

**DETERMINAÇÃO DE PLANO CRÍTICO EM FADIGA
MULTIAXIAL COM ESTIMATIVA DE AMPLITUDE DE TENSÃO
CISALHANTE EM COMPONENTES MECÂNICOS ATRAVÉS DE
DIFERENTES CRITÉRIOS DE FALHA**

AURELIO CAETANO FELICIANO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**DETERMINAÇÃO DE PLANO CRÍTICO EM FADIGA
MULTIAXIAL COM ESTIMATIVA DE AMPLITUDE DE TENSÃO
CISALHANTE EM COMPONENTES MECÂNICOS ATRAVÉS DE
DIFERENTES CRITÉRIOS DE FALHA**

AURELIO CAETANO FELICIANO

ORIENTADOR: JORGE LUIZ DE ALMEIDA FERREIRA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS**

PUBLICAÇÃO: XXXXXXXXXX
BRASÍLIA-DF: AGOSTO DE 2025

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**DETERMINAÇÃO DE PLANO CRÍTICO EM FADIGA
MULTIAXIAL COM ESTIMATIVA DE AMPLITUDE DE TENSÃO
CISALHANTE EM COMPONENTES MECÂNICOS ATRAVÉS DE
DIFERENTES CRITÉRIOS DE FALHA**

AURELIO CAETANO FELICIANO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS

APROVADO POR:

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, D.Sc (PUC-RJ)
(Orientador)

Profa. Thamise Sampaio Vasconcelos Vilela, D.Sc (UnB-DF)
(Examinador Externo)

Prof. Eder Lima de Albuquerque, D.Sc (Unicamp-SP)
(Examinador Interno)

FICHA CATALOGRÁFICA

FELICIANO, AURELIO CAETANO

Determinação de plano crítico em fadiga multiaxial com estimativa de amplitude de tensão cisalhante em componentes mecânicos através de diferentes critérios de falha [Distrito Federal] 2025.

118 p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB. Mestre, Ciências Mecânicas, 2025)

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

- | | |
|----------------------|------------------------|
| 1. Fadiga Multiaxial | 3. Amplitude de Tensão |
| 2. Plano Crítico | 4. Falha por Fadiga |

- | | |
|-----|--|
| I. | ENM/FT/UnB |
| II. | Algoritmo de menor custo computacional para identificação de plano crítico usando diferentes modelos de fadiga e falha |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FELICIANO, A. C. (2025). Determinação de plano crítico em fadiga multiaxial com estimativa de amplitude de tensão cisalhante em componentes mecânicos através de diferentes critérios de falha. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas. Publicação ENM.DM-XX/YYYY. Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade de Brasília. Brasília – DF. 118 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Aurelio Caetano Feliciano

TÍTULO: Determinação de plano crítico em fadiga multiaxial com estimativa de amplitude de tensão cisalhante em componentes mecânicos através de diferentes critérios de falha

GRAU: Mestre

ANO: 2025

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Aurelio Caetano Feliciano

Quadra 301 Alameda Gravatá Conjunto 10 Águas Claras
71901-250 Brasília – DF – Brasil

Agradecimentos

Agradeço a Deus que me permitiu chegar até aqui depois de tantos anos plantando a semente deste sonho e podendo colher esse fruto ao final desta caminhada.

Agradeço imensamente ao Prof. Jorge Luiz que me acolheu, apoiou, instruiu, incentivou, ensinou, entendeu e me repreendeu quando eu mais precisei a respeito de todas as etapas da produção deste trabalho. Seu apoio e principalmente sua confiança em minha capacidade me fez chegar a essa etapa final. Graças a ele, esse resultado jamais seria possível.

Agradeço ao Prof. Guilherme Alencar e amigo, que me auxiliou sempre com conhecimento técnico e incentivo fraternal e profissional para chegar até aqui na conclusão desta dissertação.

Agradeço a minha esposa Jandryelly que me apoiou sempre, desde o início, a concluir este trabalho e, passo-a-passo e pacientemente entender o tempo de tudo nesta vida.

Agradeço especialmente a Universidade de Brasília, a todos os servidores administrativos, professores e coordenadores à frente do Programa de Ciências Mecânicas da Faculdade de Tecnologia no Departamento de Engenharia Mecânica que me permitiram ainda estar aqui e concluir esta dissertação.

Aos colegas Glediston Jr, Tiago, Renato, Gabriel, Thales, Wilson, Maurício, Ailín, Jéssica, Augusto, Juliana e Jordana.

E por fim, agradeço a minha família e amigos e todos que estiveram diretamente e indiretamente ligados a cada momento neste caminho que se encerra aqui.

A todos, o meu mais sincero e fraterno, obrigado.

RESUMO

A fadiga multiaxial é a principal causa de falhas em componentes mecânicos. A complexidade dos estados multiaxiais de tensão exige modelos de fadiga mais detalhados que os modelos uniaxiais. Este trabalho busca avaliar a precisão de previsão de falha por fadiga em componentes mecânicos através da influência de tensões médias e histórias de carregamento experimentais sujeitos a carregamentos proporcionais e não-proporcionais e em diferentes regimes temporais. Paralelamente, analisa-se a orientação dos planos críticos estimados. Esta avaliação no cálculo da amplitude de tensão cisalhante realizado por meio dos modelos de fadiga multiaxiais: o Método do Máximo Retângulo Circunscrito (MMRC) que identifica a máxima amplitude de tensão cisalhante dominante via rotação do retângulo mínimo circunscrito à história de tensões; o Método do Momento de Inércia (MOI) que calcula o plano crítico pelo momento de inércia máximo de um suposto objeto físico dado a representação da história de carregamento; o Método da Máxima Variância (MVM) que busca encontrar a direção mais significativa que representa a máxima amplitude de tensão cisalhante e a severidade deste carregamento e, o Método de Socie. Posteriormente aplicam-se os Critérios de Falha de Susmel e Lazzarin e o Critério de Falha de Findley que apresentam a relação linear entre a máxima amplitude de tensão cisalhante e a tensão normal máxima resultando em um parâmetro de fadiga. Pelo Critério de Susmel e Lazzarin, em carregamentos síncronos e em fase sob $\sigma_m = 0$, a precisão de previsão de falha dos componentes mecânicos estudados tem um índice de erro de aproximadamente $\pm 15\%$ caracterizando uma superestimação do dano. Já em condições de carregamento assíncronos e fora de fase, os índices de erro na previsão de falha são de -20% nos modelos de fadiga de MOI e MVM, caracterizando a subestimação do dano, isto é, a falha é prevista antes do que realmente possa acontecer. No Critério de Falha de Findley, carregamentos sob $\sigma_m \neq 0$ apresentam precisão de previsão de erro que podem se aproximar de $+50\%$ de acordo com as limitações físicas dos modelos de fadiga testados como o Modelo de Socie, caracterizando uma previsão de falha conservadora, ou seja, a previsão de falha é estimada antes que a falha por fadiga aconteça. Estes resultados são fortalecidos pela métrica de avaliação de RMSE e validado pela validação cruzada de *k-fold*, com resultado igual a 6,04 %. Independente do modelo e do critério de falha, grande parte dos componentes ensaiados apresentam seu plano crítico a 90° , ou seja, por mais que a trajetória das tensões possa ser excêntrica, em carregamentos multiaxiais mais conservadores, o dano está presente na ortogonalidade da ação das tensões. E com a implantação de linguagem computacional adequada, tem-se a determinação do custo computacional na estimativa do plano crítico, o que é função da natureza do modelo de fadiga. Em que se destaca a capacidade de estimativa do plano crítico: o modelo de fadiga do MVM que alcança resultados em unanimidade, mais rápidos que os modelos de MOI e MMRC/MRH, iguais a 10^{-5} segundos. Assim, conclui-se que, mesmo com as características individuais e limitações de cada modelo e critério de falha por fadiga, todos modelos são estratégias eficazes na previsão de falha de um componente mecânico.

Palavras-chaves: Fadiga multiaxial. Plano crítico. Índice de erro. Custo computacional

ABSTRACT

Multiaxial fatigue is a primary cause of failure in mechanical components. The complexity of multiaxial stress states requires more detailed fatigue models than uniaxial ones. This work seeks to evaluate the accuracy of fatigue failure prediction in mechanical components under the influence of mean stresses and experimental loading histories subject to proportional and non-proportional loading in different time domains. Concurrently, the orientation of the estimated critical planes is analyzed. This evaluation is centered on the calculation of the shear stress amplitude performed through several multiaxial fatigue models: the Maximum Rectangular Hull (MRH) method, which identifies the dominant maximum shear stress amplitude by rotating the minimum bounding rectangle around the stress history; the Moment of Inertia (MOI) method, which calculates the critical plane based on the maximum moment of inertia of a supposed physical object representing the loading history; the Maximum Variance Method (MVM), which seeks to find the most significant direction that represents the maximum shear stress amplitude and the severity of this loading; and the Socie Method. Subsequently, the Susmel & Lazzarin and the Findley failure criteria are applied, which present a linear relationship between the maximum shear stress amplitude and the maximum normal stress, resulting in a fatigue parameter. According to the Susmel & Lazzarin criterion, for synchronous and in-phase loading, the failure prediction accuracy for the studied mechanical components shows an error index of approximately $\pm 15\%$, characterizing an overestimation of damage. For asynchronous and out-of-phase loading conditions, the error indices in failure prediction are -20% for the MOI and MVM models, characterizing an underestimation of damage; that is, failure is predicted to occur sooner than it actually might happen. Using the Findley failure criterion, certain loadings show a prediction error that can approach $+50\%$, depending on the physical limitations of the tested fatigue models such as the Socie Model, characterizing a conservative failure prediction; in other words, failure is estimated before the fatigue failure occurs. These results are reinforced by the RMSE evaluation metric and validated by k-fold cross-validation, with a result of 6.04% . Regardless of the model and failure criterion, a large portion of the tested components present their critical plane at 90° , indicating that, for more conservative multiaxial loadings, damage manifests orthogonally to the stress action. Furthermore, with the implementation of a suitable computational language, the computational cost for estimating the critical plane was determined, which is a function of the nature of the fatigue model. Among these, the MVM fatigue model stands out for its critical plane estimation capability, unanimously achieving faster results than the MOI and MRH models, on the order of 10^{-5} seconds. Thus, it is concluded that, despite the individual characteristics and limitations of each fatigue model and failure criterion, all models are effective strategies for predicting the failure of a mechanical component.

Keywords: Multiaxial fatigue; Critical plane; Prediction error index; Computational cost

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Carregamento externo atuante em componente mecânico e plano de corte no ponto O.....	15
Figura 2 – (a) Sistema de coordenadas em um espécime sob carregamento combinado (b) Plano material e seu vetor normal n e (c) os vetores tensão normal e tensão cisalhante	16
Figura 3 - Curva S-N esquemática	18
Figura 4 - Curva S-N esquemática para diferentes tensões médias para uma mesma amplitude de tensão σ_a ..	19
Figura 5 - Nucleação de trincas no interior dos grãos de parte de uma estrutura cristalina.....	20
Figura 6 - Ilustração dos estágios I e II de propagação	20
Figura 7 - Parafuso com marcas de praia.....	21
Figura 8 - Representação temporal e diagrama de fase para um carregamento proporcional: (a) evolução das tensões $\sigma_{xx}(t)$ e $\tau_{xy}(t)$; (b) representação da evolução das tensões $\sigma_{xx}(t)$ e $\tau_{xy}(t)$	23
Figura 9 - Representação temporal e diagrama de fase para um carregamento não proporcional: (a) evolução das tensões $\sigma_{xx}(t)$ e $\tau_{xy}(t)$; com defasagem e frequências distintas; (b) diagrama de fase ilustrando a relação não linear entre as componentes $\sigma_{xx}(t)$ e $\tau_{xy}(t)$	24
Figura 10 - Carregamentos cíclicos: (a) totalmente alternado; (b) repetido	25
Figura 11 - Vetor unitário n referenciado em um sistema de coordenadas $Oxyz$ pelas suas coordenadas esféricas θ e ϕ	26
Figura 12 - (a) Vetor tensão t e suas componentes normal σ e cisalhante τ referenciados em $Oxyz$. (b) Projeção do vetor tensão t sobre um plano material Δ para um período de um ciclo de carregamento complexo gerando uma curva fechada Ψ	27
Figura 13 - Variação dos planos materiais definidos por θ e ϕ	29
Figura 14 - (a) Sistemas de coordenadas (eA, eB, n) e (b) projeção da tensão cisalhante nas direções A e B ...	30
Figura 15 - Retângulo de lados $a(1, i) = 1,2$ circunscrevendo a projeção da história de tensões com as faces tangentes em p_i e $q_i = 1$	31
Figura 16 - Caminho da história de carregamento assumido é assumido como um fio homogêneo de massa unitária no espaço 2D desviador.....	33
Figura 17 - Casos A e B.....	34
Figura 18 - Método do Momento de Inércia.....	35
Figura 19 - Representação dos autovalores e autovetores e das maiores dimensões $\Delta\tau_{e1}$ e $\Delta\tau_{e2}$ da envoltória que envolve o histórico de tensões de cisalhamento na direção dos autovetores, e_1 e e_2	37
Figura 20 – Curvas Modificadas de Wohler para flexão ($\rho = 1$), torção ($\rho = 0$) e uma história de tensões geral (ρi)	42
Figura 21 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em 25CrMo4 em $\sigma_m = 0$, Ax e EFase	54
Figura 22 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em 25CrMo4 em $\sigma_m = 0$, Ax e FFase	55
Figura 23 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em 25CrMo4 em $\sigma_m = 0$, ASin e EFase.....	55
Figura 24 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em 25CrMo4 em $\sigma_m = 0$, ASin e FFase.....	55
Figura 25 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em St35 em $\sigma_m \neq 0$, Ax e EFase	55
Figura 26 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em St35 em $\sigma_m \neq 0$, Ax e FFase.....	55
Figura 27 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em St35 em $\sigma_m \neq 0$, ASin e EFase	56
Figura 28 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em St35 em $\sigma_m \neq 0$, ASin e FFase	56

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Diagrama do Critério de Findley: Região de runout $\sigma m \neq 0$ - St35	59
Gráfico 2 - Diagrama do Critério de Findley: Região de runout $\sigma m = 0$ - 25CrMo4	59
Gráfico 3 - Diagrama do Critério de Findley: Região de runout $\sigma m \neq 0$ - 25CrMo4	60
Gráfico 4 - Diagrama do Critério de Findley: Região de runout $\sigma m = 0$ - 34Cr4.....	60
Gráfico 5 - Índice de erro das previsões de falha em ensaios sob condições de $\sigma m = 0$ – MWCM	64
Gráfico 6 - Índice de erro das previsões de falha em ensaios sob condições de $\sigma m \neq 0$ – MWCM	66
Gráfico 7 - Índice de erro das previsões de falha em ensaios sob condições de $\sigma m = 0$ – Findley.....	68
Gráfico 8 - Índice de erro das previsões de falha em ensaios sob condições de $\sigma m \neq 0$ – Findley.....	69
Gráfico 9 - Orientação dos planos críticos para $\sigma m = 0$ - MCWM.....	74
Gráfico 10 - Orientação dos planos críticos para $\sigma m \neq 0$ - MCWM.....	75
Gráfico 11 - Orientação dos planos críticos para $\sigma m = 0$ - Findley	77
Gráfico 12 - Orientação dos planos críticos para $\sigma m \neq 0$ - Findley	78
Gráfico 13 - Custo Computacional – 25CrMO4 - MCWM.....	81
Gráfico 14 - Custo Computacional – 25CrMO4 - Findley	81
Gráfico 15 - Custo Computacional – 34Cr4 - MCWM	82
Gráfico 16 - Custo Computacional – 30NCD16 - MCWM.....	82
Gráfico 17 - Custo Computacional – St35 - MCWM.....	85
Gráfico 18 - Custo Computacional – St35 - Findley	86
Gráfico 19 - Índice de erro para o 25CrMO4 pelo MCWM	87
Gráfico 20 - Índice de erro para o St35 pelo MCWM	87
Gráfico 21 - Índice de erro para o 25CrMO4 pelo Findley	88
Gráfico 22 - Índice de erro para o St35 pelo Findley	88
Gráfico 23 - Comparação do IE no custo computacional para o 25CrMO4.....	89
Gráfico 24 - Comparação do IE no custo computacional para o St35.....	90

Sumário

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVO	9
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA	9
1.2. RELEVÂNCIA E JUSTIFICATIVA.....	9
1.3. ESTADO DA ARTE	10
1.4. PROBLEMA DE PESQUISA	13
1.5. OBJETIVOS	14
1.5.1. Objetivo Geral	14
1.5.2. Objetivos Específicos	14
2. FUNDAMENTOS PARA ANÁLISE DE FADIGA.....	15
2.1. ESTADO DE TENSÕES E NOTAÇÃO.....	15
2.1.1. Tensor de Cauchy: componentes e convenções.....	15
2.1.2. Medidas derivadas e parâmetros mecânicos.....	16
2.2. CURVA S-N E PREMISSAS DE UTILIZAÇÃO	17
2.2.1. Materiais com e sem limite de fadiga.....	18
2.2.2. Efeitos da tensão média	18
2.3. MECANISMOS DE DANO POR FADIGA	19
2.3.1. Nucleação e propagação de trincas.....	19
2.3.2. Marcas de praia e estrias.....	21
2.4. HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO	22
2.4.1. Carregamento proporcional versus não proporcional.....	22
2.4.2. Uniaxial versus multiaxial	24
2.5. CONCEITOS-PONTE PARA FADIGA MULTIAXIAL.....	28
2.5.1. Plano material e Plano Crítico	28
2.5.2. Amplitude de Tensão Cisalhante	29
2.6. MODELOS BASEADOS NO HISTÓRICO DE TENSÕES (CARACTERIZAÇÃO DA TRAJETÓRIA)	30
2.6.1. Método do Máximo Retângulo Circunscrito	31
2.6.2. Método do Momento de Inércia	33
2.6.3. Método da Máxima Variância.....	36
2.6.4. Método de Socie	38
2.7. CRITÉRIOS DE FALHA MULTIAXIAL	40
2.7.1. Método da Curva de Wohler Modificada (MCWM)	40
2.7.2. Critério de Findley.....	43
2.8. FLUXO DE CÁLCULO ADOTADO.....	44

2.9.	DETERMINAÇÃO DO PLANO CRÍTICO	45
2.9.1.	Estratégia de varredura angular e discretização.....	45
2.9.2.	Critérios de convergência, tolerâncias e custo computacional	45
3.	MATERIAIS E MÉTODOS	47
3.1.	BASE DE DADOS EXPERIMENTAIS E PROCEDIMENTO DE AVALIAÇÃO DO DANO 47	
3.1.1.	Dados experimentais e suas características de ensaio específicas.....	48
3.1.2.	Pré-processamento de avaliação da falha aplicada ao critério de plano crítico.....	53
3.1.3.	Implementação dos modelos/critérios de falha e discretização	56
3.1.4.	Métricas de avaliação do índice de erro na precisão de previsão de falha por fadiga ...	57
4.	RESULTADOS	62
4.1.	VISÃO GERAL DO CONJUNTO E PROTOCOLO DE COMPARAÇÃO	62
4.2.	MÉTRICA E CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA PRECISÃO DE PREVISÃO DO DANO 62	
4.3.	EFEITOS DA TENSÃO MÉDIA E PROPORCIONALIDADE	63
4.3.1.	Critério de Susmel e Lazzarin – MCWM.....	63
4.3.2.	Critério de Findley.....	67
4.3.3.	Métricas e critérios de avaliação	70
4.4.	ORIENTAÇÃO DOS PLANOS CRÍTICOS	72
4.4.1.	Critério de Susmel e Lazzarin – MCWM.....	72
4.4.2.	Critério de Findley.....	76
4.5.	DETERMINAÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL	78
4.6.	DETERMINAÇÃO DO ÍNDICE DE ERRO COMPARATIVO NO CUSTO COMPUTACIONAL	86
4.7.	COMPARAÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL NA DETERMINAÇÃO DO DANO ENTRE MCWM E FINDLEY	89
5.	CONCLUSÃO	91
	REFERÊNCIAS	93
	ANEXO A – BASE DE DADOS EXPERIMENTAIS.....	97
	ANEXO B – EFEITOS DA TENSÃO MÉDIA E PROPORCIONALIDADE – Métricas e critérios de avaliação.....	102
	ANEXO C – CÓDIGO MATLAB® - Comparação de Métodos de pesquisa de plano crítico pelo Critério de Findley	107

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

A análise da integridade estrutural de componentes mecânicos é um pilar fundamental da engenharia moderna, garantindo a segurança, a confiabilidade e a eficiência de máquinas e estruturas nos mais diversos setores como aeroespacial, automotivo, naval e de geração de energia. Esses componentes, em sua operação normal, estão frequentemente submetidos a carregamentos cíclicos, que consistem em flutuações de tensão e deformação ao longo do tempo.

Mesmo que os níveis de tensão nominais permaneçam abaixo do limite de escoamento do material, a aplicação repetida desses ciclos pode levar ao surgimento e à propagação de danos culminando em uma fratura súbita e, por vezes, catastrófica. Esse fenômeno, conhecido como fadiga de materiais, é responsável por uma vasta maioria das falhas em serviço, tornando seu estudo e previsão indispensáveis para o projeto de engenharia.

1.2. RELEVÂNCIA E JUSTIFICATIVA

O tema traz consigo a possibilidade de se prever a falha por fadiga em componentes mecânicos sem a necessidade de se esperar que os materiais possam entrar em colapso devido seu uso. Em situações extremas, não há possibilidade de se levantar um conjunto de fatos através da experimentação.

Através de diferentes modelos de fadiga e critérios de falha consagrados na literatura, a previsibilidade se justifica como um artifício de segurança e controle de peças mecânicas e ocorrências na engenharia a fim de se manter a vida e a resistência dos materiais que compõem elementos de construção, indústrias, aviação entre outros.

1.3. ESTADO DA ARTE

O processo de fadiga é tradicionalmente dividido em estágios: nucleação e propagação. A nucleação de microtrincas ocorre em poucos ciclos e é majoritariamente governada por tensões de cisalhamento cíclicas que induzem o movimento de discordâncias e a formação de bandas de deslizamento persistentes em grãos com orientação favorável resultando em intrusões e extrusões na superfície do plano de seção do material. Uma vez nucleada, a trinca inicia sua propagação no chamado Estágio I que é controlado pelas tensões de cisalhamento e segue os planos cristalográficos [10,14].

Uma vez que a microtrinca atinge um tamanho crítico, geralmente de alguns grãos, seu comportamento muda fundamentalmente. Ela deixa de ser governada pela microestrutura e passa a ser dominada pelo campo de tensões macroscópico em sua ponta. À medida que a trinca cresce, a propagação transita para o Estágio II, onde o crescimento é estável, previsível e perpendicular à direção da máxima tensão normal o qual, é governado pela mecânica da fratura [31].

A propagação no Estágio II reduz continuamente a área da seção transversal resistente do componente e assim, o Estágio III ocorre quando essa área remanescente se torna tão pequena que não consegue mais suportar a carga máxima de um único ciclo. A estrutura entra em colapso através de uma fratura rápida e instável cuja aparência é tipicamente dúctil ou frágil [31].

Historicamente, a compreensão da fadiga foi consolidada a partir de análises em condições de carregamento simplificadas, predominantemente uniaxiais onde o estado de tensão em um ponto crítico pode ser descrito por uma única componente de tensão. Nesse contexto, a abordagem Tensão-Vida (S-N), formalizada pelos estudos de Wöhler, tornou-se a ferramenta clássica para a caracterização da resistência à fadiga de alto ciclo onde as tensões variam no regime elástico.

A curva S-N relaciona uma amplitude de tensão aplicada (σ_a) ao número de ciclos até a falha (N_f) a qual, para cada nível de tensão alternada aplicado repetidamente, mede-se quantos ciclos o material suporta até que ocorra falha [31,35]. Em alguns materiais, existe um valor de tensão abaixo do qual o material, teoricamente ou praticamente, não falha

mesmo após um número muito grande de ciclos que é conhecido pela caracterização a vida infinita do material.

Um fator crucial nessa análise é o efeito da tensão média (σ_m), que modula a vida em fadiga: tensões médias de tração tendem a ser prejudiciais, acelerando a degradação do material enquanto tensões médias de compressão geralmente aumentam a resistência à fadiga pois dificultam a abertura e propagação de trincas [14]. Para uma mesma amplitude de tensão, um aumento na tensão média de tração eleva a tensão máxima do ciclo, intensificando a sollicitação sobre microtrincas e reduzindo a vida do componente [19].

No entanto, a grande maioria dos componentes mecânicos em serviço real não opera sob um estado uniaxial de tensões. Pelo contrário, eles estão sujeitos a estados de tensão multiaxiais onde múltiplas componentes de tensão atuam simultaneamente, podendo variar tanto em magnitude quanto em direção ao longo do tempo. Essa complexidade invalida a aplicação direta dos modelos uniaxiais e exige uma abordagem mais sofisticada. A natureza do histórico de carregamento torna-se, então, um fator determinante.

Os carregamentos podem ser classificados como proporcionais quando as componentes de tensão mantêm uma relação constante entre si e suas direções principais permanecem fixas resultando em uma trajetória de tensão linear.

Em contraste, carregamentos não proporcionais ocorrem quando essa relação varia, fazendo com que as direções principais girem ao longo do tempo. Essa não proporcionalidade, frequentemente causada por defasagens angulares (β_{ij}), frequências distintas (λ_{ij}) ou formas de onda complexas entre as componentes de carregamento, gera trajetórias de tensão elípticas ou ainda mais complexas, que podem acelerar significativamente o dano por fadiga em comparação com um carregamento proporcional de mesma magnitude [24,25].

Em um estado multiaxial de tensões, a orientação dos planos que sofrem o dano máximo não é trivial. Isso levou ao desenvolvimento do conceito de plano crítico, que postula que a nucleação e o crescimento inicial da fadiga ocorrerão no plano material que experiencia a combinação mais severa de tensões (normal e/ou cisalhante) [7,8]. A

identificação deste plano, definida por suas coordenadas esféricas (θ, ϕ) , é central para a maioria dos modelos modernos de previsão de vida em fadiga multiaxial.

A análise de fadiga multiaxial busca prever a vida de componentes sob carregamentos complexos. O desafio central é quantificar a "amplitude" do vetor de cisalhamento em um plano crítico cuja trajetória é geralmente elíptica em carregamentos não-proporcionais [1,7,8].

O Método do Máximo Retângulo Circunscrito (MMRC) é o método geométrico que determina a amplitude de cisalhamento em fadiga multiaxial circunscrevendo um retângulo máximo à trajetória de tensão de cisalhamento. O lado maior define a amplitude equivalente usada para prever a vida [22]. Já o Método do Momento de Inércia (MOI) caracteriza a trajetória de tensões multiaxiais calculando seu momento de inércia. A amplitude equivalente resulta da medida da dispersão das trajetórias, sendo aplicada para prever dano por fadiga [26,27].

Já o Método da Máxima Variância (MVM) é o método estatístico da variância das projeções de tensões cisalhantes sobre planos candidatos. O plano crítico é aquele que maximiza a variância definindo a amplitude de cisalhamento usada na previsão de vida [8,12,13].

A partir da determinação da amplitude de tensão cisalhante pelos modelos de fadiga, utiliza-se os critérios de falha por fadiga para determinação do dano correspondente segundo o critério adotado.

O Método da Curva de Wohler Modificada (MCWM) aplicada ao Critério de falha de Susmel e Lazzarin é um critério de fadiga multiaxial que avalia a vida à fadiga a partir da amplitude de cisalhamento atuante no plano crítico complementada por uma componente normal que leva em conta os efeitos da tensão média. O método utiliza parâmetros obtidos de curvas S–N uniaxiais, permitindo transferir informações experimentais simples para situações multiaxiais complexas de carregamento [32,35].

Já o Critério de Findley é um modelo de plano crítico para fadiga multiaxial que combina a amplitude de tensão de cisalhamento máxima em um plano com o efeito da tensão normal média nesse mesmo plano. A falha é prevista quando a soma ponderada desses dois

termos excede um limite crítico, obtido de ensaios uniaxiais. Esse critério foi pioneiro ao incorporar de forma explícita o papel da tensão média na redução da resistência à fadiga [14,31].

No processo de identificação da amplitude de tensão cisalhante, a varredura angular é uma etapa fundamental nos algoritmos de cálculo do plano crítico em fadiga multiaxial. O procedimento consiste em percorrer sistematicamente todos os planos possíveis em torno de um ponto do material, avaliando em cada orientação a combinação entre a amplitude de tensão de cisalhamento e a tensão normal média atuante. Este método avalia um grande número de planos, discretizando o espaço de busca com incrementos angulares fixos, para encontrar a orientação de máximo dano [3,8,11].

O plano crítico é identificado como aquele em que essa combinação atinge o valor máximo em relação ao limite de resistência, definindo a condição mais provável de nucleação de trincas por fadiga.

1.4. PROBLEMA DE PESQUISA

Diante da complexidade dos carregamentos multiaxiais, uma vasta gama de critérios de fadiga multiaxial é proposta na literatura. Esses modelos buscam quantificar o dano acumulado em cada plano material potencial e identificar o plano crítico como aquele onde o parâmetro de dano atinge seu valor máximo.

A precisão e a robustez desses modelos, no entanto, variam consideravelmente dependendo do material, do tipo de carregamento (proporcional ou não proporcional, síncrono ou assíncrono, em fase ou fora de fase) e da presença de tensões médias. A validação desses critérios frente a um conjunto diversificado de dados experimentais é, portanto, uma área de intensa pesquisa, essencial para o desenvolvimento de diretrizes de projeto mais seguras e otimizadas.

1.5. OBJETIVOS

1.5.1. Objetivo Geral

Realizar um estudo comparativo da capacidade preditiva de modelos de fadiga multiaxial baseados no conceito do plano crítico.

1.5.2. Objetivos Específicos

Analisar o desempenho desses modelos sob diferentes condições de carregamento, com ênfase nos efeitos da não proporcionalidade e da presença de tensões médias.

Determinar o erro admissível associado a cada modelo de fadiga MRH, MOI, MVM e Socie juntamente com os critérios de falha por fadiga do MCWM e Findley na estimativa da resistência à fadiga de diferentes componentes mecânicos.

2. FUNDAMENTOS PARA ANÁLISE DE FADIGA

2.1. ESTADO DE TENSÕES E NOTAÇÃO

2.1.1. Tensor de Cauchy: componentes e convenções

Admite-se um componente mecânico Ω sujeito a carregamentos externos em que neste considera-se um ponto qualquer O que está sujeito a um plano de corte como apresentado na Figura 1. O plano de corte que passa por O é definido pelo vetor unitário $\mathbf{n}$ e o vetor tensão $\mathbf{t}$ neste ponto.

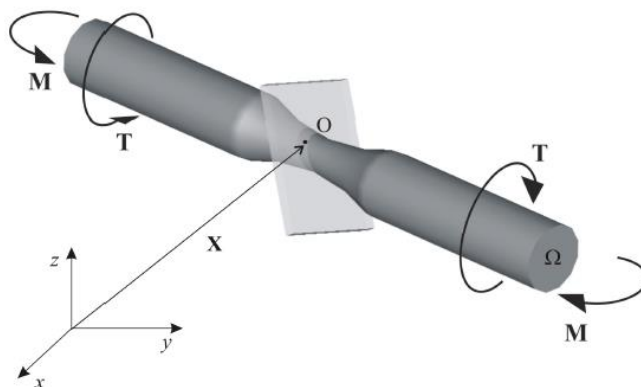


Figura 1 - Carregamento externo atuante em componente mecânico e plano de corte no ponto O [7]

Habitualmente, esse vetor $\mathbf{t}$ pode ser decomposto em dois vetores: vetor tensão normal à superfície de corte que é denominado de vetor tensão normal $\boldsymbol{\sigma}$ e, outro paralelo à superfície de corte chamado de vetor tensão cisalhante $\boldsymbol{\tau}$ de acordo com a Figura 2. O vetor tensão normal é definido como:

$$\boldsymbol{\sigma} = (\mathbf{t} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \quad (1)$$

E o vetor tensão cisalhante é definido por:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{t} - \boldsymbol{\sigma} \quad (2)$$

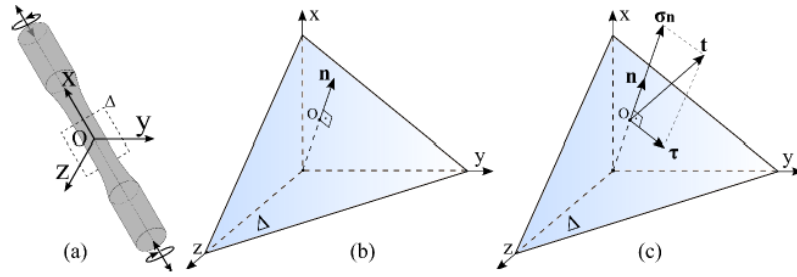


Figura 2 – (a) Sistema de coordenadas em um espécime sob carregamento combinado (b) Plano material e seu vetor normal n e (c) os vetores tensão normal e tensão cisalhante [1]

Considera-se assim um sistema de coordenadas ortogonais composto pelos vetores unitários n_x , n_y e n_z , um estado de tensão tridimensional definido por Tensor de Tensão de Cauchy pode ser representado pela formal matricial:

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Em que $\sigma_{ij,i=j}$ são componentes normais e $\sigma_{ij,i \neq j}$ são componentes cisalhantes do tensor [7].

