

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Modelagem numérica de escoamento turbulento sobre
superfícies rugosas

AILSON SANTIAGO DE FARIAS

ORIENTADOR: JOSÉ LUIZ ALVES DA FONTOURA RODRIGUES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM - 152 A/10

BRASÍLIA/DF: JULHO - 2010.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Modelagem numérica do escoamento turbulento sobre
superfícies rugosas

AILSON SANTIAGO DE FARIAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

APROVADA POR:

Prof. JOSÉ LUIZ A. DA FONTOURA RODRIGUES, Doutor (ENM-UnB)
(Orientador)

Prof. Francisco Ricardo da Cunha, PhD. (ENM-UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Atila Pantaleão Silva Freire, PhD. (COPPE-UFRJ)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 26 DE MARÇO DE 2010.

FICHA CATALOGRÁFICA

FARIAS, AILSON SANTIAGO DE

Modelagem numérica do escoamento turbulento em superfície rugosa

[Distrito Federal] 2010.

xvi, 108p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2010).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- | | |
|-------------------|------------------------|
| 1. Turbulência | 2. Simulação Numérica |
| 3. Leis de parede | 4. Superfícies rugosas |
| I. ENM/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FARIAS, AILSON SANTIAGO DE (2010). Modelagem numérica do escoamento turbulento em superfície rugosa. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM 152 A/10, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 108p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Ailson Santiago de Farias.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Modelagem numérica de escoamento turbulento sobre superfícies rugosas.

GRAU / ANO: Mestre / 2010

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Ailson Santiago de Farias
SQN 116 Bloco I Ap. 108, Asa Norte
70.773-090 Brasília - DF - Brasil.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais,
Aldemir e Maria de Lourdes, a minha querida filha Gabriela e a minha es-
posa Carina.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus familiares e ao Prof. Jose Luiz Alves da Fontoura Rodrigues pelo apoio dispensado durante a execução deste trabalho. Sem esse apoio, simplesmente seria impossível a finalização desta importante etapa.

RESUMO

MODELAGEM NUMÉRICA DE ESCOAMENTO TURBULENTO SOBRE SUPERFÍCIES RUGOSAS.

Autor: Ailson Santiago de Farias

Orientador: José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues

Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas

Brasília, abril de 2009

O objetivo deste trabalho é implementar e validar uma metodologia numérica, baseada no modelo $\kappa - \epsilon$ de turbulência complementado por leis de parede, capaz de simular escoamentos sobre superfícies rugosas.

Os resultados numéricos obtidos são confrontados com os dados experimentais obtidos por Loureiro et al (2007) e Loureiro (2008) em canal de água.

A simulação numérica é desenvolvida utilizando um código de pesquisa para escoamentos turbulentos bidimensionais baseado no método de elementos finitos. O modelo de turbulência adotado é o $\kappa - \epsilon$ de Jones e Launder (1972), associado ao uso de leis de parede de velocidade. A discretização espacial é feita por elementos finitos dos tipos P1 e P1/isoP2 e a discretização temporal é implementada por meio do esquema sequencial semi-implícito de diferenças finitas.

O acoplamento pressão-velocidade é resolvido numericamente por meio de uma variação do algoritmo de Uzawa. As flutuações numéricas, resultantes do tratamento simétrico dado aos fluxos convectivos pelo método de Galerkin, são filtradas por um método de dissipação de resíduos, proposto por Hughes e Brooks (1979) e Kelly et al (1980) e implementada por Brun (1988). As demais não-linearidades oriundas do emprego explícito das leis de parede são tratadas por meio do método de mínimos resíduos, proposto por Fontoura Rodrigues (1990).

Os resultados numéricos obtidos com leis de parede desenvolvidas para superfícies rugosas são confrontados com dados experimentais e com resultados numéricos obtidos com leis de parede convencionais, de maneira a evidenciar as características, vantagens e custo computacional da metodologia numérica implementada para superfícies rugosas.

ABSTRACT

NUMERICAL MODELLING FOR TURBULENT FLOW OVER ROUGH SURFACE

Author: Ailson Santiago de Farias Supervisor: José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas Brasília, December of 2009

The main goal of this work is to implement a numerical methodology, based on $\kappa - \epsilon$ model and laws of wall, capable to simulate turbulent flows over rough surfaces.

The numerical results are compared with experimental data obtained by Loureiro et al (2007) and Loureiro (2008) in a water channel.

The numerical simulation is done using a research code developed for bi-dimensional turbulent flows based on finite elements method. The turbulence model adopted is the $\kappa - \epsilon$ by Jones and Launder (1972), associated with the laws of wall. The spatial discretization is done by finite elements P1 and P1/isoP2 and the temporal discretization is implemented by a semi-implicit scheme of finite difference method.

The coupling pressure-velocity is done using a variation of Uzawa's algorithmic. The numerical noises, originated by the symmetric treatment used by Galerkin method to the convective fluxes, are treated using the balance dissipation method proposed by Hughes e Brooks (1979) and Kelly et al (1980) and implemented by Brun (1988). The remaining non-linearities, due to laws of wall, are treated by minimal residual method, proposed by Fontoura Rodrigues (1990).

The numerical results obtained using the rough and smooth wall laws are compared to each other, in order to show the characteristics, advantages and computational effort of the numerical methodology used in the rough wall laws relations.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVOS	1
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	9
2	EQUAÇÕES GOVERNANTES	12
2.1	EQUAÇÕES DE REYNOLDS	12
2.2	MODELO DE TURBULÊNCIA - κ - ε CLÁSSICO	16
2.3	MODELO DE TURBULÊNCIA - κ - ε MODIFICADO	19
2.4	CAMADA LIMITE TURBULENTA	20
2.5	LEIS DE PAREDE PARA SUPERFÍCIE LISA	25
2.5.1	Lei de parede logarítmica clássica - LL	25
2.5.2	Lei de parede de Mellor (1966) - ML	26
2.5.3	Lei de parede de Nakayama e Koyama (1984) - NKL	28
2.5.4	Lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998) - CSFL	30
2.6	CARACTERIZAÇÃO DA SUPERFÍCIE RUGOSA	33
2.7	LEIS DE PAREDE PARA SUPERFÍCIES RUGOSAS	41
2.7.1	Lei de parede de Sholz (1925) - LS	41
2.7.2	Lei de parede rugosa de Mellor - MR	42
2.7.3	Lei de parede rugosa de Nakayama e Koyama - NKR	45
2.7.4	Lei de parede rugosa de Cruz e Silva Freire - CSFR	47
3	FORMULAÇÃO NUMÉRICA	49
3.1	DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL	49
3.2	DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL	52
3.3	MALHAS DE CÁLCULO	54
4	ANÁLISE DE RESULTADOS	56
4.1	CASO TESTE SELECIONADO	56
4.2	EMPREGO DAS LEIS DE PAREDES	57
4.3	RESULTADOS OBTIDOS	58

4.3.1	Condições de contorno e malha de cálculo	58
4.3.2	Perfis de velocidade média	61
4.3.3	Campo de pressão média	82
4.3.4	Análise da região de separação da camada limite	85
4.3.5	Tensão cisalhante na parede	94
4.3.6	Custo computacional	96
5	CONCLUSÕES	98
5.1	CONCLUSÕES GERAIS	98
5.2	RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	99
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101
	APÊNDICES	105
A	Modelagem $k-\varepsilon$ de baixo Reynolds	106

Lista de Figuras

2.1	Região interna da camada limite turbulenta: contribuições laminar e turbulenta.	23
2.2	Perfil de velocidade típico na camada limite turbulenta	24
2.3	Esquema geométrico da rugosidade isolada.	34
2.4	Esquema geométrico da rugosidade combinada.	35
2.5	Esquema geométrico da rugosidade do escoamento quase liso.	35
2.6	Caracterização geométrica da superfície rugosa adotada.	37
2.7	Estrutura simplificada da camada limite em superfícies rugosas.	37
2.8	Malha de cálculo da rugosidade.	38
2.9	Influência do elemento rugoso no escoamento na parede.	39
2.10	Estimativa do erro na origem ϵ via simulação numérica.	40
2.11	Efeito da rugosidade no perfil de velocidade não perturbado utilizando lei de parede logarítmica clássica (LL).	41
2.12	Função da escala rugosa de velocidade u_{FC}	46
3.1	Discretização de um domínio bidimensional D em elementos triangulares.	50
3.2	Elementos finitos P1/IsoP2	52
3.3	(a) Malha P1 (pressão) ; (b) Malha iso-P2 (velocidade e demais variáveis). Largura de banda 42 e número de coeficientes 847	55
3.4	(a) Malha P1 (pressão) ; (b) Malha iso-P2 (velocidade e demais variáveis). Largura de banda 7 e número de coeficientes 245	55
4.1	Condições de contorno e estações de medição.	59
4.2	Malha de cálculo da colina rugosa.	60
4.3	Perfil de velocidade na estação 2 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	62
4.4	Perfil de velocidade na estação 2 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ϵ modificado.	63
4.5	Perfil de velocidade na estação 2 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	63

4.6	Perfil de velocidade na estação 3 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	64
4.7	Perfil de velocidade na estação 3 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	64
4.8	Perfil de velocidade na estação 3 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	65
4.9	Perfil de velocidade na estação 4 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	67
4.10	Perfil de velocidade na estação 4 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	67
4.11	Perfil de velocidade na estação 4 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	68
4.12	Perfil de velocidade na estação 5 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	70
4.13	Perfil de velocidade na estação 5 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	70
4.14	Perfil de velocidade na estação 5 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	71
4.15	Perfil de velocidade na estação 6 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	72
4.16	Perfil de velocidade na estação 6 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	73
4.17	Perfil de velocidade na estação 6 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	73
4.18	Perfil de velocidade na estação 7 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	74
4.19	Perfil de velocidade na estação 7 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	75
4.20	Perfil de velocidade na estação 7 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	75
4.21	Perfil de velocidade na estação 8 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	76
4.22	Perfil de velocidade na estação 8 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	77
4.23	Perfil de velocidade na estação 8 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	77

4.24	Perfil de velocidade na estação 9 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	78
4.25	Perfil de velocidade na estação 9 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	79
4.26	Perfil de velocidade na estação 9 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	79
4.27	Perfil de velocidade na estação 10 utilizando leis de parede para superfícies lisas.	80
4.28	Perfil de velocidade na estação 10 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	81
4.29	Perfil de velocidade na estação 10 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	81
4.30	Coefficiente longitudinal de pressão média ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies lisas.	83
4.31	Coefficiente longitudinal de pressão média ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	83
4.32	Coefficiente longitudinal de pressão média ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	84
4.33	Região de separação de camada limite utilizando a lei logarítmica e modelo κ - ε clássico.	87
4.34	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Mellor (1966) e modelo κ - ε clássico.	87
4.35	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) e modelo κ - ε clássico.	88
4.36	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Cruz e Silva Freire (1988) e modelo κ - ε clássico.	88
4.37	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Sholz (1925) e modelo κ - ε clássico.	89
4.38	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Mellor rugosa modelo κ - ε clássico.	89
4.39	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Nakayama e Koyama rugosa modelo κ - ε clássico.	90
4.40	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Cruz e Silva Freire rugosa modelo κ - ε clássico.	90
4.41	Região de separação de camada limite utilizando a lei logarítmica e modelo κ - ε modificado.	91

4.42	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Mellor (1966) e modelo κ - ε modificado.	91
4.43	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) e modelo κ - ε modificado.	92
4.44	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Cruz e Silva Freire (1988) e modelo κ - ε modificado.	92
4.45	Região de separação de camada limite utilizando a lei de Cruz e Silva Freire rugosa e modelo κ - ε modificado.	93
4.46	Velocidade de atrito na parede ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies lisas.	95
4.47	Velocidade de atrito na parede ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.	95
4.48	Velocidade de atrito na parede ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies rugosas.	96

Lista de Tabelas

2.1	Constantes calibração modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$	20
2.2	Relação entre C_I e p^*	28
2.3	Relação entre C_I e p^* para o caso rugoso	43
4.1	Camada limite não perturbada.	57
4.2	Posicionamento das estações de medição.	60
4.3	Parâmetros da região de separação da camada limite expressos em $(\frac{x-0,9}{h})$ utilizando modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$ clássico.	86
4.4	Parâmetros da região de separação da camada limite expressos em $(\frac{x-0,9}{h})$ utilizando modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$ modificado.	86
4.5	Custo computacional modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$ clássico.	97
4.6	Custo computacional modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$ modificado.	97
A.1	Constantes calibração do modelo de Launder e Jones (1972)	107
A.2	Constantes calibração do modelo de Launder e Sharma (1974)	107
A.3	Constantes calibração do modelo de Chien (1982)	108

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACIONES

δ_{ij} : operador delta de Kronecker.

μ : viscosidade dinâmica .

ν : viscosidade cinemática.

ν_T : viscosidade cinemática turbulenta.

κ : energia cinética de turbulência.

π : produção de energia cinética de turbulência κ .

ρ : massa específica.

ρ_0 : massa específica de referência.

τ_{ij} : tensor de Reynolds.

τ_p : tensão de cisalhamento na parede.

ε : taxa de dissipação da energia cinética de turbulência.

ϵ : erro na origem.

C_p : coeficiente de pressão.

C_μ : coeficiente experimental do modelo κ - ε .

d : deslocamento na origem.

Fr : número de Froude.

g_i : aceleração gravitacional na direção i .

g_0 : aceleração gravitacional de referência.

h, k : altura do elemento rugoso.

H_c : função altura da colina.

K : constante de Von Kármán.

L_0 : comprimento de referência, escala de comprimento do escoamento externo.

P : pressão estática instantânea.

\bar{p} : média temporal da pressão estática.

p' : flutuação de P .

Re : número de Reynolds.

Re_T : número de Reynolds turbulento.

t : variável de tempo.

U_i : velocidade instantânea na direção i .

U_0 : velocidade de referência.

\bar{u}_i : média temporal de U_i .

u'_i : flutuação de U_i .

u^* : velocidade adimensional tangencial à parede.

$-\overline{u'_i u'_j}$: tensor de Reynolds.

u_F : velocidade de atrito.

x, y, z : Direções principais do sistema cartesiano.

x_i : Variável espacial (comprimento) - componente na direção i .

Capítulo 1 INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS

Os escoamentos de interesse para a engenharia, sejam de natureza industrial ou não, são predominantemente turbulentos e, neste caso, seu estudo e previsão de comportamento só se viabilizam com procedimentos de natureza experimental e/ou numérica.

Neste trabalho é abordada a via numérica como forma de resolução e análise de escoamentos da camada limite turbulenta que se desenvolvem sobre superfícies rugosas.

O objetivo deste trabalho é o estudo da camada limite turbulenta que se desenvolve sobre paredes rugosas, por meio de uma formulação do tipo URANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*), sendo o efeito da rugosidade sobre o escoamento modelado por meio de leis de parede desenvolvidas para esta finalidade.

Os modelos de turbulência baseados nas equações médias de Reynolds tem larga aplicação em escoamentos complexos, por conciliarem boa confiabilidade associada a baixos custos computacionais. Este tipo de abordagem, embora não ofereça a mesma riqueza de informação obtida na simulação de grandes escalas LES (*Large Eddy Simulation*) ou por simulação direta DNS (*Direct Numerical Simulation*), apresenta a melhor relação custo-benefício, conforme mostram os trabalhos de Anderson, Tannehill e Pletcher (1984) e Chen e Jan (1998).

A metodologia conhecida como RANS (*Reynolds Averaged Navier Stokes*), gera bons resultados, ainda que calculando apenas os valores médios das variáveis envolvidas, sendo indicada especialmente para aplicações industriais onde a razão custo-benefício ou custo-necessidade é preponderante. O emprego desta formulação implica no surgimento de um termo suplementar, uma correlação temporal das flutuações do campo de velocidade, denominado tensor de Reynolds. O cálculo aproximado destes valores é feito por meio de modelos matemáticos, conhecido como modelos de turbulência. Este trabalho adota o modelo κ - ε de Jones e Launder (1972), baseado no conceito de viscosidade turbulenta de Boussinesq (1877) que, atuando no escoamento como um fator de atrito suplementar, seria capaz de explicar as mudanças observadas experimentalmente

quando da transição do regime laminar para o regime turbulento. O modelo κ - ε utiliza duas equações diferenciais parciais para permitir o cálculo da viscosidade turbulenta via relação de Prandtl-Kolmogorov.

O bom desempenho do modelo κ - ε na predição do comportamento do escoamento na região externa da camada limite turbulenta não se mantém na região interna, especificamente na subcamada laminar, região de transição e início da região logarítmica, devido à forte influência da viscosidade molecular e às taxas excepcionalmente elevadas de produção e dissipação de energia cinética de turbulência. Para viabilizar o emprego do modelo κ - ε esta região do escoamento é modelada por meio de leis de parede, capazes de calcular o campo de velocidade na proximidade imediata de paredes.

A determinação do campo de velocidade, no contorno do domínio de cálculo, por meio de relações analíticas denominadas leis de parede, é um procedimento numérico de natureza explícita, pois calcula condições de contorno do escoamento a acontecer com base no campo de velocidade presente. A esta dificuldade numérica são ainda acrescentadas todas as complexidades da região interna da camada limite turbulenta. Neste trabalho são estudadas as consequências da rugosidade da superfície sobre o desenvolvimento do escoamento em condições críticas, como o descolamento de camada limite provocado por gradientes adversos de pressão ou pela geometria.

Os efeitos de rugosidade superficial são intensificados pelo aumento do número de Reynolds do escoamento. Na subcamada de transição ou interfacial o escoamento é fortemente influenciado por cada elemento rugoso. A tensão cisalhante na parede é uma combinação do arrasto de forma provocado pela geometria da rugosidade e pelo arrasto viscoso propriamente.

Para efeito de estudo, a rugosidade é classificada de acordo com suas características topológicas, como a altura e a forma. A rugosidade estudada neste trabalho é do tipo uniforme, com altura constante. Os primeiros estudos de escoamentos na presença de elementos rugosos artificiais foram realizados por Nikuradse (1933), que relacionou a tensão de cisalhamento em função do tamanho e forma granular das partículas rugosas. O principal efeito observado por Nikuradse (1933) foi a destruição da subcamada laminar da parte interna da camada limite turbulenta. Dessa forma, as escalas predominantes na região imediatamente próxima à parede deixam de ser condicionadas pela viscosidade cinemática e passam a ser caracterizadas por uma escala denominada “rugosidade de grão de areia”, representada aqui por y_s . Mesmo na região logarítmica

da parte interna da camada limite, a presença da rugosidade provoca mudanças. A estrutura assintótica da camada limite sofre modificações provocadas pela rugosidade e estas devem estar presentes nas formulações das leis de parede. Isto posto, o foco objetivo principal deste trabalho é implementar leis de parede que levem em consideração o efeito da rugosidade superficial. Um exemplo interessante de aplicação das leis logarítmicas no escoamento rugoso é o método publicado por Alonso (2007), em que o perfil médio de vazão de um rio com granulometria grosseira de sedimentos em seu leito é obtido utilizando a lei logarítmica de Prandtl-Kármán. Neste trabalho, o valor da rugosidade de grão de areia de Nikuradse (1933) é função do diâmetro característicos dos sedimentos.

Encontram-se na literatura vários trabalhos de simulação numérica direta (DNS) da região localizada nas imediações do elemento rugoso, como o trabalho de Orlandi, Leonardi e Antonia (2006) que ilustra a influência da geometria do elemento rugoso na estrutura da camada limite, incluindo o arrasto, as tensões de Reynolds e a tensões viscosas. No entanto ainda são raras na literatura modelagens numéricas de escoamentos sobre superfícies rugosas em situações de interesse para engenharia.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A hipótese simplificativa de parede lisa, embora muito empregada na simulação da camada limite, tem inconvenientes pois em escoamentos turbulentos as tensões cisalhantes, na parede interna da camada limite, são fortemente dependentes da topologia da rugosidade parietal. À medida que o número de Reynolds aumenta, as escalas características do escoamento próximo à parede mudam sensivelmente, podendo levar à aniquilação da subcamada laminar. A porção da parte interna da camada limite que sofre os efeitos diretos da presença da rugosidade é referenciada como subcamada de transição ou interfacial.

Nos escoamentos que se processam sobre superfícies rugosas, a aniquilação da subcamada laminar provoca significativas modificações na estrutura assintótica da camada limite, resultando em fluxo turbulento a uma determinada distância da parede, que varia com o tamanho da rugosidade e que, para efeito de análise, será doravante considerada como origem da direção normal à parede ($y=0$).

A geometria do elemento rugoso é fator determinante para a avaliação dos efeitos da superfície rugosa no escoamento turbulento. Modelos numéricos podem ser emprega-

dos para contabilizar as trocas de energia cinética na região de proximidade imediata da rugosidade. Um dos métodos empregado com sucesso na literatura para estimar os efeitos dinâmicos e geométricos, na região imediatamente adjacente ao elemento rugoso, é a simulação numérica direta (DNS). O erro desta técnica numérica, no caso das derivadas espaciais, está intimamente relacionado ao espaçamento das malha de cálculo e para se obter um baixo erro de truncamento na aproximação das derivadas deve-se adotar uma malha com refinamento coerente com as escalas de comprimento da rugosidade parietal a ser modelada. Sendo assim, a simulação numérica para superfícies rugosas via (DNS) é sensivelmente mais dispendiosa do que para superfícies lisas.

Para capturar as menores estruturas turbulentas, deve-se utilizar uma malha muito refinada. Em geral, o espaçamento entre os nós varia com o número de Reynolds, segundo a relação de proporcionalidade para as pequenas escalas de Kolmogorov dada por

$$\eta = \frac{L_0}{Re^{\frac{3}{4}}}, \quad (1.1)$$

onde L_0 é a escala dos grandes turbilhões do escoamento externo e Re é o número de Reynolds baseado em L_0 .

A título de exemplo um escoamento com $Re = 10^6$ e $L_0 = 5m$, necessita espaçamento de malha de aproximadamente $0,1mm$ para que seja possível capturar as menores estruturas, implicando em uma malha com 2.500.000.000 de nós. Desta forma, do ponto de vista da capacidade de processamento atual, este método é caro e inviável para a maioria das aplicações industriais, sendo seu uso ainda restrito às atividades de pesquisa, onde já ocupa lugar de destaque em situações onde técnicas experimentais são inviáveis ou quando seu custo seja comparável à simulação via DNS.

Atualmente, a simulação via DNS é empregada predominantemente na região próxima à parede, configurando uma análise local. Ikeda e Durbin (2007) avaliaram o comportamento do escoamento em um canal com superfícies lisa e rugosa utilizando esta metodologia de simulação numérica. A distribuição dos elementos rugosos foi selecionada de tal forma que se formassem vórtices estáveis entre os elementos, o que é conhecido na literatura como rugosidade tipo k , rugosidade de grão de areia ou ainda

rugosidade isolada, conforme definição apresentada neste trabalho. O efeito da rugosidade varia com a altura e com o espaçamento dos elementos rugosos. Para cada condição de escoamento, a um dado número de Reynolds crítico, existe um valor de altura típica dos elementos rugosos que determina se o escoamento é completamente rugoso, ou seja, situação caracterizada pela independência da escala viscosa na formulação do comprimento característico na região da parede.

Nos escoamentos com rugosidade controlada, com baixo número de Reynolds, Ikeda e Durbin (2007) mostram que a subcamada rugosa, de transição ou interfacial apresenta alta intensidade de turbulência, causada pela vorticidade que se estabelece nos espaços ou reentrâncias dos picos dos elementos rugosos. Mesmo na região acima do pico dos elementos rugosos, ainda observam-se altos valores de energia cinética de turbulência, não havendo condição de equilíbrio entre produção e dissipação de energia cinética de turbulência.

Ainda segundo Ikeda e Durbin (2007), somente a partir da cota correspondente à duas vezes a altura do elemento rugoso, tomando como origem o vale entre os elementos rugosos, é que o escoamento assume a forma logarítmica clássica, atingindo a condição de equilíbrio entre produção e dissipação. Na superfície rugosa, a maior contribuição para a tensão cisalhante na parede é dada pelo arrasto de pressão ou de forma, a despeito do arrasto viscoso. O resultado final desta combinação antagônica de efeitos resulta em significativo incremento na perda de carga criada pela rugosidade na parede. As tensões cisalhantes observadas na parede lisa foram aproximadamente quatro vezes menores que as tensões cisalhantes observadas no lado rugoso.

Akinlade et al (2004) mostram que, em muitos casos, o efeito da rugosidade transcende a região interna da camada limite, afetando sensivelmente a região externa. Na região parietal, as escalas de velocidade variam com as características de acabamento superficial. Estes autores sugerem que a escala de velocidade para o escoamento na região externa da camada limite seja proporcional à velocidade do escoamento não perturbado.

Na região da parede, a tensão de cisalhamento é resultado da soma das contribuições laminar e turbulenta. Para o caso rugoso, a depender da geometria do elemento e do número de Reynolds, há predominância da contribuição turbulenta, contabilizada pelo tensor de Reynolds, associado ao efeito do arrasto de forma provocado pelos elementos rugosos.

Nikuradse (1933) foi precursor no estudo da relação entre a força de arrasto e o número de Reynolds, para escoamentos classificados na literatura como completamente rugosos. Do ponto de vista cinemático, este efeito é observado explicitamente na formulação de lei de parede proposta por Clauser (1954), dada pela equação

$$u^* = \frac{1}{K} \ln(y^*) + C1 - \Delta u^*, \quad (1.2)$$

em que $C1$ é uma constante de calibração e Δu^* é função das características da rugosidade.

A estimativa de Δu^* não é tarefa simples. Este termo depende fortemente da altura e espaçamento dos elementos rugosos e do número de Reynolds do escoamento. Para rugosidade de grão de areia proposta por Nikuradse (1933), vale a relação

$$\Delta u^* = \ln(1 + 0,3Y_s), \quad (1.3)$$

onde Y_s corresponde a forma adimensional da rugosidade de grão de areia y_s , que é função da altura dos grãos de areia do experimento de Nikuradse (1933).

Como será mostrado adiante, a relação do termo Δu^* com a altura típica dos elementos rugosos é válida para rugosidade isolada, ou tipo k , não valendo portanto para superfícies com rugosidade combinada, ou tipo d , adotando a classificação proposta por Perry e Joubert (1969). As simulações via DNS de Burattini et al (2008) e Ikeda e Durbin (2007) indicam que o espaçamento entre os elementos rugosos também influencia bastante na redução da velocidade na região imediatamente acima do pico dos elementos rugosos. Dessa forma, a modelagem numérica da parte interna da camada limite, em especial a subcamada laminar, deve levar em consideração em sua formulação aspectos morfológicos da camada limite que se forma em função da distribuição e topologia dos elementos rugosos.

As principais características do escoamento em superfícies rugosas, que constituem desafios à simulação numérica do escoamento são:

- altas taxas de transferência de quantidade de movimento e energia na região próxima à parede;

- presença de mecanismos de produção e manutenção de turbulência na região próxima à parede, fazendo com que haja a destruição da subcamada laminar e o surgimento da subcamada interfacial e de transição;
- alteração das escalas características de tempo e comprimento na dinâmica do escoamento;
- dificuldade de se caracterizar dimensionalmente as diferentes formas, tipos e tamanhos de rugosidade;
- forte dependência de parâmetros experimentais, como rugosidade de grão de areia y_s e erro na origem ϵ ;
- Mecanismos turbulentos não-homogêneos espacialmente na região próxima à parede.

Os trabalhos de Burattini et al (2008), Ikeda e Durbin (2007) e Orlandi et al (2006) utilizam rugosidades artificiais e regularmente distribuídas, em que percebe-se claramente o efeito do espaçamento entre os elementos e de suas geometrias na dinâmica do escoamento na região próxima à parede.

As leis de parede inicialmente desenvolvidas para superfícies rugosas levam em consideração apenas a mudança da escala de comprimento na região interna da camada limite, conforme Clauser (1954). Nestas leis a escala de velocidade continua sendo a velocidade de atrito u_F . Leonardi, Orlandi e Antonia (2006) utilizam DNS para determinar o comportamento do escoamento nas imediações do elemento rugoso. A velocidade de atrito é determinada a partir de dados numéricos. A tensão cisalhante na parede é calculada numericamente pela soma das contribuições laminare e turbulenta dos tensores de Navier e de Reynolds, respectivamente. Sendo a velocidade de atrito uma medida da tensão de cisalhamento na parede, sua determinação não é tarefa simples, especialmente em escoamentos que se processam sobre superfícies rugosas.

A fim de auxiliar os experimentalistas a estimar o arrasto total nas proximidades dos elementos rugosos bi-dimensionais, o trabalho de Leonardi, Orlandi e Antonia (2005) propõem um método de determinação da velocidade de atrito em superfícies lisas e rugosas. A rugosidade empregada é composta de elementos regulares, quadrados ou retangulares e igualmente espaçados. A equação do velocidade de atrito u_F proposta por Leonardi, Orlandi e Antonia (2005) é dada por

$$u_F = \sqrt{\frac{\pi' \frac{S}{L_x}}{1 + \frac{S_1}{S_2}}}, \quad (1.4)$$

onde S_1 , S_2 e S são funções dos valores do tensor de Reynolds na região próxima à parede e do arrasto de pressão provocado pelo elemento rugoso. O termo L_x representa um comprimento característico longitudinal e π' representa a perda de carga no trecho avaliado, no intervalo $0 < x < L_x$.

A Equação (1.4) é deduzida aplicando a média estatísticas às equações governantes de Navier-Stokes, integrando a equação resultante na direção normal à parede até um dado ponto y_m , caracterizado pelo desaparecimento do efeito da tensão cisalhante na parede, ou seja, no ponto onde $\tau_p = 0$.

Considerando o valor do tensor de Reynolds como função linear da distância normal à parede, apenas duas medições da correlação $\overline{u'v'}$ são suficientes para a determinação desta função.

Com isto, o cálculo da velocidade de atrito proposto por Leonardi, Orlandi e Antonia (2005) toma por base valores experimentais de arrasto de pressão e do tensor de Reynolds em apenas duas estações de medição, considerando o comportamento linear do tensor de Reynolds na subcamada laminar. A partir do comprimento característico longitudinal, calcula-se a velocidade de atrito por meio da Eq.(1.4). Este método foi validado numericamente utilizando dados numéricos obtidos por Leonardi et al (2003), que empregou a técnica de simulação direta, DNS, em um código de diferenças finitas para a equações de Navier Stokes.

Está consolidada na literatura a idéia de que o efeito da presença dos elementos rugosos afeta tão somente a parte interna da camada limite, destruindo a subcamada laminar, conforme Nikuradse (1933) e Perry e Joubert (1963), entre outros. No entanto, Krogstad et al (1992) defendem que a parte externa da camada limite de escoamentos sobre superfícies rugosas é afetada pela presença da rugosidade, tornando-se mais espessa e com intensidades turbulentas e tensões de cisalhamento mais elevadas na região mais afastada da parede, comparativamente ao observado em escoamentos sobre superfícies lisas. Na parte externa da camada limite, Akinlade et al (2007) mostram que a utilização da escala de velocidade de atrito u_F produz resultados diferentes na adimensionalização do campo de velocidade média, a depender do acabamento super-

ficial ser liso ou rugoso. Para a região externa, Akinlade et al (2007) propõem outra escala de velocidade, baseada na velocidade do escoamento não perturbado.

