



Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática  
Programa de Mestrado Profissional  
em Matemática em Rede Nacional



# **Dificuldades de Aprendizagem de Frações Entre Estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental**

Cicero Vidal de Abreu Junior

Brasília

2025

Cicero Vidal de Abreu Junior

## **Dificuldades de Aprendizagem de Frações Entre Estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental**

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do “Programa” de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, para obtenção do grau de Mestre.

Universidade de Brasília - UnB  
Departamento de Matemática - MAT  
PROFMAT - SBM

Orientador: Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo

Brasília  
2025

Posição vertical

---

Cicero Vidal de Abreu Junior

Dificuldades de Aprendizagem de Frações Entre Estudantes do 9º Ano do  
Ensino Fundamental/ Cicero Vidal de Abreu Junior. – Brasília, 2025-  
83 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília - UnB  
Departamento de Matemática - MAT  
PROFMAT - SBM, 2025.

1. Frações. 2. Aprendizagem Matemática. I. Mauro Luiz Rabelo. II. Universi-  
dade de Brasília. III. PROFMAT - SBM. IV. Título XYZ

CDU XYZ 02:141:005.7

---

Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática

# **Dificuldades de Aprendizagem de Frações Entre Estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental**

por

**Cicero Vidal de Abreu Junior**

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do “Programa” de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, para obtenção do grau de

**MESTRE**

Brasília, 29 de agosto de 2025

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo - MAT/UnB (Orientador)

---

Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo - MAT/UnB (Membro Interno)

---

Prof. Dr. Mateus Gianni Fonseca - IFB (Membro Externo)

---

Profa. Dra. Regina da Silva Pina Neves - MAT/UnB (Membro Suplente)

*Dedico este trabalho a todos que veem a Matemática como uma forma de melhorar este mundo.*

# Agradecimentos

Agradeço à minha família, em especial à minha mãe e aos meus irmãos, por estarem comigo nessa caminhada na Educação, compartilhando as mais diversas conquistas que dela surgiram.

Agradeço profundamente ao meu orientador, Mauro, sem o qual este trabalho não teria sido possível de maneira alguma. Aos professores Cleyton, Mateus, Regina e Dalvirene, meu reconhecimento por dispensarem tempo para avaliá-lo. Também dirijo meus agradecimentos ao meu grupo de amigos: Hanna, Lucas e Malu. Cursamos todas as disciplinas juntos, estudamos em conjunto e, tenho certeza de que, sem o apoio deles, não teria concluído o Programa. Agradeço aos estudantes que me motivaram a escrever esta pesquisa e aos professores que me inspiraram ao longo dessa trajetória.

Um agradecimento especial à minha esposa, Isabelle Laís, pela paciência, parceria e pelo apoio incondicional durante a realização deste trabalho, que não foi nada fácil. Muito obrigado!

*“A matemática é a linguagem com a qual Deus escreveu o universo”*  
*Galileu Galilei*

# Resumo

Dificuldades de aprendizagem em frações representam um obstáculo central na matemática do Ensino Fundamental, com impactos no raciocínio proporcional e desempenho em avaliações. Esta pesquisa objetivou investigar dificuldades de aprendizagem de frações entre estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do Distrito Federal, com base na aplicação de um questionário diagnóstico, visando propor estratégias didáticas que promovam avanços conceituais e operatórios no campo multiplicativo. A metodologia, de natureza qualitativa, envolveu a aplicação de um questionário com questões operatórias e perceptivas a 107 alunos, cujos dados foram analisados mediante a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Os resultados evidenciaram baixos índices de acerto nas operações: adição (10,3%), subtração (13,1%), multiplicação (29%) e divisão (14,8%), sendo esta última apontada por 92,5% dos discentes como a mais complexa. Identificou-se a possibilidade de existência de esquemas cognitivos frágeis, dificuldade de transição entre registros (simbólico, pictórico, decimal) e sugere-se uma defasagem curricular, com a maioria dos estudantes relatando primeiro contato com frações apenas a partir do 6º ano, em descompasso com a BNCC. Conclui-se pela urgência de intervenções pedagógicas que articulem materiais manipulativos, jogos didáticos e situações-problema contextualizadas, tal como proposto com a plataforma MGames, além de investimento em formação docente e políticas de recomposição de aprendizagens pós-pandêmicas.

**Palavras-chave:** Frações. Aprendizagem Matemática. Ensino Fundamental. Defasagem Curricular.



# Abstract

Learning difficulties in fractions represent a central obstacle in elementary school mathematics, impacting proportional reasoning and performance on assessments. This research aimed to investigate difficulties in learning fractions among 9th-grade students in a public school in the Federal District of Brazil, based on the application of a diagnostic questionnaire, with the goal of proposing didactic strategies that promote conceptual and operational advances in the multiplicative field. The methodology, qualitative in nature, involved the application of a questionnaire with operational and perceptual questions to 107 students. The data were analyzed using Vergnaud's Theory of Conceptual Fields and Duval's Theory of Semiotic Representation Registers. The results revealed low accuracy rates in the operations: addition (10.3%), subtraction (13.1%), multiplication (29%), and division (14.8%), with the latter identified by 92.5% of the students as the most challenging. The study identified the possible existence of fragile cognitive schemes, difficulty in transitioning between registers (symbolic, pictorial, decimal), and suggested a curricular gap, with most students reporting their first contact with fractions only from the 6th grade onward, contrary to the National Common Curricular Base (BNCC). The conclusion emphasizes the urgency of pedagogical interventions that integrate manipulative materials, educational games, and contextualized problem-solving situations, as proposed with the MGames platform, in addition to investments in teacher training and policies for post-pandemic learning recovery.

**Keywords:** Fractions. Math Learning. Elementary Education. Curricular Gap.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º A . . . . .	34
Figura 2 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º A . . . . .	35
Figura 3 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º A	35
Figura 4 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º B . . . . .	37
Figura 5 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º B . . . . .	37
Figura 6 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º B	38
Figura 7 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º C . . . . .	39
Figura 8 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º C . . . . .	40
Figura 9 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º C	40
Figura 10 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º D . . . . .	42
Figura 11 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º D . . . . .	42
Figura 12 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º D	43
Figura 13 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º E . . . . .	44
Figura 14 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º E . . . . .	45
Figura 15 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º E .	45
Figura 16 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º F . . . . .	47
Figura 17 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º F . . . . .	47
Figura 18 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º F .	48
Figura 19 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – Geral . . . . .	49
Figura 20 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – Geral . . . . .	50
Figura 21 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – Geral	51
Figura 22 – Exemplo de resposta de estudante 1 . . . . .	53

Figura 23 – Exemplo de resposta de estudante 2 . . . . .	54
Figura 24 – Exemplo de resposta de estudante 3 . . . . .	55
Figura 25 – Exemplo de resposta de estudante 4 . . . . .	57
Figura 26 – Exemplo de resposta de estudante 5 . . . . .	58
Figura 27 – Exemplo de resposta de estudante 6 . . . . .	59
Figura 28 – Interface ilustrativa do jogo digital Fratix (MGames, 2024) . . . . .	67
Figura 29 – Interface ilustrativa do jogo digital Manguê (MGames, 2024) . . . . .	68

# Lista de abreviaturas e siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DF	Distrito Federal
GDF	Governo do Distrito Federal
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MMC	Mínimo Múltiplo Comum
OEI	Organização dos Estados Ibero-Americanos
PDAD	Pesquisa Distrital por Amostra de Domicílios
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
RA	Região Administrativa
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEEDF	Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UnB	Universidade de Brasília

# Sumário

	<b>Introdução</b>	<b>14</b>
<b>1</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
1.1	Conceitos e Representações de Fração	17
1.2	Obstáculos à Aprendizagem de Frações no Ensino Fundamental	19
1.3	Teoria dos Campos Conceituais e Ensino de Frações	22
1.4	Teoria dos Registros de Representação Semiótica para o Ensino de Frações	25
1.5	Diretrizes Curriculares para o Ensino de Frações: BNCC e Currículo em Movimento do DF	28
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>29</b>
2.1	Abordagem da Pesquisa	29
2.2	Contexto e Participantes	29
2.3	Instrumento de Coleta de Dados	30
2.4	Descrição das Questões Operatórias	31
2.5	Procedimentos de Coleta	31
2.6	Análise dos Dados	32
<b>3</b>	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>33</b>
<b>3.1</b>	<b>Apresentação dos Resultados</b>	<b>33</b>
3.1.1	Resultados referentes ao 9º A	34
3.1.2	Resultados referentes ao 9º B	36
3.1.3	Resultados referentes ao 9º C	39
3.1.4	Resultados referentes ao 9º D	41
3.1.5	Resultados referentes ao 9º E	44
3.1.6	Resultados referentes ao 9º F	46
<b>3.2</b>	<b>Desempenho nas Operações com Frações</b>	<b>49</b>
<b>3.3</b>	<b>Percepção dos Estudantes Sobre Suas Próprias Dificuldades</b>	<b>50</b>
<b>3.4</b>	<b>Primeiros Contatos com Frações: Defasagem Curricular</b>	<b>51</b>
<b>3.5</b>	<b>Exemplos de Respostas dos Estudantes</b>	<b>52</b>
<b>3.6</b>	<b>Impactos da Pandemia da Covid-19</b>	<b>60</b>
<b>3.7</b>	<b>Síntese dos Resultados e Implicações Pedagógicas</b>	<b>62</b>
<b>3.8</b>	<b>A Plataforma MGames como Recurso Didático</b>	<b>64</b>
<b>3.9</b>	<b>Propostas Didáticas Baseadas em Evidências</b>	<b>65</b>
<b>3.10</b>	<b>Fichas de Atividades Didáticas com Base nos Resultados da Pesquisa</b>	<b>70</b>

4	CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	73
	Referências . . . . .	78
	<b>APÊNDICES</b>	<b>82</b>
	A – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO . . . . .	83

# Introdução

A aprendizagem de frações é historicamente apontada como uma das maiores dificuldades enfrentadas por estudantes do Ensino Fundamental, sendo recorrente tanto em avaliações externas quanto em estudos acadêmicos sobre Educação Matemática (Aguilar Júnior, 2024; Cardoso; Mamede, 2023). A natureza abstrata do conceito de fração, os múltiplos significados que o compõem e as diferentes formas de representação simbólica, pictórica, decimal e percentual contribuem para que os estudantes construam compreensões parciais e, muitas vezes, equivocadas.

Os equívocos mais comuns entre os estudantes dizem respeito à interpretação literal da simbologia, à dificuldade de estabelecer relações de equivalência entre frações e à limitação na resolução de problemas contextualizados. Esses aspectos demandam uma abordagem pedagógica que leve em conta a pluralidade de significados e a transição entre diferentes registros de representação (Duval, 2003).

Além disso, é fundamental situar as frações no contexto mais amplo dos números racionais, conjunto que engloba também as representações decimais e percentuais. Compreender as frações como parte desse sistema numérico permite aos estudantes estabelecer conexões entre diferentes formas de representação quantitativa, essenciais para o desenvolvimento do raciocínio proporcional e algébrico. Essa articulação entre registros (fracionário, decimal e percentual) é não apenas uma exigência curricular (Brasil, 2018), mas uma condição para a construção de significados matemáticos mais duradouros e flexíveis, conforme apontam Nunes, Bryant e Costa (1997) em estudos sobre a construção do conceito de número racional.

De acordo com estimativas da Organização dos Estados Ibero-Americanos (OEI) (Ramos; Ferreira, 2021) e pela pesquisa de (Bartholo *et al.*, 2023), a defasagem de aprendizagem acumulada entre 2019 e 2022 foi especialmente crítica no 9º ano do Ensino Fundamental, afetando significativamente conteúdos como frações, porcentagens e proporções. Os estudos apontam que os estudantes da rede pública brasileira retornaram às escolas com níveis de aprendizagem em Matemática comparáveis aos que seriam esperados até oito anos letivos anteriores.

Isso reforça a necessidade de estudos voltados à compreensão das dificuldades específicas na aprendizagem de frações, com vistas à proposição de intervenções pedagógicas eficazes. Acrescente a isso o fato de que, durante o período pandêmico (2020–2021), houve uma significativa retração nas aprendizagens matemáticas, especialmente em conteúdos que exigem manipulação simbólica e raciocínio proporcional, como frações. Dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) 2021 indicam que os alunos apresenta-

ram regressão no desempenho, com acentuadas desigualdades regionais e socioeconômicas (Brasil, 2022).

Nesse contexto, a presente pesquisa tem como objetivo investigar dificuldades de aprendizagem de frações entre estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do Distrito Federal, com base na aplicação de um questionário diagnóstico, visando propor estratégias didáticas que promovam avanços conceituais e operatórios no campo multiplicativo. Essa etapa da Educação Básica é estratégica, pois nela se espera que os estudantes tenham consolidado competências relacionadas ao raciocínio proporcional, à interpretação de representações fracionárias e à resolução de problemas com significado matemático, conforme previsto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018). Trata-se de uma investigação que busca não apenas diagnosticar dificuldades, mas também propor intervenções concretas e acessíveis, com potencial de aplicação imediata em contextos escolares semelhantes.

O estudo busca compreender os principais entraves à aprendizagem desse conteúdo por meio da aplicação de um instrumento diagnóstico, analisando tanto os padrões quantitativos de desempenho quanto as estratégias e raciocínios expressos nas respostas dos estudantes. Com base nessas evidências, propõem-se estratégias pedagógicas que contribuam para a superação das dificuldades identificadas. Entre essas estratégias, destaca-se a utilização da plataforma MGames (2024), que reúne jogos físicos e digitais voltados ao ensino de frações, fundamentados em teorias da Didática da Matemática e validados em contextos escolares reais. Para isso, foram mobilizados aportes teóricos da Didática da Matemática, especialmente a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996), as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 2003), e estudos recentes sobre o ensino de frações no contexto pós-pandemia.

### **Objetivo Geral:**

Investigar dificuldades de aprendizagem de frações entre estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do Distrito Federal (DF), com base na aplicação de um questionário diagnóstico, visando propor estratégias didáticas que promovam avanços conceituais e operatórios no campo multiplicativo.

### **Objetivos Específicos:**

1. Identificar, com base na literatura e nos dados do Saeb, os principais obstáculos conceituais e procedimentais relacionados à aprendizagem de frações no Ensino Fundamental.
2. Construir e aplicar um instrumento diagnóstico que permita levantar concepções, erros e acertos dos estudantes sobre o tema.



3. Analisar os resultados à luz da Teoria dos Campos Conceituais e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, identificando invariantes operatórios e esquemas em funcionamento.
4. Discutir os impactos da pandemia da Covid-19 sobre a aprendizagem matemática dos alunos, com ênfase no conteúdo de frações.
5. Propor encaminhamentos pedagógicos baseados em evidências empíricas e em referenciais da Didática da Matemática, que contribuam para o redesenho das práticas de ensino de frações no 9º ano do Ensino Fundamental.

Ao investigar dificuldades com frações e propor caminhos didáticos fundamentados, esta pesquisa reafirma o papel da Educação Matemática como ferramenta de equidade e desenvolvimento intelectual.

# 1 Fundamentação Teórica

Este capítulo traz a fundamentação teórica à qual esta pesquisa se apoiou. Além de uma abordagem e discussão acerca dos Campos Conceituais e dificuldades às aprendizagens de frações, há também um diálogo com outros teóricos que já exploraram o tema e trazem contribuições para este trabalho.

## 1.1 Conceitos e Representações de Fração

As frações são uma das formas de representação dos números racionais, conjunto numérico que inclui todos os números que podem ser expressos como a razão entre dois inteiros, com o denominador diferente de zero. Esse conjunto é fundamental na matemática, pois permite representar quantidades não inteiras, operar com partes de um todo e estabelecer relações de proporcionalidade.

A palavra “fração” tem origem no latim *fractio*, derivada de *fractus*, que significa “quebrado” ou “partido”. O conceito remonta à Antiguidade, sendo documentado há cerca de cinco mil anos no Antigo Egito, especialmente durante a dinastia do faraó Sesóstris. Naquele período, a economia egípcia, fortemente baseada na agricultura desenvolvida nas margens férteis do rio Nilo, era impactada por inundações periódicas que destruíam as marcações territoriais. Esse fenômeno exigia redistribuições frequentes de terras.

Segundo Boyer (1974), para realizar essa redistribuição, o faraó contava com mensuradores, especialistas responsáveis por recalcular as áreas utilizando cordas com nós equidistantes, funcionando como uma régua primitiva. Muitas vezes, essas medições revelavam que os terrenos não correspondiam exatamente a unidades inteiras, surgindo, assim, a necessidade de representar porções não inteiras. Mesmo com ajustes na unidade de medida, era raro que ela coubesse um número exato de vezes nas dimensões dos terrenos.

Nesse contexto, surgiram as frações, utilizadas inicialmente como forma de representar partes do solo. O sistema fracionário egípcio era baseado em frações unitárias, ou seja, frações com numerador igual a 1. Para expressar, por exemplo,  $\frac{3}{4}$ , utilizava-se a soma de  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ , evitando a repetição de denominadores iguais. Outras civilizações, como os babilônios, que utilizavam frações sexagesimais, e os gregos, também contribuíram para o desenvolvimento das representações fracionárias, especialmente em contextos ligados à geometria.

No cenário atual da Educação Matemática, o ensino de frações continua sendo um dos conteúdos mais desafiadores. De acordo com Campos, Magina e Nunes (2006), é comum que os professores introduzam o conteúdo por meio do modelo parte-todo, que,

embora relevante, não contempla toda a complexidade conceitual das frações. A literatura especializada reconhece que as frações podem ser interpretadas sob diferentes significados: parte-todo, quociente, razão, operador, medida e número racional na reta numérica. Esses significados devem ser explorados progressivamente e de maneira articulada, em diferentes contextos, para promover uma aprendizagem significativa e duradoura.

A compreensão desses múltiplos significados é essencial para evitar abordagens reducionistas que levam os estudantes à memorização de regras algébricas descontextualizadas. Muitos alunos compreendem, por exemplo, que  $\frac{1}{2}$  significa “metade”, mas não reconhecem esse valor em contextos que envolvem razão (como “dois alunos para cada três cadeiras”) ou quando representado na reta numérica. Isso evidencia uma limitação na flexibilidade cognitiva necessária para transitar entre diferentes representações e significações do conceito.

Segundo Behr *et al.* (1983), há pelo menos cinco interpretações fundamentais para as frações:

1. Parte-todo: representação de uma parte de um objeto ou conjunto dividido em partes iguais;
2. Quociente: divisão entre dois números inteiros;
3. Razão: relação entre duas quantidades distintas;
4. Medida: número racional associado a uma posição na reta numérica;
5. Operador: transformação aplicada a uma quantidade.

Essa multiplicidade conceitual exige do professor um trabalho didático intencional e criterioso. Como reforçam Cardoso e Mamede (2023), é fundamental considerar o caráter polissêmico das frações e articular o ensino às diferentes formas de representação: pictórica, simbólica, geométrica e verbal.

Duval (2003) destaca que a aprendizagem significativa em matemática requer a coordenação entre registros de representação. No caso das frações, isso implica garantir ao aluno oportunidades de transitar entre representações concretas (como modelos manipuláveis e desenhos), representações simbólicas (como números e expressões) e representações gráficas (como diagramas e a reta numérica).

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, recomenda-se iniciar o trabalho com situações de partilha equitativa de objetos, alimentos ou figuras, utilizando materiais manipuláveis como blocos fracionários, tiras de papel ou “pizzas” fracionadas. Essas atividades favorecem a visualização da parte-todo e ajudam a construir uma base intuitiva para os significados mais abstratos.

Gradualmente, o ensino deve incorporar problemas que explorem as ideias de equivalência, comparação e ordenação de frações, bem como sua representação na reta numérica. Essas práticas contribuem para a compreensão da fração como número racional, deslocando o foco de modelos concretos para estruturas simbólicas mais elaboradas.

É igualmente importante considerar os conhecimentos prévios dos alunos, frequentemente adquiridos em experiências cotidianas, como receitas culinárias, leitura de relógios ou jogos. Esses contextos devem ser valorizados como ponto de partida para o ensino formal, promovendo conexões entre o saber escolar e o mundo vivido.

Por fim, o papel do professor como mediador da aprendizagem é central. Compete a ele criar ambientes investigativos, propor desafios cognitivos, estimular o diálogo em sala de aula, valorizar o erro como parte do processo de aprendizagem e fomentar a reflexão sobre os diferentes significados das frações. A formação docente contínua, com ênfase tanto no conteúdo matemático quanto nas práticas pedagógicas inovadoras, é condição imprescindível para qualificar o ensino de frações e superar os obstáculos historicamente registrados pela literatura especializada.

## 1.2 Obstáculos à Aprendizagem de Frações no Ensino Fundamental

A aprendizagem de frações na educação básica configura-se como um dos desafios mais persistentes e multifacetados no ensino da matemática. Esse conteúdo, aparentemente simples, esconde uma complexidade conceitual que tem desafiado gerações de estudantes e professores, tornando-se um verdadeiro divisor de águas no desenvolvimento do pensamento matemático. Bryant *et al.* (2009, p. 24) afirmam que "a criança não consegue compreender as adições implícitas na contagem embora seja capaz de contar objetos usando a sequência numérica", evidenciando uma dificuldade conceitual que se repete no aprendizado de frações. Pesquisas recentes na área de educação matemática (Siegler; Lortie-Forgues, 2015; Ramírez; Shaw; Maloney, 2018) revelam que essas dificuldades vão muito além de meros erros de cálculo, estando profundamente enraizadas na forma como compreendemos e ensinamos tais conceitos fundamentais.

