



Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

Previsão do PIB estadual: Novos concorrentes versus modelos tradicionais de séries temporais

por

João Pedro Moreira Pupe

Brasília, 18 de novembro de 2025

Previsão do PIB estadual: Novos concorrentes versus modelos tradicionais de séries temporais

por

João Pedro Moreira Pupe

Dissertação apresentada ao Departamento de Estatística da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Helton Saulo Bezerra dos Santos

Brasília, 18 de novembro de 2025

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Estatística do Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Estatística.

Texto aprovado por:

Prof. Helton Saulo Bezerra dos Santos
Orientador, EST/UnB

Prof. Felipe Sousa Quintino
EST/UnB

Prof. Jeremias da Silva Leão
EST/UFAM

Prof. Roberto Vila Gabriel
EST/UnB

*O mapa nunca é o território,
mas insistimos em dobrar o território
até que caiba no mapa.*

(Inspirado em Alfred Korzybski)

Para os meus pais, Gilberto e Andrea.

Agradecimentos

A realização deste trabalho só foi possível graças ao apoio e incentivo de pessoas muito especiais que estiveram ao meu lado ao longo dessa caminhada.

Agradeço, em primeiro lugar, à minha família — meu pai Gilberto Antônio Pupe Jr., minha mãe Andrea Fonseca Moreira Pupe e minha irmã Júlia Moreira Pupe — pelo amor, paciência e apoio incondicional. Vocês foram essenciais em todas as etapas do meu percurso acadêmico e pessoal, e nada disso teria sido possível sem a presença e o incentivo constante de cada um de vocês.

À minha companheira Maria Clara Vieira de Melo, por todo carinho, compreensão e motivação. Sua confiança e apoio me deram forças nos momentos mais desafiadores e inspiração para seguir em frente com determinação.

Aos professores da Universidade de Brasília, registro minha profunda gratidão. Ao meu orientador, Prof. Helton Saulo, por sua orientação precisa, paciência e incentivo para que eu aprimorasse minhas habilidades em programação estatística. Ao Prof. Augusto Fiorucci, pela excelente didática e dedicação em ensinar, desde os conceitos básicos até os mais avançados

de séries temporais, fundamentais para o desenvolvimento desta pesquisa. Ao Prof. Felipe Quintino, pelas contribuições valiosas que ampliaram meu entendimento sobre aprendizado de máquina. E ao Prof. Alan Ricardo, por sua orientação cuidadosa na fase de construção da dissertação e por me mostrar o verdadeiro propósito da pesquisa científica.

Aos amigos que fiz ao longo da graduação e do mestrado — Antônio Caio Cavalcante, Enzo Brasil e Beatriz Albernaz— agradeço pela amizade, parceria e apoio constante. Tenho plena consciência de que o caminho teria sido muito mais difícil sem a presença e a força de vocês em cada disciplina, trabalho e desafio superado.

A todos, meu sincero muito obrigado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) Código de Financiamento 001.

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo comparativo de diferentes modelos de previsão para a série temporal do Produto Interno Bruto (PIB) do estado de Goiás. O objetivo principal é avaliar o desempenho de modelos clássicos de séries temporais, como SARIMA e ETS, em comparação com algoritmos de aprendizado de máquina, incluindo Random Forest, Gradient Boosting Machine (GBM), XGBoost, Extreme Learning Machine (ELM), Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) e Principal Component Regression (PCR). A análise investiga sistematicamente o impacto de várias etapas de pré-processamento, como a dessazonalização e a diferenciação, no desempenho preditivo dos modelos. Os resultados indicam que a dessazonalização é a etapa de pré-processamento mais impactante, melhorando significativamente a acurácia da maioria dos algoritmos. Modelos clássicos como o SARIMA demonstram grande robustez, enquanto modelos de machine learning, em particular o XGBoost e o GBM, mostram-se altamente competitivos, especialmente em cenários com a série adequadamente pré-processada. O estudo conclui que a escolha ótima do modelo e das etapas de pré-processamento depende das características específicas da série temporal, e fornece um conjunto de diretrizes práticas para a previsão do PIB de Goiás.

Palavras-chave: Previsão de Séries Temporais, Aprendizado de Máquina, PIB, Dessazonalização, XGBoost, SARIMA.

Abstract

State GDP Forecasting: New Competitors versus Traditional Time Series Models.

This work presents a comparative study of different forecasting models for the time series of the Gross Domestic Product (GDP) of the state of Goiás. The main objective is to evaluate the performance of classical time series models, such as SARIMA and ETS, in comparison with machine learning algorithms, including Random Forest, Gradient Boosting Machine (GBM), XGBoost, Extreme Learning Machine (ELM), Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS), and Principal Component Regression (PCR). The analysis systematically investigates the impact of various preprocessing steps, such as deseasonalization and differencing, on the predictive performance of the models. The results indicate that deseasonalization is the most impactful preprocessing step, significantly improving the accuracy of most algorithms. Classical models such as SARIMA demonstrate great robustness, while machine learning models, particularly XGBoost and GBM, prove to be highly competitive, especially in scenarios with properly preprocessed series. The study concludes that the optimal choice of model and preprocessing steps depends on the specific characteristics of the time series, and provides a set of practical guidelines for forecasting the GDP of Goiás.

Keywords: Time Series Forecasting, Machine Learning, GDP, Deseasonalization, XGBoost, SARIMA.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Considerações Iniciais	1
1.2	Problema	3
1.3	Hipótese	3
1.4	Objetivo Geral	4
1.4.1	Objetivos Específicos	4
2	Modelos Tradicionais de Previsão	5
2.1	Modelos ARIMA	5
2.1.1	SARIMA	6
2.2	ETS	7
2.3	BATS e TBATS	9
3	Modelos de Aprendizado de Máquina para Previsão	11
3.1	RF	11
3.2	ELM	12
3.3	GBM	14
3.4	XGBoost	15
3.5	PCR	17
3.6	MARS	18

4	Dessazonalização e Validação Cruzada	20
4.1	X-13-ARIMA-SEATS	20
4.1.1	Decomposição de Séries Temporais	21
4.1.2	Método X-11	21
4.1.3	Método SEATS	22
4.1.4	Modelagem regARIMA	22
4.1.5	Diagnósticos de Qualidade	23
4.2	Janela Deslizante	23
4.3	Métricas de Erro	25
4.3.1	MAE	25
4.3.2	MAPE	26
5	Materiais e Métodos	27
5.1	Conjunto de Dados	27
5.2	Pré-processamento dos Dados	29
5.2.1	Criação de Variáveis Defasadas e Médias Móveis	29
5.2.2	Ajuste Sazonal	29
5.2.3	Diferenciação	31
5.2.4	Previsão das Covariáveis	31
5.3	Modelos Avaliados	32
5.3.1	Modelos Clássicos de Séries Temporais	32
5.3.2	Modelos de Aprendizado de Máquina	32
5.4	Metodologia de Avaliação	34
5.4.1	Estudo 1: Validação Cruzada por Janela Deslizante	34
5.4.2	Estudo 2: Avaliação de Previsão Final	35
5.4.3	Estudo 3: Projeção da Variação Anual do PIB	36

6	Resultados e Discussão	38
6.1	Estudo 1: Validação Cruzada por Janela Deslizante	38
6.2	Estudo 2: Previsão de 5 Passos à Frente	42
6.2.1	Impacto das Etapas de Pré-Processamento	42
6.2.2	Análise da Melhor Configuração	46
6.2.3	Desempenho Geral dos Modelos	47
6.2.4	Análise do Custo Computacional	48
6.3	Projeções da Variação Anual do PIB	50
7	Conclusão	53
A	Resultados Completos	56
A.1	Resultados para o Estudo 1	56
A.2	Resultados para o Estudo 2	65
	Referências Bibliográficas	96

Lista de Tabelas

5.1	Situações de pré-processamento do estudo de validação cruzada.	34
5.2	Situações de pré-processamento do estudo de previsão de 5 passos a frente. . .	35
6.1	MAPEs da Situação 1.	40
6.2	MAPEs da Situação 2.	41
6.3	Impacto da dessazonalização no MAPE (Situação 2 vs. 7).	43
6.4	Impacto da diferenciação em séries dessazonalizadas (Situação 7 vs. 5).	44
6.5	Impacto da diferenciação em séries não dessazonalizadas (Situação 3 vs. 1). . .	44
6.6	Impacto no MAPE da inclusão de <i>lags</i> e médias móveis do próprio PIB nas covariáveis(Situação 5 vs. 6).	45
6.7	Impacto do uso de covariáveis previstas vs. observadas nas situações 5 vs. 13). .	46
6.8	Erros e MAPEs do estudo de previsão na Situação 5.	47
6.9	Ranking dos modelos por MAPE médio (todas as situações).	48
6.10	Tempo médio de execução por previsão para cada modelo (em segundos).	49
6.11	Tabela de projeções para variações anuais.	51
A.1	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 1.	57
A.2	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 2.	58
A.3	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 3.	59
A.4	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 4.	60

A.5	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 5.	61
A.6	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 6.	62
A.7	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 7.	63
A.8	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 8.	64
A.9	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 1.	65
A.10	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 2.	67
A.11	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 3.	69
A.12	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 4.	71
A.13	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 5.	73
A.14	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 6.	75
A.15	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 7.	77
A.16	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 8.	79
A.17	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 9.	81
A.18	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 10.	83
A.19	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 11.	85
A.20	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 12.	87
A.21	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 13.	90
A.22	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 14.	92
A.23	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 15.	94
A.24	Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 16.	96

Lista de Figuras

4.1	Gráfico que exemplifica o estudo de Janela Deslizante.	24
5.1	Série temporal do PIB do estado de Goiás.	29
5.2	Série temporal do PIB do estado de Goiás dessazonalizado.	30
6.1	MAPEs do estudo de validação cruzada na Situação 5.	39
A.1	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 1.	57
A.2	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 2.	58
A.3	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 3.	59
A.4	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 4.	60
A.5	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 5.	61
A.6	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 6.	62
A.7	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 7.	63
A.8	MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 8.	64
A.9	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 1.	66
A.10	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 1.	66
A.11	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 2.	68
A.12	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 2.	68
A.13	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 3.	70
A.14	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 3.	70

A.15	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 4.	72
A.16	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 4.	72
A.17	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 5.	74
A.18	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 5.	74
A.19	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 6.	76
A.20	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 6.	76
A.21	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 7.	78
A.22	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 7.	78
A.23	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 8.	80
A.24	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 8.	80
A.25	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 9.	82
A.26	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 9.	82
A.27	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 10.	84
A.28	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 10.	84
A.29	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 11.	86
A.30	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 11.	86
A.31	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 12.	88
A.32	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 12.	89
A.33	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 13.	91
A.34	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 13.	91
A.35	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 14.	93
A.36	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 14.	93
A.37	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 15.	95
A.38	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 15.	95
A.39	Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 16.	97
A.40	Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 16.	97

Abreviações e Siglas

ABCR Associação Brasileira de Concessionárias de Rodovias

AIC *Akaike Information Criterion* (Critério de Informação de Akaike)

AR *Autoregressive* (Autorregressivo)

ARIMA *Autoregressive Integrated Moving Average*

ARMA *Autoregressive Moving Average*

BATS *Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend, and Seasonality*

BCB Banco Central do Brasil

Covs.obs. Covariáveis observadas

Covs.prev. Covariáveis previstas

CV Validação Cruzada (*Cross-Validation*)

Dessaz. Dessazonalização

Dif. Diferenciação

ELM *Extreme Learning Machine*

ETS *Error, Trend, Seasonality*

FGV Fundação Getúlio Vargas

GBM *Gradient Boosting Machine*

IBGE Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IMB Instituto Mauro Borges

IPCA Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo

IPEA Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada

LSPA *Levantamento Sistemático da Produção Agrícola*

MA *Moving Average* (Médias Móveis)

MAE *Mean Absolute Error* (Erro Absoluto Médio)

MAPE *Mean Absolute Percentage Error* (Erro Percentual Absoluto Médio)

MARS *Multivariate Adaptive Regression Splines*

ML *Machine Learning* (Aprendizado de Máquina)

PCA *Principal Component Analysis* (Análise de Componentes Principais)

PCR *Principal Component Regression* (Regressão de Componentes Principais)

PIB *Produto Interno Bruto*

PMI *Purchasing Managers' Index* (Índice de Gerentes de Compras)

RF *Random Forest*

RMSE *Root Mean Square Error* (Raiz do Erro Quadrático Médio)

SARIMA *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*

SEATS *Signal Extraction in ARIMA Time Series*

TBATS *Trigonometric, Box-Cox, ARMA, Trend, and Seasonality*

TRAMO *Time series Regression with ARIMA noise, Missing observations, and Outliers*

XGBoost *eXtreme Gradient Boosting*

Lista de Símbolos e Notações

- B Operador de defasagem (*lag operator*), $By_t = y_{t-1}$
- B^s Operador de defasagem sazonal
- d Ordem de diferenciação (ARIMA)
- D Ordem de diferenciação sazonal (SARIMA)
- e_i Resíduo ou erro para a i -ésima observação
- f Função ou árvore de decisão (contexto ML)
- f_k k -ésima árvore no *ensemble*
- g_i Gradiente de primeira ordem
- h_i Gradiente de segunda ordem (Hessiana)
- i, j, k, m, t Índices
- l Função de perda
- L Função objetivo
- n Número total de observações
- p Ordem do componente autorregressivo (ARIMA)
- P Ordem do componente autorregressivo sazonal (SARIMA)
- q Ordem do componente de médias móveis (ARIMA)
- Q Ordem do componente de médias móveis sazonais (SARIMA)
- s Período sazonal
- T Número de folhas na árvore (XGBoost)
- w Pesos das folhas (XGBoost)

w_j Peso da j -ésima folha

x Variável explicativa ou *feature*

x_i Vetor de *features* para a i -ésima observação

y_i Valor observado para a i -ésima observação

\hat{y}_i Valor predito pelo modelo para a i -ésima observação

y_t Variável dependente em tempo t

γ Hiperparâmetro de penalização pelo número de folhas (XGBoost)

η Taxa de aprendizado (*learning rate*)

ε_t Erro aleatório com distribuição normal

λ Hiperparâmetro de regularização L2 (XGBoost)

ϕ_i i -ésimo coeficiente autorregressivo

$\phi_p(B)$ Polinômio autorregressivo de ordem p

$\Phi_P(B^s)$ Polinômio autorregressivo sazonal

θ_i i -ésimo coeficiente de médias móveis

$\theta_q(B)$ Polinômio de médias móveis de ordem q

$\Theta_Q(B^s)$ Polinômio de médias móveis sazonais

$\Omega(f)$ Termo de regularização

σ^2 Variância do erro

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

A análise de previsão econômica, e especialmente a projeção de agregados como o Produto Interno Bruto (PIB), tem recebido grande ênfase tanto em estudos acadêmicos quanto em sua aplicação no desenvolvimento de políticas públicas e estratégias de mercado (Stock e Watson, 2004). Tradicionalmente, o foco da vasta maioria das pesquisas e modelos de previsão tem sido o PIB em escala nacional. A literatura sobre o tema é extensa, com inúmeros trabalhos dedicados a aprimorar a acurácia das previsões para economias de países inteiros, frequentemente comparando abordagens econométricas clássicas com métodos de aprendizado de máquina (Maccarrone, Morelli e Spadaccini, 2021; Baffigi, Golinelli e Parigi, 2004).

Em contrapartida, estudos focados na previsão do PIB em nível subnacional, como o estadual ou regional, são consideravelmente menos frequentes. Essa escassez de pesquisa se deve, em parte, a desafios específicos, como a menor disponibilidade de dados em alta frequência e a necessidade de modelar interdependências espaciais entre as regiões (Lehmann e Wohlrabe, 2015; Kholodilin, Siliverstovs e Koop, 2008).

No contexto brasileiro, essa lacuna é ainda mais evidente, e a construção de um sistema robusto de contas regionais ainda é um campo em desenvolvimento, conforme apontado por

estudos do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA, 2023). Diante disso, o presente estudo sobre o PIB do estado de Goiás ganha relevância, não apenas por sua importância para a economia brasileira, com contribuições significativas na agropecuária e indústria (IMB, 2025), mas também por abordar uma área com notável carência de investigação acadêmica.

Tradicionalmente, a previsão de séries temporais econômicas se apoia em modelos estatísticos lineares, onde métodos como o ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) são amplamente utilizados para capturar tendências e padrões (Box, Jenkins e Reinsel, 2008). No entanto, a dinâmica do crescimento econômico pode envolver fatores não lineares complexos, que desafiam a eficácia dessas abordagens tradicionais e motivam o desenvolvimento de métodos mais avançados (Granger e Newbold, 1986). Com o avanço tecnológico, especialmente no que diz respeito ao poder computacional e ao volume de dados disponíveis, novos modelos foram propostos, visando não apenas precisão, mas também a interpretabilidade das análises (Hyndman e Athanasopoulos, 2021). Modelos como SARIMA (ARIMA com ajuste sazonal), as famílias ETS (Erro, Tendência, Sazonalidade) e TBATS (modelo que combina transformação Box-Cox, erros ARMA e componentes de tendência e sazonalidade complexa), oferecem alternativas robustas para lidar com padrões complexos em séries temporais (De Livera, Hyndman e Snyder, 2011).

Paralelamente, técnicas oriundas do campo da ciência de dados, conhecidas como modelos de aprendizado de máquina, têm demonstrado grande potencial. Modelos como *Extreme Learning Machine* (ELM), *Gradient Boosting Machine* (GBM) e *Random Forest* (RF), embora inicialmente desenvolvidos para tarefas de classificação e regressão em dados não temporais, foram adaptados e hoje oferecem um salto na robustez preditiva, lidando eficientemente com a não linearidade e a multidimensionalidade dos dados econômicos (Yoon, 2021).

Independentemente da classe de modelo escolhida, é fundamental a implementação de uma estratégia de validação rigorosa. A validação cruzada, por exemplo, assegura a consistência dos modelos e a generalização das previsões para dados futuros não observados. Esse passo é essencial para avaliar a robustez das previsões, garantindo que elas sejam válidas não apenas

sob um ponto de vista estatístico, mas também em termos de sua aplicação prática (Hyndman e Athanasopoulos, 2021).

O presente estudo propõe, portanto, uma comparação abrangente dos poderes de previsão de métodos econométricos tradicionais avançados em contraposição aos de métodos de aprendizado de máquina para a série temporal do PIB de Goiás. Ao fazer isso, busca-se não apenas discernir quais abordagens oferecem as previsões mais precisas e confiáveis em um contexto regional específico, mas também contribuir para a literatura sobre previsão de agregados econômicos em nível subnacional.

1.2 Problema

Como comparar previsões da série temporal do PIB do estado de Goiás feitas por diferentes abordagens de modelagem — estatística tradicional avançada ou de aprendizado de máquina com covariáveis — para poder compreender qual delas oferece maior poder preditivo?

1.3 Hipótese

A hipótese central deste estudo é que, ao gerar diferentes cenários de pré-processamento dos dados a serem previstos e testá-los empiricamente, será possível entender qual das abordagens de modelagem apresentará maior poder para a previsão do PIB agregado do estado de Goiás. Além disso, a priori, supõe-se que os modelos estatísticos avançados e específicos para séries temporais (SARIMA, ETS e TBATS) apresentarão, em média, uma acurácia preditiva superior ou equivalente à dos modelos de aprendizado de máquina (XGBoost, ELM, GBM, MARS, PCR e RF), mesmo quando estes últimos são enriquecidos com covariáveis econômicas.

Esta suposição fundamenta-se no pressuposto de que as séries temporais econômicas agregadas, como o PIB, são predominantemente caracterizadas por componentes estruturais bem definidos (tendência e sazonalidade). Modelos como SARIMA e ETS são explicitamente desenhados para decompor e modelar tais componentes, o que lhes confere alta eficiência e robustez

para esse tipo de dado. Conforme sugerido por estudos comparativos como o de Makridakis, Spiliotis e Assimakopoulos (2018), a flexibilidade dos modelos de aprendizado de máquina, embora vantajosa em cenários de alta complexidade e não linearidade, pode não se traduzir em ganhos de acurácia em séries com estruturas mais regulares, tornando os métodos estatísticos clássicos mais parcimoniosos e eficazes para o problema em questão.

1.4 Objetivo Geral

Realizar previsões do PIB do estado de Goiás, utilizando diferentes métodos de modelagem para comparar seus respectivos poderes de previsão.

1.4.1 Objetivos Específicos

- Identificar e analisar cenários de pré-processamento de séries temporais que podem influenciar na previsão do PIB de Goiás.
- Aplicar os modelos tradicionais e avançados de previsão: SARIMA, ETS e TBATS para modelar o PIB de Goiás.
- Com o PIB de Goiás e covariáveis econômicas implementar e avaliar os métodos de aprendizado de máquina: XGBOOST, ELM, GBM, MARS, PCR e RF.
- Desenvolver e aplicar uma estratégia robusta de validação cruzada para verificar a consistência e a generalização dos modelos preditivos.
- Apresentar uma análise crítica dos resultados, considerando a viabilidade prática e a acurácia preditiva de cada abordagem.

Capítulo 2

Modelos Tradicionais de Previsão

No presente capítulo, será apresentado o referencial teórico de cada modelo tradicional desenvolvido para análise de série temporal que será aplicado para previsões da série do PIB de Goiás.

2.1 Modelos ARIMA

O modelo ARIMA representa um dos métodos mais fundamentais e amplamente utilizados para modelagem e previsão de séries temporais (Box, Jenkins e Reinsel, 2008). Desenvolvido por Box e Jenkins, este modelo combina três componentes principais: autorregressão (AR), integração (I) e médias móveis (MA), proporcionando uma estrutura robusta para capturar diferentes padrões temporais presentes nos dados.

O modelo ARIMA(p,d,q) pode ser expresso pela seguinte equação:

$$\Phi_p(B)(1 - B)^d y_t = \Theta_q(B)\varepsilon_t, \quad (2.1)$$

em que:

- y_t : variável dependente em tempo t ;

- B : operador defasagem (lag operator), tal que $By_t = y_{t-1}$;
- $\Phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$: polinômio autorregressivo de ordem p ;
- $(1 - B)^d$: operador de diferenciação de ordem d ;
- $\Theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$: polinômio de médias móveis de ordem q ;
- ε_t : erro aleatório com distribuição normal $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

O componente autorregressivo (AR) de ordem p modela a dependência linear da variável com seus valores passados, enquanto o componente de médias móveis (MA) de ordem q captura a dependência dos erros passados. A integração de ordem d torna a série estacionária através de diferenciações sucessivas, condição necessária para a aplicação adequada do modelo (Hyndman e Athanasopoulos, 2021).

A metodologia para identificação e estimação de modelos ARIMA envolve três etapas principais: identificação da ordem dos parâmetros (p,d,q) através da análise das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, estimação dos parâmetros do modelo e verificação da adequação através da análise dos resíduos (Box, Jenkins e Reinsel, 2008).

2.1.1 SARIMA

O modelo SARIMA constitui uma extensão natural do modelo ARIMA para lidar com séries temporais que apresentam padrões sazonais (Box, Jenkins e Reinsel, 2008). Esta extensão é fundamental quando os dados exibem comportamentos cíclicos que se repetem em intervalos regulares, como variações mensais, trimestrais ou anuais, comumente observadas em séries econômicas, meteorológicas e de demanda.

O modelo SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s pode ser representado pela seguinte equação:

$$\Phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1 - B)^d(1 - B^s)^D y_t = \Theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t, \quad (2.2)$$

em que os parâmetros não sazonais (p,d,q) mantêm as mesmas definições do modelo ARIMA, e os parâmetros sazonais são definidos como:

- P : ordem do componente autorregressivo sazonal;
- D : ordem de diferenciação sazonal;
- Q : ordem do componente de médias móveis sazonais;
- s : período sazonal (por exemplo, $s = 12$ para dados mensais com sazonalidade anual);
- $\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$: polinômio autorregressivo sazonal;
- $(1 - B^s)^D$: operador de diferenciação sazonal de ordem D ;
- $\Theta_Q(B^s) = 1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{2s} + \dots + \Theta_Q B^{Qs}$: polinômio de médias móveis sazonais.

A incorporação dos componentes sazonais permite ao modelo SARIMA capturar tanto as dependências de curto prazo (através dos parâmetros não sazonais) quanto os padrões de longo prazo que se repetem sazonalmente (através dos parâmetros sazonais). A diferenciação sazonal $(1 - B^s)^D$ remove a tendência sazonal, tornando a série estacionária tanto em relação à média quanto à variância sazonal (Hyndman e Athanasopoulos, 2021).

Este modelo é particularmente útil em aplicações econométricas onde a sazonalidade é um fator determinante, como na previsão de vendas de produtos sazonais, consumo de energia elétrica e indicadores macroeconômicos que apresentam variações cíclicas regulares.

2.2 ETS

O modelo ETS é uma abordagem poderosa para previsão de séries temporais, baseada em métodos exponenciais de suavização. O nome ETS refere-se à decomposição da série em três componentes principais: erro (“E”), tendência (“T”) e sazonalidade (“S”). É amplamente utilizado devido à sua capacidade de lidar com diferentes combinações de componentes aditivas e multiplicativas, permitindo flexibilidade na modelagem (Hyndman e Athanasopoulos, 2021).

Os modelos ETS são baseados na formulação geral:

$$Y_t = T_t + S_t + e_t, \quad e_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad (2.3)$$

quando as componentes são aditivas, ou

$$Y_t = T_t \cdot S_t \cdot e_t, \quad \log(e_t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad (2.4)$$

quando as componentes são multiplicativas.

Cada componente do modelo pode ser especificada como aditiva (**A**), multiplicativa (**M**) ou ausente (**N**). Por exemplo, o modelo ETS(A, A, N) indica que o modelo possui erro aditivo, tendência aditiva e nenhuma sazonalidade.

A tendência (T_t) pode ser especificada de forma simples ou suavizada, e a sazonalidade (S_t) pode variar conforme a periodicidade dos dados. As equações principais incluem:

$$T_t = \alpha(Y_t - S_{t-m}) + (1 - \alpha)(T_{t-1} + b_{t-1}), \quad (2.5)$$

$$b_t = \beta(T_t - T_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}, \quad (2.6)$$

$$S_t = \gamma(Y_t - T_t) + (1 - \gamma)S_{t-m}, \quad (2.7)$$

em que α , β e γ são os parâmetros de suavização, e m representa o período sazonal.

Os modelos ETS foram introduzidos como uma generalização dos métodos de suavização exponencial às necessidades de previsão em cenários mais complexos. Sua flexibilidade o torna adequado para séries com diferentes padrões de sazonalidade e tendência.

Este método apresenta diversas vantagens, como a capacidade de identificar e acomodar componentes aditivas e multiplicativas e a robustez contra flutuações irregulares. Porém, há limitações, como a dificuldade em capturar padrões não lineares complexos e a necessidade de

suposição de distribuição normal para os erros.

2.3 BATS e TBATS

Os modelos BATS e TBATS foram desenvolvidos como extensões flexíveis para lidar com a previsão de séries temporais que apresentam padrões complexos de sazonalidade e irregularidades (De Livera, Hyndman e Snyder, 2011). Esses modelos são particularmente úteis em séries que contêm múltiplos ciclos sazonais não harmônicos, como aquelas encontradas em contextos econômicos e de produção.

- **Transformação Box-Cox:** A transformação Box-Cox $y_t^{(\lambda)} = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}$, $\lambda \neq 0$, ou $\log(y_t)$, $\lambda = 0$, é usada para estabilizar a variância da série temporal.
- **Componentes de Tendência e Sazonalidade:** A tendência T_t e os componentes sazonais S_t são modelados dinamicamente.
- **Resíduos ARMA:** O componente de erro ε_t segue um processo ARMA (p, q) , em que p e q são as ordens dos polinômios autoregressivo e de médias móveis, respectivamente, o que permite capturar padrões não capturados pelas componentes anteriores.

A especificação do modelo é representada como:

$$\tilde{y}_t = T_t + S_t + \varepsilon_t, \quad (2.8)$$

em que \tilde{y}_t é a série temporal transformada.