O trabalho de Akinlade et al (2004) indica que, para um escoamento turbulento sem gradiente de pressão sobre superfície rugosa, que obedeça as proposições de Nikuradse (1933) sobre rugosidade do tipo grão de areia, a escala de velocidade u_F não é apropriada para ajustar os dados experimentais na parte interna da camada limite. No entanto, neste estudo, u_F é estimada por meio de ajuste dos dados experimentais de velocidade longitudinal à lei logarítmica para a região turbulenta, de forma análoga à utilizada por Krogstad et al (1992), com exceção do ajuste da origem da coordenada y . Este ajuste da origem y é feito por meio do parâmetro denominado erro na origem ϵ .

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

A simulação numérica desenvolvida neste trabalho trata as partes interna e externa da camada limite turbulenta de forma diferenciada. Para a parte interna da camada limite, na subcamada laminar ou interfacial, utilizam-se leis de parede que permitem o cálculo das condições de contorno de velocidade para o modelo κ - ϵ que, por seu turno, modela a região turbulenta da parte interna e toda a parte externa da camada limite.

As leis de parede utilizadas neste trabalho são, desenvolvidas para simulação de superfícies lisas, são:

- lei de parede logarítmica clássica - LL.
- lei de Mellor (1966) - ML.
- lei de Nakayama e Koyama (1984) - NKL.
- lei de Cruz e Silva Freire (1998) - CSFL.

As leis de parede implementadas e validadas numericamente neste trabalho para simulação de superfícies rugosas são:

- lei de Sholz (1925) - LS.

- lei de Mellor rugosa - MR.
- lei de Nakayama e Koayama rugosa - NKR.
- lei de Cruz e Silva Freire rugosa - CSFR.

Entre todas as leis, as únicas que não consideram o efeito do gradiente longitudinal de pressão são a Lei de parede logarítmica clássica - LL e a Lei de Sholz (1925) - LS.

Visando à simplificação textual, a partir deste ponto será utilizada a abreviação do nome das leis de parede, conforme exposto acima.

O caso teste escolhido é oriundo do estudo experimental de Loureiro (2008). Trata-se do escoamento que se estabelece sobre colina de inclinação abrupta e superfície rugosa. Este estudo quantifica a influência da rugosidade superficial no descolamento de camada limite provocada por gradiente adverso de pressão. Os efeitos do gradiente adverso de pressão somados aos efeitos da rugosidade, constituem um desafio à modelagem numérica, especialmente nas imediações da parede. A forma da colina escolhida, conhecida na literatura como curva de Agnesi modificada, provoca o descolamento de camada limite com a formação de uma grande região de recirculação. Estas características fazem da colina abrupta e com superfície rugosa um caso teste bastante completo e desafiante para a modelagem numérica.

Os resultados experimentais foram obtidos em um canal de água instalado no Laboratório de Hidráulica da Universidade do Porto, Portugal, com 17m de comprimento e seção transversal de 0,4m por 0,6m. O número de Reynolds baseado na espessura da camada limite do caso escolhido é de 31023. Os resultados experimentais obtidos para este caso incluem perfis de velocidade média, tensões normal e cisalhante na parede e flutuações do campo de velocidade.

O código numérico adotada na simulação do escoamento, denominado *Turbo 2D*, é um algoritmo FORTRAN em desenvolvimento no Grupo de Mecânica dos Fluidos de Escoamentos Complexos - Vortex, do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília. A variante isotérmica do código adotada neste trabalho baseia-se na técnica de elementos finitos com formulação por resíduos ponderados de Galerkin, que adota na discretização espacial do domínio de cálculo elementos triangulares tipo P1-isoP2, conforme o proposto por Brison, Buffat, Jeandel e Serres (1985) e Brun (1988).

O problema de fechamento das equações médias de Reynolds é resolvido com base no conceito de viscosidade turbulenta de Boussinesq (1872) complementada pelo modelo κ - ε clássico, proposto por Jones e Launder (1972) com as modificações introduzidas por Launder e Spalding (1974), e pelo modelo κ - ε modificado para o escoamento na colina, proposto por Poroseva e Iaccarino (2001).

Como condição de contorno explícita na região da parede, foram testadas leis de parede formuladas para superfícies lisas e implementadas e validadas leis de parede adaptadas para superfícies rugosas. As leis de parede testadas para o caso liso são: lei logarítmica clássica, que não leva em conta o gradiente de pressão; lei de Mellor (1966); Lei de Nakayama e Koayama (1984); e lei de Cruz e Silva Freire (1998). As leis de parede implementadas e testadas considerando a rugosidade superficial são: lei de Sholz (1925), que é uma lei logarítmica amplamente utilizada em aplicações de engenharia; lei de Mellor adaptada para o caso rugoso; lei de Nakayama e Koyama adaptada para o caso rugoso; e lei de Cruz e Silva Freire adaptada para o caso rugoso. As três últimas leis para o caso rugoso foram implementadas de acordo com as adaptações propostas por Silva Freire (2007).

Os resultados numéricos obtido são confrontados com os dados experimentais, contemplando o campo de velocidade média, tensão cisalhante e região de separação da camada limite. Estes resultados servem de base para a validação das leis de parede adaptadas para o caso rugoso. Foram gerados ainda resultados do coeficiente de pressão, campo de produção de energia cinética de turbulência e sua taxa de dissipação.

Capítulo 2 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Neste trabalho são analisados escoamentos turbulentos e isotérmicos de um fluido newtoniano, com massa específica constante, não submetido a outras forças de campo além da força gravitacional.

O escoamento turbulento é modelado pelas equações médias de Reynolds resultantes da substituição das variáveis instantâneas, que representam os campos de pressão e velocidade, pela formulação estatística conhecida como decomposição de Reynolds.

O problema de fechamento gerado pela formulação estatística é resolvido pela adoção da hipótese de Boussinesq (1872) associada ao modelo $\kappa - \varepsilon$ proposto por Jones e Launder (1972) com as modificações propostas por Launder e Spalding (1974) e por Hanjalic e Launder (1972).

A região interna da camada limite, fora do alcance do modelo $\kappa - \varepsilon$ adotado, é representada por leis de parede de velocidade.

2.1 EQUAÇÕES DE REYNOLDS

As equações de continuidade e de Navier-Stokes, para o escoamento de um fluido newtoniano, com massa específica constante e submetido apenas a força gravitacional, expressas sob notação indicial para uma geometria cartesiana ortogonal, são dadas por

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial (U_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \rho g_i, \quad (2.2)$$

onde U_i indica a velocidade instantânea na direção i , x_i representa as três direções do escoamento no sistema cartesiano ortogonal, ρ é a massa específica do fluido, μ representa a viscosidade dinâmica do fluido, t é a variável temporal, P é a pressão, e g_i representa a aceleração gravitacional.

A forma adimensional das equações de Navier-Stokes é obtida utilizando-se os seguintes parâmetros de escala. As escalas de velocidade, de comprimento no sistema cartesiano ortogonal, de massa específica, de viscosidade dinâmica e de aceleração gravitacional são dadas respectivamente por U_0 , L_0 , ρ_0 , μ_0 e g_0 . O subíndice 0 representa valores de referência, avaliados na região da camada limite não-perturbada pela parede.

Por conveniência, a simbologia das variáveis adimensionais será a mesma adotada para as variáveis dimensionais.

A forma adimensional das equações de Navier-Stokes é representada por

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{1}{Fr} g_i, \quad (2.4)$$

onde os números de Reynolds e Froude são definidos respectivamente pelas relações

$$Re = \frac{\rho_0 U_0 L_0}{\mu_0} \quad (2.5)$$

e

$$Fr = \frac{U_0^2}{g_0 L_0} \quad (2.6)$$

As equações de Reynolds representam o valor médio das equações de Navier-Stokes quando suas variáveis instantâneas de velocidade e pressão são substituídas pelos parâmetros estatísticos propostos pela decomposição de Reynolds.

A adoção de média temporal está relacionada à característica estacionária do fenômeno turbulento modelado neste trabalho.

Para uma variável instantânea genérica B , a decomposição de Reynolds é definida como

$$B(x_i, t) = \bar{b}(x_i) + b'(x_i, t), \quad (2.7)$$

onde o termo $\bar{b}(x_i)$ representa a média temporal da variável instantânea $B(x_i, t)$ e $b'(x_i, t)$ representa a flutuação que se sobrepõe à variável instantânea $B(x_i, t)$ no instante t , sendo $b'(x_i, t)$ uma variável aleatória centrada.

A média temporal é definida no intervalo $[t, t+T]$, como mostra a Eq.(2.8).

$$\bar{b}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} B(x_i, t) dt, \quad (2.8)$$

em que t é um instante inicial e T representa um intervalo de tempo suficientemente longo e capaz de caracterizar a média temporal.

Dessa forma, é possível representar as componentes instantâneas de velocidade e pressão pela formulação estatística proposta por Reynolds de forma que

$$U_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.9)$$

e

$$P = \bar{p} + p'. \quad (2.10)$$

O processo de obtenção das equações de Reynolds é feito em duas etapas. Inicialmente as variáveis instantâneas de velocidade e pressão são substituídos pela formulação estatística das equações (2.9) e (2.10). Na sequência são feitas as médias temporais das equações da continuidade Eq. (2.3) e de Navier-Stokes Eq. (2.4), resultando na seguinte relação

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Fr} g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \right], \quad (2.12)$$

onde

$$\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}. \quad (2.13)$$

O tensor de Reynolds τ_{ij} , por ser simétrico, introduz seis novas variáveis no sistema de equações. O sistema de equações, ainda aberto, possui dez incógnitas e apenas quatro equações. As equações necessárias para o fechamento deste sistema surgem da modelagem a ser adotada para o tensor de Reynolds.

A modelagem mais empregada para o tensor de Reynolds continua sendo a hipótese de Boussinesq (1877), que é de natureza constitutiva e propõe uma relação linear entre as tensões turbulentas e o gradiente de velocidade média. Em notação cartesiana indicial e desconsiderando as variações da massa específica, esta modelagem é dada por

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij}, \quad (2.14)$$

onde ν_T é uma viscosidade turbulenta, κ é a energia cinética de turbulência e δ_{ij} é o operador delta de Kronecker, sendo a energia cinética de turbulência κ definida pela relação

$$\kappa = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}. \quad (2.15)$$

O trabalho de Boussinesq (1877), baseado em conhecimentos experimentais que indicavam que a transição do escoamento laminar para turbulento é sempre acompanhada por um aumento na ordem de grandeza da viscosidade aparente, propôs a existência de uma viscosidade turbulenta.

Segundo Boussinesq (1877), o valor deste novo coeficiente de atrito, também chamado de atrito interno, escala linearmente com o gradiente médio de velocidade, de forma

análoga à viscosidade dinâmica nas equações clássicas de Navier-Stokes. Assim sendo, o conceito de viscosidade turbulenta, ν_T , proposto por Boussinesq (1877) explicaria o campo de tensões locais originados unicamente pelos efeitos turbulentos. No entanto, a hipótese de Boussinesq (1877) apresenta pelo menos três incoerências conceituais para a modelagem do escoamento parietal turbulento:

- a viscosidade de turbulenta não é uma propriedade termodinâmica do fluido, como se apresenta, mas sim uma função do escoamento;
- as direções principais do tensor de Reynolds não coincidem sempre com as direções principais do tensor taxa de deformação. Além do mais, variações bruscas no tensor taxa de deformação nem sempre estão relacionadas com as escalas de espaço e tempo do escoamento médio;
- em alguns escoamentos complexos a tensão cisalhante e o gradiente de velocidade média não se anulam simultaneamente.

Apesar destas inconsistências, a hipótese de Boussinesq (1877) continua sendo a solução mais adotada atualmente para solucionar o problema de fechamento do sistema de equações, especialmente em escoamentos de interesse industrial.

2.2 MODELO DE TURBULÊNCIA - κ - ε CLÁSSICO

A modelagem da correlação $\overline{u'_i u'_i}$ por meio da hipótese de Boussinesq (1877) cria a necessidade de determinação dos valores assumidos pela viscosidade turbulenta ν_T no interior do domínio de solução. Neste trabalho, esta tarefa é implementada com a adoção do modelo de turbulência κ - ε proposto por Jones e Launder (1972) com as modificações propostas por Launder e Spalding (1974) e por Hanjalic e Launder (1972), que define a viscosidade turbulenta a partir da equação de Prandtl-Kolmogorov

$$\nu_T = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon}, \quad (2.16)$$

onde o termo C_μ é uma constante experimental e vale 0,09, κ é a energia cinética de turbulência, Eq.(2.15) e ε é a taxa de dissipação da energia cinética de turbulência, definida por

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}}^2, \quad (2.17)$$

que, para grandes números de Reynolds, fora da região interna da camada limite turbulenta, pode se reduzir a

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}. \quad (2.18)$$

Durante a modelagem da viscosidade turbulenta surgem as incógnitas relacionadas a produção de energia cinética de turbulência κ e sua taxa de dissipação ε . Desta forma, faz-se necessário o desenvolvimento de equações evolutivas para κ e ε . A equação evolutiva para κ , obtida a partir da equação de transporte do tensor de Reynolds, é dada por

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \kappa) = \Xi + \Theta - \Lambda - \varepsilon, \quad (2.19)$$

onde

$$\Xi = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\overline{u'_j \kappa'} - \overline{u'_j p'} \right), \quad (2.20)$$

$$\Theta = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right). \quad (2.21)$$

$$\Lambda = \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}. \quad (2.22)$$

Os termos Ξ , Θ e Λ representam, respectivamente a difusão turbulenta de κ , a difusão molecular de κ e a produção de κ por tensões turbulentas e escoamento médio.

Hanjalic et Launder (1972) propõem a equação evolutiva para ε como sendo

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \Phi + \Psi + \Omega + \Upsilon, \quad (2.23)$$

onde

$$\Phi = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\overline{\nu u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m}} - 2 \frac{\nu}{\rho} \overline{\frac{\partial p'}{\partial x_m} \frac{\partial u'_j}{\partial x_m}} \right), \quad (2.24)$$

$$\Psi = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right), \quad (2.25)$$

$$\Omega = -2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left[\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} - \overline{\frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j}} \right] - 2\nu \overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_j}}, \quad (2.26)$$

$$\Upsilon = -2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial u'_k}{\partial x_m}} - 2\nu^2 \overline{\left(\frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_m} \right) \left(\frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_m} \right)}. \quad (2.27)$$

Os termos Φ , Ψ , Ω e Υ representam, respectivamente, a difusão turbulenta de ε , a difusão molecular de ε , a produção de ε e a dissipação de ε .

A forma adimensional das equações evolutivas da energia cinética de turbulência (κ) e da sua taxa de dissipação (ε) adotadas no modelo κ - ε são então modeladas pelas relações

$$\left(\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_T \sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \varpi - \varepsilon, \quad (2.28)$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_T \sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{\kappa} (C_{\varepsilon 1} \varpi - C_{\varepsilon 2} \varepsilon), \quad (2.29)$$

onde

$$\varpi = \left[\left(\frac{1}{Re_T} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}. \quad (2.30)$$

onde os termos σ_κ , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$ e $C_{\varepsilon 2}$ são constantes de calibração do modelo e valem, respectivamente, 1,0 , 1,3 e 1,44. O termo ϖ representa o termo de produção de cisalhamento devido à turbulência.

De forma resumida, o sistema de equações adimensionais do modelo κ - ε formulado para o escoamento isotérmico e com massa específica constante assume a forma

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Fr} g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right], \quad (2.32)$$

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij}, \quad (2.33)$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon}, \quad (2.34)$$

$$\left(\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_T \sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \varpi - \varepsilon, \quad (2.35)$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_T \sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{\kappa} (C_{\varepsilon 1} \varpi - C_{\varepsilon 2} \varepsilon), \quad (2.36)$$

$$\varpi = \left[\left(\frac{1}{Re_T} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}. \quad (2.37)$$

2.3 MODELO DE TURBULÊNCIA - κ - ε MODIFICADO

O modelo de turbulência κ - ε é extensivamente utilizado em simulações numéricas de escoamentos turbulentos, especialmente em aplicações industriais. No entanto, este modelo apresentado na forma clássica por Jones e Launder (1972) com modificações de Launder e Spalding (1974), apresenta algumas limitações relacionadas à deficiência da hipótese de Boussinesq na modelagem de escoamentos com altas taxas de deformação,

como os que se processam em geometrias curvas, em paredes móveis e nos casos em que haja separação de camada limite.

No intuito de melhorar a eficácia do modelo κ - ε clássico, o trabalho de Poroseva e Iaccarino (2001) propõe pequenos ajustes nas constantes da equação de transporte da energia cinética de turbulência, representadas pela Eq.(2.28) e pela Eq.(2.29). O trabalho de Poroseva e Iaccarino (2001) avaliou escoamentos em degrau, difusor assimétrico, camara de combustão e colina. Para cada caso foram obtidos valores para as constantes de calibração do modelo. Os resultados obtidos por Poroseva e Iaccarino (2001) utilizando as constantes propostas indicam uma sensível melhora na estimativa da velocidade de atrito na parede e na predição da velocidade longitudinal, especialmente na região mais afastada da parede de uma colina, para cada um dos quatro casos testes avaliados.

Os valores das novas constantes estão relacionados à geometria e aos parâmetros do escoamento, e pretendem incluir o efeito da anisotropia turbulenta, desconsiderada na hipótese de Boussinesq (1877).

A comparação das constantes de calibração dos modelos κ - ε clássico e modificado são ilustradas na Tab. (A.1).

Tabela 2.1: Constantes calibração modelo κ - ε

Constante	Modelo κ - ε padrão	Modelo κ - ε modificado
C_μ	0,09	0,09
$C_{\varepsilon 1}$	1,44	1,5
$C_{\varepsilon 2}$	1,92	1,92
σ_κ	1,00	1,00
σ_ε	1,3	0,67

2.4 CAMADA LIMITE TURBULENTA

A parte interna da camada limite turbulenta é dividida em três diferentes regiões: subcamada laminar, região de transição ou camada de mistura e região turbulenta ou região logarítmica.

As equações médias de Reynolds, Eq.(2.11) e Eq.(2.12), podem ser simplificadas para

representarem a região interna da camada limite turbulenta bidimensional por meio de análise de escala de seus termos, resultando no sistema de equações denominadas equações médias de Prandtl. Sob notação cartesiana ortogonal, sua formulação dimensional é dada por

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.38)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = 0, \quad (2.39)$$

onde x e y são as variáveis espaciais nas direções longitudinal e normal à parede e u e v são as velocidades nas direções x e y .

Para escoamentos onde o gradiente de pressão não atua de forma sensível, a Eq.(2.39) integrada ao longo da direção y , normal a parede, reduz-se a

$$\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} = u_F^2. \quad (2.40)$$

A contante de integração é representada na Eq.(2.40) pelo termo u_F^2 , que representa uma medida da tensão de cisalhamento na parede τ_p , como indica a relação

$$u_F^2 = \frac{\tau_p}{\rho_p}. \quad (2.41)$$

onde o termo τ_p representa a tensão cisalhante na parede e ρ_p a massa específica do fluido na parede.

Como u_F possui dimensão de velocidade este termo é denominado velocidade de atrito, sendo definido como

$$u_F = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho_p}}. \quad (2.42)$$

A velocidade de atrito, como será visto durante a apresentação das leis de parede lisas e rugosas, é um importante parâmetro de escala de velocidade na região parietal.

Para permitir a continuidade do processo de integração até a parede, é necessário considerar as particularidades físicas da região interna da camada limite.

Na subcamada laminar, há predominância da contribuição laminar representada pelo termo $\nu \frac{\partial u}{\partial y}$, enquanto na região turbulenta o termo dominante é a correlação $-\overline{u'v'}$. A região de transição apresenta um comportamento que se caracteriza pelo equilíbrio entre as contribuições da difusão molecular e da difusão turbulenta de quantidade de movimento, conforme ilustração esquemática da Fig. (2.1). Para a simulação numérica o procedimento mais frequente é dividir a região de transição em duas partes distintas, uma puramente laminar, anexando para efeito de cálculo a região laminar e a outra parte, puramente turbulenta, é considerada como integrante da região logarítmica onde apenas os efeitos turbulentos são computados.

O ponto de divisão da região de transição, para efeito de cálculo, é dado por $y^* = 11,6$ e corresponde a interseção matemática das curvas representativas da região laminar, Eq.(2.46), e da região turbulenta Eq.(2.50). A forma adimensional da distância normal à parede é dada por

$$y^* = \frac{yu_F}{\nu} \quad (2.43)$$

O levantamento experimental feito por Townsend (1960) mostra que, nas camadas limites turbulentas onde se estabelece equilíbrio entre produção e dissipação de energia cinética turbulenta, a tensão cisalhante total, resultante da ação combinada do escoamento médio e das flutuações turbulentas, mantém-se constante em toda a região interna da camada limite, sendo seu valor definido pela Eq.(2.40).

A Figura (2.1) ilustra as contribuições de cisalhamento viscoso, resultante do escoamento médio e do cisalhamento devido às tensões turbulentas. Em toda a região interna a soma destas duas componentes se mantém constante e igual a u_F^2 .

A Figura (2.2) mostra em um diagrama mono-log a estrutura da camada limite turbulenta. Os termos u^* e y^* representam, respectivamente, a velocidade média longitudinal e o comprimento normal à parede, ambas na forma adimensional dadas por

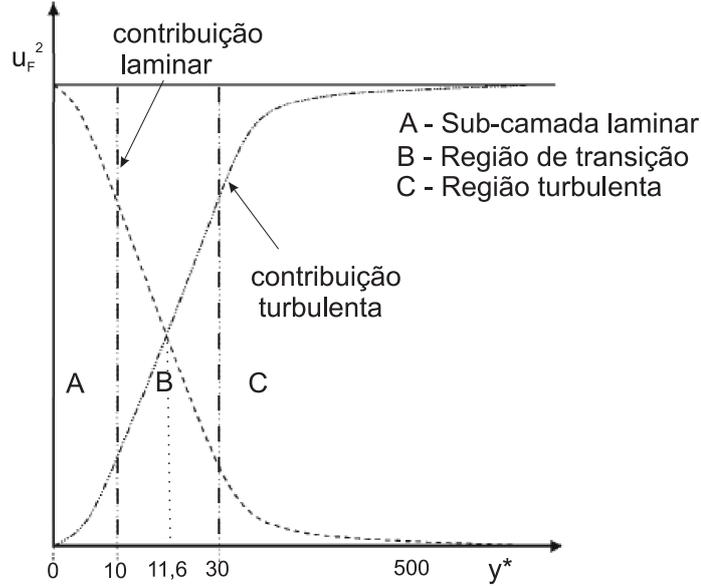


Figura 2.1: Região interna da camada limite turbulenta: contribuições laminar e turbulenta.

$$u^* = \frac{u}{u_F} \quad \text{e} \quad y^* = \frac{y u_F}{\nu}. \quad (2.44)$$

Na subcamada laminar, camada de mistura e início da região logarítmica, os efeitos da dissipação viscosa têm mesma ordem de grandeza da dissipação turbulenta. Assim sendo, nesta região o modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$ clássico é incapaz de modelar corretamente o escoamento. O estudo experimental de Kline et al (1967) mostra a estrutura da camada limite turbulenta, destacando que o pico de produção de energia cinética de turbulência ocorre entre a subcamada laminar e a região de transição. Para a camada limite típica, aproximadamente 80% da produção de energia cinética de turbulência ocorre na parte interna da camada limite. Sendo assim, esta região requer uma modelagem numérica diferenciada. Existem modelos $\kappa\text{-}\varepsilon$ adequados para a solução numérica nesta região, denominados $\kappa\text{-}\varepsilon$ de baixo Reynolds, sendo apresentado no *Apêndice A* um modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$ de baixo Reynolds típico. A solução adotada neste trabalho é o uso de relações denominadas leis de parede, cujo objetivo é o cálculo das condições de contorno de velocidade nas fronteiras da malha de cálculo compostas por paredes sólidas. Por este procedimento ser de natureza explícita, pois adota o campo de velocidade da iteração n para determinar as condições de contorno de velocidade na iteração $n+1$, gera instabilidades numéricas e exige rotinas específicas que assegurem a convergência do cálculo. Esta rotina é implementada neste trabalho conforme o proposto por Fontoura Rodrigues

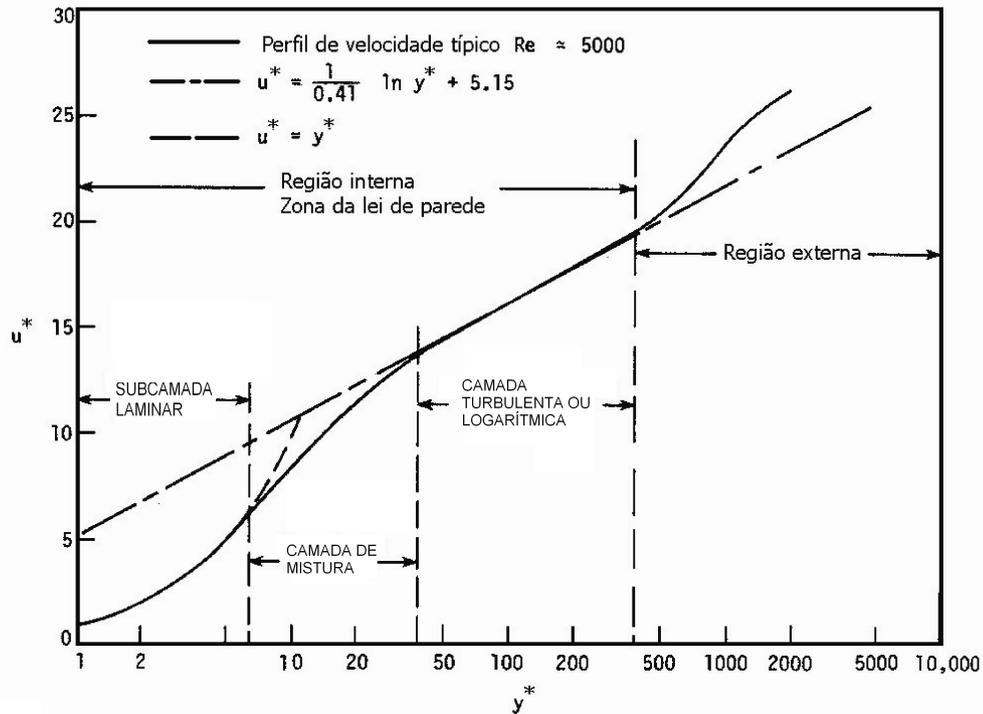


Figura 2.2: Perfil de velocidade típico na camada limite turbulenta

(1990).

São utilizadas neste trabalho quatro leis de paredes desenvolvidas para superfícies lisas, já implementadas no código computacional utilizado: lei logarítmica clássica **LL**, lei de Mellor (1966) **ML**, lei de Nakayama e Koyama (1984) **NKL** e a lei de Cruz e Silva Freire (1998) **CSFL**.

As leis de paredes adaptadas para o caso rugoso implementadas neste trabalho são: lei de parede de Sholz (1925) **LS**, que é uma lei logarítmica clássica adaptada para o caso rugoso; lei de parede rugosa de Mellor **MR**; lei de parede rugosa de Nakayama e Koyama **NKR**; e lei de parede rugosa de Cruz e Silva Freire **CSFR**. As três últimas leis foram adaptadas para o caso rugoso tomando por base a formulação originalmente desenvolvida para o caso liso. A extensão para o caso rugoso das leis de paredes foi feita analiticamente por Silva Freire (2007), sendo este trabalho uma implementação numérica destas leis, associadas ao uso do modelo de turbulência κ - ϵ e também um estudo sobre o emprego de leis de parede convencionais para escoamento sobre superfícies rugosas por meio de correções no sistema de coordenadas.

2.5 LEIS DE PAREDE PARA SUPERFÍCIE LISA

2.5.1 Lei de parede logarítmica clássica - LL

A lei de parede logarítmica clássica é obtida por integração da equação de Prandtl, Eq. (2.40), desprezando o termo do gradiente de pressão e considerando as peculiaridades físicas do escoamento nas subcamada laminar e na região totalmente turbulenta da parte interna da camada limite turbulenta.

Na subcamada laminar, a integração da Eq.(2.40) é efetuada desprezando-se a influência das tensões turbulentas, o que leva a

$$\frac{yu_F}{\nu} = \frac{u}{u_F}. \quad (2.45)$$

A forma adimensional da formulação da Eq. (2.45), para a subcamada laminar representada na Eq.(2.46), é obtida utilizando a forma adimensional da velocidade média longitudinal u e da variável espacial normal à parede y , de modo que

$$u^* = y^*. \quad (2.46)$$

Na região turbulenta, é possível ignorar o termo de dissipação viscosa presente na Eq.(2.40), o que leva a forma

$$-\overline{u'v'} = u_F^2. \quad (2.47)$$

O tensor de Reynolds na Eq.(2.47) pode ser modelado via hipótese de Boussinesq, Eq.(2.14). O comportamento da viscosidade turbulenta, na região interna da camada limite, é bem representado pela hipótese de comprimento de mistura, ou seja,

$$\nu_T = K^2 y^2 \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (2.48)$$

onde K é a constante de Von Kármán.

Por meio da substituição do tensor de Reynolds e da viscosidade turbulenta na Eq.(2.47), é obtida a equação

$$Ky \frac{\partial u}{\partial y} = u_F. \quad (2.49)$$

A forma adimensional da lei de parede logarítmica clássica para a região turbulenta é obtida por meio da integração da Eq.(2.49) na direção normal a parede, nos limites equivalentes à região turbulenta, fornecendo a relação

$$u^* = \frac{1}{K} \ln y^* + C. \quad (2.50)$$

As constantes K e C , resultantes de calibração experimental, valem respectivamente 0,419 e 5,445.

A região de transição é modelada por meio da adoção da formulação para subcamada laminar ou da formulação para região turbulenta, a depender da distância normal à parede. O ponto $y^* = 11,64$ estabelece o limite de aplicação de cada formulação, ou seja, representa a intersecção matemática entre as equações (2.46) e (2.50).

Do ponto de vista da implementação numérica, vale ressaltar que o valor de u , calculado como condição de contorno para o modelo de turbulência κ - ε , é obtido mantendo o sinal original da velocidade de atrito u_F , de acordo com a relação

$$u = \frac{u_F}{|u_F|} \sqrt{u_F^2 u^*} \quad (2.51)$$

Dessa forma, o aspecto físico do fenômeno é mantido, ou seja, para camada limite colada u tem sinal positivo, sendo valores negativos de velocidade característicos da região de recirculação da camada limite.

