



**ESTUDO NUMÉRICO DE VIGAS CURVAS PARA PONTES  
SUBMETIDAS A ESFORÇOS CORTANTES**

**FERNANDA TRINDADE BARBOSA REIS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO NUMÉRICO DE VIGAS CURVAS PARA PONTES SUBMETIDAS A  
ESFORÇOS CORTANTES**

**FERNANDA TRINDADE BARBOSA REIS**

**ORIENTADOR: Luciano Mendes Bezerra (UnB)  
COORIENTADOR: Jorge Douglas Bonilla Rocha (UnB)**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**BRASÍLIA/DF: NOVEMBRO – 2025**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO NUMÉRICO DE VIGAS CURVAS PARA PONTES SUBMETIDAS A**  
**ESFORÇOS CORTANTES**

**FERNANDA TRINDADE BARBOSA REIS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

---

Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD. (UnB)  
(Orientador)

---

Prof. Jorge Douglas Bonilla Rocha, Dr. Ing. (UnB)  
(Coorientador)

---

Prof. Ramon Saleno Yure Rubim Costa e Silva, DSc. (UnB)  
(Examinador Interno)

---

Prof. Alex Sander Clemente de Souza, DSc. (UFSCar)  
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, NOVEMBRO DE 2025

## FICHA CATALOGRÁFICA

## **DEDICATÓRIA**

Dedico esta conquista à minha família, pelo apoio incondicional, e à minha irmã de alma, Lua, fonte de incentivo e inspiração em toda a minha trajetória acadêmica.

## AGRADECIMENTOS

Antes de tudo e todos, agradeço a Deus por iluminar a minha jornada acadêmica, conceder serenidade e não me permitir sucumbir diante das dificuldades enfrentadas ao longo deste mestrado.

À minha família, pelo carinho, presença, suporte e compreensão em todos os momentos. À minha grande amiga Cataryne, pela amizade leal, pelo apoio constante e pelas palavras de encorajamento, que tornaram os dias mais leves e reforçaram minha perseverança durante o mestrado (amiga, você é fora de todas as curvas apresentadas nesta dissertação).

Aos meus estimados orientadores, Prof. Luciano Mendes Bezerra e Prof. Jorge Douglas Bonilla Rocha, pela sabedoria e generosidade na transmissão de conhecimentos, bem como pela paciência e pelas orientações valiosas nos momentos mais desafiadores desta pesquisa. Estendo também meus agradecimentos aos demais professores do PECC e aos colegas que, de diferentes formas, contribuíram para o amadurecimento deste trabalho, seja por meio de discussões acadêmicas, sugestões ou colaborações.

Ao Prof. Francisco Evangelista Júnior e ao Laboratório de Métodos Computacionais e Inteligência Artificial (LAMCIA) da Universidade de Brasília, pela disponibilização de recursos computacionais de alto desempenho, imprescindíveis à realização das extensas análises numéricas processadas no *software* ABAQUS. De maneira especial, agradeço ao meu amigo Paulo, pela disposição em ajudar e pelo relevante auxílio no uso do *software*. Por fim, à CAPES, pelo apoio financeiro indispensável à concretização deste estudo.

## RESUMO

### ESTUDO NUMÉRICO DE VIGAS CURVAS PARA PONTES SUBMETIDAS A ESFORÇOS CORTANTES

**Autora:** Fernanda Trindade Barbosa Reis

**Orientador:** Luciano Mendes Bezerra

**Coorientador:** Jorge Douglas Bonilla Rocha

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, 30 de novembro de 2025**

As pontes curvas destacam-se na idealização viária e estética das cidades, pela sinuosidade dos seus componentes. No entanto, o projeto de pontes curvas envolve complexidade, em razão da interação entre curvatura, esbeltez e condições de contraventamento transversal de suas vigas I, que complica os cálculos de resistência ao cisalhamento. As diretrizes das normas vigentes, como a EN 1993-1-5 e a EN 1993-2, derivadas essencialmente de estudos sobre vigas retas, não contemplam de forma satisfatória os efeitos adicionais introduzidos pela curvatura, impondo restrições que podem comprometer a precisão em aplicações práticas de projeto. Neste trabalho, desenvolveu-se uma investigação numérica abrangente, por meio de modelagem não linear com elementos finitos, utilizando o *software* ABAQUS. O estudo envolveu 180 modelos paramétricos, devidamente calibrados e validados a partir de ensaios experimentais da literatura, e considerou diferentes valores de esbeltez da alma, relações de aspecto, raios de curvatura e duas condições de contraventamento transversal. Foram avaliadas a força cortante crítica elástica e a resistência última ao cisalhamento das vigas, com ênfase na caracterização do comportamento pós-crítico, quando presente. Os resultados mostraram que o aumento da curvatura reduz substancialmente a resistência ao cisalhamento, enquanto maiores índices de esbeltez da alma favorecem o desenvolvimento da capacidade pós-crítica. Além disso, foram verificadas discrepâncias expressivas entre as previsões numéricas e normativas, o que incluiu estimativas conservadoras e não conservadoras, dependendo da geometria e das condições de restrição das vigas I curvas. As conclusões evidenciaram as limitações das formulações de projeto atuais e reforçaram a necessidade de revisões no EUROCODE 3 que incorporem explicitamente os efeitos da curvatura no dimensionamento ao cisalhamento de pontes de aço.

**Palavras-chave:** Vigas I de aço com curvatura horizontal; Modelagem numérica em elementos finitos; Força cortante crítica elástica; Resistência última ao cisalhamento.

## **ABSTRACT**

### **A NUMERICAL STUDY OF CURVED BRIDGE GIRDERS SUBJECTED TO SHEAR FORCE**

**Author: Fernanda Trindade Barbosa Reis**

**Advisor: Luciano Mendes Bezerra**

**Co-advisor: Jorge Douglas Bonilla Rocha**

**Post-graduate Program in Structures and Civil Construction**

**Brasília, November 30th, 2025**

Curved steel bridges stand out in the geometric and aesthetic design of urban and highway infrastructures due to the sinuosity of their structural components. However, the analysis and design of curved bridges involve considerable complexity arising from the interaction between curvature, web slenderness, and transverse bracing conditions of their I-girders, which complicates the assessment of shear resistance. Current standards, such as EN 1993-1-5 and EN 1993-2, essentially derived from studies on straight girders, do not adequately account for the additional effects introduced by curvature, imposing limitations that may compromise accuracy in practical engineering applications. In this work, a comprehensive numerical investigation was performed using nonlinear finite element modeling in the ABAQUS software. The study encompassed 180 parametric models, properly calibrated and validated against experimental tests available in the literature, and considered different web slenderness values, radius of curvature, aspect ratios, and two transverse bracing configurations. The elastic critical shear force and the ultimate shear resistance were evaluated, with emphasis on characterizing the post-buckling behavior, when present. The results demonstrated that increasing curvature substantially reduces the shear resistance of the girders, while higher web slenderness indices promote the development of post-critical capacity. Moreover, significant discrepancies were observed between numerical and normative predictions, including both conservative and non-conservative estimates, depending on the geometry and boundary conditions of the curved I-girders. The findings highlighted the limitations of current design formulations and reinforced the need for revisions to EUROCODE 3 that explicitly incorporate curvature effects into the shear design of curved steel bridges.

**Keywords:** Horizontally curved steel I-girders; Finite element numerical modeling; Elastic critical shear force; Ultimate shear resistance.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
2	OBJETIVOS .....	3
2.1	Objetivo Geral .....	3
2.2	Objetivos Específicos .....	3
3	JUSTIFICATIVA .....	4
4	ESTADO DA ARTE.....	5
4.1	Estudos experimentais em pontes curvas .....	5
4.1.1	<i>Estudos em vigas curvas</i> .....	5
4.1.2	<i>Estudos em vigas curvas submetidas a esforços cortantes</i> .....	9
4.2	Estudos numéricos em pontes curvas .....	13
4.2.1	<i>Estudos numéricos em vigas curvas</i> .....	13
4.2.2	<i>Estudos numéricos em vigas curvas submetidas a esforços cortantes</i> .....	18
4.3	Dimensionamento de vigas curvas ao cisalhamento .....	24
4.3.1	<i>Critérios normativos</i> .....	24
4.3.2	<i>EUROCODE 3</i> .....	24
4.3.3	<i>AASHTO</i> .....	29
5	METODOLOGIA .....	31
5.1	Modelagem numérica .....	33
5.1.1	<i>Modelagem do material</i> .....	34
5.1.2	<i>Modelagem da geometria e condições de contorno</i> .....	35
5.1.3	<i>Método de análise utilizado</i> .....	38
5.2	Calibração do modelo numérico.....	43
5.3	Validação do modelo numérico.....	46
5.4	Estudo paramétrico .....	51
5.4.1	<i>Modelo numérico utilizado no estudo paramétrico</i> .....	53
6	RESULTADOS.....	56
6.1	Vigas curvas com relação de esbeltez $h_w/t_w = 83,33$ e $h_w/t_w = 125$ .....	62
6.2	Vigas curvas com relação de esbeltez $h_w/t_w = 166,67$ e $h_w/t_w = 208,33$ .....	67
6.3	Vigas curvas com relação de esbeltez $h_w/t_w = 160$ e $h_w/t_w = 266,67$ .....	73
7	AVALIAÇÃO DA PREVISÃO NORMATIVA EUROPEIA (EUROCODE 3).....	80
8	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS .....	92
	REFERÊNCIAS .....	94
	ANEXO A – DADOS DE ENTRADA E SAÍDA .....	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dimensões e propriedades dos materiais das vigas de Shanmugam <i>et al.</i> (2003).	10
Tabela 2 – Contribuição da alma $\chi_w$ para a resistência à flambagem por cisalhamento. ....	26
Tabela 3 – Parâmetros $A_\chi$ , $B_\chi$ e $C_\chi$ conforme Anexo B da EN 1993-2 (2024). ....	28
Tabela 4 – Indicadores $A_k$ e $B_k$ conforme Anexo B da EN 1993-2 (2024). ....	28
Tabela 5 – Definição do parâmetro adimensional $C$ . ....	30
Tabela 6 – Parâmetros geométricos considerados no estudo paramétrico. ....	32
Tabela 7 – Restrições de movimento conforme os experimentos de Shanmugam <i>et al.</i> (2003). .....	37
Tabela 8 – Modos de flambagem da viga C30W200. ....	42
Tabela 9 – Estudo de malha para a viga C15W400. ....	44
Tabela 10 – Tensões de von Mises para a viga C15W400. ....	45
Tabela 11 – Comparação dos resultados obtidos com os de Shanmugam <i>et al.</i> (2003). ....	46
Tabela 12 – Campo de deformação e modo de falha da viga C45W200. ....	50
Tabela 13 – Resumo do conjunto de variáveis consideradas no estudo paramétrico. ....	51
Tabela 14 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação $h_w/t_w = 83,33$ .	56
Tabela 15 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação $h_w/t_w = 125$ . ...	57
Tabela 16 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação $h_w/t_w = 166,67$ . .....	58
Tabela 17 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação $h_w/t_w = 208,33$ . .....	59
Tabela 18 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação $h_w/t_w = 160$ . ...	60
Tabela 19 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação $h_w/t_w = 266,67$ . .....	61
Tabela 20 – Tensões de von Mises no estado de cisalhamento final (Grupo I). ....	66
Tabela 21 – Tensões de von Mises no estado de cisalhamento final (Grupo II). ....	72
Tabela 22 – Tensões de von Mises no estado de cisalhamento final (Grupo III). ....	79
Tabela 23 – Parâmetros estatísticos para a predição de $V_u$ conforme as normas EN 1993-1-5 (2020) e EN 1993-2 (2024). ....	90

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – <i>Coronado Bridge</i> , na Califórnia, EUA. ....	1
Figura 2 – Seção transversal típica de vigas I de aço com curvatura horizontal.....	2
Figura 3 – Estrutura de teste utilizada no Laboratório de Estruturas da <i>Federal Highway Administration</i> .....	9
Figura 4 – Detalhes do plano e da seção transversal da viga principal.....	10
Figura 5 – Vista dos tirantes.....	11
Figura 6 – Configuração típica do experimento.....	11
Figura 7 – Protótipos de vigas de aço sujeitas a <i>patch loading</i> . ....	17
Figura 8 – Campo de tensão no painel da alma da viga C30W200. ....	20
Figura 9 – Condições de contorno adotadas no modelo numérico elaborado no ANSYS. ....	21
Figura 10 – Curvas de carga-deflexão da amostra C15W200.....	22
Figura 11 – Definição do ângulo $\alpha$ .....	25
Figura 12 – Representação esquemática dos grupos de vigas I curvas analisadas no estudo paramétrico.....	32
Figura 13 – Modelo representativo do comportamento elastoplástico não linear do aço. ....	34
Figura 14 – Técnica <i>Revolution</i> no ABAQUS.....	35
Figura 15 – Técnica de revolução aplicada ao perfil I das vigas modeladas numericamente..	36
Figura 16 – Arco de uma circunferência.....	36
Figura 17 – Detalhe das condições de contorno estabelecidas para o modelo numérico.....	37
Figura 18 – Tipo do carregamento aplicado no centro da viga.....	37
Figura 19 – Método padrão de Newton-Raphson. ....	38
Figura 20 – <i>Keywords</i> do modelo Buckling (análise <i>Buckle</i> ). ....	39
Figura 21 – <i>Keywords</i> do modelo Riks (análise <i>Static Riks</i> ). ....	39
Figura 22 – Diagramas tensão-deformação do aço. ....	40
Figura 23 – Campo de tensões verificado em ensaios experimentais com vigas I curvas.....	41
Figura 24 – Análise da densidade de malha para a viga C15W400.....	44
Figura 25 – Diagrama de carga última $P_u$ e deslocamento para a viga C15W400. ....	47
Figura 26 – Tensões de von Mises para a viga C15W400.....	47
Figura 27 – Tensões de von Mises para a viga C45W200.....	48
Figura 28 – Diagrama de carga última $P_u$ e deslocamento para a viga C45W200. ....	48
Figura 29 – Curvas carga-deslocamento para C15W200, C30W200, C30W400 e C45W400.....	49
Figura 30 – $P_u$ das vigas com espessura da alma igual a 2 mm (esquerda) e 4 mm (direita). .	50

Figura 31 – Protótipo das vigas I de aço investigadas no estudo paramétrico.....	54
Figura 32 – Curvas carga <i>versus</i> deslocamento vertical ( $h_w/t_w = 83,33$ e $h_w/t_w = 125$ )..	62
Figura 33 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com $a/R$ para $h_w/t_w = 83,33$ . .....	63
Figura 34 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com $a/R$ para $h_w/t_w = 125$ .	64
Figura 35 – Curvas carga <i>versus</i> deslocamento radial para vigas do Grupo I ( $a/h_w = 2$ )....	65
Figura 36 – Curvas carga <i>versus</i> deslocamento vertical ( $h_w/t_w = 166,67$ e $h_w/t_w =$ $208,33$ ).....	67
Figura 37 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com $a/R$ para $h_w/t_w = 166,67$ . .....	68
Figura 38 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com $a/R$ para $h_w/t_w = 208,33$ . .....	69
Figura 39 – Curvas carga <i>versus</i> deslocamento radial para vigas do Grupo II ( $a/h_w = 1$ )..	71
Figura 40 – Curvas carga <i>versus</i> deslocamento vertical ( $h_w/t_w = 160$ e $h_w/t_w = 266,67$ ).	73
Figura 41 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com $a/R$ para $h_w/t_w = 160$ .	75
Figura 42 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com $a/R$ para $h_w/t_w = 266,67$ . .....	76
Figura 43 – Curvas carga <i>versus</i> deslocamento radial para vigas do Grupo III ( $a/h_w = 1$ )..	77
Figura 44 – $V_{u,FE}/V_{u,ENSG}$ vs. $h_w/t_w$ de acordo com a EN 1993-1-5 (2020). .....	80
Figura 45 – $V_{u,FE}/V_{u,ENCG}$ vs. $h_w/t_w$ de acordo com a EN 1993-2 (2024).....	82
Figura 46 – $V_{u,FE}/V_{u,ENSG}$ vs. $a/h_w$ de acordo com a EN 1993-1-5 (2020). .....	83
Figura 47 – $V_{u,FE}/V_{u,ENCG}$ vs. $a/h_w$ de acordo com a EN 1993-2 (2024). .....	84
Figura 48 – Comparação dos valores de resistência última ao cisalhamento em função $a/R$ , conforme as normas EN 1993-1-5 (à esquerda) e EN 1993-2 (à direita).....	86
Figura 49 – Comparação dos valores de resistência última ao cisalhamento em função de $z_a$ , conforme as normas EN 1993-1-5 (à esquerda) e EN 1993-2 (à direita).....	87
Figura 50 – Comparação dos valores de resistência ao cisalhamento para a Configuração B, conforme as normas EN 1993-1-5 (à esquerda) e EN 1993-2 (à direita).....	88

## LISTA DE ABREVIACOES E SÍMBOLOS

### Abreviaoes

AASHTO	<i>American Association of State Highway and Transportation Officials</i>
COV	Coeficiente de Variaao
CURT	<i>Consortium of University Research Teams</i>
FHWA	<i>Federal Highway Administration</i>
LRFD	<i>Load and Resistance Factor Design</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos

### Símbolos

$A_{f1}$	área do flange superior
$A_{f2}$	área do flange inferior
$A_v$	área de cisalhamento
$a$	Distância entre enrijecedores transversais
$B$	Espaçamento entre vigas
$b$	Largura do painel da alma
$b_f$	Largura dos flanges
$C$	Coeficiente de reduao devido  flambagem por cisalhamento
$D$	Altura total da viga
$d$ ou $h_w$	Altura livre da alma da viga
$d_0$	Diâmetro de uma abertura (se existir) no painel da alma da viga
$E$	Módulo de elasticidade / Módulo de Young
$I_{sl}$	Segundo momento de área do reforço longitudinal
$k_\tau$	Coeficiente de flambagem por cisalhamento da alma da viga
$k_{\tau,za}$	Fator de instabilidade ao cisalhamento
$k_f^{curved}$	Coeficiente de flambagem ajustado para vigas I curvas
$L$ ou $L_{V\tilde{A}O}$	Comprimento do vo da viga curva (arco)
$M_{Ed}$	Momento fletor de projeto
$M_{f,Rd}$	Momento de resistência da área da seao transversal dos flanges
$R$ ou $R_B$	Raio de curvatura horizontal
$t$ ou $t_w$	Espessura da alma da viga
$T_{bf}$	Espessura do flange inferior

$T_{tf}$	Espessura do flange superior
$V_{b,Rd}$	Flambagem por cisalhamento resistida pela alma e pelos flanges da viga
$V_{bf,Rd}$	Flambagem por cisalhamento resistida pelos flanges da viga
$V_{bw,Rd}$	Flambagem por cisalhamento resistida pela alma da viga
$V_{Ed}$	Força cisalhante de projeto
$V_n$	Resistência nominal ao cisalhamento
$V_p$	Resistência plástica ao cisalhamento
$z_a$	Parâmetro de curvatura da alma
$\alpha$	Ângulo de revolução
$\bar{\lambda}_w$	Esbeltez relativa da alma
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\sigma_y$ ou $f_y$ ou $f_{yf}$	Tensão de escoamento do aço
$\chi_w$	Fator de redução para a contribuição da alma na resistência ao cisalhamento
$\gamma_{M0}$	Fator parcial de segurança
$a/h_w$ ou $\alpha_w$	Relação de aspecto ou espaçamento entre enrijecedores
$B/2T$	Contribuição dos flanges na relação de esbeltez da viga
$h_w/t_w$ ou $d/t$	Relação de esbeltez

# 1 INTRODUÇÃO

A utilização de vigas de aço com curvatura horizontal tem se tornado cada vez mais frequente no campo da engenharia civil para a construção de viadutos, pontes rodoviárias e passarelas. Inclusive, devido à sinuosidade característica de seus elementos estruturais, muitas dessas obras de arte especiais transformaram-se em verdadeiros marcos arquitetônicos em diversas cidades ao redor do mundo. Em especial, as pontes curvas têm se destacado por sua capacidade de transpor obstáculos e encadear estradas complexas, ao mesmo tempo que agregam na concepção viária e estética dos centros urbanos.

Segundo Hartmann (2005), pontes constituídas por vigas com curvatura horizontal representam aproximadamente 30% do mercado de pontes de aço nos Estados Unidos. Um exemplo emblemático é a *San Diego–Coronado Bridge* (Figura 1), na Califórnia, que ilustra a aplicação de vigas curvas em estruturas metálicas para atender simultaneamente exigências funcionais e visuais.



Figura 1 – *Coronado Bridge*, na Califórnia, EUA.

Fonte: <<https://fox5sandiego.com/news/local-news/why-the-coronado-bridge-is-curved/>>.

Apesar da relevância, as normas vigentes, como a EN 1993-1-5 (2020) e a EN 1993-2 (2024), foram desenvolvidas com base em estudos de vigas retas e não contemplam adequadamente os efeitos adicionais introduzidos pela curvatura. Essa limitação pode levar a estimativas muito conservadoras ou, ainda, não conservadoras, comprometendo a precisão do dimensionamento ao cisalhamento.

Diante desse cenário, esta dissertação propõe uma investigação numérica abrangente sobre o comportamento de vigas I curvas submetidas a esforços cortantes, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). Assim, com o auxílio do *software* ABAQUS, foram desenvolvidos modelos numéricos não lineares, calibrados e validados com base em resultados experimentais da literatura, capazes de avaliar a resistência última a esforços cortantes e o modo de flambagem de vigas I com curvatura horizontal. A Figura 2 apresenta a seção transversal típica das vigas analisadas.



Figura 2 – Seção transversal típica de vigas I de aço com curvatura horizontal.  
Fonte: adaptada pela autora a partir de <<https://www.wanacos.com.br/calandrar-viga-i>>.

Sabe-se que a interação entre curvatura, esbeltez e contraventamento transversal complica os cálculos da resistência ao cisalhamento de vigas I curvas, então, o estudo proposto envolveu 180 modelos paramétricos com dimensões do perfil em I, raios de curvatura e espaçamentos entre enrijecedores diferentes. A análise permitiu caracterizar principalmente a influência da curvatura na resistência ao cisalhamento e no comportamento pós-crítico das vigas, quando presente. Finalmente, os resultados foram comparados com as previsões do EUROCODE 3, evidenciando discrepâncias significativas e reforçando a necessidade de revisões normativas que incorporem explicitamente os efeitos da curvatura no dimensionamento de pontes curvas.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo Geral

A finalidade principal desta pesquisa acadêmica é investigar a instabilidade ao cisalhamento de vigas I de aço com curvatura horizontal, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF).

### 2.2 Objetivos Específicos

- ✓ Analisar estudos experimentais e numéricos relativos à capacidade resistente de vigas I curvas de aço frente a esforços cortantes.
- ✓ Utilizar o *software* de elementos finitos ABAQUS para criar modelos computacionais capazes de estimar a resistência última ao cisalhamento de vigas I curvas de aço.
- ✓ Fazer a calibração e a validação dos modelos desenvolvidos numericamente, a partir dos resultados experimentais produzidos por Shanmugam *et al.* (2003).
- ✓ Realizar um estudo paramétrico em vigas I de aço com diferentes raios de curvatura, relações de esbeltez da alma e configurações de contraventamento transversal, levando em consideração situações realistas, ou seja, comumente encontradas, na prática, em pontes curvas.
- ✓ Avaliar o comportamento estrutural das vigas modeladas no *software* ABAQUS.
- ✓ Comparar os resultados obtidos, a partir das simulações numéricas, com os valores de capacidade última ao cisalhamento previstos pelas normas europeias EN-1993-1-5 (2020) e EN-1993-2 (2024) do EUROCODE 3.

### 3 JUSTIFICATIVA

Ao longo dos anos, muitos autores focaram seus estudos na forma como a curvatura horizontal da alma da viga I afetava a resistência à flexão do aço (Fukumoto e Nishida, 1981, 1982; Nakai e Kotoguchi, 1983; Nakai *et al.*, 1983, 1985, 1986; Yoo e Pfeiffer, 1983, 1984; Shanmugam *et al.*, 1995; Pi e Trahair, 1997; Pi *et al.*, 2000). Por outro lado, nas últimas décadas, para estudar a resistência de painéis de alma curvos a esforços cortantes, algumas pesquisas experimentais e analíticas foram conduzidas por Davidson *et al.* (1996), Lee e Yoo (1999), Zureick *et al.* (2002), Shanmugam *et al.* (2003), Rodriguez (2016), Mirambell *et al.* (2016), Frankl e Linzell (2020) e Hendy *et al.* (2020).

Até o presente momento, portanto, diferentes simulações numéricas, representando geometrias variadas de vigas curvas e seus modos de falha, têm sido propostas na literatura, na tentativa de explicar os efeitos da curvatura na capacidade resistente dessas vigas. No entanto, a ruptura em vigas curvas devido a esforços cortantes ainda é considerada um fenômeno pouco discutido na literatura e, por isso, foi objeto deste trabalho.

Nesse contexto, é válido destacar que o estudo numérico da instabilidade ao cisalhamento de vigas I de aço com curvatura horizontal é de grande importância para o desenvolvimento de projetos estruturais complexos, uma vez que, por meio do Método dos Elementos Finitos, é possível prever, de maneira detalhada, o comportamento de estruturas sinuosas, como as pontes curvas. Assim, a modelagem numérica é uma ferramenta computacional que contribui não só para a previsão da resistência máxima de vigas curvas comumente encontradas na prática, mas também para a concepção de projetos seguros e eficientes, evitando sobredimensionamento ou subdimensionamento.

Paralelo a isso, a pesquisa acadêmica desenvolvida permite comparar os resultados obtidos numericamente com ensaios experimentais e métodos analíticos previstos pelo EUROCODE 3, mostrando-se importante para validar equações simplificadas, ampliar o entendimento de casos não abordados explicitamente pelas normas e aumentar a confiabilidade dos projetos.

Em resumo, a investigação do comportamento estrutural de vigas I curvas de aço submetidas a esforços cortantes, com a utilização da modelagem numérica, é fundamental para identificar a capacidade resistente de vigas, especialmente daquelas com alta curvatura, em que as soluções analíticas podem ser limitadas. Além disso, a simulação com recursos computacionais facilita a análise de diferentes configurações de vigas I curvas, com variações de raio e espessura, e a consideração de efeitos não-lineares, como plasticidade e grandes deformações, essenciais para garantir segurança, eficiência e inovação no projeto de estruturas modernas.

## 4 ESTADO DA ARTE

O comportamento estrutural de vigas I de aço com curvatura horizontal apresenta complexidade significativamente maior em relação ao de vigas I retas, em razão da interação entre esforços de flexão e torção induzidos pela curvatura. Essa característica geométrica gera um estado de tensões complexo, no qual efeitos de instabilidade e de acoplamento entre modos resistentes se tornam particularmente relevantes para a definição da capacidade última e do desempenho global da estrutura.

Diante desse contexto, esta seção se propõe a fornecer uma revisão geral, crítica e estruturada da literatura técnica, abordando os principais estudos experimentais e investigações numéricas conduzidos ao longo das últimas décadas, com foco nos possíveis mecanismos de instabilidade estrutural em vigas I de aço com curvatura horizontal.

Embora o comportamento dessas vigas seja governado por fenômenos de instabilidade acoplada – fortemente influenciados pela esbeltez da alma, pelas condições de contorno e pelos sistemas de contraventamento lateral –, o foco principal desta revisão bibliográfica recai sobre os estudos que investigam a capacidade resistente e resposta estrutural de vigas I curvas de aço submetidas a esforços cortantes. Além disso, serão examinadas as metodologias de modelagem numérica empregadas na literatura, destacando-se as condições de contorno e os parâmetros constitutivos do material usualmente considerados. Essa análise visa identificar padrões metodológicos, avanços e limitações nas análises numéricas, bem como suas implicações para a prática de engenharia estrutural.

Ao final desta seção, serão apresentados os principais critérios normativos e as equações de projeto atualmente vigentes para o dimensionamento de vigas I curvas de aço sujeitas a esforços cortantes, possibilitando estabelecer uma conexão entre a base científica, os métodos de análise numérica e as recomendações de projeto adotadas em aplicações práticas.

### 4.1 Estudos experimentais em pontes curvas

#### 4.1.1 Estudos em vigas curvas

Desde a década de 1960, o comportamento estrutural de vigas curvas tem sido amplamente investigado, tanto sob a perspectiva teórica quanto experimental, principalmente nos Estados Unidos. Um marco fundamental nesse campo foi o programa de pesquisa pioneiro iniciado em 1969 pela *Federal Highway Administration* (FHWA), denominado *Consortium of University*

*Research Teams* (CURT). Segundo Hartmann (2005), o referido consórcio foi decisivo para o estabelecimento das bases conceituais e experimentais que permitiram compreender a complexa influência da curvatura no desempenho estrutural das vigas componentes de uma ponte curva.

Como resultado direto dessa iniciativa, uma série de estudos de grande relevância foi conduzida, notadamente por Culver *et al.* (1969, 1970, 1971, 1973). Essas investigações, que tiveram forte cunho experimental e observacional, concentraram-se em aspectos críticos do comportamento de vigas de aço com seção em I, abordando fenômenos como a flambagem local dos flanges, a distribuição de tensões nos painéis de alma enrijecidos e os modos de instabilidade em regimes elástico e inelástico. Tais publicações, ao aliar dados de ensaios com formulações teóricas, construíram uma base teórica-experimental importante para a compreensão dos mecanismos que governam o dimensionamento de vigas I curvas, consolidando conhecimentos que serviriam de referência para estudos subsequentes.

A partir dessas produções iniciais, e buscando aprofundar o entendimento do comportamento real das estruturas, Mozer e Culver (1975) conduziram ensaios experimentais com o propósito de avaliar a resposta estrutural de vigas compostas por placas metálicas soldadas, abrangendo diferentes condições de curvatura e carregamento. Para isso, foram utilizados sete modelos em escala reduzida, com seção transversal em I duplamente simétrica. O estudo buscou investigar de maneira sistemática a influência de parâmetros geométricos e dos níveis de tensão sobre o fenômeno da flambagem local dos flanges, reconhecido como fator determinante na capacidade resistente e no desempenho global das vigas.

Dando continuidade a esse programa experimental, Mozer *et al.* (1975a) ampliaram a análise para dois protótipos de vigas curvas submetidos a três condições distintas de carregamento. A principal variável entre os modelos foi o tipo de enrijecedor transversal adotado: enquanto um espécime possuía enrijecedores parciais, o outro foi confeccionado com enrijecedores de profundidade total. Essa diferenciação permitiu investigar de forma comparativa os efeitos da rigidez transversal sobre a resposta estrutural das vigas, com ênfase na resistência à flexão e na estabilidade lateral. Os resultados dos ensaios forneceram subsídios importantes para entender a interação entre enrijecimento transversal e desempenho global em vigas curvas.

Na sequência, Mozer *et al.* (1975b) também investigaram o comportamento de um par de vigas curvas, duplamente simétricas e concêntricamente dispostas, com espaçamento transversal de 0,9 m. As vigas foram interligadas por cinco contraventamentos transversais e dois diafragmas rígidos posicionados nas extremidades. A análise dos resultados experimentais revelou que as equações propostas por Culver e McManus (1971), para a estimativa da resistência à flexão, apresentavam caráter conservador, subestimando a capacidade real de resistência dos modelos

ensaiados. Verificou-se que vigas curvas com flanges compactos sujeitos à compressão exibem uma expressiva capacidade após o início do escoamento do aço, mantendo sua resistência mesmo após o início da plastificação do material. O comportamento pós-escoamento ressaltou a importância de considerar os efeitos da não linearidade do material em análises estruturais e no desenvolvimento de critérios mais realistas de dimensionamento.

A partir da década de 1980, outras investigações experimentais contribuíram significativamente para o avanço do conhecimento sobre o comportamento e a estabilidade de vigas curvas. Nakai e Kotoguchi (1983) analisaram vinte e sete vigas I curvas submetidas à flexão pura. Este estudo buscou estimar a resistência à flambagem lateral dessas vigas e recomendar um projeto racional aplicável a múltiplas configurações de pontes curvas, de acordo com seus raios de curvatura  $R$  e comprimentos de vão  $L$ .

Os autores desmembraram a análise da flambagem lateral em duas categorias: ensaios de flambagem global ao longo de uma ponte e ensaios de flambagem local envolvendo as vigas principais, dispostas entre pontos de junção das vigas de piso com contraventamentos laterais. Concluiu-se que a globalidade da flambagem lateral em pontes curvas compostas por vigas I não é fenômeno relevante, quando a relação entre o comprimento de vão  $L$  e o espaçamento entre vigas  $B$  tem um valor pequeno, devendo-se, na verdade, levar em consideração, durante o projeto desse tipo de ponte, a flambagem local das vigas principais situadas entre os pontos de apoio; por essa razão, os testes locais, abrangendo as amostras de vigas, foram realizados sob condições de carregamento que promoviam predominantemente momentos fletores. A partir dos ensaios efetuados, os pesquisadores propuseram métodos para o dimensionamento das vigas de piso ou balanço e dos contraventamentos, de modo a terem força e rigidez suficientes em oposição às cargas laterais, evitando a flambagem.

Nakai *et al.* (1983) produziram um estudo experimental a respeito da resistência à flexão de tabuleiros de pontes compostos por vigas I curvas de aço, buscando esclarecer aspectos relativos à instabilidade local da alma e sua influência na capacidade resistente. Os autores investigaram previamente sobre a construção do raio de curvatura, a relação entre largura e espessura da alma, a rigidez de materiais e a proporção da área da seção transversal da alma e dos flanges, para que, então, as seções e as dimensões da viga modelo fossem baseadas naquelas utilizadas, na prática, em pontes reais. Foram fabricadas nove amostras, para os experimentos de fratura por flexão pura, com três tipos de raios de curvatura ( $R = \infty, 30 \text{ m}$  e  $10 \text{ m}$ ). Os resultados mostraram que a curvatura exerce influência significativa sobre o comportamento pós-flambagem da alma e sobre a capacidade resistente global da viga, evidenciando que a redução do espaçamento

entre enrijecedores (ou seja, menores valores de  $a/h_w$ ) contribui para aumentar a resistência à flambagem local e retardar a perda de estabilidade das vigas curvas.

Dando continuidade aos trabalhos, Nakai *et al.* (1985) propuseram uma equação empírica para o momento fletor último, baseando-se em 19 ensaios realizados em vigas I curvas. Este estudo concentrou-se na resistência à flexão e ao cisalhamento e o modelo analítico desenvolvido foi aplicado a seções transversais compactas, onde a relação de espaçamento entre enrijecedores e altura livre da alma ( $a/h_w$ ) era menor que 1,0. Os esforços dos autores foram primordiais no fornecimento de uma ferramenta de projeto simplificada, derivada diretamente da observação experimental, para a avaliação da resistência inelástica de vigas I curvas de aço sob condições de carregamento mais críticas.

Shanmugam *et al.* (1995) fizeram uma investigação para determinar a capacidade de carga de dez vigas I curvas de aço e examinar os efeitos da curvatura no comportamento destas vigas, as quais foram submetidas a esforços de flexão e apresentaram modos de ruptura governados por flambagem. Verificou-se o comportamento de dois conjuntos de vigas, um composto por perfis laminados a quente, e outro conjunto referente a perfis fabricados por flexão a frio. As vigas ensaiadas estavam sujeitas à ação de uma carga concentrada aplicada em uma seção intermediária restringida lateralmente e, a partir dos valores de deslocamentos obtidos, foram elaboradas curvas mostrando a relação entre a carga experimental e o deslocamento no meio do vão das amostras de teste. Notou-se que a viga com maior curvatura horizontal suportava o menor valor de carga última, ou seja, sua capacidade reduziu significativamente com a diminuição da relação  $R/L$ . Percebeu-se ainda, a partir dos estudos experimentais mostrados pelos autores, que os efeitos associados à não linearidade geométrica foram mais evidentes em vigas com maiores curvaturas, fazendo com que elas alcançassem menor valor de resistência última.

Além disso, no que diz respeito às tensões residuais oriundas do processo de fabricação das vigas I curvas utilizadas no ensaio, foi observado que, à medida que a relação  $R/L$  aumentou, o efeito das tensões residuais, na resistência última das vigas, diminuiu. No final, ao identificar que todas as amostras exibiram tensões de escoamento mais altas após o processo de flexão a frio, pôde-se concluir que este oferece um certo grau de endurecimento por deformação, o que dá origem a uma maior resistência do material e a baixas tensões residuais.

Hartmann (2005) forneceu uma contribuição empírica significativa ao realizar uma investigação experimental da resistência à flexão em vigas I com curvatura horizontal. O autor executou sete ensaios de flexão em uma estrutura de teste com três vigas (Figura 3), projetada para replicar as condições de contorno realistas de uma ponte de vão único e em escala real.

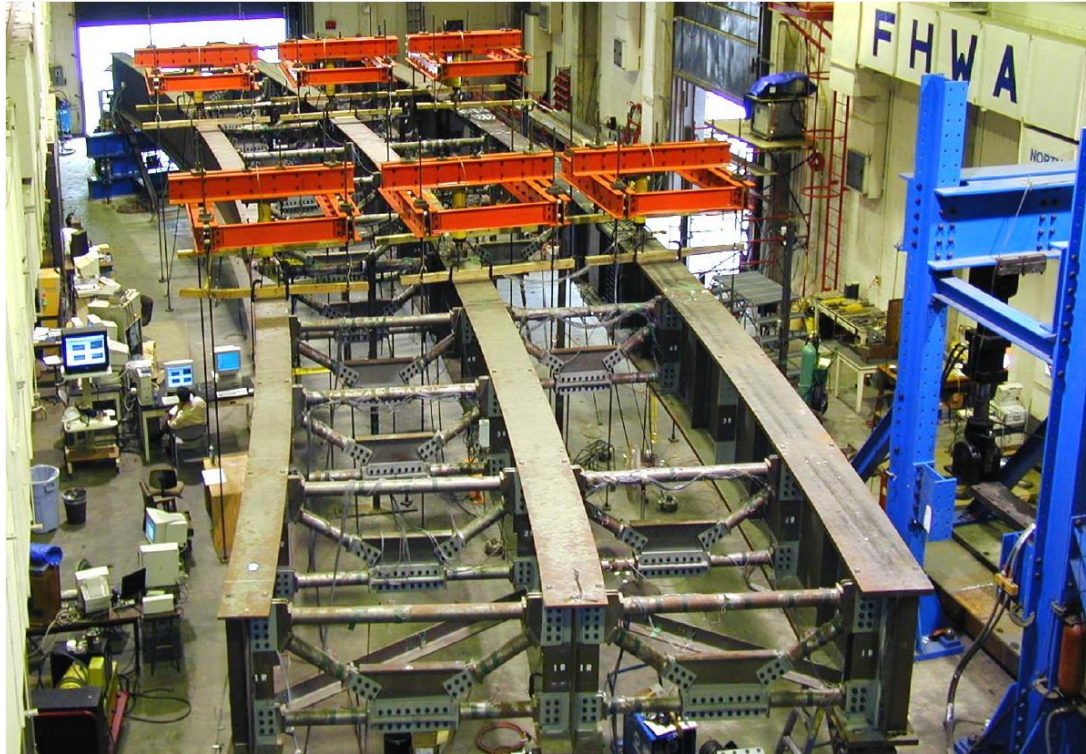


Figura 3 – Estrutura de teste utilizada no Laboratório de Estruturas da *Federal Highway Administration*.  
Fonte: Hartmann (2005).

O objetivo central dos ensaios realizados foi determinar a capacidade última à flexão de vigas curvas, fornecendo dados essenciais que se tornaram referência crucial para a calibração e a validação de diversos modelos analíticos e numéricos subsequentes no estudo de pontes curvas.

#### ***4.1.2 Estudos em vigas curvas submetidas a esforços cortantes***

Shanmugam *et al.* (2003) fizeram testes até a ruptura em vigas curvas, construídas com chapas de aço laminadas, apoiadas nas extremidades e submetidas a uma carga concentrada aplicada no meio do vão. A análise experimental incluiu vigas de placa com comprimento  $L$  igual a 2.550 mm e diferentes raios de curvatura, seguindo a relação  $L/R$  igual a 0.262, 0.523 e 0.784. Os demais parâmetros, como espessura e largura das placas dos flanges, localização e dimensões dos enrijecedores e profundidade da viga, foram mantidos constantes, a fim de se estudar exclusivamente o comportamento dos painéis da alma. Para todas as amostras de teste, a altura nominal foi mantida em 583 mm, com largura dos flanges superior e inferior de 150 mm e espessura de 8 mm. Os enrijecedores transversais foram constituídos por placas planas de 70 mm de largura e 10 mm de espessura, sendo posicionados onde forças concentradas tinham maior probabilidade de ocorrer, para evitar um modo de falha diferente do cisalhamento. Duas vigas secundárias, uma em cada extremidade, foram soldadas junto à viga principal (Figura 4).

