se:

$$\int_{r_0}^{r_s} m_r(r) \cdot dr = INT \quad \text{Eq. (14.25)}$$

$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_r(\psi) \cdot r_0 + INT \quad \text{Eq. (14.26)}$$

onde,

$$INT = \int_{r_0}^{r_s} E \cdot I_1 \cdot \frac{\psi}{r} \cdot dr = E \cdot I_1 \cdot \psi \int_{r_0}^{r_s} \frac{dr}{r} = E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot [\ln(r)]_{r_0}^{r_s} = E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right) \quad \text{Eq. (14.27)}$$

Substituindo os termos, encontra-se:

$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = E \cdot I_1 \cdot \frac{\psi}{r_0} \cdot r_0 + E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right) \quad \text{Eq. (14.28)}$$

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{(r_q - r_c)} \cdot E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right) \right] \quad \text{para } r_y < r_0 \text{ (regime elástico)} \quad \text{Eq. (14.29)}$$

Analogamente, para o caso elasto-plástico, $r_0 < r_y < r_s$, obtém-se:

$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_r(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot dr \quad \text{Eq. (14.30)}$$

$$\int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot dr = INT \quad \text{Eq. (14.31)}$$

$$INT = \int_{r_0}^{r_y} m_R \cdot dr + \int_{r_y}^{r_s} E \cdot I_1 \cdot \frac{\psi}{r} \cdot dr = m_R \cdot (r_y - r_0) + E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \ln\left(\frac{r_s}{r_y}\right) \quad \text{Eq. (14.32)}$$

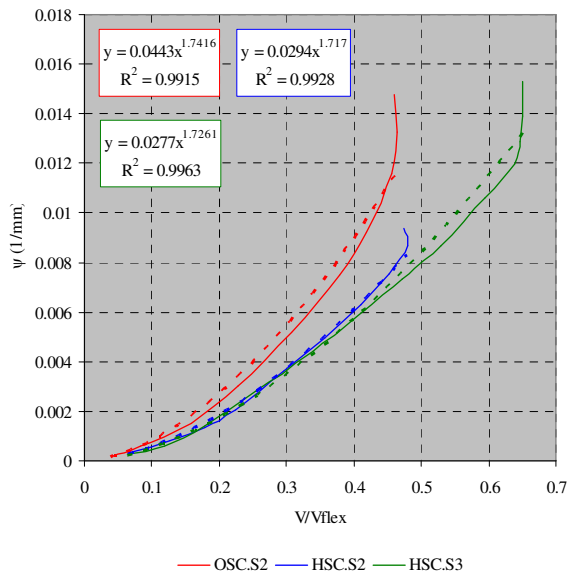
$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_R \cdot r_0 + m_R \cdot (r_y - r_0) + E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \ln\left(\frac{r_s}{r_y}\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sendo :} \\ r_y = \psi \cdot \frac{E \cdot I_1}{m_R} \end{array} \right. \quad \text{Eq. (14.33)}$$

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{(r_q - r_c)} \cdot E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{r_s}{r_y}\right) \right] \quad \text{para } r_0 < r_y < r_s \text{ (regime elasto-plástico)} \quad \text{Eq. (14.34)}$$

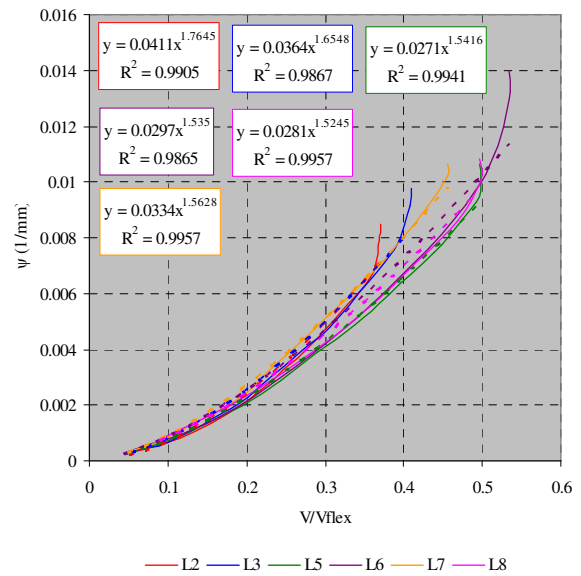
Com base em pesquisas experimentais, AZEVEDO (1999), HOLANDA (2002), NGUYEN-MINH *et al.* (2011) e CHENG e PARRA (2010), é razoável admitir, ver a Figura 14.7, que a rotação da laje ψ seja proporcional a $(V/V_{flex})^{3/2}$, onde V e V_{flex} são, respectivamente, a força cortante atuante e a carga correspondente à ruína por flexão da laje. Na Figura 14.7, as curvas cheias e tracejadas representam, respectivamente, os resultados experimentais e as suas respectivas curvas de tendência. Sendo assim, escreve-se:

$$\psi \alpha \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2}$$

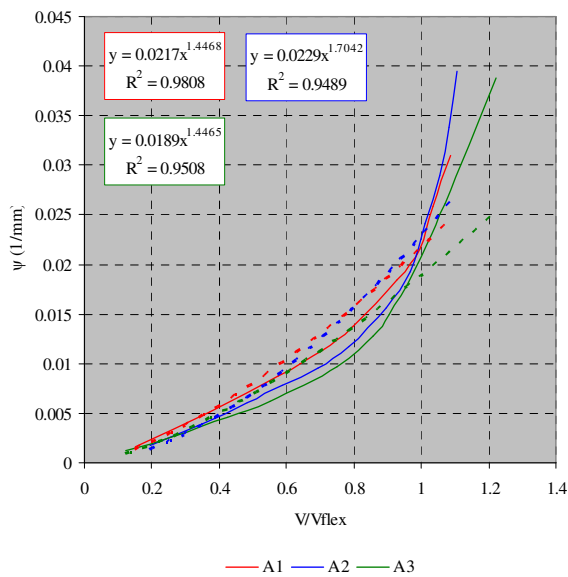
Eq. (14.35)



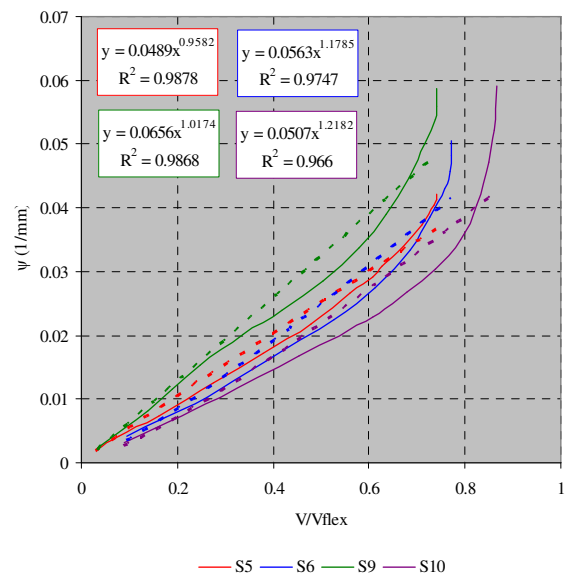
a) Lajes de AZEVEDO (1999)



b) Lajes de HOLANDA (2002)



c) Lajes de NGUYEN-MINH *et al.* (2011)



d) Lajes de CHENG e PARRA (2010)

Figura 14.7- Relação $\psi \times V/V_{flex}$ de alguns estudos experimentais

O valor de V_{flex} é estabelecido admitindo $r_y=r_s$, ver a Figura 14.6 (b). Desta maneira, escreve-se:

$$V(\psi) \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_r(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot dr$$

Eq. (14.36)

$$\int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot dr = INT \quad \text{Eq. (14.37)}$$

$$INT = \int_{r_0}^{r_s} m_R \cdot dr = m_R \cdot (r_s - r_0) \quad \text{Eq. (14.38)}$$

$$V_{flex} \cdot \frac{(r_q - r_c)}{2 \cdot \pi} = m_R \cdot r_0 + m_R \cdot (r_s - r_0) \quad \text{Eq. (14.39)}$$

$$V_{flex} = 2 \cdot \pi \cdot m_R \cdot \frac{r_s}{(r_q - r_c)} \quad \text{para } r_y = r_s \text{ (carga de ruína por flexão)} \quad \text{Eq. (14.40)}$$

Combinando as equações Eq. 14.34 e 14.40, e admitindo a relação $r_y = 0.35 \cdot r_s$, a qual foi fundamentada em resultados experimentais, é possível estabelecer a equação Eq. 14.41. A dedução da referida equação é apresentada no Anexo G.3.

$$\psi = 0.5 \cdot \frac{m_R \cdot r_s}{E \cdot I_1} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right) \quad \text{Eq. (14.41)}$$

A equação Eq. 14.41, além de apresentar a relação entre ψ e V/V_{flex} , também apresenta as grandezas, m_R , r_s , $E \cdot I_1$, envolvidas na referida relação. Definida a equação Eq. 14.41, pode-se agora reescrever a equação Eq. 14.35 da seguinte maneira,

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad \text{Eq. (14.42)}$$

onde $\bar{\Delta}$ é a constante que relaciona ψ e $(V/V_{flex})^{3/2}$ e cujo valor será estabelecido por meio de análise dimensional. Na referida análise, serão utilizados os mesmos parâmetros apresentados na equação Eq. 14.41, ou seja, m_R , r_s , $E \cdot I_1$. Após a realização da análise, obtém-se a equação Eq. 14.43, cuja dedução encontra-se no Anexo G.4.

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot \frac{m_R \cdot r_s}{E \cdot I_1} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad \text{Eq. (14.43)}$$

sendo $\bar{\Delta}$ definido em função de resultados experimentais. Nesta pesquisa, recomenda-se $\bar{\Delta}=0.65$ quando se utiliza concreto normal e $\bar{\Delta}=1.625$ para concreto leve. Para os casos de lajes axissimétricas, o valor de V_{flex} é calculado de acordo com a equação Eq. 14.40, entretanto, para os casos de lajes quadradas, admite-se a relação simplificada da teoria das linhas de ruptura $V_{flex}=\delta \cdot m_R$. A equação Eq. 14.43 representa a relação *carga x rotação* simplificada, a qual se sugere empregar em situações práticas de projeto.

Se for admitida a ausência de armadura de flexão na zona comprimida e que o esmagamento do concreto e o escoamento das armaduras na zona tracionada ocorrerem concomitantemente (dimensionamento balanceado à flexão), a equação Eq. 14.43 pode ser reescrita na equação Eq. 14.44. A dedução da referida equação é apresentada no Anexo G.5.

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot \frac{r_s}{d \cdot E_s} \cdot \left\{ 4 \cdot f_{sy} + \frac{f_{Ftu}(w_u) \cdot [1 + 4 \cdot (c' / d)]}{\rho} \right\} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad \text{Eq. (14.44)}$$

onde o novo valor de $\bar{\Delta}$ também é definido em função de resultados experimentais. Nesta pesquisa, recomenda-se $\bar{\Delta}=0.358$ quando se utiliza concreto normal e $\bar{\Delta}=0.894$ para concreto leve. O valor de $f_{Ftu}(w_u)$ representa a resistência residual à flexão no estado limite último, sendo w_u o valor da abertura máxima da fissura aceitável em projeto. O cálculo desta grandeza será discutido na seção seguinte (Eq. 14.63). Os valores de ρ , f_{sy} e E_s representam, respectivamente, a taxa de armadura, a tensão de escoamento e o módulo de elasticidade da armadura de flexão. O parâmetro c' representa a distância da armadura de flexão à face mais tracionada do concreto (valor $\Delta \cdot d$ na Figura 14.5).

14.3- CONTRIBUIÇÃO DA FIBRA

De acordo com os códigos: CEB-FIP (1990), EC2 (2004), ACI 318 (2008) e outros, a resistência à punção de uma laje lisa, sem a solicitação de momentos desbalanceados, pode ser definida por:

$$V_R = V_{R,c} + V_{R,s} \quad \text{Eq. (14.45)}$$

onde $V_{R,c}$ e $V_{R,s}$ representam, respectivamente as contribuições do concreto e das armaduras de cisalhamento. Para os casos em que o concreto é reforçado com fibras de aço, a parcela resistente

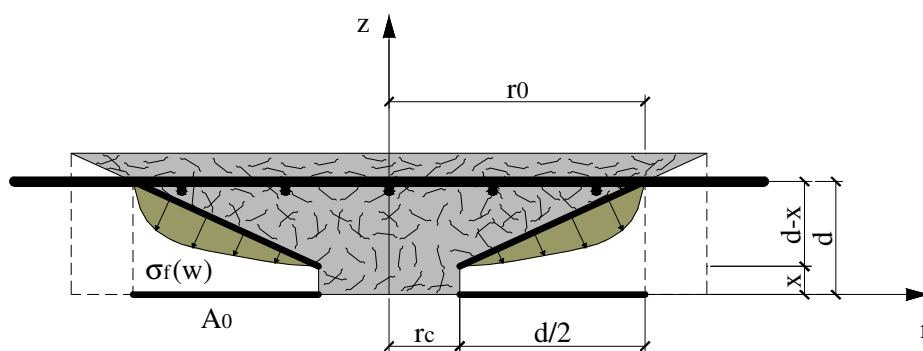
proveniente do concreto, $V_{R,c}$, pode ser decomposta em duas partes, as quais consideram as contribuições isoladas da matriz de concreto, $V_{R,m}$, e das fibras, $V_{R,f}$, conforme segue:

$$V_{R,c} = V_{R,m} + V_{R,f} \quad \text{Eq. (14.46)}$$

O cálculo de $V_{R,m}$ (normalmente designado nos códigos de projeto por $V_{R,c}$) pode ser estabelecido aplicando-se as prescrições de qualquer código de projeto. No que diz respeito ao cálculo de $V_{R,f}$, vários estudos, NARAYANAN e DARWISH (1987), ALEXANDER e SIMMONDS (1992), HARAJLI *et al.* (1995), CHOI *et al.* (2007), MUTTONI e RUIZ (2010) e HIGASHIYAMA *et al.* (2011), vem sendo realizados para estabelecer esta grandeza, porém, até o presente momento, nenhum procedimento de cálculo foi definido de forma unânime entre os pesquisadores.

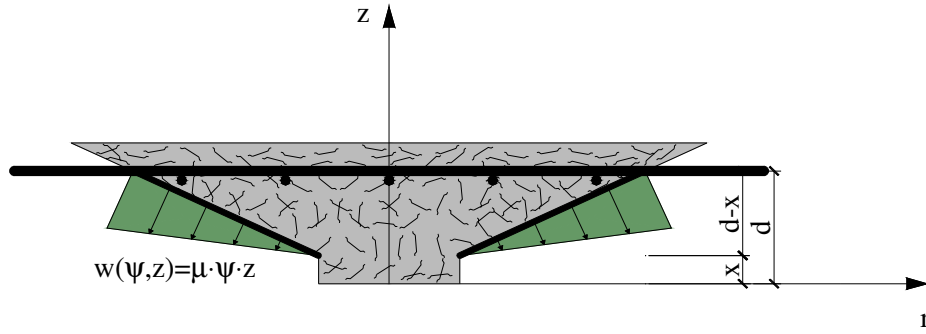
Com o intuito de contribuir ao entendimento do assunto, propõe-se nesta seção uma abordagem simples e prática para o cálculo de $V_{R,f}$. O referido cálculo baseia-se no modelo constitutivo apresentado pelo CEB-FIP (2010), na teoria da fissura crítica de cisalhamento apresentada por Muttoni e na hipótese da laje apresentar propriedades axissimétricas.

Conforme mencionado anteriormente, em níveis avançados de carregamento, supõe-se que a laje divide-se em segmentos radiais que rotacionam como corpos rígidos. Na região da laje interna à fissura crítica admite-se que a transferência de tensão, $\sigma_f(w)$, que ocorre na superfície de ruína corresponde ao valor de $V_{R,f}$, ver a Figura 14.8 (a).



a) Distribuição das tensões

Figura 14.8- Contribuição das fibras no valor da resistência à punção (Continua)



b) Distribuição da abertura da fissura

Figura 14.8- Contribuição das fibras no valor da resistência à punção

De acordo com a teoria da fissura crítica de cisalhamento, a abertura da fissura, w , é proporcional ao produto $\psi \cdot d$. Sendo assim, com base na Figura 14.8 (b), escreve-se:

$$w \propto \psi \cdot z \quad \text{Eq. (14.47)}$$

$$w(\psi, z) = \mu \cdot \psi \cdot z \quad \text{Eq. (14.48)}$$

onde μ é o coeficiente que relaciona a rotação com a abertura da fissura. Sem apresentar muitas explicações, RUIZ e MUTTONI (2009) adotam $\mu=0.5$ para fins de projeto. Acredita-se que o valor de μ adotado pelos autores tenha sido estabelecido ou em função da lei $\sigma_f(w)$ adotada pelos mesmos, ou com base em resultados experimentais. Para os casos em que a laje é reforçada com fibra de aço, sugere-se neste estudo, $\mu \approx 2.5$. Este valor compatibiliza a rotação última ψ_u , a qual é estimada nesta pesquisa pela equação Eq. 14.20, ψ_y , com a abertura de fissura máxima de projeto, w_u , a qual se admitiu variando entre 2.0 e 3.0 mm (considerou-se nestes cálculos $\chi_{ts}=0$).

Apresentada as considerações iniciais, o cálculo de $V_{R,f}$ inicia admitindo-se que a tensão $\sigma_f(w)=\sigma_f(\psi, z)$ possa ser representada pelo modelo constitutivo linear $\sigma \times w$ sugerido no CEB-FIP (2010). Sendo assim, tem-se:

$$\sigma_f(w) = f_{Fu}(w) = f_{Fts} - \frac{w}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Eq. (14.49)}$$

ou, reescrevendo a equação anterior em função de (ψ, z) , obtém-se:

$$\sigma_f(\psi, z) = f_{Fts} - \frac{\mu \cdot \psi \cdot z}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Eq. (14.50)}$$

sendo,

$$f_{Fts} = 0.45 \cdot f_{R1} \quad \text{Eq. (14.51)}$$

Na equação Eq. 14.50, as tensões f_{Fts} e f_{Flu} representam, respectivamente, as resistências residuais à flexão no estado limite de serviço e último, f_{R1} e f_{R3} são os valores de resistência residuais à tração por flexão. As recomendações do CEB-FIP (2010) sugerem que os valores de f_{R1} e f_{R3} sejam obtidos da curva experimental *carga x CMOD*, sendo assim, a aplicação da equação Eq. 14.50 torna-se diretamente dependente de ensaios experimentais. Com o intuito de atribuir praticidade à equação Eq. 14.50, admiti-se que os valores das tensões f_{R1} e f_{R3} possam ser descritos pelas equações Eq.14.52 e 14.53, ou seja, admite-se que as referidas tensões são definidas em função de parâmetros que apresentam importância fundamental no comportamento do reforço com fibras de aço. A abordagem detalhada das equações Eq. 14.52 e 14.53 foi apresentada no *Capítulo 12*.

$$f_{R1} = 7.5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.8} \quad \text{Eq. (14.52)}$$

$$f_{R3} = 6.0 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f} \right)^{0.7} \quad \text{Eq. (14.53)}$$

Após ser definida a tensão $\sigma_f(\psi, z)$, o cálculo da contribuição da fibra na resistência à punção, $V_{R,f}$, é estabelecido desenvolvendo-se a integral de $\sigma_f(\psi, z)$ em A_0 , onde A_0 , ver a Figura 14.8 (a), representa a projeção horizontal da superfície de ruína. O resultado final de $V_{R,f}$ é apresentado na equação Eq. 14.55. A resolução completa da referida equação é discutida no Anexo G.6.

$$V_{R,f} = \int_{A_0} \sigma_f(\psi, z) \cdot dA_0 \quad \text{Eq. (14.54)}$$

$$V_{R,f}(\psi) = \pi \cdot d \cdot (1 - 2 \cdot k) \cdot \left(2 \cdot \Omega 1 \cdot \Omega 3 + d \cdot \left\{ \Omega 1 \cdot \Omega 4 - \Omega 2(\psi) \cdot \Omega 3 - \left[\frac{(1-k) \cdot (1-2 \cdot k + k^2) - k^3}{3 \cdot (1-2 \cdot k)} \right] \right\} \right) \quad \text{Eq. (14.55)}$$

sendo,

$$\Omega 1 = f_{Fts} \quad \text{Eq. (14.56)}$$

$$\Omega 2(\psi) = \frac{\mu \cdot \psi \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1})}{2.5} \quad \text{Eq. (14.57)}$$

$$\Omega 3 = r_c \quad \text{Eq. (14.58)}$$

$$\Omega 4 = \frac{1}{2 \cdot (1 - k)} \quad \text{Eq. (14.59)}$$

$$\psi = \psi_u = \psi_y = r_y \cdot \left(\frac{m_R}{E \cdot I_1} - \chi_{ts} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Admitindo:} \\ r_y = 0.35 \cdot r_s \end{array} \right. \quad \text{Eq. (14.60)}$$

$$k = \frac{x}{d} \quad \text{Eq. (14.61)}$$

Uma abordagem simplificada no cálculo de $V_{R,f}$ é estabelecida quando admi-se $\sigma_f(\psi, z) = \sigma_f(w) = \sigma_f(w_u)$, sendo w_u o valor da abertura máxima da fissura aceitável em projeto. Segundo o CEB-FIP (2010), no que diz respeito à punção, o cálculo da resistência à tração residual última de um elemento reforçado com fibra, f_{Ftu} , é realizado considerando $w_u = 1.5$ mm. Desta maneira, pode-se escrever:

$$V_{R,f} = \int_{A_0} \sigma_f(\psi, z) \cdot dA_0 = \int_{A_0} \sigma_f(w_u) \cdot dA_0 = \sigma_f(w_u) \cdot A_0 \quad \text{Eq. (14.62)}$$

onde,

$$\sigma_f(w_u) = f_{Ftu}(w_u) = f_{Fts} - \frac{w_u}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad \text{Eq. (14.63)}$$

Sendo assim, obtém-se:

$$V_{R,f} = \left[f_{Fts} - \frac{w_u}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \right] \cdot A_0 \quad \text{Eq. (14.64)}$$

onde,

$$A_0 = \pi \cdot (r_0^2 - r_c^2) \quad \text{Eq. (14.65)}$$

14.4- PRESCRIÇÃO DA CARGA ÚLTIMA DAS LAJES DO PRESENTE ESTUDO

14.4.1- Propostas que definem a relação carga x rotação

A performance das propostas apresentadas pelas equações Eq. 14.16, 14.43 e 14.44 em descrever a relação carga x rotação é apresentada nas Figuras de 14.9 a 14.11, a qual mostra a comparação entre os resultados teóricos e experimentais das lajes do presente estudo. Nas referidas figuras, as equações Eq. 14.16, 14.43 e 14.44 são denominadas, respectivamente, por *Teo-compl*, *Teo-simpl* e *Teo-bal*. Nesta mesma figura, as curvas *Teo-CSCT* representam a proposta de MUTTONI e RUIZ (2010) e a relação v_R/v_c do eixo das ordenadas é explicada na equação Eq.14.67 (carga normalizada).

$$\frac{v_R}{v_c} = \frac{V}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot [\lambda_f + k_f^{1/3}]} \tag{Eq. (14.67)}$$

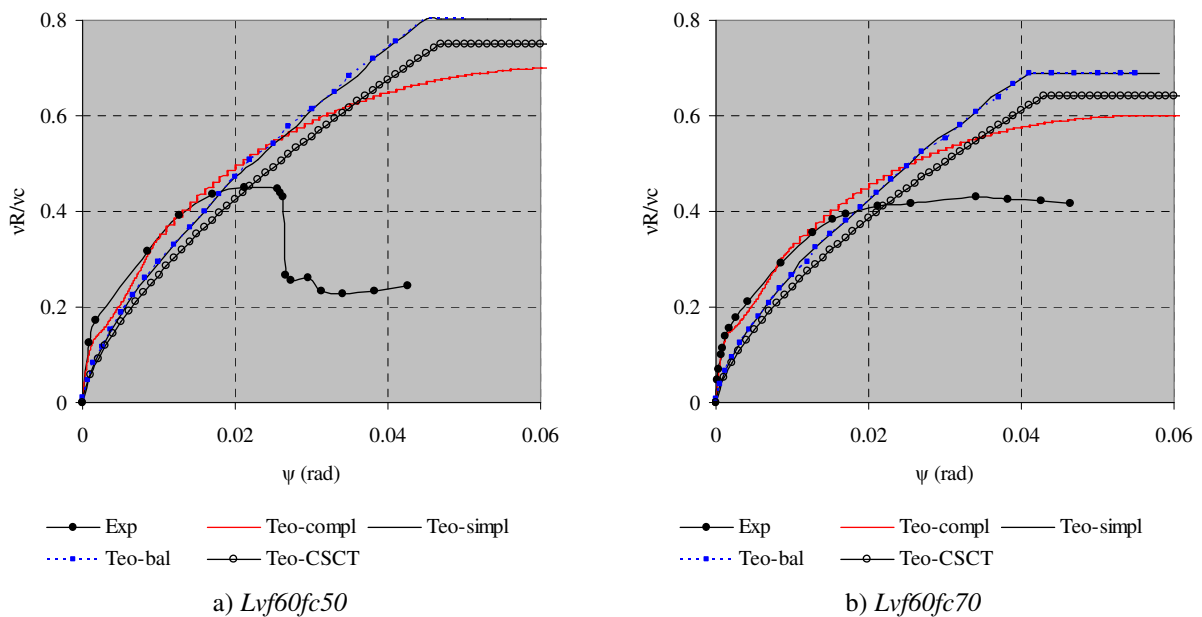


Figura 14.9- Relação carga x rotação experimental e teórica – Lajes *Lvf60fc50* e *Lvf60fc70*

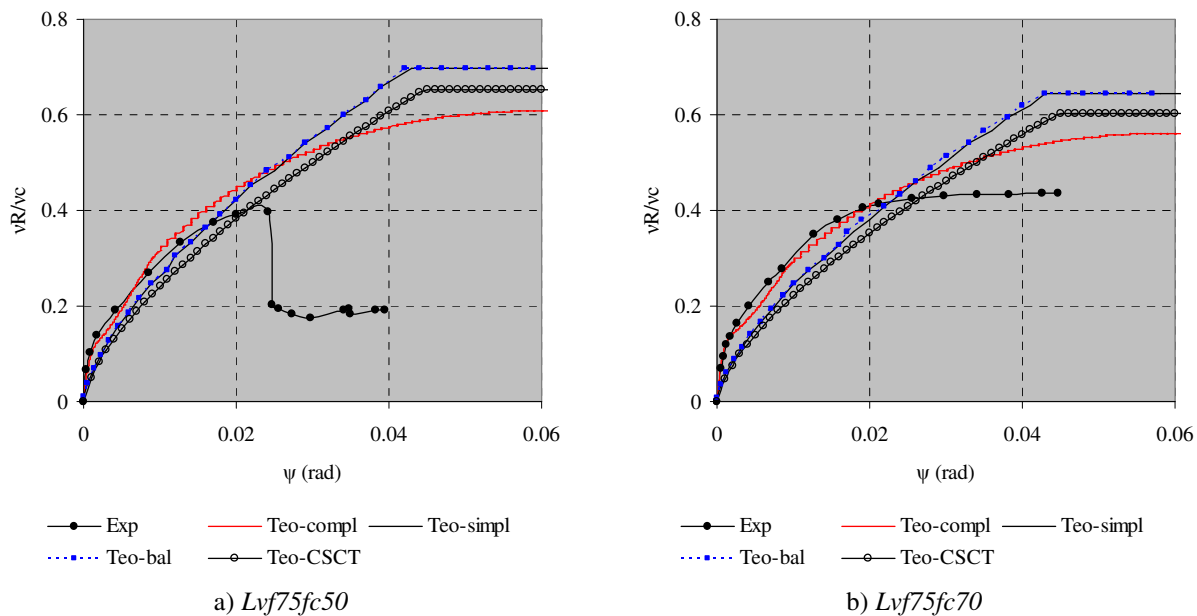


Figura 14.10- Relação *carga x rotação* experimental e teórica – Lajes *Lvf75fc50* e *Lvf75fc70*

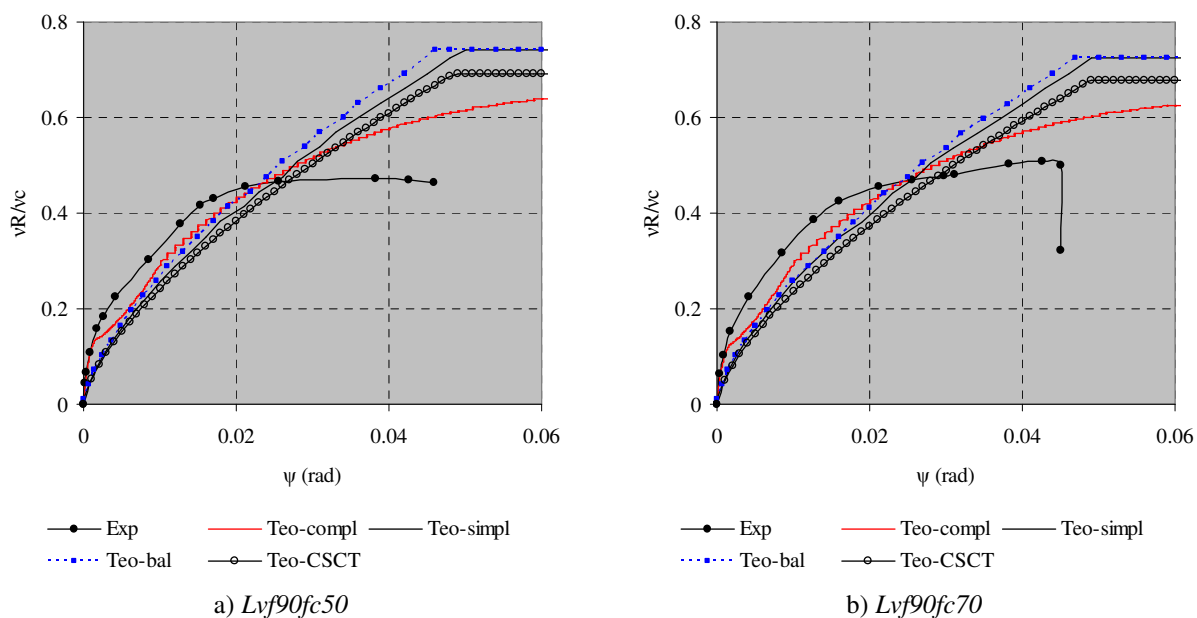
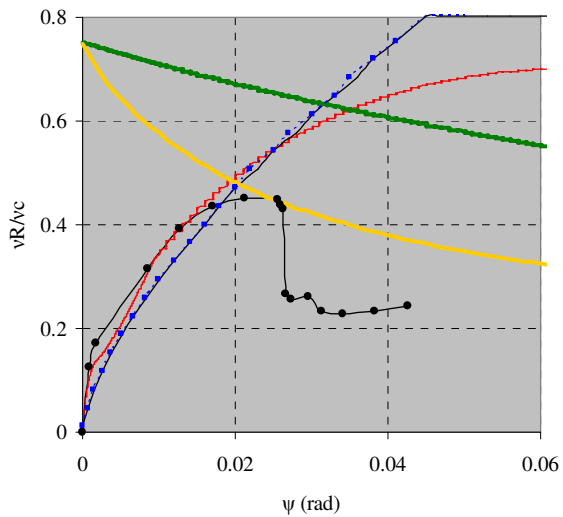


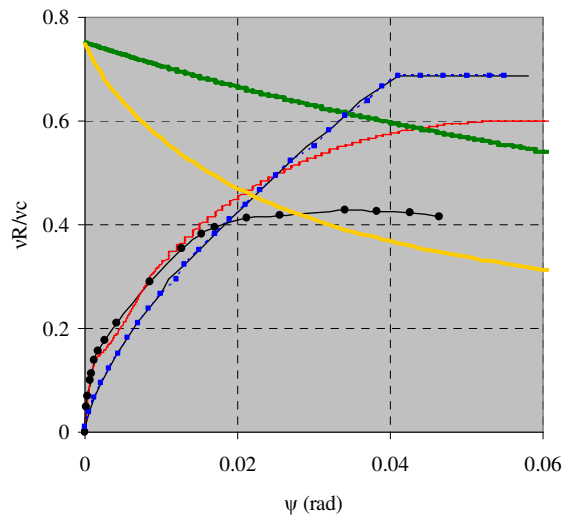
Figura 14.11- Relação *carga x rotação* experimental e teórica – Lajes *Lvf90fc50* e *Lvf90fc70*

De um modo geral, as formulações propostas neste trabalho são ligeiramente mais rígidas que as curvas propostas pela *Teo-CSCT*, porém ambos os modelos descreveram satisfatoriamente a resposta experimental *carga x rotação*. No que diz respeito à prescrição da resistência à punção, as Figuras de 14.12 a 14.14 apresentam a correlação entre as curvas *carga x rotação* e o *critério de ruína* proposto nesta pesquisa (curva verde), o qual estabelece a capacidade resistente da laje à punção. Nestas mesmas figuras, a curva amarela representa o critério de ruína proposto por MUTTONI e RUIZ (2010).



● Exp — Teo-compl — Teo-simpl ··· Teo-bal

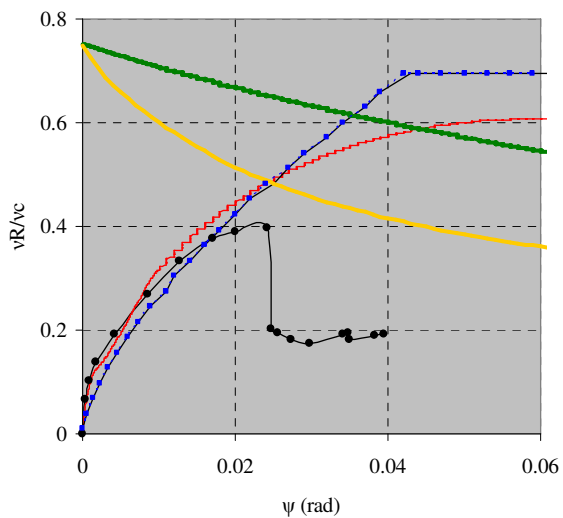
a) *Lvf60fc50*



● Exp — Teo-compl — Teo-simpl ··· Teo-bal

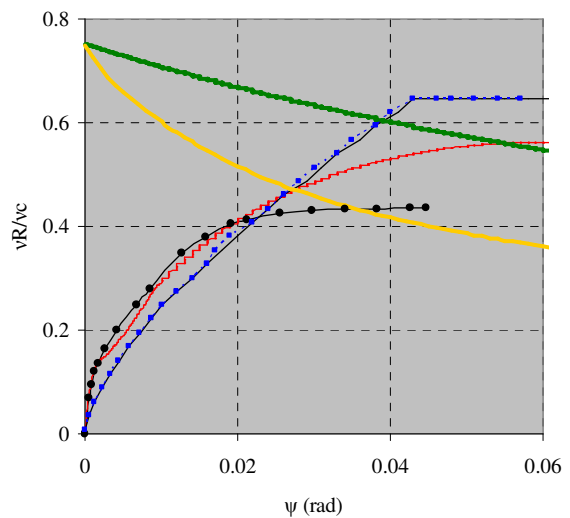
b) *Lvf60fc70*

Figura 14.12- Relação entre as curvas *carga x rotação* e critério de ruína – Lajes *Lvf60fc50* e *Lvf60fc70*



● Exp — Teo-compl — Teo-simpl ··· Teo-bal

a) *Lvf75fc50*



● Exp — Teo-compl — Teo-simpl ··· Teo-bal

b) *Lvf75fc70*

Figura 14.13- Relação entre as curvas *carga x rotação* e critério de ruína – Lajes *Lvf75fc50* e *Lvf75fc70*

ainda assim apresentou $\lambda_{med} \approx 0.85$. Dado o exposto, verifica-se que o desenvolvimento de um critério de ruína fundamentado em conceitos mecânicos/físicos é essencial para estabelecer-se com maior precisão o momento da ruína das lajes de CRFA.

14.4.2- Propostas que definem o valor de $V_{R,f}$

As análises das propostas que prescrevem a contribuição das fibras, $V_{R,f}$, ver as equações Eq. 14.55 e 14.64, foram feitas em conjunto com as às prescrições de $V_{R,c}$ do CEB-FIP (2010), uma vez que, $V_{teo} = V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$. Nestas análises, as equações Eq. 14.55 e 14.64 foram denominadas, respectivamente, por $Teo-compl_{CEB,f}$ e $Teo-simpl_{CEB,f}$. O resumo dos cálculos é exibido na Tabela 14.2 em função de $\lambda = V_{exp}/V_{teo}$.

Tabela 14.2- Avaliação das prescrições da resistência à punção ($V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$)

Laje	V_{exp} (kN)	$\lambda = V_{exp}/V_{teo}$	
		$Teo-compl_{CEB,f}^{(1)}$	$Teo-simpl_{CEB,f}$
<i>Lvf60fc50</i>	386.08	0.96	0.89
<i>Lvf60fc70</i>	462.03	0.98	0.94
<i>Lvf75fc50</i>	408.03	0.92	0.85
<i>Lvf75fc70</i>	496.34	1.06	0.99
<i>Lvf90fc50</i>	456.53	1.16	0.99
<i>Lvf90fc70</i>	495.58	1.24	1.08
Média (λ_{med})	-	1.05	0.96
DP	-	0.13	0.08
CV (%)	-	11.87	8.56

⁽¹⁾ O cálculo foi realizado admitindo *tension stiffening* $\chi_{ts} = f_{ct}/(6 \cdot \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot h)$

A Tabela 14.2 mostrou que ambos os modelos, $Teo-compl_{CEB,f}$ e $Teo-simpl_{CEB,f}$, apresentaram resultados satisfatórios, $\lambda_{med} \approx 1.0$. Além da precisão favorável, os modelos também apresentaram dispersões baixas em seus resultados, conforme sugeriu os valores de desvio padrão e de coeficiente de variação, $CV \approx 10\%$.

15- ANÁLISE DAS PROPOSTAS

O presente estudo analisa a performance das propostas apresentadas neste trabalho. Nestas análises, duas abordagens são apresentadas: a primeira avalia as relações *carga x rotação* e a segunda avalia os modelos que estabelecem a contribuição das fibras no cálculo da resistência à punção, $V_{R,f}$. No que diz respeito à primeira abordagem, o cálculo da resistência à punção é realizado analisando-se em conjunto as curvas *carga x rotação* e *critério de ruína*.

15.1- BASE DE DADOS (BD)

A base de dados, BD, desta pesquisa é formada por 154 ensaios experimentais de punção, conforme mostra a Tabela E.1 do Anexo E. As lajes da BD não apresentavam qualquer tipo de armadura de cisalhamento (*estribos/studs*) e foram ensaiadas simetricamente (ausência de momentos fletores desbalanceados) até a ruína, a qual foi por punção. Dentre as 154 lajes citadas, 37 não foram reforçadas com fibras, enquanto as 117 lajes restantes foram reforçadas com fibras de aço do tipo “*hooked*”, “*twisted*”, “*crimped*”, “*corrugated*”, “*paddle*” e “*Japanese*”. A base de dados utilizada nesta pesquisa abrangeu uma ampla variedade de ensaios, sendo de realçar que as lajes apresentaram propriedades que variaram em: $f_c \in [14;93]$ MPa, $d \in [13;180]$ mm, $\rho \in [0.4;2.75]$ %, $V_f \leq 2.0\%$ e esbeltez, $l/d_f \leq 100$. Dentre as lajes em concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) verificou-se que em 111 lajes o CRFA foi aplicado em toda a volumetria da laje, enquanto em 6 lajes o CRFA foi apenas aplicado numa região próxima da área carregada. Quanto à simulação da ligação *laje x pilar*, existem casos em que o pilar foi ligado monoliticamente à laje e casos em que o pilar foi simulado por placas de aço. A seção transversal dos pilares, ou placas de aço, variou em quadrada e circular.

Com o intuito de evitar resultados que possam comprometer a confiabilidade da análise, as lajes com $d < 80$ mm foram descartadas, visto que o fator de escala pode influenciar negativamente os resultados da avaliação dos modelos. Além disto, as lajes que apresentaram uma perda de 15% na resistência à compressão do concreto devido à adição das fibras, não foram consideradas, pois a referida perda indica que o método de preparo do CRFA não foi adequado.

15.2- PROCEDIMENTO DA ANÁLISE

A análise dos resultados consistiu em avaliar a dispersão e o nível de conservadorismo das propostas apresentadas anteriormente. Para tal foi considerado o parâmetro $\lambda = V_{exp}/V_{teo}$, correspondente ao quociente entre a resistência à punção registrada experimentalmente e prevista segundo os modelos. Os valores de λ foram avaliados segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*, ver Tabela 15.1.

Tabela 15.1- Adaptação do critério de COLLINS (2001)- DPC

$\lambda = V_{exp}/V_{teo}$	Classificação	Penalidade
< 0.50	Extremamente perigoso	10
[0.50-0.85[Perigoso	5
[0.85-1.15[Segurança apropriada	0
[1.15-2.00[Conservador	1
≥ 2.00	Extremamente conservador	2

15.3- PROPOSTAS QUE DEFINEM A RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO

A performance das propostas apresentadas pelas equações Eq. 15.1, 15.2 e 15.3 em descrever a relação *carga x rotação* é apresentada nas Figuras de 15.1 a 15.3, a qual mostra a comparação entre resultados teóricos e experimentais. Nas referidas figuras e nas análises seguintes, as equações Eq. 15.1, 15.2 e 15.3 são denominadas, respectivamente, por *Teo-compl*, *Teo-simpl* e *Teo-bal*. Nesta mesma figura, as curvas vermelhas representam a curva *critério de ruína*, ver a equação Eq. 15.4, e a relação v_R/v_c do eixo das ordenadas é explicada na equação Eq.15.5 (carga normalizada). Comparações semelhantes também foram feitas a outras lajes apresentadas na Tabela E.1 (Anexo E), conforme apresenta o Anexo H.

