UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

ENSINO E APRENDIZAGEM DO NÚMERO RACIONAL POSITIVO NA FORMA DECIMAL: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA DE INVERSÃO CURRICULAR

Lady Sakay

Brasília - DF
2012

LADY SAKAY

ENSINO E APRENDIZAGEM DO NÚMERO RACIONAL POSITIVO NA FORMA DECIMAL: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA DE INVERSÃO CURRICULAR

Tese apresentada à banca examinadora da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Educação na área de concentração Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: **Prof. Doutor Cristiano Alberto Muniz**

Brasília-DF

2012

BANCA EXAMINADORA

Professor Doutor Cristiano Alberto Muniz – Orientador
Faculdade de Educação - Universidade de Brasília

Professor Doutor Saddo Ag Almouloud – Membro
Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Professor Doutor Cleyton Hércules Gontijo – Membro
Faculdade de Educação - Universidade de Brasília

Professora Doutora Lívia Freitas Fonseca Borges – Membro
Faculdade de Educação - Universidade de Brasília

Professora Doutora Maria Terezinha Jesus Gaspar - Membro
Instituto de Ciências Exatas - Universidade de Brasília

Professor Doutor Antônio Villar Marques de Sá - Suplente
Faculdade de Educação - Universidade de Brasília

Aos professores e alunos que
participaram desta pesquisa.

DEDICO

Aqui nasce um caminho!

AGRADECIMENTOS

Deixo aqui registrada toda a minha gratidão a essas pessoas e instituição.

Em primeiro lugar, a Deus por ter me dado esse momento de aprendizado.

Ao meu orientador, Professor Doutor Cristiano Alberto Muniz, que ensina principalmente por meio do exemplo enquanto pessoa, professor, pesquisador e amigo. Sem o seu acolhimento e apoio não seria possível essa jornada.

Aos professores Doutor Cleyton Hércules Gontijo, Doutora Lívia Freitas Fonseca Borges e Doutor Antônio Villar Marques de Sá, da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, pelas contribuições enquanto membros da banca.

À Professora Doutora Maria Terezinha Jesus Gaspar, do Instituto de Ciências Exatas da Universidade de Brasília, pela contribuição e dedicação à Matemática.

Ao Professor Doutor Saddo Ag Almouloud, da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, por generosamente aceitar contribuir com o meu trabalho.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação da Universidade de Brasília, pela atenção, apoio e conhecimento compartilhado.

À diretora, professores, funcionários, alunos e pais da escola pública, local da pesquisa, sem os quais esta pesquisa não teria sido realizada.

À minha família pelo exemplo, incentivo e valorização da educação.

Aos amigos, colegas de trabalho e de jornada de estudos pelo apoio e incentivo constantes.

Ao Centro Universitário UnirG pelo apoio institucional.

RESUMO

Em um contexto de dificuldades de aprendizagens de números racionais na forma decimal, em que o currículo escolar e as sequências didáticas desenvolvidas partem do ensino da fração para o decimal, a pesquisadora analisou as implicações pedagógicas decorrentes da inversão curricular, que evidencia o ensino do número racional positivo na forma decimal antes das frações. Buscou-se estabelecer uma nova lógica que respeitasse o contexto sociocultural brasileiro, que utiliza o número racional positivo na forma decimal com maior ênfase, e a continuidade da exploração de um campo numérico de base dez, defendida por Muniz (1995). Foi uma pesquisa ativa (CHIZZOTTI, 2006), de cunho qualitativo, caracterizada como estudo de caso. Foi efetivada em uma escola pública do Distrito Federal, em 2010 na 3ª série (4º ano) e em 2011 na 4ª série (5º ano), com parte do mesmo grupo de alunos, envolvendo um total de 54 alunos e os dois professores. Os procedimentos e instrumentos adotados para o registro foram: caderno de campo, fotografia, gravação de áudio e vídeo, questionário e tarefas resolvidas pelos alunos. As sequências didáticas executadas para o ensino do número racional positivo na forma decimal partiram do sistema monetário brasileiro, do estudo das frações decimais e demais frações e do estudo das medidas, principalmente as de comprimento. A efetivação do currículo escolar, que compete principalmente ao professor, foi uma dificuldade enfrentada em função da postura metodológica adotada pelo professor da 4ª série, o que limitou a exploração do número racional positivo na forma decimal aos décimos e centésimos, e, superficialmente, ao milésimo. Mas acreditamos que a prática do professor não difere da realidade da maioria das escolas brasileiras. Os resultados alcançados pelos alunos nas tarefas desenvolvidas foram positivos, demonstrando que a proposta de inversão curricular é viável quando se desenvolve um ensino de um conhecimento matemático com significado, por parte dos alunos, proporcionando uma visão mais ampla e integrada das múltiplas representações do número racional positivo na forma decimal. Há, portanto, uma possibilidade de adequação metodológica e gestão curricular de acordo com a realidade educacional na qual a escola está inserida.

Palavras-chave: Número racional. Ensino do número racional. Ensino e gestão curricular.

ABSTRACT

In a context of learning difficulties of rational numbers in decimal form, in which the curriculum and instructional sequences developed from the teaching of fraction to decimal, the researcher analyzed the pedagogical implications arising from the reversal curriculum, teaching positive rational before decimal fractions. We sought to establish a new logic respecting the Brazilian socio-cultural context, which uses the positive rational number in decimal form with greater emphasis, and also the continuity of operation of a numeric field base ten, defended by Muniz (1995). It was an active research (CHIZZOTTI, 2006), of a qualitative nature, characterized as a case study. The research was conducted at a state school in the Federal District, in 2010 on a 3rd grade class (9 years old) and in 2011 on a 4th grade class (10 years old), with part of the same group of students, involving a total of 54 students and two teachers. Fieldwork diary, photos, audio and video records, questionnaire and the tasks solved by the students were used as procedures and instruments for data collection and analysis. The teaching was performed using the Brazilian monetary system, the study of fractions and decimal fractions and other study measures, particularly length. The effectiveness of the school curriculum, which competes mainly the teacher, was a difficulty faced due to the methodological approach adopted by the teacher in the 4th grade, which limited the exploration of the positive rational number in decimal form of tenths and hundredths, and, superficially, of thousandth. But we believe that the practice of teachers does not differ from the reality of most Brazilian schools. The results achieved by students in the tasks performed were positive, demonstrating that the proposed inversion curriculum is doable when developing a meaningful mathematical teaching, by the students, providing a more comprehensive and integrated multiple representations of positive rational number in the decimal form. Therefore, there is a possibility of methodological adequacy and curriculum management according to the educational reality in which the school is located.

Keywords: Rational number. Teaching rational number. Teaching and curriculum management.

RÉSUMÉ

Dans un contexte de difficultés d'apprentissage des nombres rationnels sous forme décimale, dans lequel le programme et séquences pédagogiques développés s'écarter de l'enseignement de la fraction en nombre décimal, le chercheur a analysé les implications pédagogiques découlant de la reprise des programmes, qui montre le nombre de l'enseignement rationnel positif comme avant fractions décimales. Nous avons cherché à établir une nouvelle logique qui respecte le Brésilien contexte socio-culturel, qui utilise le nombre rationnel positif sous forme décimale avec une plus grande importance, et la continuité de l'exploitation d'un champ numérique de base dix, défendue par Muniz (1995). Il s'agissait d'une recherche active (CHIZZOTTI, 2006), une évaluation qualitative caractérisée comme une étude de cas. A été honoré dans une école publique dans le District fédéral, en 2010 dans la 3e année (4ème année) et en 2011 en 4e année (5ème année), avec le même groupe d'élèves, soit un total de 54 étudiants et deux enseignants. Les procédures et les instruments ont été adoptés pour l'enregistrement: carnet de terrain, photo, enregistrement audio et vidéo, un questionnaire et des tâches résolu par les élèves. Les séquences réalisées pour l'enseignement didactique du nombre rationnel positif sous forme décimale quitté le système brésilien monétaire, l'étude des fractions et fractions décimales et les mesures de l'étude d'autres, surtout en longueur. L'efficacité du programme scolaire, qui est en concurrence principalement l'enseignant, était une difficulté rencontrée en raison de l'approche méthodologique adoptée par l'enseignant dans la classe de 4ème, ce qui a limité l'exploration du nombre rationnel positif sous forme décimale pour dixièmes et centièmes, et, en apparence, à millième. Mais nous pensons que la pratique des enseignants ne diffère pas de la réalité de la plupart des écoles brésiliennes. Les résultats obtenus par les élèves dans les tâches accomplies étaient positifs, ce qui démontre que le programme d'inversion proposée est viable lors de l'élaboration d'un enseignement des connaissances mathématiques de sens, par les élèves, en fournissant une représentation plus complète et intégrée de multiples nombre rationnel positif sous forme décimale. Il existe donc une possibilité d'adéquation méthodologique et la gestion des programmes en fonction de la réalité éducative dans laquelle se trouve l'école.

Mots-clés: Nombre rationnel. Enseigner nombre rationnel. L'enseignement et la gestion des programmes.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Níveis de atividades.. 100
Figura 2 – Retângulos... 105
Figura 3 – Registro realizado pelo professor.. 106
Figura 4 – Registro do andamento da resolução do problema...................... 107
Figura 5 – Registro de possibilidades elaboradas pelos alunos..................... 107
Figura 6 – Retângulo inteiro e dividido em 10 partes iguais........................... 108
Figura 7 – Exemplo de registro do ditado legal... 109
Figura 8 – Registro de uma possibilidade de registro de resolução.............. 110
Figura 9 – Registro de uma possibilidade de registro de resolução.............. 110
Figura 10 – Registro de uma possibilidade de registro de resolução............... 110
Figura 11 – Registro de uma possibilidade de registro de resolução............... 111
Figura 12 – Régua centimetrada.. 113
Figura 13 – Exemplo de preços de produtos.. 114
Figura 14 – Registro da resolução do problema... 115
Figura 15 – Registro da resolução do problema... 116
Figura 16 – Alguns registros de alunos.. 124
Figura 17 – Sapateira estendida... 124
Figura18 - Material dourado adaptado para decimais e medida de capacidade.. 126
Figura 19 – Ábaco adaptado para decimais... 128
Figura 20 – Ábaco adaptado para decimais com a representação 1 litro e 250ml... 128
Figura 21 – Exemplo de registro.. 131
Figura 22 – Exemplo de dois conceitos da divisão.. 132
Figura 23 – Exemplo de registro de divisão de natural por natural.................. 133
Figura 24 – Exemplo de registro.. 133
Figura 25 – Exemplo de registro.. 134
Figura 26 – Exemplo de registro.. 134
Figura 27 – Exemplo de registro.. 134
Figura 28 – Exemplo de registro.. 135
Figura 29 – Resposta de Joaquim para a questão 3....................................... 202
Figura 30 – Resposta de Nívea para a questão 3.. 203
Figura 31 – Resposta de Nívea para a questão 4.. 205

Figura 32 – Resposta de Bena para a questão 4.. 205
Figura 33 – Resposta de Alex para a questão 4... 206
Figura 34 – Resposta de Joaquim para a questão 4....................................... 206
Figura 35 – Resposta de Izana para a questão 4.. 206
Figura 36 – Resposta de Jonas para a questão 3 da segunda atividade......... 207
Figura 37 – Resposta de Lara para a questão 3 da segunda atividade............ 207
Figura 38 – Resposta de Samir para a questão 3 da segunda atividade......... 208
Figura 39 – Resposta de Alex para a questão 3 da segunda atividade.......... 208
Figura 40 – Resposta de Lara para a questão 4 da segunda atividade............ 209
Figura 41 – Resposta de Jonas para a questão 4 da segunda atividade.......... 209
Figura 42 – Resposta de Sávia para a questão 4 da segunda atividade........... 210
Figura 43 - Resposta de Alex para a questão 4 da segunda atividade............. 210
Figura 44 – Gráfico da Poupança Coletiva no valor de R$16,75...................... 213
Figura 45 – Questão 1 de Nívea... 294
Figura 46 – Questão 1 de Sávia.. 294
Figura 47 – Questão 2 de Sávia.. 295
Figura 48 – Questão 2 de Joaquim... 295
Figura 49 – Questão 1 e 2 de Manuel... 296
Figura 50 – Resposta de Joaquim para a questão 28...................................... 308
Figura 51 – Resposta de Joaquim para a questão 30...................................... 308
Figura 52 – Resposta de Sávia para a questão 28...................................... 309

LISTA DE IMAGENS

Imagem 1 – Dinheiro.. 122
Imagem 2 – Exemplo de tabela de informação nutricional de um produto....... 130
Imagem 3 – Caixa Matemática da Lara 4ª série B... 177
Imagem 4 – Registro da resolução do professor para a divisão....................... 184
Imagem 5 – Resolução da divisão no QVL pelo professor.............................. 184
Imagem 6 – Combinado da 3ª série para a Poupança Coletiva...................... 187
Imagem 7 – Notação da poupança realizada pela professora........................ 189
Imagem 8 – Notação dos cálculos da poupança feita por dois alunos........... 190
Imagem 9 – Notação do aluno Alex... 191
Imagem 10 – Notação da aluna Izana... 191
Imagem 11 – Notação do aluno Caio.. 192
Imagem 12 – Bena resolvendo a subtração no quadro.................................. 193
Imagem 13 – Notação de Joaquim.. 194
Imagem 14 – Pasta da Poupança Coletiva de Bena...................................... 200
Imagem 15 – Envelope com o valor total da poupança arrecadada no dia 17/5/2011.. 201
Imagem 16 – Gráfico da Poupança Coletiva.. 218
Imagem 17 – Contagem dos R$ 6,45 de Aline... 219
Imagem 18 – Contagem de Lara.. 220
Imagem 19 – Contagem de Bena... 221
Imagem 20 – Contagem de Jully.. 221
Imagem 21 – Contagem de Izana... 222
Imagem 22 – Contagem de Izana... 223
Imagem 23 – Organização do dinheiro poupado pelas meninas...................... 224
Imagem 24 – Soma realizada pelo professor... 225
Imagem 25 – Contagem das cédulas... 226
Imagem 26 – Contagem das moedas de um real.. 226
Imagem 27 – Contagem de dez reais... 227
Imagem 28 – Contagem do resto das moedas.. 227
Imagem 29 – Soma com acréscimo dos cinco reais.. 228
Imagem 30 – Disposição do dinheiro na mesa.. 229
Imagem 31 – Organização das moedas... 229
Imagem 32 – Últimas moedas da contagem.. 230

Imagem 33 – Contagem final realizada pelo professor.................................... 230
Imagem 34 – Soma realizada pelo professor.. 231
Imagem 35 – Algoritmo de Jonas no tampo de sua carteira............................. 232
Imagem 36 – Algoritmo de Samir no tampo da carteira.................................... 232
Imagem 37 – QVL elaborado pelo professor.. 235
Imagem 38 – Retirada da centena.. 236
Imagem 39 – Troca da ficha com o algarismo 5 pelo 4.................................... 236
Imagem 40 – Troca da centena por dezenas.. 236
Imagem 41 – Retirada da centena.. 237
Imagem 42 – Troca da ficha com o algarismo 5 pelo 4.................................... 237
Imagem 43 – Troca da centena por dezenas.. 237
Imagem 44 – Confirmação das trocas.. 238
Imagem 45 – Retirada da unidade.. 238
Imagem 46 – Troca da unidade... 238
Imagem 47 – Retirada dos centavos.. 239
Imagem 48 – Retirada do minuendo... 240
Imagem 49 – Colocado no resto.. 240
Imagem 50 – Subtração da unidade... 241
Imagem 51 – Subtração da dezena.. 242
Imagem 52 – Subtração da centena... 242
Imagem 53 – Representação final do QVL... 243
Imagem 54 – Processo de recomposição da prova real................................... 244
Imagem 55 – Primeira centena recomposta.. 245
Imagem 56 – Composição final dos R$ 500,00.. 245
Imagem 57 – Bento soma o quantitativo das meninas..................................... 247
Imagem 58 – Registro da soma de João Paulo... 248
Imagem 59 – Eduarda soma o total da poupança.. 248
Imagem 60 – Soma do valor arrecadado por Izana.. 249
Imagem 61 – Realização da subtração de decimais com Tales e Elias............ 250
Imagem 62– Realização da subtração com Tales e Elias................................ 251
Imagem 63 – Explicação sobre a casa da unidade vazia................................. 251
Imagem 64 – Troca dos centavos por um real e junção destas cédulas para a troca por dez reais... 252
Imagem 65 – Junção das dezenas e troca pelas centenas e junção das centenas.. 253

Imagem 66 – Conferência do valor dos meninos na calculadora..................... 255
Imagem 67 – Somatório e valor total da poupança das meninas feitos por Sávia.. 255
Imagem 68– Caixa e gráfico da Poupança Coletiva.. 257
Imagem 69 – Algoritmo da soma total da 1ª etapa da poupança...................... 258
Imagem 70 – QVL da poupança com o total poupado e o que faltou............... 258
Imagem 71 – Alunos em dupla com o dinheiro e o QVL.................................. 259
Imagem 72 – Resolução da divisão pelo professor no quadro......................... 260
Imagem 73 – Resolução da divisão de R$ 1,00 pelo professor no quadro..... 261
Imagem 74 – Representação de R$ 0,05 por Jully.. 262
Imagem 75 – Representação de R$ 0,15 por Sávia... 262
Imagem 76 – Representação de R$ 1,3 e R$ 1,05 por Sávia........................... 263
Imagem 77 – Resolução da divisão de Jonas.. 264
Imagem 78 – Resolução da multiplicação de Bena.. 267
Imagem 79 – Resolução da multiplicação e subtração de Lara........................ 267
Imagem 80 – Resolução da multiplicação e subtração de Lara........................ 268
Imagem 81 – Anotação da tabela da Lara... 270
Imagem 82 – Equipe 1 fazendo compras... 270
Imagem 83 – Equipe 2 fazendo compras... 271
Imagem 84 – Equipe 2 com o folheto de propaganda...................................... 271
Imagem 85 – Preparação do lanche saudável para o piquenique................... 272
Imagem 86 – Total arrecadado.. 272
Imagem 87 – Resumo das operações... 273
Imagem 88 – Soma dos envelopes que sobraram.. 273
Imagem 89– Pintura do gráfico da Poupança Coletiva..................................... 275
Imagem 90 – Marcação para divisão da linha do gráfico.................................. 275
Imagem 91 – Divisão da linha em dez partes.. 276
Imagem 92 – Pintura dos quarenta centavos... 277
Imagem 93 – Pintura dos cinco centavos.. 277
Imagem 94 – Divisão de ½.. 278
Imagem 95 – Representação fracionária e decimal... 280
Imagem 96 – Multiplicação de 0,125... 283
Imagem 97 – Explicação da equivalência de frações....................................... 283
Imagem 98 – Soma das frações equivalentes na representação decimal......... 286
Imagem 99 – Pergunta de Samir e a explicação do professor......................... 286

Imagem 100 – A divisão das casas decimais.. 288
Imagem 101 – Explicação do valor posicional dos decimais............................ 288
Imagem 102 – Divisão de 5/4... 290
Imagem 103 – Divisão de 4/5... 291
Imagem 104 – Representação do valor decimal da fração 4/5......................... 292
Imagem 105 – Registro do problema do quadro mural..................................... 298
Imagem 106 – Resolução de Joaquim para o problema do mural.................... 298
Imagem 107 – Resolução de Sávia para o problema a e b do mural.............. 299
Imagem 108 – Notação complementar para a questão b................................ 300
Imagem 109 – Resolução de Gabriela para altura do quadro.......................... 301
Imagem 110 – Desenho e algoritmo do problema... 302
Imagem 111 – Desenho e algoritmo do problema... 304
Imagem 112 – Explicação do professor para dúvida do aluno......................... 304
Imagem 113 – Explicação do professor para dúvida do aluno......................... 305
Imagem 114 – Explicação do professor para dúvida do aluno......................... 306

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Conceitos presentes nas teorias do currículo............................ 69
Quadro 2 – Conteúdos de Matemática 4º ano/3ª série – número racional na forma decimal e fracionária.. 87
Quadro 3 – Conteúdos de Matemática 5º ano/4ª série – número racional na forma decimal e fracionária.. 88
Quadro 4 – Estrutura curricular do Curso PIE.. 95
Quadro 5 – Exemplo de Registro A.. 115
Quadro 6 – Exemplo de Registro B.. 115
Quadro 7 – Exemplo de Registro C.. 116
Quadro 8 – Exemplo de Registro D.. 117
Quadro 9 – Exemplo de quadro para registro D.. 118
Quadro 10 – Capacidade de embalagens.. 129
Quadro 11 – Quadro de registros elaborado pelas crianças da pesquisa....... 138
Quadro 12 – Proposta de sequência didática.. 139
Quadro 13 – Resumo quantitativo de dias e horas da pesquisa de campo na coordenação.. 144
Quadro 14 – Resumo quantitativo de dias e horas da pesquisa de campo com os alunos.. 145
Quadro 15 – Turmas distribuídas por turno.. 148
Quadro 16 – Quantitativo de funcionários da Escola Classe Norte............... 154
Quadro 17 - Alunos participantes da pesquisa na 3ª série B no ano de 2010. 156
Quadro 18 - Alunos que iniciaram a 4ª série B no ano de 2011..................... 157
Quadro 19 – Alunos que participaram da pesquisa....................................... 157
Quadro 20 – Os saberes dos professores... 173
Quadro 21 – Registro Poupança Coletiva de Lara.. 188
Quadro 22 – Datas da Poupança Coletiva de 2011....................................... 202
Quadro 23 – Valor da 1ª etapa da Poupança Coletiva.................................. 256

LISTA DE TABELA

Tabela 1 – Médias de Proficiência em Matemática - 4ª série do Ensino Fundamental Brasil e Regiões 1995 – 2011.. 24

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.. 20

CAPÍTULO I - O NÚMERO RACIONAL POSITIVO NA FORMA DECIMAL..... 30

1.1 Uma Breve Contextualização Histórica do Surgimento do Número Racional Positivo na Forma Decimal.. 31

1.2 O Número Racional Positivo na Forma Decimal Enquanto Objeto de Conhecimento.. 35

1.3 O Número Racional Positivo na Forma Decimal Enquanto Conhecimento a Ser Ensinado... 38

1.3.1 Os números naturais e o número racional positivo na forma decimal...... 42

1.3.2 A escrita do número racional positivo na forma decimal e as escritas equivalentes... 47

1.3.3 O número racional positivo na forma decimal e as medidas.................... 49

1.4 Uma Proposta de Inversão do Ensino do Número Racional Positivo na Forma Decimal antes das Frações.. 54

1.5 Obstáculos e Dificuldades com relação ao Número Racional Positivo na Forma Decimal.. 59

CAPÍTULO II - O NÚMERO RACIONAL POSITIVO NA FORMA DECIMAL NO CURRÍCULO DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL BRASILEIRO... 69

2.1 Uma Breve Abordagem do Currículo no Brasil...................................... 71

2.2 Os Números Racionais no Parâmetro Curricular Nacional de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental........................ 80

2.3 O Número Racional Positivo na Forma Decimal no Currículo da 3ª e 4ª série da Escola Pesquisada... 85

CAPÍTULO III - ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO MÓDULO DE MATEMÁTICA, DO CURSO DE PEDAGOGIA PARA PROFESSORES EM EXERCÍCIO NO INÍCIO DE ESCOLARIZAÇÃO (PIE), PARA O NÚMERO RACIONAL POSITIVO NA FORMA DECIMAL... 95

3.1 Os Objetivos e os Conceitos do Número Racional na Forma Decimal.. 97

3.2 A Metodologia Proposta no Módulo de Matemática.............................. 98

3.3 A Proposta do PIE/UnB para o Número Racional.................................. 104

3.3.1Conhecendo o número racional positivo na forma decimal....................... 105
3.3.2 Adição e subtração do número racional positivo na forma decimal......... 109
3.3.3 Sugestões de atividades contextualizadas.. 117
3.3.4 Situações do contexto cultural dos alunos para situações didáticas...... 121
3.3.5 Multiplicação e divisão do número racional positivo na forma decimal.. 125
CAPÍTULO IV - A METODOLOGIA DA PESQUISA....................................... 136
4.1 O Problema da Pesquisa.. 136
4.2 A escolha da Abordagem Qualitativa.. 140
4.3 As Etapas da Pesquisa.. 143
4.4 Caracterização da Instituição.. 147
4.5 Sujeitos.. 155
CAPÍTULO V – RESULTADOS E DISCUSSÕES... 160
5.1 A Proposta Pedagógica da Escola Classe Norte.................................... 160
5.2 As Relações no Campo da Pesquisa.. 165
5.3 As Categorias.. 172
5.3.1 A organização do trabalho pedagógico na sala de aula......................... 172
5.3.2 O estudo do número racional positivo na forma decimal articulado com o número natural.. 185
5.3.3 A conexão do número racional positivo na forma decimal com as frações.. 274
5.3.4 A conexão do número racional positivo na forma decimal com as medidas.. 292
5.4 O Papel do Professor na Concretização do Currículo........................... 309
CONSIDERAÇÕES FINAIS.. 314
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA... 323
ANEXOS.. 329

INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) dos anos iniciais do Ensino Fundamental trazem os princípios decorrentes de estudos realizados na área de Matemática, que serão utilizados para ratificar a necessidade de estudo e busca de alternativas que visem a superar as dificuldades enfrentadas pelos alunos em sua vida escolar quando se deparam com a Matemática.

A aprendizagem Matemática, nos PCN (BRASIL, 1998), é colocada como fundamental para o exercício da cidadania, acesso e construção dos conhecimentos científicos e a utilização dos recursos tecnológicos. Os conhecimentos matemáticos servem para compreender e transformar a realidade dos indivíduos. Estão ligados à compreensão e à atribuição de significados matemáticos a outros objetos e acontecimentos. Essa atribuição de significado permite o estabelecimento e a ampliação de conexões entre os diferentes conteúdos matemáticos, bem como com as demais disciplinas escolares. A seleção e a organização de conteúdos devem observar a lógica da Matemática, sem perderem de vista a relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno.

A pesquisa apresentada neste trabalho de investigação pedagógica foi realizada com alunos das 3ª e 4ª séries[1] nos anos de 2010 e 2011. Teve como objeto o ensino dos números racionais na forma decimal.

As dificuldades no ensino dos números racionais são estudadas por vários autores, dentre os quais destacamos Brousseau (1983), Miguel (1986), Pérez (1988), Zunino (1995), que também indicam em seus estudos algumas opções pedagógicas diversificadas para os professores.

Os PCN (BRASIL, 1998) oferecem uma possível explicação para as dificuldades de aprendizagem dos números racionais, apontando principalmente o fato de que os números racionais supõem rupturas com ideias construídas para os números naturais, rupturas que desestabilizam o conhecimento do aluno, o que é de se esperar, uma vez que a aprendizagem implica quase sempre em rupturas conceituais.

---

[1] A escola estava no período de transição da implantação do Ensino Fundamental de nove anos, instituído pela Lei nº 11.274, de 2006, sendo essa uma das duas séries que ainda permaneceram no sistema anterior. Por essa razão, continuamos a utilizar a denominação série.

As rupturas que ocorrem não são somente conceituais, mas também de cunho pedagógico, quando o professor não consegue proporcionar situações reais de contextualização para o aluno, como ocorria com o campo conceitual dos números naturais, principalmente quando inicia o ensino dos racionais pelas frações.

Souza Silva (2005), em sua dissertação de mestrado, pesquisou a concepção dos professores de Matemática e dos alunos frente ao erro no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais. Concluiu que os alunos, de maneira geral, atribuem seus erros a uma falta de capacidade de realizar o que foi transmitido pelo professor e sentem-se constrangidos para falar a respeito de seus erros. Os professores possuem uma visão basicamente tradicional do processo de ensino e aprendizagem, apesar de conhecerem outras propostas pedagógicas. Admitem que o conhecimento matemático possa se tornar mais acessível ao aluno na medida em que se aproxime de suas necessidades e apresente um caráter de utilidade.

Outro aspecto importante levantado pela pesquisa realizada por Souza Silva (2005) diz respeito ao conhecimento dos racionais pelos professores. Demonstrou que os participantes não conseguiram associar os erros dos alunos à sua real origem, faltando certa visibilidade epistemológica sobre o conteúdo em questão. Possivelmente boa parte dos erros dos alunos está associada à maneira como foi apresentada a definição dos números racionais, ou ainda à ausência de situações significativas que relacionassem o conteúdo às suas realidades. A dificuldade apresentada com relação aos racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental não se limita aos alunos, mas se estende ao domínio do conhecimento matemático dos professores, enquanto saber pedagógico, é a afirmação de Souza Silva (2005).

A linguagem Matemática utilizada tem sido um obstáculo para a aprendizagem Matemática. Pais (2006) destaca a importância do uso das diferentes formas de representação dos conceitos matemáticos como um fundamento para a aprendizagem Matemática. No caso desta pesquisa, esse fundamento pode ser melhor trabalhado se for desenvolvida uma sequência didática que explore as várias representações do número racional positivo.

O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC) tem desenvolvido, organizado e disponibilizado dados e informações sobre o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), que, em seu cálculo, inclui dados da Prova Brasil, que é censitária e faz parte da Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC). O Ideb é um indicador de qualidade educacional e representa uma iniciativa de reunir, em um único indicador, dois conceitos considerados importantes para a qualidade educacional: fluxo escolar, autodeclarado pela escola anualmente no Censo Escolar (taxa de aprovação, reprovação e abandono), e média de desempenho nas avaliações realizadas pelo Inep (a média do Saeb – para calcular o Ideb do País e UF, e a média da Prova Brasil – para as escolas e os municípios).

A Prova Brasil e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) são, na atualidade brasileira, avaliações utilizadas para diagnóstico, em larga escala. Têm como objetivo avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos. Os testes são aplicados na 4ª e 8ª séries (5º e 9º anos) do Ensino Fundamental e na 3ª série do ensino médio. Os estudantes respondem a questões de língua portuguesa, com foco na leitura, e de Matemática, com foco na resolução de problemas. São coletadas por meio do questionário socioeconômico, aplicado aos estudantes, informações sobre fatores de contexto que podem estar associados ao desempenho. No caso da Prova Brasil, ainda pode ser observado o desempenho específico das escolas públicas urbanas do país. Os dados dessas avaliações são comparáveis no longo prazo. A partir de 2011, as escolas rurais de Ensino Fundamental, com mais de 20 alunos nas séries avaliadas, passaram a fazer a Prova Brasil. Estes dados e informações têm mostrado a deficiência de aprendizagem dos alunos, apontando, de forma preocupante, o baixo domínio em relação à área de Matemática.

São adotadas matrizes de referência para nortear os testes de Matemática da Prova Brasil, que tem as questões elaboradas com o foco na contextualização. Essas matrizes trazem habilidades que estão relacionadas a conhecimentos e procedimentos que podem ser objetivamente verificados (INEP, 2001).

Os números racionais positivos, na forma decimal, estão localizados na matriz de referência no Tema III – Números e Operações/Álgebra e Funções, nos seguintes Descritores:

- D21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
- D22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
- D23 – Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro em contexto bem delimitado.
- D25 – Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.

Por ser uma avaliação para diagnóstico dos sistemas de ensino, em larga escala, serve como um parâmetro para dimensionar o grau de proficiência dos alunos em Matemática em nível nacional.

As médias são apresentadas em uma escala de proficiência, que descreve em cada nível, neste caso a 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental, as competências e as habilidades que os estudantes desses sistemas demonstram ter desenvolvido. A escala descrita vai de 0 a 500 e os níveis possíveis de interpretação se concentram no intervalo de 125 a 375. No nível 125 os alunos da 4ª e da 8ª séries resolvem problemas de cálculo de área com base na contagem das unidades de uma malha quadriculada e, apoiados em representações gráficas, reconhecem a quarta parte de um todo. No nível da escala que vai de 0 a 195, as habilidades que aparecem com mais frequência são as de identificação de informações quantitativas, espaciais e de cálculo. Nesse nível já são exigidas habilidades mais focadas no conteúdo objeto deste estudo, ou seja, os racionais não negativos na forma decimal. É possível avaliar a capacidade dos estudantes em relação aos conhecimentos quantitativos e espaciais adquiridos em diferentes práticas socioculturais, como o uso do dinheiro, o cálculo de horários em situações do dia a dia e algumas habilidades para estabelecer relações e realizar trocas, envolvendo medidas de tempo e cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro. De 200 a 245 encontram-se habilidades que envolvem as operações, em situações contextualizadas ou não, com os números naturais e, em alguns casos, os racionais. A escrita decimal do valor em dinheiro (envolvendo reais e centavos) está mais presente neste nível e é usada na resolução de problemas. De 250 a 325 surgem as habilidades relativas ao domínio das relações espaciais em situações um pouco mais complexas, mas os conceitos geométricos praticamente não se diferenciam de um nível para o outro. Amplia-se a identificação das representações fracionárias e decimais dos números racionais nos seus significados de parte/todo. Envolvem também relações entre representações fracionárias e decimais e a noção de fração equivalente.

O relatório do SAEB 2005 (INEP, 2007) e o do IDEB – Prova Brasil/Saeb 2011 (INEP, 2012) apresentam as médias de desempenho a partir de 1995 até 2011, o que permite realizar uma comparação dos resultados por região com a média nacional:

Tabela 1 – Médias de Proficiência em Matemática - 4ª série do Ensino Fundamental Brasil e Regiões 1995 – 2011

Brasil e Regiões	**1995**	**1997**	**1999**	**2001**	**2003**	**2005**	**2007**	**2009**	**2011**
Brasil	190,6	190,8	181,0	176,3	177,1	182,4	193,5	204,3	209,6
Norte	175,4	174,9	171,3	163,6	165,4	166,9	179,2	188,2	191,5
Nordeste	182,8	182,8	170,2	162,2	164,9	162,5	179,1	184,0	190,8
Sudeste	199,9	198,9	189,4	190,5	191,0	195,7	202,3	219,3	223,0
Sul	194,6	198,0	188,5	188,2	187,8	194,8	203,4	214,4	221,1
Centro-Oeste	195,6	190,3	183,4	176,5	181,5	186,5	196,0	208,5	215,9

Fonte: MEC/INEP, 2012.

Houve uma melhora no desempenho de Matemática, na comparação dos resultados de 2005 e 2011, na 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental. Apesar do avanço, os índices alcançados ainda estão distantes da meta estabelecida como parâmetro para a Matemática pelo movimento Todos pela Educação[2], que é de, no mínimo, 225 pontos.

As habilidades referentes ao domínio do número racional positivo na forma decimal estão dentro da pontuação a partir de 250 pontos, ou seja, os resultados alcançados não contemplam o domínio destas habilidades o que demonstra uma deficiência na aprendizagem deste conteúdo.

---

[2] Trata-se de uma aliança não governamental que tem como objetivo garantir educação básica de qualidade para todos os brasileiros até 2022, bicentenário da Independência do País.

Além do sistema de avaliação desenvolvido pelo SAEB, as escolas têm sido submetidas ao Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), que é um exame amostral internacional desenvolvido pelos países participantes da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), sendo que o Brasil participa como convidado desde o ano de 2000. Esta avaliação é aplicada a cada três anos a alunos de 15 anos, escolarizados ou não, ou seja, os participantes são escolhidos por idade e não por nível de ensino e são avaliados nas áreas de Linguagem, Matemática e Ciências. São avaliados o domínio curricular e os conhecimentos relevantes às habilidades necessárias à vida adulta. O nível de proficiência é medido em seis níveis, ou seja: abaixo do Nível 1 – pontuação menor que 335; Nível 1 – alcançou entre 335 e 407 pontos; Nível 2 – alcançou entre 408 e 480 pontos; Nível 3 – alcançou entre 481 e 552 pontos; Nível 4 – alcançou entre 553 e 625 pontos e Nível 5 – alcançou mais que 625 pontos. As áreas[3] avaliadas nos anos de 2000 e 2003 foram “Espaço e forma”, “Mudança e relação”, “Quantidade” e “Incerteza”.

O PISA 2006 avaliou aproximadamente 400 mil alunos, a partir de amostras. Nos 57 países, essas representaram um total de 22,3 milhões de alunos de 15 anos de idade. Os resultados da América Latina encontram-se bem distantes dos países da OCDE: algo perto de 100 pontos em 500.

Outro indicador importante a ser analisado é o INAF (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional) Matemática, realizado em 2004, que aponta que 2% da população estão no nível do analfabetismo matemático absoluto; 29% dos cidadãos encontram-se no nível rudimentar de alfabetismo matemático; 46% da população acham-se no nível básico; e 23% da população encontram-se no nível pleno de alfabetismo matemático.

Esta realidade, representada pelos números e índices alcançados pelos alunos nas avaliações em larga escala, serve como parâmetro que indica a necessidade de melhoria do processo de ensino da Matemática. Essa preocupação é fortalecida se tomarmos como exemplo a própria experiência profissional e

[3] “Espaço e Forma” refere-se a fenômenos e relações espaciais e geométricas, geralmente baseados na disciplina curricular de geometria. “Mudança e relação” envolve manifestações Matemáticas de mudança, assim como relações funcionais e de dependência entre variáveis. Esta área de conteúdo está mais próxima da álgebra. “Quantidade” envolve fenômeno numérico, assim como relações de quantidade e padrão.

pessoal da pesquisadora, trilhada na graduação em Pedagogia e nos cursos de formação continuada. Essa experiência mostrava sempre a dificuldade existente na área de Matemática, principalmente nos conteúdos do número racional positivo na forma decimal, frações e geometria. Os cursos ofertados na formação continuada dificilmente abordavam esses três conteúdos. Quando o faziam, eram desvinculados de uma proposta que pudesse mudar a prática pedagógica e interferir no processo de organização do currículo escolar.

O currículo escolar é pouco discutido em pesquisas envolvendo docentes, que são os responsáveis diretos por sua concretização. É preciso refletir sobre o currículo e evitar criar uma rivalidade entre os conteúdos de maior significância sociocultural para a comunidade na qual a escola está inserida, de cunho mais prático e os conteúdos escolares formais.

> O campo de experiência do sujeito, criança, adolescente, adulto, cobre ao mesmo tempo a experiência dita “cotidiana” da vida (na família e onde vive) e a experiência escolar, a experiência profissional, a formação. Não podemos colocar em oposição essas duas experiências sem precaução teórica. Por exemplo, é excessivamente simplista opor a Matemática da escola à Matemática da vida ordinária: muitos resultados mostram que os mesmos esquemas organizam uma e outra. São essas condições que mudam e, bem entendido, elas pesam; mas os esquemas, ou seja, as formas de organização da atividade continuam espantosamente semelhantes (VERGNAUD, 1993, p. 27).

Entretanto, ao observarmos os planos anuais, constatamos que sempre o ensino dos números fracionários antecede ao ensino do número racional positivo na forma decimal, mesmo que estes últimos estejam mais fortemente presentes no contexto de vida dos alunos. Assim, coloca-se uma questão capital quanto ao desenvolvimento curricular, permeando as preocupações acerca da dificuldade de aprendizagem escolar dos racionais: Quais as implicações pedagógicas de se trabalhar com o número racional positivo na forma decimal antes dos números fracionários?

Para melhor desdobramento do estudo, algumas perguntas foram levantadas para que possam ser respondidas ao longo da pesquisa e contribuir para o esclarecimento do foco abordado. As questões são:

1. Uma inversão curricular que dê maior ênfase no ensino dos decimais antes das frações possibilita melhor compreensão dos decimais pelos alunos dos anos iniciais?
2. Quais as suas contribuições para o aprendizado dos racionais?
3. Os alunos conseguem estabelecer relação entre o sistema monetário e o número racional positivo na forma decimal por terem mais contato com esse conhecimento em seu cotidiano?

Na investigação do problema proposto, observou-se e registrou-se o desenvolvimento de aulas de Matemática sobre os números racionais na forma decimal em uma turma do 4º ano, no segundo semestre de 2010, e a continuidade dos estudos desta mesma turma no 5º ano do Ensino Fundamental, no primeiro e segundo semestres de 2011, em uma escola pública da cidade de Brasília, Distrito Federal. As escolhas do 4º e do 5º ano ocorreram porque nestes dois anos os conteúdos dos racionais em sua forma decimal de representação já são estudados.

Este estudo buscou analisar as implicações pedagógicas decorrentes de se trabalhar com os decimais antes dos fracionários. Foi realizado um planejamento de caráter coletivo, pelo grupo de professores da série, construído em coordenação pedagógica, mas o desenvolvimento da proposta coube ao professor, cuja prática pedagógica, a par da construção coletiva, definia pessoalmente sua forma de conduzir as aulas, resignificando o que fora planejado na coordenação coletiva com a participação da pesquisadora.

Considerando a importância da área da Matemática para a formação e a atuação do cidadão na sociedade, é de fundamental importância melhorar a qualidade do ensino desta disciplina. Alternativas de melhoria no processo de ensino precisam ser estudadas e divulgadas nas escolas, locais onde é necessário se processar a mudança.

O objetivo desta pesquisa foi analisar as implicações pedagógicas decorrentes da inversão curricular com maior ênfase no trabalho com o número racional positivo na forma decimal antes dos números fracionários. Ela está organizada em cinco capítulos.

No primeiro capítulo, apresentamos o surgimento do número racional positivo na forma decimal no contexto histórico e a abordagem diferenciada desse conhecimento enquanto objeto de conhecimento e quando é organizado como conhecimento a ser ensinado. Fazemos uma discussão teórica do número racional positivo na forma decimal e apresentamos as principais dificuldades no ensino desse conhecimento, identificadas em pesquisas brasileiras e estrangeiras.

No segundo capítulo, exploramos o número racional positivo na forma decimal no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental por meio de uma breve abordagem histórica do currículo no Brasil. Posteriormente apresentamos como esse conteúdo é explorado no Parâmetro Curricular Nacional de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Enfocamos principalmente as diferenças de abordagem da Matemática escolar e da Matemática científica, discutindo também o currículo escolar e a gestão curricular, finalizando com o conteúdo dos decimais no currículo da escola pesquisada.

O capítulo seguinte apresenta as atividades do Módulo de Matemática, do Curso de Pedagogia para Professores em Exercício no Início de Escolarização (PIE) para os decimais, com uma análise por bloco de atividades em que se ressalta a pertinência da atividade com o contexto e a situação de acordo com o estudo de Gravemeijer (2005).

No quarto capítulo, discutimos a metodologia da pesquisa, o problema de pesquisa, a utilização da abordagem qualitativa, as etapas da pesquisa, a caracterização da instituição pesquisada e os sujeitos que dela participaram.

No quinto capítulo, realizamos as discussões e apontamos os resultados alcançados. Fizemos uma contextualização por meio da apresentação da proposta pedagógica da escola e das relações que foram construídas durante o processo da pesquisa. Apresentamos os resultados em quatro categorias: a organização do trabalho pedagógico na sala de aula; o estudo do número racional positivo na forma decimal articulado com o número natural; a conexão do número racional positivo na forma decimal com as frações; e a conexão do número racional positivo na forma decimal com as medidas.

Encerramos o trabalho com as considerações finais, nas quais apresentamos as discussões realizadas e as principais conclusões alcançadas após o desenvolvimento da pesquisa, bem como os percalços e lacunas que permaneceram durante esse processo.

Esperamos que os resultados desta pesquisa possam contribuir para a melhoria da aprendizagem do número racional positivo na forma decimal, bem como apontar caminhos possíveis de adequação metodológica e curricular, de acordo com a realidade em que a escola está inserida.

CAPÍTULO I - O NÚMERO RACIONAL POSITIVO NA FORMA DECIMAL

O número racional positivo na forma decimal são descritos por Brousseau (1997), na introdução que escreveu para o livro de Pérez (1997), como uma estrutura contraditória.

> É uma estrutura muito engenhosa que resolve problemas complexos e às vezes é aparentemente contraditória por parecer uma porta, por sua vez, para a álgebra e a análise. Por isso, pode representar um problema original para o ensino. Por uma parte se parece tanto com os naturais que é muito fácil empregá-los e aprender de imediato certa maneira de usá-los, pois para isso que foram inventados. Mas, por outro lado, essa primeira compreensão se converte em obstáculo para um uso mais refinado e para uma boa compreensão de questões fundamentais para o estudo da Matemática. Leva muito tempo para esquecer seus primeiros reflexos e aprender o oposto do que não é, e tem resolvido muitos problemas práticos. Organizar, ensinando assim ao longo da escolaridade obrigatória, hoje - felizmente, vai além da mera iniciação (BROUSSEAU, 1997, p. 13).

Como um dos teóricos franceses que elaborou conceitos fundamentais para a didática da Matemática, ele nos alerta para a importância do estudo deste conhecimento. Mas faz ressalvas a respeito do perigo de uma abordagem superficial relativa ao ensino deste conhecimento, sendo, portanto, necessário que seja feito com um rigor teórico, porém, ao mesmo tempo, sem perder a sua ligação com os objetivos iniciais para os quais foi criado tal saber.

Esses usos e relações que são estabelecidas com o número racional positivo na forma decimal estão presentes no contexto sociocultural. Pérez (1997) apresenta várias situações do dia a dia em que é preciso utilizar número racional positivo na forma decimal ou número com vírgula. Cita vários exemplos:

> Em um exame de sangue lemos informações do tipo: “ácido úrico 2,99 mg por cada 100ml...”; Ouvimos no rádio que um rádio amador está emitindo comunicação por meio de uma onda de comprimento de 7.0000000 Hz; Quando vamos colocar gasolina no tanque olhamos para a bomba que marca os litros (10; 10,1; 10,2...), marca com precisão a gasolina por litro e indica o valor em pesetas. Nos três exemplos existe subdivisão dos inteiros. Embora se arredonde as pesetas (PÉREZ, 1997, p. 21).

Apesar dos exemplos citados serem da realidade argentina, podemos tomá-los como nossos, pois a realidade configura-se praticamente a mesma. Como podemos perceber, o número racional positivo na forma decimal fazem parte do nosso cotidiano e o percurso histórico da sua criação está ligado também a uma necessidade surgida na década de 90.

O contexto sociocultural para o ensino de Matemática, de acordo com Muniz (2004), deve permear todo o processo do ensinar e do aprender, a ser realizado pelo professor e pelos alunos. O professor precisa compreender a construção de uma estrutura Matemática a partir de uma situação do contexto sociocultural, e que os conceitos devem ser socialmente partilhados, não sendo concebidos isoladamente de seu contexto social e cultural. Muniz (2004) aponta que todos os desafios propostos aos alunos devem ter uma conexão forte e sólida com o contexto sociocultural, de forma que a sua superação instrumentalize o sujeito para o confronto e a resolução de situações da vida real. Porém, ele afirma que as experiências do mundo físico e, em consequência, as estratégias do pensamento não são as mesmas para todos os sujeitos, mesmo que eles estejam inseridos num mesmo contexto sociocultural e numa mesma situação. Cada um possui suas próprias experiências e seus próprios pensamentos. Afirma ainda que o contexto sociocultural é a fonte propulsora da aprendizagem e o quadro de referência de validação dos conhecimentos produzidos, sendo fundamental para a constituição do *ser matemático*[4].

Neste capítulo apresentaremos os resultados das leituras realizadas ao longo da pesquisa desenvolvida a respeito do número racional positivo na forma decimal. Apresentaremos inicialmente uma contextualização histórica do surgimento do número racional positivo na forma decimal, depois faremos uma distinção do número racional positivo na forma decimal, enquanto objeto de saber e conhecimento a ensinar, e finalizaremos refletindo sobre os caminhos e descaminhos no ensino do número racional positivo na forma decimal.

1.1 Uma Breve Contextualização Histórica do Surgimento do Número Racional Positivo na Forma Decimal

---

[4] Muniz (2009, p. 37) define como sendo uma pessoa dotada de esquemas próprios, que são a base essencial da realização de suas atividades Matemáticas.

Apresentamos brevemente, na perspectiva histórica, o surgimento do número racional positivo na forma decimal numa ótica filogênica. O surgimento do número racional positivo na forma decimal não ocorre isoladamente da ideia do número fracionário, que surge da necessidade de mensuração de uma grandeza com uma unidade de medida na qual não cabe um número inteiro na grandeza que se quer medir. Assim, é necessário escolher outra unidade, menor do que a primeira, para conseguir mensurar o comprimento da grandeza inicial.

Para Pérez (1997), o tratado de Aritmética de Al-Kawarizmi (780-850) é a primeira obra a estudar detalhadamente as operações de cálculo e o uso do número racional positivo na forma decimal como instrumento matemático. A obra tinha como objetivo ser eminentemente pedagógica, tendo tratado também das frações. Dava nomes particulares às frações que tinham como numerador uma unidade, como, por exemplo, 1/10. Dispõe que o trabalho de Al-Uglidisi, que compilou a aritmética dos gregos, hindus, tendo o ano de 952 d.C. em Damasco como referência, foi o primeiro documento no qual surge uma notação de decimais parecida com a utilizada na atualidade. Cita o 2’35, sendo lido como 2 unidades e 35 de cem. Apesar deste trabalho, o livro de Al-Kasi, *A chave da aritmética,* escrito em 1429, é a obra mais conhecida e a grande responsável pela divulgação do sistema posicional decimal na Idade Média. Foi nesse material que Al-Kasi explicou uma teoria das frações decimais, a noção de número e a noção de número racional positivo na forma decimal. Dedicou parte de seu livro às conversões de frações sexagesimais em frações decimais e vice-versa, e reconheceu também o número racional positivo na forma decimal como uma grande descoberta.

No século XVI, alguns matemáticos passaram a utilizar a mesma escrita dos números inteiros para os não inteiros. No ano de 1579, Viète passou a recomendar o uso das frações decimais em substituição às sexagesimais. Um matemático dos Países Baixos, Simon Stevin de Bruges, fez recomendações, em 1585, a favor da escala decimal, tanto para frações, quanto para os inteiros, mas não foi o responsável pela sua criação e sistematização, que já vinha sendo utilizada pelos povos da China antiga, Arábia Medieval e da Europa do Renascimento.

Podemos dizer que Viète foi o responsável pela explicação do sistema de maneira elementar e completa, ensinando como efetuar de forma simples todas as computações necessárias, sem precisar do uso de frações. No entanto, foi somente em 1617, depois da tradução para o inglês da obra de Napier, que surgiu a notação moderna das frações decimais, em que a parte inteira era separada por um ponto da parte fracionária. Em 1619, com a publicação da obra de Napier, o ponto tornou-se padrão na Inglaterra, mas muitos países da Europa continuaram utilizando a vírgula. Gálen et al. (2008) também confirma as informações compiladas por Pérez (1997) de que foi somente por volta de 1600 que as frações decimais e a notação decimal passaram a ser mais utilizadas porque possuíam a vantagem de incorporar a mesma estrutura aritmética dos números inteiros. De certa forma, podemos dizer que o número racional positivo na forma decimal surgiram como uma notação para as frações decimais, de maneira a simplificar os cálculos.

Porém, segundo Ifrah (2005), o uso do ponto separando a parte inteira da fracionária só foi estabelecido a partir das obras de Jost Bürgi e Magini, e de Simon Stevin, que também foi responsável pela extensão do número racional positivo na forma decimal no Ocidente. Relata ainda que foi somente no século XVII que o neerlandês Wilbord Snellius utilizou a vírgula. Temos, então, a atribuição da criação e uso da vírgula a mais de um autor, o que acreditamos ser a realidade, uma vez que somente o que ficou registrado de alguma maneira é passível de ser contado historicamente, podendo ocorrer descobertas em locais diferentes. Ou seja, a descoberta e a difusão da informação podem ter alcances diferenciados. É interessante ressaltar que o uso da vírgula continua não sendo unanimidade em todos os países, sendo que alguns adotam o ponto, principalmente os anglo-saxônicos. No Brasil, adotamos a vírgula para a escrita do número racional positivo na forma decimal, sendo esta a forma que aparece nos textos escolares.

O redescobrimento do número racional positivo na forma decimal, de acordo com Pérez (1997), ocorre associado a uma época de grandes transformações sociais, com o nascimento da ciência moderna de Copérnico em 1543, os estudos dos *Princípios matemáticos da filosofia natural de* Newton em 1687, e as grandes transformações no campo da religião, da filosofia e da economia. Ressalta também os grandes descobrimentos e expansões dos séculos XVI e XVII - para os quais foi necessário desenvolver cálculos de distâncias, as divisões de terras e o crescimento do comércio, que contribuíram para o avanço do número racional positivo na forma decimal.

Para Pérez (1997), as contribuições de Stevin foram as mais importantes para a atual notação do número racional positivo na forma decimal.

> As regras de cálculo de Stevin com o número racional positivo na forma decimal são as mesmas que atualmente utilizamos. Ele explica claramente os benefícios a serem derivados de se ter um sistema de medidas, pesos e moedas com base nas divisões decimais, acompanhando suas explicações com vários exemplos. Por fim, embora ele mantenha para o círculo a divisão em 360 graus, sugere divisões decimais em graus.
> A notação de Stevin foi substituída a partir de 1620 pela notação atual, graças ao trabalho do co-inventor dos logaritmos, John Napier. A "vírgula" - que nos países anglosaxônicos é um ponto - aparece como um símbolo que pode separar a parte inteira da parte "decimal" nos logaritmos, o recurso da mantissa[5](PÉREZ, 1997, p. 49).

A construção do conhecimento relativo ao número racional positivo na forma decimal traz formas e contribuições de diversos autores que escreveram em períodos históricos e localidades diferentes, o que, de certo modo, demonstra não ser um conhecimento simples de ser ensinado e compreendido.

De acordo com Pérez (1997), o uso do número racional positivo na forma decimal traz em seu bojo a resistência, empreendida principalmente pelos comerciantes e alguns autores, em aceitar, em pleno século XVIII, a realização de cálculos com decimais, sob a alegação de que tinham pouca utilidade, dada a arbitrariedade do sistema de medidas. Isso porque, neste período, cada país e, às vezes, até cada povo possuíam suas próprias unidades de medida.

O estabelecimento de um sistema métrico decimal (SMD) deu-se na França, em 1793, conforme relata Pérez (1997).

> Se mediu o arco de um meridiano entre Dunkerque e Barcelona, e esta medida foi deduzida do meridiano, e a longitude de 40 millionésima parte do comprimento se chamou de metro. (Esta definição do metro se alterou à medida que tem sido possível uma maior precisão de medição. A definição de 1983 determinou que o metro é o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo do raio durante um intervalo de tempo de 1/299 792 458 do segundo.) Decidiu-se criar múltiplos e submúltiplos do medidor, multiplicar e dividir por 10, 100, 1000, etc., de modo que o cálculo para passar de uma para a outra era fácil, uma vez que basta mover a vírgula decimal para a direita ou à esquerda (PÉREZ, 1997, p. 50).

---

[5] Mantissa, em módulo, deve ser maior ou igual a 1 e menor que 10, e a ordem de grandeza, dada sob a forma de expoente, é o número que mais varia conforme o valor absoluto (WIKIPÉDIA).

Por ter sido uma medida mais no nível político, o sistema métrico decimal só começou a se tornar realidade em 1837, quando seu uso passou a ser obrigatório na França. No Brasil, só foi introduzido, por medida de lei, em junho de 1862, tendo sido estabelecido o prazo de dez anos para que se banisse o uso das antigas unidades de medida. Foi neste período que houve a inclusão do ensino do sistema métrico decimal nas escolas. A implantação deste sistema no Brasil não foi imediata e muito menos pacífica, tendo acontecido inclusive uma revolta que ficou conhecida como a *Revolta dos Quebra-Quilos.*

O sistema métrico decimal é universalmente aceito, o que não significa a sua adoção por parte de todos os países do mundo. Alguns países que não o adotam são Myanmar, Libéria e os Estados Unidos. Vale destacar que o Reino Unido adotou o SMD, mas não substituiu totalmente as medidas tradicionais.

A adoção do SMD, na nossa análise, contribuiu para a solidificação da utilização do número racional positivo na forma decimal, sendo, assim, uma aliada no processo de compreensão da estrutura, da composição e dos mecanismos de funcionamento destes números.

Nas duas seções seguintes abordaremos o desenvolvimento do número racional positivo na forma decimal enquanto objeto de conhecimento e conhecimento a ser ensinado.

1.2 O Número Racional Positivo na Forma Decimal enquanto Objeto de Conhecimento

Iniciamos a análise a partir de Chevallard (2005), para que possamos delimitar a visão adotada nessa seção a respeito do número racional positivo na forma decimal.

> [...] um conteúdo de saber que é designado como saber a ensinar sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O "trabalho" que transforma um saber a ensinar em um objeto de ensino é denominado transposição didática (CHEVALLARD, 2005, p. 45).

É com essa visão de que existe um conhecimento construído num contexto sociocultural, que foi sistematizado por teóricos matemáticos durante séculos e que precisa manter a sua estrutura científica e, ao mesmo tempo, tem que ser "traduzido", inserido no currículo escolar, enquanto documento legal, estudado e sistematizado pela escola, enquanto um saber em condições de ser ensinado, ser analisado e entendido pelo professor para que possa ser ensinado, em sala de aula, por meio da ação dos alunos. É com esta visão pedagógica que trataremos dos conceitos relativos ao número racional positivo na forma decimal.

Existem diferentes formas de construção Matemática do conjunto do número racional positivo na forma decimal. Elas se diferenciarão de acordo com a proposição que adotarmos como ponto de partida, do contexto, da abordagem pedagógica da escola, do posicionamento didático do professor e da participação dos alunos. Destacamos que o processo de ensino cria um diapasão que configura, dá o tom, o ritmo e o resultado do que foi construído.

Para Pérez (1997), é do conhecimento do meio acadêmico que o estudo do número racional positivo na forma decimal se refere ao exame dos números em uma linguagem que permite expressar medidas de quantidades menores que ela, uma vez fixada a unidade inicial. Indica que podem ser utilizados para medir comprimento, áreas, volume, tempo, fenômenos sociais, políticos e econômicos. Uma característica comum a todos os casos citados diz respeito ao uso da vírgula para separar as unidades inteiras das unidades fracionárias. Define-se, então, a medida de uma quantidade.

> Chamamos medida de uma quantidade o número de vezes que a unidade está contida na quantidade que medimos. Mas embora "número de vezes" só tenha sentido se a medida é um número inteiro, na maioria das vezes o resultado de uma medida não é um número inteiro. Por exemplo, quando escrevemos 2,07m sabemos que significa 2 vezes o metro e algo mais que é menor que outro metro (PÉREZ, 1997, p. 22).

É importante refletirmos, então, o que vem a ser medir. No sentido da abordagem do processo de ensino, destaco a explicação dada por Miguel e Miorim (1986) como sendo uma importante contribuição.

> A medida nada mais é do que o resultado de um *confronto*, isto é, só se pode medir o comprimento de um objeto *confrontando-o* com o comprimento de outro objeto que se torna voluntariamente como *unidade de medida*. Podemos dizer que o processo de medição do comprimento de um objeto segue 3 passos:
> 1º passo – Escolhe-se um outro objeto para funcionar como unidade de medida.

> 2 º passo – Verifica-se quantas vezes a unidade de medida escolhida cabe no objeto a ser medido.
> 3 º passo – Tenta-se encontrar um número que possa expressar, rigorosamente, o resultado da medição (MIGUEL e MIORIM, 1986, p. 123).

Miguel e Miorim (1986) definem o que entendem por medida, mas principalmente como conseguem estabelecer uma sequência que pode auxiliar no ensino desse conceito e suas relações, de maneira a preservar a ligação com o conhecimento científico e a possibilitar ao professor a elaboração de uma sequência didática com atividades orientadas pelos pressupostos estabelecidos.

Pérez (1997) ressalta, com bastante propriedade, que o objeto de conhecimento matemático chamado “número decimal” está atualmente associado a um rico contexto de significado, possuindo o estatuto de conceito matemático regido por uma sólida teoria Matemática que o define e lhe dá consistência dentro de um espaço de problemas, cujo tratamento envolve conceitos e procedimentos de diferentes classes com estreita conexão. Relembra que, antes deste conhecimento chegar ao estatuto de conceito matemático, passou por diversas etapas, que constituíram diferentes formas de pensá-lo.

Apresenta as diferentes concepções do número racional positivo na forma decimal, como pode ser observado na citação a seguir.

> Durante séculos trabalhou servindo implicitamente para medir e representar quantidades - o mesmo que serviam o sistema sexagesimal dos babilônios – não sendo reconhecido nem como objeto de estudo, nem como instrumento de aplicação na resolução de problemas.
> Os trabalhos de Al-Huwarizmi (780-850) – que unificou o cálculo dos números naturais, utilizando as razões geométricas, e introduziu o sistema de numeração decimal – vão permitir que o número decimal apareça como instrumento matemático de aproximação dos racionais e de radicais.
> Com Al-Uglidisi (952) – seu primeiro inventor – conscientemente utiliza o número decimal; foi reconhecido e foi nomeado, mas ainda não é tratado como um objeto de estudo.
> Al-Kashi (1427) – seu segundo inventor – reconhecido como uma descoberta Matemática, mas ainda não possui uma teoria que estabelece a sua definição, suas propriedades e sua posição epistemológica. É ainda a produção de astrônomos que se vincula ao sistema sexagesimal para uma forma mais conveniente para os cálculos.
> Com Stevin, os números decimais se tornam um objeto de conhecimento que pode ser ensinado e utilizado em aplicações práticas, por exemplo, nas estimativas das raízes de uma equação polinominal. Para resolver um problema visando a encontrar um quarto proporcional, Stevin elabora a equação: $x^3 = 300x + 33\ 915\ 024$ e demonstra que a solução pode se aproximar, tanto quanto você quiser, apenas reiterando um processo de tentativa e erro, usando a notação decimal de números inteiros.
> Porém, o estatuto matemático do número racional positivo na forma decimal não será reconhecido até que o número real seja considerado objeto

> matemático e procedimentos de aproximação, que se utilizam das funções de Stevin, passem também a adquirir uma identidade Matemática.
> De fato, o número racional positivo na forma decimal como objeto de saber tem seu último significado ligado ao do número real. Um número racional positivo na forma decimal é um número real e não se pode compreender um número racional positivo na forma decimal se não se compreende um número real. Porém, para compreendê-los, não é suficiente fazer uma descrição dos axiomas e propriedades que os definem, nos parece ser necessário conhecer os longos e tortuosos caminhos percorridos pela evolução do conceito de número, os obstáculos que foi necessário vencer e os conceitos que foram matematizados previamente até se chegar à formalização atual (PÉREZ, 1997, p. 54-55).

Podemos perceber que o caminho percorrido historicamente pela formalização do número racional positivo na forma decimal nos mostra indícios de que o seu ensino também precisa ser melhor organizado e estudado, para que possamos enxergar algumas opções diferentes de construção de uma base de conhecimentos relativa ao ensino deste número importante para a Matemática.

1.3 O Número Racional Positivo na Forma Decimal Enquanto Conhecimento a Ser Ensinado

Em Matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações. Os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações. Portanto, para o seu ensino, precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático (DAMM, 2002). Como se observou no breve histórico, a representação do número racional na forma decimal foi adotada somente após longo período de organização formal. É interessante que se trabalhe didaticamente com esse conhecimento, utilizando um suporte mais próximo da realidade do aluno, para facilitar a compreensão dos conceitos vinculados a esse conhecimento matemático.

O ensino do número racional positivo na forma decimal nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) está no bloco de conteúdos Números e Operações. Analisamos a seguir alguns extratos dos PCN de Matemática que fazem referência específica aos racionais e/ou decimais.

As categorias numéricas são apresentadas trazendo orientações para que sejam introduzidas em situações-problema, como pode ser observado no trecho:

> Nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se deparar com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número (BRASIL, 1998, p. 35).

A metodologia de ensino sugerida indica a necessidade de se trabalhar essas categorias numéricas como uma ampliação do conceito de número, ou seja, de maneira gradual e processual. As sequências didáticas propostas devem contemplar atividades que deem conta desse conhecimento.

Uma preocupação explícita nos PCN de Matemática diz respeito à ênfase que deve ser dada a alguns conceitos, como podemos observar no seguinte trecho:

> **A ênfase maior ou menor que deve ser dada a cada item**[6], ou seja, que pontos merecem mais atenção e que pontos não são tão fundamentais; assim, por exemplo, o estudo da representação decimal dos números racionais é fundamental devido à disseminação das calculadoras e de outros instrumentos que a utilizam (BRASIL, 1998, p. 40).

O trecho destacado acima indica que o uso da representação decimal é fundamental, principalmente por estar presente no dia a dia dos alunos, sendo mais frequente nas situações ligadas ao sistema monetário, bem como na utilização de algumas ferramentas tecnológicas, como a calculadora e o computador.

> O número racional positivo na forma decimal tornaram-se nos últimos anos protagonistas de todos os cálculos, até o ponto de que, na prática, desprezam completamente as frações - devido à crescente disponibilidade e uso de calculadoras e de computadores, que são utilizados para fazer as operações. De acordo com Brown (1981): "Uma vez que o sistema decimal foi adotado para calculadoras e computadores, parece provável que o número racional positivo na forma decimal serão cada vez mais utilizados, e o uso de frações gradualmente caia em decadência." Assim, uma primeira resposta à pergunta ingênua com que iniciamos esta primeira parte seria: "Temos de lidar com decimais porque calculadoras e computadores calculam com decimais" (PÉREZ, 1997, p.17).

Corrobora esta afirmação o trecho dos PCN (BRASIL, 1998, p. 68), “ao optar por começar o estudo dos racionais pelo seu reconhecimento no contexto diário, deve-se observar que eles aparecem no cotidiano das pessoas muito mais em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária”. Esse

---

[6] Grifo no original.

argumento fortalece a proposta de pesquisa que é sugerida neste trabalho, ou seja, iniciar o estudo dos racionais pela sua representação decimal, por ser a mais conhecida e próxima da realidade do aluno.

Os PCN (BRASIL, 1998) ressalta a importância do trabalho com a calculadora para explorar os decimais na escola. Explicita que as atividades podem ser iniciadas utilizando-a para dividir 1 por 2, 1 por 3, 1 por 4, etc, auxiliando os alunos no levantamento de hipóteses sobre as escritas que aparecem no visor da calculadora, interpretando, assim, os significados dessas representações. É interessante frisar que, na calculadora, aparecerá o ponto e não a vírgula para separar a parte inteira da parte decimal.

Nos objetivos de Matemática para o segundo ciclo, o número racional positivo na forma decimal são utilizados para:

> - Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social.
> - Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal.
> - Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais (BRASIL, 1998, p. 55-56).

Nos conteúdos para o segundo ciclo, são apresentadas:

> [...] aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (BRASIL, 1998, p. 57).

Nos conteúdos conceituais e procedimentais aparecem os Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Número Racional, que se desdobram em alguns objetivos, dentre os quais aqueles específicos dos números racionais:

> - Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário.
> - Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional.

- Extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal.
- Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal.
- Localização, na reta numérica, de números racionais na forma decimal.
- Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
- Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário (BRASIL, 1998, p. 58-59).

Nas orientações didáticas para o segundo ciclo, os PCN apresentam um tópico específico para o trabalho com os números racionais. O objetivo principal é levar os alunos a perceberem que os números naturais não são mais suficientes para resolver alguns problemas. Nesse sentido, a exploração dos racionais é feita em situações que exprimam medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão entre dois números inteiros, excluindo-se o caso em que o divisor é zero.

Behr, et al (1992) elencaram sete significados, específicos para as frações, que serão apresentados de maneira resumida:

- o significado enquanto uma medida fracionária que indica quanto há de uma quantidade relativa a uma unidade especificada daquela quantidade, sendo uma reformulação da interpretação parte/todo;

- o significado enquanto razão;

- o significado que define uma nova quantidade como relação entre duas quantidades;

- enquanto quociente que vê o número racional como resultado de uma divisão;

- como coordenadas lineares, que significam o número racional como um ponto na reta numerada;

- um significado decimal que dá ênfase às propriedades associadas ao SND;

- enquanto operador que vê a fração como uma transformação.

Estes conhecimentos possuem uma vertente americana de concepção de ensino, que, mesmo dando ênfase ao racional representado por meio de fração, abrange todos os conceitos a serem ensinados dos racionais, sendo que alguns estão restritos ao estudo nos anos finais do Ensino Fundamental.

Tratando o número racional positivo na forma decimal enquanto conhecimento a ser ensinado e diante das várias recomendações acima, passaremos agora a apresentar algumas considerações e reflexões de organização didático-pedagógica para o ensino do número racional positivo na forma decimal: Os números naturais e o número racional positivo na forma decimal; A escrita do número racional positivo na forma decimal e as escritas equivalentes; O número racional positivo na forma decimal e as medidas. Acreditamos que esta abordagem permite abarcar todos os conceitos trabalhados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1.3.1 Os números naturais e o número racional positivo na forma decimal

O percurso histórico explica o nascimento do número racional positivo na forma decimal como uma necessidade de registros mais precisos que o uso dos naturais e aproximados do valor exato que seria registrado. Podemos dizer que os naturais já não eram mais suficientes para os registros, sendo necessária a ampliação do repertório numérico.

O cálculo com os números racionais deve sempre estar vinculado a situações contextualizadas, e os PCN apregoam que:

> Assim como se pode estender as regras do sistema de numeração decimal para facilitar a compreensão dos números racionais na forma decimal, os procedimentos de cálculo empregados nos cálculos com números naturais também podem ser utilizados como recursos para realizar cálculos envolvendo números decimais (BRASIL, 1998, p. 80-81).

É necessário, entretanto, ter cuidado nesta aproximação, para que esse processo junto aos naturais não seja confundido como uma simples extensão dos naturais. É importante que os conceitos sejam bem trabalhados, não induzindo os alunos a conclusões enganosas a respeito da natureza dos números racionais.

> As crianças têm aprendido muito na escola. Na primeira série já sabem que uma dezena tem 10 unidades, na terceira podem posicionar corretamente os lugares das potências de 10 – pelo menos até a quarta potência - e também começam a trabalhar com os décimos, centésimos e milésimos. Sabem ordenar quantidades decimais levando em conta a vírgula e realizar operações que precisam compor ou decompor em base 10. Na quinta série podem repetir – em alguns casos aplicar – as regras de multiplicação e divisão pela base 10 e realizam (com maior ou menor êxito) multiplicações e divisões com inteiros e decimais. Porém, todos estes conhecimentos não resultam suficientes para que compreendam o que é que fazem quando “se

> leva" ou "pede emprestado", não são suficientes para entender a natureza dos números decimais para diferenciá-los dos inteiros, não bastam para coordenar os diversos aspectos da função de 0 em nosso sistema de numeração; não servem para descobrir as razões que fundamentam os mecanismos utilizados (ZUNINO, 1995, p. 188).

O que pudemos analisar com relação ao trabalho de continuidade a ser dado quando da introdução do número racional positivo na forma decimal é o uso da estrutura de pensamento já construído e fixado da base 10 para, a partir deste pressuposto de organização do SND, ampliar para o aluno os conceitos de um novo campo numérico. Pérez (1997) indica que podemos trabalhar com dois pontos de vista como manifestação da insuficiência dos números naturais, se levarmos em conta a origem histórica dos conceitos matemáticos: o prático e o teórico.

> Do ponto de vista prático, os números naturais se mostram insuficientes quando tratamos de medir magnitudes contínuas como são o comprimento, a área, volume, peso, massa, intensidade de corrente, pressão do ar, intensidade do som, etc.
> Todas essas magnitudes podem ser medidas – com instrumentos de medida adequados – uma vez fixada a unidade. E note que a extensão de uma quantidade em relação a uma unidade da mesma espécie pode ser um número natural, mas pode acontecer – e acontece frequentemente – que a medição está compreendida entre dois números naturais (PÉREZ, 1997, p. 59).

Como já havíamos falado anteriormente, a insuficiência dos números naturais para dar conta de todas as representações surge na realidade do aluno desde muito cedo, principalmente se ele tiver contato com o nosso sistema monetário.

Vamos conhecer a argumentação de Pérez (1997) para o seu segundo ponto de vista.

> Do ponto de vista teórico, os conceitos matemáticos têm uma exigência intrínseca que os fazem ter uma generalização que permite, por uma parte, completar as teorias existentes suprimindo restrições e fazendo as ampliações necessárias e, por outro lado, fazê-lo sem referência alguma às situações concretas que iniciaram a teoria.
> Assim, o conjunto dos números naturais possui uma estrutura de semigrupo ordenado comutativamente com relação à adição e à multiplicação. Mas é fácil levantar equações com números naturais que não têm solução em **N**. A primeira extensão de **N** nos permite encontrar um conjunto **Z** que contém o conjunto **N** e em que a subtração está sempre definida, ou, o que é o mesmo: todas as equações da forma: a + x = b, com a e b sendo números naturais, têm solução em **Z.**
> De novo não encontraremos equações em **Z** que não possuem solução com números inteiros, por exemplo: (1) a . x = b, com a e b inteiros, sendo que b não é múltiplo de a.

> A construção teórica dos números racionais consiste em preencher esta lacuna com números que permitam que todas essas equações tenham solução. Se trata de construir um conjunto que contenha **Z** e que tenha também todos os elementos necessários para dar solução às equações da forma (1) para todos os valores inteiros de a e b (PÉREZ, 1997, p. 60).

Conhecer teoricamente todas as propriedades do número racional positivo na forma decimal é importante para se ter a clareza da complementaridade entre os naturais e os racionais, sem, contudo, deixar de diferenciá-los e, principalmente, deixar de possibilitar no processo de ensino a conservação dos conceitos necessários à passagem de um campo para outro. Mais importante ainda é, ao mesmo tempo, conseguir fazer com que o aluno se desloque de um conceito ao outro e consiga perceber os pontos de convergência, a fim de ampliar o seu entendimento do campo numérico. Esse navegar entre os dois campos, é claro, deve ocorrer de acordo com a possibilidade de exploração do conhecimento indicado para cada faixa etária.

A ampliação e a diferenciação de algumas ideias dos números naturais são necessárias, o que demanda uma abordagem adequada. Caso esse trabalho não seja bem feito, os alunos acabam enfrentando vários obstáculos, tais como:

> [...] outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com a relação 3 > 2, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, 1/3 < 1/2;
>
> Se o “tamanho” da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais (8.345 > 41), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece o mesmo critério;
>
> Se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1/2 se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
>
> Se a sequência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que, entre dois números racionais quaisquer, é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87 (BRASIL, 1998, p. 67).

As dificuldades apontadas nos PCN são as principais enfrentadas pelos alunos na construção do número racional. Mas acreditamos que, de certa forma, estes erros constituem o processo de aprendizagem, sendo uma interpretação inicial que utiliza as bases construídas com a experiência dos números naturais.

É necessário ampliar o conceito de número e avançar no aprofundamento da identificação, compreensão e uso do número racional positivo na forma decimal, de modo que nem professores e alunos fiquem atrelados às noções superficiais que definem este números, confundindo a natureza com a sua escrita e reproduzindo a sua identificação como sendo números quebrados, partidos e com vírgula.

Brousseau (1984) e Pérez (1997) argumentam que os alunos tendem a transferir para a escrita dos decimais o que aprenderam com os números inteiros. Ela enumera alguns dos erros mais frequentes relacionados com o uso desta representação: da leitura e da escrita e cita como exemplo: associar trinta e sete milésimos a 37000; da utilização do zero e exemplifica: interpretar 0,036 como 36 ou distinguir 1,27 de 1,270; da ordenação de números, principalmente na disposição dos números, considerando a parte decimal como um número inteiro, tal como 4,05<4,5<4,15.

O trabalho desenvolvido por Cunha (2002) buscou diagnosticar, por meio da aplicação de 24 questões, as representações de 48 crianças de uma escola pública da 2ª à 5ª série do Ensino Fundamental vinculadas à quebra da unidade em três contextos: de medida, monetário, e matemático. As crianças utilizaram dois sistemas de representação: o oral (linguagem natural) e o escrito (linguagem simbólica). Com relação à aproximação dos decimais com os naturais, chegou-se à seguinte conclusão:

> [...] para o caso específico da aprendizagem dos números racionais na representação decimal, que, antes da coordenação simultânea dos registros, é necessário que o aluno aproprie-se da noção dos possíveis valores que uma unidade pode assumir, das quantidades maiores e menores (no caso da quebra da unidade) para poder, então, fazer conexão entre as posições relativas dos dígitos antes e após a vírgula com as quantidades da unidade considerada. Ou seja, o aluno deve fazer conexão entre a unidade, seus múltiplos e seus submúltiplos (CUNHA, 2002, p. 153).

Como o SND é um dos conhecimentos básicos da Matemática escolar, acreditamos que, se as suas propriedades e conceitos não forem trabalhados adequadamente e em contextos significativos, o sistema será sempre assimilado como uma situação de dificuldade para a aprendizagem de outros conceitos matemáticos.

> Outro contexto com o qual os alunos estão familiarizados, e que pode/deve, por isso, ser significativamente utilizado e explorado na sala de aula, é o da utilização do dinheiro. Esse contexto é especialmente útil para a decomposição da unidade, representando um possível passo para a introdução dos decimais, pois, ao confrontarmos os alunos com problemas em que eles têm de, por exemplo, trocar uma moeda por outras, ou de determinar que parte equitativa de três euros (reais) de troco recebe cada um de cinco amigos, estamos a permitir que, para além de adquirirem competências sociais, adquiram também noções básicas de divisão equitativa de decimais. (Isso permite também a resolução de problemas com múltiplas soluções, o que, por si só, já enriquece as experiências dos alunos e sua visão da Matemática escolar) (RIBEIRO, 2011, p. 412).

Embora o uso do dinheiro seja bastante familiar ao aluno, o trabalho a ser realizado na escola não pode se limitar ao conhecimento já adquirido. Pelo contrário, será o ponto de partida, tomando-se o cuidado para evitar problemas como os destacados na conclusão da pesquisa de Cunha (2002) no que se refere ao contexto monetário.

> \- Parece que as crianças até a 4ª série tratam o decimal relacionado ao dinheiro como um "rótulo", ou seja, elas manuseiam o dinheiro como se a representação com vírgula fosse uma característica do sistema monetário. Elas têm a noção que o valor que corresponde ao real deve vir antes da vírgula, e os centavos devem estar após a vírgula, no entanto, não relacionam os centavos como fração do real e, consequentemente, não relacionam o dígito após a vírgula como fração da parte inteira do real.
> \- Em função da maneira como é enunciada a questão, percebemos que os alunos em situações como 2,03 desprezam o zero. No entanto, em outras, como 1,05, ele é considerado.
> \- Os alunos da 5ª série apresentam mais facilidade para trabalhar no sistema decimal escrito, quando no contexto monetário (CUNHA, 2002, p. 145).

Esta pesquisa aponta alguns problemas resultantes do contexto monetário. Mas acreditamos que o problema apontado não decorre do contexto e sim da forma de abordagem e talvez da falta de aprofundamento no trabalho. Pôde-se perceber que não se pode querer fazer uma transferência direta do sistema monetário sem a necessária sistematização da passagem deste contexto para o contexto escolar com objetivo didático. Mas, ao mesmo tempo em que apresenta estes problemas, por outro lado ressalta que, "no contexto monetário, os alunos da 5ª série apresentaram maior chance de acerto que nos demais contextos" (CUNHA, 2002, p. 145-153).

Zunino (1995) também identificou as dificuldades dos alunos da 1ª, 3ª e 5ª séries (atuais 2º, 4º e 6º anos do Ensino Fundamental) em relação ao número racional positivo na forma decimal. A falta de compreensão dos alunos fez com que a autora concluísse que a forma como os aprendizes produziam e interpretavam o número racional positivo na forma decimal não propiciava uma oportunidade de reconstrução completa dos conceitos e relações representadas pelos decimais. Porém, ela verificou que as crianças eram capazes de compreender o significado do número racional positivo na forma decimal, se estes fossem vinculados ao dinheiro.

Pensamos que o principal trabalho a ser desenvolvido neste processo de complementaridade de conhecimento entre os naturais e os racionais na forma decimal seja fazer, por meio de situações significativas para o aluno, as conexões necessárias à construção dos múltiplos e submúltiplos da unidade, para que se possa trabalhar com um dos problemas identificados por Brousseau (1997) em sua pesquisa: de que o número racional positivo na forma decimal é identificado como dois números naturais separados por uma vírgula.

1.3.2 A escrita do número racional positivo na forma decimal e as escritas equivalentes

Um ponto importante defendido nos PCN de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) é uma boa base em leitura e escrita do número racional positivo na forma decimal, para que se possa acompanhar a realização do cálculo escrito utilizando verbalizações que facilitem a percepção, por parte do aluno, do valor posicional das ordens que compõem os números com os quais ele esteja operando.

> Quando pretendemos introduzir a noção de partes de uma unidade – representada tanto em números decimais, como em fracionários –, devemos utilizar diferentes representações para a unidade, tanto contínuas (que se podem dividir indefinidamente), como discretas (conjunto de objetos contáveis). No caso das primeiras, podemos utilizar, por exemplo, um círculo, um retângulo, a reta numérica etc.; para as segundas, 10 canetas, 20 crianças ou 30 cadeiras. Essa diversidade de representações e a percepção de sua equivalência enriquecerão, em grande medida, o conceito de número, uma vez que os alunos não ficam limitados a uma ou duas representações (RIBEIRO, 2011, p. 411).

Apesar do exemplo se referir também a inteiros, percebe-se a vantagem em se trabalhar, paralelamente à escrita do número racional positivo na forma decimal, com as frações decimais e as medidas[7]. Com esta abordagem, continuamos

[7] Por uma questão didática apresentaremos na próxima seção.

trabalhando num contexto em que é possível manter uma conexão com situações do cotidiano do aluno e também a base 10.

> Se uma fração decimal tem n dígitos depois da vírgula, pode ser escrito f = z + a_1 10^1+ a_2 10^2 + ...+ a_n 10 –n onde z é um número inteiro e os dígitos a_1a_2 a_3 a_4...a_n pode também ser escrita na forma de fração p/q, sendo uma potência de 10. Por exemplo, o número:
> 2,347 = 2 + 3/10 + 4/100+ 7/1000 = 2347/1000. Se p e q possuem divisores comuns, podemos obter uma fração equivalente, cujo denominador não é uma potência de 10, mas sempre divisor de 10n.
> Por outro lado, nenhuma fração irredutível cujo denominador tenha resultado diferente de 2 e 5 pode vir representada por uma fração decimal.
> Por exemplo: ½ = 5/10 = 0,5; 1/250 = 4/1000 = 0,004
> Por outro lado, 1/7 não pode ser escrita como número racional positivo na forma decimal com um número finito de dígitos, porque não existe na família de frações equivalentes a 1/7 nenhuma fração decimal.
> [...]
> Resumindo:
> - Fração decimal é uma fração cujo denominador é uma potência de 10.
> - Número decimal é um número racional que tem pelo menos uma notação na forma de fração decimal. Um número n é decimal se pode ser escrito na forma n = a/10p, sendo a e p números inteiros. Sendo assim, um número inteiro positivo ou negativo é também um número decimal.
> - As vantagens das frações decimais em relação às outras frações são que elas são derivadas da sua densidade na reta e na sua escrita, como consequência de ser esta última do sistema de numeração decimal (PÉREZ, 1997, p. 67).

Percebe-se, então, que a fração decimal é uma forma vantajosa de representação do número racional positivo na forma decimal, no sentido de possibilitar uma representação com outra linguagem oral e escrita equivalente. Partindo das afirmações de Pérez (1997), podemos depreender que o quociente do número racional positivo na forma decimal não é sempre um número racional positivo na forma decimal. Assim, o conjunto do número racional positivo na forma decimal não é fechado para a divisão.

> Podemos converter uma fração decimal em notação decimal pela divisão do numerador pelo denominador, e temos um resultado que é muito conveniente. Assim ¾ = 3 : 4 = 0,75., e também ¾ = 75/100 = 0,75, etc. Porém, se tentarmos aplicar o mesmo procedimento para o número racional 1/3, encontraremos uma divisão, cujo quociente é uma infinidade de casas decimais, pois a fração 1/3 não possui uma escrita decimal finita, sempre sobra resto. A fração 1/3, portanto, não tem uma notação decimal finita. Então sabemos que 1/3 não é um número racional positivo na forma decimal.
> [...]
> Dizemos então, como conclusão, que, embora nem todos os números racionais sejam decimais, estas abordagens permitem dar um resultado bem aproximado do que queremos para os números racionais. E que, portanto, cada número racional pode ser representado por uma notação decimal (finita ou infinita) (PÉREZ, 1997, p. 69-70).

Possibilitar a representação do número racional em escritas equivalentes amplia a compreensão deste número, como aponta os PCN (BRASIL, 1998, p. 67), "[...] um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, 1/3, 2/6, 3/9 e 4/12 são diferentes representações de um mesmo número." Neste caso, são exemplos das frações de maneira geral, mas, em nosso trabalho, apregoamos a utilização inicial das frações decimais, por ter uma maior proximidade com a representação do número racional na forma decimal. Tendo sido colocado pelos PCN (BRASIL, 1998, p. 68), inclusive, que o uso diário das frações é menor: "já o contato com representações fracionárias é bem menos frequente; na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações".

Em sua pesquisa, Ribeiro (2009) defende que o fato de se abordar conjuntamente representações dos números na forma decimal e fracionária propicia melhor compreensão dos alunos para o reconhecimento das diferentes representações de um mesmo valor. Mas, ele alerta que, nesse sentido, o professor deve ser detentor de um conhecimento matemático consistente para o ensino, para que possa trabalhar as distintas representações de modo construtivo e significativo para os alunos.

Acreditamos que propiciar ao aluno a construção do número racional positivo na forma decimal com variadas estratégias e uma diversidade de representações, orais e escritas, possibilita uma construção mais consistente do conceito de número racional na forma decimal.

1.3.3 O número racional positivo na forma decimal e as medidas

Soares (2001) faz referência às críticas de Sangiorgi ao movimento da Matemática Moderna, já que, até então, era um dos seus grandes defensores no Brasil. Apontou vários efeitos da Matemática Moderna no ensino, dos quais destacamos a crítica realizada especificamente às frações e decimais. Dentre as críticas, destacamos:

> Deixa-se de aprender frações ordinárias e sistema métrico decimal – de grande importância para toda a vida – para se aprender, na maioria das

> vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno (SOARES, 2001, p. 116).

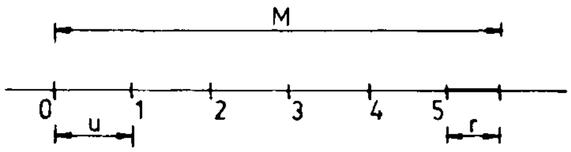
Entendemos ser possível escrever o número racional positivo na forma decimal por meio da extensão de um dos princípios de construção dos inteiros.

Pérez (1997) considera ser natural estender o processo de composição do número, quando multiplicamos por potências de 10, para os inteiros positivos, que chamamos de dezenas, centenas, unidades de milhar, e assim por diante. Podemos chamar as unidades fracionárias que resultam da divisão da unidade por potências de 10, que chamamos de décimos, centésimos, milésimos, e assim por diante. Considera, desta forma, ser interessante trabalhar com a leitura dos números por extenso, por classes e por ordens.

> O número 0,8763 poderá ler lido como: oito décimos, sete centésimos, seis milésimos e três décimos de milésimos.
> Podem igualmente introduzir a escrita para as frações decimais que aparecem por meio deste procedimento, e escrevemos 8 x 1/10 + 7 x 1/100 + 6 x 1/1000 + 3 x 1/10 000.
> Este trabalho não supõe ter introduzido as frações em geral, sendo somente as que aparecem como extensão dos algoritmos das operações com números inteiros (PÉREZ, 1997, p. 84).

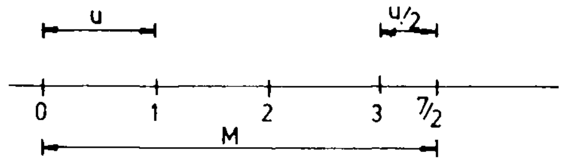
Estabelecer situações didáticas[8] a partir das medidas é considerado importante, em função da diversidade de aplicações que se pode alcançar com o domínio deste conhecimento, bem como em relação ao avanço da aplicação prática para uma abstração que pode ser feita a partir do uso do sistema de medida de comprimento e também das retas numéricas.

