Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional

Aula em 5 movimentos: A geometria na perspectiva do Ensino Exploratório

Tiago Almeida de Araújo

Brasília

2025

Tiago Almeida de Araújo

Aula em 5 movimentos: A geometria na perspectiva do Ensino Exploratório

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, para obtenção do grau de Mestre.

Universidade de Brasília - UnB

Departamento de Matemática - MAT

PROFMAT - SBM

Orientador: Prof. Dr. Lineu da C. Araújo Neto

Coorientadora: Profa. Dra. Regina da Silva Pina Neves

Brasília

2025

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A663a

Almeida de Araújo, Tiago
Aula em 5 movimentos: A geometria na perspectiva do Ensino Exploratório / Tiago Almeida de Araújo; orientador Lineu da Costa Araújo Neto; co-orientador Regina da Silva Pina Neves. Brasília, 2025.
121 p.

Tese(Mestrado Profissional em Matemática) Universidade de Brasília, 2025.

1. Ensino Exploratório. 2. Tarefas Matemáticas. 3. Orquestração de discussões matemáticas. 4. Geometria. 5. Ensino Médio. I. da Costa Araújo Neto, Lineu, orient. II. da Silva Pina Neves, Regina, co-orient. III. Título.

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Aula em 5 movimentos: A geometria na perspectiva do Ensino Exploratório

por

Tiago Almeida de Araújo

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, para obtenção do grau de

MESTRE

Brasília, 22 de agosto de 2025

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Lineu da C. Araújo Neto – MAT/UnB (Orientador)

Profa. Dra. Regina da Silva Pina Neves – MAT/UnB (Coorientadora)

Profa. Dra. Raquel Carneiro Dörr – MAT/UnB (Membro Interno)

Prof. Dr. Lemerton Matos Nogueira – UPE (Membro Externo)

Profa. Dra. Ana Maria Porto – UFOB (Membro Externo / Primeiro Suplente)

À minha mãe, Lilian Lewald, por todo carinho, dedicação e apoio ao longo do nosso tempo juntos.

Agradecimentos

A Deus, pela vida, pela força e pelas oportunidades que me foram concedidas ao longo desta jornada acadêmica e pessoal.

À minha mãe, Lilian Lewald (in memoriam), por todo carinho, dedicação e apoio durante nosso tempo juntos, que continuam a me inspirar e guiar mesmo na sua ausência.

À minha esposa, Cássia Cristiane, pelo amor, paciência e incentivo constantes, compreendendo minhas ausências e apoiando-me nos momentos mais desafiadores deste percurso.

À minha amiga Ana Paula Nunes, pelas conversas das quais brotaram grande parte das ideias que sustentam este trabalho.

Ao grupo "Clube dos 5", pelas sessões de verdadeira terapia conjunta, quando pensei que não conseguiria seguir adiante.

Aos meus amigos que não me abandonaram, mesmo com o meu afastamento do convívio durante este período intenso.

Aos Professores Doutores Regina Pina e Lineu da Costa Araújo Neto, meus orientadores, por todo apoio, incentivo e ensinamentos ao longo desta jornada. Tenho por ambos grande admiração e carinho, não apenas pelo papel que desempenharam neste trabalho, mas também pela influência marcante que tiveram na minha formação desde a graduação até o mestrado.

Aos colegas e professores do PROFMAT/UnB, pela troca de experiências e pelo apoio mútuo.

À Secretaria de Educação do Distrito Federal, pelo programa de afastamento remunerado para estudos, sem o qual seria muito mais difícil obter este título.

Aos estudantes e professores que participaram das tarefas "Octa o quê?" e "Instagramável Questão", pela disposição e empenho que tornaram esta pesquisa possível.

Por fim, a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a concretização deste trabalho, deixo aqui meu mais sincero e profundo agradecimento.

"A fortuna é como o fruto que não se dá senão a quem o vai colher no ramo esperá-lo debaixo da árvore até que se desprenda do galho é dispor-se a comê-lo podre. "

Henrique Coelho Neto

Resumo

Este trabalho investiga o Ensino Exploratório como abordagem didática para o ensino de Matemática, buscando compreender de que maneira a implementação das cinco práticas propostas por Stein et al. (2008) — antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e conectar — pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático de estudantes, neste caso, do Ensino Médio. A proposta dialoga com as orientações da Base Nacional Comum Curricular e do Currículo em Movimento do Distrito Federal, enfatizando a importância de promover ações que favoreçam a investigação e a argumentação matemáticas.O referencial teórico apresenta os elementos centrais do Ensino Exploratório, estabelecendo distinções entre atividade, tarefa, exercícios e problemas (PONTE, 2014), além de discutir os desafios da orquestração docente no processo de construção coletiva do conhecimento. Para ilustrar a dinâmica da aula nessa abordagem, adota-se a metáfora da "aula como uma sinfonia", em que cada movimento corresponde a uma das cinco práticas, ressaltando a complexidade e a intencionalidade desse tipo de condução. A pesquisa tem natureza qualitativa e foi desenvolvida em uma escola pública do Distrito Federal, envolvendo a elaboração e implementação de duas tarefas: "Octa o quê?", para introdução ao octaedro, e "Instagramável Questão", proposta central desta dissertação, que aborda a estimativa da área de um balão (octaedro) a partir de sua montagem e planificação, em um contexto de festa junina. Uma terceira tarefa, concebida para turmas do 1º ano do Ensino Médio, não foi objeto de análise nesta dissertação, que se concentrou nas duas anteriores. Os dados foram construídos por meio de registros escritos, produções dos estudantes, gravações em áudio e anotações do professor-pesquisador. A análise, conduzida segundo a técnica de Análise de Conteúdo de Bardin (2011), foi organizada em dois eixos: (i) a trajetória de amadurecimento do professor-pesquisador na apropriação do Ensino Exploratório; e (ii) os indícios de aprendizagem dos estudantes durante o desenvolvimento das tarefas. Os resultados apontam que a adoção do Ensino Exploratório favoreceu a mobilização de estratégias variadas, a argumentação e a construção coletiva do conhecimento. Os registros evidenciaram a participação ativa dos estudantes e a importância da mediação docente, especialmente durante a fase de monitoramento, em que o professor circula pelos grupos, observa as estratégias adotadas e propõe perguntas que instigam o raciocínio e aprofundam a investigação. Esses resultados reforçam o potencial dessa abordagem para promover aprendizagens em Matemática.

Palavras-chave: Ensino Exploratório. Tarefas Matemáticas. Orquestração de discussões matemáticas. Geometria. Ensino Médio.

Abstract

This study investigates Exploratory Teaching as a didactic approach to Mathematics education, seeking to understand how the implementation of the five practices proposed by Stein et al. (2008) — anticipating, monitoring, selecting, sequencing, and connecting — can contribute to the development of students' mathematical reasoning, in this case, at the high school level. The proposal aligns with the guidelines of the Brazilian National Common Curricular Base (BNCC) and the Currículo em Movimento of the Federal District, emphasizing the importance of promoting actions that foster mathematical investigation and argumentation. The theoretical framework presents the core elements of Exploratory Teaching, establishing distinctions between activity, task, exercises, and problems (PONTE, 2014), as well as discussing the challenges of teacher orchestration in the process of collective knowledge construction. To illustrate the dynamics of the lesson in this approach, the metaphor of the "lesson as a symphony" is adopted, in which each movement corresponds to one of the five practices, highlighting the complexity and intentionality of this type of orchestration. The research is qualitative in nature and was developed in a public school in the Federal District, involving the design and implementation of two tasks: "Octa o quê?" (Octa what?), for the introduction of the octahedron, and "Instagramável Questão" (Instagrammable Question), the central proposal of this dissertation, which addresses the estimation of the area of a balloon (octahedron) based on its assembly and net, in the context of a festa junina (Brazilian June festival). Data were collected through written records, students' productions, audio recordings, and the teacher-researcher's notes. The analyses indicate that the adoption of Exploratory Teaching favored the mobilization of varied strategies, argumentation, and the collective construction of knowledge. The records evidenced the active participation of students and the importance of teacher mediation, especially during the monitoring phase, in which the teacher moves among groups, observes the strategies adopted, and poses questions that stimulate reasoning and deepen the investigation. These results reinforce the potential of this approach to promote learning in Mathematics.

Keywords: Exploratory Teaching. Mathematical Tasks. Orchestration of mathematical discussions. Geometry. High School.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura. 24
Figura 2 – Questão 24 do ENADE 2014 34
Figura 3 – Tarefa Octa o Quê? 38
Figura 4 – Explorando a área do triângulo 40
Figura 5 – Tarefa Matemática adaptada a partir da questão 24 do ENADE 2014 . 44
Figura 6 – Questões propostas aos licenciandos para compartilharem suas impressões a respeito das tarefas. 47
Figura 7 – Validação presencial das tarefas com licenciandos em Matemática . . . 48
Figura 8 – Kit recebido por cada grupo. 52
Figura 9 – Estudantes durante a aula 54
Figura 10 – Estudantes durante a aula 54
Figura 11 – Estudantes durante a aula 54
Figura 12 – Os estudantes adicionando elementos ao octaedro 54
Figura 13 – Momentos de realização da tarefa em sala de aula 58

Lista de tabelas

Tabela 1 – Antecipações da tarefa *Instagramável Questão* 36
Tabela 2 – Antecipações da tarefa *Octa o quê?* 39
Tabela 3 – Distribuição do tempo de acordo com as fases do Ensino Exploratório como propõe Canavarro (2011). 51
Tabela 4 – Análise do Grupo 1 na tarefa *Octa o quê?* 61
Tabela 5 – Análise do Grupo 2 na tarefa *Octa o quê?* 63
Tabela 6 – Análise do Grupo 3 na tarefa *Octa o quê?* 64
Tabela 7 – Análise do Grupo 4 na tarefa *Octa o quê?* 66
Tabela 8 – Análise do Grupo 5 na tarefa *Octa o quê?* 68
Tabela 9 – Análise do Grupo Sem Gravador na tarefa *Octa o quê?* 69
Tabela 10 – Análise do Grupo 1 na tarefa *Instagramável Questão* 72
Tabela 11 – Análise do Grupo 2 na tarefa *Instagramável Questão* 74
Tabela 12 – Análise do Grupo 3 na tarefa *Instagramável Questão* 76
Tabela 13 – Análise do Grupo 4 na tarefa *Instagramável Questão* 78
Tabela 14 – Análise do Grupo 5 na tarefa *Instagramável Questão* 79

Sumário

INTRODUÇÃO **21**

1 ENSINO EXPLORATÓRIO **23**

1.1 Aspectos centrais **23**

1.2 Uma metáfora **24**

1.3 Desafios e potencialidades do Ensino Exploratório **26**

1.4 Experiências na Educação Básica com o Ensino Exploratório **27**

1.4.1 Caso 1: Educação Financeira no Ensino Fundamental 27

1.4.2 Caso 2: Números na EJA 28

1.4.3 Caso 3: Análise Combinatória na EJA 28

1.4.4 Caso 4: Função afim no contexto do carneiro hidráulico 29

1.4.5 Síntese dos casos analisados 29

2 METODOLOGIA **31**

2.1 Da Natureza da Pesquisa **31**

2.2 Dos Participantes **31**

2.3 Dos Instrumentos de Construção de Dados **32**

3 A CONSTRUÇÃO DAS TAREFAS **33**

3.1 Processo de Concepção **33**

3.2 Validação das Tarefas **45**

3.3 Redirecionamento do desenvolvimento das tarefas **49**

4 DESCRIÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DAS TAREFAS **51**

4.1 Contextos e Procedimentos **51**

4.2 A Tarefa Octa o Quê? **52**

4.3 A Tarefa Instagramável Questão **55**

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS **59**

5.1 Eixo 1: O professor-pesquisador em foco **59**

5.2 Eixo 2: Os estudantes em foco **60**

5.2.1 Análise da tarefa *Octa o quê?* 60

5.2.2 Conclusão da tarefa "Octa o quê?" 70

5.2.3 Análise da tarefa *Instagramável Questão* 72

5.2.4 Conclusão da tarefa *Instagramável Questão* 80

CONSIDERAÇÕES FINAIS **81**

REFERÊNCIAS 83

APÊNDICE A – Registros escritos da tarefa “Octa o quê?” 85
A.1 – Grupo 1 86
A.2 – Grupo 2 88
A.3 – Grupo 3 90
A.4 – Grupo 4 92
A.5 – Grupo 5 94
A.6 – Grupo Sem Gravador 96

APÊNDICE B – Registros escritos da tarefa “Instagramável Questão” 99
B.1 – Grupo 1 100
B.2 – Grupo 2 102
B.3 – Grupo 3 105
B.4 – Grupo 4 107
B.5 – Grupo 5 109

APÊNDICE C – Tarefas das Experiências na Educação Básica com o Ensino Exploratório 111
C.1 – Tarefa: Educação Financeira (Figueiredo, 2023) 111
C.2 – Tarefa: Números na EJA (Santos, 2023) 113
C.3 – Tarefa: Análise Combinatória na EJA (Cerqueira, 2023) 117
C.4 – Tarefa: Carneiro Hidráulico (Freitas, 2024) 119

INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática nas escolas brasileiras tem enfrentado desafios históricos relacionados ao engajamento dos estudantes, à compreensão conceitual dos conteúdos e à superação de práticas didáticas centradas na memorização e repetição de procedimentos. Frente a esse cenário, diferentes abordagens têm sido propostas, entre elas o Ensino Exploratório (CANAVARRO, 2011), que se apresenta como uma alternativa capaz de promover a investigação matemática, a argumentação e a construção do conhecimento.

A proposta desta dissertação insere-se nesse contexto, buscando investigar como o Ensino Exploratório pode ser implementado no Ensino Médio e quais são os impactos dessa abordagem no desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes. Para isso, adotou-se como referência teórica central as contribuições de Ponte (2014), Canavarro (2011) e as cinco práticas propostas por Stein et al. (2008): antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e conectar. Essas práticas orientam a atuação docente desde o planejamento até a sistematização coletiva das aprendizagens, compondo uma dinâmica de aula que, nesta pesquisa, foi metaforicamente representada como uma sinfonia em cinco movimentos, conduzida pelo professor-regente.

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública do Distrito Federal, com uma turma do 3º ano do Ensino Médio, e teve como foco o desenvolvimento e a análise de duas tarefas matemáticas: *Octa o quê?* e *Instagramável Questão*. A primeira foi elaborada com o objetivo de introduzir a figura do octaedro regular por meio da construção e manipulação de um modelo físico, articulando conceitos da Geometria Espacial e Plana. A segunda, que constitui o núcleo central desta dissertação, propunha uma situação contextualizada em que os estudantes deveriam estimar a quantidade de papel necessária para confeccionar balões com a forma de octaedros, a partir da interpretação de uma planificação e do cálculo da área de suas faces. A tarefa foi inspirada em uma questão do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes, ENADE[1], de 2014 e adaptada para o contexto escolar.

O desenvolvimento das tarefas seguiu os princípios do Ensino Exploratório, com ênfase na autonomia dos estudantes, no trabalho em grupo e na mediação docente estimulando a participação, promovendo discussões e selecionando produções para a sistematização coletiva. A análise dos dados, conduzida segundo a técnica de análise de conteúdo proposta por Bardin (2011), permitiu identificar indícios de aprendizagem por parte dos estudantes.

Tendo como objetivo geral compreender o Ensino Exploratório enquanto aborda-

[1] Avaliação oficial do Inep/MEC que verifica o rendimento de concluintes em relação às Diretrizes Curriculares Nacionais.

gem didática para o ensino de Geometria no Ensino Médio, esta dissertação pretende contribuir para o debate sobre práticas pedagógicas inovadoras no ensino de Matemática, evidenciando o potencial do Ensino Exploratório como uma abordagem viável, intencional e potente para promover aprendizagens.

Em termos de organização textual, esta dissertação está estruturada em cinco capítulos. No Capítulo 1, apresenta-se o referencial teórico sobre o Ensino Exploratório, descrevendo seus aspectos centrais, a metáfora da aula como sinfonia nos cinco movimentos de Stein et al. (2008) e experiências prévias na Educação Básica com essa abordagem. O Capítulo 2 expõe a metodologia da pesquisa, detalhando sua natureza qualitativa, os participantes envolvidos e os instrumentos utilizados para a coleta de dados. O Capítulo 3 descreve o processo de concepção, validação e ajustes das tarefas matemáticas "Octa o quê?" e "Instagramável Questão", bem como o redirecionamento da implementação das tarefas. No Capítulo 4, apresenta-se a descrição do desenvolvimento das tarefas em sala de aula, incluindo informações preliminares e o desdobramento de cada tarefa. O Capítulo 5 reúne a análise e a discussão dos resultados, organizadas em dois eixos: a evolução do professor-pesquisador na apropriação do Ensino Exploratório e os indícios de aprendizagem dos estudantes. Por fim, nas Considerações Finais, são retomadas as reflexões sobre o percurso da pesquisa, destacadas as contribuições para a prática docente e indicadas possibilidades de continuidade dos estudos.

1 ENSINO EXPLORATÓRIO

1.1 Aspectos centrais

Antes de falarmos sobre o Ensino Exploratório é necessário estabelecermos um vocabulário. É comum ouvirmos de professores, aqui voltado para a disciplina de matemática, que irá "passar" uma atividade referindo à exercícios e ou problemas quando quer indicar uma ação do estudante. Mas essas palavras não são sinônimos. Em nosso contexto, a atividade refere-se a ações dos estudantes para realizar uma tarefa. Essa tarefa pode demandar um conjunto de atividades, ou nenhuma, caso o estudante não queira realizar ou não tenha os conceitos necessários para fazê-lo (PONTE, 2014). Não iremos aprofundar na Teoria da Atividade, mas é necessário estabelecer essa diferença para efeito de melhor descrever o estudo.

Uma importante distinção a ser feita, também, é dos tipos de tarefas. Ponte (2005) propôs que as tarefas sejam analisadas segundo duas dimensões:

- Quanto ao grau de dificuldade: podendo ser alto ou baixo;
- Quanto à sua estrutura: aberta (admitindo várias estratégias para resolução) ou fechada (poucas ou uma só estratégia para resolver).

Combinando essas duas dimensões temos, então, quatro categorias de tarefas:

- Exercícios: tarefas fechadas, de baixo desafio, voltadas à aplicação de procedimentos já aprendidos (exercícios de fixação nos livros didáticos);
- Problemas: ainda fechados, mas exigem raciocínio e seleção de estratégias (questões da Olimpíada Brasileira de Matemática);
- Explorações: abertas, com diferentes caminhos possíveis, embora com desafio moderado;
- Investigações: abertas e de alto desafio, que demandam formulação de conjecturas, testes e validações.

Na figura 1 que segue, a visualização permite uma melhor compreensão:

Essa diferenciação é fundamental, pois o Ensino Exploratório exige tarefas cognitivamente desafiadoras, capazes de gerar discussões e promover conexões matemáticas

Figura 1 – Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura.

Fonte: Ponte (2005, p.8)

significativas. A ideia não é abolir as demais tarefas, mas incluir essa tarefa e metodologia no rol de atuação do professor.

Feitas essas considerações, avançamos para a metáfora que guiará nossa compreensão da condução da aula: a aula como uma sinfonia, organizada em cinco movimentos.

1.2 Aula como música clássica

Para ilustrar a metodologia do Ensino Exploratório, propomos aqui uma metáfora da aula como uma sinfonia, conduzida pelo professor-regente. Uma sinfonia, resumidamente, é uma obra musical dividida em movimentos – allegro, adagio, minueto, entre outros – que lhe atribui um andamento próprio que cumpre uma função específica na obra. Essa alegoria foi-nos dada pela Professora Doutora Ana Paula Canavarro em uma exposição do Ensino Exploratório feita numa live no canal Grupo de Investigação em Ensino de Matemática[1] (GIEM, 2021)[2]. Cada movimento corresponde a uma das cinco práticas propostas por (STEIN et al., 2008), que guiam o professor na orquestração: antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e conectar.

Movimento I - Antecipar: o planejamento

Esse movimento ocorre antes da sala de aula. É quando o professor escolhe, analisa e resolve de várias maneiras possíveis a tarefa (colocando-se na posição do estudante) e antecipa as possíveis estratégias e dificuldades que os estudantes possam apresentar. Essa

[1] Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=M74LNWkNLKI&list=PLZhlm2zQSmyM7lLQL24hiHmvIItkiEtbq>. Acesso em: 16 jul. 2025

[2] Grupo de pesquisa da Universidade de Brasília (UnB) dedicado à formação docente e à investigação sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática. Promove encontros de estudo, desenvolvimento e análise de tarefas, com ênfase no Ensino Exploratório. Mais informações em: <https://giem.mat.unb.br/>. Acesso em: 21 set. 2025.

prática auxilia o professor em como formular perguntas que incentivem os estudantes, que apoios oferecer e expectativas dos conceitos matemáticos, ainda que compreendidos de maneira equivocada, possam aparecer.

