



TESE DE DOUTORADO

**Metodologias de Otimização Construtiva  
para Reservatórios de Petróleo  
com Função Custo Modificada**

**Emanuel Pereira Barroso Neto**

**Brasília, Março de 2024**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia

TESE DE DOUTORADO

**Metodologias de Otimização Construtiva  
para Reservatórios de Petróleo  
com Função Custo Modificada**

**Emanuel Pereira Barroso Neto**

*Tese submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica  
da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília como requisito parcial  
para obtenção do grau de Doutor Engenheiro em Sistemas Mecatrônicos.*

Banca Examinadora

Prof. Eugênio Libório Feitosa Fortaleza, ENM/UnB  
*Orientador*

\_\_\_\_\_

Prof. Manoel Porfirio Cordão Neto, ENC/UnB  
*Examinador Interno*

\_\_\_\_\_

Prof. Marcelo Souza de Castro, Unicamp  
*Examinador Externo*

\_\_\_\_\_

Dr. Alexandre Anozé Emerick, Petrobras  
*Examinador Externo*

\_\_\_\_\_

## FICHA CATALOGRÁFICA

BARROSO NETO, EMANUEL PEREIRA

Metodologias de Otimização Construtiva para Reservatórios de Petróleo com Função Custo Modificada

[Distrito Federal] 2024.

xx, 144, 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Doutor, Sistemas Mecatrônicos, 2024).

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- |                               |                           |
|-------------------------------|---------------------------|
| 1. Engenharia de Reservatório | 2. Otimização da Produção |
| 3. Valor Presente Líquido     | 4. Controle dos Poços     |
| I. ENM/FT/UnB                 | II. Sistemas Mecatrônicos |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BARROSO NETO, E. P. (2024). Metodologias de Otimização Construtiva para Reservatórios de Petróleo com Função Custo Modificada, Tese de Doutorado em Sistemas Mecatrônicos, Publicação , Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 144p.p..

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Emanuel Pereira Barroso Neto

TÍTULO: Metodologias de Otimização Construtiva para Reservatórios de Petróleo com Função Custo Modificada.

GRAU: Doutor ANO: 2024

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse trabalho de conclusão de curso pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Emanuel Pereira Barroso Neto  
Universidade de Brasília — *Campus Darcy*  
Ribeiro  
Asa Norte  
70910-900 - Brasília - DF - Brasil

## **Dedicatória**

*À minha família, aos Barrosos e Ramalhos espalhados Brasil afora, aos que foram, são e serão. Nosso sangue tem poder.*

*Emanuel Pereira Barroso Neto*

## Agradecimentos

*Agradecer é uma arte muitas vezes subestimada na nossa convivência. Dados esses longos anos de pesquisa, iniciados há praticamente oito anos e findos com esta tese, percebo que nunca teria chegado até aqui sem a influência de muitas pessoas, de diferentes maneiras, mas que contribuíram de alguma forma com o sucesso desse processo.*

*Em primeiro lugar, aos que me criaram, de forma literal: meus queridos pais, biológicos ou não. Pai Mauriton, espírito de menino que esconde uma sabedoria muitas vezes pouco compreendida; Mãe Bena, a pessoa que me carregou durante longos meses e sacrificou toda uma convivência para que eu tivesse chances de uma vida melhor, sacrifício esse que poucas pessoas jamais entenderão a magnitude; e Mãe Helenice, a sábia pessoa que me criou, que me fez ser quem sou, a mãe de todos nós, ontem, hoje e até onde a vida permitir.*

*Segundamente, devo agradecer o apoio de minha família como um todo, grande família que eu tenho. Começando pela minha querida irmã, Emanuela, semelhante no nome e na vontade de vencer, e que nunca deixou de acreditar em mim, do seu modo, sendo minha âncora muitas vezes. Agradeço também o apoio de minhas tias paternas, sempre a meu lado, sempre me ensinando algo novo: Elma, Veralice, Eloísa (minha querida madrinha), Elisângela e Eliane. Agradeço também aos meus muitos primos, de vários graus, que me trazem alegria e sempre me compreenderam, mesmo nos meus piores momentos. Agradeço também à minha família materna que, por mais que viva distante de mim, nunca deixou de me abençoar e me desejar o bem. Meus avós, Adalberta e Ambrósio, que abençoados sejam e que passemos o centenário de cada um contando histórias. Agradeço aos meus tios e primos do lado de lá. Que o mundo saiba que tanto o sangue das Minas Gerais quanto do Piauí têm poder!*

*Da UnB, em primeiro lugar, devo agradecer ao meu orientador, o professor Eugênio Fortaleza, que nunca deixou de acreditar em mim, até mesmo quando eu já não acreditava, que me ensinou a ser espartano, a nunca deixar de procurar as coisas, entre tantos outros ensinamentos nessa quase década de convívio. Agradeço imensamente também ao William e Marco Emílio, que acompanharam boa parte desta pesquisa. E não posso deixar de citar meus outros colegas, bons amigos com quem ainda hei de aprender muito: Vinícius, Gabriel, Lucas, Geraldo, Mario, Matheus, Marco Antônio e tantos outros. A inteligência é um dom que não falta a nenhum de vocês, e que o sucesso os acompanhe. Agradeço também aos meus amigos que fiz na minha nova jornada, trabalhando pelo Banco de Brasília: Mikael, Daniel, Rafael Borges, Rafaela Couto, Bianca, Flávia, Carlos Mário, Allan, Ricardo, Rafael Ortiz, Gustavo, Raquel, Diogo, Brendo, Kamila, Susana, Padovani, Rodrigo e tantos outros. O conhecimento é uma modela valiosa, mas só se compartilhado. Assim como às vezes eu ensino, só há valor quando eu também aprendo, e aprendi muito com cada um de vocês.*

*Finalmente, devo especial agradecimento a uma pessoa que infelizmente se foi há muito, mas que sei que anda comigo e sempre me guiou nessa vida. O senhor jamais será esquecido. O nome dele ainda vive: Emanuel Pereira Barroso. Seu neto ainda há de carregar seu nome para o bem, e que coisas positivamente extraordinárias venham para todos nós.*

*Emanuel Pereira Barroso Neto*

---

## RESUMO

Dentre os problemas a serem resolvidos no campo da engenharia de reservatório, destaca-se o desafio de se obter as melhores condições operacionais possíveis para que o retorno econômico da exploração de petróleo e gás seja maximizada. Neste contexto, há na literatura um conjunto significativamente grande de soluções, tanto na parte de ajuste do modelo quanto da otimização da produção; entre os algoritmos utilizados, pode-se citar os métodos de gradiente e até mesmo o emprego de inteligência artificial, utilizando como função custo o Valor Presente Líquido. Contudo, tais soluções consideram um ciclo de vida longo para o reservatório, o que não é desejável do ponto de vista econômico, e também exigem, de maneira geral, um elevado poder computacional.

Considerando-se as limitações dos algoritmos já consolidados na literatura, a presente pesquisa tem como objetivo estabelecer uma metodologia de otimização da produção para um caso onde a configuração dos poços e as capacidades de processamento dos fluidos produzidos e injetados já foram definidos. Essa metodologia deve ser construtiva, isto é, deve obter os controles progressivamente com o tempo, e ter como resultado valores econômicos que sejam competitivos e melhores que os casos sem controle, e também em menor tempo de exploração e baixo custo computacional.

Para que o objetivo proposto seja alcançado, a função objetivo é modificada para se considerar diretamente os parâmetros intrínsecos do reservatório, e são utilizados métodos simples de busca das soluções. Os algoritmos desenvolvidos com esta metodologia são então utilizados em modelos de reservatório comumente utilizados, tanto no caso de um modelo determinístico quanto em um conjunto de realizações, em que estão presentes parâmetros com incertezas. Os resultados obtidos são comparados com aqueles vindos de casos *benchmarks*: controle constante e controle reativo. Espera-se que os algoritmos de busca do controle ótimo dos poços apresentem resultados econômicos melhores que os dos *benchmarks*, evidenciando a contribuição desta pesquisa na área da otimização da produção.

**Palavras Chave:** Engenharia de Reservatório, Otimização da Produção, Valor Presente Líquido, Controle dos Poços, Incertezas.

---

## ABSTRACT

Among the problems to be solved in the field of reservoir engineering, there is the challenge of obtaining the best possible operating conditions so that the economic return from oil and gas exploration is maximized. In this context, there is a significantly large set of solutions in the literature, both in terms of model adjustment and production optimization; among the algorithms used, one can mention the gradient methods and even the use of artificial intelligence, using the Net Present Value as a cost function. However, such solutions consider a long life cycle for the reservoir, which is not desirable from an economic point of view, and also require, in general, a high computational power.

Considering the limitations of algorithms already consolidated in the literature, this research aims to establish a production optimization methodology for a case where the well settings and the processing capacity of the produced and injected fluids were already defined. This methodology should be constructive, that is, it should obtain the controls progressively over time, and result in economic values that are competitive and better than uncontrolled cases, and also in lower exploration time and low computational cost.

In order to achieve the proposed objective, the objective function is modified to directly consider the intrinsic parameters of the reservoir, and simple methods of finding solutions are used. The algorithms developed with this methodology are then used in commonly used reservoir models, both in the case of a deterministic model and in a set of realizations, in which parameters with uncertainties are present. The obtained results are compared with those coming from benchmark cases: constant control and reactive control. It is expected that the search algorithms for the optimal control of wells present better economic results than those of the benchmarks, showing the contribution of this research in the area of production optimization.

**Keywords:** Reservoir Engineering, Production Optimization, Net Present Value, Well Control, Uncertainties.

---

## RESÚMEN

Entre los problemas a resolver en el campo de la ingeniería de yacimientos, está el desafío de obtener las mejores condiciones de operación posibles para maximizar el retorno económico de la exploración de petróleo y gas. En este contexto, existe un conjunto significativamente grande de soluciones en la literatura, tanto en términos de ajuste de modelos como de optimización de la producción; entre los algoritmos utilizados, se pueden mencionar los métodos de gradiente e incluso el uso de inteligencia artificial, utilizando el Valor Actual Neto como función de costo. Sin embargo, tales soluciones consideran un ciclo de vida largo del yacimiento, lo cual no es deseable desde un punto de vista económico, y además requiere, en general, una alta potencia computacional.

Considerando las limitaciones de los algoritmos ya consolidados en la literatura, esta investigación tiene como objetivo establecer una metodología de optimización de la producción para un caso donde ya se definió la configuración de los pozos y las capacidades de procesamiento de los fluidos producidos e inyectados. Esa metodología debe ser constructiva, es decir, debe obtener progresivamente los controles en el tiempo, y dar como resultado valores económicos competitivos y mejores que los casos no controlados, y también en menos tiempo de exploración y bajo costo computacional.

Para lograr el objetivo propuesto, se modifica la función objetivo para considerar directamente los parámetros intrínsecos del yacimiento, y se utilizan métodos sencillos de búsqueda de soluciones. Los algoritmos desarrollados con esta metodología se utilizan luego en modelos de yacimientos de uso común, tanto en el caso de un modelo determinista como en un conjunto de realizaciones, en el que se presentan parámetros con incertidumbres. Los resultados obtenidos se comparan con los provenientes de casos *benchmarks*: control constante y control reactivo. Se espera que los algoritmos de búsqueda para el control óptimo de pozos presenten mejores resultados económicos que los de *benchmarks*, mostrando el aporte de esta investigación en el área de optimización de la producción.

**Palabras Clave:** Ingeniería de Yacimientos, Optimización de la Producción, Valor Actual Neto, Control de Pozos, Incertidumbres.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO .....	1
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	3
1.2.1	HISTÓRICO E CONTEXTO .....	3
1.2.2	MÉTODOS BASEADOS EM GRADIENTE .....	5
1.2.3	MÉTODOS LIVRES DE GRADIENTE.....	6
1.2.4	MÉTODOS DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL .....	7
1.2.5	OUTRAS TÉCNICAS.....	8
1.2.6	POSSÍVEIS DIRECIONAMENTOS .....	9
1.3	PROPOSTA DA PESQUISA .....	9
1.4	OBJETIVOS .....	10
1.5	DESCRIÇÃO DO MANUSCRITO .....	10
<b>2</b>	<b>Modelos de Reservatório e Ferramentas de Simulação Numérica.....</b>	<b>12</b>
2.1	INTRODUÇÃO.....	12
2.2	MODELOS UTILIZADOS .....	13
2.2.1	<i>EGG MODEL</i> .....	13
2.2.2	<i>SPE9</i> .....	15
2.3	O SIMULADOR: <i>OPM FLOW</i> .....	16
2.4	<i>STORMSLIB API</i> : PÓS-PROCESSAMENTO .....	18
<b>3</b>	<b>Ferramentas de Análise: VPL, VPL Modificado e Métodos Estatísticos.....</b>	<b>20</b>
3.1	INTRODUÇÃO.....	20
3.2	MÉTODOLOGIA DE ANÁLISE ESTATÍSTICA .....	21
3.3	A FUNÇÃO VPL — ANÁLISE ECONÔMICA DA PRODUÇÃO.....	22
3.3.1	DEFINIÇÃO DE VPL .....	22
3.3.2	O VPL NA OTIMIZAÇÃO DE RESERVATÓRIO.....	23
3.3.3	VPL MODIFICADO: VPLM .....	25
<b>4</b>	<b>Algoritmos de Busca Linear com VPL Modificado.....</b>	<b>29</b>
4.1	INTRODUÇÃO.....	29
4.2	TESTES DE CONTROLE CONSTANTE — MALHA ABERTA .....	30
4.3	CONTROLE REATIVO — FECHAMENTO DOS POÇOS PRODUTORES .....	30

4.4	MÉTODO DE BUSCA LINEAR .....	31
4.4.1	O ALGORITMO.....	31
4.4.2	ESCOLHA DO CONTROLE.....	34
4.5	MÉTODO LINEAR PARA CASOS COM INCERTEZAS.....	36
4.6	ALGORITMOS LINEARES COM RESTRIÇÕES: CONTROLE DOS INJETORES .....	38
4.7	ALGORITMO StoSAG MODIFICADO .....	41
4.7.1	DESCRIÇÃO DO ALGORITMO.....	41
4.7.2	ANÁLISE DO NÚMERO DE SIMULAÇÕES .....	43
<b>5</b>	<b>Análise de Resultados dos Algoritmos de Busca Linear.....</b>	<b>45</b>
5.1	INTRODUÇÃO.....	45
5.2	ESTUDO DE CASO: <i>EGG MODEL</i> .....	46
5.2.1	PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO .....	46
5.2.2	CASO COM UMA REALIZAÇÃO .....	47
5.2.3	CASO COM INCERTEZAS .....	51
5.3	ESTUDO DE CASO: <i>SPE9</i> .....	66
5.3.1	PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO .....	66
5.3.2	CASO COM UMA REALIZAÇÃO .....	67
5.3.3	CASO COM INCERTEZAS .....	70
5.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	82
<b>6</b>	<b>Análise de Resultados do StoSAG Modificado.....</b>	<b>91</b>
6.1	INTRODUÇÃO.....	91
6.2	ESTUDO DE CASO: <i>EGG MODEL</i> .....	92
6.2.1	PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO .....	92
6.2.2	RESULTADOS .....	92
6.3	ESTUDO DE CASO: <i>SPE9</i> .....	94
6.3.1	PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO .....	94
6.3.2	RESULTADOS .....	95
6.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	97
<b>7</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>99</b>
7.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	99
7.2	CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA .....	100
7.2.1	CONTRIBUIÇÕES GERAIS .....	100
7.2.2	PARTICIPAÇÃO EM PROJETO DE PESQUISA.....	101
7.2.3	PUBLICAÇÕES .....	101
7.3	RECOMENDAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS .....	102
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>103</b>
	<b>Anexos.....</b>	<b>120</b>

<b>I</b>	<b>Conceitos Básicos de Estatística.....</b>	<b>121</b>
I.1	DEFINIÇÕES SOBRE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS.....	121
I.2	DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS.....	122
I.3	TESTES DE HIPÓTESES.....	126
I.4	ANÁLISE DA VARIÂNCIA — ANOVA.....	128
I.5	MÉTODOS DE ANÁLISE GRÁFICA.....	130
<b>II</b>	<b>Prova de Proposição.....</b>	<b>132</b>
<b>III</b>	<b>Estudo de Caso do <i>Egg Model</i> — Controles de Busca Linear.....</b>	<b>133</b>
III.1	CASO DA REALIZAÇÃO BASE.....	133
III.2	CASO COM INCERTEZAS — 100 REALIZAÇÕES.....	136
<b>IV</b>	<b>Estudo de Caso do SPE9 — Controles de Busca Linear.....</b>	<b>138</b>
IV.1	CASO DA REALIZAÇÃO BASE.....	138
IV.2	CASO COM INCERTEZAS — 5 REALIZAÇÕES.....	141
<b>V</b>	<b>Estudo de Caso do StoSAG Modificado — Controles.....</b>	<b>143</b>
V.1	<i>EGG MODEL</i> .....	143
V.2	SPE9.....	144

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Esquema de gestão de reservatório em malha fechada [1]. Os processos em roxo são relativos à otimização da produção, enquanto que os processos em verde são de ajuste de histórico automático.....	2
1.2	Diagramas separados das fases de projeto em malha fechada [1]......	3
2.1	Vista do <i>Egg Model</i> evidenciando os poços, e uma amostra de realizações mostrando os diferentes campos de permeabilidade. ....	15
2.2	Representações do SP9 normal e do modelo modificado.....	16
3.1	Comparação de VPLs entre caso de referência, otimização inicial e otimização final em um conjunto de realizações OLYMPUS [2]. ....	22
4.1	Metodologias de busca construtiva de controle [3]. ....	32
4.2	Algoritmo básico de busca linear com VPLM. ....	33
4.3	Comparação das razões teóricas de tempo de execução entre os casos serial e paralelo da fase de escolha dos controles [4]. ....	34
4.4	Fluxograma do tratamento das restrições de campo.....	40
4.5	Algoritmo StoSAG modificado resumido. ....	43
5.1	Comparação dos VPLs resultantes para o caso base do <i>Egg Model</i> . ....	48
5.2	Comparação dos VPLs resultantes para o caso base do <i>Egg Model</i> com restrições de campo.....	49
5.3	Razão de Restrição Crítica para o caso base do <i>Egg Model</i> . ....	51
5.4	Histogramas comparativos para os casos irrestritos do <i>Egg Model</i> . ....	52
5.5	Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso irrestrito do <i>Egg Model</i> . ..	55
5.6	Histogramas comparativos para os casos com restrição de campo do <i>Egg Model</i> . ....	60
5.7	Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso com restrições do <i>Egg Model</i> . ....	62
5.8	Comparação dos VPLs resultantes para o caso base do SPE9. ....	68
5.9	Comparação dos VPLs resultantes para o caso do SPE9 com restrições de campo....	69
5.10	Razão de Restrição Crítica para o caso base do SPE9. ....	70
5.11	Gráficos comparativos para os casos sem restrição de campo do SPE9. ....	71
5.12	Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso irrestrito do SPE9. ....	73
5.13	Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso irrestrito do SPE9, considerando também os <i>benchmarks</i> . ....	75

5.14	Gráficos comparativos para os casos com restrição de campo do SPE9. ....	77
5.15	Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso com restrições do SPE9. ....	79
5.16	Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso com restrições do SPE9, incluindo o controle reativo. ....	81
5.17	Curvas de vazão de produção para o <i>Egg Model</i> . ....	84
5.18	Curvas de vazão de injeção para o <i>Egg Model</i> . ....	84
5.19	Curvas de vazão de produção para o SPE9. ....	85
5.20	Curvas de vazão de injeção para o SPE9. ....	86
6.1	Histogramas comparativos para o StoSAG modificado, <i>Egg Model</i> . ....	93
6.2	Gráficos comparativos para o StoSAG modificado, SPE9. ....	96
I.1	Gráficos de distribuição e função cumulativa da distribuição normal padronizada. ....	123
I.2	Gráficos de distribuição e função cumulativa da distribuição qui-quadrado. ....	124
I.3	Gráficos de distribuição e função cumulativa da distribuição t de Student. ....	125
I.4	Gráficos de distribuição e função cumulativa da distribuição F de Snedecor. ....	126
III.1	Razões de restrição para o caso base do <i>Egg Model</i> . ....	133
III.2	Controles de Injeção aplicados na realização base do <i>Egg Model</i> . ....	134
III.3	Controles de Produção aplicados na realização base do <i>Egg Model</i> . ....	135
III.4	Controles de Injeção aplicados nas realizações do <i>Egg Model</i> (algoritmos robustos). .	136
III.5	Controles de Produção aplicados nas realizações do <i>Egg Model</i> (algoritmos robustos).	137
IV.1	Razões de restrição para o caso base do SPE9. ....	138
IV.2	Controles de Injeção aplicados na realização base do SPE9. ....	139
IV.3	Controles de Produção aplicados na realização base do SPE9. ....	140
IV.4	Controles de Injeção aplicados nas realizações do SPE9 (algoritmos robustos). ....	141
IV.5	Controles de Produção aplicados nas realizações do SPE9 (algoritmos robustos). ....	142
V.1	Comparativo de controles do reativo e do StoSAG modificado para o <i>Egg Model</i> . ....	143
V.2	Comparativo de controles do reativo e do StoSAG modificado para o SPE9. ....	144

# LISTA DE TABELAS

2.1	Propriedades do <i>Egg Model</i> (adaptado de [5]).	14
2.2	Valores da densidade do óleo para cada realização SPE9	16
5.1	Parâmetros do VPL para o <i>Egg Model</i> .	46
5.2	Parâmetros de Simulação para o <i>Egg Model</i> .	47
5.3	Comparativo de VPL para o caso base do <i>Egg Model</i> .	48
5.4	Comparativo de tempo de produção para o caso base do <i>Egg Model</i> .	48
5.5	Comparativo de VPL para o caso base com restrições de campo do <i>Egg Model</i> .	50
5.6	Comparativo de tempo de produção para o caso base com restrições de campo do <i>Egg Model</i> .	50
5.7	Comparativo de VPL para o caso com incertezas do <i>Egg Model</i> .	53
5.8	Comparativo de tempo de produção para o caso com incertezas do <i>Egg Model</i> .	53
5.9	ANOVA dos VPLs dos algoritmos aplicados no <i>Egg Model</i> , caso irrestrito.	56
5.10	ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos aplicados no <i>Egg Model</i> , caso irrestrito.	56
5.11	Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca independentes e robustos irrestritos do <i>Egg Model</i> .	57
5.12	Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca independentes e robustos irrestritos do <i>Egg Model</i> .	57
5.13	Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca independentes entre si do <i>Egg Model</i> sem restrições.	58
5.14	Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca independentes entre si do <i>Egg Model</i> sem restrições.	58
5.15	Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca robustos entre si do <i>Egg Model</i> sem restrições.	59
5.16	Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca robustos entre si do <i>Egg Model</i> sem restrições.	59
5.17	Comparativo de VPL para o caso com incertezas do <i>Egg Model</i> , com restrições de campo.	61
5.18	Comparativo de tempo de produção para o caso com incertezas do <i>Egg Model</i> , com restrições de campo.	61
5.19	ANOVA dos VPLs dos algoritmos aplicados no <i>Egg Model</i> , caso com restrições.	63
5.20	ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos aplicados no <i>Egg Model</i> , caso com restrições.	63

5.21	Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca independentes e robustos com restrições do <i>Egg Model</i> .....	64
5.22	Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca independentes e robustos com restrições do <i>Egg Model</i> .....	64
5.23	Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca independentes entre si do <i>Egg Model</i> com restrições.....	65
5.24	Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca independentes entre si do <i>Egg Model</i> com restrições.....	65
5.25	Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca robustos entre si do <i>Egg Model</i> com restrições.....	65
5.26	Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca robustos entre si do <i>Egg Model</i> com restrições.....	66
5.27	Parâmetros do VPL para o SPE9. ....	66
5.28	Parâmetros de Simulação para o SPE9. ....	67
5.29	Comparativo de VPL para o caso base do SPE9. ....	68
5.30	Comparativo de tempo de produção para o caso base do SPE9.....	68
5.31	Comparativo de VPL para o caso com restrições de campo do SPE9.....	69
5.32	Comparativo de tempo de produção para o caso com restrições de campo do SPE9..	69
5.33	Comparativo de VPL para o caso com incertezas do SPE9.....	72
5.34	Comparativo de tempo de produção para o caso com incertezas do SPE9. ....	72
5.35	ANOVA dos VPLs dos algoritmos aplicados no SPE9, caso irrestrito. ....	74
5.36	ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos aplicados no SPE9, caso irrestrito.	74
5.37	ANOVA dos VPLs dos algoritmos e <i>benchmarks</i> aplicados no SPE9, caso irrestrito..	76
5.38	ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos e <i>benchmarks</i> aplicados no SPE9, caso irrestrito. ....	76
5.39	Comparativo de VPL para o caso com incertezas do SPE9, com restrições de campo.	78
5.40	Comparativo de tempo de produção para o caso com incertezas do SPE9, com restrições de campo. ....	78
5.41	ANOVA dos VPLs dos algoritmos aplicados no SPE9, caso com restrições. ....	80
5.42	ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos aplicados no SPE9, caso com restrições. ....	80
5.43	ANOVA dos VPLs dos algoritmos e do controle reativo aplicados no SPE9, caso com restrições.....	82
5.44	ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos e do controle reativo aplicados no SPE9, caso com restrições. ....	82
5.45	Resumo das comparações diretas dos algoritmos implementados. ....	88
5.46	Resumo das comparações estatísticas dos algoritmos implementados.....	89
6.1	Parâmetros do StoSAG modificado para o <i>Egg Model</i> . ....	92
6.2	Comparativo de VPL para o StoSAG modificado, <i>Egg Model</i> .....	92
6.3	Comparativo de tempo para o StoSAG modificado, <i>Egg Model</i> . ....	93

6.4	Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos reativo, linear e StoSAG do <i>Egg Model</i> .....	94
6.5	Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos reativo, linear e StoSAG do <i>Egg Model</i> .....	94
6.6	Parâmetros do StoSAG modificado para o SPE9.....	95
6.7	Comparativo de VPL para o StoSAG modificado, SPE9.....	95
6.8	Comparativo de tempo para o StoSAG modificado, SPE9.....	95
6.9	Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos reativo, linear e StoSAG do SPE9.....	96
6.10	Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos reativo, linear e StoSAG do SPE9.....	97
I.1	Testes de hipóteses sobre as variâncias populacionais.....	128
I.2	Tabela-base de uma ANOVA.....	130

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Gregos

$\delta$	Varição de controle
$\lambda_\alpha$	Mobilidade da fase $\alpha$
$\mu$	Média
$\mu_\alpha$	Viscosidade da fase $\alpha$
$\sigma^2$	Variância
$\sigma$	Desvio Padrão
$\phi$	Porosidade
$\rho_{S,\alpha}$	Densidade da fase $\alpha$ na superfície, a 1 atm
$\rho_\alpha$	Densidade da fase $\alpha$
$\chi^2$	Estatística qui-quadrado
$\psi$	Razão de restrição crítica
$\psi_\alpha$	Razão de restrição da fase $\alpha$
$\nabla$	Operador Diferencial

## Símbolos Latinos

$b_\alpha$	Fator volume de formação da fase $\alpha$
$F$	Estatística F de Snedecor
$g$	Aceleração gravitacional
$p$	Pressão (bar ou psia)
$p_{c,\alpha\beta}$	Pressão capilar entre as fases $\alpha$ e $\beta$
$q$	Vazão ( $m^3/s$ ou $bbl/dia$ )
$r_\alpha$	Custo associado à fase $\alpha$
$s_\alpha$	Saturação da fase $\alpha$
$t$	Tempo, Estatística t de Student

## Sobrescritos

.	Variação Temporal
^	Controle Ótimo de Realização
~	Variável Redimensionada, Controle de Janela de Predição
*	Função Modificada, Controle Ótimo Único

## Subscritos

$\alpha$	Fase genérica de reservatório
$g$	Gás
$gi$	Gás Injetado
$o$	Óleo
$W$	Poço
$w$	Água
$wi$	Água Injetada

## Siglas

BHP	<i>Bottom-hole Pressure</i>
CRM	<i>Capacitance-Resistance Model</i>
DCF	<i>Discounted Cash Flow</i>
EnKF	<i>Ensemble Kalman Filter</i>
EnOpt	<i>Ensemble Optimization</i>
ESSS	<i>Engineering Simulation And Scientific Software</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
IID	Independientemente e Identicamente Distribuídos
MATLAB	<i>Matrix Laboratory</i>
MOGA	<i>Multi-objective Genetic Algorithm</i>
MOPSO	<i>Multiobjective Particle Swarm Optimization</i>
NIID	Normal, Independente e Identicamente Distribuídos
NPV	<i>Net Present Value</i>
NARX	<i>Non-linear Auto-regressive Exogenous</i>
NSGA-II	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II</i>
OPM	<i>Open Porous Media</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
RGO	Razão Gás-Óleo
SA	<i>Simulated Annealing</i>
SPSA	<i>Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation</i>
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>
StoSAG	<i>Stochastic Simplex Approximate Gradient</i>
VFSA	<i>Very Fast Simulated Annealing</i>
VPL	Valor Presente Líquido
VPLM	Valor Presente Líquido Modificado
YAML	<i>YAML Ain't Markup Language</i>

# Capítulo 1

## Introdução

*Este capítulo apresenta uma breve introdução da pesquisa: o contexto envolvido; o estado da arte, em que são mostrados trabalhos na literatura envolvendo o problema de otimização de produção em reservatórios; e os objetivos da pesquisa.*

### 1.1 Contextualização

Dentre as fontes de energia conhecidas pela humanidade, o petróleo foi e continua sendo uma das mais utilizadas. O petróleo é conhecido desde a Antiguidade [6], foi um dos principais componentes da Segunda Revolução Industrial [7] e também motivo de disputas internacionais, como por exemplo os embargos de petróleo realizados pelos países árabes, como consequência da Guerra do Yom-Kippur [8]. As reservas de petróleo são finitas, e a descoberta de novas reservas tem diminuído com o tempo; tomando-se por exemplo os Estados Unidos, afirma-se que o pico da descoberta de petróleo se deu por volta de 1956 [9]; contudo, o direcionamento à exploração em águas profundas e ultra-profundas levou à descoberta de novos reservatórios; por exemplo, descobriu-se no Brasil reservas significativas de petróleo na camada pré-sal, situada entre 5000 e 7000 metros de profundidade, com a reserva estimada de 50 bilhões de barris [10].

Devido ao fato de que a maioria da produção de petróleo atualmente se dá em campos maduros, é grande a importância de se aumentar a recuperação de óleo dos mesmos. Uma possível alternativa é o emprego dos métodos de recuperação alternativos, conhecidos como *Enhanced Oil Recovery* (EOR), e de tecnologias de perfuração de poços, gestão e controle inteligente de reservatórios [11]. As técnicas de EOR incluem, dentre outras, injeção de fluidos, como vapor, gás, água, polímeros e surfactantes, além de métodos de combustão *in situ*, elétricos, entre outros [12].

Dentro do contexto de se aumentar a recuperação de óleo, ressalta-se o problema de produção de óleo e gás, em que se busca obter um controle ótimo para o reservatório. Deve-se considerar restrições das características do modelo, dos poços e das estruturas de armazenamento, e as relações complexas envolvendo o reservatório, os poços e a plataforma. Desta maneira, foram apresentadas ao longo dos anos várias soluções de controle, operação e modelagem de reservatórios, que podem ser categorizadas da seguinte forma [13–15]:

- Análise de sensibilidade por meio de ferramentas de simulação;
- Técnicas de base intuitiva e heurísticas baseadas em aprendizado sobre o modelo;
- Otimização formal ou métodos matemáticos de programação.

Uma das técnicas propostas para se resolver o problema da produção de óleo sob demanda crescente e em reservas limitadas é conhecida como a gestão de reservatório em malha fechada. Esta técnica permite obter uma agenda ótima de produção de forma dinâmica e em tempo real nas condições existentes do reservatório, ajustando-se as estratégias de produção e injeção de fluidos [1]. A gestão em malha fechada consiste em duas etapas: ajuste de histórico automático e otimização da produção. A Figura 1.1 apresenta o fluxograma de um processo completo de gestão em malha fechada de reservatório. Deve-se salientar que, desse processo, o objeto de estudo da pesquisa está centrado no gerenciamento da produção por meio do controle de poços.

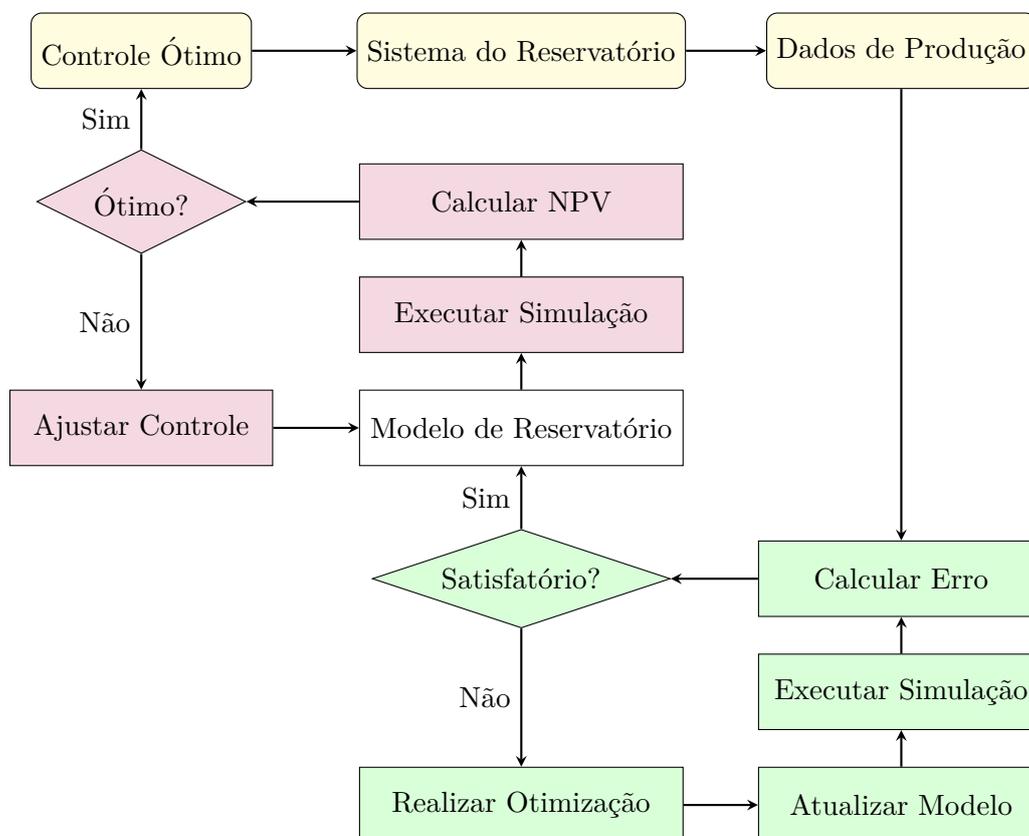
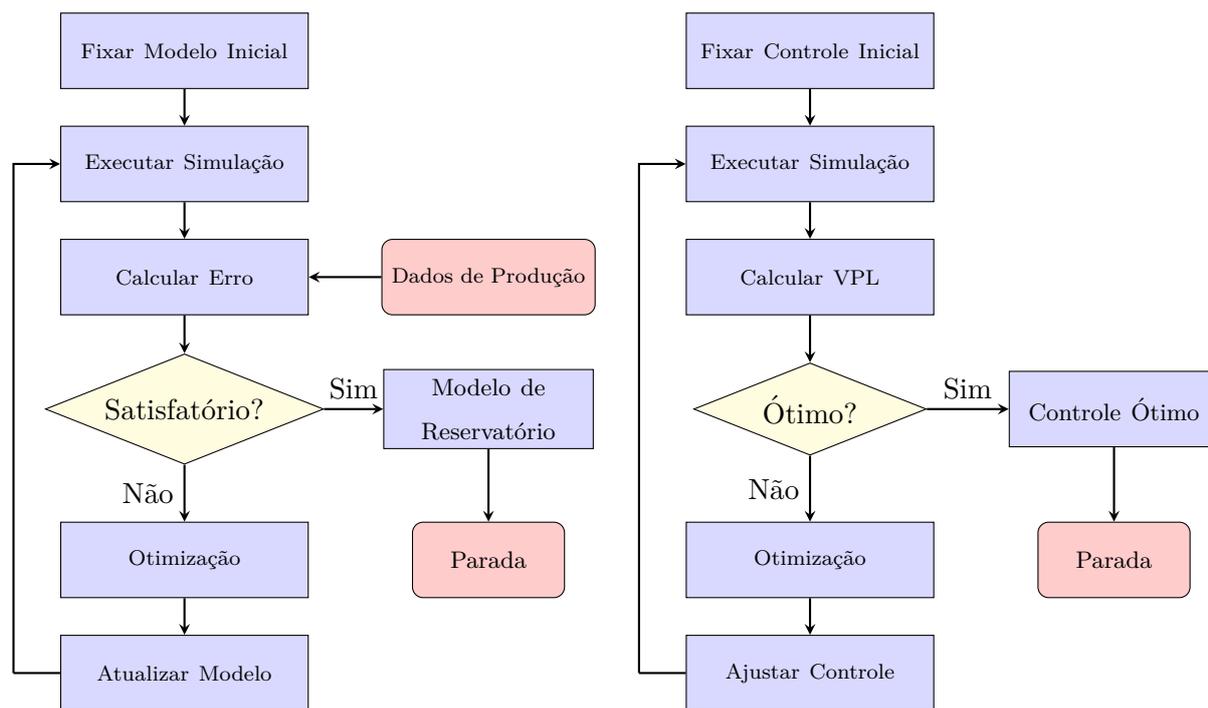


Figura 1.1: Esquema de gestão de reservatório em malha fechada [1]. Os processos em roxo são relativos à otimização da produção, enquanto que os processos em verde são de ajuste de histórico automático.

De acordo com [1], o ajuste de histórico automático é um método de atualização de modelo sequencial, em que a estimativa de propriedades incertas do reservatório é atualizada continuamente de acordo com as medições de produção disponíveis no momento; a ideia é se estimar, a partir dos valores medidos de produção, características incertas e desconhecidas do modelo geológico. A Figura 1.2a explicita o método de ajuste de histórico automático. Já a otimização da produção

passa pela automação completa ou parcial do processo de maximização do efeito de produção dentro do ciclo de vida do reservatório por meio da otimização de parâmetros operacionais; a ideia é explorar as reservas de petróleo o mais próximo possível da configuração ótima. A função objetivo desses problemas é comumente o Valor Presente Líquido, ou VPL, também conhecido como *Net Present Value*, ou NPV, e a otimização se dá por meio de alocação, controle dos poços, ou ambos. A Figura 1.2b detalha o processo geral de otimização da produção. Nota-se que os processos de otimização da produção e de ajuste de histórico são similares em estrutura, tendo como diferenças apenas alguns passos específicos. Para este estudo, o foco está na otimização por meio do controle de poços, considerando-se também os casos que envolvem incertezas no reservatório, que são trabalhados com conceitos de otimização robusta [16, 17].



(a) Ajuste de Histórico Automático.

(b) Otimização de produção.

Figura 1.2: Diagramas separados das fases de projeto em malha fechada [1].

## 1.2 Revisão Bibliográfica

### 1.2.1 Histórico e Contexto

O campo da otimização da produção, dentro da gestão de reservatórios em malha fechada, é significativamente explorado na literatura; este fato é ratificado pela grande quantidade de publicações citadas em artigos de revisão que tratam do assunto [1, 18, 19]. O objetivo de se empregar a otimização na engenharia de reservatórios é maximizar o retorno econômico, equacionado pelo VPL, ou a recuperação de petróleo, empregando-se, por exemplo, técnicas de recuperação secundária e terciária, ou EOR e posteriormente IOR; para tais fins, a otimização se dá no posicionamento ou no controle dos poços, ou em ambos [18]. Primeiramente, será apresentado um

contexto histórico do objeto de pesquisa, evidenciando publicações e técnicas encontradas entre as décadas de 1950 e 2000; a seguir, será descrito o estado da arte, com destaque às publicações mais recentes, e às técnicas atualmente empregadas.

De acordo com Hou, o uso de técnicas de otimização para resolver problemas de reservatório tem sua origem nos anos 1950 [1], em que Lee e Aronofsky, por meio de técnicas de programação linear, obtiveram controles que maximizavam a produção em um reservatório homogêneo [20]. Em seguida, trabalhos foram desenvolvidos esparsamente, nas décadas subsequentes; em [21], também se utilizou técnicas de programação linear, enquanto que em [22] se estabelecem critérios para a otimização de produção de reservatórios de gás, tópico revisitado em [23]. Nos anos 1970, se evidenciou que o uso de otimização na engenharia de reservatório alcançava, além dos problemas de posicionamento e produção de poços, situações de perfuração, ajuste de histórico, análise de riscos e até mesmo estratégias de licitação [24]. Nesse período, apareceram problemas de otimização em que o objetivo era ajustar a vazão de produção do reservatório em relação a uma curva de demanda, minimizando a distância entre as duas [25]; já em [26], buscou-se minimizar o custo geral por unidade produzida em um problema de perfuração de poços. Ainda nessa época, surge no campo da otimização o uso das técnicas de EOR; em [27], busca-se otimizar a produção em um reservatório em que se emprega a técnica de injeção cíclica de vapor.

A partir dos anos 1980, com os avanços nos algoritmos de otimização e no poder computacional, as pesquisas na área avançaram consideravelmente [1]; pode-se citar, no período, estratégias de programação não-linear [28] e de maximização por meio do princípio do mínimo de Pontryagin aplicado a diferentes técnicas de EOR, como injeção de  $CO_2$ , surfactante, entre outros [29,30]. Já nos anos 1990, pode-se citar o emprego de metodologia de análise de decisão; por exemplo, em [31], uma estratégia de otimização em um projeto de injeção de  $CO_2$  foi desenvolvida utilizando um rigoroso método de análise, em que as variáveis de controle incluíam parâmetros específicos como a capacidade de reciclagem do gás injetado, o custo de aquisição do gás, entre outros. A partir dos anos 2000, de acordo com [32], várias publicações foram realizadas no intuito de se combinar a otimização de reservatórios com o mecanismo de assimilação de dados, ou ajuste de histórico assistido por computador [33–37]. Nesse estudo, concluiu-se que a otimização dos poços se torna prática quando os controles obtidos não são significativamente irregulares; para tal, se define limites para cada variável de controle, dependendo do reservatório. No contexto da otimização em malha fechada apresentado em [32] foi desenvolvido em [37] um método ajunto para a otimização e para o ajuste de histórico; mostrou-se que a assimilação apenas de dados novos de produção a cada passo de tempo é eficiente, as variáveis de campo aproximadas são adequadas para a obtenção de controles quase ótimos, e que o emprego do mesmo método na otimização e na coleta dos dados permitia reuso do código, aumentando a eficiência do mesmo.

Os métodos de otimização aplicados na engenharia de reservatório são em número considerável; eles podem ser classificados, de acordo com as técnicas de determinação da direção de busca e tamanho do passo de tempo, em métodos baseados em gradiente, livres de gradiente e inteligência artificial [1]. A seguir, serão apresentados alguns estudos presentes na literatura para cada tipo de método, e as técnicas utilizadas.

### 1.2.2 Métodos Baseados em Gradiente

Os métodos baseados em gradiente envolvem o cálculo de derivadas ou de matrizes Hessianas no processo de otimização. De acordo com [1], são aplicados os seguintes métodos de cálculo:

- **Perturbação Numérica** — Usa pequenas perturbações dos parâmetros do modelo e o cálculo das respostas de produção. É de fácil implementação, mas possui alto custo computacional, não sendo adequado a problemas de larga escala;
- **Equação de Sensibilidade** — Diferenciação das equações de fluxo e transporte. Não é recomendada para casos não-lineares, devido à dificuldade de obter as expressões analíticas necessárias;
- **Método Adjunto** — Consiste no cálculo de variações e no uso de teorias de controle ótimo. É fácil de implementar, mas depende dos simuladores de reservatório, sendo difícil transplantar o algoritmo para outro local.

Na literatura, os métodos mais comuns são o método adjunto e a otimização robusta conhecida como *ensemble optimization* (EnOpt). Além disso, estão presentes os métodos de primeira ordem, como os de gradiente ascendente (ou descendente) e de gradiente conjugado, e os métodos de segunda ordem, como Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt, Programação Quadrática Sequencial (*Sequential Quadratic Programming*, ou SQP), entre outros. As publicações encontradas a respeito, classificadas em relação ao método que utilizam, são:

- **Método Adjunto** — Suas bases foram lançadas em [38] e aperfeiçoadas em [39]. Consiste em um método de cálculo de gradiente envolvendo simulação em duas direções [40]. Foi utilizado, por exemplo, em problemas de injeção de água [41–48], fluxo trifásico [49], EOR [29, 30, 50–54], poços inteligentes [55] e posicionamento de poços [56–59];
- **Métodos de Primeira Ordem** — São métodos em que se requer apenas a primeira derivada [1]. Podem vir acompanhados do método adjunto [47, 58, 60]. Outra forma de cálculo do gradiente da função objetivo é o uso de estatísticas, considerando um conjunto de realizações [61, 62]. Pode-se citar também o algoritmo de gradiente descendente utilizado em [41], e o gradiente conjugado, combinado com a direção de descida [63] ou com método adjunto [64];
- **Métodos de Segunda Ordem** — Necessitam, além da derivada, da Hessiana, que representa a segunda derivada [1]. Dentro da otimização de reservatórios, incluem-se entre os métodos utilizados com esta classificação o SQP [65–67], o Gauss-Newton [68] e o algoritmo quasi-Newton em conjunção com a aproximação de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) [69]. Destacam-se também as combinações desses métodos com técnicas adicionais: exemplos incluem o uso de SQP com um filtro de Kalman [70], SQP com identificação de modelo não-linear auto-regressivo com variável exógena (NARX) [71], SQP com busca linear e aproximação BFGS [72], Levenberg-Marquardt com inteligência artificial [73], entre outros;

- **EnOpt** — O algoritmo EnOpt (*Ensemble Optimization*), inicialmente apresentado por Lorentzen et al. [61] e depois por Nwaozo [62], é aplicado em problemas de otimização robusta, em que um reservatório é apresentado na forma de múltiplas realizações evidenciando incertezas. O EnOpt é norteado no princípio da direção de subida; não obstante, essa direção é obtida, para cada realização do reservatório, por meio de uma distribuição Gaussiana multivariável em que a covariância  $\Sigma$  é uma matriz pré-condicionante; a direção de descida é obtida por meio de uma linearização aproximada [74]. Na literatura, destacam-se os usos do EnOpt juntamente com o conjunto de modelos do Egg Model, com vistas à otimização da produção [75, 76].

### 1.2.3 Métodos Livres de Gradiente

Os métodos livres de gradiente são aqueles que não utilizam a informação da derivada da função objetivo no processo de otimização; de acordo com [77], esses métodos são menos suscetíveis ao efeito das descontinuidades em derivadas do que as técnicas baseadas em gradiente. Vale destacar que os métodos de inteligência artificial também não dependem de derivadas na sua formulação; não obstante, os mesmos podem ser classificados como um grupo à parte, pois são baseados mais solidamente em princípios heurísticos. Dentre os algoritmos livres de derivadas, se destacam:

- **Programação Dinâmica** — Consiste em quebrar um problema complexo em vários sub-problemas, e depois combina as soluções dos mesmos na solução geral. As soluções intermediárias são armazenadas para que se evite a resolução do mesmo sub-problema por mais de uma vez, diminuindo o custo computacional de tempo do processo [78]. Os usos da programação dinâmica na área de otimização de reservatório incluem, por exemplo, uma variante estocástica na gestão de um campo com o objetivo de maximizar o lucro futuro [79], comparação com métodos de programação linear na otimização de produção, em que a programação dinâmica se mostrou mais eficiente [80], otimização em problema de *gas-lift* [81], programação dinâmica estocástica para otimizar a operação do reservatório [82] e uma versão melhorada combinada uma função côncava [83];
- **Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (SPSA)** — O SPSA é um algoritmo inicialmente proposto em [84]; consiste na geração de uma direção de busca, a cada iteração, por meio da perturbação estocástica e simultânea dos parâmetros desconhecidos do problema [1]. É usado em [85] em alocação de poços com um método SPSA modificado, em [60] na otimização de produção, em [86] como técnica de otimização de injeção de polímero em um reservatório heterogêneo e em [87, 88] para realizar ajuste de histórico;
- **Ensemble Kalman Filter (EnKF)** — Foi proposto inicialmente em [89] como uma aproximação de Monte Carlo do Filtro de Kalman<sup>1</sup> no campo da dinâmica dos processos oceânicos. É utilizado tanto na estimação de parâmetros e estados do reservatório [91, 92] quanto em ajuste de histórico automático [93], além de ser utilizado concomitantemente com a otimização de produção [34];

---

<sup>1</sup>Outras técnicas de estimação adaptativa do Filtro de Kalman são discutidas em [90].

- ***Stochastic Simplex Approximate Gradient (StoSAG)*** — O algoritmo StoSAG é uma variação do algoritmo EnOpt em que o controle ótimo dos poços é obtido por meio de aproximações de gradiente utilizando o algoritmo simplex para gerar perturbações [16]. É importante destacar que o cálculo do “gradiente” é feito de forma aproximada, sem recorrer a derivações da função objetivo. Na literatura, destacam-se os trabalhos de Fonseca et al., em que se mostra que o StoSAG é superior ao EnOpt, e são apresentadas variações do simplex estocástico com suavização simples (ssStoSAG) e dupla (dsStoSAG), entre outras [16], e de Silva et al., em que o StoSAG é aplicado na otimização de um modelo mais complexo [94], em resposta ao desafio de otimização de produção proposto em [95];
- **Outros Métodos** — Além do SPSA, do EnKF e do StoSAG, podem ser encontrados na literatura outros métodos livres de gradiente aplicados no contexto da otimização de reservatórios; tais técnicas incluem aproximações quadráticas para a alocação e completção ótima do poços [77], estratégia evolutiva por matriz de covariância adaptativa (CMA-ES) para o posicionamento de poços não convencionais [96] e a interpolação quadrática combinada com gradiente aproximado (QIM-AG) ou com otimização robusta (QIM-EnOpt), apresentados em [97]; mostrou-se que o método QIM-EnOpt apresentou os melhores resultados de VPL dentre uma seleção de algoritmos, incluso o EnOpt tradicional.

#### 1.2.4 Métodos de Inteligência Artificial

Os algoritmos de inteligência artificial se baseiam em comportamentos inteligentes observados na natureza, sejam eles aprendizado, inferência, pensamento ou desenvolvimento [1]. Na literatura, são também conhecidos como heurísticos, ou até mesmo meta-heurísticos, em que são classificados como algoritmos de tentativa e erro que utilizam buscas aleatórias, mas com uma predição de passos inerente à estrutura do algoritmo para evitar o uso da chamada “força bruta” [4, 98]. Esses algoritmos são relativamente conhecidos na área de engenharia de reservatório, e são muito utilizados em problemas de otimização, sejam sozinhos ou combinados com outras técnicas; uma vantagem é que tais métodos de otimização funcionam bem em superfícies com muitos pontos de máximo ou mínimo locais. Os principais algoritmos de inteligência artificial aplicados são:

- ***Genetic Algorithm (GA)*** — Foi apresentado inicialmente nos anos 1970 [99]; trata-se de um algoritmo que se baseia em princípios como a seleção natural de Darwin. Não há a garantia de que alcance uma solução ótima global; contudo, é facilmente paralelizável e aplicável em problemas de reservatório [1]. Foi utilizado em problemas de ajuste de histórico [100, 101], alocação de poços [102–107] e otimização da produção [108–114]; além disso, aparece juntamente com outras técnicas, como a modelagem Capacitor-Resistor (CRM) em um problema de otimização de injeção de água [115], um pseudo-ajuste de histórico [103], fluxo dinâmico [116] e modelagem experimental [117]; o GA é também utilizado em problemas multiobjetivo, nas suas variantes *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) [118] e *Multi-objective Genetic Algorithm* (MOGA) [119];
- ***Particle Swarm Optimization (PSO)*** — Concebido nos anos 1990, trata-se de um

algoritmo que se baseia no comportamento de bandos de aves e cardumes; também é baseado nos algoritmos evolutivos [120]. Além disso, é um algoritmo que não requer operações complexas, e é relativamente barato em termos de custo computacional e de tempo [121]. O PSO é muito utilizado na engenharia de reservatório; além do seu uso em testes comparativos de ajuste de histórico [122,123] e em problemas de alocação ótima de poços [124–130], o PSO também aparece combinado com outras técnicas, como direção de busca adaptativa [131,132] e algoritmos de evolução diferencial (DE) [133]; por fim, o PSO é utilizado em [134] para um problema de otimização multiobjetivo, sendo denominado *Multi-Objective* PSO, ou MOPSO;

- ***Simulated Annealing* (SA)** — Foi criado nos anos 1980, denominado *Simulated Annealing* primeiramente em [135]; se baseia na mimetização do processo de recozimento de um material em que um metal é congelado em um estado cristalino de energia mínima, maximizando-se o tamanho dos cristais de maneira a reduzir defeitos em estruturas metálicas [98]. Foi demonstrado em [136] que o SA pode ser usado para estender a vida útil do reservatório e aumentar a rentabilidade, enquanto que em [137] o SA foi usado para maximizar a vazão de óleo a curto prazo e a recuperação a longo prazo. Outros usos do SA incluem alocação de poços [138,139] e uma variação conhecida como *Very Fast Simulated Annealing* (VFSA) [85,140];
- **Outros Algoritmos** — Além dos métodos citados, há uma variedade significativa de algoritmos de inteligência artificial empregados na otimização de reservatório. Exemplos incluem: evolução diferencial, inicialmente apresentado em [141] como uma técnica baseada em comportamentos evolutivos e utilizado, por exemplo, em problemas de alocação de poços, contando inclusive com versão multiobjetivo [142]; *harmony search*, baseado na improvisação musical e inicialmente descrito em [143], e utilizado, de forma melhorada, para posicionamento de poços [144]; e vários outros algoritmos meta-heurísticos, utilizados prioritariamente, examinando-se as publicações mais recentes, para alocação de poços [19].