> Seja M uma magnitude – um comprimento, por exemplo – e “u” uma unidade da mesma espécie que M. Suponhamos que não existe um número “p” tal qual que p vezes “u” (u . p) seja igual a M, diremos que M é igual a p vezes “u” mais um pedaço que é menor que “u”. Esta situação escrevemos: M = u . p + r (chamamos de r o resto ou pedaço que sobrou).



[8] Na teoria das situações o objeto centra de estudo não é o aluno, mas a situação didática que relaciona sala de aula, professor, aluno e saber matemático, para uma aprendizagem mais significativa (BROUSSEAU, 2008).

Se considerarmos, agora, a unidade “u” dividida em um número “n” de partes iguais, cada uma delas será n parte de “u” (1/n de “u” que representa u/n).
Suponhamos que existe um número “p” tal qual que q vezes u/n é igual a magnitude “r”. Esta situação escrevemos: M = (p . n . u/n) + q . u/n e dizemos que a medida de M, respectivamente da unidade “u/n” é o número (p . n + q).



Medida [M] = (p. n. u/n) + (q . n + q) . n/n = m/n . u (por p . n + q = m) décimos que m/n é a medida de M com a unidade “u” e a chamamos de número da fração m/n (PÉREZ, 1997, p. 61).

Acreditamos que a construção do número racional positivo na forma decimal, utilizando também a reta numérica e o sistema de medidas, facilita a compreensão de que entre dois números naturais existe uma gama infinita de possibilidades de representação. Este tipo de trabalho didático também é importante para que os alunos possam visualizar o posicionamento de ordenação do número racional positivo na forma decimal, ou seja, precisar qual o número maior e o número menor.

Pérez (1997) ressalta que um dos aspectos mais importantes do conjunto do número racional positivo na forma decimal é a maneira como ele está ordenado. Entre o número racional positivo na forma decimal, sempre há uma infinidade de números.

Para todo número racional será possível encontrar um ponto sobre a reta e a ordem dos pontos da reta é dada pela relação: “a” precede a “b” [a > b], se, e apenas se, existe um elemento “c” que verifica a igualdade: [a = b + c], sendo a, b e c números racionais, e “a”, “b” e “c” pontos correspondentes na reta.
Constatamos, também, que os números racionais se distribuem de maneira “densa” sobre toda a reta. Entre cada um dos racionais a e b é sempre possível colocar outro, basta fazer (a + b) /2.
E este fato de poder sempre colocar pontos intermediários faz com que os racionais sirvam perfeitamente para representar as medidas. Utilizamos tantos pontos intermediários quanto pudermos fazer medidas mais finas usando a escala de medidas e medir com tanta precisão quanto nos permitam os instrumentos de medida (PÉREZ, 1997, p. 63).

É necessário elaborar uma sequência didática que dê conta de trabalhar com essa representação com medidas, principalmente partindo de situações significativas, para que se possibilite o avanço dos alunos na compreensão oral e escrita destes números. Este conhecimento deve estabelecer uma relação que se prolongue até uma relação de ordem definida nos naturais. Ou seja, “a/b > a’/b’ a/b – a’/b’ > 0 A relação “>” se define em **Q**, e, portanto, em **D** (PÉREZ, 1997, p. 73).

Reflexões são necessárias, pois algumas propriedades que os alunos utilizam para os números naturais não valem para os decimais, principalmente a que se refere à comparação entre as escritas decimais. Ou seja, se tenho o número 8,015, que possui na escrita maior quantidade de algarismos que 8, 2, isso não significa que este último seja um número menor.

Pérez (1997) explica que, para que os alunos possam dar o significado de números a estes tipos de escrita, é preciso que descubram que podem operar com eles como trabalham com os inteiros, ou seja, podem comparar, ordenar, fazer operações; e que estas relações e operações correspondem às relações e operações de medidas de comprimento. Ele destaca três ideias a respeito do ensino dos decimais a partir das medidas:

> Desde os primeiros anos, as crianças começam a “medir” com o palmo, com o pé, com unidades arbitrárias. Nestes casos se trata de atribuir um número a uma magnitude – geralmente um comprimento. Nesta atividade, a ideia de medida que funciona consiste em averiguar quantas unidades contêm na magnitude medida.
> Uma segunda ideia de medição é determinada pelas diferentes graduações de certos instrumentos (por exemplo, uma escala graduada, o peso das pessoas, um termômetro, um cronômetro, etc.) Em todos eles existem marcas que indicam uma "certa medida" de peso, temperatura ou tempo.
> [...] Finalmente existe a medida propriamente dita, que consiste em estabelecer uma correspondência entre os valores de uma magnitude – por exemplo, o comprimento – e os números, uma vez fixada a unidade (PÉREZ, 1997, p. 85).

Algumas sequências didáticas têm sido propostas a partir do sistema métrico, que consiste em introduzir o número racional positivo na forma decimal como uma forma de codificar uma medida. Esse código permite passar de uma expressão da medida, em função de duas ou mais unidades, para uma expressão em que haja somente uma unidade. Citamos o número racional positivo na forma decimal 3,47m, que pode ser representado como 347mm.

Pérez (1997) aponta dois grandes inconvenientes para este tipo de representação:

> a) Pode conduzir a criança a acreditar que, com a troca conveniente de unidade, poderá prescindir sempre do número racional positivo na forma decimal;
> b) O número racional positivo na forma decimal nem são percebidos como números novos, e sim como outra forma de escrever os inteiros. Esta ideia é reforçada em alguns livros, que definem o número racional positivo na forma decimal como "duas partes separadas por uma vírgula: a esquerda uma parte inteira, e a direita a parte decimal". Por exemplo: 1,38 será menor que 1,275 porque 38 é menor que 275, e 0,3 x 0,3 será 0,9, porque 3 x 3 é 9 (PÉREZ, 1997, p. 87).

Este tem sido um dos problemas enfrentados no trabalho com as medidas, não só pelos alunos, mas também pelos professores dos anos iniciais. Não devemos, então, estranhar que as crianças produzam comparações com estes números e realizem operações com as mesmas regras que servem para os inteiros, porém, considerando as duas partes de maneira separada.

Pérez (1997) tece alguns comentários e faz algumas perguntas que devem ser traduzidas para o enfrentamento das possíveis dificuldades no ensino deste tipo de conceito do número racional positivo na forma decimal.

> De todo modo, os números com vírgula que aparecem mediante estes métodos estão muito longe de dar uma imagem pertinente do que seja o número racional positivo na forma decimal. Como poderá o aluno imaginar que se pode intercalar sempre um número racional positivo na forma decimal entre outros dois, e que, portanto, se pode intercalar uma infinidade? Se você só tem essas imagens de casas decimais, ainda acredita que o número 22,2 e "o próximo" é o mesmo 22,1, número que 222 é o número inteiro que segue 221.
> Além do que, com estas representações da ideia de número racional positivo na forma decimal, dificilmente se aprenderá a considerar os decimais como números com os quais se pode medir magnitudes contínuas (PÉREZ, 1997, p. 88).

Ilustramos algumas das situações discutidas acima por meio da apresentação dos resultados da pesquisa de Cunha (2002), que aponta cinco conclusões específicas no contexto do ensino do número racional positivo na forma decimal enquanto medida.

> - As crianças expressaram oralmente o valor correto da unidade e de suas frações, porém, não conseguiram representá-las no sistema escrito.
> - As crianças da 2ª a 5ª séries do Ensino Fundamental mudaram a unidade-padrão de uma massinha inteira para meia massinha, em função da dificuldade de representação.
> - A maioria das crianças da 2ª a 5ª séries não conseguiu ler e interpretar a representação escrita decimal.
> - Os alunos não relacionam os dígitos após a vírgula com as frações da unidade.

> - Pudemos inferir que, neste contexto, a escola não favoreceu o conhecimento científico dos alunos, mas apenas contribuiu para a ampliação do conhecimento espontâneo (CUNHA, 2002, p. 145).

As dificuldades enfrentadas são praticamente as mesmas, sejam as identificadas nos estudos de Brousseau (1980, 1981), Zunino (1995), Pérez (1997), dentre outros. Mas o que tem sido proposto para modificar esta realidade? É necessário que os resultados das pesquisas se traduzam em ações que possibilitem modificar a realidade do ensino deste conhecimento nas escolas.

1.4 Uma Proposta de Inversão do Ensino do Número Racional Positivo na Forma Decimal antes das Frações

A forma de ensinar Matemática no Brasil tem sido influenciada pela Didática da Matemática francesa, por meio de alguns teóricos importantes como: Artigue com a Engenharia Didática; Brousseau com a Teoria das Situações Didáticas e o Contrato Didático; Bachelard com a Teoria dos Obstáculos Epistemológicos; Chevallard com a Teoria da Transposição Didática e, mais recentemente, com a Teoria Antropológica do Didático; Régine Douady com a Dialética-Ferramenta-Objeto, Teoria dos Quadros; Vergnaud com a Teoria dos Campos Conceituais.

Os conhecimentos construídos cientificamente por meio de variadas pesquisas de diversos autores são discutidos, analisados e validados num determinado contexto sociocultural. Alguns desses conhecimentos são considerados relevantes e passam a integrar o corpo teórico de uma área e assim chegam ao currículo escolar. Um dos problemas enfrentados com relação ao ensino do número racional positivo na forma decimal diz respeito principalmente à forma como esse conteúdo chega à sala de aula para ser ensinado. Neste sentido, Chevallard (1991) pondera que o saber que chega à sala de aula não é tal qual ele foi produzido no contexto científico. Este conhecimento para ser ensinado passa por uma adequação que lhe dá um caráter didático. Chevallard (1991) constrói uma fundamentação teórica para explicar este processo, ao qual denomina de Transposição Didática.

> Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os *objetos de ensino*. O trabalho que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática (CHEVALLARD, 1991, p. 39).

Chevallard (1991) tratou, em sua teoria, o que ele considerou como sendo um equívoco da reflexão pedagógica, que foi o processo de secundarização da discussão dos saberes escolares. Traz para a luz o saber escolar para ser problematizado, afirmando que tradicionalmente a epistemologia tem se ocupado apenas com a produção de saberes e tem desconsiderado as esferas da utilização e do ensino desses saberes, igualmente importantes.

Para que uma proposta seja sólida, é necessário que esteja pautada em uma proposta didática como a definida por D'Amore (2007).

> [...] a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito (que pode ser qualquer organismo envolvido nessa atividade: uma pessoa, uma instituição, um sistema, até mesmo um animal). Aqui é preciso entender que a aprendizagem como um conjunto de modificações de comportamentos (portanto de realizações de tarefas solicitadas) que assinalam, para um observador predeterminado, segundo sujeito em jogo, que o primeiro sujeito dispõe de um conhecimento (ou de uma competência) ou de um conjunto de conhecimentos (ou de competências), o que impõe a gestão de diversas representações, a criação de convicções específicas, o uso de diferentes linguagens, o domínio de um conjunto de repertórios de referências idôneos, de experiências, de justificações ou de obrigações. Essas condições têm que poder ser colocadas em ação e reproduzidas intencionalmente (D'AMORE, 2007, p. 6).

Uma proposta para o ensino do número racional positivo na forma decimal antes das frações foi elaborada inicialmente por Muniz (1988) em um projeto de pesquisa não implementado. Desta forma, apresentaremos a seguir algumas considerações que acreditamos corroboram a proposta do ensino do número racional positivo na forma decimal, antes das frações, no segundo ciclo dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Muniz (1995) apresenta em um projeto de pesquisa suas inquietações e afirmações a respeito do ensino dos decimais e frações. Os PCN recomendam um trabalho integrado entre o ensino de frações e o de decimais a partir do 4º ano do Ensino Fundamental, com aplicações posteriores no Sistema Legal de Medidas. Muniz justifica que o ato de registrar uma medida é ponto de culminância e não de partida das propostas atuais para o ensino dos decimais. Apresenta alguns pontos que reforçam a necessidade de um trabalho mais integrado, indicando quatro argumentos:

> 1º) a forte vivência da criança com números de tal natureza antes mesmo do 4º ano;
>
> 2º) a importância do contexto sócio-cultural no trato com a notação decimal na relação do indivíduo em contexto de compra-venda e medidas;
>
> 3º) a possibilidade de elaboração de uma proposta didático-pedagógica de decimais, independente do ensino de frações, a partir das vivências com os decimais em seu contexto de vida;
>
> 4º) a transposição do conhecimento matemático no Conjunto dos Naturais para o Conjunto dos Racionais restrito à Notação Decimal, explicitamente àqueles referentes às habilidades operatórias (MUNIZ, 1995, p. 5-6).

Pensar em uma metodologia adequada à implementação de uma proposta se torna complexa, uma vez que este trabalho de efetivamente analisar, escolher, adequar e implementar a proposta será do professor, mas foi pensada a resolução de situações-problema como um caminho aberto e viável para esta proposta. Vergnaud (1993) apresenta a resolução de problemas como uma metodologia para o aluno desenvolver a compreensão inicial dos conceitos e teoremas matemáticos, de forma que estes possam ser mais significativos.

O professor, ao desenvolver o trabalho com a resolução de situações-problema, aproximando o saber cotidiano ao saber escolar, não deve se limitar ao aspecto empírico, mas também necessita ter a preocupação com o caráter abstrato e geral dos conceitos científicos envolvidos. A metodologia utilizada deve procurar favorecer o desenvolvimento do saber escolar e criar condições para que o aluno tenha acesso e saiba fazer uso do conhecimento científico.

> É importante compreendermos que a mediação do conhecimento matemático não se realiza no vazio, mas, ao contrário, o educador lança mão de objetos pertencentes à sua cultura para constituir a mediação, seja simplesmente transpondo os objetos culturais, seja transformando-os ou, ainda, criando similares; é no contexto sociocultural que o professor busca as ferramentas para realizar a mediação. O ambiente de aprendizagem Matemática não deve, portanto, prescindir de embalagens, revistas e jornais, cédulas reproduzidas, máquinas de cálculo, calendários, objetos e instrumentos de medições, figuras planas e espaciais, mapas e croquis, materiais de contagem, etc. É importante para o aluno que ele participe da construção, organização, manutenção e equipagem desse ambiente. Toda sala de aula de Matemática deve constituir-se em ambiente de rica exploração de atividades concretas e significativas, não devendo o professor ficar restrito ao livro didático, ou limitado à concepção de um planejamento estático e imutável (MUNIZ, 2004, p. 57).

Numa visão metodológica apregoada pelos teóricos da educação Matemática, a construção do conhecimento matemático é feita pelo aluno, e que se busque a utilização de objetos e ferramentas do contexto sociocultural, reservando um papel de protagonista para o aluno e de mediador para o professor.

> A Matemática deve ser um instrumento privilegiado para a construção da autoestima e autoconfiança de cada um em aceitar e enfrentar verdadeiros desafios que não devem se limitar a situações e exercícios escolares estritamente didáticos. Os desafios propostos aos alunos devem ter uma conexão forte e sólida com o contexto sociocultural, de forma que a sua superação instrumentalize o sujeito para o confronto e a resolução de situações da vida real. Assim, devemos compreender desde o início que a apresentação de situações-problema pelo professor é sempre uma tradução do conhecimento matemático em termos de proposta didático-pedagógica: o professor traduz o conhecimento matemático, seja ele produto científico ou cultural, estruturando e adaptando-o para possibilitar o sucesso na aprendizagem. A Matemática tratada na escola é antes de tudo um produto da escola, visando a aprendizagem e o desenvolvimento, e deve guardar ao máximo as suas características como produto científico e cultural (MUNIZ, 2004 p. 10).

Este posicionamento de Muniz (2004) se faz presente principalmente quando vislumbra um ser matemático em todos os que ensinam, aprendem e constroem a Matemática escolar.

Pressupõe-se nesta pesquisa que a passagem do estudo dos números naturais para o dos números racionais não tem sido feita de maneira a possibilitar a aproximação dos conhecimentos já construídos pelo aluno com o SND e a manutenção da base 10 como ponto de partida para o exame do número racional positivo na forma decimal. Levantamos a possibilidade de outra lógica epistemológica de organização curricular, tendo por base os pressupostos teóricos levantados por Muniz (1988,1995, 2004).

> Essa compreensão leva a que não continuem a encarar a Matemática como um conjunto de regras e procedimentos que se efetuam mecanicamente e sem qualquer relação com o quotidiano, e nos quais a utilização dos recursos é *muito engraçada*, mas não tem qualquer utilidade prática no que concerne à construção de conhecimento matemático compreensivo (RIBEIRO, 2011, p. 416).

Apesar dos PCN de Matemática trazerem todas as argumentações, já apresentadas anteriormente, a favor de um trabalho inicial com a representação decimal do número racional antes da representação fracionária, ainda perdura nos currículos escolares a introdução das frações antes dos decimais. Esse fato pode ser constatado quando analisado o currículo e a relação de conteúdos dos sistemas educacionais de sete capitais brasileiras: Belém, Curitiba, Fortaleza, Goiânia, Palmas, Porto Alegre e São Paulo, mais o Distrito Federal. Em todas elas, o conteúdo das frações aparece primeiro que o número racional positivo na forma decimal e com maior ênfase na distribuição dos conteúdos, sendo que somente o Distrito Federal apresentou uma distribuição mais equilibrada dos dois conteúdos, número racional na forma decimal e fracionária.

Desta maneira, pudemos constatar que as mudanças postuladas nos documentos oficiais, como coloca Chevallard (1991), ainda permanecem distantes do local em que o conhecimento escolar é efetivado, na escola.

Nesse sentido, Ponte (2005) mostra os problemas do currículo atual referentes à aprendizagem dos racionais, indicando existir uma carência nas articulações entre as representações decimais e fracionárias, além da pouca atenção dada aos modelos intuitivos importantes para o desenvolvimento do conceito de número racional.

Bittar e Freitas (2005, p. 176) defendem que o número racional positivo na forma decimal são, portanto, muito mais “naturais” para os alunos do que as frações, apesar de serem usualmente trabalhados nas escolas após o estudo de fração. Afirmação que coaduna com a defesa de Muniz (1988).

Novamente voltamos a destacar a pouca valorização que o conhecimento trabalhado na escola dá à cultura do contexto, como foi observado por Batista, Muniz e Silva (2002 p. 21) quanto ao ensino e à aprendizagem dos números fracionários:

> o fato desses números serem pouco presentes em nossa cultura, sendo assim os alunos têm pouca ou nenhuma vivência com eles. Ao mesmo tempo que não têm relação direta com a cultura, são um conteúdo relevante, uma vez que estão relacionados às razões, ao raciocínio proporcional, ao cálculo algébrico e à probabilidade, entre outros itens. O outro problema refere-se ao baixo rendimento apresentado pelos alunos, tanto nas avaliações escolares quanto nas provas de avaliação nacional e internacional, no que diz respeito à compreensão desses números e aos cálculos com os mesmos (BATISTA, MUNIZ e SILVA, 2002, p. 21).

Nesse mesmo sentido, temos o estudo desenvolvido por Zunino (1995) que chama a atenção para o ensino oferecido nos modelos tradicionais, que dificulta a compreensão dos alunos sobre o significado do número racional positivo na forma decimal. Defende que devem ser proporcionadas situações de aprendizagem que envolvam o conhecimento extraescolar dos alunos, ou seja, o sistema monetário e o seu emprego no sistema de medidas, o sistema de numeração decimal e o número racional positivo na forma decimal, a representação decimal e fracionária, entre outras, além de outras relações que poderiam proporcionar a reformulação do significado dos decimais. Indica ser necessário realizar mudanças nas práticas pedagógicas para o ensino dos decimais, que devem substituir as atuais práticas, que têm passado somente regras que não são compreendidas.

> O enfoque pedagógico que é adotado leva as crianças a deixarem de lado seu raciocínio lógico quando lhes são ensinados conteúdos matemáticos, elas seguramente aprenderão a adaptar-se às exigências da escola, porém não aprenderão Matemática, porque não é possível aprender Matemática renunciando a pensar (ZUNINO, 1995, p. 190).

O professor precisa observa as necessidades dos alunos, o contexto, os recursos didáticos disponíveis para organizar a metodologia e atividades que utilizará em suas aulas. A diversificação de atividades e a participação ativa do aluno no desenvolvimento das aulas são fundamentais para a efetivação de uma metodologia que possibilite a construção de caminhos diversificados nas resoluções matemáticas.

Trataremos a seguir das principais dificuldades que envolvem o número racional positivo na forma decimal.

1.5 Obstáculos e Dificuldades com relação ao Número Racional Positivo na Forma Decimal

Para Brousseau (2008, p. 44), “os sujeitos e as instituições se adaptam às situações que surgem e que, para tanto, fabricam conhecimentos e saberes”. Para produzir esses conhecimentos e saberes, os sujeitos lançam mão de estratégias já conhecidas ou elaboram novas estratégias para se adaptarem às novas situações. A motivação para que elaborem e utilizem novas estratégias ocorre quando percebem que a situação proposta lhes possibilitou condições mais vantajosas de aplicação de um novo método em relação ao anteriormente utilizado e/ou quando o método anterior mostrou-se ineficaz. Este é o momento em que o papel da escola revela-se provocador, ao propor situações-problema para o avanço dos conhecimentos dos alunos.

A escola deve propiciar situações do cotidiano que possibilitem a manipulação de instrumentos do uso social e que podem ser aproveitados pela didática para o ensino dos números racionais em sua forma decimal. Como exemplo, podemos citar os instrumentos de medida e o sistema monetário.

As dificuldades podem ser minimizadas ou dirimidas, como afirma Brousseau (2008, p. 44), “fazendo uso de uma progressão, mediante saltos informacionais, isto é, por meio de modificações de uma variável didática, na qual são propostas características informacionais diferentes o suficiente para surgir uma mudança de método”. O professor pode reorganizar a situação didática para gerar oportunidades para a construção de novas estratégias por parte dos alunos. Esse tipo de situação com certeza não será possível se a prática do professor for baseada em atividades repetitivas e fáceis, incompatíveis com o nível de desenvolvimento dos alunos.

A maneira como o sujeito reage às situações pode provocar rupturas em sua aprendizagem ou não. Brousseau (2008) deixa clara a origem dos obstáculos e/ou o processo de ruptura que ocorre quando existe a aprendizagem:

> A aprendizagem apresenta frequentes rupturas, que podem ter origens e formas variadas: saltos informacionais, mudanças na forma de controle (proto, para ou matemático), origem ontogenética, escolha didática, contingência epistemológica etc. Algumas das concepções[9] adquiridas não desaparecem imediatamente em benefício de uma concepção melhor: resistem, provocam erros, tornando-se, então, ‘obstáculos’ (BROUSSEAU, 2008, p. 48).

A origem do conceito de obstáculo epistemológico é de Bachelard (1996). Brousseau (2008) questionou a afirmação de Bachelard quando este afirmou que o obstáculo epistemológico não ocorria na Matemática. Esse questionamento surgiu nos momentos de modelagem das situações, o que o levou a formular uma definição para o campo da educação Matemática com base nos seguintes argumentos:

> Um obstáculo é um “conhecimento”[10] no sentido quando lhe atribuímos a “forma regular de considerar um conjunto de situações”.
> Tal conhecimento dá resultados corretos ou vantagens observáveis em um determinado contexto, mas revela-se falso ou totalmente inadequado em um contexto novo ou mais amplo.

[9] Brousseau (2008) define concepções como sendo cada maneira organizada, mas particular, de considerar uma noção Matemática.
[10] As aspas foram colocadas no texto original e são reproduzidas na citação.

> O conhecimento novo, verdadeiro ou válido sobre um contexto mais amplo não é determinado "de acordo com" o conhecimento anterior, mas em oposição a ele: utiliza outros pontos de vista, outros métodos, etc. Entre eles não existem relações "lógicas" evidentes que permitam desacreditar facilmente o erro antigo por meio do conhecimento novo. Ao contrário, a competição entre eles acontece no primeiro contexto.
> Os conhecimentos aqui considerados não são construções pessoais variáveis, mas, sim, respostas "universais" em contextos precisos. Portanto, surgem quase necessariamente na origem de um saber, seja ela histórica ou didática (BROUSSEAU, 2008, p. 49).

Essa argumentação e essa delimitação do que vem a ser um obstáculo permitiram destacar algumas características que são passíveis de observação nos obstáculos que se manifestam por meio dos erros. A definição para Brousseau (2008) é que:

> Um obstáculo se manifesta pelos erros, os quais, em um sujeito, estão unidos por uma fonte comum: uma maneira de conhecer; uma concepção característica, coerente, embora incorreta; um "conhecimento" anterior bem-sucedido na totalidade de um domínio de ações. [...] é no próprio ato de conhecer, intimamente, que aparecem, por uma espécie de necessidade funcional, as dificuldades e as confusões [...] Conhecemos *em oposição* a um conhecimento anterior (BROUSSEAU, 2008, p. 49-50).

É assim que o obstáculo não pode ser ignorado. Ele deve ser objeto de preocupação no momento do planejamento das situações didáticas, de maneira que possa integrar sua negação à aprendizagem de um conhecimento novo na forma de contraexemplos. É uma preocupação, mas deve-se ter a clareza de que é um constitutivo do próprio saber. O obstáculo não desaparece com a aprendizagem de um novo conhecimento. Ele opõe resistência à sua aquisição e compreensão, retarda sua aplicação, subsiste em estado latente e reaparece, em especial no contexto anterior quando as circunstâncias o permitem.

É importante frisar que os obstáculos nem sempre são conhecimentos falsos. No caso dos decimais, Brousseau (2008) cita um exemplo:

> O aluno que precisou compreender que o produto de números naturais maiores que 1 é uma repetição de somas – e, em consequência, maior que cada fator – não chega facilmente a interpretar nem a utilizar 0,2 x 0,3 = 0,6, nem distingue o número natural 4 que tinha um antecessor, do "mesmo" 4, agora decimal e sem um que o anteceda. Por conseguinte, o obstáculo é um conhecimento perfeitamente legítimo e inevitável (BROUSSEAU, 2008, p. 50).

Um dos obstáculos epistemológicos detectados com relação aos decimais é justamente o citado pelo autor, sendo que se dá tanto por parte dos alunos quanto dos professores que atuam nos anos iniciais, ou seja, a aplicação da regra e do conceito dos naturais para os decimais. Esse ponto é um complicador no processo, uma vez que quem ensina também está em situação vulnerável na compreensão do conteúdo matemático.

Os obstáculos no sistema didático são, para Brousseau (2008), de três tipos: obstáculos de origem epistemológica, obstáculos de origem ontogênica e obstáculos didáticos. Define os obstáculos de origem epistemológica como sendo aqueles “que não podem, nem devem, ser evitados, pois são constitutivos do conhecimento propriamente dito” (BROUSSEAU, 2008, p. 51). Já os obstáculos de origem didática “são os que parecem depender das escolhas feitas no processo de ensino” e, portanto, podem ser evitados. E os obstáculos de origem ontogênica “são aqueles que se processam a partir de limitações de ordem do tipo neurofisiológicas, entre outras, do sujeito, no momento de seu desenvolvimento” (BROUSSEAU, 2008, p. 51).

Os obstáculos, portanto, não podem ser negados ou esquecidos no momento de organização e desenvolvimento das situações didáticas. Relembramos alguns dos obstáculos já apontados anteriormente: a percepção e compreensão das diferentes formas de representação de um número racional; a comparação entre os racionais que contraria a lógica já aprendida nos naturais; a multiplicação de um racional não segue a lógica dos naturais; a impossibilidade de se falar de antecessor e sucessor nos racionais.

Alguns erros relacionados aos racionais foram estudados por Pérez (1988) e serão objeto de cuidados na implementação da sequência didática, principalmente os ligados à representação decimal.

> *Os erros relacionados com a leitura e a escrita dos números (valor de posição)* - quando perguntamos aos alunos sobre qual dos seguintes números (0,037; 0,37; 37000) é igual a 37 milésimos, 88% das crianças de nove anos e 40% dos alunos de treze anos responderam 37000.
> *Erros relacionados com o zero* - alguns alunos ignoram o zero e interpretam 0,036 como 36. Consideram também que 1,27 é diferente de 1,270.
> *Erros relacionados com a ordem entre os decimais* - pedimos para que os alunos ordenassem os seguintes números: 4,5; 4,15; 4,05 em ordem crescente. A resposta mais frequente é que 4,05 é menor que 4,5 que, por

> sua vez, é menor que 4,15. O número racional positivo na forma decimal são ordenados como iguais aos inteiros e ordenados por critérios que, em alguns casos, podem dar respostas corretas. Outra pergunta feita foi: qual é o maior dos números 0,09; 0,385; 0,3; 0,1814? A resposta mais frequente é 0,1814.
> *Erros relacionados com as operações* - estes erros merecem uma especial atenção do professor:
> a) 0,70 + 0,40 + 0,20 = 0,130
> b) 3,15 x 10 = 30,150
> c) 2,3 x 2,3 = 4,9
> d) 4 x 2,3 = 8,12 (PÉREZ, 1988, p. 136-138).

O que podemos observar é que os alunos fizeram uma transferência dos conhecimentos que possuíam a respeito do sistema de numeração decimal para os racionais. Não houve a percepção de que os racionais fazem parte de outro campo numérico e as regras dos naturais não se aplicam aos racionais. Esse é o obstáculo epistemológico comum apresentado por Pérez (1988).

> A origem de alguns erros pode estar associada à maneira como foi apresentada a definição dos números fracionários e decimais, ou seja, a introdução desses números deve ser feita de forma que os alunos percebam estes números como novos números com algumas propriedades distintas dos números naturais, caso contrário pode haver obstáculos epistemológicos que estarão associados ao conceito(PÉREZ, 1988, p. 142).

Os estudos de Campos et al. (1995) apresentam o que classificaríamos como um obstáculo didático. Isto porque, na pesquisa, mostram as análises que a forma de apresentação das frações como o todo dividido em partes, sendo que as partes utilizadas são pintadas, conduz as crianças ao erro. Este método encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla, qual seja, contar o número total de partes e, então, contar as partes pintadas, sem entender o real significado deste novo tipo de número que resulta desta operação. Ou seja, que a ideia de número fracionário está ancorada na relação entre as duas quantidades.

A modelagem do ensino leva em consideração, no momento de sua transmissão, todo o arcabouço de situações que envolve o aluno e que pode colaborar no componente matemático de sua formação. Brousseau (2008, p. 53) alerta que, para que a aprendizagem ocorra, “uma interação só se torna didática se, e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais)”.

Lima (2005) levantou alguns indícios interessantes a respeito do ensino das frações e dos decimais ao longo do seu ensino no Brasil. Vamos nos ater às constatações dos decimais, que é o nosso objeto de estudo. Indica que o nome número racional aparece como uma novidade, fruto das reformas da Matemática Moderna. Apresenta alguns avanços nos livros analisados, como está descrito a seguir:

> Nesses livros que mencionei ficam evidentes as diferenças e mudanças de abordagem no ensino de frações. Enquanto eram apresentadas e definidas como medidas de segmentos (ROXO, 1928; FOUCHÉ, 1957; CARAÇA, 1951) passaram a ser definidas a partir de outros subconstrutos, como parte/todo (CASTRUCCI E LIMA FILHO, 1961), quociente (LAMPARELLI *et al.*, 1969) e operador (BETHLEM, 1971). Em SMSG (1967) as frações são definidas como um símbolo, para, então, explorar seus significados. Esse último tipo de definição prevalece na maioria dos livros didáticos atuais. Por outro lado, verifica-se que o ensino dos números decimais não sofreu mudanças significativas, pois, em todas as obras, os números decimais são apenas uma nova notação para as frações decimais, dessa forma, mesmo com as diferenças de texto, a essência continua a mesma (LIMA, 2005, p. 43).

É interessante observar como o ensino dos decimais aparece como uma extensão dos números fracionários, ou seja, ocorre de maneira acessória, sem a devida importância em relação à nossa cultura, já que utilizamos em nosso dia a dia mais a representação decimal do que a fracionária. Lima (2005) constatou que não houve avanço em termo de proposta didática para o ensino dos decimais no período que antecedeu o advento da Matemática Moderna até os dias atuais.

Alguns estudos constatam que o ensino dos números racionais não tem conseguido alcançar êxito, dentre estes citaremos alguns que consideramos ter relevância dentro do recorte realizado e que foi objeto deste estudo.

O documento-síntese do Sistema de Avaliação das Competências do Programa SESI Educação do Trabalhador (SESI/UNESCO, 2005) mostra, de maneira clara, as dificuldades apresentadas pelos alunos do primeiro segmento com relação aos números racionais:

> [...] na Competência M2 (Compreender as ideias, relações e representações do número racional positivo) a média de acerto desta competência foi de 29%, o menor de todos os resultados entre as várias competências que formam a matriz de Matemática. A aprendizagem de números decimais e fracionários, não só entre jovens e adultos, mas também entre crianças, mostra-se deficitária. O ensino precisa envolver situações práticas para que a verdadeira compreensão destes conteúdos seja alcançada. É

> imprescindível, ainda, que o docente trabalhe com os alunos como representar os números decimais e que as quantidades apresentadas tenham diferentes registros, como no caso de 125cm e de 1,25m (SESI/UNESCO, 2005, p. 19-20).

O percentual de acerto fica muito aquém do que se considera aceitável como resultado de uma aprendizagem. Isto mostra a não aprendizagem do número racional positivo na forma decimal.

Em seu estudo, Valera (2003) analisou o uso social e escolar dos números racionais nas suas representações fracionárias e decimais em diferentes documentos e publicações oficiais (Parâmetros Curriculares Nacionais, Proposta Curricular Paulista para Matemática) que abordam os números racionais. Como resultado, mostrou a dicotomia existente entre o uso e o ensino da Matemática. Chegou à conclusão de que a sociedade faz maior uso da representação decimal e o uso escolar recai mais sobre a forma fracionária dos números racionais. Em seu estudo, assegura que:

> Embora o estabelecimento de relações entre o uso social e uso escolar ainda não ocorra de maneira efetiva, reconhece-se que aquelas orientações dos múltiplos significados dos números racionais, e, consequentemente, pela resolução de diversificadas situações-problema associadas ao tema, abrem caminho para uma aproximação entre ambos e para o enfrentamento de rupturas verificadas no ensino e na aprendizagem dos números racionais (VALERA, 2003, p. 6).

O pesquisador finaliza que não está sendo ensinado nas escolas o que é indicado nos documentos oficiais e nas avaliações do SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), apontando que existem vários mitos e equívocos no currículo de Matemática, principalmente na sua implementação.

Padovan (2000), em seu estudo, discute os principais erros de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental (atual) na aprendizagem do número racional positivo na forma decimal. Destaca vários obstáculos enfrentados pelos alunos na tentativa de compreender o número racional positivo na forma decimal, pois, mesmo os alunos que chegam ao 6º ano e dominam as principais operações do conjunto dos naturais, mostram-se despreparados ao se depararem com os decimais. Considera a representação escrita do número racional positivo na forma decimal como um fator que influencia no processo de conceitualização do número racional positivo na forma decimal. Constatou que, para alguns alunos, a presença da vírgula é um dos únicos e mais fortes indicativos para que um número seja considerado como decimal, enquanto outros chegam até a ignorá-la numa notação decimal, considerando, assim, o número racional positivo na forma decimal como número inteiro.

Neste mesmo sentido, Silva (2005) verificou que os alunos não sabem reconhecer o número racional na forma decimal como um número, sendo esta a maior dificuldade apresentada por eles. Embora os resultados revelassem o não-saber dos alunos, possíveis obstáculos ao ensino e à aprendizagem do tema, Silva destacou a necessidade de se observar as condições em que estas ações formativas acarretam mudanças nas práticas docentes.

Fonseca (2005), por sua vez, realizou um estudo diagnóstico junto a vinte e quatro alunos do 7º ano do Ensino Fundamental da rede pública, no qual investigou a compreensão dos alunos sobre a divisão do número racional na forma decimal. Sua pesquisa procurou responder questões como: os alunos conhecem a técnica de divisão de racionais? Os alunos utilizam a operação de divisão para resolver questões contextualizadas? Que relação os alunos estabelecem entre dividendo, divisor e quociente? E qual o significado que os alunos atribuem aos restos parciais na operação de divisão? O autor concluiu que dez alunos conheciam a técnica de divisão, vinte e dois utilizavam a operação em questões contextualizadas, cinco acertaram todas as questões, mas nenhum aluno fez atribuições aos restos parciais e, dos cinco que sabiam as relações, apenas três aplicaram a técnica da divisão. Entre os alunos que não conheciam a técnica, a maior dificuldade apresentada vinculava-se à colocação da vírgula e do zero no quociente. É interessante destacar que o autor observou, durante as entrevistas, que a dificuldade na colocação da vírgula e do zero no quociente ocorreu, em alguns casos, pelo fato dos alunos não iniciarem a divisão igualando as casas decimais, e também devido ao pouco entendimento sobre os algoritmos.

Finalizamos a apresentação dos resultados das pesquisas feitas com professores. Apresentamos as conclusões de Esteves (2009), que investigou os conhecimentos de professores do 5º ano do Ensino Fundamental sobre número racional positivo na forma decimal. Ele realizou sessões de atividades sobre número racional positivo na forma decimal com os professores, em que foram propostas situações envolvendo o conceito de números racionais, as operações com número racional positivo na forma decimal e as relações estabelecidas entre o número racional positivo na forma decimal, o sistema de numeração decimal e os sistemas de medidas e monetário. Os resultados de suas análises revelaram a existência de lacunas no conhecimento específico sobre número racional positivo na forma decimal desses professores, que interferiam em seu conhecimento pedagógico do conteúdo e também em seu conhecimento curricular. Concluiu que estas lacunas influenciaram a forma como esses professores organizavam o processo de ensino do número racional positivo na forma decimal em sala de aula.

Em sua pesquisa, Marchesi (2001) concluiu que as afirmações dos professores revelaram que eles possuem apenas o conhecimento de técnicas algoritmicas e regras para operar com decimais, isto é, sabem fazer, mas não sabem justificar por que fizeram daquela maneira. Destacou que o livro didático também é importante para a discussão de uma sequência de ensino dos racionais, pois muitos profissionais utilizam-no de uma forma acrítica, obedecendo à sua sequência de conteúdos programáticos. Dessa forma, a sequência tem início com as frações ordinárias, segue com as frações decimais e porcentagem, e, por fim, o número racional positivo na forma decimal são trabalhados. Ou seja, a abordagem tradicional dos números racionais aparece como a mais natural, sem contestação.

Ribeiro (2009) analisou um dos componentes do conhecimento profissional, o conhecimento matemático para o ensino, por meio de uma situação em que, num grupo de trabalho colaborativo – no âmbito de um Programa de Formação Contínua – foram discutidas as bases teóricas da multiplicação de dois números racionais positivos na forma decimal. Nesta discussão foi evidenciada a falta de conhecimentos por parte dos professores envolvidos sobre uma metodologia para explicar aos seus alunos, de maneira compreensível e que lhes permitisse utilizar os algoritmos com clareza, como efetuar a multiplicação de dois números racionais positivos na forma decimal.

Percebe-se que os desafios são variados e complexos, mas acreditamos que, com propostas que desestabilizem e que mexam com o ensino do número racional positivo na forma decimal, seja possível mudar esta realidade.

No próximo capítulo apresentaremos uma destas propostas para a mudança no enfoque do ensino dos números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sugerida por Batista, Muniz e Silva (2002).

CAPÍTULO II - O NÚMERO RACIONAL POSITIVO NA FORMA DECIMAL NO CURRÍCULO DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL BRASILEIRO

Dando continuidade às discussões desta pesquisa, apresentamos as articulações realizadas para a compreensão da organização do currículo da disciplina de Matemática na 3ª e 4ª série do Ensino Fundamental. Fez-se um resgate das teorias que fundamentam o currículo, de maneira geral, e de como esse processo ocorreu no Brasil. Em seguida, são apresentados alguns conceitos que coadunam com a proposta de ensino defendida. Finalizamos com a organização curricular da Matemática na 3ª e 4ª série dos anos iniciais do Ensino Fundamental, apresentando o modo como o conteúdo do número racional em sua representação decimal está inserido no currículo do Distrito Federal e da escola pesquisada. É necessário este enfoque para uma delimitação conceitual e epistemológica acerca do currículo.

Não abriremos uma discussão sobre a história do currículo, mas é importante conhecê-la, principalmente para que se possa compreender que o currículo não é um conhecimento fixo, mas algo que sofre mudanças e, como coloca Goodson (2008, p. 7), "[...] é natural que uma história do currículo nos ajude a ver o conhecimento corporificado no currículo não como algo fixo, mas como um artefato social e histórico, sujeito a mudanças e flutuações." Mudanças e flutuações que acreditamos sejam sentidas principalmente no processo de implementação curricular, realizado na práxis docente, mas ainda pouco notadas na implementação de novas propostas curriculares.

No quadro, apresentamos a sistematização realizada por Silva (2005), que enfatiza que as teorias do currículo são caracterizadas pelos conceitos que delas fazem parte.

Quadro 1 – Conceitos presentes nas teorias do currículo

Teorias tradicionais	**Teorias críticas**	**Teorias pós-críticas**
Ensino; Aprendizagem; Avaliação; Metodologia; Didática; Organização; Planejamento; Eficiência; e Objetivos.	Ideologia; Reprodução cultural e social; Poder; Classe social; Capitalismo; Relações sociais de produção; Conscientização;	Identidade; alteridade, Diferença; Subjetividade; Significação e discurso; Saber-poder; Representação; Cultura;

Teorias tradicionais	Teorias críticas	Teorias pós-críticas
	Emancipação e libertação; Currículo oculto; e Resistência.	Gênero; raça; etnia; sexualidade; e Multiculturalismo.

Fonte: Silva, 2005, p. 16.

As teorias tradicionais consideram-se neutras, com objetivos puramente científicos e desinteressados. As teorias críticas contra-argumentam que não existem teorias totalmente neutras, científicas e desinteressadas, uma vez que toda e qualquer teoria está implicada em relações de poder. As teorias pós-críticas iniciam com um processo no qual destacam que, no cenário nacional, os currículos existentes abordam pouco as questões que realmente as representam.

> No fundo das teorias do currículo está, pois, uma questão de "identidade" ou de "subjetividade". Se quisermos recorrer à etimologia da palavra "currículo", que vem do latim *curriculum*, "pista de corrida", podemos dizer que, no curso dessa "corrida" que é o currículo, acabamos por nos tornar o que somos. Nas discussões cotidianas, quando pensamos em currículo pensamos apenas em conhecimento, esquecendo-nos de que o conhecimento que constitui o currículo está inextricavelmente, centralmente, vitalmente, envolvido naquilo que somos, naquilo que nos tornamos: na nossa identidade, na nossa subjetividade (SILVA, 2009, p. 15).

Duas concepções básicas de currículo são apontadas por Martins (1992, p. 98). A tradicional, que vê o currículo como "um plano de estudos que habilita o professor a organizar e dirigir o seu trabalho, assim como o de seus alunos" e aquela que enfoca o currículo "como sendo a soma total das experiências dos alunos e que são planejadas pela escola como uma instituição, envolvendo tanto os alunos assim como os professores e processos de ensino e de trabalho". Na visão tradicional, o currículo é visto como um planejamento do que deve ser aprendido. A segunda visão já é mais global, pois envolve a experiência dos alunos, os professores e todos os processos desenvolvidos na escola.

De maneira geral, apoiamos o pensamento de Pacheco (2005), ao resumir essas três teorias de currículo. Se configura uma teoria técnica, na qual o currículo é essencialmente visto como uma descrição dos objetivos traçados, e que são descritos por conteúdos disciplinarmente organizados, em que se valoriza a legitimidade normativa, competindo as decisões curriculares ao poder político. Por outro lado, temos a teoria prática, na qual o currículo é, em sua essência, visto como um texto ao qual compete aos professores interpretar, valorizando, assim, a legitimidade processual, com o reconhecimento da importância das decisões curriculares assumidas pelos professores no processo de pôr o currículo em ação. Na teoria crítica, o papel dos professores no currículo é essencial, sendo o currículo visto como uma práxis, que valoriza a legitimidade emancipatória, sublinhando o papel dos professores como fazedores de currículo, mesmo no plano do estabelecimento das finalidades da educação.

Consideramos que as três grandes teorias curriculares discutidas por Silva (2005) possuem abrangência suficiente para abarcar as diferentes visões do conceito de currículo, principalmente no que diz respeito ao que ele é, que papel tem, quem o influencia, e quem decide sobre ele.

Estes conceitos balizam e auxiliam na compreensão do desenvolvimento do currículo adotado no Brasil e nos desdobramentos que surgiram a partir dessas concepções a respeito de tendências e práticas implantadas nas escolas.

2.1 Uma Breve Abordagem do Currículo no Brasil

Dentro da mesma perspectiva, faz-se uma contextualização a respeito do desenvolvimento do currículo no Brasil, de como esse processo se configurou nas tendências pedagógicas e quais os principais movimentos realizados no campo da Matemática.

Moreira (1990) focaliza, em seu estudo sobre transferência educacional e história do currículo, três períodos básicos na história do currículo no Brasil:

> O primeiro – anos vinte e trinta – corresponde às origens do campo do currículo no Brasil. O segundo – final dos anos sessenta e setenta – corresponde ao período no qual o campo tomou forma e a disciplina currículos e programas foi introduzida em nossas faculdades de educação. O terceiro – de 1979 a 1987 – caracteriza-se pela eclosão de intensos debates sobre currículo e conhecimento escolar, bem como por tentativas de reconceituação do campo (MOREIRA, 1990, p. 15).

O contexto internacional, o contexto socioeconômico e político, bem como a infraestrutura da educação, influenciaram a definição atual do currículo. Salientamos como essa influência estrangeira deixa de incorporar questões culturais brasileiras importantes para o currículo escolar.

> [...] as origens do pensamento curricular podem ser localizadas nos anos vinte e trinta quando importantes transformações econômicas, sociais, culturais, políticas e ideológicas processaram-se em nosso país. A literatura pedagógica da época refletia as ideias propostas por autores americanos associados ao pragmatismo e às teorias elaboradas por diversos autores europeus (MOREIRA, 1990, p. 81-82).

É interessante observar que todo projeto educacional vem como resultado de projetos econômicos, políticos e ideológicos. Nos anos 20 e 30, a realidade não é diferente e a importação de modelos educacionais estrangeiros chega às nossas escolas. Neste período, os pioneiros da Escola Nova buscaram romper com o modelo educacional implantado pelos jesuítas no Brasil.

As reformas educacionais promovidas pelos pioneiros, a criação do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) e o Programa de Assistência Brasileiro-Americana à Educação Elementar (PABAEE) foram os responsáveis pelas primeiras discussões e pela formação de uma estrutura de elaboração e proposição curricular no Brasil.

As reformas propostas neste período não representavam uma única ideia, pois não havia uma unidade de pensamento no grupo dos pioneiros. Tinham eles, neste momento, posturas diferenciadas, que variavam desde uma posição liberal conservadora até uma visão mais radical diante dos problemas e das propostas para a área educacional. A posição adotada pelo INEP girava em torno de uma postura "basicamente composta pelas ideias progressivistas derivadas do pensamento de Dewey e Kilpatrick" (MOREIRA, 1990, p. 82).

A introdução da disciplina currículos e programas na universidade brasileira foi favorecida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei nº 4.024 de 1961, segundo Moreira (1990):

> A lei evidenciou uma preocupação vaga, por parte do poder central, com o currículo do ensino primário, ao mesmo tempo em que propiciou, pela primeira vez no Brasil, certa margem de flexibilidade às escolas secundárias, permitindo que elas definissem parte de seus currículos. Do total de disciplinas estudadas, uma ou duas seriam optativas e de livre escolha do estabelecimento (MOREIRA, 1990, p. 121).

A introdução desta disciplina nas universidades possibilitou uma ampliação dos estudos e discussões na área, o que favoreceu o aparecimento de experiências pedagógicas vinculadas e/ou organizadas pelas instituições de educação superior.

Novamente neste período temos a influência americana quando, de acordo com Moreira (1990, p. 133), “[...] alguns dos professores que estudaram nos Estados Unidos foram seguramente convocados para lecionar a disciplina.”

Moreira (1990, p. 133) afirma que a disciplina currículos e programas “[...] foi de fato introduzida em nossas faculdades após a Reforma Universitária (Lei 5540/1968), que buscou modernizar nossa universidade, organizá-la racionalmente e ajustá-la ao processo de desenvolvimento.” Foi nesse período que a faculdade de Educação substituiu a faculdade de Filosofia, Ciências e Letras. A faculdade de Educação assume, então, a responsabilidade de formar professores e especialistas ligados às áreas de planejamento e administração dos sistemas educacionais e escolas.

No final dos anos 60 a orientação tecnicista impregna o currículo, principalmente por meio do PABAEE. Essa influência é fortalecida com o golpe militar de 1964, momento em que o país sofreu fortes transformações políticas, econômicas, ideológicas e educacionais, atingindo principalmente a educação. A necessidade de mão de obra qualificada, a modernização e a racionalização da produção foram as molas propulsoras de um modelo educacional tecnicista, originado de diversos acordos firmados entre Brasil e Estados Unidos. Foi no bojo desse processo que a disciplina de currículo chegou à universidade, pois havia uma necessidade de formar profissionais adequados ao mercado de trabalho. Houve, então, um investimento no desenvolvimento de técnicas que garantissem a eficiência do processo pedagógico.

> As reformas elaboradas pelos pioneiros representaram um importante rompimento com a escola tradicional, por sua ênfase na natureza social do processo escolar, por sua preocupação em renovar o currículo, por sua tentativa de modernizar métodos e estratégias de ensino e de avaliação e, ainda, por sua insistência na democratização da sala de aula e da relação professor-aluno. Apesar da expressa preocupação com reconstrução social, a maior contribuição das reformas acabou por limitar-se a novos métodos e técnicas (MOREIRA, 1990, p. 91-92).

Houve avanços significativos com o movimento dos pioneiros da Escola Nova e os resultados refletem o conflito que existia dentro do próprio movimento, mas são inegáveis as contribuições que este movimento deixou como legado para a educação brasileira, principalmente no campo do currículo. Para Moreira (1990, p.

95), “o pensamento curricular brasileiro, em suas origens, se fundamenta nos princípios teóricos do progressivismo.”

Essa mudança de foco é discutida por Gadotti (2002) quando ele coloca que se deixa de dar um enfoque mais filosófico para se aplicar uma orientação tecnicista claramente identificada com os modelos americanos. Ocorre, então, uma separação entre a teoria e a prática, que é evidenciada no Parecer nº 252/69, com o excesso de disciplinas específicas e que supervaloriza as especializações.

Esse enfoque tecnicista é verificado por Moreira (1990) quando analisa a orientação dos cursos de currículos e programas ministrados nas universidades do Rio de Janeiro no período de 1970-1978. Analisou doze programas da disciplina currículos e programas, sendo nove de graduação e três de pós-graduação e constatou a influência da tendência tecnicista. Em oito deles encontrou a sequência: objetivos, conteúdo, metodologia e bibliografia. Nestes, as indicações referentes à metodologia e à avaliação eram vagas, mas havia grande preocupação em detalhar objetivos e conteúdos.

Examinou também os objetivos destes programas e constatou que “quatorze objetivos referem-se à terminologia, trinta e cinco a técnicas e oito a fundamentos” (MOREIRA, 1990, p. 137).

Após essa análise, Moreira (1990) afirma:

> Mesmo que as fronteiras entre os três tipos de objetivos não possam ser rigidamente definidas, a maior ênfase dos programas parece ser “o como fazer”. A disciplina adquire, assim, um caráter de disciplina “prática”, sem que, por outro lado, encontremos qualquer menção da discussão da relação teoria-prática.
>
> Os verbos mais freqüentes usados nos objetivos confirmam a ênfase, já que predominam os seguintes verbos: definir, identificar, descrever, elaborar, planejar, formular, selecionar, caracterizar, ordenar e estabelecer (MOREIRA, 1990, p. 137).

Este estudo desenvolvido por Moreira (1990) mostra como a formação dos educadores foi influenciada por um modelo baseado no tecnicismo americano. Somente em meados de 1974 algumas análises de tendências críticas de aspectos ligados às questões curriculares e pedagógicas começam a ser retomadas. Afirma também que, nos anos oitenta, ao contrário do que vinha se configurando no cenário brasileiro até então, o campo do currículo foi mais influenciado por fatores societários e processuais do que por fatores internacionais.

> As transformações ocorridas nos contextos socioeconômicos e políticos, no período que estamos focalizando, favoreceram o desenvolvimento de uma abordagem crítica das questões educacionais em geral e curricular em particular. Chamaremos também a atenção para a diminuição da influência americana no contexto educacional e para o aumento da influência de autores europeus (MOREIRA, 1990, p. 154-155).

O contexto político e econômico do Brasil sofreu mudanças substanciais no período de 1979 a 1987. Neste período, o plano econômico foi caracterizado pelo fim das altas taxas de desenvolvimento e pelos altos índices de inflação. O início da abertura política e a abolição da censura favoreceram a produção de uma literatura educacional mais crítica neste período, que pôde ser sentida nas discussões dos teóricos das tendências pedagógicas que estavam sendo produzidas durante todo esse movimento educacional, principalmente por meio da pedagogia crítico-social dos conteúdos.

O agravamento da crise econômica favoreceu o fortalecimento político e de organização das massas e, segundo Moreira (1990):

> Os trabalhadores urbanos e rurais organizaram-se em centrais e sindicatos, ao mesmo tempo em que emergiram associações de moradores de bairros, associações de servidores públicos, associações de professores e especialistas em educação, centros acadêmicos etc.
> Diversos seminários e debates sobre os principais problemas da educação brasileira foram promovidos. Os educadores exilados pelos militares retornaram. Uma literatura pedagógica crítica floresceu com intensidade. O pensamento pedagógico desenvolveu-se e alcançou acentuada autonomia, embora diversas questões, tanto teóricas como práticas, ainda estejam a exigir clarificação (MOREIRA, 1990, p. 158).

Houve avanços significativos neste período, mas ainda persistiram no campo da prática educacional características tradicionais, o que indica uma desconexão entre o que se discutia e o que era ensinado na disciplina de currículos e programas. Um desafio que permaneceu foi a necessidade de proporcionar um ensino básico universal de qualidade para as camadas que passaram a ter acesso à educação.

Na década de 90, o Brasil participou da Conferência Mundial realizada em Jomtien, na Tailândia. O Banco Mundial, juntamente com outros órgãos internacionais, convocara alguns países para elaborar novas diretrizes políticas, entre essas, algumas relacionadas à educação, principalmente à erradicação do analfabetismo até o final do século. Essa conferência teve como lema a Educação para Todos. Houve também a Declaração de Nova Delhi, na qual foram assumidos o compromisso e a responsabilidade de luta por uma educação e aprendizagem para todas as crianças, os jovens e os adultos.

As reformas educacionais desse período culminaram na aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional em dezembro de 1996, bem como na elaboração do Plano Decenal de Educação, de acordo com o que determinou a Constituição Federal de 1988.

O Brasil definiu sua política educacional de acordo com as propostas dos organismos financiadores, atendendo aos compromissos firmados na Conferência de Jomtien e na Declaração de Nova Delhi. Passa a elaborar seus documentos educacionais. Altera a Constituição em relação às modalidades de ensino, incluindo o atendimento à educação infantil como primeira etapa da Educação Básica e o ensino de jovens e adultos. Neste mesmo período, o Brasil cria o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e Valorização do Magistério (FUNDEF).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/1996) aponta algumas orientações, que destacamos:

> Art. 1º A educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais.
>
> [...]
>
> § 2º A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social.
>
> Art. 3º O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:
>
> [...]
>
> X - valorização da experiência extra-escolar;
>
> XI - vinculação entre a educação escolar, o trabalho e as práticas sociais.
>
> Art. 9º. A União incumbir-se-á de:
>
> [...]
>
> IV - estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o ensino médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum (BRASIL, 1996).

Como podemos constatar, a LDBEN nº 9.394/96 traz, em seu texto, a preocupação de que, no processo formativo do aluno, sejam garantidos aspectos ligados não só a conteúdos mínimos que assegurem uma formação básica comum, mas que o currículo contemple aspectos e valores da realidade familiar, do trabalho e da cultura de seus alunos.

O Ministério da Educação (MEC) forma um grupo de estudiosos internacionais para elaborar uma versão preliminar dos parâmetros em 1994. A primeira versão organizada pelo MEC foi no período de 95-96, com a participação de docentes de universidades públicas e particulares, técnicos de secretarias estaduais e municipais de Educação, além de especialistas e educadores convidados (BRASIL, 1998). Os estudos partiram da análise feita pela Fundação Carlos Chagas de propostas curriculares de estados e municípios brasileiros, bem como dos currículos oficiais e das experiências de outros países. As discussões foram subsidiadas também pelo Plano Decenal de Educação.

As orientações e conteúdos mínimos foram expressos por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), elaborados com a finalidade de fixar um modelo educacional a ser implantado nas escolas, para atender ao que foi colocado na LDBEN de 96. Os PCN apresentam propostas de currículo e de avaliação que tiveram forte influência da experiência da Espanha, representada pela figura de César Coll, que atuou como consultor na elaboração dos PCN juntamente com a Fundação Carlos Chagas. Participaram também representantes do Chile, Colômbia e Argentina, países que já haviam realizado suas adequações curriculares de modo semelhante ao que estava sendo feito no Brasil.

O MEC organizou o documento do Ensino Fundamental, anos iniciais, em dez volumes. Cada compêndio aborda uma parte do conhecimento e traz os objetivos do conteúdo abrangido, orientações de metodologias e avaliação. Atualmente, esse é o documento que orienta o currículo brasileiro, mas não é um documento pronto e acabado.

> O currículo, tal como o conhecemos atualmente, não foi estabelecido, de uma vez por todas, em algum ponto privilegiado do passado. Ele está em constante fluxo e transformação. De forma igualmente importante e relacionada, é preciso não interpretar o currículo como resultado de um processo evolutivo, de contínuo aperfeiçoamento em direção a formas melhores e mais adequadas (GOODSON, 2008, p. 7).

Não houve ainda uma avaliação sistemática deste currículo implementado no Brasil. Desse modo, ainda não podemos apontar se este modelo é o mais adequado. Mas acreditamos ser necessário fazer movimentos no sentido de uma maior apropriação da organização curricular pelos professores, para que possam efetivamente implementar e avaliar no contexto escolar, na sala de aula, novas propostas de organização curricular.

A importância do contexto na organização e efetivação do currículo é ressaltada por Sacristán (2000):

> O currículo não pode ser entendido à margem do contexto no qual se configura e tampouco independentemente das condições em que se desenvolve: é um objeto social e histórico e sua peculiaridade dentro de um sistema educativo é um importante traço substancial. Estudos academicistas ou discussões teóricas que não incorporem o contexto real no qual se configura e desenvolve levam à incompreensão da própria realidade que se quer explicar (SACRISTÁN, 2000, p. 107).

A troca entre a teorização e a prática é fundamental para que se elabore e efetive um currículo real, que dê conta de atender as necessidades de formação dos alunos, sem, contudo, deixar de considerar o contexto no qual está inserido.

Os estudos realizados a respeito das teorias que sustentam o campo do currículo nos levaram a identificar alguns autores que tratam o tema enquanto processo. É esse sentido que abordaremos nesta pesquisa.

> (…) uma concepção processual do currículo leva-nos a ver o seu significado e entidade real como o resultado das diversas operações a que se vê submetido e não só nos aspectos materiais que contém, nem sequer quanto às ideias que lhe dão forma e estrutura interna: enquadramento político-administrativo, partilha de decisões, planificação e desenho, tradução em materiais, gestão por parte dos professores, avaliação dos resultados, tarefas de aprendizagem que realizam os alunos, etc. Significa também que a sua construção não pode entender-se separada das condições reais do seu desenvolvimento, e, por isso mesmo, entender o currículo num sistema educativo requer prestar atenção às práticas políticas e administrativas que se expressam no seu desenvolvimento, às condições estruturais, organizativas, materiais, dotação de professores, bagagem de ideias e significado que lhe dão forma e que o modelam em sucessivos passos de transformação (SACRISTÁN, PÉREZ GÓMEZ 1998, p. 23).

Numa tentativa de interligar os diversos aspectos considerados ao se pensar currículo, Pacheco (1996) apresenta, agregando conceitos de Sacristán (2000), uma proposta no sentido de articular três ideias-chave subjacentes à noção de currículo: “de um propósito educativo, planificado no tempo e no espaço em função de finalidades; de um processo de ensino-aprendizagem, com referência a conteúdos e a atividades; de um contexto específico — o da escola ou organização formativa” (PACHECO, 1996, p. 16).

Para elaborar alguma proposta coerente no tocante a currículo, é necessário definir um projeto que seja interativo desde a sua construção até o seu desenvolvimento. Isso implica unidade, continuidade, interdependência entre todos os níveis e esferas, ou seja, no nível do plano normativo, ou oficial, e no nível do plano real e/ou, principalmente, do processo de ensino-aprendizagem. Pacheco (1996) afirma que o currículo é “uma prática pedagógica que resulta da interação e confluência de várias estruturas (políticas, administrativas, econômicas, culturais, sociais, escolares [...] na base das quais existem interesses concretos e responsabilidades compartilhadas” (PACHECO,1996, p. 20).

As influências e as decisões que são tomadas para a definição curricular contam com a participação de diferentes atores, em diversas instâncias e em vários graus de abrangência. Pacheco (1996, p. 68) aponta “três contextos e níveis de decisão curricular que são: Contexto político-administrativo – relativo à administração central; Contexto de gestão — relativo à escola e administração regional; Contexto de realização — relativo à sala de aula.”

Estes três contextos podem ser entendidos como um contínuo de decisão curricular que se expressa, por meio de ideário socioeducativo, no projeto curricular e didático de uma escola e no planejamento de aulas do professor.

Quando imaginamos o desenvolvimento curricular numa concepção processual de currículo, temos a contribuição de Sacristán (2000), que nos apresenta cinco tipos de currículos, resultantes de ações em diferentes instâncias e que têm a participação de vários atores. Primeiramente, existem os currículos prescritos no sistema educativo, definidos pelos órgãos político-administrativos. Esses currículos têm como papel a prescrição ou orientação relativa ao conteúdo que deve ser abordado na educação obrigatória, ordenando o sistema curricular, a elaboração de materiais curriculares e auxiliando no controle do sistema. Já os currículos desenhados ou apresentados são aqueles que chegam aos professores por meio dos materiais curriculares elaborados, tendo como destaques os livros-textos ou manuais, São a interpretação do currículo na forma mais concreta, orientada para a prática letiva. Por sua vez, os currículos organizados ou moldados resultam da interpretação do professor, seja a partir do currículo prescrito ou dos materiais curriculares. Têm o papel de traduzir e intervir na configuração do significado das propostas curriculares e podem ser feitos em grupo ou individualmente. Já os currículos em ação são os praticados na realidade escolar, aqueles postos em execução com os alunos no momento das aulas. Finalmente, há o quinto tipo de currículos, os chamados avaliados, que são bastante valorizados, principalmente por serem aqueles sobre os quais incidem os testes ou avaliações externas. Desse modo, são considerados relevantes na fixação de critérios para o ensino do professor e para a aprendizagem dos alunos.

O ensino brasileiro, em todos os níveis, vem sentido essa pressão no contexto das avaliações externas, principalmente por meio da Prova Brasil, SAEB, ENEM e ENADE, no âmbito federal, e das avaliações estaduais e municipais. Esses exames têm sido utilizados para calcular índices que sinalizam o nível de proficiência alcançado pelos alunos. Assim, esse currículo tem também um efeito regulador, quer das práticas do professor quer também do que os pais e alunos consideram fundamental dominar.

Nesse sentido, apresentamos na próxima seção a abordagem dada aos números racionais nos PCN (1998).

2.2 Os Números Racionais no Parâmetro Curricular Nacional de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Após a discussão das abordagens, níveis e das diferentes configurações de currículo, que acreditamos que dão conta de fundamentar a nossa pesquisa, partimos, neste momento, para a definição do currículo de Matemática e, mais especificamente, do conteúdo objeto do nosso estudo: o número racional positivo na forma decimal.

Moreira e David (2005) definem a Matemática Escolar e a Matemática Científica a partir da confrontação da forma escolar do saber matemático sobre os sistemas numéricos e a maneira como a forma científica é usualmente tratada nos cursos de licenciatura em Matemática. Defendem uma posição intermediária entre a

Matemática Escolar e a Matemática Científica, sendo que a escolar não pode se restringir somente a uma adaptação da científica, para adequá-la ao processo de escolarização da educação básica. Sugerem uma discussão a respeito das metodologias e estratégias que envolvem também a produção do material didático e do saber para ensinar, mas não se restringem somente a esses dois aspectos. Definem a Matemática Escolar como sendo “o conjunto dos saberes validados, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em Matemática” (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 20).

O currículo escolar é elaborado a partir dos documentos orientadores dos organismos educacionais nacional, estadual e municipal. Nesse sentido, Silva (2005, p. 15) define que “o currículo é sempre resultado de uma seleção: de um universo mais amplo de conhecimentos e saberes seleciona-se aquela parte que vai constituir precisamente o currículo”. Essa seleção deve seguir alguns critérios orientadores de cada área de conhecimento.

Silva (2005) trata também de outro aspecto fundamental para a concepção do que se entende por currículo:

> O currículo é uma práxis, não um objeto estático. Enquanto práxis é a expressão da função socializadora e cultural da educação. Por isso, as funções que o currículo cumprem, como expressão do projeto cultural e da socialização, são realizadas por meio de seus conteúdos, de seu formato e das práticas que gera em torno de si. Desse modo, analisar os currículos concretos significa estudá-los no contexto em que se configuram e através do qual se expressam em práticas educativas (SILVA, 2005, p. 2).

O currículo só se concretiza no momento em que é expresso e efetivado em sala de aula com os alunos. Ribeiro e Ribeiro (2003, p. 44-45) partem de duas perguntas para conceituar currículo escolar: “O que deve ser aprendido e ensinado na escola?” e “O que pode aprender-se e ensinar-se na escola?”. Indicam como um caminho para responder a estas questões a observação dos objetivos e conteúdos definidos no currículo. Para isso, é necessário identificar qual e que tipo de aprendizagem se deseja para os alunos e quais os conteúdos ditos culturais que devem ser ensinados. A partir daí, são definidos os objetivos e os conteúdos que comporão o currículo, bem como os princípios educativos, as estratégias e os meios de aprendizagem. É nesse momento de concretização do currículo, por meio da sequência didática a ser desenvolvida, que se pretende analisar as implicações pedagógicas decorrentes da inversão curricular com uma ênfase no trabalho com o número racional positivo na forma decimal antes dos números fracionários.

É interessante fazer uma ressalva quando se coloca a questão de um ensino de Matemática contextualizado e vinculado ao cotidiano, ao real vivenciado pelo aluno. É preciso ter cuidado com o que Knijnik (1998) chama de paródia do cotidiano, ou seja, os problemas matemáticos, ao serem levados para o âmbito escolar, perdem as características de vida real, passando a ser meros exercícios rotineiros de cálculo. Para que isso não ocorra, é necessário que as atividades desenvolvidas nas comunidades sejam tomadas como objeto principal do estudo e não como simples fontes de inspiração ou exemplificação. É construído um conhecimento escolar no cerne do acompanhamento, exame e problematização de tais atividades.

Pires (2000) discorre que vários países realizaram e implantaram reformas curriculares nos anos 80 e 90, buscando adequar o ensino da Matemática aos desafios impostos pela sociedade, no tocante às novas atribuições conferidas à Educação. Houve, inclusive, como já citado, a participação de especialistas destes países na elaboração dos PCN no Brasil.

Os PCN de Matemática para o Ensino Fundamental são os documentos curriculares oficiais que servem como referência aos currículos dos estados e municípios, tendo sido organizados em dois conjuntos, um para o primeiro e segundo ciclos, que correspondem aos cinco primeiros anos, do 1º ao 5º ano, e o outro para o terceiro e quarto ciclos, que correspondem aos quatro últimos anos, do 6º ao 9º ano.

Os PCN (BRASIL, 1998) indicam que o papel da Matemática será o de instrumentalizar o aluno a exercer a sua cidadania. Indicam alguns caminhos para o fazer matemático na sala de aula, apresentando, com destaque, a resolução de problemas, a história da Matemática, o uso das tecnologias e os jogos.

Evidenciamos a abordagem que é dada ao número racional positivo na representação decimal em algumas passagens dos PCN de Matemática, para o segundo ciclo do Ensino Fundamental, que contempla as duas séries participantes da pesquisa.

No trabalho com medidas, orienta que devem ser evidenciadas “as relações entre sistemas decimais de medida, sistema monetário e sistema de numeração decimal” (BRASIL, 1998, p. 58). É nesse sentido que a sequência didática proposta contempla a articulação desejável entre o sistema monetário e medidas, uma vez que o nosso sistema monetário e o sistema de medidas possuem base decimal.

Nos conteúdos conceituais e procedimentais, com relação ao conteúdo números naturais, sistema de numeração decimal e números racionais, os PCN aponta especificamente, na representação decimal, algumas competências a serem trabalhadas:

> Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário; Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional; Extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal; Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal; Localização, na reta numérica, de números racionais na forma decimal; Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional;
> Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário. Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais; Cálculo de adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias convencionais (BRASIL, 1998, p. 58-59).

As orientações didáticas contidas nos PCN são indicadas como contribuição para a reflexão a respeito de como ensinar e analisam os conceitos e os procedimentos a serem ensinados, bem como os modos pelos quais eles se relacionam entre si e as formas por meio das quais as crianças constroem esses conhecimentos matemáticos. A abordagem dos números racionais neste ciclo tem como objetivo principal “levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas” (BRASIL, 1998, p. 67).

São indicadas algumas situações de exploração do número racional positivo na forma decimal:

> Explorando situações em que, usando apenas números naturais, não conseguem exprimir a medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão, os alunos identificam nos números racionais a possibilidade de resposta a novos problemas.

> A construção da idéia de número racional é relacionada à divisão entre dois números inteiros, excluindo-se o caso em que o divisor é zero. Ou seja, desde que um número represente o quociente entre dois inteiros quaisquer (o segundo não nulo), ele é um número racional.
> Ao optar por começar o estudo dos racionais pelo seu reconhecimento no contexto diário, deve-se observar que eles aparecem no cotidiano das pessoas muito mais em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária.
> O advento das calculadoras fez com que as representações decimais se tornassem bastante frequentes. Desse modo, um trabalho interessante consiste em utilizá-las para o estudo das representações decimais na escola.
> Usando a calculadora, também perceberão que as regras do sistema de numeração decimal, utilizadas para representar números naturais, podem ser aplicadas para se obter a escrita dos racionais na forma decimal, acrescentando-se novas ordens à direita da unidade (a primeira ordem) e de forma decrescente (BRASIL, 1998, p. 67-68).

As orientações gerais presentes nos PCN de Matemática devem ser observadas pelos sistemas estaduais e municipais no momento da organização e da elaboração dos seus currículos na área de Matemática, e, mais especificamente, quando forem abordar os números racionais positivos na sua forma de representação decimal.

Salientamos que a pesquisa realizada e apresentada neste trabalho não defende uma visão hierarquizada dos conteúdos e sim uma urgente adequação da sequência curricular de Matemática, que contemple as necessidades dos alunos e, principalmente, respeite o contexto social no qual vivem, no sentido de que essa vivência se torne o ponto de partida do processo de efetivação da transposição didática a ser realizada pelo professor.

> Embora se saiba que alguns conhecimentos precedem outros necessários e deve-se escolher certo percurso, não existem, por outro lado, amarras tão fortes como algumas que podem ser observadas comumente. Por exemplo, trabalhar primeiro apenas os números menores que 10, depois os menores que 100, depois os menores que 1.000, etc.; apresentar a representação fracionária dos racionais para introduzir, posteriormente, a decimal; desenvolver o conceito de semelhança, para depois explorar o Teorema de Pitágoras (BRASIL, 1998, p. 22).

O módulo de Matemática do PIE/UnB trouxe uma proposta de sequência didática para o ensino do número racional positivo na forma decimal que contemplava esta perspectiva apontada pelos PCN.

Os documentos oficiais não impõem explicitamente uma sequência didática a ser seguida, como podemos perceber neste trecho dos PCN de Matemática, mas apresentam orientações e indicações metodológicas que tornam plenamente viável o desenvolvimento da inversão curricular pretendida.

Nesse sentido, a tese que se levanta é a de que a representação decimal é mais utilizada no contexto brasileiro, pois segue a mesma lógica de organização do sistema de numeração com base 10 e, portanto, está mais próxima da compreensão do aluno, sem levá-lo a uma ruptura deste conhecimento para a introdução de um sistema multibase quando são dadas as frações antes dos decimais.

Apresentamos agora a proposta curricular da escola pesquisada e discutimos alguns conceitos que se encaixam naquilo que pensamos de currículo e os movimentos necessários para a sua efetivação, enquanto currículo escolar de Matemática trabalhado na sala de aula com os alunos.

2.3 O Número Racional Positivo na Forma Decimal no Currículo da 3ª e 4ª série da Escola Pesquisada

A Escola Classe Norte, que está localizada no Plano Piloto do Distrito Federal, é pública e de médio porte. É apresentada de maneira mais detalhada no tópico da metodologia da pesquisa. As informações a seguir foram retiradas de dois documentos: o primeiro, elaborado pela Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal em 2008 e intitulado “Orientações Curriculares – Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais” e, o segundo, elaborado pela Escola Classe em março de 2010, chamado “Distrito Federal em Contexto”, este específico para as turmas da 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental.

As orientações curriculares (SEDF, 2008) formam um documento com uma estrutura enxuta, que apresenta em sua introdução o objetivo e os princípios que busca atingir, relaciona as competências da Educação Básica e, dentre estas, destaca as voltadas para o Ensino Fundamental e explicita como o documento está organizado. As orientações abrangem sete disciplinas: Arte, Geografia, Ciências, História, Educação Física, Língua Portuguesa e Matemática. Vale destacar que os conteúdos são apresentados por série/ano[11]. Iniciam com uma definição destas

---

[11] No Distrito Federal houve a implantação gradual do Ensino Fundamental de nove anos, o que levou a uma convivência com a forma antiga de organização em séries, que prosseguiu paralela à nova organização em anos até 2011. Por esse motivo, este trabalho ainda mantém a denominação série, por ter sido desenvolvida a pesquisa nas turmas que ainda permaneceram nesta organização.

disciplinas, seus princípios e organização, e indicam também as expectativas de aprendizagem.

São chamadas de expectativas de aprendizagem (SEDF, 2008, p. 9) “as habilidades essenciais a serem desenvolvidas em cada componente curricular/ano escolar, de forma a indicar como o processo de ensino deve ser gerenciado para que ocorram devidamente as aprendizagens previstas no currículo ano a ano.” Prossegue colocando que essas expectativas “são os limites mínimos de aprendizagem dos alunos ao final de cada ano, em cada componente curricular, considerando-se a implantação, de fato, em cada instituição educacional e série/ano do currículo proposto para a rede” (SEDF, 2008, p. 9).

Ressaltam que, para a definição e organização destas expectativas de aprendizagem, foram considerados os seguintes documentos: Documentos curriculares anteriormente implantados, os princípios curriculares da SEDF, as habilidades e conteúdos para os componentes curriculares e seus referenciais teóricos e metodológicos.

O capítulo destinado à Matemática foi estruturado em dois tópicos: I – Concepção da Matemática ao longo da escolaridade básica, Ensino Fundamental – séries/anos iniciais; e II – Conteúdos e expectativas de aprendizagem para os anos iniciais do Ensino Fundamental, com base no currículo elaborado pela Secretaria da Educação do GDF.

No primeiro tópico, são destacadas a importância da Matemática enquanto ciência, as modificações de concepção e ensino ocorridas ao longo da história e o seu relevo no dia a dia. Destaca como principais objetivos:

> Compreender conceitos, relações, métodos e procedimentos matemáticos;
> Utilizar os conhecimentos matemáticos na análise, interpretação e resolução de situações em diferentes contextos, incluindo os não matemáticos;
> Resolver e formular problemas envolvendo também os processos de modelação Matemática;
> Compreender e elaborar argumentações Matemáticas e raciocínios lógicos;
> Analisar informações;
> Comunicar-se em Matemática, oralmente e por escrito;
> Compreender a Matemática como elemento da cultura humana, uma realização e construção da sociedade;
> Reconhecer e valorizar o papel da Matemática nos vários setores da vida social e, em particular, no desenvolvimento científico e tecnológico; e
> Apreciar os aspectos estéticos da Matemática (SEDDF, 2008, p. 9).

São basicamente os mesmos objetivos apresentados nos PCN, com algumas supressões e modificações. Vale destacar alguns trechos do texto que fazem referência ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática:

> [...] a importância que deve ser dada à aquisição da **linguagem universal de palavras e símbolos**[12], usada para comunicar ideias de números, espaço, formas, padrões e problemas do cotidiano.
> [...] A ênfase a ser dada ao aspecto formativo da própria Matemática propiciado pelo **prazer da descoberta e do desenvolvimento da confiança intelectual.**
> [...] Qualquer projeto de Educação precisa considerar os **saberes que os alunos trazem consigo** (SEDDF, 2008, p. 68).

Como abordagem metodológica, faz referência somente à resolução de problemas, explicando a sua importância e as etapas necessárias à sua implementação e desenvolvimento. Os objetivos gerais são cópias dos PCN e são apresentados pelos blocos de conteúdos, chamados no documento de temas: Números e operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação; Números e operações.

Apresentamos os conteúdos[13] e expectativas de aprendizagem do 4º ano/3ª série, relacionados ao número racional na forma decimal e fracionária.

Quadro 2 – Conteúdos de Matemática 4º ano/3ª série – número racional na forma decimal e fracionária.

4º ano/3ª série	
✓ Equivalência de números decimais: representação de diferentes formas, reconhecendo o procedimento da complementação das casas decimais (Exemplo: *1,5 = 1,50*); ✓ Associação da representação de um número decimal a uma fração, em especial: ½ = 0,5; ¼ = 0,25; ¾ = 0,75; 1/10 = 0,1; 1/100 = 0,01; ✓ Número fracionário a partir de diferentes inteiros e representações metade de (½): Km, pizza, ano, metro, dólar, etc.; ✓ Situações significativas envolvendo fração de quantidade; ✓ Ampliação dos procedimentos operatórios de adição e subtração dos naturais para contextos envolvendo os números decimais; ✓ Equivalência de frações envolvendo frações do mesmo denominador ou frações de mesmo	✓ Reconhecer a função da vírgula na escrita e leitura de números decimais em situações envolvendo valores monetários por meio de preços, trocos, orçamentos, medidas, distâncias, pesos e capacidades; ✓ Compreender a representação do número fracionário em situações significativas e concretas; ✓ Realizar leitura de medida em instrumentos convencionais e não convencionais do Sistema de Medidas que expressam o resultado por número decimal e/ou frações; ✓ Reconhecer no gráfico de setores simples, explorando nele as ideias de frações como ½. e ¼. Para tanto, o aluno deve ser capaz de: ✓ ler, escrever e identificar decimais até

[12] Negritos do texto original.
[13] Todos os conteúdos destas duas séries estão no Anexo 2.

4º ano/3ª série	
numerador; ✓ Posição de frações próprias e impróprias na reta numerada, podendo utilizar diferentes instrumentos de medida como a trena e a régua centimetrada; ✓ Situações-problema envolvendo frações e sua relação com as principais unidades de medidas (Exemplo: ½ Metro = 50 centímetros; ¼ litro = 250 mililitros; ✓ Sistema Monetário Brasileiro: compra, venda e orçamento; ✓ Reconhecimento de cédulas e moedas que circulam no Brasil e de possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores.	centésimos; ✓ comparar e organizar frações e decimais até centésimos usando materiais concretos, desenhos e numerais; ✓ localizar números inteiros, frações, números mistos e decimais na reta numérica; ✓ traduzir problemas para a linguagem Matemática, diagramas usando números inteiros, frações, números mistos e decimais até centésimos, incluindo notas de dinheiro; ✓ construir e identificar formas equivalentes de números inteiros, frações e decimais; ✓ calcular a adição e a subtração de frações usando materiais concretos, desenhos, problemas em forma de estória e algoritmos; ✓ calcular a adição e subtração de decimais (até centésimos) usando materiais concretos, desenhos, problemas em forma de estórias e algoritmos; ✓ usar estratégias de resolução de problemas para determinar a(s) operação(ões) necessária(s) que envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros e adição e subtração de decimais e frações; ✓ resolver problemas do cotidiano que envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros e adição e subtração de decimais e frações, usando um método apropriado (por exemplo: cálculo mental, algoritmos em lápis e papel, calculadora); ✓ resolver problemas do cotidiano que envolvem adição e subtração de decimais (até centésimos) ou frações comuns com denominadores iguais ou diferentes.

Fonte: Orientações Curriculares (SEDDF, 2008, p. 82-86).

Apresentamos os conteúdos e expectativas de aprendizagem do 5º ano/4ª série, relacionados ao número racional na forma decimal e fracionária.

Quadro 3 – Conteúdos de Matemática 5º ano/4ª série – número racional na forma decimal e fracionária.

5º ano/4ª série	
✓ Leitura, escrita, comparação e ordenações de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (valor posicional, função da vírgula e representações dos números com vírgula); ✓ Reconhecimento de números naturais e racionais no dia a dia; ✓ Porcentagem em contextos significativos (10%;	✓ Compreender o significado de número racional e decimal e suas representações (fracionária e decimal) a partir de seus diferentes usos no contexto social; ✓ Criar, interpretar e resolver situações-problema significativas em diferentes contextos sócio-histórico-culturais, com os números naturais e/ou racionais não

5º ano/4ª série	
25%; 50%; 75%; 100%) relacionados aos decimais; ✓ Equivalência de números decimais com diferentes números de casas decimais por meio de complementação de 0 (*zero*) (*1,5 = 1,500*); ✓ Número fracionário como: relação parte/todo; relação parte/parte; divisão ou cota; ✓ O número fracionário na forma de a/b, reconhecendo as diferentes representações de um número fracionário; ✓ Construção e representação do número fracionário nas situações de medidas e em gráficos; ✓ Resolução de problemas envolvendo decimais com dinheiro e medidas com situações de adição e subtração; ✓ Resolução de problemas envolvendo ideia de equivalência e desigualdades de frações; ✓ Situações aditivas (*adição e subtração*), que requeiram situações multiplicativas significativas, especificamente: Número Natural x Fração; Fração: Natural, Natural X Decimal; Decimal: Natural; ✓ Adição e subtração de frações heterogêneas por meio das equivalências; ✓ Nosso dinheiro e os números decimais; Números com vírgula.	negativos e as quatro operações fundamentais; ✓ Resolver situações-problema envolvendo valores monetários expressos por meio de números decimais e frações; ✓ Utilizar adequadamente os instrumentos de medidas expressando o valor por meio de números decimais. Para tanto, o aluno deve ser capaz de: ✓ ler, escrever e identificar números inteiros, frações, números mistos e decimais até milésimos; ✓ comparar e organizar números inteiros, frações, porcentagens e decimais até milésimos, usando materiais concretos, retas numéricas, desenhos e numerais; ✓ traduzir problemas apresentados em linguagem corrente para a linguagem Matemática, usando números inteiros, frações, números mistos, decimais e porcentagens; ✓ localizar e marcar na reta numérica números inteiros, frações, números mistos e decimais; ✓ reconhecer a equivalência entre números escritos em representações diferentes, para números inteiros, decimais, frações, números mistos e porcentagens; ✓ explicar e mostrar com exemplos a multiplicação de frações usando materiais concretos, desenhos, problemas em forma de estórias, símbolos e algoritmos; ✓ explicar e mostrar com exemplos a multiplicação de decimais até centésimos usando materiais concretos, desenhos, problemas em forma de estórias, símbolos e algoritmos; ✓ usar estratégias de solução de problemas para determinar a(s) operação(ões) necessárias para resolver problemas em uma ou duas etapas que envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros e adição, subtração e multiplicação de decimais e frações; ✓ resolver problemas do cotidiano que envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros e adição, subtração e multiplicação de decimais, frações e números mistos, usando um método apropriado (por exemplo: cálculo mental, lápis e papel, calculadora); ✓ calcular porcentagens (10%; 25%; 50%; 75%; 100%) e relacionar com a representação decimal; ✓ resolver cálculos envolvendo a divisão de números decimais com números de dois dígitos como divisor.

Fonte: Orientações Curriculares (SEDDF, 2008, p. 87-91).

Quando analisamos os conteúdos e expectativas de aprendizagem, verificamos que existe uma proposta equilibrada entre o trabalho a ser realizado com o número racional positivo na forma decimal e as frações, mas vamos constatar na pesquisa como esse trabalho é desenvolvido em sala de aula.

No documento construído pela escola pesquisada, destacamos alguns trechos que consideramos importantes para a nossa pesquisa.

Alguns princípios são salientados no documento Brasília (2010):

> A preocupação com a boa convivência na sociedade e acreditando que a atividade educativa pressupõe a ampla formação do educando, abordando não só os aspectos cognitivos, como os afetivos e sociais num contexto cultural, nos remete ao desenvolvimento de uma proposta de trabalho para o 4º ano, da Escola Classe, que tenha como centro do estudo o Distrito Federal, ambiente de convivência destas crianças.[...] desenvolver os componentes curriculares numa perspectiva de interligação entre as diferentes áreas do saber, procurando traduzi-las a partir das vivências das próprias crianças, que são provenientes de diferentes regiões administrativas, e considerando que a aquisição do saber não ocorre linearmente, mas na diversidade, optamos pelo trabalho com projetos (BRASÍLIA, 2010, p. 2-3).

Os projetos são norteadores da organização pedagógica desta escola. Com relação à Matemática, a proposta especificada no documento Brasília (2010) é:

> O ensino da Matemática proposto pela *Educação Matemática* defende a ideia de que o aprendente é capaz de produzir conhecimento matemático dentro de contextos em sala de aula e fora dela. A aprendizagem Matemática pressupõe uma relação do sujeito com o mundo que o cerca, portanto, aprender Matemática está relacionado com a compreensão através da interpretação do mundo que nos cerca. O uso de gráficos, tabelas, desenhos... devem fazer parte do espaço escolar, por ser parte do dia-a-dia da vida em sociedade. Saber compreendê-los, e elaborar quando proposto, são habilidades impostas pela atualidade. Não basta reproduzir modelos seguindo regras, é preciso criar. A Matemática estudada no projeto “Economia Coletiva“ envolverá o sistema monetário, a ideia de número e abrangerá medidas, geometria e tratamento da informação (BRASÍLIA, 2010, p. 3).

Por termos desenvolvido a pesquisa de mestrado na mesma escola, podemos ressaltar que o projeto de (RE)Educação Matemática de Muniz (2004), desenvolvido nesta escola há mais de seis anos, tem contribuído para concretizar este princípio.

É apresentado como objetivo geral no documento Brasília (2010):

> Desenvolver os conteúdos indicados para a série/ano, oportunizando a construção do conhecimento de forma cíclica, a partir de diversos ramos do saber, favorecendo a compreensão do mundo que nos cerca, a reflexão e a elaboração de novas ideias e aprendendo a valorizar-se como ser humano e formando atitudes de respeito e solidariedade com o outro e com o meio em que vive (BRASÍLIA, 2010, p. 3).

Com relação aos objetivos da Matemática, mais especificamente quanto aos números racionais, não é feita alusão direta aos decimais, mas há referência ao sistema monetário, que pode ser utilizado para o início do trabalho com o conteúdo pesquisado. No documento aparece: "Realizar da poupança coletiva: contagem de cédulas e moedas, trocas na banca de revista; Resolução de situações-problema: como vamos usar o dinheiro economizado, elaborar projeto coletivamente para acompanhar créditos e débitos" (BRASÍLIA, 2010, p. 5).

A proposta de avaliação apresentada no documento Brasília (2010) faz referência a diferentes momentos avaliativos, bem como a diferentes instâncias, envolvendo professor, crianças e pais, como pode ser visto no seguinte texto:

> *A professora*: a avaliação de aprendizagem acontecerá de forma processual (textos, exercícios e atividades variadas), acompanhando o desempenho, envolvimento e desenvolvimento das crianças em cada etapa da proposta.
> *As crianças*: será feita a auto-avaliação, onde cada criança terá a oportunidade de refletir e se manifestar sobre suas aprendizagens.
> *Os pais*: através da participação nas reuniões pedagógicas, nos eventos promovidos pela escola que mostrem o trabalho desenvolvido pelas crianças e através de questionários próprios para que se posicionem diante do trabalho realizado com as crianças (BRASÍLIA, 2010, p. 10).