2.1.2. Medidas derivadas e parâmetros mecânicos

A tensão alternada σ_a é um parâmetro fundamental em análises de fadiga, representando a variação cíclica em torno da tensão média aplicada a um material ou componente. Esse valor traduz a intensidade da flutuação de tensões a que o material está submetido e é particularmente relevante porque a fadiga está associada a variações repetitivas de tensões e não apenas ao nível absoluto da carga. Quanto maior a tensão alternada, maior tende a ser o dano por fadiga acumulado por ciclo, reduzindo a vida útil do componente.

A tensão média σ_m , por sua vez, representa a posição central do ciclo de tensões. Embora não seja responsável direta pela nucleação de trincas por fadiga, a tensão média exerce influência significativa no processo, pois altera o estado de carregamento do material. Valores positivos de tensão média (tração) tendem a reduzir a resistência à fadiga, já que

mantêm o material em regime trativo, facilitando a abertura de trincas. Em contrapartida, tensões médias negativas (compressivas) podem aumentar a vida em fadiga, pois dificultam a propagação de descontinuidades microscópicas ao manter as faces das trincas fechadas durante parte do ciclo.

A amplitude de tensão cisalhante τ_a assume papel crucial na avaliação da iniciação de trincas por fadiga. se fundamentam na hipótese de que a nucleação ocorre em planos sujeitos a máximas tensões cisalhantes alternadas. A amplitude de cisalhamento é definida de forma análoga à tensão alternada normal, sendo metade da diferença entre o valor máximo e mínimo de cisalhamento em determinado plano crítico.

Este parâmetro capta a severidade da oscilação do esforço cisalhante, diretamente relacionado ao deslizamento cíclico de planos cristalográficos no interior do material.

Finalmente, a razão de carregamento R é um índice adimensional que relaciona a tensão mínima e máxima de um ciclo de carregamento. Esse parâmetro sintetiza a natureza do carregamento aplicado: quando $R = -1$, o ensaio é dito totalmente reverso, com tensões simétricas em tração e compressão; quando $R = 0$, o ciclo varia entre zero e a tensão máxima (carregamento pulsante); e quando $R > 0$, todo o ciclo permanece em tração. A razão de carregamento é amplamente utilizada em normas e curvas S–N para especificar as condições de ensaio e possibilitar a comparação entre diferentes estudos de fadiga.

2.2. CURVA S-N E PREMISSAS DE UTILIZAÇÃO

A curva S-N ou curva de Wohler relaciona o nível de tensão aplicado em um material ou componente mecânico ao número de ciclos até a falha. Ela é utilizada para caracterização da resistência à fadiga de alto ciclo que se caracteriza por tensões variando dentro do regime elástico como mostrado na Figura 3. O limite de fadiga é amplitude de tensão abaixo da qual não ocorre a falha após uma grande quantidade de ciclos tipicamente acima de 10^6 ciclos. A curva S-N é expressada por:

$$S = a \cdot N^{-b} \quad (4)$$

Em que S é a tensão alternada/amplitude de tensão; N é o número de ciclos até a ruptura; a é a constante relacionada à resistência do material; b é o coeficiente angular da curva em escala log-log.

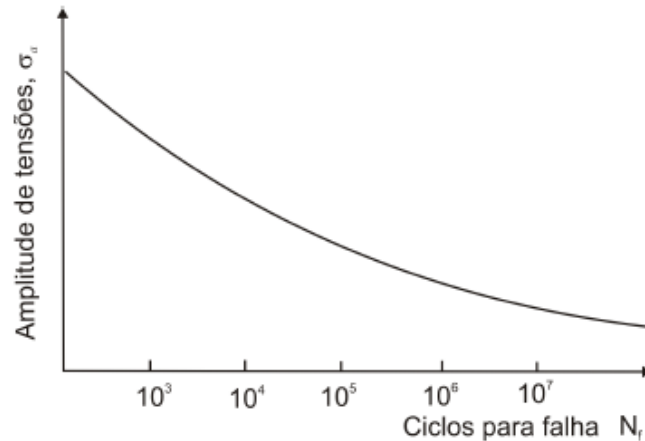


Figura 3 - Curva S-N esquemática [7]

2.2.1. Materiais com e sem limite de fadiga

Tratam-se daqueles aqueles que apresentam um valor de tensão alternada abaixo do qual, teoricamente, podem suportar infinitos ciclos sem falhar. Esse valor é chamado de limite de fadiga σ'_f .

O exemplo clássico são aços carbono e aços-liga que submetidos a tensões alternadas inferiores ao limite de fadiga, eles podem atingir 10^6 , 10^7 , ou até mais ciclos sem ruptura. O comportamento é bem descrito pela curva S-N (Wöhler), que apresenta uma região horizontal após certo número de ciclos — indicando que a resistência não diminui mais, mesmo que o número de ciclos aumente.

E assim, não possuem uma tensão segura para infinitos ciclos. Para esses materiais, qualquer valor de tensão alternada, por menor que seja, acabará levando à falha se o número de ciclos for suficientemente alto.

2.2.2. Efeitos da tensão média

A maioria dos componentes mecânicos estão submetidos a carregamentos com tensões médias que afetam a vida em fadiga dos mesmos. Em geral, tensões médias de compressão

são benéficas aumentando o número de ciclos até a falha, enquanto tensões médias de tração são prejudiciais diminuindo a resistência à fadiga [30].

Um aspecto fundamental a ser considerado no estudo de fadiga é a influência das tensões médias na determinação da resistência à fadiga. Como nota-se na Figura 4, para a mesma amplitude de tensões, quanto maior a tensão média normal observada na história de tensões, menor será o número de ciclos necessários para o material se degrade, isso porque, maior será a tensão máxima para a mesma amplitude e, conseqüentemente, maior será a solicitação sobre as microtrincas eventualmente orientadas ortogonalmente a estas tensões [7].

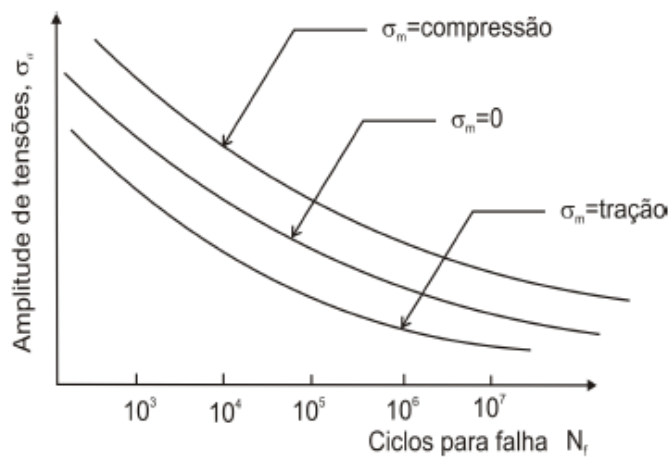


Figura 4 - Curva S-N esquemática para diferentes tensões médias para uma mesma amplitude de tensão σ_a [7]

2.3. MECANISMOS DE DANO POR FADIGA

2.3.1. Nucleação e propagação de trincas

Wohler entre outros estudiosos realizaram um trabalho experimental com o objetivo de avaliar vários estágios do processo de fadiga. Foi observado que após poucos ciclos de carregamento, linhas de deslizamento surgiram em alguns grãos como na Figura 5. Com o aumento do número de ciclos, essas linhas se tornaram mais largas e com bordas definidas formando bandas de deslizamento. E em seguida, as microtrincas se juntaram até formar uma longa e contínua trinca. A formação das bandas de deslizamento é gerada pelas tensões cisalhantes cíclicas que induzem discordâncias nos planos da estrutura cristalina do material [30]. E com tensões ultrapassando o limite de escoamento do material, promove-se uma

deformação plástica local formando assim, bandas de deslizamento. Repetidas deformações plásticas de uma banda de deslizamento levam à formação de trincas.

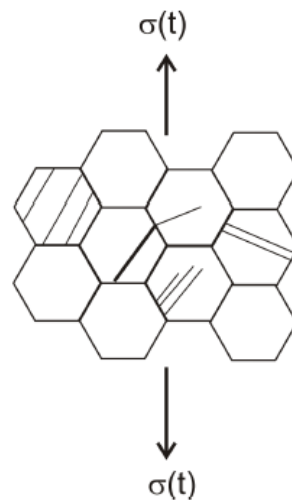


Figura 5 - Nucleação de trincas no interior dos grãos de parte de uma estrutura cristalina [7]

A propagação das trincas é fundamentalmente dividida em 3 estágios como observado na Figura 6. A propagação que é controlada pelas tensões cisalhantes e com diferentes orientações dos grãos componentes da trinca e suas variações está presente no estágio I. Quando a trinca atinge um tamanho a partir do qual essa se propaga perpendicularmente à tensão máxima normal e se mantém estável até o limite denominado de tamanho crítico da trinca, caracteriza-se o estágio II. Já no estágio III, o tamanho crítico é atingido e a propagação da trinca é rápida e instável caracterizando a ruptura brusca do componente.

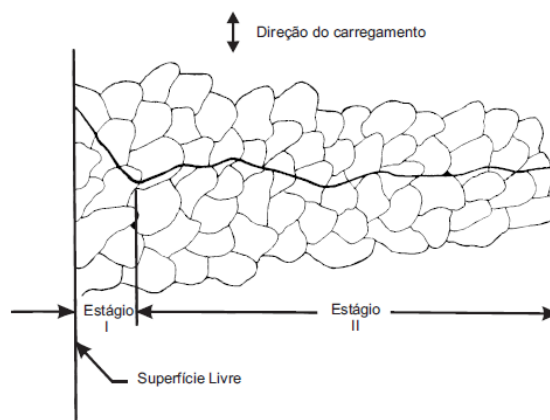


Figura 6 - Ilustração dos estágios I e II de propagação

2.3.2. Marcas de praia e estrias

As marcas de praia (ou marcas de progressão) são feições macroscópicas, visíveis a olho nu na superfície de fratura por fadiga. Elas se assemelham às linhas deixadas pelas ondas em uma praia e representam a posição da frente de trinca em diferentes momentos.

Cada marca é formada por uma alteração significativa no histórico de carregamento, como ciclos de parada e partida da máquina, grandes variações de carga (sobrecargas) ou mudanças no ambiente de acordo com a Figura 7. Em fadiga multiaxial, onde as tensões podem agir em múltiplas direções e variar ao longo do tempo, essas marcas podem apresentar geometrias mais complexas e curvaturas irregulares, refletindo a maneira não uniforme como a frente de trinca avançou sob o estado complexo de tensões.



Figura 7 - Parafuso com marcas de praia

Por outro lado, as estrias são a evidência microscópica da propagação da trinca por fadiga e só podem ser observadas com o auxílio de um microscópio eletrônico de varredura. Cada estria corresponde ao avanço da ponta da trinca durante um único ciclo de carga. Elas são a impressão digital do mecanismo de fadiga, provando inequivocamente a causa da falha. No contexto da fadiga multiaxial, a aparência das estrias torna-se mais complexa. Devido à rotação dos eixos de tensão principais, podem ser encontradas múltiplas famílias

de estrias com diferentes orientações em uma mesma região, indicando que a direção de propagação da trinca mudava a cada ciclo ou a cada bloco de ciclos de carregamento

2.4. HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO

2.4.1. Carregamento proporcional versus não proporcional

O entendimento das histórias de carregamento é um fundamental na análise de fadiga multiaxial que definem a forma com que as tensões variam ao longo do tempo e são base para aplicação de modelos de previsão de resistência à fadiga.

Os carregamentos estruturais são classificados por características temporais e na integração de suas componentes. Por exemplo, a amplitude constante, que caracteriza a temporalidade do carregamento, é típica de ciclos regulares. Já a interação entre as componentes de carga abrange fatores como proporcionalidade, fase e sincronismo que influenciam diretamente a resposta do componente mecânico e orientam a escolha de abordagens para a análise de fadiga.

Os carregamentos harmônicos são caracterizados por uma variação senoidal perfeita e regular ao longo do tempo, com amplitude e frequência constantes. Carregamentos não harmônicos, por sua vez, possuem formas de onda mais complexas e, frequentemente, não periódicas. Esses carregamentos costumam surgir em sistemas submetidos a condições dinâmicas irregulares, como vibrações multifrequenciais ou impactos transitórios [8].

A sincronia e a assincronia referem-se à relação entre as frequências das componentes de carregamento, ampliando os conceitos de fase. Em um carregamento síncrono, todas as componentes oscilam com a mesma frequência angular ω_{ij} , garantindo que os ciclos de cada componente sejam alinhados temporalmente. Em contraste, os carregamentos assíncronos apresentam frequências distintas entre as componentes, o que resulta em ciclos de carregamento desalinhados no tempo. A diferença de frequência ($\lambda_{ij} \neq 1$) pode gerar padrões de carregamento mais complexos, especialmente quando combinada com diferenças de fase [8].

Em um carregamento em fase, essas componentes atingem seus valores máximos e mínimos simultaneamente, criando um comportamento sincronizado e alinhado ao longo do tempo. Essa característica favorece a análise estrutural, pois as tensões variam de forma previsível e muitas vezes proporcional. O diagrama de fase de um carregamento em fase geralmente exibe uma trajetória linear, refletindo a constância na relação entre as tensões.

Por outro lado, em um carregamento fora de fase, as componentes de carregamento apresentam uma defasagem angular β_{ij} de forma que os picos das tensões ocorrem em momentos distintos. Essa defasagem introduz uma complexidade adicional, resultando frequentemente em trajetórias elípticas ou mais complexas no diagrama de fase [8].

Um carregamento é considerado proporcional quando as relações entre suas componentes permanecem constantes ao longo do tempo, tanto em magnitude quanto em direção. Em contraste, carregamentos não proporcionais ocorrem quando essas relações entre as componentes do carregamento mudam ao longo do tempo. Isso pode ser causado por diferenças de fase ($\beta_{ij} \neq 0$), frequências distintas ($\lambda_{ij} \neq 1$), resultando em trajetórias mais complexas nos diagramas de fase [8].

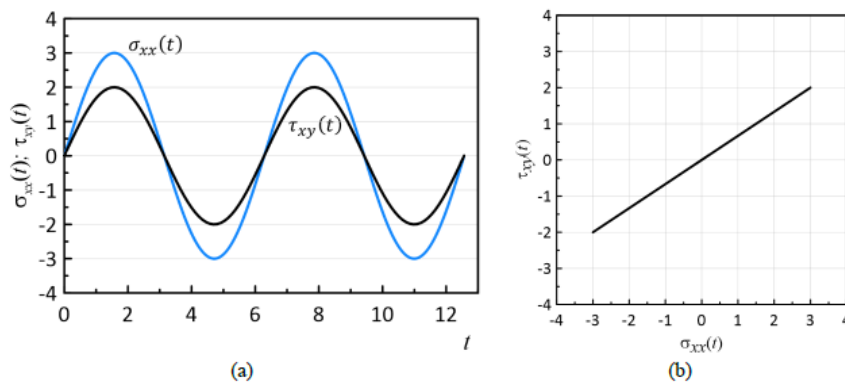


Figura 8 - Representação temporal e diagrama de fase para um carregamento proporcional: (a) evolução das tensões $\sigma_{xx}(t)$ e $\tau_{xy}(t)$; (b) representação da evolução das tensões $\sigma_{xx}(t)$ e $\tau_{xy}(t)$ [8]

Deve-se então considerar que a interação entre fases, sincronias e proporcionalidade desempenha um papel central na definição das histórias de tensões em pontos específicos de uma estrutura. Como na Figura 8, carregamentos proporcionais, com suas relações constantes entre as componentes, resultam em trajetórias lineares no espaço de tensões, simplificando a análise e a previsão do comportamento estrutural. Em contraste, como na Figura 9, carregamentos não proporcionais, caracterizados por variações temporais e

direcionais, produzem trajetórias não lineares que refletem maior complexidade e exigem abordagens analíticas mais detalhadas [8].

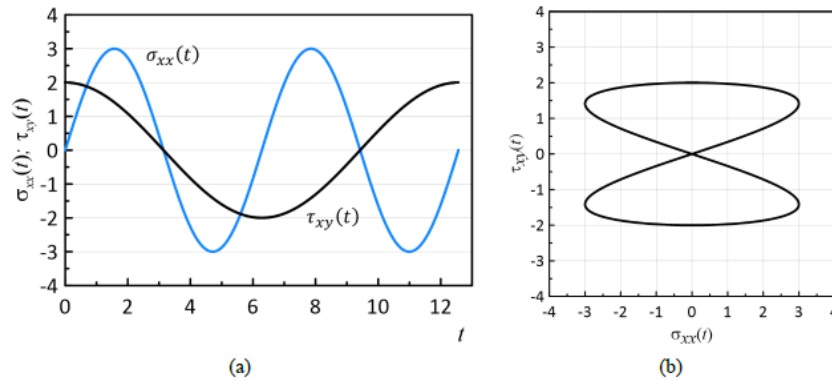


Figura 9 - Representação temporal e diagrama de fase para um carregamento não proporcional: (a) evolução das tensões $\sigma_{xx}(t)$ e $\tau_{xy}(t)$; com defasagem e frequências distintas; (b) diagrama de fase ilustrando a relação não linear entre as componentes $\sigma_{xx}(t)$ e $\tau_{xy}(t)$ [8]

Tabela 1 – Caracterização da tipologia dos carregamentos

História de carregamento	Tipo de carregamento		Parâmetro
	Harmônico	Não – harmônico	Tempo- Amplitude- Frequência
	Em fase	Fora de fase	Tempo-Tensões Máximas e Mínimas
	Síncrono	Assíncrono	Frequência/Tempo
	Proporcional	Não – proporcional	Tempo- Magnitude- Direção

2.4.2. Uniaxial versus multiaxial

Considera-se um componente mecânico sujeito a um carregamento periódico em que um ponto O arbitrário apresente o estado de tensão a seguir:

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_{xx}(t) = \sigma_{xx,m} + \sigma_{xx,a} \sin(\omega t) \quad (5)$$

Em que

- $\sigma_{xx,m}$ – tensão média da componente de tensão σ_{xx}
- $\sigma_{xx,a}$ – amplitude da componente de tensão σ_{xx}
- ω – velocidade angular
- t – tempo

E com isso é importante destacar as seguintes condições que envolvem as histórias de tensões uniaxiais e periódicas:

$$\sigma_{max} = \sigma_{xx,m} + \sigma_{xx,a} \quad \sigma_{min} = \sigma_{xx,m} - \sigma_{xx,a} \quad (6)$$

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (7)$$

Assim tem-se a razão de carregamento e a razão de amplitude que são parâmetros na análise de fadiga:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (8)$$

Considerando os casos mais comuns, histórias de tensões submetidas a carregamentos cíclicos uniaxiais podem ser denominadas completamente alternada, como apresentado na Figura 10, quando o valor médio é zero; e repetido quando a tensão média é diferente de zero. Neste contexto, obter a amplitude e o valor médio da tensão é fundamental, por meio de:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (9)$$

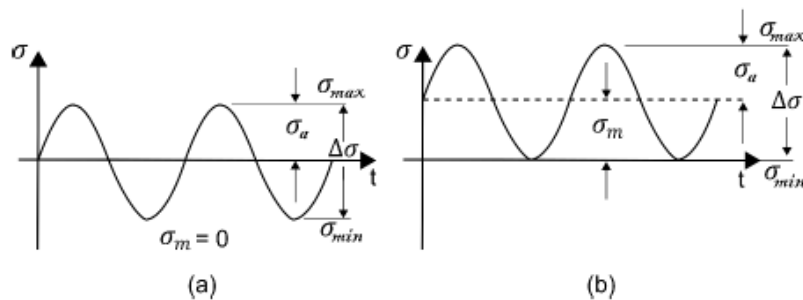


Figura 10 - Carregamentos cíclicos: (a) totalmente alternado; (b) repetido [1]

Estados de tensão constituintes simultaneamente de tração, compressão e flexão são observados como estados de complexidade os quais podem caracterizar variação de direção e magnitude.

Para determinar as componentes da tensão em um estado plano de tensões submetido a carregamentos estáticos é proposta a investigação de carregamentos triaxiais. Já para casos envolvendo histórias de tensões cíclicas, formulações generalizadas podem determinar as componentes de tensão em um plano genérico.

Admite-se o ponto material O pertencente ao componente mecânico de maneira que esse ponto pertença a um plano Δ qualquer referenciado pelo sistema de eixos coordenados $Oxyz$ como apresentado na Figura 11. Em um ponto específico do componente, a magnitude, o sentido e a direção do vetor tensão depende da orientação do plano que passa por esse ponto. Para caracterizar um plano de corte que passa por esse ponto, determina-se o vetor unitário $\mathbf{n}$ (n_x, n_y, n_z) normal que passe pelo plano que pode ser referenciado pelas suas coordenadas esféricas θ e ϕ .

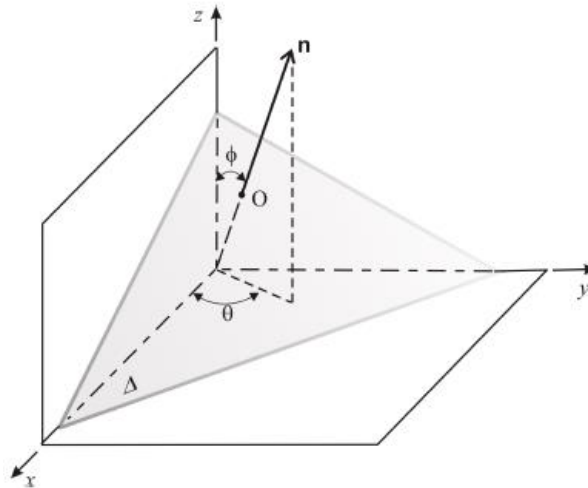


Figura 11 - Vetor unitário $\mathbf{n}$ referenciado em um sistema de coordenadas O_{xyz} pelas suas coordenadas esféricas θ e ϕ [7]

Todos os planos materiais que passam no ponto O podem ser investigados por meio da variação de θ e $\phi \in [0, \pi]$. Nessas condições, o vetor unitário $\mathbf{n}$ que passa pelo ponto O do plano Δ no sistema de eixos coordenados O_{xyz}

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_x \\ \mathbf{n}_y \\ \mathbf{n}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix} \quad (10)$$

Em carregamentos cíclicos complexos, o vetor tensão $\mathbf{t}$ descreve uma curva fechada Φ que indica que o vetor tensão normal σ que é a projeção do vetor tensão $\mathbf{t}$ sobre o vetor unitário $\mathbf{n}$ no plano Δ como apresentado na Figura 12.

Para um vetor tensão cíclico, a amplitude de tensão e o vetor médio da tensão normal são baseadas apenas no valor de $\mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n}$ que é escalar. Em um ciclo de carregamento, a amplitude e a média são:

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \left(\max_{t \in P} \mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n} - \min_{t \in P} \mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n} \right) \quad (11)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2} \left(\max_{t \in P} \mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n} + \min_{t \in P} \mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n} \right) \quad (12)$$

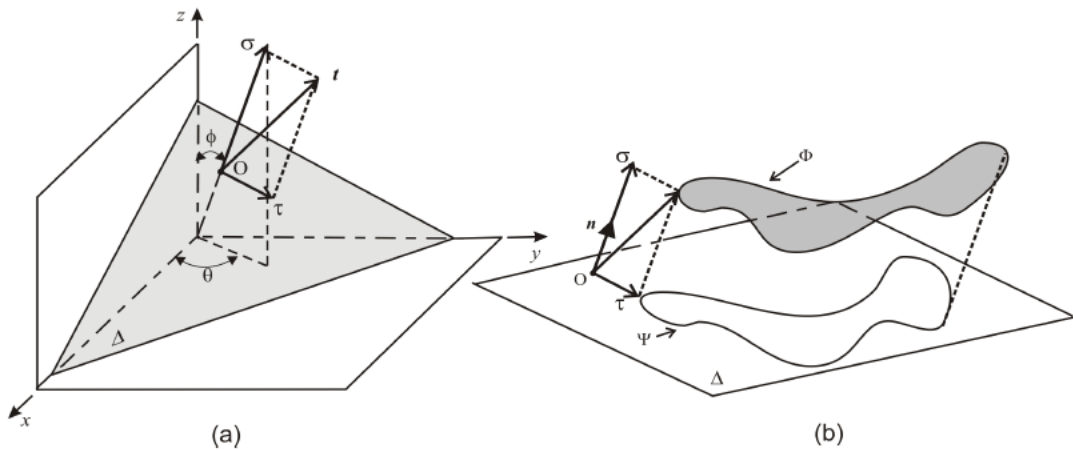


Figura 12 - (a) Vetor tensão $\mathbf{t}$ e suas componentes normal σ e cisalhante τ referenciados em O_{xyz} . (b) Projeção do vetor tensão $\mathbf{t}$ sobre um plano material Δ para um período de um ciclo de carregamento complexo gerando uma curva fechada Ψ [7]

A história do vetor de cisalhamento τ é formada pelas projeções cíclicas do vetor tensão $\mathbf{t}$ sobre o plano Δ forma a curva projetada Ψ . Por consequência, o vetor tensão cisalhante varia em direção, sentido e magnitude.

A curva fechada Ψ formada pela projeção do vetor tensão $\mathbf{t}$ é diferente em cada plano de corte passando pelo ponto O, ou seja, conclui-se que a amplitude da tensão cisalhante τ_a depende da orientação do plano em que atua. E esta é função do vetor unitário $\mathbf{n}$ definida pelas suas coordenadas esféricas θ e ϕ [$\tau_a = \tau(\theta, \phi)$] [7].

2.5. CONCEITOS-PONTE PARA FADIGA MULTIAXIAL

2.5.1. Plano material e Plano Crítico

Um ponto material quando submetido a uma história de tensões pode gerar níveis de amplitudes de tensão (maiores e menores) em planos de corte distintos. Há alguns planos dentre os demais onde esse nível de tensão apresenta um valor maior o que ocasiona o dano por fadiga. Com base nessas observações que são desenvolvidos os modelos de plano crítico.

Os critérios de plano crítico são caracterizados pela determinação do dano por fadiga em um plano onde a amplitude ou valor de alguma das componentes da tensão ou a combinação dessa alcança um máximo.

Para um estado multiaxial de carregamento, considera-se que as trincas ocorrem no modo transcrystalino nas bandas de escorregamento persistentes e que o material é homogêneo e isotrópico. Assim estatisticamente cada plano possui a mesma quantidade de grãos e, portanto, o plano que experimenta o maior nível de tensão será o plano mais frágil dentre todos os outros planos. Ainda considerando o regime macroscópico puramente elástico, sugere-se que o processo de iniciação de trincas por fadiga é governado pela máxima amplitude da tensão cisalhante τ_a que ocorre para um estado de tensão.

Sabe-se que em um ponto material passam infinitos planos, devido a isso com um método de investigação incremental entre os planos é possível determinar o plano crítico. Essa metodologia tem como objetivo limitar os planos investigados a um número finito. De acordo com a Figura 13, para determinar o número de planos pesquisados, os ângulos θ e ϕ variam de forma incremental ($\Delta\theta$ e $\Delta\phi$) entre 0° e 180° onde os ângulos θ e ϕ definem a direção normal $\mathbf{n}$ ao plano material Δ , onde é calculado a amplitude da tensão cisalhante τ_a e a tensão normal σ_n que atuam em cada um desses planos. [1]

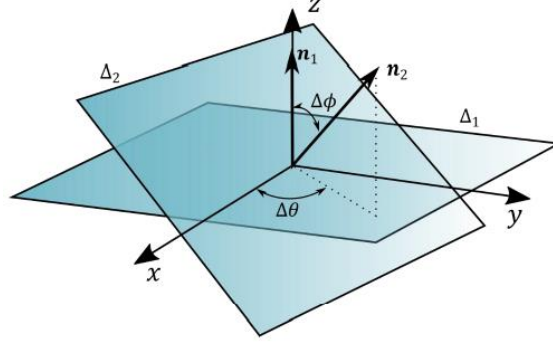


Figura 13 - Variação dos planos materiais definidos por θ e ϕ [1]

2.5.2. Amplitude de Tensão Cisalhante

O vetor tensão cisalhante muda tanto sua direção quanto a magnitude ao longo do tempo como consequência, inúmeras formas de definir sua amplitude e valor médio. Tendo em vista a formulação de modelos de fadiga baseados no conceito de plano crítico, insere-se o sistema (e_A, e_B, n) onde o vetor unitário e_a é paralelo ao plano xy e o vetor unitário e_b aponta para o eixo z . O vetor tensão cisalhante pode ser decomposto em relação a esse sistema de coordenadas:

$$\tau(t) = \tau_A(t)e_A + \tau_B(t)e_B \quad (13)$$

Em que as componentes da tensão cisalhante ao longo das direções A e B são obtidas por:

$$\tau_A(t) = \mathbf{t}(t)e_A = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot e_A \quad (14)$$

$$\tau_B(t) = \mathbf{t}(t)e_B = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot e_B \quad (15)$$

A notação utilizada acima baseia-se na terminologia criada por Brown e Miller para descrição do modo de crescimento de trincas na superfície de um componente mecânico. De acordo com a Figura 14, as tensões cisalhantes que atuam na direção A são responsáveis por propagar a trinca ao longo da superfície enquanto as tensões cisalhantes na direção B

governam o crescimento da trinca para dentro da superfície. É útil descrever os vetores (e_A, e_B, n) em função das coordenadas esféricas θ e ϕ indicadas a seguir:

$$n = \begin{pmatrix} \sin\phi \cos\theta \\ \sin\phi \sin\theta \\ \cos\phi \end{pmatrix} \quad e_A = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad e_B = \begin{pmatrix} -\cos\phi \cos\theta \\ -\cos\phi \sin\theta \\ \sin\phi \end{pmatrix} \quad (16)$$

Em termos geométricos, o ângulo θ fornece a orientação do plano de crescimento da trinca em relação ao eixo x enquanto ϕ é o ângulo com que a trinca penetra a superfície. [30].

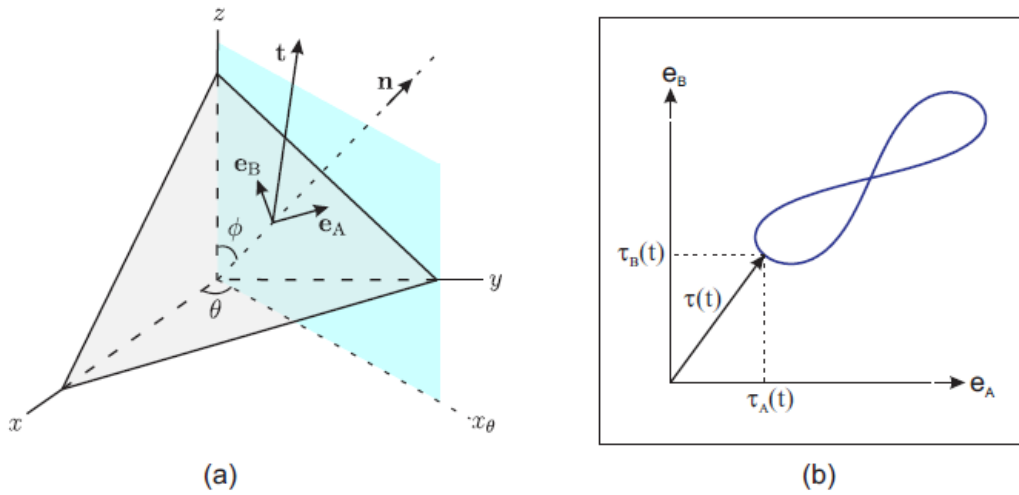


Figura 14 - (a) Sistemas de coordenadas (e_A, e_B, n) e (b) projeção da tensão cisalhante nas direções A e B [30]

2.6. MODELOS BASEADOS NO HISTÓRICO DE TENSÕES (CARACTERIZAÇÃO DA TRAJETÓRIA)

Em fadiga dos materiais, os modelos de fadiga são abordagens teórico-matemáticas que descrevem, preveem e quantificam a degradação progressiva de um material quando submetido a carregamentos cíclicos. Esses modelos consideram diferentes fatores que influenciam a vida a fadiga como a amplitude de tensão cisalhante. Ao passar dos anos, surgiram diferentes modelos de fadiga caracterizados por empirismo, por invariantes do tensor tensão [23,17], por tensão média e deformação em volume do material, energia acumulada de material e determinação de planos críticos.

2.6.1. Método do Máximo Retângulo Circunscrito

O Método do Máximo Retângulo Circunscrito (MMRC) é uma abordagem geométrica utilizada na análise de fadiga multiaxial para avaliar tensões e deformações cíclicas em componentes submetidos a carregamentos complexos. Segundo a Figura 15, ele se baseia na construção de um retângulo que circunscreve a trajetória da tensão cisalhante em um plano crítico facilitando a avaliação os danos por fadiga.

O MMRC se fundamenta na identificação da trajetória da tensão de cisalhamento máxima ao longo de um ciclo de carregamento. Diferentemente de abordagens clássicas, o MMRC propõe um modelo geométrico que permite visualizar e quantificar a severidade da carga multiaxial. A estratégia principal do método é encontrar um retângulo de área máxima que envolva a trajetória da tensão de cisalhamento em um plano específico.