### 1.2.5 Outras Técnicas

Além das estratégias de otimização já classificadas, há outros métodos a serem considerados; em [13], são citados problemas de otimização em que a resolução se dá por intuição e algoritmos heurísticos [145–147], em que se buscam soluções boas e viáveis ao invés de soluções ótimas exatas em problemas complexos [148], assim como nos casos de uso da inteligência artificial. De acordo com [14], as técnicas heurísticas são incorporadas em *softwares* conhecidos como rotinas de gestão de poços; ainda neste estudo, mostrou-se que o emprego de heurísticas pode ser tão eficiente quanto um método de otimização exato como o SQP. Contudo, é importante ressaltar as limitações desses métodos; tomando-se o exemplo da otimização considerando a razão gás-óleo (RGO), é explicitado em [13,14] que são desprezadas iterações não-lineares complexas e significativas entre os poços que compartilham linhas de fluxo, como a influência dos gradientes de pressão. Nesses casos, é mais adequado o uso de técnicas mais robustas, como a otimização formal [13].

O uso de técnicas intuitivas e heurísticas também pode ser visto em casos de otimização construtiva, isto é, em que a solução é construída à medida que se prossegue com a evolução do

reservatório; em [4], por exemplo, se desenvolveu uma técnica de busca de soluções viáveis a cada passo de tempo, por meio de um exame simples de uma árvore de controle possíveis por iteração. A mesma técnica foi aplicada em [149], em que se evidenciou a modificação da função objetivo, posteriormente formalizada em [150]. Mostrou-se que os resultados nessa área são promissores, tanto do ponto de vista econômico quanto na análise de tempo e custos. Uma outra técnica encontrada foi a otimização com informações de produção [151], em que a disponibilidade de medições futuras, considerando-se a natureza endógena das incertezas do reservatório, é utilizada para contornar as limitações dos algoritmos robustos.

### 1.2.6 Possíveis Direcionamentos

A partir do estudo das técnicas de otimização presentes, pode-se identificar a direção das pesquisas envolvendo otimização de reservatório. De acordo com [1], há a possibilidade de se conduzir estudos em métodos de otimização híbrida, algoritmos paralelos e sistemas distribuídos. Já em [18] se afirma que a tendência é o uso de técnicas de otimização tanto para alocação quanto para o controle de poços, no mesmo projeto de produção; além disso, cita-se a tendência em se combinar técnicas estocásticas com algoritmos de gradiente, de maneira a se obter soluções ótimas mais rapidamente, e a junção de técnicas de otimização com o ajuste de histórico. Por fim, a partir dos trabalhos de [4, 149] e a posterior formalização da técnica empregada [150], um possível caminho para a otimização reside no emprego de funções objetivo alternativas ao VPL, que incluam mais diretamente o comportamento do reservatório; é nesta última linha em que se basearão os estudos constituintes desta pesquisa.

## 1.3 Proposta da Pesquisa

Tendo em vista que um dos maiores desafios da otimização de produção em reservatórios é o tempo computacional, o presente trabalho propõe métodos que, a partir da teoria de modificação da função objetivo, conhecida como VPL Modificado (VPLM), concebida em [4] e [149] e consolidada em [150], possibilitem o alcance de resultados econômicos compatíveis com os algoritmos de otimização já consagrados na literatura, porém com menores tempos de produção e baixa exigência de poder computacional.

A proposta inicial da pesquisa é replicar o algoritmo já desenvolvido com a metodologia alternativa de custo [149] e, a partir dele, criar formas alternativas de busca das soluções de maneira a se atingir resultados de VPL que, se não ultrapassem os valores de referência da literatura, ao menos sejam significativamente melhores que os testes com *benchmarks* padronizados, como uma situação com comandos constantes ou um controle reativo. Espera-se que os resultados de VPL sejam compatíveis com os já encontrados, isto é, estejam na faixa de valores já validados por outros autores, mas com tempos de produção e custo computacional, em número de simulações, menores.

Por fim, a outra proposta da pesquisa é estender os algoritmos com a função modificada

para incluir casos com incertezas: deve-se estabelecer, a partir da escolha de controles para cada realização de um conjunto de reservatórios, um controle comum a todos que melhore o VPL em relação aos *benchmarks*, resulte em um ciclo de vida do reservatório menor que os resultados obtidos por algoritmos de otimização global e exija menos poder computacional. Espera-se que os resultados batam as simulações de controle constante e reativo em termos de valores econômicos, enquanto que o tempo de produção do reservatório não aumente significativamente como nos casos presentes da literatura. Entende-se que esse tempo de produção é contado enquanto o VPL total do reservatório seja um valor não-negativo.

## 1.4 Objetivos

Tendo em vista a proposta deste estudo, e com amparo dos resultados já apresentados em [4] e [149], pode-se tomar como objetivo geral da pesquisa desenvolver algoritmos de otimização construtiva que resultem em bons resultados do ponto de vista econômico, acelerando-se a produção e reduzindo-se os custos computacionais, aplicando o algoritmo em casos que a configuração de poços e capacidades de pré-processamento do campo já estejam definidas. O alcance deste objetivo passa pela realização dos seguintes objetivos específicos:

- Mostrar que, mesmo em controles reativos, pode-se utilizar técnicas construtivas, melhorando os resultados econômicos do reservatório;
- Aplicar o algoritmo concebido em [4] e implementado em [149], utilizando o conceito de VPL modificado, com mais recursos de busca, utilizando outros modelos de reservatório, como por exemplo modelos trifásicos, que contam com a presença de gás;
- A partir do algoritmo inicial de busca linear, que foi inicialmente projetado para casos com uma realização de reservatório apenas, conceber soluções que apliquem a técnica de VPLM na otimização robusta de um conjunto de reservatórios, em que há a presença de incertezas na modelagem de um dado caso;
- Apresentar um algoritmo livre de gradiente (StoSAG) que, baseado em técnicas já apresentadas na literatura [16], tenha por função objetivo o VPLM, de maneira a se tornar a solução um algoritmo construtivo;
- Estender a análise dos resultados dos algoritmos, a partir do momento em que se consideram os conjuntos de realizações, de maneira a incluir testes estatísticos, como a análise da variância, que permitam o estudo dos efeitos da modificação dos algoritmos nos resultados alcançados.

## 1.5 Descrição do Manuscrito

A estrutura do manuscrito desta pesquisa compreende, além das partes introdutória e de conclusão, os seguintes capítulos:

- **Capítulo 2:** Apresenta as ferramentas de simulação e os modelos de reservatório empregados;
- **Capítulo 3:** Resume as ferramentas de análise dos resultados, como o VPL e sua modificação, as técnicas estatísticas e os métodos gráficos, como o histograma;
- **Capítulo 4:** Apresenta os algoritmos utilizados como *benchmarks*, como o controle de malha aberta e controle reativo, e é onde estão definidos e formalizados os algoritmos de busca linear e StoSAG utilizando a técnica de modificação de VPL apresentada no Capítulo 3;
- **Capítulo 5:** Traz o estudo dos resultados alcançados com os algoritmos implementados de busca linear, em estudos de caso para cada modelo de reservatório utilizado;
- **Capítulo 6:** Descreve os resultados do algoritmo StoSAG modificado com VPLM e testado nos modelos de reservatório utilizados na pesquisa.

## Capítulo 2

# Modelos de Reservatório e Ferramentas de Simulação Numérica

*Este capítulo apresenta os modelos de reservatório utilizados e as ferramentas empregadas nas simulações numéricas com vistas à otimização dos campos de interesse. É feita uma breve descrição de cada modelo e suas especificidades e das características básicas do simulador e da API de pós-processamento, com ênfase no papel da API no processo de otimização.*

### 2.1 Introdução

Não há dúvidas de que, na engenharia de petróleo, a simulação numérica de reservatórios tenha um espaço tão importante; por meio dela, buscam-se respostas para problemas envolvendo reservatórios reais, de maneira a se aprimorar as técnicas de produção de petróleo existentes. Alguns autores como Coats [152] e Breitenbach [153] destacam que o uso da simulação numérica data dos anos 1930; a tecnologia dos simuladores, desde então, foi sendo desenvolvida até chegar às múltiplas soluções atualmente existentes.

A modelagem de reservatório envolve o emprego de diversas leis da física, referentes ao comportamento da massa, energia, do estado térmico e o escoamento de fluidos em meio poroso, além dos métodos numéricos que são empregados na simulação de reservatórios [154]. Vale destacar duas leis físicas que são consideradas, prioritariamente, em quaisquer modelos de reservatório: A equação geral de conservação e a lei de Darcy.

**Lei 2.1.0.1 (Lei Geral da Conservação)** *Dada uma quantidade  $u$  em um volume fixo  $\Omega$  com superfície fechada  $\Gamma$ . A mudança da quantidade de  $u$  dentro de  $\Omega$  é dada pela relação*

$$\int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial t} dV + \int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} Q dV, \quad (2.1)$$

ou, na forma diferencial<sup>1</sup>, por

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} = Q, \quad (2.2)$$

em que  $\mathbf{F}$  é o fluxo através de  $\Gamma$  que causa a mudança na quantidade  $u$ , e  $Q$  a quantidade de  $u$  que é adicionada (ou retirada) ao volume  $\Omega$  [154].

**Lei 2.1.0.2 (Lei de Darcy)** A lei de Darcy relaciona a vazão de um fluido com a permeabilidade do meio, a viscosidade e as condições de fluxo em um meio poroso. A velocidade do fluxo viscoso de um fluido em meio poroso  $v_s$  é dada por

$$v_s = -\frac{k_s}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial s}, \quad (2.3)$$

onde  $k$  é a permeabilidade efetiva do meio ao fluido considerado,  $\mu$ , a viscosidade do fluido,  $\Phi$  o potencial de fluxo e  $s$  a trajetória de fluxo [12].

A modelagem de reservatórios admite três classificações em relação ao tratamento matemático: modelos volumétricos, ou *black-oil*, modelos composicionais e modelos térmicos [12]. O modelo *black-oil* é o mais simples dentre as classificações de modelagem matemática: trata cada componente como se fosse uma única fase — o óleo, mesmo sendo uma mistura de compostos orgânicos, é tratado como um componente homogêneo. Da mesma forma, se ignoram os compostos dissolvidos na água e a composição do gás. Na presente pesquisa, todos modelos utilizados são *black-oil*; este fato será determinante para os conceitos complementares de modelagem e simulação de reservatórios a serem apresentados. O modelo *black-oil* pode ser livre de gás, sendo denominado *dead-oil* [156], conter gás livre e também gás dissolvido no óleo. Nesta pesquisa, são utilizados os seguintes modelos *black-oil*: o *Egg Model*, que é um modelo *dead-oil*, e o SPE9, que é um modelo trifásico contendo gás dissolvido. Ambos os modelos são descritos a seguir.

## 2.2 Modelos Utilizados

### 2.2.1 *Egg Model*

Dentre os modelos utilizados na pesquisa, o mais simples deles é o *Egg Model*. Esse modelo foi inicialmente descrito por Zandvliet et al. [157], em um estudo que estabelece condições específicas nas quais a solução ótima seja aplicar um controle *bang-bang*, isto é, simplesmente abrir e fechar válvulas para controlar os poços. Inicialmente descrito como apenas um modelo, o *Egg Model* foi expandido para um conjunto de modelos na forma de realizações de permeabilidades, de forma a estudar o reservatório sob incertezas. Para tanto, foram geradas 100 realizações do *Egg Model* [5, 17, 134].

O *Egg Model* é um modelo já consolidado na literatura; além do seu uso inicial para o estudo de controle *bang-bang* [157] e a validação do MRST em relação aos resultados de simuladores

---

<sup>1</sup>Para se obter a forma diferencial, utiliza-se o Teorema da Divergência, ou Teorema de Gauss, que relaciona o fluxo de um campo vetorial através de uma superfície com o comportamento do campo dentro da mesma [155].

comerciais conhecidos em [5], o conjunto de realizações do modelo foi utilizado em [17] e [16] no estudo de técnicas de otimização robusta, como o método EnOpt (*Ensemble Optimization*) e as variações do StoSAG (*Stochastic Simplex Approximate Gradient*). Em [158], usa-se o modelo para se investigar os efeitos das incertezas econômicas no processo de otimização, enquanto que em [159] o *Egg Model* é utilizado em estratégias de ajuste de histórico; por fim, o *Egg Model* também foi utilizado em problemas de otimização multi-objetivo, conforme visto em [134].

O modelo base do *Egg Model* é um reservatório tridimensional contendo oito poços injetores e quatro poços produtores. O *Egg Model* é descrito como campos de permeabilidade discretos modelados com  $60 \times 60 \times 7 = 25200$  células, das quais 18553 são ativas, dando um formato de ovo ao reservatório, justificando o nome do modelo. Embora não haja um modelo matemático subjacente para descrever a permeabilidade em cada uma das 100 realizações mais a base (101 modelos), sabe-se que cada campo é único; portanto, a permeabilidade em cada célula pode ser descrita por uma distribuição probabilística, fato que torna possível descrever as realizações como parte de um conjunto estocástico [5].

A Tabela 2.1 mostra algumas propriedades do *Egg Model* conforme apresentadas em [5], enquanto que as Figuras 2.1a e 2.1b mostram, respectivamente, uma apresentação do *Egg Model*, mostrando os poços, em que os produtores são apresentados em vermelho e os injetores em azul, e um conjunto aleatoriamente escolhido de realizações, evidenciando a diferença entre os campos de permeabilidade.

Tabela 2.1: Propriedades do *Egg Model* (adaptado de [5]).

Variável	Valor
Porosidade	0.2
Compressibilidade da Rocha	$0 \text{ Pa}^{-1}$
Compressibilidade do Óleo	$1.0 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$
Compressibilidade da Água	$1.0 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$
Viscosidade Dinâmica do Óleo	$5.0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Viscosidade Dinâmica da Água	$1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Saturação de Óleo Residual	0.1
Saturação de Água Conata	0.2
Saturação Inicial da Água	0.1
Pressão de Capilaridade	0 Pa
Pressão inicial do Reservatório	$4.0 \times 10^7 \text{ Pa}$
Pressão Inicial dos Produtores	$3.95 \times 10^7 \text{ Pa}$
Vazão Inicial dos Injetores	$79.5 \text{ m}^3/\text{dia}$
Raio de Furo dos Poços	0.1 m
Tempo Máximo de Produção	3600 dias

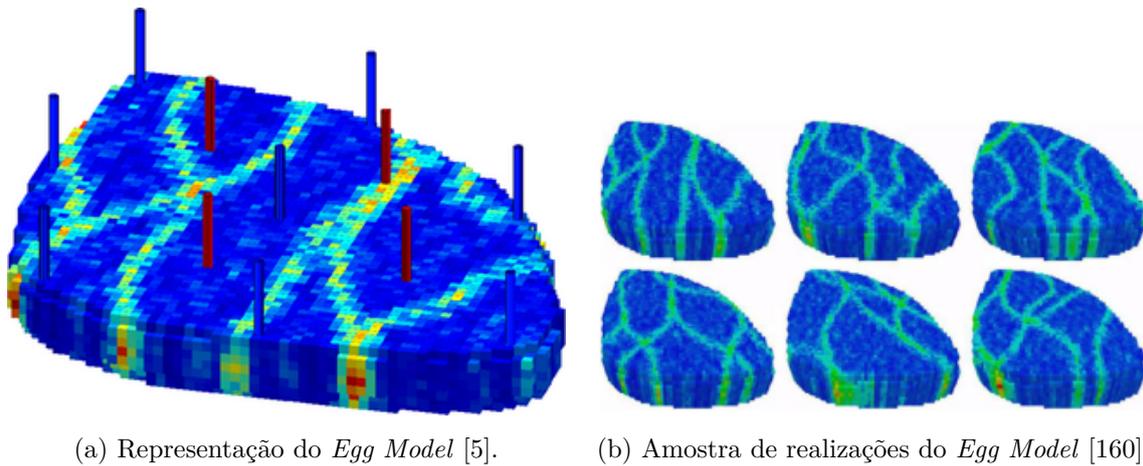


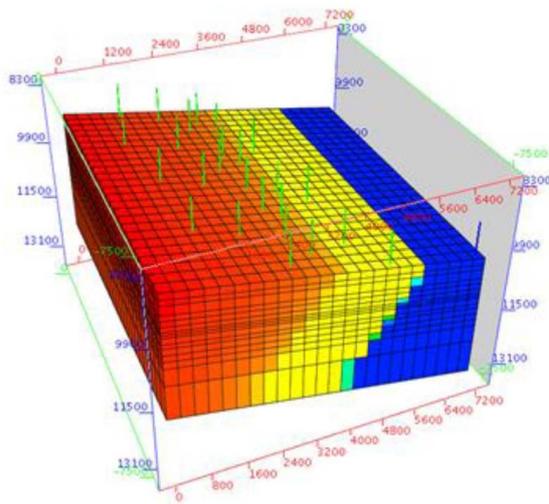
Figura 2.1: Vista do *Egg Model* evidenciando os poços, e uma amostra de realizações mostrando os diferentes campos de permeabilidade.

### 2.2.2 SPE9

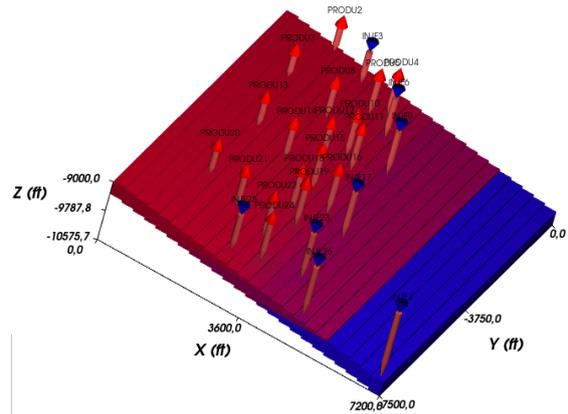
O SPE9 é um modelo de reservatório que faz parte do conjunto de estudos comparativos da SPE — *Society of Petroleum Engineers*. Foi criado no contexto do aprofundamento de estudos a respeito de simulação de modelos *black-oil*. Trata-se de um modelo de tamanho moderado, contendo  $24 \times 25 \times 15 = 9000$  células e alto grau de heterogeneidade resultante de um campo de permeabilidade com base geostática. O SPE9 é um reservatório inclinado, com um ângulo de declive de  $10^\circ$  na direção do eixo  $x$ . O modelo original conta com 26 poços, dos quais apenas um é injetor; os demais são poços produtores. O SPE9 é trifásico, contando com a presença de gás [161].

O modelo SPE9 foi originalmente criado para se estudar a modelagem e a simulação de modelos *black-oil*, não havendo, na época da sua criação, inclinação do estudo realizado por Killough à área da otimização de produção. Quando usado para esse propósito, o SPE9 é trabalhado com configurações de poços alternativas à original. Em [162], por exemplo, se tomou o modelo com 6 poços produtores e 2 injetores, criando uma malha *five-spot* invertida<sup>2</sup>. Já em [163], não só a quantidade de poços é alterada — apenas 4 produtores, um para cada zona de permeabilidade fixada e um injetor central — como a completção dos mesmos é modificada, passando a ocupar todas as camadas do eixo vertical. Por fim, em [164] o SPE9 foi utilizado em problema de alocação de poços, em que foram realizados testes em que o número de poços chegou a ser superior a 40. Na presente pesquisa, foi feita a conversão de alguns poços produtores do SPE9 original em injetores, de maneira a forçar uma vazão total de óleo maior do campo. A escolha dos poços a serem convertidos levou em conta seu posicionamento em termos de proximidade com os demais produtores e a distribuição de permeabilidade do reservatório. O modelo alterado conta com 18 produtores e 8 injetores, dos quais 7 são produtores convertidos. A Figura 2.2a mostra o modelo original, enquanto que a Figura 2.2b, retirada com o auxílio do *software* Kraken 2, mostra o SPE9 alternativo usado na pesquisa, mostrando os poços.

<sup>2</sup>Ver [12], pp. 568–569.



(a) SPE9 tradicional [165].



(b) SPE9 modificado.

Figura 2.2: Representações do SP9 normal e do modelo modificado.

O modelo SPE9 proposto em [161] conta com apenas uma realização. De maneira a se estudar formas robustas de otimização, faz-se necessário criar um conjunto de modelos, baseado em incertezas nos parâmetros físicos do reservatório. Em [166], por exemplo, foi criado um conjunto de 27 realizações, por meio de um planejamento fatorial fracionário<sup>3</sup> em que as incertezas eram consideradas em oito variáveis, como por exemplo fatores multiplicativos da porosidade da rocha e das permeabilidades nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . No caso da pesquisa, foram geradas 5 realizações, em que a única variável incerta era a densidade do óleo, conforme mostra a Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Valores da densidade do óleo para cada realização SPE9

Realização	Densidade do Óleo ( $lb/ft^3$ )
1	37.9856
2	41.9856
3 (original)	44.9856
4	47.9856
5	51.9856

### 2.3 O Simulador: *OPM Flow*

O *OPM Flow*, mantido pela iniciativa *Open Porous Media* (OPM), é um *software* de simulação de código aberto capaz de executar simulações de modelos *black-oil*, muitos deles sendo conhecidos na indústria e na literatura, como o *Egg Model* e o SPE9 já apresentados. É um simulador implementado com diferenciação automática de forma a habilitar o desenvolvimento rápido de novos modelos fluídicos [168]. O *OPM Flow* é parte de uma iniciativa que visa manter *datasets*

<sup>3</sup>Ver [167], pp. 320–321.

de modelos e o *software* sob uma licença gratuita de longo prazo, além de permitir a atualização do código por meio de um desenvolvimento colaborativo<sup>4</sup>.

A iniciativa OPM iniciou em 2009 com vistas ao desenvolvimento e inovação na área de modelagem de processos físicos em meio poroso. A ideia do OPM era inicialmente criar *softwares* de simulação de reservatório de código aberto eficientes e bem mantidos. Com o tempo, passou-se a prover, juntamente com o *software*, modelos de reservatório abertos ao público, tornando-se mais fácil o estudo de *benchmarks*, teste de modelos matemáticos, métodos computacionais e a implementação de novos programas [169].

Por se tratar de um simulador de modelos *black-oil*, o *OPM Flow* utiliza as leis físicas introduzidas na Seção 2.1. Considerando-se o modelo trifásico, com as fases óleo, água e gás, o *OPM Flow* faz uso das seguintes equações de conservação, adaptadas de [156, 169–173]:

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{s_g}{b_g} + \frac{r_{so}s_o}{b_o} \right) + \nabla \cdot \left( \frac{1}{b_g} \mathbf{u}_g + \frac{r_{so}}{b_o} \mathbf{u}_o \right) = q_g, \quad (2.4)$$

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{s_o}{b_o} \right) + \nabla \cdot \left( \frac{1}{b_o} \mathbf{u}_o \right) = q_o, \quad (2.5)$$

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{s_w}{b_w} \right) + \nabla \cdot \left( \frac{1}{b_w} \mathbf{u}_w \right) = q_w, \quad (2.6)$$

em que  $\phi$  é a porosidade,  $r_{so}$  é a solubilidade do gás, e  $s_\alpha$ ,  $b_\alpha$  e  $\mathbf{u}_\alpha$  são, respectivamente, a saturação, fator volume de formação e velocidade volumétrica de Darcy da fase  $\alpha$ , que pode ser óleo ( $o$ ), água ( $w$ ) ou gás ( $g$ ). A velocidade volumétrica segue a lei de Darcy, e pode ser escrita na forma

$$\mathbf{u}_\alpha = -\frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}), \quad (2.7)$$

em que  $k$  é a permeabilidade do meio,  $\mathbf{g}$  é o vetor de aceleração gravitacional, e  $k_{r\alpha}$ ,  $\mu_\alpha$ ,  $p_\alpha$  e  $\rho_\alpha$  são, respectivamente, a permeabilidade relativa, a viscosidade, a pressão e a densidade da fase  $\alpha$  [170]. As saturações, por fim, devem respeitar a seguinte condição:

$$s_o + s_w + s_g = 1. \quad (2.8)$$

O *OPM Flow* foi criado com dois objetivos principais: ser uma alternativa no campo dos simuladores de reservatório em relação aos *softwares* comerciais, e uma plataforma de desenvolvimento e pesquisa que habilite os usuários a propor novos modelos e técnicas computacionais em uma configuração relevante para a indústria [169]. Nesta pesquisa, o *OPM Flow* foi utilizado como o simulador de reservatórios necessário para que, a partir dos dados obtidos, se pudesse proceder com o planejamento do controle com vistas à melhoria dos resultados econômicos.

<sup>4</sup>Informação retirada de: <https://opm-project.org/>. Acesso em: 13 de Maio de 2021.

## 2.4 *STORMSlib* API: Pós-processamento

Os *softwares* de simulação de reservatórios, como *OPM Flow* e *Eclipse*, são capazes de tomar um arquivo de entrada do modelo, ler as suas instruções, realizar a simulação e providenciar os dados de saída em arquivos com formato próprio. Contudo, vale destacar dois desafios no que concerne a utilizar os simuladores dentro do contexto da otimização de reservatórios:

1. Os dados de entrada são arquivos estáticos, isto é, não é possível modificar dinamicamente o modelo assim que o simulador começa a ser executado;
2. Os dados de saída se encontram em um formato que é legível apenas por *softwares* específicos.

Tendo em vista os desafios citados para a otimização de reservatórios, vários *softwares* foram criados para o fim de tomar os dados de reservatório e aplicar técnicas de otimização, além de oferecerem outras ferramentas, como ajuste de histórico e avaliação de incerteza. Um exemplo é o *Petrel*, da *Schlumberger*. O *Petrel* é uma ferramenta poderosa de modelagem tridimensional utilizada na engenharia de reservatórios: foi desenvolvido em 1996, lançado ao público dois anos mais tarde e se tornou parte das soluções de informática da *Schlumberger* em 2003 [174].

Além de ser um *software* de modelagem 3D de reservatório, o *Petrel* consegue incorporar outras soluções, na forma de *plug-ins*. Um exemplo é o *Opus Terra*, que provê ferramentas como o *Sirenn*, que é uma implementação de rede neural para otimização de reservatórios, e o *Gllhis* para ajuste de histórico [175]. O *Petrel* é utilizado, por exemplo, na geração de modelos tridimensionais [176,177], em técnicas de ajuste de histórico [178] e até mesmo em otimização de posicionamento de poços [179]. Contudo, por se tratar de um *software* comercial, a utilização do *Petrel* é restrita.

A alternativa aos *softwares comerciais* como o *Petrel*, para o caso de problemas de otimização como os propostos nesta pesquisa, é desenvolver bibliotecas computacionais simples, utilizando linguagens de alto nível, e que ainda ofereçam funcionalidades de simulações distribuídas, uma vez que se tratam de algoritmos altamente paralelizáveis. Neste sentido, foi desenvolvida a biblioteca *STORMSlib* pela *Engineering Simulation And Scientific Software* (ESSS). A *STORMSlib* é uma API, escrita em linguagem Python, para manipulação de modelos de simulação, gerenciamento de execução remota de simulações e pós-processamento de dados de simulação. A biblioteca provê os seguintes recursos [180]:

1. Manipulação dos controles dos poços, podendo-se definir os valores de pressão ou vazão para cada poço em cada tempo de simulação;
2. Execução de simulações em paralelo, com simulações executadas remotamente em nuvem ou *cluster* de computadores;
3. Leitura de resultados de simulação (curvas de produção e injeção de poços e do campo), com vistas ao pós-processamento dos dados.

A *STORMSlib* é utilizada, nesta pesquisa, como um conjunto de módulos que oferecem suporte à leitura dos dados de entrada e de saída do reservatório, à simulação por meio dos *softwares* como

o *OPM Flow* e ao pós-processamento dos dados. Será visto, no Capítulo ??, como os objetos da *STORMSlib* são utilizados para fazer a comunicação com o *software* de simulação, gerar os arquivos a serem processados e também tratar os dados de saída, salvando-os inclusive em formatos mais acessíveis para o usuário.

## Capítulo 3

# Ferramentas de Análise: VPL, VPL Modificado e Métodos Estatísticos

*Este capítulo apresenta as ferramentas matemáticas e estatísticas com as quais se farão as análises necessárias do comportamento dos algoritmos de otimização — serão mostrados o conceito de VPL, a técnica de modificação de VPL empregada e os métodos estatísticos utilizados nas análises com incertezas.*

### 3.1 Introdução

A comparação de dados entre dois resultados de simulação de reservatório, em que se aplicam diferentes algoritmos, geralmente passa pela checagem direta dos resultados relevantes. A função objetivo a ser otimizada e que serve de comparação utilizada, geralmente, é o VPL, que relaciona os resultados de produção dos fluidos presentes no reservatório com os seus respectivos custos.

Quando a análise é realizada com apenas um modelo básico de reservatório, a comparação da função objetivo é direta, e a conclusão a ser tomada é simplesmente se o VPL resultante de um algoritmo é melhor que o outro; calcula-se também, por meio de análise porcentual, o quanto um algoritmo é melhor que o outro. O mesmo pode ser feito com as demais variáveis: comparação simples de produção e de tempo de vida do reservatório, por exemplo.

Em se tratando de casos com incertezas, outras medidas tornam-se necessárias, uma vez que não se está lidando apenas com uma realização do modelo de reservatório: não basta apenas comparar a média dos resultados dos algoritmos que foram empregados; outros métodos de análise são necessários, advindos do campo da Estatística. A proposta deste Capítulo é apresentar a metodologia de análise estatística utilizada, assim como fazer o estudo da função de comparação, o VPL, e também mostrar como o mesmo é modificado para se atender ao proposto pela pesquisa.

## 3.2 Metodologia de Análise Estatística

A análise de resultados de um único modelo de reservatório é notadamente simples, uma vez que exige apenas a comparação direta das variáveis de interesse entre diferentes casos. Contudo, quando incertezas são adicionadas, os experimentos passam a contar com um conjunto de modelos, ou realizações, que buscam aproximar as características reais do reservatório.

Nestes casos, que deixam de ser determinísticos, são exigidas análises que vão além da mera comparação dos dados, ou mesmo da média dos mesmos. Faz-se necessário o uso de ferramentas de análise estatística, sejam elas matemáticas, como testes de hipóteses ou análise da variância, ou gráficas, como os histogramas e os gráficos de dispersão dos ruídos. Desta forma, o Anexo I apresenta alguns conceitos de Probabilidade e Estatística, que podem ser encontrados em [181] e [167].

Para este estudo, as análises estatísticas empregadas levam em conta os valores máximos de VPL e os valores mínimos de tempo como variáveis aleatória contínuas para cada realização de um conjunto de modelos. Desta forma, supondo-se que cada uma dessas variáveis pertencem a uma população cuja distribuição é normal e os resíduos são normal, independente e identicamente distribuídos (NIID), a análise comparativa entre dois algoritmos distintos pode ser realizada, além da comparação simples de médias, utilizando testes de hipótese de média, utilizando a estatística  $t$  de Student.

No caso de comparação entre múltiplos algoritmos, o teste a ser realizado é a significância do tipo de algoritmo empregado no resultado, por meio de uma análise da variância (ANOVA). Caso o resultado da ANOVA seja significativo, os testes de hipótese individuais podem ser empregados para, dentro do conjunto de algoritmos sob análise, verificar a diferença de desempenho entre pares de algoritmos.

No caso da análise gráfica, utiliza-se de gráficos de probabilidade normal e dispersão de resíduos para se verificar as hipóteses nas quais se apoiam os testes estatísticos realizados, conforme [167]. No caso das comparações envolvendo apenas um modelo, a análise gráfica se dá por meio de comparação simples de curvas. por fim, o uso de histogramas foi aplicado em dois cenários: observar o comportamento de fatores de produção do reservatório após a execução dos algoritmos em um conjunto de realizações, e comparar resultados entre algoritmos, inclusive notando diferenças na distribuição dos dados.

Esse tipo de uso é apresentado em [2], por exemplo, em que histogramas superpostos são utilizados para se observar e comparar a evolução dos valores de VPL entre os casos otimizado e não-otimizado envolvendo um conjunto de modelos *Olympus*, tendo em vista o desafio de otimização proposto em [95]. A Figura 3.1 mostra os histogramas em questão. Nesta pesquisa, os histogramas apresentados serão direcionados a se comparar os VPLs e os tempos de vida útil do reservatório entre as diferentes estratégias de busca linear implementadas.

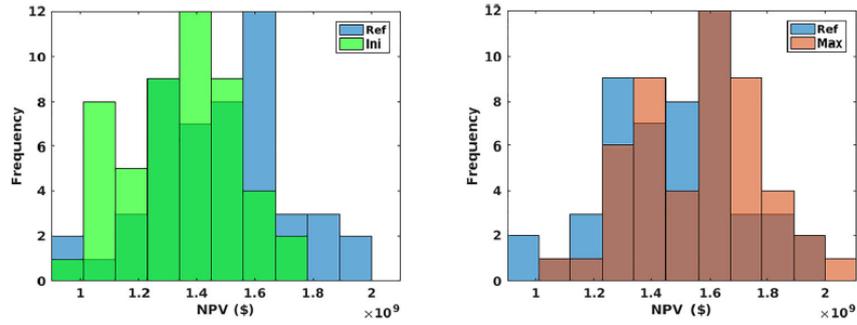


Figura 3.1: Comparação de VPLs entre caso de referência, otimização inicial e otimização final em um conjunto de realizações OLYMPUS [2].

### 3.3 A Função VPL — Análise Econômica da Produção

#### 3.3.1 Definição de VPL

No contexto da análise econômica da produção, em qualquer situação, faz-se necessário entender a máxima de que o dinheiro ganho agora é mais valioso que o previsto no futuro, visto que a existência dos juros sobre o capital faz com que o dinheiro disponível apenas em um momento futuro tenha menos valor que o dinheiro disponível agora. Uma maneira de se comparar o valor do dinheiro no presente com o valor futuro é o uso do Valor Presente Líquido, ou VPL [182].

O VPL, ou NPV, é bastante utilizado em análises econômicas; a origem do termo data de 1907, em que é citado como condição para a proposta de investimentos alternativos [183, 184]. Contudo, as menções mais antigas e diretas ao termo NPV ocorreram na década de 1950: em [185], mostrou-se que propostas de investimento que têm valor presente positivo com o custo de capital da empresa como o fator de desconto também terão uma taxa interna de retorno maior do que o custo de capital. Já em [186], é descrita uma equação para o valor presente de uma opção de investimento, dada por

$$N(t) = \int_0^t [R(t) - E(t)] e^{-rt} dt, \quad (3.1)$$

em que  $R(t)$  é o fluxo de caixa de entrada,  $E(t)$  é o fluxo de saída e  $e^{-rt}$  é o fator de desconto para o tempo  $t$ .

A ideia do VPL, segundo Žižlavský, é aplicar uma taxa de desconto em relação a todos os fluxos de caixa resultantes de um projeto de inovação e somá-los, gerando como equação uma forma discretizada da Equação (3.1) [187]:

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{NCF(t)}{(1+r)^t}, \quad (3.2)$$

em que  $NCF(t)$  é o *net cash flow* (fluxo de caixa) e  $r$  é o fator de desconto. A aplicação do VPL pode ser resumida em dois princípios [187]:

1. “Um Euro arriscado amanhã vale menos que um Euro certo hoje”: a taxa de desconto reflete o custo de oportunidade do capital mobilizado, que aumenta com o risco estimado da oportunidade de inovação, o que significa que o VPL é uma abordagem ajustada ao risco;
2. Deve-se tomar em conta todos os fluxos de caixa futuros ligados ao projeto. Valores de investimento inicial e tempo de retorno de investimento são incluídos no fluxo de caixa, assim como a taxa de juros associada ao investimento.

Contudo, vale destacar que a análise envolvendo VPL requer alguns cuidados, pois o mesmo apresenta limitações: por exemplo, devido à sua formulação, o VPL é naturalmente discriminante em relação a projetos mais arriscados de longo prazo [187]. Uma outra limitação é que o cálculo do VPL envolve normalmente um conjunto notável de suposições e estimativas sobre o projeto, o que resulta em uma possibilidade significativa da ocorrência de erros [182]. Portanto, é importante ter ciência das limitações do método e saber quando e em que condições se faz necessário o uso de outros tipos de análise.

Dentre os vários usos do VPL, se encaixam os projetos voltados à engenharia de reservatório, em particular problemas de otimização da produção, visto que é necessário saber de que forma os controles devem ser aplicados para que o resultado econômico da produção, descrito pelo VPL, seja o maior possível. Nesse tipo de abordagem, de maneira simplificada, as vazões de produtos como óleo e em parte o gás são consideradas como fluxos de caixa de entrada, enquanto que a produção de água e a eventual injeção de fluidos são tratadas como fluxos de caixa de saída. A Seção a seguir traz exemplos de como o VPL aparece na literatura, nesses tipos de projeto, assim como as equações mais comuns utilizadas.

### 3.3.2 O VPL na Otimização de Reservatório

A função VPL, dentre as técnicas de fluxo de caixa descontado (ou *Discounted Cash Flow* — DCF) possui uso bastante difundido no campo da engenharia de reservatório, em termos de se verificar a viabilidade de um projeto de produção; afinal, o VPL considera como base de cálculo os fluxos de caixa do projeto [188]. Em [16], o VPL é utilizado tanto na otimização usando injeção de água quanto em casos com WAG; a formulação discreta do VPL para uma dada realização  $\mathbf{m}_i$  é

$$J_i(\mathbf{m}_i, \mathbf{u}) = \sum_{n=1}^{N_t} \left\{ \frac{\Delta t_n}{(1+b)^{\frac{t_n}{365}}} \left[ \sum_{j=1}^{N_P} (r_o \cdot \bar{q}_{o,j}^n - r_w \cdot \bar{q}_{w,j}^n) - \sum_{k=1}^{N_I} (r_{wi} \cdot \bar{q}_{wi,k}^n + r_{gi} \cdot \bar{q}_{gi,k}^n) \right] \right\}, \quad (3.3)$$

em que  $\mathbf{u}$  é o vetor de controle aplicado,  $t_n$  é o instante de tempo da  $n$ -ésima iteração,  $N_t$  é o número de passos de tempo,  $N_P$  é o número de poços produtores,  $N_I$  é o número de injetores,  $b$  é o fator anual de desconto,  $r$ . são os custos e  $\bar{q}^n$  são as vazões médias. Nesta forma, o VPL é facilmente implementável em computador; nota-se, nesta formulação, em que se considerou um reservatório em que não há o impacto da produção de gás. A mesma equação de VPL foi utilizada para se otimizar a injeção de água no conjunto de realizações do *Egg Model*, e serviu como base para a otimização realizada em [149]. Outro uso do VPL em otimização a ser considerado envolve técnicas que retardem o declínio da função custo, como é apresentado em [69].

A formulação do VPL apresentada na Equação (3.3) considera apenas os produtos do reservatório, e é específica para casos de injeção de água ou WAG; além disso, considera-se nulo o custo inicial de investimento. Em outros projetos, faz-se necessário considerar outras fontes de custo. Em [189], por se tratar de um problema de sequestro de dióxido de carbono ( $CO_2$ ), adiciona-se ao fluxo de caixa termos relativos à produção e injeção do mesmo, além de se considerar o investimento inicial. Já em [95], a função do VPL admite custos específicos da perfuração de poços, quando o problema se trata da alocação ótima dos mesmos; o mesmo ocorre em [164].

O uso de ferramentas estatísticas, direcionadas aos casos de otimização robusta, também é considerado na análise do VPL; em [17], por exemplo, utiliza-se a distribuição de probabilidade do VPL como instrumento de comparação entre os casos reativo e otimizado. Já em [2], os VPLs das realizações do modelo *Olympus* são organizados em histogramas, com vistas à comparação da otimização robusta com o controle reativo no campo da produção; o VPL também é utilizado, no referido estudo, como função objetivo no problema de alocação de poços.

Por fim, destaca-se o uso de estratégias multiobjetivo em que o VPL é utilizado; a depender do fator de desconto, a função pode priorizar a geração de caixa no longo prazo, quando não há desconto, ou no curto prazo, em que se emprega geralmente um fator de desconto maior do que a inflação. A ideia é otimizar as duas variantes de VPL buscando maximizar o resultado econômico em todas as frentes de tempo.

Em [134], a otimização com os VPLs de curto e longo prazo é conduzida com algoritmos multiobjetivos do tipo NSGA e MOPSO; em [75] se apresenta métodos de gradiente aliados a um processo de otimização multiobjetivo robusta, que reaparece em [190], em que uma frente de Pareto é gerada com um esforço computacional aceitável. O VPL também pode ser combinado com outros objetivos; em [191], por exemplo, faz-se uso do VPL e do fator de recuperação de óleo como objetivos em um algoritmo de alocação ótima de poços; foi utilizado o PSO com esse fim.

No contexto da otimização, a tendência é não utilizar o valor do investimento inicial na formulação do VPL, conforme mostram as formulações em [16]; o mesmo será aplicado nesta pesquisa. A razão para isso reside nos seguintes fatos:

1. O VPL, além de ser a função objetivo, é modelado como uma função que tem limite superior, portanto tem um máximo;
2. Assume-se que o custo de investimento inicial é constante para uma dada configuração de poços e capacidade instalada de tratamento dos fluidos a serem produzidos e injetados.

Conclui-se com os fatos apresentados que a função objetivo dos problemas de otimização de reservatório, adicionando-se o investimento inicial, é dada por  $f(x) = \tilde{f}(x) + C_0$ , em que  $C_0$  é o investimento e  $\tilde{f}(x)$  é a função objetivo equivalente apenas com as variáveis de controle. A otimização da função  $f(x)$  segue a proposição a seguir, cuja prova se encontra no Anexo II.

**Proposição 3.3.2.1** *Se uma função  $f(x)$  contém um termo constante independente, isto é,  $f(x) = \tilde{f}(x) + \xi$ , então vale*

$$\max(f(x)) = \max(\tilde{f}(x) + \xi) = \max(\tilde{f}(x)) + \xi, \quad (3.4)$$

em que  $\xi$  é constante.

### 3.3.3 VPL Modificado: VPLM

Como visto na Seção 3.3.2, o VPL é uma função que relaciona os produtos do reservatórios com os custos de produção e injeção, além da lucratividade do óleo, e é muito utilizada como função objetivo em problemas de otimização de reservatórios. Contudo, para esta pesquisa, busca-se, de maneira a se conceber métodos de otimização construtiva, meios de se integrar à função objetivo, além das vazões fluídicas, parâmetros físicos intrínsecos do reservatório. Uma solução inicial foi desenvolvida empiricamente em [4] e [149]: mudou-se o parâmetro de integração do VPL contínuo, criando uma função conhecida como **VPL Modificado**, ou VPLM — em inglês, *Modified Net Present Value*, ou MNPV.

A ideia de se modificar o VPL, criando a função VPLM, é simples: consideremos uma adaptação da Equação (3.1) para o VPL, considerando o fator de desconto nulo:

$$NPV = \int_{t_i}^{t_f} C_F(t) dt, \quad (3.5)$$

em que  $t_i$  e  $t_f$  são os tempos inicial e final, e  $C_F(t)$  é o fluxo de caixa. A modificação do VPL envolve encontrar um conjunto parâmetros  $p \in P$  em que o mapeamento  $t \rightarrow p$  é bem definido [150]. Este fato permite que se faça uma mudança de variável na Equação (3.5):

$$MNPV = \int_P \frac{C_F(p)}{\dot{p}} dp, \quad (3.6)$$

em que  $\dot{p}$  é a variação temporal do parâmetro modificador  $p$ . Algumas suposições são tomadas para que essa transformação seja factível [150]:

1. **Estabilidade Geológica** — Pressupõe-se a ausência de mudanças ou danos na formação geológica do reservatório;
2. **Dinâmica de primeira ordem** — a aproximação de Darcy para o fluxo em meio poroso e o comportamento difusivo resultante nos reservatórios determinam que, com exceção das proximidades de poços e em outros pontos onde há alto fluxo, os estados do sistema apresentam um comportamento de primeira ordem no tempo;
3. **Evolução monotônica dos macro-estados** — A natureza dos controles aplicados, juntamente com o comportamento de primeira ordem assumido para o sistema, implicam em uma evolução monotônica dos estados observáveis do sistema, exceto na presença de forças restauradoras. Os macro-estados incluem:
  - Distância mínima das frentes de água e/ou de gás aos poços;
  - Saturação de água e/ou gás no poço;
  - Volume de óleo disponível;
  - Pressão de reservatório restante.

A escolha do parâmetro modificador  $p$  faz com que a otimização do problema, ao invés de ser dada pelo tempo, passe a ser pelo *estado* do reservatório [150]. Isto é possível pelo fato de que a otimização em reservatório possui características que atribuem uma sub-estrutura ótima para o problema [192, 193], o que já foi aproveitado, por exemplo, em implementações com programação dinâmica [81, 194]. Em resumo, a otimização por estado se torna possível seguindo o Princípio da Otimalidade de Bellman [195]:

**Lema 3.3.3.1 (Princípio da Otimalidade de Bellman)** *Qualquer sub-política de uma política ótima com uma subestrutura ótima é ela mesma ótima.*

O objetivo de se considerar o uso do VPLM na otimização da produção é obter um problema transformado localmente estruturado, em alternativa aos métodos globalmente estruturados, de maneira a melhorar o desempenho de métodos de busca gulosa de otimização local, como por exemplo os métodos de busca direta e os de gradiente descendente. Faz-se necessário, para tal, estabelecer duas propriedades para o parâmetro modificador  $p$  [150]:

1. **Estrutura causal** — As coordenadas  $p$  devem preservar a causalidade dentro do problema original, mapeando bijetivamente sua evolução, de forma a preservar a estrutura dinâmica do reservatório e possibilitar simulações do mesmo;
2. **Representação do estado** — Os parâmetros  $p$  devem codificar o máximo possível de informações sobre os estados do reservatório. Quanto menor o espaço de estados possíveis implicados por  $p$  em qualquer ponto, maior será a estrutura local do processo de otimização.

No contexto desta pesquisa, o VPLM é utilizado para se escolher, para cada poço produtor, o controle que maximiza o mesmo a cada iteração. Desta maneira, primeiramente se decompõe a função VPL para cada poço produtor  $W$ , a partir da Equação (3.5) e utilizando a forma contínua da Equação (3.1):

$$NPV(W) = \int_{t_0}^{t_f} C_F(t, W) dt, \quad (3.7)$$

em que  $t_0$  e  $t_f$  são os tempos inicial e final da iteração, e  $C_F(t, W)$  é o fluxo de caixa do poço  $W$ , dado por

$$C_F(t, W) = r_o q_o, W(t) + r_g q_g, W(t) - r_w q_w, W(t), \quad (3.8)$$

em que  $q_o$ ,  $q_w$  e  $q_g$  são, respectivamente, as vazões de óleo, água e gás, e  $r_o$ ,  $r_w$  e  $r_g$  são a rentabilidade do óleo, o custo da água e o preço do gás. Vale destacar que  $r_g$  pode ser um valor negativo, significando a produção de gás não viável economicamente. De acordo com Fortaleza et al., essa separação do cálculo do VPL para cada poço produtor individualmente é possível sob a suposição de que o fluxo de óleo na vizinhança do produtor depende da vazão de produção e da interação com os injetores, desprezando-se as interações com os demais produtores.

Assim, o comportamento dinâmico da frente de água que atinge cada poço também é dominada pela vazão do poço do produtor. Deve-se notar que esta suposição torna-se mais fraca conforme a distância da frente de água ao produtor aumenta. Não obstante, a técnica de modificação do VPL foi projetada para maximizar a produção enquanto a frente de água está relativamente longe

do poço produtor (saturação constante do poço). Este tipo de solução gera um equilíbrio razoável entre curto e resultados de longo prazo [149].

A partir da Equação (3.7), escolhe-se um parâmetro modificador  $p$  que respeite as suposições do sistema. Para esta pesquisa, o parâmetro  $p$  escolhido, assim como foi feito em [4] e em [149], é a fração de óleo  $s_{o,W}$  presente no poço produtor  $W$ . Fazendo-se o mapeamento  $t \rightarrow s_o$  e aplicando-se a modificação de VPL na Equação (3.7), obtém-se a função de VPLM para cada produtor:

$$MNPV(W) = \int_{s_{o0,W}}^{s_{of,W}} \frac{C_F(s_{o,W}, W)}{\dot{s}_{o,W}} ds_{o,W}, \quad (3.9)$$

cujos limites de integração são bem definidos, visto que a fração de óleo inicial em cada poço produtor é conhecida a qualquer instante da simulação e o limite final é dado pela menor fração de óleo cuja produção ainda é rentável [149]. Desta forma, a Equação (3.9) serve como base para uma otimização dos produtores que seja construtiva, ao contrário dos métodos de otimização global, coincidindo com os objetivos desta pesquisa.

Na modelagem do VPLM, deve-se destacar que os injetores não foram considerados *a priori*; contudo, não se pode ignorar seus efeitos na otimização. Para tanto, faz-se a suposição de que o reservatório é um sistema fechado; por conseguinte, a vazão total de água e óleo produzida do reservatório é tida como equivalente à vazão total de injeção de água, isto é,  $q_{wi}(t) = |q_o(t) + q_w(t)|$ . Essa relação pode ser aproveitada redirecionando-se os custos de injeção nos valores de produção de óleo e água. Dados a rentabilidade de óleo  $r_o$ , o custo de produção de água  $r_w$  e o custo de injeção  $r_{wi}$ , calcula-se os valores modificados para a produção de óleo e água com as relações

$$\tilde{r}_o = r_o - r_{wi}, \quad (3.10)$$

$$\tilde{r}_w = r_w + r_{wi}, \quad (3.11)$$

em que  $\tilde{r}_o$  e  $\tilde{r}_w$  são, respectivamente, a rentabilidade do óleo e o custo de produção de água modificados. A nova equação do fluxo de caixa de um poço produtor  $W$ , admitindo-se a redireção do custo dos injetores, é dada por

$$\tilde{C}_F(t, W) = \tilde{r}_o q_{o,W}(t) + r_g q_{g,W}(t) - \tilde{r}_w q_{w,W}(t), \quad (3.12)$$

que é usada normalmente na análise do VPLM, resultando na relação

$$MNPV^*(W) = \int_{s_{o0,W}}^{s_{of,W}} \frac{\tilde{C}_F(s_{o,W}, W)}{\dot{s}_{o,W}} ds_{o,W}. \quad (3.13)$$

Uma última consideração a ser adicionada ao VPLM é sobre os casos em que  $\dot{s}_{o,W} \approx 0$ , que acarretam erros numéricos devido à posição do termo no denominador. Com vistas a evitar esse erro, é adicionado um fator de correção numérica  $\epsilon$ , que deve ser baixo o suficiente para não interferir no VPLM de forma significativa, mas alto o bastante para se evitar que o denominador da Equação (3.13) se aproxime de zero. A nova equação do VPLM, implementada nesta pesquisa, é dada por

$$MNPV^*(W) = \int_{s_{o0,W}}^{s_{of,W}} \frac{\tilde{C}_F(s_{o,W}, W)}{\dot{s}_{o,W} + \epsilon} ds_{o,W}. \quad (3.14)$$

Na forma discreta, considerando-se uma iteração composta por  $n$  observações da fração de óleo, a equação de VPLM pode ser representada na forma discreta como se segue, admitindo-se uma fração anterior  $s_{o0,W}$ :

$$MNPV^*(W) = \sum_{i=1}^n \frac{\tilde{C}_F(s_{oi,W}, W)}{s_{oi,W} - s_{oi-1,W} + \epsilon}. \quad (3.15)$$

## Capítulo 4

# Algoritmos de Busca Linear com VPL Modificado

*Este capítulo apresenta a técnica de busca linear de solução para o controle do reservatório, utilizando VPL modificado, tanto para o caso simples quanto para o caso com incertezas. São apresentadas as aplicações do método de busca linear simples e com incertezas, juntamente com suas variações, nos modelos de reservatório utilizados na pesquisa; além disso, são apresentados os benchmarks utilizados para a comparação de resultados. Por fim, é apresentado um algoritmo StoSAG construtivo com VPL modificado.*

### 4.1 Introdução

Tendo em vista a busca de algoritmos alternativos aos encontrados na literatura, esta pesquisa propõe métodos construtivos da escolha do melhor controle para um reservatório de petróleo. Para isso, emprega-se a técnica de modificação de VPL com os parâmetros do reservatório, gerando a função custo VPLM, apresentada na Seção 3.3.3, que é avaliada a cada iteração para cada poço produtor. As entradas de controle dos poços, em cada algoritmo, são as pressões de fundo (BHP) dos poços produtores e a vazão de água injetada nos poços injetores. As saídas são as vazões dos diferentes fluidos de cada poço, que são variáveis de cálculo tanto do VPL quanto do VPLM.

Além disso, busca-se uma estratégia de redução da injeção, de maneira a se respeitar eventuais limites de vazão do campo, devido às limitações da plataforma. Os algoritmos propostos na pesquisa são apresentados neste Capítulo: algoritmos de busca linear, utilizando o VPLM e diferentes equações de variação dos controles, aplicados também nos casos com incertezas, e uma implementação do StoSAG, definido em [16], mas utilizado o VPLM como função objetivo, aplicado exclusivamente à otimização robusta.

A questão principal envolvendo um novo processo de otimização é a medida do quão este

método é melhor, em termos de desempenho, do que soluções já existentes. Da necessidade de uma comparação justa de soluções de otimização, surge a estratégia de *benchmarking*, em que os algoritmos sob análise são comparados para os mesmos casos de teste com os mesmos critérios de desempenho. Entre as principais vantagens do *benchmarking*, incluem-se o fato de que algumas implementações *benchmarks* normalmente já se encontram disponíveis, e a comparação entre algoritmos já testados em relação aos *benchmarks* evita que esses últimos experimentos sejam repetidos [196].

No campo da otimização da produção de reservatórios de petróleo, dois casos são bastante utilizados como *benchmarks*: Controle constante de malha aberta e o controle reativo, métodos de simples implementação e que devem ser batidos por quaisquer técnicas de otimização, e que são utilizados nos testes comparativos para se evidenciar a melhoria de VPL nos casos otimizados. Neste capítulo, serão apresentados os algoritmos básicos de controle de malha aberta e reativo implementados como *benchmarks* na presente pesquisa.

## 4.2 Testes de Controle Constante — Malha Aberta

O teste com controle constante, também denominado teste de malha aberta, é o mais simples de ser implementado, dentre os *benchmarks*; além disso, é necessário que qualquer algoritmo que imponha um controle alternativo seja melhor que o caso de controle constante, no que concerne prioritariamente ao VPL, uma vez que o controle reativo, por si só, já resulta em resultados econômicos melhores, e o objetivo das pesquisas envolvendo otimização de reservatório é, comumente, bater o controle reativo [95].