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{(r_q - r_c)} \cdot \left[\begin{array}{l} m_r(\psi) \cdot r_0 + E \cdot I_0 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_s) - \ln(r_{cr}(\psi)) \rangle + m_{cr} \cdot \langle r_{cr}(\psi) - r_1(\psi) \rangle + \\ E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_1(\psi)) - \ln(r_y(\psi)) \rangle + E \cdot I_1 \cdot \chi_{ts} \cdot \langle r_1(\psi) - r_y(\psi) \rangle + \\ m_R \cdot \langle r_y(\psi) - r_0 \rangle \end{array} \right] \quad \text{Eq. (15.1)}$$

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot \frac{m_R \cdot r_s}{E \cdot I_1} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{sendo :} \\ \bar{\Delta} = 0.650 \quad \text{para conc. normal} \\ \bar{\Delta} = 1.625 \quad \text{para conc. leve} \end{array} \right. \quad \text{Eq. (15.2)}$$

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot \frac{r_s}{d \cdot E_s} \cdot \left\{ 4 \cdot f_{sy} + \frac{f_{Ftu}(w_u) \cdot [1 + 4 \cdot (c' / d)]}{\rho} \right\} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{sendo :} \\ \bar{\Delta} = 0.358 \quad p / \text{ conc. normal} \\ \bar{\Delta} = 0.894 \quad p / \text{ conc. leve} \end{array} \right.$$

Eq. (15.3)

$$\frac{V}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot [\lambda_f + k_f^{1/3}]} = \frac{1}{1.33 + 20 \cdot \mu_f \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}}$$

Eq. (15.4)

$$\frac{v_R}{v_c} = \frac{V}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c} \cdot [\lambda_f + k_f^{1/3}]}$$

Eq. (15.5)

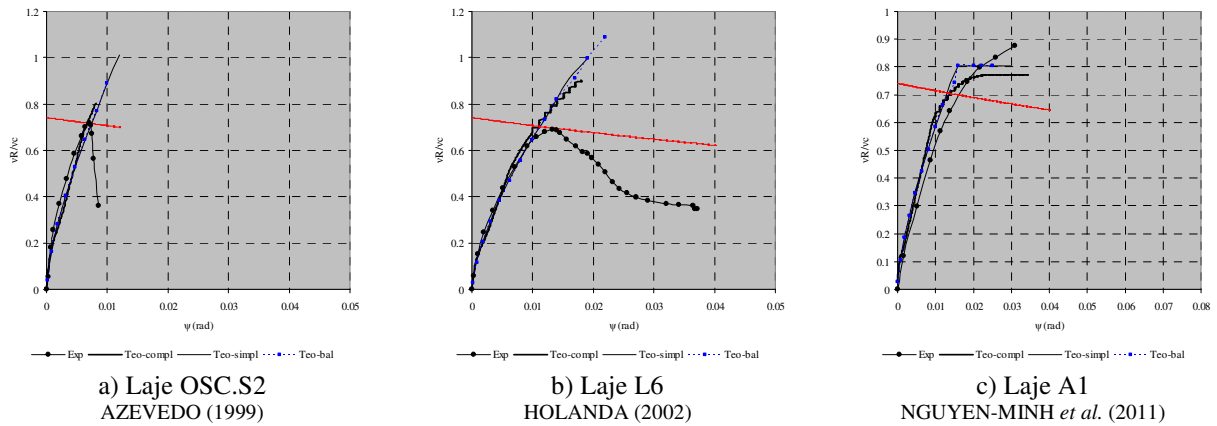


Figura 15.1- Relação carga x rotação experimental e teórica – Apresentação 1

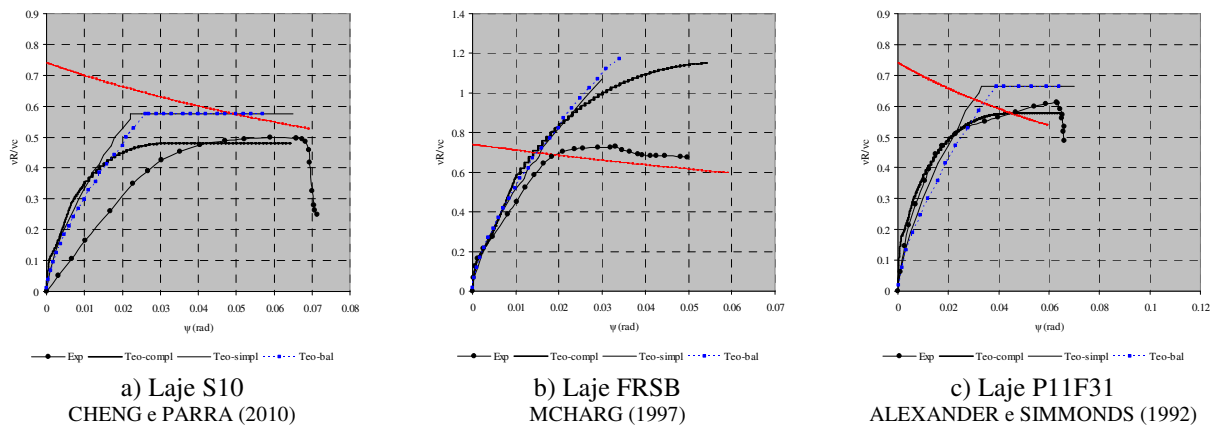
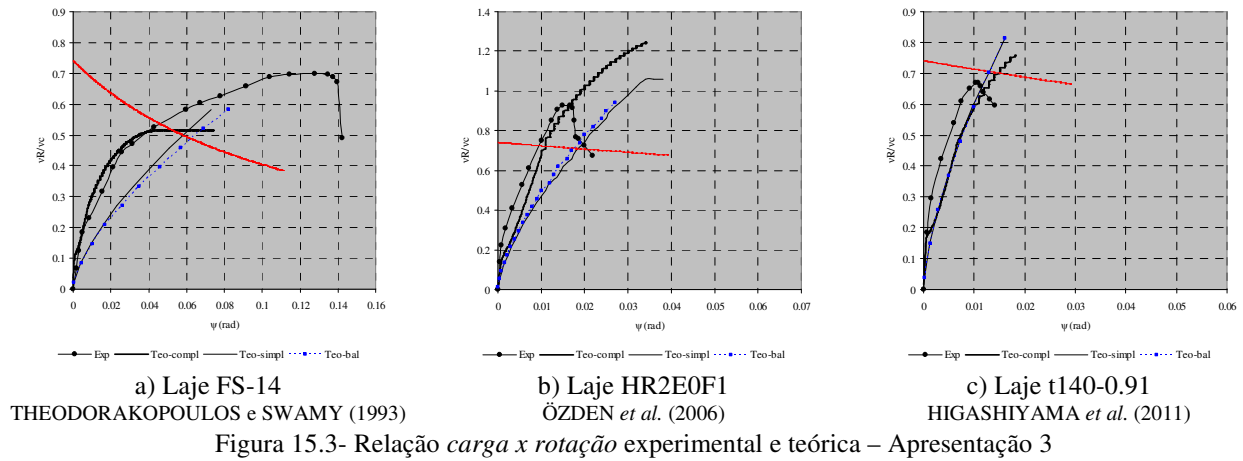


Figura 15.2- Relação carga x rotação experimental e teórica – Apresentação 2



As Figuras de 15.1 a 15.3 mostraram que a performance das propostas em descrever a relação *carga x rotação* foi satisfatória na maioria dos casos avaliados. O desempenho das propostas em prescrever a resistência última à punção é apresentado na Figura 15.4. Nas Figuras 15.4 (a), (b) e (c) mostram-se as precisões das propostas, ou seja, relaciona-se V_{exp} e V_{teo} . Na Figura 15.4 (d) é apresentada a porcentagem de resultados favoráveis à segurança, $\lambda \geq 1$, e finalizando, a Figura 15.4 (e) apresenta a dispersão dos resultados por meio da curva “*box and whiskers*”, a qual exhibe os valores mínimo, máximo, primeiro (Q1), segundo (Q2) e terceiro (Q3) quartil.

O resumo da análise é apresentado na Tabela 15.2, a qual, além de exibir a classificação das propostas segundo a adaptação do critério de Collins, apresenta também valores estatísticos como a média (Med), o desvio padrão (DP) e o coeficiente de variação (CV).

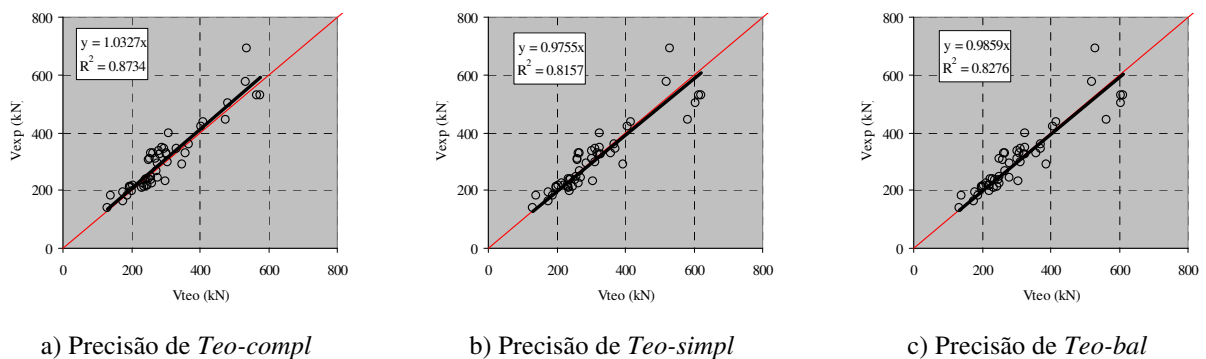
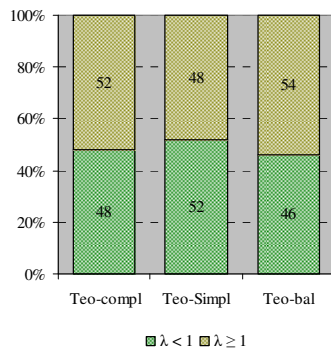
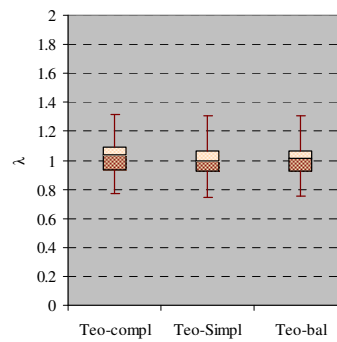


Figura 15.4- Análise dos resultados (Continua)



d) Segurança



e) Dispersão "box and whiskers"

Figura 15.4- Análise dos resultados

Tabela 15.2- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001)

Propostas	<i>Teo-compl</i>		<i>Teo-simpl</i>		<i>Teo-bal</i>	
	N° peça	Penal.	N° peça	Penal.	N° peça	Penal.
$\lambda = V_{exp} / V_{teo}$						
< 0.50	0	0	0	0	0	0
[0.50-0.85[2	10	5	25	4	20
[0.85-1.15[37	0	38	0	39	0
[1.15-2.00[11	11	7	7	7	7
≥ 2.00	0	0	0	0	0	0
Total	50	21	50	32	50	27
Resumo estatístico						
Propostas	<i>Teo-compl</i>		<i>Teo-simpl</i>		<i>Teo-bal</i>	
Média (Med)	1.04		1.00		1.01	
DP	0.13		0.13		0.13	
CV (%)	12.72		13.22		12.74	

A análise da Figura 15.4 e da Tabela 15.2 mostrou que as propostas apresentadas por *Teo-compl*, *Teo-simpl* e *Teo-bal* prescreveram satisfatoriamente a resistência à punção das lajes da Tabela E.1 (Anexo E). Verificou-se que as respostas apresentaram segurança apropriada e dispersão baixa.

15.4- PROPOSTAS QUE DEFINEM O VALOR DE $V_{R,f}$

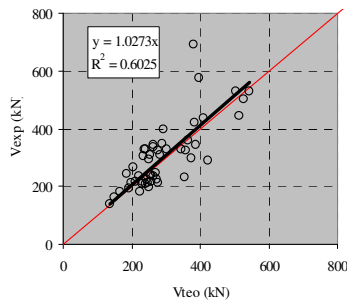
A análise das propostas que prescrevem a contribuição das fibras, $V_{R,f}$, ver as equações Eq. 15.6 e 15.7, foi feita em conjunto com as às prescrições de $V_{R,c}$ do EC2 (2004) e do CEB-FIP (2010), uma vez que, $V_{teo} = V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$. Nestas análises, as equações Eq. 15.6 e 15.7 foram denominadas, respectivamente, de $Teo-compl_{COD,f}$ e $Teo-simpl_{COD,f}$, onde o índice *COD* identifica o código utilizado. As Figuras 15.5 e 15.6 apresentam os resultados da análise quanto à precisão, à segurança e à dispersão das prescrições e a Tabela 15.3 apresenta a classificação das propostas segundo a adaptação do critério de Collins.

$$V_{R,f}(\psi) = \pi \cdot d \cdot (1 - 2 \cdot k) \cdot \left(2 \cdot \Omega 1 \cdot \Omega 3 + d \cdot \left\{ \Omega 1 \cdot \Omega 4 - \Omega 2(\psi) \cdot \Omega 3 - \left[\frac{(1-k) \cdot (1-2 \cdot k + k^2) - k^3}{3 \cdot (1-2 \cdot k)} \right] \right\} \right)$$

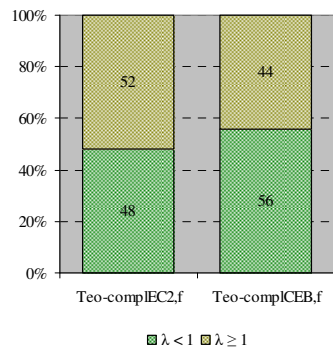
Eq. (15.6)

$$V_{R,f} = \left[f_{Fts} - \frac{w_u}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \right] \cdot A_0$$

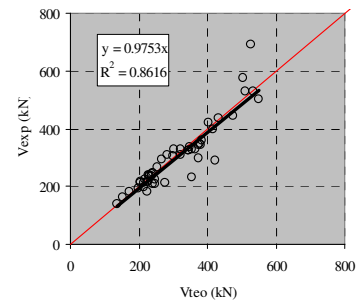
Eq. (15.7)



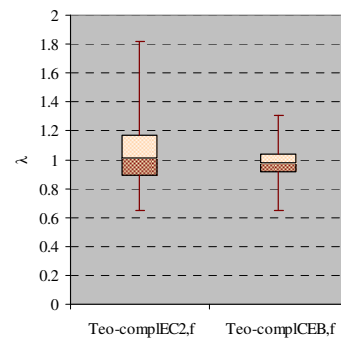
a) Precisão de *Teo-compl*_{EC2,f}



c) Segurança

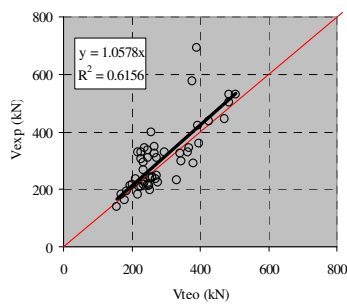


b) Precisão de *Teo-compl*_{CEB,f}

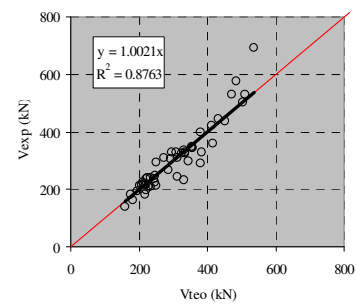


d) Dispersão

Figura 15.5- Análise dos resultados de *Teo-compl*_{COD,f}

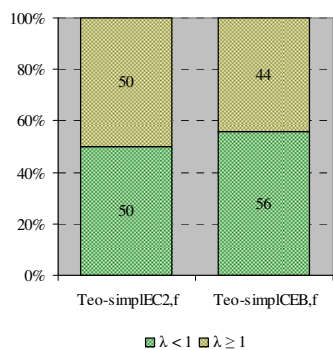


a) Precisão de *Teo-simpl*_{EC2,f}

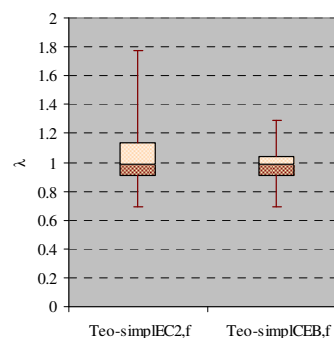


b) Precisão de *Teo-simpl*_{CEB,f}

Figura 15.6- Análise dos resultados de *Teo-simpl*_{COD,f} (Continua)



c) Segurança



d) Dispersão

Figura 15.6- Análise dos resultados de $Teo-simpl_{COD,f}$

Tabela 15.3- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001)

Propostas	$Teo-compl_{EC2,f}$		$Teo-compl_{CEB,f}$		$Teo-simpl_{EC2,f}$		$Teo-simpl_{CEB,f}$	
	Nº peça	Penal.	Nº peça	Penal.	Nº peça	Penal.	Nº peça	Penal.
$\lambda = V_{exp} / V_{teo}$								
< 0.50	0	0	0	0	0	0	0	0
[0.50-0.85[8	40	6	30	7	35	5	25
[0.85-1.15[28	0	43	0	31	0	42	0
[1.15-2.00[14	14	1	1	12	12	3	3
≥ 2.00	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	50	54	50	31	50	47	50	28
Resumo estatístico								
Propostas	$Teo-compl_{EC2,f}$		$Teo-compl_{CEB,f}$		$Teo-simpl_{EC2,f}$		$Teo-simpl_{CEB,f}$	
Média (Med)	1.05		0.97		1.06		0.98	
DP	0.22		0.11		0.24		0.11	
CV (%)	21.30		11.38		22.14		11.17	

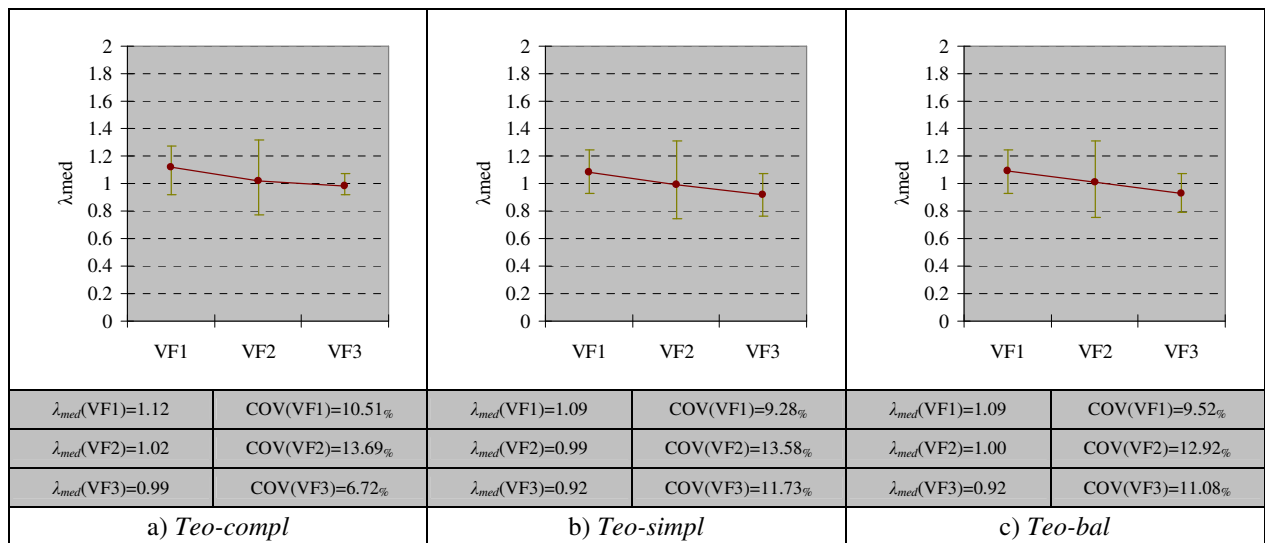
As Figuras 15.5 e 15.6 e a Tabela 15.3 mostraram que a performance das propostas sugeridas nas equações Eq. 15.6 e 15.7 são influenciadas pelas prescrições que estabelecem os valores de $V_{R,c}$. No que diz respeito às prescrições dos códigos EC2 (2004) e CEB-FIP (2010), as equações Eq. 15.6 e 15.7 foram mais satisfatórias quando combinadas às prescrições do CEB-FIP, pois verificaram-se as respostas mais precisas e menos dispersas.

15.5- INFLUÊNCIA DE ALGUNS PARÂMETROS IMPORTANTES NO COMPORTAMENTO DA LIGAÇÃO LAJE X PILAR REFORÇADA COM FIBRAS DE AÇO

Com o intuito de verificar possíveis deficiências das propostas, análises foram realizadas para avaliar a influência que alguns parâmetros exercem sobre o valor médio de λ , λ_{med} . Dentre os inúmeros parâmetros que influenciam o comportamento da ligação *laje x pilar* reforçada com fibras de aço, foram selecionados para esta análise os parâmetros V_f , l_f/d_f , f_c , d e ρ . Nas Figuras de 15.7 a 15.11 são apresentadas as análises referentes às propostas *Teo-compl*, *Teo-simpl* e *Teo-bal*, ou seja, as propostas que avaliam a relação *carga x rotação*. Nas Figuras de 15.12 a 15.16

apresentam-se as análises referentes às propostas que estabelecem o valor de $V_{R,f}$. Nesta modalidade de análise, os valores de $V_{R,f}$ foram combinados apenas às prescrições de $V_{R,c}$ do CEB-FIP (2010).

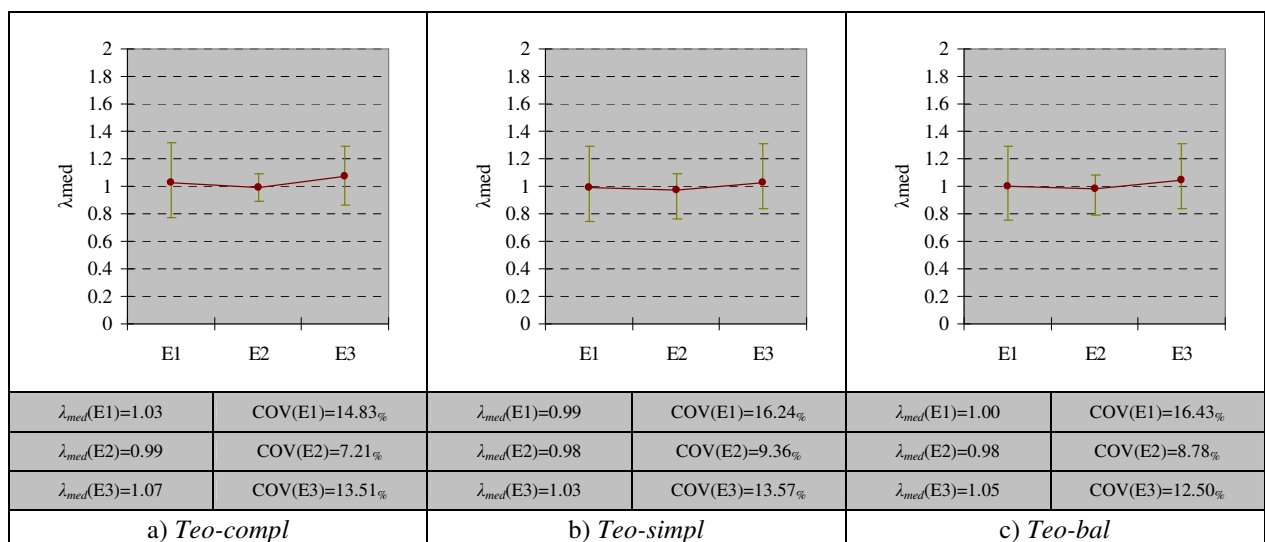
A Figura 15.7 apresenta a influência de V_f , nesta figura, é verificado que as lajes da base de dados foram divididas em grupos, VF1, VF2 e VF3, sendo o grupo intermediário correspondente aos casos usuais de aplicação de fibras. A Figura 15.7 mostra claramente que o parâmetro V_f não comprometeu a performance das propostas em análise.



VF1- $V_f \leq 0.6\%$; VF2- $0.6 < V_f \leq 1.2\%$; VF3- $V_f > 1.2\%$

Figura 15.7- Análise das propostas carga x rotação em função de V_f

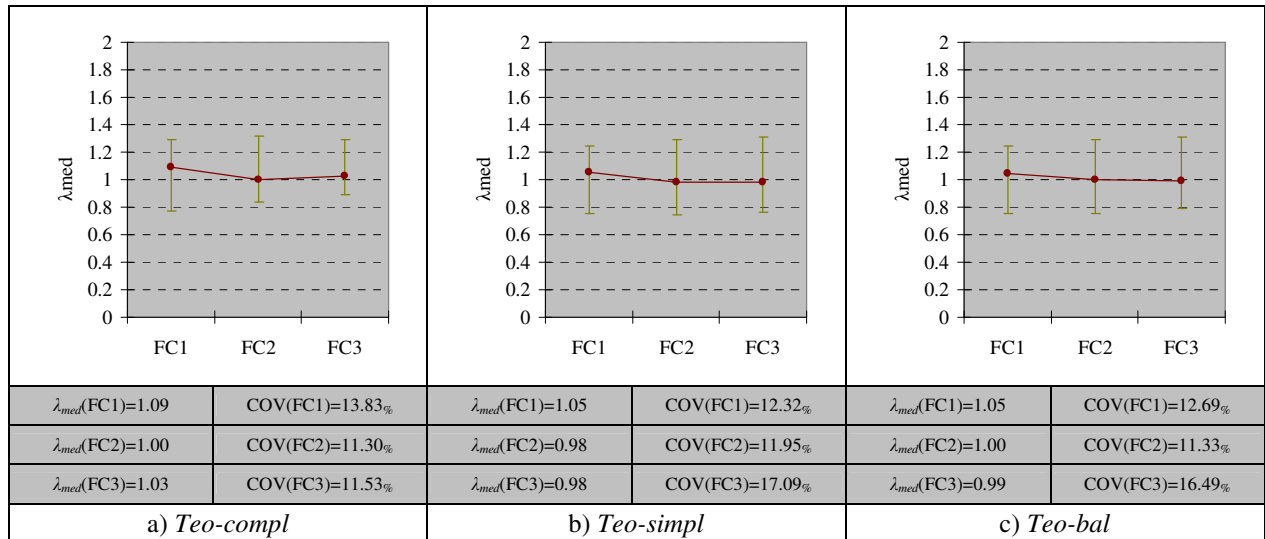
A Figura 15.8 apresenta o comportamento do fator λ_{med} em função da esbelteza das fibras, l/d_f . Os resultados desta análise mostraram que os valores de λ_{med} mantiveram-se precisos e pouco dispersos, independente do grupo de esbelteza analisado.



E1- $l/d_f \leq 50$; E2- $50 < l/d_f \leq 70$; E3- $l/d_f > 70$

Figura 15.8- Análise das propostas carga x rotação em função de l/d_f

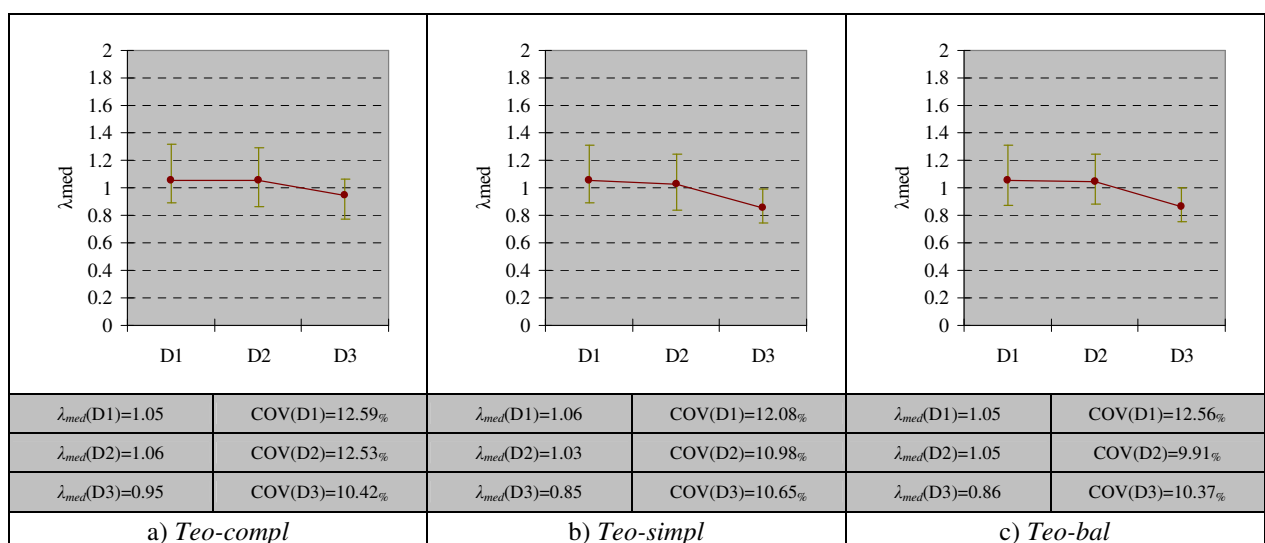
A Figura 15.9 mostra a influência de f_c sobre o valor de λ_{med} . Dentre os grupos analisados, salienta-se que o grupo FC2 representa a classe de resistência utilizada em situações práticas. A avaliação da Figura 15.9 mostra que a resistência à compressão do concreto não conduziu a resultados indesejáveis.



FC1- $f_{cm} \leq 30$ MPa; FC2- $30 < f_{cm} \leq 50$ MPa; FC3- $f_{cm} > 50$ MPa

Figura 15.9- Análise das propostas carga x rotação em função de f_c

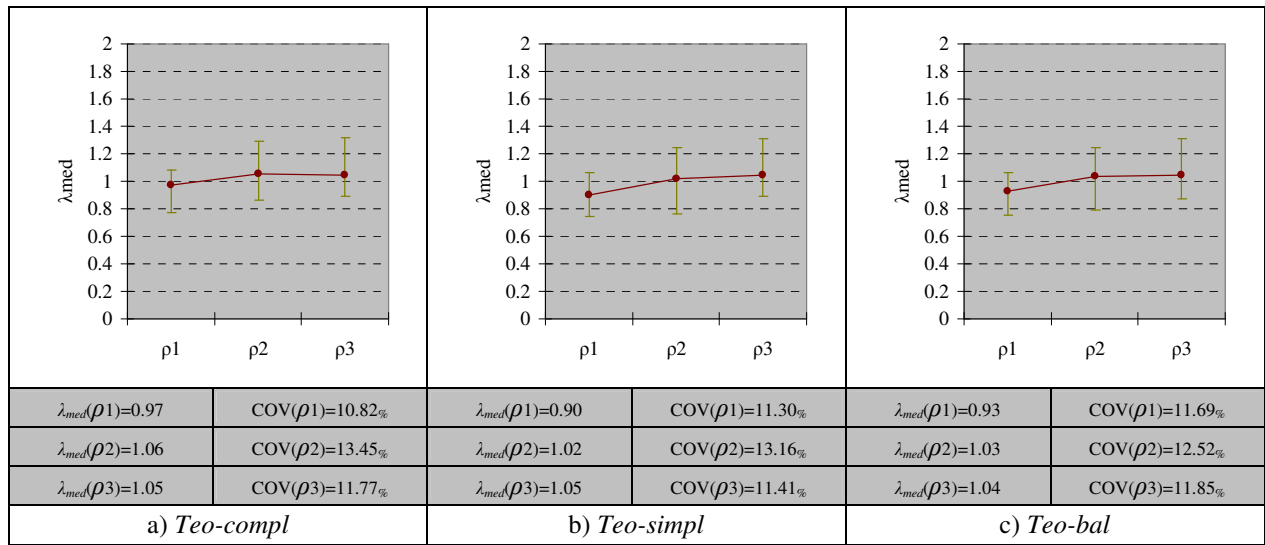
A influência que a altura útil, d , exerce sobre os valores de λ_{med} é apresentada na Figura 15.10. A referida figura mostra que nas propostas simplificadas, *Teo-simpl* e *Teo-bal*, a transição entre as classes D2 e D3 é acompanhada por uma imprecisão dos resultados. Entretanto, segundo a adaptação do critério de penalidade de Collins, as referidas propostas continuam pertencendo à classe “segurança apropriada”, $\lambda \in [0.85-1.15]$.



D1- $d \leq 90$ mm; D2- $90 < d \leq 120$ mm; D3- $d > 120$ mm

Figura 15.10- Análise das propostas carga x rotação em função de d

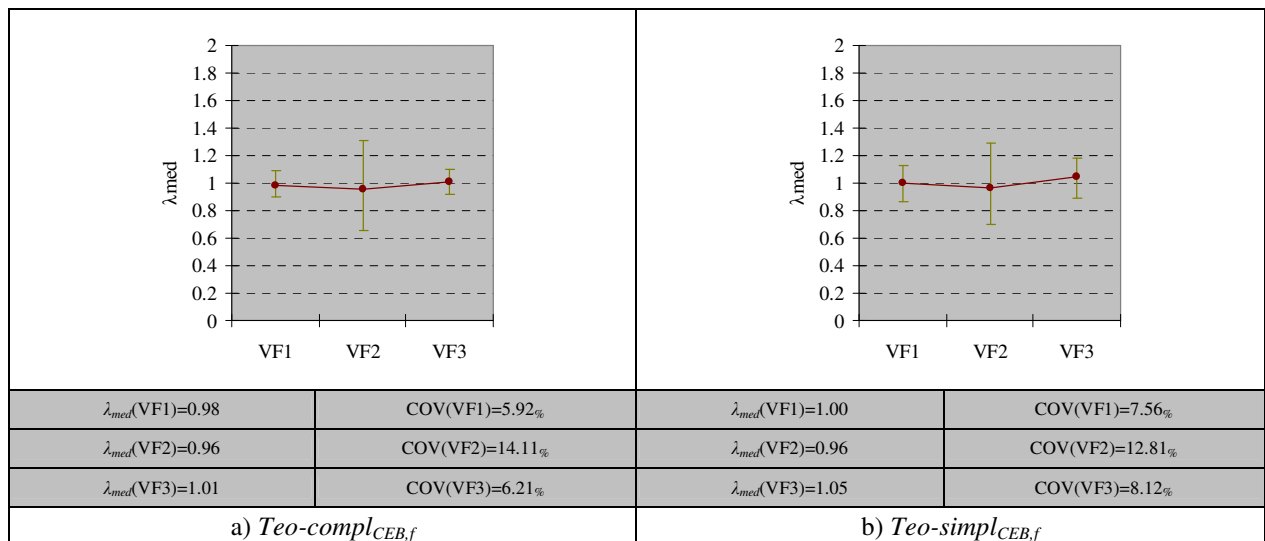
A Figura 15.11 mostra a influência que ρ exerce sobre o valor de λ_{med} . A referida figura revela que a precisão e o nível de dispersão dos resultados não são afetados significativamente pela taxa de armadura de flexão, ρ .



$\rho1 - \rho_{st} \leq 0.6\%$; $\rho2 - 0.6 < \rho_{st} \leq 1.2\%$; $\rho3 - \rho_{st} > 1.2\%$

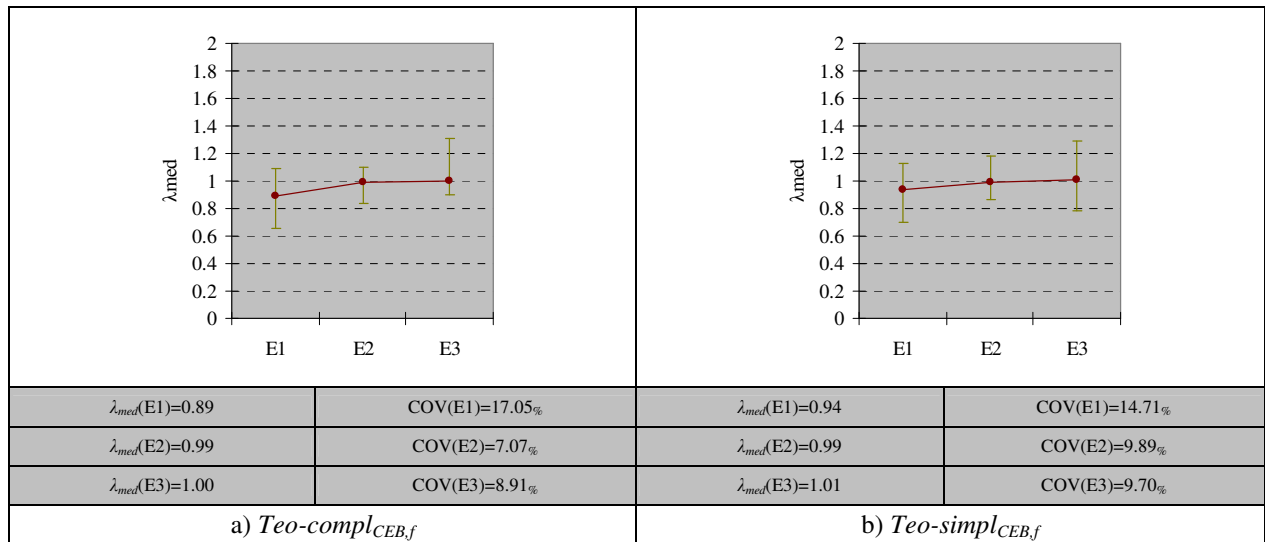
Figura 15.11- Análise das propostas carga x rotação em função de ρ

Nas Figuras 15.12, 15.13 e 15.14 são apresentadas, respectivamente, a influência que V_f , l_f/d_f e f_c exercem sobre o valor de λ_{med} . As referidas figuras mostram que as performances das propostas avaliadas nesta análise não são afetadas negativamente pelos valores de V_f , l_f/d_f e f_c . Independente do grupo avaliado, os resultados prevalecem precisos e pouco dispersos.



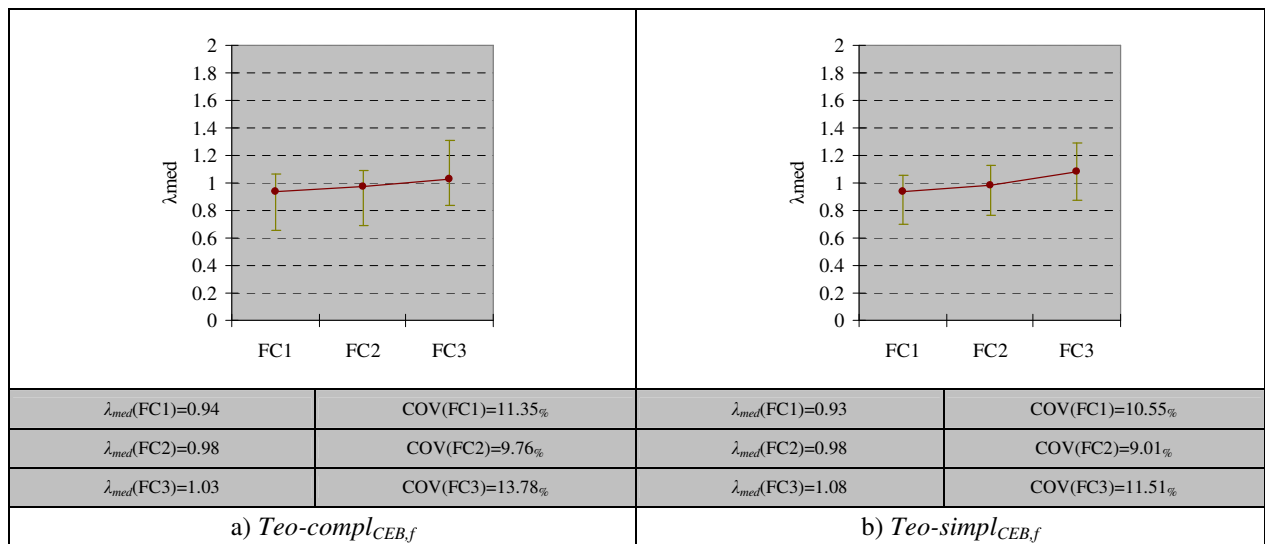
$VF1 - V_f \leq 0.6\%$; $VF2 - 0.6 < V_f \leq 1.2\%$; $VF3 - V_f > 1.2\%$

Figura 15.12- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de V_f



E1- $l/d \leq 50$; E2- $50 < l/d \leq 70$; E3- $l/d > 70$

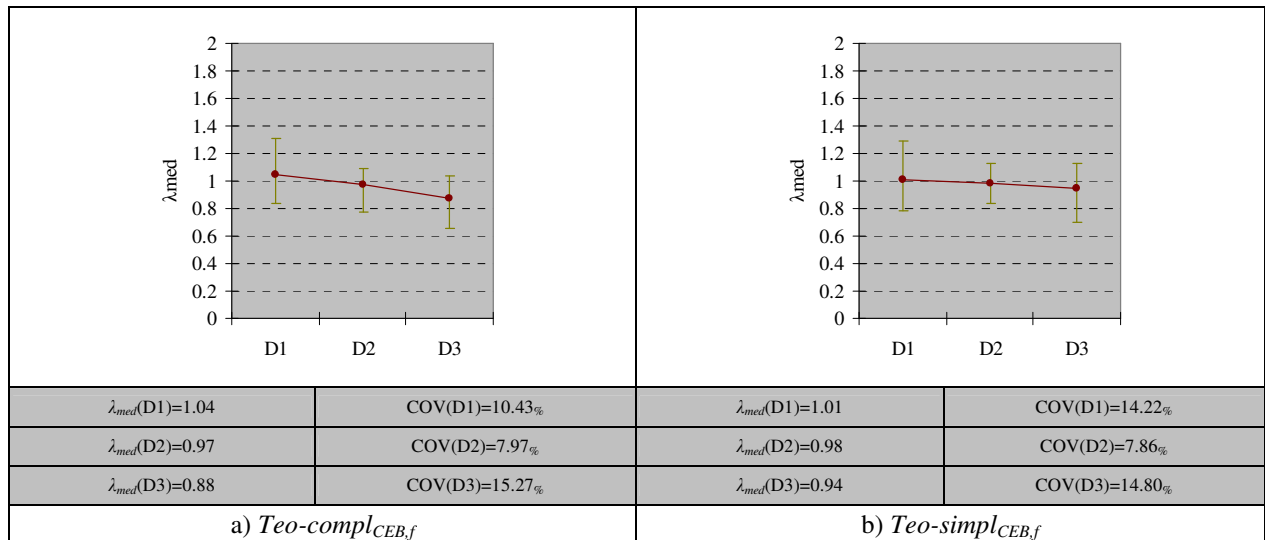
Figura 15.13- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de l/d_f



FC1- $f_{cm} \leq 30$ MPa; FC2- $30 < f_{cm} \leq 50$ MPa; FC3- $f_{cm} > 50$ MPa

Figura 15.14- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de f_c

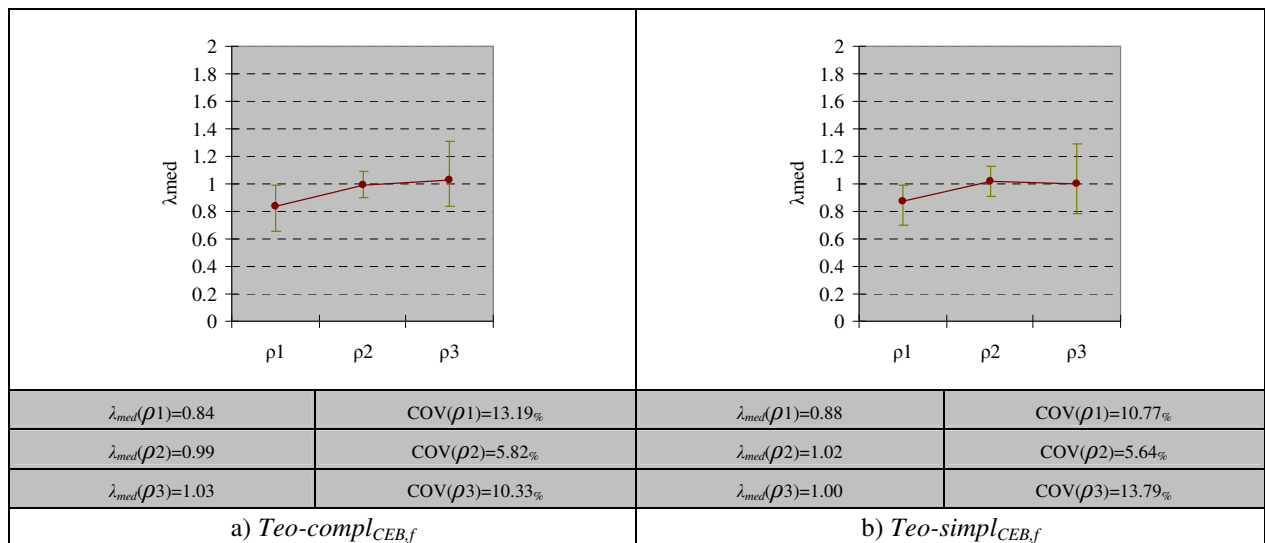
A Figura 15.15 mostra o comportamento de λ_{med} em função da altura útil da laje, d . A referida figura deixa claro que a proposta *Teo-compl*_{CEB,f} é ligeiramente afetada no grupo D3. Entretanto, a mesma continua pertencendo à classe “segurança apropriada”, $\lambda \in [0.85-1.15]$.