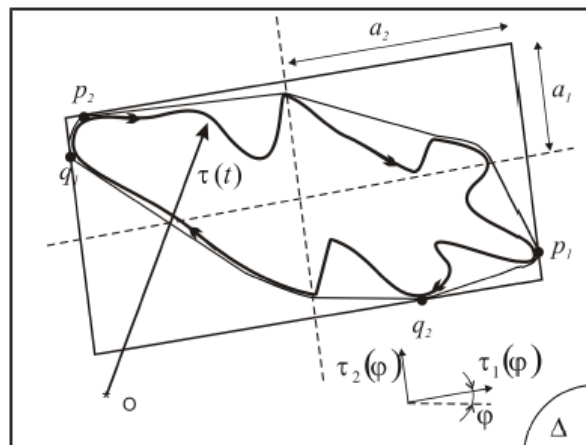


Figura 15 - Retângulo de lados $a_{(1,i)} = 1,2$ circunscrivendo a projeção da história de tensões com as faces tangentes em p_i e $q_i = 1$ [7]

Esse retângulo representa um estado de tensão equivalente que pode ser utilizado para avaliar a vida em fadiga do material. A proposta do maior retângulo considera que apenas os estados de tensão pertencentes ao contorno de uma curva fechada são relevantes para caracterizar o “tamanho” da história de tensões cisalhantes no plano crítico. [7]

Considerando-se todas as possíveis orientações φ do retângulo, recupera-se por meio da identificação de todos os pontos $p_i(\varphi)$ e $q_i(\varphi)$ correspondentes, o contorno $\partial\tau$ da curva poligonal de m vértices.

Sendo $\tau_A(t)$ e $\tau_B(t)$ as componentes da tensão cisalhante ao longo das direções A e B, respectivamente e rotacionando essas direções de um ângulo φ , essas componentes são transformadas de acordo com as seguintes fórmulas:

$$\tau_A(\varphi, t) = \cos(\varphi)\tau_A(t) + \sin(\varphi)\tau_B(t) \quad (17)$$

$$\tau_B(\varphi, t) = -\sin(\varphi)\tau_A(t) + \cos(\varphi)\tau_B(t) \quad (18)$$

A amplitude da envoltória retangular orientada segundo essas novas direções é definida como

$$\tau_A(\varphi) = \sqrt{a_A^2(\varphi) + a_B^2(\varphi)} \quad (19)$$

A amplitude das tensões cisalhantes é então definida como sendo o maior da expressão dentre os retângulos orientados no intervalo $0 < \varphi < 90^\circ$. Vale destacar que o cálculo deste critério de fadiga depende de métodos numéricos quando são considerados históricos de carregamento gerais [6].

O MMRC ou *Maximum Rectangular Hull*, conhecido como MRH, do caminho da tensão de cisalhamento requer apenas rotações simples de eixos em duas dimensões para o cálculo de τ_a uma vez que a envoltória é rotacionada no plano material. Outra característica importante do MRH é a sua sensibilidade a caminhos de tensão de cisalhamento proporcionais e não proporcionais [3]. Os eixos do MRH representam as amplitudes do histórico de tensões ao longo de suas direções, permitindo uma caracterização adequada de carregamentos não proporcionais e resultando em um critério bem ajustado para quaisquer trajetórias periódicas de tensão, como demonstrado quando confrontado com dados experimentais [22].

Nessas condições, as variações da tensão de cisalhamento são calculadas ao longo das direções a_1 e a_2 como apresentado na Figura 14, sendo então combinadas em uma amplitude equivalente de tensão de cisalhamento. A escolha dessas direções específicas é motivada pela observação dos mecanismos de iniciação de trincas em superfícies livres [31]. É importante ressaltar que as direções a_1 e a_2 são escolhidas deliberadamente para

que se possa estabelecer uma conexão física entre as direções de formação das trincas e as tensões de cisalhamento associadas/governantes. [4]

2.6.2. Método do Momento de Inércia

O Método do Momento de Inércia em fadiga multiaxial é uma abordagem que utiliza conceitos de mecânica dos sólidos para avaliar e prever o comportamento de materiais submetidos a carregamentos complexos. Essa metodologia se baseia na análise da trajetória da tensão no espaço tridimensional e na quantificação de severidade desse carregamento usando uma métrica inspirada no momento de inércia de uma distribuição de massa segundo a Figura 15.

Essa trajetória pode ser descrita como uma curva fechada e o método utiliza o conceito do momento de inércia para avaliar a distribuição das tensões ao longo dessa trajetória. A severidade do carregamento multiaxial é avaliada através de uma medida baseada no momento de inércia dessa trajetória de tensão em relação ao centroide da curva. A expressão geral para o momento de inércia I é:

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T r^2(t) dt \quad (20)$$

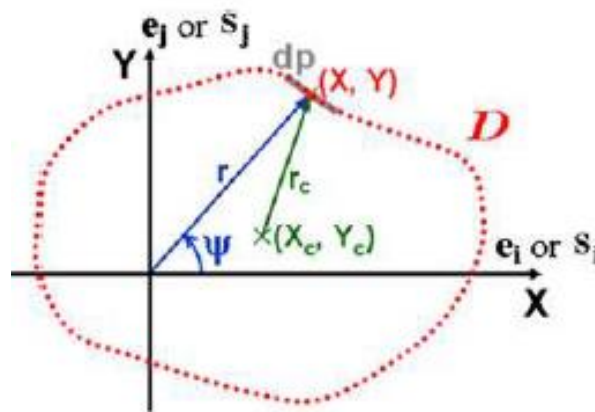


Figura 16 - Caminho da história de carregamento assumido é assumido como um fio homogêneo de massa unitária no espaço 2D desviador [24]

Em que T é o período do ciclo de carregamento e $r(t)$ é a distância de um ponto da trajetória ao centroide da curva. Isso significa que tensões distribuídas de forma mais

“espalhada” ao longo do ciclo resultam em um maior valor de I indicando um carregamento mais severo.

Para um caminho tão assimétrico, o centróide do perímetro fornece uma estimativa muito mais coerente do componente médio desses caminhos de tensão ou deformação [26].

O Método do Momento de Inércia (MOI) é proposto para calcular os componentes alternados e médios de históricos de carga complexos não proporcionais. Para isso, o histórico deve ser primeiramente representado em um subespaço bidimensional do espaço euclidiano de tensões transformado de 5 dimensões $E_{5\sigma}$ para histórias de tensões ou $E_{5\varepsilon}$ para histórias de deformações. O método MOI assume que o caminho ou domínio bidimensional D , representado por uma série de pontos (X,Y) a partir das variações de tensão ou deformação ao longo do histórico, é análogo a um fio homogêneo com massa unitária.[24]

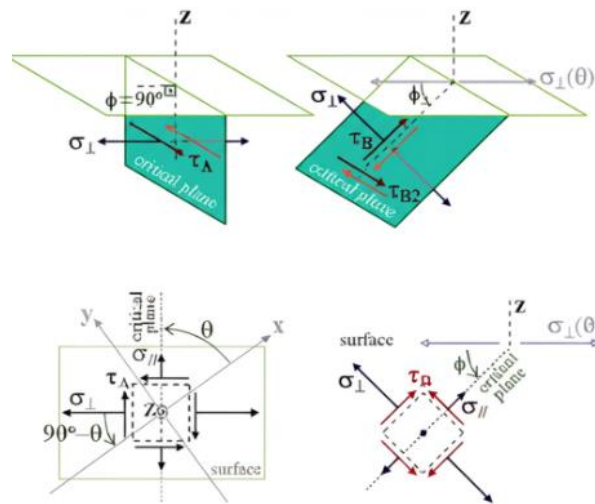


Figura 17 - Casos A e B [24]

Considere um histórico de carga periódico formado pela repetição de um determinado caminho de carregamento, que contém todos os pontos correspondentes às variações de tensão ou deformação ao longo de um de seus períodos. Suponha que duas tensões de cisalhamento defasadas τ_B e τ_A atuem paralelamente ao plano crítico, onde a trinca tem maior probabilidade de se iniciar. Tanto τ_B quanto τ_A influenciam o crescimento de trincas por cisalhamento ao longo do plano crítico. [27]

Ao se considerar a história de tensões como um fio de massa unitário, o centro de massa (centroide) deste é definido como a tensão média τ_m que se decompõe nas direções dos vetores e_A e e_B podem ser definidas como τ_{m,e_A} e τ_{m,e_B} conforme a Figura 18. Com os valores médios da tensão cisalhante nas direções mencionadas determinados, é possível definir a amplitude de tensão cisalhante para cada comprimento infinitesimal do fio. [3,1]

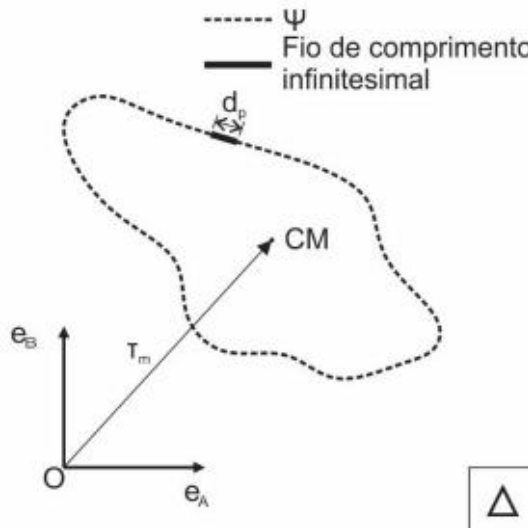


Figura 18 - Método do Momento de Inércia [1]

Subtraindo-se o valor da tensão cisalhante em um tempo t de um valor no tempo subsequente a este (t^*) obtém-se o perímetro infinitesimal do fio mencionado nas direções e_A e e_B , ao passo que o módulo do vetor resultante destes perímetros é o comprimento infinitesimal do fio

$$dp_{e_A} = \tau_{e_A}(t^*) - \tau_{e_A}(t) \quad (21)$$

$$dp_{e_B} = \tau_{e_B}(t^*) - \tau_{e_B}(t) \quad (22)$$

$$dp = \sqrt{dp_{e_A}^2 + dp_{e_B}^2} \quad (23)$$

Já o perímetro total do fio (história de tensões cisalhantes) é definido como a integral de todos os comprimentos infinitesimais dp conforme:

$$P = \int dp \quad (24)$$

Considerando cada subsegmento do fio, ou seja, cada história de tensão no tempo t e tempo t^* para determinar o momento de inércia deste em relação ao centroide, é necessário aplicar o Teorema de Steiner. Para determinação do momento de inércia I_{cm} do centroide de toda a história de tensões que $I = I_{cm} + mx^2$ em que m equivale a 1 e x^2 é o valor da tensão cisalhante nas direções e_A e e_B .

2.6.3. Método da Máxima Variância

Em carregamentos multiaxiais, as tensões variam em múltiplas direções simultaneamente tornando a identificação da direção crítica de dano um desafio. O método da Máxima Variância busca essa direção analisando a variabilidade das tensões normais e cisalhantes ao longo do tempo. A ideia principal do método é encontrar a direção n no material em que a variância da tensão normal é máxima, pois essa variação está diretamente relacionada ao processo de iniciação de trincas por fadiga.

O Método da Máxima Variância assume que um plano em que a variância da tensão equivalente atinge seu máximo é crítico para o material e a fratura por fadiga pode ser esperada neste plano. Em geral, em uma análise multivariada é necessário conhecer não apenas as medidas de variâncias das variáveis aleatórias, mas também a quantificação das relações de dependência entre as variáveis aleatórias. Essas quantidades são apresentadas na forma de uma matriz chamada de matriz de covariância [8].

Suponha que dois componentes do tensor $\sigma(t)$ sejam variáveis estocásticas contínuas observadas no intervalo $[0, T]$ e que tenham valores médios iguais a $\sigma_{i,m}$ e $\sigma_{j,m}$. As variâncias de $\sigma_i(t)$ e $\sigma_j(t)$ são calculadas:

$$Var[\sigma_i(t)] = \frac{1}{T} \int_0^T [\sigma_i(t) - \sigma_{i,m}]^2 dt \quad (25)$$

$$Var[\sigma_j(t)] = \frac{1}{T} \int_0^T [\sigma_j(t) - \sigma_{j,m}]^2 dt \quad (26)$$

A quantificação da dependência linear entre as variáveis $\sigma_i(t)$ e $\sigma_j(t)$ é feita por uma medida denominada covariância

$$CoV[\sigma_i(t), \sigma_j(t)] = \frac{1}{T} \int_0^T [\sigma_i(t) - \sigma_{i,m}][\sigma_j(t) - \sigma_{j,m}] dt \quad (27)$$

Em geral, as medidas de variância e covariância são representadas por uma matriz quadrada μ em que os elementos diagonais representam a variância e os elementos fora da diagonal principal representam a covariância segundo a Figura 19.

Assim, a determinação do plano de máxima variância pode ser obtida por meio de um processo sistemático de varredura dos ângulos de Euler. Além disso, dada a simetria do tensor de tensões, as tensões de cisalhamento projetadas em planos ortogonais apresentam valores idênticos, o que significa, essencialmente, que o intervalo de variação dos ângulos de Euler se limita ao intervalo $[0, 180^\circ]$ [12].

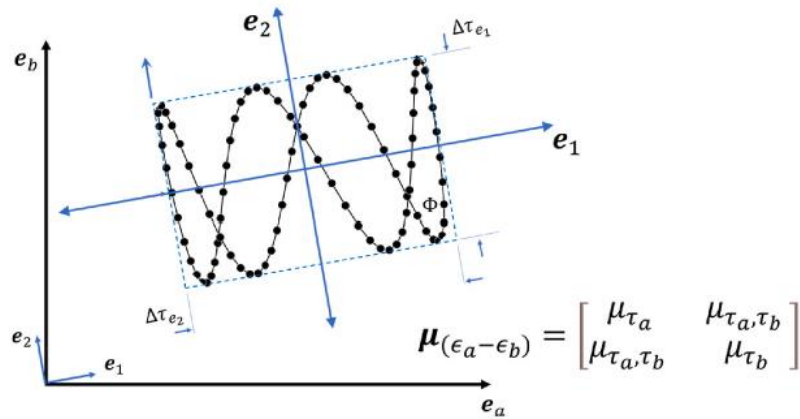


Figura 19 - Representação dos autovalores e autovetores e das maiores dimensões $\Delta\tau_{e1}$ e $\Delta\tau_{e2}$ da envoltória que envolve o histórico de tensões de cisalhamento na direção dos autovetores, e_1 e e_2 [13]

Em busca de maior eficiência, introduza-se uma nova estratégia de busca do plano crítico baseada no Método da Máxima Variância da tensão de cisalhamento. Essa inovação dá origem a um algoritmo computacionalmente eficiente. Nesse contexto, postula-se que a variação máxima da tensão de cisalhamento resolvida pode ser obtida através do cálculo dos autovalores e autovetores da matriz de covariância das amplitudes da tensão de cisalhamento resolvida ao longo de duas direções ortogonais dentro de um plano material [13].

A variância é uma medida do grau de dispersão de uma variável aleatória ou de um conjunto de dados. Para a previsão de vida à fadiga multiaxial, o Método da Máxima Variância (MVM) provou ser não apenas uma abordagem computacionalmente eficiente, mas também capaz de fornecer resultados adequados, derivados do método do plano crítico. No entanto, sob a perspectiva do método integral, a amplitude da tensão de cisalhamento resolvida em todos os planos contribui para a fratura por fadiga, e não apenas o valor máximo [21].

2.6.4. Método de Socie

O Método de Socie é um dos mais utilizados na análise de fadiga multiaxial especialmente para materiais dúcteis sujeitos a carregamentos não proporcionais. Ele combina a tensão cisalhante máxima e a tensão normal média atuante no plano crítico em que, a tensão normal influencia o fechamento ou abertura das trincas, e assim afetando a sua propagação.

A hipótese central do Método de Socie é a iniciação da trinca ocorre no plano onde a amplitude de tensão cisalhante é máxima, mas a fadiga é influenciada pela tensão normal máxima que age perpendicularmente a esse plano.

A equação característica do Método de Socie é:

$$\gamma_a \left(1 + k \frac{\sigma_n^{max}}{\sigma_y} \right) = C \quad (28)$$

Em que:

- γ_a – amplitude de deformação por cisalhamento no plano crítico
- k – coeficiente empírico que representa a influência da tensão média
- $\sigma_{n,max}$ – tensão normal máxima no plano crítico
- σ_y – limite de escoamento do material
- C – constante obtida experimentalmente

O modelo de Fatemi-Socie é um modelo do tipo deformação equivalente e é baseado em falha nos modos II/III. O plano crítico é definido como o plano onde a deformação por

cisalhamento é máxima. Além disso, o modelo inclui o efeito da tensão média por meio do valor máximo da tensão normal no plano crítico. [21]

Essa metodologia busca avaliar a amplitude das tensões cisalhantes em planos materiais inclinados particularmente aqueles a 45° e 90° da superfície livre. Esses planos são relevantes porque acumulam os danos cíclicos que frequentemente levam à iniciação de trincas por fadiga. A caracterização do comportamento da tensão normal σ é simples já que a direção é fixa e alinhada com o plano de análise embora sua magnitude possa variar dependendo das condições de carregamento.

Esse parâmetro foi formulado com base na ideia de que, embora a deformação alternada de cisalhamento seja a principal força motriz por trás da iniciação de trincas por fadiga, a tensão normal máxima no plano de cisalhamento também afeta a nucleação e o crescimento de trincas pequenas, influenciando a quantidade de atrito e o travamento entre as faces opostas da trinca. [16]

Vale mencionar que as abordagens de plano crítico baseadas em cisalhamento são apropriadas para situações em que o mecanismo de falha do modo II (modo de cisalhamento) é predominante. No entanto, como a combinação de materiais e condições de carregamento resulta em diferentes modos de falha, é improvável que abordagens baseadas em cisalhamento com parâmetros fixos sejam aplicáveis a todas as situações de fadiga multiaxial [10].

Por outro lado, a tensão de cisalhamento apresenta maior complexidade, especialmente onde ela pode variar tanto em magnitude quanto em direção, devido à interação entre as competentes no plano de cisalhamento τ_a e τ_b [8].

A amplitude máxima da tensão cisalhante resolvida pode ser determinada com o maior valor entre as variações de τ_a e τ_b durante o ciclo de carregamento

$$\tau_{n,a} = \frac{1}{2} \max [\Delta\tau_{ea}, \Delta\tau_{eb}] \quad (29)$$

Em que τ_{ea} e τ_{eb} podem ser determinadas por:

$$\tau_{ea} = \max_t [\tau_{ea}(t)] - \min_t [\tau_{ea}(t)] \quad (30)$$

$$\tau_{eb} = \max_t [\tau_{eb}(t)] - \min_t [\tau_{eb}(t)] \quad (31)$$

2.7. CRITÉRIOS DE FALHA MULTIAXIAL

A fadiga multiaxial ocorre quando um componente está sujeito a tensões variáveis em mais de uma direção simultaneamente. Esse tipo de carregamento pode ser proporcional (quando todas as tensões variam na mesma razão) ou não-proporcional (quando há variações fora de fase, tornando a previsão de falha mais complexa). Alguns critérios baseados na deformação são caracterizados por fadiga de baixo ciclo, consideram o efeito da plasticidade e tensões médias e são úteis para materiais dúcteis. A aplicação desses critérios é necessária para encontrar o plano crítico, que é aquele onde o parâmetro de falha assume seu valor máximo. Esse plano é determinado através da análise da variação das tensões normais e cisalhantes ao longo do ciclo de carregamento.

2.7.1. Método da Curva de Wohler Modificada (MCWM)

O Critério de Susmel e Lazzarin busca prever a falha por fadiga identificando o plano crítico em que a combinação de tensões normais e cisalhantes maximiza o dano acumulado. Susmel e Lazzarin identifica o plano onde a tensão equivalente atinge seu valor máximo ao longo do ciclo de carregamento. Para carregamentos proporcionais, o plano crítico coincide com o plano de maior tensão normal e, para carregamentos não-proporcionais, o plano crítico pode mudar ao longo do ciclo tornando necessária uma análise cíclica detalhada.

A predição do limite de fadiga pode ser escrita por:

$$\tau_a + \kappa \rho \leq \lambda \quad (32)$$

$$\rho = \frac{\sigma_{nmax}}{\tau_a} \quad (33)$$

Em que κ e λ são parâmetros materiais.

O parâmetro ρ permite ao Método da Curva de Wohler Modificada (MWCM) quantificar o impacto combinado da multiaxialidade e da não proporcionalidade no dano por fadiga, ajustando adequadamente as curvas de vida à fadiga com base na complexidade

do estado de tensões. Quanto maior o valor de ρ , maior a influência da tensão normal na aceleração do dano, resultando em menor vida à fadiga prevista [36].

Para uma razão fixa entre as amplitudes das componentes de tensão aplicadas, o valor de ρ varia conforme o nível de não proporcionalidade do histórico de carregamento aplicado. Isso significa que o parâmetro ρ não apenas capta a proporção entre tensões normais e de cisalhamento, mas também é sensível à defasagem entre elas ao longo do tempo — um fator crítico na avaliação precisa da fadiga multiaxial [34].

Apresenta-se também, a ideia de que dentre os planos materiais em que a amplitude da tensão cisalhante τ_a é máxima, o valor σ_{nmax} é mais severo. Destaca-se a relação e o cálculo do grau de multiaxialidade ρ em parâmetros de resistência:

$$\rho \leq \frac{\tau_{-1}}{2\tau_{-1} - \sigma_{-1}} \quad (34)$$

Em que σ_{-1} e τ_{-1} são limite de fadiga em flexão e torção alternadas.

Caso ρ não satisfaça a desigualdade admite-se que a falha do material não é mais dominada pela amplitude de tensão cisalhante τ_a . A identificação dos parâmetros κ e λ pode ser admitida como:

$$\kappa = \tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2} \quad (35)$$

$$\lambda = \tau_{-1} \quad (36)$$

Susmel e Lazzarin propõem um critério baseado nas curvas modificadas de Wohler para estimar a resistência a fadiga sob condições de carregamentos multiaxiais considerando que o dano por fadiga está baseado na deformação cíclica de um cristal do material constituinte. Essa teoria é a mesma utilizada para determinar as tensões que podem iniciar uma trinca por fadiga [7].

O MWCW baseia-se na suposição de que microtrincas, resultantes de carregamentos de fadiga de alto número de ciclos, se iniciam no plano onde a amplitude da tensão de cisalhamento é máxima, mesmo que o crescimento subsequente da trinca também seja influenciado pela tensão normal nesse plano crítico [11]. O MWCM é uma abordagem

biparamétrica de plano crítico, cuja formulação parte do pressuposto de que o dano por fadiga, tanto sob carregamento de amplitude constante (CA) quanto de amplitude variável, atinge seu valor máximo no plano (ou seja, o chamado plano crítico) que experimenta a maior amplitude de tensão de cisalhamento [32,35]

É importante reconhecer que as técnicas tradicionais de análise de fadiga frequentemente negligenciaram o impacto das condições multiaxiais. Uma abordagem mais avançada consiste em interpolar uma curva de vida à fadiga especializada para diferentes estados de tensão ou deformação, permitindo uma avaliação mais precisa da vida útil sob carregamentos complexos. Essa interpolação leva em conta a variabilidade nos modos de carregamento, oferecendo uma representação mais realista do comportamento à fadiga de componentes submetidos a tensões multiaxiais [19].

Nessa modificação, a abscissa corresponde ao número de ciclos $\log N_f$ para a falha e a ordenada, a amplitude de tensão cisalhante ($\log \tau_a(\theta^c, \phi^c)$) calculada no plano crítico. Existem duas curvas de fadiga normalmente disponíveis para o material: uma para carregamentos de torção pura ($\rho = 0$) e outra para tração-compressão ou de flexão ($\rho = 1$) segundo a Figura 20. Para a condição de histórias de tensões gerais, uma nova curva pode ser adicionada no diagrama modificado de Wohler [1].

Um aumento na razão entre a variação da tensão normal ao plano crítico e a variação da tensão de cisalhamento resulta em um aumento na extensão do dano por fadiga. Como consequência, as curvas de Wöhler modificadas se deslocam para baixo indicando uma redução na vida útil à fadiga para níveis mais altos de multiaxialidade [33].

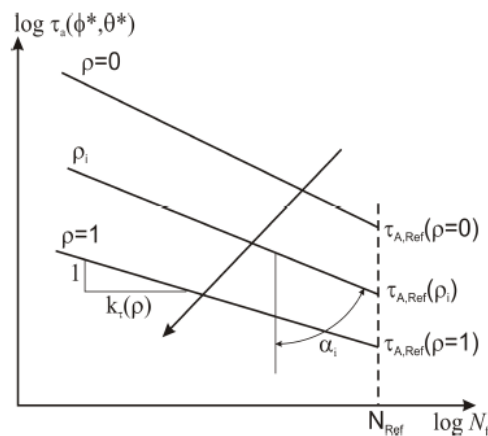


Figura 20 – Curvas Modificadas de Wohler para flexão ($\rho = 1$), torção ($\rho = 0$) e uma história de tensões geral (ρ_i) [7]

2.7.2. Critério de Findley

Findley propôs que a iniciação da falha por fadiga ocorre no plano onde a tensão cisalhante alternada é máxima considerando também o efeito da tensão média nesse mesmo plano.

Esse critério apresenta a necessidade de determinar as tensões que atuam em um determinado plano. Este plano denominado plano crítico pode ser definido como o plano material onde se observa o máximo valor para um dano, isto é, a vida a fadiga é controlada pela combinação de tensões atuando em um plano crítico. [7]. A ação combinada de tensões cisalhante e normal é responsável pelo dano por fadiga e o valor máximo de:

$$(\theta^c, \phi^c): \max_{(\theta, \phi)} \{ \tau_a(\theta^c, \phi^c) + \kappa \sigma_{n, \max}(\theta^c, \phi^c) \} \quad (37)$$

Em que (θ^c, ϕ^c) são coordenadas esféricas do plano crítico.

A falha por fadiga ocorrerá quando λ apresentar a condição de não-satisfação da desigualdade [2,14] e que essa verificação se dará pela varredura angular por meio de algoritmos de otimização principalmente para carregamentos não proporcionais:

$$\tau_a(\theta, \phi) + \kappa \sigma_{n, \max}(\theta, \phi) \leq \lambda \quad (38)$$

Em que κ e λ são parâmetros do material. O valor desses parâmetros se dá pela relação r que caracteriza a relação entre a resistências do material à flexão e à torção:

$$\kappa = \frac{1 - 0,5r}{\sqrt{r - 1}} \quad \lambda = \frac{\sigma_{-1}}{2\sqrt{r - 1}} \quad r = \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \quad (39)$$

Sabendo-se que σ_{-1} é o limite de fadiga em flexão (ou tração-compressão) alternada e τ_{-1} é o limite de fadiga em torção alternada.

Pode-se notar que se o carregamento multiaxial for proporcional, ou seja, a direção das tensões não se altera ao longo do tempo, o plano crítico coincide com o plano de máxima

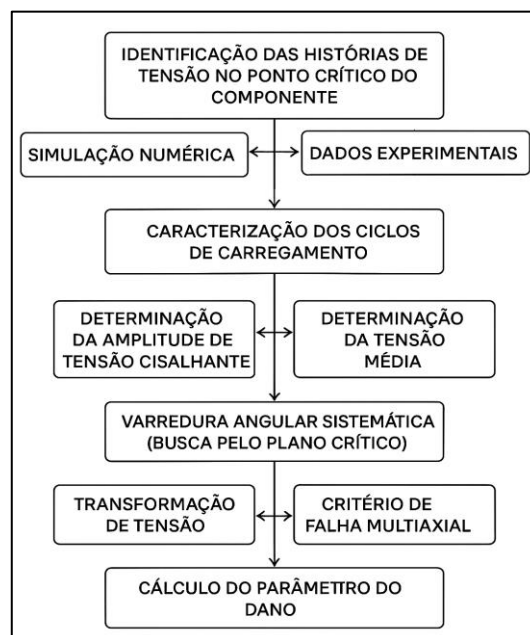
tensão cisalhante. Caso o carregamento seja não-proporcional (direção das tensões se altera ao longo do tempo), o plano crítico pode variar, e com isso, uma análise mais detalhada é necessária.

2.8. FLUXO DE CÁLCULO ADOTADO

O processo inicia-se com a identificação das histórias de tensão no ponto crítico do componente, seja por meio de simulações numéricas ou dados experimentais de sensores. Essas histórias são então processadas para caracterizar os ciclos de carregamento, determinando seus valores de amplitude e tensão média.

A etapa principal consiste na busca pelo plano crítico, realizada através de uma varredura angular sistemática onde, para cada orientação de plano analisada, as tensões são transformadas e um parâmetro de dano é calculado com base em um critério de fadiga multiaxial. O plano que apresentar o valor máximo deste parâmetro de dano é identificado como o plano crítico, sendo o local mais provável para o início da falha por fadiga.

Uma vez determinado o dano máximo no plano crítico, diferentes modelos de fadiga utilizam este valor para prever a vida do componente em número de ciclos. Para validar a precisão de cada modelo, a vida prevista é então comparada com a vida real obtida em ensaios de laboratório sob as mesmas condições de carregamento, resultando em um índice de erro que quantifica a performance da estimativa.



Ao repetir este *pipeline* completo para múltiplos critérios de falha e modelos analíticos, é possível estabelecer uma análise comparativa robusta, identificando as estratégias de previsão mais eficazes e confiáveis para as condições de carregamento estudadas

2.9. DETERMINAÇÃO DO PLANO CRÍTICO

2.9.1. Estratégia de varredura angular e discretização

Com o objetivo de identificar um plano crítico de falha por fadiga em um componente mecânico, aplicam-se estratégias computacionais de varredura angular e discretização.

A discretização se dá pelo o processo de transformar um problema infinito (infinitos planos) em um problema finito e computacionalmente viável. Em vez de analisar todos os planos, seleciona-se um número representativo de planos em orientações específicas. A discretização é a definição do espaçamento dessa grade. Em análises de fadiga, isso é feito definindo um incremento angular, por exemplo, de 5° ou 10°. O *software* cria uma "esfera" de análise ao redor do ponto de interesse e gera planos a cada 10° (ou o valor definido), cobrindo todas as direções.

Pode-se notar que a discretização seja de 15° a 1° (uma discretização fina), a varredura está intimamente ligada a essa característica. A varredura é o algoritmo que "caminha" por cada um dos pontos da grade criada pela discretização para fazer a medição. É a busca sistemática que avalia o dano em cada um dos planos pré-selecionados.

O *software* executa um *loop* para cada plano discreto. Em cada iteração do *loop*, o algoritmo seleciona um plano qualquer e rotaciona matematicamente o histórico de tensões e deformações do componente para projetá-los nesse plano específico. Assim, utiliza um critério de fadiga multiaxial para calcular um valor numérico de dano para aquele plano.

2.9.2. Critérios de convergência, tolerâncias e custo computacional

Como a varredura angular é essencialmente uma busca numérica por um valor máximo em um espaço tridimensional, os critérios de convergência e as tolerâncias são usados para

garantir que o resultado seja preciso o suficiente, sem gastar tempo de processamento desnecessário. A abordagem mais comum não é um critério de convergência de uma única etapa, mas sim um processo de refinamento da discretização, onde a busca é repetida com passos angulares cada vez menores até que o resultado se estabilize.

Em que se destaca a Tolerância no Parâmetro de Dano, a qual verifica se o valor do dano máximo “parou de mudar” significativamente. É a máxima variação percentual aceitável no valor do parâmetro de dano (PD) entre a busca atual e a busca anterior (mais grosseira).

Avaliada a condição de convergência satisfeita assim:

$$\frac{|PD_{refinado} - PD_{grosseiro}|}{PD_{grosseiro}} \leq Tolerância\ do\ Dano \quad (40)$$

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. BASE DE DADOS EXPERIMENTAIS E PROCEDIMENTO DE AVALIAÇÃO DO DANO

Apresentam-se resultados de 179 ensaios experimentais realizados e/ou discutidos em diversas pesquisas sobre o assunto, em que se destacam nas Tabelas 2 a 8 presentes no ANEXO A – BASE DE DADOS EXPERIMENTAIS, os parâmetros mecânicos dos aços e ligas metálicas 25CrMo4, 30NCD16, 34Cr4, 42CrMo4, GGG60, Hard Steel e St35.

Os parâmetros mecânicos apresentados são: a resistência ao escoamento σ_y ; resistência última à tração σ_u ; limite de resistência à fadiga em flexão (ou tração-compressão) alternada σ_{-1} ; limite de resistência à fadiga em torção alternada τ_{-1} , tensão média na direção x σ_{mxx} ; tensão média na direção y σ_{myy} ; tensão alternada na direção x σ_{axx} ; tensão alternada na direção y σ_{ayy} ; componentes de frequência λ_y e λ_{xy} ; e ângulos de fase β_x e β_{xy} .

Destacam-se outras propriedades mecânicas relevantes nestes materiais como ductibilidade, fragilidade, tenacidade, alta resistência entre outras. Por exemplo, os aços ligados 25CrMo4, 34Cr4 e 42CrMo4 apresentam comportamento mecânico equilibrado, combinando boa resistência, ductilidade e tenacidade após tratamento térmico. O 25CrMo4, amplamente usado em componentes estruturais e aeronáuticos, oferece excelente relação entre resistência e conformabilidade, com boa soldabilidade.

