

AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA EM FADIGA DE
CONTATOS ESFÉRICOS SOB REGIME DE
ESCORREGAMENTO PARCIAL

AUTOR: Bernardo Rodrigues Pereira

ORIENTADOR: Prof. JOSÉ ALEXANDER ARAÚJO, Ph.D.

DISSERTAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

20 de setembro de 2006

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA EM FADIGA DE
CONTATOS ESFÉRICOS SOB REGIME DE
ESCORREGAMENTO PARCIAL

Bernardo Rodrigues Pereira

ORIENTADOR: Prof. JOSÉ ALEXANDER ARAÚJO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM-102/06

BRASÍLIA/DF: SETEMBRO - 2006.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA EM FADIGA DE CONTATOS
ESFÉRICOS SOB REGIME DE ESCORREGAMENTO PARCIAL

Bernardo Rodrigues Pereira

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:

Prof. José Alexander Araújo, Ph.D. (ENM-UnB)
(Orientador)

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, D.Sc. (ENM-UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Waldek Wladimir Bose Filho, Ph.D. (USP-São Carlos)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 20 DE SETEMBRO DE 2006.

FICHA CATALOGRÁFICA

PEREIRA, BERNARDO RODRIGUES

Avaliação da resistência em fadiga de contatos esféricos sob regime de escorregamento parcial. [Distrito Federal] 2006.

xi, 79p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2006).

Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Fadiga por *fretting*

2. Fadiga Multiaxial

3. Distância Crítica

4. Gradiente de Tensão

I. ENM/FT/UnB

II. ENM.DM-102/06

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

PEREIRA, B. R., (2006) Avaliação da resistência em fadiga de contatos esféricos sob regime de escorregamento parcial. Dissertação de Mestrado, Publicação ENM.DM-102/06, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 79p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Bernardo Rodrigues Pereira

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Avaliação da resistência em fadiga de contatos esféricos sob regime de escorregamento parcial

GRAU / ANO : Mestre / 2006

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir, emprestar ou vender cópias desta dissertação de mestrado somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Bernardo Rodrigues Pereira

SMDB Conjunto 32 Lote 2 Casa D

71680-320 - Brasília - DF - Brasil

Correio Eletrônico: brodpereira@hotmail.com

Agradecimentos

Acima de tudo, eu gostaria de agradecer aos meus pais pelo apoio e incentivo ao longo de toda a minha vida acadêmica. Certamente, sem eles eu não teria conseguido chegar onde cheguei. MUITO OBRIGADO! Agradeço também a todos os meus colegas do laboratório GAMMA da Universidade de Brasília que sempre me ajudaram nos momentos de dificuldades e, assim, puderam cooperar com a elaboração desta dissertação. Gostaria de agradecer também ao CNPq pelo apoio financeiro e à Universidade de Brasília que forneceu toda a infraestrutura indispensável para a realização desse trabalho. Agradeço também ao apoio imprescindível do Prof. José Alexander pelas horas de dedicação e incentivo sem os quais não teria conseguido finalizar esse trabalho. Por último, mas não menos importante, gostaria de agradecer a Marília pela compreensão e carinho nos momentos de preocupação pelos quais passei ao longo da elaboração deste trabalho.

Resumo

O objetivo deste trabalho é propor uma metodologia para estimar a resistência em fadiga de componentes mecânicos sob condições de *fretting* em contatos esféricos. A metodologia adotada considera (i) a teoria da distância crítica de Taylor, geralmente utilizada na estimativa do limite de fadiga de componentes com entalhe, e (ii) critérios de fadiga multiaxial (Modelo Mesoscópico de Dang Van e o Modelo das Curvas de Wöhler Modificadas - critério de Susmel & Lazzarin). Para se avaliar a aplicabilidade da metodologia utilizada foram selecionados quatorze ensaios de fadiga *fretting* utilizando contatos esféricos encontrados na literatura. Os resultados obtidos pela metodologia proposta no presente trabalho provaram ser úteis em sete casos com o experimento, mostrando-se conservativos em outros 6. Os resultados só apresentaram estimativas não conservativas em um único ensaio.

Abstract

The aim of this work is to present a methodology to estimate the fatigue limit of spherical contacts under a partial slip regime. Taylor's point stress method, usually applied to estimate the fatigue limit for notched structures, was associated with some fatigue multiaxial criteria (Mesoscopic Model and Modified Wöhler Curve Method (MWCM)) to define the fretting crack initiation threshold methodology. The results agree well for seven experimental data and provide a conservative estimate of the fatigue limit for another six tests. In only one test the results provide a non-conservative estimate.

Lista de Tabelas

3.1	Tensões superficiais cisalhantes para cada região durante a variação do carregamento tangencial com o tempo.	14
6.1	Propriedades mecânicas do Al7075-T6.	50
6.2	Propriedades de fadiga do Al7075-T6.	50
6.3	Características dos testes experimentais realizados por Vallellano <i>et al.</i> (2004)	51
6.4	Valores dos parâmetros materiais κ e λ para o modelo de Susmel & Lazarin.	60
6.5	Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Susmel & Lazarin para $b_0 = 0.007mm$	60
6.6	Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Susmel & Lazarin para $b_0 = 0.0527mm$	62
6.7	Comparação dos resultados obtidos segundo o critério de Susmel & Lazarin para $b_0 = 0.0527mm$ sem e com a utilização da metodologia da tolerância	65
6.8	Valores dos parâmetros materiais κ e λ para o critério de Dang Van. . .	65
6.9	Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Dang Van para $b_0 = 0.007mm$	66
6.10	Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Dang Van para $b_0 = 0.0527mm$	67
B.1	Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Susmel & Lazarin para uma variação de $\pm 10\%$ em $b_0 = 0.0527mm$	82

Lista de Figuras

2.1	Esquema da configuração típica do contato entre esferas e um corpo de prova tracionado	6
3.1	Contato entre dois corpos elasticamente deformáveis submetidos à força normal P e tangencial Q	10
3.2	Distribuição da pressão normal $p(x)/p_0$	10
3.3	Regiões de escorregamento e de adesão para o contato entre esferas em regime de escorregamento parcial.	11
3.4	Perfil da distribuição de pressão e tensão cisalhante para uma configuração típica de carregamento onde a razão Q/fP é máxima.	12
3.5	Variação do carregamento cisalhante Q com o tempo t	13
3.6	Variação das tensões cisalhantes superficiais em diferentes instantes do carregamento cíclico tangencial, com Q/fP variando entre ± 0.5547 . (a) sem o efeito da carga remota; (b) com efeito da carga remota para $\frac{\sigma_B}{p_0}$ variando entre ± 0.2433	15
3.7	Sobreposição dos tensores tensão gerados pela aplicação da força normal(a), seguida da força cisalhante(b) e da carga remota de fadiga(c)	17
4.1	Modos de propagação de trincas.	22
4.2	Trinca em um plano infinito sujeita a uma tensão normal.	23
4.3	Zonas plástica e de dominância de K na ponta de uma trinca	24
4.4	Taxa de crescimento em função de ΔK	25
4.5	O efeito do tamanho da trinca na (a) tensão limiar e no (b) fator intensidade de tensão para uma larga variedade de ligas de engenharia (Dowling, 1993).	27
4.6	Placa Infinita com uma trinca central e passante submetida a uma carga remota e alternada de fadiga.	31
5.1	Construção da curva S-N.	34
5.2	Exemplo de um carregamento cíclico.	35
5.3	Curva de vida constante de Smith-Watson-Topper.	36
5.4	Plano de Cauchy.	39

5.5	Esquema de falha para o Critério de Dang Van.	41
5.6	Representação do critério de Dang Van.	43
5.7	Exemplificação da zona de processo em um típico problema de fadiga por <i>fretting</i>	46
6.1	Esquema do aparato experimental utilizado	49
6.2	Ilustração do problema em contatos esféricos	52
6.3	Variação da tensão σ_{xx} em toda a superfície de contato	53
6.4	Variação da tensão σ_{zx} em toda a superfície de contato	53
6.5	Variação da tensão σ_{zz} em toda a superfície de contato	54
6.6	Gráfico da distribuição das tensões σ_{xx} (figuras (a) e (d)), σ_{zz} (figuras (b) e (e)) e σ_{zx} (figuras (c) e (f)) ao longo de x/a e para $z/a = 0$ com e sem a presença da carga remota de fadiga	55
6.7	Variação da tensão σ_{xx} ao longo do eixo x/a para instantes de tempo variando entre Q_{max}/fp_0 e Q_{min}/fp_0	56
6.8	Variação das tensões ao longo da profundidade, verificando-se o gradiente de tensão com e sem a presença da tensão remota de fadiga para Q_{max}/fp_0 e $x/a = -1$: (a) σ_{xx}/p_0 X z , (b) σ_{yy}/p_0 X z , (c) σ_{zx}/p_0 X z , (d) σ_{zz}/p_0 X z	57
6.9	Diagrama de fase para as componentes de tensão avaliadas no ponto de máxima solitação	58
6.10	Diagrama de fase para as componentes de tensão avaliadas no ponto $(x/a, z/a) = (-1, 0.1)$	58
6.11	Gráfico de $\tau_a \times \rho$ para $b_0 = 0.007mm$	61
6.12	Gráfico de $\tau_a \times \rho$ para $b_0 = 0.0527mm$	63
6.13	Gráfico de $\tau(t) \times Ph(t)$ para o teste n^o05 e com $b_0 = 0.007mm$	68
6.14	Gráfico de $\tau(t) \times Ph(t)$ para o teste n^o05 e com $b_0 = 0.0527mm$	68

Lista de Símbolos

- A complacência composta.
- a metade do tamanho de contato.
- B carga remota de fadiga.
- b metade do comprimento da trinca.
- b' comprimento da trinca medido por Vallellano nos Cp's que não apresentaram falha.
- b_0 tamanho crítico ou intrínseco da trinca.
- b_s largura do corpo de prova.
- C parâmetro de singularidade.
- c metade do tamanho da zona de adesão.
- $c'(t)$ metade da zona de adesão, em um instante t , durante o escorregamento reverso.
- D Tamanho médio de grão do material.
- DV índice de erro do Modelo Mesoscópico.
- E módulo de elasticidade.
- E^* módulo de elasticidade equivalente.
- e tamanho do deslocamento da zona de adesão devido ao efeito da tensão remota.
- $e'(t)$ tamanho do deslocamento da zona de adesão devido ao efeito da variação cíclica da tensão remota.
- f coeficiente de atrito.
- $g(x)$ deslocamento tangencial relativo (na direção x).
- $h(x)$ quantidade de interpenetração (na direção y).
- \mathbf{I} tensor identidade.
- k curvatura relativa.
- L_s espessura do corpo de prova.
- N_f número de ciclo de vida.
- P carga normal por unidade de comprimento.
- p_0 máxima pressão de contato.
- $p(x)$ distribuição da pressão de contato.
- p_h tensão hidrostática microscópica.
- Q carga tangencial por unidade de comprimento.
- Q_{max} carga tangencial máxima.

$q(x)$ distribuição da tensão cisalhante superficial.
 $q'(x)$ perturbação na distribuição da tensão cisalhante superficial.
 $q''(x)$ termo de correção para a distribuição de pressão cisalhante superficial.
 \mathcal{R} razão entre tensões.
 R_e raio equivalente.
 R_1 e R_2 raios das esferas em contato.
 r distância da ponta da trinca ao ponto material em estudo.
 \mathbf{s} tensor tensão desviador microscópico.
 \mathbf{S} tensor tensão desviador macroscópico.
 SU índice de erro do Modelo das Curvas de Wöhler Modificadas (MCWM).
 $w(x)$ função de forma.
 $\Delta\sigma_{th}$ tensão limiar.
 ΔK_0 limite do fator de intensidade de tensão em trincas curtas.
 $\Delta\sigma$ variação de tensão.
 ΔK variação do fator de intensidade de tensão.
 ΔK_{th} fator de intensidade de tensão limiar em trincas longas.
 γ expoente de resistência à fadiga.
 ϕ^* ângulo ϕ que define o plano crítico.
 κ parâmetro material utilizado na calibração dos critérios de fadiga multiaxial.
 λ parâmetro material utilizado na calibração dos critérios de fadiga multiaxial.
 μ módulo de rigidez.
 ν razão de Poisson.
 θ^* ângulo θ que define o plano crítico
 $\Delta\sigma_{fl}$ limite de fadiga do material.
 $\boldsymbol{\rho}$ tensor tensão residual no grão.
 $\boldsymbol{\sigma}$ tensor tensão microscópica.
 σ_{xx} componente xx de tensão.
 σ_{xx}^n componente xx de tensão devido à força normal.
 σ_{xx}^t componente xx de tensão devido à força tangencial.
 σ_{yy} componente yy de tensão.
 σ_{zz} componente zz de tensão.
 σ_{zx} componente zx de tensão.
 σ_{-1} limite de fadiga à flexão alternada.
 σ_0 limite de fadiga para flexão repetida.
 σ_{ys} limite de escoamento.
 σ_{us} limite de resistência.
 σ'_f coeficiente de resistência à fadiga.

σ_a amplitude de tensão.
 σ_m tensão média.
 σ_n tensão normal.
 σ_t tensão cisalhante.
 $\sigma_{n,max}$ tensão normal máxima.
 σ_{max} tensão máxima.
 σ_{min} tensão mínima.
 σ_{ar} resistência à fadiga equivalente do material.
 σ_B tensão remota de fadiga.
 σ_B^{max} máxima tensão remota de fadiga.
 τ_{xy} componente xy de tensão.
 θ ângulo em relação ao plano da trinca.
 τ tensão equivalente de Tresca.
 τ_a amplitude de tensão cisalhante equivalente.
 ω frequência de aplicação das cargas senoidais Q e σ_B .
 $\frac{\partial g}{\partial t}$ taxa de deslocamento relativo.

Sumário

1	Introdução	1
2	Metodologia	6
3	Mecânica do Contato Elástico	8
3.1	Contato entre Esferas	8
3.1.1	Tensões Superficiais	8
3.1.2	Carga Normal	9
3.1.3	Carga Tangencial	11
3.1.4	Carga Remota de Fadiga	15
3.1.5	Campo de Tensão Cíclico no Interior da Região do Contato . . .	16
4	Mecânica da Fratura e Teoria da Distância Crítica de Taylor	22
4.1	Mecânica da Fratura	22
4.1.1	Tensão na Ponta da Trinca	22
4.1.2	Propagação da Trinca	24
4.1.3	Trincas Curtas	25
4.2	Método da Distância Crítica de Taylor	29
4.3	Dano por Fadiga e o Volume Estrutural proposto por Taylor	30
5	Fadiga Uniaxial e Multiaxial	33
5.1	Fadiga Uniaxial	33
5.1.1	Curva S-N	33
5.2	Fadiga Multiaxial	36
5.2.1	Critério de Susmel e Lazzarin (O Modelo das Curvas de Wöhler Modificadas)	38
5.2.2	Critério de Dang Van	41
5.2.3	Método da Distância Crítica Associado a Modelos de Fadiga Multiaxial	44
6	Resultados	48
6.1	Dados Experimentais Disponíveis	48

6.2	Análise computacional	51
6.2.1	Campo de tensões	52
6.2.2	Gradiente de Tensão do Ponto Crítico do Contato	56
6.2.3	Avaliação da Estimativa do Limite de Resistência à Fadiga . . .	59
7	Conclusão	70
	Referências Bibliográficas	72
A	ALGORÍTIMO DA HIPERESFERA	80
B	ANÁLISE DO ÍNDICE SU COM UMA VARIAÇÃO DE $\pm 10\%$ NO PARÂMETRO b_0	82
C	ANÁLISE DA VARIAÇÃO DE τ_a e $\sigma_{n,max}$ COM OS ÂNGULOS ϕ e θ	84

Capítulo 1

Introdução

Fadiga pode ser definida como um processo de degradação contínuo de um material quando o mesmo está submetido a carregamentos dinâmicos que podem causar um acúmulo de dano no material, mesmo que as solicitações impostas sejam inferiores a sua tensão de escoamento. Nesse sentido, evitar a falha por fadiga é um problema prático motivado pela necessidade de se usarem materiais com aplicabilidade em engenharia durante um certo período de tempo e sob condições operacionais prescritas. Em geral, o desempenho de determinado material é controlado pela sua rigidez, resistência mecânica e vida à fadiga. As deflexões e o comportamento dinâmico são controlados pela rigidez; o carregamento suportável, pela resistência mecânica; e a confiabilidade, segurança e o custo, pela vida à fadiga do componente.

Fadiga por *fretting* é um caso especial de fadiga. O termo *fretting* denota um pequeno movimento oscilatório entre duas superfícies sólidas em contato, e o desgaste da superfície, que ocorre devido a esse movimento, é chamado dano por *fretting*. O dano por *fretting* é esperado nas superfícies de contato de juntas mecânicas que, normalmente, estão em repouso mas que, no entanto, experimentam pequenos deslocamentos relativos devido à vibração. Contudo, um fenômeno mais sério relacionado com esse dano por *fretting* é a falha por fadiga do componente estrutural devido à iniciação de trincas na região danificada, o chamado fenômeno de fadiga por *fretting*. A fadiga por *fretting* pode ocorrer se um ou ambos os componentes da união sofrer uma carga remota de fadiga (*bulk fatigue load*). Ensaios experimentais evidenciaram que a ação conjunta de *fretting* e fadiga produz uma redução na resistência do componente por fatores variando de 2 até 10 (Lindley, 1997). É válido se notar que o escorregamento parcial da interface do contato leva a tensões locais elevadas, tanto em escala macroscópica quanto em escala microscópica. Essas tensões elevadas tendem a acelerar a iniciação e conseqüente propagação de trincas, contribuindo assim para a grande redução observada no limite de fadiga do componente sujeito ao processo de *fretting*.

Há inúmeros casos práticos de fadiga por *fretting*. No setor aeroespacial, onde as exigências de alta confiabilidade, alta performance, baixo peso estrutural e custo de

manutenção devem ser conciliadas com as exigências de uma longa vida operacional, diversos tipos de montagens estão sujeitos a vibrações que podem ocasionar uma falha catastrófica devido à fadiga por *fretting*. Dois exemplos práticos importantes são: (1) as juntas rebitadas da fuselagem, onde esforços aeroelásticos induzem movimentos relativos entre as chapas (Harish e Farris, 1998; Farris *et al.*, 2000) e (2) turbofans, onde a combinação de esforços vibratórios com a força centrífuga produz movimentos relativos entre as juntas das palhetas com o disco (Ruiz *et al.*, 1984; Ruiz e Chen, 1986; Ruiz e Nowell, 2000). Segundo Thomson (1998), a fadiga por *fretting* é a causa de cerca de 17% das falhas ou contratempos nos sistemas de propulsão aeronáuticos. Outros exemplos envolvem casos com engrenagens, virabrequins, cabos de alta tensão (Zhou, 1994) e até luminárias suspensas por cabos (Barnard, 1995). Contudo, as soluções utilizadas na indústria tendem a ser meros paliativos, com efeitos pouco compreendidos (Nowell e Dini, 2003).

No começo do século XX, o fenômeno do *fretting* foi primeiramente identificado em corpos de prova trincados na região das garras de máquinas de fadiga (Eden *et al.*, 1911; Gillet e Mack, 1924). Tomlinson (1927) propôs que o deslocamento tangencial entre as superfícies em contato era o principal parâmetro que controlava esse fenômeno. Mais tarde, Warlow-Davis (1941) observaram que componentes inicialmente submetidos a condições de *fretting* e posteriormente carregados ciclicamente apresentavam um decréscimo de 13 a 17% na resistência à fadiga. Por outro lado, MacDowell (1953) concluiu que componentes sujeitos conjuntamente à fadiga convencional e a *fretting* apresentavam um decréscimo da ordem de 50 a 80% na resistência à fadiga (convencional).

Em 1965, Waterhouse e Alley verificaram em uma série de experimentos feitos com componentes submetidos a *fretting* em atmosfera inerte que, apesar de se diminuir o desgaste superficial, a resistência à fadiga não sofria grande alteração com relação a experimentos em atmosfera normal. Nishioka *et al.* (1968) e Nishioka e Hirakawa (1969) notaram que havia uma faixa crítica de deslocamentos tangenciais que acelerava a fadiga por *fretting*. Em 1973, Bramhall observou o efeito do tamanho de contato sobre a resistência em fadiga de ligas de Al. Esse efeito é constatado a partir de uma faixa de tamanho de contato crítico, abaixo da qual obtém-se vida infinita ($> 10^7$), mantidas constantes as magnitudes da máxima pressão de contato p_0 . Posteriormente, outros pesquisadores, como Nowell (1989) e Araújo (2000), confirmaram a existência desse efeito, inclusive para outros materiais.

Em 1996, Fouvry *et al* obtiveram os primeiros passos na análise de problemas de *fretting* em contatos esféricos, com um estudo da nucleação de trincas utilizando o critério de Dang Van para contatos elasticamente carregados. Nesse estudo é desenvolvido o estudo sobre *fretting* para condições de escorregamento parcial, e os resultados obtidos permitiram a melhor investigação da posição e direção da primeira trinca causada por

condições de *fretting*. A análise multiaxial indicou que para um contato esfera-plano a primeira trinca é basicamente relacionada com as propriedades do material e com as condições de carregamento do contato.

Recentemente, o estudo de fadiga por *fretting* tem sido classificado dentro de três abordagens, conforme foi citado em (Ciavarella, 2001): (i) abordagem dos microdeslizamentos, já estudada por Ruiz e Chen (1986), Vingsbo e Soderberg (1987) e Lindley (1997) entre outros; (ii) abordagem da mecânica da fratura, desenvolvida em vários estudos por pesquisadores como Endo e Goto (1976), Waterhouse (1981), Hoepfner e Gates (1981), Nowell (1988), Waterhouse e Lindley (1994), Hills e Nowell (1990 e 1994), Fellows *et al.* (1997), Giannakopoulos *et al.* (1998), Araújo e Nowell (1999), Mugadu e Hills (2002), Mutoh e Xu (2003); (iii) abordagem que estabelece analogias entre a fadiga em componentes entalhados e a fadiga por *fretting*, desenvolvida por autores como Giannakopoulos *et al.* (2000), Naboulsi e Mall (2003), Nowell e Dini (2003), Vallellano *et al.* (2003), Fouvry *et al.* (1998 e 2002), Araújo e Nowell (2002).

O terceiro tipo de abordagem considera que a fadiga por *fretting* poderia ser tratada como um problema de fadiga convencional na presença de um concentrador de tensão (*notch analogue*). Com isto, minimiza-se a consideração do efeito do desgaste superficial sobre a resistência em fadiga do componente e maximiza-se o efeito de concentração de tensões na região do contato. De fato, Giannakopoulos *et al.* (2000) mostraram que o campo de tensão resultante do contato entre uma sapata plana com cantos arredondados e um semi-plano era similar ao campo de tensão de corpos entalhados, e sugeriram que se deveria explorar essa característica para estabelecerem-se metodologias de previsão de vida ou resistência à fadiga por *fretting*.

Fouvry *et al.* (1998 e 2002) testaram configurações esfera-plano sob condições de escorregamento parcial para validar a aplicação de alguns critérios de fadiga multiaxial e verificaram que os resultados obtidos não eram satisfatórios quando o campo de tensões apresentava severos gradientes. Araújo e Nowell (2002) conduziram uma abordagem similar, utilizando os critérios de plano crítico de Smith, Watson e Topper (1970) e de Fatemi e Socie (1988), e verificaram que melhores resultados poderiam ser obtidos utilizando uma zona de processo que não pareceu, a princípio, ser característica própria do material. A abordagem foi confrontada com dados experimentais envolvendo o contato entre cilindros. Tais dados eram caracterizados pela existência de um tamanho de contato crítico abaixo do qual a vida em fadiga por *fretting* era infinita, apesar de a magnitude do campo de tensões superficial ser idêntica para os diferentes testes. Em trabalhos posteriores, Araújo e Mamiya (2003) e Araújo *et al.* (2004) verificaram que o modelo mesoscópico proposto por Dang Van (1989) também não era capaz de prever o efeito do tamanho do contato sobre a resistência a fadiga a não ser que uma média das tensões dentro de uma zona crítica fosse considerada na análise.

Em 2003, Vallellano *et al.* utilizaram a metodologia de *notch analogue* para prever

a vida à fadiga sob condições de *fretting* em contatos esféricos. Nesse trabalho, os autores utilizaram os métodos do ponto e da linha de Taylor e o método da tensão equivalente para tal análise, validando as estimativas de vida por meio de resultados experimentais em ensaios com Al7075-T6. Tal metodologia foi capaz de gerar resultados bastante confiáveis, principalmente com respeito ao método do ponto. Contudo, a análise proposta foi baseada em um estado de tensões uniaxial.

Posteriormente, em 2004, Navarro *et al.* utilizaram métodos que consideram a fase de iniciação e propagação de trincas para estimar a vida à fadiga em contatos esféricos submetidos a condições de *fretting*. Nesse trabalho, a vida à fadiga na fase de iniciação é estimada utilizando-se a média das tensões em determinada profundidade ou o valor da tensão a certa profundidade. Assim, a vida estimada do componente é dada pela soma da vida na fase de iniciação com a fase de propagação. A análise feita se baseou num estado uniaxial de tensões.

Este trabalho estende para problemas de fadiga por *fretting* a abordagem proposta por Susmel e Taylor (2003) para estimar o limite de fadiga de componentes contendo irregularidades geométricas. Taylor (1999) mostrou que o processo de iniciação de trincas em componentes da suspensão de automóveis pode ter início em regiões menos solicitadas em termos do estado de tensão na superfície. Observou-se que, nesses casos, o estado de tensão a uma determinada distância crítica da superfície parecia caracterizar apropriadamente a resistência à fadiga do componente. Essa distância foi definida como uma propriedade do material, cujo valor para diferentes ligas pode ser encontrado em Susmel *et al.* (2004). Em componentes entalhados, assim como em problemas de contato mecânico, o estado de tensão sub-superficial é invariavelmente multiaxial. Neste sentido, Susmel e Taylor (2004) associaram o método da distância crítica (MDC) de Taylor, inicialmente testado com modelos de fadiga uniaxial, ao método da curva de Wöhler modificada, que avalia a resistência a fadiga multiaxial.

O objetivo desta dissertação de mestrado é propor uma metodologia para estimar a resistência à fadiga de componentes mecânicos sob condições de *fretting*. Para alcançar o objetivo proposto, fez-se uma revisão bibliográfica relativa aos conceitos de mecânica do contato, mecânica da fratura, fadiga uniaxial e fadiga multiaxial. Os tópicos da mecânica do contato são abordados no capítulo 3, e o problema do contato entre esferas é desenvolvido. A formulação desse problema é importante pois fornecerá o campo de tensão cíclico para alimentar a metodologia em análise. A seguir são apresentados conceitos básicos da mecânica da fratura, inclusive sobre o tema Trincas Curtas, que é fundamental para a análise da metodologia proposta. Depois são retratados os assuntos da fadiga uniaxial, fadiga multiaxial e do método da distância crítica de Taylor. Enquanto os modelos de Susmel&Lazzarin e Dang Van são úteis para estimar o limite de fadiga sob condições multiaxiais de solicitação, o método da distância crítica de Taylor é uma ferramenta poderosa para se trabalhar em componentes com gradientes

de tensões severos, como é o caso em aplicações envolvendo o *fretting*. A seguir são relatados os dados experimentais disponíveis na literatura e os resultados.

Capítulo 2

Metodologia

A primeira etapa do trabalho foi a escolha da configuração típica do contato entre uma esfera e um corpo de prova de tração para a aplicação de uma análise de fadiga por *fretting*. Tal configuração (Figura 2.1) foi escolhida pois ela possui solução analítica, possibilitando assim a implementação de uma rotina em plataforma MatLab que reproduza o campo de tensões gerado por esse problema de contato.