Esse movimento também envolve pensar em aspectos práticos: tempo disponível e sua divisão em cada movimento, recursos materiais e possíveis adaptações da tarefa.

Movimento II - Monitorar: a escuta atenta

Entre o I e II movimento, há um interlúdio: a apresentação da tarefa. Aqui o professor-regente tenta garantir que os estudantes tenham compreendido a tarefa. Segue-se o desenvolvimento da tarefa onde os estudantes trabalham individualmente ou em grupos, e o professor circula, observa e registra as estratégias emergidas, sem intervir de maneira direta, Como ressaltam Canavarro (2011) e Stein et al. (2008). O objetivo é compreender os raciocínios, identificar dificuldades e sequenciar as estratégias de resolução que serão usadas na discussão coletiva.

Movimento III - Selecionar: organizando as vozes

Com base no monitoramento, o professor-regente seleciona quais estratégias serão destacadas na discussão coletiva. A escolha não é aleatória: deve considerar as ideias e seu potencial para promover conexões com os objetivos da aula. Nem todas as estratégias precisam ser apresentadas; importa criar uma sequência que conte uma "história" matemática coerente. Não precisa, nem mesmo, que seja uma solução correta, pois os questionamentos dos estudantes enriquecem o debate.

Movimento IV - Sequenciar: compondo a ordem dos temas

Selecionar as estratégias é apenas parte do trabalho: o próximo passo é definir a ordem em que serão apresentadas. Essa decisão influencia a clareza da discussão e a construção de significados. Aqui há várias maneiras de fazê-lo. Em Stein et al. (2008) temos algumas delas:

- Começar pelas estratégias mais comuns até as menos comuns. Isso pode ajudar os estudantes a perceberem outras possíveis resoluções;

- Apresentar uma estratégia que possui vício de entendimento errôneo de um conceito matemático apresentado por alguns grupos. Outros estudantes podem mitigar tal vício durante a discussão;

- Apresentar as estratégias mais acessíveis e ir escalando a dificuldade.

Sobre a escolha da sequência os autores afirmam:

> "No entanto, é claro que, assim como acontece com as outras quatro práticas, a sequência específica que os professores escolhem utilizar deve depender, de forma crucial, tanto do conhecimento que possuem sobre seus estudantes quanto dos objetivos instrucionais que pretendem alcançar" (STEIN et al., 2008, p. 22, tradução nossa)

De outra maneira, não há uma escolha padrão. Depende dos estudantes, da tarefa e do professor e o que quer atingir.

Movimento V - Conectar: para onde tudo culmina

O movimento final consiste em articular as estratégias apresentadas e selecionadas com os conceitos matemáticos pretendidos. É preciso conduzir a reflexão para que os estudantes compreendam relações, comparem métodos, consolidem os conceitos matemáticos e garantindo a qualidade matemática das ideias, como enfatizam Duarte, Faria e Ponte (2024).

A discussão coletiva proporciona um momento importante onde os estudantes expõem suas soluções e explicam-nas. Para além de decorar uma fórmula, o Ensino Exploratório abre-lhes essa janela de exposição onde explicam e refletem sobre as estratégias desenvolvidas e consolidam o que aprenderam.

1.3 Desafios e potencialidades do Ensino Exploratório

Implementar o Ensino Exploratório exige do professor um conjunto de competências complexas contrárias às práticas usuais muito presentes no ensino tradicional. Como destacam Canavarro (2011) e Stein et al. (2008), trata-se de uma prática complexa, pois requer:

- Planejamento minucioso para antecipar estratégias possíveis, prever dificuldades e organizar a orquestração da aula;
- Gestão do tempo, já que as fases de exploração e discussão coletiva demandam mais do que uma aula expositiva;
- Flexibilidade para lidar com o inesperado, pois os estudantes podem apresentar estratégias não previstas;
- Formação docente contínua, para construir segurança no uso dessa abordagem e romper com a cultura tradicional centrada no professor.

Por outro lado, os ganhos são amplamente documentados: maior engajamento dos estudantes, desenvolvimento do raciocínio matemático, estímulo à argumentação e construção de significados (PONTE, 2014; DUARTE; FARIA; PONTE, 2024). Como observa Stein et al. (2008), a orquestração bem-sucedida de discussões não apenas melhora a compreensão de conceitos, mas também fortalece a autonomia intelectual tão preconizada nos documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)(Brasil, 2018) e Novo Currículo em Movimento (Distrito Federal, 2020) do Ensino Médio.

1.4 Experiências na Educação Básica com o Ensino Exploratório

Nesta seção, apresentamos quatro experiências recentes que evidenciam o potencial do Ensino Exploratório no ensino de Matemática e como tarefas contextualizadas, planejadas segundo essa abordagem didática, promoveram engajamento e construção significativa de conceitos matemáticos.

1.4.1 Caso 1: Educação Financeira no Ensino Fundamental

Tarefa: Decida com sabedoria, qual celular você compraria!?

Figueiredo (2023) investigou o Ensino Exploratório no contexto da Educação Financeira com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. A tarefa completa pode ser visualizada no Apêndice C.1.

O objetivo era que os estudantes refletissem criticamente sobre situações de consumo, aplicando conceitos matemáticos relacionados a porcentagem e juros. O primeiro momento consistiu em pesquisa de preços e condições de pagamento em lojas virtuais, na qual os grupos coletaram dados reais sobre valores à vista e parcelados, exigindo a tomada de decisões diante de informações diversas.

Em seguida, organizaram os dados em tabelas, compararam opções e calcularam os acréscimos decorrentes de diferentes prazos e taxas, mobilizando estratégias variadas, como regra de três e cálculos percentuais. Ao longo dessa fase, a professora assumiu o papel de mediadora, monitorando as resoluções e levantando questões que mantivessem a demanda cognitiva da tarefa, evitando a redução da atividade a simples cálculos mecânicos.

Na etapa seguinte, as soluções foram socializadas em discussão coletiva, em que os grupos apresentaram suas escolhas e justificaram suas estratégias. Essa fase, essencial no Ensino Exploratório, permitiu comparar procedimentos, discutir erros e explicitar relações entre conceitos. Por fim, a orquestração docente conduziu a sistematização das aprendizagens, evidenciando o impacto do parcelamento no valor final e a importância do planejamento financeiro. Os resultados indicaram que os estudantes assumiram papel ativo, participaram das discussões e desenvolveram senso crítico em relação ao consumo (FIGUEIREDO, 2023).

1.4.2 Caso 2: Números na EJA

Tarefa: Números na EJA

Santos (2023) desenvolveu uma sequência de tarefas com estudantes do segundo segmento da EJA, buscando analisar as contribuições do Ensino Exploratório na aprendizagem desses conteúdos. A tarefa completa pode ser visualizada no Apêndice C.2.

A tarefa incluiu atividades contextualizadas e oficinas com jogos, inspiradas no cotidiano dos estudantes, como situações de temperatura, lucros e perdas e movimentações financeiras. O trabalho se sustentou em uma abordagem qualitativa, com base na pesquisa-ação.

Durante o desenvolvimento das tarefas, os estudantes trabalharam em grupos, realizando registros, participando de discussões e sendo incentivados pelo professor a justificar suas decisões. Os resultados mostraram um aumento na participação, maior envolvimento nas aulas e indícios de avanços na compreensão dos números negativos e das operações com frações, revelando o potencial dessa abordagem mesmo em contextos marcados por defasagens educacionais.

1.4.3 Caso 3: Análise Combinatória na EJA

Tarefa: Análise Combinatória na EJA

Cerqueira (2023) investigou indícios de aprendizagem de Análise Combinatória por estudantes da terceira etapa do terceiro segmento da EJA do Distrito Federal, por meio do desenvolvimento de tarefas na perspectiva do Ensino Exploratório. A tarefa completa pode ser visualizada no Apêndice C.3.

A tarefa envolveu situações-problema contextualizadas, como formação de senhas, combinações de roupas e montagem de cardápios, que incentivavam a contagem de possibilidades e exigiam que os estudantes sustentassem suas decisões.

As tarefas foram elaboradas e implementadas pela própria professora-pesquisadora, que atuou monitorando os grupos e conduzindo discussões coletivas. Foram analisadas as produções escritas, os registros das interações em aula e as estratégias mobilizadas pelos estudantes. A pesquisa evidenciou que a resolução em grupo, aliada à mediação intencional da professora, contribuiu para que os estudantes explorassem diferentes formas de resolver os problemas, utilizando estratégias de contagem e representações variadas, mesmo diante de dificuldades iniciais com a interpretação ou com a abstração envolvida nas atividades.

1.4.4 Caso 4: Função afim no contexto do carneiro hidráulico

Tarefa: Carneiro hidráulico

Freitas (2024) desenvolveu o conceito de função afim numa tarefa implementada em uma escola rural do Distrito Federal. A tarefa completa pode ser visualizada no Apêndice C.4.

A tarefa teve como tema central o **carneiro hidráulico**[3], tecnologia de baixo custo e que poderia ter alta relevância para a comunidade local, pois possibilita bombear água sem energia elétrica.

O desenvolvimento da tarefa foi estruturado em diferentes momentos. Inicialmente, o professor buscou despertar a curiosidade exibindo o filme *O menino que descobriu o vento*, cuja narrativa aborda a criação de soluções tecnológicas para enfrentar problemas cotidianos, no caso do filme a escassez de água e energia elétrica. Em seguida, foi apresentada a tarefa que envolvia o uso do carneiro hidráulico para calcular o volume do reservatório, realizar cálculos percentuais e compreender a relação entre as variáveis envolvidas, entre outras situações.

A resolução exigiu que os estudantes elaborassem estratégias próprias, organizando medidas e discutindo como aplicar conceitos de proporcionalidade e função afim para interpretar o funcionamento do dispositivo. Durante esse processo, o professor atuou monitorando os grupos, levantando perguntas e estimulando a argumentação, conforme orientam Stein et al. (2008). Como resultado, verificou-se um alto nível de engajamento, com participação ativa e colaborativa, além de avanços na compreensão de conceitos matemáticos.

1.4.5 Síntese dos casos analisados

As quatro experiências apresentadas evidenciam que o Ensino Exploratório é uma abordagem didática promissora para a aprendizagem de Matemática, mesmo em contextos diversos, como no segmento EJA, escolas rurais e Ensino Fundamental. Em todos os casos, os professores-pesquisadores realizaram uma preparação cuidadosa, que incluiu estudo prévio do referencial teórico, definição clara de objetivos, seleção criteriosa de contextos significativos e planejamento das etapas de aula de forma a favorecer a investigação matemática e os momentos de discussão coletiva. Essa preparação esteve presente tanto na tarefa *Decida com sabedoria, qual celular você compraria!?* (FIGUEIREDO, 2023), quanto nas sequências e conjuntos de tarefas sobre números inteiros e racionais (SANTOS, 2023) e de Análise Combinatória (CERQUEIRA, 2023), e na tarefa *Carneiro Hidráulico* (FREITAS, 2024). Durante a implementação, os professores-pesquisadores enfrentaram desafios

[3] Dispositivo que utiliza a energia da água para bombear parte do próprio volume a um nível mais elevado, sem necessidade de energia elétrica ou combustível.

como a gestão do tempo, o desnivelamento de conhecimentos prévios, idades e experiências escolares dos estudantes — característica especialmente presente na EJA e em contextos com grande diversidade de perfis —, as dificuldades de interpretação e abstração de alguns estudantes, a necessidade de manter a demanda cognitiva e o engajamento em turmas com diferentes realidades, além das adaptações pontuais para adequar a linguagem e os exemplos ao contexto. Apesar dessas dificuldades, os resultados mostraram ganhos expressivos: os estudantes participaram ativamente, mobilizaram estratégias próprias, construíram significados, aprimoraram o raciocínio matemático e a comunicação oral e escrita; para os professores-pesquisadores, as experiências ampliaram competências de mediação e orquestração de discussões, consolidaram a compreensão sobre o papel do professor no Ensino Exploratório e reforçaram a relevância dessa abordagem para promover aprendizagens matemáticas.

2 METODOLOGIA

2.1 Da Natureza da Pesquisa

A presente investigação caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, pois busca compreender fenômenos educacionais em um contexto real de sala de aula, privilegiando descrições, interpretações e significados atribuídos pelos participantes, em vez de basear-se prioritariamente em medições estatísticas. De acordo com Gil (2025), a pesquisa qualitativa "se fundamenta em amplas descrições e não em dados numéricos", destacando-se pelo caráter interpretativo e pela análise aprofundada dos processos estudados. Na mesma direção, Strauss e Corbin (2008 apud GIL, 2025, p. 10) definem pesquisa qualitativa como "qualquer tipo de pesquisa que produza resultados não alcançados por meio de procedimentos estatísticos ou de outros meios de quantificação", reforçando que essa abordagem é apropriada quando se busca compreender interações e significados. Dessa forma, a escolha pela abordagem qualitativa justifica-se pelo foco deste trabalho: analisar as estratégias desenvolvidas pelos estudantes durante a resolução de tarefas no contexto do Ensino Exploratório, o que demanda identificar e compreender as nuances do raciocínio matemático, interações entre pares e mediações docentes – aspectos que dificilmente seriam apreendidos por métodos quantitativos.

2.2 Dos Participantes

Participaram da pesquisa estudantes do 3º ano do Ensino Médio da regional do Plano Piloto com idades entre 16 e 19 anos, organizados em grupos para a realização das tarefas. No primeiro encontro, correspondente à tarefa *Octa o quê?*, houve a participação de 20 estudantes, sendo 14 meninas e 6 meninos, distribuídos em seis grupos, dos quais quatro grupos eram compostos por três integrantes e dois grupos por quatro integrantes. No segundo encontro, referente à tarefa *Instagramável Questão*, participaram 19 estudantes, sendo 14 meninas e 5 meninos, organizados em cinco grupos, dos quais quatro grupos contavam com quatro integrantes e um grupo com três integrantes. A organização dos estudantes em pequenos grupos foi intencional, visando favorecer a troca de ideias, a argumentação e a construção coletiva de estratégias de resolução, aspectos centrais na abordagem do Ensino Exploratório.

2.3 Dos Instrumentos de Construção de Dados

Para o registro e análise do desenvolvimento das tarefas, foram utilizados diferentes instrumentos que possibilitaram observar tanto os processos individuais quanto as interações em grupo. Foram considerados:

- Registros escritos produzidos pelos estudantes durante a resolução das tarefas, incluindo rascunhos e respostas finais;
- Gravações em áudio, que permitiram analisar as discussões, argumentações e estratégias utilizadas pelos grupos;
- Fotografias das produções e construções realizadas durante as aulas;
- Anotações realizadas por uma professora observadora (colaboradora da pesquisa), nas quais foram registradas a dinâmica das aulas, as mediações do professor-pesquisador e a participação dos estudantes.

A escolha desses instrumentos justifica-se por sua capacidade de fornecer dados consistentes e variados, adequados à abordagem qualitativa adotada e também, por possibilitar análise detalhada das interações, estratégias e raciocínios dos estudantes no contexto do Ensino Exploratório.

3 A CONSTRUÇÃO DAS TAREFAS

Este capítulo apresenta a construção das tarefas, desde os primeiros esboços até o momento de validação junto a professores da área. As três tarefas desenvolvidas (*Instagramável Questão*, *Octa o quê?* e uma terceira, voltada ao estudo de áreas) foram planejadas para incentivar a participação ativa dos estudantes, a construção de significados matemáticos e a valorização do raciocínio investigativo. No entanto, a análise e a discussão desta dissertação concentram-se apenas nas duas primeiras, decisão que será justificada ao longo do texto.

3.1 Processo de Concepção

A tarefa *Instagramável Questão* teve como base a questão 24 do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE) — Licenciatura em Matemática — de 2014, escolhida pelo seu potencial como elemento disparador de discussões relacionadas tanto ao conteúdo geométrico quanto ao conteúdo didático. Foi mantida integralmente quanto ao conteúdo e objetivos, mas com modificações em sua redação, que originalmente apresentava ambiguidades e dificultava a compreensão por parte dos estudantes, como podemos observar na figura 2. A reformulação buscou tornar o texto mais claro, direto e acessível, sem comprometer sua natureza exploratória e aberta.

Figura 2 – Questão 24 do ENADE 2014 para licenciandos em Matemática

QUESTÃO 24

Uma tendência no ensino de geometria é adotar metodologias que partem de uma situação problema, oportunizando o envolvimento do aluno na manipulação de material concreto, construções, experimentações e conjecturas para a construção do seu conhecimento. Nessa perspectiva, um professor propõe aos seus alunos que determinem a quantidade de papel necessário para confeccionar balões para enfeitar a festa junina da escola. Deseja-se fazer 10 balões de diversas cores. O professor informa que devem ser comprados 20% a mais de papel de cada cor, devido a recortes, colagem e perdas eventuais. Além disso, os balões devem ter a forma de um octaedro regular cuja planificação está representada na figura abaixo.

Os alunos observam, pela planificação do octaedro, que ele é um sólido com 8 faces semelhantes, sendo todas elas triângulos equiláteros. Em certa fase do trabalho, eles concluem que, para obter a resposta do problema, precisam saber que altura o professor quer que os balões tenham. Nesse momento, o professor informa que deseja um balão cuja característica seja ter todas as faces com 20 centímetros de altura.

Com base nessas informações, a quantidade total de papel necessária para confeccionar os 10 balões solicitados, em metros quadrados, é igual a

(A) $\frac{4\sqrt{3}}{75}$.

(B) $\frac{8\sqrt{3}}{25}$.

(C) $\frac{4\sqrt{3}}{25}$.

(D) $\frac{2\sqrt{3}}{75}$.

(E) $\frac{32\sqrt{3}}{25}$.

Fonte: INEP (2014).

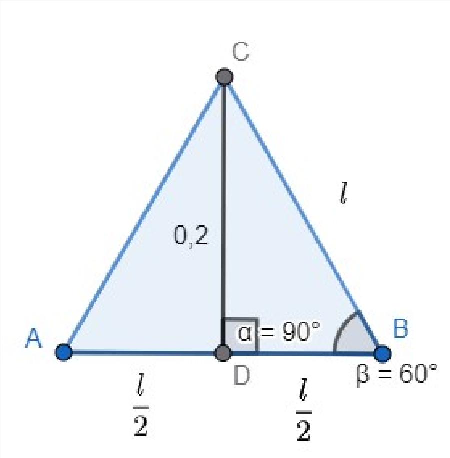
Estabelecida a tarefa, surgiu a pergunta: quais conceitos matemáticos seriam necessários para sua realização? Para respondê-la, foi necessário resolvê-la de várias maneiras diferentes, como sugere, fortemente, autores e pesquisadores do Ensino Exploratório. O processo de resolução permitiu antecipar as estratégias prováveis e os obstáculos possíveis. A seguir, apresenta-se uma resolução possível a partir de dois caminhos, a saber: por razão trigonométrica e pelo Teorema de Pitágoras.

Resolução da tarefa *Instagramável Questão*

A estratégia de resolução é encontrar o lado do triângulo equilátero, calcular a área de uma face, multiplicar pelo número de faces do octaedro, multiplicar pelo número de balões e aplicar o acréscimo de 20%.

Para obtermos o lado do triângulo, há, pelo menos, duas estratégias.

Utilizaremos o triângulo a seguir:



1. Usando Razões Trigonométricas

Convertendo a altura dada de centímetros para metros: 0,2 m.

Considerando no triângulo BDC o ângulo de 60°, temos:

$$\sin(60^\circ) = \frac{0{,}2}{l} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{0{,}2}{l} \Rightarrow l = \frac{0{,}4\sqrt{3}}{3} \text{ m}$$

A área da face (triângulo ABC) é:

$$S = \frac{l \cdot 0{,}2}{2} = \frac{\left(\frac{0{,}4\sqrt{3}}{3}\right) \cdot 0{,}2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{75} \text{ m}^2$$

Multiplicando pelas 80 faces dos 10 balões:

$$A_{\text{total}} = 80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{75} = \frac{80\sqrt{3}}{75}$$

Com o acréscimo de 20%:

$$A_{\text{final}} = \frac{80\sqrt{3}}{75} \cdot 1{,}2 = \frac{96\sqrt{3}}{75} = \frac{32\sqrt{3}}{25} \text{ m}^2$$

2. Usando o Teorema de Pitágoras

No triângulo BDC, temos:

$$l^2 = 0{,}2^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3l^2}{4} = 0{,}04 \Rightarrow l = \frac{0{,}4\sqrt{3}}{3}\ \text{m}$$

O restante da resolução segue os mesmos passos do método anterior.

Resposta final: alternativa E.

Observando os conceitos mobilizados para sua resolução e antecipando possíveis dificuldades, o professor-pesquisador elencou situações que poderiam ocorrer durante o desenvolvimento da *Instagramável Questão*.