O 34Cr4, de médio teor de carbono e cromo, apresenta resistência ao desgaste e tenacidade moderada, sendo comum em engrenagens e eixos. Já o 42CrMo4 destaca-se pela alta resistência mecânica e tenacidade, sendo amplamente aplicado em virabrequins e ferramentas de carga dinâmica.

Em ligas mais nobres, o 30NCD16 (aço Ni-Cr-Mo) atinge elevados níveis de resistência e tenacidade mesmo em condições severas, mantendo boa ductilidade e desempenho em fadiga, o que o torna preferido para componentes aeronáuticos e peças críticas de alto desempenho.

Materiais como GGG60, Hard Steel e St35 ocupam extremos distintos do espectro de comportamento mecânico. O GGG60, ferro fundido nodular, combina resistência moderada com ductilidade superior à dos ferros cinzentos, mas mantém certa fragilidade sob impacto.

O Hard Steel, por outro lado, apresenta altíssima dureza e resistência, porém baixa ductilidade e tenacidade, sendo suscetível à fratura frágil. Já o St35, aço carbono de baixa resistência, é altamente dúctil, fácil de conformar e soldar, mas apresenta baixa resistência à fadiga e pequena capacidade de suportar tensões elevadas, sendo indicado para componentes estruturais leves

Vale ressaltar que cada ensaio apresenta critérios específicos de realização pautados no tipo de movimento de carregamento, no regime temporal do experimento, em janelas de análise e faixas de frequência, em um tempo total de exposição ao carregamento e quando necessário, filtragem e condicionamento de sinal.

Necessita-se destacar que cada ensaio apresenta critérios específicos de realização pautados no tipo de movimento de carregamento, no regime temporal do experimento, em janelas de análise e faixas de frequência, em um tempo total de exposição ao carregamento e quando necessário, filtragem e condicionamento de sinal.

3.1.1. Dados experimentais e suas características de ensaio específicas

Os ensaios experimentais de tração/flexão e torção em componentes mecânicos submetidos à fadiga multiaxial têm como objetivo caracterizar a resposta do material sob condições de carregamento combinado e cíclico, fornecendo dados para avaliação de vida útil e validação de modelos de fadiga. Esses ensaios geralmente envolvem corpos de prova padronizados ou peças reais entalhadas, que são submetidos simultaneamente a tensões normais e cisalhantes em diferentes proporções, reproduzindo condições de serviço complexas.[29]

Para realizar os ensaios, utilizam-se máquinas de fadiga multiaxial capazes de aplicar flexão alternada e torção reversa. Exemplos incluem sistemas servo-hidráulicos e

eletromecânicos com atuadores independentes, permitindo controle preciso de amplitude, frequência e fase entre os diferentes modos de carregamento. A máquina é equipada com suportes específicos para fixação do componente e acoplamentos que garantem a transmissão correta das cargas de flexão e torção. O controle do ensaio é feito por sistemas informatizados que permitem programar ciclos, monitorar tensões aplicadas e registrar dados em tempo real [31].

O registro das informações é realizado por sensores de deformação, como extensômetros de *strain-gauges* colados sobre a superfície do componente, que medem deformações locais em diferentes direções, e transdutores de torque e força, que captam as cargas aplicadas. As leituras são geralmente integradas em sistemas de aquisição de dados digitais, permitindo armazenar e processar séries temporais de tensões e deformações. Em ensaios mais sofisticados, câmeras de alta velocidade e sistemas de análise digital de imagens podem ser utilizados para monitorar a nucleação e propagação de trincas [15].

Além dos sistemas de medição, equipamentos complementares, como condicionadores de sinal, amplificadores, filtros anti-ruído e computadores com *software* específico de aquisição e análise, garantem precisão e confiabilidade dos resultados. Ao final, os dados obtidos permitem construir curvas S-N multiaxiais, identificar planos críticos de falha e validar critérios de fadiga como Findley, Socie ou MMRC, fornecendo informações essenciais para o projeto e manutenção de componentes sujeitos a carregamento multiaxial.

Alguns estudos-referência merecem destaque como *Beitrag zur verbesserung der dauerfestigkeitsberechnung bei mehrachsiger beanspruchung* de Liu J., em que a resistência à fadiga do material foi caracterizada por meio de ensaios de flexo-torção que exploraram sistematicamente as condições de carregamento mais críticas. O estudo avaliou o impacto da proporcionalidade do carregamento (testando condições em fase e fora de fase) e da presença de tensões médias, com os ciclos sendo aplicados em faixas de frequência habituais para ensaios de alto ciclo entre 10 e 50 Hz.

A metodologia consistiu em testar múltiplos corpos de prova em diferentes níveis de solicitação até a falha ou até que um limite de ciclagem na ordem de 10^6 a 10^7 ciclos, até que fosse atingido sem fratura, a fim de estabelecer o limite de resistência à fadiga do

material. Como critério de falha por fadiga foi adotada a Hipótese de Intensidade de Tensão de Cisalhamento (*Shear Stress Intensity Hypothesis - SIH*).

Em *Schubspannungsintensitätshypothese - Weitere experimentelle und theoretische* de Heidenreich R e Richter I, Zenner H., a caracterização da resistência à fadiga do material foi realizada através de ensaios sob carregamentos multiaxiais complexos, utilizando combinações de tração/compressão e torção, bem como de flexão e torção. O regime temporal foi uma variável chave na investigação, explorando-se sistematicamente o efeito de carregamentos cíclicos tanto proporcionais (em fase) quanto não proporcionais (fora de fase, com defasagem de 90° para induzir a rotação dos eixos de tensão), além da influência de tensões médias ($R \neq -1$).

Estes ensaios foram conduzidos em faixas de frequência moderadas entre 5 e 50 Hz, e realizados até a fratura da amostra ou até que o limite de ciclagem de 10^7 ciclos fosse atingido sem falha, definindo assim o limite de resistência à fadiga, embora não haja menção explícita sobre as técnicas de filtragem ou condicionamento de sinal utilizadas. Como critério de falha por fadiga foi utilizada a também a Hipótese de Intensidade de Tensão de Cisalhamento- SIH (*Shear Stress Intensity Hypothesis*)

Já no trabalho intitulado de: *Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque* de Weber B., a metodologia de análise de fadiga apresentada abrange uma vasta gama de condições de serviço, sendo validada com dados de ensaios sob flexão-torção, tração-torção e carregamentos biaxiais em amostras cruciformes. O seu diferencial reside na capacidade de processar regimes temporais complexos, desde carregamentos periódicos simples até históricos de amplitude variável e aleatórios, utilizando para isso técnicas avançadas como a contagem de ciclos *rainflow* adaptada para condições multiaxiais.

Embora os dados experimentais de base para tal análise sejam tipicamente obtidos em faixas de frequência entre 10 e 50 Hz, o objetivo do método não é verificar um limite fixo, mas sim prever a ordem de ciclagem total até a falha, que pode variar do regime de baixa à alta ciclagem, dependendo da severidade do histórico de carregamento. Para lidar com as incertezas inerentes à previsão, o trabalho incorpora uma abordagem estatística com coeficientes de segurança parciais, ainda que não detalhe o condicionamento original dos

sinais experimentais utilizados. O qual ainda sim, adotou como critério de falha simplesmente os critérios empíricos, de plano crítico e de abordagem global.

No trabalho *Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel* de C. Froustey e Lasserre S., a caracterização da fadiga do material foi realizada através de uma ampla gama de carregamentos, incluindo flexão plana (simétrica e assimétrica), flexão rotativa e torção (com e sem componentes médias). O regime temporal dos ensaios partiu de condições de base com carregamentos alternados e simétricos ($R = -1$), evoluindo para combinações complexas de flexão e torção, nas quais as relações de amplitude e as fases entre os sinais foram sistematicamente variadas.

Sendo testes de alto ciclo, foram conduzidos em faixas de frequência típicas entre 20 e 100 Hz com o critério para o limite de fadiga sendo estabelecido na ordem de 2×10^6 ciclos, ponto no qual os ensaios eram interrompidos caso não ocorresse a falha. Entretanto destaca-se que o critério de falha por fadiga utilizado foi um novo critério proposto pelos autores.

No trabalho *Dauerfestigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe bei zweiachsiger Beanspruchung durch drei phasenverschoben schwingende Lastspannungen* de Troost A, Akin O e Klubberg F., a caracterização da fadiga do material foi realizada sob um estado de tensão biaxial complexo, gerado pela aplicação simultânea de uma tensão normal axial e duas componentes de tensão de cisalhamento ortogonais. O regime temporal foi a variável chave da investigação, explorando carregamentos tanto proporcionais (em fase, com $\phi = 0^\circ$) quanto não proporcionais (fora de fase), onde foram aplicadas defasagens sistemáticas entre as três componentes de tensão, com foco especial em 90° e 120° .

Os ensaios foram conduzidos a uma frequência constante de 25 Hz para garantir a execução em tempo viável sem aquecimento da amostra, prosseguindo até a fratura ou até que um limite de ciclagem, geralmente superior a 10^6 ciclos, fosse atingido para caracterizar a resistência à fadiga de alto ciclo. O critério de falha por fadiga utilizado no trabalho foi a Hipótese da Falha Quadrática (*Quadratic Failure Hypothesis* - QFH).

Em *The Strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion* de Nishihara T. e Kawamoto M., a caracterização da fadiga de alto ciclo (HCF) do material

foi realizada através de ensaios que aplicavam carregamentos combinados de flexão e torção em corpos de prova cilíndricos, sob um regime temporal estritamente proporcional (em fase) e totalmente alternado (tensão média nula com $R = -1$).

Os ensaios foram conduzidos a uma frequência constante, determinada mecanicamente pela rotação do motor da máquina na faixa de 1500 a 1800 ciclos por minuto (25 a 30 Hz), prosseguindo até a fratura da amostra ou até que o critério para vida infinita, na ordem de 10^7 ciclos, fosse atingido. Dado que a geração e o controle do carregamento eram inteiramente mecânicos e não envolviam eletrônicos, os conceitos de filtragem ou condicionamento de sinal não se aplicam a este trabalho. O critério de falha por fadiga aplicado ao trabalho foi conservador dado pela Teoria da Tensão Máxima de Cisalhamento (Critério de Tresca) e Teoria da Energia de Distorção (Critério de Von Mises-Hencky).

E ainda, de acordo com o trabalho com o título *Fatigue multiaxiale des aciers. Passage de l'endurance à l'endurance limitée. Prise en compte des accidents géométriques* de Dubar L., a caracterização completa da vida em fadiga do material, abrangendo a transição do regime de baixo ciclo (LCF) para o de alto ciclo (HCF), foi realizada através de ensaios sob carregamentos combinados de tração-compressão e torção. Para isso, investigou-se um amplo espectro de regimes temporais, incluindo carregamentos proporcionais (em fase), não proporcionais (com defasagem de 90°) e a influência de tensões médias.

A metodologia foi adaptada para cada regime: os ensaios de LCF foram controlados por deformação em frequências baixas (< 1 Hz) para evitar aquecimento, enquanto os de HCF foram controlados por tensão em frequências mais altas (10-30 Hz), permitindo mapear a ordem de ciclagem em toda a faixa de interesse, desde aproximadamente 10^3 até mais de 10^6 ciclos. A falha era identificada por um critério de queda de carga, e a precisão dos dados foi garantida pelo uso de filtragem e condicionamento eletrônico de sinais, uma prática padrão para as máquinas de ensaio servohidráulicas da época com critério de falha por fadigas tradicionais utilizados como: critérios de plano crítico, energéticos e globais (baseados em invariantes).

Assim, a maioria dos ensaios experimentais apresentam janelas de frequência, condições de carregamento e monitoramento da vida em fadiga uniformemente

parametrizados, porém a minoria deles apresentou critérios de falha pelo MCWM e pelo critério de falha de Findley.

3.1.2. Pré-processamento de avaliação da falha aplicada ao critério de plano crítico

Cada processo de avaliação de falha inicia-se pela medição experimental do carregamento no componente mecânico, passando pela identificação da história de tensão obtida pela avaliação e encerrando-se no cálculo dos parâmetros característicos do eventual plano de falha por fadiga, planos sujeitos a ação de tensão normal máxima e/ou a máxima tensão cisalhante. Identificar esses parâmetros é prever a profundidade e o sentido e propagação da trinca em qualquer material.

Por meio de células de carga e torque, os sinais de força e torque, juntamente com os parâmetros geométricos dos corpos-de-prova específicos da avaliação experimental, são convertidos em históricos de tensão normal σ_{xx} e σ_{yy} e de cisalhamento σ_{xy} . Em que classicamente, a tensão normal axial é relacionada pela razão entre a força e área do componente mecânico e a tensão de cisalhamento por torção se dá na razão do produto do torque com o raio do corpo-de-prova pelo momento de inércia da peça. O resultado desta etapa é um conjunto de dados que representa a história temporal de cada componente de tensão no ponto crítico do material.

De posse da história de tensão temporal obtida, é necessária análise isolada de duas diferentes condições de carregamento: o carregamento proporcional de amplitude constante e o carregamento não proporcional de amplitude constante. Quando se tem o carregamento proporcional de amplitude constante, todas as componentes de tensão variam de forma sincronizada atingindo seus picos e vales ao mesmo tempo cujo carregamento tem característica senoidal como nas Figuras 21 a 24. E são identificados matematicamente através do cálculo de σ_m e σ_a .

Porém, quando se tem carregamento não proporcional de amplitude constante como apresentado nas Figuras 25 a 28, estes carregamentos estão fora de fase, como por exemplo um seno e um cosseno e, os eixos principais de tensão giram e com isso, os conceitos de

$\sigma_{m\acute{a}x}$ e $\sigma_{m\acute{i}n}$ para o estado de tens\~ao perdem o sentido. E assim, a avalia\~cao da falha se d\~a pelo plano cr\~itico.

Em que primeiro, define-se um plano material atrav\~es de sua orienta\~cao no espa\~co. Em segundo, prop\~oe-se transformar as tens\~oes, ou seja, calcula-se a hist\~oria da tens\~ao normal $\sigma_n(t)$ e $\tau(t)$ que atuam especificamente naquele plano ao longo do ciclo. E por fim, identifica-se os par\~ametros do plano estimado como o plano cr\~itico.

Entretanto, destaca-se na avalia\~cao da tens\~ao normal m\~edia σ_m e alternada σ_a , a hist\~oria de tens\~ao normal $\sigma_n(t)$ neste plano \~e um sinal simples e escalar, equivalente ao que se encontra no carregamento proporcional caracterizando a abertura da trinca por fadiga quando as tens\~oes s\~ao de tra\~cao, por exemplo. J\~a na avalia\~cao da tens\~ao de cisalhamento $\tau(t)$ no plano \~e um vetor que muda de dire\~cao e magnitude. E assim, a literatura cl\~assica apresenta in\~umeros modelos de falha como o MCWM.

A partir dos dados experimentais, o diagrama de fases e o hist\~orico de carregamento s\~ao conhecidos para carregamentos s\~incronos e ass\~incronos, em fase e fora de fase e com tens\~ao m\~edia igual a zero $\sigma_m = 0$ e tens\~ao m\~edia diferente de zero $\sigma_m \neq 0$. Desses, especialmente para os componentes mec\~anicos 25CrMo4 e St35.

Para melhor compreens\~ao dos par\~ametros de proporcionalidade e frequ\~encia, adota-se as seguintes siglas e significados da caracteriza\~cao das hist\~orias de carregamento: Ax – carregamento s\~incrono; ASinc – carregamento ass\~incrono; EFase – carregamento em fase e; FFase – carregamento fora de fase.

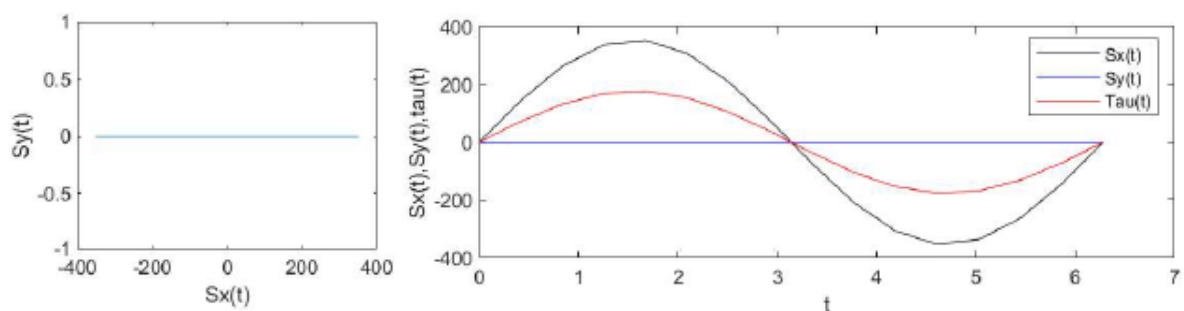


Figura 21 - (a) Diagrama de fase e (b) hist\~oria de carregamento em 25CrMo4 em $\sigma_m = 0$, Ax e EFase

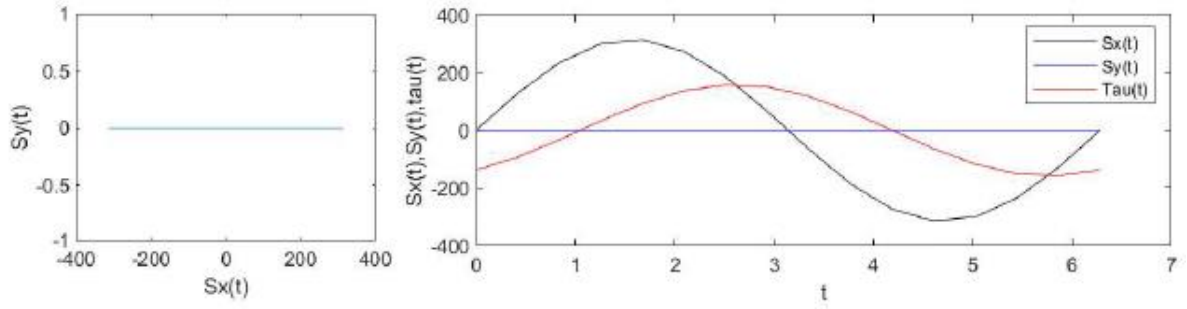


Figura 22 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em 25CrMo4 em $\sigma_m = 0$, Ax e FFase

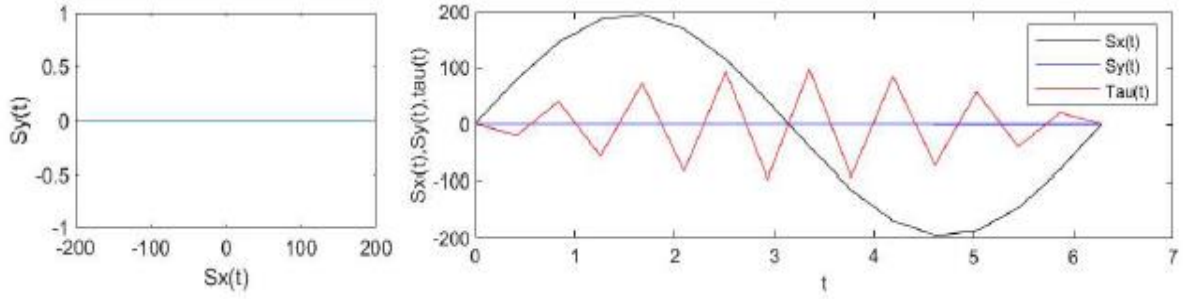


Figura 23 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em 25CrMo4 em $\sigma_m = 0$, ASin e EFase

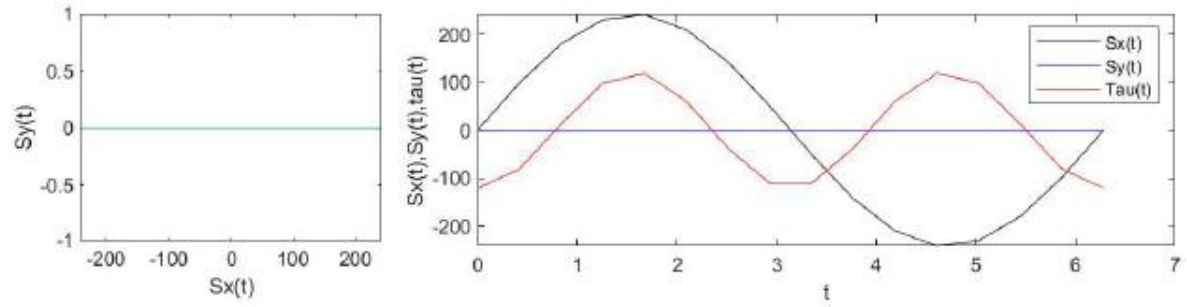


Figura 24 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em 25CrMo4 em $\sigma_m = 0$, ASin e FFase

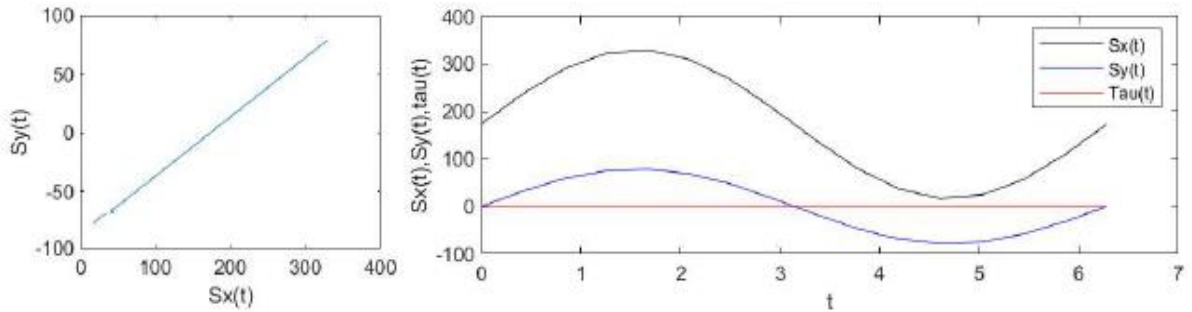


Figura 25 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em St35 em $\sigma_m \neq 0$, Ax e EFase

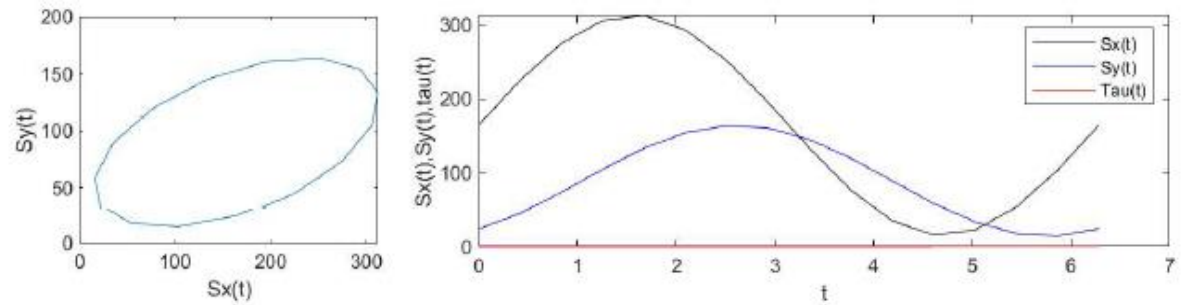


Figura 26 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em St35 em $\sigma_m \neq 0$, Ax e FFase

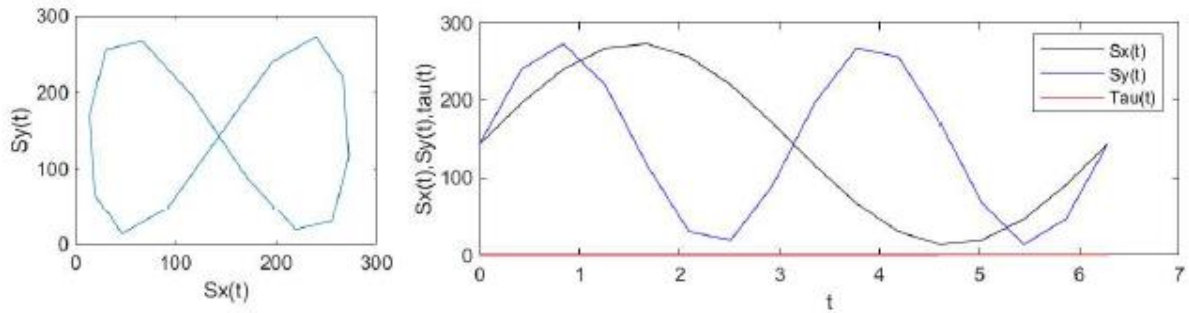


Figura 27 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em St35 em $\sigma_m \neq 0$, ASin e EFase

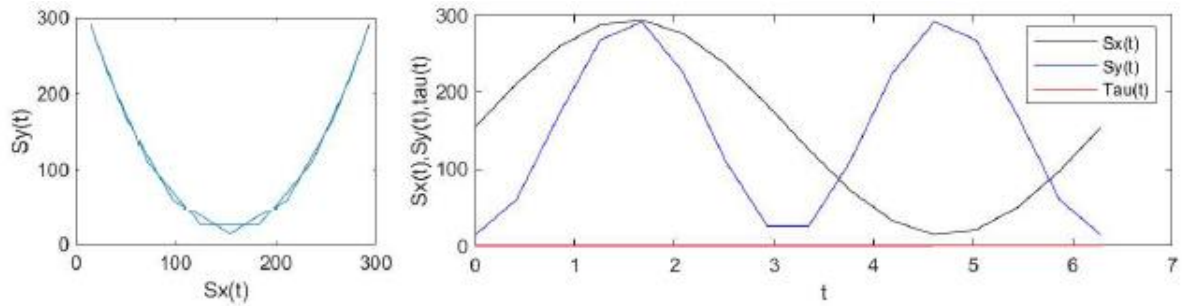


Figura 28 - (a) Diagrama de fase e (b) história de carregamento em St35 em $\sigma_m \neq 0$, ASin e FFase

3.1.3. Implementação dos modelos/critérios de falha e discretização

De posse dos valores brutos das componentes multiaxiais de tensão ao longo do tempo (*input*) na representação de um ciclo de carregamento, faça-se o cálculo da projeção por plano e a varredura do plano crítico. Tal etapa é realizada, neste trabalho, por meio da utilização da implementação numérica do algoritmo no MATLAB®.

O algoritmo realiza uma varredura sistemática de todos os planos materiais possíveis. O espaço tridimensional de orientações é discretizado usando os dois ângulos ϕ e θ em coordenadas esféricas. O algoritmo faz um *loop* por todos os planos definidos por esses ângulos.

Posteriormente, evidencia-se as tolerâncias no cálculo, ou seja, os incrementos angulares na discretização. Um incremento menor leva a um resultado mais preciso, mas aumenta drasticamente o tempo de cálculo no processamento computacional.

Neste trabalho, adota-se através de uma boa prática de análise de precisão do processamento para identificação do plano crítico de falha em todos os componentes mecânicos estudados, diferentes incrementos angulares para alguns modelos de fadiga. Para o modelo de fadiga de MRH, adota-se os incrementos de 15°, 10°, 5° e 2, 5°. Para os

modelos de fadiga MOI, MVM e Socie utiliza-se os incrementos angulares de 12°, 6°, 3° e 1°, 5°. Dentro do *loop*, para cada plano discretizado, o histórico do tensor de tensões é matematicamente projetado sobre ele, resultando em dois novos históricos: a tensão normal ao plano $\sigma_n(t)$ e o vetor tensão de cisalhamento no plano $\tau(t)$.

Assim, inicia-se a aplicação do critério com a extração dos parâmetros e aplicação do critério de falha por fadiga. A partir dos históricos projetados de tensões no tempo, calculam-se a amplitude e a média das tensões. Para o cálculo vetorial da tensão de cisalhamento τ_a , utiliza-se o Método da Curva de Wohler Modificado (MCWM) e o Critério de Findley. Com as fórmulas destes critérios de falha, encontra-se o parâmetro de fadiga que é um valor escalar que representa o dano naquele plano específico. Tem-se assim armazenados esse parâmetro de fadiga e a orientação do plano crítico.

Por fim, após a varredura de todos os planos, o processo se encerra na identificação do plano crítico (*output*) o qual o algoritmo identifica o plano que apresenta o maior valor de parâmetro de fadiga. Por exemplo, a maior amplitude de tensão cisalhante acrescida da maior tensão normal máxima que caracterizam diretamente a aplicação dos critérios de falha de Findley e de Susmel e Lazzarin (relacionados a MCWM). E assim por definição tem-se o plano crítico.

E na complementação da análise, destaca-se o cálculo da resistência à fadiga, quando se compara o valor do máximo parâmetro de fadiga com o limite de resistência à fadiga do material. No caso do critério de Findley, o valor do parâmetro k sendo inferior a combinação dos valores máximos da $\sigma_{nm\acute{a}x}$ e da τ_a , o componente mecânico é seguro, ou seja, não há falha por fadiga. Ao contrário, quando se caracteriza a vida finita do material, isto é, o parâmetro de fadiga for superior ao limite de resistência calcula-se o número de ciclos N_f de vida até a falha.

3.1.4. Métricas de avaliação do índice de erro na precisão de previsão de falha por fadiga

A comparação envolve a análise de dados experimentais para diversos materiais sob diferentes condições de carregamento. O índice de erro IE é utilizado para avaliar a precisão das previsões da amplitude de tensão de cisalhamento.

$$IE = \frac{\max\{\tau_a + \kappa\sigma_{max}\} - \lambda}{\lambda} \quad (41)$$

Assim, podem ser estabelecidas as seguintes situações: $IE < 0\%$ – Modelo não conservador; $IE > 0\%$ – Modelo conservador; e $IE = 0\%$ – Previsão exata. Um modelo conservador prevê falha antes do que realmente ocorre. Já um modelo não conservativo prevê que o componente suportará mais do que realmente suporta, o que é perigoso, pois pode levar à falha prematura sem aviso.

Um critério é considerado preciso na identificação do plano se a média dos erros angulares ($\Delta\theta$) for baixa, idealmente inferior de 15-20°.

Quando se pensa no Critério de Findley, por exemplo, os parâmetros k e λ se relacionam na condição de definição de falha do componente mecânico. O limite de resistência à fadiga seja a tração ou a torção sendo superior ao parâmetro de fadiga aponta que o componente apresenta vida infinita, ou seja, o dimensionamento deste é seguro. Na Gráficos 1 a 4, apresenta-se a relação $\tau_a \propto \sigma_{n,max}$ e as zonas de incidência de alguns ensaios do conjunto de dados das Tabelas 2 a 8 no ANEXO A que se apresentam em *runouts* e em condições de falha.

Na condição de torção, os ensaios acima da linha de limite de torção possuem condições de falha. Para que se possa estimar a vida deste material sob estas condições experimentais, pode-se prever a resistência através dos modelos de fadiga por meio da identificação do plano crítico. O mesmo aplica-se a condição de tração em que, o mesmo componente mecânico pode ter vida infinita sujeito a condição de tração, porém apto a ruptura sujeita a condição de torção.

Um parâmetro fundamental de avaliação da resistência à fadiga é novamente a condição de tensão média. Para ensaios sujeitos à tensão média não-nula $\sigma_m \neq 0$, o comportamento dos carregamentos e irregularidade dos picos de frequência, ainda, pode promover condições de falha do material sujeito a inclusive condições simultâneas de

tração e torção. Vale destacar que a característica mecânica de composição material do aço ou da liga metálica também é um parâmetro significativo.

