



**PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE
DINÂMICA DA INTERAÇÃO VEÍCULO-ESTRUTURA EM
PONTES FERROVIÁRIAS**

DYORGGE ALVES SILVA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE
DINÂMICA DA INTERAÇÃO VEÍCULO-ESTRUTURA EM
PONTES FERROVIÁRIAS**

DYORGGE ALVES SILVA

ORIENTADOR: JOSÉ LUIS VITAL DE BRITO

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO
CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM-011A/12
BRASÍLIA/DF, 17 DE JULHO DE 2012**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DINÂMICA DA
INTERAÇÃO VEÍCULO-ESTRUTURA EM PONTES FERROVIÁRIAS**

DYORGGE ALVES SILVA

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

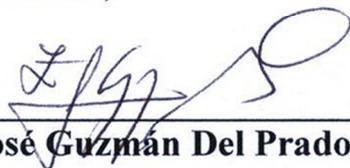
APROVADO POR:



**Profº José Luís Vital de Brito, Dsc (UnB)
(Orientador)**



**Profº Raúl Darío Durand Farfán, Dsc (UnB)
(Examinador Interno)**



**Profº Zenón José Guzmán Del Prado, Dsc (UFG)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 17 DE JULHO DE 2012

FICHA CATALOGRÁFICA

SILVA, DYORGGE ALVES	
Programa computacional para análise dinâmica da interação veículo-estrutura em pontes ferroviárias [Distrito Federal] 2012.	
(xvi, 73 p., 10 mm) (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2012).	
Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.	
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.	
1.Análise dinâmica	2.Interação veículo-estrutura
3.Elemento de interface	4.Ponte ferroviária
5.Engenharia ferroviária	
I. ENC/FT/UnB	II. Título

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SILVA, D. A. (2012). Programa computacional para análise dinâmica da interação veículo-estrutura em pontes ferroviárias. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-011A/12, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 91 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Dyorgge Alves Silva.

TÍTULO: Programação computacional para análise dinâmica da interação veículo-estrutura em pontes ferroviárias.

GRAU: Mestre ANO: 2012

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Dyorgge Alves Silva
Rua Raimundo de Souza nº 08, Distrito Industrial.
67.030-205 Ananindeua – PA – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que sempre foi bom comigo e me deu forças para seguir em frente, protegendo-me e iluminando minha vida; mesmo com todas as dificuldades que surgiram na minha caminhada, consegui continuar minha jornada com bom humor, foco, fé e esperança.

Aos meus familiares, principalmente os meus pais Vicente Alves Neto e Francisca Maria Alves da Silva e aos meus irmãos Diego Alves Silva e Vicente Filho Alves Silva, por ser essa família maravilhosa que sempre soube valorizar a importância do conhecimento e da união.

Ao Professor José Luís Vital de Brito, meu orientador, que com tanta presteza colaborou com uma consistente orientação, disponibilidade, apoio, motivação e sabedoria ao longo do trabalho.

Expresso meu especial agradecimento ao Professor Raul Durand, que gentilmente aceitou o desafio de colaborar com desenvolvimento deste trabalho, com o seu pleno domínio em linguagem de programação.

Ao professor Dr^o Remo de Souza da UFPa por suas dicas e contribuições nesta linha de pesquisa que vem agregando mais conhecimentos sobre o assunto.

Ao Rodolfo Montoya pelo envio do programa CarTools para análise dinâmica de pontes, de sua autoria, e outros arquivos importantes para esse trabalho.

Ao Programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil-PECC da Universidade de Brasília onde encontrei um ambiente acolhedor esta oportunidade.

Aos Professores do PECC por todo conhecimento transmitido durante o mestrado.

À Eva Veloso, secretária do PECC, pela constante preocupação e prontidão em ajudar, esclarecer e contribuindo para o bom andamento das atividades diárias dos alunos e professores do Programa de Pós-Graduação.

Sou Grato aos amigos que adquiridos durante o período dissertação: Luís Alejandro Peña, Virley, Ádria Mendonça, Abdala Nabut, Antônio Carlos, Chaira Nepomuceno, Denise Mesquita, Elaine Jaricuna, Fernando Oliveira, Henrique Campos, Iuri Lustosa, Jorge

Campuzano, Maria del Pilar, Ramon Saleno Sara Brígida, Sebastião Simão, Morgana Braga, Clodoaldo César, Fernanda Gouveia, Galileu Santos, Iviane Santos, Uchôa e Nívea Gabriela pelos momentos de descontração, constante motivação e incentivo durante todo o mestrado.

Não poderia deixar de agradecer aos amigos especiais: Maria de Nazaré, Nailde Coelho e Antônio Wagner, que me ajudaram com opiniões, críticas elogios e muitas risadas.

Aos amigos e companheiros de Colina: Wallison Barbosa, Fabio Pedro, Urubatan Tupinanbá e Raphael pela convivência amistosa e momentos de descontração.

Ao amigo Claudio Lima pelo acolhimento na sua residência no início desse desafio em Brasília, mesmo não sabendo que eu era, obrigado.

A CAPES e ao CNPq, pelo apoio financeiro.

DEDICATÓRIA

A Deus,

Ao meu Pai, Vicente Alves Neto, que com sua luta incessante para ver todos seus filhos formados, hoje pode ser chamado verdadeiramente o maior mestre que tive.

Minha Mãe, Francisca M^a da Silva Alves, que sempre acreditou em min, mostrando preocupação, mas nunca me negando o prazer do conhecimento.

Aos meus irmãos, Diego Alves Silva e Vicente Filho Alves Silva, que sempre compartilharam muitos momentos felizes e grandes aprendizados durante nossas vidas.

RESUMO

PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DINÂMICA DA INTERAÇÃO VEÍCULO-ESTRUTURA EM PONTES FERROVIÁRIAS

Autor: Dyorgge Alves Silva

Orientador: José Luís Vital De Brito

Programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, julho de 2012

O problema da interação veículo estrutura vem cada vez mais ganhando destaque, principalmente com os fortes investimentos que este sistema modal vem experimentando. Assim sendo, estudos com o intuito de desenvolver ferramentas computacionais, que sejam capazes de representar o comportamento destas estruturas, considerando os efeitos dinâmicos provocados pelo tráfego de trens de carga sobre pontes, vem recebendo grande importância para análise e compreensão deste fenômeno. Neste trabalho, uma breve revisão de pesquisas anteriores sobre a interação dinâmica da ponte e veículos em movimento é apresentada. Modelos de veículos com complexidades crescentes, incluindo a carga em movimento, modelos de massas suspensas simplificadas e o modelo de veículo mais sofisticados representado por um conjunto de massas suspensas são considerados, assim como os efeitos de suspensão e de dissipação de energia. A ponte adotada para o estudo de vibrações induzidas pela a passagem das cargas é representa por uma viga simplesmente apoiada modelada por elementos finitos de pórtico plano. Para resolver o problema da interação veículo-estrutura um elemento de interface é apresentado para modelar o acoplamento e se mostra muito adequado para aplicações em pontes ferroviárias. O método da integração direta ao longo do tempo é empregado na solução das equações diferenciais de segunda ordem, resultantes das equações de movimento, que incluem o problema da interação veículo-estrutura. A versatilidade e aplicabilidade do processo proposto são validadas através de exemplos comparativos, numéricos e analíticos, apresentando bons resultados. Conclui-se que o programa computacional desenvolvido neste trabalho apresenta ser uma boa ferramenta nos estudos relacionados às respostas do sistema veículo-estrutura, considerando a interação e os efeitos inerciais da massa suspensa. Por fim, são apresentadas sugestões de pontos importantes a serem discutidos no futuro.

Palavras-chave:

Análise dinâmica, Interação Veículo-Estrutura, Elemento de Interface, Ponte Ferroviária.

ABSTRACT

COMPUTER PROGRAM FOR DYNAMIC ANALYSIS OF VEHICLE-STRUCTURE INTERACTION IN RAILWAY BRIDGES

Author: Dyorgge Alves Silva

Supervisor: José Luís Vital De Brito

Post Graduation Program in Structures and Civil Construction

Brasília, July 2012

The problem of interaction vehicle structure is increasingly gaining attention, since there is a strong investment in this railroad transportation. Thus, the developing of computational tools that aim to simulate the dynamic interaction between freight trains and bridges is gaining more importance. This thesis begins with a brief review of previous research on the dynamic interaction. Vehicle models with increasing complexities, moving loads and compositions are considered, as well as the effect of suspension and power dissipation. Later, a new approach for the interaction modelling is presented. Bridges are simulated as simple supported beams using finite elements. Several models for vehicles are also formulated. The interaction was modeled by means of an interaction element that showed to be suitable for the analysis of railroad bridges. For the integration of the motion equation, the Newmark integration algorithm was used. The versatility and applicability of the proposed procedure is validated through comparative examples, numerical and analytical, with excellent results. It is concluded that the presented approach represents an alternative and easy way to simulate and study the response of a vehicle-structure interaction system. Finally, suggestions about future improvements are discussed.

Keywords:

Dynamic analysis, Vehicle-Structure Interaction, Interface Element, Railway Bridge

SUMÁRIO

RESUMO	viii
ABSTRACT	ix
SUMÁRIO.....	x
LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS.....	xv
LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES.....	xvi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 JUSTIFICATIVA	2
1.2 OBJETIVOS	3
1.2.1 Objetivos geral	3
1.2.2 Objetivos específicos.....	3
1.3 METODOLOGIA.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3 MODELAGENS DO TREM	9
3.1 FÓRMULAS BÁSICAS DO MOVIMENTO DO VEÍCULO.....	9
3.2 MODELO DE CARGA PONTUAL	10
3.3 MODELOS COM INTERAÇÃO.....	11
3.3.1 Modelo simplificado 1 (MS1)	11
3.3.2 Modelo simplificado 2 (MS2)	12
3.3.3 Modelo completo.....	14
3.3.4 Equações dinâmicas do veículo	19
4 MODELAGEM DA PONTE	20
4.1 MATRIZ DE RIGIDEZ.....	21
4.2 MATRIZ DE MASSA	23
4.3 AMORTECIMENTO	25
4.4 EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO DA PONTE	27
5 MODELAGEM DO SISTEMA VEÍCULO-ESTRUTURA	28

5.1 INTERAÇÃO DO SISTEMA VEÍCULO-ESTRUTURA	28
5.2 INTEGRAÇÃO DIRETA PELO MÉTODO DE NEWMARK	31
6 PROGRAMA COMPUTACIONAL.....	34
6.1 PROGRAMA PYDYN.....	34
6.1.1 Criação do domínio de análise.....	36
6.1.2 Criação dos elementos que conformam o domínio de análise	36
6.1.3 Definição das conectividades	37
6.1.4 Definição das condições de contorno	37
6.1.5 Solução	37
6.1.6 Saída de resultados	37
7 VALIDAÇÃO E EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	38
7.1 VALIDAÇÃO PARA ANÁLISE ESTÁTICA.....	38
7.2 TESTE PARA UMA CARGA HARMÔNICA.....	39
7.3 TESTE PARA UMA CARGA EM MOVIMENTO.....	42
7.4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO PARA UM VAGÃO SE DESLOCANDO SOBRE A PONTE.....	49
7.5 EXEMPLO DE APLICAÇÃO PARA DEZ VAGÕES SE DESLOCANDO SOBRE A PONTE.....	52
8 CONCLUSÕES	62
8.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	63
9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	64
APÊNDICE	67

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Simulação de trem por carga pontual	10
Figura 3.2 - Representação esquemática do modelo simplificado 1	11
Figura 3.3 - Representação esquemática do modelo simplificado 2.	13
Figura 3.4 - Modelo de interação completa.	14
Figura 3.5 - Modelo de discretização do veículo completo.	16
Figura 4.1 - Graus de liberdade para um elemento de viga.	20
Figura 4.2 - Curvas de deslocamentos devido a um deslocamento unitário em uma das coordenadas nodais.	20
Figura 4.3 - (a) Elemento de viga com massa distribuída mostrando as quatro coordenadas nodais. (b) Elemento de viga que suporta uma carga inercial, produzida pela aceleração $\delta = 1$, ao efetuar um deslocamento virtual $\delta 1 = 1$.	24
Figura 4.4 - Amortecimento de Rayleigh.	26
Figura 5.1 - Elemento de interface proposto por (Durand, Análise Tridimensional de Estruturas Geotécnicas Submetidas a Reforço e Drenagem, 2008) para a análise de reforços (modificado).	28
Figura 5.2. Representação do elemento de interface; a) Elemento de interface conectando uma roda à ponte; b) Elemento de interface isolado.	29
Figura 6.1 Exemplo de arquivo script com as instruções para realizar uma análise de interação de uma carga móvel sobre uma ponte com o uso da biblioteca PyDyn.	35
Figura 7.1 - Modelo de Viga Biapoiada	38
Figura 7.2 Resposta dinâmica de uma viga biapoiada sujeita a uma carga.	39
Figura 7.3 Viga biapoiada submetida a um carregamento senoidal no centro da viga.	40
Figura 7.4 Resposta dinâmica ao longo do tempo, no centro do vão, de uma viga biapoiada obtido de forma analítica e numérica para o passo de tempo $\Delta t = 0,01$.	40
Figura 7.5 Resposta dinâmica ao longo do tempo, no centro do vão, de uma viga biapoiada obtido de forma analítica e numérica para o passo de tempo $\Delta t = 0,005$.	41
Figura 7.6 Resposta dinâmica ao longo do tempo, no centro do vão, de uma viga biapoiada obtido de forma analítica e numérica para o passo de tempo $\Delta t = 0,001$.	41
Figura 7.7 Evolução da velocidade no centro do vão de uma viga biapoiada submetida a um carregamento harmônico.	42
Figura 7.8 Evolução da aceleração no centro do vão de uma viga biapoiada submetida a um carregamento harmônico.	42
Figura 7.9 - Resposta vertical analítica e numérica, no meio do vão, de uma viga biapoiada para o número de elementos de viga $n = 10$.	43
Figura 7.10 Resposta vertical analítica e numérica, no meio do vão, de uma viga biapoiada para o número de elementos de viga $n = 20$.	44

Figura 7.11 Resposta vertical analítica e numérica, no meio do vão, de uma viga biapoiada para o número de elementos de viga $n = 40$.	44
Figura 7.12 Resposta da velocidade (m/s) de uma viga submetida a uma carga móvel.	45
Figura 7.13 Resposta da aceleração (m/s ²) de uma viga submetida a uma carga móvel.	45
Figura 7.14 Configuração para a análise de uma carga pontal que percorre sobre uma ponte.	46
Figura 7.15 Deslocamento no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_1 = 0,01$, $\eta_1 = 0,01$ $y_{max} = 17,24 \times 10^{-4} m$	47
Figura 7.16 Deslocamento da roda no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_1 = 0,01$, $\eta_1 = 0,01$ $y_{max} = 17,82 \times 10^{-4} m$	47
Figura 7.17 - Deslocamento no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_2 = 0,013$, $\eta_2 = 0,0017$ $y_{max} = 17,43 \times 10^{-4} m$	47
Figura 7.18 - Deslocamento da roda no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_2 = 0,013$, $\eta_2 = 0,0017$ $y_{max} = 18,02 \times 10^{-4} m$	47
Figura 7.19 Deslocamento no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_3 = 0,021$, $\eta_3 = 0,028$ $y_{max} = 17,73 \times 10^{-4} m$	48
Figura 7.20 Deslocamento da roda no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_3 = 0,021$, $\eta_3 = 0,028$ $y_{max} = 18,29 \times 10^{-4} m$	48
Figura 7.21 - Comparação entre resultados de deslocamento numérico e analítico para uma carga móvel que percorre uma ponte.	49
Figura 7.22 - Configuração de uma análise com o modelo de veículo completo.	50
Figura 7.23 - Deslocamento vertical no centro da ponte.	51
Figura 7.24 - Deslocamento vertical da primeira roda do veículo.	51
Figura 7.25 - Aceleração vertical na caixa do veículo.	51
Figura 7.26 - Comboio de trem formado por das veículos.	52
Figura 7.27 Resposta do deslocamento no meio da ponte sujeita a passagem de 10 veículos.	52
Figura 7.28 Resposta da velocidade no meio da ponte sujeita a passagem de 10 veículos.	52
Figura 7.29 Resposta da aceleração vertical no meio da ponte sujeita a passagem de 10 veículos.	53
Figura 7.30 - Resposta da aceleração vertical da primeira caixa (V1) do comboio.	54
Figura 7.31 - Resposta da aceleração vertical da sexta caixa (V6) do comboio.	54
Figura 7.32 Resposta da aceleração vertical da décima caixa (V10) do comboio.	55
Figura 7.33 - Acelerações máximas das caixas dos veículos.	55
Figura 7.34 Deslocamento da primeira roda do primeiro veículo R1V1.	56
Figura 7.35 Deslocamento da primeira roda do décimo veículo R1V10.	56
Figura 7.36 Deslocamento da quarta roda do décimo veículo R4V10.	57
Figura 7.37 Deslocamento máximos da ponte e das rodas do veículo.	57
Figura 7.38 Resposta do deslocamento no meio da ponte sujeita a passagem de 10 modelos de veículo completo .	58
Figura 7.39 Resposta do deslocamento no meio da ponte sujeita a passagem de 40 modelos de veículo MS1.	59

Figura 7.40 Resposta do deslocamento no meio da ponte sujeita a passagem de 40 modelos de veículo carga pontual. _____	59
Figura 7.41 Deslocamentos verticais máximos no meio da ponte para os modelos de veículo completo, MS1 e carga pontual. _____	60
Figura 10.1 - Elemento MOLA _____	67
Figura 10. 2 - Elemento MOLA _____	68
Figura 10.3: Elemento VIGA _____	69
Figura 10.4: Elemento INTERF _____	70
Figura 10.5 - Elemento RODA _____	71
Figura 10.6 - Elemento MS2 _____	72
Figura 10.7 - Elemento VAGÃO _____	73

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Acelerações limites no tabuleiro de uma ponte.....	53
Tabela 2 Níveis recomendados de conforto para passageiros.....	56

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES.

α e β	Constantes obtidos em função das frequências de dois modos de vibração.
γ, ξ	Constantes de Newmark.
$\delta_i, \dot{\delta}_i, \ddot{\delta}_i$	Deslocamento, velocidade e aceleração virtual unitário da i-ésima coordenada nodal.
ζ	Taxa de de amortecimento da estrutura.
Δt	Incremento de tempo.
θ_v	Rotação do centro de massa do vagão.
θ_j	Rotação do j-ésimo elemento.
λ, η	Escalar de proporcionalidade.
$\psi_j(x), u_j(x)$	Funções polinomiais.
ω_n	Frequências naturais de vibração correspondente ao modo de vibração n .
ω_0	Frequência do primeiro modo de vibração.
A	Área da seção transversal de uma viga.
a, b	Distâncias relativas do eixo da roda as extremidades do elemento de viga.
c	Constante de dissipação do sistema
$c(x)$	Coefficiente de amortecimento viscoso.
c_s	Constante de amortecimento da suspensão secundária do veículo.
c_v	Constante de amortecimento do veículo.
C_s	Matriz de Amortecimento da suspensão secundária do veículo.
C_v	Matriz de Amortecimento do veículo.
C_p	Matriz de amortecimento da ponte
$C_{vv}, C_{vr}, C_{vr}, C_{rr}$	Sub matrizes de amortecimento para o veículo e rodas.
$E(x)$	Módulo de elasticidade da viga.
$F(t)$	Forças externas da ponte em função do tempo.
G	Sub matriz associada com a massa na equação de Nermark.
h	Passo de tempo.
$I(x)$	Momento de inércia transversal.
J_v	Momento de inércia da caixa de um veículo em torno do seu eixo longitudinal.
J_s	Momento de inércia do truque de um veículo em torno do seu eixo longitudinal.
J_{sj}	Momento de inércia do j-ésimo truque de um veículo, em torno do seu eixo longitudinal.

k	Matriz de rigidez de um elemento de viga.
k_{ij}	Coefficiente da matriz de rigidez.
k_o	Constante obtida a partir das propriedades da viga
k_v	Rigidez da mola do veiculo.
k_s	Rigidez da suspensão secundária do veiculo.
K_p	Matriz de rigidez da ponte
K_v	Matriz de rigidez do veiculo.
$K_{vv}, K_{vr}, K_{vr}, K_{rr}$	Sub matrizes de rigidez para o veiculo e rodas.
L	Comprimento da estrutura.
L_v	Distância do centro de gravidade do truque ao eixo das rodas.
L_s	Distância do centro de gravidade do vagão ao eixo dos truques.
\mathcal{L}	Lagrangeano .
m	Matriz de massa de um elemento de viga.
m_{ij}	Coefficiente da matriz de massa.
m_r	Massa proveniente das rodas do veiculo.
m_v	Massa proveniente do vagão (caixa + Truques).
m_{sj}	Massa suspensa dos j-ésimos truques.
$\bar{m}(x)$	Massa por unidade de comprimento.
M_p	Matriz de massa da ponte
$M(x)$	Momento fletor em x .
M_v	Matriz de massa do veiculo.
M_{vv}, M_{rr}	Sub matrizes de massas para o veiculo e rodas.
MS1	Modelo simplificado 1.
MS2	Modelo simplificado 2.
q_j	Graus de liberdade do sistema para cada um dos j-ésimos.
R	Função de dissipação de Rayleigh.
RHS	Sub matriz relacionada com os termos do lado direito da equação de Nemark.
T	Energia cinética.
v	Velocidade de deslocamento do veiculo.
\dot{v}	Velocidade que representa a dissipação do sistema.
V	Energia Potencial.
W_I	Trabalho virtual interno.
W_E	Trabalho virtual externo.
x, t	Variáveis de localização sobre a estrutura e do tempo.

\mathbf{y}	Vetor de deslocamentos verticais
y_i	Deslocamento vertical do i-ésimo elemento.
\mathbf{y}_{rj}	Deslocamentos verticais de cada uma das dos j-ésimas massas não suspensas.
$\mathbf{y}_n, \dot{\mathbf{y}}_n, \ddot{\mathbf{y}}_n$	Deslocamento, velocidade e aceleração no passo de tempo n ,
$\mathbf{y}_{n+1}, \dot{\mathbf{y}}_{n+1}, \ddot{\mathbf{y}}_{n+1}$	Deslocamento, velocidade e aceleração, obtidos no passo de tempo $n + 1$.
$\mathbf{y}_p, \dot{\mathbf{y}}_p, \ddot{\mathbf{y}}_p$	Vetor de deslocamento, velocidade e aceleração nodal de um elemento da estrutura de passagem de carga;
$\mathbf{y}_v, \mathbf{y}_r, \dot{\mathbf{y}}_v, \dot{\mathbf{y}}_r, \ddot{\mathbf{y}}_v, \ddot{\mathbf{y}}_r$	Vetores deslocamentos, velocidades e acelerações do veículo e da roda respectivamente.
$\ddot{\mathbf{Y}}, \dot{\mathbf{Y}}, \mathbf{Y}$	Aceleração, velocidade e deslocamentos nodais da estrutura.