Tabela 1 – Antecipações da tarefa *Instagramável Questão*

Aspecto	**Descrição da dificuldade**	**Observação/Exemplo**
Interpretação do Problema	Dificuldade em saber o que está sendo solicitado	Pelo caráter da tarefa ser aberta, não há o imperativo do que calcular. Essa informação é extraída da interpretação do texto.
Objeto matemático	Falta de familiaridade com o conteúdo de geometria espacial.	Estudantes podem não identificar que o octaedro é composto por 8 faces triangulares equiláteras.
Diferença entre modelo físico e dados da questão	Confusão entre o octaedro construído em sala e o descrito na tarefa.	Podem usar medidas do modelo real, sem considerar as fornecidas no enunciado.
Classificação dos Triângulos	Não lembrar ou desconhecer a classificação dos triângulos quanto à medida dos lados e ângulos.	A classificação pode ajudar a reconhecer características que os ajudem no desenvolvimento da tarefa.
Fórmula da área de triângulos	Não lembrar ou desconhecer a fórmula da área de triângulos, em geral. E, em especial, a do triângulo equilátero.	Confundir com a fórmula da área do retângulo, ou do quadrado.
Unidades de Medida	Confusão entre centímetros e metros quadrados.	Podem deixar o resultado em cm^2 ou errar a conversão final para m^2.
Cálculo com Porcentagem	Erro ao adicionar os 20% extras de papel.	Podem somar 20 em vez de calcular 20% do total; ou esquecer de considerar esse acréscimo.

Aspecto	**Descrição da dificuldade**	**Observação/Exemplo**
Multiplicação Escalar	Dificuldade em calcular a área de uma face e multiplicar corretamente por 8 (faces) e depois por 10 (balões).	Tendem a errar ao organizar os fatores, confundindo etapas do cálculo.
Estimativa e Arredondamento	Insegurança ao trabalhar com raiz quadrada de 3 ou aproximações numéricas.	Podem usar aproximações incorretas ou arredondar de forma imprecisa.
Confiança e validação de resultados	Insegurança quanto ao desenvolvimento e à validação da resposta final.	Mesmo com procedimentos corretos, estudantes podem hesitar em assumir a solução sem validação do professor.

Fonte: próprio autor.

A partir disso, outra pergunta se impôs: estudantes de qual nível de escolaridade estariam aptos a resolver essa tarefa? Observamos que os conceitos matemáticos envolvidos integram-se ao currículo do Ensino Fundamental, exceto a familiaridade com o octaedro regular, figura que raramente é explorada no Ensino Fundamental. Com isso, a decisão de posicionar a tarefa no 1º ano do Ensino Médio ganhou corpo, pois mediante uma tarefa introdutória ao octaedro, poderíamos posicionar ali a *Instagramável Questão*. Diante dessa constatação, surgiu a *Octa o quê?*, uma tarefa cujo objetivo era apresentar essa figura geométrica aos estudantes, permitindo que eles a manipulassem, reconhecessem e relacionassem com suas propriedades planas e espaciais. A tarefa é apresentada na figura 3 a seguir.

Figura 3 – Tarefa *Octa o Quê?*

Octa o quê?

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de tamanho igual
- 6 conectores

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

- Quantas faces tem o poliedro construído?
- Que tipo de polígono elas são?
- São todas iguais?
- Para cobrir as faces, quanto de papel precisaremos?

Fonte: próprio autor.

A tarefa *Octa o quê?* foi criada para oferecer um suporte visual e manipulativo à compreensão do octaedro regular. A proposta envolveu a montagem da planificação da figura e discussões sobre sua estrutura, áreas e simetrias, promovendo a articulação entre Geometria Plana e Espacial. A tabela a seguir foi elaborada pelo professor-pesquisador como antecipação, também, dessa tarefa.

Tabela 2 – Antecipações da tarefa *Octa o quê?*

Aspecto	**Descrição da dificuldade**	**Observação/Exemplo**
Interpretação da tarefa	Não leitura ou leitura parcial.	Com os kits em mãos os estudantes poderiam deixar a instrução de lado e manipular o material que possuíam.
Visualização espacial	Dificuldade em imaginar o octaedro tridimensional a partir das peças.	Estudantes não conseguem prever a forma final e montam figuras diferentes da esperada.
Reconhecimento de formas	Confusão sobre o tipo de polígono das faces.	Não notarem o triângulo em razão dos conectores. Acharem que poderia se tratar de um outro polígono pela imprecisão no encontro dos conectores no vértice.
Identificação de triângulos equiláteros	Não reconhecer ou não saber o significado do termo "equilátero".	Usar expressões como "todos iguais" sem rigor matemático.
Fórmula da área	Dificuldade em aplicar a fórmula correta da área do triângulo.	Tentam usar base $\times$ altura $\div$ 2 sem saber como obter a altura.
Proceder	Insegurança em realizar cálculos sem números explícitos.	Questionam se é possível calcular a área sem valores numéricos definidos.
Leitura das instruções	Interpretação incompleta ou confusa do manual de montagem.	Não percebem que o octaedro resulta da união de duas pirâmides.
Organização do grupo	Dificuldade de cooperação durante a montagem.	Perdem peças, se atrapalham na montagem, ou montam separados.
Postura frente à tarefa	Desconforto com o caráter aberto e investigativo da proposta.	Esperam instruções diretas e validação imediata do professor.
Linguagem matemática	Uso de termos informais ou vagos para descrever o sólido.	Falam que "tem pontas", "parece um diamante", ou "é tipo uma estrela".
Noção de simetria	Falta de percepção das simetrias presentes no octaedro.	Não observam que todas as faces são congruentes.
Conexão com conceitos anteriores	Fragilidade na retomada de ideias já vistas, como face, vértice, poliedro.	Precisam de mediação constante para usar a linguagem correta.

Fonte: próprio autor.

Por fim, a terceira tarefa foi elaborada para apoiar o desenvolvimento do conceito de área de triângulos, a partir da decomposição de paralelogramos e relações entre figuras planas.

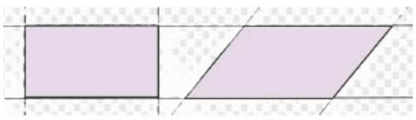
Figura 4 – Explorando a área do triângulo – Página 1

Explorando Áreas (Aula 1)

Explorando a Área do Paralelogramo

1. **Desenhe um Retângulo:**
   - Na malha quadrangular abaixo, desenhe um **retângulo de qualquer tamanho** que desejar (não o faça muito grande pois precisaremos de espaço).
   - Registre as medidas da base e da altura.
   - Calcule a área do seu retângulo. Registre.

2. **Criando um Paralelogramo:**
   - A partir do retângulo que você desenhou, incline dois lados sem alterar o tamanho da base ou a altura, para formar um paralelogramo, como na imagem abaixo:



   - Calcule a área do paralelogramo.
   - A partir das áreas do retângulo e do paralelogramo, o que você observa?

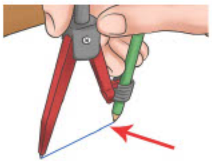
3. **Generalização:**
   - Com base na sua construção e observação, escreva uma expressão geral para a área do paralelogramo e explique por que ela equivale à do retângulo.

Fonte: próprio autor.

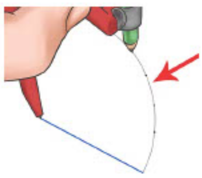
Explorando a área do triângulo – Página 2

Explorando a área do Triângulo

1. **Metade do Paralelogramo:**
    - No paralelogramo que você criou trace uma diagonal que o divida ao meio.
    - Observe as duas partes formadas. O que você percebe sobre suas áreas?
    - Como calcular a área de um triângulo a partir da área do paralelogramo?
2. **Triângulos:**
    - Desenhe, abaixo da construção anterior, um dos triângulos que resultaram depois de traçar a diagonal.
    - **Com o auxílio de uma régua, trace uma reta paralela à base do triângulo passando pelo vértice.**
    - Marque três **pontos aleatórios** nessa reta.
    - Com esses três pontos, forme três triângulos que compartilham a mesma base.
    - Compare suas áreas. O que você percebe? Registre.
3. **Construindo um triângulo especial com o compasso:**
    - Em uma folha e com o auxílio de uma régua trace um segmento de reta (um pedaço de reta) de 5 centímetros.
    - Pegue um compasso e fixe uma extremidade (a ponta seca) no início desse segmento e a outra no final do segmento.



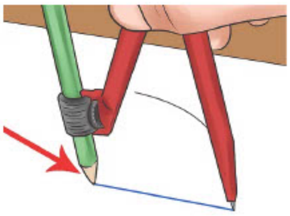
    - Gire o compasso de forma a desenhar, aproximadamente, ¼ de círculo



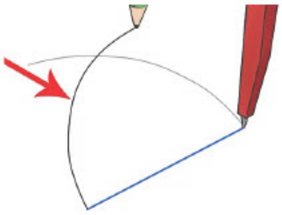
Fonte: próprio autor.

Explorando a área do triângulo – Página 3

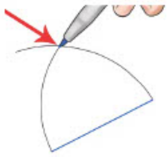
- **Agora, fixe a ponta seca na outra extremidade do segmento.**



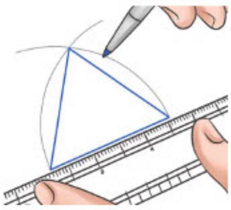
- **Gire o compasso de forma a desenhar ¼ de círculo novamente, mas corte o primeiro "pedaço" de círculo desenhado.**



- **Marque o ponto onde as curvas se encontram.**



- **Finalmente, com uma régua, trace mais dois segmentos de reta para formar o triângulo utilizando o ponto que construiu.**



- **Quanto mede cada lado do triângulo que você construiu?**

Fonte: próprio autor.

Explorando a área do triângulo – Página 4

- **Para calcular sua área, daria para fazer como fizemos anteriormente? O que falta?**
- **Você se lembra do Teorema de Pitágoras? Escreva-o da maneira que lembrar.**
- **Como encontrar essa medida que falta?**
- **Ao longo da aula de hoje, você vivenciou muitas ações e trabalhou bastante. Registre abaixo o que você aprendeu de melhor e alguma dúvida que ficou. Suas informações ajudarão a melhorar a próxima aula.**

Fonte: próprio autor.

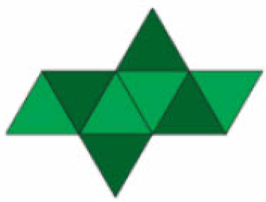
Inicialmente, ela faria parte da sequência a ser desenvolvida no 1º ano do Ensino Médio, como preparação para a tarefa principal e para acostumar os estudantes a esse tipo de trabalho onde teriam maior autonomia.

Assim, as tarefas *Explorando a área do triângulo* e *Octa o quê?* contribuíram diretamente para a elaboração da versão final da tarefa *Instagramável Questão*. A seguir, apresenta-se a versão adaptada utilizada nesta pesquisa.

Figura 5 – Tarefa Matemática adaptada a partir da questão 24 do ENADE 2014

Instagramável Questão!

A tarefa que faremos, consiste em sabermos quanto de papel seria necessário para fazermos balões para uma festa junina. Deseja-se fazer 10 balões revestidos com um papel para a festa. Devido a recortes, colagem e perdas eventuais, devemos comprar um pouco mais desse papel, cerca de 20% a mais. Além disso, os balões devem ter a forma de um octaedro regular cuja planificação está representada na figura abaixo.



Observem, pela planificação do octaedro, que ele é um sólido com 8 faces congruentes, sendo todas elas triângulos equiláteros onde cada face deve ter 20 centímetros de altura.

Com base nessas informações, a quantidade total de papel necessária para confeccionar os 10 balões, em metros quadrados, é igual a:

Fonte: próprio autor.

3.2 Validação das Tarefas

O processo de validação das tarefas *Octa o quê?* e *Instagramável Questão* ocorreu em dois momentos complementares, que serão descritos a seguir.

Momento 1 – Análise crítica com professores atuantes no Ensino Exploratório

As tarefas *Octa o quê?* e *Instagramável Questão* foram compartilhadas previamente, por meio de uma pasta no Google Drive, com cinco professores com atuação ou envolvimento com o Ensino Exploratório. No momento do envio, a tarefa *Octa o quê?* já havia sido finalizada pelo pesquisador, e a *Instagramável Questão* foi mantida sem alterações de conteúdo, sendo apenas retiradas as alternativas originais.

O envio antecipado possibilitou que os professores realizassem a leitura prévia e registrassem observações antes do encontro. A reunião ocorreu em 31 de março de 2024, de forma remota, via Zoom, com início às 19h30 e duração aproximada de 1h30. O objetivo foi discutir a clareza, pertinência e potencial investigativo das propostas. As principais contribuições foram:

- **Professor 1**: sugeriu inserir, na fase inicial de conceitualização e formalização da área de um triângulo qualquer, uma provocação em relação à área do triângulo equilátero, de modo a levar à sua dedução em função do lado, considerando-o como um caso especial.
- **Professor 2**: apontou que, na *Instagramável Questão*, havia um dado, 20 cm, que parecia estar "solto" no texto. Propôs que a informação fosse incorporada diretamente ao enunciado da pergunta final, tornando-a mais clara.
- **Professor 3**: questionou a necessidade de definir previamente se seria permitido o uso de calculadoras e, caso negativo, incluir uma aproximação numérica para a raiz de 3.
- **Professor 4**: sugeriu, na tarefa sobre área de paralelogramo, alterar a abordagem para modificar apenas o ângulo e não o lado, facilitando a compreensão pelos estudantes.
- **Professor 5**: quanto à redação da questão do ENADE, frases ou palavras que induziam o estudante a erro de interpretação ou confusão com os dados.

Essas contribuições resultaram em ajustes pontuais nas tarefas, especialmente no que diz respeito à clareza dos enunciados, à coerência das informações e à ampliação do potencial investigativo, além da adequação da linguagem às condições de resolução previstas.

Momento 2 – Validação presencial com licenciandos em Matemática

O segundo momento de validação ocorreu de forma presencial, no dia 8 de abril de 2024, das 20h às 22h, no âmbito da disciplina *Geometria para o Ensino II*, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Brasília. Participaram 13 licenciandos, que atuaram como futuros professores no papel de solucionadores e avaliadores das tarefas.

A sessão iniciou-se com uma apresentação do professor-pesquisador, estruturada em cinco slides, abordando: (i) trajetória acadêmica e profissional; (ii) formação em Matemática pela Universidade de Brasília; (iii) experiências de atuação docente; (iv) ingresso no PROFMAT; e (v) apresentação das tarefas.

Em seguida, foram desenvolvidas as tarefas *Octa o quê?* e *Instagramável Questão* (já incorporando as alterações sugeridas no Momento 1). Durante a resolução, os licenciandos trabalharam em grupos, registrando suas estratégias e discutindo as possíveis interpretações dos enunciados. Ao final, foram levantadas observações referentes à clareza textual, à viabilidade de aplicação em turmas da Educação Básica e ao potencial para promover discussões coletivas na perspectiva do Ensino Exploratório.

Este momento constituiu-se também como a primeira oportunidade de implementação das tarefas, permitindo ao professor-pesquisador exercitar e refinar práticas de condução alinhadas ao Ensino Exploratório, em especial monitorar as estratégias desenvolvidas, sequenciar a ordem de socialização das resoluções e conectar as produções com os objetivos matemáticos propostos. As interações permitiram verificar a efetividade das alterações feitas anteriormente e fortaleceram a versão final das tarefas para aplicação junto aos estudantes do Ensino Médio.

Não houve sugestões adicionais de adaptação das tarefas, e os apontamentos sobre as possíveis dificuldades estavam em consonância com o que o professor-pesquisador havia antecipado. Os licenciandos também puderam registrar suas percepções em um breve formulário (figura 6).

Figura 6 – Questões propostas aos licenciandos para compartilharem suas impressões a respeito das tarefas.

Refletindo...

- Quais conceitos de geometria a Tarefa Matemática (TM) aborda?

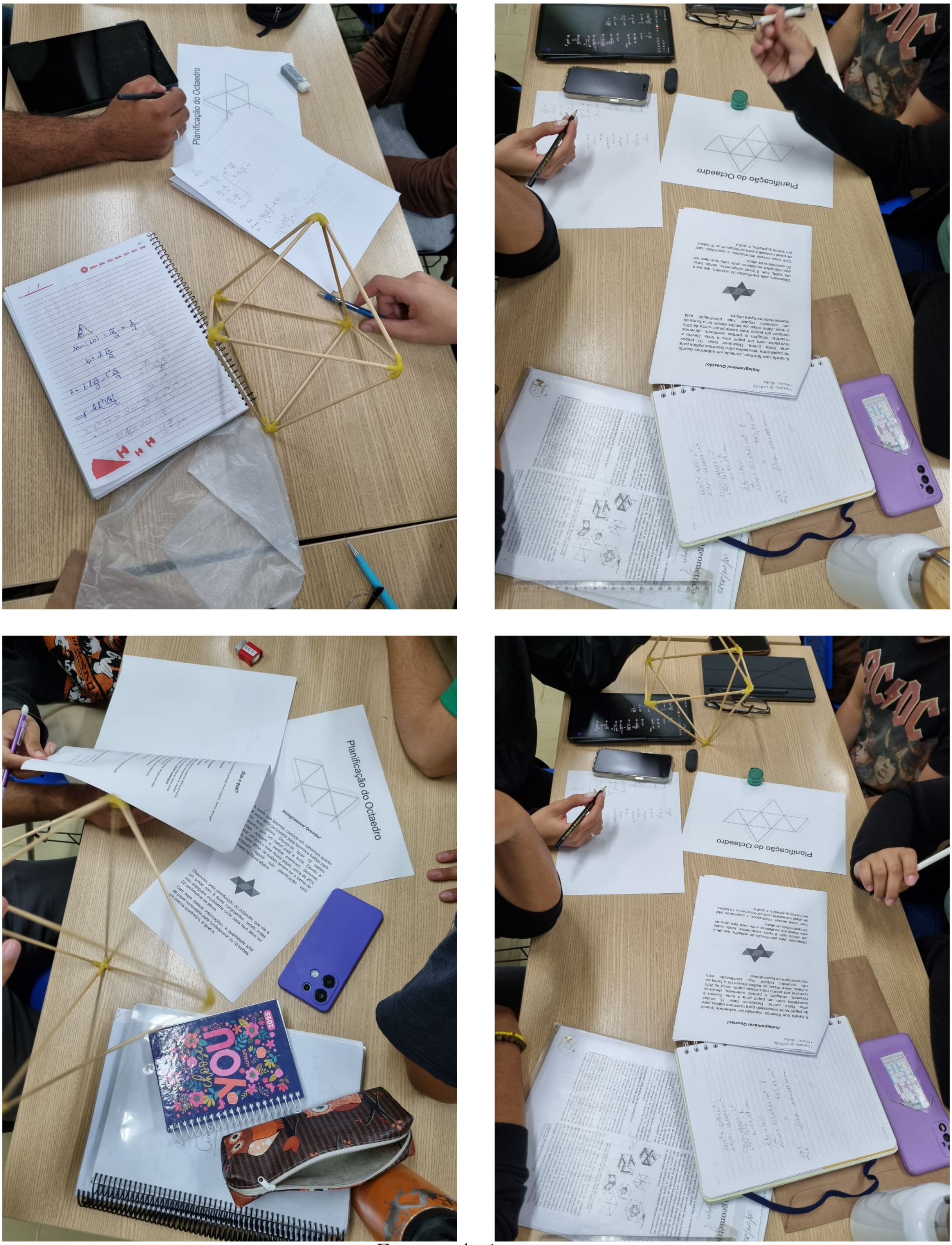
- A TM foi adaptada para o primeiro ano do ensino médio. Você julga estar adequado? Que alteração poderia ser feita para melhor compreensão pelos estudantes?

- Que dificuldades os estudantes podem apresentar?

- A TM "Octa o quê?" precede o desenvolvimento da TM do ENADE. Essa abordagem melhora, piora ou não contribui para compreensão do estudante sobre a TM?

Fonte: próprio autor.

Figura 7 – Validação presencial das tarefas com licenciandos em Matemática



Fonte: próprio autor.

3.3 Redirecionamento do desenvolvimento das tarefas

As tarefas inicialmente foram planejadas para desenvolvimento em turmas do 1º ano do Ensino Médio. Durante a fase de validação com professores da área, houve consenso de que a tarefa sobre áreas desempenharia um papel importante na retomada e consolidação dos conceitos fundamentais de área de figuras planas, especialmente o triângulo.

Contudo, ao longo do desenvolvimento das tarefas com os estudantes (especialmente na tarefa *Octa o quê?*) foi possível perceber, por meio da observação empírica, que as turmas do 1º ano em questão não possuíam os conhecimentos prévios necessários para alcançar os objetivos da tarefa principal da sequência. Em particular, notou-se que os estudantes não dominavam o Teorema de Pitágoras nem as razões trigonométricas, ferramentas essenciais para o cálculo indireto de medidas.