Gráfico 1 - Diagrama do Critério de Findley: Região de *runout* $\sigma_m \neq 0$ - St35

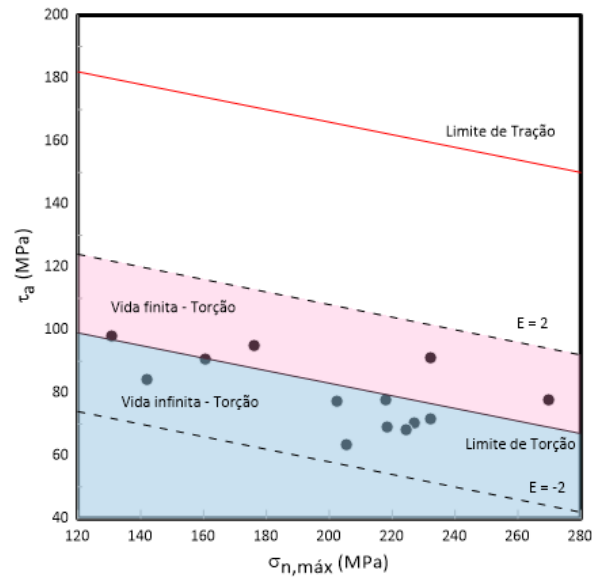


Gráfico 2 - Diagrama do Critério de Findley: Região de *runout* $\sigma_m = 0$ - 25CrMo4

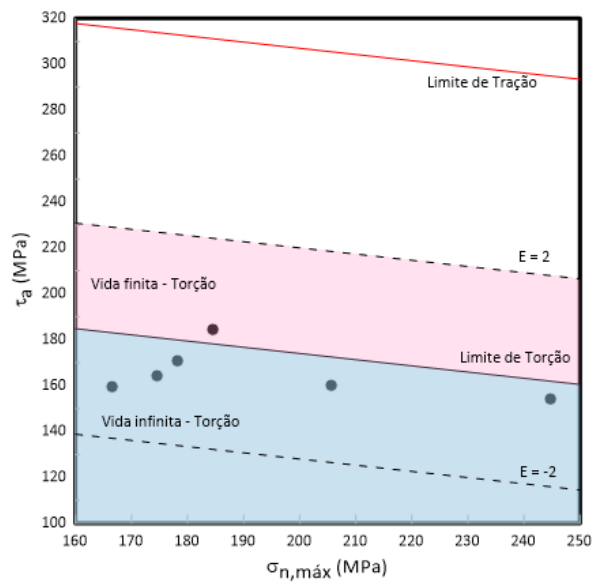


Gráfico 3 - Diagrama do Critério de Findley: Região de *runout* $\sigma_m \neq 0$ - 25CrMo4

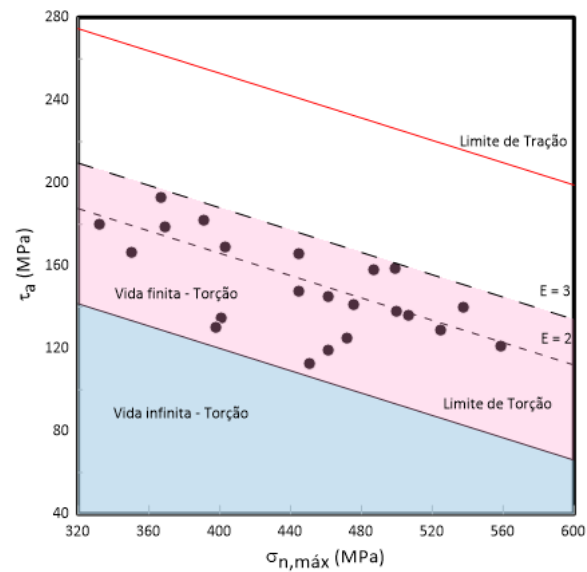
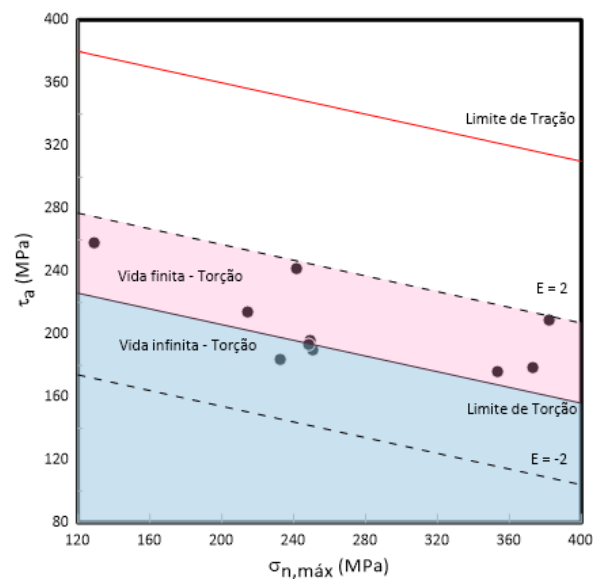


Gráfico 4 - Diagrama do Critério de Findley: Região de *runout* $\sigma_m = 0$ - 34Cr4



A fim de matematicamente credibilizar a identificação da métrica de avaliação na identificação dos planos críticos de fadiga em um conjunto de dados pode -se utilizar o *Root Mean Square Error* – Raiz do Erro Quadrático Médio – (RMSE).

O RMSE é uma métrica usada para avaliar a diferença entre valores observados (reais, experimentais) e valores estimados (preditos por um modelo). Ele mede o tamanho médio dos erros, dando mais peso a erros grandes, já que eleva ao quadrado antes de calcular a média.

$$RMSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_j)^2 \quad (42)$$

Em que:

- n – número de observações do conjunto
- $y_{estimado}$ – valor observado (real)
- y_j – valor estimado (previsto pelo modelo)

E para justificar e fortalecer a métrica de avaliação do conjunto de dados, adota-se o plano de validação da previsibilidade dos índices de erro por meio da validação cruzada de “pastas de dados” chamada de k-fold (*cross validation*). O k-fold *cross-validation* é uma técnica de validação estatística usada para avaliar a performance de um modelo preditivo, verificando se ele generaliza bem (não está apenas memorizando os dados de treino).

Em que o conjunto de dados é dividido em k partes aproximadamente iguais chamadas *folds*. O modelo é treinado $k - 1$ vezes em $k - 1$ *folds* (dados de treino). O *fold* restante é usado como teste (dados nunca vistos pelo modelo). E assim, processo se repete k vezes, cada vez escolhendo um *fold* diferente como teste. O resultado final é a média dos erros de cada iteração em que o RMSE é uma acurácia apropriada e confiável. Esta validação Usa todos os dados tanto para treino quanto para teste (em momentos diferentes) e reduz a dependência da “sorte” na separação dos dados.

Vale ressaltar que a sensibilidade dos parâmetros mecânicos, por exemplo, influencia diretamente na obtenção dos dados probabilísticos e estimados alcançados. Ou seja, a condição de tensão média, a proporcionalidade do carregamento (carregamentos em fase e fora da fase) e a o incremento angular ditam resultados diferentes daqueles que são escolhidos para validar o modelo matemático de previsão.

Com esses dados e observações paramétricas no Capítulo 5 compara-se os diferentes modelos de fadiga e critérios de falha que identificam os planos críticos fundamentados nas diferentes condições de carregamento, bem como a orientação dos mesmos, a nível de previsão, e o custo computacional obtido na determinação destes parâmetros.

4. RESULTADOS

4.1. VISÃO GERAL DO CONJUNTO E PROTOCOLO DE COMPARAÇÃO

Nas análises a seguir, destaca-se a consideração de 179 diferentes ensaios experimentais nos componentes mecânicos 34Cr4, St35, 25CrMO4, 42CrMo4V, GGG60, 30NDC16, Hard Steel sujeitos aos efeitos da tensão média nula $\sigma_m = 0$ e da tensão média não-nula $\sigma_m \neq 0$. Em que, todos estes, cada qual, apresenta diferentes valores de resistência e limites à fadiga e estão sujeitos a distintas condições de carregamentos em fase e fora de fase e; síncronos e assíncronos.

E ainda, sujeitos a específicas condições de contorno, adotadas aleatoriamente e particularmente em: diferentes incrementos de rotação e tempo de processamento na avaliação das histórias de tensão.

4.2. MÉTRICA E CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA PRECISÃO DE PREVISÃO DO DANO

A comparação envolve a análise de dados experimentais para diversos materiais sob diferentes condições de carregamento. O índice de erro IE é utilizado para avaliar a precisão das previsões da amplitude de tensão de cisalhamento.

$$IE = \frac{\max\{\tau_a + \kappa\sigma_{max}\} - \lambda}{\lambda} \quad (43)$$

Assim, podem ser estabelecidas as seguintes situações: $IE < 0\%$ – Modelo não conservador; $IE > 0\%$ – Modelo conservador; e $IE = 0\%$ – Previsão exata. Um modelo conservador prevê falha antes do que realmente ocorre. Já um modelo não conservativo prevê que o componente suportará mais do que realmente suporta, o que é perigoso, pois pode levar à falha prematura sem aviso

A fim de matematicamente credibilizar a identificação da métrica de avaliação na identificação dos planos críticos de fadiga em um conjunto de dados pode -se utilizar o *Root Mean Square Error* – Raiz do Erro Quadrático Médio – (RMSE).

$$RMSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_j)^2 \quad (44)$$

E para justificar e fortalecer a métrica de avaliação do conjunto de dados, adota-se o plano de validação da previsibilidade dos índices de erro por meio da validação cruzada de “pastas de dados” chamada de k-fold (*cross validation*). O k-fold *cross-validation* é uma técnica de validação estatística usada para avaliar a performance de um modelo preditivo, verificando se ele generaliza bem (não está apenas memorizando os dados de treino).

4.3. EFEITOS DA TENSÃO MÉDIA E PROPORCIONALIDADE

4.3.1. Critério de Susmel e Lazzarin – MCWM

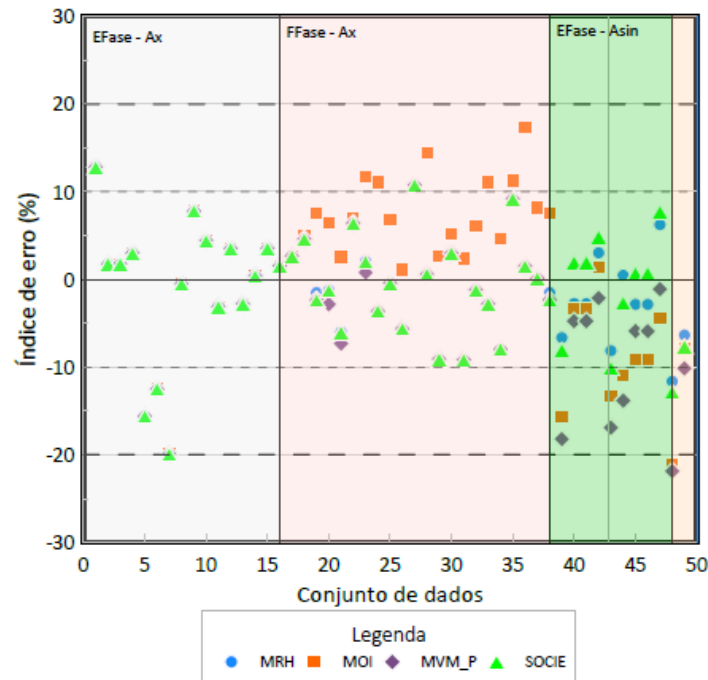
Casos para tensões médias nulas $\sigma_m = 0$

De acordo com o Gráfico 5, de acordo com o Critério de falha de Susmel e Lazzarin correlacionado o Método da Curva de Wohler Modificada (MCWM) em condições de carregamento com tensão média igual a zero $\sigma_m = 0$, apresenta-se o índice de erro da previsão de falha nos ensaios realizados segundo diferentes modelos de fadiga e seus resultados diversos.

Quando se testa componentes mecânicos presentes na região em fase e com carregamento síncrono (EFase – Ax), percebe-se que os modelos de MRH, MOI, MVM e Socie apresentam resultados similares, a uma precisão de previsão, de aproximadamente $\pm 15\%$. Estes resultados trazem consigo a seguinte informação: tais modelos tendem a superestimar o dano ou subestimar a vida a fadiga em modelos de fadiga conservativos. E com isso, reforça-se a confiabilidade da previsão de falha para componentes mecânicos em

interações simples de tensões. Nota-se que para 16 ensaios realizados, 2 ensaios apresentam $IE = 0\%$ no diagrama de dispersão, o que indica a capacidade de previsão de falha altamente eficiente.

Gráfico 5 - Índice de erro das previsões de falha em ensaios sob condições de $\sigma_m = 0$ – MWCM



Na região de caracterização de carregamentos, em fase e assíncronos (EFase – Asin), os componentes mecânicos apresentam precisão de previsão de falha por fadiga significativamente distintas para os diferentes modelos de fadiga. Em que se nota a divergência de precisão de falha nos ensaios analisados no MOI e no MVM em alguns casos.

Nesta região, há uma quantidade expressivamente inferior de ensaios conservativos em relação aos ensaios não – conservativos, isto é, muitos componentes mecânicos tendem a falharem. Com um índice de erro de previsão com superestimação do dano em até + 20%. Isso se dá pela variabilidade de condições de carregamentos e sua irregularidade de atuação de carregamentos em eventuais componentes mecânicos.

Referente ainda ao Gráfico 5, quando os componentes mecânicos estão sujeitos a carregamentos fora de fase (FFase – Ax), mesmo que síncronos, o índice de erro começa a apresentar divergências entre os modelos de fadiga na região de precisão de previsão de falha, atingindo resultados em torno de – 10% e + 20%, assim, a falha por fadiga é bem

identificada pelos modelos, porém a depender do carregamento e do modelo, a precisão na previsão indica singela discordância. Índices de erro positivos indicam superestimação do dano, ou seja, a falha é prevista com antecedência e segurança.

Para índices de erro negativos, há superestimação da vida, isto é, o modelo prevê a falha, mas com uma resistência superior ao que realmente, experimentalmente, o componente pode suportar. Observa-se o modelo de MOI onde há distorção da precisão de falha por fadiga em relação aos modelos de MVM e MRH. Ainda assim, no conjunto de dados, há maioria de componentes mecânicos que não tendem a falhar.

Por fim, tem-se os componentes mecânicos ensaiados sujeitos a carregamentos fora de fase e assíncronos (FFase – Asin) os quais são caracterizados por carregamentos em condições complexas de tensões, o que distorcem a precisão da previsão de falha por fadiga com altas chances falharem por fadiga.

Casos para tensões médias não nulas $\sigma_m \neq 0$

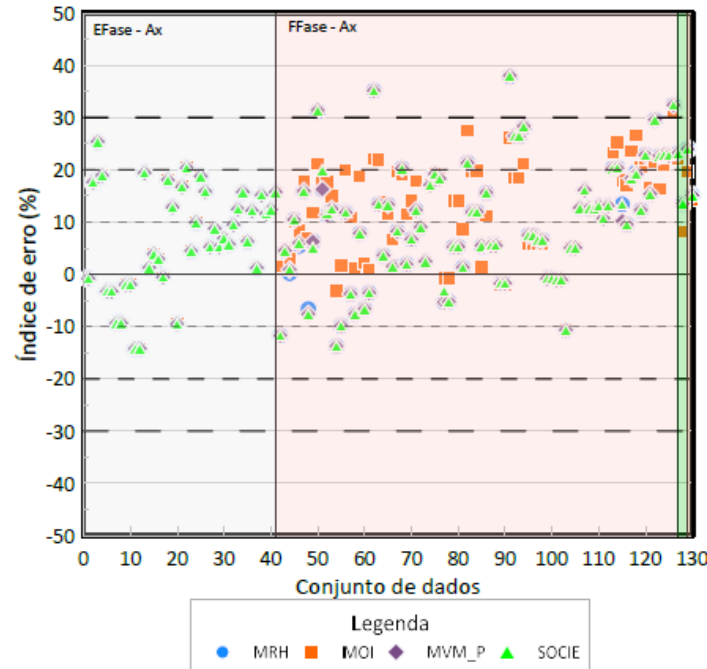
Quando se testa componentes mecânicos sujeitos a tensões médias diferentes de zero $\sigma_m \neq 0$, como apresentado no Gráfico 6 na análise do dano pelo critério de Susmel e Lazzarin, encontra-se uma quantidade de dados ensaiados significativamente superior a componentes mecânicos sujeitos a tensões médias zero admitindo o vasto número de componentes mecânicos ensaiados na literatura e estudados neste trabalho.

Porém, na determinação do índice de erro na previsão de falha por fadiga destes componentes, no critério de falha de Susmel e Lazzarin, estudado nos modelos de fadiga de MRH, MOI, MVM e Socie, percebe-se que, por mais que haja inúmeros resultados conservativos, esses índices alcançam precisões de previsão de falha contestáveis devido a sua distância do ideal de 0%, isto é, precisão de falha exata.

Como observado, encontram-se precisão de previsão de falha com índices de erro até +25% e -15% na região caracterizada por carregamentos em fase e síncronos (EFase – Ax). Isto é, muitos componentes tendenciosamente não falharam, pois a previsão de falha é determinada antes do dano em si. Por exemplo, com resultados de superestimação do dano explica-se que, em condições de carregamentos assim, há um nítido comportamento de

tensões que favorece a abertura de trincas devido a sua irregularidade e, com isso a previsão é estimada antes da eventual falha por fadiga.

Gráfico 6 - Índice de erro das previsões de falha em ensaios sob condições de $\sigma_m \neq 0$ – MWCM



Na região de caracterização de carregamentos, mesmo que em fase, mas admitindo carregamentos assíncronos (EFase – Asin), os componentes mecânicos apresentam-se conservativos com índices de erro de +10% até 30%, mesmo sendo quantitativamente a representação em pequenas ocorrências. Ou seja, mesmo em pouca quantidade, o índice de erro é substancial. O que pode ser explicado pelo desalinhamento temporal contínuo, o que a efeito de variabilidade angular do plano crítico, existe uma determinação de amplitude de tensão média máxima dificultada, e assim, necessita-se também o ajuste com a tensão normal média máxima $\sigma_{n,máx}$ para determinação precisa do plano crítico.

No Gráfico 6, na região caracterizada por carregamentos síncronos e fora de fase (FFase – Ax), nota-se uma grandiosa divergência entre a precisão de previsão de falha dos diferentes modelos de fadiga de MRH, MOI, MVM e Socie para os inúmeros componentes mecânicos ensaiados. Em que se encontram índices de erro máximo próximos de + 40%.

Este alto índice de erro máximo, explica-se pelo fato de que a interação entre a rotação matricial do tensor de tensões, o que caracteriza a defasagem dos ângulos de fase, e a tensão

média diferente de zero $\sigma_m \neq 0$ potencializa o dano. Ou seja, o dano é superestimado com um fator de segurança considerável.

Ou seja, nota-se que existe a abertura da trinca, o plano de maior tensão de cisalhamento pode mudar com o tempo e a plasticidade cíclica pode ser intensificada. No plano crítico, o plano onde a amplitude de tensão cisalhante é máxima se altera e os critérios de falha precisam rastreá-lo para identificação adequada.

Já na região caracterizada por carregamentos fora de fase e assíncronos (FFase – Asin), mesmo com uma densidade baixa de ensaios realizados, o índice de erro na previsão de falha está em um percentual quantitativo ligeiramente aceitável e similar ao comportamento de carregamentos síncronos e em fase, no valor de +15%.

Já no aspecto qualitativo, pode-se dizer que a resistência à fadiga sob carregamentos fora de fase e assíncronos (FFase – Asin) tende a ser menor do que a resistência à fadiga sob carregamentos em fase e síncronos (EFase – Ax), mesmo como os mesmos valores nominais de tensão.

4.3.2. Critério de Findley

Casos para tensões médias nulas $\sigma_m = 0$

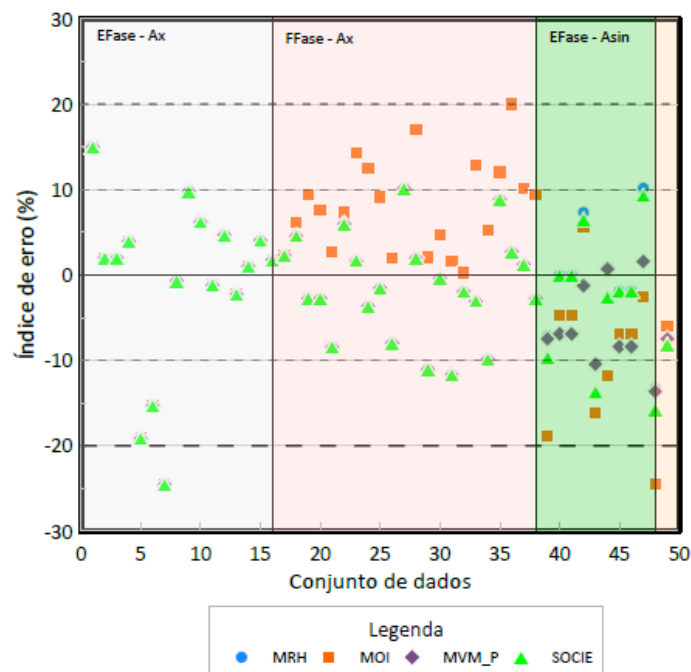
De acordo com o Gráfico 7, no critério de falha de Findley em condições de carregamento com tensão média igual a zero $\sigma_m = 0$ sujeitos a carregamentos síncronos e em fase (EFase – Ax), percebe-se que os modelos de MRH, MOI, MVM e Socie apresentam resultados similares ao critério de falha de Susmel e Lazzarin, a uma precisão de previsão de falha, de aproximadamente + 15% e -25% porém se apresentando, assim também com 3 ensaios com resultados não – conservativos. Mais uma vez, sujeitos a uma condição de carregamento regular e constante temporal, concedendo ao material uma resposta mais estável e previsível.

Na região de caracterização de carregamentos, mesmo que em fase, mas com carregamentos assíncronos (EFase – Asin), os componentes mecânicos apresentam precisão de falha por fadiga significativamente distintas. Com índices de erro de previsão

de falha de até – 20%, ou seja, há subestimação do dano, isto é, prevê que os componentes suportarão mais do que realmente suportam. Nesta região, há uma quantidade grandemente superior de ensaios não – conservativos em relação aos ensaios conservativos.

E com isso nota-se que, considerando os ensaios analisados, há uma forte presença de componentes de carregamento que possuem frequências diferentes, e com isso, a impossibilidade de se estimar repetições nos ciclos de carregamento e assim, uma alta quantidade de que estes componentes mecânicos tenham sua capacidade de resistência superestimada.

Gráfico 7 - Índice de erro das previsões de falha em ensaios sob condições de $\sigma_m = 0$ – Findley



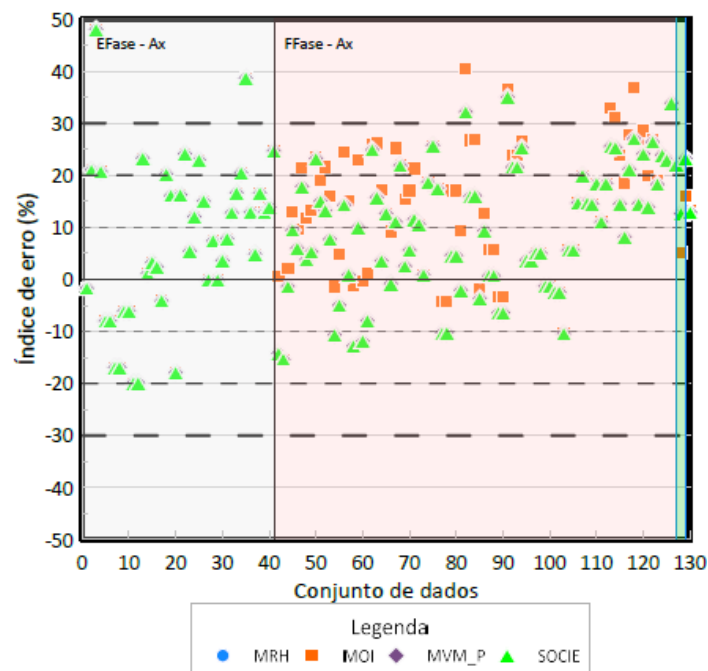
Nota-se a repetição do padrão de ensaios realizados no critério de falha de Findley em relação ao critério de falha de Susmel e Lazzarin na região de carregamentos síncronos e fora de fase (FFase – Ax). Apresentando precisão de previsão de falha de 10% a 20% caracterizando subestimação da resistência, em um processo complexo. Essa característica condiciona a identificação do plano crítico com mais variabilidade, ou seja, o plano de máxima solicitação cíclica muda durante o ciclo. Trazendo consigo, não linearidade entre as componentes de tensão.

Por fim, tem-se os componentes mecânicos ensaiados sujeitos a carregamentos fora de fase e assíncronos (FFase – Asin) com um resultado similar a análise de falha pelo critério de Susmel e Lazzarin e ainda, com previsões de dano não-conservativas da ordem de -35%.

Casos para tensões médias nulas $\sigma_m \neq 0$

Como apresentado nas análises anteriores, de acordo com o Gráfico 8 sob a avaliação do dano pelo critério de falha de Findley, sob carregamentos síncronos e em fase (EFase – Ax), o plano crítico não muda com o tempo e a tensão média diferente de zero $\sigma_m \neq 0$ muda a intensidade do dano gerado pela amplitude de tensão cisalhante.

Gráfico 8 - Índice de erro das previsões de falha em ensaios sob condições de $\sigma_m \neq 0$ – Findley



Ou seja, mesmo com a amplitude de tensão cisalhante constante, a presença da tensão média diferente de zero $\sigma_m \neq 0$ afeta a previsão de resistência a fadiga em um processo ainda mais complexo. O que pode ser notado por ocorrência de previsões de falha da ordem de +50%. Assim há uma subestimação da vida acentuada, ou seja, a vida e possivelmente a resistência serão maiores que a previsibilidade do modelo.

Já em condições de carregamentos fora de fase e síncronos (FFase – Ax), a tensão média diferente de zero $\sigma_m \neq 0$ é amplificada pelos efeitos da amplitude de tensão cisalhante τ_a devido a variação da orientação do plano crítico; a interação entre a amplitude de tensão

cisalhante τ_a e tensão normal máxima $\sigma_{n,máx}$ muda ao longo do ciclo afetando continuamente o dano local. Com precisões de previsão de falha em até +25%.

Mesmo em carregamentos proporcionalmente estáveis em frequência, a fase entre as tensões e a presença de tensão média alteram significativamente a efetividade da amplitude de tensão cisalhante.

E por fim, na relação entre a tensão média diferente de zero $\sigma_m \neq 0$ em condições de carregamento fora de fase e assíncrono (FFase – Asin), a tensão média diferente de zero $\sigma_m \neq 0$ distorce a localização do plano crítico, exige a análise temporal e espacial contínua para capturar adequadamente os efeitos multiaxiais reais e aumenta o risco de falha prematura por fadiga especialmente em componentes sujeitos a cargas complexas como eixos rotativos ou componentes aeronáuticos. Situação caracterizada com alto requinte de avaliação quanto a resistência à fadiga.

4.3.3. Métricas e critérios de avaliação

Após a observação do índice de erro na determinação dos planos críticos através dos parâmetros mecânicos dos 179 ensaios em 7 componentes mecânicos diferentes, é necessária a verificação da metrificação de avaliação dos resultados e da validação destes.

Com dito anteriormente, e a nível de exemplificação, aplica-se o RMSE para dois grupos de amostras de dados característicos: Grupo 1 - carregamentos com tensão média nula $\sigma_m = 0$, em fase e síncronos e Grupo 2 - carregamentos com tensão média não-nula $\sigma_m \neq 0$, fora de fase e síncronos. Destaca-se a escolha destes grupos devido a polaridade dos dados característicos e da expectativa de obter índices de erro semelhantes mesmo com essas características extremas. E por fim, aplica-se ao Grupo 1 de dados de carregamento, a validação *k-fold*.

Presentes no ANEXO B – EFEITOS DA TENSÃO MÉDIA – Métricas e critérios de avaliação, constam na Tabela 9, os índices de erro da previsão de falha pelo critério de falha de Susmel e Lazzarin. E na Tabela 10, apresenta-se os índices de erro da previsão de falha pelo critério de falha de Findley presentes no Grupo 1.

Para a validação dos dados previstos referentes ao Grupo 1 (tensão média $\sigma_m = 0$ – em fase – síncronos) e aplicando as etapas de cálculo tem-se para os critérios de falha de MCWM e Findley com os modelos de fadiga em estudo, em média, o erro de previsão de falha por fadiga entre si:

Tabela 11 - RMSE entre a MCWM e Findley no Grupo 1

	MRH	MOI	MVM-P	SOCIE
MSE	3,803564	3,803564	3,818686	3,803564
RMSE	1,950273	1,950273	1,954146	1,950273

Ou seja, resultados aproximadamente com 2% de índice de erro na previsão de falha.

Presentes no ANEXO B – EFEITOS DA TENSÃO MÉDIA – Métricas e critérios de avaliação, a Tabela 12 apresenta os índices de erro da previsão de falha pelo critério de falha de Susmel e Lazzarin. E na Tabela 13, apresentam-se os índices de erro da previsão de falha pelo critério de falha de Findley presentes no Grupo 2.

Para a validação dos dados previstos referentes ao Grupo 2 (tensão média $\sigma_m \neq 0$ – fora em fase – síncronos) e aplicando as etapas de cálculo tem-se para os critérios de falha de MCWM e Findley com os modelos de fadiga em estudo, em média, o erro de previsão de falha por fadiga entre si:

Tabela 14 - RMSE entre a MCWM e Findley no Grupo 1

	MRH	MOI	MVM-P	SOCIE
MSE	19,72763	20,59001	20,3901	20,72061
RMSE	4,441579	4,537621	4,51554	4,55199

Ou seja, resultados aproximadamente com 4,5% de índice de erro na previsão de falha.

Presente no ANEXO B – EFEITOS DA TENSÃO MÉDIA – Métricas e critérios de avaliação, na Tabela 15, aplica-se ao Grupo 1 de dados de carregamento, a validação *k-fold* com a caracterização dos elementos constituintes da análise apresentados a seguir:

- Número de *folds*: 4
- Número de vizinhos mais próximos: 3

A partir da resolução minuciosa do k-fold *cross-validation*, obteve-se o valor dos RMSE dos modelos assim:

Tabela 16 – RMSEs dos IEs entre a MCWM e Findley no Grupo 1

	MRH	MOI	MVM-P	SOCIE
RMSE	4,192845398	3,967106705	8,36371804	7,650227575

E assim tem-se o RMSE médio igual a 6,04%.

Pode-se assim notar que, os resultados de RMSE na métrica e a validação dos conjuntos de dados expressam resultados inferiores ao que se julga confiavelmente, índices de erros iguais a 15%.

Caracterizando, estatisticamente, que a precisão de previsão de erro da identificação do plano crítico para os diferentes modelos de fadiga e critérios de falha são fidedignos ao que pode estimar à falha por fadiga.

4.4. ORIENTAÇÃO DOS PLANOS CRÍTICOS

Relembra-se a consideração de 179 diferentes ensaios experimentais nos componentes mecânicos 34Cr4, St35, 25CrMO4, 42CrMo4V, GGG60, 30NDC16, Hard Steel sujeitos aos efeitos da tensão média nula $\sigma_m = 0$ e da tensão média não-nula $\sigma_m \neq 0$. Em que, todos estes, cada qual, apresenta diferentes valores de resistência e limites à fadiga e estão sujeitos a distintas condições de carregamentos em fase e fora de fase e; síncronos e assíncronos. E ainda, sujeitos a específicas condições de contorno, adotadas aleatoriamente e particularmente em: diferentes incrementos de rotação e tempo de processamento na avaliação das histórias de tensão.

4.4.1. Critério de Susmel e Lazzarin – MCWM

A determinação da orientação do plano crítico em um componente mecânico expressa o resultado da indicação de um plano espacial composto pelas coordenadas θ e ϕ que tem

em si a relação maximizada entre a amplitude da tensão cisalhante τ_a e a tensão normal máxima $\sigma_{n,máx}$. Considerando o critério de falha de Susmel e Lazzarin e de Findley, de acordo com o Gráfico 9 a Gráfico 12 nota-se que, juntamente com a aplicação dos diferentes modelos de fadiga como MRH, MOI, MVM e Socie, é possível identificar um padrão quanto a identificação destes planos, ainda mais, quando se entende os efeitos da tensão média iguais a zero $\sigma_m = 0$ e diferente de zero $\sigma_m \neq 0$.

Casos para tensões médias nulas $\sigma_m = 0$ em carregamentos proporcionais EFase, carregamentos não proporcionais FFase e exemplos de componentes de frequência

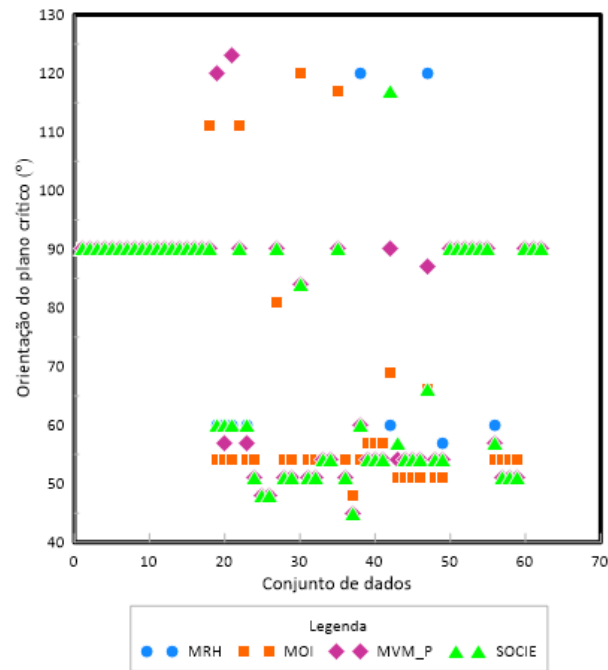
No Gráfico 9, apresentam-se os dados experimentais caracterizados pela $\sigma_m = 0$, carregamentos proporcionais e não-proporcionais e síncronos e assíncronos. Nota-se uma alta presença de ensaios que apresentam seu plano crítico a 90° , ou seja, a tensão normal máxima $\sigma_{n,máx}$ governa a influência da identificação destes planos de falha. Os quais ainda se nota a similaridade da previsão de falha dos 4 modelos em questão devido a sobreposição dos pontos correspondentes aos ensaios no gráfico de dispersão.

No carregamento síncrono, as componentes de tensão oscilam na mesma frequência ao longo do tempo. E com isso, o estado de tensão muda apenas de intensidade e não de direção, tem-se como exemplo elipses de tensão em planos críticos sem alteração de forma. Quanto ao plano crítico, este é fixo e padrão, ou seja, 45° em torção pura e 90° em tração pura com crescimento da trinca no modo I ou II na mesma direção da atuação da carga.