A natureza intrínseca das frações como números racionais apresenta uma barreira cognitiva significativa. Diferentemente dos números naturais, que têm representação intuitiva e concreta na contagem de objetos, as frações exigem um salto conceitual que muitos estudantes não conseguem realizar sem apoio pedagógico adequado. Siegler e Lortie-Forgues (2015) demonstram que as crianças desenvolvem concepções equivocadas sobre frações que persistem ao longo dos anos, muitas vezes acompanhadas de uma falsa sensação de domínio. Esses equívocos incluem interpretações errôneas do numerador e denominador como entidades independentes e a dificuldade de reconhecer que frações diferentes podem representar a mesma quantidade, como no caso das frações equivalentes.

Diversas pesquisas apontam que muitos estudantes concluem o Ensino Fundamental sem dominar as operações com frações, sem compreender suas propriedades e com dificuldade para aplicá-las em contextos práticos. Esses entraves são agravados por abordagens excessivamente procedimentais e pela fragmentação do ensino ao longo dos anos escolares. Entre as dificuldades mais recorrentes destacam-se: má interpretação da simbologia fracionária, não identificação de equivalência entre expressões fracionárias, limitação na resolução de problemas contextualizados e confusão entre os diferentes significados atribuídos ao mesmo símbolo (Lutz; Galarça, 2023; Rozario; Machado da Silva; Carlos de Proença, 2023; Nunes; Bryant; Costa, 1997; Santos Silva *et al.*, 2022). Como destaca Duval (2003, p.14), “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. A dificuldade dos estudantes em realizar essa conversão entre registros compromete a construção de significados e evidencia um obstáculo cognitivo central na aprendizagem de frações.

Tais dificuldades decorrem, em parte, de uma abordagem didática centrada na técnica, com ênfase desproporcional em algoritmos e escassa valorização dos processos de significação. Essa predominância do procedimento em detrimento da compreensão conceitual tende a transformar o ensino em um conjunto de regras descontextualizadas, desmotivando os estudantes e limitando o desenvolvimento de competências matemáticas mais amplas.

O quadro torna-se ainda mais desafiador ao se considerar a dimensão emocional envolvida no processo de aprendizagem. Ramírez, Shaw e Maloney (2018) desenvolveram um marco teórico que evidencia como a ansiedade matemática se manifesta de maneira particularmente intensa no aprendizado de frações. Seus estudos apontam a existência de um círculo vicioso: dificuldades iniciais geram ansiedade, que, por sua vez, compromete o desempenho e reforça a aversão ao conteúdo. Esse fenômeno é especialmente preocupante por tender a se agravar com o tempo, criando barreiras duradouras à aprendizagem da Matemática.

Além da ansiedade, outros fatores emocionais, como a baixa autoestima matemática e o medo de errar, também impactam negativamente a aprendizagem de frações. Muitos estudantes internalizam a ideia de que “não são bons em matemática”, o que os leva a evitar o engajamento com o conteúdo e a desenvolver uma postura passiva diante dos desafios. Essa percepção de incompetência, muitas vezes reforçada por experiências escolares anteriores, pode ser tão limitante quanto dificuldades conceituais. Nesse sentido, é fundamental que o professor atue não apenas como transmissor de conteúdos, mas como mediador afetivo, capaz de criar um ambiente seguro, acolhedor e encorajador. Estratégias como a valorização do erro como parte do processo de aprendizagem, o uso de jogos didáticos que promovam o engajamento lúdico e a escuta ativa das dúvidas dos alunos são

fundamentais para romper esse ciclo de insegurança. A construção de uma relação mais positiva com a matemática passa, portanto, por práticas pedagógicas que reconheçam e acolham as emoções envolvidas no aprender. (Ramírez; Shaw; Maloney, 2018; Muniz, 2022)

No contexto brasileiro, esse desafio educacional se desdobra em um cenário especialmente complexo. As diretrizes estabelecidas pela Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) e pelo Currículo em Movimento da Educação Básica do Distrito Federal (Distrito Federal, 2018) propõem uma progressão ambiciosa para o ensino de frações, iniciando-se com noções básicas no 3º ano do Ensino Fundamental e avançando para operações mais complexas no 5º ano. No entanto, como alertam Campos, Magina e Nunes (2006), existe um abismo considerável entre essas orientações curriculares e a realidade vivida nas salas de aula, sobretudo nos anos iniciais, marcados pela atuação de professores polivalentes que enfrentam desafios na abordagem de conteúdos matemáticos mais abstratos.

A pesquisa de Cardoso e Mamede (2017) evidencia que muitos educadores, embora comprometidos, carecem de formação matemática específica para abordar os conceitos de frações com a profundidade necessária. Esse déficit formativo frequentemente resulta em práticas pedagógicas superficiais e mecânicas, centradas na memorização de algoritmos, em detrimento da construção de uma compreensão conceitual sólida. Como consequência, inúmeros estudantes chegam aos anos finais do Ensino Fundamental sem terem desenvolvido as bases para trabalhar com frações de maneira segura e significativa.

A pandemia da Covid-19 agravou ainda mais esse cenário, especialmente nas redes públicas de ensino, aprofundando desigualdades educacionais históricas. Os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (Brasil, 2022) e estudos promovidos por organismos internacionais como a Organização dos Estados Ibero-Americanos (OEI) evidenciam perdas expressivas na aprendizagem de conteúdos relacionados aos números racionais (Ramos; Ferreira, 2021). Esse contexto torna ainda mais urgente o investimento em estratégias pedagógicas eficazes e políticas públicas comprometidas com a recuperação das aprendizagens e a valorização da formação continuada dos professores.

Em síntese, os obstáculos à aprendizagem de frações exigem um olhar atento e multidimensional. É necessário considerar simultaneamente os aspectos conceituais, metodológicos, emocionais e formativos envolvidos nesse processo. Somente por meio dessa abordagem integrada será possível superar os entraves históricos e promover um ensino de frações mais significativo, equitativo e transformador.

Diante desse panorama de dificuldades multifatoriais, torna-se essencial compreender como os estudantes constroem seus esquemas de pensamento ao lidar com frações. Para isso, a Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Vergnaud (1996), oferece uma base teórica robusta para analisar os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem

desse conteúdo, especialmente no que se refere à mobilização de invariantes operatórios e à resolução de situações-problema.

### 1.3 Teoria dos Campos Conceituais e Ensino de Frações

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), proposta por Vergnaud (1996), constitui uma contribuição fundamental para a compreensão da aprendizagem matemática, em especial no que tange ao ensino de frações. Segundo o próprio autor,

a teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, particularmente aquelas implicadas nas ciências e na técnica (Vergnaud, 1993, p.1).

É importante destacar que Vergnaud (1996) organiza o pensamento matemático em campos conceituais amplos, sendo o campo aditivo e o campo multiplicativo dois dos mais fundamentais. O campo aditivo engloba as estruturas de pensamento relacionadas à composição e transformação de quantidades (adição, subtração), cuja compreensão é construída pelas crianças desde os anos iniciais.

No entanto, a entrada no campo multiplicativo, que abrange conceitos como multiplicação, divisão, razão, proporção e, centralmente, as frações, representa uma significativa ruptura cognitiva em relação à lógica aditiva. Enquanto no campo aditivo as quantidades são tratadas de forma absoluta, o campo multiplicativo exige um pensamento relacional, em que as quantidades são compreendidas e operadas em relação umas às outras (Vergnaud, 1996; Moreira, 2002).

Essa transição não é trivial e é fonte de muitas dificuldades persistentes no aprendizado de matemática. Um exemplo claro dessa ruptura é a concepção inicial de multiplicação. Nos números naturais, a operação de multiplicar está associada a uma ideia de ‘aumento’ ou ‘ampliação’ (ex:  $3 \times 4 = 12$ ). No entanto, ao operar com números racionais, essa invariante operatória deixa de ser verdadeira: ao multiplicar um número por uma fração própria (ex:  $8 \times \frac{1}{2} = 4$ ), o resultado é menor que o número original. Essa quebra de expectativa evidencia a necessidade de uma reorganização conceitual profunda, na qual a multiplicação passa a ser compreendida como um operador escalar de mudança de grandeza, que pode ampliar ou reduzir uma quantidade, dependendo do multiplicador.

Segundo esse referencial, o conhecimento é construído progressivamente, por meio da mobilização de esquemas mentais ativados na resolução de situações-problema. Campo conceitual refere-se a um

conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns

aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (Moreira, 2002, p.8).

No caso das frações, trata-se de um campo conceitual que integra múltiplos significados e requer a coordenação entre diversos conhecimentos: divisão, multiplicação, razão, proporcionalidade, medida, equivalência, entre outros. Esse campo pertence ao que Vergnaud (1996) denomina *campo conceitual multiplicativo*, o qual exige dos estudantes a articulação de distintas formas de raciocínio para compreender, representar e operar com frações em diferentes contextos.

Como destacam Santana, Alves e Nunes (2015), a teoria classifica as situações-problema em categorias que auxiliam na compreensão da estrutura conceitual envolvida:

*Composição*: são situações nas quais se tem as partes e um todo. Exemplo: na gaveta tem seis balas de chocolate, três de hortelã e quatro de morango. Quantas balas tem na gaveta?

*Transformação*: são situações que têm um estado inicial, uma transformação e um estado final. Exemplo: Maria tinha R\$ 12,00 e comprou uma boneca por R\$ 4,00. Com quantos reais Maria ficou?

*Comparação*: são situações nas quais é estabelecida uma relação entre duas quantidades, uma denominada de referente e a outra de referido. Exemplo: Carlos tem cinco anos. Taís tem sete anos a mais que ele. Quantos anos tem Taís?

*Composição de várias transformações*: são situações nas quais são dadas transformações e se busca uma nova transformação a partir da composição das transformações dadas. Exemplo: José tem livros de histórias infantis. Ele ganhou cinco livros de seu pai e quatro livros de sua tia. José resolveu dar três dos seus livros mais velhos para seu amigo Jonas. Descontando os livros que José deu, em quanto aumentou a quantidade de livros de José?

*Transformação de uma relação*: são situações nas quais é dada uma relação estática e se busca uma nova, que é gerada a partir da transformação da relação estática dada. Exemplo: Saulo devia R\$ 8,00 a Glebson, pagou R\$ 5,00. Quanto ele deve agora?

*Composição de relações estáticas*: duas ou mais relações estáticas se compõem para dar lugar a outra relação estática. Exemplo: Ana deve quatro figurinhas a Bete, três a Cris e seis a Mara. Quantas figurinhas Ana deve ao todo? (Santana; Alves; Nunes, 2015, p.1166)

Como destaca Moreira (2002) em sua análise da teoria de Vergnaud:

A teoria dos campos conceituais supõe que o âmago do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização. É ela a pedra angular da cognição. Logo, deve-se dar toda atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações para as quais os estudantes desenvolvem seus esquemas, na escola ou fora dela. Não é, no entanto, uma teoria de ensino de conceitos explícitos e formalizados. Trata-se de uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real que permite localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual (Moreira, 2002, p.2).



Essa perspectiva reforça a ideia de que o ensino de frações deve priorizar a construção progressiva de significados, e não apenas a formalização de conceitos.

Considerando a complexidade desse campo, torna-se mais claro que o ensino de frações deve favorecer a mobilização de diversos esquemas que possibilitem aos estudantes utilizar a fração como parte de um todo, como operador, como razão e como número. Cada uma dessas interpretações implica a ativação de invariantes operatórios, que são conhecimentos implícitos que orientam as ações dos sujeitos. Segundo Moreira (2002, p.8), “teorema-em-ação é uma proposição considerada como verdadeira sobre o real; conceito-em-ação é uma categoria de pensamento tida como pertinente”. Esses invariantes, embora nem sempre verbalizados, determinam sua capacidade de resolver problemas de forma significativa.

A aplicação da Teoria dos Campos Conceituais ao ensino de frações oferece, assim, uma lente poderosa para compreender dificuldades enfrentadas pelos alunos (Vergnaud, 1993). Por exemplo, quando um estudante demonstra domínio em resolver problemas do tipo parte-todo, mas apresenta dificuldades em situações que envolvem razão ou medida, isso pode indicar que seus esquemas estão limitados a um subconjunto específico do campo conceitual. Tal diagnóstico permite ao professor planejar intervenções didáticas mais direcionadas, ampliando os esquemas existentes e promovendo a generalização do conceito de fração.

A análise dos erros e das estratégias adotadas pelos estudantes em tarefas que envolvem frações revela não apenas o que os alunos ainda não sabem, mas, sobretudo, como pensam, ou seja, quais estruturas cognitivas estão sendo mobilizadas em sua aprendizagem. Essa análise é essencial para identificar os níveis de elaboração conceitual e orientar intervenções pedagógicas mais eficazes.

A Teoria dos Campos Conceituais também fornece importantes subsídios para o planejamento de situações de aprendizagem (Vergnaud, 1993). É necessário propor atividades que permitam aos alunos transitar entre diferentes significados das frações e enfrentá-las como número, operador e razão, promovendo a reorganização cognitiva necessária à construção conceitual mais abrangente.

Dessa forma, o uso desse referencial teórico contribui não apenas para o diagnóstico de dificuldades, mas também para o desenho de estratégias didáticas mais adequadas. Destaca-se, assim, a importância de se trabalhar com uma multiplicidade de situações-problema que estimulem a mobilização progressiva dos esquemas e a ampliação dos invariantes operatórios associados às frações.

Compreender o ensino e a aprendizagem de frações à luz da Teoria dos Campos Conceituais permite uma abordagem mais estruturada e significativa, capaz de orientar a prática docente com base em fundamentos sólidos da Didática da Matemática e promover

avanços reais na aprendizagem dos estudantes (Vergnaud, 1996).

Além de oferecer uma base teórica consistente para a análise de dificuldades dos estudantes, a Teoria dos Campos Conceituais também fornece subsídios valiosos para a prática pedagógica (Vergnaud, 1993). Ao compreender os diferentes tipos de situações-problema e os esquemas mobilizados pelos alunos, o professor pode planejar intervenções mais eficazes, que favoreçam a construção progressiva de significados. Essa articulação entre teoria e prática é essencial para transformar o diagnóstico em ação pedagógica, promovendo aprendizagens mais significativas e duradouras.

## 1.4 Teoria dos Registros de Representação Semiótica para o Ensino de Frações

O ensino de frações exige propostas metodológicas que articulem significado e ação, representação e compreensão. A literatura especializada tem apontado estratégias eficazes para esse fim, como o uso de materiais manipulativos (Tapparello; Richit, 2024), jogos didáticos (Batista; Miranda, 2024; Santos Silva *et al.*, 2022; Muniz, 2022), sequências didáticas baseadas em situações-problema (Rozario; Machado da Silva; Carlos de Proença, 2023) e o trabalho com múltiplos registros de representação (Duval, 2003; Nunes; Bryant; Costa, 1997).

Rozario, Machado da Silva e Carlos de Proença (2023) ressaltam a importância de explorar a fração como relação, e não apenas como quantidade, ampliando as possibilidades de compreensão conceitual. Para isso, o papel do professor como mediador é central: é ele quem deve criar situações desafiadoras, cognitivamente ricas, que favoreçam a construção de significados matemáticos por meio da argumentação, da modelagem e da resolução de problemas contextualizados. Essa perspectiva é reforçada por Duval (2003), que afirma:

A atividade matemática não pode ser reduzida à manipulação de símbolos. Ela exige a coordenação de diferentes registros de representação semiótica. A compreensão de um conceito matemático só é possível quando o aluno é capaz de operar transformações dentro de um mesmo registro e conversões entre registros diferentes (Duval, 2003, p.17).

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), proposta por Duval (2003), parte do princípio de que a compreensão de um conceito matemático não se dá apenas pela manipulação de símbolos, mas pela capacidade de operar e converter entre diferentes registros de representação. Segundo o autor, um registro é um sistema de signos com regras próprias de produção e transformação, como o registro algébrico (simbólico), o gráfico, o pictórico (imagens), o verbal (linguagem natural) e o concreto (materiais manipuláveis).

Duval distingue dois tipos fundamentais de atividades cognitivas: o tratamento dentro de um mesmo registro (por exemplo, simplificar uma fração no registro simbólico) e a conversão entre registros distintos (como representar  $\frac{3}{4}$  com uma figura ou localizar esse valor na reta numérica). A conversão é considerada a atividade mais complexa e essencial para a aprendizagem significativa, pois exige que o estudante compreenda o conceito subjacente e não apenas manipule símbolos.

No caso das frações, essa teoria é particularmente relevante, pois o conceito pode ser representado de múltiplas formas: como parte de um todo (pictórico), como número racional (na reta numérica), como razão (verbal/contextual), ou como operador (em problemas de proporcionalidade). A dificuldade dos estudantes em compreender frações muitas vezes está relacionada à limitação em transitar entre esses registros. Por exemplo, um aluno pode reconhecer que  $\frac{1}{2}$  é “metade” de uma pizza, mas não conseguir identificar esse valor em uma reta numérica ou compará-lo com  $\frac{2}{3}$  em um problema contextualizado.

Assim, o ensino de frações deve intencionalmente promover atividades que envolvam a conversão entre registros, como representar uma fração dada simbolicamente por meio de desenhos, localizar frações na reta numérica, ou interpretar frações em situações do cotidiano. Essa abordagem favorece a construção de significados mais amplos e duradouros, além de permitir ao professor diagnosticar com mais precisão dificuldades dos alunos. Como será discutido nas propostas didáticas deste trabalho, os jogos da plataforma MGames (2024) foram selecionados justamente por promoverem esse tipo de transposição entre registros, alinhando-se aos pressupostos da TRRS.

Segundo essa perspectiva, o domínio real de um conceito matemático exige a capacidade de transitar entre diferentes registros de representação (numérico, gráfico, geométrico e verbal). Essa exigência explica por que muitos estudantes conseguem resolver problemas que envolvem representações pictóricas de frações (como pizzas divididas), mas apresentam dificuldades quando confrontados com o mesmo conceito em sua forma simbólica ou algébrica.

Diante desse panorama, educadores e pesquisadores têm buscado estratégias eficazes para transformar o ensino de frações. Os estudos de Behr *et al.* (1983) e Nunes, Bryant e Costa (1997) demonstram que abordagens bem-sucedidas combinam múltiplas estratégias: o uso cuidadoso de materiais manipulativos para tornar os conceitos mais concretos; a exploração de situações do cotidiano que deem significado às operações com frações; e a progressão gradual das representações, partindo de modelos concretos até alcançar abstrações mais sofisticadas.

A experiência internacional, sintetizada por Ramírez, Shaw e Maloney (2018), também destaca a necessidade de abordar explicitamente a dimensão emocional da aprendizagem de frações. Estratégias como o ensino dialógico, a valorização do erro como oportunidade de aprendizagem e a criação de ambientes seguros, onde os estudantes se sintam

confortáveis para expressar suas dúvidas, têm se mostrado eficazes na redução da ansiedade matemática e na melhoria do desempenho.

Uma aprendizagem significativa de frações demanda, portanto, uma abordagem abrangente e sistêmica. No plano da prática docente, isso implica planejar sequências didáticas que explorem múltiplas representações, que conectem os conceitos a situações reais e que respeitem os diferentes ritmos de aprendizagem. No âmbito da formação de professores, exige investimento tanto na consolidação do conhecimento matemático quanto no domínio de estratégias pedagógicas específicas. Já nas políticas públicas, impõe um olhar atento para a progressão curricular, assegurando que os alunos tenham tempo e oportunidades suficientes para consolidar sua compreensão antes de avançar para conceitos mais complexos.

Pesquisas mostram que, quando essas condições são atendidas, as frações deixam de ser um obstáculo temido e passam a funcionar como uma poderosa ferramenta para o desenvolvimento do pensamento matemático (OECD, 2023; Siegler; Lortie-Forgues, 2015). Estudantes que dominam as frações tendem a apresentar melhor desempenho não apenas em matemática, mas também em outras áreas que exigem raciocínio proporcional e quantitativo. Mais do que um conteúdo escolar, o domínio das frações representa uma verdadeira porta de entrada para o pensamento abstrato e analítico, competências cada vez mais valorizadas no mundo contemporâneo.

Entre as estratégias mais valorizadas na atualidade, o uso de jogos matemáticos tem se destacado como uma prática didática eficaz para promover o engajamento dos estudantes e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Segundo Muniz (2022), quando o professor assume o papel de autor e mediador de jogos didáticos, amplia as possibilidades de aprendizagem ao criar ambientes investigativos e lúdicos que favorecem a construção de significados e a mobilização de diferentes representações matemáticas. Os jogos, nesse contexto, funcionam não apenas como instrumentos de ensino, mas também como dispositivos de avaliação formativa, revelando como os estudantes pensam, erram e aprendem.

Essa abordagem converge com as proposições de Duval (2003) e Behr *et al.* (1983), ao enfatizar que o domínio das frações exige transitar entre múltiplos significados e registros de representação. Ao elaborar jogos que envolvam diferentes interpretações das frações, como parte-todo, operador, razão ou medida, os professores favorecem uma aprendizagem mais flexível, contextualizada e duradoura.