D1- $d \leq 90$ mm; D2- $90 < d \leq 120$ mm; D3- $d > 120$ mm

Figura 15.15- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de d

A influência do parâmetro ρ sobre o valor de λ_{med} é apresentado na Figura 15.16. A referida figura deixa claro que as propostas em julgamento são ligeiramente afetadas na classe ρ_1 . A situação mais crítica foi verificada nas prescrições da proposta *Teo-compl*_{CEB,f}, onde constatou-se $\lambda < 0.85$.



ρ_1 - $\rho_{sl} \leq 0.6\%$; ρ_2 - $0.6 < \rho_{sl} \leq 1.2\%$; ρ_3 - $\rho_{sl} > 1.2\%$

Figura 15.16- Análise das propostas para $V_{R,f}$ em função de ρ

15.6- COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS

A análise desta seção seguiu o mesmo procedimento das análises anteriores, ou seja, avaliou-se o fator λ quanto ao nível de conservadorismo, quanto à dispersão, e quanto à adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001), o *Demerit Points Classification – DPC*, ver a Tabela 15.1. Nesta análise, as propostas desta pesquisa foram comparadas às propostas de

NARAYANAN e DARWISH (1987), SHAABAN e GESUND (1994), HARAJLI *et al.* (1995), HOLANDA (2002), CHOI *et al.* (2007), MUTTONI e RUIZ (2010) e HIGASHIYAMA *et al.* (2011). A apresentação e a análise de cada modelo mencionado foram discutidas nos capítulos anteriores.

Nas apresentações seguintes, os modelos desta pesquisa, assim como os demais modelos citados para esta análise, são denominados de MOD_i ($i=1$ até 12). A identificação de cada modelo é feita por meio de legendas que se encontram anexadas às figuras e às tabelas que apresentam os resultados da análise.

Os resultados da análise são apresentados nas Figuras 15.17 e 15.18, a qual permite avaliar a precisão, as prescrições favoráveis à segurança, o nível de dispersão e o comportamento do valor de λ_{med} de todos os modelos avaliados. Os resultados da referida figura mostram que as propostas desta pesquisa são as mais precisas e menos dispersas dentre os modelos avaliados.

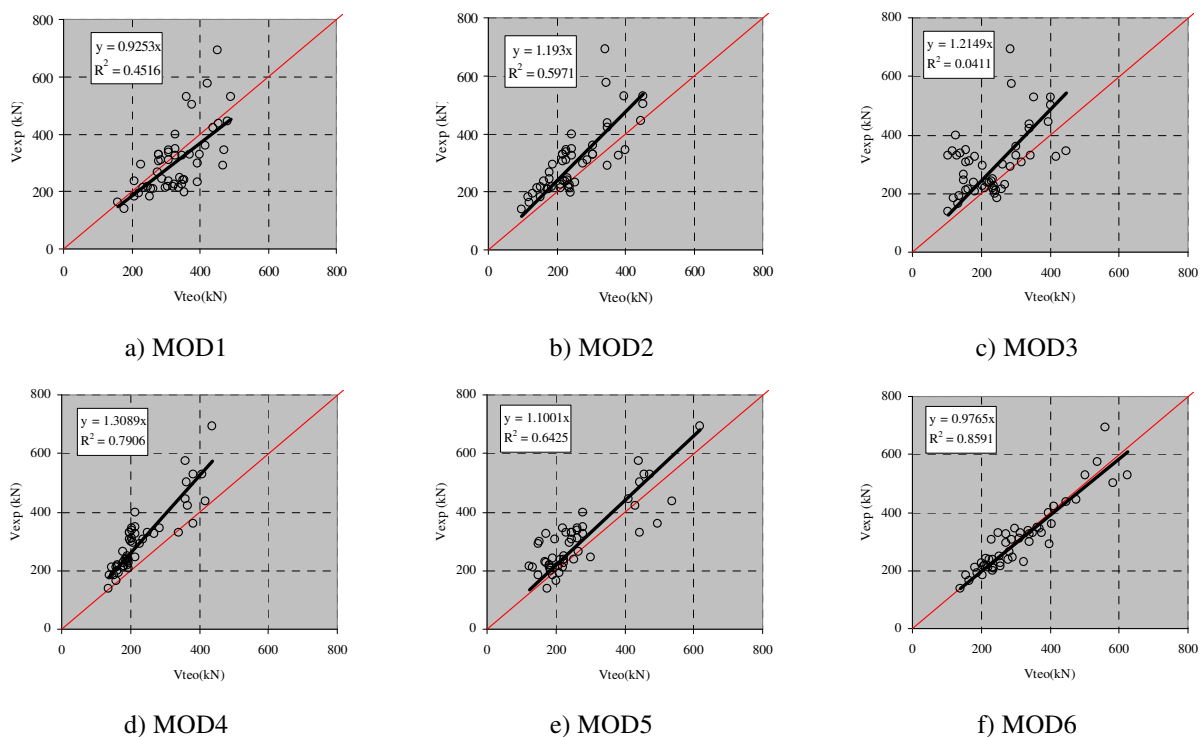


Figura 15.17- Avaliação dos resultados quanto à Precisão (Continua)

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987); MOD2= SHAABAN e GESUND (1994); MOD3= HARAJLI *et al.* (1995); MOD4= HOLANDA (2002); MOD5= CHOI *et al.* (2007); MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010); MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011); MOD8= *Teo-compl*; MOD9= *Teo-simpl*; MOD10= *Teo-bal*; MOD11= *Teo-compl*_{CEB,f}; MOD12= *Teo-simpl*_{CEB,f}.

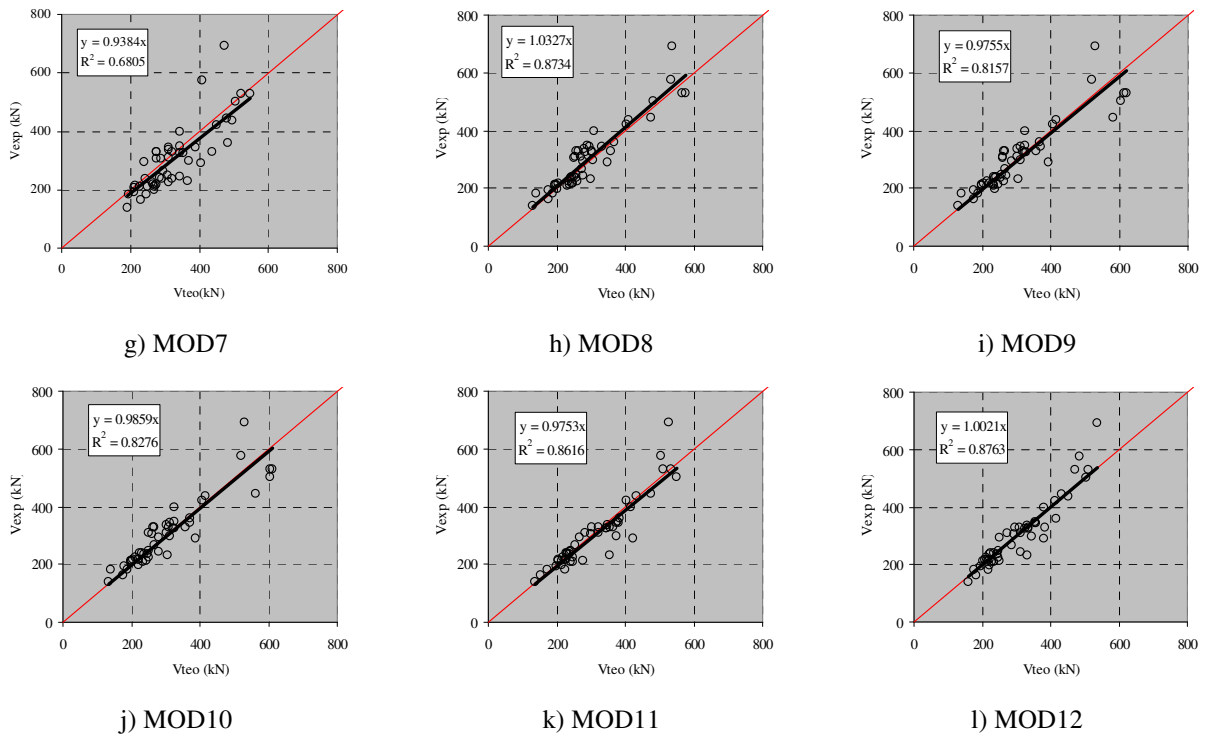
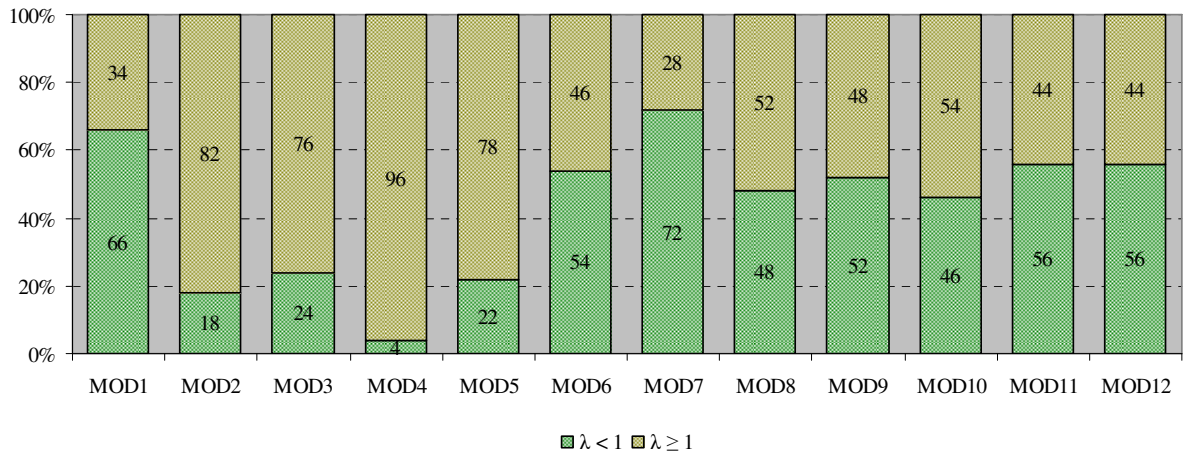


Figura 15.17- Avaliação dos resultados quanto à Precisão

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987); MOD2= SHAABAN e GESUND (1994); MOD3= HARAJLI *et al.* (1995); MOD4= HOLANDA (2002); MOD5= CHOI *et al.* (2007); MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010); MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011); MOD8= *Teo-compl*; MOD9= *Teo-simpl*; MOD10= *Teo-bal*; MOD11= *Teo-compl*_{CEB,f}; MOD12= *Teo-simpl*_{CEB,f}.

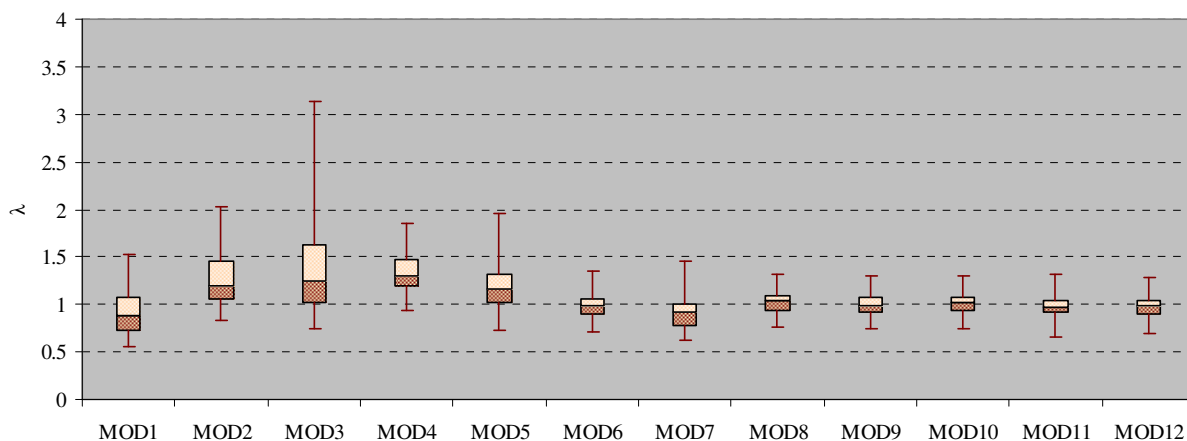


a) Análise quanto à segurança

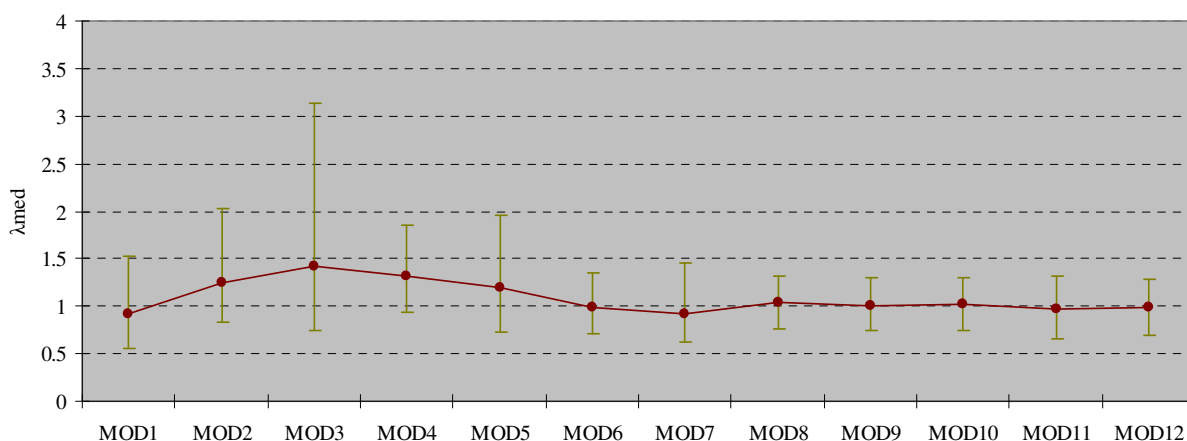
Figura 15.18- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão (Continua)

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987); MOD2= SHAABAN e GESUND (1994); MOD3= HARAJLI *et al.* (1995); MOD4= HOLANDA (2002); MOD5= CHOI *et al.* (2007); MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010); MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011); MOD8= *Teo-compl*; MOD9= *Teo-simpl*; MOD10= *Teo-bal*; MOD11= *Teo-compl*_{CEB,f}; MOD12= *Teo-simpl*_{CEB,f}.



b) Análise quanto à dispersão (curva “box and whiskers”)



c) Avaliação de λ_{med}

Figura 15.18- Avaliação dos resultados quanto à segurança e à dispersão

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987); MOD2= SHAABAN e GESUND (1994); MOD3= HARAJLI *et al.* (1995); MOD4= HOLANDA (2002); MOD5= CHOI *et al.* (2007); MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010); MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011); MOD8= *Teo-compl*; MOD9= *Teo-simpl*; MOD10= *Teo-bal*; MOD11= *Teo-compl_{CEB,f}*; MOD12= *Teo-simpl_{CEB,f}*.

No que diz respeito à classificação dos modelos quanto ao critério adaptado de Collins, a Tabela 15.4, além de confirmar as conclusões anteriores, também mostra que as prescrições desta pesquisa foram, juntamente com as de Muttoni e Ruiz, as únicas com predominância de respostas na classe “segurança apropriada”, $\lambda \in [0.85-1.15[$.

Tabela 15.4- Classificação segundo o critério de COLLINS (2001)

λ		< 0.50	[0.50-0.85[[0.85-1.15[[1.15-2.00[≥ 2.00	Total	Med	DP	COV (%)
MOD1	Nº Lajes	0	21	21	8	0	50	0.92	0.23	25.29
	Penal. Total	0	105	0	8	0	113			
MOD2	Nº Lajes	0	2	18	29	1	50	1.24	0.26	20.89
	Penal. Total	0	10	0	29	2	41			
MOD3	Nº Lajes	0	5	18	20	7	50	1.42	0.62	43.38
	Penal. Total	0	25	0	20	14	59			
MOD4	Nº Lajes	0	0	8	42	0	50	1.32	0.20	15.47
	Penal. Total	0	0	0	42	0	42			
MOD5	Nº Lajes	0	6	17	27	0	50	1.20	0.29	24.03
	Penal. Total	0	30	0	27	0	57			
MOD6	Nº Lajes	0	6	37	7	0	50	0.99	0.13	13.26
	Penal. Total	0	30	0	7	0	37			
MOD7	Nº Lajes	0	20	24	6	0	50	0.92	0.18	19.45
	Penal. Total	0	100	0	6	0	106			
MOD8	Nº Lajes	0	2	37	11	0	50	1.04	0.13	12.72
	Penal. Total	0	10	0	11	0	21			
MOD9	Nº Lajes	0	5	38	7	0	50	1.00	0.13	13.22
	Penal. Total	0	25	0	7	0	32			
MOD10	Nº Lajes	0	4	39	7	0	50	1.01	0.13	12.74
	Penal. Total	0	20	0	7	0	27			
MOD11	Nº Lajes	0	6	43	1	0	50	0.97	0.11	11.38
	Penal. Total	0	30	0	1	0	31			
MOD12	Nº Lajes	0	5	42	3	0	50	0.98	0.11	11.17
	Penal. Total	0	25	0	3	0	28			

NOTA:

MOD1= NARAYANAN e DARWISH (1987); MOD2= SHAABAN e GESUND (1994); MOD3= HARAJLI *et al.* (1995); MOD4= HOLANDA (2002); MOD5= CHOI *et al.* (2007); MOD6= MUTTONI e RUIZ (2010); MOD7= HIGASHIYAMA *et al.* (2011); MOD8= *Teo-compl*; MOD9= *Teo-simpl*; MOD10= *Teo-bal*; MOD11= *Teo-compl*_{CEB,f}; MOD12= *Teo-simpl*_{CEB,f}.

16- CONCLUSÕES

16.1- PROGRAMA EXPERIMENTAL (*CAPÍTULO 8*)

O programa experimental visou simular o comportamento da ligação *laje x pilar* sujeita à carregamento simétrico. Diante dos resultados, pode-se afirmar que ambos, sistema de ensaio e mecanismo de carregamento, cumpriram adequadamente as funções que lhes foram delegadas. O plano de instrumentação utilizado foi acertado, pois os pontos monitorados forneceram as informações necessárias para uma avaliação apropriada das lajes.

No que diz respeito aos ensaios de caracterização do concreto, os ensaios de flexão em 3P de vigas entalhadas (RILEM TC 162-TDF, 2002) e os ensaios das placas redondas (ASTM C1550, 2003) mostraram que os concretos *Vf60c50* e *Vf75c50* não foram confeccionados com o mesmo controle de qualidade dos demais concretos, pois se verificou carência no teor de fibras destes concretos. Os resultados dos ensaios de compressão axial (ISO 1920-3, 2004) confirmaram que as resistências à compressão dos concretos corresponderam satisfatoriamente aos valores teóricos, sendo os resultados do concreto *Vf90fc70* os menos favoráveis, $f_{cm,exp}/f_{cm,teo}=0.82$. A carência no teor de fibras dos concretos *Vf60c50* e *Vf75c50* não comprometeu a resistência à compressão dos mesmos.

16.2- RESULTADOS EXPERIMENTAIS (*CAPÍTULO 9*)

16.2.1- Deslocamentos do sistema de ensaio

Os resultados permitem afirmar que o sistema de ensaio apresentou rigidez suficiente para garantir a adequada avaliação das lajes, não foi verificada a presença de deslocamentos secundários.

16.2.2- Deslocamentos das lajes

A influência de V_f sobre a relação $P_{N\delta}$ das lajes com $f_{cm}=50$ MPa foi notória apenas na laje *Lvf90fc50*. Para esta laje, verificou-se que o valor da carga máxima manteve-se praticamente constante até o fim do teste, o que indica mudança no modo de ruína desta laje. As demais lajes de CRFA com $f_{cm}=50$ MPa, *Lvf60fc50* e *Lvf75fc50*, tiveram a sua performance comprometida devido à carência de fibras no concreto. Apesar do infortúnio, estas lajes apresentaram resistências residuais mais expressivas que a sua respectiva laje de referência, *Lvf0fc50*. Nas lajes

com $f_{cm}=70$ MPa verificou-se que a influência de V_f sob a relação $P_N \times \delta$ foi mais evidente que nas lajes com $f_{cm}=50$ MPa, pois a alteração no modo de ruína das lajes (formação de um patamar constante de carga até o fim do teste) ocorreu para um teor de fibras menor, $V_f=60$ kg/m³. No que diz respeito à perda de carga da laje $L_v f 90 f_c 70$, próximo ao fim do ensaio, acredita-se que este fato tenha sido a influência conjunta de $f_{cm}<70$ MPa e do elevado nível de fissuração em $\delta \approx 50$ mm.

No tocante à influência de f_{cm} sobre a relação $P_N \times \delta$, os resultados mostraram que a performance das fibras, em termos de resistência ao arrancamento da matriz de concreto, foi mais efetiva nas lajes com $f_{cm}=70$ MPa, visto que neste grupo de lajes observou-se que a carga máxima manteve-se praticamente constante até o fim dos ensaios.

16.2.3- Deformações no concreto

De um modo geral, os resultados das análises permitem afirmar que o comportamento da relação *carga x deformação* acontece da seguinte forma: as deformações crescem com a evolução da carga, porém, para níveis de carga próximos ao valor máximo, P_{max} , as referidas deformações diminuem, podendo inclusive ser registrado deformações de tração. As análises das relações $P_N \times \varepsilon_c$ também mostraram que os valores máximos e mínimos de deformação acontecem praticamente em um mesmo nível de carga. Para finalizar, verificou-se que V_f e f_{cm} tiveram pouca influência sobre as relações *carga x deformação* normalizada na direção radial para níveis de carga inferiores à $P_N \approx 0.1$ MPa^{1/2}. As peculiaridades das curvas tornaram-se visíveis com a proximidade de $P_{max,N}$, uma vez que as grandezas V_f e f_{cm} atribuíram comportamento distintos às lajes.

16.2.4- Deformações nas armaduras

Os resultados mostraram que o comportamento de algumas curvas das lajes de CRFA não retratou apropriadamente a relação *carga x deformação*, $P_x \varepsilon_s$, das armaduras. Especula-se que o motivo deste acontecimento tenha origem na escolha do extensômetro, o tipo FLA-1-11-3L, usado nas lajes de CRFA, com *gauge length* de 1 mm pode ter sido equivocada. Extensômetros com *gauge length* de 3 mm, FLA-3-11-3L, usados nas lajes de referência, foram mais apropriado. Dadas as circunstâncias, descrever as influências que os parâmetros V_f e f_{cm} exerceram sobre o comportamento da relação *carga x deformação* das armaduras é inviável,

entretanto, é possível analisar satisfatoriamente a grandeza r_y , a qual é um indicativo para avaliar o grau de solicitação nas armaduras de flexão. Para conferir maior credibilidade à estimativa de r_y , além das análises realizadas nas lajes desta pesquisa, avaliou-se também o referido parâmetro com as pesquisas de MCHARG (1997), AZEVEDO (1999) e CHENG e PARRA (2010). No que se refere às lajes de CRFA, os resultados das análises mostraram que os valores de r_y no momento da ruína, ou próximo da mesma, variaram entre $0.30 \cdot r_s$ e $0.45 \cdot r_s$. De um modo geral, a relação r_y/r_s conduz à valores baixos sempre que a laje punção sem a solicitação efetiva das armaduras de flexão. No que diz respeito às considerações de projeto, é razoável admitir $r_y=0.35 \cdot r_s$.

16.2.5- Mapa de fissuração e superfície de ruína

No que diz respeito à influência do parâmetro V_f sobre o padrão de fissuração das lajes com $f_{cm}=50$ MPa, verificou-se que as peças reforçadas com fibras apresentaram grau de fissuração inferior à respectiva laje sem fibras para qualquer nível de carregamento. Além disto, também foi constatado que não houve a formação do cone de punção na laje com $V_f=90$ kg/m³. Nas lajes com $f_{cm}=70$ MPa observou-se comportamento análogo, as fibras, além de controlarem a fissuração, também favoreceram o modo de ruína das peças. Para este grupo de lajes, $f_{cm}=70$ MPa, a alteração no modo de ruína ocorreu em condições mais vantajosas, pois o puncionamento foi evitado utilizando-se $V_f=60$ kg/m³. No tocante à laje $Lvf90fc70$, acredita-se que o puncionamento ocorrido nesta laje no fim do teste seja justificada pela a influência conjunta de $f_{cm}<70$ MPa e do elevado nível de fissuração nos fases finais de carregamento. De um modo geral, as fibras aprimoraram o controle da formação e da propagação das fissuras e mais, quando utilizada em quantidades adequadas, as mesmas conferiram às peças os atributos necessários para alterar o seu modo de ruína.

16.2.6- Prescrição da carga última e classificação do modo de ruína

A avaliação da prescrição da carga última foi realizada por meio do parâmetro $\chi=V_{exp}/V_{teo}$, onde V_{exp} representa o valor da carga última experimental e $V_{teo}=V_R$ representa a prescrição da resistência à punção. No que se refere à prescrição da carga última das lajes de referência (cálculo de $V_R=V_{R,c}$), verificou-se que os resultados mais satisfatórios foram obtidos com o ACI 318, o EC2 e o CEB-2010, uma vez que estes códigos apresentaram $0.85 \leq \chi_{med} < 1.15$. Os resultados obtidos com os códigos CEB-90 e NBR-6118 foram conservadores, pois

$1.15 \leq \chi_{med} < 2.00$. Os resultados dos cálculos das lajes de CRFA segundo o CEB-2010 ($V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$) foram extremamente perigosos, $\chi_{med} \approx 0.50$. No tocante aos modelos teóricos, observou-se que apenas as formulações de Harajli *et al.* e Higashiyama *et al.* forneceram resultados perigosos, $0.50 \leq \chi_{med} < 0.85$, sendo os demais satisfatórios ($0.85 \leq \chi_{med} < 1.15$). Ressalta-se que os valores de χ apresentados pela maioria dos modelos, exceto o de Holanda e de Choi *et al.*, foram desfavoráveis à segurança, $\chi < 1$. Especula-se que o motivo deste acontecimento seja o arranjo incomum das armaduras de flexão.

A classificação do modo de ruína das lajes segundo a avaliação dos valores de $\chi = V_{exp}/V_{flex}$ sugere que a ruína das lajes seja por punção, pois $V_{exp} < V_{flex}$. Verificou-se, entretanto, que este processo de classificação não correspondeu à realidade dos experimentos, sendo assim, a referida classificação foi estabelecida atribuindo-se maior relevância às observações experimentais. Em resumo, foi constatado que as lajes *Lvf60fc70*, *Lvf75fc70* e *Lvf90fc50* romperam por flexão, enquanto que as demais lajes punçaram ao redor da área carregada.

16.3- ANÁLISE DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS (**CAPÍTULO 10**)

Nesta seção foram avaliadas as prescrições da resistência à punção de cinco códigos de projeto, ACI 318 (2008), CEB-FIP (1991), EC2 (2004), NBR 6118 (2003), CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 e CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29.

A primeira modalidade de análise avaliou a performance dos códigos em prescrever a resistência última à punção das lajes da base de dados sem reforço com fibras, ou seja, $V_f = 0$. Os resultados mostraram que as prescrições do código CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 foi o mais satisfatório. A referida prescrição foi a única com predominância de resultados na classe "segurança apropriada", $\chi \in [0.85-1.15]$. Dentre os códigos em vigor, a prescrição do EC2 (2004), foi o mais satisfatório.

A segunda modalidade de análise avaliou as performances dos códigos em prescrever a resistência última à punção das lajes da base de dados com $V_f > 0$. Os resultados mostraram que a prescrição do CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29, precisa ser reavaliada, pois apresentou performance contra a segurança, $\chi \in [0.50-0.85]$. Nas análises da referida prescrição, o cálculo de f_{Ftuk} , foi realizado admitindo $w_u = 1.5$ mm. Desconsiderou-se a recomendação de adotar $w_u = \psi \cdot d/6$ para os casos de laje de CRFA com armadura de flexão, porque $w_u = \psi \cdot d/6$ torna a performance do CEB-FIP (2010) – Eq. 5.29 ainda mais perigosa. Para obter uma resposta satisfatória desde código,

seria necessário admitir $w_u \approx 4.0$ mm. No que diz respeito às prescrições dos demais códigos, era de se esperar resultados conservadores, $\chi \in [1.15-2.00]$, visto que as mesmas não consideram a parcela de resistência das fibras. Dentre as prescrições apresentadas, o código do CEB-FIP (2010) – Eq. 5.22 apresentou os resultados menos conservadores.

Análises adicionais foram realizadas com o intuito de verificar a influência que V_f exerce sobre o valor médio de χ , χ_{med} . Os resultados mostraram que o parâmetro V_f compromete a performance de todas as prescrições, independente do grupo de laje analisada.

16.4- ANÁLISE DAS FORMULAÇÕES QUE CONSIDERAM O REFORÇO COM FIBRA DE AÇO (CAPÍTULO 11)

Nesta seção foram avaliadas as prescrições da resistência à punção de sete modelos teóricos, NARAYANAN e DARWISH (1987), SHAABAN e GESUND (1994), HARAJLI *et al.* (1995), HOLANDA (2002), CHOI *et al.* (2007), MUTTONI e RUIZ (2010) e HIGASHIYAMA *et al.* (2011). A performance dos modelos foi avaliada com base em 154 estudos experimentais de lajes lisas reforçadas com fibras de aço e sujeitas a carregamento simétrico e foi medida por meio de análises sobre o parâmetro $\chi = V_{exp}/V_{teo}$. O parâmetro χ também foi julgado segundo uma adaptação do critério de penalidade proposto por COLLINS (2001).

A análise dos resultados mostrou que os modelos de MUTTONI e RUIZ (2010) e de HIGASHIYAMA *et al.* (2011), são os mais satisfatórios no que diz respeito à precisão ($\chi_{med} \approx 1,0$). Entretanto, segundo o critério de penalidade de Collins (*DPC*), o modelo de Higashiyama apresentou tendência em prescrever resultados perigosos, $\chi \in [0.50-0.85]$. No âmbito geral, o modelo de Muttoni e Ruiz apresentou as respostas mais precisas, menos dispersas e menos penalizadas segundo o critério de Collins, sendo por este motivo o mais indicado para prescrever a resistência à punção de lajes reforçadas com fibras de aço.

Além da análise segundo o critério de penalidade de Collins, análises complementares foram realizadas para avaliar a influência que os parâmetros V_f , l/d_f , f_c , e ρ exercem sobre o valor médio de χ , χ_{med} . Esta modalidade de análise, além de confirmar a melhor performance do modelo de Muttoni e Ruiz, também mostrou que os modelos de Narayanan e Darwish, Choi *et al.* e Higashiyama *et al.* prescreveram deficientemente as lajes da base de dados com $\rho \leq 0.6\%$.

16.5- PROPOSTA ANALÍTICA PARA O CÁLCULO DAS RESISTÊNCIAS RESIDUAIS À TRAÇÃO POR FLEXÃO f_{R1} , f_{R3} e f_{R4} (CAPÍTULO 12)

As equações empíricas Eq. 12.7, 12.8 e 12.9, obtidas dos 69 resultados apresentados na base de dados, forneceram as relações entre os parâmetros f_{Ri} e $V_f(l_f/d_f)$ de forma dispersa, porém, com respostas satisfatórias quanto à segurança. As referidas equações, aplicadas apenas aos concretos com comportamento *softening*, apesar de práticas, precisam ser utilizadas cautelosamente, pois a sua natureza empírica pode conduzir a resultados pouco satisfatórios.

16.6- PROPOSTA ANALÍTICA PARA ESTABELEECER O CRITÉRIO DE RUÍNA À PUNÇÃO DE LAJES DE CRFA (CAPÍTULO 13)

A proposta empírica apresentada nesta pesquisa para descrever o critério de ruína das lajes lisas reforçadas com fibras de aço foi fundamentada em uma base de dados composta por 154 ensaios de punção simétrica e em recomendações do ACI 318 (2008). A expressão empírica sugerida, Eq. 13.22, apresentou respostas satisfatórias, entretanto, os resultados do presente estudo, mostraram que o desenvolvimento de uma formulação fundamentada em conceitos mecânicos/físicos é necessário para estabelecer-se com maior rigor o momento da ruína das lajes de CRFA.

16.7- PROPOSTAS ANALÍTICAS PARA ESTABELEECER A RELAÇÃO CARGA X ROTAÇÃO DE LAJES DE CRFA E A CONTRIBUIÇÃO DA FIBRA $V_{R,f}$ NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO (CAPÍTULO 14)

Nesta pesquisa foram apresentadas três propostas para estabelecer a relação *carga x rotação* das lajes lisas reforçadas com fibras de aço, *Teo-compl*, *Teo-simpl* e *Teo-bal*, as quais foram fundamentadas no trabalho de MUTTONI (2008). Além destas, apresentaram-se também duas propostas que prescrevem a contribuição das fibras na resistência à punção, $V_{R,f}$. Estas propostas, foram desenvolvidas com base na pesquisa de MUTTONI e RUIZ (2010) e na lei constitutiva *tensão x abertura de fissura* sugerida pelo CEB-FIP (2010).

No que diz respeito às propostas *Teo-compl*, *Teo-simpl* e *Teo-bal*, estas descreveram satisfatoriamente a relação *carga x rotação* das lajes desta pesquisa. Porém, a prescrição da resistência à punção destas lajes foi comprometida (resultados contra a segurança) pelo critério de ruína, visto que a natureza empírica deste critério não satisfaz às expectativas experimentais

das lajes em análise. Acredita-se que os resultados pouco favoráveis, seja consequência do arranjo incomum das armaduras de flexão das lajes desta pesquisa.

As análises das propostas que prescrevem a contribuição das fibras, $V_{R,f}$, foram feitas em conjunto com as prescrições de $V_{R,c}$ do CEB-FIP (2010), uma vez que, $V_{teo} = V_R = V_{R,c} + V_{R,f}$. Nestas análises, as referidas propostas foram denominadas, respectivamente, por $Teo-compl_{CEB,f}$ e $Teo-simpl_{CEB,f}$. A performance destas propostas em prescrever a resistência à punção das lajes testadas neste estudo foi satisfatória. Além da precisão favorável ($\lambda_{med} = V_{exp}/V_{teo} \approx 1.0$), as formulações também apresentaram resultados com dispersão baixa, $CV \approx 10\%$.

16.8- ANÁLISE DAS PROPOSTAS (CAPÍTULO 15)

O desempenho das propostas desta pesquisa em prescrever as cargas de ruptura das lajes que compõem a base de dados (BD) foi satisfatório quanto à precisão, ao nível de conservadorismo e ao critério de penalidade de Collins. Além disto, ressalta-se que as propostas que descrevem a relação *carga x rotação* representaram adequadamente a referida relação das lajes da BD. Com o intuito de verificar possíveis deficiências nas propostas, análises complementares foram realizadas para avaliar a influência que os parâmetros V_f , l/d_f , f_c , d e ρ exercem sobre o valor médio de $\lambda = V_{exp}/V_{teo}$, λ_{med} . De uma forma geral, os resultados destas análises mostraram que os parâmetros avaliados não comprometeram significativamente a performance das propostas.

Quando comparadas as propostas de NARAYANAN e DARWISH (1987), SHAABAN e GESUND (1994), HARAJLI *et al.* (1995), HOLANDA (2002), CHOI *et al.* (2007), MUTTONI e RUIZ (2010) e HIGASHIYAMA *et al.* (2011), verificou-se que as prescrições desta pesquisa foram, juntamente com as de Muttoni e Ruiz, as únicas com predominância de respostas na classe “segurança apropriada”, $\lambda \in [0.85-1.15]$.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 15530. (2007). Fibras de aço para concreto – Especificações. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ACI 318 (1989). Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary. American Concrete Institute, Detroit.

ACI 318 (2008). Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.

ACI 544.1R-96 (1996). State-of-the-art report on fiber reinforced concrete. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute.

ACI 544.2R-89 (1989). Measurement of properties of fiber reinforced concrete. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute, Reapproved 1999.

ACI 544.3R-08 (2008). Guide for specifying proportioning, and production of fiber-reinforced concrete. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute.

ACI 544.4R-88 (1988). Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute, Reapproved 1999.

AFONSO, C.L.M. (2010). Lajes fungiformes. Contribuições para a compreensão do seu comportamento. Dissertação de Doutorado, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Portugal.

ALBUQUERQUE, E.J.P. (2010). Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilares de Centro Retangulares. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília-DF.

ALEXANDER, S.; SIMMONDS, S. (1992). Punching shear tests of concrete slabs-column joints containing fiber reinforcement. ACI Structural Journal, v.89, n° 4, pg. 425-332, Jul/Aug.

ALEXANDER, S.D.B.; SIMMONDS, S.H. (1991). Bond model for strength of slab-column joints. Department of Civil Engineering. Structural Engineering Report, n° 174. University of Alberta.

ALEXANDER, S.D.B.; SIMMONDS, S.H. (1992). Bond model for concentric punching shear. ACI Structural Journal, v. 89, n° 3, pg. 325-334, May/June.

ALMEIDA, M.O. (1999). Estudo da tenacidade e proposta de nova configuração do ensaio de flexão em placas para os concretos reforçados com fibras de aço. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

ALTUN, F.; HAKTANIR, T.; ARI, K. (2006). Experimental Investigation of Steel Fiber Reinforced Concrete Box Beams under Bending. Materials and Structures, v. 39, no 4, pg. 491-499.

ARAÚJO, D.L. (2002). Cisalhamento entre viga e laje pré-moldadas ligadas mediante nichos preenchidos com concreto de alto desempenho. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Paulo, Brasil.

ASHOUR, S. A.; WAFI, F. F.; KAMAL, M. I. (2000). Effect of the Concrete Compressive Strength and Tensile Reinforcement Ratio on the Flexural Behavior of Fibrous Concrete Beams. Engineering Structures, v. 22, no 9, pg. 1145-1158.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASTM C 1550 (2003). Standard test method for flexural toughness of fiber reinforced concrete (using centrally loaded round panel). American Society of Testing and Materials, United States.

ASTM Standards A 820. Specification for Steel Fibers for Fiber Reinforced Concrete. American Society for Testing and Materials, 1996.

AZEVEDO, A.P. (1999). Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos. Dissertação de mestrado. EESC-USP.

BARRAGAN, B.E. (2002). Failure and toughness of steel fibre reinforced concrete under tension and shear. Doctoral Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports de Barcelona, March.

BARROS, J. A. O.; FIGUEIRAS, J. A. (1999). Flexural behavior of SFRC: testing and modeling. Journal of materials in civil engineering, v. 11, no 4, pg. 331-339, November.

BARROS, J.; RIBEIRO, A.; CUNHA, V.; ANTUNES, A. (2003). Fibras de aço no reforço ao corte de vigas de betão armado. Dimensionamento de estruturas de betão reforçado com fibras de aço, DEC-UM, Portugal.

BARROS, J.A.O. (1995). Comportamento de betão reforçado com fibras – Análise experimental e simulação numérica. Dissertação de Doutoramento, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Portugal.

BARROS, J.A.O. (2000). Betão reforçado com fibras de aço: conceitos fundamentais. Associação Portuguesa das Empresas de Betão Pronto (APEB), ISISE - Artigos em Revistas Nacionais.

BARROS, J.A.O.; CUNHA, V.M.C.F.; RIBEIRO, A.F.; ANTUNES, J.A.B. (2005). Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete. RILEM – Materials and Structures, nº 38, pg. 47-56, January-February.

BARROS, J.A.O.; SALEHIAN, H.; PIRES, N.M.M.A; GONÇALVES, D.M.F. (2012). Design and testing elevated steel fibre reinforced self-compacting concrete slabs. BEFIB2012–Fibre reinforced concrete.

BAZANT, Z.P.; CAO, Z. (1987). Size effect in punching shear failure of slabs. ACI Structural Journal, v. 84, pg. 44-53, Jan/Febr.

- BEHBAHANI, H.P. (2010). Flexural behavior of steel fiber reinforced concrete beams. Master Thesis. Faculty of Civil Engineering. Universiti Teknologi Malaysia. April.
- BILLINGTON, D.P. (1979). Robert Maillart's Bridges: the art of engineering. New-Jersey: Princeton University Press.
- BILLINGTON, D.P. (1997). Robert Maillart: Builder, designer and artist, Cambridge university Press, Cambridge, England.
- BIRKLE, G. (2004). Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout. Doctor thesis. Department of civil engineering, The University of Calgary, Calgary, Alberta.
- BORTOLOTTI, L. (1990). Punching shear strength in concrete slabs. ACI Structural Journal, v. 187, n° 2, pg. 208-219, March/April.
- BRASTRUP, M.W.; NIELSEN, M.P.; JENSEN, B.C.; BACH, F., (1976). Axisymmetric Punching of Plain and Reinforced Concrete. Report R75, Structural Research Laboratory, Technical University of Denmark.
- BROMS, C.E. (1990). Punching of Flat Plates – A Question of Concrete Properties in Biaxial Compression and Size Effect. ACI Structural Journal, v. 87, n° 3, pg. 292-304, May/June.
- BS 8110 (1985). Structural Use of Concrete. British Standards Institution, 1985.
- BS EN 14889-1: 2006. Fibres for concrete – Part 1: Steel fibres – Definitions, specifications and conformity. British Standards Institution, London, UK.
- BURATTI, N.; MAZZOTTI, C.; SAVOIA, M. (2011). Post-cracking behaviour of steel and macro-synthetic fibre-reinforced concretes. Construction and Building Materials, v. 25, pg. 2713-2722, January.
- CARINO, N.J.; LEYENDECKER, E.V.; FATTAL, S.G. (1983). Review of the Skyline Plaza Collapse. Concrete International, American Concrete Institute, pg. 35-42, July.

CASTELO BRANCO, A.F.V. (1989). Contribuição para o projeto de lajes-cogumelo. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas, Brasil.

CEB-FIP (1990). Model Code 1990: Final Draft. Bulletin D'Information, n° 203-205, CEB, Lausanne, July 1991.

CEB-FIP (2010). Model Code 2010: Final Draft. Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2011. (This final draft has not been published).

CHENG, M-Y.; PARRA-MONTESINOS, G.J. (2010). Evaluation of steel fiber reinforcement for punching shear resistance in slab-column connections – Part I: Monotonically increased load. ACI Structural Journal, v. 107, no 1, pg. 101-109, Jan/Feb.

CHENG, M-Y.; PARRA-MONTESINOS, G.J. (2010b). Evaluation of steel fiber reinforcement for punching shear resistance in slab-column connections – Part II: Lateral displacement reversals. ACI Structural Journal, v. 107, n° 1, pg. 110-118, Jan/Feb.

CHENG, M-Y.; PARRA-MONTESINOS, G.J.; SHIELD, C.K. (2008). Effectiveness of steel fibers versus shear stud reinforcement for punching shear resistance in slab-column connections subjected to bi-axial lateral displacements. The 14th World Conference on Earthquake Engineering 12-17, Beijing, China.