Contudo, ainda há casos de previsão de falha por fadiga em planos críticos identificados entre 40° e 70° e, 110° a 120° no sentido positivo considerando $\theta \in [0^\circ, 180^\circ]$ que indicam a influência da tensão cisalhante na previsão do plano crítico. Uma característica particular de Susmel e Lazzarin é que a previsão de um plano mais inclinado é mais reativa a picos de fase locais e busca o plano de falha iminente.

Em relação a influência dos modelos de fadiga aplicados ao método, por exemplo, no MOI, o momento de inércia da trajetória de tensões é avaliado na expectativa de se encontrar o plano crítico que se dá com a maior “massa rotacional”, ou seja, o plano mais solicitado ciclicamente.

Gráfico 9 - Orientação dos planos críticos para $\sigma_m = 0$ - MCWM

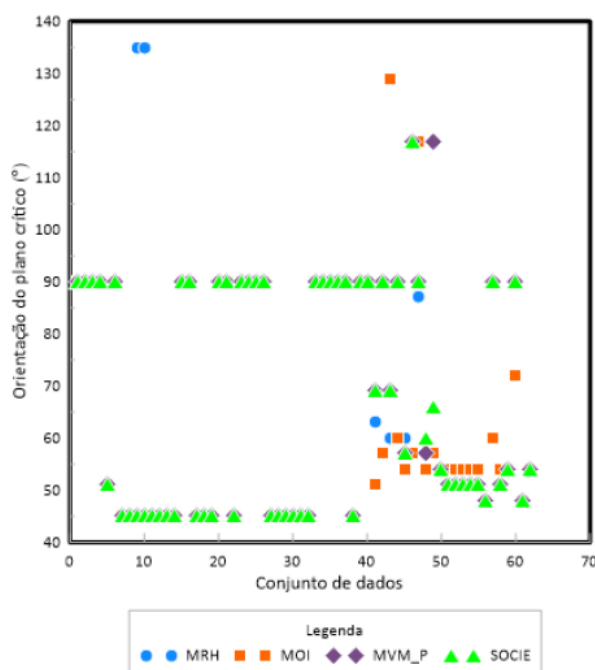


Assim como no MRH, as tensões não se relacionam explicitamente de acordo com a Equação (23) mas o plano de maior momento pode coincidir com o plano com a maior concentração da relação entre as tensões. Na consideração da variação do carregamento cíclico no tempo, quanto mais excêntrica é a trajetória das tensões mais severo será o dano. Fato que pode ser notado devido sua alta concentração fora do plano de 90°, ou seja, os efeitos da tensão cisalhante especialmente nos ensaios apresentados influenciam significativamente o dano.

Casos para tensões médias não-nulas $\sigma_m \neq 0$ em carregamentos proporcionais EFase, carregamentos não proporcionais FFase e exemplos de componentes de frequência

No Gráfico 10, apresentam-se os dados experimentais caracterizados pela $\sigma_m \neq 0$, proporcionais e não-proporcionais e síncronos e assíncronos. Nota-se a presença de ensaios que apresentam seu plano crítico a 90°, bem como muitos orientados a 40° a 60°. Ainda se nota a similaridade da previsão de falha dos 4 modelos em questão devido a sobreposição dos pontos correspondentes aos ensaios no gráfico de dispersão.

Gráfico 10 - Orientação dos planos críticos para $\sigma_m \neq 0$ - MCWM



alternado é mais intenso, algumas vezes, com uma componente de tração que facilita a abertura da trinca.

4.4.2. Critério de Findley

Casos para tensões médias nulas $\sigma_m = 0$ em carregamentos proporcionais EFase, carregamentos não proporcionais FFase e exemplos de componentes de frequência

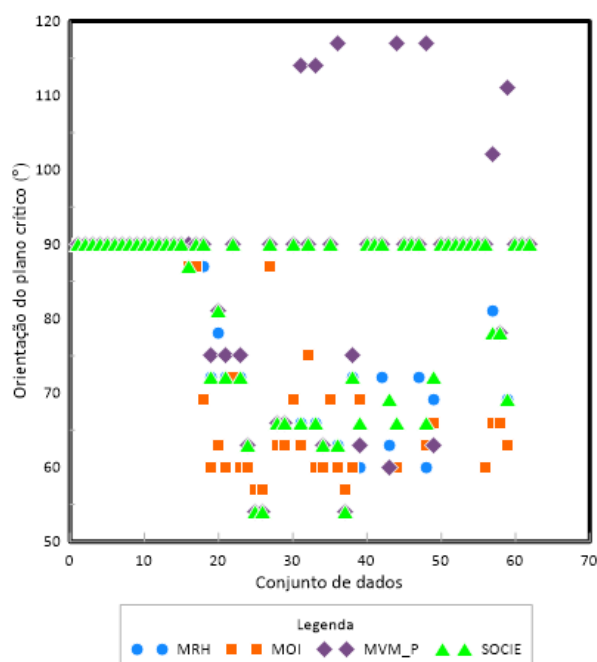
No Gráfico 11, apresentam-se os dados experimentais caracterizados pela $\sigma_m = 0$, proporcionais e não-proporcionais e síncronos e assíncronos. Nota-se a presença de ensaios que apresentam seu plano crítico a 90° , entretanto percebe-se uma alta presença de ensaios fora desta orientação de propagação de trinca orientados a 40° a 80° . Já não se nota a similaridade da previsão de falha dos 4 modelos em questão devido a dispersão dos resultados obtidos. Faça-se destaque aos resultados obtidos pelo MOI e MVM.

No MVM a identificação do plano de falha se apresenta pela avaliação da variância estatística da tensão cisalhante ao longo do tempo em diversos planos. O plano de maior variabilidade da tensão cisalhante é o considerado o plano crítico. O MVM também pode incluir termos adicionais para considerar a influência da tensão normal máxima. Nota-se pela concentração intensa dos ensaios presentes em planos de falha em diferentes orientações.

Principalmente na avaliação no critério de falha de Findley em que o MVM-P que trata da avaliação da variação estatística das projeções vetoriais ao longo do tempo, com maior robustez, ou seja, maior custo computacional na avaliação, para cargas altamente tridimensionais e útil em casos de intensas interações entre componentes de carregamento de carga tração-torção. O que se pode notar na alta concentração isolada do modelo de fadiga em orientações de plano crítico de 100° a 120° .

Quanto aos componentes de frequência no carregamento multiaxial (síncrono ou assíncrono) e a orientação do plano crítico no componente mecânico está no combinado das componentes de tensão e como elas interagem ciclicamente no tempo. Esse fenômeno impacta diretamente a formação, a direção e o modo de propagação da trinca por fadiga.

Gráfico 11 - Orientação dos planos críticos para $\sigma_m = 0$ - Findley



Casos para tensões médias não-nulas $\sigma_m \neq 0$ em carregamentos proporcionais EFase, carregamentos não proporcionais FFase e exemplos de componentes de frequência

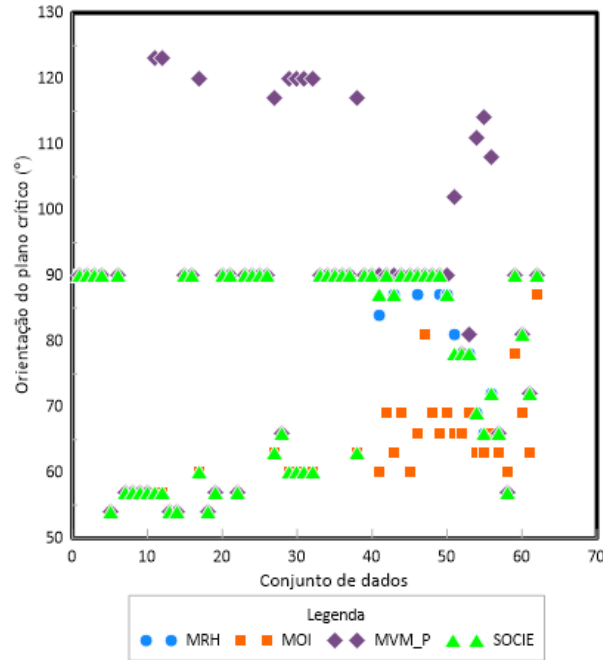
No Gráfico 12, apresentam-se os dados experimentais caracterizados pela $\sigma_m \neq 0$, proporcionais e não-proporcionais e síncronos e assíncronos. Nota-se a presença de ensaios que apresentam seu plano crítico a 90°, entretanto percebe-se uma alta presença de ensaios fora desta orientação de propagação de trinca orientados a 50° a 80°. Já não se nota a similaridade da previsão de falha dos 4 modelos em questão devido a dispersão dos resultados obtidos. Faça-se destaque aos resultados obtidos pelo MOI e MVM.

No Método de Socie, apesar de apresentar uma base física fundamentada nas deformações, considera a tensão normal máxima explicitamente na avaliação da determinação do plano crítico. Contudo, devido aos efeitos de carregamentos normais irregulares, os efeitos de tensão cisalhante são fortemente influenciáveis. O que caracteriza inúmeros ensaios com previsão de falha fora do plano ortogonal do componente mecânico.

Quando se observa carregamentos assíncronos, as componentes de tensão oscilam com fases diferentes. O estado de tensão rotaciona no tempo alterando sua orientação angular gerando *loopings* complexos nas trajetórias de tensão nos planos em questão. E assim, o

plano crítico não é fixo e nem padrão com orientação de planos entre 30° e 70° e a trinca se forma por modo de falha combinado.

Gráfico 12 - Orientação dos planos críticos para $\sigma_m \neq 0$ - Findley



4.5. DETERMINAÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL

A avaliação da falha por fadiga em componentes mecânicos submetidos a carregamentos multiaxiais exige o emprego de critérios capazes de representar adequadamente a complexidade do estado de tensões cíclicas. Entre os diversos modelos existentes, o critério de Findley tem se destacado por sua robustez na identificação do plano crítico de falha, combinando efeitos de tensão cisalhante e normal média. No entanto, a implementação desse critério, especialmente em contextos tridimensionais, impõe desafios relacionados ao custo computacional necessário para sua aplicação.

Neste contexto propõem-se a avaliação do custo computacional no cálculo da previsão de falha por fadiga através dos modelos de fadiga e dos critérios de falha já mencionados neste trabalho. A operação computacional se deu em Processador Intel® Core™ i5-5200U CPU @ 2.20 Hz – RAM 8 GB e um armazenamento de 447 GB.

Nesse cenário, a eficiência computacional torna-se um fator relevante, particularmente

quando o critério de Findley é acoplado a diferentes modelos de varredura e processamento do histórico de tensões como MRH, MOI, MVM e Socie. Cada um desses modelos apresenta abordagens distintas para a seleção do plano crítico ou das direções de interesse, influenciando diretamente o tempo de processamento, geralmente mensurado em segundos (s), para o cálculo completo da vida à fadiga ou da identificação da orientação crítica.

A escolha do modelo e o nível de refinamento na discretização dos planos impactam diretamente o custo computacional total. Assim, a análise do tempo de processamento necessário para cada combinação entre o critério de Findley e os modelos de varredura torna-se essencial para otimizar a aplicação desses métodos em contextos industriais e acadêmicos, equilibrando precisão e eficiência.

Por exemplo, pode-se dizer que o MVM seleciona apenas um ou poucos planos com maior variância de cisalhamento. Essa estratégia elimina a necessidade de varrer todas as orientações possíveis, resultando em ganhos significativos de desempenho computacional comumente reduzindo o tempo de processamento em ordens de magnitude, especialmente em simulações com muitos ciclos ou carregamentos não proporcionais.

Assim como no Método do Findley, o MVM pode ser incorporado na determinação do plano crítico pelo Método de Susmel e Lazzarin relacionado ao MCWM. Com atribuições similares, ou seja, a avaliação de múltiplos planos de falha e o cálculo do valor do dano pela seleção do plano crítico. Este procedimento completo tem complexidade computacional proporcional ao número de planos analisados e ao número de passos no histórico de carregamento.

Assim como o MVM, o MRH não calcula diretamente o dano por fadiga em todos os planos. Em vez disso, ele atua como uma ferramenta de pré-seleção do plano mais crítico com base em uma métrica geométrica simples e eficiente. Critérios como o de Findley exigem a avaliação da tensão alternada e da tensão média para cada plano discretizado, o que, sem qualquer método auxiliar, resulta em altíssimo custo computacional, especialmente com malhas angulares finas.

O MRH concentra a avaliação apenas no plano com maior área de retângulo envolvente, eliminando o processamento completo de planos secundários e com isso reduz

o número de cálculos de tensões médias e alternadas e melhora significativamente o tempo de execução em análises com muitos pontos críticos. E com isso, fornece uma alternativa eficiente e teoricamente coerente para identificação do plano crítico, com baixo custo computacional e alta fidelidade e é especialmente vantajoso quando o objetivo é aplicar critérios que dependem da tensão alternada e da tensão média.

O MRH atua como filtro geométrico eficiente que, em vez de aplicar o critério completo a todos os planos, identifica um único plano mais promissor, com base na área máxima de um retângulo que envolve a trajetória de tensões resolvidas em (τ, σ_n) . Assim, ao invés de calcular o critério completo em todos os planos, aplica-se o critério apenas ao plano MRH, reduzindo drasticamente o esforço computacional.

Considerando os componentes mecânicos apresentados anteriormente: 25CrMo4, 34Cr4, 30NDC16 e ST35 com suas características mecânicas individuais e componentes de tensões resistentes, tem-se por meio da avaliação do plano crítico pelo MCWM o custo computacional adquirido. Nota-se que com a variação dos modelos de fadiga utilizados na determinação do dano, o tempo de processamento da resposta computacional é diferente, porém proporcional de acordo com a consideração do modelo.

No Gráfico 13, tem-se o custo computacional, em segundos, para determinação do dano do elemento 25CrMo4 pelo MCWM. No Gráfico 14, tem-se o custo computacional, em segundos, para determinação do dano do elemento 25CrMo4 pelo Critério de Falha de Findley.

Percebe-se a similaridade da resposta computacional comparada entre os dois diferentes critérios de falha de MCWM e Findley e ainda, a compatibilidade da ordem de grandeza do custo computacional. O que mostra que ambos os critérios e os modelos de falha aplicados a eles têm respostas compatíveis entre si.

Gráfico 13 - Custo Computacional – 25CrMO4 - MCWM

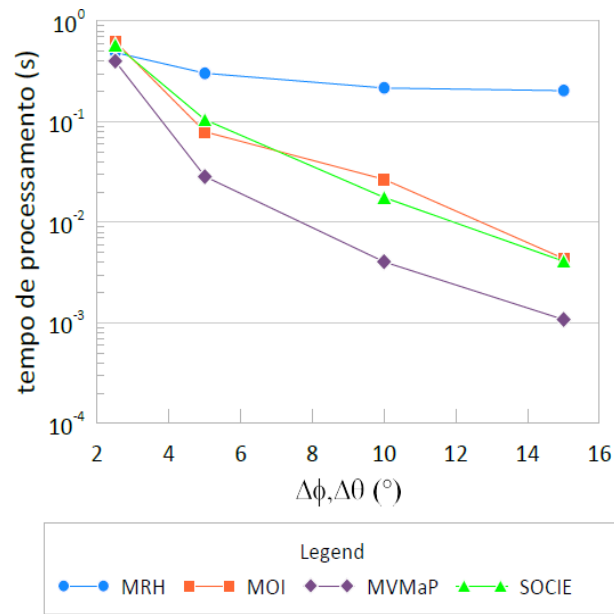
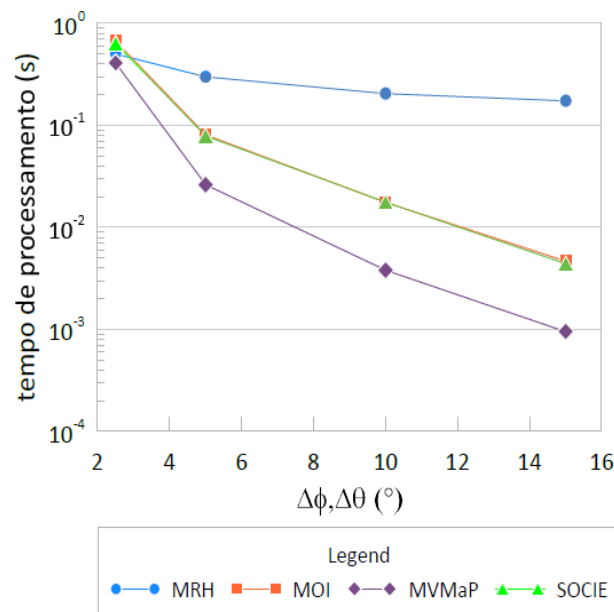


Gráfico 14 - Custo Computacional – 25CrMO4 - Findley



Na Gráfico 15, pode-se notar que o tempo de processamento no modelo do MOI destoa suavemente dos demais modelos de fadiga, ao passo que a varredura da avaliação do dano é regressiva, isto é, a faça-se a avaliação da redução dos incrementos angulares a medida que se diminui a angulação de cada varredura.

Justifica-se isso pelo fato de que o MOI substitui a varredura de inúmeros planos por um cálculo simples do momento de inércia da tensão cisalhante para cada plano e depois

aplica-se o critério de falha completo em apenas um único plano, o qual apresenta o maior valor de momento de inércia. Ou seja, ao invés de aplicar o critério inúmeras vezes por ponto, realiza-se a avaliação uma única vez. O que torna o custo computacional inferior aos demais modelos de fadiga, assim, apresentando uma resposta mais rápida.

Gráfico 15 - Custo Computacional – 34Cr4 - MCWM

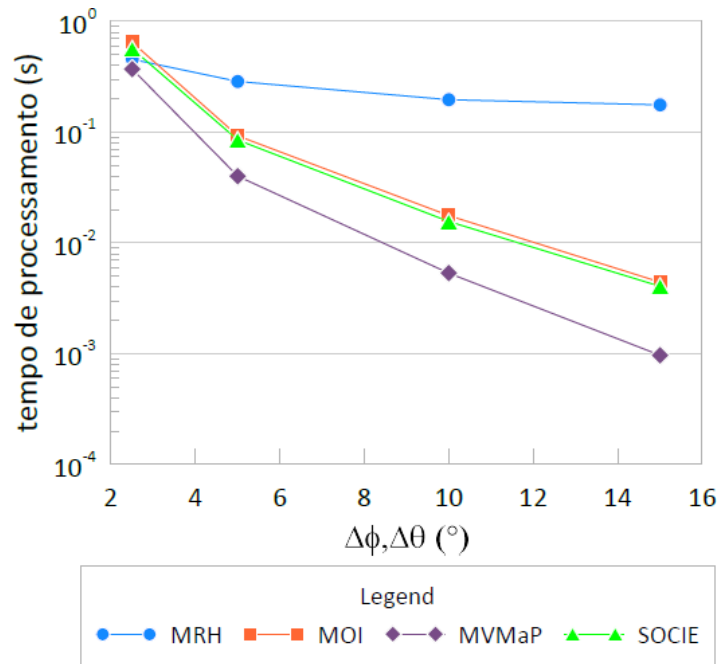
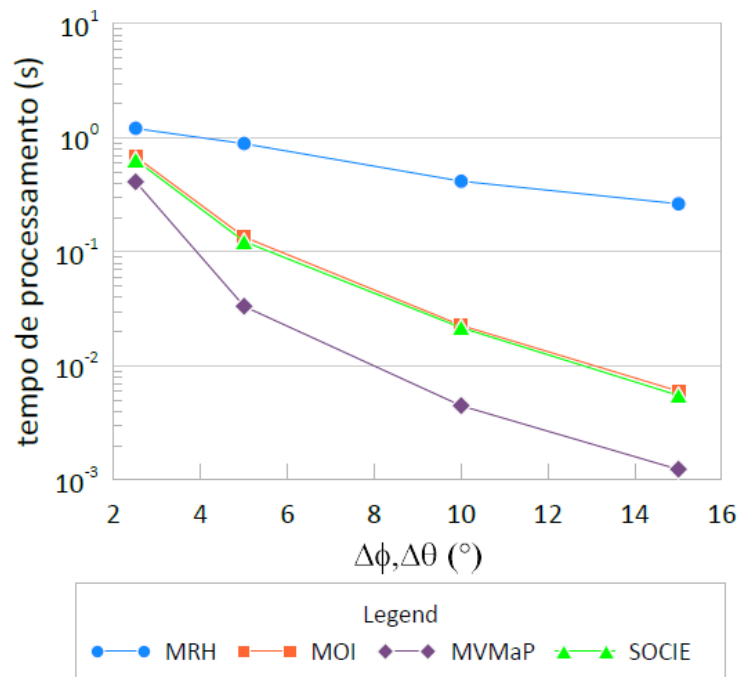


Gráfico 16 - Custo Computacional – 30NCD16 - MCWM



No MOI pelo Critério de Findley pode-se notar uma característica grandemente diferencial: O MOI não considera a tensão normal na seleção do plano. Como Findley depende também da $\sigma_{n,máx}$, o plano com maior I nem sempre é o mais severo. O MOI só enxerga a componente de cisalhamento. O modelo procura o plano com maior variação cíclica da tensão cisalhante, o que inclusive está altamente relacionado a nucleação da trinca por fadiga. Entretanto, não há consideração do modelo da tensão normal que é fundamental no critério de Findley.

Ou seja, mesmo que um plano tenha maior amplitude de tensão cisalhante, se a tensão normal máxima for baixa, o dano pode não ser o característico da maior severidade. O que pode indicar um custo computacional equivocadamente mais baixo como nota-se no Gráfico 14 para o componente 25CrMO4. Na prática, o plano com o maior momento de inércia também terá alta tensão normal, pois o cisalhamento intenso pode coincidir com regiões tracionadas.

Admitindo os diferentes modelos de fadiga, pode-se destacar que como MRH traz consigo a projeção do caminho de tensões cisalhantes em cada plano e determina o menor retângulo que circunscreve essa trajetória, este modelo pode superestimar ou subestimar o dano se o formato do ciclo não for representado adequadamente pelo retângulo. Ao considerar o envelope completo da tensão cisalhante, o MRH tenta incorporar o efeito da rotação dos eixos principais que é a causa do endurecimento adicional que é um fenômeno observado durante o carregamento cíclico não proporcional no qual o material sofre maior endurecimento cíclico.

Ou seja, há variação na direção do tensor de tensões ocasionando mecanismos adicionais de deformação plástica, ativando mais sistemas de escorregamento no material. Isso leva a uma estimativa mais realista da amplitude de tensão cisalhante efetiva, resultando em previsões de vida inclusive mais conservadoras e reduzindo o índice de erro.

Se o ciclo de tensões for regular, o modelo é preciso e o índice de erro tende a ser baixo, nota-se no Gráfico 14 em relação ao componente mecânico 25CrMO4 que tem característica de carregamento proporcional com tensão média igual a zero $\sigma_m = 0$, síncrono Ax e em fase EFase. Caso contrário, se o ciclo for altamente irregular ou com pontos isolados de alta tensão, o modelo pode superestimar ou subestimar o dano.

Considerando o MOI, tem-se habitualmente, em ciclos proporcionais, alta precisão e o índice de erro pode ser potencialmente menor.

Em carregamentos não proporcionais complexos, nota-se no Gráfico 17, a caracterização da história de carregamento com tensão média diferente de zero $\sigma_m \neq 0$, assíncrono ASin e fora de fase FFase do St35. O MOI pode não capturar adequadamente picos de tensões localizados e isso pode gerar subestimação do dano e índices de erro superiores a 15%.

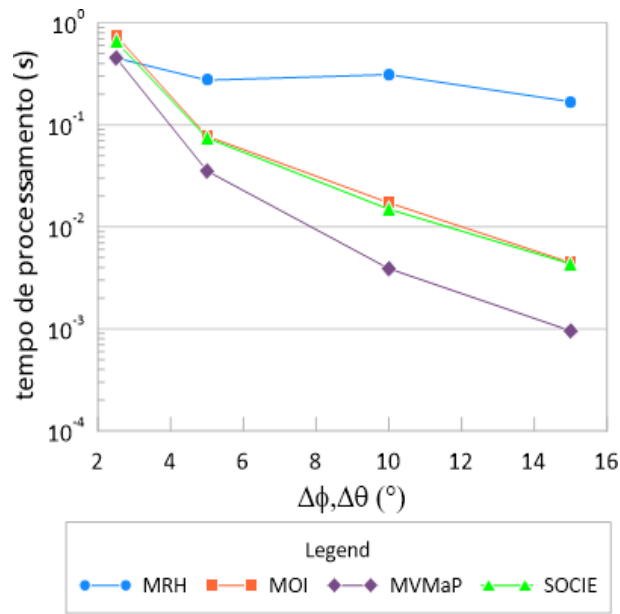
Entretanto, o MOI busca quantificar a “extensão” ou “dispersão” da trajetória de tensão no plano. Assim, ele fornece uma medida mais robusta da amplitude efetiva, melhorando a acurácia das previsões e diminuindo o índice de erro para carregamentos fora de fase como indicado na Gráfico 17 e Gráfico 18 considerando a história de carregamento do St35.

Já o MVM, que calcula a variância das tensões cisalhantes em cada plano ao longo do tempo, tem menor sensibilidade ao tipo de ciclo e ao formato da trajetória das tensões. Para carregamentos não proporcionais (geralmente com tensões média diferentes de zero, assíncronos e fora de fase), o MRH e o MOI podem apresentar um índice de erro consideravelmente superior ao erro avaliado em MVM.

O MVM quantifica a “atividade” cíclica no plano crítico. Carregamentos não proporcionais, por natureza, tendem a induzir maior variância nas tensões em certos planos. Ao focar no plano de máxima variância, o MVM tenta capturar a essência da complexidade do carregamento e seu impacto no material, resultando em previsões mais próximas da realidade e, portanto, reduzindo o índice de erro.

Vale ainda ressaltar a relação da estimativa do índice de erro do dano pelos critérios de falha de Susmel e Lazzarin e Findley. Em Findley, o termo $k\sigma_{n,m\acute{a}x}$ permite que o critério seja altamente eficaz em capturar o efeito prejudicial da tensão normal de tração no plano de cisalhamento. Para materiais onde a nucleação de trincas é fortemente influenciada por essa tensão normal (comum em aços de alta resistência e ligas de alumínio) e para carregamentos onde a tensão média é um fator dominante, Findley pode apresentar índices de erros menores.

Gráfico 17 - Custo Computacional – St35 - MCWM

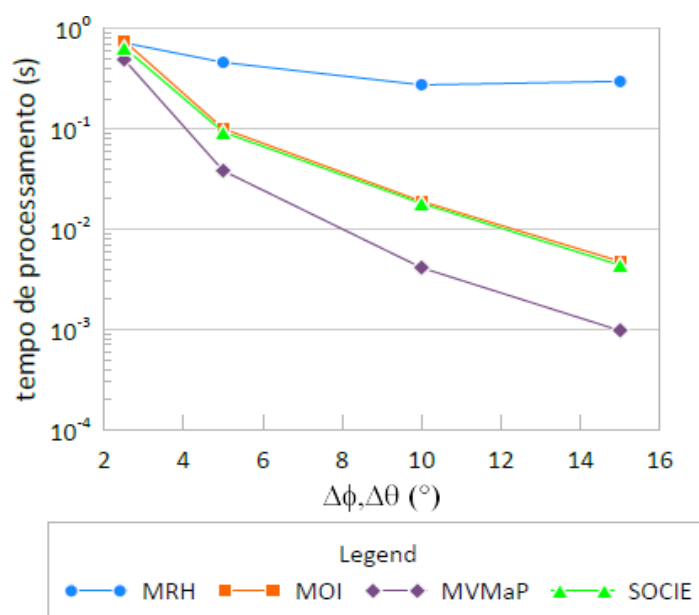


A principal fragilidade de Findley é a sua incapacidade inerente de capturar o endurecimento adicional de deformação cíclica que ocorre em carregamentos não proporcionais. Quando aplicado a esses cenários sem modificações específicas, ele tende a subestimar o dano real, levando assim, a índices de erros maiores.

A precisão do erro em Susmel e Lazzarin para carregamentos não proporcionais depende de como ele define a amplitude de tensão cisalhante equivalente. Se ele usar uma definição simplificada (como no Método do Máximo Círculo Circunscrito – MCC) seu desempenho pode ser inferior. Em certos casos, em que essa definição pode não ser perfeitamente ajustada à trajetória de tensão específica ou ao comportamento do material, pode resultar em um índice de erro superior ao de Findley, principalmente se o efeito da tensão normal for mais dominante do que o da não proporcionalidade em dado cenário.

A identificação do índice de erro revela que, enquanto o MCWM é teoricamente mais robusto para lidar com a complexidade dos carregamentos não proporcionais, o critério de Findley ainda mantém sua relevância para situações onde a tensão normal no plano crítico é um fator dominante, especialmente para carregamentos proporcionais ou de baixa não proporcionalidade. A escolha do critério com o menor índice de erro depende da natureza do carregamento, das propriedades específicas do material e da qualidade da calibração dos parâmetros de cada modelo.

Gráfico 18 - Custo Computacional – St35 - Findley



4.6. DETERMINAÇÃO DO ÍNDICE DE ERRO COMPARATIVO NO CUSTO COMPUTACIONAL

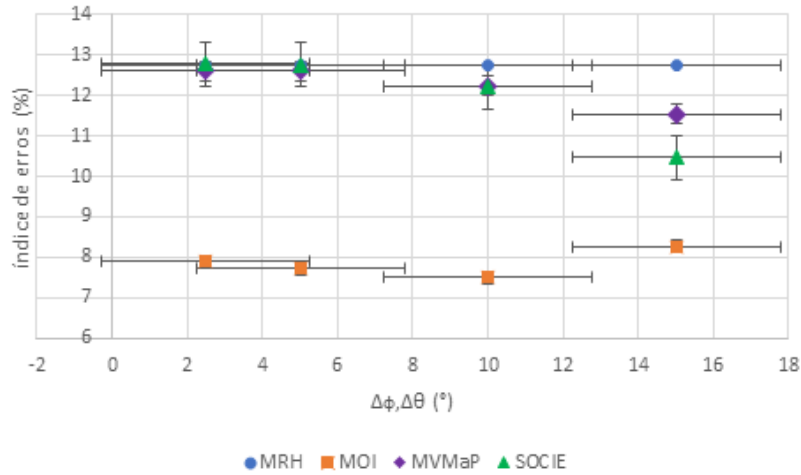
Os modelos de fadiga têm a capacidade de identificar, por meio de métricas geométricas ou estatísticas, o plano mais promissor característico do dano e por cada um apresentar suas particularidades introduz-se naturalmente um índice de erro associado, que representa a diferença entre a resposta exata (obtida por varredura completa) e a resposta estimada (após a redução do espaço de busca angular).

A magnitude desse erro depende, entre outros fatores, do tipo de carregamento (proporcional ou não proporcional), da malha angular adotada e da sensibilidade do critério à tensão normal. Avaliar o índice de erro médio e máximo, bem como relacioná-lo ao tempo de processamento economizado, torna-se essencial para justificar o uso desses métodos em aplicações industriais e científicas.

Na Gráfico 19, apresenta-se o índice de erro para os modelos de MRH, MOI, MVMaP e Socie pelo MCWM para o 25CrMO4. Admitindo a varredura e incrementos angulares a cada avaliação, estabelecidos em 15°, 10°, 5° e 2,5° tem-se o índice de erro constante igual a 12,76 % no MRH. Quando se avalia os índices de erro pelos modelos de MOI, MVMaP e Socie, para 12°, 6°, 3° e 1,5° tem-se valores aproximadamente iguais a 8%, 12% e 12%,

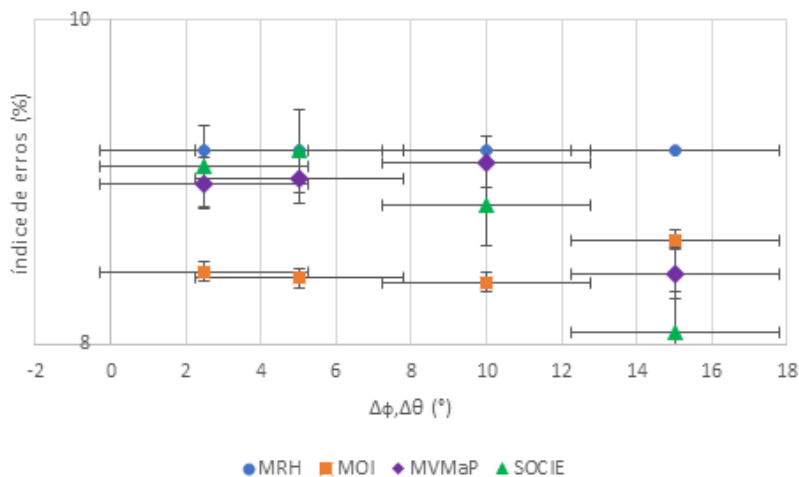
respectivamente. Admite-se esse índice de erro admissível considerando as propriedades mecânicas e de carregamento no componente mecânico.