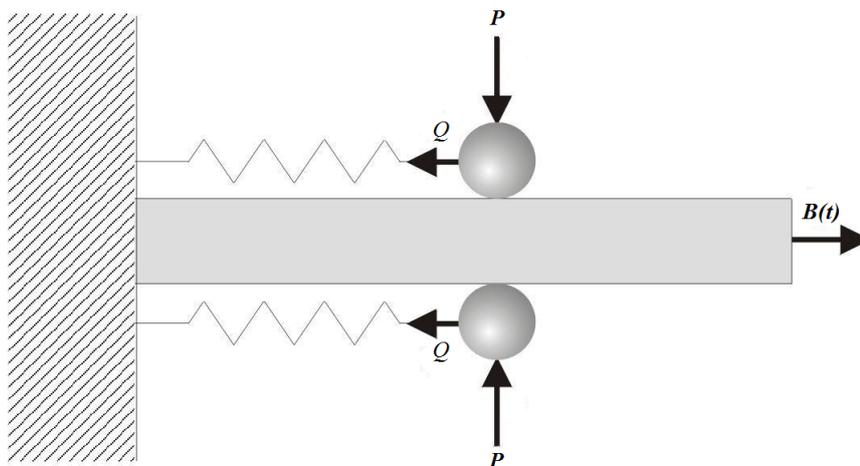


Figura 2.1: Esquema da configuração típica do contato entre esferas e um corpo de prova tracionado

Por meio da teoria da mecânica do contato foi desenvolvida uma base teórica para o entendimento do problema. Mostra-se que a partir de uma formulação geral pode-se obter uma solução particular para o problema de uma esfera e um semi-plano infinito. O campo de tensões gerado pelas cargas de contato normal e tangencial e o efeito da presença de uma carga remota de fadiga foram avaliados analiticamente e seus resultados apresentados graficamente no capítulo de resultados deste trabalho.

Essa metodologia estende a abordagem de componentes entalhados sob condições de fadiga convencional para componentes submetidos à fadiga por *fretting*. A base da

referida metodologia envolve teorias de fadiga uni/multiaxial e da mecânica da fratura linear e elástica. Portanto, conduziu-se uma revisão teórica sobre esses temas, para posterior aplicação.

O efeito do gradiente de tensão influencia diretamente a propagação de trincas e interfere na previsão da resistência à fadiga do material. Para avaliar-se tal efeito na resistência à fadiga, adotou-se o Método da Distância Crítica do Ponto proposto por Taylor (1999) para componentes entalhados. Por esse método, o limite de fadiga do componente deve ser avaliado não na sua superfície, mas em um ponto localizado no seu interior (ponto crítico), cuja posição é uma propriedade do material.

Segundo muitos dados existentes na literatura, o campo de tensão abaixo da superfície de contato é multiaxial. Portanto, para a avaliação da resistência a fadiga do material submetido à condição de *fretting*, foi conveniente adotar um critério de fadiga multiaxial. Neste trabalho foi considerado o critério de Susmel & Lazarin (2002) e de Dang Van (1989).

Definida a configuração de contato a ser estudada, conhecendo-se o perfil desse campo de tensão e considerando-se as teorias que levam em conta o gradiente de tensão, avançou-se para a construção de um modelo numérico capaz de simular as condições definidas para o problema analítico. Assim, foi desenvolvido uma rotina em MatLab que reproduz o campo de tensões gerado na região do contato, e que calcula o limite de fadiga para condições de *fretting* no ponto crítico segundo os critérios multiaxiais mencionados acima.

Capítulo 3

Mecânica do Contato Elástico

3.1 Contato entre Esferas

O uso de modelos de fadiga multiaxial para a previsão da resistência à fadiga por *fretting* em regime de alto número de ciclos requer a determinação do campo cíclico de tensões na região do contato. A maioria dos casos de fadiga por *fretting* envolve contatos mecânicos de componentes com configuração tão complexa que a única análise possível tem que envolver algum método numérico, sendo o método dos elementos finitos (EF) um dos mais utilizados. Apesar do grande interesse prático na análise e teste de configurações reais, o mais sensato durante o período de validação de modelos e metodologias para o cálculo da resistência à fadiga por *fretting* é utilizar configurações clássicas que possuam soluções exatas para o campo de tensões e que sejam simples de testar. Há na literatura uma disponibilidade de dados experimentais obtidos de testes de fadiga por *fretting* envolvendo o contato entre esferas, alguns dos quais serão selecionados para validar os modelos implementados. Neste capítulo será descrito o procedimento para o cálculo do campo de tensão cíclico para essa configuração clássica.

3.1.1 Tensões Superficiais

A determinação do campo interno de tensões para o contato entre esferas, submetidas inicialmente a uma carga normal P e posteriormente a uma carga tangencial Q , requer primeiramente a solução do problema de contato, ou seja, a obtenção da distribuição de pressão de contato normal $p(x)$, da de cisalhamento superficial $q(x)$ e do tamanho de contato a . Uma grande quantidade de problemas de contato pode ser solucionada usando duas equações integrais que relacionam a distribuição de pressão $p(x)$ ao deslocamento normal $h(x)$, e a tensão cisalhante superficial $q(x)$ ao deslocamento tangencial relativo $g(x)$. Detalhes referentes a formulação do problema de contato podem ser encontrados em Hills et al. (1993) e Johnson (1985). Aqui apresentam-se entretanto as equações integrais para dois corpos similarmente elásticos:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int \frac{p(\zeta) d\zeta}{x - \zeta}, \quad (3.1)$$

e

$$\frac{1}{A} \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int \frac{q(\zeta) d\zeta}{x - \zeta}, \quad (3.2)$$

onde A é a complacência composta, definida como:

$$A = \frac{1 - \nu_1}{\mu_1} + \frac{1 - \nu_2}{\mu_2}, \quad (3.3)$$

onde μ é o módulo de rigidez e ν a razão de Poisson, e os índices 1 e 2 indicam materiais diferentes. Para o estado plano de deformação a expressão acima toma a seguinte forma:

$$A = 2 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right), \quad (3.4)$$

onde E é o módulo de elasticidade.

3.1.2 Carga Normal

A configuração de interesse neste trabalho, que já foi adotada em testes de fadiga por *fretting* por outros pesquisadores (Navarro, 2004), é mostrada na Fig. 3.1. O raio da sapata R e o carregamento normal P foram definidos considerando cada corpo como um semiplano elástico. Assim, a solução para a distribuição de pressão é a Hertziana. Os resultados de Hertz (1882) prevêm que, devido à força normal estática, uma distribuição de pressão elíptica é desenvolvida (Fig. 3.2):

$$p(x) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}, \quad (3.5)$$

onde p_0 é o valor máximo da pressão no contato, obtida a partir da condição de equilíbrio

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi a^2}, \quad (3.6)$$

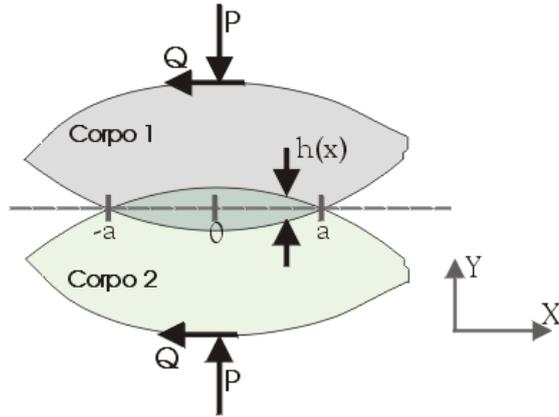


Figura 3.1: Contato entre dois corpos elasticamente deformáveis submetidos à força normal P e tangencial Q .

a é o tamanho da metade do comprimento da região do contato

$$a = \sqrt[3]{\frac{3PA}{8k}}, \quad (3.7)$$

onde k é a curvatura relativa definida por:

$$k = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (3.8)$$

Os subscritos 1 e 2 referem-se aos corpos 1 e corpo 2, respectivamente.

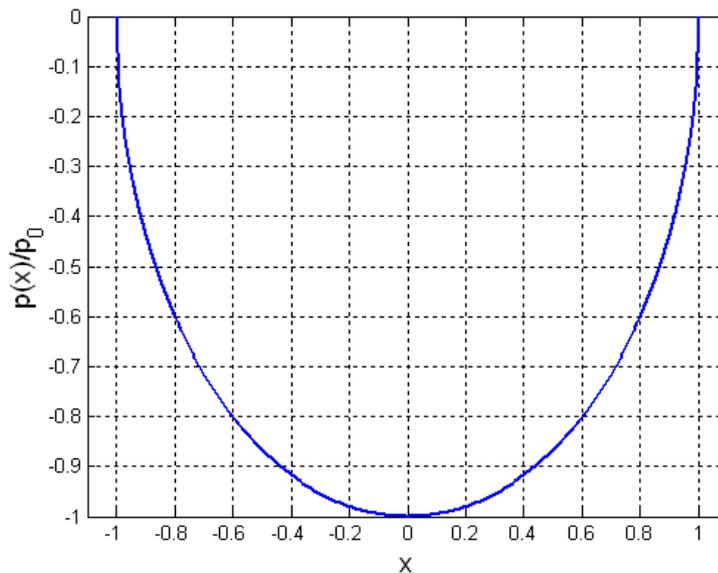


Figura 3.2: Distribuição da pressão normal $p(x)/p_0$.

3.1.3 Carga Tangencial

A aplicação de uma carga tangencial Q faz surgir tensões cisalhantes na superfície dos corpos, como foi descrito por Cattaneo (1938) e mais tarde de forma independente por Mindlin (1949). Em muitos casos de fadiga por *fretting*, o carregamento cisalhante aplicado é menor que o limite para escorregamento total. Sendo assim, desenvolvem-se duas regiões distintas dentro da zona de contato: (i) uma região central de comprimento $2c$, denominada zona de aderência, onde não há movimento relativo entre pontos correspondentes das superfícies em contato, e (ii) uma região periférica situada entre as extremidades do contato e da zona de adesão ($c \leq |x| \leq a$). Essa região é usualmente denominada de zona de escorregamento (Fig. 3.3).

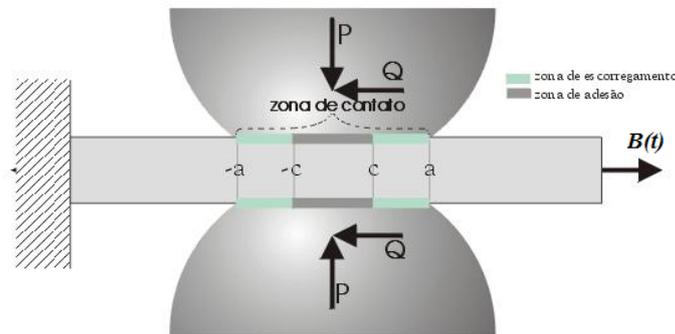


Figura 3.3: Regiões de escorregamento e de adesão para o contato entre esferas em regime de escorregamento parcial.

Portanto, parece conveniente modelar as tensões superficiais cisalhantes como uma perturbação da solução de escorregamento total:

$$q(x) = fp_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + q'(x), \quad (3.9)$$

onde f é o fator de atrito.

Na zona de adesão, pode-se obter $q'(x)$ resolvendo-se a equação integral 3.2 (Hills et al, 1993) e levando em consideração o fato de que não há movimento relativo na direção x entre pontos correspondentes da região de adesão ($g(x) = 0, \forall x \in |x| \leq c$). Portanto,

$$q'(x) = fp_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}. \quad (3.10)$$

Na zona de escorregamento ($c \leq |x| \leq a$) obviamente não há perturbação na solução completa. Assim:

$$q'(x) = 0 \quad \forall x \in c \leq |x| \leq a. \quad (3.11)$$

O tamanho da zona de adesão c é encontrado considerando-se o equilíbrio na direção tangencial:

$$\frac{c}{a} = \sqrt[3]{1 - \frac{Q}{fP}}. \quad (3.12)$$

A Fig. 3.4 mostra a distribuição de pressão e das tensões cisalhantes no contato para uma configuração típica de carregamento. Pode-se notar que na região central ou de adesão as tensões cisalhantes são menores devido à perturbação na solução:

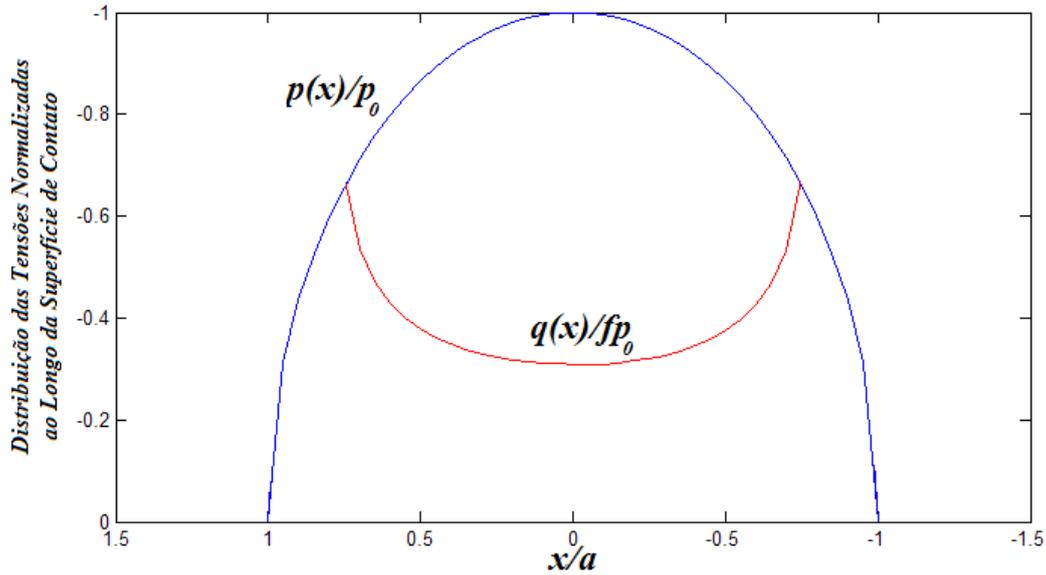


Figura 3.4: Perfil da distribuição de pressão e tensão cisalhante para uma configuração típica de carregamento onde a razão Q/fP é máxima.

As expressões desenvolvidas até agora para a distribuição da tensão cisalhante na superfície do contato são aplicáveis somente quando a força tangencial atinge seu valor máximo no ciclo de carregamento. Para analisar as tensões superficiais e, conseqüentemente, a tensão e/ou deformação em outro instante qualquer do ciclo de *fretting*, é necessário avaliar o que ocorre no carregamento reverso. Enquanto tal análise tem sido detalhada por Hills et al. (1993), técnica semelhante será resumidamente apresentada aqui.

Para continuar essa análise é aconselhável recordar as condições de contorno dentro das zonas de adesão e de escorregamento na interface do contato. Para qualquer ponto x dentro da zona de escorregamento, as tensões superficiais são relacionadas pela conhecida lei de Amontons (Amontons, 1699):

$$|q(x)| = -fp(x). \quad (3.13)$$

Além disso, a direção das tensões cisalhantes é oposta ao movimento da superfície, fornecendo:

$$\text{sgn}(q(x)) = -\text{sgn}\left(\frac{\partial g}{\partial t}\right), \quad (3.14)$$

onde $\frac{\partial g}{\partial t}$ é a taxa de deslocamento na direção x .

Na região central, onde não há deslocamento relativo entre partículas correspondentes, as tensões cisalhantes superficiais têm que ser menores que o valor limite de fricção. Assim:

$$|q(x)| < -fp(x). \quad (3.15)$$

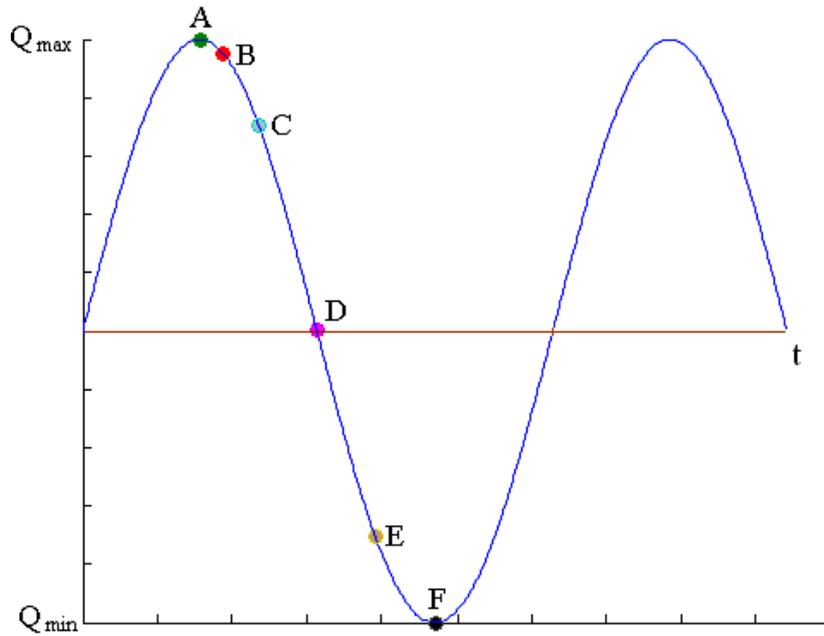


Figura 3.5: Variação do carregamento cisalhante Q com o tempo t .

Para a determinação das tensões superficiais cisalhantes, contar-se-á com o apoio da Fig. 3.5, que descreve a variação da carga tangencial Q com o tempo t . Durante a primeira fase de carregamento, ou seja, quando o carregamento tangencial parte do zero e atinge seu valor máximo, ponto A da Fig. 3.5, as equações 3.9 a 3.11 descrevem apropriadamente a variação de $q(x)$. Porém, durante o descarregamento do ponto A para o ponto B , o deslocamento relativo muda de sinal, provocando a violação da equação 3.14 e a adesão em todo o contato. Continuando o descarregamento até o

ponto C , verificar-se-á um escorregamento reverso a partir dos limites da região de contato. Nesta nova zona de escorregamento ($c' \leq |x| < a$), as tensões cisalhantes superficiais terão mudado de $fp(x)\sqrt{1 - (\frac{x}{a})^2}$ para $-fp(x)\sqrt{1 - (\frac{x}{a})^2}$. Assim, por analogia, é possível concluir que, dentro das zonas de adesão, a tensão superficial corretiva necessária para prever escorregamento será dada por:

$$q''(x) = 2fp_0 \frac{c'}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c'}\right)^2}. \quad (3.16)$$

Note que o fator dois, na equação 3.16, deve cancelar o deslocamento relativo quando as tensões superficiais na zona de escorregamento passam a ser calculadas por $2fp(x)\sqrt{1 - (\frac{x}{a})^2}$ ao invés de $fp(x)\sqrt{1 - (\frac{x}{a})^2}$, como ocorre durante a fase de carregamento. As distribuições das tensões cisalhantes superficiais para cada região durante a fase de descarregamento são apresentadas na tabela 3.1:

Tabela 3.1: Tensões superficiais cisalhantes para cada região durante a variação do carregamento tangencial com o tempo.

$q(x)/fp_0$	Zona de Aplicação
$-\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$	$c' < x \leq a$
$-\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + 2\frac{c'}{a}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{c'}\right)^2}$	$c < x \leq c'$
$-\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + 2\frac{c'}{a}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{c'}\right)^2} - \frac{c}{a}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$	$ x \leq c$

O tamanho da nova zona de adesão em qualquer instante t do carregamento reverso é obtido da condição de equilíbrio, o que fornece:

$$\frac{c'(t)}{a} = \sqrt[3]{1 - \left(\frac{Q_{max} - Q(t)}{2fP}\right)}. \quad (3.17)$$

A Fig 3.6(a) mostra a variação das tensões cisalhantes superficiais para diferentes valores de Q , correspondentes aos pontos A , C , D , E e F do ciclo de *fretting* mostrado na Fig. 3.5. É importante notar que as tensões cisalhantes superficiais para valores extremos do carregamento tangencial (pontos A , $+Q_{max}$, e F , $-Q_{max}$) são iguais e opostas. Além disso, observa-se que depois da remoção total da força cisalhante (ponto D), tensões cisalhantes superficiais não nulas, mas em equilíbrio, persistem. Isso significa que o atrito no contato é não linear e as tensões cisalhantes superficiais e conseqüentemente as tensões e deformações nos corpos em contato são dependentes da história de carregamento. Portanto, a aplicação do princípio de superposição tem de ser exercitada com cuidado em problemas de contato com atrito.

3.1.4 Carga Remota de Fadiga

Se uma carga de fadiga $B(t)$ remota ao contato e moderada é aplicada ao corpo de prova em fase com a carga de contato tangencial (Fig. 3.3), será produzido um deslocamento da zona de adesão e (nos pontos máximo e mínimo de B) ou e' (durante o descarregamento ou recarregamento de B). Pode-se computar o valor desse deslocamento usando-se as equações 3.18 e 3.19. Novamente, os detalhes relativos à obtenção dessas expressões não serão apresentados, mas o seu desenvolvimento pode ser encontrado em Hills *et al.*(1993):

$$\frac{e}{a} = \frac{4\sigma_{max}}{\pi f} k_d, \quad (3.18)$$

$$\frac{e'}{a} = \frac{2\sigma_{max}}{\pi f} k_d, \quad (3.19)$$

onde $k_d = \frac{(1-\nu)}{(4-3\nu)}$.

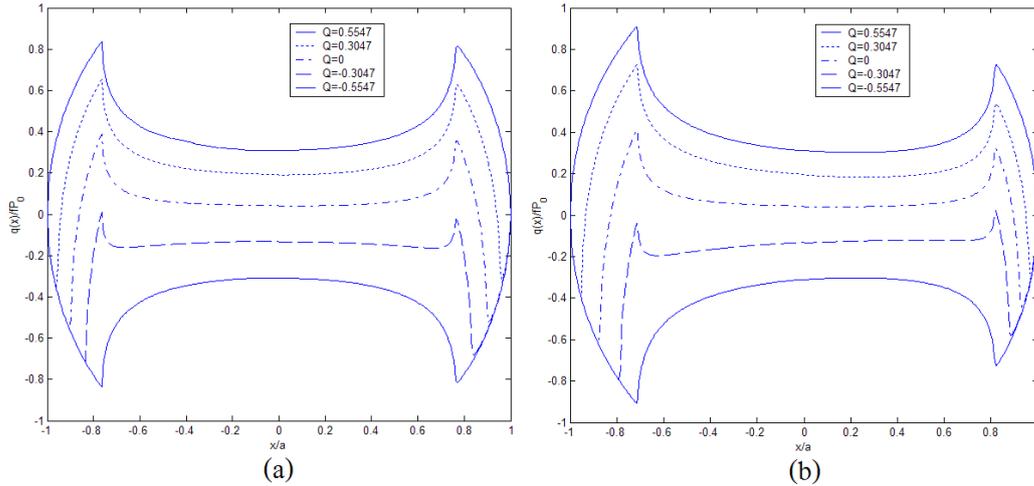


Figura 3.6: Variação das tensões cisalhantes superficiais em diferentes instantes do carregamento cíclico tangencial, com Q/fP variando entre ± 0.5547 . (a) sem o efeito da carga remota; (b) com efeito da carga remota para $\frac{\sigma_B}{p_0}$ variando entre ± 0.2433 .

A Fig. 3.6(b) mostra a história das tensões cisalhantes superficiais para uma combinação das cargas cisalhante e remota. Percebe-se claramente o deslocamento da zona de adesão devido à presença da carga remota. Deve-se ressaltar que a formulação desenvolvida acima para o deslocamento da zona de adesão é somente válida para pequenos valores da carga de fadiga, que irá produzir $(e + c < a)$ e $(e' + c' < a)$. Para carregamentos maiores, o tamanho e a posição da zona de adesão precisam ser calculados numericamente, por exemplo usando programação quadrática (Nowell e Dai, 1998).

3.1.5 Campo de Tensão Cíclico no Interior da Região do Contato

O campo de tensão interior ao contato resultante pode ser obtido pela superposição dos campos de tensões provocados por $p(x)$ e $q(x)$, embora a variação originada pelos termos de perturbação $q'(x)$ e $q''(x)$ tenha que ser levada em conta. É particularmente importante notar que quatro diferentes combinações de superposição serão necessárias para descrever o campo de tensão nos estados de carregamento máximo e mínimo e durante o descarregamento e recarregamento. Assim, o tensor tensão para esse problema de contato sob um regime de escorregamento parcial é dado por:

$$\frac{\sigma\left(\frac{x}{a}, \frac{z}{a}\right)}{p_0} = \frac{\sigma^n\left(\frac{x}{a}, \frac{z}{a}\right)}{p_0} \pm f \frac{\sigma^t\left(\frac{x}{a}, \frac{z}{a}\right)}{p_0} \mp f \frac{c}{a} \frac{\sigma^t\left(\frac{x-e}{c}, \frac{z}{c}\right)}{p_0} + \frac{\sigma_B}{p_0}, \quad (3.20)$$

para os instantes em que $Q(t) = Q_{max}$ e $Q = Q_{min}$, e

$$\begin{aligned} \frac{\sigma\left(\frac{x}{a}, \frac{z}{a}\right)}{p_0} = & \frac{\sigma^n\left(\frac{x}{a}, \frac{z}{a}\right)}{p_0} \pm f \frac{\sigma^t\left(\frac{x}{a}, \frac{z}{a}\right)}{p_0} \mp 2f \frac{c'(t)}{a} \frac{\sigma^t\left(\frac{x-e'(t)}{c'(t)}, \frac{z}{c'(t)}\right)}{p_0} + \\ & \pm f \frac{c}{a} \frac{\sigma^t\left(\frac{x-e}{c}, \frac{z}{c}\right)}{p_0} + \frac{\sigma_B(t)}{p_0}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

durante o descarregamento e o recarregamento, onde

$$\sigma_B = \frac{B}{A} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

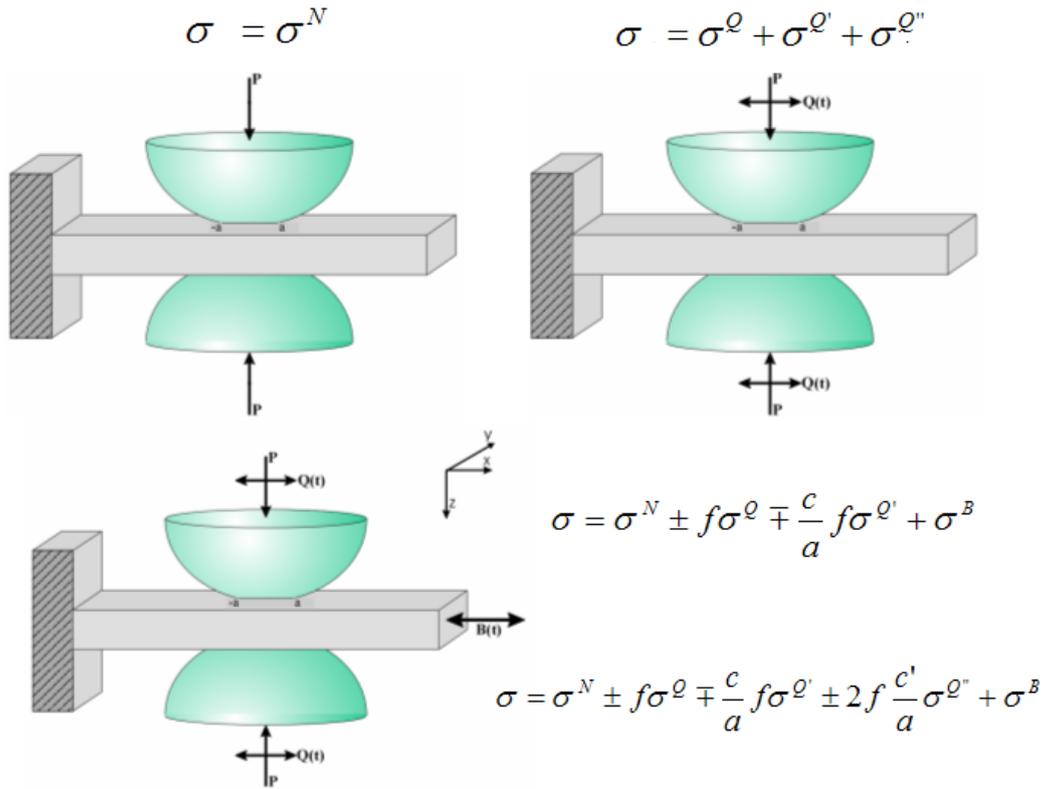


Figura 3.7: Sobreposição dos tensores tensão gerados pela aplicação da força normal(a), seguida da força cisalhante(b) e da carga remota de fadiga(c)

No instante de Q_{max} , o sinal do 2º termo da equação 3.20 é positivo, enquanto o sinal do 3º termo é negativo. Os sinais se invertem na ocorrência de Q_{min} . Já, durante o descarregamento, o sinal do 2º termo da equação 3.21 é negativo, o do 3º termo é positivo e o do 4º termo é negativo. Da mesma forma como acontece com os sinais nos instantes de carga máxima e mínima, os sinais se invertem durante o carregamento. Os sobrescritos n e t referem-se aos tensores de tensão produzidos pelos carregamentos normal e tangencial, respectivamente. Esses tensores podem ser avaliados usando-se os potenciais de Muskhelishvili (Muskhelishvili, 1953, Hills *et al.*, 1993) e considerando um estado plano de deformação.