Essa lacuna conceitual em relação ao Currículo em Movimento[1] ficou evidente quando os estudantes, ao serem solicitados a calcular a área da face de um octaedro regular, recorreram somente à medição direta com régua, extraindo a base e a altura do triângulo a partir do modelo físico da figura. Esse procedimento, embora válido no contexto da tarefa *Octa o quê?*, contrastava com a demanda da *Instagramável Questão*, cuja resolução exigia inferir a base de um triângulo a partir da altura dada — ou seja, realizar um cálculo indireto com base em relações geométricas. O professor-pesquisador, durante a fase de conclusão, perguntou à turma se haveria outra maneira de obter a altura do triângulo, agora de maneira indireta, ou seja, sem ser pela medição, mas possuindo apenas a medida do lado do triângulo e a resposta foi negativa. Também foram perguntados se recordavam-se do Teorema de Pitágoras e novamente a resposta foi negativa.

Diante desse cenário, optou-se por redirecionar o desenvolvimento das tarefas para turmas do 3º ano do Ensino Médio, que já haviam estudado formalmente os conteúdos de Geometria necessários. Essa decisão visou evitar frustrações por parte dos estudantes do 1º ano, que poderiam sentir-se desmotivados frente a uma tarefa para a qual não estavam suficientemente preparados, comprometendo não apenas o engajamento, mas também os objetivos da tarefa. Também encontrou amparo em Canavarro, Oliveira e Menezes (2012, p. 256), que destacam que, em aulas exploratórias, é essencial manter o desafio cognitivo das tarefas, garantindo que os estudantes disponham dos conhecimentos prévios necessários para explorá-las de forma produtiva, evitando frustrações e comprometimento dos objetivos pedagógicos.

[1] O Currículo em Movimento é o documento curricular oficial da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal, elaborado em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e organizado por áreas de conhecimento.

4 DESCRIÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DAS TAREFAS

Nas linhas que seguem, descreveremos o desenvolvimento em sala das tarefas cuja construção foi descrita anteriormente.

4.1 Contextos e Procedimentos

As tarefas *Octa o quê?* e *Instagramável Questão* foram desenvolvidas, respectivamente, em 25 e 28 de abril de 2025 a uma mesma turma do 3º ano do Ensino Médio, no turno matutino de um Centro de Ensino Médio da Regional Plano Piloto. Utilizou-se 4 tempos de 50 minutos cada, dois em cada dia.

A primeira tarefa, *Octa o quê?*, foi desenvolvida por seis grupos com quatro estudantes cada, mas o registro de áudio só pôde ser feito em cinco desses - o sexto gravador era de um modelo diferente dos outros e o professor-pesquisador não conseguiu utilizar - e não houve critério para escolha do grupo que ficou sem o registro. Para a segunda tarefa, *Instagramável Questão*, com quórum menor, foi desenvolvida por cinco grupos com quatro estudantes em cada e todos os áudios registrados.

Nos dois encontros, cada grupo recebeu, conforme a figura 8, um envelope contendo 12 varetas de igual comprimento, 6 conectores, uma folha com a tarefa a ser desenvolvida pelos estudantes e uma planificação do octaedro. Também um chocolate para cada componente do grupo, como um gesto de agradecimento antecipado pela participação.

Também foi escrito no quadro, para os estudantes situarem-se no tempo a tabela 3 como podemos ver seguir.

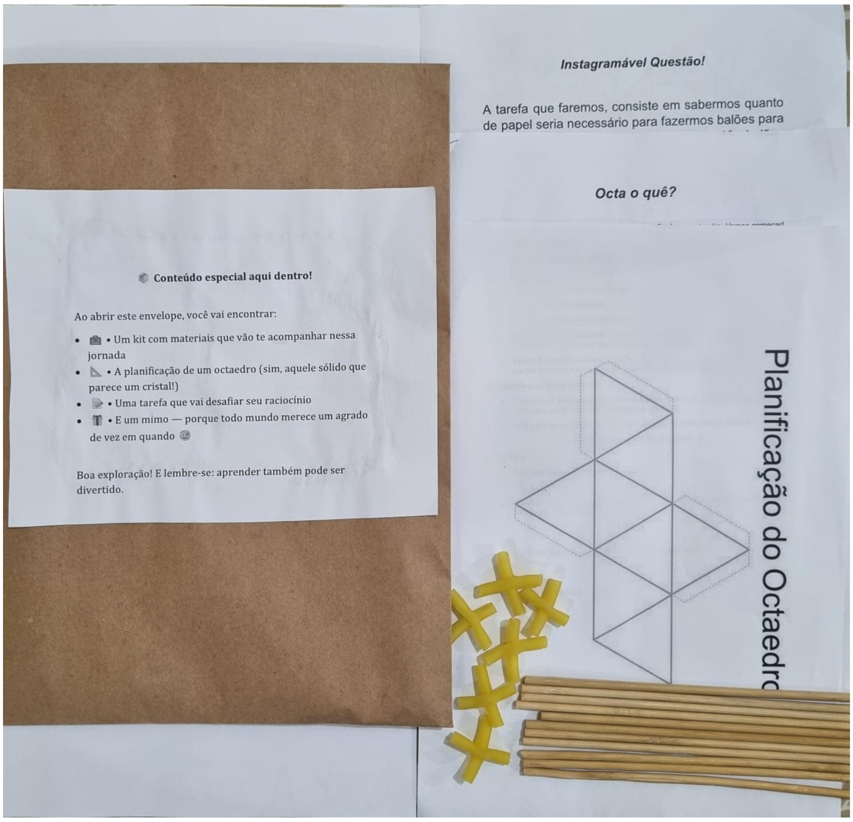
Tabela 3 – Distribuição do tempo de acordo com as fases do Ensino Exploratório como propõe Canavarro (2011).

Fase	**Descrição**
FASE 1	Introdução
FASE 2	Trabalho em grupo
FASE 3	Discussão Coletiva
FASE 4	Sistematização

Fonte: Canavarro (2011)

Durante o desenvolvimento das tarefas, sempre estiveram presentes o professor-

Figura 8 – Kit recebido por cada grupo.



Fonte: próprio autor.

pesquisador, uma professora observadora (colaboradora) e a professora regente.

4.2 A Tarefa Octa o Quê?

A tarefa *Octa o quê?* teve como objetivo proporcionar aos estudantes uma experiência de exploração geométrica por meio da construção de um octaedro e aproximá-los do objeto a ser estudado na tarefa do próximo encontro. A proposta estava fundamentada na mobilização de habilidades como visualização espacial, reconhecimento de propriedades dos sólidos e discussão de conceitos relacionados à área de figuras planas. As perguntas sugeridas logo após a construção visavam a discussão entre os estudantes sobre o octaedro introduzindo alguns nomes como “poliedro”, “faces”, “polígono”, “área”, etc. A própria manipulação do objeto buscava favorecer uma aproximação concreta e significativa desses conceitos.

O desenvolvimento da tarefa se deu de forma a favorecer a autonomia dos estudantes na leitura e interpretação das instruções, mantendo-se alinhada aos princípios do Ensino Exploratório. Após uma breve apresentação inicial e a distribuição dos envelopes com os materiais, o professor-pesquisador orientou que os grupos lessem coletivamente o passo a passo e dessem início à construção. Essa leitura coletiva teve o intuito de dirimir eventuais dúvidas relacionadas ao texto, como vocabulário desconhecido, instruções ambíguas ou problemas de clareza. Não foram fornecidas instruções adicionais sobre o conteúdo geométrico envolvido, de modo a preservar o caráter investigativo da proposta.

Durante o desenvolvimento da tarefa, o professor-pesquisador assumiu uma postura de escuta atenta e observação para a etapa de selecionar e sequenciar as tarefas e realizar intervenções pontuais apenas quando os estudantes demonstravam impasses que pudessem comprometer o andamento da tarefa — sem, no entanto, oferecer respostas diretas às dúvidas. As intervenções buscaram, sobretudo, valorizar as ideias dos estudantes, encorajando-os a justificar suas ações e a dialogar entre si sobre as decisões tomadas.

Os estudantes demonstraram, em sua maioria, entusiasmo diante da proposta, sobretudo pelo uso de materiais concretos. Nunca haviam vivenciado essa abordagem, segundo alguns estudantes, de construir o objeto geométrico. A curiosidade inicial sobre o conteúdo foi acompanhada por tentativas espontâneas de montar o octaedro mesmo antes de ler o passo a passo, o que gerou discussões entre os integrantes dos grupos.

Apesar do envolvimento, também foram identificadas dificuldades, especialmente relacionadas à leitura atenta das instruções e à identificação das formas geométricas envolvidas. Termos como "base quadrada" ou "pirâmide quadrangular" nem sempre foram imediatamente compreendidos, e houve casos em que os estudantes chegaram a montar estruturas diferentes do esperado, sendo levados a refazê-las a partir do diálogo com os colegas. A posição dos conectores também foi objeto de discussão, pois depois do octaedro montado, alguns conectores estavam "tortos". Embora isso não comprometesse o entendimento do sólido, causava certo incômodo estético, que foi prontamente corrigido pelos próprios grupos.

Os 30 minutos finais foram dedicados à socialização das produções dos estudantes. O professor-pesquisador convidou integrantes dos grupos, previamente sequenciados, para apresentarem suas produções. Essa etapa é importante e difícil de ser executada, pois os estudantes têm receio de apresentarem as produções, por diversos fatores. A presença da professora regente contribuiu para a segurança dos estudantes em partilharem suas produções. O tempo estipulado de 30 minutos, era na verdade de 20, mas como a tarefa não demandou todo o tempo anteriormente estipulado e como o professor pesquisador gostaria de fazer uma conexão com a próxima tarefa, o tempo para essa fase final foi dilatado.

A tarefa tem um item que consiste em estabelecer a área do octaedro construído, exigindo que os estudantes recordassem como calcular a área de triângulos. Os grupos lembraram que poderiam utilizar "base vezes altura dividido por dois" no cálculo da área. Nas soluções apresentadas, a medida da altura foi obtida de maneira direta pela mensuração com régua a altura da face do sólido, em todos os grupos. Na fase de conexão, após apresentarem e discutirem as soluções, o professor-pesquisador socializou uma maneira indireta de obter a altura do triângulo, utilizando razão trigonométrica e outra maneira utilizando o Teorema de Pitágoras. Esta conclusão foi importante para a tarefa que seria objeto do próximo encontro.

Figura 9 – Estudantes durante a aula

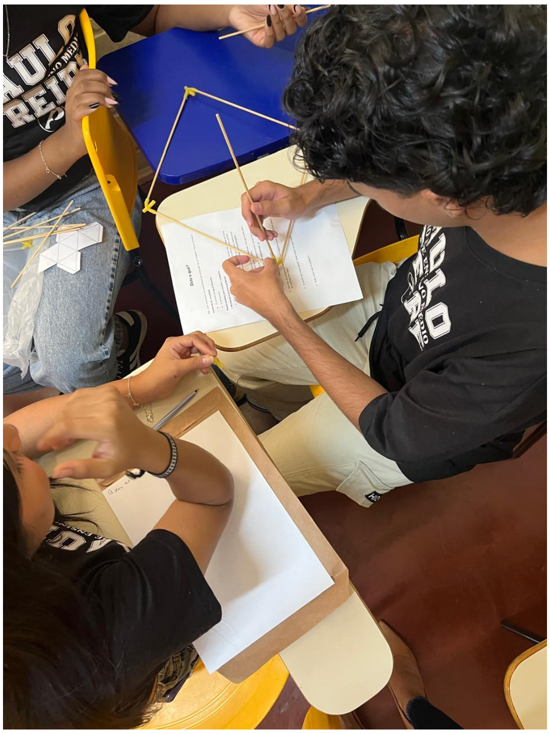


Figura 10 – Estudantes durante a aula

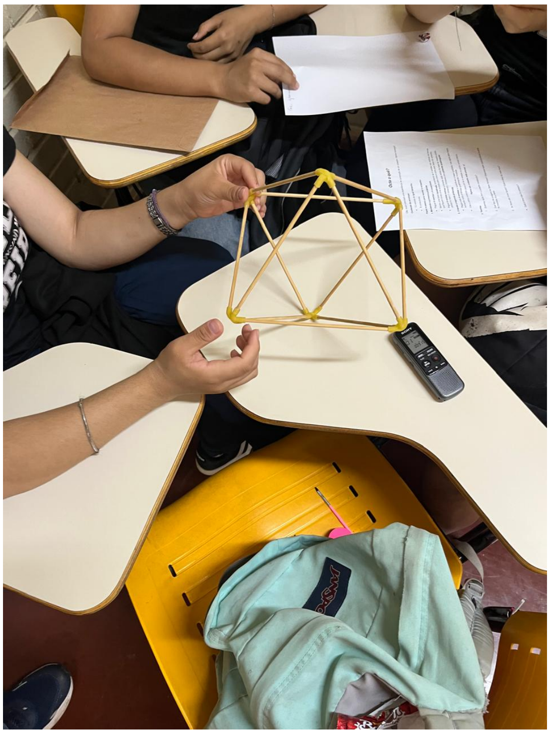


Figura 11 – Estudantes durante a aula

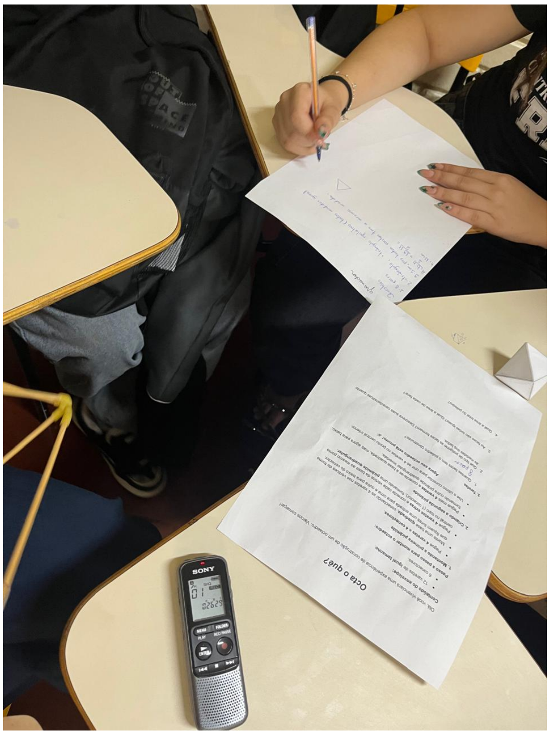
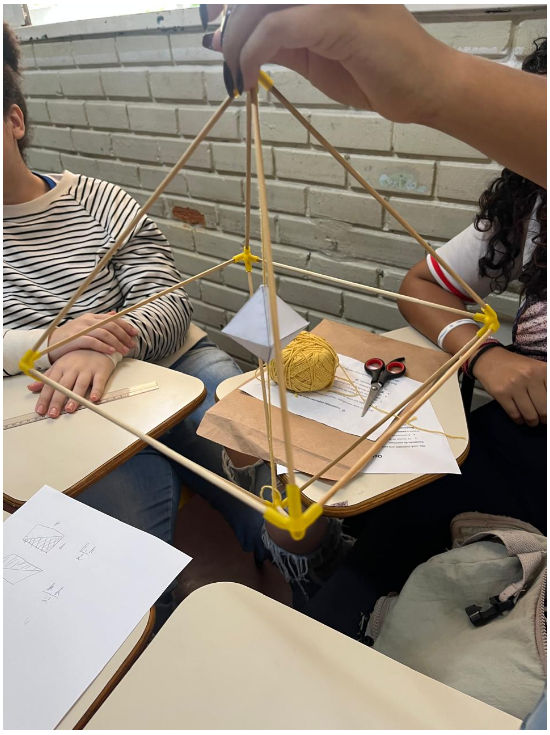


Figura 12 – Os estudantes adicionando elementos ao octaedro



Fonte: próprio autor.

Outro ponto a se notar é que na figura 12, o grupo possuía um rolo barbante e decidiram extrapolar o objetivo da tarefa, manipulando e adicionando mais elementos ao octaedro. O objeto manipulável abre espaço para a criatividade dos estudantes explorarem-no. Este tipo de exploração não constou no quadro que o professor-pesquisador havia feito elencando os possíveis desdobramentos da tarefa, na fase de antecipação. Na fase de sistematização e conclusão, o professor-pesquisador quis trazer à baila a construção feita pelo grupo e perguntou à classe o que seria esse seguimento que destacaram e após pensarem por um breve instante falaram que seria a altura do balão. Havia muitos outros desdobramentos que uma curiosidade do grupo ensejou, o que evidencia que essa metodologia favorece a descoberta e a criatividade.

4.3 A Tarefa Instagramável Questão

A tarefa *Instagramável Questão!* foi desenvolvida em 28 de abril de 2025 à mesma turma do 3º ano do Ensino Médio, no turno matutino, como objetivo da proposta de aproximar os estudantes do octaedro, iniciada no encontro anterior com a tarefa *Octa o quê?*. Esta segunda tarefa mobiliza várias habilidades adquiridas pelos estudantes ao longo de sua formação, especialmente relacionadas à reconhecimento e área de polígonos, porcentagem, unidade de medida e ao cálculo da área total de sólidos geométricos. A turma, composta por 20 estudantes neste dia, foi organizada em cinco grupos com quatro integrantes cada. Assim como no desenvolvimento da tarefa anterior, estiveram presentes o professor-pesquisador, a professora regente da turma e uma professora observadora (colaboradora). Todos os grupos tiveram suas interações registradas por meio de gravações de áudio.

Assim como a *Octa o quê?*, a *Instagramável questão!* foi entregue aos grupos em envelopes etiquetados, como em imagem anterior, indicando o conteúdo do envelope.

O octaedro físico, que no encontro anterior havia sido o objeto central da construção, passou agora a servir como apoio à resolução da nova tarefa, juntamente com a planificação do sólido. Após uma breve explicação da organização da aula e a entrega dos envelopes, realizou-se a leitura coletiva da tarefa. Em resumo: a proposta envolvia a confecção de dez balões decorativos com a forma de um octaedro regular, revestidos com papel, sendo necessário calcular a quantidade total de papel a ser comprada, considerando um acréscimo de 20% para compensar eventuais perdas.

A mediação da tarefa seguiu os mesmos princípios adotados na aula anterior, mantendo o foco na autonomia dos estudantes e no encorajamento à exploração coletiva. O professor-pesquisador manteve postura de monitorar a realização do trabalho dos grupos com o intuito de sequenciar e selecionar as produções dos estudantes e intervir pontualmente apenas em situações em que o entendimento da proposta estivesse comprometido.

As intervenções buscaram valorizar as ideias levantadas pelos estudantes, instigando-os a justificar seus procedimentos, discutir estratégias e dialogar com os colegas antes de recorrer a uma validação externa. A natureza da questão impôs essa postura dos estudantes, pois por não ser uma questão fechada e objetiva, propunha uma situação em que tivessem graus de liberdade para entender e resolver a tarefa. Houve atenção especial ao monitoramento de como os grupos lidavam com conceitos como área de triângulo equilátero, a interpretação da tarefa e conversão de unidades de medida — aspectos previamente antecipados como possíveis focos de dificuldade. A presença do octaedro físico, agora como apoio visual e manipulativo, foi adotada por todos os grupos sendo montado até mesmo antes de começarem a abordar a tarefa.

Durante a realização da tarefa, os estudantes demonstraram envolvimento e curiosidade, embora tenham apresentado dificuldades variadas, especialmente relacionadas à interpretação do enunciado e à organização das etapas de resolução. Dentre os principais desafios, destacaram-se a conversão da unidade de medida de centímetros para metros e a aplicação do acréscimo percentual, que em alguns casos foi confundido com uma simples multiplicação direta por 20.

Houve também insegurança no uso da fórmula da área do triângulo, pois o problema fornecia somente a altura do triângulo da face. As discussões se deram em como conseguiriam o lado a partir da face. O octaedro físico serviu como apoio frequente, sendo manipulado para reforçar a compreensão da estrutura e para justificar argumentações dentro dos grupos.

Aconteceu de os grupos imaginarem que o octaedro que possuíam seria o mesmo da questão e tentaram obter o lado da face do octaedro de maneira direta medindo-o com régua. Como muito grupos procederam dessa maneira, optou-se por fazer uma intervenção no quadro relembrando que no final do último encontro, conseguimos obter a altura de maneira indireta, pelo Teorema de Pitágoras ou razões trigonométricas. Apenas um grupo optou por encontrar o lado através do Teorema de Pitágoras, mas logo abandonou a ideia pois a turma estudou, há alguns dias, as razões trigonométricas. Essas situações evidenciaram uma postura ativa diante da tarefa e disposição para construir consensos com base em raciocínio matemático.

Novamente, reservou-se um momento para a socialização das soluções elaboradas pelos grupos, os 30 minutos finais. O professor-pesquisador selecionou e sequenciou três produções distintas, com o objetivo de evidenciar diferentes caminhos adotados na resolução. As apresentações foram feitas por representantes dos grupos, e o restante da turma foi convidado a discutir os procedimentos, apontando semelhanças, diferenças e possíveis equívocos. Parte das divergências se deram em função no número de casas decimais utilizadas para a aproximação de $\sqrt{3}$. De maneira geral os estudantes captaram uma linha de abordagem: encontrar a área de uma face do octaedro, multiplicar por 8 (número de faces), multiplicar por 10 (número de balões) e acrescentar 20% de todo esse tecido. Nenhum grupo se atentou para a mudança de unidade de medida (centímetro para metro) no começo da tarefa e deixaram para o final quando fizeram a mudança errada – o grupo que lembrou dividiu por 100 em vez de dividir por 10.000 para corrigir a unidade de medida, pois agora a mudança seria de centímetro quadrado para metro quadrado.