O teste de malha aberta consiste em, dado o modelo de reservatório, abrir ao máximo todos os poços produtores e injetores. Para tanto, é utilizado o menor valor de BHP ou a maior vazão de óleo possível para os produtores, e o maior BHP ou vazão para os poços injetores. Um critério de parada a ser considerado, além da agenda de controle proposta, é o sinal do VPL; encerra-se a produção em caso de prejuízo. Neste momento, o VPL e o tempo de produção do reservatório são computados, abordagem que é repetida para os outros algoritmos, no que concerne à tomada de dados para comparação.

## 4.3 Controle Reativo — Fechamento dos Poços Produtores

O segundo teste *benchmark* desta pesquisa é a estratégia de controle reativo dos poços, que é utilizado como base de comparação com os algoritmos implementados, uma vez que o mesmo é a técnica mais utilizada pela indústria, sendo o resultado a ser batido pelos métodos de otimização [2, 95].

A ideia por trás do controle reativo é simples: é uma estratégia operacional que segue regras que estão vinculadas a medições futuras sem recorrer a um modelo preditivo — por exemplo, o poço pode ser fechado se for observada uma entrada de água significativa. Já um controle proativo

utiliza o conhecimento que se tem do reservatório para se desenvolver a estratégia operacional futura. Em resumo: o controle proativo procura evitar um resultado indesejável, enquanto que o controle reativo atua no caso do prejuízo ocorrer [197].

O controle reativo atua diretamente sobre os poços produtores: a produção começa de maneira idêntica ao do controle de malha aberta; no entanto, a cada passo de tempo, verifica-se o corte de água do poço. Caso esse valor passe de um limite em que o poço passe a oferecer prejuízo, em termos de VPL, o poço produtor é fechado [95]. Esse valor limite do corte de água é calculado dependendo dos custos dos fluidos envolvidos na produção. A simulação do reservatório é encerrada, além do tempo limite de controle, caso todos os poços produtores sejam fechados; neste momento, tomam-se os dados para a análise.

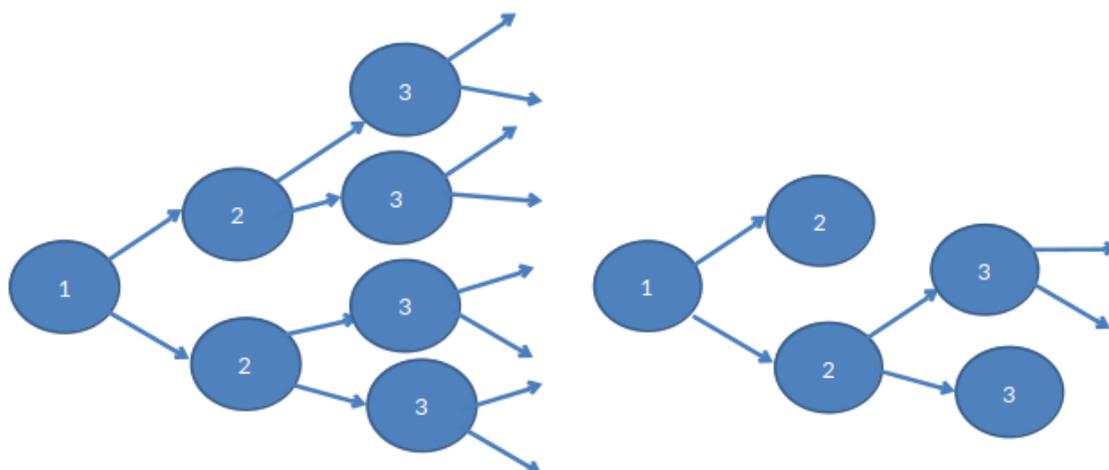
Os dados da técnica aqui apresentada são como uma base para se testar o potencial de um algoritmo; comumente, um resultado a ser analisado é o percentual de melhoria do VPL em relação ao caso reativo [2]. Além do corte de água, pode-se também utilizar o instante de tempo em que o VPL do poço se torna negativo como condição de fechamento; desta maneira, pode-se afirmar que o controle reativo segue uma estratégia “gulosa”, isto é, buscando sempre maximizar a produção de fluidos [198].

## 4.4 Método de Busca Linear

### 4.4.1 O Algoritmo

O algoritmo proposto nesta pesquisa é desenvolvido a partir do que foi apresentado em [4] e posteriormente em [149]: a partir da obtenção do VPLM dos poços pela Equação (3.9), se escolhe, a cada iteração, um controle dentro de uma árvore de possíveis valores para cada produtor, em um processo de construção da solução ótima; tal prática é inspirada no Princípio da Otimalidade de Bellman, apresentado no Lema 3.3.3.1.

A busca linear segue o princípio de uma busca gulosa, que seleciona sempre a melhor opção dentre as possíveis a cada iteração; contudo, pela transformação do VPL e as propriedades da variável modificadora, apenas o resultado ótimo da iteração anterior é utilizado como base de cálculo dos valores de controle de teste. A Figura 4.1a evidencia uma estratégia de busca exaustiva, enquanto que a Figura 4.1b apresenta a forma com que a busca alternativa é realizada.



(a) Busca Exaustiva.

(b) Busca Alternativa.

Figura 4.1: Metodologias de busca construtiva de controle [3].

O algoritmo de busca linear, de forma resumida, consiste em obter, a cada iteração e a partir do controle anterior, o vetor de controle dos produtores que maximize o VPLM dos mesmos, individualmente, segundo a hipótese de independência dinâmica dos produtores [149]. A fase de escolha desses controles conta ainda com uma *janela de previsão*, baseada em um modelo preditivo de controle com duas janelas [199]. Nesta fase, se considera a existência de uma segunda janela para cálculo do VPLM, de maneira a se “enviesar” a busca, isto é, a escolha do controle ótimo para cada produtor toma como critério não só o resultado atual, mas uma previsão do próximo passo.

A Seção 4.4.2 apresenta as diferentes estratégias de escolha do controle implementadas nesta pesquisa. O controle escolhido para os produtores é então simulado e guardado para ser utilizado como base para a próxima iteração. Uma adição feita ao processo de busca é a estratégia reativa: poços produtores em que o corte de água atinja o limite são fechados. A Figura 4.2 apresenta o fluxograma básico do algoritmo de busca linear com VPLM. Há três critérios de parada para o algoritmo:

1. O número máximo de iterações foi atingido;
2. Todos os poços produtores foram fechados devido à ação do controle reativo;
3. O VPL resultante do campo foi menor ou igual a zero, indicando o fim da viabilidade econômica do reservatório.

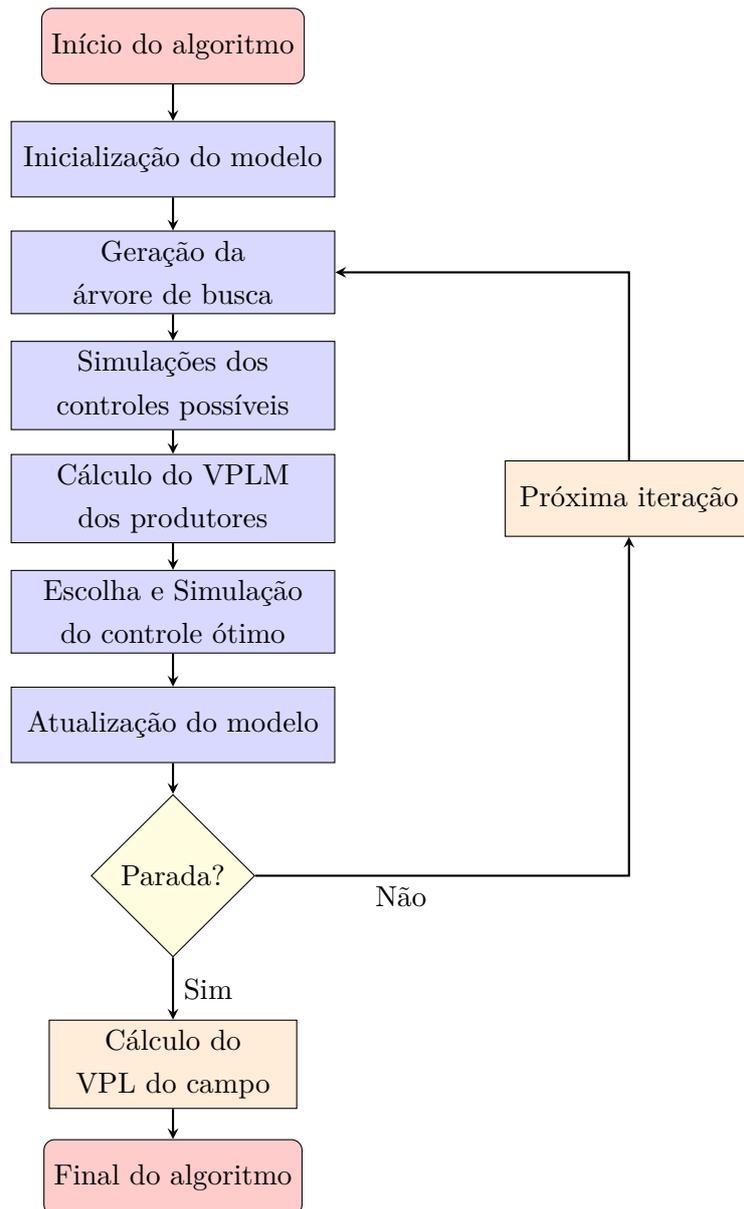


Figura 4.2: Algoritmo básico de busca linear com VPLM.

Uma propriedade importante do algoritmo de busca linear é que o mesmo é altamente paralelizável; isso se deve ao fato de que a fase de escolha de controle, em que múltiplas simulações curtas de reservatório são realizadas, podem ser separadas em vários processadores, sendo assim classificadas em processos MIMD (*Multiple Instruction, Multiple Data*) assíncronos. Além disso, como em cada processo são executadas as mesmas instruções, a fase de escolha do controle consiste em um conjunto de programas SPMD (*Single Program, Multiple Data*), de acordo com as definições em [200].

Essa separação em diferentes processos é significativamente benéfica em termos de tempo computacional; em condições ideais, o tempo gasto para se executar todas as simulações na fase de escolha é equivalente ao tempo para se executar uma simulação apenas, desconsiderando-se os custos de comunicação e as diferenças entre os tempos de cada simulação. Quanto maior o número

de processos envolvidos, mais evidente fica a economia de tempo da fase de escolha paralelizada em relação ao caso serial; a Figura 4.3 apresenta a contribuição dos tempos de execução da fase de controle no tempo total do algoritmo como função do número de processos empregados; assume-se que cada processo executa uma simulação. A quantidade de controles possíveis influencia diretamente no custo computacional do algoritmo; em termos de simulações exigidas, uma árvore de busca com  $n$  controles a serem examinados faz com que o algoritmo de busca linear utilize  $2n + 1$  simulações completas de reservatório.

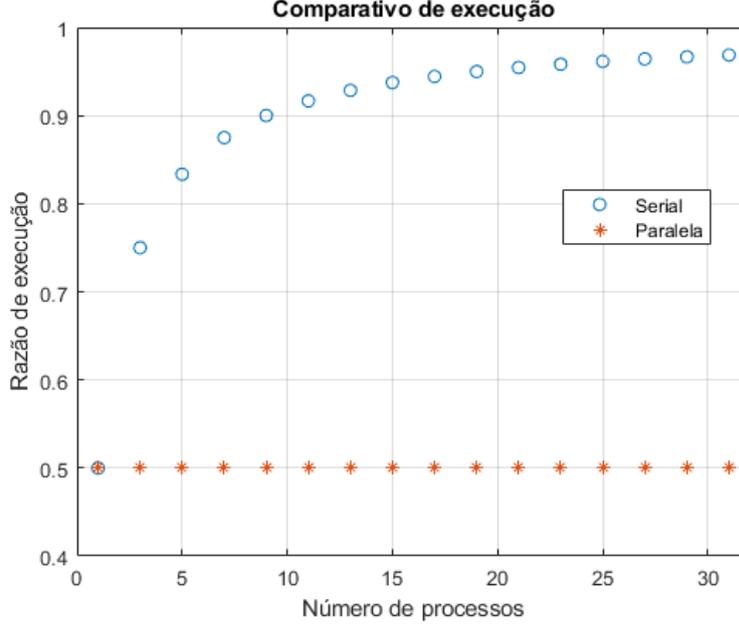


Figura 4.3: Comparação das razões teóricas de tempo de execução entre os casos serial e paralelo da fase de escolha dos controles [4].

#### 4.4.2 Escolha do Controle

A fase da escolha do controle ótimo para cada produtor, nos algoritmos de busca linear, segue um conjunto específico de passos: primeiramente, é calculado um parâmetro  $\delta_W$ , para cada poço produtor  $W$ , que é utilizado como o fator de variação necessário para se obter a árvore de controle, que contém um número  $N_s$  pré-determinado de possibilidades para cada produtor, ou *span*. A partir do controle ótimo anterior à iteração atual  $t$  para o poço  $W$ ,  $\hat{u}_W^{(t-1)}$  — para o caso da primeira iteração,  $t = 1$ ,  $\hat{u}_W^{(0)}$  representa as condições iniciais —, se gera o  $i$ -ésimo controle da árvore,  $u_{W,i}^{(t)}$ , a partir da relação

$$u_{W,i}^{(t)} = f(\hat{u}_W^{(t-1)}, i, \delta_W), \quad (4.1)$$

enquanto que a relação da janela de predição é dada por

$$\tilde{u}_{W,i}^{(t)} = f(\hat{u}_W^{(t-1)}, i, \nu_\delta, \delta_W), \quad (4.2)$$

em que  $\nu_\delta$  é um parâmetro de distensão da árvore de busca na fase da predição. Para a presente pesquisa, se considera  $\nu_\delta = 2$ . A partir dos valores calculados de  $u_{W,i}^{(t)}$ ,  $1 \leq i \leq N_s$ , se obtém o

controle ótimo  $\hat{u}_W^{(t)}$  que maximiza o VPLM do poço produtor, calculado com a Equação (3.9), por meio de comparação direta entre os resultados de simulação. É importante considerar também a existência das restrições de controle; tomando-se os limites inferior  $u_{W,min}$  e superior  $u_{W,max}$ , deve-se garantir que  $u_{W,min} \leq u_{W,i}^{(t)} \leq u_{W,max} \forall t$ , e, conseqüentemente, que  $u_{W,min} \leq \hat{u}_W^{(t)} \leq u_{W,max} \forall t$ . Para esta pesquisa, foram implementados três diferentes métodos de geração da árvore de controles, que serão apresentados a seguir.

#### 4.4.2.1 Variação Fixa

A primeira técnica da geração da árvore de busca dos controles emprega um fator de variação fixa, que depende apenas dos limites de controle do poço produtor  $W$ ,  $u_{W,min}$  e  $u_{W,max}$ . A equação do parâmetro de variação  $\delta_W$ , considerando-se o *span* da árvore  $N_s$ , é dada por

$$\delta_W = \frac{u_{W,max} - u_{W,min}}{N_s}. \quad (4.3)$$

A Equação (4.3) pode ser interpretada da seguinte forma: os controles possíveis na fase de escolha são equidistantes entre si, e fazem parte do intervalo  $[u_{W,min}, u_{W,max}]$ . Uma interpretação geométrica possível é o segmento de reta em  $\mathcal{R}$  com extremidades  $u_{W,min}$  e  $u_{W,max}$  dividido em  $N_s$  partes iguais; cada ponto resultante é um controle possível. As equações de cálculo dos controles da janela atual e de predição são dadas por

$$u_{W,i}^{(t)} = u_{W,min} + i\delta_W, \quad (4.4)$$

$$\tilde{u}_{W,i}^{(t)} = u_{W,min} + i\nu_\delta\delta_W; \quad (4.5)$$

nota-se o caráter aditivo do parâmetro de variação na escolha do controle, sempre partindo do limite inferior  $u_{W,min}$ .

#### 4.4.2.2 Variação pela Fração de Óleo

A segunda forma de construção da árvore de controles implementada foi concebida em [4] e posteriormente testada em [149]; neste caso, considera-se a influência do poço produtor para se calcular os controles a serem examinados. Considerando-se, para o poço  $W$ , a sua fração de óleo  $s_o^{(t)}$  no instante  $t$ , com a condição inicial  $s_o^{(0)} = 1$ , a variação  $\delta_W$  aplicada para obter os controles é dada por

$$\delta_W = k_\delta \max \left( k_{min}, k_s \left| s_o^{(t)} - s_o^{(t-1)} \right| \right), \quad (4.6)$$

em que  $k_\delta$  é o fator de escala independente,  $k_{min}$  é a tolerância mínima e  $k_s$  é o peso do módulo da variação da fração de óleo no poço. As equações dos controles do instante atual e da etapa de predição são

$$u_{W,i}^{(t)} = \hat{u}_W^{(t-1)}(1 + g(i)\delta_W), \quad (4.7)$$

$$\tilde{u}_{W,i}^{(t)} = \hat{u}_W^{(t-1)}(1 + g(i)\nu_\delta\delta_W), \quad (4.8)$$

em que  $g(i)$  é calculado da seguinte forma:

$$g(i) = \left\lfloor \frac{N_s + 1}{2} \right\rfloor - i, \quad i = 1, \dots, N_s, \quad (4.9)$$

para as iterações a partir da segunda. Na primeira iteração, dependendo do ponto inicial de escolha,  $g(i)$  pode ser alterada de maneira heurística para melhor cobrir o espaço de busca. Nota-se que, neste caso,  $\delta_W$  é um fator multiplicativo na escolha dos controles.

#### 4.4.2.3 Equação Alternativa da Variação

A terceira maneira de se obter a árvore de busca leva em conta não só a fração de óleo do poço; o *span* da árvore e as pressões do conjunto de poços são considerados como fatores diretos na escolha dos controles. A equação do parâmetro  $\delta_W$  é definida como

$$\delta_W = \hat{p} \max \left( k_{min}, \frac{k_\delta}{\sqrt{N_s}} \left| \frac{s_o^{(t)} - s_o^{(t-1)}}{s_o^{(t)}} \right| \right), \quad (4.10)$$

em que  $\hat{p}$  é o fator de contribuição das pressões, dado por

$$\hat{p} = \max(p_{BHP,I}) - p_{BHP,W}, \quad (4.11)$$

em que  $\max(p_{BHP,I})$  é a pressão máxima de BHP entre todos os injetores e  $p_{BHP,W}$  é o BHP do produtor  $W$ . Como o BHP dos injetores é superior à pressão de reservatório e o BHP dos produtores é inferior, esses fatos implicam em  $\hat{p} > 0$ . A adição de  $\hat{p}$  à equação da variação de controles busca impor o efeito das condições gerais da produção no instante de tempo; além disso,  $\delta_W$  passa a depender, no caso da equação alternativa, do próprio comprimento da árvore. As equações dos controles da janela atual e posterior são dadas por

$$u_{W,i}^{(t)} = \hat{u}_W^{(t-1)} + g(i)\delta_W, \quad (4.12)$$

$$\tilde{u}_{W,i}^{(t)} = \hat{u}_W^{(t-1)} + g(i)\nu_\delta\delta_W; \quad (4.13)$$

o fator  $\delta_W$  é utilizado de forma aditiva, assim como no caso da variação fixa. A função  $g(i)$  é calculada com a Equação (4.9); na primeira iteração,  $g(i)$  pode ser modificada dependendo da posição dos valores iniciais de controle em relação ao espaço de busca.

## 4.5 Método Linear para Casos com Incertezas

O algoritmo apresentado na Seção 4.4 foi concebido inicialmente para se obter o melhor resultado de VPL para um modelo de reservatório. Contudo, reservatórios são sistemas muito complexos; essa complexidade, associada à variabilidade dos parâmetros do reservatório e as limitações de acesso a esses dados, traz como consequência a presença de *incertezas* no reservatório [201].

Essas incertezas são modeladas por meio de um conjunto de realizações factíveis que, compartilhando da mesma estrutura do modelo base, apresentam variações em um conjunto específico de características [202]. Por exemplo, no *Egg Model*, o parâmetro de incertezas é a permeabilidade das células; para esta pesquisa, o SPE9 foi estendido para um conjunto de cinco realizações utilizando-se a densidade do óleo. O processo de se realizar uma otimização considerando todos os modelos de um mesmo reservatório se chama *otimização robusta*, ou *ensemble optimization*.

Para se realizar o algoritmo de busca linear no caso robusto, a fase de escolha do controle ótimo, representada na Figura 4.2 é estendida: para cada realização  $j$  de um conjunto com  $N_r$  modelos, um vetor de controles  $\hat{\mathbf{u}}_j^{(t)}$  é escolhido, na iteração  $t$ , para todos os produtores, conforme as técnicas apresentadas na Seção 4.4.2. O controle gerado por todos os modelos é utilizado, então, como a base de cálculo para o controle único de todas as realizações; no caso de parâmetros  $\delta_W$  com efeito aditivo, a escolha desse controle único é dada por

$$\hat{\mathbf{u}}_j^{*(t)} = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} \hat{\mathbf{u}}_j^{(t)} w_j}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j}. \quad (4.14)$$

Em que  $w_j$  é um peso associado a cada realização, respeitando-se  $w_j > 0 \forall j$ . Uma escolha plausível para  $w_j$  é o VPL de cada produtor; com a adição do controle reativo, garante-se que nenhum VPL de produtor é negativo. No caso de  $\delta_W$  multiplicativo, a equação do controle único é

$$\hat{\mathbf{u}}_j^{*(t)} = \left( \frac{\sum_{j=1}^{N_r} \delta_j^{*(t)} w_j}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j} + 1 \right) \hat{\mathbf{u}}_j^{*(t-1)}, \quad (4.15)$$

onde  $\delta_j^{*(t)}$  é o vetor de parâmetros de variação associados ao melhor controle escolhido para cada poço produtor, na iteração  $t$ . A simulação de reservatório com o controle  $\hat{\mathbf{u}}_j^{*(t)}$  é então realizada e o VPL computado; o valor desse controle único é utilizado como base para a escolha dos controles das realizações na próxima iteração, isto é, troca-se o termo  $\hat{u}_W^{(t-1)}$  nas equações de escolha dos controles por  $\hat{u}_W^{*(t-1)}$ , mostrando que o controle único entra nos cálculos de cada realização.

Em resumo, o algoritmo de busca linear adaptado ao caso com incertezas, ou algoritmo de busca linear robusto, deriva do que foi apresentado na Seção 4.4; a diferença é que, na fase do cálculo do controle ótimo, os controles escolhidos em cada realização são considerados, e uma operação de média ponderada é realizada. Por fim, obtém-se um único controle a cada iteração para todas as realizações.

Os critérios de parada são os mesmos do caso para o modelo único: limite de iterações, VPL negativo geral e fechamento de todos os produtores pela estratégia reativa. Vale destacar que, neste caso, como dois dos três critérios de parada são independentes de modelo, os tempos de produção para cada realização, ao final da execução das simulações, podem ser diferentes. Contudo, espera-se que esta diferença seja menos pronunciada que no caso de se aplicar a busca linear simples para cada realização.

Em relação à capacidade de paralelização, o algoritmo de busca linear robusto conta com as mesmas características que a busca linear normal; desta forma, considerando-se que todas as realizações possuem o mesmo comprimento, ou *span*, da árvore de busca, tem-se, a cada iteração

$N_r \times N_s$  simulações que empregam o mesmo conjunto de instruções, caracterizando um caso de SPMD. Portanto, assumindo-se que haja  $N_r \times N_s$  processos disponíveis, vale a comparação explicitada pela Figura 4.3, indicando que a contribuição da parte de escolha dos controles em relação ao tempo total de execução diminui significativamente com a paralelização do algoritmo.

O custo computacional, considerando-se o conjunto de realizações, equivale a  $N_r(2N_s + 1)$  simulações completas. Para se ilustrar o baixo valor desse total, supondo-se que seja executada uma busca linear em um conjunto de  $N_r = 100$  realizações, por exemplo, do *Egg Model*, e em que o *span* da árvore de busca seja  $N_s = 9$ , serão necessárias 1900 simulações, que são facilmente paralelizáveis; enquanto isso, todos os algoritmos aplicados no *Egg Model* em [16], considerando as mesmas 100 realizações, exigem 4000 simulações completas, o que é mais do que o dobro do custo calculado no exemplo.

Um outro exemplo evidente desse baixo custo pode ser derivado do número de simulações exigido em [94]; considerando-se os testes realizados com conjuntos de realizações de tamanhos diferentes, o *span* máximo que torna a busca linear mais rápida em simulações equivalentes é tal que  $N_s \leq \frac{N - N_r}{2N_r}$ , em que  $N$  é o número de simulações obtido pelos autores. À exceção do caso de 50 realizações, no resto dos casos o valor de  $N_s$  limite é superior a 11, o que é desnecessário para o algoritmo proposto. Para modelos maiores, é suficiente que  $N_s$  seja um valor ímpar baixo, como 5 ou 7, de forma que o VPL resultante seja ainda melhor que os *benchmarks* e o tempo de produção seja menor que o caso presente na literatura.

## 4.6 Algoritmos Lineares com Restrições: Controle dos Injetores

Os algoritmos de busca linear apresentados aplicam ações de controle sobre os poços produtores. Nestes casos, o controle dos poços injetores é constante, seja por pressão, seja por vazão. Entretanto, é importante ressaltar que a otimização da produção de reservatório leva em conta restrições de vazão de fluidos do campo; um dos fatores de restrição, por exemplo, é a capacidade nominal de processamento dos fluidos produzidos [6]. Em [4], concebeu-se uma estratégia de controle de injetores em que os mesmos tinham suas vazões reduzidas à medida que a contribuição negativa de VPL dos mesmos se tornava significativa no cálculo do VPL do campo; essa redução de vazão era constante, empregada com o auxílio de um fator multiplicativo. Tal estratégia de redução da injeção também foi aplicada em [149].

A aplicação de controle dos injetores é diretamente relacionada às vazões do campo. Sejam  $q_o^{(t)}$ ,  $q_w^{(t)}$  e  $q_g^{(t)}$  as vazões de produção de óleo, gás e água de todo o reservatório na iteração  $t$ , e as restrições globais equivalentes  $q_{o,max}$ ,  $q_{w,max}$  e  $q_{g,max}$ . Primeiramente, define-se a *razão de restrição de fase*.

**Definição 4.6.0.1 (Razão de Restrição de Fase)** *A razão de restrição da fase  $\alpha$  durante a fase de produção, em uma dada iteração  $t$ , é dada por*

$$\psi_\alpha^{(t)} = \frac{q_\alpha^{(t)}}{q_{\alpha,max}}. \quad (4.16)$$

A proposta para se controlar os injetores deriva da utilizada em [4]; contudo, o parâmetro a ser verificado é a maior razão de restrição de fase presente no reservatório. Por exemplo, para o *Egg Model*, esse valor é  $\psi^{(t)} = \max(\psi_o^{(t)}, \psi_w^{(t)}, \psi_l^{(t)})$ ; já para o SPE9, tem-se a relação  $\psi^{(t)} = \max(\psi_o^{(t)}, \psi_w^{(t)}, \psi_l^{(t)}, \psi_g^{(t)})$ , em que  $l$  denota a fase líquida. Caso  $\psi^{(t)}$  seja maior que 1, há desrespeito das restrições de vazão; a partir do valor nominal de controle dos injetores, representado pelo vetor  $\mathbf{u}_{inj}^{(0)}$ , se calcula o controle na iteração  $t$  da seguinte forma:

$$\mathbf{u}_{inj}^{(t)} = \begin{cases} \mathbf{u}_{inj}^{(0)} & , \psi^{(t)} \leq 1, \\ \left(\frac{0.99}{\psi^{(t)}}\right)^\tau \mathbf{u}_{inj}^{(0)} & , \psi^{(t)} > 1, \end{cases} \quad (4.17)$$

em que  $\tau$  representa o número de tentativas necessárias para se ajustar os resultados da iteração às restrições de campo. Para se evitar problemas de repetição infinita,  $\tau$  é limitado; nesta pesquisa, admite-se  $0 \leq \tau \leq 5$ . A Figura 4.4 apresenta o algoritmo de tratamento dos injetores. O início do processo se dá logo após a escolha do controle ótimo dos produtores, e, ao final do algoritmo, se procede à fase da atualização do modelo, conforme a Figura 4.2.

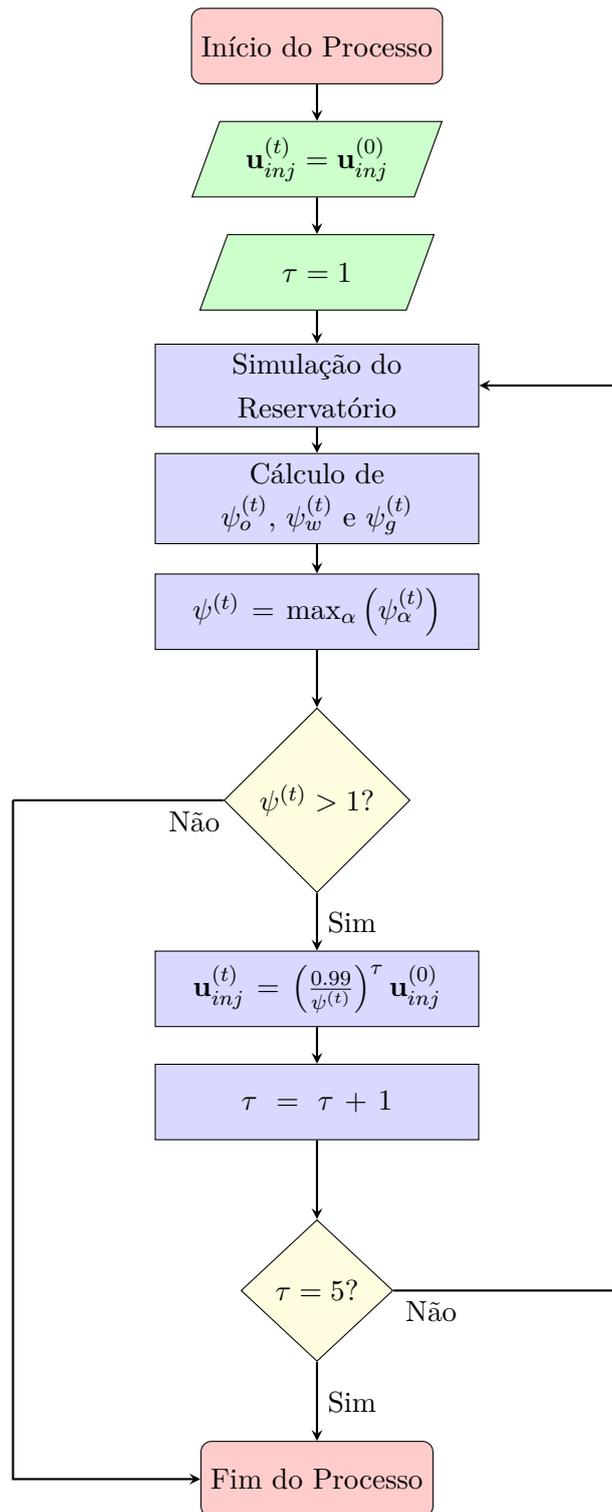


Figura 4.4: Fluxograma do tratamento das restrições de campo.

## 4.7 Algoritmo StoSAG Modificado

### 4.7.1 Descrição do Algoritmo

O último algoritmo a ser implementado nesta pesquisa se trata de uma variação do simplex estocástico, ou StoSAG, utilizando-se como função objetivo o VPLM. O novo algoritmo, denominado StoSAG modificado, é um método livre de gradiente que utiliza perturbações no sistema para se estimar um gradiente aproximado do VPLM, que é então utilizado em um algoritmo de busca direcional, de maneira que se encontre o controle ótimo, conforme explica Fonseca [16].

A principal variação do StoSAG modificado em relação ao algoritmo original é a forma de se obter o controle ótimo. Assim como na busca linear, o StoSAG modificado realiza a busca do controle ótimo de forma construtiva, isto é, a cada iteração um controle ótimo é escolhido, e o conjunto dessas soluções locais gera a solução global, conforme o Princípio de Bellman. Além disso, o StoSAG modificado também faz uso das janelas de predição; contudo, diferentemente da busca linear, o número dessas janelas é maior (podendo chegar a 4). A Figura 4.5 mostra o algoritmo StoSAG modificado, que consiste nos seguintes passos:

1. **Geração das perturbações dos controles:** Inicialmente, os controles da iteração anterior (ou os valores inicializados), dados por  $u_{l-1}$ , são deslocados utilizando-se a relação

$$\hat{u}_{l,j} = u_{l-1} + \frac{1}{\sqrt{l}}\Delta_j, \quad (4.18)$$

em que  $l$  é o número da iteração ( $l > 0$ ) e  $\Delta_j$  é um vetor de perturbações; embora comumente se use uma distribuição Gaussiana para se gerar  $\Delta_j$  [160], é utilizado nesta pesquisa um vetor de distribuição uniforme que cobre o intervalo de -50 % a 50 % do maior intervalo operacional de cada poço. Como exemplo, um poço com restrições de controle representadas pelo intervalo de 200 a 400 bar terá como limites da distribuição uniforme para  $\Delta_j$  os valores de -100 bar e 100 bar. Vale destacar que a contribuição de  $\Delta_j$  cai na proporção inversa ao número da iteração, fato evidenciado pelo termo  $1/\sqrt{l}$ . Para a primeira iteração, em que  $l = 1$ , toma-se o mesmo controle que seria obtido para o controle reativo. São geradas, nesta fase,  $N_j$  perturbações.

2. **Simulação e Cálculo Inicial do VPLM:** As perturbações  $\hat{u}_{l,j}$  são simuladas, empregando-se  $N_w$  janelas de predição, aplicando-se as mesmas em um conjunto de  $N_e$  modelos geológicos aleatórios, que representam as incertezas do reservatório. Calcula-se o VPLM total na iteração  $l$  para cada modelo, utilizando-se a Equação (3.14) para cada poço e fazendo-se a soma cumulativa.
3. **Método do Gradiente Ascendente:** As perturbações dos controles e os VPLMs calculados são utilizados para se encontrar a direção de subida  $d_l$ , dada por

$$d_l = \frac{1}{N_e N_j \|\Delta J\|_\infty} \sum_{k=1}^{N_e} \left( \sum_{j=1}^{N_j} (\hat{u}_{l,j} - u_{l-1}) (J(m_k, \hat{u}_{l,j}) - J(m_k, u_{l-1})) \right), \quad (4.19)$$

em que  $m_k$  é o  $k$ -ésimo modelo e  $J(\cdot)$  é a função custo, representada pelo VPLM total. A direção de subida é utilizada para se encontrar um conjunto de  $N_i$  controles candidatos a ótimo, dados por

$$\hat{u}_{l,i} = u_{l-1} + \alpha_i d_l, \quad (4.20)$$

em que  $\alpha_i$  é o comprimento de passo da busca na direção do gradiente; para esta pesquisa, o vetor  $\alpha$  é inicializado com os valores 1, 0.85, 0.5 e 0.25.

4. **Escolha do Melhor Controle:** Dos controles  $\hat{u}_{l,i}$  obtidos com o gradiente aproximado e a direção de subida, é escolhido o controle  $u_l$  como aquele que retorna o maior valor do VPLM. Esse controle é incorporado à solução final e salvo como o ponto de partida da próxima iteração.
5. **Avaliação das Condições de Parada:** Simula-se o reservatório com o controle ótimo  $u_l$  e verifica-se o VPL dos poços e do reservatório como um todo. Caso o VPL de algum poço produtor seja negativo, o mesmo é fechado (estratégia reativa). Se o VPL geral do reservatório é negativo, encerra-se o algoritmo, assim como quando o número máximo de iterações é atingido. Caso nenhuma condição de parada seja ativada, procede-se com a próxima iteração.

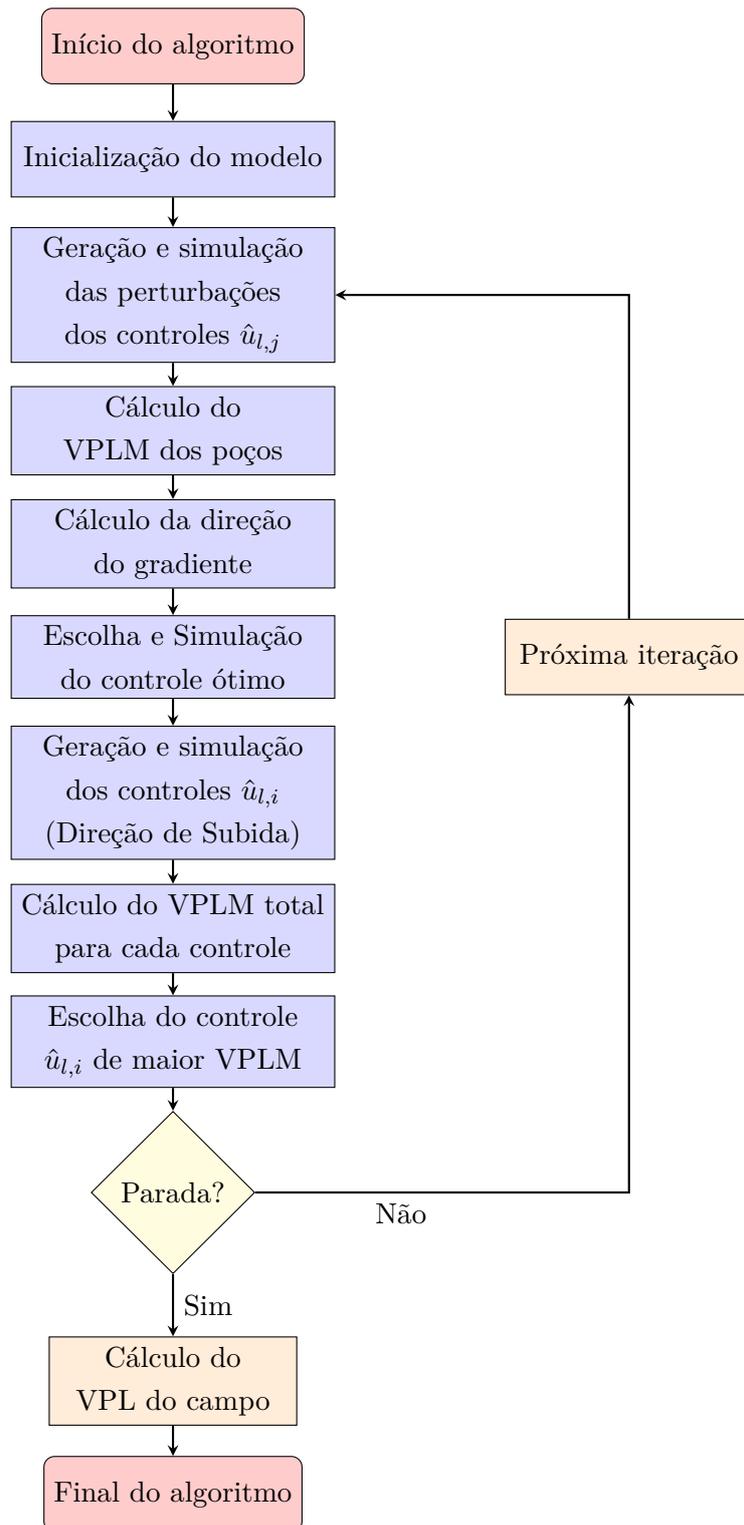


Figura 4.5: Algoritmo StoSAG modificado resumido.

#### 4.7.2 Análise do Número de Simulações

O StoSAG modificado, conforme implementado, consiste em um número maior de passos de simulação que a busca linear, uma vez que a geração de controles segue duas fases no caso

do simplex modificado. Desta forma, considerando-se  $N_l$  iterações e  $N_w$  janelas de predição, e sabendo-se que a fase de perturbação gera  $N_j$  controles e a fase do algoritmo de gradiente ascendente gera  $N_i$  possibilidades, além da simulação do controle ótimo, tem-se que cada modelo necessita de  $N_l N_w (N_i + N_j) + 1$  simulações para ser otimizado. Uma vez que são  $N_e$  modelos distintos, visto que se trata de um algoritmo robusto para casos com incertezas, tem-se que o número total de simulações para o StoSAG modificado é dado por

$$N_s = N_e (N_l N_w (N_i + N_j) + 1). \quad (4.21)$$

Um fato importante a ser destacado é que o algoritmo simplex, embora tenda a apresentar melhores resultados que a busca linear, é mais custoso em número de simulações. Será visto para os modelos utilizados que o número de simulações necessário para o StoSAG modificado é cerca de 4 vezes maior que o caso da busca linear. Mesmo com a paralelização, essa relação é mantida. O tempo necessário para se executar o StoSAG modificado, considerando-se que a máquina tem o potencial de rodar todas as simulações de *span* ao mesmo tempo, é de

$$T_s = 2N_l N_w + 1, \quad (4.22)$$

que, na prática, se repete para o caso da busca linear. Vale ressaltar, contudo, que o StoSAG modificado exigiria uma máquina significativamente mais poderosa para alcançar tal resultado.

## Capítulo 5

# Análise de Resultados dos Algoritmos de Busca Linear

*Este capítulo apresenta tanto os resultados obtidos quanto a análise comparativa e estatística dos mesmos, considerando-se os algoritmos de busca linear aplicados nos modelos estudados. A partir desta análise, procede-se à discussão dos resultados.*

### 5.1 Introdução

Os algoritmos apresentados no Capítulo 4 foram concebidos com vistas a otimizar, do ponto de vista econômico, a produção em um modelo de reservatório, em que incertezas podem ou não estar presentes. A verificação do desempenho dos algoritmos passa pela simulação dos mesmos em diferentes modelos de reservatório e a comparação dos resultados com os *benchmarks* estabelecidos.

A presente pesquisa considerou os modelos *Egg Model* e SPE9, ilustrando, respectivamente, reservatórios *dead-oil* e trifásicos com gás dissolvido. Busca-se, portanto, entender o comportamento das estratégias de otimização com VPLM sob diferentes condições. A ideia é verificar se os algoritmos, em cada modelo (ou conjunto de modelos), resultam em controles que propiciem a maximização do VPL em relação aos casos de controle constante e reativo, sem aumentar significativamente o tempo de vida do reservatório.

Com vistas ao processo de análise dos resultados, serão considerados testes com os modelos base, utilizando o algoritmo de busca linear básico e suas variações, em que a comparação dos resultados é realizada diretamente, e testes com os conjuntos de modelos, com a versão robusta dos algoritmos lineares. Neste caso, para o SPE9 basta a análise gráfica direta e testes de hipóteses, visto que é um conjunto pequeno de realizações; já o caso do *Egg Model* será tratado também com os histogramas, por se tratar de uma coleção significativa de modelos. Em todos os casos, as variáveis de interesse serão o VPL e o tempo de produção, além do custo equivalente em simulações de reservatório.

## 5.2 Estudo de Caso: *Egg Model*

### 5.2.1 Parâmetros de Simulação

Para o teste dos algoritmos envolvendo o *Egg Model*, definem-se alguns parâmetros que são determinantes do VPL e da árvore de busca. Primeiramente, são apresentados na Tabela 5.1 os custos relativos ao cálculo de VPL; vale destacar que, devido às unidades consideradas, as conversões necessárias a serem executadas ocorrem dentro do código, conforme mostrado no Anexo ???. O VPL total é obtido a partir das Equações (3.2), (3.7) e (3.8):

$$NPV = \sum_{i=1}^{N_P} NPV(W_i) - \sum_{j=1}^{N_I} r_{wi} q_{wi,j}, \quad (5.1)$$

em que  $r_{wi}$  é o custo de injeção de água,  $q_{wi,j}$  é a vazão de injeção do poço injetor  $j$ , e  $N_P$  e  $N_I$  são, respectivamente, o número total de produtores e injetores.

Tabela 5.1: Parâmetros do VPL para o *Egg Model*.

Parâmetro	Variável	Valor
Custo do Óleo, Produção	$r_o$	\$ 20,00/stb
Custo da Água, Produção	$r_w$	\$ 3,00/stb
Custo da Água, Injeção	$r_{wi}$	\$ 0,80/stb
Fator de Desconto	$r$	0

Para cada algoritmo a ser implementado, devem-se considerar os seguintes fatores: tempo máximo de simulação, que é representado em número de iterações e comprimento do passo; parâmetros para cálculo de  $\delta_W$ , específicos para cada algoritmo, nos casos de variação não-fixa; e parâmetros de restrição de produtores, e os aplicados para os casos com restrições de campo. A Tabela 5.2 apresenta os parâmetros configurados para o *Egg Model*. Além disso, define-se o  $\epsilon$  do VPLM, de acordo com a Equação (3.14), com o valor de 0.01, e a vazão máxima de injeção é de  $60m^3/\text{dia}$ . Para efeitos de simplificação, os algoritmos lineares aplicados serão denominados de linear fixo para o caso do fator de variação  $\delta_W$  ser calculado pela Equação (4.3), linear variável para  $\delta_W$  resultante da Equação (4.6), e linear alternativo para  $\delta_W$  proveniente da Equação (4.10).

Tabela 5.2: Parâmetros de Simulação para o *Egg Model*.

Parâmetro	Valor
Passo de Tempo	90 dias
Máximo de Iterações	40
<i>Span</i> da Árvore de Busca	9
<b>Parâmetros da Equação (4.6)</b>	
$k_\delta$	7.5
$k_{min}$	0.001
$k_s$	0.01
<b>Parâmetros da Equação (4.10)</b>	
$k_\delta$	50
$k_{min}$	0.1
<b>Limites de Controle dos Produtores</b>	
Valor Mínimo	350 bar
Valor Máximo	400 bar
<b>Restrições de Campo</b>	
Vazão Máxima de Óleo	400 $m^3$ /dia
Vazão Máxima de Água	400 $m^3$ /dia
Vazão Máxima de Líquido	450 $m^3$ /dia

### 5.2.2 Caso com Uma Realização

Para o estudo de caso do *Egg Model* com uma realização, considerou-se o modelo base proposto em [157]; A análise é feita por comparação gráfica direta, e pelo cálculo do percentual de melhoria do VPL em relação aos casos *benchmark*. A primeira parte do estudo consistiu na execução do modelo base do *Egg Model* sem restrições de campo. A Figura 5.1a mostra a evolução do VPL de cada caso, contando o controle constante e o reativo, enquanto que a Figura 5.1b mostra, no detalhe, os resultados finais para cada caso.

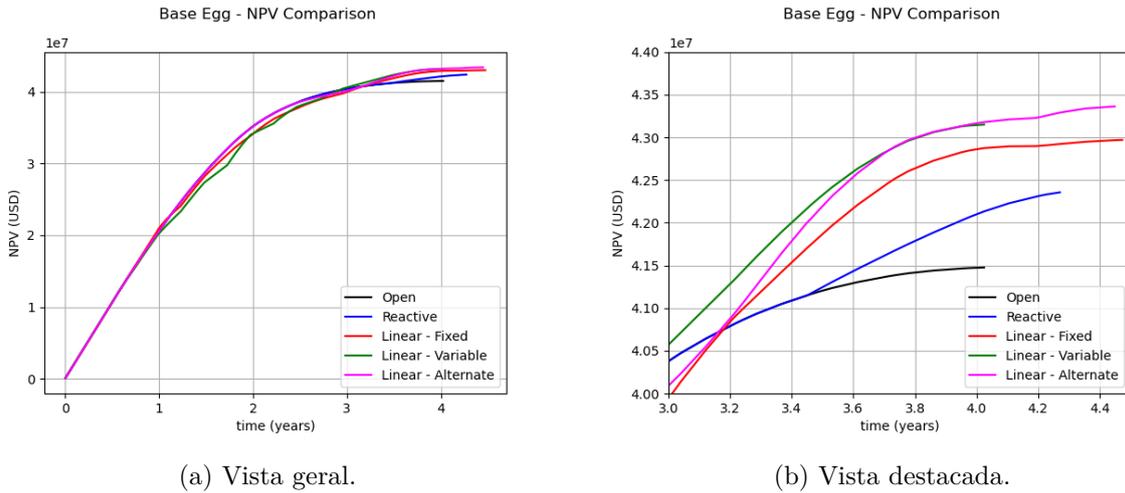


Figura 5.1: Comparação dos VPLs resultantes para o caso base do *Egg Model*.

Nota-se que, em termos de VPL, todas as variações da busca linear apresentam melhores resultados que os casos constante e reativo; o melhor algoritmo nesse quesito foi o linear alternativo, enquanto que o pior foi o linear fixo. Em termos de tempo, o pior algoritmo foi o linear fixo, enquanto que o melhor foi o linear variável. Destaca-se que este último não só foi o melhor em questão de menor tempo de produção, como conseguiu ser melhor que o reativo nesse caso. A Tabela 5.3 apresenta um estudo dos VPLs resultantes, evidenciando também o percentual de melhoria em relação aos *benchmarks*; já a Tabela 5.4 apresenta uma comparação análoga para os tempos de produção, com o percentual de incremento em relação aos casos constante e reativo. O percentual negativo encontrado no caso do algoritmo linear variável, em termos de tempo de produção, indica que a técnica utilizada apresenta não só tempo de produção menor que o reativo, como o tempo é o mesmo do caso de controle constante.

Tabela 5.3: Comparativo de VPL para o caso base do *Egg Model*.

Algoritmo	VPL ( $\times 10^6$ USD)	Melhoria / Constante (%)	Melhoria / Reativo (%)
Constante	41.48	—	—
Reativo	42.37	2.17	—
Linear Fixo	42.97	3.61	1.41
Linear Variável	43.15	4.04	1.83
Linear Alternativo	43.36	4.55	2.33

Tabela 5.4: Comparativo de tempo de produção para o caso base do *Egg Model*.

Algoritmo	Tempo (anos)	Aumento / Constante (%)	Aumento / Reativo (%)
Constante	4.11	—	—
Reativo	4.35	6.00	—
Linear Fixo	4.52	10.00	3.77
Linear Variável	4.11	0.00	-5.66
Linear Alternativo	4.47	8.93	2.77

Com base nos dados apresentados, pode-se concluir que, no estudo da realização base do *Egg Model* sem restrições, o algoritmo linear variável apresentou o melhor conjunto de resultados de VPL e tempo, enquanto que o linear fixo foi o pior. O algoritmo linear alternativo, embora tenha apresentado o melhor VPL, apresentou um dos maiores tempos de produção; por isso, aparece atrás do linear variável na classificação. Os controles aplicados nos produtores, para cada caso com controle não constante, aparecem na Figura III.3.

A segunda parte do estudo de caso envolvendo a realização base do *Egg Model* envolveu a aplicação de restrições de campo, relativas à vazão de óleo, água e líquido total. Além do VPL e do tempo, deve-se analisar o comportamento da produção em relação às restrições aplicadas, o que é feito com o cálculo e a comparação dos valores de  $\psi_\alpha(t)$  e  $\psi(t)$ , calculados conforme escrito na Seção 4.6. Para esta análise, não se considerou o caso de controle constante, uma vez que o mesmo pressupõe a não-intervenção no controle dos injetores.

Primeiramente, foi feita a análise do VPL e do tempo de produção de cada algoritmo aplicado, com as restrições de campo. As Figuras 5.2a e 5.2b mostram, respectivamente, as vistas geral e detalhada do VPL de cada algoritmo.

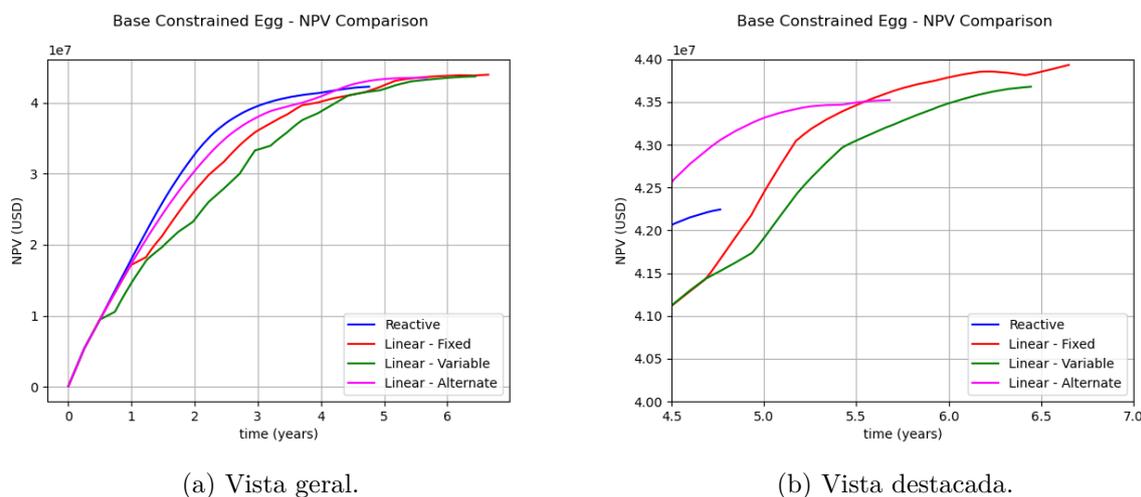


Figura 5.2: Comparação dos VPLs resultantes para o caso base do *Egg Model* com restrições de campo.

Nota-se, no caso em são consideradas as restrições de campo, que o algoritmo mais rápido é o reativo, enquanto que a busca linear fixa apresenta os maiores tempos de produção e VPL. Todos os métodos de busca empregados superam o reativo, tanto em tempo quanto em VPL; a Tabela 5.5 apresenta um estudo dos VPLs resultantes e o percentual de melhoria em relação ao reativo, enquanto que a Tabela 5.6 mostra uma comparação análoga para os tempos de produção, com o percentual de incremento em relação ao caso reativo.

Tabela 5.5: Comparativo de VPL para o caso base com restrições de campo do *Egg Model*.

<b>Algoritmo</b>	<b>VPL (<math>\times 10^6</math> USD)</b>	<b>Melhoria / Reativo (%)</b>
Reativo	42.26	—
Linear Fixo	43.93	3.96
Linear Variável	43.68	3.37
Linear Alternativo	43.52	2.99

Tabela 5.6: Comparativo de tempo de produção para o caso base com restrições de campo do *Egg Model*.

<b>Algoritmo</b>	<b>Tempo (anos)</b>	<b>Aumento / Reativo (%)</b>
Reativo	4.85	—
Linear Fixo	6.65	37.29
Linear Variável	6.49	33.90
Linear Alternativo	5.71	17.74

Pode-se afirmar, com a análise dos dados obtidos, que embora o algoritmo de busca linear fixa seja o melhor em termos de VPL, o mesmo é o mais lento em termos de produção, enquanto que o algoritmo mais rápido, o busca linear alternativo, possui o pior VPL. Desta maneira, a escolha do melhor algoritmo depende de qual variável de interesse possui maior importância na produção do reservatório.