Expressões explícitas para o campo de tensões gerado pelas cargas de contato normal ($\frac{\sigma^n(\frac{x}{a}, \frac{z}{a})}{p_0}$) e tangencial ($\frac{\sigma^t(\frac{x}{a}, \frac{z}{a})}{p_0}$) para contatos esféricos são apresentadas em Hamilton(1983) e Hills *et al.*(1993). Essas expressões são mostradas abaixo.

O leitor deve notar que existem expressões para o cálculo do campo de tensão válidas somente na superfície do contato ($z = 0$), e outras válidas para o interior ($z > 0$). Por isso, deverá se tomar cuidado na utilização delas para a obtenção do tensor tensão na superfície de contato e no centro do volume estrutural. Existe também mais uma delimitação que se refere a expressões válidas apenas dentro da região delimitada pelo tamanho de contato ($-a \leq x \leq a$) e para fora dela ($-a > x > a$). Dessa forma, as

expressões utilizadas para cada região estão relacionadas a seguir. Da mesma forma que anteriormente, os índices n e t se referem ao campo de tensão gerado devido à força normal e tangencial, respectivamente.

Expressões válidas na superfície ($z = 0$) e fora da região de contato ($-a > x > a$).

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_{xx}^n}{p_0} &= (1 - 2\nu) \times \frac{x^2 - y^2}{3r^4} \\
\frac{\sigma_{yy}^n}{p_0} &= (1 - 2\nu) \times \frac{y^2 - x^2}{3r^4} \\
\frac{\tau_{xy}^n}{p_0} &= 2xy \times \frac{1 - 2\nu}{3r^4} \\
\frac{\tau_{yz}^n}{p_0} &= 0 \\
\frac{\tau_{zx}^n}{p_0} &= 0 \\
\frac{\sigma_{xx}^t}{fp_0} &= -\frac{x}{r^4} \times \left(2(r^2 + \nu y^2)F_0 + \nu \left[3 - 4 \left(\frac{x}{r} \right)^2 \right] H_0 \right) \\
\frac{\sigma_{yy}^t}{fp_0} &= -\frac{\nu x}{r^4} \times \left(2x^2 F_0 + \left[1 - 4 \left(\frac{y}{r} \right)^2 \right] H_0 \right) \\
\frac{\sigma_{zz}^t}{fp_0} &= 0 \\
\frac{\tau_{xy}^t}{fp_0} &= -\frac{y}{r^4} \times \left((r^2 - 2\nu x^2)F_0 + \nu \left[1 - 4 \left(\frac{x}{r} \right)^2 \right] H_0 \right) \\
\frac{\tau_{zx}^t}{fp_0} &= 0 \\
\frac{\tau_{yz}^t}{fp_0} &= 0
\end{aligned}$$

Expressões válidas na superfície ($z = 0$) e no interior da região de contato ($-a \leq x \leq a$)

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{xx}^n}{p_0} &= \frac{1}{r^2} \times \left(\frac{y^2 - x^2}{r^2} \frac{1 - 2\nu}{3} [(1 - r^2)^{3/2} - 1] - (x^2 + 2\nu y^2) \sqrt{1 - r^2} \right) \\ \frac{\sigma_{yy}^n}{p_0} &= \frac{1}{r^2} \times \left(\frac{x^2 - y^2}{r^2} \frac{1 - 2\nu}{3} [(1 - r^2)^{3/2} - 1] - (y^2 + 2\nu x^2) \sqrt{1 - r^2} \right) \\ \frac{\sigma_{zz}^n}{p_0} &= -\sqrt{1 - r^2} \\ \frac{\tau_{xy}^n}{p_0} &= (1 - 2\nu) \times \frac{xy}{r^2} \times \left(\sqrt{1 - r^2} + \frac{2}{3r^2} [(1 - r^2)^{3/2} - 1] \right) \\ \frac{\tau_{yz}^n}{p_0} &= 0 \\ \frac{\tau_{zx}^n}{p_0} &= 0 \\ \frac{\sigma_{xx}^t}{fp_0} &= -\frac{\pi x}{2} \times \left(1 + \frac{nu}{4} \right) \\ \frac{\sigma_{yy}^t}{fp_0} &= -\frac{3\pi\nu x}{8} \\ \frac{\sigma_{zz}^t}{fp_0} &= 0 \\ \frac{\tau_{xy}^t}{fp_0} &= \frac{\pi y}{4} \left(\frac{\nu}{2} - 1 \right) \\ \frac{\tau_{zx}^t}{fp_0} &= -\sqrt{1 - r^2} \\ \frac{\tau_{yz}^t}{fp_0} &= 0 \end{aligned}$$

Onde:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ F_0 &= -\frac{1}{2}\sqrt{r^2 - 1} + \frac{1}{2}r^2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{r^2 - 1} \right) \\ H_0 &= \frac{1}{2}(r^2 - 1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4}r^4 \tan^{-1} \left(\frac{1}{r^2 - 1} \right) - \frac{1}{4}r^2 \sqrt{r^2 - 1} \end{aligned}$$

Expressões válidas no centro do volume estrutural ($z \neq 0$)

$$\frac{\sigma_{xx}^n}{p0} = (1 - 2\nu) \frac{1}{3r^4} (x^2 - y^2) \left(1 - \frac{z^3}{u^3}\right) + \frac{z}{u} \left[(1 + \nu) u \arctan\left(\frac{1}{u}\right) - 2\nu - (1 - \nu) \frac{u^2}{1 + u^2} \right. \\ \left. - (1 - 2\nu) \frac{x^2}{r^2(1 + u^2)} - \frac{x^2 u^4}{(1 + u^2)^2 (u^4 + z^2)} \right]$$

$$\frac{\sigma_{yy}^n}{p0} = (1 - 2\nu) \frac{1}{3r^4} (x^2 - y^2) \left(\frac{z^3}{u^3} - 1\right) + \frac{z}{u} \left[(1 + \nu) u \arctan\left(\frac{1}{u}\right) - 2\nu - (1 - \nu) \frac{u^2}{1 + u^2} \right. \\ \left. - (1 - 2\nu) \frac{y^2}{r^2(1 + u^2)} - \frac{y^2 u^4}{(1 + u^2)^2 (u^4 + z^2)} \right]$$

$$\frac{\sigma_{zz}^n}{p0} = -\frac{z^3}{u(u^4 + z^2)}$$

$$\frac{\tau_{xy}^n}{p0} = -\frac{xyz u^3}{(1 + u^2)(u^4 + z^2)} + (1 - 2\nu) J$$

$$\frac{\tau_{yz}^n}{p0} = -\frac{yz^2 u}{(1 + u^2)(u^4 + z^2)}$$

$$\frac{\tau_{zx}^n}{p0} = -\frac{xz^2 u}{(1 + u^2)(u^4 + z^2)}$$

$$\frac{\sigma_{xx}^t}{fp0} = -\left[\frac{\sigma_{yy}^t}{fp0} + \frac{\sigma_{yy}^t}{fp0} \right] - x(1 + \nu) \left[\arctan\left(\frac{1}{u}\right) - \frac{u}{1 + u^2} \right]$$

$$\frac{\sigma_{yy}^t}{fp0} = 2\nu x \left[-\frac{3}{8} \arctan\left(\frac{1}{u}\right) + \frac{u}{4(1 + u^2)^2} + \frac{3u}{8(1 + u^2)} - \frac{y^2 u^5}{(1 + u^2)^3 (u^4 + z^2)} \right] + (1 - 2\nu) z \frac{\partial J}{\partial y}$$

$$\frac{\sigma_{zz}^t}{fp0} = -\frac{xz^2 u}{(1 + u^2)(u^4 + z^2)}$$

$$\frac{\tau_{xy}^t}{fp0} = 2\nu y \left[\frac{1}{8} \arctan\left(\frac{1}{u}\right) - \frac{u}{8(1 + u^2)} + \frac{u}{4(1 + u^2)^2} - \frac{x^2 u^5}{(1 + u^2)^3 (u^4 + z^2)} \right] \\ - \frac{y}{2} \left[\arctan\left(\frac{1}{u}\right) - \frac{u}{1 + u^2} \right] + (1 - 2\nu) z \frac{\partial J}{\partial x}$$

$$\frac{\tau_{zx}^t}{fp0} = z \left[\frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{u}\right) - \frac{1}{u} - \frac{u}{2(1 + u^2)} - \frac{x^2 u^3}{(1 + u^2)^2 (u^4 + z^2)} \right]$$

$$\frac{\tau_{yz}^t}{fp0} = -\frac{xyz u^3}{(1 + u^2)^2 (u^4 + z^2)}$$

Onde:

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$J = \frac{xy}{3r^4} \left[\left(\frac{z}{u}\right)^3 - 3\left(\frac{z}{u}\right) + 2 \right]$$

$$\frac{\partial J}{\partial x} = J \frac{(y^2 - 3x^2)}{xr^4} + \frac{ux^2 yz}{r^2(u^4 + z^2)(1 + u^2)}$$

$$\frac{\partial J}{\partial y} = J \frac{(x^2 - 3y^2)}{yr^4} + \frac{uxy^2 z}{r^2(u^4 + z^2)(1 + u^2)}$$

E u^2 é a maior raiz de:

$$\frac{r^2}{1+u^2} + \frac{z^2}{u^2}$$

Capítulo 4

Mecânica da Fratura e Teoria da Distância Crítica de Taylor

4.1 Mecânica da Fratura

Fratura devido a cargas cíclicas é conhecida como fadiga, e essa é reconhecidamente a maior causa de falha de componentes mecânicos. É conveniente dividir o fenômeno de fratura por fadiga em três etapas: (i) iniciação de trincas; (ii) propagação da trinca, onde se avaliaria a trinca até um tamanho crítico suportado pelo componente; e (iii) ruptura ou falha catastrófica da estrutura. A mecânica da fratura é a ciência que estuda as etapas (ii) e (iii) deste fenômeno.

4.1.1 Tensão na Ponta da Trinca

Uma trinca em um sólido pode-se propagar em diferentes modos, como ilustrado na figura 4.1. Os modos *I*, *II* e *III* são denominados de "modo de abertura", "modo de cisalhamento" e "modo de rasgamento", respectivamente.

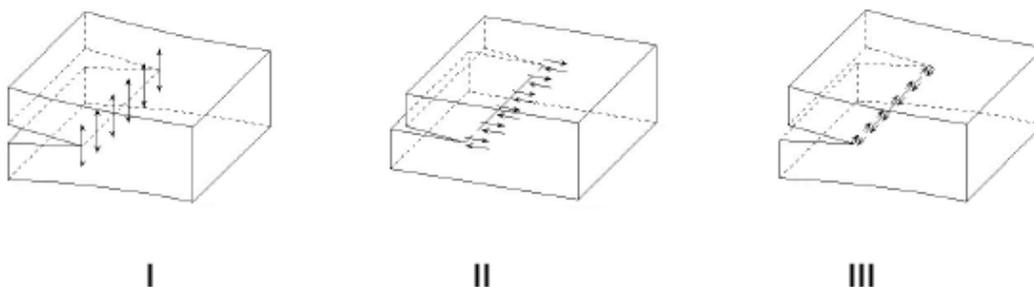


Figura 4.1: Modos de propagação de trincas.

Considere uma trinca de comprimento $2b$ em um plano infinito sujeita a uma tensão σ no modo *I*. Um elemento $dx dy$ do plano a uma distância r da ponta da trinca e a um ângulo θ em relação ao plano da trinca (Figura 4.2) experimenta tensões normais

σ_{xx} e σ_{yy} e uma tensão cisalhante τ_{xy} . De acordo com a teoria da elasticidade pode-se mostrar que essas tensões são dadas pelas relações:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{\sigma\sqrt{\pi b}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \dots \\ \sigma_{yy} &= \frac{\sigma\sqrt{\pi b}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \dots \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma\sqrt{\pi b}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots\end{aligned}\tag{4.1}$$

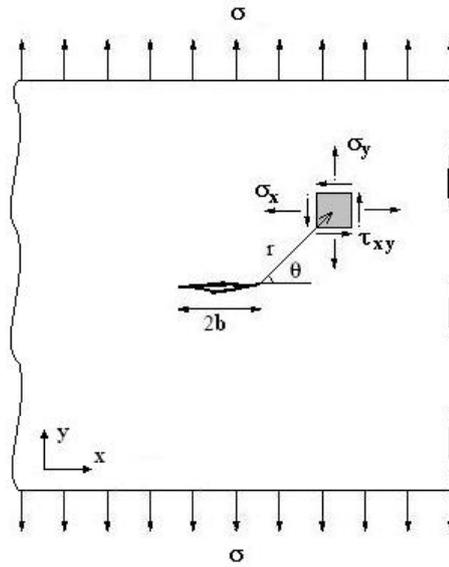


Figura 4.2: Trinca em um plano infinito sujeita a uma tensão normal.

As equações 4.1 são os primeiros termos de uma expansão em série, somente válidas para $r \ll b$. Elas mostram que $\sigma \rightarrow \infty$ quando $r \rightarrow 0$ (ponta da trinca) e que as mesmas são produto da posição geométrica $(1/\sqrt{2\pi r})f(\theta)$ e um fator de correção $\sigma\sqrt{\pi b}$, que é chamado de fator intensidade de tensão do modo I, K_I . O fator intensidade de tensão determina a magnitude das tensões elásticas nas proximidades da ponta de trinca. K foi obtido considerando (i) apenas o 1º termo de uma expansão em série (para os termos subseqüentes, a tensão é proporcional a potências de r) e (ii) uma análise linear e elástica. Portanto, a aplicabilidade de K está restrita a regiões próximas da ponta da trinca, onde $r \gg b$, e a condições de escoamento de pequena escala, ou seja, a região plastificada na frente da trinca deve ser muito menor que a região de dominância de K .

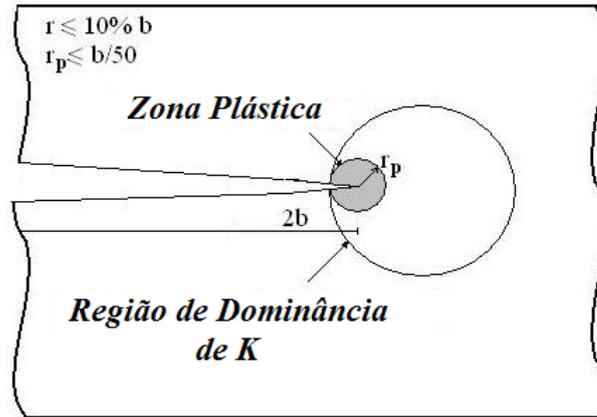


Figura 4.3: Zonas plástica e de dominância de K na ponta de uma trinca

4.1.2 Propagação da Trinca

O fator intensidade de tensão (K) é uma medida da tensão e da deformação nas proximidades da ponta da trinca. Portanto, é também esperado que a taxa de propagação da trinca esteja relacionada, de alguma maneira, a K :

$$\frac{db}{dN} = f(\Delta K), \quad (4.2)$$

onde db/dN é a taxa de crescimento, N é o número de ciclos de fadiga e ΔK é a faixa de variação do fator intensidade de tensão que ocorre na ponta da trinca. Se os resultados de um grande número de testes forem dispostos em um diagrama com escalas logarítmicas de db/dN contra ΔK , obtêm-se gráficos do tipo mostrado na figura 4.4. No ponto onde a curva toca o eixo ΔK , obtemos um valor que é característico do material, denominado fator de intensidade de tensão limiar ΔK_{th} . Para valores de ΔK igual ou inferiores a ΔK_{th} , a taxa de crescimento da trinca é considerada nula. No estágio 1 de crescimento, há um forte aumento de taxa de propagação da trinca com ΔK . O estágio 2, parte linear do gráfico, pode ser descrito pela Lei de Paris (Paris, 1961):

$$\frac{db}{dN} = B(\Delta K)^m, \quad (4.3)$$

onde B e m são constantes do material. Finalmente, no estágio 3 a trinca se torna tão grande que a zona plástica na ponta da trinca começa a dominar o seu comportamento, e o componente falha.

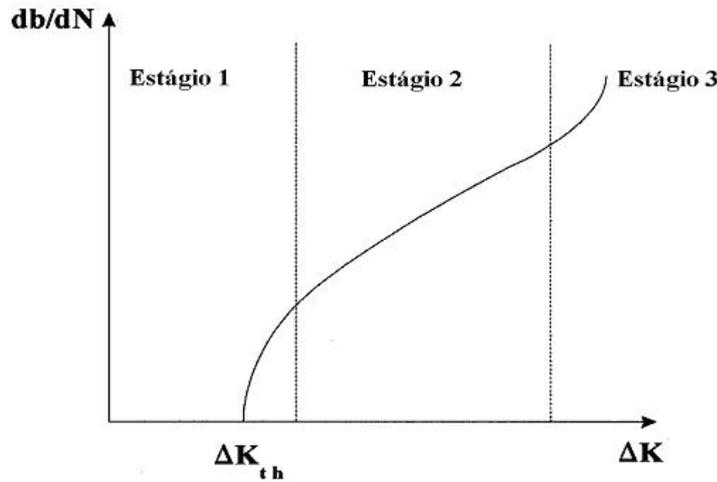


Figura 4.4: Taxa de crescimento em função de ΔK .

4.1.3 Trincas Curtas

A caracterização do crescimento de trincas de fadiga sob as bases da Mecânica da Fratura Linear Elástica apóia-se em testes experimentais de fadiga em corpos de prova contendo trincas “longas”, caracterizadas tipicamente por dezenas de milímetros de comprimento. Existe, entretanto, um grande número de componentes sob condições críticas de fadiga, tal como pás e discos de turbinas, cujo projeto requer um entendimento das características de propagação de trincas de dimensões significativamente pequenas.

A taxa de crescimento de trincas curtas pode ser significativamente maior que a correspondente taxa para trincas longas, quando caracterizadas em termos do mesmo fator intensidade de tensão. Observa-se, ainda, que pequenas trincas crescem a taxas consideráveis quando o ΔK nominal é menor que o fator intensidade de tensão limiar ΔK_{th} obtido para trincas longas.

A primeira observação relatada de crescimento acelerado de trincas curtas de fadiga é atribuída a Pearson (1975), que examinou os efeitos do tamanho da trinca nas taxas de propagação em uma liga de alumínio endurecida. Ele achou que trincas curtas superficiais, 0,006 até 0,5mm de profundidade, cresciam 100 vezes mais rápido que trincas mais longas, com dezenas de milímetros de tamanho, quando submetidas ao mesmo ΔK nominal. Essa investigação indicou também a possibilidade do avanço de trincas curtas submetidas a faixas de tensão nominal abaixo do limiar para trincas longas. Estudos posteriores (Lankford, 1982 e 1986, Miller *et al.*, 1986, e Kitagawa e Tanaka, 1990) considerando diferentes materiais têm mostrado várias acelerações e desacelerações transitórias associadas com o crescimento subcrítico de trincas curtas de fadiga. Smith *et al.* (1996) estudaram o comportamento de trincas curtas em uma super liga de níquel, conhecida como *Waspaloy*, a qual é usada para fabricação de pás

de turbinas e compressores em motores de aeronaves. Acelerações e retardos na taxa de crescimento da trinca são observados com o crescimento do seu comprimento até que esta se torne uma trinca longa, cujo comportamento é caracterizado pela Mecânica da Fratura Elástica Linear. Tem-se relatado que o retardamento da trinca ocorre quando a sua ponta alcança algum tipo de barreira microestrutural, como por exemplo o contorno de grão. Na verdade, na interação da ponta da trinca com o contorno de grão podem ocorrer as seguintes conseqüências:

- i) um retardo na taxa de crescimento da trinca ocorre até que a zona plástica atinja um tamanho considerável dentro do grão vizinho;
- ii) o crescimento da trinca pode ser interrompido se as bandas de escorregamento na ponta da trinca forem bloqueadas pelo contorno de grão;
- iii) uma mudança na força motriz na ponta da trinca provocada pela deflexão da trinca, associada à reorientação cristalográfica da ponta da trinca à medida que ela atravessa o contorno de grão.

Transição entre Trincas Curtas e de Tamanho Limiar

Considerando dados para trincas curtas obtidos para uma larga variedade de materiais, Kitagawa e Takahashi(1976) demonstraram que existe um tamanho crítico ou intrínseco b_0 abaixo do qual ΔK_{th} decresce com o decrescimento do tamanho da trinca. Para $b < b_0$, observou-se (figura 4.5) que a condição limiar é caracterizada por uma faixa de tensão crítica $\Delta\sigma_{th}$, a qual se aproxima do limite de fadiga para corpos lisos σ_{fl} . Para $b > b_0$, também observou-se que ΔK_{th} é independente do tamanho da trinca. Esse valor de ΔK será denominado, deste ponto em diante, de faixa de fator intensidade de tensão limiar para trincas longas, ou ΔK_0 .

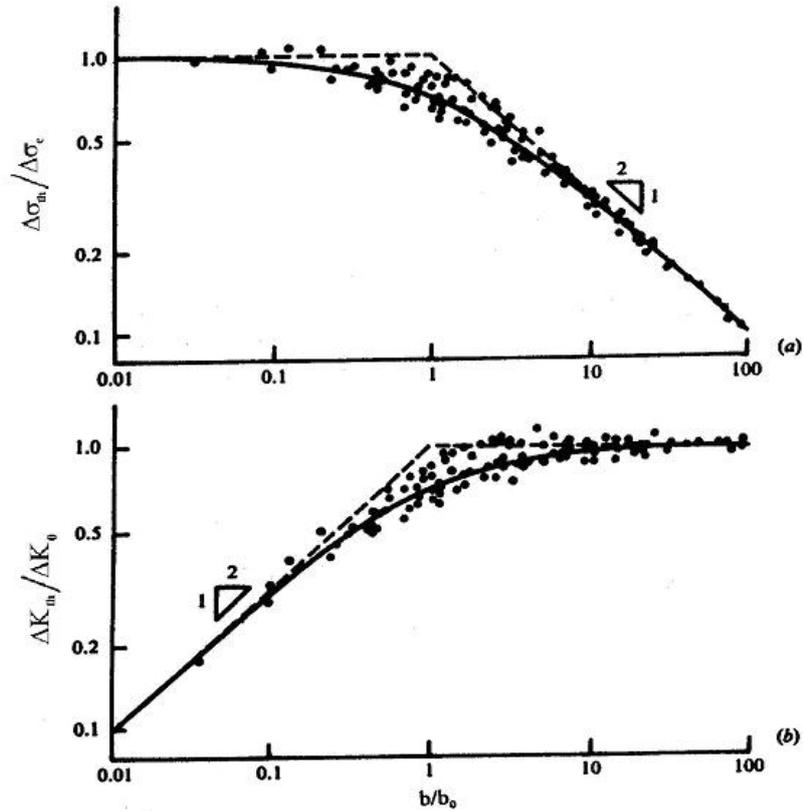


Figura 4.5: O efeito do tamanho da trinca na (a) tensão limiar e no (b) fator intensidade de tensão para uma larga variedade de ligas de engenharia (Dowling, 1993).

Dessa maneira, El Haddad *et al.*(1979) propuseram a seguinte expressão para o fator intensidade de tensão de uma trinca de comprimento efetivo ($b + b_0$):

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi(b + b_0)}, \quad (4.4)$$

onde $\Delta \sigma$ é a faixa de tensão aplicada e b_0 é o tamanho intrínseco da trinca, uma constante para um dado material.

A equação 4.4 é uma simples formulação empírica, sem interpretação física, que prediz maiores valores de ΔK para trincas curtas. A tensão limiar para trincas curtas irá se aproximar do limite de fadiga do material $\Delta \sigma_{fl}$ obtido a partir de espécimes lisos. Note que da equação 4.4 o fator intensidade de tensão limiar pode ser obtido como:

$$\Delta K_0 = \Delta \sigma_{fl} \sqrt{\pi b_0} \quad (4.5)$$

Colocando-se b_0 em evidência temos,

$$b_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta \sigma_{fl}} \right)^2 \quad (4.6)$$

Em uma trinca de um tamanho efetivo $(b + b_0)$, a tensão limiar é obtida da equação 4.4 como:

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_0}{\sqrt{\pi(b + b_0)}} \quad (4.7)$$

Normalizando ambos os lados com relação aos limites de fadiga do material:

$$\frac{\Delta\sigma_{th}}{\Delta\sigma_{fl}} = \sqrt{\frac{b_0}{(b + b_0)}} \quad (4.8)$$

Como mencionado, algumas observações experimentais têm revelado que para valores inferiores a b_0 o valor da faixa do fator intensidade de tensão limiar decresce com a diminuição do comprimento da trinca, portanto uma expressão que descreve esse comportamento visto em tal região pode ser desenvolvida como segue:

$$\Delta K_{th}(b) = \Delta\sigma_{th}\sqrt{\pi b}, \quad (4.9)$$

ou normalizando com relação a ΔK_0 (equação 4.5)

$$\frac{\Delta K_{th}(b)}{\Delta K_0} = \frac{\Delta\sigma_{th}}{\Delta\sigma_{fl}} \sqrt{\frac{b}{b_0}} \quad (4.10)$$

Substituindo a equação 4.8 em 4.10 obtemos

$$\frac{\Delta K_{th}(b)}{\Delta K_0} = \sqrt{\frac{b}{(b + b_0)}} \quad (4.11)$$

ou, considerando a observação anterior de Kitagawa e Takahashi (1976), a equação 4.10 pode ser escrita em uma forma simplificada dependente do tamanho de trinca b como:

(i) Para $b > b_0$

$$\frac{\Delta K_{th}}{\Delta K_0} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\sigma_{th}}{\sigma_{fl}} = \sqrt{\frac{b}{(b + b_0)}} \quad (4.12)$$

(ii) Para $b < b_0$

$$\frac{\Delta\sigma_{th}}{\Delta\sigma_{fl}} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K_0} = \sqrt{\frac{b}{b_0}} \quad (4.13)$$

4.2 Método da Distância Crítica de Taylor

A falha por fadiga em componentes geralmente ocorre devido a características geométricas que causam: (1) concentração local de tensão, (2) um gradiente de tensão orientado na ponta do entalhe para o centro do corpo de prova, (3) um estado triaxial de tensões. Sabe-se que o comportamento à fadiga de um entalhe ou outro concentrador de tensões não é determinado apenas pela máxima tensão local, mas depende também de outros fatores determinados pela geometria do entalhe e da distribuição local de tensão. Portanto, o fator de redução de resistência à fadiga K_f não é geralmente o mesmo que o fator concentração de tensão K_t , principalmente para entalhes agudos e entalhes em materiais de baixa resistência. Esse problema já é conhecido há algum tempo, e dois tipos de solução foram propostos. Primeiramente, a “aproximação de deformação local” é baseada na idéia que a plasticidade modifica o comportamento de entalhes agudos; logo, entalhes são caracterizados de acordo com sua deformação plástica local. Segundo, existem vários métodos propostos para calcular os valores da tensão no entalhe pela introdução de um fator baseado na geometria do entalhe ou no gradiente local de tensão.