CHOI, K-K.; TAHA, M.M.R.; PARK, H-G.; MAJI, A.K. (2007). Punching shear strength of interior concrete slab-column connections reinforced with steel fibers. Cement & Concrete Composites, v. 29, pg. 409-420.

CHUNXIANG, Q.; PATNAIKUNI, I. (1999). Properties of High-Strength Steel Fiber- Reinforced Concrete Beams in Bending. Cement & Concrete Composites, v. 21, no 1, pg. 73-81.

COHEN, M. (2012). Structural behaviour of self consolidating steel fiber reinforced concrete beams. Master Thesis, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Ottawa, July.

COLLINS, M.P. (2001). Evaluation of shear design procedures for concrete structures. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design.

CONDIT, C. (1968). American building, The university of Chicago Press, Chicago.

CORDOVIL, F.A.B. (1997). Lajes de Concreto Armado – Punção. Florianópolis: UFSC.

DANCYGIER, A. N.; SAVIR, Z. (2006) Flexural Behavior of HSFRC with Low Reinforcement Ratios. *Engineering Structures*, v. 28, no11, pg. 1503-1512.

DELAHAY, P.E.J.; CHRISTOPHER, P.E.B. (2007). Current trends in economical concrete construction, Part one: Floor framing and lateral systems. *Structure Magazine*, pg. 19-21, July.

DELATTE, N.J. (2009). *Beyond Failure: Forensic Case Studies for Civil Engineers*. ASCE Press.

DESTRÉE, X.; BISSEN, A.M.; BISSEN, LUXEMBOURG. (2009). Steel-fibre-only reinforced concrete in free suspended elevated slabs. *Concrete Engineering International*, Spring.

DESTRÉE, X.; MANDL, J. (2008). Steel fibre only reinforced concrete in free suspended elevated slabs: Case studies, design assisted by testing route, comparison to the latest SFRC standard documents. *Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stoelhorst (eds)*, Taylor & Francis Group, pg. 437-443, London.

DURRANI, A.J.; DIAZ, A.J. (1992). Seismic resistance of fiber-reinforced slab-column connections. *Earthquake Engineering, Tenth World Conference* © 1992 Balkema, Rotterdam.

EFNARC. *European Specification for Sprayed Concrete*. European Federation of Producers and Applicators of Specialist Products for Structures (EFNARC), Hampshire, UK.

ELSAIGH, W.A. (2001). Steel fiber reinforced concrete ground slabs: a comparative evaluation of plain and steel fiber reinforced concrete ground slabs. Master Thesis, Faculty of Engineering, University of Pretoria.

EUROCODE2 (2004). *Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. European Standard, 2004.

FERREIRA, M.P. (2010). Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

FERRER BOIX, C. (2003). Experimental and numerical analysis of the shear failure in steel fibre reinforced concrete. Minor thesis, Universitat Politècnica de Catalunya. Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria, May.

FIGUEIREDO, A.D. (2000). Concreto com Fibras de Aço. Boletim Técnico – Série BT/PCC/260, Escola Politécnica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

FÜRST, A.; MARTI, D. (1997). Robert Maillart's design approach for flat slabs. J. Struct. Eng., 123(8), 1102-1110.

GARDNER, N.J.; HUH, J.; CHUNG, L. (2002). Lessons from the Sampoong department store collapse. Cement & Concrete Composites, v. 24, pg. 523–529.

GASPARINI, D.A. (2002). Contributions of C.A.P. Turner to Development of Reinforced Concrete Flat Slabs 1905-1909. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 128, n^o. 10, pg. 1243-1252, October.

GEORGOPOULOS, T. (1988). Einfaches Verfahren zur Bemessung des Stützbereichs punktförmig gestützter Stahlbetonplatten. BuStb 83, H7, 190-192.

GEORGOPOULOS, T. (1989). Durchstanzlast und Durchstanzwinkel punktförmig gestützter Stahlbetonplatten ohne Schubbewehrung. Bauingenieur 64, 187-191.

GIEDION, S. (1970). Space, time and architecture, 5th Ed., revised and enlarged, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass.

GRAFFIN, J.O. (1943). A brief history of lime, cement, concrete and reinforced concrete. University of Illinois Bull., Engineering Experiment Station Reprint Series n^o 27, v. 40, n^o 45, June (reprinted in ACI SP-52), Univ. of Illinois.

GUANDALINI, S. (2005). Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé. PhD Thesis 3380, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland. (in French)

GUSTAFSSON, J.; NOGHABAI, K. (1997). Steel fibers as shear reinforcement in high strength concrete beams. Master thesis. Division of Structural Engineering, Luleå University of Technology.

HALLGREN, M. (1996). Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs. Doctoral thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, pg. 206.

HARAJLI, M.H.; MAALOUF D.; KHATIB H. (1995). Effect of fibres on the punching shear strength of slab-column connections. Cement & Concrete Composites, v. 17, n° 2, pg. 161-170.

HARRIS, D.K. (2004). Characterization of punching shear capacity of thin UHPC plates. Master thesis. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

HIGASHIYAMA, H.; OTA, A.; MIZUKOSHI, M. (2011). Design equation for punching shear capacity of SFRC slabs. International Journal of Concrete Structures and Materials, v. 5, n° 1, pg. 35-42.

HILL, G.M. (1900). Discussion on Albany filtration plant. Trans. Am. Soc. Civ. Eng., XLIII, 307-308.

HOLANDA, K.M.A. (2002). Análise dos mecanismos de resistência e das similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade à punção. Tese de doutorado. São Carlos.

HOLSCHEMACHER, K.; MÜLLER, T. (2007). Influence of fibre type on hardened properties of steel fibre reinforced concrete. Modern building materials, structures and techniques, Proceedings of the 9th International Conference, Vilnius.

HOOL, G.A.; KINNE, W.S. (1924). Reinforced concrete and masonry structures. McGraw-Hill, New York.

HULL, D.; CLYNE, T.W. (1996). An introduction to composite materials. Cambridge, UK, Cambridge University Press.

International Cement Review, 2011. Global Cement Report. 9th edition.

ISO 15630-1 (2002). Steel for the reinforcement and prestressing of concrete - Test methods - Part 1: Reinforcing bars, wire rod and wire. International Standard, First edition, April.

ISO 1920-3 (2004). Testing of concrete – Part 3: Making and curing test specimens. International Standard, First edition, October.

JACKSON, J. (2008). 2008 issue 3 FMI QUARTERLY. FMI Corporation.

Japanese Society of Civil Engineers JSCE Standard III-1, Specification of Steel Fibers for Concrete, Concrete Library, n° 50, March, 1983.

KAMINETZKY, D. (1991). Design and Construction Failures: Lessons from Forensic Investigations. McGraw-Hill, New York, N. Y.

KARL, K-W.; LEE, D.H.; HWANG, J-H.; KIM, K.S.; CHOI, I-S. (2011). Revision on material strength of steel fiber-reinforced concrete. International Journal of Concrete Structures and Materials, v.5, n° 2, pg.87-96, December.

KIERDORF, A. (2006). Early Mushroom Slab Constructions in Switzerland, Russia and the U.S. A Study in Parallel Technological Development. pg. 1793-1807.

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. (1960). Punching of Concrete Slabs without Shear Reinforcement, Transactions of the Royal Institute of Technology, n° 158, Stockholm, Sweden, 112 pg.

KOOIMAN, A.G.; VEEN, C.; WALRAVEN, J.C. (2000). Modelling the post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete for structural design purposes. HERON, v. 45, n° 4, pg. 275-307.

KRASŅIKOVŠ, A.; KONONOVA, O. (2009). Strength Prediction for Concrete Reinforced by Different Length and Shape Short Steel Fibers. Scientific Journal of RTU, series 6, Mašīnzinātne un transports, v. 31, pg. 89-93.

- KRENCHER, H. (1964). Fibre reinforcement: theoretical and practical investigations of the elasticity and strength of fibre-reinforced materials. Akademisk Forlag.
- KWAK, Y-K.; EBERHARD, M.O.; KIM, W-S.; KIM, J. (2002). Shear of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups. *ACI Structural Journal*, v. 99, n° 4, pg. 530-538, Jul/Aug.
- LANGENDONCK, T. (1975). Teoria Elementar das Charneiras Plásticas. Associação Brasileira de Cimento Portland, v. 2, São Paulo.
- LEVY NETO, F.; PARDINI, L.C. (2006). Compósitos estruturais: ciência e tecnologia. Edgard Blücher, 1ª edição, São Paulo.
- LEYENDECKER, E.V.; FATTAL, S.G. (1977). Investigation of the Skyline Plaza Collapse in Fairfax County, Virginia. *Building Science Series – 94*, February.
- LOBÃO, L.M.M. (2005). Taxa de armadura longitudinal mínima em vigas de concreto de resistência normal com fibras de aço. Dissertação de mestrado. COPPE/UFRJ.
- LONG, N.M.; MARIAN, R. (2008). Investigation of fracture properties of steel fiber reinforced concrete. *The 3rd ACF International Conference – ACF/VCA*, pg. 854-861.
- LOPES, M.M. (2005). Substituição parcial de armadura de flexão por fibras de aço em vigas de concreto. Dissertação de mestrado. COPPE/UFRJ.
- LORD, A.R. (1910). A test of a flat slab floor in a reinforced concrete building. *National Association of Cement Users, ACI*, n° 67, pg. 156-179.
- MADAN, S.K.; KUMAR, G.R.; SINGH, S.P. (2007). Steel fibers as replacement of web reinforcement RCC deep beams in shear. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*, v. 8, n° 5, pg. 479-489.
- MAGHSOUDI, A.A.; SHARIFI, Y. (2009). Ductility of high strength concrete heavily steel reinforced members. *Scientia Iranica*, v. 16, n° 4, pg. 297-307, August.

- MARANGON, E. (2006). Desenvolvimento e Caracterização de Concretos Auto-Adensáveis Reforçados com Fibras de Aço. Dissertação de mestrado. UFRJ/COPPE. Rio de Janeiro.
- MARTI, P.; PFYL, T.; SIGRIST, V.; ULAGA, T. (1999). Harmonized test procedures for steel fiber-reinforced concrete. *ACI Materials Journal, Technical Paper*, v. 96, n° 6, November-December.
- MARTIN, L.; SEYMOUR, B.; CLARK, C.; STEPAN, M.; PAKALNIS, R.; ROWORTH, M.; CACERES, C. (2010). An analysis of fiber-reinforced round panel strengths and comparison to wire mesh bag strength. *SME Annual Meeting and Exhibit, Preprint 10-140*, Littleton, CO: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc.
- MCHARG, P. J. (1997). Effect of fibre-reinforced concrete on the performance of slab-column specimens. Montreal-Canada. Master thesis. McGill University.
- MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. (2006). *Concrete: microstructure, properties, and materials*. Third Edition, McGraw-Hill, New York.
- MELO, G.S.S.A. (1990). Behavior of reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England.
- Men of Minnesota. (1902). The Minnesota Historical Company, St. Paul, Minn.
- MENETREY, P. (1998). Relationships between Flexural and Punching Failure. *American Concrete Institute, Structural Journal*, v. 45, no 4, pg. 412-419, July.
- MESKENAS, A.; ULBINAS, D. (2011). Discrete crack model of steel fibre reinforced concrete members subjected to tension. 14-osios Lietuvos jaunuju mokslininku konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“.
- MICHELS, J.; WALDMANN, D.; MAAS, S.; ZÜRBES, A. (2012). Steel fibers as only reinforcement for flat slab construction – Experimental investigation and design. *Construction and Building Materials*, v. 26, pg. 145-155.

MOE, J. (1961). Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads. Development Department Bulletin d47, Portland Cement Association (PCA), pg. 130.

MOLINS, C.; AGUADO, A.; SALUDES, S. (2009). Double punch test to control the energy dissipation in tension of frc (Barcelona test). *Materials and Structures*, v. 42, n° 4, pg. 415-425.

MONTAIGNAC, R.; MASSICOTTE, B.; CHARRON, J-P.; NOUR, A. (2011). Design of SFRC structural elements: post-cracking tensile strength measurement. *RILEM – Materials and Structures*, September.

MORAES NETO, B.N. (2007). Análise Experimental de Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Estribos Inclinados e Pilares Retangulares Sujeitas a Puncionamento Simétrico. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém-Pará.

MUTTONI, A. (2003). Shear and Punching Strength of Slabs without Shear Reinforcement. *Beton-und Stahlbetonbau*, v. 98, n° 2, Berlin, Germany, pg. 74-84. (in German)

MUTTONI, A. (2008). Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. *ACI Structural Journal*, v. 105, n° 4, pg. 440-450, July/August.

MUTTONI, A. (2011). A physical model for design and retrofitting of reinforced concrete slabs against punching. *SILE2011, Seminário Internacional sobre Ligações Estruturais*.

MUTTONI, A.; MIRZAEI, Y. (2005). Post critical behavior of flat slabs. Extended abstract, *Cemsuisse, Laboratoire de construction en béton EPFL – ENAC – IS–BETON 1015 Lausanne*.

MUTTONI, A.; RUIZ, M.F. (2010). The critical shear crack theory as mechanical model for punching shear design and its application to code provisions, *Fédération Internationale du Béton, Bulletin 57, Lausanne, Switzerland*, pg. 31-60.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J. (1991). Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement. *IABSE Colloquium*, v. 62, Zurich, Switzerland, pg. 703-708.

- NAAMAN, A.E. (2003). Engineered steel fibers with optimal properties for reinforcement of cement composites. *Journal of Advanced Concrete Technology*, v. 1, n° 3, pg. 1-12, October.
- NAAMAN, A. E.; CHANDRANGSU, K. (2004). Innovative Bridge Deck System Using High-Performance Fiber-Reinforced Cement Composites. *ACI Structural Journal*, v. 101, n° 1, pg. 57-64, Jan-Feb.
- NAAMAN, A.E.; LIKHITRUANGSILP, V.; PARRA-MONTESINOS G. (2010). Punching shear response of high-performance fiber-reinforced cementitious composite slabs. *ACI Structural Journal*, v. 104, n° 2, pg. 170-179, March/April.
- NARAYANAN, R., DARWISH, I.Y.S. (1987). “Punching Shear Tests on Steel Fibre Reinforced Microconcrete Slabs”, *Magazine of Concrete Research*, 39 (138), 42-50.
- NARAYANAN, R.; KAREEM-PALANJIAN, A.S. (1984). Effect of Fibre Addition on Concrete Strengths. *Indian Concrete Journal*, v. 58, n° 4, pg. 100-103.
- NATARAJA, M.C.; DHANG, N.; GUPTA, A.P. (1999). Stress-strain curves for steel-fiber reinforced concrete under compression. *Cement & Concrete Composites*, v. 21, pg. 383-390.
- NBR 6118 (2003). ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro.
- NGUYEN-MINH, L.; ROVŇÁK M.; TRAN-QUOC T.; NGUYEN-KIM, K. (2011). Punching shear resistance of steel fiber reinforced concrete flat slabs.
- NOUR, A.; MASSICOTTE, B.; DE MONTAIGNAC, R.; CHARRON, J-P. (2011). Derivation of a crack opening deflection relationship for fibre reinforced concrete panels using a stochastic model: Application for predicting the flexural behaviour of round panels using stress crack opening diagrams. *Cement and Concrete Research*, v. 41, pg. 964-974.
- NUNES, G.T.N. (2006). Análise experimental de vigas de concreto reforçado com fibras de aço submetidas a esforços de cisalhamento. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia Civil, UFG, Goiás, Brasil.

OLIVEIRA, C.A.S. (2007). Avaliação da redução de armadura mínima de flexão em vigas de concreto armado com adição de fibras de aço. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia Civil, UFG, Goiás, Brasil.

OLIVEIRA, D.R.C. (1998). Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto de Alta resistência com Armadura Inclinada de Punção. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Dissertação de Mestrado, Brasília.

OLIVEIRA, D.R.C. (2003). Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Tese de Doutorado, Brasília.

OLIVEIRA, F.L. (2010). Design-oriented constitutive model for steel fiber reinforced concrete. Doctoral Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya. Departament d'Enginyeria de la Construcció. Barcelona.

ÖZDEN, S.; ERSOY, U.; OZTURAN, T. (2006). Punching shear tests of normal- and high-strength concrete flat plates. *Can. J. Civ. Eng.*, v. 33, pg. 1389-1400.

PARK, R.; GAMBLE, W.L. (2000). Reinforced Concrete Slabs. John Wiley & Sons Inc., 2nd Edition.

PCA – Portland Cement Association (2005). Economical Concrete Floor System.

PEDROSO, F.L. (2009). Concreto: as origens e a evolução do material construtivo mais usado pelo homem. *Revista Concreto & Construções*, Revista oficial do IBRACON, Ano XXXVII, nº 53, pg. 14-19, Jan-Fev.

PEREIRA, E.N.B.; BARROS, J.A.; RIBEIRO, A.F.; CAMÕES, A. (2004). Post-cracking behaviour of selfcompacting steel fibre reinforced concrete. 6th International RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete – BEFIB.

PERKINS, B.; HOGLUND, J.D.; KING, D.; COHEN, E. (2004). Building type basics for senior living. Stephen A. Kliment, Series Founder and Editor, Wiley, John Wiley & Sons, INC.

POH, J.; TAN, K.H.; PETERSON, G.L.; WEN, D. (2008). Structural testing of steel fibre reinforced concrete (sfrc) tunnel lining segments in Singapore. Land Transport Authority, Hampshire Road, ITA 2008.

PRISCO, M.; FELICETTI, R. (1997). Some results on punching shear in plain and fibre-reinforced micro-concrete slabs. Magazine of Concrete Research, v. 49, n° 180, pg. 201-219, September.

RAMLI, M.; DAWOOD, E.T. (2011). High-strength flowable mortar reinforced by steel fiber. Slovak Journal of Civil Engineering, v. XIX, n° 3, pg. 10-16.

RILEM TC 162-TDF. (2001). Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Uni-axial tension test for steel fibre reinforced concrete, Recommendation. Materials and Structures, v. 34, pg. 3-6, January-February.

RILEM TC 162-TDF. (2002). Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Bending test, Final Recommendation. Materials and Structures, v. 35, pg. 579-582, November.

RILEM TC 162-TDF. (2003). Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ϵ Design method, Final Recommendation. Materials and Structures, v. 36, pg. 560-567, October.

RODRIGUES JÚNIOR, A. (2009). Comportamento de Vigas de Concreto com Fibras de Aço e Baixas Taxas de Armadura Longitudinal. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

RUIZ, M.F.; MUTTONI, A. (2009). Applications of critical shear crack theory to punching of reinforced concrete slabs with transverse reinforcement. ACI Structural Journal, v. 106, n° 4, pg. 485-494, July/August.

SALNA, R.; MARCIUKAITIS, G. (2010). Influence of fiber shape on the strength of steel fiber reinforced concrete. Modern Building Materials, Structures and Techniques, The 10th international Conference, Vilnius, Lithuania, pg. 763-767, May.

SANTOS, S.P.F. (2009). The Bending and Shear Behaviour of Laminar Structures of High Performance Fibre Reinforced Concrete. Master thesis, School of Engineering, Dept. of Civil Engineering, University of Minho, Guimarães, Portugal.

SCHREIBER, S.K. (2001). Punching shear capacity of slab-column connections with steel-fibre reinforcement under lateral cyclic loading. Master thesis. Structural Engineering, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Alberta.

SHAABAN, A.M.; GESUND, H. (1994). Punching shear strength of steel fiber reinforced concrete flat plates. *ACI Structural Journal*, v. 91, n° 4, pg. 406-414, Jul/Aug.

SHAKHMENKO, G.; KRASNIKOVS, A.; EIDUKS, M. (2007). Fiber Concrete for Construction Member Subjected to Bending Load. 9th International Conference "Modern Building Materials, Structures and Techniques": Book of Abstracts, Lithuania, Vilna, May.

SHEHATA, I. A. E. M. (1985). Punching of prestressed and non-prestressed reinforced concrete flat slabs. PhD Thesis – The Polytechnic of Central London, London.

SHEHATA, I.A.E.M. (1990). Simplified model for estimating the punching resistance of reinforced concrete slabs. *Materials and Structures*, v. 23, n° 137, pg. 364-370.

SHENDE, A.M.; PANDE, A.M. (2011). Experimental study and prediction of tensile strength for steel fiber reinforced concrete. *International Journal of Civil and Structural Engineering*, v. 1, n° 4, pg. 910-917.

SHUKLA, M. (2011). Behavior of reinforced concrete beams with steel fibres under flexural loading. *International Journal of Earth Sciences and Engineering*, v. 04, n° 06, pg. 843-846, SPL, October.

SMADI, M.M.; YASIN, I.S.B. (2008). Behavior of high-strength fibrous concrete slab-column connections under gravity and lateral loads. *Construction and Building Materials* 22 (2008), 1873-1873.

SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. (1998). *Lajes em Concreto Armado e Protendido*. Editora EDUFF, Niterói, Rio de Janeiro.

SOZEN, M.A.; SEISS, C.D. (1963). Investigation o multiple-panel reinforced concrete floor slabs. Journal of the American Concrete Institute, pg. 999-1025, August.

STEFANIDI, K.G.; MISTAKIDIS, E.; PERDIKARIS, P.; PAPTHTHOCHARIS, T. (2011). Numerical simulation of the nonlinear bending response of fibre-reinforced cementitious matrix beams and comparison with experimental results. Engineering Structures, v. 33, pg. 3579–3589.

SWAMY, R.N.; ALI, S.A.R. (1982). Punching shear behavior of reinforced slab-column connections made with steel fiber concrete. Amer. Concrete Inst. Proc, 79, pg. 392-406.

TALBOT, A. N. (1913). Reinforced concrete wall footings and column footings. Engineering experiment station, university of Illinois, Urbana, Bulletin no 67.

TAN, K-H.; PARAMASIVAM, P. (1994). Punching shear strength of steel fiber reinforced concrete slabs. Journal of Materials in Civil Engineering, v. 6, n° 2, pg. 240-253, May.

The Atlas Portland Cement Company. (1907). Reinforced Concrete in Factory Construction. New York, November.

THEODORAKOPOULOS, D.D.; SWAMY, N. (1993). Contribution of steel fibers to the strength characteristics of lightweight concrete slab-column connections falling in punching shear. ACI Structural Journal. V. 90, n° 4, pg. 342–355, Jul/Aug.

THEODORAKOPOULOS, D.D.; SWAMY, R.N. (1989). Punching shear behavior of lightweight concrete slabs with steel fibers. Fiber Reinforced Cements and Concretes, Applied Science, London, pg. 640-50.

THEODORAKOPOULOS, D.D.; SWAMY, R.N. (1993). Contribution of steel fibers to the strength characteristics of lightweight concrete slab-column connections failing in punching shear. Amer. Concrete Inst., 4, 342-55.

TRAUTWEIN, L.M. (2006). Punção em lajes cogumelo e concreto armado: análise experimental e numérica. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, São Paulo.

VAN CHANH, N. (2005). Steel Fibre Reinforced Concrete. Proceedings of the JSCE/VIFCEA, Joint Seminar on Concrete Engineering, Vietnam, pg. 108-116, December.

VANDEWALLE, L. et.al. (2003), RILEM TC 162-TDF: 'Test and design methods for steel fibre reinforced concrete'. σ - ε -design method, Final Recommendation. Materials and Structures, v. 36, pg. 560-567, October.

VECCHIO, F.J.; COLLINS, M.P. (1986). The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. ACI JOURNAL, Proceedings v. 83, n° 2, pg. 219-231.

VOO, J.Y.L.; FOSTER, S.J. (2004). Tensile fracture of fibre reinforced concrete: variable engagement model. Sixth Rilem Symposium on Fibre Reinforced Concrete (FRC), Varenna, Italy, pg. 875-884.

WALRAVEN, J.C. (1981). Fundamental Analysis of Aggregate Interlock. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 107, n° 11, pg. 2245-2270.

WANG, C. (2006). Experimental investigation on behavior of steel fiber reinforced concrete (SFRC). Master Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, August.

WIGHT, J.K.; MACGREGOR, J.G. (2009). Reinforced Concrete: Mechanics and Design. Fifth Edition, New Jersey: Prentice Hall.

WOOD, J.G.M. (2001). Pipers Row Car Park, Wolverhampton, Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997. Structural Studies & Design Ltd, Surrey, GB.

ZAMBRANA VARGAS, E.N. (1997). Punção em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço. São Carlos. Dissertação de mestrado. EESC-USP.

ANEXO A

ANEXO A.1- CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE SEGUNDO O RILEM TC 162-TDF (2003)

O cálculo do momento resistente foi realizado com base nas distribuições das deformações e das tensões mostradas na Figura A.1.1. A zona comprimida e tracionada do concreto foi dividida em diferentes regiões (distinguidas por cores na Figura A.1.1), as quais destacam os principais pontos que formam as leis constitutivas.

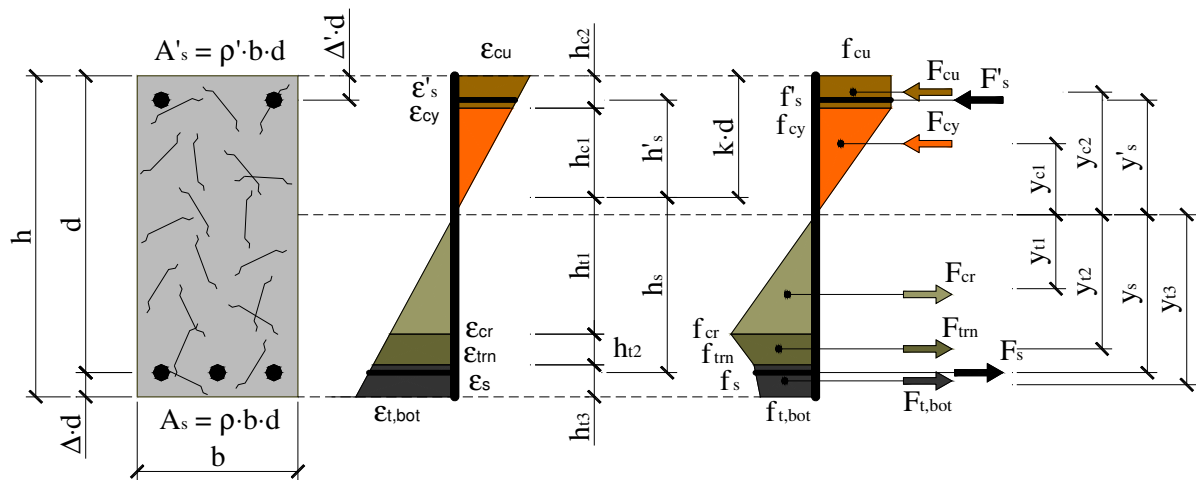


Figura A.1.1- Distribuição das deformações e das tensões na seção transversal da peça (sem escala)

O processo iterativo inicia-se fixando um valor para ϵ_{cu} e admitindo-se um valor para $k \cdot d$. Na sequência são calculadas as demais deformações, conforme segue:

$$\epsilon_{cu} = \begin{cases} 3.5 & \text{se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2.6 + 35 \cdot \left[\frac{90 - (f_c - 8)}{100} \right]^4 & \text{se } f_c > 58 \text{ MPa} \\ \frac{\epsilon_s \cdot k}{(1 - k)} & \text{se } \epsilon_s > 25 \end{cases} \quad [\%]$$

$$\epsilon_{cy} = \begin{cases} 1.75 & \text{se } f_c \leq 58 \\ 1.75 + \frac{0.55}{40} \cdot [(f_c - 8) - 50] & \text{se } f_c > 58 \end{cases}$$

$$\epsilon_{cr} = \epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_c} = \frac{f_{cr}}{E_c}$$

$$\varepsilon_{tm} = \varepsilon_2 = \varepsilon_{cr} + 0.1 \quad [\%]$$

$$\varepsilon_{t,bot} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (1 - k + \Delta)}{k}$$

$$\varepsilon_s = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (1 - k)}{k} & se \quad \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (1 - k)}{k} \leq 25 \\ 25 & se \quad \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (1 - k)}{k} > 25 \end{cases} \quad [\%]$$

$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (k - \Delta')}{k}$$

Os valores de ε_{cu} e ε_{cy} foram determinados conforme as recomendações do CEB-FIP (2010) e as demais deformações seguiram as recomendações do RILEM. As tensões atuantes na seção são definidas por:

$$f_{cu} = \lambda_1 \cdot f_c$$

$$f_{cy} = f_{cu}$$

$$f_{cr} = \sigma_1 = 0.7 \cdot f_{ctm,f} \cdot \left(1.6 - \frac{d}{1000}\right) \quad [\text{MPa}, \text{mm}]$$

$$f_{tm} = \sigma_2 = 0.45 \cdot f_{R,1} \cdot k_h$$

$$f_{t,bot} = \sigma_3 = 0.37 \cdot f_{R,4} \cdot k_h$$

$$f_s = \begin{cases} \varepsilon_s \cdot E_s & se \quad \varepsilon_s \cdot E_s < f_{sy} \\ f_y & se \quad \varepsilon_s \cdot E_s \geq f_{sy} \end{cases}$$

$$f'_s = \begin{cases} \varepsilon'_s \cdot E_s & se \quad \varepsilon'_s \cdot E_s < f'_{sy} \\ f'_y & se \quad \varepsilon'_s \cdot E_s \geq f'_{sy} \end{cases}$$

sendo,

$$f_{R1} = k_1 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f}\right)^{c1} = 7.5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f}\right)^{0.8} \quad [\text{MPa}]$$

$$f_{R4} = k_3 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f}\right)^{c3} = 5.5 \cdot \left(V_f \cdot \frac{l_f}{d_f}\right)^{0.65} \quad [\text{MPa}]$$

O valor de λ_l foi admitido unitário (alguns pesquisadores adotam $\lambda_l=0.85$) e o valor de $f_{ctm,f}$ foi calculado segundo as recomendações do CEB-FIP (2010), conforme segue:

$$f_{ctm,f} = f_{ctm} \cdot \frac{1 + 0.06 \cdot h_b^{0.7}}{0.06 \cdot h_b^{0.7}}$$

onde,

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0.3 \cdot (f_c - 8)^{2/3} & \text{se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2.12 \cdot \ln(1 + 0.1 \cdot f_c) & \text{se } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases}$$

Os valores das alturas individuais de cada região destacada na Figura A.1.1, assim como os braços de alavanca das mesmas são exibidos nas equações abaixo:

$$h_{c1} = \frac{\varepsilon_{cy} \cdot k \cdot d}{\varepsilon_{cu}}$$

$$h_{c2} = k \cdot d - h_{c1}$$

$$h_{t1} = \frac{\varepsilon_{cr} \cdot k \cdot d}{\varepsilon_{cu}}$$

$$h_{t2} = \frac{\varepsilon_{tm} \cdot k \cdot d - \varepsilon_{cu} \cdot h_{t1}}{\varepsilon_{cu}}$$

$$h_{t3} = (1 - k + \Delta) \cdot d - h_{t1} - h_{t2}$$

$$h_s = (1 - k) \cdot d$$

$$h'_s = (k - \Delta') \cdot d$$

$$y_{c1} = \frac{2}{3} \cdot h_{c1}$$

$$y_{c2} = h_{c1} + \frac{h_{c2}}{2}$$

$$y_{t1} = \frac{2}{3} \cdot h_{t1}$$

$$y_{t2} = h_{t1} + \frac{1}{3} \cdot h_{t2} \cdot \left(\frac{f_{cr} + 2 \cdot f_{tm}}{f_{cr} + f_{tm}} \right)$$

$$y_{t3} = h_{t1} + h_{t2} + \frac{1}{3} \cdot h_{t3} \cdot \left(\frac{f_{tm} + 2 \cdot f_{t,bot}}{f_{tm} + f_{t,bot}} \right)$$

$$y_s = h_s$$

$$y'_s = h'_s$$

As expressões que definem as resultantes das forças internas atuantes em cada região são exibidas nas equações seguintes:

$$F_{cu} = f_{cu} \cdot h_{c2} \cdot b$$

$$F_{cy} = f_{cy} \cdot \frac{h_{c1} \cdot b}{2}$$

$$F_{cr} = f_{cr} \cdot \frac{h_{t1} \cdot b}{2}$$

$$F_{tm} = (f_{cr} + f_{tm}) \cdot \frac{h_{t2} \cdot b}{2}$$

$$F_{t,bot} = (f_{tm} + f_{t,bot}) \cdot \frac{h_{t3} \cdot b}{2}$$

$$F_s = f_s \cdot \rho \cdot b \cdot d$$

$$F'_s = f'_s \cdot \rho' \cdot b \cdot d$$

O equilíbrio das resultantes das forças internas ocorre quando:

$$\sum F_i = 0$$

Após ter-se constatado o equilíbrio da seção, o cálculo do momento resistente é definido por:

$$M_R = \sum F_i \cdot y_i$$

ANEXO A.2- CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE SEGUNDO O CEB-FIP (2010)

O cálculo do momento segue o modelo apresentado na Figura A.2.1.

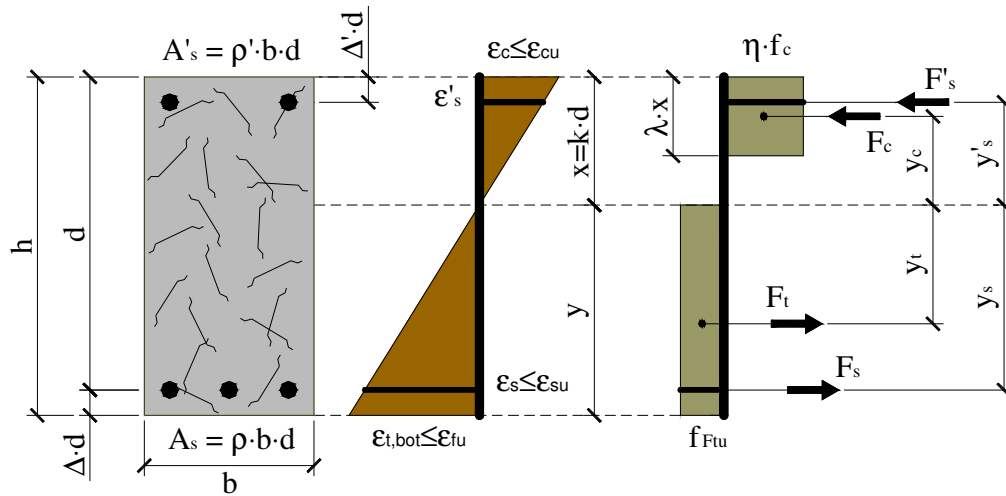


Figura A.2.1- Distribuição das deformações e das tensões na seção transversal da peça (sem escala)

O processo iterativo inicia-se fixando um valor para ϵ_{cu} e admitindo-se um valor para $x=k \cdot d$. Na sequência são calculadas as demais deformações, conforme segue:

$$\epsilon_{fu} = \frac{w_u}{l_{cs}} \quad \{l_{cs} = \min(s_{rm}, y)\}$$

$$\epsilon_{cu} = \begin{cases} 3.5 & \text{se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2.6 + 35 \cdot \left[\frac{90 - (f_c - 8)}{100} \right]^4 & \text{se } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{se } \epsilon_{t,bot} \leq \epsilon_{fu} \quad [\%]$$

$$\frac{\epsilon_{t,bot} \cdot k}{(1 - k + \Delta)} \quad \text{se } \epsilon_{t,bot} > \epsilon_{fu}$$

$$\epsilon_{t,bot} = \begin{cases} \frac{\epsilon_{cu} \cdot (1 - k + \Delta)}{k} & \text{se } \frac{\epsilon_{cu} \cdot (1 - k + \Delta)}{k} \leq \epsilon_{fu} \\ \epsilon_{fu} & \text{se } \frac{\epsilon_{cu} \cdot (1 - k + \Delta)}{k} > \epsilon_{fu} \end{cases}$$

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_{cu} \cdot (1 - k)}{k}$$

$$\epsilon'_s = \frac{\epsilon_{cu} \cdot (k - \Delta')}{k}$$

As tensões nas armaduras são definidas por:

$$f_s = \begin{cases} \varepsilon_s \cdot E_s & \text{se } \varepsilon_s \cdot E_s < f_{sy} \\ f_y & \text{se } \varepsilon_s \cdot E_s \geq f_{sy} \end{cases}$$

$$f'_s = \begin{cases} \varepsilon'_s \cdot E_s & \text{se } \varepsilon'_s \cdot E_s < f'_{sy} \\ f'_y & \text{se } \varepsilon'_s \cdot E_s \geq f'_{sy} \end{cases}$$

Os valores dos braços de alavanca destacados na Figura A.2.1 são exibidos nas equações abaixo:

$$y_c = k \cdot d \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)$$

$$y_t = \frac{(1 - k + \Delta) \cdot d}{2}$$

$$y_s = (1 - k) \cdot d$$

$$y'_s = (k - \Delta') \cdot d$$

As expressões das resultantes das forças internas são exibidas nas equações seguintes:

$$F_c = \eta \cdot \lambda \cdot f_c \cdot k \cdot d \cdot b$$

$$F_t = f_{Ftu} \cdot (1 - k + \Delta) \cdot d \cdot b$$

$$F_s = f_s \cdot \rho \cdot b \cdot d$$

$$F'_s = f'_s \cdot \rho' \cdot b \cdot d$$

O equilíbrio das resultantes das forças internas ocorre quando:

$$\sum F_i = 0$$

Após ter-se constatado o equilíbrio da seção, o cálculo do momento resistente é definido por:

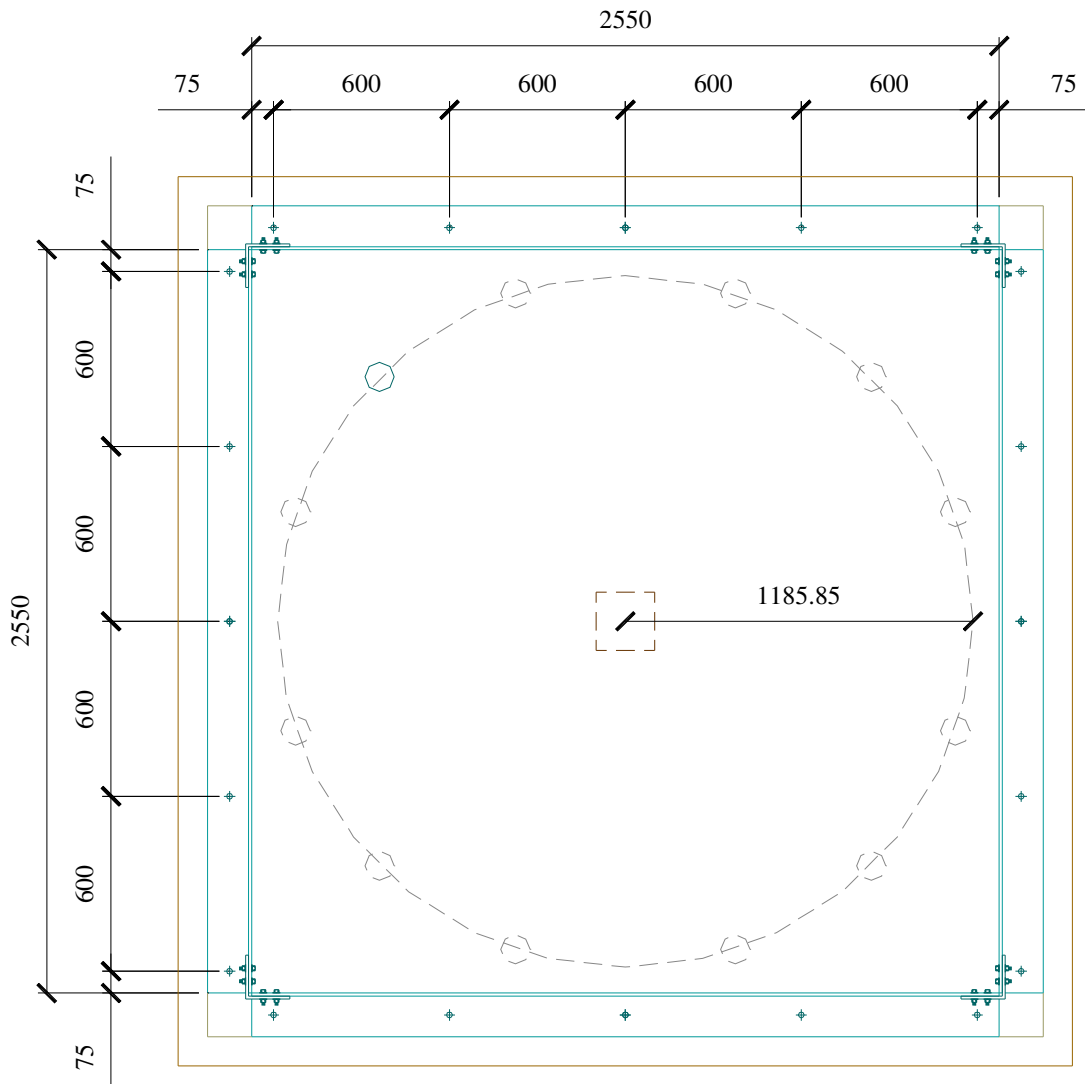
$$M_R = \sum F_i \cdot y_i$$

ANEXO B – FÔRMA METÁLICA

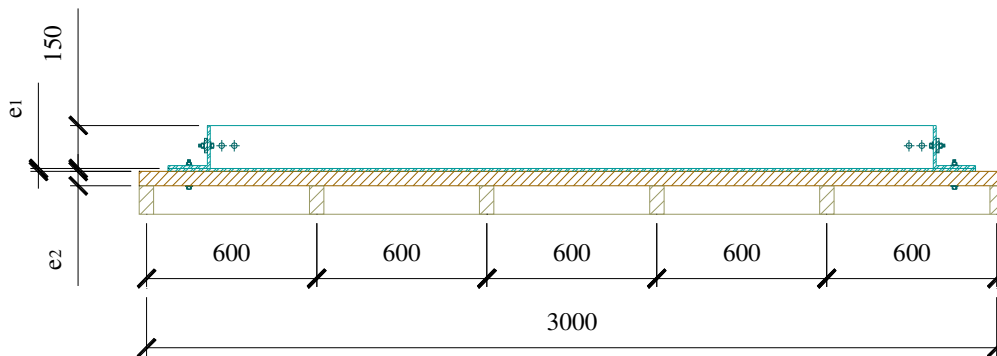
A Tabela B.1 e a Figura B.1 apresentam as particularidades das fôrmas metálicas utilizadas nesta pesquisa. O presente anexo permite contabilizar o material usado na confecção das fôrmas, assim como, explica também o sistema de montagem das mesmas.