Em síntese, os referenciais teóricos mobilizados neste capítulo, especialmente a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1996) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 2003), oferecem subsídios fundamentais para compreender dificuldades dos estudantes com frações. Ao articular essas teorias com os desafios didáticos e curriculares identificados na literatura, esta pesquisa busca construir uma análise que vá além da descrição dos erros, propondo caminhos para a superação das lacunas conceituais e

operatórias observadas.

## 1.5 Diretrizes Curriculares para o Ensino de Frações: BNCC e Currículo em Movimento do DF

O ensino de frações no Ensino Fundamental está previsto de forma estruturada tanto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quanto no Currículo em Movimento da Educação Básica do Distrito Federal. Esses documentos orientadores estabelecem uma progressão de habilidades que deve ser respeitada ao longo dos anos escolares, visando garantir o desenvolvimento gradual e significativo do raciocínio proporcional e da compreensão dos números racionais.

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), o trabalho com frações deve iniciar-se já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especialmente a partir do 3º ano, com ênfase na ideia de parte-todo e na representação de frações unitárias em contextos concretos. Nos anos seguintes, espera-se que os estudantes avancem para a comparação, equivalência e ordenação de frações, bem como para a resolução de problemas envolvendo essas ideias. A partir do 6º ano, o foco se amplia para operações com frações, representação na reta numérica e uso de frações em contextos de razão, proporção e porcentagem. O Currículo em Movimento do DF (Distrito Federal, 2018) segue essa mesma lógica, detalhando as habilidades esperadas por ano e enfatizando a articulação entre diferentes significados das frações.

Entretanto, diversos estudos apontam um descompasso entre o currículo prescrito e o currículo efetivamente vivenciado nas escolas públicas brasileiras, especialmente no que se refere ao ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental (Campos; Magina; Nunes, 2006; Cardoso; Mamede, 2017). Essa defasagem compromete a consolidação dos conceitos fundamentais e contribui para a fragilidade dos esquemas operatórios observada nos anos finais da etapa básica.

Diante desse cenário, torna-se necessário investigar, de forma empírica, como essas diretrizes têm sido implementadas na prática pedagógica e quais impactos esse possível descompasso curricular pode ter gerado na aprendizagem dos estudantes. A presente pesquisa parte da hipótese de que tais lacunas podem estar na origem de muitos dos obstáculos conceituais e procedimentais enfrentados pelos alunos do 9º ano. Essa hipótese será explorada nos capítulos seguintes, à luz dos dados coletados em campo e dos referenciais teóricos discutidos até aqui.

Assim, esta seção encerra a fundamentação teórica e estabelece o elo com o capítulo seguinte, no qual serão apresentados os procedimentos metodológicos adotados para a realização da investigação.

## 2 Metodologia

### 2.1 Abordagem da Pesquisa

Esta pesquisa caracteriza-se como um estudo qualitativo de natureza exploratória e aplicada, voltado à compreensão de dificuldades de aprendizagem de frações entre estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do Distrito Federal. A escolha da abordagem qualitativa justifica-se pelo interesse em interpretar os significados atribuídos pelos alunos aos conceitos matemáticos, bem como em analisar seus esquemas de pensamento à luz de referenciais da Didática da Matemática.

### 2.2 Contexto e Participantes

O estudo foi realizado em uma escola pública da rede de ensino do Distrito Federal, localizada na região administrativa de Ceilândia. A escolha da instituição deu-se por conveniência e acessibilidade do pesquisador, bem como pela heterogeneidade sociocultural do alunado.

No Distrito Federal, a divisão territorial não segue o modelo tradicional de municípios, mas sim de Regiões Administrativas (RAs), que são unidades territoriais dotadas de um conjunto de atribuições administrativas e com certa autonomia gerencial, subordinadas ao Governo do Distrito Federal (GDF). Esse modelo de gestão, instituído pela Lei Orgânica do Distrito Federal, organiza a oferta de serviços públicos e define as políticas específicas para cada região, refletindo a singularidade da estrutura político-administrativa da capital federal (Distrito Federal, 1993).

Ceilândia é uma das mais populosas e emblemáticas regiões administrativas do DF. Surgiu de um reassentamento planejado na década de 1970 para abrigar população residente em invasões, especialmente da antiga “Cidade Livre” (atual Núcleo Bandeirante). Caracteriza-se por ser uma região majoritariamente periférica, com significativos indicadores de vulnerabilidade social. Dados da Codeplan (2023) apontam que a RA possui um dos menores índices de renda per capita do DF e enfrenta desafios históricos relacionados à infraestrutura urbana e à plena oferta de serviços públicos, cenário que impacta diretamente o contexto escolar e as condições de aprendizagem de seus estudantes.

No momento da coleta de dados, a escola contava com matrícula de 142 alunos no 9º ano, distribuídos em seis turmas. A seleção da escola justifica-se também pela queda expressiva nos indicadores de desempenho. Segundo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), a instituição obteve um

Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) de 5,2 em 2019, que caiu para 4,3 em 2023, uma redução de 0,9 ponto percentual. Ressalte-se que o Ideb de 2021 não foi aferido devido às excepcionalidades provocadas pela pandemia da Covid-19. A meta projetada para 2021 era de 5,3, o que torna o desempenho de 2023 ainda mais preocupante (Brasil, 2025). Participaram da pesquisa 107 estudantes regularmente matriculados nas seis turmas do 9º ano do turno vespertino, durante as aulas regulares. A faixa etária dos participantes variava entre 13 e 17 anos. Todos responderam aos mesmos instrumentos de coleta de dados.

A escolha desta instituição de ensino como campo de investigação é ainda mais pertinente ao se analisar o panorama local. Um levantamento detalhado dos dados do Inep (Brasil, 2025) para as escolas de Ceilândia que apresentaram resultados tanto em 2019 quanto em 2023 revela que a queda de 0,9 ponto no Ideb sofrida por esta escola foi uma das mais drásticas da região. Enquanto a maioria das demais escolas da regional apresentou quedas menores, estabilidade ou mesmo pequenos avanços, o recuo significativo neste caso específico sinaliza um contexto de vulnerabilidade educacional aguda, tornando-a um caso emblemático para a investigação de dificuldades de aprendizagem agravadas no período pós-pandêmico. Este panorama local contrasta com a relativa estabilidade das médias mais amplas: o Ideb médio do Distrito Federal para os anos finais do Ensino Fundamental em escolas públicas manteve-se em 4,6 em 2023, repetindo o patamar de 2019, enquanto a média nacional nas escolas públicas registrou um discreto aumento, de 4,6 para 4,7 no mesmo período (Brasil, 2025).

## 2.3 Instrumento de Coleta de Dados

A coleta de dados foi realizada por meio da aplicação de um questionário diagnóstico impresso, em formato A5 (15 cm × 21 cm), composto por duas questões validadas previamente para garantir clareza e adequação pedagógica. O instrumento completo encontra-se disponível no Apêndice A desta dissertação. Optou-se por um número reduzido de questões, dada a limitação de tempo (45 minutos) e o objetivo de contemplar tanto itens operacionais quanto questões abertas que demandassem reflexão.

A primeira questão foi subdividida em 4 itens, abordando as operações fundamentais com frações: (a) adição, (b) subtração, (c) multiplicação e (d) divisão. A segunda questão continha dois itens de natureza perceptiva:

- (a) qual operação o estudante identificava como mais difícil;
- (b) em qual ano escolar teve seu primeiro contato com frações.

## 2.4 Descrição das Questões Operatórias

O item (a) da primeira questão apresentava duas frações com denominadores diferentes. A resolução adequada envolvia o uso do mínimo múltiplo comum (MMC) para igualar os denominadores. A resposta correta era  $\frac{17}{12}$ ; uma resposta incorreta esperada era  $\frac{5}{7}$ , resultado da soma direta dos numeradores e denominadores.

O item (b) também exigia uso do MMC para subtrair frações com denominadores distintos. A resposta correta era  $\frac{3}{10}$  (ou  $\frac{6}{20}$ ). Respostas erradas esperadas incluíam  $\frac{3}{1}$ , obtida por subtração direta dos termos.

O item (c) envolvia multiplicação de frações com denominadores diferentes. A resposta correta era  $\frac{6}{5}$  (ou  $\frac{12}{10}$ );  $\frac{8}{15}$  era um erro esperado como frequente, resultante de confusão entre multiplicação e adição.

O item (d) exigia a aplicação do algoritmo da multiplicação pela inversa da segunda fração. A resposta correta era  $\frac{45}{56}$ ; uma resposta incorreta esperada como frequente era  $\frac{40}{63}$ , obtida por multiplicação direta dos termos.

Na segunda questão, os alunos foram convidados a indicar a operação de maior dificuldade e o momento de seu primeiro contato com frações. Esperava-se que apontassem a adição ou a subtração (que envolvem MMC) como mais desafiadoras, e que o 3º ano fosse citado como o início do contato com frações, conforme previsto no Currículo em Movimento da Educação Básica do Distrito Federal (Distrito Federal, 2018)

O questionário foi elaborado com base em estudos de Campos, Magina e Nunes (2006) que destacam a importância de se investigar as compreensões operatórias de frações no Ensino Fundamental.

Uma vez detalhado o instrumento diagnóstico, passaremos a descrever os procedimentos adotados para sua aplicação e que nos propiciou a coleta de dados.

## 2.5 Procedimentos de Coleta

Com a devida autorização da direção da escola e a anuência formal dos responsáveis legais, o questionário foi aplicado presencialmente, em horário acordado com a coordenação pedagógica. A aplicação ocorreu no dia 3 de dezembro de 2024, durante o turno vespertino, em período regular de aula (45 minutos). Os 107 estudantes presentes no dia participaram integralmente. A aplicação foi conduzida pelo professor-pesquisador, que distribuiu simultaneamente o questionário diagnóstico a todos os alunos, garantindo condições equitativas de tempo e concentração.

A resolução foi realizada individual e silenciosamente. Por razões metodológicas, nenhuma dúvida foi esclarecida durante a aplicação, a fim de preservar a espontaneidade



e autenticidade das respostas. Após o tempo estipulado, os questionários foram recolhidos para correção e análise. Os dados obtidos foram organizados de acordo com acertos e erros por item.

A análise qualitativa, por meio de dados quantitativos, será apresentada no capítulo seguinte, por meio de gráficos que representam os percentuais de acertos por operação, permitindo inferências pedagógicas sobre as principais dificuldades dos estudantes.

## 2.6 Análise dos Dados

A análise dos dados empíricos baseia-se em três referenciais teóricos principais:

- (a) **A Teoria dos Campos Conceituais**, de Vergnaud (1996), para identificar os invariantes operatórios e esquemas cognitivos mobilizados pelos estudantes;
- (b) **A Teoria dos Registros de Representação Semiótica**, de Duval (2003), para analisar a capacidade de conversão entre registros distintos (simbólico, gráfico, pictórico, verbal);
- (c) **A Análise de Conteúdo**, segundo Bardin (1977), como metodologia de tratamento e interpretação dos dados, estruturada em três etapas:
  - (i) Pré-análise: organização do corpus da pesquisa, que compreende o conjunto dos questionários respondidos;
  - (ii) Exploração do material: categorização e codificação dos dados, com identificação das unidades de registro e de contexto, conforme os critérios definidos;
  - (iii) Tratamento dos resultados, inferências e interpretação: tabulação dos dados em gráficos e quadros analíticos, permitindo a classificação e reagrupamento dos elementos segundo os objetivos da pesquisa.

Para fins desta pesquisa, considerou-se como critério de referência que um desempenho satisfatório corresponderia a índices de acerto iguais ou superiores a 50%. Assim, percentuais inferiores a esse patamar foram classificados como insatisfatórios. Esse parâmetro foi adotado com base na expectativa mínima de domínio conceitual e procedimental dos conteúdos avaliados, especialmente por se tratar de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

## 3 Análise e Discussão dos Resultados

Este capítulo apresenta e discute os resultados obtidos a partir da aplicação do questionário diagnóstico em seis turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Distrito Federal. A amostra foi composta por 107 estudantes, os quais responderam, individualmente, a um instrumento contendo questões operatórias sobre frações e perguntas de natureza perceptiva relacionadas ao conteúdo.

A análise dos dados organiza-se em três eixos principais:

1. Desempenho dos estudantes nas quatro operações com frações;
2. Percepções dos alunos sobre as dificuldades encontradas;
3. Momento em que os alunos relatam ter tido o primeiro contato com o conteúdo de frações.

A discussão dos resultados é ancorada em três referenciais principais: a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1996), utilizada para interpretar os esquemas cognitivos e os invariantes operatórios mobilizados; a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2003), que permite analisar a fluidez dos estudantes na conversão entre diferentes representações matemáticas; e a Análise de Conteúdo, conforme sistematizada por Bardin (1977), utilizada para a categorização e interpretação das respostas.

### 3.1 Apresentação dos Resultados

Inicialmente, apresentamos os gráficos correspondentes aos dados obtidos após a aplicação do questionário diagnóstico, organizados por turma, denotadas como 9º A, 9º B, 9º C, 9º D, 9º E e 9º F (Figuras 1 a 18). Na sequência, apresentamos os resultados consolidados da escola, considerando o conjunto das seis turmas participantes (Figuras 19 a 21).

A opção por apresentar primeiramente os dados desagregados por turma tem como objetivo evidenciar possíveis variações no desempenho entre as diferentes turmas, o que pode refletir fatores como heterogeneidade do perfil discente, práticas pedagógicas diferenciadas, composição docente ou condições específicas de aprendizagem. Essa análise comparativa permite observar tendências locais e identificar padrões recorrentes ou discrepantes que, posteriormente, serão integrados à análise global dos dados.

Cada gráfico apresenta os percentuais de acertos e erros por operação (adição, subtração, multiplicação e divisão de frações), bem como a frequência relativa das respostas

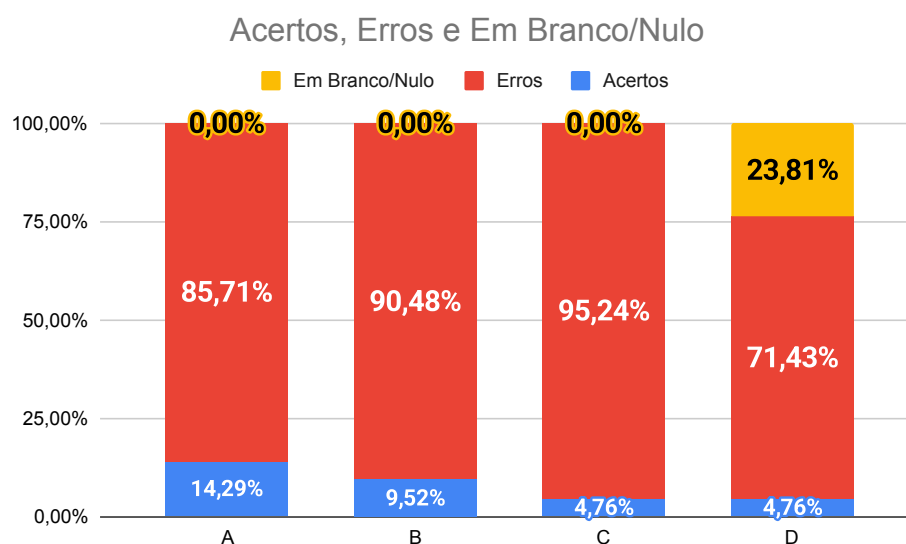
às questões abertas sobre percepção de dificuldade e momento do primeiro contato com o conteúdo.

Nos tópicos seguintes, os resultados serão discutidos à luz dos referenciais teóricos da Didática da Matemática, buscando-se identificar os principais esquemas cognitivos em funcionamento, os registros de representação mobilizados e as fragilidades conceituais predominantes, com base nas análises de Vergnaud (1996), Duval (2003) e Bardin (1977).

### 3.1.1 Resultados referentes ao 9º A

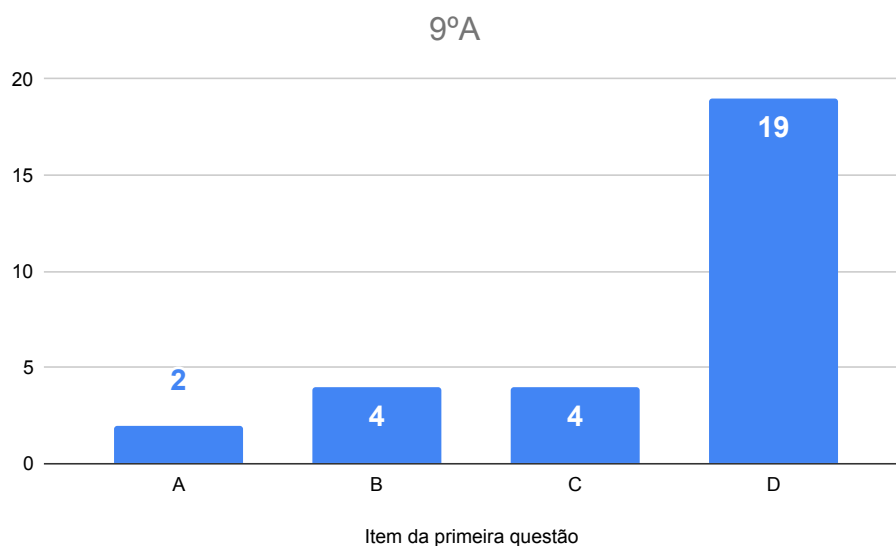
A turma do 9º A contou com a matrícula de 27 alunos, dos quais 21 estavam presentes no dia da aplicação do teste. As Figuras 1, 2 e 3 apresentam os dados obtidos pela turma.

Figura 1 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º A



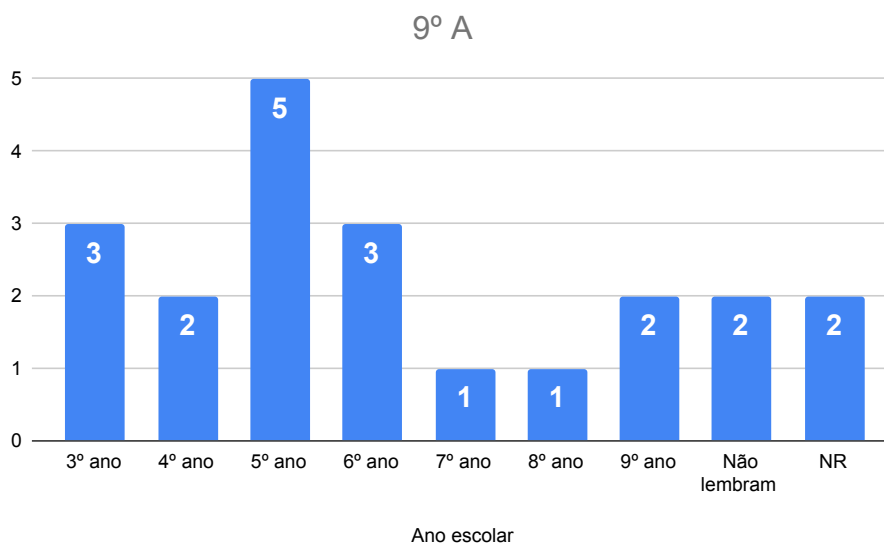
Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 2 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º A



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 3 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º A



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

A análise da Figura 1 revela um desempenho insatisfatório em todas as operações com frações, com percentuais de acerto particularmente baixos. Enquanto adição apresentou 14,29% de acertos e a subtração 9,56%, as operações de multiplicação e divisão mostraram índices ainda mais críticos, com apenas 4,76% de acertos cada. Esses resultados demonstram que os alunos enfrentam desafios significativos no domínio das operações básicas com frações.

A Figura 2, que aborda a percepção dos alunos sobre suas dificuldades, apresenta dados reveladores: 19 estudantes identificaram a divisão como a operação mais desafiadora. Essa percepção se correlaciona com os dados objetivos: além do baixíssimo percentual de acertos, 4,76%, a divisão apresentou a maior taxa de questões em branco, 23,81%, indicando que muitos discentes sequer tentaram resolver esse item. Contudo, a análise conjunta revela uma importante nuance - embora os estudantes reconheçam maior dificuldade na divisão, o desempenho igualmente deficitário nas demais operações (nenhuma atingindo 15% de acerto) sugere que subestimam suas dificuldades nas operações consideradas “mais simples”, possivelmente por focalizar apenas os desafios mais evidentes da divisão.

A análise da Figura 3, que apresenta as respostas dos alunos sobre seu primeiro contato com frações, revela uma discrepância entre o previsto no Currículo em Movimento (Distrito Federal, 2018) e a percepção dos estudantes. Embora o documento curricular indique que o ensino de frações deve ser introduzido no 3º ano do Ensino Fundamental, apenas 3 dos 21 alunos relataram essa etapa como o momento inicial de aprendizagem.