A realização das intenções expressas no documento foi acompanhada durante o período de três semestres por esta pesquisa. Durante sua pesquisa de mestrado, a autora já havia vivenciado expectativas semelhantes aos objetivos traçados no documento de 2010.

Sakay (2007) observou e registrou em sua pesquisa de mestrado a existência de uma prática diferenciada de trabalho matemático já sendo desenvolvida nesta escola por meio do projeto de Muniz (2004), bem como pôde verificar a existência de uma prática de gestão compartilhada. Nesta pesquisa, foram estudados os espaços de várias atividades desenvolvidas na escola, principalmente os momentos de coordenação, nos quais o autor e pesquisador[14] do projeto de

---

[14] Identificamos como pesquisador o autor do projeto de (Re)Educação Matemática.

(Re)Educação Matemática estava envolvido. No Distrito Federal, foi implantado, em 1995, o Projeto Escola Candanga e, dentre algumas mudanças, houve a ampliação do espaço destinado ao trabalho extraclasse do professor, que foi denominado de coordenação. Esse momento foi ampliado para vinte horas para os professores dos anos iniciais. Dessa forma, trabalham vinte horas em sala de aula com os alunos e vinte horas em coordenação. Na escola pesquisada, o momento da coordenação é destinado à reunião, estudo, discussão, reflexão e à organização das ações pedagógicas. Ocorre em turno contrário à regência de classe. O momento também é utilizado para o encontro de professores e pesquisadores para estudos, debates, oficinas e planejamento, com foco na formação continuada.

O projeto de Muniz (2004) estipulava encontros quinzenais, com um cronograma pré-estabelecido. Nos anos de 2005 e 2006 foi realizado um estudo com todas as equipes, por série, para planejar, desenvolver, avaliar e redirecionar o programa de Matemática. Foram discutidos e relacionados os conteúdos que seriam trabalhados por série. Com base nesses conteúdos, os professores solicitaram ao pesquisador que discutisse, nos momentos de coordenação, aqueles diante dos quais tinham mais dificuldade e/ou necessidade de detalhamento de atividades práticas a serem desenvolvidas em sala de aula. A partir daí, o pesquisador, os estagiários, os pesquisadores da pós-graduação e os professores desenvolveram várias propostas de aula. O processo era vivenciado, discutido e analisado por todos, avaliando-se a importância do desenvolvimento do projeto, bem como seu enfoque e o porquê de os livros trazerem uma concepção tradicional baseada na quantidade e não na qualidade e importância dos conteúdos. Foram momentos ricos em discussões e vivências para todos os integrantes do grupo.

Esse processo de escolha dos conteúdos pela pertinência com a série trouxe, para as duas professoras que participaram da pesquisa de mestrado de Sakay (2007), um conceito de utilidade e significação da Matemática e o compromisso com a realização de um trabalho mais aprofundado. Fez também com que tivessem maior preocupação e comprometimento com a aprendizagem das crianças, buscando sempre acompanhar como seus alunos estavam conseguindo compreender o conteúdo.

Esta escola tem uma história de desenvolvimento de pesquisa partilhada com universidade, o que permite um trabalho pedagógico diferenciado e também uma gestão mais democrática. Quando retornamos para a pesquisa de doutorado em 2010, percebemos que a escola estava passando por momentos delicados, em função da troca de direção. Além disso, era visível que a rotatividade de professores, muito comum nesses estabelecimentos, estava afetando a escola.

No capítulo seguinte, trataremos da análise da proposta desenvolvida por Batista, Muniz e Silva (2002), para a inversão curricular do aprendizado do número racional positivo na forma decimal antes das frações.

CAPÍTULO III - ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO MÓDULO DE MATEMÁTICA, DO CURSO DE PEDAGOGIA PARA PROFESSORES EM EXERCÍCIO NO INÍCIO DE ESCOLARIZAÇÃO (PIE)[15], PARA O RACIONAL POSITIVO NA FORMA DECIMAL

Na pesquisa de mestrado de Sakay (2007), desenvolvida em 2005 e 2006 nesta mesma escola, a pesquisadora estudou o processo de (Re)Educação Matemática das professoras do 5º ano. Durante a realização da pesquisa, constatou-se a dificuldade das professoras no trabalho com os decimais, as frações e geometria. Como este não era o objeto de pesquisa do mestrado, optou-se por desenvolver na pesquisa do doutorado este trabalho com o número racional positivo na forma decimal, uma vez que o processo de pesquisa ação de (Re)Educação continua em progresso e se revelou um assunto rico, que merece novos estudos de aprofundamento. Além disso, o PIE/UnB é um exemplo de projeto bem sucedido de formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em exercício, que propiciou mudanças na prática pedagógica dos professores participantes.

O Curso de Pedagogia para professores em exercício na Educação Básica Infantil e Fundamental (PIE) foi planejado e realizado pela Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, por meio de convênio firmado entre a UnB e a Secretaria de Estado da Educação do Distrito Federal. Este curso foi ofertado a aproximadamente 2.000 professores do Quadro de Magistério desta Secretaria, que estavam em efetivo exercício na Educação Básica Infantil e Fundamental e eram portadores de habilitação em Magistério, o antigo Curso Normal.

O PIE/UnB foi um curso superior com duração de três anos, com início em 2002, com carga horária de 3.210 horas, sendo 1.284 horas presenciais e 1.926 horas não presenciais. O currículo do curso teve como eixo transversal “Cidadania, Educação e Letramento”, organizado em três áreas: Área A – Organização do Trabalho Pedagógico; Área B – Organização do Processo Educativo; Área C – Organização do Processo Social. O currículo pode ser melhor compreendido com a observação do quadro abaixo:

---

[15] As informações do PIE foram retiradas do projeto original (2000).

Quadro 04 – Estrutura Curricular do Curso PIE/UnB.

MÓDULOS	ÁREA/DIMENSÃO FORMADORA – A Organização do Trabalho Pedagógico	ÁREA/DIMENSÃO FORMADORA – B Organização do Processo Educativo	ÁREA/DIMENSÃO FORMADORA – C Organização do Processo Social	EIXOS INTEGRA-DORES	EIXO TRANS-VERSAL
Módulo 01	Educação e Língua Materna 1 Educação CFB 1 Educação e Ling. Matemática 1 Bases Pedagógicas do Trabalho Escolar 1	Aprendizagem, Tecnologias e EAD	Educação e sociedade numa perspectiva sociológica	Realidade brasileira	Cidadania, educação e letramento
Módulo 02	Educação e Língua Materna 2 Educação e Ciências Sociais Educação Arte e Movimento 1	Fundamentos da Educação Básica para crianças, jovens e adultos	Filosofia e práxis pedagógica	Cultura e contexto social	
Módulo 03	Educação e Língua Materna 3 Educação e Ling. Matemática 2 Educação CFB 2 Bases Pedagógicas do Trabalho Escolar 2	Fundamentos da Educação Especial	Identidades, sujeitos e fatos históricos na educação; Educação e desenvolvimento sustentável (saúde e meio ambiente).	Educação e trabalho	
Módulo 04	Educação Arte e Movimento 2 Educação e Ciências Sociais 2 Educação e Ling. Matemática 3	Desenvolvimento e Aprendizagem	Contribuições da psicologia para a educação	Escola como instituição social	
Módulo 05	Educação e Ling. Matemática 4 Educação Arte e Movimento 3 Educação CFB 3	Currículo e Diversidade Cultural	Multiculturalismo e educação	Currículo e diversidad e cultural	
Módulo 06	Educação e Língua Materna 4 Educação e Ciências Sociais 3 Educação CFB 4 Bases Pedagógicas do Trabalho Escolar 3	Planejamento e Gestão Escolar	Educação brasileira: organização e processos	Trabalho docente e discente – uma relação de construção	

Fonte: Projeto PIE (2000).

Silva (2004) realizou a pesquisa do mestrado com os cursistas do PIE e descreve algumas características:

> [...] tem como característica marcante a formação continuada em serviço, mediante a associação entre teoria e prática. Todos os alunos do curso estão em atividade de docência na rede pública de ensino, por isso são denominados professores-alunos. Isso faz com que o curso tenha uma dinâmica própria e características muito especiais, pois a jornada de trabalho é, também, carga horária do curso e a formação é, ao mesmo tempo, inicial e continuada (SILVA, 2004, p. 32).

O desenvolvimento do curso foi realizado diretamente pelos Autores/Tutores[16], Coordenadores de Mediação[17], Professores Mediadores[18]. Os cursistas eram chamados de Professores-Alunos porque atuavam na rede como professores e, ao mesmo tempo e no mesmo espaço, eram também alunos.

A metodologia incluiu projetos coletivos e individuais, seminários e reuniões. Os professores que atuaram como Professores Mediadores no PIE fizeram um Curso de Especialização em Fundamentos Educativos para a Formação dos Profissionais para a Educação Básica – Início de Escolarização, ministrado pela UnB, com conclusão em 2002.

A área de Matemática foi trabalhada em quatro módulos assim distribuídos:

- **Módulo 1** – Educação e Linguagem Matemática de Cristiano Alberto Muniz. Os conteúdos deste módulo foram: Aprender e ensinar Matemática: seus significados; Ensinar Matemática: seus significados; Conhecimento matemático e sua aprendizagem; Evoluindo do conceito de ensino da Matemática para o conceito de educação Matemática: novos paradigmas para novas posturas e formas de mediação do conhecimento matemático; O professor como mediador do conhecimento matemático; Objetos culturais e educacionais para a realização da mediação; Avaliação em educação Matemática; Os eixos norteadores da educação Matemática segundo a comunidade científica e de educadores: os *Standards*; os PCN e os novos currículos; Avaliação em educação Matemática; Avaliação em educação Matemática: vendo a aprendizagem passada ou futura?;

- **Módulo 2** - Educação e Linguagem Matemática de Nilza Eigenheer Bertoni. Os conteúdos deste módulo foram: A construção do significado do número natural e de suas operações; Situações aditivas e subtrativas; Situações de multiplicação e de divisão;

---

[16] Professores da Faculdade de Educação da UnB, pertencentes ao quadro docente da Fundação Universidade de Brasília (FUB) ou ao quadro docente da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal e cedidos à UnB.
[17] Mesmas características dos Autores/Tutores.
[18] Professores que coordenaram as turmas, promovendo as discussões temáticas e acompanhando as produções dos alunos.

- **Módulo 4** – Matemática e Cultura: decimais, medidas e sistema monetário dos autores Cristiano Alberto Muniz, Carmyra Oliveira Batista e Erondina Barbosa da Silva. Os conteúdos deste módulo foram: Números decimais; Medidas; Medidas de massa;

- **Módulo 6** – Educação e Linguagem Matemática: frações e números fracionários de Nilza Eigenheer Bertoni. Os conteúdos deste módulo foram: Considerações iniciais; A construção do significado de fração e do número fracionário; Introduzindo as ideias de operações com os números fracionários nas séries iniciais do Ensino Fundamental; Revendo os conhecimentos do professor sobre números racionais.

O Módulo 4, organizado para o número racional positivo na forma decimal, é o objeto de análise deste capítulo. Integrou a proposta de sequência didática para a intervenção na 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental da escola pública do Distrito Federal.

3.1 Os Objetivos e os Conceitos do Número Racional Positivo na Forma Decimal

O módulo que trata do conteúdo pesquisado foi organizado para trabalhar com os decimais, medidas e sistema monetário. Integra estes três conteúdos em um bloco para atender as necessidades de desenvolvimento da proposta metodológica. Os decimais e as medidas são dois conteúdos trabalhados em um bloco metodológico único.

Os objetivos do módulo são:

- Propiciar a construção da notação de números decimais a partir dos números naturais.
- Reconhecer o uso sociocultural de números com vírgulas no Sistema Monetário Brasileiro e no Sistema Legal de Medidas.
- Desenvolver a contagem e a representação de números decimais.
- Resolver situações aditivas significativas com os números decimais.
- Representar, de múltiplas formas, um número decimal: no material concreto, com representação pictórica, com escrita Matemática e na utilização de instrumentos de medidas.

- Criar situações didáticas para que o aluno construa a noção de número racional a partir de uma medição, em situações de sua realidade (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 22).

A análise foi realizada tendo como ponto de partida o atendimento aos objetivos propostos, identificação dos conceitos, materiais utilizados, contexto e procedimentos adotados.

3.2 A Metodologia Proposta no Módulo de Matemática

A metodologia utilizada em todo o módulo tem como pressuposto a participação ativa do aluno na elaboração, execução e registro das atividades.

> [...] o interesse pela identificação e compreensão de esquemas é mais uma oportunidade de interação aluno-professor, na construção de um diálogo mais profícuo nas aulas de Matemática. Este diálogo de evidenciação dos esquemas é uma chave para a necessária e urgente mudança da organização do trabalho pedagógico, assumindo a verbalização do aluno sobre suas produções como parte essencial da produção Matemática na escola. Desilenciar a aula de Matemática é preciso (MUNIZ, 2009, p. 51).

A diversidade de atividades propostas envolve diferentes formas de trabalho, em que predominam as propostas em grupo ou o trabalho em pares. Verificou-se, na leitura e análise realizada, que os momentos de discussão coletiva são oportunidades de negociação de significados matemáticos e de construção de novo conhecimento (PONTE, 2005). As estratégias intuitivas e informais dos alunos são valorizadas, bem como os seus conhecimentos anteriores, que servem como ponto de partida das atividades. Os processos informais e as representações que os alunos já conhecem são os caminhos utilizados para introduzir as representações formais de número racional, sendo este aspecto pouco explorado no ensino dos números racionais na forma decimal e fracionária. Gravemeijer (2005) ressalta em seu trabalho de pesquisa que um dos grandes problemas do ensino é saber como promover a formalização progressiva das estratégias informais, e, pela nossa análise, esse material aponta caminhos possíveis.

Os alunos começam as atividades pela utilização de material manipulável[19], sem uma exigência inicial de registro. Aqui se busca diminuir a distância e

---

[19] Objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais, que têm aplicação no dia a dia, ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia (NACARATO, 2005, p. 3).

estabelecer relações e conexões entre o conhecimento formal da Matemática e o conhecimento sociocultural dos alunos. Mas, devemos ter cautela e trabalhar com estas ferramentas de maneira adequada, tendo clareza do processo a ser desenvolvido e dos objetivos a alcançar.

> Os professores e os criadores de “sequências de aprendizagem” são peritos que já compreendem o conhecimento matemático abstrato que os alunos têm de adquirir. Na sua perspectiva, faz sentido tentar desenvolver modelos “transparentes” que tornem o conhecimento matemático abstrato apreensível aos alunos. Eles veem o seu conhecimento do sistema de numeração refletido nos blocos. No entanto, para os alunos, os blocos de Dienes não são mais do que blocos de madeira. Não podemos esperar que os alunos vejam uma Matemática mais sofisticada nos blocos do que aquela que eles já adquiriram anteriormente. Isto levanta a questão de como os alunos aprendem a Matemática abstrata a partir de representações externas concretas (GRAVEMEIJER, 2005, p. 2-3).

Ao elaborarmos uma sequência didática, é preciso que vislumbremos esta dificuldade. Ou seja, o professor precisa se colocar no lugar do aluno e ter a consciência da diferença que existe entre o seu nível de abstração desse conhecimento matemático e o do discente. Os materiais manipulativos devem ser um recurso para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos. Devem ser ferramentas mediadoras que facilitam a relação entre o conhecimento informal e o formal. Porém, precisamos ressaltar que é necessário haver manipulação por parte do aluno, pois “para o aluno não é suficiente observar uma demonstração de um material pelo professor. O aluno tem que mexer nos materiais, interpretando as suas características, resolvendo os problemas com a sua ajuda” (ALMIRO, 2004, p. 7).

> Se pensarmos na aprendizagem como o estabelecimento conexões com um corpo de conhecimentos que tem de ser adquirido, a tarefa dos educadores matemáticos é moldar o ensino da Matemática para ajudar os alunos a encurtar o fosso entre, por um lado, o seu conhecimento pessoal e, por outro, o conhecimento formal da Matemática. No entanto, parece que o fosso entre o conhecimento matemático formal e o conhecimento pessoal dos alunos é muito grande (GRAVEMEIJER, 2005, p. 2).

A transposição didática do professor deve permitir ao aluno reinventar a Matemática, transformando a sala de aula em um espaço de *fazer Matemática*[20], e o aluno em um ser matemático. Deve possibilitar a conversa, a troca, a reinvenção da

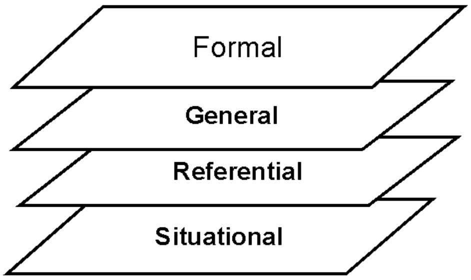
---

[20] Para Muniz (2004, p. 44), é a construção de um espaço, por meio da mediação realizada pelo professor, que deve buscar conhecer os esquemas mentais e algoritmos dos alunos, transformando a Matemática em um espaço de investigação, revelação, descrição e análise das produções dos alunos.

Matemática escolar e da Matemática da realidade, do dia a dia, sem separação como se fossem dois mundos disjuntos, como mostrou a pesquisa que deu origem ao livro “Na Vida Dez, na Escola Zero”, de Carraher et al. (1988).

O estudo feito por Gravemeijer (1994) identifica quatro tipos gerais de atividade. A pesquisa auxiliou na análise das atividades propostas por Barbosa, Muniz e Silva (2002) para o trabalho com os racionais. Um dos fundamentos listados foi o aspecto sociocultural.

Figura 1 – Níveis de atividades.



Fonte: Gravemeijer (2005, p.19).

Os quatro níveis de atividades são explicados por Gravemeijer (2005) por meio de vários exemplos em sua pesquisa:

> (1) *atividade na situação da tarefa*, na qual as interpretações e resoluções dependem da compreensão de como agir no contexto;
> (2) *atividade referencial,* na qual cada *modelo de* refere-se a atividades na situação descrita nas atividades de ensino;
> (3) *atividade geral,* na qual os *modelos para* referem-se a um quadro de representações Matemáticas;
> (4) *raciocínio matemático formal,* o qual não depende do apoio de modelos para a atividade Matemática (GRAVEMEIJER, 2005, p.19-20).

No processo de transposição didática, o professor deve pensar numa sequência didática que crie oportunidades para os alunos desenvolverem o conhecimento matemático fundamentado em experiências do cotidiano. Mas, é necessário pensar uma sequência que possibilite ao aluno evoluir nos níveis de compreensão. É preciso haver espaço para que o aluno possa trabalhar em diferentes níveis e respeito ao processo de evolução do discente.

O processo de análise dos níveis de atividade de Gravemeijer (2005) nos permite dizer que os alunos começam desenvolvendo o conhecimento matemático fundamentado em experiências do dia a dia, deixando em aberto a conexão com essas fontes. Isso permite que evoluam para níveis de compreensão mais avançados matematicamente.

> No nível referencial, os modelos são fundamentados na compreensão dos alunos de contextos experienciais reais. A atividade geral começa a emergir quando os alunos começam a focalizar-se nas relações Matemáticas envolvidas. Então, o seu raciocínio perde a sua dependência da representação mental da situação específica, e o papel dos modelos muda gradualmente, passando a ter vida própria (GRAVEMEIJER, 2005, p. 20).

No percurso da transposição didática, por meio da sequência didática trabalhada, espera-se uma mudança no *status* do conhecimento matemático informal, para uma nova Matemática real, reinventada e significativa para o aluno.

A proposta do módulo contempla materiais que fazem parte da vida cotidiana dos alunos, como embalagens, encartes e propagandas, que podem enriquecer as discussões, tornando-as mais interessantes e próximas de situações reais.

Durante o processo de exploração, é solicitado aos alunos que façam registros, sem qualquer exigência ou restrição de uso de um modelo formal escolar. As crianças são estimuladas a construir seus registros, havendo o momento de reflexão e validação ou não dos registros elaborados. O ponto de partida das atividades são as situações-problema. A contextualização é fundamental para que o aluno desenvolva e evolua em seus esquemas mentais.

A primeira atividade proposta no Módulo do PIE teve o intuito de provocar uma reflexão por parte dos autores junto aos professores cursistas. Consistiu na seguinte indagação:

> Para começar, que tal brincarmos de OFICINA DA MEMÓRIA? Para isso vamos fazer uma perguntinha fácil. Responda sem pensar: Quantas vezes, durante o último mês, em sua vida prática, na sua casa, no mercado ou no clube, você precisou somar ½ com ⅔? (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 23).

A provocação realizada pelos autores remete diretamente à argumentação utilizada para a proposta de inversão curricular. Ou seja, a utilização do conhecimento dos alunos em seu dia a dia como um ponto de partida para a reflexão e a compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados no espaço escolar. Remete à necessidade de aproximação do conhecimento prático do aluno ao conhecimento científico, que a escola tem a responsabilidade de trabalhar.

A reflexão que é colocada logo a seguir diz respeito à argumentação de que o uso das frações em nosso cotidiano é limitado, tendo poucas aplicações práticas.

> A explicação histórico-cultural é colocada relembrando um fascículo anterior em que foi apresentada e discutida a história da Matemática Moderna e o lançamento do Sputnilk, colocando que o conteúdo das frações também se deu no bojo dessas reformas e importações de currículos e metodologias. Ou seja, nas culturas americana e inglesa a utilização das frações é rotineira e, para exemplificar, foi citado: uma polegada e meia, uma libra e meia, um quarto de dólar, uma hora e um quarto etc. Ressalta que, em nossa cultura brasileira, temos o hábito de usar os decimais bem mais que as frações, principalmente no dinheiro, nas medidas de comprimento, massa, capacidade, superfície, volume (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 24).

Os alunos de países de língua inglesa utilizam mais a representação fracionária em seu cotidiano, especialmente para ½ e ¼, mas o mesmo não acontece com a sociedade brasileira, que utiliza mais o número racional positivo na forma decimal em seu dia a dia. Como o currículo escolar brasileiro sofre a influência norte-americana, o conteúdo de frações continua sendo mais trabalhado que o de decimais.

A argumentação central que reforça a proposta de inversão curricular do ensino dos decimais antes das frações é de natureza sociocultural:

> Em nossa cultura temos por hábito usar decimais bem mais que as frações: no dinheiro, nas medidas de comprimento, massa, capacidade, superfície, volume. Mais do que isso, o nosso sistema de medidas é decimal, nosso sistema legal tem por base o DEZ. Basta que olhemos à nossa volta para constatar a grande quantidade de números com vírgula que aparece. Nos jornais, revistas, anúncios, nos encartes, rótulos, embalagens e nos próprios jogos das crianças a presença de números com vírgulas é comum (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 24).

Alguns pontos importantes são levantados para que os professores reflitam a respeito do motivo pelo qual a proposta prossegue em uma sequência didática diferente da usualmente desenvolvida. Esta inversão curricular tem aportes de natureza sociocultural e epistemológica, entre os quais podemos citar:

- a numeração decimal valoriza a organização numérica por ordens e classes e enfatiza principalmente os agrupamentos de dez em dez;

- os conteúdos trabalhados até então utilizaram a base dez;
- o ensino do conceito parte/todo das frações rompe com a estrutura lógica construída no campo numérico decimal e parte para o estudo em outras bases, de maneira aprofundada;
- no trabalho com frações, principalmente com operações que envolvem o conceito parte/todo, são mobilizadas estruturas com mais de uma base numérica, obrigando o aluno a lidar com "multibases"[21];
- operar com o conceito parte/todo, envolvendo duas frações, pode significar o uso de duas quantidades numéricas que se encontram em bases diferentes, o que impõe que a operação com tais números implique uma mediação, via redução, para uma base comum entre as duas quantidades numéricas;
- a ruptura curricular do processo de construção de estruturas numéricas, no sistema decimal, possui base epistemológica importante. Epistemologicamente não há sentido em romper com o sistema decimal e abruptamente passar para um sistema multibases, para depois retornar ao sistema decimal;
- estruturas numéricas existentes nos naturais continuam preservadas nos decimais. O agrupamento, o valor posicional, a contagem, os algoritmos operatórios nos decimais acabam por se constituir expressão homogênea e harmônica dos naturais aos números não inteiros, mas ainda na base decimal. Essa aproximação é interessante, mas requer uma abordagem cuidadosa, para que se tenha clareza dos conceitos envolvidos e uma sequência didática que permita a expansão para o campo conceitual dos números racionais;
- a ruptura sociocultural que ocorre se descola da cultura, do sistema monetário, do sistema legal de medidas, que também são de base dez;

---

[21] Tal fato pode ser explicado se compreendermos que, quando trabalhamos com meios, estamos na base 2, com terços estamos na base 3, com quartos na base 4, e assim por diante (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 26).

- não se trata de reduzir a importância das frações, mas de harmonizar o currículo, dando instrumentos e tempo ao aluno para a futura aprendizagem das frações;
- trata-se de opção metodológica de cunho político-pedagógico, pois é necessário que se busque inicialmente trabalhar os conteúdos de maior significado para os alunos.

A organização curricular da Matemática, introduzindo os decimais antes das frações, propõe preservar uma sequência menos abrupta e mais próxima da realidade sociocultural dos alunos na aprendizagem dos números racionais.

A base dez, o agrupamento de dez em dez, a organização numérica por ordens e classes são conceitos e estruturas já vivenciados pelos alunos e que, no trabalho com os decimais, não são alterados. O não rompimento com o sistema decimal tende a favorecer a aprendizagem dos alunos. É preservada também nesta proposta a cultura cotidiana do aluno, que vivencia os decimais em seu sistema monetário e no sistema legal de medidas.

Uma sequência didática organizada de forma a trabalhar com os decimais antes das frações preserva as estruturas numéricas presentes nos naturais. Como colocado anteriormente, o agrupamento, o valor posicional, a contagem e os algoritmos operatórios nos decimais são mantidos. É importante frisar que o que é preservado são as estruturas numéricas, pois os conceitos são diferentes e se faz necessária a ampliação conceitual para o número racional.

A proposta metodológica adotada no material do PIE, com relação aos decimais, busca harmonizar o currículo, instrumentalizando o aluno de maneira que ele tenha tempo para a aprendizagem das frações após uma intervenção didática mais significativa no conteúdo dos decimais.

3.3 A Proposta do PIE/UnB para o Número Racional Positivo na Forma Decimal

A quantidade de atividades propostas não tem a intenção de ser receita e sim de despertar no professor as possibilidades de trabalho para o desenvolvimento dos decimais. A variedade de atividades permite a escolha de uma sequência didática mais pautada na realidade dos alunos, permitindo substituir e/ou excluir atividades de acordo com os conceitos e necessidades da turma.

A análise será feita por atividade, na sequência proposta pelo módulo, na qual destacaremos o conceito trabalhado, material utilizado e passos a serem dados. Desenvolveremos sempre a mesma estrutura para facilitar a compreensão das análises realizadas.

3.3.1 Conhecendo os decimais

a) Problema dos retângulos

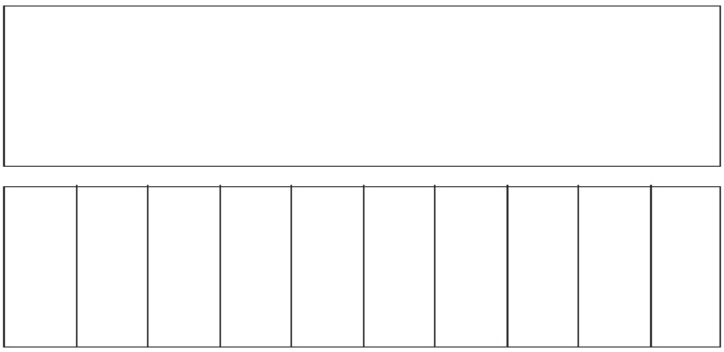
A primeira atividade é um problema que deve ser proposto para os alunos sem uma preocupação com registros ou nomeação do conteúdo que está sendo trabalhado.

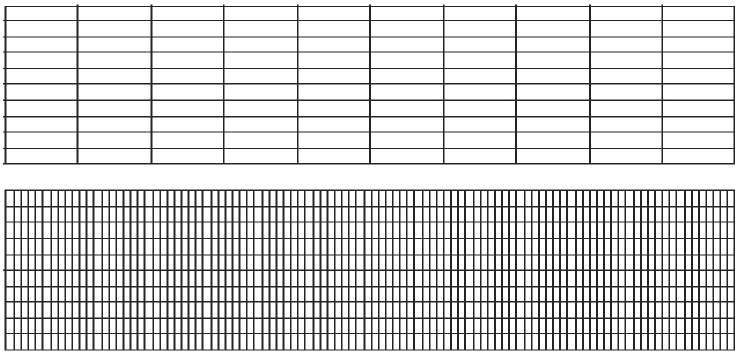
O objetivo é deixar "nascer" as várias hipóteses e algoritmos dos alunos, que fundamentarão a sistematização posterior.

A turma deve ser organizada, de preferência em grupo, para possibilitar maior troca de sugestões entre os alunos.

O material a ser utilizado é composto por quatro retângulos do mesmo tamanho, de papel, sendo que o primeiro é inteiro, o segundo está dividido em dez partes iguais, o terceiro em cem partes iguais e o último em mil partes iguais.

Figura 2 – Retângulos.





Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 27).

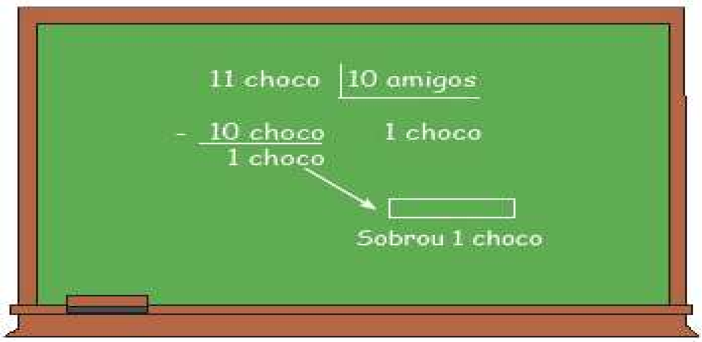
O trabalho é iniciado com a entrega dos retângulos aos alunos, que deverão escolher que objetos os retângulos representarão. Os alunos devem escolher livremente o objeto que simularão na atividade. A título de ilustração, o material propõe que seja chocolate branco. O seguinte problema é proposto: Tenho 11 chocolates e quero dividi-los entre 10 amigos.

Todos os alunos devem ter o material para que possam manipular, ou seja, 11 retângulos inteiros ou 11 chocolates inteiros.

Neste momento, é retomado o conceito de divisão como partilha. Os autores frisam no material a importância em saber que o ato de sobrar resto ou não depende da natureza daquilo que está sendo dividido. É importante refletir essa situação com os alunos para que não tenham a ideia errônea de que uma mesma divisão terá sempre o mesmo resultado, independente da natureza do que está sendo dividido.

O professor deve fazer o registro no quadro.

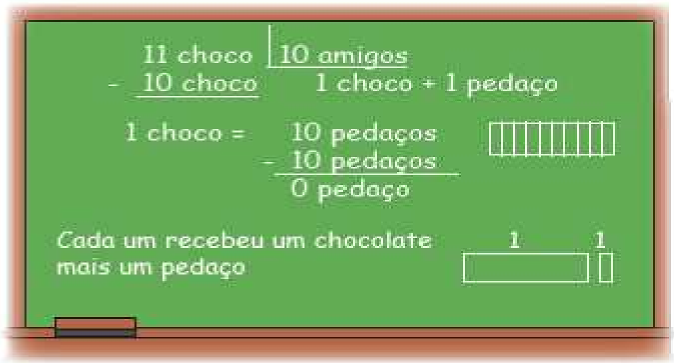
Figura 3 – Registro realizado pelo professor.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 30).

Após a divisão dos 10, o resultado aponta a sobra de 1, que deve ser dividido entre os 10 amigos. É feita a proposta de troca do chocolate inteiro por um dividido em 10 partes. Os alunos devem ser questionados e incentivados a recortar as partes com a tesoura.

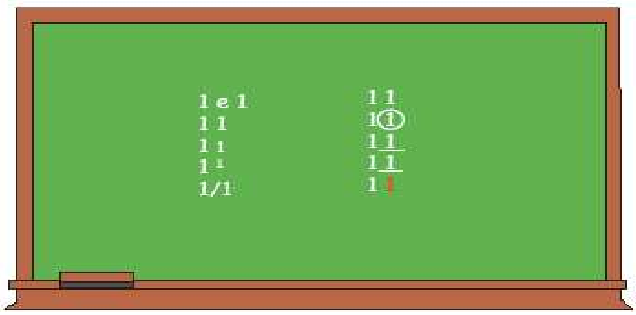
Figura 4 – Registro do andamento da resolução do problema.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 31).

Enquanto a simbologia está aliada ao concreto, não há problema quanto à representação alternativa “1_1” (1 chocolate e 1 pedaço) utilizada pelo aluno, sendo necessário construir a passagem para a representação formal. O desafio para os alunos ocorre no momento em que precisam criar as suas possibilidades, registrar com algarismos e numa situação distante da representação concreta. Alguns registros possíveis, realizados por alunos que já vivenciaram esta proposta, são apresentados na figura abaixo:

Figura 5 – Registro de possibilidades elaboradas pelos alunos.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 32).

Podem surgir outras maneiras de registro, inclusive com vírgula e/ou ponto. O professor vai eleger junto com a turma uma das notações utilizadas.

Posteriormente, pode utilizá-la para um “ditado[22]”. Os autores observaram que as crianças têm demonstrado a preferência pela notação 1_1 (um grande e um pequeno).

Em nossa análise, identificamos os seguintes pontos:

Material – visualmente remete diretamente à representação fracionária.

Contexto – por mais que o chocolate faça parte do cotidiano da criança, não facilita o avanço do pensamento para uma representação numérica. Aproxima-se mais de uma representação pictórica e geométrica. Se esta mesma sequência fosse apoiada no sistema monetário, acreditamos que estaria mais próxima de um contexto real dos alunos.

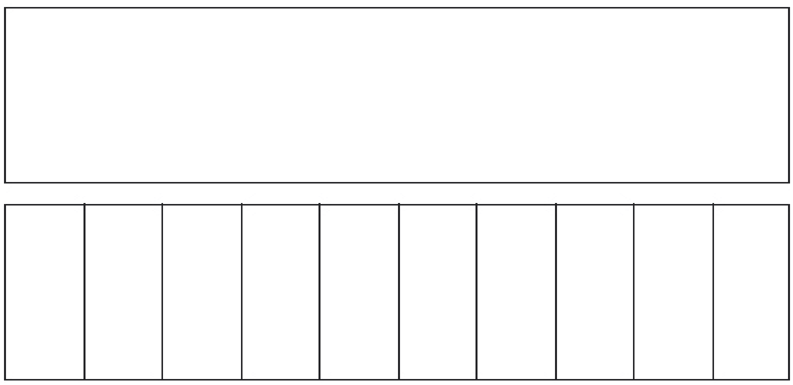
A atividade, como proposta, propicia a criação de algoritmos particulares, permitindo o processo de reinvenção dos algoritmos.

b) Ditado legal

O ditado legal é realizado com o uso de dois retângulos, um inteiro e outro dividido em 10 partes, e uma tesoura.

O objetivo é explorar a diversidade de registros dos alunos.

Figura 6 – Retângulo inteiro e dividido em 10 partes iguais.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 32).

O professor dita um número, registra no quadro e o aluno deve representar com o material. O registro realizado é feito utilizando exatamente a forma escolhida pelos alunos, não sofrendo alteração e/ou aproximação da maneira formal utilizada pela escola.

[22] O ditado citado aqui diz respeito a uma atividade desenvolvida de maneira significativa para o aluno, com o objetivo de suscitar registros diversificados, que contribuam para a aprendizagem do conceito trabalhado.

Figura 7 – Exemplo de registro do ditado legal.

SOLICITAÇÃO	REGISTRO NO QUADRO	REPRESENTAÇÃO CONCRETA	SINTESE
TRÊS E DOIS	3_2		3 CHOCOLATES E 2 PEDAÇOS
DOIS E CINCO	2_5		2 CHOCOLATES E 5 PEDAÇOS

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 33).

A atividade é utilizada para explorar a representação com a notação ditada. Busca fazer com que os alunos "matematizem[23]". Ou seja, a partir de uma forma de registro proposta por eles, que a mesma possa ser compreendida e utilizada. Tal processo auxilia na compreensão de que os decimais são uma notação socialmente criada e utilizada pela humanidade. Essa construção da ideia inicial do número racional positivo na forma decimal, mesmo sem a utilização da vírgula em sua notação, possibilitou a compreensão de sua estrutura. A utilização desta atividade deve ser feita até que os alunos se sintam seguros com a notação escolhida.

Em nossa análise, identificamos os seguintes pontos:

Material – visualmente remete diretamente à representação fracionária.

Contexto – o ditado, por mais contextualizado que seja, traz mais significado para os objetivos propostos pelo professor do que significado para o aluno. Não se aproxima da necessidade do discente no seu dia a dia. É possível executar toda a sequência em um contexto monetário, sendo este mais real para o aluno.

3.3.2 Adição e subtração racional positivo na forma decimal

a) Mistério na escola

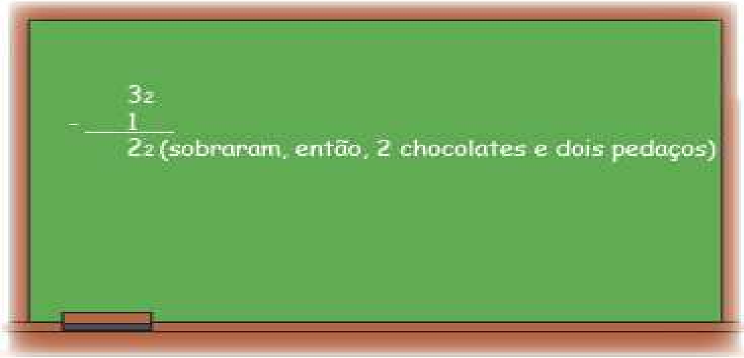
É criada, pelo grupo, uma situação-problema desafio, em que o aluno utiliza a notação construída e o material de apoio (os dois retângulos) para a resolução. O professor vai contando e registrando no quadro toda a situação e os alunos representando e resolvendo com o material. A situação-problema tem início com o professor colocando que levou 3_2 chocolates (o professor representa no quadro) e

---

[23] Ou seja, possam elaborar várias possibilidades de registro a respeito do conceito trabalhado.

guardou-os no seu armário. Como o armário não tinha chave, um chocolate desapareceu. Quanto ficou?

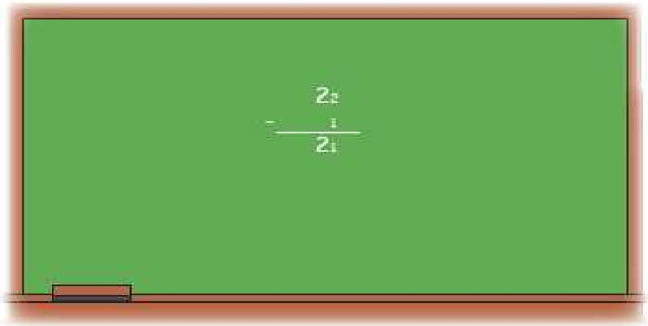
Figura 8 – Registro de uma possibilidade de registro de resolução.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 35).

Mas o mistério não acabou por aí. Um ratinho muito esperto passou pelo armário e comeu um pedaço do chocolate que havia ficado desembrulhado. Quanto sobrou?

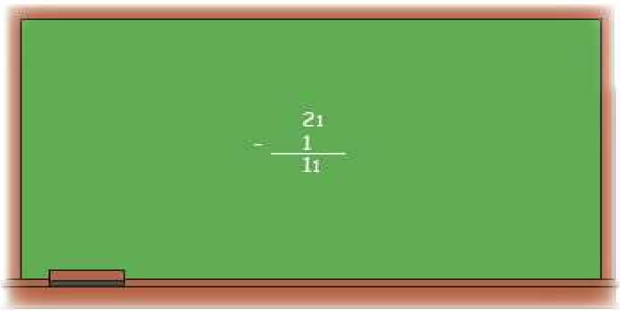
Figura 9 – Registro de uma possibilidade de registro de resolução.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 35).

Um dos chocolates o professor levou para uma colega que estava fazendo aniversário e deu a ela na hora do intervalo. E, agora, sobrou alguma coisa?

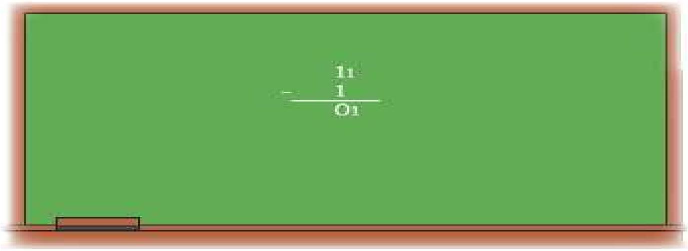
Figura 10 – Registro de uma possibilidade de registro de resolução.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 36).

Como era hora do intervalo, o professor comeu um chocolate. Ainda tem sobra?

Figura 11 – Registro de uma possibilidade de registro de resolução.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 36).

A resposta aponta que a sobra é um. O professor questiona os alunos: Um o quê? Aguarda as respostas. Finaliza de modo a sintetizar a ideia representada, ou seja, um pedaço e nenhum inteiro. O professor, para ter certeza, registra no quadro o 0 grande e o 1 pequeno. É importante salientar que a representação grande e pequena estabelece uma relação de ordem e o registro começa a se aproximar dos algoritmos válidos para operar com números naturais. Para isso, sugere-se utilizar a sapateira ou canudeira[24], pois 1 grande é igual a 10 pequenos.

A sugestão é para que o professor trabalhe com a composição e decomposição do inteiro, perguntando quantos pedaços são necessários para formar um chocolate inteiro ou quantos pedaços precisa comer para saborear um chocolate inteiro. Deve perguntar, também, o que um pedaço é do inteiro, pois, para obter o pedaço, o inteiro é dividido em dez partes. Logo, o pedaço é a décima parte do inteiro. O pedaço é o décimo do chocolate. Aqui prossegue a ideia fundamental da base DEZ: a cada dez de uma unidade, obtemos um da unidade de ordem superior. Até o momento, a atividade possibilitou a construção da ideia do inteiro e do décimo.

Em nossa análise, identificamos os seguintes pontos:

Material – como o material continua sendo o mesmo utilizado nos momentos anteriores, ainda persiste o uso dos retângulos, que remete ao registro das frações. A canudeira pode ser melhor explorada se for utilizada no contexto monetário, por

[24] A sapateira ou canudeira vai depender do material que será utilizado (palitos ou canudos). Funciona como um quadro valor de lugar, que pode ser afixado no quadro ou parede, com bolsos para que o material concreto possa ser colocado e manipulado (BERTONI, 2009).

meio de cédulas de R$ 100,00; R$ 10,00; R$ 1,00; e moedas de R$ 1,00; R$ 0,10; R$ 0,01.

Contexto – o registro a ser feito no quadro pelo professor não traz uma correspondência mais direta com qualquer representação vivenciada por ele. Cria-se um registro particular, mas que está muito ligado à representação interna de cada aluno. Isso pode ser um complicador para a compreensão dos registros um do outro. Tal possibilidade não ocorreria se fosse utilizado o sistema monetário, em que temos cédulas e moedas com valor sociocultural para apoiar o registro. Entendemos que, se fosse utilizado o contexto monetário para essa mesma sequência, o processo de registro seria mais rico, sendo também mais fiel à realidade. Ressaltamos que o uso do sistema monetário deve ser feito de maneira a garantir a passagem para o registro formal possibilitando o avanço na construção do conhecimento matemático do aluno.

b) Caixa dos décimos (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 38-40)

A atividade da caixa dos décimos é desenvolvida com o uso de uma tampa de caixa de sapatos. Cada aluno deve ter em mãos os retângulos que representam chocolates e pedaços de chocolate, inteiros e décimos (Figura 7). A atividade é coletiva e trabalha com a construção, consolidação e verbalização de inteiros e décimos de maneira manipulativa.

A atividade consiste em passar a tampa de aluno em aluno. Cada um acrescenta um décimo e, oralmente, diz quantos décimos existem na tampa. Quando completar 10 décimos, o aluno que tiver com a tampa deve trocar os 10 décimos por 1 inteiro e ficar em pé. A caixa permanece circulando na sala até que todos tenham participado. O aluno que fez a troca por um inteiro deve permanecer em pé até a conclusão da atividade, a fim de que todos percebam que, se na sala houver 32 alunos, teremos 3 inteiros (alunos em pé) e 2 décimos. O professor pode solicitar, durante a atividade, a leitura da quantidade contida na tampa até o momento. Exemplo: no décimo sétimo aluno, a leitura será dezessete pedaços de chocolate, ou então, um chocolate inteiro e sete pedaços de chocolate. O professor deve estimular a verbalização da ação do aluno, mediando a leitura e provocando para que ora seja dito 17 décimos e ora 1 inteiro e 7 décimos. Esse trabalho desenvolverá a segurança dos alunos em ver 2 inteiros e 5 décimos como 25 décimos.

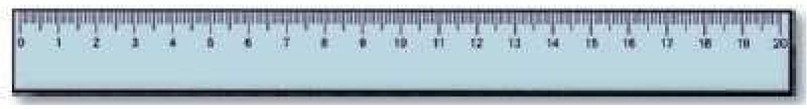
Material – continua sendo o mesmo utilizado nos momentos anteriores. Ainda persiste o uso dos retângulos, que remete ao registro das frações. Como sugestão, utilizar as moedas, introduzindo as demais moedas: R$ 0,05; R$ 0,25; R$ 0,50, o que proporcionaria várias composições para se chegar a R$ 1,00.

Contexto – a mesma sequência didática poderia ser utilizada, mas no contexto monetário.

c) Desenho com a régua centimetrada (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 39-40)

Um instrumento simples, utilizado para medir, será fundamental no estudo de decimais: a régua centimetrada.

Figura 12 – Régua centimetrada.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 39).

Com o uso da régua, o professor deve solicitar ao aluno que desenhe uma casa com as seguintes medidas: altura 4_3 e largura 5_1. O aluno deve descobrir o que é grande e o que é pequeno na régua. É preciso perguntar ao aluno o que o pequeno é do grande ou quantos pequenos são necessários para formar o grande. É necessário que ele saiba que o pequeno é a décima parte do grande. Portanto, a relação é a mesma que já vinha sendo utilizada. Realizar mais atividades de construção geométrica que explorem os inteiros (centímetros) e os pedaços (milímetros). Esta atividade continua com o processo de consolidação dos inteiros e décimos.

Material – a régua faz parte do contexto escolar do aluno e é pouco explorada matematicamente. É um material rico e pertinente para a atividade. É interessante por proporcionar novos registros e conceitos. Já acrescentaríamos o metro, para facilitar as comparações dos dois instrumentos e dos seus usos.

Contexto – um desafio mais lúdico de construção de brinquedo de sucata talvez fosse mais apropriado para a atividade.

d) A pesquisa de números com vírgula e/ou ponto (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 40-41)

Para a realização da atividade de pesquisa de números com vírgula e/ou ponto, deve ser solicitado aos alunos que procurem, em revistas, jornais, encartes, rótulos, embalagens e calculadoras, números em que apareça a vírgula ou o ponto. O objetivo é discutir a função e o significado da vírgula, articulando o significado do número com a vírgula e àquela que eles elegeram como a notação para representar inteiros e pedaços. Vale lembrar que a sociedade brasileira escolheu a vírgula para separar o inteiro do décimo. É importante refletir com os alunos sobre a utilização da vírgula ou do ponto, perguntando: Têm o mesmo significado? Como estão representados os números? São grandes ou pequenos? Existe alguma notação parecida com aquela escolhida pela turma?

Figura 13 – Exemplo de preços de produtos.

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 41).

Nas pesquisas realizadas pelos alunos podem surgir números que possuem mais de uma casa decimal. O professor deve solicitar aos alunos que manifestem as suas opiniões, procurando investigar as hipóteses levantadas para propor uma atividade que introduza a ideia do centésimo.

Material – a pesquisa abre a perspectiva de vários tipos de registro, o que enriquece sobremaneira a atividade. Permite a exploração do material nos diversos tipos de registro, com o uso do número racional positivo. Entretanto, é necessário ter o cuidado de não limitar o conceito à presença ou ausência da vírgula, o que pode levar a uma concepção errônea do que vem a ser a escrita do número racional na forma decimal.

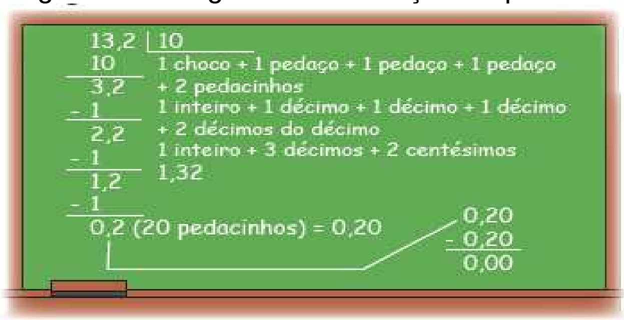
Contexto – um desafio rico, que favorece o uso de materiais presentes na realidade do aluno.

e) Outras situações-problema (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 42-45)

A proposta é uma nova situação-problema envolvendo as barras de chocolate já exploradas. Da mesma forma que a situação anterior, deve-se ir registrando no quadro. O aluno vai acompanhando com o material.

Tenho 13 chocolates e dois pedaços e quero repartir com os meus 10 melhores amigos.

Figura 14 – Registro da resolução do problema.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 42).

Quadro 5 – Exemplo de Registro A.

Tenho 13 inteiros e 2 pedaços. Dá para distribuir 1 inteiro para cada um.

- 13
10 **Então fica 1 inteiro para cada um.**
3

Sobram 3 inteiros e 2 pedaços. Troco os 3 inteiros por três fichas divididas por 10, então ficam:

30 pedaços de chocolate.

Dá para dar 3 pedaços para cada amigo..

Então ficam 3 pedaços para cada amigo: **0,3** (3 pedaços) **para cada um.**

Ainda tenho os 2 pedaços. Pegar as duas fichas divididas em 100, que dá 200 pedacinhos.

Então vai dar 20 pedacinhos de 100 para cada um: **0,02** (20 pedacinhos) para cada um.

Então tenho: 1 + 0,3 + 0,02 = 1,32.

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 42).

Pode ser utilizado outro registro, como o que é mostrado a seguir.

Quadro 6 – Exemplo de Registro B.

Inteiro	,	Pedaço(s)	Pedacinho(s)
13 inteiros para 10 amigos dá 1 pedaço para cada amigo e sobram 3 inteiros.	,	3 inteiros trocados por três fichas de 10 pedaços dá 30 pedaços. Se dividir com meus 10 amigos, dá 3 pedaços para	Então troco os dois pedaços por duas fichas de 100 pedacinhos, que dá 200 pedacinhos. Se dividir com

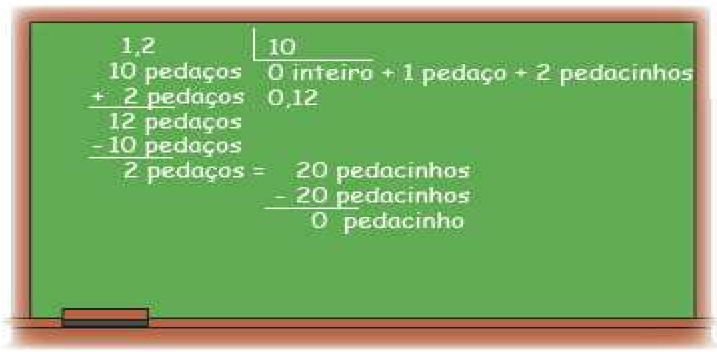
Inteiro	,	Pedaço(s)	Pedacinho(s)
		cada um. 2 pedaços não dá para dividir com 10 amigos.	meus 10 amigos, dá 20 pedacinhos para cada um.
1	**,**	**3**	**2**

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 42).

Sobraram dois pedaços de chocolate ou dois décimos de chocolate. Questionar o aluno de que maneira pode-se continuar a dividir. Este é o momento de apresentar o material do centésimo, para que ele veja que cada pedaço pode ser dividido em novos pedacinhos ainda menores. Perguntar: vamos ter décimos inteiros ou vamos ter décimos de décimos? O aluno deve ser convidado a verbalizar o que representa este pedacinho. O que é a décima parte do décimo em relação ao inteiro? A décima parte do décimo é o centésimo, pois, para comer um chocolate inteiro, precisaríamos comer cem pedacinhos iguais a este.

Outra situação que pode ser trabalhada é 1 chocolate e 2 pedaços, dividido por dez.

Figura 15 – Registro da resolução do problema.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 43).

Quadro 7 – Exemplo de Registro C.

Tenho 1 inteiro e 2 pedaços para dividir com dez amigos. Não dar nenhum inteiro para qualquer amigo. Pego o 1 inteiro e troco por uma ficha dividida em 10 pedaços. Dou 1 pedaço para cada amigo. Usei todos os dez pedaços. **Então fica 1 pedaço para cada um: 0,1.** Sobram os 2 pedaços. Troco os 2 pedaços por duas fichas divididas em 100 pedacinhos, então ficam 200 pedacinhos. Dá para dar 20 pedacinhos para cada amigo. Então ficam 20 pedacinhos para cada amigo: **0,02** (20 pedacinhos) **para cada um.** **Então tenho: 0 + 0,1 + 0,02 = 0,12.**

Este é outro exemplo de registro que pode ser utilizado para a mesma situação.

Quadro 8 – Exemplo de Registro D.

Inteiro	,	Pedaço	Pedacinho
1 inteiro para 10 amigos. Não dar nenhum inteiro para qualquer amigo.	,	1 inteiro trocado por uma ficha de 10 pedaços dá 10 pedaços. Se dividir com meus 10 amigos, dá 1 pedaço para cada um. 2 pedaços não dá para dividir com 10 amigos.	Troco então os 2 pedaços por duas fichas de 100 pedacinhos, que dá 200 pedacinhos. Se dividir com meus 10 amigos, dá 20 pedacinhos para cada um.
0	**,**	**1**	**2**

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 43).

Cada pedaço foi repartido em 10 partes. Cada pedacinho representa a décima parte do décimo, isto é, um centésimo. As duas situações utilizaram a vírgula e não a notação escolhida pela turma.

Barbosa, Muniz e Silva (2002) colocam que a etapa de construção, registro e sistematização da divisão dos decimais tem se constituído um desafio para os professores e pesquisadores, que têm buscado novas formas e materiais didáticos e pedagógicos que favoreçam a aprendizagem deste conteúdo. Eles acreditam que esta proposta de sequência didática pode contribuir para o avanço da aprendizagem destes conteúdos dos decimais.

Material – utilizaríamos as cédulas e moedas e começaríamos a trabalhar com os retângulos para apoiar esta etapa, que já se encontra numa fase de maior sistematização.

Contexto – o contexto do sistema monetário continua sendo mais real que a divisão dos chocolates para alunos e as fichas proporcionariam um descolamento inicial das cédulas e moedas para uma representação mais abstrata.

3.3.3 Sugestões de atividades contextualizadas

São apresentadas algumas possibilidades de se trabalhar os decimais por meio de contextos da sociocultura, da maneira mais real e significativa possível para os alunos. As adaptações devem ser realizadas de acordo com o contexto e o conceito que se pretende trabalhar.

a) Utilização de dinheirinho (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 46)

O dinheirinho sem valor deve ser o substituto das barras de chocolate, utilizadas até o momento como material de apoio. É o momento de observar cédulas, moedas e cheques para reproduzi-los. O professor precisa explorar as diferentes formas que os alunos utilizam para representar valores monetários. As notas e moedas podem ser utilizadas no mercadinho e em outras atividades.

b) Representando preços (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 45)

Nesta atividade, é solicitado aos alunos que representem, com o material concreto, os preços de produtos e/ou serviços do seu contexto diário, como, por exemplo, o preço do pão e do leite, o valor da passagem de ônibus, o preço de figurinhas, gibis, etc.

Quadro 9 – Exemplo de quadro para registro.

Produto	**Preço**	**Representação com material concreto**
Álbum da copa		
Pacote de figurinha		
Figurinha jogador		

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 46).

Este tipo de atividade permite trabalhar o conteúdo de maneira prática e prazerosa, possibilitando a organização de várias situações-problema pelos próprios alunos.

c) Simulação de mercadinho (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 46)

A simulação pode ser desenvolvida em sala de aula. Um mercadinho é montado com venda de produtos e pagamento com o material concreto, para representar a unidade monetária e os centavos. Esta atividade envolve a pesquisa dos preços dos produtos, que pode ser feita em estabelecimentos comerciais próximos à escola e/ou em situações de venda, nas quais o aluno possa somar o valor dos produtos, subtrair e passar o troco. Podem ser utilizados também os encartes dos supermercados. O registro da atividade no caderno só deve ocorrer após a utilização do material concreto.

d) Introdução de medida (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 47)

A introdução da ideia de metro, decímetro e centímetro pode ser feita utilizando fitas métricas para medir a altura dos alunos ou partes do corpo (pé, palmo, perna, braço, diâmetro da cabeça, cintura, etc). A sequência de atividades sugeridas é: representar primeiro com o material para, depois, registrar no caderno, usando a vírgula para separar os metros e centímetros do metro.

A fita métrica será o principal instrumento trabalhado. Inicialmente, o professor deve deixar que os alunos a manuseiem e descubram as suas propriedades, quais sejam: décima parte do metro, ou o décimo de metro, o decímetro; a décima parte do décimo de metro ou a centésima parte do metro, o centímetro. Sugere-se a utilização da fita métrica em que cada decímetro é de uma cor, o que possibilita a percepção de que o metro é composto de 10 pedaços, sendo cada um deles denominado de decímetro.

e) A balança (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 47)

O aluno deve ser estimulado a explorar as balanças próximas à sua residência para verificar o seu peso. Pode ser na farmácia mais próxima de casa. Atualmente, as farmácias possuem balanças digitais (peso com vírgula) e analógicas (peso em Kg e de 100 em 100 gramas). Se for possível, trazer para a sala de aula diferentes tipos de balança. Fazer a representação com o material (fichas) e, em seguida, fazer o registro.

A pesquisa do peso de animais (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 48) é outra atividade que pode ser solicitada aos alunos. Pode ser feita em livros ou na internet. Faça questionamentos sobre a validade do peso que obtiveram como resultado das pesquisas. Questionar a respeito do que significa a frase “um elefante adulto pesa em média...”? Os alunos podem fazer estimativas de pesos de alguns animais. Utilizar os pesos pesquisados para representar com o material e, em seguida, registrar no caderno.

f) Odômetro do carro (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 48)

A observação do odômetro do carro é uma atividade interessante, pois a maioria dos alunos visualiza esse instrumento nos automóveis, mas não compreende o que é a marcação realizada. Pode ser pedido ao aluno que consulte a quilometragem do carro de algum familiar ou de algum conhecido. É interessante investigar com o aluno a possibilidade de representação deste dado por meio do material (fichas). O professor deve solicitar o registro.

Esta é uma oportunidade de verificação do preço da gasolina e do álcool em alguns postos de gasolina. Neste caso, vai aparecer a terceira casa decimal.

g) O termômetro (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 48)

O professor leva para a sala de aula um termômetro para medir a temperatura dos alunos. Deve explorar com os alunos como se faz a medição. Cada aluno pode representar com o material a sua própria temperatura e, em seguida, fazer o registro no caderno, explorando a temperatura expressa por número racional positivo na forma decimal.

h) Boliche dos decimais (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 49)

O boliche de decimais é uma atividade que tem início com a construção, com os alunos, de um boliche decimal com garrafas, contendo números racionais positivos na forma decimal variados (0,5; 1,25; 2,3; etc). Ao jogar, o aluno deve ir computando os seus pontos numa tabela. Ao final, ele deve representar com o material a sua pontuação e fazer o registro correspondente.

i) Salto em distância (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 49-50)

É sugerida a utilização de fita de vídeo estragada e corretivo à base d’água ou esmalte branco. Mas como fita de vídeo é artigo raro atualmente, pode ser substituída por uma tira de jornal. Esta é uma atividade para ser realizada fora da sala de aula, em um pátio, gramado ou quadra de esportes.

A turma é dividida em pequenos grupos e cada grupo recebe uma tira de jornal de 3 metros. Cada grupo constrói sua própria fita métrica, seguindo as orientações:

- a fita deve ser marcada de metro em metro;
- o primeiro metro deve estar marcado de 10 em 10cm;
- o primeiro decímetro de estar marcado de 10 em 10mm.

Cada grupo deve fazer a marca inicial para o salto em distância. Todos os alunos devem saltar. O grupo a que pertence cada criança precisa medir a distância pulada, com a fita construída, e registrar no papel.

Será vencedora a equipe que tiver o somatório maior. O professor mede a totalização, comparando os resultados. Qual a equipe que pulou mais? Quanto a mais? Quem foi o campeão de pulo?

O Sistema Monetário Brasileiro continuará sendo utilizado nas próximas atividades por ser um espaço privilegiado para o estudo do número racional positivo na forma decimal. O manuseio de moedas, cédulas, e a vivência com valores são procedimentos fundamentais para o desenvolvimento das habilidades relativas ao trabalho com decimais. Devem começar desde a alfabetização. As situações monetárias de compra, venda e troca devem ser recriadas dentro da escola, tendo como objetivo a aprendizagem, sem esquecer a reflexão a respeito do consumo.

Ao professor cabe explorar a noção de valor que seu aluno possui. Isso pode ser feito com questões simples: Quanto custa um lápis? Por que esse é o preço? Por que tem lápis mais caro e lápis mais barato? É sempre melhor comprar o mais barato? Em relação à renda familiar, qual é o valor do lápis? Por que as coisas têm preço?

Investigue a noção de custo de um serviço. Por que o trabalho tem um custo? Quem trabalha na família? Por que trabalham? O que é um salário? O que o salário representa?

Essas atividades atendem perfeitamente ao contexto. Pela nossa análise, seriam utilizadas no trabalho inicial da sequência didática.

3.3.4 Situações do contexto cultural dos alunos para situações didáticas

Batista, Muniz e Silva (2002) apontam como um dos objetivos do módulo saber a experiência cultural que a criança tem com o manuseio do dinheiro. Assim, é fundamental trazer essas situações a-didáticas, da experiência cultural do aluno, do seu dia a dia, para a escola. São apresentadas a seguir diversas atividades de transposição de situações do contexto cultural dos alunos para situações didáticas.

a) Mercado com dinheirinho (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 53-55)

O mercadinho já foi citado antes, mas na atividade anterior não havia a utilização do dinheiro, o que será explorado nesta atividade. As cédulas e moedas podem ser construídas pelos próprios alunos. Podem ser adquiridas nas lojas de preço único ou no site do Banco Central[25].

Imagem 1 – Dinheiro.

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 53).

Os alunos são os responsáveis por fixar os preços dos produtos, fazendo uma pesquisa de preços dos mesmos. Cada aluno ou grupo deve organizar a sua lista de compras, de acordo com as embalagens que o mercadinho possuir. Pode também ser definida coletivamente a lista de compras da turma. É importante realizar uma comparação de preços e divulgar os resultados para os donos dos estabelecimentos e toda a comunidade escolar.

Após esta pesquisa e organização, o mercadinho pode ser simulado. É importante que os papéis de cada um sejam definidos e seja feita a previsão das situações vivenciadas nos estabelecimentos reais, como: a elaboração de nota fiscal. Porque a nota fiscal é importante? O que é uma nota fiscal? Será que a turma consegue produzir sua própria nota fiscal? Como preencher a nota fiscal? E para pagar? Vamos utilizar apenas dinheiro? O que é um cheque? Podemos ter o nosso próprio cheque? O cartão de crédito substitui o dinheiro? Como?

b) O banco (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 55-56)

O banco é uma consequência da atividade anterior, pois, se podem pagar com cheque, os alunos precisam de um banco para efetuar as operações de crédito, de débito e emitir talonários. Investigue quais alunos conhecem um banco. Pode-se organizar uma excursão a uma agência bancária para verificar de perto o seu

---

[25] www.bancocentral.gov.br

funcionamento. Que pessoas trabalham em um banco? O que elas fazem? Quais documentos o cliente utiliza? Como se trabalha com a Matemática no banco?

A partir desta pesquisa e da necessidade da turma, é possível montar uma agência bancária no grupo. Os papéis de cada um nesta agência devem ser definidos e negociados com a turma para que a atividade seja uma simulação do mundo das finanças. É necessário reproduzir os documentos bancários, simular situações de pagamento de contas, de depósito, de saque nas contas individuais dos alunos.

O professor pode definir com os alunos situações de custos de serviços. Por exemplo, pode haver multa para quem joga papel no chão. Quem pegar um livro na biblioteca pode receber um pagamento. Cada aluno pode pagar a merenda escolar com tíquetes-refeição. Para ir ao banheiro, o aluno poderá precisar comprar um vale transporte.

É importante que as situações simuladas garantam o uso de cheques e de dinheiro, e que todo esse processo seja democrático e que cada aluno possa ter uma ordem de crédito no mesmo valor. Ele precisa saber quanto pode gastar.

c) O custo de vida (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 56-60)

A exploração do assunto custo de vida pode começar com a discussão sobre a origem do salário mínimo e da cesta básica. Pode ser realizada uma pesquisa que permita uma reflexão não só no contexto matemático da escola, mas que extrapole os muros da instituição e ajude os alunos a pensar sobre a situação socioeconômica do país. O docente pode construir a cesta básica com os alunos e comparar depois com a cesta básica oficial. Ao mesmo tempo, deve conversar sobre o salário mínimo. Colocar o aluno diante de uma realidade que, muitas vezes, ele vive, mas nunca pensa sobre ela. Necessita refletir com os alunos sobre: O que é salário? Quais são os gastos de uma família? O que é salário mínimo? O que é cesta básica?

Nas atividades envolvendo o Sistema Monetário Brasileiro é importante que o aluno vivencie vários papéis e o papel do professor é mediar o processo, investigar as hipóteses dos alunos e intervir quando necessário. São situações que devem permitir a construção de esquemas mentais[26] importantes a partir da representação concreta. Assim, é preciso estimular o cálculo mental e o registro que poderá servir de fonte de informações para a produção de situações-problema. Neste momento, pode-se introduzir de maneira planejada o uso da calculadora.

d) Registro de valores (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 60-61)

Esta é uma etapa fundamental em que o professor pede aos alunos que façam no caderno registros de valores monetários e verifiquem quais foram as notações utilizadas. Veja alguns exemplos:

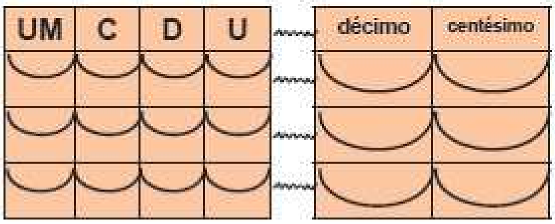
Figura 16 – Alguns registros de alunos.

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 60).

A partir das várias notações surgidas na turma é que o professor vai discutir e validar a maneira formal utilizada. Explorar o significado dos centavos. Sistematizar com os alunos, utilizando o material concreto: 50 centavos + 50 centavos = 100 centavos = 1 real.

A sapateira estendida pode ser utilizada para a soma e subtração de valores e atividades pontuais dirigidas pelo professor.

Figura 17 – Sapateira estendida.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 61).

[26] O esquema é uma organização invariante da atividade para uma classe de situações dada. É formado necessariamente por quatro componentes: um objetivo, subobjetivos e antecipações; regras de ação de tomada de informação e de controle; invariantes operatórios: conceitos em ação e teoremas em ação; possibilidades de inferência em situação (MUNIZ, 2009, p. 21).

Para o trabalho com a resolução de problemas, sugere-se a utilização dos registros e situações que apareceram nas simulações realizadas até o momento com os alunos. Volte o professor a esses tópicos e deles retire as situações-problema para registro.

Acrescentaríamos que, antes do emprego da sapateira estendida, pode ser feito um trabalho com o uso da palavra centavos para dar significado aos décimos e centésimos, além da troca posterior por décimos e centésimos. Entretanto, não se pode esquecer de avançar na sistematização dos milésimos, com outro conteúdo que permita tal exploração.

3.3.5 Multiplicação e divisão do número racional positivo na forma decimal

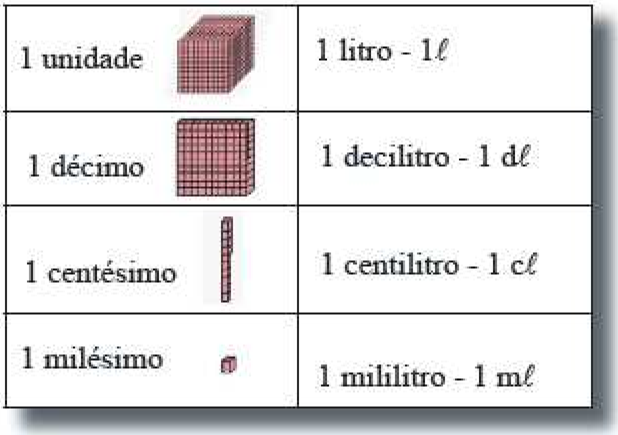
Os autores do Módulo sugerem que o conteúdo multiplicação e divisão do número racional positivo na forma decimal, para os anos iniciais do Ensino Fundamental, não seja trabalhado com o multiplicador decimal, porque esse sentido foge do nível de compreensão do aluno nesta faixa etária. Da mesma forma, a divisão cujo divisor é um número racional positivo na forma decimal por vezes requer que o aluno trabalhe com o conceito de medida na divisão, que pode ainda não estar bem sedimentado. Por outro lado, tais situações, sobretudo a da multiplicação com multiplicador não inteiro, são de uso quase que nulo para o aluno em início de escolarização. Já com o multiplicando é bem significativo, por exemplo: comprar 3 doces a R$ 1,25 cada.

Como o material de apoio utilizado até o momento impõe algumas limitações, a seguir são sugeridos outros materiais. Porém, o material de apoio poderá ser aproveitado sempre que necessário.

a) Material dourado (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 63)

O material dourado pode ser utilizado para trabalhar a multiplicação e a divisão de decimais. É necessário fazer uma transposição no material para que seja possível trabalhar os decimais. Ou seja, o cubo é a unidade, a placa é o décimo, o palito é o centésimo e o cubinho é o milésimo. Este material também pode ser associado às medidas de capacidade, como mostra o quadro.

Figura 18 – Material dourado adaptado para decimais e medida de capacidade.



1 unidade	1 litro - 1ℓ
1 décimo	1 decilitro - 1 dℓ
1 centésimo	1 centilitro - 1 cℓ
1 milésimo	1 mililitro - 1 mℓ

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 61).

No tocante ao material dourado, é preciso cuidado com a significação que será dada a um material utilizado na sequência didática do sistema de numeração decimal. Percebemos que o uso por parte de professores que possuem pouco domínio do número racional provoca mais confusões do que auxilia na compreensão do conteúdo.

b) Confeccionando uma caixa de 10 decímetros cúbicos[27] (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 64-66)

A atividade utiliza o material dourado associado às medidas de capacidade. O professor confecciona uma caixa com cartolina, papelão, emborrachado ou madeira com as mesmas dimensões do cubo do material dourado, ou seja, 10cm de comprimento, 10cm de largura e 10cm de altura. Deve fazer marcação na altura de centímetro a centímetro. Realizar a seguinte experiência: medir 1 litro de água, serragem ou areia e despejar na caixinha. E questionar os alunos: O que aconteceu? O que podemos concluir?

O professor deve solicitar que os alunos tragam de casa recipientes diversos: copos, garrafas, latas, etc. Com essas embalagens e utilizando a caixa de 10cm x 10cm x 10cm, o docente pode fazer diversas atividades. Perguntar aos alunos quantos copos de 200ml cabem dentro da caixa de 1 litro. 200ml, então, é que parte do litro?

[27] Essa caixa de 10 decímetros cúbicos é igual a 1 litro.

É importante que o professor analise a pertinência da utilização do material dourado para o trabalho com este conteúdo, pois, se o aluno desconhece totalmente o material dourado, talvez não seja interessante utilizá-lo. É necessária uma avaliação do uso do material em função das características da turma. Portanto, é essencial verificar se os alunos já estão preparados para fazer esta mudança de unidade. Caso haja dúvidas, sugere-se trabalhar com o transvasamento.

c) Transvasamento (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 66-67)

O material a ser utilizado são garrafas de refrigerante e outros recursos de medida, como a seringa, conta-gotas, embalagens graduadas, etc. O transvasamento consiste em realizar a comparação de capacidade de recipientes. Como exemplo, podemos citar: comparações de recipientes de 500ml, de 250ml e de 200ml com o litro. Se o aluno responder que 250ml representam um quarto de 1 litro e que 200ml representam um quinto de 1 litro, o professor pode fazer este registro com representação fracionária.

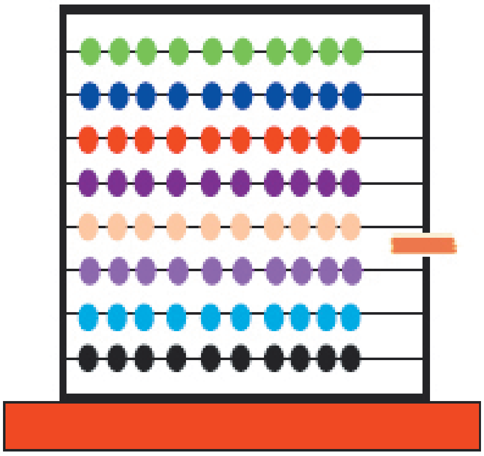
A exploração da variedade das formas dos vasilhames que indicam a mesma quantidade de líquido também é interessante e sempre intriga a criança.

d) Ábaco (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 67)

Outro material que pode ser explorado é o ábaco. Para isso, o aluno deve estar familiarizado com o instrumento. Ou, então, deve ser iniciado no seu uso. O modelo do ábaco pode ser o horizontal ou o vertical.

Para o trabalho do número racional positivo na forma decimal e medidas no ábaco, é necessário realizar uma adaptação neste instrumento. Com uma fita adesiva colorida ou um corretivo à base d’água o docente deve fazer uma pequena marca no ábaco, no terceiro ou quarto nível, para separar a parte inteira da parte decimal. Acima da marca teremos unidade, dezena, centena, unidade de milhar, dezena de milhares e assim por diante. Abaixo da marca teremos décimos, centésimos, milésimos. Veja como fica o ábaco adaptado na figura.

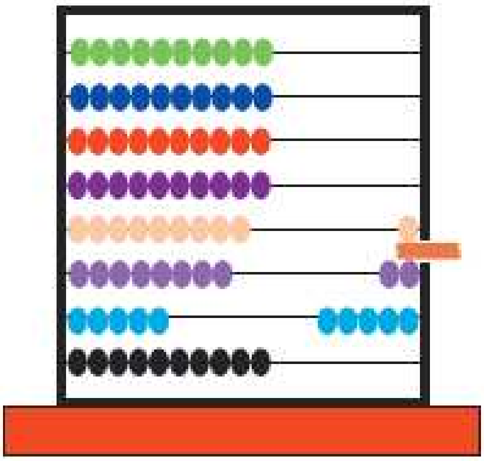
Figura 19 – Ábaco adaptado para decimais.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 60).

É interessante colocar que a marca feita no ábaco representa a vírgula. Mas essa observação não deve ser feita para o aluno. Ele deve perceber durante a realização das atividades. O professor deve pedir a representação de preços no ábaco e passar a utilizá-lo nas simulações de compra e venda. Na figura abaixo, tem-se a representação da seguinte situação: Daniela tomou no sábado 1 litro e 250 ml de refrigerante e, no domingo, mais meio litro. Quanto de refrigerante ela tomou no final de semana inteiro?

Figura 20 – Ábaco adaptado para decimais com a representação 1 litro e 250ml.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 69).

São propostas a seguir algumas atividades para serem feitas utilizando o ábaco horizontal.

Novamente chamamos a atenção para a necessidade de clareza e domínio nos registros do número racional, por parte do professor, para que não incorra em erros de registro.

e) Representando medidas de capacidade no ábaco (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 70)

Nesta atividade, o professor pede aos alunos que levem para a sala de aula garrafas, latas ou caixas e explorem a forma dos recipientes, os rótulos e vejam como são representadas as capacidades (litros, mililitros). Em seguida, os alunos devem representar as quantidades no ábaco.

Quadro 10 – Capacidade de embalagens.

Refrigerante retornável – 1litro e 250ml Refrigerante – 600ml Refrigerante pet – 2 litros Lata de óleo – 900ml

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 71).

O professor deve estar seguro da nova forma de utilização do ábaco para realizar tal atividade.

f) Estudando a composição nutricional de alimentos (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 71)

Ainda utilizando as embalagens vazias, os alunos podem estudar a composição nutricional de alimentos, comparando os seus valores calóricos. A partir desta discussão, as crianças podem construir o seu próprio cardápio, registrando a sua alimentação durante uma semana. O ábaco será utilizado para representar quantos Kcal, quantos gramas e miligramas têm os alimentos.

Imagem 2 – Exemplo de tabela de informação nutricional de um produto.

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL
Porção de 25g

Quantidade por Porção		%VD (*)	%VD (**)
Valor calórico	90 kcal	4%	4%
Carboidratos	21 g	6%	6%
Proteínas	menor que 1 g	3%	2%
Gorduras totais	0,5 g	1%	1%
Gorduras saturadas	0 g	0%	0%
Colesterol	0 mg	0%	0%
Fibra alimentar	1 g	3%	3%
Cálcio	120 mg	15%	15%
Ferro	2,1 mg	21%	15%
Sódio	25 mg	1%	1%
Magnésio	36 mg	21%	12%
Vitamina D	3 mcg	30%	60%
Vitamina C	18 mg	40%	30%
Vitamina B1	0,42 mg	42%	30%
Vitamina B2	0,48 mg	40%	30%
Niacina	5,4 mg	42%	30%
Vitamina B6	0,60 mg	43%	30%
Vitamina B12	0,42 mcg	30%	42%
Pantotenato de cálcio	1,96 mg	40%	30%
Biotina	0,05 mg	150%	30%

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 71).

Consideramos complexo o uso do ábaco para representar Kcal. Sugerimos o uso do registro no caderno e a checagem do resultado na calculadora. Seria interessante utilizar uma balança digital para pesar essas quantidades, para que o aluno perceba a quantidade que representa a massa presente no alimento.

g) Medindo estatura e partes do corpo (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 71-72)

Na atividade medindo estatura e partes do corpo, os alunos devem medir uns aos outros, possibilitando comparações e registro das medidas relativas à estatura e partes do corpo.

Os alunos gostam dessa atividade, principalmente quando se trabalha com a proporcionalidade de algumas partes do corpo com relação às outras.

h) Pesando produtos (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 72)

É uma atividade em que o professor e seus alunos pesam sacos de feijão e outros produtos utilizados na merenda. O docente propõe uma entrevista com o pessoal da cantina para explorar o uso das medidas na confecção do lanche. Monta com os alunos o questionário da entrevista e observa como são tratados os números com vírgula. Os alunos vão verificar que, na cozinha, há diversos tipos de medidas (copos, litros, gramas, colher, mão, pitada, etc). Após a coleta destes dados, o professor deve fazer com os alunos a representação das informações no ábaco.

A multiplicação de decimais, no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, deve ser trabalhada somente quando o multiplicador for um número natural. As multiplicações de decimais por decimais devem ser remetidas às séries seguintes do Ensino Fundamental. É importante trabalhar com situações como as mostradas abaixo:

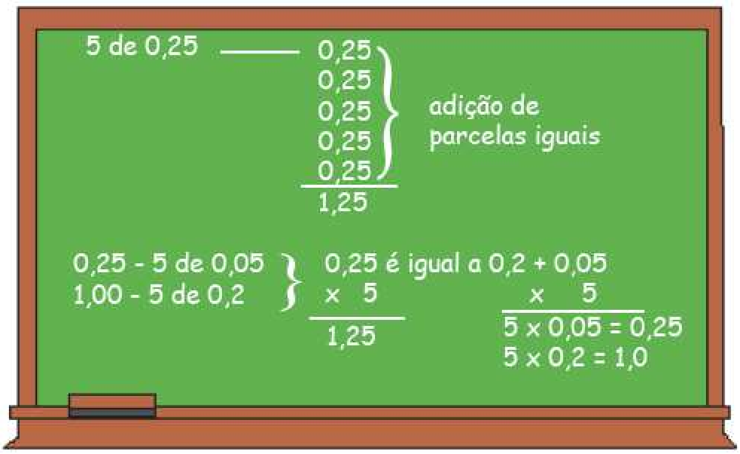
- 2 de 1,5Kg
- 3 de 1,75m
- 2 de 1,250m
- 4 de 1,700km
- 5 de R$ 0,25

Privilegia-se situações multiplicativas concretas da realidade do aluno e que envolvam o sistema legal de medidas e o sistema monetário brasileiro. Como exemplo, podemos utilizar a última situação citada acima: 5 de R$ 0,25. Como pode ser representada esta situação? Com que material?

O professor pode pedir aos alunos que representem esta situação no material de apoio, no material dourado, com o ábaco e até com o QVL estendido. É a mudança de representação que vai garantir a compreensão e a apreensão do objeto.

Para sistematizar os registros da atividade realizada pelos alunos, é possível utilizar o quadro. Observe o registro realizado.

Figura 21 – Exemplo de registro.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 71).

É importante a criação de situações com embalagens e encartes. O professor deve sempre elaborar situações-problema que façam com que os alunos utilizem, pelo menos, três formas de representação concreta.

A divisão com decimais foi utilizada no primeiro exemplo trabalhado, sendo que o conceito visto foi a ideia de repartição ou partilha. Porém, são dois os conceitos ou ideias que estão associados aos conceitos de divisão tratados no material: o de partilha e o de medida.

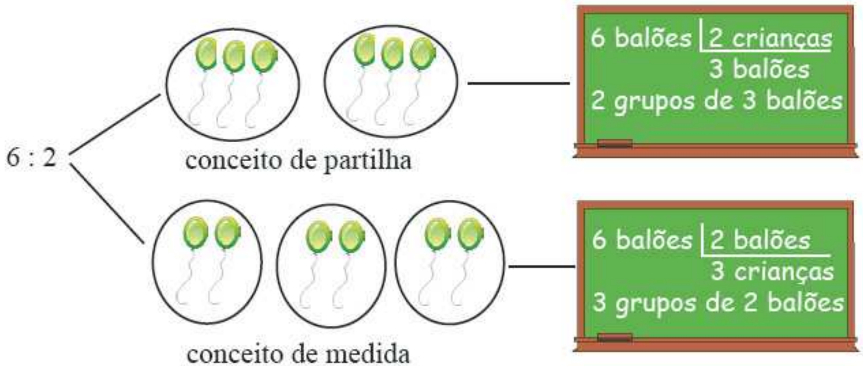
O primeiro conceito ou ideia de divisão está associado à partilha. Um exemplo: tenho 6 chocolates e quero repartir entre duas crianças. Nesta situação eu já sei quantos grupos vou formar. Tenho 2 grupos. Neste conceito, o divisor sempre será um número natural.

O segundo conceito ou ideia de divisão é o de medida. Utilizando o mesmo exemplo, podemos perguntar: tenho 6 chocolates e quero dividi-los de dois em dois. Em termos numéricos é a mesma coisa, entretanto, a ideia que está embutida nesta situação é: quantas vezes o 2 cabe no 6?

Na situação de partilha, o divisor indica sempre o número de grupos, enquanto que, na medida, o divisor diz quantos objetos por grupo. Na partilha, buscamos saber quantos elementos daremos para cada grupo, enquanto que, na medida, buscamos saber quantos grupos poderemos formar.

Na figura abaixo estão representadas duas situações. Na partilha: se eu repartir os balões entre 2 crianças, quanto cada uma receberá? Na medida: se eu repartir os balões, dando 2 balões para cada criança, para quantas crianças poderei distribuir balões?

Figura 22 – Exemplo de dois conceitos da divisão.



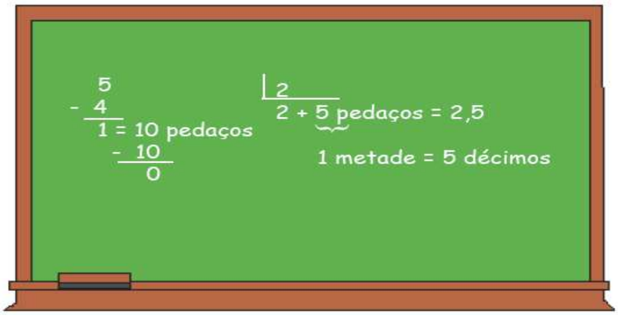
Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 71).

A proposta colocada no fascículo trabalha com duas situações: natural dividido por natural e decimal dividido por natural. O material de apoio (chocolates), utilizado no início, será retomado.

Como sugestão de mudança, começaríamos também pelo sistema monetário.

Na divisão de natural por natural é apresentada a seguinte situação: queremos dividir 5 chocolates por 2 crianças. O aluno manipula o material e faz seus registros. O professor deve registrar. Uma das formas pode ser a do quadro abaixo.

Figura 23 – Exemplo de registro de divisão de natural por natural.

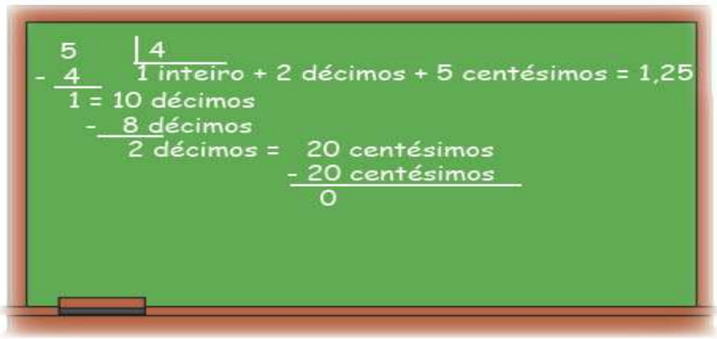


Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 78).

O aluno pode dizer que 5 chocolates divididos por 2 crianças dá 2 chocolates e meio. O professor pode começar a construir com o aluno a noção de fração.

É apresentada outra situação, em que são mostrados dois registros diferentes. Temos 5 chocolates e agora queremos dividi-los entre 4 pessoas.

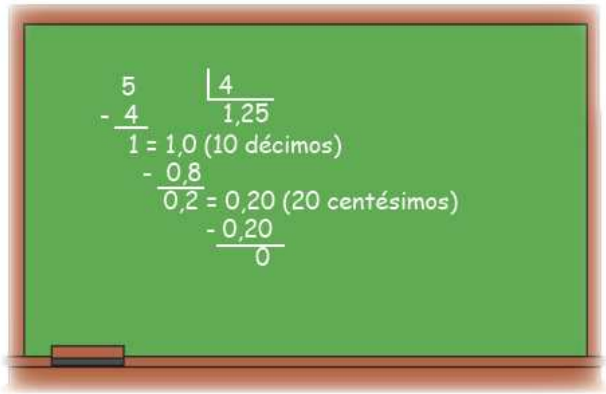
Figura 24 – Exemplo de registro.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 80).

Esta mesma operação pode ser realizada assim:

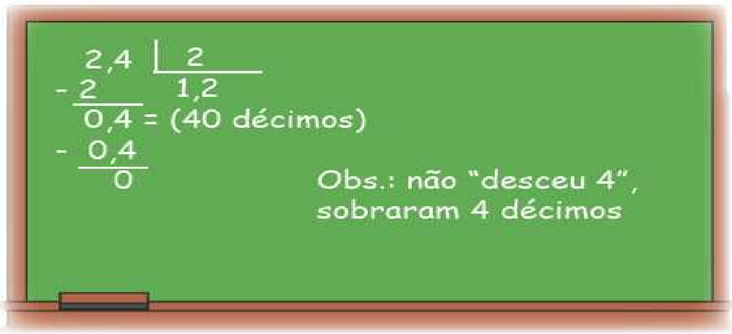
Figura 25 – Exemplo de registro.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 80).