Além da análise do VPL e do tempo de produção, é necessário que se verifique se as restrições de campo foram cumpridas ao longo da simulação. Devido à alta sensibilidade numérica do simulador no primeiro passo de tempo, é natural que essas condições sejam desrespeitadas; contudo, deve-se verificar que as vazões não passam dos limites estabelecidos nas iterações subsequentes. Essa verificação se dá por meio do cálculo das razões de restrição.

A Figura 5.3 mostra a evolução da razão crítica de restrição no tempo para os casos irrestrito e restrito, enquanto que a Figura III.1 mostra as razões para cada fase produzida. O primeiro resultado desejado é que  $\psi(t)$  seja sempre menor no caso com restrições, o que é válido para o caso analisado. Nota-se também que, a menos das primeiras iterações e alguns picos, o valor de  $\psi(t)$  é menor do que 1 durante a evolução do reservatório, sinalizando o respeito geral às restrições de campo, conforme o esperado, para todos os algoritmos.

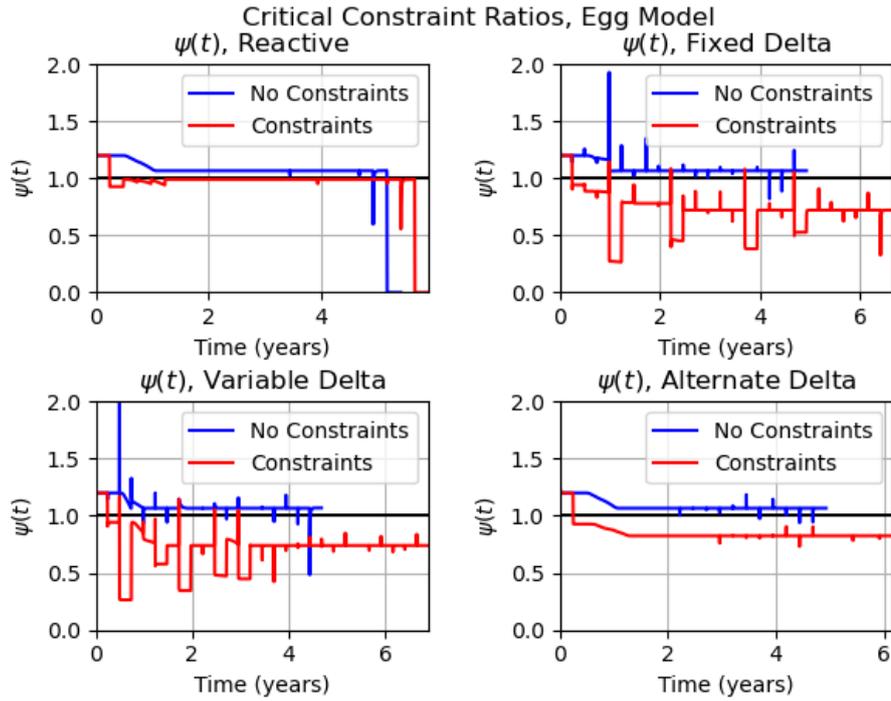


Figura 5.3: Razão de Restrição Crítica para o caso base do *Egg Model*.

### 5.2.3 Caso com Incertezas

No que concerne aos casos com incertezas, os algoritmos de busca linear, nas suas variantes, foram estendidos de forma a também considerar a otimização robusta da produção; neste caso, um único controle deve ser obtido para todas as realizações de um modelo de reservatório. No caso do *Egg Model*, foi considerado o conjunto de 100 realizações apresentado em [5]. Como há incertezas no modelo, o mesmo pode ser estendido ao VPL, por exemplo; portanto, a análise dos algoritmos não pode ser feita apenas da maneira direta.

Desta forma, serão realizados, além de comparações diretas de média, testes estatísticos para se investigar os efeitos dos algoritmos e também análises gráficas, como a de histogramas para se estudar o comportamento das distribuições das variáveis de interesse para cada algoritmo, e os gráficos residuais para se observar se os conjuntos de dados analisados são NIID, conforme explicado no Capítulo 3. A nomenclatura dos algoritmos segue o estudo de caso da realização base, adicionando-se os termos *independente* ou *robusto*, que são aplicados nos algoritmos que resultam múltiplos controles ou um único controle, respectivamente. Em todos os métodos estatísticos, se considera um nível de significância de 95 %, equivalente a dois desvios-padrão.

A primeira análise a ser realizada com os resultados do *Egg Model* considerando as 100 realizações consiste nos histogramas de VPL e tempo, e na comparação direta de médias. A Figura 5.4 mostra todos os histogramas para cada caso de algoritmo, separados pelo tipo de variação dos controles, comparando cada caso com o controle constante e o reativo. Infere-se que, a partir dos histogramas, embora todos os algoritmos apresentem resultado melhor do que os *benchmarks*,

o desempenho dos algoritmos robustos tende a ser inferior ao dos independentes, tanto em VPL quanto em tempo. As Tabelas 5.7 e 5.8 apresentam, respectivamente, os dados médios de VPL e de tempo em todos os casos, corroborando a inferência anterior.

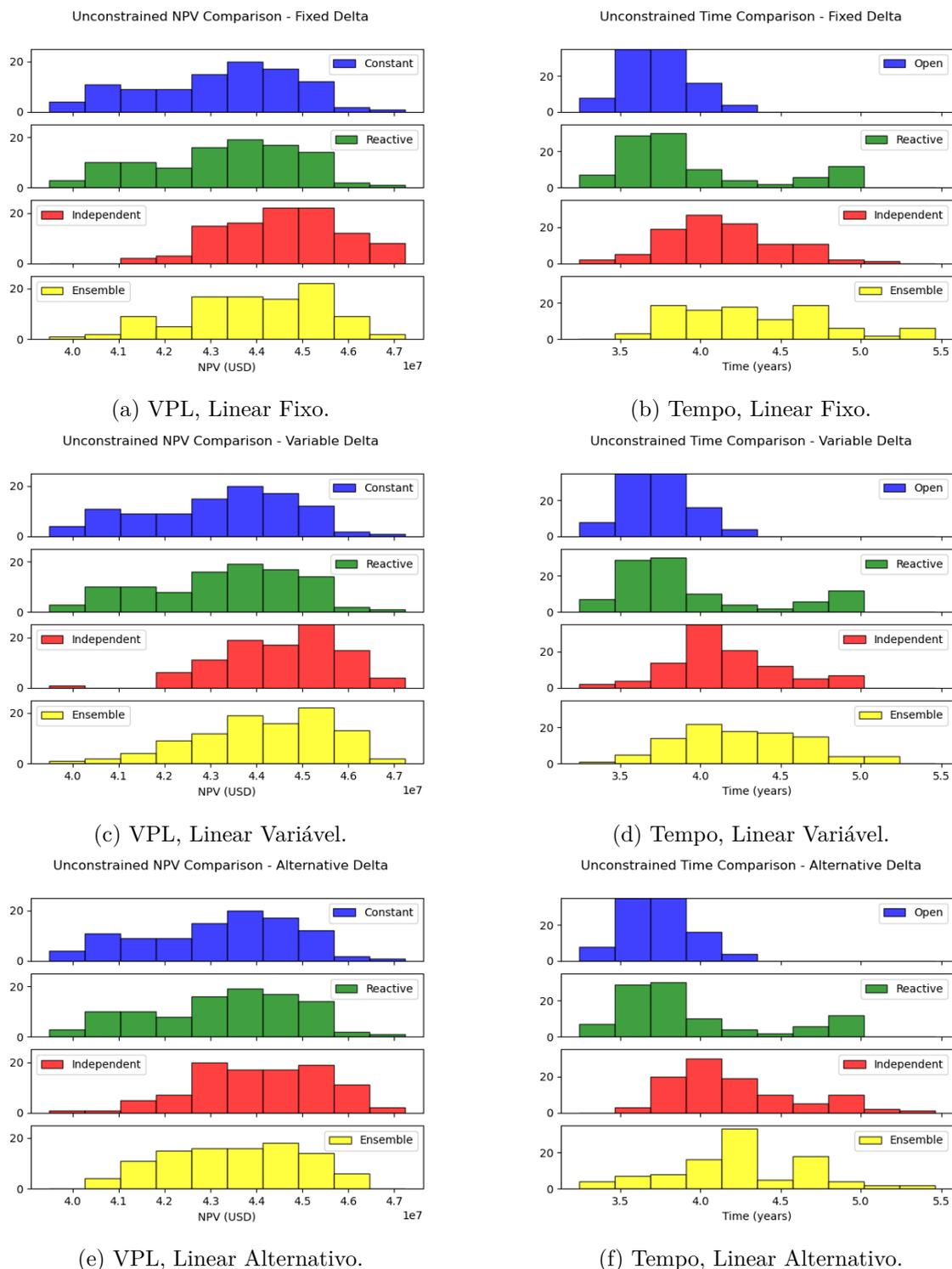


Figura 5.4: Histogramas comparativos para os casos irrestritos do *Egg Model*.

Tabela 5.7: Comparativo de VPL para o caso com incertezas do *Egg Model*.

<b>Algoritmo</b>	<b>VPL Médio (<math>\times 10^6</math> USD)</b>	<b>Melhoria / Constante (%)</b>	<b>Melhoria / Reativo (%)</b>
Constante	43.15	—	—
Reativo	43.24	0.22	—
<b>Busca Linear Fixa</b>			
Independente	44.57	3.31	3.07
Robusta	43.93	1.82	1.59
<b>Busca Linear Variável</b>			
Independente	44.57	3.29	3.06
Robusta	44.15	2.33	2.10
<b>Busca Linear Alternativa</b>			
Independente	44.06	2.12	1.89
Robusta	43.51	0.85	0.63

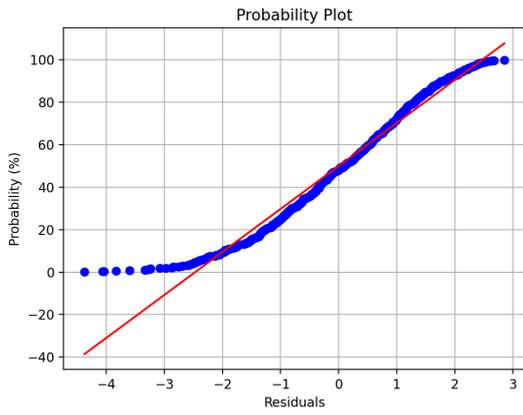
Tabela 5.8: Comparativo de tempo de produção para o caso com incertezas do *Egg Model*.

<b>Algoritmo</b>	<b>Tempo Médio (anos)</b>	<b>Aumento / Constante (%)</b>	<b>Aumento / Reativo (%)</b>
Constante	3.72	—	—
Reativo	3.93	5.51	—
<b>Busca Linear Fixa</b>			
Independente	4.15	11.38	5.57
Robusta	4.35	16.70	10.61
<b>Busca Linear Variável</b>			
Independente	4.17	11.87	6.04
Robusta	4.27	14.63	8.65
<b>Busca Linear Alternativa</b>			
Independente	4.21	13.03	7.13
Robusta	4.25	14.17	8.21

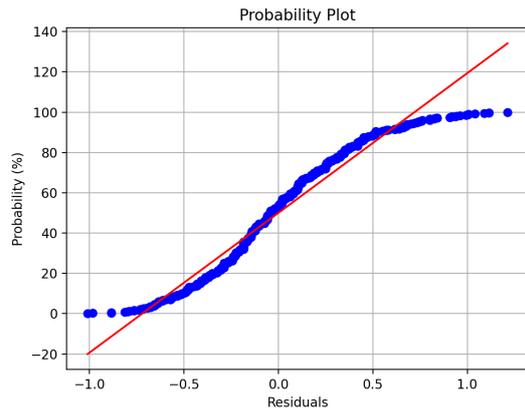
Para se confirmar o fato de que os algoritmos independentes retornam melhores resultados que os robustos, e que estes últimos batam os resultados dos *benchmarks*, é necessário que se faça uma análise do ponto de vista estatístico. Nesta pesquisa, serão realizadas duas técnicas com os dados: uma ANOVA, definida no Anexo I, Seção I.4, sobre os resultados dos VPLs das 100 realizações, para todos os algoritmos empregados, e testes de hipóteses comparando, em cada tipo de variação de controle, as técnicas independente e robusta, os métodos independentes entre si, e os métodos robustos entre si. Busca-se com a ANOVA investigar se o tipo de algoritmo tem relevância nos resultados de VPL e de tempo, e com os testes de hipóteses o objetivo é determinar, para cada caso, qual o melhor algoritmo.

Uma condição para que se possa realizar a ANOVA é que os dados sejam normal, independente e identicamente distribuídos (NIID); de acordo com [167], os gráficos residuais de probabilidade e

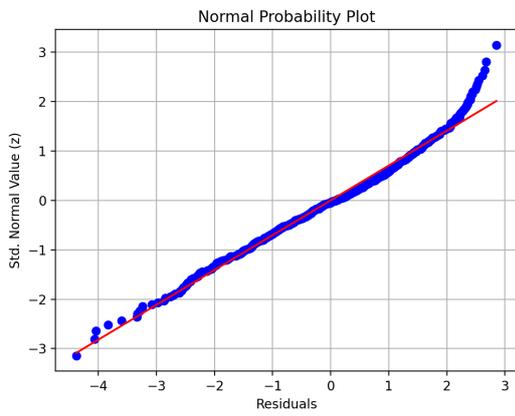
de dispersão permitem a inferência dessa condição sobre os dados, além de permitir a identificação de *outliers*, ou dados que fogem da distribuição. A Figura 5.5 apresenta os gráficos residuais para a análise da distribuição, tanto de VPL quanto de tempo, dos resultados dos algoritmos. Das curvas de probabilidade, se conclui que, uma vez que os dados se encontram próximos à reta de distribuição e a curva segue uma forma sigmoide, os dados são NIID; além disso, a partir dos dados residuais, não é possível observar com clareza a existência de *outliers*. O fato de que os dados de VPL e de tempo sejam NIID permite a realização de uma ANOVA para cada variável, considerando-se os algoritmos implementados. As Tabelas 5.9 e 5.10 apresentam, respectivamente, as ANOVAs realizadas para o VPL, em milhões de USD, e para o tempo de produção, em anos, considerando-se cada algoritmo aplicado como um tratamento.



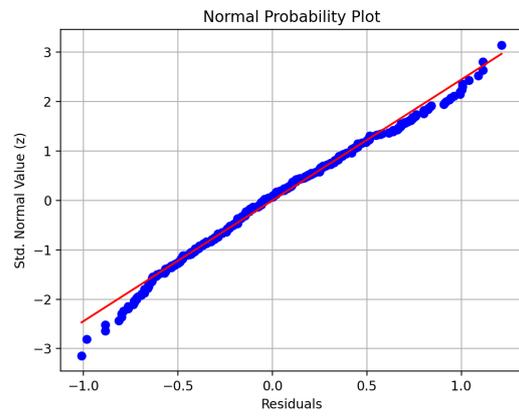
(a) Probabilidade Normal, VPL.



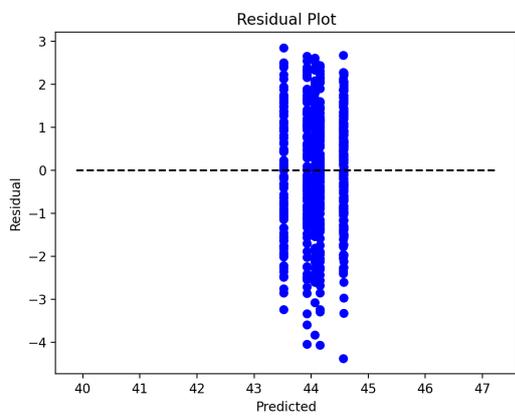
(b) Probabilidade Normal, Tempo.



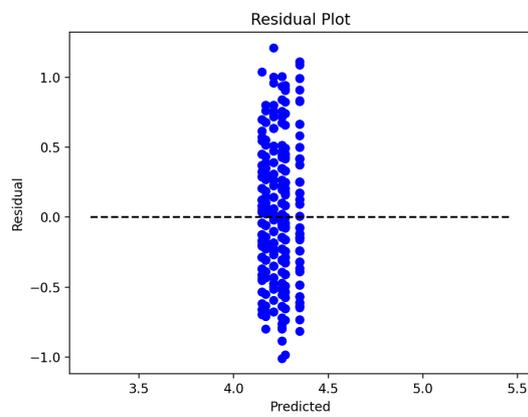
(c) Probabilidade Normal Padrão, VPL.



(d) Probabilidade Normal Padrão, Tempo.



(e) Dispersão Residual, VPL.



(f) Dispersão Residual, Tempo.

Figura 5.5: Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso irrestrito do *Egg Model*.

Tabela 5.9: ANOVA dos VPLs dos algoritmos aplicados no *Egg Model*, caso irrestrito.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	80.99	5	16.20	8.11
Erro	1186.65	594	2.00	
Total	1267.64	599		

Tabela 5.10: ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos aplicados no *Egg Model*, caso irrestrito.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	2.67	5	0.53	3.20
Erro	99.24	594	0.17	
Total	101.90	599		

Considerando-se um nível de significância de 95 %, para que haja alguma média de tratamentos que seja significativamente diferente das demais, o valor da estatística F deve ser tal que o p-valor seja menor que 5 %. No caso do VPL, o p-valor correspondente a  $F_{5,594} = 8.11$  é equivalente a  $2.05 \times 10^{-5}$  %, enquanto que no caso do tempo o p-valor de  $F_{5,594} = 3.20$  é igual a 0.74 %; em ambos os casos, rejeita-se a hipótese nula da ANOVA, isto é, não há como afirmar que todas as médias dos algoritmos sejam iguais entre si. Conclui-se, com esta análise, que a aplicação de uma variante de algoritmo específica tem efeito significativo tanto no VPL quanto no tempo de produção.

Foi visto, com a análise das médias, que a média dos casos independentes foi superior em VPL e tempo em relação aos casos robustos. A confirmação desse fato se dá por meio de testes de hipóteses. Para cada variação de controle implementada, sejam  $\mu_{ind}$  e  $\mu_{ens}$ , respectivamente, as médias de VPL (ou tempo), dos casos independente e robusto. O teste a ser aplicado, no caso do VPL considera as seguintes hipóteses:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{ind} = \mu_{ens} \\ H_1 &: \mu_{ind} > \mu_{ens}; \end{aligned} \tag{5.2}$$

já no caso do tempo, o teste toma a forma

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{ind} = \mu_{ens} \\ H_1 &: \mu_{ind} < \mu_{ens}. \end{aligned} \tag{5.3}$$

Uma vez que se trata de um teste de hipóteses sobre a média, a estatística utilizada é a t de Student; a Tabela 5.11 mostra os resultados obtidos em termos da estatística resultante e do p-valor para o VPL, enquanto que a Tabela 5.12 mostra os resultados dos testes sobre o tempo. É importante frisar que, a respeito dos resultados dos testes, quanto menor é o valor da estatística  $t_0$ , o p-valor aumenta no caso dos testes de tempo, mas diminui nos testes de VPL; quanto menor

o p-valor, mais alta é a probabilidade de se rejeitar a hipótese  $H_0$ , que é a hipótese de igualdade das médias.

Em termos de VPL, verifica-se a rejeição da hipótese nula em todos os casos, enquanto que, no caso do tempo, a hipótese nula não pode ser rejeitada no caso de busca linear alternativa; neste único caso, o emprego da técnica independente ou robusta não é significativo no resultado. Conclui-se, com os testes apresentados, que a tendência observada de que os métodos independentes tiveram um desempenho superior às técnicas robustas não pode ser rejeitada estatisticamente.

Tabela 5.11: Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca independentes e robustos irrestritos do *Egg Model*.

<b>Método de Busca</b>	<b>t<sub>0</sub></b>	<b>P-valor</b>
Linear Fixo	3.225	0.07 %
Linear Variável	2.115	1.78 %
Linear Alternativo	2.682	0.40 %

Tabela 5.12: Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca independentes e robustos irrestritos do *Egg Model*.

<b>Método de Busca</b>	<b>t<sub>0</sub></b>	<b>P-valor</b>
Linear Fixo	-3.343	0.05 %
Linear Variável	-1.910	2.88 %
Linear Alternativo	-0.702	24.17 %

A segunda bateria de testes de hipótese busca comparar os resultados dos algoritmos de busca independente entre si; observando-se a Tabela 5.7, toma-se o método de busca linear fixo como o melhor em termos de VPL. Sendo  $\mu_{fix}$ ,  $\mu_{var}$  e  $\mu_{alt}$ , respectivamente, as médias dos casos linear fixo, variável e alternativo, os testes de VPL a serem aplicados são unicaudais, em que a hipótese alternativa é a significância da superioridade do VPL da busca linear fixa. No caso do tempo, a Tabela 5.8 mostra que o menor tempo de produção dos casos independentes é a busca fixa; portanto, os testes de hipóteses buscam validar esse fato. Os testes de hipóteses são dados por

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{fix} = \mu_{var} \\ H_1 &: \mu_{fix} > \mu_{var} \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{fix} = \mu_{alt} \\ H_1 &: \mu_{fix} > \mu_{alt}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

para o caso de VPL, e

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{fix} = \mu_{var} \\ H_1 &: \mu_{fix} < \mu_{var} \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned}
H_0 &: \mu_{fix} = \mu_{alt} \\
H_1 &: \mu_{fix} < \mu_{alt},
\end{aligned}
\tag{5.7}$$

no caso do tempo. As Tabelas 5.13 e 5.14 mostram, em seqüência, os resultados dos testes relativos ao VPL e ao tempo. Nota-se que, no caso do VPL, a única conclusão a ser feita é de que, no caso das buscas independentes, o caso linear alternativo é o pior, enquanto que os outros dois empatam tecnicamente, devido ao fato da hipótese nula não poder ser rejeitada. No caso da comparação de tempo, como nenhum p-valor foi inferior a 5 %, não é possível determinar um método de busca linear independente que seja o melhor no quesito tempo de produção. Considerando-se as duas variáveis, há empate entre os algoritmos de busca fixa e variável como o melhor entre as técnicas de busca independente.

Tabela 5.13: Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca independentes entre si do *Egg Model* sem restrições.

Teste	t <sub>0</sub>	P-valor
Fixo x Variável	0.041	48.35 %
Fixo x Alternativo	2.680	0.40 %

Tabela 5.14: Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca independentes entre si do *Egg Model* sem restrições.

Teste	t <sub>0</sub>	P-valor
Fixo x Variável	-0.372	35.50 %
Fixo x Alternativo	-1.145	12.68 %

Comparados os métodos de busca independentes, a próxima análise envolve os testes de hipótese entre os métodos robustos, que é conduzido de maneira análoga ao teste comparativo das buscas independentes. Por meio das Tabelas 5.7 e 5.8, os algoritmos robustos tomados como referência dos testes são o busca linear variável para o VPL e o busca linear alternativa para o tempo. Os testes de hipóteses realizados são

$$\begin{aligned}
H_0 &: \mu_{var} = \mu_{fix} \\
H_1 &: \mu_{var} > \mu_{fix} \text{ e}
\end{aligned}
\tag{5.8}$$

$$\begin{aligned}
H_0 &: \mu_{var} = \mu_{alt} \\
H_1 &: \mu_{var} > \mu_{alt},
\end{aligned}
\tag{5.9}$$

para o caso de VPL, e

$$\begin{aligned}
H_0 &: \mu_{alt} = \mu_{fix} \\
H_1 &: \mu_{alt} < \mu_{fix} \text{ e}
\end{aligned}
\tag{5.10}$$

$$\begin{aligned}
H_0 &: \mu_{alt} = \mu_{var} \\
H_1 &: \mu_{alt} < \mu_{var},
\end{aligned}
\tag{5.11}$$

para o caso do tempo. As Tabelas 5.15 e 5.16 mostram os resultados dos testes. Nota-se que, assim como no caso dos métodos de busca independente, a hipótese nula de que os algoritmos não têm efeito significativo no tempo de produção não pode ser rejeitada. Já no caso do VPL, pode-se identificar o pior algoritmo robusto dos testes realizados, que foi a busca linear alternativa. O melhor algoritmo, tirado da comparação direta e analisando-se os testes, foi a busca linear variável entre os casos robustos.

Tabela 5.15: Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca robustos entre si do *Egg Model* sem restrições.

Teste	t <sub>0</sub>	P-valor
Variável x Fixo	1.036	15.08 %
Variável x Alternativo	3.074	0.12 %

Tabela 5.16: Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca robustos entre si do *Egg Model* sem restrições.

Teste	t <sub>0</sub>	P-valor
Alternativo x Fixo	-1.452	7.40 %
Alternativo x Variável	-0.289	38.64 %

Admitindo-se a existência das restrições de campo, os algoritmos empregados no conjunto de realizações do *Egg Model* passam pelas mesmas análises do caso irrestrito, desconsiderando-se o caso de controle constante. Primeiramente, é feita a análise gráfico por histogramas de cada caso e a comparação direta das médias de VPL e de tempo de produção. Assume-se, a partir dos resultados do caso base, que a razão crítica  $\psi(t)$  para cada realização indica que as restrições de campo são cumpridas. A Figura 5.6 apresenta os histogramas, enquanto que as Tabelas 5.17 e 5.18 mostram os dados resultantes, em termos de média. A análise dos histogramas e das tabelas de dados permite a tomada das seguintes conclusões no caso com restrições:

- Tanto os VPLs quanto os tempos de produção são maiores do que os casos sem restrições de campo;
- É nítida a presença de *outliers* de tempo em todos os casos de busca independentes, analisando-se os histogramas;
- O melhor algoritmo independente foi a busca fixa, enquanto que o melhor robusto foi a busca variável, em termos de VPL;

- Em termos de tempo, os algoritmos robustos foram os melhores, sendo o busca alternativa o melhor de todos, embora seja também o pior em termos de VPL.

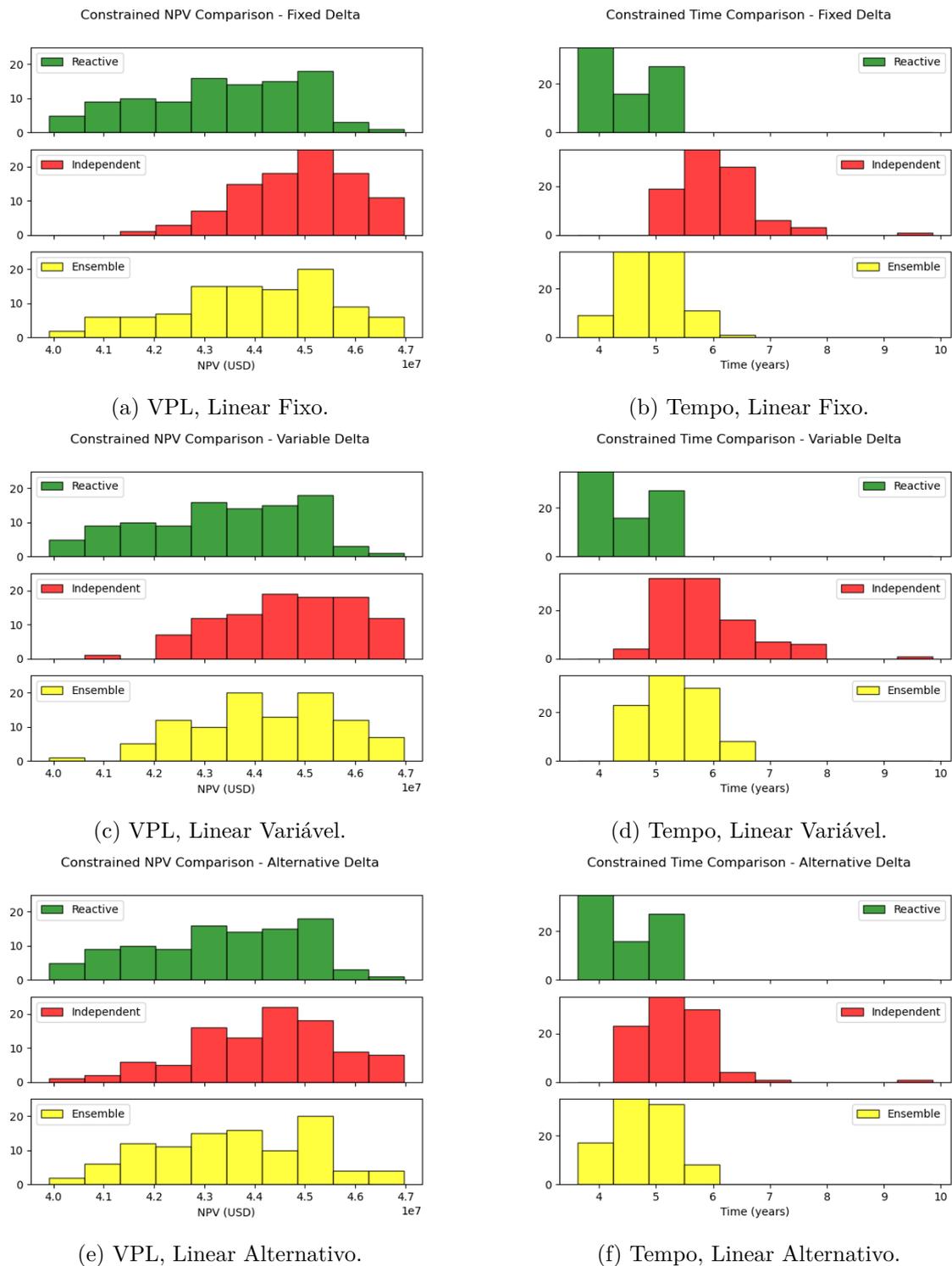


Figura 5.6: Histogramas comparativos para os casos com restrição de campo do *Egg Model*.

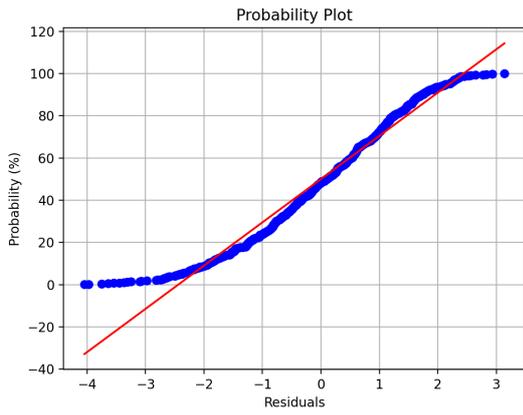
Tabela 5.17: Comparativo de VPL para o caso com incertezas do *Egg Model*, com restrições de campo.

<b>Algoritmo</b>	<b>VPL Médio (<math>\times 10^6</math> USD)</b>	<b>Melhoria / Reativo (%)</b>
Reativo	43.35	—
<b>Busca Linear Fixa</b>		
Independente	44.89	3.57
Robusta	43.95	1.38
<b>Busca Linear Variável</b>		
Independente	44.67	3.05
Robusta	44.25	2.08
<b>Busca Linear Alternativa</b>		
Independente	44.24	2.05
Robusta	43.56	0.50

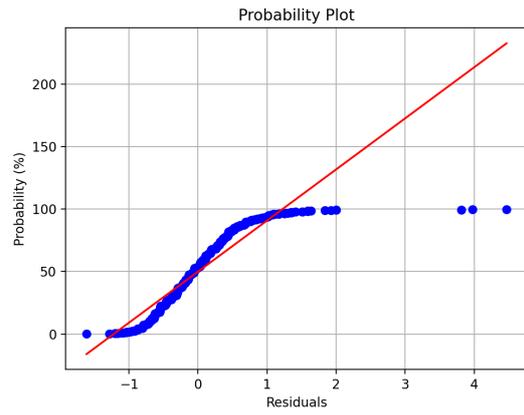
Tabela 5.18: Comparativo de tempo de produção para o caso com incertezas do *Egg Model*, com restrições de campo.

<b>Algoritmo</b>	<b>Tempo Médio (anos)</b>	<b>Aumento / Reativo (%)</b>
Reativo	4.43	—
<b>Busca Linear Fixa</b>		
Independente	6.05	36.47
Robusta	4.91	10.75
<b>Busca Linear Variável</b>		
Independente	5.89	32.83
Robusta	5.33	20.15
<b>Busca Linear Alternativa</b>		
Independente	5.40	21.72
Robusta	4.78	7.78

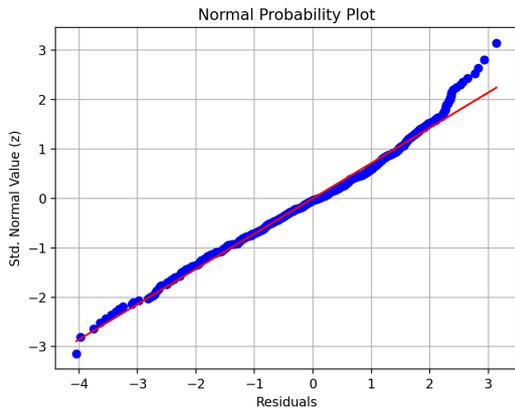
Além da comparação direta de resultados, foi realizada uma ANOVA para o VPL e uma para o tempo de produção, considerando-se os algoritmos implementados com as restrições de campo. Antes, foi feita uma análise gráfica dos resíduos, conforme mostra a Figura 5.7; nota-se, juntamente com o comportamento NIID dos dados, a presença de *outliers* nos gráficos de tempo, ratificando o que foi visto nos histogramas. As Tabelas 5.19 e 5.20 apresentam as ANOVAs realizadas, respectivamente, para o VPL e para o tempo de produção.



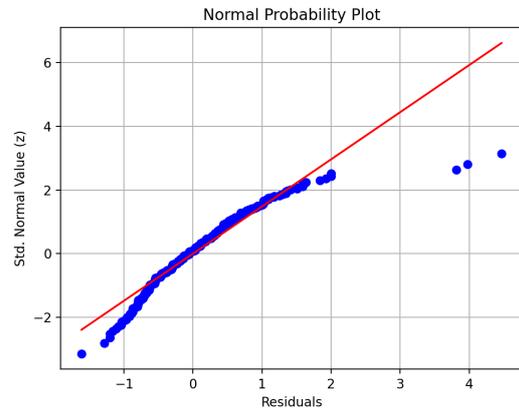
(a) Probabilidade Normal, VPL.



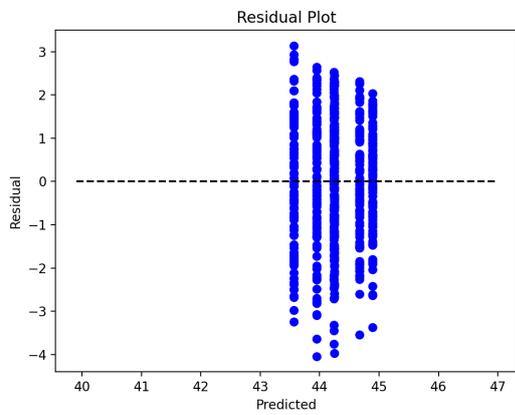
(b) Probabilidade Normal, Tempo.



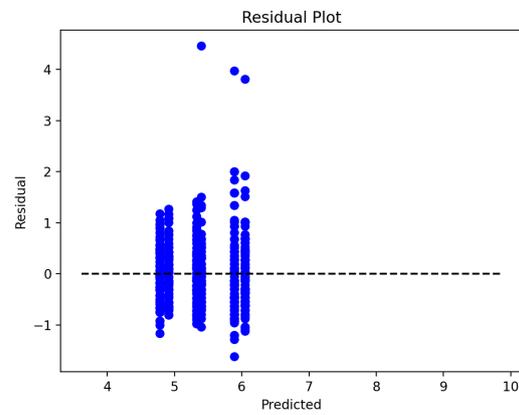
(c) Probabilidade Normal Padrão, VPL.



(d) Probabilidade Normal Padrão, Tempo.



(e) Dispersão Residual, VPL.



(f) Dispersão Residual, Tempo.

Figura 5.7: Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso com restrições do *Egg Model*.

Tabela 5.19: ANOVA dos VPLs dos algoritmos aplicados no *Egg Model*, caso com restrições.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	115.21	5	23.04	11.81
Erro	1158.47	594	1.95	
Total	1273.68	599		

Tabela 5.20: ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos aplicados no *Egg Model*, caso com restrições.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	129.29	5	25.86	61.88
Erro	248.20	594	0.42	
Total	377.48	599		

Observando-se as estatísticas  $F$  em cada ANOVA realizada, e comparando-as com as já obtidas pelas ANOVAs dos casos sem restrição, pode-se concluir, por observação direta e conhecendo-se o comportamento da distribuição F de Snedecor, que para ambos os casos calculados, tem-se o p-valor menor que  $10^{-4}$  %. Este fato faz com que a hipótese nula deva ser rejeitada, isto é, a escolha do algoritmo traz contribuição significativa em ambas as variáveis de interesse.

Uma vez que as ANOVAs determinaram rejeição da hipótese de igualdade geral de médias, procede-se, assim como nos casos irrestritos, com a análise por testes de hipótese, em que a primeira se trata da comparação, para cada tipo de busca linear, entre os algoritmos independente e robusto, por meio das médias  $\mu_{ind}$  e  $\mu_{ens}$ ; ambos os testes se dão pela Equação (5.2), uma vez que, no caso de tempo, os tempos dos casos robustos possuem médias menores. As Tabelas 5.21 e 5.22, mostram, em ordem, os testes para as médias de VPL e de tempo. Fica evidente que, em todos os casos, a hipótese nula deve ser rejeitada; conseqüentemente, é possível afirmar que os algoritmos independentes se comportam melhor que os robustos em termos de VPL, mas pior em termos de tempo de produção.

Este resultado é esperado, uma vez que mostra que a otimização com conhecimento exato do reservatório traz melhores resultados do que a mesma levando em consideração o caso com incertezas. Os valores da estatística  $t$ , particularmente nos testes de hipótese envolvendo o tempo, são altos o suficiente para se rejeitar a hipótese nula até em níveis de significância maiores; salvo o caso linear variável,  $H_0$  poderia ser seguramente rejeitada, nos testes executados, em um nível de significância de até mesmo 99.99 %, devido aos baixos p-valores encontrados.

Tabela 5.21: Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca independentes e robustos com restrições do *Egg Model*.

Método de Busca	$t_0$	P-valor
Linear Fixo	4.890	< 0.01 %
Linear Variável	2.200	1.45 %
Linear Alternativo	3.239	< 0.01 %

Tabela 5.22: Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca independentes e robustos com restrições do *Egg Model*.

Método de Busca	$t_0$	P-valor
Linear Fixo	12.937	< 0.01 %
Linear Variável	5.580	< 0.01 %
Linear Alternativo	7.302	< 0.01 %

Para o teste de hipóteses entre os algoritmos de busca independente, selecionam-se como os melhores algoritmos de busca fixa para o VPL e a alternativa para o tempo. Os testes de hipóteses para este estudo são

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{fix} = \mu_{var} \\ H_1 &: \mu_{fix} > \mu_{var} \text{ e} \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{fix} = \mu_{alt} \\ H_1 &: \mu_{fix} > \mu_{alt}, \end{aligned} \quad (5.13)$$

para o caso de VPL, e

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{alt} = \mu_{fix} \\ H_1 &: \mu_{alt} < \mu_{fix} \text{ e} \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{alt} = \mu_{var} \\ H_1 &: \mu_{alt} < \mu_{var}, \end{aligned} \quad (5.15)$$

para o tempo. As Tabelas 5.23 e 5.23 mostram os resultados obtidos; conclui-se que há um empate técnico entre a busca fixa e a variável em termos de VPL, sendo a busca alternativa a pior. No que concerne ao tempo de produção, fica evidente que o melhor algoritmo é a busca alternativa. Uma vez que segundo menor tempo foi o da busca variável, pode-se concluir que a mesma, uma vez que está empatado tecnicamente com a busca fixa, foi a melhor entre as buscas independentes para o caso com restrições do *Egg Model*.

Tabela 5.23: Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca independentes entre si do *Egg Model* com restrições.

Teste	$t_0$	P-valor
Fixo x Variável	1.303	9.70 %
Fixo x Alternativo	3.621	0.02 %

Tabela 5.24: Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca independentes entre si do *Egg Model* com restrições.

Teste	$t_0$	P-valor
Alternativo x Fixo	-6.659	< 0.01 %
Alternativo x Variável	-4.558	< 0.01 %

A última análise estatística a ser conduzida para o caso com incertezas do *Egg Model* com restrições envolve os algoritmos de busca robustos. Fixando-se a busca linear variável para o teste de VPL e a alternativa para o teste de tempo, os testes de hipóteses são dados por

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{var} = \mu_{fix} \\ H_1 &: \mu_{var} > \mu_{fix} \text{ e} \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{var} = \mu_{alt} \\ H_1 &: \mu_{var} > \mu_{alt}, \end{aligned} \quad (5.17)$$

para o caso de VPL, e

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{alt} = \mu_{fix} \\ H_1 &: \mu_{alt} < \mu_{fix} \text{ e} \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{alt} = \mu_{var} \\ H_1 &: \mu_{alt} < \mu_{var}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

no caso do tempo; os mesmos se encontram, respectivamente, nas Tabelas 5.25 e 5.26. Os resultados apontam que há um empate entre as buscas variável e fixa em termos de VPL, sendo que a alternativa é a pior; no caso de tempo, novamente a busca alternativa apresenta os melhores resultados. Devido ao fato de que, pelo p-valor, o tempo de produção no algoritmo de busca fixa é menor que o da variável, esse resultado combinado com a análise de VPL permite concluir que o melhor algoritmo entre os robustos, para o caso com restrições, foi a busca fixa.

Tabela 5.25: Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos de busca robustos entre si do *Egg Model* com restrições.

Teste	$t_0$	P-valor
Variável x Fixo	1.434	9.70 %
Variável x Alternativo	3.306	0.06 %

Tabela 5.26: Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos de busca robustos entre si do *Egg Model* com restrições.

Teste	$t_0$	P-valor
Alternativo x Fixo	-1.814	3.56 %
Alternativo x Variável	-7.305	< 0.01 %

## 5.3 Estudo de Caso: SPE9

### 5.3.1 Parâmetros de Simulação

De maneira análoga aos casos do *Egg Model*, os algoritmos aplicados no SPE9 são configurados em termos do cálculo do VPL, conforme a Equação (5.1), e do método de busca da solução. A Tabela 5.27 apresenta os parâmetros de VPL, enquanto que a Tabela 5.28 mostra as configurações para os algoritmos nos casos envolvendo o SPE9. Define-se também os parâmetros  $\epsilon = 0.01$  e a vazão máxima dos injetores com o valor de 4000 stb/dia. Nota-se que o custo de produção do gás, no caso do SPE9, é definido com um valor negativo, sinalizando o fato de que o gás é considerado como produto rentável do reservatório. Além disso, devido às dimensões das variáveis do reservatório, uma vez que o sistema de unidades do SPE9 é, por definição do modelo, diferente do sistema do *Egg Model*, percebe-se que os valores dos parâmetros para cálculo das variações de controle também é diferente, sendo superiores aos encontrados na Tabela 5.2.

Tabela 5.27: Parâmetros do VPL para o SPE9.

Parâmetro	Variável	Valor
Custo do Óleo, Produção	$r_o$	\$ 45,00/stb
Custo da Água, Produção	$r_w$	\$ 6,00/stb
Custo do Gás, Produção	$r_g$	\$ -2,68/mscf
Custo da Água, Injeção	$r_{wi}$	\$ 2,00/stb
Fator de Desconto	$r$	0.08

Tabela 5.28: Parâmetros de Simulação para o SPE9.

Parâmetro	Valor
Passo de Tempo	183 dias
Máximo de Iterações	80
<i>Span</i> da Árvore de Busca	9
<b>Parâmetros da Equação (4.6)</b>	
$k_\delta$	5.0
$k_{min}$	0.01
$k_s$	0.1
<b>Parâmetros da Equação (4.10)</b>	
$k_\delta$	75
$k_{min}$	0.05
<b>Limites de Controle dos Produtores</b>	
Valor Mínimo	1500 psia
Valor Máximo	2500 psia
<b>Restrições de Campo</b>	
Vazão Máxima de Óleo	40000 stb/dia
Vazão Máxima de Água	15000 stb/dia
Vazão Máxima de Gás	70000 mscf/dia
Vazão Máxima de Líquido	50000 stb/dia

### 5.3.2 Caso com Uma Realização

O primeiro estudo envolvendo o SPE9 se aplica à realização base, modificada do modelo proposto em [161] com a conversão de alguns produtores em injetores, conforme destaca a Seção 2.2.2. Assim como no caso do *Egg Model*, é feita a comparação direta dos resultados dos algoritmos, tanto de VPL quanto de tempo de produção, de maneira direta, numérica ou graficamente. Espera-se que todos os algoritmos desenvolvidos apresentem VPLs superiores aos *benchmarks*, representados pelos casos de controle constante e reativo; além disso, no caso com restrições, além das já consideradas no caso do *Egg Model*, deve-se checar se a vazão de gás respeita os limites estabelecidos.

A Figura 5.8a mostra a evolução do VPL de cada caso, contando o controle constante e o reativo, enquanto que a Figura 5.8b mostra, no detalhe, os resultados finais para cada caso. A comparação numérica dos resultados de VPL e tempo pode ser feita, respectivamente, com os dados das Tabelas 5.29 e 5.30.

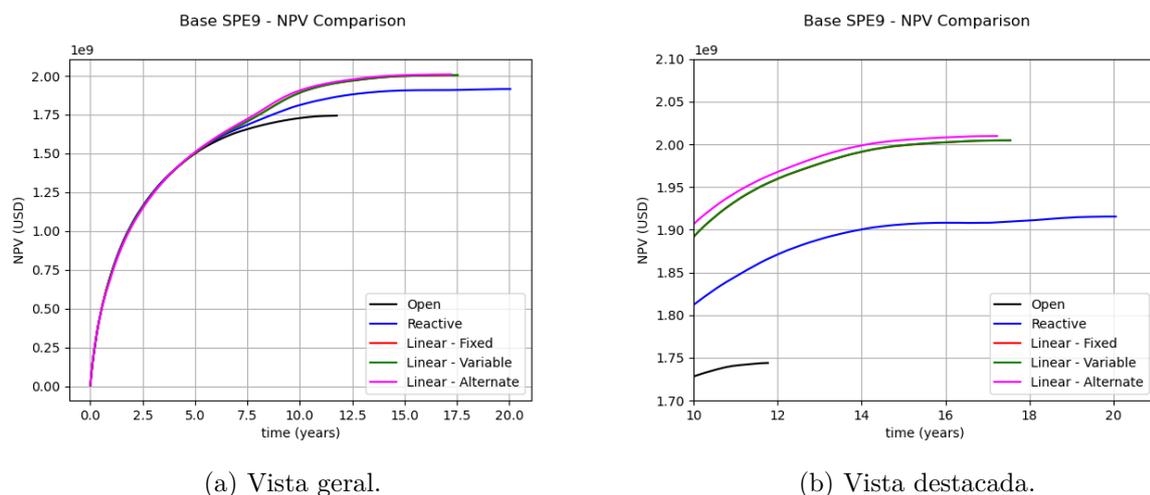


Figura 5.8: Comparação dos VPLs resultantes para o caso base do SPE9.

Tabela 5.29: Comparativo de VPL para o caso base do SPE9.

Algoritmo	VPL ( $\times 10^9$ USD)	Melhoria / Constante (%)	Melhoria / Reativo (%)
Constante	1.744	—	—
Reativo	1.915	9.82	—
Linear Fixo	2.004	14.93	4.65
Linear Variável	2.005	14.94	4.66
Linear Alternativo	2.010	15.23	4.92

Tabela 5.30: Comparativo de tempo de produção para o caso base do SPE9.

Algoritmo	Tempo (anos)	Aumento / Constante (%)	Aumento / Reativo (%)
Constante	11.93	—	—
Reativo	20.07	68.30	—
Linear Fixo	17.55	47.15	-12.56
Linear Variável	17.55	47.15	-12.56
Linear Alternativo	17.28	44.90	-13.90

Com base nos dados apresentados, pode-se concluir que a busca linear alternativa é melhor que os demais casos, tanto em VPL quanto em tempo. Observa-se também que os métodos linear fixo e variável estão tecnicamente empatados nas variáveis de interesse, e que todos os algoritmos de busca resultam em um tempo de produção menor que o caso reativo. Os controles obtidos se encontram na Figura IV.3; destaca-se a semelhança dos controles nos casos fixo e variável.

Considerando-se a existência das restrições de campo, com gás incluído, os resultados de VPL para o SPE9 são representados graficamente nas Figuras 5.9a e 5.9b, em vistas geral e detalhada. Além disso, as Tabelas 5.31 e 5.32 apresentam os resultados numéricos de VPL e tempo para o SPE9 com restrições.

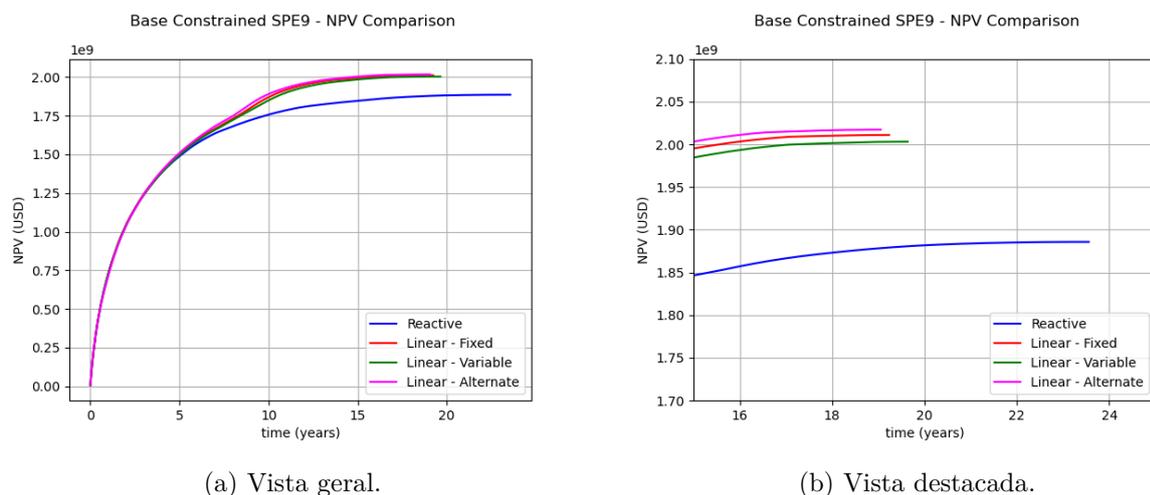


Figura 5.9: Comparação dos VPLs resultantes para o caso do SPE9 com restrições de campo.

Tabela 5.31: Comparativo de VPL para o caso com restrições de campo do SPE9.

Algoritmo	VPL ( $\times 10^9$ USD)	Melhoria / Reativo (%)
Reativo	1.886	—
Linear Fixo	2.011	6.64
Linear Variável	2.003	6.22
Linear Alternativo	2.017	6.97

Tabela 5.32: Comparativo de tempo de produção para o caso com restrições de campo do SPE9.

Algoritmo	Tempo (anos)	Aumento / Reativo (%)
Reativo	23.56	—
Linear Fixo	19.29	-18.15
Linear Variável	19.73	-16.24
Linear Alternativo	19.07	-19.07

Assim como nos casos sem restrições, a comparação dos métodos de busca de solução para o SPE9, admitindo-se as restrições de campo, se dá de forma direta. A partir dos resultados, conclui-se que, em termos de VPL e de tempo, novamente a busca linear alternativa é a melhor para o SPE9; no caso com restrições, os outros algoritmos não se encontram empatados, sendo o linear fixo melhor que o variável considerando os parâmetros de interesse. Assim como nos casos irrestritos, os tempos de produção são todos menores que o caso reativo. Os controles são apresentados na Figura IV.2 e IV.3, respectivamente, para os injetores e produtores.

De forma análoga ao *Egg Model*, a análise do respeito às restrições dos métodos de busca se dá pela análise das razões de restrição. A Figura 5.10 apresenta a evolução da razão crítica de restrição no tempo para os casos irrestrito e restrito. No Anexo IV, se destaca a Figura

IV.1, evidenciando as razões para cada fase produzida. Nota-se que, diferentemente do caso do *Egg Model*, os algoritmos com restrições do SPE9 possuem um número maior de desrespeito às restrições, particularmente à limitação da vazão de água do campo, o que se reflete no valor de  $\psi(t)$ . Contudo, durante a maior parte do tempo, pode-se concluir que as restrições são respeitadas, particularmente as de óleo, gás e de líquido.

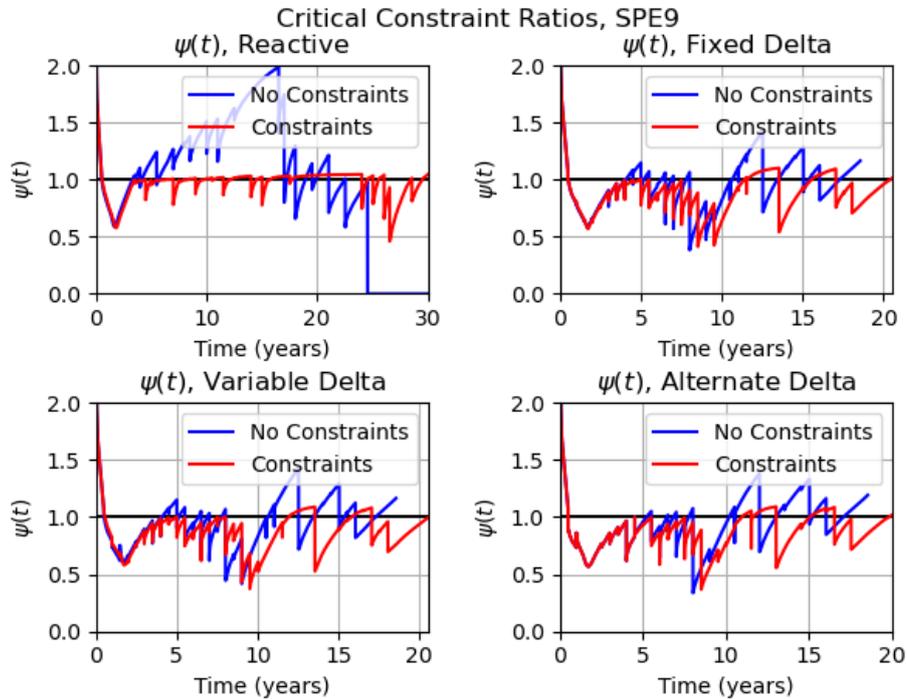
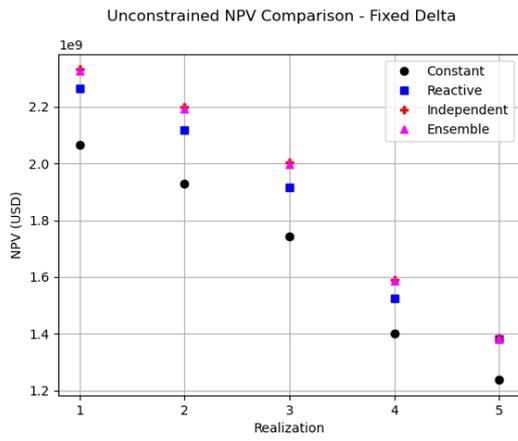


Figura 5.10: Razão de Restrição Crítica para o caso base do SPE9.