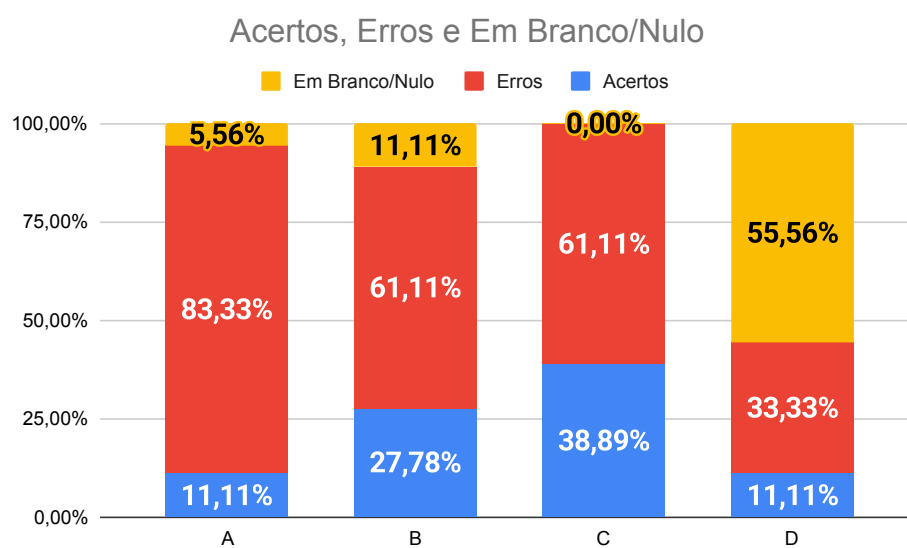
O ano frequentemente citado foi o 5º ano, com 5 menções. Quando considerados apenas os anos iniciais, apenas 10 alunos identificaram esse período como o de primeiro contato com o conteúdo.

Chama atenção o fato de que 2 alunos relataram ter tido seu primeiro contato com frações apenas no 9º ano, ou seja, no último ano do Ensino Fundamental. Além disso, 4 alunos não souberam precisar o momento ou não responderam à questão.

### 3.1.2 Resultados referentes ao 9º B

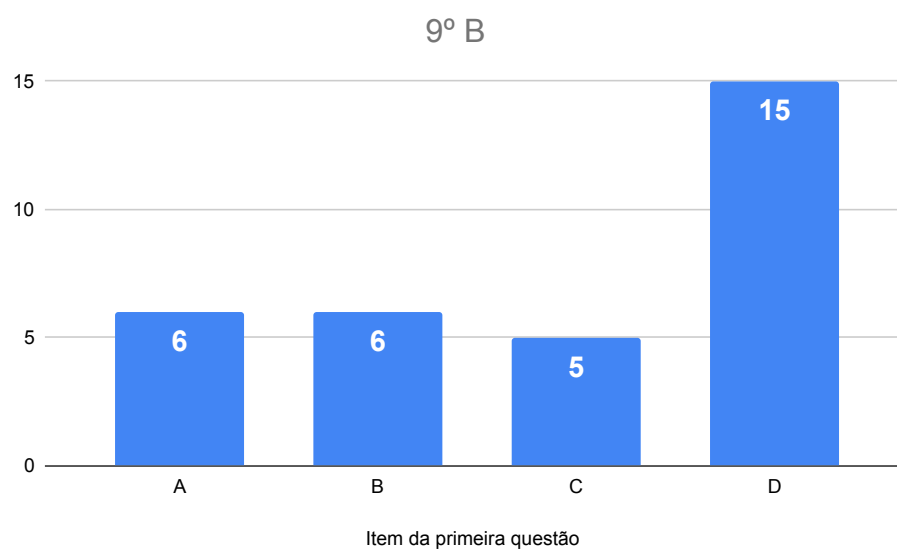
A turma do 9º B contou com a matrícula de 21 alunos. Destes, 18 estavam presentes no dia da aplicação do teste. As Figuras 4, 5 e 6 apresentam os dados obtidos pela turma.

Figura 4 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º B



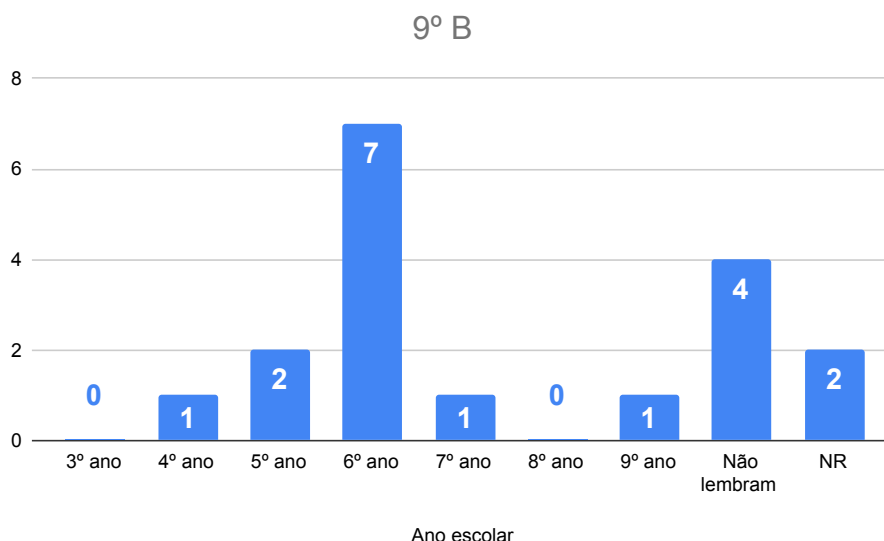
Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 5 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º B



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 6 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º B



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

A análise da Figura 4 revela um desempenho insatisfatório em todas as operações com frações, com percentuais de acerto particularmente baixos. A adição e divisão apresentaram apenas 11,11% de acertos cada, enquanto a subtração alcançou 22,22%. A multiplicação, com 38,89% de acertos, embora represente o melhor desempenho relativo, mantém-se em patamar aquém do esperado. Esses resultados demonstram que os alunos enfrentam desafios significativos no domínio das operações fracionárias.

A Figura 5, que aborda a percepção dos alunos sobre suas dificuldades, apresenta dados reveladores: 15 estudantes identificaram a divisão como a operação mais desafiadora. Essa percepção se correlaciona com os dados objetivos: além do baixo percentual de acertos, 11,11%, a divisão apresentou a maior taxa de questões em branco, 55,56%, indicando que muitos discentes sequer tentaram resolver esse item. Contudo, a análise conjunta revela uma importante nuance - embora os estudantes reconheçam maior dificuldade na divisão, o desempenho igualmente deficitário nas demais operações (nenhuma atingindo 40% de acerto) sugere que subestimam suas dificuldades nas operações consideradas “mais simples”, possivelmente por focalizar apenas os desafios mais evidentes da divisão.

A análise da Figura 6, que apresenta as respostas dos alunos sobre seu primeiro contato com frações, revela uma discrepância entre o previsto no Currículo em Movimento (Distrito Federal, 2018) e a percepção dos estudantes. Embora o documento curricular indique que o ensino de frações deve ser introduzido no 3º ano do Ensino Fundamental, nenhum dos 18 alunos relatou essa etapa como o momento inicial de aprendizagem.

O ano frequentemente citado por eles foi o 6º ano, com 7 indicações. Quando

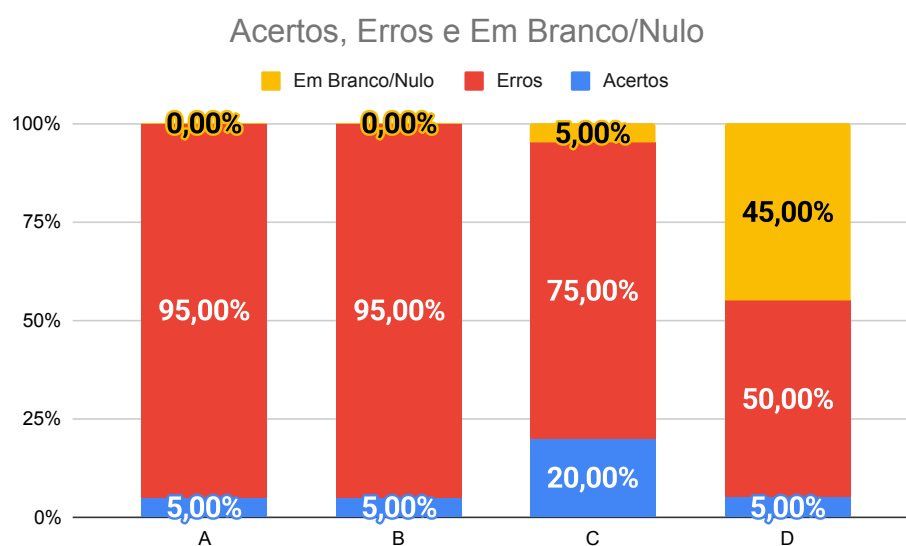
considerados apenas os anos iniciais, apenas 3 alunos identificaram esse período como o de primeiro contato com o conteúdo.

Chama atenção o fato de que um dos alunos relatou ter tido seu primeiro contato com frações apenas no 9º ano, ou seja, no último ano do Ensino Fundamental. Além disso, 6 alunos não souberam precisar o momento ou não responderam à questão.

### 3.1.3 Resultados referentes ao 9º C

A turma do 9º C contou com a matrícula de 26 alunos. Destes, 20 estavam presentes no dia da aplicação do teste. As Figuras 7, 8 e 9 apresentam os dados obtidos pela turma.

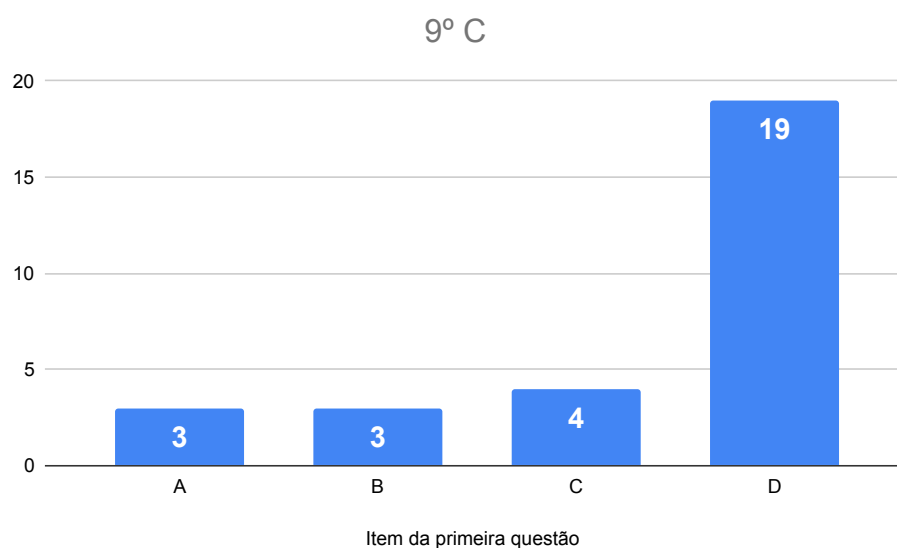
Figura 7 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º C



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

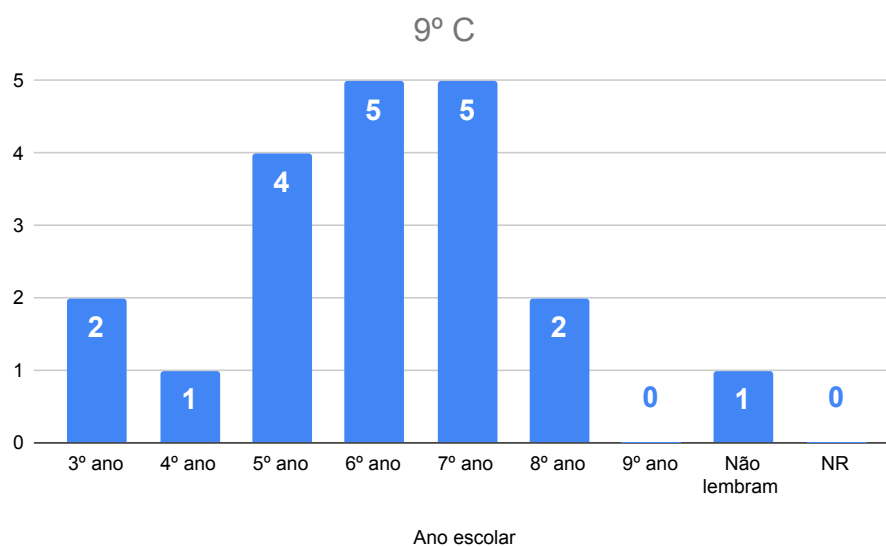


Figura 8 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º C



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 9 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º C



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

A análise da Figura 7 revela um desempenho insatisfatório em todas as operações com frações, com percentuais de acerto particularmente baixos. A adição, subtração e divisão apresentaram apenas 5% de acertos cada. A multiplicação, com 20% de acertos, embora represente o melhor desempenho relativo, mantém-se em patamar aquém do esperado. Esses resultados demonstram que os alunos enfrentam desafios significativos no domínio das operações fracionárias.

A Figura 8, que aborda a percepção dos alunos sobre suas dificuldades, apresenta dados reveladores: 19 estudantes identificaram a divisão como a operação mais desafiadora. Essa percepção se correlaciona com os dados objetivos: além do baixo percentual de acertos, 5%, a divisão apresentou a maior taxa de questões em branco, 45%, indicando que muitos discentes sequer tentaram resolver esse item. Contudo, a análise conjunta revela uma importante nuance, embora os estudantes reconheçam maior dificuldade na divisão, o desempenho igualmente deficitário nas demais operações (nenhuma atingindo mais de 20% de acerto) sugere que subestimam suas dificuldades nas operações consideradas “mais simples”, possivelmente por focalizar apenas os desafios mais evidentes da divisão.

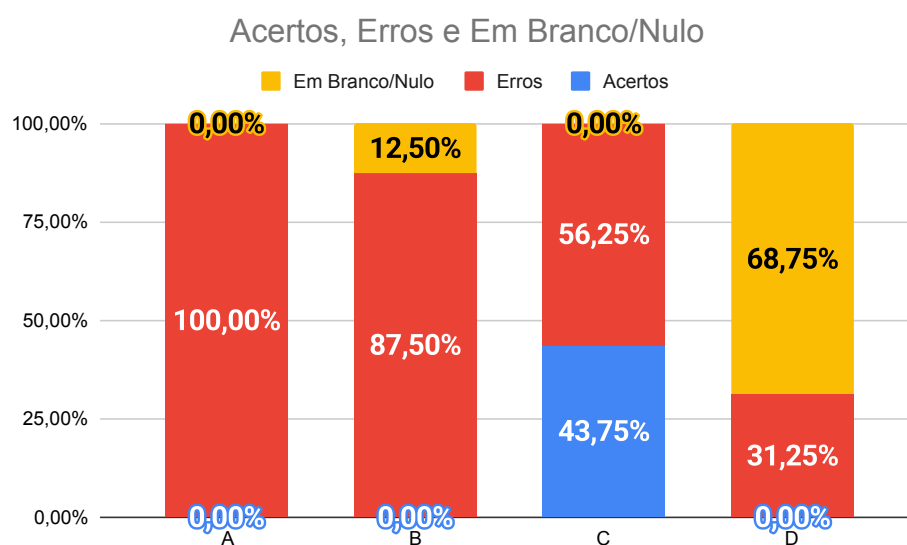
A análise da Figura 9, que apresenta as respostas dos alunos sobre seu primeiro contato com frações, revela uma discrepância entre o previsto no Currículo em Movimento (Distrito Federal, 2018) e a percepção dos estudantes. Embora o documento curricular indique que o ensino de frações deve ser introduzido no 3º ano do Ensino Fundamental, apenas 2 dos 20 alunos relataram essa etapa como o momento inicial de aprendizagem.

Os anos frequentemente citados foram o 6º e 7º anos, com 5 menções cada. Quando considerados apenas os anos iniciais, apenas 7 alunos identificaram esse período como o de primeiro contato com o conteúdo. Além disso, 1 aluno não soube precisar o momento ou não respondeu à questão.

#### 3.1.4 Resultados referentes ao 9º D

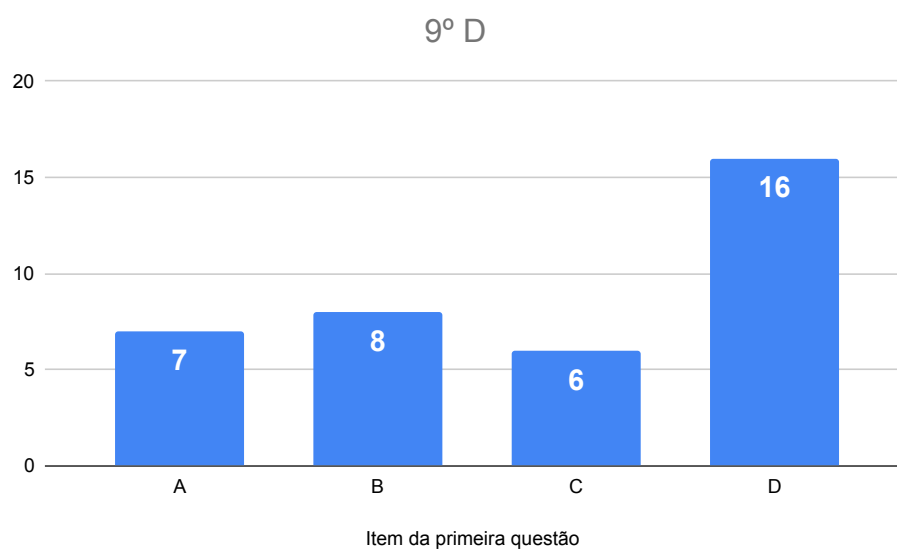
A turma do 9º D contou com a matrícula de 21 alunos. Destes, 16 estavam presentes no dia da aplicação do teste. As Figuras 10, 11 e 12 apresentam os dados obtidos pela turma.

Figura 10 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º D



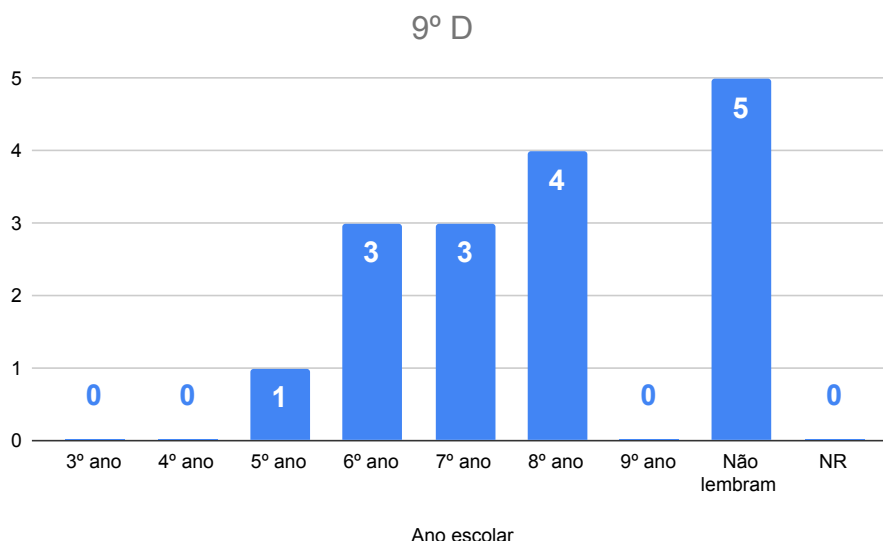
Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 11 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º D



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 12 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º D



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

A análise da Figura 10 revela um desempenho insatisfatório em todas as operações com frações, com percentuais de acerto particularmente baixos. A adição, subtração e divisão não apresentaram respostas corretas com 0% de acertos cada. A multiplicação, com 43,75% de acertos, embora represente o melhor desempenho relativo, mantém-se em patamar aquém do esperado. Esses resultados demonstram que os alunos enfrentam desafios significativos no domínio das operações fracionárias.

A Figura 11, que aborda a percepção dos alunos sobre suas dificuldades, apresenta dados reveladores: 16 estudantes identificaram a divisão como a operação mais desafiadora. Essa percepção se correlaciona com os dados objetivos: além de não apresentar respostas corretas, a divisão apresentou a maior taxa de questões em branco, 68,75%, indicando que muitos discentes sequer tentaram resolver esse item. Contudo, a análise conjunta revela uma importante nuance - embora os estudantes reconheçam maior dificuldade na divisão, o desempenho igualmente deficitário nas demais operações (nenhuma atingindo mais de 45% de acerto) sugere que subestimam suas dificuldades nas operações consideradas “mais simples”, possivelmente por focalizar apenas os desafios mais evidentes da divisão.

A análise da Figura 12, que apresenta as respostas dos alunos sobre seu primeiro contato com frações, revela uma discrepância entre o previsto no Currículo em Movimento (Distrito Federal, 2018) e a percepção dos estudantes. Embora o documento curricular indique que o ensino de frações deve ser introduzido no 3º ano do Ensino Fundamental, nenhum dos 16 alunos relataram essa etapa como o momento inicial de aprendizagem.