1 INTRODUÇÃO

O estudo da interação entre uma ponte e um trem constitui um caso típico do problema de interação dinâmica veículo-estrutura. Frequentemente, a maioria das pesquisas está focada na resposta dinâmica da ponte, no estudo da ressonância (Barbero, 2001; Romero, 2002) e nos efeitos das irregularidades da via (Zhang et al., 2001; Au et al., 2002). Entretanto, nem todas as pesquisas consideram a interação veículo-estrutura. Nos casos em que somente a resposta da ponte é necessária, os veículos são usualmente representados por um conjunto de cargas moveis de magnitude constante. Este tipo de abordagem está refletido em vários estudos e.g. (Frýba, 1996; Yang et al., 1997) ; (Yang, Yau, & Hsu, 1997) e normas internacionais (IAPF, 2010; CEN, 2002). Desses estudos têm surgido metodologias que visam simplificar o cálculo através de métodos como a Decomposição da Excitação na Ressonância (DER), a Linha de Influência Residual (LIR) ou a Impressão Dinâmica Proporcional (IDP). (Barbero, 2001). Estes métodos são formulados para estruturas isostáticas e não consideram integração no tempo; entretanto fornecem um envoltório de velocidades a partir do qual é possível prever a ressonância das estruturas.

Por outro lado, quando a resposta conjunta da ponte e do trem é necessária, devem-se utilizar modelos que possam levar em conta a interação dinâmica entre os dois sistemas. Neste caso, a ponte e os veículos podem ser estruturas interagindo uma com outra por meio de forças e deslocamentos impostos nos pontos de contato, i.e. as rodas e os trilhos. Este tipo de interação é não linear e dependente do tempo uma vez que os pontos de contato estão em movimento e as forças de contato mudam ao longo do tempo como resultado do movimento relativo dos dois subsistemas. Algumas abordagens para a interação costumam desenvolver um sistema de equações dinâmico obtido analiticamente para uma configuração específica de veículo e estrutura. A interação é obtida por meio da interpolação das forças de contato do veículo as quais são aplicadas nos nós da ponte (Correa, 2008; Cavalcante, 2010; Montoya, 2009; Cheng et al., 2001). Tais métodos costumam apresentar deduções analíticas extensas para obter as equações dinâmicas governantes. Desta forma, novas configurações de veículos e estruturas precisam de trabalho analítico adicional e no caso de configurações maiores, modelos ainda mais complexos são necessários.

Neste sentido, essa dissertação propõe um novo método para tratar a interação veículo-estrutura utilizando um único sistema que compreende o veículo e a ponte conectados por

meio de um elemento de interface baseado em (Durand, Análise Tridimensional de Estruturas Geotécnicas Submetidas a Reforço e Drenagem, 2008). Este elemento visa transmitir forças e compatibilizar deslocamentos nos pontos de contato entre o veículo e a ponte e está constituído por uma série de molas e amortecedores dispostos por cima da ponte e que conectam os nós (posições) correspondentes às rodas do veículo com os nós da ponte sem incrementar o número de graus de liberdade do sistema inteiro. As propriedades das molas e amortecedores são variáveis de forma que somente existe transmissão de força através dos nós da ponte localizados próximas a cada roda. Finalmente, o veículo, a ponte e o elemento de interface são combinados sistematicamente a partir dos seus graus de liberdade para montar as matrizes de massa, amortecimento e rigidez globais da equação de movimento.

1.1 JUSTIFICATIVA

O sistema ferroviário brasileiro vem conhecendo um forte incentivo nos investimentos do setor visando aumentar a capacidade de transporte das ferrovias, caracterizado assim o grande desenvolvimento econômico que o país vem experimentando nos últimos anos (ANTT, 2010). Os principais investimentos das concessionárias são em obras de superestrutura, como pontes e viadutos, deste modo, os efeitos dinâmicos decorrentes do acréscimo dessas cargas podem assumir uma grande relevância para a estrutura (Frýba, 1996) obrigando a uma reavaliação do comportamento estrutural de soluções já implementadas. Tal fato deverá implicar igualmente numa avaliação do comportamento dinâmico das pontes existentes, de forma a ser possível identificar corretamente as limitações dessas estruturas, bem como as eventuais necessidades de reforço ou substituição. Para atender a esses efeitos, o desenvolvimento de programas computacionais que realizem análises e verificações do comportamento dinâmico torna-se importante para aspectos relacionados com a segurança estrutural (amplificações dinâmicas e fadiga), com a segurança da via e com o conforto dos passageiros. Dentre os principais programas para este tipo de análise (Fernandes, 2009), utiliza o programa comercial Ansys, valendo-se de elementos de contatos para realizar a interação veículo-estrutura e (Cavalcante, 2010) adota o programa SAP 2000 para validar o seu programa computacional, nas análises para carga movendo-se sem a interação com a estrutura.

Neste contexto assume especial interesse no desenvolvimento de uma metodologia computacional para a análise dinâmica de pontes sob a ação de tráfego ferroviário de carga. Na ponderação dos diversos fatores que influenciam a resposta dinâmica das pontes ou dos veículos que sobre ela circulam. O conhecimento destas respostas irá contribuir para melhores informações acerca do seu comportamento, bem como para um melhor dimensionamento deste tipo de estruturas.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivos geral

O objetivo geral deste trabalho é a análise da interação veículo-estrutura em pontes ferroviárias submetidas à ações de trens, sendo os veículos representados como cargas pontuais e também como modelos completos, utilizando ferramentas computacionais.

1.2.2 Objetivos específicos

Para analisar em detalhe a importância do efeito de interação veículo-estrutura são apresentados os seguintes objetivos específicos:

Adaptação das principais metodologias de análise de interação;

- Análise dos fatores que influenciam na resposta dinâmica e avaliação de sua importância: interação, modelagem do trem, as massas dos veículos, o amortecimento, a massa rotacional, etc.;
- Validar a programação através de equações analíticas e exemplos clássicos da bibliografia.
- Apresentar análise dinâmica de estruturas com tipologias simples, com alguns modelos utilizados para representar os veículos ferroviários.

1.3 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho é representar o trem mediante um conjunto de massas, molas e amortecedores, através da ferramenta computacional, considerando os seus graus de liberdade referente aos movimentos do trem relativo à estrutura. Que, por sua vez, é modelada

por meio de uma análise numérica utilizando o método dos elementos finitos. A resposta temporal do sistema será obtida por intermédio do método de integração no tempo de Newmark, levando-se em consideração a interação veículo-estrutura. Por fim, será validado o modelo desenvolvido por meio da análise de estruturas convencionalmente conhecidas, comparado os resultados analíticos e numéricos de suas respostas dinâmicas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Existem atualmente no mundo, especialmente nos países Europeus e Asiáticos, diversos grupos de investigação, tanto privados como universidades, empenhados no avanço dos métodos de cálculo dinâmicos para compreender melhor os efeitos provenientes do tráfego de trens sobre estruturas. Destes serão destacadas as principais contribuições sobre este assunto.

Vu-Quoc e Olsson (1989) mostram uma formulação extensa e rigorosa das equações de movimento do sistema veículo-estrutura, assim como algoritmos eficientes para sua resolução. O artigo tem várias contribuições originais, das quais cabe destacar as seguintes: O veículo não circula a uma velocidade constante, mas entra na ponte a uma velocidade dada e evoluciona livremente de acordo com as leis do movimento; mostram-se exemplos numéricos nos quais se determina que a velocidade do veículo diminua e que a perda em energia cinemática equivale à energia que retém a viga na sua vibração livre, os autores mostram nos seus exemplos que, ainda na ausência de mecanismos dissipativos (viscoso ou de atrito), o veículo acabaria parando se a ponte fosse suficiente longa.

Olsson (1991) mostra a dedução básica do problema da carga móvel, dando especial ênfase nas hipóteses iniciais e suas implicações. O modelo utilizado é a viga de Euler-Bernoulli, na qual a relação altura/vão da viga deve ser pequena. Além disso, se despreza a inércia à rotação na dedução da equação de equilíbrio, supondo-se que os modos superiores não são excitados significativamente. O autor indica que esta última hipótese somente é verificada se a velocidade de passo não é excessivamente elevada, mas não apresenta limites indicativos para a mesma. A solução analítica obtida na habitual forma de série infinita depende unicamente de fatores adimensionais. Uma das conclusões importantes é o fato de que quando uma determinada velocidade adimensional é maior que um, a resposta máxima é alcançada quando a carga deixa a ponte, o que corresponde a um impacto.

Yang *et al* (1997) estudaram a vibração de vigas simplesmente apoiadas submetidas a trens em alta velocidade. O trem foi modelado como dois subsistemas de cargas de roda espaçados em intervalos constantes. Através de uma abordagem analítica que considera a inércia dos subsistemas em movimento e sua interação com a estrutura, os principais parâmetros que governam a resposta dinâmica da viga são determinados. Para a avaliação do efeito de inércia mencionado foram obtidas soluções numéricas valendo-se do método de

Newmark. Baseado na condição de ressonância e no cancelamento das ondas geradas pelo contínuo movimento das cargas na viga, critérios de projeto ótimos para suprimir a resposta ressonante são propostos. Neste estudo, se concluiu que: a primeira ressonância representa a condição mais crítica e deveria ser evitada em projetos reais; o efeito da inércia dos veículos em movimento tende a aumentar o período de vibração da viga, fazendo com que os picos de ressonância mudem para velocidades menores; quanto menor o vão da viga maior será o fator de impacto para o deslocamento da viga e; quando a razão do vão pelo comprimento do veículo for igual a 1,5 não haverá resposta ressonante induzida na viga, desde que a primeira ressonância tenha sido suprimida.

Yau *et al* (1999) apresentam um estudo paramétrico de como a variação da velocidade de passagem afeta fatores como o coeficiente de impacto e a aceleração calculada dos vagões de trem de alta velocidade. O autor usa como exemplo um viaduto isostático e um contínuo de três vãos, submetidos à passagem de dois trens de alta velocidade diferentes. Analisa ainda, o tipo do modelo numérico (cargas pontuais ou massas suspensas), a influencia da rigidez da suspensão, a rigidez do lastro, do amortecimento da suspensão do veículo e a irregularidade da via.

Henchi e Fafard (1999) mostram um método numérico avançado para a análise dinâmica das pontes. A deformada da estrutura é aproximada mediante uma combinação de funções de formas trigonométricas e hiperbólicas, e obtém uma matriz de rigidez dinâmica que permite a obtenção das frequências exatas da ponte com um único elemento. Os autores afirmam que o custo computacional do método proposto é muito menor que o método dos elementos finitos.

Frýba (2001) analisou as vibrações de ressonância em pontes ferroviárias sujeitas a trens de alta velocidade através de um modelo teórico de ponte para estimar as amplitudes dos deslocamentos e acelerações em vibrações livres. Além disso, a análise forneceu as velocidades críticas nas quais a vibração de ressonância pode ocorrer, concluindo que a vibração de ressonância ocorre por duas razões: ações repetidas de eixos de carga e da velocidade em si. Aponta também que as máximas amplitudes de vibração de ressonância aparecem no momento em que o último eixo deixa a ponte.

Barbero (2001) abordou dois aspectos relacionados com a dinâmica de pontes ferroviárias: os métodos de cálculo aplicados ao estudo destas estruturas e a ressonância em linhas de alta velocidade. Ainda faz um estudo detalhado das normas internacionais e valores

que determinam a importância da interação veículo-estrutura, usando um método simples e eficiente para determinação das respostas.

Romero (2002) apresentou diversos aspectos do comportamento dinâmico de pontes isostáticas ferroviárias para trens de alta velocidade. Nesse trabalho, foram estudados os fatores mais importantes para a predição das respostas dinâmicas das pontes, quais sejam os modos e os modelos de veículos que são considerados. A principal conclusão deste trabalho é a importância dos fenômenos de ressonância na análise dinâmica de pontes isostáticas, assim como, a conveniência do emprego de modelos de interação.

Correa (2003) estudou as vibrações em pontes ferroviárias produzidas pela passagem de um trem elétrico típico utilizado nas vias férreas urbanas brasileiras. Os modelos de trens vão desde forças concentradas até sistemas massa-mola-amortecedor com seis graus de liberdade. Foi também levada em conta a interação trem-trilhos-ponte, considerando a irregularidade nos trilhos e rodas, lastro granular e elastoméricos. O sistema trem-trilhos-ponte foi discretizado em elementos finitos, sendo as equações de movimento integradas numericamente pelo método de Newmark, que usa os resultados obtidos nos deslocamentos para avaliar a amplificação dinâmica e compará-la com o valor do coeficiente de impacto prescrito na norma brasileira para projeto de pontes ferroviárias.

Gabaldón *et al* (2005) estudaram os efeitos dinâmicos causados pela carga móvel de trens de alta velocidade. Foram considerados os métodos de cálculo baseados na integração temporal das equações de movimento considerando cargas móveis, com ou sem interação veículo-estrutura, no qual diferenciou os métodos baseados na integração temporal dos modos de vibração da estrutura, e os baseados na integração completa considerando todos os graus de liberdade do modelo estrutural e do veículo. Observou ainda que quando é considerado o modelo com interação veículo estrutura, há uma redução nas respostas dinâmicas das pontes de comprimento curto.

Montoya (2009) realizou a análise dinâmica de pontes sujeitas à passagem de veículos, através da utilização do método dos elementos finitos para a modelagem bidimensional da ponte e a integração numérica da equação diferencial do modelo dinâmico veículo-estrutura através do método de Newmark, levando em consideração a interação veículo-estrutura representado por vários modelos de veículo e modelado com vários graus de liberdade. Para a implementação da análise numérica foi desenvolvido um algoritmo computacional em linguagem Visual Basic.

Cavalcante (2010) apresentou uma implementação computacional para a análise estrutural dinâmica, plana e espacial, de pontes ferroviárias através da interação entre estrutura e veículo ferroviário, considerando desde modelos de representação dos mais simples até os que apresentam interação mais detalhada com 17 graus de liberdade. O trabalho desenvolveu ainda, uma equação diferencial de movimento que descreve o comportamento do sistema veículo-estrutura por intermédio do método de Newmark para a integração, verificando as influência das irregularidades das vias nas respostas bi e tridimensional.

3 MODELAGENS DO TREM

Os veículos ferroviários são sistemas mecânicos com vários graus de liberdade cujos sistemas de suspensão possuem molas de comportamento linear e não linear e amortecimento que pode ser hidráulico e pneumático. Durante a passagem do veículo sobre uma estrutura de ponte, o seu peso próprio combinado com a inércia de sua massa pode causar vibrações que afetam a integridade estrutural da ponte. Algumas análises dinâmicas de interação veículo-estrutura consideram o veículo como uma carga móvel (CEN, 2002; IAPF, 2010; Frýba, 1996; Yang *et al.*, 1997). Esta abordagem conduz a maiores respostas para os deslocamentos da ponte e podem ser consideradas conservadoras. Por esta razão torna-se conveniente representar o veículo através de um modelo simplificado massa-mola-amortecedor tanto para duas e três dimensões (Cavalcante, 2010; Correa, 2003; Montoya, 2009).

Neste trabalho, o veículo é representado por um conjunto de elementos básicos (massa, mola e amortecedor) interconectados. Todos os elementos básicos possuem as suas próprias matrizes de rigidez, massa e amortecimento que posteriormente são combinadas para montar as correspondentes matrizes do veículo. Esta abordagem tem a vantagem de permitir montar veículos com diversas configurações e níveis de complexidade.

3.1 EQUAÇÕES BÁSICAS DO MOVIMENTO DO VEÍCULO

As equações de movimento dos modelos de veículos podem ser obtidas a partir das equações de Euler-Lagrange, simplesmente expressa na forma de energia cinética T e energia Potencial V , em termos de um conjunto de coordenadas generalizadas $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial(T - V)}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial(T - V)}{\partial q_j} = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (3.1)$$

Onde se denomina Lagrangeano ($\mathcal{L} = T - V$) à diferença entre a energia cinética T e a energia potencial V do sistema. Para descrever todo o movimento do sistema, deve-se escrever esta equação para cada um dos j -ésimos graus de liberdade q_j do sistema.

É possível utilizar várias formas de funções dissipativas quando o sistema não for conservativo. Quando parte da energia do sistema for dissipada por elementos submetidos a forças que sejam proporcionais a sua velocidade é possível acrescentar uma parcela à equação

de Lagrange utilizando uma função dissipativa R (Barbosa, 1999; Montoya, 2009 e Cavalcante, 2010).

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_j} = 0 \quad (3.2)$$

Onde R é denominado função de dissipação de Rayleigh, a qual é uma função que depende da velocidade \dot{y} e c representa a dissipação do sistema.

$$R = \frac{1}{2} c \dot{y}^2 \quad (3.3)$$

3.2 MODELO DE CARGA PONTUAL

Este modelo de trem considera a ação do veículo sobre a estrutura como um conjunto de forças de magnitudes constantes que passam sobre a estrutura a uma velocidade constante, na posição de cada eixo do trem. Estes modelos não levam em conta as forças de inércia do veículo nem os deslocamentos relativos entre a estrutura e os vagões, ou seja, não possuem nenhuma interação veículo-estrutura, conforme mostra a Figura 3.1.

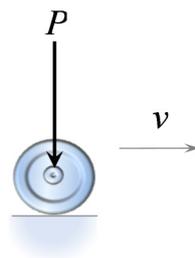


Figura 3.1 - Simulação de trem por carga pontual

3.3 MODELOS DE VEÍCULO

No modelo de cargas pontuais as ações transmitidas aos trilhos são constantes. Entretanto, no modelo de interação essas ações são variáveis devidas a um sistema de suspensão que facilita a dissipação de energia do sistema. Essas considerações acrescidas da massa do veículo bem como das forças de inércia produzidas por estes trens, têm sido estudadas com maior ou menor complexidade (Cavalcante, 2010) e (Montoya, 2009).

3.3.1 Modelo simplificado 1 (MS1)

Este modelo considera o trem como um conjunto de eixos independentes correspondentes à posição de cada roda. Cada eixo é representado por sistema massa-mola-amortecedor Figura 3.2 cujas propriedades são obtidas a partir das características do veículo. Na Figura 3.2, y_v é o deslocamento vertical total da massa suspensa, y_r é o deslocamento vertical absoluto da massa não suspensa (roda), k_s e c_s são respectivamente a rigidez e o amortecimento equivalentes de um eixo do trem que possui uma massa m_r proveniente das rodas do veículo e uma massa suspensa m_v proveniente do vagão (caixa e truques).

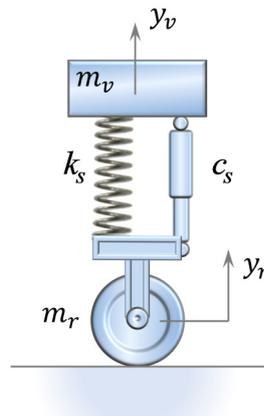


Figura 3.2 - Representação esquemática do modelo simplificado 1

O modelo possui dois graus de liberdade de deslocamento, um associado ao deslocamento da massa suspensa e o outro associado ao deslocamento da roda. O vetor de deslocamentos para este modelo é dado por:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_r \\ y_v \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Aplicando-se a equação de Euler-Lagrange, Eq. (3.2), ao modelo bidimensional, obtêm-se:

$$\begin{aligned} m_r \ddot{y}_r - c_s(\dot{y}_v - \dot{y}_r) - k_s(y_v - y_r) &= 0 \\ m_v \ddot{y}_v + c_s(\dot{y}_v - \dot{y}_r) + k_s(y_v - y_r) &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

A matrizes correspondentes ao elemento de mola:

$$\mathbf{M}_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C}_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{K}_k = \begin{pmatrix} k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

já para o elemento amortecedor as matrizes são:

$$\mathbf{M}_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C}_c = \begin{pmatrix} c_s & -c_s \\ -c_s & c_s \end{pmatrix} \quad \mathbf{K}_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

e finalmente para os dois elementos de massa as matrizes são:

$$\mathbf{M}_v = \begin{pmatrix} m_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C}_v = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{K}_v = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{M}_r = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_v \end{pmatrix} \quad \mathbf{C}_r = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{K}_r = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Todas as matrizes descritas acima são combinadas para montar as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do modelo simplificado. Estas matrizes são dadas por:

$$\mathbf{M}_v = \begin{pmatrix} m_r & 0 \\ 0 & m_v \end{pmatrix} \quad \mathbf{C}_v = \begin{pmatrix} c_s & -c_s \\ -c_s & c_s \end{pmatrix} \quad \mathbf{K}_v = \begin{pmatrix} k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

3.3.2 Modelo simplificado 2 (MS2)

Visando modelar de melhor maneira os efeitos referentes às massas suspensas, este modelo considera dois eixos que interagem simultaneamente por meio de um elemento de barra rígida com massa suspensa m_v e inércia rotacional J_v . A Figura 3.3 mostra esquematicamente a configuração deste modelo.

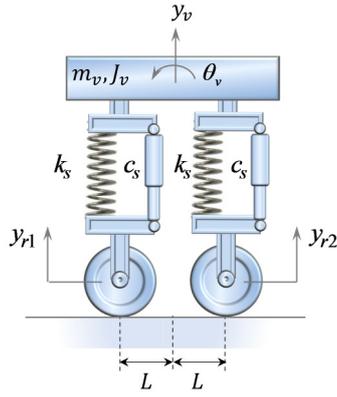


Figura 3.3 - Representação esquemática do modelo simplificado 2.

De acordo com a Figura 3.3, y_v e θ_v são respectivamente o deslocamento vertical absoluto e a rotação da massa suspensa, y_{r1} e y_{r2} são os deslocamentos verticais absolutos das rodas. Cada eixo está distante horizontalmente L do centro de massa e o sistema de suspensão consta de molas de rigidez k_s e amortecedores c_s . O modelo possui quatro graus de liberdade, dois de deslocamento referentes às rodas e um referente à massa suspensa, e um de rotação referente apenas à massa suspensa. O vetor de graus de liberdade é dado por:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_{r1} \\ y_{r2} \\ y_v \\ \theta_v \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Aplicando-se a equação de Euler-Lagrange, Eq. (3.2), ao modelo bidimensional, obtêm-se:

$$\begin{aligned} m_{r1}\ddot{y}_{r1} - c_s(\dot{y}_v - \dot{\theta}_v L - \dot{y}_{r1}) - k_s(y_v - \theta_v L - y_{r1}) &= 0 \\ m_{r2}\ddot{y}_{r2} - c_s(\dot{y}_v + \dot{\theta}_v L - \dot{y}_{r2}) - k_s(y_v + \theta_v L - y_{r2}) &= 0 \\ m_v\ddot{y}_v + c_s(2\dot{y}_v - \dot{y}_{r1} - \dot{y}_{r2}) + k_s(2y_v - y_{r1} - y_{r2}) &= 0 \\ J_v\ddot{\theta}_v + c_s L(2\dot{\theta}_v L + \dot{y}_{r1} - \dot{y}_{r2}) - k_s L(-2\theta_v L - y_{r1} + y_{r2}) &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Das equações acima podem ser obtidas as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do modelo simplificado 2, estas matrizes são:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_{r1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{r2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_v \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_s & 0 & -c_s & c_s L \\ 0 & c_s & -c_s & -c_s L \\ -c_s & -c_s & 2c_s & 0 \\ c_s L & -c_s L & 0 & 2c_s L^2 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_s & 0 & -k_s & k_s L \\ 0 & k_s & -k_s & -k_s L \\ -k_s & -k_s & 2k_s & 0 \\ k_s L & -k_s L & 0 & 2k_s L^2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Assumindo que a partir do processo de junção de elementos básicos é possível a obtenção de um novo elemento composto, nas seções subsequentes, o modelo simplificado 2 será referenciado apenas como elemento MS2.