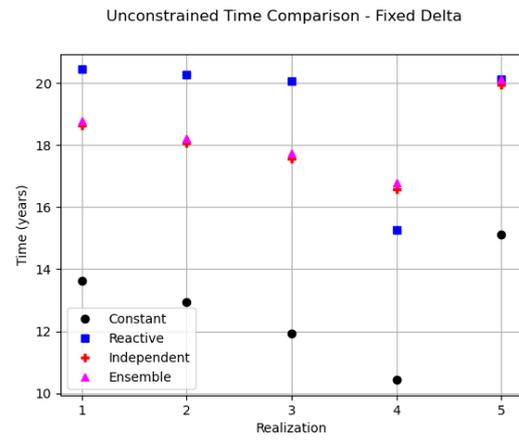
### 5.3.3 Caso com Incertezas

Para se realizar a análise dos algoritmos considerando as incertezas para o caso do SPE9, os mesmos passos foram tomados em relação aos estudos comparativos do *Egg Model*, contudo, uma vez que o número de realizações criadas é muito pequeno, a análise por histogramas acaba por ser prejudicada; portanto, os gráficos de VPL e de tempo para o SPE9 são de dispersão, relacionando as variáveis de interesse com cada realização. Primeiramente, são analisados os casos sem restrições de campo, utilizando as variantes de busca tanto de forma independente quanto robusta.

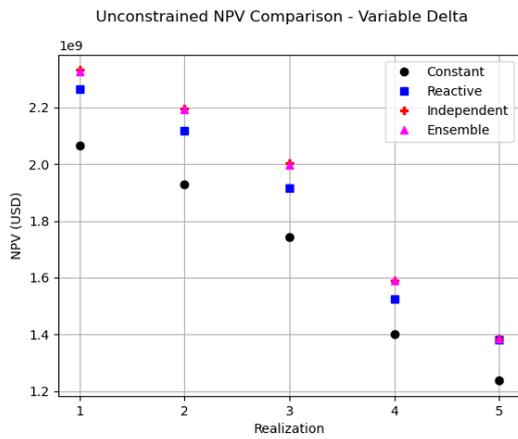
A Figura 5.11 apresenta os gráficos de VPL e de tempo para todos os métodos de busca, enquanto que as Tabelas 5.33 e 5.34 evidenciam os resultados de forma numérica, respectivamente, para o rendimento econômico e o ciclo de vida médios do reservatório para cada caso. Percebe-se que o melhor algoritmo em termos de VPL foi o busca linear alternativa independente, que também foi a mais rápida.



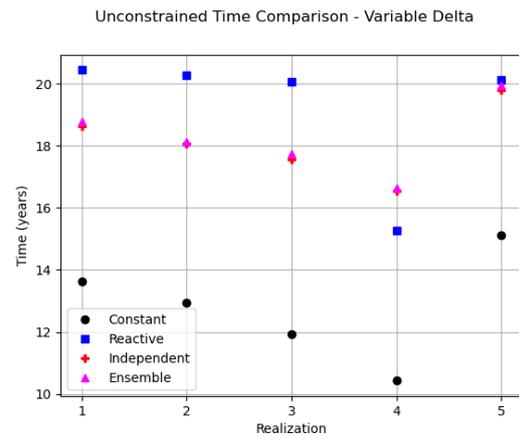
(a) VPL, Linear Fixo.



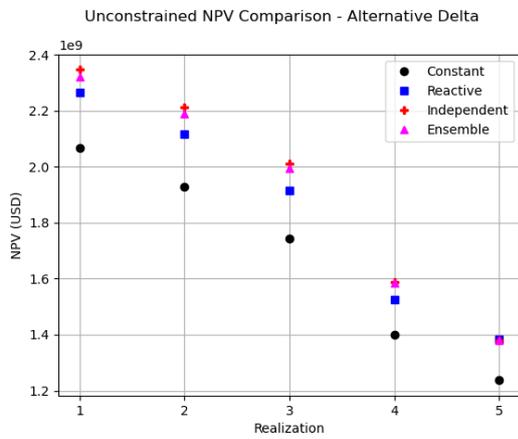
(b) Tempo, Linear Fixo.



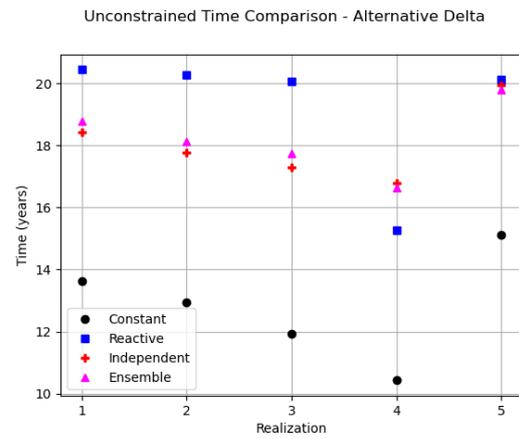
(c) VPL, Linear Variável.



(d) Tempo, Linear Variável.



(e) VPL, Linear Alternativo.



(f) Tempo, Linear Alternativo.

Figura 5.11: Gráficos comparativos para os casos sem restrição de campo do SPE9.

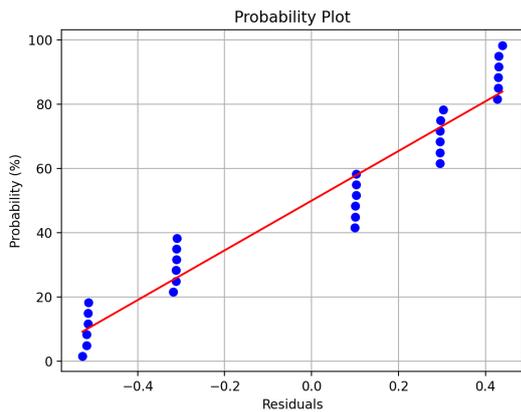
Tabela 5.33: Comparativo de VPL para o caso com incertezas do SPE9.

<b>Algoritmo</b>	<b>VPL Médio (<math>\times 10^9</math> USD)</b>	<b>Melhoria / Constante (%)</b>	<b>Melhoria / Reativo (%)</b>
Constante	1.675	—	—
Reativo	1.841	9.89	—
<b>Busca Linear Fixa</b>			
Independente	1.902	13.53	3.31
Robusta	1.898	13.27	3.08
<b>Busca Linear Variável</b>			
Independente	1.901	13.51	3.30
Robusta	1.899	13.34	3.14
<b>Busca Linear Alternativa</b>			
Independente	1.907	13.85	3.60
Robusta	1.893	13.04	2.87

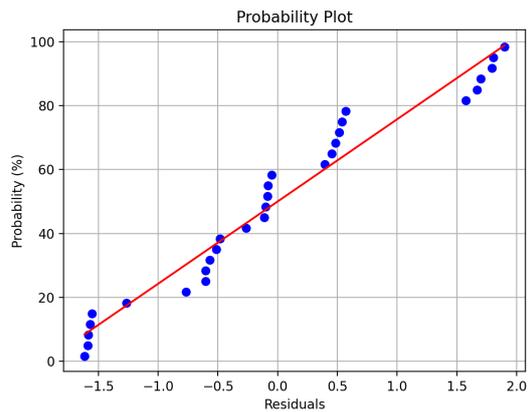
Tabela 5.34: Comparativo de tempo de produção para o caso com incertezas do SPE9.

<b>Algoritmo</b>	<b>Tempo Médio (anos)</b>	<b>Aumento / Constante (%)</b>	<b>Aumento / Reativo (%)</b>
Constante	12.81	—	—
Reativo	19.26	50.27	—
<b>Busca Linear Fixa</b>			
Independente	18.16	41.75	-5.67
Robusta	18.35	43.16	-4.73
<b>Busca Linear Variável</b>			
Independente	18.13	41.48	-5.85
Robusta	18.26	42.47	-5.19
<b>Busca Linear Alternativa</b>			
Independente	18.06	40.92	-6.23
Robusta	18.23	42.23	-5.36

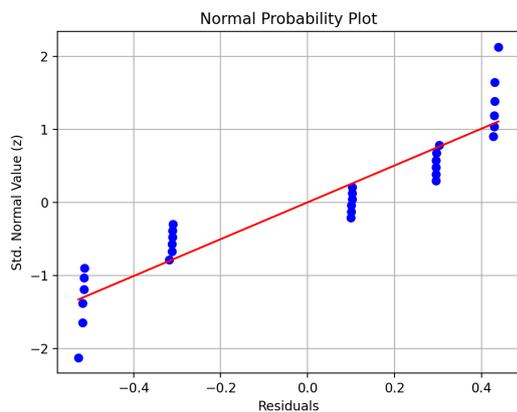
O segundo passo da análise do conjunto de dados proveniente das realizações do SPE9 passa pela realização da ANOVA para se identificar a significância dos resultados de interesse. As Tabelas 5.35 e 5.36 mostram as ANOVAs de VPL, escalonado em bilhões de USD, e tempo, respectivamente, enquanto que a Figura 5.12 apresenta os resultados da análise residual, validando o caráter NIID dos dados.



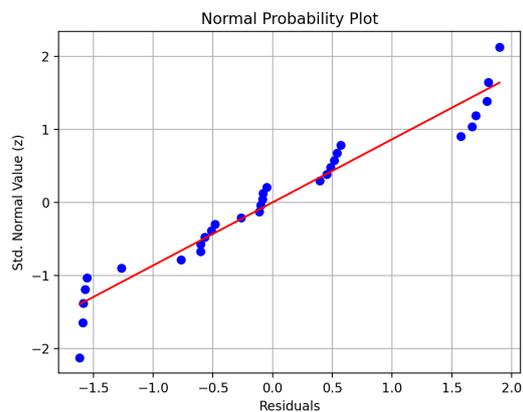
(a) Probabilidade Normal, VPL.



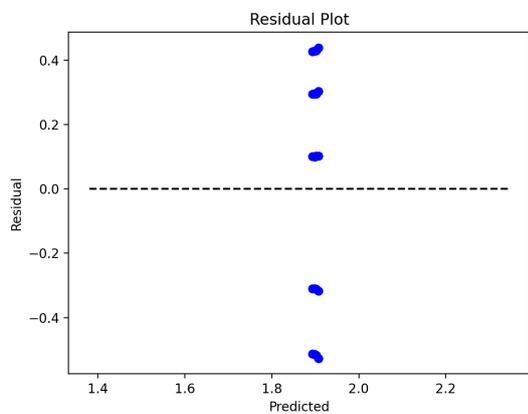
(b) Probabilidade Normal, Tempo.



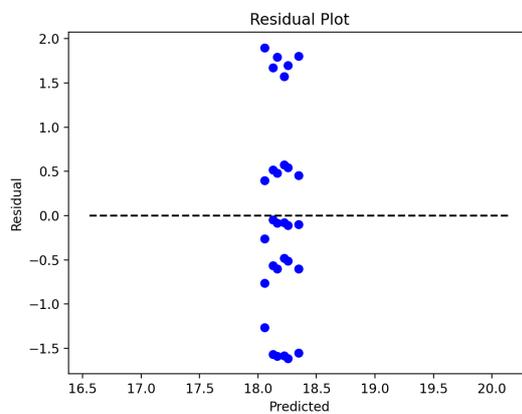
(c) Probabilidade Normal Padrão, VPL.



(d) Probabilidade Normal Padrão, Tempo.



(e) Dispersão Residual, VPL.



(f) Dispersão Residual, Tempo.

Figura 5.12: Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso irrestrito do SPE9.

Tabela 5.35: ANOVA dos VPLs dos algoritmos aplicados no SPE9, caso irrestrito.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	< 0.01	5	< 0.01	< 0.01
Erro	3.89	24	0.16	
Total	3.90	29		

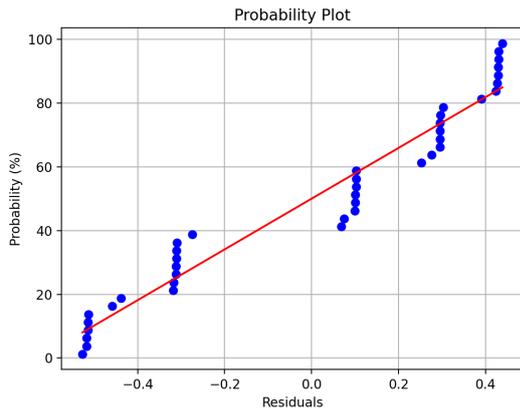
Tabela 5.36: ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos aplicados no SPE9, caso irrestrito.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	0.26	5	0.05	0.03
Erro	36.08	24	1.50	
Total	36.34	29		

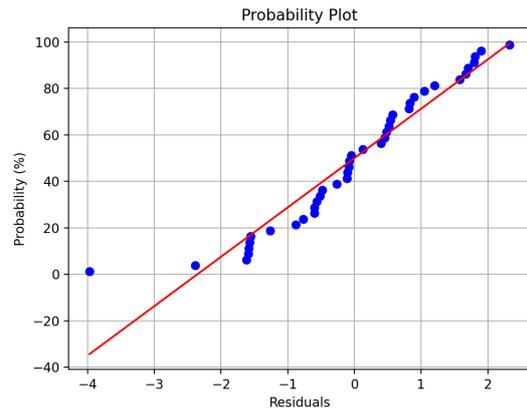
Os valores da estatística  $F_{5,24}$  encontrados indicam que a hipótese de igualdade de médias não pode ser rejeitada tanto para o caso do VPL quanto de tempo, já que os p-valores associados passam de 99 %. Desta forma, não se pode concluir que há algum algoritmo predominantemente melhor ou pior que os demais. Desta forma, é feita uma segunda ANOVA, mas também considerando os *benchmarks*. A Figura 5.13 apresenta a análise gráfica residual, em que se mostra que os dados seguem razoavelmente a distribuição normal, enquanto que as Tabelas 5.37 e 5.38 representam, em sequência, as ANOVAs de VPL e de tempo.

Percebe-se que o valor da estatística  $F_{7,32}$  também não permite a rejeição da hipótese nula, mas somente para o caso do VPL; portanto, não é possível afirmar, estatisticamente, que haja um algoritmo que se destaque no quesito econômico. A escolha da melhor busca, nesse caso, cai na análise direta; como foi evidenciado pelos dados médios, o melhor resultado foi o algoritmo da busca alternativa para o caso independente, enquanto que o melhor algoritmo robusto foi a busca linear variável. No caso do tempo, o p-valor associado à estatística de Snedecor encontrada é menor que 0.01 %; portanto, há algum algoritmo que é significativamente melhor ou pior que os demais no tempo.

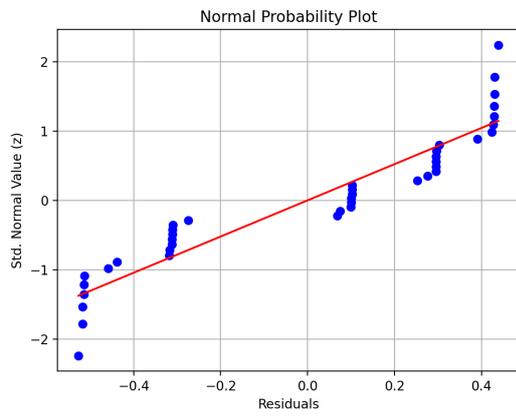
A análise direta mostra que o caso de controle constante é mais rápido que os demais; caso a ANOVA seja realizada sem o mesmo, a estatística resultante é  $F_{6,28} = 0.42$ , com um p-valor associado de 85.67 %. Portanto, não há algoritmo de controle não-constante, mesmo incluindo o caso reativo, que se destaque em termos de tempo de produção. O melhor algoritmo independente foi a busca alternativa, enquanto que a busca linear variável apresentou o menor tempo de produção entre os casos robustos.



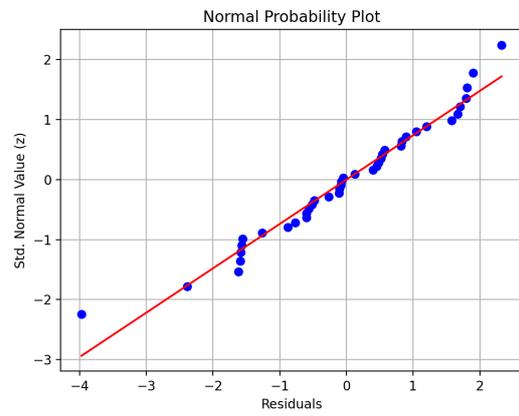
(a) Probabilidade Normal, VPL.



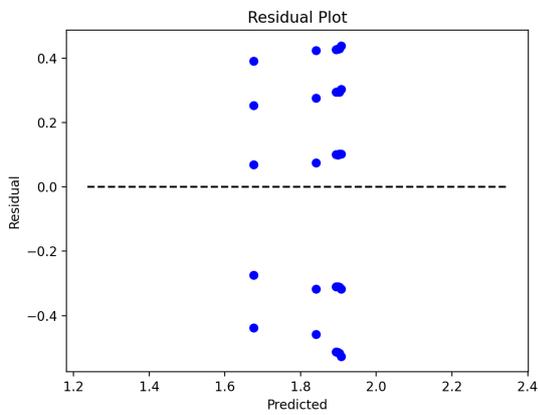
(b) Probabilidade Normal, Tempo.



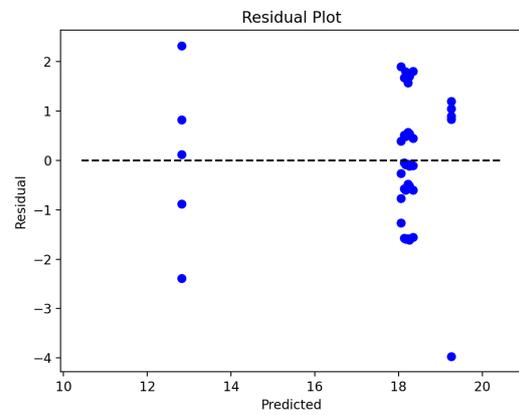
(c) Probabilidade Normal Padrão, VPL.



(d) Probabilidade Normal Padrão, Tempo.



(e) Dispersão Residual, VPL.



(f) Dispersão Residual, Tempo.

Figura 5.13: Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso irrestrito do SPE9, considerando também os *benchmarks*.

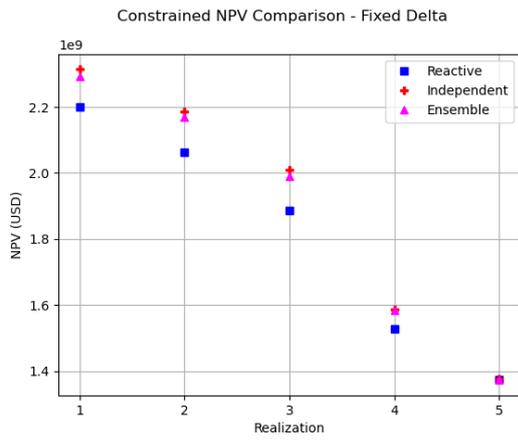
Tabela 5.37: ANOVA dos VPLs dos algoritmos e *benchmarks* aplicados no SPE9, caso irrestrito.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	0.22	7	0.03	0.20
Erro	4.96	32	0.15	
Total	5.18	39		

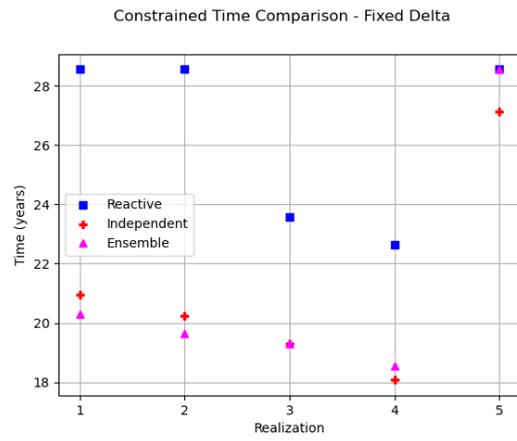
Tabela 5.38: ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos e *benchmarks* aplicados no SPE9, caso irrestrito.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	139.03	7	19.86	9.29
Erro	68.39	32	2.14	
Total	207.42	39		

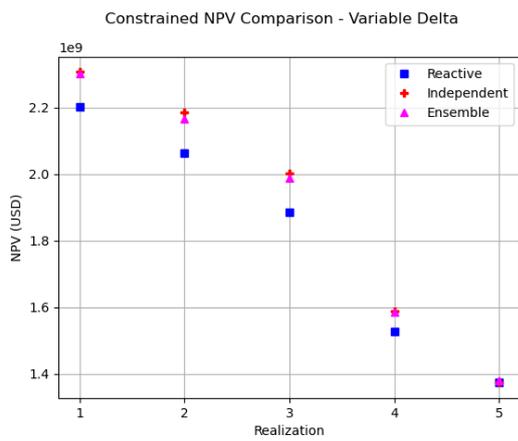
A última análise a ser feita com o SPE9 considera os casos com restrição de campo. Assume-se, assim como no caso do *Egg Model*, que as restrições são cumpridas na maior parte do tempo, isto é,  $\psi(t) < 1$ , assim como se evidenciou no caso base. Da mesma forma que os casos sem restrições, são apresentados os gráficos comparativos de VPL e de tempo, conforme a Figura 5.14, e as respectivas análises das médias nas Tabelas 5.39 e 5.40. Por observação direta, o melhor algoritmo independente foi a busca alternativa em VPL, enquanto que a busca fixa foi a mais rápida em tempo de produção. Já no caso robusto, a busca alternativa foi a melhor nas duas variáveis de interesse.



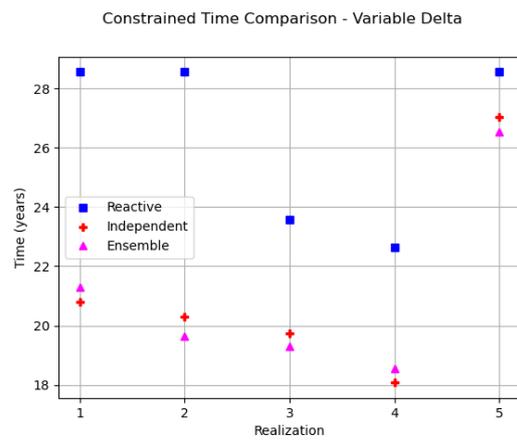
(a) VPL, Linear Fixo.



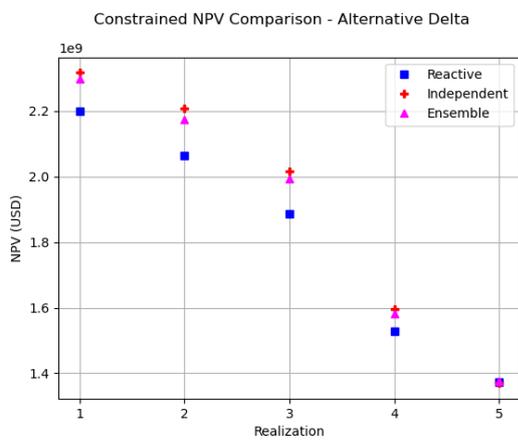
(b) Tempo, Linear Fixo.



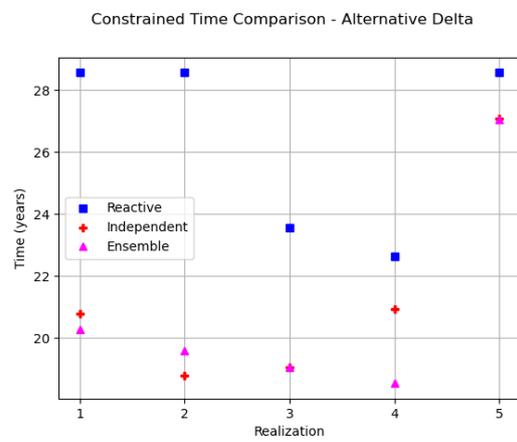
(c) VPL, Linear Variável.



(d) Tempo, Linear Variável.



(e) VPL, Linear Alternativo.



(f) Tempo, Linear Alternativo.

Figura 5.14: Gráficos comparativos para os casos com restrição de campo do SPE9.

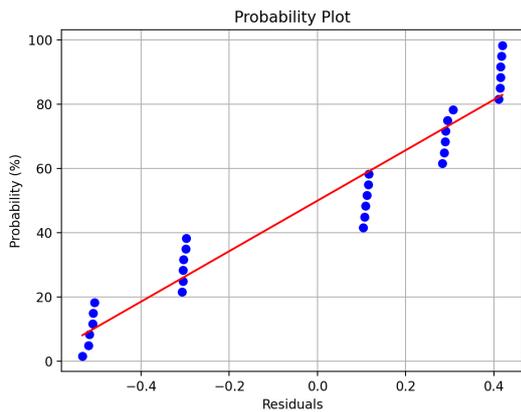
Tabela 5.39: Comparativo de VPL para o caso com incertezas do SPE9, com restrições de campo.

<b>Algoritmo</b>	<b>VPL Médio (<math>\times 10^9</math> USD)</b>	<b>Melhoria / Reativo (%)</b>
Reativo	1.810	—
<b>Busca Linear Fixa</b>		
Independente	1.895	4.65
Robusta	1.882	3.96
<b>Busca Linear Variável</b>		
Independente	1.891	4.47
Robusta	1.884	4.07
<b>Busca Linear Alternativa</b>		
Independente	1.902	5.06
Robusta	1.885	4.13

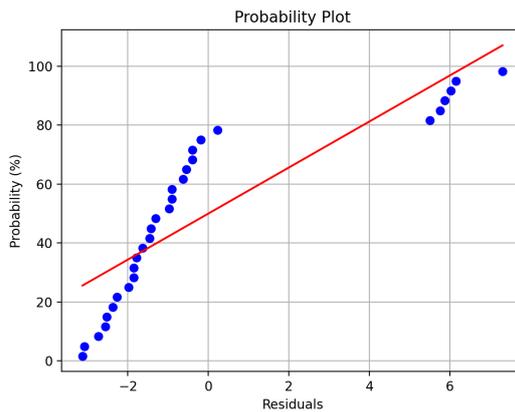
Tabela 5.40: Comparativo de tempo de produção para o caso com incertezas do SPE9, com restrições de campo.

<b>Algoritmo</b>	<b>Tempo Médio (anos)</b>	<b>Aumento / Reativo (%)</b>
Reativo	26.39	—
<b>Busca Linear Fixa</b>		
Independente	21.15	-19.87
Robusta	21.28	-19.39
<b>Busca Linear Variável</b>		
Independente	21.20	-19.68
Robusta	21.08	-20.15
<b>Busca Linear Alternativa</b>		
Independente	21.35	-19.12
Robusta	20.92	-20.73

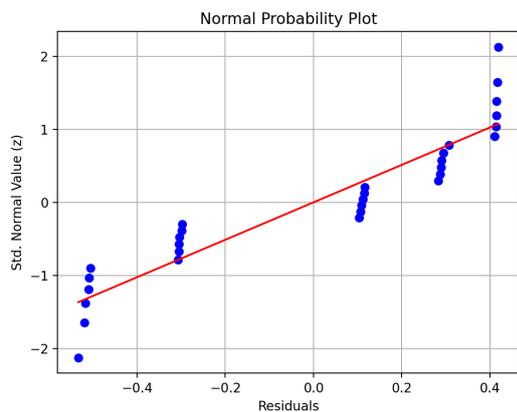
Além da comparação direta das médias, os dados relativos ao conjunto de realizações do SPE9 com as restrições de campo também são objeto de escrutínio estatístico. Primeiramente, se faz uma análise residual, de forma a se verificar se os dados são NIID; o que se verifica pelo comportamento dos pontos nos gráficos da Figura 5.15; as Tabelas 5.41 e 5.42 apresentam, respectivamente, as ANOVAs para VPL e para tempo dos algoritmos de busca aplicados com restrições de campo.



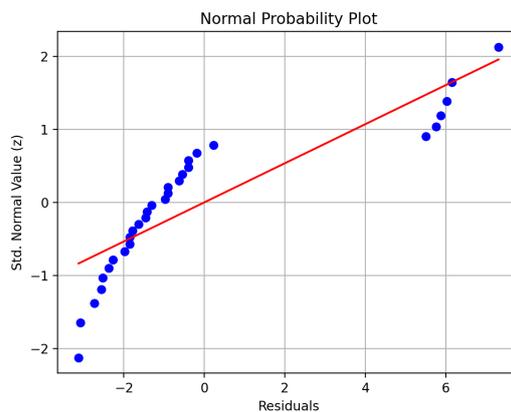
(a) Probabilidade Normal, VPL.



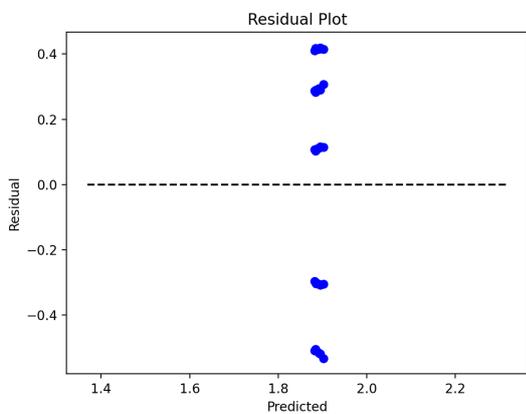
(b) Probabilidade Normal, Tempo.



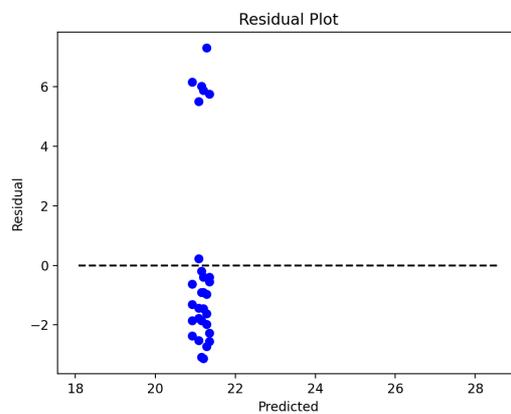
(c) Probabilidade Normal Padrão, VPL.



(d) Probabilidade Normal Padrão, Tempo.



(e) Dispersão Residual, VPL.



(f) Dispersão Residual, Tempo.

Figura 5.15: Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso com restrições do SPE9.

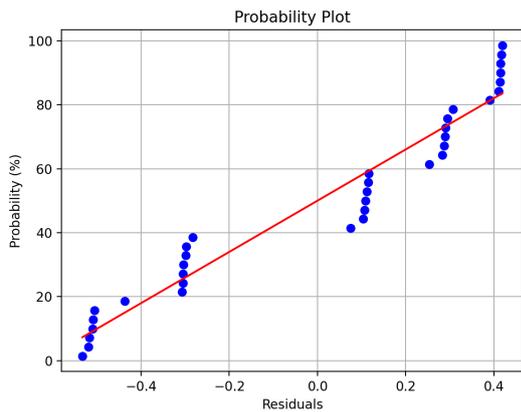
Tabela 5.41: ANOVA dos VPLs dos algoritmos aplicados no SPE9, caso com restrições.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	< 0.01	5	< 0.01	< 0.01
Erro	3.76	24	0.16	
Total	3.76	29		

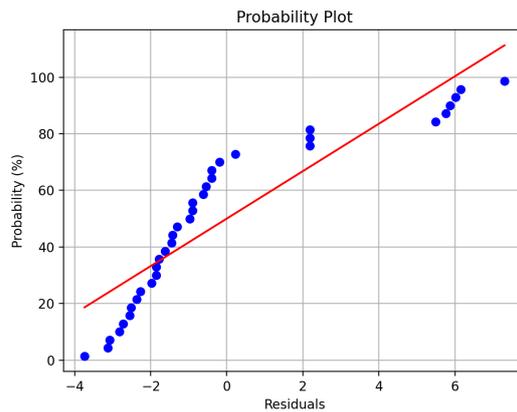
Tabela 5.42: ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos aplicados no SPE9, caso com restrições.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	0.57	5	0.11	0.01
Erro	301.53	24	12.56	
Total	302.11	29		

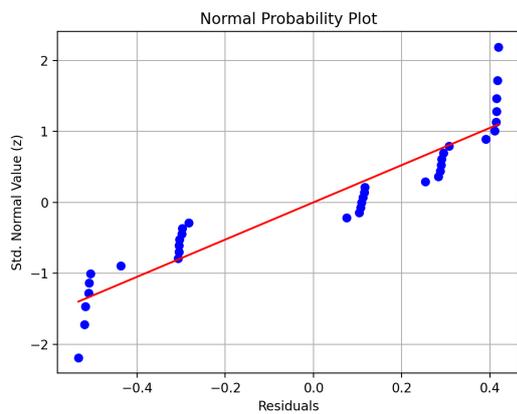
Assim como no caso sem restrições, fica evidente, pelos resultados de  $F_{5,24}$  das ANOVAs realizadas, que não há como afirmar que haja um método de busca melhor ou pior que os demais, seja em VPL ou em tempo. Desta maneira, realiza-se novamente a análise residual e as ANOVAs considerando-se também os efeitos dos *benchmarks*. A Figura 5.16 apresenta os gráficos dos resíduos, evidenciando o caráter NIID dos dados, enquanto que as Tabelas 5.43 e 5.44 mostram, respectivamente, as ANOVAs de VPL e de tempo.



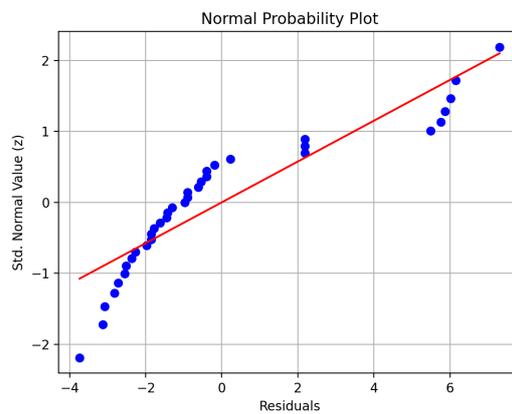
(a) Probabilidade Normal, VPL.



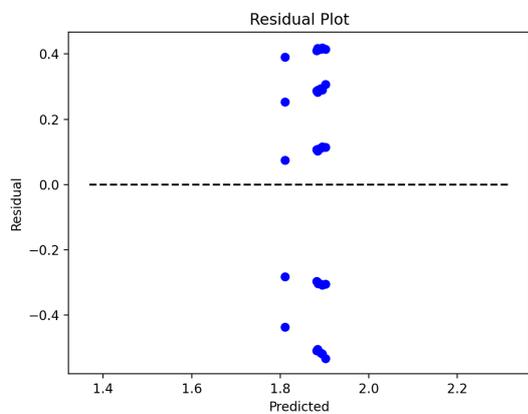
(b) Probabilidade Normal, Tempo.



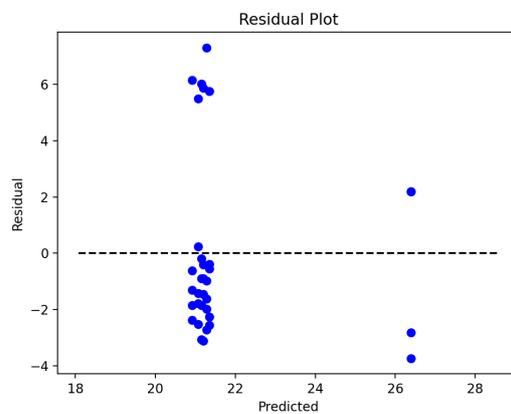
(c) Probabilidade Normal Padrão, VPL.



(d) Probabilidade Normal Padrão, Tempo.



(e) Dispersão Residual, VPL.



(f) Dispersão Residual, Tempo.

Figura 5.16: Gráficos residuais de probabilidade e dispersão para o caso com restrições do SPE9, incluindo o controle reativo.

Tabela 5.43: ANOVA dos VPLs dos algoritmos e do controle reativo aplicados no SPE9, caso com restrições.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	0.03	6	< 0.01	0.03
Erro	4.26	28	0.15	
Total	4.29	34		

Tabela 5.44: ANOVA dos tempos de produção dos algoritmos e do controle reativo aplicados no SPE9, caso com restrições.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	F <sub>0</sub>
Tratamentos	117.89	6	19.65	1.63
Erro	337.75	28	12.06	
Total	455.63	34		

Os p-valores associados às estatísticas de Snedecor obtidas pelas ANOVAs são, respectivamente, > 50 % para o VPL e 17.62 % para o tempo; em ambos os casos, não se pode rejeitar a hipótese nula, isto é, não há, estatisticamente, como identificar um algoritmo que seja melhor ou pior que os demais, mesmo considerando o reativo, tanto em VPL quanto em tempo. A escolha desse algoritmo, assim como no caso irrestrito, é feita com a comparação direta: o melhor algoritmo independente foi o alternativo em VPL, enquanto que a busca fixa foi a mais rápida; já entre os robustos, o melhor algoritmo foi a busca alternativa, nas duas variáveis analisadas.

## 5.4 Discussão dos Resultados

O objetivo da presente pesquisa passa pela obtenção de bons resultados econômicos a partir da otimização dos controles dos poços de um reservatório. Para isso, é esperado que o VPL seja melhor que o controle reativo, que por sua vez é melhor que o controle constante. Desta forma, foram concebidos três tipos de busca, contando com o proposto em [4, 149]; esses algoritmos foram aplicados em diferentes modelos de reservatório, considerando os casos determinístico, isto é, com um modelo base, e com incertezas, na forma de múltiplas realizações. Por fim, também se considerou a existência de restrições de campo, na forma de vazões limites de produção dos componentes do reservatório.

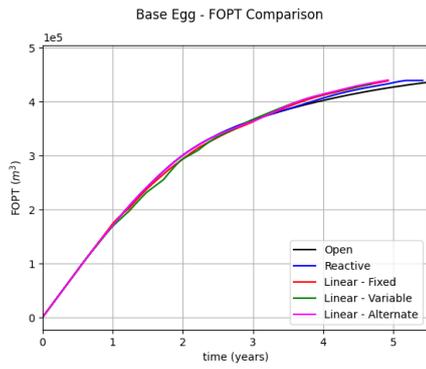
A primeira fase da análise dos estudos de caso considerou, para cada modelo utilizado, a realização base, sem restrições de campo. A comparação dos resultados se deu de maneira direta, tanto em VPL quanto em tempo de produção. Em ambos os modelos considerados, os algoritmos de busca propostos são melhores que os *benchmarks* em termos de VPL. No caso do *Egg Model*, o melhor algoritmo, considerando o critério do lucro, foi a busca alternativa, enquanto que o melhor no tempo foi o linear variável, que foi o único a bater o reativo e empatar com o controle constante

Analisando-se os controles dos produtores, mostrados na Figura III.3, percebe-se que o algoritmo da busca alternativa resulta em controles mais suaves em relação aos demais métodos. Já no caso do SPE9, a busca linear alternativa foi a melhor, tanto em tempo quanto em VPL, batendo inclusive o reativo no tempo; o controle dos produtores mais suave foi obtido pela busca linear variável, fato que pode ser confirmado examinando-se a Figura IV.3.

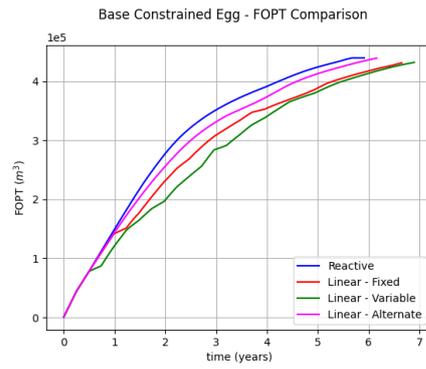
A segunda fase da análise tomou por objeto a realização base dos modelos, juntamente com a existência de restrições de produção do campo. Além do VPL e do tempo, foi verificado o comportamento das restrições, por meio da função razão crítica de restrição  $\psi(t)$  definida na Seção 4.6. Tanto no *Egg Model* quanto no SPE9, todos os algoritmos apresentaram VPL maior do que o caso reativo com restrições; além disso, dadas as limitações numéricas do *software* de simulação, o respeito às restrições foi razoavelmente alcançado nos modelos usados.

O melhor algoritmo para o *Egg Model*, em termos de VPL, foi a busca linear fixa, enquanto que o linear alternativo foi o melhor no tempo; contudo, nenhum algoritmo resultou em ciclo de vida do reservatório menor que o caso reativo. Já com o SPE9, o melhor resultado de VPL foi alcançado pela busca linear alternativa, que também foi a melhor no tempo. Os controles dos poços produtores obtidos (Figuras III.3 e IV.3) são mais suaves no caso da busca alternativa para o *Egg Model* e variável para o SPE9; já no caso dos injetores, mostrados nas Figuras III.2 para o *Egg Model* e IV.2 para o SPE9, nota-se que as restrições pesam mais no caso da busca variável para ambos os casos; contudo, no SPE9, nenhum dos algoritmos de busca propostos agiu mais contundentemente nos injetores como o controle reativo.

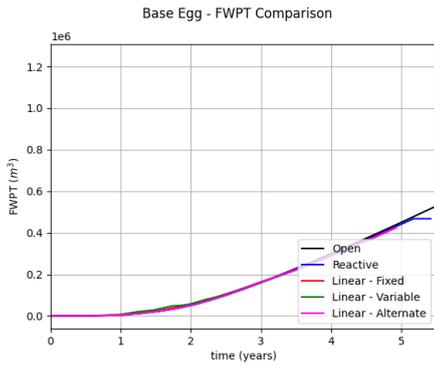
Em termos de comportamento do reservatório, nota-se pela análise das Figuras 5.17 e 5.18 que, no caso do *Egg Model*, o incremento de VPL dos algoritmos lineares se dá pela maior produção de óleo cumulativa, que se torna aparente no final do algoritmo irrestrito; quando as restrições de campo são consideradas, o ganho de VPL se dá pelo atraso na produção de água causado pela redução da vazão dos injetores, quando as restrições começam a ser alcançadas. Analisando-se o SPE9, conforme as Figuras 5.19 e 5.20, pode-se concluir que o maior VPL dos algoritmos lineares se deve tanto ao aumento na produção de óleo a partir da primeira década quanto ao atraso na produção de água que se dá em tempo anterior.



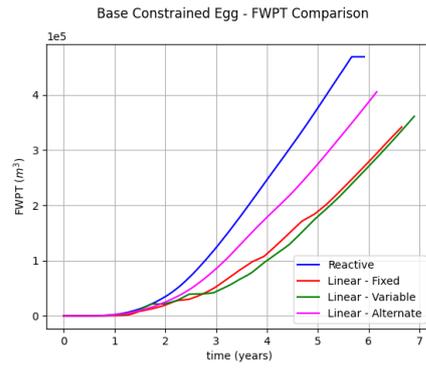
(a) Óleo, sem Restrições.



(b) Óleo, com Restrições.

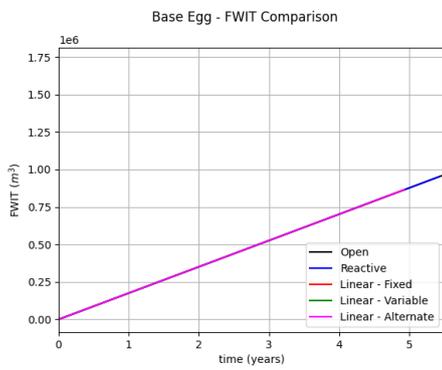


(c) Água, sem Restrições.

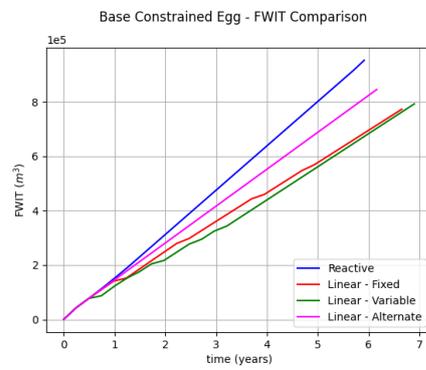


(d) Água, com Restrições.

Figura 5.17: Curvas de vazão de produção para o *Egg Model*.

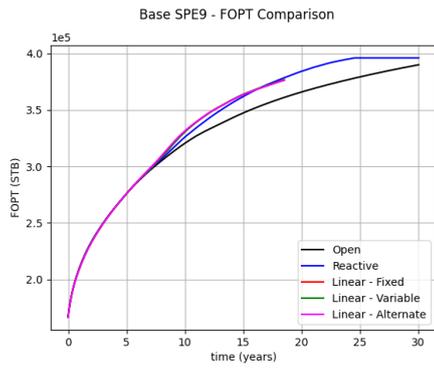


(a) Água, sem Restrições.

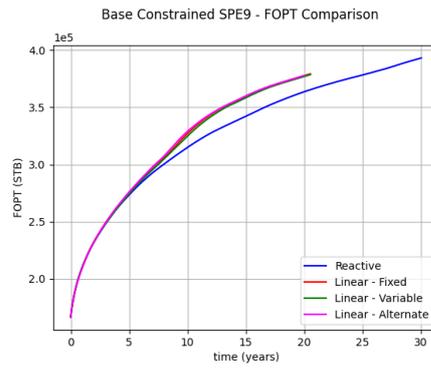


(b) Água, com Restrições.

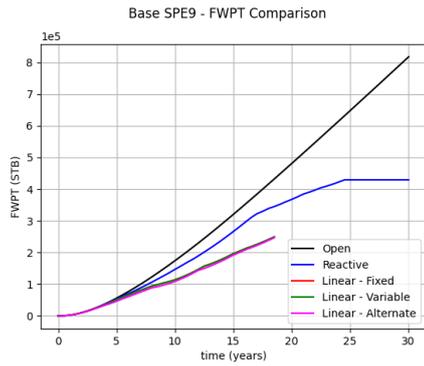
Figura 5.18: Curvas de vazão de injeção para o *Egg Model*.



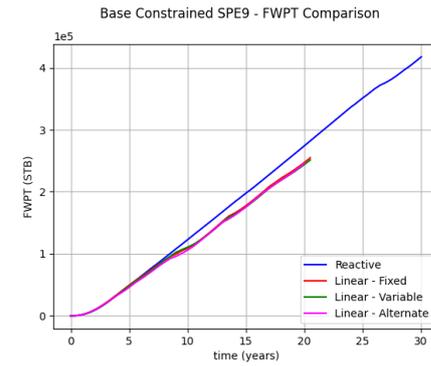
(a) Óleo, sem Restrições.



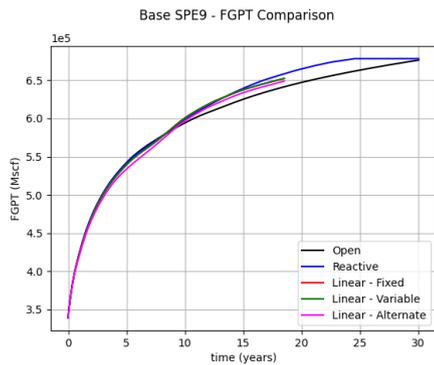
(b) Óleo, com Restrições.



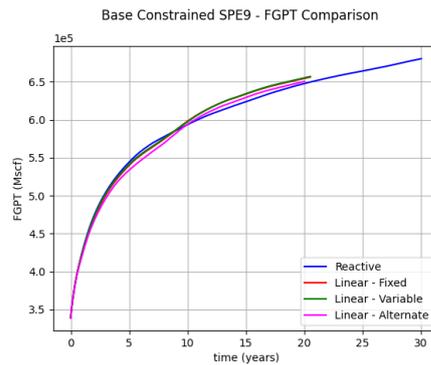
(c) Água, sem Restrições.



(d) Água, com Restrições.

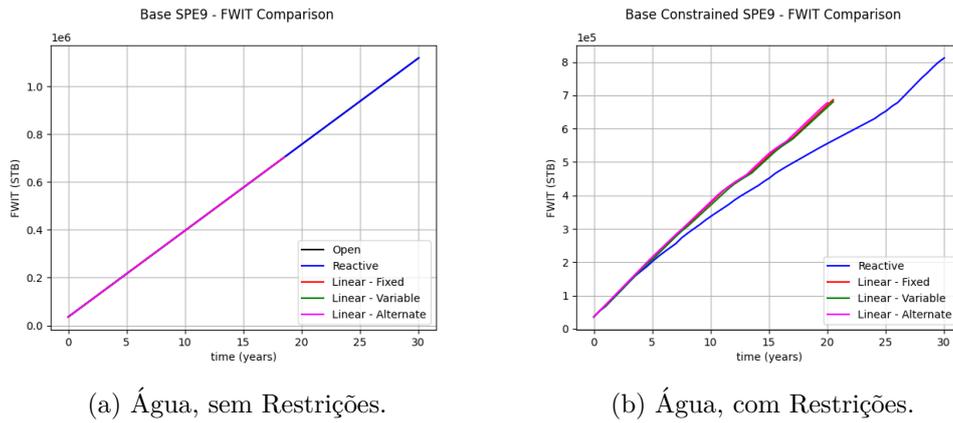


(e) Gás, sem Restrições.



(f) Gás, com Restrições.

Figura 5.19: Curvas de vazão de produção para o SPE9.



(a) Água, sem Restrições.

(b) Água, com Restrições.

Figura 5.20: Curvas de vazão de injeção para o SPE9.

A terceira fase considerou os conjuntos de realizações dos modelos estudados, sem restrições de campo. Além da comparação direta dos dados médios de VPL e de tempo, procedeu-se com análises estatísticas como a ANOVA e, quando aplicáveis, os testes de hipóteses. Os algoritmos de busca testados foram implementados tanto de forma independente, isto é, otimizando-se cada realização como se fosse um modelo, quanto de forma robusta, considerando o conjunto como um todo.

Todos os algoritmos de busca apresentaram resultados melhores que o reativo em termos de VPL médio, nos casos independente ou robusto, para os dois modelos utilizados. No caso do *Egg Model*, o melhor algoritmo independente em termos de VPL médio foi a busca linear fixa, e o melhor robusto foi o linear variável; no caso do tempo médio, o algoritmo mais rápido foi o linear fixo entre os independentes, e o linear alternativo entre os robustos.

A análise estatística no caso do *Egg Model* mostrou que os algoritmos independentes foram, de forma geral, melhores do que os robustos em resultado; também se constatou que há um empate técnico entre dois algoritmos independentes no caso do VPL, e entre todos no caso do tempo; o mesmo resultado foi encontrado nos testes entre os algoritmos robustos.

No caso do SPE9, o melhor algoritmo independente em termos de VPL médio foi a busca linear alternativa, e o melhor robusto foi o linear variável; considerando-se o tempo médio, o algoritmo mais rápido foi o linear variável entre os independentes, e o linear alternativo entre os robustos, sendo todos mais rápidos que o caso reativo.

Considerando-se os testes estatísticos realizados, verificou-se, não obstante, que há um empate técnico geral entre as técnicas aplicadas no SPE9, inclusive contando o controle reativo. Em termos dos controles obtidos, se analisa o controle único obtido pelos algoritmos robustos; o mais suave aplicado tanto no *Egg Model* (Figura III.5) quanto no SPE9 (Figura IV.5) resultou da busca linear fixa.

A quarta e última fase da análise dos algoritmos foi feita nos conjuntos de realizações estudados, juntamente com as restrições de campo, utilizando técnicas semelhantes à terceira fase do estudo. Assumiu-se que o comportamento de  $\psi(t)$  nesses casos foi semelhante aos casos base. Assim como

no caso sem restrições, todos os algoritmos apresentaram VPLs médios superiores ao controle reativo; em relação ao tempo médio, os algoritmos foram mais lentos que o reativo no caso do *Egg Model*, e mais rápidos no SPE9. Em relação ao *Egg Model*, o algoritmo independente com melhor VPL médio foi o linear fixo, enquanto que o variável foi melhor entre os robustos; no que concerne ao tempo médio, o mais rápido foi a busca linear alternativa, tanto independente quanto robusta.

A análise estatística realizada com os resultados do *Egg Model* com restrições mostrou que os algoritmos independentes foram melhores que os robustos; entre os algoritmos independentes, houve um empate técnico no caso do VPL, enquanto que a busca linear alternativa foi comprovadamente melhor que as demais em termos de tempo; esses resultados também foram vistos entre os casos robustos. Já no SPE9, assim como no caso sem restrições, houve empate técnico entre todos os algoritmos nas diferentes variáveis de interesse.

Juntando-se todas as fases do estudo com os modelos utilizados, verificou-se que os métodos de otimização propostos diferem dos vistos na literatura pelo fato de apresentarem um retorno de capital a curto prazo próximo ao do controle reativo; no caso do SPE9, o retorno econômico dos algoritmos propostos na forma do VPL foi igual ou superior ao dos *benchmarks* durante todo o tempo de vida do reservatório. Por fim, buscou-se determinar, sob as diferentes condições consideradas, qual o melhor e pior método de busca implementado. As Tabelas 5.45 e 5.46 apresentam um resumo das conclusões tomadas para os casos com restrições, respectivamente, por meio da análise direta e estatística; (I) e (R) significam, para os casos com incertezas, os algoritmos independentes e robustos, em sequência. A partir das tabelas comparativas, as seguintes conclusões podem ser tomadas:

1. ***Egg Model*, VPL** — Da análise direta, o pior algoritmo é o alternativo, enquanto que o melhor é indefinido para o caso sem restrições, sendo o fixo caso contrário; já pelos resultados dos testes estatísticos, os algoritmos independentes foram melhores que os robustos. Entre os algoritmos independentes, a única conclusão segura sobre o VPL é que a busca linear alternativa foi a pior; o mesmo pode ser observado entre os algoritmos robustos;
2. ***Egg Model*, Tempo** — Pela comparação direta, o pior algoritmo é o fixo, enquanto que o melhor é indefinido sem restrições, ou o alternativo se há limitações de vazão; a análise estatística permite três conclusões diretas: os casos independentes são melhores, a busca alternativa é a melhor para o caso com restrições, e há indefinição em todas as análises no caso com restrições;
3. **SPE9, Análises Estatísticas** — Todas acusam empate entre os algoritmos estudados, tanto em VPL quanto em tempo;
4. ***SPE9*, VPL** — Verificando-se os dados de forma direta, o melhor algoritmo foi o alternativo; já o pior foi indefinido nos casos sem restrições, e o variável caso contrário;
5. ***SPE9*, Tempo** — O melhor algoritmo foi o alternativo, enquanto que o pior foi indefinido nos casos com restrição, e o fixo caso contrário;

6. **Comparação Geral, VPL** — Para o caso do *Egg Model*, fica evidente que o algoritmo alternativo é o pior; contudo, o mesmo é o melhor no caso do SPE9. Além disso, em nenhum momento a busca fixa apresentou o melhor VPL nas simulações entre o SPE9;
7. **Comparação Geral, Tempo** — A busca alternativa foi, em geral, o algoritmo que apresentou os melhores resultados de tempo, enquanto que a busca fixa foi a pior, na maioria dos casos.

