



**Análise do comportamento dinâmico da
cúpula de alvenaria da Catedral de Santa
Maria del Fiore**

SABRINA LIMA FECHINE VITORINO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

BRASÍLIA/ DF, 21 de junho de 2024

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**Análise do comportamento dinâmico da cúpula de alvenaria
da Catedral de Santa Maria del Fiore**

SABRINA LIMA FECHINE VITORINO

ORIENTADORA: GRACIELA NORA DOZ DE CARVALHO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS

BRASÍLIA/ DF, 21 de junho de 2024

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA CÚPULA DE ALVENARIA DA
CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE**

SABRINA LIMA FECHINE VITORINO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Dra. Graciela Nora Doz de Carvalho
Orientadora/Presidente, PECC/UnB

Dra. Marília Marcy Cabral de Araújo
Examinadora Externa à Instituição, UFCG

Dr. José Luiz Vital de Brito
Examinador Interno, PECC/UnB

BRASÍLIA/ DF, 21 DE JUNHO DE 2024

FICHA CATALOGRÁFICA

VITORINO, SABRINA L.F.

Análise do Comportamento Dinâmico da Cúpula de Alvenaria da Catedral de Santa Maria del Fiore [Brasília/DF] 2024.

xxx, 87 p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2022).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental).

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1. Cúpula | 2. Alvenaria |
| 3. Elementos Finitos | 4. Análise Não-Linear |
| 5. Sismos | 6. Dinâmica |
| I. ENE/FT/UnB | II. Título (Mestre) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

VITORINO, SABRINA (2024). Análise do Comportamento Dinâmico da Cúpula de Alvenaria da Catedral de Santa Maria del Fiore. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 87p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Sabrina Lima Fachine Vitorino

TÍTULO: Análise do Comportamento Dinâmico da Cúpula de Alvenaria da Catedral de Santa Maria del Fiore.

GRAU: Mestre

ANO: 2024

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Exame de Qualificação de Tese de Doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte deste trabalho pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.



Sabrina Lima Fachine Vitorino

Universidade de Brasília (UnB),

CEP 70919-970, Brasília – DF, Brasil

E-mail: sabrinalfalencar@gmail.com

*Ao meu primeiro filho, Lorenzo Gabriel,
e ao meu esposo, Marcelo Gabriel.*

*Entrando all'interno della Cattedrale
ci si trova sotto il cielo della Cupola
e che poi all'esterno, la Cupola
si innalza verso il cielo, verso l'immensità.*

*Tutto questo, con la sua immensità, semplicità e
originalità-proporzionalità-armonia
ci trasmette la Cupola di ser Brunellesco.....detto.....Pippo...*

Roberto Corazzi ¹

¹ Página 87 Power Point, conferência de 11.02.2020

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus pela vida e saúde para desenvolver os meus estudos.

Em segundo, agradeço à minha mãe, Socorro, por me apoiar e me ajudar no exercício da maternidade durante o período de escrita da dissertação. Sem ela, nada disso seria possível. Obrigada por ser detentora do dom de nos educar e nos ensinar o “B A BA”. Hoje sei que a senhora foi a nossa primeira professora, aquela cujos ensinamentos e frutos nos acompanharão para toda a vida.

Agradeço ao meu esposo, Bel. Companheiro de muitos anos, terminamos juntos o ensino médio e que escolheu me acompanhar em todas as trajetórias da vida. Graças a ele e ao seu trabalho, realizo meu sonho da maternidade ao mesmo tempo que posso me dedicar aos estudos! Que possamos educar nossos filhos na ânsia pelo conhecimento e que eles tenham a dádiva de encontrar amores de vida tão motivadores quanto somos um para o outro.

Agradeço ao meu pai, Joaquim, que desde muito novos nos direcionou e incentivou para a vida acadêmica com seus longos anos de estudos do universo, como um bom físico espacial. Obrigada por todo apoio e incentivo aos nossos estudos e por nos apresentar à ciência, não só a teórica, mas à empírica, da vida. Obrigada pelo empenho, dedicação e longos anos de trabalho para conseguir nos dar uma vida tão confortável e tão rodeada de conhecimento.

Agradeço ao meu filho primogênito, Lorenzo Gabriel, que pelo “simples” fato de existir, ressignificou minha vida, reordenou os meus planos e se tornou a luz que direciona todas as decisões que tomo desde então. Obrigada por tanto. Você conseguiu despertar uma mulher que nunca havia saído da zona de conforto e nunca havia sido desafiada a superar os próprios limites antes. Obrigada por ter me escolhido e confiado em mim para ser sua mãe e por ter participado do início do desenvolvimento dessa dissertação comigo, em meu ventre.