3.3.3 Modelo completo

Este modelo visa representar um vagão completo. Para este fim são considerados os quatro eixos do veículo e a caixa do vagão junto com os sistemas de suspensão. Levando em conta a união de elementos para formar outros, pode-se dizer que o modelo completo é formado pela junção de três elementos MS2 como ilustrado na Figura 3.3.

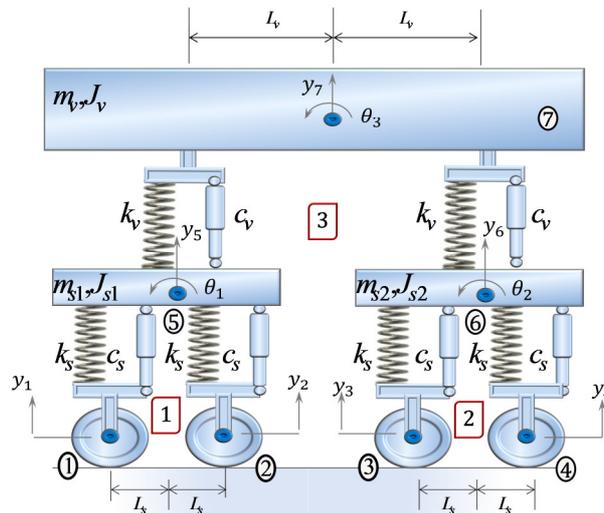


Figura 3.4 - Modelo de interação completa.

Ainda de acordo como a Figura 3.4, y_1 até y_4 representam os deslocamentos das rodas, y_5 e y_6 representam os deslocamentos dos truques, y_7 representa o deslocamento da caixa, θ_1 e θ_2 representam as rotações dos truques e θ_3 representa a rotação da caixa. A

distância entre as rodas em cada truque é igual a $2L_s$ e a distância entre eixos de cada truque é igual a $2L_v$. Os sistemas de suspensão dos truques possuem molas de rigidez k_s e amortecedores de coeficiente c_s . O sistema de suspensão da caixa possui molas de rigidez k_v e amortecedores de coeficiente c_v . Este modelo possui dez graus de liberdade entre deslocamentos e rotações de acordo com:

$$\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5 \ y_6 \ y_7 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3)^T \quad (3.16)$$

As matrizes de massa, rigidez e amortecimento deste modelo são obtidas pela montagem das matrizes correspondentes aos três elementos MS2, cujas equações foram estabelecidas por intermédio da equação de Euler-Lagrange. Nesta nova abordagem, para a montagem automática dessas equações, é obtida uma relação entre os deslocamentos e as forças nodais para todo o veículo (equação de massa, rigidez e o amortecimento do sistema). As matrizes desse sistema são obtidas diretamente por composição (Superposição) da matriz de rigidez dos elementos dos truques que constituem o modelo completo. O procedimento é melhor explicado na Figura 3.5.

O primeiro passo, para se obter a matriz de rigidez para o veículo é dividir o veículo em elementos MS2. O veículo da Figura 3.4 é dividido em três elementos MS2 que são numerados sequencialmente para sua identificação. O segundo passo é identificar os nós e as conexões entre os elementos e numerar consecutivamente as coordenadas nodais que podem sofrer deslocamentos translacionais, começando com as coordenadas nodais de translação das rodas, continuando com a numeração das coordenadas sujeitas a deslocamentos angulares. No caso das rodas é considerado somente um deslocamento transversal possível em cada nó, e nas barras são considerados dois deslocamentos possíveis em cada nó, um transversal e outro angular devido ao efeito inercial associado com a coordenada de rotação. O veículo na Figura 3.5, com seus três elementos, tem um total de dez coordenadas livres.

O terceiro passo é obter sistematicamente a matriz de rigidez de cada elemento do sistema e somar adequadamente os coeficientes de rigidez, para obter a matriz de rigidez do veículo. Este método de formar ou compor a matriz de rigidez se chama método direto. Logo, qualquer coeficiente de rigidez k_{ij} do sistema pode ser obtido com a soma dos correspondentes coeficientes de rigidez associados a essa coordenada nodal i e j . Para obtermos o coeficiente de rigidez k_{66} do sistema da Figura 3.5, é necessário somar os coeficientes dos veículos 2 e 3 correspondente à coordenada nodal 6. Este coeficiente é

designado com $k_{33}^{(2)}$ e $k_{22}^{(3)}$, respectivamente. Os índices superiores servem para identificar os segmentos de veículo e os índices inferiores para localizar os coeficientes de rigidez das correspondentes matrizes de rigidez dos elementos.

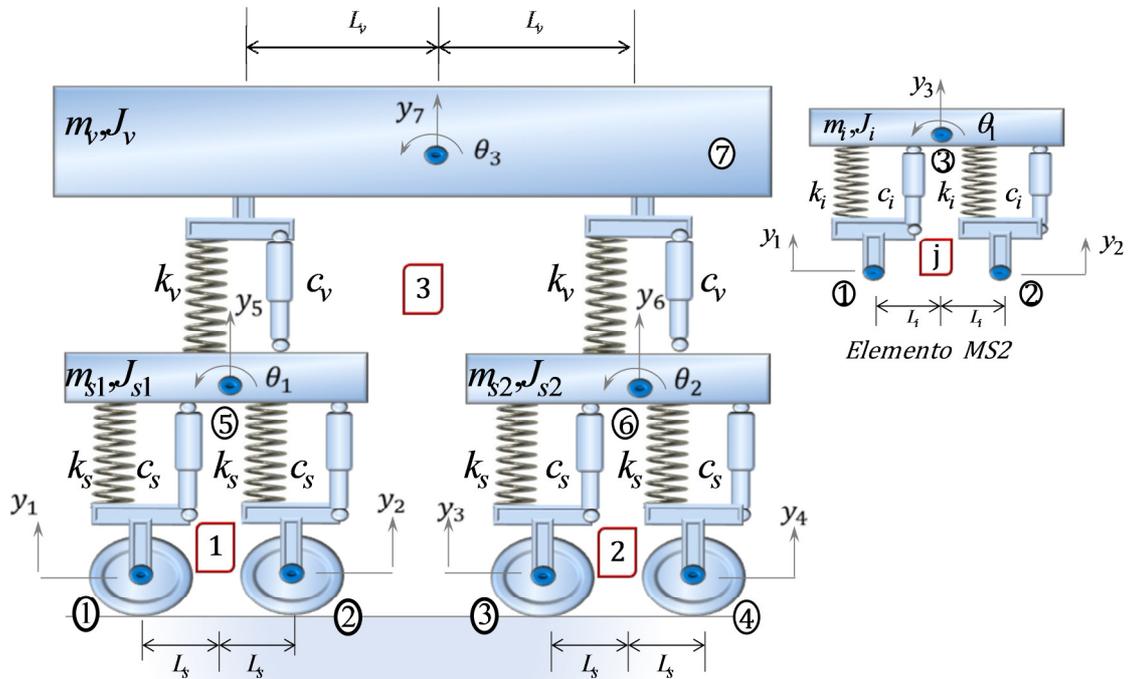


Figura 3.5 - Modelo de discretização do veículo completo.

Para a matriz de rigidez do elemento 3, obtida na equação (3.15), temos:

$$\mathbf{k}^{(3)} = \begin{array}{cccc|c}
 \boxed{5} & \boxed{6} & \boxed{7} & \boxed{10} & \boxed{3} \\
 \hline
 k_v & 0 & -k_v & k_v L_v & 5 \\
 0 & k_v & -k_v & -k_v L_v & 6 \\
 -k_v & k_v & 2k_v & 0 & 7 \\
 k_v L_v & -k_v L_v & 0 & 2k_v L_v^2 & 10 \\
 \hline
 \end{array} \quad (3.17)$$

No processo de montagem da matriz de rigidez do sistema, os coeficientes do elemento 3 serão relacionados às coordenadas 5, 6, 7 e 10 no sistema; para o elemento 1 às coordenadas 1, 2, 5 e 8; e para o elemento 2 às coordenadas 3, 4, 6 e 9. Um procedimento simples, para indicar a relação das coordenadas quando se trabalha a mão, é escrever acima e a direita da matriz de rigidez de cada elemento, os números das coordenadas no sistema, como

se indica na equação (3.17) para o elemento 3. As matrizes de rigidez para o elemento 1 e 2, com as indicações das coordenadas nodais correspondentes, são respectivamente:

$$\mathbf{k}^{(1)} = \begin{array}{cccc|c}
 \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{5} & \boxed{8} & \boxed{1} \\
 \hline
 k_s & 0 & -k_s & k_s L_s & 1 \\
 0 & k_s & -k_s & -k_s L_s & 2 \\
 -k_s & k_s & 2k_s & 0 & 5 \\
 k_s L_s & -k_s L_s & 0 & 2k_s L_s^2 & 8 \\
 \hline
 \end{array} \quad (3.18)$$

e

$$\mathbf{k}^{(2)} = \begin{array}{cccc|c}
 \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{6} & \boxed{9} & \boxed{2} \\
 \hline
 k_s & 0 & -k_s & k_s L_s & 3 \\
 0 & k_s & -k_s & -k_s L_s & 4 \\
 -k_s & k_s & 2k_s & 0 & 6 \\
 k_s L_s & -k_s L_s & 0 & 2k_s L_s^2 & 9 \\
 \hline
 \end{array} \quad (3.19)$$

Para, de maneira sistemática, realizar a montagem da matriz de rigidez do sistema, transferimos cada coeficiente das matrizes de rigidez dos elementos das equações (3.17), (3.18) e (3.18), para a posição correspondente na matriz de rigidez do sistema. Por exemplo, o coeficiente de rigidez do elemento 2, $k_{66}^{(2)}$, deve ser transladado para a posição linha 6 e coluna 6, posto que estas são as coordenadas indicadas a direita e acima da matriz na equação (3.19) para este coeficiente. Cada coeficiente de rigidez das matrizes dos elementos é transladado para a sua posição correta na matriz de rigidez do sistema e somado aos outros coeficientes acumulados nessa posição. A composição da matriz do sistema, da forma acima descrita, para este veículo, em uma matriz de dimensão 10 x 10, como é mostrada abaixo na equação (3.20):

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\
k_s & 0 & 0 & 0 & -k_s & 0 & 0 & k_s L_s & 0 & 0 \\
0 & k_s & 0 & 0 & -k_s & 0 & 0 & -k_s L_s & 0 & 0 \\
0 & 0 & k_s & 0 & 0 & -k_s & 0 & 0 & k_s L_s & 0 \\
0 & 0 & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & 0 & -k_s L_s & 0 \\
-k_s & -k_s & 0 & 0 & k_v + 2k_s & 0 & -k_v & 0 & 0 & k_v L_v \\
0 & 0 & -k_s & -k_s & 0 & k_v + 2k_s & -k_v & 0 & 0 & -k_v L_v \\
0 & 0 & 0 & 0 & -k_v & -k_v & 2k_v & 0 & 0 & 0 \\
k_s L_s & -k_s L_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_s L_s^2 & 0 & 0 \\
0 & k_s L_s & -k_s L_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_s L_s^2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & k_v L_v & -k_v L_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_v L_v^2
\end{bmatrix} \quad (3.20)$$

A equação (3.20) é, portanto, a matriz de rigidez do sistema para o veículo completo da Figura 3.4, o qual foi dividido em três elementos de MS2. Nesta forma, a matriz de rigidez do sistema relaciona as força e os deslocamentos das coordenadas nodais do sistema, da mesma maneira que a matriz de rigidez de um elemento relaciona as forças e os deslocamentos das coordenadas nodais do elemento.

A matriz de massa do sistema pode ser obtida de maneira similar à matriz de rigidez, através do mesmo método de superposição partindo da equação (3.13), resultando em uma matriz diagonal para o sistema, conforme apresentado na equação (3.21).

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix}
m_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & m_{r2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & m_{r3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_{r4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & m_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{s2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_v & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{s1} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{s2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_v
\end{bmatrix} \quad (3.21)$$

A composição da matriz de amortecimento do sistema é realizada pelo mesmo procedimento empregado na composição da matriz de rigidez, isto é, os coeficientes das matrizes de amortecimento dos elementos, são trasladados para as posições adequadas na matriz de amortecimento do sistema, conforme apresentado na equação (3.22).

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_s & 0 & 0 & 0 & -c_s & 0 & 0 & c_s L_s & 0 & 0 \\ 0 & c_s & 0 & 0 & -c_s & 0 & 0 & -c_s L_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_s & 0 & 0 & -c_s & 0 & 0 & c_s L_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_s & 0 & -c_s & 0 & 0 & -c_s L_s & 0 \\ -c_s & -c_s & 0 & 0 & c_v + 2c_s & 0 & -c_v & 0 & 0 & c_v L_v \\ 0 & 0 & -c_s & -c_s & 0 & c_v + 2c_s & -c_v & 0 & 0 & -c_v L_v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_v & c_v & 2c_v & 0 & 0 & 0 \\ c_s L_s & -c_s L_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_s L_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & c_s L_s & -c_s L_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_s L_s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_v L_v & -c_v L_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_v L_v^2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

3.3.4 Equações dinâmicas do veículo

Independente do modelo de interação utilizado, as equações de equilíbrio dos diferentes tipos de modelos de veículos conduzem a seguinte expressão (Romero, 2002):

$$\begin{bmatrix} M_{vv} & 0 \\ 0 & M_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_v \\ \ddot{y}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{vv} & C_{vr} \\ C_{rv} & C_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_v \\ \dot{y}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{vv} & K_{vr} \\ K_{rv} & K_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_v \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Onde o índice v indica o veículo e r a roda, sendo os vetores e as matrizes que compõem o sistema, descritas abaixo:

M_{vv}, M_{rr}	Sub matrizes de massas para o veículo e rodas.
$C_{vv}, C_{vr}, C_{rv}, C_{rr}$	Sub matrizes de amortecimento para o veículo e rodas.
$K_{vv}, K_{vr}, K_{rv}, K_{rr}$	Sub matrizes de rigidez para o veículo e rodas.
$y_v, y_r, \dot{y}_v, \dot{y}_r, \ddot{y}_v, \ddot{y}_r$	Vetores deslocamentos, velocidades e acelerações do veículo e a roda respectivamente.

4 MODELAGEM DA PONTE

A ponte é representada por meio de um conjunto de elementos de viga convencional que atende à teoria de Euler-Bernoulli. Cada elemento de viga possui seis graus de liberdade, sendo dois de deslocamento verticais, y_2 e y_4 , dois deslocamentos axiais, y_1 e y_3 , e dois de rotação, θ_1 e θ_2 , como Figura 4.1 e facilmente de ser encontrada em (Chopra, 1995) e (Paz, 1992). O vetor de graus de liberdade correspondente é dado por:

$$\mathbf{y} = (y_1 \quad y_2 \quad \theta_1 \quad y_3 \quad y_4 \quad \theta_2)^T. \quad (4.1)$$

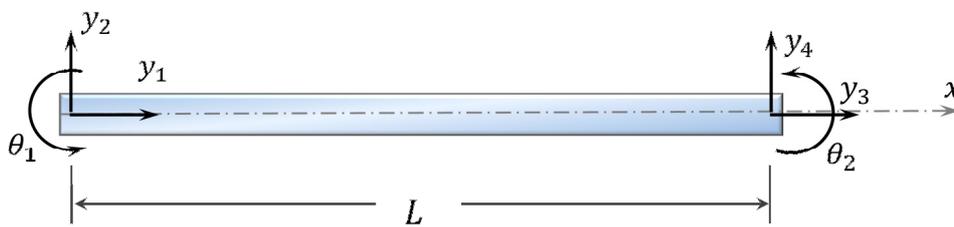


Figura 4.1 - Graus de liberdade para um elemento de viga.

Na Figura 4.2 a viga é representada por seu eixo baricêntrico que pode ser discretizado por um elemento finito unidimensional com dois nós, além de mostrar as curvas de deslocamentos correspondentes aos deslocamentos unitários de cada uma das seis coordenadas nodais.

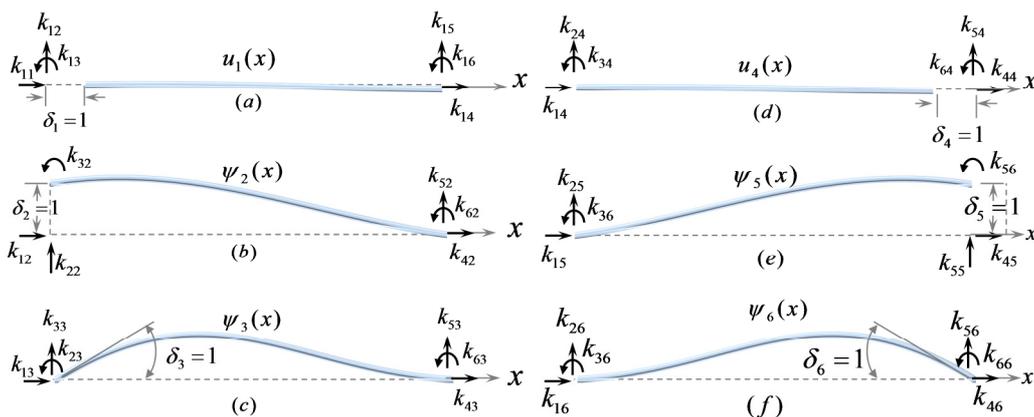


Figura 4.2 - Curvas de deslocamentos devido a um deslocamento unitário em uma das coordenadas nodais.

4.1 MATRIZ DE RIGIDEZ

A partir da Figura 4.2 é possível obter os coeficientes de rigidez k_{ij} , correspondente a estes deslocamentos unitários δ . Para determinar as expressões do coeficiente de rigidez k_{ij} , (Chopra, 1995), apresenta as equações das funções de forma que correlacionam os deslocamentos de qualquer ponto do elemento aos deslocamentos nodais, estas curvas de deslocamento nodais são expressas como:

$$u_1(x) = 1 - \frac{x}{L} \quad (4.2a)$$

$$\psi_2(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (4.2b)$$

$$\psi_3(x) = x\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \quad (4.2c)$$

As funções de forma equivalentes para os deslocamentos aplicados na extremidade direita do elemento de viga são:

$$u_4(x) = \frac{x}{L} \quad (4.2d)$$

$$\psi_5(x) = 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (4.2e)$$

$$\psi_6(x) = \frac{x^2}{L}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \quad (4.2f)$$

Por definição, o coeficiente de rigidez do elemento, representa a força nodal devido aos deslocamentos nodais unitários. As forças nodais associadas a qualquer componente de deslocamento nodal pode ser determinado pelo principio dos trabalhos virtuais (Clough & Penzien, 1975). Por exemplo, considerando a viga da Figura 4.2c que está em equilíbrio com as forças que produzem o deslocamento $\delta_3 = 1$. Para esta viga em equilíbrio, suponhamos que ocorreu um deslocamento virtual de deformação mostrado na Figura 4.2b.

Aplicando então o principio dos trabalhos virtuais, o qual estabelece que, para um sistema elástico em equilíbrio, o trabalho feito pelas as forças externas durante um deslocamento virtual, é igual ao trabalho das forças internas (Assan, 1996). Na aplicação deste principio observamos que, neste caso, o trabalho externo W_E é igual ao produto da força k_{23} deslocada em $\delta_2 = 1$, isto é:

$$W_E = k_{23}\delta_2 = k_{23} \quad (4.3)$$

Este trabalho externo é igual ao trabalho interno W_I efetuado pelas forças elásticas, durante o deslocamento virtual. Considerando o trabalho virtual efetuado pelo momento fletor, obtemos:

$$W_I = \int_0^L M(x) d\theta \quad (4.4)$$

Onde $M(x)$ é o momento fletor em x na viga e $d\theta$ é o deslocamento angular em relação a esta seção.

Neste caso, a deformação transversal da viga está dada pela equação (4.2c), que está relacionada com o momento fletor por meio da equação diferencial para pequenos deslocamentos $EI (d^2 y) / (dx^2) = M(x)$. Aplicando a segunda derivada $\psi_2''(x)$ da equação (4.2c) na equação $EI (d^2 y) / (dx^2) = M(x)$ temos:

$$EI\psi_2''(x) = M(x) \quad (4.5)$$

Onde EI é a rigidez a flexão da viga, que depende do módulo de elasticidade E do momento de inércia I .

A deformação angular $d\theta$ produzido durante o deslocamento virtual está relacionado com a deformação transversal da viga $\psi_2(x)$ por:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2 \psi_2(x)}{dx^2} = \psi_2''(x)$$

ou

$$d\theta = \psi_2''(x) dx \quad (4.6)$$

Igualando o trabalho virtual externo W_E dado pela equação (4.3) com o trabalho virtual interno W_I , expresso pela equação (4.4) depois de tomar $M(x)$ e $d\theta$ das equações (4.5) e (4.6) respectivamente, obtemos finalmente, o coeficiente de rigidez:

$$k_{23} = \int_0^L EI \psi_1''(x) \psi_2''(x) dx \quad (4.7)$$

De uma maneira geral, qualquer coeficiente de rigidez associado com a flexão de uma viga, pode, portanto, ser expresso como:

$$k_{ij} = \int_0^L EI \psi_i''(x) \psi_j''(x) dx \quad (4.8)$$

E para os coeficientes associados com os esforços axiais de uma viga, com seção transversal de área A , temos:

$$k_{ij} = \int_0^L EA u_i'(x) u_j'(x) dx \quad (4.9)$$

Pode-se observar na equação (4.8) e (4.9) que $k_{ij} = k_{ji}$, pois a mudança de índices requer somente a troca da posição dos fatores $\psi_i''(x), u_i'(x)$ e $\psi_j''(x), u_j'(x)$. A equivalência $k_{ij} = k_{ji}$, é um caso particular do teorema de Betti, que neste caso, é mais conhecido como teorema de recíproco de Maxwell (Assan, 1996).

Com a aplicação da equação (4.8) e (4.9), se pode determinar todos os coeficientes da matriz de rigidez.

Para um segmento de viga uniforme como o da Figura 4.1, aplicando as equações (4.8) e (4.9) a matriz resultante é:

$$\mathbf{k} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} \frac{AL^2}{I} & 0 & 0 & -\frac{AL^2}{I} & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2 \\ -\frac{AL^2}{I} & 0 & 0 & \frac{AL^2}{I} & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

4.2 MATRIZ DE MASSA

É possível calcular os coeficientes de massa correspondente às coordenadas nodais de um elemento de viga por um procedimento similar ao utilizado na determinação dos coeficientes de rigidez. Primeiro, definimos o coeficiente de massa m_{ij} como a força na coordenada nodal i ocasionada por uma aceleração unitária na coordenada nodal j , mostrando que todas as outras coordenadas se mantêm com aceleração zero.