O modelo TBATS estende o BATS ao incluir componentes sazonais baseados em funções trigonométricas (De Livera, Hyndman e Snyder, 2011). Isso é particularmente útil em séries temporais com sazonalidade complexa ou não inteira.

- **Sazonalidade Trigonométrica:** A sazonalidade S_t é modelada como uma combinação de

funções seno e cosseno:

$$S_t = \sum_{k=1}^K \left[\alpha_k \cos \left(\frac{2\pi kt}{m} \right) + \beta_k \sin \left(\frac{2\pi kt}{m} \right) \right], \quad (2.9)$$

em que m representa o período sazonal, K é o número de termos, α_k e β_k são coeficientes ajustados para capturar as amplitudes das componentes sazonais seno e cosseno.

Os demais componentes do modelo TBATS, incluindo a transformação Box-Cox, tendência e erros ARMA, seguem a formulação do modelo BATS.

Capítulo 3

Modelos de Aprendizado de Máquina para Previsão

No presente capítulo, será apresentado o referencial teórico de cada modelo de aprendizado de máquina que será implementado para fazer previsões da série temporal do PIB de Goiás.

3.1 RF

O método RF foi proposto por Breiman (2001) como uma extensão do método de árvores de decisão. Ele é amplamente utilizado devido à sua capacidade de lidar com dados complexos, robustez a *outliers* e *overfitting*, e desempenho superior em diversas aplicações de modelagem preditiva.

Ele é um algoritmo de aprendizado de máquina baseado em conjuntos, que constrói múltiplas árvores de decisão durante o treinamento e combina suas previsões. A ideia central é reduzir a variância e melhorar a generalização do modelo. O algoritmo segue os seguintes passos principais:

1. Seleção aleatória de amostras do conjunto de dados original, utilizando o método de bootstrap.

2. Construção de árvores de decisão individuais para cada amostra bootstrap. Durante a construção, em cada nó da árvore, é escolhida uma divisão com base em um subconjunto aleatório de variáveis preditoras.
3. Combinação das previsões individuais das árvores para formar uma única previsão agregada, utilizando média (para regressão) ou votação majoritária (para classificação).

A equação geral para a predição de regressão no RF é dada por:

$$\hat{y} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{y}_b(\mathbf{x}), \quad (3.1)$$

em que $\hat{y}_b(\mathbf{x})$ é a predição da b -ésima árvore de decisão para a entrada \mathbf{x} , e B é o número total de árvores na floresta.

Embora o RF não tenha sido originalmente desenvolvido para modelagem de séries temporais, ele tem sido amplamente utilizado neste contexto devido à sua capacidade de capturar relações não lineares e complexas entre as variáveis (Kane et al., 2014). Para aplicar o RF a séries temporais, geralmente, os dados são transformados em um formato supervisionado, onde atrasos temporais (lags) são usados como preditores (Taieb et al., 2012).

Um modelo típico para séries temporais pode ser representado como:

$$\hat{y}_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}), \quad (3.2)$$

onde y_t é o valor da série no tempo t , e p é a ordem dos lags utilizados como preditores, o que pode também ser feito com variáveis exógenas.

3.2 ELM

O método ELM (Huang, Zhu e Siew, 2006) é uma técnica de aprendizado de máquina supervisionado desenvolvida para redes neurais *feedforward* de camada única (SLFN, *Single Layer*

Feedforward Neural Network). Ele foi projetado para superar as limitações de outros métodos de treinamento de redes neurais, como o algoritmo de retropropagação, em termos de velocidade de treinamento e simplicidade. A principal característica do ELM é que os pesos entre as camadas de entrada e oculta são atribuídos aleatoriamente, enquanto os pesos entre a camada oculta e a camada de saída são calculados diretamente usando uma solução analítica.

Para uma SLFN, o mapeamento entre entrada e saída é dado por:

$$H\beta = Y, \quad (3.3)$$

em que H é a matriz de ativação da camada oculta, β é o vetor de pesos conectando a camada oculta à camada de saída, e Y é o vetor de saídas desejadas. A matriz H é definida como:

$$h_{ij} = g(w_i \cdot x_j + b_i), \quad (3.4)$$

em que $g(\cdot)$ é a função de ativação, w_i é o vetor de pesos da i -ésima unidade na camada oculta, x_j é o vetor de entrada, e b_i é o viés da i -ésima unidade na camada oculta.

O treinamento do ELM envolve a atribuição dos pesos w_i e do viés b_i de maneira aleatória e o cálculo analítico do vetor de pesos β , que é realizado resolvendo-se o sistema linear acima.

Este método pode ser utilizado e melhor explorado para previsão de séries temporais devido à sua capacidade de capturar relações não lineares de maneira eficiente (Cao, Zhang e Wang, 2015). Em sua forma básica, ele possui uma limitação crítica em relação à dependência temporal: por ser uma arquitetura feedforward de camada única, o ELM não possui memória de curto prazo e, portanto, não é capaz de capturar dependências temporais de forma inerente. Para incorporar ao modelo o entendimento da dependência temporal pode-se adicionar atrasos temporais (lags) como preditores (Butcher et al., 2013).

3.3 GBM

O Modelo de Regressão Impulsionada Generalizada (Friedman, 2001) é um dos métodos mais populares e eficientes para previsão e classificação. Ele pertence à classe de algoritmos de *boosting*, os quais combinam sequencialmente preditores simples, como árvores de decisão, para melhorar o desempenho preditivo geral do modelo.

O *boosting* constrói um modelo preditivo em etapas, minimizando iterativamente uma função de perda definida. Cada novo modelo é ajustado para corrigir os erros cometidos pelos modelos anteriores. O processo geral pode ser descrito como segue:

1. Inicializa-se o modelo com uma previsão constante $F_0(x)$, normalmente escolhida para minimizar a função de perda $L(y, F)$. Por exemplo, para perda quadrática, a inicialização é a média dos valores observados:

$$F_0(x) = \arg \min_{\gamma} \sum_{i=1}^n L(y_i, \gamma). \quad (3.5)$$

2. Em cada iteração m , calcula-se o pseudo-resíduo r_{im} para cada observação i , que representa o gradiente da função de perda em relação à previsão atual:

$$r_{im} = - \left[\frac{\partial L(y_i, F(x_i))}{\partial F(x_i)} \right]_{F(x)=F_{m-1}(x)}. \quad (3.6)$$

3. Ajusta-se um modelo simples (normalmente uma árvore de decisão) aos pseudo-resíduos r_{im} , gerando previsões $h_m(x)$.
4. Atualiza-se o modelo preditivo adicionando as previsões ajustadas, ponderadas por uma taxa de aprendizado η (hiperparâmetro do GBM):

$$F_m(x) = F_{m-1}(x) + \eta h_m(x). \quad (3.7)$$

5. Repete-se o processo até que um critério de parada seja atingido, como um número máximo de iterações ou a convergência da função de perda.

Embora o GBM tenha sido inicialmente desenvolvido para tarefas de regressão e classificação em dados tabulares, ele também é aplicado na previsão de séries temporais (Touzani, Granderson e Fernandes, 2018). Para isso, é comum transformar os dados temporais em um formato supervisionado, utilizando janelas de tempo (*lag features*) como variáveis preditoras. Essa abordagem permite que o GBM capture relações complexas e não lineares entre os *lags* e o valor futuro da série.

O mesmo que se faz com os *lags* temporais é possível de se fazer com variáveis exógenas, pois sua capacidade de combinação de modelos simples permite capturar padrões complexos nos dados.

3.4 XGBoost

O XGBoost é um algoritmo de aprendizado de máquina que se baseia na técnica de *gradient boosting*, assim como o GBM. Ele se destaca por sua alta performance, escalabilidade e capacidade de generalização, sendo amplamente utilizado em competições de ciência de dados e em aplicações industriais. O XGBoost pode ser entendido como uma versão aprimorada e otimizada do GBM tradicional, incorporando melhorias tanto na formulação matemática quanto na implementação computacional (Chen e Guestrin, 2016).

Assim como o GBM, o XGBoost constrói um modelo preditivo de forma sequencial, adicionando iterativamente árvores de decisão que corrigem os erros das árvores anteriores. A principal diferença está na função objetivo utilizada para treinar o modelo. Enquanto o GBM tradicional minimiza apenas a função de perda, o XGBoost adiciona um termo de regularização que penaliza a complexidade do modelo, ajudando a prevenir o *overfitting*.

A função objetivo do XGBoost é composta por duas partes: a função de perda, que mede a diferença entre as previsões e os valores reais, e um termo de regularização, que penaliza

modelos excessivamente complexos. A função objetivo regularizada pode ser expressa como:

$$L(\phi) = \sum_i l(\hat{y}_i, y_i) + \sum_k \Omega(f_k), \quad (3.8)$$

onde l é uma função de perda diferenciável e convexa (como o erro quadrático para regressão), \hat{y}_i é a predição para a observação i , y_i é o valor alvo, e $\Omega(f_k)$ é o termo de regularização para a k -ésima árvore. Este termo de regularização é definido como:

$$\Omega(f) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \|w\|^2, \quad (3.9)$$

em que T é o número de folhas na árvore, w são os pesos (valores) das folhas, e γ e λ são hiperparâmetros que controlam, respectivamente, a penalização pelo número de folhas e a regularização L2 dos pesos das folhas. Essa regularização explícita é uma das principais inovações do XGBoost em relação ao GBM tradicional.

O modelo é treinado de forma aditiva, assim como no GBM. Em cada iteração k , uma nova árvore f_k é adicionada ao modelo para minimizar a função objetivo. Para otimizar essa função, o XGBoost utiliza uma aproximação de segunda ordem da função de perda (expansão de Taylor de segunda ordem), enquanto muitos outros algoritmos de *gradient boosting* utilizam apenas a aproximação de primeira ordem. Essa aproximação de segunda ordem permite uma convergência mais rápida e uma melhor qualidade do modelo. A função objetivo na iteração k pode ser aproximada por:

$$\tilde{L}^{(k)} = \sum_{i=1}^n \left[g_i f_k(x_i) + \frac{1}{2} h_i f_k^2(x_i) \right] + \Omega(f_j), \quad (3.10)$$

onde $g_i = \frac{\partial l(y_i, \hat{y}^{(k-1)})}{\partial \hat{y}^{(k-1)}}$ é o gradiente de primeira ordem da função de perda e $h_i = \frac{\partial^2 l(y_i, \hat{y}^{(k-1)})}{\partial (\hat{y}^{(k-1)})^2}$ é o gradiente de segunda ordem (Hessiana). Esses gradientes são calculados com base nas previsões da iteração anterior.

Embora o XGBoost não tenha sido originalmente desenvolvido para séries temporais, ele

pode ser aplicado a esse contexto de forma similar ao GBM e ao Random Forest (Zheng, Yuan e Chen, 2017).

3.5 PCR

O PCR é um método de modelagem que combina a técnica de Análise de Componentes Principais (PCA) com a regressão linear. O PCR é utilizado quando há multicolinearidade entre as variáveis independentes ou quando os dados possuem alta dimensionalidade (Jolliffe, 2002). Em vez de usar diretamente as variáveis originais como preditores, o PCR transforma as variáveis em componentes principais, que são combinações lineares das variáveis originais (Wold, Esbensen e Geladi, 1987). Esses componentes são então usados para ajustar o modelo de regressão.

Embora não tenha sido criado especificamente para séries temporais, o PCR pode ser aplicado a elas, especialmente quando a série é composta por muitas variáveis preditoras ou quando há multicolinearidade entre elas (Moral e Valderrama, 1997).

A aplicação do PCR em séries temporais segue o mesmo princípio que em outras áreas. Nesse contexto o PCR pode ser utilizado para reduzir a dimensionalidade das variáveis preditoras antes de aplicar a regressão. Esse método é particularmente útil quando a série temporal envolve múltiplas variáveis explicativas que podem estar altamente correlacionadas, como indicadores econômicos ou outros fatores contextuais.

O método envolve duas etapas:

1. Análise de Componentes Principais (PCA): encontra os componentes principais Z_1, Z_2, \dots, Z_k das variáveis X_1, X_2, \dots, X_p , que são as combinações lineares das variáveis originais:

$$Z_j = a_{j1}X_1 + a_{j2}X_2 + \dots + a_{jp}X_p, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (3.11)$$

em que a_{ji} são os coeficientes da combinação linear.

2. Regressão Linear: ajusta a regressão usando os componentes principais Z_1, Z_2, \dots, Z_k :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2 + \dots + \beta_k Z_k + \epsilon, \quad (3.12)$$

em que Y é a variável dependente (série temporal), β_j são os coeficientes da regressão e ϵ é o erro.

3.6 MARS

A MARS é uma técnica de modelagem não paramétrica utilizada para capturar interações e não linearidades entre as variáveis explicativas (Friedman e Roosen, 1995), sendo amplamente aplicada em diversos contextos, incluindo a previsão de séries temporais.

O método divide o espaço das variáveis explicativas em diferentes ambientes, utilizando *splines* para representar a relação entre as variáveis (Friedman, 1991).

O modelo pode ser descrito pela seguinte equação:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot h_i(\mathbf{x}) \quad (3.13)$$

em que:

- y é a variável dependente (por exemplo, o PIB ou suas componentes),
- β_0 é o intercepto,
- β_i são os coeficientes a serem ajustados,
- $h_i(\mathbf{x})$ são as funções spline que dependem das variáveis explicativas \mathbf{x} .

Essas funções $h_i(\mathbf{x})$ são definidas como *splines*, que são segmentos polinomiais conectados em pontos chamados "nós". Esse processo permite modelar relações não lineares e interações entre as variáveis de forma eficiente.

O algoritmo do MARS utiliza uma abordagem recursiva para selecionar as variáveis e os pontos de corte (nós) que melhor explicam a variabilidade dos dados. As funções spline são criadas de modo a capturar não linearidades e interações complexas entre as variáveis explicativas.

Portanto, pode ser representado por:

$$y = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k \cdot \max(0, x_k - j_k) \cdot I(x_k \geq j_k) \quad (3.14)$$

em que:

- y é a variável dependente,
- x_k são as variáveis explicativas,
- j_k são os pontos de "corte"(nós),
- $I(x_k \geq j_k)$ é uma função indicadora que toma valor 1 quando $x_k \geq j_k$ e 0 caso contrário,
- β_k são os coeficientes a serem ajustados.

Esse modelo flexível de *splines* e cortes permite ao MARS capturar interações não lineares de forma eficiente, e torna-o adequado para aplicações em diversos campos, incluindo a previsão de séries temporais.

Capítulo 4

Dessazonalização e Validação Cruzada

No presente capítulo, apresento o referencial teórico que será utilizado para a aplicação do pré-processamento da sazonalidade dos dados e para o estudo de validação cruzada por janela deslizante que serão utilizados para comparar os poderes de previsão dos modelos implementados para a modelagem do PIB de Goiás.

4.1 X-13-ARIMA-SEATS

O X-13-ARIMA-SEATS é um programa de ajuste sazonal desenvolvido pelo U.S. Census Bureau que combina duas abordagens complementares para a dessazonalização de séries temporais: o método X-11, baseado em médias móveis, e o método SEATS (*Signal Extraction in ARIMA Time Series*), fundamentado em modelos ARIMA (U.S. Census Bureau, 2017). Este software é amplamente utilizado por agências estatísticas ao redor do mundo, incluindo Statistics Canada, Australian Bureau of Statistics e Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

4.1.1 Decomposição de Séries Temporais

O fundamento do X-13-ARIMA-SEATS baseia-se na decomposição de séries temporais em componentes não observáveis. Assume-se que as observações de uma série temporal, Y_t , podem ser decompostas de forma aditiva ou multiplicativa:

$$Y_t = T_t + S_t + I_t, \quad (\text{aditiva}) \quad (4.1)$$

$$Y_t = T_t \times S_t \times I_t, \quad (\text{multiplicativa}) \quad (4.2)$$

em que T_t representa o componente de tendência-ciclo, S_t representa o componente sazonal, e I_t representa o componente irregular. O objetivo do ajuste sazonal é estimar cada um dos três componentes e remover o componente sazonal da série temporal, produzindo uma série dessazonalizada.

4.1.2 Método X-11

O método X-11 realiza a decomposição através da aplicação iterativa de médias móveis centradas (Ladiray e Quenneville, 2001). O algoritmo segue um processo iterativo que pode ser resumido em:

1. Estimativa inicial da tendência usando médias móveis centradas.
2. Remoção da tendência para obter os componentes sazonal e irregular.
3. Estimativa do componente sazonal usando médias móveis em frequências sazonais.
4. Cálculo da série dessazonalizada inicial.
5. Refinamento da tendência usando pesos de Henderson.
6. Refinamento do componente sazonal.

7. Obtenção dos componentes finais.

Este processo iterativo permite refinar progressivamente as estimativas de cada componente. O método também inclui procedimentos para identificação e tratamento de outliers e efeitos de calendário.

4.1.3 Método SEATS

O método SEATS oferece uma abordagem alternativa baseada em modelos ARIMA (Gómez e Maravall, 1996). Nesta abordagem, a série temporal é primeiro modelada usando um modelo ARIMA (ou SARIMA, quando há sazonalidade). Uma vez identificado e estimado o modelo apropriado, os componentes não observáveis são extraídos através de filtros ótimos derivados da representação em espaço de estados do modelo ARIMA.

A principal vantagem do SEATS é sua fundamentação teórica mais rigorosa, baseada em modelos estocásticos explícitos, o que permite a derivação de propriedades estatísticas dos componentes estimados.

4.1.4 Modelagem regARIMA

Antes do ajuste sazonal propriamente dito, o X-13-ARIMA-SEATS realiza uma etapa de modelagem regARIMA (regressão com erros ARIMA) (Findley et al., 1998). Esta etapa permite identificar e estimar efeitos de regressores externos, outliers, efeitos de calendário e feriados móveis. O modelo regARIMA pode ser expresso como:

$$Y_t = \sum_{i=1}^k \beta_i X_{it} + \eta_t, \quad (4.3)$$

em que X_{it} são variáveis de regressão (que podem incluir outliers, efeitos de calendário, etc.), β_i são os coeficientes de regressão, e η_t segue um processo ARIMA. Esta modelagem prévia melhora a qualidade do ajuste sazonal ao remover efeitos determinísticos que poderiam distorcer a estimação dos componentes.

4.1.5 Diagnósticos de Qualidade

O X-13-ARIMA-SEATS inclui um conjunto de testes e diagnósticos para avaliar a qualidade do ajuste sazonal (U.S. Census Bureau, 2017), incluindo:

- Testes de sazonalidade residual, que verificam se o componente sazonal foi adequadamente removido.
- Estatísticas de estabilidade dos fatores sazonais ao longo do tempo.
- Testes de normalidade e independência dos resíduos.
- Estatísticas M e Q, que resumem diversos aspectos da qualidade do ajuste.

Estes diagnósticos são essenciais para garantir que o ajuste sazonal produziu resultados confiáveis e que a série dessazonalizada pode ser utilizada com confiança para análise econômica.

Em síntese, o X-13-ARIMA-SEATS constitui uma ferramenta robusta e amplamente consolidada para a dessazonalização de séries temporais econômicas, combinando o rigor estatístico dos modelos ARIMA com a flexibilidade empírica das médias móveis. Sua capacidade de lidar com outliers, efeitos de calendário e choques estruturais o torna particularmente adequado para séries econômicas com forte sazonalidade e variações irregulares, como o Produto Interno Bruto.

4.2 Janela Deslizante

A validação cruzada (Arlot e Celisse, 2010) é uma técnica amplamente utilizada para avaliar o desempenho de modelos preditivos, reduzindo o viés associado a uma divisão fixa entre conjuntos de treinamento e teste. No contexto de séries temporais, a dependência entre observações consecutivas impede o uso direto da validação cruzada tradicional, exigindo métodos específicos, como a abordagem de *Sliding Window*.

O método *Sliding Window* consiste em definir uma janela fixa de observações para treinamento, deslocando-a progressivamente ao longo do tempo para gerar novos conjuntos de treinamento e teste.

A principal vantagem do método *Sliding Window* é permitir uma avaliação mais realista do desempenho do modelo em cenários onde os dados possuem estrutura temporal (Hyndman e Athanasopoulos, 2021). Além disso, esse procedimento assegura que o modelo seja testado em várias configurações temporais, aumentando a confiabilidade da validação. Por outro lado, um ponto negativo é a redução do tamanho do conjunto de treinamento ao longo do tempo, o que pode impactar o desempenho do modelo, especialmente em séries com padrões complexos.

O método *Sliding Window* é uma estratégia eficaz para a validação cruzada de modelos de séries temporais, garantindo uma avaliação confiável sem comprometer a integridade dos dados. Essa abordagem garante que a previsão seja realizada exclusivamente com informações passadas, evitando contaminação de dados futuros na fase de treinamento (Tashman, 2000).

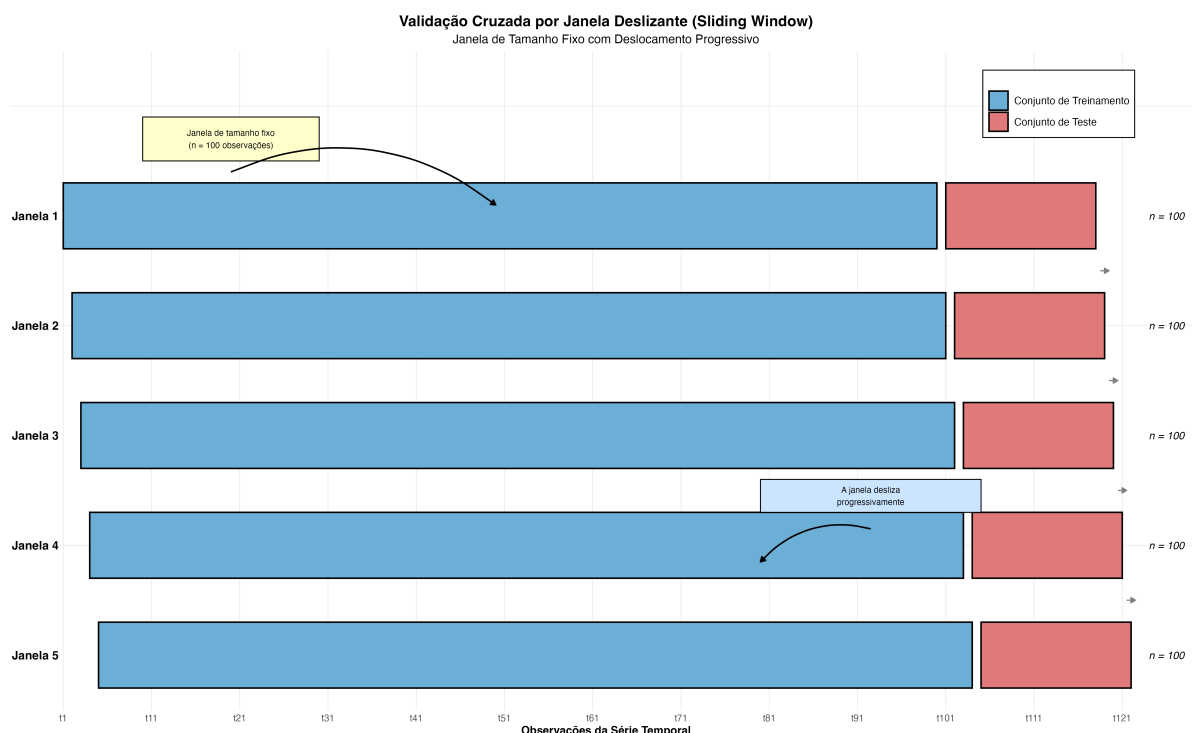


Figura 4.1: Gráfico que exemplifica o estudo de Janela Deslizante.

4.3 Métricas de Erro

As métricas de erro constituem ferramentas fundamentais para a avaliação quantitativa do desempenho de modelos preditivos, permitindo mensurar a discrepância entre valores observados e preditos (Hastie, Tibshirani e Friedman, 2009). Elas encontram aplicação em uma vasta gama de disciplinas científicas e tecnológicas, constituindo elementos essenciais para a validação e comparação de modelos preditivos (James et al., 2021). Na área de machine learning e inteligência artificial, essas métricas são fundamentais para a avaliação de algoritmos de regressão, permitindo a seleção de modelos mais adequados para problemas específicos (Hastie, Tibshirani e Friedman, 2009).

4.3.1 MAE

O *Mean Absolute Error* (MAE), ou Erro Absoluto Médio, representa uma métrica fundamental para avaliação de modelos de regressão, caracterizada por sua simplicidade conceitual e robustez estatística (Willmott e Matsuura, 2005; James et al., 2021). Ele utiliza o valor absoluto dos erros, resultando em uma métrica que trata todos os erros de forma linear, independentemente de sua magnitude (Chai e Draxler, 2014).

O MAE é matematicamente definido pela seguinte equação:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|, \quad (4.4)$$

em que:

- n : número total de observações;
- y_i : valor observado para a i -ésima observação;
- \hat{y}_i : valor predito pelo modelo para a i -ésima observação;
- $|y_i - \hat{y}_i|$: valor absoluto do erro ou resíduo para a i -ésima observação.

4.3.2 MAPE

O *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), ou Erro Percentual Absoluto Médio, é outra métrica crucial na avaliação de modelos de regressão. Diferentemente do MAE, o MAPE expressa o erro como uma porcentagem do valor observado, o que facilita a interpretação e a comparação da acurácia entre diferentes modelos e conjuntos de dados com escalas distintas (Kim e Kim, 2016).

O MAPE é matematicamente definido pela seguinte equação:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100, \quad (4.5)$$

em que:

- n : número total de observações;
- y_i : valor observado para a i -ésima observação;
- \hat{y}_i : valor predito pelo modelo para a i -ésima observação;
- $\left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|$: valor absoluto do erro percentual para a i -ésima observação.

Capítulo 5

Materiais e Métodos

Neste capítulo, são detalhados os dados utilizados, as etapas de pré-processamento, como os modelos são empregados aos dados, e a metodologia de avaliação de desempenho das previsões para o indicador do PIB do estado de Goiás.

Toda a análise foi implementada na linguagem de programação R, com o auxílio de pacotes especializados como `forecast`, `seasonal`, `dplyr`, `ggplot2`, e pacotes específicos para os modelos de aprendizado de máquina, como `randomForest`, `XGBoost`, `gbm`, `pls`, `earth` e `elmNNRcpp`.

Os códigos de R e as bases de dados utilizados na produção dos resultados apresentados neste estudo estão disponíveis no [github](#).

5.1 Conjunto de Dados

A série temporal principal deste estudo é série do indicador mensal do Produto Interno Bruto (PIB) de Goiás, fornecido pelo Instituto Mauro Borges (IMB), também chamado de Indicador de Atividade Econômica, é uma medida de volume que visa antecipar a tendência da principal variável macroeconômica do estado. A metodologia de cálculo desenvolvida pelo IMB busca mensurar o índice de volume do valor adicionado dos três grandes setores econômicos: Agro-

pecuária, Indústria e Serviços (Costa, 2024). Este processo é realizado em consonância com as diretrizes do Sistema de Contas Nacionais e Regionais, garantindo que o indicador mensal seja conceitual e metodologicamente consistente com o cálculo do PIB trimestral e anual, que são divulgados oficialmente pelo IBGE em parceria com os órgãos estaduais de estatística (Alves, Vianna e Costa, 2023). Essa consistência permite que as análises de curto prazo reflitam adequadamente a estrutura e a dinâmica da economia goiana.

Para capturar a complexa dinâmica da economia, o estudo emprega um robusto conjunto de 91 covariáveis exógenas, um diversificado leque de indicadores, com dados de março de 2012 a maio de 2025, que vai além das métricas tradicionais, incorporando desde o desempenho do setor externo — como o volume de exportação de soja e o índice PMI da indústria chinesa — até indicadores macroeconômicos cruciais como a taxa Selic e o IPCA. A análise é enriquecida com dados setoriais específicos, incluindo estimativas de produção agrícola (LSPA) e o fluxo de veículos pesados em rodovias (ABCR), fornecendo uma visão multifacetada da atividade econômica. As informações foram extraídas de fontes de alta credibilidade, como o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Banco Central do Brasil (BCB), o Instituto Mauro Borges (IMB) e a Fundação Getúlio Vargas (FGV).