Tabela 5.45: Resumo das comparações diretas dos algoritmos implementados.

<i>Egg Model</i> sem Restrições				
Estudo de Caso	Melhor VPL	Pior VPL	Melhor Tempo	Pior Tempo
Sem Incertezas	Alternativo	Fixo	Variável	Fixo
Com Incertezas (I)	Fixo	Alternativo	Fixo	Alternativo
Com Incertezas (R)	Variável	Alternativo	Alternativo	Fixo
<i>Egg Model</i> com Restrições				
Estudo de Caso	Melhor VPL	Pior VPL	Melhor Tempo	Pior Tempo
Sem Incertezas	Fixo	Alternativo	Alternativo	Fixo
Com Incertezas (I)	Fixo	Alternativo	Alternativo	Fixo
Com Incertezas (R)	Variável	Alternativo	Alternativo	Variável
SPE9 sem Restrições				
Estudo de Caso	Melhor VPL	Pior VPL	Melhor Tempo	Pior Tempo
Sem Incertezas	Alternativo	Fixo	Alternativo	(Empate)
Com Incertezas (I)	Alternativo	Variável	Alternativo	Fixo
Com Incertezas (R)	Variável	Alternativo	Alternativo	Fixo
SPE9 com Restrições				
Estudo de Caso	Melhor VPL	Pior VPL	Melhor Tempo	Pior Tempo
Sem Incertezas	Alternativo	Variável	Alternativo	Variável
Com Incertezas (I)	Alternativo	Variável	Fixo	Alternativo
Com Incertezas (R)	Alternativo	Fixo	Alternativo	Fixo

Tabela 5.46: Resumo das comparações estatísticas dos algoritmos implementados.

<i>Egg Model</i> sem Restrições				
Tipo de Análise	Melhor VPL	Pior VPL	Melhor Tempo	Pior Tempo
Tipo de Abordagem	Independente	Robusta	Independente	Robusta
Casos Independentes	(Empate)	Alternativo	(Empate)	(Empate)
Casos Robustos	(Empate)	Alternativo	(Empate)	(Empate)
<i>Egg Model</i> com Restrições				
Tipo de Análise	Melhor VPL	Pior VPL	Melhor Tempo	Pior Tempo
Tipo de Abordagem	Independente	Robusta	Independente	Robusta
Casos Independentes	(Empate)	Alternativo	Alternativo	(Empate)
Casos Robustos	(Empate)	Alternativo	Alternativo	Variável
SPE9 sem Restrições				
Estudo de Caso	Melhor VPL	Pior VPL	Melhor Tempo	Pior Tempo
Tipo de Abordagem	(Empate)	(Empate)	(Empate)	(Empate)
Casos Independentes	(Empate)	(Empate)	(Empate)	(Empate)
Casos Robustos	(Empate)	(Empate)	(Empate)	(Empate)
SPE9 com Restrições				
Estudo de Caso	Melhor VPL	Pior VPL	Melhor Tempo	Pior Tempo
Tipo de Abordagem	(Empate)	(Empate)	(Empate)	(Empate)
Casos Independentes	(Empate)	(Empate)	(Empate)	(Empate)
Casos Robustos	(Empate)	(Empate)	(Empate)	(Empate)

Uma última análise a ser feita, mas que é importante no contexto da pesquisa, envolve o custo computacional, medido em termos de simulações completas de reservatório. No Capítulo 4, foi visto que, para um *span* da árvore de busca de  $N_s$ , são necessárias  $2N_s + 1$  simulações de reservatório por realização. Tanto no caso do *Egg Model* quanto do SPE9, uma vez que  $N_s = 9$ , o custo equivalente dos algoritmos de busca foi de 19 simulações completas por realização. Para efeitos comparativos, em [16] foram necessárias, para cada algoritmo implementado para o *Egg Model*, 40 simulações por realização; já em [94], o melhor caso é menos custoso, exigindo no máximo 11 simulações por realização, mas é evidente que é um *outlier*; a média de simulações exigidas é de 26 simulações, enquanto que o pior caso resulta em 37. Fica evidente que, excetuando-se casos particulares, os métodos de busca linear e otimização de controle de poços propostos nesta pesquisa são consideravelmente mais baratos que os encontrados na literatura. No caso dos resultados apresentados em [16] para o *Egg Model*, fica evidente que os métodos robustos empregados neste estudo alcançam resultados de VPL competitivos, mas com tempos de produção consideravelmente menores, em alguns casos com uma redução superior a 50 %, que o tempo máximo considerado pelos autores, exigindo ainda um custo computacional consideravelmente menor, desconsiderando-

se ainda a paralelização utilizada.

## Capítulo 6

# Análise de Resultados do StoSAG Modificado

*Este capítulo apresenta os resultados obtidos com a implementação do algoritmo StoSAG modificado utilizando os modelos estudados. São feitas análises comparativas e estatísticas de forma a se determinar a eficiência do algoritmo StoSAG proposto em melhorar o VPL do reservatório em relação às técnicas de busca linear e aos benchmarks.*

### 6.1 Introdução

Assim como no caso dos algoritmos de busca linear, cujos resultados foram apresentados no Capítulo 5, este Capítulo destina-se ao estudo do comportamento do algoritmo StoSAG modificado em termos de VPL resultante e tempo de produção. Além dos *benchmarks* de controle aberto e reativo, o StoSAG modificado será comparado com os algoritmos de busca linear que melhor tiveram desempenho de VPL, conforme foi apresentado na Tabela 5.45, para cada modelo. No caso do *Egg Model*, o StoSAG modificado também será comparado com a variante suavizada simples do StoSAG, o ssStoSAG, apresentado em [16].

Vale ressaltar que, pela natureza do StoSAG modificado, a comparação dos resultados será feita considerando-se os algoritmos robustos; além disso, a implementação do StoSAG modificado foi feita apenas para o caso sem restrições de campo. As análises, em se tratando de casos com incerteza, serão feitas com comparação direta de resultados em relação ao VPL e tempo médios, histogramas e testes de hipótese individuais, já que a comparação envolverá um número significativamente menor de técnicas do que foi apresentado no Capítulo 5. Por fim, será utilizado, para título de comparação, o algoritmo de busca linear com parâmetro variável, uma vez que apresentou os melhores resultados entre os algoritmos robustos na comparação direta, e houve empates nas comparações estatísticas apresentadas na Tabela 5.46.

## 6.2 Estudo de Caso: *Egg Model*

### 6.2.1 Parâmetros de Simulação

A implementação do StoSAG modificado no caso do *Egg Model* considerou como parâmetros de VPL os mesmos apresentados na Tabela 5.1. Os parâmetros específicos do StoSAG modificado, como o número de perturbações e janelas de predição, são apresentados na Tabela 6.1. A partir da Equação (4.21), conclui-se que, para cada passo de tempo, serão necessárias 73 simulações por realização, um número significativamente maior do que no caso dos algoritmos lineares.

Tabela 6.1: Parâmetros do StoSAG modificado para o *Egg Model*.

Parâmetro	Valor
$N_j$	4
$N_w$	4
$N_i$	4
$N_l$	2
$\epsilon$	0.02

### 6.2.2 Resultados

A primeira análise a ser realizada de comparação entre os resultados do StoSAG modificado, os *benchmarks*, a busca linear de melhor desempenho e o ssStoSAG implementado na literatura envolve a comparação direta dos resultados médios de VPL e tempo obtidos para as 100 realizações do *Egg Model*. Procede-se também com a análise gráfica por meio de histogramas, apresentados na Figura 6.1. As Tabelas 6.2 e 6.3 mostram, respectivamente, o VPL e tempo médios para os algoritmos sob análise, incluindo o StoSAG modificado, que apresentou VPL significativamente superior ao demais casos, superando inclusive o linear em 5.35%, e o ssStoSAG em 2.93 %. Já no tempo de produção, o StoSAG apresenta um incremento significativo, uma vez que a produção fica mais lenta devido ao efeito das perturbações nos poços injetores, diminuindo a vazão dos mesmos quando necessário, conforme apresenta a Figura V.1. Contudo, o StoSAG modificado apresenta tempo significativamente menor que o ssStoSAG, devido à condição de fechamento dos poços e VPL negativo que é imposta ao final de cada iteração.

Tabela 6.2: Comparativo de VPL para o StoSAG modificado, *Egg Model*.

Algoritmo	VPL Médio ( $\times 10^6$ USD)	Melhoria / Constante (%)	Melhoria / Reativo (%)
Constante	43.15	—	—
Reativo	43.24	0.22	—
Linear	44.15	2.33	2.10
ssStoSAG	45.19	4.73	4.50
StoSAG Modificado	46.51	7.79	7.56

Tabela 6.3: Comparativo de tempo para o StoSAG modificado, *Egg Model*.

Algoritmo	Tempo (anos)	Aumento / Constante (%)	Aumento / Reativo (%)
Constante	3.72	—	—
Reativo	3.93	5.51	—
Linear	4.27	14.63	8.65
ssStoSAG	9.82	163.6	149.8
StoSAG Modificado	5.74	54.12	46.08

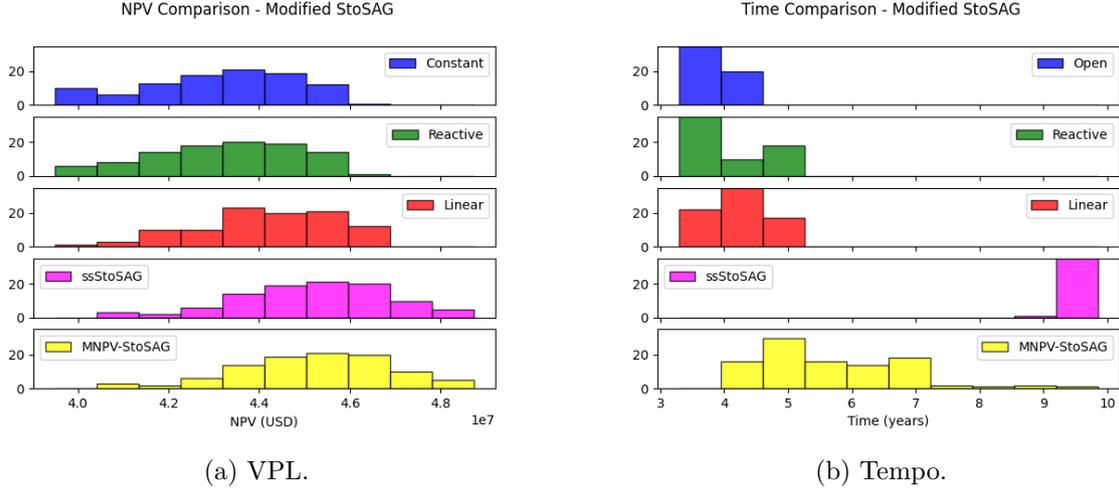


Figura 6.1: Histogramas comparativos para o StoSAG modificado, *Egg Model*.

A comparação direta de médias mostra que o StoSAG modificado é significativamente superior aos demais algoritmos no que se trata de VPL; contudo, o tempo de produção aumenta expressivamente. Para se confirmar esses resultados, foram feitos testes de hipóteses tanto em respeito ao VPL quanto ao tempo. Os testes são dados por

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{reac} \\ H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{reac}, \end{aligned} \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{linear} \\ H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{linear} \text{ e} \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{ss\_stosag} \\ H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{ss\_stosag}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

para o caso de VPL, e

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{reac} \\ H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{reac}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{linear} \\ H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{linear} \text{ e} \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned}
H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{ss\_stosag} \\
H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{ss\_stosag},
\end{aligned}
\tag{6.6}$$

para o caso do tempo. As Tabelas 6.4 e 6.5 mostram os resultados dos testes. Confirma-se que tanto o VPL quanto o tempo de produção são significativamente superiores para o StoSAG modificado em relação ao controle reativo e ao método linear escolhido para a análise, a um nível de confiança de 95 %, estando de acordo com os resultados obtidos na comparação direta. Não obstante, o teste de tempo indica um P-valor de 100 %, indicando que há possibilidade de o tempo do StoSAG ser significativamente menor. Refazendo o teste de hipóteses com a hipótese alternativa sendo  $H_1 : \mu_{stosag} < \mu_{ss\_stosag}$ , obtém-se um P-valor inferior a 0.01 %, indicando que o StoSAG modificado possui média de tempo significativamente inferior ao ssStoSAG.

Tabela 6.4: Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos reativo, linear e StoSAG do *Egg Model*.

Teste	t <sub>0</sub>	P-valor
StoSAG x Reativo	17.64	< 0.01 %
StoSAG x Linear	13.74	< 0.01 %
StoSAG x ssStoSAG	7.005	< 0.01 %

Tabela 6.5: Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos reativo, linear e StoSAG do *Egg Model*.

Teste	t <sub>0</sub>	P-valor
StoSAG x Reativo	14.66	< 0.01 %
StoSAG x Linear	12.20	< 0.01 %
StoSAG x ssStoSAG	-35.79	100 %

## 6.3 Estudo de Caso: SPE9

### 6.3.1 Parâmetros de Simulação

Para a avaliação do desempenho do StoSAG modificado no caso do SPE9, foram aproveitados os valores de VPL apresentados na Tabela 5.27. A Tabela 6.6 apresenta os parâmetros específicos de configuração do StoSAG modificado; nota-se um número significativamente maior de perturbações geradas, possibilitado pela simplicidade do modelo. São necessárias, para o caso do SPE9, 136 simulações por realização, superando o custo computacional dos algoritmos lineares propostos.

Tabela 6.6: Parâmetros do StoSAG modificado para o SPE9.

Parâmetro	Valor
$N_j$	12
$N_w$	2
$N_i$	4
$N_l$	4
$\epsilon$	0.02

### 6.3.2 Resultados

Assim como no caso do *Egg Model*, a análise de desempenho do StoSAG modificado em relação aos *benchmarks* e ao linear de melhor desempenho — este escolhido por comparação direta, passa primeiramente pelo VPL e tempo de produção médio para cada caso. Assim como foi feito na análise dos algoritmos lineares, o número baixo de realizações do SPE9 torna inviável a construção de histogramas; foram feitos gráficos de dispersão tanto do VPL quanto para o tempo, apresentados na Figura 6.2. As Tabelas 6.7 e 6.8 apresentam os valores de VPL e tempo médios de cada caso sob análise; assim como no caso do *Egg Model*, o StoSAG modificado aumenta significativamente o VPL médio, ultrapassando o linear escolhido em 6.58 %, mas sacrificando o tempo de produção, que chega a ser mais de duas vezes maior que do controle constante. Assim como no caso do *Egg Model*, nota-se uma ação mais evidente no controle dos injetores do que nos produtores, conforme evidencia a Figura V.2.

Tabela 6.7: Comparativo de VPL para o StoSAG modificado, SPE9.

Algoritmo	VPL Médio ( $\times 10^9$ USD)	Melhoria / Constante (%)	Melhoria / Reativo (%)
Constante	1.675	—	—
Reativo	1.841	9.89	—
Linear	1.899	13.34	3.14
StoSAG Modificado	2.024	20.84	9.94

Tabela 6.8: Comparativo de tempo para o StoSAG modificado, SPE9.

Algoritmo	Tempo (anos)	Aumento / Constante (%)	Aumento / Reativo (%)
Constante	12.81	—	—
Reativo	19.26	50.27	—
Linear	18.26	42.47	-5.19
StoSAG Modificado	31.69	147.3	64.58

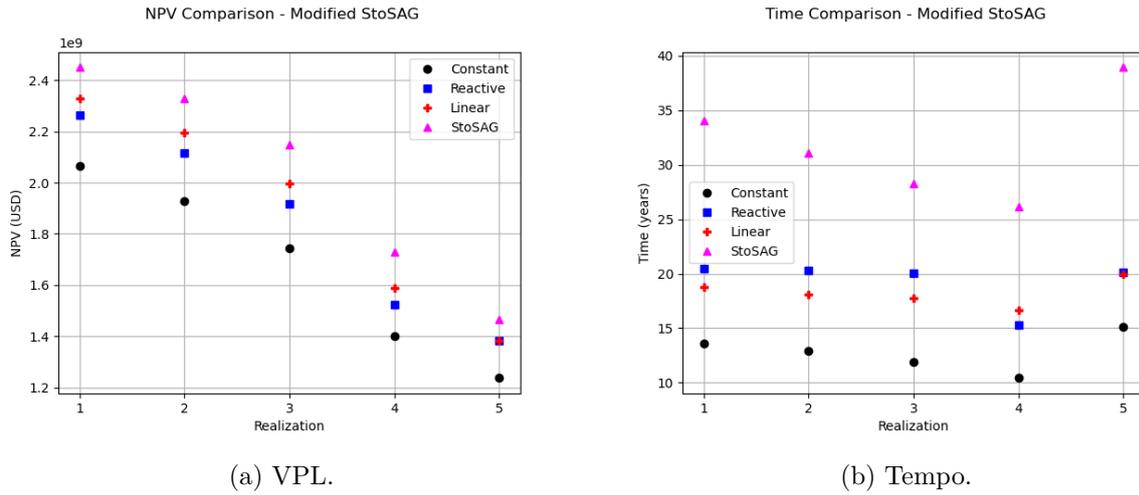


Figura 6.2: Gráficos comparativos para o StoSAG modificado, SPE9.

No que concerne à análise estatística, foram realizados os mesmos testes de hipóteses do caso do *Egg Model*, a saber:

$$\begin{aligned}
 H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{reac} \\
 H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{reac} \text{ e}
 \end{aligned}
 \tag{6.7}$$

$$\begin{aligned}
 H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{linear} \\
 H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{linear},
 \end{aligned}
 \tag{6.8}$$

para o caso de VPL, e

$$\begin{aligned}
 H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{reac} \\
 H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{reac} \text{ e}
 \end{aligned}
 \tag{6.9}$$

$$\begin{aligned}
 H_0 &: \mu_{stosag} = \mu_{linear} \\
 H_1 &: \mu_{stosag} > \mu_{linear},
 \end{aligned}
 \tag{6.10}$$

para o tempo de produção. As Tabelas 6.9 e 6.10 apresentam os resultados dos testes. Fica evidente que o tempo de produção do StoSAG modificado é maior que dos demais casos. No caso do VPL, ambos os testes indicam P-valores superiores a 5%; neste caso, não se pode rejeitar a hipótese nula de igualdade dos VPLs médios.

Tabela 6.9: Testes de Hipóteses de VPL comparando os métodos reativo, linear e StoSAG do SPE9.

Teste	$t_0$	P-valor
StoSAG x Reativo	0.729	24.33 %
StoSAG x Linear	0.486	32.00 %

Tabela 6.10: Testes de Hipóteses de tempo de produção comparando os métodos reativo, linear e StoSAG do SPE9.

Teste	$t_0$	P-valor
StoSAG x Reativo	5.056	0.05 %
StoSAG x Linear	5.801	0.02 %

## 6.4 Discussão dos Resultados

Assim como no caso dos algoritmos de busca linear concebidos no Capítulo 4, buscou-se utilizar a técnica de modificação do VPL em conjunto com um algoritmo simplex estocástico, gerando uma versão do StoSAG implementado em [16] empregando a metodologia construtiva proposta nesta pesquisa.

No primeiro estudo de caso, foi utilizado o *Egg Model*. Foi evidente a superioridade do VPL obtido pelo StoSAG modificado em relação aos demais casos, mas com o sacrifício do tempo de produção, que foi significativamente maior, resultados esses ratificados pela comparação estatística. Verificou-se também que o StoSAG modificado praticamente não agiu sobre os poços produtores, o que justifica, devido às reduções nas vazões dos injetores, o tempo maior de produção. Em comparação com o ssStoSAG proposto por Fonseca et al, notou-se que o StoSAG é superior em termos de VPL, e possui um tempo de produção menor.

O segundo estudo de caso foi realizado com o SPE9. Neste caso, o VPL médio do StoSAG modificado foi melhor, sendo o único a superar a marca de 2 bilhões. Contudo, verificou-se um aumento expressivo do tempo de produção, pelos mesmos motivos observados no caso do *Egg Model*. Por fim, em termos de análise estatística, fica evidente que o tempo de produção do StoSAG modificado é o maior, mas não há significância na diferença dos VPLs médios a um nível de 95 %. Pode-se considerar, estatisticamente, que há empate entre as técnicas sob análise, embora o VPL médio do StoSAG modificado seja maior que os demais.

A análise conjunta dos estudos de caso realizados com o StoSAG modificado mostrou que:

- O StoSAG modificado age predominantemente sobre os injetores, tentando manter o BHP dos produtores constante durante a vida do reservatório;
- A ação do StoSAG modificado dos injetores estende a vida do reservatório, pois atrasa a formação de cones de água. Desta maneira, o tempo de produção do StoSAG modificado supera as demais técnicas de controle que mantêm as vazões dos injetores no valor máximo;
- Em ambos os estudos, o tempo de produção do StoSAG é significativamente superior, fato ratificado pelos testes de hipóteses realizados;
- O VPL médio do StoSAG modificado é significativamente superior aos *benchmarks* e aos algoritmos de busca linear; não obstante, assim como no estudo realizado no Capítulo 5,

apenas no *Egg Model* a superioridade do VPL é significativa conforme os testes de hipóteses, havendo assim um empate no caso do SPE9;

- O StoSAG modificado consegue superar o caso proposto na literatura em termos de VPL, para o *Egg Model*, em um tempo de produção menor. Isso se deve ao fato de que a solução do StoSAG é construída ao longo do tempo, com condição de parada, enquanto que o ssStoSAG otimiza a produção considerando o ciclo de vida do reservatório como um todo.

# Capítulo 7

## Conclusões

### 7.1 Considerações Finais

O presente estudo buscou apresentar técnicas de controle de poços em reservatórios de petróleo que não somente obtivessem o melhor lucro possível, em termos de valor presente, como também não prolongassem significativamente o ciclo de vida da produção e fossem computacionalmente baratos. Para se alcançar tal objetivo, que envolve a modificação da função custo de normalmente utilizada nos problemas de otimização da produção, foram empregados diferentes métodos de busca em dois casos conhecidos na literatura: o *Egg Model*, que é um modelo *dead-oil*, e o SPE9, que contém gás.

Os métodos de busca implementados a partir de um exame de um conjunto de controles possíveis, a cada passo de tempo, e obtenham o melhor controle a partir de simulações de reservatório e comparações diretas do VPL modificado. Os algoritmos lineares concebidos nesta pesquisa foram estendidos a casos em que se consideram restrições de produção do campo, e casos com incertezas, envolvendo técnicas robustas de otimização em um conjunto de realizações de um dado modelo. Por fim, apresentou-se uma versão do algoritmo StoSAG, que é um método livre de gradiente, utilizando o VPLM como função de custo e estruturado de forma construtiva.

Em relação aos aspectos positivos da pesquisa, o principal a ser citado é que, tomando-se o objetivo básico de que qualquer algoritmo de otimização deva oferecer valores de VPL superiores aos casos de controle constante e de reativo, o mesmo foi alcançado em todos os casos estudados, com todos os algoritmos de busca da solução ótima implementados. Além disso, mostrou-se que o tempo de produção, em certos casos, chegou a ser melhor que o reativo, observado nos casos de busca linear, e sempre inferior ao tempo máximo especificado para cada modelo.

Nos casos dos algoritmos lineares com restrições, verificou-se, por meio da análise de razões de restrição, que os algoritmos com essa opção se comportaram razoavelmente dentro do esperado. Por fim, mostrou-se que, em termos do número exigido de simulações completas por realização, as soluções de busca propostas por esta pesquisa possuem um custo computacional mais baixo do que os casos encontrados na literatura. A partir de todos os pontos aqui apresentados, conclui-se que o objetivo geral deste trabalho, apresentado na Seção 1.4, foi atingido.

Contudo, deve-se destacar também alguns aspectos passíveis de aprimoramento. Primeiramente, os parâmetros para cada algoritmo de busca foram obtidos de forma empírica; um planejamento experimental poderia ser utilizado para se obter valores que melhorassem o desempenho das buscas de solução.

Um segundo ponto negativo foi nos casos em que se empregou a análise estatística, em que houve um empate técnico entre os algoritmos em alguns casos, sendo que para o SPE9 nenhum algoritmo se sobressaiu. Pode-se concluir, nesse caso, que os algoritmos lineares propostos, quando aplicados nos casos com incertezas, tendem a exibir um comportamento muito parecido; uma solução para esse caso também poderia passar por um ajuste dos parâmetros.

Nos casos com restrições, identificou-se, nos primeiros instantes de tempo, perturbações devido a limitações numéricas do simulador empregado; além disso, no caso do SPE9, houve uma quantidade maior de pontos em que a razão crítica de restrição, impulsionada pela produção de água, foi maior do que o limite de respeito às restrições.

Este fato sugere a possibilidade de que outros esquemas de limitação de injeção possam ser utilizados, de forma a se limitar melhor a quantidade de fluidos produzidos sem prejudicar a evolução do VPL. No caso do StoSAG modificado, outros testes poderiam ser realizados, controlando apenas os poços produtores ou apenas os injetores, além de uma calibração melhor das janelas de predição e perturbações.

Por fim, destaca-se o baixo número de realizações utilizado para o caso com incertezas do SPE9, o que pode ter influência inclusive nas análises estatísticas; afinal, quando se utiliza a análise da variância, quanto menor o número de graus de liberdade alocados para os tratamentos, a tendência é que o valor da estatística F de Snedecor resultante seja menor, aumentando a região de não-rejeição da hipótese nula que, no caso desta pesquisa, equivale a dizer que a aplicação dos diferentes algoritmos não apresenta significância nos resultados. Uma sugestão para trabalhos futuros é gerar um conjunto maior de realizações, empregando diferentes parâmetros com incertezas; para isso, um planejamento fatorial pode ser utilizado. Desta maneira, uma análise estatística mais sólida pode ser utilizada para o caso do SPE9.

## 7.2 Contribuições da Pesquisa

### 7.2.1 Contribuições Gerais

Dentre as contribuições oferecidas por este trabalho, destacam-se:

1. O uso de técnicas construtivas de otimização da produção de reservatório;
2. O emprego de uma forma alternativa da função objetivo normalmente utilizada na literatura, em que se buscou uma contribuição maior dos parâmetros intrínsecos do reservatório;
3. A concepção e implementação de algoritmos que, usando a função modificada como custo, consideram também o ciclo de vida do reservatório e apresentam baixas exigências de poder

computacional;

4. O desenvolvimento de algoritmos de otimização em uma linguagem que, a partir do uso de uma API simples, possam ser aproveitados em *softwares* mais complexos;
5. De forma indireta, pode-se destacar também o papel desta pesquisa no próprio desenvolvimento da API, em que foram adicionadas funcionalidades conforme as necessidades específicas encontradas para que os algoritmos fossem propriamente implementados.

## 7.2.2 Participação em Projeto de Pesquisa

A presente pesquisa foi parte do projeto “*STORMS* — Ferramenta de Otimização Inteligente para a gestão de reservatórios baseada em modelo de reservatórios e seus campos de saturação e infraestrutura para pesquisa em otimização de produção”, em que foram desenvolvidos os códigos necessários para a simulação e a análise dos dados dos algoritmos propostos. É importante destacar não somente as habilidades de programação em Python desenvolvidas, particularmente na área de ciência de dados e desenvolvimento de *software*, como também o próprio processo de testes e análise de estabilidade da biblioteca *STORMSlib*, em conjunto com a ESSS e a contribuições pessoais e profissionais dos membros do grupo.

## 7.2.3 Publicações

O trabalho desenvolvido neste estudo permitiu o desenvolvimento, de forma direta ou indireta, dos seguintes artigos aceitos tanto para apresentação em conferências e para publicação em periódicos científicos:

- FORTALEZA, E. L. F.; **BARROSO NETO, E. P.**; MIRANDA, M. E. R. *Production optimization using a modified net present value*. Computational Geosciences, v. 24, p. 1087–1100, 2020.
- GHISI, I.; SANTOS, C.; SILVA, V.; FORTALEZA, E. L. F.; **BARROSO NETO, E. P.**; MIRANDA, M. E. R.; SANCHEZ, W. H. C.; MUNERATO, F. P. *STORMSLIB: a computational library for research and development of reservoir optimization*. Rio Oil and Gas Expo and Conference, v. 20, p. 461-462. Rio de Janeiro, Brasil, 2020.
- FORTALEZA, E. L. F.; SANCHEZ, W. H. C.; **BARROSO NETO, E. P.**; MIRANDA, M. E. R.; MUNERATO, F. P. *Robust Optimization Technique Using Modified Net Present Value and Stochastic Simplex Approximate Gradient*. SPE Journal, v. 27, p. 3384-3405, 2022.
- GHISI, I. T.; FORTALEZA, E. L. F.; MIRANDA, M. E. R.; SANCHEZ, W. H. C.; MUNERATO, F. P.; MELO FILHO, L. S.; **BARROSO NETO, E. P.**; SCHVEITZER JUNIOR, A. *Waterflooding optimization with multidimensional output constraints using a modified Net Present Value*. Rio Oil and Gas Expo and Conference, v. 22, p. 35-36. Rio de Janeiro, Brasil, 2022.

- **BARROSO NETO, E. P.**; SANCHEZ, W. H. C.; MIRANDA, M. E. R.; PIMENTA; B. G.; MUNERATO, F. P.; BARROSO, J. B.; FORTALEZA, E. L. F. *Waterflooding Optimization Under Constraints on Oil and Gas Reservoir Using Modified NPV Gradient*. Offshore Technology Conference, Houston, EUA, 2022.

### 7.3 Recomendações e Trabalhos Futuros

No que concerne a perspectivas futuras, recomendam-se os seguintes passos:

1. Analisar técnicas alternativas de modificação do VPL, considerando-se até mesmo múltiplos parâmetros, além de um estudo analítico do VPLM mais aprofundado;
2. Introduzir o uso da função modificada em outros tipos de problemas, como o de alocação de poços;
3. Utilizar outros métodos de busca de solução ótima com o VPLM como função custo, como algoritmos de gradiente aproximado ou de inteligência artificial;
4. Buscar métodos mais robustos de controle de restrições, considerando-se não só as de campo como também as restrições individuais de poços;
5. Empregar os algoritmos já desenvolvidos em outros modelos de reservatório, tanto nos casos determinístico como os com incertezas. É preferível que modelos mais complexos sejam utilizados;
6. Considerar o uso de outros *softwares* de simulação que sejam mais estáveis numericamente que o *OPM Flow* para se executar os algoritmos com VPLM, como o Eclipse;
7. Fazer planejamentos experimentais, utilizando inclusive análises estatísticas como a ANOVA, para se ter uma ideia melhor das influências de cada parâmetro dos algoritmos propostos, permitindo inclusive uma melhor escolha dos mesmos;
8. Admitir, para o caso do SPE9, um processo de geração de realizações com mais incertezas, por meio de um planejamento fatorial, de forma que um conjunto maior de modelos seja obtido, e a análise estatística dos resultados para este caso em particular seja mais sólida.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] HOU, J. et al. A review of closed-loop reservoir management. *Petroleum Science*, v. 12, n. 1, p. 114–128, Mar 2015. ISSN 1995-8226. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s12182-014-0005-6>>.
- [2] CHANG, Y. et al. OLYMPUS optimization under geological uncertainty. *Computational Geosciences*, v. 24, n. 6, p. 2027–2042, Dec 2020. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-019-09892-x>>.
- [3] FORTALEZA, E. *Controle Avançado para Gestão de Reservatórios de Petróleo*. 2012.
- [4] BARROSO NETO, E. P. *Smart reservoir: uma proposta para otimização de tempo de exploração em reservatórios de petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2019.
- [5] JANSEN, J.-D. et al. The egg model - a geological ensemble for reservoir simulation. *Geoscience Data Journal*, v. 1, p. 192–195, 11 2014.
- [6] THOMAS, J. E. *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência: PETROBRAS, 2004. ISBN 85-7193-099-6.
- [7] JEVONS, H. S. The second industrial revolution. *The Economic Journal*, [Royal Economic Society, Wiley], v. 41, n. 161, p. 1–18, 1931. ISSN 00130133, 14680297. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2224131>>.
- [8] BROSCHE, H. The arab oil embargo and united states pressure against chile: Economic and political coercion and the charter of the united nations. *Journal of International Law*, v. 7, n. 1, 1974. Disponível em: <<https://scholarlycommons.law.case.edu/jil/vol7/iss1/2/>>.
- [9] HUBBERT, M. K. History of petroleum geology and its bearing upon present and future exploration. [usa]. United States, Dec 1966. Research Org.: US Geol Surv. Disponível em: <<https://www.osti.gov/biblio/6398367>>.
- [10] FILHO, E. T. A.; PERESTRELO, M.; MOLINA-PALMA, M. A. As descobertas do pré-sal e os desafios competitivos da indústria brasileira do setor de petróleo e gás: uma abordagem prospectiva. *CIDADES, Comunidades e Territórios*, scielopt, p. 85 – 98, 12 2015. ISSN 2182-3030. Disponível em: <[http://www.scielo.mec.pt/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2182-30302015000200008&nrm=iso](http://www.scielo.mec.pt/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2182-30302015000200008&nrm=iso)>.

- [11] ALVARADO, V.; MANRIQUE, E. Enhanced oil recovery: An update review. *Energies*, v. 3, n. 9, p. 1529–1575, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/en3091529>>.
- [12] ROSA, A. J. *Engenharia de Reservatórios de Petróleo*. Rio de Janeiro: Interciência: PETROBRAS, 2006. ISBN 85-7193-135-6.
- [13] KHOR, C. S.; ELKAMEL, A.; SHAH, N. Optimization methods for petroleum fields development and production systems: a review. *Optimization and Engineering*, v. 18, n. 4, p. 907–941, Dec 2017. ISSN 1573-2924. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11081-017-9365-2>>.
- [14] KOSMIDIS, V.; PERKINS, J.; PISTIKOPOULOS, E. Optimization of well oil rate allocations in petroleum fields. *Industrial & Engineering Chemistry Research - IND ENG CHEM RES*, v. 43, 03 2004.
- [15] VASANTHARAJAN, S.; AL-HUSSAINY, R.; HEINEMANN, R. F. Applying optimization technology in reservoir management. *Journal of Petroleum Technology*, v. 58, n. 05, p. 82–88, May 2006. ISSN 0149-2136. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/87836-JPT>>.
- [16] FONSECA, R. R.-M. et al. A stochastic simplex approximate gradient (StoSAG) for optimization under uncertainty. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 109, n. 13, p. 1756–1776, 2017. ISSN 1097-0207. Nme.5342. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/nme.5342>>.
- [17] ESSEN, G. van et al. Robust Waterflooding Optimization of Multiple Geological Scenarios. *SPE Journal*, v. 14, n. 01, p. 202–210, 03 2009. ISSN 1086-055X. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/102913-PA>>.
- [18] UDY, J. et al. Review of field development optimization of waterflooding, EOR, and well placement focusing on history matching and optimization algorithms. *Processes*, v. 5, n. 3, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/pr5030034>>.
- [19] ISLAM, J. et al. A holistic review on artificial intelligence techniques for well placement optimization problem. *Advances in Engineering Software*, v. 141, p. 102767, 03 2020.
- [20] LEE, A. S.; ARONOFSKY, J. S. A linear programming model for scheduling crude oil production. *Journal of Petroleum Technology*, v. 10, n. 07, p. 51–54, Jul 1958. ISSN 0149-2136. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/862-G>>.
- [21] ARONOFSKY, J. S.; WILLIAMS, A. C. The use of linear programming and mathematical models in underground oil production. *Management Science*, INFORMS, v. 8, n. 4, p. 394–407, 1962. ISSN 00251909, 15265501. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2627243>>.
- [22] PERROTTI, G. et al. Optimization Criteria for Gas Reservoirs Production. In: . [S.l.: s.n.], 1967. (World Petroleum Congress (WPC), All Days). WPC-12537.
- [23] WATTENBARGER, R. A. Maximizing seasonal withdrawals from gas storage reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, v. 22, n. 08, p. 994–998, Aug 1970. ISSN 0149-2136. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/2406-PA>>.

- [24] DOUGHERTY, E. L. Application of optimization methods to oilfield problems: Proved, probable, possible. In: . 47th Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME, 1972. SPE-3978-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/3978-MS>>.
- [25] ROSENWALD, G. W.; GREEN, D. W. A method for determining the optimum location of wells in a reservoir using mixed-integer programming. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 14, n. 01, p. 44–54, Feb 1974. ISSN 0197-7520. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/3981-PA>>.
- [26] BABAYEV, D. A. Mathematical models for optimal timing of drilling on multilayer oil and gas fields. *Manage. Sci.*, INFORMS, Linthicum, MD, USA, v. 21, n. 12, p. 1361–1369, ago. 1975. ISSN 0025-1909. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/mnsc.21.12.1361>>.
- [27] GOTTFRIED, B. S. Optimization of a cyclic steam injection process using penalty functions. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 12, n. 01, p. 13–20, Feb 1972. ISSN 0197-7520. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/3329-PA>>.
- [28] MCFARLAND, J. W.; LASDON, L.; LOOSE, V. Development planning and management of petroleum reservoirs using tank models and nonlinear programming. *Operations Research*, v. 32, n. 2, p. 270–289, 1984. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.32.2.270>>.
- [29] RAMIREZ, W. F.; FATHI, Z.; CAGNOL, J. L. Optimal injection policies for enhanced oil recovery: Part 1 theory and computational strategies. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 24, n. 03, p. 328–332, Jun 1984. ISSN 0197-7520. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/11285-PA>>.
- [30] FATHI, Z.; RAMIREZ, F. W. Optimal injection policies for enhanced oil recovery: Part 2-surfactant flooding. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 24, n. 03, p. 333–341, Jun 1984. ISSN 0197-7520. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/12814-PA>>.
- [31] WACKOWSKI, R. K. et al. Applying rigorous decision analysis methodology to optimization of a tertiary recovery project: Rangely weber sand unit, colorado. In: . Oil and Gas Economics, Finance and Management Conference, 1992. SPE-24234-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/24234-MS>>.
- [32] JANSEN, J.-D.; BROUWER, R.; DOUMA, S. G. Closed loop reservoir management. In: . Oil and Gas Economics, Finance and Management Conference, 2009. SPE-119098-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/119098-MS>>.
- [33] BROUWER, D. et al. Improved Reservoir Management Through Optimal Control and Continuous Model Updating. In: . [s.n.], 2004. (SPE Annual Technical Conference and Exhibition, All Days). SPE-90149-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/90149-MS>>.
- [34] NÆVDAL, G.; BROUWER, D. R.; JANSEN, J.-D. Waterflooding using closed-loop control. *Computational Geosciences*, v. 10, n. 1, p. 37–60, Mar 2006. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-005-9010-6>>.

- [35] AITOKHUEHI, I.; DURLOFSKY, L. J. Optimizing the performance of smart wells in complex reservoirs using continuously updated geological models. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 48, n. 3, p. 254–264, 2005. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410505000963>>.
- [36] SARMA, P.; DURLOFSKY, L. J.; AZIZ, K. Efficient Closed-loop Production Optimization Under Uncertainty. In: . [s.n.], 2005. (SPE Europec featured at EAGE Conference and Exhibition, All Days). SPE-94241-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/94241-MS>>.
- [37] SARMA, P. et al. Efficient real-time reservoir management using adjoint-based optimal control and model updating. *Computational Geosciences*, v. 10, n. 1, p. 3–36, Mar 2006. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-005-9009-z>>.
- [38] JACQUARD, P. Permeability distribution from field pressure data. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 5, n. 04, p. 281–294, Dec 1965. ISSN 0197-7520. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/1307-PA>>.
- [39] CARTER, R. D. et al. Performance matching with constraints. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 14, n. 02, p. 187–196, Apr 1974. ISSN 0197-7520. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/4260-PA>>.
- [40] JANSEN, J. Adjoint-based optimization of multi-phase flow through porous media – a review. *Computers & Fluids*, v. 46, n. 1, p. 40–51, 2011. ISSN 0045-7930. 10th ICFD Conference Series on Numerical Methods for Fluid Dynamics (ICFD 2010). Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793010002677>>.
- [41] ASHEIM, H. Maximization of water sweep efficiency by controlling production and injection rates. SPE European Petroleum Conference, Londres, Reino Unido, 1988.
- [42] VIRNOVSKY, G. A. Waterflooding strategy design using optimal control theory. European Association of Geoscientists & Engineers, 1991. ISSN 2214-4609. Disponível em: <<https://www.earthdoc.org/content/papers/10.3997/2214-4609.201411270>>.
- [43] ZAKIROV, I. et al. Optimizing reservoir performance by automatic allocation of well rates. European Association of Geoscientists & Engineers, 1996. ISSN 2214-4609. Disponível em: <<https://www.earthdoc.org/content/papers/10.3997/2214-4609.201406895>>.
- [44] SUDARYANTO, B.; YORTSOS, Y. Optimization of fluid front dynamics in porous media using rate control. i. equal mobility fluids. *Physics of Fluids*, v. 12, p. 1656, 07 2000.
- [45] SUDARYANTO, B.; YORTSOS, Y. Optimization of displacements in porous media using rate control. *Proceedings - SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 09 2001.
- [46] DOLLE, N.; BROUWER, D.; JANSEN, J. Dynamic optimization of water flooding with multiple injectors and producers using optimal control theory. In: *Proc. XIV international conference on computational methods in water resources, Delft, The Netherlands*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 1435–1442. ISBN 0444 50975 5.

- [47] BROUWER, D.; JANSEN, J.-D. Dynamic optimization of waterflooding with smart wells using optimal control theory. *SPE Journal*, v. 9, p. 391–402, 10 2004.
- [48] KRAAIJEVANGER, J. et al. Optimal waterflood design using the adjoint method. 02 2007.
- [49] LI, R.; REYNOLDS, A.; OLIVER, D. History matching of three-phase flow production data. *SPE Journal - SPE J*, v. 8, p. 328–340, 12 2003.
- [50] RAMIREZ, W. F. *Application of Optimal Control Theory to Enhanced Oil Recovery*. Amsterdam: Elsevier, 1987. ISBN 978-0-080-86879-0.
- [51] MEHOS, G. J.; RAMIREZ, W. Use of optimal control theory to optimize carbon dioxide miscible-flooding enhanced oil recovery. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 2, n. 4, p. 247–260, 1989. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0920410589900028>>.
- [52] WEI, L.; RAMIREZ, W. F.; QI, Y. F. Optimal control of steamflooding. *SPE Advanced Technology Series*, v. 1, n. 02, p. 73–82, Jul 1993. ISSN 1076-0148. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/21619-PA>>.
- [53] DOREN, J. et al. Adjoint-based optimization of polymer flooding. *Society of Petroleum Engineers - SPE Enhanced Oil Recovery Conference 2011, EORC 2011*, v. 1, 07 2011.
- [54] ZANGANEH, M. et al. Adjoint-based optimization of a foam eor process. *Computational Geosciences*, v. 18, p. 563–577, 08 2014.
- [55] SARMA, P.; AZIZ, K.; DURLOFSKY, L. Implementation of Adjoint Solution for Optimal Control of Smart Wells. In: . [s.n.], 2005. (SPE Reservoir Simulation Conference, All Days). SPE-92864-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/92864-MS>>.
- [56] WANG, C.; LI, G.; REYNOLDS, A. C. Optimal Well Placement for Production Optimization. In: . [s.n.], 2007. (SPE Eastern Regional Meeting, All Days). SPE-111154-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/111154-MS>>.
- [57] ZANDVLIET, M. et al. Adjoint-based well placement optimization under production constraints. *SPE Journal*, v. 13, p. 392–399, 12 2008.
- [58] SARMA, P.; CHEN, W. Efficient well placement optimization with gradient-based algorithms and adjoint models. *Society of Petroleum Engineers - Intelligent Energy Conference and Exhibition: Intelligent Energy 2008*, v. 2, 02 2008.
- [59] VLEMMIX, S. et al. Adjoint-Based Well Trajectory Optimization. In: . [s.n.], 2009. (SPE Europec featured at EAGE Conference and Exhibition, All Days). SPE-121891-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/121891-MS>>.
- [60] WANG, C.; LI, G.; REYNOLDS, A. C. Production optimization in closed-loop reservoir management. *SPE Journal*, v. 14, n. 03, p. 506–523, Aug 2009. ISSN 1086-055X. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/109805-PA>>.

- [61] LORENTZEN, R. et al. A new approach for dynamic optimization of waterflooding problems. In: . [S.l.: s.n.], 2006.
- [62] NWAZO, J. *Dynamic Optimization of a Water Flood Reservoir*. Dissertação (Mestrado) — University of Oklahoma, Norman, Oklahoma, 2006.
- [63] ASADOLLAHI, M.; NÆVDAL, G. Waterflooding optimization using gradient based methods. *SPE Journal*, 2009.
- [64] SUWARTADI, E. *Gradient-based Methods for Production Optimization of Oil Reservoirs*. Tese (Doutorado) — Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Noruega, 2012.
- [65] GREMA, A. S.; CAO, Y. Optimization of petroleum reservoir waterflooding using receding horizon approach. In: *2013 IEEE 8th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 397–402.
- [66] VOLCKER, C.; JØRGENSEN, J.; STENBY, E. Oil reservoir production optimization using optimal control. In: . [S.l.: s.n.], 2011. p. 7937–7943. ISBN 978-1-61284-800-6.
- [67] DEHDARI, V.; OLIVER, D. S. Sequential Quadratic Programming (SQP) for Solving Constrained Production Optimization — Case Study from Brugge Field. In: . [s.n.], 2011. (SPE Reservoir Simulation Conference, All Days). SPE-141589-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/141589-MS>>.
- [68] CHEN, C. et al. Global-search distributed-gauss-newton optimization method and its integration with the randomized-maximum-likelihood method for uncertainty quantification of reservoir performance. *SPE Journal*, v. 23, p. 1496–1517, 05 2018.
- [69] SALIM, C.; WAHJUDHI, S. M.; MARIYANTO. Reservoir fluid production optimization to sustain net-present value (NPV) using gradient-based quasi-newton method. *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, v. 1876, n. 1, p. 012017, apr 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1876/1/012017>>.
- [70] LORENTZEN, R. J.; SHAFIEIRAD, A.; NÆVDAL, G. Closed loop reservoir management using the ensemble kalman filter and sequential quadratic programming. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Reservoir Simulation Symposium*. [S.l.], 2009.
- [71] GREMA, A. et al. Optimization and non-linear identification of reservoir water flooding process. *Arid Zone Journal of Engineering, Technology and Environment*, v. 13, n. 5, p. 610–619, 2017.
- [72] VÖLCKER, C. *Production Optimization of Oil Reservoirs*. Tese (Doutorado) — Technical University of Denmark, Kongens Lyngby, Dinamarca, 2011.
- [73] AWOTUNDE, A. A. Reservoir Parameter Estimation with Improved Particle Swarm Optimization. In: . [s.n.], 2012. (SPE Annual Technical Conference and Exhibition, All Days). SPE-159470-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/159470-MS>>.

- [74] STORDAL, A.; SZKLARZ, S.; LEEUWENBURGH, O. A theoretical look at ensemble-based optimization in reservoir management. *Mathematical geosciences*, 06 2015.
- [75] FONSECA, R.-M. et al. Robust ensemble-based multi-objective optimization. In: . [S.l.: s.n.], 2014.
- [76] FONSECA, R. M. et al. Ensemble-Based Multi-Objective Optimization of On-Off Control Devices Under Geological Uncertainty. In: . [s.n.], 2015. (SPE Reservoir Simulation Conference, Day 3 Wed, February 25, 2015). D031S011R004. Disponível em: <<https://doi.org/SPE-173268-MS>>.
- [77] FOROUZANFAR, F.; REYNOLDS, A. C.; LI, G. Optimization of the well locations and completions for vertical and horizontal wells using a derivative-free optimization algorithm. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 86-87, p. 272–288, 2012. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410512000678>>.
- [78] ASHOORI, A. *Understanding Dynamic Programming in theory and practice*. 2020. Acesso em: 17 de Junho de 2021. Disponível em: <<https://levelup.gitconnected.com/understanding-dynamic-programming-in-theory-and-practice-7835610ca485>>.
- [79] HAUGEN, K. K. A stochastic dynamic programming model for scheduling of offshore petroleum fields with resource uncertainty. *European Journal of Operational Research*, v. 88, n. 1, p. 88–100, 1996. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221794001928>>.
- [80] LANG, Z.; HORNE, R. Optimum Production Scheduling Using Reservoir Simulators: A Comparison of Linear Programming and Dynamic Programming Techniques. In: . [s.n.], 1983. (SPE Annual Technical Conference and Exhibition, All Days). SPE-12159-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/12159-MS>>.
- [81] CAMPONOGARA, E.; NAKASHIMA, P. H. Solving a gas-lift optimization problem by dynamic programming. *European Journal of Operational Research*, v. 174, n. 2, p. 1220–1246, 2006. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221705002705>>.
- [82] STEDINGER, J.; SULE, B.; LOUCKS, P. Stochastic dynamic programming models for reservoir operation optimization. *Water Resources Research - WATER RESOUR RES*, v. 20, p. 1499–1505, 11 1984.
- [83] ZHAO, T.; CAI, X.; WANG, H. Improved dynamic programming for reservoir operation optimization with a concave objective function. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 138, p. 590–596, 11 2012.
- [84] SPALL, J. Implementation of the simultaneous perturbation algorithm for stochastic optimization. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 34, n. 3, p. 817–823, 1998.

- [85] BANGERTH, W. et al. On optimization algorithms for the reservoir oil well placement problem. *Computational Geosciences*, v. 10, p. 303–319, 01 2006.
- [86] ZHOU, K. et al. Optimal control of polymer flooding based on simultaneous perturbation stochastic approximation method guided by finite difference gradient. *Computers & Chemical Engineering*, v. 55, p. 40–49, 2013. ISSN 0098-1354. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098135413001166>>.
- [87] GAO, G.; LI, G.; REYNOLDS, A. C. A stochastic optimization algorithm for automatic history matching. *SPE Journal*, v. 12, n. 02, p. 196–208, Jun 2007. ISSN 1086-055X. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/90065-PA>>.
- [88] LI, G.; REYNOLDS, A. C. Uncertainty quantification of reservoir performance predictions using a stochastic optimization algorithm. *Computational Geosciences*, v. 15, n. 3, p. 451–462, Jun 2011. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-010-9214-2>>.
- [89] EVENSEN, G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using monte carlo methods to forecast error statistics. *Journal of Geophysical Research*, v. 99, p. 10143–10162, 1994.
- [90] FILHO, J. O. de A. L. *Estimação Adaptativa para Sistemas Não-Lineares em Malha Fechada e Teoria de Planicidade Diferencial*. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2019.
- [91] NÆVDAL, G.; MANNSETH, T.; VEFRING, E. H. Near-Well Reservoir Monitoring Through Ensemble Kalman Filter. In: . [s.n.], 2002. (SPE Improved Oil Recovery Conference, All Days). SPE-75235-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/75235-MS>>.
- [92] GU, Y.; OLIVER, D. S. An iterative ensemble kalman filter for multiphase fluid flow data assimilation. *SPE Journal*, v. 12, n. 04, p. 438–446, Nov 2007. ISSN 1086-055X. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/108438-PA>>.
- [93] LI, G.; REYNOLDS, A. Iterative ensemble kalman filters for data assimilation. *SPE Journal - SPE J*, v. 14, p. 496–505, 09 2009.
- [94] SILVA, V. L. S. et al. Stochastic optimization strategies applied to the OLYMPUS benchmark. *Computational Geosciences*, v. 24, n. 6, p. 1943–1958, 12 2020. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-019-09854-3>>.
- [95] FONSECA, R. et al. Overview of the olympus field development optimization challenge. *European Association of Geoscientists & Engineers*, v. 2018, n. 1, p. 1–10, 2018. ISSN 2214-4609. Disponível em: <<https://www.earthdoc.org/content/papers/10.3997/2214-4609.201802246>>.
- [96] BOUZARKOUNA, Z.; DING, D. Y.; AUGER, A. Well placement optimization with the covariance matrix adaptation evolution strategy and meta-models. *Computational Geosciences*, v. 16, n. 1, p. 75–92, Jan 2012. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-011-9254-2>>.

- [97] ZHAO, H. et al. Maximization of a Dynamic Quadratic Interpolation Model for Production Optimization. *SPE Journal*, v. 18, n. 06, p. 1012–1025, 08 2013. ISSN 1086-055X. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/141317-PA>>.
- [98] YANG, X.-S. *Engineering optimization: an introduction with metaheuristic applications*. New York: Wiley, 2010. ISBN 978-0-470-58246-6.
- [99] HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. Michigan: University of Michigan Press, 1975.
- [100] TOKUDA, N. et al. Application of genetic algorithm to history matching for core flooding. *SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, APOGCE*, 10 2004.
- [101] XU, S. et al. Application of genetic algorithm (ga) in history matching of the vapour extraction (vapex) heavy oil recovery process. *Natural Resources Research*, v. 24, p. 221–237, 06 2014.
- [102] GÜYAGÜLER, B.; HORNE, R. N. Uncertainty assessment of well-placement optimization. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, v. 7, n. 01, p. 24–32, Feb 2004. ISSN 1094-6470. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/87663-PA>>.
- [103] LYONS, J.; NASRABADI, H. Well placement optimization under time-dependent uncertainty using an ensemble kalman filter and a genetic algorithm. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 109, p. 70–79, 2013. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092041051300209X>>.
- [104] EMERICK, A. et al. Well placement optimization using a genetic algorithm with nonlinear constraints. In: . [S.l.: s.n.], 2009.
- [105] MORALES, A.; NASRABADI, H.; ZHU, D. A Modified Genetic Algorithm for Horizontal Well Placement Optimization in Gas Condensate Reservoirs. In: . [s.n.], 2010. (SPE Annual Technical Conference and Exhibition, All Days). SPE-135182-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/135182-MS>>.
- [106] MORALES, A.; NASRABADI, H.; ZHU, D. A new modified genetic algorithm for well placement optimization under geological uncertainties. 05 2011.
- [107] RASOULI, H.; RASHIDI, F.; KHAMEHCHI, E. Well placement optimization for water injection wells. 05 2010.
- [108] TAVAKKOLIAN, M.; F., F. J.; EMADI, M. Production Optimization using Genetic Algorithm Approach. In: . [s.n.], 2004. (SPE Nigeria Annual International Conference and Exhibition, All Days). SPE-88901-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/88901-MS>>.
- [109] ZANGL, G.; HERMANN, R. Waterflood Pattern Optimization Using Genetic Algorithms with Multi-tank Material Balance. In: . [s.n.], 2004. (SPE Annual Technical Conference and Exhibition, All Days). SPE-90259-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/90259-MS>>.