2.5.2 Lei de parede de Mellor (1966) - ML

A lei de parede de Mellor difere da lei logarítmica clássica por levar em consideração os gradientes longitudinais de pressão. Desta forma, procedendo a integração da Eq.(2.39) na direção normal à parede y , obtém-se

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} y = u_F^2. \quad (2.52)$$

De forma análoga a lei logarítmica clássica, a lei de Mellor é deduzida diferentemente para cada região da parte interna da camada limite. A subcamada laminar é modelada por meio da integração da Eq.(2.52) na direção normal à parede y , desconsiderando o efeito da dissipação turbulenta, o que leva à relação

$$u = \frac{u_F^2 y}{\nu} + \frac{1}{2\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2. \quad (2.53)$$

Adotando a adimensionalização proposta na Eq.(2.44) para velocidade longitudinal e distância normal à parede, obtém-se a forma adimensional da lei de Mellor para a subcamada laminar sob a forma

$$u^* = y^* + \frac{1}{2} p^* y^{*2}, \quad (2.54)$$

onde o termo p^* representa o gradiente adimensional de pressão, definido como

$$p^* = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{v}{u_F^3}. \quad (2.55)$$

A região turbulenta da parte interna da camada limite é deduzida a partir da integração da Eq.(2.52), desconsiderando o termo associado à dissipação viscosa. O tensor de Reynolds é modelado via hipótese de Boussinesq e a viscosidade turbulenta é calculada utilizando a hipótese do comprimento de mistura de Prandtl. Desta forma, para a região turbulenta

$$K^2 y^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) y = u_F^2. \quad (2.56)$$

Após integração da Eq.(2.56), obtém-se a lei de parede de Mellor para a região turbulenta que, representada sob forma adimensional, é dada pela formulação

$$u^* = \frac{2}{K} \left(\sqrt{1 + p^* y^*} - 1 \right) + \frac{1}{K} \ln \left(\frac{4y^*}{2 + p^* y^* + 2\sqrt{1 + p^* y^*}} \right) + C_I. \quad (2.57)$$

A Tabela (2.2) fornece o valor da constante de integração C_I em função do gradiente adimensional de pressão p^* , proposto por Mellor (1966).

Tabela 2.2: Relação entre C_I e p^*

p^*	-0,01	0,00	0,02	0,05	0,10	0,20	0,25	0,33	0,50	1,00	2,00	10,00
C_I	4,92	4,90	4,94	5,06	5,26	5,63	5,78	6,03	6,44	7,34	8,49	12,13

Para os casos em que o gradiente adimensional de pressão é maior ou igual a oito, ($p^* \geq 8$), a relação para o cálculo da constante de integração C_I é dada por

$$C_I = \frac{2}{K} + 1,33(p^*)^{\frac{1}{3}} + 4,38(p^*)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{K} \ln \left(\frac{4}{p^*} \right). \quad (2.58)$$

2.5.3 Lei de parede de Nakayama e Koyama (1984) - NKL

A dedução da lei de parede de Nakayama e Koayama (1984), que leva em consideração o efeito do gradiente longitudinal de pressão no escoamento turbulento, parte da equação da energia cinética de turbulência, representada pela equação

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right] + (\nu - \nu_T) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \varepsilon = 0, \quad (2.59)$$

em que o termo σ_κ é uma constante de calibração, de acordo com a Eq.(A.2) e os termos κ e ε são a produção de energia cinética de turbulência e sua taxa de dissipação, respectivamente.

Analisada em termos do fluxo difusivo, aqui representado por B , e da tensão de cisalhamento τ , a Eq.(2.59) pode ser reescrita como

$$\frac{dB}{dy} + \tau \frac{du}{dy} - \rho \varepsilon = 0, \quad (2.60)$$

onde B e τ são definidos como

$$B = \rho \left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial y} \quad \text{e} \quad \tau = \rho \nu_T \frac{du}{dy}. \quad (2.61)$$

A integração da Eq.(2.60) na direção normal a parede é facilitada pela representação do fluxo difusivo B em função da tensão de cisalhamento τ e da velocidade média longitudinal u , segundo o proposto por Townsend (1960)

$$B = - \frac{1}{\rho \sigma_k \sqrt{C_\mu}} \tau \frac{d\tau}{du}. \quad (2.62)$$

Tomando por referência o estudo experimental de Stratford (1959), Nakayama e Koyama propõem algumas alterações na modelagem da tensão de cisalhamento, com o objetivo de permitir o cálculo do perfil de velocidade em toda as possibilidades de escoamento desde fluxos sem gradiente de pressão até o início de descolamento de camada limite, por meio da equação

$$\frac{d}{d\tau} \left(\tau \frac{d\tau}{du} \right)^2 = 2\rho\phi^2(\tau - \tau_p)\tau, \quad (2.63)$$

onde

$$\phi = \frac{0,419 + 0,539p^*}{1 + p^*} \quad (2.64)$$

e τ_p é a tensão de cisalhamento na parede.

A lei de parede de Nakayama e Koayama, na forma adimensional, é obtida via dupla integração da Eq.(2.63) em relação a τ , resultando na relação

$$u^* = \frac{1}{\phi} \left[3(\xi - \xi_s) + \ln \left(\frac{\xi_s + 1}{\xi_s - 1} \frac{\xi_s - 1}{\xi_s + 1} \right) \right], \quad (2.65)$$

onde

$$\xi = \sqrt{\frac{1 + 2\tau^*}{3}} \quad \text{e} \quad \tau^* = \frac{\tau}{\tau_w} = 1 + p^* y^*, \quad (2.66)$$

sendo ξ_s o valor de ξ correspondente a uma posição y_s^* do perfil, onde

$$y_s^* = \frac{e^{KC}}{1 + p^{*n}}. \quad (2.67)$$

com n igual a 0,34 e os termos K e C assumem os valores definidos na Eq.(2.50).

2.5.4 Lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998) - CSFL

A lei de parede de velocidade de Cruz e Silva Freire (1998) é definida com base na análise assintótica do comportamento da camada limite turbulenta sob a ação de gradientes adversos de pressão.

O trabalho de Cruz e Silva Freire (1998) propõe leis de parede para velocidade e temperatura. A análise de Cruz e Silva Freire é baseada em duas escalas de velocidade distintas. Em regiões não perturbadas pelo descolamento da camada limite a escala de velocidade é a velocidade de atrito mas, nas imediações do ponto de deslocamento, onde a tensão cisalhante e a velocidade de atrito tendem a zero, a escala de velocidade é determinada por meio de análise dimensional.

De acordo com Cruz e Silva Freire (1998), para a região de separação a lei de parede de velocidade é dada por

$$u = \frac{\tau_p}{|\tau_p|} \frac{2}{K} \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_p}{dx}} y + \frac{\tau_p}{|\tau_p|} \frac{u_F}{K} \ln \frac{y}{L_c}, \quad (2.68)$$

onde

$$L_c = \frac{\sqrt{(\frac{\tau_p}{\rho})^2 + 2 \frac{\nu}{\rho} \frac{dP_p}{dx}} u_R - \frac{\tau_p}{\rho}}{\frac{1}{\rho} \frac{dP_p}{dx}}, \quad (2.69)$$

e K é a constante de Von Kármán e vale 0,42.

A equação geral é dada pela Eq.(2.68), com a Eq.(2.69) representando uma escala de comprimento para a região próxima à parede, sendo válida para a camada limite colada, descolada e mesmo no ponto de descolamento.

Nas regiões em que o gradiente de pressão é muito pequeno ou nulo, distantes do ponto de separação da camada limite, a Eq.(2.68) se reduz à lei logarítmica clássica, Eq.(2.50).

Nos casos em que a tensão de cisalhamento na parede é nula, nas regiões próximas ao ponto de separação, a Eq.(2.68) é reescrita como

$$u = \frac{2}{K} \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{dP_p}{dx}} y. \quad (2.70)$$

Já na região do escoamento onde há separação de camada limite e os gradientes longitudinais de pressão são significativos, a Eq.(2.68) tende à forma

$$u = -\frac{2}{K} u_F - \frac{u_F}{K} \ln\left(\frac{y}{L_c}\right), \quad \text{com } L_c = 2 \left| \frac{\tau_p}{\frac{dP_p}{dx}} \right|. \quad (2.71)$$

A implementação numérica da Eq.(2.68) apresenta uma dificuldade relacionado ao fato de que a tensão de cisalhamento na parede não está na sua forma explícita, o que pode ocasionar instabilidades numéricas. Para contornar este problema, foi proposto por Cruz e Silva Freire (1998) um procedimento de linearização da Eq.(2.68), por meio de um balanço de quantidade de movimento na região próxima à parede, resultando em

$$\tau_p = C_\mu^{\frac{1}{2}} \rho \kappa_p + \mu \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|_p. \quad (2.72)$$

A velocidade de referência para pontos onde não há separação de camada limite para efeito de avaliação numérica no código *Turbo 2D* é calculada pela relação

$$u_R = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}. \quad (2.73)$$

A tensão de cisalhamento na parede assume a aproximação dada pela equação

$$\tau_{p_o} = \frac{u_p C_\nu^{\frac{1}{4}} \tau_p^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{2}} K}{\ln \left[E y \frac{(\tau_p/\rho)^{\frac{1}{2}}}{\nu} \right]}, \quad (2.74)$$

em que o termo E é uma constante de integração com valor igual a 9,8.

A linearização do gradiente de pressão na parede é obtida combinando a Eq.(2.72) com a Eq.(2.74) e representa o balanço de forças na parte interna da camada limite turbulenta, de acordo com a equação

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\tau_p - \tau_{p_o}}{y_p}. \quad (2.75)$$

O comprimento característico nessas condições é definido por

$$L_c = \frac{\sqrt{\left(\frac{\tau_{p_o}}{\rho}\right)^2 + 2 \frac{\nu}{\rho} \frac{dP_w}{dx} u_R - \frac{\tau_{p_o}}{\rho}}}{\frac{1}{\rho} \frac{dP_p}{dx}}. \quad (2.76)$$

Finalmente a tensão cisalhante na parede é dada pela equação

$$\tau_w = \frac{u_p \tau_p^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{2}} K}{2 \sqrt{\left| \frac{\tau_p}{\tau_{p_o}} \right|} + \ln \left(\frac{y_p}{L_c} \right)}. \quad (2.77)$$

Considerando equilíbrio entre produção e dissipação de energia cinética de turbulência, podemos representar a dissipação ε e a produção ν respectivamente pelas equações

$$\varepsilon = C_\mu^{\frac{1}{2}} \kappa_p \left[\frac{(\tau_p)}{K y} + \frac{\frac{1}{\rho} \frac{dP_p}{dx}}{K (\tau_p/\rho)^{\frac{1}{2}}} \right], \quad (2.78)$$

$$\nu = \frac{C_\mu^{\frac{1}{2}} \kappa_p \rho}{y} \left[\frac{2(\tau_p/\rho)^{\frac{1}{2}}}{K} + \frac{|\tau_{p_o}/\rho|^{\frac{1}{2}}}{K} \ln \left(\frac{y}{L_c} \right) \right]. \quad (2.79)$$

2.6 CARACTERIZAÇÃO DA SUPERFÍCIE RUGOSA

Todas as leis de parede apresentadas até este ponto do trabalho são deduzidas desconsiderando-se o efeito da rugosidade da parede.

A tensão de cisalhamento na interface fluido-parede é função das condições dinâmicas do escoamento, de propriedades físicas do fluido e de propriedades do material que constitui a parede, entre as quais o nível de acabamento superficial ou de rugosidade, que desempenham papel preponderante neste contexto.

É objetivo deste trabalho avaliar o desempenho numérico de leis de parede concebidas para representar o efeito da rugosidade das paredes na simulação da camada limite turbulenta.

A interação fluido estrutura é um fenômeno físico complexo e seus mecanismos modificam sensivelmente a dinâmica do escoamento. A simulação numérica deste fenômeno exige malhas de cálculo densas e elevados custos computacionais. Sendo assim, para viabilizar a modelagem numérica do efeito da rugosidade superficial da parede, são adotadas hipóteses simplificativas apresentadas nos parágrafos que seguem.

Para considerar os efeitos gerados na interação fluido estrutura pela rugosidade, a condição de contorno na parede é uma tarefa complexa. A condição de não-deslizamento ou velocidade nula, utilizada para as superfícies lisas, já não é uma boa aproximação para o caso rugoso. Nas superfícies rugosas sabe-se tão somente que existe um ponto, entre o vale e o pico da rugosidade, onde a velocidade é nula. Do ponto de vista experimental em que a medição do perfil de velocidade é feita até a cota do pico dos elementos rugosos, pode-se dizer que a camada limite é turbulenta até a região de parede. Para a modelagem numérica a condição de contorno na região da parede é ajustada por meio do uso de um “erro na origem”, representado por ϵ . Este parâmetro indica o deslocamento vertical imposto ao sistema de coordenadas espaciais a fim de que as relações das leis de paredes, elaboradas para superfícies lisas, possam ser aplicadas também para superfícies rugosas. A definição do valor de ϵ é condicionada pelo tipo de rugosidade, estando relacionada, portanto, à dinâmica do escoamento e à geometria da rugosidade.

O trabalho de Nikuradse (1933) prestou importante contribuição ao estudo do efeito da rugosidade das paredes sobre o escoamento, ao criar rugosidades artificiais geradas

por grãos de areia, de diversos tamanhos, colados sobre a superfície interna lisa de dutos circulares. Neste experimento, Nikuradse (1933) relaciona a rugosidade artificial, designada neste trabalho como rugosidade de grão de areia y_s , com o fator de atrito f resultante da condição do escoamento, em função do número de Reynolds e da rugosidade da tubulação.

Neste trabalho, Nikuradse (1933) constata também que a rugosidade da parede pode aniquilar a subcamada laminar sem que a região logarítmica sofra dano sensível em sua estrutura.

Com base neste experimento, Nikuradse (1933) propôs uma forma implícita para o cálculo do fator de atrito f na região completamente turbulenta dada pela relação

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 2 \log \left(\frac{k}{d'} \right) \quad (2.80)$$

em que k indica a altura do grão de areia e d' o diâmetro equivalente.

Existem diferentes tipos de escoamentos sobre superfícies rugosas, a depender de aspectos geométricos da rugosidade. Considerando elementos rugosos uniformes, pode-se classificar os escoamentos em três tipos:

- escoamento com rugosidade isolada: onde o espaçamento entre os elementos rugosos é relativamente grande. A região de separação é restrita ao espaço compreendido entre os elementos rugosos, não havendo influência entre as esteiras turbulentas de cada elemento. Não há propagação de vórtice;

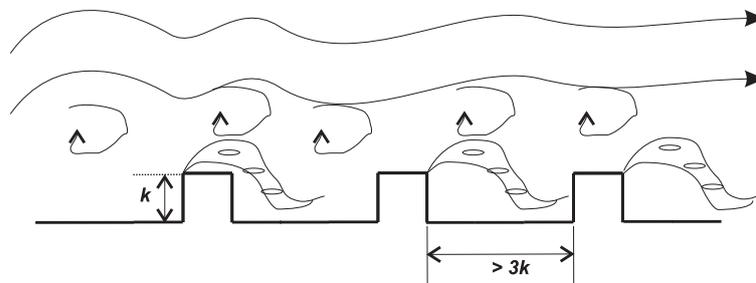


Figura 2.3: Esquema geométrico da rugosidade isolada.

- escoamento com rugosidade combinada: onde o espaçamento entre os elementos rugosos é médio. Existe influência da região de separação de um elemento rugoso com o seu vizinho imediato à jusante. A vorticidade se propaga de um elemento para o outro;

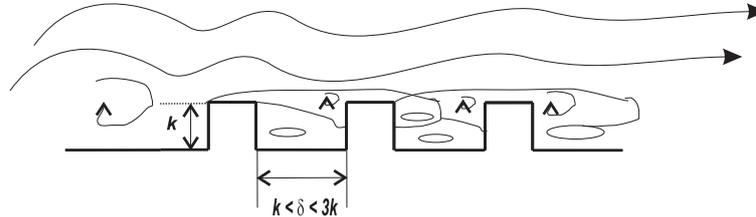


Figura 2.4: Esquema geométrico da rugosidade combinada.

- escoamento quase liso: onde o espaçamento entre os elementos rugosos é relativamente pequeno. O escoamento passa por cima das cristas dos elementos rugosos. Apenas um vórtice isolado entre os elementos é observado, com pouco influência no escoamento imediatamente acima das cristas.

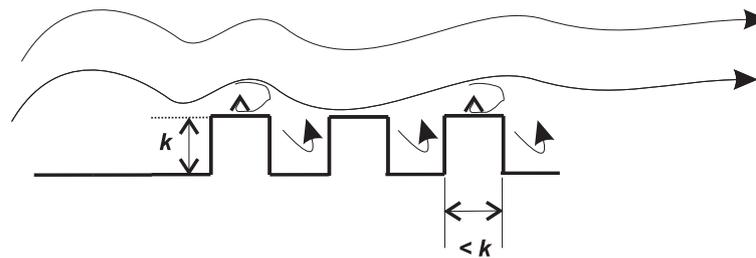


Figura 2.5: Esquema geométrico da rugosidade do escoamento quase liso.

Os três modelos de escoamento sobre superfícies rugosa são caracterizados pela ausência da subcamada laminar e região de transição clássica que são substituídas, para efeito de modelagem numérica, por uma região de transição ou subcamada interfacial entre a parede e a região logarítmica.

Outra classificação comumente encontrada na bibliografia a respeito de escoamentos sobre superfície rugosa, empregada desde o trabalho de Nikuradse (1933), baseia-se na escala de comprimento relacionada ao efeito da rugosidade na subcamada de transição.

Os trabalhos de Nikuradse (1933) mostram que, para rugosidade de grão de areia, o escoamento completamente rugoso se torna independente da viscosidade cinemática

ν , passando a ser função dos parâmetros geométricos da própria rugosidade. Perry e Joubert (1963) chegaram a propor uma viscosidade cinemática modificada, com o intuito de capturar o efeito do elemento rugoso no perfil de velocidade média. O fato é que o desvio causado no perfil de velocidade da lei de parede em função do elemento rugoso, conhecido como função rugosidade Δu^* , é alterado utilizando as escalas de comprimento d e k , que correspondem ao diâmetro equivalente do duto e altura do elemento rugoso, respectivamente. Estas escalas dão nome ao tipo de rugosidade, como segue:

- rugosidade tipo-k: a função rugosidade Δu^* utiliza a altura do elemento rugoso k como escala de comprimento, i.e., $\Delta u^* \sim \frac{k u_F}{\nu}$. A relação entre a altura do elemento rugoso e o espaçamento entre os elementos varia entre 3 e 7.
- rugosidade tipo-d: a função rugosidade Δu^* utiliza a altura do elemento rugoso k como escala de comprimento, i.e., $\Delta u^* \sim \frac{d u_F}{\nu}$. A relação entre a altura do elemento rugoso e o espaçamento entre os elementos varia entre 0,5 e 3.

Uma importante diferença entre as rugosidades tipo-k e tipo-d está na determinação da velocidade de atrito u_F . Para o tipo-k, há forte influencia do arrasto de forma, enquanto para o tipo-d prevalece o arrasto viscoso.

Neste trabalho, é estudado apenas o escoamento rugoso tipo-k ou com rugosidade isolada, caracterizado pela Fig.(2.6). As leis de parede utilizadas nestes trabalhos não possuem o termo Δu^* explícito, ficando a influência do elemento rugoso na dinâmica do escoamento implícitas nas constantes das leis de paredes adaptadas para o caso rugoso.

A altura típica do elemento rugoso é dada por k , enquanto o termo ϵ é o erro na origem e o termo d é o deslocamento na origem. Tanto ϵ quanto d estão relacionados ao deslocamento vertical da origem do sistema de coordenadas. Este deslocamento é estimado e aplicado de tal forma que os pontos de medição mais próximos ao elemento rugoso, na subcamada de transição ou interfacial, sejam desconsiderados pela nova origem vertical. Dessa forma, serão considerados apenas os pontos tomados a partir da subcamada logarítmica, onde as leis de parede deduzidas para superfícies lisas são aplicáveis.

O valor do erro na origem ϵ pode ser estimado de acordo com o método proposto por Perry e Joubert (1963), no qual os parâmetros principais da camada limite são deter-

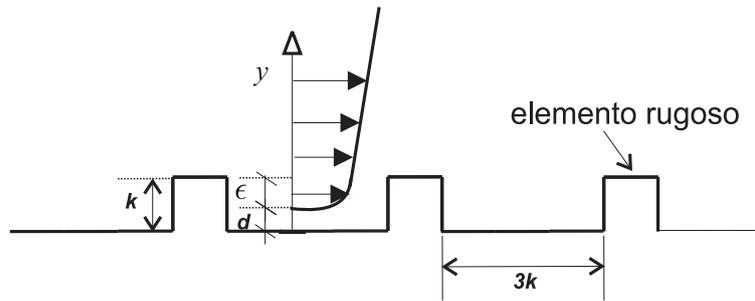


Figura 2.6: Caracterização geométrica da superfície rugosa adotada.

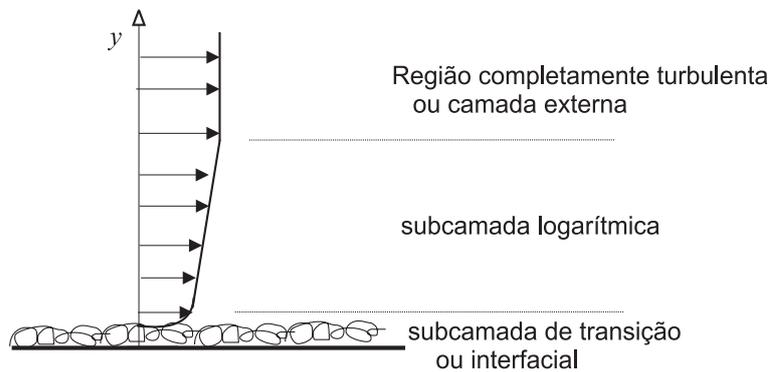


Figura 2.7: Estrutura simplificada da camada limite em superfícies rugosas.

minados. Para a determinação do erro na origem ϵ , Perry e Joubert (1963) propõem o ajuste da coordenada espacial normal à parede. Este método determina que a origem desta coordenada seja afastada da parede até que o perfil experimental de velocidade, medido a partir do pico dos elementos rugosos, se encaixe no perfil logarítmico que caracteriza a zona turbulenta da região interna da camada limite. Ou seja, a nova origem ficará situada entre o pico e o vale do elemento rugoso e o perfil de velocidade se ajusta a uma reta em um gráfico mono log, quando o valor correto do erro na origem ϵ é adicionado à coordenada vertical do resultado experimental. O trabalho de Loureiro (2008) apresenta tal ajuste e o valor encontrado, a partir dos dados experimentais, indica que o erro na origem ϵ é da ordem de 10^{-3}m , para a realidade física estudada neste trabalho.

Para simular numericamente os efeitos da rugosidade na região mais próxima à parede, foi preparada a malha de cálculo ilustrada pela Fig.(2.8). Os elementos rugosos representados na malha reproduzem a parede rugosa usada no estudo experimental do escoamento sobre colina rugosa de Loureiro (2008). Foram utilizados 3 elementos rugosos. O primeiro elemento, considerando o sentido do fluxo, representa a transição superfície da lisa para superfície rugosa. O elemento central foi escolhido para a tomada

dos perfis numéricos, representando o comportamento médio do escoamento rugoso. O último elemento representa a saída, fazendo com que o elemento central seja pouco influenciado pela superfície lisa das extremidades da malha de cálculo.

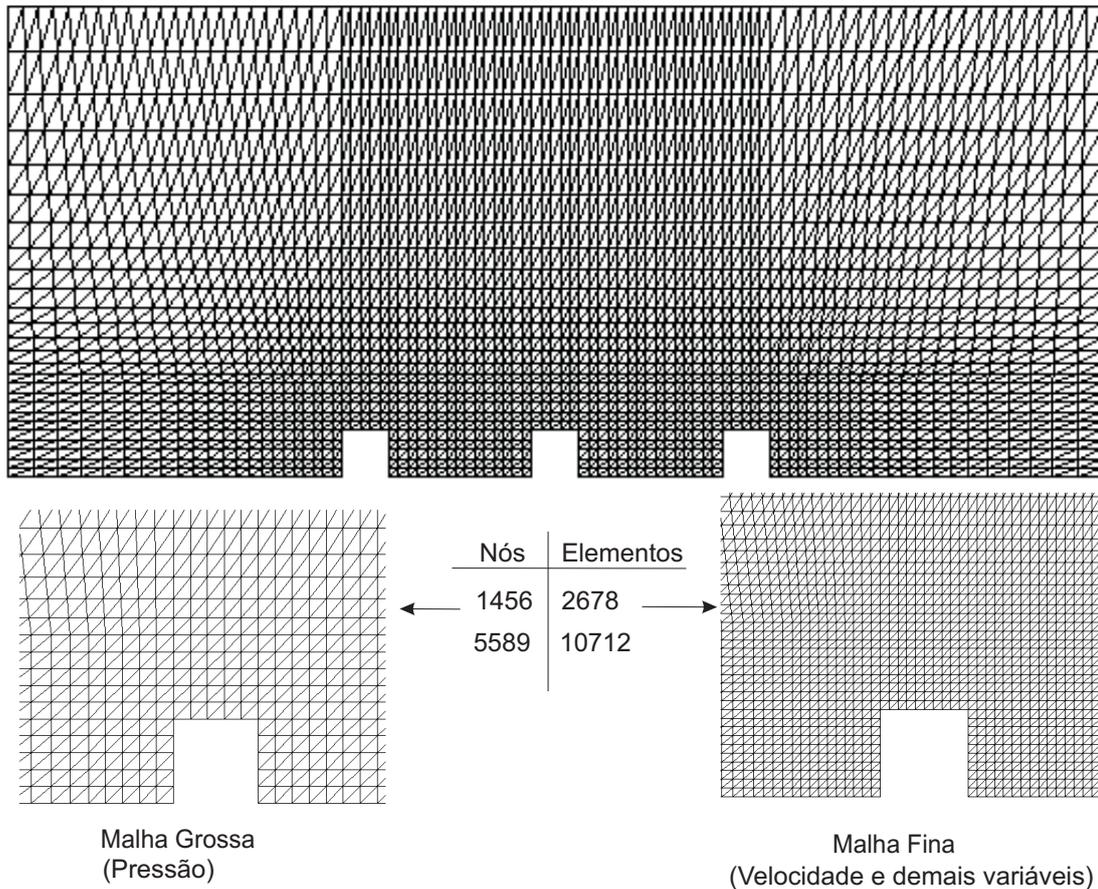


Figura 2.8: Malha de cálculo da rugosidade.

O perfil de velocidade imposto na entrada do domínio de cálculo corresponde aos dados experimentais da camada limite não perturbada do escoamento sobre colina rugosa, com número de Reynolds igual a 31023, estudada por Loureiro (2008).

O resultado da simulação numérica mostra que a dinâmica do escoamento que se estabelece nas imediações do elementos rugosos é característica dos escoamentos que se processam em rugosidades do tipo isolada, como ilustra a Fig.(2.9). Pode-se observar que os vórtices se dissipam dentro do limite do próprio elemento rugoso. Foi confirmado pela simulação numérica a espessura da camada de vórtices que se forma acima do pico do elemento rugoso, que vale aproximadamente $4,4 \times 10^{-4}m$.

O erro na origem ϵ também é determinado a partir dos dados da simulação numérica. Os resultados de velocidade longitudinal, medidos a partir da cota de pico dos elementos

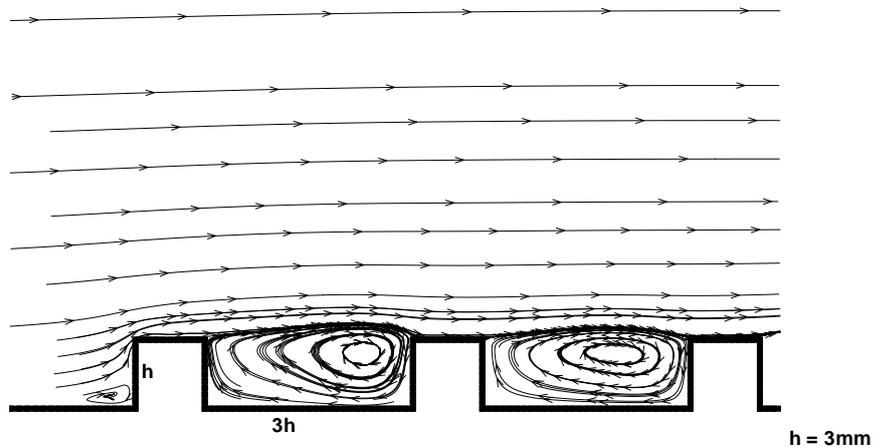


Figura 2.9: Influência do elemento rugoso no escoamento na parede. rugosos, indicam que uma correção de $1,1 \times 10^{-3} \text{m}$ na coordenada vertical faz com que o perfil de velocidade fique bastante próximo do esperado, de acordo com o gráfico monolog ilustrada na Fig. (2.10). Neste gráfico, o perfil numérico sem correção é tomado no pico do elemento rugoso e o perfil corrigido corresponde aos dados do perfil numérico, levando em consideração o deslocamento vertical do sistema de coordenadas. O valor de deslocamento obtido, estimado a partir do ajuste logarítmico dos valores corrigidos, corresponde ao erro na origem ϵ , constante no método gráfico proposto por Perry e Joubert (1963).

O perfil de velocidade não-perturbado na região próxima da parede rugosa pode ser também avaliado qualitativamente, por meio da comparação com as leis de paredes clássicas. Uma simples correção da coordenada vertical, fazendo $y + \epsilon$, ajusta a forma das curvas obtidas por simulação numérica com a forma da curva obtida experimentalmente em uma estação à montante da colina e não perturbada por esta, conforme mostra a Fig.(2.11) neste cálculo. Foi adotado $\epsilon = 1,1 \times 10^{-3} \text{m}$ no ajuste da coordenada vertical aplicada ao resultado numérico. Utilizando as leis de parede LL, obtém-se no trecho entre $y^* = 10$ e $y^* = 100$, o perfil de velocidade característico da região turbulenta. Observa-se também o desaparecimento da subcamada laminar no escoamento sobre a superfície rugosa.

De acordo com a estrutura assintótica da camada limite turbulenta sobre superfície ru-

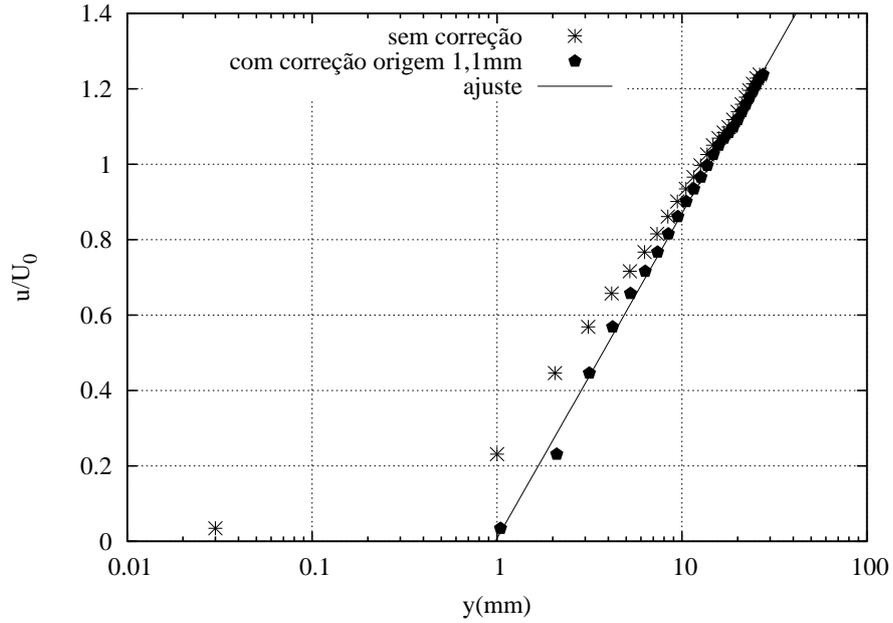


Figura 2.10: Estimativa do erro na origem ϵ via simulação numérica.

gosa, sabe-se que a subcamada viscosa é desfeita e a região turbulenta se estende praticamente até o pico dos elementos rugosos, considerado a origem da coordenada y normal à parede. Desta forma, a Fig.(2.11) ilustra, em coordenadas internas, a supressão da subcamada viscosa obtida com a lei logarítmica corrigida para esta condição. Os resultados uma boa aproximação com os dados experimentais no intervalo $0,88mm < y < 1,33mm$, o que corresponde ao intervalo $20 < y^* < 30$. Este intervalo contém o valor do erro na origem ϵ , estimado de forma experimental e comprovado numericamente como sendo da ordem de $1,1 \times 10^{-3}mm$.