Na representação de uma situação de decimal por natural, ou seja, em uma situação em que não dá um chocolate inteiro para cada criança, o registro pode ser como o do quadro abaixo.

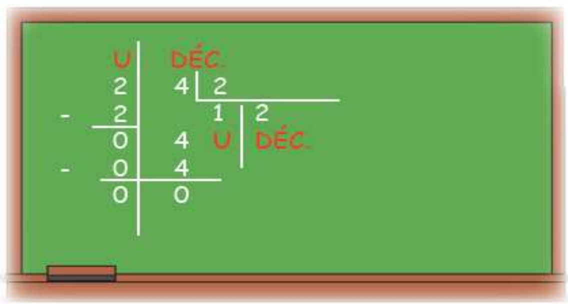
Figura 26 – Exemplo de registro.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 82).

Na divisão de um decimal por um natural, temos outra situação. No caso, são 2 chocolates e 4 pedaços, ou 2 inteiros e 4 décimos (mostrar no material), que queremos dividir entre 2 crianças. Temos esta outra possibilidade de registro:

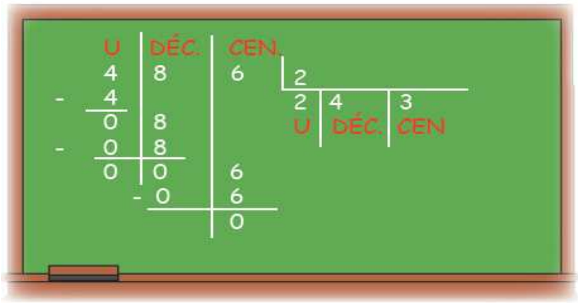
Figura 27 – Exemplo de registro.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 83).

Podemos também iniciar um trabalho com outros registros. Temos 4,86m de tecidos para fazer 2 vestidos iguais. Quanto vamos gastar com cada vestido?

Figura 28 – Exemplo de registro.



Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002, p. 83).

Este procedimento deve ser utilizado em outras situações e atividades práticas, para que o aluno construa os conceitos a partir da ação.

Ressalta-se que a análise realizada na proposta busca contribuir com alguns questionamentos. De maneira resumida, mudaríamos a sequência de atividades relacionadas ao primeiro contato do aluno com os decimais, tanto no nível situacional quanto referencial, iniciando toda a proposta a partir do sistema monetário brasileiro.

A lista de atividades é rica e bem detalhada, o que permite ao professor construir várias sequências didáticas diferentes, para atender às necessidades dos alunos das respectivas turmas, de acordo com a faixa etária e ano escolar. A introdução de novas representações não implica deixar de usar as anteriores. Tal fato oferece maior flexibilidade para a escolha da representação mais eficaz em cada contexto ou situação problemática.

O caminho metodológico adotado neste trabalho será explorado no capítulo seguinte, que descreverá, com mais detalhes, como a pesquisa foi realizada.

CAPÍTULO IV - A METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos os desafios próprios do método, advindos das questões e objetivos da investigação, assim como a abordagem epistemológica e a consequente opção metodológica escolhida para a realização da pesquisa, seus desdobramentos, percursos e etapas realizados. O processo foi delineado em torno do objetivo geral, que foi analisar as implicações pedagógicas decorrentes da inversão curricular de se trabalhar com maior ênfase no número racional positivo na forma decimal antes dos números fracionários, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A análise foi feita tendo por base as aulas desenvolvidas por dois professores e as produções dos alunos, resultantes do trabalho com os decimais antes dos fracionários.

4.1 O Problema da Pesquisa

A inversão curricular foi proposta inicialmente por Muniz (1988) no II Encontro Nacional de Educação Matemática. Depois, foi proposta em um projeto de pesquisa não executado (1995) que seria desenvolvido de forma sistematizada e acompanhada. Posteriormente, o projeto foi sistematizado para o contexto de formação inicial de Pedagogia, como proposta de ensino no fascículo do PIE[28], produzido por Barbosa, Muniz e Silva (2002). Este fato, ou seja, a ausência de um acompanhamento sistematizado de experiência semelhante, com análise apoiada em referencial teórico e metodológico, gera um indicador importante para o desenvolvimento de uma tese acerca desta problemática.

O problema investigado busca apresentar os resultados identificados no momento de desenvolvimento das atividades empíricas realizadas numa escola pública do Distrito Federal nos anos de 2010 e 2011.

Muniz (1995, p. 6-7) elabora duas teses a respeito do ensino de frações antes dos decimais, a primeira de base antropológica e a segunda de base epistemológica:

---

[28] Pedagogia para Professores em Exercício no Início de Escolarização.

> Tese 1 – a quebra cultural, partindo de um campo numérico amplamente utilizado pelo sujeito inserido num contexto onde os sistemas monetários e de medidas são decimais, como na maior parte dos países de língua latina, para tratar de um tipo de número pouco utilizado culturalmente, onde tais números assumem uma conotação de identidade (meios, quartos,...) e não um tratamento mais quantitativo de forma direta;
> Tese 2 – a quebra da lógica Matemática, quando parte de um campo numérico de base dez, para tratar de um campo de bases múltiplas, e finalmente retornar para os decimais, logo, base dez. É em função desta quebra que o aluno tem dificuldades em construir/compreender o processo operatório entre frações heterogêneas (bases diferentes). É assim que, ao operar ½ + 2/3, em termos de base tem-se:

$$\frac{1}{2} = 1 \cdot 2^{-1} = 3 \cdot 6^{-1}$$

$$\underline{2} = 2 \cdot 3^{-1} = \underline{4 \cdot 6^{-1}} = 7 \cdot \underline{1} = \underline{7} = 1 \quad \underline{-1}$$
$$3 \qquad 7 \cdot 6^{-1} \qquad 6 \quad 6 \qquad 6$$

Muniz (1995) aponta como um dos problemas de compreensão por parte das crianças a dificuldade que é trabalhar com a transposição de bases subjacente ao processo do ensino de equivalência na redução ao mesmo denominador quando da adição de frações heterogêneas. Esse conteúdo traz dificuldades para o aluno, que não compreende qual a lógica real que se encontra por trás desta operação de equivalência. Em contraposição a esta dificuldade, argumenta que o mesmo não ocorreria com a transposição de conhecimentos operatórios na adição ou subtração de decimais, sinalizando que um trabalho neste sentido permitiria estabelecer um encadeamento lógico de ações do sistema de numeração decimal para o trato do número racional positivo na forma decimal. Afirma que nos decimais o que ocorre é uma expansão do número na mesma base, ou seja, base decimal, não havendo qualquer ruptura com relação à estrutura de número já conhecida, continuando válidos os processos anteriormente aplicados ao número natural.

Diante dessas duas teses levantadas, a presente pesquisa vem propor a implementação prática da proposta defendida por Muniz (1988 e 1995) e sistematizada em uma sequência didática por Barbosa, Muniz e Silva (2002).

A partir da análise da sequência didática, para a introdução dos decimais antes das frações, elaborada por Batista, Muniz e Silva (2002), já apresentada anteriormente, foram selecionadas algumas atividades como ponto de partida da intervenção a ser negociada com a escola e os professores da 3ª série em 2010 e 4ª série em 2011.

Muniz (1995) reafirma suas teses e apresenta alguns dados de pesquisa empírica realizada com crianças de 3ª e 4ª série, no Distrito Federal e em Goiás, em uma situação-problema de registrar quanto de rapadura cada criança recebe ao se dividir 11 rapaduras entre 10 crianças sem deixar resto. Reafirmamos que tais experiências não foram, até o presente momento, objeto de acompanhamento sistematizado e de análises fundamentadas teoricamente. No registro elaborado pelas crianças surgiram as seguintes alternativas:

Quadro 11 – Quadro de registros elaborado pelas crianças da pesquisa.

ALTERNATIVA	SIGNIFICADO (atribuído pelas crianças)	COMENTÁRIOS ENTRE AS CRIANÇAS
1 – 1	1 inteiro e um pedacinho	"parece menos"(*)
1_1	1 grande e 1 pequeno	"não há maiúsculo nem minúsculo de número" (**)
1 |1	1 inteiro e 1 partido	
1 (1)	1 inteiro + 1 pedaço	"como vais escrever isso na máquina?"
11(um de cada cor)	1 inteiro e 1 pedaço	"no jornal, os números vão ter cores"

Fonte: Batista, Muniz e Silva (2002).

(*) Ou seja, a simbologia 1-1 pode ser confundida com a operação de subtração.

(**) Ou seja, o recurso de maiúsculo ou minúsculo não cabe ao algarismo, mas apenas às letras.

A sequência didática defendida na proposta de Muniz (1995) busca trabalhar esta passagem dos números naturais para os números racionais da maneira mais natural possível. Ou seja, pretende fazer um percurso que tenha início com os números na forma decimal, uma estrutura na base 10, para uma posterior passagem para o racional positivo na forma fracionária, que já trabalha numa estrutura multibase.

A proposta de sequência didática organizada por Batista, Muniz e Silva (2002) norteia-se pelos seguintes objetivos ligados ao número racional positivo:

> Propiciar a construção da notação de números decimais a partir dos números naturais; Reconhecer o uso sociocultural de números com vírgulas no Sistema Monetário Brasileiro e no Sistema Legal de Medidas; Desenvolver a contagem e a representação de números decimais; Resolver

> situações aditivas significativas com os números decimais; Representar, de múltiplas formas, um número decimal: no material concreto, com representação pictórica, com escrita Matemática e na utilização de instrumentos de medidas; Criar situações didáticas para que o aluno construa a noção de número racional a partir de uma medição, em situações de sua realidade (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 22).

A sequência didática sugerida na pesquisa foi sistematizada da seguinte forma:

Quadro 12 – Proposta de sequência didática.

CONTEÚDO	ATIVIDADES PROPOSTAS
Representação decimal de números racionais como extensão das regras do sistema de numeração decimal	• Problema de construção dos retângulos. • Ditado legal. • Caixa dos décimos. • Uso da régua centimetrada para medir e representar medições. • Pesquisa em textos impressos de números com vírgula e/ou ponto.
Divisão de natural por natural	• Situações-problema derivadas das vivências na atividade desenvolvida na etapa anterior.
Decimais e sistema monetário	• Poupança coletiva. • Utilização de dinheirinho. • Representando preços. • Simulação de mercadinho. • O banco. • O custo de vida. • Registro de valores.
Adição e subtração de decimais	• Situações-problema. • Mistério na escola. • Boliche dos decimais.
Decimal em situação de medição	• Situações-problema. • Introdução de medida. • A balança. • Odômetro do carro. • O termômetro. • Salto em distância. • Transvasamento.

Fonte: Batista; Muniz; Silva (2002).

No desenvolvimento da pesquisa ora apresentada, não foi possível implementar a sequência planejada, em função de percalços ao longo da intervenção realizada na escola. Mas objetivou-se redirecionar as atividades de acordo com a necessidade da turma, a disponibilidade do professor da 4ª série, sem perder de vista a inversão dos decimais antes das frações e os objetivos da proposta apresentada por Batista, Muniz e Silva (2002).

A inversão implementada foi reorganizada a partir do Projeto Poupança Coletiva[29], sendo explorada na medida em que o professor ia avançando na sistematização dos racionais na forma decimal. A pesquisadora orientou algumas atividades e sugeriu aprofundamentos em situações que envolviam o conteúdo objeto de sua pesquisa por meio dos cinco objetivos propostos no Módulo do PIE de Batista, Muniz e Silva (2002).

4.2 A escolha da Abordagem Qualitativa

Pela natureza desta pesquisa, que busca a compreensão dos processos de construção conceitual e procedimental de um grupo restrito, investigando os sentidos atribuídos a esta aprendizagem pelos próprios sujeitos epistêmicos, assim como a maneira como foi conduzida, optou-se por uma metodologia qualitativa. Tal escolha justifica-se por ser uma metodologia que atende aos objetivos propostos na investigação, tendo sido orientada pelas cinco características da investigação qualitativa apontadas por Bogdan e Biklen (1994):

> 1) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
> 2) A investigação qualitativa é descritiva;
> 3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
> 4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados[30] de forma indutiva;
> 5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 47-50).

Foi realizada uma análise a respeito do problema estudado, buscando avançar o nível de conhecimento com a finalidade de compreender e apontar um caminho diferente do apresentado no atual currículo brasileiro para o ensino dos decimais.

---

[29] Um projeto desenvolvido pela escola, fruto do projeto de (Re)Educação Matemática, que incentiva uma poupança coletiva durante todo o ano, com objetivo de realização de atividades definidas pela turma. Tem um cunho pedagógico, uma vez que várias atividades Matemáticas são executadas de acordo com o conteúdo de cada turma.

[30] O significado dado a este termo por Bogdan e Biklen (1994, p. 149) refere-se aos materiais em estado bruto que os investigadores recolhem do mundo para estudo; são os elementos que formam a base da análise.

Bogdan e Biklen (1994) definem a pesquisa de abordagem qualitativa como uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais. Ressaltam a necessidade de ida a campo com uma preocupação inicial, bem como com um objetivo central e uma questão orientadora. Salientam a necessidade de uma aproximação e de imersão no campo da pesquisa para uma familiarização com os sujeitos e a situação a serem pesquisados. Essa aproximação permite conhecer o ambiente e os sujeitos que nele atuam, bem como a dinâmica diária e a organização do trabalho pedagógico, o que contribui para que haja uma confiança necessária ao processo de investigação.

Adotou-se a denominação de pesquisa ativa, que, segundo Chizzotti (2006), subdivide-se em pesquisa-ação; pesquisa intervenção; e pesquisa participativa.

> As pesquisas ativas, de modo geral, visam auxiliar a promoção de algum tipo de mudança desejada; pressupõem uma tomada de consciência, tanto dos investigados como dos investigadores dos problemas próprios e dos fatos que os determinam, para estabelecer os objetivos e as condições de pesquisa, formulando os meios de superá-los (CHIZZOTTI, 2006, p. 77).

Com o exame desse conceito, considera-se que a melhor denominação para a pesquisa realizada é a de pesquisa intervenção. A intervenção foi feita durante três semestres, com a participação intensa da pesquisadora, de maneira a interferir no desenvolvimento do currículo da turma participante da pesquisa. O estudo é uma intervenção por se tratar de um processo de implementação de uma proposta curricular, e, portanto, epistemológica e didática. Foi elaborado ao longo de três semestres letivos, perpassando dois anos diferentes, e acompanhou 10 alunos da turma da 3ª série de 2010, que permaneceram no mesmo turno da mesma escola. Caracteriza-se como uma intervenção, como já dissemos, por propor uma mudança, uma inversão curricular até então não acompanhada e estudada em uma pesquisa empírica.

A pesquisa foi realizada em uma turma específica e em uma situação de intervenção, por esse motivo denominou-se um estudo de caso.

> O estudo de caso é uma estratégia de pesquisa bastante comum na clínica psicológica e médica, na atividade educacional, jurídica, empresarial, sanitária e jornalística nas quais, em geral, o caso é dado ao profissional para que reúna informações sobre um determinado produto, evento, fato ou

> fenômeno social contemporâneo complexo, situado em seu contexto específico. Objetiva reunir os dados relevantes sobre o objeto de estudo e, desse modo, alcançar um conhecimento mais amplo sobre esse objeto, dissipando as dúvidas, esclarecendo questões pertinentes, e, sobretudo, instruindo ações posteriores (CHIZZOTTI, 2006, p. 135).

O estudo de caso foi definido como estratégia por se tratar de uma intervenção realizada em uma escola e turma com características específicas, em um período temporal determinado, e as atividades utilizadas para a análise e discussão teórica foram delimitadas ao objeto estudado. Mesmo não tendo sido desenvolvido o planejamento delineado no projeto inicial, esse fato não invalida o estudo ou desvirtua o objeto de estudo.

A partir do conceito teórico de Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa foi caracterizada como estudo de caso. Este tipo de estudo tem como melhor técnica de desenvolvimento, organização e recolhimento dos dados e informações a delimitação de uma organização específica, neste ponto a Escola Classe Norte.

> Os setores da organização que, tradicionalmente, se focam nestes estudos são os seguintes:
> 1) Um local específico dentro da organização (a sala de aulas, a sala de professores, o refeitório);
> 2) Um grupo específico de pessoas (membros da equipe de basquetebol do liceu, professores de um determinado departamento acadêmico);
> 3) Qualquer atividade da escola (planejamento do currículo ou o “namoro”) (BOGDAN e BIKLEN,1994, p. 90).

Bogdan e Biklen (1994, p. 83-84) destacam que os investigadores qualitativos não preestabelecem rigorosamente o método para executar o trabalho e “os planos evoluem à medida que se familiarizam com o ambiente, pessoas e outras fontes de dados, os quais são adquiridos através da observação direta”. E acrescentam que não se trata de negar a necessidade e exigência de um plano, mas que este possa ser flexível, modificado e reformulado à medida que vá avançando.

Adianta-se que a generalização dos resultados obtidos não faz sentido neste tipo de estudo, já que se pretende acrescentar elementos enriquecedores às pesquisas sobre o ensino do número racional, na forma decimal, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

4.3 As Etapas da Pesquisa

A pesquisa de campo teve início no segundo semestre de 2010, mais precisamente no mês de agosto, tendo sido finalizada em dezembro de 2011. A primeira etapa consistiu num processo de observação participante, sem uma preocupação de intervenção, e teve como objetivo a aproximação, familiaridade e estabelecimento de vínculo. Foram feitas notas de campo e pesquisados os seguintes documentos: Projeto Pedagógico; Proposta Curricular do Distrito Federal; Currículo da escola; Fichas individuais dos alunos da série pesquisada; livro didático de Matemática e agenda escolar.

Conversas informais, questionário escrito, entrevista, atividades, observação de aula e do campo de pesquisa, análise documental, encontros na coordenação foram os procedimentos adotados para a coleta de dados e informações necessários ao estudo do objeto investigado.

A direção da escola autorizou a participação da pesquisadora em todos os espaços e momentos de trabalho durante o período do estudo. Estes espaços foram: sala de aula da 3ª série (em 2010); sala de aula da 4ª série (em 2011): coordenação coletiva; coordenação por série; reuniões pedagógicas; pátio e eventos.

Em 2010 foi realizado mais um procedimento de acolhida e aproximação da turma. Iniciou-se a sondagem de conhecimento dos alunos a respeito do número racional positivo na forma decimal por meio da aplicação de duas atividades no dia 20 de setembro de 2010. Essas atividades serão analisadas no capítulo cinco. Nos encontros da coordenação em 2010, não foi possível planejar e executar a intervenção com o conteúdo objeto da pesquisa, em função da defasagem de conteúdo pela sucessiva troca de professores. Mas houve o registro da Poupança Coletiva, que era trabalhada uma vez por semana.

Os momentos de coordenação coletiva e por série encontram-se enumerados no quadro a seguir.

Quadro 13 – Resumo quantitativo de dias e horas da pesquisa de campo na coordenação[31].

Ano	Mês	Dias	Qtd de horas
2010	Agosto	3	12
	Setembro	4	16
	Outubro	4	16
	Novembro	3	12
	Dezembro	2	8
Total de 2010		**16**	**64**
2011	Fevereiro	2	8
	Março	2	8
	Abril	3	12
	Maio	3	12
	Junho	4	16
	Julho	2	8
	Agosto	2	8
	Setembro	2	8
	Outubro	1	4
	Novembro	1	4
	Dezembro	2	8
Total de 2011		**24**	**96**
Total Geral		**40**	**160**

Fonte: Sakay (2010/2011)

A participação da pesquisadora no momento do planejamento coletivo foi fundamental para maior conhecimento e proximidade com os dois professores participantes do estudo, demais docentes e funcionários da escola. Nesse período, a pesquisadora participou do processo de planejamento das aulas de Matemática e das demais disciplinas.

O turno matutino tem início às 7h30 e término às 12h20. Ao todo, durante este período, a pesquisadora acompanhou 64 (sessenta e quatro) dias de aulas de 4 (quatro) horas, perfazendo um total de 256 (duzentas e cinquenta e seis) horas em 2010 com a turma da 3ª série. Em 2011, foram 94 (noventa e quatro) dias de aulas com a turma da 4ª série, perfazendo um total geral de 158 (cento e cinquenta e oito) dias de aulas e 632 (seiscentas e trinta e duas) horas de imersão na pesquisa.

[31] A coordenação é o dia destinado ao planejamento coletivo e ocorre pelo menos uma vez por mês. Nos demais dias todos os professores da escola reúnem-se por série/ano,,de acordo com o calendário elaborado. Neste dia, os alunos vão para a Escola Parque, não havendo qualquer tipo de atendimento ao discente.

Quadro 14 – Resumo quantitativo de dias e horas da pesquisa de campo com os alunos.

Ano	Mês	Dias	Qtd de horas
2010	Agosto	14	56
	Setembro	16	64
	Outubro	13	52
	Novembro	15	60
	Dezembro	6	24
Total de 2010		**64**	**256**
2011	Fevereiro	6	24
	Março	7	28
	Abril	15	60
	Maio	18	72
	Junho	13	52
	Julho	7	28
	Agosto	6	24
	Setembro	6	24
	Outubro	4	16
	Novembro	6	24
	Dezembro	6	24
Total de 2011		**94**	**376**
Total Geral		**158**	**632**

Fonte: Sakay (2010/2011).

Em 2011, o planejamento foi sugerido, mas houve um processo de retardamento da implementação da proposta com certa resistência por parte do professor em aceitar a tese levantada pela pesquisadora, rejeição que será melhor detalhada no capítulo seguinte. Posteriormente, a sequência didática inicialmente concebida, sustentada na proposta de Barbosa, Muniz e Silva (2002), foi flexibilizada para uma nova negociação da pesquisadora com o professor. Foi necessário mudar os rumos e a estratégia de encaminhamento da proposta. Passou-se, então, a incentivar o desenvolvimento das atividades ligadas ao Projeto Poupança Coletiva, para ampliar os conceitos necessários à construção do conhecimento sobre os racionais. Por ser o sistema monetário brasileiro um espaço rico de mobilização do número racional positivo na forma decimal, que possibilita a comparação, contagens, registros, produção e resolução de situações-problema, elaborados num contexto real, vivenciado pelos próprios alunos, as atividades que envolveram este projeto passaram a ser o núcleo norteador da pesquisa.

As atividades desenvolvidas, que tinham relação com o objeto de estudo, foram registradas por meio de fotocópia, fotografia, gravação em vídeo e caderno de campo. Dinheiro (cédulas e moedas verdadeiras e réplicas sem valor), quadro de sistematização dos decimais, elaborado pelo professor, tabelas, gráficos, atividades e avaliação foram os materiais registrados e organizados que documentaram as ações executadas ao longo da pesquisa, em função da riqueza da presença do número racional positivo na forma decimal nas atividades em produção.

A proposta pedagógica da escola, os currículos da 3ª série e 4ª série do DF e o livro didático da 4ª série foram os documentos analisados no período de progresso da pesquisa.

A caracterização dos dois professores participantes da pesquisa foi feita por meio de conversas informais, questionário (com o professor de 2012), relato da trajetória profissional e postura pedagógica adotada nas aulas.

Na aproximação com os alunos, em 2010, não houve uma preocupação com o conteúdo a ser pesquisado. O conteúdo foi utilizado inicialmente para que a pesquisadora criasse um vínculo de confiança com os alunos e a professora, para que a sua presença em sala não fosse vista como um obstáculo ou um posicionamento intruso. Essa postura é ratificada por Bogdan e Biklen (1994):

> Nos primeiros dias do trabalho de campo começa-se a estabelecer a relação, aprendem-se “os cantos à casa”, passa-se a ficar mais à vontade e a trabalhar no sentido de os sujeitos ficarem mais à vontade conosco. É a altura de se ficar confuso – mesmo aflito – com tanta informação nova. Ainda há muito para aprender (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 123).

Houve muitas trocas com a professora Rosa que tinha certa dificuldade em Matemática. Porém, ela sempre discutia e aceitava sugestões no andamento do conteúdo matemático. Sempre solicitou a contribuição da pesquisadora como auxiliar no desenvolvimento das atividades e, algumas vezes, a intervenção direta da mesma no quadro, para explicar algum conteúdo que estivesse trabalhando. Estabeleceu-se, assim, um vínculo de confiança mútua, o que permitiu um trabalho de resgate de conteúdos básicos com os alunos, que haviam sido prejudicados com a troca de três professores no primeiro semestre de 2010.

A organização sistemática de transcrição das gravações em vídeo, áudio e entrevistas foi feita pela pesquisadora, para facilitar o processo de identificação das categorias e possibilitar uma familiaridade com o conteúdo.

O processo de análise dos materiais e informações teve início já no momento da organização, separação, identificação e catalogação das informações. Os resultados serão apresentados no capítulo seguinte em seis categorias. Lançou-se mão do uso de diagramas para auxiliar a explicação teórica e a conexão com as atividades desenvolvidas pelos dois professores e os dez alunos participantes da pesquisa.

4.4 Caracterização da Instituição

O projeto de pesquisa-extensão Mediação do conhecimento matemático: Re-educação Matemática, de Muniz (2004), vem sendo desenvolvido na escola pública do Distrito Federal desde março de 2004. O Projeto de Muniz (2004) é uma pesquisa-ação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (FE/UnB), orientada para a resolução de problemas relacionados com a dificuldade na aprendizagem de Matemática, nos anos iniciais. Tem como objetivo central a transformação dessa realidade. Para tanto, tem solicitado a cooperação e a interação entre pesquisadores da graduação, pós-graduação e integrantes da escola, almejando mudanças no processo de intervenção didática realizado pelos professores.

Muniz (1994) atua há oito anos na escola. Nesse período, tem buscado mudar o quadro de representações sociais da Matemática do corpo docente da instituição, contribuindo, desse modo, com o estabelecimento de novas formas de mediação do conhecimento matemático com as crianças dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Por já haver um campo de estudo nesta escola, criado por Muniz (2004), a autora procedeu, em 2007, neste espaço, a sua pesquisa de mestrado, realizando, no mesmo local, a pesquisa de doutorado. Desse modo, a pesquisadora não teve problemas para obter acesso ao campo, pois já existia um vínculo entre ela e a entidade, que tem-se consolidado nos últimos oito anos de trabalho. Os alunos e professores aceitam com certa naturalidade a presença da universidade em seu espaço e a convivência cotidiana. Mesmo com esta abertura, todo o processo de solicitação e autorização foi seguido pela pesquisadora.

A Escola Classe Norte é uma escola pública inaugurada no dia 28 de abril de 1977, num momento da história do Brasil em que o presidente da República, general Ernesto Geisel, editou o Pacote de Abril, que, dentre outras medidas, fechava o Congresso Nacional e criava a figura dos senadores biônicos. Foi neste contexto que a escola foi criada. Mas, talvez por ter começado suas atividades num momento não democrático, a instituição tenha levantado a bandeira da democracia como marca tão presente em seu dia a dia, como contraponto ao instante que o país vivia.. Sua autorização de funcionamento deu-se por meio da Portaria nº 77, de 29/12/77 – SEC-DF, sendo registrada no Parecer nº 62/99 e credenciada pela Portaria nº 003/SEE – 12/01/2004.

A escola iniciou suas atividades atendendo crianças de 7ª e 8ª série do Ensino Fundamental. Nesse mesmo ano, foram criados a Associação de Pais e Mestres (APM), o Centro Cívico e a Sala de Leitura Eça de Queiroz - hoje, Biblioteca Eça de Queiroz. No ano seguinte, a Escola passou a atender também educandos de 1ª a 6ª séries do Ensino Fundamental. Criado em 1995, o Conselho Escolar passou a fazer parte da gestão escolar.

Em 2011, a escola ofereceu do 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental, na faixa etária de 6 a 12 anos, em 14 turmas divididas igualmente nos turnos matutino e vespertino, com um total de 320 alunos.

Quadro 15 – Turmas distribuídas por turno.

TURNO	SÉRIES/ANOS
Matutino	2º ano A
	3º ano A e 3º ano B
	4º ano A e 4º ano B
	4ª série A e 4ª série B
Vespertino	1º ano A
	2º ano B e 2º ano C,
	3º ano C
	4º ano C e 4º ano D
	4ª série C

Fonte: Sakay (2011).

A escola tem compromisso decisivo com a inclusão, fazendo parte do Projeto de Inclusão, que propõe oportunidades e vivências que estimulam as potencialidades, atendendo, assim, a exigência legal preconizada pelas leis federais e locais. Nas turmas com inclusão, existe um número menor de alunos. Ou seja, elas têm um número reduzido de matrículas, em consonância com a legislação dos direitos desses alunos, que se baseia na necessidade de atendimento. Das 320 (trezentas e vinte) crianças atendidas no ano de 2011, 30 (trinta) eram portadoras de necessidades especiais.

Em seus documentos[32], coloca como principal objetivo da educação básica preparar o aluno para o exercício da cidadania, por meio da socialização, no espaço escolar, de conhecimentos, competências, habilidades, valores e atitudes.

Apresenta como seus princípios estruturantes: a diversidade de experiências e vivências pessoais dos alunos; a resolução de problemas de diferentes tipos; o domínio da palavra escrita como ferramenta para compreender o mundo; o conhecimento como recurso para tomar decisões.

No que concerne à fundamentação da prática pedagógica, defende o que consta no relatório da UNESCO de Delors J. & et. al. (1996), Um Tesouro a Descobrir, que indica os quatro pilares para a educação do novo milênio: aprender a aprender, aprender a fazer, aprender a conviver e aprender a ser.

Localiza sua atuação nas tendências pedagógicas atuais, que têm como aspecto central da ação educativa a aprendizagem, não só dos educandos, mas de todos os envolvidos no ambiente escolar. Preconiza a valorização das diferenças dos indivíduos, suas historicidades, sua bagagem cultural, social e política. Propicia o desenvolvimento de atitudes e valores que se traduzam em práticas éticas e solidárias, tornando a pessoa capaz de firmar sua identidade e de transformar seu meio, de maneira produtiva para si e seu coletivo. A formação desse sujeito possibilita práticas sociais democráticas e inclusivas.

Apresenta como missão:

> Oferecer educação integral visando ao desenvolvimento intelectual de gerações competentes e mais felizes, valorizando a excelência acadêmica. Assim, pretende-se assegurar um ensino de qualidade, formando cidadãos críticos, transformadores da realidade social de forma construtiva, participativa, cidadã e ética (BRASILIA, 2010, p.08).

Tem como objetivo proporcionar ao educando situações que possibilitem:

---

[32] Informações retiradas da proposta pedagógica da escola.

- Compreender-se como sujeito autônomo, participativo, possuidor de direitos e deveres.
- Desenvolver o autoconhecimento, a criatividade e a autoestima.
- Posicionar-se de maneira crítica e responsável nas diferentes situações sociais.
- Promover o desenvolvimento integral do ser humano na busca de sua felicidade.
- Ser espaço de conhecimento, cultura, pesquisa e criatividade.
- Promover a gestão democrática.
- Encorajar o diálogo.

A escola afirma seu trabalho pelos seguintes princípios:

1. Participação em atividades coletivas em que o convívio com as diferenças é fundamental para o desenvolvimento do ser humano, proporcionando o exercício do respeito mútuo.

2. Realização de suas atribuições com responsabilidade e compromisso, assumindo plenamente seus direitos e deveres.

3. Utilização do diálogo como meio de comunicação e de superação de conflitos.

4. Aprimoramento da pessoa humana, incluindo a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual, da criatividade e do pensamento reflexivo e crítico.

5. Valorização da amizade na criação de um espaço de harmonia e de prazer.

6. Satisfação das necessidades básicas sincrônicas com as gerações atuais e diacrônicas com as gerações futuras.

Durante o curso das duas pesquisas, a de mestrado e esta de doutorado, pudemos vivenciar a participação democrática[33] e ativa da comunidade nas questões pedagógicas e administrativas, como uma marca em sua trajetória

---

[33] Anexo 6 - A reportagem do Correio Braziliense, de 29 de janeiro de 2012, reflete um pouco a trajetória desta escola.

histórica. Essa participação tem contribuído para a reestruturação e avaliação da gestão escolar e promovido o alcance dos objetivos educacionais propostos.

A escola tem em seu quadro funcional 43 (quarenta e três) funcionários, sendo 4 (quatro) na Equipe de Direção, 4 (quatro) na Equipe de Apoio, 17 (dezessete) na Equipe de Professores e 18 (dezoito) na Equipe Administrativa.

O projeto político-pedagógico tem sido constantemente discutido pelos gestores, professores e Conselho Escolar. A direção da escola tem uma postura democrática e trabalha de maneira firme no sentido de fazer com que as decisões tomadas nas reuniões, encontros, conselhos e outros espaços sejam assumidas e cumpridas.

O Conselho Escolar realiza reuniões periódicas, planeja ações de curto, médio e longo prazo e tem uma articulação política que sustenta os interesses da comunidade escolar. Tem conseguido manter a mesma equipe diretiva há mais de dez anos, sendo que, em 2011, a diretora da escola assumiu a Diretoria Regional de Ensino do Plano Piloto, como um reconhecimento por sua experiência e trabalho de qualidade.

As reuniões de pais seguem duas modalidades. A primeira é a reunião por turma, com a presença dos pais e dos professores daquela série e turno. Durante a pesquisa de mestrado, presenciamos duas dessas reuniões. A segunda modalidade é a chamada reunião geral, com a presença de todos os pais e professores da escola. Esses encontros são bastante produtivos para a discussão dos rumos da escola. São também uma oportunidade de avaliação das atividades realizadas.

Algumas atividades pedagógicas, como o planejamento coletivo e os momentos de coordenação com os parceiros e colaboradores, indicam uma prática diferenciada. O desenvolvimento de projetos coletivos, elaborados por todas as turmas, e a participação da Associação de Pais no processo de planejamento e execução das atividades são bons indicadores da influência dos pais nas decisões tomadas pela escola.

A instituição tem uma Biblioteca com Sala de Leitura, Laboratório de Informática, Orientação Educacional, Coordenação Pedagógica e Sala de Apoio para o Ensino Especial.

Na escola funciona a Biblioteca Eça de Queiroz, registrada e com um trabalho sistematizado de apoio ao leitor. Na turma da 4ª série "B", as atividades são executadas pela professora Marlene toda terça-feira, com início às 10h45 e término às 12h45. A turma é dividida em dois grupos. Enquanto um grupo realiza atividade na biblioteca, o outro permanece em sala de aula com o professor. O tempo de atendimento de cada equipe é de 45 minutos. O projeto Só Lendo para Saber estimula a criatividade, a expressão oral e escrita, amplia o vocabulário e contribui para que a criança seja desinibida, incentivando-a a ler livros narrativos e poesias. O incentivo à leitura é constante, com um trabalho de pastas literárias encaminhadas às salas de aula, com um acervo para cada turma. Os livros estão disponíveis aos alunos para empréstimo e os professores reservam um tempo semanal para a discussão dos volumes lidos. As trocas são permitidas quase que diariamente. Foi criado na escola o Momento da Leitura, no qual toda a instituição coloca em seu planejamento semanal a leitura de livro paradidático em sala de aula. Neste método, os alunos assistem a filmes educativos e realizam oficinas e atividades uma vez por semana, sendo que cada turma é subdividida em duas, para que o trabalho flua com mais qualidade. A metade da turma vai para o espaço de leitura e a outra metade fica em sala com o professor, para dar continuidade à aula normal. Depois ocorre a troca. Eles permanecem 50 minutos neste tipo de atividade.

O Laboratório de Informática Educativa é utilizado seguindo o planejamento de cada professor, sendo feito um agendamento prévio. O ambiente contribui com atividades e conteúdos que agregam ao ensino em sala de aula. dando oportunidade para que todos tenham acesso à tecnologia.

O serviço de Orientação Educacional tem um caráter preventivo. Seu trabalho abrange a comunidade educacional, pais e parceiros, para uma atuação conjunta. Uma de suas responsabilidades é a organização e o desenvolvimento do Conselho Participativo dos alunos[34], juntamente com a Coordenação Pedagógica e

---

[34] Uma outra característica desta escola é a realização de um Conselho Participativo por semestre. A democracia é exercida pelos alunos, professores, pesquisadores, estagiários, ou seja, por todos os que participam das atividades em salas de aula. Como resultado, existe um registro de compromisso, por aluno e participante, que indica quais as áreas e disciplinas que têm bom desempenho e quais as que precisam melhorar. A autora teve oportunidade de participar dos três conselhos ocorridos no período da pesquisa.

Sala de Apoio. São realizadas campanhas e atividades temáticas de orientação e aconselhamento, de acordo com a faixa etária e interesse levantado pelas turmas.

A coordenação pedagógica tem procurado manter a proposta pedagógica planejada e aprovada pela comunidade. Ela auxilia no planejamento, orienta, acompanha e avalia as atividades que são produzidas, dando suporte ao projeto educativo, promovendo ações que contribuem para a melhoria das práticas didático-pedagógicas. Uma dificuldade enfrentada, observada no período da pesquisa, foi a rotatividade de professores na rede. A pesquisadora pôde constatar o problema na turma da 3ª série, que teve quatro professores no primeiro semestre.

A equipe do ensino especial promove encontros, palestras e oficinas pedagógicas, principalmente voltadas para as adaptações curriculares, uma dificuldade ainda enfrentada pela inclusão. O processo de sensibilização e acompanhamento foi uma constante presenciada no período em que a autora realizou a pesquisa na escola. Nos dois anos do estudo, a turma escolhida não recebeu aluno. Teve, somente dois que apresentavam necessidades de apoio mais específico.

As estagiárias da UnB e de outras duas IES particulares participaram de um programa de bolsas e auxiliaram as professoras numa ação de atendimento mais individualizado aos educandos, dentro e fora da sala de aula. O atendimento fora da sala de aula foi prestado pelas estagiárias e professora da turma, uma vez por semana, em horário contrário ao turno em que o aluno frequentava as aulas. Nessa ocasião, o aluno teve nova oportunidade de vivenciar conteúdos que não eram mais viáveis de discussão em sala de aula, com toda a turma.

O horário de entrada dos alunos no período matutino é às 7h30 e a saída ocorre às 12h20. No período vespertino, a entrada é às 13h30 e a saída às 18h20. Os alunos frequentam a Escola Parque[35] uma vez por semana, com aulas de Educação Física e Artes. Em 2010, as aulas na Escola Parque aconteciam às sextas-feiras. Passaram a ocorrer às quartas-feiras em 2011.

O uniforme dos alunos é igual ao da rede pública do Distrito Federal. Os alunos têm uma Agenda Escolar personalizada, sendo esse o meio de comunicação

---

[35] Denominação dada às escolas que oferecem, uma vez por semana, a Educação Física e Artes aos alunos das Escolas Classes do Plano Piloto de Brasília.

mais rápido e eficiente entre a família e a escola. É um instrumento de comunicação efetivo, sendo utilizado diariamente pelos alunos, que anotam na Agenda do Dia o que foi trabalhado em sala de aula, deveres de casa, bilhetes e comunicados. Na agenda, também há espaço para a escola solicitar aos pais consentimento para que os filhos participem de pesquisas e eventos. Os professores olham diariamente a agenda, assinam e a devolvem, o que faz com que a comunicação aconteça e sirva de registro.

A merenda escolar é um item que as professoras discutem em suas aulas, acompanhando o que é servido. Existe uma complementação com recursos da APM e de campanhas realizadas pela escola com os alunos para a melhoria do lanche. Os professores estabelecem com os alunos a restrição a refrigerantes e salgadinhos, orientando-os para um consumo de alimentos saudáveis e para a valorização do que é servido na escola. A instituição também oferta lanches especiais, estimulando uma participação positiva e/ou em datas específicas.

Em 2011, a escola funcionou com a seguinte estrutura administrativa:

Quadro 16 – Quantitativo de funcionários da Escola Classe Norte.

CARGO/FUNÇÃO	QUANTIDADE
Diretora	1
Vice-diretora	1
Apoio à direção	1
Chefe de secretaria	1
Supervisora administrativa	1
Supervisora pedagógica	1
Coordenadora	1
Coordenadora escola integral	1
Apoio à supervisão pedagógica	1
Professora da sala de recursos	2
Professora da biblioteca	2

CARGO/FUNÇÃO	QUANTIDADE
Professores regentes	14
Vigilantes	3
Cantina	4
TOTAL	**34**

Fonte: Sakay (2011).

Faremos, a seguir, a apresentação dos participantes da pesquisa, que denominaremos sujeitos do estudo.

4.5 Sujeitos

A escolha da turma participante da pesquisa na 3ª série[36] ocorreu em razão do conteúdo do número racional positivo na forma decimal e frações estar contemplado no currículo da Secretaria de Educação do Distrito Federal a partir desta série.

O turno matutino foi considerado o mais adequado ao desenvolvimento das atividades, pela maior disponibilidade de deslocamento da pesquisadora. No turno matutino, existiam duas turmas de 3ª série, sendo que, na turma "A", já havia uma pesquisadora executando trabalho de intervenção.

Havia um problema com a 3ª série "B", uma vez que a mesma encontrava-se sem professor. Pela turma, passaram três professoras durante o primeiro semestre, que ainda estava em curso. Mesmo com esta problemática, a direção afirmou que haveria professora substituta no segundo semestre. Optou-se, então, pela turma "B". O processo de aproximação da pesquisadora com a turma ocorreu em dez encontros de observação em sala de aula no primeiro semestre, que não foi contabilizado como parte da pesquisa. A pesquisadora retornou à turma no começo de agosto, participando de inserções na classe, ainda sem mestre, com professores deslocados de outras turmas. Tal fato durou uma semana, sendo que, na segunda semana, a professora Rosa iniciou o seu trabalho.

[36] É mantida a denominação de série em função desta ser a última turma a permanecer na classificação anterior, sendo que as demais já eram denominadas de "ano".

A turma da 3ª série “B” tinha 27 (vinte e sete) alunos matriculados, sendo que 24 (vinte e quatro) frequentaram. Ao longo do ano, 6 (seis) alunos pediram transferência, sendo que 4 (quatro) se mudaram de Brasília e 2 (dois) trocaram de residência e procuraram uma escola mais próxima. No começo da pesquisa, a turma era composta por 13 (treze) meninas e 11 (onze) meninos. A turma é reduzida[37] por ter dois alunos diagnosticados com transtorno de déficit de atenção, sendo uma política adotada pela Secretaria Municipal de Educação para as escolas inclusivas.

Quadro 17 - Alunos participantes da pesquisa na 3ª série no ano de 2010.

Sexo	Idade	Quantidade
Feminino	9	12
	10	1
Masculino	9	10
	10	1
Total		**24**

Fonte: Sakay (2010).

Após analisar as orientações curriculares, a professora verificou que a turma apresentava déficit de conteúdo. Apontou principalmente alguns conteúdos que considerou fundamentais para a 4ª série, como representação de grandes quantidades (milhar); conceitos da divisão em situações significativas envolvendo partilha e medida; desenvolvimento de procedimentos de multiplicação com 2 algarismos no multiplicador; criação, interpretação, organização dos dados e resolução de situações-problema envolvendo as 4 operações (adição, subtração, multiplicação e divisão); e situações que exigiam transformações entre as principais unidades de tempo (dia/mês,dia/semana,mês/ano, horas/dias). Exemplos esses somente em Matemática, mas que aconteceram também nas outras disciplinas em razão da troca de professores. Dessa forma, ficou inviável o início do trabalho mais sistemático com os decimais, tendo desenvolvido somente atividades ligadas ao sistema monetário no Projeto Poupança Coletiva.

---

[37] É a redução de turma em função do Projeto de Inclusão.

No ano seguinte, a turma da 4ª série “B” matutina foi a que, novamente, teve mais alunos remanescentes da 3ª série “B”. A turma começou o ano com 27(vinte e sete) alunos matriculados, mas 25 (vinte e cinco) alunos a frequentaram. Esta turma ficou com 10 (dez) alunos que haviam participado da turma do ano anterior. Outros 8 (oito) alunos permaneceram na escola, mas 4 (quatro) foram para a 4ª série “A” matutina. Os demais foram para a 4ª série “C” do turno vespertino.

Quadro 18 - Alunos que iniciaram a 4ª série no ano de 2011.

Sexo	Idade	Quantidade
Feminino	10	11
	11	2
Masculino	10	10
	11	2
Total		**25**

Fonte: Sakay (2011).

A decisão de continuar a pesquisa com a turma que possuía mais alunos da turma remanescente deu-se em razão da autora conhecer os alunos e ter acompanhado os conteúdos trabalhados. A pesquisadora sabia que não havia sido feita a introdução de frações nem de decimais de maneira sistematizada. Pôde, assim, acompanhar o desempenho dos alunos durante a implementação da proposta de inversão curricular.

A pesquisadora acompanhou, de maneira sistemática, 10 (dez) alunos, conforme o quadro a seguir.

Quadro 19 – Alunos que participaram da pesquisa.

Sexo	Idade	Nome[38]
Feminino	10	Bena Izana Lara Nívea

[38] Todos nomes fictícios.

Sexo	Idade	Nome[38]
		Gabriella
	11	Sávia
Masculino	10	Alex Joaquim Jonas Samir
Total		**10**

Fonte: Sakay (2010/2011)

O progresso dos alunos com relação ao conteúdo objeto da pesquisa será descrito no capítulo seguinte. Dos alunos que permaneceram na pesquisa, 8 (oito) apresentaram um desenvolvimento dentro do esperado para a série. Apenas Jonas e Sávia revelaram maiores dificuldades na apreensão do conteúdo de Matemática. O aluno Jonas mostrou insegurança com relação à sua capacidade de aprender. Já Sávia havia estudado em uma cidade pequena no interior da Bahia antes de entrar na Escola Classe Norte em 2010. Ela apresentou déficit de conteúdo em todas as disciplinas. Teve dificuldades mais sérias, que foram trabalhadas nos atendimentos. A ela foram dadas condições para que passasse à série seguinte, mantido, no caso, um atendimento mais individualizado.

Os professores que participaram da pesquisa eram formados em Pedagogia, sendo que a professora Rosa, que atuou na turma da 3ª série em 2010, não era professora efetiva, mas com contrato provisório. O professor Fernando era professor efetivo da rede pública e atuou na turma da 4ª série em 2011. Ambos já possuíam experiência docente anterior, sendo que o professor Fernando já atuava há mais tempo que a professora Rosa. Foi uma experiência diferente ter um professor trabalhando em turma do Ensino Fundamental nos anos iniciais. A apresentação detalhada dos professores será feita no capítulo seguinte, pois fizeram parte de uma das categorias elaboradas a partir da análise do material coletado e produzido durante o estudo.

No capítulo seguinte será feita a análise do material produzido durante a pesquisa, que foi organizado em quatro categorias: A organização do trabalho pedagógico na sala de aula; O estudo do número racional positivo na forma decimal articulado com o número natural; a conexão do número racional positivo na forma decimal com as frações; e A conexão do número racional positivo na forma decimal com as medidas.

CAPÍTULO V – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, abordaremos os resultados da pesquisa nas próximas quatro seções. Iniciaremos com uma seção apresentando em linhas gerais a proposta pedagógica da escola, de modo a contextualizar o seu funcionamento, bem como algumas particularidades do espaço pesquisado. Houve a necessidade de relatar como foi estabelecida a relação no ambiente estudado para uma melhor compreensão do direcionamento da pesquisa. Finalizamos mostrando as três categorias que foram organizadas de acordo com o material produzido durante a pesquisa.

5.1 A Proposta Pedagógica da Escola Classe Norte

> Responsável pelo Ensino Fundamental de 320 alunos — entre esses, 30 têm necessidades especiais —, a Escola Classe Norte é um exemplo de que, com o envolvimento de pais e/ou familiares, somado à administração da escola, o ensino público pode avançar. Principalmente como espaço democrático, onde alunos de diferentes estratos sociais convivem, brincam e estudam (CORREIO BRAZILIENSE, 30/01/2012 – BRASÍLIA-DF).

Começamos a apresentação da proposta da Escola Classe Norte destacando essa matéria publicada no jornal no início de 2012 em que destaca a forma democrática de gestão dessa escola e a constante busca da garantia da qualidade da educação pública ofertada. Essa gestão se dá de maneira compartilhada com a Associação de Pais e Mestres (APM), que é uma entidade legalmente constituída pela comunidade escolar. A participação ativa da comunidade é uma marca histórica na trajetória da escola. Vale ressaltar que a participação se dá de forma ampla. Ou seja, não se restringe à área administrativa, física e financeira, o que é mais comum. A comunidade contribui com a avaliação da gestão escolar, acompanha e cobra o alcance dos objetivos educacionais que a instituição se propõe realizar. A contribuição de pais, entidades, universidade, comércio e pessoas que, de alguma maneira, conheceram o trabalho da escola prossegue, mesmo após a conclusão das parcerias. Um dos exemplos que podemos citar é a permanência por mais de sete anos do projeto de (Re)Educação Matemática, que tem permitido o desenvolvimento de pesquisas e atividades sempre de maneira aberta e participativa.

O Conselho de Classe Participativo é outro exemplo de que essa influência começa com a entrada do aluno na escola. Todas as turmas realizam dois conselhos de classe participativos por ano. O conselho ocorre em três etapas. A primeira, sob a responsabilidade da Orientação Educacional, reúne os alunos, sem a presença do professor, para uma conversa preliminar. Nesse momento, são estabelecidos compromissos. Posteriormente, haverá a averiguação se foram alcançados quando da realização do segundo conselho de classe. A tônica do conselho é a reflexão sobre a prática, para a melhoria do trabalho pedagógico da escola. Todos os segmentos participam: alunos, professores, representante da família, equipe pedagógica e administrativa.

O projeto Educação para a Sexualidade, realizado pela equipe da Orientação Educacional, tem como objetivos desenvolver a autoestima do aluno, prestar esclarecimentos sobre sexualidade e promover a valorização do eu e do outro como ser humano.

Na escola funciona a Biblioteca Eça de Queiroz, registrada e com um trabalho sistematizado de estímulo à leitura. A atividade na 4ª série “B” é conduzida pela professora Marlene. Ocorre nas terças-feiras, das 10h45 às 12h15. A turma é dividida em dois grupos. Enquanto um grupo executa a tarefa na biblioteca o outro permanece em sala de aula com o professor. O tempo reservado a cada equipe é de 45 minutos. O projeto Só Lendo para Saber incentiva a criatividade, a expressão oral e escrita, amplia o vocabulário e contribui para que a criança tome gosto pelos livros narrativos e poesias.

O protagonismo do aluno é incentivado por meio de várias ações. Citaremos dois momentos que exemplificam o tipo de trabalho realizado. A MiniGaleria é um projeto desenvolvido pela professora responsável pela biblioteca. É um espaço para a exposição das produções dos alunos nas mais variadas formas de artes plásticas. Podem ser expostos trabalhos feitos pelos alunos na escola ou em outros espaços. O Show de Talentos é outra atividade. Ocorre no pátio pelo menos duas vezes ao ano. Envolve a demonstração pelos alunos de diversas modalidades de manifestação cultural. A coordenação abre as inscrições. Os alunos encarregam-se de formar os grupos, dos ensaios e do material para a apresentação. Os professores auxiliam em poucos detalhes. Os ensaios dos alunos acontecem em horários que não conflitam com as aulas.

Os ex-alunos mantêm um vínculo forte com a escola. Alguns voltam para fazer apresentações e exposições sobre sua vida na faculdade ou trabalho profissional. A escola já recebe inclusive filhos de ex-alunos.

Dentro da organização pedagógica do sistema de ensino do Distrito Federal, a Escola Parque é um espaço destinado aos alunos das escolas públicas do Plano Piloto, em que realizam atividades diversificadas conduzidas por professores especialistas. São aulas de Educação Física, artes e idiomas. Nesse dia, os alunos frequentam a Escola Parque e os professores da Escola Classe Norte reúnem-se na Coordenação[39] Coletiva e/ou por série/ano, de acordo com o calendário previamente firmado. Dia de Escola Parque fixado para a Escola Classe Norte foi a sexta-feira em 2010 e a quarta-feira em 2011.

Funciona no contraturno a Escola Integral que oferece atividades complementar às crianças, envolvendo Matemática, leitura, escrita, e valorização da cultura. As ações buscam atender as necessidades e especificidades dos alunos para auxiliá-los a superar suas dificuldades de aprendizagem. Esses alunos permanecem na escola durante todo o dia. Assistem às aulas normalmente em um turno, no qual são servidos almoço e lanche. Os alunos da 3ª série que participaram da integral em 2010 foram Wando, Leandra, Raissa e Sávia. Já os alunos da 4ª série que participaram da integral em 2011 foram Vera, Sávia, Jonas, Tales e Pedro.

A cultura de preservação ambiental é fomentada por meio de ações de reciclagem, projetos de alimentação saudável, plantação de hortas e combate ao desperdício da água. A gincana é uma atividade realizada ao longo do ano. Seu ápice ocorre no mês de outubro. Tem como metas desenvolver a consciência sobre a reciclagem e alertar para do consumo exagerado de embalagens. Os alunos participam de uma gincana que busca atingir um objetivo possível, estabelecido segundo a faixa etária das crianças da série/ano, para embalagens recicláveis e papel. O que é arrecadado nesse evento auxilia na organização da Semana da Criança.

---

[39] Coordenação é o espaço que os professores do DF têm para realizar o planejamento da semana com os colegas de série/ano. Já a Coordenação Coletiva é o momento no qual a escola reúne todos os professores e funcionários para uma análise do trabalho em andamento..

Vários projetos foram incorporados à proposta pedagógica da escola de maneira permanente, depois de três a quatro anos sendo aprovados no planejamento e executados durante o ano, com resultados positivos. Passaram, assim, a fazer parte do ideário de ensino da escola. Citaremos aquele que conhecemos com mais propriedade, que é o de (Re)Educação Matemática.

O projeto de (Re)Educação Matemática, foi elaborado por Muniz, professor da Faculdade de Educação (FE), que iniciou a parceria da escola com o órgão da UnB. A princípio, o projeto seria desenvolvido em um período máximo de três anos, mas a comunidade escolar assumiu o projeto para si e o mantém, mesmo após o término deste prazo. O projeto busca compreender o processo de construção de conceitos matemáticos, com ações e reflexões que se traduzam em alternativas para o desenvolvimento do educando e, ao mesmo tempo, que promovam a formação dos professores. O (Re)Educação Matemática já passou por vários tipos de organização no seu andamento, sempre buscando, nesse processo de avaliação, reflexão e replanejamento visando a atender as necessidades dos envolvidos. Em 2011, houve uma interrupção das oficinas com os professores. Mas orientandos e estagiários continuaram a desenvolver essas ações do projeto. O (Re)Educação Matemática tem possibilitado várias pesquisas neste campo do conhecimento na escola, com ganhos tanto para os pesquisadores como para a instituição, A própria pesquisadora, por exemplo, desenvolveu seus estudos de mestrado, e, agora, de doutorado, explorando justamente teoria e prática Matemáticas em curso na escola. Explicitaremos melhor essa relação na seção seguinte, na qual falaremos sobre as relações estabelecidas no campo da pesquisa.

Três festas comemorativas ocorrem anualmente, sendo previamente discutidas e votadas na primeira reunião pedagógica do ano. Uma festa interessante é a TrocArte Feira e Bazar, que promove o combate ao desperdício, favorecendo a convivência cidadã e solidária dos participantes. A Festa Junina, que preserva uma tradição brasileira, e a Exposição Eu, Você e Tudo que Construímos são eventos que revelam aos pais, comunidade, colegas e aos funcionários a produção dos alunos das séries/anos elaborada durante o ano letivo. Nas festas, os alunos são os protagonistas, como sempre.

Apresentamos os calendários de atividades desenvolvidos pelas duas turmas, da 3ª e da 4ª série, que fizeram parte desta pesquisa.

O calendário da 3ª série será o praticado no segundo semestre de 2010, período em que iniciamos as observações na escola. A seguir, o calendário por atividades:

- Conselho de classe – dois conselhos: o primeiro a partir de 21 de setembro; e, o segundo, na segunda quinzena de novembro;
- Conselho de Classe Participativo: segunda quinzena de outubro e primeira quinzena de novembro;
- Entrega das tabelas de avaliação: 2ºs e 3ºs anos em 5 de outubro e 20 de novembro;
- Reunião pedagógica de pais: 8 de outubro e 10 de dezembro;
- Encontros de (Re)Educação Matemática: 9/8 e 13/9 com pais; 13/8, 3/9 e 24/9 com professores;
- Eventos de agosto: 6 – Fazenda Malunga; 28 – Festa; 30 – Manhã Matemática, com a validação de jogos dos alunos da disciplina de metodologia da Matemática com as crianças;
- Eventos de Setembro: ExpoBIA e TrocART;
- Outubro: 5, 6 e 7 – Semana da Criança;
- Novembro: 13 – Eu, Você e Tudo que Construímos.

Em 2011, as atividades na Escola Classe Norte começaram no dia 7 de fevereiro, com a abertura da semana pedagógica de três dias, ou seja, dias 7, 8 e 9 de fevereiro nos turnos matutino e vespertino. Um novo projeto entrou na pauta da instituição, o “Filosofia na Escola”, também em parceria com um professor da Faculdade de Educação da UnB, que ministrava aulas de cinquenta minutos sobre o tema uma vez por semana. O calendário de atividades foi desenvolvido nas seguintes datas:

- Conselho de classe – dois conselhos: o primeiro no dia 16 de maio; e, o segundo, na primeira quinzena de novembro;
- Conselho de Classe Participativo: 27/6 e 25/11;
- Reunião pedagógica de pais: 4 de maio; 6 de julho; 5 de outubro e 7 de dezembro;
- Festa Junina “Eta trem bão”: 11 de junho;
- Piquenique Saudável: 25/11;
- Eventos de Setembro: TrocART;
- Outubro: 10, 11 e 13, 14 – Semana da Criança;
- Novembro: 13 – Eu, Você e Tudo que Construímos.

Outras atividades importantes foram feitas na escola, principalmente palestras e passeios. Mas consideramos pertinente citar somente os principais eventos, que possibilitam visualizar o tipo de organização pedagógica adotada pela escola.

5.2 As Relações no Campo da Pesquisa

A pesquisa não se desenvolveu tal como estava previsto no planejamento inicial do estudo. Ou seja, somente na ida da pesquisadora à sala de aula para observação e coleta dos elementos de defesa da tese. O trabalho de pesquisa, ao se integrar ao projeto de (Re)Educação Matemática, que já faz parte do Projeto Pedagógico da Escola, acabou por se unir ao conjunto mais amplo das atividades e, em especial, dos espaços desenvolvidos com a participação da universidade. Assim, para a comunidade, este trabalho passou a ser mais um espaço de articulação escola-universidade na busca da otimização das aprendizagens dos professores e de seus alunos.

O estabelecimento das relações no campo é o que determina a quantidade, a qualidade e o grau de inserção e acesso que terá o pesquisador para a captação das informações e desenvolvimento das atividades necessárias ao estudo a ser realizado. O grau e o modo de participação também são determinantes nesse momento da pesquisa.

O trabalho elaborado no campo da pesquisa é explicado por Bogdan e Biklen (1994) como sendo:

> [...] refere-se ao estar dentro do mundo do sujeito, não como alguém que faz uma pequena paragem ao passar, mas como quem vai fazer uma visita; não como uma pessoa que sabe tudo, mas como alguém que quer aprender; não como uma pessoa que quer ser como o sujeito, mas como alguém que procura saber o que é ser como ele (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 113).

A pesquisadora não era uma pessoa estranha à administração e aos professores da escola, pois já havia desenvolvido a pesquisa de mestrado na mesma escola nos anos de 2005 e 2006. A sua entrada na instituição foi facilitada em face da relação existente com o orientador da pesquisa, Muniz (2005), que desenvolvia um projeto na Escola Classe Norte. A escola acolheu a pesquisadora, que trilhava um campo de pesquisa aberto pelo projeto de (Re)Educação Matemática. Acreditamos que a autoridade do pesquisador orientador transferiu-se parcialmente para a figura da orientanda, uma vez que seus estudos eram uma extensão, iam ao encontro das premissas do trabalho do pesquisador da UnB. Não houve, portanto, resistência à entrada da pesquisadora no espaço nem ao estudo por parte da direção, coordenação e dos professores da escola.

A participação e o vínculo estabelecido com a escola eram uma troca, uma vez que houve a criação de oficinas de Matemática e atividades envolvendo não só a turma pesquisada, mas a escola como um todo. Desde a pesquisa de mestrado[40], o tempo da autora destinado à atuação nas atividades da escola não ficou restrito às ações em Matemática. Estendeu-se a todas as aulas e demais atividades da instituição. O tempo na escola foi longo. A pesquisadora teve um contato diário pelo período de um ano e encontros quinzenais nos últimos seis meses.

---

[40] Foi um estudo de caso do processo de reeducação Matemática de duas professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, atuantes em uma escola pública do Distrito Federal. O lócus proporcionado na escola possibilitou avanços, mas também recuos no processo de desenvolvimento profissional das professoras. A realização da pesquisa-ação na escola, em parceria com estudantes da graduação, da pós-graduação e de um pesquisador universitário, criou um espaço de aprendizagem mútuo, que contribuiu para a efetivação da unidade teoria-prática. O apoio e a gestão democrática vivenciados na escola foram fundamentais para que a pesquisa fosse realizada, bem como para a permanência do Projeto de Pesquisa-ação em Re-educação Matemática.

A rotatividade de professores, assim como ocorre atualmente nas escolas públicas do DF, parece ser um problema enfrentado pela instituição. Esse ponto pôde ser melhor constatado pela pesquisadora na sua volta à escola em 2010 para realizar o novo estudo. Dos quatorze professores que estavam na escola em 2006, somente cinco permaneceram. Manter um projeto pedagógico, construído no longo prazo, é difícil. Esse é um dos problemas que afetam a continuidade do projeto de (Re)Educação Matemática, que sempre precisa retomar etapas que já haviam sido superadas. Com a troca de profissionais, a cada ano é necessário retomar algumas fases. O professor da turma, que participou da pesquisa, então estudante de Pedagogia, atuava na escola desde 2010. Havia vivenciado a dinâmica do estabelecimento, não sendo novidade para ele a presença de pesquisadores e estagiários no local. Sabia inclusive o objetivo da presença da pesquisadora na escola no semestre anterior.

A proposta inicial de investigação dizia respeito à apresentação de uma sequência didática, baseada no módulo do PIE/UnB (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002), para a introdução do número racional na forma decimal antes da fracionária para a turma de 4ª série do Ensino Fundamental. A sequência seria negociada com o professor, que faria o seu planejamento e/ou o replanejamento da proposta, para posterior implementação. A princípio, a proposta foi entregue ao professor para que analisasse juntamente com os objetivos do estudo a ser realizado. Não houve uma negativa ou concordância explícita, mas foi aceito o desenvolvimento do estudo. Dessa forma, a observação participante teve início no dia 7 de fevereiro de 2011, ainda no período de planejamento pedagógico com a participação de todos os professores.

Nas primeiras aulas, a pesquisadora, que já possuía um vínculo anterior com dez alunos da turma de 3ª série do ano anterior, sentiu-se à vontade na turma. O professor também não estabeleceu, ao menos inicialmente, qualquer restrição à participação ou ao acesso da autora a qualquer informação solicitada. Com acesso aos livros adotados pela série, a pesquisadora fez um levantamento no livro de Matemática e indicou, em uma tabela[41], as páginas nas quais o conteúdo

[41] Anexo 3 - Conteúdos decimais e frações livro didático.

envolvendo os racionais aparecia. Esse material foi entregue e conversado com o professor, visando a inserção de atividades para o avanço do conteúdo.

A pesquisadora atuou como observadora participante. Assistiu e participou de um total de 156 dias e de 632 horas-aula, auxiliando os professores e os alunos no progresso das atividades. Entrava e saía junto com alunos e o professor, participando de todas as ações. Ou seja, não se restringia somente a acompanhar as aulas planejadas para os conteúdos matemáticos. Essa dinâmica foi levada a cabo pela autora do início ao fim de 2011, quando finalizou a pesquisa.

Bogdan e Biklen (1994) ressaltam a necessidade do estabelecimento de uma relação com os sujeitos participantes da pesquisa.

> A abordagem qualitativa requer que os investigadores desenvolvam empatia para com as pessoas que fazem parte do estudo e que façam esforços concentrados para compreender vários pontos de vista. O objetivo não é o juízo de valor; mas, antes, o de compreender o mundo dos sujeitos e determinar como e com que critérios eles o julgam (BOGDAN e BIKLEN,1994, p. 287).

Dessa forma, o que se pretende nessa seção não é fazer qualquer julgamento de valor, mas analisar as situações que levaram à mudança de rumo da pesquisa proposta, que, inicialmente, pretendia implementar uma sequência didática em que o número racional na forma decimal seria trabalhado primeiro que o fracionário.

A pesquisa qualitativa também envolve, segundo González Rey (2005, p. 81), a imersão do pesquisador no campo da pesquisa, considerando este como o cenário social em que tem lugar o fenômeno estudado, com o conjunto de elementos que o constituem. Por esse motivo, buscou-se estar na e com os sujeitos da escola o maior tempo possível, para a construção de um cenário real, não superficial, para que houvesse uma visão global da instituição, das relações e dos sujeitos que nela interagiam e, mais especificamente, do professor e dos alunos da 4ª série.

Após dois meses de estudo, fevereiro e março, a pesquisadora constatou que o professor realizava o planejamento dos conteúdos com os docentes da sua série. Porém, no momento da realização das aulas, ele implementava uma readequação no que era estabelecido. O professor fazia à sua maneira e trabalhava os conteúdos que priorizava com a metodologia que julgava conveniente, destoando do que tinha sido planejado no coletivo (sendo que, no coletivo, as posições e proposições eram sempre fruto de argumentações, justificações, fundamentações e negociações). As atividades que eram dadas por meio reprográfico nem sempre eram aplicadas. Não seguia o planejamento organizado. O conteúdo abordado no dia sempre surpreendia a pesquisadora, uma vez que ela participava das reuniões de coordenação coletiva. Quando a autora perguntava ao professor a respeito do conteúdo objeto de sua pesquisa, ele solicitava que ela trouxesse uma atividade para ser aplicada. Por três vezes a pesquisadora trouxe uma atividade para ser feita pelos alunos, mas o professor a passava como tarefa de casa ou a deixava no armário. Quando a aplicava, ele mesmo ia ao quadro e resolvia a tarefa, sem a participação efetiva dos alunos, cabendo a estes uma postura passiva na atividade. Como exemplo, citamos o dia 28 de junho (CP, 28/6, p. 61-65), quando a pesquisadora trouxe uma atividade envolvendo medidas para exploração da reta numérica e o professor tomou para si a tarefa. Ele realizou uma ótima aula expositiva, mas não possibilitou aos alunos uma participação ativa.

Ao perceber que havia uma resistência do docente em realizar as ações planejadas, a autora redirecionou a pesquisa no sentido de explorar a Poupança Coletiva[42] como eixo central do estudo do número racional na forma decimal. Aproveitaria, assim, os momentos em que o assunto fosse trabalhado para analisar a introdução do número racional positivo na forma decimal antes da fração decimal, tendo como fio condutor o sistema monetário brasileiro.

Para González Rey (2005, p. 81), existe um processo que é construído ao longo da pesquisa chamado de lógica configuracional. Nele, o pesquisador vai construindo, de forma progressiva e sem seguir nenhum outro critério que não seja o de sua própria reflexão teórica, os distintos elementos relevantes que irão se configurar no modelo do problema estudado. Esse aporte teórico foi importante para reorganizar o caminho da pesquisa a partir do momento em que se verificou um cenário não propício ao andamento da sequência didática planejada para a efetivação do estudo.

[42] Um projeto desenvolvido pela escola, fruto do projeto de (Re)Educação Matemática, que incentiva uma poupança coletiva durante todo o ano, visando a realização de atividades definidas pela turma. Tem um cunho pedagógico, uma vez que várias ações Matemáticas são feitas,de acordo com o conteúdo de cada turma.

No desenvolvimento da pesquisa, construímos, de acordo com González Rey (2005, p. 83-84), um caminho singular. O cenário da pesquisa foi estabelecido por meio da criação de um clima de comunicação e participação, para facilitar o envolvimento de todos os componentes. Não houve problema de comunicação da pesquisadora com o professor. O que se observou foi a criação de um campo de tensão entre o que o estudo pretendia e o que se configurava no campo. O caminho metodológico que havia sido desenhado para o desenvolvimento das atividades não seria mais possível.

Foi observada uma resistência por parte do professor em seguir o planejamento estipulado na coordenação, com os demais professores da série. No planejamento, é decidida a abordagem de determinado conteúdo e atividades durante a semana. Porém, esse planejamento e ações não eram executados em sala de aula como havia sido fixado. Essa postura não ocorria somente com relação à Matemática, mas com todas as disciplinas. O livro didático e as atividades fotocopiadas não eram utilizadas da maneira como havia sido acordada. Ou seja, o professor decidia na hora o conteúdo e a ação que iria desenvolver. Esse procedimento foi observado durante todo o período do estudo. Ao começar uma atividade de determinado conteúdo, o professor permanecia nela durante toda a manhã.

Os alunos mantinham uma postura passiva. O professor explicava e os alunos ficavam ouvindo e vendo o professor utilizar os materiais e executar o processo. Esse método, acabava gerando nos alunos desinteresse e distração. Geralmente os estudantes ficavam com a cabeça apoiada nos braços sobre a carteira e respondiam em uníssono às perguntas do professor.

Como afirma González Rey (2005), não existe uma garantia de resultados esperados na criação de um cenário de pesquisa.

> A criação do cenário de pesquisa não representa um momento rígido que sempre deve produzir um resultado desejado; a constituição do cenário de pesquisa é um momento de comunicação que pode tomar diferentes sentidos para os participantes e que não garante sempre o que deles se espera. O êxito e as operações metodológicas de uma pesquisa não é algo formulado *a priori*, mas é algo constituído no próprio processo vivo da pesquisa. Toda pesquisa é um processo vivo em que se apresentam diversas dificuldades para as quais o pesquisador deve estar preparado e diante das quais deve tomar decisões que podem alterar o rumo da pesquisa (GONZÁLEZ REY, 2005, p. 87).

Os rumos da pesquisa foram, então, mudados em função dessa não disponibilidade do professor em seguir um planejamento, mesmo que feito com a participação dele. Para ter uma ideia do que essa postura representava, os conteúdos que iam ser cobrados em avaliações só eram trabalhados próximo às provas escritas. Muitas vezes eram passados como atividades de casa e em grande quantidade. Os conteúdos não eram explicados e abordados de modo adequado. Inúmeras vezes era somente feita a leitura e os alunos já passavam para os exercícios. De certa forma, a Matemática foi a disciplina que o professor procurou explorar mais, talvez pela presença da pesquisadora. Mas, no período em que a autora permaneceu na turma, em quatro semanas, não consecutivas, nenhum conteúdo matemático específico da série foi explorado, sendo abordados somente os já examinados na Poupança Coletiva.

A pesquisa qualitativa é caracterizada por González Rey (2005, p. 103) “pela construção de um modelo teórico como via de significação da informação produzida, a qual não está fragmentada em resultados parciais associados aos instrumentos usados, mas está integrada em um sistema cuja inteligibilidade é produzida pelo pesquisador”.

Na pesquisa qualitativa em educação, o que acontece na sala de aula - ou seja, os fenômenos coligidos para a análise dessa realidade e que servem como aportes à defesa ou refutação de uma tese - é, sobretudo, uma negociação, que não é tranquila. Muitas vezes ela é conflituosa, principalmente no caso da pesquisa, porque o andamento do estudo dependia do professor. A postura de cada profissional é sempre uma incógnita. Mas sabemos também que uma pesquisa em sala de aula não é algo simples, pois expõe o profissional a análises minuciosas que perpassam todo o seu trabalho. Nesse caso, não estamos julgando se é ruim ou bom o trabalho do professor, mas diagnosticando a sua postura metodológica como inadequada para o tipo de proposta de pesquisa apontada inicialmente, em que os alunos deveriam ser os protagonistas das aulas. Apesar da postura do docente ser assinalada como inapropriada, temos professores parecidos com o pesquisado em todas as escolas, independentemente de estado, formação ou série. Desse modo, a autora resolveu dar continuidade ao estudo, registrando e analisando como foram abordados o número racional positivo na forma decimal e como o trabalho com a Poupança Coletiva influenciou a aplicação do conteúdo na turma.

Serão apresentadas, então, as três categorias que foram organizadas e significadas a partir do registro e análise das atividades executadas com os professores e alunos. Estas categorias foram concebidas a partir da organização dos dados e informações sistematizados ao longo da permanência em campo da autora, em consonância com o objeto e os objetivos definidos na pesquisa.

5.3 As Categorias

5.3.1 A organização do trabalho pedagógico na sala de aula

A organização do trabalho pedagógico (OTP), que fazemos referência neste estudo, diz respeito, principalmente, aos espaços de aprendizagem, de mediação e de intervenção desenvolvidos em sala de aula. Isso apesar de termos outros elementos também capazes de traçar uma visão global da atuação pedagógica na escola. O trabalho em sala de aula é de responsabilidade de professores e alunos. Por esse motivo, discutiremos alguns saberes necessários ao avanço do mesmo.

A formação de professores é debatida por diversos autores. Dentre os quais, apontamos os que utilizamos para discutir essa necessidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental na pesquisa de mestrado de Sakay (2007), na qual nos apoiamos: Fiorentini (1994, 1995, 1998), Imbernón (1994), Schön (1983, 1987, 1994), Nóvoa (1991, 1992), Tardif (2002, 2004), Veiga (2002) e Zeichner (1992, 1998). Nesta pesquisa, não tínhamos como objetivo prévio examinar a prática do professor. Mas, em função da natureza do estudo e do caminho que foi se configurando durante a inserção no campo, a autora sentiu necessidade de analisar a atuação do professor da turma da 4ª série, devido à centralização adotada pelo profissional no rumo das ações. Acreditamos que este foi um dos principais pontos de tensão surgidos durante a pesquisa, uma vez que a proposta pedagógica do PIE (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002) fundamenta-se no aluno ativo, como elemento essencial nos processos de geração de saber e de aprendizagem, o que foi de encontro à postura do professor, que concentrou a OTP em aulas expositivas. Para o estudo teórico, buscaremos ancoragem em dois autores: Fiorentini (1998) e Tardif (2002).

Tardif (2002) identifica e define os diferentes saberes presentes na prática docente e as relações que se estabelecem entre os saberes e os professores. Cita que são vários e provenientes de diferentes fontes os saberes que compõem o saber docente. Pode-se definir “saber docente como um saber plural, formado pela amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais” (TARDIF, 2002, p. 36).

Os saberes profissionais (TARDIF, 2002) são tipificados como os provenientes das instituições formadoras de professores, seja de formação inicial ou continuada. Os saberes disciplinares são aqueles produzidos pelas ciências da Educação, pelos saberes pedagógicos, bem como pelos saberes sociais, incorporados à prática docente. Os saberes curriculares são aqueles incorporados ao longo de suas carreiras e que correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos que se concretizam por meio dos programas escolares. E os saberes profissionais são aqueles amealhados no exercício de suas funções e da profissão. Baseiam-se na prática cotidiana e no conhecimento obtido no meio de atuação.

Adotaremos o quadro de Tardif (2002), que propõe um modelo tipológico para identificar e classificar os saberes dos professores. Dele faremos uso como auxílio no exame dos saberes do professor da 4ª série da Escola Classe Norte.

Quadro 20 – Os saberes dos professores.

Saberes dos professores	**Fontes sociais de aquisição**	**Modos de integração no trabalho docente**
Saberes pessoais dos professores.	A família, o ambiente de vida, a educação no sentido lato, etc.	Pela história de vida e pela socialização primária.
Saberes provenientes da formação escolar anterior.	A escola primária e secundária, os estudos pós-secundários não especializados, etc.	Pela formação e pela socialização pré-profissionais.
Saberes provenientes da formação profissional para o magistério.	Os estabelecimentos de formação de professores, os estágios, os cursos de reciclagem, etc.	Pela formação e pela socialização profissionais nas instituições de formação de professores.
Saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho.	A utilização das “ferramentas” dos professores: programas, livros didáticos, cadernos de exercícios, fichas, etc.	Pela utilização das “ferramentas” de trabalho, sua adaptação às tarefas.
Saberes provenientes de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola.	A prática do ofício na escola e na sala de aula, a experiência dos pares, etc.	Pela prática do trabalho e pela socialização profissional.

Fonte: Tardif (2002, p. 63).

A análise da atuação do professor teve como finalidade compreender a sua ação docente durante o período de investigação na turma.

O posicionamento de Fiorentini (1998), que atua diretamente na formação de professores que ensinam Matemática, indica mais alguns referenciais ligados à prática profissional, que consideramos interessante nesta análise.

> O referencial da prática, além de fundamental para a significação dos conhecimentos teóricos, contribui para mostrar que os conhecimentos em ação são impregnados de elementos sociais, éticos-políticos, culturais, afetivos e emocionais. Aspectos esses que não foram explorados por Shulman, e que fazem parte da complexidade da prática pedagógica, exercendo um papel determinante na configuração/reconfiguração do saber docente em ação (FIORENTINI, 1998, p. 319).

Consideramos que o referencial da prática está ancorado em uma rede de significações e conhecimentos que não consegue ser abrangente o suficiente para delimitar, demarcar essa diversidade.

Faremos uma apresentação breve da professora de 3ª série, turma observada no segundo semestre de 2010, e uma análise dos saberes do professor e da realidade que apresentou na organização do trabalho pedagógico da 4ª série "B", turma na qual a pesquisa foi concretizada no ano de 2011.

A pesquisa foi desenvolvida em dois anos subsequentes. De certa maneira, foi um estudo longitudinal, uma vez que acompanhou por dois anos o mesmo grupo de alunos, apesar de serem professores diferentes em cada ano letivo. Foi possível acompanhar dez dos vinte e sete alunos oriundos da 3ª série. No começo a pesquisa foi programada para dois semestres. Porém, no desenrolar do trabalho de campo, foi necessário acrescentar mais um semestre, para que a proposta de estudo se desenvolvesse a contento. A pesquisa terminou no dia 12 de dezembro de 2011.

A Escola Classe Norte foi seleciona, como já explicado anteriormente, em função de uma parceria com a Universidade de Brasília, Já a escolha das séries ocorreu em razão do conteúdo, objeto da pesquisa, estar contemplado, de modo mais efetivo, na 3ª e na 4ª série dos anos iniciais do Ensino Fundamental, atuais 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

As observações tiveram início em 9 de agosto de 2010. É importante frisar que a professora da 3ª série não foi considerada como sujeito participante direto da pesquisa, uma vez que o objetivo naquele momento era estabelecer um vínculo da autora com o grupo, para torná-la familiar ao meio e menos invasiva possível. A pesquisadora deveria ser vista como uma colaboradora, evitando, assim, qualquer mudança brusca no comportamento dos alunos. Dessa maneira, não houve uma preocupação em caracterizar mais profundamente a professora Rosa. As observações surgidas vieram de conversas e entrevistas informais, feitas durante os quatro meses de convivência diária com Rosa, em sala de aula e nos momentos de coordenação, quando o planejamento acontecia.

5.3.1.1 A professora Rosa

A professora Rosa tinha vinte e cinco anos em 2010, sendo formada em Pedagogia em uma universidade particular do Distrito Federal. Já atuava como professora há mais de cinco anos. Nesse período, sempre foi professora da educação infantil na rede privada, sendo essa a primeira experiência mais duradoura com crianças da 3ª série. Não era professora efetiva. Fizera o processo seletivo para professora temporária da Secretaria de Educação do Distrito Federal. Começou suas atividades na Escola Classe Norte no dia seguinte à chegada da autora na instituição. Iniciou, portanto, o seu contato com o grupo ao mesmo tempo em que a pesquisadora.

Mostrou-se receptiva e com uma forte expectativa em receber auxílio nos conteúdos matemáticos. Confessou de imediato não dominar a Matemática, além de ter uma certa resistência com a disciplina em função de fracassos escolares enquanto aluna. Comentou em vários momentos as inúmeras dificuldades enfrentadas enquanto aluna e o receio do aprofundamento exigido pelos conteúdos matemáticos a serem ensinados na série, uma vez que não havia ministrado ainda aulas para turmas maiores que as de 2ª série. A sua preferência sempre foi por crianças da educação infantil, mas como professora substituta tem que assumir as turmas que lhe são ofertadas. Afirmou não temer os conteúdos das demais disciplinas, somente o de Matemática.

A professora Rosa soube conduzir a sua aceitação na turma, sendo a quarta professora da turma no ano de 2010. Não mereceu de imediato a confiança do grupo. Percebia-se que os alunos ficavam testando diariamente o envolvimento da professora. Procurou o apoio da direção e da coordenação pedagógica, adotando uma postura de abertura para conhecer a proposta pedagógica da escola, tendo abraçado os projetos que estavam em implantação. Participou ativamente de todos os momentos de coordenação e planejamento coletivo, sendo mais reservada nos encontros do projeto de (Re)Educação Matemática. Acreditamos que tal fato ocorreu em função das dificuldades pessoais da docente em relação à disciplina.

Elaborou semanalmente os planejamentos. Buscou fazer um levantamento dos conteúdos que estavam previstos para serem trabalhados. Focou o seu trabalho no sentido de recuperar os conteúdos que considerava básicos para a turma, sendo que, em Matemática, continuou desenvolvendo o projeto da Poupança Coletiva, explorando o sistema monetário brasileiro. No projeto da gincana, trabalhou com os alunos a adição, subtração e a multiplicação dos pontos arrecadados. O envolvimento dos alunos nos dois projetos foi incentivado pelo entusiasmo da professora. A contagem da pontuação da gincana proporcionou diversas situações-problema, que permitiram avançar na multiplicação de centenas por dezenas e na divisão de centenas por unidades. Ela explorou o sistema de numeração decimal por meio da ficha escalonada[43], pois umas sete crianças apresentavam sérias dificuldades no processo de composição e decomposição dos números maiores que mil, bem como no reconhecimento do valor posicional desses números. Desenvolveu duas aulas sobre medidas, utilizando instrumentos de uso social como a régua, o metro, a trena e a fita métrica. A atividade proporcionou mais o reconhecimento e a exploração desses instrumentos de medida do que a sistematização dos conceitos. A ação foi incentivada pela pesquisadora em razão da sua necessidade de conhecer o nível de domínio da professora desse conteúdo.

A professora planejou a aplicação dos conteúdos junto com os demais professores da série. Desenvolveu o que foi estipulado nos momentos de coordenação. Mas fez adequações em alguns conteúdos que, em sua turma, não haviam sido trabalhados em função da troca de professores. Buscou atuar com os livros didáticos que possuía. Ordenou os dias de trabalho. As aulas aconteciam de segunda até quinta-feira. Reservou a sexta-feira para o planejamento com os professores e para os alunos da Escola Parque.

---

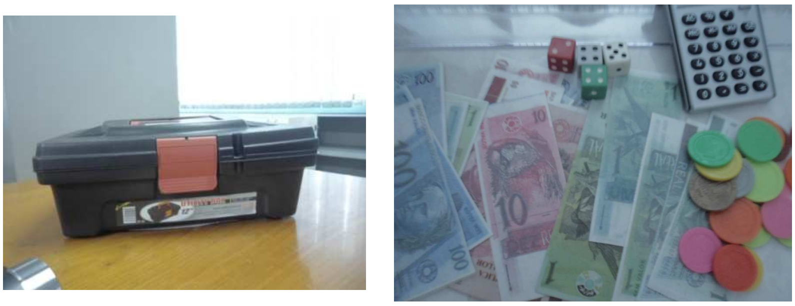
[43] Material utilizado como etapa do processo de construção dos conceitos do Sistema de Numeração Decimal, principalmente o valor posicional e composição aditiva do número. Seu uso é associado a materiais de contagem, tapetinho, dinheiro, entre outros.

A autora aponta como principal preocupação na atuação da professora a insegurança que a docente possuía com relação aos conceitos mais elaborados da Matemática, principalmente no campo geométrico. Foram ministradas somente duas aulas desse tópico durante o segundo semestre. O encerramento do semestre foi tranquilo. Apenas dois alunos foram retidos por não possuírem as condições mínimas para avançar para a próxima série.

No ano seguinte, a pesquisadora procurou a escola. Soube na Secretaria que a 4ª série “B” era a turma que reunia a maior quantidade de alunos remanescentes da turma do ano anterior. A autora procurou o professor responsável pela turma, sendo que já o conhecia, pois ele atuava na escola desde 2010. O docente aceitou recebê-la na turma.

A organização das atividades fixas realizadas semanalmente acompanhou a seguinte rotina: pátio, na segunda-feira no segundo horário; na terça-feira, Poupança Coletiva e recreação; na quarta-feira, Escola Parque e planejamento coletivo para os professores; na quinta-feira, PROERD[44].

Imagem 3 – Caixa Matemática da Lara, com parte do conteúdo da 4ª série B.



Fonte: Sakay (2011).

O emprego da Caixa Matemática pelos alunos da turma começou em 2011, com os seguintes materiais: dois dados resistentes, um ábaco, uma régua de 30 cm, uma trena, uma calculadora, um compasso, um saquinho de moedas de plástico sem valor e um pacote de dinheiro sem valor. Ao longo do ano, alguns instrumentos e materiais, construídos pelos alunos, são colocados na caixa. Alguns alunos utilizam uma caixa de sapato encapada e outros o modelo mostrado. A caixa foi mais usada nas atividades da Poupança Coletiva e nas que envolveram medida.

---

[44] Programa Educacional de Resistência às Drogas e à Violência desenvolvido pela Polícia Militar.

O material escolar individual dos alunos foi organizado no dia 9 de fevereiro de 2012, com o auxílio da pesquisadora, que recebeu e anotou os materiais entregues pelos alunos. Cada aluno levou um minidicionário, uma pasta com grampo para a Poupança Coletiva, uma pasta com elástico para colocar tarefas, uma pasta classificadora para colocar os trabalhos, uma cola, quatro cadernos grandes (Português, Matemática, História e Geografia, e Ciências), um caderno pequeno para produção de texto e um caderno quadriculado para Matemática.

5.3.1.2 O professor Fernando

O professor Fernando tem trinta anos. Formou-se em Pedagogia na Universidade de Brasília, em 2010, possuindo também o curso de Magistério. É professor efetivo da Secretaria de Educação do Distrito Federal, tendo dez anos de experiência em sala de aula. Nesse período, atuou na educação infantil, com crianças de cinco anos de idade, e com a 3ª e a 4ª séries. Possui quatro anos de experiência com turmas de 4ª série/5º ano, sendo que, na escola, está com essa série há dois anos.

A autora apresentou um extrato da proposta de sua pesquisa, mostrando o objetivo e a proposta de intervenção que seria negociada com a escola e com professor. Houve a aceitação imediata, sem restrições aparentes. É importante conhecermos um pouco mais o professor e o trabalho pedagógico que desenvolve em sala de aula.

Foi aplicado um questionário elaborado a partir de um instrumento utilizado na Pesquisa Internacional da OCDE sobre ensino e aprendizagem (TALIS), que versou sobre crenças pessoais acerca do ensino e da aprendizagem. Sentimos a necessidade de utilizar tal instrumento para a coleta de subsídios não externados durante a pesquisa, mas essenciais para a melhor caracterização das crenças e práticas do professor. O instrumento consistiu de treze afirmações que deveriam ser respondidas com os conceitos: discordo totalmente, discordo, concordo, e concordo totalmente. Foram feitas mais duas questões abertas. O instrumento só foi aplicado ao final da pesquisa, no dia 16 de dezembro de 2011, em função da crença inicial da pesquisadora de que conseguiria estabelecer um diálogo mais aberto e direto com o professor.

O que se pretende com a análise é caracterizar, da melhor forma possível, a ação docente dentro do processo de pesquisa e a influência desta nos resultados alcançados. Não se busca, em momento algum, julgar como certa ou errada as respostas dadas pelo docente.

Transcrevemos as afirmações agrupando-as pelo tipo de conceito escolhido para as questões. O resultado das questões respondidas será analisado por meio da apresentação de falas e ações observadas em sala de aula, que confirmam ou contradizem as informações prestadas. As respostas deveriam ser respondidas somente por meio dos conceitos estabelecidos no questionário, mas o professor sentiu a necessidade de complementar algumas afirmações e assim o fez.