Tabela B.1- Elementos das fôrmas

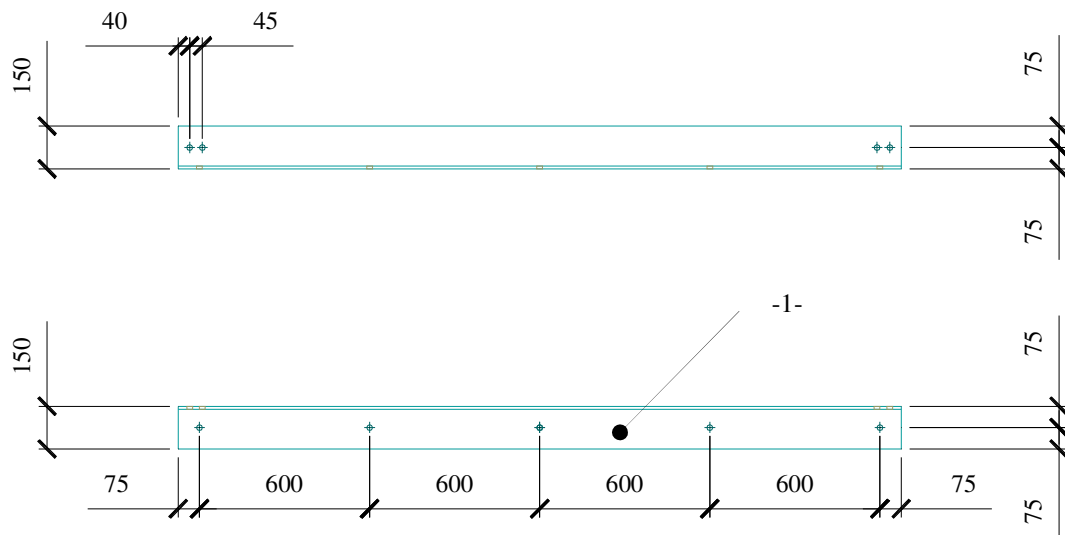
Nº	Descrição dos elementos	Comp. Unitário	Repetição
		(m)	
-1-	Canton. L 150x150x10 mm - Contenção	2.55	4
-2-	Canton. L 150x150x5 mm - Travamento	0.05	4
-3-			
-4-	Paraf. da canton. de contenção - ϕ 12 mm		20
-5-	Paraf. da canton. de travamento - ϕ 6.3 mm		16
-6-			
-7-			
-8-	Chapa metálica - # 3 mm	8.12	1
-9-			
-10-			
-11-	Assoalho de madeira – $h = 30$ mm	9.00	1
-12-	Estrado de madeira – 75×150 mm ²	3.00	12
-13-			
-14-			
-15-			
-16-			
-17-			
-18-			
-19-			
-20-			



a) Fôrma das lajes – Vista em planta

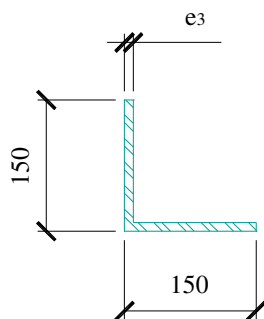


b) Fôrma das lajes – Corte – $e_1 = 3 \text{ mm}$ e $e_2 = 30 \text{ mm}$

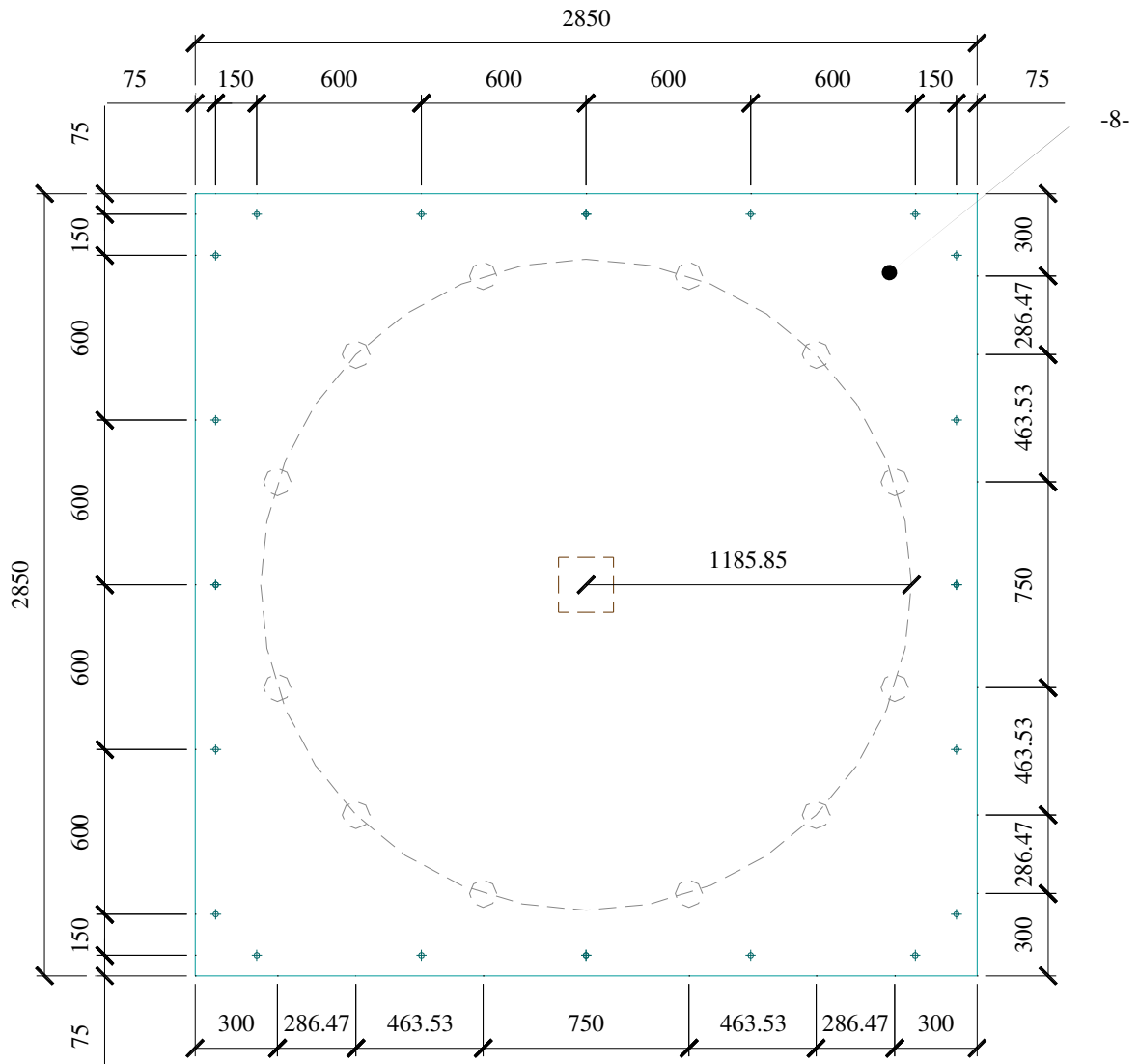


NOTA: A furação é iniciada do centro para os extremos.

c) Cantoneira L de contenção lateral – (x4)

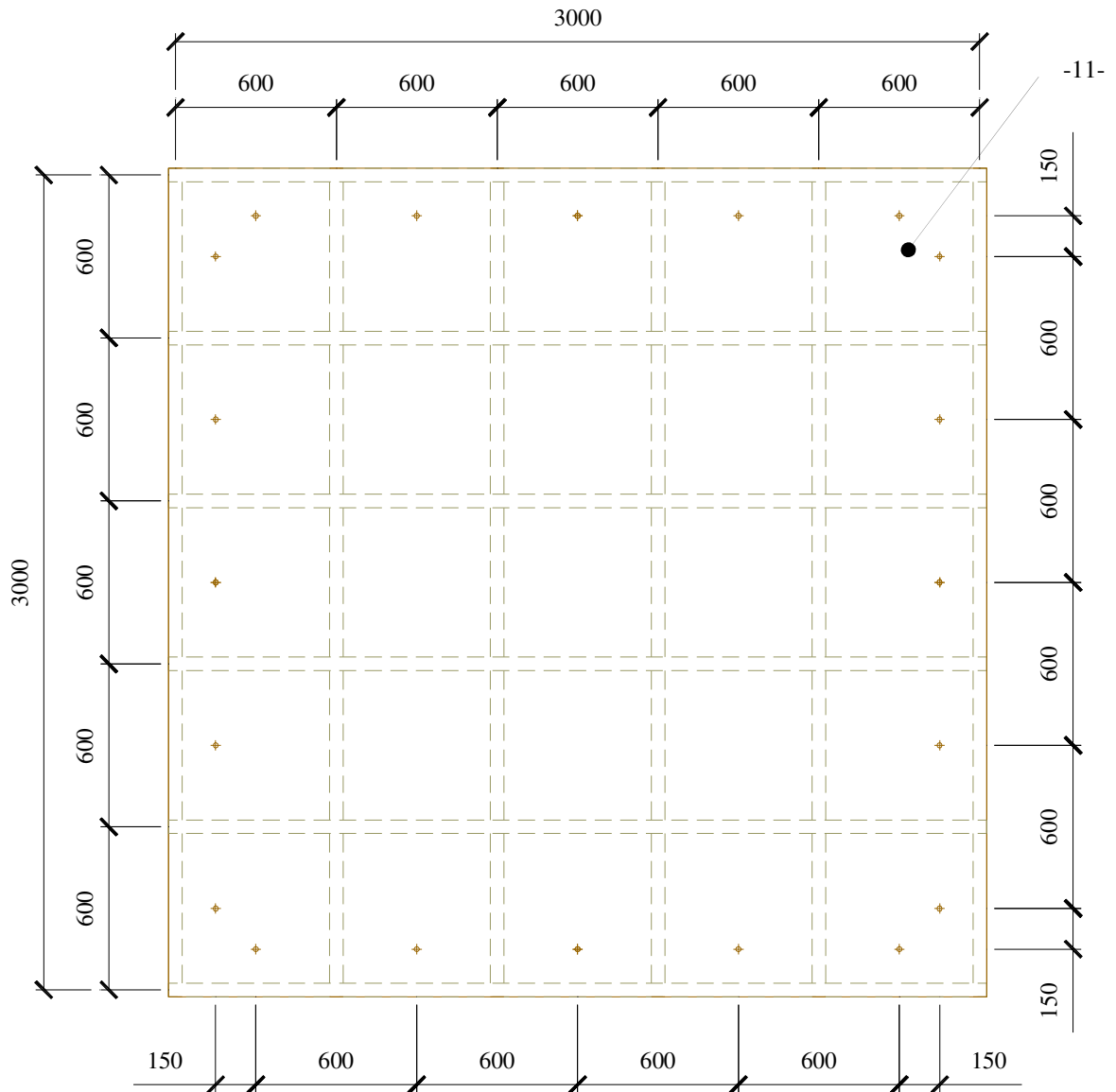


d) Seção transversal da Cantoneira L de contenção lateral – $e_3 = 10 \text{ mm}$



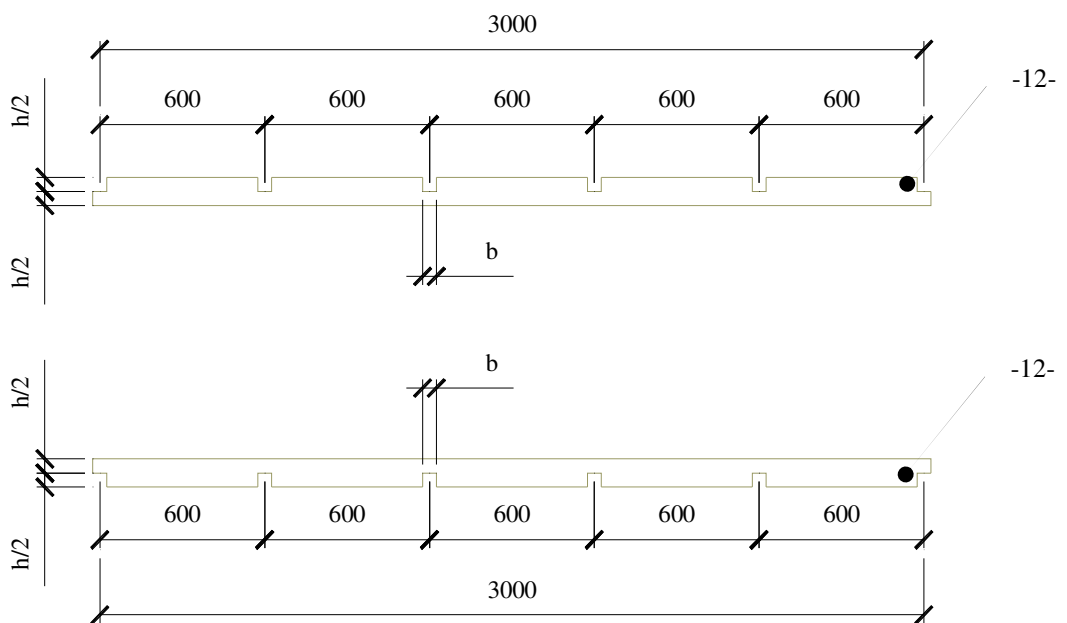
NOTA: A furação é iniciada do centro para os extremos.

e) Furação da chapa metálica – $e_1 = 3 \text{ mm}$

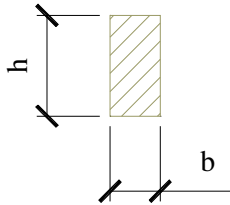


NOTA: A furação é iniciada do centro para os extremos.

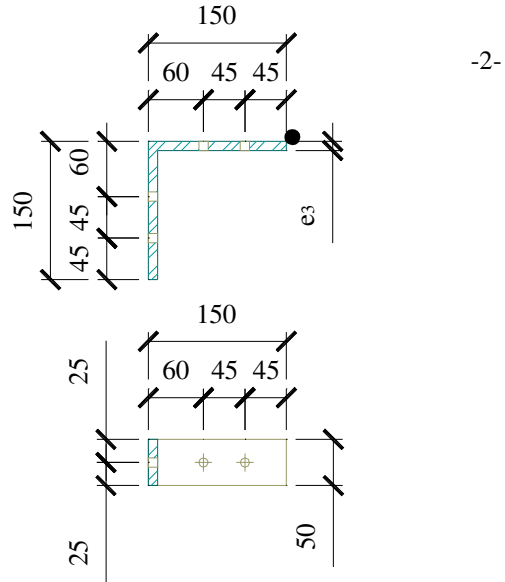
f) Furação do assoalho de madeira – $e_2 = 30$ mm



g) Estrado de madeira (x6) – $b \times h = 75 \times 150$ mm²



h) Seção transversal do estrado – $b \times h = 75 \times 150 \text{ mm}^2$



i) Cantoneira L de travamento dos cantos (x4) – $e_3 = 5 \text{ mm}$

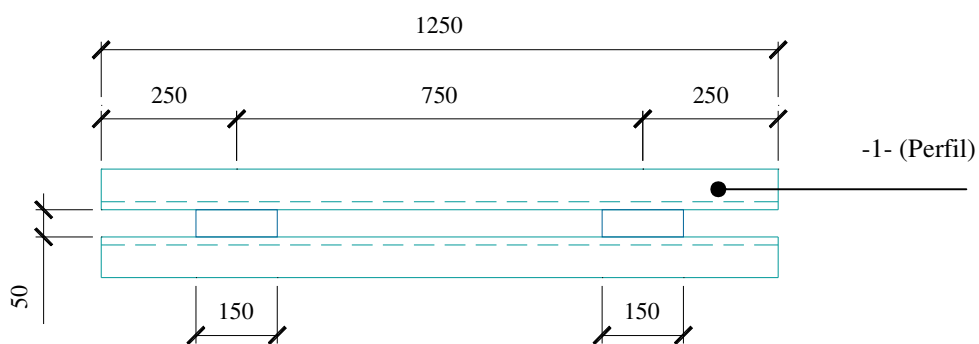
Figura B.1- Detalhe das peças

ANEXO C – SISTEMA DE ENSAIO

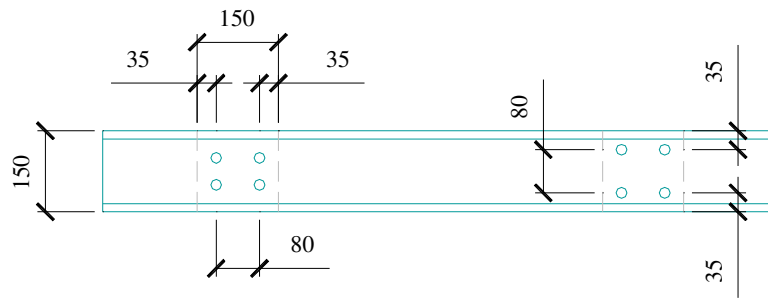
Os elementos que constituem o sistema de ensaio estão citados na Tabela C.1 e detalhados nas Figuras de C.1 a C.3.

Tabela C.1- Elementos do sistema de ensaio

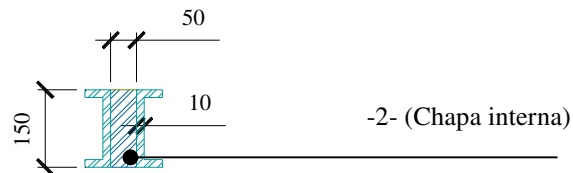
Nº	Descrição dos elementos	Comp. Unitário	Repetição
		(m)	
-1-	Viga metálica (VM) -][150x50x10 mm	1.25	8
-2-	Chapa interna da VM - # 50 mm	0.02 m ²	8
-3-	Parafusos das VM - ϕ 12.0 mm		32
-4-			
-5-			
-6-			
-7-	Suporte da VM - ϕ 150x10 mm	0.50	8
-8-	Suporte da laje est. - ϕ 150x10 mm	1.15	4
-9-			
-10-			
-11-			
-12-			
-13-	Tirante - Laje est. x Laje reaç. - ϕ 35 mm	2.85	8
-14-	Tirante - Laje est. x VM - ϕ 35 mm	1.45	4
-15-	Tirante - VM x Laje reaç. - ϕ 35 mm	2.25	8
-16-	Chapa dos tirantes - # 50 mm	0.04 m ²	40
-17-	Porcas dos tirantes		80
-18-			
-19-	Placa do pilar - # 50 mm	0.04 m ²	1
-20-			



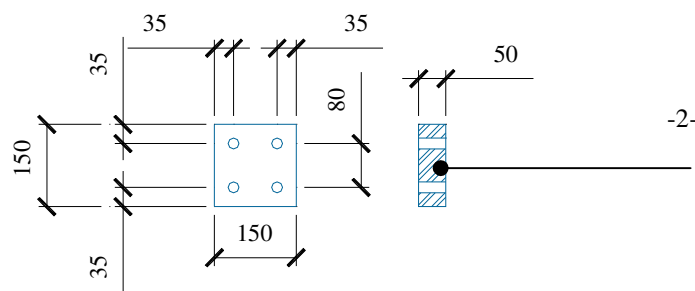
a) Viga metálica – Vista em planta



b) Viga metálica – Vista em elevação – Furo para parafuso de $\phi=12.0$ mm

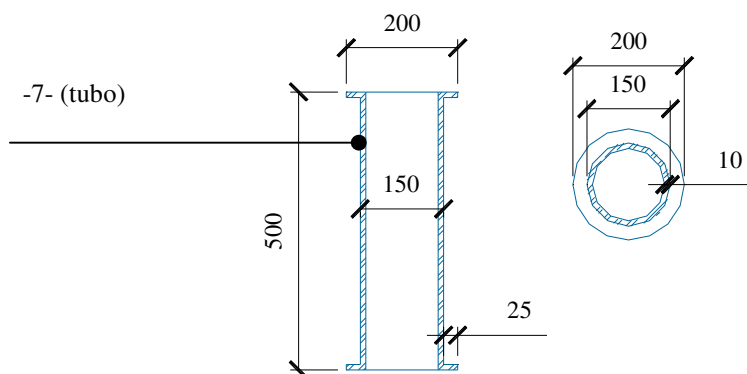


c) Viga metálica – Seção transversal

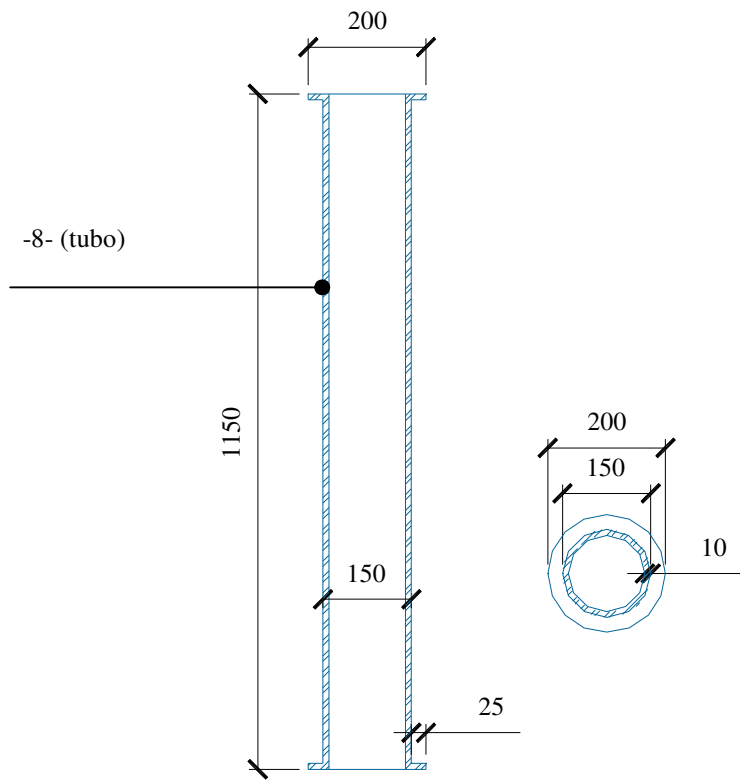


d) Detalhe da chapa interna – Furo para parafuso de $\phi=12.0$ mm (x2)

Figura C.1- Detalhe das Vigas metálicas (x4)

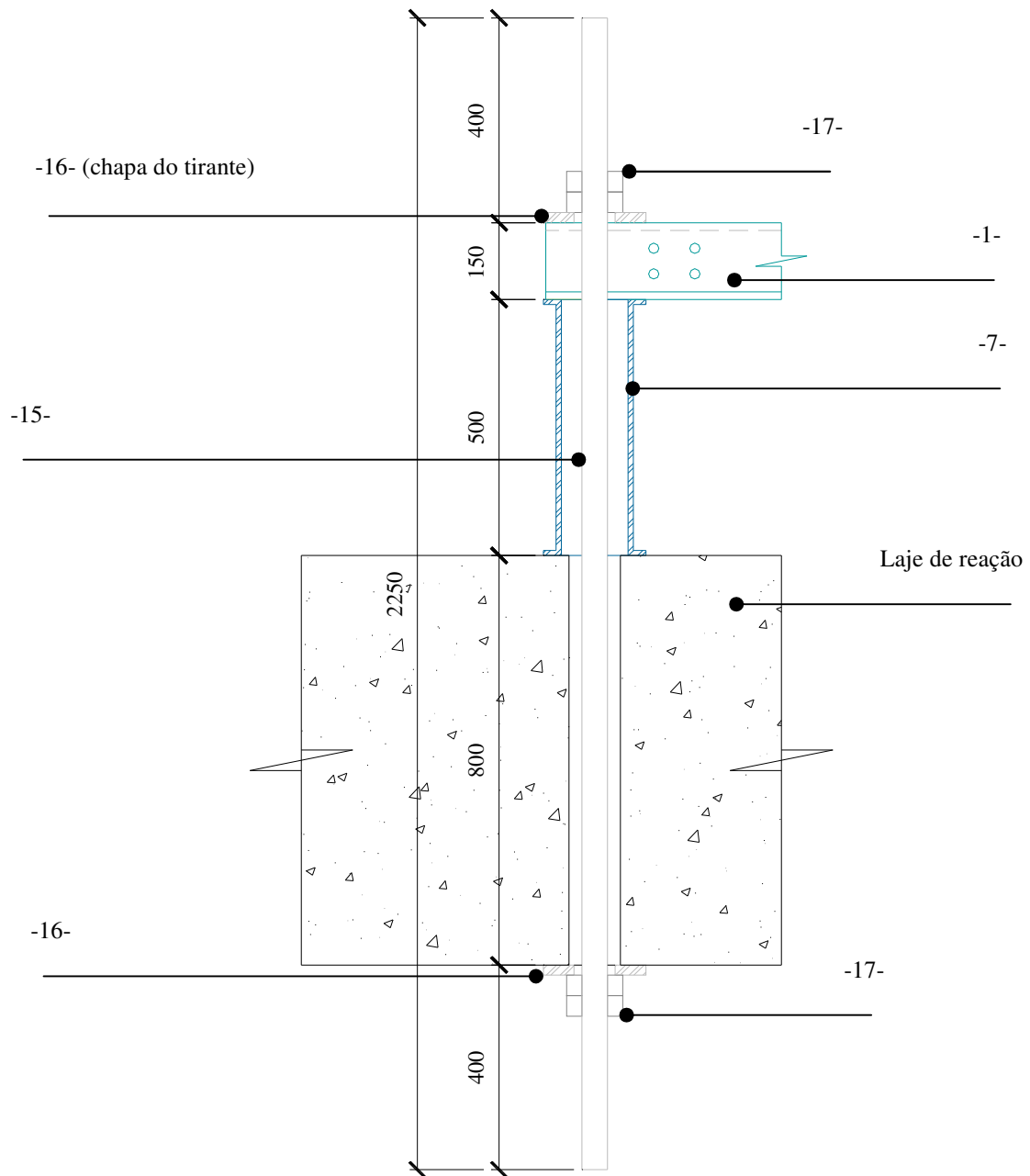


a) Detalhe dos suportes das vigas metálicas (x8)

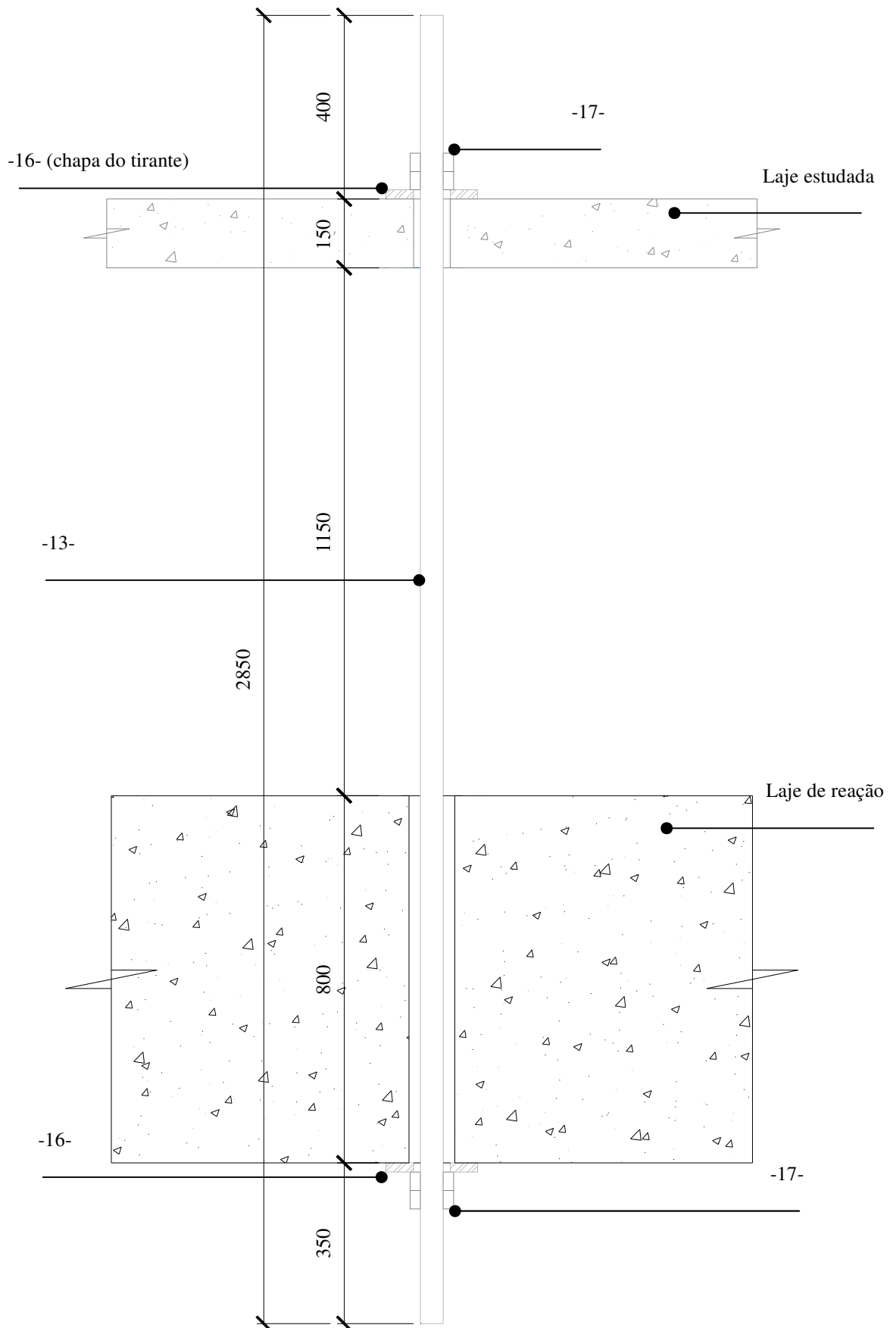


b) Detalhe dos suportes da laje estudada (x4)

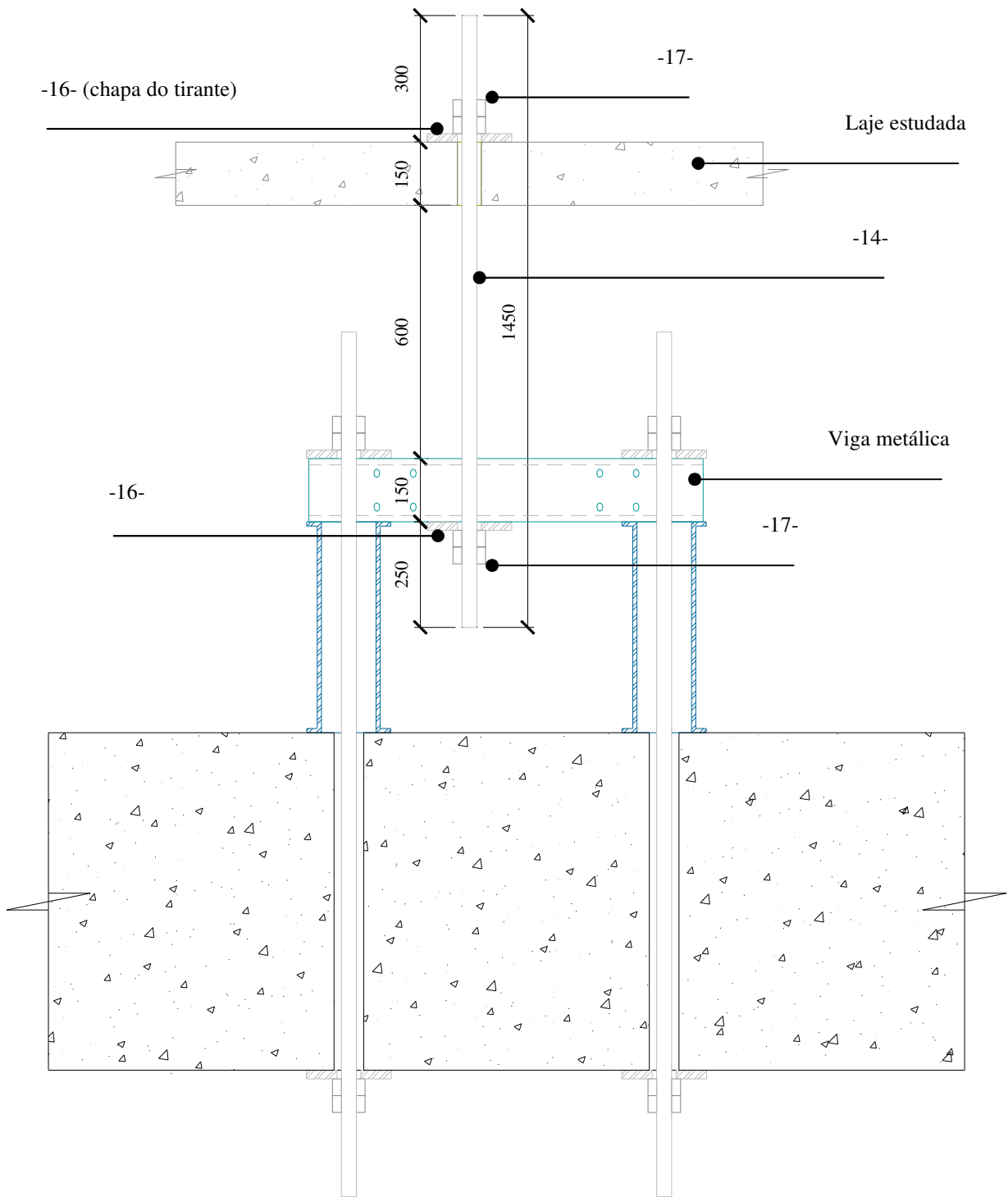
Figura C.2- Detalhe dos suportes



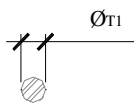
a) Tirantes de fixação das vigas metálicas à laje de reação (x8)



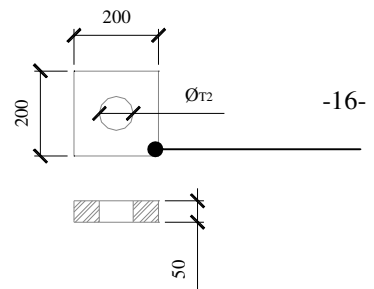
b) Tirantes de fixação da laje estudada à laje de reação (x8)



c) Tirantes de fixação da laje estudada às vigas metálicas (x4)



d) Seção transversal dos tirantes – $\varnothing_{T1} \approx 35$ mm



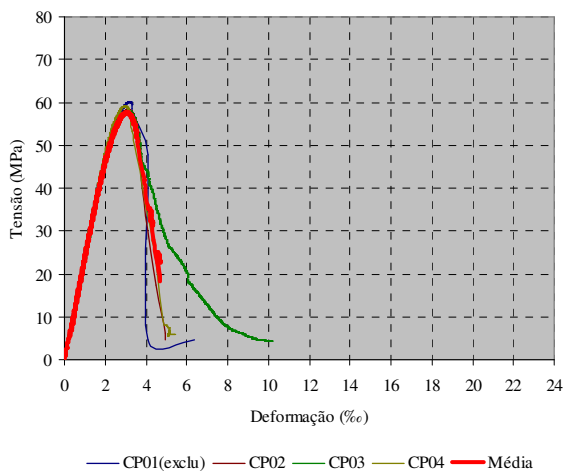
e) Chapa do tirante – $\varnothing_{T2} = 50$ mm (x40)

Figura C.3- Detalhe dos tirantes

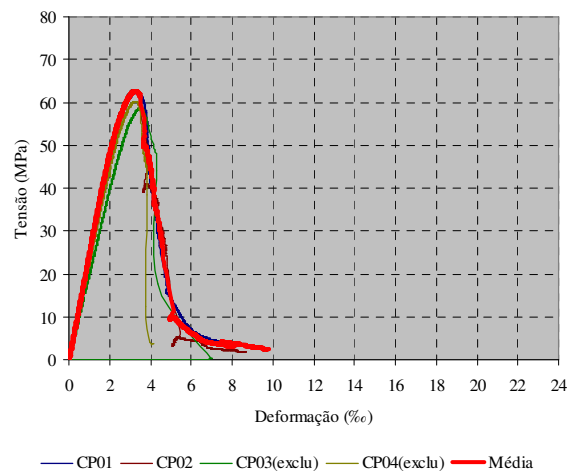
ANEXO D – CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS

As tabelas seguintes apresentam todas as informações obtidas nos ensaios de caracterização dos concretos e armaduras. Além disto, são apresentadas também as especificações técnicas referentes às fibras de aço.

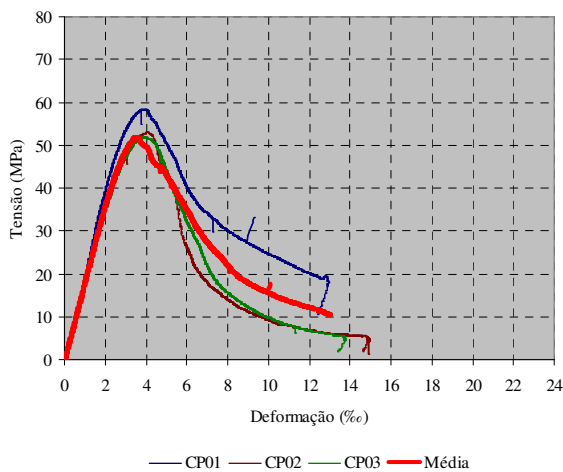
ANEXO D.1- ENSAIO DE COMPRESSÃO AXIAL (CONCRETO)



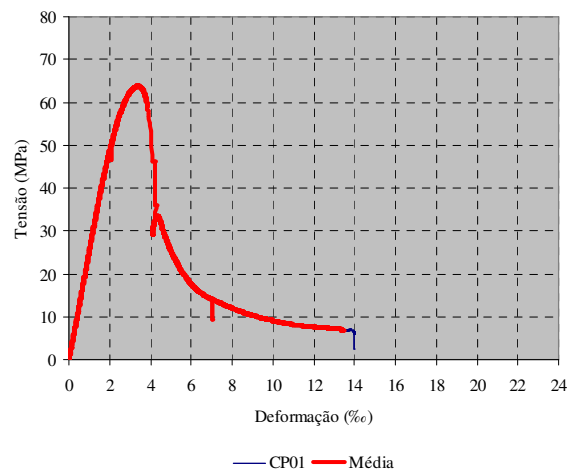
a) $Vf0fc50$



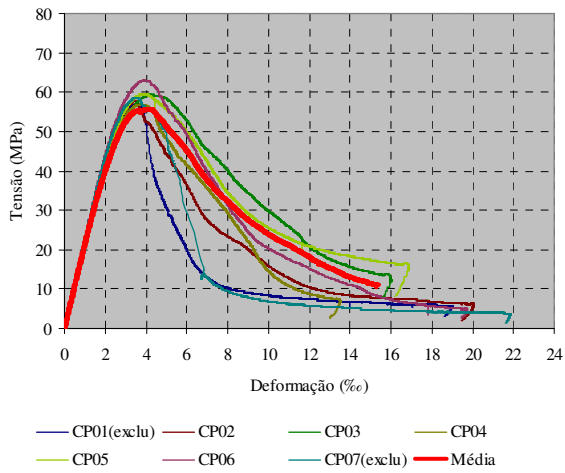
b) $Vf0fc70$



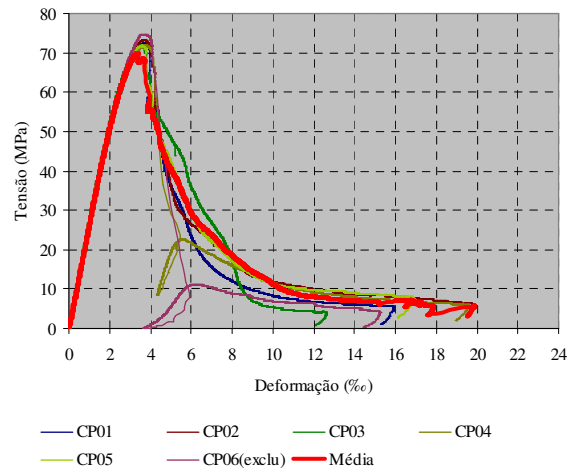
c) $Vf60fc50$



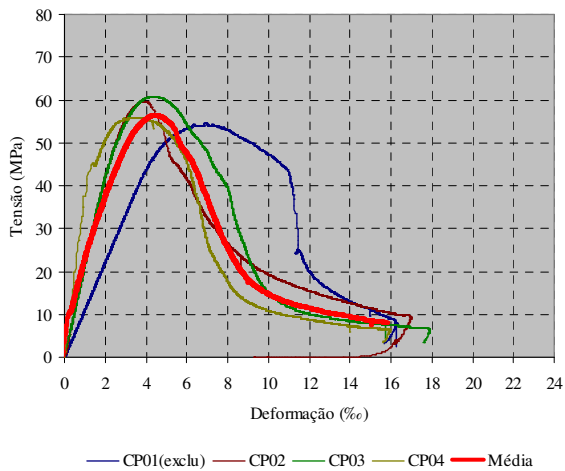
d) $Vf60fc70$



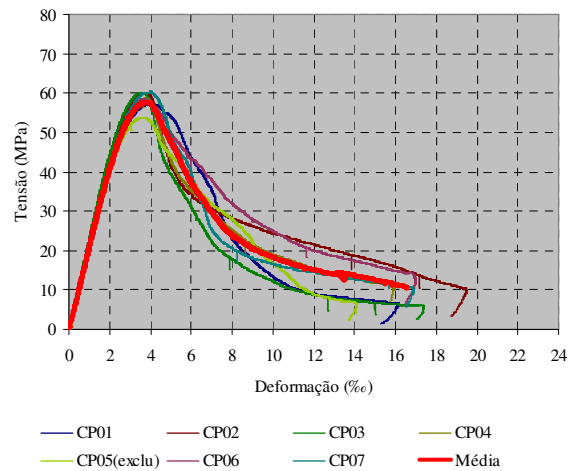
e) Vf75fc50



f) Vf75fc70



g) Vf90fc50



h) Vf90fc70

Figura D.1.1- Relação tensão x deformação (ensaio de compressão)

Tabela D.1.1- Ensaio de compressão (Vf0fc50)

Corpo de prova	Tensão max. (MPa)	Deformação max. (‰)
CP01	-	-
CP02	58.33	3.08
CP03	58.11	3.11
CP04	59.11	2.96
Média	58.52	3.05
DP	0.53	0.08
CV (%)	0.90	2.65

Tabela D.1.2- Ensaio de compressão (Vf60fc50)

Corpo de prova	Tensão max. (MPa)	Deformação max. (‰)
CP01	58.39	3.88
CP02	52.92	4.02
CP03	51.79	3.92
Média	54.37	3.94
DP	3.53	0.07
CV (%)	6.49	1.83

Tabela D.1.3- Ensaio de compressão (*Vf75fc50*)

Corpo de prova	Tensão max. (MPa)	Deformação max. (‰)
CP01	56.97	3.53
CP02	57.65	3.43
CP03	59.33	4.17
CP04	56.92	3.75
CP05	59.55	3.73
CP06	62.98	3.88
CP07	-	-
Média	58.90	3.75
DP	2.30	0.26
CV (%)	3.91	7.02

Tabela D.1.4- Ensaio de compressão (*Vf90fc50*)

Corpo de prova	Tensão max. (MPa)	Deformação max. (‰)
CP01	-	-
CP02	59.67	3.88
CP03	60.84	4.39
CP04	55.91	3.47
Média	58.81	3.91
DP	2.58	0.46
CV (%)	4.38	11.78

Tabela D.1.5- Ensaio de compressão (*Vf0fc70*)

Corpo de prova	Tensão max. (MPa)	Deformação max. (‰)
CP01	62.38	3.28
CP02	63.02	3.20
CP03	-	-
CP04	-	-
Média	62.70	3.24
DP	0.45	0.06
CV (%)	0.72	1.71

Tabela D.1.6- Ensaio de compressão (*Vf60fc70*)

Corpo de prova	Tensão max. (MPa)	Deformação max. (‰)
CP01	63.77	3.35
Média	-	-
DP	-	-
CV (%)	-	-

Tabela D.1.7- Ensaio de compressão ($V_f75fc70$)

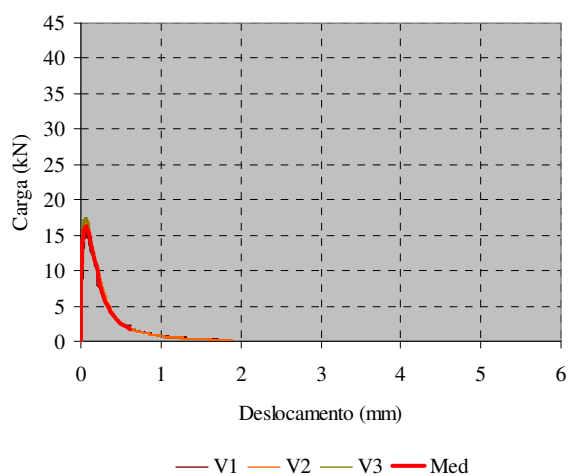
Corpo de prova	Tensão max. (MPa)	Deformação max. (%)
CP01	72.47	3.66
CP02	73.22	3.66
CP03	71.81	3.54
CP04	71.84	3.71
CP05	71.74	3.57
CP06	-	-
Média	72.22	3.63
DP	0.63	0.07
CV (%)	0.88	1.94

Tabela D.1.8- Ensaio de compressão ($V_f90fc70$)

Corpo de prova	Tensão max. (MPa)	Deformação max. (%)
CP01	57.20	3.99
CP02	60.15	3.75
CP03	60.20	3.56
CP04	58.71	3.73
CP05	-	-
CP06	58.39	3.63
CP07	60.39	3.99
Média	59.17	3.78
DP	1.28	0.18
CV (%)	2.17	4.77

ANEXO D.2- ENSAIO DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS EM VIGAS ENTALHADAS (CONCRETO)

Resultados dos testes: concreto V_f0fc50



a) carga x deslocamento

b) carga x CMOD

Figura D.2.1- Curvas das vigas (V_f0fc50)

Tabela D.2.1- Tensões obtidas da curva carga x deslocamento (Vf60fc50)

Vigas	$f_{ct,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
V1	4.86	-	-	-	-
V2	5.26	-	-	-	-
V3	5.56	-	-	-	-
Med	5.23	-	-	-	-
DP	0.35	-	-	-	-
CV (%)	6.71	-	-	-	-

Resultados dos testes: concreto Vf60fc50

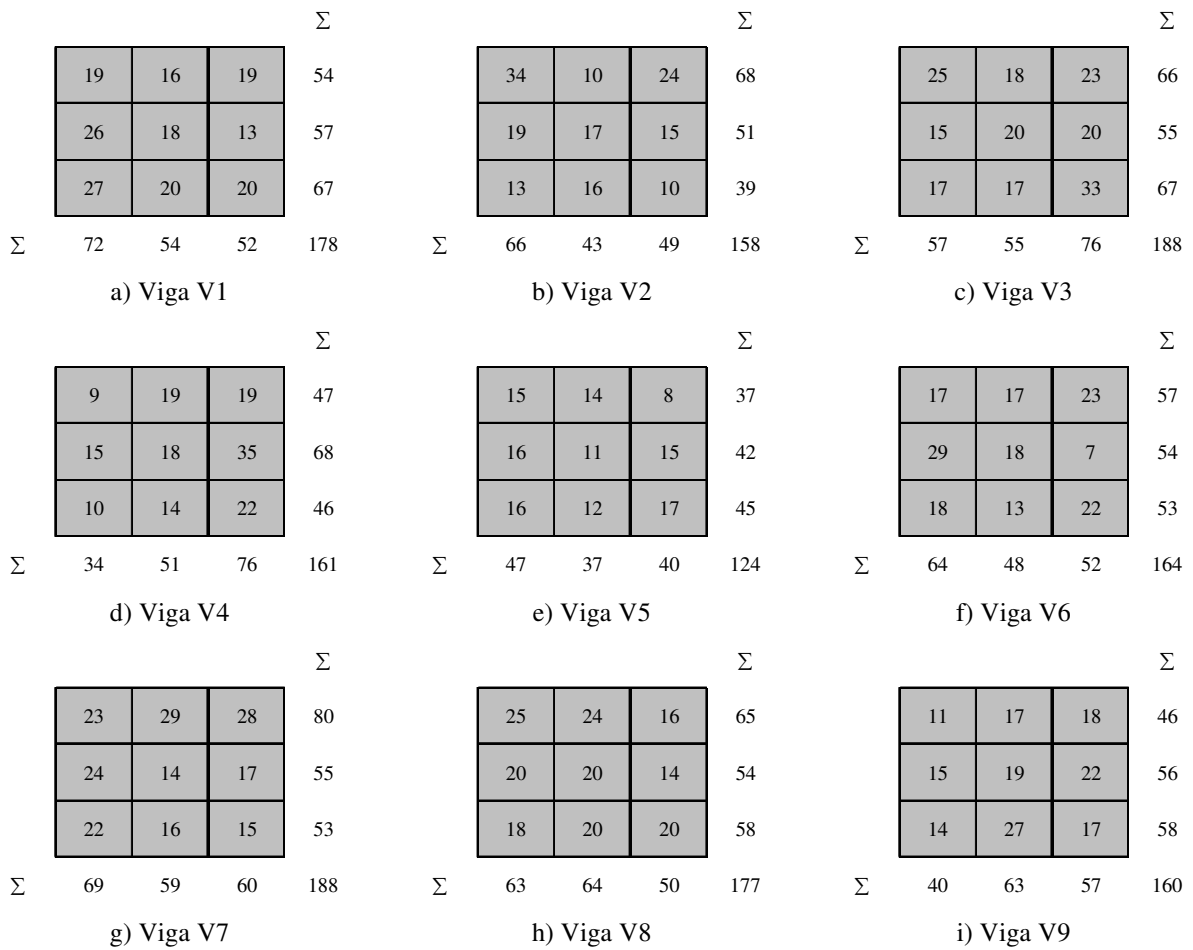


Figura D.2.2- Número de fibras no plano do entalhe (Vf60fc50)

Tabela D.2.2- Densidade de fibra no plano do entalhe (Vf60fc50)

Vigas	Seção transv.	N° fibras	Densidade	Fator de orientação
	(mm ²)		(fibras/mm ²)	
V1	150x125	178	0.0095	0.23
V2	150x125	158	0.0084	0.21
V3	150x125	188	0.0100	0.25
V4	150x125	161	0.0086	0.21
V5	150x125	124	0.0066	0.16
V6	150x125	164	0.0087	0.21
V7	150x125	188	0.0100	0.25
V8	150x125	177	0.0094	0.23
V9	150x125	160	0.0085	0.21
Média		166	0.0089	0.22
DP		20	0.00105	0.03
CV (%)		11.87	11.87	11.87

NOTA: Segundo KRENCHER (1964), o fator de orientação é definido por: $Fat. \text{ orientação} = Densidade \cdot (A_f/V_f)$. Sendo A_f a área da seção transversal da fibra.