Fundamentalmente, todos os métodos da segunda classe baseiam-se na idéia da “distância crítica” ou “zona de processo”: é proposto que para que a falha por fadiga ocorra, o nível de tensão deve ser alto o suficiente não somente no ponto de máxima tensão, mas também por uma distância em torno desse ponto. A maioria das teorias assumem que um parâmetro importante é a média da tensão sobre um volume crítico, mas por conveniências de cálculo isto tem sido simplificado, considerando-se apenas a tensão em um único ponto a uma dada distância do ponto de tensão máxima ou a tensão média sobre uma linha de tamanho determinado. A referida distância é dependente do material: Peterson (1959) e Neuber (1958) acharam relações empíricas que os possibilitaram estimar tais distâncias para uma classe específica de materiais, mas devido à imprecisão dessas estimativas elas não foram mais empregadas. Mais recentemente Tanaka propôs que o valor da distância crítica poderia ser calculado por um parâmetro da Mecânica da Fratura, b_0 , previamente definido por El Haddad *et al.* (1979):

$$b_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_0}{F \Delta \sigma_{fl}} \right)^2, \quad (4.14)$$

onde F é um fator geométrico, ΔK_0 e $\Delta \sigma_{fl}$ são o valor limite do fator intensidade de tensão e o limite de fadiga do material, respectivamente, com a razão R apropriada.

Tanaka (1983) considerou dois caminhos possíveis para a solução, que de acordo com Peterson envolve o simples uso da tensão no ponto, e de acordo com Neuber (1958) envolve a média da tensão na linha. Ele mostrou que, para o caso particular de

entalhe agudo, essas distâncias eram $b_0/2$ e $2b_0$, respectivamente; assim, ele assumiu a hipótese que estas mesmas distâncias podem ser apropriadas também na análise de entalhes. Essa mesma observação foi feita por Taylor (1999), que também testou a hipótese acima, comparando-a com os dados experimentais de entalhes padrão em corpos de provas testados, e usou-a na previsão do limite de fadiga para componentes. Foi descoberto que boas previsões (dentro de 20% do limite de fadiga) poderiam ser obtidas para uma larga quantidade de materiais, geometria de entalhes e condições de carregamento.

Um efeito interessante que surge da análise de entalhes é que, em componentes que contêm mais de um concentrador de tensão, a falha por fadiga pode não ocorrer no concentrador que cria a maior tensão. Considere, por exemplo, dois entalhes, um que seja agudo, mas relativamente raso, e outro suave, mas profundo. A tensão máxima pode ocorrer na extremidade do entalhe agudo, mas a falha pode ocorrer preferencialmente na extremidade do entalhe suave.

O método da distância crítica pode prever esse comportamento: uma vez que o entalhe agudo tem maior gradiente de tensão, a tensão na distância crítica $b_0/2$ (ou a média sobre $2b_0$) pode ser menor que para o entalhe suave. O método da distância crítica pode também prever esse efeito, mas uma dificuldade surgiu em seu uso. Por exemplo, a equação de Peterson, a qual prediz K_f a partir de K_t , usa o raio na raiz do entalhe, o qual pode não ser bem definido para componentes de formas mais complexas. Também K_f e K_t podem não ser bem definidos, pois dependem da definição da tensão nominal no componente. A abordagem da deformação local pode ser capaz de prever o local de fratura corretamente, mas na prática esse resultado pode somente ser alcançado mediante uma análise da tensão elasto-plástica que permita redistribuir o campo de tensão local.

4.3 Dano por Fadiga e o Volume Estrutural proposto por Taylor

O uso de Modelos de Fadiga em conjunto com Teorias de Distância Crítica (TDC) é baseado na hipótese de que a iniciação de trincas ocorre dentro de um volume específico. Pressupõe-se que o tamanho desse volume é independente das características do concentrador de tensão e do campo de tensão produzido na região onde ocorre a falha (Taylor, 2004).

Para determinar o tamanho desse volume, considere uma placa infinita com uma trinca central e passante, como mostra a Fig. 4.6. Essa placa é submetida a uma carga remota e alternada de fadiga ($R = -1$). Observando que graças às considerações supracitadas não se observa o efeito da geometria, do gradiente de tensão e das tensões

médias não nulas sobre o crescimento da trinca, a configuração adotada pode então ser considerada como representativa do comportamento puro do material em termos da fratura.

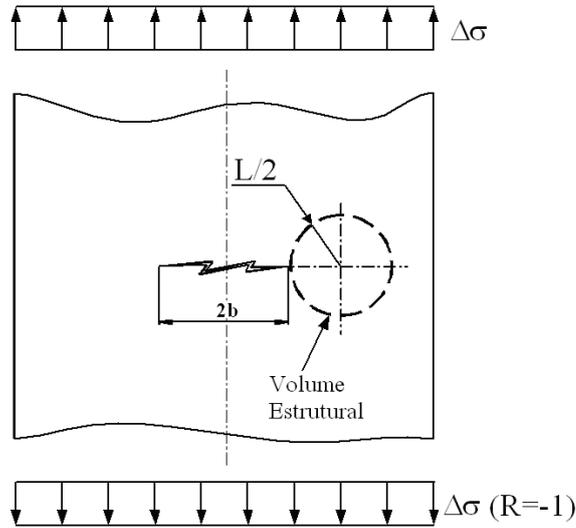


Figura 4.6: Placa Infinita com uma trinca central e passante submetida a uma carga remota e alternada de fadiga.

Considerando nesse momento a curva Kitagawa-Takahashi (Fig. 4.5), pode-se notar que esta é construída a partir de duas curvas que se interceptam em um ponto específico. A curva horizontal corresponde ao valor do limite de fadiga convencional, a curva inclinada é construída a partir dos conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica e o ponto onde as duas curvas se interceptam determina um comprimento. Este é dado por:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_{fl}} \right)^2, \quad (4.15)$$

onde $\Delta \sigma_{fl}$ é o limite de fadiga do material e ΔK_{th} é o fator de intensidade de tensão limiar. Ambos são determinados a uma razão de tensão R igual a -1. Como a variável L é obtida a partir de duas propriedades materiais, essa também será uma propriedade material (Taylor, 1999).

Observando o comportamento do Diagrama de Kitagawa-Takahashi, verifica-se que trincas com comprimento b menor que o comprimento L não afetam o limite de fadiga. Ou seja, o limite de fadiga praticamente não será alterado pela presença dessas trincas, desde que elas estejam confinadas dentro de uma área com comprimento característico igual a L .

É importante notar que quando um componente está em condições próximas ao seu limite de fadiga algumas microtrincas quase sempre estarão presentes no interior

do volume estrutural. Porém, nestas condições essas trincas irão encontrar contornos de grãos ou barreiras microestruturais que impedem o seu crescimento. É sob essas condições que a equação 4.15 tem validade. Já nos casos em que o componente possui entalhes agudos mas também está no limite de fadiga, o máximo tamanho das microtrincas bloqueadas é dado pela equação 4.14, onde F é um fator geométrico que adquire valores maiores que 1. Isto torna evidente que trincas bloqueadas em condições limites de fadiga sempre estão confinadas dentro do volume estrutural, mesmo quando elas alcançam seu tamanho máximo. Todos os argumentos citados acima parecem suportar fortemente a idéia de que a zona de processo na fadiga tem um tamanho que é diretamente relacionado com um comprimento característico L , próprio do material. Mais ainda, estudos recentes verificaram que as microtrincas contidas no volume estrutural crescem inicialmente de forma similar ao clássico estágio 1. Os mesmos estudos mostraram que o comprimento desse primeiro estágio de propagação de trincas é igual a $L/2$. Quando as trincas são maiores que $L/2$, estas tendem a se orientar na direção da máxima carga que ocasiona o Modo I (estágio 2) de propagação (Fig. 4.1). Portanto, se assumirmos que o processo de iniciação da trinca é o estágio mais importante para determinação do limite de fadiga, é lógico supor que critérios multiaxiais são os mais apropriados para quantificar esse fenômeno.

Capítulo 5

Fadiga Uniaxial e Multiaxial

5.1 Fadiga Uniaxial

5.1.1 Curva S-N

As leis ou equações que definem o comportamento do material em fadiga são geralmente relações obtidas experimentalmente ensaiando corpos de prova do material que se deseja estudar. Nessas leis, relaciona-se a amplitude de tensões ou deformações com o número de ciclos gasto até se atingir a falha completa do corpo.

Métodos para caracterização da vida em fadiga em termos da tensão nominal surgiram a partir do trabalho de Wöhler (1860), que analisou o fenômeno de fadiga para eixos de máquinas ferroviárias. Tal método é baseado no diagrama de Wöhler (curvas S-N). Esse diagrama correlaciona a amplitude da tensão nominal em um corpo de prova normalizado com o número de ciclos aplicados até a falha do corpo de prova. Os dados são usualmente obtidos a partir de testes de flexão ou de tração/compressão sem a presença de tensões médias.

Em 1910, Basquin observou esses dados e verificou que eles poderiam ser linearizados em um gráfico log-log. A equação 5.1 descreve o comportamento das curvas S-N e é chamada de relação de Basquin:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (N_f)^b, \quad (5.1)$$

onde $\frac{\Delta\sigma}{2}$ é amplitude de tensão, N_f é o número de ciclos de vida, σ'_f é o coeficiente de resistência à fadiga e b é o expoente de resistência à fadiga.

Alguns metais, como por exemplo ligas de aço, quando submetidos a amplitudes de tensão constante, apresentam um limite inferior de tensão abaixo do qual não se observa a falha por fadiga (vida infinita ou acima de 2×10^6 ciclos). Essa amplitude de tensão é conhecida como limite de fadiga, e seu valor varia entre 35% a 50% do limite de resistência (S_u) para a maioria dos aços e ligas de cobre. Nas curvas S-N o

primeiro ponto do gráfico corresponde à tensão alternada para uma vida de 10^3 ciclos (S_{1000}). Essa tensão pode ser estimada em 90% do limite de resistência do material. Ligando-se este ponto ao ponto que define o limite de fadiga, que em geral corresponde ao valor da tensão alternada para 2×10^6 ciclos, obtém-se a estimativa da curva S-N do material em questão:

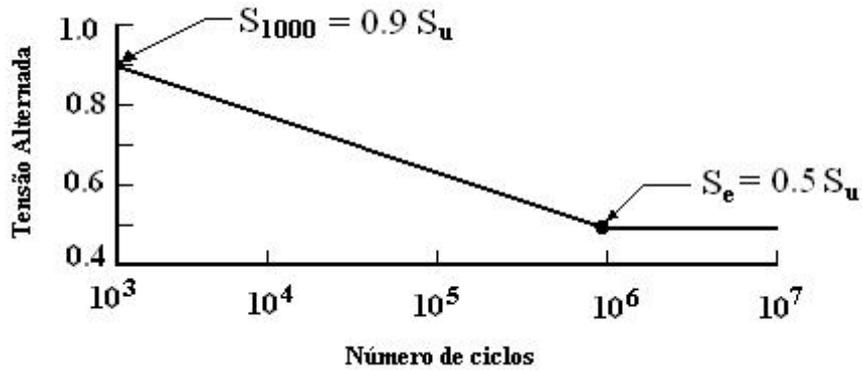


Figura 5.1: Construção da curva S-N.

Vários materiais não possuem um limite de fadiga bem definido. A curva S-N desses materiais continua a declinar vagarosamente. Para tais casos considera-se como limite de fadiga a amplitude de tensão correspondente a uma vida de 10^7 ciclos.

Efeitos da Tensão Média na Vida à fadiga

A maioria dos dados experimentais disponíveis na literatura corresponde a ensaios conduzidos com tensão média igual a zero. Porém, existem várias aplicações em que a tensão média é diferente de zero. O efeito da tensão média é de fundamental importância no comportamento de materiais submetidos a fadiga. A figura 5.2 mostra um ciclo de fadiga senoidal com uma tensão média diferente de zero. Neste caso, a faixa de tensão, a amplitude de tensão e a tensão média são definidas como:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= \sigma_{max} - \sigma_{min} \\ \sigma_a &= \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \\ \sigma_m &= \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \\ \sigma_{max} &= \sigma_m + \sigma_a \end{aligned} \tag{5.2}$$

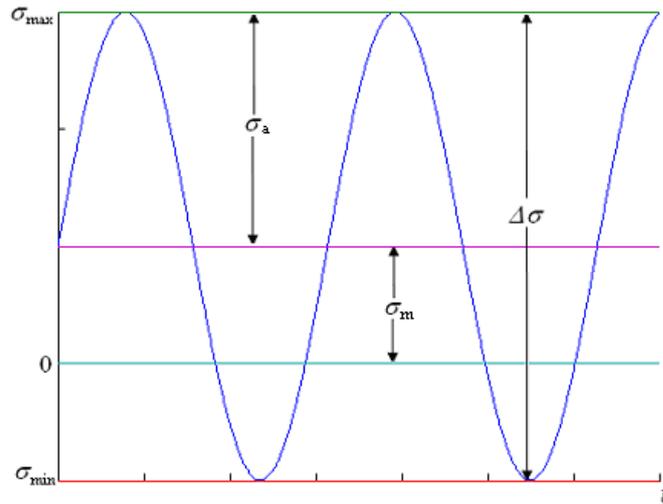


Figura 5.2: Exemplo de um carregamento cíclico.

A tensão média também pode ser caracterizada em termos da razão de tensões, \mathcal{R} :

$$\mathcal{R} = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (5.3)$$

Os efeitos da tensão média podem ser representados em termos de diagramas de vida constante. Nesses diagramas, diferentes combinações de amplitude de tensão e tensão média definem regiões onde um componente poderia operar sem falhar por fadiga após experimentar um determinado número de ciclos de carregamento. Smith, Watson e Topper (1970) propuseram uma relação de vida constante para estimar o efeito da tensão média sob a resistência à fadiga. Essa relação é apresentada nas equações 5.4 e 5.5. A curva de vida constante apresentada nesse tópico pode ser visualizada na figura 5.3.

Relação de Smith-Watson-Topper:

$$\sigma_{ar} = \sqrt{\sigma_{max}\sigma_a} \quad (5.4)$$

ou

$$\sigma_{ar} = \sigma_a \sqrt{\frac{2}{1 - \mathcal{R}}} \quad (5.5)$$

Nessas equações, σ_{ar} é a resistência à fadiga equivalente à do material testado com tensão média nula, ou seja, é a amplitude de tensão em um teste completamente reverso (ou alternado), que resultaria em uma vida idêntica à provocada por um outro teste em que o material fosse solicitado para uma tensão com componentes média e alternada.

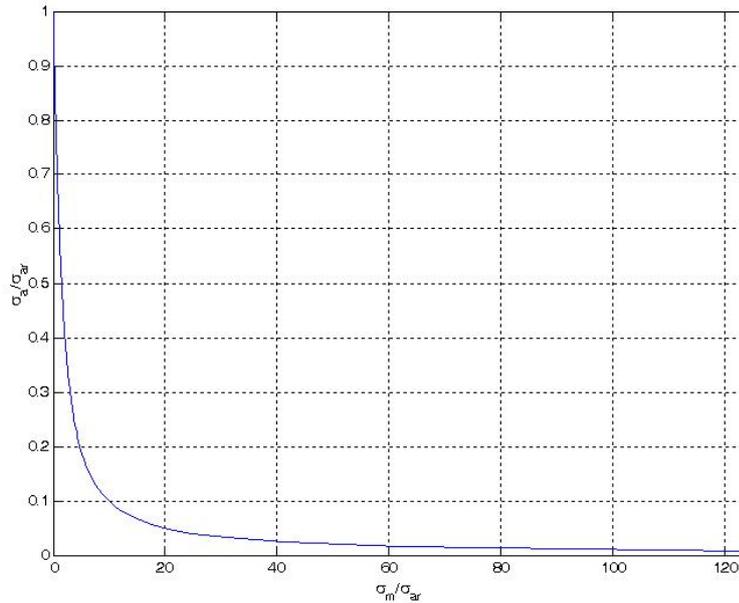


Figura 5.3: Curva de vida constante de Smith-Watson-Topper.

Neste momento é apropriado relatar que testes de fadiga em laboratório para corpos submetidos à torção demonstraram que a tensão média de cisalhamento não afeta a resistência à fadiga (Sines, 1981).

5.2 Fadiga Multiaxial

Fadiga é um processo de degradação que ocorre em componentes mecânicos sujeitos a carregamentos dinâmicos. Eventualmente, esses componentes podem se romper devido à iniciação e posterior propagação de uma ou múltiplas trincas. Quando os carregamentos provocam estados complexos de tensão, o processo é denominado fadiga multiaxial. Na fadiga por *fretting* devido a alto número de ciclos, o campo de tensões é em geral complexo e não proporcional, de modo que o uso de modelos multiaxiais baseados em tensão torna-se mais adequado.

Os critérios para se determinar vida ou resistência à fadiga multiaxial podem ser classificados seguindo algumas abordagens, dentre as quais diversos modelos têm sido propostos, alguns para fadiga com alto número de ciclos (HCF) ¹ e outros para baixo número de ciclos (LCF) ².

Os primeiros critérios de fadiga multiaxial foram de natureza totalmente empírica e amparados pelos extensos trabalhos experimentais produzidos por Gough e Pollard (1935) e Nishihara e Kawamoto (1945). Sines (1955) identificou que a presença de tensões médias cisalhantes não produz efeito na vida à fadiga. Em contrapartida identificou o efeito da amplitude limite das tensões cíclicas, e a partir daí propôs um

¹Abreviação largamente utilizada oriunda do termo em inglês *High Cycle Fatigue* (HCF)

²Abreviação largamente utilizada oriunda do termo em inglês *Low Cycle Fatigue* (LCF)

critério baseado em tensões equivalentes. Nessa abordagem uma amplitude de tensão equivalente é calculada e usada para prever a vida à fadiga a partir de curvas S-N convencionais. Crossland (1956) desenvolveu um modelo similar ao de Sines, mas que considera o valor máximo da pressão hidrostática, e não seu valor médio, como variável fundamental no processo de nucleação da trinca. Mais recentemente, Deperrois (1991) e Bin Li *et al.* (2000) apresentaram critérios também baseados nos invariantes do tensor tensão, mas cujos resultados são significativamente melhores aos obtidos com os modelos de Sines e Crossland.

Muitos modelos tomam a energia dissipada por um material quando submetido a carregamentos cíclicos como parâmetro para se quantificar o dano devido à fadiga (e.g. Halford, (1966), Garud, (1979), Ellyin *et al.*, (1991)). Ellyin e Kujawski (1993) sugeriram que o trabalho realizado por ciclo e a pressão hidrostática eram as variáveis adequadas para se quantificar este dano. Esses modelos seguem a abordagem energética.

As abordagens de plano crítico, por sua vez, consideram que as trincas de fadiga têm origem em certos planos materiais, onde as combinações de tensões ou deformações cisalhantes e normais são particularmente severas. Portanto, esses critérios são capazes de prever não apenas a resistência à fadiga do material e o local de iniciação da trinca, mas também sua orientação. Modelos de plano crítico foram propostos por Brown e Miller (1973), McDiarmid (1974 e 1991) Matake (1977), Socie (1987), Fatemi e Socie (1988), Robert (1991) e Susmel e Lazzarin (2002). Abordagens híbridas combinando os métodos de energia e do plano crítico foram introduzidas por Liu (1993). Ele propôs que os modos de iniciação da trinca associados a círculos de Mohr poderiam ser usados para calcular a energia de deformação sobre o plano crítico. Glinka *et al.* (1995), Lagoda *et al.* (1999) e Varvani-Farahani (2000) também apresentaram critérios do tipo energia/plano crítico.

A abordagem mesoscópica considera que as tensões ou deformações microscópicas são as variáveis controladoras do processo de fadiga. Presume-se que a falha devido a um carregamento cíclico é precedida por uma deformação plástica localizada, que ocorre em grãos cujos planos de escorregamento sejam favoravelmente orientados com a máxima tensão de cisalhamento. Se, após essa deformação permanente localizada, o material se acomodar elasticamente (*shakedown* elástico), a falha não ocorrerá. Note que a falha neste contexto não é caracterizada pela ruptura completa do componente, mas sim pela presença de trincas. Os modelos mesoscópicos de Dang Van (1973, 1989) e de Papadopoulos (1997) têm recebido uma atenção especial de pesquisadores desta área, principalmente devido aos excelentes resultados apresentados. Recentemente, Cruz e Zouain (1998) propuseram um modelo baseado em princípios de acomodação que tem apresentado alguns dos melhores resultados na literatura.

Dentre os vários tipos de abordagem no tocante à fadiga multiaxial, os critérios

escolhidos neste trabalho foram: o critério de plano crítico proposto por Susmel & Lazzarin, pois este tem apresentado ótimos resultados na estimativa do limite de fadiga convencional em componentes com entalhes ou sem entalhe e com estados de tensões complexos; e o critério de Dang Van, a fim de se confrontar os resultados obtidos por ele com o critério que considera a abordagem de plano crítico citado acima.

5.2.1 Critério de Susmel e Lazzarin (O Modelo das Curvas de Wöhler Modificadas)

De acordo com a abordagem do plano crítico, em nível de grão, o estado de tensão cíclico leva à formação de bandas de escorregamento persistentes, paralelas a um certo plano material (ϕ, θ) . Após um certo número de ciclos, devido ao efeitos de concentração de tensão causados pela presença de uma intrusão, ocorre a iniciação de uma microtrinca, causada predominantemente por tensões cisalhantes.

Em se tratando de um estado multiaxial de tensões, deve-se tomar duas hipóteses simplificadoras: (1) as de que as trincas ocorrem de modo transcrystalino nas bandas de escorregamento persistentes e que (2) o material é homogêneo e isotrópico. Assim, torna-se possível afirmar que, de um ponto de vista estatístico, cada plano material (ϕ, θ) possui a mesma quantidade de grãos, os quais possuem um plano estatisticamente mais frágil coincidente com o plano crítico global (ϕ^*, θ^*) . Com isto, e devido ao regime macroscópico puramente elástico, sugere-se que a iniciação das trincas por fadiga depende da maior amplitude de tensão cisalhante τ_a , e que esta ocorre na direção do plano crítico (ϕ^*, θ^*) .

Susmel e Lazzarin (2002) observam ainda que no plano crítico (ϕ^*, θ^*) a tensão normal $\sigma_{n,max}$ insere os efeitos de tensões médias na resistência à fadiga e que a relação ρ (equação 5.18) representa uma relação de dependência com as diferenças de fase entre as sollicitações. Dessa forma, Susmel e Lazzarin propõem em seu modelo que a falha ocorrerá quando:

$$\tau_a(\phi^*, \theta^*) + \kappa \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a}(\phi^*, \theta^*) - \lambda = 0, \quad (5.6)$$

onde: κ e λ são parâmetros materiais definidos de acordo com os tipos de ensaio de fadiga uniaxial considerados.

Aqui serão considerados ensaios de flexão alternada ($\mathcal{R} = -1$) e de flexão repetida ($\mathcal{R} = 0$) para a determinação dessas constantes. Assim, tendo os limites de fadiga à flexão alternada σ_{-1} e à flexão repetida σ_0 , temos, para o teste de flexão repetida:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_a(1 + \text{sen}(t)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Assim, no limite de fadiga:

$$\sigma_{n,max} = \sigma_0, \quad e \quad \tau_a(\theta^*, \phi^*) = \frac{\sigma_0}{2}. \quad (5.8)$$

Para o teste de flexão alternada, tem-se:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_a \text{sen}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.9)$$

fornecendo

$$\sigma_{n,max} = \frac{\sigma_{-1}}{2}, \quad e \quad \tau_a(\theta^*, \phi^*) = \frac{\sigma_{-1}}{2}. \quad (5.10)$$

Substituindo os valores encontrados nas equações 5.8 e 5.10 na equação 5.6, chegamos a um sistema cuja solução fornece:

$$\kappa = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_0}{2}, \quad (5.11)$$

$$\lambda = \sigma_{-1} - \frac{\sigma_0}{2}. \quad (5.12)$$

Os parâmetros $\tau_a(\phi, \theta)$ e $\sigma_{n,max}(\phi, \theta)$ são calculados em todos os possíveis cortes de um ponto material. Dessa forma, seja um plano material Δ qualquer descrito pelos ângulos (ϕ, θ) :

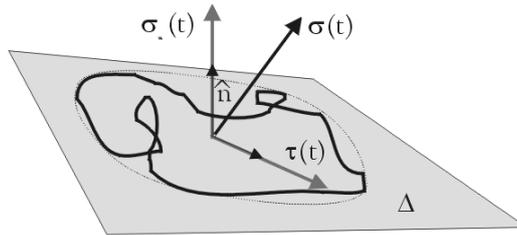


Figura 5.4: Plano de Cauchy.

Tem-se que o vetor normal unitário em coordenadas esféricas $\hat{\mathbf{n}}$ é dado por:

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\phi) \cos(\theta) \\ \sin(\phi) \sin(\theta) \\ \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Assim, o vetor tensão de Cauchy \mathbf{T} nesse plano é:

$$\mathbf{T}(t, \phi, \theta) = \boldsymbol{\sigma}(t)\hat{\mathbf{n}} \quad (5.14)$$

A tensão normal a esse plano é obtida pelo produto interno de $\mathbf{T}(t)$ por $\hat{\mathbf{n}}$:

$$\sigma_n(t, \phi, \theta) = (\mathbf{T}(t, \phi, \theta), \hat{\mathbf{n}}) \quad (5.15)$$

Logo, a tensão cisalhante é:

$$\boldsymbol{\sigma}_t(t, \phi, \theta) = \mathbf{T}(t, \phi, \theta) - \sigma_n(t, \phi, \theta)\hat{\mathbf{n}} \quad (5.16)$$

O parâmetro $\tau_a(\phi, \theta)$ é calculado utilizando algum método de tensão equivalente. Nessa análise, foi experimentado o método da hiperesfera proposto inicialmente por Dang Van(1989), que consiste na definição da menor esfera que circunscreve a história da componente cisalhante do vetor tensão no plano.

O Critério de Susmel e Lazzarin (2002) considera que o plano mais solicitado é aquele em que $\tau_a(\phi, \theta)$ atinge seu valor máximo, isto é, o ângulo crítico (ϕ^*, θ^*) . Logo:

$$\tau_a(\phi^*, \theta^*) = \max_{\phi, \theta} (\tau_a(\phi, \theta)) \quad (5.17)$$

Neste ângulo (ϕ^*, θ^*) determina-se $\sigma_{n,max}(\phi^*, \theta^*)$ e a relação:

$$\varrho = \frac{\sigma_{n,max}(\phi^*, \theta^*)}{\tau_a(\phi^*, \theta^*)} \quad (5.18)$$

Para avaliar os modelos, foi convencionado um índice de resistência à fadiga que mede o quanto a situação de carregamento imposta nos testes está distante da condição de falha (limite de fadiga), que é calibrada pelos parâmetros m_1 e λ . Assim, para se avaliar as qualidades dos resultados estimados pelo critério de Susmel e Lazzarin, define-se o índice SU :

$$SU = \frac{\tau_a(\phi^*, \theta^*) + \kappa \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a(\phi^*, \theta^*)} - \lambda}{\lambda} \quad (5.19)$$

Dessa forma, para testes no limiar da falha, uma estimativa que forneça $SU < 0$ seria não conservativa, pois o modelo indica que ainda é possível aumentar a sollicitação, enquanto os testes indicam uma condição limite. Se $SU = 0$, o estado de tensão indicaria uma condição equivalente ao limite de fadiga, isto é, o limite entre vida infinita e vida finita: uma previsão exata. E se $SU > 0$, o modelo indicaria que o componente já falhou (iniciação de trinca), fazendo portanto uma previsão conservativa, conforme explicitado abaixo:

$$SU = \begin{cases} < 0 & \text{n\~{a}o falha ou o modelo \~{e} n\~{a}o conservativo} \\ = 0 & \text{limite} \\ > 0 & \text{falha ou o modelo \~{e} conservativo} \end{cases} \quad (5.20)$$

5.2.2 Crit\u00e9rio de Dang Van

Um componente mec\u00e2nico na presen\u00e7a de um estado de tens\u00e3o el\u00e1stico provocado por um carregamento de alto n\u00famero de ciclos poder\u00e1 sofrer falha por fadiga. Contudo, pr\u00f3ximo ao limite de fadiga, um volume material no interior desse componente, onde a hip\u00f3tese do cont\u00ednuo e o conceito de isotropia sejam satisfeitos, poder\u00e1 experimentar um escorregamento de plano irrevers\u00edvel em n\u00edvel microsc\u00f3pico, mesmo na presen\u00e7a de tal estado macrosc\u00f3pico de tens\u00e3o. Tal fen\u00f4meno imp\u00f5e ao material um dano permanente e progressivo, gerando um campo de tens\u00e3o residual microsc\u00f3pico. Se tal campo provocar um processo de acomodac\u00e3o el\u00e1stica (*elastic shakedown*), o dano permanente n\u00e3o evolui e o material permanece \u00edntegro; caso contr\u00e1rio, o material se acomodará plasticamente, resultando em um processo de falha devido \u00e0 in\u00edcia\u00e7\u00e3o de trincas de fadiga. Assim, Dang Van prop\u00f5s um crit\u00e9rio de fadiga na tentativa de quantificar esses fen\u00f4menos, inicialmente proposto em 1973 e posteriormente reformulado em 1989. Um desenho esquem\u00e1tico de tal crit\u00e9rio pode ser visto na figura 5.5.