- [110] GUAN, X.-J.; WEI, L.-X.; YANG, J.-J. Optimization of operation plan for water injection system in oilfield using hybrid genetic algorithm. v. 26, p. 114–117, 05 2005.
- [111] GATES, I.; CHAKRABARTY, N. Optimization of steam-assisted gravity drainage (sagd) in ideal mcmurray reservoir. *Canadian International Petroleum Conference*, v. 45, 01 2005.
- [112] EMERA, M.; SARMA, H. Use of genetic algorithm to predict minimum miscibility pressure (mmp) between flue gases and oil in design of flue gas injection project. *SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference, MEOS, Proceedings*, 03 2005.
- [113] AL-GOSAYIR, M.; BABADAGLI, T.; LEUNG, J. Optimization of sagd and solvent additive sagd applications: Comparative analysis of optimization techniques with improved algorithm configuration. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 98-99, p. 61–68, 11 2012.
- [114] KASHKOOL, S.; MASIHI, M.; PISHVAEI, M. Dynamic optimization of water flood reservoirs with the variational approach. *Petroleum Science and Technology*, v. 32, 02 2014.
- [115] MAMGHADERI, A.; POURAFSHARY, P. Water flooding performance prediction in layered reservoirs using improved capacitance-resistive model. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 108, p. 107 – 117, 2013. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410513001678>>.
- [116] PARK, H.-Y. et al. Improved decision making with new efficient workflows for well placement optimization. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 152, p. 81–90, 2017. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410517303376>>.
- [117] BADRU, O.; KABIR, S. Well placement optimization in field development. 10 2003.
- [118] CHANG, Y.; BOUZARKOUNA, Z.; DEVEGOWDA, D. Multi-objective optimization for rapid and robust optimal oilfield development under geological uncertainty. *Computational Geosciences*, v. 19, p. 933–950, 06 2015.
- [119] SAFARZADEH, M. A.; MOTEALLEH, M.; MOGHADASI, J. A novel, streamline-based injection efficiency enhancement method using multi-objective genetic algorithm. *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, v. 5, n. 1, p. 73–80, Mar 2015. ISSN 2190-0566. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s13202-014-0116-z>>.
- [120] EBERHART, R.; James Kennedy. A New Optimizer Using Particle Swarm Theory. *Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, v. 0-7803-267, p. 39–43, 1999. ISSN 08858993.
- [121] EBERHART, R.; James Kennedy. Particle Swarm Optimization. *IEEE International Conf. on Neural Networks*, v. 8, n. 3, p. IIC/10/003, 2010.
- [122] HAJIZADEH, Y. et al. Comparison of evolutionary and swarm intelligence methods for history matching and uncertainty quantification in petroleum reservoir models. In: \_\_\_\_\_. [S.l.: s.n.], 2011. v. 366, p. 209–240. ISBN 978-3-642-21704-3.

- [123] JIN, L. et al. A comparison of stochastic data-integration algorithms for the joint history matching of production and time-lapse-seismic data. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering - SPE RESERV EVAL ENG*, v. 15, p. 498–512, 08 2012.
- [124] BRITS, R.; ENGELBRECHT, A.; BERGH, F. A niching particle swarm optimizer. *SEAL*, 01 2002.
- [125] ZHENG, Y. ling et al. Empirical study of particle swarm optimizer with an increasing inertia weight. In: *The 2003 Congress on Evolutionary Computation, 2003. CEC '03*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 1, p. 221–226.
- [126] ONWUNALU, J.; DURLOFSKY, L. Application of a particle swarm optimization algorithm for determining optimum well location and type. *Computational Geosciences*, v. 14, p. 183–198, 05 2010.
- [127] CHENG, G. et al. Oil well placement optimization using niche particle swarm optimization. In: *2012 Eighth International Conference on Computational Intelligence and Security*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 61–64.
- [128] DING, S. et al. Optimization of well placement by combination of a modified particle swarm optimization algorithm and quality map method. *Computational Geosciences*, v. 18, p. 747–762, 10 2014.
- [129] FENG, Q.; HAYNES, R.; WANG, X. A multilevel coordinate search algorithm for well placement, control and joint optimization. *Computers & Chemical Engineering*, v. 95, 10 2015.
- [130] SADEGHNEJAD, S. Integrated well placement and completion optimization using heuristic algorithms: A case study of an iranian carbonate formation. *Journal of Chemical and Petroleum Engineering*, v. 52, 12 2018.
- [131] ISEBOR, O. J.; CIAURRI, D. E.; DURLOFSKY, L. J. Generalized field-development optimization with derivative-free procedures. *SPE Journal*, v. 19, n. 05, p. 891–908, Mar 2014. ISSN 1086-055X. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/163631-PA>>.
- [132] ISEBOR, O. J.; DURLOFSKY, L. J.; CIAURRI, D. E. A derivative-free methodology with local and global search for the constrained joint optimization of well locations and controls. *Computational Geosciences*, v. 18, n. 3, p. 463–482, Aug 2014. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-013-9383-x>>.
- [133] NWANKWOR, E.; NAGAR, A. K.; REID, D. C. Hybrid differential evolution and particle swarm optimization for optimal well placement. *Computational Geosciences*, v. 17, n. 2, p. 249–268, Apr 2013. ISSN 1573-1499. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10596-012-9328-9>>.
- [134] FARAHI, M.; AHMADI, M.; DABIR, B. Model-based water-flooding optimization using multi-objective approach for efficient reservoir management. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 196, p. 107988, 01 2021.

- [135] KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983. ISSN 0036-8075. Disponível em: <<https://science.sciencemag.org/content/220/4598/671>>.
- [136] YANG, D.; ZHANG, Q.; GU, Y. Integrated optimization and control of the production-injection operation systems for hydrocarbon reservoirs. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 37, n. 1, p. 69 – 81, 2003. ISSN 0920-4105. Heavy Oil Recovery: Special issue dedicated to Professor S.M. Farouq Ali on his 65th birthday. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092041050200311X>>.
- [137] KHAN, H. et al. Multi-objectives constrained waterflood optimization in tight carbonates. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Reservoir Characterization and Simulation Conference and Exhibition*. Abu Dhabi, EAU, 2013.
- [138] BECKNER, B.; SONG, X. *Field Development Planning Using Simulated Annealing-Optimal Economic Well Scheduling and Placement*. Dallas, EUA, 1995.
- [139] TUKUR, A. D. et al. Well Placement Optimization Using Simulated Annealing and Genetic Algorithm. In: . [s.n.], 2019. (SPE Nigeria Annual International Conference and Exhibition, Day 2 Tue, August 06, 2019). D023S007R001. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/198858-MS>>.
- [140] PARASHAR, M. et al. Application of grid-enabled technologies for solving optimization problems in data-driven reservoir studies. In: BUBAK, M. et al. (Ed.). *Computational Science - ICCS 2004*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. p. 805–812. ISBN 978-3-540-24688-6.
- [141] STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. p. 341–359, 1997.
- [142] AHMED, A. et al. A pareto-based well placement optimization. 06 2014.
- [143] GEEM, Z. W.; KIM, J. H.; LOGANATHAN, G. A new heuristic optimization algorithm: Harmony search. *SIMULATION*, v. 76, n. 2, p. 60–68, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/003754970107600201>>.
- [144] AFSHARI, S.; AMINSHAHIDY, B.; PISHVAIE, M. R. Application of an improved harmony search algorithm in well placement optimization using streamline simulation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 78, n. 3, p. 664 – 678, 2011. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410511001999>>.
- [145] STACKEL, A. W.; BROWN, H. M. An example approach to predictive well management in reservoir simulation. *Journal of Petroleum Technology*, v. 33, n. 06, p. 1087–1094, Jun 1981. ISSN 0149-2136. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/7698-PA>>.
- [146] WALLACE, D.; SPRONSEN, E. van. A Reservoir Simulation Model With Platform Production/Injection Constraints for Development Planning of Volatile Oil Reservoirs. In: .

- [s.n.], 1983. (SPE Reservoir Simulation Conference, All Days). SPE-12261-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/12261-MS>>.
- [147] WEISS, J. et al. Large-Scale Facility Expansion Evaluations at the Kuparuk River Field. In: . [s.n.], 1990. (SPE Western Regional Meeting, All Days). SPE-20046-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/20046-MS>>.
- [148] RARDIN, R. L.; UZSOY, R. Experimental evaluation of heuristic optimization algorithms: A tutorial. *Journal of Heuristics*, v. 7, n. 3, p. 261–304, May 2001. ISSN 1572-9397. Disponível em: <<https://doi.org/10.1023/A:1011319115230>>.
- [149] FORTALEZA, E.; BARROSO NETO, E. P.; MIRANDA, M. E. R. Production optimization using a modified net present value. *Computational Geosciences*, v. 24, p. 1087—1100, 06 2020.
- [150] FORTALEZA, E.; BIZZI, A.; MUNERATO, F. Analytical production optimization with modified npv: Application to 2d gas-cone reservoirs. In: . [S.l.: s.n.], 2020.
- [151] BARROS, E.; HOF, P. Van den; JANSEN, J.-D. Informed production optimization in hydrocarbon reservoirs. *Optimization and Engineering*, v. 21, 03 2020.
- [152] COATS, K. Reservoir simulation: State of the art. *Journal of Petroleum Technology*, Society of Petroleum Engineers, v. 34, n. 8, p. 1633–1642, 1982.
- [153] BREITENBACH, E. A. Reservoir simulation: State of the art. *Journal of Petroleum Technology*, Society of Petroleum Engineers, v. 43, n. 9, p. 1033–1036, 1991.
- [154] HEIMSUND, B.-O. *Mathematical and Numerical Methods for Reservoir Fluid Flow Simulation*. Tese (Doutorado) — University of Bergen, Bergen, Noruega, 2005.
- [155] THOMAS, G. *Cálculo, volume 2*. 11th. ed. São Paulo, SP: Addison Wesley, 2009. ISBN 978-85-88639-36-2.
- [156] MIRANDA, M. E. R. *Controle do fenômeno de cone de água em poço horizontal via planicidade diferencial*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2020.
- [157] ZANDVLIET, M. et al. Bang-bang control and singular arcs in reservoir flooding. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 58, p. 186–200, 08 2007.
- [158] SIRAJ, M.; HOF, P. Van den; JANSEN, J.-D. Handling risk of uncertainty in model-based production optimization: a robust hierarchical approach. *IFAC-PapersOnLine*, v. 48, p. 248–253, 12 2015.
- [159] ESSEN, G. et al. Determination of lower and upper bounds of predicted production from history-matched models. *Computational Geosciences*, v. 20, p. 1061–1073, 10 2016.
- [160] RAMASWAMY, K. et al. Improved sampling strategies for ensemble-based optimization. *Computational Geosciences*, v. 24, 06 2020.

- [161] KILLOUGH, J. Ninth SPE Comparative Solution Project: A Reexamination of Black-Oil Simulation. In: . [s.n.], 1995. (SPE Reservoir Simulation Conference, All Days). SPE-29110-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/29110-MS>>.
- [162] MFOUBAT, H. R. N. B.; ZAKY, E. I. Optimization of waterflooding performance by using finite volume-based flow diagnostics simulation. *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, v. 10, n. 3, p. 943–957, Mar 2020. ISSN 2190-0566. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s13202-019-00803-5>>.
- [163] SALEHIAN, M. et al. Reservoir management through characterization of smart fields using capacitance-resistance models. In: . [S.l.: s.n.], 2018.
- [164] SAPUTELLI, L. et al. Waterflood recovery optimization using intelligent wells and decision analysis. 05 2009.
- [165] ZALAVADIA, H. et al. A hybrid modeling approach to production control optimization using dynamic mode decomposition. In: . [S.l.: s.n.], 2019.
- [166] NEGASH, B.; VEL, A.; ELRAIES, K. Artificial neural network and inverse solution method for assisted history matching of a reservoir model. *International Journal of Applied Engineering Research*, v. 12, p. 2952–2962, 01 2017.
- [167] MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of Experiments*. 8. ed. New York: Wiley, 2012. ISBN 978-1118-14692-7.
- [168] OPEN Porous Media Flow Documentation Manual. 2020. Acesso em: 13 de Maio de 2021. Disponível em: <[https://opm-project.org/wp-content/uploads/2020/12/OPM\\_Flow\\_Documentation\\_2020-10\\_Rev-0.pdf](https://opm-project.org/wp-content/uploads/2020/12/OPM_Flow_Documentation_2020-10_Rev-0.pdf)>.
- [169] RASMUSSEN, A. F. et al. The open porous media flow reservoir simulator. *Computers & Mathematics with Applications*, v. 81, p. 159–185, 2021. ISSN 0898-1221. Development and Application of Open-source Software for Problems with Numerical PDEs. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0898122120302182>>.
- [170] CHEN, Z. Formulations and numerical methods of the black oil model in porous media. *SIAM J. Numer. Anal.*, v. 38, p. 489–514, 2000.
- [171] TRANGENSTEIN, J. A.; BELL, J. B. Mathematical structure of the black-oil model for petroleum reservoir simulation. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, v. 49, n. 3, p. 749–783, 1989. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/0149044>>.
- [172] AZIZ, K.; SETTARI, A. *Petroleum Reservoir Simulation*. Londres: Applied Science Publishers LTD, 1979.
- [173] FILHO, R. W. C. R.; FORTALEZA, E.; ROSA, A. Análise da Injeção Alternada Água-Gás em Malha de 5 Pontos Utilizando o OPM flow. 02 2021.
- [174] DEVI, R. *Petrel Manual (Schlumberger)*. Acesso em: 01 de Junho de 2021. Disponível em: <[https://www.academia.edu/16758100/Chapter01\\_Petrel\\_Manual\\_Schlumberger\\_](https://www.academia.edu/16758100/Chapter01_Petrel_Manual_Schlumberger_)>.

- [175] GUÉRILLOT, D.; BRUYELLE, J. *Opus Terra Optimization & Uncertainty Solutions*. Acesso em: 02 de Junho de 2021. Disponível em: <[http://www.terra3e.com/Software/HistoryMatching\\_Optimization/Opus\\_Terra/Docs/Opus\\_Terra.pdf](http://www.terra3e.com/Software/HistoryMatching_Optimization/Opus_Terra/Docs/Opus_Terra.pdf)>.
- [176] KAMALI, M. R.; OMIDVAR, A.; KAZEMZADEH, E. 3d geostatistical modeling and uncertainty analysis in a carbonate reservoir, sw iran. *Journal of Geological Research*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2013, p. 687947, Jan 2013. ISSN 1687-8833. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2013/687947>>.
- [177] AL-BALDAWI, B. Building a 3d geological model using petrel software for asmari reservoir, south eastern iraq. *Iraqi Journal of Science*, v. 56, p. 1750–1762, 09 2015.
- [178] ABDEL-RAHMAN, M. R. et al. New Approach to Validate History Matching Process. In: . [s.n.], 2013. (SPE Kuwait Oil and Gas Show and Conference, All Days). SPE-167654-MS. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/167654-MS>>.
- [179] SEYYEDATTAR, M.; PARVIZI, H.; MALEKZADEH, E. Optimization of wellhead location selection and well path design. *Petroleum Science and Technology*, v. 30, p. 2236–2245, 11 2012.
- [180] GHISI, I. et al. STORMSLIB: a computational library for research and development of reservoir optimization. *Rio Oil and Gas Expo and Conference*, v. 20, p. 461–462, 12 2020.
- [181] BOX, G. E. P.; HUNTER, J. S.; HUNTER, W. G. *Statistics for Experimenters - Design, Innovation and Discovery*. New Jersey: Wiley, 2005. ISBN 978-0471-71813-0.
- [182] GALLO, A. *A Refresher on Net Present Value*. 2014. Acesso em: 17 de Junho de 2021. Disponível em: <<https://hbr.org/2014/11/a-refresher-on-net-present-value>>.
- [183] FISHER, I. *The Rate of Interest*. Norwood, Massachussets, EUA: Macmillan Company, 1907.
- [184] JONES, T. W.; SMITH, J. D. An historical perspective of net present value and equivalent annual cost. *The Accounting Historians Journal*, The Academy of Accounting Historians, v. 9, n. 1, p. 103–110, 1982. ISSN 01484184. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/40697714>>.
- [185] LORIE, J. H.; SAVAGE, L. J. Three problems in rationing capital. *The Journal of Business*, University of Chicago Press, v. 28, n. 4, p. 229–239, 1955. ISSN 00219398, 15375374. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2351049>>.
- [186] ALCHIAN, A. A. The rate of interest, fisher's rate of return over costs and keynes' internal rate of return. *The American Economic Review*, American Economic Association, v. 45, n. 5, p. 938–943, 1955. ISSN 00028282. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1821390>>.
- [187] ZIZLAVSKY, O. Net present value approach: Method for economic assessment of innovation projects. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 156, 11 2014.
- [188] SAITO, R. et al. Value assessment for reservoir recovery optimization. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 32, n. 2-4, p. 151–158, 2001. ISSN 09204105.

- [189] JAHANGIRI, H. R.; ZHANG, D. Optimization of the net present value of carbon dioxide sequestration and enhanced oil recovery. In: . [S.l.: s.n.], 2011. v. 4.
- [190] FONSECA, R.-M.; REYNOLDS, A.; JANSEN, J.-D. Generation of a pareto front for a bi-objective water flooding optimization problem using approximate ensemble gradients. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 147, 06 2016.
- [191] SIDDIQUI, M. A.; KHAN, R. A.; JAMAL, M. S. Multi-objective Well Placement Optimization Considering Energy Sustainability Along With Economical Gains. In: . [s.n.], 2015. (SPE North Africa Technical Conference and Exhibition, Day 2 Tue, September 15, 2015). D021S010R001. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/175842-MS>>.
- [192] BOLTYANSKII, V. G. Sufficient conditions for optimality and the justification of the dynamic programming method. *SIAM Journal on Control*, v. 4, n. 2, p. 326–361, 1966. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/0304027>>.
- [193] MITTEN, L. G. Composition principles for synthesis of optimal multistage processes. *Operations Research*, v. 12, n. 4, p. 610–619, 1964. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.12.4.610>>.
- [194] WEN, Z. et al. Use of approximate dynamic programming for production optimization. *Society of Petroleum Engineers - SPE Reservoir Simulation Symposium 2011*, v. 1, 02 2011.
- [195] BELLMAN, R. The theory of dynamic programming. *Bulletin of the American Mathematical Society*, American Mathematical Society, v. 60, n. 6, p. 503 – 515, 1954. Disponível em: <<https://doi.org/>>.
- [196] OPARA, K.; ARABAS, J. Benchmarking procedures for continuous optimization algorithms. 12 2011.
- [197] ABREU, A. C. A. et al. Proactive and Reactive Strategies for Optimal Operational Design: An Application in Smart Wells. In: . [s.n.], 2015. (Offshore Technology Conference Brasil, Day 1 Tue, October 27, 2015). D011S009R006. Disponível em: <<https://doi.org/10.4043/26209-MS>>.
- [198] KROGSTAD, J. A. *Control-Switching Strategies for Reservoir Water-Flooding Management*. Dissertação (Mestrado) — Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Noruega, 2015.
- [199] GARCIA, C. E.; PRETT, D. M.; MORARI, M. Model predictive control: theory and practice—a survey. *Automatica*, Elsevier, v. 25, n. 3, p. 335–348, 1989.
- [200] NICHOLS, M. A.; SIEGEL, H. J.; DIETZ, H. G. Data management and control-flow aspects of an SIMD/SPMD parallel language/compiler. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, v. 4, n. 2, p. 222–234, Feb 1993. ISSN 1045-9219.
- [201] MELHUS, B. E. *Reservoir Uncertainty Evaluation - A Producing Gas Field Case Study*. Dissertação (Mestrado) — Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Noruega, 2015.

- [202] CHEN, C.; LI, G.; REYNOLDS, A. C. C. Robust constrained optimization of short- and long-term net present value for closed-loop reservoir management. *SPE Journal*, v. 17, n. 03, p. 849–864, Jun 2012. ISSN 1086-055X. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/141314-PA>>.
- [203] BENIGER, J. R.; ROBYN, D. L. Quantitative graphics in statistics: A brief history. *The American Statistician*, [American Statistical Association, Taylor & Francis, Ltd.], v. 32, n. 1, p. 1–11, 1978. ISSN 00031305. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2683467>>.
- [204] PEARSON, K. Contributions to the mathematical theory of evolution. ii. skew variation in homogeneous material. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A*, The Royal Society, v. 186, p. 343–414, 1895. ISSN 02643820. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/90649>>.
- [205] NUZZO, R. L. Histograms: A useful data analysis visualization. *PM&R*, v. 11, n. 3, p. 309–312, 2019. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/pmrj.12145>>.
- [206] FREEDMAN, D.; DIACONIS, P. On the histogram as a density estimator: l2 theory. *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, v. 57, n. 4, p. 453–476, Dec 1981. ISSN 1432-2064. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF01025868>>.
- [207] SCOTT, D. W. On optimal and data-based histograms. *Biometrika*, [Oxford University Press, Biometrika Trust], v. 66, n. 3, p. 605–610, 1979. ISSN 00063444. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2335182>>.
- [208] IZMAILOV, A.; SOLODOV, M. *Otimização volume 1. Condições de otimalidade, elementos de análise convexa e de dualidade*. Rio de Janeiro, RJ: IMPA, 2005. ISBN 85-244-0238-5.
- [209] GULLER, O. *Foundations of Optimization*. New York: Springer Science & Business Media, 2010. ISBN 978-0-387-68407-9.

# ANEXOS

# I. CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA

## I.1 Definições sobre Variáveis Aleatórias

A análise dos valores máximos de VPL e tempo em um problema de otimização de reservatório dada a existência de incertezas envolve uma comparação entre o valor máximo (ou mínimo) dessas variáveis ao longo das realizações. Nesse universo, pode-se considerar esses resultados como variáveis aleatórias contínuas. Se  $y$  é uma variável aleatória contínua, a mesma possui uma função densidade de probabilidade  $p(y)$ , que deve respeitar a seguinte condição:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(y)dy = 1. \quad (\text{I.1})$$

Antes de se prosseguir com os conceitos amostrais, faz-se necessário definir as funções *valor esperado* e *variância* da variável aleatória  $y$ :

**Definição I.1.0.1** O valor esperado de  $y$ ,  $E(y)$ , é uma grandeza dada por

$$E(y) = \int_{-\infty}^{\infty} yp(y)dy. \quad (\text{I.2})$$

**Definição I.1.0.2** Conhecido o valor esperado de  $y$ , ou seja,  $E(y) = \mu$ , a variância de  $y$ ,  $Var(y)$ , é uma grandeza dada por

$$Var(y) = \int_{-\infty}^{\infty} (y - \mu)^2 p(y)dy. \quad (\text{I.3})$$

Os experimentos realizados nesta pesquisa, do ponto de vista estatístico, buscam inferir o comportamento de uma *população* (o conjunto de todas as incertezas possíveis de um reservatório) a partir de um conjunto bem definido de modelos de reservatório, que será a *amostra*. Admite-se, de forma a viabilizar esses experimentos, o cumprimento das seguintes condições:

1. O conjunto de observações  $y_1, \dots, y_n$  é tal que  $p(y_1), \dots, p(y_n)$  são idênticas em forma, ou seja, possuem igual localização, formato e alcance;
2. As observações devem ser independentes entre si, isto é,  $p(y_1, \dots, y_n) = p(y_1) \times \dots \times p(y_n)$ .

Caso as condições acima sejam satisfeitas, diz-se que as observações  $y_1, \dots, y_n$  são *independente e identicamente distribuídas*, ou IID; se as mesmas seguem uma distribuição normal, elas são denominadas *normal, independente e identicamente distribuídas*, ou NIID. Esta última condição é assumida para todos os experimentos subsequentes, uma vez que a mesma é necessária para a validação das técnicas de análise estatística a serem empregadas.

Entende-se que uma população pode ser caracterizada por seu valor esperado e sua variabilidade; em termos matemáticos, podemos estabelecer a *média*  $\mu$ , a *variância*  $\sigma^2$  e o *desvio-padrão*

$\sigma$  de uma população de  $N$  valores observados como se segue:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n y_i; \\ \sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2; \\ \sigma &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2}.\end{aligned}\tag{I.4}$$

Com base nos parâmetros populacionais dados pela Equação (I.4), os mesmos podem ser adaptados para uma amostra qualquer de tamanho  $n$ ; a média amostral  $\bar{y}$ , a variância amostral  $s^2$  e o desvio-padrão  $s$  são dados por

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \\ s^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2; \\ s &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.\end{aligned}\tag{I.5}$$

Uma propriedade dos resíduos, ou seja, os valores  $y_i - \bar{y}$ , é que a soma dos mesmos é igual a 0; em outras palavras, um resíduo sempre poderá ser encontrado pela soma dos  $n - 1$  resíduos restantes; esse número  $n - 1$  caracteriza os *graus de liberdade* da amostra. Os graus de liberdade podem ser encarados como uma medida das restrições colocadas sobre os resíduos. Tal conceito é explorado largamente nas ferramentas estatísticas utilizadas nesta pesquisa, particularmente em testes de hipóteses. Antes de se prosseguir com as análises, é necessário entender as distribuições que serão utilizadas: normal padrão, t de Student e F de Snedecor — as duas últimas exigem a compreensão de outra distribuição, a qui-quadrado, que será também apresentada.

## I.2 Distribuições Estatísticas

A primeira distribuição a ser apresentada é a distribuição normal, que é, sem dúvida, uma das mais importantes no âmbito da estatística — quase todos os fenômenos observáveis tendem a segui-la. Além disso, ela norteia uma das condições necessárias para que a maioria dos experimentos estatísticos seja válida, embora tal distribuição nem sempre seja utilizada diretamente.

**Definição I.2.0.1** *Uma variável aleatória  $y$  segue uma distribuição normal de média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  se sua função densidade de probabilidade  $p(y)$  for dada por*

$$p(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{y - \mu}{\sigma} \right)^2 \right], \quad -\infty < y < \infty.\tag{I.6}$$

O problema da distribuição normal é que, uma vez que a mesma depende de dois parâmetros que podem assumir infinitos valores, existem infinitas curvas diferentes da distribuição, dificultando seu uso em testes de hipóteses e outras análises; para tanto, toma-se uma variação especial da distribuição, com média 0 e variância 1, a denominada *distribuição normal padronizada*.

**Teorema I.2.0.2** *Se uma variável aleatória  $y$  segue uma distribuição normal de média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , isto é,  $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ , então a variável aleatória  $z = \frac{y - \mu}{\sigma}$  segue uma distribuição*

normal padronizada de média 0 e variância 1, ou seja,  $z \sim N(0,1)$ . A função densidade de probabilidade, neste caso, é dada por

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}, \quad -\infty < z < \infty. \quad (\text{I.7})$$

A Figura I.1 mostra o gráfico da distribuição normal padronizada e da soma cumulativa, isto é, da seguinte função:

$$c(x) = \int_{-\infty}^x p(y) dy. \quad (\text{I.8})$$

Nota-se que o limite da função cumulativa  $c(x)$  deve ser 1, respeitando a condição da função de probabilidade de uma distribuição, dada pela Equação (I.1).

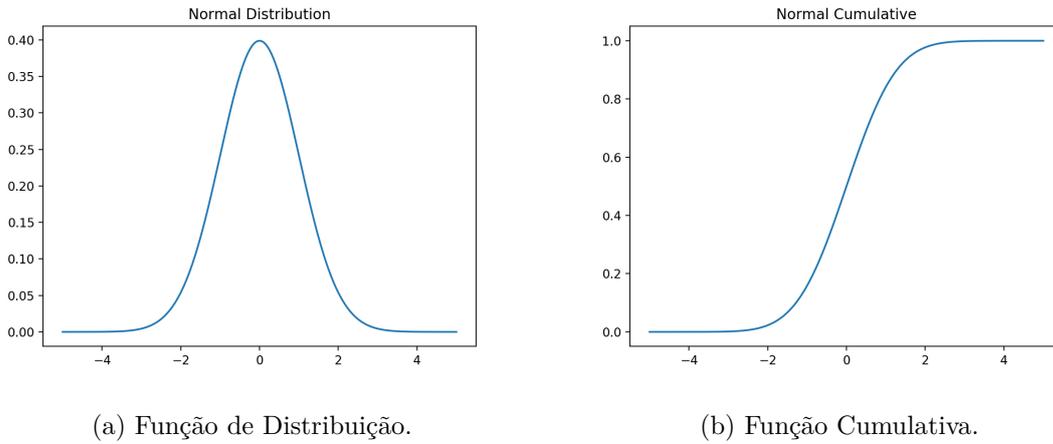


Figura I.1: Gráficos de distribuição e função cumulativa da distribuição normal padronizada.

A segunda distribuição a ser apresentada é relativa a uma soma de quadrados de variáveis em distribuição normal; portanto, ela é utilizada em testes na variância. Tal distribuição é conhecida como distribuição *qui-quadrado* ( $\chi^2$ ).

**Definição I.2.0.3** *Sejam  $z_1, \dots, z_k$  variáveis aleatórias NIID com média 0 e variância 1. Diz-se que, nesse caso, a soma de quadrados  $x = z_1^2 + \dots + z_k^2$  é uma variável aleatória que segue uma distribuição qui-quadrado com  $k$  graus de liberdade, isto é,  $x \sim \chi_k^2$ . A função de distribuição é dada por*

$$p(x) = \frac{1}{2^{k/2} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} x^{(k/2)-1} e^{-x/2}, \quad x > 0. \quad (\text{I.9})$$

A Figura I.2 mostra o gráfico da distribuição qui-quadrado e da função cumulativa para diferentes valores de graus de liberdade; percebe-se que ela é uma distribuição assimétrica, de média  $k$  e variância  $2k$ .

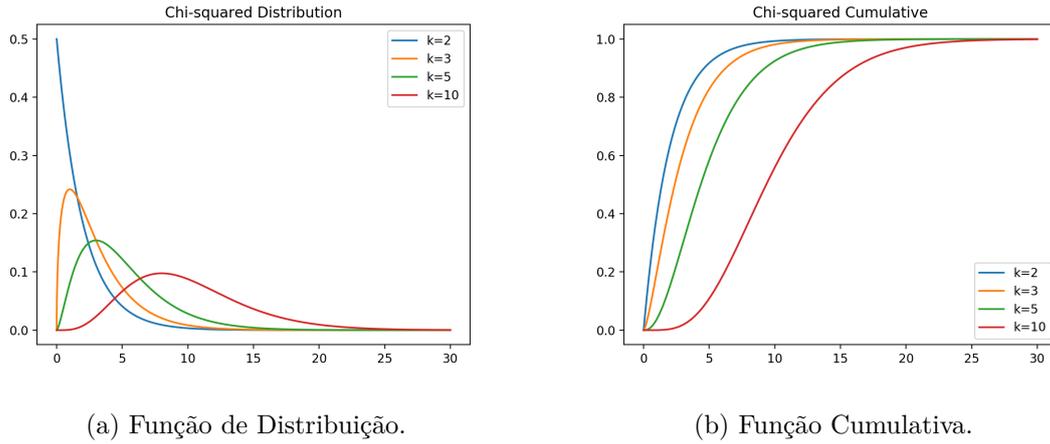


Figura I.2: Gráficos de distribuição e função cumulativa da distribuição qui-quadrado.

Uma vez que a maioria das técnicas estatísticas usam somas de quadrados, é importante ressaltar que a razão entre essas somas e a variância populacional segue uma distribuição qui-quadrado; se  $y_1, \dots, y_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ , então

$$\frac{SS}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2. \quad (\text{I.10})$$

O conceito descrito acima pode ser estendido para a variância amostral; escrevendo-a como  $s^2 = \frac{SS}{n-1}$ , tem-se que ela segue uma distribuição qui-quadrado dimensionada se as variáveis são *NIID*( $\mu, \sigma^2$ ):

$$s^2 \sim \frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{n-1}^2. \quad (\text{I.11})$$

A terceira distribuição apresentada é conhecida como distribuição *t de Student*. Ela se relaciona diretamente com a distribuição normal padrão e a distribuição qui-quadrado, e é bastante aplicada em testes de hipótese sobre médias populacionais.

**Definição I.2.0.4** *Sejam duas variáveis aleatórias  $z$  e  $\chi_k^2$  independentes e seguindo distribuição normal padrão e qui-quadrado com  $k$  graus de liberdade, respectivamente. Portanto, a variável aleatória*

$$t_k = \frac{z}{\sqrt{\chi_k^2/k}} \quad (\text{I.12})$$

*segue uma distribuição t de Student com  $k$  graus de liberdade, denotada por  $t_k$ . A função densidade de probabilidade é dada por*

$$p(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\sqrt{k\pi}\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \frac{1}{\left(\frac{t^2}{k} + 1\right)^{(k+1)/2}}, \quad -\infty < t < \infty, \quad (\text{I.13})$$

*e a média e a variância de  $t$  são, respectivamente,  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = \frac{k}{k-2}$  para  $k > 2$ .*

Deve-se ressaltar que, se  $y_1, \dots, y_n$  é uma amostra aleatória com distribuição normal  $N(\mu, \sigma^2)$ , então a quantia

$$t = \frac{\bar{y} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad (\text{I.14})$$

segue uma distribuição t de Student com  $n-1$  graus de liberdade. A Figura I.3 mostra o gráfico da distribuição e da função cumulativa para diferentes valores de graus de liberdade; percebe-se que, à medida que o valor dos graus de liberdade cresce, a distribuição t se aproxima de uma normal; diz-se que, quando  $k = \infty$ , então a distribuição t se torna uma distribuição normal padronizada.

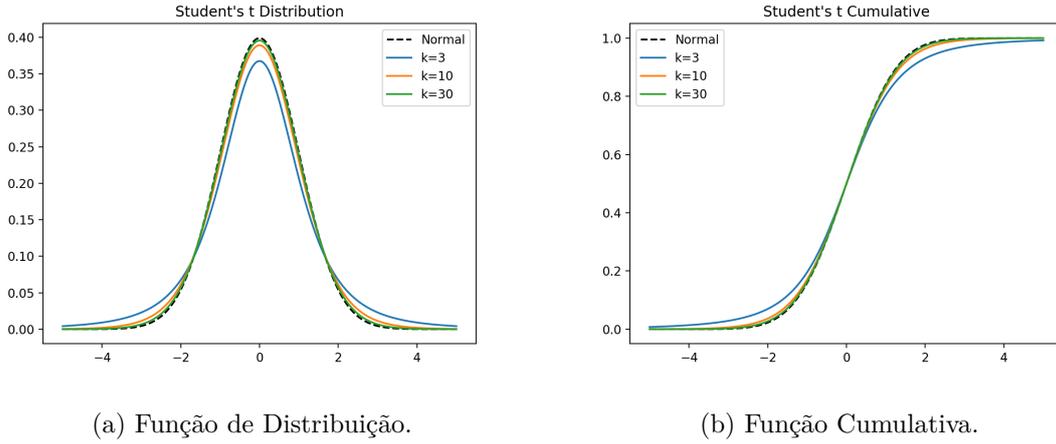


Figura I.3: Gráficos de distribuição e função cumulativa da distribuição t de Student.

A última distribuição a ser considerada é essencial para a técnica da análise de variância; ela é direcionada ao estudo do comportamento de duas variâncias, mais especificamente da razão entre elas. Tal distribuição é conhecida como *F de Snedecor*.

**Definição I.2.0.5** Se duas variáveis  $\chi_u^2$  e  $\chi_v^2$  são independentes e seguem distribuições qui-quadrado com, respectivamente,  $u$  e  $v$  graus de liberdade, então a razão

$$F_{u,v} = \frac{\chi_u^2}{\chi_v^2} \quad (\text{I.15})$$

segue uma distribuição *F* com  $u$  graus de liberdade no numerador e  $v$  graus de liberdade no denominador. Se  $x$  é uma variável aleatória tal que  $x \sim F_{u,v}$ , então sua função densidade de probabilidade é dada por

$$p(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{u+v}{2}\right) \left(\frac{u}{v}\right)^{u/2}}{\Gamma\left(\frac{u}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \left(\frac{u}{v}x + 1\right)^{(u+v)/2}} x^{\frac{u}{2}-1}, \quad 0 < x < \infty. \quad (\text{I.16})$$

A Figura I.4 mostra, respectivamente, a função de distribuição e a função cumulativa da distribuição *F*. Um resultado importante, e que será utilizado posteriormente é apresentado a seguir, obtido a partir das Equações (I.10) e (I.15).

**Teorema I.2.0.6** Sejam duas populações distintas com uma variância comum  $\sigma^2$ . Se  $y_{11}, \dots, y_{1n_1}$  é uma amostra aleatória de  $n_1$  observações da primeira população e  $y_{21}, \dots, y_{2n_2}$  é uma amostra aleatória de  $n_2$  observações da segunda população, então a razão das variâncias amostrais  $s_1^2$  e  $s_2^2$

segue uma distribuição  $F$  com  $n_1 - 1$  graus de liberdade no numerador e  $n_2 - 1$  graus de liberdade no denominador, ou seja,

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}. \quad (\text{I.17})$$

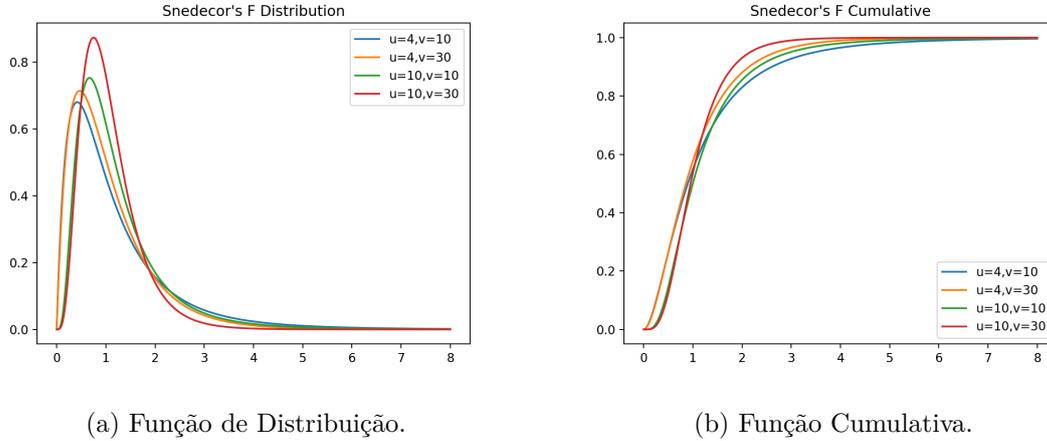


Figura I.4: Gráficos de distribuição e função cumulativa da distribuição  $F$  de Snedecor.

### I.3 Testes de Hipóteses

Entre as técnicas estatísticas mais simples estão presentes os denominados *testes de hipóteses*. Normalmente, eles são utilizados para se fazer inferências sobre a média ou a variância de duas ou mais populações; são feitas comparações entre essas populações e também é possível determinar *intervalos de confiança* para as estatísticas testadas.

O teste de hipótese mais básico envolve a comparação de médias entre duas populações. Para tanto, seja  $y_{11}, \dots, y_{1n_1}$  uma amostra aleatória de tamanho  $n_1$  da primeira população, e  $y_{21}, \dots, y_{2n_2}$  uma amostra de tamanho  $n_2$  da segunda população. Supõe-se que ambas as populações podem ser explicadas pelas suas médias  $\mu_i$ , ou seja, vale a relação

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = & 1, 2 \\ j = & 1, 2, \dots, n_i \end{cases}, \quad (\text{I.18})$$

em que  $y_{ij}$  é a observação  $j$  da população  $i$ ,  $\mu_i$  é a média populacional da população  $i$  e  $\varepsilon_{ij}$  é o resíduo associado a  $y_{ij}$ . Para que os testes a serem realizados sejam válidos, supõe-se que os resíduos seguem as condições de normalidade e independência, isto é,  $\varepsilon_{ij} \sim NIID(0, \sigma^2)$ .

Com as informações disponíveis acima, são estabelecidas *hipóteses estatísticas*, que são conjecturas feitas sobre a distribuição dos dados e os parâmetros do modelo. Um primeiro exemplo de teste de hipótese pode ser escrito como o teste sobre as médias das duas populações:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 &: \mu_1 \neq \mu_2. \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

A nomenclatura de um teste de hipóteses é a seguinte:  $H_0$  é a *hipótese nula*, isto é, a suposição que se faz sobre as populações;  $H_1$  é a *hipótese alternativa*, que é aceita caso a hipótese nula seja descartada. Para se determinar a validade de  $H_0$ , calcula-se uma estatística apropriada, que é comparada com os valores críticos; essa comparação, a um dado nível de confiança, permite a conclusão da admissibilidade de  $H_0$ .

Há dois tipos de erros que podem ser cometidos em um teste de hipóteses: o primeiro, denominado *erro do tipo I*, ocorre quando a hipótese nula é verdadeira, mas é rejeitada; já o *erro do tipo II* ocorre quando  $H_0$  é falsa, mas é aceita. Sendo assim, são definidas as constantes

$$\begin{aligned}\alpha &= P(\text{erro do tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}), \\ \beta &= P(\text{erro do tipo II}) = P(\text{aceitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}), \\ \text{Poder} &= 1 - \beta = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}).\end{aligned}\tag{I.20}$$

A ideia de um teste de hipóteses, nesses casos, é determinar um nível de significância, ou seja, estabelecer o parâmetro  $\alpha$ , e desenvolver os procedimentos de teste que minimizem o erro do tipo II, aumentando o poder do teste.

Serão apresentados, para efeitos desta pesquisa, dois testes de hipóteses. O primeiro teste leva em conta duas populações, com amostras de tamanho  $n_1$  e  $n_2$ . Assume-se que a variância é constante nas populações, ou seja,  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ , além da normalidade dos dados — condições NIID. Desta forma, o teste de hipóteses é equivalente ao apresentado pela Equação (I.19).

Sabendo-se que a primeira amostra tem média  $\bar{y}_1$  e variância  $s_1^2$  com  $n_1 - 1$  graus de liberdade, e a segunda amostra tem média  $\bar{y}_2$  e variância  $s_2^2$  com  $n_2 - 1$  graus de liberdade, primeiramente serão definidas as quantias  $s_p^2$ , que é a estimativa da variância comum  $\sigma^2$ , e  $\nu$ , que são os graus de liberdade somados das duas amostras:

$$\begin{aligned}s_p^2 &= \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}, \\ \nu &= n_1 + n_2 - 2.\end{aligned}\tag{I.21}$$

A estatística a ser utilizada no teste de médias, no presente caso, é diretamente relacionada à distribuição t de Student com  $\nu$  graus de liberdade, e é dada por:

$$t_{0,\nu} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}.\tag{I.22}$$

Para se determinar a validade da hipótese  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  em um dado nível de significância determinado por  $\alpha$ , compara-se a estatística  $t_{0,\nu}$  com o valor da distribuição t de Student no limite da *metade* da significância, dada por  $t_{\alpha/2,\nu}$ ; usa-se a metade de  $\alpha$  pelo fato da hipótese alternativa  $H_1$  considerar apenas a diferença das médias, não a natureza da mesma. Caso  $|t_{0,\nu}| < |t_{\alpha/2,\nu}|$ , pode-se aceitar  $H_0$ ; deve-se rejeitá-la se  $|t_{0,\nu}| > |t_{\alpha/2,\nu}|$ . Uma outra abordagem utilizada é a do *P-valor*, que é dado por  $P_{val} = 2 * (1 - c(t_{0,\nu}))$  —  $c(\cdot)$  é a função cumulativa de probabilidade — no caso do teste dado pela Equação (I.19). No caso, compara-se  $P_{val}$  com a significância  $\alpha$  do teste; essa forma é mais robusta, por que ela dá ideia do quanto de confiança há para se aceitar ou não a hipótese nula.

O segundo teste a ser apresentado considera a relação entre as *variâncias* das duas populações; esse teste pode ser realizado para se verificar a suposição de variância constante. As hipóteses escritas são, por exemplo:

$$\begin{aligned} H_0 &: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 &: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2. \end{aligned} \tag{I.23}$$

Outras hipóteses alternativas são as de relação entre as variâncias, como  $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$  e  $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ . A estatística a ser utilizada é a razão entre as variâncias amostrais, que segue uma distribuição F de Snedecor com  $n_1 - 1$  graus de liberdade no numerador e  $n_2 - 1$  graus de liberdade no denominador (ou vice-versa, dependendo do teste). A Tabela I.1 mostra quais são as condições para se rejeitar  $H_0$  a um nível de significância dado por  $\alpha$ , sabendo-se que a estatística  $F_{0,n_1-1,n_2-2}$  pode ser dada por:

$$F_{0,n_1-1,n_2-1} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \text{ ou } F_{0,n_2-1,n_1-1} = \frac{s_2^2}{s_1^2}. \tag{I.24}$$

Tabela I.1: Testes de hipóteses sobre as variâncias populacionais

Teste	Estatística F — Equação (I.24)	Critério de rejeição de $H_0$
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F_{0,n_1-1,n_2-1}$	$F_{0,n_1-1,n_2-1} > F_{1-\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}$ ou $F_{0,n_1-1,n_2-1} < F_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}$
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F_{0,n_2-1,n_1-1}$	$F_{0,n_2-1,n_1-1} > F_{\alpha,n_2-1,n_1-1}$
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$F_{0,n_1-1,n_2-1}$	$F_{0,n_1-1,n_2-1} > F_{\alpha,n_1-1,n_2-1}$

## I.4 Análise da Variância — ANOVA

A análise da variância (ANOVA) é uma alternativa aos testes de hipóteses, quando várias amostras são comparadas entre si; ela busca investigar os efeitos de um fator sobre um conjunto de observações; este fator é conhecido como *tratamento*. Considerando-se  $a$  níveis para os tratamentos, o conjunto de  $a$  observações de tamanho  $n$  é dado por

$$\mathbf{Y} = [y_{ij}] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{a1} & y_{a2} & \cdots & y_{an} \end{bmatrix}. \tag{I.25}$$

Cada linha do conjunto de observações possui soma de tratamentos  $y_{i.} = \sum_{j=1}^n y_{ij}$  e média  $\bar{y}_{i.} = \frac{y_{i.}}{n}$ . A soma geral de todos os elementos da matriz  $\mathbf{Y}$  é dada por  $y_{..}$  e a média por  $\bar{y}_{..}$ .

Assim como no caso dos testes de hipóteses envolvendo duas populações, pode-se estabelecer um modelo aditivo para os dados observados. Neste caso, o modelo é dado por

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

A Equação (I.26) é conhecida como *modelo de médias*. Uma forma alternativa de se definir a média considera o efeito dos tratamentos  $\tau_i$ :

$$\mu_i = \mu + \tau_i, \quad i = 1, 2, \dots, a. \quad (\text{I.27})$$

Reescrevendo-se a Equação (I.26) com auxílio da equação (I.27), o modelo para estudo torna-se

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

O novo modelo separa o efeito de cada tratamento  $\tau_i$  da média geral  $\mu$ . Este modelo é também conhecido como *modelo de efeitos*. As Equações (I.26) e (I.28) são também conhecidas como *modelos estatísticos lineares*, uma vez que cada observação  $y_{ij}$  é uma função linear dos parâmetros do modelo; além disso, os modelos são conhecidos como *análise da variância de um fator*, por que apenas um fator é investigado. Por fim, supõe-se que os dados são NIID, isto é,  $y_{ij} \sim NIID(\mu + \tau_i, \sigma^2)$ .

Lembrando-se das notações  $y_i$  e  $\bar{y}_i$  para a soma e a média do  $i$ -ésimo tratamento e  $y_{..}$  e  $\bar{y}_{..}$  para a soma e a média de todas as  $a \times n = N$  observações, pode-se proceder com a essência da análise de variância. Como se busca testar a influência dos tratamentos sobre os dados observados, considera-se o seguinte teste de hipóteses:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algum } i \neq j. \end{aligned} \quad (\text{I.29})$$

Um forma equivalente de se escrever a Equação (I.29) é dada por

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0 \\ H_1 &: \tau_i \neq 0 \text{ para algum } i. \end{aligned} \quad (\text{I.30})$$

A análise da variância utiliza *somas de quadrados* para se estabelecer, posteriormente, razões de variabilidades estimadas que serão relacionadas entre si de forma a se obter a estatística de teste. A primeira soma de quadrados é a soma de todas as variabilidades para cada dado, ou seja,

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2. \quad (\text{I.31})$$

A soma de quadrados total pode ser reescrita como se segue (o desenvolvimento encontra-se em [167]):

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2. \quad (\text{I.32})$$

A Equação (I.32) é fundamental, pois ela define a ANOVA; ela introduz o conceito de que a variabilidade total das observações é uma soma entre a variabilidade introduzida pelos tratamentos e os efeitos devidos a erros aleatórios. A Equação (I.32) pode ser reescrita como

$$SS_T = SS_{Tr} + SS_E, \quad (\text{I.33})$$

em que  $SS_{Tr}$  é a soma de quadrados dos efeitos dos tratamentos e  $SS_E$  é a soma de quadrados dos efeitos residuais. Como são  $N$  observações e  $a$  tratamentos, a soma  $SS_T$  possui  $N - 1 = an - 1$  graus de liberdade, enquanto que  $SS_{Tr}$ , como depende do número de tratamentos, possui  $a - 1$  graus de liberdade. Finalmente, como cada tratamento tem  $n$  observações, teremos  $n - 1$  graus de liberdade para os erros em cada tratamento; devido ao fato de que há  $a$  tratamentos, o número de graus de liberdade total para os erros é dado por  $a(n - 1) = an - a = N - a$ .

A seguir, serão apresentadas as variáveis *médias de quadrados*; basicamente, são uma razão entre as respectivas somas de quadrados e seus graus de liberdade. Tem-se, por exemplo,

$$\begin{aligned} MS_{Tr} &= \frac{SS_{Tr}}{a-1}, \\ MS_E &= \frac{SS_E}{N-a}. \end{aligned} \quad (\text{I.34})$$

Uma vez que as somas de quadrados dos tratamentos e dos erros possuem a soma de seus graus de liberdade igual aos graus de todas as observações, pode ser aplicado um teorema conhecido como *Teorema de Cochran*, que afirma que se  $\nu$  variáveis  $Z$  são NIID, então sua soma de quadrados é igual à soma de  $s$  variáveis  $Q$  independentes, distribuídas na forma qui-quadrado com  $\nu_1, \dots, \nu_s$  graus de liberdade se, e somente se  $\sum \nu_i = \nu$ ; o teorema é apresentado em [167]. Pelo teorema de Cochran,  $SS_{Tr}/\sigma^2$  e  $SS_E/\sigma^2$  são variáveis qui-quadrado independentemente distribuídas. Portanto, se a hipótese nula na Equação (I.26) é verdadeira, então a estatística

$$F_0 = \frac{SS_{Tr}/(a-1)}{SS_E/(N-a)} = \frac{MS_{Tr}}{MS_E} \quad (\text{I.35})$$

segue uma distribuição F de Snedecor com  $a - 1$  e  $N - a$  graus de liberdade. Dado um nível de significância definido por  $\alpha$ , rejeita-se  $H_0$  caso  $F_0 > F_{\alpha, a-1, N-a}$  e aceita-se  $H_0$  caso contrário; pode-se realizar também o teste do P-valor. A Tabela I.2 apresenta o resumo dos dados de uma ANOVA para um modelo aleatório simples.

Tabela I.2: Tabela-base de uma ANOVA.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Média de Quadrados	$F_0$
Tratamentos	$SS_{Tr}$	$a - 1$	$MS_{Tr}$	$\frac{MS_{Tr}}{MS_E}$
Erro	$SS_E$	$N - a$	$MS_E$	
Total	$SS_T$	$N - 1$		

## I.5 Métodos de Análise Gráfica

A análise dos resultados em problemas envolvendo incertezas, uma vez que se considera uma amostra, ou conjunto, de reservatórios simulados, envolve o tratamento de um conjunto de re-

sultados. Além dos métodos matemáticos de análise estatística, como a aferição das medidas de tendência central, os testes de hipóteses e a ANOVA, é importante considerar a representação gráfica dos dados; esta ferramenta também se prova essencial em comparações simples de resultados, quando se trata de séries temporais de dados.

O uso de análise gráfica é antigo; há relatos de mapas da Mesopotâmia antiga, de cerca de 3800 A.C., em que se empregavam convenções e símbolos ainda familiares atualmente; a análise estatística por meio de gráficos data do século XVIII, utilizando ferramentas já conhecidas na época, como gráficos de dispersão de duas variáveis (desde o século XVII), gráficos de séries de dados em função do tempo (1724), ajuste de curvas e interpolação (1760), entre outros [203].

A abordagem de se comparar graficamente os dados, no contexto da gestão de um reservatório em malha fechada, envolve variadas ferramentas gráficas, a depender dos dados e da metodologia de análise: em [194], por exemplo, é feita uma comparação entre o melhor ótimo local, o pior e o resultado do algoritmo de programação dinâmica testado; a avaliação visual simultânea dos resultados econômicos de vários algoritmos pode ser encontrada em [16] e [97]; por outro lado, gráficos estatísticos, como *box plots* e distribuição de probabilidades normal e acumulada, são encontrados em [17] e [94].