Para a condução dos experimentos, os dados foram divididos em dois conjuntos:

- Conjunto de Treinamento: dados de março de 2012 a dezembro de 2024, utilizado para o ajuste dos modelos e para o estudo de validação cruzada.
- Conjunto de Teste: dados de janeiro de 2025 a maio de 2025, utilizado para a avaliação final do poder de previsão dos modelos em um cenário *out-of-sample*.

A Figura 5.1 apresenta a série temporal do PIB de Goiás no período analisado, evidenciando um padrão sazonal marcante com oscilações regulares ao longo dos anos. Observa-se que a série apresenta picos e vales recorrentes, característicos de atividades econômicas com forte componente sazonal. O período de teste, destacado em vermelho, corresponde aos cinco primeiros meses de 2025 e será utilizado no estudo das previsões para os meses de 2025.

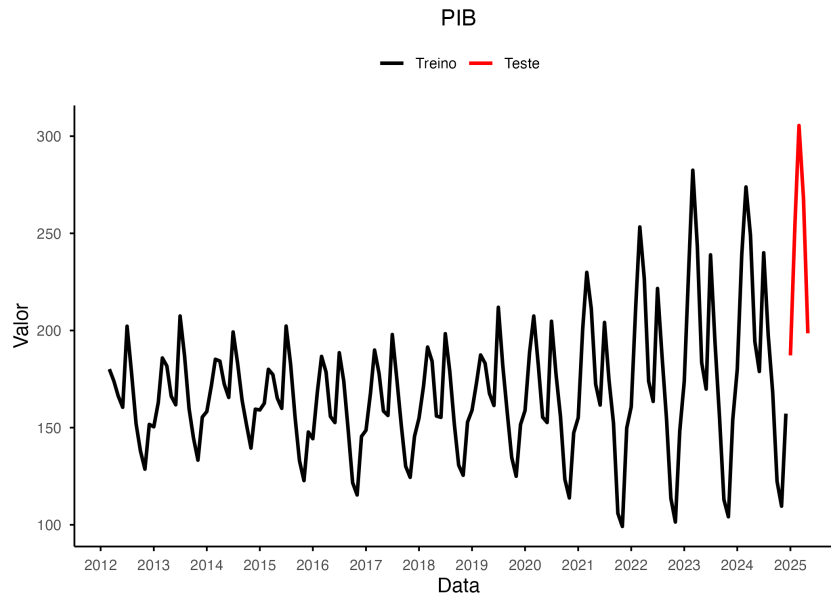


Figura 5.1: Série temporal do PIB do estado de Goiás.

5.2 Pré-processamento dos Dados

Antes do ajuste dos modelos, foi realizada uma série de tratamentos nos dados para adequá-los às exigências de cada técnica e para explorar diferentes abordagens de modelagem.

5.2.1 Criação de Variáveis Defasadas e Médias Móveis

Para capturar a dinâmica temporal e a dependência de valores passados, foram criadas novas variáveis a partir da própria série do PIB. Foram geradas 12 variáveis correspondentes a defasagens (*lags*) de 1 a 12 meses e 12 variáveis de médias móveis (*moving averages*) com janelas de 2 a 13 meses. Essas variáveis foram incorporadas como preditores nos modelos de aprendizado de máquina.

5.2.2 Ajuste Sazonal

Uma das hipóteses investigadas foi o impacto da sazonalidade no desempenho dos modelos. Para isso, foram criados dois conjuntos de dados distintos: um com as séries em seu formato

original e outro com as séries dessazonalizadas. O ajuste sazonal foi realizado tanto na série do PIB quanto nas covariáveis exógenas, utilizando o método X-13-ARIMA-SEATS, implementado no pacote `seasonal` do R.

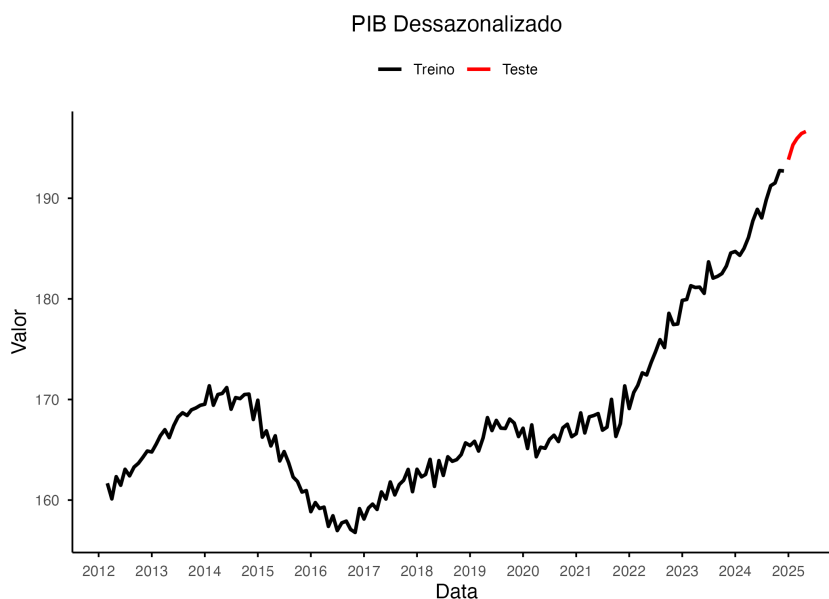


Figura 5.2: Série temporal do PIB do estado de Goiás dessazonalizado.

A Figura 5.2 apresenta a série do PIB goiano após a aplicação do procedimento de dessazonalização por X-13-ARIMA-SEATS. A transformação é notável: as oscilações sazonais são removidas, revelando uma tendência de crescimento contínua ao longo do tempo, exceto do início de 2014 ao fim de 2016 em que a tendência foi de queda. A série dessazonalizada apresenta menor variabilidade dentro dos anos e permite visualizar com maior clareza os movimentos de médio e longo prazo da economia goiana.

No estudo, foi também aplicada a dessazonalização das covariáveis por X-13-ARIMA-SEATS, em todas as situações em que elas eram utilizadas como auxiliares para a previsão do PIB goiano dessazonalizado.

5.2.3 Diferenciação

Muitos modelos de séries temporais e de aprendizado de máquina assumem que os dados de entrada são estacionários. Para avaliar o impacto da não estacionariedade, foi aplicada a primeira diferença tanto na variável dependente quanto nas covariáveis como uma etapa opcional de pré-processamento. Dessa forma, os modelos foram ajustados tanto com os dados no nível original quanto com os dados diferenciados.

No caso das séries diferenciadas, o cálculo dos erros de previsão exigiu um procedimento adicional para reconstruir os valores no nível original. O processo adotado seguiu as seguintes etapas:

1. Aplicou-se a primeira diferença ao PIB e às covariáveis;
2. Realizaram-se as previsões para as diferenças nos h passos à frente;
3. A partir do último valor observado da série original e das diferenças previstas, os valores foram reintegrados (ou “reconstruídos”) para obter as previsões no nível original;
4. Com base nesses valores reconstruídos, calcularam-se os erros de previsão correspondentes.

5.2.4 Previsão das Covariáveis

Para o estudo de previsão que utiliza dados de teste de janeiro a maio de 2025, os valores das covariáveis exógenas não estariam disponíveis. Para contornar essa limitação, foi implementado um procedimento para prever essas variáveis. Para cada uma das covariáveis, foi realizada uma competição entre os modelos `auto.arima`, `ets` e `tbats`, utilizando um esquema de validação cruzada com janela deslizante para determinar o modelo com o menor MAE. O modelo vencedor para cada covariável foi então utilizado para gerar as previsões necessárias para o período de teste.

O mesmo procedimento foi feito para o estudo final de previsão das variações anuais até 2028, mas dessa vez foram previstos 43 meses a frente, usando todo o período disponível das covariáveis, sem divisão em dados de treino e teste.

5.3 Modelos Avaliados

Foram comparados nove modelos, divididos em duas categorias: modelos clássicos de séries temporais e modelos de aprendizado de máquina. Para garantir a reprodutibilidade dos resultados, a semente aleatória foi fixada em 0123456789 antes da execução de cada modelo.

5.3.1 Modelos Clássicos de Séries Temporais

- SARIMA: Modelo clássico que captura dependências temporais e sazonais. O ajuste foi realizado por meio da função `auto.arima` do pacote `forecast`, que seleciona automaticamente a melhor combinação de parâmetros $(p, d, q)(P, D, Q)[m]$ com base no critério de informação Akaike (AIC).
- ETS: Família de modelos de suavização exponencial que modela os componentes de erro, tendência e sazonalidade da série. A seleção do modelo mais adequado foi feita de forma automática pela função `ets` do pacote `forecast`, que também otimiza os parâmetros de suavização.
- TBATS: Modelo robusto para séries temporais com padrões complexos e múltiplas sazonalidades. Foi ajustado utilizando a função `tbats` do pacote `forecast`, mantendo os seus parâmetros padrão para a seleção automática dos componentes do modelo.

5.3.2 Modelos de Aprendizado de Máquina

- RF: Modelo de *ensemble* baseado em árvores de decisão. A implementação foi feita com a função `randomForest` do pacote homônimo. Foram utilizados `n tree = 500`

(número de árvores na floresta) e `mtry = floor(p/3)`, onde p é o número total de variáveis preditoras, conforme recomendado para problemas de regressão. O parâmetro `importance` foi definido como `TRUE` para permitir a avaliação da importância das variáveis.

- **XGBoost:** Implementação otimizada do *gradient boosting*. Utilizou-se a função `XGBoost` do pacote `XGBoost`, com a função objetivo `objective = "reg:squarederror"` para problemas de regressão e um total de `nrounds = 100` iterações de *boosting*.
- **ELM:** Rede neural de camada oculta única com pesos de entrada aleatórios. O modelo foi treinado com a função `elm_train` do pacote `elmNNRcpp`. A arquitetura da rede consistiu em `nhid = 50` neurônios na camada oculta e a função de ativação sigmoide (`actfun = "sig"`).
- **GBM:** Outro modelo de *ensemble* que constrói modelos de forma sequencial. Foi utilizada a função `gbm` do pacote `gbm`, configurada para regressão com `distribution = "gaussian"`. Os principais parâmetros ajustados foram: `n.trees = 100` (número de árvores), `interaction.depth = 3` (profundidade máxima das árvores) e `shrinkage = 0.1` (taxa de aprendizado).
- **PCR:** Técnica de regressão que aplica a Análise de Componentes Principais (PCA) para lidar com multicolinearidade. O modelo foi implementado com a função `pcr` do pacote `pls`. As variáveis foram padronizadas (`scale = TRUE`) e o número ótimo de componentes principais foi selecionado por meio de validação cruzada (`validation = "CV"`), escolhendo-se o número de componentes que minimizava o *PRESS (Predicted Residual Sum of Squares)*.
- **MARS:** Modelo de regressão não paramétrico que constrói a relação entre as variáveis de forma adaptativa. Foi ajustado com a função `earth` do pacote `earth`, utilizando seus parâmetros padrão para a construção do modelo.

5.4 Metodologia de Avaliação

Dois estudos principais foram conduzidos para avaliar e comparar o desempenho dos modelos sob diferentes condições.

5.4.1 Estudo 1: Validação Cruzada por Janela Deslizante

O primeiro estudo teve como objetivo avaliar a robustez e o desempenho dos modelos em diferentes horizontes de previsão. Foi empregada uma validação cruzada com janela deslizante, com as seguintes especificações:

- Tamanho da janela de treinamento: 100 meses;
- Número de janelas deslizantes: 18;
- Horizonte de previsão para cada janela: 18 meses;
- Métrica de avaliação: MAPE.

Este procedimento foi repetido para 8 cenários distintos, resultantes da combinação das seguintes opções de pré-processamento: uso de séries com ou sem ajuste sazonal, com ou sem diferenciação, e com ou sem a inclusão de defasagens e médias móveis do PIB como preditores. As 8 situações estão apresentadas na Tab 5.1.

Tabela 5.1: Situações de pré-processamento do estudo de validação cruzada.

Dessazonalização	Diferenciação	lags	Situação
Não	Sim	Não	1
Não	Sim	Sim	2
Não	Não	Não	3
Não	Não	Sim	4
Sim	Sim	Não	5
Sim	Sim	Sim	6
Sim	Não	Não	7
Sim	Não	Sim	8

5.4.2 Estudo 2: Avaliação de Previsão Final

O segundo estudo focou em um cenário de previsão mais realista. Os modelos foram treinados com todos os dados disponíveis até dezembro de 2024 e utilizados para prever os 5 meses seguintes (janeiro a maio de 2025). A avaliação foi feita comparando as previsões com os valores observados no conjunto de teste.

Este estudo foi conduzido para 16 cenários, que, além das 8 combinações do estudo anterior, também consideraram o uso de covariáveis exógenas observadas (cenário teórico onde os valores futuros são conhecidos) versus o uso de covariáveis previstas (cenário realista). O Erro Percentual Absoluto para cada um dos 5 meses e o MAPE geral do período foram calculados para cada modelo em cada uma das situações apresentadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Situações de pré-processamento do estudo de previsão de 5 passos a frente.

Covariáveis previstas	Dessazonalização	Diferenciação	<i>lags</i>	Situação
Sim	Não	Sim	Não	1
Sim	Não	Sim	Sim	2
Sim	Não	Não	Não	3
Sim	Não	Não	Sim	4
Sim	Sim	Sim	Não	5
Sim	Sim	Sim	Sim	6
Sim	Sim	Não	Não	7
Sim	Sim	Não	Sim	8
Não	Não	Sim	Não	9
Não	Não	Sim	Sim	10
Não	Não	Não	Não	11
Não	Não	Não	Sim	12
Não	Sim	Sim	Não	13
Não	Sim	Sim	Sim	14
Não	Sim	Não	Não	15
Não	Sim	Não	Sim	16

Para a avaliação de desempenho dos modelos tanto no estudo 1 quanto no estudo 2, optou-se pela utilização da métrica de erro MAPE em detrimento da MAE. Essa escolha fundamenta-se na natureza dos dados analisados, que compreendem séries com e sem ajuste sazonal. Dado que essas duas séries operam em escalas distintas, o MAE, por ser uma métrica dependente de

escala, não ofereceria uma base comparativa justa entre os modelos. O MAPE, por sua vez, expressa o erro como uma porcentagem, tornando-o uma medida relativa e independente da escala das séries. Além disso, a ausência de valores negativos, nulos ou próximos de zero nos dados do PIB mitiga a principal desvantagem do MAPE, que é sua sensibilidade a esses valores, consolidando-o como a métrica apropriada para os cenários de análise.

5.4.3 Estudo 3: Projeção da Variação Anual do PIB

A análise de variação anual do PIB constitui uma prática consolidada na literatura econômica e nas instituições de estatística oficiais. O Bureau of Economic Analysis (BEA) dos Estados Unidos busca equilibrar precisão e tempestividade nas estimativas do PIB para permitir o monitoramento do crescimento econômico real e da inflação (Landefeld, Seskin e Fraumeni, 2008), sendo a variação percentual ano a ano amplamente utilizada por economistas e formuladores de políticas públicas como indicador-chave do desempenho econômico. Essa métrica permite comparações diretas entre períodos equivalentes, eliminando efeitos sazonais residuais e facilitando a interpretação de tendências de longo prazo.

No contexto brasileiro, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) também adota a comparação ano a ano como uma das principais formas de análise do PIB, permitindo traçar a evolução econômica ao longo do tempo e realizar comparações internacionais sobre o tamanho das economias (IBGE, 2025). Da mesma forma, o Instituto Mauro Borges (IMB), responsável pelas estatísticas econômicas de Goiás, divulga suas projeções em termos de variação anual percentual.

Neste contexto, o estudo descrito nesta subseção foi conduzido com o objetivo de projetar a variação anual do PIB de Goiás para o período de 2025 a 2028, permitindo uma comparação direta entre as previsões dos diferentes modelos avaliados neste trabalho e as projeções oficiais do IMB. Para tanto, utilizou-se a série temporal completa do PIB, abrangendo todos os dados disponíveis até o ponto mais recente da coleta, de modo a maximizar a informação disponível para o ajuste dos modelos. A abordagem de pré-processamento selecionada foi aquela identificada

nos estudos anteriores como a configuração de melhor desempenho geral.

As projeções foram geradas para um horizonte de 43 meses, correspondente ao período de junho de 2025 a dezembro de 2028. As covariáveis foram previstas também em 43 meses a frente para serem utilizadas nas previsões dos modelos de aprendizado de máquina. Para cada um dos modelos avaliados no trabalho (SARIMA, ETS, TBATS, RF, XGBoost, ELM, GBM, PCR e MARS), foi realizado um ajuste final utilizando a totalidade da série pré-processada, seguido da geração das previsões para os 43 passos à frente. Esse procedimento foi automatizado de forma a garantir consistência metodológica entre os diferentes algoritmos. Inicialmente, os dados foram preparados com a aplicação da dessazonalização e da diferenciação. Em seguida, cada modelo foi treinado com a série completa e suas respectivas funções de previsão foram utilizadas para estimar os valores futuros.

Finalmente, as previsões mensais do PIB geradas pelos modelos foram agregadas para calcular a variação percentual anual para cada ano do período projetado (2025, 2026, 2027 e 2028), permitindo uma comparação direta entre as projeções dos diferentes modelos e as estimativas oficiais divulgadas pelo IMB.

Capítulo 6

Resultados e Discussão

Neste capítulo, são apresentados e analisados os resultados obtidos a partir da metodologia descrita no capítulo anterior. A análise está dividida em duas partes principais: primeiramente, o estudo de validação cruzada por janela deslizante, que avalia a robustez dos modelos em diferentes horizontes; e, em segundo lugar, o estudo de previsão final, que compara o desempenho dos modelos em um cenário prático de previsão para os primeiros cinco meses de 2025.

6.1 Estudo 1: Validação Cruzada por Janela Deslizante

Os resultados do estudo de validação cruzada revelam um achado que se destaca em todas as análises: a dessazonalização é o fator mais importante para o desempenho preditivo dos modelos. Esse padrão aparece de forma consistente nas oito situações testadas, com um impacto que supera a escolha do algoritmo de previsão. A magnitude dessa diferença é tão grande que modelos de *machine learning*, que geralmente são mais flexíveis e capazes de capturar padrões complexos, apresentam desempenho inferior aos métodos clássicos quando aplicados a séries não dessazonalizadas, mas tornam-se altamente competitivos quando a estrutura sazonal é tratada adequadamente.

A Figura 6.1 ilustra bem este fenômeno. Na Situação 5, em que as séries foram dessazonali-

zadas e diferenciadas, todos os modelos (exceto o ELM) apresentam erros baixos e consistentes ao longo dos 18 horizontes de previsão, com trajetórias de MAPE que se mantêm próximas entre si. Este comportamento é completamente diferente do observado nas situações não dessazonalizadas, onde a dispersão entre os modelos é maior e os erros atingem valores mais altos.

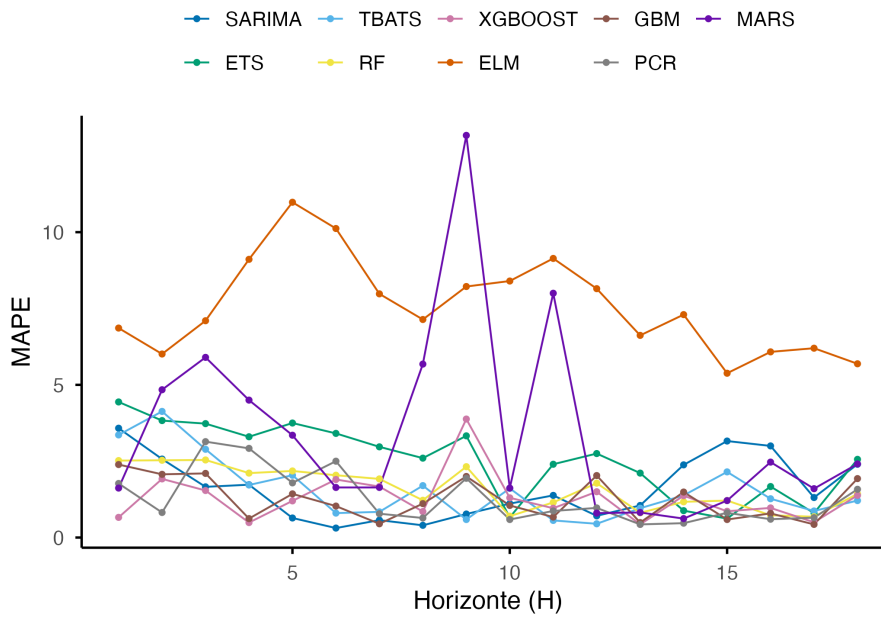


Figura 6.1: MAPEs do estudo de validação cruzada na Situação 5.

Para entender melhor a extensão deste impacto, vale observar a Situação 1, em que as séries mantêm suas estruturas sazonais originais. A Tabela 6.1 apresenta os MAPEs em alguns horizontes selecionados, mostrando que os modelos clássicos SARIMA e ETS dominam claramente, enquanto modelos de *machine learning* como RF e XGBoost apresentam erros bem maiores. O ELM, em particular, chega a atingir MAPEs acima de 60 em vários horizontes, mostrando que não é adequado para séries com forte componente sazonal não tratado.

Tabela 6.1: MAPEs da Situação 1.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	4.88	5.85	10.95	14.30	13.72	32.35	16.41	20.34	35.83
2	4.97	6.10	15.25	24.25	23.72	30.01	21.26	42.71	48.15
3	11.56	16.21	31.26	35.89	31.17	47.97	55.77	52.78	107.35
4	7.68	9.41	18.56	36.47	21.87	36.84	42.40	38.28	28.37
5	4.82	4.39	11.80	22.49	9.31	31.02	30.83	18.03	40.80
6	4.65	4.43	11.63	18.35	10.37	37.30	16.46	14.00	8.03
7	9.93	9.92	15.45	28.85	19.11	52.75	35.94	16.14	8.98
8	6.59	6.66	14.10	25.40	15.09	45.93	29.89	18.72	42.40
9	4.42	4.88	13.19	15.68	11.39	38.43	15.78	13.32	16.83
10	4.35	4.54	23.55	17.60	24.70	48.14	14.71	21.96	16.08
11	4.97	5.62	17.17	15.73	9.36	54.25	15.20	26.74	8.45
12	7.62	7.84	15.97	14.91	9.69	37.60	9.96	15.00	7.49
13	4.17	4.19	11.49	18.69	13.10	34.26	16.57	12.88	7.57
14	8.49	8.69	9.57	31.06	22.48	47.44	14.62	17.36	9.34
15	16.25	16.41	48.24	43.83	24.95	63.99	33.00	24.98	50.25
16	8.54	8.65	16.32	38.72	18.86	46.73	16.10	11.98	52.69
17	3.92	3.79	13.28	14.15	8.77	27.30	13.76	13.52	8.09
18	2.33	2.33	9.98	12.58	12.91	38.09	8.04	32.38	8.45

A robustez dos modelos clássicos SARIMA e ETS merece destaque. Estes modelos demonstram consistência em todas as oito situações avaliadas, mantendo-se entre os melhores desempenhos independentemente da configuração de pré-processamento aplicada. Esta característica sugere que sua estrutura teórica, baseada em componentes de tendência, sazonalidade e erro, oferece vantagem natural para a previsão de séries econômicas como o PIB goiano. O TBATS, embora também seja um modelo clássico, apresenta desempenho intermediário, geralmente inferior ao SARIMA e ETS, mas ainda assim superior aos modelos de *machine learning* em situações não dessazonalizadas.

A inclusão de *lags* e médias móveis da variável dependente como covariáveis adicionais, testada nas Situações 2, 4, 6 e 8, produz efeitos variados nos modelos de *machine learning*. A Tabela 6.2 exemplifica este comportamento na Situação 2, onde o MARS apresenta valores extremamente baixos (próximos de zero) em vários horizontes, o que sugere possível *overfitting* para o modelo nessa configuração, enquanto o PCR mostra melhora significativa em alguns

horizontes específicos.

Tabela 6.2: MAPEs da Situação 2.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	4.88	5.85	10.95	14.34	8.72	28.26	11.65	20.93	< 0.01
2	4.97	6.10	15.25	28.19	18.89	29.18	14.51	19.25	< 0.01
3	11.56	16.21	31.26	33.96	30.57	43.49	26.08	29.49	< 0.01
4	7.68	9.41	18.56	29.96	24.69	29.71	32.30	21.91	< 0.01
5	4.82	4.39	11.80	10.41	4.81	46.51	9.60	18.69	< 0.01
6	4.65	4.43	11.63	9.02	7.91	24.78	12.24	18.97	11.87
7	9.93	9.92	15.45	21.76	20.97	28.45	25.51	10.15	4.98
8	6.59	6.66	14.10	12.12	6.38	48.26	17.46	6.55	24.96
9	4.42	4.88	13.19	10.97	6.16	57.69	13.69	3.92	< 0.01
10	4.35	4.54	23.55	8.01	6.70	71.83	10.06	2.03	< 0.01
11	4.97	5.62	17.17	8.30	6.53	74.69	9.69	18.67	< 0.01
12	7.62	7.84	15.97	8.34	9.15	50.32	6.02	14.41	18.96
13	4.17	4.19	11.49	11.77	4.92	46.04	6.05	9.44	13.73
14	8.49	8.69	9.57	22.60	15.32	33.30	13.77	15.38	< 0.01
15	16.25	16.41	48.24	28.46	18.92	38.32	24.72	21.15	8.77
16	8.54	8.65	16.32	22.88	8.58	39.64	15.76	9.92	9.61
17	3.92	3.79	13.28	4.78	17.59	33.05	6.31	12.10	17.84
18	2.33	2.33	9.98	4.79	24.27	36.36	6.56	7.36	16.11

Quando a dessazonalização é aplicada, o cenário muda completamente. Modelos como XGBoost, GBM e RF, que apresentavam desempenho modesto nas situações 1 a 4, tornam-se altamente competitivos nas situações 5 a 8. Este resultado sugere que a principal limitação dos modelos de *machine learning* não está na sua capacidade de modelagem em si, mas sim na dificuldade de lidar com estruturas sazonais complexas quando estas não são tratadas explicitamente. Uma vez removida esta componente, os algoritmos de *machine learning* conseguem capturar bem os padrões remanescentes da série, aproximando-se do desempenho dos modelos clássicos.

O ELM, no entanto, mantém-se consistentemente como o modelo de pior desempenho em todas as situações testadas, com MAPEs frequentemente acima de 100 em vários horizontes, especialmente nas configurações não dessazonalizadas. Este resultado sugere que a arquitetura de rede neural de camada única, mesmo com sua simplicidade computacional, não oferece

vantagens para a previsão do PIB de Goiás nas configurações testadas.

Em resumo, o estudo de validação cruzada estabelece três achados principais. Primeiro, a dessazonalização é o fator mais crítico para o desempenho preditivo, mais importante até que a escolha do algoritmo. Segundo, os modelos clássicos SARIMA e ETS demonstram robustez excepcional, mantendo bom desempenho em todas as configurações testadas. Terceiro, os modelos de *machine learning*, particularmente XGBoost e GBM, mostram-se competitivos quando aplicados a séries adequadamente pré-processadas, mas apresentam limitações significativas quando a estrutura sazonal não é tratada. Estes achados orientam a análise do estudo de previsão final e fornecem diretrizes práticas para a escolha de modelos em contextos similares.

6.2 Estudo 2: Previsão de 5 Passos à Frente

O estudo de previsão para os cinco primeiros meses de 2025 oferece uma análise aprofundada sobre o desempenho dos modelos em um cenário realista de previsão fora da amostra. Esta seção examina sistematicamente o impacto de cada etapa de pré-processamento, avalia o desempenho comparativo dos modelos e analisa qualitativamente os padrões observados nos gráficos de variações.

6.2.1 Impacto das Etapas de Pré-Processamento

Benefícios da Dessazonalização

A dessazonalização emerge como a etapa de pré-processamento mais impactante para a qualidade das previsões. A Tabela 6.3 compara os MAPEs entre as Situações 2 (sem dessazonalização) e 7 (com dessazonalização), ambas utilizando covariáveis previstas (cenário realista), sem diferenciação e sem *lags*.