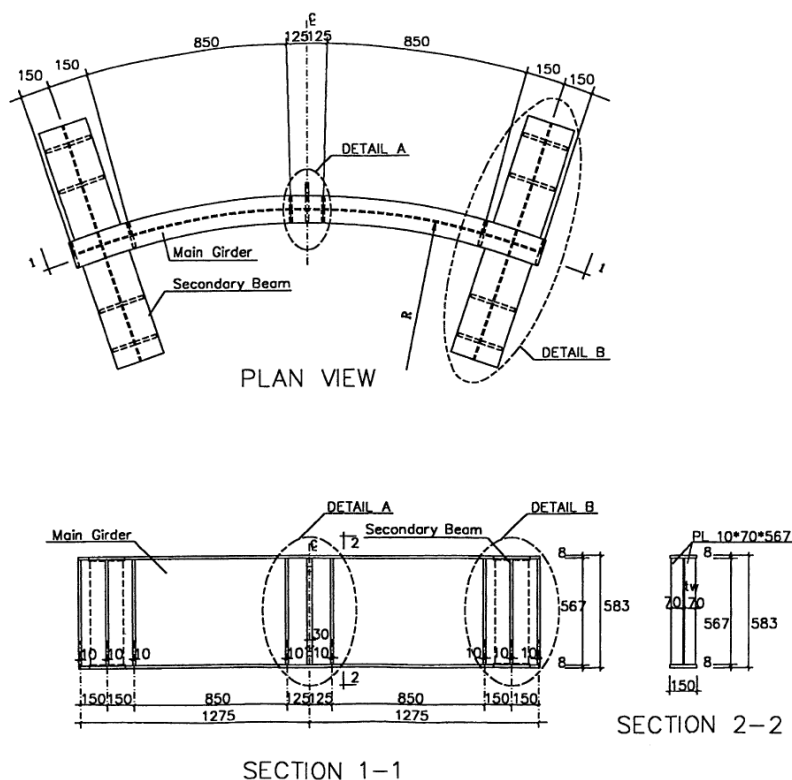


Figura 4 – Detalhes do plano e da seção transversal da viga principal.  
 Fonte: Shanmugam *et al.* (2003).

As vigas experimentais, com suas respectivas dimensões, foram apresentadas na Tabela 1 e identificadas como C00W200, C00W400, C15W200, C15W400, C30W200, C30W400, C45W200 e C45W400, sendo que os três primeiros dígitos referem-se ao ângulo de curvatura central e os últimos representam a espessura da alma. Para determinar as propriedades do material, foram realizados testes de tração, com base em cortes feitos nos flanges e nas placas da alma, para cada segmento de viga. Na Tabela 1, são demonstrados também os resultados referentes ao módulo de elasticidade e à tensão de escoamento das vigas ensaiadas.

Tabela 1 – Dimensões e propriedades dos materiais das vigas de Shanmugam *et al.* (2003).

Descrição	$R$ (mm)	$L/R$	$t_w$ (mm)	$d/t$	$T_{tf}$ (mm)	$T_{bf}$ (mm)	$T_{st}$ (mm)	$E_w$ (GPa)	$\sigma_{yw}$ (MPa)	$E_f$ (GPa)	$\sigma_{yf}$ (MPa)
C00W200	$\infty$	0,000	2,00	284	8,00	8,00	10,00	205	337	222	395
C00W400	$\infty$	0,000	3,95	144	8,00	8,00	10,00	210	322	207	355
C15W200	8.600	0,262	2,20	258	8,32	8,32	10,03	216	322	216	375
C15W400	8.600	0,262	4,05	140	8,32	8,32	9,85	207	300	207	365
C30W200	4.300	0,523	2,20	258	8,14	8,41	10,02	207	310	210	350
C30W400	4.300	0,523	3,90	145	8,15	8,15	10,20	207	345	203	380
C45W200	2.870	0,784	1,95	291	8,20	8,20	9,20	213	327	210	367
C45W400	2.870	0,784	4,05	140	8,02	8,30	10,04	213	325	207	355

Fonte: elaborada pela autora.

O ensaio foi conduzido em um equipamento de teste com capacidade para 200 toneladas, conectado ao piso resistente do laboratório. Foram inseridos dois apoios nas extremidades da

viga, cujas larguras eram suficientes para garantir que as abas das vigas secundárias ficassem dentro deles, sendo uma dobradiça de um lado e um rolete do outro, para simular as condições de apoio simples. Uma esfera lubrificada, com raio de 95 mm, foi colocada no centro da viga, de modo que não houvesse desvio na linha de ação da carga. Dois tirantes, um instalado no nível do flange superior e outro no nível do flange inferior, foram conectados ao enrijecedor no meio do vão, de um lado, e a uma estrutura rígida na outra extremidade, por meio de parafusos de alta tensão (Figura 5). Eles destinaram-se a evitar flexão lateral e torção da viga e a garantir seu posicionamento adequado, em relação à linha central do carregamento, até que ocorresse a falha. A carga foi aplicada verticalmente no centro da viga (Figura 6).



Figura 5 – Vista dos tirantes.  
Fonte: Shanmugam *et al.* (2003).



Figura 6 – Configuração típica do experimento.  
Fonte: Shanmugam *et al.* (2003).

Antes da aplicação da carga nas amostras, todos os extensômetros e transdutores foram conectados a um sistema de aquisição de dados (TDS-301), configurado para registrar a saída e imprimir os dados, simultaneamente, a cada incremento de carga de 5 kN ou de deflexão de 1 mm no meio do vão. Uma exibição dos gráficos carga-deslocamento e carga-deformação, por meio de um computador, também foi fornecida, de maneira a esboçar o comportamento carga-deflexão durante o teste e identificar o início da falha.

Além disso, antes do teste propriamente dito, uma pequena carga prévia, não superior a 5% da carga máxima esperada, foi aplicada de forma gradual e removida, para eliminar qualquer folga no sistema de suporte. A taxa de carregamento foi mantida baixa (0,4 mm/s) e a viga foi inicialmente carregada até atingir 20% da carga de falha esperada, sendo, posteriormente, descarregada até o valor zero. Verificou-se que, logo após o descarregamento, as leituras de deflexão retornaram aos valores iniciais. Esse procedimento foi repetido até 35% da provável carga de ruptura e, por fim, a amostra foi carregada até a falha, por meio do aumento gradual do carregamento a partir de incrementos predeterminados. Durante a realização do teste, pôde-se observar o início e o progresso da flambagem, devido à ação do campo de tensão, e como a forma encurvada se expandiu até romper. Finalmente, a carga última e o modo de falha de cada uma das vigas experimentais foram registrados e os autores observaram, portanto, que a ruptura por cisalhamento nos painéis curvos da alma foi predominante.

Com base nas observações experimentais, Shanmugam *et al.* (2003) concluíram que o aumento da curvatura reduz significativamente a rigidez e a resistência última ao cisalhamento das vigas I de aço, em razão da redistribuição não uniforme das tensões de cisalhamento e da interação entre os efeitos de flexão e cisalhamento. Verificou-se que os painéis com almas mais delgadas apresentaram maior deformabilidade e comportamento pós-crítico mais pronunciado, enquanto aqueles de almas mais espessas exibiram resposta predominantemente elástica até a ruptura. Em todos os casos, o modo de falha foi governado pela flambagem por cisalhamento da alma, confirmando a relevância desse fenômeno para o dimensionamento de vigas I curvas de aço. Os autores destacaram que a curvatura exerce papel determinante no comportamento global dessas vigas, podendo ocorrer superestimação da resistência última ao cisalhamento quando se aplicam diretamente as equações normativas desenvolvidas para vigas retas, como as do EUROCODE 3, sem considerar adequadamente os efeitos adicionais introduzidos pela curvatura horizontal.

## 4.2 Estudos numéricos em pontes curvas

### 4.2.1 Estudos numéricos em vigas curvas

O estudo de Culver e McManus (1971) envolveu uma análise linear elástica para determinar a carga crítica de flambagem lateral em vigas curvas. Eles realizaram análises de segunda ordem associadas ao método das diferenças finitas, buscando investigar de forma mais aprofundada os fenômenos de flambagem de bifurcação e o comportamento estrutural de vigas curvas sujeitas a grandes deflexões. O trabalho resultou na proposição de equações práticas de resistência, as quais foram incorporadas às primeiras versões do *Guide Specifications for Horizontally Curved Highway Bridges* da AASHTO (*American Association of State Highway and Transportation Officials*), constituindo marco elementar na consolidação de recomendações normativas para o dimensionamento desse tipo de estrutura. Essa contribuição foi crucial para o desenvolvimento de abordagens de projeto mais consistentes e serviu como ponto de partida fundamental para os estudos subsequentes que abordariam a resistência última no regime inelástico.

Nesse contexto, Yoo e Heins (1972) conduziram uma investigação focada no colapso estrutural de vigas curvas utilizando a análise plástica de segunda ordem, o que implica a consideração do comportamento inelástico do aço e dos efeitos não lineares geométricos. Este trabalho foi um dos primeiros a quantificar a redução da resistência última em vigas curvas, em comparação com vigas retas, e analisou o fenômeno da flambagem lateral torcional, propondo um método analítico capaz de determinar a capacidade de momento fletor em vigas curvas e incorporar os efeitos do torque induzido pela curvatura horizontal.

Fukumoto e Nishida (1981) introduziram um método analítico utilizando a abordagem da matriz de transferência (*transfer matrix method*) para avaliar a resposta estrutural de vigas I de aço com curvatura horizontal, abrangendo os regimes elástico e inelástico. O estudo foi organizado em torno de três cenários de carregamento distintos: momentos extremos iguais, uma carga concentrada aplicada centralmente e outra com distribuição uniforme. A partir dessa análise, os autores conseguiram determinar a resistência máxima para diversas relações de curvatura.

A base teórica e numérica para a análise do comportamento de vigas curvas e o estudo de suas instabilidades foram significativamente avançados pelos trabalhos de Yoo e Pfeiffer. Em 1983, esses autores realizaram uma investigação aprofundada da estabilidade elástica flexo-torcional de elementos curvos, com ênfase na previsão da carga crítica de flambagem em vigas I com curvatura horizontal. Esta pesquisa representou um marco na formulação teórica de segunda ordem, ao apresentar uma solução rigorosa para as equações diferenciais que regem a resposta

estrutural dessas vigas no regime elástico, permitindo a obtenção de expressões analíticas para a carga crítica.

Na sequência, Yoo e Pfeiffer (1984) complementaram essa linha de pesquisa, apresentando uma abordagem voltada à análise da flambagem com deformação no plano. Embora o foco central estivesse na estabilidade, o método numérico baseado no MEF representou uma contribuição essencial para a compreensão global do desempenho das vigas I curvas, ao incorporar os esforços internos acoplados, incluindo o cisalhamento, que interagem e influenciam diretamente a rigidez e a capacidade resistente final da estrutura.

Nakai *et al.* (1986), por sua vez, realizaram uma pesquisa analítica empregando o MEF para investigar o comportamento elástico de painéis de alma curvos submetidos à flexão. No modelo numérico, as placas da alma foram analisadas considerando sua rigidez com e sem contribuição dos flanges. As condições de contorno nas extremidades das vigas funcionaram como apoio simples, permitindo a análise da esbeltez e do comportamento da alma da viga.

Os avanços no campo da modelagem numérica de vigas I curvas também tiveram contribuição de El-Amin e Brotton (1976) e de Hsu *et al.* (1990). El-Amin e Brotton (1976) propuseram um modelo pioneiro de elementos finitos para vigas I com curvatura horizontal, incorporando os efeitos de empenamento da seção transversal. Essa inclusão permitiu representar com maior precisão a interação entre flexão, torção e restrição à rotação livre da seção. Posteriormente, Hsu *et al.* (1990) aperfeiçoaram essa abordagem ao desenvolverem um elemento de viga curva mais robusto, capaz de capturar de forma mais acurada a distribuição dos deslocamentos e esforços internos ao longo do vão. Essa evolução metodológica representou um avanço importante na análise estrutural de vigas curvas, proporcionando confiabilidade na previsão dos fenômenos de instabilidade associados à flexo-torção e ao cisalhamento.

Pi e Trahair (1997) efetivaram um modelo de elementos finitos para realizar análises tridimensionais não lineares a respeito do comportamento elástico de vigas I curvas submetidas a carregamento vertical (capaz de induzir momentos fletores primários, torques, deflexões e rotações, que se acoplam para produzir ações de flexão de segunda ordem). Sabe-se que as deflexões verticais perpendiculares ao plano de uma viga são acopladas com suas rotações de torção e que as deflexões axiais são acopladas às deflexões radiais horizontais. O primeiro acoplamento faz com que a viga curva sofra flexão primária e ações de torção; já no caso dos acoplamentos de segunda ordem, entre deflexões (verticais e horizontais) e rotações de torção, o comportamento não linear da viga curva torna-se mais complicado.

Para validar o modelo de elementos finitos proposto por Pi e Trahair (1997), oito amostras de vigas curvas foram simplesmente apoiadas em ambas as extremidades e sujeitas a momentos

finais iguais; então, os autores compararam seus resultados de resistência máxima com aqueles obtidos por Fukumoto e Nishida (1981), por meio do método da matriz de transferência, e confirmaram proximidade entre eles. Além disso, os momentos de flambagem calculados para as mesmas vigas foram comparados com os resultados de elementos finitos de Yoo *et al.* (1996).

Pi e Trahair (1997) concluíram que, quando o ângulo de curvatura de uma viga curva é muito pequeno, o acoplamento primário também é sucinto e a ação principal é a flexão, havendo, nesse caso, um comportamento não linear semelhante à flambagem elástica por flexão-torção de uma viga reta. Para vigas com maiores curvaturas iniciais, o acoplamento de deformação primário torna-se significativo e tanto a torção como a flexão são ações importantes; caso em que o comportamento não linear se desenvolve de forma precoce e nenhuma atuação de flambagem por flexão-torção é observada.

Pi *et al.* (2000) preocuparam-se com a análise e o comportamento inelásticos de vigas I de aço com curvatura horizontal. Os autores atestaram que o método da matriz de transferência pode ser satisfatoriamente usado para a análise elástica não linear de vigas curvas, porém, no que diz respeito à análise inelástica, este método adota um procedimento, de tentativa e erro, capaz de gerar desvios no cálculo da rigidez inelástica, que, durante o processo de transferência, se acumulam e podem se tornar significativos. Os autores utilizaram, por conseguinte, o método de Newton-Raphson modificado para a solução iterativa incremental das equações não lineares, em que a matriz de rigidez é atualizada a cada incremento de convergência; neste cálculo incremental, cada etapa de carregamento consiste na aplicação de um incremento das cargas externas e em iterações subseqüentes para restaurar o equilíbrio.

Por último, Pi *et al.* (2000), com base no critério de Von Mises para o escoamento do aço e nas regras de fluxo associada e de endurecimento por deformação isotrópica, criaram um modelo inelástico 3D preciso, econômico e eficiente, a fim de investigar o comportamento não-linear de flexão-torção de um grupo de vigas com seção aberta, paredes finas e ângulo de curvatura variando de 0.2° a 90°, que alcançou boa concordância com os resultados experimentais de Fukumoto e Nishida (1981) e Shanmugam *et al.* (1995).

Nos Estados Unidos, White *et al.* (2001) propuseram um conjunto unificado de equações para o dimensionamento de vigas retas e curvas com seção I, consolidando recomendações técnicas que contribuíram para a incorporação de critérios específicos para estruturas curvas nos códigos de projeto norte-americanos, em especial na AASHTO LRFD (*Load and Resistance Factor Design*). O estudo dos autores considerou diferentes modos de instabilidade: flambagem lateral, torção, interação flexão-cisalhamento e cisalhamento puro.

No tocante à capacidade de carga, existem estudos analíticos recentes sobre vigas I curvas de aço submetidas a carregamento do tipo *patch loading*, relatados por Bonilla *et al.* (2023), considerando não linearidades materiais e geométricas, bem como imperfeições iniciais. Os modelos numéricos foram desenvolvidos por meio do *software* de elementos finitos ABAQUS e corroborados a partir dos resultados de testes experimentais disponíveis na literatura. Este tipo de carregamento é um caso no qual uma força concentrada é imposta perpendicularmente no flange superior da viga, provocando falha por perda de estabilidade da alma (flambagem). Para a obtenção de resultados precisos na simulação numérica, a calibração e a validação do modelo de elementos finitos foram sucedidas com corpos de prova de vigas I retas, relatados em Gozzi (2007) e Chacón *et al.* (2013), e de vigas I curvas, relacionados em Shanmugam *et al.* (2003).

Com o intuito de realizar a análise de estabilidade do fenômeno de *patch loading*, o *software* dispôs de duas etapas: a primeira delas investigou a flambagem e estabeleceu os prováveis modos de colapso da viga, os quais foram usados, posteriormente, para determinar a imperfeição geométrica inicial; a segunda etapa introduziu a referida imperfeição na análise pós-flambagem, por meio do procedimento *Riks* do ABAQUS. Conforme recomendado pela norma europeia, adotou-se, como valor da imperfeição, a amplitude máxima equivalente à razão  $h_w/200$ , que abrange falhas geométricas iniciais e tensões residuais. Em todos os casos, a carga foi aplicada de forma incremental, no flange superior da viga, mediante pequenos intervalos, sendo o tamanho deles automaticamente definido pelo *software* para alcançar convergência numérica. Para a discretização dos modelos numéricos, foi utilizado um elemento do tipo *shell* S4R, com tamanho de 25 mm, que demonstrou acurácia e eficiência adequadas, em pesquisas prévias, para casos de instabilidade semelhantes.

Assim, com base em um extenso estudo paramétrico, Bonilla *et al.* (2023) analisaram a carga última de vigas I curvas sujeitas a *patch loading*, para avaliar a influência de vários parâmetros na resistência última dessas vigas e propor um conjunto de recomendações de projeto para suprir as lacunas existentes na EN 1993-1-5 (2020). Dois protótipos básicos de vigas de aço foram investigados, compreendendo um total de 252 modelos numéricos. Mais especificamente, foram consideradas vigas sem enrijecedores transversais e outras com dois reforços intermediários (Figura 7).

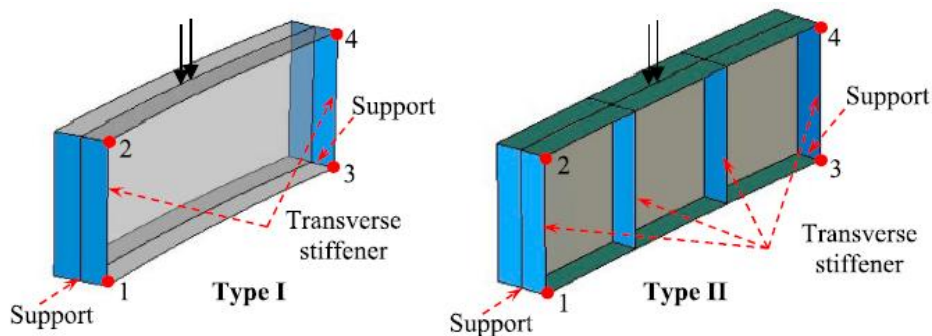


Figura 7 – Protótipos de vigas de aço sujeitas a *patch loading*.  
 Fonte: Bonilla *et al.* (2023).

Para cada grupo de vigas, foram presumidos valores diferentes para a relação de aspecto  $a/h_w$ , esbeltez da alma  $h_w/t_w$  e relação  $L/R$ . Dessa maneira, a base de dados numérica foi organizada variando os seguintes parâmetros: geometria da alma, raio de curvatura e distância entre os reforços transversais, sendo que as dimensões dos flanges, bem como a espessura dos enrijecedores, foram mantidas constantes.

Bonilla *et al.* (2023) concluíram que a carga crítica de flambagem de vigas I curvas de aço aumenta à medida que a relação  $L/R$ , entre o comprimento do vão e o raio da viga, aumenta, e que a previsão da carga crítica de flambagem, aplicando as disposições da EN 1993-1-5 (2020) para vigas retas, tende a estimar, de forma conservadora, os valores obtidos numericamente. Por outro lado, a carga última foi observada diminuir com a curvatura. Os resultados revelaram boa concordância entre a capacidade de resistência e os modos de deformação finais observados nos experimentos da literatura e aqueles obtidos nas simulações numéricas processadas. As curvas carga-deslocamento medidas experimentalmente e aquelas previstas pela análise de elementos finitos também encontraram proximidade. O estudo de 2023 dos autores desenvolveu, portanto, um modelo numérico confiável e capaz de prever, de forma precisa, o comportamento de vigas I de aço submetidas a *patch loading*, incluindo vigas com curvatura horizontal. Além disso, permitiu propor recomendações preliminares para estender a aplicação das previsões da EN 1993-1-5 (2020), mas sem desenvolver uma abordagem de projeto específica para vigas curvas.

Em estudo mais recente, Bonilla *et al.* (2025) ampliaram a investigação sobre o comportamento de vigas I curvas sujeitas a *patch loading*, propondo uma metodologia preditiva simplificada para estimar a resistência última dessas vigas com maior precisão. Diferentemente do trabalho de 2023, que enfocou na caracterização numérica e paramétrica do comportamento estrutural, o estudo de 2025 concentrou-se na formulação de expressões práticas de dimensionamento com potencial de aplicação em recomendações normativas. Para isso, os autores aprofundaram a análise dos resultados obtidos no programa paramétrico composto por 252 modelos numéricos

e identificaram as variáveis com maior influência na capacidade resistente das vigas, como a relação  $a/h_w$ , a esbeltez da alma  $h_w/t_w$  e a razão de curvatura  $L/R$ .

Com base nessas análises, Bonilla *et al.* (2025) propuseram um coeficiente de flambagem ajustado para vigas I curvas ( $k_f^{curved}$ ), bem como uma função de resistência ( $F_u$ ) calibrada para prever a capacidade última dessas vigas quando submetidas a carregamento concentrado, superando as limitações das equações disponíveis na EN 1993-1-5 (2020), originalmente desenvolvidas para vigas retas. A validação da proposta foi realizada por meio da comparação com resultados experimentais e numéricos previamente publicados, apresentando excelente concordância. Os autores revelaram que a equação desenvolvida apresentava elevada precisão e praticidade para aplicação em projetos, além de potencial para subsidiar futuras revisões normativas.

Observa-se, portanto, que os estudos de Bonilla *et al.* (2023, 2025) se complementam: o primeiro estabelece uma base numérica sólida para a compreensão dos mecanismos estruturais e da influência dos parâmetros geométricos na resistência última de vigas I curvas sujeitas a *patch loading*; enquanto o segundo transforma esse conhecimento em ferramentas de projeto mais adequadas e menos conservadoras do que aquelas dispostas nas normas vigentes. Essa combinação de abordagens numérica e prática representa um avanço relevante na literatura e reforça a importância da consideração explícita dos efeitos da curvatura no dimensionamento de vigas I de aço.

Por último, Mirambell *et al.* (2025) avançaram de forma significativa na compreensão do comportamento estrutural de vigas I curvas de aço ao analisar, de forma integrada, os efeitos combinados do *patch loading* e do cisalhamento global na resistência última da viga. O modelo numérico não linear desenvolvido incorporou imperfeições geométricas, tensões residuais e não linearidades associadas ao material e à geometria, permitindo representar com maior precisão a resposta estrutural. Os resultados mostraram que o aumento da curvatura reduz a resistência ao cisalhamento e evidenciaram o caráter conservador das previsões pela EN 1993-1-5 (2020). O estudo dos autores reforçou a relevância de se revisar os atuais critérios normativos para melhor representar cenários complexos de carregamento.

#### **4.2.2 Estudos numéricos em vigas curvas submetidas a esforços cortantes**

O estudo do comportamento de vigas I curvas de aço submetidas a esforços cortantes avançou significativamente a partir de investigações numéricas voltadas à instabilidade local da alma e à determinação da resistência última dessas estruturas. Um dos trabalhos pioneiros nessa linha

foi desenvolvido por Davidson *et al.* (1996), que realizaram uma análise detalhada da flambagem e da capacidade resistente de painéis da alma com curvatura horizontal, utilizando modelos numéricos não lineares baseados no MEF. A modelagem incorporou simultaneamente não linearidades geométricas e materiais, permitindo reproduzir de forma mais realista a resposta estrutural dos elementos analisados. Foram considerados diferentes raios de curvatura e relações de aspecto, com o objetivo de avaliar a influência do espaçamento transversal entre os reforços na estabilidade e na resistência ao cisalhamento. Além disso, os autores conduziram uma análise comparativa entre painéis curvos e retos, evidenciando a relevância da curvatura e da configuração da estrutura no comportamento à flambagem e à resistência final.

Posteriormente, Lee e Yoo (1999) conduziram um estudo numérico abrangente para investigar a flambagem de bifurcação e a resistência última de painéis da alma curvos submetidos a cisalhamento puro. Os autores observaram que a curvatura exerce influência direta sobre a rigidez e o comportamento pós-crítico, destacando que os painéis curvos podem continuar a desenvolver capacidade após a flambagem elástica inicial, de forma análoga ao observado em vigas retas (Lee e Yoo, 1996), ainda que com rigidez e evolução distintas. Essa contribuição consolidou os fundamentos numéricos para análises de cisalhamento em vigas curvas, servindo de referência para investigações experimentais e numéricas conseguintes.

Além da pesquisa experimental relatada na seção pertinente, Shanmugam *et al.* (2003) também realizaram um estudo numérico ao analisar os modos de falha, o comportamento carga-deflexão e o limite da capacidade de carga em vigas curvas submetidas ao cisalhamento. Foi empregado um modelo de superfície 3D, utilizando o elemento finito elastoplástico do pacote ABAQUS, composto por elementos de casca duplamente curvados com pontos de integração reduzida, oito nós e cinco graus de liberdade por nó.

Em seguida, após a geração da malha, a resposta não linear da viga sob carregamento foi analisada usando a técnica reiterada de Newton. O *software* realiza uma cadeia de iterações para obter a condição de equilíbrio para o incremento de carga inicial e, então, as amplitudes dos acréscimos subsequentes são automaticamente ajustadas, utilizando o método *Riks* modificado em conjunto com o Newton-Raphson modificado. Quanto às imperfeições geométricas, elas foram impostas em termos da forma de flambagem das placas da alma na fase elástica, e os deslocamentos laterais e o modo de flambagem assim obtidos foram prescritos na análise final da viga.

Shanmugam *et al.* (2003) fizeram estudos de convergência com uma amostra de teste específica para definir o modelo de elementos finitos adequado para as análises. Três malhas diferentes, com 552, 1.152 e 1.506 elementos, foram consideradas. A diferença entre a resistência última

correspondente aos modelos com 552 e 1.152 elementos foi cerca de 9%, e a divergência entre os valores relativos aos modelos com 1.152 e 1.506 elementos apresentou-se em torno de 1,8%. As curvas carga-deflexão dos modelos com 1.152 e 1.506 elementos ficaram muito próximas durante todo o ciclo de carregamento; portanto, a análise de elementos finitos baseada em 1.152 elementos foi escolhida para a modelagem de todas as vigas curvas, e a Figura 8 mostra como a forma deformada do modelo é bastante similar ao que acontece experimentalmente.

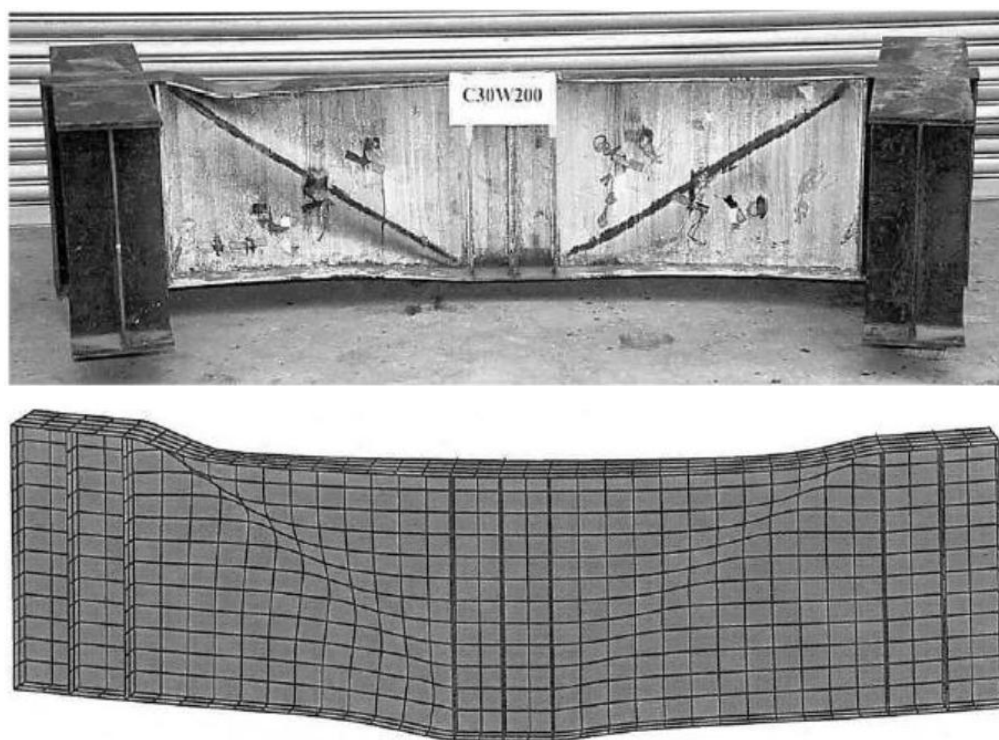


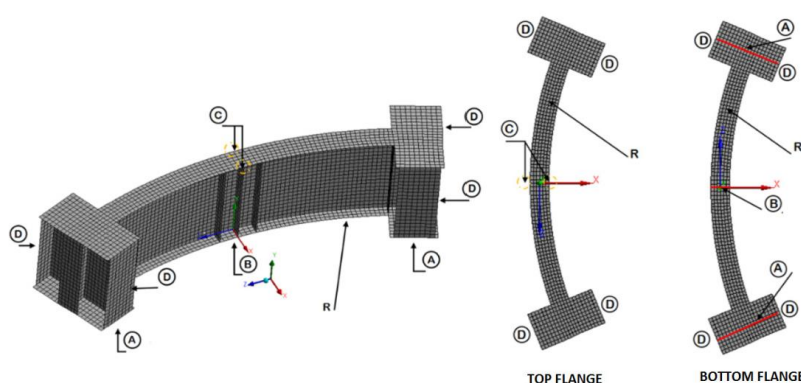
Figura 8 – Campo de tensão no painel da alma da viga C30W200.  
Fonte: Shanmugam *et al.* (2003).

Em vista disso, os resultados confirmaram que a modelagem por elementos finitos é capaz de prever o comportamento das vigas, ao longo de toda a faixa de carregamento, desde as condições elásticas até as finais. Pôde-se concluir, portanto, que a análise do ABAQUS é confiável na previsão da resistência última ao cisalhamento de vigas I de aço com curvatura horizontal.

Ao final, efetuou-se um estudo paramétrico para ponderar o efeito de certos parâmetros na carga última das vigas ensaiadas, tais como: curvatura  $L/R$  da viga, relação de esbeltez da alma ( $d/t$ ) e contribuição dos flanges na relação de esbeltez ( $B/2T$ ). A proporção do painel da alma (relação de aspecto) é outro fator que pode afetar a capacidade ao cisalhamento da viga e foi considerado no estudo. Comprovou-se que as curvaturas normalmente encontradas na prática não resultam em mudanças significativas na carga máxima de suporte das vigas; por outro lado, à medida que se aumenta a esbeltez da alma, observa-se uma redução no valor de carga última.

Alinia e Mohammadzadeh (2015) pesquisaram sobre a capacidade de carga, o mecanismo de falha e o comportamento ao cisalhamento de vigas I de aço com curvatura horizontal, bem como sobre o efeito de imperfeições, oriundas de não linearidades geométricas e do material, na resistência última ao cisalhamento dessas vigas. No referido trabalho, foram modeladas e analisadas, por meio do *software* ABAQUS, pontes com dimensões práticas e compostas por vigas com diferentes raios de curvatura. As dimensões das pontes projetadas e as características do estudo paramétrico foram definidas a partir das especificações AASHTO. Além disso, os efeitos da colocação de vigas em pontes e da interação de componentes secundários, como reforços transversais, foram investigados. Os resultados atingidos pelos autores mostraram que a imperfeição geométrica tinha efeito insignificante na resistência última das vigas I curvas, enquanto a resistência última ao cisalhamento das vigas I retas reduziram notavelmente com o aumento da magnitude da referida imperfeição.

Com base nos resultados alcançados por Mirambell *et al.* (2016), foi possível entender a influência da curvatura na força crítica de flambagem por cisalhamento e na resistência última a esforços cortantes de vigas I de aço reforçadas transversalmente. Realizou-se um estudo numérico do comportamento estrutural dessas vigas, considerando um comportamento não linear do aço, bem como não linearidades e imperfeições geométricas. O modelo 3D de elementos finitos desenvolvido, utilizando o código ANSYS, e a sua verificação basearam-se nos experimentos de Shanmugam *et al.* (2003), já referenciados anteriormente. Assim, com o objetivo de reproduzir os ensaios experimentais de forma precisa, assumiram-se, para o modelo numérico, as condições de contorno mostradas na Figura 9.



Boundary conditions	$u_x$	$u_y$	$u_z$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
Edge A	1	0	1	1	1	1
Edge B	0	1	0	1	1	1
Point C	0	1	1	1	1	1
Surface D	Frictionless (in plane displacements)					
	0: Fixed			1: Free		

Figura 9 – Condições de contorno adotadas no modelo numérico elaborado no ANSYS.  
Fonte: Mirambell *et al.* (2016).

A carga foi aplicada verticalmente no centro da viga, em seu flange superior, para a medição da deflexão. Em seguida, para fortalecer a validação do modelo numérico, foi realizada uma análise comparativa entre as curvas, experimentais e numéricas, de carga-deflexão, para a amostra C15W200 (Figura 10).

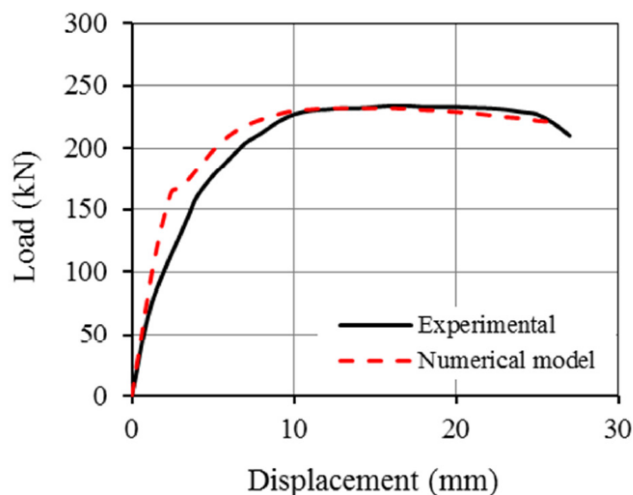


Figura 10 – Curvas de carga-deflexão da amostra C15W200.  
Fonte: Mirambell *et al.* (2016).

Em conformidade com as diretrizes da EN 1993-1-5 (2020), para a análise de elementos finitos em estruturas de placas de aço, Mirambell *et al.* (2016) adotaram o conceito de imperfeição geométrica inicial equivalente para considerar conjuntamente as imperfeições geométricas e as estruturais (tensões residuais). A forma dessa imperfeição foi baseada no primeiro modo crítico de flambagem por cisalhamento (*eigenbuckling mode*), sendo a sua amplitude máxima definida pela razão  $h_w/200$ , conforme as recomendações do Anexo C da referida norma para painéis da alma. A escolha por este critério conduziu a resultados numéricos mais próximos daqueles obtidos experimentalmente por Shanmugam *et al.* (2003), conferindo maior confiabilidade e robustez ao modelo proposto.

Tendo estabelecido que o modelo numérico concebido era capaz de reproduzir os resultados e modos de falha experimentais e de prever os valores de carga última obtidos por Shanmugam *et al.* (2003), um estudo paramétrico foi conduzido para avaliar a influência da geometria da alma, do raio de curvatura e da distância entre os reforços transversais na resistência última ao cisalhamento de vigas I curvas. Um total de 70 exemplares homogêneos foram analisados, assumindo a mesma resistência ao escoamento, de 355 MPa, para alma e flanges. No caso das vigas com baixa esbelteza, a despeito da relação de aspecto considerada, a resistência última ao cisalhamento diminuiu à medida que se reduziu o raio de curvatura (ou se aumentou a curvatura horizontal); por outro lado, a força crítica cisalhante aumentou. Consequentemente, para vigas

com elevada esbelteza da alma, notou-se que, quanto maior era a sua curvatura horizontal, menor era a resistência última ao cisalhamento e maior era a força cortante crítica.

Mirambell *et al.* (2016) concluíram que a força cortante crítica elástica em vigas I curvas de aço aumentava à medida que a relação adimensional  $a/R$  também aumentava, sendo  $a$  a distância entre os enrijecedores transversais e  $R$  o raio de curvatura. Além disso, quando  $a/R \leq 0,1$ , a resistência ao cisalhamento das vigas podia ser determinada usando as regras de projeto para vigas retas, indicadas na EN 1993-1-5 (2020). Ao final, os resultados numéricos derivados do estudo paramétrico permitiram inferir que a curvatura de vigas I normalmente encontradas na prática não afetam, significativamente, a resistência ao cisalhamento.

Frankl e Linzell (2020), por sua vez, realizaram uma investigação aprofundada dos coeficientes de flambagem por cisalhamento em vigas curvas de chapas de aço, derivando dois coeficientes capazes de incorporar os efeitos da curvatura horizontal na resistência ao cisalhamento da alma. Para validar as equações propostas, foi desenvolvida uma extensa série paramétrica de modelos de elementos finitos, os quais foram cuidadosamente calibrados com dados experimentais. Essa metodologia permitiu a análise de várias geometrias e raios de curvatura, fornecendo subsídios cruciais para aprimorar as especificações de projeto para vigas I curvas e garantir uma previsão mais acurada da resistência última ao cisalhamento desse tipo de viga.

Hendy *et al.* (2020) apresentaram novas regras normativas específicas para seções I curvas, com ênfase no comportamento ao cisalhamento. Os autores conduziram um estudo paramétrico com elementos finitos voltado a *decks* típicos de pontes com múltiplas vigas compostas de aço e concreto, propondo modificações e complementações à EN 1993-1-5 (2020). Essas alterações ampliaram a aplicabilidade da norma a geometrias curvas e reduziram o caráter excessivamente conservador das expressões originalmente formuladas para vigas retas.

Em síntese, os estudos discutidos nesta e nas demais seções do estado da arte demonstram uma evolução consistente nas abordagens de modelagem e análise de vigas I curvas de aço, refletindo o esforço contínuo da comunidade científica em aprimorar as recomendações de projeto. Esses avanços pretendem representar, com maior fidelidade, o comportamento estrutural real desses elementos e suprir as limitações ainda presentes nos códigos normativos convencionais.

### 4.3 Dimensionamento de vigas curvas ao cisalhamento

#### 4.3.1 Critérios normativos

Devido à interação entre curvatura e esforços aplicados, o dimensionamento de vigas I curvas de aço submetidas a esforços cortantes é um tema que envolve alta complexidade. As vigas com curvatura horizontal têm características que dificultam o cálculo da resistência ao cisalhamento, tópico já abordado pelas normativas existentes para o caso de vigas retas. Apenas indiretamente, a norma europeia EUROCODE 3 e a americana AASHTO começaram a fornecer diretrizes para a verificação da resistência ao cisalhamento em vigas I curvas de aço.

#### 4.3.2 EUROCODE 3

Embora o EUROCODE 3 aborde tópicos relacionados, principalmente, às vigas retas, algumas versões subsequentes desse conjunto de normas, como a EN 1993-1-1 (2005) e a EN 1993-1-5 (2020), oferecem princípios gerais que podem ser aplicados, com adaptações, para considerar o efeito da curvatura na análise e no dimensionamento de elementos estruturais sujeitos a esforços cortantes.

A EN 1993-1-1 (2005) estabelece, de forma geral, que a resistência ao cisalhamento de seções transversais de vigas retas de aço pode ser calculada pela seguinte equação:

$$V_{c,Rd} = \frac{(f_y/\sqrt{3}) \times A_v}{\gamma_{M0}}$$

Em que:  $A_v$  é a área de cisalhamento;  $f_y$  é a tensão de escoamento do material; e  $\gamma_{M0}$  é o fator parcial de segurança para a resistência do aço.

A EN 1993-1-5 (2020), no que lhe concerne, prescreve métodos para o projeto de componentes laminados, ou seja, aqueles que têm uma espessura relativamente pequena em comparação com suas outras dimensões, como chapas ou lâminas de aço. O cálculo da resistência ao cisalhamento, nesse caso, deve considerar a instabilidade devido à flambagem da placa metálica representante da alma da viga, para garantir a segurança e a integridade do projeto estrutural. Dessa forma, a regra é que, para componentes laminados, se os painéis de alma forem retangulares com flanges paralelos, os efeitos da flambagem precisam ser considerados. Excepcionalmente, a norma permite que suas disposições sejam aplicadas a painéis não retangulares, desde que o ângulo  $\alpha$  (Figura 11) seja menor que 10 graus. Se  $\alpha > 10^\circ$ , as placas deverão assumir a forma de um retângulo com altura equivalente ao maior valor entre  $b_1$  e  $b_2$ .

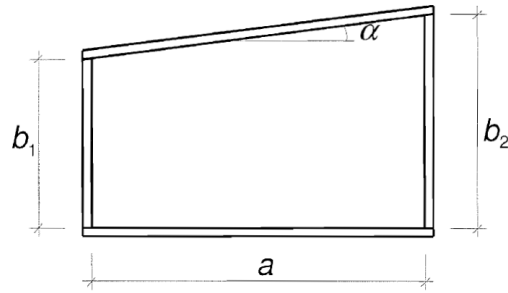


Figura 11 – Definição do ângulo  $\alpha$ .  
Fonte: EN-1993-1-5 (2020).