Apresentamos as questões estabelecendo uma sequência, de acordo com as respostas atribuídas por Fernando. Quando houver alguma ressalva feita pelo professor esta será colocada dentro dos parênteses em itálico.

Discordou totalmente de duas afirmações:

- É melhor quando o professor – não o aluno – decide que atividades devem ser realizadas. (*Discorda. Tem que ser em conjunto. Embora quando você tem uma turma indisciplinada isso nem sempre é possível, né? Depende da maturidade principalmente, né).*

- Os professores sabem muito mais do que os alunos; eles não deveriam deixar que os alunos desenvolvam respostas que podem estar incorretas quando podem simplesmente explicar as respostas diretamente.

Discordou de uma afirmação:

- Quando faço referência a um “desempenho fraco”, quero dizer um desempenho abaixo do nível de aproveitamento anterior do aluno. (*Ele quer dizer assim, ó, se o aluno progrediu. Se for do desempenho, maior do que ele tinha anteriormente então o desempenho não pode ser fraco, ele é bom. Mas o que eu quero dizer assim, é que às vezes o desempenho, dele, ele teve uma progressão, ele teve um bom desempenho, mas ainda está aquém do nível de que ele precisaria, do nível da série, da turma).*

Concordou com quatro afirmações:

- Professores efetivos/bons demonstram a forma correta de solucionar um problema. *(Aí que tá. sim você precisa! Né, mas depois do seu papel de facilitador, depois do seu papel de facilitador da investigação do aluno, depois que o aluno teve todo esse processo de buscar sozinho, de tentar várias formas. Aí se você chega e mostra a forma correta, acho que também é necessário você mostrar, né. Até porque nem sempre o aluno nesse esforço ele chega, no, na resposta correta, ele chega no resultado esperado, né. Então é seu papel também, mostrar da forma correta, mas não somente).*

- O ensino deve ser organizado em torno de problemas que tenham respostas claras e corretas, utilizando ideias que a maioria dos alunos possa entender <u>*prontamente.*</u> (Só não concordou com a palavra *prontamente.* A pesquisadora, então, pediu que substituísse a palavra por uma que considerasse adequada: *Diria apenas que utilizaria ideias que os alunos sejam capazes de entender, ao longo do processo, não precisa ser prontamente).*

- O quanto os alunos aprendem depende de quanto conhecimento prévio possuem – é por isso <u>*que ensinar fatos é tão necessário.*</u> (Substituiria a parte sublinhada por: *... sim, se os fatos estiverem relacionando ao que ele, a esse conhecimento prévio, tudo bem, né? Mas, às vezes o conhecimento prévio que ele tem nem sempre é ensinado pela escola, pelo professor, é um conhecimento prévio que ele já tráz como bagagem né, de vivência).*

- Quando faço referência a um “bom desempenho”, quero dizer um desempenho acima do nível de <u>*aproveitamento anterior do aluno*</u>. (Faz ressalva na questão de aproveitamento: *A mesma coisa, vou concordar né, isso olhando a condição do próprio aluno, né. O aluno com ele mesmo, às vezes o desempenho dele foi bom porque ele progrediu, mas ainda está aquém do nível da turma*).

Concordou totalmente com cinco afirmações:

- Meu papel como professor é o de facilitar que investigações sejam feitas pelos próprios alunos.

- Os alunos aprendem melhor quando eles mesmos encontram soluções para os problemas.

- Os alunos devem ter a possibilidade de pensar soluções para problemas práticos antes de o professor lhes mostrar como devem ser solucionados.

- Uma <u>*sala de aula tranquila*</u> é, geralmente, necessária para o aprendizado efetivo. (*Mas aí vem a questão, né, do quê que é uma sala de aula tranquila, né. Porque tem gente que considera uma sala de aula tranquila, o menino quieto, silencioso, olhando pra frente. Não às vezes a criança está fazendo barulho, mas é o barulho normal da atividade, né. Então não precisa o menino estar ali enjaulado, quieto, né, parado. Desde que ele esteja, tenha a disciplina de estar fazendo barulho mas voltado pra atividade*).

- Os processos de pensamento e raciocínio são mais importantes do que o conteúdo curricular específico.

A pesquisadora também elaborou duas questões abertas, que serão examinadas nas considerações finais, ou seja, na avaliação derradeira sobre a proposta de ensino dos decimais.

Para melhor exame da organização do trabalho pedagógico realizado em sala de aula, centraremos a análise em três aspectos das palavras-chave das afirmações apresentadas no TALIS: a forma de gestão; a concepção de ensino; a concepção de aprendizagem.

A forma de gestão refere-se ao nível de participação dos alunos nas decisões tomadas. A concepção de ensino diz respeito aos modos, meios, caminhos e metodologias que o docente considera mais eficazes para o ensino. E o que vem a ser concepção de aprendizagem refere-se à maneira como o aluno aprende e como demonstra ter aprendido. Analisaremos as afirmações feitas pelo professor e citaremos algumas passagens observadas para corroborar ou contestar as respostas dadas às questões.

Diante das respostas dadas e das observações feitas em sala de aula, o discurso do professor está ancorado numa pedagogia progressista, na qual a teoria crítica prevalece e se encaixa na tendência histórico-crítica. O docente prega uma relação interativa entre professor e aluno, em que ambos são sujeitos ativos. Considera o professor uma autoridade competente, que direciona o processo pedagógico, que interfere e cria condições para a apropriação do conhecimento.

No entanto, contrapondo o discurso apresentado nas respostas com as observações da autora retiradas das aulas, temos uma visão diferente do método de gestão, da concepção de ensino e de aprendizagem adotados pelo professor. O caso poderia ser enquadrado teoricamente como de aplicação da pedagogia liberal, mesclada a uma teoria não crítica e de viés tradicional, o que pode ser confirmado nos trechos apresentados nas duas próximas categorias.

A gestão da sala de aula teve um caráter mais autoritário. O professor determinava o conteúdo sem prévio acordo ou planejamento. Suas aulas eram expositivas, diferentemente do que fora negociado na coordenação coletiva. Ele realizava sempre a exposição verbal, com uma demonstração no quadro. O primeiro exemplo sempre era resolvido pelo professor. Citaremos três situações registradas que servem para ilustrar o posicionamento adotado pelo docente durante o período da pesquisa.

5.3.1.1.1 – Análise das aulas do professor Fernando

No dia 7 de junho, o professor resolveu passar vinte e seis operações de multiplicação no quadro para que os alunos respondessem. Após vários protestos dos alunos, ele lançou o desafio: quem respondesse, estaria livre de fazer as multiplicações. O desafio consistia em resolver o seguinte problema: "*Imagine uma sala de aula sendo um retângulo cujas medidas são de 7m x 4m. Essa sala tem 30 alunos matriculados. a) Calcule a área da sala em metros quadrados. b) A lei diz que é necessário um espaço mínimo de 1,20m² (um metro e vinte centímetros quadrados) por aluno. Sendo assim, a área da sala é suficiente para os 30 alunos? Por que?*"

A correção das multiplicações ocorreu, oralmente, na quinta-feira, dia 9 de junho, sem qualquer espaço para dúvidas ou colocações dos alunos. O problema foi resolvido pelo professor, que o explicou de maneira detalhada, com desenhos e cálculos. Porém, ele não abriu espaço para a socialização das produções dos alunos. Houve inclusive uma aula sobre metro quadrado, exaustivamente trabalhada no dia 10 de junho. Nesse dia, o professor construiu um metro quadrado, com peças de tatame em EVA, que se encaixam. A ideia foi excelente e a explicação do conteúdo muito firme e segura. Mas o docente não conseguiu obter a devida atenção dos alunos para a aprendizagem do conteúdo, o metro quadrado. Os alunos simplesmente observaram, sem qualquer participação, a apresentação do professor. Alguns distraídos.

Chamamos a atenção na descrição das aulas destes dois dias, para a forma como todas as ações foram executadas. De onde surgiram as vinte e seis multiplicações? Estavam programadas? E o aparecimento do metro quadrado? Não estavam planejadas. Surgiram de um momento de “indisciplina” percebido pelo professor, resultante da conversa de dois alunos no fundo da sala.

A relação de poder consegue ser melhor exemplificada em função de uma atitude adotada durante o ano. Os alunos tinham em sua programação da série, toda terça-feira, trinta minutos de recreação no pátio. A condição imposta para a realização dessa recreação era o bom comportamento. A turma participou somente de três recreações durante o período em que a autora esteve na escola naquele ano. A disciplina desejada pelo professor era de silêncio quase absoluto. Obter esse silêncio dentro do que se pode esperar de um grupo naquela faixa etária é muito difícil. Mas qualquer agitação maior em sala de aula era caracterizada como indisciplina. A punição era a retirada da recreação da terça-feira, em regra. Os alunos já não perguntavam mais a respeito da mesma, porque sabiam que não a teriam.

No dia 28 de agosto de 2011, o professor resolveu trabalhar com a divisão, utilizando o QVL da Poupança Coletiva[45] e as cédulas sem valor. Solicitou que todos os alunos guardassem os materiais Passou uma operação de divisão e começou a explicá-la, colocando no quadro o mesmo valor em dinheiro em miniatura. A operação foi 248:4, sendo que esse mesmo valor estava representado com dinheiro no QVL. Primeiro, ele resolveu a operação. Posteriormente, solicitou o auxílio de quatro alunos para resolver concretamente a divisão. O objetivo era mostrar a necessidade de avançar para a dezena na divisão das duas centenas por quatro, mesmo sendo suficiente para dividir. O professor fez toda a divisão. Alguns alunos participaram, completando as respostas oralmente, mas apoiados na carteira ou mexendo em outro material, sem um envolvimento direto na ação. Segue um pequeno trecho da transcrição da gravação.

[45] Uma adaptação feita pelo professor do quadro valor de lugar tradicional. Fez uma extensão para utilizar com a soma dos centavos.

Imagem 4 – Registro da resolução do professor para a divisão.

Fonte: Sakay (2011).

> O um vem pra cá na casa das dezenas na forma de vinte e (Alguns alunos, nesse momento, complementam: ...dois) dezenas. Cada centena não são dez dezenas, então duas centenas são vinte dezenas. Certo?
> - *Então aqui na dezena vou ficar com vinte mais quatro, vou ficar com vinte e*
> Alguns alunos: - *Quatro.*
> - ... *quatro, vou ficar com vinte e quatro dezenas. Agora posso dividir vinte e quatro para quatro pessoas?*
> Alguns alunos: - *Sim, pode.*
> - *Quantas dezenas vai dar para cada um?*
> Alguns alunos: - *Seis.*
> - *Então o seis vem aqui na dezena, ó, certo?*
> Alguns alunos: - *Certo!*
> - *Quando eu vejo que num vai, que, que, não vai dar centena inteira eu vou para a casa da centena e coloco o zero*. (GV 52/85, em 28/8/2011, com tempo total de 9m11seg)

A proposta de concretização desenvolvida pelo professor é ótima, a explicação também. O que ressalvamos é a necessidade do professor demonstrar a resolução primeiro, para, somente depois, deixar os alunos resolverem a questão. Na segunda imagem, temos a resolução utilizando o QVL.

Imagem 5 – Resolução da divisão no QVL pelo professor.

Fonte: Sakay (2011).

O docente chamou quatro alunos para representarem o divisor quatro. O dividendo foi representado por cédulas organizadas em unidades, dezenas e centenas. A composição aditiva do valor foi feita utilizando-se as cédulas de cem reais para as centenas, as de dez reais para as dezenas e as de um real para as unidades. Desta forma, foram oito cédulas de um real representando as oito unidades, quatro de dez reais para as quatro dezenas e duas de cem reais para as duas centenas. A ação é praticada pelo professor. É ele quem pega as cédulas, as troca e distribui. Os alunos observam e recebem os valores que lhes são entregues pelo docente.

A metodologia utilizada e o pressuposto de aprendizagem tornam-se bem explícitos nesse momento. O professor é o centro do processo. Nesse sentido, o método do docente vai de encontro ao projeto pedagógico da escola, ao que foi discutido e disseminado no projeto de (Re)Educação Matemática e ao disposto na própria negociação coletiva, realizada com a equipe pedagógica da 4ª série.

A contraposição teoria/prática tornou-se antiga no discurso, mas permanece atual na prática pedagógica escolar. Uma das primeiras falas do professor para a pesquisadora foi a de *que os estudos na universidade são muito bonitos e inovadores, mas no dia a dia da sala de aula o professor tem que lidar com situações que não foram estudadas na universidade.*

Esse pensamento nos mostra que o quadro elaborado por Tardif (2002) reflete bem a origem dos saberes dos professores. Todos esses saberes: os saberes pessoais dos professores, saberes provenientes da formação escolar anterior, saberes provenientes da formação profissional para o magistério, saberes advindos dos programas e livros didáticos usados no trabalho e saberes originados de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola, se juntam e formam o profissional que está na sala de aula. Pensamos que o saber que mais direcionou a atuação do docente foi a formação profissional para o magistério. Essa foi ressaltada como fundamental para a sua prática em sala de aula. A formação superior do professor, acreditamos, modificou mais o nível do discurso do que a sua ação enquanto docente, como pode ser constatado nas respostas da entrevista e na descrição de parte de algumas aulas.

Abordaremos vários trechos das aulas do professor, que utilizamos para evidenciar a segunda categoria construída por meio da análise das aulas e materiais elaborados durante a pesquisa na escola.

5.3.2 O estudo do número racional positivo na forma decimal articulado com o número natural

Behr, et al. (1992) elencaram sete significados para o ensino dos racionais. Destacaremos dois que estão articulados com esta categoria: um significado decimal, que dá ênfase às propriedades associadas ao SND; e outro, de quociente, que vê o número racional como resultado de uma divisão.

O projeto Poupança Coletiva é uma atividade proposta no bojo do projeto de (Re)Educação Matemática, que vem sendo executado há mais de cinco anos na escola. É um projeto que se conecta com outro evento, o Trocarte, já explicado anteriormente. O objetivo é ir juntando, com a participação de todos os alunos, no dia a dia, pequenos valores, para formar uma poupança coletiva da turma, que será utilizada para a concretização de atividades pedagógicas, festivas e culturais planejadas pelos professores e submetidas à aprovação dos pais e dos alunos da série.

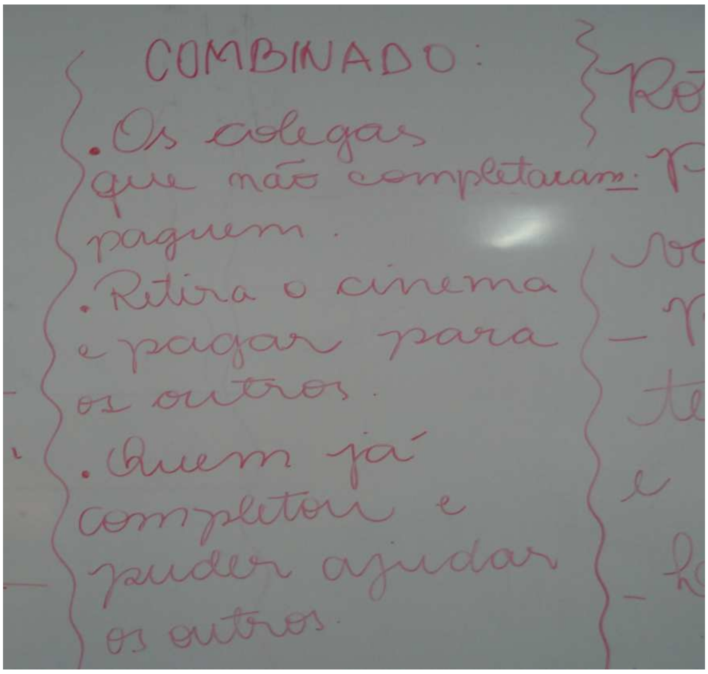
> Em nossa cultura temos por hábito usar decimais bem mais que as frações: no dinheiro, nas medidas de comprimento, massa, capacidade, superfície, volume. Mais do que isso, o nosso sistema de medidas é decimal, nosso sistema legal tem por base o DEZ. Basta que olhemos à nossa volta para constatar a grande quantidade de números com vírgula que aparece. Nos jornais, revistas, anúncios, nos encartes, rótulos, embalagens e nos próprios jogos das crianças a presença de números com vírgulas é comum (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 24).

Foi neste sentido que a sequência didática foi elaborada para ser implementada durante a pesquisa.

Como iniciamos a inserção no campo da pesquisa a partir do segundo semestre de 2010, só participamos da etapa da poupança que teve como objetivo a realização de uma confraternização da turma no final do ano, sendo que cada aluno deveria levar o valor total de cinquenta reais.

É importante ressaltar que a riqueza do projeto está no processo. O objetivo principal do projeto não é o saldo financeiro ou a concretização de atividades festivas, mas a aprendizagem dos alunos, com o trato de valores, comparações, estimativas, planejamento e operações com decimais. Fomenta também a solidariedade, como pôde ser observado na postura que a escola, por meio dos professores, preserva no desenvolvimento das ações realizadas no dia a dia da poupança.

Imagem 6 – Combinado da 3ª série para a Poupança Coletiva.



Fonte: Sakay (2011).

Como pode ser verificado, não houve um consenso sobre qual ação deveria ser seguida. Então, o grupo optou por seguir três recomendações, que foram escritas no quadro e registradas na agenda escolar.

Em 2011, o professor reforçou esse compromisso no encerramento da primeira etapa da Poupança Coletiva. Um dos objetivos definidos com os pais e alunos era a formatura do PROERD. A turma deveria arrecadar quinhentos reais e, no penúltimo dia, ainda faltavam cinquenta e cinco reais e sessenta e cinco centavos. Um aluno comentou que três colegas não haviam contribuído com nada. O professor, então, destacou a ideia de que a poupança era coletiva e impessoal e não se baseava em contribuição individual obrigatória. Segundo ele, quem pôde trazer quantias e ainda auxiliou quem não teve condições de dispor de algum valor, fez bem. Disse o professor: “*Teve colega que trouxe a mais porque pôde trazer e teve colega que não trouxe nada porque não pôde trazer”.*

O recolhimento do dinheiro era feito na segunda-feira, dia acordado, sendo, na maioria das vezes, a primeira atividade realizada. Houve mudança somente em três dias, quando o recolhimento ocorreu após o intervalo, em função da própria dinâmica das atividades. As contribuições dos alunos para a poupança eram sempre registradas nas pastas individuais, com dois tipos de marcação. No segundo semestre de 2010, a pesquisadora realizou um levantamento dos valores nas pastas dos alunos, a pedido da professora Rosa. Por exemplo, os registros dos valores da aluna Lara eram feitos na primeira planilha com a identificação Economia Coletiva: Controle de contribuição. Havia o controle da data e do valor, sendo semanal e a quantia resultante de uma soma cumulativa e contínua.

Quadro 21 – Registro Poupança Coletiva de Lara.

DATA	QUANTIA
22/03/2010	R$ 1,00
05/04/2010	R$ 1,35
SUBTOTAL	**R$ 2,35**
03/05/2010	R$ 2,00
SUBTOTAL	**R$ 4,35**
10/05/2010	R$ 2,00
SUBTOTAL	**R$ 6,35**
16/05/2010	R$ 1,65
SUBTOTAL	**R$ 8,00**
31/05/2010	R$ 2,65
SUBTOTAL	**R$ 10,65**
07/06/2010	R$ 1,00
SUBTOTAL	**R$ 11,65**
TOTAL	

Fonte: Caderno de Campo (2010)

Os registros dos valores de todos os alunos foram feitos pela pesquisadora, em planilhas do Excel, como no exemplo citado anteriormente, a pedido da professora, que ficou preocupada em ter um levantamento real dos valores arrecadados até então. Isto porque a turma havia trocado três vezes de professor, sendo Rosa a quarta professora. Por entender e concordar com a preocupação da docente, a pesquisadora recolheu todas as pastas e conferiu os registros realizados, tendo apurado os valores individuais de contribuição dos vinte e cinco alunos que iniciaram o segundo semestre de 2010.

O processo de apuração e registro dos valores da Poupança Coletiva seguiu sempre o mesmo procedimento no segundo semestre de 2010. Na segunda-feira, a professora colocava no quadro, no início da aula, a rotina[46] do dia. Em seguida, os

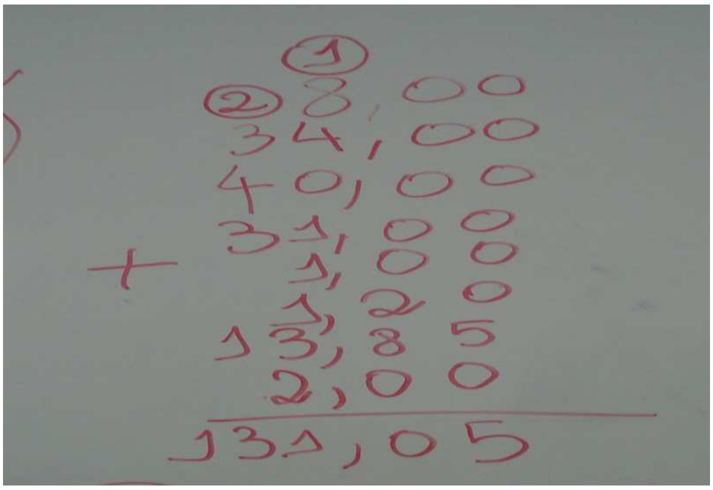
[46] As atividades que serão realizadas durante o dia são anotadas no quadro, para que, no final, os alunos avaliem o que foi alcançado. Esse registro é feito pelos alunos na agenda escolar.

alunos que haviam trazido algum valor contavam quanto tinham e registravam na pasta, inclusive os alunos que não possuíam qualquer quantia a marcar. Logo após, levavam os registros até a mesa da professora, que assinalava os valores no quadro, para que algum aluno fizesse, ao final da entrega das quantias, a soma do valor total arrecadado no dia. Então, a quantia era conferida pela professora com o auxílio de um aluno e lacrada em um envelope feito com papel rascunho. Por fim, no envelope eram escritos a data e o valor arrecadado.

A partir de novembro de 2010, os alunos começaram a fazer também a subtração do valor total que deveria ser arrecadado e quanto ainda faltava. Algumas imagens serão colocadas para ilustrar o trabalho realizado nesses momentos. Os registros escolhidos são os do dia 22 de novembro de 2010, já que os alunos que os fizeram passaram, no ano seguinte, para a mesma turma, na qual a pesquisadora deu continuidade ao estudo. Esse também foi o penúltimo dia de arrecadação de contribuições para a Poupança Coletiva do ano.

Apresentamos a primeira notação do valor arrecadado no dia, registrado e somado pela professora, com o auxílio dos alunos.

Imagem 7 – Notação da poupança realizada pela professora.

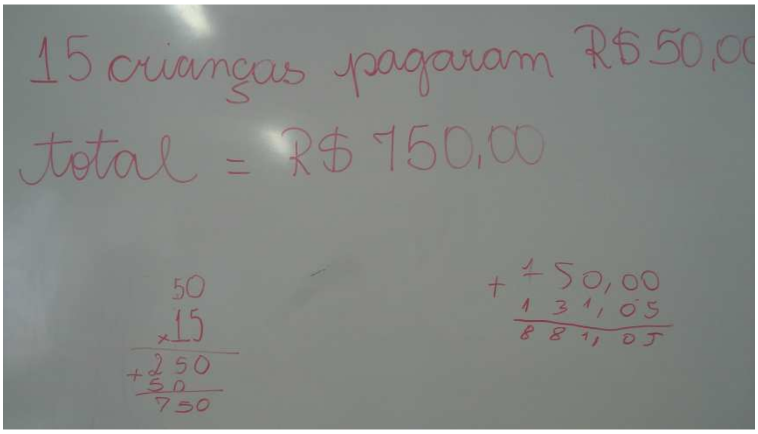


Fonte: Sakay (2010)

Como podemos perceber, tivemos três alunos trazendo praticamente o valor total em um só dia. Isto, mesmo com a professora enfatizando que o objetivo da atividade era realmente aprender a poupar, a guardar para atingir um fim planejado a longo prazo, valorizando, desse modo, o gasto consciente. Nesse dia, o valor arrecadado foi de R$ 131,05 (cento e trinta e um reais e cinco centavos). Os alunos sempre cantavam os valores da soma, sendo a professora a escriba dos valores falados pelos alunos. Mesmo quando eles diziam um valor errado, a professora escrevia e depois ia até a mesa e procedia a contagem do dinheiro para confirmar ou contestar o valor registrado no quadro. Isso ocorreu aproximadamente umas quatro vezes, quando os valores apresentaram divergências. Quando esse fato ocorria, a contagem do dinheiro era feita mais uma vez para confirmação. Posteriormente, a professora voltava ao quadro para fazer nova soma com os alunos. Ela não apagava os valores, ia somente solicitando a soma de todos os valores novamente e confirmando e/ou apagando os valores já registrados na soma. A professora aproveitava esses momentos para explorar o valor aproximado da diferença que estava havendo entre o valor contado e o valor registrado, atividade bastante interessante e que os alunos demonstravam satisfação em realizar.

Nessa data, dia 22/11/2010, quinze crianças já haviam poupado o valor integral acordado, o que levou a professora a relembrar qual seria o valor total da Poupança Coletiva se todos os alunos já tivessem encerrado a sua contribuição. A professora solicitou que os alunos calculassem quanto já haviam arrecadado.

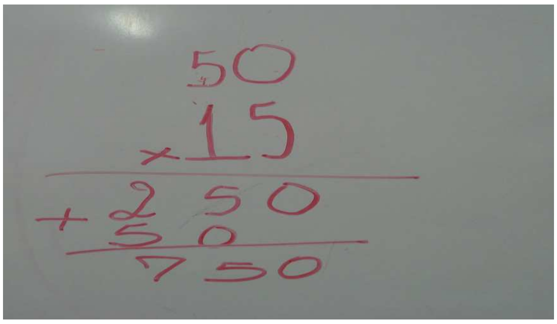
Imagem 8 – Notação dos cálculos da poupança feita por dois alunos.



Fonte: Sakay (2010)

Notação feita pelo aluno Alex: o cálculo do registro das 15 crianças vezes R$ 50,00, como pode ser visualizado na imagem acima e, com maior clareza, na imagem abaixo.

Imagem 9 – Notação do aluno Alex.



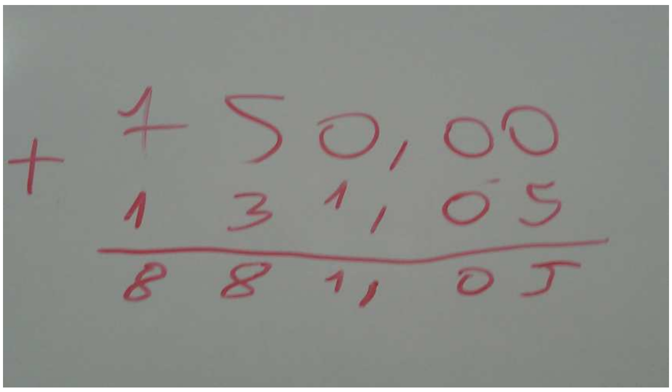
Fonte: Sakay (2010).

Na notação de Alex, podemos perceber que o aluno realiza os cálculos sem a presença dos dois zeros que representam os centavos, por ser um valor sem quebras, ou seja, só com os reais inteiros.

Apesar da professora não ter explorado o número racional na forma decimal, a docente passou para os alunos, por meio das atividades, a necessidade de expansão do conhecimento e demonstrou a insuficiência do uso dos números naturais para representar todas as quantidades. Como coloca Pérez (1997, p. 59), “a insuficiência dos números naturais é mostrada sob dois pontos de vista, que sempre estiveram presentes na gênese histórica de conceitos matemáticos: prático e teórico”. Ao trabalharem com o sistema monetário brasileiro, os alunos passaram a utilizar uma escrita de números que até então não haviam utilizado.

A seguir, a professora solicitou que a aluna Izana realizasse a soma do valor arrecadado até então com o valor apurado no dia. A aluna procedeu à soma e apresentou o resultado correto.

Imagem 10 – Notação da aluna Izana.

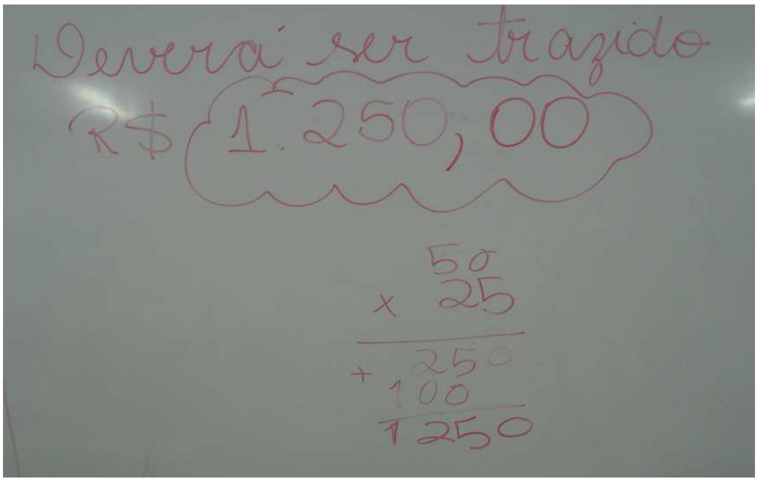


Fonte:Sakay (2010)

Izana realiza a soma dos valores da poupança utilizando os centavos e a vírgula sem grandes questionamentos. Quando perguntamos a ela o que significa a vírgula, ela diz que é para separar o real dos centavos. Esse contato com a escrita dos valores possibilitou aos alunos uma familiaridade com a escrita decimal, mesmo não havendo uma exploração explícita dessa conexão. A vírgula passou a ser utilizada naturalmente pelos alunos, mesmo não sendo dada qualquer explicação explícita sobre a nova situação. Os alunos continuam realizando as operações como uma extensão dos números naturais.

A professora perguntou, então, quanto a turma deveria arrecadar, caso os vinte e cinco alunos trouxessem o valor total. O aluno Caio se ofereceu para ir até o quadro e realizar a operação.

Imagem 11 – Notação do aluno Caio.

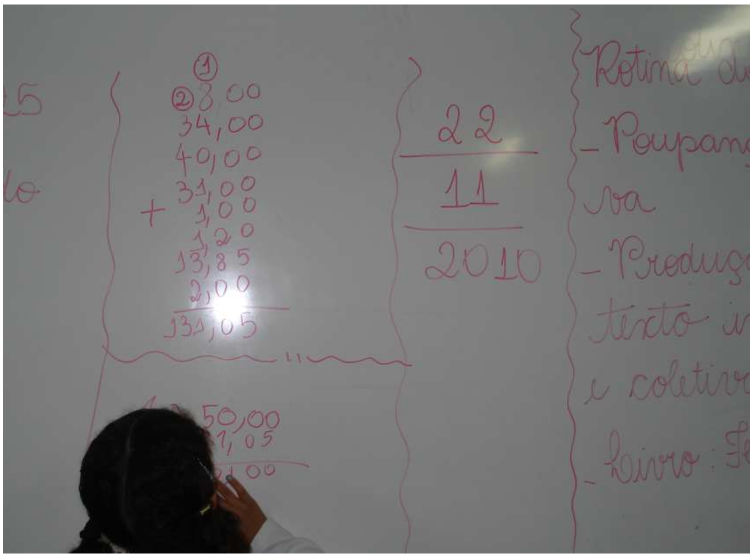


Fonte: Sakay (2010).

Após o cálculo realizado por Caio, a professora registrou o valor que seria arrecadado caso todos tivessem conseguido poupar R$ 50,00 durante o ano de 2010, ou seja, o valor total de R$ 1.250,00 (um mil duzentos e cinquenta reais).

Continuando com o trabalho, a professora solicitou que a aluna Bena realizasse uma operação que apontasse quanto ainda faltava para alcançar o valor que deveria ser arrecadado, caso os vinte e cinco alunos trouxessem o valor total da poupança, com base no valor apurado até o dia 22/11/2010.

Imagem 12 – Bena resolvendo a subtração no quadro.



Fonte: Sakay (2010).

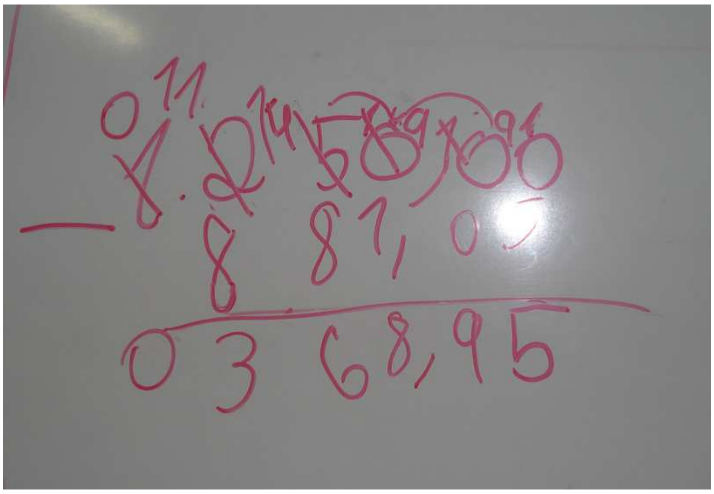
A aluna Bena foi ao quadro realizar a subtração. Tentou fazer a operação e não conseguiu. Ficou insegura para responder e solicitou a ajuda de outro colega para resolver a questão. Esse procedimento de um aluno pedir auxílio a outro quando se sentia inseguro para resolver um problema foi uma estratégia utilizada pela professora Rosa para evitar que o aluno simplesmente desistisse de fazer alguma atividade, sem ao menos tentar. Dessa forma, o aluno permanecia na atividade, mesmo como auxiliar na resolução. Realmente é uma estratégia interessante, por valorizar a participação dos colegas em uma atitude de colaboração no processo de ensino.

Bena sabia que havia um erro logo na primeira parte da resolução. Então, a professora refez o percurso de toda a resolução já realizada pela aluna. Ainda assim, a estudante não conseguiu identificar o local do erro. Desse modo, a professora solicitou que outro aluno se apresentasse para realizar a operação. O aluno Joaquim foi até o quadro para fazer a subtração. Bena permaneceu ao seu lado, para acompanhar todo o processo e a maneira como o seu colega realizava a operação.

Joaquim fez o registro abaixo, sempre verbalizando as suas ações. Bena acompanhava atentamente o processo. O aluno operou sem dificuldade, fazendo a subtração com reserva, inclusive com os centavos. Fez as trocas naturalmente.

Foram feitas observações pela professora, sempre para lembrar do processo de troca com os valores monetários. Não houve registro das falas.

Imagem 13 – Notação de Joaquim.



Fonte: Sakay (2010)

Bena verificou que a operação era fácil. Mas disse que ficou nervosa. Por isso, havia errado. Ela mostrou bem a relação existente entre emoção e atividade cognitiva. Nesse momento, os alunos que tinham calculadora[47] fizeram a conferência do valor e confirmaram a quantia encontrada por Joaquim. É interessante observar que o registro dos valores na calculadora exigia a colocação do ponto no lugar da vírgula para registrar os centavos e não houve dificuldade nesse tipo de operação.

Os vinte e quatro alunos da 3ª série “B” que finalizaram o ano realizaram os cálculos do dinheiro que conseguiram arrecadar, que foi de R$ 1.105,00 (um mil cento e cinco reais). Fizeram, então, os cálculos das despesas utilizando a calculadora. Resolveram ir a uma casa de festa, que tinha o custo de R$ 25,00 (vinte e cinco reais) por criança, mais R$ 5,00 (cinco reais) da passagem de ônibus. Com a casa de festa gastaram R$ 600,00 (seiscentos reais), com o pagamento do custo por criança, e R$ 120,00 (cento e vinte reais) do ônibus, tendo gasto até o momento R$ 720,00 (setecentos e vinte reais). Discutiram, então, o que fazer com o restante do dinheiro e resolveram assistir a um filme e comprar uma lembrança de final de ano.

O ingresso do filme custou R$ 7,00 (sete reais) por criança, porque elas quiseram assistir ao lançamento do filme “Megamente”. Houve também o gasto de

---

[47] A calculadora, no ano de 2010, foi utilizada como um instrumento de confirmação dos resultados encontrados nas operações. Uma forma de validação das respostas encontradas.

R$ 5,00 (cinco reais) por aluno com a passagem de ônibus, uma vez que o local mais em conta para se assistir ao filme era o Shopping Iguatemi. Os custos totais com cinema e transporte foram, respectivamente, de R$ 168,00 (cento e sessenta e oito reais) e R$ 120,00 (cento e vinte reais) O total dessas despesas alcançou R$ 288,00 (duzentos e oitenta e oito reais).

Para a aquisição da lembrança, dos R$ 1.105,00 (um mil cento e cinco reais), descontados os R$ 720,00 da festa e os R$ 288,00, sobraram R$ 97,00 (noventa e sete reais). A lembrança escolhida foi um porta-retrato com a foto da turma. Custou o total de R$125,00 (cento e vinte e cinco reais). O valor que faltava foi completado pela professora e a pesquisadora.

Todos os cálculos foram realizados com o auxílio da calculadora. Mas a professora pedia aos alunos que fizessem a operação no quadro, com o seu auxílio. Em seguida, solicitava a validação do resultado, pedindo aos alunos que realizassem os cálculos na calculadora. O uso dessa ferramenta auxilia na agilidade do cálculo, principalmente após a fixação dos procedimentos utilizados.

> Assim como se podem estender as regras do sistema de numeração decimal para facilitar a compreensão dos números racionais na forma decimal, os procedimentos de cálculo empregados nos cálculos com números naturais também podem ser utilizados como recursos para realizar cálculos envolvendo números decimais (BRASIL, 1998, p. 80-81).

Em 2010, o que foi percebido pela pesquisadora, no período de um semestre, foi a realização de operações envolvendo os decimais como uma extensão dos naturais, sem uma sistematização ou questionamento de leitura que extrapolasse o sistema monetário brasileiro para a representação decimal do número racional. Lembramos que, como o contexto de mobilização do número racional positivo na forma decimal é sempre o SMB, os números tinham sempre duas casas decimais correspondentes aos centavos. Isto facilita, de certa maneira, a apropriação dos procedimentos das operações pelos alunos neste contexto. O aprendizado deve ser ampliado no ano seguinte, com a inclusão de situações que envolvam número racional positivo na forma decimal com diferentes quantidades de casas decimais. Tal expansão é um desafio e aponta para um nível de conhecimento mais complexo, pois requer o estabelecimento de relações entre números racionais positivos na forma decimal equivalentes. Mesmo não explorando a representação decimal, a docente trabalhou sempre com a organização do dinheiro, formando blocos de um real, ou seja, a cada 100 centavos temos um real. Uma vez por mês despejava todas as moedas e os alunos organizavam em diversos arranjos a quantia de um real. Essa atividade possibilitou aos alunos desenvolver a percepção de uma escrita de quantidades menores que um. Essa situação é discutida teoricamente por Pérez:

> Na prática escolar e em tudo o que precisamos fazer cálculos com número racional positivo na forma decimal, podemos operar como se tratasse de um número inteiro, e só se deve levar em conta apenas o uso correto da vírgula. Antes de dar as regras de adição e subtração do número racional positivo na forma decimal é conveniente que os alunos tenham deduzido ou aprendido a escrever bem o número racional positivo na forma decimal, a partir da adição de frações (PÉREZ, 1997, p. 74).

Pérez (1997) não faz referência ao sistema monetário e, sim, às frações decimais. Porém, cremos, pela experiência vivenciada, que, no contexto brasileiro, o sistema monetário traz uma correlação direta dos valores das cédulas com números racionais na forma decimal e pode ser utilizado como um importante aliado no processo de ensino desse conteúdo. A proposta já é contemplada no módulo do PIE de Batista; Muniz e Silva (2002), que desenvolve uma gama de atividades com o SMB, como pode ser constatado na análise apresentada anteriormente.

> Outro contexto com o qual os alunos estão familiarizados e que pode/deve, por isso, ser significativamente utilizado e explorado na sala de aula, é o da utilização do dinheiro. Esse contexto é especialmente útil para a decomposição da unidade, representando um possível passo para a introdução dos decimais, pois, ao confrontarmos os alunos com problemas em que eles têm de, por exemplo, trocar uma moeda por outras, ou de determinar que parte equitativa de três euros (reais) de troco recebe cada um de cinco amigos, estamos a permitir que, para além de adquirirem competências sociais, adquiram também noções básicas de divisão equitativa de decimais. (Isso permite também a resolução de problemas com múltiplas soluções, o que, por si só, já enriquece as experiências dos alunos e sua visão da Matemática escolar.) (RIBEIRO, 2011, p. 412).

A pesquisa feita por Ribeiro (2011), em Portugal, discute algumas representações da multiplicação e a importância de um rico e fundamentado conhecimento matemático para o ensino, como promotor de um conhecimento matemático com significado, aos alunos, por via de uma eficaz navegação entre as representações dos números racionais. Foi fruto de um trabalho colaborativo desenvolvido com professores do 1º ciclo do ensino básico (alunos com idade entre seis e nove anos), tendo como ponto de partida as discussões ocorridas ali, as reflexões subjacentes e as maiores dificuldades sentidas tanto pelos alunos, como pelos próprios professores. Há no estudo uma interface com a nossa pesquisa, pois ele apresentou resultados que corroboram os nossos. Ressalvamos, entretanto, que a proposta elaborada introduz os racionais por meio das frações.

No dia 8 de setembro de 2010, houve uma conversa entre a professora Rosa e a pesquisadora, durante a realização da Poupança Coletiva, que corrobora a percepção da autora, quando coloca que não houve um aprofundamento da discussão do sistema monetário para a representação do número racional na forma decimal. Porém, nem por isso pode ser desprezado o trabalho realizado, como pode ser visto no diálogo registrado no caderno de campo.

A professora Rosa solicita que os alunos registrem no quadro o valor que trouxeram e façam a leitura para todos os demais colegas. A aluna Sávia diz: - *Eu tenho três reais e setenta.* A professora, então, repete: *- Você tem três reais e setenta centavos.* Ao mesmo tempo em que ocorria esse diálogo, outra aluna, a Clara, iniciava o processo de soma na calculadora. Quando ela digita 3,70 e aperta o sinal de mais (+), para aguardar o próximo valor, a tela da calculadora apresenta somente o registro 3,7. Nesse momento, Clara pergunta para o Alex, que senta ao seu lado: *- Três e sete?,* mostrando a calculadora. Eles, Alex e Clara, voltam-se para a professora e perguntam: - *Professora, porque na calculadora aparece três vírgula sete se colocamos três vírgula setenta?* A professora olha para a pesquisadora e diz: - *Vocês vão aprender sobre isso no ano que vem, mas o 7 aí está representando 70 centavos do mesmo jeito, é que o zero depois do 7 não vai mudar, aumentar o valor.*

Essa reflexão é interessante e necessária quando estivermos trabalhando com os racionais na forma decimal, como veremos mais adiante. Essa diferença não pode ser ignorada e a explicação deve ser detalhada, em função do valor posicional ocupado por cada algarismo na escrita do sistema de numeração decimal, seja ele inteiro ou não. Percebemos que a professora perdeu uma importante oportunidade para lançar a questão da equivalência entre o SMB e o número racional positivo na forma decimal num contexto significativo.

Em todos os momentos de leitura das quantidades arrecadadas e de checagem dos valores na poupança, a professora não extrapolou a linguagem, ou seja, agiu sempre ancorada no sistema monetário para o número racional na forma decimal. Não chegou a dar o estatuto de número racional positivo na forma decimal ao número que representa o valor monetário não inteiro. Como exemplo, citamos uma fala da docente que ocorreu no mesmo dia do questionamento da calculadora, em 8 de setembro de 2010, quando leu o valor de R$ 1,25 (um real e vinte e cinco centavos) da seguinte forma: “um e vinte cinco”, “um real mais vinte e cinco centavos”.

Quando questionamos porque já não iniciava uma aproximação com o número racional na forma decimal, ela disse que não se sentia segura quanto ao conhecimento desses números para assim proceder. Por isso, evitava lecionar em turmas mais avançadas. Isto aponta que o conhecimento e o desenvolvimento profissional colocam-se, neste momento, como obstáculos à oferta de situações de alto significado para a aprendizagem dos alunos. A dificuldade da professora em tratar do conhecimento matemático a impede de explorar toda a riqueza que a situação propicia, remetendo os alunos a estudos futuros no ano seguinte. Perdeu-se, assim, uma oportunidade de lidar com a motivação circunstancial dos alunos.

Ela gostava de atuar com a educação infantil, mas, como era substituta, não podia escolher muito em quais turmas trabalhar. Propôs a autora auxiliá-la no desenvolvimento de aulas que fizessem essa ligação, para posterior avanço. Porém, a professora não tocou mais no assunto. Em 2010, o conteúdo objeto da pesquisa foi trabalhado dessa forma, tendo sido aplicadas duas atividades avaliativas que serão analisadas posteriormente.

Em 2011, o objetivo pedagógico do projeto da Poupança Coletiva para a 4ª série foi trabalhar com os alunos a compreensão da estrutura do número, a ideia de valor, a resolução de situações-problema e o sistema monetário brasileiro, como pode ser constatado no Anexo 5, por meio do bilhete enviado às famílias dos alunos. O bilhete resumia o que havia sido acordado na primeira reunião de pais e, posteriormente, planejado na reunião pedagógica da equipe de professores da série.

Para as turmas de 4ª série, a Poupança Coletiva foi planejada e realizada em três etapas: na 1ª etapa, os alunos juntaram R$ 20,00, objetivando a formatura do Programa Educacional de Resistência às Drogas e à Violência (PROERD); na 2ª etapa, foram arrecadados também R$ 20,00, para a concretização do piquenique saudável, outro projeto interdisciplinar da série; e, na 3ª etapa, foi coletada a quantia de R$ 30,00, para a comemoração de despedida da turma.

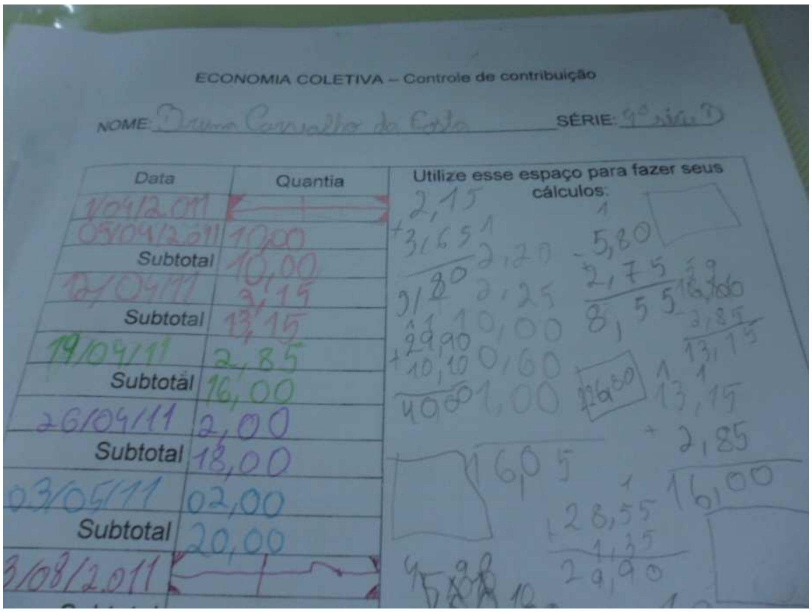
Em 2011, o combinado na 4ª série foi que o valor arrecadado até o dia da poupança seria usado para a etapa já acordada. Se algum aluno tivesse condições de trazer valores a mais poderia também auxiliar algum colega que não tivesse contribuído com o projeto. É importante frisar que, na proposta da Poupança Coletiva, não existe uma indicação de valor relativo à contribuição individual, e, sim, ao que o grupo coloca como objetivo. O que importa é quanto se arrecada enquanto grupo e não quanto cada um contribuiu ou se alcançou a cota determinada. O que aconteceu nesse ano foi diferente do ano anterior, pois os alunos que não trouxeram regularmente quantias (aproximadamente sete alunos) deixaram para entregar o valor total no último dia da etapa. Essa atitude foi de encontro ao objetivo da Poupança Coletiva. Nesse sentido, não houve um trabalho mais efetivo de conscientização do processo pelo professor, uma vez que ele não concordava totalmente com o projeto.

Esse descontentamento foi esboçado claramente em uma coordenação coletiva, realizada no segundo semestre de 2010, em que a pesquisadora já estava presente, acompanhando a, então, 3ª série. Já como professor da 4ª série, ele falou contrariamente ao projeto, dizendo que a escola pública não podia arrecadar dinheiro. Citou, inclusive, o aspecto jurídico. O professor tinha iniciado o curso de Direito em uma IES particular. Paralelamente, estava cursando Pedagogia na UnB. Concluiu somente o último.

Outro fato que corrobora essa informação da pesquisadora foi a atitude adotada pelo docente no começo de 2011, nas duas primeiras semanas de arrecadação da Poupança Coletiva. Ele se recusou a guardar o dinheiro em sala, deixando-o sob a responsabilidade da direção da escola. Posteriormente, a diretora conversou com o professor e o dinheiro passou a ser guardado em uma caixa, que ficava no armário com tranca da sala de aula.

Houve algumas mudanças na forma dos registros individuais realizados pelos alunos em 2011. O registro em pasta continuou, sendo preservada também a segunda folha. Mas, na primeira, foi acrescentada mais uma coluna, na qual o aluno fazia os cálculos, como pode ser observado na imagem da pasta da aluna Bena.

Imagem 14 – Pasta da Poupança Coletiva de Bena.



Fonte: Sakay (2011).

O registro da poupança teve início no dia 1º de abril, excepcionalmente numa sexta-feira, pois, na terça-feira, dia escolhido para a poupança, não foi possível a ação,devido ao acúmulo de atividades.

A organização do trabalho pedagógico pelo professor nos momentos da Poupança Coletiva seguia um padrão. Era a primeira atividade das terças-feiras, se não houvesse nenhuma outra no pátio[48], programada pela escola. Os alunos acomodavam os seus pertences. Aqueles que traziam alguma quantia retiravam o dinheiro da bolsa, colocavam o valor sobre a carteira e apuravam quanto iriam contribuir. Todos pegavam a pasta de controle, com os dois formulários, para anotar, no dia, os valores que trouxeram. Logo após, pintavam a quantidade arrecadada até então. Mesmo os que não traziam quantia alguma registravam a data e colocavam o valor zerado.

O professor conferia, então, as quantias em sua mesa, na presença de cada aluno que trouxera algum valor, separando moedas e cédulas. Na maioria das vezes

[48] Uma vez por semana ocorre o pátio, geralmente na segunda-feira. Essa atividade é feita, com a participação de todos os alunos e professores, no hall central da escola. O objetivo é realizar o momento cívico da semana, com a execução do Hino Nacional Brasileiro, avisos gerais, alguma apresentação se for uma ocasião especial e os parabéns aos aniversariantes da semana.

separou os valores arrecadados pelas meninas e pelos meninos. Somente em duas oportunidades os valores não foram organizados dessa forma. O aluno colocava o dinheiro em cima da mesa e o professor contava a quantia. O aluno acompanhava a contagem e a junção do seu valor com o já apurado. É importante frisar que o processo deveria ser o inverso, ou seja, o aluno deveria contar e o professor só acompanhar. No fim, o professor fazia a contagem, com o auxílio dos alunos, do dinheiro arrecadado, segundo os valores das cédulas e moedas. O docente anotava a quantia no quadro para que os alunos assinalassem o total, na pasta de registro. Após a soma dos valores, o professor fazia um envelope com papel A4, contava outra vez o dinheiro, com a ajuda dos alunos, e colocava a quantia total no envelope. Lacrava-o com fita crepe. Escrevia no corpo do envelope data e o valor nele contido. Algumas vezes anotava também a turma a qual o dinheiro pertencia.

Imagem 15 – Envelope com o valor total da poupança arrecadada no dia 17/5/2011.

Fonte: Sakay (2011).

Vemos na imagem que é a mão do professor e não a do aluno a registrar, o que é a prova de perda de oportunidade de aprendizagem, uma vez que este momento poderia se aproveitado para reforçar o registro por parte dos alunos. Essa atitude mostra que o professor via, aparentemente, a atividade mais como uma rotina, uma obrigação burocrática. Havia a perda de vista dos objetivos pedagógicos da ação e do projeto.

O professor guardava as quantias em uma caixa no armário da sala de aula, que ficava trancado. Somente ele tinha a chave. O docente olhava se os alunos haviam feito o registro, geralmente com o auxílio da pesquisadora. Solicitava que um aluno recolhesse as pastas e as guardasse novamente no armário. Esse era o procedimento padrão. Mas, durante as 19 (dezenove) aulas em que foi realizada a Poupança Coletiva, houve algumas variações nessa prática, que serão detalhadas de acordo com a necessidade e objetivos do registro deste trabalho.

Apresentamos o calendário da Poupança Coletiva de 2011, com os registros dos dias da atividade, programada sempre para as terças-feiras.

Quadro 22 – Datas da Poupança Coletiva de 2011.

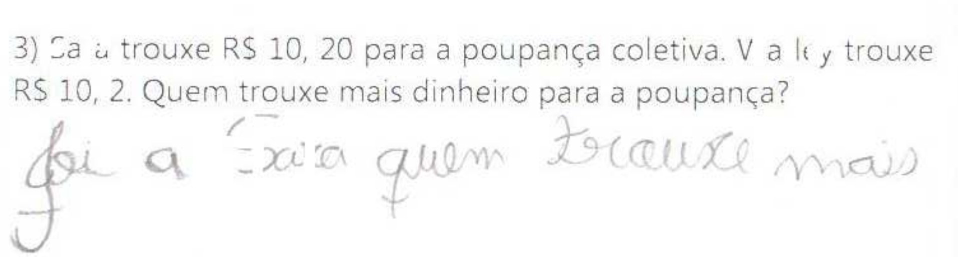
¼	5/4	12/4	19/4
26/4	3/5	10/5	17/5
24/5	23/8	30/8	8/9
13/9	20/9	27/9	4/10
25/10	1/11	6/12	

Fonte: Sakay (2011).

Temos duas datas registradas que não são terças-feiras, dia estipulado para a poupança. Isto ocorreu devido às circunstâncias do dia a dia, que inviabilizaram a realização da atividade nas datas previstas. Porém, a ação ocorreu na semana respectiva. A atividade foi programada para ocorrer em intervalos de 30 (trinta) dias. Porém, como podemos constatar, a poupança ocorreu em dezenove oportunidades, sem, contudo, deixar de atender aos objetivos propostos inicialmente.

Retomamos a atividade aplicada aos alunos da então 3ª série, para analisar a terceira questão. Foi ela elaborada para identificar se a turma tinha uma percepção do valor escrito na forma de número racional, diferentemente do registro enquanto sistema monetário, mesmo com a preservação do símbolo da moeda.

Figura 29 – Resposta de Joaquim para a questão 3[49].



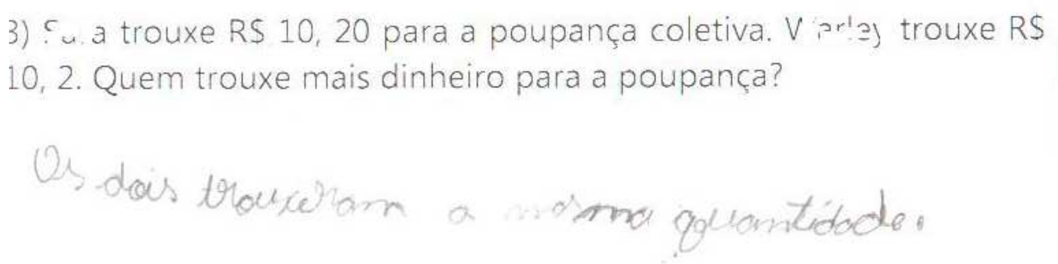
Fonte: Sakay (2011).

[49] Como foram utilizados os nomes dos próprios alunos na atividade, foi necessário encobrir os nomes das duas crianças, sem prejudicar o entendimento da resposta à questão.

Dos dezoito alunos presentes no dia, dezesseis responderam que foi a Sávia quem trouxera mais dinheiro. Afinal, ambas trouxeram 10, mas uma trouxe +2 e a outra +20, conforme indica o registro. Faltava ainda aos alunos do 4º ano (3ª série) a noção de tal equivalência. O fato demonstrou que não dominavam a escrita e a interpretação do número racional, mesmo no contexto do sistema monetário. O registro escolhido para ser apresentado foi o do aluno Joaquim, considerado pelos colegas o mais “cabeção” da turma.

Dois alunos responderam corretamente a questão.

Figura 30 – Resposta de Nívea para a questão 3.


3) [illegible] trouxe R$ 10, 20 para a poupança coletiva. [illegible] trouxe R$ 10, 2. Quem trouxe mais dinheiro para a poupança?

Os dois trouxeram a mesma quantidade.

Fonte: Sakay (2011).

Nívea respondeu que os dois troxeram a mesma quantidade. Quando questionada, ela argumentou: “*Os dois trouxeram dez reais e vinte centavos, então tinham o mesmo dinheiro”* (nota Caderno de Campo, em 27/8/2010). O outro aluno foi o Lucas, que ficou na escola no ano seguinte, só que em outra turma.

Podemos constatar que a percepção do valor e da representação escrita não estava clara, o que indica que o domínio do sistema monetário, por si só, não garante uma passagem espontânea para a representação do racional na forma decimal. É necessário um trabalho sistematizado por parte do professor. Mas, por outro lado, com uma mediação simples, é possível fazer com que o aluno compreenda a correspondência real do valor expresso, independente da forma escrita, ou seja, tendo ou não o zero na casa do centésimo. Foi o caso dos dois alunos que responderam corretamente a questão. Pela resposta de Nívea, percebe-se que ela utilizou a referência dos valores das cédulas e moedas, o que permitiu uma análise correta da escrita apresentada. É importante, nesse caso, ressalvar que o número racional positivo na forma decimal não muda de valor se acrescentarmos ou suprimirmos zero à direita do último algarismo da parte decimal.

Nesse sentido, Brousseau (1980), Pérez (1997) e Cunha (2002) apontam estes erros cometidos pelos alunos como sendo comuns no momento da aprendizagem do número racional positivo na forma decimal. Ressaltam também a importância da compreensão do sistema de numeração decimal para a assimilação do número racional positivo na forma decimal.

> A utilização do zero é um mecanismo que funciona de maneira distinta, segundo o contexto em que aparece.
> Exemplo 1 – Alguns alunos ignoram o zero e interpretam 0,036 como 36, perdendo a estrutura global do número e vendo-o somente como um número inteiro.
> Exemplo 2 – 1,27 se considera distinto de 1,270 (PÉREZ, 1997. p. 137).

O tipo de erro cometido pelos alunos foi igual ao citado no exemplo 2, ou seja, consideraram o valor expresso sem o zero, 0,2 (dois décimos), menor que o expresso com o zero, 0,20 (vinte centésimos). Este tipo de erro pode ser caracterizado também como um erro vinculado à compreensão que o aluno tem dos números naturais, uma vez que, neste último caso, a regra é válida e correta, ou seja, o 2 (dois) é menor que 20 (vinte).

> [...] para o caso específico da aprendizagem dos números racionais na representação decimal, que antes da coordenação simultânea dos registros, é necessário que o aluno aproprie-se da noção dos possíveis valores que uma unidade pode assumir, das quantidades maiores e menores (no caso da quebra da unidade) para poder, então, fazer conexão, entre as posições relativas dos dígitos antes e após a vírgula, com as quantidades da unidade considerada. Ou seja, o aluno deve fazer conexão entre a unidade, seus múltiplos e seus submúltiplos (CUNHA, 2002, p. 153).

Cunha (2002) ressaltou a importância do trabalho com o sistema de numeração decimal estar bem estruturado para que os alunos possam compreender o que ela denominou de “quebra da unidade”. Também ressalvamos esta importância e consideramos que, dos vinte e sete alunos[50] , somente uns três alunos apresentavam dificuldades com relação ao valor posicional do SND. É importante frisar que ainda não havia sido feita, na 3ª série, qualquer intervenção pedagógica direta com relação à sistematização do número racional positivo na forma decimal. Portanto, foi uma resposta considerada normal para a série. Este mesmo tipo de resposta pode ser percebido com a análise de pesquisas realizadas com alunos desta mesma faixa etária ou até com mais idade. Acreditamos também que a forma

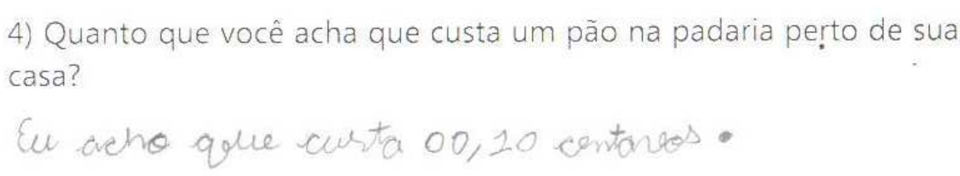
---

[50] Quantitativo que flutuou ao longo de 2011 entre vinte e seis e vinte e nove alunos.

como a pergunta foi realizada pode ter induzido os alunos ao erro. Isto porque a indagação de quem trouxe mais sugeria que uma das crianças havia trazido mais dinheiro, o que não aconteceu na realidade.

A quarta e última questão da atividade foi aplicada para identificar o nível de percepção do valor de mercado de um item de consumo diário no café da manhã para a maioria dos brasileiros, o pão francês. Ou seja, os alunos tiveram que apresentar solução para o registro do valor solicitado. Foram obtidas respostas próximas à realidade e outras bem distantes, como pode ser visto nos recortes a seguir.

Figura 31 – Resposta de Nívea para a questão 4.



Fonte: Sakay (2011).

Nívea apresenta um registro sistematizado do valor do pão. Contextualiza a situação com a escrita dos centavos. Mesmo registrando um valor com o número racional, sente a necessidade de expressar que está se referindo a uma quantia do sistema monetário.

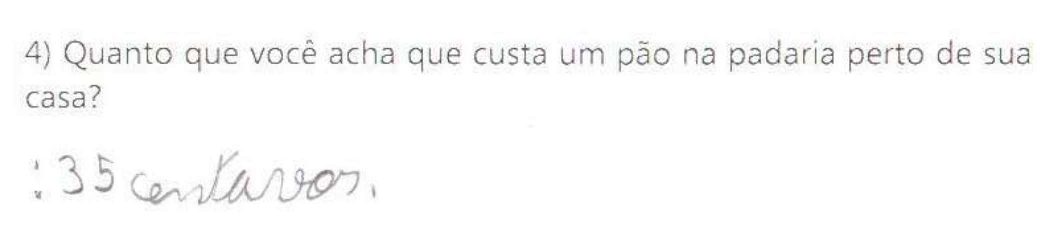
Figura 32 – Resposta de Bena para a questão 4.

Fonte: Sakay (2011).

Bena já apresenta o registro recorrente da turma para a Poupança Coletiva, ou seja, quando se refere a centavos, uma quantidade menor que a unidade, sempre escreve por extenso, como se lê o valor. E, nesse caso, cometeu um deslize na ortografia.

O aluno Alex escreve da mesma forma que Bena, mas sente a necessidade de colocar dois pontos antes do valor expresso. Ele pode estar transferindo para o contexto os dois pontos utilizados na medida de tempo, que separam as horas dos minutos. Quando perguntado sobre o significado dos dois pontos, o aluno disse que "*tem um valor em reais aqui*" (CC, em 27/8/2010).

Figura 33 – Resposta de Alex para a questão 4.

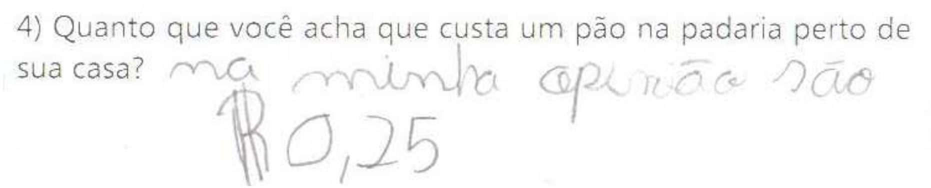

4) Quanto que você acha que custa um pão na padaria perto de sua casa?

:35 centavos.

Fonte: Sakay (2011).

O aluno Joaquim também expressa o valor monetário, mas na forma de número e não por extenso, havendo, no caso, uma aproximação com o valor real do pão.

Figura 34 – Resposta de Joaquim para a questão 4.


4) Quanto que você acha que custa um pão na padaria perto de sua casa? na minha opinião são R 0,25

Fonte: Sakay (2011).

Figura 35 – Resposta de Izana para a questão 4.

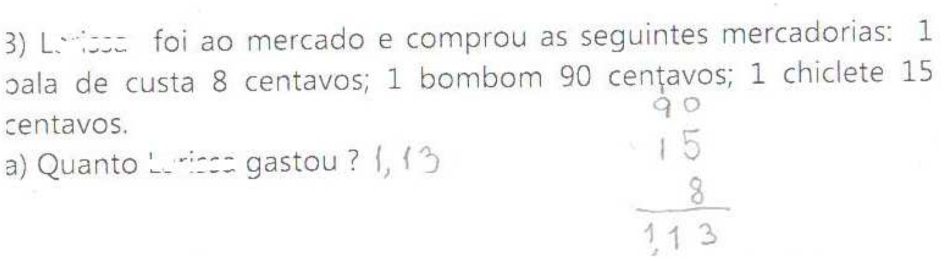

4) Quanto que você acha que custa um pão na padaria perto de sua casa?
R$ 10,00

Fonte: Sakay (2011).

Constatei que das dezoito crianças presentes nesse dia, nove responderam um valor entre R$ 0,10 (dez centavos) e R$ 0,30 (trinta centavos), o que podemos considerar dentro da realidade. Três responderam entre R$ 1,00 (um real) e R$ 2,00 (dois reais). Seis crianças responderam com valores que consideramos fora da realidade, indo de R$ 4,00 (quatro reais) até os R$ 10,00 (dez reais) de Izana. Essa percepção de valor real também é importante para que os alunos valorizem o dinheiro e tenham uma correspondência real do poder de compra do dinheiro e saibam poupar, não consumindo de maneira desenfreada.

Na segunda atividade diagnóstica ainda utilizando o sistema monetário brasileiro, realizada em 28 de setembro de 2010, foram aplicadas duas questões que levavam os alunos a operar com os valores das mercadorias. O objetivo era a interpretação e a resolução de situações-problema, envolvendo valores monetários expressos por meio do número racional positivo na forma decimal. Apresentaremos cinco exemplos que mostram as diferentes formas de resolução e registro produzidas pelos alunos da turma.

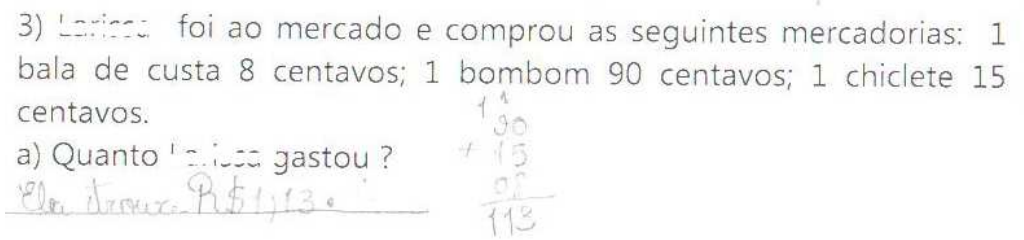
Figura 36 – Resposta de Jonas para a questão 3 da segunda atividade.



Fonte: Sakay (2011).

A resposta de Lara difere da de Jonas somente na colocação da vírgula no resultado. Ela somente traduz para reais quando vai dar o valor em reais na resposta. Mas a aluna está consciente de que o resultado contém um real e treze centavos, uma vez que a relação 100 centavos = 1 real vem sendo trabalhada, de forma consistente, desde o 2º ano.

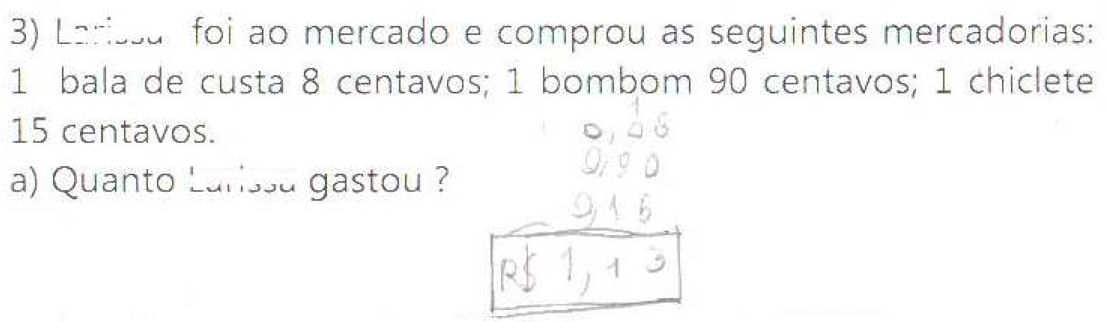
Figura 37 – Resposta de Lara para a questão 3 da segunda atividade.



Fonte: Sakay (2011).

A notação do aluno Jonas revela que realizou a soma dos valores em centavos, como se fossem inteiros. Porém, esse fato não retirou o valor real do que estava somando, pois mostrou o resultado final corretamente, com as representações da parte inteira e da parte decimal separadas por vírgula.

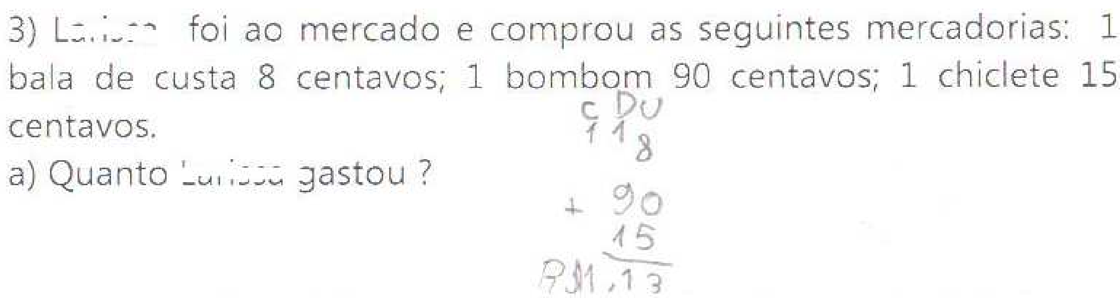
Figura 38 – Resposta de Samir para a questão 3 da segunda atividade.



Fonte: Sakay (2011).

Samir já apresenta um registro na forma decimal, respeitando a escrita em décimos e centésimos, operando com propriedade. Ao final, escreve o resultado correto. Possui uma consciência posicional dos valores, mesmo não utilizando a referência décimo e centésimo. Joaquim apresentou o mesmo registro.

Figura 39 – Resposta de Alex para a questão 3 da segunda atividade.

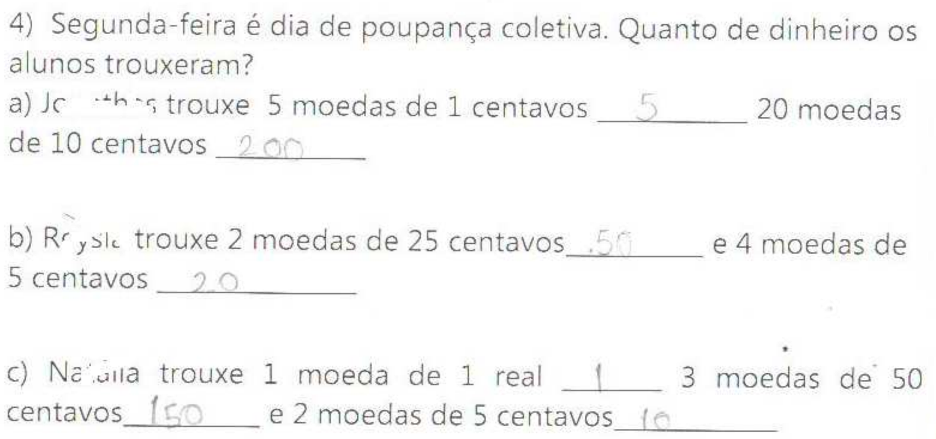


Fonte: Sakay (2011).

É interessante analisar a notação de Alex, que utiliza a estrutura dos números naturais. Ele faz referência à centena, dezena e unidade. No entanto, o seu registro final se dá corretamente, ou seja, apresenta um real e treze centavos. Nesse caso, talvez o hábito tenha feito com que reproduzisse um ritual na resolução do algoritmo. Prevaleceu o conhecimento que o aluno possuía do valor monetário.

A questão quatro também teve como objetivo interpretar e resolver situações-problema envolvendo valores monetários expressos por meio do número racional positivo na forma decimal, com um grau diferente de exigência, pois os alunos precisavam compor as quantidades de acordo com os valores das moedas.

Figura 40 – Resposta de Lara para a questão 4 da segunda atividade.


4) Segunda-feira é dia de poupança coletiva. Quanto de dinheiro os alunos trouxeram?

a) Jc[illegible] trouxe 5 moedas de 1 centavos 5 20 moedas de 10 centavos 200

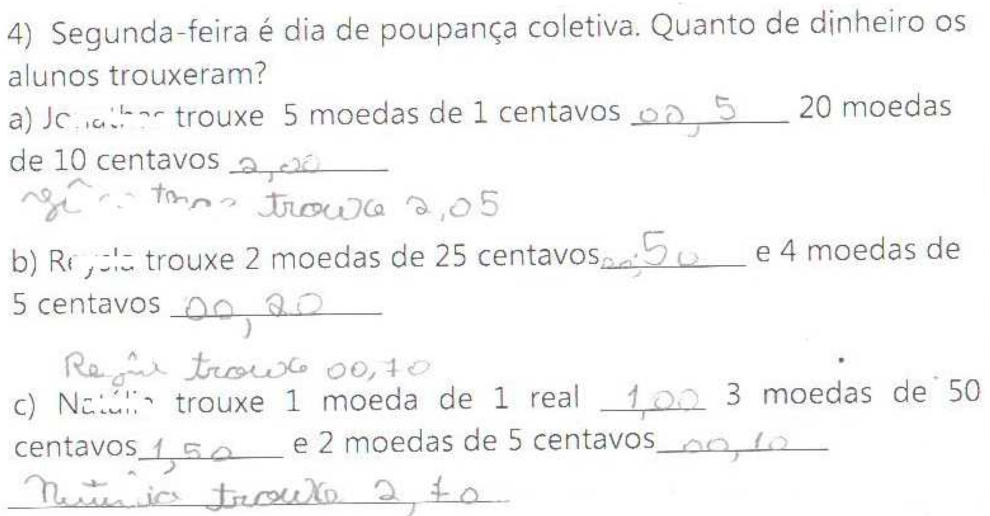
b) R[illegible] trouxe 2 moedas de 25 centavos .50 e 4 moedas de 5 centavos 20

c) Na[illegible] trouxe 1 moeda de 1 real 1 3 moedas de 50 centavos 150 e 2 moedas de 5 centavos 10

Fonte: Sakay (2011).

Lara opera novamente como se estive trabalhando com números inteiros, mas, na questão (a), nos dá uma resposta que mostra o seu conhecimento dos valores reais com os quais está operando.

Figura 41 – Resposta de Jonas para a questão 4 da segunda atividade.


4) Segunda-feira é dia de poupança coletiva. Quanto de dinheiro os alunos trouxeram?

a) Jc[illegible] trouxe 5 moedas de 1 centavos 00,5 20 moedas de 10 centavos 2,00

[illegible] trouxe 2,05

b) R[illegible] trouxe 2 moedas de 25 centavos 00,50 e 4 moedas de 5 centavos 00,20

Re[illegible] trouxe 00,70

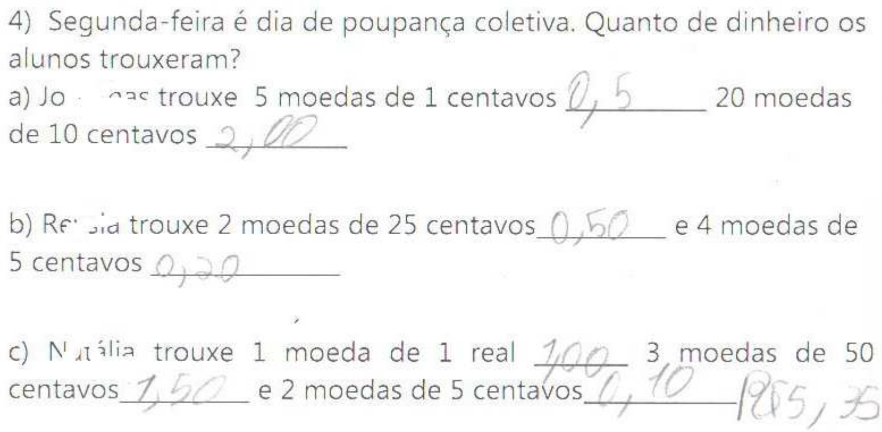
c) N[illegible] trouxe 1 moeda de 1 real 1,00 3 moedas de 50 centavos 1,50 e 2 moedas de 5 centavos 00,10

[illegible] trouxe 2,70

Fonte: Sakay (2011).

Jonas opera e escreve a representação na forma decimal e opera corretamente as quantidades, mesmo tendo errado o valor da questão (c).

Figura 42 – Resposta de Sávia para a questão 4 da segunda atividade.


4) Segunda-feira é dia de poupança coletiva. Quanto de dinheiro os alunos trouxeram?

a) Jo [illegible] trouxe 5 moedas de 1 centavos 0,5 20 moedas de 10 centavos 2,00

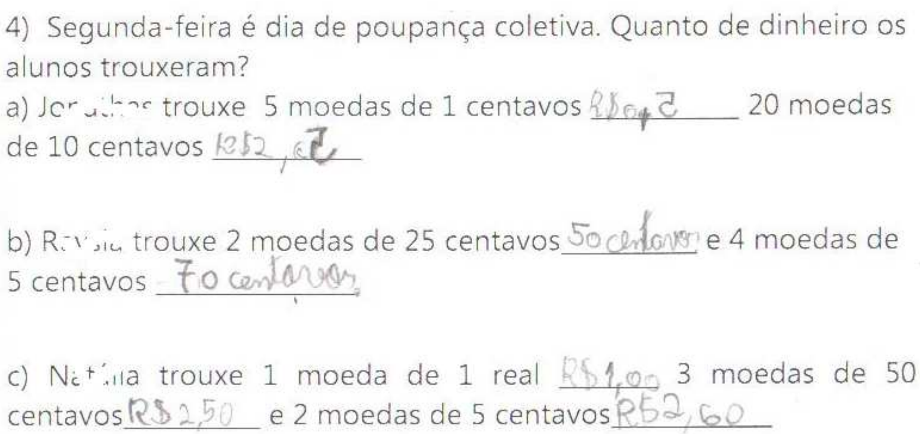
b) Re[illegible] trouxe 2 moedas de 25 centavos 0,50 e 4 moedas de 5 centavos 0,20

c) N[illegible]tália trouxe 1 moeda de 1 real 1,00 3 moedas de 50 centavos 1,50 e 2 moedas de 5 centavos 0,10 1255,35

Fonte: Sakay (2011).

Sávia opera bem as quantidades, mas, no registro da questão (a), a sua representação não correspondeu ao valor adequado. Quando questionada, disse: - *É cinco centavos.* Perguntamos novamente se não via diferença entre os valores de “a” e os de “b” e ela respondeu: - *Tem sim, uma é cinco e a outra é cinquenta.* Como discutido teoricamente na questão anterior, aparece novamente aqui o erro relacionado ao valor representado como um número natural e a utilização do valor posicional, no tocante à aplicação do zero. Esse erro é bastante comum nessa fase de aprendizagem. Mas é interessante frisar que, mesmo errando no registro, a aluna tem consciência do valor, por estar este atrelado a um contexto de significado para ela. Esse detalhe é importante para a correção do erro.

Figura 43 - Resposta de Alex para a questão 4 da segunda atividade.


4) Segunda-feira é dia de poupança coletiva. Quanto de dinheiro os alunos trouxeram?

a) Jo[illegible] trouxe 5 moedas de 1 centavos R$0,5 20 moedas de 10 centavos R$2,00

b) Re[illegible] trouxe 2 moedas de 25 centavos 50 centavos e 4 moedas de 5 centavos 70 centavos

c) Na[illegible] trouxe 1 moeda de 1 real R$1,00 3 moedas de 50 centavos R$2,50 e 2 moedas de 5 centavos R$2,60

Fonte: Sakay (2011).

Alex faz uso do registro dos algarismos e da complementação da escrita por extenso quando se sente inseguro na representação. Percebeu que a segunda representação ficava igual à primeira e, aí, disse, quando questionado: - *Vai ficar errado, assim eu sei que tá certo.*

Ao fazer esta afirmação, o aluno traduz uma consciência acerca das diferenças entre esquemas mentais e registros. A noção de esquema na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é estudada por Muniz (2009), que produz um conceito aplicado às suas pesquisas com alunos e professores brasileiros.

> Em síntese, a noção de esquema na TCC não se limita à proposição de um novo conceito, mas acaba por ser uma mola propulsora de novas ações e reflexões diante das produções na escola. Assim, pode gerar um movimento didático-pedagógico contrário à imposição de algoritmos ortodoxos aos alunos, mas sim valorizando a compreensão por parte dos educadores das estruturas de pensamento presente nas atividades Matemáticas de nossas crianças. A ideia dos esquemas assume a natureza complexa do fenômeno da aprendizagem, e é nesta perspectiva da complexidade que tal conceito é assumido por Vergnaud, não ignorando as dificuldades dos professores na revelação de tais estruturas, quando sua formação inicial e continuada não fornece elementos teóricos e metodológicos para tal trabalho investigativo. Entretanto, o exercício (contínuo, coletivo e crítico) da identificação de esquemas aparece em nossa trajetória como importante elemento formativo do professor (MUNIZ, 2009, p. 51).

Os registros muitas vezes não dão conta da complexidade daquilo que é o pensamento matemático da criança. Durante a pesquisa, isto pôde ser percebido várias vezes, porque o que havia sido registrado não possibilitava a compreensão do que havia sido elaborado mentalmente pelo aluno.

Observe-se que, na letra b), está correta a resposta, uma vez que, como já tinha 50 centavos, a adição de mais 4 de 5 centavos totaliza 70 centavos. Ele fez, portanto, uma soma cumulativa, o que está perfeito.

> Parece que as crianças até a 4ª série tratam o decimal relacionado ao dinheiro como um “rótulo”, ou seja, elas manuseiam o dinheiro como se a representação com vírgula fosse uma característica do sistema monetário. Elas têm a noção de que o valor que corresponde ao real deve vir antes da vírgula, e os centavos devem estar após a vírgula, no entanto, não relacionam os centavos como fração do real, e consequentemente, não relacionam o dígito após a vírgula como fração da parte inteira do real.
>
> Em função da maneira como é enunciada questão, percebemos que os alunos em situações como 2,03, desprezam o zero. No entanto, em outras, como 1,05, ele é considerado.
>
> Os alunos da 5ª série apresentam mais facilidade para trabalhar no sistema decimal escrito, quando no contexto monetário (CUNHA, 2002, p. 145).

Os resultados alcançados na pesquisa de Cunha (2002) apresentam um que tratou do mesmo contexto, ou seja, o SMB, mas com apreensões diferentes. Acreditamos que tenham sido fruto do tempo e das situações em que o SMB foi utilizado, pois, no contexto da Poupança Coletiva, os alunos manipulavam, realizavam contagem e operavam com o dinheiro semanalmente. Dessa forma, pelos resultados, percebemos que houve uma significação dos valores menores que o real.

O que podemos analisar das respostas apresentadas pelos alunos é que o contexto do sistema monetário brasileiro, dentro do projeto da poupança, deu a eles um suporte de conhecimento dos valores e representações do número racional na forma decimal. Isto ocorreu mesmo que o SMB não tenha possibilitado aos alunos uma consciência expressa, formal dessa representação. Alguns alunos na atividade recorreram à escrita das quantias. Bertoni (2009) ressalta a importância do uso da língua materna como suporte na aprendizagem da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Segundo ele, tal fato permite ao aluno operar com situações numéricas que não consegue representar em linguagem Matemática, apesar de saber os valores e significado.

Apresentamos a transcrição das gravações em vídeo dos trechos mais significativos para o objeto da pesquisa, com as respectivas análises na categoria Sistema Monetário da Poupança Coletiva em 2011.

O dia 1º de abril foi o primeiro dia de poupança, uma sexta-feira. O professor só recolheu o dinheiro e anotou o total arrecadado do dia, que foi de R$ 16,75 (dezesseis reais e setenta e cinco centavos). Não sistematizou nada no quadro e, como os alunos ainda não tinham a pasta, solicitou que anotassem na agenda.

O professor solicitou da pesquisadora o auxílio para a construção do gráfico da Poupança Coletiva somente após o início da atividade, o que revela falta de planejamento do trabalho pedagógico. Desenhou o modelo que queria e a pesquisadora construiu a base para o registro do gráfico da poupança.

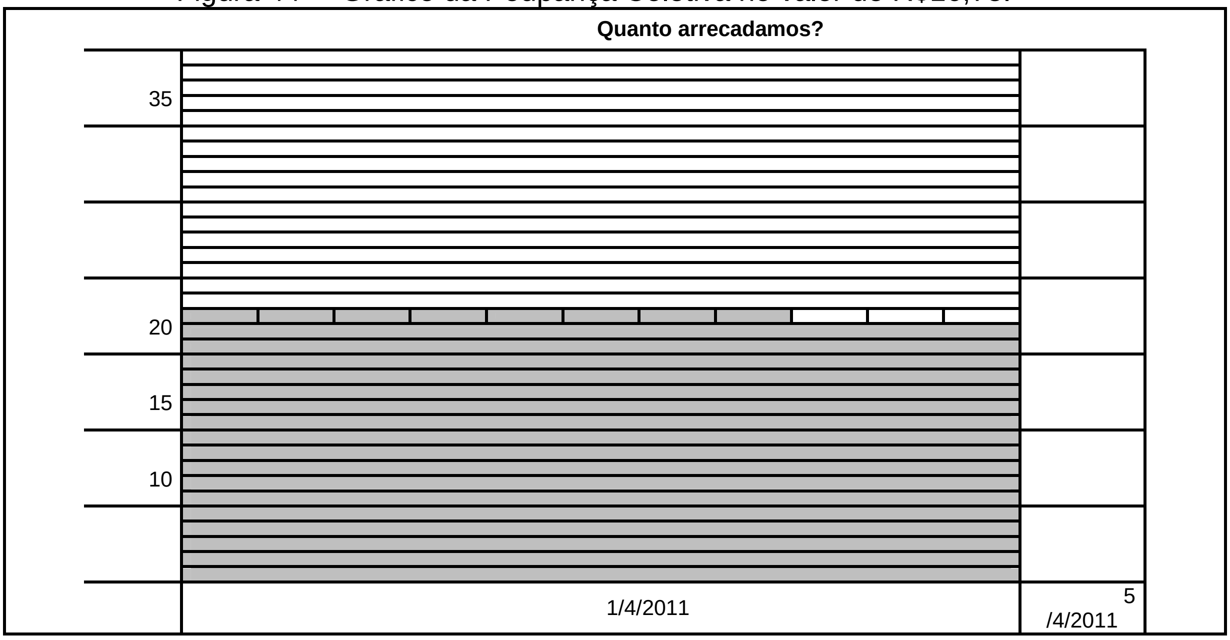
No dia 12 de abril 2011, ele dispôs as cadeiras da sala em formato de U, colocando duas fileiras de cadeiras no centro, organização que predominou no início do primeiro semestre. Colou o gráfico no quadro para explicar aos alunos que o seu uso permitia dar o tratamento adequado para as informações.