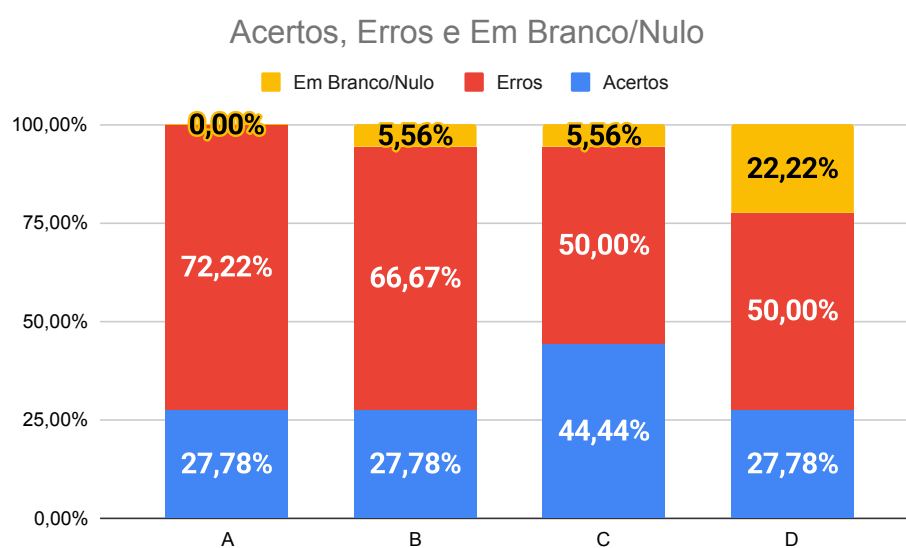
O ano frequentemente citado foi o 8º ano, com 4 menções. Quando considerados apenas os anos iniciais, apenas 1 aluno identificou esse período como o de primeiro con-

tato com o conteúdo. Além disso, 5 alunos não souberam precisar o momento ou não responderam à questão.

### 3.1.5 Resultados referentes ao 9º E

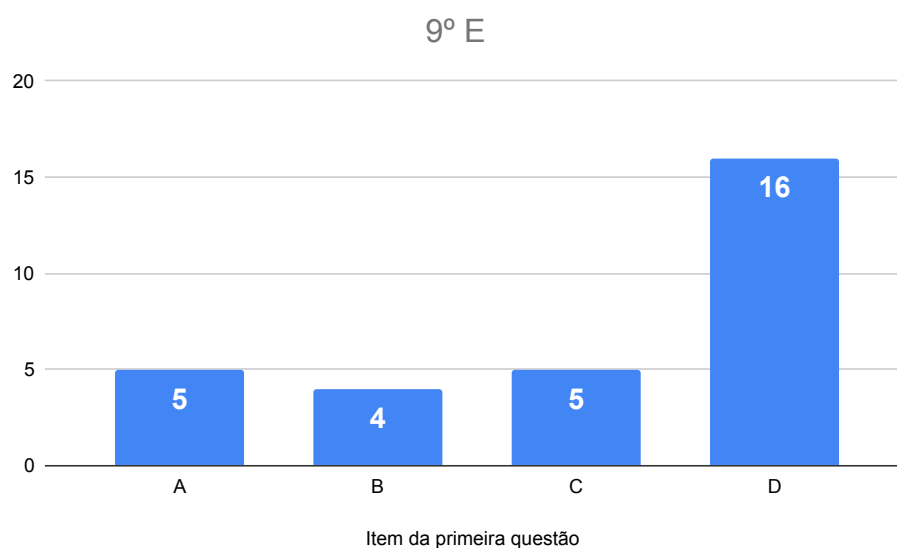
A turma do 9º E contou com a matrícula de 26 alunos. Destes, 18 estavam presentes no dia da aplicação do teste. As Figuras 13, 14 e 15 apresentam os dados obtidos pela turma.

Figura 13 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º E



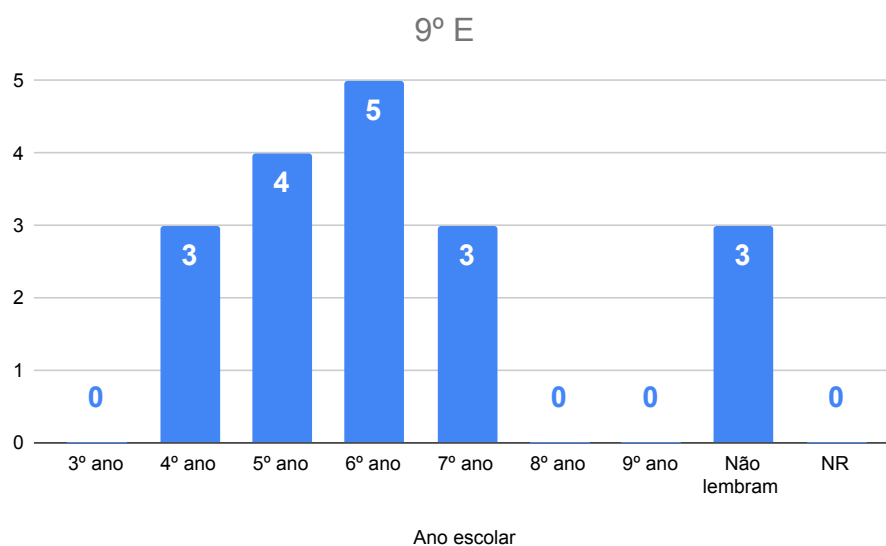
Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 14 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º E



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Figura 15 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º E



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

A análise da Figura 13 revela um desempenho insatisfatório em todas as operações com frações, embora tenha um rendimento melhor que as outras turmas, com percentuais de acerto particularmente baixos. A adição, subtração e divisão apresentaram apenas 27,78% de acertos cada. A multiplicação, com 44,44% de acertos, embora represente o melhor desempenho relativo, mantém-se em patamar aquém do esperado. Esses resultados

demonstram que os alunos enfrentam desafios significativos no domínio das operações fracionárias.

A Figura 14, que aborda a percepção dos alunos sobre suas dificuldades, apresenta dados reveladores: 16 estudantes identificaram a divisão como a operação mais desafiadora. Essa percepção se correlaciona com os dados objetivos: além do baixo percentual de acertos, 27,78%, a divisão apresentou a maior taxa de questões em branco, 22,22%, indicando que muitos discentes sequer tentaram resolver esse item. Contudo, a análise conjunta revela uma importante nuance - embora os estudantes reconheçam maior dificuldade na divisão, o desempenho igualmente deficitário nas demais operações (nenhuma atingindo mais de 45% de acerto) sugere que subestimam suas dificuldades nas operações consideradas “mais simples”, possivelmente por focalizar apenas os desafios mais evidentes da divisão.

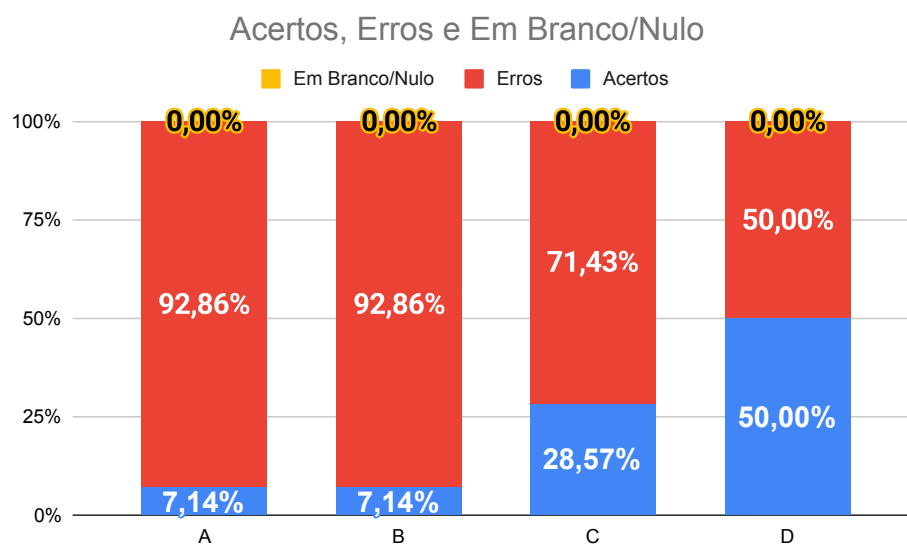
A análise da Figura 15, que apresenta as respostas dos alunos sobre seu primeiro contato com frações, revela uma discrepância entre o previsto no Currículo em Movimento (Distrito Federal, 2018) e a percepção dos estudantes. Embora o documento curricular indique que o ensino de frações deve ser introduzido no 3º ano do Ensino Fundamental, nenhum dos 18 alunos relataram essa etapa como o momento inicial de aprendizagem.

O ano frequentemente citado foi o 6º ano, com 5 menções. Quando considerados apenas os anos iniciais, apenas 7 alunos identificaram esse período como o de primeiro contato com o conteúdo. Além disso, 3 alunos não souberam precisar o momento ou não responderam à questão.

### 3.1.6 Resultados referentes ao 9º F

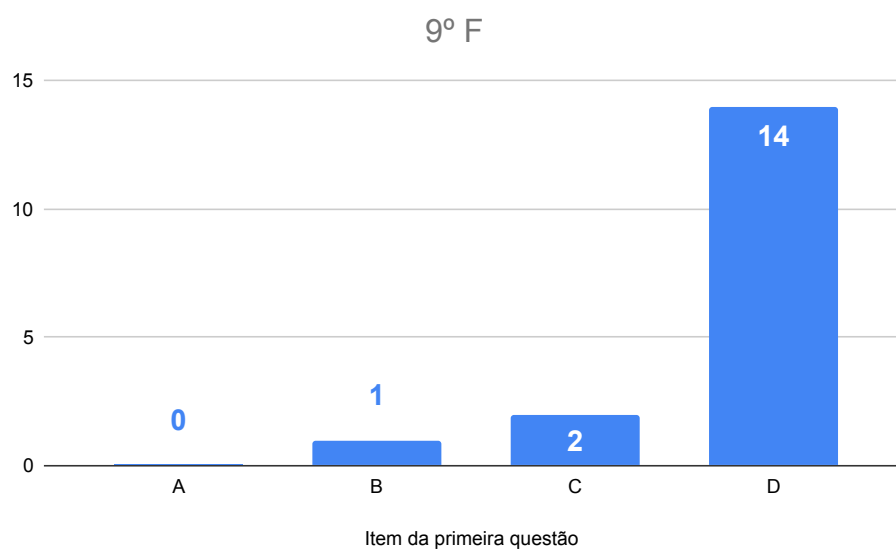
A turma do 9º F contou com a matrícula de 21 alunos. Destes, 14 estavam presentes no dia da aplicação do teste. As Figuras 16, 17 e 18 apresentam os dados obtidos pela turma.

Figura 16 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – 9º F



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

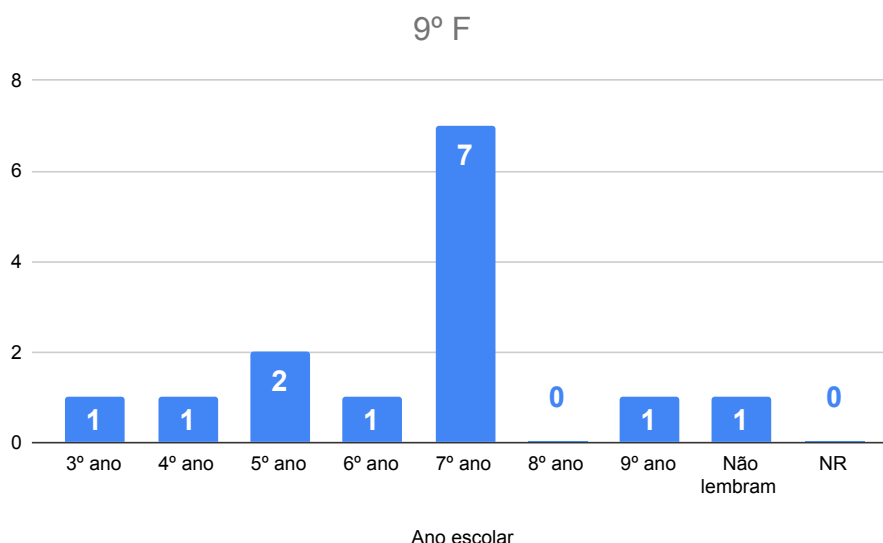
Figura 17 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – 9º F



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor



Figura 18 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – 9º F



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

A análise da Figura 16 revela um desempenho insatisfatório em três das quatro operações com frações, com percentuais de acerto particularmente baixos. A adição e a subtração apresentaram 7,14%, enquanto a multiplicação alcançou 28,57%. A divisão, por outro lado, alcançou 50% de acertos - marco significativo, pois representa a primeira turma onde obtivemos um percentual igual ou superior a 50% em qualquer das operações. Embora estes resultados ainda indiquem desafios no domínio das operações fracionárias, o desempenho na divisão destaca-se como um avanço importante em comparação com turmas anteriores.

A Figura 17, que aborda a percepção dos alunos sobre suas dificuldades, apresenta dados reveladores: 14 estudantes identificaram a divisão como a operação mais desafiadora. Contudo, quando confrontados com os resultados obtidos da Figura 16, observa-se uma discrepância entre a percepção dos alunos e seu desempenho real. Embora os estudantes reconheçam maior dificuldade na divisão, os baixos percentuais de acerto revelam-se nas outras operações (nenhuma atingindo acima de 50% de acerto) indicam que as dificuldades se estendem por todo o espectro das operações básicas com frações.

A análise da Figura 18, que apresenta as respostas dos alunos sobre seu primeiro contato com frações, revela uma discrepância entre o previsto no Currículo em Movimento (Distrito Federal, 2018) e a percepção dos estudantes. Embora o documento curricular indique que o ensino de frações deve ser introduzido no 3º ano do Ensino Fundamental, apenas 1 dos 14 alunos relatou essa etapa como o momento inicial de aprendizagem.

O ano frequentemente citado foi o 7º ano, com 7 menções. Quando considerados apenas os anos iniciais, apenas 4 alunos identificaram esse período como o de primeiro

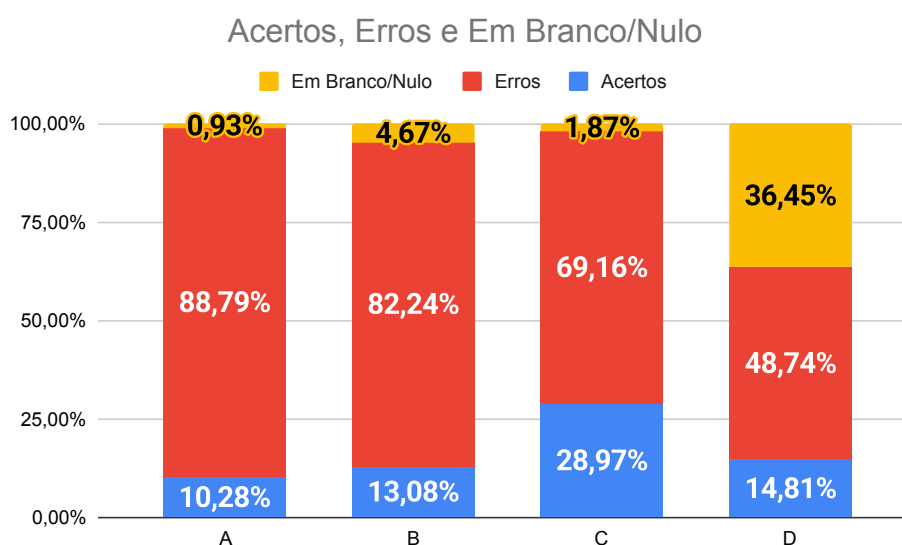
contato com o conteúdo.

Chama atenção o fato de que 1 aluno relatou ter tido seu primeiro contato com frações apenas no 9º ano, ou seja, no último ano do Ensino Fundamental. Além disso, 1 aluno não soube precisar o momento ou não respondeu à questão.

## 3.2 Desempenho nas Operações com Frações

Os dados coletados revelam uma tendência preocupante: a grande maioria dos estudantes apresentou baixos índices de acerto em todas as operações com frações. Nenhuma das turmas analisadas alcançou média superior a 50% de acertos em qualquer operação. Esse padrão reitera os achados de Behr *et al.* (1983) e Nunes, Bryant e Costa (1997), que indicam as frações como um dos conteúdos mais desafiadores do currículo de Matemática.

Figura 19 – Percentuais de acertos, erros e em branco/nulo por item da primeira questão – Geral



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

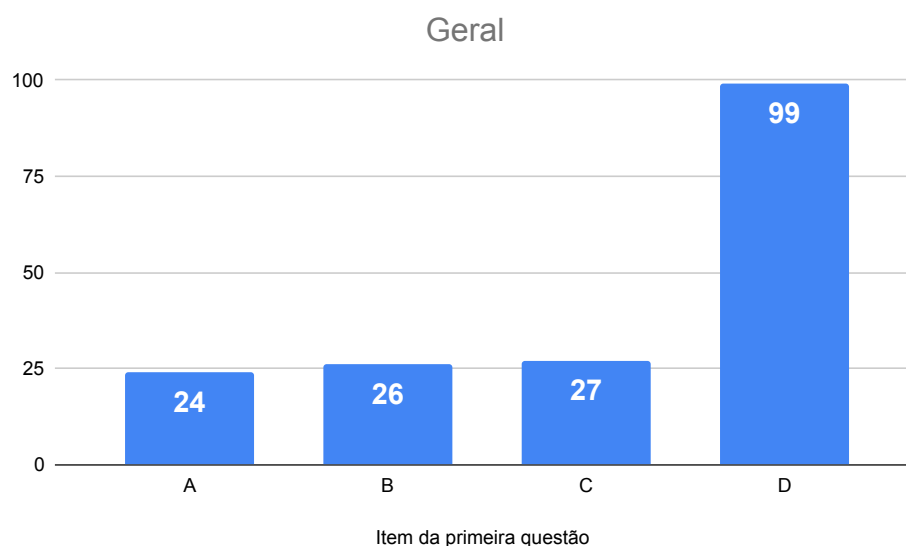
Um aspecto que merece atenção mais aprofundada diz respeito ao desempenho relativamente superior na operação de multiplicação (28,97%) em comparação com a adição (10,28%) e a subtração (13,08%). Embora, em termos curriculares, a adição e a subtração sejam introduzidas antes da multiplicação, os dados sugerem que os alunos apresentaram maior dificuldade com essas operações iniciais. Isso pode estar relacionado à exigência de procedimentos mais complexos, como o uso do MMC para igualar denominadores, o que requer um domínio mais consolidado de conceitos prévios. Já a multiplicação de frações, por seguir um algoritmo mais direto (multiplicação de numeradores e denominadores), pode ter sido mecanicamente assimilada, mesmo sem compreensão conceitual plena. Essa

hipótese é reforçada pela observação de erros recorrentes, como a soma direta de numeradores e denominadores, que indicam a ausência de esquemas operatórios estáveis. Assim, os dados revelam não apenas lacunas no conhecimento, mas também padrões de raciocínio que apontam para a necessidade de intervenções pedagógicas que priorizem a construção de significados e a articulação entre diferentes registros de representação (Duval, 2003).

Esses resultados também corroboram as observações de Siegler e Lortie-Forgues (2015) sobre a dicotomia entre conhecimento conceitual e procedural, indicando que os alunos podem estar mecanizando algoritmos sem compreender plenamente os conceitos subjacentes. Ao aplicar a Teoria dos Campos Conceituais, observa-se que os estudantes mobilizam invariantes operatórios inconsistentes: muitos resolvem as operações com base em esquemas próprios, não validados conceitualmente. Por exemplo, nas somas, é recorrente o erro de somar numeradores e denominadores diretamente, denotando a ausência de um esquema estável de equivalência fracionária.

### 3.3 Percepção dos Estudantes Sobre Suas Próprias Dificuldades

Figura 20 – Quantidade de alunos por item de maior grau de dificuldade na questão 1 – Geral



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

A percepção dos alunos sobre suas próprias dificuldades, conforme mostrado na Figura 20, apresenta dados reveladores: 92,5% dos estudantes identificaram a divisão como a operação mais desafiadora. No entanto, como também revelam Ramírez, Shaw e Maloney (2018), a ansiedade matemática pode provocar um efeito de superestimação das dificuldades em tópicos tidos como “mais difíceis”, enquanto as deficiências conceituais nas

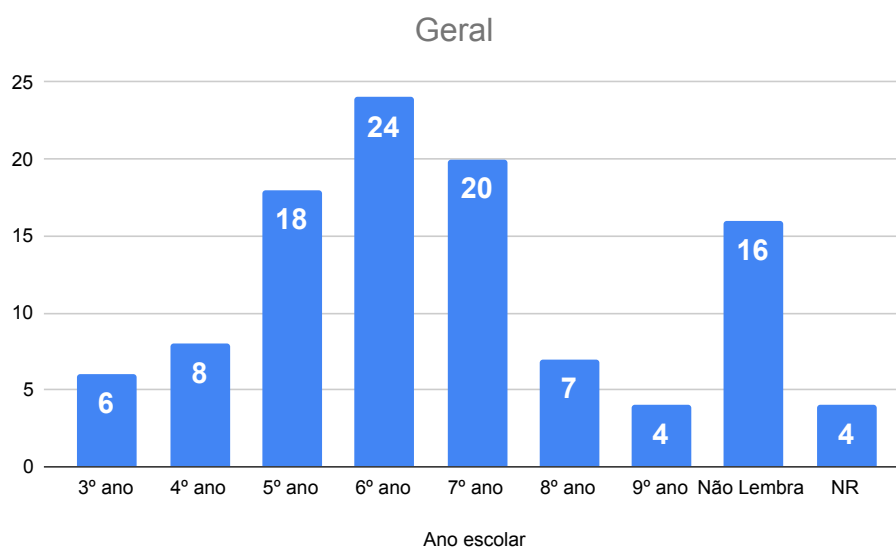
operações tidas como “mais fáceis” (como a adição) são subestimadas, o que se confirma pela discrepância entre a percepção e os índices objetivos de acerto.