Ainda quanto aos critérios para a consideração da flambagem, a normativa estabelece que os elementos estruturais sejam compostos por chapas com seção transversal uniforme e sem grandes aberturas, sendo que o diâmetro de qualquer furo não pode exceder  $0,05b$ , onde  $b$  é a largura do painel. Por fim, não deve ocorrer flambagem da alma induzida pelos flanges e, se houver reforços, estes serão fixados no sentido longitudinal ou transversal, ou em ambos.

Diante do exposto, a Seção 5 da EN-1993-1-5 (2020) indica que vigas com  $\frac{h_w}{t} > \frac{72}{\eta} \varepsilon$ , para uma alma não endurecida, ou  $\frac{h_w}{t} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}$ , para uma alma endurecida, precisam ser verificadas quanto à resistência de flambagem por cisalhamento e devem ser compostas por reforços transversais nos apoios, onde  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$  e  $\eta = 1,2$  (valor recomendado para aços estruturais até a classe S460). Sabe-se que  $h_w$  e  $t$  representam a altura e a espessura da alma, respectivamente, e  $k_\tau$  equivale ao coeficiente de flambagem por cisalhamento relativo à alma da viga.

É estabelecido, pela normativa, que a resistência ao cisalhamento em vigas de aço, com placas da alma enrijecidas ou não, pode ser determinada com base na altura e espessura da alma e na tensão de escoamento do material e calculada usando seguinte equação:

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

Sendo que  $V_{b,Rd}$  equivale à flambagem por cisalhamento resistida pela alma e flanges da viga. A alma de uma viga é a parte vertical que conecta dois flanges horizontais e é responsável por resistir aos esforços cortantes, por isso, sua contribuição é um aspecto crucial no projeto de estruturas de aço e deve ser considerada como:

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

Vale ressaltar que, durante a aplicação das equações normativas, é importante considerar o fator parcial  $\gamma_{M1} = 1,0$ , a fim de que todas as analogias desta e de outras pesquisas sejam feitas de maneira segura. O fator de redução  $\chi_w$  para a contribuição da alma no valor de resistência ao cisalhamento pode ser obtido através da Tabela 2. Este fator leva em consideração a esbeltez da alma e a presença de enrijecedores.

Tabela 2 – Contribuição da alma  $\chi_w$  para a resistência à flambagem por cisalhamento.

–	Extremidade rígida	Extremidade não rígida
$\bar{\lambda}_w < 0,83/\eta$	$\eta$	$\eta$
$0,83/\eta \leq \bar{\lambda}_w < 1,08$	$0,83/\bar{\lambda}_w$	$0,83/\bar{\lambda}_w$
$\bar{\lambda}_w \geq 1,08$	$1,37/(0,7 + \bar{\lambda}_w)$	$0,83/\bar{\lambda}_w$

Fonte: elaborada pela autora.

A esbeltez modificada  $\bar{\lambda}_w$  pode ser encontrada pelo uso da seguinte equação:

$$\bar{\lambda}_w = 0,76 \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}}$$

Onde:  $\tau_{cr} = k_\tau \sigma_E$ .

Os valores de  $k_\tau$  e  $\sigma_E$  podem ser encontrados com a ajuda do Anexo A da EN 1993-1-5 (2020). Para painéis com enrijecedores transversais rígidos e sem reforços longitudinais ou com mais de dois reforços longitudinais, o coeficiente de flambagem por cisalhamento  $k_\tau$  pode ser obtido da seguinte forma, a depender da relação de aspecto ( $a/h_w$ ) da viga:

$$k_\tau = 5,34 + 4,00(h_w/a)^2 + k_{\tau sl}, \text{ quando } a/h_w \geq 1$$

$$k_\tau = 4,00 + 5,34(h_w/a)^2 + k_{\tau sl}, \text{ quando } a/h_w < 1$$

Sendo que  $a$  é a distância entre os enrijecedores transversais e  $k_{\tau sl} = 9(h_w/a)^2 \sqrt{\left(\frac{I_{sl}}{t^3 h_w}\right)^3}$ , porém não menor que  $\frac{2,1}{t} \sqrt[3]{I_{sl}/h_w}$ . O parâmetro  $I_{sl}$  está relacionado ao segundo momento de área do reforço longitudinal, quando existente, em torno do eixo z-z. Não havendo enrijecedores longitudinais,  $k_{\tau sl}$  deve ser considerado igual a zero.

Já o valor de  $\sigma_E$  pode ser calculado a partir da equação abaixo:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1 - \nu^2) b^2} = 190000(t/b)^2$$

Em que  $\nu$  é o coeficiente de Poisson na fase elástica, e  $t$  e  $b$  são, respectivamente, a espessura e a altura do painel da alma.

Quanto à parcela de contribuição dos flanges ( $V_{bf,Rd}$ ) para a resistência ao cisalhamento, ela só deve ser considerada se a resistência dos flanges não for completamente utilizada na resistência ao momento fletor ( $M_{Ed} < M_{f,Rd}$ ). Caso em que será obtida por meio da equação a seguir:

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

Onde:  $b_f$  é a largura do flange;  $t_f$  é a espessura do flange;  $f_{yf}$  é a tensão de escoamento do material dos flanges;  $M_{Ed}$  é o momento fletor de projeto;  $M_{f,Rd}$  é o momento de resistência da seção transversal que engloba a área efetiva apenas dos flanges; e  $c = \alpha \left( 0,25 + \frac{1,6 b_f t_f^2 f_{yf}}{t h_w^2 f_{yw}} \right)$ .

Quando uma força axial  $N_{Ed}$  estiver presente, o valor de  $M_{f,Rd}$  será reduzido multiplicando-o pelo fator abaixo:

$$1 - \frac{N_{Ed}}{\frac{(A_{f1} + A_{f2}) f_{yf}}{\gamma_{M0}}}$$

Sendo que  $A_{f1}$  e  $A_{f2}$  são as áreas dos flanges superior e inferior, respectivamente.

Uma atualização recente na parte do Eurocódigo 3 que trata sobre pontes (EN 1993-2, 2024, Anexo B) trouxe regras suplementares para o projeto de vigas I com curvatura horizontal. As diretrizes adicionais sugeridas pelo documento possibilitaram a análise direta da resistência ao cisalhamento em vigas I curvas. Para isso, as orientações trazidas estabelecem que o parâmetro de curvatura da alma  $z_a$  deve ser calculado de acordo com a equação a seguir:

$$z_a = \frac{a_R^2}{R_B t_w}$$

Em que:  $R_B$  é o raio traçado com relação ao eixo da alma da viga;  $a_R$  é o espaçamento dos enrijecedores transversais, medido ao longo do eixo da alma da viga; e  $t_w$  é a espessura da alma.

Se  $z_a \leq 1,0$ , a resistência ao cisalhamento pode ser determinada de acordo com a EN 1993-1-5 (2020), utilizando o passo a passo anterior. Se  $1,0 < z_a \leq 50$ , a seguinte expressão deve ser utilizada:

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} = \chi_w h_w t_w \frac{f_{yw}}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

Onde:

$$\chi_w = 1,0, \text{ para } \bar{\lambda}_w \leq \bar{\lambda}_{w,0}$$

$$\chi_w = A_\chi \bar{\lambda}_w^2 + B_\chi \bar{\lambda}_w + C_\chi, \text{ para } \bar{\lambda}_{w,0} < \bar{\lambda}_w < 1,1$$

$$\chi_w = \frac{A_\chi}{B_\chi + \bar{\lambda}_w}, \text{ para } 1,1 \leq \bar{\lambda}_w \leq 3,0$$

$$\bar{\lambda}_{w,0} = 0,4, \text{ para } Z_a \leq 30$$

$$\bar{\lambda}_{w,0} = 0,3, \text{ para } Z_a > 30$$

Os parâmetros  $A_\chi$ ,  $B_\chi$  e  $C_\chi$  devem ser obtidos de acordo com a Tabela 3 e a esbeltez relativa da alma  $\bar{\lambda}_w$  mediante a equação prescrita em sequência.

Tabela 3 – Parâmetros  $A_\chi$ ,  $B_\chi$  e  $C_\chi$  conforme Anexo B da EN 1993-2 (2024).

$\bar{\lambda}_w$	$A_\chi$	$B_\chi$	$C_\chi$
$\bar{\lambda}_{w,0} \leq \bar{\lambda}_w \leq 1,1$	$A_\chi = -\frac{Z_a}{57,7} - 0,48$	$B_\chi = \frac{Z_a}{86} + 0,25$	$C_\chi = -\frac{Z_a}{367} + 1,0$
$1,1 < \bar{\lambda}_w \leq 3,0$	$A_\chi = \frac{335,5 - Z_a}{380}$	$B_\chi = \frac{3,7 + Z_a}{47,5}$	–

Fonte: elaborada pela autora.

$$\bar{\lambda}_w = \frac{a_R}{37,4 \varepsilon t_w \sqrt{k_{\tau,za}}}$$

Em que:

$$\alpha_w = h_w / a_R$$

$$k_{\tau,za} = A_k + B_k (1/\alpha_w)^2$$

O fator de instabilidade ao cisalhamento  $k_{\tau,za}$  é determinado com base na relação de aspecto da alma  $\alpha_w$  e nos indicadores  $A_k$  e  $B_k$ , todos definidos pela Tabela 4.

Tabela 4 – Indicadores  $A_k$  e  $B_k$  conforme Anexo B da EN 1993-2 (2024).

$\alpha_w$	$A_k$	$B_k$
$\alpha_w \leq 1,0$	$A_k = 0,214Z_a + 2,88$	$B_k = 5,343 - \frac{Z_a}{175,6}$
$\alpha_w > 1,0$	$A_k = 0,096Z_a + 5,15$	$B_k = 0,135Z_a + 3,18$

Fonte: elaborada pela autora.

A sucessão de etapas descrita vai garantir, portanto, que a resistência ao cisalhamento de vigas I de aço seja adequadamente mensurada, levando-se em consideração os efeitos da curvatura. Registra-se que esse progresso especificado no Código Europeu foi viabilizado pela atualização, realizada em 2024, na EN 1993-2 do EUROCODE 3.

### 4.3.3 AASHTO

A Associação Americana de Autoridades Estaduais de Rodovias e Transportes (AASHTO) é uma organização, sem fins lucrativos, cujos padrões e diretrizes têm influência global, sendo utilizados em diversos países como base para projetos de infraestrutura viária. Embora tenha sido emitido um documento (*Guide Specifications for Horizontally Curved Highway Bridges*) pela AASHTO, em 1980, estabelecendo as primeiras regras específicas para o projeto de pontes rodoviárias com curvatura horizontal, as lacunas de conhecimento inviabilizaram os processos de projeto e análise referentes a pontes curvas.

Posteriormente, as orientações do referido guia foram incorporadas e atualizadas nas edições subsequentes do manual técnico de especificações para projetos de pontes usando o método LRFD (AASHTO LRFD *Bridge Design Specifications*). A normativa americana adota uma abordagem simplificada e empírica para o dimensionamento de vigas I curvas de aço, sendo que, em sua forma atual, os procedimentos de *design* são desarticulados ou difíceis de usar. A dificuldade de interpretação envolvida pode acabar resultando em estruturas excessivamente conservadoras e antieconômicas ou, ainda, incapazes de cumprir os níveis de segurança pretendidos. Logo, para incluir, de maneira precisa, o dimensionamento de pontes curvas nas cláusulas do Projeto baseado em Fatores de Carga e Resistência (LRFD), é essencial produzir dados realísticos, e estatisticamente significativos, para a formulação de equações predictoras calibradas e refinadas.

A AASHTO LRFD *Bridge Design Specifications*, na Seção 6 – *Steel Structures*, apresenta disposições abrangentes para o projeto de vigas de aço, em forma de I, retas ou curvas. A resistência nominal ao cisalhamento é definida pela soma da resistência à flambagem por cisalhamento com a resistência pós-flambagem, oriunda da ação do campo de tensão, e pode ser determinada a partir da equação abaixo, desde que a seção ao longo de todo o painel da alma seja proporcional e satisfaça o seguinte critério de limitação de esbeltez:  $\frac{2Dt_w}{(b_{fc}t_{fc}+b_{ft}t_{ft})} \leq 2,5$ .

$$V_n = V_p \left[ C + \frac{0,87(1 - C)}{\sqrt{1 + (d_0/D)^2}} \right]$$

Onde  $V_p$  pode ser definido como:

$$V_p = 0,58F_{yw}Dt_w$$

Sendo que:  $D$  é a altura total da alma da viga;  $d_0$  é o diâmetro de uma abertura (se existir) no painel da alma;  $V_n$  é a resistência nominal ao cisalhamento;  $V_p$  é a resistência plástica ao cisalhamento; e  $C$  é o coeficiente de redução devido à flambagem por cisalhamento da alma, sendo estabelecido conforme os critérios expostos na Tabela 5.

Tabela 5 – Definição do parâmetro adimensional  $C$ .

$\frac{D}{t_w}$	$C$
$\frac{D}{t_w} \leq 1,12 \sqrt{\frac{E_k}{f_{yw}}}$	$C = 1,0$
$1,12 \sqrt{\frac{E_k}{f_{yw}}} < \frac{D}{t_w} \leq 1,40 \sqrt{\frac{E_k}{f_{yw}}}$	$C = \frac{1,12}{D/t_w} \sqrt{\frac{E_k}{f_{yw}}}$
$\frac{D}{t_w} > 1,40 \sqrt{\frac{E_k}{f_{yw}}}$	$C = \frac{1,57}{(D/t_w)^2} \left( \frac{E_k}{f_{yw}} \right)$

Fonte: elaborada pela autora.

O coeficiente de redução  $C$  também pode retratar a presença de aberturas no painel da alma, sendo calculado, neste caso, da seguinte maneira:

$$C = 5 + \frac{5}{(d_0/D)^2}$$

As equações apresentadas nesta seção ajudam no dimensionamento de vigas de aço, ajustando a resistência ao cisalhamento da alma e garantindo projetos mais seguros, capazes de prevenir falhas por flambagem, especialmente em estruturas esbeltas ou com aberturas.

A presença de aberturas e a flambagem por cisalhamento são considerações importantes que foram trazidas pela normativa americana, principalmente, para o caso de vigas retas, mas que não se aplicam diretamente às vigas curvas sem modificações adicionais. Isso porque, quando levamos em conta a curvatura de uma viga, a análise torna-se mais complexa devido às forças adicionais e ao comportamento não linear, que podem afetar tanto a resistência ao cisalhamento quanto a flambagem da alma.

## 5 METODOLOGIA

A modelagem com o Método dos Elementos Finitos (MEF) foi efetuada, por intermédio do *software* ABAQUS, para simular o desempenho estrutural de vigas I com curvatura horizontal submetidas a esforços cortantes. Segundo Vieira (2019), a etapa de simulação no programa compreende três estágios obrigatórios: pré-processamento, simulação e pós-processamento. Assim, na etapa de pré-processamento, foram definidos os dados de entrada do modelo físico, tais como geometria tridimensional, propriedades do material, condições de carregamento e de contorno da estrutura, bem como o tipo e o tamanho da malha de elementos finitos. Na simulação, como a escolha do *solver* mais adequado depende de dois fatores principais, como a natureza do fenômeno estudado e a velocidade de processamento do computador, adotou-se um Processador Intel Core i7 juntamente com o algoritmo de resolução pertencente ao método implícito usado pelo ABAQUS/*Standard*. Por fim, na fase de pós-processamento, os resultados da modelagem foram visualizados a partir de ferramentas gráficas e animações disponibilizadas pelo *software*.

O modelo desenvolvido foi calibrado com base nos testes experimentais e resultados numéricos produzidos por Shanmugam *et al.* (2003), que incluíram vigas I curvas de aço. Após a validação do modelo, realizada por meio da comparação dos resultados obtidos neste trabalho e aqueles reportados na literatura de referência, deu-se início a um estudo paramétrico voltado à análise de vigas I curvas com dimensões realistas. O objetivo foi investigar a influência do raio de curvatura e de outras variáveis geométricas na capacidade resistente das vigas, além de avaliar a precisão das recomendações presentes na EN 1993-1-5 (2020) e EN 1993-2 (2024) para a estimativa da resistência última ao cisalhamento de vigas I com curvatura horizontal.

Conforme apresentado na Figura 12 e na Tabela 6, o estudo paramétrico foi estruturado em três grupos de vigas, definidos a partir da altura da seção transversal I: Grupo I (1,0 m), Grupo II (2,5 m) e Grupo III (4,0 m). Para cada grupo, foram analisadas combinações envolvendo cinco valores de raio de curvatura, seis de esbeltez da alma e três relações de aspecto, determinadas pelo espaçamento entre enrijecedores transversais dividido pela altura livre da alma.

Na Figura 12, a primeira coluna apresenta alguns protótipos representantes das vigas do Grupo I, enquanto a coluna central reúne modelos típicos do Grupo II, e a última exhibe vigas do Grupo III. Ao todo, foram criados 180 modelos numéricos, os quais foram identificados de acordo com a expressão padrão ilustrada na figura, que combina o grupo, a espessura da alma, a relação de aspecto e o raio de curvatura.

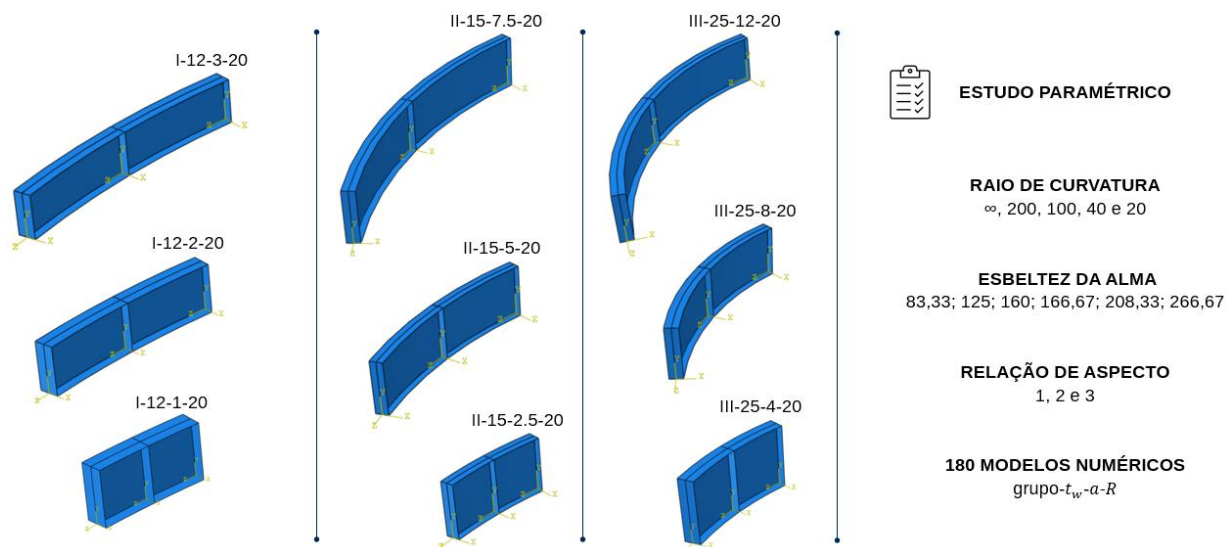


Figura 12 – Representação esquemática dos grupos de vigas I curvas analisadas no estudo paramétrico.  
Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 6 – Parâmetros geométricos considerados no estudo paramétrico.

Grupo	$R$ (m)	$h_w$ (m)	$t_w$ (m)	$h_w/t_w$	$a$ (mm)	$a/h_w$
I	∞; 200; 100; 40; 20	1,0	8; 12	83,33; 125	1; 2; 3	
II	∞; 200; 100; 40; 20	2,5	12; 15	166,67; 208,33	2,5; 5; 7,5	1; 2; 3
III	∞; 200; 100; 40; 20	4,0	15; 25	160; 266,67	4; 8; 12	

Fonte: elaborada pela autora.

## 5.1 Modelagem numérica

A normativa europeia EN 1993-1-5 (2020), em seu Anexo C, sugere que, para o adequado dimensionamento de estruturas, utilizando o método dos elementos finitos, alguns cuidados especiais sejam adotados com:

1. A modelação da estrutura e o estabelecimento das condições de contorno;
2. A escolha do *software* e da documentação;
3. O uso de imperfeições;
4. A modelagem das propriedades materiais;
5. As cargas aplicadas;
6. A modelagem dos critérios de estado limite;
7. A aplicação dos fatores de segurança parciais.

Segundo a norma, a escolha do tipo e do tamanho do elemento finito determinam a precisão dos resultados pretendidos, sendo que, para a validação de um modelo numérico, simulações podem ser realizadas a partir de um refinamento na densidade de malha, ou seja, por meio de um aumento sucessivo no número de elementos finitos. A modelagem MEF pode ser realizada para a estrutura como um todo, ou para uma parte dela, e as condições de contorno dos apoios e carregamentos aplicados devem ser escolhidas de modo que os resultados sejam conservadores.

Para a construção dos modelos numéricos referentes às vigas I curvas em estudo, no módulo *Part* do ABAQUS, foi definida a geometria tridimensional das vigas, com o auxílio da técnica de revolução, que possibilitou a geração da curvatura necessária. No módulo *Property*, foram definidas as propriedades elásticas e plásticas do material e o comportamento elastoplástico não-linear do aço. No módulo *Step* do *software*, definiram-se os métodos de análise a serem utilizados. Para a inserção das condições de contorno, no módulo *Load*, admitiu-se um apoio de primeiro gênero nas extremidades da viga, para restringir seu movimento em relação ao eixo  $y$ , e, para evitar seu tombamento, foram inseridas restrições de movimento em relação ao eixo  $x$  nos enrijecedores transversais. No mesmo módulo *Load*, cargas pontuais foram aplicadas no centro da viga. Em seguida, no módulo *Mesh*, foram estabelecidos o tipo do elemento finito e a densidade de malha a serem utilizados. Antes do processamento das simulações no módulo *Job*, foram inseridas as imperfeições e não linearidades geométricas. Na etapa pós-processamento, foi possível visualizar os resultados numéricos obtidos e entender como as mudanças na esbeltez e no raio de curvatura das vigas influenciaram a sua capacidade resistente.

### 5.1.1 Modelagem do material

O aço foi modelado como um material isotrópico com uma superfície de escoamento de von Mises e uma equação constitutiva elastoplástica foi usada para todas as análises. Para calibrar o modelo numérico, as propriedades do material foram retiradas dos testes de Shanmugam *et al.* (2003), garantindo, assim, melhor correspondência dos resultados numéricos com aqueles obtidos nos ensaios conduzidos em laboratório. No módulo *Property* do *software*, foi criado e atribuído um tipo de aço para a alma e outro para os flanges, sendo que cada um apresentou propriedades elásticas (módulo de Young  $E$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ ) e plásticas (tensão de escoamento  $\sigma_y$  e deformação plástica igual a 0), conforme Tabela 1. As propriedades dos reforços transversais foram consideradas, em todos os casos, iguais às da alma.

Já no estudo paramétrico, foi adotado um aço grau S355 para todos os componentes das vigas, em concordância com estudos semelhantes relatados por Chacón *et al.* (2010, 2013) e Bonilla *et al.* (2023, 2025). Portanto, a resistência ao escoamento foi fixada em 355 MPa e, consoante Yun e Gardner (2017), considerou-se um módulo de elasticidade de 210 GPa. Supõe-se que o aço se comporte linearmente e obedeça a lei de Hook até o limite elástico; a partir de então, no ponto  $f_y$  (limite de escoamento), o material começa a deformar plasticamente e a tensão se mantém aproximadamente constante, indicando um comportamento perfeitamente plástico. Para simular o comportamento não linear, foi adotada uma redução no módulo de Young ( $E/10000$ ), como ilustrado na Figura 13. Essa abordagem reflete a deformação plástica do material até a tensão de ruptura e foi implementada no ABAQUS, utilizando a opção PLASTIC, para capturar a resposta não linear do aço.

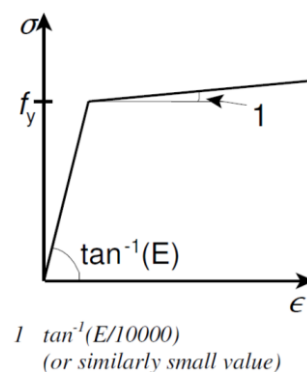


Figura 13 – Modelo representativo do comportamento elastoplástico não linear do aço.  
Fonte: Anexo C da EN 1993-1-5 (2020).

Embora a EN 1993-1-5 (2020) considere o endurecimento do aço em alguns de seus modelos de referência relativos ao comportamento do material, Rodriguez (2016) expõe duas razões para não se utilizar os efeitos do tratamento térmico mencionado:

- a. Quando o objetivo é analisar a instabilidade de painéis curvos frente a esforços cortantes, o cálculo da resistência ao cisalhamento utilizando o modelo de material não endurecido é uma atitude conservadora, capaz de garantir que as estruturas reais estejam sempre ao lado da segurança.
- b. Os resultados numéricos de resistência ao cisalhamento podem ser comparados com os valores de resistência atingidos manualmente de acordo com a EN 1993-1-5 (2020), e sabe-se que o efeito do endurecimento não está incluído nos métodos de dimensionamento da referida normativa.

### 5.1.2 Modelagem da geometria e condições de contorno

Como dito anteriormente, as bases da modelagem numérica foram obtidas a partir dos ensaios experimentais da pesquisa sobre comportamento da carga última em vigas I curvas sob esforços cortantes de Shanmugam *et al.* (2003). Sendo assim, com o auxílio do ABAQUS, no módulo *Part*, por meio do comando *Create Part* e da técnica de revolução (*Revolution*), foi realizada a modelagem espacial 3D das vigas curvas ensaiadas, em formato *shell*. Como o próprio nome da técnica sugere, é criada uma linha de referência que funciona como eixo de revolução, de tal modo que o *software* cria o corte revolucionado, girando a seção transversal em torno do eixo, a partir de um ângulo de revolução especificado ( $\alpha$ ) e um raio de curvatura  $R$  (Figura 14).

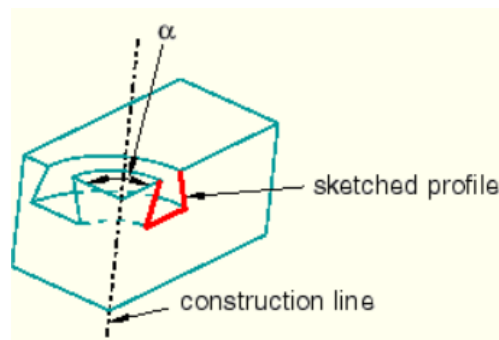


Figura 14 – Técnica *Revolution* no ABAQUS.  
Fonte: Manual de uso do ABAQUS/CAE.

O raio de curvatura  $R$  da viga é representado pela distância entre o centro da alma e a linha de referência, como mostra a Figura 15. O comprimento total da viga é dado pela multiplicação do raio de curvatura  $R$  pela relação  $L/R$  (já disponibilizada na Tabela 1), mais a distância entre o apoio da viga principal e a extremidade da viga secundária (150 mm) multiplicada por dois. Logo, tem-se que o comprimento total do arco pode ser calculado pela equação correspondente ao  $L_{V\tilde{A}O}$ .

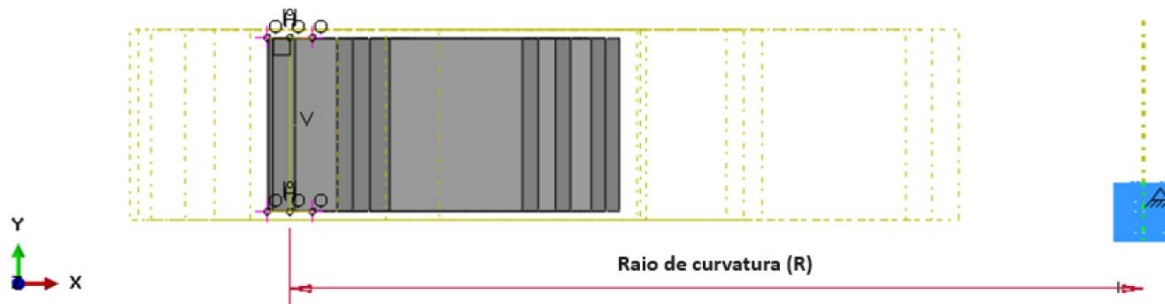


Figura 15 – Técnica de revolução aplicada ao perfil I das vigas modeladas numericamente.  
Fonte: elaborada pela autora.

$$L_{V\tilde{A}O} = L/R \times R + 300 \text{ mm}$$

Para que seja inserido o comprimento de arco corretamente no *software*, é preciso encontrar o ângulo de rotação  $\alpha$ , usando a equação abaixo, que corresponda ao  $L_{V\tilde{A}O}$  requerido (Figura 16).

$$\alpha = \frac{180 \times L_{V\tilde{A}O}}{\pi \times R}$$

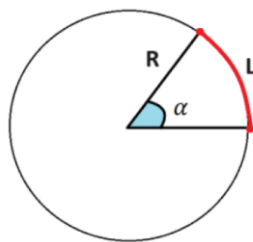


Figura 16 – Arco de uma circunferência.  
Fonte: elaborada pela autora.

Para as condições de contorno do modelo numérico, foram impedidos os deslocamentos em  $y$ , na região dos apoios, simbolizando uma viga simplesmente apoiada (Figura 6). Para simular o efeito dos tirantes (Figura 5), posicionados no centro da viga, nos ensaios de Shanmugam *et al.* (2003), foi inserida uma restrição de movimento, em relação ao eixo  $x$ , no ponto superior do enrijecedor central da viga principal. Os reforços transversais serviram para evitar qualquer modo de falha não exigido no estudo. Além disso, com o fim de representar o efeito das vigas secundárias sobre a principal, o deslocamento em  $x$  foi bloqueado nos enrijecedores das duas extremidades. Para assegurar que a viga permanecesse alinhada com o ponto de ação da carga, houve restrição de movimentação em  $z$ , no meio do vão, na face do flange inferior.

Vale ressaltar que, para a modelagem apropriada das vigas, em cada seção transversal onde se estabeleceram as condições de contorno, foi necessário instituir um sistema de coordenadas local, em decorrência da geometria curva. A Figura 17 e a Tabela 7 evidenciam, de forma

detalhada, as condições de contorno inseridas no modelo numérico, em que 0 e 1 significam, respectivamente, que o deslocamento na direção indicada está “restrito” ou “livre”.

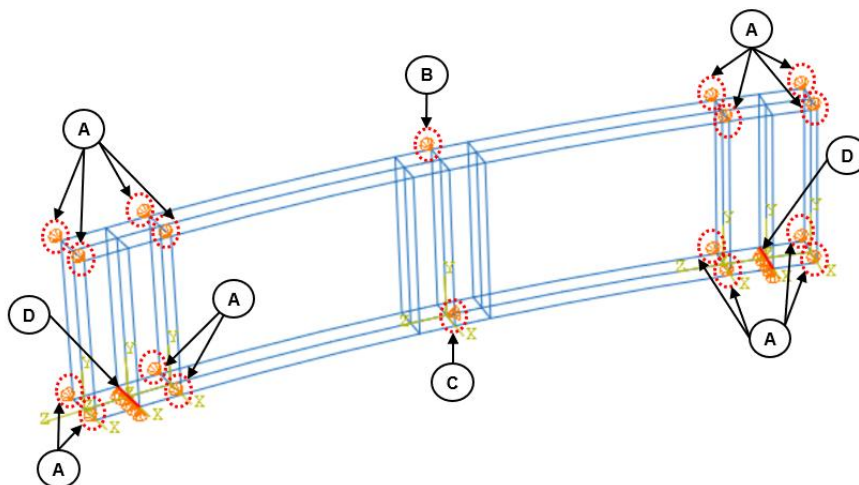


Figura 17 – Detalhe das condições de contorno estabelecidas para o modelo numérico.  
Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 7 – Restrições de movimento conforme os experimentos de Shanmugam *et al.* (2003).

Descrição	X	Y	Z
A	0	1	1
B	0	1	1
C	1	1	0
D	1	0	1

Fonte: elaborada pela autora.

Finalmente, foram aplicadas cinco cargas pontuais no meio do vão da viga, conforme a Figura 18, mais especificamente na região, do flange superior, envolvendo os enrijecedores centrais. Nos dois modelos criados, *Buckling* e *Riks*, foi inserido o valor de 200 N, equivalente a cada uma das cargas concentradas, totalizando 1 kN.

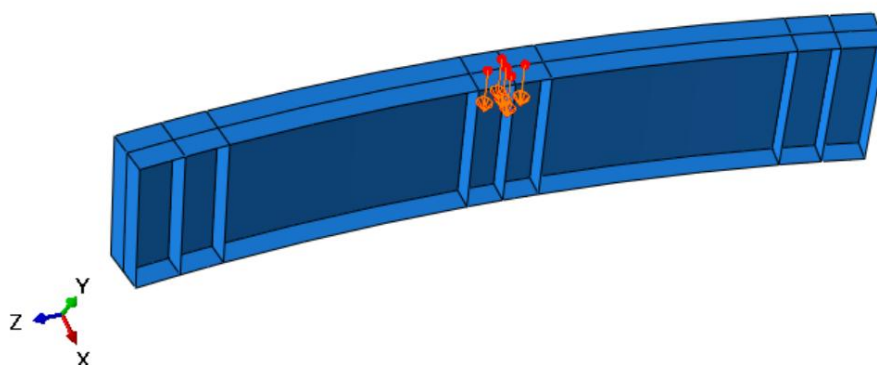


Figura 18 – Tipo do carregamento aplicado no centro da viga.  
Fonte: elaborada pela autora.

### 5.1.3 Método de análise utilizado

A partir de uma análise não linear, foi possível considerar o efeito de irregularidades materiais e geométricas no comportamento pós-flambagem e na resistência última ao cisalhamento das vigas estudadas. Esta abordagem permitiu uma representação mais realista do desempenho estrutural das vigas até a ruptura, incluindo a formação e a evolução do campo de tensões e o desenvolvimento da capacidade pós-crítica. O algoritmo de Newton-Raphson, normalmente empregado no solucionador ABAQUS/Standard para resolver problemas não lineares de deformação elastoplástica, divide o processo de análise em uma série de etapas de incremento de carga, e a resposta estrutural é calculada após cada acréscimo, o que permite a atualização, por etapa, das tensões acumuladas e coordenadas nodais, de maneira a incorporar as não linearidades do material e geométricas (Figura 19). É conveniente que, independentemente do procedimento iterativo, seja definido o tamanho de cada etapa, por meio do controle de carga, deslocamento ou comprimento de arco (Riks, 1979; Mathies e Strang, 1979; Crisfield, 1983).

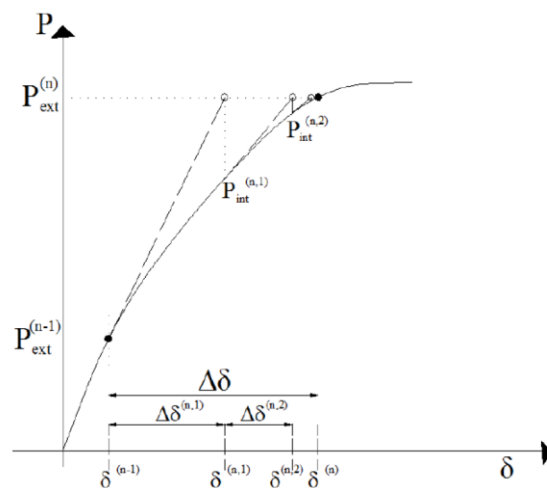


Figura 19 – Método padrão de Newton-Raphson.  
Fonte: Chacón (2009).

A análise não linear foi conduzida, portanto, utilizando o método de comprimento de arco, adequado para capturar tanto o comportamento pré-crítico quanto o pós-crítico das vigas I curvas. Para assegurar que a resposta estrutural fosse acompanhada até a perda global de estabilidade ou até a queda acentuada de resistência, adotou-se um critério de parada baseado na verificação da convergência estável da solução pós-crítica. A análise *Riks* era manualmente interrompida quando o incremento de carga associado ao parâmetro do método *arc-length* se tornava persistentemente negativo, indicando a aproximação do colapso. Esse procedimento assegurou que o ponto de resistência última fosse identificado de forma consistente, evitando progressões numéricas espúrias após a perda significativa de rigidez.

A fim de se realizar o processo de análise, foram criados dois modelos no ABAQUS (*Buckling* e *Riks*) e, no módulo *Step* de cada um deles, foram definidos seus respectivos tipos de análise. O modelo *Buckling* incluiu o *step Initial* e o *step* do tipo *Buckle*, capaz de efetuar uma análise de flambagem por autovalores para estabelecer os prováveis modos de falha da estrutura. Em seguida, identificou-se, entre os modos de flambagem obtidos, o precursor simétrico e análogo ao colapso por cisalhamento, com a intenção de se utilizá-lo, em momento posterior, na determinação da imperfeição geométrica inicial da estrutura. Para armazenar as informações relacionadas aos modos de falha da estrutura, editou-se o *keywords* do *Buckling*, conforme a Figura 20, acrescentando os comandos destacados na cor magenta.

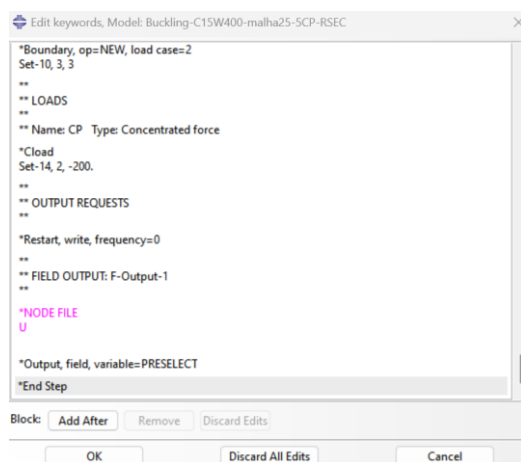


Figura 20 – *Keywords* do modelo *Buckling* (análise *Buckle*).  
Fonte: elaborada pela autora.

O modelo *Riks* inseriu a imperfeição geométrica obtida na análise *Buckle*, utilizando o código IMPERFECTION, e processou uma análise pós-flambagem com auxílio do *step Static Riks*. Para introduzir a imperfeição no *software*, foi necessário editar o *keywords* do *Riks*, de acordo com a Figura 21, acrescentando novos comandos na cor magenta.

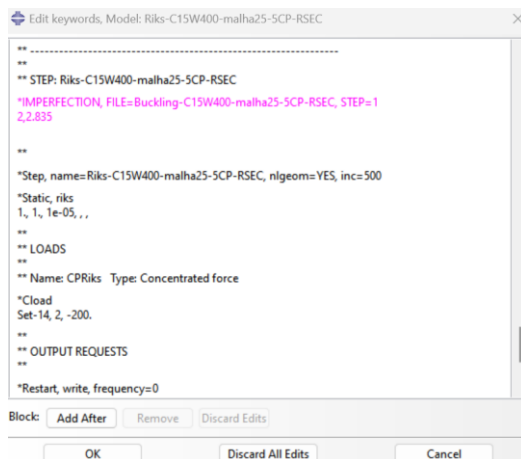


Figura 21 – *Keywords* do modelo *Riks* (análise *Static Riks*).  
Fonte: elaborada pela autora.

Considerou-se uma amplitude máxima nas condições iniciais do modo de flambagem adotado, determinada pela relação  $\frac{h_w}{200}$ , conforme as diretrizes da EN 1993-1-5 (2020), Anexo C, para painéis ou subpainéis. É válido destacar que o uso dessa amplitude relativa, para incorporar os efeitos das imperfeições, leva em consideração tanto as irregularidades geométricas quanto as tensões residuais, e esse preceito é amplamente empregado por diversos autores em análises numéricas de vigas I curvas de aço (Rodríguez, 2016; Mirambell *et al.*, 2016; Bonilla *et al.*, 2023, 2025). O sinal da amplitude (positivo ou negativo) deve ser testado para que se possa adotar aquele que fornece o resultado de carga última mais conservador, segundo recomenda a própria normativa.

Adicionalmente, a não linearidade geométrica deve ser ativada no *step* correspondente à análise *Static Riks*, para que o modelo constitutivo seja elastoplástico não linear, conforme Figura 22(c). Caso contrário, a estrutura seguirá um comportamento elastoplástico perfeito, como mostrado na Figura 22(b), e este não é o resultado desejado.

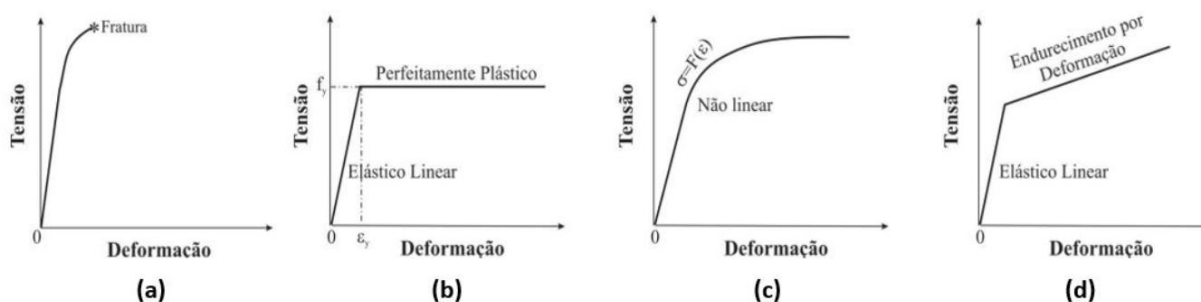


Figura 22 – Diagramas tensão-deformação do aço.  
Fonte: Machado (2013).