Os modelos clássicos de séries temporais (SARIMA, ETS, TBATS) apresentam reduções entre 94% e 98%, demonstrando que a remoção do componente sazonal permite que estes algoritmos capturem com muito mais precisão a dinâmica subjacente da série. Os modelos de *ma-*

chine learning também se beneficiam significativamente, com o MARS apresentando a maior redução relativa (81%). Este achado consolida a dessazonalização como uma etapa fortemente indicada, independentemente da classe de modelo utilizada, e explica grande parte da diferença entre previsões viáveis e inviáveis observada no estudo.

Tabela 6.3: Impacto da dessazonalização no MAPE (Situação 2 vs. 7).

Modelo	MAPE (Sem Dessaz)	MAPE (Com Dessaz)	Diferença	Redução (%)
SARIMA	4.56	0.12	-4.44	-97.37%
ETS	4.59	0.26	-4.33	-94.34%
TBATS	13.04	0.40	-12.64	-96.93%
RF	6.21	2.27	-3.94	-63.45%
XGBoost	3.92	1.51	-2.41	-61.48%
ELM	20.45	7.21	-13.24	-64.74%
GBM	6.94	2.58	-4.36	-62.82%
PCR	5.47	1.26	-4.21	-76.97%
MARS	4.15	0.79	-3.36	-80.96%

Impactos da Diferenciação

A aplicação da primeira diferença em séries já dessazonalizadas revela um padrão consistente de melhoria para a maioria dos modelos, contrastando com o comportamento observado em séries não tratadas. A Tabela 6.4 compara as Situações 7 (dessazonalizada, sem diferenciação) e 5 (dessazonalizada, com diferenciação), ambas com covariáveis previstas e sem *lags*.

Os resultados mostram que, quando aplicada após a dessazonalização, a diferenciação beneficia praticamente todos os modelos, com exceção notável do ETS. O SARIMA apresenta melhoria de 17%, o TBATS de 58%, e os modelos de *machine learning* exibem reduções de erro ainda mais expressivas: RF (63%), XGBoost (74%), GBM (90%), ELM (89%) e MARS (68%). O PCR também apresenta melhoria moderada de 30%.

Este achado contrasta fortemente com a análise de séries não dessazonalizadas na Tabela 6.5, em que a diferenciação melhora menos ou prejudica as previsões dos modelos.

A exceção do ETS, que apresenta deterioração de 354%, é consistente com sua formulação

baseada em suavização exponencial, que modela diretamente os componentes de nível. Dessa maneira, a diferenciação, ao remover o componente de tendência, interfere com a estrutura interna do modelo, prejudicando sua capacidade preditiva.

Tabela 6.4: Impacto da diferenciação em séries dessazonalizadas (Situação 7 vs. 5).

Modelo	MAPE (Sem Dif.)	MAPE (Com Dif.)	Diferença	Variação (%)
SARIMA	0.12	0.10	-0.02	-16.67%
ETS	0.26	1.18	0.92	+353.85%
TBATS	0.40	0.17	-0.23	-57.50%
RF	2.27	0.83	-1.44	-63.44%
XGBoost	1.51	0.40	-1.11	-73.51%
ELM	7.21	0.77	-6.44	-89.32%
GBM	2.58	0.25	-2.33	-90.31%
PCR	1.26	0.88	-0.38	-30.16%
MARS	0.79	0.25	-0.54	-68.35%

Tabela 6.5: Impacto da diferenciação em séries não dessazonalizadas (Situação 3 vs. 1).

Modelo	MAPE (Sem Dif.)	MAPE (Com Dif.)	Diferença	Variação (%)
SARIMA	3.86	4.56	0.70	+18.13%
ETS	3.56	4.59	1.03	+28.93%
TBATS	10.45	13.04	2.59	+24.78%
RF	13.15	11.79	-1.36	-10.34%
XGBoost	7.22	7.69	0.47	+6.51%
ELM	26.36	18.47	-7.89	-29.93%
GBM	10.87	8.89	-1.98	-18.22%
PCR	16.69	15.70	-0.99	-5.93%
MARS	6.87	5.34	-1.53	-22.27%

Defasagens e Médias Móveis: Benefícios Seletivos para Modelos de ML

A inclusão de variáveis defasadas (*lags*) e de médias móveis do próprio PIB como preditores apresenta um impacto heterogêneo, particularmente evidente quando a série já está adequadamente pré-processada. A Tabela 6.6 compara as Situações 5 e 6.

Os modelos clássicos (SARIMA, ETS, TBATS) não apresentam alteração em seu desempenho, pois estes já incorporam naturalmente a estrutura autorregressiva em sua formulação

interna, sem adição de covariáveis na modelagem. Entre os modelos de *machine learning*, observa-se um padrão misto: RF e XGBoost apresentam melhorias significativas (34% e 45% de redução, respectivamente), sugerindo que a informação autorregressiva explícita auxilia estes algoritmos. Em contrapartida, MARS e ELM sofrem deterioração substancial (228% e 142% de aumento), indicando possível *overfitting* ou dificuldade em lidar com a dimensionalidade adicional.

Este resultado sugere que a inclusão de *lags* deve ser avaliada caso a caso para modelos de ML, preferencialmente através de validação cruzada, pois seu benefício depende da capacidade do algoritmo específico em extrair informação útil sem incorrer em sobreajuste.

Tabela 6.6: Impacto no MAPE da inclusão de *lags* e médias móveis do próprio PIB nas covariáveis (Situação 5 vs. 6).

Modelo	MAPE (Sem <i>lags</i>)	MAPE (Com <i>lags</i>)	Diferença	Variação (%)
SARIMA	0.10	0.10	< 0.01	0.00%
ETS	1.18	1.18	< 0.01	0.00%
TBATS	0.17	0.17	< 0.01	0.00%
RF	0.83	0.55	-0.28	-33.73%
XGBoost	0.40	0.22	-0.18	-45.00%
ELM	0.77	1.86	1.09	+141.56%
GBM	0.25	0.23	-0.02	-8.00%
PCR	0.88	0.92	0.04	+4.55%
MARS	0.25	0.82	0.57	+228.00%

Covariáveis Previstas: Impacto heterogêneo

A comparação entre o uso de covariáveis observadas (cenário teórico) e previstas (cenário realista) em séries adequadamente pré-processadas revela um padrão mais complexo e heterogêneo do que o observado em análises anteriores. A Tabela 6.7 compara as Situações 5 (covariáveis previstas) e 13 (covariáveis observadas), ambas com séries dessazonalizadas, diferenciadas e sem *lags*.

Os modelos clássicos de séries temporais (SARIMA, ETS, TBATS) não apresentam alteração em seu desempenho, pois estes modelos, em suas implementações padrão, não utilizam

covariáveis exógenas em sua formulação.

Entre os modelos de *machine learning*, observa-se um comportamento misto e aparentemente contraditório. Alguns modelos apresentam melhoria ao usar covariáveis observadas: RF reduz erro em 11%, ELM em 68% e PCR em 86%. Em contrapartida, outros modelos pioram: XGBoost aumenta erro em 83%, GBM em 140% e MARS em 52%. Este padrão sugere que, mesmo em séries dessazonalizadas, diferentes algoritmos de ML respondem de forma distinta à qualidade das covariáveis exógenas.

Estes achados têm implicações práticas importantes: ao contrário do que se poderia esperar, o pré-processamento adequado (dessazonalização e diferenciação) não neutraliza completamente o impacto da qualidade das covariáveis para todos os modelos de ML. A escolha entre diferentes algoritmos de *machine learning* deve considerar não apenas seu desempenho absoluto, mas também sua sensibilidade à incerteza nas covariáveis exógenas. Modelos que apresentam desempenho similar com covariáveis previstas e observadas (ou que melhoram com observadas) podem ser preferíveis em cenários operacionais reais.

Tabela 6.7: Impacto do uso de covariáveis previstas vs. observadas nas situações 5 vs. 13).

Modelo	MAPE (Previstas)	MAPE (Observadas)	Diferença	Variação (%)
SARIMA	0.10	0.10	< 0.01	0.00%
ETS	1.18	1.18	< 0.01	0.00%
TBATS	0.17	0.17	< 0.01	0.00%
RF	0.83	0.74	-0.09	-10.84%
XGBoost	0.40	0.73	0.33	+82.50%
ELM	0.77	0.25	-0.52	-67.53%
GBM	0.25	0.60	0.35	+140.00%
PCR	0.88	0.12	-0.76	-86.36%
MARS	0.25	0.38	0.13	+52.00%

6.2.2 Análise da Melhor Configuração

O resultado mais notável do estudo aparece na Situação 5, onde a série do PIB e as covariáveis foram dessazonalizadas e diferenciadas, sem a inclusão de *lags*. Nesta configuração, o

SARIMA alcança um MAPE de 0.20, o menor erro observado em todo o estudo. Este valor representa não somente um marco quantitativo, mas demonstra a eficácia da combinação entre modelagem clássica de séries temporais e pré-processamento adequado.

Tabela 6.8: Erros e MAPEs do estudo de previsão na Situação 5.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.03	0.28	0.21	0.24	0.26	0.20
ETS	0.93	2.20	2.63	2.93	2.93	2.32
TBATS	0.38	0.31	0.45	0.08	0.42	0.33
RF	0.79	1.72	1.96	1.97	1.71	1.63
XGBoost	0.39	0.98	1.10	0.82	0.61	0.78
ELM	0.95	1.56	0.34	2.34	2.34	1.51
GBM	0.48	0.85	0.76	0.34	0.04	0.49
PCR	0.78	1.78	2.03	2.13	1.95	1.73
MARS	0.59	0.83	0.47	0.44	0.11	0.49

A Tabela 6.8 apresenta os resultados completos desta situação, mostrando que o TBATS, GBM e MARS também alcançam desempenhos excepcionais. A proximidade destes valores sugere que, quando a estrutura sazonal é adequadamente tratada e as séries são diferenciadas, vários algoritmos tornam-se capazes de produzir previsões de alta qualidade. Este achado contrasta fortemente com a dispersão observada em situações não dessazonalizadas, onde a escolha do modelo torna-se muito mais determinante para o sucesso preditivo.

6.2.3 Desempenho Geral dos Modelos

A análise agregada do desempenho dos modelos ao longo das múltiplas situações testadas oferece uma perspectiva global sobre a adequação de cada algoritmo para a previsão do PIB do estado de Goiás. A Tabela 6.9 apresenta o MAPE médio de cada modelo considerando todas as situações disponíveis, ordenados do melhor ao pior desempenho.

O SARIMA emerge como o modelo de melhor desempenho geral, seguido de perto pelo ETS e o XGBoost. Entre os modelos de *machine learning*, o XGBoost e o PCR apresentam os melhores desempenhos, posicionando-se como a alternativa mais competitiva aos modelos

clássicos. O MARS e o GBM apresentam desempenhos intermediários, enquanto o RF e o TBATS ficam em posições menos favoráveis. O ELM apresenta o pior desempenho geral, demonstrando instabilidade e dificuldade em generalizar para diferentes configurações de pré-processamento.

Tabela 6.9: Ranking dos modelos por MAPE médio (todas as situações).

Ranking	Modelo	MAPE Médio
1	SARIMA	2.16
2	ETS	2.40
3	XGBoost	3.89
4	PCR	4.03
5	MARS	4.89
6	GBM	5.31
7	RF	5.69
8	TBATS	6.02
9	ELM	15.86

A comparação entre modelos clássicos e de *machine learning* no contexto do estudo revela uma vantagem geral dos primeiros. Os modelos clássicos apresentam MAPE médio de 3.53, enquanto os de ML apresentam 6.61. Esta diferença reflete a maior sensibilidade dos modelos de ML às condições de pré-processamento e à qualidade das covariáveis, conforme demonstrado nas análises anteriores. No entanto, quando as condições são favoráveis (dessazonalização, diferenciação adequada), alguns modelos de ML alcançam desempenhos comparáveis ou superiores aos clássicos, sugerindo que a escolha do modelo deve considerar não apenas o desempenho médio, mas também a configuração específica do problema.

6.2.4 Análise do Custo Computacional

A análise do custo computacional é um componente essencial na avaliação de modelos de previsão, pois impacta diretamente a viabilidade de sua implementação em cenários práticos. Embora a precisão seja frequentemente o principal critério de seleção, o tempo necessário para treinar e gerar previsões pode ser um fator limitante, especialmente em aplicações que exigem

agilidade ou reajustes frequentes. Nesta subsecção, o tempo médio de execução de cada modelo, registrado durante os Estudos 1 e 2, é analisado para fornecer uma visão completa do *trade-off* entre desempenho preditivo e eficiência computacional.

A Tabela 6.10 apresenta o tempo médio, em segundos, que cada modelo levou para realizar uma previsão. Os resultados revelam uma disparidade notável entre as diferentes classes de algoritmos, com uma clara vantagem de velocidade para os modelos de *machine learning* em comparação com os modelos clássicos de séries temporais.

Tabela 6.10: Tempo médio de execução por previsão para cada modelo (em segundos).

Modelo	Média de segundos para prever
ELM	0.002
MARS	0.025
GBM	0.040
PCR	0.062
XGBoost	0.062
ETS	0.144
RF	0.331
TBATS	0.896
SARIMA	1.863

O modelo ELM destaca-se como o mais rápido, com um tempo de execução quase instantâneo (0.002 segundos), seguido por um grupo de modelos de *machine learning* como MARS, GBM, PCR e XGBoost, todos com tempos inferiores a 0.1 segundo. Em contrapartida, os modelos clássicos, especialmente o SARIMA (1.863 segundos) e o TBATS (0.896 segundos), são consideravelmente mais lentos. O ETS representa um meio-termo, sendo mais rápido que os outros modelos clássicos, mas ainda mais lento que a maioria dos modelos de *machine learning*.

Essa diferença de velocidade cria um *trade-off* fundamental. O modelo SARIMA, que alcançou o menor erro de previsão na melhor configuração (MAPE de 0.20 na Situação 5), é também o mais lento computacionalmente. Comparativamente, o SARIMA é aproximadamente 30 vezes mais lento que o XGBoost (1.863 vs. 0.062 segundos), um modelo que, embora não tenha alcançado o mesmo nível de precisão, demonstrou ser um dos competidores mais

fortes entre os algoritmos de *machine learning*. A discrepância é ainda mais gritante quando comparado ao modelo mais rápido, o ELM: o SARIMA é mais de 900 vezes mais lento.

Na prática, a escolha entre um modelo mais preciso e lento como o SARIMA e um modelo rápido e competitivo como o XGBoost ou o GBM dependerá dos requisitos da aplicação. Para previsões estratégicas de longo prazo, onde a precisão é primordial e o tempo de processamento não é uma restrição crítica, o custo computacional do SARIMA é perfeitamente aceitável. No entanto, para sistemas que necessitam de previsões em tempo real ou atualizações frequentes, a agilidade dos modelos de *machine learning* oferece uma vantagem operacional decisiva, justificando a aceitação de um erro preditivo marginalmente maior.

6.3 Projeções da Variação Anual do PIB

Nesta seção, são apresentados e analisados os resultados do terceiro estudo conduzido neste trabalho, que se concentra na projeção da variação anual do Produto Interno Bruto (PIB) de Goiás para o período de 2025 a 2028. Utilizando a série temporal completa e a melhor configuração de pré-processamento identificada nos estudos anteriores (Situação 5, que combina dessazonalização e diferenciação), foram geradas previsões anuais para cada um dos modelos avaliados, permitindo uma comparação direta com as projeções oficiais divulgadas pelo Instituto Mauro Borges (IMB). A Tabela 6.11 consolida as projeções de variação anual do PIB para o período analisado, apresentando tanto as estimativas dos diferentes modelos quanto os valores de referência do IMB.

A análise dos resultados revela padrões distintos de comportamento entre os modelos ao longo do horizonte de projeção. Para o ano de 2025, observa-se uma tendência generalizada de projeções mais otimistas em relação à estimativa do IMB. O modelo ELM apresenta a previsão mais elevada, seguido pelo GBM e TBATS. Por outro lado, os modelos ETS, RF, XGBoost e PCR convergem para estimativas mais contidas, aproximando-se relativamente mais do valor de referência, embora ainda acima dele.

Tabela 6.11: Tabela de projeções para variações anuais.

Modelo	2025	2026	2027	2028
Projeção IMB	3.50	2.70	3.00	3.00
SARIMA	4.94	4.14	4.26	3.95
ETS	4.61	2.76	2.67	2.60
TBATS	4.99	3.63	3.15	2.95
RF	4.65	2.72	2.51	2.34
XGBoost	4.53	2.57	2.61	2.33
ELM	6.26	2.65	0.11	-0.57
GBM	5.05	4.53	4.42	4.23
PCR	4.50	2.06	1.84	1.79
MARS	4.74	2.92	2.77	2.71

À medida que o horizonte de previsão se estende para 2026, as projeções dos modelos tendem a se aproximar do valor de referência do IMB. Neste ano, destaca-se a notável convergência de modelos como ETS, RF e ELM, que praticamente coincidem com a projeção oficial. O XGBoost e o MARS também apresentam estimativas bastante próximas. Em contraste, o SARIMA e o GBM mantêm suas previsões substancialmente mais elevadas, enquanto o PCR se posiciona como o mais conservador.

Para 2027, com uma projeção do IMB de 3.00%, os modelos continuam a exibir comportamentos heterogêneos. O TBATS é o que mais se aproxima do valor de referência, seguido pelo ETS, MARS e XGBoost. Já o SARIMA e o GBM persistem em suas trajetórias de crescimento mais acentuado. Merece destaque o comportamento do ELM, que projeta uma desaceleração drástica, divergindo significativamente tanto do IMB quanto dos demais modelos.

Finalmente, para 2028, o cenário projetado pelo IMB permanece em 3.00%. O TBATS novamente se destaca como o modelo mais alinhado com essa estimativa. A maioria dos outros modelos, incluindo ETS, MARS, RF e XGBoost, projeta um crescimento ligeiramente inferior ao valor de referência. O SARIMA e o GBM continuam consistentemente otimistas ao longo de todo o período. O comportamento do ELM torna-se ainda mais atípico, projetando uma retração econômica ainda maior, um resultado que destoa completamente das demais previsões e levanta ainda mais incertezas sobre a adequação deste modelo para projeções de longo prazo.

Em uma perspectiva geral, os resultados sugerem que modelos como ETS, MARS e XGBoost demonstram maior consistência e alinhamento com as projeções institucionais do IMB ao longo de todo o horizonte temporal analisado. Esses modelos parecem capturar de forma mais equilibrada a dinâmica esperada do PIB goiano, evitando tanto o otimismo excessivo quanto o pessimismo acentuado. O SARIMA e o GBM, embora tenham apresentado desempenho competitivo nos estudos de curto prazo, revelam uma tendência sistemática de superestimar o crescimento em horizontes mais longos. Por fim, o ELM demonstra instabilidade preocupante em projeções de longo prazo, com previsões que oscilam de forma pouco realista entre crescimento elevado e retração econômica, sugerindo que sua aplicação deve ser restrita a horizontes temporais mais curtos ou acompanhada de técnicas de regularização mais robustas.

Capítulo 7

Conclusão

Este trabalho se propôs a realizar um estudo comparativo extensivo de diferentes modelos de previsão para o Produto Interno Bruto (PIB) do estado de Goiás, com o objetivo de identificar as melhores práticas de pré-processamento e modelagem para esta série temporal específica. Foram avaliados tanto modelos clássicos de séries temporais, como SARIMA e ETS, quanto algoritmos de aprendizado de máquina, como RF, GBM, XGBoost, MARS, PCR e ELM.

Os resultados demonstraram que a etapa de pré-processamento, em especial a dessazonalização, é o fator mais crítico para o desempenho preditivo da maioria dos modelos. A remoção do componente sazonal permitiu que os algoritmos capturassem com maior precisão a dinâmica subjacente da série, resultando em reduções significativas do erro de previsão. Os modelos clássicos, notadamente o SARIMA, apresentaram uma robustez excepcional, mantendo um bom desempenho em diversas configurações de pré-processamento.

Entre os modelos de aprendizado de máquina, o XGBoost e o GBM se mostraram particularmente competitivos, especialmente quando a série foi adequadamente pré-processada com dessazonalização e diferenciação. Isso sugere que, embora exijam um tratamento mais cuidadoso dos dados, os modelos de boosting são capazes de se equiparar aos modelos clássicos para a previsão do PIB goiano. Contudo, a análise de projeções de longo prazo (2025-2028) revelou nuances importantes no comportamento desses algoritmos. Enquanto o XGBoost manteve con-

sistência e alinhamento com as projeções oficiais do Instituto Mauro Borges (IMB) ao longo de todo o horizonte temporal, o GBM apresentou uma tendência sistemática de superestimar o crescimento econômico em períodos mais distantes. Essa diferença de comportamento entre modelos da mesma família sugere que a escolha do algoritmo de boosting deve considerar não apenas o desempenho em validação cruzada de curto prazo, mas também a estabilidade das projeções em horizontes mais amplos.

A análise do impacto de variáveis exógenas e *lags* temporais revelou um comportamento heterogêneo entre os modelos. Enquanto alguns algoritmos, como o Random Forest e o XGBoost, se beneficiaram da inclusão de informações autorregressivas e de médias móveis, outros, como o MARS e o ELM, apresentaram uma deterioração no desempenho, indicando um possível overfitting. O modelo ELM, em particular, demonstrou instabilidade preocupante em projeções de longo prazo, com previsões que oscilaram de forma pouco realista entre crescimento elevado e retração econômica, sugerindo que sua aplicação deve ser restrita a horizontes temporais mais curtos. Isso reforça a necessidade de uma avaliação caso a caso da inclusão de covariáveis adicionais, preferencialmente por meio de validação cruzada.

Dentre todos os modelos avaliados, o ETS e o MARS emergiram como alternativas equilibradas nas projeções das variações anuais futuras, sendo elas consistentes e alinhadas com as estimativas institucionais do IMB ao longo do período de 2025 a 2028. Esses modelos parecem capturar de forma mais robusta a dinâmica anual esperada do PIB goiano, evitando tanto o otimismo excessivo quanto o pessimismo acentuado observados em outros algoritmos.

Em suma, este estudo estabelece diretrizes práticas para a escolha de modelos e etapas de pré-processamento no contexto da previsão do PIB de Goiás. Os achados indicam que não há uma solução única, mas sim uma combinação de técnicas que deve ser adaptada às características da série e aos objetivos da modelagem. A avaliação em múltiplos horizontes temporais revelou-se fundamental, pois modelos com desempenho semelhante em previsões de curto prazo podem apresentar comportamentos substancialmente distintos em projeções de longo prazo, aspecto crucial para aplicações em planejamento econômico e formulação de po-

líticas públicas.

Com base nos resultados e limitações deste trabalho, algumas direções para pesquisas futuras podem ser traçadas:

- **Modelos Híbridos:** Investigar o comportamento de modelos híbridos, que combinam as fortalezas de diferentes abordagens. Um exemplo seria um modelo SARIMA+PCA, onde a PCA (Análise de Componentes Principais) é utilizado para extrair componentes principais de um conjunto de variáveis exógenas, que são então incorporadas ao modelo SARIMA. Outras combinações, como SARIMA com modelos de aprendizado de máquina para a modelagem dos resíduos, também poderiam ser exploradas.
- **Aplicação em Outras Séries Temporais:** Aplicar a mesma metodologia desenvolvida no presente trabalho para outras séries temporais, tanto macroeconômicas quanto de outros domínios, com diferentes características (por exemplo, maior ou menor volatilidade, presença de múltiplas sazonalidades, etc.). O objetivo seria verificar se os padrões de preferência por determinados pré-processamentos ou classes de modelos permanecem os mesmos, ou se são específicos da série do PIB de Goiás.
- **Otimização de Hiperparâmetros:** Realizar uma otimização de hiperparâmetros mais exaustiva para os modelos de aprendizado de máquina, utilizando técnicas como Grid Search, Random Search ou otimização Bayesiana. Isso poderia levar a ganhos de desempenho ainda mais significativos para esses modelos.

Apêndice A

Resultados Completos

Este apêndice apresenta os resultados completos dos dois estudos realizados: (1) Validação Cruzada por Janela Deslizante e (2) Previsão de 5 Passos à Frente. Todas as tabelas e gráficos referenciados no Capítulo de Resultados e Discussão encontram-se detalhados a seguir.

A.1 Resultados para o Estudo 1

Tabela A.1: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 1.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	4.88	5.85	10.95	14.30	13.72	32.35	16.41	20.34	35.83
2	4.97	6.10	15.25	24.25	23.72	30.01	21.26	42.71	48.15
3	11.56	16.21	31.26	35.89	31.17	47.97	55.77	52.78	107.35
4	7.68	9.41	18.56	36.47	21.87	36.84	42.40	38.28	28.37
5	4.82	4.39	11.80	22.49	9.31	31.02	30.83	18.03	40.80
6	4.65	4.43	11.63	18.35	10.37	37.30	16.46	14.00	8.03
7	9.93	9.92	15.45	28.85	19.11	52.75	35.94	16.14	8.98
8	6.59	6.66	14.10	25.40	15.09	45.93	29.89	18.72	42.40
9	4.42	4.88	13.19	15.68	11.39	38.43	15.78	13.32	16.83
10	4.35	4.54	23.55	17.60	24.70	48.14	14.71	21.96	16.08
11	4.97	5.62	17.17	15.73	9.36	54.25	15.20	26.74	8.45
12	7.62	7.84	15.97	14.91	9.69	37.60	9.96	15.00	7.49
13	4.17	4.19	11.49	18.69	13.10	34.26	16.57	12.88	7.57
14	8.49	8.69	9.57	31.06	22.48	47.44	14.62	17.36	9.34
15	16.25	16.41	48.24	43.83	24.95	63.99	33.00	24.98	50.25
16	8.54	8.65	16.32	38.72	18.86	46.73	16.10	11.98	52.69
17	3.92	3.79	13.28	14.15	8.77	27.30	13.76	13.52	8.09
18	2.33	2.33	9.98	12.58	12.91	38.09	8.04	32.38	8.45

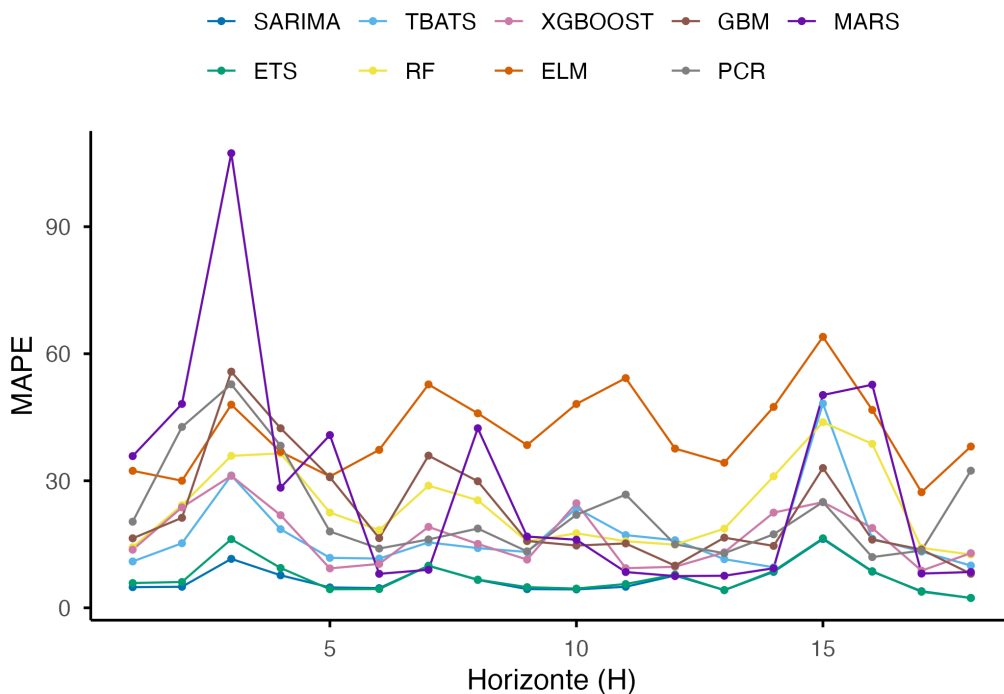


Figura A.1: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 1.