Durante essa etapa, buscou-se retomar conceitos fundamentais, como o cálculo da área do triângulo a partir da altura, a conversão de unidades de medida e a aplicação correta do acréscimo percentual, neste momento, o professor-pesquisador sugeriu que poderiam multiplicar por 120%, ou 1,2, que obteriam o mesmo resultado. O professor-pesquisador reforçou a importância da argumentação matemática e destacou os pontos fortes das estratégias compartilhadas.

Figura 13 – Momentos de realização da tarefa em sala de aula

Fonte: próprio autor.

5 Análise e Discussão dos Resultados

Nesta seção, apresentamos a análise dos dados à luz da *análise de conteúdo* proposta por Bardin (2011), considerando dois eixos: (i) o desenvolvimento do professor-pesquisador na apropriação do Ensino Exploratório; (ii) os indícios de aprendizagem dos estudantes a partir das duas tarefas propostas: *Octa o quê?* e *Instagramável Questão*.

A análise segue as três fases indicadas por Bardin: pré-análise (organização dos dados), exploração do material (definição das unidades de análise) e tratamento e interpretação (articulação com o referencial teórico).

5.1 Eixo 1: O professor-pesquisador em foco

Ao longo do processo investigativo, foi possível observar uma trajetória de amadurecimento progressivo por parte do professor-pesquisador no que se refere à apropriação da abordagem do Ensino Exploratório do ensino de Matemática. Inicialmente, seu contato com a abordagem ocorreu por meio de leituras teóricas, especialmente a partir do estudo do artigo conhecido como "Caso Célia", de Ana Paula Canavarro[1], o que lhe proporcionou uma primeira compreensão dos princípios que fundamentam o Ensino Exploratório. Esse contato inicial, contudo, rapidamente se desdobrou em experiências mais vivas, como a observação de tarefas em sala de aula conduzidas por docentes mais experientes, o acompanhamento de discussões com professores de diferentes regiões e a atuação em projetos colaborativos[2].

A construção das tarefas *Octa o quê?* e *Instagramável Questão* e seu posterior desenvolvimento em sala de aula representaram momentos-chave nesse processo formativo. Do planejamento à execução, passando pela validação com pares e estudantes da Licenciatura em Matemática, o professor-pesquisador foi consolidando competências próprias da abordagem didática: a escuta ativa, a mediação intencional, o foco na produção dos estudantes e a valorização do erro como oportunidade de aprendizagem. O deslocamento de uma postura transmissiva para uma atuação investigativa e responsiva foi se intensificando a cada nova intervenção. Essa evolução também se refletiu na capacidade de tomar decisões didáticas mais alinhadas à realidade dos estudantes, como a mudança de turma diante da percepção de que o 1º ano não dispunha dos pré-requisitos necessários para a

[1] Disponível em: <https://repositorio.ulisboa.pt/handle/10451/7041>. Acesso em: 11 ago. 2025.

[2] Tais experiências foram vivenciadas no âmbito do projeto de pesquisa intitulado "Lesson Study na Formação Inicial e Continuada do(a) Professor(a) de Matemática: reflexão e colaboração em prol do desenvolvimento profissional docente", coordenado pela professora Regina da Silva Pina Neves. Para mais informações acesse: <https://mat.unb.br/index.php/pesquisa/projetos/827-ensino>

tarefa inicialmente prevista.

Ao final da pesquisa, nota-se que o professor-pesquisador não apenas experimentou práticas na perspectiva do Ensino Exploratório, mas passou a internalizar seus fundamentos, reconhecendo-os como um caminho viável e potente para sua atuação docente. Essa transformação se manifesta tanto na segurança com que passou a conduzir discussões em sala de aula quanto no desejo de seguir estudando, aprimorando e difundindo essa abordagem em sua prática cotidiana e em espaços coletivos de formação. A participação no GIEM[3], a interlocução com pares e o engajamento em projetos de continuidade indicam um compromisso com o Ensino Exploratório que transcende os limites da pesquisa e se projeta para o futuro.

5.2 Eixo 2: Os estudantes em foco

A análise dos dados dos estudantes foi organizada com base na análise de conteúdo proposta por Bardin (2011), considerando as falas registradas em áudio e os registros escritos produzidos durante o desenvolvimento das tarefas. Estas encontram-se nos Apêndice A – Registros escritos da tarefa "Octa o quê?" e Apêndice B – Registros escritos da tarefa "Instagramável Questão". A interpretação seguiu categorias construídas a posteriori, emergentes do material empírico, e articuladas ao referencial do Ensino Exploratório (PONTE, 2014; CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008).

5.2.1 Análise da tarefa *Octa o quê?*

Grupo 1

O Grupo 1 participou ativamente da tarefa desde o início, iniciando pela leitura do enunciado e seguindo atentamente o manual de instruções. Enfrentaram uma dificuldade inicial para entender a estrutura da base quadrada, mas superaram essa etapa com troca de ideias e comparação com os outros grupos. Ao completar o octaedro, demonstraram um raciocínio colaborativo ao discutir o número de faces, corrigindo internamente erros conceituais. A classificação das faces como triângulos gerou dúvidas, mas o grupo chegou à conclusão de que se tratava de triângulos equiláteros, após diálogo entre os integrantes. Na etapa de cálculo da área, obtiveram as medidas diretamente no sólido, refletindo sobre precisão e idealização matemática. Com mediação do professor, compreenderam a noção de altura e conseguiram realizar o cálculo, apesar de não registrarem a unidade de medida. Finalizaram a tarefa com segurança, discutindo espontaneamente a relação de Euler, o que evidenciou engajamento para além dos itens propostos.

[3] Para mais informações, acesse: https://giem.mat.unb.br/

Tabela 4 – Análise do Grupo 1 na tarefa *Octa o quê?*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Professor pergunta se conhecem os termos “polígono” e “poliedro”	Antecipação conceitual mediada	Estratégia do professor-pesquisador no movimento de antecipação para promover familiaridade com vocabulário técnico.
Grupo inicia montagem com manual; dificuldade inicial com base quadrada	Leitura e interpretação de instruções	Mostra que tarefas com instruções detalhadas exigem habilidades de leitura técnica.
Erro de contagem: um estudante diz haver 10 faces, corrigido pelos colegas	Regulação coletiva	Indício de aprendizagem colaborativa: o grupo autoconserta erros conceituais.
Dúvida sobre tipo de triângulo; estudantes sugerem “equilátero” e validam entre si	Construção conceitual colaborativa	Processo investigativo, com dúvida genuína e argumentação interna: ação central do Ensino Exploratório.
Discussão sobre como medir base e altura; decidem medir no sólido	Estratégias de resolução	Apresentam autonomia ao avaliar precisão e decidir entre alternativas.
Estudantes associam altura com o lado, mas são corrigidos internamente	Regulação coletiva	Situação típica do Ensino Exploratório: erro gera reflexão, discussão e reconstrução conceitual.
Professor intervém com desenho no quadro para ajudar todos os grupos	Reconstrução conceitual mediada coletiva.	Ação alinhada ao movimento “Monitorar”: o professor observa dificuldade recorrente e intervém pontualmente com suporte visual.
Citam Teorema de Pitágoras como possibilidade	Raciocínio matemático emergente	Indício de articulação com conhecimentos prévios do EF; prenúncio do raciocínio exigido na próxima tarefa.

Tabela 4 – Continuação da página anterior

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Conseguem calcular a área de uma face; não indicam unidade de medida	Resolução incompleta	Mostra domínio parcial da competência; atenção à formalização pode ser trabalhada na sistematização.
Multiplicam por 8 para obter área total; tarefa concluída	Compreensão da estrutura do sólido	Evidencia compreensão global da composição do octaedro.
Discutem espontaneamente a relação de Euler	Exploração além da tarefa	Forte indício de engajamento e curiosidade matemática – um dos objetivos do Ensino Exploratório.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice A.1

Grupo 2

O Grupo 2 iniciou a leitura da tarefa antes da mediação do professor-pesquisador, demonstrando certa autonomia inicial. Durante a montagem do octaedro, enfrentaram dificuldades com a noção de base quadrada. Construíram uma pirâmide de base quadrada e acreditaram terem montado o sólido, mas, a partir da comparação com outro grupo, identificaram o erro e corrigiram a estrutura. As interações internas revelaram lacunas no vocabulário técnico, como os conceitos de "face" e "polígono", que foram sanadas por meio de explicações entre os colegas e intervenções pontuais do professor-pesquisador. Na classificação das faces, o grupo reconheceu que os lados eram iguais, ainda que tivessem dificuldade em recuperar o termo "equilátero". O professor-pesquisador atuou gradualmente, incentivando a dedução e auxiliando na retomada da fórmula da área do triângulo. Após intervenções, mediram base e altura e calcularam corretamente a área de uma face. Embora o tempo da tarefa tenha se esgotado antes de finalizarem o último item, os estudantes conseguiram concluir a atividade ao multiplicar por 8, evidenciando a compreensão da estrutura do sólido.

Tabela 5 – Análise do Grupo 2 na tarefa *Octa o quê?*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Grupo inicia leitura da tarefa antes da mediação do professor-pesquisador	Autonomia inicial na leitura	Indício de familiaridade com a proposta investigativa, mesmo que superficial.
Montagem incorreta: construíram uma pirâmide; perceberam erro ao comparar com outro grupo	Exploração e validação entre pares	A interação entre grupos gerou autorregulação e completude da tarefa.
Estudante declara não saber o que é "face"; colega aponta no octaedro e explica	Construção conceitual colaborativa	Aprendizagem significativa mediada por interação horizontal entre estudantes.
Dúvida sobre o termo "polígono"; recorrem ao professor-pesquisador	Lacunas no vocabulário técnico	Exemplo de dificuldade conceitual que exige intervenção pontual.
Professor-pesquisador conduz questionamento sobre tipo de triângulo; estudantes intuem que lados são iguais	Investigação orientada	Prática de ensino exploratório: professor-pesquisador guia por meio de perguntas e permite inferências.
Professor-pesquisador retoma conceito de área do triângulo como metade da área de um paralelogramo	Reconstrução conceitual mediada coletiva	Intervenção indireta, para não esvaziar a tarefa.
Estudantes lembram da fórmula da área quando enunciada	Recuperação mediada de conteúdo	Sugere que o conhecimento estava latente e foi reativado pela mediação.
Medem a altura com régua e finalizam o cálculo da área de uma face	Resolução completa com apoio	As mediações pontuais ajudaram na consolidação da tarefa.
Não realizaram o último item durante o tempo, mas conseguiram completar a área total	Compreensão estrutural do sólido	Mostra que, mesmo sem tempo, consolidaram o raciocínio esperado.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice A.2

Grupo 3

O Grupo 3 iniciou a tarefa focando diretamente nas questões, antes de montar o octaedro, sendo orientado pelo professor-pesquisador a realizar a montagem para melhor compreensão da proposta. Houve uma tentativa de montagem sem leitura prévia do manual, o que gerou necessidade de ajustes com ajuda dos colegas que estavam mais atentos às instruções. Durante a execução do item 1, associaram o prefixo “octa” à quantidade de faces, articulando linguagem e observação visual. No segundo item, reconheceram que as faces eram triângulos e, após hesitação inicial, classificaram corretamente como equiláteros. Ao tratar da área, todos conheciam a fórmula, com exceção de uma estudante, que foi ajudada pelos próprios colegas. Discutiram sobre a precisão da medição e a influência dos conectores, optando por medições aproximadas no próprio sólido. Um integrante explicou com clareza o conceito de altura como perpendicular à base, contribuindo para o avanço do grupo. Após registrar as medidas e realizar os cálculos, perceberam que haviam esquecido a unidade de medida e a adicionaram ao final. Finalizaram a tarefa com segurança, demonstrando compreensão estrutural e capacidade de revisão formal.

Tabela 6 – Análise do Grupo 3 na tarefa *Octa o quê?*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Grupo inicia tarefa pelas questões, sem montar o sólido	Leitura parcial da tarefa	Mostra a necessidade da mediação docente para garantir a sequência didática intencional.
Estudante tenta montar sem ler o manual; os colegas ajudam	Regulação coletiva	A leitura dos colegas orienta o integrante que havia se antecipado, demonstra cooperação na execução da tarefa.
Respondem item 1 com base no prefixo “octa” durante a montagem	Exploração linguística e visual	Uso de pistas linguísticas para inferência matemática: boa conexão semântica.
Reconhecem que as faces são triângulos, mas hesitam na classificação	Construção conceitual parcial	Mostra conhecimento em processo: reconhecem propriedades, mas carecem do vocabulário preciso.

Tabela 6 – Continuação da página anterior

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Estudantes recuperam a palavra “equilátero” após breve discussão	Regulação coletiva	Indício de consolidação conceitual a partir da problematização.
Sabem a fórmula da área, com exceção de uma integrante	Regulação coletiva	A lacuna individual é suprida pelo grupo, demonstrando ambiente cooperativo.
Dúvida sobre contar ou não os conectores na medida	Discussão entre si sobre precisão e estimativa	Reflexão importante sobre limites da medição e idealização matemática.
Estudante explica como medir altura com base na perpendicular	Regulação coletiva	Demonstra apropriação conceitual e disposição para explicitar raciocínio geométrico.
Grupo calcula área e posteriormente retorna para incluir a unidade	Resolução completa	Revela atenção à forma e à linguagem matemática ao final da tarefa.
Multiplicam por 8 e concluem corretamente a área total	Compreensão estrutural do sólido	Indica domínio do raciocínio global da tarefa.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice A.3

Grupo 4

O Grupo 4 iniciou a tarefa de forma colaborativa, acompanhando a leitura inicial feita pelo professor-pesquisador e engajando-se na montagem do octaedro com base no manual. Apesar de algumas dúvidas pontuais sobre a disposição dos conectores, avançaram no trabalho com apoio mútuo. Durante a montagem, já antecipavam questionamentos relacionados ao cálculo da área. No primeiro item, identificaram corretamente a quantidade de faces; no segundo, reconheceram que as faces eram triângulos, mas não chegaram a classificá-los. No terceiro item, notaram a ausência das medidas necessárias para o cálculo da área e chamaram o professor-pesquisador. A mediação docente os levou a retomar a classificação do triângulo, reconhecendo-o como equilátero, e a realizar as medições com régua. A altura gerou alguma dificuldade, mas foi superada a partir de explicações feitas no quadro. O grupo também observou que os octaedros montados variavam de tamanho, refletindo sobre essa diferença. Conseguiram calcular a área, embora inicialmente não tenham registrado a unidade de medida. No item final, aplicaram corretamente a multiplicação por 8 e, ao colocarem a unidade de medida, notaram que haviam esquecido de colocar no item anterior. Compararam espontaneamente os resultados com outro grupo, demonstrando preocupação com a coerência dos dados.

Tabela 7 – Análise do Grupo 4 na tarefa *Octa o quê?*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Grupo inicia montagem após leitura do professor-pesquisador e do manual	Leitura e interpretação de instruções	Evidência de atuação inicial autônoma, mas com apoio do planejamento docente.
Levantam dúvidas sobre conectores e leem questões antes de terminar a montagem	Exploração antecipada da tarefa	Indício de envolvimento e projeção das etapas da tarefa, ainda que parcialmente desorganizado.
Identificam as faces como triângulos, mas não classificam no segundo item	Construção conceitual parcial	Demonstra familiaridade com formas, mas com vocabulário matemático ainda em construção.
Sabem que devem multiplicar por 8 no final, mas não têm as medidas necessárias	Compreensão estrutural sem domínio do cálculo	Mostra entendimento da composição do sólido, mas insegurança nos procedimentos.
Professor-pesquisador intervém perguntando a classificação do triângulo; estudantes reconhecem ser equilátero	Reconstrução conceitual mediada	O papel do professor-pesquisador foi central para guiar a descoberta e consolidar o conceito de triângulo equilátero.
Dificuldade em medir a altura; conseguem após explicação no quadro	Reconstrução conceitual mediada coletiva	Demonstra a importância das representações visuais e da instrução coletiva para avanços conceituais.

Tabela 7 – Continuação da página anterior

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Estudantes percebem que os octaedros têm tamanhos diferentes	Percepção de variabilidade	Reflexão relevante, pois denota atenção às propriedades dos objetos construídos.
Não indicam unidade de medida na primeira resposta, mas o fazem na final	Melhoria formal no decorrer da tarefa	Indica progressão na linguagem matemática, ainda que com inconsistência.
Comparam resultados com outro grupo	Regulação coletiva	Estratégia espontânea de checagem que mostra engajamento e busca de coerência.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice A.4

Grupo 5

O Grupo 5 iniciou a montagem do octaedro a partir da leitura das instruções, demonstrando colaboração ao resolver uma dúvida interna sobre a posição dos conectores. Antes de responder aos itens, exploraram a planificação da figura e realizaram uma leitura completa da tarefa, antecipando suas etapas. No primeiro item, utilizaram o prefixo “octa” como pista inicial e confirmaram a quantidade de faces por contagem. No segundo item, reconheceram que as faces eram triângulos, mas ainda não as classificaram. No terceiro item, notaram a igualdade dos lados e levantaram a hipótese de que o triângulo seria retângulo, o que foi refutado com intervenção do professor-pesquisador, que os levou à conclusão de que se tratava de um triângulo equilátero. Ainda assim, não recordavam a fórmula da área, quando, então, o professor-pesquisador foi ao quadro pois era uma dúvida de vários grupos. Depois da intervenção obtiveram as medidas no octaedro, realizaram o cálculo da área da face. No item final, multiplicaram corretamente por 8 e demonstraram atenção à unidade de medida, fazendo a correção após um componente perceber a falta. Ao final da tarefa, manifestaram certa insegurança quanto à exatidão das respostas, devido à ausência de validação por parte do professor-pesquisador durante o desenvolvimento.

Tabela 8 – Análise do Grupo 5 na tarefa *Octa o quê?*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Grupo monta octaedro após leitura das instruções; dúvida resolvida entre colegas	Regulação coletiva	Mostra amadurecimento na leitura e solução de problemas com apoio do grupo.
Trabalham com a planificação antes dos itens	Antecipação espacial	Estratégia relevante para compreender o objeto tridimensional e sua estrutura.
Item 1: inferência pelo prefixo "octa", seguida de contagem para confirmar	Exploração linguística e visual	Combinação produtiva entre linguagem e observação direta para validação da hipótese.
Reconhecem triângulos, mas não classificam inicialmente	Construção conceitual parcial	Conhecimento geométrico parcial, ainda sem articulação formal.
Hipótese de que seja triângulo retângulo; afastada com questionamento do professor-pesquisador	Conflito produtivo	Momento crucial para construção de conceito via refutação e questionamento guiado.
Reconhecem que lados são iguais, mas demoram a nomear como "equilátero"	Construção conceitual parcial	Forte indício de compreensão conceitual, ainda que com hesitação terminológica.
Esquecem a fórmula da área; professor-pesquisador reconstrói via paralelogramo no quadro	Recuperação conceitual mediada coletiva	A mediação promoveu a recuperação de um conceito central por meio de sua reconstrução a partir de conhecimentos anteriores.
Calculam a área de uma face corretamente após obterem base e altura	Resolução completa após as mediações coletivas	Indício de apropriação da técnica matemática mediante mediação oportuna do professor-pesquisador.
Item final resolvido com multiplicação e verificação no objeto físico	Compreensão estrutural do sólido	Reafirma a relação entre objeto manipulado e raciocínio abstrato.

Tabela 8 – Continuação da página anterior

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Inserem a unidade de medida e demonstram preocupação com a correção	Melhoria formal no decorrer da tarefa	Indício de amadurecimento e atenção à escrita matemática.
Dúvida final por ausência de validação do professor-pesquisador	Necessidade de feedback	Mostra o papel da validação docente no fortalecimento da confiança do estudante.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice A.5

Grupo SEM GRAVADOR

Houve um grupo que não teve acesso ao gravador e infelizmente não foi possível coletar o áudio para analisar com a produção. A análise a seguir foi feita baseada nos registros escritos.

Tabela 9 – Análise do Grupo Sem Gravador na tarefa *Octa o quê?*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Identificação correta do número de faces (8)	Reconhecimento de propriedades geométricas	Demonstraram compreensão da estrutura do octaedro ao identificar corretamente a quantidade de faces.
Dificuldade na classificação do tipo de triângulo	Obstáculo conceitual	Não registraram a classificação como triângulo equilátero, indicando possível insegurança ou desconhecimento do conceito.
Cálculo da área de uma face por medição direta	Procedimento de medição	Utilizaram régua no modelo físico, o que, nesta tarefa, era aceitável e coerente com a proposta inicial de exploração. Possivelmente aproveitaram explicações do professor no quadro e no grupo.