Gráfico 19 - Índice de erro para o 25CrMO4 pelo MCWM



No Gráfico 20, admitindo a varredura e incrementos angulares a cada avaliação, estabelecidos em 15°, 10°, 5° e 2,5° tem-se o índice de erro constante para o St35 igual a 9,19 % no MRH. Quando se avalia os índices de erro pelos modelos de MOI, MVMaP e Socie, para 12°, 6°, 3° e 1,5° tem-se valores aproximadamente iguais e equivalentes a 8%. Admite-se esse índice de erro admissível considerando as propriedades mecânicas e de carregamento no componente mecânico.

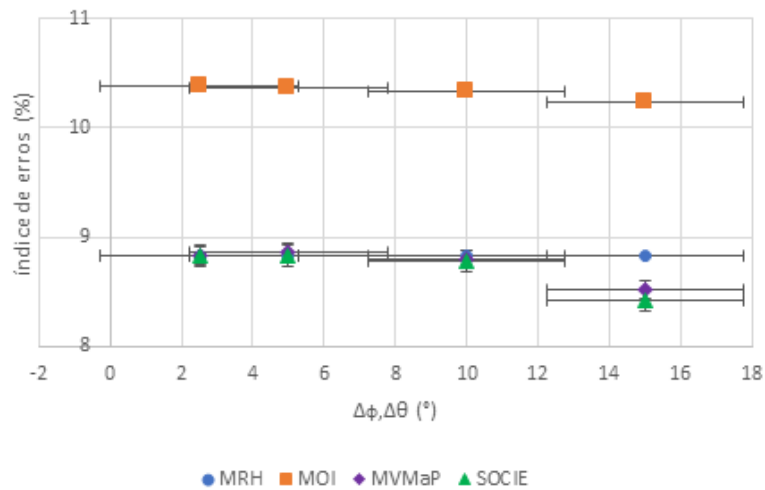
Gráfico 20 - Índice de erro para o St35 pelo MCWM



No Gráfico 21, apresenta-se o índice de erro para os modelos de MRH, MOI, MVMaP e Socie pelo critério de falha de Findley para o 25CrMO4. Admitindo a varredura e incrementos angulares a cada avaliação, estabelecidos em 15°, 10°, 5° e 2,5° tem-se o índice

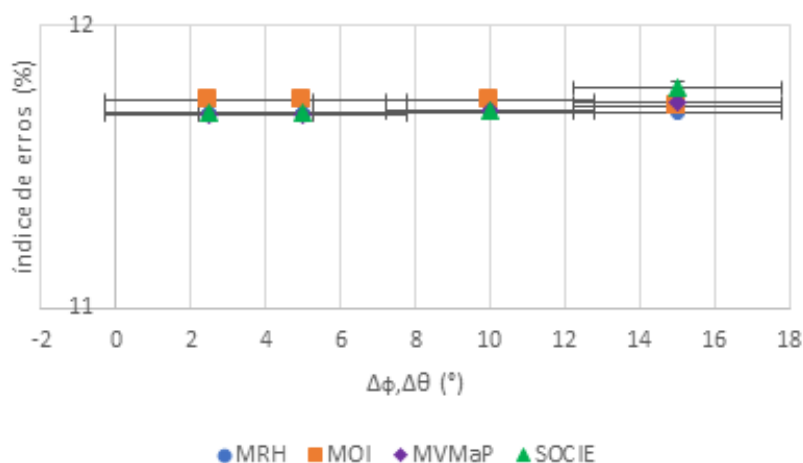
de erro constante igual a 8,82% no MRH. Quando se avalia os índices de erro pelos modelos de MOI, MVMaP e Socie, para 12°, 6°, 3° e 1,5° tem-se valores aproximadamente iguais a 10,23%, 8,85% e 8,83%, respectivamente.

Gráfico 21 - Índice de erro para o 25CrMO4 pelo Findley



No Gráfico 22, admitindo a varredura e incrementos angulares a cada avaliação, estabelecidos em 15°, 10°, 5° e 2,5° tem-se o índice de erro constante para o St35 igual a 11,69 % no MRH. Quando se avalia os índices de erro pelos modelos de MOI, MVMaP e Socie, para 12°, 6°, 3° e 1,5° tem-se valores aproximadamente iguais e equivalentes a 11,71% a 11,78%.

Gráfico 22 - Índice de erro para o St35 pelo Findley



Pode-se observar que, especificamente para esse material, tem-se um índice de erro “fixo”, ou seja, independentemente do modelo de fadiga analisado, a previsão de falha apresenta um valor confiável.

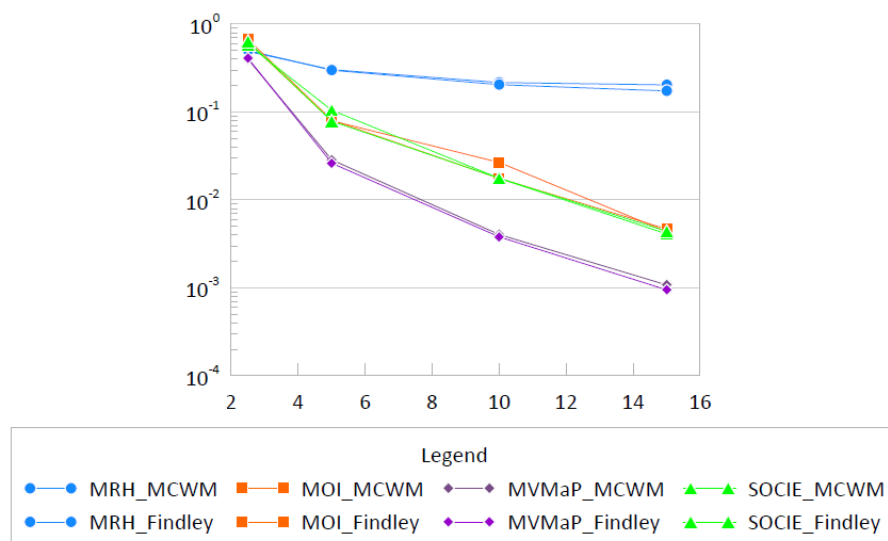
Com isso, pode-se identificar que tanto pelo MCWM quanto por Findley, ensaios experimentais baseados em propriedades mecânicas e carregamentos multiaxiais apresentam resultados similares. Salvas considerações e adaptações a serem feitas para minimização da divergência percentual das características geométricas e estatísticas de cada modelo.

4.7. COMPARAÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL NA DETERMINAÇÃO DO DANO ENTRE MCWM E FINDLEY

Com os resultados encontrados em relação ao custo computacional para o cálculo do dano, pode-se estabelecer uma comparação entre a aplicação dos critérios de falha de Susmel e Lazzarin e o critério de Findley, juntamente com os modelos de fadiga de MRH, MOI, MVM e Socie.

Na Gráfico 23, apresenta-se o comparativo do custo computacional para o 25CrMO4. Em que se pode notar a similaridade dos resultados, inclusive com a superposição do gráfico pelo modelo de MVM e de MOI. Admitindo a varredura e incrementos angulares específicos para cada método como citado anteriormente, tem-se por exemplo, no modelo de MVM, tempo de processamento igual a 0,00108 s; 0,00405 s; 0,02858 s e 0,40000 s, respectivamente para MCWM e 0,00095 s; 0,00380 s; 0,02620 s e 0,40984 s, respectivamente para o critério de Findley.

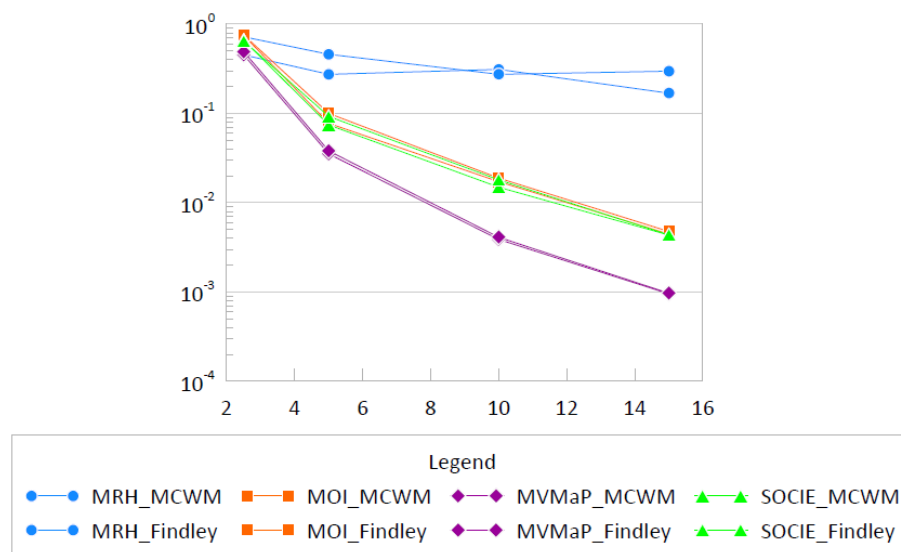
Gráfico 23 - Comparação do IE no custo computacional para o 25CrMO4



Tais resultados se mostram eficientes e altamente confiáveis à nível de avaliação e previsão de resistência à fadiga para o componente mecânico e materiais similares

Na Gráfico 24, apresenta-se o comparativo do custo computacional para o St35. Tem-se, pelo MOI, 0,00445 s; 0,01724 s; 0,07751 s e 0,74906 s para o MCWM e por fim, 0,00477 s; 0,01887 s; 0,10029 s e 0,75776 s para o critério de Findley.

Gráfico 24 - Comparação do IE no custo computacional para o St35



Em que mais uma vez, por mais que no MOI, o tempo de processamento seja ligeiramente maior que nos MVM e Socie, a sua utilização como modelo na previsão da falha por fadiga com MCWM e Findley se mostra eficiente e confiável, salvas adaptações do modelo para obtenção de resultados ainda melhores.

5. CONCLUSÃO

O presente trabalho propôs uma investigação sobre a determinação do plano crítico em fadiga multiaxial com base na estimativa da amplitude de tensão cisalhante em componentes mecânicos, utilizando diferentes modelos de fadiga e critérios de falha. A partir da fundamentação teórica, abordaram-se os principais mecanismos de dano, a complexidade dos estados multiaxiais de tensão, as histórias de carregamento proporcionais e não proporcionais, e a forma como estas interagem com os diferentes critérios para a identificação do plano de maior vulnerabilidade à fadiga.

Com base em dados experimentais da literatura e em cálculos computacionais, compararam-se os desempenhos preditivos de quatro modelos principais: o Método do Máximo Retângulo Circunscrito (MMRC), o Método do Momento de Inércia (MOI), o Método da Máxima Variância (MVM) e o Método de Socie, aplicados em conjunto com os critérios de falha de Susmel e Lazzarin (MCWM) e Findley. A avaliação considerou tanto condições de tensão média nula quanto condições com tensão média diferente de zero, fornecendo uma análise completa e realista.

A partir da análise de 179 condições de carregamento específicas e a avaliação do índice de erro e do custo computacional, foram obtidas conclusões sobre a precisão e eficiência desses modelos em diferentes cenários de carregamento.

Em condições de carregamento síncrono e em fase, ambos os critérios mostraram resultados similares e altamente conservativos, com índice de erro inferior a $\pm 15\%$, reforçando sua confiabilidade em cenários de baixa complexidade multiaxial. No entanto, à medida que as condições de carregamento se tornaram mais complexas com variação de fase, assíncronos ou com tensão média diferente de zero, observou-se aumento expressivo no índice de erro, aproximando-se de 40% em alguns casos, particularmente para o modelo MOI sob o critério de Susmel e Lazzarin. Esse comportamento evidencia a sensibilidade dos modelos à variação angular e à presença de tensões médias.

A identificação da orientação do plano crítico mostrou-se essencial para a previsão adequada da falha por fadiga. Verificou-se que planos críticos orientados a 90° prevalecem em carregamentos proporcionais com tensão média nula, mas essa distribuição se

diversifica em carregamentos não proporcionais e fora de fase. Os modelos MVM e Socie apresentaram maior sensibilidade às variações da tensão cisalhante, enquanto o modelo MOI se destacou pela simplicidade computacional, mas com menor precisão em cenários onde a tensão normal tem papel relevante.

Do ponto de vista computacional, observou-se que métodos como o MRH e o MOI apresentam custo significativamente menor por restringirem a análise a um subconjunto dos planos possíveis. O MVM apresentou menores índices de erro em carregamentos complexos mostrando-se promissor em contextos onde a robustez de previsão é mais crítica que o tempo de processamento. A análise conjunta do índice de erro e do custo computacional demonstrou que há um equilíbrio a ser considerado entre precisão e eficiência, especialmente em aplicações industriais.

Adicionalmente, constatou-se que o critério de Findley, por considerar explicitamente a tensão normal máxima no plano crítico, apresenta melhor desempenho preditivo em materiais e carregamentos sensíveis à tração média. Por outro lado, o critério de Susmel e Lazzarin, quando acoplado ao MCWM, mostrou-se mais sensível à não proporcionalidade dos carregamentos, sendo mais eficaz na captura de efeitos tridimensionais complexos. A escolha entre os critérios, portanto, deve ser pautada pelo tipo de material, natureza do carregamento e necessidade de balanceamento entre fidelidade preditiva e custo computacional.

Em suma, os resultados obtidos nesta pesquisa contribuem para uma melhor compreensão da aplicação de modelos de fadiga multiaxial e critérios de falha sob condições reais de carregamento. Espera-se que os resultados sirvam de subsídio técnico para a seleção adequada de modelos em análises estruturais críticas, além de motivar estudos futuros voltados à calibração mais precisa de parâmetros, desenvolvimento de modelos híbridos e uso de inteligência computacional na previsão da vida em fadiga.

Para trabalhos futuros, sugere-se o estudo de carregamentos não-harmônicos mais específicos e a correlação dos resultados obtidos com parâmetros estatísticos analíticos. Sugere-se também abordar a aplicação de outros critérios de falha, como os de Smith-Watson-Topper e Fatemi e Socie, e a aplicação de Algoritmos Genéticos para a obtenção de resultados computacionais satisfatórios.

REFERÊNCIAS

- [1] ARAÚJO, L.C. (2020) **Adaptação De Modelos De Plano Crítico Para Projeto Contra Fadiga Multiaxial De Material Internamente Defeituoso E Na Presença De Micro-Defeitos Artificiais**. Dissertação de Mestrado, Publicação ENM.DM-07/2020, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, DF, 73p
- [2] ARAÚJO, L. C. *et al.* **An Alternative Approach To Calibrate Multiaxial Fatigue Models Of Steels With Small Defects**. Procedia Structural Integrity. Vol 19 pp 19-26. 2019
- [3] ARAÚJO J. A. *et al.* **On The Characterization Of The Critical Plane With A Simple And Fast Alternative Measure Of The Shear Stress Amplitude In Multiaxial Fatigue**. International Journal of Fatigue. Vol. 33 pg 1092-1100. 2011
- [4] CASTRO, F. C. *et al.* **Combined Resolved Shear Stress As An Alternative To Enclosing Geometrical Objects As A Mensure Of Shear Stress Amplitude In Critical Plane Approaches**. Internationel Journal of Fatigue. 2014
- [5] CRUCIES A.S., GARCIA-GONZALEZ A., MORENO B., ITOH T., LOPEZ-CRESPO P. **Critical Plane Based Method For Multiaxial Fatigue Analysis Of 316 Stainless Steel**. Theoretical and Applied Fracture Mechanics. Vol 118 (2022)
- [6] F.C. CASTRO, J.A. ARAÚJO, E.N. MAMIYA, N. ZOUAIN. **Remarks On Multiaxial Fatigue Limit Criteria Based On Prismatic Hulls And Ellipsoids**. International Journal of Fatigue. Vol 31 pp.1875-1881. 2009
- [7] DANTAS , A. P. (2009) **Proposta Alterntaiva Para Amplitude De Tensão Cisalhante E Uso De Algoritmos Genéticos Para Determinação Do Plano Crítico Em Fadiga Multiaxial**, Publicação ENM.TD-003/2009, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 142p
- [8] DIAS, J.N. (2024). **Algoritmo De Menor Custo Computacional Para A Busca Do Plano Crítico Usando Métodos De Máxima Variância**. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Publicação YYYY/XX, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 160p.
- [9] DUBAR L. **Fatigue multiaxiale des aciers. Passage de l'endurance à l'endurance limitée. Prise en compte des accidents géométriques**. ENSAM, 1992

- [10] FATEMI A., SOCIE D. F. **A Critical Plane Approach To Multiaxial Fatigue Damage Including Out-Of-Phase Loading.** *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 1988; 11 (3): 149-65
- [11] FAES J. C., DINH T. D., LAMMENS N., PAEPEGEM W. v.. **Near Real-Time Calculation Of The Critical Plane In All Surface Nodes Of Large Metallic Structures Under Multiaxial Fatigue Loading By Visualization Of The Solution Space.** *International Journal of Fatigue.* Vol.187 (2024)
- [12] FERREIRA, J.L.A. *et al.* **A Contribution To The Identification Of Critical Plane Using The Maximum Variance Method.** *International Journal of Fatigue.* Vol 165. 2022
- [13] FERREIRA, J.L.A. *et al.* **Evaluation Of The Accuracy And Efficiency Of The Modified Maximum Variance Method For Multiaxial Fatigue Analysis Under Constant Amplitude Loading.** *International Journal of Fatigue.* Vol 188. 2024
- [14] FINDLEY W. **A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. Basic research on fatigue failures under combined stress: technical report.** Engineering Materials Research Laboratory, Division of Engineering, Brown University; 1958.
- [15] C. FROUSTEY; LASSERRE S. **Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel.** *Int J Fatigue* 1989;3:169–75. [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(89\)90436-2](https://doi.org/10.1016/0142-1123(89)90436-2).
- [16] GATES N. R., FATEMI A. **On The Consideration Of Normal And Shear Stress Interaction In Multiaxial Fatigue Damage Analysis.** *International Journal of Fatigue.* Vol 100 pp. 322–336 (2017)
- [17] C. A. GONÇALVES, J. A. ARAÚJO, E. N. MAMIYA. **Multiaxial Fatigue: A Stress Based Criterion For Hard Metals.** *International Journal of Fatigue* Vol 27 pp.177–187 (2005)
- [18] HEIDENREICH R, Richter I, Zenner H. **Schubspannungsintensitätshypothese—Weitere experimentelle und theoretische.** *Konstruktion.* 1984;36:99-104.
- [19] LI, S., LI, Y., WENYUAN Z. **A New Multiaxial Fatigue Life Prediction Method Considering Mean Stress Effects Based On MWCM.** *International Journal of Fatigue.* Vol.67 pp.38-54
- [20] LIU J. **Beitrag zur verbesserung der dauerfestigkeitsberechnung bei mehrachsiger beanspruchung,** Diss, TU Clausthal (1991).

- [21] LIU Y. *et al.* **Variance Integral Method For Predicting In-Plane Biaxial Fatigue Life Under Asynchronous Sinusoidal Loading.** International Journal of Fatigue. Vol 199. 2025
- [22] E.N. MAMIYA, J.A. ARAÚJO, F.C. CASTRO. **Prismatic Hull: A New Measure Of Shear Amplitude In Multiaxial High Cycle Fatigue.** International Journal of Fatigue. Vol 31 pp.1144-1153. 2009
- [23] E. N. MAMIYA, J. A. ARAÚJO. **Fatigue Limit Under Multiaxial Loadings: On The Definition Of The Equivalent Shear Stress.** Mechanics Research Communications. Vol 29 pp.141-151. 2002
- [24] MEGGIOLARO M. A., CASTRO J. T. P. **An Improved Multiaxial Rainflow Algorithm For Non-Proportional Stress Or Strain Histories – Part I: Enclosing Surface Methods.** International Journal of Fatigue Vol 42 pp. 217–226 (2012)
- [25] MEGGIOLARO M. A., CASTRO J. T. P. **An Improved Multiaxial Rainflow Algorithm For Non-Proportional Stress Or Strain Histories – Part II: The Modified Wang–Brown Method.** International Journal of Fatigue Vol 42 pp. 194–206 (2012)
- [26] MEGGIOLARO M. A., CASTRO J. T. P. **Prediction Of Non-Proportionality Factors Of Multiaxial Histories Using The Moment Of Inertia Method.** International Journal of Fatigue Vol 61 pp. 151–159 (2014)
- [27] MEGGIOLARO, M. A. & CASTRO, J. T. (2015) **The Moment Of Inertia Method To Calculate Equivalent Ranges In Non-Proportional Tension-Torsion Histories.** International Journal of Fatigue pp. 229–234 (2015)
- [28] NADJITONON, N. **Contribution à la modélisation de l'endommagement par fatigue.** Science Pour l'Ingenieur de Clermont-Ferrand. Universite Blaise Pascal – Clermont II. 2010
- [29] NISHIHARA T, KAWAMOTO M. **The Strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion.** Kyoto Imperial Univ, 1945.
<https://doi.org/10.1299/kikai1938.7.29-1> 85
- [30] PINHEIRO, P.A.B. (2012) **Análise Crítica De Modelos De Fadiga De Plano Crítico E Proposta De Uma Nova Medida De Amplitude De Tensão Cisalhante.** Dissertação de

Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM-70A/04, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, XXp

[31] SOCIE DF, Marquis GB. Multiaxial fatigue. SAE International; 2000.

[32] SUSMEL, L. **Four Stress Analysis Strategies To Use The Modified Wohler Curve Method To Perform The Fatigue Assessment Of Weldments Subjected To Constant And Variable Amplitude Multiaxial Fatigue Loading.** Departament of Civil and Structural Engineering. The University of Sheffield.UK. International Journal of Fatigue. Vol.67 pp.38-54

[33] SUSMEL L., **Three Different Ways Of Using The Modified Wöhler Curve Method To Perform The Multiaxial Fatigue Assessment Of Steel And Aluminium Welded Joints.** Engineering Failure Analysis Vol 16 pp 1074-1089 (2009)

[34] SUSMEL L., ASKES H. **Modified Wöhler Curve Method And Multiaxial Fatigue Assessment Of Thin Welded Joints.** International Journal of Fatigue. Vol. 43 pp. 30-42 (2012)

[35] SUSMEL L, LAZZARIN P. **A Bi-Parametric Wöhler Curve For High Cycle Multiaxial Fatigue Assessment.** Fatigue Fract Eng Mater Struct 2002;25(1):63–78

[36] SUSMEL L., SONSINO C.M., TOVO R. **Accuracy Of The Modified Wöhler Curve Method Applied Along With The $r_{ref} = 1$ mm Concept In Estimating Lifetime Of Welded Joints Subjected To Multiaxial Fatigue Loading.** International Journal of Fatigue. Vol. 33 pp.1075-1091 (2011)

[37] Troost A, Akin O, Klubberg F. **Dauerfestigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe bei zweiachsiger Beanspruchung durch drei phasenverschoben schwingende Lastspannungen.** *Konstruktion*. 1987;39:479-488.

[38] Weber B. **Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque.** [PhD thesis]. *INSA*, Lyon. 1999.

[39] ZENNER, H; SIMBURGUER A. Liu J. **On fatigue limit of ductile metals under complex multiaxial loading.** International Journal of Fatigue. Vol. 22 pp 137-145. 2000

ANEXO A – BASE DE DADOS EXPERIMENTAIS

Tabela 2 – Propriedades mecânicas dos componentes mecânicos ensaiados - 25CrMo4

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	$\sigma_{yy m}$	$\sigma_{yy a}$	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	σ_{-l}	τ_{-l}	R
1	0	270	0	0	0	135	0	0	1	1	780	660	340	228	-1
2	0	210	0	0	0	105	0	0	1	1	780	660	340	228	-1
3	0	220	0	0	0	110	0	0	1	1	780	660	340	228	-1
4	0	196	0	0	0	98	0	0	1	1	780	660	340	228	-1
5	0	270	0	0	0	135	0	0	1	1	780	660	361	228	-1
6	0	261	0	0	0	131	0	60	1	1	780	660	340	228	-1
7	0	261	0	0	0	131	0	60	1	1	780	660	361	228	-1
8	0	277	0	0	0	139	0	90	1	1	780	660	340	228	-1
9	0	242	0	0	0	121	0	90	1	1	780	660	340	228	-1
10	0	210	0	0	0	105	0	0	1	0,25	780	660	361	228	-1
11	0	220	0	0	0	110	0	0	1	2	780	660	361	228	-1
12	0	196	0	0	0	98	0	0	1	8	780	660	361	228	-1
13	0	242	0	0	0	121	0	90	1	2	780	660	361	228	-1
14	255	218,5	210,8	163,875	0	109,25	0	0	1	1	780	660	361	228	0,077
15	170	146	340	289	0	0	0	0	1	1	780	660	340	228	0,076
16	170	261	340	261	0	0	0	0	1	1	780	660	340	228	0,211
17	170	261	340	261	0	0	0	0	1	1	780	660	361	228	0,211
18	340	289	170	144,5	0	0	0	0	1	1	780	660	361	228	0,081
19	340	261	170	261	0	0	0	0	1	1	780	660	361	228	0,131
20	340	275	170	196	0	0	0	0	1	1	780	660	361	228	0,106
21	340	155	170	0	0	155	0	60	1	1	780	660	361	228	0,374
22	340	220	170	0	0	110	0	60	1	1	780	660	361	228	0,214
23	225	208	210	156	0	104	0	90	1	1	780	660	340	228	0,039
24	340	159	170	0	0	159	0	90	1	1	780	660	361	228	0,363
25	340	233	170	0	0	117	0	90	1	1	780	660	361	228	0,187
26	225	212	210	159	0	106	0	180	1	1	780	660	340	228	0,030
27	255	212,1	210,8	159,075	0	106,05	0	180	1	1	780	660	361	228	0,092
28	170	275	340	275	0	0	60	0	1	1	780	660	340	228	0,236
29	170	275	340	275	0	0	60	0	1	1	780	660	361	228	0,236
30	340	275	170	275	0	0	60	0	1	1	780	660	361	228	0,106
31	170	240	340	240	0	0	90	0	1	1	780	660	340	228	0,171
32	170	240	340	240	0	0	90	0	1	1	780	660	361	228	0,171
33	340	240	170	240	0	0	90	0	1	1	780	660	361	228	0,172
34	225	188	210	141	0	94	180	0	1	1	780	660	340	228	0,090
35	255	187,9	210,8	140,925	0	93,95	180	0	1	1	780	660	361	228	0,152
36	170	196	340	196	0	0	180	0	1	1	780	660	361	228	0,071
37	340	169	170	196	0	0	180	0	1	1	780	660	361	228	0,336
38	340	196	170	196	0	0	180	0	1	1	780	660	361	228	0,269
39	225	225	210	169	0	113	60	90	1	1	780	660	340	228	0,000

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	$\sigma_{yy m}$	$\sigma_{yy a}$	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
40	240	205	220	205	0	102,5	60	90	1	1	780	660	340	228	0,079
41	255	225	210,8	168,75	0	112,5	60	90	1	1	780	660	361	228	0,063
42	340	205	221	205	0	102,5	60	90	1	1	780	660	361	228	0,248
43	225	222	210	167	0	111	90	45	1	1	780	660	340	228	0,007
44	255	222,1	210,8	166,575	0	111,05	90	45	1	1	780	660	361	228	0,069
45	225	205	210	154	0	103	90	90	1	1	780	660	340	228	0,047
46	255	205	210,8	153,75	0	102,5	90	90	1	1	780	660	361	228	0,109
47	225	215	210	161	0	108	90	135	1	1	780	660	340	228	0,023
48	255	215	210,8	161,25	0	107,5	90	135	1	1	780	660	361	228	0,085
49	255	223,6	210,8	167,7	0	111,8	180	90	1	1	780	660	361	228	0,066
50	340	185	220	185	0	92,5	180	90	1	1	780	660	340	228	0,295
51	340	185	221	185	0	92,5	180	90	1	1	780	660	361	228	0,295

Tabela 3 – Propriedades mecânicas dos componentes mecânicos ensaiados - 30NCD16

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	$\sigma_{yy m}$	$\sigma_{yy a}$	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
52	0	485	0	0	0	280	0	0	1	1	1160	1020	660	410	-1
53	0	482	0	0	0	268	0	0	1	1	1200	1080	690	428	-1
54	0	480	0	0	0	277	0	90	1	1	1160	1020	660	410	-1
55	0	474	0	0	0	265	0	90	1	1	1200	1080	690	428	-1
56	0	285	0	0	0	285	0	0	1	0,25	1020	1080	585	405	-1
57	0	290	0	0	0	290	0	0	1	4	1020	1080	585	405	-1
58	281	584	0	0	0	142	0	0	1	1	1200	1080	690	428	0,350
59	294	474	0	0	0	265	0	0	1	1	1200	1080	690	428	0,234
60	299	207	0	0	0	350	0	0	1	1	1200	1080	690	428	0,182
61	300	590	0	0	0	148	0	0	1	1	1160	1020	660	410	0,326
62	300	211	0	0	0	365	0	0	1	1	1160	1020	660	410	0,174
63	300	480	0	0	0	277	0	0	1	1	1160	1020	660	410	0,231
64	294	451	0	0	191	250	0	0	1	1	1200	1080	690	428	0,211
65	473	447	0	0	0	252	0	0	1	1	1200	1080	690	428	0,028
66	287	554	0	0	0	135	0	45	1	1	1200	1080	690	428	0,317
67	294	474	0	0	0	265	0	45	1	1	1200	1080	690	428	0,234
68	300	565	0	0	0	141	0	45	1	1	1160	1020	660	410	0,306
69	300	480	0	0	0	277	0	45	1	1	1160	1020	660	410	0,231
70	294	464	0	0	0	259	0	60	1	1	1200	1080	690	428	0,224
71	300	470	0	0	0	270	0	60	1	1	1160	1020	660	410	0,221
72	287	527	0	0	0	129	0	90	1	1	1200	1080	690	428	0,295
73	299	470	0	0	0	261	0	90	1	1	1200	1080	690	428	0,222
74	299	220	0	0	0	368	0	90	1	1	1200	1080	690	428	0,152
75	300	540	0	0	0	135	0	90	1	1	1160	1020	660	410	0,286
76	300	473	0	0	0	273	0	90	1	1	1160	1020	660	410	0,224
77	300	220	0	0	0	385	0	90	1	1	1160	1020	660	410	0,154

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	σ_{yyym}	σ_{yya}	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
78	294	462	0	0	191	250	0	90	1	1	1200	1080	690	428	0,222
79	472	433	0	0	0	240	0	90	1	1	1200	1080	690	428	0,043
80	622	418	0	0	0	234	0	90	1	1	1200	1080	690	428	0,196

Tabela 4 – Propriedades mecânicas dos componentes mecânicos ensaiados - 34Cr4

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	σ_{yyym}	σ_{yya}	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
81	0	354	0	0	0	177	0	0	1	1	795	657	410	256	-1
82	0	314	0	0	0	157	0	0	1	1	795	657	410	256	-1
83	0	314	0	0	0	157	0	0	1	1	795	657	410	256	-1
84	0	315	0	0	0	158	0	60	1	1	795	657	410	256	-1
85	0	316	0	0	0	158	0	90	1	1	795	657	410	256	-1
86	0	380	0	0	0	95	0	90	1	1	795	657	410	256	-1
87	0	355	0	0	0	89	0	90	1	1	795	657	410	256	-1
88	0	129	0	0	0	258	0	90	1	1	795	657	410	256	-1
89	0	315	0	0	0	158	0	120	1	1	795	657	410	256	-1
90	0	263	0	0	0	131,5	0	0	1	4	858	700	415	256	-1
91	-160	320	0	0	0	157	0	0	1	1	858	700	415	259	-3
92	-350	350	0	0	0	224	0	0	1	1	858	700	415	259	INDET.
93	-175	350	0	0	0	137	0	90	1	1	858	700	415	259	-3
94	212	212	0	0	0	212	0	0	1	1	795	657	410	256	0
95	250	205	250	205	0	96	0	0	1	1	710	550	343	204	0,099
96	221	181	221	181	85	85	0	0	1	1	710	550	343	204	0,100
97	0	316	0	0	158	158	0	0	1	1	795	657	410	256	-1
98	274	225	274	225	0	0	0	0	1	1	710	550	343	204	0,098
99	279	279	0	0	0	140	0	0	1	1	795	657	410	256	0
100	0	280	0	0	280	140	0	0	1	1	858	700	415	256	-1
101	0	280	0	0	280	140	0	0	1	1	858	700	415	259	-1
102	0	309	0	0	309	155	0	0	1	1	858	700	415	256	-1
103	0	314	0	0	157	157	0	60	1	1	795	657	410	256	-1
104	0	315	0	0	158	158	0	90	1	1	795	657	410	256	-1
105	226	195	226	195	92	92	0	90	1	1	710	550	343	204	0,074
106	284	284	0	0	0	142	0	90	1	1	795	657	410	256	0
107	238	195	238	195	92	92	0	90	1	1	710	550	343	204	0,099
108	0	309	0	0	309	155	0	180	1	1	858	700	415	259	-1
109	274	225	274	225	0	0	60	0	1	1	710	550	343	204	0,098
110	214	175	214	175	0	82	180	0	1	1	710	550	343	204	0,100
111	232	190	232	190	0	0	180	0	1	1	710	550	343	204	0,100
112	234	192	234	192	90	90	60	90	1	1	710	550	343	204	0,099
113	220	180	220	180	85	85	180	90	1	1	710	550	343	204	0,100
114	244	200	244	200	0	0	0	0	2	1	710	550	343	204	0,099