Tabela A.2: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 2.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	4.88	5.85	10.95	14.34	8.72	28.26	11.65	20.93	< 0.01
2	4.97	6.10	15.25	28.19	18.89	29.18	14.51	19.25	< 0.01
3	11.56	16.21	31.26	33.96	30.57	43.49	26.08	29.49	< 0.01
4	7.68	9.41	18.56	29.96	24.69	29.71	32.30	21.91	< 0.01
5	4.82	4.39	11.80	10.41	4.81	46.51	9.60	18.69	< 0.01
6	4.65	4.43	11.63	9.02	7.91	24.78	12.24	18.97	11.87
7	9.93	9.92	15.45	21.76	20.97	28.45	25.51	10.15	4.98
8	6.59	6.66	14.10	12.12	6.38	48.26	17.46	6.55	24.96
9	4.42	4.88	13.19	10.97	6.16	57.69	13.69	3.92	< 0.01
10	4.35	4.54	23.55	8.01	6.70	71.83	10.06	2.03	< 0.01
11	4.97	5.62	17.17	8.30	6.53	74.69	9.69	18.67	< 0.01
12	7.62	7.84	15.97	8.34	9.15	50.32	6.02	14.41	18.96
13	4.17	4.19	11.49	11.77	4.92	46.04	6.05	9.44	13.73
14	8.49	8.69	9.57	22.60	15.32	33.30	13.77	15.38	< 0.01
15	16.25	16.41	48.24	28.46	18.92	38.32	24.72	21.15	8.77
16	8.54	8.65	16.32	22.88	8.58	39.64	15.76	9.92	9.61
17	3.92	3.79	13.28	4.78	17.59	33.05	6.31	12.10	17.84
18	2.33	2.33	9.98	4.79	24.27	36.36	6.56	7.36	16.11

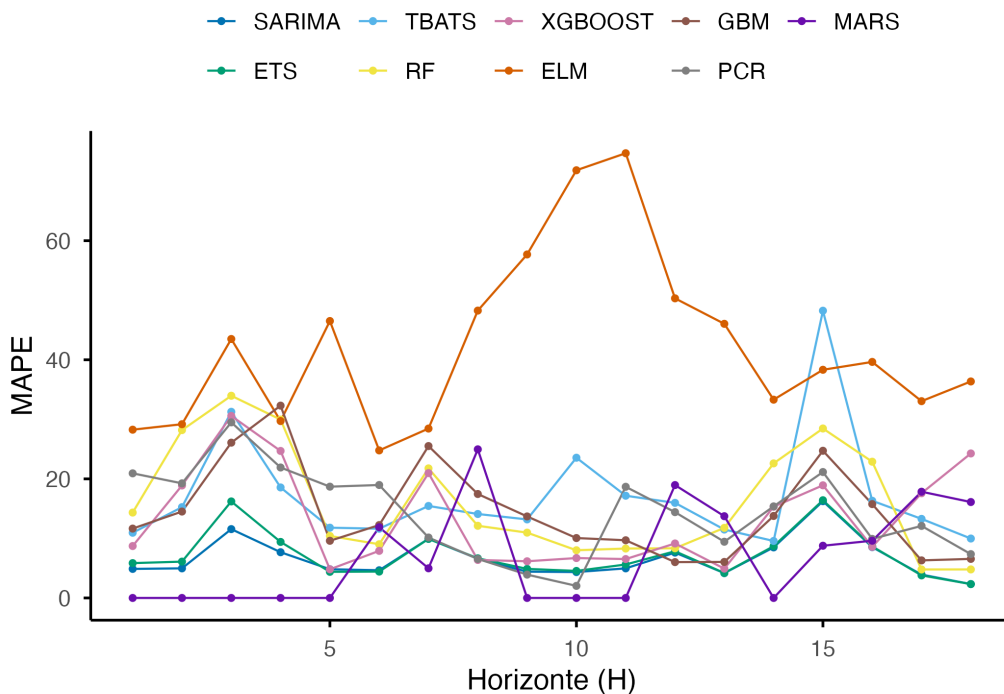


Figura A.2: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 2.

Tabela A.3: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 3.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	6.78	12.52	12.54	14.09	9.57	20.58	11.71	11.71	10.00
2	6.45	18.35	12.51	13.82	9.78	21.32	13.10	12.66	9.27
3	4.77	25.91	10.28	14.06	8.27	21.45	11.16	16.98	5.86
4	4.56	21.83	8.88	17.80	11.29	21.03	15.04	19.37	11.78
5	5.45	12.42	11.26	18.72	13.14	21.49	15.58	18.04	9.93
6	4.65	11.56	10.98	17.66	13.39	21.05	16.48	20.80	28.37
7	9.93	14.30	13.53	18.55	13.62	19.47	16.88	18.10	7.79
8	4.14	13.57	12.77	18.34	13.18	19.51	18.04	18.56	12.49
9	4.21	13.84	13.76	19.68	13.83	20.61	17.88	11.19	9.98
10	4.94	17.41	10.96	16.75	9.92	19.16	16.66	10.95	10.60
11	4.97	20.51	16.53	15.95	10.47	17.18	16.31	12.81	8.12
12	5.08	15.28	10.82	15.73	9.00	16.41	15.39	9.74	8.48
13	4.17	5.22	9.34	15.53	9.01	17.61	15.34	9.11	9.28
14	8.49	4.66	7.01	15.24	10.24	16.68	15.35	9.61	8.98
15	4.84	3.70	10.56	15.33	15.18	15.26	14.80	11.16	10.62
16	8.54	3.51	10.41	19.17	16.55	15.94	23.59	9.90	9.68
17	3.92	3.28	11.29	19.98	19.77	16.76	25.14	10.16	12.75
18	2.33	3.58	9.73	17.17	19.48	16.22	19.86	10.15	9.68

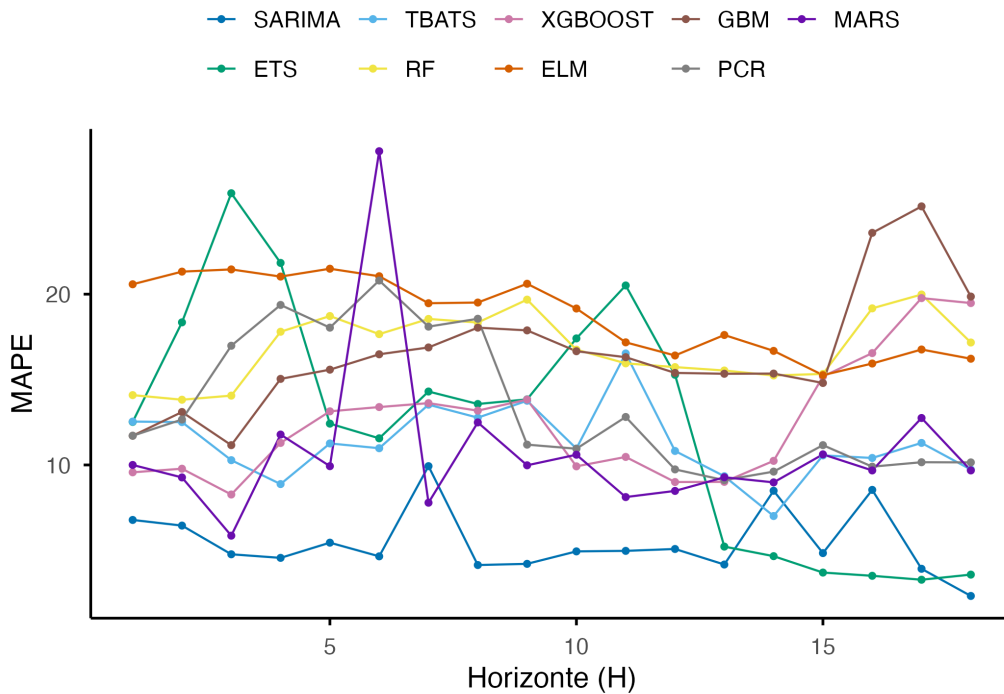


Figura A.3: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 3.

Tabela A.4: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 4.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	6.78	12.52	12.54	9.41	6.80	19.56	9.98	2.40	< 0.01
2	6.45	18.35	12.51	9.71	7.19	19.75	10.02	2.66	< 0.01
3	4.77	25.91	10.28	8.91	4.91	17.72	10.04	6.63	< 0.01
4	4.56	21.83	8.88	10.96	5.70	19.07	11.44	14.05	< 0.01
5	5.45	12.42	11.26	10.84	5.41	21.31	11.21	3.71	< 0.01
6	4.65	11.56	10.98	11.02	5.25	20.68	11.80	3.61	< 0.01
7	9.93	14.30	13.53	10.57	5.00	19.82	11.69	4.13	< 0.01
8	4.14	13.57	12.77	10.93	6.19	20.56	11.99	3.13	< 0.01
9	4.21	13.84	13.76	12.00	9.19	22.37	10.73	2.27	< 0.01
10	4.94	17.41	10.96	11.52	7.19	21.53	12.20	1.91	< 0.01
11	4.97	20.51	16.53	10.41	7.39	19.00	10.15	2.53	< 0.01
12	5.08	15.28	10.82	10.89	7.22	19.07	10.47	2.24	< 0.01
13	4.17	5.22	9.34	10.56	8.57	19.97	11.70	3.97	< 0.01
14	8.49	4.66	7.01	10.72	8.84	19.02	10.51	4.89	< 0.01
15	4.84	3.70	10.56	10.34	7.26	17.73	9.63	2.96	< 0.01
16	8.54	3.51	10.41	11.87	9.21	18.20	11.43	2.60	8.07
17	3.92	3.28	11.29	10.38	8.74	18.92	11.44	5.65	< 0.01
18	2.33	3.58	9.73	9.56	6.50	19.28	11.05	5.59	< 0.01

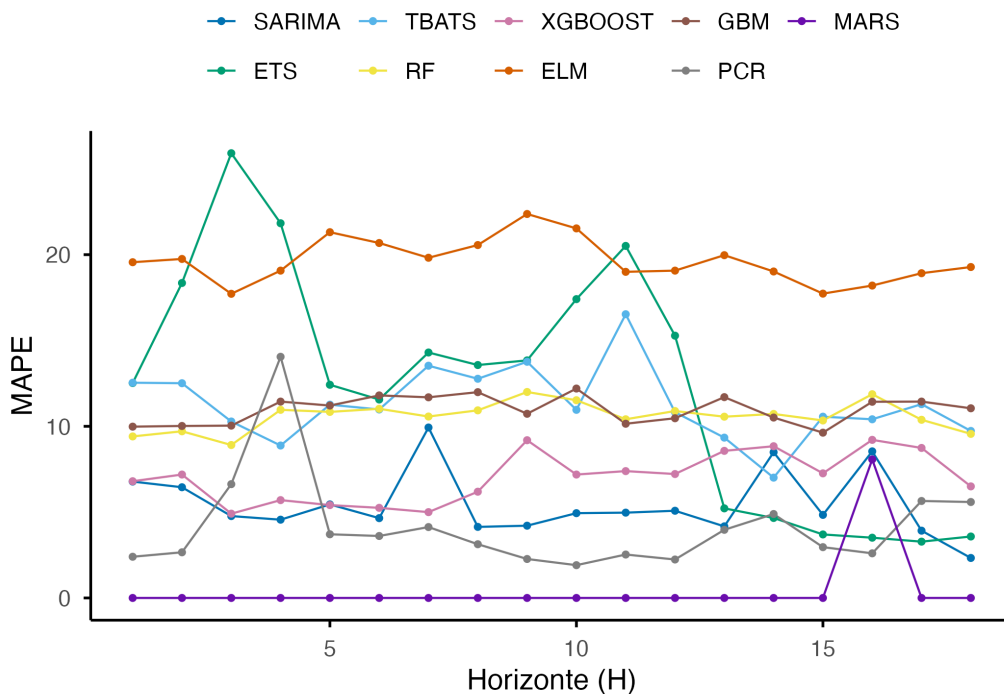


Figura A.4: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 4.

Tabela A.5: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 5.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	3.58	4.44	3.36	2.52	0.66	6.86	2.39	1.77	1.62
2	2.57	3.83	4.13	2.53	1.92	6.01	2.07	0.82	4.84
3	1.66	3.73	2.89	2.54	1.54	7.10	2.10	3.14	5.90
4	1.73	3.30	1.72	2.11	0.49	9.11	0.62	2.92	4.50
5	0.64	3.75	2.04	2.18	1.20	10.98	1.43	1.79	3.35
6	0.31	3.41	0.80	2.04	1.90	10.12	1.03	2.50	1.64
7	0.57	2.97	0.84	1.92	1.67	7.98	0.45	0.78	1.64
8	0.40	2.60	1.70	1.22	0.85	7.14	1.11	0.64	5.68
9	0.77	3.33	0.59	2.32	3.88	8.22	2.00	1.94	13.17
10	1.11	0.66	1.61	0.70	1.30	8.40	1.05	0.59	1.62
11	1.38	2.40	0.56	1.15	0.96	9.14	0.67	0.87	8.00
12	0.71	2.75	0.45	1.78	1.50	8.15	2.03	0.97	0.80
13	1.05	2.11	0.96	0.81	0.43	6.62	0.49	0.43	0.82
14	2.38	0.88	1.38	1.17	1.37	7.30	1.49	0.47	0.62
15	3.16	0.62	2.15	1.21	0.86	5.38	0.59	0.81	1.21
16	3.00	1.67	1.27	0.73	0.97	6.08	0.79	0.60	2.47
17	1.31	0.80	0.87	0.68	0.50	6.20	0.43	0.65	1.60
18	2.40	2.56	1.21	1.43	1.38	5.69	1.93	1.58	2.41

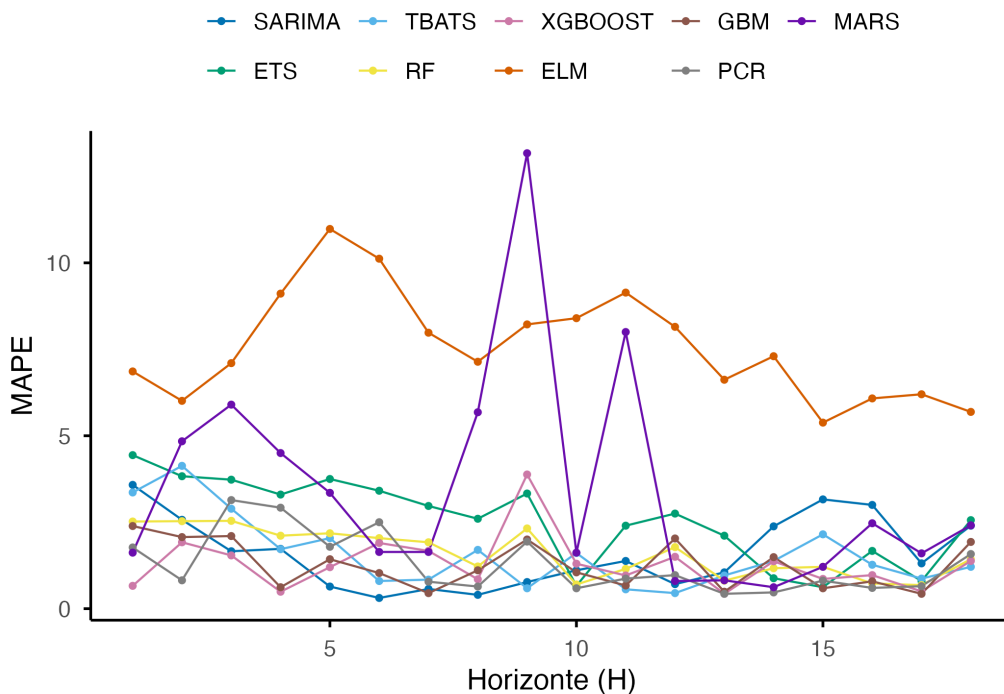


Figura A.5: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 5.

Tabela A.6: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 6.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	3.58	4.44	3.36	1.36	1.57	4.67	0.61	2.48	4.44
2	2.57	3.83	4.13	1.02	0.87	1.66	0.40	2.32	2.95
3	1.66	3.73	2.89	0.95	1.42	1.51	0.91	3.20	9.08
4	1.73	3.30	1.72	0.77	1.66	0.94	1.43	2.43	4.11
5	0.64	3.75	2.04	0.84	3.15	0.98	1.77	1.38	3.70
6	0.31	3.41	0.80	0.49	2.36	1.41	0.34	1.59	1.95
7	0.57	2.97	0.84	0.80	0.50	2.30	0.50	2.50	1.47
8	0.40	2.60	1.70	0.31	2.38	3.13	0.61	2.09	2.51
9	0.77	3.33	0.59	0.99	0.46	1.38	0.94	0.85	2.03
10	1.11	0.66	1.61	0.91	1.18	2.10	1.01	2.44	0.79
11	1.38	2.40	0.56	0.51	0.95	1.80	0.93	0.87	0.60
12	0.71	2.75	0.45	1.11	0.50	2.10	0.73	0.73	0.50
13	1.05	2.11	0.96	0.36	0.41	1.80	0.68	1.79	1.04
14	2.38	0.88	1.38	0.60	0.57	2.39	0.61	0.81	1.07
15	3.16	0.62	2.15	0.65	0.47	2.98	0.79	0.47	2.05
16	3.00	1.67	1.27	0.62	0.83	1.52	0.73	0.52	0.94
17	1.31	0.80	0.87	0.63	0.71	1.96	0.45	0.49	0.58
18	2.40	2.56	1.21	1.18	1.51	2.15	0.80	1.02	0.56

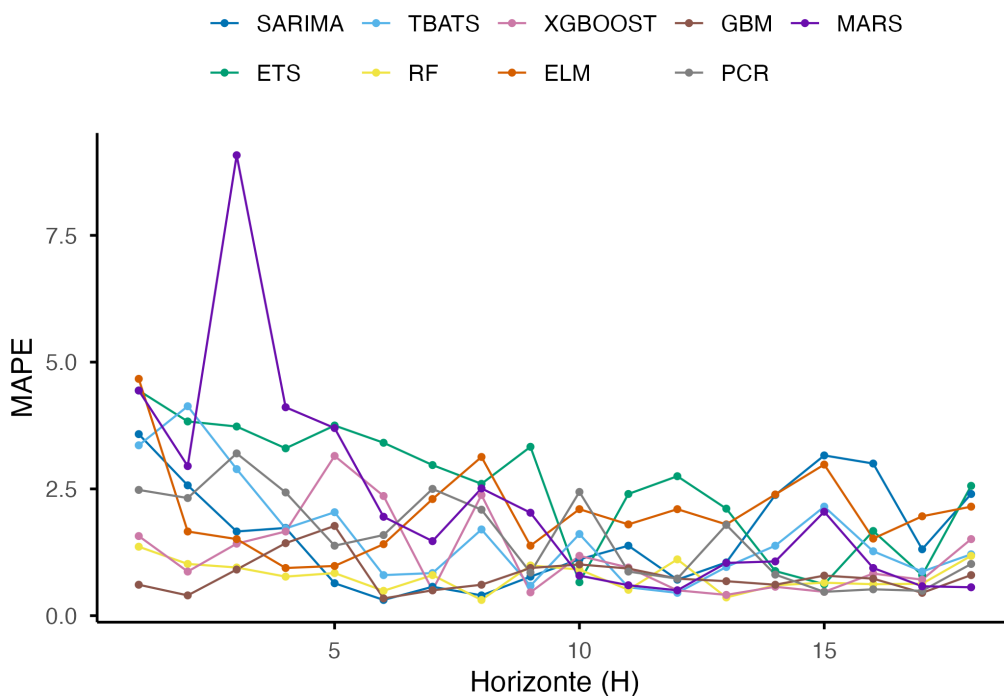


Figura A.6: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 6.

Tabela A.7: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 7.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	3.58	3.42	2.97	5.07	4.86	6.98	5.14	2.28	2.19
2	2.57	2.53	2.11	5.27	5.04	7.39	5.05	2.51	1.66
3	3.09	1.43	1.57	5.51	5.05	7.69	5.23	2.83	1.92
4	3.15	0.91	1.65	5.56	4.93	8.12	5.31	3.08	3.05
5	2.02	0.37	2.14	6.08	5.18	8.52	5.53	3.32	2.11
6	1.41	0.99	2.28	6.22	4.99	8.82	5.69	2.41	3.73
7	2.15	1.36	2.11	6.40	4.86	8.78	5.76	2.39	2.87
8	1.98	1.85	1.17	6.35	4.60	8.66	6.20	2.16	0.61
9	1.40	0.52	1.78	6.40	5.31	8.79	5.98	2.46	0.95
10	0.83	0.45	0.42	6.23	3.37	8.83	5.36	1.69	1.30
11	1.38	1.48	0.86	6.52	4.07	9.05	5.61	2.30	1.87
12	0.71	1.12	1.60	6.69	4.60	9.30	5.86	2.18	2.30
13	0.45	0.59	0.98	6.15	4.94	9.53	5.99	1.74	1.83
14	1.18	0.66	0.90	5.52	4.35	9.58	4.51	1.72	2.50
15	1.88	0.79	0.98	4.65	2.71	9.68	5.05	1.94	0.89
16	1.76	0.88	1.03	4.22	2.75	9.83	3.80	1.80	1.99
17	0.71	1.19	1.35	4.06	3.78	10.00	4.02	2.05	1.72
18	2.40	2.35	2.59	4.15	4.25	10.28	4.30	2.35	1.05

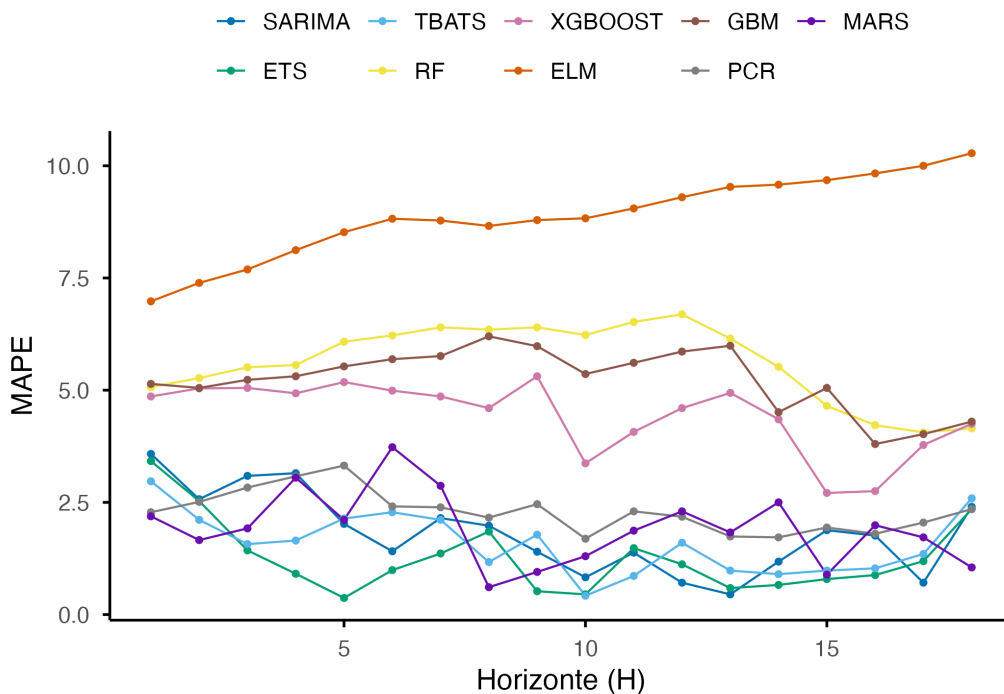


Figura A.7: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 7.

Tabela A.8: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 8.

H	SARIMA	ETS	TBATS	RF	XGBoost	ELM	GBM	PCR	MARS
1	3.58	3.42	2.97	4.41	4.34	6.77	3.99	0.44	3.22
2	2.57	2.53	2.11	4.45	4.28	7.11	4.08	1.37	5.09
3	3.09	1.43	1.57	4.68	4.73	7.05	4.17	1.50	6.05
4	3.15	0.91	1.65	4.67	4.52	7.57	4.34	0.46	3.76
5	2.02	0.37	2.14	4.90	4.63	7.86	4.56	0.47	5.97
6	1.41	0.99	2.28	4.91	4.55	8.43	4.66	1.17	2.40
7	2.15	1.36	2.11	4.73	3.47	8.62	4.79	0.57	1.38
8	1.98	1.85	1.17	4.63	3.75	8.53	4.63	0.80	1.53
9	1.40	0.52	1.78	4.62	3.70	8.40	5.00	0.71	2.51
10	0.83	0.45	0.42	3.95	2.45	8.55	4.35	0.56	0.93
11	1.38	1.48	0.86	3.93	3.65	8.81	4.46	0.60	2.13
12	0.71	1.12	1.60	4.07	3.34	9.22	4.59	0.54	0.66
13	0.45	0.59	0.98	3.69	3.01	9.60	4.28	0.64	0.73
14	1.18	0.66	0.90	3.58	2.82	9.81	4.28	0.65	0.38
15	1.88	0.79	0.98	3.40	2.52	10.00	3.64	0.75	0.29
16	1.76	0.88	1.03	3.36	3.45	10.19	3.74	0.78	0.93
17	0.71	1.19	1.35	3.45	3.59	10.42	3.59	0.95	1.59
18	2.40	2.35	2.59	3.73	3.01	10.71	4.00	1.03	1.17

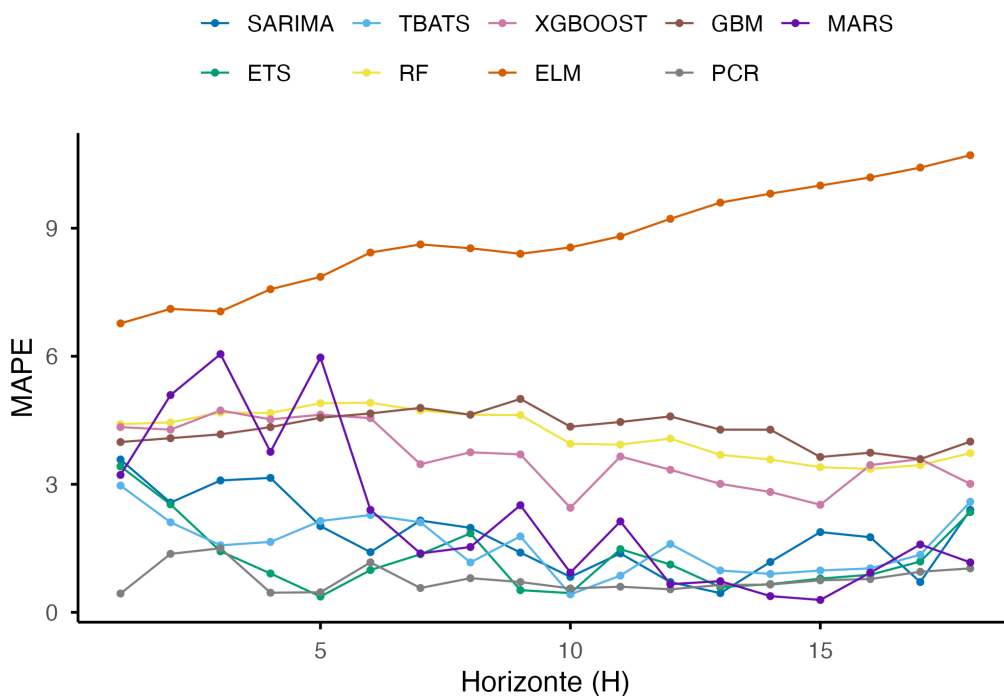


Figura A.8: MAPEs do estudo de validação cruzada para os modelos calculados na situação 8.