Dentro das ferramentas gráficas disponíveis, os histogramas são largamente utilizados. A primeira menção do termo “histograma” data de 1895 [203], em que o nome é dado a uma representação gráfica em que colunas marcam como áreas (barras) a frequência correspondente ao alcance da sua base [204]. As principais utilidades dos histogramas são [205]:

1. Os histogramas permitem a observação de *outliers*, inclinações na distribuição e outros formatos presentes na distribuição dos dados;
2. Os histogramas permitem, a partir da análise dos dados, a detecção de eventuais problemas nos dados;
3. Os histogramas permitem a comparação de subgrupos de dados;
4. Os histogramas podem ser utilizados como estimadores de densidade de probabilidade [206].

É importante que se encontre um equilíbrio dos parâmetros do histograma, como a largura e o comprimento das barras do histograma; dependendo de como esses valores são escolhidos, a análise do histograma pode favorecer ao estudo de certos parâmetros do problema. Uma escolha incorreta dessas variáveis pode prejudicar inclusive a visualização dos dados, além de esconder características da distribuição [205]. Estudos já foram realizados neste sentido: em [207], por exemplo, mostra-se como se obtém a quantidade ótima de barras de um histograma de forma analítica.

## II. PROVA DE PROPOSIÇÃO

A prova da Proposição 3.3.2.1 é dada a seguir: sabe-se que, quando uma função possui limite superior, existe um máximo [208, 209]. Seja  $w = \max(\tilde{f}(x))$ ; para todo ponto  $x$  do domínio de  $\tilde{f}(x)$ , vale a relação  $\tilde{f}(x) \leq w$ . Somando-se o termo constante  $\xi$  nos dois termos da desigualdade, tem-se

$$\tilde{f}(x) + \xi \leq w + \xi. \quad (\text{II.1})$$

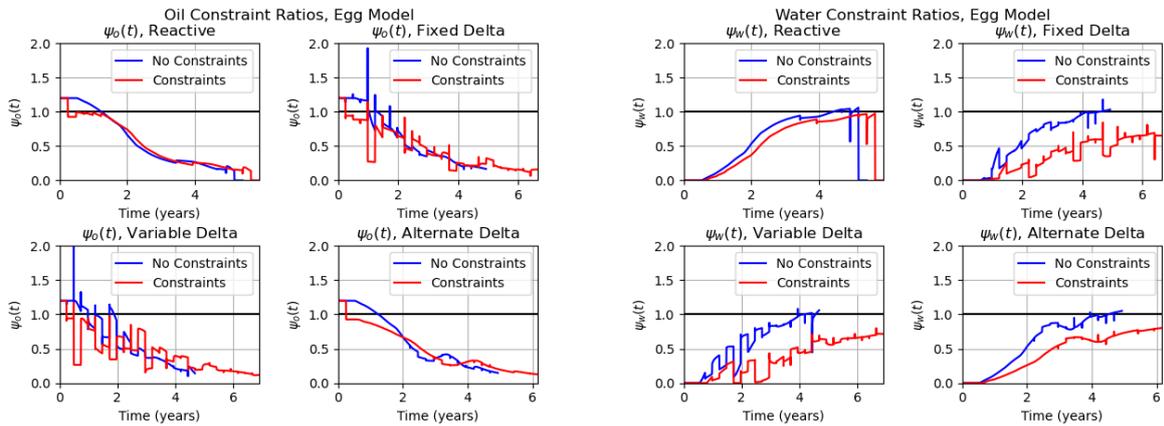
Agora, seja  $v = \max(f(x)) = \max(\tilde{f}(x) + \xi)$ . Se  $v$  é o máximo de  $f(x)$ , então, da Equação (II.1), segue que  $v \leq w + \xi$ . Por outro lado, para qualquer  $y$  do domínio de  $f(x)$ , tem-se que  $f(y) \leq v$ . Portanto, subtraindo-se  $\xi$ , vem

$$f(y) - \xi \leq v - \xi. \quad (\text{II.2})$$

Contudo, vale ressaltar que  $f(y) = \tilde{f}(y) + \xi$ , e  $\tilde{f}(y)$  é limitada por  $w$ ; logo, a Equação (II.2) implica em  $w + \xi \leq v$ . Uma vez que já foi visto que  $w + \xi \geq v$ , a conclusão é que  $w + \xi = v$ , ou seja,  $\max(f(x)) = \max(\tilde{f}(x)) + \xi$ , conforme queríamos demonstrar.

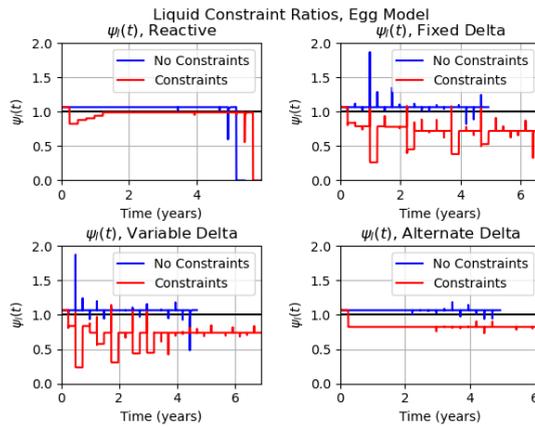
# III. ESTUDO DE CASO DO *EGG MODEL* — CONTROLES DE BUSCA LINEAR

## III.1 Caso da Realização Base



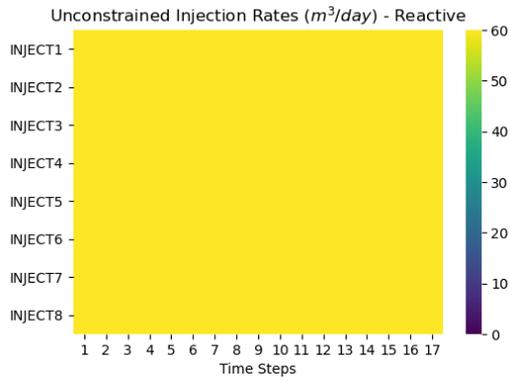
(a) Óleo.

(b) Água.

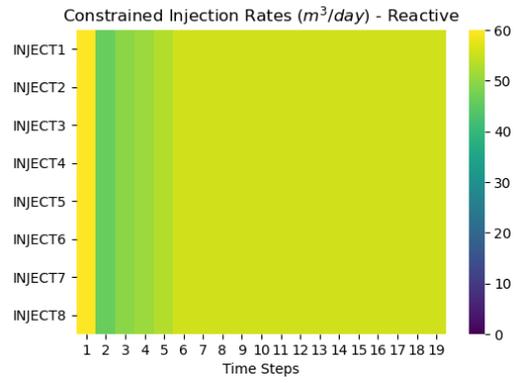


(c) Líquido.

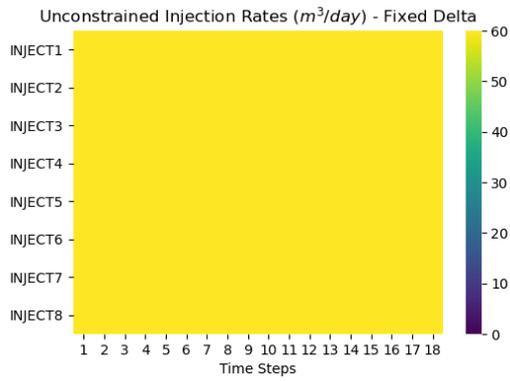
Figura III.1: Razões de restrição para o caso base do *Egg Model*.



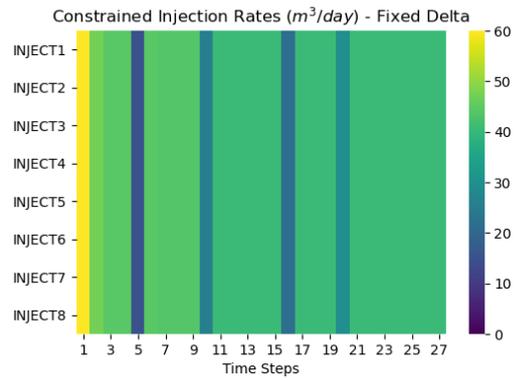
(a) Reativo sem Restrições.



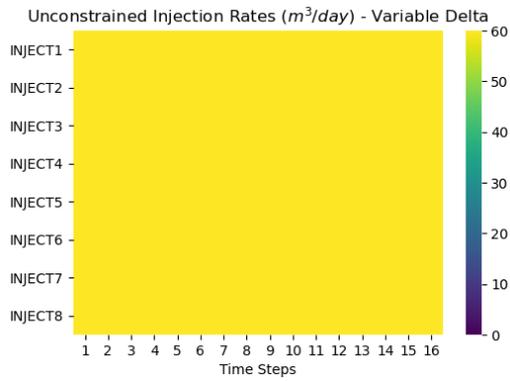
(b) Reativo com Restrições.



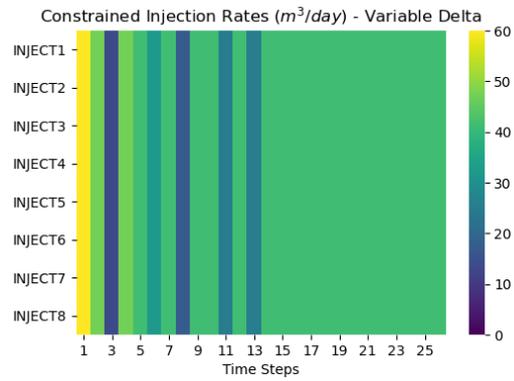
(c) Linear Fixo sem Restrições.



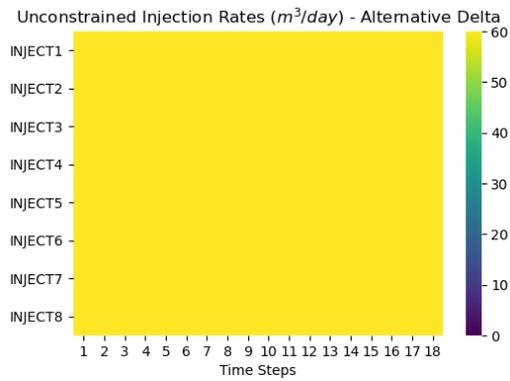
(d) Linear Fixo com Restrições.



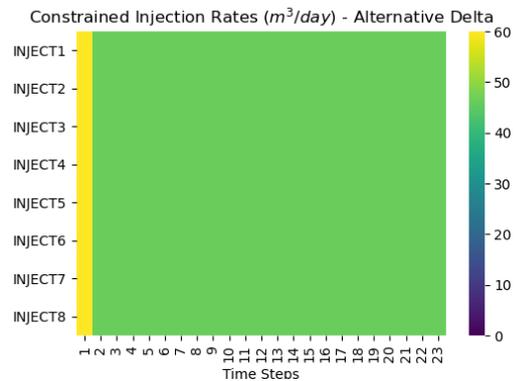
(e) Linear Variável sem Restrições.



(f) Linear Variável com Restrições.

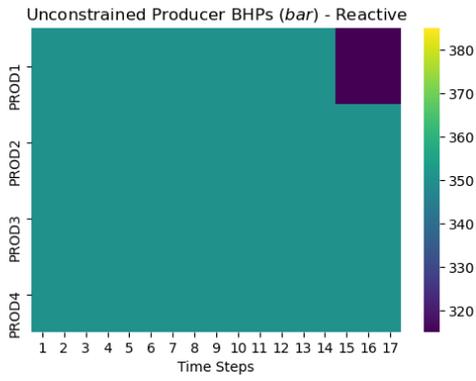


(g) Linear Alternativo sem Restrições.

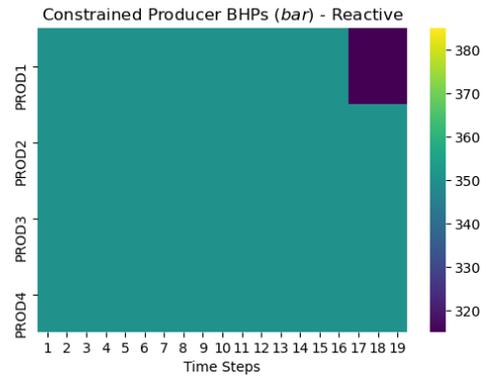


(h) Linear Alternativo com Restrições.

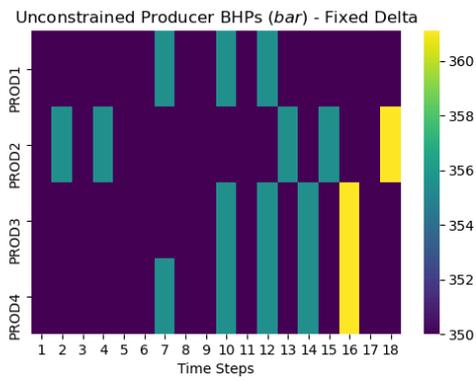
Figura III.2: Controles de Injeção aplicados na realização base do *Egg Model*.



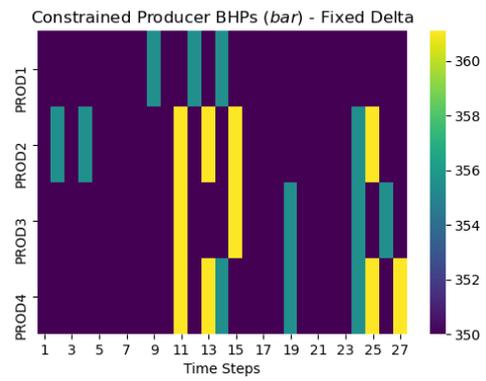
(a) Reativo sem Restrições.



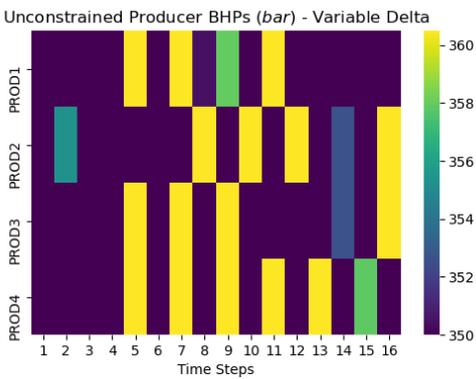
(b) Reativo com Restrições.



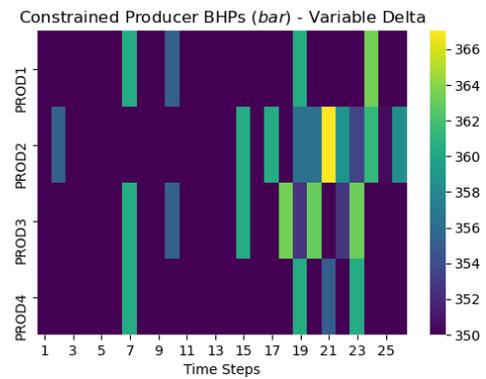
(c) Linear Fixo sem Restrições.



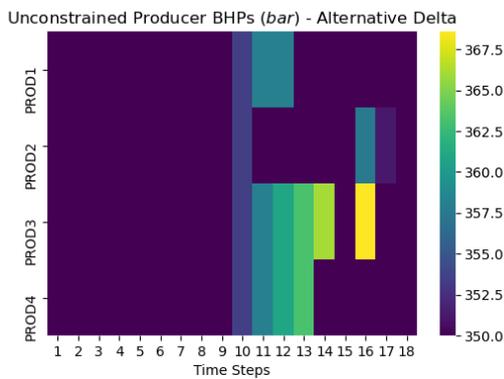
(d) Linear Fixo com Restrições.



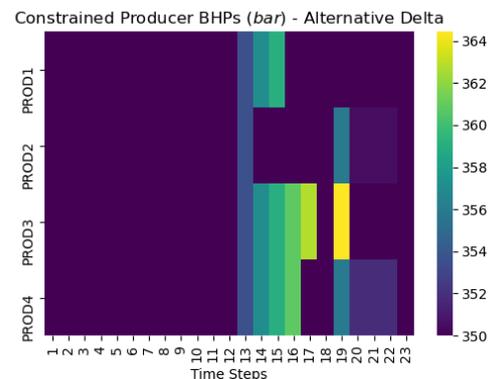
(e) Linear Variável sem Restrições.



(f) Linear Variável com Restrições.



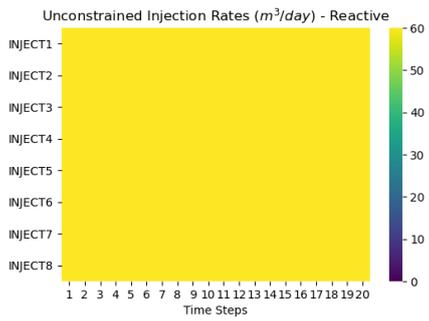
(g) Linear Alternativo sem Restrições.



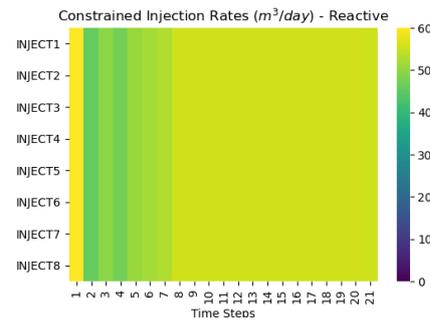
(h) Linear Alternativo com Restrições.

Figura III.3: Controles de Produção aplicados na realização base do *Egg Model*.

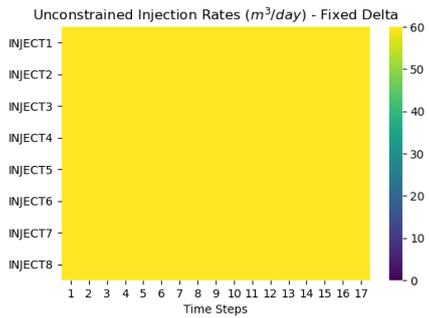
### III.2 Caso com Incertezas — 100 Realizações



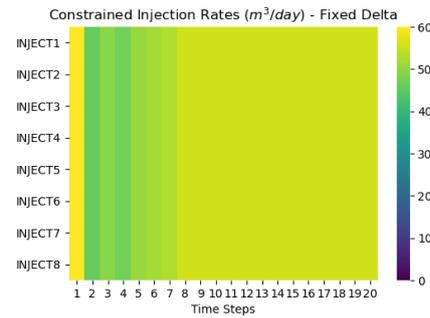
(a) Reativo sem Restrições.



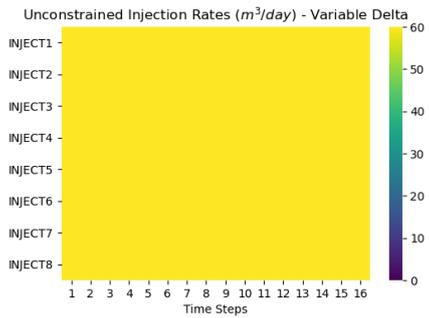
(b) Reativo com Restrições.



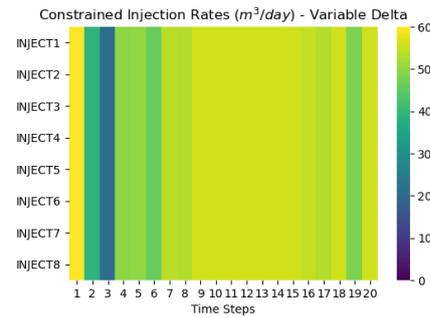
(c) Linear Fixo sem Restrições.



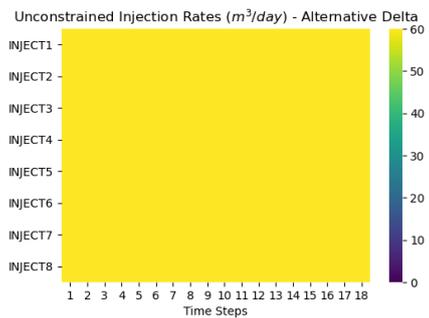
(d) Linear Fixo com Restrições.



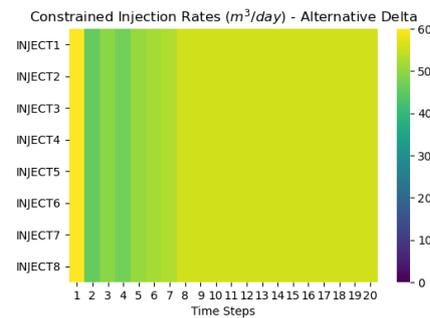
(e) Linear Variável sem Restrições.



(f) Linear Variável com Restrições.

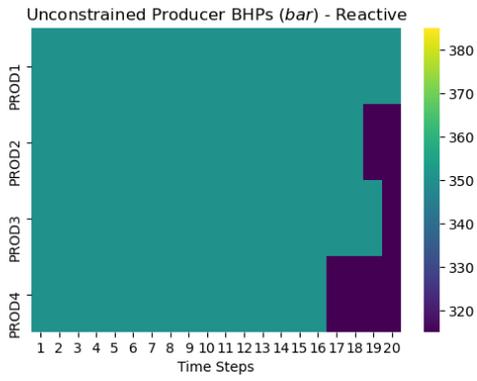


(g) Linear Alternativo sem Restrições.

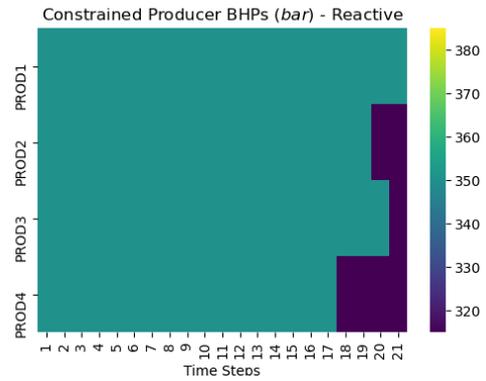


(h) Linear Alternativo com Restrições.

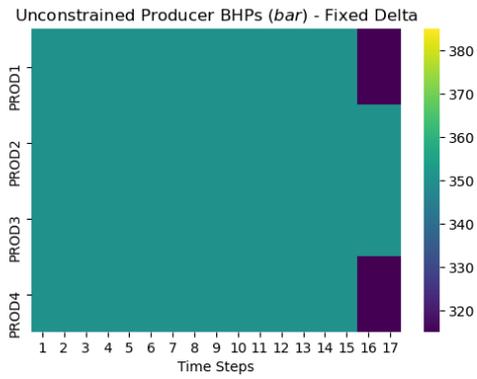
Figura III.4: Controles de Injeção aplicados nas realizações do *Egg Model* (algoritmos robustos).



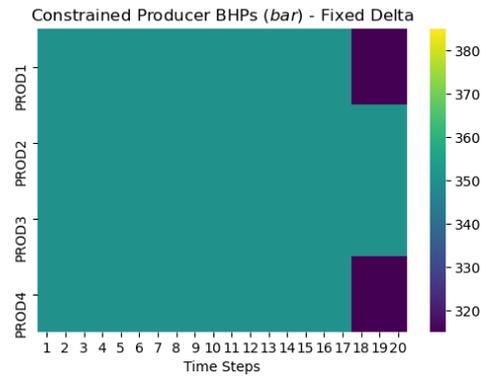
(a) Reativo sem Restrições.



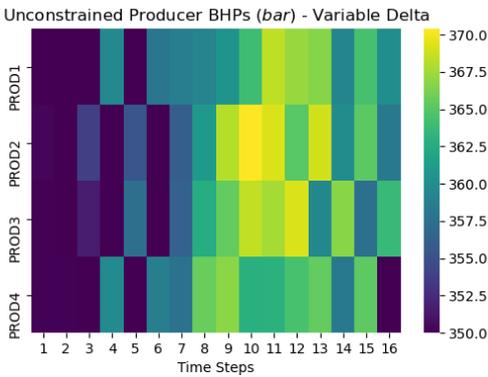
(b) Reativo com Restrições.



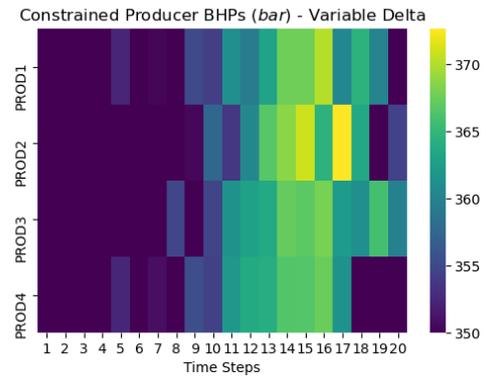
(c) Linear Fixo sem Restrições.



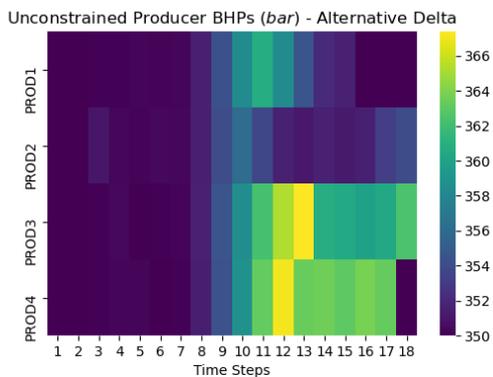
(d) Linear Fixo com Restrições.



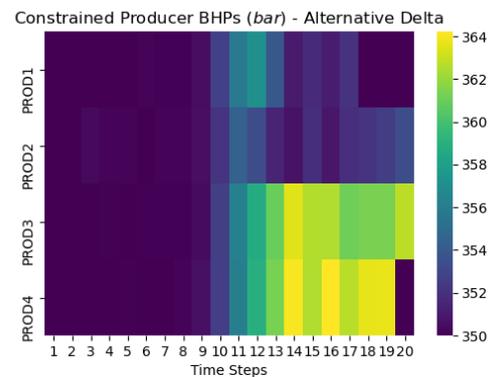
(e) Linear Variável sem Restrições.



(f) Linear Variável com Restrições.



(g) Linear Alternativo sem Restrições.



(h) Linear Alternativo com Restrições.

Figura III.5: Controles de Produção aplicados nas realizações do *Egg Model* (algoritmos robustos).

# IV. ESTUDO DE CASO DO SPE9 — CONTROLES DE BUSCA LINEAR

## IV.1 Caso da Realização Base

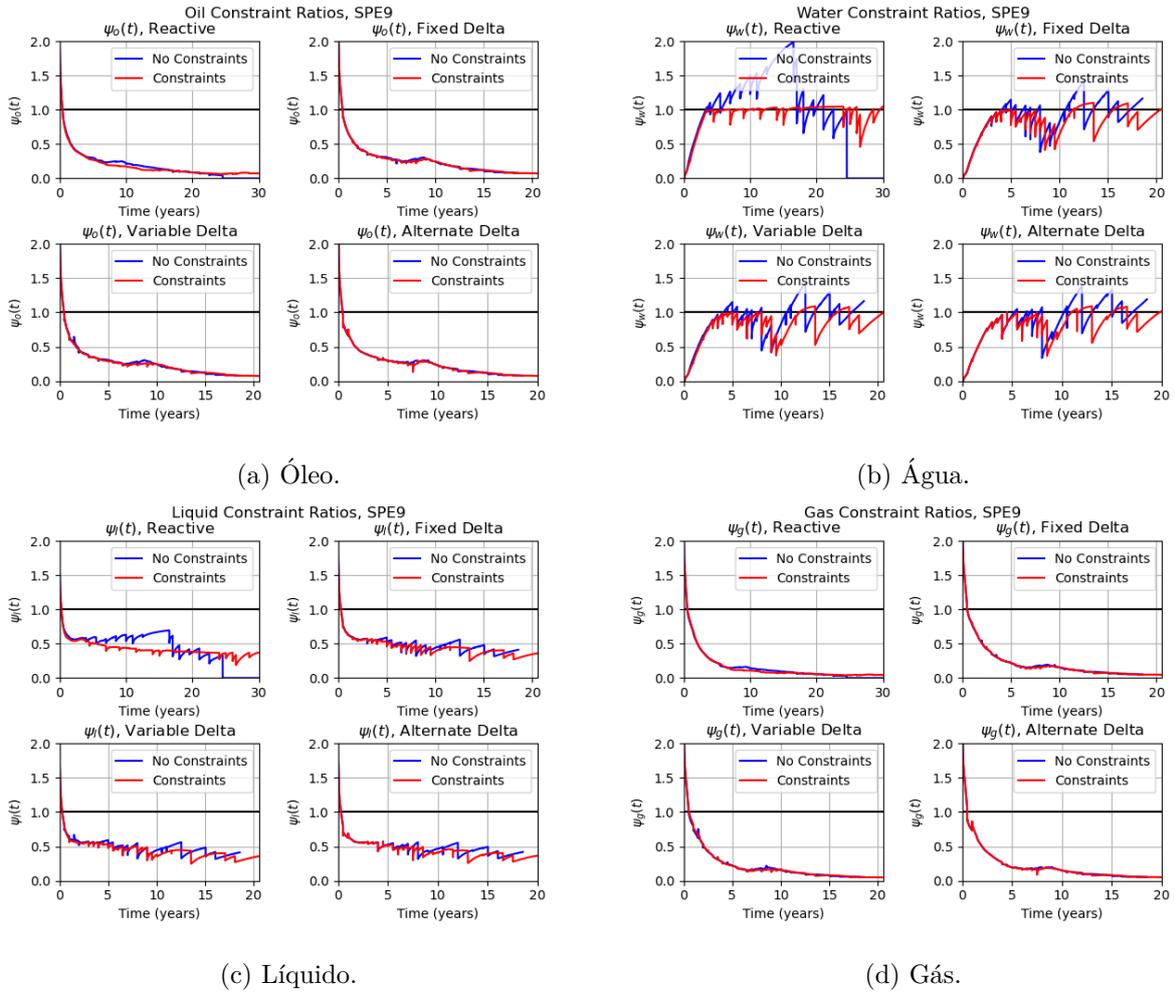
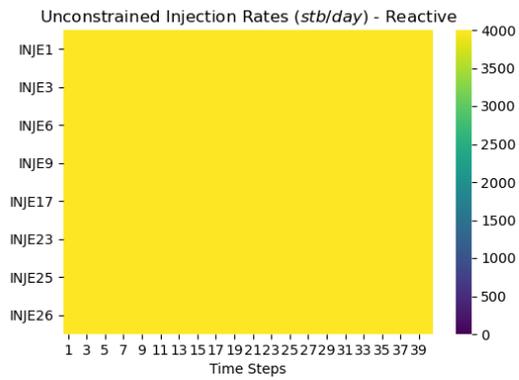
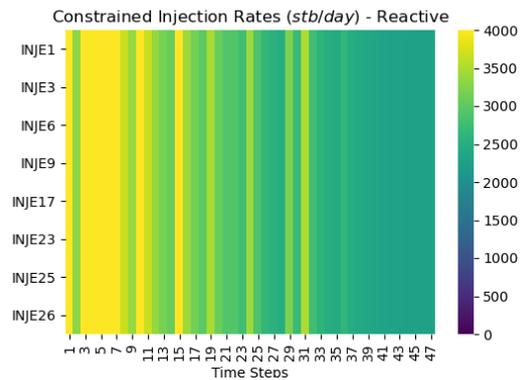


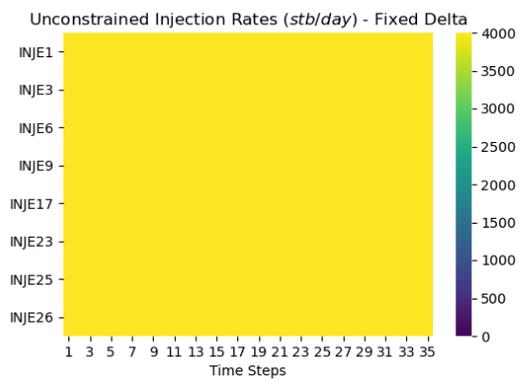
Figura IV.1: Razões de restrição para o caso base do SPE9.



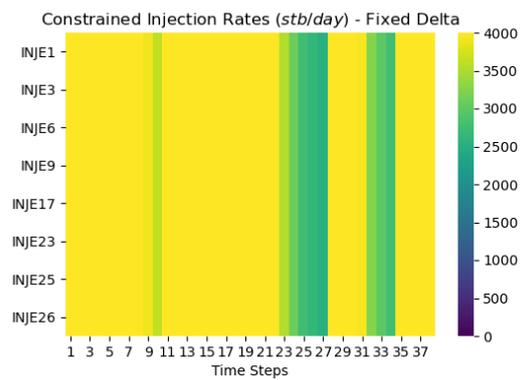
(a) Reativo sem Restrições.



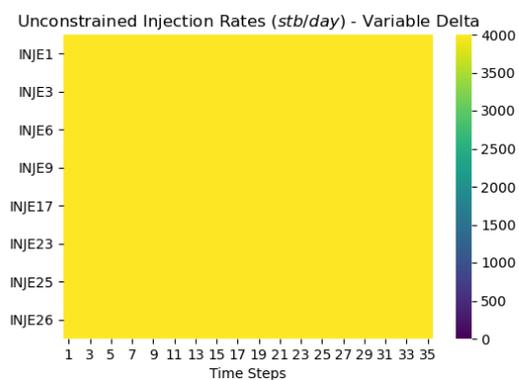
(b) Reativo com Restrições.



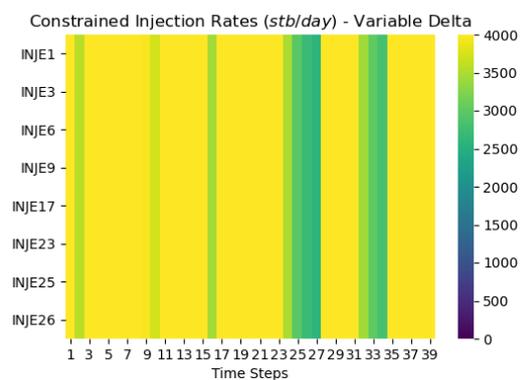
(c) Linear Fixo sem Restrições.



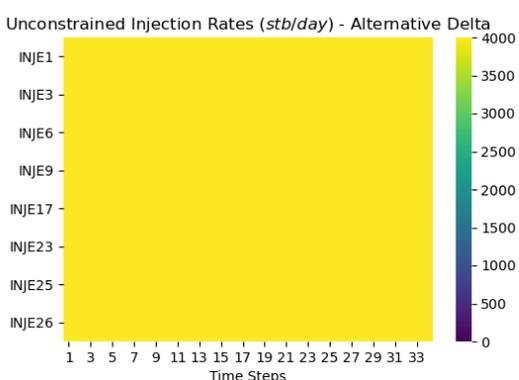
(d) Linear Fixo com Restrições.



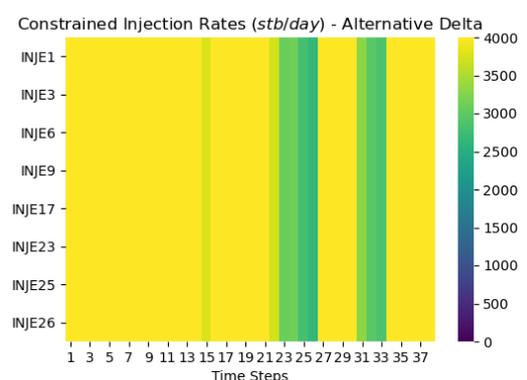
(e) Linear Variável sem Restrições.



(f) Linear Variável com Restrições.

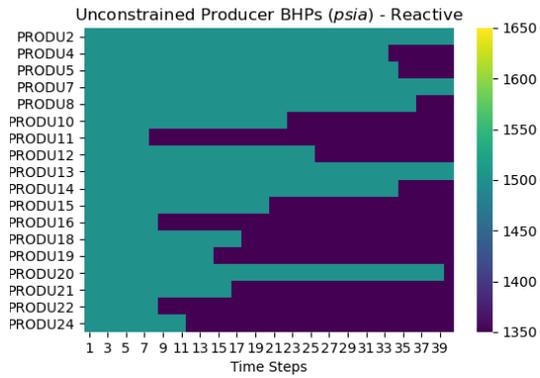


(g) Linear Alternativo sem Restrições.

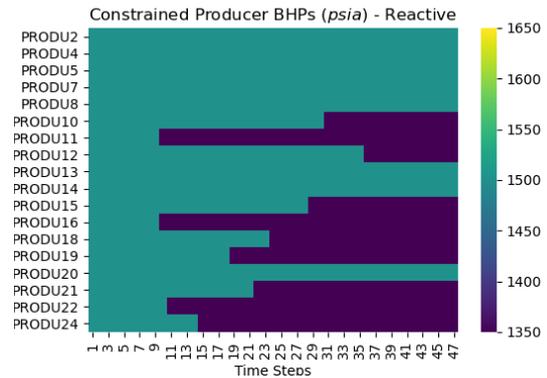


(h) Linear Alternativo com Restrições.

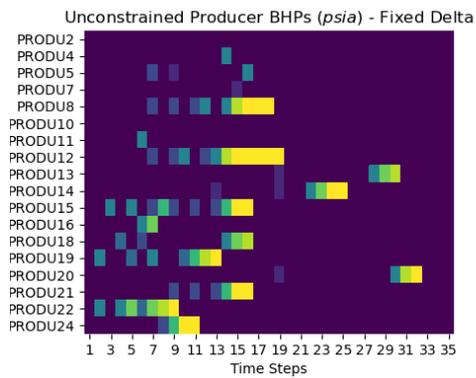
Figura IV.2: Controles de Injeção aplicados na realização base do SPE9.



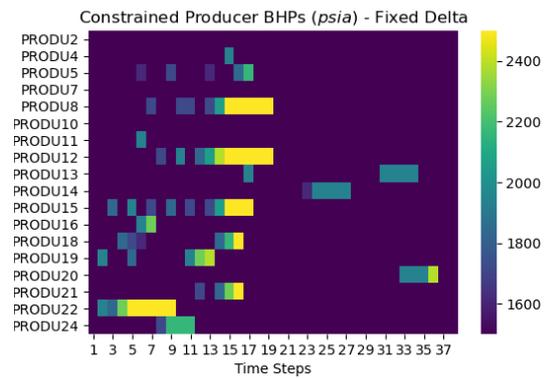
(a) Reativo sem Restrições.



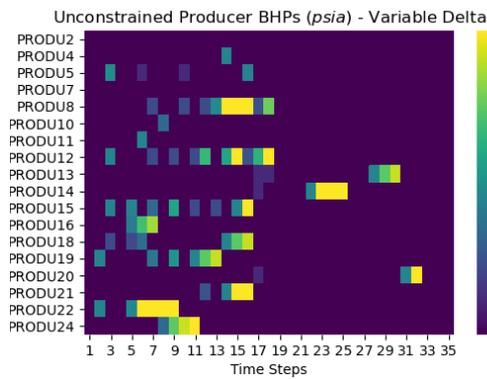
(b) Reativo com Restrições.



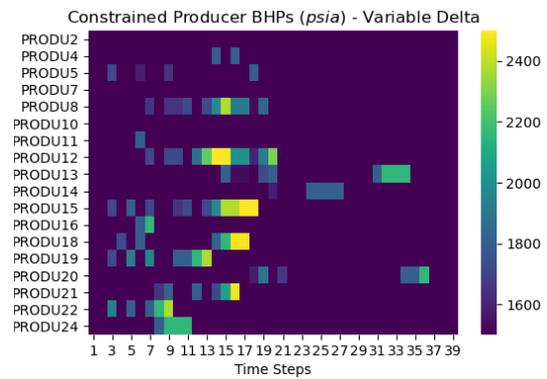
(c) Linear Fixo sem Restrições.



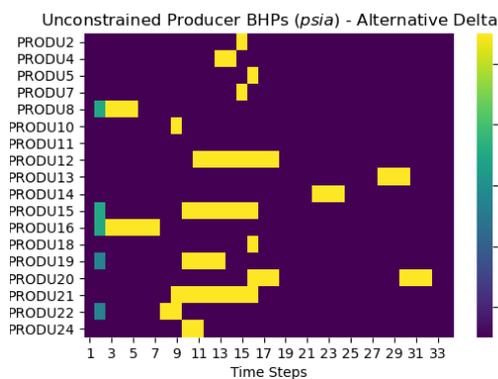
(d) Linear Fixo com Restrições.



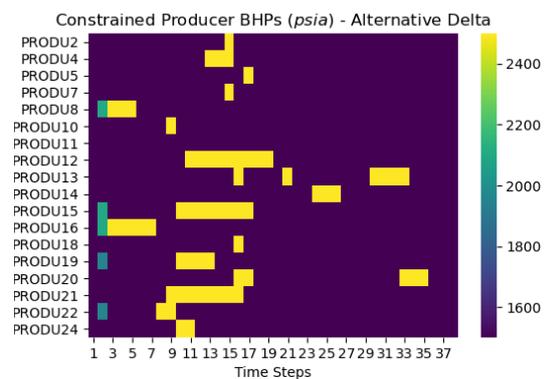
(e) Linear Variável sem Restrições.



(f) Linear Variável com Restrições.



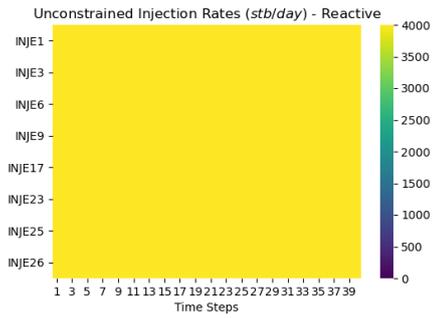
(g) Linear Alternativo sem Restrições.



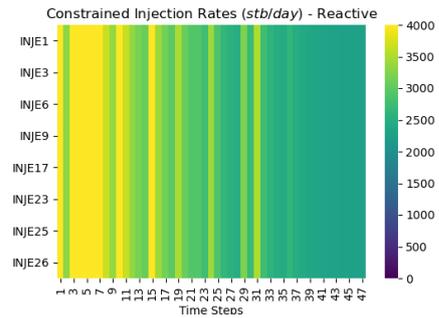
(h) Linear Alternativo com Restrições.

Figura IV.3: Controles de Produção aplicados na realização base do SPE9.

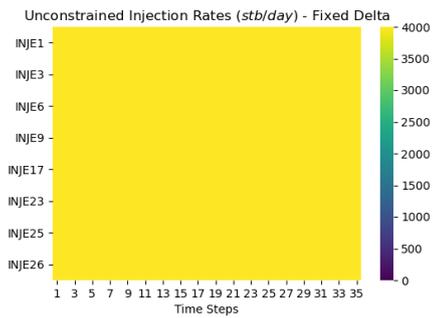
## IV.2 Caso com Incertezas — 5 Realizações



(a) Reativo sem Restrições.



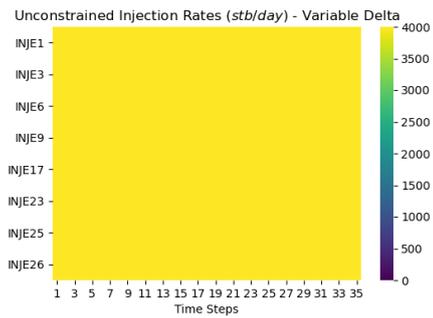
(b) Reativo com Restrições.



(c) Linear Fixo sem Restrições.



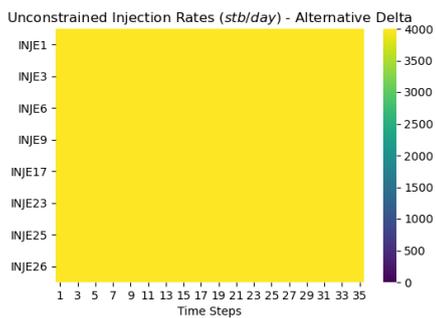
(d) Linear Fixo com Restrições.



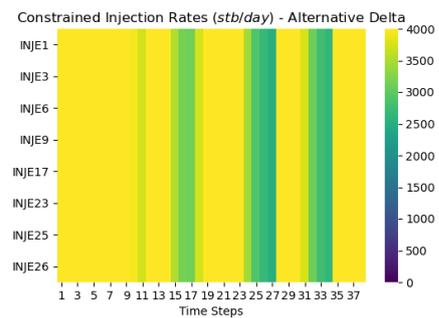
(e) Linear Variável sem Restrições.



(f) Linear Variável com Restrições.

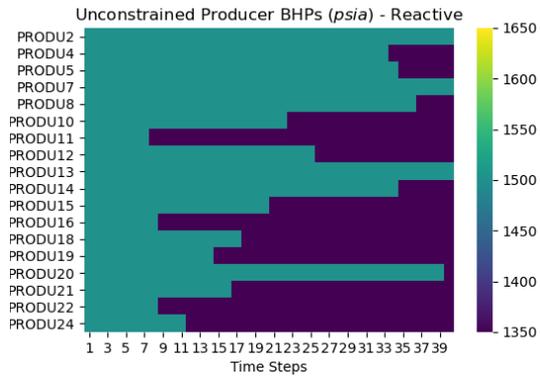


(g) Linear Alternativo sem Restrições.

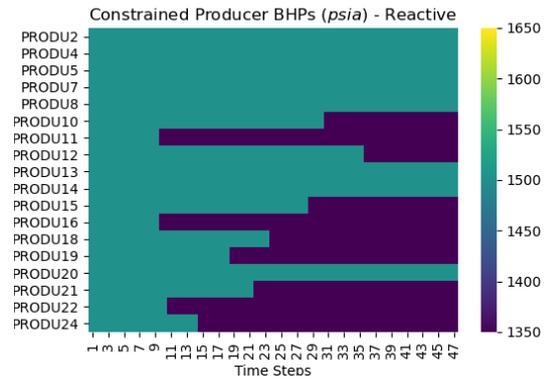


(h) Linear Alternativo com Restrições.

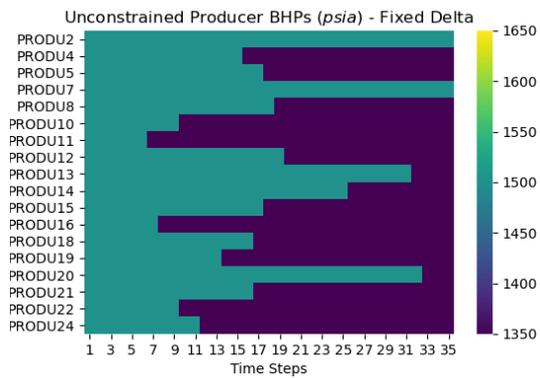
Figura IV.4: Controles de Injeção aplicados nas realizações do SPE9 (algoritmos robustos).



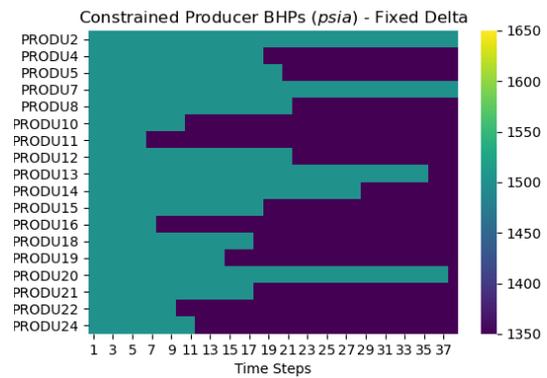
(a) Reativo sem Restrições.



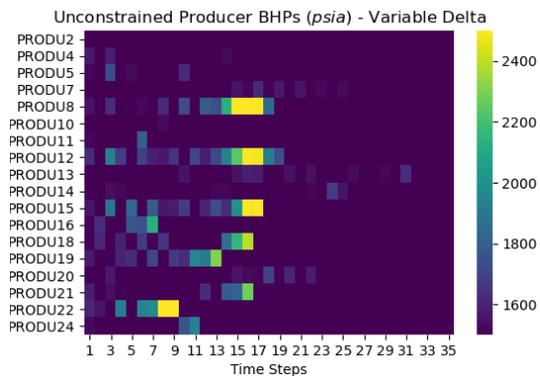
(b) Reativo com Restrições.



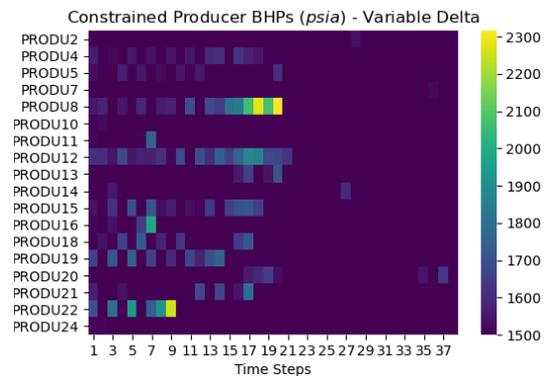
(c) Linear Fixo sem Restrições.



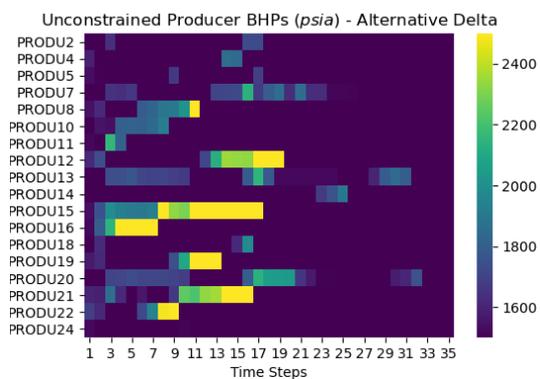
(d) Linear Fixo com Restrições.



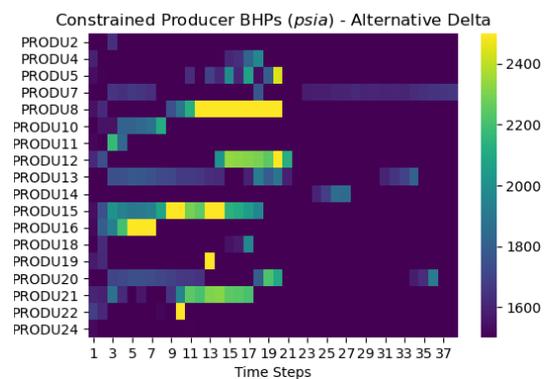
(e) Linear Variável sem Restrições.



(f) Linear Variável com Restrições.



(g) Linear Alternativo sem Restrições.



(h) Linear Alternativo com Restrições.

Figura IV.5: Controles de Produção aplicados nas realizações do SPE9 (algoritmos robustos).

# V. ESTUDO DE CASO DO STOSAG MODIFICADO — CONTROLES

## V.1 *Egg Model*

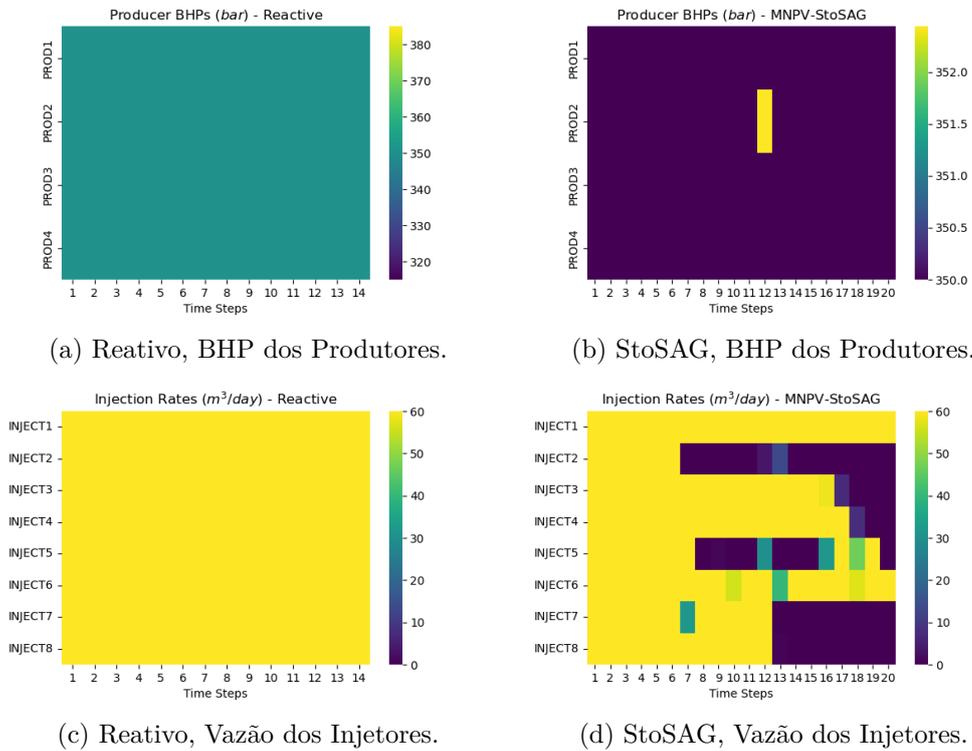
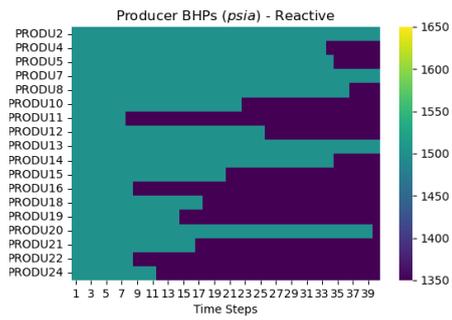
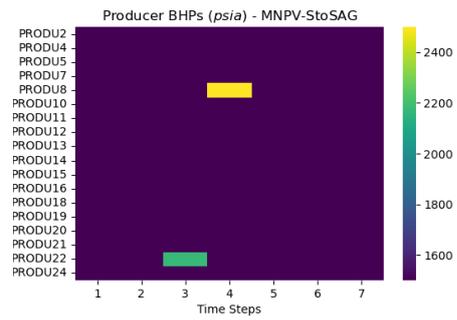


Figura V.1: Comparativo de controles do reativo e do StoSAG modificado para o Egg Model.

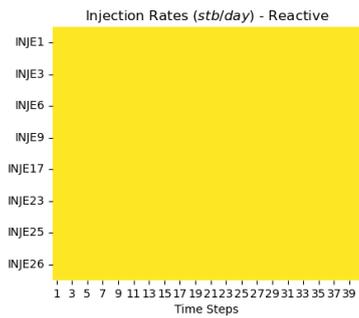
## V.2 SPE9



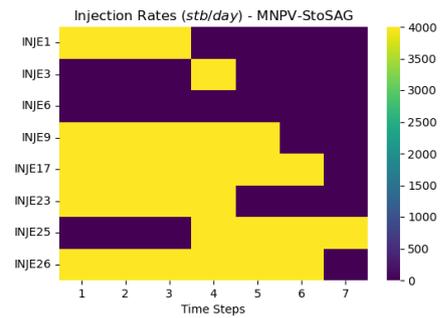
(a) Reativo, BHP dos Produtores.



(b) StoSAG, BHP dos Produtores.



(c) Reativo, Vazão dos Injetores.



(d) StoSAG, Vazão dos Injetores.

Figura V.2: Comparativo de controles do reativo e do StoSAG modificado para o SPE9.