No que diz respeito aos modos de flambagem gerados pelo *software*, foram selecionados, em um primeiro momento, aqueles que mais se assemelhavam aos resultados de instabilidade frente a esforços cortantes dos experimentos de Shanmugam *et al.* (2003), conforme a Figura 23. Segundo Rodríguez (2016), para que haja correspondência do modo de flambagem com o tipo de falha esperado para as vigas I curvas em estudo, as seguintes características precisam ser observadas:

- a. Se o campo de tensões ativado nos painéis da alma apresenta-se na direção cisalhante.
- b. Se o modo de flambagem é simétrico em ambos os painéis da alma, dado que o modelo numérico é, longitudinal e transversalmente, idêntico com relação à carga, condições de contorno e geometria.

- c. Se o deslocamento máximo no painel da alma ocorre no sentido do raio de curvatura da viga, garantindo que a forma abaulada seja projetada na mesma direção, atendendo aos ensaios experimentais.



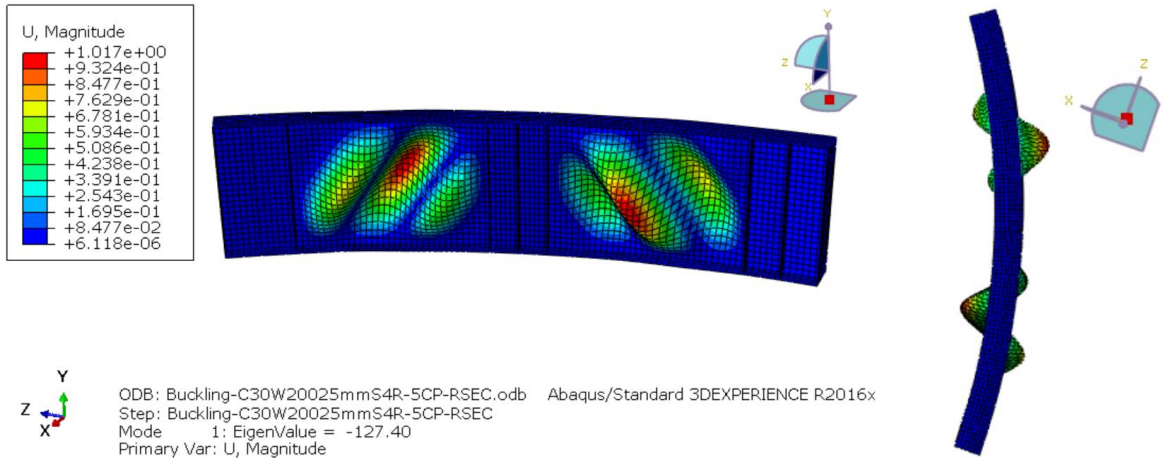
Figura 23 – Campo de tensões verificado em ensaios experimentais com vigas I curvas.  
Fonte: Shanmugam *et al.* (2003).

A Tabela 8 apresenta os diferentes modos de flambagem identificados para a viga C30W200, a partir da análise de autovalores realizada no *software* ABAQUS. Os modos obtidos evidenciam as formas de instabilidade do painel da alma, classificadas conforme a natureza do deslocamento predominante e a simetria da deformação:

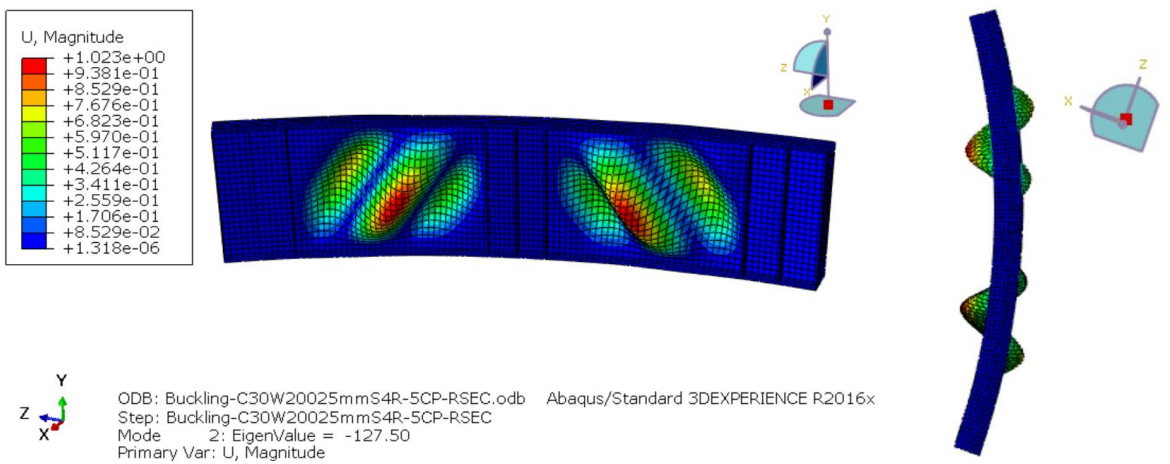
- Modo 1: comportamento anti-cisalhante e assimétrico.
- Modo 2: comportamento anti-cisalhante e simétrico.
- Modo 4: comportamento cisalhante e assimétrico.
- Modo 5: comportamento cisalhante e simétrico.

Durante a calibração do modelo numérico e com o propósito de atuar a favor da segurança, a ideia primária era escolher o modo de flambagem que gerasse o menor valor de resistência ao cisalhamento. Acontece que, após uma análise detalhada, variando esse modo de flambagem e o sinal da amplitude ( $h_w/200$ ), percebeu-se que a divergência numérica entre os valores de resistência última era ínfima, sendo conveniente, portanto, escolher o primeiro modo de flambagem por cisalhamento e o sinal negativo como padrões para todas as análises, sem se perder o pressuposto conservador.

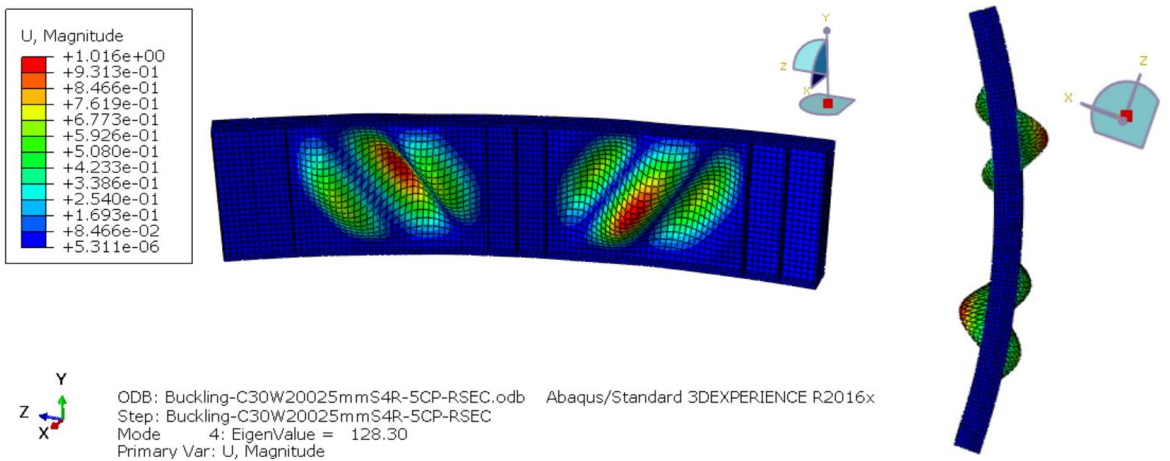
Tabela 8 – Modos de flambagem da viga C30W200.



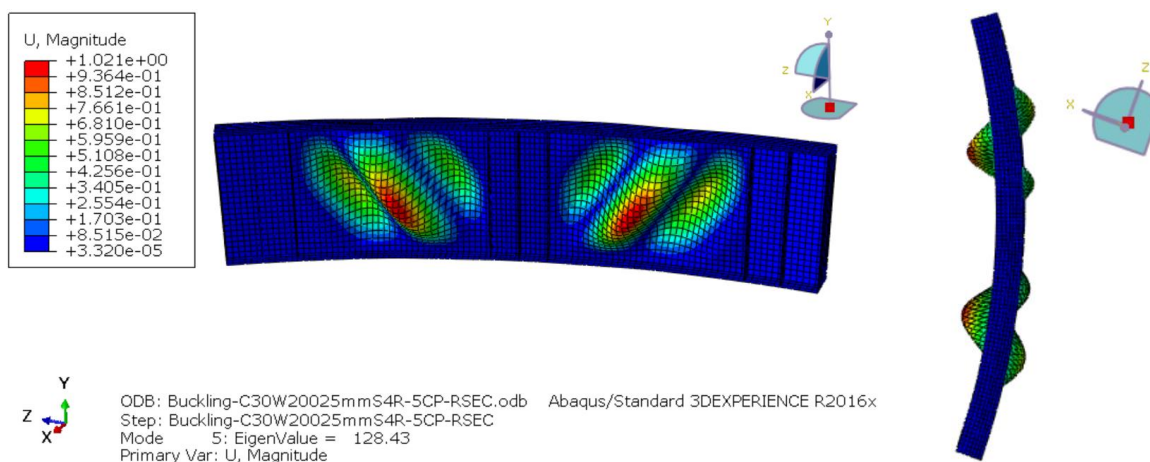
Modo de Flambagem 1



Modo de Flambagem 2



Modo de Flambagem 4



**Modo de Flambagem 5**

Fonte: elaborada pela autora.

Como pode ser visto, no caso da viga C30W200, notou-se que o primeiro modo simétrico e correspondente ao tipo de falha esperado foi o Modo de Flambagem 5. Diante do exposto e conforme as etapas supracitadas, foi possível conduzir a modelagem numérica das vigas dos experimentos de Shanmugam *et al.* (2003): C00W200, C00W400, C15W200, C15W400, C30W200, C30W400, C45W200 e C45W400.

## 5.2 Calibração do modelo numérico

Uma adequada discretização da malha de elementos finitos é fundamental para alcançar boa precisão nos resultados numéricos pretendidos e, ao mesmo tempo, garantir que o tempo de processamento das análises seja aceitável. Sendo assim, levando em consideração o custo computacional envolvido, um estudo da malha foi efetuado com o objetivo de identificar o tamanho e o tipo de elemento finito que fornecessem soluções numéricas mais próximas dos resultados experimentais de Shanmugam *et al.* (2003). Inicialmente, foram testados três tipos diferentes de elemento finito (S4R, S4 e S3) e três densidades de malha (45 mm, 35 mm e 25 mm), para cada uma das vigas, obtendo-se uma variação desde malhas mais grosseiras até outras bastante finas. Em seguida, por motivo de brevidade, será apresentada apenas a análise de malha efetuada para a viga C15W400.

A Tabela 9 e a Figura 24 indicam que os elementos do tipo S4R e S4 obtiveram boa similaridade com os resultados experimentais, enquanto o elemento finito S3, por sua vez, não obteve um bom desempenho, proporcionando valores de carga última bem distantes do esperado. Pode-se observar, ainda, que a malha composta pelo elemento S4R de 25 mm, contendo 5.297 elementos quadriláteros *Shell-181*, apresentou o valor de  $P_{u,abaq}$  com melhor estimativa em relação ao

resultado experimental, com uma relação  $\frac{P_{u,abaq}}{P_{u,expt}}$  de 1,02. Por fim, percebe-se que, quanto maior a quantidade de elementos finitos, melhor é a correspondência entre os resultados numéricos e a carga experimental.

Tabela 9 – Estudo de malha para a viga C15W400.

Viga	Altura (mm)	Malha		Quantidade de Elementos Finitos	Carga Última (kN)		$\frac{P_{u,abaq}}{P_{u,expt}}$
		Tipo do Elemento	Densidade (mm)		$P_{u,abaq}$	$P_{u,expt}$	
C15W400	583,64	S4R	45	1.728	476,04	456	1,04
			35	2.412	468,93		1,03
			25	5.297	463,40		1,02
		S4	45	1.728	488,64		1,07
			35	2.412	477,29		1,05
			25	5.297	467,59		1,03
		S3	45	3.456	531,26		1,17
			35	4.824	572,04		1,25
			25	10.594	521,15		1,14

Fonte: elaborada pela autora.

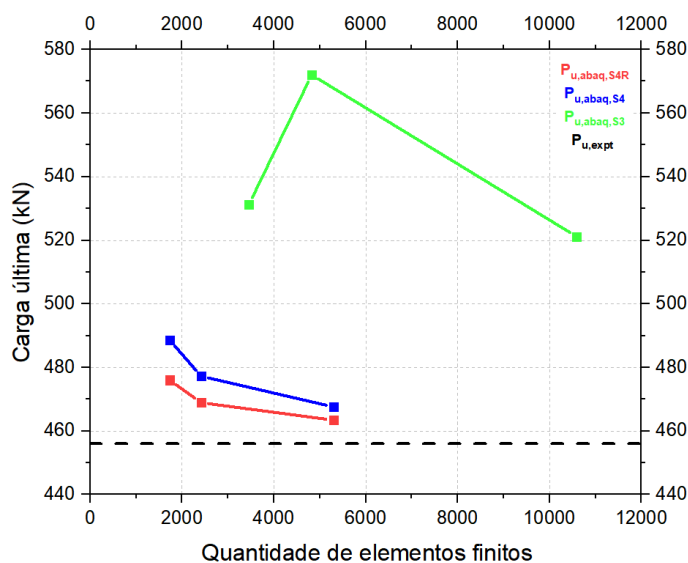
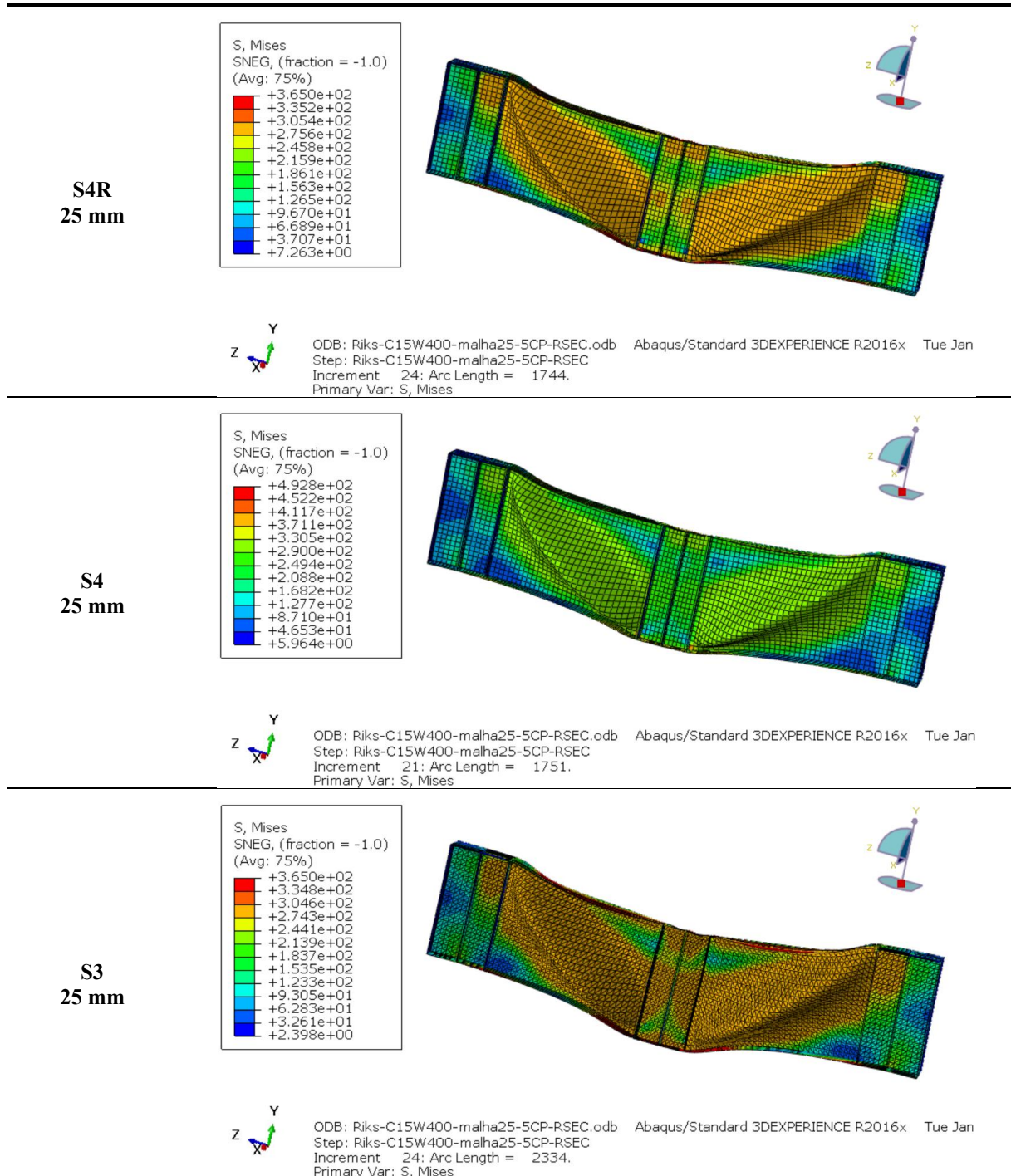


Figura 24 – Análise da densidade de malha para a viga C15W400.

Fonte: elaborada pela autora.

A Tabela 10, representada a seguir, evidencia os diferentes diagramas de tensões de von Mises para a viga C15W400, obtidos a partir da variação do tipo de elemento finito (S4R, S4 e S3), considerando a malha mais refinada (25 mm) da análise granulométrica proposta nesta seção.

Tabela 10 – Tensões de von Mises para a viga C15W400.



Fonte: elaborada pela autora.

Todo o procedimento apresentado foi aplicado às demais vigas experimentais de Shanmugam *et al.* (2003) e, a partir disso, foi possível concluir que os elementos do tipo *shell* S4R, de 25x25 mm, relacionaram excelentes resultados e bom custo computacional, sendo escolhidos, então, para a modelagem das vigas que foram objeto do estudo paramétrico. Além disso, o elemento de casca quadrilátero de quatro nós, disponível na biblioteca do ABAQUS, com capacidade de integração reduzida e alta resistência a deformações, demonstrou adequado desempenho em

estudos anteriores que abordaram fenômenos de instabilidade semelhantes (Gozzi *et al.*, 2006; Gozzi, 2007; Shanmugam *et al.*, 2003; Oliveira Pedro *et al.*, 2025).

### 5.3 Validação do modelo numérico

A Tabela 11 exibe uma comparação entre os resultados experimentais e numéricos alcançados por Shanmugam *et al.* (2003) e aqueles obtidos a partir do estudo desenvolvido até aqui. Vale ressaltar que, nesta pesquisa, foi adotada a imperfeição máxima recomendada pela EN 1993-1-5 (2020), equivalente  $h_w/200$ , enquanto Shanmugam *et al.* (2003) considerou a espessura da alma ( $t_w$ ) como magnitude da imperfeição geométrica inicial. Pode-se observar que os valores de carga última obtidos neste trabalho são similares aos experimentais e numéricos encontrados por Shanmugam *et al.* (2003), com diferenças relativas inferiores a 10% para a maioria das vigas analisadas, o que valida a representatividade do modelo numérico desenvolvido.

Tabela 11 – Comparação dos resultados obtidos com os de Shanmugam *et al.* (2003).

Amostras de Teste por Shanmugam <i>et al.</i> (2003)	Carga Última, $P_u$ (kN)			$\frac{P_{u,expt}}{P_{u,abaq}}$
	$P_{u,expt}$	$P_{u,num}$	$P_{u,abaq}$	
C00W200	241	221	234,01	1,03
C00W400	460	510	537,46	0,86
C15W200	232	244	242,80	0,96
C15W400	456	481	463,40	0,98
C30W200	198	219	206,60	0,96
C30W400	367	399	389,20	0,94
C45W200	195	210	201,02	0,97
C45W400	345	375	336,40	1,03
			Média	0,965
			COV	0,053

Fonte: elaborada pela autora.

Observa-se, por meio da Tabela 11, que os modelos numéricos referentes às vigas C15W400 e C45W200 resultaram em cargas de ruptura iguais a 463,40 kN e 201,02 kN, respectivamente; posto que a carga última alcançada nos ensaios experimentais foi de 456 kN e 195 kN, pode-se afirmar que a precisão dos modelos desenvolvidos foi bem satisfatória, atingindo percentuais equivalentes a 98% e 97% em cada uma dessas vigas.

Para concluir a validação do modelo numérico, foram apresentadas as tensões de von Mises e a sobreposição dos diagramas carga-deslocamento, experimental e numérico, das duas vigas mencionadas acima. A Figura 25 demonstra a semelhança no comportamento das curvas

referentes à viga C15W400, sendo que a carga última, equivalente a 463,40 kN, foi aferida a partir de um deslocamento de, aproximadamente, 10 mm.

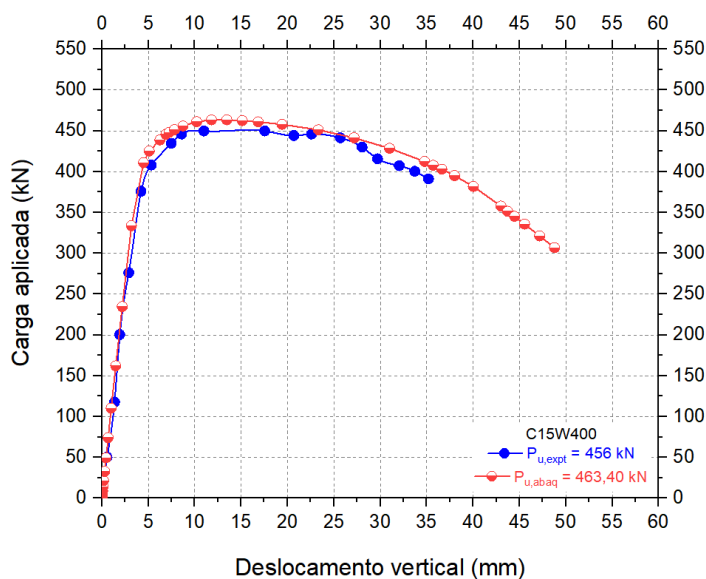


Figura 25 – Diagrama de carga última  $P_u$  e deslocamento para a viga C15W400.  
Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 26, por sua vez, ilustra a distribuição de tensões de von Mises nesta viga e evidencia o modo de falha cisalhante, quando o painel curvo da alma atinge o seu limite de escoamento.

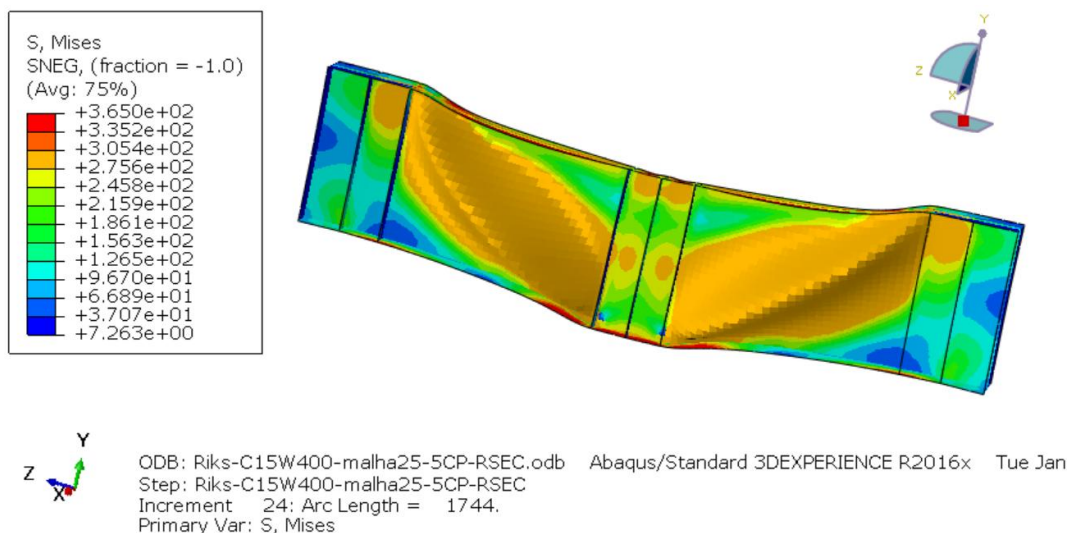


Figura 26 – Tensões de von Mises para a viga C15W400.  
Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 27 mostra o comportamento da viga C45W200 cuja alma rompeu devido a esforços cortantes. Ademais, por meio do gráfico representado na Figura 28, é possível perceber que o modelo numérico alcançou um valor de carga última de 201,02 kN, aproximando-se bem da

carga experimental de 195 kN, e que a resistência limite ao cisalhamento ocorreu em torno de 35 mm de deslocamento.

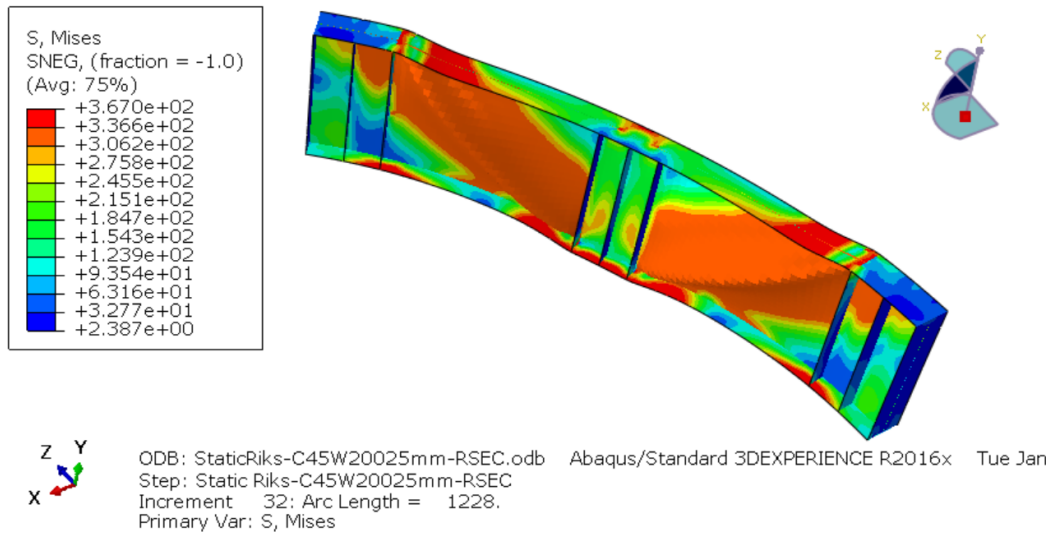


Figura 27 – Tensões de von Mises para a viga C45W200.  
Fonte: elaborada pela autora.

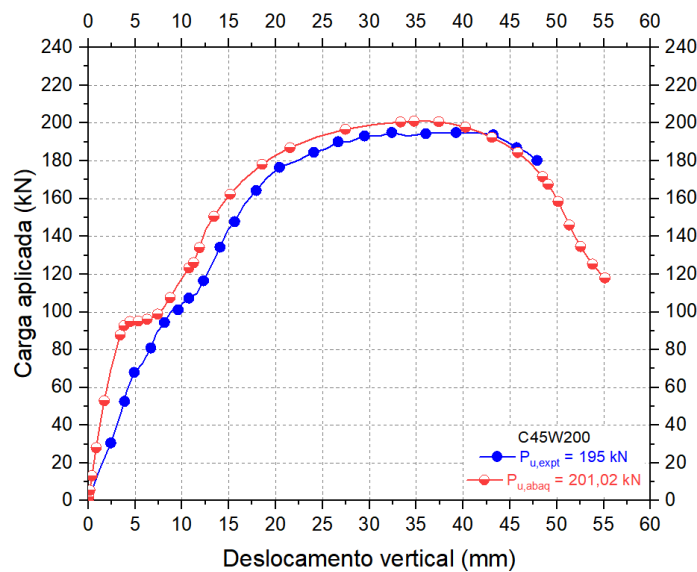


Figura 28 – Diagrama de carga última  $P_u$  e deslocamento para a viga C45W200.  
Fonte: elaborada pela autora.

Para complementar a análise de validação do modelo numérico, a Figura 29 apresenta as curvas carga-deslocamento vertical obtidas experimentalmente e previstas pelo Método dos Elementos Finitos para as demais vigas ensaiadas por Shanmugam *et al.* (2003), nomeadamente C15W200, C30W200, C30W400 e C45W400. Verifica-se que, em todos os casos, as curvas numéricas reproduzem de forma satisfatória a tendência global observada nos resultados experimentais, capturando adequadamente a rigidez inicial e a resistência última. Pequenas discrepâncias são notadas em trechos específicos do ramo descendente das curvas, provavelmente associadas às particularidades experimentais e simplificações inerentes ao processo da modelagem numérica.

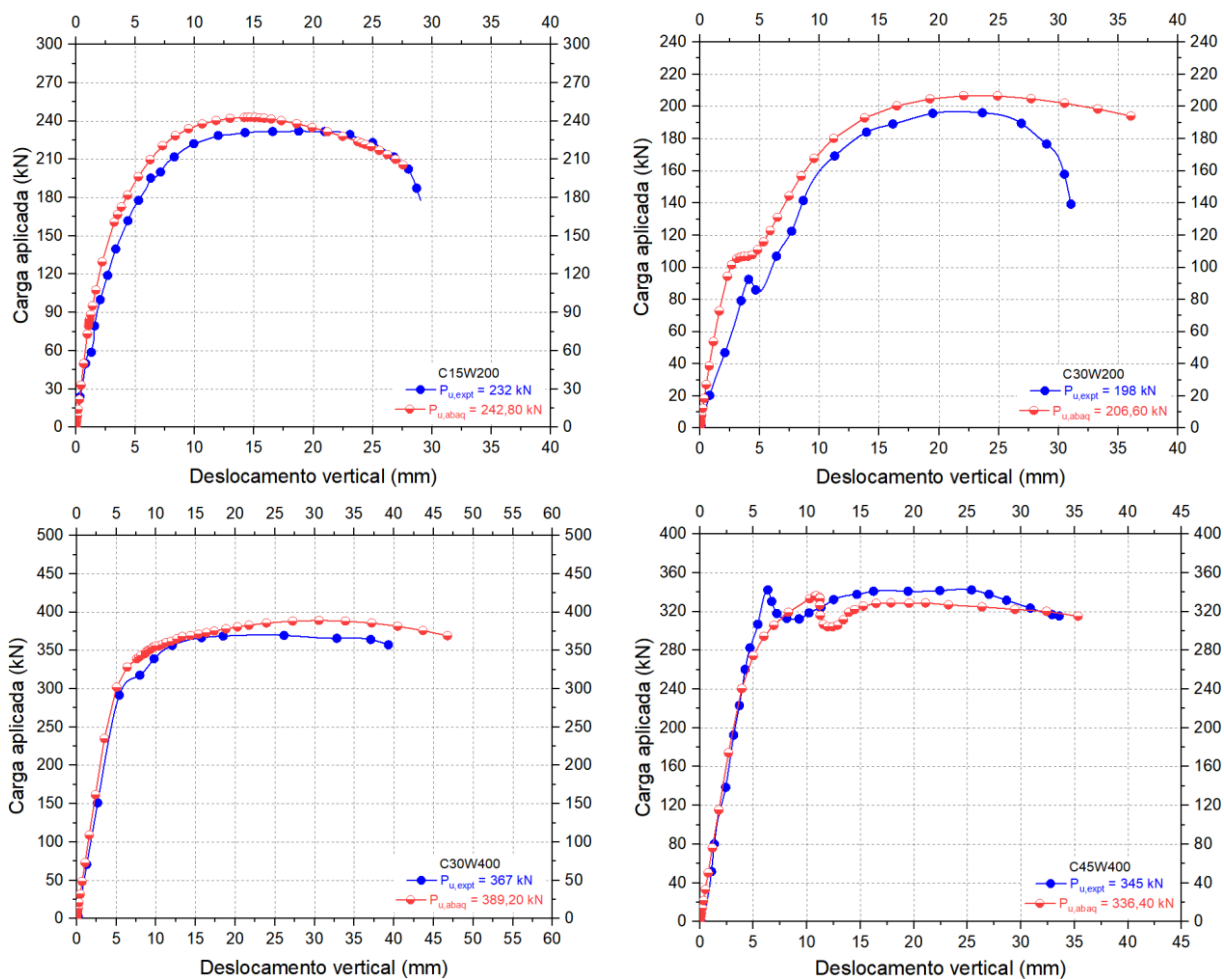


Figura 29 – Curvas carga-deslocamento para C15W200, C30W200, C30W400 e C45W400.  
 Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 30, por sua vez, permite uma comparação geral que evidencia a redução de rigidez das vigas a partir do aumento da curvatura. A curva carga-deslocamento vertical das vigas com  $15^\circ$  apresenta comportamento próximo ao da viga reta correspondente, enquanto as vigas de  $30^\circ$  e  $45^\circ$  exibem queda significativa tanto na rigidez quanto na resistência. Observa-se, ainda, que todas as vigas apresentam resposta linear nas fases iniciais de carregamento, tornando-se não linear à medida que a carga evolui.

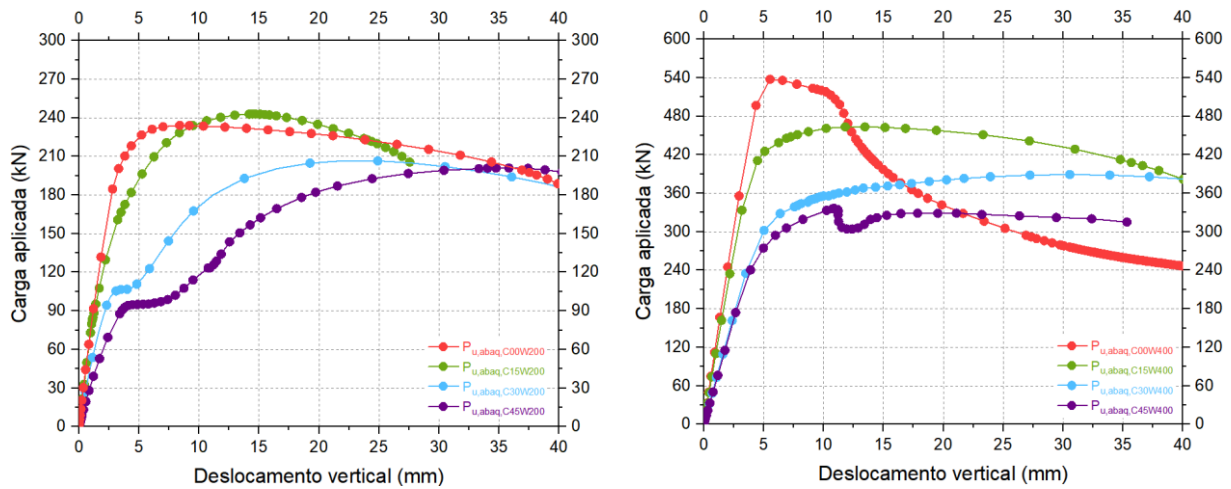
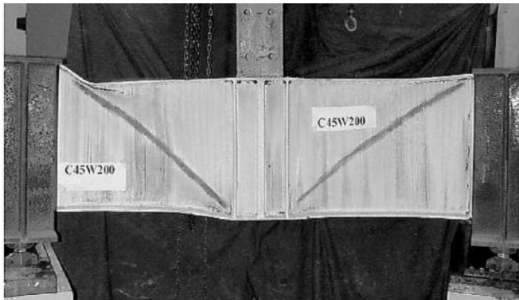
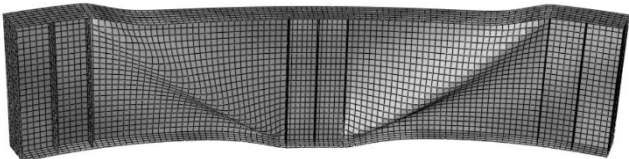
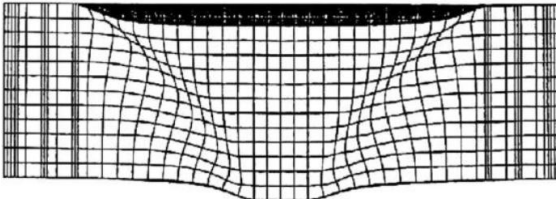



Figura 30 –  $P_u$  das vigas com espessura da alma igual a 2 mm (esquerda) e 4 mm (direita).  
Fonte: elaborada pela autora.

Em síntese, a Tabela 12 mostra a correspondência entre a deformação final e o modo de falha observados experimentalmente e aqueles previstos numericamente para a viga C45W200. Nota-se que, tanto na vista côncava quanto na convexa, o modelo numérico foi capaz de reproduzir satisfatoriamente as linhas de flambagem diagonal da alma e os padrões de distorção dos painéis característicos da ruptura por cisalhamento. Essa consistência entre resultados experimentais e numéricos reforça a confiabilidade do modelo de elementos finitos adotado e conclui, de forma robusta, a etapa de validação numérica desta pesquisa.

Tabela 12 – Campo de deformação e modo de falha da viga C45W200.

Shanmugam <i>et al.</i> (2003)	Modelo Numérico (ABAQUS)
 <p>(vista côncava)</p>	 <p>(vista côncava)</p>
 <p>(vista convexa)</p>	 <p>(vista convexa)</p>

Fonte: elaborada pela autora.

## 5.4 Estudo paramétrico

Após os processos de calibração e validação apresentados nas seções anteriores, constatou-se que o modelo de elementos finitos desenvolvido é confiável e capaz de reproduzir os resultados experimentais, bem como de prever, com alta precisão, a resistência última ao cisalhamento de vigas I curvas de aço e o seu comportamento carga-deslocamento. Com base nisso, iniciou-se um estudo paramétrico, envolvendo diversas variáveis geométricas, com o intuito de avaliar a interferência de algumas delas no comportamento e na capacidade resistente de vigas I com curvatura horizontal e reforços transversais. Para analisar o desempenho das vigas, quanto à carga última e seu respectivo deslocamento vertical, parâmetros como raio de curvatura ( $R$ ), altura e espessura da alma ( $h_w$  e  $t_w$ , respectivamente), relação de esbeltez ( $h_w/t_w$ ) e espaçamento entre enrijecedores ( $a$ ) foram considerados como dados de entrada, em razão da sua relevância no projeto de vigas I curvas de aço.

Toda a base de informações referentes às variáveis de entrada e saída está disponibilizada no ANEXO A desta dissertação e as curvas carga *versus* deslocamento estão apresentadas na seção dos resultados. A Tabela 13, por sua vez, resume as variações de parâmetros adotadas no estudo paramétrico. No total, 180 simulações numéricas foram processadas, já que, para cada um dos 90 modelos propostos, foram consideradas duas configurações distintas de contraventamento.

Tabela 13 – Resumo do conjunto de variáveis consideradas no estudo paramétrico.

Grupo	$h_w$ (mm)	$a$ (mm)	$L$	$t_w$ (mm)	$t_f \times b_f$ (mm <sup>2</sup> )	$t_s$ (mm)	$R$ (m)	Nº de Vigas
I	1000	1000, 2000, 3000	$2a$	8, 12	20 x 400	30	$\infty$ , 200, 100, 40, 20	30
II	2500	2500, 5000, 7500	$2a$	12, 15	35 x 600	40	$\infty$ , 200, 100, 40, 20	30
III	4000	4000, 8000, 12000	$2a$	15, 25	50 x 1000	60	$\infty$ , 200, 100, 40, 20	30
Número total de simulações numéricas (I-III)								90

Nota: para todos os casos apresentados acima, considerou-se  $f_{yw} = f_{yf} = 355$  MPa.

Fonte: elaborada pela autora.

Sabe-se que as vigas com seção transversal I são formadas por um painel da alma curvo e dois flanges, designados como superior e inferior. Sendo assim, a relação de esbeltez da alma ( $h_w/t_w$ ) pode ser definida como a razão entre altura e espessura do painel curvo da viga, e a relação de esbeltez dos flanges ( $b_f/2t_f$ ) como a proporção entre largura e espessura destes componentes. Conforme estabelecido previamente, por meio da Tabela 13, foram combinados, para cada uma das três diferentes alturas do painel da alma ( $h_w$ ), dois valores de espessura ( $t_w$ ), gerando assim duas relações de esbeltez ( $h_w/t_w$ ) para cada um dos três grupos de vigas (Grupos I, II e III).

Para atender aos requisitos de proporção dos flanges especificados na AASHTO, os parâmetros  $t_f$  e  $t_w$  foram ajustados, dentro de cada um dos grupos, a fim de garantir a conformidade com a condição  $t_f \geq 1,1t_w$ , em concordância com o estabelecido na Subseção 6.10.2.2 – *Flange Proportions* – da referida normativa. Além disso, as dimensões da seção transversal foram selecionadas de modo que fossem consistentes com valores comumente encontrados na prática, para pontes com vigas I curvas de aço, e que atendessem aos requisitos  $b_f \geq h_w/6$  e  $b_f/2t_f \leq 12$ , de acordo com o recomendado pela mesma norma.