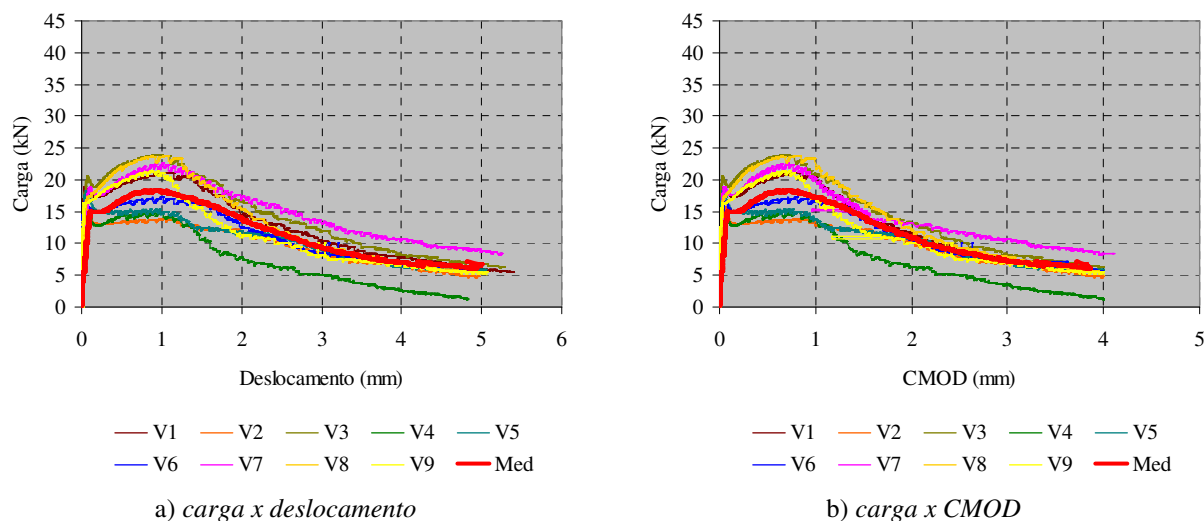


Figura D.2.3- Curvas das vigas (Vf60fc50)

Tabela D.2.3- Tensões obtidas da curva carga x CMOD (Vf60fc50)

Vigas	$f_{ct,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
V1	6.05	6.42	4.63	2.86	2.02
V2	5.07	4.32	3.84	2.49	1.77
V3	6.58	7.47	5.26	3.31	2.29
V4	4.65	4.58	2.71	1.62	0.72
V5	5.88	4.72	3.78	2.66	1.93
V6	5.29	5.12	4.34	2.66	2.01
V7	6.09	6.74	4.80	3.76	2.99
V8	5.56	7.37	5.32	2.94	2.06
V9	5.23	6.57	3.81	2.39	1.89
Med	5.60	5.92	4.28	2.74	1.97
DP	0.60	1.24	0.83	0.60	0.59
CV (%)	10.77	20.93	19.50	21.79	29.86

Resultados dos testes: concreto Vf75fc50

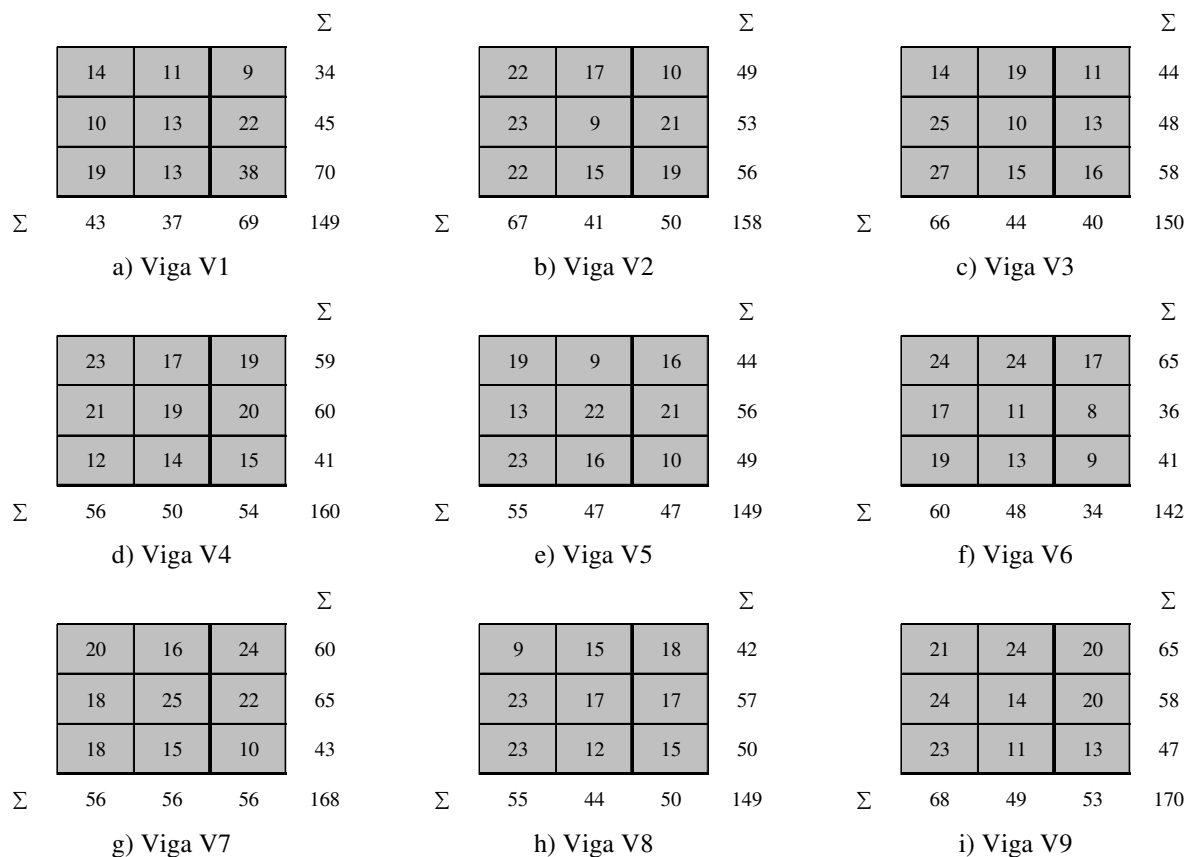


Figura D.2.4- Número de fibras no plano do entalhe (Vf75fc50)

Tabela D.2.4- Densidade de fibra no plano do entalhe (Vf75fc50)

Vigas	Seção transv.	Nº fibras	Densidade	Fator de orientação
	(mm ²)		(fibras/mm ²)	
V1	150x107.5	149	0.0092	0.18
V2	150x107.5	158	0.0098	0.19
V3	150x107.5	150	0.0093	0.18
V4	150x107.5	160	0.0099	0.19
V5	150x107.5	149	0.0092	0.18
V6	150x107.5	142	0.0088	0.17
V7	150x107.5	168	0.0104	0.20
V8	150x107.5	149	0.0092	0.18
V9	150x107.5	170	0.0105	0.21
Média		155	0.0096	0.19
DP		10	0.00059	0.01
CV (%)		6.16	6.16	6.16

NOTA: Segundo KRENCHER (1964), o fator de orientação é definido por: $Fat. \text{ orientação} = Densidade \cdot (A_f/V_f)$. Sendo A_f a área da seção transversal da fibra.

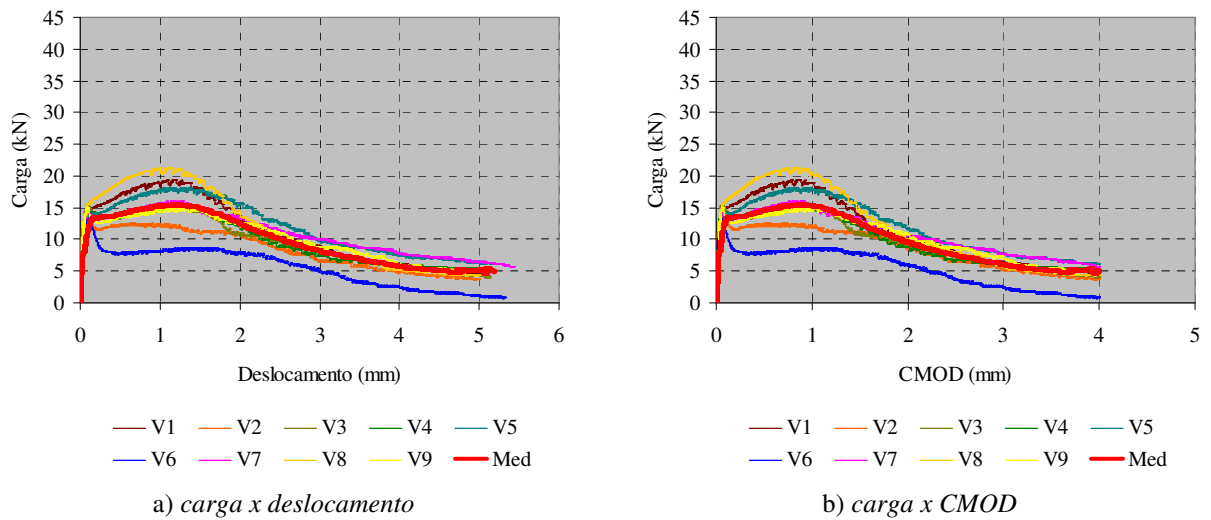


Figura D.2.5- Curvas das vigas (Vf75fc50)

Tabela D.2.5- Tensões obtidas da curva carga x CMOD (Vf75fc50)

Vigas	$f_{jct,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
V1	5.80	7.84	5.94	3.45	2.23
V2	5.65	5.41	4.78	2.86	1.92
V3	6.62	6.10	4.68	3.13	2.01
V4	6.01	6.22	5.09	2.88	2.31
V5	5.64	7.23	6.71	3.84	2.94
V6	5.74	3.38	3.42	1.56	0.65
V7	5.93	6.38	5.59	3.95	2.99
V8	6.43	8.70	6.08	3.47	2.07
V9	6.33	5.93	5.43	3.79	2.32
Med	6.02	6.35	5.30	3.22	2.16
DP	0.36	1.52	0.96	0.74	0.68
CV (%)	5.97	23.89	18.07	23.01	31.48

Resultados dos testes: concreto Vf90fc50

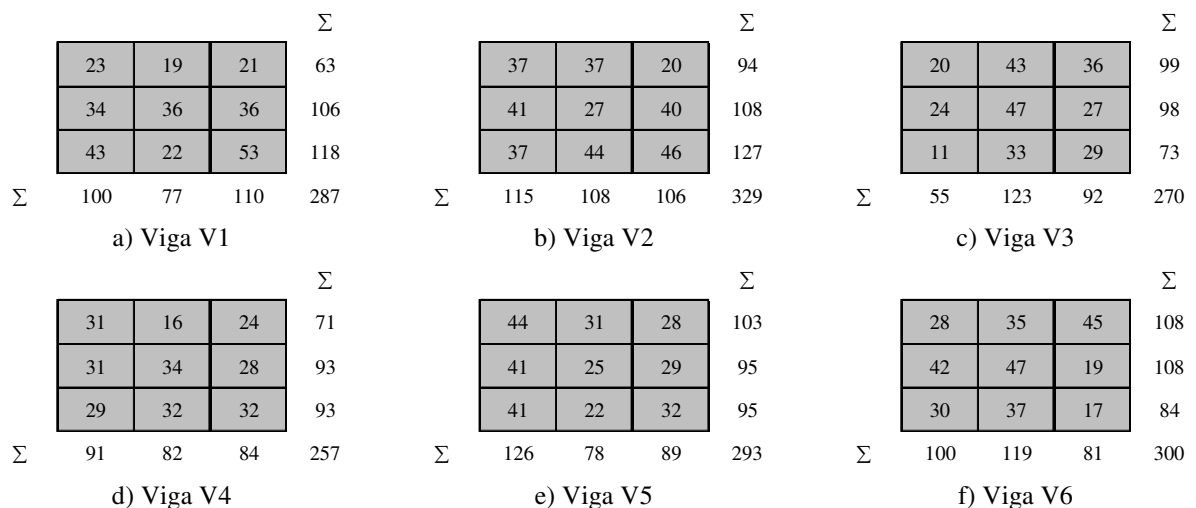
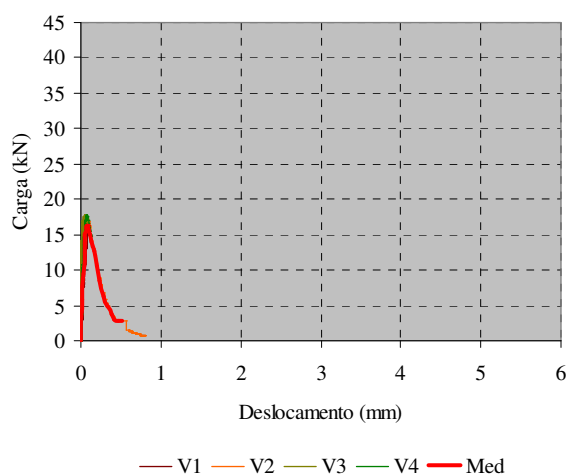


Tabela D.2.7- Tensões obtidas da curva carga x *CMOD* (Vf90fc50)

Vigas	$f_{ct,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
V1	5.85	11.56	13.56	11.72	7.94
V2	5.11	12.43	14.56	11.65	10.04
V3	4.83	8.51	9.25	8.36	7.41
V4	5.71	12.33	14.08	11.26	8.24
V5	5.55	13.06	15.21	14.47	13.08
V6	4.86	12.78	14.52	13.37	12.07
V7	6.58	14.74	16.76	16.05	13.14
V8	5.76	10.86	13.05	11.11	9.57
V9	5.51	14.49	17.20	16.90	15.09
Med	5.53	12.31	14.24	12.77	10.73
DP	0.55	1.89	2.32	2.69	2.71
CV (%)	9.93	15.36	16.29	21.08	25.29

Resultados dos testes: concreto Vf0fc70



a) carga x deslocamento

b) carga x *CMOD*

Figura D.2.8- Curvas das vigas (Vf0fc70)

Tabela D.2.8- Tensões obtidas da curva carga x deslocamento (Vf0fc70)

Vigas	$f_{ct,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
V1	4.00	-	-	-	-
V2	4.63	-	-	-	-
V3	5.68	-	-	-	-
V4	4.92	-	-	-	-
Med	4.81	-	-	-	-
DP	0.70	-	-	-	-
CV (%)	14.49	-	-	-	-

Resultados dos testes: concreto Vf60fc70

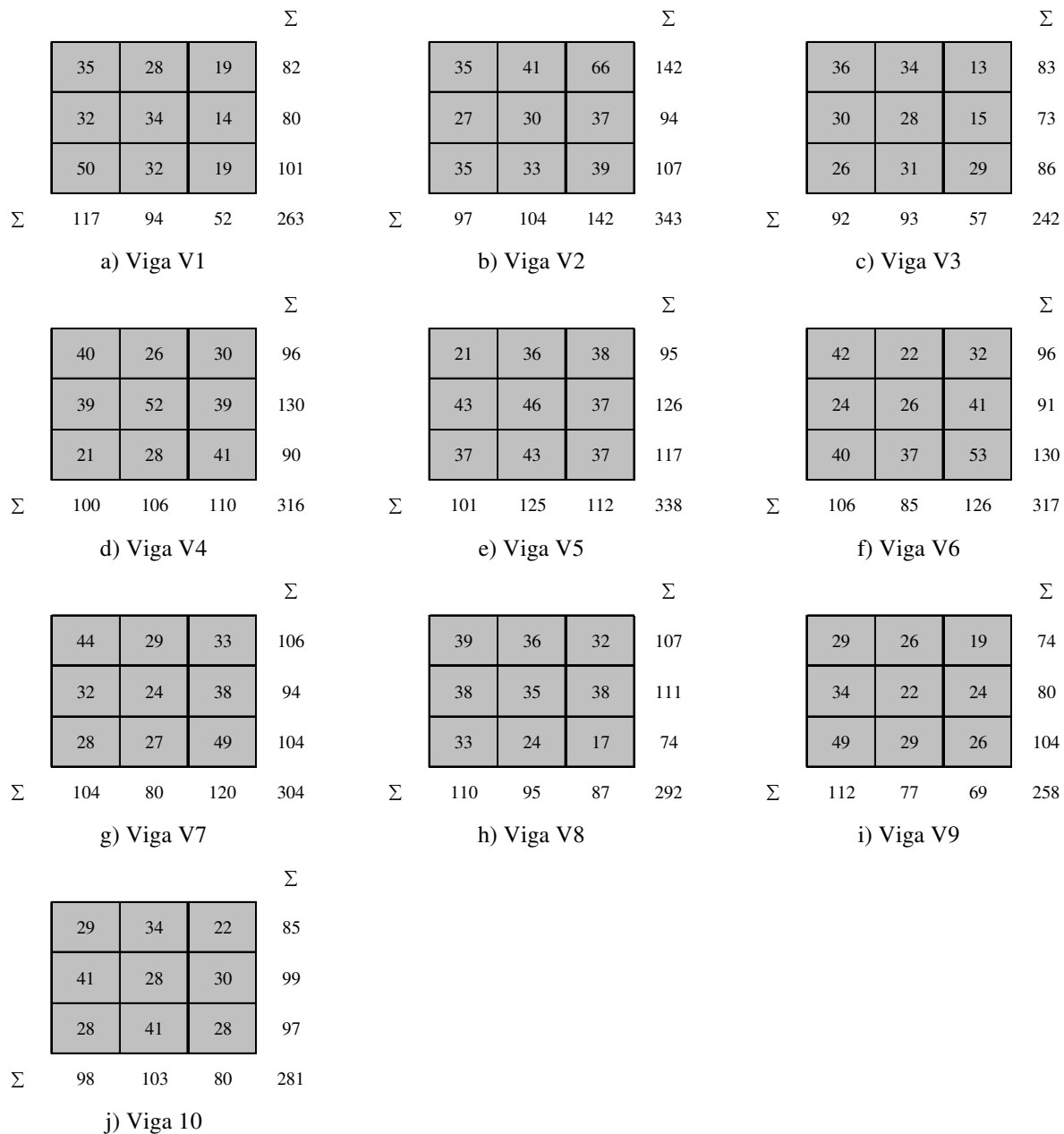
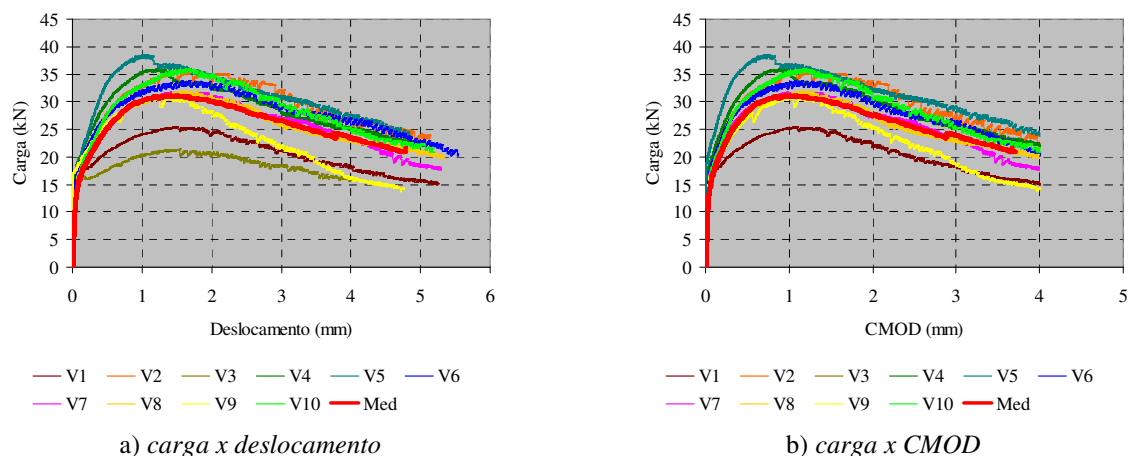


Figura D.2.9- Número de fibras no plano do entalhe (Vf60fc70)

Tabela D.2.9- Densidade de fibra no plano do entalhe (V_f60f_c70)

Vigas	Seção transv.	N° fibras	Densidade	Fator de orientação
	(mm ²)		(fibras/mm ²)	
V1	150x125	263	0.0140	0.34
V2	150x125	343	0.0183	0.45
V3	150x125	242	0.0129	0.32
V4	150x125	316	0.0169	0.41
V5	150x125	338	0.0180	0.44
V6	150x125	317	0.0169	0.41
V7	150x125	304	0.0162	0.40
V8	150x125	292	0.0156	0.38
V9	150x125	258	0.0138	0.34
V10	150x125	281	0.0150	0.37
Média		295	0.0158	0.39
DP		34	0.00183	0.04
CV (%)		11.60	11.60	11.60

NOTA: Segundo KRENCHER (1964), o fator de orientação é definido por: $Fat. \text{ orientação} = Densidade \cdot (A_f/V_f)$. Sendo A_f a área da seção transversal da fibra.

Figura D.2.10- Curvas das vigas (V_f60f_c70)Tabela D.2.10- Tensões obtidas da curva carga x CMOD (V_f60f_c70)

Vigas	$f_{ct,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
V1	5.81	7.19	7.86	6.15	5.11
V2	5.66	9.99	10.96	9.59	8.13
V3	-	-	-	-	-
V4	6.02	10.50	10.55	8.68	7.55
V5	6.96	11.79	11.24	9.72	8.40
V6	5.63	9.63	10.34	8.95	7.29
V7	5.45	9.20	9.76	8.36	6.30
V8	5.31	8.97	9.73	7.91	6.93
V9	5.21	8.69	9.23	6.91	5.03
V10	5.05	9.87	11.08	9.09	7.39
Med	5.68	9.54	10.08	8.37	6.90
DP	0.57	1.27	1.08	1.20	1.21
CV (%)	9.99	13.35	10.69	14.34	17.46

Resultados dos testes: concreto Vf75fc70

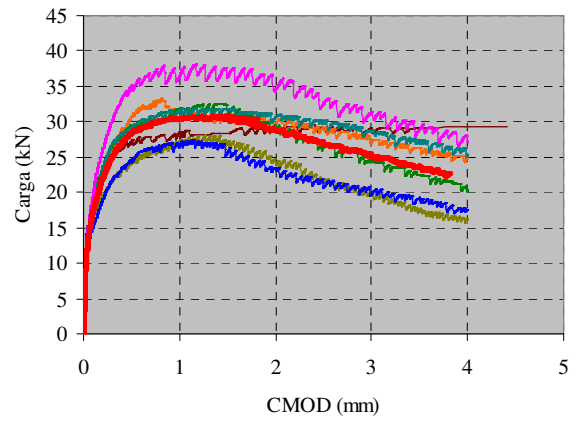
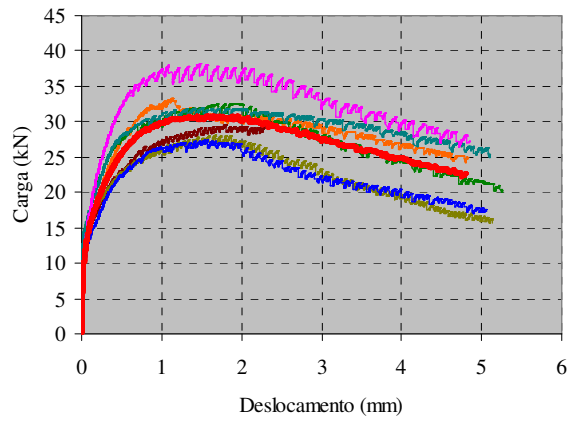
				Σ					Σ					Σ
	55	53	52	160		50	58	77	185		39	41	46	126
	48	59	39	146		41	48	53	142		30	26	30	86
	15	42	38	95		60	43	72	175		43	50	52	145
Σ	118	154	129	401	Σ	151	149	202	502	Σ	112	117	128	357
a) Viga V1					b) Viga V2					c) Viga V3				
				Σ					Σ					Σ
	34	61	40	135		49	67	39	155		26	47	56	129
	45	36	31	112		50	60	49	159		31	36	39	106
	45	50	40	135		35	59	35	129		35	36	48	119
Σ	124	147	111	382	Σ	134	186	123	443	Σ	92	119	143	354
d) Viga V4					e) Viga V5					f) Viga V6				
				Σ					Σ					Σ
	52	62	62	176										
	39	40	42	121										
	58	53	62	173										
Σ	149	155	166	470										
g) Viga V7														

Figura D.2.11- Número de fibras no plano do entalhe (Vf75fc70)

Tabela D.2.11- Densidade de fibra no plano do entalhe (Vf75fc70)

Vigas	Seção transv.	N° fibras	Densidade	Fator de orientação
	(mm ²)		(fibras/mm ²)	
V1	150x107.5	401	0.0249	0.49
V2	150x107.5	502	0.0311	0.61
V3	150x107.5	357	0.0221	0.43
V4	150x107.5	382	0.0237	0.47
V5	150x107.5	443	0.0275	0.54
V6	150x107.5	354	0.0220	0.43
V7	150x107.5	470	0.0291	0.57
Média		416	0.0258	0.51
DP		57	0.00356	0.07
CV (%)		13.80	13.80	13.80

NOTA: Segundo KRENCHER (1964), o fator de orientação é definido por: $Fat. \text{ orientação} = Densidade \cdot (A_f/V_f)$. Sendo A_f a área da seção transversal da fibra.



— V1 — V2 — V3 — V4 — V5 — V6 — V7 — Med — V1 — V2 — V3 — V4 — V5 — V6 — V7 — Med

a) carga x deslocamento

b) carga x CMOD

Figura D.2.12- Curvas das vigas (Vf75fc70)

Tabela D.2.12- Tensões obtidas da curva carga x CMOD (Vf75fc70)

Vigas	$f_{jcl,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
V1	6.69	11.80	12.28	12.51	12.58
V2	6.07	13.27	13.18	12.65	11.39
V3	6.40	10.50	11.67	9.45	7.57
V4	6.57	12.77	13.30	11.49	9.72
V5	6.29	12.72	13.74	13.02	11.73
V6	5.54	10.45	11.14	8.99	8.28
V7	6.73	15.21	15.75	14.07	12.53
Med	6.33	12.39	13.01	11.74	10.54
DP	0.42	1.67	1.53	1.89	2.04
CV (%)	6.62	13.45	11.73	16.07	19.31

Resultados dos testes: concreto Vf90fc70

			Σ
41	33	19	93
35	29	35	99
38	24	16	78
Σ	114	86	70

a) Viga V1

			Σ
45	28	40	113
45	32	49	126
55	62	60	177
Σ	145	122	149

b) Viga V2

			Σ
45	43	24	112
65	40	18	123
46	46	15	107
Σ	156	129	57

c) Viga V3

			Σ
38	37	21	96
57	57	33	147
35	28	28	91
Σ	130	122	82

d) Viga V4

			Σ
40	32	18	90
45	18	17	80
35	39	39	113
Σ	120	89	74

e) Viga V5

			Σ
30	28	30	88
53	41	11	105
35	34	20	89
Σ	118	103	61

f) Viga V6

Tabela D.2.14- Tensões obtidas da curva carga x *CMOD* ($Vf90fc70$)

Vigas	$f_{ct,L}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
V1	5.45	8.20	-	-	-
V2	5.73	16.82	19.40	18.14	16.72
V3	5.57	10.44	11.97	11.88	10.48
V4	5.51	11.97	12.06	11.25	9.96
V5	5.31	10.35	12.47	9.51	7.52
V6	6.21	10.16	12.32	10.61	9.22
V7	6.01	8.82	11.20	9.71	7.34
V8	5.15	12.30	13.86	13.47	12.73
V9	-	-	-	-	-
Med	4.99	9.90	10.37	9.40	8.22
DP	1.90	4.48	6.36	5.92	5.46
CV (%)	38.08	45.28	61.32	63.05	66.39

ANEXO D.3- ENSAIO DE TENACIDADE À FLEXÃO EM PLACAS REDONDAS (CONCRETO)

Roteiro de cálculo de f_{Pmax} :

Segundo LANGENDONCK (1975), o momento fletor de plastificação de uma placa redonda de raio R , apoiada em 3 pontos equidistantes e sob a ação da carga concentrada P , ver a Figura D.3.1, é definida admitindo que o segmento de laje não fissurada gira em torno do eixo de rotação mostrado na Figura D.3.1.

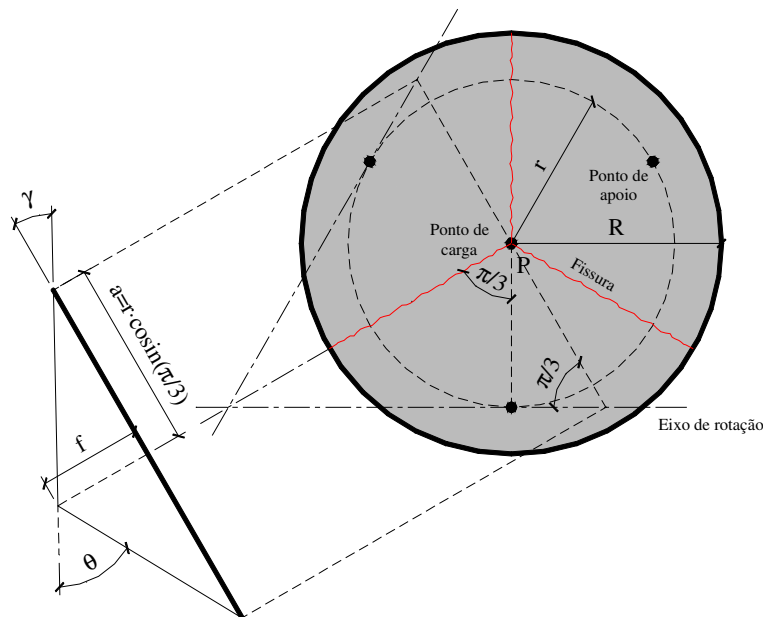


Figura D.3.1- Condições de contorno e carregamento da placa redonda

O trabalho realizado pela carga P para flexionar a placa da Figura D.3.1 até o deslocamento f , W_{ext} , é definido por:

$$W_{ext} = P \cdot f$$

O valor da energia absorvida pelas fissuras, W_{int} , é estabelecido por:

$$W_{int} = m \cdot \theta \cdot R$$

sendo,

$$\theta = 2 \cdot \gamma = 2 \cdot \arctan\left(\frac{f}{a}\right) \cong 2 \cdot \frac{f}{a}$$

obtém-se,

$$W_{int} = 3 \cdot m \cdot 2 \cdot \frac{f}{a} \cdot R$$

$$W_{int} = 3 \cdot m \cdot 2 \cdot \frac{f}{r \cdot \cos(\pi/3)} \cdot R$$

$$W_{int} = 3 \cdot m \cdot \frac{R}{r} \cdot f \cdot \sqrt{3}$$

Fazendo $W_{ext} = W_{int}$, obtém-se:

$$P \cdot f = 3 \cdot m \cdot \frac{R}{r} \cdot f \cdot \sqrt{3}$$

Por fim, a expressão que estabelece o valor do momento fletor de plastificação é definida por:

$$m = \frac{P \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$$

onde P representa a carga última de flexão e os valores de R e r são as medidas indicadas na Figura D.3.1.

A tensão correspondente ao valor da carga última de flexão, f_P , pode ser estabelecida simplificadamente admitindo-se os conceitos de resistência dos materiais, conforme segue.

$$f_P = \frac{6 \cdot m}{h^2}$$

sendo h o valor da espessura da placa.

Resultados dos testes: Considerações Gerais

A Figura D.3.2 identifica os pontos utilizados para quantificar a espessura das placas.

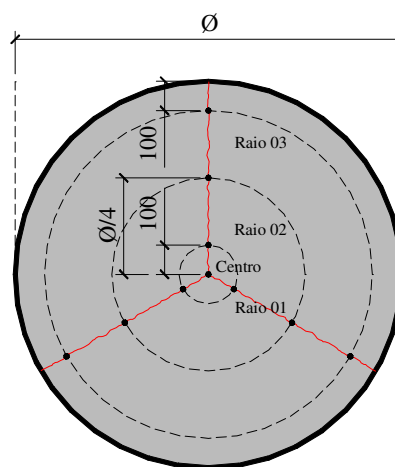
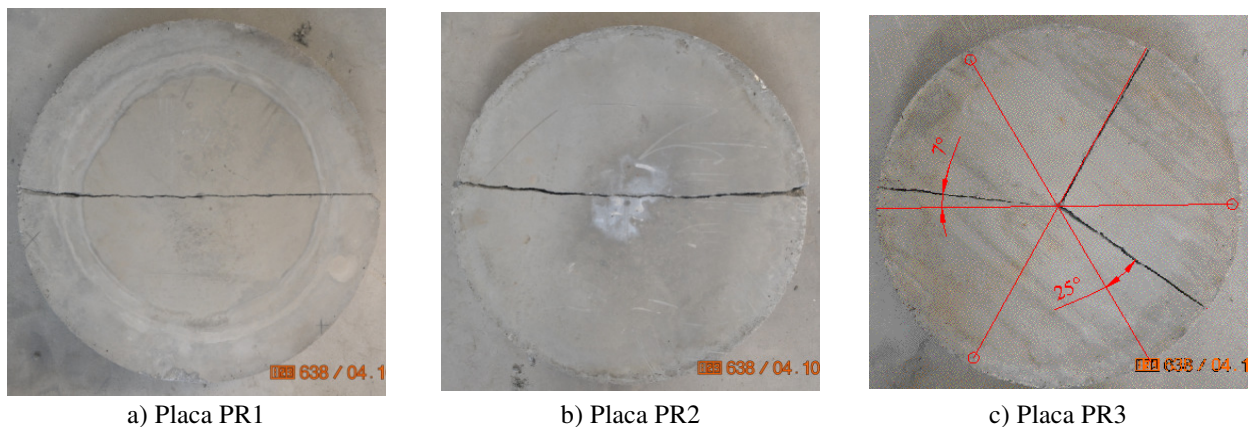


Figura D.3.2- Indicação dos pontos utilizados para quantificar as espessuras das placas

Resultados dos testes: concreto Vf0fc50



a) Placa PR1

b) Placa PR2

c) Placa PR3

Figura D.3.3- Corpos de prova do ensaio da placa redonda (Vf0fc50)

Tabela D.3.1- Espessura média das placas redondas (Vf0fc50)

Indicação da posição da leitura dos pontos	Espessura média das placas (mm)		
	PR1	PR2	PR3
Raio 01	-	-	91.90
	-	-	91.90
	-	-	92.50
Raio 02	-	-	91.20
	-	-	91.60
	-	-	91.90
Raio 03	-	-	91.60
	-	-	90.40
	-	-	93.70
Centro	-	-	92.20
Média	-	-	91.86
DP	-	-	0.90
CV (%)	-	-	0.98

NOTA: Corpos de prova com espessura média, h_{med} , fora do limite $65 \leq h_{med} \leq 95$ mm e com $DP > 3$ mm devem ser descartados.

Tabela D.3.2- Energia de absorção das placas redondas (Vf0fc50)

Relação <i>Carga x Deslocamento</i>	Corpo de prova	P_{max} (kN)	f_{Pmax} (MPa)
<p>— PR1-Descart. — PR2-Descart. — PR3 — Média</p>	PR1	-	-
	PR2	-	-
	PR3	54.07	6.94
	Média	54.07	6.94
	DP	-	-
	CV (%)	-	-

NOTA: O cálculo de f_L foi feito pela equação: $f_{Pmax} = \frac{m_R \cdot 6}{h^2}$, sendo $m_R = \frac{P_{max} \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$ (R é o raio da placa e r é o raio da placa medido no apoio).

Resultados dos testes: concreto Vf60fc50



a) Placa PR1



b) Placa PR2



c) Placa PR3

Figura D.3.3- Corpos de prova do ensaio da placa redonda (Vf60fc50)

Tabela D.3.1- Espessura média das placas redondas (Vf60fc50)

Indicação da posição da leitura dos pontos	Espessura média das placas (mm)		
	PR1	PR2	PR3
Raio 01	90.00	88.80	90.20
	88.70	88.70	89.60
	89.50	89.70	88.10
Raio 02	91.50	85.50	91.10
	87.00	87.00	88.70
	86.80	86.70	88.00
Raio 03	91.60	91.60	92.50
	84.20	84.20	91.10
	85.60	85.60	84.80
Centro	89.30	88.90	89.20
Média	88.42	87.67	89.33
DP	2.46	2.26	2.14
CV (%)	2.78	2.57	2.40

NOTA: Corpos de prova com espessura média, h_{med} , fora do limite $65 \leq h_{med} \leq 95$ mm e com $DP > 3$ mm devem ser descartados.

Tabela D.3.2- Energia de absorção das placas redondas (Vf60fc50)

Relação <i>Carga x Deslocamento</i>	Corpo de prova	P_{max} (kN)	f_{Pmax} (MPa)
	PR1	48.72	6.75
	PR2	53.17	7.49
	PR3	48.64	6.60
	Média	50.17	6.94
	DP	2.59	0.48
	CV (%)	5.16	6.87

NOTA: O cálculo de f_L foi feito pela equação: $f_{Pmax} = \frac{m_R \cdot 6}{h^2}$, sendo $m_R = \frac{P_{max} \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$ (R é o raio da placa e r é o raio da placa medido no apoio).