A rugosidade de grão de areia y_s e o erro na origem ϵ são dois parâmetros importantes para a implementação numérica do efeito da rugosidade na formulações das leis de parede. A rugosidade de grão de areia y_s é uma escala de comprimento, estando relacionada aos aspectos físicos da superfície rugosa. Já o valor do erro na origem ϵ está relacionado à influência da rugosidade na dinâmica do escoamento próximo à parede.

Em algumas modelagens, adotam-se os parâmetros de deslocamento na origem δ_p , representando o deslocamento da coordenada espacial normal à parede, tomado a partir do vale do elemento rugoso, em conjunto com o comprimento de rugosidade y_0 , que representa a escala de comprimento da região interna da camada limite rugosa, de forma análoga aos parâmetros ϵ e y_s .

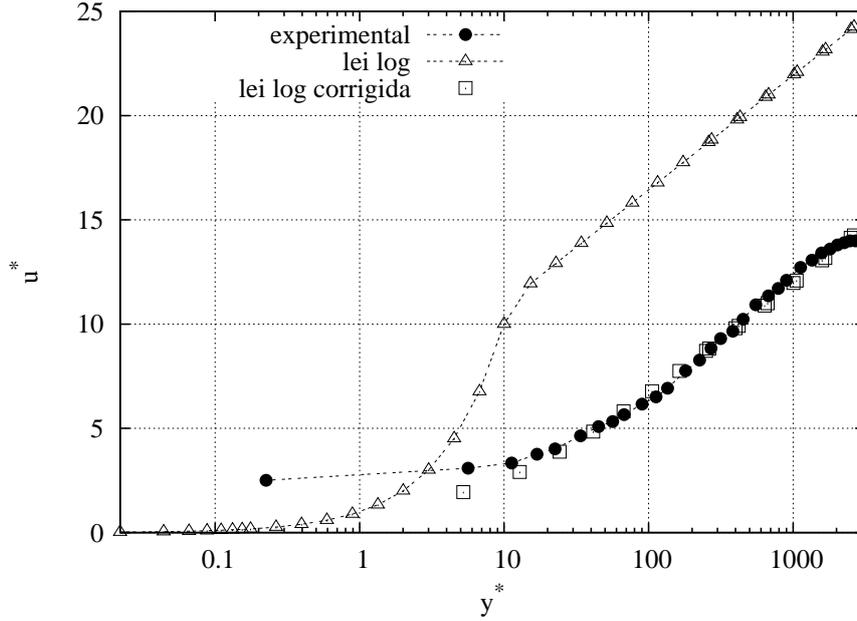


Figura 2.11: Efeito da rugosidade no perfil de velocidade não perturbado utilizando lei de parede logarítmica clássica (LL).

O trabalho de Taylor (1915) propõe uma lei de parede logarítmica formulada levando em consideração a presença da rugosidade na parede e sua capacidade de destruir a subcamada laminar, dada pela equação

$$u = \frac{u_F}{K} \ln \left(\frac{y}{y_0} \right). \quad (2.81)$$

Comparando a Eq.(2.81) com a lei logarítmica clássica, Eq.(2.50), tem-se a relação para o cálculo de y_0 dada por

$$y_0 = \frac{\nu}{u_F} \exp(-CK). \quad (2.82)$$

2.7 LEIS DE PAREDE PARA SUPERFÍCIES RUGOSAS

2.7.1 Lei de parede de Sholz (1925) - LS

A lei de parede de velocidade de Sholz (1925) é uma da lei logarítmica que leva em consideração a presença da rugosidade. Para aplicações em engenharia, a equação de Sholz para superfícies rugosas é dada pela relação

$$u^* = \frac{1}{K} \ln\left(\frac{y}{y_s}\right) + C_r, \quad (2.83)$$

em que a constante C_r vale 8,5, e foi determinado por Nikuradse (1933).

A comparação da equação da lei de Sholz (1925) com a equação da lei logarítmica clássica para superfícies lisas, mostra que a escala de comprimento característico mudou de ν/u_F para a rugosidade de grão de areia, y_s , e o valor do coeficiente linear passou de 5,445 para 8,5.

O valor correspondente a y_s , obtido por meio de operações com a Eq.(2.81) e com a Eq.(2.83), é dado por

$$y_s = y_0 \exp(-C_r K). \quad (2.84)$$

A lei de Sholz (1925) não leva em consideração o efeito de gradiente de pressão e, para aplicação em superfícies rugosas, sua formulação modela apenas a região turbulenta ou logarítmica da parte interna da camada limite.

2.7.2 Lei de parede rugosa de Mellor - MR

A modelagem do efeito do gradiente longitudinal de pressão é a única diferença entre a lei de Mellor e a lei logarítmica clássica. A adaptação da lei de Mellor para o caso rugoso exige a redefinição das escalas de velocidade e comprimento, tanto na condição de gradiente longitudinal nulo de pressão, como também na condição de altos gradientes de pressão e separação da camada limite.

A forma adimensional da lei de parede de Mellor (1966) para o caso rugoso é a mesma deduzida para superfícies lisas, dada pela Eq.(2.57). A lei de parede só é apresentada para a região turbulenta ou logarítmica, uma vez que a subcamada laminar é desfeita para o caso rugoso.

$$u^* = \frac{2}{K} \left(\sqrt{1 + p^* y^*} - 1 \right) + \frac{1}{K} \ln \left(\frac{4y^*}{2 + p^* y^* + 2\sqrt{1 + p^* y^*}} \right) + C_I. \quad (2.85)$$

Para baixos gradientes longitudinais de pressão, a adoção da Eq.(2.85) está condicionada à substituição da escala de comprimento ν/u_F , para superfície lisa, pela escala

de comprimento y_s , definida por Nikuradse (1933) para a superfície rugosa estudada. Sendo assim, a adoção da escala de comprimento rugosa y_s irá modificar, em relação à formulação para superfícies lisas, a definição da forma adimensional da variável espacial normal à parede y^* e do gradiente longitudinal de pressão p^* . A forma adimensional da velocidade média longitudinal u^* permanece inalterada, como ilustram as equações

$$y^* = \frac{y}{y_s}, \quad (2.86)$$

$$u^* = \frac{u}{u_F}, \quad (2.87)$$

$$p^* = \frac{1}{u_F^2} \frac{y_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (2.88)$$

A constante de integração C_I é corrigida para o caso rugoso, conforme ilustra a Tab.(2.3).

Tabela 2.3: Relação entre C_I e p^* para o caso rugoso

p^*	-0,01	0,00	0,02	0,05	0,10	0,20	0,25	0,33	0,50	1,00	2,00	10,00
C_I	8,52	8,50	8,54	8,66	8,86	9,23	9,38	9,63	10,04	10,94	12,09	15,73

O valor da constante de integração C_I , para a lei rugosa, fornecido Tab.(2.3) é calculado de modo que, quando o gradiente longitudinal de pressão for nulo, a lei de parede de Mellor retome a forma proposta por Sholz (1925).

Para altos gradientes longitudinais de pressão, $p^* \geq 8$, faz-se necessária a modelagem de uma nova escala de velocidade, diferente da velocidade de atrito u_F utilizada para superfícies lisas. Nesta condição, a condição de autosimilaridade, na qual a lei de Mellor foi inicialmente deduzida é desfeita. Além disso, nas imedições do ponto de separação da camada limite, a velocidade de atrito u_F tem valor muito pequeno ou nulo, o que pode levar a uma singularidade numérica no caso de sua adoção nas condições de separação de camada limite.

A análise da camada limite na região do ponto de separação da camada limite causada por gradientes adversos de pressão foi bem estudada por Stratford (1959), que formulou uma lei de parede capaz de representar o campo de velocidade sob tais condições. Desta forma, a lei de Stratford (1959) é empregada neste trabalho para a determinação da escala de velocidade, a ser utilizada nas leis de parede formulada para escoamentos que se processam em superfícies rugosas, sob a ação de gradientes de pressão.

A lei de Stratford (1959) é dada por

$$u = \frac{2}{K} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/2} y^{1/2}, \quad (2.89)$$

sendo sua forma adimensional representada pela relação

$$u^* = \frac{2}{K} y^{*1/2}. \quad (2.90)$$

Utilizando a nova escala de velocidade para superfície rugosa u_{FR} e a escala de comprimento rugosa y_s , faz-se a adimensionalização da Eq.(2.89), obtendo a relação

$$u^* = \frac{2}{K} \left(\frac{1}{u_{FR}^2} \frac{y_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/2} (y^*)^{1/2}. \quad (2.91)$$

Comparando a Eq.(2.90) com a Eq.(2.91), obtem-se a escala de velocidade apropriada para a superfície rugosa estudada, em pontos com alto gradiente de pressão, dada por

$$u_{FR} = \left(\frac{y_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{1/2}. \quad (2.92)$$

Desta forma, a lei de Mellor rugosa para regiões com gradientes longitudinais de pressão tais que $p^* \geq 8$, ou próximas ao ponto de separação da camada limite, é dada pela Eq.(2.85), utilizando agora as escalas

$$y^* = \frac{y}{y_s}, \quad (2.93)$$

$$u^* = \frac{u}{u_{FR}}, \quad (2.94)$$

$$p^* = \frac{1}{u_F^2} \frac{y_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (2.95)$$

sendo o cálculo da constante de integração C_I feito por meio da equação

$$C_I = \frac{2}{K} + 1, 33(p^*)^{\frac{1}{3}} + 4, 38(p^*)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{K} \ln \left(\frac{4}{p^*} \right). \quad (2.96)$$

A escala de velocidade utilizada pode assumir dois valores, a depender do gradiente longitudinal de pressão. Para baixos gradientes de pressão, a escala é a velocidade de atrito u_F . Já para um valor alto do gradiente longitudinal de pressão, a escala de velocidade é u_{FR} .

Do ponto de vista de implementação numérica, é definido um gradiente longitudinal crítico, definido pela interseção matemática das curvas de u_F e u_{FR} , a partir do qual se adota uma escala ou outra, de acordo com a Fig.(2.12). Esta implementação numérica para a utilização da escala de velocidade tem por objetivo evitar instabilidades numéricas, uma vez que a transição da escala u_F para a escala u_{FR} é feita de forma a evitar descontinuidades entre as iterações numéricas na rotina de minimização de resíduos da escala de velocidade, proposta e implementada no código numérico por Fontoura Rodrigues (1990). Dessa forma, a escala de velocidade é tratada como sendo uma única variável, u_{FC} , conforme a Fig.(2.12).

Este mesmo procedimento é utilizado na implementação numérica das demais leis de paredes rugosas.

2.7.3 Lei de parede rugosa de Nakayama e Koyama - NKR

Partindo da formulação da lei de Nakayama e Koyama (1984) concebida para superfícies lisas, a adaptação desta lei para o caso rugoso é feita tomando por base a formulação original

$$u^* = \frac{1}{\phi} \left[3(\xi - \xi_s) + \ln \left(\frac{\xi_s + 1}{\xi_s - 1} \frac{\xi_s - 1}{\xi_s + 1} \right) \right], \quad (2.97)$$

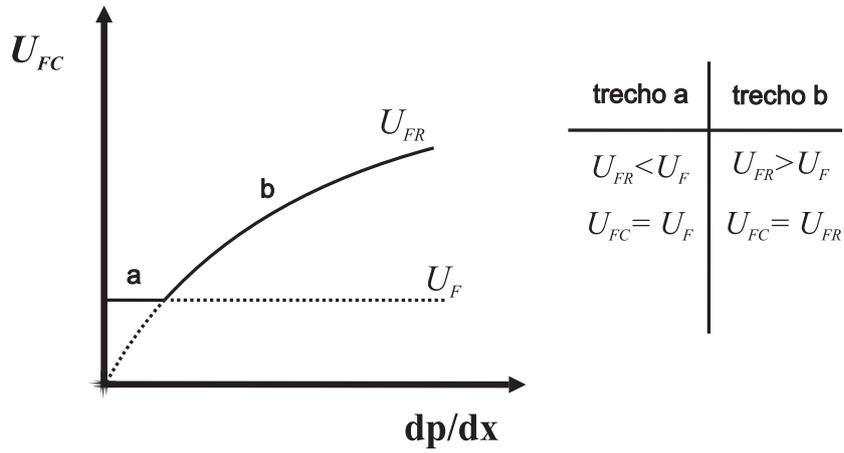


Figura 2.12: Função da escala rugosa de velocidade u_{FC} .

com

$$\xi = \sqrt{\frac{1 + 2\tau^*}{3}} \quad \text{e} \quad \tau^* = \frac{\tau}{\tau_w} = 1 + p^* y^*, \quad (2.98)$$

utilizando ξ_s como sendo um valor de ξ correspondente a uma posição y_s^* do perfil. O valor de y_s^* é determinado por Chen (1984) de acordo com a equação

$$y_s^* = \frac{e^{KC}}{1 + p^{*n}}. \quad (2.99)$$

A calibração indica um valor de n igual a 0,34.

Para o caso rugoso, os parâmetros de escala de comprimento e pressão são os mesmos adotados no processo de adaptação da lei de Mellor

$$u^* = \frac{u}{u_F}, \quad (2.100)$$

$$y^* = \frac{y}{y_s}, \quad (2.101)$$

$$p^* = \frac{1}{u_F^2} \frac{y_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (2.102)$$

O formulação da lei de parede retoma a equação de Stratford quando $p^* \rightarrow \infty$, dada por

$$u^* = \frac{2}{K} y^{+\frac{1}{2}}. \quad (2.103)$$

Já para o caso de gradiente nulo de pressão, $p^* \rightarrow 0$, a lei de parede tende para a relação

$$u^* = \frac{1}{K} \ln \left(\frac{y^*}{y_s^*} \right) = \frac{1}{K} \ln(y^*) + C. \quad (2.104)$$

Definindo o valor da constante $C = 8,5$ na Eq.(2.104), retoma-se a lei de Sholz (1925).

2.7.4 Lei de parede rugosa de Cruz e Silva Freire - CSFR

A lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998) adaptada para o caso de escoamento em superfícies rugosas, como as demais leis, representa o efeito da rugosidade parietal por meio de escalas características de comprimento e de tempo característicos.

Analogamente à definição utilizada na dedução original desta lei, o comprimento característico para o caso rugoso é definido por

$$L_c = \frac{\sqrt{(\frac{\tau_p}{\rho})^2 + 2 \frac{y_s}{\rho} \frac{dP_p}{dx} u_R^2} - \frac{\tau_p}{\rho}}{\frac{1}{\rho} \frac{dP_p}{dx}}. \quad (2.105)$$

A velocidade de referência u_R é dada pela raiz positiva da equação

$$u_R^2 - \frac{\tau_p}{|\tau_p|} \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} u_R - \frac{y_s}{\rho} \frac{dP_p}{dx} = 0. \quad (2.106)$$

A lei de parede de Cruz e Silva Freire adaptada para o caso rugoso é dada na forma dimensional por

$$u = \frac{2}{K} \frac{\tau_w}{|\tau_w|} \sqrt{B \frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx} y} + \frac{u_F}{K} \frac{\tau_w}{|\tau_w|} \ln \frac{y}{L_c} \quad (2.107)$$

onde o termo B vale 2,89.

O valor do termo B foi calculado levando-se em consideração a relação de Nikuradse (1933), onde

$$\frac{2}{K} \frac{\tau_w}{\rho} \rightarrow 8,5 u_F \quad (2.108)$$

quando o gradiente longitudinal de pressão tende a zero.

Quando o gradiente longitudinal de pressão tender a infinito, tem-se que a lei de parede de velocidade retorna à relação de Stratford (1959) representada na Eq.(2.89), como esperado.

Capítulo 3 FORMULAÇÃO NUMÉRICA

O código utilizado neste trabalho é um código de pesquisa denominado *Turbo 2D*, sendo baseado no método dos elementos finitos para discretização espacial e no método das diferenças finitas para a discretização temporal, tendo como fundamentação matemática e computacional os trabalhos de Buffat (1981) e Brun (1988). A atual versão do código, denominado *Turbo 2D*, iniciado em 1990, está em evolução contínua desde então, a cargo de membros do Grupo Vortex do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília.

3.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

O método dos elementos finitos transforma o sistema de equações diferenciais que governam o problema analisado, neste trabalho as equações (2.31) a (2.37), em um sistema matricial de equações algébricas lineares capazes de representar de forma apropriada o comportamento das variáveis dependentes do problema, no interior de subdomínios que integram o domínio completo de cálculo. Os subdomínios numéricos, chamados de elementos, constituem as regiões onde se calcula os campos de pressão, velocidade, energia cinética de turbulência e sua taxa de dissipação.

Dessa forma, a discretização espacial é realizada por meio da divisão do domínio físico em elementos discretos, formados por figuras discretas regulares, onde uma dada propriedade genérica ϕ é estimada em cada elemento por meio de funções de interpolação ou de aproximação, dadas em função dos valores do campo nos vértices dos elementos, denominados nós. A reunião das soluções em cada elemento fornece uma aproximação numérica do campo da propriedade ϕ em todo domínio de cálculo.

É objetivo deste trabalho a simulação de domínios bidimensionais ou tridimensionais axissimétricos. Para a implementação da discretização espacial são empregados elementos triangulares, de modo que cada elemento pode ser definido como a superfície delimitada pelos nós i, j e k , de acordo com a Fig.(3.1). O conjunto dos elementos representa o domínio numérico.

Por meio do método dos elementos finitos, a propriedade ϕ é calculada em cada nó,

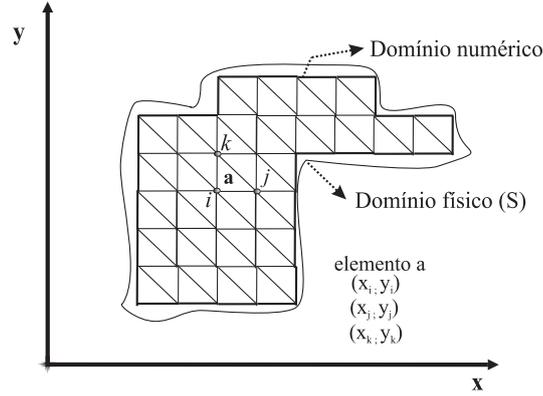


Figura 3.1: Discretização de um domínio bidimensional D em elementos triangulares.

de tal forma que o valor desta propriedade, em qualquer ponto no interior de cada elemento, é estimado por meio da utilização de funções de interpolação. No programa *Turbo 2D* está implementada uma modalidade do método de elementos finitos chamada de método dos resíduos ponderados ou método de Galerkin.

Dada a forma genérica das equações governantes

$$\Gamma(\phi) - g = 0, \quad (3.1)$$

em que Γ é um operador diferencial, ϕ é uma variável de campo e g representa uma função de variáveis independentes.

Considera-se a solução aproximada ϕ' da Eq.(3.1) como sendo

$$\phi' = \sum_{i=1}^m (N_i \phi_i), \quad (3.2)$$

em que ϕ' é uma solução aproximada, N_i é uma função de interpolação, ϕ_i é o valor da variável dependente no nó i e m é o número de nós da malha de cálculo.

Como ϕ' é uma solução aproximada, tem-se que

$$\Gamma(\phi') - g \neq 0 \quad (3.3)$$

ou

$$\Gamma(\phi') - g = R, \quad (3.4)$$

onde R é o erro residual decorrente do uso da solução aproximada ϕ' no sistema de equações.

A minimização do erro residual é obtida por meio da relação

$$\int_D (\Gamma(\phi') - g) N_i dD = \int_1^m R N_i dD = 0. \quad (3.5)$$

O método de Galerkin se caracteriza por utilizar a função de interpolação do elemento como função peso minimizadora de R .

A Equação (3.5) é aplicada para cada elemento da malha. O acoplamento pressão-velocidade é resolvido pelo algoritmo de Uzawa. As equações lineares podem ser resolvidas de forma direta ou iterativa. Na forma direta, adota-se a decomposição LDU. Na forma iterativa, se o sistema for linear simétrico, definido, positivo, adota-se o método do gradiente conjugado pré-condicionado. Outro método utilizado na forma iterativa é o método de duplo gradiente conjugado de Fletcher (1979), utilizado para sistemas lineares não simétricos.

Considerando o elemento triangular, tem-se que o valor da grandeza $\phi(x, y)$ no elemento é definida por funções de interpolações lineares, considerando os três valores nodais da grandeza, de acordo com a relação

$$\phi(x, y)_{elemento} = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\xi} \phi_i + \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\xi} \phi_j + \frac{a_k + b_k x + c_k y}{2\xi} \phi_k \quad (3.6)$$

considerando o elemento de nós i, j e k de área ξ e

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j \quad (3.7)$$

$$b_i = y_j - y_k \quad (3.8)$$

$$c_i = x_k - x_i \quad (3.9)$$

O código *Turbo 2D* utiliza elementos triangulares P1 e P1-IsoP2, em que a pressão é calculada sobre um elemento base P1 e a velocidade e as demais variáveis são calculadas sobre elementos, P1-IsoP2, obtidos pela divisão de cada lado do elemento P1 em 2 segmentos de igual comprimento, conforme ilustra a Fig.(3.2).

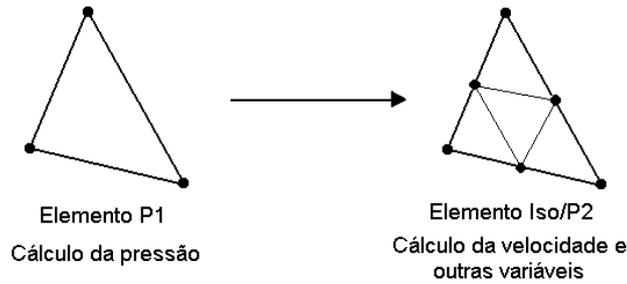


Figura 3.2: Discretização espacial P1/IsoP2

As instabilidades numéricas, oriundas do erro cometido na aproximação do valor real da grandeza, são tratadas no programa *Turbo 2D* por meio de um termo de difusão artificial, inserido nas equações de Reynolds no sentido jusante. Este termo foi proposto no trabalho de Hughes e Brooks (1979) e Kelly et al (1980), sendo o algoritmo para elementos finitos P1-isoP2 foi proposto por Brun (1988).

3.2 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

O sistema de equações governantes, da Eq. (2.31) a Eq.(2.37), é discretizado no tempo por meio de uma aproximação de primeira ordem para a derivada temporal, obtida com um algoritmo de diferenças finitas semi-implícito, sequencial, com erro de truncamento de primeira ordem. O algoritmo adotado permite a linearização das equações governantes a cada passo de tempo e sua implementação, concebida por Brun (1988), prevê o cálculo dos campos médios de pressão, velocidade e dos campos de energia cinética de turbulência e de sua taxa de dissipação em um instante $(n + 1)\Delta t$ a partir dos valores conhecidos no instante Δt , onde n é um número inteiro e Δt é o intervalo

de tempo considerado, por meio de uma sequência de operações dividida em quatro etapas, com o encadeamento apresentado como segue

1ª Etapa: no tempo $t = n\Delta t$ são conhecidos \bar{u}_i^{*n} , \bar{p}^{*n} , κ^n e ε^n .

2ª Etapa: no tempo $t = (n + 1)\Delta t$ são calculadas as velocidades \bar{u}_i^{*n+1} e a pressão p^{*n+1} , resolvendo as equações acopladas de pressão e velocidade segundo o algoritmo de Uzawa adaptado por Buffat (1981)

$$\frac{\partial \bar{u}_i^{*n+1}}{\partial x_i^*} = 0, \quad (3.10)$$

$$\frac{\bar{u}_i^{*n+1} - \bar{u}_i^{*n}}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial x_j^*} (\bar{u}_i^{*n} \bar{u}_j^{*n+1}) = -\frac{\partial \bar{p}^{*n+1}}{\partial x_i^*} + \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{R_T^n} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i^{*n+1}}{\partial x_j^*} + \frac{\partial \bar{u}_j^{*n}}{\partial x_i^*} \right) \right]. \quad (3.11)$$

3ª Etapa: no tempo $t = (n + 1)\Delta t$ e com os valores de u_i^{*n+1} e p^{*n+1} calculados na segunda etapa, são resolvidas sequencialmente as equações

$$\frac{\kappa^{*n+1} - \kappa^{*n}}{\Delta t} + \bar{u}_i^{*n} \frac{\partial \kappa^{*n+1}}{\partial x_i^*} = \frac{\partial}{\partial x_i^*} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{R_T^n \cdot \sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa^{*n+1}}{\partial x_i^*} \right] + \Pi^{n+1} - \frac{\varepsilon^{*n}}{\kappa^{*n}} \kappa^{*n+1}, \quad (3.12)$$

$$\frac{\varepsilon^{*n+1} - \varepsilon^{*n}}{\Delta t} + \bar{u}_i^{*n} \frac{\partial \varepsilon^{*n+1}}{\partial x_i^*} = \frac{\partial}{\partial x_i^*} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{R_T^n \cdot \sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon^{*n+1}}{\partial x_i^*} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon^n}{\kappa^n} \cdot \Pi^{n+1} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^{*n}}{\kappa^{*n}} \varepsilon^{*n+1}, \quad (3.13)$$

onde o termo Π^{n+1} e o número de Reynolds turbulento são dados pelas seguintes relações

$$\Pi^{n+1} = \left[\frac{1}{R_T^n} \left(\frac{\partial \bar{u}_i^{*n+1}}{\partial x_j^*} + \frac{\partial \bar{u}_j^{*n+1}}{\partial x_i^*} \right) - \frac{2}{3} \kappa^{*n} \delta_{ij} \right] \frac{\partial \bar{u}_i^{*n+1}}{\partial x_j^*}, \quad (3.14)$$

$$\frac{1}{R_T^n} = C_\mu \frac{(\kappa^{*n})^2}{\varepsilon^{*n}}. \quad (3.15)$$

4ª Etapa: no tempo $t = (n + 1)\Delta t$ são calculados os valores de R_T^{n+1} por meio da equação

$$\frac{1}{R_T^{n+1}} = C_\mu \frac{(\kappa^{*n+1})^2}{\varepsilon^{*n+1}}. \quad (3.16)$$

As condições de contorno geradas pelas leis de parede são calculadas explicitamente, gerando assim instabilidades numéricas. Por isso, faz-se necessário o uso do algoritmo de mínimos resíduos proposto por Fontoura Rodrigues (1990), que minimiza os erros resultantes do cálculo da velocidade de atrito u_F e de sua escala correspondente para superfícies rugosas u_{FC} .

3.3 MALHAS DE CÁLCULO

O processo de confecção das malhas de cálculo está fortemente relacionado ao fenômeno físico que se deseja simular. O domínio numérico discreto constituído pela malha de cálculo substitui o domínio físico contínuo. Durante a geração da malha, o espaçamento entre os nós deve respeitar a intensidade dos gradientes a serem modelados numericamente, sendo necessárias malhas mais finas para uma boa representação de gradientes mais intensos.

Os códigos que utilizam elementos finitos necessitam portanto, na fase de pré-processamento, de um algoritmo especializado em confeccionar malhas de elementos finitos. As malhas são confeccionadas tendo como entrada apenas os nós iniciais e finais das fronteiras do domínio, que podem ser retas, curvas, com progressão geométrica ou parametrizada via função definida pelo usuário. Existe ainda a necessidade de se renumerar os nós da malha, a fim de se reduzir a largura de banda da matriz dos coeficientes, tornando-a menos esparsa e reduzindo o custo computacional de resolver o sistema de equações associado a esta matriz.

Durante o pré-processamento, a geração das malhas passou a ser realizada em duas etapas: na primeira são feitas as partes da malha de cálculo, onde a forma e a proporção entre o espaçamento dos nós são definidos; posteriormente, as malhas são refinadas e otimizadas, conforme ilustram a Fig.(3.3) e a Fig.(3.4). Percebe-se claramente o efeito da renumeração dos nós e da unificação da orientação das conexões diagonais dos elementos na redução da largura de banda da matriz dos coeficientes. Neste exemplo,

a largura de banda foi reduzida de 42 para 7, enquanto o número de coeficientes foi reduzido de 847 para 245.

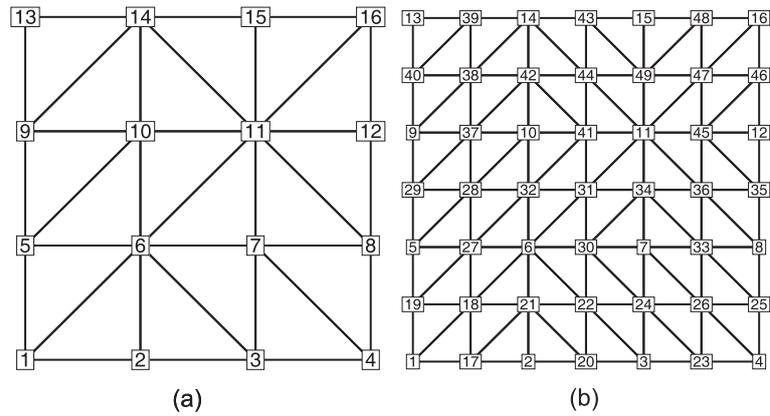


Figura 3.3: (a) Malha P1 (pressão) ; (b) Malha iso-P2 (velocidade e demais variáveis).
Largura de banda 42 e número de coeficientes 847

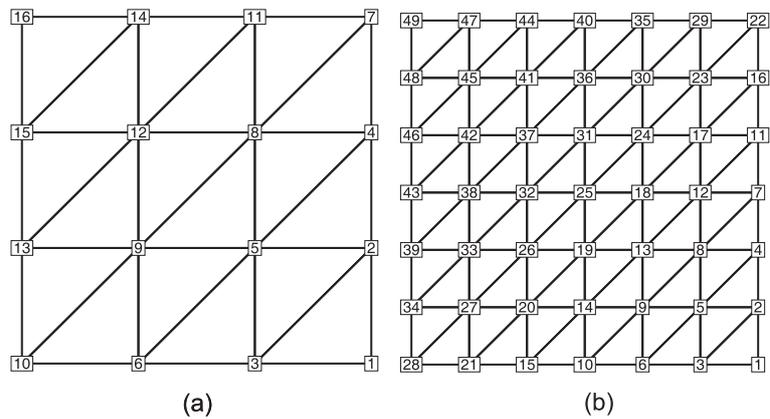


Figura 3.4: (a) Malha P1 (pressão) ; (b) Malha iso-P2 (velocidade e demais variáveis).
Largura de banda 7 e número de coeficientes 245

Capítulo 4 ANÁLISE DE RESULTADOS

4.1 CASO TESTE SELECIONADO

O caso teste escolhido para simular numericamente os efeitos do escoamento turbulento parietal sob superfície rugosa com gradiente adverso de pressão foi o estudo experimental de Loureiro (2008). Este trabalho contempla escoamentos sobre colina abrupta com superfícies lisa e rugosa, com número de Reynolds igual a 31023, tendo como comprimento característico a espessura da camada limite.