Cálculo da área total por multiplicação da área de uma face por 8	Aplicação de procedimento	Realizaram o cálculo final corretamente, incluindo unidade de medida apenas na resposta final.
Manipulação e exploração física do octaedro	Exploração além da tarefa	Usaram barbante para marcar a altura e exploraram a relação entre um octaedro menor (planificado e montado por eles) e o octaedro maior, posicionando-o no interior como miniatura central. Essa ação indica interesse em compreender dimensões e relações espaciais.
Todas as questões respondidas	Conclusão da tarefa	Não deixaram respostas em branco e seguiram a sequência proposta.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice A.6

5.2.2 Conclusão da tarefa "Octa o quê?"

A análise dos cinco grupos revelou padrões e peculiaridades relevantes no modo como os estudantes se envolveram com a tarefa *Octa o quê?*, especialmente quanto à compreensão dos conceitos, à organização estratégica e à linguagem matemática. Com base nas categorias que apareceram das unidades de registro, é possível destacar o seguinte:

- **Leitura e compreensão do enunciado:** a leitura coletiva inicial realizada pelo professor-pesquisador foi fundamental para garantir o entendimento geral da proposta. Mesmo assim, alguns grupos tentaram iniciar a montagem sem seguir todas as instruções, o que gerou dificuldades temporárias.

- **Construção colaborativa:** em todos os grupos, observou-se um ambiente onde estudantes ajudavam-se mutuamente na montagem do sólido, interpretação dos termos técnicos e no raciocínio geométrico. Em especial, situações em que colegas explicaram o que são faces ou como medir a altura de um triângulo mostraram a potência da construção coletiva do conhecimento.

- **Dificuldade e mediação:** a classificação das faces como triângulos equiláteros foi um ponto de dificuldade recorrente. Em diversos grupos, os estudantes reconheceram as formas como triângulos, mas não nomearam corretamente. Alguns formularam hipóteses (como a de triângulo retângulo) que foram afastadas com perguntas orientadoras feitas pelo professor-pesquisador.

- **Recuperação de conhecimentos prévios:** a fórmula da área do triângulo, bem como obter a altura num dado triângulo foi inicialmente esquecida por vários estudantes. A mediação docente foi decisiva para que os grupos reativassem conhecimentos prévios e os aplicassem adequadamente. Essa mediação ocorreu no quadro e de maneira genérica, no sentido de não resolver a questão que tinham em mãos para não esvaziar o conteúdo, como sugere (STEIN et al., 2008).

- **Linguagem matemática e formalização:** a ausência de unidade de medida foi recorrente, mas diversos grupos a corrigiram posteriormente, espontaneamente ou após confronto com a estrutura da tarefa. Nota-se uma progressão na formalização ao longo do desenvolvimento.

- **Manipulação do sólido como estratégia de validação:** o uso do octaedro construído como ferramenta de verificação foi constante: para contar faces, identificar triângulos, validar simetrias e compreender a estrutura espacial da figura. Essa prática está de acordo com os princípios do Ensino Exploratório, que aponta a importância do uso de materiais didáticos para apoiar a construção de significados (PONTE, 2014; CANAVARRO, 2011).

- **Insegurança final em alguns grupos:** em ao menos dois grupos, os estudantes demonstraram incerteza ao final da tarefa por não terem recebido validação explícita do professor-pesquisador durante a resolução. Essa metodologia lhes é estranha e esse comportamento não usual causou-lhes um desconforto, mas, tal como uma orquestra, foi um primeiro contato e esse estranhamento tende a desaparecer quando a turma acostuma, como deixa transparecer o relato do Caso Célia (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

Assim, os dados construídos sugerem que a tarefa *Octa o quê?* promoveu não apenas o conhecimento geométrico dos estudantes, mas também o desenvolvimento de competências exploratórias, como levantar hipóteses, validar estratégias, cooperar em grupo e lidar com incertezas. As cinco práticas de STEIN estiveram presentes nas ações do professor-pesquisador desde a antecipação, passando pelo monitoramento e seleção, até a conexão conceitual.

Esses dados indicam a pertinência do Ensino Exploratório nos movimentos de antecipação, monitoramento, e principalmente na conexão entre as ideias dos estudantes e os conceitos matemáticos trabalhados, o que se alinha aos resultados expressos em Canavarro (2011).

5.2.3 Análise da tarefa *Instagramável Questão*

Grupo 1

O grupo demonstrou familiaridade inicial com o octaedro ao relacioná-lo ao "balão da festa", optando por montá-lo mesmo após o professor-pesquisador indicar que era apenas suporte visual. A resolução se desenvolveu com ativa colaboração entre os integrantes, que mobilizaram conhecimentos prévios e buscaram estratégias para resolver a tarefa matemática. Enfrentaram dificuldades na obtenção da base do triângulo equilátero a partir da altura fornecida e recorreram ao professor-pesquisador, que os conduziu a recuperar o conceito geométrico por meio de mediação pontual e coletiva. O grupo optou por utilizar relações trigonométricas (seno e cosseno) em vez do Teorema de Pitágoras e demonstrou raciocínio matemático consistente ao estruturar e resolver uma equação com seno de 60°. Apesar de cometerem um erro na unidade de medida e não incluírem os 20% adicionais solicitados, por não terem concluído no intervalo de tempo estabelecido, alcançaram com sucesso a maior parte da tarefa, revelando forte apropriação conceitual.

Tabela 10 – Análise do Grupo 1 na tarefa *Instagramável Questão*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Estudantes discutem se é necessário montar o octaedro	Antecipação conceitual mediada	A dúvida levou à retomada da função da montagem como apoio visual, favorecendo conexões com a tarefa.
Estudantes decidem montar o octaedro antes de resolver	Autonomia investigativa	Decisão demonstra capacidade de organizar estratégias a partir da leitura da tarefa.
Estudantes discutem como usar os dados fornecidos	Regulação coletiva	Interações entre pares revelam construção conjunta do raciocínio matemático.
Grupo desenha o triângulo e tenta descobrir a base a partir da altura	Construção conceitual parcial	Compreensão do triângulo como elemento da face do octaedro ainda incompleta; carecem de estruturação formal.

Tabela 10 – Continuação da página anterior

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Professor-pesquisador intervém e conduz dedução de que a metade da base é $x/2$	Reconstrução conceitual mediada	Mediação ajuda o grupo a acessar representação algébrica essencial para o uso do Pitágoras ou trigonometria.
Professor-pesquisador explica no quadro para todos os grupos o raciocínio	Reconstrução conceitual mediada coletiva	Dificuldade comum gera uma mediação mais ampla, com retomada do conteúdo trabalhado anteriormente.
Estudantes optam por usar trigonometria em vez de Pitágoras	Estratégia de resolução alternativa	Escolha evidencia autonomia e domínio de múltiplas abordagens possíveis.
Dificuldade com valor de seno de 60° e uso da calculadora	Raciocínio matemático emergente	Enfrentam dificuldades operacionais, mas demonstram compreensão conceitual sólida.
Encontram valor da base e calculam a área de uma face	Resolução completa com apoio	Apropriação dos procedimentos, ainda com apoio pontual do professor-pesquisador.
Descobrem o erro na unidade de medida e corrigem	Regulação coletiva	Demonstra atenção ao enunciado e capacidade de revisão.
Tarefa não foi finalizada dentro do tempo previsto	Interrupção por limitação temporal	A limitação de tempo impediu a conclusão do cálculo com os 20% adicionais, embora o raciocínio estivesse bem encaminhado.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice B.1.

Grupo 2

Após a leitura coletiva conduzida pelo professor-pesquisador, os estudantes releram a tarefa entre si e anotaram os dados que consideraram relevantes. Rapidamente identificaram que cada balão possuía 8 faces e que deveriam produzir 10 balões. Também mencionaram que precisariam acrescentar 20% ao total, mostrando atenção à demanda da tarefa. Surgiu uma dúvida quanto à medida do lado do triângulo: cogitaram se a altura fornecida (20 cm) poderia ser a mesma medida da base, mas logo uma estudante corrigiu a ideia, lembrando da aula anterior em que essa distinção foi trabalhada.

A partir disso, os estudantes buscaram medir o lado no octaedro físico, o que gerou nova intervenção do professor-pesquisador, que esclareceu que o modelo era apenas um apoio visual. Diante da dificuldade em avançar, o grupo divagou por um momento, até que uma estudante retomou o uso das razões trigonométricas como estratégia possível. A sugestão foi prontamente aceita e o grupo delegou a uma integrante o cálculo. Optaram por utilizar seno de 60° para construírem a equação. Esse raciocínio já havia começado a emergir antes mesmo da intervenção coletiva feita pelo professor-pesquisador no quadro, que reforçou as possibilidades de obtenção indireta de medidas.

Com os dados definidos, seguiram os cálculos, somando diretamente os 20% ao final. Em determinado momento, perceberam que haviam esquecido de incluir a unidade de medida e corrigiram a omissão. A tarefa foi concluída durante a fase de discussão coletiva, já após o tempo estipulado para o desenvolvimento.

Tabela 11 – Análise do Grupo 2 na tarefa *Instagramável Questão*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Leitura coletiva conduzida pelo professor-pesquisador e posterior releitura pelo grupo	Leitura compartilhada	Indica esforço conjunto de compreensão da proposta, reforçando o caráter coletivo da tarefa.
Anotam os dados considerados importantes da tarefa	Estratégia inicial de organização	Demonstra tentativa de sistematização das informações relevantes, mesmo com incertezas quanto ao objetivo final.
Estudantes mencionam a multiplicação por 8 e por 10	Compreensão parcial da estrutura	Indica reconhecimento da composição do sólido e do número de réplicas, ainda que sem domínio pleno da sequência de ações.
Dúvida se a altura fornecida é igual ao lado do triângulo	Regulação coletiva	Intervenção de colega corrige concepção equivocada, retomando conhecimento da aula anterior.
Tentativa de medir no octaedro físico	Confusão entre modelo e representação	Mostra dificuldade em distinguir o objeto real da tarefa do recurso de apoio.

Tabela 11 – Continuação da página anterior

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Retomam a ideia de usar seno ou cosseno	Recuperação conceitual emergente	Evocam, ainda que com hesitação, conhecimentos trigonométricos para lidar com a obtenção indireta da medida.
Professor-pesquisador realiza mediação coletiva no quadro	Reconstrução conceitual mediada coletiva	Intervenção docente orienta superação de um obstáculo comum aos grupos, sem fornecer diretamente a resposta.
Grupo opta por usar cosseno de 60° para obter a base	Estratégia de resolução com apoio	Escolha autônoma, realizada com base na mediação e delegada a estudante com maior afinidade com o conteúdo.
Realizam os cálculos até o final, incluindo os 20% extras	Resolução completa após discussão coletiva	Conclusão alcançada fora do tempo previsto, mas com domínio sobre as etapas envolvidas.
Percebem que esqueceram de colocar a unidade de medida	Melhoria formal durante a tarefa	Indício de atenção crescente à linguagem matemática ao longo do processo.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice B.2.

Grupo 3

O grupo iniciou a atividade com a montagem do octaedro. Durante a leitura da tarefa, uma das estudantes comentou que a proposta ultrapassava os conhecimentos matemáticos que possuía, mencionando a porcentagem e o cálculo de quanto de papel seria necessário para revestir o balão. Ainda assim, o grupo avançou com foco, traçando como estratégia obter a área do octaedro, multiplicar por 10 (quantidade de balões), fazer a conversão da unidade de medida e, por fim, somar 20%. No entanto tinham dúvidas sobre como fazer esse acréscimo percentual.

Recordaram da fórmula da área do triângulo como base vezes altura dividido por dois. Inicialmente confundiram o octaedro de apoio com o da tarefa, sendo necessário intervenção do professor-pesquisador, que explicou sua função era apenas de apoio e sugeriu que fizessem o desenho do triângulo para auxiliar na visualização. Ao observarem um grupo vizinho medindo diretamente o lado do sólido, comentaram que a situação apresentada agora era diferente da semana anterior.

Após a intervenção coletiva, optaram por utilizar razões trigonométricas. Houve uma breve discussão entre cosseno de 60° e 30°, e decidiram-se pelo uso do cos(30°) no triângulo que desenharam. Consultaram uma folha com os valores de razões trigonométricas da aula que tiveram a umas semanas atrás . Demonstraram atenção contínua com a unidade de medida e a conversão para metros quadrados ao final. Parte das falas do grupo foi inaudível, mas percebe-se que discutiam sobre aproximações com $\sqrt{3}$. Após obterem uma estimativa para o lado do triângulo, aplicaram na fórmula da área e indicaram corretamente a unidade da resposta. O grupo não concluiu totalmente a tarefa dentro do tempo estipulado, mas apresentava clareza sobre os próximos passos necessários.

Tabela 12 – Análise do Grupo 3 na tarefa *Instagramável Questão*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Estudantes comentam que a tarefa vai além do que estão habituados	Percepção da natureza da tarefa	Reconhecimento da abertura e complexidade da proposta.
Grupo planeja estratégia: calcular área do octaedro, multiplicar por 10, converter para m^2, somar 20%	Organização do raciocínio matemático	Estruturação clara e ordenada das etapas da tarefa.
Aplicam fórmula da área: (base × altura)/2	Recuperação de conhecimento prévio	Recurso a conhecimentos anteriores para avançar na resolução.
Confundem o octaedro físico com o da tarefa	Dificuldade de abstração	Confusão entre o objeto de apoio e situação descrita na tarefa matemática.
Professor-pesquisador intervém para orientar uso do octaedro e sugerir desenho	Reconstrução conceitual mediada	Intervenção docente para retomar o foco da tarefa e auxiliar na abstração.
Grupo observa outro medindo e corrige interpretação da tarefa	Regulação coletiva	A troca entre os grupos contribui para o ajuste de estratégias.
Discussão sobre o uso do cosseno e escolha pelo cos(30°)	Estratégia trigonométrica emergente	Seleção crítica de ferramentas matemáticas adequadas.

Continuação da Tabela 12

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Uso de folha com valores trigonométricos fornecidos anteriormente	Apropriação de recursos disponíveis	Demonstra articulação entre diferentes materiais da aula.
Preocupação com unidade de medida e conversão para m^2	Melhoria formal no decorrer da tarefa	Cuidado com a notação e unidade matemática na resolução.
Grupo substitui valores e calcula área da face	Resolução completa após mediações coletivas e locais	Aplicação correta dos procedimentos com base nas etapas anteriores.
Não finalizam no tempo previsto, mas têm clareza dos próximos passos	Ações não concluídas	Mostram compreensão dos procedimentos, apesar da limitação de tempo.

Fonte: próprio autor.

Para consultar os registros confira em Apêndice B.3.

Grupo 4

O Grupo 4 iniciou a tarefa montando o octaedro como estratégia de apoio visual antes de iniciar sua resolução. Durante a leitura, surgiram dúvidas sobre o termo “margem de erro” e também uma confusão entre o octaedro físico e o objeto geométrico proposto na questão, o que motivou a intervenção do professor-pesquisador. A mediação relembrou procedimentos da aula anterior e sugeriu o uso de desenho para auxiliar a compreensão. Com base no esboço do triângulo, os estudantes identificaram os elementos necessários ao cálculo e optaram por utilizar razões trigonométricas, adotando o seno de 60°. Embora parte do processo não tenha sido registrada com clareza, a produção escrita mostra que conseguiram aplicar corretamente a unidade de medida na área de uma face e na área total, mas cometeram um erro ao multiplicar equivocadamente por 8. Aplicaram os 20% de margem de erro sobre a área de um único octaedro e só então multiplicaram por 10, o que gerou uma resolução alternativa. Ainda que tenham demonstrado dificuldades na verificação final e confusão com as unidades, o grupo foi o único a concluir a tarefa dentro do tempo estipulado.

Tabela 13 – Análise do Grupo 4 na tarefa *Instagramável Questão*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Optam por montar o octaedro antes de iniciar a resolução	Antecipação espacial	Estratégia de apoio visual para compreender a estrutura do sólido antes de realizar os cálculos.
Dúvida sobre “margem de erro” e tentativa de definição entre os pares	Regulação coletiva	Discussão entre os pares ativa a construção compartilhada do significado de termos desconhecidos.
Confusão entre o octaedro físico e o da tarefa	Construção conceitual parcial	A interpretação equivocada do material concreto evidencia limitações na distinção entre modelo e objeto matemático.
Intervenção do professor-pesquisador para esclarecer a função do octaedro físico e sugerir uso do desenho	Reconstrução conceitual mediada	A mediação do professor-pesquisador orienta os estudantes a retomar estratégias exploradas anteriormente e favorece o avanço da tarefa.
Estudantes optam por utilizar seno de 60° após identificarem os lados do triângulo desenhado	Estratégia trigonométrica	Escolha autônoma de um procedimento matemático compatível com os dados disponíveis.
Área da face e área total foram calculadas com unidade correta, mas houve erro ao multiplicar por 8	Resolução com erro de procedimento	A estrutura geral da tarefa foi compreendida, mas uma falha no cálculo compromete o resultado final.
Aplicaram 20% de margem de erro sobre a área de um octaedro antes de multiplicar por 10	Estratégia alternativa de resolução	Apesar da inversão na ordem de operações, a estratégia adotada conduziria ao mesmo resultado correto.
Solicitam validação do professor-pesquisador ao final da tarefa	Necessidade de feedback	A busca por confirmação evidencia insegurança na resolução e também o costume de seguirem um caminho correto.

Fonte: próprio autor.

A produção do grupo encontra-se no Apêndice B.4.

Grupo 5

Após a entrega dos kits e leitura inicial feita pelo professor-pesquisador, os estudantes do Grupo 5 realizaram leituras individuais. Um deles afirmou não entender nada do que estava lendo, e outro expressou que não sabia como começar a tarefa. Apesar dessas dificuldades iniciais, houve um esforço pontual em discutir os elementos disponíveis, como o octaedro e suas faces, mas sem registros escritos consistentes. O áudio do grupo apresentava trechos inaudíveis, mas em alguns momentos foi possível perceber uma tentativa de relembrar fórmulas vistas na aula anterior. No entanto, o grupo não chegou a se engajar efetivamente na resolução da tarefa. Conversas paralelas e falta de uso do papel de registro indicam baixa adesão à proposta investigativa. O professor-pesquisador reconhece, em retrospectiva, falha em mobilizar o grupo para o envolvimento com a tarefa, o que impactou diretamente no percurso investigativo do grupo.

Tabela 14 – Análise do Grupo 5 na tarefa *Instagramável Questão*

Unidade de registro	**Categoria**	**Comentário**
Estudantes afirmam não compreender a leitura inicial	Baixa mobilização para a tarefa	Declarações explícitas de dificuldade de compreensão e ausência de estratégias iniciais.
Tentativas vagas de identificar elementos do problema (número de faces, referência ao sólido)	Início desorganizado	Indícios de reconhecimento parcial dos dados, mas sem registros ou estratégias concretas.
Citam fórmulas da aula anterior, mas sem aplicabilidade clara	Recuperação conceitual incipiente	Demonstra memória parcial de conteúdos anteriores, mas sem articulação com a tarefa atual.
Conversas paralelas e silêncio prolongado; ausência de registros no papel	Desengajamento da proposta investigativa	Indica falta de envolvimento e comprometimento com a resolução da tarefa.

Fonte: próprio autor.

A produção do grupo encontra-se no Apêndice B.5.

5.2.4 Conclusão da tarefa *Instagramável Questão*

A análise dos cinco grupos revelou percursos diversos diante da proposta aberta e investigativa da tarefa *Instagramável Questão*. De maneira geral, observou-se que os grupos que conseguiram mobilizar estratégias de leitura colaborativa, desenho auxiliar e aplicação de conhecimentos prévios — como o uso do Teorema de Pitágoras ou razões trigonométricas — avançaram significativamente na resolução da tarefa, mesmo que não tenham chegado à resposta final no tempo estipulado.

Os Grupos 1, 2 e 3 demonstraram maior envolvimento com a proposta, embora com oscilações entre momentos de autonomia e necessidade de mediação docente. A presença da **reconstrução conceitual mediada coletivamente** em todos esses grupos evidencia a importância da intervenção do professor-pesquisador para sustentar o avanço conceitual diante de um desafio que exigia raciocínio matemático mais sofisticado, especialmente na dedução indireta da medida do lado do triângulo a partir da altura fornecida. Esta intervenção só ocorrerá de modo qualificado se o professor estiver preparado tanto conceitualmente (conhecimento matemático) quanto didaticamente (conhecer a abordagem didática adotada).

O Grupo 4 destacou-se como o único a finalizar a tarefa no tempo previsto, ainda que com erros de cálculo e conversão de unidades. Sua trajetória ilustra como a adoção precoce de estratégias resolutivas — ainda que parcialmente equivocadas — pode impulsionar a execução, mas também comprometer a precisão dos resultados, especialmente na ausência de validação de procedimentos.