As distâncias entre reforços transversais foram relacionadas, de forma adimensional, com  $h_w$ . Assim, foram adotados, estrategicamente, para a relação de aspecto ( $a/h_w$ ), valores iguais a 1, 2 e 3. Vale apontar que a variabilidade da relação de aspecto também é de grande importância para o estudo da instabilidade devido ao cisalhamento, já que a localização dos enrijecedores condicionará que o modo de falha ocorra por esforço cortante.

Adicionalmente, devido à sua relevância no projeto de vigas I curvas de aço, o principal parâmetro modificável foi o raio de curvatura  $R$ , que sofreu variações compatíveis com aquelas normalmente encontradas em pontes. Quinze relações  $a/R$  foram obtidas, progressivamente, para cada um dos grupos declarados na Tabela 13, sendo que a menor delas, e equivalente a zero, tinha ligação com as vigas retas, enquanto a maior tinha correspondência com a máxima curvatura imposta. Portanto, para cada amostra de viga que sofreu efeito de diversas encurvaduras, existiu uma viga reta, com relação  $a/R = 0$ , que serviu como referência para visualizar a evolução do comportamento estrutural.

Essas variáveis de entrada do estudo paramétrico foram utilizadas para denominar as 90 vigas originalmente previstas, de maneira que fosse possível construir, sistematicamente, uma base de dados com todas elas. A forma padrão de identificação das amostras respeitou, portanto, o seguinte formato: grupo- $t_w$ - $a$ - $R$ . Sendo assim, uma viga do Grupo I com espessura da alma de 8 mm, espaçamento entre enrijecedores equivalente a 1 m e raio de curvatura igual a 20 m foi nomeada como: I-8-1-20.

Embora, inicialmente, tivessem sido fixados 90 modelos de vigas para o estudo paramétrico desta dissertação, percebeu-se, no decorrer dos processamentos computacionais, que, devido a questões práticas, as condições de contorno dos modelos numéricos necessitavam envolver duas abordagens distintas. Em imagens de pontes reais, observou-se o posicionamento de pórticos transversais (*cross-frames*), em intervalos regulares, conectando as vigas longitudinais entre si. Esse tipo de contraventamento é capaz de fornecer suporte lateral às vigas principais de uma ponte, ajudando na resistência às forças de torção e prevenindo a ocorrência de deslocamento lateral. Com a finalidade de representar o efeito dos pórticos transversais ou contraventamentos

laterais tipicamente utilizados em estruturas de pontes reais, os modelos de elementos finitos desenvolvidos não incluíram, explicitamente, estes componentes. Em vez disso, sua presença foi simulada por meio da aplicação de condições de contorno apropriadas que restringiram o deslocamento radial em nós selecionados.

Sendo assim, para representar o caso de junção entre viga e contraventamento lateral, o modelo numérico precisou conter restrição de movimento, no meio do vão e em relação ao eixo  $x$ , nos flanges superior e inferior (Configuração A). Já no caso das vigas sem *cross-frame*, houve impedimento de deslocamento radial apenas no flange superior (Configuração B). A primeira condição é a mais favorável, uma vez que não há risco de tombamento da viga e o painel curvo da alma experimenta um estado de cortante puro até romper. Por outra perspectiva, a segunda situação é a mais crítica, já que uma combinação de efeitos pode atuar na viga e gerar flambagem lateral torcional, episódio em que ocorre o tombamento da viga e ela não atinge o valor de carga última apenas por esforço cortante. Portanto, com o objetivo de capturar e analisar os resultados de forma apropriada, o estudo paramétrico completo envolveu 90 modelos de elementos finitos para cada configuração de contraventamento, resultando em um total de 180 simulações numéricas.

Ademais, ressalta-se que, em todas as amostras do estudo paramétrico, foi considerado um aço estrutural S355, com módulo de Young igual a 210 GPa. Sendo assim, o aço foi modelado como elastoplástico não linear, com o limite de escoamento da alma e dos flanges mantido constante e igual a 355 MPa.

Na subseção seguinte, foi apresentado o protótipo desenvolvido para o estudo paramétrico, com o fim de destacar as informações geométricas mais relevantes e as condições de contorno e de carregamento aplicadas às vigas I curvas. Finalmente, após o processamento das simulações, foram apresentados os resultados, por meio de tabelas e curvas carga-deslocamento construídas a partir dos valores de resistência última ao cisalhamento e de deslocamento vertical.

#### **5.4.1 Modelo numérico utilizado no estudo paramétrico**

Para o estudo de instabilidade devido a esforços cortantes nas vigas do estudo paramétrico, foram utilizados os mesmos princípios e fundamentos das simulações numéricas realizadas por Shanmugam *et al.* (2003). A geometria das vigas I curvas reforçadas transversalmente incluiu o uso de três enrijecedores, dispostos de forma que dividissem a viga em dois vãos igualmente espaçados. As condições de contorno utilizadas no modelo numérico impediram deslocamentos verticais e rotações tangenciais nas extremidades da viga ( $U_1=U_2=0$ ) e, no enrijecedor central,



A metodologia descrita nas seções anteriores desta dissertação foi mantida para a execução do estudo paramétrico proposto, assegurando a adequada representação das condições iniciais de instabilidade e fornecendo respostas numéricas coerentes com as observações experimentais. Informações complementares sobre as propriedades do material, o tipo de elemento finito adotado, a discretização da malha e as condições de contorno podem ser encontradas nas seções de calibração e validação numéricas.

## 6 RESULTADOS

As Tabelas 14 a 19 reúnem informações referentes às características geométricas das vigas dos Grupos I, II e III e aos valores numéricos da força cortante crítica elástica e da resistência última ao cisalhamento. Os resultados com a aplicação das formulações atuais da EN 1993-1-5 (2020) e da EN 1993-2 (2024) também foram incluídos nas tabelas, mas sem levar em consideração a contribuição dos flanges para a resistência, já que a recomendação para o cálculo da carga última dada pela EN 1993-2 (2024) considera apenas a contribuição da alma. Logo após, nas subseções seguintes, apresentou-se uma sequência de gráficos, de acordo com a esbeltez das vigas I curvas, com a intenção de se fazer uma análise dos gráficos de carga-deslocamento em relação às diferentes razões de aspecto estabelecidas no estudo paramétrico. Para mais detalhes, é possível também consultar o ANEXO A.

Tabela 14 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação  $h_w/t_w = 83,33$ .

Amostras	C	$t_w$ (mm)	$h_w$ (m)	$a$ (m)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)		EN 1993-1-5 (kN)	EN 1993-2 (kN)
							$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$	$V_{u,ENsg}$	$V_{u,ENcg}$
I-12-1-∞					∞	0	3.516,44	2.222,36		2.278,93
I-12-1-200					200	0,005	3.517,65	2.220,95		2.278,93
I-12-1-100	A	12	1	1	100	0,01	3.521,19	2.218,72	2.278,93	2.278,93
I-12-1-40					40	0,025	3.545,61	2.213,42		1.973,61
I-12-1-20					20	0,05	3.629,36	2.202,27		1.977,83
I-12-2-∞					∞	0	2.529,49	1.928,87		1.877,60
I-12-2-200					200	0,01	2.531,01	1.928,15		1.774,05
I-12-2-100	A	12	1	2	100	0,02	2.535,46	1.925,55	1.877,60	1.622,68
I-12-2-40					40	0,05	2.565,75	1.913,52		1.540,26
I-12-2-20					20	0,1	2.665,03	1.882,37		1.421,68
I-12-3-∞					∞	0	2.256,75	1.358,14		1.793,45
I-12-3-200					200	0,015	2.258,34	1.351,77		1.650,66
I-12-3-100	A	12	1	3	100	0,03	2.263,03	1.345,57	1.793,45	1.546,14
I-12-3-40					40	0,075	2.294,42	1.326,42		1.289,01
I-12-3-20					20	0,15	2.393,88	1.286,53		756,37
I-12-1-∞					∞	0	3.504,02	2.222,19		2.278,93
I-12-1-200					200	0,005	3.505,18	2.220,38		2.278,93
I-12-1-100	B	12	1	1	100	0,01	3.521,19	2.218,04	2.278,93	2.278,93
I-12-1-40					40	0,025	3.533,05	2.210,91		1.973,61
I-12-1-20					20	0,05	3.616,79	2.197,21		1.977,83
I-12-2-∞					∞	0	2.528,95	1.926,37		1.877,60
I-12-2-200					200	0,01	2.530,41	1.907,27		1.774,05
I-12-2-100	B	12	1	2	100	0,02	2.534,83	1.882,51	1.877,60	1.622,68
I-12-2-40					40	0,05	2.565,06	1.790,05		1.540,26
I-12-2-20					20	0,1	2.665,06	1.574,77		1.421,68
I-12-3-∞					∞	0	2.255,19	1.356,65		1.793,45
I-12-3-200					200	0,015	2.256,85	1.331,64		1.650,66
I-12-3-100	B	12	1	3	100	0,03	2.261,91	1.294,02	1.793,45	1.546,14
I-12-3-40					40	0,075	2.295,90	1.162,43		1.289,01
I-12-3-20					20	0,15	2.392,82	1.286,10		756,37

Nota: a coluna C refere-se às condições de apoio que representam as configurações de contraventamento A e B.

Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 15 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação  $h_w/t_w = 125$ .

Amostras	C	$t_w$ (mm)	$h_w$ (m)	$a$ (m)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)		EN 1993-1-5 (kN)	EN 1993-2 (kN)
							$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$	$V_{u,ENsg}$	$V_{u,ENCg}$
							I-8-1-∞			
I-8-1-200					200	0,005	1.124,45	1.242,98		1.012,86
I-8-1-100	A	8	1	1	100	0,01	1.126,81	1.239,18	1.012,86	952,25
I-8-1-40					40	0,025	1.142,94	1.226,54		941,88
I-8-1-20					20	0,05	1.196,10	1.202,48		922,22
I-8-2-∞					∞	0	830,97	1.093,25		834,49
I-8-2-200					200	0,01	831,82	1.098,02		806,04
I-8-2-100	A	8	1	2	100	0,02	834,34	1.100,18	834,49	783,77
I-8-2-40					40	0,05	851,25	1.077,04		721,11
I-8-2-20					20	0,1	904,13	1.000,37		629,31
I-8-3-∞					∞	0	773,94	1.045,57		797,09
I-8-3-200					200	0,015	774,77	1.031,65		746,31
I-8-3-100	A	8	1	3	100	0,03	777,24	1.015,88	797,09	695,82
I-8-3-40					40	0,075	793,58	962,52		570,81
I-8-3-20					20	0,15	843,38	877,03		-
I-8-1-∞					∞	0	1.122,41	1.246,31		1.012,86
I-8-1-200					200	0,005	1.123,19	1.242,14		1.012,86
I-8-1-100	B	8	1	1	100	0,01	1.125,54	1.238,15	1.012,86	952,25
I-8-1-40					40	0,025	1.141,65	1.224,83		941,88
I-8-1-20					20	0,05	1.194,79	1.199,67		922,22
I-8-2-∞					∞	0	830,74	1.090,77		834,49
I-8-2-200					200	0,01	831,58	1.098,47		806,04
I-8-2-100	B	8	1	2	100	0,02	834,09	1.101,99	834,49	783,77
I-8-2-40					40	0,05	851,01	1.063,50		721,11
I-8-2-20					20	0,1	904,06	963,75		629,31
I-8-3-∞					∞	0	773,94	1.044,59		797,09
I-8-3-200					200	0,015	774,78	1.013,73		746,31
I-8-3-100	B	8	1	3	100	0,03	777,32	967,76	797,09	695,82
I-8-3-40					40	0,075	794,17	806,40		570,81
I-8-3-20					20	0,15	845,67	646,20		-

Nota 1: a coluna C refere-se às condições de apoio que representam as configurações de contraventamento A e B.

Nota 2: para a viga I-8-3-20, não foi possível calcular  $V_{u,ENCg}$ , porque  $z_a > 50$ .

Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 16 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação  $h_w/t_w = 166,67$ .

Amostras	C	$t_w$ (mm)	$h_w$ (m)	$a$ (m)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)		EN 1993-1-5 (kN)	EN 1993-2 (kN)
							$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$	$V_{u,ENsg}$	$V_{u,ENcg}$
							II-15-2.5-∞			
II-15-2.5-200					200	0,0125	2.690,22	4.617,87		3.400,27
II-15-2.5-100	A	15	2,5	2,5	100	0,025	2.753,35	4.559,37	3.560,83	3.380,93
II-15-2.5-40					40	0,0625	3.117,02	4.366,37		3.293,90
II-15-2.5-20					20	0,125	3.902,74	4.011,62		3.086,87
II-15-5-∞					∞	0	2.014,41	3.927,87		2.933,74
II-15-5-200					200	0,025	2.040,87	3.981,06		2.747,99
II-15-5-100	A	15	2,5	5,0	100	0,05	2.114,27	3.907,28	2.933,74	2.559,04
II-15-5-40					40	0,125	2.484,95	3.193,89		2.060,05
II-15-5-20					20	0,25	3.183,41	2.600,95		-
II-15-7.5-∞					∞	0	1.821,94	3.342,20		2.802,26
II-15-7.5-200					200	0,0375	1.847,92	3.267,85		2.365,57
II-15-7.5-100	A	15	2,5	7,5	100	0,075	1.918,28	3.127,97	2.802,26	1.981,11
II-15-7.5-40					40	0,1875	2.279,39	2.681,27		-
II-15-7.5-20					20	0,375	2.989,49	2.068,97		-
II-15-2.5-∞					∞	0	2.660,89	4.661,11		3.560,83
II-15-2.5-200					200	0,0125	2.682,77	4.600,09		3.400,27
II-15-2.5-100	B	15	2,5	2,5	100	0,025	2.746,01	4.533,68	3.560,83	3.380,93
II-15-2.5-40					40	0,0625	3.110,74	4.319,76		3.293,90
II-15-2.5-20					20	0,125	3.899,80	3.938,59		3.086,87
II-15-5-∞					∞	0	2.013,29	3.896,77		2.933,74
II-15-5-200					200	0,025	2.040,08	3.925,26		2.747,99
II-15-5-100	B	15	2,5	5,0	100	0,05	2.114,68	3.376,66	2.933,74	2.559,04
II-15-5-40					40	0,125	2.493,12	2.218,51		2.060,05
II-15-5-20					20	0,25	3.195,01	1.477,12		-
II-15-7.5-∞					∞	0	1.821,93	3.342,19		2.802,26
II-15-7.5-200					200	0,0375	1.850,60	2.540,19		2.365,57
II-15-7.5-100	B	15	2,5	7,5	100	0,075	1.928,56	1.864,74	2.802,26	1.981,11
II-15-7.5-40					40	0,1875	2.322,44	1.114,75		-
II-15-7.5-20					20	0,375	2.987,71	700,09		-

Nota 1: a coluna C refere-se às condições de apoio que representam as configurações de contraventamento A e B.  
 Nota 2: algumas vigas não apresentaram valores de resistência ao cisalhamento final calculados pela EN 1993-2, porque  $z_a > 50$ .

Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 17 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação  $h_w/t_w = 208,33$ .

Amostras	C	$t_w$ (mm)	$h_w$ (m)	$a$ (m)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)		EN 1993-1-5 (kN)	EN 1993-2 (kN)
							$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$	$V_{u,ENsg}$	$V_{u,ENcg}$
II-12-2.5-∞					∞	0	1.429,80	3.240,66		2.278,93
II-12-2.5-200					200	0,0125	1.447,33	3.194,77		2.202,91
II-12-2.5-100	A	12	2,5	2,5	100	0,025	1.497,00	3.144,98	2.278,93	2.197,88
II-12-2.5-40					40	0,0625	1.761,17	2.992,29		2.154,07
II-12-2.5-20					20	0,125	2.267,39	2.759,97		2.019,57
II-12-5-∞					∞	0	1.088,52	2.695,98		1.877,60
II-12-5-200					200	0,025	1.108,03	2.739,07		1.771,04
II-12-5-100	A	12	2,5	5,0	100	0,05	1.160,63	2.660,06	1.877,60	1.645,97
II-12-5-40					40	0,125	1.402,71	2.136,00		-
II-12-5-20					20	0,25	1.833,51	1.665,58		-
II-12-7.5-∞					∞	0	1.005,00	2.580,01		1.793,45
II-12-7.5-200					200	0,0375	1.023,70	2.510,79		1.508,94
II-12-7.5-100	A	12	2,5	7,5	100	0,075	1.073,18	2.394,93	1.793,45	1.246,08
II-12-7.5-40					40	0,1875	1.307,51	1.977,95		-
II-12-7.5-20					20	0,375	1.726,72	1.586,73		-
II-12-2.5-∞					∞	0	1.427,71	3.235,74		2.278,93
II-12-2.5-200					200	0,0125	1.445,24	3.185,75		2.202,91
II-12-2.5-100	B	12	2,5	2,5	100	0,025	1.494,95	3.132,16	2.278,93	2.197,88
II-12-2.5-40					40	0,0625	1.759,55	2.970,34		2.154,07
II-12-2.5-20					20	0,125	2.266,76	2.751,56		2.019,57
II-12-5-∞					∞	0	1.088,11	2.680,43		1.877,60
II-12-5-200					200	0,025	1.107,76	2.753,19		1.771,04
II-12-5-100	B	12	2,5	5,0	100	0,05	1.160,87	2.495,60	1.877,60	1.645,97
II-12-5-40					40	0,125	1.406,00	1.814,97		-
II-12-5-20					20	0,25	1.836,27	1.228,01		-
II-12-7.5-∞					∞	0	1.005,00	2.580,01		1.793,45
II-12-7.5-200					200	0,0375	1.024,97	2.156,67		1.508,94
II-12-7.5-100	B	12	2,5	7,5	100	0,075	1.078,01	1.528,29	1.793,45	1.246,08
II-12-7.5-40					40	0,1875	1.323,08	951,49		-
II-12-7.5-20					20	0,375	1.713,43	557,19		-

Nota 1: a coluna C refere-se às condições de apoio que representam as configurações de contraventamento A e B.  
 Nota 2: algumas vigas não apresentaram valores de resistência ao cisalhamento final calculados pela EN 1993-2, porque  $z_a > 50$ .

Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 18 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação  $h_w/t_w = 160$ .

Amostras	C	$t_w$ (mm)	$h_w$ (m)	$a$ (m)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)		EN 1993-1-5 (kN)	EN 1993-2 (kN)
							$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$	$V_{u,ENsg}$	$V_{u,ENcg}$
							III-25-4-∞			
III-25-4-200					200	0,02	7.732,10	12.457,05		9.389,68
III-25-4-100	A	25	4	4	100	0,04	8.134,95	12.193,15	9.891,18	9.276,18
III-25-4-40					40	0,1	10.058,70	11.293,15		8.785,45
III-25-4-20					20	0,2	13.532,95	9.566,05		7.742,50
III-25-8-∞					∞	0	5.637,50	10.597,35		8.149,28
III-25-8-200					200	0,04	5.820,15	10.686,45		7.305,31
III-25-8-100	A	25	4	8	100	0,08	6.284,20	9.782,05	8.149,28	6.517,29
III-25-8-40					40	0,2	8.148,10	7.316,10		-
III-25-8-20					20	0,4	11.197,90	6.320,70		-
III-25-12-∞					∞	0	5.004,50	8.188,90		7.784,05
III-25-12-200					200	0,06	5.183,10	7.817,05		5.910,78
III-25-12-100	A	25	4	12	100	0,12	5.622,90	7.284,30	7.784,05	-
III-25-12-40					40	0,3	7.542,55	5.411,35		-
III-25-12-20					20	0,6	10.531,85	3.993,70		-
III-25-4-∞					∞	0	7.562,10	12.658,45		9.891,18
III-25-4-200					200	0,02	7.708,60	12.393,20		9.389,68
III-25-4-100	B	25	4	4	100	0,04	8.112,45	12.094,75	9.891,18	9.276,18
III-25-4-40					40	0,1	10.044,90	11.115,90		8.785,45
III-25-4-20					20	0,2	13.529,60	9.322,40		7.742,50
III-25-8-∞					∞	0	5.634,05	10.510,20		8.149,28
III-25-8-200					200	0,04	5.819,40	9.391,30		7.305,31
III-25-8-100	B	25	4	8	100	0,08	6.292,65	7.152,90	8.149,28	6.517,29
III-25-8-40					40	0,2	8.185,90	4.289,25		-
III-25-8-20					20	0,4	11.129,40	2.894,02		-
III-25-12-∞					∞	0	5.003,85	8.190,90		7.784,05
III-25-12-200					200	0,06	5.200,25	5.252,35		5.910,78
III-25-12-100	B	25	4	12	100	0,12	5.683,50	3.371,27	7.784,05	-
III-25-12-40					40	0,3	7.675,45	1.982,81		-
III-25-12-20					20	0,6	10.505,15	976,12		-

Nota 1: a coluna C refere-se às condições de apoio que representam as configurações de contraventamento A e B.  
 Nota 2: algumas vigas não apresentaram valores de resistência ao cisalhamento final calculados pela EN 1993-2, porque  $z_a > 50$ .

Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 19 – Propriedades e carga última cisalhante das vigas com relação  $h_w/t_w = 266,67$ .

Amostras	C	$t_w$ (mm)	$h_w$ (m)	$a$ (m)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)		EN 1993-1-5 (kN)	EN 1993-2 (kN)
							$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$	$V_{u,ENsg}$	$V_{u,ENCg}$
III-15-4-∞					∞	0	1.814,96	5.422,90		3.560,83
III-15-4-200					200	0,02	1.900,85	5.320,95		3.493,37
III-15-4-100	A	15	4	4	100	0,04	2.110,80	5.248,05	3.560,83	3.487,75
III-15-4-40					40	0,1	2.862,72	5.038,40		3.331,21
III-15-4-20					20	0,2	3.958,91	4.740,77		-
III-15-8-∞					∞	0	1.376,91	4.437,77		2.933,74
III-15-8-200					200	0,04	1.464,88	4.418,00		-
III-15-8-100	A	15	4	8	100	0,08	1.656,21	3.953,77	2.933,74	-
III-15-8-40					40	0,2	2.285,88	3.375,07		-
III-15-8-20					20	0,4	3.246,77	2.855,74		-
III-15-12-∞					∞	0	1.282,04	4.187,20		2.802,26
III-15-12-200					200	0,06	1.364,11	3.774,63		-
III-15-12-100	A	15	4	12	100	0,12	1.540,92	3.900,40	2.802,26	-
III-15-12-40					40	0,3	2.151,73	2.462,56		-
III-15-12-20					20	0,6	3.091,06	2.761,89		-
III-15-4-∞					∞	0	1.813,68	5.417,80		3.560,83
III-15-4-200					200	0,02	1.899,58	5.316,65		3.493,37
III-15-4-100	B	15	4	4	100	0,04	2.109,64	5.242,75	3.560,83	3.487,75
III-15-4-40					40	0,1	2.862,19	5.027,50		3.331,21
III-15-4-20					20	0,2	3.958,26	4.717,07		-
III-15-8-∞					∞	0	1.376,61	4.421,60		2.933,74
III-15-8-200					200	0,04	1.464,95	4.282,25		-
III-15-8-100	B	15	4	8	100	0,08	1.657,59	3.877,93	2.933,74	-
III-15-8-40					40	0,2	2.287,80	2.689,38		-
III-15-8-20					20	0,4	3.243,87	1.865,81		-
III-15-12-∞					∞	0	1.282,03	4.189,60		2.802,26
III-15-12-200					200	0,06	1.367,19	3.463,34		-
III-15-12-100	B	15	4	12	100	0,12	1.550,15	2.452,95	2.802,26	-
III-15-12-40					40	0,3	2.149,33	1.303,17		-
III-15-12-20					20	0,6	2.972,73	796,24		-

Nota 1: a coluna C refere-se às condições de apoio que representam as configurações de contraventamento A e B.  
 Nota 2: algumas vigas não apresentaram valores de resistência ao cisalhamento final calculados pela EN 1993-2, porque  $z_a > 50$  ou  $\bar{\lambda}_w > 3$ .

Fonte: elaborada pela autora.

Por meio das tabelas que foram expostas acima, é possível comparar os valores de força cortante crítica elástica ( $V_{cr,FE}$ ) e de resistência última ao cisalhamento ( $V_{u,FE}$ ) obtidos numericamente, em ambas as configurações de contraventamento (A e B). Vale ressaltar que os valores obtidos na análise de elementos finitos são ligeiramente menores para a Configuração B em comparação com a Configuração A, em decorrência da restrição lateral reduzida no meio do vão das vigas. Essa constatação destaca a importância de engenheiros projetistas levarem em conta a influência da configuração de contraventamento, ao avaliarem a resistência última ao cisalhamento de vigas I curvas. Para a discussão dos resultados, a seguir, todos os gráficos foram apresentados com base na Configuração A, já que esta representa o modo de falha das vigas por cortante puro, que foi objeto de estudo desta dissertação.

## 6.1 Vigas curvas com relação de esbeltez $h_w/t_w = 83,33$ e $h_w/t_w = 125$

De acordo com as Tabelas 14 e 15, a Figura 32 apresenta as curvas de carga aplicada *versus* deslocamento vertical para as vigas do Grupo I ( $h_w = 1$  m), no caso da Configuração A. Para facilitar a análise dos resultados, os valores de carga última e os seus respectivos deslocamentos foram discriminados juntamente com os gráficos apresentados.

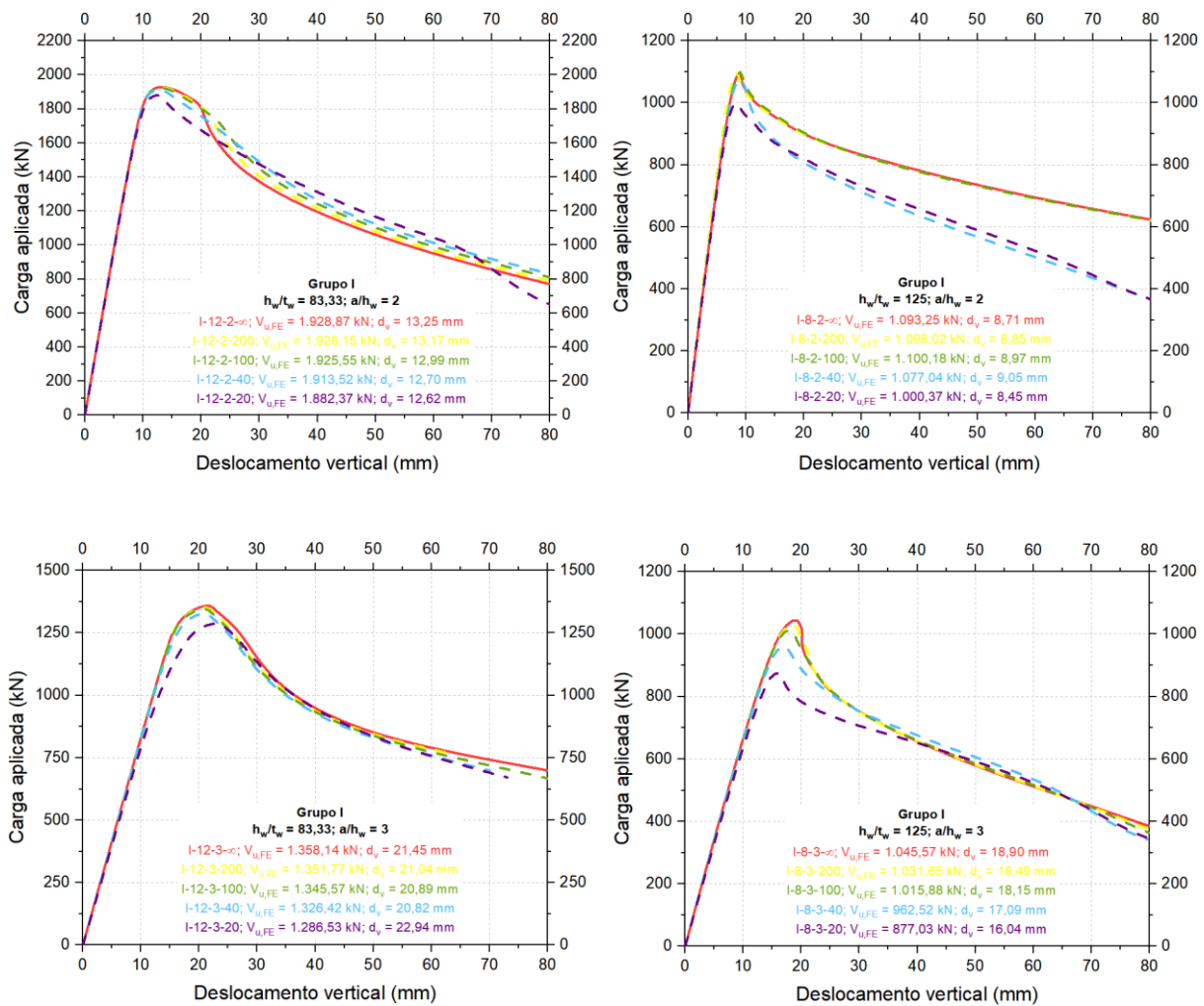


Figura 32 – Curvas carga *versus* deslocamento vertical ( $h_w/t_w = 83,33$  e  $h_w/t_w = 125$ ).

Fonte: elaborada pela autora.

Com o auxílio da Tabela 14, é possível verificar que, para todas as vigas com índice de esbeltez igual a 83,33, a força cortante crítica elástica ( $V_{cr,FE}$ ) foi maior do que a resistência última ao cisalhamento ( $V_{u,FE}$ ). Isso significa que não há capacidade pós-crítica. Por meio da Tabela 14 e da Figura 32, observa-se ainda que a resistência última ao cisalhamento diminui conforme o raio ( $R$ ) também diminui e, conseqüentemente, a curvatura horizontal e a relação  $a/R$  aumentam. Este comportamento foi constatado independente da relação de aspecto ( $a/h_w$ ) considerada (1, 2 ou 3). Além disso, os resultados mostram que a resistência ao cisalhamento para  $a/R = 0$  (viga reta) e  $a/R = 0,05$  apresenta valores bastante próximos, com variações

inferiores a 5% para ambas as Configurações A e B. O mesmo comportamento é verificado para  $a/R = 0,1$ , na Configuração A, com variação ainda abaixo de 5%; entretanto, na Configuração B, a diferença supera 10%.

Enquanto a carga última diminuiu, a resistência à flambagem elástica aumentou à medida que a curvatura das vigas foi acentuada, sendo possível perceber um acréscimo máximo, em relação à viga reta, não superior a 3,5%, quando  $a/R = 0,05$ , e a 5,5%, para  $a/R = 0,1$ . A Figura 33, a seguir, traz uma representação gráfica simplificada do que foi exposto acima, especificamente para as vigas com  $h_w/t_w = 83,33$  e relação de aspecto igual a 2, na Configuração A.

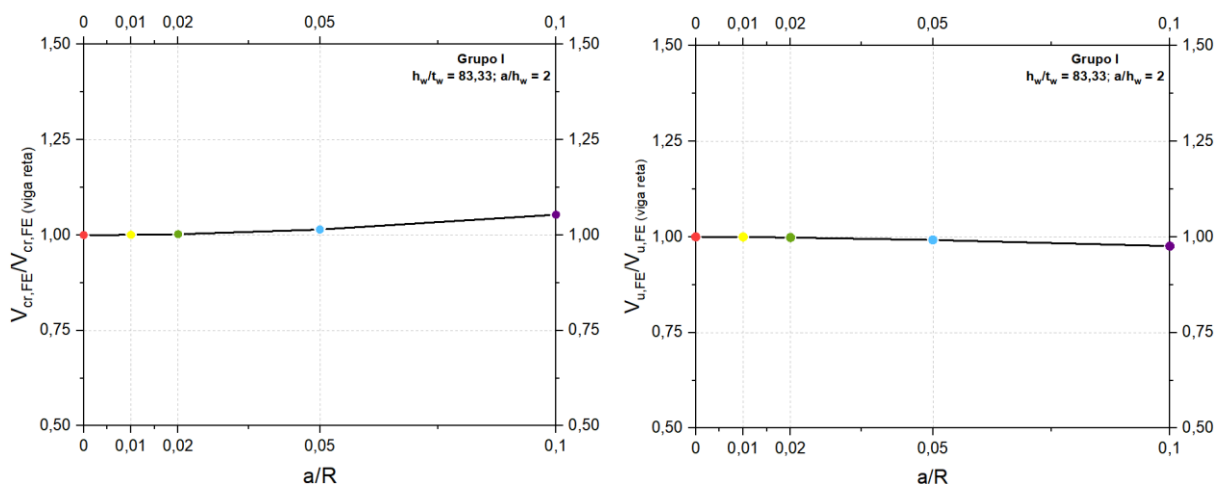


Figura 33 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com  $a/R$  para  $h_w/t_w = 83,33$ .  
Fonte: elaborada pela autora.

Na resistência última ao cisalhamento das vigas com  $h_w/t_w = 83,33$ , os deslocamentos verticais foram semelhantes para os diferentes valores de  $a/R$  dentro de cada relação de aspecto  $a/h_w$ . Como pode ser visto na Figura 32, no caso das vigas com  $a/h_w = 3$ , os deslocamentos variaram entre 21 e 23 mm. Já as outras relações de aspecto mantiveram a proporcionalidade para cada  $a/R$ , sendo possível encontrar deslocamentos próximos de 5 mm, para  $a/h_w = 1$ , e de 13 mm, para  $a/h_w = 2$ . Constatou-se, portanto, que os deslocamentos verticais aumentaram à medida que se ampliou a relação de aspecto das vigas.

A partir da Tabela 15, verifica-se que, no caso das vigas curvas com índice de esbeltez igual a 125, a força cortante crítica elástica foi menor do que a carga última, demonstrando que há capacidade pós-crítica. Após a análise da Tabela 15 e da Figura 32, pode-se concluir, de maneira geral, em relação às vigas do Grupo I, que, aumentando a curvatura horizontal, a resistência última ao cisalhamento diminuiu, mas a resistência à flambagem elástica aumenta. Assim como nas vigas com  $h_w/t_w = 83,33$ , as vigas com relação de esbeltez igual a 125, apresentaram valores de resistência ao cisalhamento para  $a/R = 0$  e  $a/R = 0,05$  bastante semelhantes em

ambas as configurações de contraventamento (Tabela 15). No entanto, para  $a/R = 0,1$ , quando  $h_w/t_w = 125$ , as diferenças observadas na resistência última aumentaram, atingindo valores próximos a 10%.

Considerando a Configuração A e  $h_w/t_w = 125$ , a maior redução na capacidade resistente ao cisalhamento, com relação ao painel da alma reto correspondente, foi alcançada pela viga com maior curvatura horizontal ( $a/R = 0,15$ ) e razão de aspecto igual a 3, sendo seu valor em torno 16%. Em contrapartida, o maior incremento na força cortante crítica elástica foi observado para a mesma viga, atingindo aproximadamente 9%. A redução na resistência última ao cisalhamento e o aumento na resistência à flambagem crítica elástica, conforme a relação  $a/R$ , podem ser observados na Figura 34.

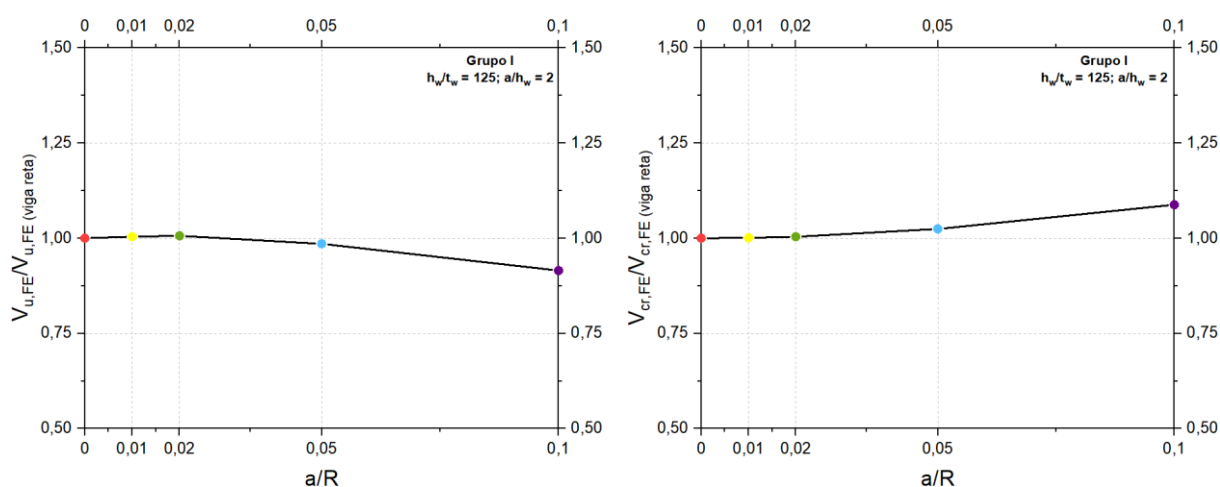


Figura 34 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com  $a/R$  para  $h_w/t_w = 125$ .  
Fonte: elaborada pela autora.

Na resistência ao cisalhamento das vigas com  $h_w/t_w = 125$ , os deslocamentos novamente foram semelhantes para diferentes valores de  $a/R$  dentro de cada relação de aspecto  $a/h_w$ . No caso das vigas com  $a/h_w = 3$ , os deslocamentos verticais variaram entre 16 e 19 mm (Figura 32), enquanto as outras relações de aspecto mantiveram uma proporcionalidade para cada  $a/R$ , encontrando-se deslocamentos próximos de 4 mm para  $a/h_w = 1$  e de 9 mm para  $a/h_w = 2$ .

A análise dos gráficos da Figura 32, evidencia que, embora os resultados numéricos mostrem que  $V_{cr,FE}$  é menor que  $V_{u,FE}$  para as vigas com  $h_w/t_w = 125$ , as curvas carga-deslocamento vertical ainda exibem um pico relativamente acentuado. Isso indica que, apesar de haver reserva de utilidade pós-crítica, a redistribuição real de esforços ainda é limitada, possivelmente devido à influência da geometria do painel da alma (razão de aspecto) e das condições de contorno, que podem restringir o desenvolvimento da ação total do campo de tensões.

A Figura 35, a seguir, mostra os deslocamentos radiais para as vigas do Grupo I com  $a/h_w = 2$ , na Configuração A. Constatou-se que as vigas com maior esbeltez da alma apresentaram deslocamentos radiais ligeiramente maiores para o mesmo valor de resistência ao cisalhamento, evidenciando sua menor rigidez transversal. Isso quer dizer que uma alma esbelta é menos rígida lateralmente e resiste menos às deformações fora do plano. Vale ressaltar que o deslocamento radial máximo de cada viga foi coletado no ponto médio do painel da alma, especificamente na intersecção de duas diagonais imaginárias traçadas a partir de cantos opostos.

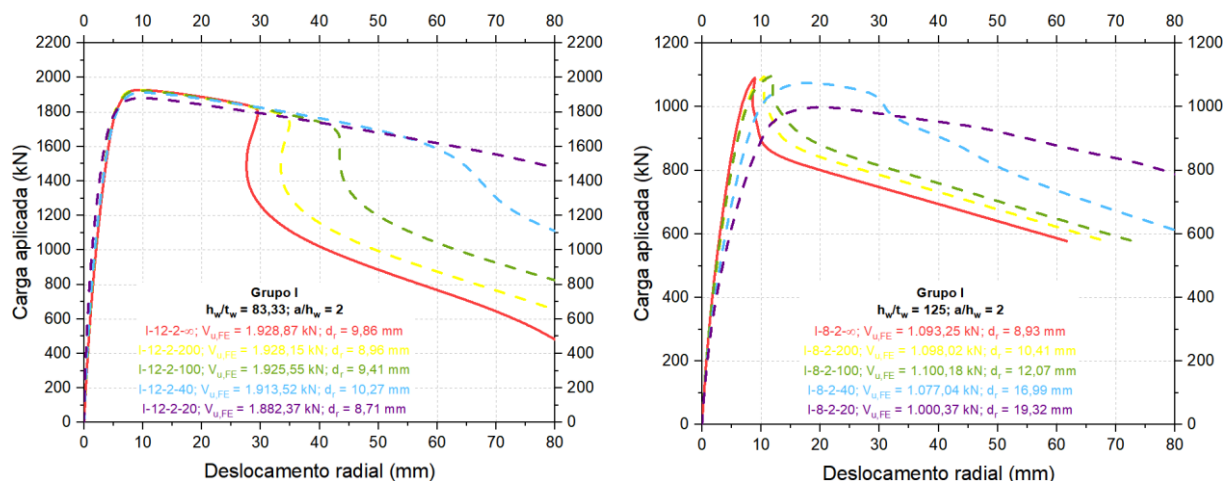


Figura 35 – Curvas carga *versus* deslocamento radial para vigas do Grupo I ( $a/h_w = 2$ ).

Fonte: elaborada pela autora.