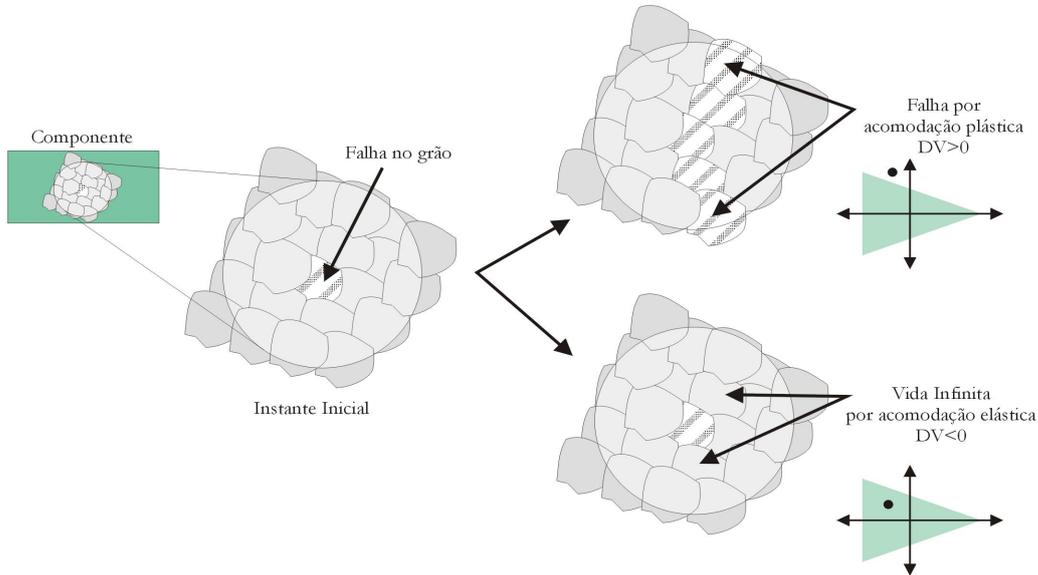


Figura 5.5: Esquema de falha para o Crit\u00e9rio de Dang Van.

O modelo pode ser expresso como:

$$\tau(t) + \kappa p_h(t) \leq \lambda, \quad (5.21)$$

onde κ e λ são constantes materiais, $p_h(t)$ é a componente hidrostática instantânea do tensor tensão, calculada por:

$$p_h(t) = \frac{\text{traço}(\boldsymbol{\sigma}(t))}{3}, \quad (5.22)$$

e $\tau(t)$ é a tensão equivalente de Tresca, dada por:

$$f(\tau) = \tau_{eq} = \frac{1}{2} \max_t (|s_1(t) - s_2(t)|, |s_1(t) - s_3(t)|, |s_2(t) - s_3(t)|), \quad (5.23)$$

onde: $s_i(t); i = 1, 2, 3$ são os autovalores do tensor tensão microscópico

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{S}(t) - \boldsymbol{\rho}. \quad (5.24)$$

É importante se notar que esse tensor pode ser obtido a partir do tensor macroscópico $\mathbf{S}(t)$ pela seguinte relação:

$$\mathbf{S}(t) = \boldsymbol{\sigma}(t) - p_h(t)\mathbf{I} \quad (5.25)$$

O elemento $\boldsymbol{\rho}$ da equação(5.24) se refere a um estado de tensão residual que diminui com a tendência de escoamento do material dentro do grão. Esse estado pode ser quantificado como o centro da menor hiperesfera que circunscreve a história de tensão $\mathbf{S}(t)$. Assim, tem-se:

$$\max_t [(\mathbf{S}(t) - \boldsymbol{\rho})] \cdot [(\mathbf{S}(t) - \boldsymbol{\rho})] = \min_{\boldsymbol{\rho}'} \max_t [(\mathbf{S}(t) - \boldsymbol{\rho}') \cdot [(\mathbf{S}(t) - \boldsymbol{\rho}')]. \quad (5.26)$$

O tensor tensão $\boldsymbol{\rho}$ pode ser considerado como a parte do tensor desviador que não tem influência sobre o processo de iniciação de trincas e portanto é eliminada pelo processo de minimização descrito acima. Uma consequência desse método é a correta estimativa de que tensões médias de cisalhamento não afetam a resistência à fadiga de materiais metálicos (Sines, 1981).

Na proposta original de Dang Van o tensor estabilizado $\boldsymbol{\rho}$ caracteriza o campo de tensão residual em microscópico e, portanto, a equação 5.24 fornece o tensor desviador microscópico. É importante ressaltar que o campo de tensão residual em nível mesoscópico difere daquele encontrado em nível macroscópico devido à presença de plasticidade, que seria detectada por critérios clássicos como os de Mises ou Tresca. O modelo de Dang Van não é apropriado para esses casos, onde a plasticidade macroscópica é significativa e um regime de fadiga com baixo número de ciclos deve prevalecer.

Voltando à equação 5.21, devido à simetria do tensor desviador, o termo $\tau(t)$ apenas não consegue capturar qualquer efeito de tensões normais sobre o limite de fadiga.

Por essa razão o termo $\kappa p_h(t)$, que quantifica o efeito da pressão ou tensão hidrostática sobre o processo de nucleação de trincas, é adicionado ao modelo. Também pode-se mostrar que o componente hidrostático da tensão é o mesmo em nível macroscópico ou microscópico.

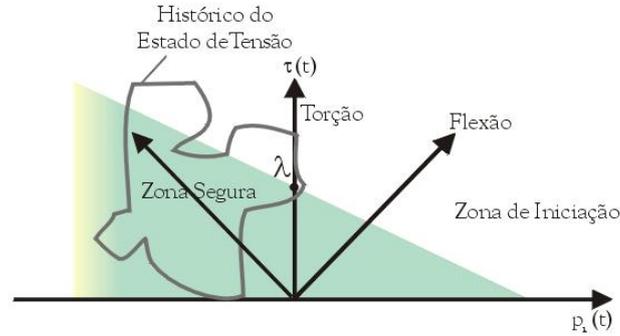


Figura 5.6: Representação do critério de Dang Van.

A Fig. 5.6 é uma representação gráfica do espaço de tensão $\tau(t) \times p_h(t)$. O Modelo Mesoscópico é caracterizado por uma reta que divide esse espaço de tensão em uma zona segura e outra de falha. Caso a história de tensão experimentada pelo ponto material esteja abaixo desta linha, não haverá iniciação de trincas neste ponto. A inclinação da reta é dada pelos parâmetros κ e λ , obtidos a partir de testes de fadiga uniaxiais, por exemplo considerando-se os limites de fadiga para flexão alternada σ_{-1} e para flexão repetida σ_0 . Para o teste de flexão repetida tem-se:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_0(1 + \sin(t)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$p(t) = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} = \frac{\sigma_0(1 + \sin(t))}{3} \quad \tau(t) = \frac{\sigma_0 \sin(t)}{2} \quad (5.27)$$

Para o teste de flexão alternada tem-se:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{-1} \sin(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$p(t) = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} = \frac{\sigma_{-1} \sin(t)}{3} \quad \tau(t) = \frac{\sigma_{-1} \sin(t)}{2} \quad (5.28)$$

Aplicando o critério de Dang Van às equações 5.27 e 5.28 chegamos a um sistema cuja solução fornece:

$$\kappa = \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_{-1} - 2\sigma_0} \right) \quad (5.29)$$

$$\lambda = \frac{\sigma_{-1}}{2} \left(\frac{\sigma_0}{2\sigma_0 - \sigma_{-1}} \right) \quad (5.30)$$

Para avaliar os modelos, foi convencionado um índice de erro que mede o quanto a situação limite de carregamento imposta nos testes está distante da condição de falha (limite de fadiga). Assim, para se avaliar as qualidades dos resultados conseguidos pelo critério de Dang Van, define-se o índice de erro de Dang Van DV :

$$DV = \left(\frac{\tau_{eq} + \kappa \cdot p_{max} - \lambda}{\lambda} \right) \quad (5.31)$$

Dessa forma, quando $DV < 0$, a previsão obtida é não-conservativa, pois o modelo indica que ainda é possível aumentar a solicitação enquanto os testes indicam uma condição limite; quando $DV = 0$, o estado de tensão indica uma condição equivalente ao limite de fadiga, isto é, o limite entre vida infinita ($> 10^7$) e vida finita ($< 10^7$): uma previsão exata; e quando $DV > 0$ o modelo indica que o componente já falhou (iniciação de trinca), fazendo portanto uma previsão conservativa, conforme explicitado abaixo:

$$DV \begin{cases} < 0 & \text{não falha (admite mais carregamento)} \\ = 0 & \text{limite} \\ > 0 & \text{falha} \end{cases} \quad (5.32)$$

5.2.3 Método da Distância Crítica Associado a Modelos de Fadiga Multiaxial

Os critérios de fadiga multiaxial prevêm que a vida ou a resistência de componentes mecânicos é uma função do estado de tensão (ou deformação) em um ponto mais severamente solicitado e não levam em consideração os efeitos de diferentes gradientes de tensão sobre a vida à fadiga. Na primeira metade do século XX, Moore (1945) mostrou que o limite de fadiga à flexão de corpos-de-prova cilíndricos aumentava com a redução do raio do cilindro (ou equivalentemente, com um aumento do gradiente de tensão). Posteriormente, resultados obtidos por Massonet (1955) e Pavan (1979) confirmaram essas observações. Em 1980, Brand e Sutterlin propuseram uma abordagem empírica para tentar incorporar o efeito do gradiente de tensão em modelos uniaxiais.

Na tentativa de caracterizar o efeito do gradiente de tensão em componentes sujeitos a estados multiaxiais de tensão, Munday e Mitchell (1989) mostraram que,

para dados produzidos na ausência de um gradiente de tensão, os pontos experimentais coincidiam com a elipse de Sines, enquanto pontos correspondentes a experimentos com gradientes não nulos situavam-se fora da elipse, caracterizando portanto um efeito benéfico. Flavenot e Skalli (1989) propuseram o conceito de *camada ou profundidade crítica*, como uma forma de incorporar quantitativamente os efeitos do gradiente de tensão ao critério multiaxial de Dang-Van (1989). Segundo esse conceito, a média das tensões (ou deformações) produzidas sobre um volume ou camada de material deveria ser utilizada na tentativa de se prever a resistência à fadiga, e não o estado de tensão em um único ponto. Tal camada crítica seria uma característica intrínseca do material. Araújo e Nowell (2002) usaram um conceito similar para o cálculo da vida à fadiga, considerando os critérios de plano crítico de Smith-Watson-Topper e Fatemi-Socie.

Mais recentemente, Papadopoulos(1996) desenvolveu uma nova versão para o critério de Crossland, que incorpora os efeitos do gradiente de tensão. Esse modelo foi desenvolvido a partir de evidências experimentais, que mostravam que, apesar do limite de fadiga ser fortemente dependente do gradiente da tensão normal em testes de flexão, o mesmo permanecia insensível a variações no gradiente da tensão de cisalhamento em testes de torção. Outras formas de se incorporar o efeito do gradiente de tensão a critérios de fadiga multiaxial têm sido apresentadas no contexto dos critérios volumétricos (Qilafku, 2000). Nessa abordagem, considera-se que o campo de tensão produzido por um carregamento multiaxial pode ser decomposto em dois campos: um campo produzido por uma carga de cisalhamento puro, superposto a um campo de pressão hidrostática. Tensões efetivas para cada um desses campos de tensão podem então ser calculadas para o volume crítico e um critério de fadiga desenvolvido a partir dessas tensões.

Basicamente, todos os métodos que consideram o gradiente de tensão têm como idéia base a “distância crítica” ou “zona de processo” (figura 5.7). É proposto que para que a falha por fadiga ocorra, o nível de tensão deve ser alto o suficiente não somente no ponto de máxima tensão, mas também ao longo de uma distância em torno desse ponto. A maioria das teorias assume que um parâmetro importante é a média da tensão sobre um volume crítico, mas por conveniências de cálculo isto tem sido simplificado, considerando-se apenas a tensão em um único ponto (a uma dada distancia do ponto de tensão máxima) ou a tensão média sobre uma linha de tamanho determinado. Tanaka e Taylor consideraram a hipótese de que estas mesmas distâncias podem ser apropriadas na análise de entalhes.

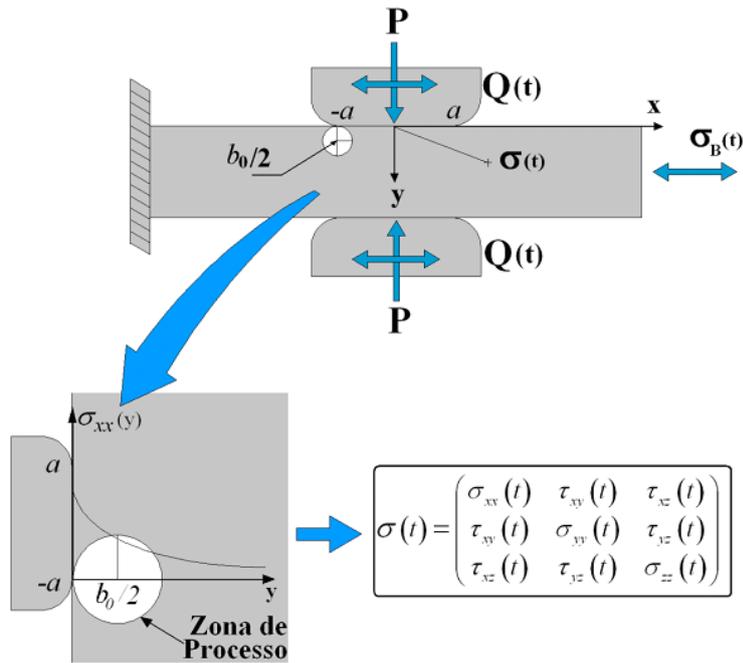


Figura 5.7: Exemplificação da zona de processo em um típico problema de fadiga por *fretting*.

Sob condições de *fretting*, um componente está sujeito a tensões severas na superfície, que podem decair rapidamente à medida que a região do contato fica mais distante. Possíveis trincas terão início nas regiões de alta tensão, mas crescerão na direção de baixas tensões. O conceito de *Camada ou Profundidade Crítica* baseia-se na idéia de que a média das tensões elásticas em um volume de material pode considerar o efeito do gradiente de tensão a que este material está submetido. Este volume característico tem sido considerado por alguns autores (Flavenot e Skalli, 1989; Fouvry et. al., 1999) como alguma grandeza de tamanho microestrutural ou uma propriedade do material. Nessa análise, o tamanho deste volume não está relacionado a nenhuma característica do material. Além disso, a análise considera uma área crítica, visto que a análise é bidimensional.

Estudos recentes mostram que o problema em estimar a vida à fadiga sob condições de *fretting* pode ser direcionado levando em consideração a presença do fenômeno de concentração de tensão dependendo da geometria das superfícies de contato. Mais precisamente, o comportamento da trinca no material sob condições de fadiga por *fretting* pode ser assumido como similar ao que ocorre num componente com entalhe sob fadiga "convencional": a iniciação e a propagação inicial da trinca dependem da distribuição de todo o campo de tensão atuando na zona de processo de fadiga. Essa analogia é muito atrativa do ponto de vista científico, pois permite ao engenheiro que lida com problemas práticos estender as teorias desenvolvidas anteriormente para componentes com entalhes sob fadiga para componentes danificados por *fretting*. O principal problema de se correlacionar a extensão dessa idéia para situações práticas é que o estado

inicial da propagação da trinca sob condição de *fretting* é dominado pela combinação de diferentes modos de abertura.

Em particular, de acordo com os resultados experimentais publicados por Val-lellino *et al.* (2003 e 2004) e gerados pelo teste de contato entre esfera-plano de Al 7075-T6, a iniciação e propagação inicial de trincas ocorrem a pequenos ângulos da superfície. Em seguida, as trincas mudam de direção para crescer ao longo de uma linha quase perpendicular à superfície da região de contato. Finalmente, é interessante ressaltar que quando ocorre falha em regime de fadiga de alto ciclo, a propagação da trinca é bloqueada pelo primeiro contorno do grão (como acontece com corpos de prova planos de metal sob condições de carregamento de fadiga “convencional”). Esse experimento deixa evidente que, para modelar corretamente o processo físico que leva à iniciação da trinca e sua propagação inicial sob fadiga por *fretting*, devem ser levados em consideração dois aspectos fundamentais: o aspecto microestrutural do material nas proximidades do local de iniciação da trinca e o comportamento elasto-plástico dos grãos. Em outras palavras, prever a resistência do material em regime de fadiga por *fretting* com alto número de ciclos é principalmente um problema de trinca curta. Infelizmente, é conhecido que para modelar corretamente o comportamento de uma trinca curta, a abordagem linear-elástica não é adequada. Claramente, toda modelagem do fenômeno que ocorre na zona de processo de fadiga, levando em consideração a plasticidade do grão, é muito atrativa do ponto de vista filosófico, mas essa abordagem não será apropriada para ser aplicada para avaliar componentes reais em situações de interesses práticos. Por essa razão, o problema deve ser bastante simplificado para o desenvolvimento de abordagens que possam ser usadas na realidade industrial.

Capítulo 6

Resultados

Para conduzir e avaliar a qualidade da metodologia proposta para estimar o limite de fadiga sob condições de *fretting*, é necessário confrontar as estimativas obtidas com dados de laboratório. Assim, para um melhor entendimento dos resultados gerados pela análise, decidiu-se estruturar este capítulo em duas seções. A primeira seção contém uma descrição detalhada de um conjunto de dados experimentais disponíveis na literatura, envolvendo o contato entre esferas sob um regime de escorregamento parcial. Conhecendo-se a configuração adotada, o material dos corpos-de-prova e as condições de contorno sob as quais os experimentos foram realizados, pôde-se então prosseguir com a aplicação da metodologia proposta e a descrição dos resultados, que são apresentados na seção seguinte.

6.1 Dados Experimentais Disponíveis

Para se validar a metodologia computacional aplicada foi utilizada uma série de dados experimentais obtidos por Vallellano *et al.*(2004). O aparato experimental utilizado no paper descrito foi desenvolvido por Wittkowsky *et al.*(1999) e os detalhes desse sistema serão descrito a seguir.

O aparato experimental para a realização de ensaios de fadiga sob condições de *fretting* foi desenvolvido e construído para trabalhar em conjunto com um sistema hidráulico de teste uniaxial dotado de uma célula de carga de 100kN e com uma frequência de carregamento cíclico variando entre 0-50Hz. Um esquema desse aparato pode ser visto na figura 6.1.

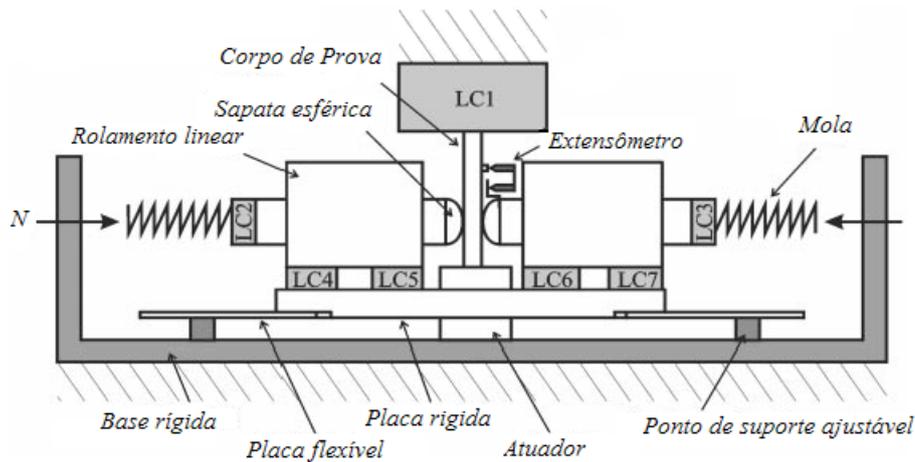


Figura 6.1: Esquema do aparato experimental utilizado

A base rígida mostrada no esquema acima é feita de aço laminado a quente, e é presa diretamente ao sistema hidráulico de ensaios. Nas partes de cima e de baixo dessa base foram garantidos o seu paralelismo e a planicidade de sua superfície. Já os pontos de suporte são feitos de barras de aço e podem ser presos em qualquer lugar ao longo da base por meio de encaixes, o que também permite que as placas flexíveis se fixem à base rígida.

As placas flexíveis são de aço laminado a frio e devem possuir uma espessura variável ao longo de seu comprimento para que, juntamente com o ajuste do ponto de suporte, forneçam uma flexibilidade apropriada para a montagem do suporte das sapatas. Essas placas ainda se conectam com a placa rígida que fica posicionada no centro da máquina de ensaio. As conexões em ambos os pontos de suporte e na placa rígida fazem com que as placas flexíveis funcionem como uma viga bi-engastada.

Quatro células de carga (LC4, LC5, LC6 e LC7) são colocadas diretamente na placa rígida e são usadas para se mensurar a força tangencial exercida pelo corpo de prova nas sapatas esféricas. Rolamentos lineares em ambos os lados do aparato permitem o deslocamento horizontal dos cilindros que suportam as sapatas.

O carregamento responsável pela força normal é realizado por meio de uma mola ajustável, que foi colocada na parte lateral da base rígida e que se estende perpendicularmente a ela. Um atuador mecânico do tipo parafuso foi utilizado para comprimir a mola, gerando forças de compressão cujas reações foram medidas pelas células de carga LC2 e LC3. A legenda LC1 se refere ao atuador e à célula de carga que será responsável pela medição da carga remota axial aplicada ao corpo de prova.

Dessa forma, Vallellano *et al.* (2004) conduziram seu experimento utilizando corpos de prova e esferas obtidos por meio de barras treiladas de Al7075-T6, com 25.4mm de diâmetro, cujas propriedades mecânicas e de fadiga estão descritas na tabela 6.1 e 6.2, respectivamente.

A tabela 6.1 contém o módulo de elasticidade E , o coeficiente de Poisson ν , o

limite de escoamento σ_{ys} , o limite de resistência σ_{us} e o tamanho médio de grão D , para essa liga, enquanto a tabela 6.2 relata os valores do limite de resistência à fadiga σ_{fl} para três razões de tensão \mathcal{R} e o fator intensidade de tensão limiar $\Delta K_{th\infty}$. Deve-se ressaltar que apesar das propriedades em fadiga da tabela 6.2 serem fornecidas em Vallellano *et al.*(2004), estes autores coletaram essas propriedades de *Fatigue Data Book*(1995).

Tabela 6.1: Propriedades mecânicas do Al7075-T6.

E (GPa)	ν	σ_{ys} (MPa)	σ_{us} (MPa)	D (μm)
71.1	0.33	503	572	35

Tabela 6.2: Propriedades de fadiga do Al7075-T6.

σ_{fl} (MPa) (10^6 ciclos)			$\Delta K_{th\infty}$ (MPa \sqrt{m})
$\mathcal{R} = 0$	$\mathcal{R} = -0.5$	$\mathcal{R} = -1$	$\mathcal{R} = -1$
162	191.25	214	2.0

Adotando a configuração mencionada, Vallellano realizou vários ensaios, e para cada ensaio realizado foi imposta uma condição de carregamento diferente ao corpo de prova, mas, em todos eles, as cargas cíclicas tangencial $Q(t)$ e axial $B(t)$ eram completamente reversas. As características de cada teste estão resumidas na tabela 6.3:

Tabela 6.3: Características dos testes experimentais realizados por Vallellano *et al.*(2004)

Teste	P (N)	$Q(t)$ (N)	$B(t)$ (MPa)	N° Ciclos ($\times 10^3$)	Status	b' (μm)
01	20.8	± 15	± 83	449.5	Falhou	
02	12.5	± 15	± 83	361	Falhou	
03	16	± 11.7	± 83	530	Falhou	
04	8.75	± 7	± 83	3000	Não Falhou	
05	13	± 7	± 83	10000	Não Falhou	40
06	13.9	± 10	± 83	803	Falhou	
07	10.3	± 7.5	± 83	2940	Falhou	
08	7.31	± 6.6	± 83	3450	Não Falhou	125
09	12	± 9	± 83	2680	Não Falhou	
10	20	± 15	± 83	549	Falhou	
11	20	± 15	± 70	516	Falhou	
12	20	± 15	± 56	1540	Não Falhou	150
13	20	± 15	± 63	2940	Não Falhou	110
14	20	± 15	± 59	1777	Não Falhou	150

Nessa tabela P e $Q(t)$ são as cargas de contato normal e tangencial, respectivamente, e $B(t)$ é a carga remota de fadiga. O número de ciclos relatado corresponde à duração do teste, sendo que alguns deles foram conduzidos até a falha completa do corpo de prova, enquanto outros foram interrompidos após um número de ciclos pré-estabelecido. Grande parte dos corpos de prova que não falharam foram submetidos a técnicas metalográficas, possibilitando a medição de eventuais trincas. O comprimento dessas trincas para o seu respectivo teste corresponde ao valor b' relatado na tabela 6.3.

6.2 Análise computacional

A aplicação de metodologias para estimar a resistência à fadiga por *fretting* de componentes mecânicos é geralmente baseada na determinação do campo de tensão cíclico na região do contato. Assim, é de grande importância mapear esse campo de tensão e entender o papel das cargas de contato e da carga remota de fadiga. Nesse sentido, apresenta-se a seguir o mapeamento do campo de tensão cíclico obtido por meio da rotina implementada em MatLab, que foi baseada na solução analítica. Primeiramente essas tensões serão avaliadas por toda a área da superfície de contato, considerando-se os dois eixos de coordenadas que formam a superfície, e em seguida ao

longo do eixo x/a da superfície de contato. As duas análises foram conduzidas para o instante Q_{max}/fP . Apresenta-se ainda uma análise da variação da tensão σ_{xx} ao longo da superfície de contato para diferentes instantes de tempos, das tensões σ_{xx} , σ_{zx} e σ_{zz} ao longo da profundidade e um diagrama de fase para se verificar a multiaxialidade do carregamento abaixo da superfície de contato.

Após o mapeamento do campo de tensões interior ao contato, implementaram-se os critérios de fadiga multiaxial considerados neste trabalho em termos da distância crítica de Taylor.

6.2.1 Campo de tensões

A título de ilustração avaliou-se o campo de tensão cíclico considerando a configuração do ensaio n^o 01 descrito na tabela 6.3. É importante se ressaltar que o eixo de coordenadas é tal que os eixos x e y representam a superfície de contato e o eixo z a profundidade a partir da superfície, como mostra a figura 6.2.

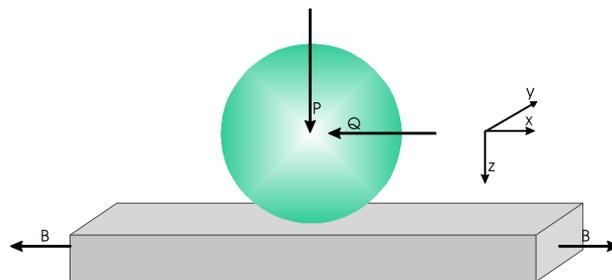


Figura 6.2: Ilustração do problema em contatos esféricos

Considerando-se o sistema de coordenadas mencionado, apresentam-se nas figuras 6.3, 6.4 e 6.5 abaixo os gráficos do campo cíclico de tensões avaliado em toda a área da superfície para a tensão σ_{xx} , σ_{zx} e σ_{zz} , respectivamente.