O Grupo 5, por sua vez, apresentou baixo engajamento. A dificuldade de compreensão inicial da proposta, aliada à ausência de registros escritos e à falta de envolvimento dos integrantes, comprometeu o desenvolvimento investigativo da tarefa. Esse caso destaca a importância do papel docente não apenas como mediador conceitual, mas também como promotor da mobilização e do engajamento dos estudantes frente a tarefas desafiadoras.

Em síntese, a tarefa *Instagramável Questão* exigiu dos estudantes não apenas o domínio de conteúdos matemáticos específicos, mas sobretudo a mobilização de estratégias investigativas, a colaboração entre pares e a escuta ativa das mediações do professor-pesquisador. A diversidade de trajetórias dos grupos reforça o potencial do Ensino Exploratório para evidenciar processos cognitivos e promover o protagonismo estudantil, ao mesmo tempo em que revela os desafios que esse tipo de abordagem impõe à prática docente e à organização do tempo em sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Reflexões Sobre o Processo

Ao final deste percurso de pesquisa, reconheço o quanto fui me transformando, tanto como professor quanto como pesquisador. Meu primeiro contato com o Ensino Exploratório foi por meio do artigo conhecido como “Caso Célia”, em que a professora Ana Paula Canavarro apresenta o desenvolvimento de uma tarefa matemática em uma escola em Portugal. Logo nas primeiras páginas, chamou-me a atenção a maneira como a autora exemplifica práticas docentes com sugestões claras sobre o que fazer (e o que evitar), oferecendo uma compreensão concreta da metodologia.

A leitura desse texto foi seguida de uma prática de observação: acompanhei o desenvolvimento da mesma tarefa, realizada por uma professora já iniciada no Ensino Exploratório, e fui convidado a registrar o processo como observador. Essa experiência permitiu-me ver, em tempo real, a teoria ganhar corpo na sala de aula, revelando tanto os desafios da implementação quanto os efeitos da abordagem sobre a postura dos estudantes.

A oportunidade de observar o desenvolvimento de outras tarefas matemáticas na perspectiva do Ensino Exploratório, conduzidas por um futuro professor em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, também contribuiu para o meu amadurecimento. Essa experiência culminou na produção de um capítulo para um livro. Além disso, participei de reuniões com professores de diversos estados, em que trocamos percepções, ideias e inquietações sobre o Ensino Exploratório. Esses encontros, promovidos pelo orientador e coorientadora desta pesquisa, revelaram-se fundamentais. Trocar experiências, nessa abordagem, é parte constitutiva do processo formativo — tanto entre pares quanto na relação com os estudantes.

Foi com esse repertório que aceitei o desafio de adaptar uma tarefa matemática, inicialmente concebida para o contexto de ENADE, para o Ensino Médio. Após resolvê-la e mapear os conceitos matemáticos envolvidos, percebemos que seria possível desenvolve-la com turmas do 1º ano, desde que antecedida por uma tarefa introdutória que apresentasse o octaedro regular e oferecesse condições para os estudantes acessarem o problema. A partir disso, criamos a tarefa “Octa o quê?” e, para garantir que os estudantes também tivessem clareza sobre o conceito de área, elaboramos uma terceira tarefa sobre decomposição de paralelogramos — com o objetivo de retomar e reorganizar esse conhecimento prévio.

As três tarefas foram analisadas por dois professores iniciados na abordagem didática e por um colega em formação junto comigo. Além disso, uma turma da disciplina Geometria para o Ensino 2 de Licenciatura em Matemática foi convidada a resolver as duas tarefas principais, oferecendo comentários e sugestões. Esse momento foi particularmente rico, pois pude acolher contribuições com abertura, ao mesmo tempo em que observava como futuros professores interagiam com o tipo de tarefa que eu pretendia desenvolver. Após os ajustes, partimos para o desenvolvimento em sala de aula.

A primeira aplicação ocorreu em uma turma de 1º ano do Ensino Médio. A recepção inicial foi marcada pelo estranhamento, uma vez que os estudantes não estavam acostumados a esse tipo de abordagem. Com o tempo, no entanto, os ruídos foram se afinando — como em uma orquestra que vai se ajustando sob a regência de um maestro. Durante o monitoramento da segunda tarefa, percebi que os estudantes, em sua maioria, não possuíam os pré-requisitos para resolvê-la. Não fazia sentido insistir em um problema que traria mais frustração que aprendizagem. Foi então que reorganizamos a proposta e a desenvolvemos em uma turma de 3º ano. As duas tarefas foram desenvolvidas com essa nova turma.

Ao todo, vivenciei quatro experiências em sala de aula com o Ensino Exploratório. Da primeira à última, percebi uma aproximação cada vez maior com os princípios dessa abordagem: maior escuta, foco na mediação e atenção à construção do raciocínio dos estudantes. Me senti mais seguro, atento e confiante no meu papel. Acredito que esse é um caminho que desejo seguir. Fazer parte do GIEM e me manter próximo dessa rede de troca e reflexão é, para mim, uma forma de manter viva essa prática e resistir à sedução da rotina e da repetição. Mais do que garantir o cumprimento de um conteúdo, quero contribuir para que os estudantes se tornem protagonistas do seu próprio processo de aprendizagem.

Volto à minha escola cheio de expectativas. Desejo ajudar meus estudantes a superarem suas dificuldades com uma nova abordagem, que os valorize e os desafie. A tarefa “Octa o quê?”, por exemplo, revelou-se muito mais potente do que eu poderia imaginar: os estudantes não apenas construíram o octaedro, como chegaram a relacioná-lo com a fórmula de Euler. Isso me mostrou como o uso de recursos didáticos não convencionais pode abrir caminhos inesperados.

Na “Instagramável Questão”, pude observar grupos estruturando respostas mesmo sem chegar à solução exata, o que é altamente significativo. Estavam mobilizando o que sabiam, organizando raciocínios, construindo sentidos. Claro que há muito a aperfeiçoar — e o “afinamento” coletivo entre professor e estudantes precisa ser contínuo.

Pretendo continuar estudando, escrevendo e participando de encontros sobre o Ensino Exploratório. Essa dissertação foi apenas o primeiro movimento dessa trajetória.

Referências

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. 1. ed. Lisboa: Edições 70, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 11, 21, 59 e 60.

Brasil. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília, 2018. Documento normativo. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79603-bncc-ensino-medio&category_slug=dezembro-2018-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 2025-09-21. Citado na página 27.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório e desenvolvimento do raciocínio matemático. In: *Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: [s.n.], 2011. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/303835134>. Citado 7 vezes nas páginas 17, 21, 25, 26, 51, 60 e 71.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de célia. In: *Investigação em Educação Matemática – Práticas de ensino da Matemática*. [S.l.]: Associação de Professores de Matemática, 2012. p. 255–266. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 71.

CERQUEIRA, E. F. *Indícios de aprendizagem de Análise Combinatória na EJA: uma proposta com base no Ensino Exploratório*. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat)) — Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2023. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/4/2023/12/171058139_ELISANGELA_FERNANDES_CERQUEIRA.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.

Distrito Federal. *Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio*. Brasília, 2020. Documento homologado pela Portaria nº 507, de 30 dez. 2020 (DODF 04 jan. 2021). Disponível em: <https://www.educacao.df.gov.br/pedagogico-curriculo-em-movimento/>. Acesso em: 2025-09-21. Citado na página 27.

DUARTE, J.; FARIA, C.; PONTE, J. P. d. Promover discussões coletivas no ensino exploratório da matemática. *Quadrante*, v. 33, n. 1, p. 171–188, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

FIGUEIREDO, D. d. S. *Educação Financeira na perspectiva do ensino exploratório: concepção, desenvolvimento e análise de uma tarefa matemática*. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Universidade de Brasília, Brasília, 2023. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/47904>. Acesso em: 25 jul. 2025. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 29.

FREITAS, M. L. d. *Uma tarefa matemática de função afim na perspectiva do ensino exploratório com o uso do carneiro hidráulico*. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Universidade de Brasília, Brasília, 2024. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/52161>. Acesso em: 25 jul. 2025. Citado na página 29.

GIEM, G. de Investigação Ensino de M. *Ensino Exploratório em Matemática: uma abordagem para o desenvolvimento do raciocínio.* 2021. YouTube [Live]. Participação: Prof.ª Dra. Ana Paula Canavarro. Acesso em: 16 jul. 2025. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=M74LNWkNLKI&list=PLZhlm2zQSmyM7lLQL24hiHmvIItkiEtbq>. Citado na página 24.

GIL, A. C. *Pesquisa Qualitativa Básica.* [S.l.]: Editora Vozes, 2025. ISBN 978-85-326-6934-6. Citado na página 31.

INEP. *Enade 2014 — Matemática (Licenciatura) — Prova.* 2014. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/educacao_superior/enade/provas/2014/34_matematica_licenciatura.pdf>. Citado na página 34.

PONTE, J. P. d. Gestão curricular em matemática. In: *Práticas Profissionais de Professores de Matemática.* Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2005. p. 31–50. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/3008>. Citado na página 23.

PONTE, J. P. d. Tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. In: *Práticas Profissionais de Professores de Matemática.* Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13–28. Citado 5 vezes nas páginas 21, 23, 27, 60 e 71.

SANTOS, D. P. dos. *Sequência de tarefas na perspectiva do Ensino Exploratório: explorando os números inteiros e racionais na EJA.* Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat)) — Universidade Federal do Tocantins, Arraias, TO, 2023. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/4/2023/12/171058138_DANILO_PEREIRA_DOS_SANTOS.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p. 313–340, 2008. Citado 9 vezes nas páginas 21, 22, 24, 25, 26, 27, 29, 60 e 71.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. *Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada.* 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. Citado na página 31.

Apêndice A – Registros escritos da tarefa "Octa o quê?"

Este apêndice apresenta os registros escritos dos estudantes durante o desenvolvimento da tarefa "Octa o quê?". Os dados foram organizados por grupo de trabalho para facilitar a leitura e consulta.

A.1 – Grupo 1

Octa o quê?

Olá, você vivenciará uma experiência de construção de um octaedro. Vamos começar!

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de **igual tamanho**.
- 6 conectores.

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

1. Quantas faces tem o poliedro construído?

   8 faces

2. Que tipo de polígono as faces formam? Descreva suas características quanto às medidas dos lados.

3. As faces são todas iguais? Qual a área de cada face?

4. Qual a área total do poliedro?

A1- gravador

Questões

1- 8 faces

2- •triângulo, •triângulo equilátero (todas medidas iguais)

3- Sim, pois todas varetas tem a mesma medida.

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{19 \cdot 11}{2} = \frac{209}{2} = 104,5 \, cm^2$

$h = 11 \, cm$

4- Área total do poliedro: $836,0 \, cm^2$

$$\begin{array}{r} {}^{3\,4} \\ 104,5 \\ \times \quad 8 \\ \hline 836,0 \end{array}$$

A.2 – Grupo 2

Octa o quê?

Olá, você vivenciará uma experiência de construção de um octaedro. Vamos começar!

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de **igual tamanho**.
- 6 conectores.

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

1. Quantas faces tem o poliedro construído?
2. Que tipo de polígono as faces formam? Descreva suas características quanto às medidas dos lados.
3. As faces são todas iguais? Qual a área de cada face?
4. Qual a área total do poliedro?

sem nº.

8 Faces

2- Triangulo equilátero. Os lados são iguais

3. Sim, são todas iguais. 25 cm os lados

Area de um triangulo

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{25 \cdot 25}{2} = \frac{625}{2} = 312{,}5$$ área de cada face

4.

A.3 – Grupo 3

Octa o quê?

Olá, você vivenciará uma experiência de construção de um octaedro. Vamos começar!

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de **igual tamanho**.
- 6 conectores.

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

1. Quantas faces tem o poliedro construído?
   O poliedro é formado por 8 faces

2. Que tipo de polígono as faces formam? Descreva suas características quanto às medidas dos lados.
   formam polígonos triangular. equilatero

3. As faces são todas iguais? Qual a área de cada face?
   Sim. $A_\triangle = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{17 \cdot 16}{2} \rightarrow \frac{272}{2} = 136\ cm^2$
   b: 17
   h: 16

4. Qual a área total do poliedro?
   $136 \times 8 = 1088\ cm^2$

Octa o quê?

Olá, você vivenciará uma experiência de construção de um octaedro. Vamos começar!

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de **igual tamanho**.
- 6 conectores.

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

1. Quantas faces tem o poliedro construído?
   O poliedro é formado por 8 faces
2. Que tipo de polígono as faces formam? Descreva suas características quanto às medidas dos lados.
   formam polígonos triangular. equilatero
3. As faces são todas iguais? Qual a área de cada face?
   Sim. $A_T = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{17 \cdot 16}{2} \rightarrow \frac{272}{2} = 136\,cm^2$
   $b: 17$
   $h: 16$
4. Qual a área total do poliedro?
   $136 \times 8 = 1088\,cm^2$

A.4 – Grupo 4

Octa o quê?

Olá, você vivenciará uma experiência de construção de um octaedro. Vamos começar!

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de **igual tamanho**.
- 6 conectores.

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

1. Quantas faces tem o poliedro construído?

   8 faces

2. Que tipo de polígono as faces formam? Descreva suas características quanto às medidas dos lados.

   formam triângulos

   cada lado tem 17 cm, mas características são lados iguais

3. As faces são todas iguais? Qual a área de cada face?

   Sim, todos os lados/faces são iguais

4. Qual a área total do poliedro?

   119 . 8 = 952 cm²

   área total

Octa o quê?

Olá, você vivenciará uma experiência de construção de um octaedro. Vamos começar!

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de **igual tamanho**.
- 6 conectores.

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

1. Quantas faces tem o poliedro construído?

   8 Faces

2. Que tipo de polígono as faces formam? Descreva suas características quanto às medidas dos lados.

   formam triângulos

   cada lado tem 17 cm, mas características são lados iguais

3. As faces são todas iguais? Qual a área de cada face?

   Sim, todos os lados/faces são iguais

4. Qual a área total do poliedro?

   119 . 8 = 952 cm²

   área total

A.5 – Grupo 5

Octa o quê?

Olá, você vivenciará uma experiência de construção de um octaedro. Vamos começar!

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de **igual tamanho**.
- 6 conectores.

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

1. Quantas faces tem o poliedro construído?

2. Que tipo de polígono as faces formam? Descreva suas características quanto às medidas dos lados.

3. As faces são todas iguais? Qual a área de cada face?

4. Qual a área total do poliedro?

1- gravador

1- Tem oito faces.

2. Formam um triângulo. Cada lado mede 18 cm.

3. Sim. $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{18 \cdot 16}{2} = \frac{270}{2} = 135\ cm^2$

4. $135 \cdot 8 = 1080\ cm^2$

A.6 – Grupo Sem Gravador

Octa o quê?

Olá, você vivenciará uma experiência de construção de um octaedro. Vamos começar!

Conteúdo do envelope:

- 12 varetas de **igual tamanho**.
- 6 conectores.

Passo a passo para montar o octaedro:

1. Montando a primeira pirâmide

- Pegue **4 varetas** e **4 conectores**.
- Monte uma base **quadrada**, conectando as 4 varetas nos vértices de forma que fiquem livres uma entrada para cima e outra para baixo do conector.
- Pegue **4 varetas extras** e conecte cada vértice da base ao mesmo ponto central no topo (1 conector), formando uma **pirâmide quadrangular**.

2. Criando a segunda pirâmide

- Pegue mais **4 varetas** e conecte-as à base quadrada, mas agora para baixo, formando outra pirâmide quadrangular invertida.
- Use o último conector para unir as 4 varetas no ponto central inferior.

Agora seu octaedro está pronto! 🎉

3. Tarefas

1. Quantas faces tem o poliedro construído?
2. Que tipo de polígono as faces formam? Descreva suas características quanto às medidas dos lados.
3. As faces são todas iguais? Qual a área de cada face?
4. Qual a área total do poliedro?

b. 23,8
h. 34,5

tarefa

$\frac{b \cdot h}{2} \rightarrow$

$\frac{23,8 \cdot 34,5}{2} = \frac{821,1}{2} \rightarrow 410,55$

$410,55 \times 8 \rightarrow 3284,4\ cm^2$

1. 8 faces

2. Octaedro

3. Sim, 410,55

4. 3284,4 cm^2

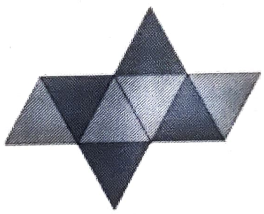
Apêndice B – Registros escritos da tarefa "Instagramável Questão"

Este apêndice apresenta os registros escritos dos estudantes durante a realização da tarefa "Instagramável Questão", organizados por grupo de trabalho.

B.1 – Grupo 1

Instagramável Questão!

A tarefa que faremos, consiste em sabermos quanto de papel seria necessário para fazermos balões para uma festa junina. Deseja-se fazer 10 balões revestidos com um papel para a festa. Devido a recortes, colagem e perdas eventuais, devemos comprar um pouco mais desse papel, cerca de 20% a mais. Além disso, os balões devem ter a forma de um octaedro regular cuja planificação está representada na figura abaixo.



Observem, pela planificação do octaedro, que ele é um sólido com 8 faces congruentes, sendo todas elas triângulos equiláteros onde cada face deve ter 20 centímetros de altura.

Com base nessas informações, a quantidade total de papel necessária para confeccionar os 10 balões, em metros quadrados, é igual a:

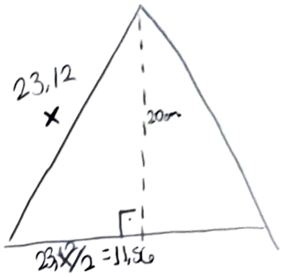
91

1- 10 balões

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{23,12 \cdot 20}{2} = \frac{462.4}{2} = 231.2 cm^2$

$231,2 \cdot 8 : 10 = 18,496\ m^2$

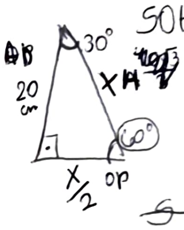
$\frac{k}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{k\sqrt{2}}{2}$



18,496 — 100%
x — 120%

$18,496 \cdot 1,2 = x$

$22,1952 cm^2 = 2,21952\ m^2$



SOH CAH TOA

$S = \frac{CO}{Hip}$

$\cos = \frac{CA}{H}$

$60° = \frac{20}{x}$

$\frac{20}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x\sqrt{3} = 40$

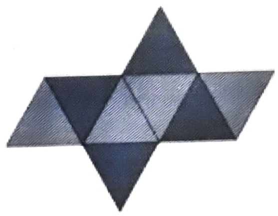
$x = \frac{40}{\sqrt{3}}$

$x = \frac{40}{1,73} = 23,12$

B.2 – Grupo 2

Instagramável Questão!

A tarefa que faremos, consiste em sabermos quanto de papel seria necessário para fazermos balões para uma festa junina. Deseja-se fazer 10 balões revestidos com um papel para a festa. Devido a recortes, colagem e perdas eventuais, devemos comprar um pouco mais desse papel, cerca de 20% a mais. Além disso, os balões devem ter a forma de um octaedro regular cuja planificação está representada na figura abaixo.



Observem, pela planificação do octaedro, que ele é um sólido com 8 faces congruentes, sendo todas elas triângulos equiláteros onde cada face deve ter 20 centímetros de altura.

Com base nessas informações, a quantidade total de papel necessária para confeccionar os 10 balões, em metros quadrados, é igual a:

gravador

nº2

10 balões

20% +

octaedro

8 faces

20cm. h

m²?