Resultados dos testes: concreto Vf75fc50



a) Placa PR1



b) Placa PR2



c) Placa PR3

Figura D.3.4- Corpos de prova do ensaio da placa redonda (Vf75fc50)

Tabela D.3.3- Espessura média das placas redondas ($Vf75fc50$)

Indicação da posição da leitura dos pontos	Espessura média das placas (mm)		
	PR1	PR2	PR3
Raio 01	85.40	83.70	89.00
	85.20	83.40	88.80
	85.20	83.40	89.00
Raio 02	84.70	82.20	88.10
	84.70	82.60	86.60
	84.30	83.20	88.90
Raio 03	83.10	80.20	85.90
	81.70	81.70	84.50
	83.60	83.60	87.70
Centro	85.10	83.40	88.80
Média	84.30	82.74	87.73
DP	1.18	1.11	1.57
CV (%)	1.40	1.34	1.79

NOTA: Corpos de prova com espessura média, h_{med} , fora do limite $65 \leq h_{med} \leq 95$ mm e com $DP > 3$ mm devem ser descartados.

Tabela D.3.4- Energia de absorção das placas redondas ($Vf75fc50$)

Relação <i>Carga x Deslocamento</i>	Corpo de prova	P_{max} (kN)	f_{Pmax} (MPa)
	PR1	43.02	6.55
	PR2	40.06	6.34
	PR3	44.09	6.20
	Média	42.39	6.36
	DP	2.09	0.18
	CV (%)	4.92	2.79

NOTA: O cálculo de f_L foi feito pela equação: $f_{Pmax} = \frac{m_R \cdot 6}{h^2}$, sendo $m_R = \frac{P_{max} \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$ (R é o raio da placa e r é o raio da placa medido no apoio).

Resultados dos testes: concreto Vf90fc50



a) Placa PR1

b) Placa PR2

c) Placa PR3

Figura D.3.5- Corpos de prova do ensaio da placa redonda (Vf90fc50)

Tabela D.3.5- Espessura média das placas redondas (Vf90fc50)

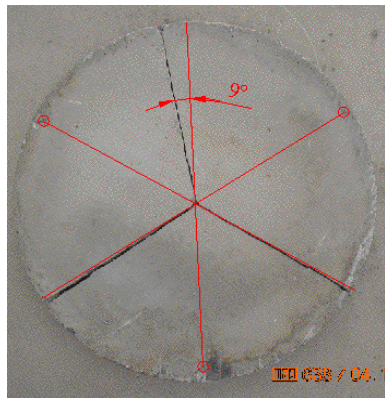
Indicação da posição da leitura dos pontos	Espessura média das placas (mm)		
	PR1	PR2	PR3
Raio 01	92.30	84.40	90.70
	92.00	84.90	91.20
	92.80	83.90	90.90
Raio 02	93.00	83.20	89.70
	91.50	84.10	90.70
	94.50	83.20	90.40
Raio 03	91.30	82.00	87.20
	88.90	81.50	89.00
	92.30	81.70	89.00
Centro	92.20	84.30	90.80
Média	92.08	83.32	89.96
DP	1.43	1.21	1.24
CV (%)	1.55	1.46	1.38

NOTA: Corpos de prova com espessura média, h_{med} , fora do limite $65 \leq h_{med} \leq 95$ mm e com $DP > 3$ mm devem ser descartados.

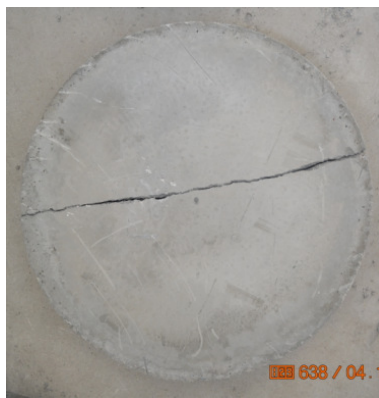
Tabela D.3.6- Energia de absorção das placas redondas (Vf90fc50)

Relação <i>Carga x Deslocamento</i>	Corpo de prova	P_{max} (kN)	f_{Pmax} (MPa)
	PR1	51.97	6.64
	PR2	50.19	7.83
	PR3	54.34	7.27
	Média	52.17	7.24
	DP	2.08	0.60
	CV (%)	3.99	8.22
	<p>NOTA: O cálculo de f_L foi feito pela equação: $f_{Pmax} = \frac{m_R \cdot 6}{h^2}$, sendo $m_R = \frac{P_{max} \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$ (R é o raio da placa e r é o raio da placa medido no apoio).</p>		

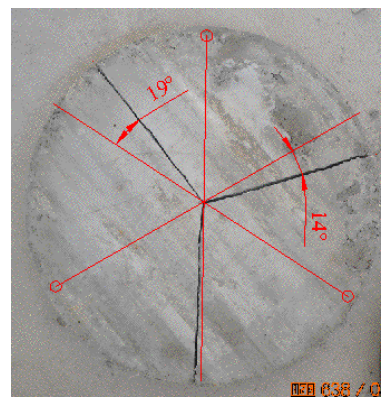
Resultados dos testes: concreto Vf0fc70



a) Placa PR1



b) Placa PR2



c) Placa PR3

Figura D.3.6- Corpos de prova do ensaio da placa redonda (Vf0fc70)

Tabela D.3.7- Espessura média das placas redondas (Vf0fc70)

Indicação da posição da leitura dos pontos	Espessura média das placas (mm)		
	PR1	PR2	PR3
Raio 01	92.70	-	97.10
	93.50	-	96.10
	91.80	-	96.70
Raio 02	92.40	-	96.50
	92.30	-	95.80
	91.50	-	95.90
Raio 03	93.20	-	96.00
	92.70	-	95.30
	90.90	-	95.30
Centro	92.60	-	96.90
Média	92.36	-	96.08
DP	0.78	-	0.61
CV (%)	0.85	-	0.63

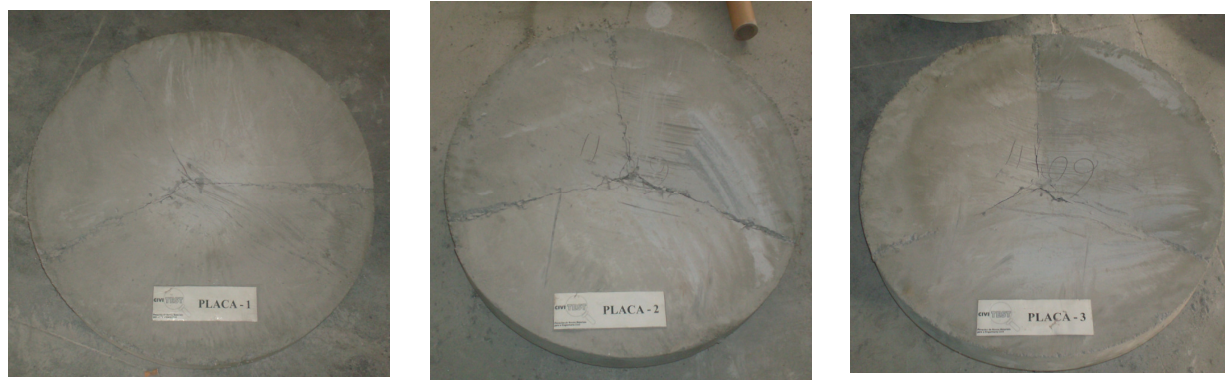
NOTA: Corpos de prova com espessura média, h_{med} , fora do limite $65 \leq h_{med} \leq 95$ mm e com $DP > 3$ mm devem ser descartados.

Tabela D.3.8- Energia de absorção das placas redondas (Vf0fc70)

Relação <i>Carga x Deslocamento</i>	Corpo de prova	P_{max} (kN)	f_{Pmax} (MPa)
<p>— PR1 — PR2-Descart. — PR3-Descart. — Med</p>	PR1	56.01	7.11
	PR2	-	-
	PR3	-	-
	Média	56.01	7.11
	DP	-	-
	CV (%)	-	-

NOTA: O cálculo de f_L foi feito pela equação: $f_{Pmax} = \frac{m_R \cdot 6}{h^2}$, sendo $m_R = \frac{P_{max} \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$ (R é o raio da placa e r é o raio da placa medido no apoio).

Resultados dos testes: concreto Vf60fc70



a) Placa PR1

b) Placa PR2

c) Placa PR3

Figura D.3.6- Corpos de prova do ensaio da placa redonda (Vf60fc70)

Tabela D.3.7- Espessura média das placas redondas (Vf60fc70)

Indicação da posição da leitura dos pontos	Espessura média das placas (mm)		
	PR1	PR2	PR3
Raio 01	85.40	90.70	87.30
	85.00	90.50	86.90
	80.00	90.50	86.90
Raio 02	84.90	90.20	88.60
	87.50	89.00	86.20
	85.60	89.00	85.40
Raio 03	82.80	88.70	87.30
	85.70	85.90	82.30
	78.80	85.60	83.80
Centro	83.30	90.40	86.90
Média	83.90	89.05	86.16
DP	2.71	1.89	1.86
CV (%)	3.24	2.12	2.16

NOTA: Corpos de prova com espessura média, h_{med} , fora do limite $65 \leq h_{med} \leq 95$ mm e com $DP > 3$ mm devem ser descartados.

Tabela D.3.8- Energia de absorção das placas redondas (Vf60fc70)

Relação <i>Carga x Deslocamento</i>	Corpo de prova	P_{max} (kN)	f_{Pmax} (MPa)
	PR1	39.31	6.05
	PR2	42.85	5.85
	PR3	46.15	6.73
	Média	42.77	6.21
	DP	3.42	0.46
	CV (%)	8.00	7.45
	<p>NOTA: O cálculo de f_L foi feito pela equação: $f_{Pmax} = \frac{m_R \cdot 6}{h^2}$, sendo $m_R = \frac{P_{max} \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$ (R é o raio da placa e r é o raio da placa medido no apoio).</p>		

Resultados dos testes: concreto Vf75fc70



a) Placa PR1



b) Placa PR2



c) Placa PR3

Figura D.3.7- Corpos de prova do ensaio da placa redonda (Vf75fc70)

Tabela D.3.9- Espessura média das placas redondas (Vf75fc70)

Indicação da posição da leitura dos pontos	Espessura média das placas (mm)		
	PR1	PR2	PR3
Raio 01	86.20	85.20	84.10
	88.20	87.20	83.20
	86.70	85.80	83.20
Raio 02	85.50	85.10	84.60
	89.20	86.70	82.20
	86.90	83.30	83.20
Raio 03	82.80	84.10	84.10
	88.70	87.30	84.20
	86.00	82.70	80.70
Centro	86.90	85.90	83.50
Média	86.71	85.33	83.30
DP	1.82	1.58	1.15
CV (%)	2.10	1.85	1.38

NOTA: Corpos de prova com espessura média, h_{med} , fora do limite $65 \leq h_{med} \leq 95$ mm e com $DP > 3$ mm devem ser descartados.

Tabela D.3.10- Energia de absorção das placas redondas (Vf75fc70)

Relação <i>Carga x Deslocamento</i>	Corpo de prova	P_{max} (kN)	f_{Pmax} (MPa)
	PR1	52.00	7.49
	PR2	53.59	7.97
	PR3	50.14	7.82
	Média	51.91	7.76
	DP	1.72	0.25
	CV (%)	3.32	3.17

NOTA: O cálculo de f_L foi feito pela equação: $f_{Pmax} = \frac{m_R \cdot 6}{h^2}$, sendo $m_R = \frac{P_{max} \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$ (R é o raio da placa e r é o raio da placa medido no apoio).

Resultados dos testes: concreto Vf90fc70



a) Placa PR1

b) Placa PR2

c) Placa PR3 (descartado)

Figura D.3.8- Corpos de prova do ensaio da placa redonda (Vf90fc70)

Tabela D.3.11- Espessura média das placas redondas (Vf90fc70)

Indicação da posição da leitura dos pontos	Espessura média das placas (mm)		
	PR1	PR2	PR3 (Descartado)
Raio 01	86.50	96.00	-
	88.10	95.90	-
	86.40	95.80	-
Raio 02	86.00	96.10	-
	85.80	96.10	-
	85.60	94.50	-
Raio 03	86.10	96.20	-
	79.00	93.60	-
	84.20	96.40	-
Centro	86.90	95.80	-
Média	85.46	95.64	-
DP	2.48	0.88	-
CV (%)	2.90	0.92	-

NOTA: Corpos de prova com espessura média, h_{med} , fora do limite $65 \leq h_{med} \leq 95$ mm e com $DP > 3$ mm devem ser descartados.

Tabela D.3.12- Energia de absorção das placas redondas (Vf90fc70)

Relação <i>Carga x Deslocamento</i>	Corpo de prova	P_{max} (kN)	f_{Pmax} (MPa)
	PR1	49.90	7.40
	PR2 (Descartado)	-	-
	PR3 (Descartado)	-	-
	Média	49.90	7.40
	DP	-	-
	CV (%)	-	-

NOTA: O cálculo de f_L foi feito pela equação: $f_{Pmax} = \frac{m_R \cdot 6}{h^2}$, sendo $m_R = \frac{P_{max} \cdot r}{R \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}$ (R é o raio da placa e r é o raio da placa medido no apoio).

ANEXO D.4- ENSAIO DE TRAÇÃO AXIAL (AÇO DAS ARMADURAS)

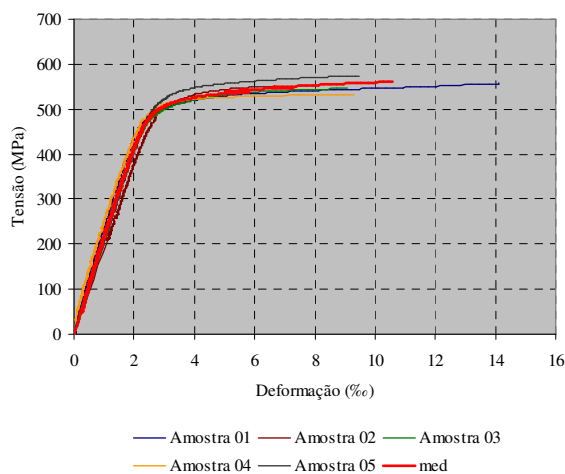


Figura D.4.1- Relação *tensão x deformação* das armaduras – Ø 12 mm

MACCAFERRI

DATA SHEET

Rev: 02, Issue Date: November 2004

WIRAND® FIBRE FS1

DESCRIPTION:

WIRAND® FS1 steel wire fibres for concrete reinforcement

TYPE:

Wirand® FS1

NOMINAL DIMENSIONS:

- Diameter D: 0.55 mm;
- Length L: 37 mm;
- Aspect ratio L/D: Ratio between Length L and diameter D: $37/0.55 = 67$

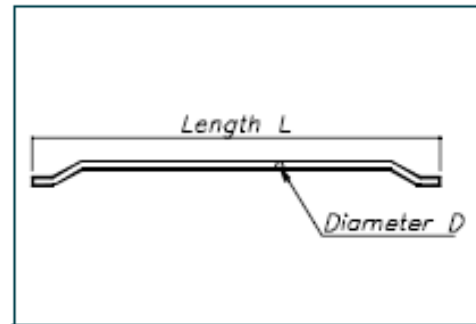


Figure 1

WIRE MECHANICAL PROPERTIES

R_m (Tensile strength of the wire): > 1200 MPa
 Δl (strain at failure) < 4%

SHAPE

The ending shapes WIRAND® FS1 fibre are very important to grant adhesion between fibre and concrete.

REFERENCE STANDARDS

- UNI-EN 10016 "Non-alloy steel rod for drawing and/or cold rolling—Part 1: General requirements"
- UNI-11037 – Fibre di acciaio da impiegare nel confezionamento di conglomerato cementizio rinforzato
- pr-EN 14889-1 – Fibres for concrete – Part 1 – Steel fibres – Definition, specifications and conformity

PACKAGING

The WIRAND® FS1 fibre are delivered packed in big bags of 600, 750, 950 kg weight, or in carton boxes of 20 kg.

The producer, for his optimisation and improving process of the product's technical characteristics, has the faculty to modify the standards and the characteristics of the product without any pre-advise. All the information are given in base to our experience; in any case no responsibility for an incorrect use could be referred to the producer or one of his distributors.

Officine Maccaferri S.p.A.

Via Agresti, 6 - P.O. BOX 396 - 40123 Bologna (Italy)
 Tel. (+39) 051-6436000 - Fax (+39) 051-236507
 E-mail: comes@maccaferri.com - Web site: www.maccaferri.com



Maccaferri UK Ltd

Oxford Business Park, North, Garston Road
 Oxford OX4 2JZ
 Tel. 01865 770555 - Fax 01865 774550
 E-mail: oxford@maccaferri.co.uk
 Web site: www.maccaferri.co.uk

BVQI Certified - Quality System Comply with SINCERT's and UKAS's accreditation.

Figura D.5.1- Propriedades das fibras de aço

ANEXO E – BASE DE DADOS

A base de dados desta pesquisa foi fundamentada nos ensaios experimentais apresentados na Tabela E.1, a qual exhibe as seguintes propriedades: a altura útil da laje, d ; a dimensão do pilar, r ; a dimensão da laje, L_{laje} ; a resistência à compressão média do concreto (obtida em corpo de prova cilíndrico), f_c ; a taxa de armadura de flexão, ρ ; o fator de forma das fibras, l_f/d_f ; o volume de fibra, V_f ; a carga experimental de ruína, $V_{exp,u}$; e o status da laje quanto ao critério de avaliação (Aval.=Avaliada e N. Aval.=Não avaliada).

Tabela E.1- Base de dados (Continua)

Autor	Laje	d	r	L_{laje}	f_c	ρ	l_f/d_f	V_f	$V_{exp,u}$	Status
		(mm)	(mm)	(mm)	(MPa)	(%)		(%)	(kN)	
ZAMBRANA VARGAS (1997)	L1	40.00	100.00	800.00	26.00	1.73	-	0.00	80.00	N. Aval.
	L2	40.00	100.00	800.00	31.50	1.73	37.48	0.75	84.00	N. Aval.
	L3	40.00	100.00	800.00	31.60	1.73	37.48	1.50	97.00	N. Aval.
	L7	40.00	100.00	800.00	88.70	1.73	-	0.00	101.00	N. Aval.
	L8	40.00	100.00	800.00	79.00	1.73	37.48	0.75	112.00	N. Aval.
	L9	40.00	100.00	800.00	93.00	1.73	37.48	1.50	136.00	N. Aval.
AZEVEDO (1999)	OSC.S1	80.00	80.00	1160.00	43.73	1.66	-	0.00	176.48	N. Aval.
	OSC.S2	80.00	80.00	1160.00	46.42	1.66	66.67	0.75	191.96	Aval.
	OSC.S3	80.00	80.00	1160.00	30.80	1.66	66.67	1.50	197.61	N. Aval.
	HSC.S1	80.00	80.00	1160.00	86.65	1.66	-	0.00	190.72	N. Aval.
	HSC.S2	80.00	80.00	1160.00	81.85	1.66	66.67	0.75	206.81	Aval.
	HSC.S3	80.00	80.00	1160.00	79.30	1.66	66.67	1.50	293.93	Aval.
HOLANDA (2002)	L1	80.00	80.00	1160.00	23.13	1.66	-	0.00	137.20	N. Aval.
	L2	80.00	80.00	1160.00	24.40	1.66	54.55	1.00	139.55	Aval.
	L3	80.00	80.00	1160.00	28.06	1.66	54.55	2.00	163.62	Aval.
	L4	80.00	80.00	1160.00	56.98	1.66	-	0.00	192.86	N. Aval.
	L5	80.00	80.00	1160.00	59.72	1.66	54.55	1.00	215.14	Aval.
	L6	80.00	80.00	1160.00	52.38	1.66	54.55	2.00	236.17	Aval.
	L7	80.00	80.00	1160.00	36.55	1.66	47.62	0.75	182.85	Aval.
	L8	80.00	80.00	1160.00	46.08	1.66	47.62	1.50	210.90	Aval.
NGUYEN-MINH et al. (2011)	A0	105.00	150.00	900.00	21.68	0.66	-	0.00	284.00	N. Aval.
	A1	105.00	150.00	900.00	22.32	0.66	80.00	0.38	330.00	Aval.
	A2	105.00	150.00	900.00	23.36	0.66	80.00	0.58	345.00	Aval.
	A3	105.00	150.00	900.00	25.28	0.66	80.00	0.77	397.00	Aval.
	B0	105.00	150.00	1200.00	21.68	0.66	-	0.00	301.00	N. Aval.
	B1	105.00	150.00	1200.00	22.32	0.66	80.00	0.38	328.00	Aval.
	B2	105.00	150.00	1200.00	23.36	0.66	80.00	0.58	337.00	Aval.
	B3	105.00	150.00	1200.00	25.28	0.66	80.00	0.77	347.00	Aval.
	C0	105.00	150.00	1500.00	21.68	0.66	-	0.00	264.00	N. Aval.
	C1	105.00	150.00	1500.00	22.32	0.66	80.00	0.38	307.00	Aval.
	C2	105.00	150.00	1500.00	23.36	0.66	80.00	0.58	310.00	Aval.
C3	105.00	150.00	1500.00	25.28	0.66	80.00	0.77	326.00	Aval.	

Tabela E.1- Base de dados (Continua)

Autor	Laje	d	r	L_{laje}	f_c	ρ	l_f/d_f	V_f	$V_{exp,u}$	Status
		(mm)	(mm)	(mm)	(MPa)	(%)		(%)	(kN)	
CHENG e PARRA (2010)	S1	127.00	150.00	1500.00	47.70	0.95	-	0.00	433.00	N. Aval.
	S2	127.00	150.00	1500.00	47.70	0.74	-	0.00	379.00	N. Aval.
	S3	127.00	150.00	1500.00	25.40	0.95	54.55	1.00	386.00	N. Aval.
	S4	127.00	150.00	1500.00	25.40	0.74	54.55	1.00	389.00	N. Aval.
	S5	127.00	150.00	1500.00	59.30	0.95	70.00	1.50	530.00	Aval.
	S6	127.00	150.00	1500.00	57.90	0.74	70.00	1.50	444.00	Aval.
	S7	127.00	150.00	1500.00	31.00	0.95	54.55	1.50	522.00	N. Aval.
	S8	127.00	150.00	1500.00	31.00	0.74	54.55	1.50	472.00	N. Aval.
	S9	127.00	150.00	1500.00	46.10	0.95	78.95	1.50	530.00	Aval.
	S10	127.00	150.00	1500.00	59.10	0.74	78.95	1.50	503.00	Aval.
MCHARG (1997)	NSCU	109.00	225.00	2300.00	30.00	1.26	-	0.00	306.00	N. Aval.
	NSCB	109.00	225.00	2300.00	30.00	1.68	-	0.00	349.00	N. Aval.
	FRSU	109.00	225.00	2300.00	43.30	1.26	60.00	0.50	422.00	Aval.
	FRSB	109.00	225.00	2300.00	43.30	1.68	60.00	0.50	438.00	Aval.
	FRCU	109.00	225.00	2300.00	33.40	1.26	60.00	0.50	329.00	Aval.
	FRCB	109.00	225.00	2300.00	33.40	1.68	60.00	0.50	361.00	Aval.
NAAMAN et al. (2010)	TOR-2T-2L	110.00	100.00	790.00	69.60	0.94	100.00	2.00	759.00	N. Aval.
	TOR-1T-1L	110.00	100.00	790.00	69.60	0.94	100.00	2.00	614.00	N. Aval.
	TOR-0T-1L	115.00	100.00	790.00	69.60	0.00	100.00	2.00	592.00	N. Aval.
	TOR-0T-0L	180.00	100.00	790.00	69.60	0.00	100.00	2.00	569.00	N. Aval.
	CON-2T-2L	145.00	100.00	790.00	43.90	0.69	-	0.00	383.00	N. Aval.
HARAJLI et al. (1995)	A1	39.00	100.00	650.00	29.6	1.81	-	0.00	62.53	N. Aval.
	A2	39.00	100.00	650.00	30.00	1.81	100.00	0.45	67.70	N. Aval.
	A3	39.00	100.00	650.00	31.4	1.81	100.00	0.80	77.77	N. Aval.
	A4	39.00	100.00	650.00	24.6	1.81	60.00	1.00	68.83	N. Aval.
	A5	39.00	100.00	650.00	20.00	1.81	60.00	2.00	62.06	N. Aval.
	B1	55.00	100.00	650.00	31.4	1.66	-	0.00	99.36	N. Aval.
	B2	55.00	100.00	650.00	31.4	1.66	100.00	0.45	114.65	N. Aval.
	B3	55.00	100.00	650.00	31.8	1.66	100.00	0.80	117.30	N. Aval.
	B4	55.00	100.00	650.00	29.1	1.66	60.00	1.00	117.73	N. Aval.
	B5	55.00	100.00	650.00	29.2	1.66	60.00	2.00	145.57	N. Aval.
TAN e PARAMASIVAN (1994)	SFRC1-1	21.88	100.00	595.00	46.20	0.56	60.00	0.31	21.40	N. Aval.
	SFRC1-2	21.88	100.00	894.69	45.80	0.56	60.00	0.31	22.60	N. Aval.
	SFRC1-3	21.88	100.00	1192.19	47.20	0.56	60.00	0.31	18.90	N. Aval.
	SFRC2-1	21.88	100.00	894.69	40.30	0.56	60.00	0.50	20.90	N. Aval.
	SFRC2-2	21.88	100.00	894.69	40.70	0.56	60.00	1.00	23.70	N. Aval.
	SFRC2-3	21.88	100.00	894.69	39.70	0.56	60.00	1.50	24.60	N. Aval.
	SFRC2-4	21.88	100.00	894.69	47.80	0.56	60.00	2.00	27.40	N. Aval.
	SFRC3-1	13.75	100.00	896.50	46.90	0.78	60.00	0.31	9.40	N. Aval.
	SFRC3-2	35.63	100.00	894.19	46.10	1.35	60.00	0.31	54.90	N. Aval.
	SFRC3-3	43.75	100.00	896.88	48.40	0.95	60.00	0.31	70.50	N. Aval.
	SFRC4-1	21.88	100.00	894.69	37.60	0.56	60.00	0.31	19.00	N. Aval.
	SFRC4-2	21.88	100.00	894.69	60.60	0.56	60.00	0.31	20.00	N. Aval.
	SFRC5-1	21.88	200.00	894.69	41.40	1.17	60.00	0.31	26.10	N. Aval.
	SFRC5-2	21.88	150.00	894.69	39.80	0.46	60.00	0.31	18.70	N. Aval.

Tabela E.1- Base de dados (Continua)

Autor	Laje	d	r	L_{laje}	f_c	ρ	l_f/d_f	V_f	$V_{exp,u}$	Status
		(mm)	(mm)	(mm)	(MPa)	(%)		(%)	(kN)	
ALEXANDER e SIMMONDS (1992)	P11F0	132.70	200.00	2750.00	33.20	0.46	-	0.00	257.00	N. Aval.
	P11F31	132.70	200.00	2750.00	35.80	0.46	41.12	0.40	324.00	Aval.
	P11F66	132.70	200.00	2750.00	35.00	0.46	41.12	0.85	345.00	Aval.
	P38F0	105.70	200.00	2750.00	35.60	0.68	-	0.00	264.00	N. Aval.
	P38F34	105.70	200.00	2750.00	38.40	0.68	41.12	0.40	308.00	Aval.
	P38F69	105.70	200.00	2750.00	38.50	0.68	41.12	0.85	330.00	Aval.
SHAABAN e GESUND (1994)	SF0-1	60.33	63.50	1447.80	33.40	1.84	-	0.00	90.00	N. Aval.
	SF0-2	60.33	63.50	1447.80	39.05	1.84	-	0.00	112.50	N. Aval.
	SF0-3	60.33	63.50	1447.80	31.05	1.84	-	0.00	81.00	N. Aval.
	SF0-4	60.33	63.50	1447.80	31.74	1.84	-	0.00	94.50	N. Aval.
	SF2-1	60.33	63.50	1447.80	34.50	1.84	20.56	0.61	94.50	N. Aval.
	SF2-2	60.33	63.50	1447.80	37.26	1.84	20.56	0.61	112.50	N. Aval.
	SF2-3	60.33	63.50	1447.80	29.67	1.84	20.56	0.61	72.00	N. Aval.
	SF2-4	60.33	63.50	1447.80	24.84	1.84	20.56	0.61	85.50	N. Aval.
	SF3-1	60.33	63.50	1447.80	37.67	1.84	20.56	0.95	108.00	N. Aval.
	SF4-1	60.33	63.50	1447.80	46.78	1.84	20.56	1.19	135.00	N. Aval.
	SF4-2	60.33	63.50	1447.80	36.57	1.84	20.56	1.19	117.00	N. Aval.
	SF6-1	60.33	63.50	1447.80	22.36	1.84	20.56	1.86	99.00	N. Aval.
SF6-2	60.33	63.50	1447.80	22.08	1.84	20.56	1.86	103.50	N. Aval.	
THEODORAKOPOULOS e SWAMY (1993)	FS-1	100.00	150.00	1690.00	35.38	0.63	-	0.00	173.50	N. Aval.
	FS-2	100.00	150.00	1690.00	34.00	0.63	100.00	0.50	225.00	Aval.
	FS-3	100.00	150.00	1690.00	35.65	0.63	100.00	1.00	247.40	Aval.
	FS-4	100.00	150.00	1690.00	37.34	0.63	100.00	1.00	224.40	Aval.
	FS-5	100.00	150.00	1690.00	38.00	0.42	100.00	1.00	198.10	Aval.
	FS-6	100.00	150.00	1690.00	35.68	0.42	100.00	1.00	174.50	N. Aval.
	FS-7	100.00	150.00	1690.00	36.64	0.42	100.00	1.00	192.40	N. Aval.
	FS-8	100.00	100.00	1690.00	36.66	0.67	-	0.00	150.30	N. Aval.
	FS-9	100.00	100.00	1690.00	35.60	0.67	100.00	1.00	216.60	Aval.
	FS-10	100.00	200.00	1690.00	36.40	0.59	-	0.00	191.40	N. Aval.
	FS-11	100.00	200.00	1690.00	34.24	0.59	100.00	1.00	259.80	N. Aval.
	FS-12	100.00	150.00	1690.00	36.08	0.63	59.81	1.00	217.50	Aval.
	FS-13	100.00	150.00	1690.00	33.48	0.63	100.00	1.00	235.50	Aval.
	FS-14	100.00	150.00	1690.00	34.98	0.63	69.74	1.00	239.50	Aval.
	FS-15	100.00	150.00	1690.00	31.24	0.63	89.41	1.00	238.00	Aval.
	FS-16	100.00	150.00	1690.00	27.92	0.63	69.74	1.00	227.80	N. Aval.
	FS-17	100.00	150.00	1690.00	46.85	0.63	69.74	1.00	268.40	N. Aval.
	FS-18	100.00	150.00	1690.00	14.20	0.63	69.74	1.00	166.00	N. Aval.
	FS-19	100.00	150.00	1690.00	34.50	0.42	-	0.00	136.50	N. Aval.
	FS-20	100.00	150.00	1690.00	37.04	0.42	100.00	1.00	211.00	Aval.

Tabela E.1- Base de dados

Autor	Laje	d	r	L_{laje}	f_c	ρ	l_f/d_f	V_f	$V_{exp,u}$	Status
		(mm)	(mm)	(mm)	(MPa)	(%)		(%)	(kN)	
PRISCO e FELICETTI (1997)	P80S1	55.00	7.50	330.00	41.44	0.00	-	0.00	43.94	N. Aval.
	P40S1	55.00	7.50	330.00	41.44	0.00	-	0.00	41.33	N. Aval.
	P40S2	55.00	7.50	330.00	41.44	0.00	-	0.00	45.31	N. Aval.
	F80S1	55.00	7.50	330.00	40.32	0.00	60.00	0.00	46.68	N. Aval.
	F80S2	55.00	7.50	330.00	40.32	0.00	60.00	0.00	49.33	N. Aval.
	F80S3	55.00	7.50	330.00	40.32	0.00	60.00	0.00	52.46	N. Aval.
	F80S4	55.00	7.50	330.00	40.32	0.00	60.00	0.00	48.55	N. Aval.
	F40S1	55.00	7.50	330.00	42.56	0.00	60.00	0.00	49.97	N. Aval.
	F40S2	55.00	7.50	330.00	42.56	0.00	60.00	0.00	40.83	N. Aval.
	F40S3	55.00	7.50	330.00	42.56	0.00	60.00	0.00	37.53	N. Aval.
	P25F1	55.00	7.50	330.00	33.28	0.00	-	0.00	34.61	N. Aval.
	P25F2	55.00	7.50	330.00	33.28	0.00	-	0.00	30.57	N. Aval.
	F25F1	55.00	7.50	330.00	22.24	0.00	60.00	0.00	31.35	N. Aval.
	F25F2	55.00	7.50	330.00	22.24	0.00	60.00	0.00	30.44	N. Aval.
F25F3	55.00	7.50	330.00	22.24	0.00	60.00	0.00	33.78	N. Aval.	
AFONS O (2010)	FC0	144.00	250.00	2500.00	39.30	1.13	66.67	0.50	651.00	N. Aval.
ÖZDEN et al. (2006)	NR1E0F0	90.00	200.00	1500.00	21.60	0.83	75.00	0.00	188.00	N. Aval.
	NR2E0F0	90.00	200.00	1500.00	20.00	1.30	75.00	0.00	202.00	N. Aval.
	HR1E0F0	86.00	200.00	1500.00	74.00	1.75	75.00	0.00	331.00	N. Aval.
	HR1E0F0r	86.00	200.00	1500.00	75.00	1.75	75.00	0.00	371.00	N. Aval.
	HR2E0F0	86.00	200.00	1500.00	63.70	2.75	75.00	0.00	405.00	N. Aval.
	HR2E0F0r	86.00	200.00	1500.00	74.70	2.75	75.00	0.00	489.00	N. Aval.
	NR1E0F1	90.00	200.00	1500.00	19.60	0.83	75.00	1.00	266.00	Aval.
	NR2E0F1	90.00	200.00	1500.00	19.30	1.30	75.00	1.00	245.00	Aval.
	HR1E0F1	86.00	200.00	1500.00	81.30	1.75	75.00	1.00	576.00	Aval.
	HR2E0F1	86.00	200.00	1500.00	79.30	2.75	75.00	1.00	691.00	Aval.
HIGASHIYAMA et al. (2011)	t100-0.67	70.00	150.00	1200.00	24.60	0.85	48.39	0.67	137.50	N. Aval.
	t140-0.67	110.00	150.00	1200.00	24.60	0.54	48.39	0.67	210.20	Aval.
	t180-0.67	150.00	150.00	1200.00	24.60	0.40	48.39	0.67	297.60	Aval.
	t100-0.72	65.00	150.00	1200.00	42.40	0.91	48.39	0.72	140.80	N. Aval.
	t140-0.72	105.00	150.00	1200.00	42.40	0.57	48.39	0.72	213.20	Aval.
	t180-0.72	145.00	150.00	1200.00	42.40	0.41	48.39	0.72	290.70	Aval.
	t100-0.91	65.00	150.00	1200.00	21.60	0.91	48.39	0.91	120.80	N. Aval.
	t140-0.91	105.00	150.00	1200.00	21.60	0.57	48.39	0.91	183.10	Aval.
	t180-0.91	145.00	150.00	1200.00	21.60	0.41	48.39	0.91	231.20	Aval.
	t100-0.63	70.00	150.00	1200.00	27.80	0.85	48.39	0.63	152.30	N. Aval.
	t100-0.94	70.00	150.00	1200.00	31.10	0.85	48.39	0.94	147.90	N. Aval.
t100-1.03	70.00	150.00	1200.00	30.40	0.85	48.39	1.03	158.90	N. Aval.	

ANEXO F – BASE DE DADOS UTILIZADA NA ANÁLISE DE f_{Ri}

Tabela F.1- Base de dados utilizada na análise de f_{Ri} (Continua)

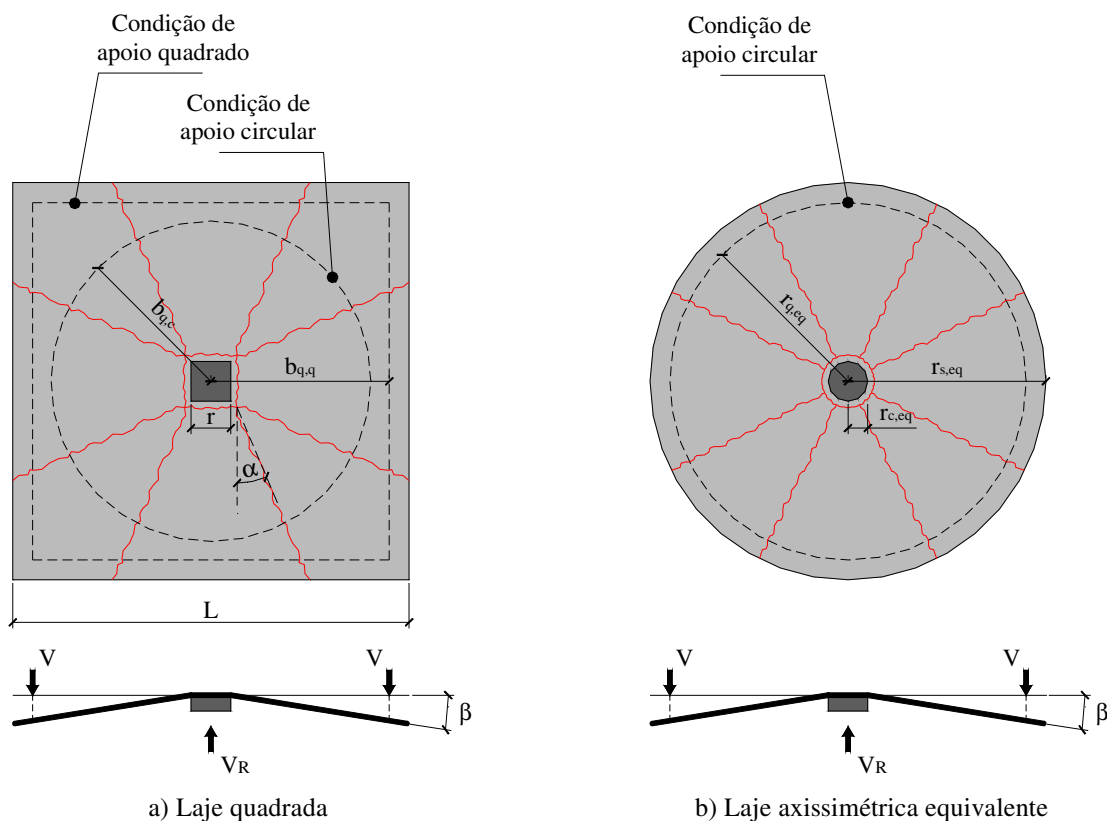
Autor	Peças	V_f	l_f	d_f	f_{R1}	f_{R3}	f_{R4}
		(%)	(mm)	(mm)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
BARROS (1995)	s3e30	0.40	30.00	0.50	3.50	2.73	2.61
	s3e45	0.60	30.00	0.50	4.83	3.95	3.75
	s3e60	0.80	30.00	0.50	4.60	3.59	3.39
	s4e30	0.40	60.00	0.80	3.50	3.15	3.08
	s4e45	0.60	60.00	0.80	5.13	4.20	3.83
	s4e60	0.80	60.00	0.80	6.86	6.39	5.98
	s5e30	0.40	60.00	0.80	4.40	1.64	1.34
	s5e45	0.60	60.00	0.80	5.35	3.45	3.18
FERRER BOIX (2003)	pilot 1 beam 1	1.00	30.00	0.50	9.60	6.72	5.36
	pilot 2 beam 2	1.00	30.00	0.50	9.60	7.36	6.40
	pilot 3 beam 3	1.00	30.00	0.50	8.00	5.12	4.24
	test 2 beam 2	0.50	30.00	0.50	6.72	4.80	3.92
	test 3 beam 3	0.50	30.00	0.50	4.35	3.65	3.30
	test 1 beam 4	1.00	30.00	0.50	8.00	5.44	4.64
	test 2 beam 5	1.00	30.00	0.50	10.40	7.20	5.92
	test 3 beam 6	1.00	30.00	0.50	9.60	7.04	5.84
LONG e MARIAN (2008)	C1	0.80	30.00	0.50	8.64	9.39	7.89
	C2	0.80	30.00	0.50	8.75	9.81	8.75
	C3	0.80	30.00	0.50	9.17	10.03	8.96
POH et al. (2008)	A	0.40	60.00	0.75	4.00	2.60	2.02
	B	0.47	60.00	0.75	3.00	3.00	2.11
	C	0.53	60.00	0.75	3.30	2.40	2.88
BARROS et al. (2003)	S2_3	0.33	60.00	0.92	3.68	3.20	3.04
	S2_4	0.47	60.00	0.92	3.68	3.20	3.52
	S2_5	0.67	60.00	0.92	6.88	7.12	6.88
	S2_6	0.93	60.00	0.92	7.28	9.92	6.64
BARROS et al. (2005)	F80/60-30	0.40	60.00	0.75	3.49	3.65	1.41
	F80/60-20	0.27	60.00	0.75	2.62	2.11	2.05
	F80/60-10	0.13	60.00	0.75	1.76	1.60	3.52
	F65/60-15	0.20	60.00	0.92	2.62	2.37	2.34
	F65/60-25	0.33	60.00	0.92	3.84	0.54	3.20
	F65/60-35	0.47	60.00	0.92	4.03	3.33	3.71
	F65/60-45	0.60	60.00	0.92	5.76	5.50	5.31
MONTAIGNAC et al. (2011)	F60-1	1.00	60.00	0.75	8.72	7.52	6.88
	F35-1	1.00	35.00	0.55	6.56	5.28	4.64
	F35-1,25	1.25	35.00	0.55	8.40	6.40	5.68

Tabela F.1- Base de dados utilizada na análise de f_{Ri}

Autor	Peças	V_f	l_f	d_f	f_{R1}	f_{R3}	f_{R4}
		(%)	(mm)	(mm)	(MPa)	(MPa)	(MPa)
BURATTI et al. (2011)	SF_20_1	0.27	50.00	1.00	1.44	1.60	1.52
	SF_20_2	0.27	50.00	1.00	1.60	1.60	1.44
	SF_20_3	0.27	50.00	1.00	1.60	2.48	1.84
	SF_20_4	0.27	50.00	1.00	1.76	1.60	2.08
	SF_20_5	0.27	50.00	1.00	1.92	2.08	1.68
	SF_20_6	0.27	50.00	1.00	2.08	2.56	2.56
	SF_20_7	0.27	50.00	1.00	2.56	2.80	2.72
KOOIMAN et al. (2000)	mix1-1	0.77	60.00	0.75	4.00	2.72	-
	mix1-2	0.77	60.00	0.75	5.20	2.96	-
	mix1-3	0.77	60.00	0.75	5.52	3.84	-
	mix1-4	0.77	60.00	0.75	7.36	5.60	-
	mix1-5	0.77	60.00	0.75	7.92	6.08	-
	mix1-6	0.77	60.00	0.75	8.16	6.08	-
	mix2-1	0.77	60.00	0.75	4.96	3.44	-
	mix2-2	0.77	60.00	0.75	4.96	3.84	-
	mix2-3	0.77	60.00	0.75	5.20	4.32	-
	mix2-4	0.77	60.00	0.75	5.76	4.80	-
	mix2-5	0.77	60.00	0.75	6.08	5.52	-
	mix2-6	0.77	60.00	0.75	6.40	4.80	-
PEREIRA et al. (2004)	min	0.40	60.00	0.75	3.44	2.56	1.60
	med	0.40	60.00	0.75	4.48	2.96	2.24
	max	0.40	60.00	0.75	5.28	4.16	3.68
BARRAGAN (2002)	N1-3PB-20-1	0.27	60.00	0.75	2.06	2.40	2.33
	N1-3PB-20-2	0.27	60.00	0.75	1.10	1.51	1.51
	N1-3PB-20-3	0.27	60.00	0.75	2.81	3.36	3.15
	N1-3PB-40-1	0.53	60.00	0.75	3.08	3.84	4.83
	N1-3PB-40-2	0.53	60.00	0.75	2.68	3.43	4.27
	N2-3PB-20-1	0.27	30.00	0.38	3.36	2.47	3.69
	N2-3PB-20-2	0.27	30.00	0.38	3.02	2.33	3.69
	N2-3PB-20-3	0.27	30.00	0.38	3.43	3.08	3.69
	N2-3PB-40-1	0.53	30.00	0.38	3.43	2.81	3.72
	N2-3PB-40-2	0.53	30.00	0.38	3.43	2.68	5.52
	N2-3PB-40-3	0.53	30.00	0.38	3.57	3.02	6.12

ANEXO G – PROPOSTAS ANALÍTICAS PARA ESTABELEECER A RESISTÊNCIA ÚLTIMA À PUNÇÃO DE LAJES DE CRFA

ANEXO G.1- EQUIVALÊNCIA ENTRE LAJES QUADRADAS E AXISSIMÉTRICAS



NOTA: A grandeza β representa a rotação da laje.