> - Primeira coisa que nós fizemos, traçamos dois eixos. Um vertical (apontando para o gráfico no quadro com o auxílio de uma régua no sentido vertical) e um horizontal (fazendo o mesmo movimento, só que no sentido horizontal, também com o auxílio da régua). No eixo vertical nós temos os valores. No eixo horizontal nós teremos as datas. Primeira data 1/4, segunda data 5/4 e terceira data, que é 12/4. Coloquei só essas três datas porque são as três primeiras que já arrecadamos, certo?
> Aponta para a pergunta que é o título do gráfico e diz: - A pergunta é: Quanto nós arrecadamos?
> - Nós temos aqui ó (aponta com a régua para as linhas no eixo vertical para indicar cada retângulo), nos valores, de cinco em cinco (e inicia a contagem dos valores). Temos cinco reais, dez reais, quinze reais, vinte, vinte e cinco, trinta, trinta e cinco, quarenta, quarenta e cinco, cinquenta, cinquenta e cinco, sessenta, sessenta e cinco reais. Tudo bem?
> - Esses quadradinhos aqui ó (aponta para os retângulos no eixo horizontal e conta que também tem uma divisão de cinco linhas em cada retângulo de cada coluna e conta). Um real, dois reais, três reais, quatro reais, cinco reais, tudo bem? (durante todo esse processo os alunos estão sentados e o professor está no quadro, explicando e mostrando). (GV 01/85, em 12/4/2011, com tempo total de 6m33seg)

O processo de escolha e construção do gráfico seria uma excelente oportunidade de sondar a percepção dos alunos a respeito das possibilidades de registro do número racional positivo na forma decimal, mas, infelizmente, a escolha foi novamente do professor. Os alunos tiveram uma explicação detalhada da forma como o gráfico seria utilizado, mas, em momento algum, participaram do processo da concepção da atividade.

Utilizaremos o valor arrecadado no dia 1º de abril de 2011 como exemplo, para a compreensão da tabela utilizada, de acordo com a explicação dada pelo professor.

Figura 44 – Gráfico da Poupança Coletiva no valor de R$16,75.



O registro no gráfico da quantia arrecadada é mais uma forma de representar a mesma quantidade que já havia sido expressa no sistema monetário. Ela passa a ser representada geometricamente. Nesse dia, foram pintados no gráfico os três dias de poupança já realizados.

> Continua com a explicação, agora buscando registrar o valor arrecadado no primeiro dia, 1/4/2011. - Vamos supor o seguinte, aliás, vamos supor não, vamos pintar aqui o quanto arrecadamos no primeiro dia. (Vira-se para os alunos e pergunta). - Qual que é o valor? Olhem na pasta.
> Alguns alunos respondem: - Dezesseis e setenta e cinco!
> O professor diz: - Dezesseis e setenta e cinco. - Então olha só o que vai acontecer (vira-se novamente para o quadro e aponta para o gráfico). Aponta para o primeiro retângulo e pergunta: - Nós vamos pintar esse primeiro quadradinho inteiro?
> Alguns alunos respondem: - Sim!
> O professor então fala: - Vamos, porque nós temos cinco. Aponta para o segundo retângulo e pergunta: - O segundo quadradinho inteiro?
> Alguns alunos respondem: - Sim!
> Aponta para o terceiro retângulo e pergunta: - O terceiro?
> Alguns alunos respondem: - Sim!
> Aponta para o quarto retângulo e pergunta: - O quarto nós vamos pintar inteiro?
> Alguns alunos respondem: - Não!
> Aponta para o quarto retângulo e fala: - Porque eu vou vim aqui (diz apontando novamente para o primeiro retângulo e conta novamente). - Cinco, dez, quinze. Aponta para o quarto retângulo e começa a contar a divisão de cinco linhas do retângulo: - Dezesseis, eu vou pintar o primeiro real deste quadrinho. E o que mais eu vou precisar pintar?
> Uma aluna diz: - Setenta e cinco centavos.
> O professor então pergunta: - Como é que eu vou fazer para representar isso?
> Os alunos ficam dizendo: - Escrever?
> Outro retruca: - Você sabe!
> O professor, então, vira-se para o quadro e diz, já escrevendo no quadro diz: - O nosso valor do primeiro dia foi R$ 16,75 o quê?
> Alguns alunos respondem: - Centavos!
> O professor novamente se vira para o quadro e sublinhando o valor que escreveu no quadro diz: - Significa que eu tenho mais que dezesseis reais, mas eu não chego a ter R$ 17,00 inteiros (escreve no quadro esse valor). Então, depois da vírgula aqui, ó, o que eu tenho são pedacinhos de real. Certo? Uma fração, pedaços do real. Tudo bem? - Então eu tenho mais que dezesseis, mas não chego a ter dezessete. Volta para o gráfico e aponta para o dezesseis, relembrando que irá pintar o dezesseis, mas que não irá pintar o dezessete todo. (GV 02/85, em 12/4/2011, com tempo total de 20m38seg)

Até esse momento, o professor trabalhou com o registro do inteiro. Não houve desafio para a escrita dos alunos. Mesmo não respondendo o que fazer, os alunos tinham a clareza de que pintariam somente um pedaço da linha dos dezessete reais. Não pintariam a unidade completa.

> O professor então continua: - Nós podemos dividir o real em dez partes iguais, não podemos?
> Alguns alunos respondem: - Sim!
> O professor continua: - Seriam as moedinhas de dez centavos, não é isso? Nós sabemos que um real (diz escrevendo no quadro, logo abaixo do gráfico). R$1,00 = 100 centavos ou R$1,00 = 10 moedas de 10 centavos (circula a escrita 10). Pergunta: - Não é isso? Aponta novamente para a linha do gráfico que representa o dezesseis e pergunta: - O que eu vou fazer com esse real aqui? - O real que representa o dezesseis eu vou pintar inteiro. E o real que representa o dezessete? Ele não chega até o final. Aponta para a linha que representa o dezessete e diz: - Eu não vou pintar ele até o final. Eu vou dividir ele em dez partezinhas iguais, vou pintar as primeiras sete, até no setenta e na outra parte vou pintar até o meio. Porque cinco é a metade de dez. Tudo bem?
> Os alunos ficam olhando e alguns respondem: - Sim!
> Então, o professor pega a régua e vai fazer a divisão. A pesquisadora auxilia na atividade e, após a divisão da linha que representa o real, que completa os dezessete reais, o professor retoma apontando para o gráfico e dizendo:
> \- Cinco reais, seis, sete, oito, nove, dez reais. (Contando linha por linha dentro de cada bloco de cinco reais). - Onze, doze, treze, catorze, quinze reais inteiros, certo? - O primeiro quadradinho, inteiro também, dezesseis reais, também inteiro. Certo? - O próximo quadradinho aqui será pintado inteiro?
> Alguns alunos respondem: - Não!
> O professor, então, aponta especificamente para linha do dezessete e fala novamente: - O dezessete está dividido em dez centavos. Inicia uma contagem: - Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta e mais metade.
> Um aluno fala: - Do dez!
> O professor retoma: - E mais metade do outro dez, que fica setenta e cinco. Entenderam isso?
> Alguns alunos respondem: - Sim!
> O professor então diz: - Tudo bem. Levanta a mão quem quer vir pintar.
> Vários alunos levantam a mão e a aluna Aline é escolhida.
> A aluna se apresenta e ele, então, indica até onde a aluna deve pintar, e determina que será com a cor vermelha. (GV 02/85, em 12/4/2011, com tempo total de 20m38seg)

A situação foi explicada de maneira correta pelo professor, uma vez que fez referência à contagem das moedas, que, no caso, tem uma correspondência fracionária, por ser um número racional decimal. Os alunos que observamos compreenderam a referência das moedas com a fração decimal a ser pintada. O que se questiona, nesse momento, é o encaminhamento didático dado pelo professor. Ele poderia ter deixado a aluna falar e pintar, sem indicar, de imediato, qual a fração pintar.

O sistema monetário brasileiro possui moedas que equivalem à representação decimal do número racional, o que nos permite dizer que, por ser de uso social, familiar aos alunos e sendo trabalhado didaticamente na escola com a poupança, é um ótimo recurso para a introdução do número racional na forma decimal. Inclusive Pérez lamenta não ter em sua moeda a condição de fazer esse uso pedagógico: “O fato de não termos em circulação no nosso dinheiro uma moeda que representa a fração decimal não permite que as crianças tenham este modelo como algo familiar, que facilita a compreensão da primeira casa decimal” (PÉREZ, 1997, p. 110-111).

O professor, então, sai da sala e deixa a pesquisadora para conduzir a pintura do valor arrecadado no dia 5/4/2011. A pesquisadora chama a aluna Izana para realizar a pintura do valor arrecadado no segundo dia, já que ela também havia se oferecido para pintar.

> A pesquisadora pergunta para a turma: - Como é que ela vai pintar?
> Gabriella diz: - Dezesseis e cinco.
> A pesquisadora então repete escrevendo no quadro a quantia, falando: - Dezesseis zero cinco. Como você acha que vai pintar dezesseis reais e cinco? Mostra pra mim como você vai pintar.
> Izana diz: - Mais que dezesseis reais.
> A pesquisadora pergunta: - Quantos quadros?
> Izana fica olhando e não diz nada. A pesquisadora então pergunta: - quanto vale cada quadro desse? (Diz apontando para os retângulos que representam cinco reais)
> Izana responde: - Um real.
> A pesquisadora aponta novamente para o retângulo, circulando-o com a mão e pergunta: - Vale um real?
> A aluna então diz: - Cinco reais.
> A pesquisadora pergunta: - Tá, você vai pintar até onde? Dezesseis e cinco, vai pintar até onde? (diz apontando para o valor escrito no quadro).
> Izana fica olhando para o gráfico e não diz nada. Então, a pesquisadora pergunta, apontando para cada linha dentro do retângulo que representa cinco reais: - Cada um desse é quanto? Cada linha dessa vale quanto?
> Izana fica olhando para o gráfico e também não diz nada.
> A pesquisadora, então, aponta para o retângulo e diz: - Se cada linha vale um quanto vale esse quadro?
> Izana aponta para o primeiro retângulo e pergunta: - Aqui?
> A pesquisadora responde: - É.
> Então, Izana responde: - Cinco!
> A pesquisadora pergunta novamente: - Até onde você vai pintar?
> Izana aponta para o terceiro retângulo e meio perguntando e afirmando, aponta e pergunta: - Aqui?
> A pesquisadora, então, questiona: - Até aí dá quanto?
> Izana responde: - Quinze.
> A pesquisadora, então, questiona, apontando para o valor do dia: - Nós vamos pintar mais quanto?
> Izana responde: - Mais um.
> A pesquisadora repete confirmando: - Mais um.
> Izana então fala: - Mais cinco.
> A pesquisadora então diz: - Mais cinco centavos. E pega a régua e divide o real em dez partes iguais e pergunta novamente: - Vai pintar quantos desses quadradinhos?
> Izana responde: - Cinco.
> A pesquisadora questiona: - Mas cinco quadradinhos não são cinquenta centavos?

> O professor que já havia voltado para a sala intervém dizendo: - Cada quadradinho são dez centavos e você só precisa pintar cinco centavos.
> A pesquisadora, então, retoma apontando para a linha do dezessete reais e pergunta: - Essa linha vale quanto?
> Izana responde: - Dez.
> A pesquisadora então diz: - Não. Estou perguntando uma linha dessa aqui vale quantos reais (diz apontando para a linha do dezessete).
> Izana responde: - Um real.
> Como a pesquisadora já havia dividido em dez partes, pergunta: - Ela está dividida em quantas partes?
> Izana responde: - Em dez.
> A pesquisadora então pergunta: - Cada pedacinho desse então vale quanto?
> Izana responde: - Um centavo.
> A pesquisadora então fala: - Vamos voltar aqui. (Aponta para o primeiro quadradinho dos dez em que foi dividida a linha que corresponde ao valor de dezessete reais) e inicia a contagem como se valesse um: - Um (e Izana então continua)
> Izana : - dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. (Termina e para)
> A pesquisadora então pergunta: - Dez centavos forma um real?
> Izana balança a cabeça afirmativamente como se fosse correto.
> Então, a pesquisadora pergunta novamente: - Dez centavos dá um real?
> Como a Izana continua sem entender, a pesquisadora, então, pede que ela pinte os dezesseis reais e deixe o restante para pintar com o auxílio de uma outra colega. (GV 02/85, em 12/4/2011, com tempo total de 20m38seg)

Nesse momento, a aluna já estava cansada e a pesquisadora percebeu que não adiantava continuar perguntando mais, porque só iria confundir mais a aluna. Então, modificou a estratégia e pediu que outro colega fosse auxiliá-la. A aluna Lara se ofereceu para auxiliar e disse a resposta correta, mas, ao pintar o gráfico, também errou, colorindo cinquenta centavos. A pesquisadora ia retomar o problema, fazendo a contagem das moedas, mas o professor retornou e reassumiu a sala.

A análise do desenvolvimento da atividade demonstrou outra possibilidade de intervenção, devido à dúvida de Izana. Poderiam ter sido trabalhadas primeiro as representações de 50 centavos, depois as de 10 centavos e, só então, as de 5 centavos. O gráfico traz a representação para 5 retângulos, que induz a criança a conceber a ideia biunívoca de 5 centavos – 5 retângulos.

Ao reassumir a sala, o professor apagou o que havia sido pintado no gráfico, reforçou a pintura dos cinco centavos e escreveu o valor de R$ 16,05 logo acima do fim da pintura da coluna do gráfico. O docente resolveu fazer também a pintura do valor arrecadado no terceiro dia, 12/4/2011, que chegou a R$ 47,60. Ele resume todo o valor, apontando no gráfico até a quantidade que deve ser pintada. Ao se fazer compreender, o docente deixa a aluna Sávia pintar o gráfico. Como ele já havia indicado a quantidade e os quadros a serem pintados, não houve erro e a aluna finalizou a atividade.

Imagem 16 – Gráfico da Poupança Coletiva.

Fonte: Sakay (2011).

Temos uma representação correta da quantidade arrecadada no dia, mas foi inócua a ação da aluna, uma vez que a concepção do gráfico e a indicação do que deveria ser pintado já haviam sido dadas pelo docente. Perdeu-se, aqui, uma excelente oportunidade para a fixação e maior sistematização do registro do número racional positivo na forma decimal pelos alunos.

A atividade descrita abaixo foi desenvolvida no momento da Poupança Coletiva do dia 19 de abril de 2011. A turma está organizada em U novamente, com duas fileiras de carteiras no meio. O professor solicita que os alunos contem o dinheiro que trouxeram. Entrega a pasta da Poupança Coletiva para que os alunos registrem a data e o valor que cada um trouxe, realizem a soma e pintem a quantia total obtida, até aquele dia, na segunda ficha da pasta da poupança. Solicita que as três primeiras alunas digam quais os valores que trouxeram e os escrevam no quadro, sem colocar o cifrão.

O professor coloca duas mesas próximas ao quadro e chama as alunas para conferir o valor arrecadado. Em uma das mesas, põe o dinheiro contado e, na outra, solicita que os alunos, um de cada vez, coloquem suas moedas e contem. A segunda mesa é utilizada para organizar as moedas por valor. As três primeiras alunas ficam em fila, ao lado da mesa, para o início da conferência das quantias trazidas. Os demais alunos permanecem sentados, pois, nesse momento, todos já registraram os seus valores nas pastas de controle da Poupança Coletiva. Todos devem acompanhar a contagem.

Imagem 17 – Contagem dos R$ 6,45 de Aline.

Fonte: Sakay (2011).

A imagem acima é da contagem de Aline, que trouxe R$ 6,45 (seis reais e quarenta e cinco centavos), mas havia dito que trouxera R$ 6,70 (seis reais e setenta centavos). Aline trouxe R$ 4,00 (quatro reais) em quatro moedas de um real, mais R$ 1,50 (um real e cinquenta centavos) em três moedas de cinquenta centavos, mais R$ 0,25 (vinte e cinco centavos) em uma moeda de vinte e cinco centavos, mais R$ 0,50 (cinquenta centavos) em cinco moedas de dez centavos, e mais R$ 0,20 (vinte centavos) em quatro moedas de cinco centavos. Esses valores totalizaram R$ 6,45 (seis reais e quarenta e cinco centavos). A contagem realizada pelo professor com a aluna Aline foi estabelecida de acordo com a sequência descrita abaixo.

> O professor começa a contagem: - Um, dois, três, quatro (contando as moedas de R$ 1,00). Junta as duas moedas de cinquenta centavos e diz: - Um. Logo a seguir fala: - Cinco. Pega três moedas de vinte e cinco centavos e diz: - Setenta e cinco, cinco e setenta e cinco. Pega mais uma moeda de cinco centavos e diz: - Oitenta. Pega duas moedas de dez centavos e diz: noventa, cem. Seis reais. Pergunta então para Aline: Uai! Seis e quanto.
> Aline está com quatro moedas de dez centavos sobre a mão e diz: - Quarenta. O professor, então, retruca novamente: - Não foi seis e setenta que você falou?
> Aline então fala: - Eu pensei, mas acho que perdi.

> O professor, então, olha para a mesa e começa novamente a contagem: - Um, dois, três, quatro, cinco. Repete: - Cinco e setenta e cinco, cinco e oitenta, cinco e noventa, seis. Seis e dez, vinte, trinta, quarenta. Essa aqui também é sua? Aline balança afirmativamente a cabeça, ele então diz: quarenta e cinco, seis e quarenta e cinco, é isso? (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Quando Aline voltou para a sua carteira encontrou o restante do dinheiro que trouxe. Havia deixado cair da carteira. As moedas que faltavam estavam soltas na mochila. Depois que o professor terminou de contar os valores com as meninas, Aline entregou os vinte e cinco centavos que faltavam para completar os R$ 6,70 (seis reais e setenta centavos), que realmente havia trazido. Eram duas moedas de dez centavos e uma de cinco centavos.

Imagem 18 – Contagem de Lara.

Fonte: Sakay (2011).

> Lara - 7(1,00)+10(0,50).
> Procedimento: conferiu duas vezes, contando as moedas de R$ 1,00; 2,00; 3,00; 4,00; 5,00; 6,00; 7,00.
> As moedas de 0,50 juntou de duas em duas e continuou a contar; 8,00; 9,00; 10,00; 11,00; 12,00. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Esse procedimento aponta indícios de que os alunos passaram a ter uma melhor compreensão dos diversos tipos de combinações possíveis para a composição de um real. À medida que o trabalho foi sendo desenvolvido ao longo do semestre, percebeu-se uma evolução no arranjo mental de contagem. Os registros nem sempre dão vazão à aprendizagem do número racional positivo na forma decimal, mas são espaços férteis para a mobilização de conhecimentos e favorecimento de aprendizagem no tratamento de valores que serão posteriormente registrados na forma de um número racional positivo na forma decimal.

A pesquisadora sugere ao professor que os alunos organizem as quantias e contem de acordo com a lógica deles. A contagem passa a ser feita, então, pelos próprios alunos.

Imagem 19 – Contagem de Bena.

Fonte: Sakay (2011).

A aluna Bena trouxe um total de R$ 2,85 (dois reais e oitenta e cinco centavos), sendo uma nota de dois reais, uma moeda de cinquenta centavos, três moedas de dez centavos e uma moeda de cinco centavos.

> Bena coloca a nota de dois reais na mesa, mas não diz nada. A sua contagem das moedas se inicia da seguinte forma: - Dez, vinte, trinta, trinta e cinco com cinquenta é oitenta e cinco. Dois e oitenta e cinco. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

As moedas de um centavo são raras atualmente, mas as moedas de cinco centavos permitiram o trabalho com a casa dos centésimos.

A aluna Jully trouxe R$ 2,90 (dois reais e noventa centavos), com oito moedas de vinte e cinco centavos, quatro moedas de dez centavos e dez de cinco centavos.

Imagem 20 – Contagem de Jully.

Fonte: Sakay (2011).

> Jully inicia a contagem pelas moedas de vinte e cinco centavos dizendo: - Cinquenta, cem (pegando de duas em duas moedas de vinte e cinco centavos). Depois pega e coloca de duas em duas novamente, formando mais um real, mas já diz direto: - Dois reais.
> Pega de duas em duas moedas de cinco centavos dizendo: - Dez, vinte, trinta, quarenta. (Depois continua a contagem com as moedas de dez centavos). – Cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa.
> O professor, então, solicita a confirmação da aluna perguntando: - Dois e noventa, não é isso?
> Jully diz: - Dois e noventa.
> Ela, então, coloca as moedas de acordo com os valores nos montes já organizados na outra mesa. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Na contagem de Jully, percebemos que a diversidade do valor das moedas permite diversos tipos de combinações aditivas. Verificamos que, ao contar as moedas de vinte e cinco centavos, independente do valor da moeda, a aluna pensa na formação do real por meio dos cem centavos. Esse fato fica evidente. Essa contagem reforça a composição da representação do número racional na forma decimal.

Nesse momento, Izana, com o dinheiro na mão, vai iniciar a contagem do valor que trouxe para a Poupança Coletiva.

> Izana coloca a cédula de dois reais na mesa, em seguida coloca as moedas na mesa, separando-as por valor. Inicia a contagem pela nota de dois reais: - Dois. E continua a contagem colocando duas moedas de um real sobre a cédula e fala: - Quatro.
> O professor intervém e começa a contar com ela: - Dois.
> Ela então coloca duas moedas de um real em cima da cédula, dizendo junto com o professor: - Quatro. Passa, então, a colocar de duas em duas moedas de cinquenta centavos. Continua a contagem: - Cinco, seis. Começa a utilizar as moedas de vinte e cinco centavos, coloca quatro moedas e continua a contagem: - Sete. Nesse momento, pega três moedas de vinte e cinco e o professor diz: - Sete e setenta e cinco. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Imagem 21 – Contagem de Izana.

Fonte: Sakay (2011).

Ela então recolhe as moedas não contadas, colocando-as na mão e tenta colocar no monte sem contar.
O professor fala: - Tem que contar!
Izana, então, separa na mão direita as três moedas de vinte e cinco centavos e fica em dúvida, então o professor diz: - Sete e setenta e cinco. Izana só repete. Passa mais uma moeda, agora de dez centavos para a mão direita e fica com ar de interrogação.
O professor, então, diz: - Sete e oitenta e cinco. Sete e oitenta e cinco!
Ela, então, coloca as moedas não contadas e coloca em cima da mesa. Ela parece não entender, então ele conta: - Sete e setenta e cinco mais dez? Ele mesmo responde: - Sete e oitenta e cinco. Então ele continua e ela só repete: - Sete e noventa e cinco. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Izana tenta reorganizar o pensamento, mas a cada intervenção do professor ela parece se perder. Ao cortar o desenvolvimento da fala da aluna, o professor a deixa mais confusa e insegura.

Imagem 22 – Contagem de Izana.

Fonte: Sakay (2011).

O professor, então, resolve voltar toda a contagem, a partir dos sete reais, com a aluna, explica apontando para o dinheiro já contado: - Aqui tem sete certo?
Ele, então, pega as três moedas de vinte e cinco e pergunta: - Cinquenta mais vinte e cinco?
Izana responde: - Setenta e cinco.
O professor fala: - Mais dez.
Izana fala: - Oitenta e cinco. O professor reforça: - Oitenta e cinco!
O professor fala: - Mais dez, noventa e cinco. E mais dez? Ele mesmo responde: - Vai dar um e cinco.
Segue colocando as duas últimas moedas de dez centavos, dizendo: - Um e quinze.
Izana fala: - Um e vinte e cinco.
O professor, então, resume a contagem da aluna: - Oito e vinte e cinco. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

A aluna Izana não tinha o hábito de auxiliar a família nas compras ou de manipular valores compostos por cédulas e moedas, o que foi constatado em diversas ocasiões em que se trabalhou com o valor de alguns objetos. O trabalho realizado na poupança minimizou essa dificuldade.

Dessa mesma forma, foram contados e conferidos os valores das meninas: Marina - R$ 2,85; Sávia - RS 0,50; Aline – R$ 6,70; Nívea – R$ 5,00; Lara – R$ 12,00; Bena - R$ 2,85; Jully - R$ 2,90; Izana - R$ 8,25.

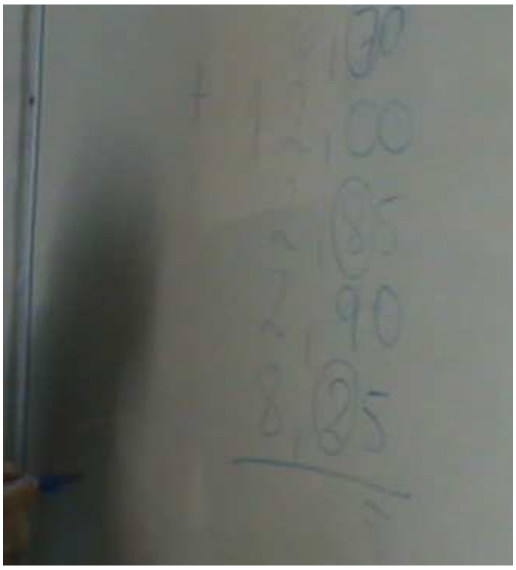
Ao finalizar a contagem do dinheiro com a aluna, o professor separava as notas e moedas. Juntava a quantia arrecadada aos demais valores que estavam na outra mesa. Colocava, então, as notas separadas por valor, dentro de um envelope que havia feito. As moedas foram divididas por valor: R$ 0,50; R$ 0,25; R$ 0,10; e R$ 0,05.

Imagem 23 – Organização do dinheiro poupado pelas meninas.

Fonte: Sakay (2011).

O professor começa a somar as quantidades que havia registrado no quadro, mas a soma realizada não segue os padrões usuais, de somar na sequência todas as unidades. Utiliza a estratégia da soma por valores iguais, como pode ser percebido na descrição. Com isso, ele cria uma tensão entre a estratégia utilizada pelas crianças, que é pela formação de um real, e a do professor, que é mais pelo agrupamento e contagem de moedas do mesmo valor, não contribuindo para a institucionalização dos procedimentos das crianças.

Imagem 24 – Soma realizada pelo professor.



Fonte: Sakay (2011).

> Inicia a soma circulando quantidades que permitam um raciocínio mental de melhor associação para ele fechar quantidade exata dizendo: - 5; 10; 15. Coloca a unidade 5 no resultado e leva a dezena representada pelo 1 para a casa da dezena dizendo: - 9 mais 1 dez; circula o 8 e diz: - Dezoito; circula o dois e diz: - Vinte; circula o 8 e diz: - Vinte e oito; circula o sete e diz: - 28 mais sete, trinta.
> Nesse momento, um aluno retruca: - É cinco.
> O professor diz: - Trinta e cinco; circula o 5 e diz: - Com mais cinco...
> Outro aluno responde: - Quarenta;
> O professor repete: - 40; então fica 0 e vão 4 é isso?
> Os alunos confirmam: - É!
> O professor fala: - Vamos conferir, e volta fazendo o mesmo percurso. Vai para a unidade, dizendo e circulando: oito; e depois a sequência de três números 2 e diz: - Dez; doze; quatorze. Junta com o 6 e diz: - Vinte; junta com o 2 dizendo: - Vinte e dois; junta com o 4 e diz: - Vinte e seis;
> Soma as dezenas 2 e 1 e diz: - Três; Conclui trinta e seis reais e cinco centavos.
> - Está certa a minha conta?
> Pergunta se está certa e solicita que confiram, utilizando a calculadora e fica aguardando a resposta.
> Pergunta: - Quanto deu?
> Jully: Trinta e seis e vinte cinco.
> Jonas fica alegre e diz: - Acertei!
> - Essa é a soma do valor das meninas. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

O aluno Jonas sempre aguarda a validação do resultado pelo professor, ou seja, o professor está necessariamente correto. Se o professor achar o valor obtido pelo aluno, Jonas conseguiu acertar. Caso contrário, Jonas assume o erro. Não levanta a possibilidade de o professor ter errado. Além disso, o professor toma para si o essencial do processo, o aluno não tem a possibilidade de participar efetivamente da construção de seus conhecimentos.

Então, o professor faz a contagem final, juntando todo o dinheiro. Inicia a conferência derradeira para guardar no envelope.

Imagem 25 – Contagem das cédulas.

Fonte: Sakay (2011).

> Inicia a contagem dos valores pelas cédulas de cinco reais, dois reais, dizendo: - Cinco, seis, sete, oito, nove. Tenho nove reais em cédulas, certo?
> Alunos: - Tem!
> O professor, então, pega uma moeda de um real e junta às cédulas e completa: - Dez. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Vai continuar a conferência, agora inserindo as moedas, começando pelo valor de um real.

Imagem 26 – Contagem das moedas de um real.

Fonte: Sakay (2011).

> Confere os grupos das moedas de um real e continua, agora colocando as moedas ao lado das notas dizendo: - Doze, treze, catorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte.

> Nesse momento, alguns alunos estão contando junto com o professor. Ele diz: - Então, tenho dez lá e dez aqui, vinte! (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Depois continua contando as moedas de um real e, quando estas acabam, para completar o terceiro grupo de dez reais que quer formar, continua a contagem, utilizando agora as de cinquenta centavos.

Imagem 27 – Contagem de dez reais.

Fonte: Sakay (2011).

> Contando ainda as moedas de um real continua: - Vinte e um, vinte e dois, vinte e três, vinte e quatro.
> Nesse momento as moedas de um real acabaram, então ele passa a pegar de duas em duas as moedas de cinquenta centavos e continua contando: - Vinte e cinco, vinte e seis, vinte e sete, vinte e oito, vinte e nove, trinta. Certo! (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Continua a contagem com as moedas de cinquenta centavos e, quando essas acabam, prossegue com as moedas de vinte e cinco centavos, sendo que já pega de quatro em quatro, colocando o conjunto que forma um real. Na imagem, faltam dois reais, porque não conseguimos capturá-los, mas a organização foi essa.

Imagem 28 – Contagem do resto das moedas

Fonte: Sakay (2011)..

> O professor continua a contagem: - Trinta e um, trinta e dois, trinta e três. Nesse momento, acabam as moedas de cinquenta centavos, então, ele pergunta: - Agora preciso de quantas?

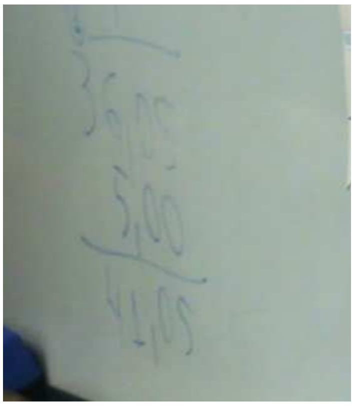
Alguns alunos respondem: - Quatro!
O professor então continua: - Tinha parado em trinta...
Alguns alunos respondem: - Três!
O professor então continua: - Trinta e quatro, trinta e cinco, trinta e seis, trinta e sete, trinta e oito.
As moedas de vinte e cinco centavos acabam e ele, então, continua com as moedas de dez centavos. Só que primeiro ele conta um real, de duas em duas moedas de dez centavos: - Dois, quatro, seis, oito, dez! Trinta e quanto?
Um aluno responde: - Sete? (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

A pesquisadora, o professor e os alunos percebem que vai sobrar dinheiro. Então, os alunos começam a falar ao mesmo tempo e o professor pede silêncio. Izana fala que não viu os cinco reais da Nívea na soma do quadro. Então, percebem que o valor de Nívea, os cinco reais, não foi somado.

O professor acrescenta os cinco reais ao total já somado de trinta e seis reais e cinco centavos.

Imagem 29 – Soma com acréscimo dos cinco reais.

	3	6	,	0	5
		5	,	0	0
+	4	1	,	0	5



Fonte: Sakay (2011).

Ele coloca, então, os cinco reais no final do algoritmo e fala enquanto escreve: - Trinta e um zero cinco com mais cinco.
Dois alunos, que não consegui identificar pelo áudio, falam: - Trinta e um! O outro corrige: - Quarenta e um. O outro insiste: - Trinta e um!
O professor, então, continua a soma, falando: - Aqui vai dar zero cinco. Escreve.
E continua a soma: - Aqui vai dar onze. Escreve o um e diz: - Vai um. E escreve o um na dezena. E já diz: - Quarenta e um reais zero cinco, não é isso? (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Como o professor percebeu que os alunos estavam um pouco dispersos, procura retomar a contagem.

Imagem 30 – Disposição do dinheiro na mesa.

Fonte: Sakay (2011).

> O professor retruca: - Vocês não estão contando junto! Volta e aponta para os trinta reais que estão organizados na parte superior da mesa e diz: - Trinta. Retoma a contagem da última fileira novamente: - Trinta e um, trinta e dois, trinta e três, trinta e quatro, trinta e cinco, trinta e seis, trinta e sete, trinta e oito. E, então, aponta para o conjunto de moedas de dez centavos, que formou um real, e diz: - Trinta e nove!
> Reinicia a contagem das moedas de dez centavos que sobraram, contando de dois em dois novamente para formar mais um real: - Dois, quatro, seis, oito, dez. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Pega as dez moedas e coloca na outra mesa para formar os quarenta reais.

Imagem 31 – Organização das moedas.

Fonte: Sakay (2011).

> Pega as dez moedas e coloca logo abaixo do outro conjunto de um real formado por moedas de dez centavos e diz: - Quarenta! Quarenta.
> - Só que tem que ter quarenta e um zero cinco, não é isso? (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Inicia, então, o processo de contagem final, utilizando, agora, a última moeda de vinte e cinco centavos, uma de dez centavos e as treze últimas moedas que são de cinco centavos.

Imagem 32 – Últimas moedas da contagem.

Fonte: Sakay (2011).

> O professor retoma a contagem pela moeda de vinte e cinco centavos e as demais moedas são todas de cinco, dizendo: - Vinte e cinco, trinta, quarenta (pegando duas moedas de R$ 0,05 e continua com a mesma estratégia de contagem). – Cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa (nesse momento, pega a moeda de dez centavos). - Um real e mais cinco centavos. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

Inicia, então, uma contagem final. Vai fazer a contagem de todas as quantias que estão em cima da mesa, agrupando-as por valores.

Imagem 33 – Contagem final realizada pelo professor.

Fonte: Sakay (2011).

> Faz a contagem final, apontando para os grupos: - Cinco, sete, nove, dez, com mais dez, vinte, com mais dez, trinta. Trinta e um, trinta e dois, trinta e

> três, trinta e quatro, trinta e cinco, trinta e seis, trinta e sete, trinta e oito, trinta e nove, quarenta, quarenta e um e cinco. Ok? Quarenta e um e cinco. Quarenta e um reais e cinco centavos.
> Pergunta aos alunos se teve alguma diferença (ele pergunta apontando para o dinheiro sobre a mesa e o algoritmo resolvido no quadro) e alguns alunos respondem, confirmam que não: - Não!
> Então as meninas trouxeram hoje R$ 41,05. (GV 04/85, em 19/4/2011, com tempo total de 25m51seg)

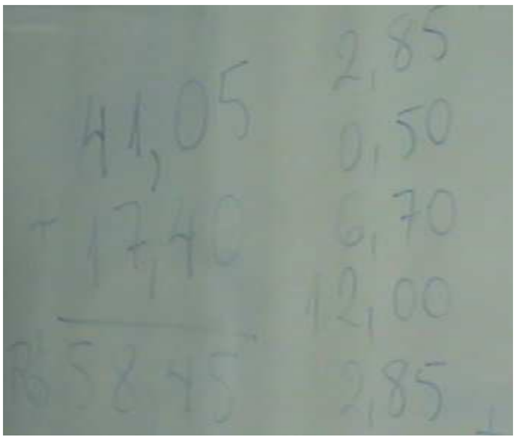
O professor faz o mesmo processo com os meninos, realizando a contagem individual. Separa as moedas e, depois, coloca a soma no quadro, o que dá um total de R$ 17,40 (dezessete reais e quarenta centavos).

			1	
	2	,	1	5
1	0	,	0	0
	5	,	0	0
1	**7**	**,**	**4**	**0**

Depois, junta as duas quantidades e soma novamente. Diz, por fim, o valor arrecadado no dia, que chega a R$ 58,45 (cinquenta e oito reais e quarenta e cinco centavos).

Imagem 34 – Soma realizada pelo professor.

	4	1	,	0	5
	1	7	,	4	0
+	**5**	**8**	**,**	**4**	**5**



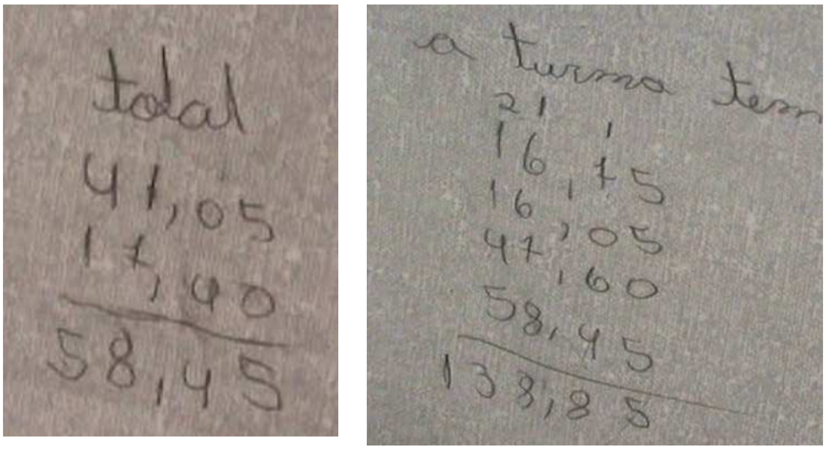
Fonte: Sakay (2011).

O professor lança o desafio para saber quem consegue descobrir quanto foi arrecadado nos três dias, enquanto Tales pinta o gráfico. Os alunos começam a conversar e conseguimos capturar o áudio da conversa de Jonas e Samir. Então, nos aproximamos deles e observamos que Jonas fez os algoritmos na carteira.

> O Samir diz: - Cento e oitenta e oito e oitenta e cinco...
> O Jonas diz: - Cento e oitenta e oito (parece ficar em dúvida e continua) vírgula oitenta e cinco centavos. (GV 05/85, em 19/4/2011, com tempo total de 2m37seg)

Percebemos, então, que eles escreveram na carteira os algoritmos. Realizaram tanto a soma geral, quanto calcularam o valor arrecadado no dia, como podemos visualizar nas imagens capturadas.

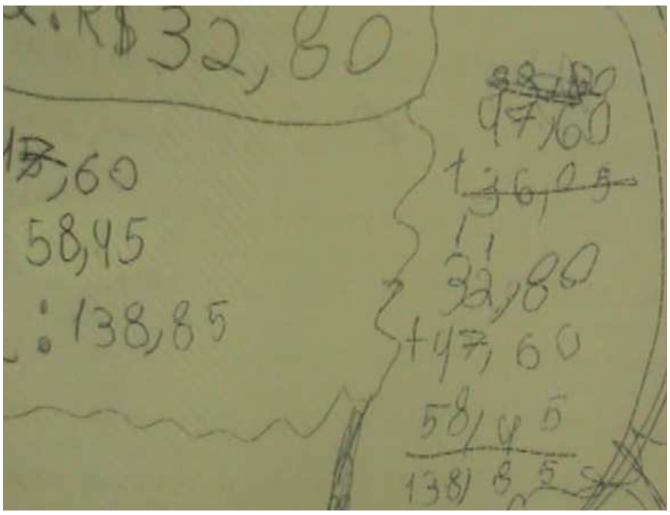
Imagem 35 – Algoritmo de Jonas no tampo de sua carteira.



Fonte: Sakay (2011).

Samir também havia feito a soma em sua carteira. Podemos perceber que ele não é tão organizado quanto o seu colega. Sua forma de resolução difere da de Jonas, pois ele faz alguns cálculos mentalmente, não registrando todas as passagens. Realizamos duas gravações curtas, só para capturar a melhor imagem.

Imagem 36 – Algoritmo de Samir no tampo da carteira.



Fonte: Sakay (2011).

> O Samir diz: - Cento e trinta e oito e oitenta e cinco foi o que temos até hoje. (GV 06/85, em 19/4/2011, com tempo total de 11seg)

Percebe-se que a soma dos valores arrecadados na poupança é realizada sem dificuldade pelos alunos. Durante os dias em que o trabalho da Poupança Coletiva foi desenvolvido, não observamos qualquer dificuldade dos alunos em realizar as somas com os diversos valores levantados pela poupança. O registro, a soma e a colocação da vírgula foram feitos sem dificuldades.

> As crianças têm aprendido muito na escola. Na primeira série já sabem que uma dezena tem 10 unidades, na terceira podem posicionar corretamente os lugares das potências de 10 – pelo menos até a quarta potência - e também começam a trabalhar com os décimos, centésimos e milésimos. Sabem ordenar quantidades decimais levando em conta a vírgula e realizar operações que precisam compor ou decompor em base 10. Na quinta série podem repetir – em alguns casos aplicar – as regras de multiplicação e divisão pela base 10 e realizam (com maior ou menor êxito) multiplicações e divisões com inteiros e decimais. Porém, todos estes conhecimentos não resultam suficientes para que compreendam o que é que fazem quando "se leva" ou "pede emprestado", não são suficientes para entender a natureza dos números decimais e diferenciá-los dos inteiros, não bastam para coordenar os diversos aspectos da função de 0 em nosso sistema de numeração; não servem para descobrir as razões que fundamentam os mecanismos utilizados (ZUNINO, 1995, p. 188).

Na pesquisa realizada, pelo período de acompanhamento, pelos tipos de atividades e registros feitos pelos alunos, acreditamos que os mesmos apresentaram uma compreensão adequada para a série. Neste sentido, ressalvamos que os resultados foram frutos do tipo de trabalho realizado. No caso, houve limitações impostas pela metodologia adotada pelo professor e pelos mecanismos de exploração do número racional positivo na forma decimal. Tais limites restringiram as representações a décimos e centésimos, sem outros contextos ou atividades suficientes que permitissem aos alunos avançar além desta compreensão.

Diferentemente dos resultados obtidos pelos alunos acompanhados por Zunino (1995) em sua pesquisa, percebemos que os alunos tinham a compreensão do que estavam fazendo quando operavam com o número racional positivo na forma decimal, dentro dos limites impostos pela metodologia e tipo de contexto de mobilização dos conceitos apresentados.

O questionamento que levantamos é: quando, quanto e como o professor valoriza, mobiliza, institucionaliza os procedimentos dos alunos? Constatamos que eles estão em plena produção, operando com o número racional positivo na forma decimal, que é o objetivo prescrito. A ação do aluno, sua produção e mobilização de estratégias são fundamentais para a estruturação de um conceito. Daí a importância da mediação do professor ser centrada na construção do aluno. Quanto mais distante essa mediação estiver da aula expositiva e do foco na ação do docente, melhor.

Ao dar continuidade ao trabalho da Poupança Coletiva, o professor começou um processo de sistematização da adição e subtração dos decimais, no dia 19 de abril de 2011, utilizando os valores e situações da poupança. Apesar de estarem marcadas aulas de Português e História, o professor elaborou de improviso, em sala, um quadro valor de lugar (QVL), com o uso de folhas de papel A4, para explicar de maneira mais sistematizada o processo de adição e subtração. Foram criadas quatro fichas, tipo envelope, usadas para os centavos, as unidades, as dezenas e as centenas. Foi confeccionado também um conjunto de fichas com números de 0 a 9. Nas fichas de centavos foram improvisados saquinhos, presos com clipes, para guardar melhor as “moedinhas plásticas” da caixa Matemática, peças utilizadas para se trabalhar as quantidades arrecadadas. As quantidades envolvidas nesse dia foram os R$ 500,00 (quinhentos reais) que precisariam arrecadar na primeira etapa da poupança, menos o valor arrecadado até 19/04, que alcançou R$ 138,85. Isto para saber quanto ainda precisavam arrecadar até o dia do encerramento dessa etapa da poupança. A seguir, descrevemos o processo utilizado pelo professor após ter colado no quadro e posto os quinhentos reais no QVL.

> - Tudo bem? O professor, então, escreve a operação no quadro ao lado do QVL. 500,00 - 138,85.
> No minuendo, coloca uma seta e escreve "Que precisamos juntar". No subtraendo, "Já juntamos", e, no resto, "Falta juntar". O professor mostra as cinco centenas e fala: - Estão vendo as cinco centenas? Beleza. (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Antes de iniciar a ação de resolução com o QVL do sistema monetário, o professor faz uma prévia do processo de subtração, explicando em quais casas deverá haver troca para que a subtração possa ser realizada, uma vez que, no minuendo, temos os centavos, as unidades e as dezenas com quantidade zero, o que não permite a retirada sem o processo de troca. Acreditamos que os alunos já possuíam conhecimentos suficientes para assimilar a explicação, caso esta fosse dada a eles naquele momento.

Imagem 37 – QVL elaborado pelo professor.

Fonte: Sakay (2011).

Ao elaborar esse material, o professor nos mostra que possui um conhecimento sólido a respeito do conteúdo matemático e das possibilidades de recursos didáticos para a realização do seu trabalho, mas não se propõe a desenvolver a sapateira estendida, como sugerem Batista, Muniz e Silva (2002). Ao perceber uma possibilidade de maior ação por parte do aluno, a pesquisadora se propõe a construir um QVL mais resistente, que pudesse ser utilizado em todas as aulas em que fosse trabalhada a Poupança Coletiva. Desta forma, este material provisório foi substituído por outro mais resistente nas aulas seguintes. Foi sugerida a construção de plaquetas que desmembrassem os centavos para a colocação dos décimos e centésimos, mas o professor argumentou que bastava escrever no quadro e os alunos entenderiam. Mesmo utilizando este recurso sem o desmembramento dos décimos, centésimos e milésimos, foi possível desenvolver atividades mais sistematizadas, o que permitiu uma maior formalização da escrita decimal.

Então, o professor inicia o processo de explicação da subtração, utilizando o QVL e as cédulas e moedas do dinheiro que os alunos possuem na caixa Matemática.

> O professor mostra a centena que precisar ser retirada dizendo: - Eu tenho que tirar uma centena aqui. Tenho centena pra tirar? Tenho.

- Eu tenho três dezenas dessa casa aqui pra tirar aqui, eu tenho pra tirar? Ele mostra as três dezenas que precisam ser retiradas e o zero no minuendo, o que não permite retirar o três no subtraendo.
- Então, eu tenho que fazer uma centena virar dezena. Mostra a casa da dezena com zero e faz um movimento do braço de retirada de cédula da centena para a dezena.
- Eu tenho oito unidades pra tirar dessa casa, eu tenho? Então tenho que fazer a dezena virar unidade. Mostra a casa da unidade com zero e faz o movimento do braço de retirada da dezena para a unidade.
- Eu tenho oitenta e sete centavos para tirar e botar aqui. Eu tenho aqui centavos? Então eu preciso fazer um real virar centavos. Tudo bem? Mostra a casa dos centavos com zero e aponta para os oitenta e cinco centavos que precisam ser retirados e faz o movimento de troca da unidade por centavos.
- Então, vamos lá, eu vou ter que trocar!
O professor retira uma cédula de R$ 100,00 e aponta que irão ficar dez cédulas de R$ 10,00 na casa da dezena e diz: - Então minha primeira providência. Das cinco notas de cem, das cinco centenas, uma delas vai virar dez dezenas aqui. Não é isso?
Retira uma cédula de R$ 100,00 e vai trocar a ficha do numeral 5 por 4, apontando para a quantidade de notas: - Então, eu pego aqui pra trocar, ó. Certo? – Então, se eu tinha cinco, agora eu tenho apenas quatro. Se eu tinha cinco e agora só tenho quatro, tenho que colocar só quatro. (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Imagem 38 – Retirada da centena.

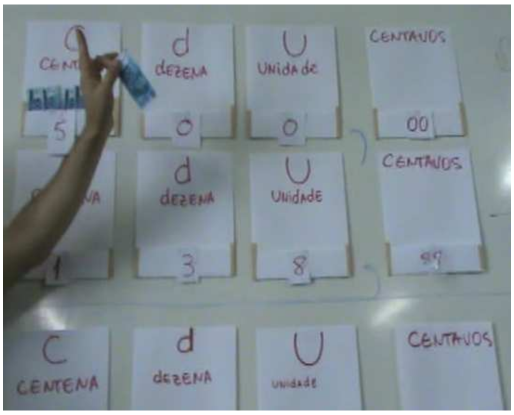


Imagem 39 – Troca da ficha com o algarismo 5 pelo 4.

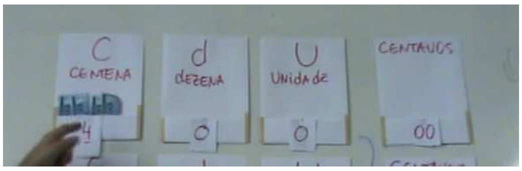
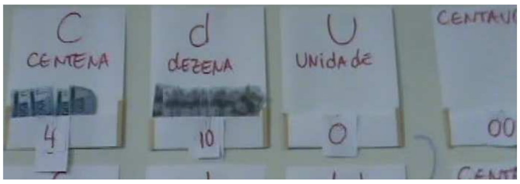


Imagem 40 – Troca da centena por dezenas.



Fonte: Sakay (2011).

O professor se dirige para a mesa e faz com a pesquisadora a troca das cédulas, realizando a contagem da quantidade: - Eu vim aqui, na minha secretária, linda e maravilhosa. Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa, cem!
Ele vai colocando no QVL nota por nota de R$ 10,00 e contando. Ao final mostra que ficaram 4 notas de R$ 100,00 e 10 notas de R$ 10,00: - Então eu troquei uma de cem por dez de dez, eu vou colocar lá, ó. Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa, cem.
- Continuo com quinhentos reais?
- Continuo, só que eu tenho quatro centenas aqui, mais dez dezenas aqui que dá outra centena.
- Então, se aqui eu tinha zero, aqui eu passei a ter dez dezenas.
- Eu não tinha nenhuma dezena nessa casa, eu passei a ter...
Alguns alunos respondem: - Dez.

- Tudo bem? Continuo com meus quinhentos reais. Tenho quatrocentos aqui, quatro centenas, mais cem aqui, dez dezenas dá cem. Ok? Beleza? (Vai na dezena do QVL onde estava o zero coloca a ficha com 10 e aponta para as centenas e faz a checagem de que continua com a mesma quantidade, ou seja, 4 centenas e 10 dezenas que somam os mesmos 500,00 iniciais). (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Imagem 41 – Retirada da centena.

Imagem 42 – Troca da ficha com o algarismo 5 pelo 4.

Imagem 43 – Troca da centena por dezenas.

Fonte: Sakay (2011).

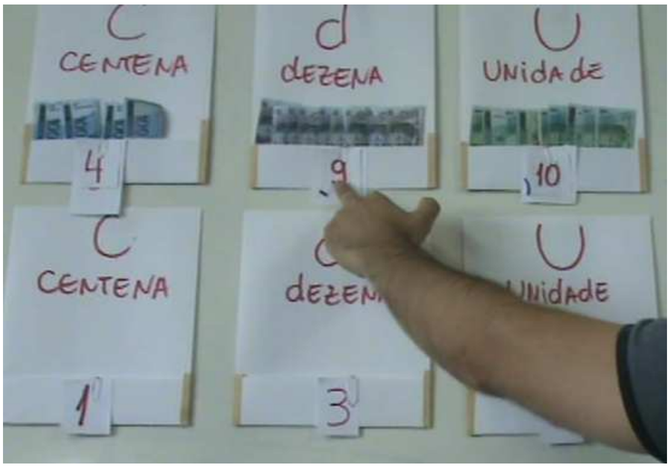
O professor está mostrando as oito unidades que precisam ser retiradas. Então, pega uma nota de R$ 10,00 para fazer a troca. Pega uma ficha com o número 9 e coloca por cima do número 10. Aponta para a unidade e informa que a nota de R$ 10,00 será transformada em 10 notas de R$ 1,00.

- Agora, tem que ter unidade aqui pra tirar não tem? Então, eu vou pegar uma dessas dezenas, que vai virar dez unidades. Então, tenho que pegar uma nota pra trocar? Tenho. Peguei aqui. Se tinha dez, ficaram apenas nove. O que vai acontecer com essa nota? Vai virar dez unidades aqui, certo? (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Vai até a mesa e faz a troca da nota de R$ 10,00 por 10 notas de R$ 1,00.

- Vou lá para a mulher do banco. Dona “muié” me dá dez reais em nota de um. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. Certo?
- Então, uma dezena aqui viraram dez unidades aqui, olha: uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. Então, ali eu tinha zero e passei a ter dez.
- Continuo a ter quinhentos reais?
- Continuo, eu tenho quatro centenas, quatrocentos; aqui eu tenho nove dezenas, noventa; e aqui eu tenho dez unidades, certo? Tudo bem?
- Então, quatrocentos e noventa com mais dez, quinhentos. Continuo com quinhentos reais. Ok. Apenas troquei, separei, desmembrei.
- Tudo bem? (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Imagem 44 – Confirmação das trocas.



Fonte: Sakay (2011).

Nessa etapa, é interessante notar que o professor fez a troca das cédulas de dez reais por cédulas de um real e colocou as fichas com as quantidades da centena, dezenas e unidades. O dez presente na unidade é importante para caracterizar a quantidade que possui no momento e para deixar evidente que haverá uma troca e que, na subtração, haverá momentos em que teremos o dez presente em uma das ordens do QVL. Esse processo de colocar o dez e depois trocar por nove, nesse caso, é etapa fundamental para o entendimento da composição decimal do número representado.

O processo de troca continua sendo executado pelo professor.

Imagem 45 – Retirada da unidade.

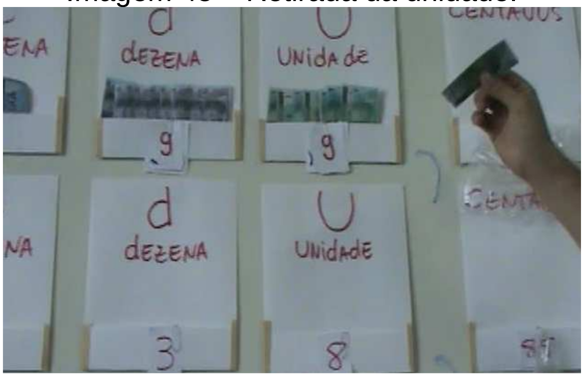


Imagem 46 – Troca da unidade.

Fonte: Sakay (2011).

Aponta para os centavos que precisam ser retirados e a quantidade zero que tem para retirar. Pega um saquinho e coloca na casa dos centavos no minuendo. Retira uma nota de um real e coloca o 9 por cima do 10. Ao falar, ele troca o valor de R$ 1,00 por R$ 10,00, mas, logo a seguir, ele fala o valor correto. Pega uma nota de

R$ 1,00 para trocar por 10 moedas de R$ 0,10 na mesa. Segue a transcrição das falas.

> Preciso tirar oitenta e cinco centavos aqui, eu tenho aqui em cima oitenta e cinco centavos? Não tenho oitenta e cinco centavos lá em cima.
> - Muito triste isso... Então, o quê que eu vou fazer?
> - Vou pegar um desses dez reais, se tinha dez, tirei um, fiquei com nove. Certo? Troquei, imediatamente que anotar a minha troca.
> - Este um real vai virar dez moedinhas de dez centavos. Beleza? (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Entrega a nota de R$ 1,00 e vai pegando moeda por moeda de R$ 0,10. Dirige-se ao saquinho do minuendo, que está na ordem dos centavos, e vai colocando moeda por moeda, fazendo a contagem. Checa o valor total, apontando e dizendo a quantidade presente em cada ordem.

> - Então, tá aqui ó: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.
> - Então, eu troquei um real por moedinhas de dez centavos, olha!
> - Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa, um real! Continuo com quinhentos reais?
> Alunos: - Sim!
> - Olha aqui o número, olha! Quatrocentos e noventa e nove, com mais um real aqui, quinhentos. Continuo com quinhentos reais. Ok! (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Imagem 47 – Retirada dos centavos.

Fonte: Sakay (2011).

Pega o número que representa R$ 1,00 e coloca nos centavos. A seguir, fala com os alunos e inicia o processo de retirada dos R$ 0,85, moeda por moeda.

> - Agora então posso fazer a subtração?
> Alunos: - Pode!
> - Posso. O que sobrar a gente coloca lá embaixo não é isso? Beleza!
> Arruma os saquinhos dos centavos enquanto pergunta aos alunos: - Desse um real aqui, tem que colocar ali que é um real aqui.

- Desse um real aqui posso tira oitenta e cinco centavos? Posso, então vamos lá, olha! Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, “noveeennnta”. (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Faz que vai tirar noventa centavos e para com a moeda na mão, questionando os alunos. A seguir, vai ao caixa fazer a troca por duas moedas de cinco centavos e volta para recolocar as moedas. Coloca uma moeda de cinco centavos no subtraendo e a outra leva para o minuendo, mas, após questionar os alunos, leva para o resultado. Retira a placa de um real e coloca no saco o valor de quinze centavos e leva para o resultado. Acompanhem o diálogo.

Imagem 48 – Retirada do minuendo.

Imagem 49 – Colocado no resto.

Fonte: Sakay (2011).

- Opa, mas, “peraí”! Noventa? Eu posso colocar noventa?
Alunos: - Não!!
- Eu posso colocar apenas oitenta e cinco! Então, o quê que eu faço com essa moeda de dez centavos?
Alunos: - Vai lá no caixa e troca!
- Vou lá na “muié” do caixa e troco por duas de cinco.
- Eu chego lá e falo: Ô dona “muié” me dá duas de cinco aí! Muito obrigada, Deus lhe pague, amém.
- Então troquei por duas de cinco, e aqui preciso de apenas mais cinco e já tem oitenta, com mais cinco, oitenta e cinco.
Após retirar os oitenta e cinco do minuendo ele diz: - Sobrou lá em cima quanto?
Alunos: - Quinze.
- Certo? O que sobrou fica lá em cima?
- Não! Vem pro meu resultado! Então vou tirar, não tem mais um real. Agora eu tenho apenas quinze centavos.
Ele, então, retira os quinze centavos do saquinho e diz: - Estão vendo os quinze centavos, vem aqui pra baixo, pro meu resultado.
Após colocar os quinze centavos no resto, ele aponta para o minuendo e diz: - Lá em cima ficou zerado novamente, beleza! (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

O sistema monetário permite fazer a troca dos décimos e centésimos com tranquilidade, porque temos moedas que equivalem a esses valores. Esse processo de subtração da quantidade arrecadada e do valor que precisaria arrecadar foi trabalhado em todos os dias de realização da Poupança Coletiva, o que permitiu fixar o conteúdo com os alunos.

O professor prossegue, fazendo a subtração nas unidades, dezenas e centenas. Ele vai retirando as quantidades do subtraendo e colocando o que sobra do minuendo no resto ou resultado, como fala o próprio professor. Faz dessa forma até a centena.

Imagem 50 – Subtração da unidade.

Fonte: Sakay (2011).

Passa, então, a fazer a subtração na casa das unidades.

> - Agora aqui! Eu tenho quantas unidades?
> Alunos: - Nove!
> - Vou ter que tirar quantas?
> Alunos: - Oito!
> Vai sobrar quantos? Um.
> Vou ter que tirar oito. Começa a retirar, contando: - Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito.
> Então, tenho nove lá em cima, mais? Não tenho!
> - Esse um aqui vai pra baixo! Então, aqui embaixo vai ficar com um (coloca o numeral um na unidade).
> - Tinha nove, oito ficou aqui, um ficou aqui (diz apontando para o QVL).
> - Beleza, tranquilo! (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Como estamos tratando de uma atividade envolvendo o sistema monetário em um contexto de subtração, em que o processo de troca era necessário, uma possibilidade a ser cogitada é a ideia de realizá-la a partir das ordens maiores, uma vez que todo o processo de troca foi feito primeiro para, posteriormente, ser realizada a subtração propriamente dita. Quando trabalhamos desta forma, estamos negligenciando uma informação importante, o cálculo mental que os alunos desenvolvem é a partir dos valores maiores para os menores.

O professor, então, continua o processo, agora fazendo a subtração das dezenas.

Imagem 51 – Subtração da dezena.

Fonte: Sakay (2011).

- Lá nas dezenas eu tenho quantas?
Alunos: - Nove.
- Tenho que tirar quantas?
Alunos: - Três.
- Três! Então vamos lá!
Começa a retirar cédula por cédula, contando - Uma, duas, três!
- Vão descer quantas?
- Seis. Tirei três, quanto falta pra nove? Seis “né”! (Pega as notas e começa a contar com a estratégia de complementação, contando nota por nota que vai descer).
- Quatro, cinco, seis, sete, oito, nove!
Começa a colocar no resto, na casa das dezenas: - Então sobraram seis dezenas, olha. Uma, duas, três, quatro, cinco, seis. Então, aqui embaixo fiquei com seis dezenas. (Coloca o algarismo seis).
- Continuo com nove lá em cima? (Diz apontando para o minuendo).
- De jeito nenhum. Agora lá em cima agora ficou zerado! Beleza! (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Então, o professor vai fazer o mesmo processo na centena para finalizar a subtração.

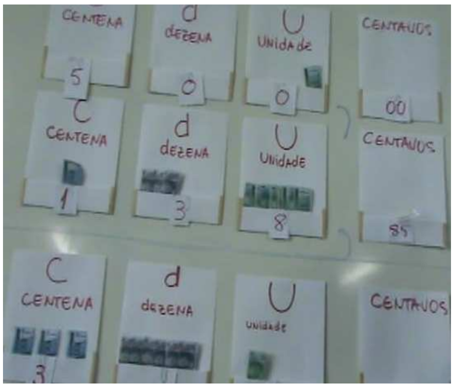
Imagem 52 – Subtração da centena.

Fonte: Sakay (2011).

- Aqui das quatro centenas eu vou tirar...? Uma!
Retira a centena e coloca no subtraendo dizendo: - Tirei uma, botei aqui. - Vou descer quantas?
- Vou descer as três, olha! Não sobraram três? Eu vou descer as três. Olha!
Retira as três que ficaram no minuendo e desce para o resto dizendo: - Uma, duas, três.
Pega a ficha com o algarismo três e coloca: - Aqui embaixo fiquei com três centenas. Tudo bem!
- Olha lá para a minha “conta”. Olha lá, não tem nenhum lá em cima.
Alunos: - Tem sim, tem cinco!
- Não tem não, mas eu deixei o cinco pra vocês verem a conta que nós fizemos.
- Nós tínhamos quinhentos reais e nós tiramos cento e trinta e nove e oitenta e cinco.
Um aluno corrige o professor: - Cento e trinta e oito.
- Opa, perdão, cento e trinta e oito e oitenta e cinco, certo? Sobraram trezentos e sessenta e um e quinze centavos. Juntando de novo todos os valores tem que dar quinhentos reais. (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Todo o processo executado pelo professor foi explicado passo a passo e de maneira detalhada. Poderia ter sido realizado por um aluno, mediado pelo professor, mas essa é a maneira que o professor costuma agir. Essa postura de centralidade adotada pelo professor não invalida a estratégia utilizada, que é didaticamente bem desenvolvida e possibilita a compreensão por parte dos alunos que estavam envolvidos no processo.

Imagem 53 – Representação final do QVL.



Fonte: Sakay (2011).

- Espera, pera aí. Não tem que entender mais ou menos. Hoje a gente vai ficar só por conta disso aqui.
Alunos: - Afff...
- Mas eu vou fazer dez vezes até todo mundo entender. Quem já sabe abaixa essa mão e fica quieto.
- Vou fazer a prova real dessa continha. Se eu juntar essas duas aqui de novo eu não tenho que ter os meus quinhentos reais (diz apontando para o subtraendo e o resto).
- Presta atenção que eu vou fazer de novo na frente de vocês. Oh.
Pega as moedas, que estão na coluna dos centavos, no resto e diz: -- Aqui eu não tenho quinze. Ah?
Aluno: - Sim.

> - Quinze com mais oitenta e cinco dá quanto?
> Alunos: - Um real!
> - Um real, certo! Beleza! Então, eu tenho um real de moeda, eu vou lá no caixa, ó, dou um real de moeda e pego um real de nota.
> Aponta para os centavos, no minuendo, e pergunta: - Um real pode ficar aqui?
> Alunos: - Não.
> Coloca, então, o um real na unidade do minuendo e fala: - Então tá aqui ó! Certo! Beleza! (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

Continua fazendo a prova real, juntando agora as quantidades da dezena.

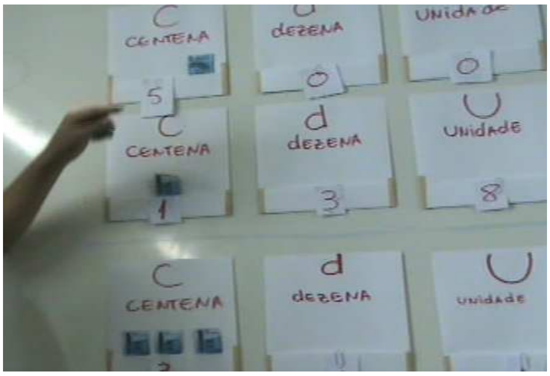
Imagem 54 – Processo de recomposição da prova real.

Fonte: Sakay (2011).

> Começa da unidade do subtraendo e do resto dizendo: - Agora eu tinha aqui um real aqui, com mais oito daqui, nove reais com mais esse um que eu formei daqui (aponta para os centavos) ficou com dez.
> Pega as dez notas na mão e aponta para a casa das unidades no minuendo e pergunta: - Pode ficar aqui? Pode?
> Alunos: - Não.
> O professor se dirige para a mesa para trocar: - Tenho que passar pra lá.
> - Vou lá e troco.
> Volta e se posiciona para colocar na casa da dezena do minuendo: - Peguei dez reais. Então tá aqui ó. Meus centavos viraram unidades, minhas unidades viraram dezena. Certo? (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

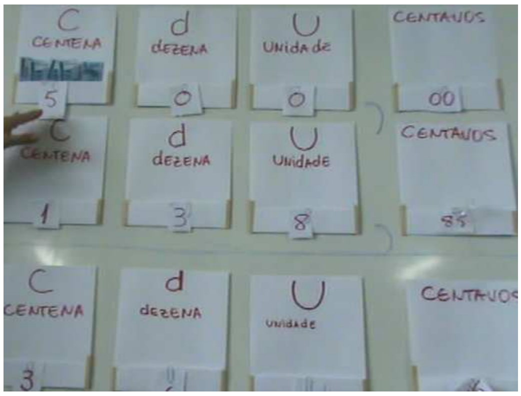
Passa, então, para as dezenas, desenvolvendo o mesmo processo de troca. Nesse momento, é importante observar que a recomposição da quantidade inicial reforça a composição decimal das quantidades.

Imagem 55 – Primeira centena recomposta.



Fonte: Sakay (2011).

Imagem 56 – Composição final dos R$ 500,00.



- Tenho seis dezenas aqui (resto), sessenta, com mais três dezenas aqui (subtraendo), noventa, com mais uma aqui (minuendo), tenho cem. Pode ficar aqui?
Alunos: Não!
- Não! Tenho que trocar.
Se dirige para o caixa e diz, já voltando: - Troquei as dezenas por centena (E coloca a centena no minuendo, na casa da centena).
Na casa da centena, no resto, pega as notas de cem e diz: - Tenho três aqui embaixo, com mais uma daqui (subtraendo), com a outra que já está lá, cinco. Voltei a ter as minhas cinco centenas, quinhentos reais. Acabei de fazer de fazer na sua frente, certo?
- Agora vamos fazer de novo essa subtração. (GV 09/85, em 19/4/2011, com tempo total de 13m06seg)

O professor, então, explica todo o processo novamente, iniciando do posicionamento dos quinhentos reais, a troca, a subtração e a prova real. Nesse momento, a atividade retomada tornou-se exaustiva para os alunos, pois levou muito tempo insistindo em situações já compreendidas pela maioria do grupo.

Percebe-se que as estratégias mentais utilizadas pelos alunos nos procedimentos de contagem do dinheiro estão vinculadas à forma de agir sobre os valores estabelecidos pelas cédulas, ao valor e uso social desse material para a compreensão conceitual do número racional positivo na forma decimal proporcionada pela Poupança Coletiva. Essa percepção ficou clara com a observação das estratégias de raciocínio mental adotadas pelos alunos nos momentos de contagem dos valores arrecadados na poupança. Como exemplo, podemos observar a ação da Jully, que trouxe três reais e oitenta e cinco centavos. A rotina da poupança era sempre a mesma. Os alunos iam na frente, contavam, diziam os valores e somavam até obter a quantia total de cada um. Com a repetição desse procedimento nos dias da poupança, pôde-se verificar a maneira como os alunos aprimoraram o processo de raciocínio mental envolvendo quantidades expressas na forma decimal.

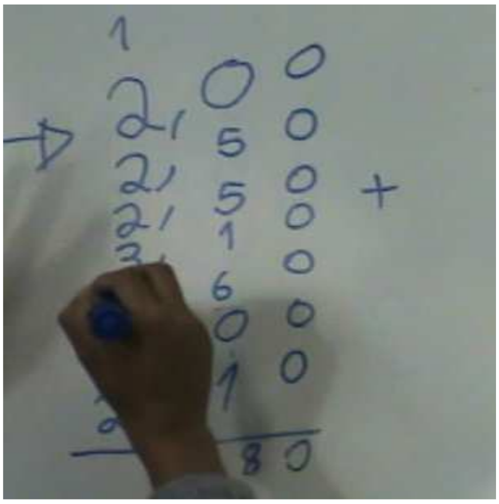
> Professor pergunta: - Quanto você trouxe Jully?
> Jully: - Três e oitenta e cinco.
> Ela fala o valor total e começa a contar pelas moedas de dez centavos: - Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa, um real.
> Jully ao fazer essa contagem demonstra que tem o pleno domínio de que cem centavos é igual a um real, ou seja, está implícita no processo de contagem a compreensão do significado de número racional positivo na forma decimal.
> Nesse momento, o professor interfere pegando a cédula de dois reais e empurra para o um real de moedas já contados, dizendo: - Três reais, não é isso?
> A aluna continua sua contagem com as moedas: - Vinte e cinco com mais vinte e cinco, cinquenta. (Juntou uma moeda de vinte e cinco e cinco moedas de cinco).
> Continua a contagem: - Sessenta, setenta, oitenta e cinco.
> Professor: - Pessoal, olha pra cá e solta o lápis! (GV 26/85, de 17/5/2011, com 4min3seg)

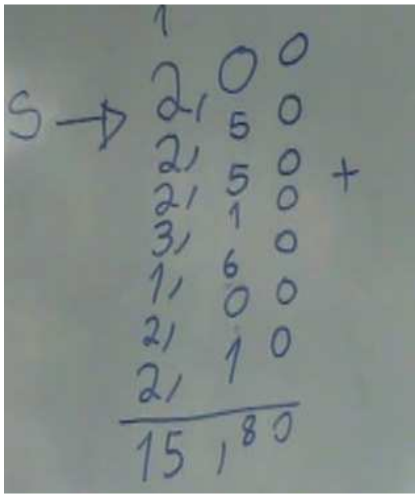
A compreensão dos agrupamentos e trocas vivenciadas pelos alunos, nos momentos proporcionados pela Poupança Coletiva, permitiu que a aluna expressasse a contagem acima. Ela estava com uma moeda de vinte e cinco centavos e, mesmo com várias moedas de cinco, não contou acrescentando os valores de cinco em cinco, o que seria mais cômodo para a maioria dos alunos, mas somou, ao final, uma moeda imaginária de vinte e cinco centavos à conta. A estratégia de contagem da aluna foi alterada. Acredita-se que, em outra situação de contagem, na qual houvesse simplesmente as quantidades ou os números, a aluna provavelmente não desenvolveria esse tipo de raciocínio com tal facilidade. Mas, com o auxílio do valor social que o dinheiro possui, agrega um significado que potencializa a aprendizagem do número racional positivo na forma decimal.

No dia 3 de maio de 2011, o professor faltou. Então, a pesquisadora ficou responsável pela turma e fez a Poupança Coletiva com os alunos. Fez o mesmo processo do dia 19 de abril. Só que os próprios alunos contaram e somaram no quadro. Colocou-se uma mesa na frente do quadro, o aluno Bento foi anotar as quantidades enquanto as sete meninas que trouxeram dinheiro faziam a contagem de suas moedas com a pesquisadora. Infelizmente, como estava comandando a filmagem, um aluno captou o áudio longe, ou seja, as falas dos alunos não foram gravadas com clareza. Deixar os alunos realizarem as atividades faz toda a diferença, pois cabe a eles o registro. Quando temos a oportunidade de mobilizar suas hipóteses acerca do registro de valores decimais não inteiros e sua forma de proceder para realizar as operações que a situação requer, a aprendizagem se dá de maneira mais efetiva.

As alunas contavam, falavam o quantitativo para Bento, que anotava no quadro. Ao final, ele fez a soma.

Imagem 57 – Bento soma o quantitativo das meninas.



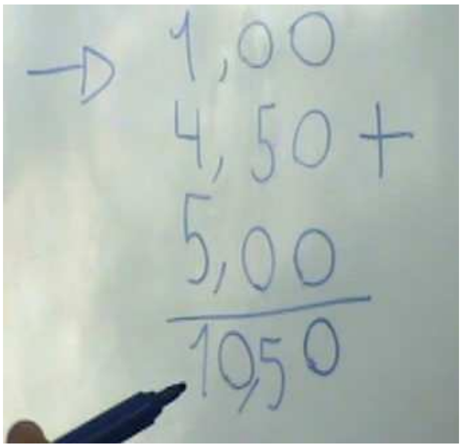


Fonte: Sakay (2011).

> Bento colocou o zero direto na casa do centésimo, depois disse: - Cinco mais cinco é dez; dez mais um onze, mais um doze, mais seis (contou nos dedos) dezoito.
> Colocou o oito no décimo e levou a um para as unidades.
> Somou as unidades juntando primeiro as quantidades iguais dizendo: - Dois, quatro, seis, oito, dez (mais um), onze (no três contou um a um) doze, treze, catorze e um, quinze.
> A pesquisadora conferiu o resultado da operação com os alunos e, apontando para o dinheiro em cima da mesa, disse: - Então tem que ter quanto aqui?
> Aluno: - Quinze e oitenta.
> Pesquisadora pergunta: - As meninas trouxeram...
> Alunos: - Quinze e oitenta. (GV 10/85, em 3/5/2011, com tempo total de 16m27seg)

João Paulo foi anotar o quantitativo que os três meninos trouxeram para a Poupança Coletiva no dia 3 de maio de 2011. Após anotar as três quantidades, o aluno somou.

Imagem 58 – Registro da soma de João Paulo.

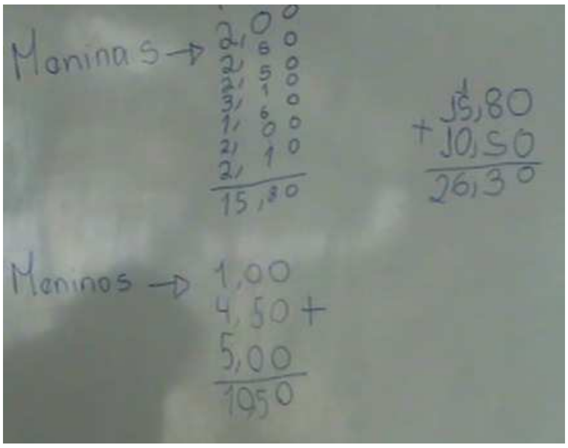


Fonte: Sakay (2011).

A soma realizada por ele foi tranquila, pois a quantidade era pequena. Ele fez a soma rápido e acertou o resultado, sem dificuldade.

Após a soma da quantidade arrecadada pelos meninos, a pesquisadora solicitou que a aluna Eduarda somasse as duas quantidades, para identificar quanto foi arrecadado no dia.

Imagem 59 – Eduarda soma o total da poupança.



Fonte: Sakay (2011).

Antes perguntou aos alunos: - As meninas arrecadaram quanto hoje?
Alunos: - Quinze e oitenta!
Pesquisadora: - E os meninos?
Alunos: - Dez e cinquenta!
E o total?
Alunos: - Vinte e seis e trinta. (GV 10/85, em 3/5/2011, com tempo total de 16m27seg)

O aluno Bento ficou responsável por conferir e colocar as quantias no envelope. Não foi possível registrar o áudio da sua conferência em função da filmadora ter ficado sob a responsabilidade de outro aluno, que sentava no fundo da sala no momento da conferência.

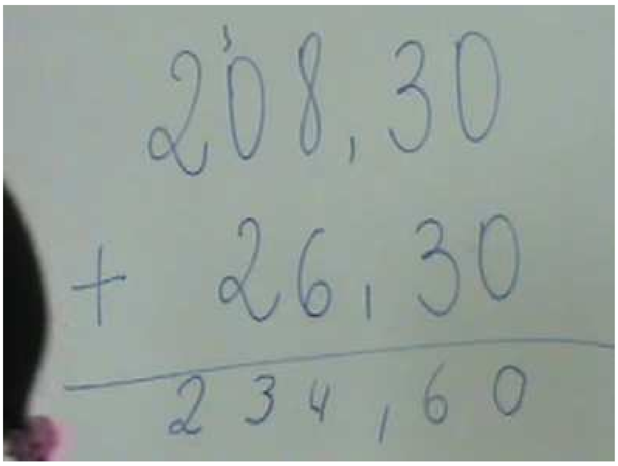
Novamente os alunos fazem a contagem e a soma sem dificuldade. A pesquisadora procurou envolver os alunos na realização das atividades. Ficou mais como auxiliar do processo, para verificar se os alunos estavam seguros quanto à resolução das situações da poupança do dia.

Constata-se, aí, que o agrupamento decimal, mesmo formando uma unidade, é conhecimento já construído. Reforçamos que este contexto é bem próximo ao do ano anterior, em que todos os valores têm duas casas decimais. Isto requer, no 5º ano (4ª série), o emprego de situações com diferentes números de casas decimais, o que ocorre de forma bem significativa em contextos de medidas, que devem ser contemplados no planejamento do professor.

A pesquisadora solicita que os alunos apurem o quanto a turma arrecadou até o dia 3 de maio de 2011. Solicita que a aluna Izana faça a soma no quadro. A autora pergunta aos alunos sobre os valores e escreve no quadro.

Izana resolve de maneira tranquila a operação. A soma dos centavos deu seis. Quando soma oito com seis, ela para e conta nos dedos. Acerta, coloca o quatro na unidade e leva o um para a dezena. Continua sem problema a soma do dois mais um. Repete o dois da dezena e acerta, sem dificuldade, a soma da poupança.

Imagem 60 – Soma do valor arrecadado por Izana.

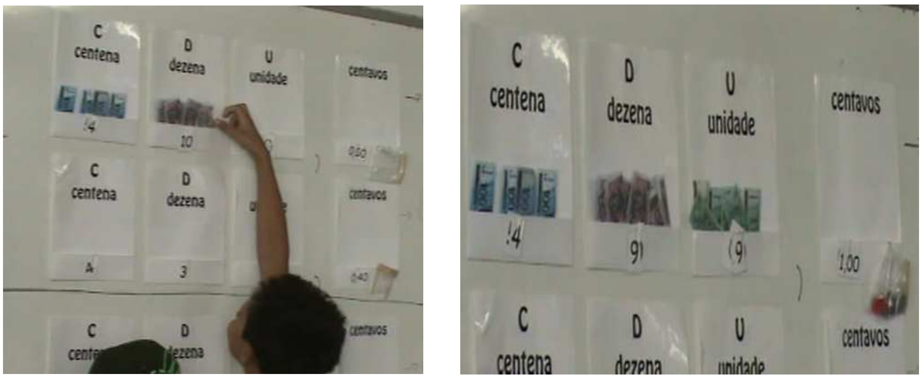


Fonte: Sakay (2011).

No dia 17 de maio de 2011, penúltimo dia da primeira etapa da poupança, a turma havia arrecadado R$ 439,40 dos R$ 500,00 que colocaram como meta para a formatura do PROERD. Para a última aula, faltavam R$ 60,60 para atingir a meta.

Nesse dia, os alunos Tales e Elias foram os responsáveis pela resolução da atividade no QVL da poupança. Os dois foram ao quadro para realizar a subtração do valor colocado como meta da etapa e o valor arrecadado até então. A aluna Bena ficou responsável pelo caixa, para fazer a troca da dinheiro.

Imagem 61 – Realização da subtração de decimais com Tales e Elias.



Fonte: Sakay (2011).

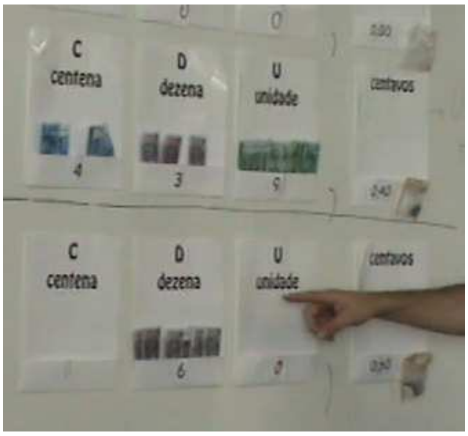
A etapa da retirada do minuendo para o subtraendo dos centavos foi fácil, pois os alunos tiraram os quarenta centavos do minuendo e colocaram no subtraendo, levando os sessenta centavos que sobraram para o resto. O professor aproximou-se dos dois alunos e ficou verbalizando e perguntando durante o processo. Os alunos fizeram o mesmo, retirando as nove unidades do minuendo, colocando no subtraendo, sem deixar qualquer cédula no resto. Tales era o aluno em ação. Bento ficou falando e observando o colega. Ele ficou responsável por ir ao caixa e realizar a troca. Na dezena também não foi diferente. Os alunos retiraram três notas de dez do minuendo e colocaram no subtraendo, levando as outras seis notas para o resto. Como na centena só havia as quatro notas de cem, as quatro foram colocadas no subtraendo, não sobrando qualquer valor no resto.

Imagem 62– Realização da subtração com Tales e Elias.

Fonte: Sakay (2011).

O professor retoma os valores da operação realizada. Dos R$ 500,00 (quinhentos reais), que era a meta de arrecadação até esse dia, a turma obteve R$ 439,40 (quatrocentos e trinta e nove reais e quarenta centavos), restando R$ 60,60 (sessenta reais e sessenta centavos) não arrecadados. O docente chamou a atenção para o vazio na casa das unidades, no resto, fazendo alguns questionamentos.

Imagem 63 – Explicação sobre a casa da unidade vazia.



Fonte: Sakay (2011).

> Professor: - Porque que aqui está aqui vazia?
> Alunos: - Porque não tem nenhum real.
> Professor: - Porque os meus sessenta reais estão agrupados aqui em seis dezenas, olha, uma, duas, três, quatro, cinco, seis. Diz contando uma por uma as notas de dez reais.
> Professor: - Não sobrou nenhuma unidade solta. E o que sobrou de centavos não chega a dar um real. Então não posso colocar aqui. Certo? Diz apontando para as unidades. (GV 10/85, em 17/5/2011, com tempo total de 15m07seg)

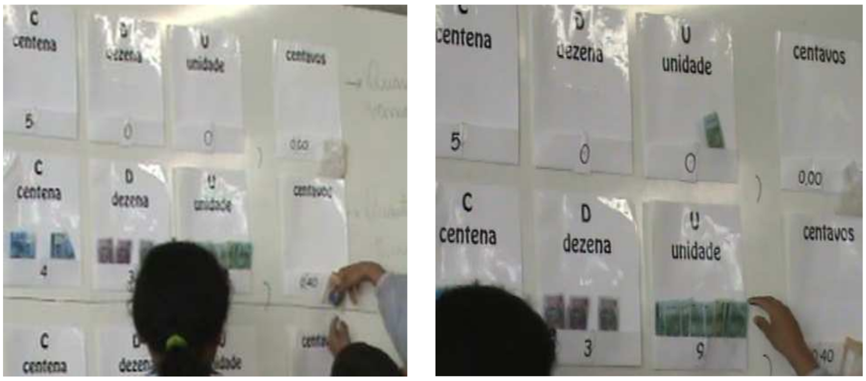
É interessante verificar a segurança dos alunos na realização das trocas de cédulas, quando ocorria a necessidade de desmembrar uma quantidade para possibilitar a retirada de um valor inferior ao inteiro da casa seguinte. Quando faziam a troca de um real por dez moedas de dez centavos, os alunos percebiam e fixavam a composição do número racional positivo na forma decimal.

Nessa explicação, o professor deseja que os alunos compreendam que a composição das quantidades no número racional na forma decimal segue a mesma lógica da formação do sistema de numeração decimal (SND) dos números naturais.

É importante evidenciar essa composição e decomposição, pois, quanto mais o aluno souber todas as propriedades do SND, melhor compreenderá as regras para operar.

O professor pediu aos alunos Alex, Vera e Bento que fizessem a prova real da subtração realizada. Eles foram ao QVL para atender a solicitação do professor. Bena voltou ao caixa para fazer o processo de troca do dinheiro. A função de Vera era ir até o caixa fazer as trocas e a de Alex auxiliar Bento na resolução.

Imagem 64 – Troca dos centavos por um real e junção destas cédulas para a troca por dez reais.

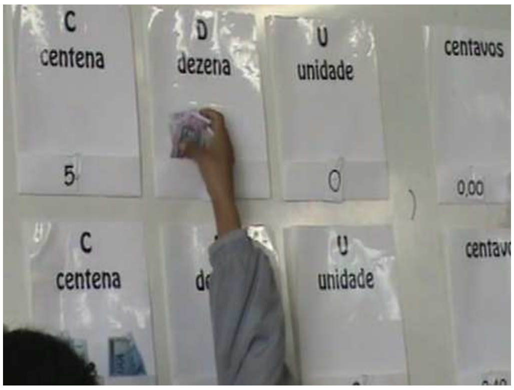


Fonte: Sakay (2011).

> O professor pede, então, para que Bento inicie. Bento, então, pega os sessenta centavos mais os quarenta centavos e pergunta: - Bento você tem quanto?
> Bento: - Um real.
> O professor solicita que Bento entregue para Vera para que ela possa trocar por um real.
> Quando Vera chega com um real entrega para Bento que o coloca na unidade.
> Professor pergunta a Bento: - O que você vai fazer?
> Bento não fala, mas pega os nove reais na mão, retira o real que havia trocado antes.
> O professor pergunta se pode ficar as dez unidades na casa da unidade.
> Alunos dizem: - Não, tem que trocar.

Vera pega os dez reais em cédulas de um real e vai trocar. Volta com uma cédula de dez reais.
Professor: - Muito bem virou uma dezena. Vai lá para cima. Bento coloca a cédula de dez reais na casa da dezena.
Professor: - Agora você vai somar as seis aí de baixo com as três de cima e ficou dez. Enquanto o professor vai falando, Bento junta as dez cédulas de dez reais e coloca na dezena no minuendo.
O professor, então, pergunta: - Mas pode ficar dez dezenas aí na dezena?
Alunos: - Não! (GV 36/85, em 17/5/2011, com tempo total de 3m39seg)

Imagem 65 – Junção das dezenas e troca pelas centenas e junção das centenas.



Fonte: Sakay (2011).

O professor pergunta: - Essas dez dezenas vão virar o quê?
Alunos: - Uma centena.
Bena, que está no caixa, retruca: - Virou não! Trocou!
Vera volta com a nota de cem reais e o professor fala: - Junte com as outras centenas.
Bento pega as três cédulas e junta com a que Vera trouxe e coloca na casa das centenas.
O professor, então, finaliza, dizendo: - Voltamos a ter então os quinhentos reais. (GV 36/85, em 17/5/2011, com tempo total de 3m39seg)

O processo de troca estava bem claro, tanto é assim que a aluna Bena retruca quando o professor fala “virou”, pois o processo de troca estava bem fixado. Consideramos fundamental esse passo para a compreensão da estrutura do número, seja ele natural ou racional.

Os erros relacionados às operações com os decimais podem ser resumidos nos apontados por Pérez (1997).

Algumas operações, com erros nos resultados, merecem uma atenção especial por parte do professor. Consideramos os seguintes exemplos:
a) 0,70 + 0,40 + 0,20 = 0, 130; 17,3 + 21,8 = 38,11
b) Encontrar um número 437,56 dez vezes maior. Resposta: 437,560
c) 3,15 x 10 = 30,150
d) 3,15 x 10 = 3,150
e) 2,3 x 2,3 = 4,9
f) 4 x 2,3 = 8,12
g) 2,12: 2 = 1,6

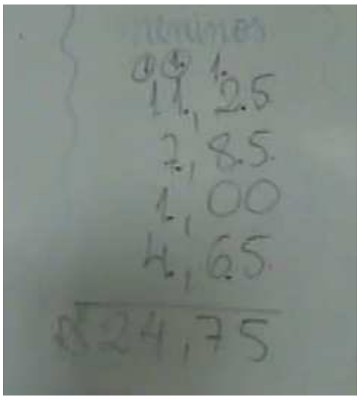
> h) Pergunta: Dos pares apresentados, qual operação tem a maior resposta?
> 8,4 x 4; 8 **:** 4
> 8 x 0,4; 8 **:** 0,4
> 0,8 **:** 0,4; 0,8 **:** 0,4
> Um bom número de alunos de todas as idades justifica que multiplicar é produzir números maiores e dividir produz números menores.
> Estes resultados, extraídos de diversos trabalhos citados na bibliografia, são encontrados com muita frequência em nossos alunos de 5º e 6º de E.G.B. e nos revelam como para estes alunos as regras que continuam funcionando são as dos números naturais, e que os números com vírgula são percebidos como pares de números naturais. Parece que os erros que cometem as crianças estão relacionados com certa maneira de compreender (PÉREZ, 1997, p. 137-138).