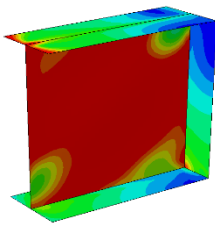
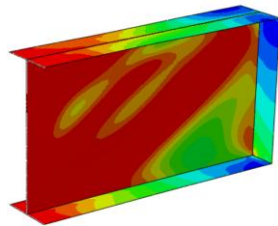
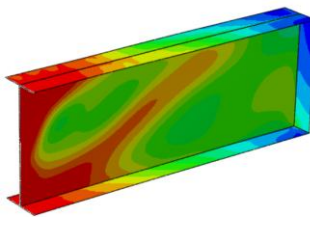
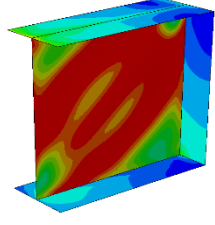
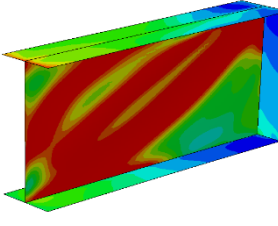
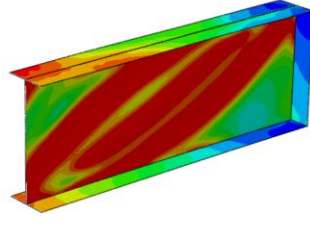
A análise dos gráficos acima ratifica que, para  $h_w/t_w = 83,33$  (gráfico à esquerda), as vigas apresentaram comportamento mais rígido, atingindo valores de resistência última próximos de 1.900 kN, com deslocamentos radiais relativamente pequenos, variando entre 9 mm e 10 mm. Após o pico, observa-se uma queda acentuada da resistência, indicando que vigas com alma menos esbelta entraram em colapso abruptamente, sem grande capacidade de redistribuição de esforços cortantes após a flambagem.

Por outro lado, para  $h_w/t_w = 125$  (gráfico à direita), as curvas mostraram um comportamento menos abrupto, em que, logo após o pico de carga, a resistência não caiu bruscamente, mas sim de forma gradual. Além disso, percebe-se que os deslocamentos radiais associados são maiores, entre 9 mm e 19 mm, refletindo a menor rigidez transversal das vigas mais esbeltas. Nesse caso, mesmo após a flambagem elástica, a viga mantém capacidade pós-crítica graças ao mecanismo de campo de tensões diagonais (*tension field action*), típico de almas esbeltas.

A Tabela 20, a seguir, mostra resumidamente as tensões de von Mises quando as vigas do Grupo I atingem sua capacidade máxima ao cisalhamento. Por questões de brevidade, são apresentadas apenas três razões  $a/R$  para cada esbeltez considerada. As imagens da tabela ilustram o campo de tensões nas vigas em destaque, sendo que as áreas vermelhas indicam que o painel da alma

atingiu seu limite de escoamento equivalente a 355 MPa. É possível observar o aumento da tensão nos flanges, à medida que a curvatura é imposta às vigas, e também o modo de falha por cisalhamento, que é caracterizado pela concentração das tensões máximas no painel curvo da alma, ao longo de uma faixa diagonal.

Tabela 20 – Tensões de von Mises no estado de cisalhamento final (Grupo I).

Modelo numérico	$h_w/t_w$	$a/R$	$a/h_w$	Tensões de von Mises
I-12-1-100	83,33	0,01	1	
I-12-2-100	83,33	0,02	2	
I-12-3-100	83,33	0,03	3	
I-8-1-100	125	0,01	1	
I-8-2-100	125	0,02	2	
I-8-3-100	125	0,03	3	

Fonte: elaborada pela autora.

## 6.2 Vigas curvas com relação de esbeltez $h_w/t_w = 166,67$ e $h_w/t_w = 208,33$

Em conformidade com as Tabelas 16 e 17, a Figura 36 indica a relação existente entre esforço cortante e deslocamento vertical nos painéis da alma das vigas do Grupo II ( $h_w = 2,5$  m), no caso da Configuração A. Para facilitar a análise dos resultados, os valores de carga última e os seus respectivos deslocamentos foram discriminados juntamente com as curvas apresentadas.

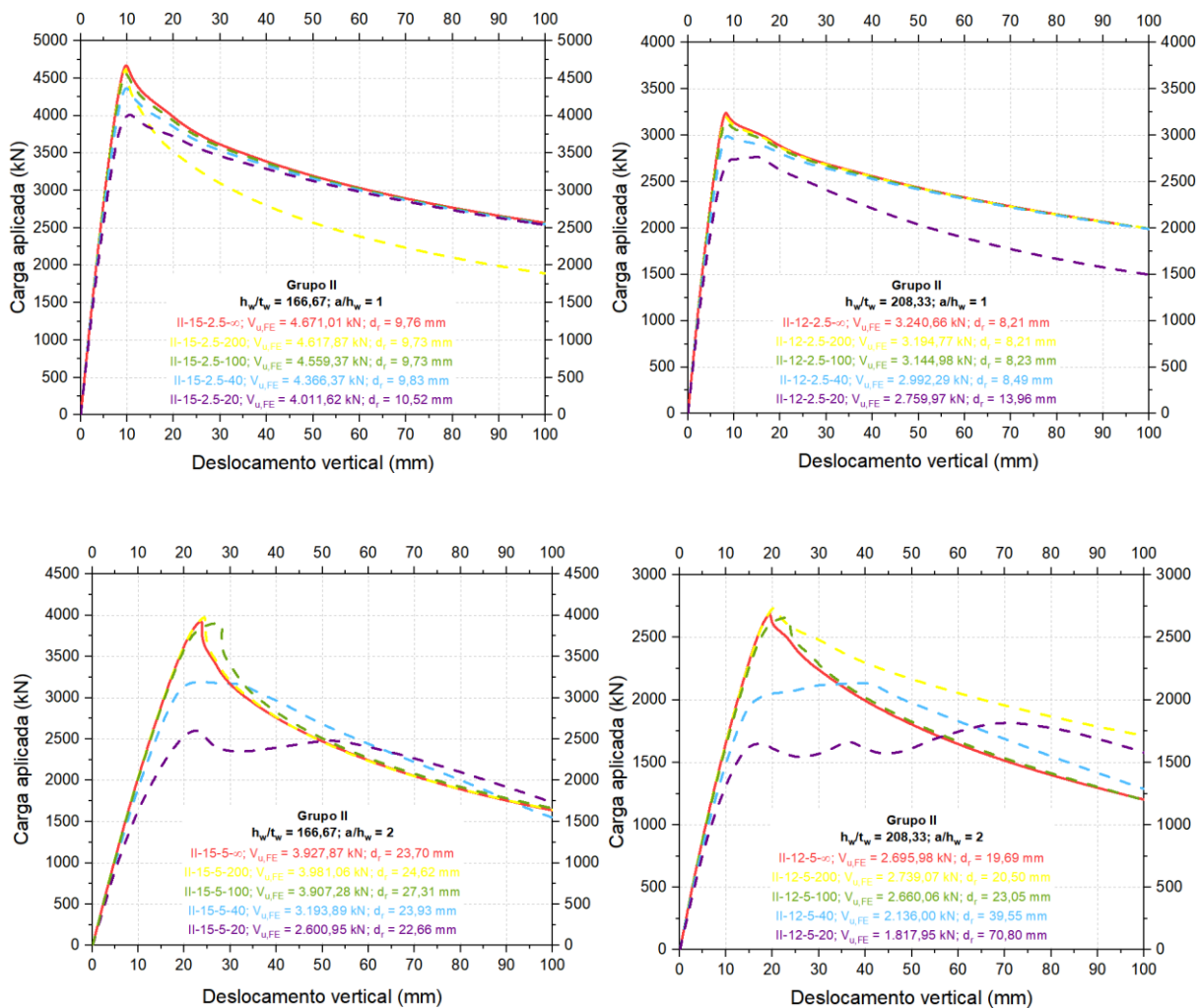


Figura 36 – Curvas carga versus deslocamento vertical ( $h_w/t_w = 166,67$  e  $h_w/t_w = 208,33$ ).  
Fonte: elaborada pela autora.

A partir das Tabelas 16 e 17 e dos gráficos acima, pode-se observar, novamente, que, quanto maior é a curvatura horizontal, menor é a resistência última ao cisalhamento ( $V_{u,FE}$ ) e maior é a força cortante crítica elástica ( $V_{cr,FE}$ ). Este comportamento, novamente, independe da relação de aspecto considerada (1, 2 ou 3) e das configurações de contraventamento (A e B).

Sabendo que painéis de alma curvos e esbeltos são capazes de desenvolver a ação do campo de tensões e oferecer reserva de utilidade pós-crítica, pode-se constatar que os corpos de prova analisados, com esbeltez da alma igual a 166,67 e a 208,33, em geral, apresentaram capacidade

pós-crítica, que foi reduzida à medida que a razão  $a/R$  aumentou. Por exemplo, considerando-se a Configuração A, o modelo numérico correspondente à viga reta II-15-2.5- $\infty$  apresentou reserva de utilidade pós-crítica, com relação à sua força cortante crítica elástica, próxima a 75% (Tabela 16), enquanto o modelo referente à viga curva II-15-2.5-20 alcançou uma reserva significativamente reduzida, da ordem de 3%.

O mesmo ocorre, na Configuração A, quando se aumenta ainda mais a esbeltez do painel da alma. Para o modelo numérico da viga reta II-12-2.5- $\infty$ , a reserva pós-crítica correspondeu a aproximadamente 127% de sua força cortante crítica elástica (Tabela 17). Já a viga curva II-12-2.5-20 atingiu um valor em torno de 22%. Pode-se afirmar, portanto, que, quanto maior for a esbeltez da alma da viga, maior será sua capacidade pós-crítica.

É possível verificar que, no caso das vigas com índice de esbeltez igual a 166,67, as variações no comportamento de  $V_{u,FE}$  são pouco significativas, não ultrapassando 5%, quando analisada a Configuração A em situações de baixa curvatura ( $0 \leq a/R \leq 0,05$ ). Por outro lado, para a Configuração B, observaram-se variações mais expressivas em  $V_{u,FE}$ .

A Figura 37 ilustra graficamente a relação entre a diminuição da resistência ao cisalhamento e o aumento da resistência à flambagem elástica, em função de  $a/R$ , para vigas com altura livre de 2,5 m, espessura da alma igual de 15 mm e  $a/h_w = 2$ .

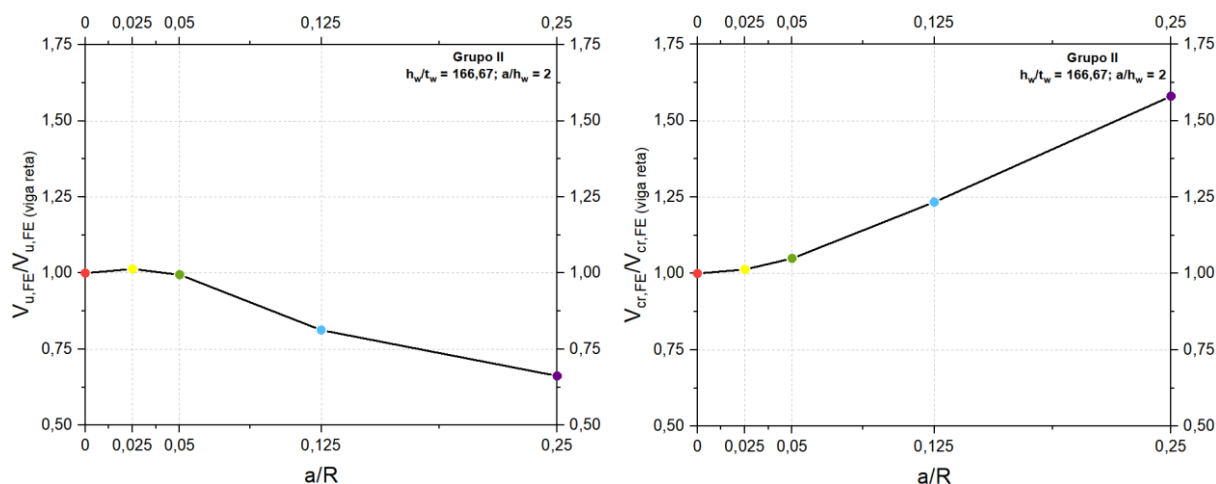


Figura 37 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com  $a/R$  para  $h_w/t_w = 166,67$ .  
Fonte: elaborada pela autora.

Para a Configuração A, a redução máxima da resistência ao cisalhamento em relação à viga reta não ultrapassou 38% em nenhum dos casos apresentados na Tabela 16. Em contrapartida, o maior acréscimo na resistência à flambagem elástica foi da ordem de 64%. Tais valores corresponderam à viga II-15-7.5-20, definida por  $a/R = 0,375$  e  $a/h_w = 3$ .

Uma análise detalhada da Tabela 16 demonstra que, na Configuração A, para vigas com  $a/R \leq 0,1875$ , os valores de  $V_{cr,FE}$  não excedem os de  $V_{u,FE}$ , caracterizando a existência de reserva de utilidade pós-crítica. Tendência semelhante ocorre na Configuração B, embora restrita a curvaturas reduzidas, isto é, para  $a/R \leq 0,0625$ , quando a esbeltez da alma é igual a 166,67.

Na análise da resistência última ao cisalhamento das vigas com  $h_w/t_w = 166,67$ , na condição de  $a/h_w = 1$ , verificou-se que os deslocamentos verticais permaneceram próximos de 10 mm, independentemente da razão  $a/R$  (Figura 36). Já para  $a/h_w = 2$ , os deslocamentos variaram entre 23 mm e 27 mm, e, para  $a/h_w = 3$ , os deslocamentos aumentaram substancialmente, situando-se entre 45 mm e 89 mm. Os valores próximos de 45 mm foram registrados em vigas com baixa curvatura horizontal ( $0 \leq a/R \leq 0,075$ ), ao passo que a viga II-15-7.5-20, com maior curvatura ( $a/R = 0,375$ ), atingiu deslocamento de 89 mm. Esses resultados reforçam a tendência de que maiores valores de  $a/R$  e de  $a/h_w$  resultam em deslocamentos verticais mais significativos no centro das vigas.

A Tabela 17, relativa às vigas com índice de esbeltez de 208,33, evidenciou que as variações de  $V_{u,FE}$  na Configuração A permaneceram inferiores a 5% em condições de baixa curvatura ( $0 \leq a/R \leq 0,05$ ). Observa-se que a maior redução na resistência ao cisalhamento, em relação ao painel da alma reto correspondente, ocorreu novamente na viga com maior curvatura horizontal ( $a/R = 0,375$ ) e  $a/h_w = 3$ , resultando em aproximadamente 38% de decréscimo. Por outro lado, a mesma viga apresentou o incremento mais expressivo na força cortante crítica elástica, da ordem de 72%. A Figura 38 sintetiza graficamente essas variações da resistência última ao cisalhamento e da força cortante crítica elástica em função da razão  $a/R$ , no caso de vigas com altura livre de 2,5 m, espessura da alma igual a 12 mm e  $a/h_w = 3$ .

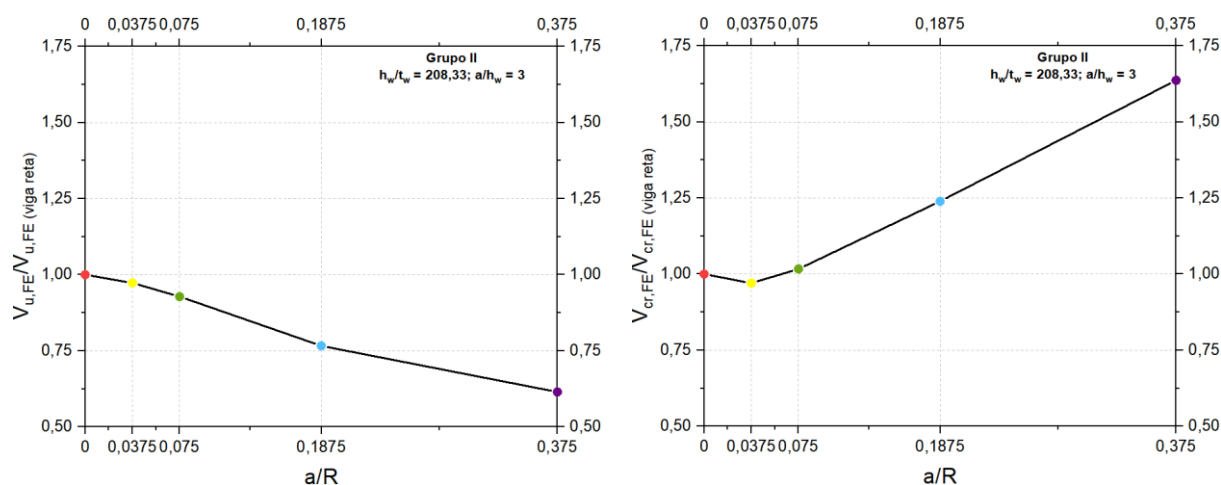


Figura 38 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com  $a/R$  para  $h_w/t_w = 208,33$ .

Fonte: elaborada pela autora.

Ainda em relação à Tabela 17, verifica-se que, na Configuração A, assim como no caso de  $h_w/t_w = 166,67$ , as vigas com  $a/R \leq 0,1875$  apresentaram  $V_{cr,FE} < V_{u,FE}$ , comprovando a presença de capacidade pós-crítica. Na Configuração B, essa tendência ocorreu de forma mais limitada, restrita a curvaturas reduzidas ( $a/R \leq 0,125$ ), quando a esbeltez da alma foi igual a 208,33.

Em relação à resistência última ao cisalhamento das vigas com  $h_w/t_w = 208,33$ , a Figura 36 mostra que, para  $a/h_w = 1$ , os deslocamentos verticais foram da ordem de 8 mm, exceto para a viga II-12-2.5-20, que atingiu cerca de 14 mm. Isso significa que, nessa condição de  $a/h_w$ , os deslocamentos foram relativamente baixos, refletindo maior rigidez global e pouca variação de desempenho entre as vigas retas e curvas. Para  $a/h_w = 2$ , os deslocamentos aumentaram, variando entre 20 mm e 70 mm, com destaque para a viga curva II-12-5-20 ( $a/R = 0,25$ ), que apresentou 70,8 mm, evidenciando que nessa razão de aspecto as vigas tornam-se mais flexíveis e apresentam reserva pós-crítica significativa, embora com perda de resistência última devido à curvatura. Já para  $a/h_w = 3$ , os deslocamentos situaram-se entre 40 mm e 83 mm, sendo o maior valor associado à viga II-12-7.5-40 ( $a/R = 0,1875$ ). Esses resultados confirmam que o aumento da razão de aspecto intensifica os deslocamentos verticais no centro das vigas, refletindo diretamente em sua resposta estrutural.

A partir das curvas carga-deslocamento vertical apresentadas na Figura 36, para a Configuração A, constatou-se que, independentemente do raio de curvatura, o comportamento estrutural manteve-se linear elástico até pelo menos 90% da carga última de cisalhamento, tornando-se ligeiramente não linear nas fases finais do carregamento. Ademais, as curvas evidenciaram que diversas vigas desenvolveram capacidade significativa após a flambagem, uma vez que o declínio de carga ocorreu de maneira gradual após o pico, em contraste com o colapso abrupto. Observou-se, também, que, para relações de aspecto idênticas ( $a/h_w = 1$  e  $2$ ), o ramo pós-pico se tornou progressivamente mais suave à medida que a esbeltez da alma aumentou de 166,67 para 208,33, reforçando o entendimento de que almas mais esbeltas apresentam comportamento pós-crítico mais pronunciado, em decorrência da formação mais eficaz do campo de tensões diagonais.

A Figura 39, a seguir, apresentou as curvas carga-deslocamento radial para vigas do Grupo II com  $a/h_w = 1$ , considerando duas condições de esbeltez da alma na Configuração A. Para as almas menos esbeltas ( $h_w/t_w = 166,67$ ), a resistência última variou entre 4.671,01 kN (viga reta) e 4.011,62 kN (viga com maior curvatura,  $a/R = 0,125$ ), correspondendo a uma redução máxima de 14%. Os deslocamentos radiais situaram-se entre 27 mm e 47 mm, aumentando à medida que a curvatura se intensificou. Para  $h_w/t_w = 208,33$  (gráfico à direita), a resistência

última reduziu-se de 3.240,66 kN para 2.759,97 kN (cerca de 15%), enquanto os deslocamentos radiais foram mais elevados, variando de 25 mm a 73 mm, atestando que almas mais esbeltas se deformam mais.

Em ambos os casos, observou-se comportamento pós-crítico estável, com declínio gradual da carga após o pico. No entanto, os resultados evidenciaram que o aumento da esbeltez da alma amplificou significativamente os deslocamentos radiais e tornou a resistência mais sensível à curvatura horizontal, confirmando a maior vulnerabilidade das vigas mais esbeltas, que sofrem maiores deformações laterais e redução mais expressiva da capacidade resistente.

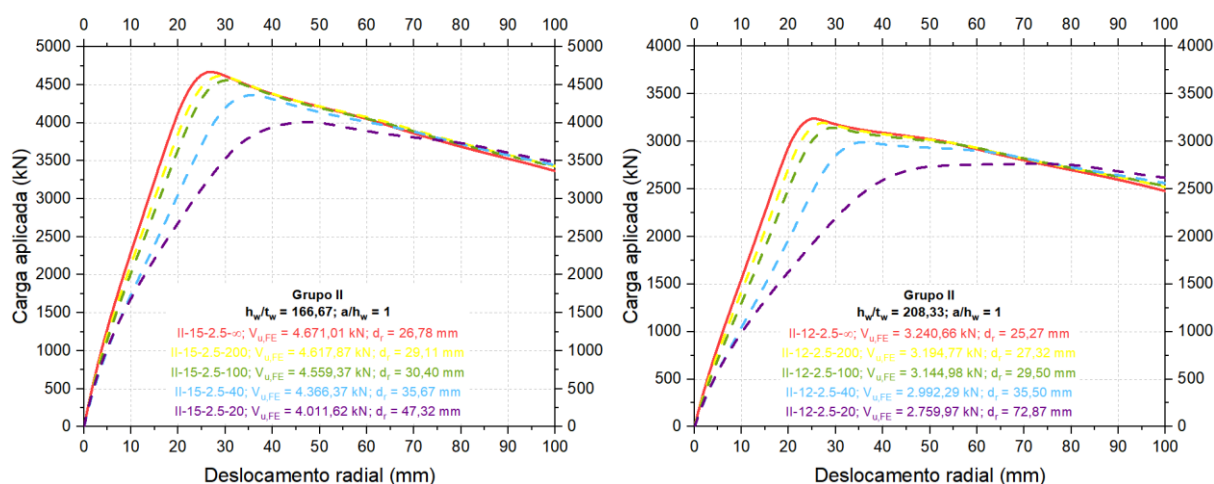


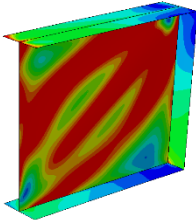
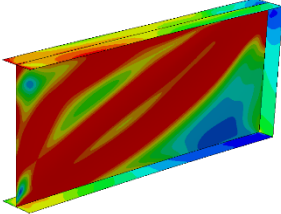
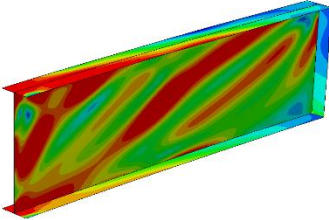
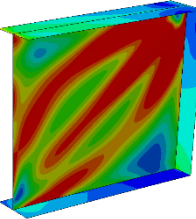
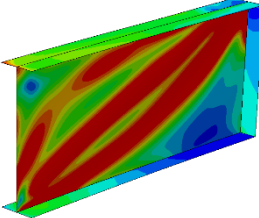
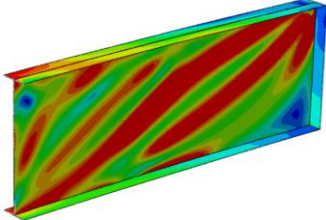
Figura 39 – Curvas carga *versus* deslocamento radial para vigas do Grupo II ( $a/h_w = 1$ ).

Fonte: elaborada pela autora.

A análise comparativa entre a Figura 36 e a Figura 39 demonstra que, no Grupo II, para  $a/h_w = 1$ , os deslocamentos verticais permaneceram em torno de 10 mm, sem variar tanto conforme a curvatura das vigas, sendo significativamente inferiores aos deslocamentos radiais registrados nas mesmas condições. Esse comportamento sustenta a caracterização do modo de falha por cisalhamento adotado nesta pesquisa, o qual se manifesta por uma deformação ondulatória no painel da alma.

A Tabela 21, a seguir, mostra resumidamente as tensões de von Mises quando as vigas do Grupo II atingem sua capacidade última ao cisalhamento. Para cada índice de esbeltez analisado, foram consideradas três razões  $a/R$ . As distribuições de tensões evidenciaram que as áreas em azul representam regiões de baixa tensão e comportamento predominantemente elástico, ao passo que as áreas em vermelho denotam que o painel curvo da alma se aproximou do estado de plastificação. Observou-se, ainda, que o aumento da curvatura promoveu elevação das tensões nos flanges das vigas e que o modo de falha por cisalhamento manifestou-se pela formação de faixas diagonais de plastificação no painel da alma.

Tabela 21 – Tensões de von Mises no estado de cisalhamento final (Grupo II).

Modelo numérico	$h_w/t_w$	$a/R$	$a/h_w$	Tensões de von Mises
II-15-2.5-100	166,67	0,025	1	
II-15-5-100	166,67	0,05	2	
II-15-7.5-100	166,67	0,075	3	
II-12-2.5-100	125	0,025	1	
II-12-5-100	125	0,05	2	
II-12-7.5-100	125	0,075	3	

Fonte: elaborada pela autora.

### 6.3 Vigas curvas com relação de esbeltez $h_w/t_w = 160$ e $h_w/t_w = 266,67$

Conforme caracterizado nas Tabelas 18 e 19, a Figura 40 apresentou as curvas de resistência ao cisalhamento *versus* deslocamento vertical para as vigas do Grupo III ( $h_w = 4$  m), no caso da Configuração A. Para facilitar a análise dos resultados obtidos, os valores de carga última e os seus respectivos deslocamentos foram especificados juntamente com as curvas apresentadas.

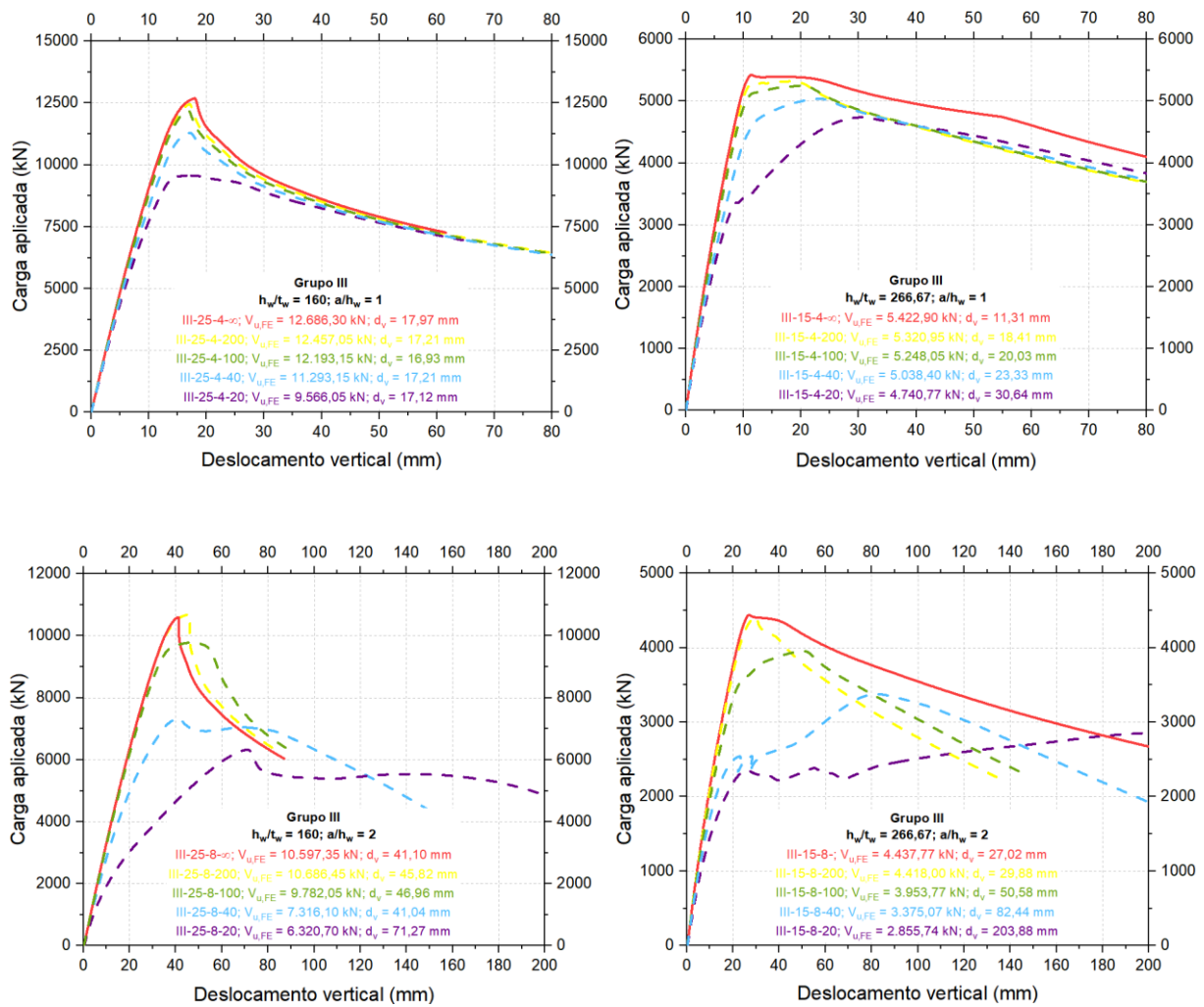


Figura 40 – Curvas carga *versus* deslocamento vertical ( $h_w/t_w = 160$  e  $h_w/t_w = 266,67$ ).

Fonte: elaborada pela autora.

As Tabelas 18 e 19 e a Figura 40 comprovam que, conforme constatado para os Grupos I e II, o Grupo III reproduz o mesmo padrão de resposta estrutural: com o aumento da razão  $a/R$ , há elevação dos valores de  $V_{cr,FE}$  e redução de  $V_{u,FE}$ . Isso confirma que a curvatura horizontal modifica o estado de tensões no painel da alma, resultando em um aumento da carga crítica de flambagem elástica, ainda que essa alteração não se traduza em maior capacidade resistente, uma vez que a fase pós-crítica é severamente prejudicada. Pode-se dizer, portanto, que a curvatura tende a elevar a rigidez elástica à flambagem, mas penaliza a resistência última ao

cisalhamento, efeito que se acentua à medida que a geometria se torna mais curva. Essa tendência se manteve em ambas as configurações de contraventamento (A e B) e para as três relações de aspecto consideradas (1, 2 e 3). Além disso, de modo consistente com os grupos anteriores, observou-se que  $V_{cr,FE}$  e  $V_{u,FE}$  são menores na Configuração B, quando comparados à Configuração A, destacando o impacto da restrição lateral reduzida no meio do vão.

Assim como aconteceu com os corpos de prova referentes ao Grupo II, nas vigas com esbeltez da alma de 160 e 266,67, observou-se uma diminuição da capacidade pós-crítica à medida que a razão  $a/R$  foi ampliada. Nos casos em que a espessura da alma era igual a 25 mm, o modelo numérico correspondente à viga reta III-25-4- $\infty$  exibiu reserva de utilidade pós-crítica, com relação à força cortante crítica elástica, próxima a 67% (Tabela 18), contudo o modelo referente à viga curva III-25-4-40 atingiu um valor em torno de 12%.

De forma análoga, quando se aumentou a esbeltez do painel da alma para 266,67, o modelo correspondente à viga reta III-15-4- $\infty$  apresentou reserva de utilidade pós-crítica próxima de 200% (Tabela 19), enquanto o modelo referente à viga curva III-15-4-40 alcançou um valor em torno de 76%, indicando a forte influência da curvatura na capacidade pós-flambagem.

Outra conclusão derivada dos resultados do Grupo III é que o aumento da esbeltez da alma está associado a um comportamento pós-crítico mais pronunciado. Por exemplo, as vigas com relação de esbeltez equivalente a 160 apresentaram  $V_{cr,FE} < V_{u,FE}$ , na Configuração A, para curvaturas até  $a/R = 0,12$ . Nas seções mais esbeltas ( $h_w/t_w$  igual a 266,67), esse comportamento se estendeu até  $a/R = 0,3$ . Em contrapartida, a Configuração B demonstrou maior sensibilidade: para  $h_w/t_w = 160$ , a condição  $V_{cr,FE} < V_{u,FE}$  foi válida apenas até  $a/R = 0,1$  e, para  $h_w/t_w = 266,67$ , até  $a/R = 0,2$ . A partir desses limites, verificou-se  $V_{cr,FE} > V_{u,FE}$ , indicando redução acentuada ou até ausência de reserva de utilidade pós-crítica. Esses resultados sugerem que a Configuração A tolera curvaturas mais elevadas em almas esbeltas, enquanto a Configuração B exibe limites mais conservadores, dependendo da esbeltez e da curvatura do painel alma.

Uma análise detalhada das Tabelas 18 e 19 mostra que, para as vigas do Grupo III, a variação da resistência ao cisalhamento, em condições de baixa curvatura, depende tanto da configuração de contraventamento quanto da esbeltez da viga, que variou de acordo com a espessura da alma. Na Configuração A, observou-se que as vigas com menor esbeltez ( $h_w/t_w = 160, t_w = 25$  mm) e maior esbeltez ( $h_w/t_w = 266,67, t_w = 15$  mm) apresentaram diferenças em  $V_{u,FE}$  inferiores a 5%, para relações  $a/R$  de até 0,04, quando comparadas à viga reta ( $a/R = 0$ ). Quando  $a/R > 0,04$ , as alterações tornaram-se mais expressiva, ultrapassando 10%, como verificado para  $a/R = 0,2$ . Na Configuração B, considerando-se as mesmas curvaturas da

Configuração A, constatou-se que as variações em  $V_{u,FE}$  se acentuaram, em decorrência da menor restrição lateral na região central do vão da viga. Esses resultados ressaltam que, em vigas curvas esbeltas submetidas a condições de contraventamento menos eficazes, mesmo as pequenas curvaturas podem exercer influência significativa na resistência última ao cisalhamento, devendo ser consideradas nas verificações de projeto.

Para  $h_w/t_w = 160$ , na Configuração A, observou-se que a redução máxima na resistência ao cisalhamento, em comparação à viga reta de referência ( $a/R = 0$ ), não ultrapassou 55% em nenhum dos casos apresentados na Tabela 18. Essa redução variou conforme a geometria: 25% ( $a/R = 0,2$  e  $a/h_w = 1$ ), 40% ( $a/R = 0,4$  e  $a/h_w = 2$ ) e 51%, no caso em que  $a/R = 0,6$  e  $a/h_w = 3$ . Por outro lado, o maior incremento na resistência à flambagem elástica foi da ordem de 110%, percentual associado à viga curva III-25-12-20 ( $a/R = 0,6$  e  $a/h_w = 3$ ), cuja força crítica foi aproximadamente o dobro daquela obtida para a viga reta III-25-12-∞. A Figura 41 sintetiza a variação da resistência última ao cisalhamento e da força crítica elástica, em função do parâmetro  $a/R$ , considerando vigas com altura livre de 4 m, espessura da alma de 25 mm e razão  $a/h_w$  igual a 3.

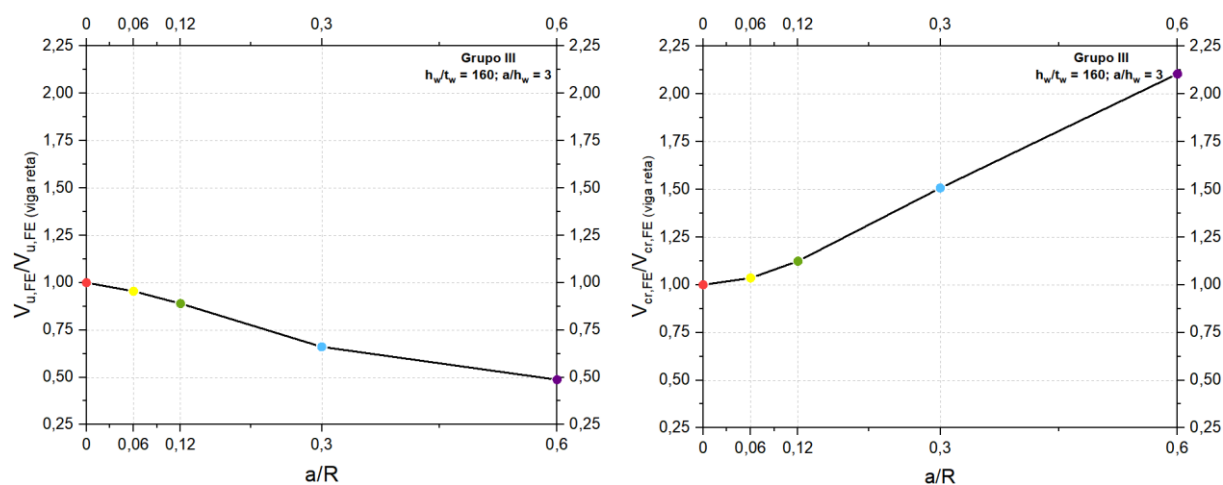


Figura 41 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com  $a/R$  para  $h_w/t_w = 160$ .

Fonte: elaborada pela autora.

Ainda em relação às vigas com esbeltez igual a 160, constatou-se que, na resistência última ao cisalhamento, os deslocamentos verticais foram da ordem de 17 mm, para  $a/h_w = 1$ . Já para  $a/h_w = 2$ , os deslocamentos foram próximos de 40 mm, com exceção da viga III-25-8-20, que apresentou valor expressivamente maior, cerca de 71 mm (Figura 40). Quando  $a/h_w = 3$ , verificaram-se deslocamentos significativamente distintos, conforme a curvatura: enquanto a viga reta III-25-12-∞ deslocou cerca de 70 mm, a viga mais curva III-25-12-20 atingiu aproximadamente 350 mm, evidenciando grandes deformações estruturais. As informações

apresentadas corroboram que o aumento da razão de aspecto acarreta acréscimo substancial dos deslocamentos verticais no centro das vigas.

Para a razão  $h_w/t_w = 266,67$ , a maior redução na capacidade resistente ao cisalhamento, em comparação ao painel da alma reto correspondente, foi alcançada pela viga com maior curvatura horizontal ( $a/R = 0,4$ ) e  $a/h_w = 2$ , cujo valor foi de aproximadamente 36%. Em sentido oposto, o maior incremento na força cortante crítica elástica foi observado na viga III-15-12-20 ( $a/R = 0,6$  e  $a/h_w = 3$ ), atingindo cerca de 141%, o equivalente a um acréscimo de 1.809,02 kN em relação à força crítica de 1.282,04 kN (registrada para a viga reta III-15-12-∞).

Complementarmente, a Figura 42 corrobora a premissa de que o acréscimo na curvatura resulta, simultaneamente, em uma diminuição da resistência última ao cisalhamento e em um acréscimo da resistência crítica à flambagem elástica. Abaixo, apresenta-se graficamente esse efeito para vigas com altura de 4 m, espessura da alma de 15 mm e  $a/h_w = 2$ .

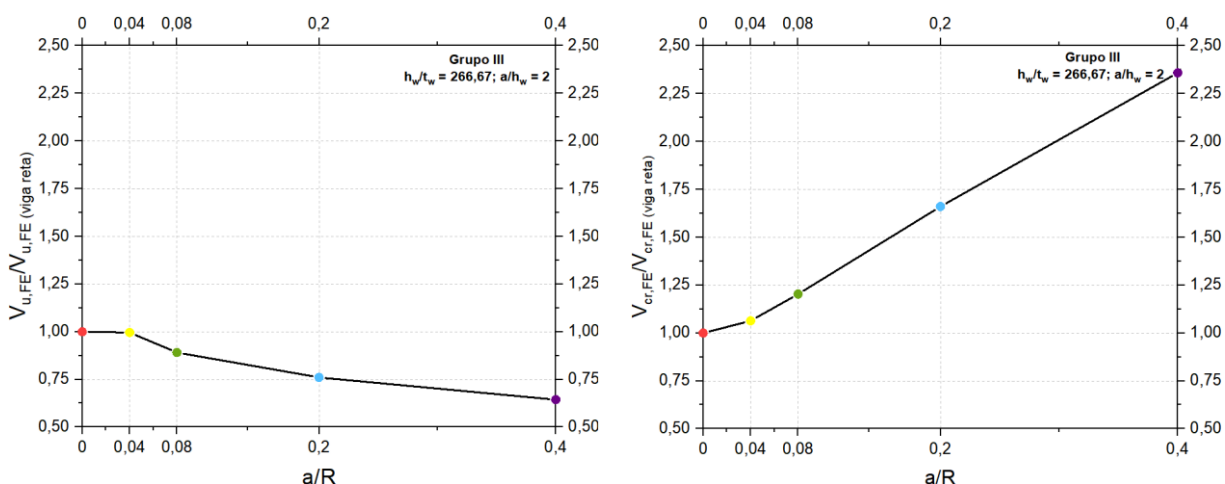


Figura 42 – Carga última e força crítica elástica relacionadas com  $a/R$  para  $h_w/t_w = 266,67$ .  
Fonte: elaborada pela autora.