Considerando o segmento de viga que se mostra na Figura 4.3(a), a qual tem uma massa $\bar{m}(x)$ distribuída uniformemente por unidade de comprimento. No método de massa consistente, se supõem que as deformações devidas aos deslocamentos dinâmicos unitários

nas coordenadas nodais de um elemento de viga estão dadas pelas mesmas funções apresentadas nas equações (4.2). Se o segmento de viga está submetido a uma aceleração unitária em uma das coordenadas nodais, digamos $\ddot{\delta}_2 = 1$, a aceleração transversal está então dada pela segunda derivada da flecha de $y(x) = \psi_2(x)\delta_2$ em relação à coordenada (x) devido ao deslocamento arbitrário nas coordenadas nodais do segmento de viga em relação ao tempo, obtemos:

$$\ddot{y}_2(x) = \psi_2(x)\ddot{\delta}_2 \quad (4.11)$$

Pelo princípio de D'Alembert, a força inercial por unidade de comprimento $f_I(x)$ da viga, ocasionada por esta aceleração é dado por (Clough & Penzien, 1975):

$$f_I(x) = \bar{m}(x)\ddot{y}_2(x) = \bar{m}(x)\psi_2(x)\ddot{\delta}_2 \quad (4.12)$$

Onde $\bar{m}(x)$ é a massa por unidade de comprimento de uma viga.

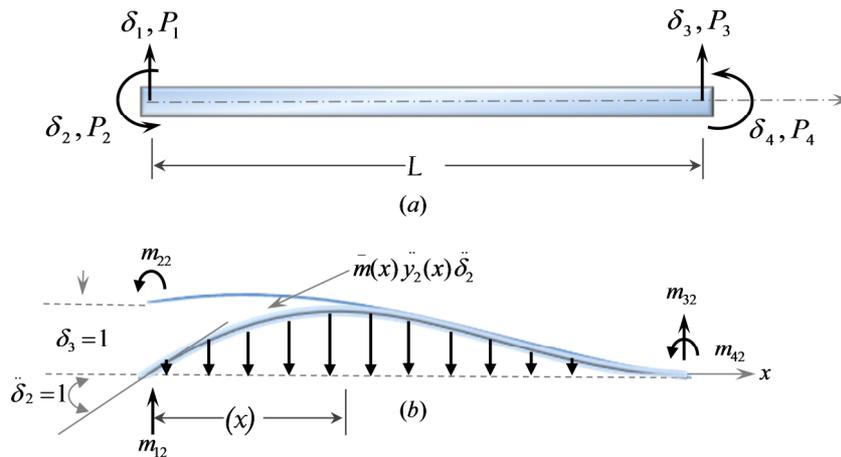


Figura 4.3 - (a) Elemento de viga com massa distribuída mostrando as quatro coordenadas nodais. (b) Elemento de viga que suporta uma carga inercial, produzida pela aceleração $\ddot{\delta}_2 = 1$, ao efetuar um deslocamento virtual $\delta_1 = 1$.

Logo, para determinar o coeficiente de massa, damos a viga da Figura 4.3(b) um deslocamento virtual correspondente a uma deformação unitária da coordenada 1. E em seguida procedemos à aplicação do princípio dos trabalhos virtuais para um sistema elástico. Logo que, a única força externa que aplica trabalho durante o deslocamento virtual é igual à força inercial. Igualando o trabalho virtual das forças por unidade de comprimento ao longo de todo o segmento de viga, usando as equações (4.2), os coeficientes de massa consistente para os efeitos de flexão de uma viga são dados pela seguinte expressão:

$$m_{ij} = \int_0^L \bar{m}(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (4.13)$$

E para os efeitos axiais:

$$m_{ij} = \int_0^L \bar{m}(x) u_i(x) u_j(x) dx \quad (4.14)$$

Para o caso de uma viga com massa uniformemente distribuída, a aplicação da equação (4.13) para os efeitos de flexão e da equação (4.14) para os efeitos axiais, resulta na seguinte matriz de massa:

$$\mathbf{m} = \frac{\bar{m}L}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

4.3 AMORTECIMENTO

A consideração do amortecimento em qualquer sistema estrutural é uma tarefa complexa, visto que a dissipação de energia se dá por meio de vários mecanismos e podem ter origem em diversos fatores, como por exemplo, atrito externo e interno, resistência do ar, abertura de fissuras, e etc., tornando difícil descrever matematicamente os mecanismos de dissipação de energia. Desta forma é fácil encontrar nas referências bibliográficas várias fórmulas idealizadas, que representam a influência do amortecimento da estrutura nas equações de equilíbrio dinâmico.

Neste trabalho, o amortecimento será considerado do tipo viscoso. Assim, para a ponte a matriz de amortecimento será considerada proporcional ou de Rayleigh. Deste modo a matriz de amortecimento é admitida proporcional à matriz de massa \mathbf{M} e à matriz de rigidez \mathbf{K} , como pode ser visto na equação (4.16):

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (4.16)$$

Uma vez conhecida a razão de amortecimento ζ , para os dois modos de vibração i e j , neste trabalho admitido igual para todos os modos de vibração, os dois coeficientes α e β são obtidos em função das frequências, ω_i e ω_j , de dois modos de vibração, por intermédio das seguintes expressões:

$$\alpha = \omega_i\omega_j\beta \quad (4.17)$$

$$\beta = \frac{2\zeta}{\omega_i + \omega_j} \quad (4.18)$$

As frequências naturais de vibração ω_n para vãos simplesmente apoiados podem ser obtidas com base nas expressões descritas em (Chopra, 1995), através da equação:

$$\omega_n = n^2\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}L^4}} \quad (4.19)$$

Onde \bar{m} é o valor da massa por unidade de comprimento e n é o número do modo de vibração desejado.

Na Figura 4.4 é mostrada a variação do amortecimento de Rayleigh com as frequências naturais.

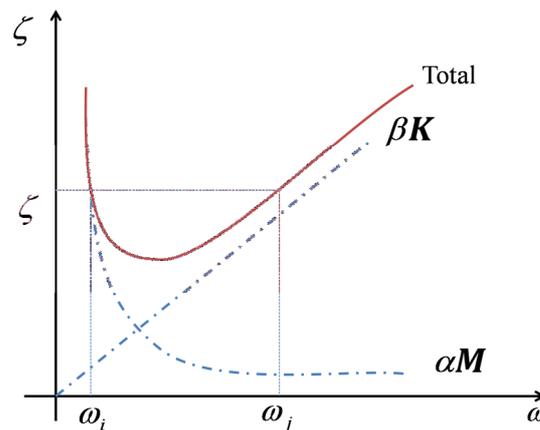


Figura 4.4 - Amortecimento de Rayleigh.

4.4 EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO DA PONTE

Como visto anteriormente, as propriedades de massa, rigidez e amortecimento de uma viga foram expressas em função das coordenadas nodais. Logo a equação de movimento da ponte pode então ser estabelecida impondo as condições de equilíbrio dinâmico apresentadas por (Chopra, 1995) ou (Clough & Penzien, 1975) e expressa em função das matrizes de massa M_p , amortecimento C_p e rigidez K_p , como:

$$M_p \ddot{Y} + C_p \dot{Y} + K_p Y = F(t) \quad (4.24)$$

Onde:

M_p é matriz de massa consistente global da ponte;

C_p é a matriz de amortecimento global da ponte;

K_p é a matriz de rigidez global da ponte;

$F(t)$ é o vetor de forças externas da ponte em função do tempo; e

\ddot{Y} , \dot{Y} e Y são respectivamente, os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento das coordenadas nodais do sistema (dependentes do tempo).

5 MODELAGEM DO SISTEMA VEÍCULO-ESTRUTURA

5.1 INTERAÇÃO DO SISTEMA VEÍCULO-ESTRUTURA

Diferentemente das abordagens numéricas bastante utilizadas atualmente, i.e. (Gabaldón, et al., 2005; Montoya, 2009; Cheng, *et al.*, 2001), onde a interação veículo-estrutura é analisada por meio de elementos de interação cujas propriedades e constituição mudam de acordo com a passagem do veículo, a abordagem aqui apresentada considera o veículo e a estrutura conectados por meio de um elemento de interface que permite a transmissão automática de forças e deslocamentos entre os sistemas. Este elemento de interface está baseado no elemento proposto por (Durand, *Análise Tridimensional de Estruturas Geotécnicas Submetidas a Reforço e Drenagem*, 2008) para simular a interação de reforços (barras) dispostos arbitrariamente em malhas de elementos finitos. A Figura 5.1 mostra os elementos de interface tipo mola utilizada para ligar um elemento de barra com um elemento sólido em pontos que não coincidem com os pontos nodais. Nesses pontos os deslocamentos são compatibilizados. Uma das vantagens deste elemento de interface é de que a barra pode deslizar dentro do elemento sólido caso a resistência do contato seja atingida.

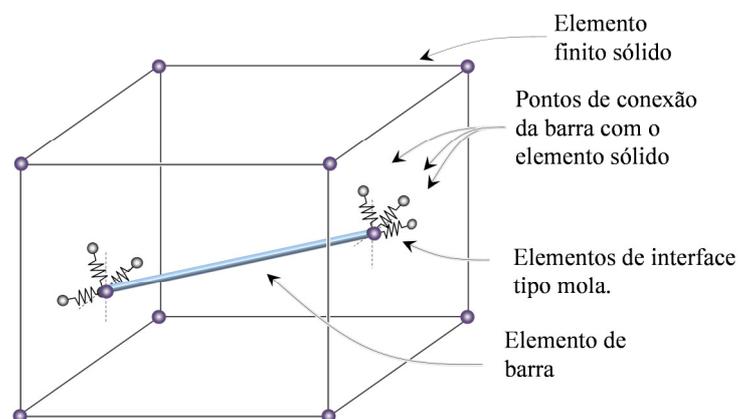


Figura 5.1 - Elemento de interface proposto por (Durand, *Análise Tridimensional de Estruturas Geotécnicas Submetidas a Reforço e Drenagem*, 2008) para a análise de reforços (modificado).

De forma semelhante a Durand (2008), o elemento de interface formulado neste trabalho visa transmitir forças e compatibilizar deslocamentos nos pontos de contato entre o veículo em movimento e a ponte. Este elemento está constituído por um conjunto de molas que conectam os nós correspondentes às rodas com os nós da ponte, sem incrementar o número de graus de liberdade do sistema inteiro. Por exemplo, a Figura 5.2.a mostra

esquemáticamente uma roda pertencente a um veículo conectada a uma ponte constituída de três elementos tipo viga por meio do elemento de interface. A Figura 5.2.b ilustra isoladamente o elemento de interface que é constituído por quatro elementos de mola e quatro elementos de amortecedor dispostos sobre os nós da ponte. Neste caso, o elemento de interface possui cinco nós. Pode-se observar que, embora representado por vários pontos, o nó cinco é único e constitui o ponto de ligação entre a roda do veículo e o elemento de interface.

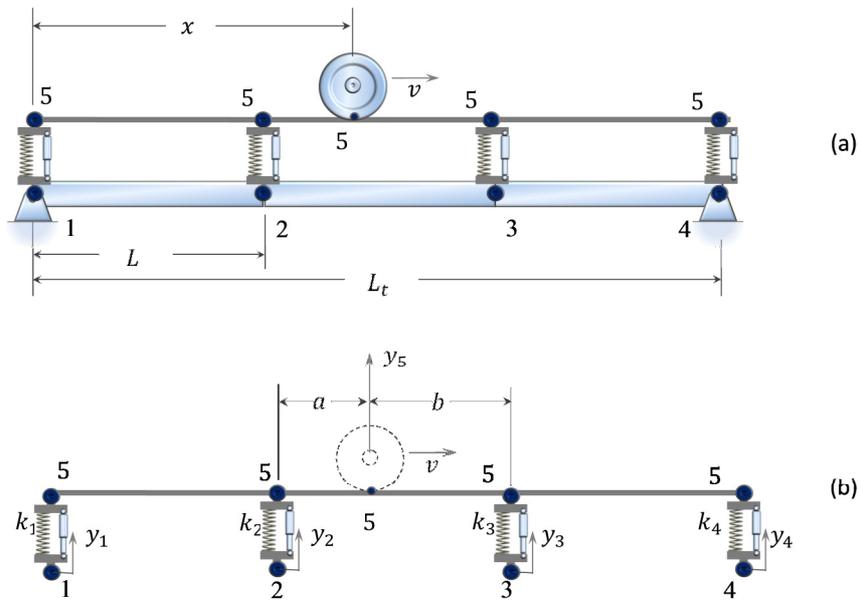


Figura 5.2. Representação do elemento de interface; a) Elemento de interface conectando uma roda à ponte; b) Elemento de interface isolado.

O vetor de graus de liberdade do elemento de interface da Figura 5.2b está constituído por cinco deslocamentos nodais:

$$\mathbf{y} = (y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_5)^T \quad (5.1)$$

A matriz de rigidez é dada pela equação:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & -k_1 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & -k_2 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & -k_3 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & -k_4 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 & k_1 + k_2 + k_3 + k_4 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

A matriz de amortecimento é assumida proporcional à matriz de rigidez de acordo com:

$$\mathbf{C} = \frac{\eta}{\omega_0} \mathbf{K} \quad (5.3)$$

onde η é um escalar de proporcionalidade e ω_0 é a frequência do primeiro modo de vibração da ponte, usado como parâmetro de normalização. Por sua vez, a matriz de massa é composta apenas por zeros.

A Figura 5.2 mostra o instante que a roda está apoiada no elemento de viga central. Neste instante, a transmissão da força de contato da roda para a ponte deve ser realizada apenas por meio das molas centrais. Para isto, as rigidezes k_1 e k_4 são igualadas a zero e as rigidezes k_2 e k_3 adotam valores altos de forma a produzir deslocamentos relativos desprezíveis. Ainda, as rigidezes k_2 e k_3 devem ser proporcionais às distâncias a e b de forma a transmitir duas forças de contato nos nós 2 e 3 equivalentes às forças de reação geradas em uma viga isostática com carga pontual de acordo com:

$$k_2 = \frac{b}{L} k_0 \quad k_3 = \frac{a}{L} k_0, \quad (5.4)$$

onde k_0 é um valor suficientemente grande e pode ser relacionado com as propriedades da ponte por meio de um escalar λ , que relaciona uma percentagem admissível para o erro entre a interface e a flecha da ponte, de acordo com:

$$k_0 = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{48EI}{L^3}, \quad (5.5)$$

Dado que a ponte pode ser discretizada por um número arbitrário de elementos, o elemento de interface deve ser apropriadamente constituído de forma a conectar todos os nós da ponte. No caso do veículo ser representado por vários eixos, um elemento de interface deve ser constituído para cada eixo. Um único elemento de interface pode também ser constituído considerando todos os eixos a partir dos somatórios das matrizes de rigidez e amortecimento das interfaces de cada eixo.

5.2 INTEGRAÇÃO DIRETA PELO MÉTODO DE NEWMARK

O método mais genérico para a resolução de um problema dinâmico é o método no qual a análise é feita passo a passo através de um incremento de tempo Δt . Neste método, o carregamento e a resposta da estrutura são divididos numa sequência de pequenos intervalos de tempo chamados “passo”. A análise parte das condições iniciais no início de cada intervalo incluindo depois a história do carregamento durante esse intervalo. Existem variados métodos para este tipo de resolução, mas no geral todos têm por base a resolução do conjunto completo das equações de equilíbrio em cada ponto do sistema no final de cada passo $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t$, etc. Estes métodos têm a vantagem de permitirem facilmente a introdução de não linearidades bastando apenas refazer a matriz rigidez para cada passo. A grande desvantagem está no consumo de tempo devido ao grande esforço computacional e de cálculo requerido para resolver todo o sistema em todos os passos. Neste campo, o método da superposição modal mostra-se mais vantajoso, pois obtém a resposta da estrutura a partir da contribuição de cada modo de vibração para o resultado final, mas apenas pode ser aplicado a sistemas com comportamento linear (Barbero, 2001),

O método de integração passo-a-passo mais generalista de todos foi proposto por (Newmark, 1959), que partindo da série numérica de Taylor desenvolveu um método implícito expresso nas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{n+1} &= \dot{y}_n + (1 - \gamma)h\dot{y}_n + \gamma h\dot{y}_{n+1} \\ y_{n+1} &= y_n + h\dot{y}_n + \left(\frac{1}{2} - \xi\right)h^2\ddot{y}_n + h^2\xi\ddot{y}_{n+1} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Onde:

$y_{n+1}, \dot{y}_{n+1}, \ddot{y}_{n+1}$	Deslocamento, velocidade e aceleração no passo $n+1$,
$y_n, \dot{y}_n, \ddot{y}_n$	Deslocamento, velocidade e aceleração no passo de tempo n ,
ξ, γ	Constantes de integração,
h	Passo de tempo.

Na aplicação do método de Newmark o processo se inicia selecionando um valor numérico para os parâmetros ξ e γ . A prática, entretanto, tem mostrado que para valores de γ diferentes de $1/2$, o método introduz amortecimento artificial nas respostas do sistema. Por esta razão este parâmetro se fixa geralmente em $\gamma = 1/2$. Para a escolha de ξ , Newmark sugeriu que seja no intervalo de $1/2 \leq \beta \leq 1/6$. Para $\xi = 1/4$ o método equivale a dizer que a velocidade varia linearmente durante o incremento de tempo, o que requer que a aceleração

se mantenha constante em cada incremento de tempo. Neste caso o método de Nemark é incondicionalmente estável e em geral apresenta resultados satisfatórios. Neste trabalho será adotado $\xi = 1/4$ e $\gamma = 1/2$, que admite a aceleração constante em um intervalo.

Considerando o esquema de integração proposto em (5.6), resolvendo chegamos a seguinte equação matricial:

$$\left[M^{n+1} + \frac{h}{2} C^{n+1} + \frac{h^2}{2} K^{n+1} \right] \ddot{y}_{n+1} = F^{n+1} - C^{n+1} \left[\dot{y}_n + \frac{h}{2} \right] - K^{n+1} \left[y_n + h\dot{y}_n + \frac{h^2}{4} \ddot{y}_n \right] \quad (5.7)$$

Adotada as condições iniciais do sistema, para velocidade \dot{y}_{n+1} e deslocamento y_{n+1} , pode ser obtido o valor da aceleração \ddot{y}_{n+1} dividindo a equação (5.7) pela massa associada.

$$\ddot{y}_{n+1} = \frac{F^{n+1} - C^{n+1} \left[\dot{y}_n + \frac{h}{2} \right] - K^{n+1} \left[y_n + h\dot{y}_n + \frac{h^2}{4} \ddot{y}_n \right]}{\left[M^{n+1} + \frac{h}{2} C^{n+1} + \frac{h^2}{2} K^{n+1} \right]} \quad (5.8)$$

Rescrevendo a equação (5.8) de maneira compacta temos:

$$\ddot{y}_{n+1} = \frac{RHS}{G} \quad (5.9)$$

Onde G é a massa associada à aceleração do sistema. RHS está relacionado com os termos do lado direito da equação (5.7) e, no sistema apresentado na equação (5.10) correlacionam os graus de liberdade conhecidos e desconhecidos.

Para o problema de acoplamento do sistema veículo-estrutura temos:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y}_{1_{n+1}} \\ \ddot{Y}_{2_{n+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Para esse sistema o valor da aceleração \ddot{y}_{n+1} pode ser obtido da mesma maneira que na equação (5.9), resultando:

$$\ddot{Y}_{1_{n+1}} = \frac{RHS_1 - G_{12}\ddot{Y}_{2_{n+1}}}{G_{11}} \quad (5.11)$$

E para o valor da aceleração $\ddot{Y}_{2_{n+1}}$, temos

$$\ddot{Y}_{2_{n+1}} = \frac{RHS_2 - G_{21}\ddot{Y}_{1_{n+1}}}{G_{22}} \quad (5.11)$$

6 PROGRAMA COMPUTACIONAL

Para desenvolver as análises dinâmica com interação veículo-estrutura de pontes ferroviárias, foi utilizado um programa computacional chamado PyDyn utilizando a linguagem Python 2.7 por (Durand, Silva, & Brito, 2012), que é uma linguagem de scripting. O termo script geralmente se refere a programas em linguagens interpretadas que automatizam algumas tarefas. Dentre as linguagens de programação mais populares é possível citar o JavaScript, VBScript, Perl e o Python. Os programas escritos em linguagem interpretada não são convertidos em um arquivo executável, eles são executados utilizando outro programa, o interpretador, que lê o código-fonte e o interpreta diretamente.

6.1 PROGRAMA PYDYN

A biblioteca PyDyn permite realizar análises dinâmica da interação veículo-estrutura em pontes ferroviárias submetidas a carregamentos móveis considerando, ou não, o efeito da inércia dessas cargas em pontes isostáticas. A biblioteca utiliza programação orientada a objeto e contém definições de classes que representam o domínio de análise, elementos básicos e compostos (amortecedor, mola, veículos com 2 ou 4 eixos, etc.) e graus de liberdade. Adicionalmente a biblioteca inclui funções necessárias para a montagem de um dado problema e a correspondente integração da equação do movimento. A integração no tempo utiliza o algoritmo explícito proposto por Newmark (1959) na forma apresentada por Barbero (2001).

Na biblioteca, são consideradas algumas hipóteses para a análise:

- as molas de suspensão do veículo e a viga se comportam linearmente;
- todos os componentes do veículo movem-se na mesma velocidade, e;
- é considerado que não ocorre descontinuidade entre a roda e a ponte, ou seja, que a roda não se separa do elemento da estrutura sobre o qual ela se movimentava.

Para cada caso a ser simulado com o auxílio da biblioteca PyDyn, inicialmente é necessário montar um arquivo script contendo as instruções para a análise. O arquivo começa com a chamada ao código fonte `dynamics.py`. A sintaxe das instruções deve estar de acordo

Na sequência da análise o programa PyDyn pode ser representado através das etapas como apresentado abaixo e detalhado logo em seguida:

- Criação do domínio de análise
- Criação dos elementos que conformam o domínio de análise
- Definição das conectividades
- Definição das condições de contorno
- Solução
- Saída de resultados

6.1.1 Criação do domínio de análise

Nesta etapa é criada uma variável computacional para representar o domínio de análise. A esta variável deve ser atribuída a um objeto da classe Domínio que contem algumas propriedades e métodos. A seguir, algumas propriedades inerentes ao domínio podem ser configuradas, por exemplo, o número de nós. Após a definição do número de nós, internamente é criado um arranjo para conter uma sequência de nós numerados a partir de zero definindo assim uma numeração global.

6.1.2 Criação dos elementos que conformam o domínio de análise

Cada parte do domínio, como por exemplo, veículos e estruturas, são representados por elementos. Nesta etapa, cada um deles é criado e atribuído a uma variável. Durante a criação de cada elemento é necessário fornecer algumas informações inerentes ao tipo de elemento. Por exemplo, para criar um elemento do tipo ponte, é necessário fornecer:

- Módulo de elasticidade;
- Momento de inércia;
- Comprimento total da ponte;
- Área da seção transversal;
- Massa por unidade de comprimento;
- Taxa de amortecimento;
- Número de elementos que será discretizada a ponte.

Após a criação de cada elemento, internamente são configurados os graus de liberdade para os nós. Isto é realizado nesta etapa, pois, a existência de certos graus de liberdade

depende do tipo de elemento. Por exemplo, somente nós que fazem parte de um elemento tipo viga possuem grau de liberdade de rotação.

6.1.3 Definição das conectividades

Uma característica fundamental na geometria dos elementos são os nós que os conformam. É através dos nós que dois ou mais elementos podem ser conectados. Nesta etapa é introduzida a relação de conexões entre os nós dos elementos baseando-se na numeração global.