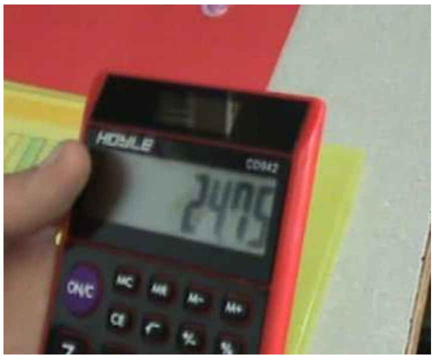
Os problemas registrados por Pérez (1997) na adição, multiplicação e divisão não foram identificados durante o desenvolvimento das atividades, mesmo em situações que não envolviam o SMB. Analisando os resultados apresentados na adição, nos parece que os alunos não aplicaram nem a regra do número natural, pois não houve avanço nas casas para a esquerda. Se a regra tivesse sido aplicada, ficaria correta a operação, se observado o posicionamento da vírgula. Percebe-se que, nos erros apontados nos algoritmos da multiplicação, os alunos aplicaram as regras do SND somente nas situações que envolviam as potências de 10, mas não levaram em conta o valor posicional e, consequentemente, o posicionamento da vírgula.

O uso da calculadora para a conferência dos resultados da Poupança Coletiva servia como validação dos valores encontrados. Era uma segurança para os alunos de que estavam fazendo certo os cálculos. O oposto também ocorria. Quando os alunos erravam o algoritmo, iam novamente à pasta à procura da quantidade encontrada na calculadora. Observamos que somente três alunos costumavam fazer o cálculo primeiro na calculadora para depois fazer no papel. Dentro das possibilidades e limites de observação, os demais utilizavam a calculadora somente para validar os resultados.

A calculadora foi utilizada, durante o período da pesquisa, como um instrumento auxiliar na conferência dos resultados dos algoritmos feitos pelos alunos e pelo professor no quadro. Eles sempre pediam ao Samir que conferisse os resultados. A calculadora de Samir passava na sala, de mão em mão.

Imagem 66 – Conferência do valor dos meninos na calculadora.





Fonte: Sakay (2011).

O Samir sempre está com a sua calculadora conferindo os resultados que o professor faz no quadro. No dia 17 de maio de 2011, o aluno fez questão de mostrar que também havia encontrado o valor correto trazido pelos meninos. Ele conferiu o resultado na calculadora.

Durante o período de observação, procuramos acompanhar mais de perto a aluna Sávia, que apresentava dificuldades desde o ano anterior, durante a realização das atividades de Matemática. Foi interessante observar como a calculadora deu a ela segurança para anunciar os resultados que achava. Depois da validação dos resultados que encontrava na calculadora, a aluna sentia-se mais segura para falar alto para todos na sala, como no momento da soma do total arrecadado no dia 17 de maio de 2011 pelas meninas, que foi de quarenta reais e cinquenta e cinco centavos. Como acompanhamos o processo de soma de todos os valores, realizado paralelamente à soma feita pelo professor no quadro, pudemos constatar a segurança com que a aluna utilizava corretamente a representação das quantidades, com o posicionamento do ponto no local certo. Isto pudemos perceber na quantia de três reais e cinco centavos, registrada na imagem abaixo.

Imagem 67 – Somatório e valor total da poupança das meninas feitos por Sávia.

Fonte: Sakay (2011).

O professor soma o total arrecadado pelas meninas no quadro. Sávia utiliza a calculadora para realizar a operação. Então, quando o professor está terminando, ela já está mostrando o resultado na calculadora.

Pelas observações e acompanhamento da evolução da aluna, cremos que o uso da calculadora auxiliou Sávia na compreensão dos valores do número racional positivo na forma decimal. Isto porque, ao digitar as quantias na calculadora, a aluna precisava saber o posicionamento correto do ponto, que separava o valor dos reais e o dos centavos. A realização desses cálculos todas as terças-feiras, fez com que Sávia conseguisse trabalhar de maneira eficiente com o número racional positivo na forma decimal, como pode ser verificado mais adiante quando ela consegue desenvolver todas as operações de um problema relacionado com medidas, elaborado pelo professor.

É importante fazer a ressalva de que, nesse dia, ao finalizarem a soma dos valores no quadro, os alunos perceberam, quando foram colocar o dinheiro no envelope, que havia uma moeda de cinco centavos na mesa do professor. Como o dono da moeda não apareceu, o valor foi acrescentado ao total de R$ 65,30 (sessenta e cinco reais e trinta centavos), que passou a ser de R$ 65,35 (sessenta e cinco reais e trinta e cinco centavos).

Ao terminar de fazer a soma na calculadora, Sávia confirmou que havia encontrado o mesmo valor. Disse ao concluir: - Mesmo tanto! (GV 27/85, de 17/5/2012, com 47seg)

O professor já havia desenvolvido uma atividade, registrada no vídeo de encerramento da primeira etapa da Poupança Coletiva, referente à arrecadação para a formatura do PROERD. No dia 24 de abril de 2011, houve a conferência da quantia total arrecadada nessa etapa.

Quadro 23 – Valor da 1ª etapa da Poupança Coletiva.

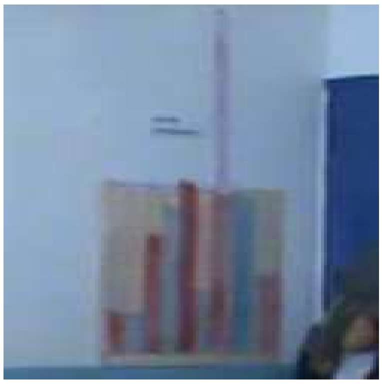
DATA	VALOR
1/4/2011	R$ 16,75
5/4/2011	R$ 16,05
12/4/2011	R$ 47,60
19/4/2011	R$ 58,45
26/4/2011	R$ 69,45

DATA	VALOR
3/5/2011	R$ 26,30
10/5/2011	R$ 139,45
17/5/2011	R$ 65,35
24/5/2011	R$ 33,05
TOTAL	**R$ 472,45**

Fonte: Sakay (2011).

A atividade realizada foi interessante, porque os alunos tiveram a oportunidade de visualizar diferentes formas de representação de um mesmo valor. O professor pegou a caixa em que estavam guardados os envelopes. O aluno Tales foi até o gráfico e os alunos com calculadora fizeram a soma total. No quadro, foi colocado o QVL da poupança para ser utilizado no final da atividade.

Imagem 68– Caixa e gráfico da Poupança Coletiva.



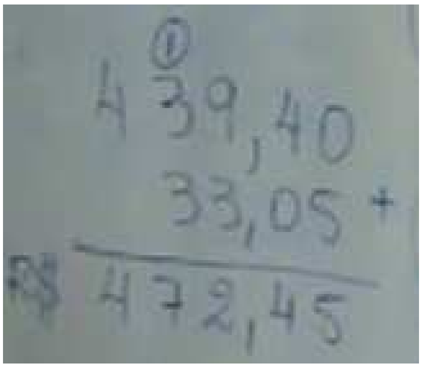
Fonte: Sakay (2011).

Tales, que estava diante do gráfico, dizia a data, obedecendo a ordem cronológica, e o respectivo valor poupado. O professor identificava o envelope, retirava da caixa e confirmava a data e o valor, de acordo com o informado.

Os alunos que possuíam calculadora iam somando, para que houvesse a validação coletiva do valor arrecadado até então.

O cálculo da quantia arrecadada no dia já estava no quadro, o que possibilitou fazer uma comparação entre o valor encontrado no quadro e o valor que os alunos encontraram na calculadora. Cerca de oito alunos não conseguiram somar até o final, se atrapalharam com as teclas da calculadora. Mas os que conseguiram ir até o fim confirmaram o valor que já estava registrado no quadro.

Imagem 69 – Algoritmo da soma total da 1ª etapa da poupança.



Fonte: Sakay (2011).

Para fechar a diversidade de representação e checagem, o professor realizou a subtração da meta estabelecida (Quanto vamos juntar) menos o valor poupado (Quanto já temos) e o restante que não foi arrecadado (Quanto falta).

Imagem 70 – QVL da poupança com o total poupado e o que faltou.

Fonte: Sakay (2011).

Essa atividade possibilitou aos alunos uma vivência na qual constataram que um mesmo número pode ser representado de formas diferentes. A ação abriu perspectivas diferenciadas de compreensão, pois, no universo das crianças da sala de aula, algumas compreendiam todas as formas ali trabalhadas, outras compreendiam melhor a representação do numeral decimal com o sistema monetário, e outras resolviam sem problema todos os algoritmos.

Uma atividade de divisão que foi desenvolvida no dia 30 de agosto de 2011 também foi utilizada para explorar e fixar o número racional em sua representação decimal. O professor solicitou que os alunos sentassem em duplas, pegassem o dinheiro sem valor que possuíam na caixa Matemática e fizessem um QVL pequeno, em folha de caderno mesmo. Passou algumas situações de divisão, que envolviam quantitativos próximos aos valores que deveriam poupar durante o ano.

Imagem 71 – Alunos em dupla com o dinheiro e o QVL.

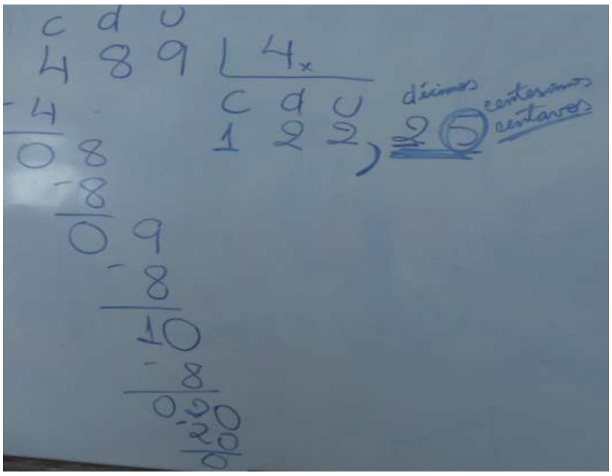
Fonte: Sakay (2011).

Essa atividade foi filmada por um aluno que não ligou o áudio. Perdeu-se, portanto, uma oportunidade para aprofundar a discussão. Mas o que foi presenciado mostrou para a pesquisadora que os alunos estavam realizando a soma e a subtração, com trocas e composição de quantidades envolvendo o racional na forma decimal, sem grandes dificuldades. Esse procedimento de permitir que os alunos filmassem foi uma maneira encontrada pela pesquisadora para naturalizar a presença da filmadora em sala. Trouxe alguns inconvenientes, como o aqui relatado, mas a estratégia foi positiva.

No dia 30 de agosto de 2011, o professor passou algumas divisões que envolviam quantidades que teriam como resultado o número racional na forma decimal. Solicitou da pesquisadora o auxílio para verificar como os alunos estavam resolvendo as questões em suas carteiras. Foi uma atividade em que os alunos fizeram dez divisões numa folha para o professor. Não houve qualquer contexto significativo para o desenvolvimento da atividade. Foi mais um improviso, algo que não seguiu o planejamento. Neste dia, o professor começou a fixar os nomes utilizados para designar as ordens na representação do racional na forma decimal, ou seja, o décimo, o centésimo e o milésimo. Passou a utilizar essa nomenclatura, juntamente com o centavo, de maneira a formalizar o conhecimento dentro da especificidade exigida pelo conteúdo.

Os alunos resolveram as operações sem dificuldade. Logo o professor foi até o quadro corrigir. Como pode ser observado na imagem abaixo, o professor coloca no divisor o valor com a indicação das ordens, bem como no resultado.

Imagem 72 – Resolução da divisão pelo professor no quadro.



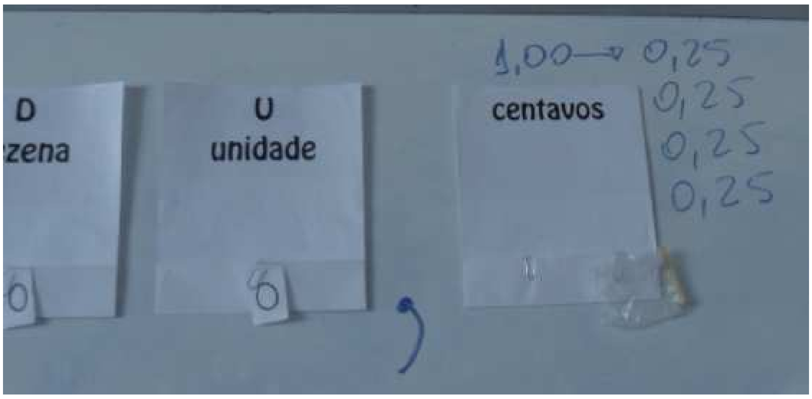
Fonte: Sakay (2011).

O professor foi explicando passo a passo a divisão das quatro centenas, colocando o resultado de uma centena, as oito dezenas, que resultaram em duas dezenas para cada um, e as nove unidades, que resultaram, por sua vez, em duas unidades para cada um. Por fim, a sobra: duas unidades. O procedimento adotado merece ser ressaltado, principalmente porque trabalha com a composição decimal dos números. Ou seja, com a utilização dos símbolos c (centena), d (dezena) e u (unidade), tanto no dividendo quanto no resultado, o que reforça um conhecimento necessário para a compreensão do número racional positivo na forma decimal. Quando dividimos o 4 (centena) por 4 (unidade), vamos obter como resultado centena. Levar os símbolos tanto para o divisor quanto para o quociente é fundamental para que o aluno compreenda porque, às vezes, é necessário utilizar a centena e a dezena, por exemplo, para poder dividir e dar uma quantidade inteira. No tocante à divisão acima, temos quantidades inteiras suficientes para dividir para cada uma das pessoas até as unidades. Mas sobra um resto, que pode continuar sendo dividido. Neste caso, 2 (duas unidades), que não se pode dividir de maneira inteira para as quatro pessoas. Assim, o professor passa a utilizar as moedas para explicar como fazer esta divisão, porque, no contexto do SMB, dá para dividir R$ 2,00 para quatro pessoas.

Quando chegou nessa etapa, ele aproveitou o QVL que estava no quadro e explicou para os alunos, utilizando o exemplo de R$ 1,00 dividido para quatro pessoas. Ele primeiro trocou por moedas de R$ 0,10 e distribuiu duas para cada aluno. Sobraram duas moedas. Então, ele perguntou para os alunos em quantas moedas poderia dividir os R$ 0,20 para dar uma para cada um dos quatro alunos. Os alunos disseram que ele poderia dividir por quatro moedas de cinco centavos. O professor fez isso e colocou o valor de cinco centavos, escrevendo centavos ou centésimos. Dessa forma, finalizou a divisão.

Podemos observar que a utilização do QVL auxilia na sistematização dos desagrupamentos e trocas entre as casas decimais, que é exigida nas quatro operações, seja no domínio dos naturais ou dos racionais na forma decimal.

Imagem 73 – Resolução da divisão de R$ 1,00 pelo professor no quadro.



Fonte: Sakay (2011).

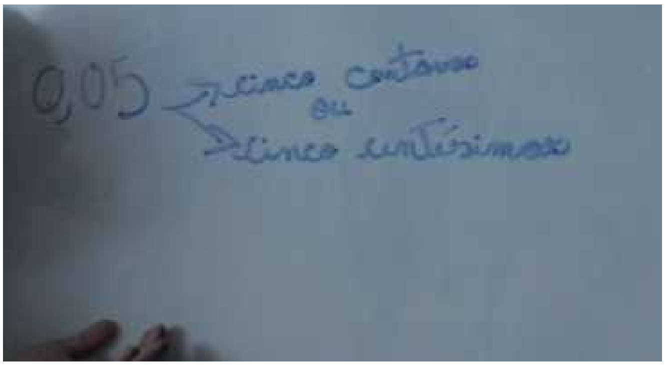
Depois foi ao quadro e perguntou aos alunos que moedas ele poderia utilizar para dividir exatamente um real para cada pessoa sem sobrar nada. Os alunos imediatamente responderam: moedas de vinte e cinco centavos. Ele escreveu no quadro essa representação, logo acima do QVL. Os alunos perceberam, então, que era a mesma divisão, só que haviam feito em duas etapas na operação.

> No que se refere especificamente aos números inteiros e fracionários e às quatro operações, é desejável, nesse nível de ensino (1º ciclo), que os alunos adquiram a competência Matemática que lhes permita uma clara compreensão do sistema de numeração de posição e do modo como este se relaciona com os algoritmos das quatro operações. Com esse fim em mente, devemos facultar aos alunos um vasto e diversificado conjunto de experiências e vivências que lhes permitam adquirir capacidades de reconhecimento dos números inteiros e decimais, da existência de diferentes formas de representação deles e de suas equivalências, bem como adquirir a aptidão de utilizar as propriedades das operações em

> situações concretas, particularmente quando facilitam a realização de cálculos (RIBEIRO, 2011, p. 410).

Nesse mesmo dia, fotografamos uma correção em que Jully apresentou dificuldades. O professor solicitou que ela fosse ao quadro representar as quantidades faladas. Ela ficou em dúvida com a representação de cinco centavos. O professor perguntou como ela escreveria cinco centavos. Ela escreveu. Ele solicitou que ela registrasse nas três formas abaixo. Segue o que a aluna escreveu.

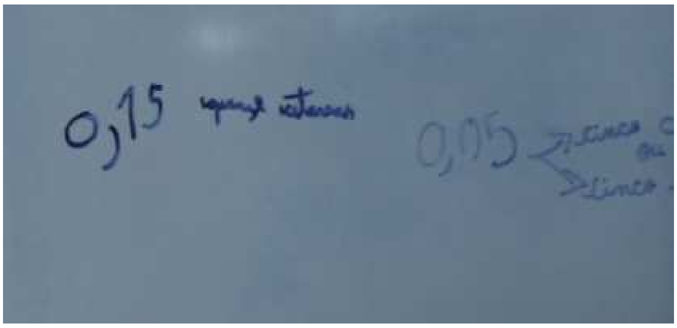
Imagem 74 – Representação de R$ 0,05 por Jully.



Fonte: Sakay (2011).

Jully foi ao quadro e fez a representação em centavos em número racional, na forma decimal, com a escrita em numeral e por extenso. Essa atividade desafiou os alunos a realizarem outras escritas. Então, o professor resolveu ditar quantidades em representações diferentes. Ditou para Sávia escrever quinze centavos.

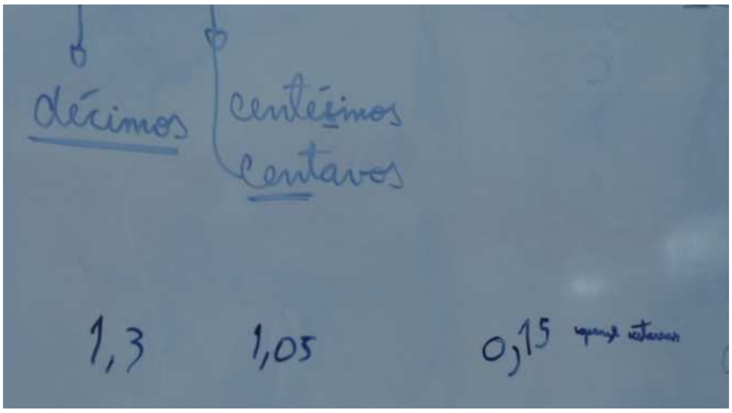
Imagem 75 – Representação de R$ 0,15 por Sávia.



Fonte: Sakay (2011).

Ela foi até o quadro e escreveu em numeral e por extenso. Só se esqueceu de colocar o cifrão para representar a moeda. O professor ditou para ela um inteiro e três décimos e um inteiro e cinco centésimos.

Imagem 76 – Representação de R$ 1,3 e R$ 1,05 por Sávia.



Fonte: Sakay (2011).

Pelo registro realizado, podemos observar que Sávio conseguiu representar corretamente os valores ditados pelo professor. O grau de dificuldade dos números ditados é diferente, pois um inteiro e cinco centésimos requer conhecer o valor posicional do número para não cometer o erro de representar com um inteiro e cinquenta centésimos. Os quinze centavos possuem significado, assim como os demais números, quando é feita a ponte com o SMB. Traduzida por extenso ou por meio do número racional positivo na forma decimal, a leitura do significado requer dos alunos uma compreensão da estrutura do número e, principalmente, o estabelecimento de relações entre os nomes das ordens e seus valores. Quando os alunos apresentavam dificuldade nesse aspecto, utilizávamos como ponte o conhecimento social do dinheiro, para que pudessem significar essa representação. Sempre obtínhamos sucesso.

É o momento em que o valor monetário e o seu registro ganham estatuto de número racional positivo na forma decimal, o que é altamente relevante nesta aprendizagem.

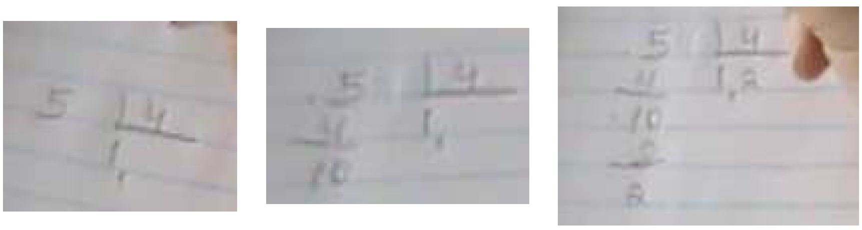
> Quando pretendemos abordar as frações e os decimais, podemos fazê-lo conjuntamente ou de forma isolada. Considero que essa abordagem deverá ser efetuada de modo conjunto, de maneira a explorar as relações existentes entre ambos e a permitir que os alunos construam e se apropriem dos conceitos de ordem e de equivalência entre eles, bem como das equivalências entre representações. De modo a facilitar a aprendizagem, a construção de conhecimento e a aquisição do hábito de argumentar, devemos, como facilitadores das aprendizagens dos alunos, facultar-lhes a possibilidade de utilizarem materiais manipuláveis, modelos e situações do mundo real (por exemplo, o dinheiro, nomeadamente por meio de folhetos de supermercado, compra de bilhetes de transporte e de espetáculos etc.) (RIBEIRO, 2011, p. 414).

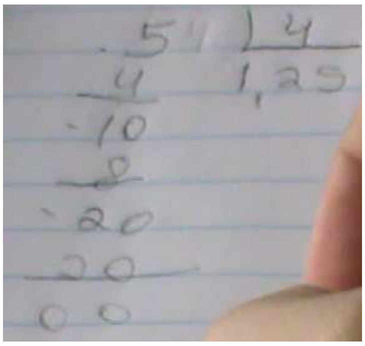
O estabelecimento de relações entre as várias formas de representação de um número racional positivo na forma decimal, em contextos significativos para o aluno, e principalmente com a exploração de uma metodologia que dê suporte à construção das etapas de aprendizagem, como a divisão apresentada pelo professor aos alunos, facilita a aprendizagem. A sapateira estendida (BATISTA, MUNIZ e SILVA, 2002) é um exemplo de material didático.

A divisão dos decimais não foi muito enfocada, mas o professor passou, em quatro oportunidades, divisões que exigiram dos alunos a aplicação do número racional positivo na forma decimal ao invés do número natural, como é previsto no currículo da escola. O aluno Jonas era inseguro quanto à sua capacidade de aprender e parecia ter um nível de ansiedade maior com relação à Matemática em comparação com as outras disciplinas. Esse ponto foi conversado com os pais. Mas acreditamos que o maior problema era a formação Matemática do pai do aluno. Quando ia ensinar o filho, o fazia por meio de macetes e dicas. Esse fato prejudicou o aluno, porque ele sentia a necessidade de dominar rapidamente os conteúdos e agia de maneira insegura com relação ao que já dominava e conhecia em Matemática. No dia em que o professor passou várias frações para que fizesse a divisão como atividade de casa, ele fez, mas não se sentiu seguro. O aluno pediu à pesquisadora ajuda para compreender esse novo tipo de divisão, ou seja, ele não havia conseguido dominar o conteúdo somente com a explicação dada pelo professor no dia em que este passou a atividade no quadro.

A atividade do professor consistia em, a partir de uma fração, realizar a divisão, para que pudesse saber qual o valor equivalente dessa quantidade numa representação decimal. Novamente foi utilizada a ponte do SMB para significação dessa operação, como pode ser constatado no diálogo estabelecido entre o aluno e a pesquisadora. A divisão era 5/4 e foi realizada no dia 31 de novembro de 2011.

Imagem 77 – Resolução da divisão de Jonas.





Fonte: Sakay (2011).

Aluno: - Eu não entendi, porque eu só sei fazer assim, um número maior, sabe.
Vamos fazer ela aí no seu caderno. Cinco dividido por quatro.
O aluno vai e escreve a divisão no caderno: - O que você não entendeu?
Aluno: - Como resolver isso aqui. O cinco por quatro.
- Bom, vamos pensar: Cinco reais dividido por quatro dá quanto para cada um?
O aluno diz: - Um. O aluno escreve o um no quociente e já coloca a vírgula também.
Quantos reais você usou?
Aluno: - Quatro?
- Sim, foi quatro. Você tira quatro de cinco e sobra quanto?
Aluno: - Um.
Quando ele escreve o um no resto a pesquisadora pergunta: - Sobrou um real. Dá pra dar inteiro um real pra cada?
Aluno: - Não. Ao falar ele já coloca o zero, formando o 10.
Então pergunto: - Você trocou por quantas moedas?
Aluno: - Dez?
- Sim, você trocou por 10 moedas. Dez moedas de quanto?
Aluno: - De dez.
- De dez o quê?
Aluno: - Dez centavos.
- Essas moedas de dez centavos dá quanto para cada um? Quantas moedas de dez centavos pra cada um?
O aluno pensa e diz: - Dois.
-Duas. Nesse momento ele posiciona o 2 no quociente e eu pergunto: - Você vai usar quanto?
O aluno coloca o oito embaixo do dez e começa a operar.
- E sobrou quanto agora?
Aluno: - Duas.
Eu então falo: - Agora você vai trocar por de um centavo agora.
Ele novamente não fala só escreve o 20. Então falo: - Então vai ficar vinte centavos.
Ele começa, então, a falar a tabuada: - Quatro “veis” um quatro; quatro “veis” dois oito; quatro “veis” três doze; quatro “veis” quatro dezesseis; quatro “veis” cinco vinte; quatro “veis” seis vinte quatro... Quatro “veis” cinco vinte.
Ele, então, coloca o cinco no quociente, vai e coloca o vinte no resto para retira e opera colocando o zero, zero.
- Deu quanto pra cada um
Aluno: - Deu um e vinte cinco.
- Deu um real e vinte cinco. Um real e vinte e cinco centavos.
Aluno: - Assim, eu tenho quatro, cinco pra distribuir pra quatro, aí eu, eu o que sobrar... eu...
- O que for menor que um vai depois da vírgula, o que for menor que um real.
Aluno: - Esse um aqui, é o que vai ficar, ganhou?

> - Sim o que cada um recebeu.
> Aluno: - Ah! Entendi, vai ficar com um e vinte cinco. Entendi.
> - É, cada um vai ficar com um real e vinte e cinco centavos. (GV 80/86, em 31/11/2011, com tempo total de 7m32seg)

Ao dizer “Eu não entendi porque eu só sei fazer assim, um número maior, sabe”, está se referindo às situações que envolvem a fração imprópria.

Em uma pesquisa realizada por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1998) questionam que o domínio da técnica na execução do algoritmo não significa compreensão do sentido da operação e também do seu uso em situações concretas. Mas o que conseguimos observar foi indícios do entendimento do sentido da operação utilizada em situações concretas, significativas. O aluno Jonas consegue compreender, principalmente porque vivenciou vários momentos de manipulação, contagem, troca de cédulas e moedas, o que permitiu a ele dar significado ao algoritmo e ao processo da divisão.

As sugestões apresentadas no Módulo do PIE (BATISTA; MUNIZ, SILVA, 2002) frisam a importância da criação de situações-problema, com embalagens e encartes. Recomendam ainda que o professor utilize, pelo menos, três formas de representação concreta, trabalhando os dois conceitos ou ideias que estão associados à divisão: o de partilha e o de medida.

> O primeiro conceito ou ideia de divisão associado à partilha é explicado por meio de um exemplo: tenho 6 chocolates e quero repartir entre duas crianças. Nesta situação eu já sei quantos grupos vou formar. Tenho 2 grupos. Neste conceito, o divisor sempre será um número natural. O segundo conceito ou ideia de divisão é o de medida. Utilizando o mesmo exemplo, podemos perguntar: tenho 6 chocolates e quero dividi-los de dois em dois. Em termos numéricos é a mesma coisa, entretanto, a ideia que está embutida nesta situação é: quantas vezes o 2 cabe no 6?
> Na situação de partilha, o divisor indica sempre o número de grupos, enquanto que, na medida, o divisor diz quantos objetos por grupo. Na partilha, buscamos saber quantos elementos daremos para cada grupo, enquanto que, na medida, buscamos saber quantos grupos poderemos formar (BATISTA; MUNIZ, SILVA, 2002, p. 71).

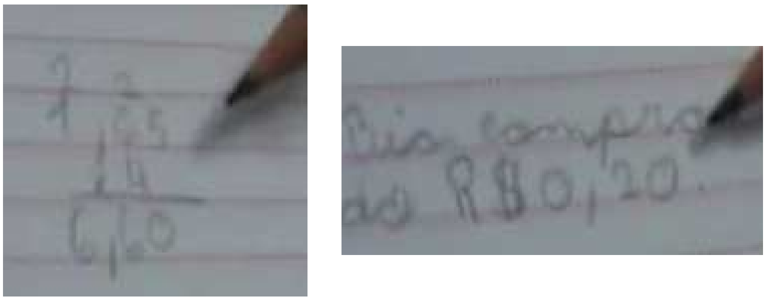
Uma situação de multiplicação que também merece ser ressaltada ocorreu em um problema colocado no quadro pelo professor, no dia 21 de novembro de 2011. O problema era: “Lúcia e Bianca resolveram fazer compras. Lúcia foi ao Big Box e comprou 1 pacote de 1kg de macarrão por R$ 6,80. Já Bianca foi ao Extra. Lá encontrou uma promoção de macarrão (250g) por R$ 1,65 e resolveu levar 4 pacotes (1kg). Qual das duas comprou mais barato o quilo do macarrão? Quanto foi economizado?”

Mesmo em questões que envolviam medidas, as situações com o SMB prevaleciam.

Antes que o professor resolvesse no quadro, vimos e filmamos como alguns alunos estavam fazendo a resolução da atividade. Apresentamos as soluções de três alunos para mostrar como o grupo se saiu.

A aluna Bena já havia feito a questão. Então, sentamos perto dela e pedimos que explicasse como havia resolvido. Ela travou o seguinte diálogo com a pesquisadora para explicar.

Imagem 78 – Resolução da multiplicação de Bena.



Fonte: Sakay (2011).

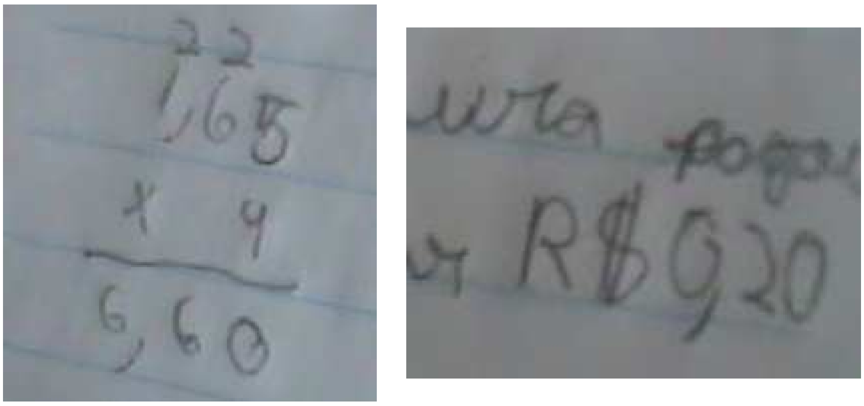
> - Ah... Qual das duas comprou mais barato? A Bianca comprou barato porque ali a promoção era de um e cinquenta. (Ela falou errado, mas fez certo e falou certo mais adiante). Ela tinha que levar quatro pacotes. Aí eu peguei e fiz quatro vezes um e sessenta e cinco. Aí descobri o preço que era seis e sessenta. Aí, aí o, o, quilo do, da o da Lúcia ia dá seis e oitenta. Daí ela levou mais barato, a Bianca. E o que foi economizado foi vinte centavos. Que daí oitenta, oitenta... sessenta, setenta, oitenta (fala contando). Aí vinte centavos. Tá certo? (GV 81/86, em 28/11/2011, com tempo total de 1m13seg)

Imagem 79 – Resolução da multiplicação e subtração de Lara.

Fonte: Sakay (2011).

- Quem comprou mais barato. Qual das duas compraram mais barato. Aí eu botei um e sessenta e cinco que a Bianca comprou. Eu sei que a Lúcia já tinha comprado seis e oitenta que tava escrito aqui. Que a Lúcia tinha comprado seis e oitenta. Que a Bianca tinha comprado macarrão de duzentos e cinquenta gramas por um e sessenta e cinco, aí ela levou quatro pacotes. Aí eu fiz, é... um e sessenta e cinco vezes quatro que deu seis e sessenta. Aí tava perguntando quanto foi economizado. Daí a gente tinha que fazer seis e oitenta menos seis e sessenta pra ver quanto sobrou. Aí sobrou vinte centavos. Que a Bianca comprou macarrão com o quilo mais barato e que elas economizaram vinte centavos. (GV 82/86, em 28/11/2011, com tempo total de 1m38seg)

Imagem 80 – Resolução da multiplicação e subtração de Lara.



Fonte: Sakay (2011).

Aluno: - Eu só multipliquei um e sessenta e cinco por quatro e deu seis e sessenta. Quem pagou mais barato? Aluno: - A Bianca. Quanto mais barato? Aluno: - Vinte centavos! (GV 83/86, em 28/11/2011, com tempo total de 1m31seg)

Dos alunos presentes no dia desta atividade, pudemos perceber, olhando nas carteiras, que somente cinco alunos resolveram de maneira errada o problema. A primeira parte do problema pedia cálculo de distância. Porém, como este tópico não integrava a pesquisa, a autora não explorou essa parte na explicação, pois não interferiria na segunda parte, que a interessava. Isto porque as multiplicações eram de um número natural vezes um número racional positivo na forma decimal, o que estava de acordo com o currículo da escola para esta série.

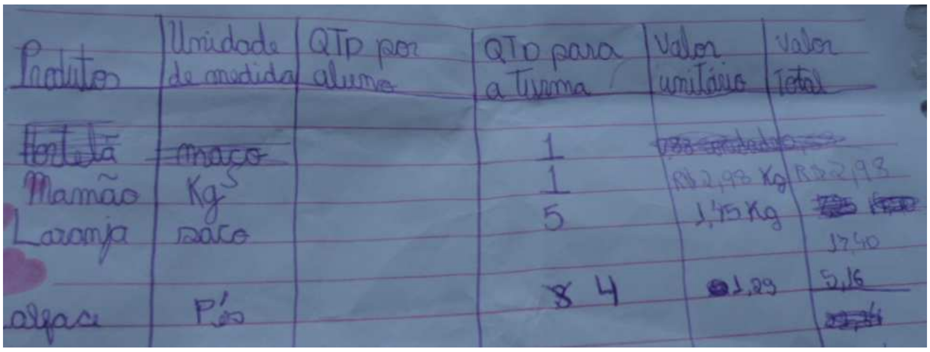
Para esse grupo de alunos, pudemos observar que o trabalho, mesmo realizado de forma diretiva pelo professor, apresentou resultados considerados acima da média em comparação com outros observados em testes feitos com alunos nessa faixa etária, como os já apresentados na introdução desta pesquisa. Como exemplo, podemos citar a pesquisa de mestrado envolvendo o número racional na forma fracionária e decimal, desenvolvida por Padovan (2000), que enumera algumas dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de operações com número racional positivo na forma decimal. Na adição, 20% dos alunos tiveram dificuldade principalmente com o valor posicional dos algarismos. Ou seja, não colocaram adequadamente os décimos e centésimos. Por isso, as situações propostas para os alunos devem contemplar operações aditivas com números que abranjam diferentes quantidades de casas decimais. Na subtração ocorreu o mesmo tipo de problema e com o mesmo percentual de alunos. A falha aconteceu em função do não preenchimento das ordens que estavam em branco com os zeros, o que levou ao erro de posicionamento dos algarismos no número. Na multiplicação, o percentual de alunos que erraram alcançou 92,5%. Houve erro principalmente na colocação da vírgula, sendo que alguns alunos colocaram vírgula embaixo de vírgulas e outros não colocaram a vírgula. Na divisão, 55% dos alunos apresentaram algum tipo de erro, principalmente na colocação da vírgula ou com relação ao resultado do quociente.

A partir da análise dos trabalhos realizados com os alunos desse grupo, percebemos que o progresso foi acima do esperado e que as crianças compreendiam o que faziam nos momentos de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Isto não foi uma unanimidade, mas podemos afirmar que mais de dezessete alunos demonstraram aproveitamento real nesse conteúdo.

A escolha das atividades de encerramento da penúltima etapa da Poupança Coletiva, como a atividade final a ser apresentada nessa categoria, ocorreu em função da riqueza desses momentos. Não apresentaremos essas ações nos mínimos detalhes por considerar que as discussões já mostradas são suficientes para identificar como o trabalho foi realizado.

Apresentamos primeiro o Piquenique Saudável, segunda etapa da Poupança Coletiva. A pesquisadora levou como sugestão para o professor um quadro para que a turma organizasse a quantidade de alimentos que deveriam comprar para a realização da atividade. O professor considerou que o tempo estava curto para que a atividade fosse feita da forma como estava planejada. Mas passou no quadro uma tabela para que os alunos anotassem e calculassem, juntos, as quantidades de alimentos que deveriam ser adquiridas. Assim foi feito.

Imagem 81 – Anotação da tabela da Lara.



Produtos	Unidade de medida	QTD por aluno	QTD para a Turma	Valor unitário	Valor Total
~~Hortelã~~	~~maço~~		1	[illegible]	
Mamão	Kg		1	R$2,98 Kg	R$2,98
Laranja	saco		5	1,75 Kg	17,40
					5,16
alface	Pés		8 4	1,29	[illegible]

Fonte: Sakay (2011).

Nessa tabela, anotaram os produtos, a unidade de medida, a quantidade para a turma, o valor unitário e o valor total. Fizeram cálculos aproximados, utilizando a quantidade de quilos e o valor de cada item, com o auxílio dos panfletos do supermercado próximo à escola, no qual fariam as compras.

A turma foi organizada em quatro grupos. Cada grupo, acompanhado por um adulto, ficou responsável pela compra de determinados produtos. No início da manhã do dia 28 de novembro, os quatro grupos se dirigiram ao supermercado para realizar as compras.

O professor levou os envelopes lacrados com o dinheiro, em uma mochila, para efetuar o pagamento das compras.

Imagem 82 – Equipe 1 fazendo compras.

Fonte: Sakay (2011).

Essa equipe comprou pães, queijo, presunto e iogurte. O segundo grupo ficou responsável por adquirir parte das frutas. Um bolsista acompanhou os alunos na aquisição de frutas em maior quantidade, como laranja, melancia, mamão e manga.

Imagem 83 – Equipe 2 fazendo compras.

Fonte: Sakay (2011).

Os alunos estavam com o folheto de propaganda e a calculadora. À medida que compravam, um do grupo fazia os cálculos para ter um valor aproximado quando fosse realizar o pagamento no caixa. O terceiro grupo foi acompanhado pela pesquisadora e o quarto pelo professor.

Imagem 84 – Equipe 2 com o folheto de propaganda.

Fonte: Sakay (2011).

Quando os grupos já haviam comprado todos os itens da lista, dirigiram-se a um caixa e passaram todas as compras. O professor foi pegando os envelopes pelos valores mais altos até completar o valor final da compra. Para não abrir um envelope que continha um valor maior do que o devido, o professor completou com R$ 5,00 de seu bolso. Os alunos pegaram as sacolas mais leves. Os alimentos foram transportados até a escola em um carrinho, acompanhado de um funcionário do supermercado. Isso só foi possível porque o supermercado situava-se na mesma quadra da escola.

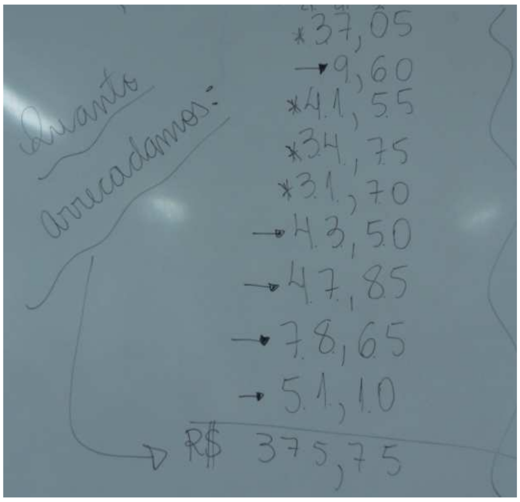
Ao chegarem, os alunos tiraram os produtos das sacolas. Os alimentos que precisavam ser lavados foram levados para a sala dos professores. Foram higienizados e, depois, retornaram à sala para preparação. Foi um trabalho árduo, mas o resultado foi prazeroso. Sob a supervisão dos adultos, os alunos fizeram a maior parte do serviço. A base do lanche foram os sucos naturais, as frutas e os sanduíches.

Imagem 85 – Preparação do lanche saudável para o piquenique.

Fonte: Lady (2011).

No dia 1 de dezembro de 2011 foi feito o balanço do que havia sido gasto, confrontando os valores dos envelopes que foram utilizados com o tíquete da compra realizada. A soma total dos envelopes está na imagem abaixo.

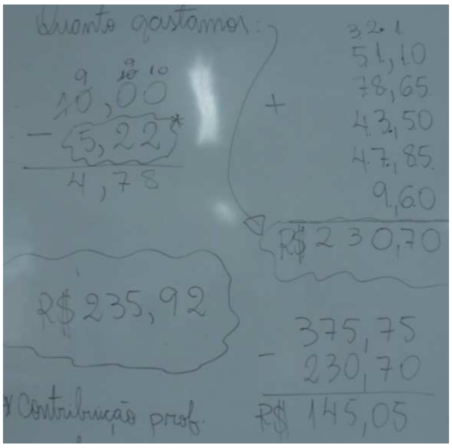
Imagem 86 – Total arrecadado.



Fonte: Sakay (2011).

O valor arrecadado foi de R$ 375,75 e o valor gasto foi de R$ 235,92. Na imagem abaixo, temos um resumo das operações realizadas.

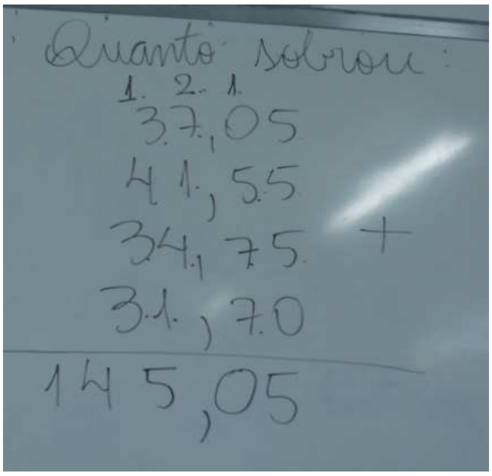
Imagem 87 – Resumo das operações.



Fonte: Sakay (2011).

O valor pago com o dinheiro arrecadado foi de R$ 230,70. Para não abrir outro envelope, o professor complementou com R$ 5,22. De forma que foram gastos R$ 235,92 na compra.

Imagem 88 – Soma dos valores dos envelopes que sobraram.



Fonte: Sakay (2011).

Do total arrecadado, sobraram quatro envelopes que, somados, deram um total de R$ 145,05, valor que ficou para a terceira etapa.

Para a terceira etapa, sobrou pouco tempo. Somente mais duas semanas, em que praticamente não houve o processo de arrecadação do dinheiro. Os alunos contribuíram com os valores necessários para irem ao boliche, local escolhido para encerrar o ano.

Pelas atividades desenvolvidas pelos alunos, a representação do número racional na forma decimal, utilizando as cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, atingiu o objetivo colocado para a série que consta no currículo, que é: leitura, escrita, comparação e ordenações de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (valor posicional, função da vírgula e representação dos números com vírgula; reconhecimento de números naturais e racionais no dia a dia; resolução de problemas envolvendo decimais com dinheiro com situações de adição e subtração; construção e interpretação de gráficos de colunas). Fazemos aqui uma crítica: as atividades ficaram limitadas a duas casas decimais. Isto fez com que as aprendizagens ficassem mais próximas da proposta curricular do 4º ano (3ª série). Tal fato ocorreu porque não houve uma ampliação para situações com medidas que também mobilizassem número racional positivo na forma decimal, no tocante ao registro e operações.

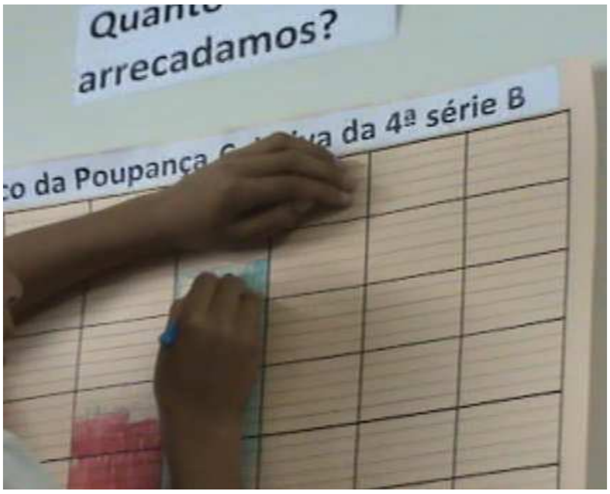
Tivemos a oportunidade de vivenciar uma experiência diferenciada na qual ocorreu a aproximação do uso social e escolar dos números racionais com as suas representações decimais e fracionárias. A seguir, revelamos a próxima categoria, que mostra um trabalho desenvolvido de maneira semelhante à anterior, mas que, a título de análise, será apresentada separadamente.

5.3.3 A conexão do número racional positivo na forma decimal com as frações

Apresentamos quatro atividades, desenvolvidas ao longo de 2011, em que houve a exploração didática da conexão existente entre o número racional em sua representação decimal e a representação fracionária. Essa forma de organização na apresentação dos resultados foi utilizada como estratégia de análise, mas não ocorreu a separação de conteúdos no processo de ensino.

O aluno Tales ficou encarregado de pintar o gráfico da Poupança Coletiva no dia 19 de abril de 2012. A quantia que deveria ser pintada era cinquenta e oito reais e quarenta e cinco centavos. Ele pintou até o cinquenta e oito. Então, a pesquisadora falou com o aluno.

Imagem 89– Pintura do gráfico da Poupança Coletiva.



Fonte: Sakay (2011).

> A pesquisadora pergunta: - E agora como você vai marcar quarenta e cinco?
> O professor também pergunta: - Como que a gente vai marcar quarenta e cinco centavos, Tales? Tem que dividir esse um real em quantas partes? (Questiona o professor, apontando para a linha que representa o cinquenta e nove no gráfico). (GV 08/85, em 19/4/2011, com tempo total de 3m56seg)

Essa atividade desenvolvida por Tales foi repetida em todos os dias da Poupança Coletiva, sendo considerada fundamental para a compreensão de que não existe somente uma forma para a representação de um valor. Nesse caso, o real foi representado em numeral e graficamente, o que permitiu uma compreensão da equivalência de representações diferentes.

O professor realizou uma etapa que poderia ser executada pelos alunos, mas, apesar de ser desenvolvida dessa forma, a mesma permitiu que as crianças compreendessem a ação.

Imagem 90 – Marcação para divisão da linha do gráfico.

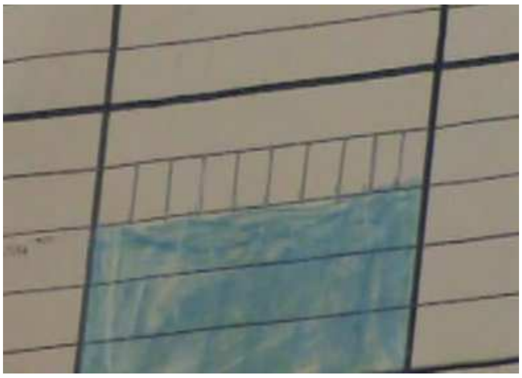
Fonte: Sakay (2011).

O professor aproxima-se mais da tabela. Pega uma tira dividida em dez partes iguais e que tem a mesma largura da coluna. Aproxima essa tira da linha do gráfico e inicia o processo de divisão da linha cinquenta e nove da coluna, que estava sendo pintada pelo aluno. Divide-a em dez partes iguais. Ao mesmo tempo, o docente trava o seguinte diálogo com o aluno Tales:

> O professor fala: - Aqui ó tem aquele mesmo espaço dividido em dez partes iguais, certo?
> Aluno: - Hum... hum (concordando)
> Professor: - Então vai fazer a marcação em cima e embaixo, tá? E começa a marcar com o lápis na linha debaixo contando: - Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.
> O professor continua: - Lá em cima agora! - Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez! Certo? (GV 08/85, em 19/4/2011, com tempo total de 3m56seg)

O aluno fica olhando o professor fazer. Quando termina de marcar, o docente busca uma régua.

Imagem 91 – Divisão da linha em dez partes.



Fonte: Sakay (2011).

> O professor vai até a mesa e pega a régua e une os pontos feitos, contando: - Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. Certo?
> O professor continua: - Você tem que pintar quarenta e cinco. Como se cada pedacinho fosse uma moeda de dez...
> O aluno então completa: - Centavos.
> O professor confirma: - Como se cada pedacinho fosse uma moedinha de dez centavos. Vamos lá, pinta quarenta e cinco. (Diz dando ênfase no cinco). (GV 08/85, em 19/4/2011, com tempo total de 3m56seg)

O aluno reassume, então, a atividade e realiza a pintura dos quarenta e cinco centavos no gráfico.

Imagem 92 – Pintura dos quarenta centavos.

Fonte: Sakay (2011).

> O aluno começa a pintar. O professor então fala: - Dez. Vai contando!
> Como o aluno não fala, ele então continua dizendo, à medida que o aluno vai pintando: - Vinte, trinta, quarenta! Mas é quarenta e cinco! Como você vai pintar esse cinco?
> Tales fala: - Metade.
> O professor completa: - Metade do quadradinho de dez! Não é isso! (GV 08/85, em 19/4/2011, com tempo total de 3m56seg)

Então, o aluno começa a pintar os cinco centavos. Ele escolhe uma forma de pintura diferente da esperada pelo professor.

Imagem 93 – Pintura dos cinco centavos.

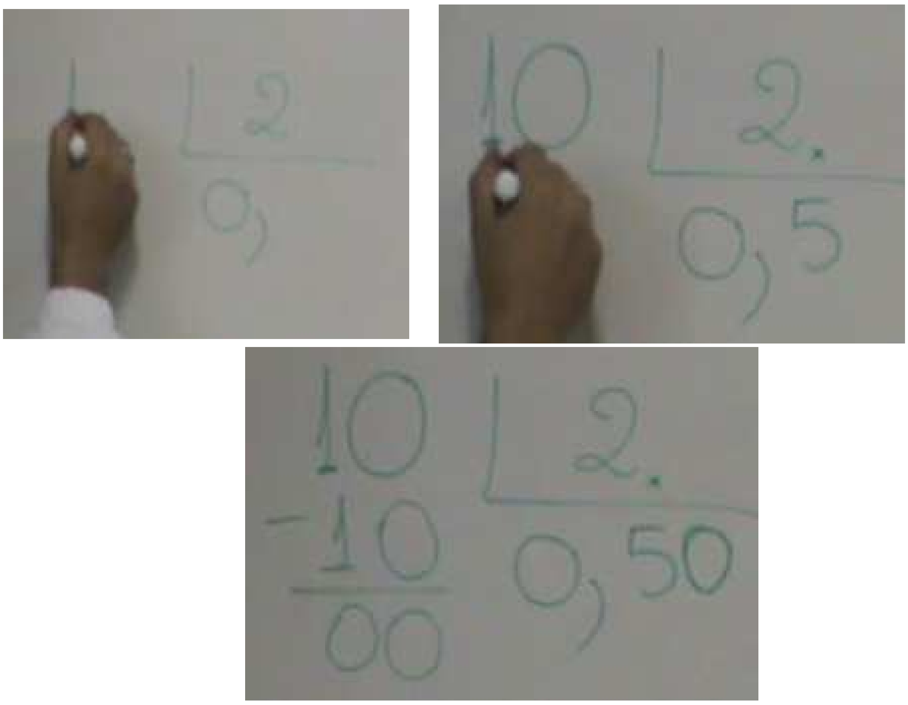
Fonte: Sakay (2011).

> Tales pergunta já pintando: - Pode ser assim? Ele pergunta porque está pintando dividindo no sentido horizontal o quadrinho.
> O professor então fala: - Você vai fazer a metade, a de baixo? Sim pode ser assim sim. Fica até mais claro não é tia Lady!
> O aluno confirma e, então, o professor diz: - Muito bem pode ser assim também.
> O aluno, então, faz a pintura. (GV 08/85, em 19/4/2011, com tempo total de 3m56seg)

É importante ressaltar nesse momento o processo desenvolvido. Quando o professor interfere na marcação e na concretização da divisão da linha nas dez partes iguais, é deixada de lado uma importante ação do aluno, mas, pelo que foi observado em sala de aula, os alunos mostraram indícios de que conseguiram, com o desenvolvimento da ação, compreender e fazer a divisão do inteiro e representar a quantidade do decimal na forma fracionária. Ressaltamos a riqueza expressa, possibilitada pela junção do uso do dinheiro com a representação fracionária, que consegue dar significado a uma representação complexa para a criança. Parece difícil o entendimento de que cada “parte” representa dez, mas, com o uso das moedas, essa representação vem carregada de significado, ou seja, cada parte representa a ideia de cada moeda de dez centavos e a metade é a representação de cinco centavos. Esse processo é reforçado também no momento da contagem e conferência das moedas, que possibilita a representação geométrica das quantidades. Acreditamos que uma atividade reforça a compreensão da outra.

No dia 28 de outubro de 2011, o professor corrigiu atividades que havia passado como tarefa de casa. Escolhemos a divisão da fração ½ com os alunos para mostrar a metodologia adotada. O professor escreveu a representação fracionária e, depois, armou a operação da divisão. Vejamos como ele desenvolveu a explicação para os alunos.

Imagem 94 – Divisão de ½.



Fonte: Sakay (2011).

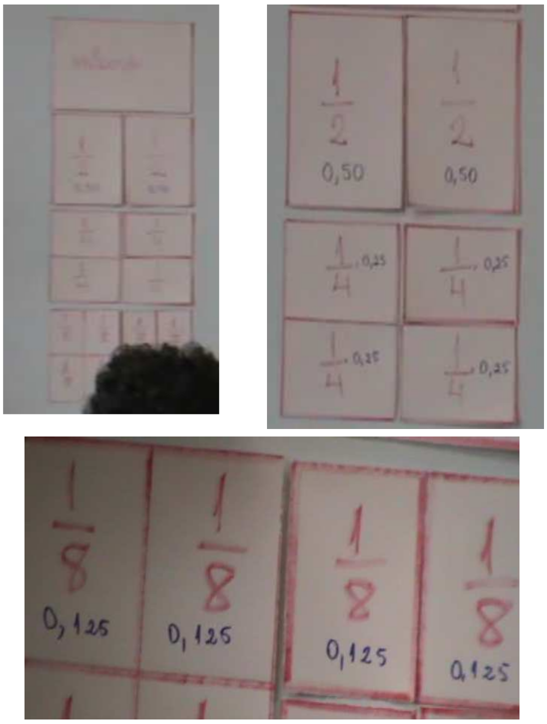
> - Eu vou dividir um por dois. Vai dar inteiro? Não vai, então eu coloco o zero e vírgula aqui (aponta para o quociente). Eu vou dividir o meu um... a gente não está fazendo números decimais?
> Alunos: - Sim!
> - Então eu vou dividir o um por dez. Eu vou colocar o zero aqui. (Escreve o zero no dividendo). Dividi em dez partes. Tudo bem? Certo?
> - Dez dividido pra dois...
> Aluno: - Cinco.
> - Cinco na casa dos décimos ó... Não são dez, eu não dividi dez? Dez décimos divididos para duas pessoas. Cinco décimos. Certo?
> - Cinco vezes dois?
> Alunos: - Dez.
> - Dez para dez não falta nada. Beleza?
> - Mas eu pedi para escrever até a casa dos centésimos. Cinco décimos é a mesma coisa que cinquenta centésimos. Tudo bem?
> - Então ½ é a mesma coisa que zero vírgula cinco, ou zero vírgula cinquenta.
> Aluno: - E tem que por o zero?
> - Não é que tem que colocar, tem uns que eu pedi até os centésimos.
> Jonas: - E tio? Tem algumas contas aí que continua pra toda vida. Eu coloquei uns pontinhos. (GV 046/85, em 28/11/2011, com tempo total de 9m33seg)

O professor faz a correção e diz os termos correspondentes ao número racional positivo na forma decimal. Os alunos ficam atentos. Sentimos a necessidade de, em alguns momentos, ser realizada a ponte com o significado do dinheiro, principalmente quando se coloca o zero na transformação. Durante a realização da poupança, sempre que o professor mencionava a transformação, a aluna Bena falava baixinho: "- Trocar, tá trocando". Percebemos que a fala do professor é um elo que permite uma melhor ou pior compreensão por parte do aluno. A verbalização calma, cuidadosa, que leva o aluno a transitar, acompanhar o processo, é importante. Nesse sentido, quando os alunos perguntavam ou questionavam algo, a pesquisadora conseguia se fazer compreender utilizando o conhecimento social do SMB para que eles pudessem significar a situação.

Na sequência da aula, o professor trabalhou com uma atividade envolvendo a representação fracionária e decimal do número racional. Mas, infelizmente, a atividade caracterizou-se pela atuação do professor e pelo pouco protagonismo dos alunos.

Nessa atividade, foram coladas no quadro umas fichas de frações confeccionadas pela pesquisadora para que os alunos constatassem a equivalência de frações por meio da comparação entre as figuras. No início da aula, houve a divisão dessas frações, para mostrar qual o valor que cada uma expressa por meio do número racional positivo na forma decimal. Para isso, o professor fez a divisão do numerador pelo denominador. Colou todas as figuras no quadro e foi perguntando e mostrando a equivalência das figuras. À medida que ia fazendo essa comparação, solicitava aos alunos que olhassem no caderno e dissessem quanto cada fração valia em sua representação decimal e escrevessem na figura.

Imagem 95 – Representação fracionária e decimal.



Fonte: Sakay (2011).

O professor está escrevendo a representação decimal de cada fração, sempre perguntando para os alunos. Quando faz a junção da representação em fração e número racional positivo na forma decimal, percebemos que alguns alunos começam a ficar inquietos e com dúvidas. Isto porque essa equivalência de valores e diversidade de representação é uma etapa considerada complexa. Não é uma representação de fração decimal para número racional positivo na forma decimal, é uma representação de fração não decimal para número racional positivo na forma decimal. Eles passaram para essa etapa sem um trabalho mais sistematizado da fração decimal para o número racional positivo na forma decimal. O professor continua a explicação.

> Então tranquilo, então agora ficou fácil vocês entenderam.
> Tales então levanta a mão e fala: - Deixa eu perguntar uma coisa, por favor. Porque o oitavo é maior do que quarto assim...?
> Professor: - O oitavo é o quê?
> Tales: - Porque o oitavo é maior do que aquele lá de cima?
> Professor se dirige para a figura e diz: - Olha aqui.

> Aluno não identificado diz: - Menor!
> O professor, então, começa a comparar o valor representado em fração: - Olha aqui! Este é o oitavo (mostrando para a figura da fração)
> Tales diz: - Não o número aí embaixo, cento e vinte cinco e vinte cinco.
> Professor: - Ah é maior??
> Aluno não identificado: - Hum, hum! (Negando que não é)
> Tales: - É. (Fala meio sem convicção, mas confirma que é maior). (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

Às vezes, os alunos mostravam-se receosos em perguntar. Mas Tales manifestou uma dúvida que parecia ser a de vários alunos. A pergunta de Tales expressa uma circunstância surgida em outras pesquisas, já discutida no aporte teórico, a de que a equivalência da escrita fracionária e decimal de uma fração pode trazer dificuldades para os alunos, pois quebra algumas propriedades estabelecidas no conhecimento do número natural. Uma que surgiu nesse momento dizia respeito à comparação do valor, sendo que, nesse caso, a escrita decimal estava expressa em valores diferentes. Na escrita de 0,5; 0,25 e 0,125, a dúvida ocorreu porque o aluno deu qualidades de naturais a números representados em casas decimais diferentes. Isto originou o erro de pensamento quanto aos valores dos mesmos. Cinco é menor que vinte e cinco, que é menor que cento e vinte e cinco.

> O professor se dirige para a mesa para pegar o apagador. Nesse momento, falo como o professor.
> Pesquisadora: - Pensa no centavo, talvez ajude.
> Professor: - Ah!
> Pesquisadora: - O dinheiro.
> Professor volta para o quadro e volta a explicar.
> Professor: - Olha aqui, ó... Aqui é vinte e cinco centavos, duas moedas de dez e uma de cinco. Certo? Aqui eu tenho zero vírgula cento e vinte e cinco. Eu só tenho uma moeda de dez centavos, duas moedas de dois centavos, certo? E moeda de cinco aqui nem existe porque é metade de um centavo. Zero vírgula cento e vinte e cinco é a metade de vinte e cinco. Entendeu.
> O olhar de Tales é de confusão. Mas concorda que entendeu quando o professor pergunta se entendeu.
> Tento resumir a dúvida do aluno falando: - É porque o número é maior cento e vinte cinco é maior que vinte e cinco.
> Professor: - Ah, sim, porque o cento e vinte e cinco é maior que o vinte e cinco. Beleza? Tranquilo? (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

A explicação do professor é no sentido de esclarecer o aluno. Mas percebemos que este não fica muito convencido. Nesse momento, notamos que a questão do uso do dinheiro poderia ter sido melhor explorada. Ou seja, que um real dividido para duas pessoas dá cinquenta centavos para cada uma, que um real dividido para quatro pessoas dá vinte e cinco centavos para cada uma e que, se houvesse uma moeda que dividisse em mil o real, ela valeria cento e vinte e cinco milésimos do real. Nesse caso, só foi feita referência a alguns preços que aludiam a valores inexistentes em nossa moeda, ao invés do preço da gasolina, por exemplo. Cremos que o professor poderia ter feito essa manipulação e explicação para melhor esclarecimento dos alunos.

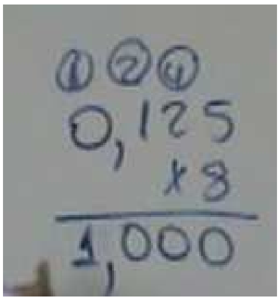
A dúvida continua e os alunos querem uma prova de que esse valor é verdadeiro. Parecem não estar convencidos disso. Bena intervém com uma pergunta.

> Então Bena então ensaia uma pergunta: - Então cento e vinte e cinco mais cento e vinte cinco...
> Professor levanta a mão meio que pedindo a palavra e diz: - Posso?
> Bena insiste: - Cento e vinte e cinco mais cento e vinte cinco dá um inteiro?
> Professor: - Não! Alguns alunos respondem negativamente junto com o professor.
> Aponta para as frações de um oitavo e diz: - Vou precisar de quantas vezes cento e vinte e cinco pra dar um inteiro?
> Alguns alunos dizem ao mesmo tempo: - Oito! Quatro! Oito!
> Aponta novamente para as frações um oitavo e pergunta novamente: - Quantas vezes?
> Alguns alunos: - Oito! Tem umas vozes de quatro ainda dizendo.
> Professor: - Eu não tenho que ter oito oitavos para ter um inteiro?
> Alguns alunos: - Sim!
> Professor: - Pra ter um inteiro eu não vou ter que pegar um oitavo, dois oitavos, três oitavos, quatro oitavos, cinco oitavos, seis oitavos, sete oitavos, oito oitavos! Certo? Tudo bem? Não tem que ficar numerador e denominador igual pra ser um inteiro, oito oitavos. Olha aqui ó! Escreve, então, ao lado das frações divididas em oito partes oito oitavos na forma de fração e coloca o sinal de igual e um inteiro.
> Professor: - Oito oitavos é igual a um inteiro. Então, se cada oitavo é zero cento e vinte cinco, então eu vou ter quantas vezes, eu vou ter oito oitavos oito vezes.
> O professor então escreve a multiplicação zero vírgula cento e vinte e cinco vezes oito: - Oito vezes zero cento e vinte e cinco vezes oito. Eu já fiz isso aqui ó. (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

Bena parece querer uma comprovação de que essa soma vai dar certo. Não está convencida de que esses valores todos resultarão em um inteiro. Nesse momento, percebemos que a junção da representação fracionária com o valor em número racional positivo na forma decimal auxilia na compreensão de que as partes somadas darão o inteiro. Ou seja, a percepção visual de cada parte da fração auxilia no convencimento de que a soma daqueles números racionais positivos na forma decimal equivalentes dará o inteiro. Quando os alunos falam, observa-se claramente que essa certeza está ancorada no visual também.

Para convencer Bena, o professor resolve fazer a multiplicação para que todos vejam que a soma ou multiplicação das oito partes da fração, cada uma valendo cento e vinte e cinco milésimos, resultará em um inteiro.

Imagem 96 – Multiplicação de 0,125.



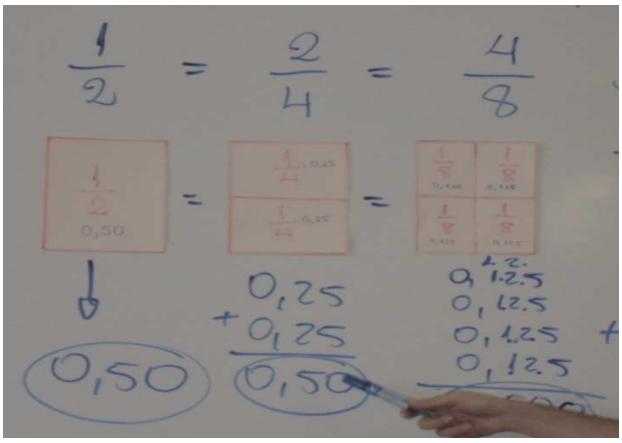
Fonte: Sakay (2011).

> O professor começa a realizar a multiplicação: - Oito vezes cinco quarenta, vai quatro (coloca o zero no milésimo e leva o quatro para o centésimo).
> Professor: - Duas vezes oito, dezesseis mais quatro são vinte, vai dois (coloca o zero no centésimo e leva o dois para o décimo).
> Professor: - Oito vezes um oito mais dois dez, vai um (Coloca o zero no décimo e leva o um para a unidade).
> Professor: - Oito vezes nada, nada e um, um (Fala um, mas coloca dez e percebe que errou apaga e coloca só o um).
> Professor aponta para os três números depois das vírgulas e diz: - três casas depois da vírgula (Vai ao resultado e coloca a vírgula depois do um).
> Professor: - Então deu um. Certo? Então oito vezes zero vírgula cento e vinte e cinco dá um inteiro tudo bem? Se eu pegar oito vezes, dois, quatro, seis, oito, se eu pegar oito vezes cento e vinte e cinco eu vou ter oito oitavos, o inteiro. Tudo bem?
> O Samir quer perguntar, mas o professor já virou para o quadro e não volta mais. (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

Ao final da conclusão da multiplicação é comprovado que a multiplicação dá como resposta um inteiro. Os alunos se acalmam, mas alguns ainda não parecem convencidos. Samir está inquieto, sentado ao lado da pesquisadora. Ele tenta falar, mas o professor prossegue.

Após essa etapa, o professor iniciou o trabalho de comparação das frações ½, 2/4, 4/8, que era o seu objetivo quando começou a atividade.

Imagem 97 – Explicação da equivalência de frações.



Fonte: Sakay (2011).

> O professor continua: - Agora presta atenção aqui. Eu tenho as seguintes frações, um meio, dois quartos e quatro oitavos, tudo bem?
> Vai escrever as frações: - Um meio, dois quartos, e quatro oitavos. Tudo bem? Certo? Então tá.
> O professor vai, então pega a representação das frações em papel e vai colocando embaixo de cada fração e falando: - Vou pegar e colocar ali, ó. Vou pegar um meio, vou colocar aqui um meio, certo? Quanto que deu um meio? Zero cinquenta não é? Tá ali. Eu falei que dois quartos também dá zero cinquenta, não falei? Não tá escrito ali que dois quartos também dá zero cinquenta?
> Alunos: - Sim!
> Professor: - Porque? Porque um meio e dois quartos são frações... equivalentes, porque se dá o mesmo valor, é porque elas são frações equivalentes, não é?
> O professor retira a figura de dois quatros e pergunta: - Aqui eu tenho quantos quartos?
> Alunos: - Dois quartos.
> Professor vai até a figura do meio e sobrepõe a dois quartos comparando: - Pode ver que a de dois quartos é do mesmo tamanho. Porque um quarto é a metade da metade. Agora se tenho dois quartos eu tenho um meio. Tudo bem? - Então tá aqui ó (Cola logo abaixo da fração dois quartos).
> Professor pergunta: - E porque dá zero cinquenta? Cada quarto não é zero vinte e cinco? Zero vinte e cinco com zero vinte e cinco não dá cinquenta?
> Alunos: - Sim.
> Professor: - Então um meio é zero cinquenta, dois quartos também é zero cinquenta. Tudo bem? Nesse momento, o Tales está brincando na carteira, o professor leva ele pra fora. (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

Nessa etapa da aula, o professor faz a comparação das frações. Utiliza as figuras que representam os valores das frações. Esse tipo de atividade para os alunos parece fácil, pois todos ficam tranquilos. A representação física das frações parece auxiliar essa compreensão. Eles têm diante de si figuras palpáveis, que permitem *visualizar* e comparar os tamanhos das frações; o mesmo não ocorre com a representação da fração em número racional positivo na forma decimal. Uma ideia seria confrontar o material das fichas de decimais com estas fichas, para que os alunos descobrissem as equivalências.

Samir continua inquieto. Resolve interagir com a pesquisadora após a saída do professor da sala para levar Tales até a diretoria, pois este estava brincando na aula.

> Nesse momento, Samir, que está ao meu lado no fundo da sala, fala: - Eu sei por que? Cento e vinte e cinco é menor. Porque se fosse até a casa dos números mili... milan... millãn...
> Eu então completo: - Milésimos.
> Samir: - Milésimos, é ia sê quinhentos, e duzentos e cinquenta, né. Eu concordo com a cabeça, pois, nesse momento, o professor retorna e continua a explicação. (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

Samir coloca de maneira tão eufórica o seu achado que percebemos que a descoberta que fez é muito importante para ele. Samir pede uma validação daquilo que pensa. Procuramos, no pouco tempo que temos, validar o que o aluno elaborou para explicar a situação.

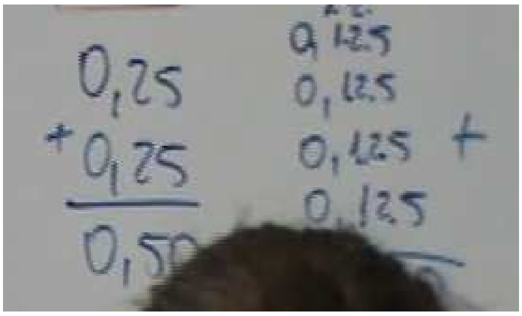
Com a volta do professor, a pesquisadora não pôde continuar conversando com Samir. O docente continua sua explicação.

> O professor aponta para a fração e coloca o sinal de igual na representação em numeral e faz a mesma coisa na representação gráfica da fração, falando: - Então um meio é igual, é equivalente a dois quartos. Perceberam o que é equivalente, do mesmo tamanho?
> Alunos: - Sim.
> Vai até a figura que está no quadro, e não está sendo usada, e pega dois quartos para sobrepor ao meio. Professor: - Se eu colocar em cima, vai preencher certinho, ó. Pra vocês verem ó, um quarto, dois quartos. Dois quartos é do "mesminho" tamanho de um meio. Porque dividir em dois e pegar um, dividir em quatro e pegar dois, é o mesmo tamanho, é pegar a mesma coisa. Tudo vai dar zero cinquenta, ok?
> Aponta novamente para as frações que estão coladas abaixo de um meio e dois quartos e diz apontando para o inteiro: - Esta fração é a metade do inteiro, e esta fração um quarto mais um quarto, dois quarto também é a metade do inteiro. Tudo bem?
> Pega a fração dividida em oito partes e fala: - E a outra aqui olha, é quatro oitavos, vou pegar aqui, um oitavo, dois oitavos, três oitavos, quatro oitavos. Tudo bem?
> Retira os quatro oitavos e leva para colar abaixo da representação em numeral dos quatro oitavos, mas antes sobrepõe à metade que está abaixo do inteiro: - Quatro oitavos também é do mesmo tamanho que um meio e dois quartos.
> Sobrepõe também ao um meio e dois quartos que estão posicionados abaixo da representação.
> - É a mesma metade, só que aqui ela foi dividida em quartos e aqui ela foi dividida em oitavos. Tudo bem? Certo?
> Alunos: - Certo.
> Professor: - Então um meio é igual a dois quartos, que é igual a quatro oitavos. Vocês repararam que os pedaços são do mesmo tamanho?
> Alunos: - Hum, hum. (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

Retoma todo o processo e oferece uma explicação bem completa da equivalência existente entre as três frações escolhidas para trabalhar esse conteúdo. A explicação envolve a representação fracionária das figuras e também a representação decimal escrita em cada parte da figura de cada fração. Um problema que vemos nesta atividade é a colocação de muitas relações complexas juntas, sem que os alunos estabeleçam significação para tais relações.

Resolve, então, fazer a soma para provar que os valores expressos em número racional positivo na forma decimal darão também o mesmo valor.

Imagem 98 – Soma das frações equivalentes na representação decimal.



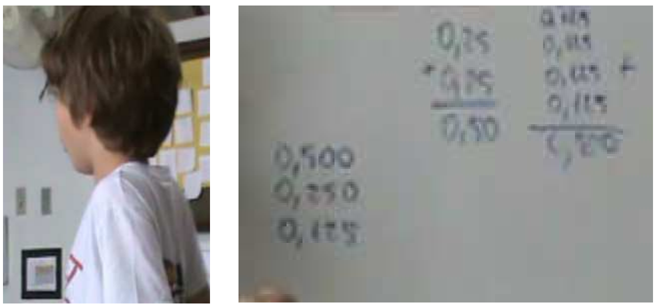
Fonte: Sakay (2011).

> Professor diz apontando para a representação decimal, dizendo: - Todos dá zero cinquenta.
> Escreve e começa a somar: - Se eu somar aqui, zero vinte cinco mais zero vinte cinco, vai dar zero cinquenta; Se eu somar aqui quatro vezes zero cento e vinte cinco vai dar quanto? Zero vírgula cento e vinte e cinco, zero vírgula cento e vinte cinco, zero vírgula cento e vinte cinco, zero vírgula cento e vinte cinco.
> Realiza a soma do zero vírgula cento e vinte cinco: - Cinco, dez, quinze, vinte (Coloca o zero no milésimo e leva o dois para o centésimo). – Vão dois. Dois, quatro, seis, oito, dez (Coloca o zero no centésimo e leva o um para o décimo). Um, dois, três, quatro, cinco. Cinco, certo?
> Alunos: - Cinco.
> Professor aponta para os zeros que ocupa a unidade e diz: - Zero, zero, zero, zero, dá zero. Mantendo as três casas depois da vírgula, fica zero vírgula cinco ou zero vírgula cinquenta (Sublinha o cinquenta). A mesma...
> Alunos: - Coisa. Tudo bem? Certo?
> Professor: - Fala Samir. (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

Essa atividade foi interessante, pois os alunos puderam constatar que os valores das frações equivalentes representados na forma decimal também mostram que são do mesmo tamanho, ou seja, valem a metade.

Samir continuava inquieto e resolve levantar e fica pulando no fundo da sala até o professor perceber que quer falar. Colocamos a imagem dele para mostrar que o aluno realmente estava querendo se manifestar, pois fica de pé e agitando os braços.

Imagem 99 – Pergunta de Samir e a explicação do professor.



Fonte: Sakay (2011).

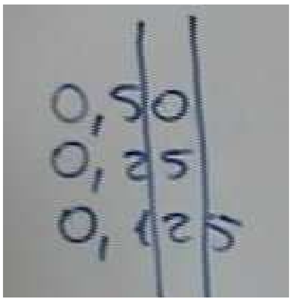
> O Samir estava querendo falar para o professor e os colegas o porquê que o cento e vinte cinco milésimos era menor, ele queria explicar. Então, quando o professor terminou sua explicação, ele levantou e falou:
> Samir: - Eu sei porque o cento e vinte e cinco é menor do que cinquenta.
> Professor: - Por que?
> Samir: - Porque o oitavo é único que tá na casa dos mil... isso aí (fica sem saber falar o nome da casa dos milésimos).
> Alunos: - Mil... milésimos...
> Samir: - Mil...
> Professor: - Milésimos.
> Samir: - É, porque se o meio e o quarto também fosse, o meio ia ser quinhentos e o quarto ia ser duzentos e cinquenta.
> Bena fala: - Não entendi o que ele disse.
> Outros alunos disseram: - Nem eu!
> O professor, então, retoma a discussão: - É porque ele tá falando o seguinte, quando você olha vinte e cinco aqui e cento e vinte cinco lá (diz, apontando para a representação dessa quantidade nas somas efetuadas). (GV 56, em 28/11/2011, com tempo total de 1m57seg)

Samir evidencia aqui a compreensão do valor posicional do número racional positivo na forma decimal, ou seja, consegue pensar no valor do número mesmo que a representação não siga até a casa dos milésimos, como é o caso dos cento e vinte e cinco milésimos. Ele retoma a afirmação que havia feito somente para a pesquisadora, no momento em que vislumbrou o entendimento e conseguiu traduzir a sua compreensão.

> Professor continua: - Mas se eu escrever todos eles até a casa dos milésimos. Vou escrever o zero cinquenta até a casa do milésimo. (Escreve o número decimal) Quinhentos. Vou escrever o vinte e cinco até a casa dos milésimos, duzentos e cinquenta. Vou escrever o outro que já está escrito até a casa do milésimo, cento e vinte e cinco. Olhando assim você percebe que quinhentos é mais que duzentos e cinquenta e que cento e vinte e cinco.
> Alguns alunos: - Ah, sim...
> Professor continua apontando para as três representações, uma embaixo da outra, apagando o zero da casa do milésimo das duas primeiras representações: - Quando está assim você pensa que é maior, mas você tem que lembrar que é o quê (e coloca novamente o zero na casa dos milésimos).
> Professor continua: - Tem que lembrar isso, que esse cinquenta centésimos é a mesma coisa que quinhentos milésimos. O vinte e cinco centésimos, ou centavos, é a mesma coisa que duzentos e cinquenta milésimos. Tudo bem? Então, olhando assim, você percebe.
> Professor apaga os zeros dos milésimos e diz: - Quando tá assim você tende a pensar que esse aqui é maior (diz, apontando para o cento e vinte e cinco milésimos). (GV 55/85, em 28/11/2011, com tempo total de 11m02seg)

O professor retoma a explicação e faz a representação dos três números racionais positivos na forma decimal até a casa dos milésimos, como pode ser observado na imagem ao lado de Samir. É necessário que os alunos compreendam essa representação, inclusive para que possam operar na adição e subtração e perceber o posicionamento de todas as casas decimais. A seguir, o professor explica de maneira dinâmica como seria a representação sem a complementação das casas com zero.

Imagem 100 – A divisão das casas decimais

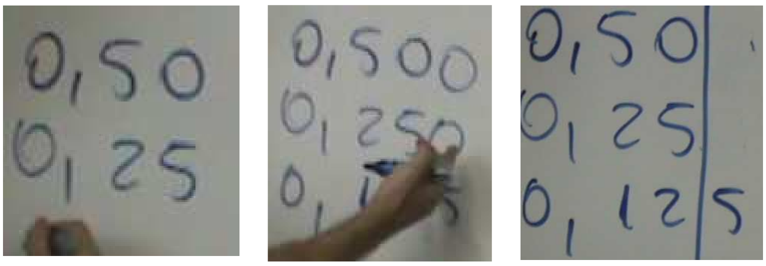


Fonte: Sakay (2011).

> Ele passa, então, uma linha na vertical como se fosse o QVL e diz: - Olha a casa dos décimos. Esse aqui eu tenho cinco décimos, esse aqui eu tenho dois e esse aqui eu só tenho um.
> Alunos: - Um.
> Professor: - Tudo bem? Olha a casa dos centésimos. Aqui eu não tenho nada, aqui eu tenho cinco e aqui eu tenho dois. Então, esse continua sendo maior, tudo bem? Certo? (GV 56/85, em 28/11/2011, com tempo total de 1m57seg)

Ao retirar os zeros da representação, o professor procura garantir o posicionamento correto, colocando uma linha vertical para demarcar o valor das casas decimais, garantindo, assim, a adequada posição dos números. Faz a leitura de acordo com o término da representação na casa decimal. Mas a dúvida parece persistir para Bena, que quer uma explicação mais completa.

Imagem 101 – Explicação do valor posicional dos decimais.



Fonte: Sakay (2011).

> Bena pergunta ao professor como é que ela pode saber e ler esses números.
> O professor, então, escreve novamente os três números racionais positivos na forma decimal, da seguinte forma: cinquenta centésimos, vinte e cinco centésimos, e cento e vinte cinco milésimos e diz: - Zero cinquenta, zero vinte e cinco, zero cento e vinte e cinco. Não é? Ou eu completo com zero e

> continuo vendo, vejo que continua sendo maior. Quinhentos é maior que duzentos e cinquenta que é maior que cento e vinte cinco, ou...
> O professor, então, apaga o zero do centésimo do quinhentos e do duzentos e cinquenta milésimos, dizendo: - Eu ignoro e cinco aqui, indo até a segunda casa. Cinquenta é maior que vinte e cinco, que continua sendo maior que doze. Tudo bem? Se eu fosse considerar até a segunda casa, lá não ia dar cento e vinte e cinco, lá ia dá zero doze. Tudo bem? (GV 57/85, em 28/11/2011, com tempo total de 1m43seg)

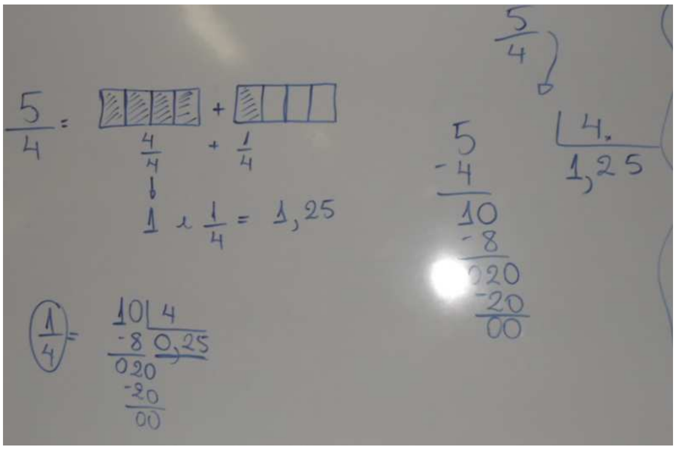
Esse detalhe também representa uma dificuldade para os alunos, pois a leitura do número racional positivo na forma decimal é feita de acordo com a última casa que está expressa. Ou seja, o mesmo número com o mesmo valor pode ser expresso de maneira diferente: 0,5 (cinco décimos); 0,50 (cinquenta centésimos); e 0,500 (quinhentos milésimos). Às vezes, o aluno não consegue ter a compreensão que Samir mostrou para o grupo. Assim como Bena, que quis reafirmar se havia compreendido o que estava sendo explicado. Esse aspecto também pode ser apontado como uma diferença existente entre o número natural e o número racional na forma decimal. A ligação dessas quantidades a algo significativo para o aluno pode tornar mais fácil a compreensão desses números.

Só tornou significativo quando se faz a equivalência, igualando as quantidades de casas decimais, o que, até o momento, não fora tratado, pois, em contextos com SMB, os números sempre têm duas casas decimais, o que gera este tipo de dificuldade, pois as atividades não favorecem uma ampliação do repertório cognitivo dos alunos. Acreditamos que atividades relacionadas com as medidas podem auxiliar no desenvolvimento da ampliação da compreensão dos centésimos do número racional positivo na forma decimal, como proposto por Batista, Muniz e Souza (2009) no capítulo III.

A correção das doze frações que foram passadas para casa, no dia 31 de outubro de 2011, foi longa. Dessa forma, recortamos para ser apresentada uma que mostra o processo de explicação adotado pelo professor. Ele passa a cobrar a linguagem específica do número racional positivo na forma decimal e a explica por meio da multiplicação. Faz a referência ao inteiro e à vírgula. Como havia pedido até o centésimo, acrescenta o zero na casa do centésimo, para que a questão fique correta. Jonas ficou em dúvida com a dízima periódica. O professor afirmou que explicaria o motivo pelo qual havia frações que possuíam um resultado infinito.

A atividade descrita a seguir mostra uma sequência completa da explicação do docente a respeito do conteúdo trabalhado. Traz uma variedade de representações do número racional. A ação fez parte de uma correção de atividade de divisão de fração para encontrar a representação em número racional positivo na forma decimal passada para casa.

Imagem 102 – Divisão de 5/4.



Fonte: Sakay (2011).

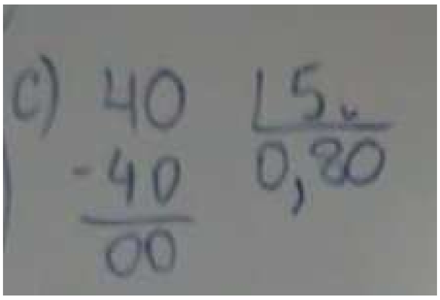
> O professor inicia escrevendo a fração cinco quartos e desenhando um retângulo para representar a fração dividida em cinco partes iguais.
> - Divido aqui ao meio, aqui ao meio de novo. Divido em quantas partes?
> Alunos: - Quatro.
> - Então cada parte é um quarto, não é isso? Então eu tenho aqui um quarto, aqui eu tenho dois quartos, três quartos, quatro quartos. Ao terminar de pintar, escreve logo abaixo da representação a fração 4/4.
> - Mas eu preciso de cinco não é isso? Então vou ter que pegar mais outro inteiro (Coloca o sinal da soma e continua a desenhar). Faz o outro desenho. Aqui eu preciso de quantos quartos?
> Alunos: - Mais um.
> - Então mais um quarto. Então eu tenho cinco quartos. Quatro quartos mais um quarto. (Faz a soma, apontando para as frações).
> Coloca uma seta abaixo do 4/4 e diz: - Quatro quartos não é a mesma coisa que um inteiro?
> Alunos: - Sim.
> - Eu tenho um inteiro e um quarto, certo? Que é a mesma coisa que um vírgula vinte cinco, por que? Porque eu sei que a fração ¼ corresponde a 0,25. Quando eu somo com um, fica 1,25. Certo?
> Se quiser tirar a prova não tem problema. Eu vou fazer aqui. Escreve a divisão de um dividido por quatro, dizendo: - Um dividido por quatro.
> - Zero e vírgula. (Coloca o zero ao lado do um no dividendo e o zero e a vírgula no quociente).
> - Dez pra quatro, dá dois. Duas vezes quatro oito. Oito para dez?
> Alunos: - Dois.
> - Vinte pra quatro, cinco (acrescentou o zero no resto do dividendo).
> - Vinte para vinte (colocou o vinte no resto e operou). Zero.
> Eu vou fazer um dividido por quatro. Inicia a divisão: - Cinco pra quatro dá um colocando o zero ao lado da unidade e diz: - Dez pra quatro dá dois, dois vezes quatro dá oito, pra dez dois.
> Transformo em centésimos, vinte pra quatro dá cinco. Cinco vezes quatro vinte.