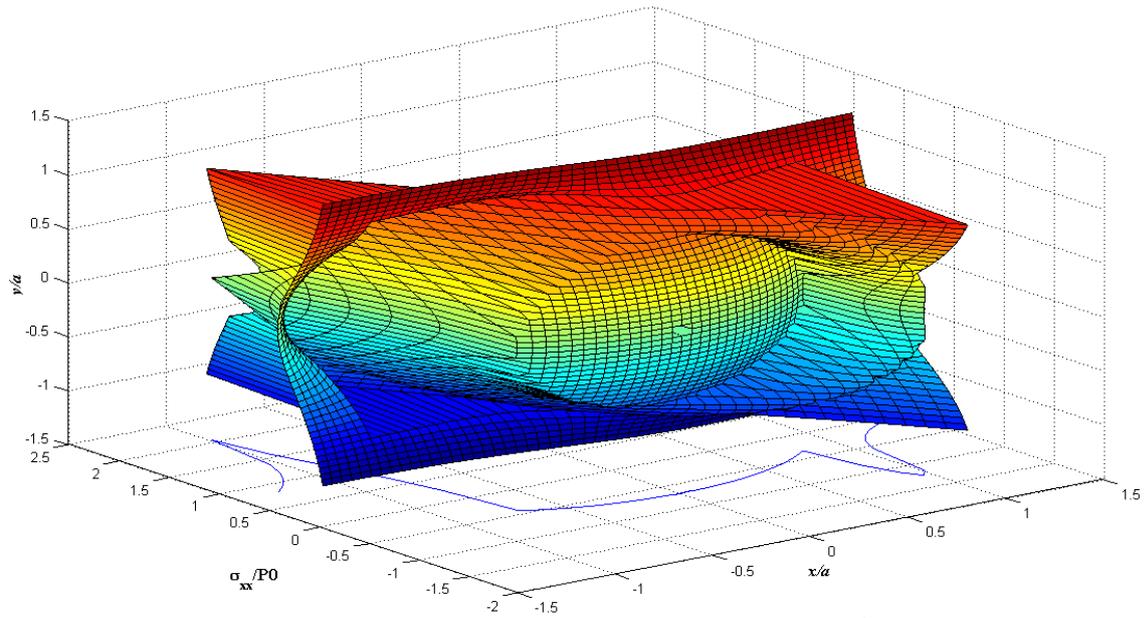


Figura 6.3: Variação da tensão σ_{xx} em toda a superfície de contato

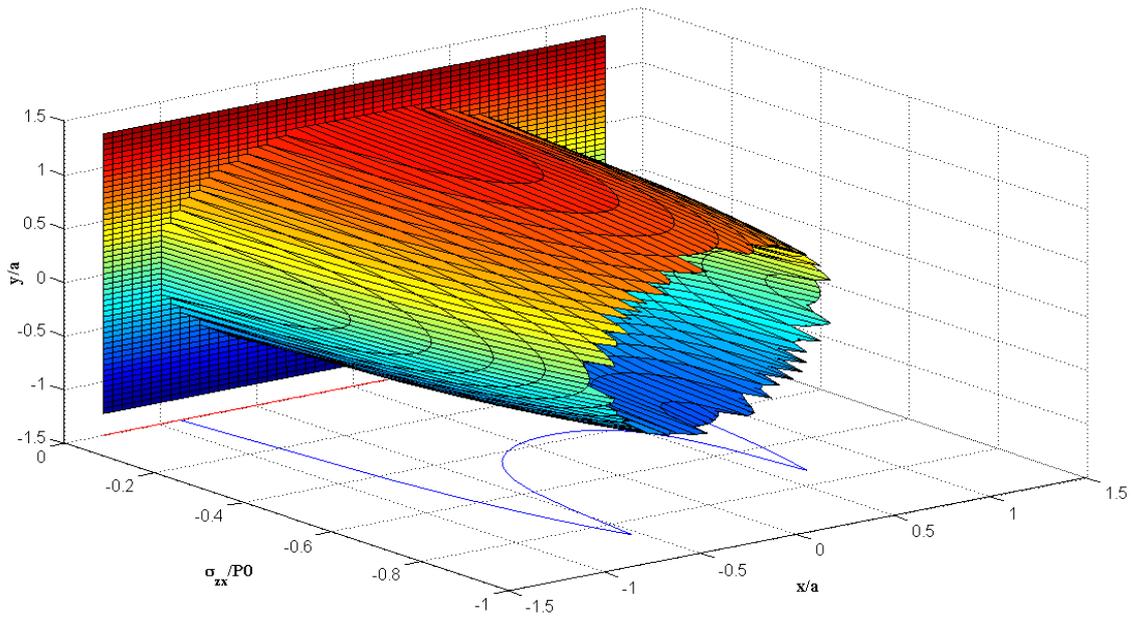


Figura 6.4: Variação da tensão σ_{zx} em toda a superfície de contato

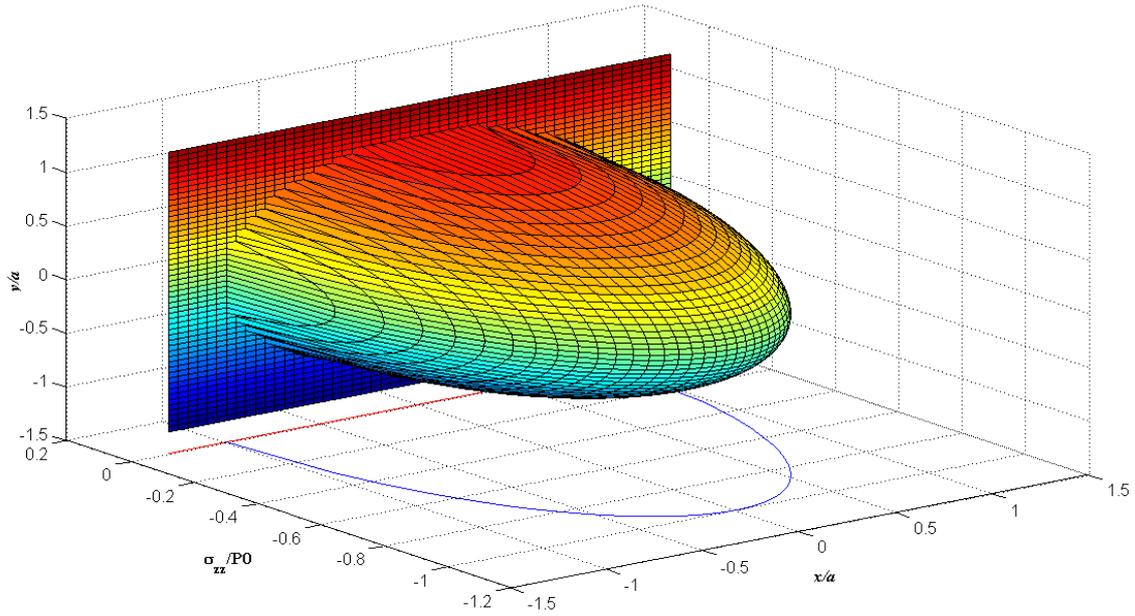


Figura 6.5: Variação da tensão σ_{zz} em toda a superfície de contato

Todos os gráficos mostrados acima apresentam o perfil esperado e estão de acordo com o que se encontra na literatura. Nota-se a partir das figuras 6.3, 6.4 e 6.5 que quando se faz uma projeção do gráfico encontrado no plano $\sigma/p_0 - x/a$ obtém-se exatamente o perfil obtido na figura 6.6 com a presença da carga remota de fadiga. Também pode-se perceber pelas figuras descritas que, realmente, o componente está sujeito a maiores solicitações ao longo do eixo x/a .

Agora, segue a análise do campo de tensões ao longo do eixo x/a , onde será analisado também o efeito da carga remota de fadiga sobre as tensões σ_{zz} , σ_{zx} e σ_{xx} .

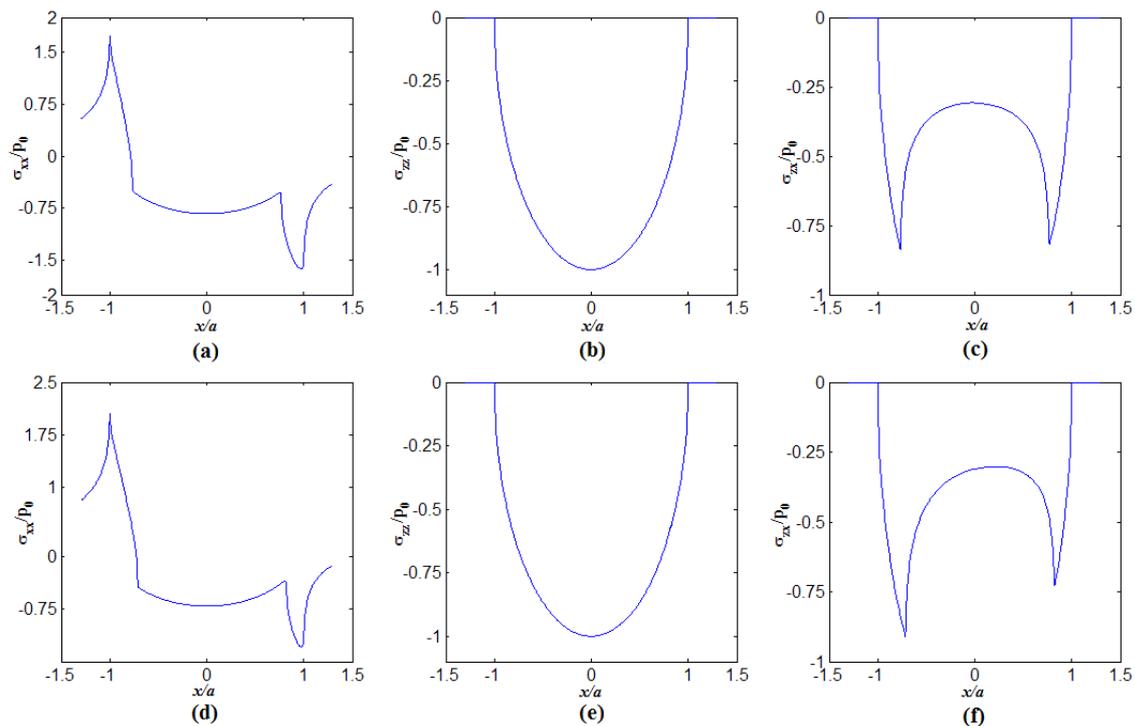


Figura 6.6: Gráfico da distribuição das tensões σ_{xx} (figuras (a) e (d)), σ_{zz} (figuras (b) e (e)) e σ_{zx} (figuras (c) e (f)) ao longo de x/a e para $z/a = 0$ com e sem a presença da carga remota de fadiga

Como foram utilizados os dados do ensaio n^o 1, considerou-se uma situação hipotética em que não há presença da carga $B(t)$ para se ter uma idéia do efeito da carga remota de fadiga sobre o campo de tensão. Nesse sentido, a figura 6.6 contém gráficos da distribuição das tensões σ_{zz} (figura 6.6(a) e (d)), σ_{zx} (figura 6.6(b) e (e)) e σ_{xx} (figura 6.6(c) e (f)) ao longo do eixo x/a , onde a variação dessas componentes sob a influência da carga B pode ser observada nas figuras 6.6(d), 6.6(e) e 6.6(f).

Assim, nota-se que a carga B não tem nenhum efeito sobre a pressão $p(x)/p_0$, como pode-se perceber por meio das figuras 6.6(b) e 6.6(e). Porém, como explicado no capítulo 3, seção 3.1.4, a ação da carga remota de fadiga provoca o deslocamento da zona de adesão e , fato esse que pode ser visto na distribuição da carga cisalhante $q(x)/fp_0$, figuras 6.6(c) e 6.6(f). A influência dessa carga na distribuição da tensão σ_{xx} pode ser vista nas figuras 6.6(a) e 6.6(d) e tem como principal efeito o aumento do módulo dessa tensão no ponto $x/a = -1$. Como esse é o ponto de maior sollicitação e será nele que será baseada a análise em termos da distância crítica de Taylor, a carga remota de fadiga tem importante influência para os futuros resultados deste trabalho.

A figura 6.6 foi obtida para o instante de tempo em que a razão Q/fP é máxima. A seguir será apresentada uma análise de como a tensão σ_{xx} se comporta ao longo de x/a entre os instantes de tempo Q_{max}/fp_0 e Q_{min}/fp_0 .

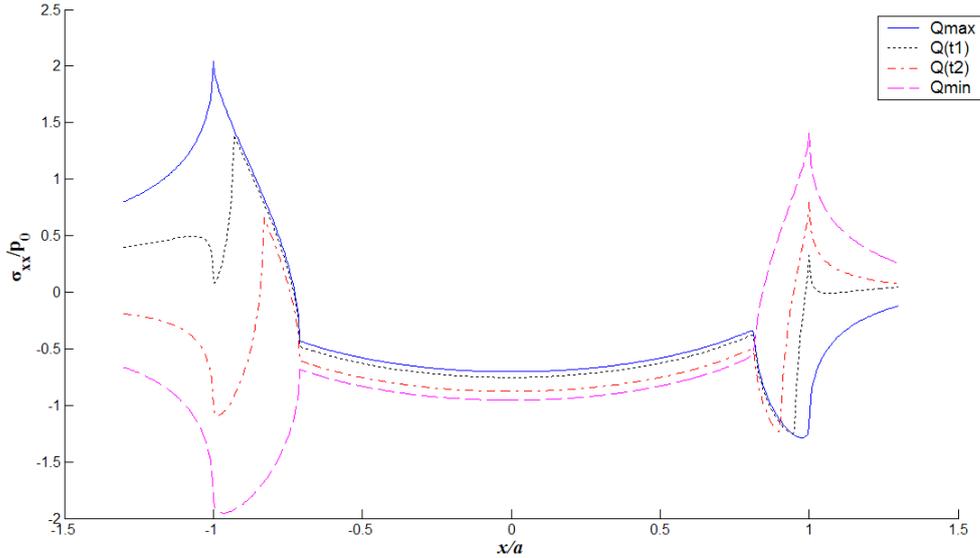


Figura 6.7: Variação da tensão σ_{xx} ao longo do eixo x/a para instantes de tempo variando entre Q_{max}/fp_0 e Q_{min}/fp_0

A figura 6.7 mostra como a tensão σ_{xx} se comporta em vários instantes de tempo. Observa-se que existe uma simetria da sua distribuição no instante Q_{max}/fp_0 com o instante Q_{min}/fp_0 . Deve-se notar ainda que a maior sollicitação ocorre no ponto $\frac{x}{a} = -1$ e no instante em que Q/fp_0 é máximo.

6.2.2 Gradiente de Tensão do Ponto Crítico do Contato

Trincas causadas por *fretting* mostram a nucleação no ponto crítico do contato para testes feitos sob configurações similares à analisada neste trabalho (Araújo, 2000). Além disso, um grande número de pesquisadores têm apontado que na fadiga por *fretting* o gradiente de tensão tem um papel importante nos estágios de iniciação e propagação precoces das trincas (Araújo, 2000). Nesse sentido, a variação das componentes de tensão em relação à profundidade nesse ponto é apresentada a seguir. Verifica-se também o efeito da presença da carga remota de fadiga no gradiente de tensão.

Gradiente de Tensão Devido às Cargas Normal e Cisalhante e o Efeito da Carga Remota de Fadiga

A figura 6.8 mostra a variação das componentes σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} e τ_{xy} na direção z para Q_{max}/fp_0 e $x/a = -1$, que é a situação de máxima sollicitação. Novamente, a influência da tensão remota é analisada. Os resultados com a presença da tensão remota são apresentados em linha cheia e os sem a presença da tensão remota em linha tracejada.

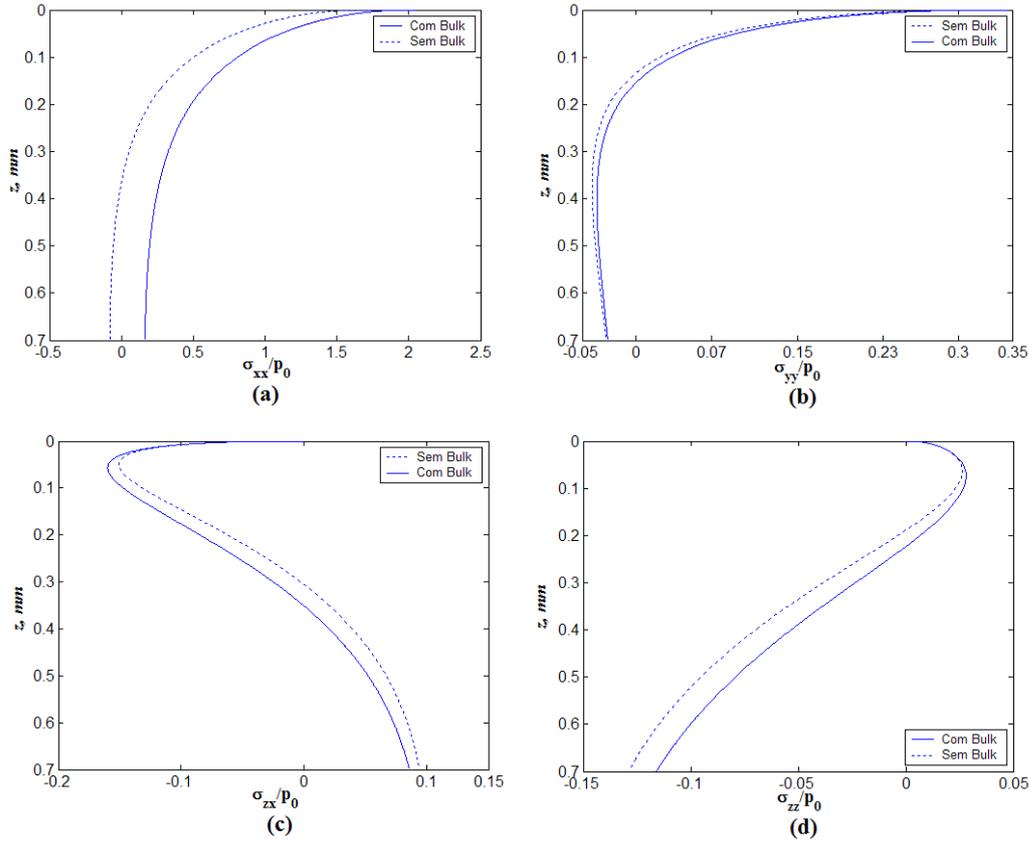


Figura 6.8: Variação das tensões ao longo da profundidade, verificando-se o gradiente de tensão com e sem a presença da tensão remota de fadiga para Q_{max}/fp_0 e $x/a = -1$: (a) σ_{xx}/p_0 X z , (b) σ_{yy}/p_0 X z , (c) σ_{zx}/p_0 X z , (d) σ_{zz}/p_0 X z .

A figura 6.8(a) mostra a variação da componente de tensão σ_{xx} na direção z . Nota-se que σ_{xx} é máxima na superfície do contato mas cai rapidamente com a profundidade, tornando-se levemente compressiva para os carregamentos aqui considerados e na ausência da tensão remota. O efeito da presença da carga remota de fadiga é o deslocamento de toda a curva, por uma quantia constante, para o lado trativo.

A variação da componente yy com a profundidade pode ser visualizada na figura 6.8(b). Como este é um problema de estado plano de deformação, sua variação depende do comportamento das outras duas componentes de tensão. Pode-se notar que a carga remota de fadiga tem pouca influência nessa componente de tensão.

A tensão σ_{zx} (Figura 6.8(c)) também é nula na superfície, mas muda, ao longo da profundidade, de valores negativos para positivos. Nota-se que a presença da carga remota altera o gráfico levemente para o lado compressivo.

A componente σ_{zz} (Figura 6.8(d)) é nula na superfície, passando para valores levemente trativos logo abaixo da superfície e mudando para valores compressivos para as demais profundidades. Existe uma pequena influência da tensão remota de fadiga nas tensões cisalhantes, devido ao deslocamento da zona de adesão. Isso provocará uma mudança na contribuição da componente de tensão zz .

Diagramas de Fase

Para se avaliar a multiaxialidade do carregamento analisou-se o diagrama de fase das componentes de tensão σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zx} e σ_{zz} . Dessa forma, os gráficos de $\sigma_{xx}/p_0 \times \sigma_{yy}/p_0$, $\sigma_{xx}/p_0 \times \sigma_{zx}/p_0$ e $\sigma_{xx}/p_0 \times \sigma_{zz}/p_0$ são avaliados no *hot spot*, ou seja, o ponto de maior sollicitação na superfície de contato, $(x/a, z/a) = (-1, 0)$, e em um ponto abaixo da superfície de contato, $(x/a, z/a) = (-1, 0.1)$.

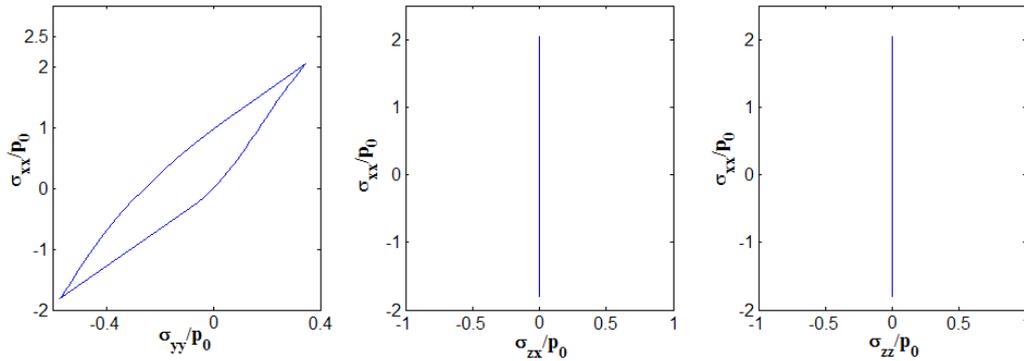


Figura 6.9: Diagrama de fase para as componentes de tensão avaliadas no ponto de máxima sollicitação

A figura 6.9 mostra que somente as componentes de tensão σ_{xx} e σ_{yy} variam com o tempo. As demais componentes de tensão são nulas em toda a história de carregamento. Como foi utilizado um estado plano de deformação, é de se esperar que a componente σ_{yy} varie com o tempo, já que ela é uma combinação das tensões σ_{xx} e σ_{zz} ($\sigma_{yy} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})$) e a primeira sofre variação durante a história de carregamento.

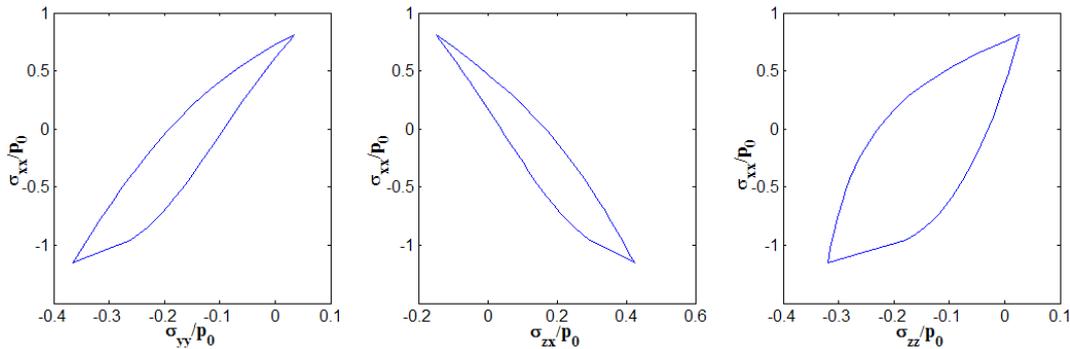


Figura 6.10: Diagrama de fase para as componentes de tensão avaliadas no ponto $(x/a, z/a) = (-1, 0.1)$

A figura 6.10 mostra que abaixo da superfície o estado de tensão é multiaxial. Nota-se que todas as componentes de tensão variam durante a história de carregamento. Dessa forma, o uso de critérios de fadiga multiaxial associados com a teoria da distância crítica de Taylor para se avaliar a resistência à fadiga de um componente sujeito ao fenômeno de *fretting* é apropriado, como relatado na literatura.

6.2.3 Avaliação da Estimativa do Limite de Resistência à Fadiga

Nesta seção conduziremos uma estimativa de resistência à fadiga para os dados experimentais apresentados anteriormente. O Método das Curvas de Wöhler Modificadas (Susmel & Lazzarin, 2002) e o Modelo Mesoscópico (Dang Van, 1973, 1989) serão apresentados em termos da Teoria da Distância Crítica de Taylor (1999) para esta análise. Com o objetivo de facilitar o entendimento do leitor, os resultados deste estudo serão apresentados primeiramente para o MCWM e, em seguida, considerando o Modelo Mesoscópico.

Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério das Curvas de Wöhler Modificadas(MCWM)

A aplicação do MCWM em termos do Método do Ponto de Taylor requer o cálculo do centro do volume estrutural. Considerando a equação 4.15 e as propriedades em fadiga do Al7075-T6 fornecidas na tabela 6.2, obteve-se $b_0 = 0.007mm$. Como observações em laboratório têm mostrado que as trincas de *fretting* em configurações cilíndricas e esféricas sob um regime de escorregamento parcial são nucleadas dentro da zona de escorregamento e próximas à extremidade anterior do contato ($x = -a$), o centro do volume estrutural foi definido na posição ($x = -a, z = L/2$). Nesse ponto material determinou-se o tensor tensão cíclico em 50 passos de tempo. O modelo de Susmel & Lazzarin(2002) assume como plano crítico o plano de máxima amplitude da tensão cisalhante. Assim, buscou-se esse plano crítico variando-se os ângulos ϕ e θ de 5 em 5 graus, onde em cada plano definido por esses ângulos a amplitude da tensão equivalente foi calculada utilizando-se o método da hiperesfera de Dang Van(1989)(apêndice A desse trabalho), que define essa amplitude como o raio da menor esfera que circunscribe a história de carregamento da componente cisalhante do vetor tensão. Uma análise variando-se os ângulos de 1 em 1 grau também foi realizada, porém constatou-se que essa análise era muito custosa computacionalmente e fornecia resultados do índice de erro com diferenças da ordem de 1% em relação à análise conduzida variando-se os ângulos de 5 em 5 graus. Assim, utilizando essa metodologia, estão descritos na tabela 6.5 os resultados obtidos para o índice de erro SU e os valores da máxima amplitude da tensão cisalhante equivalente, $\tau_a(\phi^*, \theta^*)$, e da tensão normal máxima no plano crítico, $\sigma_{n,max}(\phi^*, \theta^*)$, em cada teste. Cabe aqui lembrar o leitor que o índice SU é função dos parâmetros materiais κ e λ (eq. 5.11 e 5.12, respectivamente), os quais são obtidos por meio dos valores dos limites de fadiga σ_{-1} e σ_0 (tabela 6.2). Para fins didáticos eus valores são mostrados na tabela 6.4.

Tabela 6.4: Valores dos parâmetros materiais κ e λ para o modelo de Susmel & Lazarin.

κ (MPa)	λ (MPa)
26	133

Tabela 6.5: Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Susmel & Lazarin para $b_0 = 0.007mm$

Teste	$\tau_a(\phi^*, \theta^*)$	$\sigma_{n,max}(\phi^*, \theta^*)$	p_0 (MPa)	SU (%)
01(F)	0.7221	0.8286	341.1887	1.0768
02(F)	0.9397	0.9416	287.9233	1.2303
03(F)	0.7312	0.8335	312.6177	0.9415
04(NF)	0.7752	0.8749	255.6483	0.7106
05(NF)	0.6387	0.7100	291.7122	0.6182
06(F)	0.7281	0.8257	298.2944	0.8546
07(F)	0.7384	0.8314	269.9309	0.7187
08(NF)	0.8246	0.9345	240.7757	0.7144
09(NF)	0.7454	0.8445	284.0320	0.8134
10(F)	0.7367	0.8467	336.7572	1.0899
11(F)	0.7140	0.8149	336.7572	1.0310
12(NF)	0.6894	0.7805	336.7572	0.9670
13(NF)	0.7017	0.7977	336.7572	0.9990
14(NF)	0.6947	0.7879	336.7572	0.9807

As letras entre parênteses se referem à falha ou não do componente durante o ensaio realizado. Assim, (F) ocorre falha durante o ensaio, e (NF) não ocorre falha durante o ensaio. É importante se mencionar também que os valores de $\tau_a(\phi^*, \theta^*)$ e $\sigma_{n,max}(\phi^*, \theta^*)$ na tabela acima estão normalizados com relação a p_0 .