90°

180° = 60° 60° 60°

sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

equilátero - pitágoras

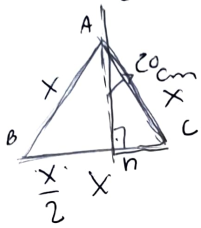
$8 \cdot 20 = \frac{160}{2} = 80$

$\frac{b.h}{2}$

$\frac{20.b}{2}$

$b = \frac{20}{2} = 10$

$20 \cdot 10 = \frac{200}{2} = 100$



$\frac{x}{2}$

SOH CAH TOA

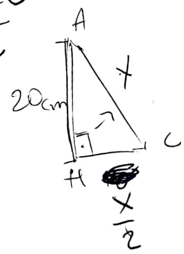
seno cosseno tangente

$\frac{O}{H}$ $\frac{A}{H}$ $\frac{O}{A}$

A(Δ)

$\frac{b.h}{2} = \frac{x.20}{2}$

$x = \frac{20}{2} = 10$



$\frac{A}{H}$

$10 + 20\% = 0,3$

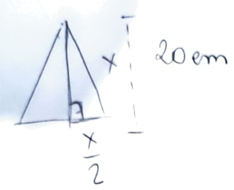
10,3 papeis

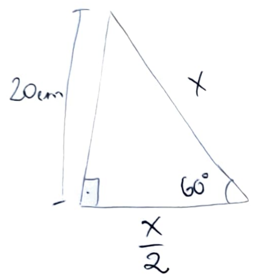
~~10,3m²~~

~~1,03m²~~

$\boxed{10,3\,m^2}$

28/04/25





$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{\theta}{h}\right) = \frac{20}{x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{20}{x}$$

$$\sqrt{3}x = 2 \cdot 20$$

$$\sqrt{3}x = 40$$

$$x = \frac{40}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{40}{1,7}$$

$$\boxed{x = 23,09}$$ lado

$$\frac{h \cdot b}{2} = \frac{20 \cdot 23,09}{2}$$

$$\frac{461,8}{2} = \boxed{230,9}$$

↳ área

18%

$$230,9 \cdot 8 = \boxed{1847,2}$$

↳ área de todos os triângulos

$$1.847,2 \cdot \underline{10} = 18.472 + 20\%$$

↳ $20 \cdot 100$ ↳ 2.000

$= 22.166,4$ ↳ cm²

$$\frac{22.166,4}{10.000} = \boxed{2,21664}$$ m²

m²	dm²	cm²
100	100	10000

m	dm	cm
1	10	100

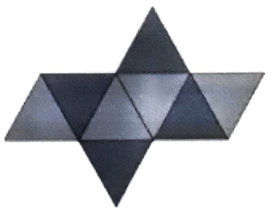
Anna Beatriz
Aimy Castañeda
Sophia Michaelly
Amanda Camille

B.3 – Grupo 3

3

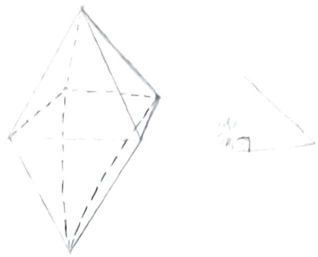
Instagramável Questão!

A tarefa que faremos, consiste em sabermos quanto de papel seria necessário para fazermos balões para uma festa junina. Deseja-se fazer 10 balões revestidos com um papel para a festa. Devido a recortes, colagem e perdas eventuais, devemos comprar um pouco mais desse papel, cerca de 20% a mais. Além disso, os balões devem ter a forma de um octaedro regular cuja planificação está representada na figura abaixo.



Observem, pela planificação do octaedro, que ele é um sólido com 8 faces congruentes, sendo todas elas triângulos equiláteros onde cada face deve ter 20 centímetros de altura.

Com base nessas informações, a quantidade total de papel necessária para confeccionar os 10 balões, em metros quadrados, é igual a:



$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{20}{x}$

$x\sqrt{3} = 2 \cdot 20$

$x\sqrt{3} = 40$

$x = \frac{40}{\sqrt{3}}$

$x = 23{,}09\,cm$

$\frac{\ldots 20}{2}$

$= \frac{460}{2} = 230$

$230 \cdot 8 = 1840$

$1840 \cdot 10 = 18400$

$18400 \cdot 0{,}2 = 3680$

$18400 + 3680 =$

$22.080 \ldots = 2{,}208$

David lucas

Erick kaleb

Amanda

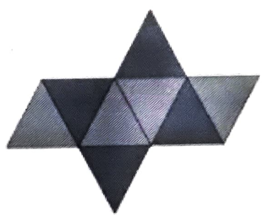
Paloma

3ºA

B.4 – Grupo 4

Instagramável Questão!

A tarefa que faremos, consiste em sabermos quanto de papel seria necessário para fazermos balões para uma festa junina. Deseja-se fazer 10 balões revestidos com um papel para a festa. Devido a recortes, colagem e perdas eventuais, devemos comprar um pouco mais desse papel, cerca de 20% a mais. Além disso, os balões devem ter a forma de um octaedro regular cuja planificação está representada na figura abaixo.



Observem, pela planificação do octaedro, que ele é um sólido com 8 faces congruentes, sendo todas elas triângulos equiláteros onde cada face deve ter 20 centímetros de altura.

Com base nessas informações, a quantidade total de papel necessária para confeccionar os 10 balões, em metros quadrados, é igual a:

Gravador sem número

$A_{TOTAL} = \frac{23 \cdot 20}{2} = 230 \text{ cm}^2$

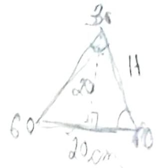
ÁREA OCTAEDRO $= 230 \cdot 8 = 1840 \text{ cm}^2$

20% de 1840 = 368

Total de tecido =

$1840 + 368 = 2208$

$2200 \cdot 10 = 22000$



$\frac{CO}{CA} =$

$\frac{x \cdot \cancel{20}}{\cancel{2}}$ 10

20 = h

$\text{sen}\, 60° = \frac{CO}{Hip} = \frac{20}{x}$

$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{20}{x} =$

$x = \frac{1,73}{2} \cdot 20$

$x = 17,3$

$\sqrt{3} \cdot x = 2 \cdot 20$

$\sqrt{3} \cdot x = 40$

$x = \frac{40}{1,73} = 23,1$

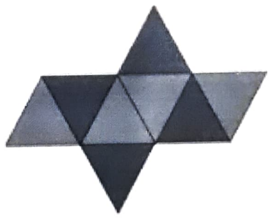
Gravador sem número

B.5 – Grupo 5

5 Gabriel P. / Yaki / Natalha / Paola

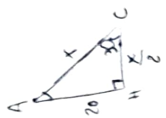
Instagramável Questão!

A tarefa que faremos, consiste em sabermos quanto de papel seria necessário para fazermos balões para uma festa junina. Deseja-se fazer 10 balões revestidos com um papel para a festa. Devido a recortes, colagem e perdas eventuais, devemos comprar um pouco mais desse papel, cerca de 20% a mais. Além disso, os balões devem ter a forma de um octaedro regular cuja planificação está representada na figura abaixo.



Observem, pela planificação do octaedro, que ele é um sólido com 8 faces congruentes, sendo todas elas triângulos equiláteros onde cada face deve ter 20 centímetros de altura.

Com base nessas informações, a quantidade total de papel necessária para confeccionar os 10 balões, em metros quadrados, é igual a:

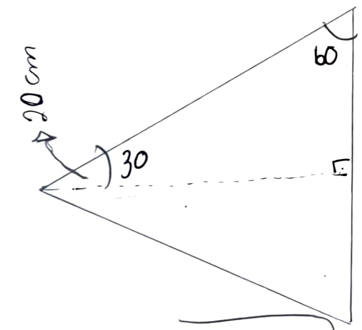


$A(\Delta) = \frac{x \cdot 20}{2}$

60

$230 \cdot 8 = 1840$

$1840 \cdot 10 = 18400$



$A(\Delta)\ \frac{23{,}09 \cdot 20}{2} = \frac{460}{2} = 230$

$A(\Delta) = 230$

$\boxed{\cos 30 = \frac{20}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20}{x}$ $\quad$ $\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 20 = x}$

$\sqrt{3} \cdot x = 40$

$x = \frac{40}{\sqrt{3}} \quad = x = 23{,}09$

APÊNDICE C – Tarefas das Experiências na Educação Básica com o Ensino Exploratório

Este apêndice apresenta as tarefas utilizadas nas quatro experiências mencionadas no capítulo 1.4, com o objetivo de oferecer ao leitor um panorama das propostas desenvolvidas nas pesquisas de Figueiredo (2023), Santos (2023), Cerqueira (2023) e Freitas (2024).

C.1 – Tarefa: Educação Financeira (Figueiredo, 2023)

Atividade de Pesquisa

Os celulares entre R$ 1.500 e R$ 1.800 foram os mais vendidos do Brasil em 2022, de acordo com a IDC*, e o preço médio de todos os aparelhos vendidos no ano foi de R$ 1.878.

Nosso objetivo para a próxima a aula, é trabalhar uma dinâmica, sobre a compra de um aparelho celular, que é um meio de comunicação, trabalho e lazer.

Mas qual escolher? Qual o melhor custo-benefício?

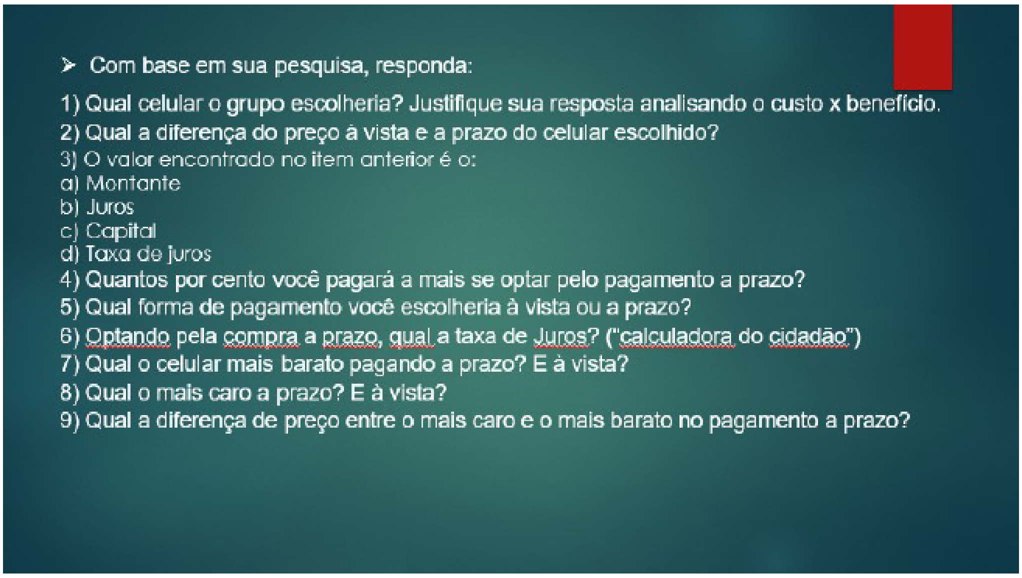
Para poder responder a essas e outras perguntas precisamos saber o preço de alguns celulares, para isso, faça uma pesquisa online e preencha a tabela abaixo, na próxima aula vamos iniciar uma discussão com base nestes dados:

Celulares	Benefícios	Loja	Preço à vista	Valor da parcela	Nº parcelas	Preço total à prazo
Iphone 11 (128 G)		Loja 1	R$	R$		R$
		Loja 2	R$	R$		R$
		Loja 3	R$	R$		R$
Sansung Galaxy A32 (128 G)		Loja 1	R$	R$		R$
		Loja 2	R$	R$		R$
		Loja 3	R$	R$		R$
Motorola Edge 30 (128 G)		Loja 1	R$	R$		R$
		Loja 2	R$	R$		R$
		Loja 3	R$	R$		R$

* International Data Corporation (IDC): Empresa de pesquisa e mídia, que presta serviços de consultoria para o mercado de TI

Fonte: Material produzido pela autora, 2023

Fonte: FIGUEIREDO (2023).



Fonte: Material produzido pela autora, 2023

Fonte: FIGUEIREDO (2023).

C.2 – Tarefa: Números na EJA (Santos, 2023)

Tarefa Matemática

Gabriel mora na quadra 5 da Ceilândia Norte, DF. Ele pretende preparar uma feijoada para a família no final de semana, pois é o aniversário da sua esposa Isabel. No entanto, ele observou que não tem alguns dos ingredientes em casa para fazer o almoço. Os produtos que precisa são os seguintes:

- 2 kg de feijão preto;
- 1 kg de pé de porco;
- 1 kg de costelinha de porco;
- 2 kg de linguiça calabresa;
- 1 kg de carne de charque;
- 1 kg de orelha de porco;
- 1 kg de rabinho de porco;
- 1 maço de cheiro verde.

Gabriel resolveu então pesquisar os preços dos produtos por meio do site de três supermercados diferentes próximos a sua casa com o objetivo de encontrar os itens mais baratos. Os valores encontrados de cada produto foram os seguintes:

Quadro 6: Produtos e Supermercados

Produtos	X	Y	Z
1 kg de feijão preto	R$ 7,00	R$ 9,00	R$ 9,00
1 kg de pé de porco;	R$ 12,00	R$ 17,00	R$ 12,00
1 kg de costelinha de porco;	R$ 26,00	R$ 21,00	R$ 24,00
1 kg de linguiça calabresa;	R$ 25,00	R$ 29,00	R$ 26,00
1 kg de carne de charque;	R$ 34,00	R$ 42,00	R$ 28,00
1 kg de orelha de porco;	R$ 21,00	R$ 30,00	R$ 19,00
1 kg de rabinho de porco;	R$ 29,00	R$ 34,00	R$ 21,00
1 maço de cheiro verde.	R$ 4,00	R$ 6,00	R$ 5,00

Fonte: Autor, 2023

Pergunta

Qual estratégia o grupo utilizaria para ajudar Gabriel na compra dos ingredientes da feijoada?

Fonte: SANTOS (2023).

Tarefa Matemática

A tarefa matemática foi desenvolvida como uma oficina que simulava o comércio em duas lojas de roupas. Os alunos representaram papéis de vendedores e clientes e as lojas contavam com peças de roupas como calças, camisetas, vestidos, conjuntos e calçados. Cada roupa tinha o seu valor e foram disponibilizadas opções de compras à vista, com desconto, ou parcelado em 4 vezes, com juros, conforme indicado no Quadro 11.

Cada uma das turmas foi dividida em 3 grupos: dois grupos eram responsáveis por simular vendedores de duas lojas de roupas (Lojas: **Estação da Roupa DF** e **Moda Ceilândia e Companhia**) e um grupo simulava os clientes. (Observação: os nomes das lojas foram criados pelo próprio autor da pesquisa).

Grupo 1: Vendedores da loja Estação da Roupa DF

Grupo 2: Vendedores da loja Moda Ceilândia e Companhia

Grupo 3: Clientes

Figura 5: Loja 1 - Estação da Roupa DF

Fonte: Autor, 2023

Figura 6: Loja 2 - Moda Ceilândia e Companhia

Fonte: Autor, 2023

Fonte: SANTOS (2023).

Quadro 11: Produtos e Preços

Produto	Preço em R$	Desconto à vista	Valor da parcela (4 vezes) com juros de 15% no valor total:
Calça Jeans - Masculina	80,00	15%	-
Calça Jeans - Feminina	90,00	10%	-
Camiseta Masculina	45,00	5%	-
Camiseta Feminina	35,00	5%	-
Vestido	108,00	10%	-
Conjunto Masculino (Calça + Camiseta)	120,00	15%	-
Conjunto Feminino (Calça + Camiseta)	120,00	10%	-
Tênis Masculino	300,00	18%	-
Sandália Feminina	160,00	20%	-
Variados (a partir de 3 produtos)	–	20%	-

Fonte: SANTOS (2023).

Tarefa Matemática

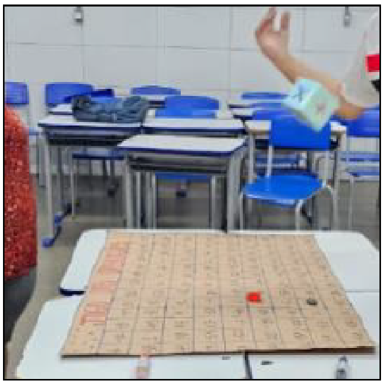
Em uma folha Kraft de 1,00 × 0,70m, foram dispostos em ordem aleatória os números inteiros pertencentes ao intervalo de -58 a 58 em uma tabela com 9 linhas e 13 colunas. Para a realização da tarefa, também foi confeccionado um dado de papelão em que cada face continha uma das 4 operações fundamentais da aritmética, repetindo-se uma vez os símbolos da adição e da multiplicação.

Figura 3: Tabuleiro do Jogo das Operações

Fonte: Autor, 2023

A dinâmica do jogo se inicia quando um jogador ou dupla de jogadores pré-determinada lança dois pequenos objetos (tampa de refrigerante neste caso) sobre a parte numerada do tabuleiro. A partir daí, definem-se os números com os quais realizarão a operação, depois com o lançamento do dado de papelão verifica-se a operação que será utilizada. Em seguida, o(s) estudante(s) da vez realiza os cálculos da operação no quadro da sala na frente dos demais participantes.

Figura 4: Jogando o dado



Fonte: Autor, 2023

Fonte: SANTOS (2023).

C.3 – Tarefa: Análise Combinatória na EJA (Cerqueira, 2023)

1.Forme grupos de 5 pessoas (3 minutos). Escrevam as respostas a todos os itens

2. Leia o texto (2 minutos)

De acordo com o Guia Alimentar para a população brasileira(2014), a alimentação adequada e saudável é um direito humano básico que envolve a garantia ao acesso permanente e regular, de forma socialmente justa, a uma prática alimentar adequada aos aspectos biológicos e sociais do indivíduo e que deve estar em acordo com as necessidades alimentares especiais.

3. Diálogos e Reflexões (8 minutos)

a) Você sabe que, de acordo com a Constituição da República Federativa do Brasil/88, a alimentação é um direito social do ser humano? Esse direito é exercido por você e por todos os moradores da sua cidade? Por quê?

b) Você acredita que o tipo de alimentação e as preferências alimentares podem ser determinadas pela região onde a pessoa nasceu e onde ela vive? Por quê?

c)Você acredita que ter uma alimentação saudável é importante para o ser humano? Por quê?

d) Na sua opinião existe alguma relação entre alimentação não saudável e obesidade?

e) De acordo com o que você come e suas preferências alimentares, você sabe combinar os alimentos para que sua alimentação seja considerada saudável de acordo com a pirâmide alimentar?

Pirâmide alimentar adaptada

Fonte: PHILIP, S.T. et al,1996

Fonte: Tarefa 2- Alimentação Saudável (2023)

Fonte: CERQUEIRA (2023).

4.Com base na pirâmide alimentar, apresentada na questão 3, é possível fazer várias combinações de alimentos para uma alimentação ser considerada saudável. A partir da figura 1, preencha a tabela abaixo de acordo com a quantidade de figuras desenhadas na pirâmide, para representar o grupo alimentar e a quantidade mínima de porções. (8 minutos)

Quantidade de figuras que representam alimentos diferentes na pirâmide	Grupo Alimentar	Quantidade mínima de porções
	Açucares e doces	
	Leite e produtos lácteos	
	Hortaliças	
	Óleos e gorduras	
	Carnes e ovos	
	Leguminosas	
	Frutas	
	Cereais,pães, tubérculos e raízes	

5. Analise, discuta com seu grupo a seguinte situação **e escreva as ideias no papel.** (2 minutos)

Uma pessoa comprou 4 saquinhos de balas de frutas com sabores diferentes, sendo que cada bala possue em média 36 kcal por unidade . Ela pretende ingerir somente as porções mínimas da pirâmide alimentar e, ao fazer uma pesquisa na internet, descobriu que uma porção do grupo alimentar que as balas pertencem corresponde a 110 kcal .

6. De acordo com a situação apresentada no item 5 e com base na pirâmide alimentar, explique os seguintes questionamentos: (10 minutos)
a) A qual grupo alimentar as balas pertencem? Justifique.
b) Qual a quantidade de porções mínimas do grupo alimentar encontrado no item a? Justifique.
c) Quantas kcal, corresponde a quantidade de porções encontrada no item b ? Justifique.
d) Qual a quantidade máxima de balas que ela poderá consumir por dia, sem ultrapassar a quantidade de porções mínimas? Justifique.

7. Distribuição de 4 saquinhos de balas com sabores diferentes, para cada grupo. (2 minutos)

8. Simule com as balas recebidas as maneiras possíveis da pessoa consumir as balas, em relação aos sabores. Organize essa simulação na mesa e tire uma fotografia com o celular. (10 minutos)

9. Respeitadas as restrições do problema, elabore uma estratégia matemática que denota o número de diferentes maneiras possíveis de a pessoa consumir a quantidade máxima de balas com sabores diferentes sem ultrapassar a porção mínima diária do grupo alimentar que as balas pertencem ? Registre (escreva) essa estratégia. (15 minutos)

Fonte: Tarefa 2- Alimentação Saudável (2023)

Fonte: CERQUEIRA (2023).

C.4 – Tarefa: Carneiro Hidráulico (Freitas, 2024)

ROTEIRO

1. Apresentação da situação-problema; (5 minutos)
2. Questionamentos a partir do situação-problema; (10 minutos)
3. Resolução da situação-problema; (25 minutos)
4. Análise das estratégias apresentadas (10 minutos)
5. Conclusão (10 minutos)

SITUAÇÃO - PROBLEMA

Suponha que um carneiro hidráulico nas mesmas condições do apresentado foi instalado em uma chácara com o intuito de abastecer uma caixa d'água com formato cilíndrico cujo raio mede 1 metro e cuja altura é de 2,5 metros. A caixa é utilizada para atender uma família que consome 600 litros de água por dia.

1. Diga qual a quantidade de água que o carneiro seria capaz de bombear para a caixa em um dia.
2. Encontre a capacidade da caixa em litros.
3. Descubra a fração diária que a caixa é preenchida pelo carneiro hidráulico.
4. Qual o percentual da caixa estaria preenchido após 3 dias? e após 7 dias?
5. Faça uma generalização para obter o percentual de água na caixa a qualquer momento.
6. Encontre em quantos dias a caixa estaria completamente cheia.

RESOLUÇÃO

Fonte: FREITAS (2024).