6.1.4 Definição das condições de contorno

Nesta etapa são definidas as condições de contorno nodais. As condições de contorno essenciais são dadas por deslocamentos e rotações nodais. Por sua vez, as condições naturais são dadas por forças e momentos nodais os quais podem ser função do tempo.

6.1.5 Solução

Nesta etapa, inicialmente são definidos os dados necessários para a solução do problema e posteriormente é realizada a integração da equação do movimento. Entre os dados necessários se encontram o tempo de análise e o passo de tempo. Quando a solução é iniciada, internamente e para cada passo de tempo é realizada a montagem das matrizes globais de massa, amortecimento e rigidez correspondentes à equação do movimento do sistema. Posteriormente, o algoritmo de Newmark é aplicado para determinar os deslocamentos no próximo passo de tempo.

6.1.6 Saída de resultados

Nesta etapa o histórico do nó definido para análise é salvo, para ser posteriormente impressa as características dinâmicas do grau de liberdade do elemento a ser analisado. Os resultados apresentados graficamente são os de deslocamentos, velocidades e acelerações do sistema.

7 VALIDAÇÃO E EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Serão apresentados, neste tópico, os testes para validação da programação comparando alguns resultados obtidos analiticamente com os numéricos, usando exemplos apresentados nas referências e desenvolvidos pelo autor.

7.1 VALIDAÇÃO PARA ANÁLISE ESTÁTICA

O exemplo usado para a validação da modelagem computacional da viga foi a proposto por (Lara, 2007). Neste exemplo, a viga é considerada como biapoiada com um comprimento $L = 2,00$ m, área da seção transversal $A = 1,71 \times 10^{-4} m^2$, momento de inércia $I = 1,152 \times 10^{-8} m^4$, módulo de elasticidade $E = 1,999 \times 10^{11} N/m^2$, massa por unidade de comprimento $\bar{m} = 1,3422$ kg/m, com um pequeno amortecimento $\zeta = 0,001$ e sujeita a uma carga $P_0 = 100$ N, conforme apresentado na Figura 7.1. O deslocamento vertical do ponto central de uma viga é dado por $y(L/2) = P_0 L^3 / 48EI$. Para análise foram usados 20 elementos de viga.

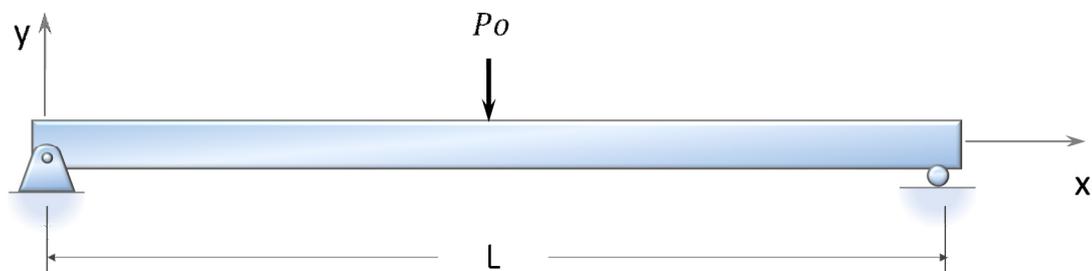


Figura 7.1 - Modelo de Viga Biapoiada

O resultado da análise pode ser visto na Figura 7.2

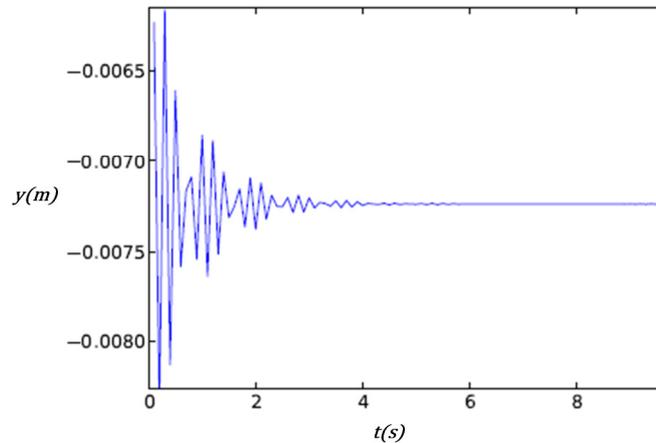


Figura 7.2 Resposta dinâmica de uma viga biapoiada sujeita a uma carga.

Pode-se observar que o deslocamento obtido numericamente em entorno da sua configuração estática, foi aproximadamente $y_{\text{numérico}} = -0,007237\text{m}$ o qual leva 4s para convergir e coincide com o resultado analítico $y_{\text{analítico}}(L/2) = -P_0 L^3/48EI = -0,007237\text{m}$. Deste modo, o programa apresenta um bom resultado e valida o teste para a viga sujeita a uma carga estática no centro do vão.

7.2 TESTE PARA UMA CARGA HARMÔNICA

Para este teste será usado o mesmo exemplo anterior e usada a equação (7.1) apresentada por (Lara, 2007), sendo agora a viga submetida à ação de uma carga harmônica do tipo $f(t) = P_0 \text{sen}\omega t$ com uma frequência de excitação da carga de $\omega = 81,763 \text{ rad/s}$ aplicada no meio do vão da viga como pode ser visto na Figura 7.3. Na análise numérica é verificada a resposta para o passo de tempo igual à $\Delta t = 0,01 \text{ s}$, $\Delta t = 0,005 \text{ s}$ e $\Delta t = 0,001 \text{ s}$, para um tempo final de análise de $t = 2 \text{ s}$.

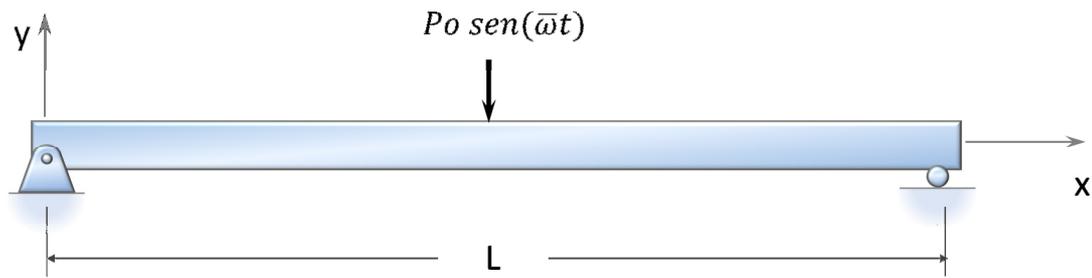


Figura 7.3 Viga biapoçada submetida a um carregamento senoidal no centro da viga.

A equação analítica (7.1) apresentada por (Lara, 2007), é encarregada de definir a resposta dinâmica em função do tempo de uma viga biapoçada, sujeita a excitação de uma carga harmônica. Na equação abaixo, são substituídas as propriedades da viga e, t é o tempo total para a análise da resposta, ω_n é a n -ésima frequência natural adotada e $\beta_n = \varpi/\omega_n$ é relação entre as frequências de excitação externa ϖ e a frequência natural ω_n da viga. Para esta análise, foram considerados apenas a contribuição do primeiro e do terceiro modo de vibração da viga.

$$y(t) = \frac{2P_0 l^3}{\pi^4 EI} \left\{ 1 \left[\frac{1}{1 - \beta_1^2} \right] (\text{sen} \bar{\omega}t - \beta_1 \text{sen} \omega_1 t) + \frac{1}{81} \left[\frac{1}{1 - \beta_3^2} \right] (\text{sen} \bar{\omega}t - \beta_3 \text{sen} \omega_3 t) \right\} \quad (7.1)$$

Os resultados desta análise podem ser observados nas Figura 7.4, Figura 7.5 e Figura 7.6.

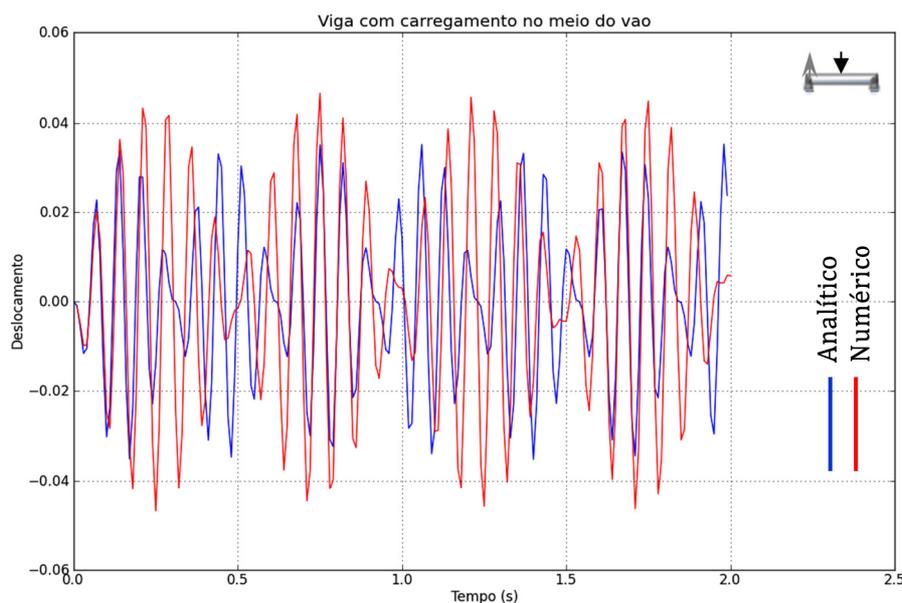


Figura 7.4 Resposta dinâmica ao longo do tempo, no centro do vão, de uma viga biapoçada obtido de forma analítica e numérica para o passo de tempo $\Delta t = 0,01$.

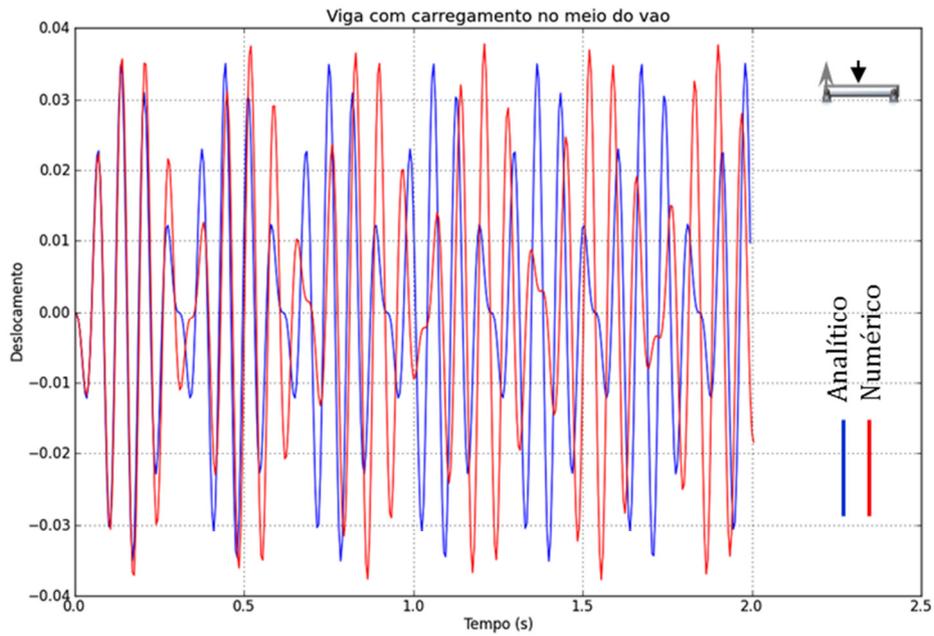


Figura 7.5 Resposta dinâmica ao longo do tempo, no centro do vão, de uma viga biapoiada obtido de forma analítica e numérica para o passo de tempo $\Delta t = 0,005$.

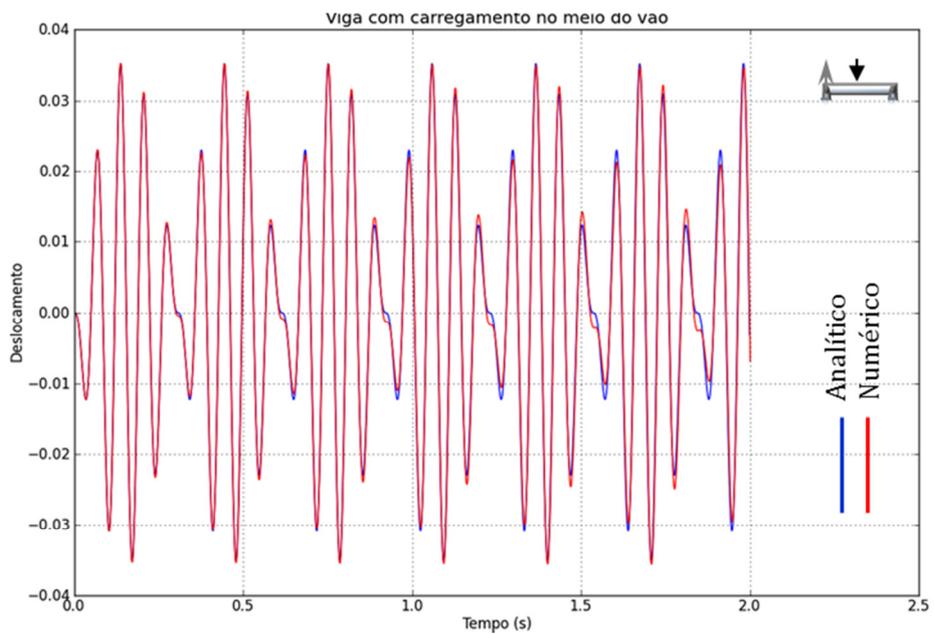


Figura 7.6 Resposta dinâmica ao longo do tempo, no centro do vão, de uma viga biapoiada obtido de forma analítica e numérica para o passo de tempo $\Delta t = 0,001$.

Na análise numérica da viga, a resposta analítica está representada graficamente pela curva azul e a numérica pela curva vermelha. Pode-se observar que para o passo de tempo $\Delta t = 0,01$ s as curvas coincidem até o instante de $t = 0,1$ s e para o passo $\Delta t = 0,005$ s as curvas ficam próximas até o instante $t = 0,3$ s como pode ser visto na Figura 7.4 e Figura 7.5

respectivamente. Para o passo de tempo menor, $\Delta t = 0,001$ s a análise numérica converge para o resultado analítico em todo intervalo de tempo, e deste modo esse passo de tempo passa a ser adotado para as análises subsequentes. Na Figura 7. 7 e Figura 7. 8 são apresentados os resultados numéricos da resposta da aceleração e velocidade desta viga para o passo de tempo de melhor convergência do deslocamento.

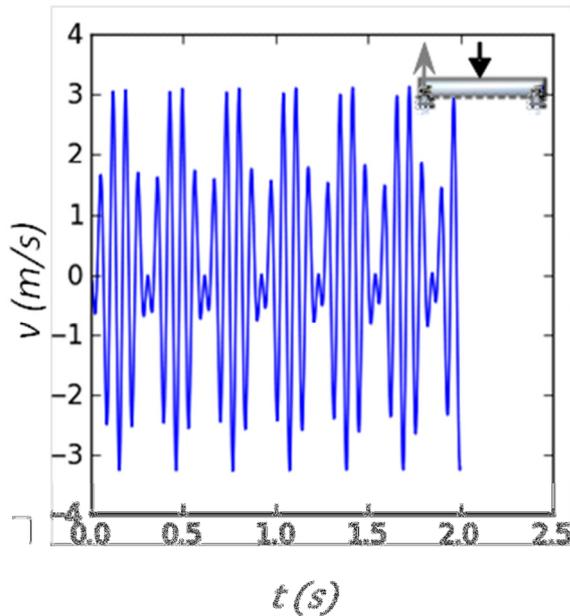


Figura 7. 7 Evolução da velocidade no centro do vão de uma viga biapoiada submetida a um carregamento harmônico.

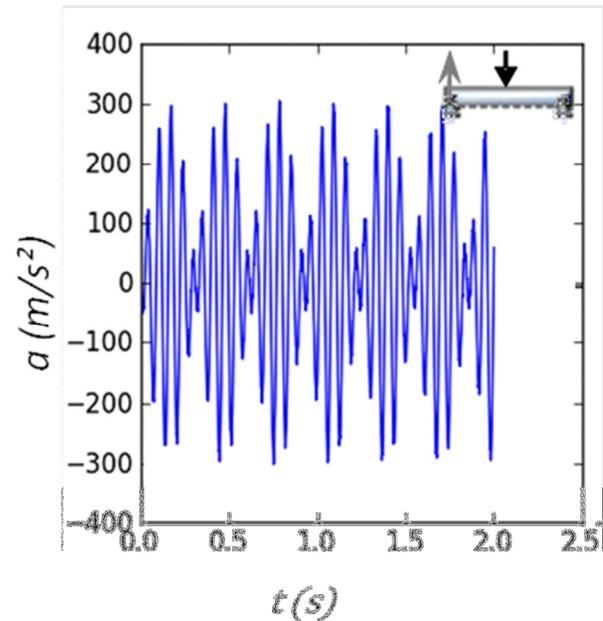


Figura 7. 8 Evolução da aceleração no centro do vão de uma viga biapoiada submetida a um carregamento harmônico.

7.3 TESTE PARA UMA CARGA EM MOVIMENTO

Nesta verificação são usados dois exemplos das referências bibliográficas para a validação do programa computacional.

Para o primeiro caso é feita uma comparação numérica e analítica com o exemplo proposto por (Chopra, 2007), onde a resposta no meio do vão de uma ponte, em função do tempo t , sujeita a carga móvel é determinada pela equação (7.2), válida para o intervalo de tempo de $0 \leq t \leq t_1$, onde $t_1 = L/v$ é tempo que a carga leva para percorrer toda a extensão da ponte.

$$y(t) = \frac{2P_0}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_n^2 - (\pi v/L)^2} \left(\sin \frac{\pi v t}{L} - \frac{\pi v}{\omega_n L} \sin \omega_n t \right) \quad (7.2)$$

Considerado uma viga biapoiada sujeita à passagem de uma carga $P_0 = 106,75 \times 10^5 \text{ N}$ (2400 klf), com as seguintes propriedades: comprimento $L = 60,96 \text{ m}$ (200 pés), módulo de elasticidade $E = 2,81 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ (576000 klf/pés^2), momento de inércia $I = 6,042 \text{ m}^4$ (700 pés^4), massa por unidade de comprimento $\bar{m} = 2755,9 \text{ kg/m}$ (11 klf/pes^2) velocidade de deslocamento a carga $v = 24,59 \text{ m/s}$ ($80,67 \text{ pés/s}$) e razão de amortecimento $\zeta = 0,00$.

Para a análise numérica, a ponte foi discretizada em 10, 20 e 40 elementos de viga para verificar qual o número de elementos necessários para a convergência dos resultados analíticos e numéricos. Para o elemento de interface, os valores dos coeficientes, λ e η adotados como padrão pelo programa são: $\lambda = 0,01$ e $\eta = 0,01$. A análise foi executada utilizando um tempo total de 3,0 segundos com um passo de tempo de 0,001 s. A Figura 7.9, Figura 7.10 e Figura 7.11 mostram os resultados numéricos obtidos juntamente com os valores analíticos. Pode ser observado que o resultado numérico para o número de elementos de viga igual a 10 elementos apresentou um deslocamento próximo ao analítico enquanto que para 20 elementos já é possível identificar uma razoável concordância entre as curvas, numérica e analítica, dos deslocamentos ao longo do tempo. Já para 40 elementos os resultados analíticos e numéricos apresentados pelas curvas mostram uma boa precisão.

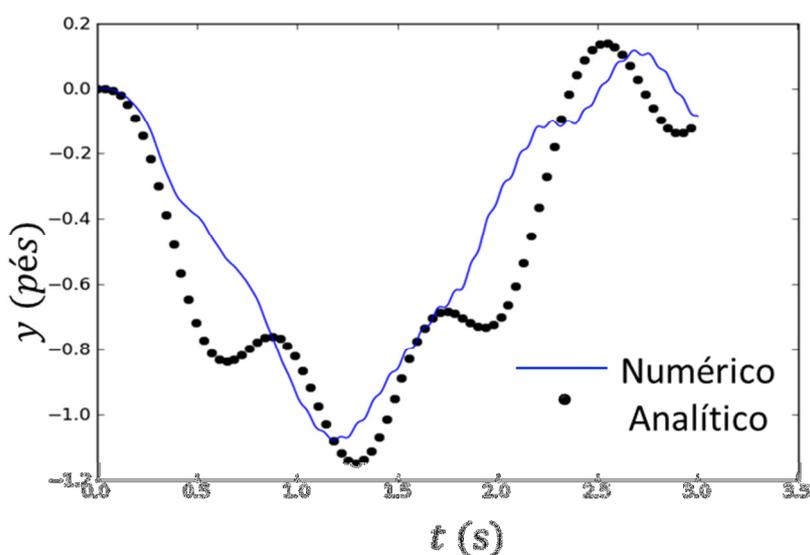


Figura 7.9 - Resposta vertical analítica e numérica, no meio do vão, de uma viga biapoiada para o número de elementos de viga $n = 10$.

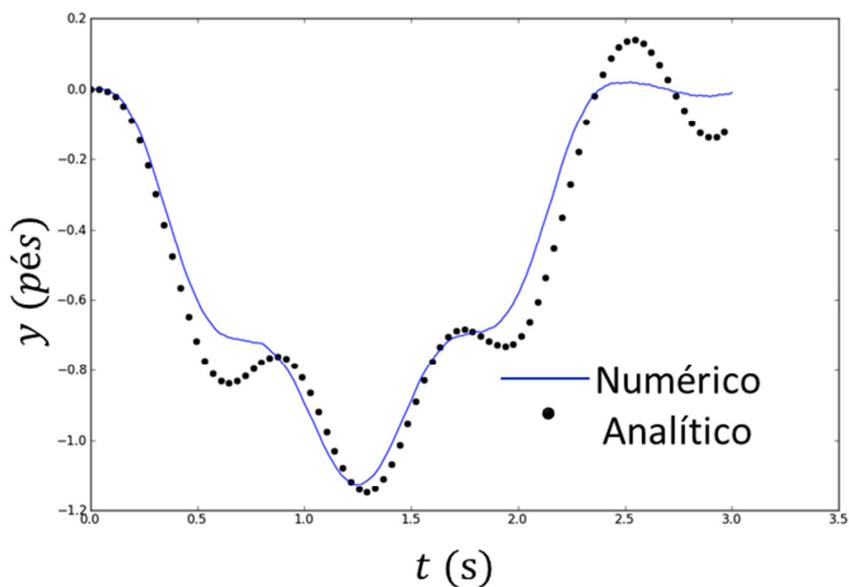


Figura 7.10 Resposta vertical analítica e numérica, no meio do vão, de uma viga biapoiada para o número de elementos de viga $n = 20$.