A fim de se verificar a acurácia da metodologia proposta para se prever o dano por fadiga sob condições de *fretting*, o gráfico da amplitude da tensão equivalente τ_a versus a razão ρ , eq. 5.18, é mostrado na figura 6.11. Nessa figura, os pontos caracterizados por triângulos cheios representam os testes para os quais ocorreu a ruptura do corpo-de-prova, e os triângulos vazios representam os testes que não falharam. A condição limite de falha ($SU = 0\%$) é indicada por uma reta inclinada contínua, e a linha tracejada representa uma faixa de erro de $+60\%$.

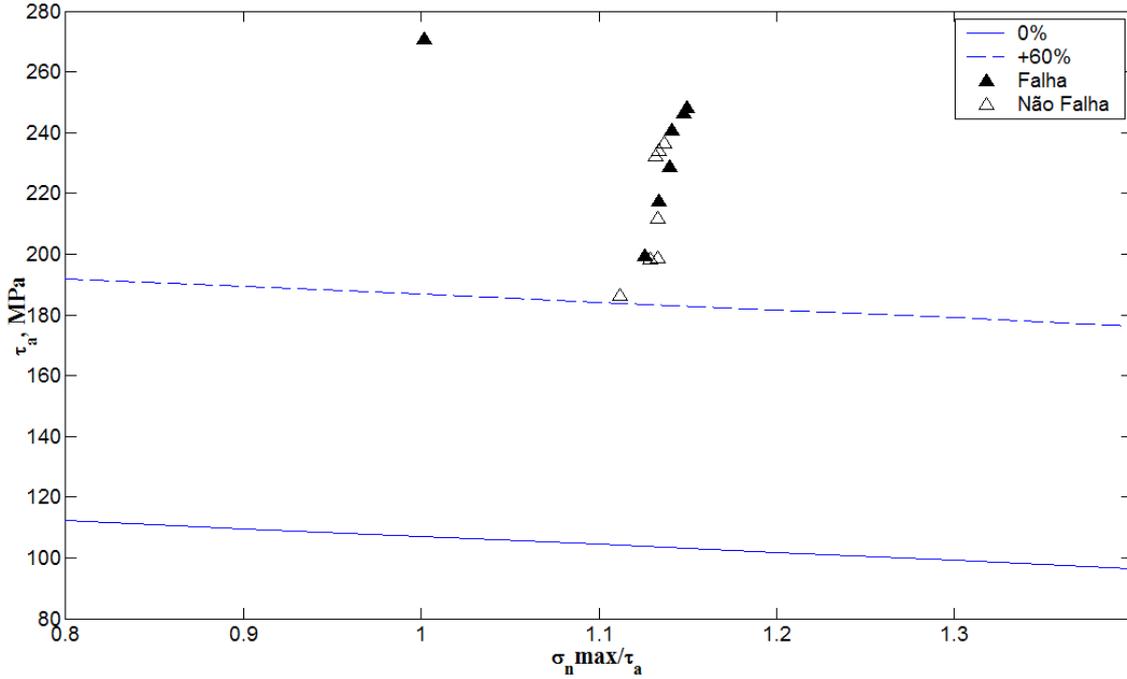


Figura 6.11: Gráfico de $\tau_a \times \rho$ para $b_0 = 0.007mm$

Note que para todos os testes onde a falha não ocorreu, o modelo estimou índices de erro superiores a +60%, ou seja, indicou a falha e portanto foi muito conservativo. Se as estimativas estivessem corretas, os índices calculados deveriam apresentar valores negativos. No caso dos testes que apresentaram falha, o modelo sempre apresentou estimativas corretas. Nesse caso, a diferença entre o índice de erro estimado e a condição limite de falha não pode ser analisada de maneira quantitativa, pois esses testes não estavam na condição limite de resistência à fadiga, ou seja, vida infinita para 2×10^6 ciclos. Lembre-se que para os testes onde a falha ocorreu, os corpos-de-prova romperam com vidas distintas sempre inferiores a 2×10^6 . Qualitativamente os resultados estimados para os corpos rompidos estão corretos pois há a estimativa de falha quando ela de fato ocorre.

Esses valores elevados do índice de erro SU podem ter uma explicação no parâmetro material que define o centro do volume estrutural $L/2$. Os valores dessa constante podem diferir para um mesmo tipo de material, dependendo, por exemplo, do tamanho dos grãos. Se considerarmos o artigo de Atzori *et al.*(2004) pode-se constatar que para um mesmo material, Al2024-T351, existem 3 valores bem diferentes para o parâmetro b_0 , 0.037, 0.100 ou 0.172mm. O valor da distância crítica calculado a partir dos parâmetros materiais $\Delta\sigma_{fl}$ e $\Delta K_{th\infty}$ provenientes de *handbook*(ver tabela 6.2) forneceu $b_0 = 0.007mm$. A análise conduzida anteriormente mostra que é de fundamental importância obter-se o valor da distância crítica para o material em questão a partir de testes em laboratório e não de dados oriundos da literatura.

Dessa forma, Navarro *et al.*(2004) realizaram vários ensaios com o Al7075-T6 e constataram que o melhor valor de b_0 a ser utilizado para esse material era de

0.0527mm. Por isso, repetiu-se a análise da resistência à fadiga segundo a metodologia proposta para o critério das Curvas de Wöhler Modificadas utilizando-se esse valor, e os novos resultados estão relatados na tabela 6.6.

Tabela 6.6: Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Susmel & Lazarin para $b_0 = 0.0527mm$

Teste	$\tau_a(\phi^{**}, \theta^{**})$	$\sigma_{n,max}(\phi^{**}, \theta^{**})$	p_0 (MPa)	SU (%)
01(F)	0.4097	0.4107	341.1887	0.2469
02(F)	0.5948	0.6569	287.9233	0.5036
03(F)	0.4067	0.4097	312.6177	0.1529
04(NF)	0.4199	0.4354	255.6483	0.0098
05(NF)	0.3161	0.1040	291.7122	-0.2423
06(F)	0.3975	0.4018	298.2944	0.0890
07(F)	0.3935	0.1834	269.9309	-0.1103
08(NF)	0.4578	0.4816	240.7757	0.0345
09(NF)	0.4070	0.4145	284.0320	0.0683
10(F)	0.4218	0.4248	336.7572	0.2648
11(F)	0.4027	0.3887	336.7572	0.2083
12(NF)	0.3834	0.3954	336.7572	0.1724
13(NF)	0.3925	0.1992	336.7572	0.0931
14(NF)	0.3873	0.4045	336.7572	0.1848

Como foi feito anteriormente, é mostrado na figura 6.12 o gráfico da amplitude da tensão equivalente τ_a versus a razão ρ , a fim de se verificar a acurácia da metodologia proposta, mas agora considerando o novo valor $b_0 = 0.0527mm$. Novamente, nessa figura, os pontos caracterizados por triângulos cheios representam os testes para os quais ocorreu a ruptura do corpo-de-prova, e os triângulos vazios representam os testes que não falharam. A condição limite de falha ($SU = 0\%$) é indicada por uma reta inclinada contínua, e as faixas de erro, nesse caso de $\pm 20\%$, por retas tracejadas paralelas a ela.

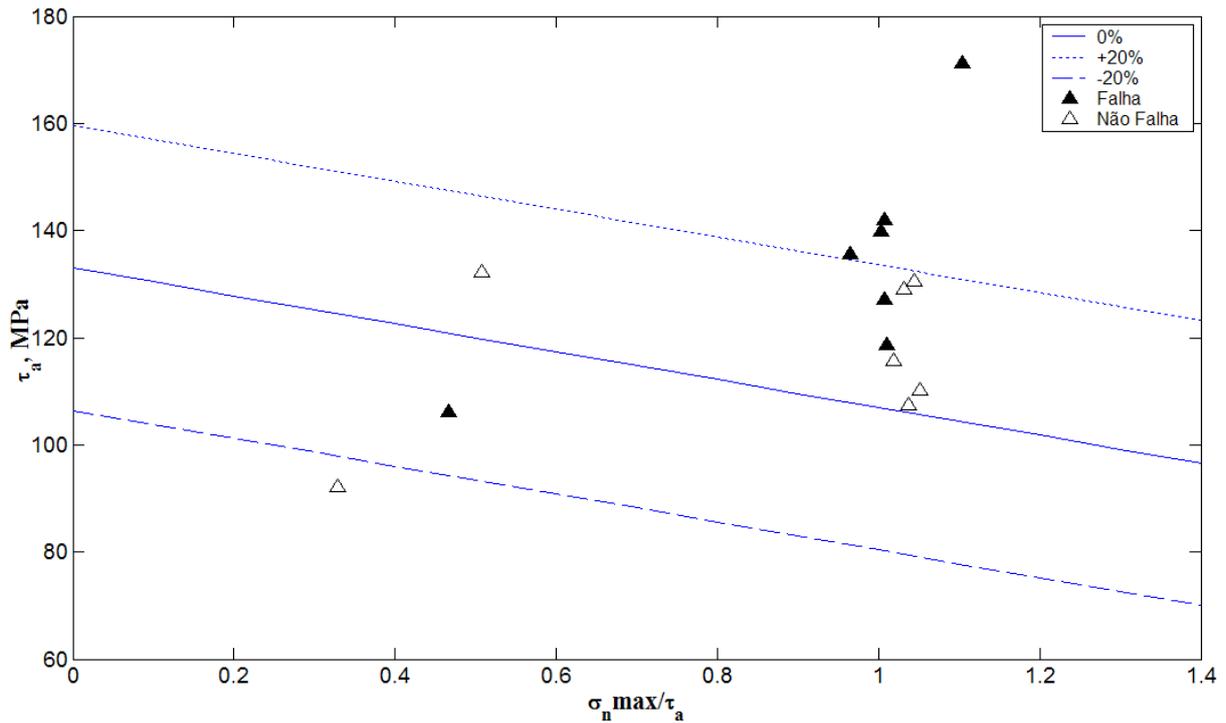


Figura 6.12: Gráfico de $\tau_a \times \rho$ para $b_0 = 0.0527mm$

A figura 6.12 revela que, com esse valor de b_0 , as estimativas do limite de resistência à fadiga foram muito melhores do que as anteriores. Pode-se perceber que a maioria dos pontos ficaram entre as linhas de $\pm 20\%$, o que representa uma faixa de erro excelente para problemas de fadiga por *fretting*. Dos 7 ensaios que romperam (triângulos cheios) o critério conseguiu prever a falha para 6, ou seja, os pontos localizam-se acima da linha limite. Pode-se verificar ainda que no caso da estimativa não conservativa (prevê vida infinita para o ensaio em que os corpo-de-prova falhou), o erro foi inferior a 12%.

Para os outros 7 ensaios que não apresentaram falha (triângulos vazios) a estimativa para 1 ensaio que possui vida infinita foi correta, e para os outros 6 foi conservativa, mas com erros inferiores a 10% para 3 desses ensaios e não maior do que 20% no pior cenário.

Como já foi dito anteriormente, o critério das Curvas de Wöhler Modificadas faz um varredura plano a plano de um ponto material, buscando o plano em que a amplitude da tensão cisalhante equivalente é máxima. Esse plano é denominado de plano crítico. Contudo, na análise conduzida percebeu-se que existem diferentes planos em que a amplitude da tensão cisalhante é exatamente igual ou bastante próxima à do plano crítico, mas em que a tensão normal máxima apresenta variações significativas. Uma análise mais detalhada sobre tal fato foi conduzida, e ela pode ser verificada no apêndice C desse trabalho.

Assim, definiu-se o plano crítico como o plano em que τ_a apresenta o mesmo

valor ou variações mínimas em relação ao seu valor máximo, e em que $\sigma_{n,max}$ atinge seu maior valor. Ou seja, dentre os planos que apresentaram o valor da amplitude da tensão cisalhante equivalente dentro de uma tolerância especificada (10^{-4}), escolheu-se como plano crítico aquele que possui o maior valor da tensão normal máxima (média + alternada). Esse plano foi definido pelos ângulos ϕ^{**} e θ^{**} .

Note que segundo a definição de Susmel & Lazzarin o plano crítico é apenas o de máxima amplitude da tensão cisalhante. Isso torna o problema numericamente mal posto, pois como se relatou há vários planos em que os maiores valores de τ_a diferem em menos de 0.1%. Entretanto, nesses planos a diferença observada para tensões normais máximas foi superior a 100%. A definição de plano crítico considerada neste trabalho é ligeiramente diferente da apresentada por Susmel & Lazzarin, mas torna o problema numericamente bem posto.

A tabela 6.7 mostra os resultados obtidos por meio das duas metodologias para $b_0 = 0.0527mm$. Nesse caso, o τ_a sofre pequenas variações, como nos testes 04, 05, 07, 08, 11 e 13; porém, todas elas estão dentro da tolerância admitida. Novamente observa-se uma significativa mudança no valor de $\sigma_{n,max}$, que para alguns casos chega a ser da ordem de mais de 100% (teste 06). Um fato importante a ser analisado é que em 4 testes o valor do índice SU mudou de negativo para positivo, o que significa uma mudança na estimativa da resistência à fadiga da região segura para a não-segura, ou seja, da região de vida infinita para a região de falha.

Tabela 6.7: Comparação dos resultados obtidos segundo o critério de Susmel & Lazarin para $b_0 = 0.0527mm$ sem e com a utilização da metodologia da tolerância

Teste	$\tau_a(\phi^*, \theta^*)$	$\tau_a(\phi^{**}, \theta^{**})$	$\sigma_{n,max}(\phi^*, \theta^*)$	$\sigma_{n,max}(\phi^{**}, \theta^{**})$	SU^1 (%)	SU^2
01(F)	0.4097	0.4097	0.2103	0.4107	0.1513	0.2469
02(F)	0.5948	0.5948	0.3464	0.6569	0.4016	0.5036
03(F)	0.4067	0.4067	0.2029	0.4097	0.0535	0.1529
04(NF)	0.4200	0.4199	0.2026	0.4354	-0.0984	0.0098
05(NF)	0.3162	0.3161	0.1003	0.1040	-0.2446	-0.2423
06(F)	0.3975	0.3975	0.1890	0.4018	-0.0155	0.0890
07(F)	0.3936	0.3935	0.1802	0.1834	-0.1117	-0.1103
08(NF)	0.4579	0.4578	0.2339	0.4816	-0.0712	0.0345
09(NF)	0.4070	0.4070	0.1955	0.4145	-0.0368	0.0683
10(F)	0.4218	0.4218	0.2204	0.4248	0.1701	0.2648
11(F)	0.4028	0.4027	0.2050	0.3887	0.1193	0.2083
12(NF)	0.3834	0.3834	0.1518	0.3954	0.0482	0.1724
13(NF)	0.3926	0.3925	0.1938	0.1992	0.0906	0.0931
14(NF)	0.3873	0.3873	0.1536	0.4045	0.0582	0.1848

¹ índice para a metodologia original proposta por Susmel & Lazarin

² índice para a metodologia usando a tolerância

Avaliação do limite de resistencia à fadiga segundo o critério de Dang Van

Da mesma forma que para o critério de fadiga anterior, para o critério de fadiga de Dang Van o limite de resistência foi calculado por meio do campo de tensões existente no ponto de maior sollicitação do carregamento, $\frac{x}{a} = -1$. Associado ao critério foi utilizado o método da distância crítica de Taylor; assim, considerou-se o ponto $(\frac{x}{a}, \frac{z}{a}) = (-1, \frac{L}{2})$, no qual os valores de b_0 serão os mesmos utilizados anteriormente, $0.007mm$ e $0.0527mm$. Na tabela 6.8, serão mostrados os valores dos parâmetros materiais κ e λ , obtidos aqui por meio das eq 5.29 e 5.30, respectivamente, e necessários para a obtenção do índice de erro DV . Considerando o que foi dito anteriormente e os dados da tabela 6.3, os seguintes resultados foram obtidos:

Tabela 6.8: Valores dos parâmetros materiais κ e λ para o critério de Dang Van.

κ	λ (MPa)
-0.7091	157.5818

Tabela 6.9: Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Dang Van para $b_0 = 0.007mm$

Teste	DV (%)
01(F)	1.4485
02(F)	1.6909
03(F)	1.2693
04(NF)	0.9634
05(NF)	0.8410
06(F)	1.1591
07(F)	0.9797
08(NF)	0.9666
09(NF)	1.0994
10(F)	1.4642
11(F)	1.3844
12(NF)	1.3038
13(NF)	1.3428
14(NF)	1.3193

A tabela 6.9 mostra que o critério de Dang Van também fornece resultados muito conservativos para o caso de $b_0 = 0.007mm$. As estimativas de resistência à fadiga fornecem valores positivos muito elevados, ocasionando assim uma previsão de falha para todos os testes. Para os testes que não apresentaram falha, o critério estimou resultados para o índice DV sempre a favor da segurança, com valores todos superiores a 80%, quando esses deveriam apresentar índices de erro negativos. Todas as previsões para os ensaios onde o corpo-de-prova apresentou falha estão corretas, uma vez que os valores de DV são positivos. Da mesma forma que anteriormente, esses resultados não podem ser avaliados de forma quantitativa, já que os ensaios não foram conduzidos no limite de resistência à fadiga do material, mas eles estão qualitativamente corretos. Novamente, acredita-se que isso esteja ocorrendo devido à variação do parâmetro material b_0 , como foi explicado anteriormente.

Tabela 6.10: Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Dang Van para $b_0 = 0.0527mm$

Teste	DV (%)
01(F)	0.2913
02(F)	0.6730
03(F)	0.1793
04(NF)	0.0097
05(NF)	-0.1670
06(F)	0.1009
07(F)	-0.0066
08(NF)	0.0555
09(NF)	0.0775
10(F)	0.3197
11(F)	0.2415
12(NF)	0.1597
13(NF)	0.2009
14(NF)	0.1777

A tabela 6.10 possui resultados ainda conservativos para as estimativas de resistência à fadiga de cada teste. Para aqueles ensaios no qual o corpo-de-prova não apresentou falha, somente em um deles o índice de erro apresentou valor negativo, e assim uma previsão correta. Nos outros 6 ensaios onde o CP não apresentou falha, o critério se apresentou a favor da segurança, ou seja, com índices DV positivos e que, assim, ficaram na região de falha do critério. Em 6 dos 7 testes onde se identificou a falha do corpo-de-prova, as estimativas foram qualitativamente corretas, apresentando resultados positivos. Na maioria desses testes o valor do índice de erro ficou entre +10% e +30%, o que representa ótimas estimativas no tocante a problemas de fadiga por *fretting*. O único resultado que foi contra a segurança foi o do teste n° 07, onde o índice de erro apresentou um valor negativo ao invés de positivo para um ensaio em que houve falha do componente. Deve-se lembrar que pelo critério das Curvas de Whöler Modificadas utilizando a metodologia da tolerância, o único teste que ficou contra a segurança foi também o n° 07.

Para se computar o ganho proporcionado pela utilização do critério de fadiga de Dang Van associado à distância crítica de Taylor, com relação a uma análise conduzida no ponto de máxima sollicitação (*hot spot*), foram traçados dois gráficos que representam a história de carregamento na superfície do contato e na profundidade $L/2$, juntamente com a linha do critério, no espaço $\tau(t)$ versus $P_h(t)$. Foi utilizado para tal análise o

teste que apresentou o maior valor absoluto do índice DV , o teste $n^{\circ} 05$.

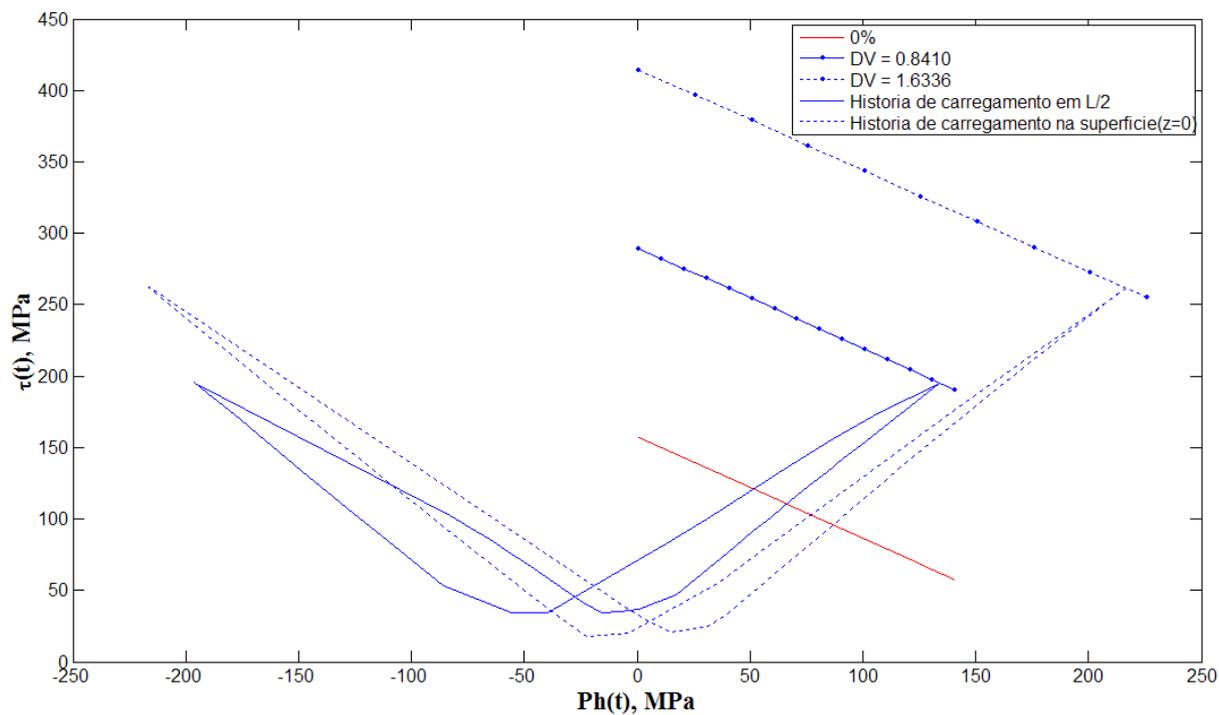


Figura 6.13: Gráfico de $\tau(t) \times Ph(t)$ para o teste $n^{\circ}05$ e com $b_0 = 0.007mm$

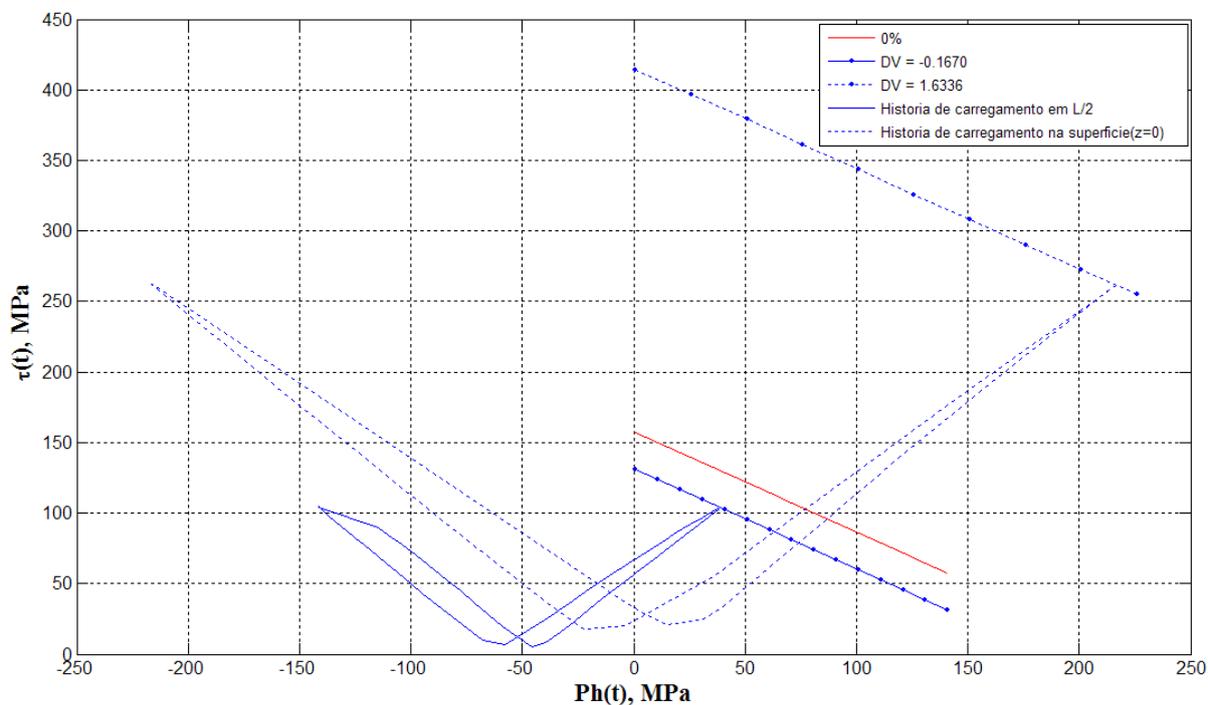


Figura 6.14: Gráfico de $\tau(t) \times Ph(t)$ para o teste $n^{\circ}05$ e com $b_0 = 0.0527mm$

Os gráficos das figuras 6.13 e 6.14 mostram claramente que o carregamento na

superfície é bem mais severo que na profundidade $L/2$ em questão. Dessa forma, como a utilização do método da distância crítica de Taylor juntamente com o critério de fadiga de Dang Van consegue prever de forma bastante razoável o limite de resistência à fadiga do material, fica notório o benefício que se tem com o uso dessa metodologia, caracterizando, por exemplo, uma economia significativa de material na hora da fabricação desse componente.

Capítulo 7

Conclusão

Neste trabalho, propôs-se uma metodologia para a avaliação da resistência à fadiga sob condições de *fretting*. Esta metodologia consistiu na aplicação do modelo de fadiga multiaxial (Modelo Mesoscópico e o Modelo das Curvas de Wöhler Modificadas (MCWM)) associado ao Método da Distância Crítica do Ponto de Taylor. Dados experimentais coletados da literatura envolvendo o contato entre esferas de *Al7075 – T6* sob um regime de escorregamento parcial foram utilizados para validar a análise. Esses dados mostravam a vida à fadiga obtida por meio de uma série de testes de *fretting* para vários corpos de prova de tamanhos e materiais iguais. Assim, as estimativas de vida em fadiga obtidos por meio da simulação numérica desenvolvida neste trabalho foram confrontados com esses valores de vida em fadiga obtidos experimentalmente.

Na análise realizada com o valor da distância crítica igual a $b_0 = 0.0007mm$, verificou-se que os dois critérios multiaxiais apresentavam resultados muito conservativos. Para todos os 14 testes os índices de erro encontrados apresentaram valores positivos, estimando assim a falha do corpo-de-prova. Dessa forma, para os testes que não apresentavam falha, os critérios sempre erraram em favor da segurança. Na análise subsequente, com $b_0 = 0.0527mm$, tanto o critério de Susmel & Lazarin quanto o modelo mesoscópico de Dang Van conseguiram estimar corretamente a vida à fadiga em 7 dos 14 testes realizados por Vallellano *et al.*. Em outros 6 ensaios, os critérios ficaram a favor da segurança, estimando índices de erro positivos para testes em que ocorria falha do corpo-de-prova. Em apenas 1 teste os critérios erraram para o lado não conservativo, o ensaio *n°07*, ou seja, seu índice de erro apresentou um valor negativo para um ensaio em que houve a ruptura do CP. É válido se notar que para o teste *n°02* as estimativas em ambos os critérios ficaram muito próximas da condição limite de falha, indicando que o estado de tensão está muito próximo do limite de fadiga.