A comparação entre os dados das Figuras 19 e 20 reforça essa análise. Observa-se que o item D, correspondente à operação de divisão de frações, além de ter sido apontado por 92,5% dos estudantes como o de maior dificuldade, também apresentou a maior taxa de respostas em branco entre todos os itens. Esse dado revela uma relação direta entre a percepção de dificuldade e a omissão na tentativa de resolução, sugerindo não apenas um déficit conceitual, mas também um bloqueio cognitivo ou emocional diante da operação. Tal comportamento pode ser interpretado à luz da ansiedade matemática discutida por Ramírez, Shaw e Maloney (2018), que afeta a disposição dos estudantes em enfrentar conteúdos considerados mais complexos. Assim, a elevada taxa de omissão no item D evidencia a urgência de estratégias pedagógicas que promovam a confiança, a autorregulação e a superação de barreiras emocionais no processo de aprendizagem.

Esse fenômeno indica a existência de um “falso domínio” sobre conteúdos elementares de frações, mascarado por uma confiança não sustentada por compreensão conceitual real. Essa constatação reforça a necessidade de abordagens pedagógicas que promovam a autorregulação da aprendizagem e o uso de estratégias metacognitivas.

### 3.4 Primeiros Contatos com Frações: Defasagem Curricular

Figura 21 – Quantidade de alunos por ano do primeiro contato com frações – Geral



Fonte: Resultados do questionário diagnóstico – Elaborado pelo autor

Outro dado revelador foi a resposta à questão sobre o primeiro contato com frações.

Embora o Currículo em Movimento (Distrito Federal, 2018) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) prevejam a introdução do tema no 3º ano do Ensino Fundamental, apenas 5,6% dos alunos identificaram essa etapa como seu primeiro contato com frações. Mais da metade dos estudantes (51,4%) indicou que só teve contato com frações a partir do 6º ano, sendo que 3,7% relataram ter tido seu primeiro contato apenas no 9º ano.

Essa defasagem curricular, discutida por Campos, Magina e Nunes (2006), pode ser um fator central para os resultados insatisfatórios encontrados, pois compromete a progressão conceitual esperada na aprendizagem matemática. De acordo com Cardoso e Mamede (2017), a ausência de base sólida nos anos iniciais do ensino compromete seriamente o desempenho nos anos finais, o que se evidencia nos dados da presente pesquisa.

### 3.5 Exemplos de Respostas dos Estudantes

Além da análise quantitativa dos dados, é fundamental considerar também os aspectos qualitativos das respostas dos estudantes, pois eles revelam nuances importantes sobre os esquemas de pensamento mobilizados, os erros recorrentes e as percepções individuais diante das operações com frações. Nesta seção, são apresentados exemplos de produções escritas de alunos que participaram da pesquisa. A escolha desses exemplos visa ilustrar os tipos de dificuldades conceituais e procedimentais observadas, bem como as contradições entre desempenho e percepção de dificuldade. A análise dessas respostas permite aprofundar a compreensão dos obstáculos enfrentados pelos estudantes e subsidiar a proposição de intervenções pedagógicas mais eficazes.

Figura 22 – Exemplo de resposta de estudante 1

1) Resolva as seguintes operações.

$$a) \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$$

$$b) \frac{9}{5} - \frac{6}{4} = \frac{3}{1}$$

$$c) \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{8}{15}$$

$$d) \frac{5}{7} \div \frac{8}{9} = \frac{45}{56}$$

2) Agora responda os seguintes questionamentos:

a) Em qual dos itens anteriores você sentiu maior dificuldade para responder?

Na D porque não lembro como se faz, não sei se tem que trocar algum

b) Você se lembra quando teve o primeiro contato com essas operações envolvendo frações em sua vida escolar?

Com fração no 5º e 6º ano

Digitalizado com CamScanner

Fonte: Resposta de estudante ao questionário diagnóstico

Neste exemplo, observa-se que o estudante apresentou dificuldades nas três primeiras operações com frações. Na adição, envolvendo frações com denominadores distintos, o aluno somou diretamente numeradores e denominadores, desconsiderando a necessidade de encontrar o MMC para obter frações equivalentes com denominador comum. Na subtração, embora o procedimento tenha sido análogo, não foi exatamente o mesmo: o estudante subtraiu o numerador de uma fração pelo numerador da outra e fez o mesmo com os denominadores, revelando uma compreensão equivocada da estrutura da operação. Esses erros indicam a ausência de um esquema operatório consolidado para lidar com frações heterogêneas, o que é recorrente na literatura sobre dificuldades conceituais no campo multiplicativo (Vergnaud, 1996).

Na multiplicação, o estudante aplicou incorretamente um procedimento de “multiplicação cruzada”, confundindo a operação com a regra da proporção, o que sugere uma sobreposição indevida de algoritmos e uma compreensão fragmentada das operações com frações.

Curiosamente, na divisão, o aluno demonstrou domínio do algoritmo convencional, multiplicando corretamente a primeira fração pelo inverso da segunda. Esse acerto contrasta com sua resposta à segunda questão do questionário, na qual afirma que a divisão foi

a operação mais difícil. Essa contradição é reveladora: embora o estudante tenha acertado a operação de divisão, sua percepção de dificuldade pode estar associada à complexidade simbólica do enunciado ou à insegurança diante de um conteúdo tradicionalmente considerado difícil.

Esse fenômeno, já discutido por autores como Ramírez, Shaw e Maloney (2018), evidencia o papel da ansiedade matemática na autopercepção dos estudantes, que tende a superestimar a dificuldade em operações simbolicamente complexas (como a divisão) e subestimar déficits em operações aparentemente simples (como adição/subtração). Essa distorção perceptual cria um ciclo vicioso: a antecipação do fracasso gera evitamento, que por sua vez impede a prática e a consolidação dos esquemas operatórios necessários, aprofundando as lacunas de aprendizagem. Diante disso, reforça-se a importância de abordagens pedagógicas que valorizem o erro não como fracasso, mas como diagnóstico e oportunidade de reorganização cognitiva, rompendo a associação entre dificuldade e incapacidade e restabelecendo a confiança do estudante em seu processo de aprendizagem (Muniz, 2022).

Figura 23 – Exemplo de resposta de estudante 2

1) Resolva as seguintes operações.

a)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$

b)  $\frac{9}{5} - \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

c)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{8}{15}$

d)  $\frac{5}{7} \div \frac{8}{9} = \frac{45}{56}$

2) Agora responda os seguintes questionamentos:

a) Em qual dos itens anteriores você sentiu maior dificuldade para responder?

no item a)

b) Você se lembra quando teve o primeiro contato com essas operações envolvendo frações em sua vida escolar?

7º

Fonte: Resposta de estudante ao questionário diagnóstico

O segundo exemplo apresenta um padrão de erro semelhante ao do estudante anterior nos três primeiros itens da primeira questão. Na adição, subtração e multiplicação

de frações, o aluno aplicou procedimentos incorretos, como somar ou subtrair diretamente numeradores e denominadores, e realizar uma “multiplicação cruzada” na multiplicação, sem considerar as regras específicas de cada operação. Esses erros indicam uma compreensão limitada das estruturas operatórias envolvidas e a ausência de esquemas conceituais consolidados para o tratamento de frações com denominadores distintos.

No entanto, o que chama atenção neste caso é a resposta dada à divisão de frações. O estudante chegou ao resultado  $\frac{1}{1}$ , o que se revelou um fato curioso para o pesquisador, pois esse mesmo resultado apareceu com frequência entre estudantes de diferentes turmas. Não foi possível identificar, a partir da resposta escrita, qual raciocínio levou o aluno a esse resultado. A ausência de justificativas ou de indícios do procedimento utilizado impede uma análise mais precisa, mas levanta hipóteses sobre possíveis estratégias intuitivas ou tentativas de simplificação equivocada. Esse tipo de ocorrência reforça a importância de atividades que incentivem os alunos a explicitar seus processos de pensamento, permitindo ao professor compreender melhor os caminhos percorridos, corretos ou não, e intervir de forma mais eficaz.

Figura 24 – Exemplo de resposta de estudante 3

1) Resolva as seguintes operações.

a)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = 5 + 7 = 12$

b)  $\frac{9}{5} - \frac{6}{4} = 4 - 2 = 2$

c)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = 20 \cdot 6 = 120$

d)  $\frac{5}{7} \div \frac{8}{9} = \frac{1}{1} = 1$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 6 \\ \hline 120 \end{array}$$

2) Agora responda os seguintes questionamentos:

a) Em qual dos itens anteriores você sentiu maior dificuldade para responder?

A D), por ser divisão, eu tive mais dificuldade de responder e porque eu não aprendi muito.

b) Você se lembra quando teve o primeiro contato com essas operações envolvendo frações em sua vida escolar?

Sim, lembro que foi no 7º ano.

Digitalizado com CamScanner

Fonte: Resposta de estudante ao questionário diagnóstico

Neste exemplo, o estudante apresentou um padrão de resolução bastante peculiar nas quatro operações com frações. Na adição, ele somou o numerador e o denominador



da primeira fração, obtendo um número inteiro, e fez o mesmo com a segunda fração. Em seguida, somou os dois inteiros obtidos, desconsiderando completamente a estrutura fracionária das expressões. Esse mesmo procedimento foi repetido nos itens seguintes, com a devida alteração da operação: na subtração, subtraiu numerador e denominador de cada fração separadamente e, depois, subtraiu os dois resultados; na multiplicação, multiplicou numerador e denominador de cada fração individualmente e, em seguida, multiplicou os dois produtos obtidos.

Esse padrão revela uma compreensão profundamente equivocada da natureza das frações e das operações envolvidas, sugerindo que o estudante interpreta cada fração como um par de números independentes, a serem operados separadamente, e não como uma razão entre duas grandezas. Tal estratégia evidencia a ausência de esquemas conceituais básicos sobre o funcionamento das operações com frações e reforça a importância de atividades que explorem o significado das frações como números racionais.

Na divisão, o estudante chegou ao resultado  $\frac{1}{1}$ , repetindo o mesmo resultado observado no exemplo anterior. Novamente, não foi possível identificar com clareza o raciocínio que levou a esse resultado, o que torna essa ocorrência ainda mais intrigante. O fato de esse padrão ter se repetido entre diferentes estudantes de várias turmas sugere a existência de uma concepção alternativa ou de um procedimento intuitivo compartilhado, mas não explicitado, que merece investigação mais aprofundada. Esse tipo de resposta reforça a importância de estratégias pedagógicas que incentivem os alunos a explicitar seus processos de pensamento, permitindo ao professor compreender e intervir de forma mais eficaz.

Neste exemplo, o estudante demonstrou domínio dos algoritmos convencionais nas operações de adição e subtração de frações, aplicando corretamente o procedimento de obtenção de denominadores comuns por meio do MMC. Esse desempenho contrasta com os exemplos anteriores, nos quais essas operações foram justamente as que apresentaram maior índice de erro.

Entretanto, nas operações de multiplicação e divisão, o estudante cometeu um equívoco comum: houve uma troca entre os algoritmos. Na multiplicação, aplicou o procedimento de “multiplicação cruzada”, confundindo a operação com a resolução de proporções. Já na divisão, realizou a multiplicação direta entre numeradores e denominadores, como se estivesse resolvendo uma multiplicação comum de frações, sem aplicar o algoritmo correto de multiplicar pela fração inversa.

Esse caso é particularmente interessante porque contraria a hipótese inicial da pesquisa, segundo a qual as operações de adição e subtração tenderiam a apresentar maior grau de dificuldade, especialmente por exigirem o uso do MMC. A inversão desse padrão sugere que, para alguns estudantes, a clareza do algoritmo e a familiaridade com o procedimento podem ser mais determinantes do que a complexidade estrutural da operação em

Figura 25 – Exemplo de resposta de estudante 4

1) Resolva as seguintes operações.

$$a) \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12} = \textcircled{14}$$

$$b) \frac{9}{5} - \frac{6}{4} = \frac{36}{20} - \frac{30}{20} = \frac{6}{20}$$

$$c) \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{8}{15}$$

$$d) \frac{5}{7} \div \frac{8}{9} = \frac{40}{63}$$

2) Agora responda os seguintes questionamentos:

a) Em qual dos itens anteriores você sentiu maior dificuldade para responder?

na "c" e na "d"

b) Você se lembra quando teve o primeiro contato com essas operações envolvendo frações em sua vida escolar?

Sim, no 6º ano.

Digitalizado com CamScanner

Fonte: Resposta de estudante ao questionário diagnóstico

si. Isso reforça a importância de investigar não apenas os erros, mas também os acertos, como forma de compreender os caminhos cognitivos percorridos pelos alunos.

Este exemplo apresenta uma série de procedimentos bastante curiosos por parte do estudante, especialmente nas três primeiras operações da primeira questão. Na adição, o aluno somou diretamente os numeradores das duas frações para obter o numerador da fração resultante, e fez o mesmo com os denominadores, procedimento análogo ao observado nos exemplos 1 e 2. Trata-se de um erro recorrente que revela uma compreensão equivocada da estrutura da fração como número racional.

Na subtração, o estudante registrou a observação “Subtrai os números na ordem”, e de fato aplicou um procedimento inusitado: o numerador da fração resultante foi obtido pela subtração entre o numerador da segunda fração e o denominador da primeira, enquanto o denominador da fração resultante foi obtido pela subtração entre o numerador da primeira fração e o denominador da segunda. Esse tipo de raciocínio, embora incorreto, demonstra uma tentativa de estabelecer uma lógica própria para a operação, ainda que desconectada dos significados matemáticos convencionais.

A multiplicação também foi acompanhada de uma anotação reveladora: “Cruza e multiplica e depois soma”. O procedimento consistiu em gerar duas frações intermediárias:

Figura 26 – Exemplo de resposta de estudante 5

1) Resolva as seguintes operações.

a)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$  SOMA OS NUMEROS

b)  $\frac{9}{5} - \frac{6}{4} = \frac{1}{5}$  SUBTRAI OS NUMEROS NA ORDEM

c)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{10} + \frac{8}{12} = \frac{23}{22}$  CRUSA E MULTIPLIQUE E DEPOIS SOMA

d)  $\frac{5}{7} \div \frac{8}{9} = \frac{5}{7} \times \frac{9}{8} = \frac{45}{56}$  ENVETE OS NUMEROS E MULTIPLICA

2) Agora responda os seguintes questionamentos:

a) Em qual dos itens anteriores você sentiu maior dificuldade para responder?

d) POR QUE TEM QUE CRUZAR

Digitalizado com CamScanner

Fonte: Resposta de estudante ao questionário diagnóstico

a primeira foi construída multiplicando o denominador da primeira fração pelo numerador e pelo denominador da segunda; a segunda, de forma análoga, utilizou o numerador da primeira fração como base para multiplicar os termos da segunda. Após obter essas duas frações, o estudante aplicou o mesmo algoritmo incorreto da adição, somando diretamente numeradores e denominadores, para obter o resultado final. Esse encadeamento de procedimentos evidencia uma tentativa de sistematização pessoal, ainda que baseada em interpretações equivocadas.

Na divisão, por outro lado, o estudante aplicou corretamente o algoritmo convencional, multiplicando a primeira fração pelo inverso da segunda. Curiosamente, na segunda questão do questionário, o aluno indicou a divisão como a operação de maior dificuldade, mesmo sendo a única em que obteve o resultado correto. Essa contradição, também observada em exemplos anteriores, reforça a hipótese de que a percepção de dificuldade pode estar mais relacionada à carga simbólica e à reputação da operação do que ao domínio efetivo do procedimento. Tal fenômeno evidencia a importância de considerar os aspectos emocionais e metacognitivos no processo de aprendizagem matemática.

Figura 27 – Exemplo de resposta de estudante 6

1) Resolva as seguintes operações.

$$a) \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{24}$$

$$b) \frac{9}{5} - \frac{6}{4} = \frac{3}{1}$$

$$c) \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{10}$$

$$d) \frac{5}{7} \div \frac{8}{9} = \frac{45}{56}$$

2) Agora responda os seguintes questionamentos:

a) Em qual dos itens anteriores você sentiu maior dificuldade para responder?

A e B

b) Você se lembra quando teve o primeiro contato com essas operações envolvendo frações em sua vida escolar?

Sim, no início do ano

Digitalizado com CamScanner

Fonte: Resposta de estudante ao questionário diagnóstico

Neste último exemplo, o estudante demonstrou domínio parcial dos algoritmos convencionais. Na adição, utilizou corretamente o MMC para transformar as frações iniciais em frações equivalentes com denominadores iguais. No entanto, ao realizar a operação final, com as frações já ajustadas ao denominador comum (12), cometeu um erro conceitual: somou diretamente os numeradores e os denominadores, obtendo como resultado a fração  $\frac{17}{24}$ , quando o correto seria  $\frac{17}{12}$ . Esse tipo de erro revela uma compreensão incompleta do procedimento, em que o uso do MMC é corretamente mobilizado, mas a estrutura da fração como número racional ainda não está plenamente consolidada.

Na subtração, o estudante não utilizou o MMC e aplicou diretamente a subtração entre numeradores e denominadores, repetindo um padrão de erro já observado em exemplos anteriores. Esse procedimento indica uma ausência de esquemas operatórios estáveis para lidar com frações heterogêneas, especialmente em operações que exigem transformação prévia das expressões.

Por outro lado, nas operações de multiplicação e divisão, o estudante aplicou corretamente os algoritmos convencionais, demonstrando domínio dos procedimentos esperados. Esse contraste entre acertos e erros reforça a ideia de que o domínio das operações com frações não é uniforme entre os estudantes, e que diferentes operações mobilizam

diferentes níveis de compreensão.

Um ponto particularmente interessante neste exemplo é a resposta dada pelo estudante ao item b) da segunda questão do questionário, na qual afirma que seu primeiro contato com frações na vida escolar ocorreu no início do 9º ano do Ensino Fundamental. Essa declaração está em evidente desacordo com os documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo em Movimento do Distrito Federal, que preveem a introdução do conceito de fração já no 3º ano do Ensino Fundamental. Essa defasagem curricular percebida pelo estudante reforça os achados da pesquisa quanto à inconsistência na progressão dos conteúdos matemáticos e à necessidade de intervenções pedagógicas que considerem o histórico de aprendizagem dos alunos.

A análise dos exemplos apresentados nesta seção evidencia a diversidade de estratégias, corretas ou não, mobilizadas pelos estudantes ao resolverem operações com frações. Os erros recorrentes, as tentativas de sistematização próprias e as contradições entre desempenho e percepção de dificuldade revelam não apenas lacunas conceituais, mas também aspectos emocionais e metacognitivos que permeiam o processo de aprendizagem matemática. Além disso, as declarações sobre o momento do primeiro contato com frações reforçam a hipótese de defasagem curricular, apontando para uma desconexão entre o que é previsto nos documentos oficiais e o que efetivamente ocorre na trajetória escolar dos alunos. Esses achados, somados à fragilidade dos esquemas operatórios observados, preparam o terreno para a discussão da próxima seção, que trata dos impactos da pandemia da Covid-19 sobre a aprendizagem de frações e o agravamento das desigualdades educacionais.

### 3.6 Impactos da Pandemia da Covid-19

Os anos de 2020 e 2021, correspondentes, para a maioria dos estudantes participantes deste estudo, ao 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, foram profundamente afetados pela pandemia da Covid-19 e pela consequente adoção do ensino remoto emergencial. Esse período coincidiu com uma fase crucial da escolarização, na qual, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), os alunos deveriam consolidar conhecimentos fundamentais relacionados ao raciocínio proporcional, ao sistema de números racionais e, de forma central, às frações.

Estudos nacionais e internacionais têm evidenciado que a pandemia gerou impactos expressivos na aprendizagem matemática, especialmente entre os estudantes das redes públicas. Segundo dados do Brasil (2022), os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2021 apontam para uma queda significativa no desempenho em Matemática no 5º e 9º anos, com prejuízos particularmente acentuados em conteúdos como frações, porcentagens e operações com números racionais.

Esses achados são corroborados pelas estimativas da Organização dos Estados Ibero-Americanos (OEI) (Ramos; Ferreira, 2021), que destacam que os estudantes da América Latina retornaram às aulas presenciais com níveis de aprendizagem comparáveis aos que seriam esperados até oito anos letivos anteriores, especialmente em matemática. No Brasil, o impacto foi agravado por desigualdades de acesso às tecnologias digitais, ausência de mediação pedagógica qualificada e descontinuidade das políticas de formação docente durante o período pandêmico.

Além disso, estudos como o de Lutz e Galarça (2023) apontam que o ensino remoto, ainda que necessário, aprofundou as desigualdades educacionais preexistentes. Estudantes com menor acesso à internet, a dispositivos tecnológicos adequados ou com menor apoio familiar tiveram maior dificuldade para acompanhar as aulas, realizar atividades escolares e construir significados matemáticos sólidos. O resultado foi a consolidação de lacunas de aprendizagem que, se não forem diagnosticadas e remediadas, tendem a se acumular ao longo da trajetória escolar.

No caso específico das frações, o cenário é ainda mais preocupante. Por se tratar de um conteúdo que demanda forte articulação entre registros de representação, compreensão de significados múltiplos e manipulação simbólica, o ensino remoto mostrou-se particularmente limitado (Duval, 2003). A ausência de materiais manipulativos, a dificuldade de acompanhar a resolução de problemas em tempo real, e a baixa interação entre professor e aluno limitaram significativamente a construção de esquemas conceituais robustos (Bartholo *et al.*, 2023).