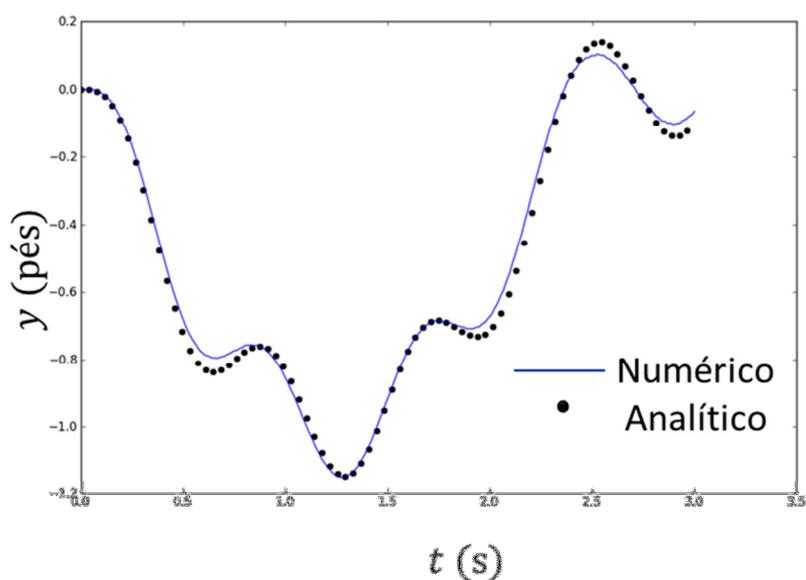


Figura 7.11 Resposta vertical analítica e numérica, no meio do vão, de uma viga biapoiada para o número de elementos de viga $n = 40$.

Para o exemplo anterior com 40 elementos de viga foram obtidas as velocidades e acelerações, no meio do vão, ao longo do tempo, apresentadas nas Figura 7.12 e Figura 7.13 respectivamente. Tais oscilações verificadas nos gráficos, está relacionado a alta rigidez do elemento de interface e a não dissipação das vibrações pelo modelo de veículo adotado análise.

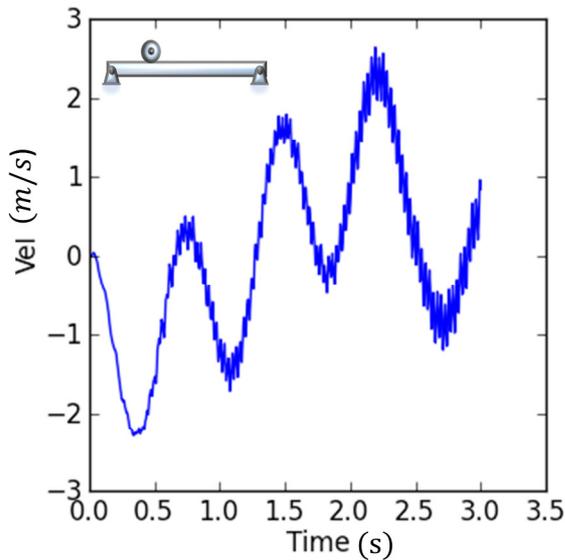


Figura 7.12 Resposta da velocidade (m/s) de uma viga submetida a uma carga móvel.

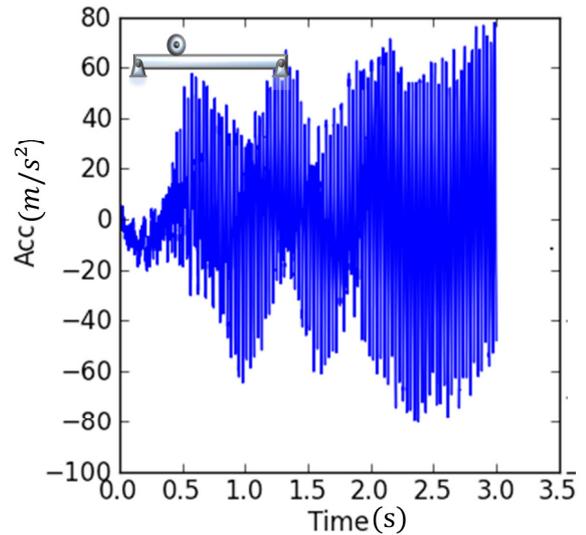


Figura 7.13 Resposta da aceleração (m/s²) de uma viga submetida a uma carga móvel.

Neste segundo caso, é analisada a passagem de uma carga pontual com velocidade percorrendo uma ponte de comprimento L , como ilustrado na Figura 7.14. O deslocamento y obtido no meio do vão ao longo do tempo é comparado com o deslocamento da roda com o intuito de verificar quais são os melhores valores para λ e η a serem adotados, para logo em seguida ser analisados os resultados numéricos com a solução analítica apresentada por Barbero (2001). Esta solução analítica está representada por duas equações: a primeira é utilizada para representar o deslocamento enquanto a carga se encontra sobre a ponte na Equação (7.3), e a segunda é utilizada para representar os deslocamentos após a carga deixar a ponte, ficando submetida somente às vibrações livres expressa na Equação (7.4).

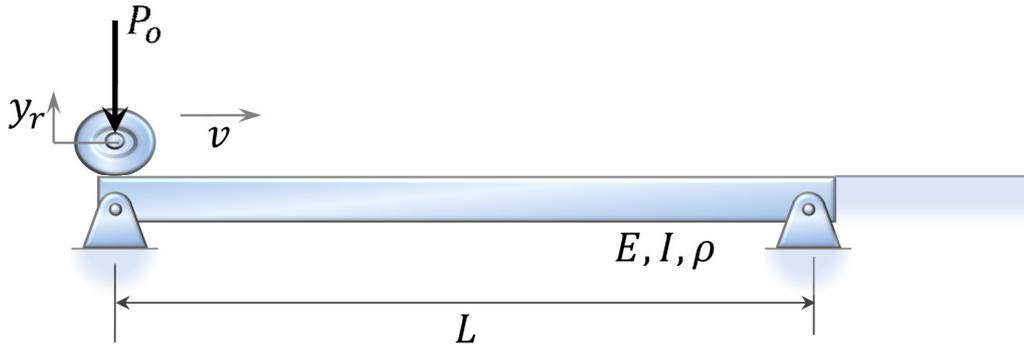


Figura 7.14 Configuração para a análise de uma carga pontal que percorre sobre uma ponte.

$$y(t) = \frac{y_s}{1-r^2} [\text{sen}(r\omega_0 t) - r \exp(-\zeta\omega_0 t) \text{sen}(\omega_0 t)] \quad (7.3)$$

$$y(t) = \frac{y_s r}{1-r^2} [\text{sen}(\omega_0 t) \exp(-\zeta\omega_0 t) + \text{sen}(\omega_0(t - t_1)) \exp(-\zeta\omega_0(t - t_1))] \quad (7.4)$$

Nas equações acima, t é o tempo percorrido pela carga contado a partir do início da ponte, t_1 é o tempo necessário para a carga percorrer a ponte completa, ω_0 é frequência natural do primeiro modo de vibração, ζ é a taxa de amortecimento, $y_s = PoL^3/48EI$ é a flecha estática e r é dado pela relação:

$$r = \frac{\pi v}{\omega_0 L} \quad (7.5)$$

Para obter a solução analítica e numérica, os seguintes dados foram usados: carga móvel $P_o = 203$ kN, $L = 15$ m, $v = 83,33$ m/s, $EI = 8,323 \times 10^6$ kNm² utilizado para o cálculo de ω_0 e y_s , $\bar{m} = 2,303$ T/m, $y_s = 1,715$ mm, $\omega_0 = 83,389$ rad/s e $\zeta = 0,01$. O tempo para a carga percorrer a ponte é de $t_1 = 0,18$ s.

Na análise numérica, a ponte foi discretizada em 40 elementos de viga. Para o elemento de interface os seguintes coeficientes foram utilizados: ($\lambda_1 = 0,01$, $\eta_1 = 0,01$) ($\lambda_2 = 0,013$ $\eta_2 = 0,0017$) e ($\lambda_3 = 0,021$ e $\eta_3 = 0,028$). A análise foi executada utilizando o método de integração de Newmark com um passo de tempo de 0,001 s. Nas figuras abaixo são mostrados os resultados obtidos para os deslocamentos da ponte e da roda.

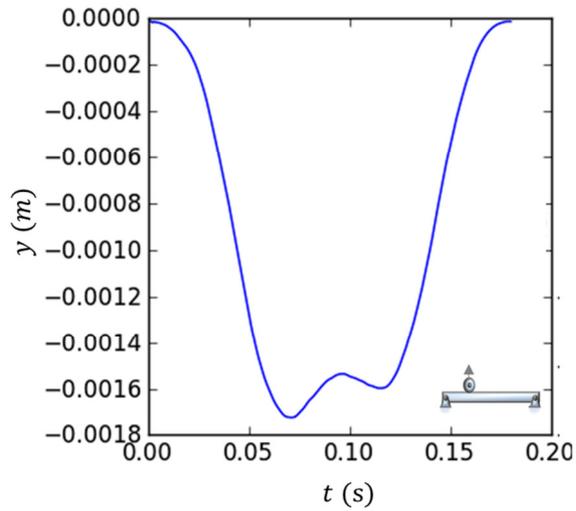


Figura 7.15 Deslocamento no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_1 = 0,01$, $\eta_1 = 0,01$
 $y_{max} = 17,24 \times 10^{-4} m$

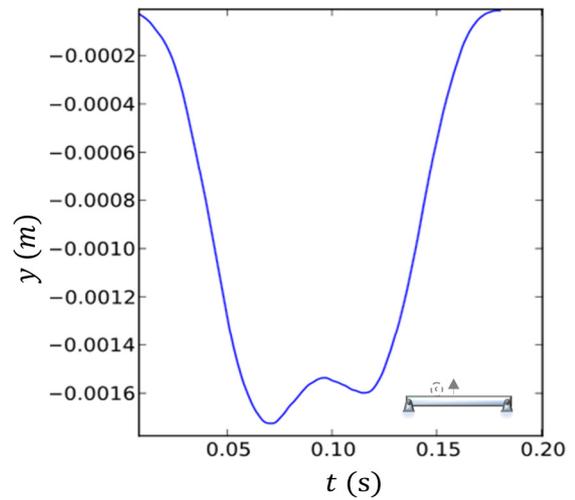


Figura 7.16 Deslocamento da roda no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_1 = 0,01$, $\eta_1 = 0,01$
 $y_{max} = 17,82 \times 10^{-4} m$

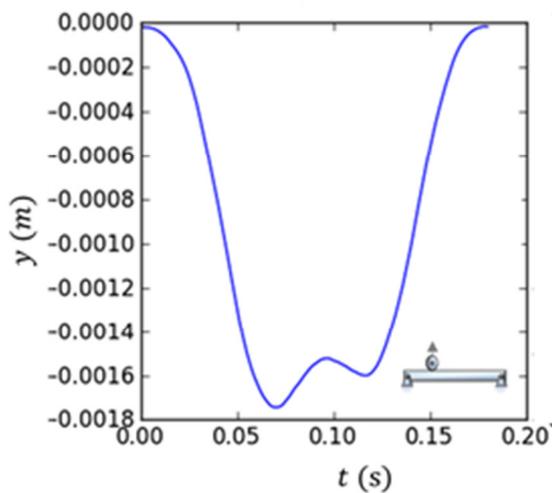


Figura 7.17 - Deslocamento no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_2 = 0,013$, $\eta_2 = 0,0017$
 $y_{max} = 17,43 \times 10^{-4} m$

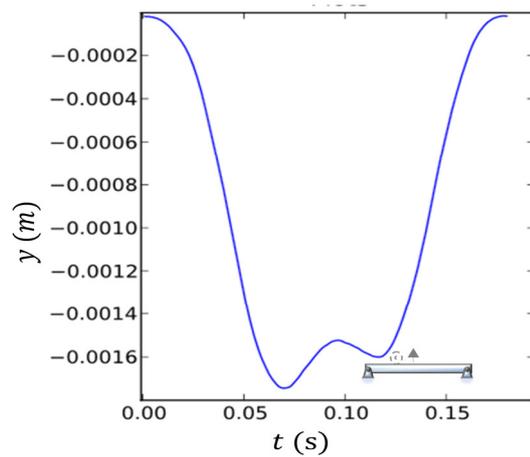


Figura 7.18 - Deslocamento da roda no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_2 = 0,013$, $\eta_2 = 0,0017$
 $y_{max} = 18,02 \times 10^{-4} m$

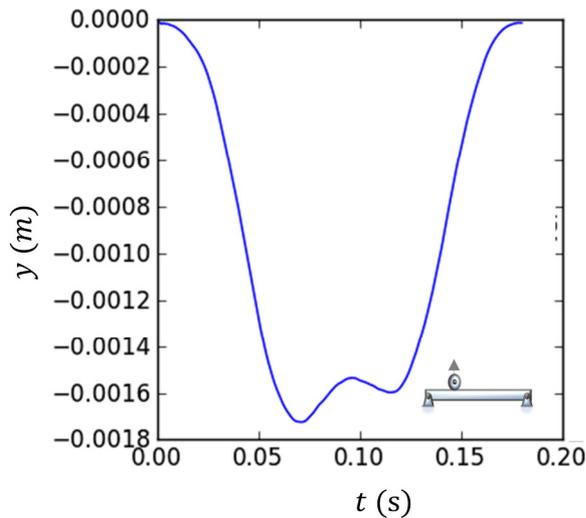


Figura 7.19 Deslocamento no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_3 = 0,021$, $\eta_3 = 0,028$ $y_{max} = 17,73 \times 10^{-4} m$

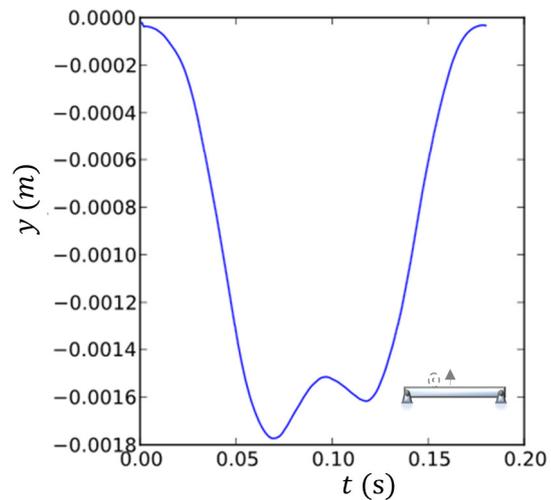


Figura 7.20 Deslocamento da roda no centro da ponte ao longo do tempo para $\lambda_3 = 0,021$, $\eta_3 = 0,028$ $y_{max} = 18,29 \times 10^{-4} m$

Observa-se que para os valores ($\lambda_1 = 0,01$, $\eta_1 = 0,01$) a diferença entre os deslocamentos no centro da ponte e da roda no centro da ponte foi $5,8 \times 10^{-5} m$, para ($\lambda_2 = 0,013$ $\eta_2 = 0,0017$) a diferença entre os deslocamentos da ponte e da roda foi de $5,9 \times 10^{-5} m$ e para valores de ($\lambda_3 = 0,021$ e $\eta_3 = 0,028$) a diferença relativa dos deslocamentos foi $\delta y = 5,6 \times 10^{-5} m$ que apresenta ser o melhor resultado para ser utilizado. Os demais resultados das diferenças também apresentaram uma boa precisão representando com boa exatidão o comportamento esperado para o deslocamento de uma ponte submetida à passagem de uma carga.

Para os valores adotados a partir deste momento para ($\lambda = 0,021$ e $\eta = 0,028$) e o passo de tempo de $\Delta t = 0,001$, é feita uma análise comparativa dos resultados analítico e numérico para um tempo total de 0,7 segundos. A Figura 7.21 apresenta os resultados calculados pelo programa juntamente com os valores analíticos obtidos pelas Equações (7.1) e (7.2). Pode ser observado que o resultado numérico apresenta excelente precisão.

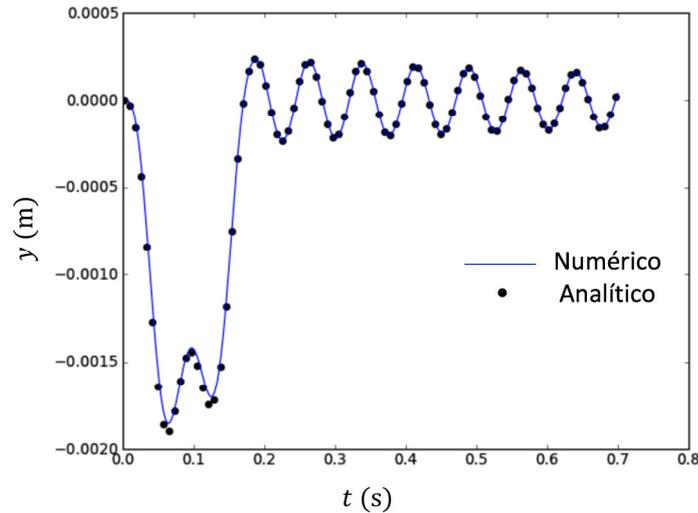


Figura 7.21 - Comparação entre resultados de deslocamento numérico e analítico para uma carga móvel que percorre uma ponte.

7.4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO PARA UM VAGÃO SE DESLOCANDO SOBRE A PONTE

Nesta análise, o veículo está representado pelo modelo completo apresentado na seção 3.3.3 e a ponte é discretizada por um conjunto de elementos de viga como descrito na seção 4. A configuração da análise é ilustrada na seção 4. As propriedades do veículo, de acordo com a Figura 7.22, são: $L_v = 4$ m, $L_s = 1$ m, $m_v = 35300$ kg, $m_s = 2800$ kg, $k_v = 2600$ kN/m, $k_s = 90$ kN/m, $c_v = 12$ kNs/m, $c_s = 20$ kNs/m. A ponte de comprimento $L = 20$ m foi discretizada em 40 elementos de viga com as seguintes propriedades: $EI = 8,6 \times 10^6$ kNm², $\rho = 2300$ kg/m, $\zeta = 0,01$. O elemento de interface está disposto conectando todos os nós da ponte com os nós das rodas do vagão. As propriedades utilizadas no elemento de interface, de acordo com a seção 5, são: $\lambda = 0,012$ e $\eta = 0,015$. Uma carga $P = 400$ kN correspondente à massa do vagão foi aplicada no nó correspondente ao centro de gravidade da caixa.

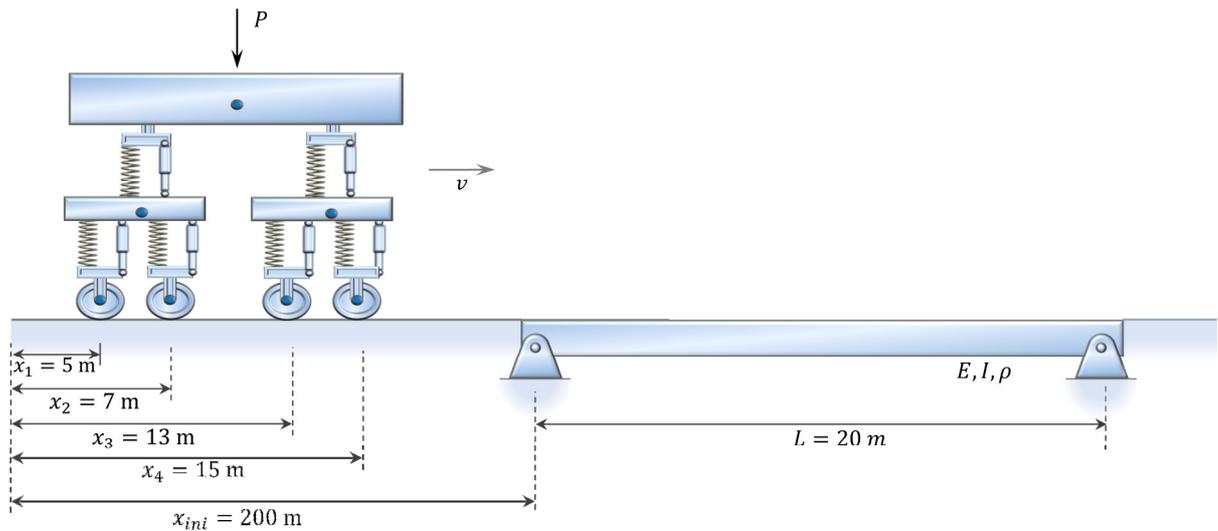


Figura 7.22 - Configuração de uma análise com o modelo de veículo completo.

A análise foi executada utilizando o método de integração de Newmark para um tempo total de 13 segundos com um passo de tempo de 0,001 s. Durante a análise, o veículo inicia seu percurso a 200 m antes da ponte e move-se a uma velocidade de 20 m/s. O tempo necessário para a primeira roda entrar na ponte é de 9,25 s e para a última roda sair da ponte é de 10,75 s. A Figura 7.23 mostra o deslocamento obtido no centro da ponte. Pode-se observar que a flecha máxima acontece aproximadamente na metade do percurso do vagão sobre a ponte (10 s). Após a saída do trem, tem-se o comportamento em vibração livre da ponte como é esperado. A Figura 7.24 mostra o deslocamento da primeira roda do vagão que é condizente com o deslocamento da ponte. A Figura 7.25 mostra a aceleração da caixa do vagão cujos valores se encontram dentro da margem de conforto estabelecido pelo (CEN 1990-A2, 2005). A leve oscilação na aceleração obtida após a passagem da ponte deve-se à influência dos sistemas de suspensão do vagão.

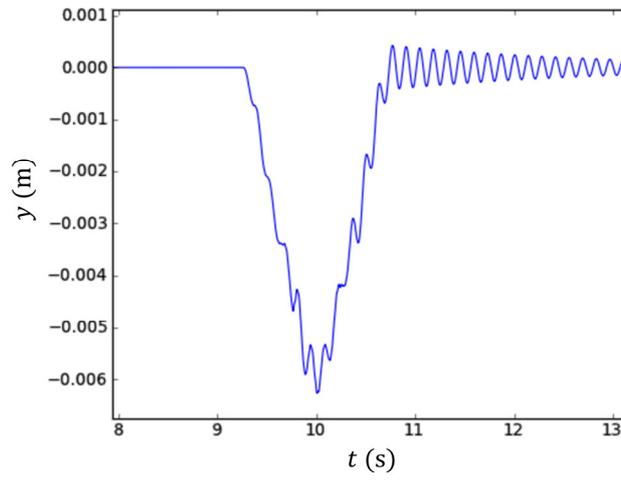


Figura 7.23 - Deslocamento vertical no centro da ponte.

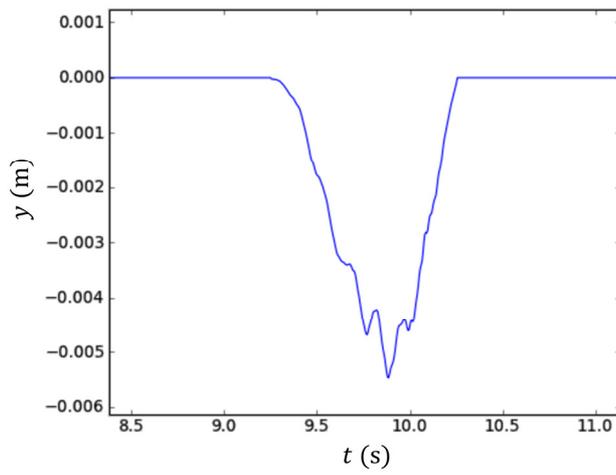


Figura 7.24 - Deslocamento vertical da primeira roda do veículo.