Os resultados ainda mostraram que os parâmetros materiais utilizados para se encontrar o centro do volume estrutural proposto por Taylor, $L/2$, devem ser obtidos por ensaios nos próprios corpos-de-prova utilizados no teste de *fretting*. Caso esses parâmetros sejam retirados de fontes provenientes da literatura, por exemplo de *hand-*

books de propriedades em fadiga, os resultados da análise podem não ser adequados.

Os resultados também indicam que a obtenção do plano crítico requer um cuidado especial com os valores de $\sigma_{n,max}$ e τ_a . Notou-se que os maiores valores da amplitude da tensão cisalhante equivalente adquirem valores muito próximos, com diferenças da ordem de apenas 0.1%. Assim, a escolha do plano crítico requer a análise do valor da tensão normal máxima em cada plano definido pelos ângulos ϕ e θ onde foram encontrados os valores mais elevados de τ_a , uma vez que ela encontra valores bastante díspares em cada um desses planos.

Referências Bibliográficas

- Amontons, G., 1699, “De la résistance causée dans les machines”, *Memoires de L’Académie Royale, A*, pp. 275-282.
- Araújo, J. A., 2000, “On the Initiation and Arrest of Fretting Fatigue Cracks”, D.Phil.thesis, University of Oxford.
- Araújo, J. A., & Nowell, D., 1999, “Analysis of pad size effects in fretting fatigue using short crack arrest methodologies”, *International Journal of Fatigue*, 21.9, pp. 947-956.
- Araújo, J. A., & Nowell, D., 2002, ”The effect of rapidly varying contact stress fields on fretting fatigue”, *International Journal of Fatigue*, 24.7, pp. 763-775.
- Araújo, J. A., & Mamiya, E. N., 2003, “The application of a Mesoscopic scale approach in fretting fatigue”, *ABCM*, Vol. 25, pp. 16-20.
- Araújo, J. A., Nowell, D., & Vivacqua, R. C., 2004, “The use of multiaxial fatigue models to predict fretting fatigue life of components subjected to different contact stress fields”, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 27, pp. 967-978.
- Atzori, B., Meneghetti, G., & Susmel, L., 2004, “Material fatigue properties for assessing mechanical components weakened by notches an defects”, *Fatigue and Fracture Engng. Mater. Struct.*, 27, pp. 1-15.
- Barnard R.H., 1995, Aerodynamic Characteristics and instabilities of catenary-suspended roadway luminaries, *Journal of wind Engineering and industrial Aerodynamics*, 57.2-3,p335-342.
- Bin Li, Santos J. L. T., & Freitas, M., 2000, “A unified numerical approach for multiaxial fatigue limit evaluation”, *Mech. Struct. & Mach*, 28(1), pp. 85-103.
- Boldrini, J. L., 1986, “Álgebra Linear”, 2ª ed., SP.
- Bramhall, R., 1973, “Studies in fretting fatigue”, D. Phil. thesis, University of Oxford, Oxford.
- Brown, M. W., & Miller, K. J., 1973, “A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions”, *Proc. I. Mech E*, 187, pp. 745-755.

- Cattaneo, C., 1938, "Sul Contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi", *Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei*, 27, Ser. 6, 342, 434, 474.
- Ciavarella, M., & Demelio, G., 2001, "A review of analytical aspects of fretting fatigue, with extension to damage parameters, and application to dovetail joints", *Internacional Journal of Solids and Structures*, 38.10-13/2001, pp.1791-1811.
- Crossland, B., 1956, "Proc. Int. Conf. on Fat. of Metals", *Proc. Inst. Mech.*, London, pp. 138-149.
- Dang Van, K., 1973, "Sur la résistance à la fatigue des métaux", *Sciences et Techniques de l'Armement*, 47, pp. 647-722.
- Dang Van, K., Griveau, B., & Message, O., 1989, "On a new multiaxial fatigue limit criterion: Theory and application", *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, EGF 3, Mech. Engng Publications, London, pp. 479-496.
- Deperrois, A., 1991, "Sur le calcul de limites d'endurance des aciers", *Thèse de Doctorat*, Ecole Polytechnique, Paris.
- Dowling, N. E., 1993, "Mechanical behaviour of materials – Engineering methods for deformation, fracture and fatigue", Prentice-Hall.
- Dowling, N. E., 2004, "Mean stress effects in stress-life and strain-life fatigue", *Society of Automotive Engineers*.
- Eden, E. M., Rose, W. N., & Cunningham, F. L., 1911, "Endurance of Metals", *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers*, Vol. 4, pp. 839-974.
- El Haddad, M. H., Topper, T. H., & Smith, K. N., 1979, "Fatigue crack propagation of short cracks", *F. Engng Mater. Tech. (ASME Trans.)*, 101, pp. 42-45.
- Ellyin, F., Golos, K., & Xia, Z., 1991, "In-phase and out-of-phase multiaxial fatigue", *ASME F. Engng Mater. Tech. (ASME Trans.)*, 113, pp. 112-118.
- Ellyin, F., & Kujawski, D., 1993, "A multiaxial fatigue criterion including Mean Stress effect", *Advances in Multiaxial Fatigue ASTM STP 1191*, Philadelphia pp. 55-66.
- Endo, K., & Goto, H., 1976, "Initiation and propagation of fretting fatigue cracks", *Wear*, 38, pp. 311-24.
- Farris, T. N., Szolwinski, M. P., & Harish, G., 2000, "Fretting in aerospace structures and materials fatigue", In: Hoepfner, D. W., Chandrasekaran, V., Elliot, C. B., editors, *Fretting fatigue: current technology and practices*, ASTM STP 1367, West Conshohocken, PA: ASTM 2000, pp. 523-537.
- Fatemi, A., & Socie, D. F., 1988, "A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading", *F. Fract. Engng Mater. Struct.*, Vol. 11, pp. 149-165.

- Fatigue Data Book: Light Structural Alloys. Material Park: ASM International, 1995, pp. 91-94.
- Fellows, L. J., Nowell, D., & Hills, D. A., 1997, "Analysis of crack initiation and propagation in fretting fatigue: The effective initial flaw size methodology", *Fatigue Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 20, pp. 61-70.
- Flavenot, J. F., & Skalli, N., 1989, "A critical depth criterion for the evaluation of long-life fatigue strength under multiaxial loading and a stress gradient", *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, EGF 3, Mech Engng Publications, London, pp. 355-365.
- Fouvry, S., Kapsa, P., Vincent, L., & Dang Van, K., 1996, "Theoretical analysis of fatigue cracking under dry friction for fretting loading conditions", *WEAR*, 195, pp. 21-34.
- Fouvry, S., Kapsa, P., Sidoroff, F., & Vincent, L., 1998, "Identification of the characteristic length scale for fatigue cracking in fretting fatigue contacts", *J. de Phys. IV*, France 8, pp. 159-166.
- Fouvry, S., Kapsa, P., & Vincent, L., 1999, "A multiaxial fatigue analysis of fretting contact taking into account the size effect", In: *Fretting Fatigue: Current Technology and Practices*, ASTM STP 1367, West Conshohocken, PA.
- Fouvry, S., Elleuch, K., & Simeon, G., 2002, "Prediction of crack nucleation under partial slip fretting conditions", *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 37.6/2002, pp. 549-564.
- Garud, Y. S., 1979, "A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loading", *Proceedings Symposium on Methods for Predicting Material Life in Fatigue*, ASME, New York, pp. 247-264.
- Giannakopoulos, A. E., Lindley, T. C., & Suresh, S., 1998, "Aspects of equivalence between contact mechanics and fracture mechanics: theoretical connections and life-predictions methodology for fretting-fatigue", *Acta Materialia*, 46.9, pp. 2955-2968.
- Giannakopoulos, A. E., Lindley, T. C., & Suresh, S., 2000, "Similarities of stress concentration in contact at round punches and fatigue notches: implication to fretting fatigue crack initiation", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 23, pp. 561-571.
- Glinka, G., Shen, G., & Plumtree, A., 1995, "A multiaxial fatigue strain energy density parameter related to the critical fracture plane", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 18, No. 1, pp. 37-46.
- Gough, H. J., & Pollard, H. V., 1935, "The strength of metals under combined alternating stresses", *Proc. Inst. Mech.*

- Halford, G. R., 1966, "The energy required for fatigue", *J. Mater.*, 1(1), pp. 3-18.
- Hamilton, G. M., 1983, "Explicit equations for the stresses beneath a sliding spherical contact", *Proc. Inst. Mech. Eng.*; 197c:53-59.
- Harrish, G. & Farris, T. N., 1998, "Shell modeling of fretting in riveted lap joints", *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 6.
- Hertz, H., 1882, "Über die Berührung fester elastischer Körper", *Jnl Reine und angewandte Mathematik*, 92, pp. 156-171.
- Hills, D. A., & Nowell, D., 1990, "Crack initiation criteria in fretting fatigue", *Wear*, 1362, pp. 329-343.
- Hills, D. A., Nowell, D., & Sackfield, A., 1993, "Mechanics of Elastic Contacts", Butterworth-Heinemann, Oxford.
- Hills, D. A., & Nowell, D., 1994, "Mechanics of Fretting Fatigue, Solid Mechanics and its Applications", Kluwer Academic Publishers.
- Hoepfner, D. W., & Gates, F. L., 1981, "Fretting fatigue considerations in engineering design", *Wear*, 70.2, pp. 155-164.
- Hoepfner, D. W., 1992, "Mechanisms of fretting fatigue and their impact on test methods development", *Standardization of Fretting Fatigue Test Methods and Equipments ASTM STP 1159 Attias e Waterhouse (eds.)*.
- Johnson, K. L., 1985, "Contact Mechanics", Cambridge University Press.
- Kardestuncer, H., & Norrie D. H., 1987, "Finite Element Handbook", McGraw-Hill.
- Kitagawa, H., & Takahashi, S., 1976, "Applicability of fracture mechanics to very small cracks or to cracks in early stages", *Proceedings of Second International Conference on Mechanical Behaviour of Materials*, pp. 627-31.
- Kitagawa, H., & Tanaka, T., 1990, "Fatigue 90", Birmingham: Materials and Components Engineering Publications.
- Lankford, J., 1982, "The growth of small fatigue cracks in 7075-T6 aluminum", *Fatigue Engng Mater and Struct*, 5, pp. 233-248.
- Lankford, J., & Ritchie, R. O., 1986, "Small fatigue cracks", Warrendale: The Metallurgical Society of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engng.
- Leithold, L., 1994, "O cálculo com geometria analítica", Vol. 2, 2ª Ed., São Paulo.
- Lindley, T. C., 1997, "Fretting fatigue engineering alloys", Cambridge University Press.

- Liu, K. C., 1993, "A method based on virtual strain-energy parameters for multiaxial fatigue life prediction", *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, Philadelphia, pp. 67-84.
- Mamiya, E. N., & Araújo, J. A., 2002, "Fatigue limit under multiaxial loading: on the definition of the equivalent shear stress" *Mechanics Research Communications*, 29, pp. 141-151.
- Matake, T., 1977, *Bull. JSME*, 20, pp. 257.
- McDiarmid, D. L., 1974, "A new analysis of fatigue under combined bending and twisting", *Aeronautical Journal*, Vol. 78, No. 763, pp. 5.1-5.12.
- McDiarmid, D. L., 1991, "Mean stress effects in biaxial fatigue where the stresses are out-of-phase and at different frequencies", In: *Fatigue under Biaxial/Multiaxial loading*, ESIS 10.
- McDowell, J. R., 1953, "Fretting Corrosion Tendencies of Several Combinations of Materials", *Symposium on Fretting Corrosion*, ASTM STP 144, Philadelphia, pp. 24-39.
- Miller, R. J., & De los Rios, E. R., 1986, "The behaviour of short fatigue cracks", *Mechanical Engng Publ.*, London.
- Mindlin, R. D., 1949, "Compliance of elastic bodies in contact", *Jnl. App. Mech.*, 16, pp. 259-268.
- Mugadu, A., & Hills, D. A., 2002, "A generalized stress intensity approach to characterizing the process zone in complete fretting contacts", *International Journal of Solids and Structures*, 39.5/2002, pp. 1327-1335.
- Muskhelishvili, N. I., 1953, "Some basic problems of Mathematical theory of elasticity", *Noordhoff, Gröningen*, 36, pp. 99-107.
- Mutohu, Y., & Xu, J. Q., 2003, "Fracture mechanics approach to fretting fatigue and problems to be solved", *Tribology International*, 36, pp. 99-107.
- Naboulsi, S., & Mall, S., 2003, "Fretting fatigue crack initiation behavior using process volume approach and finite element analysis", *Tribology International*, 36, pp. 121-131.
- Navarro, C., & Dominguez, J., 2004, "Initiation criteria in fretting with spherical contact", *International Journal of Fatigue*, 26, pp. 1253-1262.
- Neuber, H., 1958, "Theory of notch stress", *Springer Publishers*, Berlin.
- Nishihara, T., & Kawamoto, M., 1945, "The strength of metals under combined alternating bending and twisting", *Memoirs, College of Engng, Kyoto Imperial University, Japan*, Vol. 10, pp. 177-201.

- Nishioka, K., & Hirakawa, K., 1969a, "Fundamental investigations of fretting fatigue (part. 2) – Fretting fatigue test machine and some results", Bull, JSME, Vol. 12, No. 50, pp. 180-187.
- Nishioka, K., & Hirakawa, K., 1969b, "Fundamental investigations of fretting fatigue (part. 3) – Some phenomena and mechanisms of surface cracks", Bull, JSME, Vol. 12, No. 51, pp. 397-407.
- Nishioka, K., & Hirakawa, K., 1969c, "Fundamental investigations of fretting fatigue (part. 4) – The effect of mean stress", Bull, JSME, Vol. 12, No. 52, pp. 408-414.
- Nishioka, K., & Hirakawa, K., 1969c, "Fundamental investigations of fretting fatigue (part. 5) – The effect of relative slip amplitude", Bull, JSME, Vol. 12, No. 52, pp. 692-697.
- Nishioka, K., & Hirakawa, K., 1972, "Fundamental investigations of fretting fatigue (part. 6)", Bull, JSME, Vol. 15, No. 80, pp. 135-144.
- Nishioka, K., Nishimura, S., & Hirakawa, K., 1968, "Fundamental investigations of fretting fatigue (part. 1) – On the relative slip amplitude of press-fitted axle assemblies", Bull, JSME, Vol. 11, No. 45, pp. 437-445.
- Nowell, D., 1989, "An analysis of fretting fatigue", D. Phil. thesis, Oxford University.
- Nowell, D., & Dai, D. N., 1998, "Analysis of surface tractions in complex fretting fatigue cycles using quadratic programming", ASME Journal of Tribology, 120, pp. 744-749.
- Nowell, D., & Dini, D., 2003, "Stress gradient effects in fretting fatigue", ASME Journal of Tribology, 36.2, pp. 71-78.
- Papadopoulos, 1996, Invariant Formulation of a Gradient dependent Multiaxial High-Cycle Fatigue Criterion, Engineering Fracture Mechanics, Vol 55, No. 4, pp. 513-528.
- Papadopoulos, I. V., 1997, "A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals", Int. J. Fatigue, 19, pp. 219-235.
- Pape, J. A., & Neu, R. W., 1999, "Influence of contact configuration in fretting fatigue testing", Wear.
- Paris, P. C., Gomes, M. P., & Anderson, W. P., 1961, "A rational analytic theory of fatigue", The trend in engineering, 13, pp. 9-14.
- Pearson, R. E., 1975, "Initiation of fatigue crack in commercial aluminum alloys and the subsequent propagation of very short cracks", Engineering Fracture Mechanics 7, pp. 235-47.
- Peterson, R. E., 1959, "Notch sensitivity", Metal Fatigue, McGraw-Hill, New York, pp. 293-306.

- Ruiz, C., Boddington, P. H. B., & Chen, K. C., 1984, "An investigation of fatigue and fretting in a dovetail joint", *Exp. Mech.*, 24.3, pp. 208-217.
- Ruiz, C., & Chen, K. C., 1986, "Life assessment of dovetail joints between blades and discs in aero-engines", *Proceedings of 6th International Conference on Fatigue*, Sheffield: I. Mech. E.
- Ruiz, C., & Nowell, D., 2000, "Designing against fretting fatigue in aeroengines", In: *Fluentes M., Elices M., Martin-Meizoso A., Martinez-Esnaola JM., editors. Fracture mechanics, applications and challenges, Invited papers presented at the 13th European Conference on Fracture, ESIS publication 26, Amsterdam, Elsevier*, pp. 73-95.
- Sines, G., 1955, "Failure of materials under combined repeated stress with superimposed static stresses", *NACA tech, Note 3495*.
- Sines, G., & Ohgi, G. 1981, "Fatigue criteria under combined stresses and strain", *ASME, J. Engng Mater. Technol.*, 103, pp. 82-90.
- Smith, K. N., Watson, P., & Topper, T. H., 1970, "A stress-strain function for the Fatigue of Metals", *J. Mater.*, Vol. 5 No. 4, pp. 767-778.
- Smith, R. A., Liu, Y., & Grabowski, L., 1996, "Short fatigue crack growth behaviour in Waspaloy at room and elevated temperatures", *Engng. Mater. Struct.*, Vol. 19 No. 12, pp. 1505-1514.
- Socie, D., 1987, "Multiaxial fatigue damage models", *J. Engng. Mater. Tech.*, Vol. 109, pp. 293-298.
- Susmel, L., & Lazzarin, P., 2002, "A bi-parametric Wöhler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment", *Fatigue and Fract Engng Mater. Struct.*, 25, pp. 66-78.
- Susmel, L., & Taylor, D., 2003, "Two methods for predicting the multiaxial fatigue limits of sharp notches", *Fatigue and Fract Engng Mater. Struct.*, 26, pp. 821-833.
- Susmel, L. (2004) A unifying approach to estimate the high-cycle fatigue strength of notched components subjected to both uniaxial and multiaxial cyclic loadings. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 27 (2004), 391-411.
- Tanaka, K., Nakai, Y., & Yamashita, M., 1981, "Fatigue growth threshold of small cracks", *Int. J. Fract.*, 17, pp. 519-33.
- Tanaka, K., 1983, "Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-life notches", *Int. J. Fract.*, 22, R39-R45.
- Taylor, D., 1999, "Geometrical effects in fatigue: A unifying theoretical model", *Int. J. Fract.*, 21, 413-420.

- Thomson, D., 1998, "The national high cycle fatigue (HCF) program", Third National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference, Saint Antonio, Texas, CD-ROM proceedings, Strange, W. A. (Ed).
- Tomlinson, G. A., 1927, "The rusting of steel surfaces in contact", Proceedings of the Royal Society, Vol. 115, pp. 472-483.
- Vallellano, C., Dominguez, J., & Navarro, C., 2003, "On the estimation of fatigue failure under fretting conditions using notch methodologies", Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 26, pp. 469-478.
- Vallellano, C., Dominguez, J., & Navarro, C., 2004, "Predicting the fretting fatigue limit for spherical contact", Engineering Failure Analysis, pp. 1-10.
- Varvani-Farahani, A., 2000, "A new energy-critical plane parameter for fatigue life assessment of various metallic materials subjected to in-phase or out-of-phase multiaxial fatigue loading conditions", Int. J. Fat., 22, pp. 295-305.
- Vingsbo, O. S., & Soderberg, S., 1987, "On fretting maps", Conference: wear of materials, ASME, Nova York, pp. 885-894.
- Warlow-Davis, F. J., 1941, "Fretting corrosion and fatigue strength", Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Vol. 146, pp. 32.
- Waterhouse, R. B., 1981, "Fretting fatigue", Waterhouse, R. B. Editor, Applied Science Publishers, UK.
- Waterhouse, R. B., & Alley, M., 1965, Wear, Vol. 8, pp. 112.
- Waterhouse, R. B., & Lindley, T. C., 1994, "Fretting fatigue", European Structural Integrity Society, Mechanical Engineering Publications Limited, London, ESIS Publication, No. 18.
- Wittkowski, B.U., Birch, P.R., Domínguez, J., & Suresh, S., 1999, "An Apparatus for Quantitative Fretting Fatigue Testing", Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 22, pp. 307-320.
- Zhou, Z. R., Cardou A., Fiest M., Goudreau S., 1994, Fretting fatigue in electrical transmission lines, Wear, 173.1-2, p179-188.

Apêndice A

ALGORÍTIMO DA HIPERESFERA

Dang Van (1973), em seu trabalho sobre o critério proposto, apresentou um algoritmo para o cálculo do centro da hiperesfera e do seu raio. O algoritmo é apresentado nos seguintes passos:

1 – Discretização da história de carregamento do tensor desviador $\mathbf{s}(t)$ em n pontos $\mathbf{s}_k = \mathbf{s}(t_k)$, $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

2 – Atribuir um valor inicial $\boldsymbol{\rho}_{k-1}$ para o centro da hiperesfera. Uma escolha natural é o centróide do carregamento macroscópico $\mathbf{S}(t)$.

$$\boldsymbol{\rho}_{k-1} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{S}_k \quad (\text{A.1})$$

3 – Atribuir um valor inicial para o raio da hiperesfera \mathbf{R}_{k-1} .

4 – Para cada estado de tensão \mathbf{S}_k e enquanto não se obtiver convergência:

4.1 – Calcule a distância entre o ponto e o centro da hiperesfera

$$D_k = J_2(\mathbf{S}_k - \boldsymbol{\rho}_{k-1}) = \frac{1}{2}(\mathbf{S}_k - \boldsymbol{\rho}_{k-1}) \cdot (\mathbf{S}_k - \boldsymbol{\rho}_{k-1}) \quad (\text{A.2})$$

4.2 – Calcule o quanto o ponto está fora da hiperesfera

$$P_k = D_k - R_{k-1} \quad (\text{A.3})$$

4.3 – Se $P_k < 0$ mantenha o centro e raio da hiperesfera.

$$R_k = R_{k-1} \quad \boldsymbol{\rho}_k = \boldsymbol{\rho}_{k-1} \quad (\text{A.4})$$

4.4 – Se $P_k > 0$ o ponto está fora

$$\begin{aligned} R_k &= R_{k-1} + \chi P_k \\ \boldsymbol{\rho}_k &= \boldsymbol{\rho}_{k-1} + \frac{D_k - R_k}{D_k} (\mathbf{S}_k - \boldsymbol{\rho}_{k-1}) \end{aligned} \tag{A.5}$$

Apêndice B

ANÁLISE DO ÍNDICE SU COM UMA VARIAÇÃO DE $\pm 10\%$ NO PARÂMETRO b_0

Para se ter uma melhor noção da influência do parâmetro b_0 nas estimativas de resistência à fadiga, uma variação de $\pm 10\%$ foi imposta a esse parâmetro para seu valor igual a $0.0527mm$. Os resultados obtidos estão descritos na tabela B.1.

Tabela B.1: Avaliação do limite de resistência à fadiga segundo o critério de Susmel & Lazarin para uma variação de $\pm 10\%$ em $b_0 = 0.0527mm$

	$L/2$	$0.9L/2$	$1.1L/2$
Teste	SU (%)	SU (%)	SU (%)
01(F)	0.2469	0.3079	0.0907
02(F)	0.5036	0.5585	0.3540
03(F)	0.1529	0.2103	-0.0038
04(NF)	0.0098	0.0599	-0.1485
05(NF)	-0.2423	-0.0601	-0.1442
06(F)	0.0890	0.1441	-0.0697
07(F)	-0.1103	0.0499	-0.1666
08(NF)	0.0345	0.0838	-0.0148
09(NF)	0.0683	0.1219	-0.0897
10(F)	0.2648	0.3257	0.1125
11(F)	0.2083	0.2695	0.0442
12(NF)	0.1724	0.2079	-0.0023
13(NF)	0.0931	0.2389	0.0210
14(NF)	0.1848	0.2212	0.0077

Os resultados mostram que os valores do índice SU podem variar significativamente quando comparados com seu respectivo valor calculado em $L/2$. Isso mostra o cuidado que se deve tomar com o cálculo do centro do volume estrutural, uma vez que variações de 10% desse parâmetro podem implicar variações de mais de 100% no índice de erro SU , provocando inclusive, em alguns casos, uma mudança qualitativa nos resultados.

É interessante se notar que para uma variação de -10% de $L/2$ os resultados permanecem qualitativamente iguais aos seus respectivos valores calculados em $L/2$, com exceção do teste $n^{\circ}07$. Para esse teste os resultados sem a variação se mostravam não conservativos, e, com a diminuição em dez por cento do valor de centro do volume estrutural, o valor do índice SU assumiu um valor positivo, acertando assim a previsão de falha do CP para esse ensaio. Os valores resultantes da variação de $+10\%$ no parâmetro $L/2$ acarretaram um erro para o lado não conservativo de mais 2 ensaios, o $n^{\circ}03$ e 06 . Porém, essa mudança provocou um acerto na previsão de 4 ensaios que erravam para o lado conservativo com o valor original de $L/2$, o $n^{\circ}04$, 08 , 09 e 12 .

Apêndice C

ANÁLISE DA VARIAÇÃO DE τ_a e $\sigma_{n,max}$ COM OS ÂNGULOS ϕ e θ

Como foi relatado ao longo deste trabalho, constatou-se que na obtenção do plano crítico proposto por Susmel & Lazzarin existem alguns planos em que o valor máximo da amplitude da tensão cisalhante ficam muito próximos, ou são até mesmo iguais, e que a tensão normal máxima nesses planos sofre variações consideráveis. A fim de se deixar mais claro tal característica, apresentam-se a seguir 3 planilhas que mostram a variação de τ_a e $\sigma_{n,max}$ com os ângulos ϕ e θ para os testes $n^{\circ}01$, 04 e 05 . Como foi dito anteriormente, os ângulos ϕ e θ sofreram uma variação de 5 em 5 graus. Assim, para fins didáticos, mostram-se para cada valor do ângulo θ os 3 ângulos ϕ que apresentaram os maiores valores da amplitude da tensão cisalhante. É importante se comentar que para planos suplementares, como por exemplo os planos $(\theta, \phi) = (0^{\circ}, 65^{\circ})$ e $(\theta, \phi) = (180^{\circ}, 115^{\circ})$, seus respectivos valores de τ_a e $\sigma_{n,max}$ são equivalentes. Em todas as planilhas os parâmetros τ_a e $\sigma_{n,max}$ estão normalizados com relação a p_0 , e os ângulos que apresentaram semelhança nos valores de τ_a estão marcados em cor amarela.

A planilha referente ao teste $n^{\circ}01$ mostra que existem 3 planos distintos que apresentam o mesmo valor de τ_a , e apenas 1 plano em que o valor de τ_a se encontra dentro da tolerância especificada de 10^{-1} . Contudo, os planos $(\theta, \phi) = (0^{\circ}, 65^{\circ})$ e $(\theta, \phi) = (5^{\circ}, 155^{\circ})$, cujos valores de τ_a são equivalentes, apresentam valores de $\sigma_{n,max}$ que diferem em quase 100%, uma vez que seu valor para o primeiro plano é de 0.4107 e para o segundo de 0.2091. O plano crítico definido para esse ensaio foi o plano $(\theta, \phi) = (0^{\circ}, 65^{\circ})$.

A planilha referente ao teste $n^{\circ}04$ mostra que o plano que apresenta o maior valor da amplitude de tensão cisalhante é o plano $(\theta, \phi) = (10^{\circ}, 155^{\circ})$. Contudo, existem outros 4 planos que apresentam valores de τ_a dentro da tolerância de 10^{-1} , e dentre eles 3 apresentam valores superiores de $\sigma_{n,max}$ em relação a esse plano. Dessa forma, o plano crítico definido para esse teste foi o plano $(\theta, \phi) = (0^{\circ}, 65^{\circ})$, uma vez que, desses

3 planos, esse é o que apresenta o valor mais elevado da tensão normal máxima.

A planilha referente ao teste $n^{\circ}05$ mostra que o plano que apresenta o valor mais elevado de τ_a é o $(\theta, \phi) = (15^{\circ}, 70^{\circ})$. Para esse teste nenhum outro plano apresentou valores equivalentes de τ_a ou que se encontrassem dentro da tolerância especificada. Dessa forma, para esse ensaio o plano crítico definido nesse trabalho é o mesmo definido por Susmel & Lazzarin.