No que se refere à resistência última ao cisalhamento das vigas curvas com  $h_w/t_w = 266,67$ , os deslocamentos verticais sofreram variações dentro de cada intervalo da razão  $a/R$ . Para as vigas com  $a/h_w = 1$ , os deslocamentos cresceram proporcionalmente ao incremento da curvatura horizontal das vigas, variando entre 11 e 31 mm, conforme disposto na Figura 40. Para as demais relações de aspecto, foram identificadas variações mais acentuadas nos deslocamentos verticais, destacando-se valores de 204 mm, para a viga III-15-8-20 ( $a/R = 0,4$ ), e de 338 mm, para a viga III-15-12-20 ( $a/R = 0,6$ ).

Percebe-se, ainda, que, quando  $40 \leq R \leq 200$ , nas relações  $a/h_w = 1$  e  $h_w/t_w = 266,67$ , o comportamento estrutural foi predominantemente linear elástico até aproximadamente 90% da carga última ao cisalhamento (Figura 40). Uma exceção a essa tendência foi observada na viga

I-15-4-20, com  $R$  igual a 20 m e  $a/R = 0,2$ , cuja resposta estrutural atingiu a fase inelástica em um estágio anterior, por volta de 70% da carga final.

Para a mesma esbeltez  $h_w/t_w = 266,67$ , mas com razão de aspecto  $a/h_w = 2$ , verificou-se que, no intervalo  $0,04 \leq a/R \leq 0,08$ , o desempenho estrutural das vigas permaneceu linear elástico até aproximadamente 90% da resistência última ao cisalhamento. Entretanto, quando o raio de curvatura diminuiu e a relação  $a/R$  aumentou, o comportamento das vigas com  $0,2 \leq a/R \leq 0,4$  tornou-se inelástico em estágios iniciais do carregamento, abaixo de 50% da carga última (Figura 40). Adicionalmente, as curvas correspondentes a  $a/R \geq 0,2$  exibiram conduta flutuante nos deslocamentos verticais, possivelmente devido à maior participação dos flanges no mecanismo resistente ao cisalhamento.

Ainda no tocante à Figura 40, comparando as relações de esbeltez  $h_w/t_w$  (160 e 266,67) para as razões de aspecto  $a/h_w$  (1 e 2), observa-se que, para  $h_w/t_w = 160$ , as curvas exibiram uma descida suave e progressiva após a carga última, evidenciando a existência de uma reserva de utilidade pós-crítica estável. Já as vigas com alma mais esbelta ( $h_w/t_w = 266,67$ ) demonstraram um ramo pós-pico ainda mais suavizado, confirmando o desenvolvimento de um mecanismo de campo de tensões diagonais eficiente no painel da alma, capaz de manter o comportamento resistente mesmo sob curvaturas mais elevadas.

A seguir, a Figura 43 apresenta as curvas de carga-deslocamento radial para vigas do Grupo III, considerando a razão de aspecto  $a/h_w = 1$  e os dois índices de esbeltez distintos da alma. Os deslocamentos radiais máximos foram coletados pelo mesmo procedimento aplicado aos grupos anteriores.

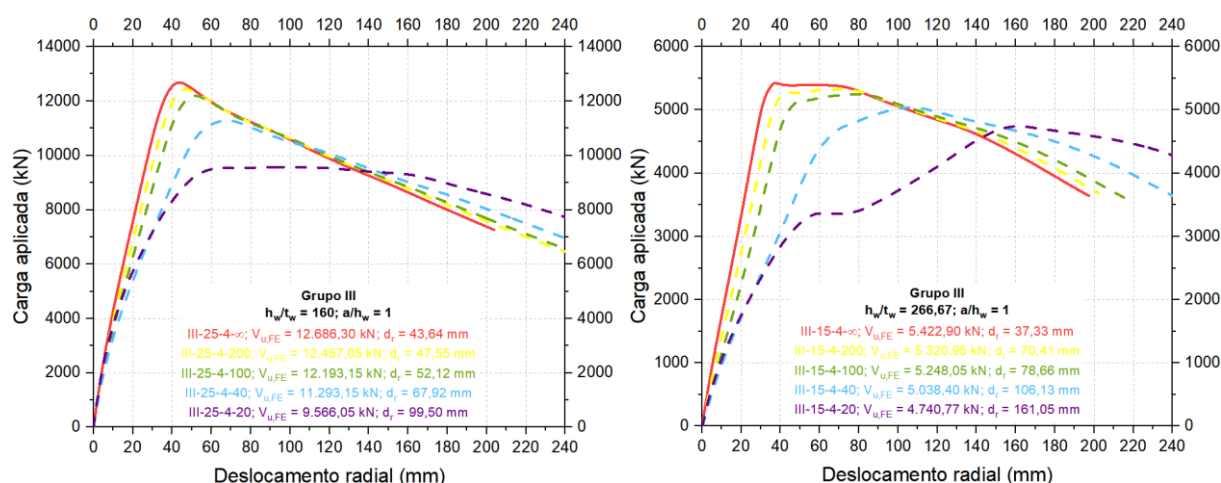


Figura 43 – Curvas carga *versus* deslocamento radial para vigas do Grupo III ( $a/h_w = 1$ ).  
Fonte: elaborada pela autora.

No caso de  $h_w/t_w = 160$  (gráfico à esquerda), observa-se que a resistência ao cisalhamento variou de 12.686,30 kN, para a viga reta, até 9.566,05 kN, para a viga mais curva ( $a/R = 0,2$ ), correspondendo a uma redução de aproximadamente 25%. Os deslocamentos radiais associados mantiveram-se entre 43,64 mm e 99,50 mm, com evolução progressiva à medida que a curvatura aumentou. Ademais, as curvas mostraram ramo pós-pico descendente e gradual, caracterizando a presença de reserva de utilidade pós-crítica.

Para  $h_w/t_w = 266,67$  (gráfico à direita), os valores de  $V_{u,FE}$  variaram entre 5.422,90 kN (viga reta) e 4.740,77 kN (viga curva com  $a/R = 0,2$ ), indicando redução máxima próxima de 13%, portanto, inferior àquela observada para as vigas com alma menos esbelta. Em contrapartida, os deslocamentos radiais cresceram de forma mais acentuada, passando de 37,33 mm, na viga reta, para 161,05 mm, na viga curva, evidenciando a perda da rigidez transversal em elementos mais esbeltos. O comportamento pós-pico apresentou-se mais suavizado, confirmando que as almas de maior esbeltez favorecem o desenvolvimento do campo de tensões diagonais, resultando em uma reserva pós-crítica mais pronunciada, que assegura a continuidade da capacidade estrutural após a instabilidade inicial.

Em síntese, conclui-se que o aumento da curvatura horizontal promove a redução da resistência última ao cisalhamento, sendo esse efeito mais acentuado em vigas com alma menos esbelta. Por outro lado, vigas com maior esbeltez da alma apresentam deslocamentos radiais superiores, ainda que mantenham reserva pós-crítica mais robusta.

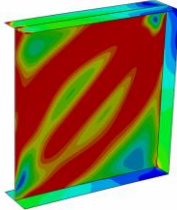
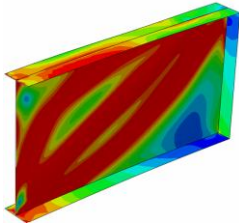
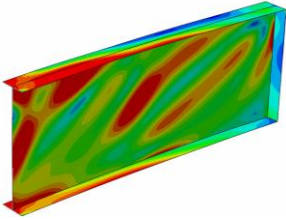
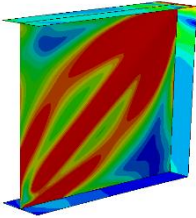
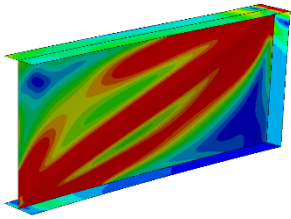
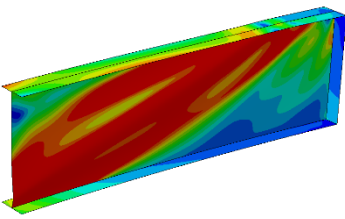
A comparação entre as Figuras 40 e 43 evidencia que, para as vigas do Grupo III com razão de aspecto  $a/h_w = 1$ , na Configuração A, os deslocamentos verticais permanecem limitados a valores inferiores a 30 mm, independentemente da curvatura. Em contraste, os deslocamentos radiais foram significativamente mais elevados, com valor mínimo de 37,33 mm. Essas observações indicam que as maiores deformações concentram-se nos painéis da alma da viga, caracterizando a ondulação típica do cisalhamento, que constitui o objeto central desta pesquisa.

A Tabela 22, a seguir, mostra resumidamente as tensões de von Mises quando as vigas do Grupo III atingem sua capacidade máxima ao cisalhamento, considerando razões  $a/R$  iguais a 0,04, 0,08 e 0,12, para as duas relações de esbeltez ( $h_w/t_w$ ) avaliadas. A escala de cores utilizada nas imagens auxilia na interpretação do campo de tensões, em que as regiões vermelhas indicam o escoamento do painel da alma, associado ao limite de 355 MPa.

Para a razão de aspecto  $a/h_w = 1$ , verifica-se que os flanges permanecem submetidos a níveis reduzidos de tensões, representados por cores frias (azul e verde). Com a diminuição do raio de curvatura, entretanto, ocorreu um aumento progressivo das tensões nos flanges, que passaram a

apresentar cores intermediárias e quentes (amarelo, laranja e vermelho). Reforça-se, assim, a predominância do modo de falha por cisalhamento, caracterizado pela concentração de tensões máximas ao longo de uma faixa diagonal no painel curvo da alma.

Tabela 22 – Tensões de von Mises no estado de cisalhamento final (Grupo III).

Modelo numérico	$h_w/t_w$	$a/R$	$a/h_w$	Tensões de von Mises
III-25-4-100	160	0,04	1	
III-25-8-100	160	0,08	2	
III-25-12-100	160	0,12	3	
III-15-100	266,67	0,04	1	
III-15-8-100	266,67	0,08	2	
III-15-12-100	266,67	0,12	3	

Fonte: elaborada pela autora.

## 7 AVALIAÇÃO DA PREVISÃO NORMATIVA EUROPEIA (EUROCODE 3)

As normativas EN 1993-1-5 (2020) e EN 1993-2 (2024), que compõem o Eurocódigo 3, trazem formulações analíticas para o cálculo da resistência última de projeto ao cisalhamento de vigas com perfil I, sejam retas ou curvas. A EN 1993-1-5 (2020) é aplicável às vigas retas e estuda a contribuição da alma e dos flanges para a resistência ao cisalhamento, enquanto a EN 1993-2 (2024), norma mais recente e específica para vigas curvas, desconsidera a contribuição dos flanges e assume a alma como o principal elemento resistente ao cisalhamento em vigas I. Assim, por motivos de padronização e evolução normativa, optou-se que todas as comparações numéricas realizadas nesta seção, de avaliação da precisão pelas previsões normativas, levassem em conta apenas a contribuição da alma para o cálculo da resistência última a esforços cortantes.

Nesta seção, é avaliada a precisão das disposições da EN 1993-1-5 (2020) e da EN-1993-2 (2024) para prever a resistência ao cisalhamento de vigas I curvas de aço, procedendo-se a uma análise comparativa com os resultados numéricos obtidos no estudo paramétrico conduzido para a Configuração A. Essa comparação é bastante válida, já que os engenheiros estruturais utilizam as formulações do EUROCODE 3 para projetar pontes curvas.

A Figura 44 evidencia a razão  $V_{u,FE}/V_{u,ENSG}$ , em que  $V_{u,FE}$  corresponde à resistência última ao cisalhamento obtida numericamente e  $V_{u,ENSG}$  ao valor calculado pelas regras da EN 1993-1-5 (2020), plotada em função da esbelteza adimensional da alma (eixo horizontal). Para sistematizar a leitura dos resultados, cada grupo de modelos numéricos foi representado por um símbolo específico e duas cores distintas, associadas a diferentes valores de  $h_w/t_w$ . Para cada nível de esbelteza, foram atribuídos três rótulos, correspondentes às razões de aspecto 1, 2 e 3.

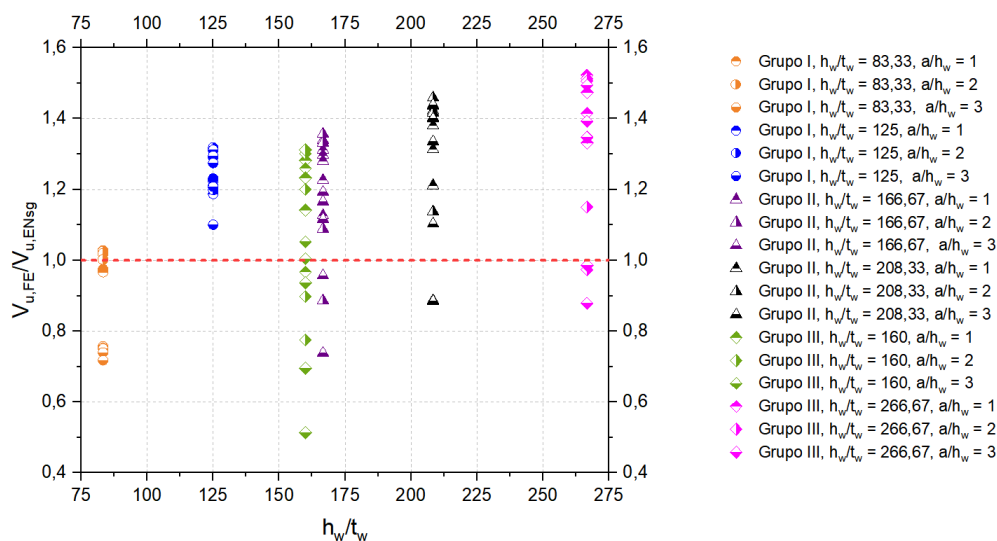


Figura 44 –  $V_{u,FE}/V_{u,ENSG}$  vs.  $h_w/t_w$  de acordo com a EN 1993-1-5 (2020).

Fonte: elaborada pela autora.

De maneira geral, o primeiro rótulo (de cima para baixo), em cada coluna de símbolos da Figura 44, corresponde às vigas retas ou àquelas com pouca curvatura, dos Grupos I, II e III, e que apresentam relação de aspecto ( $a/h_w$ ) igual a 2. Considerando isso, observa-se que vigas retas podem atingir até 50% de sobrerresistência, possibilitando uma margem de redução, devido aos efeitos do raio de curvatura, na previsão da resistência última ao cisalhamento para vigas curvas.

Pelo gráfico da Figura 44, foi possível constatar, ainda, uma certa propensão à subestimação da capacidade resistente à medida que  $h_w/t_w$  aumentou. Os pontos referentes às vigas do Grupo I, por exemplo, encontraram-se mais próximos da linha tracejada vermelha, variando levemente acima e abaixo. Isso indicou uma boa correlação entre os modelos numéricos e a previsão da EN 1993-1-5 (2020), mesmo com variações discretas associadas à razão de aspecto, sugerindo que, para perfis com almas pouco esbeltas, a norma é razoavelmente precisa.

No caso das vigas do Grupo II, verificou-se maior dispersão nos resultados, com muitos pontos acima de 1,2, demonstrando que a resistência prevista pela norma tende a ser subestimada em relação àquela obtida numericamente e evidenciando a presença de reserva de utilidade pós-crítica não integralmente contemplada pela EN 1993-1-5 (2020).

Quando  $h_w/t_w = 160$ , há bastante dispersão nos resultados, incluindo valores abaixo de 1,0, o que revela superestimação normativa para algumas amostras. Para as vigas com almas muito esbeltas ( $h_w/t_w = 266,67$ ), os valores aparecem consistentemente acima da linha tracejada, sinalizando subestimação, com algumas razões que ultrapassam 1,4. Tal análise confirma que, nas referidas condições, a norma adota um caráter excessivamente conservador, já que não considera plenamente o efeito estabilizador do campo de tensões diagonais formado no painel da alma após a flambagem.

Conclui-se, portanto, que a EN 1993-1-5 (2020) fornece estimativas satisfatórias para vigas com almas pouco esbeltas, apresenta subestimações moderadas para relações intermediárias de esbeltez e torna-se demasiadamente conservadora para almas muito delgadas. É possível constatar, ainda, que, embora a curvatura horizontal e a razão de aspecto exerçam influência no comportamento resistente das vigas em estudo, a esbeltez da alma é o parâmetro predominante no desvio entre as resistências calculadas numericamente e aquelas prescritas pela normativa.

Seguindo critérios similares aos da análise gráfica anterior, a Figura 45 apresenta a razão entre a resistência última ao cisalhamento dos modelos numéricos produzidos nesta dissertação ( $V_{u,FE}$ ) e aquela calculada com a formulação indicada na EN 1993-2 (2024) –  $V_{u,ENCg}$  –, em função do parâmetro  $h_w/t_w$ , que representa a esbeltez da alma. A linha horizontal tracejada em vermelho representa a condição de equivalência ( $V_{u,FE}/V_{u,ENCg} = 1,0$ ).

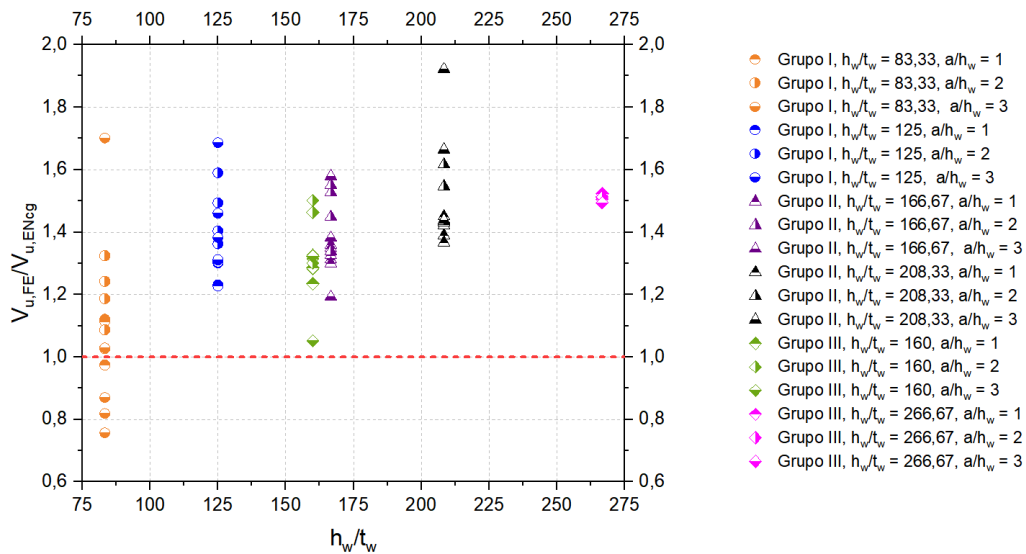


Figura 45 –  $V_{u,FE}/V_{u,ENCG}$  vs.  $h_w/t_w$  de acordo com a EN 1993-2 (2024).  
 Fonte: elaborada pela autora.

De maneira contrária ao exposto na Figura 44, observa-se, na Figura 45, que o primeiro rótulo (de cima para baixo), em cada coluna de símbolos, corresponde às vigas com maiores curvaturas e relação de aspecto predominantemente igual a 3, significando que a EN 1993-2 (2024) conduz a previsões bastante conservadoras para vigas curvas, as quais podem alcançar até 90% de sobrerresistência em relação aos valores da norma. Por sua vez, os indicadores associados às vigas retas de cada grupo estiveram mais próximos da linha de referência, refletindo previsões menos conservadoras. Esse resultado decorre do fato de que a própria normativa estabelece que, para vigas curvas com parâmetro de curvatura da alma ( $z_a$ ) menor ou igual a 1, a resistência ao cisalhamento deve ser calculada com base na formulação da EN 1993-1-5 (2020).

Complementando a análise, observa-se que as superestimações da resistência ao cisalhamento ocorreram apenas para as vigas com esbelteza  $h_w/t_w = 83,33$ . Ainda assim, a EN 1993-2 (2024) tende a subestimar a resistência para as vigas do Grupo I ( $h_w/t_w$  igual a 83,33 e 125), apresentando razões que atingem até 1,6. Esse comportamento demonstra que a norma pode tanto superestimar quanto subestimar a resistência, o que denota baixa consistência de previsão neste intervalo de esbelteza. Essa resposta contrasta com a EN 1993-1-5 (2020), que se mostrou mais precisa em relação aos resultados numéricos nas mesmas condições (Figura 44).

No que concerne aos Grupos II e III, os pontos seguem acima da linha de referência, com valores na faixa de 1,2 a 1,6, indicando que, mesmo em geometrias com alma extremamente esbelta, a norma de vigas curvas permanece conservadora – sem nenhuma ocorrência de superestimação. Cabe destacar que, quanto maior a esbelteza, maior a tendência à subestimação dentro de cada grupo, e que a EN 1993-2 (2024) subestima mais do que a EN 1993-1-5 (2020), devido aos valores da razão  $V_{u,FE}/V_{u,ENCG}$ , na Figura 45, serem mais altos do que  $V_{u,FE}/V_{u,ENSG}$ , na Figura

44. Observa-se, portanto, que a EN 1993-2 (2024) apresenta maior conservadorismo e dispersão e que, embora mais segura, pode conduzir a dimensionamentos excessivamente conservadores, sendo pouco eficaz para projetos otimizados, especialmente quando associados a pontes curvas com vigas de almas delgadas.

Na Figura 46, é apresentado um gráfico comparando os resultados numéricos e aqueles obtidos segundo a EN 1993-1-5 (2020) – agora em função do parâmetro geométrico  $a/h_w$ , conhecido como razão de aspecto. De modo geral, a maioria dos pontos, independentemente do valor de  $a/h_w$ , está acima de 1,0, confirmando que a normativa de vigas retas subestima a resistência, o que está alinhado com a Figura 44.

Pela Figura 46, percebe-se que as formulações da EN 1993-1-5 (2020) são mais conservadoras quando  $a/h_w = 1$ , enquanto, para  $a/h_w = 3$ , o método de cálculo se mostra parcialmente conservador. Acontece que, quando os enrijecedores transversais estão mais próximos, a alma permanece mais confinada, o que aumenta sua resistência ao cisalhamento. A norma, no entanto, não incorpora totalmente o efeito de confinamento promovido pelos enrijecedores e, por isso, tende a ser mais conservadora quando  $a/h_w = 1$ . No tocante à razão de aspecto igual a 2, os pontos permanecem majoritariamente acima da linha vermelha, com razões oscilando entre aproximadamente 0,8 e 1,5, sugerindo que a normativa apresenta boa capacidade preditiva nesse intervalo. Já para  $a/h_w = 3$ , a dispersão dos resultados aumenta e surgem mais casos em que  $V_{u,FE}/V_{u,ENSG} < 1$ , indicando que a norma nem sempre é conservadora em painéis com maior espaçamento entre reforços transversais, podendo, inclusive, superestimar a resistência nessas condições.

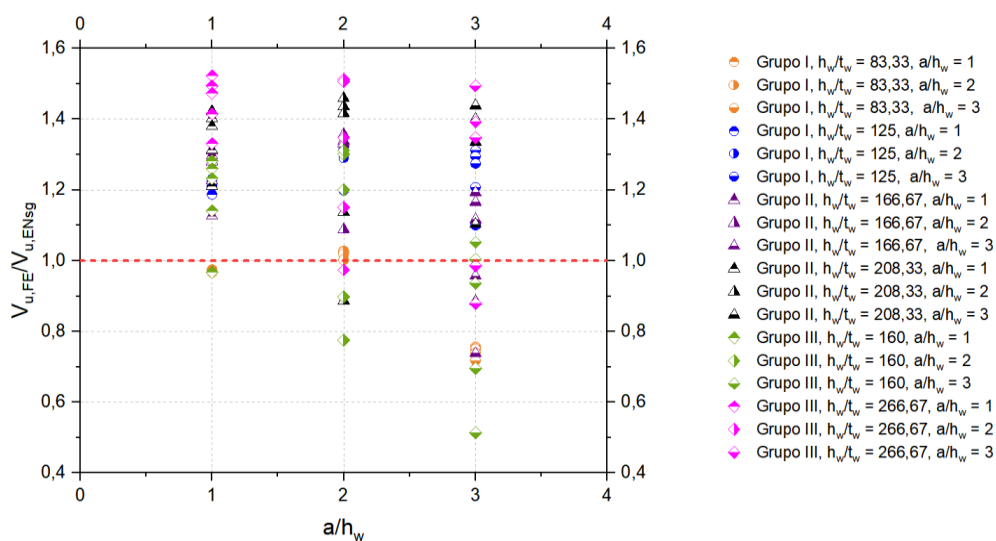


Figura 46 –  $V_{u,FE}/V_{u,ENSG}$  vs.  $a/h_w$  de acordo com a EN 1993-1-5 (2020).

Fonte: elaborada pela autora.

Conclui-se que a EN 1993-1-5 (2020) apresenta elevada margem de segurança para razões de aspecto reduzidas, mas essa condição se atenua à medida que se aumenta o espaçamento entre reforços transversais. A influência de  $a/h_w$  na confiabilidade da norma é clara: enrijecedores próximos conduzem a subestimações significativas da resistência ao cisalhamento, enquanto maiores espaçamentos entre eles podem resultar em superestimação. Portanto, em projetos de vigas curvas com reforços mais próximos, a análise numérica mostra-se importante para captar a reserva de utilidade pós-crítica não contemplada integralmente pela norma, evitando o consequente superdimensionamento estrutural. Por outro lado, em situações com enrijecedores mais afastados, recomenda-se igualmente uma avaliação numérica complementar, de modo a assegurar tanto a segurança quanto a eficácia da estrutura e prevenir possíveis superestimações.

De modo similar, a Figura 47 apresenta a razão  $V_{u,FE}/V_{u,ENCG}$  em função de  $a/h_w$ . Assim como na discussão anterior, os valores de  $a/h_w$  considerados são 1, 2 e 3, permitindo analisar como o confinamento da alma afeta a precisão dos resultados obtidos, agora, pela EN 1993-2 (2024). Percebe-se, de antemão, que as formulações desta normativa mostraram-se predominantemente conservadoras independente da relação de aspecto considerada.

A partir de uma análise gráfica detalhada, constata-se a repetição de um carácter conservador, na Figura 47, para painéis com maior rigidez ( $a/h_w = 1$  e  $a/h_w = 2$ ). Em oposição à tendência geral de subestimação, observa-se no Grupo I ( $h_w/t_w = 83,33$  e  $a/h_w = 3$ ), a ocorrência de razões inferiores a 1,0, indicando superestimação da resistência normativa em seções robustas e com menor efeito de confinamento. Conclui-se, portanto, que o aumento da razão  $a/h_w$  intensifica o carácter conservador da norma, evidenciando sua limitação em incorporar a reserva pós-crítica em painéis de alma menos confinados.

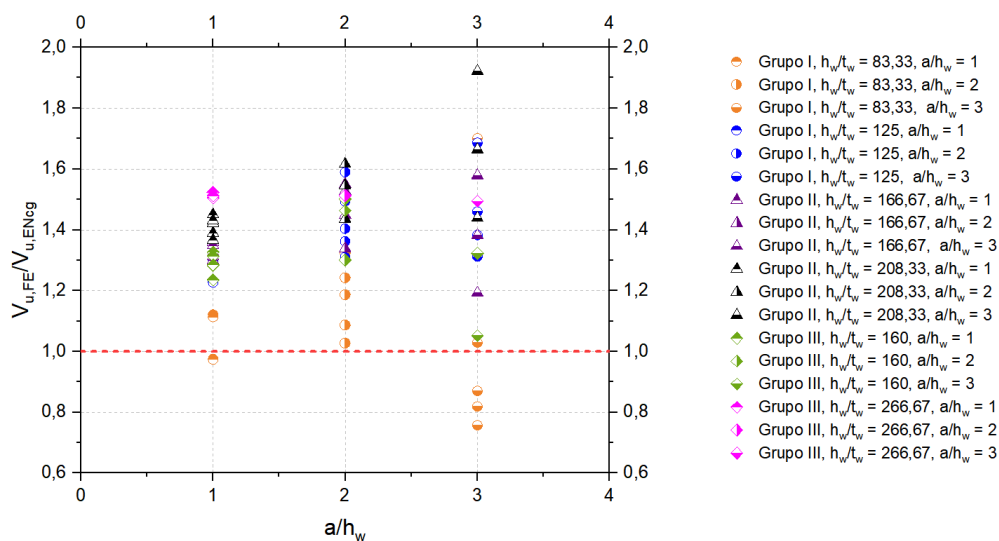


Figura 47 –  $V_{u,FE}/V_{u,ENCG}$  vs.  $a/h_w$  de acordo com a EN 1993-2 (2024).  
Fonte: elaborada pela autora.

Assim como observado na análise a partir da EN 1993-1-5 (2020), a razão de aspecto influencia, de maneira significativa, na previsão da resistência última ao cisalhamento pela EN 1993-2 (2024). Ambas as normas tendem ao conservadorismo quando o espaço entre enrijecedores é reduzido, mas perdem acurácia para configurações mais críticas, em que os reforços transversais encontram-se mais afastados. Os resultados reforçam a necessidade de se realizar verificações complementares, por meio análises numéricas, em situações fora do padrão típico de aplicação normativa.

Ademais, a comparação entre as Figuras 46 e 47 evidencia que a EN 1993-1-5 (2020) alcança muitas subestimações, com previsões mais próximas dos resultados numéricos, em  $a/h_w = 1$ , boa correlação, quando  $a/h_w = 2$ , e casos pontuais de superestimação, quando  $a/h_w = 3$ . Em contrapartida, a EN 1993-2 (2024) apresenta um comportamento sistematicamente conservador em todos os intervalos analisados, com razões variando entre 1,2 e 1,9 e discrepâncias mais acentuadas em  $a/h_w = 3$ . Conclui-se, portanto, que a norma EN 1993-1-5 (2020) se mostra mais equilibrada e consistente, enquanto a EN 1993-2 (2024) reflete um conservadorismo excessivo que, embora garanta segurança estrutural, pode resultar em superdimensionamentos significativos de pontes curvas.

Com relação ao parâmetro  $a/R$ , que relaciona o espaçamento dos enrijecedores verticais  $a$  e o raio de curvatura  $R$  das vigas, a Figura 48 apresenta a razão entre a resistência ao cisalhamento obtida numericamente ( $V_{u,FE}$ ) e os valores previstos pela norma EN 1993-1-5 (2020), gráfico à esquerda, e pela EN 1993-2 (2024), gráfico à direita. A linha de referência  $V_{u,FE}/V_{u,EN} = 1,0$  indica, novamente, que os valores acima dela foram subestimados pelas formulações de projeto e que, abaixo dela, há superestimação. Essa comparação gráfica permite avaliar a acurácia de cada uma das normas na estimativa da resistência ao cisalhamento de vigas I curvas.

O gráfico à esquerda mostra que, para valores baixos de  $a/R$  (menor curvatura), a EN 1993-1-5 (2020) subestima de forma acentuada a resistência ao cisalhamento. Sendo assim, para  $a/R < 0,1$ , que corresponde ao regime mais comum de aplicação prática, em que as vigas de pontes exibem curvaturas suaves, é possível notar uma subestimação generalizada. Conforme a curvatura aumenta, a dispersão dos dados é ampliada e a razão  $V_{u,FE}/V_{u,ENsg}$  tende a diminuir, chegando a valores próximos ou inferiores a 1,0, o que indica superestimação da EN 1993-1-5 (2020) em casos isolados, nos quais as vigas são muito curvas ou têm grande espaçamento entre enrijecedores. Essa interpretação é consistente com os resultados numéricos apresentados, que demonstram que a resistência reduz progressivamente em função do aumento da curvatura.

Além do exposto, os resultados mostram que, segundo a EN 1993-1-5 (2020), as vigas do Grupo III, caracterizadas por maior altura livre da alma, alcançam os maiores valores de  $V_{u,FE}/V_{u,ENsg}$ .

Tal comportamento sugere que a norma tende a adotar um caráter mais conservador não apenas em vigas com baixa curvatura, mas também naquelas com altura  $h_w$  elevada, evidenciando a influência desse parâmetro geométrico na previsão normativa.

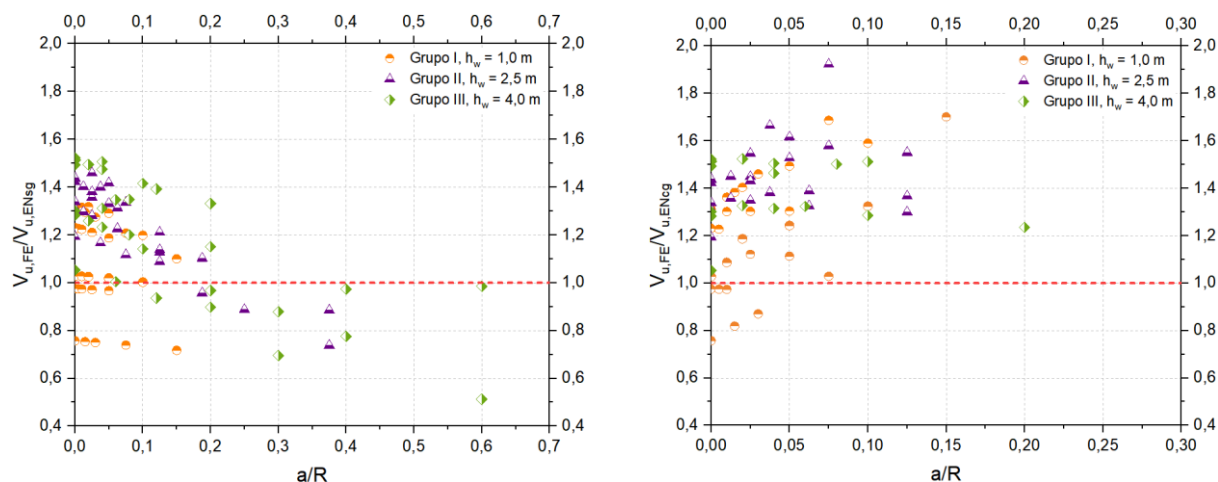


Figura 48 – Comparação dos valores de resistência última ao cisalhamento em função  $a/R$ , conforme as normas EN 1993-1-5 (à esquerda) e EN 1993-2 (à direita).  
Fonte: elaborada pela autora.

Por outro lado, no gráfico à direita, a EN 1993-2 (2024) mostra-se ainda mais conservadora do que a EN 1993-1-5 (2020), com valores de resistência mais distantes da linha de referência e casos pontuais de superestimação. Notavelmente, as previsões não conservativas ocorrem de forma predominante em vigas do Grupo I com curvatura horizontal muito baixa ( $a/R < 0,05$ ). Visualmente, observa-se, também, a predominância dos símbolos correspondentes às vigas dos Grupos I e II, enquanto aqueles associados ao Grupo III são menos frequentes. Essa desigualdade resulta das características geométricas específicas de algumas vigas do Grupo III – como o parâmetro de curvatura ( $z_a$ ) e a esbelteza relativa da alma ( $\bar{\lambda}_w$ ) – que inviabilizaram o cálculo da resistência ao cisalhamento conforme os critérios prescritos pela EN 1993-2 (2024). A Figura 49 evidencia que o parâmetro de curvatura da alma ( $z_a$ ) também exerce impacto direto sobre a acurácia das previsões normativas da resistência última ao cisalhamento, tanto segundo a EN 1993-1-5 (2020) quanto pela EN 1993-2 (2024). Esse parâmetro, definido de forma adimensional, representa a influência da curvatura da alma da viga sobre seu comportamento estrutural, funcionando como um indicador da sensibilidade normativa frente às variações geométricas.

No gráfico à esquerda, referente à EN 1993-1-5 (2020), é possível observar que a maioria dos dados se concentra em valores reduzidos do parâmetro de curvatura ( $z_a \leq 150$ ), com grande dispersão nos resultados da razão  $V_{u,FE}/V_{u,ENSG}$ , variando aproximadamente entre 0,6 e 1,6. À

medida que  $z_a$  aumenta, essa razão tende a se estabilizar próximo de 1,0, ainda que com leve inclinação à superestimação, sobretudo para as vigas do Grupo III.

Em contraste, o gráfico à direita, baseado na EN 1993-2 (2024), mostra que previsões não conservativas ocorrem para  $z_a < 10$ . Contudo, verifica-se a predominância de resultados acima da linha tracejada, indicando uma tendência mais acentuada de subestimação em comparação à norma para vigas retas (EN 1993-1-5, 2020). Observa-se ainda uma distribuição mais uniforme dos dados ao longo do eixo  $z_a$ , a qual aponta para maior conservadorismo normativo em vigas com curvatura mais pronunciada ou com maior espaçamento entre enrijecedores, dado que o parâmetro  $z_a$  depende simultaneamente de  $R$  e de  $a$ .

É importante enfatizar que a EN 1993-2 (2024) é aplicável apenas para casos em que  $z_a \leq 50$  e  $\bar{\lambda}_w \leq 3$ . Novamente, em razão desses limites, algumas vigas não puderam ser incluídas no gráfico à direita, revelando uma restrição da aplicabilidade normativa.

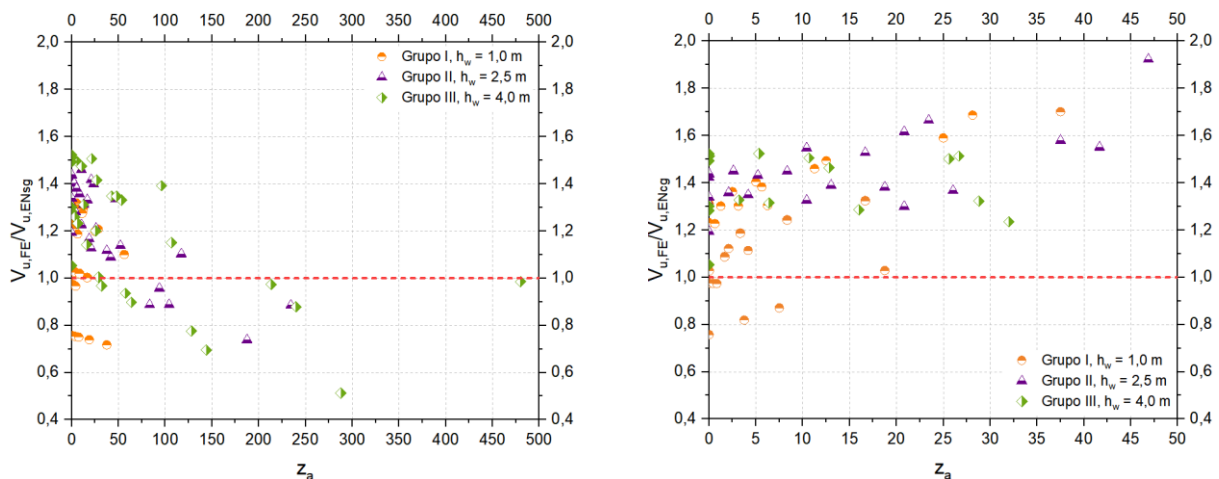


Figura 49 – Comparação dos valores de resistência última ao cisalhamento em função de  $z_a$ , conforme as normas EN 1993-1-5 (à esquerda) e EN 1993-2 (à direita).

Fonte: elaborada pela autora.

De modo geral, a comparação entre os resultados expostos nos dois gráficos acima mostra que a EN 1993-2 (2024) fornece estimativas mais conservadoras da resistência ao cisalhamento em vigas curvas, especialmente em geometrias de seção I com alma mais esbelta e curva, enquanto a EN 1993-1-5 (2020) apresenta soluções mais dispersas, todavia que tendem a se estabilizar em torno da unidade à medida que a curvatura horizontal aumenta, ainda que com leve tendência à superestimação em vigas altas. Conclui-se que, enquanto a norma EN 1993-1-5 (2020) é mais sensível a variações de esbelte e confinamento, a EN 1993-2 (2024) adota margens de segurança mais elevadas em todo o intervalo de curvaturas, o que pode resultar em superdimensionamento de vigas curvas com maiores valores de  $z_a$ .

De forma análoga à análise desenvolvida para a configuração de contraventamento A, a Figura 50 apresenta, de forma concisa, as razões  $V_{u,FE}/V_{u,ENsg}$ , conforme a EN 1993-1-5 (2020), e  $V_{u,FE}/V_{u,ENcg}$ , de acordo com a EN 1993-2 (2024), para todas as vigas sob a Configuração B, caracterizada por menor grau de restrição lateral.