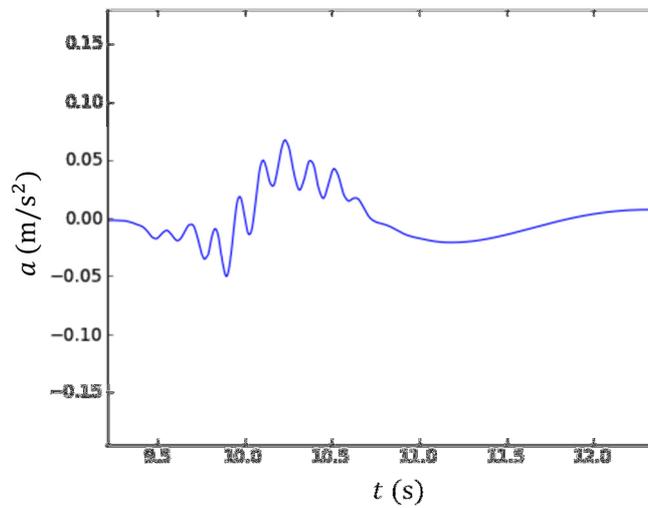


Figura 7.25 – Aceleração vertical na caixa do veículo.

7.5 EXEMPLO DE APLICAÇÃO PARA DEZ VAGÕES SE DESLOCANDO SOBRE A PONTE

Para este teste de aplicação são adotados os mesmos parâmetros do exemplo anterior, para as características do veículo e da ponte, considerando que esta será submetida ao tráfego de 10 veículos completos, sendo que, a velocidade de tráfego do trem é de 20 m/s e, a primeira roda do comboio leva 7,5 s para chegar à ponte e a última roda sai da ponte a 14,4 s.

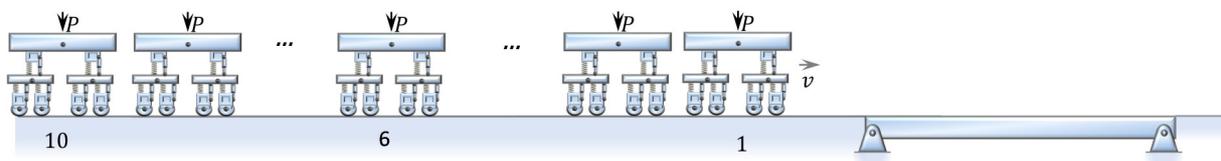


Figura 7.26 - Comboio de trem formado por dez veículos.

Neste exemplo, várias respostas são obtidas para uma análise completa do comportamento dos dois sistemas, veículo e estrutura, o primeiro ponto a ser analisado é a resposta dos deslocamentos no centro da ponte, depois a caixa do vagão número 1, a roda 1 do primeiro vagão (R1.V1), as respostas das caixas dos vagões 6 (V6) e 10 (V10) além das rodas número 1 (R1.V10) e 4 (R4.V10) do décimo veículo (último) a circular sobre a ponte como é mostrado esquematicamente na Figura 7.26 e seus resultados na sequência.

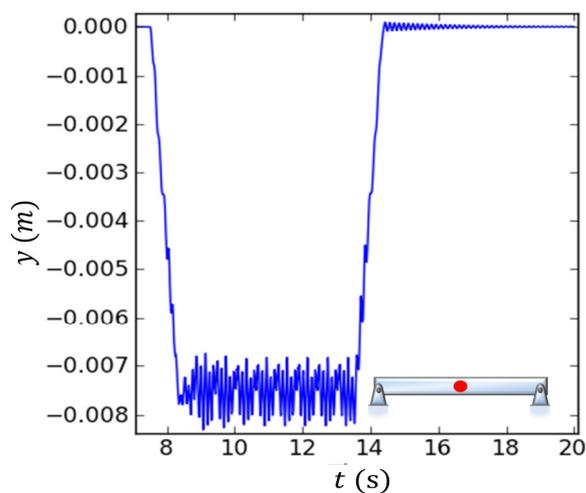


Figura 7.27 Resposta do deslocamento no meio da ponte sujeita a passagem de 10 veículos.

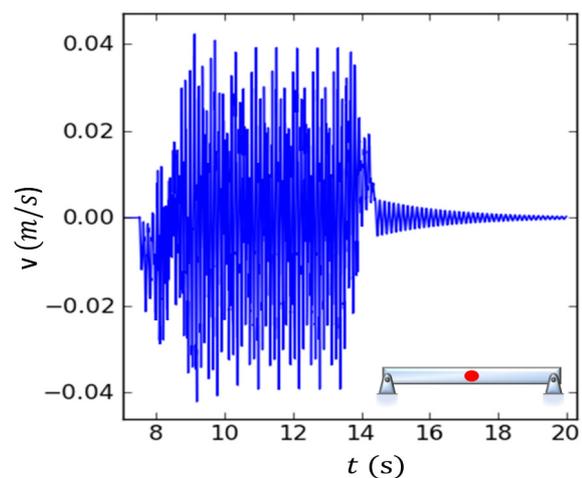


Figura 7.28 Resposta da velocidade no meio da ponte sujeita a passagem de 10 veículos.

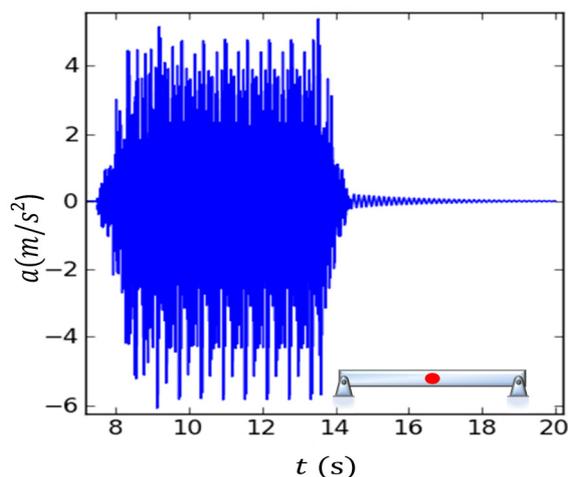


Figura 7.29 Resposta da aceleração vertical no meio da ponte sujeita a passagem de 10 veículos.

Para esta estrutura foi obtido no instante de tempo 9,08 s o deslocamento máximo no meio da ponte considerando a interação entre o veículo-estrutura da ordem de 0,008 m, e aceleração máxima de $-6,09 \text{ m/s}^2$ no instante $t = 9,13 \text{ s}$.

Através de análise dinâmica realizada no centro da ponte, para a verificação dos limites estabelecidos para aceleração do tabuleiro, o (CEN 1990-A2, 2005) considera os seguintes limites:

Tabela 1 Acelerações limites no tabuleiro de uma ponte.

$3,50 \text{ m/s}^2$	Para pontes com lastro
$5,00 \text{ m/s}^2$	Para pontes sem lastro

Logo para fins comparativos, a ponte adotada para essa análise, caso fosse considerado o lastro, apresentaria perda da resistência lateral do lastro e mesmo não sendo considerado o lastro o nível de aceleração do tabuleiro poderia causar instabilidade no contato roda-trilho.

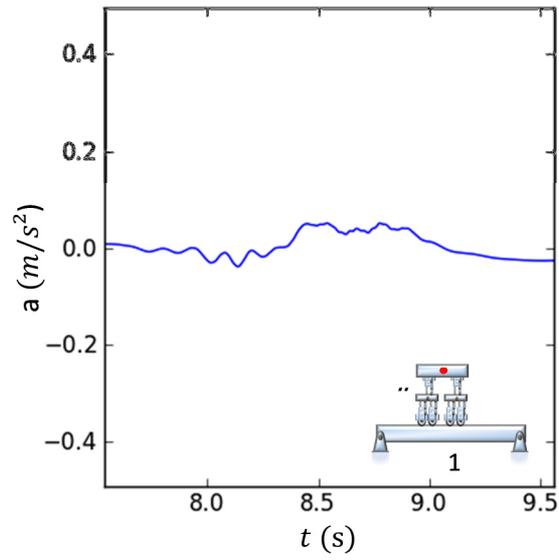


Figura 7.30 - Resposta da aceleração vertical da primeira caixa (V1) do comboio.

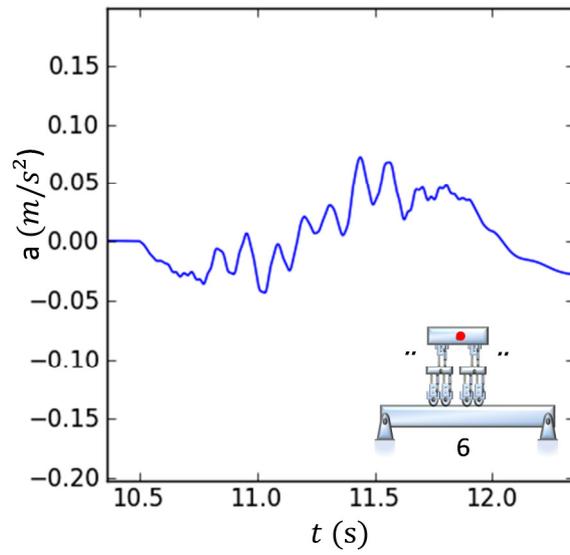


Figura 7.31 - Resposta da aceleração vertical da sexta caixa (V6) do comboio.

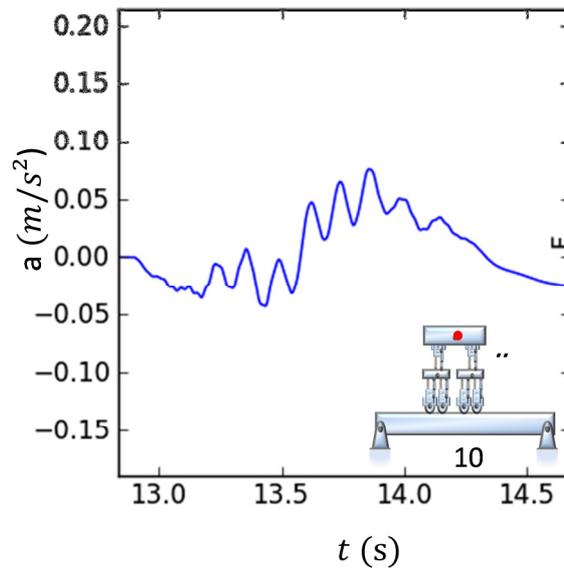


Figura 7.32 Resposta da aceleração vertical da décima caixa (V10) do comboio.

Resumidamente são apresentadas as acelerações máximas das caixas dos vagões analisados de acordo com as recomendações do Código Europeu (CEN 1990-A2, 2005). É possível observar, na Figura 7.33, que a maior aceleração se dá no vagão de número 10 no instante de tempo $t = 14,33$ s, próximo à saída da última roda do comboio sobre a ponte.

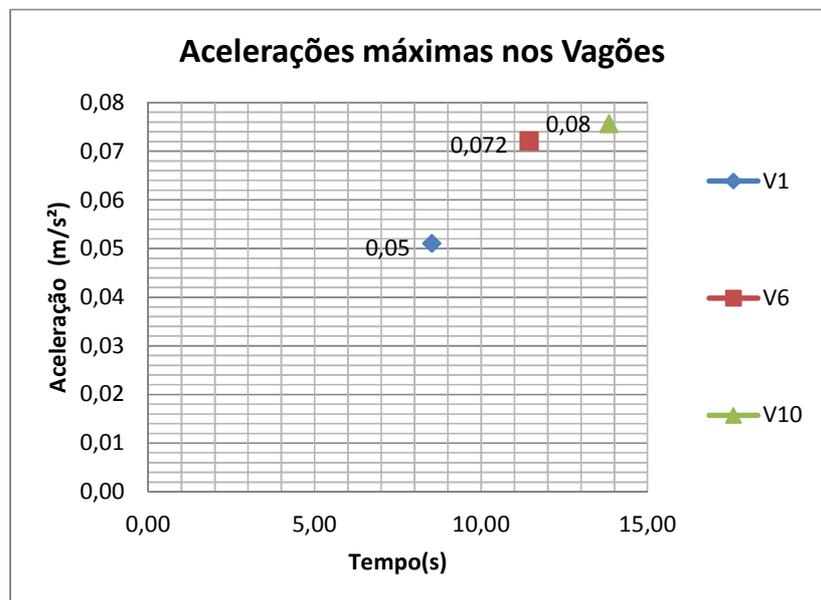


Figura 7.33 - Acelerações máximas das caixas dos veículos.

De acordo com o (CEN 1990-A2, 2005), são estabelecidos níveis máximos para o conforto dos passageiros, que está ligado diretamente com a aceleração vertical no interior da caixa do veículo, de acordo com a Tabela 2 abaixo.

Tabela 2 Níveis recomendados de conforto para passageiros.

Nível de conforto	Aceleração vertical do veículo (m/s^2)
Muito bom	1,0
Bom	1,3
Aceitável	2,0

A avaliação do conforto dos passageiros para a análise dinâmica realizada, considerando a interação veículo estrutura para o comboio, apresentou uma aceleração igual $a_{V10} = 0,08 m/s^2$ no V10. De acordo com Código Europeu, aceleração inferior a $a_{CEN} = 1,00 m/s^2$, são classificados com um nível de conforto estabelecido como muito bom.

As respostas dos deslocamentos das rodas do veículo são apresentadas abaixo:

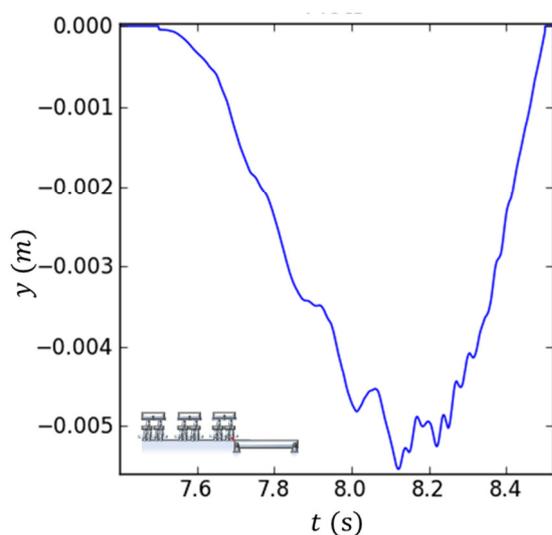


Figura 7.34 Deslocamento da primeira roda do primeiro veículo R1V1.

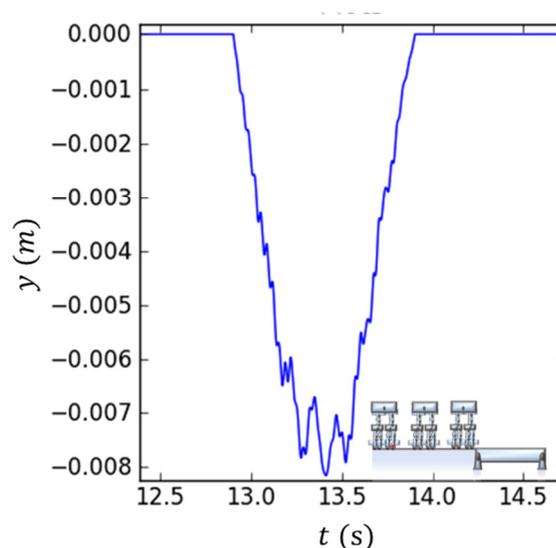


Figura 7.35 Deslocamento da primeira roda do décimo veículo R1V10.

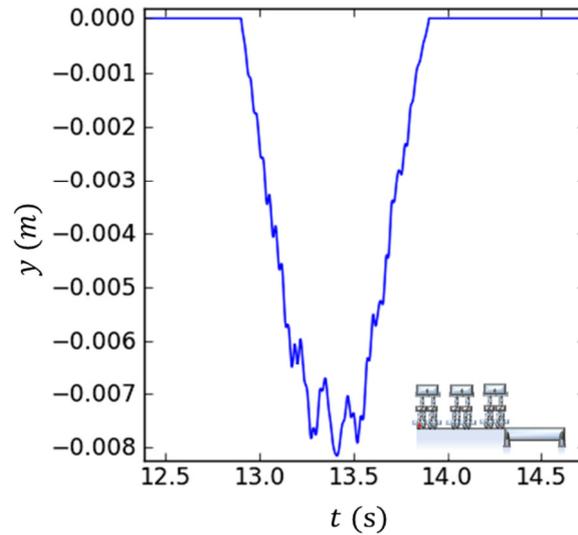


Figura 7.36 Deslocamento da quarta roda do décimo veículo R4V10.

Os deslocamentos máximos para as rodas e a ponte são apresentados na Figura 7.37, que mostra a relação da influência dos elementos de interação na resposta da ponte. É verificado que, a primeira roda do primeiro vagão (R1.V1) e a quarta roda do décimo vagão (R4.V10) tiveram deslocamentos próximos, enquanto que a primeira roda do décimo vagão (R1.V10) apresentou um comportamento diferente das demais analisadas. Entretanto dentro do limite do deslocamento da ponte, este deslocamento maior da (R1.V10) está relacionado à influência da última roda do vagão nove, nos quais há uma sobreposição dos seus pesos podendo ser caracterizado como o espriamento da carga no tabuleiro da ponte.

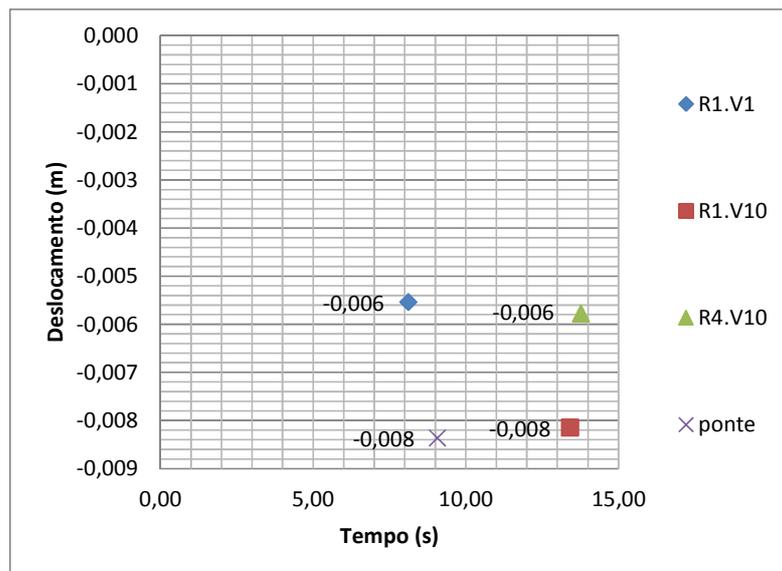


Figura 7.37 Deslocamento máximos da ponte e das rodas do veículo.

Para verificação da influência do tipo de veículo na resposta da ponte, foi realizada uma análise paramétrica, entre o modelo de trem completo, analisado anteriormente, com o modelo de veículo representado como um conjunto de cargas e o veículo do tipo MS1, representado por sistema massa-mola-amortecedor. Os modelos de veículos tipo: carga e MS1 serão representados por um conjunto de eixos independentes, correspondente à posição de cada roda do modelo de veículo completo.

Para ambos os modelos, do tipo carga e MS1, o peso do veículo é distribuído igualmente entre os 4 eixos do veículo, ou seja, $P = 400/4 = 100\text{kN}/\text{eixo}$, sendo que, no modelo MS2 a carga é aplicada no centro de gravidade da massa suspensa do modelo e são considerados as seguintes propriedades para o sistema de suspensão $k_s = 90\text{ kN/m}$ e $c_s = 20\text{ kNs/m}$. os resultados obtidos para esta verificação foram as seguintes:

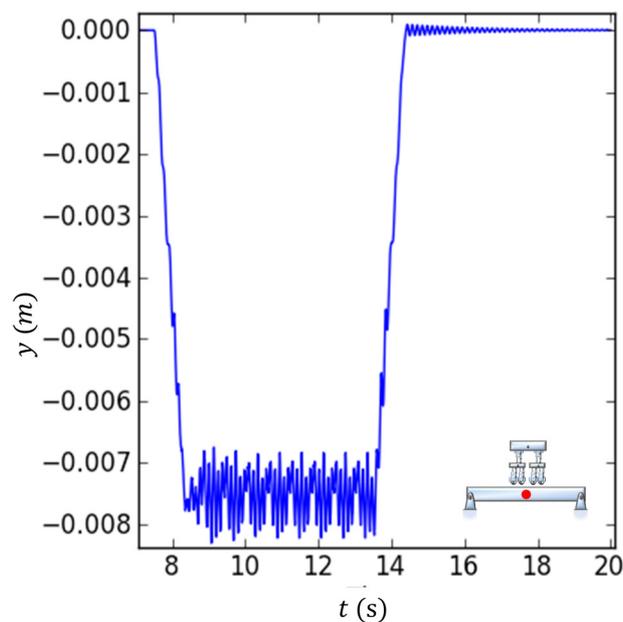


Figura 7.38 Resposta do deslocamento no meio da ponte sujeita a passagem de 10 modelos de veículo completo .

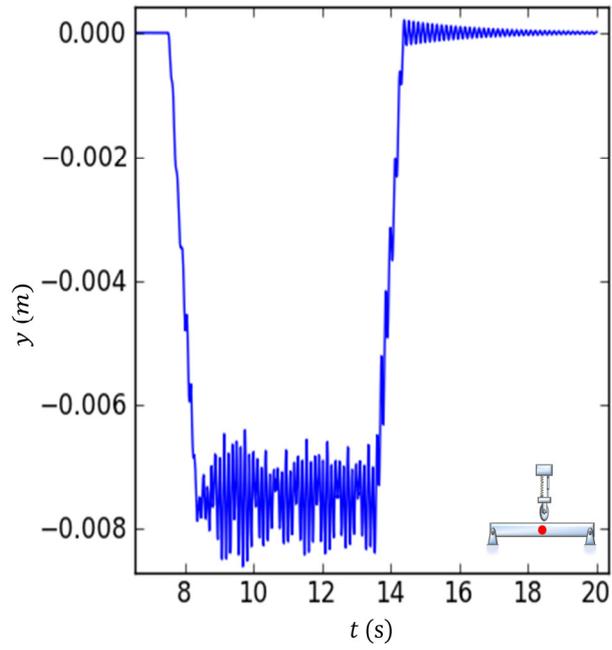


Figura 7.39 Resposta do deslocamento no meio da ponte sujeita a passagem de 40 modelos de veículo MS1.

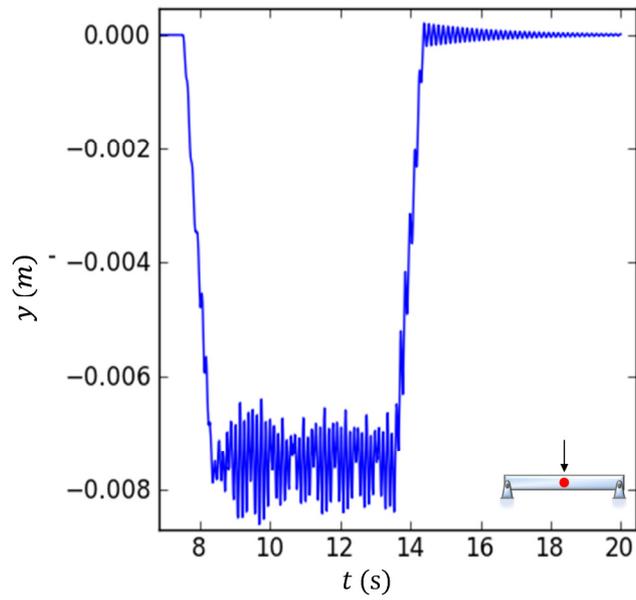


Figura 7.40 Resposta do deslocamento no meio da ponte sujeita a passagem de 40 modelos de veículo carga pontual.