O trabalho de Soares e Fontoura Rodrigues (2005) apresenta a simulação do escoamento turbulento sobre a mesma colina abrupta, com a superfície lisa e número de Reynolds, baseado na altura de coluna de água, igual a 10.000, publicados também em Loureiro et al (2007). Neste trabalho foram empregadas as leis de parede LL, ML, NKL e CSFL, sendo esta última lei a que melhor representou o campo de velocidade e a região de recirculação. A lei LL foi incapaz de detectar o descolamento de camada limite, porém apresentou excelentes resultados para região à montante da colina. Nesta região, não há gradiente adverso de pressão e se aproxima mais da condição de auto-similaridade da camada limite, condição na qual a lei LL foi deduzida.

Os dados experimentais para o caso rugoso, obtidos por Loureiro (2008), foram colhidos nas adjacências da colina submersa em um canal de água, em 10 estações experimentais. O canal de água possui 17m de comprimento, com seção transversal de 0,40m por 0,60m. A vazão de água foi de 26,7 l/s e a altura da seção de teste igual a 267,5mm. A rugosidade foi representada por barras de borracha de 3mm por 3mm de seção transversal, com espaçamento de 9mm. A forma do perfil da colina é dada pela equação

$$H_c = \frac{0,075}{1 + \left(\frac{x-0,9}{0,15}\right)^2} - 0,015. \quad (4.1)$$

em que H_c é a altura da colina e a origem da variável espacial x coincidente com a origem da malha de cálculo.

O levantamento experimental feito por Loureiro (2008) empregou a técnica de anemometria a laser-Doppler com dois canais de medição. Os resultados contemplam perfis

médios de velocidade longitudinal e transversal, tensão cisalhante na parede, componentes do tensor de Reynolds, produção de energia cinética de turbulência (κ) e sua taxa de dissipação (ϵ).

As propriedades da camada limite não-perturbada, utilizadas como referência na simulação numérica deste trabalho, estão ilustradas na Tab.(4.1).

Tabela 4.1: Camada limite não perturbada.

Número de Reynolds, Re_δ	31023
Velocidade do escoamento externo, u_{ref} (m/s)	0,3133
Espessura camada limite, δ (mm)	100
Velocidade de atrito, u_F (m/s)	0,0204
Erro na origem, ϵ (mm)	1,1
Comprimento de rugosidade, y_0 (mm)	0,33
Rugosidade de grão de areia, y_s (mm)	0,0139

Os valores de y_0 e y_s são estimados pela Eq.(2.82) e Eq.(2.84), respectivamente.

O caso teste selecionado tem como principais características físicas a superfície rugosa, a presença de gradientes longitudinais de pressão, descolamento de camada limite sob fracos gradientes de pressão e possível ondulação da superfície livre. Constitui, portanto, um desafio à simulação numérica, capaz de permitir a validação das leis de parede rugosas e também avaliar seu desempenho operacional.

4.2 EMPREGO DAS LEIS DE PAREDES

As leis de parede utilizadas neste trabalho destinam-se tanto a superfícies lisas como rugosas. As leis de parede logarítmica, lei de Sholz (1925), lei de Mellor (1966) e lei de Mellor rugosa utilizam as velocidades de atrito u_F e u_{FC} como escala de velocidade, na forma adimensionalizada. Este parâmetro de escala é implementado numericamente de modo a representar uma medida da tensão de cisalhamento na parede, levando em consideração as contribuições laminares e turbulentas do escoamento, considerando-se superfície lisa (u_F) e a influência do acabamento superficial no escoamento considerando a rugosidade superficial (u_{FC}). A lei de Nakayama e Koyama (1984) e sua variante para superfície rugosa também utiliza a escala de velocidade de atrito u_F , associada ao uso da

equação de energia cinética de turbulência. A única lei implementada numericamente na forma dimensional é a lei de lei de Cruz e Silva Freire (1998), juntamente com sua variação para o caso rugoso.

As condições de contorno de velocidade são calculadas pelas leis de parede de forma explícita. Para o caso teste adotado, o erro na origem vale $1,1 \times 10^{-3} m$, ou seja, a origem da coordenada vertical da função lei de parede é deslocada para baixo desse valor, a partir do pico do elemento rugoso.

4.3 RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados obtidos neste trabalho abrangem o campo de velocidade média, o gradiente de pressão, a velocidade de atrito e a região de separação da camada limite. Foram utilizadas nove estações de medição, sendo duas estações à montante, uma estação no topo e seis estações à jusante da colina, conforme Loureiro (2008).

Além das 8 leis de parede utilizadas, foi implementada e testada uma variante do modelo κ - ε adequado para a geometria da colina e sensível à separação da camada limite.

4.3.1 Condições de contorno e malha de cálculo

As condições de contorno impostas ao escoamento modelado numericamente reproduzem a situação física estudada por Loureiro (2008) e são ilustradas na Fig.(4.1). O perfil de velocidade imposto na entrada do canal, localizada na fronteira lateral esquerda, foi retirada dos dados experimentais na estação localizada na posição 1072mm à montante do centro da colina. Os perfis da produção de energia cinética de turbulência κ e sua taxa de dissipação ε , impostos como condição de contorno na fronteira lateral esquerda, foram estimados a partir dos dados experimentais e, nos pontos onde o valor experimental não foi fornecido, ajustados a partir das equações propostas por Manouzi e Fortin (1991), dadas por

$$\kappa_0 = 0,003U_0, \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{0,09\kappa_0^{3/2}}{0,003\frac{L_0}{2}}. \quad (4.3)$$

onde U_0 e L_0 são os parâmetros de velocidade e comprimento de referência e valem, respectivamente, $3,133 \times 10^{-1}$ m/s e $2,7 \times 10^{-2}$ m. A velocidade de referência corresponde à velocidade do escoamento externo não perturbado e o comprimento de referência é a altura do nível da água no canal. Esta modelagem proposta por Manouzi e Fortin (1991) é adequada para escoamentos com número de Reynolds entre 10^4 e 10^5 e se baseia na condição de equilíbrio entre produção e dissipação de energia cinética de turbulência.

A saída do canal, localizada na fronteira lateral direita, é imposta a condição de contorno de Neumann homogênea para todas as variáveis, com exceção da pressão, que é nula tanto na saída do canal quanto na superfície livre.

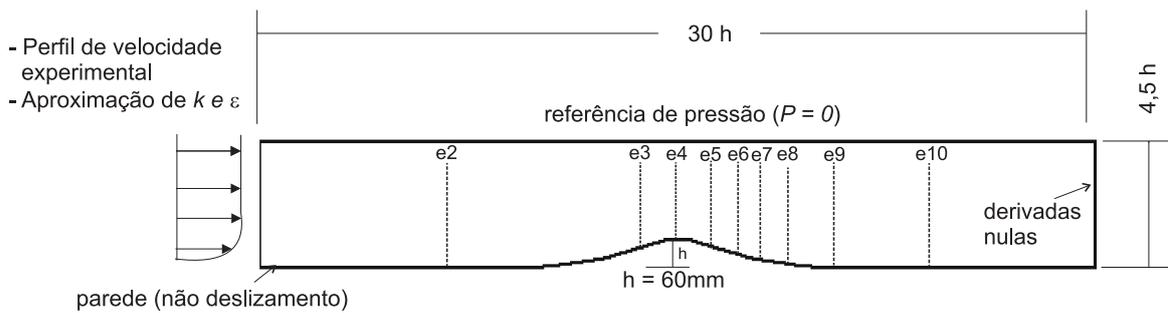


Figura 4.1: Condições de contorno e estações de medição.

O posicionamento das estações de medição ao longo do domínio de solução são representados na Tab. (4.2) e ilustradas pela Fig.(4.1), tomando por origem a entrada da malha de cálculo, posicionada a 900mm à montante do topo da colina. A Tabela (4.2) apresenta também o posicionamento das estações de medição sob forma adimensional, considerando a altura da colina ($h = 0,06\text{m}$) como comprimento padrão.

O domínio numérico é representado pela malhas de cálculo de pressão e velocidade, representadas pela Fig.(4.2). A malha de pressão, P1, possui 1456 nós e 2678 elementos e esta representada pela Fig.(4.2-a). A malha de velocidade, P1-isoP2, possui 5589 nós e 10712 elementos, conforme a Fig.(4.2-b)

Tabela 4.2: Posicionamento das estações de medição.

Estação	Distância (mm)	Distância adimensional x/h
2	404	6,73
3	820	13,66
4	900	15,00
5	980	16,33
6	1038	17,30
7	1084	18,06
8	1142	19,03
9	1240	20,66
10	1456	24,26

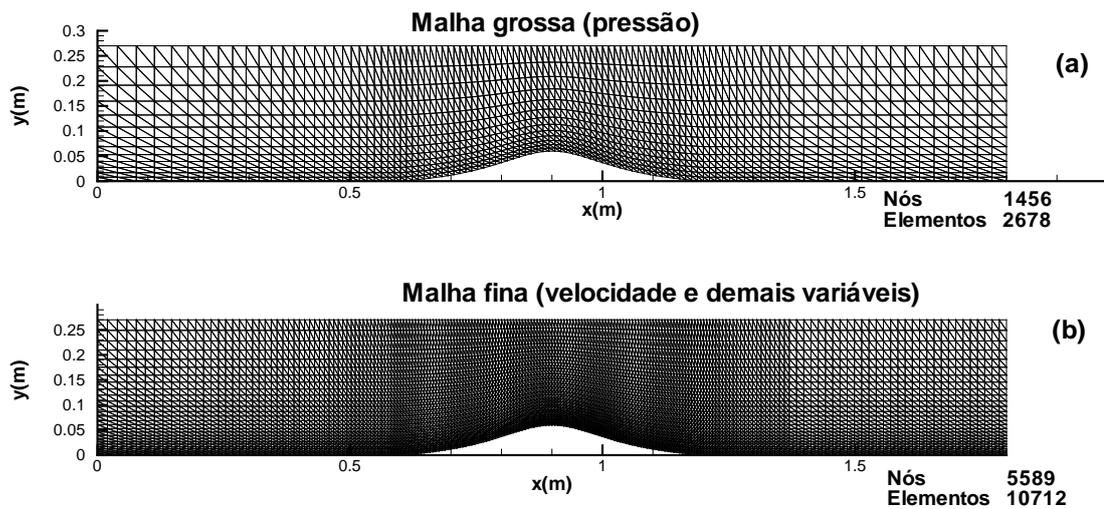


Figura 4.2: Malha de cálculo da colina rugosa.

4.3.2 Perfis de velocidade média

Os resultados do campo médio de velocidade longitudinal foram avaliados nas estações de medição de 2 a 10. Foram empregadas as leis de parede LL, ML, NKL e CSFL, formuladas para o caso liso, e também as leis de paredes formuladas para o caso rugoso LS, MR, NKR e CSFR, implementadas e validadas neste trabalho. Foi também avaliado e validado o modelo κ - ε modificado em conjunto com as leis de parede lisas e com a lei CSFR.

A análise dos resultados obtidos com as leis de parede formuladas para superfícies lisas leva em consideração, no tratamento dos dados, o efeito dinâmico da destruição da camada limite representado numericamente pelo deslocamento da coordenada y , conforme definição do erro na origem ϵ . O efeito do parâmetro ϵ , proposto pelo trabalho de Perry e Joubert (1963), capaz de deslocar para cima a origem da coordenada vertical, foi a única adaptação utilizada para representar o caso rugoso por meio de leis de parede convencionais. A principal limitação para o emprego de leis de parede desenvolvidas para paredes lisas, em escoamentos sobre superfícies rugosas, é a necessidade de conhecimento prévio das características da rugosidade e da dinâmica do escoamento na presença desta, representadas pelo parâmetro ϵ . Este parâmetro pode ser estimado experimental e numericamente, via simulação numérica direta (DNS).

Os resultados dos perfis de velocidade média são apresentados, para cada estação de medição, na seguinte ordem: perfis de velocidade média obtidos com leis de parede para superfícies lisas, perfis de velocidade média obtidos com leis de parede para superfícies lisa e modelo κ - ε modificado e perfis de velocidade obtido com leis de parede para superfície rugosa.

O perfil de velocidade média é normalizado em função da velocidade de referência U_0 e a distância normal à parede é adimensionalizada pela altura da colina h .

O modelo κ - ε modificado foi utilizado apenas com as leis de parede para superfícies lisas e com a lei rugosa CSFR. As demais leis rugosas apresentaram instabilidades numéricas quando utilizadas em conjunto com o modelo κ - ε modificado, tornando o custo computacional muito alto nesta condição.

As Figuras (4.3), (4.4) e (4.5) referem-se a estação 2. As Figuras (4.6), (4.7) e (4.8) mostram a mesma seqüência de resultados para a estação 3.

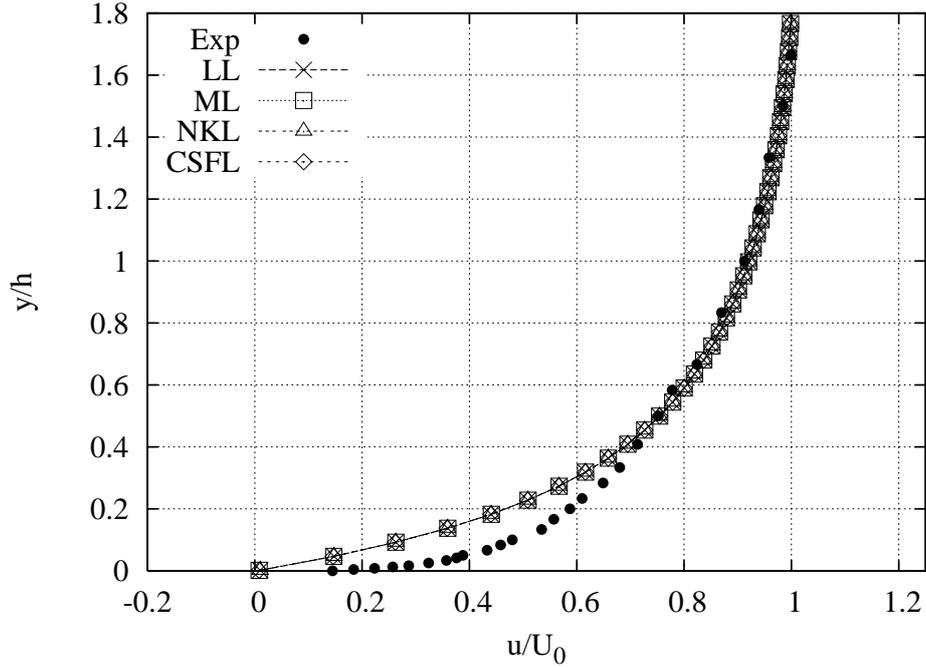


Figura 4.3: Perfil de velocidade na estação 2 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

Os resultados numéricos referentes às estações 2 e 3 mostram que as leis de parede para superfícies rugosas produzem resultado muito próximos entre si e sensivelmente superiores aos resultados obtidos com leis de parede para superfícies lisas. O modelo κ - ε modificado não apresenta, nestes perfis, diferença sensível em relação ao modelo κ - ε clássico. Observa-se também que os perfis de velocidade média resultantes das leis de parede para paredes lisas produzem bons resultados para y/h maiores que 0,4 na estação 2 e maiores que 0,25 na estação 3.

A utilização das leis de parede para superfícies lisas para simular os efeitos da rugosidade deve ser feita de forma bastante criteriosa, uma vez que as escalas características de velocidade são significativamente diferentes para os casos liso e rugoso, tanto na região mais próxima à parede quanto na região totalmente turbulenta mais afastada, conforme mostra o estudo de Akinlade et al (2004). No entanto, utiliza-se aqui a própria velocidade de atrito u_F como escala de velocidade na parte interna da camada limite. Muitos estudos apresentam métodos de cálculo da tensão de cisalhamento longitudinal na parede considerando exatamente a distribuição logarítmica, que pode ser ajustada para o caso rugoso utilizando como subsídio resultados experimentais.

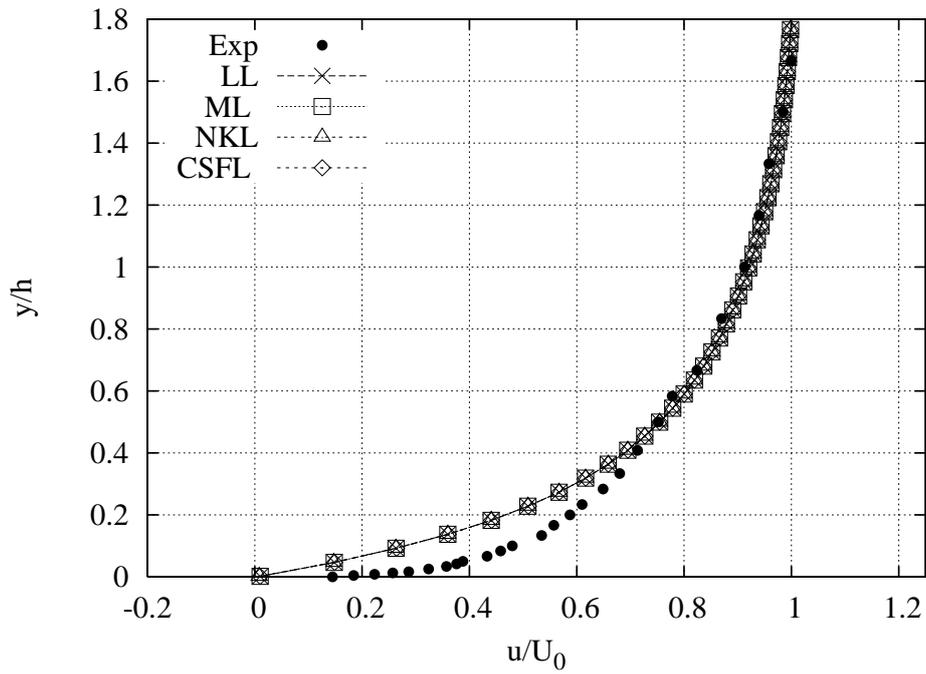


Figura 4.4: Perfil de velocidade na estação 2 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

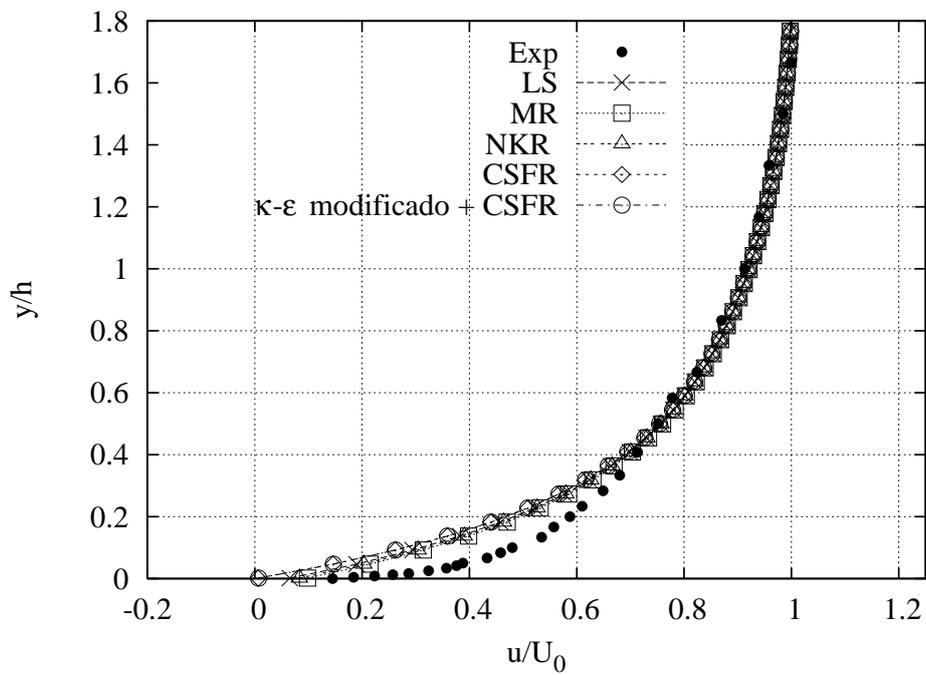


Figura 4.5: Perfil de velocidade na estação 2 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

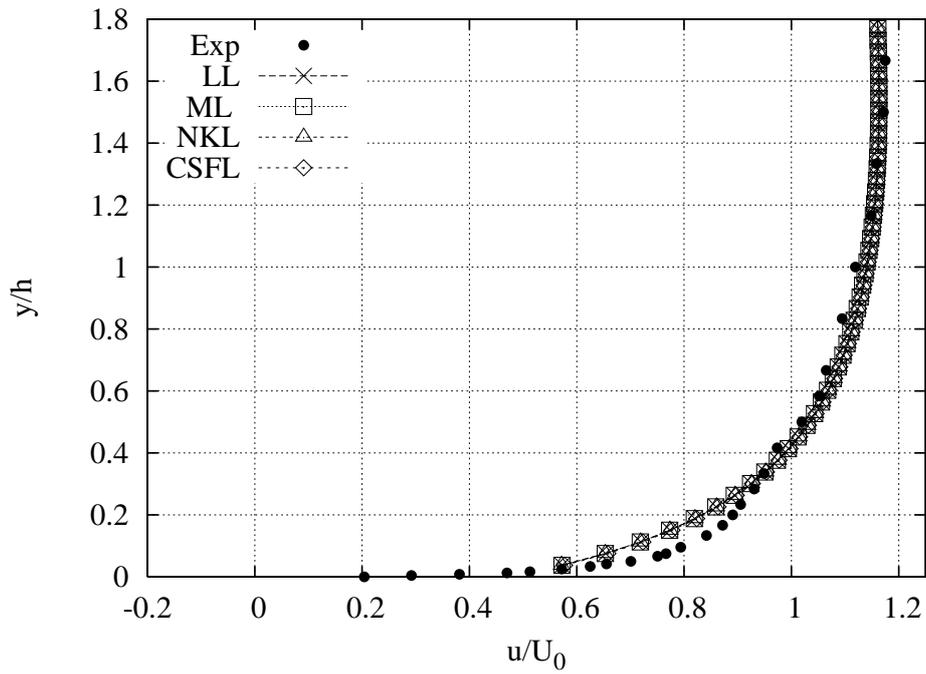


Figura 4.6: Perfil de velocidade na estação 3 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

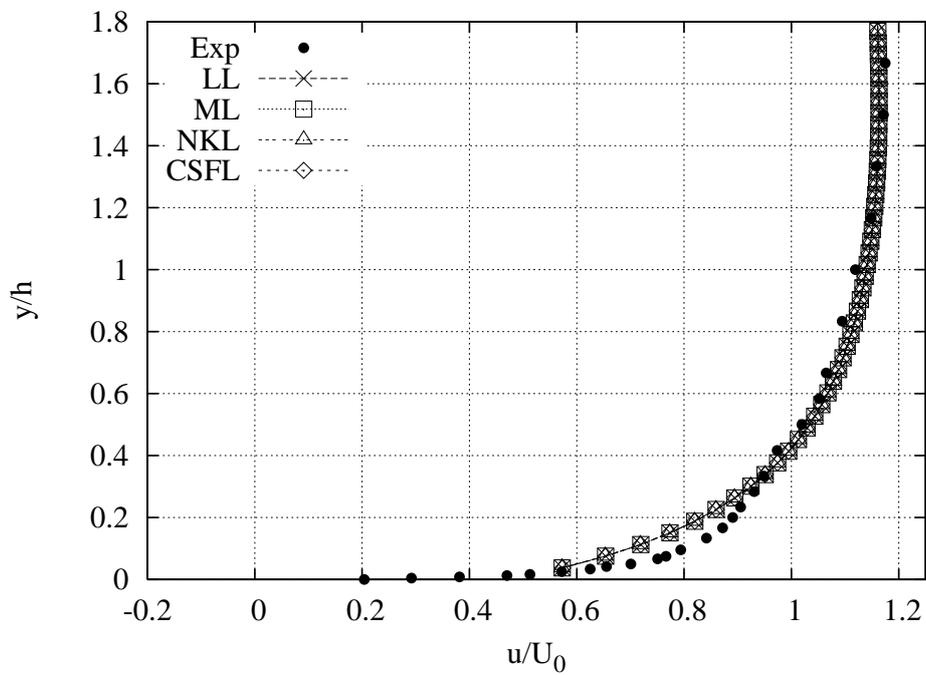


Figura 4.7: Perfil de velocidade na estação 3 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

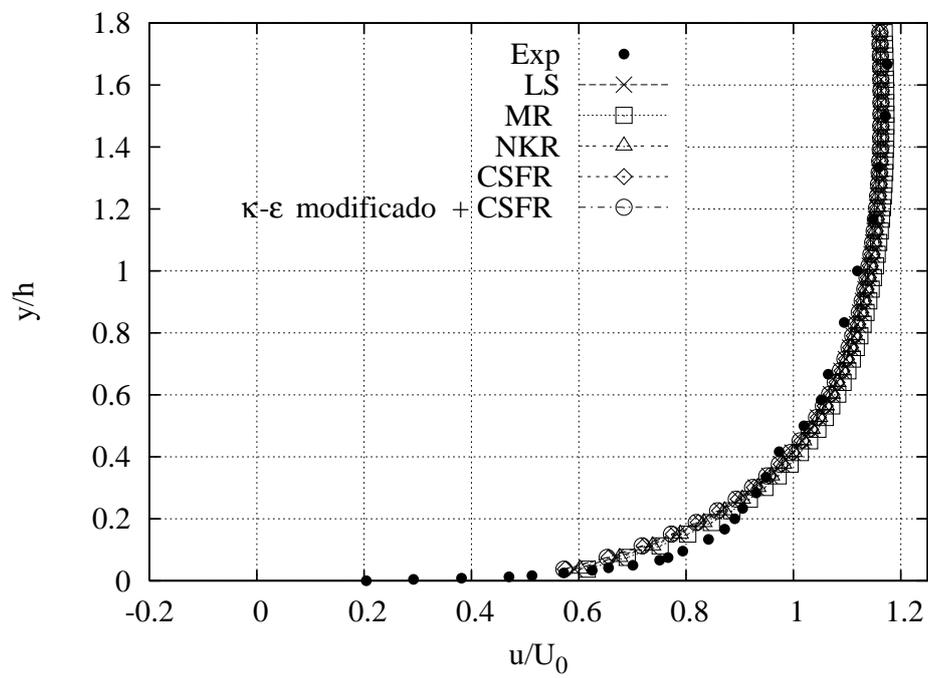


Figura 4.8: Perfil de velocidade na estação 3 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

Os melhores resultados para a região à montante da colina foram obtidos com as leis de paredes rugosas, com ligeiro destaque para a lei de Mellor rugosa. Nesta região, avaliada nas estações 2 e 3, não há influência da presença da colina, que está localizada à jusante. Dessa forma, pode-se avaliar o desempenho das leis de parede para uma camada limite de equilíbrio, com gradiente de pressão próximo a zero.

A estação 4, localizada exatamente no topo da colina, é um local particularmente difícil de ser modelado numericamente e em nenhuma outra das 8 estações se verifica uma discrepância tão grande entre os resultados numéricos e os dados experimentais gerados por Loureiro (2008). No entanto, os valores calculados pelas leis de parede são bons. A discrepância acontece no intervalo $0,2 < y/h < 1,4$.

Entre as razões que podem explicar esta discrepância salientam-se as seguintes:

- forte aceleração do escoamento neste ponto, onde é maior a obstrução criada pela colina, alterando bastante a conformação da camada limite turbulenta, sobretudo a estrutura de sua região externa;
- limitação do modelo de turbulência para prever a presença de efeitos não estacionários, característicos da região de estrangulamento em canais abertos;
- ondulações na superfície livre do escoamento, sobre a região da colina, não contempladas pelas condições de contorno adotadas na simulação numérica.

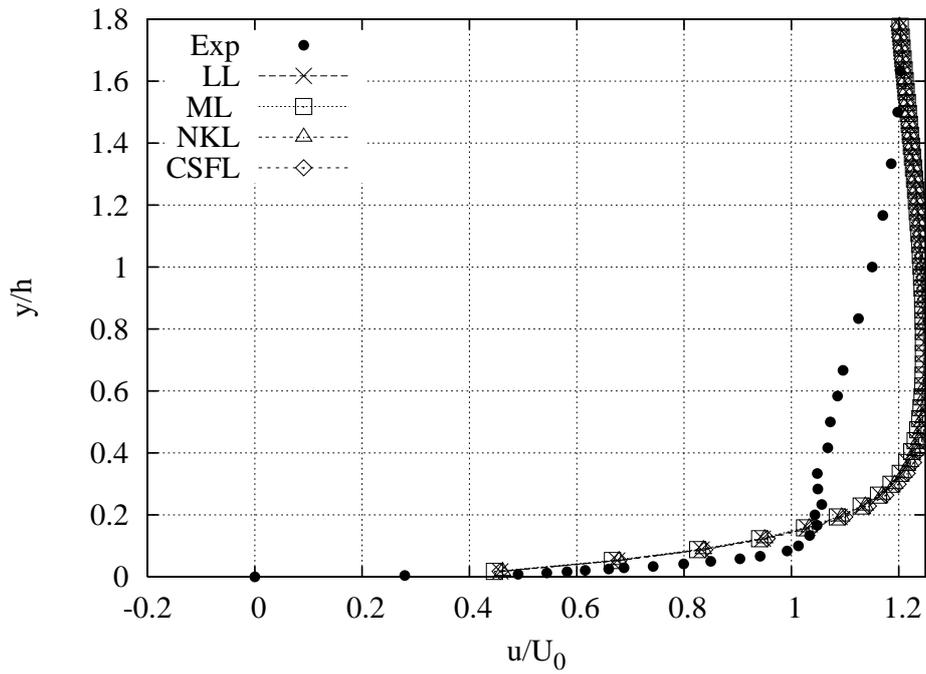


Figura 4.9: Perfil de velocidade na estação 4 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

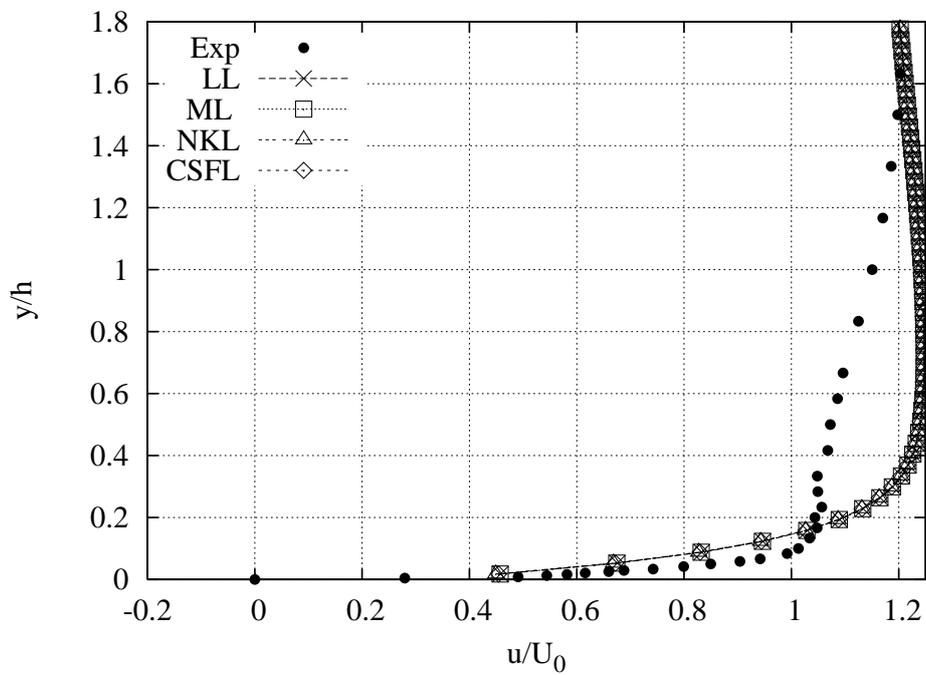


Figura 4.10: Perfil de velocidade na estação 4 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ϵ modificado.