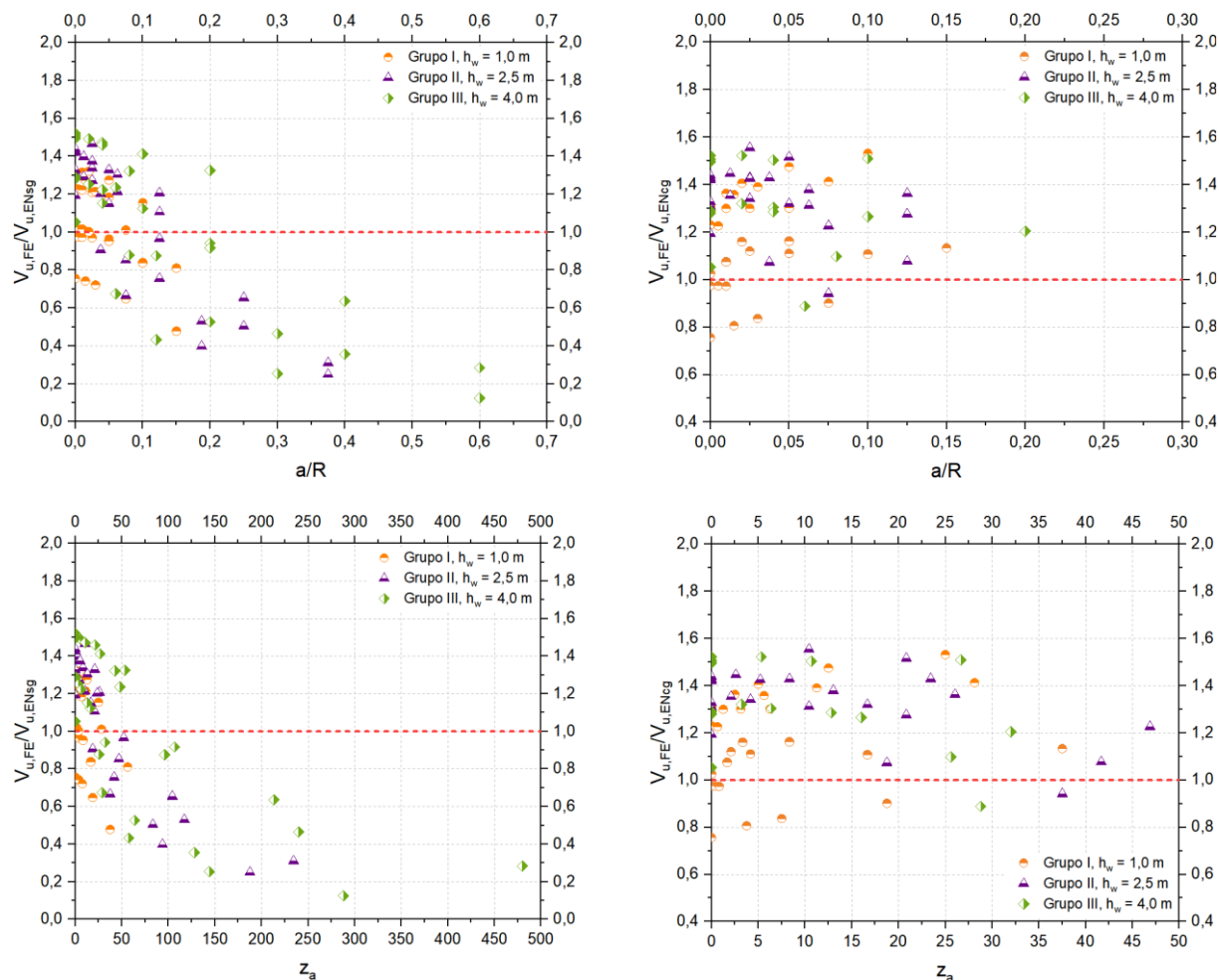


Figura 50 – Comparação dos valores de resistência ao cisalhamento para a Configuração B, conforme as normas EN 1993-1-5 (à esquerda) e EN 1993-2 (à direita).

Fonte: elaborada pela autora.

Observa-se que, nessa condição, as vigas tendem a apresentar reduções mais expressivas na resistência ao cisalhamento em comparação com a Configuração A, sobretudo para valores de  $a/R > 0,05$ . Esse comportamento decorre da diminuição da restrição lateral, que intensifica a influência da curvatura horizontal e do espaçamento entre enrijecedores sobre o desempenho ao cisalhamento das vigas. Em consequência, verifica-se um aumento no número de previsões não conservativas por ambas as normas, como observado na Figura 50.

A partir das análises realizadas, é possível sintetizar as seguintes conclusões quanto à influência dos parâmetros adimensionais considerados nesta seção na precisão das formulações analíticas do Eurocódigo 3:

- Parâmetro  $h_w/t_w$  (esbeltez da alma): influencia diretamente o risco de flambagem por cisalhamento. A análise dos modelos numéricos de cada grupo evidencia que vigas mais esbeltas alcançaram menor valor de resistência última, ou seja, foram mais suscetíveis à instabilidade por cisalhamento. Observou-se, ainda, que a EN 1993-1-5 (2020) segue a tendência de subestimar a resistência ao cisalhamento em vigas retas, mas retornar valores menos conservadores quando a curvatura é mais acentuada.
- Parâmetro  $a/h_w$  (relação de aspecto): espaçamentos maiores entre enrijecedores favorecem modos de flambagem com comprimentos efetivos mais longos, o que acaba reduzindo a resistência última ao cisalhamento. Verificou-se que valores altos de  $a/h_w$  ampliam a divergência entre resultados normativos e numéricos, especialmente em vigas curvas de grande porte, reforçando a necessidade de verificações mais refinadas em casos de enrijecedores transversais bem afastados.
- Parâmetro  $a/R$  (espaçamento relativo dos reforços transversais em função da curvatura): constatou-se que valores mais elevados de  $a/R$  estão associados a uma tendência de subestimação da resistência ao cisalhamento pelas normas, em especial pela EN 1993-2 (2024). Isso confirma que os efeitos da curvatura interferem de forma mais significativa no comportamento estrutural do que as formulações normativas conseguem prever.
- Parâmetro  $z_a$  (curvatura da alma): revelou-se um indicador eficaz da influência conjunta dos demais parâmetros em situações de vigas curvas. À medida que  $z_a$  aumenta, a razão  $V_{u,FE}/V_{u,EN}$  cresce, indicando subestimação sistemática pelas normas, principalmente pela EN 1993-2 (2024). Esse resultado demonstra que a curvatura horizontal introduz uma complexidade adicional no comportamento ao cisalhamento em vigas I, que não é suficientemente considerada nos modelos normativos.

De forma geral, conclui-se que  $h_w/t_w$ ,  $a/h_w$ ,  $a/R$  e  $z_a$  exercem influência significativa sobre a precisão das disposições normativas avaliadas, ressaltando a importância da realização de análises via MEF em situações de elevada esbeltez, curvatura acentuada ou configurações fora do padrão típico considerado pelas normas atuais. Dessa maneira, a utilização complementar de modelos numéricos constitui uma ferramenta essencial para o desenvolvimento de projetos de pontes curvas mais seguros, otimizados e alinhados ao comportamento real da estrutura.

Em conclusão, a Tabela 23 apresenta os parâmetros estatísticos que avaliam a precisão da EN 1993-1-5 (2020) e EN 1993-2 (2024) na previsão da resistência última ao cisalhamento de vigas I curvas. Uma análise quantitativa das razões  $V_{u,FE}/V_{u,norma}$  evidencia ampla variabilidade nas previsões normativas.

Tabela 23 – Parâmetros estatísticos para a predição de  $V_u$  conforme as normas EN 1993-1-5 (2020) e EN 1993-2 (2024).

Parâmetros estatísticos das razões $V_{u,FE}/V_{u,norma}$	EN 1993-1-5 <sup>(a)</sup>	EN 1993-2 <sup>(a)</sup>	EN 1993-1-5 <sup>(b)</sup>	EN 1993-2 <sup>(b)</sup>
Média	1,160	1,339	1,032	1,268
Desvio padrão	0,227	0,214	0,348	0,202
COV	0,196	0,160	0,338	0,159
Máximo	1,523	1,922	1,522	1,700
Mínimo	0,513	0,757	0,125	0,756
$V_{u,FE}/V_{u,norma} < 0,8$ (%)	10,0	1,5	24,4	1,5
$0,8 \leq V_{u,FE}/V_{u,norma} < 0,9$ (%)	5,6	2,9	5,6	4,4
$0,9 \leq V_{u,FE}/V_{u,norma} < 1,0$ (%)	11,1	4,4	11,1	7,4
$1,0 \leq V_{u,FE}/V_{u,norma} < 1,1$ (%)	8,9	5,9	5,6	8,8
$1,1 \leq V_{u,FE}/V_{u,norma} < 1,2$ (%)	12,2	5,9	7,8	8,8
$1,2 \leq V_{u,FE}/V_{u,norma} < 1,3$ (%)	17,8	10,3	18,9	13,2
$1,3 \leq V_{u,FE}/V_{u,norma}$ (%)	34,4	69,1	26,7	55,9

<sup>(a)</sup> Previsão das condições de apoio de acordo com a configuração A, representando o efeito de contraventamento nas extremidades e no meio do vão.

<sup>(b)</sup> Previsão das condições de apoio de acordo com a configuração B, representando o efeito de contraventamento apenas nas extremidades (ver Seção 5.4.1 para detalhes).

Fonte: elaborada pela autora.

Para a EN 1993-1-5 (2020), a razão  $V_{u,FE}/V_{u,norma}$  na Configuração A, apresentou valor médio de 1,16 com coeficiente de variação (COV) igual a 0,196, enquanto, na Configuração B, a média foi de 1,032 e o COV de 0,338. Embora as previsões sejam globalmente conservadoras para a Configuração A, identifica-se um número relevante de estimativas não conservativas: 10% das vigas apresentaram razões inferiores a 0,8, 5,6% ficaram entre 0,8 e 0,9 e 11,1% entre 0,9 e 1,0. Consequentemente, 26,7% das previsões alcançadas pela EN 1993-1-5 (2020), na Configuração A, são não conservativas ( $V_{u,FE}/V_{u,norma} < 1,0$ ). Em contrapartida, uma parcela significativa das previsões são excessivamente conservadoras: 17,8% das vigas atingiram razões entre 1,2 e 1,3 e 34,4% excederam 1,3, totalizando 52,2% de casos com  $V_{u,FE}/V_{u,norma} \geq 1,2$ . Quanto à Configuração B, a frequência de previsões não conservativas foi ainda maior (41,1%): 24,4% das vigas mostraram razões abaixo de 0,8, 5,6% ficaram entre 0,8 e 0,9 e 11,1% entre 0,9 e 1,0. Por outro lado, 18,9% das vigas caíram no intervalo 1,2–1,3 e 26,7% permaneceram fortemente conservadoras, com razões acima de 1,3, totalizando 45,6% de casos com  $V_{u,FE}/V_{u,norma} \geq 1,2$ .

No caso das previsões baseadas na EN 1993-2 (2024), verificou-se conservadorismo sistemático e acentuado, ainda que ocorressem situações não conservativas, indicando variação significativa na precisão normativa. A razão  $V_{u,FE}/V_{u,norma}$  expôs valor médio de 1,339 com coeficiente de variação (COV) de 0,16, para a Configuração A, e média de 1,268 com COV de 0,159 para a Configuração B. Especificamente na Configuração A, 8,8% das vigas apresentaram valores de  $V_{u,FE}/V_{u,norma}$  abaixo de 1,0, caracterizando previsões não conservativas. Em contraste, 10,3% situaram-se no intervalo  $1,2 \leq V_{u,FE}/V_{u,norma} < 1,3$ , e 69,1% ultrapassaram 1,3, de modo que

79,4% das previsões excederam 1,2, evidenciando elevado grau de conservadorismo nas estimativas. Na Configuração B, observa-se comportamento semelhante: 13,3% dos casos resultaram em previsões não conservadoras ( $V_{u,FE}/V_{u,norma} < 1,0$ ), enquanto 13,2% enquadraram-se no intervalo  $1,2 \leq V_{u,FE}/V_{u,norma} < 1,3$ , e 55,9% superaram 1,3. Assim, 69,1% das previsões ficaram acima de 1,2, confirmando que o conservadorismo normativo permanece predominante também nessa configuração, embora a proporção de estimativas não conservadoras seja ligeiramente maior do que na Configuração A.

A partir da análise conjunta das figuras expostas nesta seção e da Tabela 23, constatou-se que as disposições da EN 1993-1-5 (2020) e da EN 1993-2 (2024), para a previsão da resistência ao cisalhamento de vigas I curvas, apresentam variabilidade estatística considerável. Os resultados indicam tanto subestimações quanto superestimações da resistência nominal à flambagem por cisalhamento, dependendo da geometria e da configuração de contraventamento adotada. Essa variabilidade evidenciou que, embora as formulações atuais constituam uma base de projeto aplicável, ainda há necessidade de ajustes para aprimorar a consistência e a precisão das previsões, a fim de garantir avaliações mais confiáveis e representativas do comportamento estrutural real de vigas I curvas de aço submetidas a esforços cortantes.

## 8 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Esta pesquisa desenvolveu uma investigação numérica abrangente acerca do desempenho estrutural e da resistência ao cisalhamento de vigas I com curvatura horizontal, considerando o comportamento não linear do aço e suas imperfeições geométricas. O modelo de elementos finitos elaborado no *software* ABAQUS foi validado com base nos estudos de Shanmugam *et al.* (2003), apresentando excelente correlação com os resultados experimentais e confirmando a eficiência do Método de Elementos Finitos para simular esse tipo de estrutura.

Cumprir destacar que a adoção da relação  $h_w/200$ , para representar a amplitude máxima das imperfeições iniciais, constitui critério adequado, satisfatório e amplamente aceito na literatura para a modelagem numérica de vigas I curvas de aço. Vale ressaltar que essa amplitude, predita na EN 1993-1-5 (2020), caracteriza uma imperfeição equivalente que contabiliza, de forma conjunta, irregularidades geométricas e tensões residuais.

O estudo paramétrico desenvolvido buscou avaliar a influência de parâmetros geométricos, como a esbeltez da alma ( $h_w/t_w$ ), a curvatura ( $a/R$ ) e a relação de aspecto ( $a/h_w$ ), na resistência última ao cisalhamento de vigas I curvas, além do efeito de diferentes configurações de contraventamento transversal. Os resultados da análise paramétrica, confrontados com as previsões normativas do Eurocódigo 3, permitiram alcançar as seguintes conclusões:

- Os resultados provenientes deste trabalho confirmam a tendência observada nos estudos de Shanmugam *et al.* (2003), em que a capacidade resistente de vigas curvas diminui significativamente com o aumento da curvatura horizontal, enquanto a força crítica elástica apresenta acréscimo. Esse comportamento foi consistente para razões de aspecto e índices de esbeltez distintos, reforçando a importância de considerar de forma rigorosa os efeitos da curvatura no dimensionamento estrutural.
- O aumento da esbeltez da alma e do espaçamento entre enrijecedores transversais intensifica os deslocamentos radiais e reduz a resistência última ao cisalhamento de vigas I curvas, evidenciando maior vulnerabilidade estrutural em almas mais delgadas. Constatou-se, também, que as vigas mais esbeltas apresentam reserva de utilidade pós-crítica mais pronunciada, fenômeno claramente identificado pelos ramos pós-pico mais suaves nas curvas carga-deslocamento vertical, mas não integralmente capturado pelas formulações normativas atuais. As análises numéricas assumem, portanto, um papel fundamental no dimensionamento de pontes curvas, permitindo concepções mais seguras e eficientes, capazes de mitigar os riscos de superdimensionamento ou subdimensionamento.

- A análise comparativa entre diferentes configurações de contraventamento mostrou que sistemas mais rígidos contribuem para maiores valores de resistência última, enquanto as vigas com restrição lateral reduzida apresentam menor capacidade resistente e maior ocorrência de previsões não conservadoras.
- A avaliação da EN 1993-1-5 (2020) e EN 1993-2 (2024) frente aos resultados numéricos demonstrou que a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas curvas apresenta elevada variabilidade. Embora as normas revelem uma tendência predominantemente conservadora, foram identificados também casos de superestimação, principalmente em situações de baixa curvatura ou esbeltez reduzida. Pode-se afirmar, ainda, que a EN 1993-2 (2024) apresenta maior conservadorismo e dispersão nos resultados, quando comparada à EN 1993-1-5 (2020), especialmente à medida que a esbeltez aumenta.
- Os resultados obtidos neste trabalho reforçam a necessidade de revisão e aprimoramento das prescrições do Eurocódigo 3, de modo a permitir a incorporação explícita dos efeitos da curvatura horizontal e da reserva de utilidade pós-crítica, garantindo previsões mais consistentes e alinhadas com o comportamento estrutural real de vigas I curvas de aço submetidas a esforços cortantes.

Em vista dos resultados alcançados, e apesar da abrangência dos parâmetros considerados neste estudo numérico, torna-se evidente que ainda existem outras oportunidades significativas para o avanço do conhecimento acerca do comportamento ao cisalhamento de vigas I curvas de aço. Investigações futuras podem explorar a influência de outras variáveis geométricas seccionais ( $h_w$ ,  $t_w$ ,  $t_f$ ,  $b_f$ ), propriedades dos materiais ( $f_{yw}$ ,  $f_{yf}$ ), diferentes razões de aspecto ( $a/h_w$ ) e variações no raio de curvatura ( $R$ ). De igual modo, a realização de ensaios experimentais, em escala real ou reduzida, mostra-se fundamental para a validação de resultados numéricos, sobretudo em vigas com elevada curvatura e sujeitas a diversas condições de contraventamento. Essas iniciativas, por sua vez, poderão subsidiar revisões normativas mais robustas e contribuir para soluções estruturais mais seguras e eficazes no dimensionamento de pontes curvas.

## REFERÊNCIAS

AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials), LRFD, Bridge design specifications, Seventh Edition, Washington, DC, USA, 2014.

ABAQUS. Theory manual. Version 6.14-1, Dassault Systèmes Simulia Corp, Providence, RI, USA, 2014.

ABAQUS. User's Manual. Version 6.14-1, Dassault Systèmes Simulia Corp, Providence, RI, USA, 2014.

ALINIA, M. M.; MOHAMMADZADEH, M. The shear loading capacity and behavior of horizontally curved steel I-girder bridges, and the imperfection effect. *Amirkabir J. Civil Eng.*, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.22060/ceej.2015.409>>.

BONILLA, J.; MIRAMBELL, E; ARRAYAGO, I. New proposal for predicting the patch loading resistance of curved steel I-girders. *Journal of Constructional Steel Research*, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2025.109469>>.

BONILLA, J.; MIRAMBELL, E; ARRAYAGO, I. Numerical analysis of curved steel plate girders subjected to patch loading. *Engineering Structures*, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.117015>>.

CHACÓN FLORES, R. Resistence of transversally stiffened hybrid steel plate girders to concentrated loads. Tesis Doctoral – Departament d'Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Espanha, 2009.

CHACÓN, R.; MIRAMBELL, E.; REAL, E. Hybrid steel plate girders subjected to patch loading. Part 1: Numerical study. *J Constr Steel Res*, v. 66, 2010, 695-708. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2009.12.005>>.

CHACÓN, R.; MIRAMBELL, E.; REAL, E. Transversally stiffened plate girders subjected to patch loading. Part 1: Preliminary study. *J Constr Steel Res*, v. 80, 2013, 483-491. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2012.06.008>>.

CRISFIELD, M. A. An arc-length method including line searches and accelerations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 39, 1983, 1269-1289.

CULVER, C. G.; DYM, C. L.; UDDIN, T. Web slenderness requirements for curved girders. *J Struct Div* 99 (1973). Disponível em: <<https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0003458>>.

CULVER, C. G. Flange proportions for curved plate girders. *Journal of Highway Research Board*, New York, 1971, 61-66.

- CULVER, C. G.; FRAMPTON, R. E. Local instability of horizontally curved members. *J Struct Div* 96 (1970). Disponível em: <<https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002499>>.
- CULVER, C. G.; MCMANUS, P. F. Instability of horizontally curved members – Lateral buckling of curved plate girders. Department of Civil Engineering, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, PA, 1971.
- CULVER, C. G.; NASIR, G. Inelastic flange buckling of curved plate girders. *J Struct Div* 97 (1971). Disponível em: <<https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002881>>.
- CULVER, C. G.; NASIR, G. Instability of highway curved bridges – Flange buckling studies. Report 68-32. Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, PA, and Pennsylvania Department of Transportation, Bureau of Public Roads, Harrisburg, PA, 1969.
- DAVIDSON, J. S.; KELLER, M. A.; YOO, C. H. Cross frame spacing and parametric effects in horizontally curved I-girder bridges. *Journal of Structural Engineering*, v. 122, 1996, 1086-1096.
- EL-AMIN, F. M.; BROTTON, D. M. Horizontally curved beam finite element including warping. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 10, 1976, 1397-1428.
- European Committee for Standardization (CEN). prEN 1993-1-1. Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, Brussels, Belgium, 2005.
- European Committee for Standardization (CEN). prEN 1993-1-5. Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-5: Plated structural elements, Brussels, Belgium, 2020.
- European Committee for Standardization (CEN). prEN 1993-2. Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 2: Steel bridges, Brussels, Belgium, 2024.
- FRANKL, B. A.; LINZELL, D. G. Validation of modified shear buckling coefficients for horizontally curved steel plate girders. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 168, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106009>>.
- FUKUMOTO, Y.; NISHIDA, S. Ultimate load behavior of curved I-beams. *Journal of Engineering Mechanics*, 1981. ASCE. 107:367-385.
- GOZZI, J. Patch loading resistance of plated girders – Ultimate and serviceability limit state. Luleå University of Technology; 2007. PhD. Thesis.

GOZZI, J.; OLSSON, A.; TALJA, A. Cold-formed stainless steel profiles subjected to bending and concentrated forces – Test results, numerical modelling and design guidance. In: RFCS Contract RFCS-CR-03018, ComBri-Report-CTICM-005, CTICM, France, 2006.

HARTMANN, J. L. An experimental investigation of the flexural resistance of horizontally curved steel I-girder systems. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Civil and Environmental Engineering, University of Maryland, Washington, DC, USA; 2005.

HENDY, C. R.; CAI, M.; MARTINS, J. P.; LJUBINKOVIC', F.; DA SILVA, L. S. New design rules for plate girders curved in plan. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Bridge Engineering*, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1680/jbren.19.00057>>.

HSU, Y. T.; FU, C. C.; SCHELLING, D. R. An improved horizontally-curved beam element. *Computers & Structures*, v. 34, 1990, 313-318.

LEE, S. C.; YOO, C. H. Shear buckling and postbuckling behavior of horizontally curved plate girders. *Journal of Structural Engineering*, v. 125, 1999, 1385-1394.

LEE, S. C.; YOO, C. H. Ultimate strength of plate girder web under pure shear. *Journal of Structural Engineering*, v. 125, 1996, 847-853.

MACHADO, I. G. Falhas de estruturas de aço soldadas devido a reduzida ductilidade. *Soldagem & Inspeção*, Porto Alegre, v. 18, 2013, 391-403.

MATHIES, H.; STRANG, G. The solution of nonlinear finite elements equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 14, 1979, 1613-1626.

MIRAMBELL, E.; ARRAYAGO, I.; BONILLA, J. Vigas armadas de acero en planta curva sometidas a carga concentrada y esfuerzo cortante. *Hormigón y Acero*, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.33586/hya.2025.3973>>.

MIRAMBELL, E.; RODRIGUEZ, E., RODRIGUEZ, A. A numerical study of curved steel I-girders subjected to shear. In: *International Conference on Steel and Aluminum Structures*, Hong Kong, 2016.

MOZER, J.; CULVER, C.G. Horizontally curved highway bridges – Stability of curved plate girders: Report P1. Federal Highway Administration, Report n.º FHWA-RD-75-XXX, Washington, DC, 1975.

MOZER, J.; OHLSON, R.; CULVER, C.G. Horizontally curved highway bridges – Stability of curved plate girders: Report P2. Federal Highway Administration, Report n.º FHWA-RD-75-XXX, Washington, DC, 1975a.

MOZER, J.; COOK, J.; CULVER, C.G. Horizontally curved highway bridges – Stability of curved plate girders: Report P3. Federal Highway Administration, Report n.º FHWA-RD-75-XXX, Washington, DC, 1975b.

NAKAI, H.; KOTOGUCHI, H. A study on lateral buckling strength and design aid for horizontally curved I-girder bridges. In: *Proc Jpn Soc Civ Eng*, 1983. Disponível em: <[https://doi.org/10.2208/jscej1969.1983.339\\_195](https://doi.org/10.2208/jscej1969.1983.339_195)>.

NAKAI, H.; KITADA, T.; OHMINAMI, R. Experimental study on bending strength of web plate of horizontally curved girder bridges. In: *Proc Jpn Soc Civ Eng*, n. 340, 1983, 19-30.

NAKAI, H.; KITADA, T.; OHMINAMI, R. Experimental study on buckling and ultimate strength of curved girders subjected to combined loads of bending and shear. In: *Proc Jpn Soc Civ Eng*, n. 356/I3, 1985, 445-454.

NAKAI, H.; KITADA, T.; OHMINAMI, R.; KAWAI, T. A study on analysis and design of web plates in curved bridges subjected to bending. In: *Proc Jpn Soc Civ Eng*, n. 368/I5, 1986, 235-244.

PEDRO, J. J. O.; NASCIMENTO, S.; HENDY, C. Shear buckling resistance models for steel plate girders – Numerical investigation. *Engineering Structures*, v. 340, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.120584>>.

PI, Y. L.; BRADFORD, M. A.; TRAHAIR, N. S. Inelastic analysis and behaviour of steel I-beams curved in plan. *J Struct Eng*, 2000, 126:772-9.

PI, Y. L.; TRAHAIR, N. S. Nonlinear elastic behaviour of I-beams curved in plan. *J Struct Eng*, 1997, 123:1201-9.

SHANMUGAM, N. E.; MAHENDRAKUMAR, M.; THEVENDRAN, V. Ultimate load behavior of horizontally curved plate girders. *J Constr Steel Res*, 2003, 509-529. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(02\)00043-3](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(02)00043-3)>.

SHANMUGAM, N. E.; THEVENDRAN, V., RICHARD LIEW, J. Y.; TAN, L. O. Experimental study on steel beams curved in plan. *J Struct Eng*, 1995, 249-259. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1995\)121:2\(249\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1995)121:2(249))>.

RIKS, E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *Internacional Journal of Solids Structures*, v. 15, 1979, 529-551.

RODRIGUEZ, E. E. Estudio de la inestabilidad frente a cortante de vigas curvas armadas de acero. 2016. 678 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia estrutural e construção) – Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, Espanha, 2016.

VIEIRA, L. L. Análise da Resistência ao Fogo de Pórticos em Aço pelo Método dos Elementos Finitos. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM – 20A/19, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental de Brasília, DF, 122p.

WHITE, D.W.; ZUREICK, A. H.; PHOAWANICH, N.; JUNG, S. K. Development of unified equations for design of curved and straight steel bridge I-girders, *Final report to American Iron and Steel Institute Transportation and Infrastructure Committee, Professional Services Industries Inc, and Federal Highway Administration*, Atlanta (GA), School of Civil and Environmental Engineering, 2001.

YOO, C.H.; HEINS, C. P. Plastic collapse of horizontally curved bridge girders, *J Struct Eng*, 98 (1972) 899–914.

YOO, C. H.; KIM, Y. D.; CHEN, S. C. Elastic buckling of curved I-girders. *Journal of Structural Engineering*, New York, v. 122, n. 11, p. 1324-1330, 1996.

YOO, C. H.; PFEIFFER, P. A. Elastic stability of curved members. *J Struct Eng*, 109 (1983) 2922-40. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/\(ASCE\)0733-9445\(1983\)109:12\(2922\)](https://doi.org/10.1016/(ASCE)0733-9445(1983)109:12(2922))>.

YOO, C. H.; PFEIFFER, P. A. Buckling of curved beams with in-plane deformation. *J Struct Eng*, 110 (1984) 291-300. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1984\)110:2\(291\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:2(291))>.

YUN, X., GARDNER, L. Stress-strain curves for hot-rolled steels. *J Constr Steel Res*, v. 133, 2017, 36-46. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.01.024>>.

ZUREICK, A., WHITE, D.W., PHOAWANICH, N., PARK, J. Shear strength of horizontally curved steel I-girders – Experimental tests. *Final Report to Professional Service Industries, Inc., and Federal Highway Administration*. School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, USA, 2002.

## ANEXO A – DADOS DE ENTRADA E SAÍDA

Grupo	Condição de Contorno	Nomenclatura	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$a$ (mm)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)	
										$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$
I	A	I-8-1-∞						∞	0	1.123,65	1.246,81
		I-8-1-200						200	0,005	1.124,45	1.242,98
		I-8-1-100	1.000	8	400	20	1.000	100	0,01	1.126,81	1.239,18
		I-8-1-40						40	0,025	1.142,94	1.226,54
		I-8-1-20						20	0,05	1.196,10	1.202,48
		I-12-1-∞						∞	0	3.516,44	2.222,36
		I-12-1-200						200	0,005	3.517,65	2.220,95
		I-12-1-100	1.000	12	400	20	1.000	100	0,01	3.521,19	2.218,72
		I-12-1-40						40	0,025	3.545,61	2.213,42
		I-12-1-20						20	0,05	3.629,36	2.202,27
I	A	I-8-2-∞						∞	0	830,97	1.093,25
		I-8-2-200						200	0,01	831,82	1.098,02
		I-8-2-100	1.000	8	400	20	2.000	100	0,02	834,34	1.100,18
		I-8-2-40						40	0,05	851,25	1.077,04
		I-8-2-20						20	0,1	904,13	1.000,37
		I-12-2-∞						∞	0	2.529,49	1.928,87
		I-12-2-200						200	0,01	2.531,01	1.928,15
		I-12-2-100	1.000	12	400	20	2.000	100	0,02	2.535,45	1.925,55
		I-12-2-40						40	0,05	2.565,75	1.913,52
		I-12-2-20						20	0,1	2.665,03	1.882,37
I	A	I-8-3-∞						∞	0	773,94	1.045,57
		I-8-3-200						200	0,015	774,77	1.031,65
		I-8-3-100	1.000	8	400	20	3.000	100	0,03	777,24	1.015,88
		I-8-3-40						40	0,075	793,58	962,52
		I-8-3-20						20	0,15	843,38	877,03
		I-12-3-∞						∞	0	2.256,75	1.358,14
		I-12-3-200						200	0,015	2.258,34	1.351,77
		I-12-3-100	1.000	12	400	20	3.000	100	0,03	2.263,03	1.345,57
		I-12-3-40						40	0,075	2.294,42	1.326,42
		I-12-3-20						20	0,15	2.393,88	1.286,53
I	B	I-8-1-∞						∞	0	1.122,41	1.246,31
		I-8-1-200						200	0,005	1.123,19	1.242,14
		I-8-1-100	1.000	8	400	20	1.000	100	0,01	1.125,54	1.238,15
		I-8-1-40						40	0,025	1.141,65	1.224,83
		I-8-1-20						20	0,05	1.194,79	1.199,67
		I-12-1-∞						∞	0	3.504,02	2.222,19
		I-12-1-200						200	0,005	3.505,18	2.220,38
		I-12-1-100	1.000	12	400	20	1.000	100	0,01	3.521,19	2.218,04
		I-12-1-40						40	0,025	3.533,05	2.210,91
		I-12-1-20						20	0,05	3.616,79	2.197,21
I	B	I-8-2-∞						∞	0	830,74	1.090,77
		I-8-2-200						200	0,01	831,58	1.098,47
		I-8-2-100	1.000	8	400	20	2.000	100	0,02	834,09	1.101,99
		I-8-2-40						40	0,05	851,01	1.063,50
		I-8-2-20						20	0,1	904,06	963,75
		I-12-2-∞						∞	0	2.528,95	1.926,37
		I-12-2-200						200	0,01	2.530,41	1.907,27
		I-12-2-100	1.000	12	400	20	2.000	100	0,02	2.534,83	1.882,51
		I-12-2-40						40	0,05	2.565,06	1.790,05
		I-12-2-20						20	0,1	2.665,06	1.574,77
I	B	I-8-3-∞						∞	0	773,94	1.044,59
		I-8-3-200						200	0,015	774,78	1.013,73
		I-8-3-100	1.000	8	400	20	3.000	100	0,03	777,32	967,76
		I-8-3-40						40	0,075	794,17	806,40
		I-8-3-20						20	0,15	845,67	646,20
		I-12-3-∞						∞	0	2.255,19	1.356,65
		I-12-3-200						200	0,015	2.256,85	1.331,64
		I-12-3-100	1.000	12	400	20	3.000	100	0,03	2.261,91	1.294,02
		I-12-3-40						40	0,075	2.295,90	1.162,43
		I-12-3-20						20	0,15	2.392,82	1.286,10

Grupo	Condição de Contorno	Nomenclatura	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$a$ (mm)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)		
										$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$	
II	A	II-12-2.5-∞						∞	0	1.429,80	3.240,66	
		II-12-2.5-200						200	0,0125	1.447,33	3.194,77	
		II-12-2.5-100	2.500	12	600	35	2.500	100	0,025	1.497,00	3.144,98	
		II-12-2.5-40						40	0,0625	1.761,17	2.992,29	
		II-12-2.5-20						20	0,125	2.267,39	2.759,97	
		II-15-2.5-∞							∞	0	2.668,35	4.671,01
		II-15-2.5-200							200	0,0125	2.690,22	4.617,87
		II-15-2.5-100	2.500	15	600	35	2.500	100	0,025	2.753,35	4.559,37	
		II-15-2.5-40							40	0,0625	3.117,02	4.366,37
		II-15-2.5-20							20	0,125	3.902,74	4.011,62
		II-12-5-∞							∞	0	1.088,52	2.695,98
		II-12-5-200							200	0,025	1.108,03	2.739,07
		II-12-5-100	2.500	12	600	35	5.000	100	0,05	1.160,63	2.660,06	
		II-12-5-40							40	0,125	1.402,71	2.136,00
		II-12-2-20							20	0,25	1.833,51	1.665,58
		II-15-5-∞							∞	0	2.014,41	3.927,87
II-15-5-200							200	0,025	2.040,87	3.981,06		
II-15-5-100	2.500	15	600	35	5.000	100	0,05	2.114,27	3.907,28			
II-15-5-40							40	0,125	2.484,95	3.193,89		
II-15-5-20							20	0,25	3.183,41	2.600,95		
II-12-7.5-∞							∞	0	1.005,00	2.580,01		
II-12-7.5-200							200	0,0375	1.023,70	2.510,79		
II-12-7.5-100	2.500	12	600	35	7.500	100	0,075	1.073,18	2.394,93			
II-12-7.5-40							40	0,1875	1.307,51	1.977,95		
II-12-7.5-20							20	0,375	1.726,72	1.586,73		
II-15-7.5-∞							∞	0	1.821,94	3.342,20		
II-15-7.5-200							200	0,0375	1.847,92	3.267,85		
II-15-7.5-100	2.500	15	600	35	7.500	100	0,075	1.918,28	3.127,97			
II-15-7.5-40							40	0,1875	2.279,39	2.681,27		
II-15-7.5-20							20	0,375	2.989,49	2.068,97		
II-12-2.5-∞							∞	0	1.427,71	3.235,74		
II-12-2.5-200							200	0,0125	1.445,24	3.185,75		
II-12-2.5-100	2.500	12	600	35	2.500	100	0,025	1.494,95	3.132,16			
II-12-2.5-40							40	0,0625	1.759,55	2.970,34		
II-12-2.5-20							20	0,125	2.266,76	2.751,56		
II-15-2.5-∞							∞	0	2.660,89	4.661,11		
II-15-2.5-200							200	0,0125	2.682,77	4.600,09		
II-15-2.5-100	2.500	15	600	35	2.500	100	0,025	2.746,01	4.533,68			
II-15-2.5-40							40	0,0625	3.110,74	4.319,76		
II-15-2.5-20							20	0,125	3.899,80	3.938,59		
II-12-5-∞							∞	0	1.088,11	2.680,43		
II-12-5-200							200	0,025	1.107,76	2.753,19		
II-12-5-100	2.500	12	600	35	5.000	100	0,05	1.160,87	2.495,60			
II-12-5-40							40	0,125	1.406,00	1.814,97		
II-12-5-20							20	0,25	1.836,27	1.228,01		
II-15-5-∞							∞	0	2.013,29	3.896,77		
II-15-5-200							200	0,025	2.040,08	3.925,26		
II-15-5-100	2.500	15	600	35	5.000	100	0,05	2.114,68	3.376,66			
II-15-5-40							40	0,125	2.493,12	2.218,51		
II-15-5-20							20	0,25	3.195,01	1.477,12		
II-12-7.5-∞							∞	0	1.005,00	2.580,01		
II-12-7.5-200							200	0,0375	1.024,97	2.156,67		
II-12-7.5-100	2.500	12	600	35	7.500	100	0,075	1.078,01	1.528,29			
II-12-7.5-40							40	0,1875	1.323,08	951,49		
II-12-7.5-20							20	0,375	1.713,43	557,19		
II-15-7.5-∞							∞	0	1.821,93	3.342,19		
II-15-7.5-200							200	0,0375	1.850,60	2.540,19		
II-15-7.5-100	2.500	15	600	35	7.500	100	0,075	1.928,56	1.864,74			
II-15-7.5-40							40	0,1875	2.322,44	1.114,75		
II-15-7.5-20							20	0,375	2.987,71	700,09		

Grupo	Condição de Contorno	Nomenclatura	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$a$ (mm)	$R$ (m)	$a/R$	ABAQUS (kN)	
										$V_{cr,FE}$	$V_{u,FE}$
III	A	III-15-4-∞						∞	0	1.814,96	5.422,90
		III-15-4-200						200	0,02	1.900,85	5.320,95
		III-15-4-100	4.000	15	1.000	50	4.000	100	0,04	2.110,80	5.248,05
		III-15-4-40						40	0,1	2.862,72	5.038,40
		III-15-4-20						20	0,2	3.958,91	4.740,77
		III-25-4-∞						∞	0	7.585,75	12.686,30
		III-25-4-200						200	0,02	7.732,10	12.457,05
		III-25-4-100	4.000	25	1.000	50	4.000	100	0,04	8.134,95	12.193,15
III	A	III-25-4-40						40	0,1	10.058,70	11.293,15
		III-25-4-20						20	0,2	13.532,95	9.566,05
		III-15-8-∞						∞	0	1.376,91	4.437,77
		III-15-8-200						200	0,04	1.464,88	4.418,00
		III-15-8-100	4.000	15	1.000	50	8.000	100	0,08	1.656,21	3.953,77
		III-15-8-40						40	0,2	2.285,88	3.375,07
		III-15-8-20						20	0,4	3.246,77	2.855,74
		III-25-8-∞						∞	0	5.637,50	10.597,35
III	A	III-25-8-200						200	0,04	5.820,15	10.686,45
		III-25-8-100	4.000	25	1.000	50	8.000	100	0,08	6.284,20	9.782,05
		III-25-8-40						40	0,2	8.148,10	7.316,10
		III-25-8-20						20	0,4	11.197,90	6.320,70
		III-15-12-∞						∞	0	1.282,04	4.187,20
		III-15-12-200						200	0,06	1.364,11	3.774,63
		III-15-12-100	4.000	15	1.000	50	12.000	100	0,12	1.540,92	3.900,40
		III-15-12-40						40	0,3	2.151,73	2.462,56
III	A	III-15-12-20						20	0,6	3.091,06	2.761,89
		III-25-12-∞						∞	0	5.004,50	8.188,90
		III-25-12-200						200	0,06	5.183,10	7.817,05
		III-25-12-100	4.000	25	1.000	50	12.000	100	0,12	5.622,90	7.284,30
		III-25-12-40						40	0,3	7.542,55	5.411,35
		III-25-12-20						20	0,6	10.531,85	3.993,70
		III-15-4-∞						∞	0	1.813,68	5.417,80
		III-15-4-200						200	0,02	1.899,58	5.316,65
III	B	III-15-4-100	4.000	15	1.000	50	4.000	100	0,04	2.109,64	5.242,75
		III-15-4-40						40	0,1	2.862,19	5.027,50
		III-15-4-20						20	0,2	3.958,26	4.717,07
		III-25-4-∞						∞	0	7.562,10	12.658,45
		III-25-4-200						200	0,02	7.708,60	12.393,20
		III-25-4-100	4.000	25	1.000	50	4.000	100	0,04	8.112,45	12.094,75
		III-25-4-40						40	0,1	10.044,90	11.115,90
		III-25-4-20						20	0,2	13.529,60	9.322,40
III	B	III-15-8-∞						∞	0	1.376,61	4.421,60
		III-15-8-200						200	0,04	1.464,95	4.282,25
		III-15-8-100	4.000	15	1.000	50	8.000	100	0,08	1.657,59	3.877,93
		III-15-8-40						40	0,2	2.287,80	2.689,38
		III-15-8-20						20	0,4	3.243,87	1.865,81
		III-25-8-∞						∞	0	5.634,05	10.510,20
		III-25-8-200						200	0,04	5.819,40	9.391,30
		III-25-8-100	4.000	25	1.000	50	8.000	100	0,08	6.292,65	7.152,90
III	B	III-25-8-40						40	0,2	8.185,90	4.289,25
		III-25-8-20						20	0,4	11.129,40	2.894,02
		III-15-12-∞						∞	0	1.282,03	4.189,60
		III-15-12-200						200	0,06	1.367,19	3.463,34
		III-15-12-100	4.000	15	1.000	50	12.000	100	0,12	1.550,15	2.452,95
		III-15-12-40						40	0,3	2.149,33	1.303,17
		III-15-12-20						20	0,6	2.972,73	796,24
		III-25-12-∞						∞	0	5.003,85	8.190,90
III	B	III-25-12-200						200	0,06	5.200,25	5.252,35
		III-25-12-100	4.000	25	1.000	50	12.000	100	0,12	5.683,50	3.371,27
		III-25-12-40						40	0,3	7.675,45	1.982,81
		III-25-12-20						20	0,6	10.505,15	976,12