Os deslocamentos máximos obtidos são apresentados na Figura 7.41

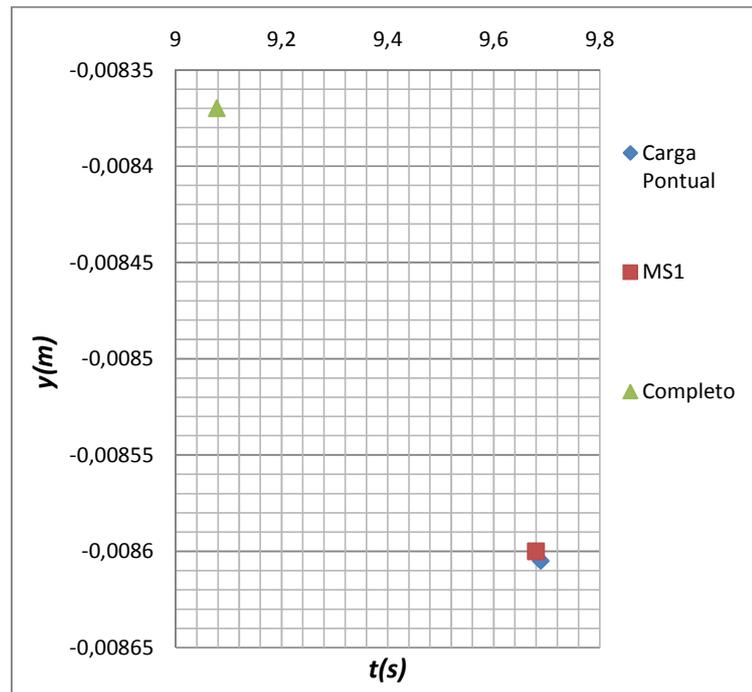


Figura 7.41 Deslocamentos verticais máximos no meio da ponte para os modelos de veículo completo, MS1 e carga pontual.

Os deslocamentos máximos apresentados na Figura 7.41, representa a máxima resposta vertical no meio da ponte para o modelo de carga pontual, modelo de veículo MS1 e modelo de veículo completo. A máxima resposta vertical no nó central da ponte decresce quando se considera os modelos de veículos com maior complexidade, ou seja: carga, modelo simplificado 1 e modelo completo.

A máxima resposta no modelo de carga pontual obtida foi: $-0,008605m$, que ficou muito próxima do modelo MS1 que foi: $-0,00860 m$, enquanto que, a resposta do modelo completo foi inferior, com deslocamento de: $-0,00837 m$. Segundo Cavalcante (2009), tais deslocamentos, podem ser significativos quando são consideradas as irregularidades existentes nas rodas e nos trilhos, acentuando as diferenças de respostas vertical para os respectivos tipos de veículos adotados na análise.

Considerando as análises apresentadas, é possível afirmar que o método desenvolvido, para análise dinâmica de pontes ferroviárias considerando a interação veículo-estrutura, apresentou bons resultados após a calibração do modelo com equações analíticas de exemplos clássicos existentes na literatura, validando assim o programa desenvolvido. Além dos

exemplos de validação, foram observadas as respostas para um vagão circulando sobre uma ponte e um comboio formado por 10 veículos, destacando-se as respostas da aceleração da caixa e os deslocamentos da ponte e da roda. Logo, é possível estudar vários tipos de configurações de comboio com a finalidade de avaliar as respostas de qualquer ponto do sistema que o compõem, como a roda, o truque, a caixa e a ponte, tornando-se ferramenta com grande aplicabilidade no estudo do comportamento dinâmico deste sistema.

8 CONCLUSÕES

8.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A metodologia apresentada com elementos finitos para discretizar a viga conseguiu representar com boa precisão os deslocamentos quando a viga está submetida à ação de forças estáticas, harmônicas e de cargas movendo-se ao longo de toda sua extensão. A inclusão do elemento de interface no elemento de viga implementado no programa desempenhou perfeitamente o papel de servir como meio de ligação dos pontos de contatos entre a roda do veículo e os nós da ponte.

Esta inclusão é bastante simplificada e os elementos de ligação são gerados automaticamente e possuem o mesmo número de elementos de viga adotado para a análise. Consequentemente, não há aumento significativo do tempo de análise do sistema nem do número de nós.

Como pôde ser observado na modelagem, há várias possibilidades de ser configurado o veículo, desde uma simples carga percorrendo uma ponte, assim como modelos menos ou mais complexos.

Outros fatores que influenciam diretamente na resposta da estrutura também foram observados durante a validação do programa, dentre eles, os mais importantes foram a rigidez, o amortecimento do sistema de suspensão do veículo e a velocidade que este transita sobre a ponte, além da sua massa. Uma escolha adequada dos parâmetros para representar o veículo é crucial para obter a resposta final do sistema.

Caso não sejam usados parâmetros adequados para representar o sistema de suspensão do veículo, as acelerações aparecem sempre como efeito mais suscetível a variações. Vale ressaltar que a falta de parâmetros geométricos e físicos reais dos veículos dificultou uma modelagem mais precisa, obrigando as pesquisas sobre esse assunto utilizarem características de veículos internacionais usados em vias de alta velocidade ou até mesmo modelos de veículos idealizados que não representam fielmente a realidade dinâmica do veículo. Entretanto o objetivo de desenvolver uma nova ferramenta que representasse o comportamento dinâmico de um sistema de interação veículo-estrutura foi atingido através do programa computacional PyDyn.

Portanto, pode-se afirmar que o estudo das vibrações em pontes ferroviárias submetidas a passagem de grandes massas é muito importante para o conhecimento dessas estruturas, a fim de que se possa caracterizar os diversos fatores que influenciam na resposta dinâmica das pontes ou dos veículos que sobre elas circulam.

8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Desenvolver no programa PyDyn, metodologias para modelagem que possam simular a influência do lastro na resposta do sistema veículo-via-estrutura, assim como as irregularidades existentes nos trilhos ferroviários.

Fazer uma análise tridimensional para o veículo e a ponte, utilizando elementos de pórtico para verificar o efeito causado na resposta à torção proveniente da passagem do veículo modelado de forma mais realista e levando em consideração a interação entre os dois.

Realizar modelagens do sistema veículo-via-estrutura no domínio da frequência para verificação da economia em termos computacionais e facilidade de interpretação dos resultados.

Estudar os danos acumulados em estrutura mista de aço-concreto, submetida ao tráfego de veículos ferroviários, incluindo a análise de fadiga e os efeitos de ressonância.

Verificar os efeitos dinâmicos em transições de aterro para a ponte ferroviária, onde são verificadas variações acentuadas da rigidez vertical da via, que podem induzir a variações das forças de contato entre roda e trilho, que contribuem para a degradação da via, colocando em risco a estabilidade do contato e provocando desconforto dos passageiros.

Verificação dos efeitos dinâmicos na vizinhança da via ferroviária.

Estudo para validação dos modelos através da comparação dos resultados numéricos com os resultados de ensaios experimentais.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANTT, A. N. (2010). *Evolução do transporte ferroviário*. Acesso em 2011, disponível em <http://www.antt.gov.br>.
- Assan, A. E. (1996). *Métodos Energéticos e Análise Estrutural*. 124. Campinas, São Paulo, Brasil: Editora da UNICAMP.
- Barbero, J. D. (2001). *Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia*. *Tesis doctoral*, 293. Madrid, Spain: Universidad Politécnica de Madrid.
- Barbosa, R. S. (1999). *Desenvolvimento de algoritmo e implementação computacional para a análise dinâmica de pontes ferroviárias considerando interação veículo-estrutura*. *Tese de doutorado*, 296. São Carlos, São Paulo, Brasil: EESC/USP.
- Cavalcante, E. L. (2010). *Implementação computacional para análise dinâmica plana e espacial de pontes ferroviárias considerando interação veículo-estrutura*. *Dissertação*, 121. Belém, Pará, Brasil: UFPa.
- CEN. (2002). Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges. *European Committee for Standardization*, 164.
- CEN 1990-A2. (2005). *Basis of Structural Design*. EUROCODE.
- Cheng, Y., Au, F., & Cheung, Y. (2001). Vibration of highway bridge under a moving train by using bridge-track-vehicle element. *Engineering Structures*, pp. 23:1597-1606.
- Chopra, A. K. (1995). *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering*. Rio de Janeiro, New Jersey, EUA: Prentice Hall.
- Clough, R. W., & Penzien, J. (1975). *Dynamics of Structures*. New York, EUA: McGraw-Hill.
- Correa, W. d. (2003). *Vibrações em pontes ferroviárias*. *Dissertação de Mestrado*, 106. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: UFRJ.

- Correa, W. d. (2008). Controle das Vibrações induzidas pela interação dinâmica entre trens-trilhos-dormentes-estruturas de aço de pontes ferroviárias. *Tese de Doutorado*, 209. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: COPPE/UFRJ.
- Durand, R. (2008). Análise Tridimensional de Estruturas Geotécnicas Submetidas a Reforço e Drenagem. *Tese de Doutorado*, 153. Brasília, DF, Brasília: Universidade de Brasília.
- Durand, R., Silva, D. A., & Brito, J. L. (8-13 de July de 2012). Interface Element For The Dynamic Analysis of Vehicle-Structure Interaction. *10^o World Congress on Computational Mechanics*, p. 14:19082.
- Fernandes, P. A. (2009). Análises dinâmicas com interacção veículo-via-tabuleiro em pontes para ferrovias de alta velocidade. *Dissertação*, 99. Vila Real, Portugal: Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.
- Frýba, L. (1996). *Dynamics of railway bridges* (2 ed.). London, UK: Thomas Telford.
- Frýba, L. (2001). A rough assesment of railway bridges for high speeds trains. *Engineering Structures*, 23, pp. 548–556.
- Gabaldón, F., Riquelme, F., & Goicolea, J. M. (2005). Análisis dinámico de estructuras sometidas a acciones de trenes de alta velocidad, considerando la interacción vehículo-estructura. *Congreso de métodos numéricos em engenharia, Granada, España*.
- Goicolea, J. M., Barbero, J. D., Navarro, J. A., & Gabaldón, F. (2002). Modelos numéricos para cálculo dinámico de puentes de ferrocarril de alta velocidad. *Congreso de métodos numéricos em ingenieria*,.
- Henchi, K., & Fafard, M. (1999). An efficient program for the dynamic analysis of bridges using exact approach. *Proceedings of the fourth European Conference on Structural Dynamics (Eurodyn'99), Volumen 2*.
- IAPF. (2010). Instrucción de acciones a considerar en puentes de ferrocarril. *BOE*, 134. Ministério de Formento.
- Lara, L. A. (2007). Controle de Vibrações em Vigas Metálicas com Distintas Configurações de Apoio Utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados. *Dissertação de Mestrado*. Brasília, DF, Brasil: UnB.

- Montoya, R. C. (2009). Desenvolvimento de algoritmo e implementação computacional para a análise dinâmica de pontes ferroviárias considerando interação veículo-estrutura. *Dissertação*. Belém, Pará, Brasil: UFPa.
- Newmark, N. M. (1959). A Method of computation for structural dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85 EM3, pp. 67-94.
- Olsson, M. (1991). On the fundamental moving load problem. *Journal of Sound and Vibration*, pp. 299-307.
- Paz, M. (1992). *Dinâmica estrutural teoria e cálculo* (3º ed.). (M. Paz, Trad.) Sant Joan Despí, Barcelona, Spain: Reverté.
- Python Software Foundation. (s.d.). <http://www.python.org/>. Acesso em 2012, disponível em Linguagem de programação python.
- Romero, P. M. (2002). Interacción vehículo-estructura y efectos de resonancia en puentes isostáticos de ferrocarril para líneas de alta velocidad. *Tesis doctoral*. Madrid, Spain: Universidad Politécnica de Madrid.
- Vu-Quoc, L., & Olsson, M. (1989). A computational procedure for interaction of high-speed vehicles on flexible structures without assuming known vehicle nominal motion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pp. 207-244.
- Yang, Y. B., Yau, J. D., & Hsu, L. C. (1997). Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds. *Engineering Structures*, 19, pp. 936-944.
- Yau, J. D., Yang, Y. B., & Kuo, S. R. (1999). Impact response of high speed rail bridges and. *Engineering Structures*, pp. 836-844.
- Zhang, Q., Vrouwenvelder, A., & Wardenier, J. (2001). Numerical simulation of train-bridge interactive dynamics. *Computers & Structures*, pp. 24:529-541.

APÊNDICE

Para eventuais análises no programa PyDyn, é apresentado neste apêndice, um sistema de ajuda que contém instruções para o usuário, onde podem ser obtidas informações sobre os componentes dos elementos.

O programa PyDyn possui alguns tipos de elemento, os desenvolvidos durante este trabalho são apresentados a seguir:

- **MOLA** é um elemento que pode ser utilizado na solução de alguns de problemas da análise de pontes ferroviárias. Dependendo da aplicação, o elemento pode atuar como mola do sistema de suspensão do veículo ou elemento de ligação bidimensional da roda-ponte, e pode ser submetido à tração e compressão na direção de seu eixo, com um grau de liberdade por nó: translação na direção do eixo coordenado y

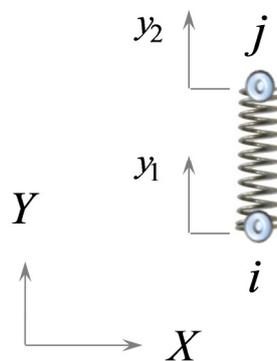


Figura 10.1 - Elemento MOLA

Características do elemento MOLA:

Nome da classe na biblioteca PyDyn `SPRING ()`;

Nós: 2 (i - j);

Graus de liberdade: 2 DOF, elemento plano, duas translações segundo o eixo y .

Propriedade do material:

k = Constante de rigidez.

- **AMORTECEDOR** é um elemento que pode ser utilizado na solução de alguns de problemas da análise de pontes ferroviárias. Dependendo da aplicação, o elemento pode atuar como amortecedor do sistema de suspensão do veículo ou elemento de ligação bidimensional da roda-ponte, e pode ser submetido à tração e compressão na direção de seu eixo, com um grau de liberdade por nó: translação na direção do eixo coordenado y .

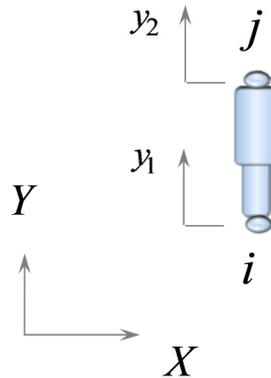


Figura 10. 2 - Elemento MOLA

Características do elemento AMORTECEDOR:

Nome da classe na biblioteca PyDyn DASHPOT ();

Nós: 2 (i - j);

Graus de liberdade: 2 DOF, elemento plano, duas translações segundo o eixo y ;

Propriedades dos materiais:

c = Constante de amortecimento.

- **VIGA** é um elemento uniaxial, bidimensional, linear com capacidades de atuar na tração, compressão e flexão. O elemento tem três graus de liberdade por nó, sendo eles, duas translações segundo os eixos x e y , e uma rotação em torno do eixo z .

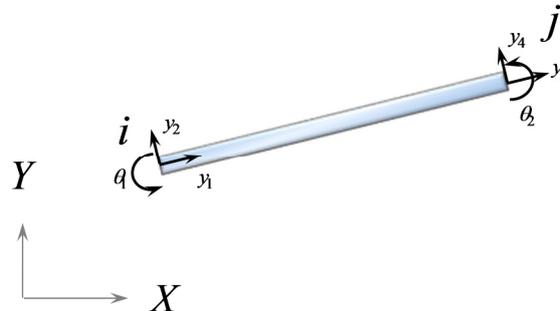


Figura 10.3: Elemento VIGA

Características do elemento VIGA:

Nome da classe na biblioteca PyDyn BRIDGE ();

Nós: 2 (i – j)

Graus de liberdade: 3 DOF, UX, UY e UZ, duas translações segundo os eixos x , y e uma rotação ao redor do eixo z ;

Não mostra como resultado a tensões;

Mostra a atuação de forças e momentos no sistema de coordenadas do elemento;

n usado para informar o número de elementos de VIGA intermediários existente entre os nós i e j que se solicita para discretização (VIGA);

Constantes geométricas:

A = Área da seção transversal;

L = Comprimento longitudinal total da ponte em x ;

Propriedades dos materiais:

E = Módulo de Elasticidade Longitudinal ou de Young.

dens = massa por unidade de comprimento;

I = Momento de inércia em z

ξ = Taxa de amortecimento da ponte.

- **INTERF** é um elemento uniaxial, bidimensional, linear com capacidades de atuar na tração ou compressão. O elemento tem um grau de liberdade por nó, sendo ele, uma translação segundo o eixo y . Está incluída a capacidade de resolver problemas com interação veículo-estrutura, permitindo que o nó das extremidades do elemento tenha uma conectividade com o elemento RODA.

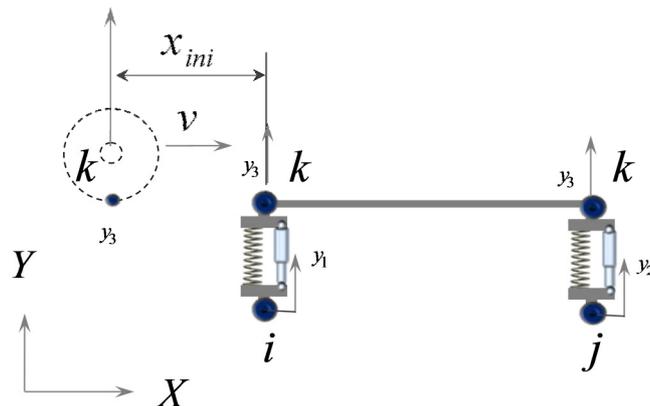


Figura 10.4: Elemento INTERF

Características do elemento INTERF:

Nome da classe na biblioteca PyDyn INTERFACE ();

Nós: 3 (i - j - k) k é o nó de conectividade com a roda

Graus de liberdade: 3 DOF, três translações segundo o eixo y ;

Transfere a força devido o carregamento móvel para coordenadas do nó do elemento PONTE;

λ e η , são usados como coeficientes de proporcionalidade, em função das propriedades do elemento VIGA, para determinar os parâmetros dos elementos MOLA e AMORTECEDOR que constituem o elemento INTERF.

Constantes:

x_{ini} = Distância inicial da primeira roda em relação ao começo da ponte;

vel = Velocidade do veículo;

- **RODA** é um elemento que pode ser utilizado para representar a passagem das rodas do veículo na análise de pontes ferroviárias. Dependendo da aplicação, o elemento pode atuar como somente um ponto com carga móvel no sistema e, é conectado ao elemento de INTERF, com um grau de liberdade por roda; translação na direção do eixo coordenado y .

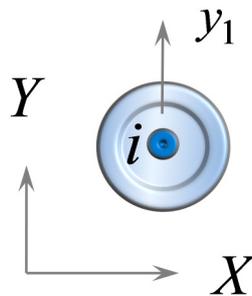


Figura 10.5 - Elemento RODA

Características do elemento RODA:

Nome da classe na biblioteca PyDyn WEIGHT ();

Nós: 1 (i);

Graus de liberdade: 1 DOF, elemento plano, uma translação segundo o eixo y ;

Propriedade do elemento:

m_r = massa da roda.

- **MS2** é um elemento que pode ser usado como um modelo de veículo na forma simplificada. Dependendo da aplicação, o elemento pode atuar como sistema de suspensão primária e secundária do veículo ou como o próprio veículo de maneira simplificada, e seu sistema de suspensão (mola e amortecedor) podem ser submetidos à tração e compressão na direção de seu eixo, além de considerar a massa suspensa juntamente com sua inércia. É considerado nos nós inferiores um grau de liberdade por nó e no superior, dois graus de liberdade, com translação na direção do eixo coordenado y e rotação no z

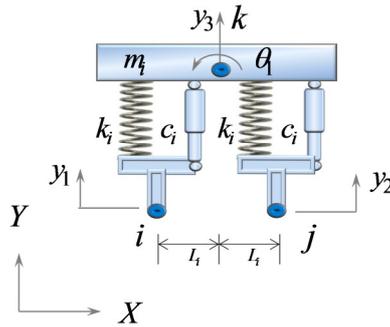


Figura 10.6 - Elemento MS2

Características do elemento MS2:

Nome da classe na biblioteca PyDyn COMBO1();

Nós: 3 (i - j - k);

Graus de liberdade: 4 DOF, três translações segundo o eixo y e uma rotação em relação ao eixo z ;

Propriedades dos materiais:

$m(s,v)$ = massa suspensa do truque (s) ou da caixa (v);

$k(s,v)$ = Coeficiente de rigidez do sistema de suspensão do truque (s) ou da caixa (v) ;

$c(s,v)$ = Coeficiente de amortecimento do sistema de suspensão do truque (s) ou da caixa (v)

$L(s,v)$ = distancia dos nós extremos do truque (s) ou da caixa (v) em relação ao central;

- **VAGÃO** é um elemento que representa o modelo de veículo completo. O elemento atua com um sistema de suspensão primária e secundária, seu sistema de suspensão (mola e amortecedor) pode ser submetido à tração e compressão na direção de seu eixo, além de considerar a massa suspensa dos truques e da caixa juntamente com sua inércia. É considerado nos nós inferiores um grau de liberdade por nó e nos superiores, dois graus de liberdade, com translação na direção do eixo coordenado y e rotação no z

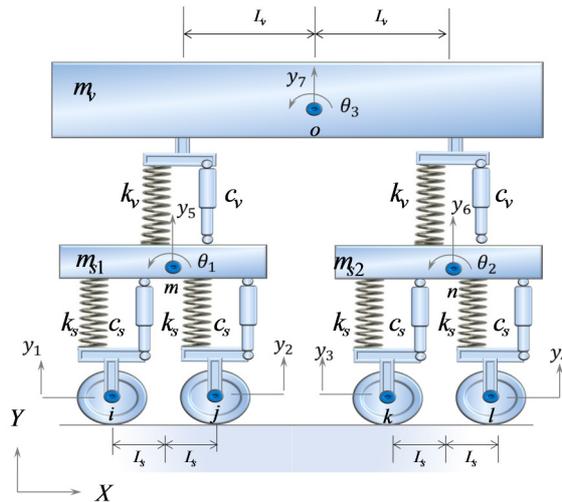


Figura 10.7 - Elemento VAGÃO

Características do elemento VAGÃO:

Nome da classe na biblioteca PyDyn TCAR ();

Nós: 7 (i – j – k – l – m – n – o);

Graus de liberdade: 10 DOF, sete translações segundo o eixo y e três rotações em torno do eixo z;

Propriedades dos materiais:

m_v = massa da caixa;

k_v = Coeficiente de rigidez do sistema de suspensão da caixa;

c_v = Coeficiente de amortecimento do sistema de suspensão da caixa;

L_v = distancia dos nós extremos da caixa em relação ao central;

m_s = massa do truque;

k_s = Coeficiente de rigidez do sistema de suspensão do truque;

c_s = Coeficiente de amortecimento do sistema de suspensão do truque;

L_s = distancia dos nós extremos de cada truque em relação ao central;