Tabela 5 – Propriedades mecânicas dos componentes mecânicos ensaiados - 42CrMo4

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	$\sigma_{yy m}$	$\sigma_{yy a}$	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
115	0	233	0	0	0	224	0	0	1	1	1025	888	398	265	-1
116	0	328	0	0	0	157	0	0	1	1	1025	888	398	265	-1
117	0	213	0	0	0	205	0	90	1	1	1025	888	398	265	-1
118	0	286	0	0	0	137	0	90	1	1	1025	888	398	265	-1
119	0	266	0	0	128	128	0	0	1	1	1025	888	398	265	-1
120	271	271	0	0	0	130	0	0	1	1	1025	888	398	265	0
121	280	280	0	0	0	134	0	0	1	1	1025	888	398	265	0
122	442	402	221	201	0	0	0	0	1	1	1142	1003	485	315	0,047
123	0	266	0	0	128	128	0	90	1	1	1025	888	398	265	-1
124	0	283	0	0	136	136	0	90	1	1	1025	888	398	265	-1
125	271	271	0	0	0	130	0	90	1	1	1025	888	398	265	0
126	0	333	0	0	160	160	0	180	1	1	1025	888	398	265	-1
127	442	402	221	201	0	0	90	0	1	1	1142	1003	485	315	0,047

Tabela 6 – Propriedades mecânicas dos componentes mecânicos ensaiados – GGG60

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	$\sigma_{yy m}$	$\sigma_{yy a}$	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
128	0	221	0	0	0	111	0	0	1	1	815	516	275	249	-1
129	0	221	0	0	0	111	0	90	1	1	815	516	275	249	-1
130	0	186	0	0	0	93	0	0	1	0,25	815	516	275	249	-1
131	0	186	0	0	0	93	0	0	1	0,25	815	516	275	249	-1
132	0	185	0	0	0	93	0	0	1	4	815	516	275	249	-1
133	0	185	0	0	0	93	0	0	1	4	815	516	275	249	-1
134	-115	230	0	0	115	115	0	0	1	1	815	516	275	249	-3
135	-165	230	0	0	165	165	0	0	1	1	815	516	275	249	-6,077
136	-136	271	0	0	136	136	0	180	1	1	815	516	275	249	-3,015
137	0	180	0	0	180	90	0	0	1	1	815	516	275	249	-1
138	0	225	0	0	225	113	0	180	1	1	815	516	275	249	-1

Tabela 7 – Propriedades mecânicas dos componentes mecânicos ensaiados – Hard Steel

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	$\sigma_{yy m}$	$\sigma_{yy a}$	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
139	0	138,1	0	0	0	167,1	0	0	1	1	681	401,3	313,9	196	-1
140	0	245,3	0	0	0	122,6	0	0	1	1	681	401,3	313,9	196	-1
141	0	299,1	0	0	0	62,8	0	0	1	1	681	401,3	313,9	196	-1
142	0	140,4	0	0	0	169,9	0	30	1	1	681	401,3	313,9	196	-1
143	0	249,7	0	0	0	124,8	0	30	1	1	681	401,3	313,9	196	-1
144	0	145,7	0	0	0	176,3	0	60	1	1	681	401,3	313,9	196	-1
145	0	252,4	0	0	0	126,2	0	60	1	1	681	401,3	313,9	196	-1
146	0	150,2	0	0	0	181,7	0	90	1	1	681	401,3	313,9	196	-1

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	σ_{yyym}	σ_{yya}	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
147	0	258	0	0	0	129	0	90	1	1	681	401,3	313,9	196	-1
148	0	304,5	0	0	0	63,9	0	90	1	1	681	401,3	313,9	196	-1

Tabela 8 – Propriedades mecânicas dos componentes mecânicos ensaiados – St 35

EE	σ_{xxm}	σ_{xxa}	σ_{yyym}	σ_{yya}	σ_{xym}	σ_{xya}	β_x	β_{xy}	λ	λ_{xy}	σ_u	σ_y	$\sigma-l$	$\tau-l$	R
149	92	77	169	154	0	0	0	0	1	1	392	294	206	123	0,089
150	169	154	92	77	0	0	0	0	1	1	395	245	206	123	0,046
151	153	139	153	139	0	0	0	0	1	1	392	294	206	123	0,048
152	153	139	153	139	0	0	0	0	1	1	395	245	206	123	0,048
153	0	79	173	157	0	0	0	0	1	1	392	294	206	123	-1
154	173	157	0	79	0	0	0	0	1	1	395	245	206	123	0,048
155	176	160	176	160	0	0	0	0	1	1	543	340	230	130	0,048
156	176	160	176	160	0	0	0	0	1	1	543	340	230	130	0,048
157	89	75	164	149	0	0	60	0	1	1	392	294	206	123	0,085
158	164	149	89	75	0	0	60	0	1	1	395	245	206	123	0,048
159	162	147	162	147	0	0	60	0	1	1	392	294	206	123	0,049
160	162	147	162	147	0	0	60	0	1	1	395	245	206	123	0,049
161	85	71	156	142	0	0	90	0	1	1	392	294	206	123	0,090
162	142	129	142	129	0	0	90	0	1	1	392	294	206	123	0,048
163	154	140	154	140	0	0	90	0	1	1	543	340	230	130	0,048
164	154	140	154	140	0	0	90	0	1	1	543	340	230	130	0,048
165	0	73	160	145	0	0	90	0	1	1	392	294	206	123	-1
166	160	145	0	73	0	0	90	0	1	1	395	245	206	123	0,049
167	121	110	121	110	0	0	120	0	1	1	392	294	206	123	0,048
168	121	110	121	110	0	0	120	0	1	1	395	245	206	123	0,048
169	141	128	141	128	0	0	120	0	1	1	543	340	230	130	0,048
170	141	128	141	128	0	0	120	0	1	1	543	340	230	130	0,048
171	110	100	110	100	0	0	180	0	1	1	392	294	206	123	0,048
172	110	100	110	100	0	0	180	0	1	1	395	245	206	123	0,048
173	74	62	135	123	0	0	180	0	1	1	392	294	206	123	0,088
174	135	123	74	62	0	0	180	0	1	1	395	245	206	123	0,047
175	0	59	130	118	0	0	180	0	1	1	392	294	206	123	-1
176	132	120	132	120	0	0	180	0	1	1	543	340	230	130	0,048
177	132	120	132	120	0	0	180	0	1	1	543	340	230	130	0,048
178	143	130	143	130	0	0	0	0	2	1	543	340	230	130	0,048
179	154	140	154	140	0	0	90	0	2	1	543	340	230	130	0,048

ANEXO B – EFEITOS DA TENSÃO MÉDIA E PROPORCIONALIDADE – Métricas e critérios de avaliação

Tabela 9 – Índices de erro de identificação do plano crítico – MCWM – Grupo 1

MRH	MOI	MVM-P	SOCIE
12,796	12,796	12,796	12,796
1,762	1,762	1,762	1,762
1,762	1,762	1,762	1,762
2,967	2,967	2,967	2,967
-15,615	-15,615	-15,615	-15,615
-12,518	-12,518	-12,518	-12,518
-19,951	-19,951	-19,951	-19,951
-0,535	-0,535	-0,535	-0,535
7,785	7,785	7,785	7,785
4,394	4,394	4,394	4,394
-3,105	-3,105	-3,105	-3,105
3,481	3,481	3,481	3,481
-2,81	-2,81	-2,81	-2,81
0,364	0,364	0,364	0,364
3,515	3,515	3,515	3,515
1,535	1,535	1,535	1,535

Tabela 10 – Índices de erro de identificação do plano crítico – Findley – Grupo 1

MRH	MOI	MVM-P	SOCIE
14,979	14,979	14,975	14,979
2,001	2,001	1,984	2,001
2,001	2,001	1,984	2,001
3,936	3,936	3,923	3,936
-19,152	-19,152	-19,171	-19,152
-15,318	-15,318	-15,322	-15,318
-24,553	-24,553	-24,559	-24,553
-0,69	-0,69	-0,683	-0,69
9,826	9,826	9,838	9,826
6,195	6,195	6,197	6,195
-1,179	-1,179	-1,182	-1,179
4,66	4,66	4,672	4,66
-2,279	-2,279	-2,288	-2,279
1,006	1,006	1,002	1,006
4,021	4,021	4,043	4,021
1,698	1,698	1,722	1,698

Tabela 12 – Índices de erro de identificação do plano crítico – MCWM – Grupo 2

MRH	MOI	MVM-P	SOCIE
-11,742	1,488	-11,742	-11,742
4,482	4,482	4,482	4,482
0,18	2,891	0,914	0,925
10,441	10,034	10,441	10,441
5,405	8,294	5,937	5,944
15,901	17,742	15,901	15,901
-6,642	6,761	-7,614	-7,667
6,229	11,72	6,228	5,044
31,193	21,249	31,35	31,35
16,251	17,671	16,251	19,91
11,322	17,693	11,312	11,777
12,472	14,966	12,472	12,472
-13,769	-3,145	-13,769	-13,769
-9,84	1,617	-9,84	-9,84
11,808	20,021	11,808	11,808
-3,806	10,87	-3,806	-3,806
-7,587	1,22	-7,587	-7,587
7,821	18,682	7,821	7,821
-6,618	2,085	-6,618	-6,618
-3,562	0,859	-3,562	-3,562
35,119	22,069	35,119	35,119
13,395	21,893	13,395	13,395
3,584	13,773	3,584	3,584
13,331	11,472	13,331	13,331
1,492	6,567	1,492	1,492
8,202	19,616	8,202	8,202
20,257	19,076	20,257	20,257
1,904	11,537	1,904	1,904
6,712	14,024	6,712	6,712
12,224	17,735	12,224	12,224
8,978	8,978	8,978	8,978
2,416	2,416	2,416	2,416
17,082	17,082	17,082	17,082
19,178	19,178	19,178	19,178
18,265	18,265	18,265	18,265
-5,36	-0,741	-5,322	-3,246
-5,274	-0,765	-5,274	-5,274
5,254	14,009	5,251	5,218
5,254	14,009	5,251	5,218
1,29	8,614	1,288	1,261
21,32	27,408	21,319	21,301
11,961	19,753	11,959	11,931
11,961	19,753	11,959	11,931
5,355	1,406	5,455	5,455
15,572	11,159	15,609	15,609
5,519	5,357	5,49	5,49
5,519	5,357	5,49	5,49
-1,828	-2,153	-1,759	-1,759

MRH	MOI	MVM-P	SOCIE
-1,828	-2,153	-1,759	-1,759
37,854	26,166	38,003	38,003
26,37	18,496	26,46	26,46
26,37	18,496	26,46	26,46
28,137	21,132	28,285	28,285
7,426	5,924	7,426	7,426
7,426	5,924	7,426	7,426
6,529	5,774	6,529	6,529
6,529	5,774	6,529	6,529
-0,813	-0,813	-0,813	-0,813
-0,813	-0,813	-0,813	-0,813
-1,066	-1,066	-1,066	-1,066
-1,066	-1,066	-1,066	-1,066
-10,686	-10,686	-10,686	-10,686
5	5	5	5
5	5	5	5
12,669	12,669	12,669	12,669
16,072	16,072	16,072	16,072
12,59	12,59	12,59	12,59
12,569	12,569	12,569	12,569
13,07	13,07	13,07	13,07
10,695	10,695	10,695	10,695
13,07	13,07	13,07	13,07
20,254	23,271	20,267	20,239
20,367	25,219	20,352	20,365
13,363	17,961	10,173	13,342
9,553	17,039	9,526	9,547
18,358	23,622	18,341	18,356
19,546	26,514	19,216	19,194
12,269	20,514	12,257	12,235
22,814	22,123	22,816	22,811
15,362	16,582	15,364	15,356
29,591	21,449	29,591	29,591
22,644	16,309	22,644	22,644
22,872	20,854	22,872	22,872
22,753	22,396	22,753	22,753
32,361	31,156	32,361	32,361
23,145	22,179	23,145	23,145

Tabela 13 – Índices de erro de identificação do plano crítico – Findley – Grupo 2

MRH	MOI	MVM-P	SOCIE
-14,237	0,649	-14,234	-14,237
-15,373	-15,373	-15,379	-15,373
-1,372	2,007	-1,419	-1,418
9,445	12,938	9,451	9,445
5,985	9,653	5,947	5,938

17,793	21,342	17,8	17,793
3,78	11,801	3,766	3,78
5,295	13,323	5,239	5,25
23,175	23,387	23,16	23,175
15,009	19,028	15,013	15,009
13,297	21,579	13,222	13,226
7,688	15,892	7,671	7,688
-10,644	-1,424	-10,67	-10,68
-4,984	4,806	-5,008	-5,019
14,24	24,386	14,253	14,24
0,904	15,13	0,864	0,904
-12,834	-1,234	-12,848	-12,834
9,985	23,037	9,993	9,985
-11,871	-0,32	-11,918	-11,871
-7,972	1,145	-7,966	-7,972
24,868	26,053	24,873	24,868
15,728	26,137	15,733	15,728
3,526	17,201	3,52	3,526
12,62	12,643	12,629	12,62
-0,853	9,18	-0,845	-0,853
11,025	25,199	11,03	11,025
21,839	21,839	21,848	21,839
2,506	15,319	2,497	2,46
5,522	16,997	5,532	5,522
11,532	21,238	11,526	11,532
10,574	10,574	10,592	10,574
0,876	0,876	0,866	0,876
18,619	18,619	18,619	18,619
25,706	25,706	25,696	25,706
17,442	17,442	17,431	17,442
-10,277	-4,296	-10,303	-10,357
-10,277	-4,296	-10,322	-10,277
4,636	16,998	4,545	4,557
4,636	16,998	4,545	4,557
-2,053	9,258	-2,133	-2,101
32,177	40,381	32,138	32,136
16,024	26,73	15,936	15,94
16,067	26,814	16,019	16,024
-3,658	-1,824	-3,684	-3,658
9,422	12,692	9,343	9,342
0,747	5,628	0,666	0,671
0,747	5,628	0,666	0,671
-6,449	-3,419	-6,449	-6,449
-6,449	-3,419	-6,449	-6,449
35,022	36,424	35,002	35,022
21,567	23,81	21,538	21,525
21,567	23,81	21,538	21,525
25,266	26,417	25,251	25,266
3,679	3,679	3,664	3,679
3,679	3,679	3,664	3,679
5,018	5,094	5,007	5,018

5,018	5,094	5,007	5,018
-1,345	-1,345	-1,342	-1,345
-1,345	-1,345	-1,342	-1,345
-2,462	-2,462	-2,491	-2,462
-2,462	-2,462	-2,491	-2,462
-10,437	-10,437	-10,466	-10,437
5,552	5,552	5,52	5,552
5,552	5,552	5,52	5,552
14,601	14,601	14,614	14,601
19,974	19,974	19,959	19,974
14,649	14,649	14,672	14,649
14,416	14,416	14,428	14,416
18,394	18,394	18,389	18,394
10,989	10,989	10,978	10,989
18,394	18,394	18,389	18,394
25,498	32,837	25,468	25,457
25,292	31,188	25,279	25,292
14,501	23,81	14,415	14,416
8,103	18,548	8,101	8,103
21,144	27,703	21,13	21,144
27,065	36,753	26,999	26,982
14,586	26,73	14,509	14,416
24,096	28,508	24,09	24,096
13,909	19,832	13,89	13,909
26,364	26,694	26,354	26,364
18,225	18,944	18,224	18,225
23,852	23,852	23,866	23,852
22,879	22,879	22,865	22,879
33,867	33,867	33,85	33,867
22,075	22,075	22,095	22,075

Tabela 15 – Folds e IEs entre a MCWM e Findley no Grupo 1

Folds	MCWM	Findley
Fold 1	12,796	14,979
	1,762	2,001
	1,762	2,001
	2,967	3,936
Fold 2	-15,615	-19,152
	-12,518	-15,318
	-19,951	-24,553
	-0,535	-0,69
Fold 3	7,785	9,826
	4,394	6,195
	-3,105	-1,179
	3,481	4,66
Fold 4	-2,81	-2,279
	0,364	1,006
	3,515	4,021
	1,535	1,698

ANEXO C – CÓDIGO MATLAB® - Comparação de Métodos de pesquisa de plano crítico pelo Critério de Findley

O código desenvolvido em MATLAB implementa a metodologia de determinação do plano crítico segundo o Critério de Falha de Findley, aplicando diferentes critérios de fadiga multiaxial baseados em tensões cisalhantes equivalentes. Inicialmente, o programa realiza a leitura dos arquivos de dados contendo as componentes de tensão e as coordenadas temporais de cada ponto analisado. Em seguida, procede-se à varredura angular sobre o espaço tridimensional definido pelas coordenadas esféricas (θ , ϕ), de modo a avaliar o comportamento tensional em múltiplas orientações de planos potenciais de falha.

Para cada plano considerado, o algoritmo reconstrói o tensor de tensões e calcula as componentes normais e cisalhantes correspondentes. A partir desses valores, são aplicados diferentes modelos de avaliação da amplitude de tensão cisalhante, incluindo o Método da Máxima Variância (MVMaP), o Método do Máximo Retângulo Circunscrito (MMRC), o Método de Socie, o Método do Momento de Inércia. Cada modelo permite identificar o plano em que a combinação de tensões resulta na condição mais crítica de fadiga, caracterizada pela máxima amplitude de tensão cisalhante corrigida pela tensão normal média.

```
clc
clear
close all
GRAFICO = -1;
ARRED = 1;
SALVA = 1;
GRAVA_SINAL = 1;
dbeta = 3;          % incremento de beta (pi/30 = 6graus)
beta_max = 90;      % valor maximo de beta (pi/2 = 90 graus)
dbeta = dbeta*pi()/180;
beta_max = beta_max*pi()/180;
%CRITÉRIO = 1 "USA A MÁXIMA PROJEÇÃO EM a1 ou a2
%CRITÉRIO = 2 "USA COMBINAÇÃO DAS PROJEÇÕES EM a1 ou a2
CRITERIO = 1;
ESCALA = 1.5;
%CRITERIOS PARA DETERMINAÇÃO DA TENSÃO NORMAL MÁXIMA (SÓ É USADO NA
%ESTRATÉGIA MCM_aP
%OPÇÕES:
%'maximo'          ----> UTILIZA O VALOR MÁXIMO ABSOLUTO DA TENSÃO NORMAL MÁXIMA,
```

```

%'RMS'      ----> UTILIZA O VALOR RMS DA TENSÃO NORMAL MÁXIMA DOS EVENTOS EM %QUE A INTENSIDADE
DA TENSÃO CISALHANTE RESOLVIDA É DIFERENTE DE ZERO OU MUITO BAIXA ( <1)

%'media_ponderada' ----> USANDO A DA TENSÃO CISALHANTE RESOLVIDA, CALCULA A MEDIA PONDERADA DA TENSÃO
NORMAL

%CRITERIO_Sn_MAX = 'media_ponderada';
CRITERIO_Sn_MAX = 'maximo';
INC_ANG = [1.5];%[5; 3; 1; 0.5; 0.25];
PASSOS = [16];%[16; 32; 64; 128]; %NUMERO DE PONTOS DISCRETIZADOS NO TEMPO
TOTAL = length(PASSOS);
TOTAL_INC = length(INC_ANG);
for inc_ang = 1:TOTAL_INC
    for CK = 1:TOTAL
        NOM_ARQ = "casos estudados_ARTIGO1b_2";
        CAMINHO = "D:\DIRECAO PRINCIPAL\";
        EXT = ".xlsx";
        PLANILHA = "St35";
        caminho = strcat(CAMINHO,NOM_ARQ,EXT);
        LINHA_INICIO = 1;
        LINHA_FIM = 200;
        %% Setup the Import Options and import the data
        %[Teste, Sxxm, Sxxa, Syym, Syya, Sxym, Sxya, betay, betaxy, Ly, Lxy, Su, Sy, Pfl, Ptl, Material, REF] =
LER_DADOS_EXCEL_CASA(caminho,PLANILHA, LINHA_INICIO, LINHA_FIM);
        [Teste, Sxxm, Sxxa, Syym, Syya, Sxym, Sxya, betay, betaxy, Ly, Lxy, Su, Sy, Pfl, Ptl, Material, REF] = PQP(caminho,PLANILHA,
[LINHA_INICIO LINHA_FIM]);
        %[Teste, Sxxm, Sxxa, Syym, Syya, Sxym, Sxya, betay, betaxy, Ly, Lxy, Su, Sy, Pfl, Ptl, Material, REF] =
LER_DADOS_EXCEL_ARTIGO_CASA(caminho,PLANILHA, LINHA_INICIO, LINHA_FIM);
        % [Teste, Sxxm, Sxxa, Syym, Syya, Sxym, Sxya, betay, betaxy, Ly, Lxy, Su, Sy, Pfl, Ptl, Material, REF] =
LER_DADOS_EXCEL_ARTIGO(caminho,PLANILHA, [LINHA_INICIO, LINHA_FIM]);
        %[Teste, Sxxm, Sxxa, Syym, Syya, Sxym, Sxya, betay, betaxy, Ly, Lxy, Su, Sy, Pfl, Ptl, Material, REF] =
LER_DADOS_EXCEL(caminho,PLANILHA, [LINHA_INICIO, LINHA_FIM]);
        %[Teste, Sxxm, Sxxa, Syym, Syya, Sxym, Sxya, betay, betaxy, Ly, Lxy, Pfl, Ptl, Sy, Su, Material, REF] = Ler_Arquivo(
caminho,PLANILHA,LINHA_INICIO,LINHA_FIM);
        %% Final importação dos dados
        %%%%%%%%%%%%%%INICIO DO PROCESSAMENTO%%%%%%%%%%%%%%
        auxiliar = length(Teste);
        %DEFINE INICIO E FINAL DOS CASOS ANALISADOS (VER ARQUIVO EXCEL)
        INICIO = 1;
        FINAL =300;
        TAM = length(Teste);
        if FINAL > TAM
            FINAL = TAM;
        end
        TOLERANCIA = 1/100;
        conta_linha = 0;
        for j = INICIO:1:FINAL
            conta_linha = conta_linha+1;
            %Caracterização Material
            Ro_lim = Pfl(j)/(2*Pt1(j)-Pfl(j));
            KAPA_SL = Pt1(j)-Pfl(j)/2;
            LABDA_SL = Pt1(j);
            LINHA = j;

```

```

caso = Teste(j);
INFORMACOES = [INC_ANG PASSOS LINHA caso];
disp(INFORMACOES);
% COMPONENTE NOMINAL DA TENSÃO NORMAL
I_SIGMAx = Sxxa(j);
M_SIGMAx = Sxxm(j);
% COMPONENTE NOMINAL DA TENSÃO NORMAL
I_SIGMAy = Syya(j);
M_SIGMAy = Syym(j);
% COMPONENTE NOMINAL DA TENSÃO CISALHANTE
I_TAU = Sxya(j);
M_TAU = Sxym(j);
% FASE ENTRE AS COMPONENTES (EM GRAU)
FASEy = betay(j);
FASExy = betaxy(j);
% RAZÃO ENTRE AS FREQUENCIAS
LAMBDAy = Ly(j);
LAMBDAxy = Lxy(j);
% PARAMETROS MATERIAL
f1 = Pfl(j);
t1 = Pt1(j);
OMEGA_Sx = 1; %!FREQUENCIAS EM HZ
OMEGA_Sy = LAMBDAy*OMEGA_Sx;
OMEGA_T = LAMBDAxy*OMEGA_Sx;
% phi- ângulo ente o vetor normal e o plano xy %%%%%%%%%%
% teta- ângulo entre a projeção do vetor normal no plano xy e o eixo x %%%%
% !Discretização temporal
K = PASSOS(CK);
Delta_ang = INC_ANG(inc_ang);
inicio_phi = 0;
inc_phi = Delta_ang;
limite_phi = 180;
inicio_theta = 0;
inc_theta = Delta_ang;
limite_theta = 180;
inicio_alpha = 0;
inc_alpha = Delta_ang;
limite_alpha = 180;
FASExy = FASExy*pi/180;
FASEy = FASEy*pi/180;
contador = 1;
freq = min([OMEGA_Sx OMEGA_Sy OMEGA_T]);
if OMEGA_Sy <= 0
    freq = min(OMEGA_Sx,OMEGA_T);
end
if OMEGA_T <= 0
    freq = min(OMEGA_Sx,OMEGA_Sy);
end
PERIODO = 2*pi/freq;
% !Definição da Fase Entre as Componentes de Tensão Normal, S, e Cisalhante, T
DELTA_T = PERIODO/(K-1);

```



```

for i=1:K
    t(i) = (i-1)*DELTA_T;
    SEN01 = I_SIGMAX*sin(OMEGA_Sx*t(i))+M_SIGMAX;
    SEN02 = I_TAU*sin(OMEGA_T*t(i)-FASExy)+M_TAU;
    SEN03 = I_SIGMAy*sin(OMEGA_Sy*t(i)-FASEy)+M_SIGMAy;
    Srr(i) = 1*SEN01 + 0*SEN02;
    Sqq(i) = 1*SEN03 + 0*SEN02;
    Sll(i) = 0*SEN01 + 0*SEN02;
    Strq(i) = 0*SEN01 + 1*SEN02;
    Stql(i) = 0*SEN01 + 0*SEN02;
    Strl(i) = 0*SEN01 + 0*SEN02;
end
if GRAFICO > 0
    figure(j);
    subplot(2,2,1);
    plot(Srr,Strq);
    xlabel('Sx(t)');
    ylabel('tau(t)');
    subplot(2,2,2);
    plot(Srr,Sqq);
    xlabel('Sx(t)');
    ylabel('Sy(t)');
    subplot(2,2,[3,4]);
    plot(t,Srr,'k',t,Sqq,'b',t,Strq,'r');
    xlabel('t');
    ylabel('Sx(t),Sy(t),tau(t)');
    legend('Sx(t)','Sy(t)','Tau(t)');
end
for i=1:K
    stress(i,1) = Srr(i);
    stress(i,2) = Strq(i);
    stress(i,3) = Strl(i);
    stress(i,4) = Sqq(i);
    stress(i,5) = Stql(i);
    stress(i,6) = Sll(i);
end
% phi- ângulo ente o vetor normal e o plano xy %%%%%%%%%%%
% teta- ângulo entre a projeção do vetor normal no plano xy e o eixo x %%%
DIR = 'D:\FAD_ALEAT_AV\DIRECAO PRINCIPAL\RESULTADOSA\';
DIR_1 = strcat(DIR,'CAS0_', num2str(caso),'_FINDLEY_');
%TOTAL = tempo total de processamento
%CORE = tempo usado na pesquisa de plano crítico
%ESTIMA PLANO CRÍTICO USANDO O MMV E CONSIDERANDO TAU COMO FUNÇÃO DO MAIOR DESVIO PADRÃO
[TOTAL, CORE, Plano_out] =
ESTIMATIVA_FINDLEY_VIA_MVMc(inicio_phi,inicio_theta,inicio_alpha,limite_phi,limite_theta,limite_alpha,inc_phi,inc_theta,inc_alpha,stress,TOLERANCIA,ARRED,f1,t1,CRITERIO);
%Plano_out = [1 (theta) 2(phi) 3(Tau_a_1) 4(Tau_a_2) 5(Norma tau) 6(Sn_max) 7(Sn_alt) 8(P_ref) 9(P_obs) 10(IE)]
LINHA = transpose (Plano_out(1,:));
if SALVA > 0
    D_EST = strcat(DIR,NOM_ARQ,PLANILHA,'_MVMA_FINDLEY_',num2str(CRITERIO),'.DAT');
    if isfile(D_EST)<= 0

```



```

if GRAFICO > 0
    ESTRATEGIA = "MRH";
    NUMERO = num2str(round(LINHA(10),ARRED));
    TITULO = strcat (ESTRATEGIA, " (EI = ", NUMERO, "%)");
    [tau_a,tau_b,sn]=DESENHA_PLANO(1,t,LINHA(1),LINHA(2),stress,TITULO,3000+j,ESCALA);

    if GRAVA_SINAL > 0
        dadosTabela1 = table(t', tau_a, tau_b, sn);
        DIR_2 = strcat(DIR_1,PLANILHA,'_',ESTRATEGIA,'.xlsx');
        writetable(dadosTabela1, DIR_2, 'Sheet', 'Sheet1'); % Especifica a Sheet 1
        dadosTabela2 = array2table(stress);
        dadosTabela2.Properties.VariableNames = {'Sxx', 'Sxy', 'Sxz', 'Syy', 'Syz', 'Szz'};
        writetable(dadosTabela2, DIR_2, 'Sheet', 'Sheet2'); % Especifica a Sheet 2
    end

end

clear LINHA Plano_out NOME DIR_2 dadosTabela1 dadosTabela2
%ESTIMA PLANO CRÍTICO USANDO SOCIE
[TOTAL, CORE, Plano_out] =
ESTIMATIVA_FINDLEY_VIA_SOCIE(inicio_phi,inicio_theta,limite_phi,limite_theta,inc_phi,inc_theta,stress,TOLERANCIA,ARRED,f1,t1,C
RITERIO);
LINHA = transpose (Plano_out(1,:));
if SALVA > 0
    D_EST = strcat(DIR,NOM_ARQ,PLANILHA,'_SOCIE_FINDLEY_',num2str(CRITERIO),'.DAT');
    if isfile(D_EST)<= 0
        fid = fopen(D_EST,'a+'); %[1 (theta) 2(phi) 3(Tau_a_1) 4(Tau_a_2)
5(Norma tau) 6(Sn_max) 7(Sn_alt) 8(P_ref) 9(P_obs) 10(IE) 11(Ref)]
        fprintf(fid,'%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s;%s\r', 'Delta_t', 'Delta_ang', 'Teste', 'Ttot', 'Tcore', 'theta',
'phi', 'alpha', 'Tau_1', 'Tau_2', 'Ntau', 'Snmax', 'Sn_a', 'Pref', 'P_obs', 'IE', 'Ref');
        fclose(fid);
    end
    fid = fopen(D_EST,'a+');
    % 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 12 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15 16 17
    nbytes = fprintf(fid,'%5.1f; %6.3f; %d; %7.5f; %7.5f; %7.3f; %7.3f; %7.3f; %7.3f; %7.3f; %7.3f; %7.3f; %7.3f; %7.3f; %7.3f;
%7.3f; %7.3f\r',K,Delta_ang,Teste(j),TOTAL,
CORE,LINHA(1),LINHA(2),LINHA(11),LINHA(3),LINHA(4),LINHA(5),LINHA(6),LINHA(7),LINHA(8),LINHA(9),LINHA(10),REF(j));
    % LINHA = [1(theta) 2(phi) 3(Tau_1) 4(Tau_2) 5(Ntau) 6(Snmax) 7(Sn_a) 8(rho) 9(lambda) 10(Pref) 11(IE)]
    fclose(fid);
    INDICE_DE_ERRO(conta_linha,5) = LINHA(10);
end

if GRAFICO > 0
    ESTRATEGIA = "SOCIE";
    NUMERO = num2str(round(LINHA(10),ARRED));
    TITULO = strcat (ESTRATEGIA, " (EI = ", NUMERO, "%)");
    [tau_a,tau_b,sn]=DESENHA_PLANO(1,t,LINHA(1),LINHA(2),stress,TITULO,4000+j,ESCALA);

    if GRAVA_SINAL > 0
        dadosTabela1 = table(t', tau_a, tau_b, sn);
        DIR_2 = strcat(DIR_1,PLANILHA,'_',ESTRATEGIA,'.xlsx');

```



```
figure(100000);
plotmatrix(MATRIZ);
```

ESTIMATIVA – FINDLEY – VIA MVM

```
function [TEMPO_2, TEMPO, Planos_out]
=ESTIMATIVA_FINDLEY_VIA_MVMc(inicio_phi,inicio_theta,inicio_alpha,limite_phi,limite_theta,limite_alpha,inc_phi,inc_theta,inc_alpha,stress,TOLERANCIA,ARRED,f1,t1,CRITERIO)
%inicio_phi,inicio_theta,inicio_alpha,limite_phi,limite_theta,limite_alpha,inc_phi,inc_theta,inc_alpha,stress,TOLERANCIA,f1,t1,Ro_lim,ARRED,CRITERIO
%MODELO DE FINDLEY
r = f1/t1;
kappa = (1-r/2)/sqrt(r-1);
lambda = f1/(2*sqrt(r-1));
if CRITERIO == 1
    COL_CRITERIO = 3;
else
    COL_CRITERIO = 5;
end
%MODELO DE MCWM
% TAUref = t1 - rho(t1-f1/2) = t1 - rho*kappa
%kappa = t1-f1/2;
[TEMPO, Planos] =
CORE_ESTIMATIVA_VIA_MVMc(inicio_phi,inicio_theta,inicio_alpha,limite_phi,limite_theta,limite_alpha,inc_phi,inc_theta,inc_alpha,stress,
TOLERANCIA);
alpha = zeros(length(Planos(:,1)),1);
%Planos = [1 (theta) 2(phi) 3(Tau_a_1) 4(Tau_a_2) 5(Norma tau) 6(Sn_max) 7(Sn_alt) 8(P_ref) 9(P_obs) 10(IE) 11(alpha)]
[Planos_out,TEMPO_1] = MODULO_FINDLEY(Planos, kappa,lambda, COL_CRITERIO,TOLERANCIA,ARRED,alpha);
TEMPO_2 = TEMPO + TEMPO_1;
end
```