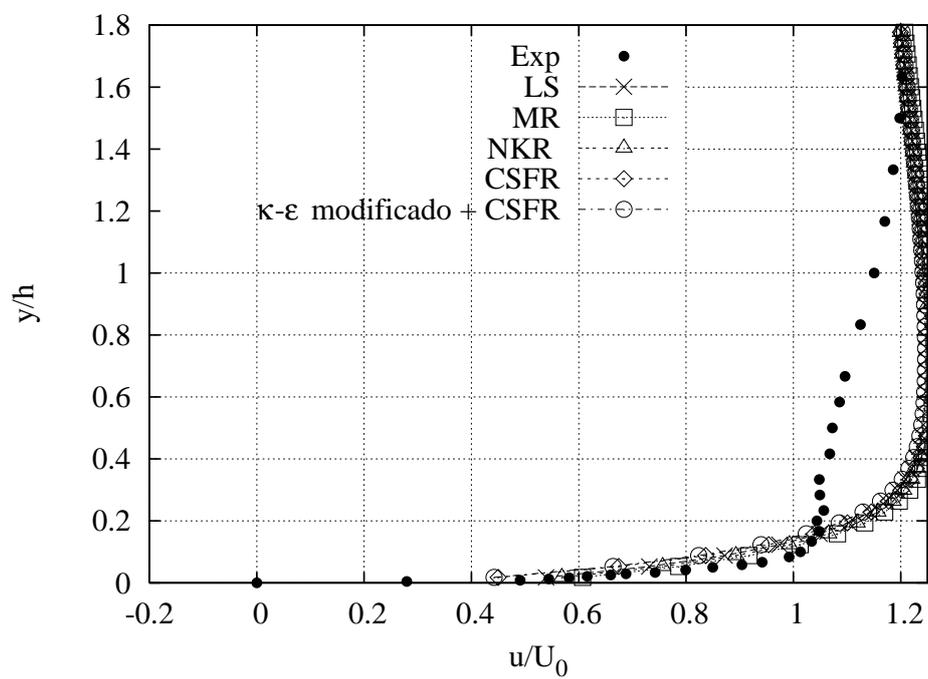


Figura 4.11: Perfil de velocidade na estação 4 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

As estações 5, 6 e 7 estão localizadas na zona de separação de camada limite, à jusante da colina. Os perfis de velocidade média correspondentes estão apresentados nas figuras (4.12), (4.13) e (4.14) para estação 5, figuras (4.15), (4.16) e (4.17) para a estação 6 e Figuras (4.18), (4.19) e (4.20) para estação 7, conservando em cada estação a mesma sequência de resultados adotadas para as estações 2, 3 e 4.

É boa a concordância obtida entre os resultados numéricos e os valores experimentais na região próxima à parede, entre $0,0 < y/h < 0,4$. Entretanto, na região mais afastada ($0,4 < y/h < 1,5$), os resultados numéricos não são tão próximos dos valores experimentais, tão qual como acontece na estação 4.

A perturbação no escoamento característica desta zona faz com que o efeito do acabamento superficial tenha pouca importância no escoamento próximo à parede. Na verdade, o escoamento reverso destrói a subcamada laminar ou de transição. Sendo assim, não foi observada grande diferença no desempenho das leis lisas e rugosas neste caso. A diferença entre o desempenho das leis de parede é devida a forma com que cada lei modela a região de separação de camada limite, em que a tensão de cisalhamento na parede tende a zero.

Outro fator preponderante para a qualidade dos resultados numéricos está relacionado ao modelo de turbulência adotado. Os melhores resultados numéricos para as estações 5, 6 e 7 foram obtidos utilizando a lei de parede rugosa de Cruz e Silva Freire, simulada com o modelo κ - ε modificado, deduzido para esta condição por Iaccarino e Gianluca (2001). Além disso, conforme implementado para todas as leis de parede rugosas, a escala de velocidade u_F é calculada como sendo proporcional ao gradiente de pressão, conforme Eq.(2.92), sendo a opção mais coerente para a região de separação.

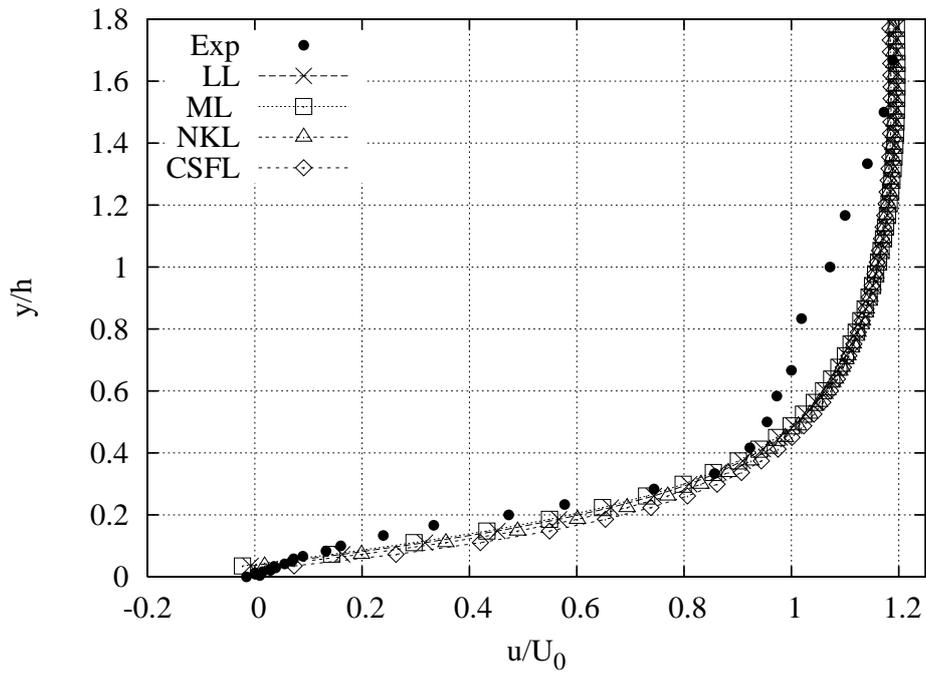


Figura 4.12: Perfil de velocidade na estação 5 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

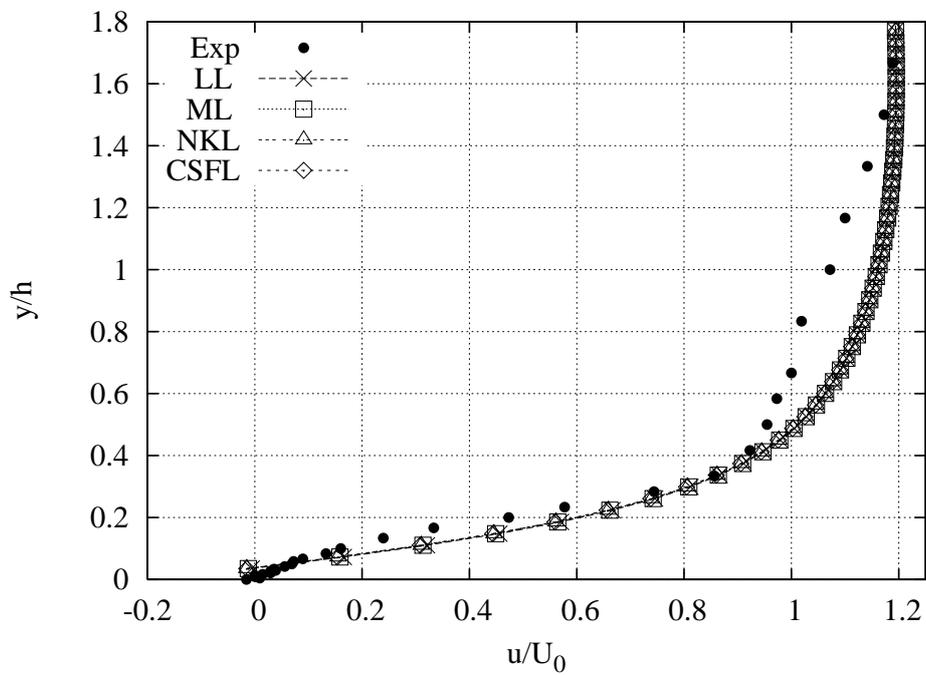


Figura 4.13: Perfil de velocidade na estação 5 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ϵ modificado.

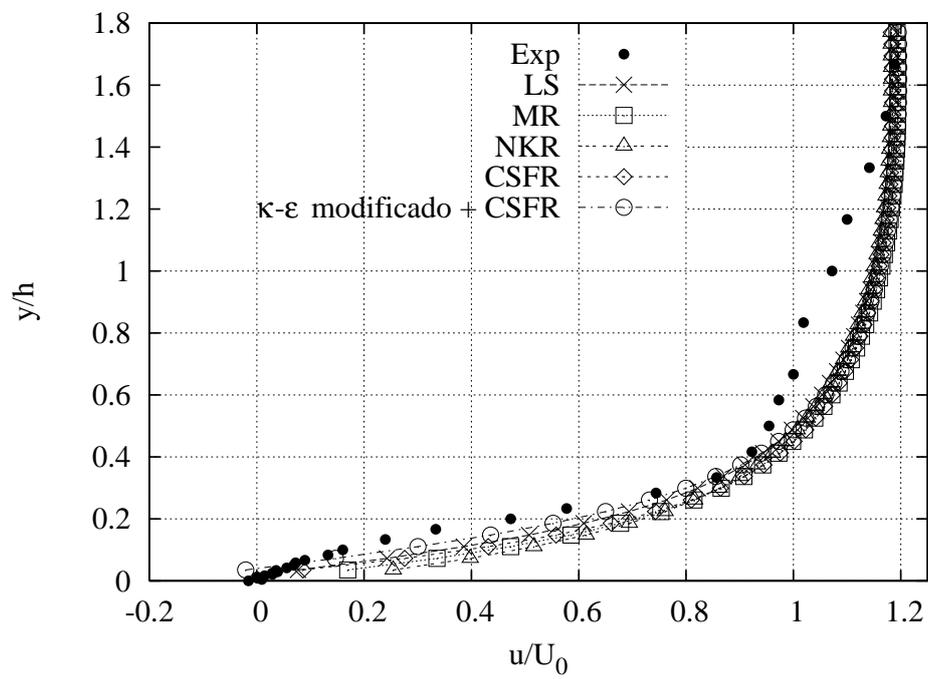


Figura 4.14: Perfil de velocidade na estação 5 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

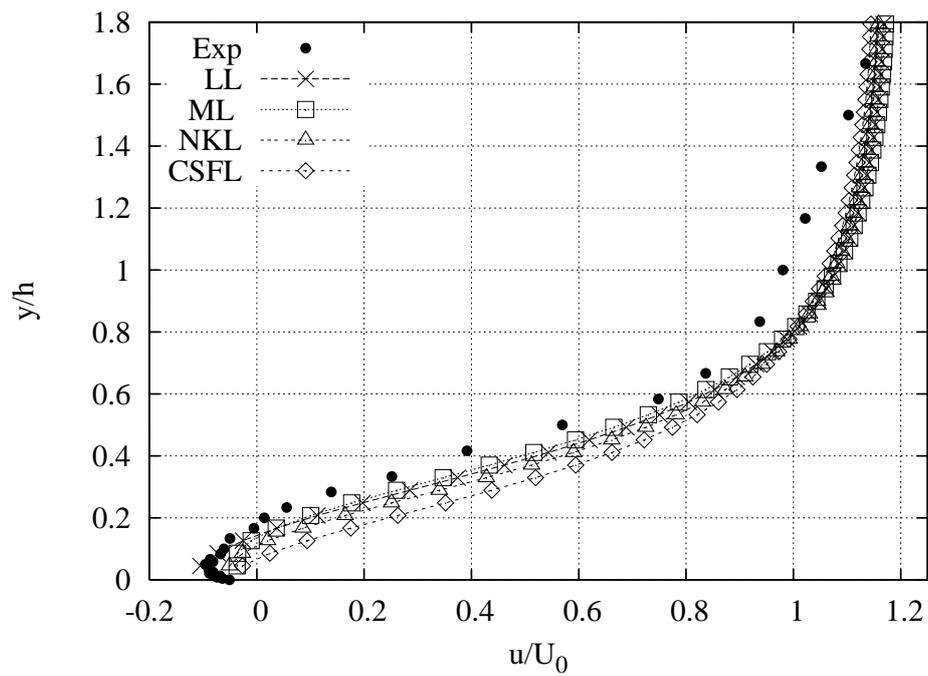


Figura 4.15: Perfil de velocidade na estação 6 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

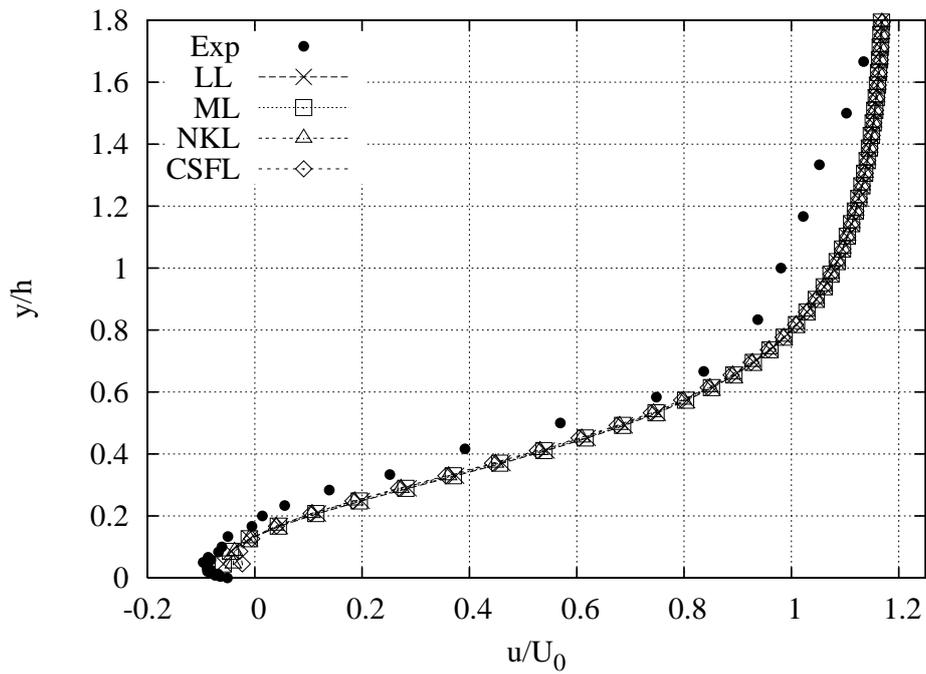


Figura 4.16: Perfil de velocidade na estação 6 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

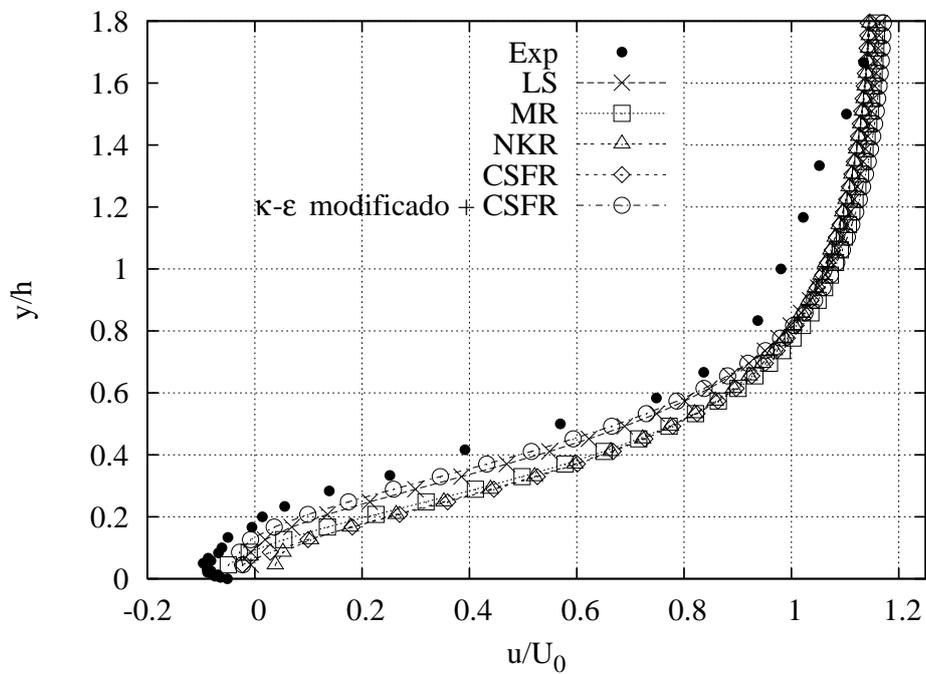


Figura 4.17: Perfil de velocidade na estação 6 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

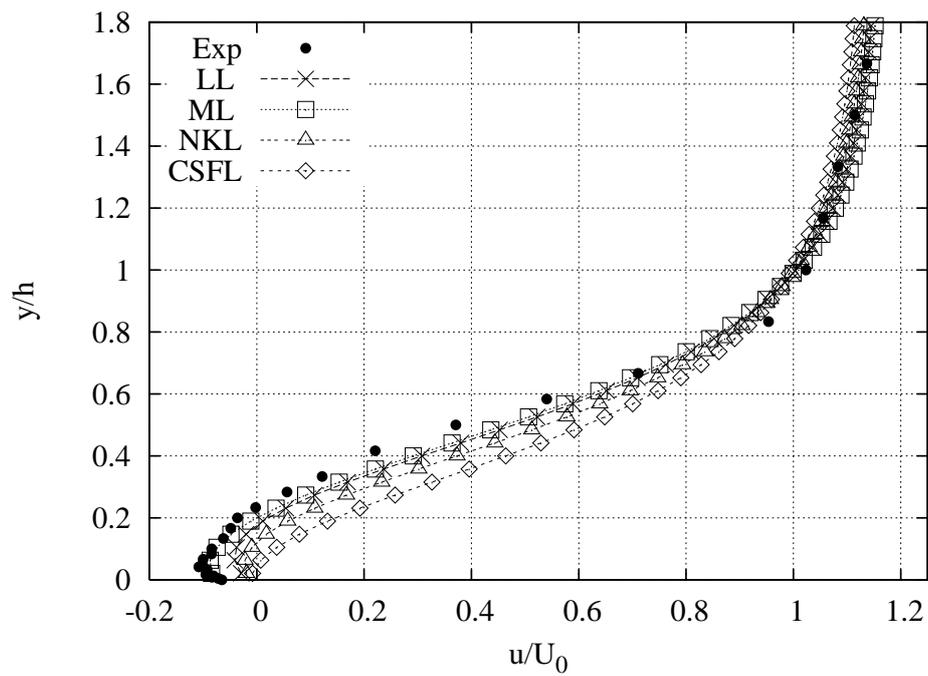


Figura 4.18: Perfil de velocidade na estação 7 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

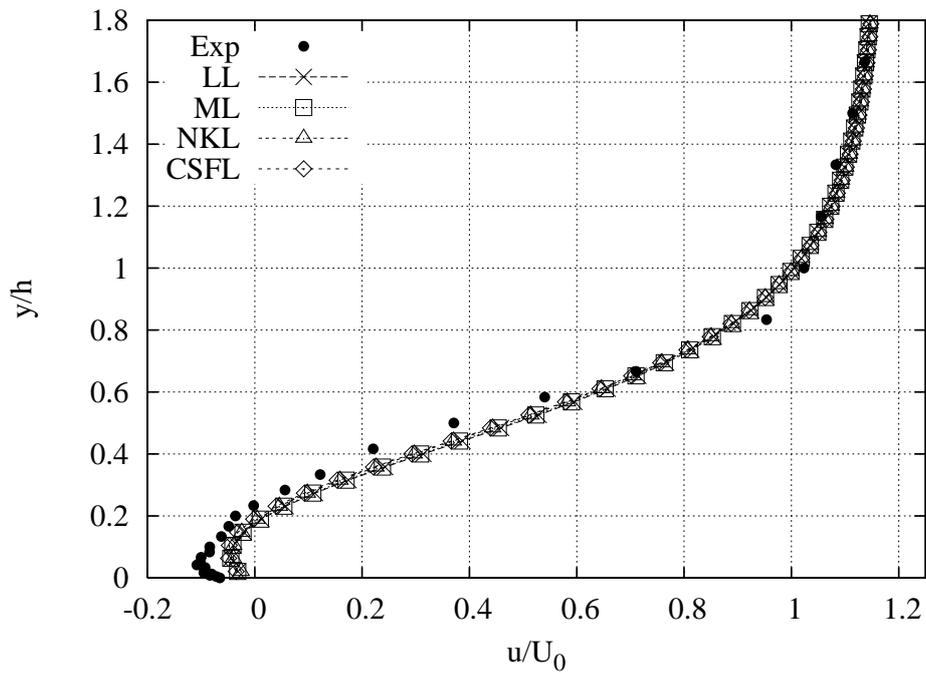


Figura 4.19: Perfil de velocidade na estação 7 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

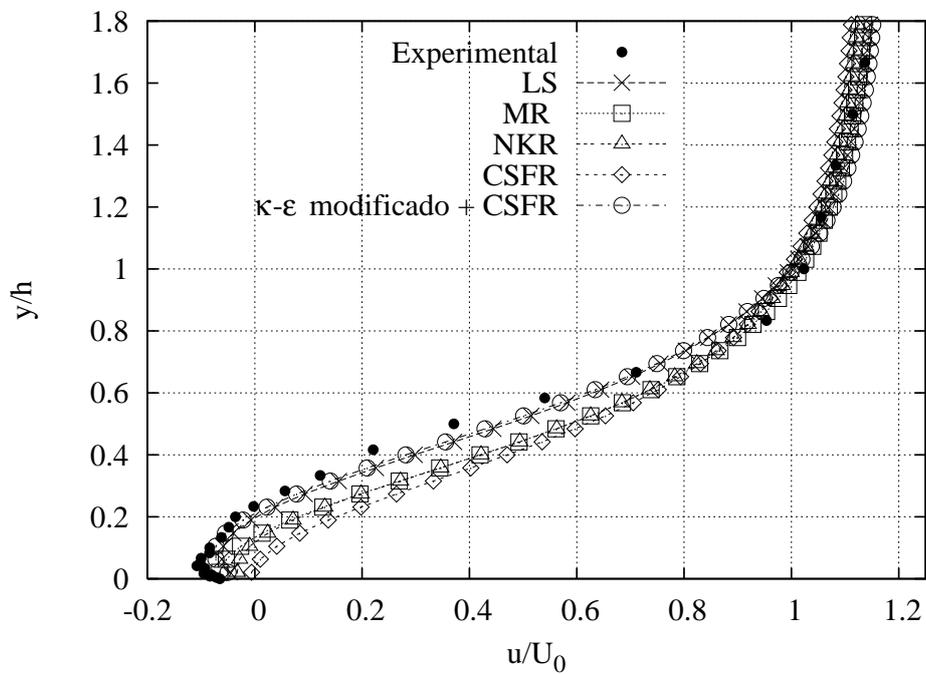


Figura 4.20: Perfil de velocidade na estação 7 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

Próximo ao ponto de recolamento, na estação 8, os resultados obtidos com o modelo κ - ε modificado juntamente com as leis lisas foram os que apresentaram a melhor aproximação aos resultados experimentais, tornando o resultado numérico praticamente independente da lei de parede lisa utilizada e reproduzindo, com erro inferior a 1%, a região mais próxima à parede, até $y = 0,4h$. Este fato se repete na estação 9, após o recolamento da camada limite. Esta região é pouco sensível ao tratamento numérico dado para paredes rugosas. Predominam os efeitos relacionados às grandes escalas, sendo o arrasto de forma, provocado pelo elemento rugoso, considerado desprezível. Os perfis nestas regiões ainda estão de acordo com a solução de Stratford (1959). A região próxima ao recolamento ilustra, portanto, com muita propriedade o efeito do modelo de turbulência κ - ε modificado em melhorar os resultados, especialmente na região mais próxima à parede.

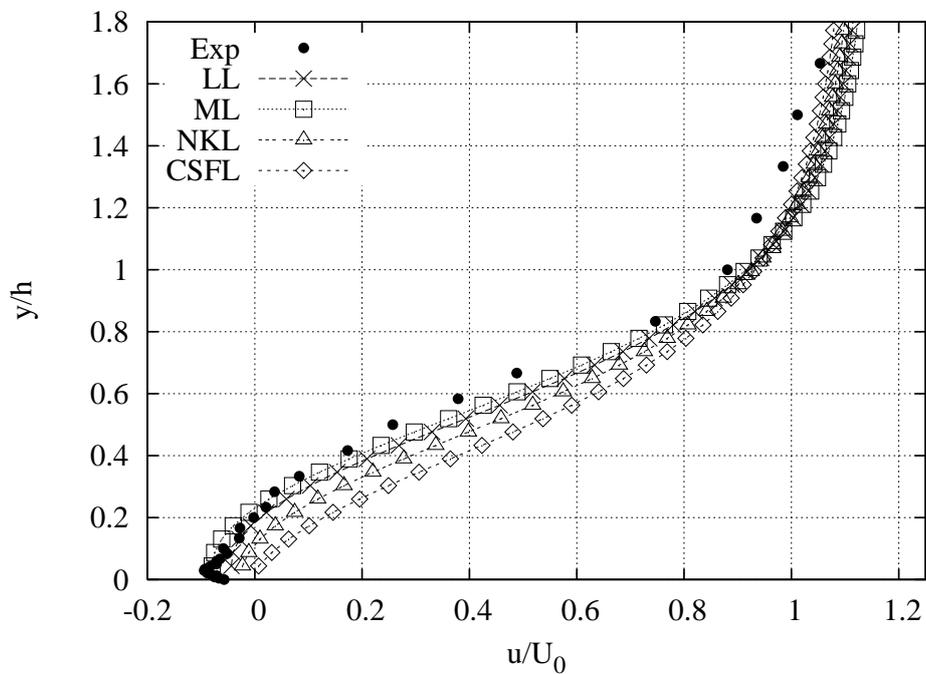


Figura 4.21: Perfil de velocidade na estação 8 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

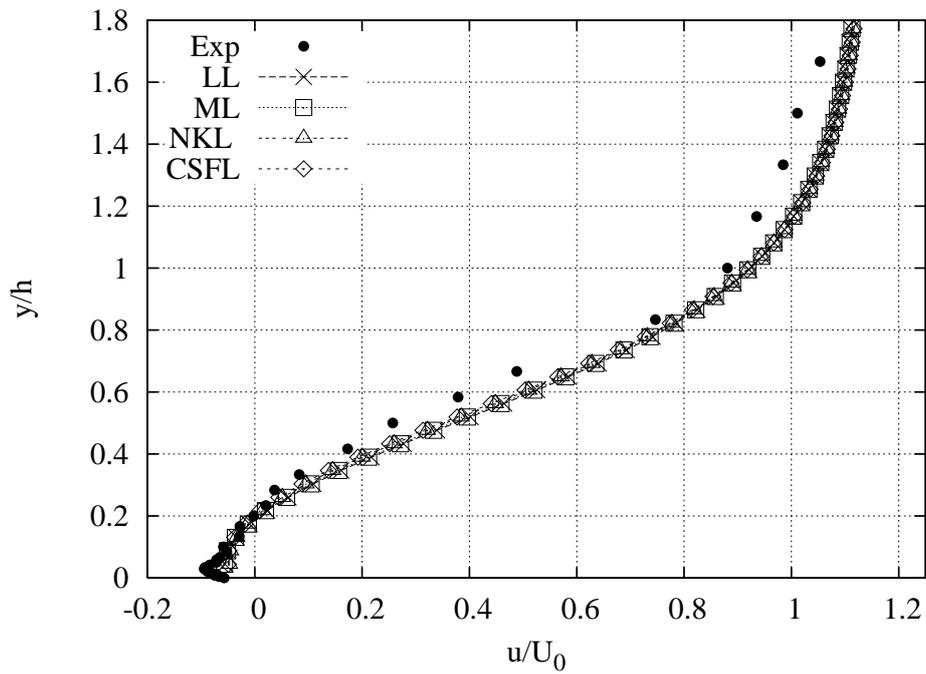


Figura 4.22: Perfil de velocidade na estação 8 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

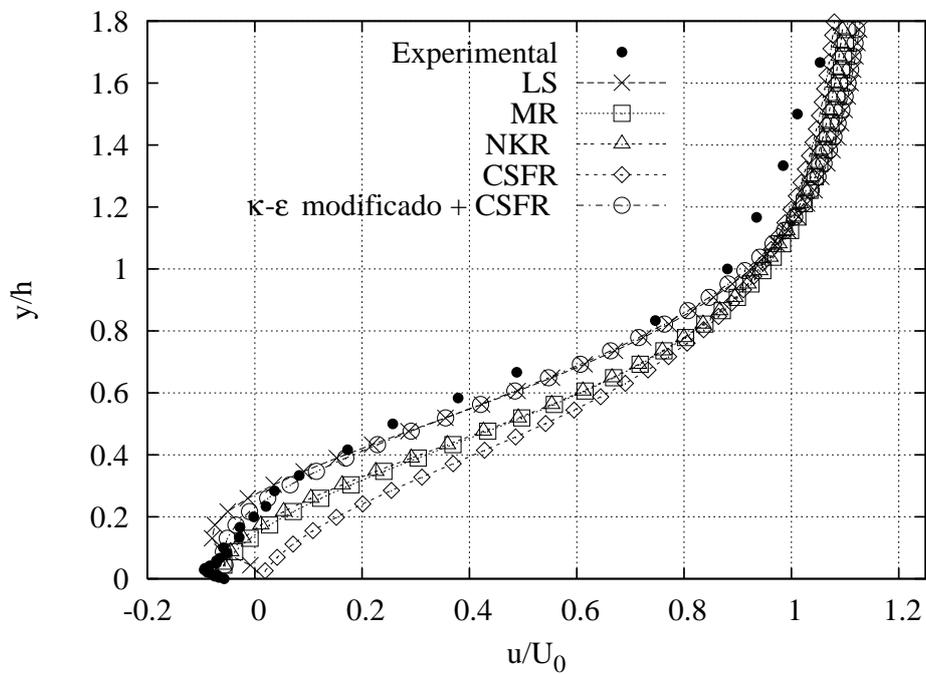


Figura 4.23: Perfil de velocidade na estação 8 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