A.2 Resultados para o Estudo 2

Tabela A.9: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 1.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	2.18	4.83	9.33	5.90	0.55	4.56
ETS	2.25	4.93	9.00	5.94	0.82	4.59
TBATS	5.21	15.56	22.77	16.96	4.68	13.04
RF	7.69	18.18	20.26	12.17	0.67	11.79
XGBoost	3.06	8.81	10.70	3.13	12.73	7.69
ELM	3.73	26.22	34.17	22.93	5.31	18.47
GBM	5.13	11.69	14.63	4.47	8.52	8.89
PCR	14.01	21.60	21.50	13.18	8.19	15.70
MARS	1.12	6.67	10.90	3.50	4.50	5.34

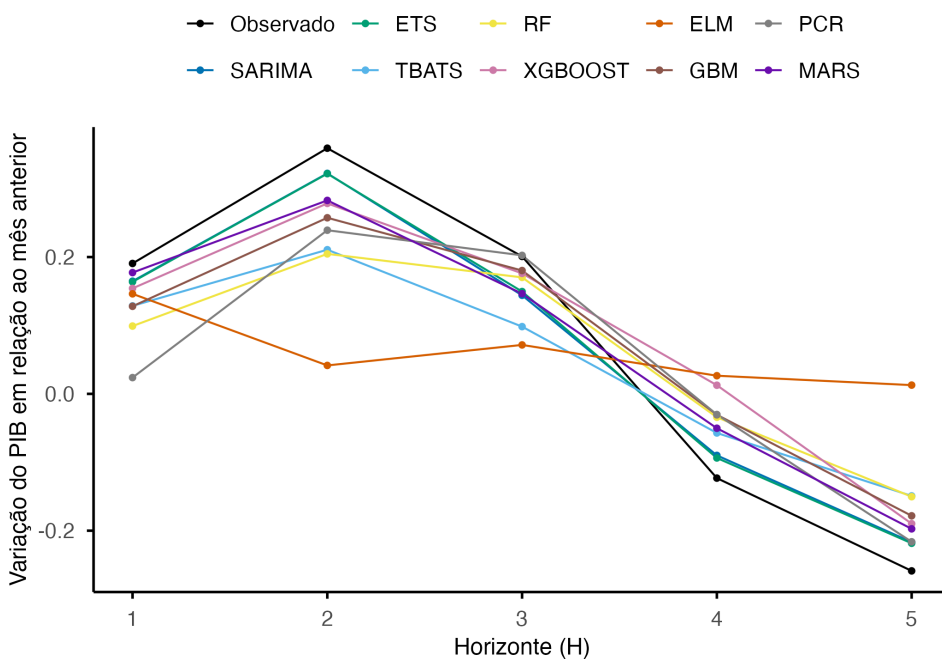


Figura A.9: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 1.

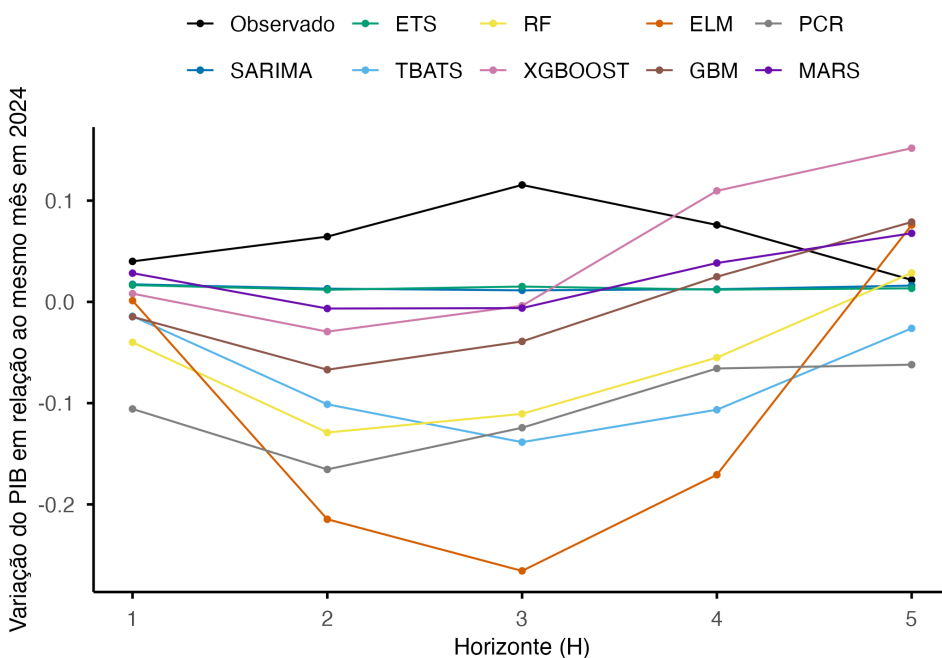


Figura A.10: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 1.

Tabela A.10: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 2.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	2.18	4.83	9.33	5.90	0.55	4.56
ETS	2.25	4.93	9.00	5.94	0.82	4.59
TBATS	5.21	15.56	22.77	16.96	4.68	13.04
RF	3.07	8.36	10.51	8.32	0.81	6.21
XGBoost	1.63	4.86	6.80	5.48	0.82	3.92
ELM	8.38	22.13	30.78	10.93	30.04	20.45
GBM	1.62	6.80	10.49	10.89	4.91	6.94
PCR	2.63	5.79	10.13	6.89	1.93	5.47
MARS	4.80	3.53	1.30	2.00	9.14	4.15

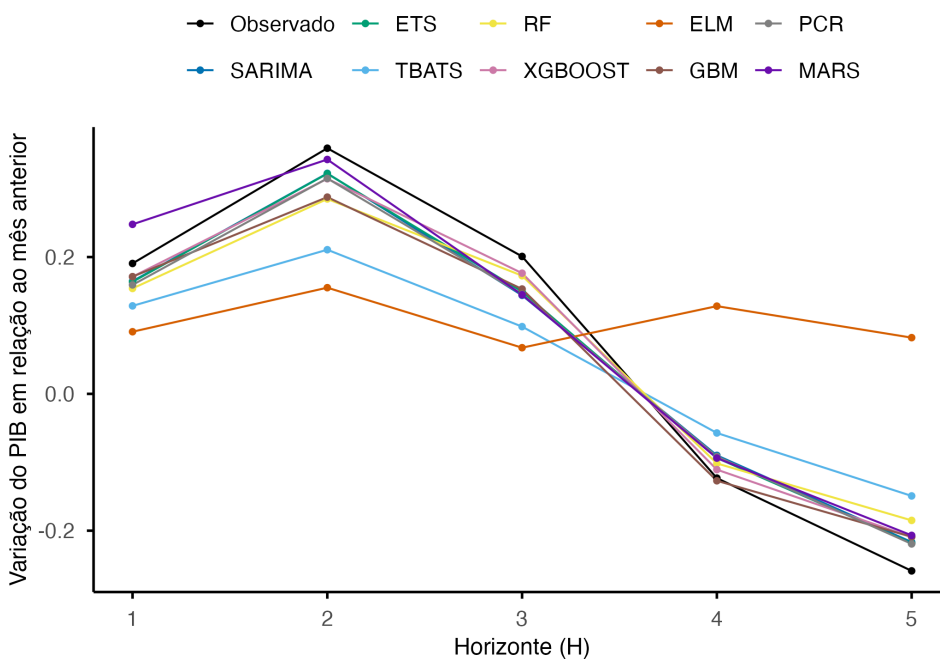


Figura A.11: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 2.

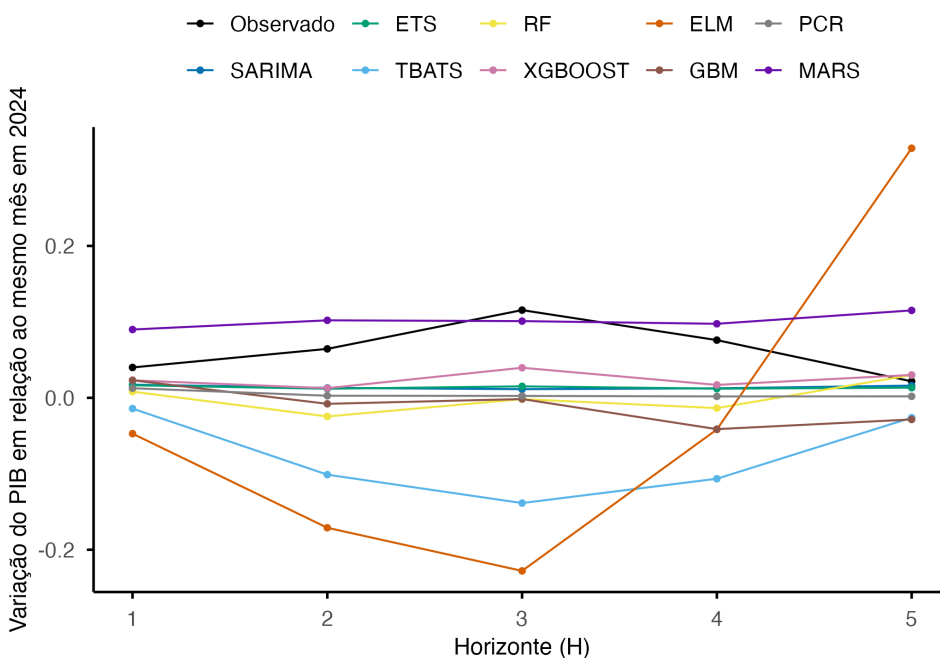


Figura A.12: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 2.

Tabela A.11: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 3.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	1.35	3.86	8.37	4.80	0.92	3.86
ETS	1.47	3.83	7.82	4.62	0.07	3.56
TBATS	4.66	11.00	18.10	14.28	4.19	10.45
RF	9.61	14.68	22.13	12.79	6.56	13.15
XGBoost	5.19	7.54	8.55	0.38	14.46	7.22
ELM	32.29	30.54	26.32	30.97	11.66	26.36
GBM	2.44	10.76	23.09	12.95	5.11	10.87
PCR	11.49	18.04	19.81	14.71	19.41	16.69
MARS	1.30	14.66	12.05	4.20	2.13	6.87

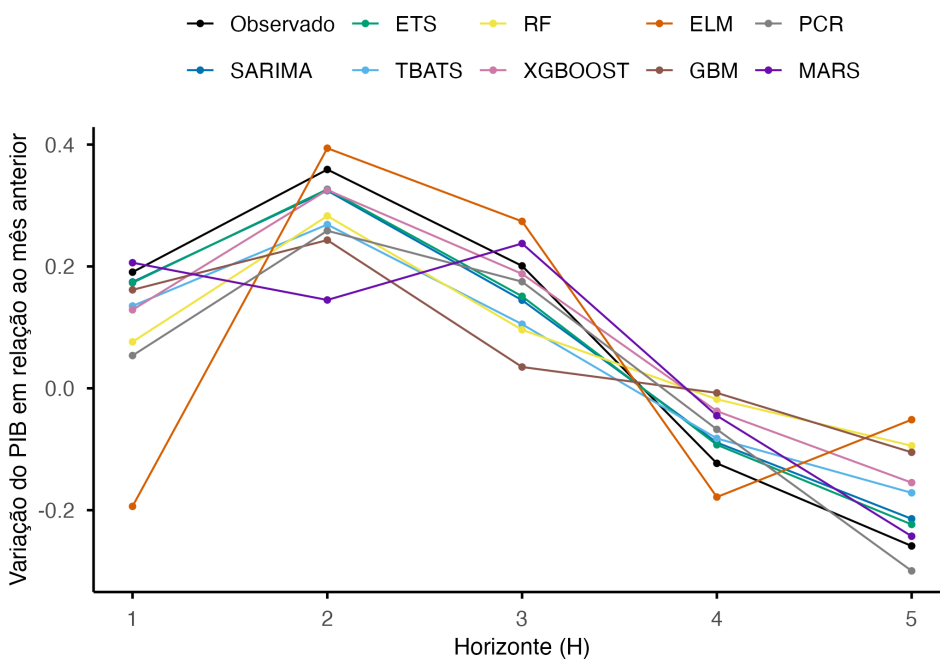


Figura A.13: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 3.

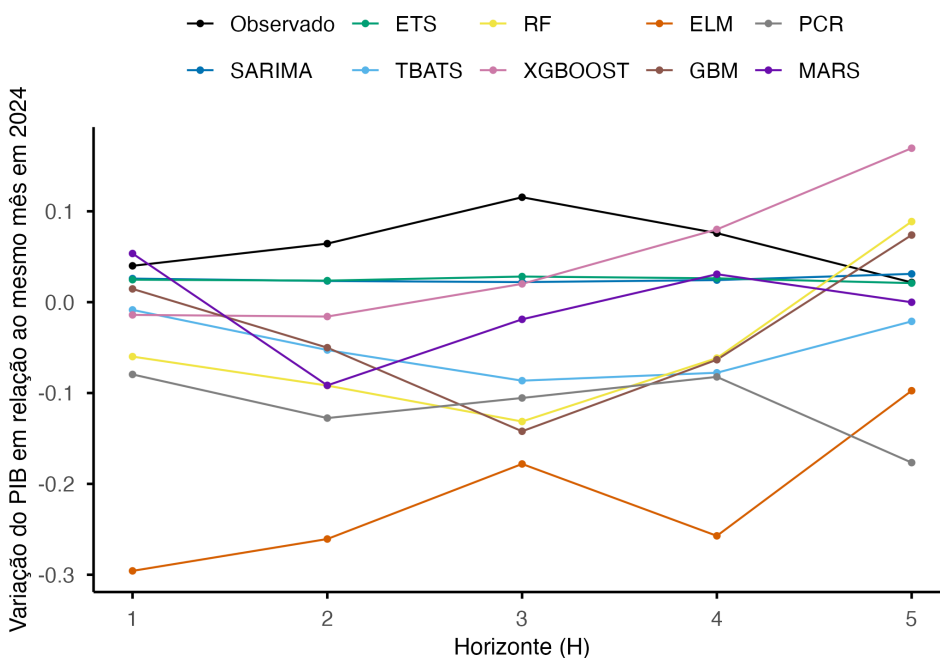


Figura A.14: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 3.

Tabela A.12: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 4.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	1.35	3.86	8.37	4.80	0.92	3.86
ETS	1.47	3.83	7.82	4.62	0.07	3.56
TBATS	4.66	11.00	18.10	14.28	4.19	10.45
RF	3.28	8.71	18.34	9.52	8.32	9.63
XGBoost	5.40	5.50	10.32	1.51	14.33	7.41
ELM	25.46	25.17	37.69	28.94	7.82	25.02
GBM	3.05	5.76	18.08	11.83	8.66	9.48
PCR	2.77	5.68	9.97	6.67	1.69	5.36
MARS	3.02	6.32	10.78	7.60	2.88	6.12

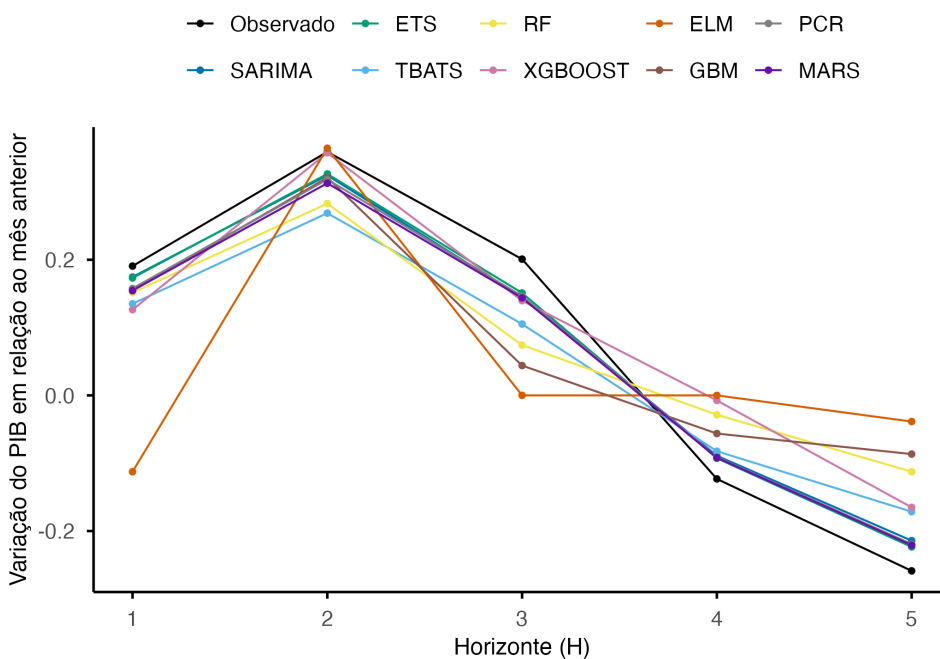


Figura A.15: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 4.

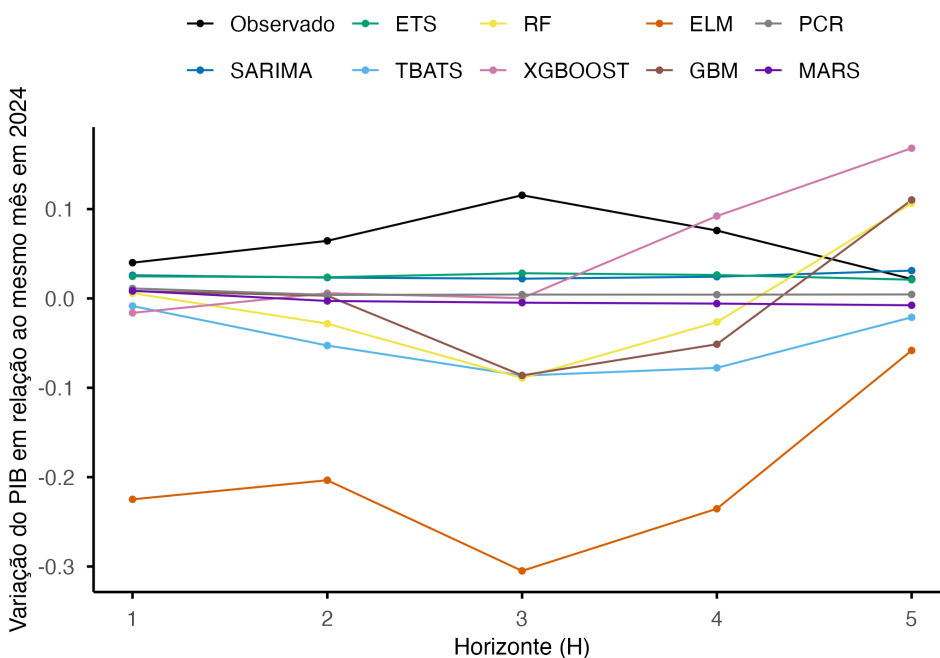


Figura A.16: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 4.

Tabela A.13: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 5.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.02	0.14	0.11	0.12	0.13	0.10
ETS	0.48	1.12	1.34	1.49	1.49	1.18
TBATS	0.20	0.16	0.23	0.04	0.21	0.17
RF	0.41	0.88	1.00	1.00	0.87	0.83
XGBoost	0.20	0.50	0.56	0.42	0.31	0.40
ELM	0.49	0.80	0.17	1.19	1.19	0.77
GBM	0.25	0.43	0.39	0.17	0.02	0.25
PCR	0.40	0.91	1.04	1.08	0.99	0.88
MARS	0.30	0.42	0.24	0.23	0.06	0.25

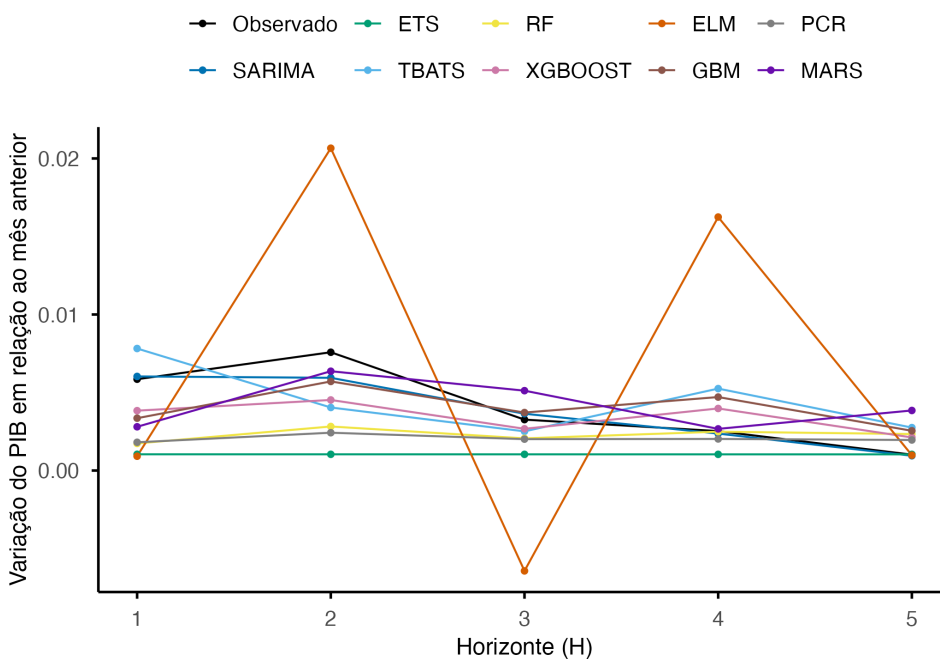


Figura A.17: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 5.

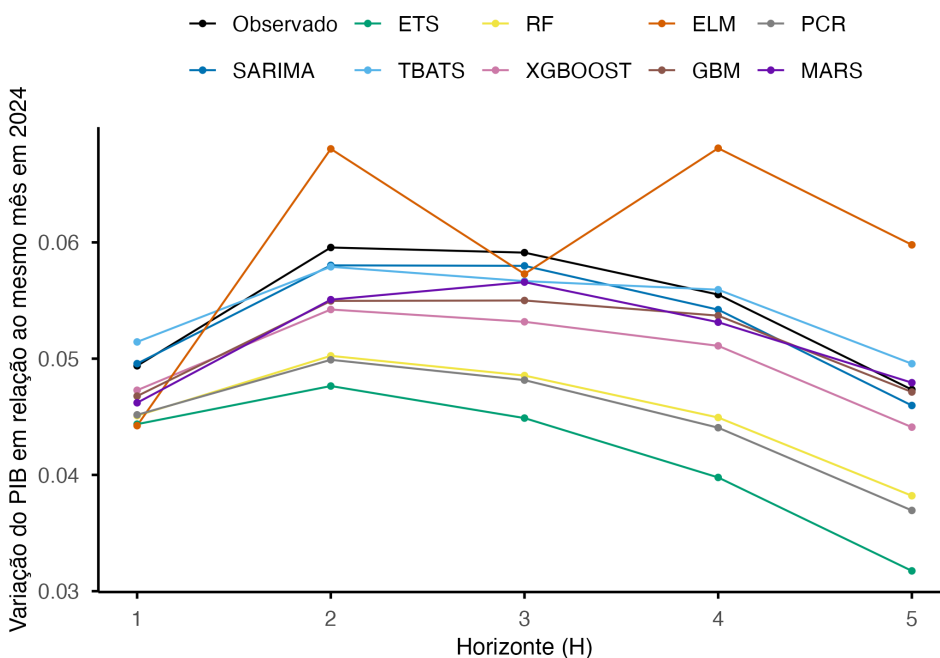


Figura A.18: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 5.

Tabela A.14: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 6.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.02	0.14	0.11	0.12	0.13	0.10
ETS	0.48	1.12	1.34	1.49	1.49	1.18
TBATS	0.20	0.16	0.23	0.04	0.21	0.17
RF	0.25	0.65	0.75	0.67	0.42	0.55
XGBoost	0.17	0.03	0.32	< 0.01	0.59	0.22
ELM	1.13	1.10	2.52	2.60	1.97	1.86
GBM	0.02	0.10	0.06	0.25	0.72	0.23
PCR	0.41	0.93	1.08	1.14	1.03	0.92
MARS	0.23	0.86	1.22	1.09	0.71	0.82

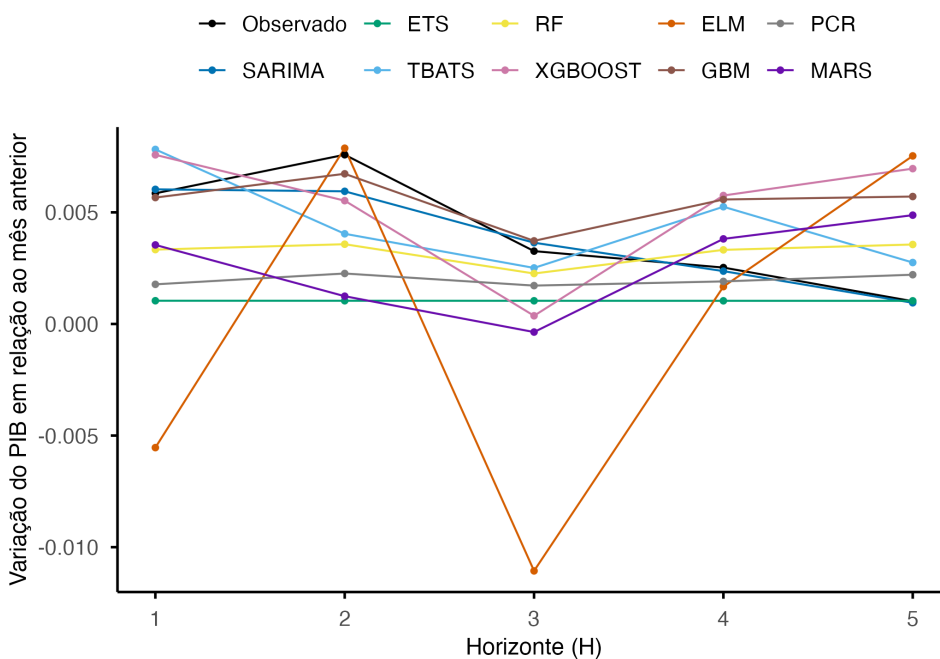


Figura A.19: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 6.

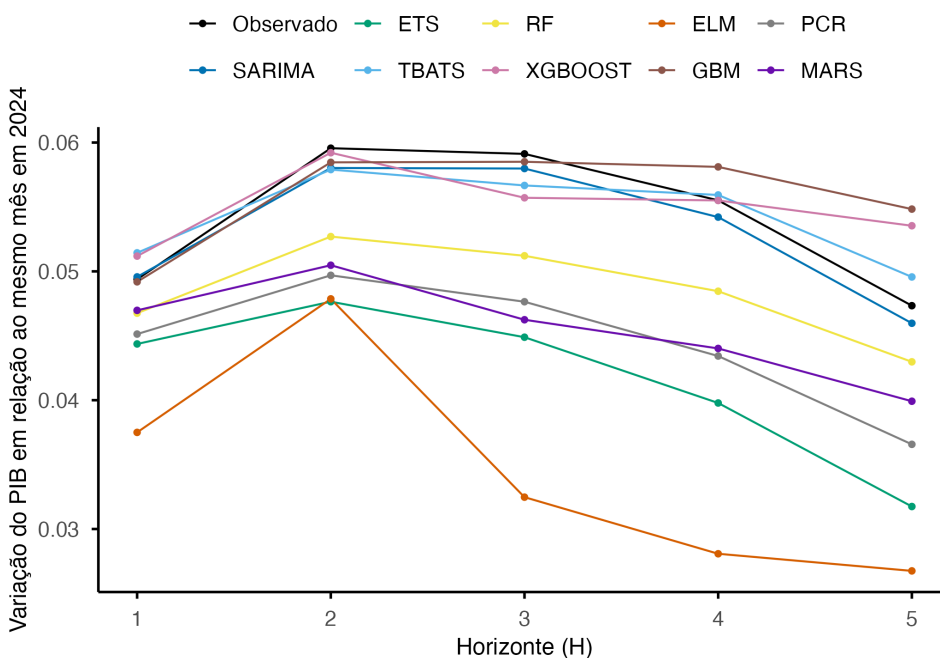


Figura A.20: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 6.