> - Dessa aqui eu fiz de apenas de um quarto, certo? (escreveu ao lado da divisão um quarto).
> - Mas eu posso fazer direto dos cinco quartos, certo? Ó, cinco dividido pra quatro. Cinco pra quatro, dá um. Um vezes quatro, quatro para cinco (coloca o um no quociente e leva o quatro para o resto e realiza a subtração).
> - E sobra um, certo? Você tem um prá cinco não dá inteiro mais, então, você põe a vírgula (Ele então coloca a vírgula no quociente e o zero no resto).
> - Transforma em décimos. Dez décimos. Dez pra quatro, dois. Duas vezes quatro oito. Oito para dez.
> Alunos: - Dois.
> - Dois. Transforma em centésimos. Vinte centésimos. Vinte pra quatro.
> Alunos: - Cinco. Cinco vezes quatro, vinte. Vinte para vinte, nada.
> Alunos: - Nada!
> - Cinco quartos, cinco dividido por quatro, dá um vírgula vinte e cinco, certo? (Fala colocando uma seta ligando o cinco quartos à divisão).
> Vai apontando para a representação fracionária e falando - Tá explicado porque quatro quartos, mais um quarto. Quatro quartos dá um inteiro e um quarto é a mesma coisa que zero vírgula vinte e cinco. Então vou ter um e vinte cinco. Tudo bem? (GV 61/85, em 31/11/2011, com tempo total de 3m41seg)

Como podemos constatar na explicação do professor, permanece a diretividade com a pouca participação dos alunos. Houve um transitar entre as várias formas de representação de um mesmo número com explicações consistentes, mas sem a ação efetiva do aluno. Ao dividir em partes, o docente poderia fazer referência ao dinheiro para facilitar a compreensão, principalmente porque temos nas moedas uma possibilidade de representação direta desses valores.

Na explicação da fração quatro quintos, o professor seguiu a mesma sequência de passos, mas fez uma representação diferente, que achamos interessante explorar.

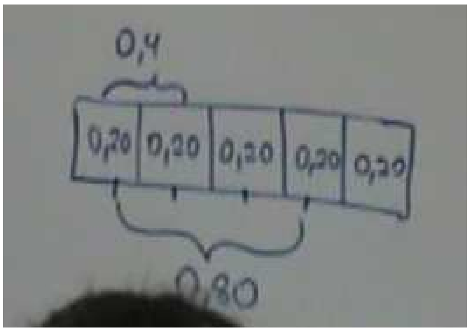
Imagem 103 – Divisão de 4/5.

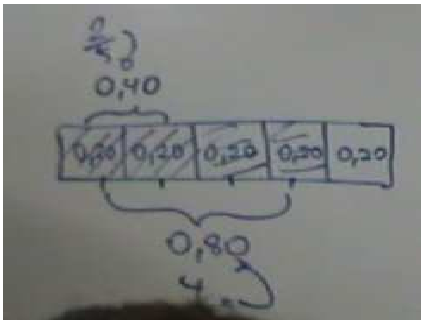


Fonte: Sakay (2011).

O professor procedeu da mesma forma que a descrição anterior. Ele fez a divisão do numerador quatro pelo denominador cinco. Mas os alunos perguntaram quanto valia cada parte da fração, então ele resolveu explicar de forma diferente.

Imagem 104 – Representação do valor decimal da fração 4/5.





Fonte: Sakay (2011).

Ao desenhar as cinco partes da fração, o professor resolveu colocar o valor de cada parte, como já havia feito na explicação das frações equivalentes. Dessa forma, a representação de cada parte de um quinto da fração ficou no valor de vinte centésimos. Alguns alunos comentaram que era interessante essa forma de explicação. Percebeu-se que constatavam, assim, outras formas de representação dos valores monetários, ou seja, na forma de fração como representação gráfica juntamente com a representação em número racional positivo na forma decimal. Como sugestão, acrescentaríamos o valor social do conhecimento dos alunos em relação aos valores das moedas. A comparação da leitura dos valores poderia fixar melhor o conteúdo ensinado.

5.3.4 A conexão do número racional positivo na forma decimal com as medidas

O trabalho com medidas já havia sido feito com parte do grupo que pertencia à turma da 3ª série “A” - cinco alunos - no ano de 2010. Tal fato ocorreu no desenvolver da pesquisa de mestrado de Silva (2011) sobre a “Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade”. Porém, na turma em que realizamos este estudo esse conteúdo não foi trabalhado. Aconteceram somente três atividades não sistematizadas, nas quais os alunos conversaram sobre medida de comprimento e registraram a altura de cada um em uma fita de papel pardo.

Para uma avaliação do domínio desse conteúdo por parte dos alunos, a pesquisadora aplicou uma atividade que buscou registrar a compreensão das crianças no tocante aos conteúdos relacionados com o número racional na forma decimal expresso por meio da medida de comprimento. Elaboramos uma atividade que permitisse perceber o nível de domínio dos alunos na utilização de alguns instrumentos de medida, como a régua, o metro, a trena e a fita métrica, presentes no contexto sociocultural das 3ª e 4ª séries. Vamos apresentar, nesse caso, somente as ações que envolvem os dez alunos que permaneceram na mesma turma e que foram observados pela pesquisadora durante o segundo semestre de 2010 e no ano de 2011 na Escola Classe Norte.

> A medida nada mais é do que o resultado de um *confronto*, isto é, só se pode medir o comprimento de um objeto *confrontando-o* com o comprimento de outro objeto que se torna voluntariamente como *unidade de medida*. Podemos dizer que o processo de medição do comprimento de um objeto segue 3 passos:
> 1º passo – Escolhe-se um outro objeto para funcionar como unidade de medida.
> 2 º passo – Verifica-se quantas vezes a unidade de medida escolhida cabe no objeto a ser medido.
> 3 º passo – Tenta-se encontrar um número que possa expressar, rigorosamente, o resultado da medição. (MIGUEL e MIORIM, 1986, p. 123)

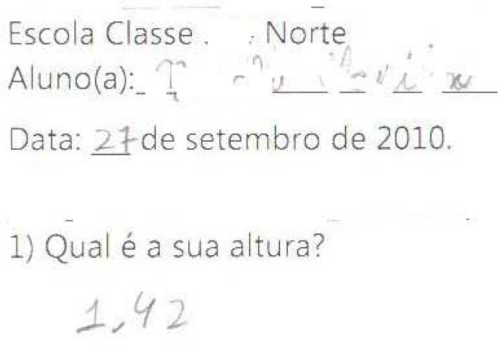
Utilizou-se este conceito de medida por representar um processo que pode servir como orientador para a elaboração de situações didáticas a serem exploradas pelos professores.

As medidas também são apresentadas por Behr, et.al (1992), que elencaram como um dos sete significados o atribuído à medida fracionária que indica quanto há de uma quantidade relativa a uma unidade especificada daquela quantidade, sendo uma reformulação da interpretação parte/todo.

A pesquisadora sugeriu que fossem feitas duas atividades que possibilitassem um diagnóstico a respeito do conhecimento que os alunos possuíam com relação ao registro de medidas e dos racionais na forma decimal. A professora Rosa concordou e a pesquisadora levou, no dia 27 de setembro de 2010, uma atividade que foi aplicada para os alunos da turma.

Na atividade, havia duas questões que versavam sobre medida de comprimento. As duas últimas eram sobre o sistema monetário. Apresentamos a seguir as questões sobre medida de comprimento, que trazem respostas diferentes, sendo que as que apresentam o mesmo padrão de resposta serão referenciadas na análise.

Figura 45 – Questão 1 de Nívea.


Escola Classe . Norte
Aluno(a):
Data: 27 de setembro de 2010.

1) Qual é a sua altura?

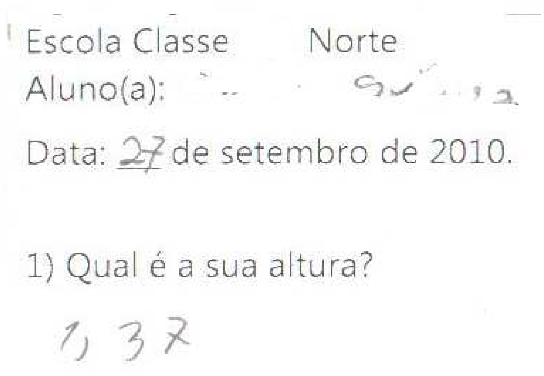
1,42

Fonte: Sakay (2011).

O registro da Nívea representa todas as respostas dadas pelos dezoito alunos. Ou seja, todos fizeram o registro utilizando corretamente a parte inteira e a parte decimal, mas sem indicar a unidade de medida utilizada.

Inserimos o registro de Sávia para montrar que, mesmo ela apresentando defasagem de conteúdo com relação aos demais colegas, também realizou o mesmo registro dos demais.

Figura 46 – Questão 1 de Sávia.


Escola Classe Norte
Aluno(a):
Data: 27 de setembro de 2010.

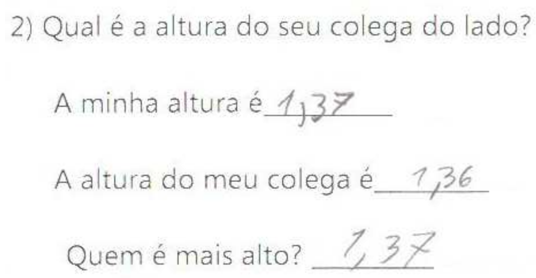
1) Qual é a sua altura?

1,37

Fonte: Sakay (2011).

A segunda questão pedia as alturas da dupla de colegas ao lado. Solicitava a comparação das duas medidas para identificar quem era mais alto.

Figura 47 – Questão 2 de Sávia.


2) Qual é a altura do seu colega do lado?

A minha altura é 1,37

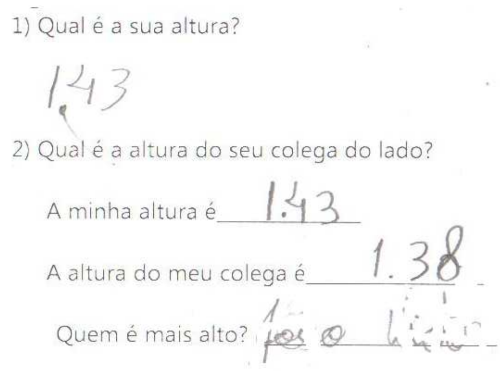
A altura do meu colega é 1,36

Quem é mais alto? 1,37

Fonte: Sakay (2011).

Utilizamos novamente a atividade de Sávia para montrar a resposta dos dezoito alunos da turma. Todos registraram corretamente, mas sem a unidade de medida novamente e acertaram quem era o mais alto. Somente Joaquim apresentou em seu registro o uso do ponto em lugar da vírgula, como pode ser constatado no recorte realizado em sua atividade.

Figura 48 – Questão 2 de Joaquim.


1) Qual é a sua altura?

1,43

2) Qual é a altura do seu colega do lado?

A minha altura é 1.43

A altura do meu colega é 1.38

Quem é mais alto?

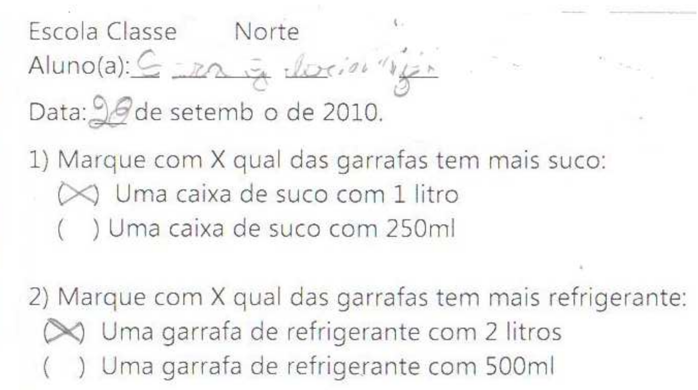
Fonte: Sakay (2011).

O primeiro registro traz o que parece ser um ponto e, depois, uma vírgula na primeira questão. Nesse caso, perguntamos ao aluno a respeito da diferença de registro, sendo que ele argumentou: “Na calculadora sempre aparece assim quando estou somando a Poupança Coletiva” (nota Caderno de Campo, em 27/8/2010). Nesse caso, o importante foi ele entender que o ponto na calculadora funciona como a vírgula no nosso sistema de numeração. A professora Rosa explicou para a turma que, ao escrever números menores que o inteiro, devemos utilizar a vírgula para separar a parte inteira da parte não inteira.

A atividade aplicada no dia seguinte, 28 de setembro de 2010, também foi relacionada à medida, mas de capacidade. A soma envolveu o sistema monetário, tendo como contexto as situações cotidianas da Poupança Coletiva. Nesse dia, 20 (vinte) crianças compareceram à aula.

As questões um e dois possuem o mesmo grau de dificuldade. Tinham como finalidade conhecer o nível de identificação de quantidade dos alunos com relação à medida de capacidade.

Figura 49 – Questão 1 e 2 de Manuel.


Escola Classe Norte
Aluno(a):
Data: 28 de setemb o de 2010.
1) Marque com X qual das garrafas tem mais suco:
(X) Uma caixa de suco com 1 litro
( ) Uma caixa de suco com 250ml

2) Marque com X qual das garrafas tem mais refrigerante:
(X) Uma garrafa de refrigerante com 2 litros
( ) Uma garrafa de refrigerante com 500ml

Fonte: Sakay (2011).

Somente uma aluno respondeu erradamente as duas questões. Manuel apresentava uma situação de imaturidade com relação às demais crianças e reagia de maneira muito diferente, ao mesmo conteúdo, dependendo de sua condição emocional do momento. Foi uma das duas crianças a ficar retida na série. Os dezenove alunos responderam corretamente à questão.

Acreditamos que o trabalho que a professora realizava semanalmente com a turma com relação à Gincana[51], que envolvia a reciclagem, mostrou indícios de uma apropriação pelos alunos do conhecimento envolvendo a medida de capacidade de maneira contextualizada. Permitiu, ainda, uma análise mais refinada, mesmo a docente não realizando atividades mais sistematizadas com registro no caderno.

> Desde os primeiros anos, as crianças começam a “medir” com o palmo, com o pé, com unidades arbitrárias. Nestes casos se trata de atribuir um número a uma magnitude – geralmente um comprimento. Nesta atividade, a ideia de medida que funciona consiste em averiguar quantas unidades contêm na magnitude medida. Mas, o resultado desta operação não é claro se este não for um número inteiro.
> Uma segunda ideia de medição é determinada pelas diferentes graduações de certos instrumentos (por exemplo, uma escala graduada, o peso das pessoas, um termômetro, um cronômetro, etc.) Em todos eles existem marcas que indicam uma "certa medida" de peso, temperatura ou tempo.

---

[51] Informação já detalhada no capítulo 4.

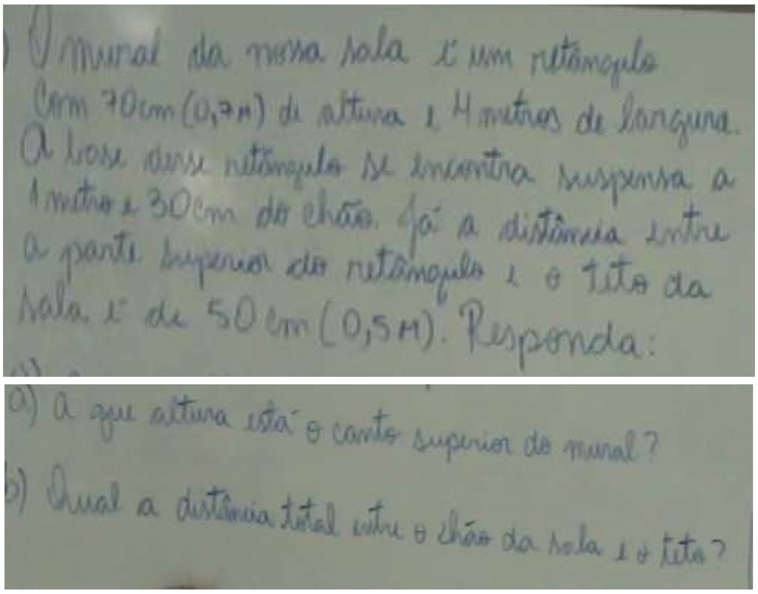
> [...] Finalmente existe a medida propriamente dita, que consiste em estabelecer uma correspondência entre os valores de uma magnitude – por exemplo, o comprimento – e os números, uma vez fixada a unidade. (PÉREZ, 1997, p. 85)

A sequência didática deve sempre buscar contextos que permitem aos alunos construir significado dos objetos matemáticos em jogo na situação proposta, não deixando de contemplar todos os conceitos previstos no currículo adotado pela escola.

A organização do trabalho pedagógico não foi modificada, uma vez que a professora sempre trabalhou com os alunos sentados em dupla, havendo somente uma mudança. As duplas foram montadas em função da exigência de que pelo menos um integrante do grupo tivesse fita métrica para realizar a atividade. Os alunos guardaram os materiais que tinham na mesa, pegaram a caixa Matemática que ficava no armário embutido, embaixo das janelas, e levaram para a carteira. Retiraram a fita métrica da caixa Matemática. Foram orientados a utilizar a parede como apoio para medir as respectivas alturas. Nesse dia, compareceram 18 (dezoito) alunos. Serão apresentadas as atividades dos dez alunos que permaneceram na escola no mesmo grupo em que a pesquisadora continuou o desenvolvimento do seu trabalho.

No dia 19 de maio de 2011, o professor resolveu sistematizar melhor o trabalho sobre medidas realizado na semana anterior. Elaborou um problema desafio e escreveu no quadro o seguinte problema: “O mural da nossa sala é um retângulo com 70cm (0,7m) de altura e 4 metros de largura. A base desse retângulo se encontra suspensa a 1 metro e 30cm do chão. Já a distância entre a parte superior do retângulo e o teto da sala é de 50cm (0,5m). Responda: a) A que altura está o canto superior do mural? b) Qual a distância total entre o chão da sala e o teto?” (GV 39/85, de 19/5/2011, com tempo total de 30seg)

Imagem 105 – Registro do problema do quadro mural.

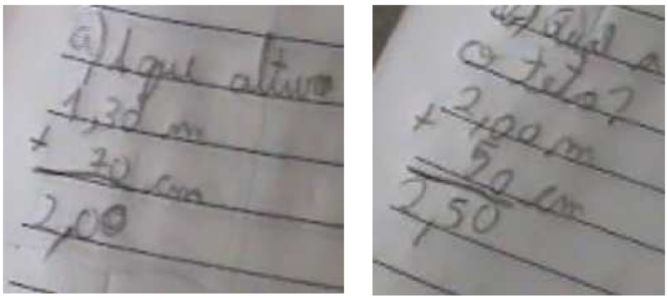


Fonte: Sakay (2011).

Consideramos o nível de dificuldade do problema alto. Por esse motivo, manifestamos curiosidade em acompanhar a resolução dos alunos. Qual não foi a nossa surpresa ao percebermos que eles estavam conseguindo resolver, alguns com mais desenvoltura, outros com menos. A principal dificuldade foi com relação à interpretação de alguns conceitos presentes no problema, tais como base e retângulo. Os alunos precisavam compreender o que o problema queria dizer com distância superior. Após uns vinte minutos, resolvemos acompanhar mais de perto alguns alunos. Conseguimos conversar rapidamente com três deles.

Procuramos Joaquim. Não tivemos muita dificuldade para perceber como o aluno estava resolvendo a questão. Perguntamos a Joaquim como ele havia solucionado o problema.

Imagem 106 – Resolução de Joaquim para o problema do mural.



Fonte: Sakay (2011).

> Ele já foi apontando para a primeira questão dizendo: - A primeira conta aqui deu dois metros, então eu achei mais fácil somar dois metros com cinquenta centímetros que deu dois metros e cinquenta.
> Então eu perguntei: - Como foi?
> Ele então voltou a explicar: - É porque a primeira conta deu dois metros, aí eu somei dois metros mais cinquenta centímetros, que é a distância do canto superior do mural até o canto da sala mais cinquenta. Aí deu dois metros e cinquenta.
> Percebo que ele não colocou o símbolo do metro e pergunto a ele: - Esses dois metros é o quê?
> Joaquim imediatamente diz: - Metros. E imediatamente coloca o símbolo nos resultados. (GV 40/85, de 19/5/2011, com tempo total de 6m05seg)

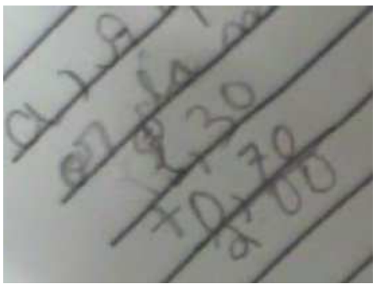
Sávia estava ao lado do Joaquim e solicitou da pesquisadora sua atenção para resolver o problema.

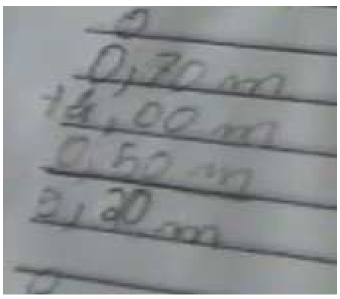
> Sávia faz uma pergunta para tentar entender a questão a: - No caso tia, seria da base superior até o teto não é tia?
> A pesquisadora devolve a pergunta: - Será que é?
> Solicita que Joaquim explique para ela.
> Sávia fala: - Eu tô querendo saber se é pra somar do canto superior até a base só.
> Joaquim fala: - Não, você tem que somar a altura que ele está suspenso mais a altura do retângulo.
> Sávia quer confirmação: - Tipo assim, ó, eu vou somar do chão até lá em cima? (Diz, apontando do chão até o teto da sala).
> Joaquim fala: - Até a base superior.
> Sávia agradece virando para o caderno e começa a resolver. (GV 40/85, de 19/5/2011, com tempo total de 6m05seg)

Então, Sávia inicia a resolução do problema. Soma um metro e trinta centímetros mais setenta centímetros, que dá dois metros. Olha e se dá por satisfeita. Escreve a resposta da primeira pergunta.

Parte para a resolução da segunda questão. Vai escrevendo as quantidades de zero vírgula setenta metros mais quatro metros mais zero vírgula cinquenta metros. Ficamos somente observando a execução do problema pela aluna. Quando ela finaliza e encontra cinco metros e vinte centímetros, nos aproximamos para conversar.

Imagem 107 – Resolução de Sávia para o problema a e b do mural.



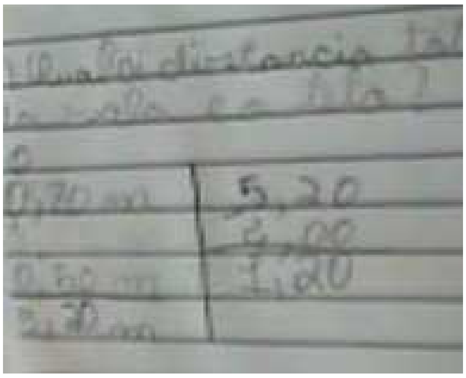


Fonte: Sakay (2011).

> Pergunto para ela qual é o resultado da letra b e ela responde: - Cinco metros... (para um pouquinho e repete). Cinco metros e vinte centímetros.
> Pergunto novamente: - É isso mesmo?
> Ela responde: - Hum, hum. (GV 41/85, de 19/5/2011, com tempo total de 36seg)

Saímos de perto de Sávia e fomos ver outros alunos. Quando voltamos depois de uns dez minutos, verificamos que ela fazia uma nova notação. Observamos ela escrever. Depois, procuramos saber o que a aluna desenvolvia.

Imagem 108 – Notação complementar para a questão b.



Fonte: Sakay (2011).

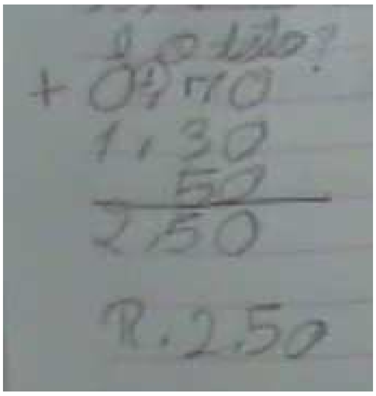
> Ela me explicou da seguinte forma: - Cinco vírgula vinte menos quatro vírgula zero, zero.
> A pesquisadora questiona: - O que é isso aí? Que resposta você está procurando?
> Sávia diz: - É porque como eu tinha errado aí eu tô diminuindo o tanto da largura.
> A pesquisadora pergunta: - Precisa?
> Sávia responde: - Pra não ficar incorreto.
> Inicia então a subtração. Faz o zero do minuendo menos zero do subtraendo e coloca zero no resto. Quando chega na casa dos décimos que vai tirar o zero menos dois ela diz: - Ih!! Dois não dá pra tirar zero! Dá, né?
> A pesquisadora diz: - Você tem dois pra tirar zero.
> Sávia diz: - Aí eu vou tirar dois?
> Pesquisadora fala: - Não, você vai tirar zero de dois ou dois de zero?
> Sávia responde: - Dois de zero. Dois menos zero.
> A pesquisadora então afirma: - Você tem zero para tirar de dois. Mais mesmo assim ela não compreende e repete: - Não dá!
> A pesquisadora percebe a confusão e resolve inserir o contexto do sistema monetário para ver se ela compreende melhor e pergunta: - Você tem zero conta para pagar e tem dois reais pra pagar, não sobra não?
> Sávia pensa e diz: - Sobra dois!
> Ela então coloca os dois depois a vírgula e fala: - Cinco menos quatro é um. (GV 42/85, de 19/5/2011, com tempo total de 2m04seg)

A dúvida que levou Sávia a continuar resolvendo a questão b foi suscitada pela resposta de Jully, que veio olhar o caderno da colega e disse que estava errada a questão e que Sávia deveria tirar a altura do quadro. A falta de firmeza de Sávia é compreensível, porque ela se sentia insegura com relação à Matemática, uma vez que ainda apresentava certas lacunas de aprendizado, já citadas anteriormente.

Porém, a aluna tem conseguido avançar com o auxílio do atendimento na integral. Ela participa da integral duas vezes na semana em horário contrário à aula regular. A dúvida que apresentou com relação à subtração do zero não é mais comum em crianças nessa faixa etária. Mas aluna ainda carrega déficit com relação à subtração e à divisão, mesmo havendo conseguido superar os déficits que apresentava no ano anterior. A inserção do contexto do sistema monetário deve-se ao fato de que Sávia tem facilidade em realizar operações que envolvem esse domínio. A Poupança Coletiva tem conseguido ajudá-la a sistematizar alguns conceitos, por meio da ponte da vivência social e escolar. Mas, sempre operando com decimais com duas casas decimais,não trazendo novos desafios, ou seja, com números com diferentes número de casas decimais.

A aluna Gabriela estava auxiliando o colega João Paulo. Mas quis mostrar a sua resolução. Então, fomos ouvir a sua explicação para a segunda questão.

Imagem 109 – Resolução de Gabriela para altura do quadro



Fonte: Sakay (2011).

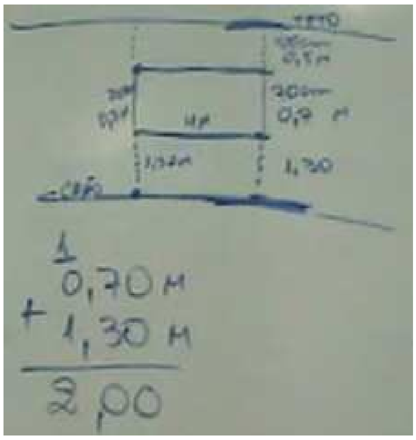
> Gabriela foi explicando e apontando para o caderno: - Eu fiz aqui setenta que é... a altura, mais um metro e trinta, que é a altura, distância do chão e fiz mais cinquenta, que é a parte superior do retângulo. E deu dois e cinquenta.
> Quando terminou sua explicação, voltou-se novamente para o colega João Paulo para saber se ele havia conseguido terminar de fazer. (GV 43/85, de 19/5/2011, com tempo total de 1m27seg)

Gabriela foi segura em sua resposta, sendo uma aluna reservada, que sempre faz as atividades e não costuma expor muito suas respostas. Procurei não questioná-la mas em todos os momentos que observei seu caderno suas atividades sempre estavam respondidas. O único problema que apresentava era a confusão que fazia em seu caderno, não mantendo uma organização e capricho na escrita. Não apresentou dificuldades na resolução dessa atividade. Em seu registro aparece o cinquenta sem a vírgula, mas pelo posicionamento do número a aluna demonstra conhecer o valor da quantidade e a posição que o número ocupa, ou seja, mesmo tendo grafado como se fosse inteiro, a ideia subjacente é de número racional positivo na forma decimal. A soma foi realizada corretamente e o resultado também.

O professor vai ao quadro e desenha o esquema do problema, para auxiliar a sua explicação. Durante o período em que ficou aguardando a resolução da atividade, sempre respondia as perguntas dos alunos. Pedia que pensassem e lessem bem o problema, porque os alunos precisavam entender a questão antes de iniciar a resolução.

Primeiro, o docente desenhou uma linha horizontal, que representava o teto, e outra linha paralela, que representava o chão. Desenhou entre as duas linhas o mural. Pontilhou o espaço que separava a parte superior das duas laterais do retângulo, este representando o mural, até o teto. Fez o mesmo com as duas laterais inferiores, até a linha que representava o chão.

Imagem 110 – Desenho e algoritmo do problema



Fonte: Sakay (2011).

> O professor então começa a explicação do problema, explicando a importância em entender primeiro o problema para depois iniciar a resolução. Ele fala: - Se eu sei que a distância do chão até o mural é de um e trinta e o mural tem zero setenta metros eu sei que juntando esses dois valores eu tenho essa altura do chão até o canto superior dois metros. Ao mesmo tempo em que fala vai escrevendo no quadro e resolvendo a operação.
> Alguns alunos dizem que não entenderam.
> O professor então retoma a fala da importância em compreender o que se quer, já explicando a segunda questão.
> - Se eu quero saber a distância do chão até o teto é só somar as três distâncias. Não está claro pra mim o porquê eu estou fazendo a soma dessas três parcelas?
> Alunos: - Sim!

> O professor continua: - Se está claro pra mim, eu posso fazer a conta. Eu só posso fazer a conta... eu não posso adivinhar a conta. Eu só posso fazer a conta quando está claro pra mim, está claro na minha cabeça o porquê e o pra quê eu vou fazer aquela conta.
> Volta-se para o quadro e vai apontando e dizendo: - Porque eu vou somar um e trinta, com mais setenta, com mais cinquenta. Porque essa é a distância entre o chão e o teto. Como é que eu sei? Porque tem lá no problema que do teto até a base do quadro eu tenho um e trinta. A altura desse quadro é setenta e a distância entre a base superior e o teto é cinquenta.
> Ele passa a mão lentamente sob os três valores, falando: - Porque eu vou somar essas trêeess quantidades. Por que? Porque eu quero a distância total. (GV 44, de 19/5/2011, com tempo total de 1m53seg)

Podemos observar que a dificuldade apresentada por alguns alunos deve-se mais ao fato de não dominarem os conhecimentos relativos à medida do que o conhecimento do número racional positivo na forma decimal.

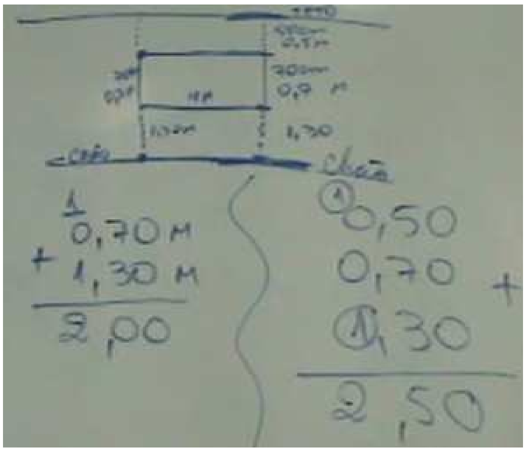
Então, o professor continua a resolução do problema no quadro. Nesse momento, chama a atenção para os valores, dizendo que todos estão expressos em metros. Essa é uma das dificuldades, pois a representação da quantidade depende da unidade de medida que se tem por referência. Ou seja, se essas mesmas medidas estivessem expressas em centímetros o número que seria utilizado seria inteiro, mesmo representando uma medida menor que um metro.

Pérez (1997) aponta dois grandes inconvenientes para este tipo de representação, que devem ser observados pelo professor, quais sejam:

> a) Pode conduzir a criança a acreditar que, com a troca conveniente de unidade, poderá prescindir sempre do número racional positivo na forma decimal;
> b) O número racional positivo na forma decimal nem são percebidos como números novos, e sim como outra forma de escrever os inteiros. Esta ideia é reforçada em alguns livros, que definem o número racional positivo na forma decimal como “duas partes separadas por uma vírgula: a esquerda uma parte inteira, e a direita a parte decimal”. Por exemplo: 1,38 será menor que 1,275 porque 38 é menor que 275, e 0,3 x 0,3 será 0,9, porque 3 x 3 é 9. (PÉREZ, 1997, p. 87)

Para elaborar uma sequência didática que tem como proposta, a partir do sistema métrico, introduzir o número racional positivo na forma decimal como uma forma de codificar uma medida, é necessário ter um zelo no trabalho desenvolvido no sentido de evidenciar a unidade de referência que se está utilizando, para não haver qualquer margem de dúvida quanto ao “tamanho”, se é maior ou menor que a medida inteira.

Imagem 111 – Desenho e algoritmo do problema.

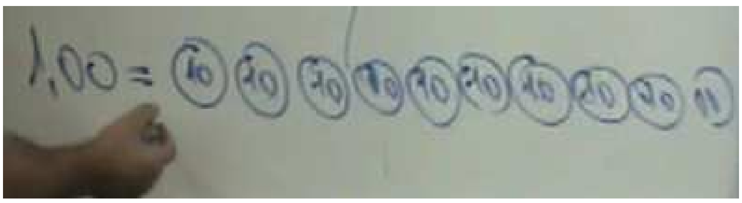


Fonte: Sakay (2011).

> Inicia novamente a explicação, dizendo e escrevendo no quadro: - Então vou colocar tudo em metros. Zero vírgula cinco ou zero vírgula cinquenta que é a mesma coisa, tá? Zero vírgula sete ou zero vírgula setenta que é a mesma coisa. Certo? Que é a altura do quadro. Mais um vírgula três, ou um vírgula trinta que é a mesma coisa. Que é a altura do chão até a parte do quadro, certo?
> Enquanto isso, vários alunos estão com os dedos levantados, cheios de dúvidas e com várias perguntas, mas o professor continua fazendo a atividade. Inicia então pelos centésimos a soma:
> - Zero. Faz o movimento de descida da mão do primeiro zero ao último e coloca o zero na casa dos centésimos.
> - Sete e três, dez, com mais cinco, quinze. Não seguiu a ordem da operação e coloca o resultado dizendo: - Quinze e vai um.
> Coloca o metro que se formou logo acima do primeiro zero da unidade e diz: - Um mais um, dois. Então a altura total, a distância entre o chão e o teto é de dois metros e...
> Alguns alunos respondem: - Cinquenta!
> O professor então se dirige para a questão que continua no quadro para escrever a resposta dizendo: - A altura, a distância total, entre o chão e o teto é de dois metros e cinquenta. (GV 44, de 19/5/2011, com tempo total de 1m53seg)

Os alunos estavam com muitas dúvidas a respeito da escrita realizada pelo professor, após este falar que era igual escrever: 0,5 ou 0,50; 0,7 ou 0,70; 1,3 ou 1.30. Os alunos perguntavam e o professor dizia que as escritas eram equivalentes. Então, o docente resolveu utilizar o sistema monetário para explicar essa escrita decimal.

Imagem 112 – Explicação do professor para dúvida do aluno.

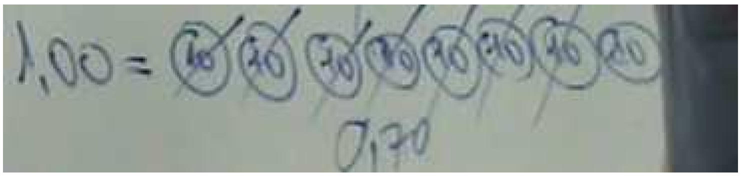


Fonte: Sakay (2011).

> O professor então escreveu um real e colocou o sinal de igualdade e desenhou dez moedas de dez centavos. Foi então explicar: - Um real tem dez moedas de dez centavos não é? Foi desenhando e falando: - Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. Cada uma vai ter quanto dentro? - Dez, dez, dez, dez, dez, dez, dez, dez, dez, dez. (GV 45, de 19/5/2011, com tempo total de 24seg)

Percebemos a riqueza didática desse momento, pois os alunos ficaram mais atentos e começaram a confabular. Essa explicação com os valores da moeda fez com que o número representado se revestisse de um significado vivenciado. O professor resolve concentrar a sua explicação no valor 0,7 ou 0,70. Vai fazer uma aproximação da escrita do racional na forma decimal com a escrita do sistema métrico e a escrita do sistema monetário brasileiro.

Imagem 113 – Explicação do professor para dúvida do aluno.

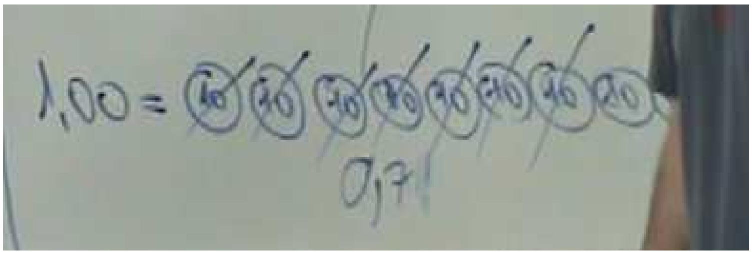


Fonte: Sakay (2011).

> O professor pergunta: - Eu vou ter quanto quando é sete? Eu vou ter sete moedinhas.
> Ao fala vai contando e riscando as moedas: - Eu vou ter sete moedas. Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete! Eu vou ter sete moedinhas.
> Vira-se para os alunos e pergunta, já escrevendo: - Como é que vou escrever setenta centavos?
> Já escreve 0,70 e fala: - Zero setenta.
> Depois pega e apaga o 0 do centésimo e diz: - Zero vírgula sete. Com ou sem o zero é a mesma coisa. Certo? Tudo bem? Vamos estudar mais os decimais depois não é Tia Lady? Tá bom! Tudo Bem! (GV 46, de 19/5/2011, com tempo total de 44seg)

Nesse momento, acrescentaríamos uma fala que, na nossa visão, possibilitaria uma explicação mais significativa. Mesmo sendo uma analogia, ela traz uma significação. Ou seja, explicaríamos que poderia ser dito de duas maneiras diferentes: a primeira – com a representação na forma de 0,7 (sete décimos) poderíamos dizer que havia sete moedas de dez centavos; a segunda – na representação de 0,70 (setenta centésimos) poderíamos dizer que havia, no caso, setenta centavos. Devido ao trabalho realizado na Poupança Coletiva, pensamos que os alunos compreenderiam o tópico de maneira mais tranquila. Quando alguma criança a questionava em particular, a pesquisadora respondia dessa forma.

Imagem 114 – Explicação do professor para dúvida do aluno.



Fonte: Sakay (2011).

Essa dúvida foi uma constante entre os alunos. E apareceu em algumas situações. Tanto o professor quanto a pesquisadora adotaram a explicação por meio do sistema monetário brasileiro como melhor caminho para esclarecer a questão para as crianças Isto porque nosso sistema monetário contém os três valores de moedas que equivalem às três primeiras casas decimais depois do inteiro.

Esse processo voltou a ser feito quando a aluna Nívea apresentou uma dúvida na resolução de uma atividade, envolvendo o cálculo da medida da área e do perímetro de um triângulo, que o professor passou no dia 7 de julho de 2011. Ela não conseguia posicionar os valores expressos em metro que o professor havia informado. Os valores eram 9,85m mais 9,0m e 4,0m. Quando a aluna foi juntar a três medidas para realizar a soma, perguntou à autora: - Como eu coloco essa quantidade? (Disse, apontando para o 9,0m e o 4,0m). A pesquisadora deu a deixa, perguntando de forma diferente. Ou seja, comparou a quantidade solicitada com o mesmo valor no sistema monetário, dizendo: - Como você faria se fosse nove reais e oitenta e cinco centavos, mais nove reais e mais quatro reais? Não foi necessário dizer mais nada. Imediatamente a aluna soube escrever a quantidade solicitada e realizou a soma sem dificuldade (CP, dia 7/7/2011, p. 73).

É preciso refletir a respeito da afirmação de que 0,70 é igual a 0,7. Sabemos que existe uma diferença nessas duas escritas. Podemos apontar aqui um possível obstáculo didático, pois, ao ensinarmos que essas duas formas de escrita dos decimais são iguais, estamos desprezando o valor posicional presente no sistema de numeração. É necessário ser mais preciso no uso da linguagem, pois o primeiro registro diz respeito a setenta centésimos e o segundo registro a sete décimos.

Esse é um caminho viável para explicar a escrita decimal e o seu significado para essa faixa etária. É necessário adequar, com maior precisão, os conceitos imprescindíveis à compreensão da situação pelos alunos. Para explicar os sete décimos (0,7), é mais adequado falar que, para termos setenta centavos em moedas de dez centavos, é preciso que tenhamos sete moedas. E, então, ao escrevermos 0,7, estamos fazendo referência às sete moedas de dez centavos, que têm o valor total de setenta centavos. Contamos: uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete. E, ao falarmos de setenta centésimos (0,70), estamos falando da soma dos valores em centavos de cada moeda. Ou seja, contamos: dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta. A unidade de referência utilizada é diferente. É importante o aluno identificar essas *nuances* no conceito para que compreenda o número racional na escrita decimal. Os alunos dessa escola já adotam esse procedimento durante a contagem das moedas nas diferentes composições possíveis para a formação de um real.

O módulo do PIE (BATISTA; MUNIZ E SILVA, 2002) trata da introdução da ideia de metro, decímetro e centímetro, que pode ser feita utilizando fitas métricas para medir a altura dos alunos ou partes do corpo (pé, palmo, perna, braço, diâmetro da cabeça, cintura, etc). A sequência de atividades sugeridas é: representar primeiro com o material para, depois, registrar no caderno, usando a vírgula para separar os metros e centímetros do metro.

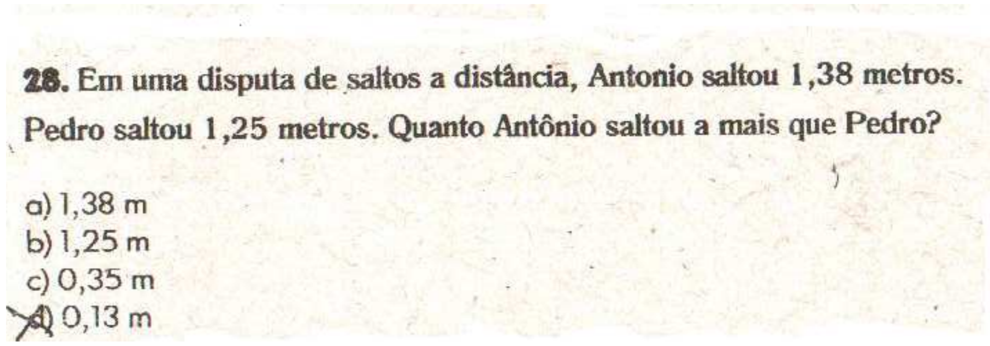
> A fita métrica será o principal instrumento trabalhado. Inicialmente deixar que os alunos a manuseiem e descubram as suas propriedades, quais sejam: décima parte do metro, ou o décimo de metro, o decímetro; a décima parte do décimo de metro ou a centésima parte do metro, o centímetro. Sugere-se a utilização da fita métrica em que cada decímetro é de uma cor, o que possibilita a percepção de que o metro é composto de 10 pedaços, sendo cada um denominado de decímetro (BATISTA; MUNIZ; SILVA, 2002, p. 47).

O uso de instrumentos usuais, régua e metro, pode facilitar a compreensão das conversões entre as unidades de medida inteira e seus múltiplos e submúltiplos, pois proporciona diversas situações que podem ser exploradas em sala de aula. É importante frisar, entretanto, a necessidade de manipulação de tais materiais pelos alunos, não ficando somente no campo das demonstrações do uso de tais materiais.

No dia 2 de dezembro de 2011, foi aplicada uma avaliação geral elaborada pela Secretaria de Educação para os alunos da 4ª série. Nessa atividade, havia duas questões envolvendo o sistema de medidas. Acompanhamos a aplicação e apresentamos as respostas de dois dos alunos que faziam parte do grupo monitorado pela pesquisa. No caso, escolhemos Joaquim e Sávia. Ele por representar o aluno que não tinha dificuldade e ela por ser considerada uma aluna com dificuldade de aprendizagem.

O Joaquim fez as duas questões sem grandes problemas. A autora não observou o aluno realizar operações para marcar as respostas. Segue a questão vinte e oito.

Figura 50 – Resposta de Joaquim para a questão 28.



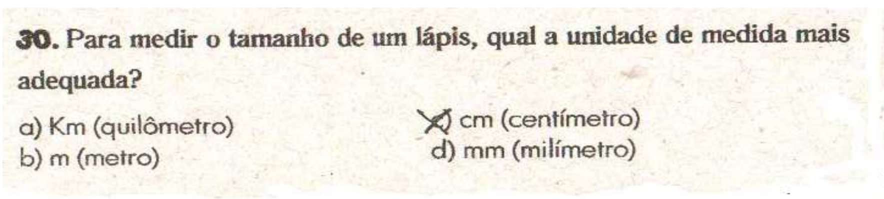
28. **Em uma disputa de saltos a distância, Antonio saltou 1,38 metros. Pedro saltou 1,25 metros. Quanto Antônio saltou a mais que Pedro?**

a) 1,38 m
b) 1,25 m
c) 0,35 m
d) 0,13 m

Fonte: Sakay (2011).

A questão exigia uma subtração. Ao que parece, Joaquim a realizou mentalmente, pois não havia qualquer anotação em sua avaliação. Respondeu corretamente.

Figura 51 – Resposta de Joaquim para a questão 30.



30. **Para medir o tamanho de um lápis, qual a unidade de medida mais adequada?**

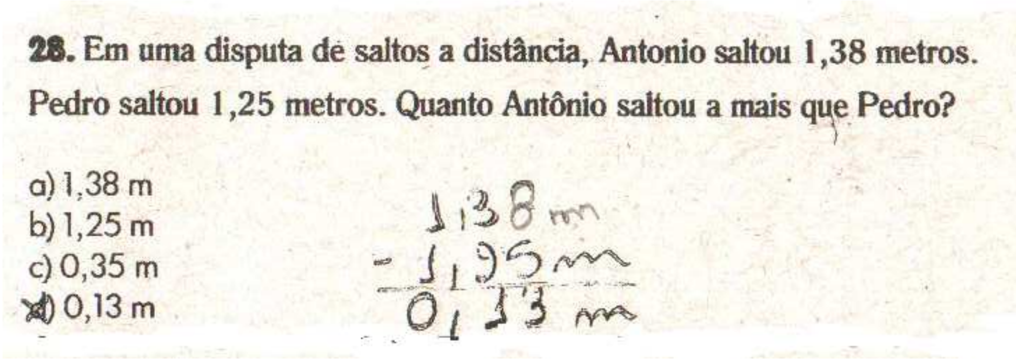
a) Km (quilômetro)
b) m (metro)
c) cm (centímetro)
d) mm (milímetro)

Fonte: Sakay (2011).

Essa questão foi considerada fácil por todos da sala. Nenhum aluno respondeu errado. Todos os vinte e três presentes no dia responderam corretamente. Deixamos de apresentar essa questão de Sávia por não se diferenciar da feita por Joaquim.

Apresentamos agora a questão vinte e oito respondida por Sávia.

Figura 52 – Resposta de Sávia para a questão 28


28. Em uma disputa de saltos a distância, Antonio saltou 1,38 metros. Pedro saltou 1,25 metros. Quanto Antônio saltou a mais que Pedro?

a) 1,38 m
b) 1,25 m
c) 0,35 m
d) 0,13 m

1,38 m
− 1,25 m
0,13 m

Fonte: Sakay (2011).

Como podemos constatar, Sávia sentiu a necessidade de realizar o algoritmo da questão. A sua notação está correta, com todos os símbolos perfeitamente colocados. Também encontrou o resultado correto. Nessa questão, somente dois alunos erraram a resposta.

O que pudemos constatar no grupo acompanhado é que o nível de aprendizagem apresentado pelos alunos superou os resultados das pesquisas estudadas. De maneira geral, podemos dizer que a meta de "resolução de problemas, envolvendo decimais com dinheiro e medidas com situações de adição e subtração" (OC, 2010, p. 87), foi alcançada pelos alunos que fizeram parte do grupo da pesquisa.

5.4 O Papel do Professor na Concretização do Currículo

Quando apresenta orientações ao professor de como aprender e ensinar Matemática no Ensino Fundamental, os PCN deixam claro a importância de se analisar as variáveis envolvidas nesse processo. Ou seja, o aluno, o professor e o saber matemático. Acrescentaríamos mais um ponto vital, em que o docente é o protagonista, no caso, a implementação do currículo escolar. Neste sentido, as concepções que o docente possui da Matemática são uma das principais *nuances* que destacamos como determinante da ação de implementação curricular. Já frisamos anteriormente que o professor precisa "ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções" (BRASIL, 1998, p. 29).

A relação do professor com o conhecimento matemático é destacada nos PCN (BRASIL, 1998) de Matemática, que contém uma referência teórica ao necessário processo de transposição didática. Ou seja, o conhecimento matemático formalizado deve ser ministrado por meio de uma sequência didática capaz de abranger os conceitos estipulados para determinado ano escolar. Isto precisa ocorrer de maneira contextualizada e significativa para os alunos, para possibilitar uma adequada aprendizagem.

> Esse processo de transformação do saber científico em saber escolar não passa apenas por mudanças de natureza epistemológica, mas é influenciado por condições de ordem social e cultural que resultam na elaboração de saberes intermediários, como aproximações provisórias, necessárias e intelectualmente formadoras. É o que se pode chamar de contextualização do saber. Por outro lado, um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que serviram para lhe dar origem. Para que sejam transferíveis a novas situações e generalizados, os conhecimentos devem ser descontextualizados, para serem contextualizados novamente em outras situações. Mesmo no Ensino Fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos (BRASIL, 1998, p. 30).

Neste sentido, a proposta apresentada no Módulo do PIE (BATISTA; MUNIZ e SILVA, 2002) dá sustentação teórica e metodológica para o desenvolvimento do ensino do número racional positivo na forma decimal, de maneira a atender as necessidades do currículo nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

> Os papéis possíveis e previsíveis do professor frente ao desenvolvimento de um currículo estabelecido, ou frente à implantação de uma inovação, podem localizar-se teoricamente numa linha contínua que vai desde o papel passivo de mero executor até ao de um profissional crítico, que utiliza o conhecimento e a sua autonomia para propor soluções originais frente a cada situação educativa (SACRISTÁN; PÉREZ GOMES, 1998, p. 213).

A partir da proposta de inversão curricular com maior ênfase no ensino do número racional positivo na forma decimal antes das frações, o papel do professor frente à implementação da sequência didática foi pensado nesta concepção. Ou seja, o docente deveria ter um posicionamento crítico, que contribuísse para a melhoria dos resultados da aprendizagem deste conteúdo pelos alunos e que respeitasse o uso social, que ocorre com maior ênfase no número racional positivo na forma decimal do que na fração.

> [...] depois das teorias críticas e pós-críticas, não podemos olhar mais para o currículo com a mesma inocência que antes. O currículo tem significados que vão muito além daqueles aos quais as teorias tradicionais nos confinaram. O currículo é lugar, espaço, território. O currículo é uma relação de poder. O currículo é trajetória, viagem, percurso. O currículo é a autobiografia, a nossa vida, o *curriculum vitae*: no currículo forja-se a nossa identidade. O currículo é texto, discurso, documento. O currículo é documento de identidade (SILVA, 2009, p. 155).

É preciso um posicionamento docente com maior autonomia, para que o professor possa reordenar os conteúdos propostos de acordo com a ênfase sociocultural desses conteúdos para os alunos. Somente assim o professor conseguirá aprofundar determinado conteúdo segundo as necessidades de aprendizagem dos alunos, com base na realidade, sem perder de vista a função de ensinar o conhecimento formal proporcionando o devido avanço conceitual.

O papel do professor é teorizado por Sacristán; Pérez Gomes (1998) em três níveis, de acordo com o grau de independência profissional que lhe é conferido. O primeiro é o nível de imitação-manutenção, segundo o qual se espera que os professores sejam capazes de reproduzir as inovações que se quer burocraticamente impor, seguindo os guias curriculares, em geral, manuais escolares, que devem aceitar sem crítica. O segundo é o nível de mediação, pelo qual o professor é visto como o mediador curricular, que terá de adaptar as inovações propostas às condições concretas da escola onde atua. Espera-se que conheça bem a situação na qual opera, nomeadamente os recursos e os alunos, e consiga realizar uma prática adequada, interpretando, ajustando, alterando os materiais disponíveis. O terceiro nível é o criativo-gerador, segundo o qual o professor, em conjunto com os colegas, assume a autoria e a responsabilidade total de sua ação. Em face da situação concreta, diagnostica os problemas, formula as hipóteses de trabalho, encontra as soluções adequadas, experimenta e avalia esses achados, e investiga e regula continuamente as suas práticas.

> O professor é o árbitro de toda a decisão curricular, sendo associado ao que de positivo ou negativo se faz na escola, uma vez que é o protagonista de uma cadeia de decisões que, natural e logicamente, lhe pertence terminar, moldando à sua medida o currículo sucessivamente prescrito, apresentado, programado e planificado (PACHECO, 1996, p. 101).

Sacristán; Pérez Gomes (1998) desvaloriza o papel do currículo prescrito, enquanto documento normativo e político nas práticas dos professores, contrapondo-lhe a relevância dos materiais curriculares, em especial, dos manuais escolares, que, para a realidade brasileira, seriam os currículos estabelecidos.

> Obviamente, os professores quando programam e executam a prática não podem partir das disposições da administração. As orientações ou prescrições administrativas podem ter escasso valor para articular a prática dos docentes, para elaborar atividades de ensino, ou para dar conteúdo concreto a objetivos pedagógicos, que por muito específicos e por muito concreta que seja a sua definição, não podem transmitir ao professor o que é preciso fazer com os alunos, o que ensinar-lhes. Existem múltiplos dados da investigação que sublinham este fato (SACRISTÁN; PÉREZ GOMES, 1998, p. 122).

Acreditamos que o grau de adesão dos professores às propostas curriculares é extremamente importante para a sua predisposição em considerá-las, em experimentá-las e avaliá-las na prática. Isto porque, sem este posicionamento, é quase impossível implementá-las e, consequentemente, mudar uma realidade escolar.

> [...] se a teoria implícita dos professores acerca dos alunos ou a sua imagem mental do ensino eficiente forem contrárias àquela que está subjacente a um novo currículo ou num método experimental de ensino, eles não sentirão entusiasmo nem serão persistentes ao colocá-la em prática (CLARK & PETERSON, 1986, p. 292).

Quando o professor utiliza o QVL adaptado segundo seus conceitos, isto acaba por revelar que a apropriação de proposições pedagógicas pelo professor é reelaborante e não direta e pura. Quando o professor reelabora a proposta, segundo suas percepções, crenças, conhecimentos matemáticos, pedagógicos e curriculares, expressa toda uma concepção construída em sua trajetória profissional.

O valor que o professor atribui às orientações curriculares é decisivo para as atividades que se propõe fazer em sala de aula. A gestão curricular é inerente à qualquer prática docente. Ou seja, em toda e qualquer prática educativa escolar adotada, da mais clássica ou tradicional, existe sempre uma opção sobre o que é preciso ensinar, sobre como organizar a aprendizagem e avaliar os resultados. A variação nas opções se encontra na natureza, nos níveis de decisão e nos papéis que os alunos irão desempenhar. Tendo clareza ou não, o professor tem um papel de protagonista na gestão curricular no momento de colocar o currículo em ação.

Entretanto, seria um posicionamento inocente e irresponsável colocar somente nas mãos do professor a responsabilidade de implementação de uma mudança curricular. O currículo vai se definindo num contínuo de decisões que passa pelo contexto político-administrativo, gestão escolar e pela gestão da sala de aula. O ponto de partida é o currículo prescrito, o currículo organizado ou moldado pelos professores, que antecede o currículo em ação, a ser concretizado na aula, e não podemos nos esquecer do currículo avaliado. Nesta pesquisa, vivenciamos dois momentos, um no final de 2010 e outro também no final de 2011, nos quais a Secretaria de Educação encaminhou avaliações já elaboradas para servir de documento-base para uma análise dos conteúdos aprendidos pelos alunos. Nas duas avaliações havia a predominância da cobrança de mais questões envolvendo as frações do que o número racional positivo na forma decimal, o que reforça para o professor uma necessidade de maior ênfase no trabalho com as frações do que com o número racional positivo na forma decimal, fragilizando a valorização do uso cultural dos conteúdos para os alunos em sua realidade.

Mas, por outro lado, reforçamos que cabe ao professor assumir um papel decisivo no desenvolvimento curricular. Ele é uma figura que está presente de maneira atuante nas diferentes fases do processo e precisa necessariamente fazer uma leitura crítica para interpretar, gerir, planejar, colocar em prática e avaliar as orientações curriculares. Neste momento, suas concepções, seus saberes e conhecimentos são testados e filtrados pela sua prática profissional. Por este motivo, na formação inicial e principalmente na formação continuada, o currículo deve ter uma centralidade, principalmente quando pensamos em uma formação que tenha o professor como protagonista. Acreditamos que, no espaço escolar, é papel do professor adequar as orientações curriculares ao contexto escolar vivido pelos alunos. Deve estudar os problemas diários, buscar soluções, estudar e regular a sua prática e criar novas opções de sequências didáticas que irão interferir na organização curricular, pautadas em resultados concretos. Isto não quer dizer que o professor deve abandonar o currículo prescrito, mas precisa organizá-lo e dar maior ou menor ênfase a determinados conteúdos, de acordo com as necessidades de aprendizagem de seus alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chevallard (1991) pondera que o saber que chega à sala de aula não é idêntico ao que foi produzido no contexto científico, pois este conhecimento, para ser ensinado, passa por uma adequação que lhe dá um caráter didático, ao qual denomina Transposição Didática.

Os caminhos percorridos pelos conhecimentos construídos cientificamente por diversos pesquisadores durante vários anos são discutidos, analisados e validados num determinado contexto sociocultural. Os conhecimentos que são considerados relevantes por uma determinada sociedade passam a integrar o corpo teórico de uma área e, assim, chegam ao currículo escolar. Chevallard (1991) pondera que o saber que chega à sala de aula não é tal qual ele foi produzido no contexto científico, pois este conhecimento, para ser ensinado, passa por uma adequação que lhe dá um caráter didático, ao qual denomina de Transposição Didática.

Um dos problemas enfrentados com relação ao ensino do número racional positivo na forma decimal diz respeito principalmente à forma como esse conteúdo chega à sala de aula para ser ensinado. Neste sentido, nosso objetivo nesta pesquisa foi analisar as implicações pedagógicas decorrentes da inversão curricular de se trabalhar com maior ênfase no número racional positivo na forma decimal antes dos números fracionários, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no trato pedagógico e curricular dos números racionais não negativos.

As leituras realizadas nos levaram a concluir que a passagem do estudo dos números naturais para o dos números racionais não tem sido feita de maneira a possibilitar a aproximação dos conhecimentos já construídos pelo aluno com o SND e a manutenção da base 10 como ponto de partida para o exame do número racional positivo na forma decimal. Levantamos na pesquisa realizada a possibilidade de outra lógica epistemológica de organização curricular, tendo por base os pressupostos teóricos listados por Muniz (1988,1995 e 2004), entre os quais destacamos:

> 1º) a forte vivência da criança com números de tal natureza antes mesmo do 4º ano;
>
> 2º) a importância do contexto sociocultural no trato com a notação decimal na relação do indivíduo em contexto de compra-venda e medidas;
>
> 3º) a possibilidade de elaboração de uma proposta didático-pedagógica de decimais, independente do ensino de frações, a partir das vivências com os decimais em seu contexto de vida;
>
> 4º) a transposição do conhecimento matemático no Conjunto dos Naturais para o Conjunto dos Racionais restrito à Notação Decimal, explicitamente àqueles referentes às habilidades operatórias.
>
> Tese 1 – a quebra cultural, partindo de um campo numérico amplamente utilizado pelo sujeito inserido num contexto onde os sistemas monetários e de medidas são decimais, como na maior parte dos países de língua latina, para tratar de um tipo de número pouco utilizado culturalmente, onde tais números assumem uma conotação de identidade (meios, quartos,...) e não um tratamento mais quantitativo de forma direta;
>
> Tese 2 – a quebra da lógica Matemática, quando parte de um campo numérico de base dez, para tratar de um campo de bases múltiplas, e finalmente retornar para os decimais, logo, base dez. É em função desta quebra que o aluno tem dificuldades em construir/compreender o processo operatório entre frações heterogêneas (bases diferentes) (MUNIZ, 1995, p. 5-7).

Os pressupostos teóricos levantados por Muniz (1995) caminham no mesmo sentido, mas com organização didática diferente do que é proposto nos PCN de Matemática (1998), que recomenda um trabalho integrado entre o ensino de frações e o de decimais a partir do 4º ano do Ensino Fundamental, com aplicações posteriores no Sistema Legal de Medidas.

Os PCN de Matemática (1998) traz vários posicionamentos com relação ao número racional que são:

> Com relação aos objetivos: construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social; Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal; Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais (BRASIL, 1998, p. 55-56).
>
> No trabalho com medidas, orienta que devem ser evidenciadas as relações entre sistemas decimais de medida, sistema monetário e sistema de numeração decimal (BRASIL, 1998, p. 58).
>
> Com relação aos conteúdos conceituais e procedimentais: reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário; formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional; extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal; comparação e ordenação de números racionais na forma decimal; localização, na reta numérica, de

> números racionais na forma decimal; relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional; reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário (BRASIL, 1998, p. 58-59).
>
> As dificuldades apontadas: [...] outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com a relação 3 > 2, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, 1/3 < 1/2; se o "tamanho" da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais (8.345 > 41), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece o mesmo critério; se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1/2 se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10; se a sequência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que, entre dois números racionais quaisquer, é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87 (BRASIL, 1998, p. 67).
>
> [...] um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, 1/3, 2/6, 3/9 e 4/12 são diferentes representações de um mesmo número (BRASIL, 1998, p. 67).
>
> Ao optar por começar o estudo dos racionais pelo seu reconhecimento no contexto diário, deve-se observar que eles aparecem no cotidiano das pessoas muito mais em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária (BRASIL, 1998, p. 68).
>
> O uso diário das frações é menor: "já o contato com representações fracionárias é bem menos frequente; na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações" (BRASIL, 1998, p. 68).

Os argumento levantados por Muniz (1995) e expressos nos PCN (1998) nos permitiu estabelecer alguns princípios que nortearam a defesa do ensino dos racionais na forma decimal antes das frações, quais sejam: o respeito à questão cultural e a exploração de um contexto significativo para o aluno; a continuidade de uma lógica Matemática que permanece com a estrutura da base dez, mas com a devida ampliação conceitual; exploração das várias representações e notações; favorecimento de atividades que coloquem os alunos em situação ativa no processo pedagógico.

Pensar em uma metodologia adequada à implementação de uma proposta é complexo, uma vez que o trabalho efetivo de analisar, escolher, adequar e construir a proposta é do professor. Uma sequência didática, baseada no Módulo do PIE desenvolvido por Batista, Muniz e Silva (2002), foi apresentada e inicialmente aceita pelo professor da 4ª série/5º ano em 2011, Mas não foi implementada, principalmente pela resistência do professor do 5º ano, participante da pesquisa, ao planejamento e ao desenvolvimento de aulas menos centradas em sua pessoa e mais voltadas à ação dos alunos. O professor não seguia os planejamentos dos conteúdos das disciplinas, que eram elaborados no momento da coordenação coletiva semanal, realizada com os demais docentes da série. Neste contexto, seria mais fácil para a pesquisadora, com o objetivo de desenvolvimento da tese, assumir o papel do docente e executar a sequência didática com a turma. Mas essa proposta não teria a mesma legitimidade que uma realizada pelo próprio docente da turma participante da pesquisa. É interessante frisar que a negativa do professor em fazer a inversão de conteúdos nos mostrou que a gestão da sala de aula passa pelas escolhas de cada docente, que são filtradas por suas crenças e concepções, influenciando as escolhas que são efetivadas por meio de sua prática pedagógica diária, em especial quanto ao trato pedagógico e curricular do ensino e aprendizagem do número racional positivo na forma decimal, um dos maiores obstáculos no currículo de Matemática da escola atual.

As mudanças na prática pedagógica, em seus movimentos intrínsecos, ocorrem em ritmos e graus diferentes. Um dos motivos que pode levar ao processo de resistência à mudança gira em torno da acomodação numa zona de conforto criada ao longo da experiência docente, na qual o aluno se porta como um receptor e o professor como um transmissor de conhecimentos. O movimento de resistência foi produtivo ao nos mostrar a infinidade de variáveis que podem interferir no ato de ensinar e, consequentemente, nos resultados alcançados pelos alunos. O processo de mudança, principalmente no âmbito das práticas curriculares, é complexo e precisa de um longo prazo para se consolidar. Mas é necessário questionar os pilares que levam os professores a organizarem os conteúdos, métodos e desenvolvimento curricular das disciplinas. Mais do que isto, é fundamental utilizar princípios mais precisos para determinar a sequência dos conteúdos e a prioridade de ensino e aprofundamentos de uns em detrimento de outros.

Como não foi possível implementar a sequência didática como concebida e elaborada inicialmente, foi necessário utilizar como ponto de partida da pesquisa o projeto da Poupança Coletiva, que já era desenvolvido pela escola, dentro do projeto de (Re)Educação Matemática. O projeto possibilitou manter o trabalho com o número racional positivo na forma decimal, independentemente da aprendizagem de frações, sem perder de vista os princípios elaborados por Muniz (1995), mas ainda não testados empiricamente.

Confrontando os resultados alcançados com os pressupostos defendidos pelos autores e documentos estudados, resumimos os resultados de nosso trabalho orientado ao objeto desta pesquisa: o ensino do número racional positivo na forma decimal antes do número fracionário.

O contexto sociocultural deve permear todo o processo de ensino e aprendizagem do número racional na forma decimal (assim como os demais conteúdos matemáticos escolares), a ser realizado pelo professor e pelos alunos. Mas o docente precisa ter o cuidado para não fazer uma abordagem superficial relativa ao ensino desse conhecimento, Portanto, é necessário que esse conhecimento seja transmitido com rigor teórico, sem perder de vista os objetivos iniciais para os quais foi criado tal saber. Ou seja, o contexto sociocultural é a fonte propulsora da aprendizagem e o quadro de referência de validação do conhecimento produzido, sendo fundamental para a constituição do ser matemático.

É necessário que o professor compreenda a construção de uma estrutura Matemática a partir de uma situação do contexto sociocultural, em que os conceitos devem ser socialmente partilhados, e não concebidos de forma separada desse contexto. Com base nessa visão, de que existe um saber construído num contexto sociocultural, é que o conhecimento foi sistematizado por teóricos matemáticos durante séculos. Um saber que precisa manter a sua estrutura científica e que, ao mesmo tempo, deve ser “traduzido”, inserido no currículo escolar. Um saber enquanto documento legal, que deve ser estudado e sistematizado pela escola. Um saber em condições de ser ensinado, ser analisado e entendido pelo professor, para que possa ser ensinado, em sala de aula, por meio da ação dos alunos. É neste sentido e contexto que verificamos que o professor participante da pesquisa esquivou-se de realizar a citada transposição didática.

O caminho percorrido historicamente pela formalização do número racional positivo na forma decimal contém indícios de que o seu ensino também precisa ser melhor organizado e estudado para ser ensinado. Existem diferentes formas de construção Matemática do número racional positivo na forma decimal, que se diferenciarão de acordo com a proposição que adotarmos como ponto de partida, do contexto, da abordagem pedagógica da escola, do posicionamento didático do professor e da participação dos alunos. Os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações. É interessante que se trabalhe didaticamente com esse conhecimento, utilizando um suporte mais próximo da realidade do aluno, para facilitar a compreensão dos conceitos vinculados a esse conhecimento matemático.

Conhecer teoricamente todas as propriedades do número racional positivo na forma decimal é importante para se ter a clareza da complementaridade entre os naturais e os racionais. Isto sem deixar de diferenciá-los e, principalmente, sem deixar de possibilitar, no processo de ensino, a conservação dos conceitos necessários à passagem de um campo para outro. Mais importante ainda é conseguir, ao mesmo tempo, fazer com que o aluno se desloque de um conceito a outro, percebendo os pontos de convergência, a fim de ampliar o seu entendimento do campo numérico. Esse navegar entre os dois campos, é claro, deve ocorrer de acordo com a possibilidade de exploração do conhecimento indicado para cada faixa etária, possibilitando uma interação entre domínios. A mudança de quadros de representações (DOUADY, 1986) é utilizada em didática para exprimir a mudança do campo de apreensão e de utilização de um conceito matemático. É um meio para a obtenção de formulações diferentes, que permitem um novo acesso às dificuldades encontradas e a aplicação de instrumentos e técnicas que não se impunham na primeira formulação.

A ampliação e a diferenciação de algumas ideias dos números naturais são necessárias. Devem ser feitas inicialmente pelos professores e, em seguida, pelos alunos. Esse proceder demanda uma abordagem adequada. Caso esse trabalho não seja bem feito, os alunos acabam enfrentando vários obstáculos e cometendo alguns erros. Mas acreditamos que, de certa forma, estes erros constituem o processo de aprendizagem, sendo uma interpretação inicial que utiliza principalmente as bases construídas com a experiência dos números naturais. Quando estabelecemos situações didáticas que possibilitam explorar a escrita do número racional positivo na forma decimal, com as frações decimais e as medidas, trabalhamos em um contexto em que é possível manter uma conexão com situações do cotidiano do aluno e também a base 10. Ao trabalharmos com o ensino das frações, devemos iniciar com a exploração da fração decimal, que permanece com a mesma estrutura da base dez, para possibilitar aos alunos a representação de um mesmo conteúdo em uma linguagem equivalente.

A exploração do número racional positivo na forma decimal a partir das medidas é considerada importante, em função da diversidade de aplicações que se pode alcançar com o domínio deste conhecimento, bem como em relação ao avanço da aplicação prática para uma abstração que pode ser feita a partir do uso do sistema de medida de comprimento e também das retas numéricas.

O estudo reforça a hipótese de que a construção do número racional positivo na forma decimal, utilizando também a reta numérica e o sistema de medidas, facilita a compreensão de que, entre dois números naturais, existe uma gama infinita de possibilidades de representação. Este tipo de trabalho didático também é importante para que os alunos possam visualizar o posicionamento e a ordenação do número racional positivo na forma decimal, ou seja, precisar qual o número maior e o número menor. É necessário elaborar uma sequência didática como a de Muniz, Barbosa e Sousa (2002), que dê conta de trabalhar com essa representação com medidas, principalmente partindo de situações significativas, para que se possibilite o avanço dos alunos na compreensão oral e escrita destes números.

Neste estudo, a partir da práxis constituída pelos professores e seus alunos dos 4º e 5º anos, o Sistema Monetário Brasileiro foi o núcleo gerenciador de todo o processo adotado, uma vez que foi explorado em função das dificuldades encontradas pelo docente na implementação da sequência didática pretendida. Com esta abordagem, foi interessante notar que tanto os alunos quanto o professor, ao se depararem com alguma dificuldade, recorriam a este conhecimento do contexto para dar suporte à compreensão dos conceitos relativos ao número racional positivo na forma decimal. Neste sentido, apontamos as limitações do nosso estudo, ou seja, a falta de uma necessária diversificação e aprofundamento das atividades que poderiam ter sido realizadas ao longo da pesquisa. Destacamos, principalmente, a não exploração do avanço para a casa dos milésimos, o que não foi possível devido à limitação do contexto do SMB. Certamente uma maior variedade de atividades possibilitaria aos alunos uma ação maior, a partir de instrumentos matemáticos que permitissem uma navegação mais tranquila entre as várias formas de exploração e representações do número racional. Temos vários exemplos de atividades e instrumentos que podem ser explorados no capítulo de análise do Módulo do PIE, desenvolvido por Barbosa, Muniz e Sousa (2002), e que permitem a diversidade e aprofundamento necessários à complexidade deste conhecimento matemático.

Quanto à implementação de uma reorganização curricular dentro de uma nova perspectiva de abordagem deste conteúdo, é preciso que a escola realize um esforço para assumir a coordenação pedagógica enquanto espaço institucional de formação continuada. E, ainda, que faça um esforço de acompanhamento e avaliação, para que se concretize uma mudança mais duradoura e autônoma neste meio. Os professores precisam estar afinados com a proposta a ser desenvolvida por todos e comprometidos com os interesses e necessidades dos alunos no avanço dos conhecimentos propostos no currículo escolar para cada faixa etária.

A postura do docente nos mostrou que existe um discurso que está ancorado numa pedagogia progressista, mas a prática é tradicional. Prega uma relação interativa entre professor e aluno em que ambos são sujeitos ativos, sendo o professor uma autoridade competente que direciona o processo pedagógico, que interfere e cria condições para a apropriação do conhecimento. Mas, em contraposição ao discurso apresentado nas respostas dadas, temos uma visão diferente na forma de gestão, concepção de ensino e concepção de aprendizagem, adotadas pelo professor. O enquadramento teórico mais adequado seria a pedagogia liberal, com o uso de uma teoria não crítica e uma tendência tradicional, que pode ser confirmada nos trechos apresentados nas análises realizadas. A gestão da sala de aula ocorreu mais no nível autoritário, no qual o conteúdo foi determinado sem prévio acordo ou planejamento. As aulas do professor eram expositivas, diferentemente do que fora planejado na coordenação coletiva. Realizava sempre a exposição verbal com uma demonstração para os alunos. Não estamos colocando a responsabilidade somente nas mãos dos docentes. Mas sabemos que a concepção de ensino diz respeito às formas, aos meios, caminhos e metodologias que estes consideram mais eficazes para o ensino. E o que vem a ser aprendizagem é revelado pela forma como o aluno aprende e como demonstra ter aprendido. Isto é determinado, principalmente, pela forma de gestão da aula. Refere-se ao nível de participação dos alunos nas ações desenvolvidas e, principalmente, nas decisões tomadas.

Esse pensamento nos mostra, mais uma vez, que o quadro elaborado por Tardif (2002) reflete bem a origem dos saberes dos professores. Todos esses saberes, no caso, os saberes pessoais do professor, saberes provenientes da formação escolar anterior, saberes advindos da formação profissional para o magistério, saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho e saberes originados de sua própria experiência na profissão e na escola, se juntam e formam o profissional que está na sala de aula. Quando o professor utiliza o QVL adaptado na sistematização dos decimais, acaba por revelar que a apropriação de proposições pedagógicas pelo professor é reelaborante e não direta e pura. Quando o professor reelabora a proposta segundo as suas percepções, crenças, conhecimentos matemáticos, pedagógicos e curriculares, ele a passa pelo filtro construído ao longo de sua experiência e escolhas. Em função da postura desse docente não foi possível implementar a sequência didática planejada.

Acreditamos que conseguimos analisar os resultados tendo como ponto de partida a exploração do número racional na forma decimal em uma base dez, que tem uma grande frequência no cotidiano brasileiro, por meio do trabalho realizado com o sistema monetário, em detrimento de frações que exploram outras bases não usuais para a nossa sociedade..Dentro do possível, foi feita uma abordagem das várias formas de representação do número racional na forma de número racional positivo na forma decimal e da fração decimal. Houve ainda o trabalho com o sistema de medidas. Mesmo que não tenhamos conseguido atingir o aprofundamento que consideramos ser adequado para a série/ano em que foi realizada a pesquisa, conseguimos mostrar alguns resultados positivos e algumas dificuldades quando tratamos de uma implementação de inversão curricular que envolve docentes e alunos de uma escola pública.

Fica como questões para pesquisas futuras a implementação da sequência didática planejada e uma análise mais aprofundada da influência da inversão curricular com uma turma que desenvolve a proposta atual do ensino das frações antes da representação do número racional na forma decimal.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABRANTES, P., L. SERRAZINA, e I. OLIVEIRA. **A Matemática na educação básica**. Lisboa: ME/DEB. Associação de Professores de Matemática, 1998.

ALMIRO, João. Materiais Manipuláveis e Tecnologia na aula de Matemática. **Relato de Experiência.** Escola Secundária de Tondela. Portugal, 2004.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico***:* contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BATISTA, C.; MUNIZ, C. A.; SILVA, E. B. da. Educação e Linguagem Matemática III. In: BATISTA, C. et al. **Módulo IV do Curso PIE**. v. 2. Brasília: UnB, 2002.

BEHR, M. J., HAREL, G., POST, T., & LESH, R. . Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning** (pp. 296-333). New York, NY: Macmillan, 1992.

BERTONI, N. E. **Módulo VI: Educação e linguagem Matemática IV**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

BITTAR, Marilena; FREITAS, José Luiz Magalhães. **Fundamentos e metodologia da Matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental.** Campo Grande, MS: Editora UFMS.2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 20 dez. 1996.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1998.

______. **Referenciais para formação de professores**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1999.

BRASILIA/DF. **Projeto Pedagógico da Escola Classe Norte**. Brasília-DF, 2010.

BROUSSEAU. **Problèmes de l’enseignement des décimaux.** Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble, vol. 1, nº 1.1980.

______ .G. **Les Obstacles Epistemologiques et Les Problèmes en Mathématiques**. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble, Vol 4, nº 2. 1983.

______. **Theory of Didactical Situations in Mathematics**. Melbourne, Australia: Monash University, 1997.

______. G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de. ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CAMPOS, T. et. al. **Lógica das Equivalências**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: Relatório de Pesquisa, 1995.

CARRAHER,T. (et al.) **Na Vida Dez, na Escola Zero**. SP. Editora Cortez, 1988.

CHEVALLARD, Y. **La Transposition Didactique**: Du Savoir Savant au Savoir Ensigné. Grenoble, La pensée Sauvage, 1991.

______. , Yves. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.

_____________, BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas**: O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem**.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. Rio de Janeiro: Vozes, 2006.

CLARK, C. M., & PETERSON, P. L. Teachers' thought processes. In M. C. Wittrock (Ed.), **Handbook of research on teaching** (3rd ed., pp. 255-296). New York: Macmillan, 1986.

CUNHA, Michelline. Rizcallhah. Kanaan da. **A quebra da unidade e o número decimal: Um estudo diagnóstico nas primeiras séries do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2002.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática**: uma introdução. 2. ed. São Paulo: Ática, 2002.

D'AMORE, B. Epistemologia, didática da Matemática e práticas de ensino. **Bolema. Boletim de Educação Matemática**, v. 20, n. 28, 2007.

DELORS J. & et al. Educação: um tesouro a descobrir. **Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI**. Porto: Edições Asa, 1996.

DOUADY, R. , **Jeux de cadres et Dialectique outil-objet**, RDM Vol, 7/2, La Pensée sauvage, Grenoble, 1986.

ESTEVES, Anelisa Kisielewski. **Números decimais na escola fundamental:** Interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UFMS. Campo Grande:UFMS, ***2009*.**

FIORENTINI, D. et al. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C. M. G. (org). **Cartografias do trabalho docente**: professor (a) - pesquisador (a). Campinas: Mercado das Letras, 1998.

FONSECA, Fábio Luiz. **A Divisão de Números Racionais Decimais: Um estudo diagnóstico junto a alunos de 6ª série**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC. São Paulo, 2005.

GADOTTI, M. **História das idéias pedagógicas**. 8. ed. São Paulo: Ática, 2002.

GÁLEN, F. et al. **Fractions, percentages, decimals and proportions**: a learning teaching trajectory for grade 4, 5 and 6. The Netherlands: Sense Publishers, 2008.

GOODSON, Ivor F.; DOWBIGGIN, Ian. História do currículo, profissionalização e organização social do conhecimento: um paradigma alargado para a história da educação. In: GOODSON; Ivor F. **O currículo em mudança. Estudos na construção social do currículo**. Portugal: Porto Editora, 2008.

GONZÁLEZ REY, Fernando Luis. **Pesquisa qualitativa e subjetividade**: Os processos de construção da informação. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

GRAVEMEIJER, K. P. E. **Developing realistic mathematics education.** Tese de doutoramento. Holanda: 1994.

______. K. P. E. **What makes mathematics so difficult, and what can we do about it**? In L. Santos, A. P. Canavarro, & J. Brocardo (Eds.), Educação Matemática: Caminhos e encruzilhadas (pp. 1-23). Lisboa: APM, 2005. P.1-23.

IFRAH, G. **Os números**: história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 2005.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA – INEP. **Escala de Matemática da Prova Brasil e Saeb**. Brasília: MEC/INEP, 2007.

______ . **Relatório Prova Brasil/SAEB 2011 – Matemática**. Brasília: MEC/INEP, 2011.

______. **Matriz de referência de Matemática – Saeb / Prova Brasil**: temas e descritores. Brasília: MEC/INEP, 2001.

KEMMIS, Stephen. **El curriculum**: más allá de la teoría de la reproducción. Madrid: Morata, 1998.

KNIJNIK, G. Educação Matemática e os problemas da “vida real”. In: CHASSOT, À;OLIVEIRA, R. J. de (Orgs*).* **Ciência, ética e cultura na educação.** São Leopoldo: UNISINOS, 1998.

LIMA, R. C. R. de. **Introduzindo o conceito de média aritmética na 4ª série do ensino fundamental, usando o ambiente computacional.** 2005. Dissertação Mestrado em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MARCHESI, A. Inversão de mão na rua dos racionais: dos números com vírgula para os fracionário. In: MIORIN, M.A. & FIORENTINI, D. (orgs). **Por trás da porta que Matemática acontece?** Campinas,SP: Editora-Graf.FE/Unicamp-Ampem, 2001.

MARTINS, J. **Um enfoque fenomenológico do currículo**: educação como poíesis. São Paulo: Cortez, 1992.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. **O ensino de Matemática no Primeiro Grau**. São Paulo: Atual, 1986.

MOREIRA, Antonio Flávio Barbosa. **Currículos e programas no Brasil**. São Paulo: Papirus, 1990.

______. **Currículo:** política e práticas. Campinas: Papirus,1990.

MOREIRA, A. F.; SILVA, T. T. **Currículo, cultura e sociedade**. São Paulo: Cortez, 1995.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Números racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 21, p. 1-19, 2005.

MUNIZ, C. A. **Aprendendo decimais antes de frações:** uma proposta inovadora. II Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Universidade Estadual de Maringá. Paraná: 1988.

______. **O ensino da notação decimal antes das frações na escola fundamental:** uma questão psico-sócio-cultural. Projeto (não implementado). Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 1995.

______. **Educação e linguagem Matemática.** Módulo do PEDEaD/Acre. UnB: FE, 2004.

______. **Mediação do conhecimento matemático**: (re)educação Matemática. Projeto – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2004.

______. O conceito de “esquema” para um novo olhar para a produção Matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.p.37-52. In.:BITTAR, Marilena;MUNIZ, Cristiano Alberto(Orgs.). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009.

PACHECO, José. **Currículo: Teoria e Práxis**. Porto: Porto Editora, 1996.

______. José Augusto. **Escritos curriculares**.São Paulo: Cortez, 2005.

PADOVAN, Daniela M. F. **Números decimais:** O erro como caminho. Dissertação de Mestrado em Educação. São Paulo: USP, 2000.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte, MG:Autêntica , 2006.

PEREZ, J. C. **Números decimales, porquê? Para quê?** Madrid: Sintesis, 1988.

PIRES, C. M. C. **Currículo de Matemática**: da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In.: GTI (Ed.) **O professor e o desenvolvimento curricular** *.* Lisboa: APM, 2005.p. 11- 34

______. **Números e Álgebra no Currículo Escolar***.* In: XVI Encontro de Investigação em Educação Matemática. Caminha, Portugal, 2005.

RIBEIRO, A. C.; RIBEIRO, L. C. **Planificação e avaliação do ensino-aprendizagem.** Lisboa: Universidade Aberta, 2003.

RIBEIRO, Carlos Miguel. **Abordagem aos Números Decimais e suas Operações**: A importância de uma "eficaz navegação" entre representações*.* Centro de Investigação sobre o Espaço e as Organizações (CIEO), Universidade do Algarve. 2009.

SACRISTÁN, J. G. & PÉREZ GÓMEZ, A. **La Enseñanza: su teoria y su práctica**. Madrid: Akal, 1989.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

______. J. G. Consciência e Acção sobre a Prática como Libertação Profissional dos Professores. In: NÓVOA, A. (org.) **Profissão Professor.** Portugal, Porto Editora, 1995, p.63-92.

SACRISTÁN, J Gimeno.; PÉREZ GÓMEZ, A. Plano de currículo, plano de ensino: o papel dos/as professores/as. In: SACRISTÁN, J Gimeno.; PÉREZ GÓMEZ, A. **Compreender e transformar o ensino**. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SAKAY, L. **Análise das contribuições de uma pesquisa-ação de (re)educação Matemática para a formação de professora dos anos iniciais**. Dissertação Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Faculdade de Educação, Brasília, 2007.

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO/DF. **Orientações Curriculares:** Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais, 2008.

SESI/UNESCO. **Sistema de avaliação de competências do programa SESI educação do trabalhador**. Brasília: SESI/UNESCO, 2005.

SILVA, Rúbia Grasiela da. **Interações entre Licenciandos em Matemática e Pedagogia:** Um olhar sobre o ensino do tema Grandezas e Medidas. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Campo Grande/UFMS, 2010**.**

SILVA, Maria José Ferreira da. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. Tese de doutorado em Educação Matemática PUC-SP, 2005.

SILVA, E. B. da. **O impacto da formação nas representações sociais da Matemática**: o caso de graduados do Curso de Pedagogia para Início de Escolarização. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Faculdade de Educação, Brasília, 2004.

SILVA, Cília Cardoso Rodrigues da. **Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais** : comprimento, massa e capacidade. 2011. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação)—Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Documentos de identidade:** uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte:Autêntica, 2009.

SOARES, F. **Movimento de Matemática Moderna no Brasil:** Avanço ou retrocesso? . Dissertação Mestrado em Matemática Aplicada – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

SOUZA SILVA, A. R. H. **A concepção do professor de Matemática e dos alunos frente ao erro no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais.** 2005. Dissertação Mestrado em Educação – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba: 2005.

TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. Petropólis, RJ: Vozes, 2002.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA. Faculdade de Educação. **Projeto do curso de pedagogia para professores em exercício no início de escolarização (PIE)**. Brasília: UnB/FE, 2000.

VALERA, Alcir Rojas*,* **Uso Social e Escolar dos Números Racionais:** Representação Fracionária e Decimal**.** Dissertação de Mestrado em Educação. Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília. 2003.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L. (Ed.). **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro, 1993.

ZUNINO, D. L. **A Matemática na escola**: aqui e agora. Tradução de Juan Acuna Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

ANEXOS

Anexo 1 – Autorização da pesquisa

Anexo 2 – Conteúdos de Matemático da SED-DF

Anexo 3 – Conteúdos decimais e frações livro didático

Anexo 4 – Calendário escolar 2011

Anexo 5 – Bilhete Poupança Coletiva

Anexo 6 – Reportagem Correio Braziliense

Anexo 7 – Jornal Sem Nome