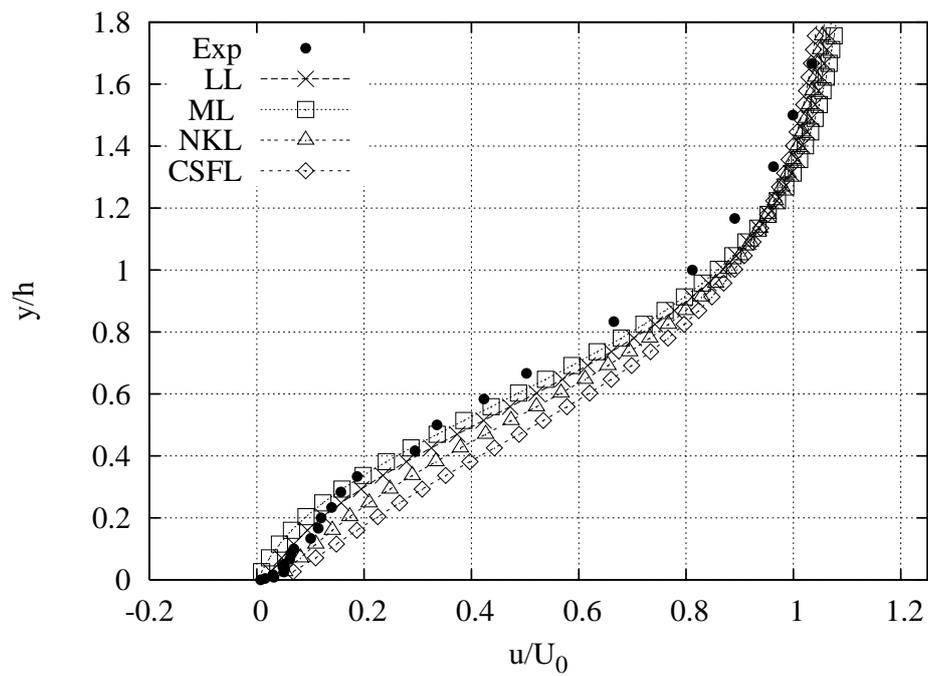


Figura 4.24: Perfil de velocidade na estação 9 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

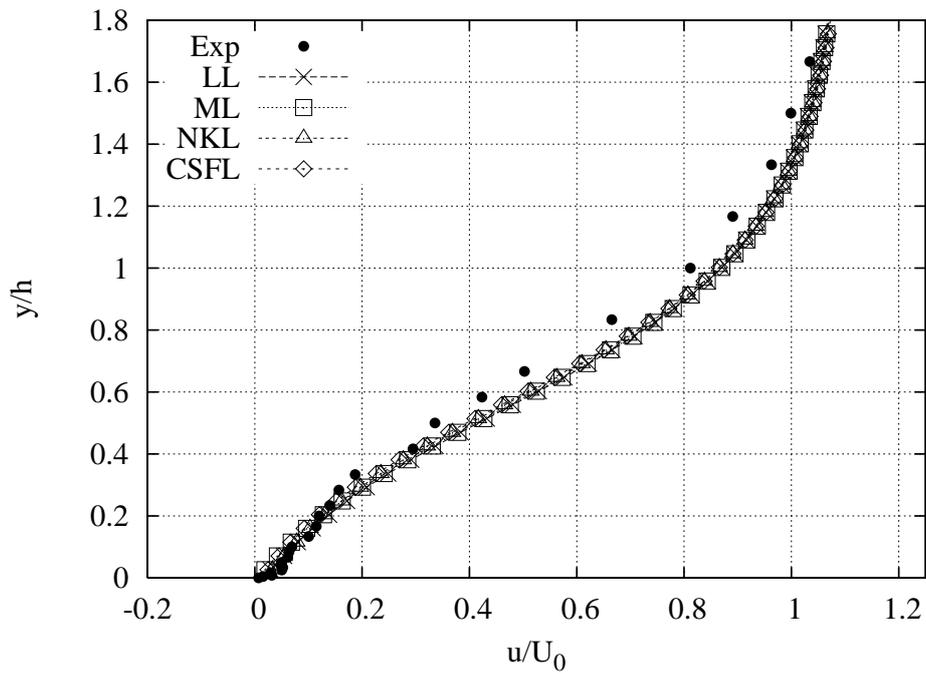


Figura 4.25: Perfil de velocidade na estação 9 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

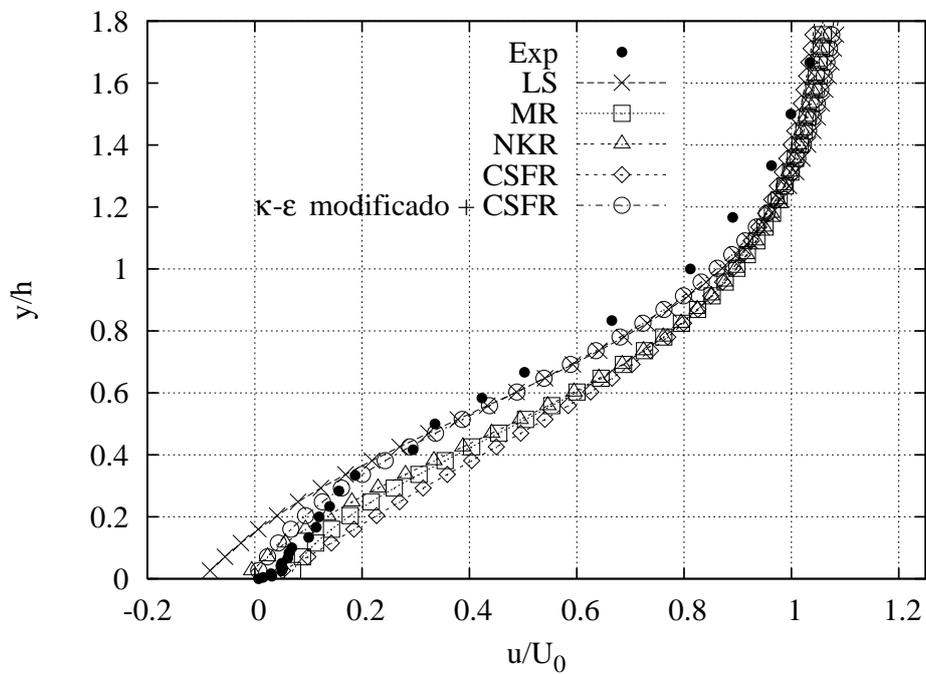


Figura 4.26: Perfil de velocidade na estação 9 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

No ponto mais à jusante, na estação 10, observa-se que as leis de paredes rugosas estimam melhor a velocidade na região mais próxima à parede, ainda que aquém do valor obtido experimentalmente. Neste ponto, os efeitos da rugosidade voltam a determinar a dinâmica do escoamento na região próxima à parede.

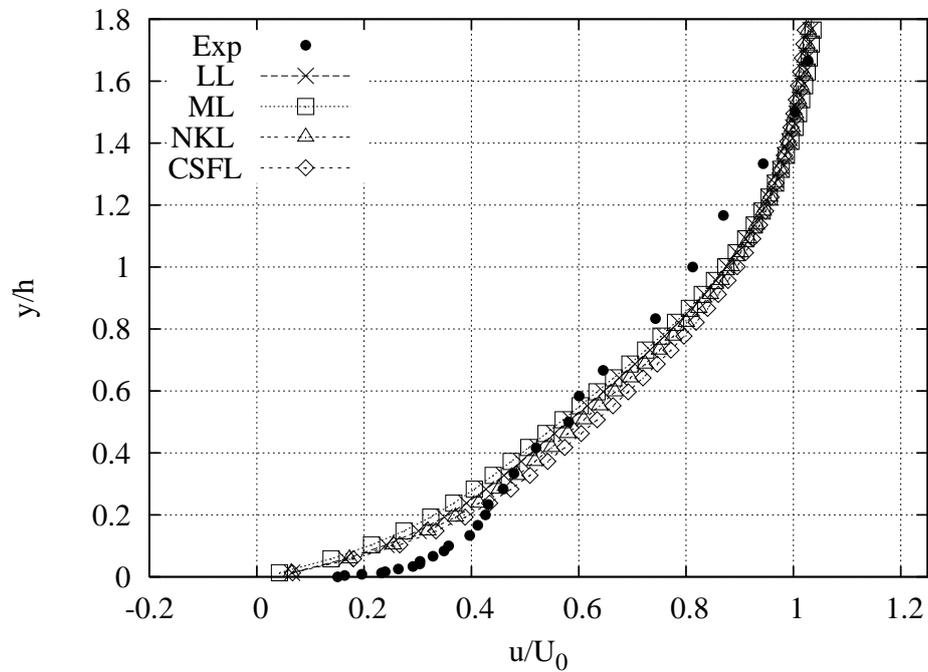


Figura 4.27: Perfil de velocidade na estação 10 utilizando leis de parede para superfícies lisas.

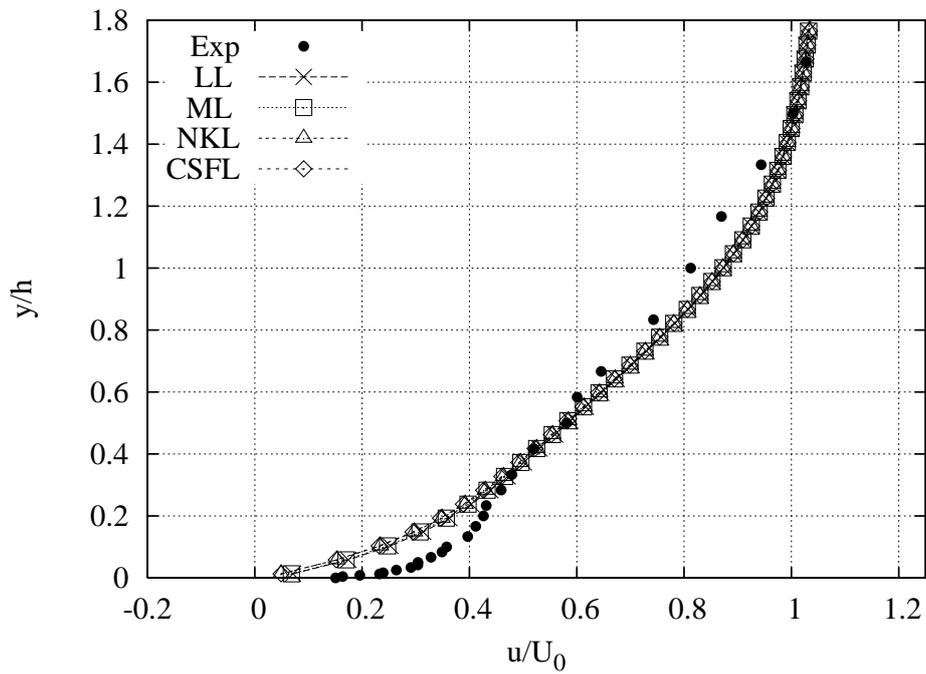


Figura 4.28: Perfil de velocidade na estação 10 utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

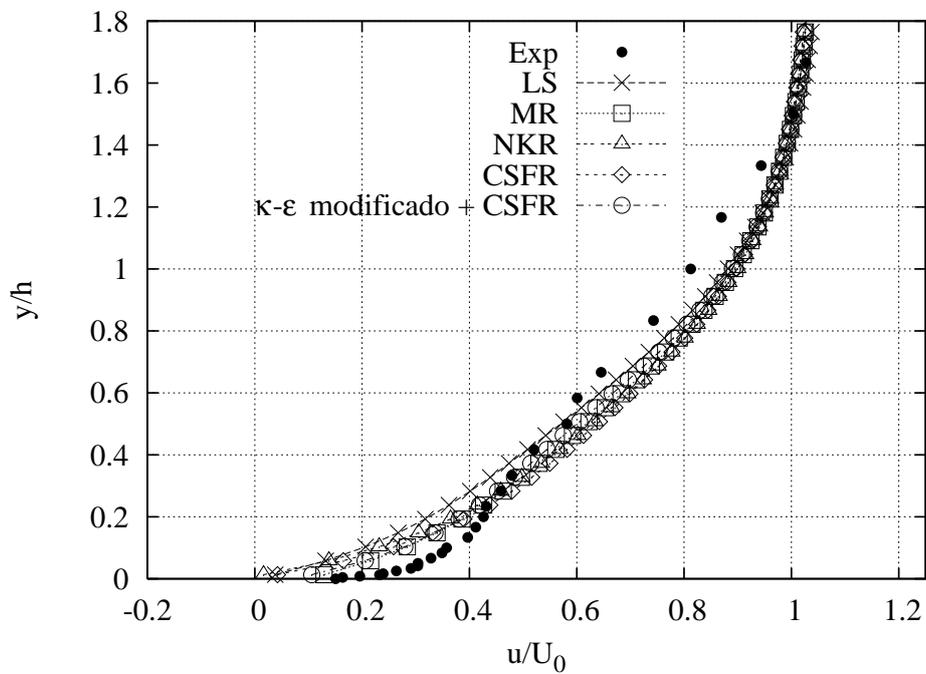


Figura 4.29: Perfil de velocidade na estação 10 utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

De um modo geral, a lei ML, que considera o efeito do gradiente adverso de pressão, foi a que forneceu a melhor solução na região próxima à parede, com erros de no máximo 5%. Os resultados obtidos nas estações 6 e 7 ilustram claramente que o descolamento da camada limite foi melhor percebido pelas leis ML e CSFR. Por seu turno, a lei LL, apesar de não levar em consideração o efeito do gradiente de pressão, apresentou resultados surpreendentes, conseguindo inclusive indicar o descolamento da camada limite, fato este que pode ser explicado pelo alto número de Reynolds do escoamento simulado, sendo o descolamento imposto pela inércia do fluxo de forma semelhante ao que acontece no escoamento sobre um degrau.

A adoção do modelo κ - ε modificado associado ao uso de leis de parede lisas conferiu melhores resultados nas estações à jusante da colina e na região mais afastada da parede. Isto porque nestes casos a condição de equilíbrio da camada limite é desfeita, e o modelo κ - ε modificado leva em consideração justamente as alterações no equilíbrio da camada limite, provocadas especialmente pelo gradiente de pressão.

Os melhores resultados numéricos foram obtidos utilizando-se o modelo κ - ε modificado associado à lei CSFR, com erros inferiores a 3% na região mais próxima a parede.

4.3.3 Campo de pressão média

Os resultados referentes ao coeficiente longitudinal de pressão média estão apresentados nas Figuras (4.30), (4.31) e (4.32) e seguem a mesma metodologia de apresentação dos perfis de velocidade média no que concerne às leis de parede para superfícies lisas, modelo κ - ε modificado e leis de parede sobre superfícies rugosas.

$$C_p = \frac{p - p_0}{\rho U_0^2} \quad (4.4)$$

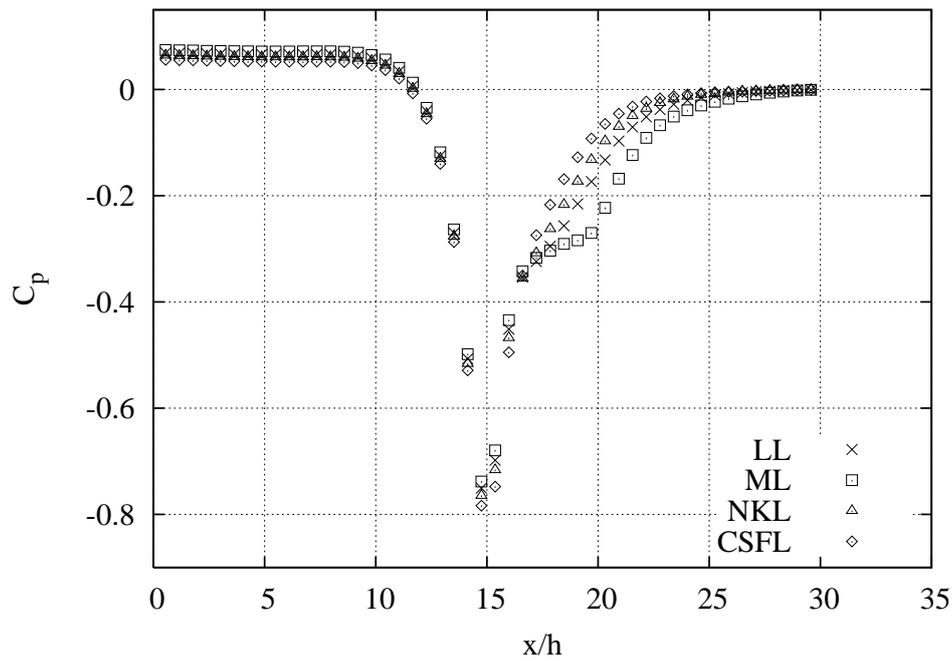


Figura 4.30: Coeficiente longitudinal de pressão média ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies lisas.

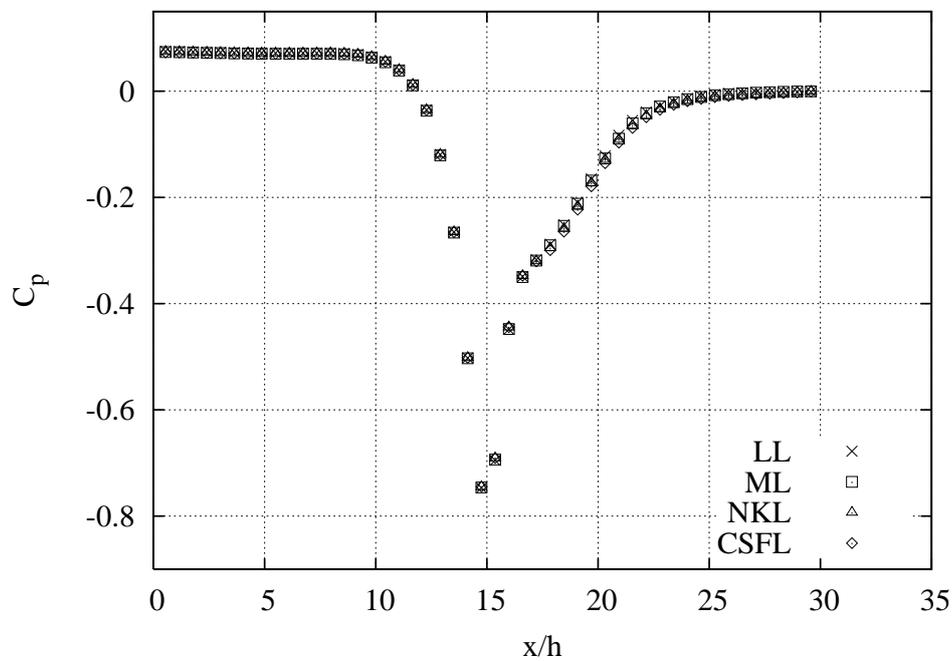


Figura 4.31: Coeficiente longitudinal de pressão média ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

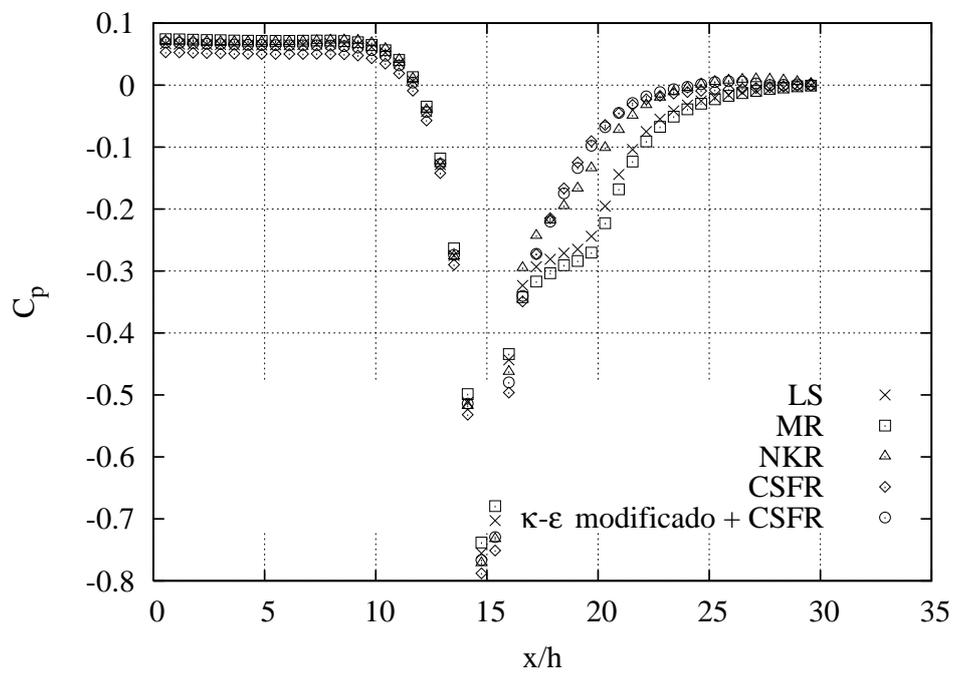


Figura 4.32: Coeficiente longitudinal de pressão média ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

Os valores do coeficiente de pressão média, calculado pelas diferentes leis de parede, tem algumas divergências sobretudo na região de descolamento da camada limite. Entretanto, a perda de carga provocada pela colina, avaliada pela diferença do C_p entre as seções de entrada e saída do domínio de cálculo, é praticamente a mesma em todas as simulações. Também são muito uniformes os valores calculados em todas as simulações para o coeficiente de pressão no topo da colina.

A superioridade do modelo κ - ε modificado para a determinação do coeficiente longitudinal de pressão média na região com descolamento de camada limite fica aparente na uniformidade dos resultados apresentados pela Fig.(4.31).

4.3.4 Análise da região de separação da camada limite

A Tabela (4.4) mostra as características da região de separação modeladas com as leis de parede empregadas neste trabalho. Nas Figuras (4.33) até (4.45) estão ilustradas as regiões de separação obtidas com cada lei de parede. Nestas figuras, as dimensões nas direções normal e tangencial à parede estão adimensionalizadas em relação a $H1$, que representa a altura ou nível de água da seção de teste.

A lei de parede que melhor simulou a região de separação foi a NKR, que além de conseguir melhor estimar o comprimento total da bolha de recirculação, foi também a que obteve melhores valores para o ponto de separação e recolamento da camada limite. Entretanto, a A LL foi a que melhor estimou o ponto de separação da camada limite, praticamente coincidindo com o resultado experimental.

Vale ressaltar que o descolamento de camada limite observado neste caso se deve aos efeitos de inércia do escoamento, ou seja, alto número de Reynolds, somado aos aspectos geométricos da colina. Dessa forma, o descolamento não é provocado pelo gradiente adverso de pressão mas pela inércia do escoamento.

O trabalho de Loureiro et al (2007) apresenta uma simulação numérica da colina lisa, geometricamente idêntica a colina rugosa, feita com o mesmo algoritmo computacional empregado no presente trabalho. Nesta oportunidade, o desempenho apresentado pela LL para modelar a região de recirculação a jusante da colina foi o pior entre os obtidos por todas as leis de parede empregadas, uma vez que não foi capaz de prever o descolamento de camada limite. Entretanto, o bom desempenho desta lei de parede, no escoamento sobre a colina rugosa é um forte indicativo de que neste escoamento se estabelece a predominância das forças de inércia sobre o gradiente adverso de pressão

como força causadora do descolamento de camada limite. Isto porque para se obter a jusante da colina rugosa um descolamento semelhante, em tamanho, ao obtido na colina lisa, foi necessário um escoamento com um número de Reynolds dez vezes maior.

Outro resultado interessante é a melhoria no desempenho da CSFR na modelagem da região de descolamento quando associada ao modelo κ - ε modificado.

Tabela 4.3: Parâmetros da região de separação da camada limite expressos em $(\frac{x-0,9}{h})$ utilizando modelo κ - ε clássico.

-	Separação	Recolamento	Comprimento
Experimental	1,33	5,67	4,34
LL	1,32	5,31	3,99
ML	0,88	5,52	4,64
NKL	1,15	4,93	3,78
CSFL	1,29	3,99	2,70
LS	1,11	6,19	5,08
MR	1,42	5,20	3,78
NKR	1,38	5,83	4,45
CSFR	1,06	4,66	3,60

Tabela 4.4: Parâmetros da região de separação da camada limite expressos em $(\frac{x-0,9}{h})$ utilizando modelo κ - ε modificado.

-	Separação	Recolamento	Comprimento
Experimental	1,33	5,67	4,34
LL	1,29	5,25	3,96
ML	1,11	5,34	4,23
NKL	1,08	5,20	4,12
CSFL	1,15	5,38	4,23
CSFR	1,20	4,49	3,29

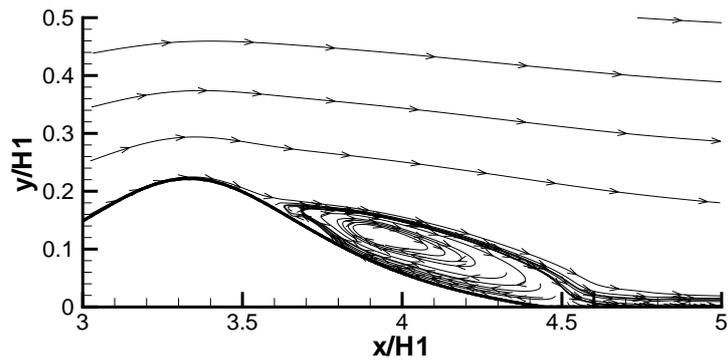


Figura 4.33: Região de separação de camada limite utilizando a lei logarítmica e modelo κ - ε clássico.

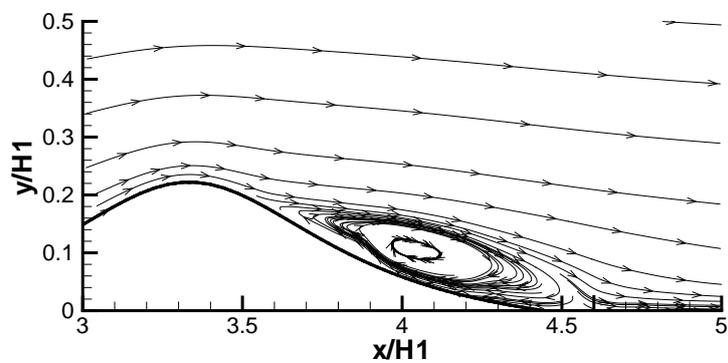


Figura 4.34: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Mellor (1966) e modelo κ - ε clássico.

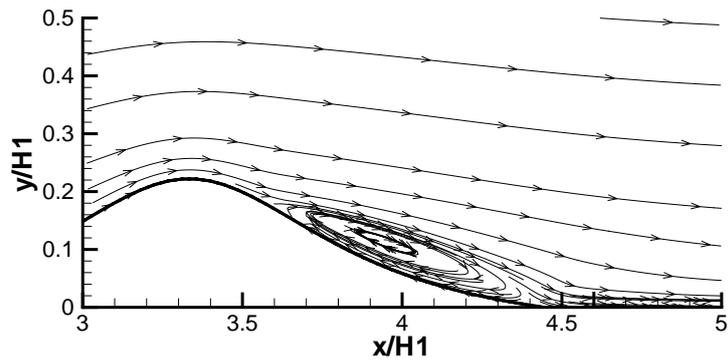


Figura 4.35: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) e modelo κ - ε clássico.

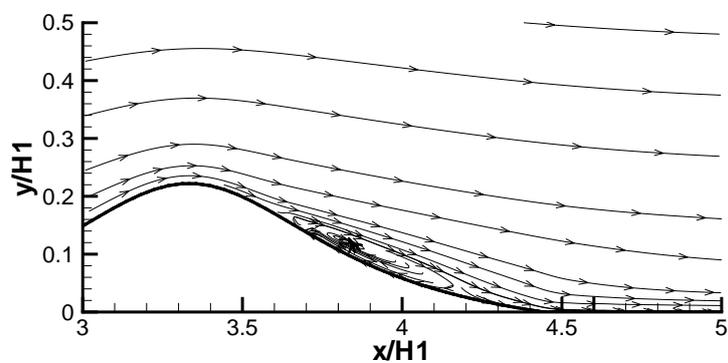


Figura 4.36: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Cruz e Silva Freire (1988) e modelo κ - ε clássico.

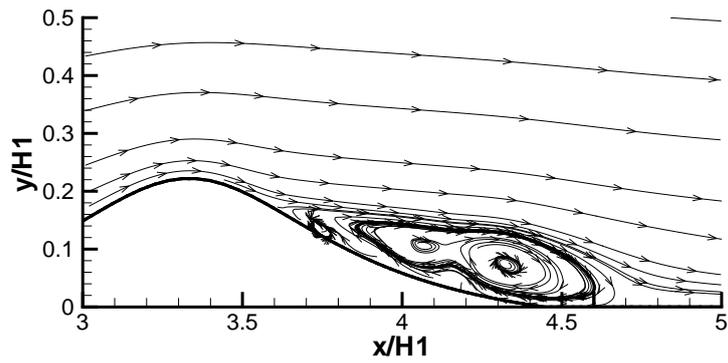


Figura 4.37: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Sholz (1925) e modelo κ - ϵ clássico.

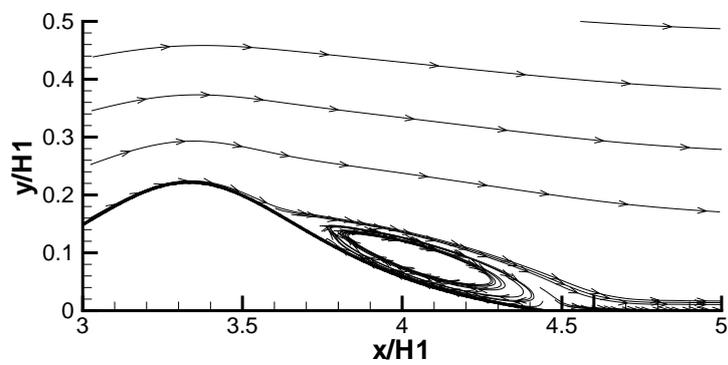


Figura 4.38: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Mellor rugosa modelo κ - ϵ clássico.

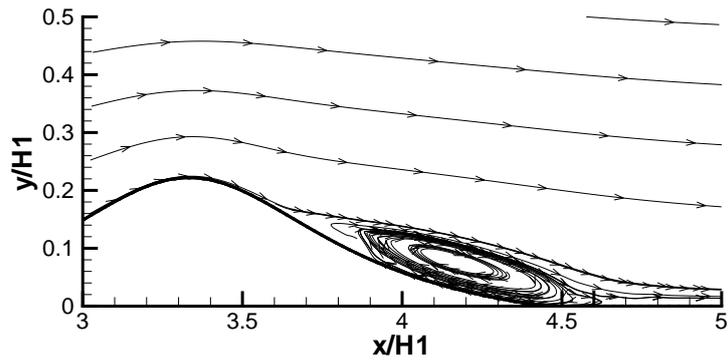


Figura 4.39: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Nakayama e Koyama rugosa modelo κ - ε clássico.

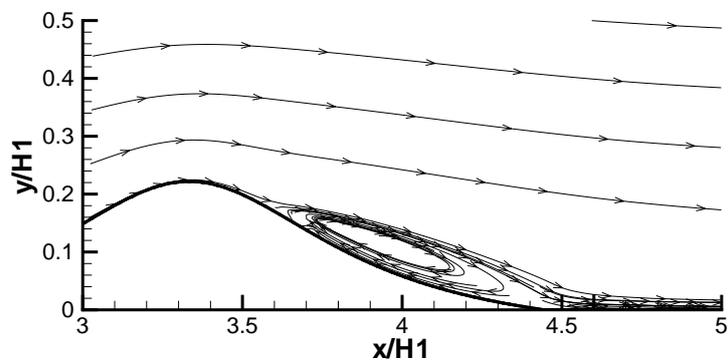


Figura 4.40: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Cruz e Silva Freire rugosa modelo κ - ε clássico.