Tabela A.15: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 7.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.01	0.15	0.14	0.15	0.16	0.12
ETS	0.07	0.35	0.37	0.33	0.17	0.26
TBATS	0.01	0.45	0.52	0.55	0.45	0.40
RF	1.32	2.12	2.45	2.67	2.79	2.27
XGBoost	0.60	1.35	1.67	1.92	2.02	1.51
ELM	6.36	7.06	7.36	7.60	7.69	7.21
GBM	1.68	2.37	2.74	3.03	3.10	2.58
PCR	0.72	1.07	1.48	1.56	1.46	1.26
MARS	0.75	0.83	0.74	0.90	0.73	0.79

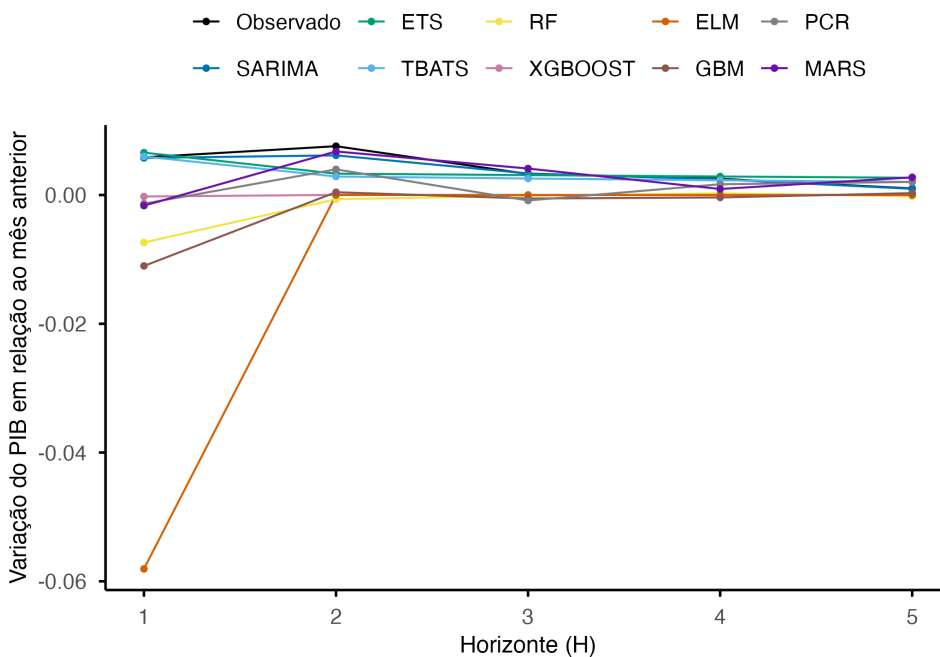


Figura A.21: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 7.

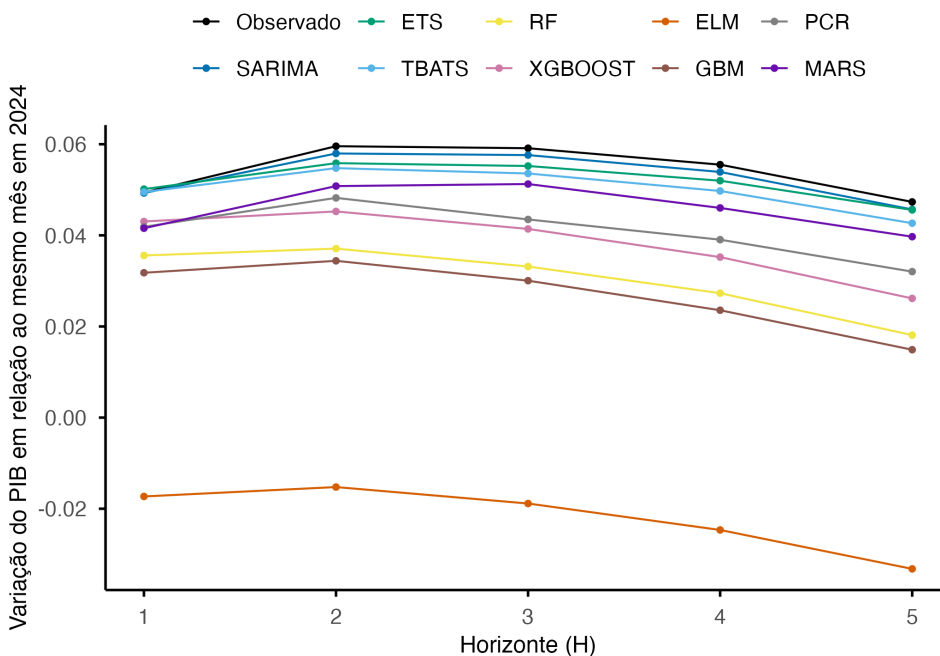


Figura A.22: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 7.

Tabela A.16: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 8.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.01	0.15	0.14	0.15	0.16	0.12
ETS	0.07	0.35	0.37	0.33	0.17	0.26
TBATS	0.01	0.45	0.52	0.55	0.45	0.40
RF	1.22	1.96	2.29	2.54	2.64	2.13
XGBoost	0.58	1.33	1.65	1.90	2.00	1.49
ELM	12.80	13.46	13.74	13.96	14.04	13.60
GBM	1.66	2.51	2.84	3.13	3.08	2.64
PCR	0.64	1.07	1.55	1.55	1.57	1.28
MARS	0.21	0.81	1.29	1.39	1.18	0.98

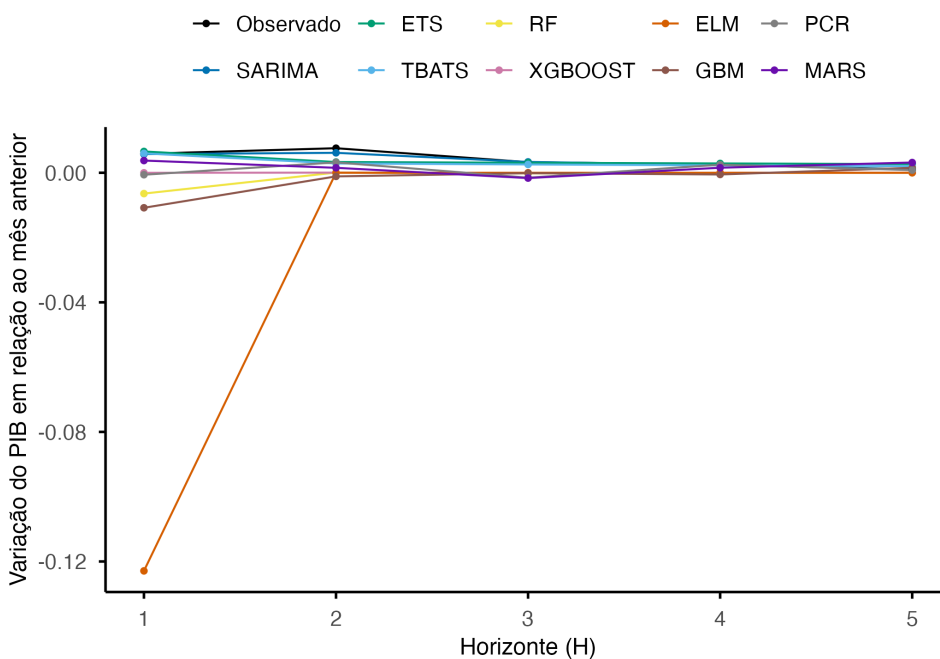


Figura A.23: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 8.

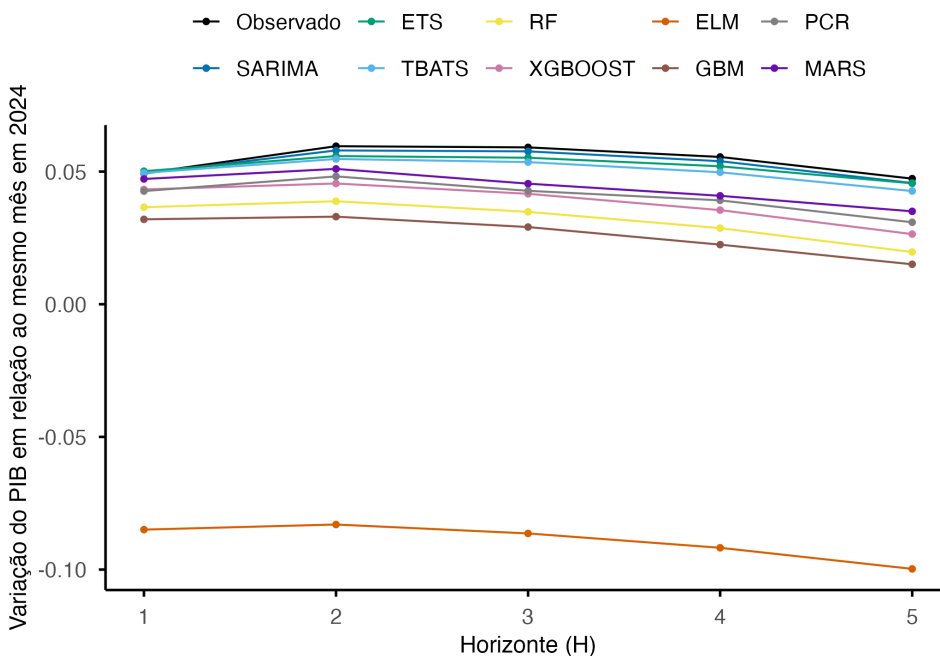


Figura A.24: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 8.

Tabela A.17: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 9.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	2.18	4.83	9.33	5.90	0.55	4.56
ETS	2.25	4.93	9.00	5.94	0.82	4.59
TBATS	5.21	15.56	22.77	16.96	4.68	13.04
RF	8.96	16.27	18.43	11.86	5.34	12.17
XGBoost	4.23	9.67	10.50	1.20	7.30	6.58
ELM	14.15	35.20	40.06	41.89	4.51	27.16
GBM	6.79	16.81	15.76	8.33	10.57	11.65
PCR	6.66	14.58	14.59	3.33	13.03	10.44
MARS	0.74	23.80	18.91	28.15	44.99	23.32

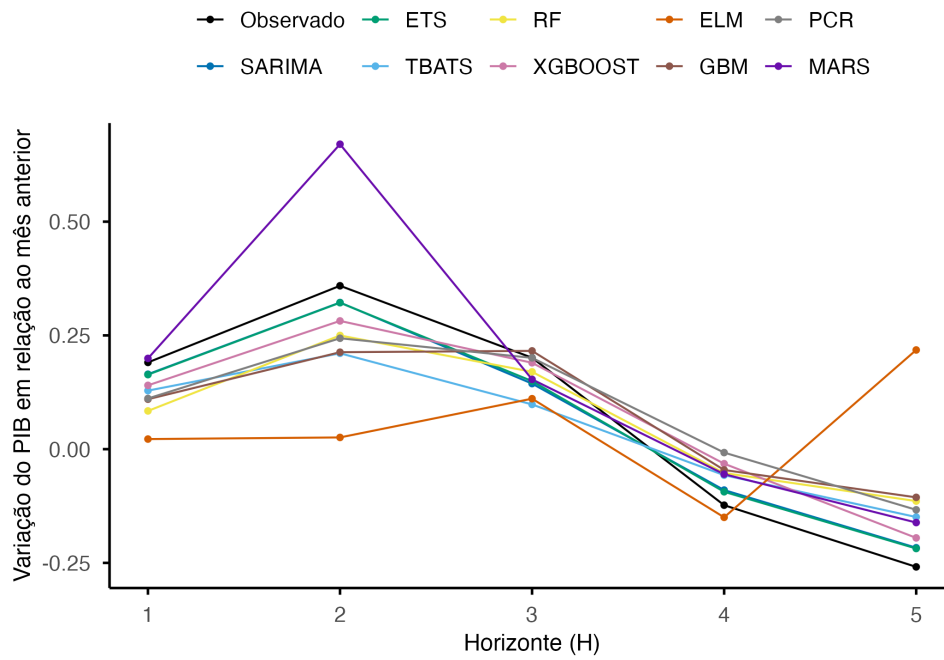


Figura A.25: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 9.

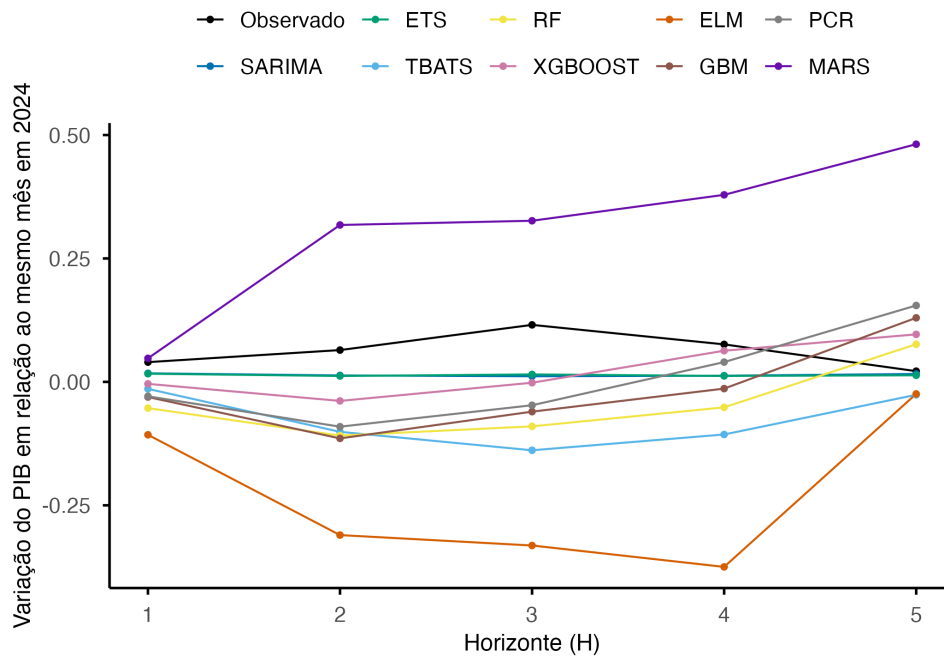


Figura A.26: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 9.

Tabela A.18: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 10.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	2.18	4.83	9.33	5.90	0.55	4.56
ETS	2.25	4.93	9.00	5.94	0.82	4.59
TBATS	5.21	15.56	22.77	16.96	4.68	13.04
RF	3.65	8.03	8.18	3.07	8.53	6.29
XGBoost	5.37	7.66	6.75	2.35	5.33	5.49
ELM	23.45	39.01	46.39	62.22	52.50	44.71
GBM	4.07	9.98	9.80	5.95	4.00	6.76
PCR	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01
MARS	3.06	5.58	4.39	9.20	12.12	6.87

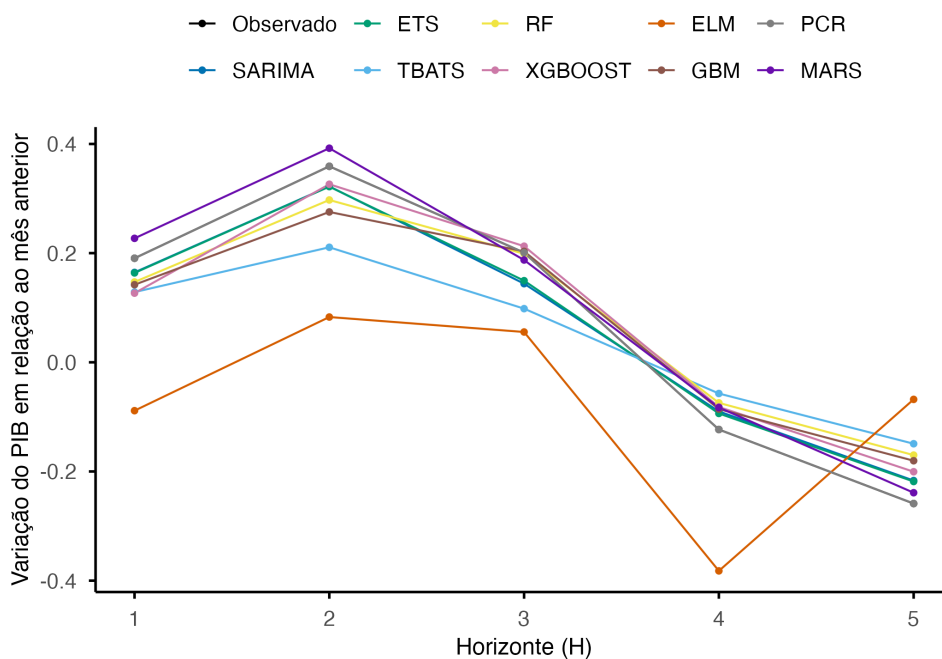


Figura A.27: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 10.

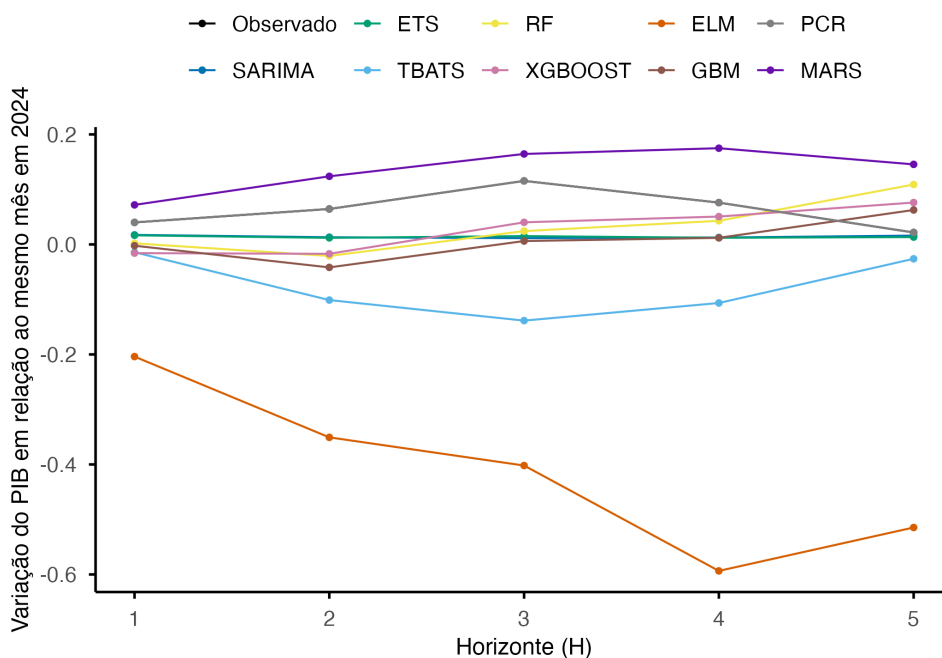


Figura A.28: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 10.

Tabela A.19: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 11.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	1.35	3.86	8.37	4.80	0.92	3.86
ETS	1.47	3.83	7.82	4.62	0.07	3.56
TBATS	4.66	11.00	18.10	14.28	4.19	10.45
RF	15.06	13.15	19.38	8.98	1.05	11.52
XGBoost	6.75	6.50	9.70	9.76	16.54	9.85
ELM	22.35	4.84	26.32	15.97	13.37	16.57
GBM	0.59	10.71	20.84	7.76	7.23	9.43
PCR	2.46	8.44	4.32	6.95	3.34	5.10
MARS	13.36	27.97	22.22	15.59	26.57	21.14

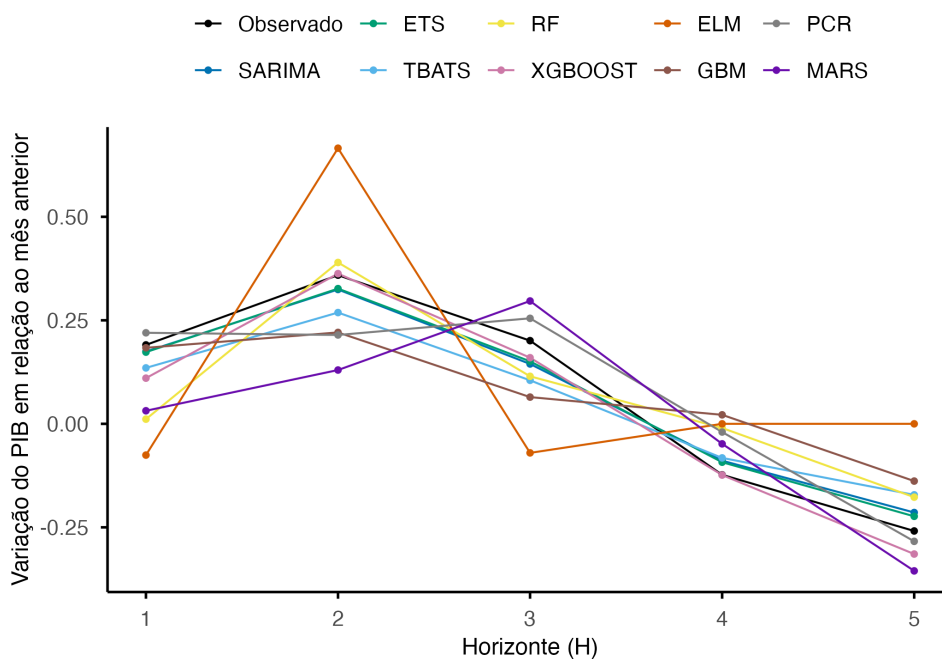


Figura A.29: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 11.

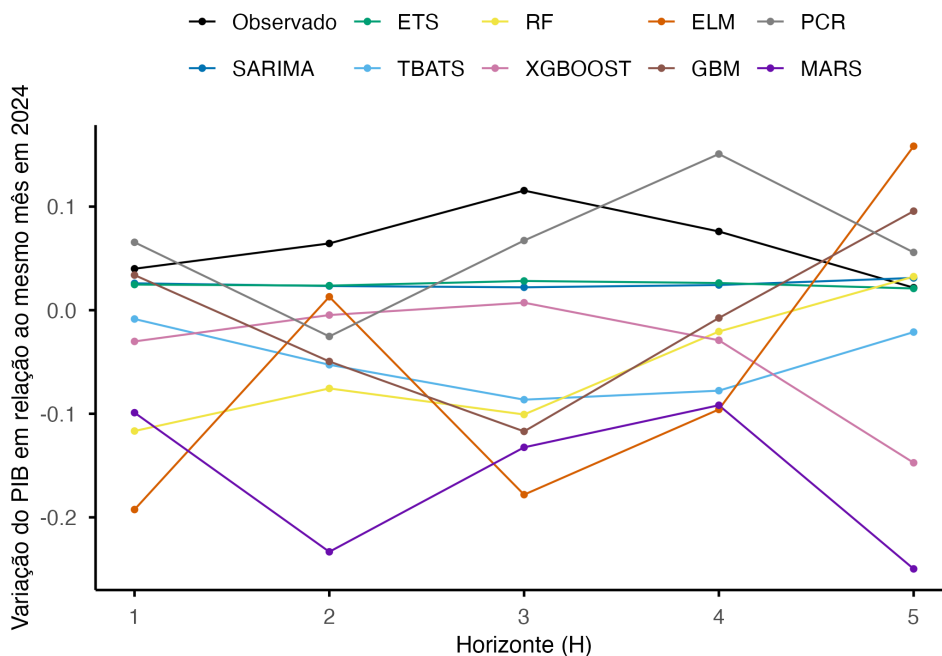


Figura A.30: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 11.

Tabela A.20: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 12.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	1.35	3.86	8.37	4.80	0.92	3.86
ETS	1.47	3.83	7.82	4.62	0.07	3.56
TBATS	4.66	11.00	18.10	14.28	4.19	10.45
RF	3.33	7.71	17.33	7.62	5.10	8.22
XGBoost	7.02	8.36	13.77	1.51	0.76	6.28
ELM	17.82	25.17	40.09	31.68	7.82	24.52
GBM	2.01	5.12	17.04	9.26	9.03	8.49
PCR	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01
MARS	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01	< 0.01

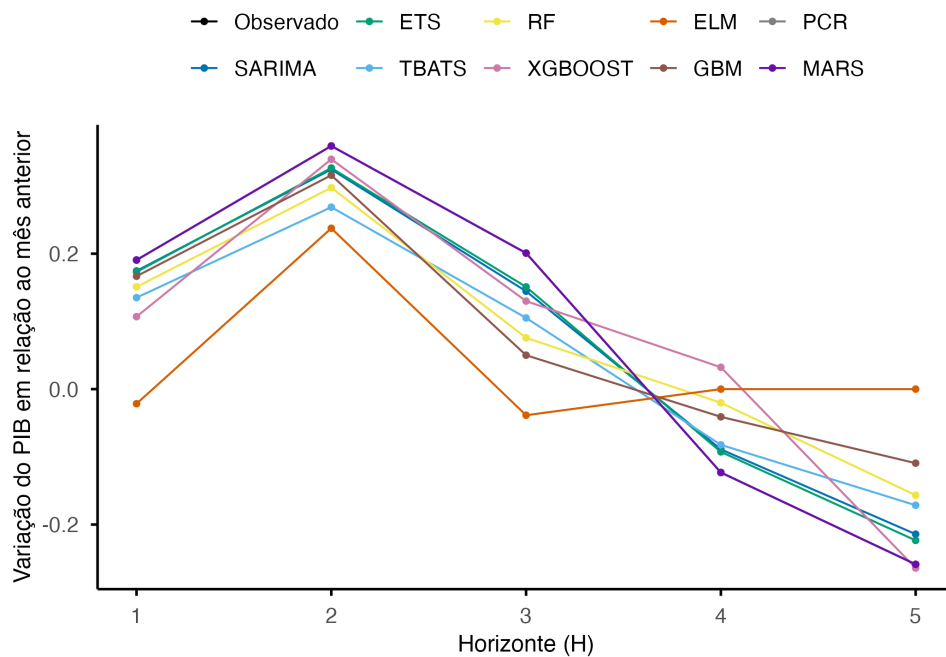


Figura A.31: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 12.

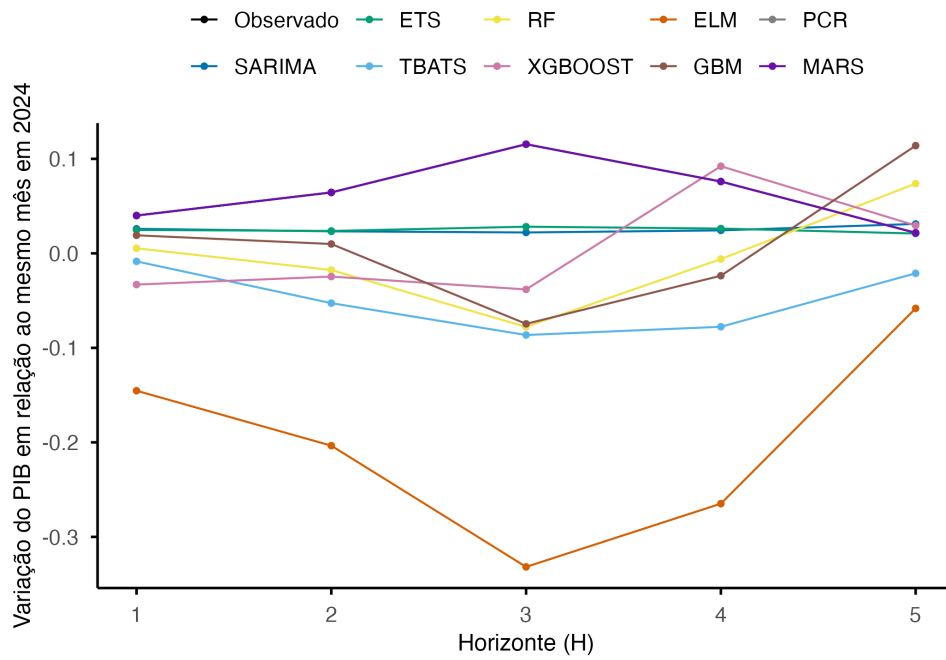


Figura A.32: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 12.