Figura G.1.1- Equivalência entre lajes quadradas e axissimétricas

Segundo apresentou GUANDALINI (2005), a equivalência geométrica entre as dimensões dos pilares é com relação ao perímetro, sendo assim, escreve-se:

$$2 \cdot \pi \cdot r_{c,eq} = 4 \cdot r$$

$$r_{c,eq} = \frac{2 \cdot r}{\pi}$$

A equivalência quanto à condição de contorno da laje é definida simplesmente por:

$$r_{q,eq} = \begin{cases} b_{q,c} & \text{para condição de apoio circular} \\ b_{q,q} & \text{para condição de apoio quadrado} \end{cases}$$

A equivalência quanto ao domínio da laje, $r_{s,eq}$, é estabelecida admitindo a mesma carga de flexão. Sendo assim, considerando-se os conceitos de linha de ruptura para a laje circular, tem-se:

$$W_{e,c} = V_{flex} \cdot \beta \cdot (r_q - r_c)$$

$$W_{i,c} = m_R \cdot \beta \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_s$$

$$W_{e,c} = W_{i,c}$$

$$\frac{V_{flex}}{m_R}(circular) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r_s}{r_q - r_c}$$

Para a laje quadrada, tem-se:

$$W_{e,q} = V_{flex} \cdot \beta \cdot \left(b_q - \frac{r}{2} \right)$$

$$W_{i,c} = 8 \cdot m_R \cdot \beta \cdot \left[\frac{L-r}{2} \cdot \frac{1+\tan^2(\alpha)}{1+\tan(\alpha)} + \frac{r}{2} \right]$$

$$W_{e,c} = W_{i,c}$$

$$\frac{V_{flex}}{m_R}(quadrada) = \frac{8}{b_q - \frac{r}{2}} \cdot \left[\frac{L-r}{2} \cdot \frac{1+\tan^2(\alpha)}{1+\tan(\alpha)} + \frac{r}{2} \right]$$

A situação de carga mínima acontece para $\alpha=\pi/8$, sendo assim,

$$\frac{V_{flex}}{m_R}(quadrada) = \frac{8}{b_q - \frac{r}{2}} \cdot \left[(L-r) \cdot (\sqrt{2}-1) + \frac{r}{2} \right]$$

Por fim, considerando-se $\frac{V_{flex}}{m_R}(circular) = \frac{V_{flex}}{m_R}(quadrada)$, e admitindo que

$$b_q - r/2 = r_q - r_c, \text{ obtém-se:}$$

$$r_{s,eq} = \frac{2}{\pi} \cdot \left[2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (L - r) + r \right]$$

ANEXO G.2- DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO EQ. 14.22

Admitindo a seção transversal fissurada apresentada na Figura G.2.1, é possível estabelecer que:

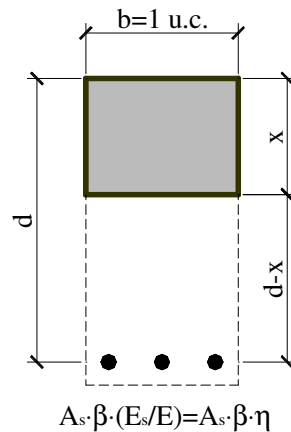


Figura G.2.1- Seção transversal fissurada

$$\int_{L.N.} \bar{y} \cdot dA = 0$$

$$b \cdot x \cdot \frac{x}{2} - \beta \cdot A_s \cdot \eta \cdot (d - x) = 0$$

$$x^3 = 2 \cdot \rho \cdot d \cdot \beta \cdot \eta \cdot (d - x) \cdot x$$

e que:

$$I_1 = \int_{L.N.} \bar{y}^2 \cdot dA$$

$$I_1 = \frac{x^3}{3} + A_s \cdot \beta \cdot \eta \cdot (d - x)^2$$

$$I_1 = \frac{x^3}{3} + \rho \cdot d \cdot \beta \cdot \eta \cdot (d - x)^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sendo:} \\ x^3 = 2 \cdot \rho \cdot d \cdot \beta \cdot \eta \cdot (d - x) \cdot x \end{array} \right.$$

$$I_1 = \frac{2 \cdot \rho \cdot d \cdot \beta \cdot \eta \cdot (d - x) \cdot x}{3} + \rho \cdot d \cdot \beta \cdot \eta \cdot (d - x)^2$$

$$I_1 = \frac{\rho \cdot d \cdot \beta \cdot \eta}{3} \cdot (d - x) \cdot (3 \cdot d - x) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sendo :} \\ \eta = \frac{E_s}{E} \end{array} \right.$$

$$E \cdot I_1 = \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{3 \cdot d}\right)$$

ANEXO G.3- DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO EQ. 14.41

Sabendo que:

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{(r_q - r_c)} \cdot E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{r_s}{r_y}\right)\right]$$

$$V_{flex} = 2 \cdot \pi \cdot m_R \cdot \frac{r_s}{(r_q - r_c)}$$

Realizando-se a razão V/V_{flex} , obtém-se:

$$\left(\frac{V}{V_{flex}}\right) = \frac{E \cdot I_1 \cdot \psi \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{r_s}{r_y}\right)\right]}{m_R \cdot r_s} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Admitindo :} \\ r_y = 0.35 \cdot r_s \end{array} \right.$$

Por fim, isolando-se da equação anterior o valor de ψ , tem-se:

$$\psi = 0.5 \cdot \frac{m_R \cdot r_s}{E \cdot I_1} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right)$$

ANEXO G.4- DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO EQ. 14.43

Admitindo-se que na relação *carga x rotação* a rotação ψ é função dos parâmetros, m_R , r_s , $E \cdot I_1$, V e V_{flex} , pode-se escrever:

$$\psi = f(m_R, E \cdot I_1, r_s, V, V_{flex})$$

ou,

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot m_R^a \cdot (E \cdot I_1)^b \cdot r_s^c \cdot V^d \cdot V_{flex}^e$$

Escrevendo a equação anterior na forma dimensional, tem-se:

$$[M^0 \cdot L^0 \cdot T^0] = k \cdot [M \cdot L^2 \cdot T^{-2}]^a \cdot [M \cdot L^3 \cdot T^{-2}]^b \cdot [L]^c \cdot [M \cdot L \cdot T^{-2}]^d \cdot [M \cdot L \cdot T^{-2}]^e$$

Sendo assim, é possível agrupar as potências a , b , c , d e e em termos de cada grandeza física fundamental, M , L , T , conforme segue:

$$\text{Em termos de } L \Rightarrow 0 = 2 \cdot a + 3 \cdot b + c + d + e$$

$$\text{Em termos de } M \Rightarrow 0 = a + b + d + e$$

$$\text{Em termos de } T \Rightarrow 0 = -2 \cdot a - 2 \cdot b - 2 \cdot d - 2 \cdot e \Rightarrow 0 = a + b + d + e$$

Organizando-se as equações anteriores na forma de sistema, obtém-se:

$$\begin{cases} 2 \cdot a + 3 \cdot b + c + d + e = 0 \\ a + b + d + e = 0 \end{cases}$$

Uma das possíveis soluções do sistema é encontrada admitindo-se $d=3/2$, $e=-3/2$ e $c=1$ (adotaram-se as mesmas potências encontradas na equação Eq. 14.41). Desta maneira, encontra-se $a=1$ e $b=-1$. Substituindo estas potências na equação que descreve ψ , tem-se:

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot m_R \cdot (E \cdot I_1)^{-1} \cdot r_s \cdot V^{3/2} \cdot V_{flex}^{-3/2}$$

ou,

Desenvolvendo-se a relação $\frac{m_R}{E \cdot I_1}$, obtém-se:

$$\frac{m_R}{E \cdot I_1} = \frac{0.2 \cdot d^2 \cdot [4 \cdot f_{sy} \cdot \rho + f_{Ftu} \cdot (1 + 4 \cdot \Delta)]}{\rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{3 \cdot d}\right)}$$

$$\frac{m_R}{E \cdot I_1} = \frac{0.2 \cdot d^2 \cdot [4 \cdot f_{sy} \cdot \rho + f_{Ftu} \cdot (1 + 4 \cdot \Delta)]}{0.3 \cdot \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3}$$

$$\frac{m_R}{E \cdot I_1} = \frac{4 \cdot f_{sy}}{E_s \cdot d} + \frac{f_{Ftu} \cdot (1 + 4 \cdot \Delta)}{\rho \cdot E_s \cdot d}$$

Por fim, substituindo a razão anterior na equação abaixo, obtém-se:

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot \frac{m_R \cdot r_s}{E \cdot I_1} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right)^{3/2}$$

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot \frac{r_s}{d \cdot E_s} \cdot \left[4 \cdot f_{sy} + \frac{f_{Ftu} \cdot (1 + 4 \cdot \Delta)}{\rho}\right] \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right)^{3/2}$$

$$\psi = \bar{\Delta} \cdot \frac{r_s}{d \cdot E_s} \cdot \left\{4 \cdot f_{sy} + \frac{f_{Ftu} \cdot [1 + 4 \cdot (c' / d)]}{\rho}\right\} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}}\right)^{3/2} \quad \begin{cases} \bar{\Delta} = 0.358 & \text{para conc. normal} \\ \bar{\Delta} = 0.894 & \text{para conc. leve} \end{cases}$$

ANEXO G.6- CONTRIBUIÇÃO DA FIBRA – CÁLCULO DA INTEGRAL DA EQUAÇÃO EQ. 14.54

O cálculo da contribuição da fibra na resistência à punção, $V_{R,f}$, é estabelecido desenvolvendo-se a integral de $\sigma_f(\psi, z)$ em A_0 , conforme segue:

$$V_{R,f} = \int_{A_0} \sigma_f(\psi, z) \cdot dA_0 =$$

$$V_{R,f} = \int_{A_0} \left[f_{Fts} - \frac{\mu \cdot \psi \cdot z}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \right] \cdot dA_0 =$$

$$V_{R,f} = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{z=x}^{d-x} \left[f_{Fts} - \frac{\mu \cdot \psi \cdot z}{2.5} \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1}) \right] \cdot \left(r_c + \frac{z}{2 \cdot (1-k)} \right) \cdot d\theta \cdot dz =$$

Chamando-se:

$$\Omega 1 = f_{Fts}$$

$$\Omega 2 = \frac{\mu \cdot \psi \cdot (f_{Fts} - 0.5 \cdot f_{R3} + 0.2 \cdot f_{R1})}{2.5}$$

$$\Omega 3 = r_c$$

$$\Omega 4 = \frac{1}{2 \cdot (1-k)}$$

onde k representa a razão entre a posição da linha neutra x e a altura útil d , $k=x/d$ (Figura G.4.1).

Tem-se,

$$V_{R,f} = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{z=x}^{d-x} [\Omega 1 - \Omega 2 \cdot z] \cdot (\Omega 3 + \Omega 4 \cdot z) \cdot d\theta \cdot dz =$$

$$V_{R,f} = 2 \cdot \pi \cdot \int_{z=x}^{d-x} [\Omega 1 - \Omega 2 \cdot z] \cdot (\Omega 3 + \Omega 4 \cdot z) \cdot dz =$$

Chamando o valor da integral anterior de *INT*, tem-se:

$$INT = \int_{z=x}^{d-x} [\Omega 1 - \Omega 2 \cdot z] \cdot (\Omega 3 + \Omega 4 \cdot z) \cdot dz$$

$$INT = \int_{z=x}^{d-x} \Omega 1 \cdot \Omega 3 \cdot dz + \int_{z=x}^{d-x} \Omega 1 \cdot \Omega 4 \cdot z \cdot dz - \int_{z=x}^{d-x} \Omega 2 \cdot \Omega 3 \cdot z \cdot dz - \int_{z=x}^{d-x} \Omega 2 \cdot \Omega 4 \cdot z^2 \cdot dz$$

Chamando-se:

$$INT1 = \int_{z=x}^{d-x} \Omega1 \cdot \Omega3 \cdot dz = \Omega1 \cdot \Omega3 \cdot d \cdot (1 - 2 \cdot k)$$

$$INT2 = \int_{z=x}^{d-x} \Omega1 \cdot \Omega4 \cdot z \cdot dz = \frac{\Omega1 \cdot \Omega4 \cdot d^2}{2} \cdot [1 - 2 \cdot k]$$

$$INT3 = \int_{z=x}^{d-x} \Omega2 \cdot \Omega3 \cdot z \cdot dz = \frac{\Omega2 \cdot \Omega3 \cdot d^2}{2} \cdot [1 - 2 \cdot k]$$

$$INT4 = \int_{z=x}^{d-x} \Omega2 \cdot \Omega4 \cdot z^2 \cdot dz = \frac{\Omega2 \cdot \Omega4 \cdot d^3}{3} \cdot [(1 - k) \cdot (1 - 2 \cdot k + k^2) - k^3]$$

Tem-se,

$$INT = INT1 + INT2 - INT3 - INT4$$

Organizando-se os resultados, obtém-se:

$$INT = \frac{d \cdot (1 - 2 \cdot k)}{2} \cdot \left(2 \cdot \Omega1 \cdot \Omega3 + d \cdot \left\{ \Omega1 \cdot \Omega4 - \Omega2 \cdot \Omega3 - 2 \cdot d \cdot \Omega2 \cdot \Omega4 \cdot \left[\frac{(1 - k) \cdot (1 - 2 \cdot k + k^2) - k^3}{3 \cdot (1 - 2 \cdot k)} \right] \right\} \right)$$

Por fim, lembrando que:

$$V_{R,f} = 2 \cdot \pi \cdot \int_{z=x}^{d-x} [\Omega1 - \Omega2 \cdot z] \cdot (\Omega3 + \Omega4 \cdot z) \cdot dz$$

sendo,

$$INT = \int_{z=x}^{d-x} [\Omega1 - \Omega2 \cdot z] \cdot (\Omega3 + \Omega4 \cdot z) \cdot dz$$

e

$$INT = \frac{d \cdot (1 - 2 \cdot k)}{2} \cdot \left(2 \cdot \Omega_1 \cdot \Omega_3 + d \cdot \left\{ \Omega_1 \cdot \Omega_4 - \Omega_2 \cdot \Omega_3 - 2 \cdot d \cdot \Omega_2 \cdot \Omega_4 \cdot \left[\frac{(1 - k) \cdot (1 - 2 \cdot k + k^2) - k^3}{3 \cdot (1 - 2 \cdot k)} \right] \right\} \right)$$

obtém-se:

$$V_{R,f}(\psi) = \pi \cdot d \cdot (1 - 2 \cdot k) \cdot \left(2 \cdot \Omega_1 \cdot \Omega_3 + d \cdot \left\{ \Omega_1 \cdot \Omega_4 - \Omega_2(\psi) \cdot \Omega_3 - 2 \cdot d \cdot \Omega_2(\psi) \cdot \Omega_4 \cdot \left[\frac{(1 - k) \cdot (1 - 2 \cdot k + k^2) - k^3}{3 \cdot (1 - 2 \cdot k)} \right] \right\} \right)$$

ANEXO H – ANÁLISE DAS PROPOSTAS *CARGA X ROTAÇÃO*

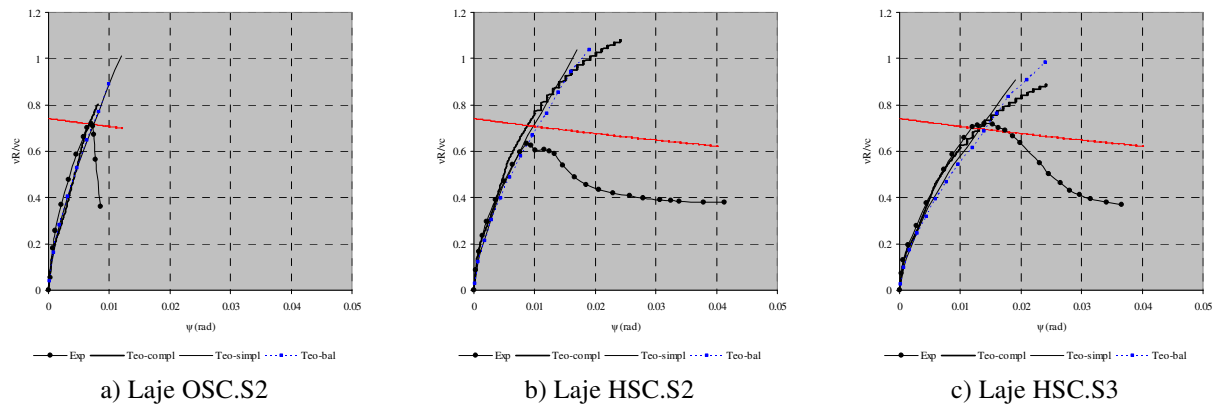


Figura H.1- Resultados das lajes de AZEVEDO (1999)

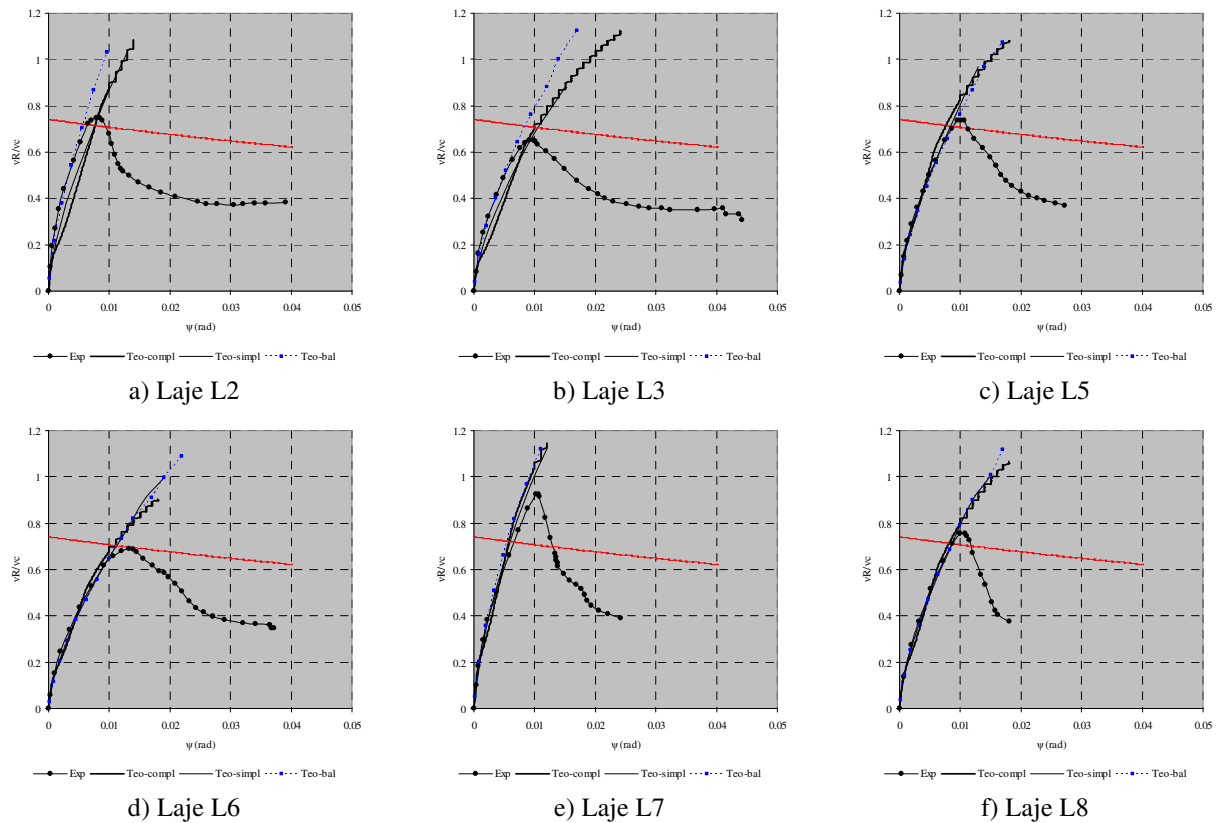
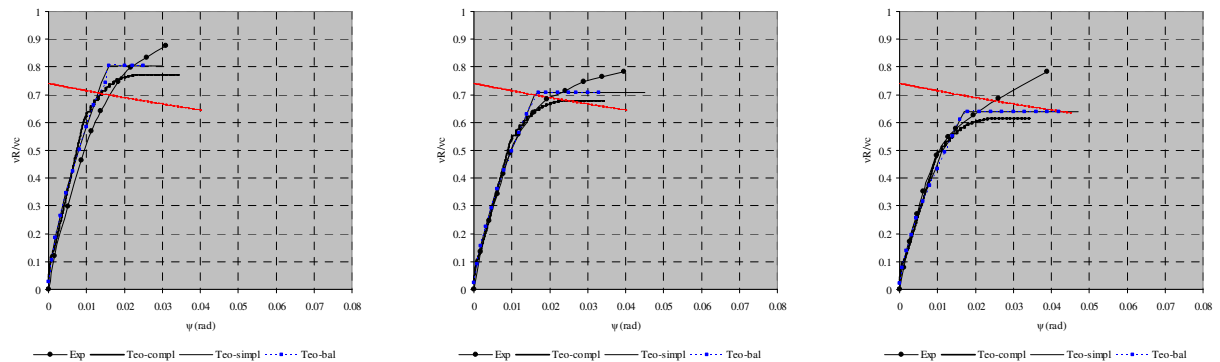


Figura H.2- Resultados das lajes de HOLANDA (2002)



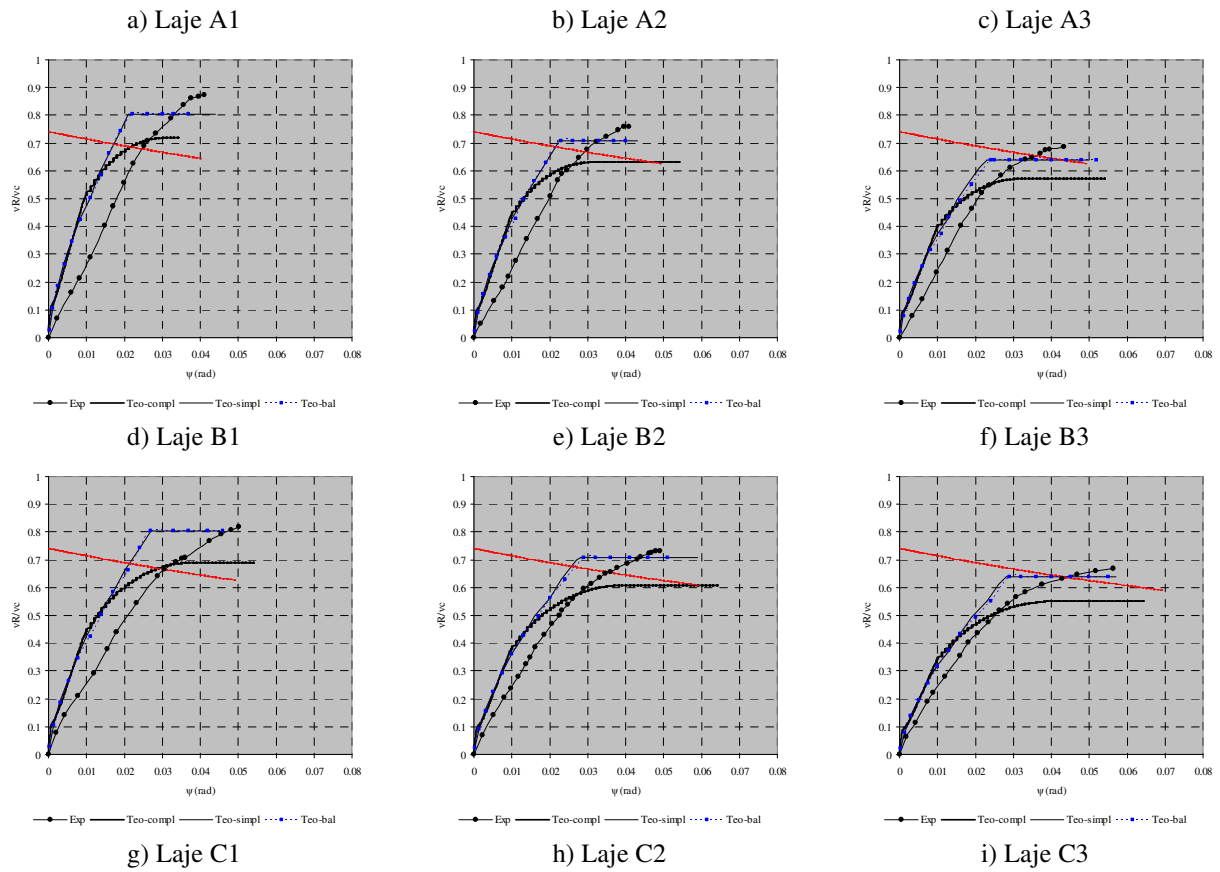


Figura H.3- Resultados das lajes de NGUYEN-MINH *et al.* (2011)

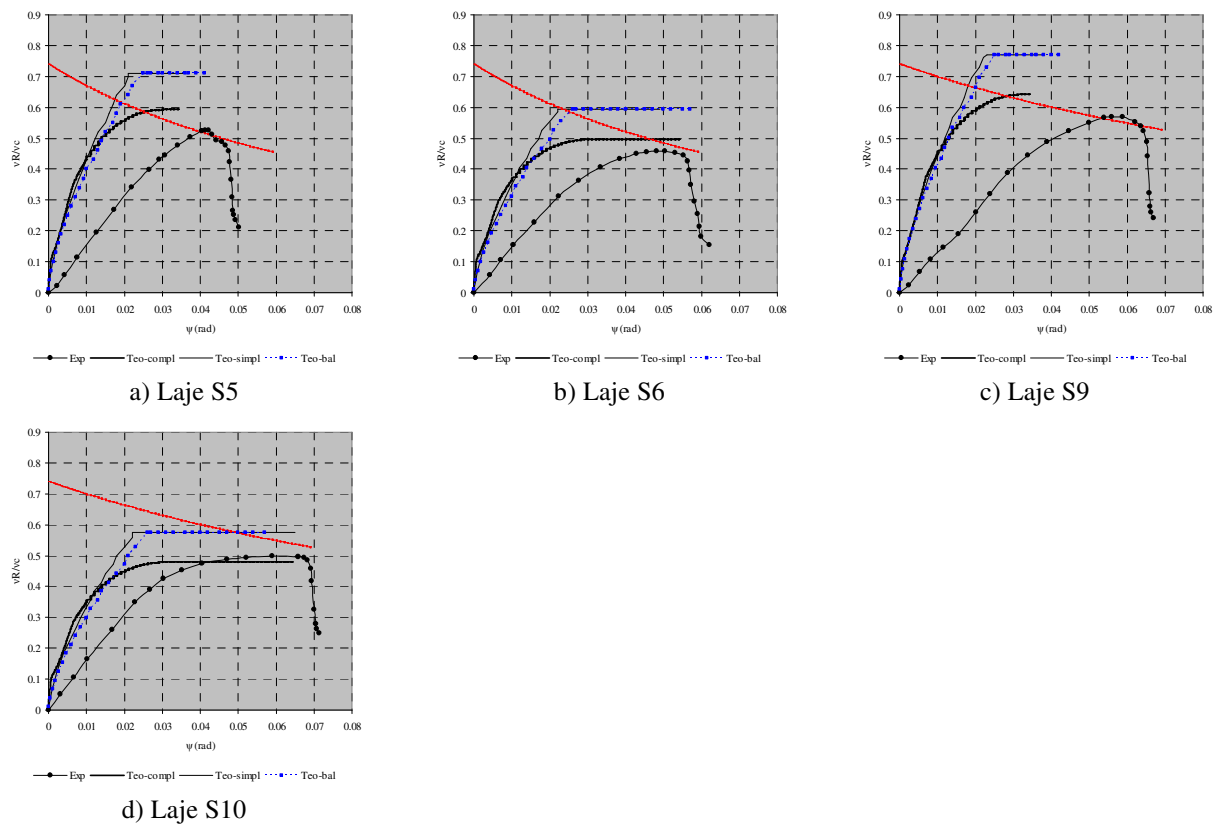
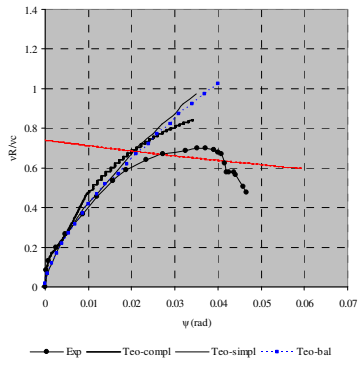
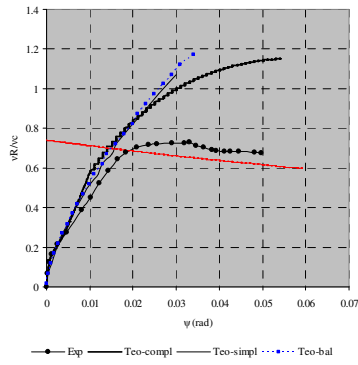


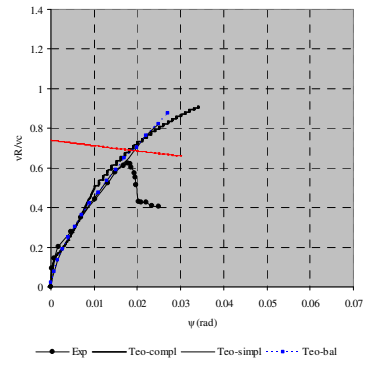
Figura H.4- Resultados das lajes de CHENG e PARRA (2010)



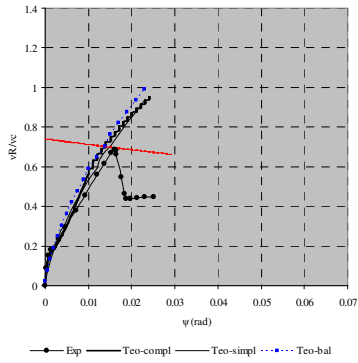
a) Laje FRUSU



b) Laje FRSB

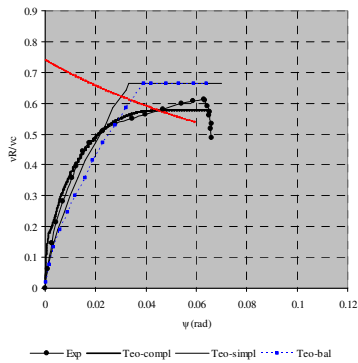


c) Laje FRCU

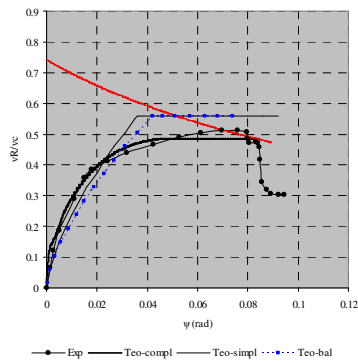


d) Laje FRCB

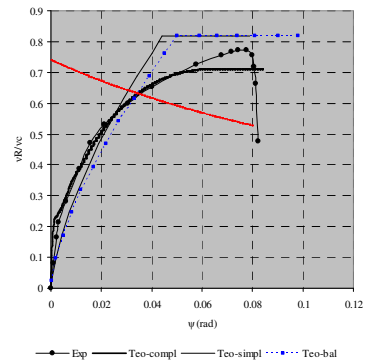
Figura H.5- Resultados das lajes de MCHARG (1997)



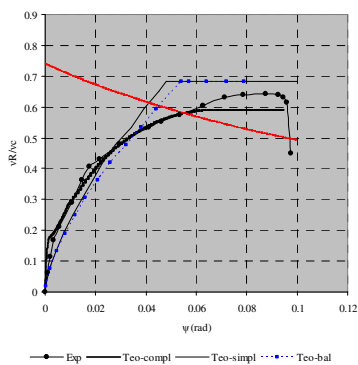
a) Laje P11F31



b) Laje P11F66

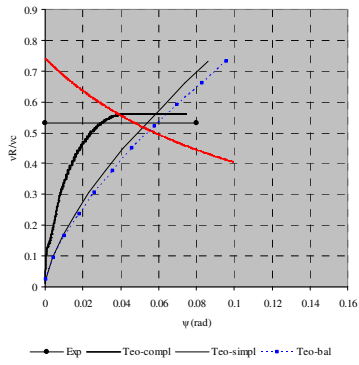


c) Laje P38F34

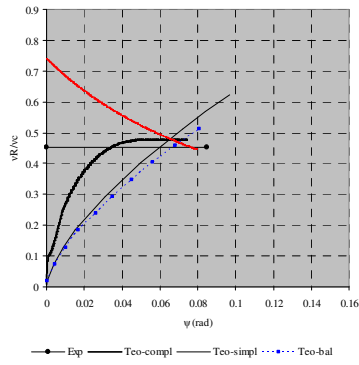


d) Laje P38F69

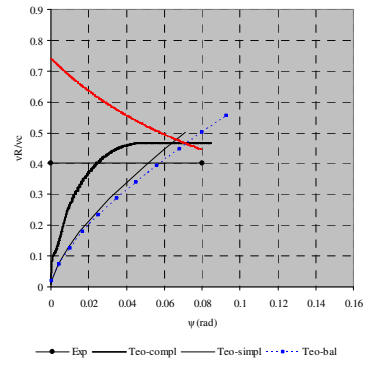
Figura H.6- Resultados das lajes de ALEXANDER e SIMMONDS (1992)



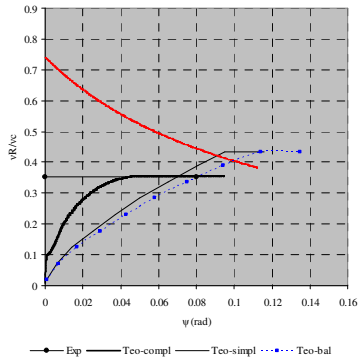
a) Laje FS-2



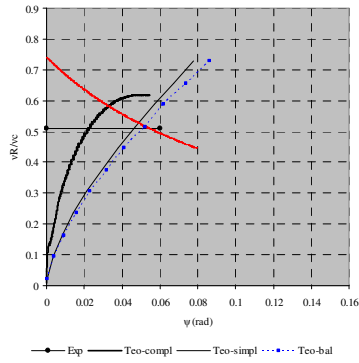
b) Laje FS-3



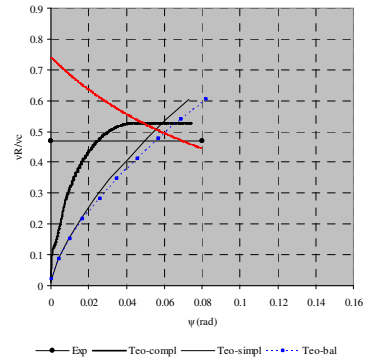
c) Laje FS-4



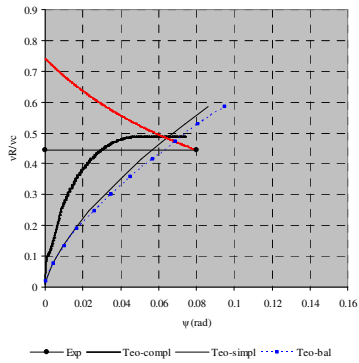
d) Laje FS-5



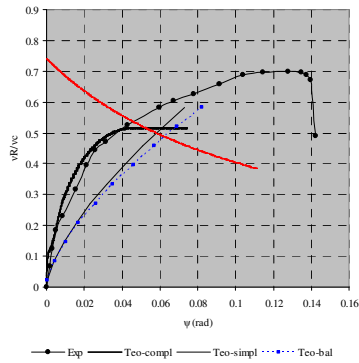
e) Laje FS-9



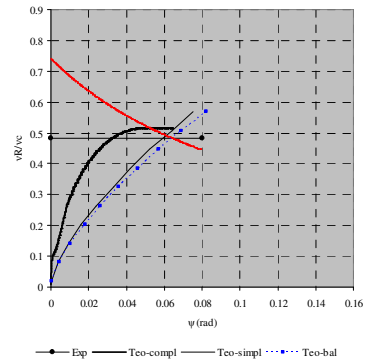
f) Laje FS-12



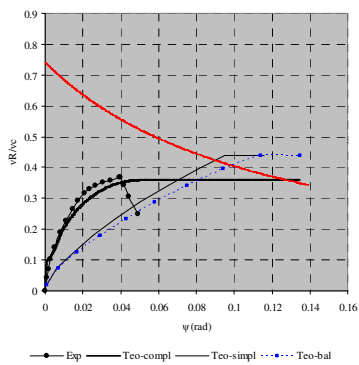
g) Laje FS-13



h) Laje FS-14

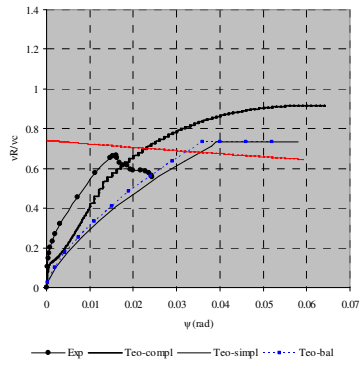


i) Laje FS-15

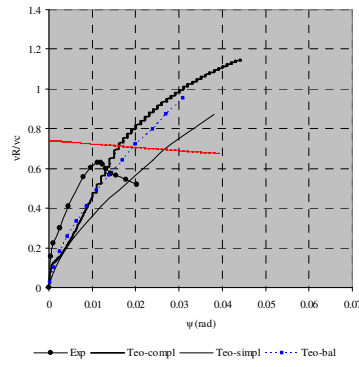


j) Laje FS-20

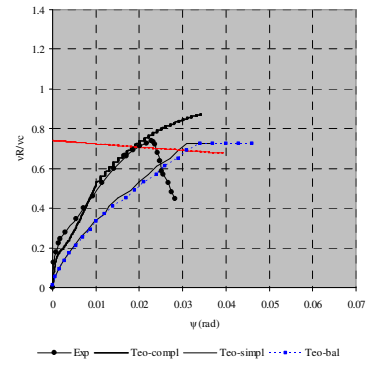
Figura H.7- Resultados das lajes de THEODORAKOPOULOS e SWAMY (1993)



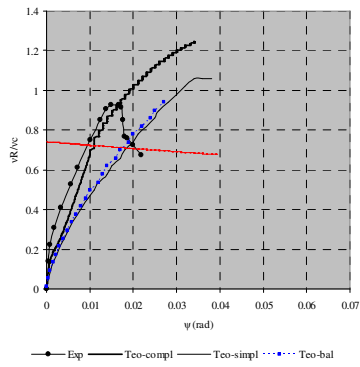
a) Laje NR1E0F1



b) Laje NR2E0F1

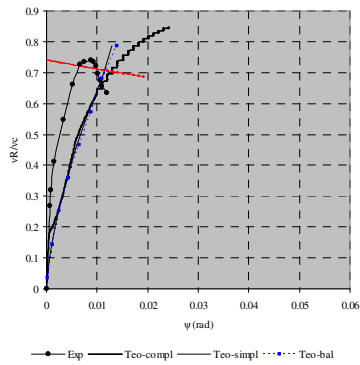


c) Laje HR1E0F1

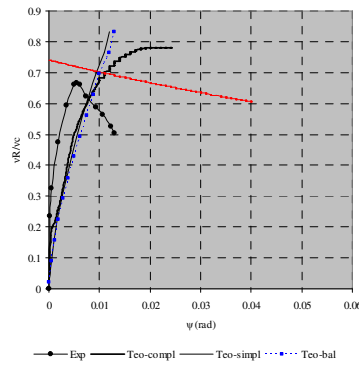


d) Laje HR2E0F1

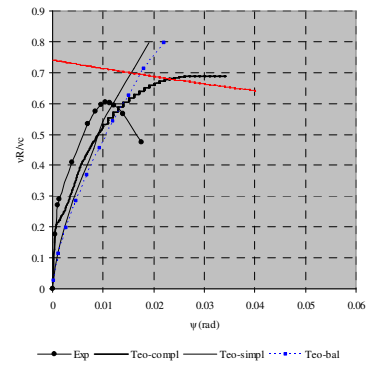
Figura H.8- Resultados das lajes de ÖZDEN *et al.* (2006)



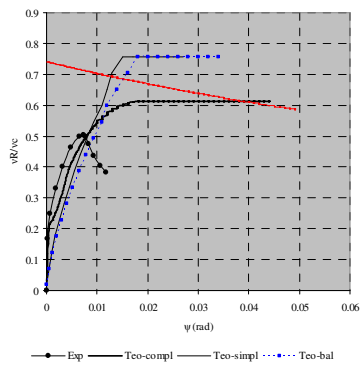
a) Laje t140-0.67



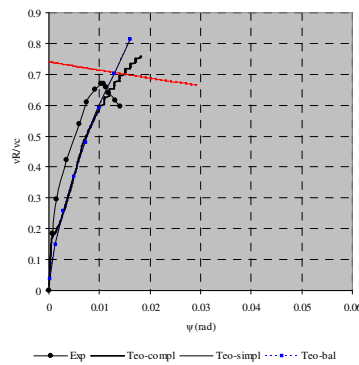
b) Laje t180-0.67



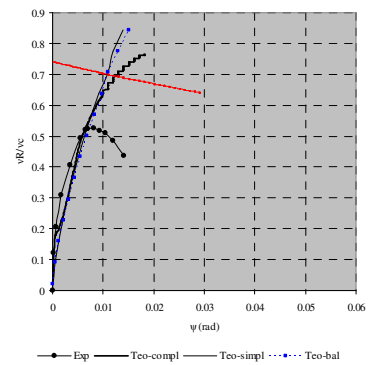
c) Laje t140-0.72



d) Laje t180-0.72



e) Laje t140-0.91



f) Laje t180-0.91

Figura H.9- Resultados das lajes de HIGASHIYAMA *et al.* (2011)