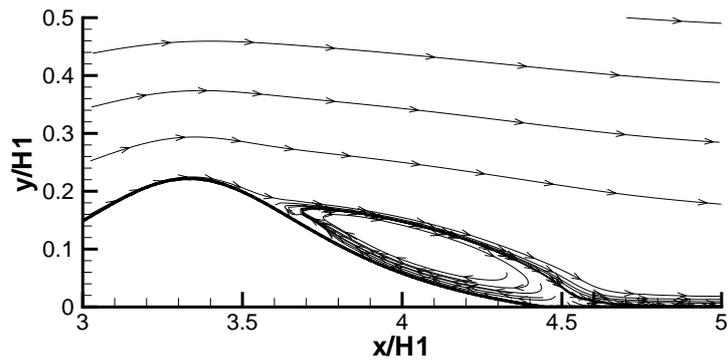


Figura 4.41: Região de separação de camada limite utilizando a lei logarítmica e modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$ modificado.

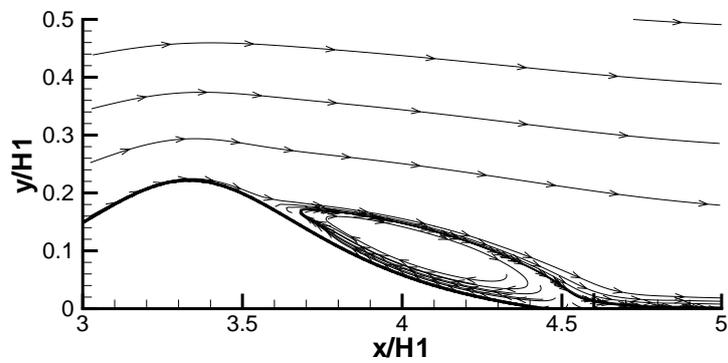


Figura 4.42: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Mellor (1966) e modelo $\kappa\text{-}\varepsilon$ modificado.

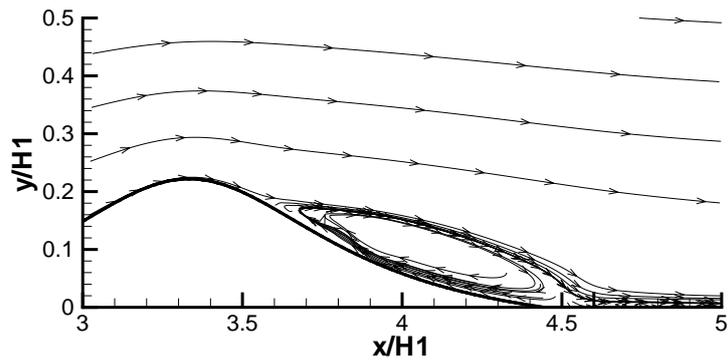


Figura 4.43: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) e modelo κ - ε modificado.

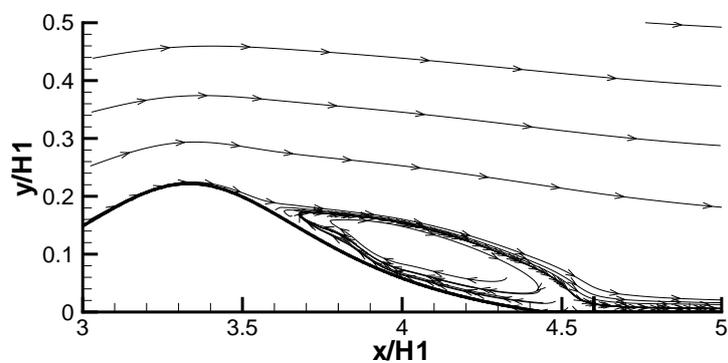


Figura 4.44: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Cruz e Silva Freire (1988) e modelo κ - ε modificado.

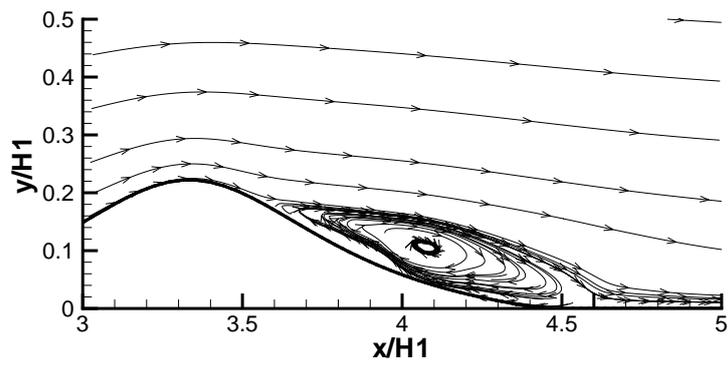


Figura 4.45: Região de separação de camada limite utilizando a lei de Cruz e Silva Freire rugosa e modelo κ - ε modificado.

4.3.5 Tensão cisalhante na parede

As Figuras (4.46), (4.47) e (4.48) ilustram a velocidade de atrito u_F na parede ao longo da colina, utilizando as leis de parede lisas e rugosas. Nestas figuras, o eixo das abcissas representa a distância longitudinal adimensionalizada pela altura da colina h e o eixo das ordenadas representa o valor dimensional de u_F em m/s.

A estimativa da tensão cisalhante longitudinal que surge na parede rugosa constitui um grande desafio experimental. As técnicas empregadas para medição da tensão cisalhante em paredes lisas não são diretamente aplicáveis ao caso rugoso. Para se ter confiabilidade na medição, necessita-se do prévio conhecimento da função rugosidade Δu^* . Uma dificuldade adicional para o cálculo da tensão cisalhante na parede diz respeito a incerteza associada ao erro na origem ϵ , que estabelece a iteração entre o escoamento parietal e o escoamento externo.

O estudo experimental de Loureiro (2008) fornece o cálculo de u_F em função da inclinação da curva logarítmica, após o devido ajuste da origem da coordenada y , feito com base no erro na origem ϵ da camada limite não-perturbada, e com auxílio de algoritmos de otimização global.

Do ponto de vista numérico, a estimativa de u_F é feita com base na Eq.(2.42) com valores obtidos para o primeiro nó da malha de cálculo. A velocidade de atrito representa o efeito dinâmico gerado pelas tensões viscosas e turbulentas. Por isso, além de ser um importante parâmetro de escala para as leis de parede, é uma medida do campo de tensões cisalhantes causadas pela presença da parede.

O maior valor da tensão de cisalhamento na parede acontece no topo da colina. Utilizando a forma clássica do modelo κ - ϵ em conjunto com as leis lisas, apenas a lei de Cruz e Silva Freire foi capaz de simular o valor de u_F no topo da colina. As demais leis lisas subestimaram bastante esta grandeza. No entanto, um fato bastante interessante acontece quando se utiliza o modelo κ - ϵ modificado em conjunto com as leis lisas e também no emprego do modelo κ - ϵ clássico em conjunto com as leis rugosas: ambos melhoram, em muito, os resultados obtidos com as leis lisas na região à montante e no topo da colina.

A jusante do topo da colina o modelo κ - ϵ modificado não traz melhora ao desempenho das leis de parede lisas.

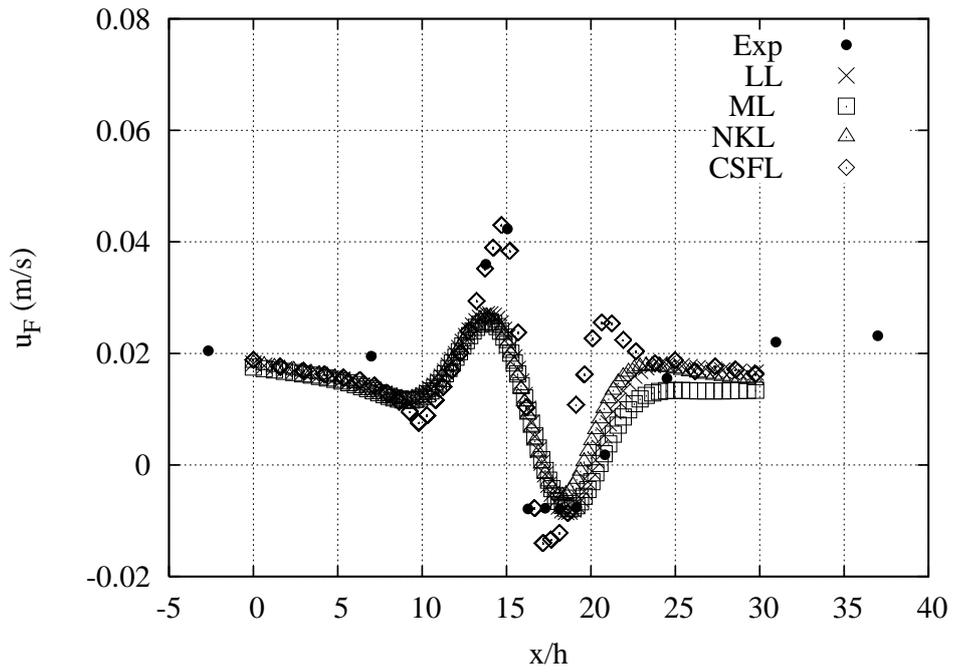


Figura 4.46: Velocidade de atrito na parede ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies lisas.

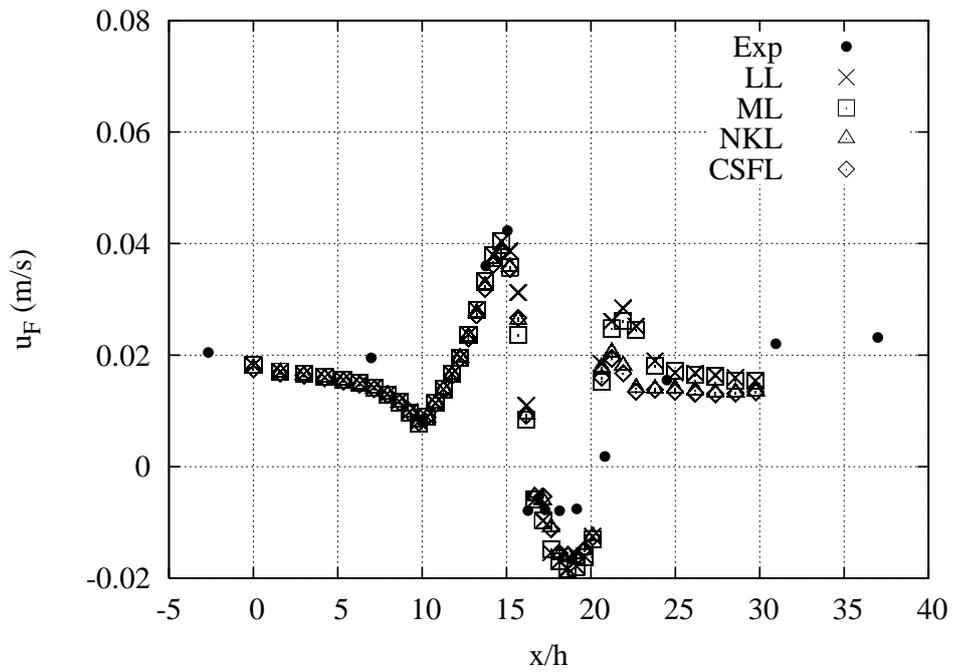


Figura 4.47: Velocidade de atrito na parede ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies lisas e modelo κ - ε modificado.

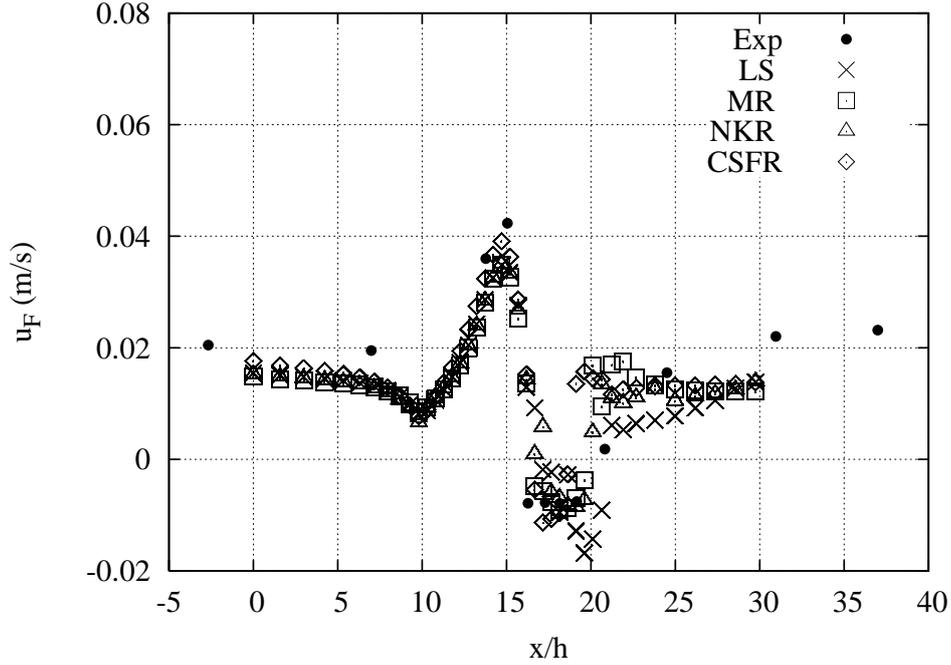


Figura 4.48: Velocidade de atrito na parede ao longo da colina utilizando leis de parede para superfícies rugosas.

Dessa forma, a velocidade de atrito u_F , um dos mais importantes parâmetros de caracterização da estrutura morfológica da camada limite turbulenta, pode ser bem modelado pela metodologia numérica empregada neste trabalho.

As leis de parede rugosa e o modelo κ - ε modificado fornecem uma boa modelagem para escoamento rugoso com separação de camada limite, sendo o melhor resultado obtido pela lei CSFR.

4.3.6 Custo computacional

O custo computacional de cada lei de parede é avaliado por meio do tempo de processamento necessário para a convergência do cálculo. Para apresentação destes valores, os tempos de processamento foram adimensionalizados pelo tempo necessário para a convergência da LL acoplada ao modelo κ - ε clássico, que forneceu os resultados numéricos utilizados como uma primeira aproximação para as demais leis de parede. Dessa forma, no cômputo do custo computacional das demais leis de parede, deve-se levar em consideração o tempo gasto durante a convergência numérica da LL acoplada ao modelo κ - ε clássico.

As Tabelas (4.5) e (4.6) ilustram o tempo computacional normalizado utilizando os

modelos κ - ε clássico e modificado, respectivamente.

O menores custos computacionais foram obtidos com o uso do κ - ε modificado. Este fato pode ser explicado pela característica predominante de separação da camada limite, imposta pela geometria da colina. Com relação às leis de parede, verifica-se que a lei de Mellor (1966) foi a mais dispendiosas numericamente quando associada ao modelo κ - ε clássico. O menor esforço computacional foi vericado no uso da lei NKR, enquanto o melhor custo-benefício foi apresentado pela CSFR.

Tabela 4.5: Custo computacional modelo κ - ε clássico.

Lei de parede	Tempo adimensional
LL	1,00
ML	2,25
NKL	1,33
CSFL	1,26
LS	2,08
MR	1,01
NKR	1,16
CSFR	1,23

Tabela 4.6: Custo computacional modelo κ - ε modificado.

Lei de parede	Tempo adimensional
LL	1,21
ML	1,48
NKL	1,33
CSFL	1,50
CSFR	1,66

Capítulo 5 CONCLUSÕES

5.1 CONCLUSÕES GERAIS

A simulação numérica do efeito provocado pela rugosidade tipo-k mostrou que características da camada limite turbulenta sobre este tipo de parede rugosa, como o deslocamento no perfil médio de velocidade longitudinal e o desaparecimento da sub-camada laminar da camada limite, podem ser bem representados por leis de parede adequadas a tais superfícies.

A alteração da dinâmica do escoamento na região mais próxima à parede com superfície rugosa, na parte interna da camada limite, não inviabiliza a utilização do modelo de turbulência κ - ε . Dessa forma, o efeito da rugosidade não se propaga ou não é percebido na região turbulenta da parte interna da camada limite e no escoamento externo.

Os resultados obtidos com as leis rugosas, formuladas de acordo com as proposições de Nikuradse (1933), mostram que, apesar das limitações com relação à forma da rugosidade, uma calibração experimental adequada das constantes ϵ e y_s permite que a lei de parede seja capaz de modelar a nova estrutura de camada limite desenvolvida sobre parede rugosa.

Sendo assim, a utilização das leis de parede rugosas associadas a um modelo de turbulência validado, como o modelo κ - ε , constitui uma solução com relação custo-benefício favorável para problemas industriais. Do ponto de vista de utilização da ferramenta numérica, a única diferença entre simular escoamentos sobre superfícies lisas ou rugosas está na necessidade da pré-definição dos parâmetros da superfície rugosa, que são o erro na origem ϵ e a rugosidade de grão de areia y_s . Estes parâmetros podem ser obtidos por meio de dados experimentais ou pré-processamento numérico do escoamento, sendo esta última proposta viabilizada mediante utilização do próprio modelo κ - ε associado ao uso de leis de parede lisa.

5.2 RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Os perfis de velocidade média calculados para as estações 4, 5 e 6 do canal, apresentadas pelas Figuras (4.9) a (4.17), mostram uma divergência com os resultados experimentais na parte intermediária dos perfis que, ao nosso ver, é consequência das condições de contorno usadas para a superfície livre do escoamento. É muito provável que esta deficiência da simulação, nesta região do escoamento, possa ser corrigida com o uso de condições de contorno mais realistas, o que só pode ser feito com o levantamento experimental das condições do escoamento ao longo de toda a espessura da lâmina fluida, com destaque para a superfície livre do escoamento acima de obstáculos submersos, neste caso representado pela colina, sendo esta a primeira recomendação que fazemos para a continuidade da pesquisa na área.

Os resultados obtidos com as leis rugosas, formuladas de acordo com as proposições de Nikuradse (1933), mostram que, apesar das limitações com relação à forma da rugosidade, uma calibração experimental adequada das constantes ϵ e y_s permite que a lei de parede seja capaz de modelar a nova estrutura de camada limite desenvolvida sobre parede rugosa.

Na região próxima à parede, na parte interna da camada limite, sugere-se a continuidade do aperfeiçoamento das leis de paredes, a fim de que estas também capturem os efeitos da superfície rugosa tipo-d, conforme estudo experimental Perry et al (1969). Para tanto, testes com diversas configurações de rugosidade, variando a altura do elemento rugoso e o espaçamento entre os elementos, forneceriam valiosos subsídios para a avaliação das mudanças qualitativas provocadas quando da transição de uma superfície rugosa tipo-d para uma superfície rugosa tipo-k.

Outra solução alternativa para a região de parede seria utilizado de modelos κ - ϵ de baixo Reynolds com funções de amortecimento adequadas para superfícies rugosas.

A metodologia proposta pode ser aprimorada de forma a abranger também o escoamento sobre superfícies com rugosidade tipo-d, além da rugosidade tipo-k apresentada neste trabalho conforme proposição de Nikuradse (1933) e Clauser (1954). Neste sentido, um tema bastante apropriado para se iniciar a investigação numérica, na região da parede, é a simulação numérica da região da parede quando da transição do escoamento sobre rugosidade tipo-k para rugosidade tipo-d. Este caso teste pode ser facilmente

implementado simplesmente variando o espaçamento entre os elementos rugosos regulares. Para escoamentos completamente rugosos, pode-se estimar a função rugosidade dada em termos de ϵ .

Sugere-se ainda para estudos futuros a utilização de caso testes de escoamentos sobre superfícies rugosas com separação de camada limite provocada por elevados gradientes adversos de pressão.

Referências Bibliográficas

- [1] AFOSR-HTTM,. Stanford conference on complex turbulent flows. *Stanford University*, 1980-1981.
- [2] Akinlade, O. G., Bergstrom, D. J., Tachie, M. F., e Castillo, L. Outer flow scaling of smooth and rough wall turbulent boundary layers. *J. Aero. Sci.*, 37:604–612, 2004.
- [3] Anderson, D. A., Tannehill, J. C., e Pletcher, R. H. *Computacional Fluid Mechanics and Heat Transfer*. McGraw-Hill, 1984.
- [4] Brison, J. F., Buffat, M., Jeandel, D., e Serres, E. Finite element simulation of turbulent flows, using a two-equation model. *Numerical methods in laminar and turbulent flow; Proceedings of the Fourth International Conference*, pages 563–573, 1985.
- [5] Brun, G. *Developpement et Application d'une Méthod d'Éléments Finis pour le Calcul des Écoulements*. Tese de Doutorado, École Centrale de Lyon, France, 1988.
- [6] Buffat, M. *Formulation Moindres Carrés Adaptées au Traitement des Effets Convectifs dans les Équations de Navier-Stokes*. Tese de Doutorado, Université Claude Bernard, France, 1981.
- [7] Burattini, P., Leonardi, S., Orlandi, P., e Antonia, R. A. Direct numerical simulations of turbulent channel flow with transverse square bars on one wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 600:403–426, 2008.
- [8] Chen, C. J. e Jaw, S. Y. *Fundamentals of turbulence modeling*. Taylor & Francis, 1998.
- [9] Chen, Y. S. Applications of a new wall function to turbulent flow computations. *AIAA Journal*, 86(1):438, 1984.

- [10] Clauser, F. H. Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. *J. Aero. Sci.*, 21:91–109, 1954.
- [11] Cruz, D. O. A. e Freire, A. P. S. On single limits and the asymptotic behaviour of separating turbulent boundary layers. *Inter. J. Heat and Mass Transfer*, 41:2097–2111, 1998.
- [12] Cruz, D. O. A. e Freire, A. P. S. Note on a thermal law of the wall for separating and recirculating flows. *Inter. J. Heat and Mass Transfer*, 45:1459–1466, 2002.
- [13] Fontoura Rodrigues, J. L. A. *Méthode de Minimisation Adaptée à la Technique des Éléments Finis pour la Simulation des Écoulements Turbulents avec Conditions aux Limites non Linéaires de Proche Paroi*. Tese de Doutorado, Ecole Centrale de Lyon, France, 1990.
- [14] Freire, A. P. S., Menut, P. P. P., e Su, J. *1ª Escola de Primavera em Transição e Turbulência*. Associação Brasileira Ciências Mecânicas - ABCM, Rio de Janeiro - RJ, 2002.
- [15] Freire, A. P. S., Menut, P. P. P., e Su, J. *Coleção de Cadernos de Turbulência*. Associação Brasileira Ciências Mecânicas - ABCM, Rio de Janeiro, 2002.
- [16] Hanjalic, K. e Launder, B. E. A reynolds-stress model of turbulence and its applications to thin shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 52(4):609–638, 1972.
- [17] Hughes, T. J. R. e Brooks, A. A multi-dimensional upwind scheme with no cross-wind diffusion. *ASME-AMD*, 34:19–35, 1979.
- [18] Ikeda, T. e Durbin, P. A. Direct simulations of a rough-wall channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 571:235–263, 2007.
- [19] Jones, W. P. e Launder, B. E. The prediction of laminarisation with a two-equation model of turbulence. *Journal of Heat and Mass Transfer*, 15:301–314, 1972.
- [20] Kelly, D. W., Nakazawa, S., e Zienkiewicz, S. A note on upwinding and anisotropic balancing dissipation in finite element approximations to convective diffusion problems. *Int J Numer Methods Eng*, 15(11):1705–1711, 1980.
- [21] Krogstad, P. A., Antonia, R. A., e Browne, L. W. B. Comparison between rough and smooth wall turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 245:599–617, 1992.
- [22] Launder, B. E. e Spalding, D. B. The numerical computation of turbulent flows. *Computational Methods Applied Mechanic Engineering*, 3:269–289, 1974.

- [23] Leonardi, S., Orlandi, P., e Antonia, R. A. A method for determining the frictional velocity in a turbulent channel flow with the roughness on the bottom wall. *Experiments in Fluids*, 38:796–800, 2005.
- [24] Leonardi, S., Orlandi, P., Smalley, R. J., Djenidi, L., e Antonia, R. A. Direct numerical simulations of turbulent channel flow with transverse square bars on one wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 491:229–238, 2003.
- [25] Loureiro, J. B. R. *Escoamento turbulento sobre colinas abruptas lisas e rugosas com extensas regiões de separação*. Tese de Doutorado, COPPER UFRJ, Rio de Janeiro - Brazil, 2008.
- [26] Loureiro, J. B. R., Soares, D. V., Fontoura Rodrigues, J. L. A., Pinho, F. T., e Silva Freire, A. P. Water tank and numerical model studies of flow over steep smooth two-dimensional hills. *Boundary-Layer Meteorol.*, (122):343–365, 2007.
- [27] Manouzi, H. e Fortin, M. A treatment of wall boundaries for turbulent flows by the use of transmission finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 31, 1991.
- [28] Mellor, G. L. The effects of pressure gradients on turbulent flow near a smooth wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 3(2):140–150, 1966.
- [29] Moreira, C. A. S. e Fontoura Rodrigues, J. L. A. Pré processamento de dados para simulação numérica de escoamentos turbulentos parietais. *Projeto de Graduação 2, Universidade de Brasília - UnB*, 1, 2005.
- [30] Nakayama, A. e Koyama, H. A wall law for turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. *AIAA Journal*, 24, 1984.
- [31] Neto, A. S. e Mansur, S. S. *Coleção de Cadernos de Turbulência*. Associação Brasileira Ciências Mecânicas - ABCM, Rio de Janeiro, 2003.
- [32] Neto, A. S. e Mansur, S. S. *II Escola de Primavera em Transição e Turbulência*. Associação Brasileira Ciências Mecânicas - ABCM, Uberlândia - MG, 2003.
- [33] Nikuradse, J. *Stromungsgesetzein Rauhen Rohren*. V. D. I. Forshungsheft, 1933.
- [34] Orlandi, P., Leonardi, S., e Antonia, R. A. Turbulent channel flow with either transverse or longitudinal roughness elements on one wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 561:279–305, 2006.
- [35] Perry, A. E. e Joubert, P. N. Rough-wall boundary layers in adverse pressure gradients. *J. Fluid Mech.*, 17(2):193–211, 1963.

- [36] Perry, A. E., Schofield, W. H., e Joubert, P. N. Rough wall turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 37(2):383–413, 1969.
- [37] Poroseva, S. e Iaccarino, G. Simulating separated flows using the k-eps model. In *Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, NASA Ames / Stanford Univ.*, pages 375–383, 2001.
- [38] Prandtl, L. On the fully developed turbulence. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 5:136–139, 1925.
- [39] Silva Freire, A. P. Extensão de leis de parede com gradiente de pressão adverso para escoamentos sobre superfícies rugosas. *Anotações*, pages 1–15, 2007.
- [40] Soares, D. V. e Fontoura Rodrigues, J. L. A. The numerical simulation of a turbulent flow over a two dimensional hill. *XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering CILAMCE 2005*, 2005.
- [41] Stratford, B. S. The prediction of separation of turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 5, 1966.
- [42] Townsend, A. A. Equilibrium layers and wall turbulence. *Cambridge University*, 1960.

APÊNDICES

Apêndice A Modelagem κ - ε de baixo Reynolds

A elevada taxa de dissipação viscosa na subcamada laminar da parte interna da camada limite turbulenta fazem com que esta região necessite de modelo de turbulência especializado, diferente do modelo de turbulência adotado para a região turbulenta.

Neste sentido, os modelos κ - ε para baixos números de Reynolds fornecem a modelagem do escoamento turbulento nas regiões onde os efeitos de dissipação viscosa predominem sobre os efeitos de dissipação turbulenta.

Existem diversos modelos κ - ε para baixos números de Reynolds, sendo a maioria deles inserem modificações na lei de Prandtl-Kolmogorov e na equação evolutivas para a taxa de dissipação da energia cinética de turbulência ε , que são reescritas repectivamente por

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon}, \quad (\text{A.1})$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_T \sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + \frac{\varepsilon}{\kappa} (f_1 C_{\varepsilon 1} \varpi - f_2 C_{\varepsilon 2} \varepsilon) + F, \quad (\text{A.2})$$

onde

$$\varpi = \left[\left(\frac{1}{Re_T} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (\text{A.3})$$

em que os termos σ_κ , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$ e $C_{\varepsilon 2}$ são constantes de calibração do modelo e o termo ϖ representa o termo de produção de cisalhamento devido à turbulência.

em que f_μ , f_1 , f_2 e F são funções de amortecimento, responsáveis pela efeito numérico da dissipação viscosa nas equações do modelo de turbulência.

Os modelos κ - ε para baixos números de Reynolds se diferenciam pelas funções de amortecimento e pelas condições de contorno adotadas. As funções de amortecimento são condicionadas pelos limites assintóticos no início da subcamada laminar, na região

de transição e na região turbulenta ou logarítmica, e modelam o comportamento das grandezas turbulentas ν_T , κ e ε nestas regiões. O limite assintótico do campo médio de velocidade é a própria lei logarítmica. Por isso, os modelos κ - ε para baixos números de Reynolds não levam em consideração o efeito de gradiente longitudinal de pressão. É considerada ainda a autosimilaridade da camada limite, ou seja, considera-se que produção de energia cinética de turbulência é da mesma ordem da sua taxa de dissipação.

Alguns dos principais modelos clássicos são ilustrados em forma de tabelas, com suas respectivas constantes de calibração e funções de amortecimento.

- Launder e Jones (1972)

Tabela A.1: Constantes calibração do modelo de Launder e Jones (1972)

Constantes	Valor	Função Amortecimento	Equação
C_μ	0,09	f_1	1
$C_{\varepsilon 1}$	1,55	f_2	$1 - 0,3 \exp(-Re_T^2)$
$C_{\varepsilon 2}$	2,00	f_μ	$\exp\left[-\frac{2,5}{(1+Re_T/50)}\right]$
σ_κ	1,00	F	$2\nu\nu_T \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)^2$
σ_ε	1,3		

- Launder e Sharma (1974)

Tabela A.2: Constantes calibração do modelo de Launder e Sharma (1974)

Constantes	Valor	Função Amortecimento	Equação
C_μ	0,09	f_1	1
$C_{\varepsilon 1}$	1,44	f_2	$1 - 0,3 \exp(-Re_T^2)$
$C_{\varepsilon 2}$	1,92	f_μ	$\exp\left[-\frac{3,4}{(1+Re_T/50)^2}\right]$
σ_κ	1,00	F	$2\nu\nu_T \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)^2$
σ_ε	1,30		

- Chien (1982)

Tabela A.3: Constantes calibração do modelo de Chien (1982)

Constantes	Valor	Função Amortecimento	Equação
C_μ	0,09	f_1	1
$C_{\varepsilon 1}$	1,35	f_2	$1 - 0,22 \exp(-Re_T/6)$
$C_{\varepsilon 2}$	1,80	f_μ	$1 - \exp[-0,0115y^*]$
σ_κ	1,00	F	$-2\nu \frac{\varepsilon}{y^2} \exp^{-y^2/2}$
σ_ε	1,30		

Os modelos κ - ε para baixos números de Reynolds requerem uma malha na região da parede muito refinada, devido aos altos gradientes das propriedades turbulentas na região da parede, especialmente de ε . Este fato faz com que seja requerido por estes modelos um elevado custo computacional comparativamente à versão clássica para altos Reynolds. Uma solução encontrada para minimizar tal efeito são os chamados modelos de duas camadas, que utilizam o modelo κ - ε clássico na parte externa da camada limite e o modelo κ - ε para baixo Reynolds na parte interna. Estes modelos economizam tempo de processamento numérico, fornecendo somente a solução de κ , sendo ε calculado algebricamente.