Tabela A.21: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 13.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.02	0.14	0.11	0.12	0.13	0.10
ETS	0.48	1.12	1.34	1.49	1.49	1.18
TBATS	0.20	0.16	0.23	0.04	0.21	0.17
RF	0.30	0.55	0.97	0.78	1.11	0.74
XGBoost	0.41	0.29	0.83	0.92	1.18	0.73
ELM	0.25	0.58	0.17	0.17	0.07	0.25
GBM	0.03	0.35	1.04	0.48	1.12	0.60
PCR	0.01	0.01	0.50	0.04	0.05	0.12
MARS	0.30	0.32	0.36	0.13	0.79	0.38

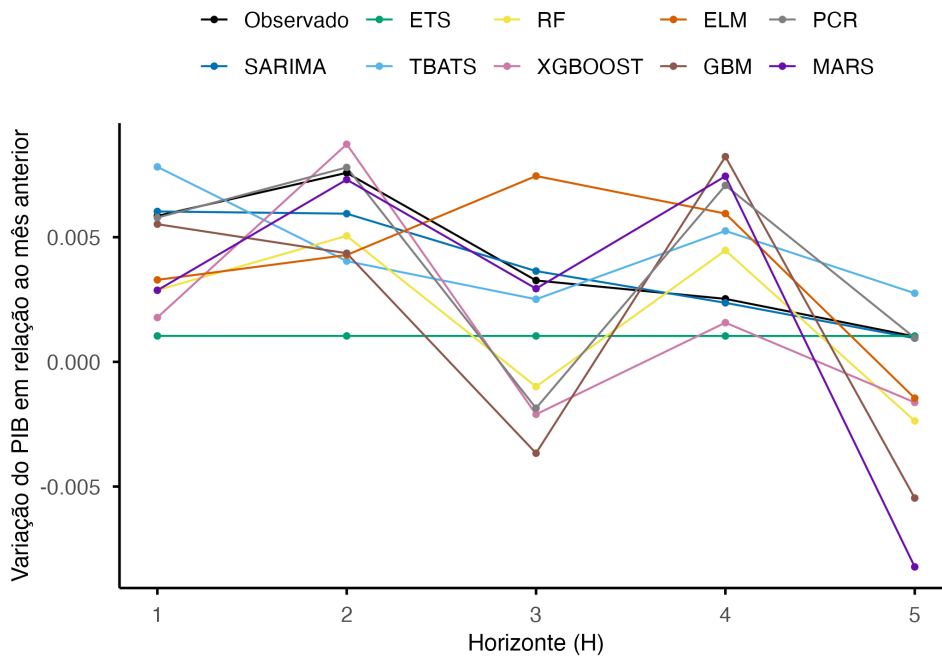


Figura A.33: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 13.

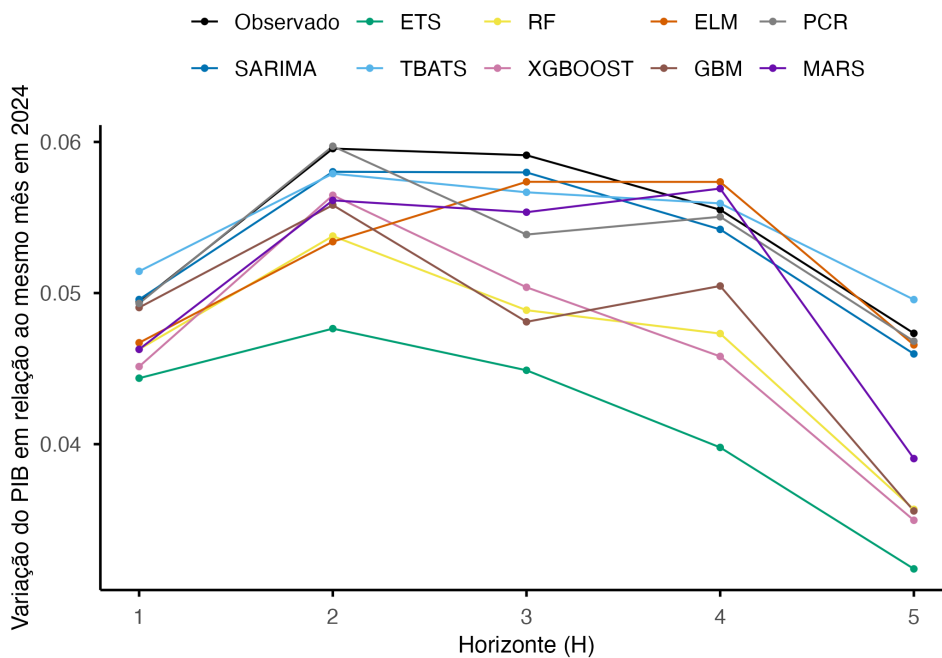


Figura A.34: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 13.

Tabela A.22: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 14.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.02	0.14	0.11	0.12	0.13	0.10
ETS	0.48	1.12	1.34	1.49	1.49	1.18
TBATS	0.20	0.16	0.23	0.04	0.21	0.17
RF	0.06	0.40	0.31	0.17	0.25	0.24
XGBoost	0.12	0.45	0.33	0.10	0.19	0.24
ELM	0.93	1.39	1.48	1.92	2.67	1.68
GBM	0.51	0.16	0.22	0.06	0.06	0.20
PCR	0.12	0.07	0.02	0.57	0.57	0.27
MARS	0.09	0.64	0.28	0.59	1.22	0.56

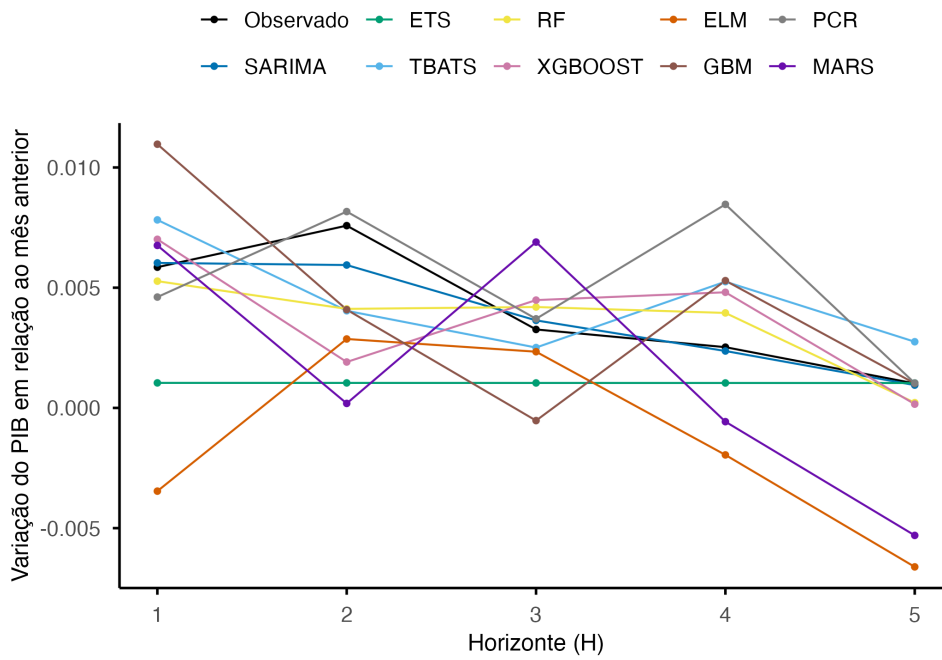


Figura A.35: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 14.

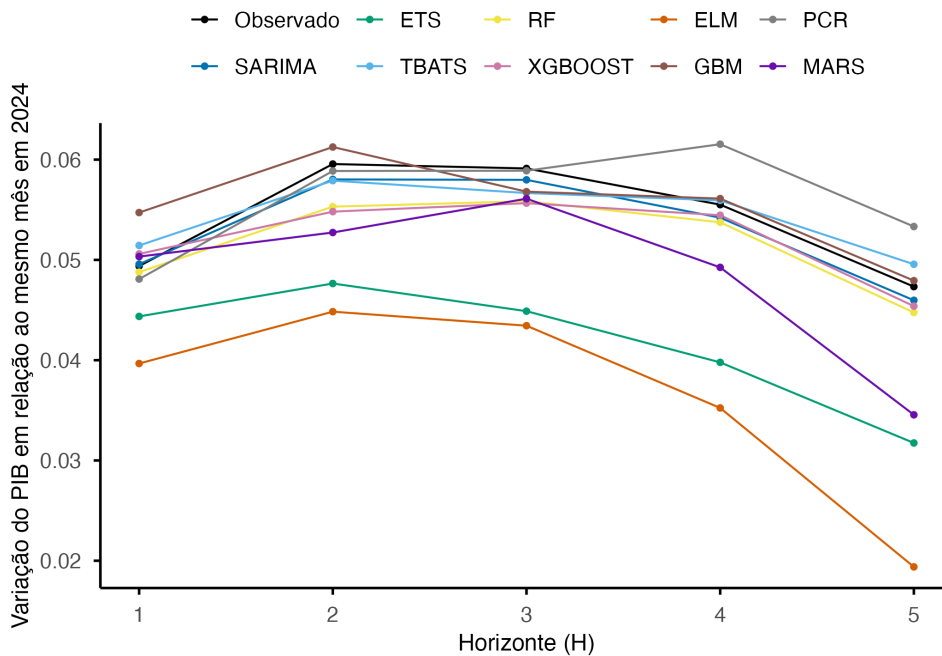


Figura A.36: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 14.

Tabela A.23: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 15.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.01	0.15	0.14	0.15	0.16	0.12
ETS	0.07	0.35	0.37	0.33	0.17	0.26
TBATS	0.01	0.45	0.52	0.55	0.45	0.40
RF	1.43	2.15	2.79	3.13	3.17	2.53
XGBoost	0.58	1.33	1.66	1.90	2.00	1.49
ELM	12.86	13.51	13.79	14.01	14.10	13.65
GBM	1.94	2.59	3.02	3.48	3.86	2.98
PCR	0.37	0.16	0.56	0.35	0.09	0.31
MARS	0.03	0.41	0.39	0.21	0.01	0.21

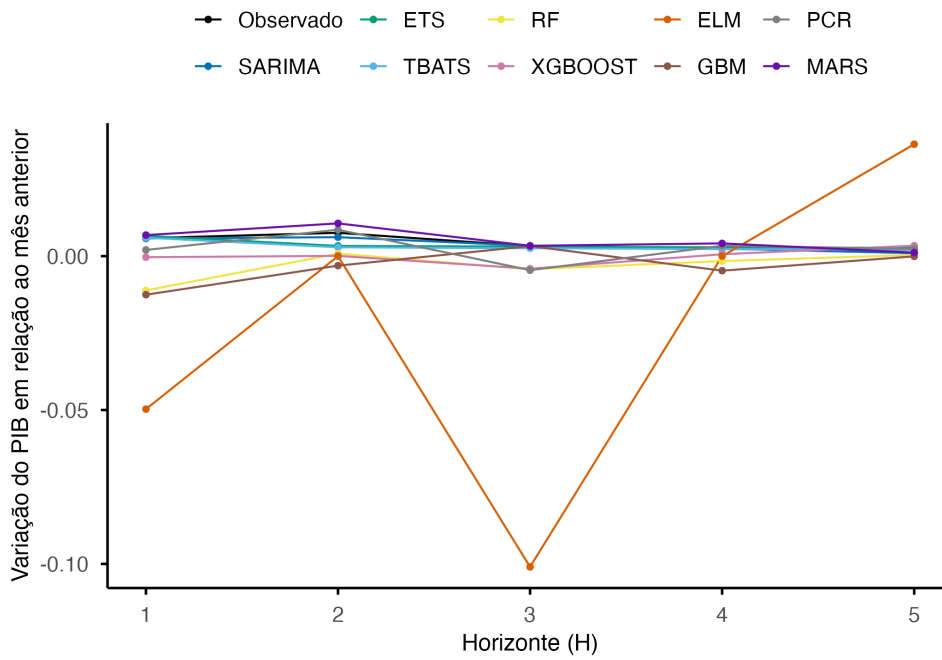


Figura A.37: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 15.

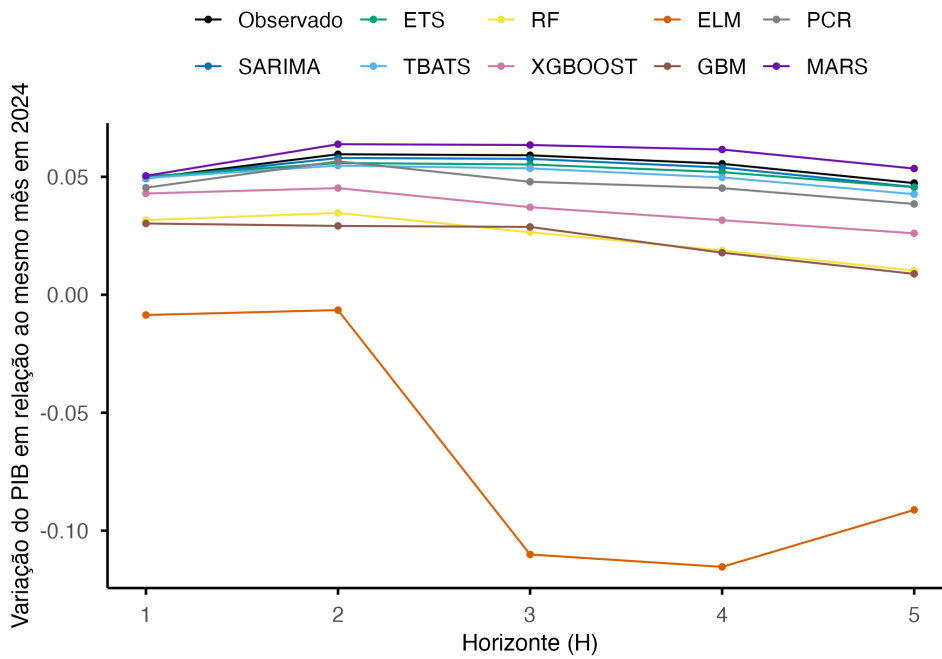


Figura A.38: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 15.

Tabela A.24: Erros e MAPEs do estudo de previsão de 5 passos a frente na situação 16.

Modelo	H = 1	H = 2	H = 3	H = 4	H = 5	MAPE
SARIMA	0.02	0.29	0.28	0.30	0.31	0.24
ETS	0.14	0.69	0.72	0.66	0.33	0.51
TBATS	0.03	0.89	1.03	1.08	0.88	0.78
RF	2.78	4.21	5.47	6.15	6.23	4.97
XGBoost	1.12	2.60	3.25	3.73	3.93	2.93
ELM	24.92	26.39	27.03	27.52	27.72	26.72
GBM	3.76	5.06	5.91	6.83	7.59	5.83
PCR	0.72	0.31	1.09	0.68	0.17	0.59
MARS	0.06	0.79	0.77	0.42	0.01	0.41

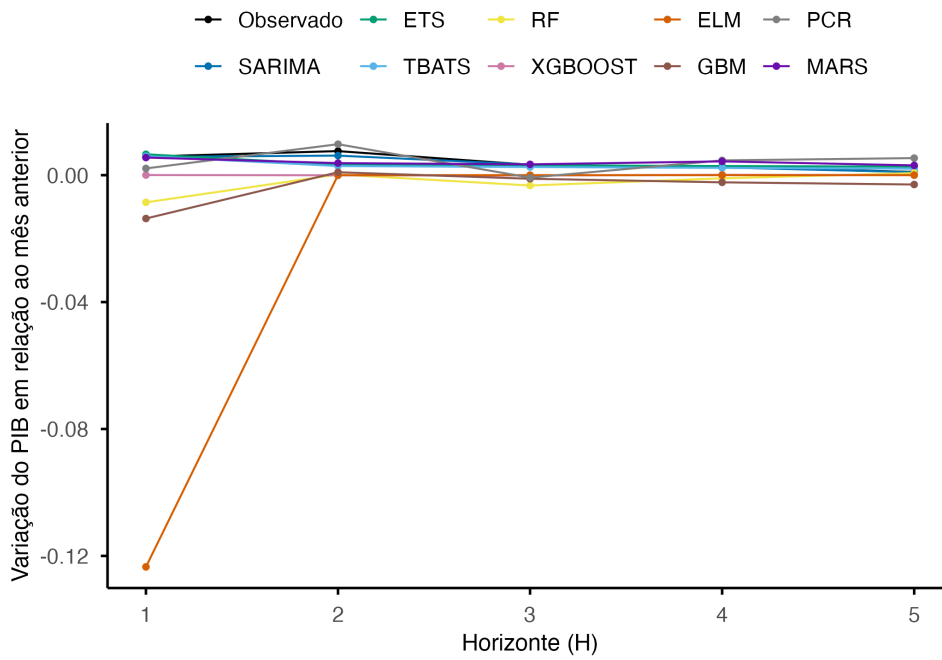


Figura A.39: Variações do PIB em relação ao mês anterior na situação 16.

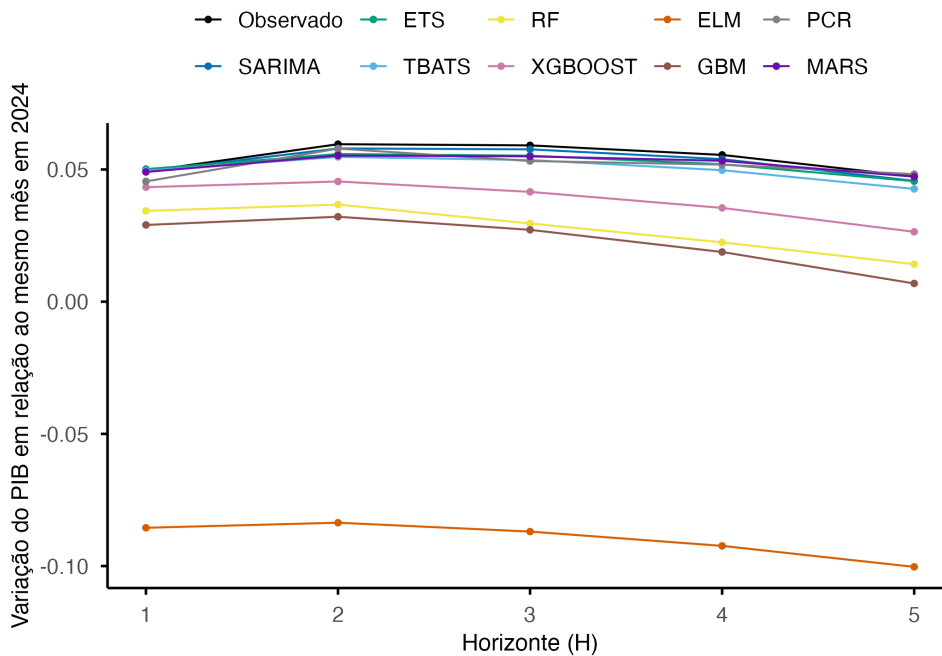


Figura A.40: Variações do PIB em relação ao mesmo mês em 2024 na situação 16.

Referências Bibliográficas

- Alves, Luiz Batista, Vianna, Paulo Jackson Bezerra e Costa, Rafael dos Reis (2023). *Produto Interno Bruto de Goiás - 2021*. Boletim 010/2023. Disponível em: <https://www.imb.go.gov.br>. Acesso em: 31 out. 2024. Goiânia, GO: Instituto Mauro Borges de Estatísticas e Estudos Socioeconômicos (IMB). URL: https://goias.gov.br/imb/wp-content/uploads/sites/29/2024/01/Boletim_010_2023_produto_interno_bruto_do_estado_de_goiias_consolidado_2021.pdf.
- Arlot, Sylvain e Celisse, Alain (2010). “A survey of cross-validation procedures for model selection”. *Statistics Surveys* 4.none, pp. 40–79. DOI: 10.1214/09-SS054. URL: <https://doi.org/10.1214/09-SS054>.
- Baffigi, Alberto, Golinelli, Roberto e Parigi, Giuseppe (2004). “Bridge models to forecast the euro area GDP”. *International Journal of Forecasting* 20.3, pp. 447–460. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2003.09.003.
- Box, George E. P., Jenkins, Gwilym M. e Reinsel, Gregory C. (2008). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 4th. Wiley.
- Breiman, Leo (2001). “Random forests”. *Machine learning*.
- Butcher, J. B. et al. (2013). “Reservoir computing and extreme learning machines for non-linear time-series data analysis”. *Neural Networks* 38, pp. 76–89. DOI: 10.1016/j.neunet.2012.11.011.
- Cao, Guangxi, Zhang, Jinqiao e Wang, Yougui (2015). “Forecasting exchange rate using ELM based on wavelet transform and PCA methods”. *Neurocomputing*.

- Chai, Tianfeng e Draxler, Roland R (2014). “Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)?—Arguments against avoiding RMSE in the literature”. *Geoscientific model development* 7.3, pp. 1247–1250.
- Chen, Tianqi e Guestrin, Carlos (2016). “XGBoost: A scalable tree boosting system”. *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. ACM, pp. 785–794. DOI: 10.1145/2939672.2939785.
- Costa, Rafael dos Reis (2024). *Metodologia para estimação do Produto Interno Bruto Mensal e Trimestral - Versão 2*. Estudo 003/2024. Disponível em: <https://www.imb.gov.br>. Acesso em: 31 out. 2024. Goiânia, GO: Instituto Mauro Borges de Estatísticas e Estudos Socioeconômicos (IMB). URL: https://goias.gov.br/imb/wp-content/uploads/sites/29/2024/04/Estudo_002_2024_metodologia_para_estimacao_do_PIB_mensal_e_trimestral.pdf.
- De Livera, A. M., Hyndman, Rob J. e Snyder, Ralph D. (2011). “Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing”. *Journal of the American Statistical Association* 106.496, pp. 1513–1527. DOI: 10.1198/jasa.2011.tm09771.
- Findley, David F. et al. (1998). “New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program”. *Journal of Business & Economic Statistics* 16.2, pp. 127–152. DOI: 10.1080/07350015.1998.10524743.
- Friedman, Jerome H. (1991). “Multivariate Adaptive Regression Splines”. *The Annals of Statistics* 19.1. Artigo original que introduziu o método MARS. Citado mais de 12.000 vezes., pp. 1–67. DOI: 10.1214/aos/1176347963.
- (2001). “Greedy Function Approximation: A Gradient Boosting Machine”. *Annals of Statistics*.
- Friedman, Jerome H. e Roosen, Charles B. (1995). “An introduction to multivariate adaptive regression splines”. *Statistical Methods in Medical Research* 4.3. Tutorial didático sobre MARS com exemplos práticos., pp. 197–217. DOI: 10.1177/096228029500400303.

- Gómez, Victor e Maravall, Agustín (1996). “Programs TRAMO and SEATS: Instructions for the User”. *Working Paper 9628, Research Department, Banco de España*.
- Granger, Clive W. J. e Newbold, Paul (1986). *Forecasting Economic Time Series*. 2nd. Academic Press.
- Hastie, Trevor, Tibshirani, Robert e Friedman, Jerome (2009). *The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction*. Vol. 2. New York: Springer.
- Huang, Guang-Bin, Zhu, Qin-Yu e Siew, Chee-Kheong (2006). “Extreme learning machine: theory and applications”. *Neurocomputing*.
- Hyndman, Rob J. e Athanasopoulos, George (2021). *Forecasting: Principles and Practice*. 3rd. OTexts.
- IBGE (2025). *Produto Interno Bruto - PIB*. Acesso em: 30 out. 2025. URL: <https://www.ibge.gov.br/explica/pib.php>.
- IMB (2025). *Relatório Conjuntural da Economia Goiana 2024*. Rel. técn. Acesso em: 30 out. 2025. Goiânia: Instituto Mauro Borges de Estatísticas e Estudos Socioeconômicos. URL: https://goias.gov.br/imb/wp-content/uploads/sites/29/2025/04/Boletim_013_2025_relatorio_conjuntural_2024.pdf.
- IPEA (2023). *Além do nacional: desafios e conquistas na estimação do PIB regional no Brasil*. Rel. técn. Acesso em: 30 out. 2025. IPEA. URL: <https://repositorio.ipea.gov.br/handle/11058/12889>.
- James, Gareth et al. (2021). *An introduction to statistical learning: with applications in R*. 2nd. New York: Springer.
- Jolliffe, I. T. (2002). *Principal Component Analysis*. Springer.
- Kane, Michael J. et al. (2014). “A comparison of machine learning techniques for predicting bike-sharing demand”. *Journal of the Transportation Research Board* 2465.1, pp. 114–121. DOI: 10.3141/2465-13.

- Kholodilin, Konstantin Arkadievich, Siliverstovs, Boriss e Koop, Gary (2008). “A Dynamic Panel Data Approach to the Forecasting of the GDP of German Länder”. *Spatial Economic Analysis* 3.2, pp. 195–207. DOI: 10.1080/17421770801996656.
- Kim, Sungil e Kim, Heeyoung (2016). “A new metric of absolute percentage error for intermittent demand forecasts”. *International Journal of Forecasting* 32.3, pp. 669–679. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2015.12.003. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2015.12.003>.
- Ladiray, Dominique e Quenneville, Benoit (2001). *Seasonal Adjustment with the X-11 Method*. New York: Springer. ISBN: 978-0-387-95110-3.
- Landefeld, J. Steven, Seskin, Eugene P. e Fraumeni, Barbara M. (2008). “Taking the pulse of the economy: Measuring GDP”. *Journal of Economic Perspectives* 22.2, pp. 193–216. DOI: 10.1257/jep.22.2.193. URL: <https://doi.org/10.1257/jep.22.2.193>.
- Lehmann, Robert e Wohlrabe, Klaus (2015). “Forecasting GDP at the Regional Level with Many Predictors”. *German Economic Review* 16.2, pp. 226–254. DOI: 10.1111/geer.12042.
- Maccarrone, Giovanni, Morelli, Giacomo e Spadaccini, Sara (2021). “GDP Forecasting: Machine Learning, Linear or Autoregression?” *Frontiers in Artificial Intelligence* 4. DOI: 10.3389/frai.2021.757864.
- Makridakis, Spyros, Spiliotis, Evangelos e Assimakopoulos, Vassilios (mar. de 2018). “Statistical and Machine Learning forecasting methods: Concerns and ways forward”. *PLOS ONE* 13.3, pp. 1–26. DOI: 10.1371/journal.pone.0194889. URL: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0194889>.
- Moral, M. J. del e Valderrama, J. (1997). “A principal component approach to dynamic regression models”. *Journal of Forecasting* 16.5, pp. 357–367. DOI: 10.1002/(SICI)1099-131X(199709)16:5<357::AID-FOR659>3.0.CO;2-L.

- Stock, James H. e Watson, Mark W. (2004). “Combination forecasts of output growth in a seven-country data set”. *Journal of Forecasting* 23.6, pp. 405–430. DOI: 10.1002/for.928.
- Taieb, Souhaib Ben et al. (2012). “A review and comparison of strategies for multi-step ahead time series forecasting based on the NN5 forecasting competition”. *Expert Systems with Applications*. Vol. 39. 8. Elsevier, pp. 7067–7083. DOI: 10.1016/j.eswa.2012.01.039.
- Tashman, Leonard J. (2000). “Out-of-sample tests of forecasting accuracy: an analysis and review”. *International Journal of Forecasting* 16.4, pp. 437–450. DOI: 10.1016/S0169-2070(00)00065-0.
- Touzani, Soukaina, Granderson, Jessica e Fernandes, Sila (2018). “Gradient boosting machine for short-term load forecasting: A comparative study”. *Energy and Buildings* 177, pp. 298–307. DOI: 10.1016/j.enbuild.2018.08.016.
- U.S. Census Bureau (2017). *X-13ARIMA-SEATS Reference Manual*. Statistical Research Division. Manual de referência oficial do programa X-13ARIMA-SEATS. Washington, DC: U.S. Census Bureau. URL: <https://www2.census.gov/software/x-13arima-seats/x13as/windows/documentation/docx13as.pdf>.
- Willmott, Cort J e Matsuura, Kenji (2005). “Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance”. *Climate research* 30.1, pp. 79–82.
- Wold, S., Esbensen, K. e Geladi, P. (1987). “Principal component analysis”. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* 2.1-3, pp. 37–52. DOI: 10.1016/0169-7439(87)80084-9.
- Yoon, Jaehyun (2021). “Forecasting of Real GDP Growth Using Machine Learning Models: Gradient Boosting and Random Forest Approach”. *Computational Economics* 57, pp. 247–265. DOI: 10.1007/s10614-020-10054-w.

Zheng, Hong-Ting, Yuan, Jin-Hua e Chen, Long (2017). “Short-term load forecasting: A comparative study of XGBoost, LightGBM, and CatBoost”. *IEEE Access* 7, pp. 150071–150082. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2947069.