É importante ressaltar que a defasagem observada não deve ser atribuída exclusivamente à falta de esforço dos estudantes ou professores, mas sim a um contexto educacional excepcional que exigiu adaptações emergenciais, muitas vezes sem o suporte adequado de infraestrutura e formação (Lutz; Galarça, 2023). Nesse sentido, os baixos desempenhos observados na presente pesquisa podem ser compreendidos também como uma expressão desse contexto histórico, que impactou diretamente a consolidação dos conhecimentos matemáticos esperados.

A análise dos dados empíricos revelou, por exemplo, que a maioria dos estudantes apresentou dificuldades nas operações básicas com frações, especialmente adição e subtração com denominadores distintos, bem como na identificação de equivalências e na conversão entre diferentes representações. Esses achados dialogam diretamente com os estudos sobre os efeitos da pandemia na educação matemática básica (Brasil, 2022), reforçando a necessidade de estratégias de recomposição da aprendizagem alinhadas às especificidades do campo conceitual das frações (Vergnaud, 1996).

Portanto, compreender os impactos da pandemia da Covid-19 no processo de ensino e aprendizagem das frações é fundamental para orientar tanto o diagnóstico pedagógico quanto a proposição de intervenções eficazes. Essa compreensão deve estar presente

nas políticas de recuperação da aprendizagem, nos programas de reforço escolar e, sobretudo, no planejamento das ações docentes em sala de aula, com foco na reconstrução dos fundamentos conceituais e operatórios da matemática (Cardoso; Mamede, 2023).

### 3.7 Síntese dos Resultados e Implicações Pedagógicas

Os resultados obtidos com a aplicação do questionário diagnóstico revelaram um quadro preocupante de dificuldades na aprendizagem de frações entre os estudantes do 9º ano da escola investigada. As taxas elevadas de erros conceituais, somadas à frequência significativa de respostas em branco, indicam a fragilidade dos esquemas operatórios mobilizados pelos alunos diante de situações que exigem compreensão conceitual e manipulação simbólica.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval (2003), oferece uma chave interpretativa relevante para a análise desses dados. Segundo o autor, a aprendizagem matemática exige que os estudantes sejam capazes de transitar entre diferentes registros (pictórico, simbólico, verbal e numérico). Os erros sistemáticos observados sugerem que muitos alunos permanecem restritos a um único registro de representação ou realizam operações com base na aplicação mecânica de algoritmos, sem a compreensão dos significados subjacentes. A ausência de coordenação entre os registros parece comprometer a internalização dos conceitos e a flexibilidade cognitiva necessária ao uso competente das frações em diferentes contextos.

Diante desse cenário, torna-se urgente repensar as estratégias de ensino de frações, especialmente em um contexto pós-pandêmico, marcado pela ampliação das desigualdades educacionais. Como argumentam Cardoso e Mamede (2017), é fundamental que os estudantes tenham acesso a experiências significativas com frações, por meio de práticas pedagógicas que articulem teoria e prática, representação e ação, abstração e contexto. Isso implica valorizar o uso de materiais manipulativos, jogos didáticos e situações-problema contextualizadas que deem sentido aos procedimentos matemáticos, conforme recomenda Muniz (2022).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), quando efetivamente implementada, oferece diretrizes claras para o desenvolvimento progressivo dos conceitos matemáticos. No entanto, os dados da pesquisa evidenciam um descompasso entre o currículo prescrito e o currículo efetivamente vivenciado pelos alunos, lacuna essa que foi acentuada pelas disrupções causadas pela pandemia da Covid-19. Como demonstrado, muitos estudantes relataram ter tido contato com frações apenas nos anos finais do Ensino Fundamental, em contrariedade às orientações da BNCC, que preveem a introdução do tema já a partir do 3º ano.

Neste contexto, os achados desta pesquisa apontam não apenas para a persistência

de obstáculos conceituais e operatórios, mas também para oportunidades de intervenção pedagógica que possam reverter esse quadro. Como defendem Nunes, Bryant e Costa (1997), o domínio das frações é condição essencial para o desenvolvimento do pensamento proporcional, com implicações para o desempenho futuro em diversos campos da matemática e da vida cotidiana.

Assim, superar os desafios do ensino e aprendizagem de frações exige um esforço coordenado em três frentes principais:

1. Recuperação das aprendizagens perdidas durante a pandemia, especialmente entre os estudantes que estavam nos anos críticos para a consolidação do campo conceitual das frações;
2. Formação continuada dos professores, com foco em práticas didáticas que promovam a construção de significados e o uso de múltiplos registros de representação;
3. Implementação consistente da progressão curricular prevista na BNCC, assegurando tempo, mediação e recursos adequados para que os alunos desenvolvam progressivamente a compreensão das frações e de seus múltiplos significados.

Em síntese, os dados da pesquisa revelam:

- a) A persistência de erros conceituais relevantes nas quatro operações com frações;
- b) A fragilidade ou ausência de esquemas operatórios adequados (Vergnaud, 1996);
- c) A subestimação das dificuldades em operações elementares, agravadas por componentes emocionais como a ansiedade matemática;
- d) A introdução tardia do conteúdo de frações, em desacordo com o previsto no currículo oficial;
- e) Os efeitos deletérios do ensino remoto, com prejuízos à consolidação do raciocínio proporcional.

Frente a esse panorama, reafirma-se a necessidade de um ensino de frações baseado na resolução de problemas, na exploração de múltiplas representações e na valorização das concepções prévias dos estudantes (Duval, 2003; Rozario; Machado da Silva; Carlos de Proença, 2023). Além disso, sugere-se que as políticas educacionais ampliem os investimentos em diagnósticos precoces, programas de recuperação e formação docente, sobretudo em contextos de maior vulnerabilidade social.

Mais do que um conteúdo curricular isolado, as frações representam uma porta de entrada para a compreensão das relações numéricas, do pensamento algébrico e do



raciocínio lógico. Promover sua aprendizagem de forma significativa é, portanto, um compromisso com o desenvolvimento integral dos estudantes e com a construção de uma escola pública mais justa, inclusiva e eficaz.

### 3.8 A Plataforma MGames como Recurso Didático

A plataforma MGames (2024) é uma iniciativa multidisciplinar voltada ao desenvolvimento e à divulgação de jogos matemáticos físicos e digitais, com o objetivo de tornar a aprendizagem da matemática mais acessível, lúdica e significativa para estudantes da Educação Básica. O projeto é fruto da colaboração entre pesquisadores, professores, pedagogos, psicólogos, programadores e designers vinculados à Universidade de Brasília (UnB), à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF) e outras instituições parceiras.

A proposta da MGames (2024) está ancorada na concepção de que a aprendizagem matemática, especialmente no campo dos números racionais, exige abordagens que considerem os obstáculos epistemológicos e didáticos historicamente identificados na literatura especializada. Nesse sentido, os jogos desenvolvidos pela plataforma são concebidos como recursos *ludomatemáticos*, ou seja, materiais que integram ludicidade e intencionalidade pedagógica, promovendo a construção de significados matemáticos por meio da ação, da manipulação e da resolução de desafios.

Os jogos da MGames (2024) são organizados em trilhas pedagógicas que respeitam a progressão conceitual dos conteúdos e são validados em contextos reais de sala de aula da rede pública do Distrito Federal. A plataforma contempla tanto jogos digitais, acessíveis gratuitamente por meio de computadores, tablets ou celulares, quanto jogos físicos, disponibilizados em formato PDF para impressão e montagem. Essa característica amplia o acesso e a inclusão, permitindo que os materiais sejam utilizados em diferentes contextos, inclusive por estudantes com deficiência visual, por meio de versões adaptadas com peças em Braille.

Além da produção de jogos, a MGames (2024) também atua na formação de professores da rede pública, promovendo o uso pedagógico da plataforma e estimulando práticas inovadoras no ensino de matemática. Os jogos são desenvolvidos com base em referenciais teóricos sólidos, como a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1996) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 2003), e dialogam com os resultados das avaliações em larga escala, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que apontam dificuldades persistentes na aprendizagem de frações e números decimais.

A escolha da MGames (2024) como base para as propostas didáticas desta pesquisa justifica-se, portanto, por seu alinhamento com os referenciais teóricos adotados, sua validação empírica e seu potencial de engajamento dos estudantes. Ao integrar ludicidade,

acessibilidade e fundamentação pedagógica, a plataforma representa uma alternativa inovadora e eficaz para o ensino de frações no Ensino Fundamental.

### 3.9 Propostas Didáticas Baseadas em Evidências

Diante das dificuldades de aprendizagem de frações identificadas nesta pesquisa, especialmente relacionadas à adição e subtração com denominadores distintos, à interpretação de simbologia e à ausência de esquemas operatórios estáveis, é necessário propor estratégias pedagógicas fundamentadas tanto nos resultados empíricos quanto nos referenciais da Didática da Matemática.

As propostas a seguir organizam-se em quatro eixos: (a) desenvolvimento de raciocínio lógico e estratégico; (b) materialidade e manipulação concreta; (c) transição entre registros de representação e (d) mediação docente intencional e formativa.

Optou-se por basear as propostas didáticas nos jogos da plataforma MGames (2024) devido ao seu alinhamento teórico com os princípios de Duval (2003) sobre registros de representação e Vergnaud (1996) sobre campos conceituais, além de seu potencial de inclusão, com jogos físicos com peças em Braille e jogos digitais com feedback imediato.

#### (a) Reconhecer equivalências e representações decimais de frações

Sugestão de atividade: Jogo Físico *Conectando Linhas* (MGames, 2024).

- Descrição: Jogo de tabuleiro que desenvolve o reconhecimento de frações equivalentes e suas representações decimais (décimos, centésimos, milésimos) por meio de um mecanismo de lançamento de dados e marcação estratégica no tabuleiro.
- Dinâmica:
  - Os jogadores lançam dois dados (numerador e denominador) para formar uma fração;
  - Devem assinalar no tabuleiro uma representação decimal equivalente à fração sorteada;
  - Validam mutualmente as jogadas;
  - Objetivo: formar uma linha reta (vertical, horizontal ou diagonal) com três marcações consecutivas da sua cor.
- Justificativa: O jogo trabalha diretamente a conversão entre registros de representação (Duval, 2003), ao exigir que o aluno transite entre a forma fracionária (sorteada) e as representações decimais (assinaladas no tabuleiro). Além disso, desenvolve o raciocínio estratégico ao exigir planejamento para formação de sequências e bloqueio do adversário, mobilizando invariantes operatórios de

antecipação e análise espacial (Vergnaud, 1996). A validação pelas duplas promove a argumentação matemática e a discussão sobre equivalência, sanando erros conceituais comuns como a não identificação de frações equivalentes.

(b) Atividades com Materiais Manipulativos e Jogos

Sugestão de atividade: Jogo Físico *Reparte e Pega* (MGames, 2024).

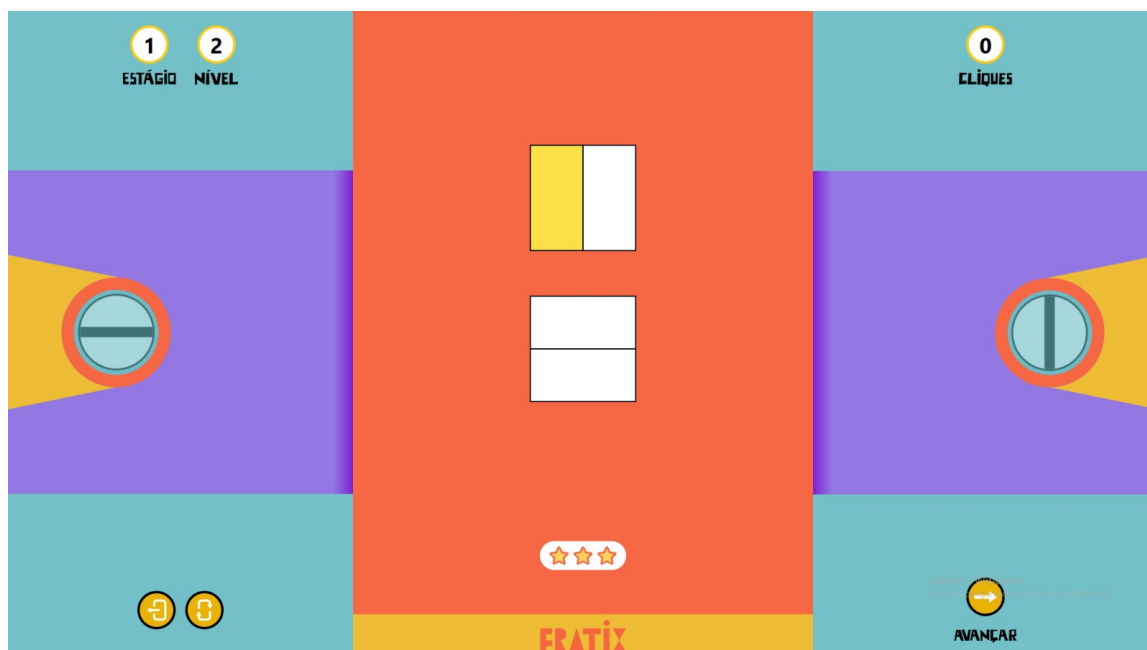
- Descrição: Jogo concreto que trabalha a representação de frações em quantidades discretas, diferenciando-se da abordagem tradicional de fração como parte de um inteiro contínuo.
- Dinâmica:
  - Os jogadores utilizam fichas fracionárias e coleções de peças discretas (como blocos ou fichas);
  - Relacionam frações do inteiro (representadas nas fichas) com frações de quantidades;
  - Posicionam as peças nas partes da ficha fracionária, enfatizando a ideia de partes iguais;
  - Trabalham com frações próprias e impróprias, observando resultados menores ou maiores que a coleção inicial.
- Justificativa: Corrige a dificuldade com numerador/denominador identificada na pesquisa, desenvolvendo a noção de fração como operador (Behr *et al.*, 1983) articulando divisão com multiplicação e alinhando-se à Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1996) sobre quantificação de partes.

(c) Transposição entre Registros de Representação

Sugestão de atividade: Jogo Digital *Fratix* (MGames, 2024).

- Descrição: Ambiente virtual focado na construção e identificação de frações equivalentes através de representações não convencionais.
- Dinâmica:
  - O jogador recebe uma fração-alvo e deve reproduzi-la em representações alternativas;
  - Em níveis avançados, precisa redividir figuras inserindo segmentos horizontais/verticais;
  - Constrói frações equivalentes em formas geométricas diversas;
  - Desenvolve imagens mentais das representações fracionárias e suas equivalências.
- Justificativa: Desenvolve a capacidade de transitar entre registros (Duval, 2003), superando a fragilidade cognitiva identificada nos resultados.

Figura 28 – Interface ilustrativa do jogo digital Fratix (MGames, 2024)



Fonte: Captura de tela obtida na plataforma MGames.

O jogo Fratix apresenta ao estudante uma imagem com uma fração representada graficamente e o desafia a construir, em uma imagem abaixo, uma fração equivalente utilizando o menor número possível de cliques. Para isso, o jogador pode dividir a figura horizontal ou verticalmente, utilizando os círculos posicionados nas laterais da imagem. Em fases mais avançadas, uma ou ambas as ferramentas de divisão podem ser desativadas, aumentando a complexidade da tarefa e exigindo maior planejamento estratégico.

(d) Situações-Problema Contextualizadas

Sugestão de atividade: Jogo Digital *Mangue* (MGames, 2024).

- Descrição: Jogo contextualizado no ecossistema manguezal que utiliza frações para resolver problemas ambientais.
- Dinâmica:
  - O jogador controla um caranguejo que deve localizar peças com frações válidas;
  - Identifica e seleciona apenas peças com frações corretas (denominador adequado);
  - Observa pássaros em ninhos e escolhe a fração que completa o inteiro;
  - Traça trajetórias para lançar as peças e liberar os pássaros;
  - Alimenta os pássaros até ganharem autonomia para voar.

- Justificativa: Contextualiza o conteúdo além do modelo parte-todo (Behr *et al.*, 1983), atendendo à Competência Geral 2 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018).

Figura 29 – Interface ilustrativa do jogo digital Mangue (MGames, 2024)



Fonte: Captura de tela obtida na plataforma MGames.

O jogo Mangue apresenta um cenário lúdico em que o estudante controla um caranguejo que deve alimentar corretamente os pássaros localizados em ninhos. Cada pássaro possui uma fração que representa a quantidade de alimento que já recebeu. O objetivo é completar a fração até atingir o inteiro (por exemplo,  $\frac{5}{5}$  ou  $\frac{3}{3}$ ), utilizando figuras fracionárias que flutuam na água. Na imagem, o ninho da esquerda contém dois pássaros: um com  $\frac{2}{5}$  e outro com  $\frac{1}{5}$ , totalizando  $\frac{3}{5}$ . O estudante deve lançar ao primeiro uma fração de  $\frac{3}{5}$  e ao segundo uma de  $\frac{4}{5}$ , completando ambos até  $\frac{5}{5}$ . Já o ninho da direita possui um único pássaro com  $\frac{0}{3}$ , que deve receber uma fração de  $\frac{3}{3}$  para ficar “cheio” e completar a fase.

(e) Sequência Didática Estruturada

Tabela 1 – Sequência didática com jogos da plataforma MGames

Etapa	Objetivo	Jogo
0	Reconhecer equivalências e representações decimais de frações	Jogo físico <i>Conectando Linhas</i>
1	Introduzir a noção de fração como parte de um todo e operador	Jogo físico <i>Reparte e Pega</i>
2	Explorar equivalência e comparação entre frações	Jogo digital <i>Fratix</i>
3	Trabalhar adição e subtração com apoio de representações múltiplas	Níveis intermediários do <i>Fratix</i>
4	Aplicar frações em contextos significativos e resolver problemas	Jogo digital <i>Mangue</i>

**Fonte:** Elaborado pelo autor com base nos jogos da plataforma MGames (2024).

(f) Avaliação Formativa e Mediação Intencional

- A avaliação deve ser parte integrante do processo de ensino, permitindo ao professor identificar concepções equivocadas e ajustar sua mediação. A mediação docente, quando intencional e formativa, transforma o erro em oportunidade de aprendizagem (Muniz, 2022).
- Sugestões:

Aplicação do jogo digital *Fratix* com foco na equivalência e ordenação de frações, observando as decisões estratégicas dos alunos ao inserir linhas e construir representações equivalentes. Ao final das jogadas, promover discussão coletiva sobre as estratégias utilizadas e os obstáculos enfrentados, favorecendo a metacognição.

Observação das escolhas dos estudantes no jogo *Mangue*, especialmente na seleção de frações corretas em contextos ambientais. A avaliação pode considerar a precisão das respostas, o raciocínio proporcional mobilizado e a capacidade de completar inteiros em situações contextualizadas.

Registro das justificativas verbais e escritas durante o uso do jogo físico *Reparte e Pega*, com ênfase na distinção entre frações próprias e impróprias de quantidade. Recomenda-se que os alunos sistematizem os resultados em seus cadernos e que o professor acompanhe aqueles que apresentam dificuldades com divisão, múltiplos e divisores, elementos essenciais para a compreensão da fração como operador.

### 3.10 Fichas de Atividades Didáticas com Base nos Resultados da Pesquisa

Com base nas evidências coletadas na aplicação do questionário diagnóstico e nos referenciais teóricos da Didática da Matemática, esta seção apresenta fichas de atividades práticas voltadas à superação das principais dificuldades identificadas entre os estudantes, utilizando os jogos da plataforma MGames (2024). Cada ficha contém: objetivo da atividade, materiais necessários, enunciado, sugestão de resposta possível, critérios de observação e de avaliação diagnóstica e sugestões de adaptação conforme o nível dos estudantes.

#### Ficha 1 – Raciocínio Lógico, Equivalência e Representação Decimal com o Jogo *Conectando Linhas*

**Objetivo:** Desenvolver habilidades de planejamento, percepção espacial e pensamento estratégico, que são bases cognitivas para a estruturação do raciocínio necessário às operações com frações.

**Materiais:** Tabuleiro do jogo com representações de décimos, centésimos e milésimos, duas canetas de marcação de cores diferentes, dois dados (um para numerador e outro para denominador com tarja).

**Enunciado:** Em duplas, os jogadores lançam os dois dados para formar uma fração. Em seguida, assinalam no tabuleiro uma representação equivalente ou correspondente decimal dessa fração, validando conjuntamente a jogada. O objetivo é formar uma linha reta (vertical, horizontal ou diagonal) com três marcações consecutivas da sua cor. Caso um jogador sorteie uma fração sem representação disponível no tabuleiro, passa a vez.

**Gabarito Esperado:** Variável conforme a fração sorteada. Por exemplo, para a fração  $\frac{2}{10}$ , o jogador pode marcar a representação de  $\frac{4}{20}$  ou 0,2 no tabuleiro.

**CrITÉRIOS de Observação:** Capacidade de identificar frações equivalentes e representações decimais correspondentes; estratégia de bloqueio do adversário e formação de sequências; verbalização do raciocínio durante a validação das jogadas; persistência e

revisão da estratégia mediante jogadas não disponíveis.

**Adaptação:** Para alunos com dificuldades, usar apenas frações com denominadores 10 ou 100 para facilitar a conversão decimal, permitindo o uso de uma tabela de equivalência como apoio.

## Ficha 2 – Frações de Quantidade com o Jogo *Reparte e Pega*

**Objetivo:** Desenvolver a compreensão da fração como operador e a distinção entre frações próprias e impróprias de quantidade.

**Materiais:** Jogo físico *Reparte e Pega* (fichas fracionárias, peças discretas, tabela de pontuação).

**Enunciado:** Em duplas, os alunos devem relacionar frações com quantidades discretas, posicionando as peças nas fichas fracionárias. Após cada rodada, registram os resultados na tabela e discutem se a fração aplicada aumentou ou diminuiu a quantidade inicial.

**Gabarito Esperado:** Varia conforme as jogadas; espera-se que os alunos reconheçam que frações próprias reduzem e frações impróprias ampliam a quantidade.

**Critérios de Observação:** Capacidade de aplicar corretamente a fração à quantidade; distinção entre tipos de fração; justificativas verbais.

**Adaptação:** Para alunos com dificuldades, utilizar apenas frações unitárias; para alunos com maior domínio, introduzir equivalências e múltiplas frações por rodada.

## Ficha 3 – Equivalência e Estratégia com o Jogo *Fratix*

**Objetivo:** Trabalhar a equivalência entre frações e a transição entre diferentes representações.

**Materiais:** Jogo digital *Fratix* (computador, tablet ou celular com acesso à plataforma).

**Enunciado:** O aluno deve completar as missões do jogo, pintando frações equivalentes à fração-alvo apresentada. Em fases avançadas, deve inserir linhas para criar novas divisões.

**Gabarito Esperado:** Representações equivalentes corretas; uso adequado da mecânica de linhas.

**Critérios de Observação:** Reconhecimento de equivalência; uso estratégico da divisão de figuras; justificativas após a jogada.

**Adaptação:** Para alunos com dificuldades, utilizar fases iniciais com figuras simples; para alunos com maior domínio, propor desafios com múltiplas soluções possíveis.



## Ficha 4 – Situações-Problema com o Jogo *Mangue*

**Objetivo:** Aplicar frações em contextos significativos e desenvolver o raciocínio proporcional.

**Materiais:** Jogo digital *Mangue* (dispositivo com acesso à plataforma).

**Enunciado:** O aluno deve completar as fases do jogo, selecionando frações corretas para libertar os pássaros e alimentar os animais. Após a atividade, deve explicar suas escolhas.

**Gabarito Esperado:** Seleção correta das frações que completam o inteiro; justificativas coerentes.

**Critérios de Observação:** Capacidade de identificar frações válidas; compreensão do modelo parte-todo; argumentação oral ou escrita.

**Adaptação:** Para alunos com dificuldades, utilizar fases com frações simples; para alunos com maior domínio, propor desafios com múltiplas frações e estimativas.

## Ficha 5 – Avaliação Diagnóstica com Jogos MGames

**Objetivo:** Avaliar, de forma lúdica, os esquemas operatórios e estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas com frações.

**Materiais:** Jogos *Reparte e Pega*, *Fratix* e *Mangue*; fichas de observação do professor; caderno do aluno.

**Enunciado:** Durante a realização das atividades com os jogos, os alunos devem registrar suas estratégias e justificativas no caderno. O professor observa as jogadas, identifica padrões de erro e analisa as verbalizações dos estudantes.

**Gabarito Esperado:** Diversificado, conforme o jogo e o nível de complexidade das fases. Espera-se que os alunos demonstrem compreensão dos conceitos de fração como operador, equivalência e parte-todo.

**Critérios de Observação:** Clareza nas justificativas; uso adequado das estratégias; persistência diante de desafios; identificação de erros e correções.

**Adaptação:** Aplicar diferentes jogos conforme o perfil da turma; utilizar os registros dos alunos como base para intervenções pedagógicas futuras.

## 4 Considerações finais

Esta dissertação teve como objetivo investigar dificuldades de aprendizagem de frações entre estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do Distrito Federal, com base na aplicação de um questionário diagnóstico, visando propor estratégias didáticas que promovam avanços conceituais e operatórios no campo multiplicativo. O estudo buscou identificar concepções, erros recorrentes e lacunas conceituais, bem como compreender os impactos do contexto pandêmico sobre esse processo de aprendizagem, para, então, propor encaminhamentos pedagógicos fundamentados em evidências empíricas e referenciais teóricos da Didática da Matemática.

Apesar das contribuições desta pesquisa, é importante reconhecer algumas limitações. A investigação foi conduzida em uma única escola pública do Distrito Federal, com uma amostra restrita a estudantes do turno vespertino, o que limita a generalização dos resultados para outros contextos educacionais. Além disso, por se tratar de uma instituição com apenas um professor de matemática atuando com alunos do 9º ano do ensino fundamental, o próprio pesquisador, optou-se por não realizar entrevistas com docentes, a fim de preservar a objetividade da análise. Também não foram incluídas observações em sala de aula, o que poderia ter enriquecido a compreensão do contexto pedagógico. Essas limitações, no entanto, não comprometem a validade dos achados, mas indicam caminhos relevantes para futuras investigações.

Os resultados obtidos indicam um cenário preocupante de defasagem conceitual e operatória. A maioria dos estudantes apresentou baixos índices de acerto em todas as operações com frações, sobretudo na adição e subtração com denominadores distintos. Observou-se, também, uma discrepância entre a percepção que os alunos têm sobre suas dificuldades e os dados objetivos de desempenho, revelando a presença de um “falso domínio” de conteúdos elementares, o que reforça a necessidade de avaliações diagnósticas frequentes e mais qualitativas.

Um aspecto particularmente revelador foi a correlação entre a percepção de dificuldade e o comportamento de omissão no item de divisão de frações. A análise conjunta das Figuras 19 e 20 evidenciou que, além de ser apontado por 92,5% dos estudantes como o mais difícil, o item D também concentrou a maior taxa de respostas em branco. Esse dado reforça a hipótese de que a ansiedade matemática pode não apenas distorcer a percepção de dificuldade, mas também inibir a tentativa de resolução, o que exige do professor uma atenção especial à dimensão emocional da aprendizagem.

As análises dos dados à luz da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1996) permitiram identificar a ausência de invariantes operatórios estáveis para o tratamento

das frações. Isso se manifesta na mobilização de esquemas inadequados ou, em muitos casos, inexistentes.

Outro achado relevante refere-se à defasagem na introdução e consolidação do conteúdo ao longo do percurso escolar. Embora o currículo oficial preveja a abordagem das frações a partir do 3º ano do Ensino Fundamental, mais da metade dos estudantes relatou ter tido contato com esse conteúdo apenas a partir do 6º ano. Essa lacuna compromete a progressão do raciocínio proporcional, gerando dificuldades cumulativas nos anos posteriores.

Além disso, o estudo confirmou os impactos negativos do ensino remoto emergencial durante a pandemia da Covid-19. Os anos de 2020 e 2021, que coincidem com o 5º e 6º ano da maioria dos estudantes analisados, representam um período crítico para a consolidação das competências matemáticas no campo dos números racionais. A descontinuidade das aulas presenciais, as limitações das tecnologias educacionais disponíveis e a ausência de acompanhamento individualizado agravaram ainda mais as dificuldades já existentes, acentuando desigualdades educacionais históricas.

Esses achados evidenciam que as dificuldades dos estudantes com o conteúdo de frações não se restringem apenas ao campo cognitivo discente, mas refletem também fragilidades nas práticas pedagógicas utilizadas. A recorrência de abordagens excessivamente algorítmicas, descontextualizadas e pouco exploratórias pode ser, em grande parte, atribuída à insuficiência de oportunidades de formação específica no campo da Didática da Matemática.

Além do mais, a análise das produções escritas dos estudantes revelou padrões de raciocínio que vão além dos erros operatórios mais frequentes, evidenciando tentativas de sistematização próprias, estratégias intuitivas e, em alguns casos, contradições entre desempenho e percepção de dificuldade. Procedimentos como a soma direta de numeradores e denominadores, a inversão de algoritmos e a criação de regras pessoais para resolver operações indicam não apenas lacunas conceituais, mas também esforço ativo de construção de sentido. Esses elementos reforçam a importância de práticas pedagógicas que favoreçam a explicitação dos raciocínios, a escuta ativa e a valorização do erro como ferramenta diagnóstica e formativa.

Nesse sentido, esta dissertação aponta para a necessidade de políticas de formação continuada docente que valorizem tanto o aprofundamento conceitual quanto o desenvolvimento de estratégias metodológicas inovadoras. Entre as ações concretas que podem ser implementadas pelas redes de ensino e pelas instituições formadoras, destacam-se:

- Oficinas pedagógicas presenciais e virtuais, com foco na exploração de diferentes significados de frações e na transição entre registros de representação semiótica, conforme propõe Duval (2003);

- Grupos de estudo permanentes nas escolas, organizados por eixo temático da BNCC, nos quais os docentes possam analisar práticas de ensino, discutir pesquisas recentes em Educação Matemática e planejar intervenções colaborativas;
- Formação em serviço articulada com a prática, baseada em ciclos de investigação-ação, nos quais o professor observe as dificuldades reais dos alunos, planeje uma intervenção, aplique-a em sala e reflita sobre seus efeitos, à luz de referenciais como a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996);
- Produção e compartilhamento de sequências didáticas entre os pares, com base em experiências bem-sucedidas;
- Utilização de instrumentos diagnósticos, como o aplicado nesta pesquisa, para nortear a ação docente com base em evidências concretas, identificando concepções equivocadas e reorganizando ações pedagógicas a partir delas.

Investir na formação matemática para o ensino, e não apenas na matemática em si, é um desafio central para a efetivação das aprendizagens esperadas no ensino fundamental. A compreensão profunda dos significados das frações, associada à capacidade de criar ambientes de aprendizagem significativos e desafiadores, deve ser vista como competência essencial do professor que atua nos anos finais da Educação Básica.

Diante dessas constatações, esta pesquisa reforça a necessidade de um redesenho das práticas pedagógicas voltadas ao ensino de frações. Recomenda-se:

- O uso sistemático de múltiplos registros de representação (simbólicos, pictóricos, verbais e numéricos) e sua conversão coordenada, como estratégia para ampliar a compreensão conceitual;
- A valorização de problemas contextualizados, que permitam aos estudantes atribuir sentido às operações com frações;
- O estímulo à metacognição e à autorregulação, promovendo a superação da ansiedade matemática e o desenvolvimento da autonomia intelectual;
- A identificação precoce das dificuldades, com intervenções formativas contínuas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental;
- A oferta de formação docente continuada com foco na Didática da Matemática, contemplando abordagens como a Teoria dos Campos Conceituais, a Teoria dos Registros de Representação e a Modelagem Matemática.

Portanto, para que os encaminhamentos didáticos propostos nesta pesquisa sejam efetivamente implementados, é imprescindível fortalecer o papel do professor como sujeito formador de significados, mediador de saberes e pesquisador da própria prática.

Do ponto de vista da pesquisa, esta investigação contribui para o campo da Educação Matemática ao oferecer evidências empíricas sobre os efeitos combinados das lacunas curriculares e das perdas de aprendizagem ocasionadas pela pandemia no ensino de frações. Espera-se que os achados apresentados possam subsidiar tanto a prática docente quanto o planejamento de políticas públicas educacionais voltadas à recomposição das aprendizagens e à equidade pedagógica.

Como desdobramentos futuros, sugere-se:

- O aprofundamento da investigação com a implementação e avaliação de sequências didáticas baseadas nos dados do diagnóstico;
- A ampliação da pesquisa para outras escolas, redes de ensino e contextos regionais distintos;
- A condução de estudos longitudinais que acompanhem a evolução dos estudantes ao longo do tempo, monitorando o impacto de diferentes intervenções pedagógicas;
- A investigação da relação entre percepção de dificuldade e estratégias de enfrentamento adotadas pelos estudantes, com foco na análise de respostas em branco e nos fatores emocionais associados à omissão;
- A aplicação prática das propostas didáticas e das fichas de atividades elaboradas com base nos dados da pesquisa, com o objetivo de avaliar sua efetividade em sala de aula. Essa etapa permitirá validar as estratégias sugeridas, identificar ajustes necessários e aprofundar a compreensão sobre os impactos pedagógicos do uso de jogos digitais e físicos no ensino de frações.

Além disso, destaca-se a contribuição da plataforma MGames (2024) como recurso didático inovador e acessível, alinhado aos referenciais teóricos mobilizados nesta pesquisa. Os jogos físicos e digitais propostos, validados em contextos reais de sala de aula, demonstraram potencial para promover a aprendizagem significativa de frações por meio da ludicidade, da manipulação concreta e da transposição entre registros de representação. A utilização da MGames (2024) nas propostas didáticas reforça a importância de integrar tecnologia, intencionalidade pedagógica e fundamentação teórica no enfrentamento das dificuldades identificadas, especialmente em contextos de vulnerabilidade educacional.

Por fim, esta pesquisa reafirma que o ensino e a aprendizagem de frações, embora reconhecidamente desafiadores, podem ser significativamente aprimorados por meio de práticas pedagógicas contextualizadas, reflexivas e teoricamente fundamentadas. A valorização do erro como parte do processo, a escuta das concepções dos estudantes e a mediação qualificada por parte do professor são elementos-chave para a construção de

aprendizagens duradouras. Resignificar o ensino de frações é, portanto, um passo fundamental para garantir que todos os estudantes tenham acesso ao pensamento matemático como linguagem de compreensão do mundo e ferramenta para o exercício da cidadania.

## Referências

AGUILAR JÚNIOR, Carlos Augusto. Escola pública, pandemia e aprendizagem em matemática – uma pesquisa com dados públicos do SAEB 2021. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, p. 1–12, nov. 2024.

Disponível em:

<https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/494>.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARTHOLO, T. L. *et al.* Learning loss and learning inequality during the Covid-19 pandemic. **Ensaio: avaliação em políticas públicas na educação**, v. 31, n. 119, p. 1–15, 2023. DOI: 10.1590/S0104-40362022003003776. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/ensaio/a/8sNJkg9syT5dXmp9wrBtbDc/?lang=en>. Acesso em: 22 jun. 2025.

BATISTA, Jefferson de Melo; MIRANDA, Paula Reis. Um estudo sobre jogos digitais para o ensino de Frações no Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, v. 29, n. 85, p. 1–15, dez. 2024. DOI: 10.37001/emr.v29i85.4280. Disponível em:

<https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/4280>. Acesso em: 22 jun. 2025.

BEHR, Merlyn J. *et al.* Rational number concepts. *In*: LESH, Richard; LANDAU, Marsha (ed.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. [S. l.]: Academic Press, 1983. p. 91–125.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. [S. l.]: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Relatório de Resultados do SAEB 2021 – Volume 1**. [S. l.], 2022.

Disponível em: [https://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/saeb/2021/resultados/relatorio\\_de\\_resultados\\_do\\_saeb\\_2021\\_volume\\_1.pdf](https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2021/resultados/relatorio_de_resultados_do_saeb_2021_volume_1.pdf). Acesso em: 22 jun. 2025.

BRASIL. **Resultados do IDEB**. [2025]. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). 2025. Disponível em:

<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados>. Acesso em: 22 abr. 2025.

BRYANT, Peter *et al.* **Educação matemática 1: números e operações numéricas**. 2. ed. [S. l.]: Cortez, 2009. ISBN 978-85-249-1542-0.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; NUNES, Terezinha. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125–136, 2006. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/545>. Acesso em: 14 jun. 2025.

CARDOSO, Paula; MAMEDE, Ema. Dificuldades em ensinar frações no 1.º Ciclo do Ensino Básico. Versão portuguesa. **Educação e Matemática**, n. 143, p. 12–17, 2017. Disponível em: <https://hdl.handle.net/1822/52502>. Acesso em: 22 jun. 2025.

CARDOSO, Paula; MAMEDE, Ema. Saber e ensinar frações: concepções e práticas de professores do ensino fundamental. Versão portuguesa. **Educação e Pesquisa**, v. 49, p. 1–19, 2023. Artigo e261007. DOI: 10.1590/S1678-4634202349261007. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ep/a/9cJvFhsjXs9sHsR7hBfVHnK/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 22 jun. 2025.

CODEPLAN. **Pesquisa Distrital por Amostra de Domicílios (PDAD) - 2023**. Brasília, DF, 2023. Disponível em: <https://www.codeplan.df.gov.br>.

DISTRITO FEDERAL. **Currículo em Movimento da Educação Básica**. 2. ed. [S. l.], 2018. 2ª edição. Disponível em: <https://www.educacao.df.gov.br/pedagogico-curriculo-em-movimento/>. Acesso em: 22 jun. 2025.

DISTRITO FEDERAL. **Lei Orgânica do Distrito Federal**. [S. l.: s. n.], 1993. Disponível em: [https://www.sinj.df.gov.br/sinj/Norma/572edcb39beb4c10a48996bb9a6c2f89/L0\\_DF\\_12\\_02\\_2023.pdf](https://www.sinj.df.gov.br/sinj/Norma/572edcb39beb4c10a48996bb9a6c2f89/L0_DF_12_02_2023.pdf).

DUVAL, Raymond. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (ed.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11–33.

LUTZ, Mariana Rodrigues; GALARÇA, Luiz Daniel Martins de Moura. O professor de matemática e o ensino de frações no ensino fundamental: um estudo investigativo. Versão portuguesa. **Revista Prociências**, v. 6, n. 1, p. 1–20, 2023. DOI: 10.15210/prociencias.v6i1.5183. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/prociencias/article/view/25982>. Acesso em: 22 jun. 2025.

MGAMES. **Jogos Digitais e Físicos para o Ensino de Frações**. [S. l.: s. n.], 2024. Acesso em: 17 jul. 2025. Disponível em: <https://mgames.com.br/>.

MOREIRA, Marco Antônio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. Versão portuguesa. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 1, p. 7–29, 2002. Disponível em:



<https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/569/361>. Acesso em: 29 jun. 2025.

MUNIZ, Cristiano Alberto. O professor e a autoria de jogos como recursos pedagógicos para a aprendizagem matemática. Versão portuguesa. **Hipátia - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 7, n. 1, p. 1–20, 2022. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/hipatia/article/view/1973>. Acesso em: 22 jun. 2025.

NUNES, T.; BRYANT, P.; COSTA, S. **Crianças fazendo matemática**. [S. l.]: Artmed, 1997.

OECD. **PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education**. Paris, 2023. (PISA). DOI: 10.1787/53f23881-en. Disponível em: <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>.

RAMÍREZ, G.; SHAW, S. T.; MALONEY, E. A. Math anxiety: Past research, promising interventions, and a new interpretation framework. Versão inglesa. **Educational Psychologist**, v. 53, n. 3, p. 145–164, 2018. DOI: 10.1080/00461520.2018.1447384. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00461520.2018.1447384>. Acesso em: 22 jun. 2025.

RAMOS, Mozart Neves; FERREIRA, Sérgio Henrique. **O impacto da pandemia na educação**. [S. l.: s. n.], jun. 2021. Correio Braziliense. Acesso em: 17 jul. 2025. Disponível em: <https://www.correiobraziliense.com.br/opiniaio/2021/06/amp/4928672-o-impacto-da-pandemia-na-educacao.html>.

ROZARIO, Tereza Aparecida; MACHADO DA SILVA, Rafael; CARLOS DE PROENÇA, Marcelo. Estratégias de alunos do 7º ano na resolução de um problema de subtração de frações no contexto do EAMvRP. Versão portuguesa. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 515–532, ago. 2023. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.28.515-532. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/7224>.

SANTANA, Eurivalda; ALVES, Alex Andrade; NUNES, Célia Barros. A Teoria dos Campos Conceituais num Processo de Formação Continuada de Professores. Versão portuguesa. **Bolema**, v. 29, n. 53, p. 1162–1180, 2015. DOI: 10.1590/1980-4415v29n53a18. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/6rHfN88Ccn67444CKmgssDQ/?lang=pt>. Acesso em: 29 jun. 2025.

SANTOS SILVA, Bruno Henrique Macêdo dos *et al.* Jogos matemáticos como ferramenta educacional lúdica no processo de ensino e aprendizagem da matemática na educação básica. Versão portuguesa. **Rebena - Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, v. 4, p. 246–254, 2022. Disponível em:

<https://rebenamnuvens.com.br/revista/article/view/59/53>. Acesso em: 29 jun. 2025.

SIEGLER, R. S.; LORTIE-FORGUES, H. Conceptual knowledge of fraction arithmetic. **Journal of Educational Psychology**, v. 107, n. 3, p. 909–918, 2015. DOI: 10.1037/edu0000025. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1071576>. Acesso em: 22 jun. 2025.

TAPPARELLO, D.; RICHIT, A. Abordagem Exploratória de Frações em um Estudo de Aula. Versão portuguesa. **Zetetiké**, v. 32, 2024. DOI: 10.20396/zet.v32i00.8676335. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8676335/34274>. Acesso em: 22 jun. 2025.

VERGNAUD, Gérard. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, Jean (ed.). **Didáctica das Matemáticas**. [S. l.]: Instituto Piaget - Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 155–191.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L. (ed.). **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. [S. l.: s. n.], 1993. p. 1–26.

## Apêndices

## APÊNDICE A – Questionário diagnóstico

1. Resolva as seguintes operações envolvendo frações.

a)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} =$

b)  $\frac{9}{5} - \frac{6}{4} =$

c)  $\frac{4}{5} \times \frac{3}{2} =$

d)  $\frac{5}{7} \div \frac{8}{9} =$

2. Agora responda os seguintes questionamentos:

a) Em qual dos itens anteriores você sentiu maior dificuldade para responder?

b) Você se lembra quando teve o primeiro contato com essas operações envolvendo frações em sua vida escolar?