Agradeço aos meus irmãos, Teca e Quinca, não só pelo incentivo de sempre, mas pela confiança de seguirem meus exemplos e torcerem pelo meu crescimento. Hoje sei que o papel de irmão mais velho vai além do companheirismo no crescimento: temos quase uma responsabilidade intrínseca de guiá-los e protegê-los, sendo retribuídos pela admiração nas vitórias, consolos nos momentos difíceis, apoio nas decisões e carinho em todas as ocasiões.

Obrigada aos meus sogros Cristina e Marcelo, e à minha cunhada Marcelle, que também tiveram um papel importante na minha trajetória de mestrandia com o cuidado do meu bem mais precioso, Lorenzo, todas as vezes que precisei me dedicar à dissertação. Venceram um grande empasse de saúde no último ano e nos ensinaram que mesmo diante de uma situação delicada, devemos confiar em Deus e esperar Dele a vitória, sempre com muita fé.

Agradeço muito às minhas avós, Dulce e Eunice, pelo incentivo aos estudos, mas também à maternidade. Com elas, mulheres muito à frente dos seus tempos, pude ver que a dedicação ao estudo não elimina a dedicação à família. Obrigada vovô Joaquim e vovô Neu (*in memoriam*) pela dedicação de uma vida em prol da educação dos seus filhos, refletindo diretamente na nossa formação. Foram muitos anos de trabalho árduo para chegar até aqui e vocês conseguiram. Que meus filhos sigam seus exemplos.

Agradeço à Professora Graciela, que tive o prazer de conhecer pessoalmente a alguns anos antes de entrar no PECC, que confiou no meu trabalho e se dispôs a orientar uma dissertação com uma temática distinta das que costumam aparecer no programa. Obrigada por apoiar os meus anseios de estudar algo tão admirado por mim, me guiando com excelência durante todas as etapas do trabalho. Também agradeço o espaço concedido referente ao meu afastamento durante o nascimento do meu filho. Admiro e enalteço sua compreensão e paciência tida durante os meses que procederam meu retorno às atividades, estando sempre à postos para realizar as correções necessárias e me auxiliar no refinamento do nosso trabalho.

Por fim, obrigada ao PECC pela oportunidade de ser aluna mestranda de vocês, por me acolherem durante o período turbulento mundial, da pandemia, e por me permitirem realizar essa conquista. Espero retornar em breve como aluna de doutorado.

RESUMO

Em 1296, sobre o projeto de um dos maiores arquitetos da época, Arnolfo di Cambio, foi iniciada a construção da Catedral Santa Maria del Fiore, que durante muitos anos, foi a maior igreja do cristianismo. Construída à 55,00 metros do solo, com altura interna de 32,00 m e diâmetro interno de 45,40 metros erguida sobre um plano octogonal, a Cúpula da Catedral é a maior já construída sem a utilização de armadura. Pesando cerca de 29.000 toneladas, a cúpula de Santa Maria del Fiore é considerada uma das maiores façanhas da engenharia. A cidade de Florença, localiza-se entre duas zonas de atividade sísmicas: Mugello, ao Norte, e Chianti, ao Sul. No mês de maio de 2022, a cidade foi acometida por alguns tremores de terra com magnitude de até 3,7Mw, mesma magnitude de eventos ocorridos no mês de junho de 2023. No mês de setembro, do mesmo ano, foram registrados abalos sísmicos com magnitude máxima de 4,90 Mw e, em fevereiro de 2024, eventos sísmicos de magnitude 3,5 Mw. A fim de permitir a perpetuação de construções históricas ao longo dos anos, é indispensável a análise e a previsão do comportamento dessas estruturas, incluir também a ação sísmica. Assim, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver uma análise numérica não linear do comportamento sísmico da Catedral de Santa Maria del Fiore, pelo método dos elementos finitos avaliado em ambiente do programa computacional ABAQUS. A análise sísmica foi desenvolvida com auxílio do banco de dados disponibilizado pelo software SCALCONA 3.0 a partir de sete acelerogramas naturais, para cinco tempos de retorno (50, 75, 101, 201, 475 anos), de eventos sísmicos gravados em afloramento rochoso que satisfazem os requisitos de compatibilidade de espectro com o espectro de resposta regulatório para qualquer lugar dentro da região da Toscana. Tal análise consistiu no detalhamento de acelerações, tensões e deformações resultantes das aplicações dos eventos sísmicos na estrutura da Catedral, bem como, com indicação das zonas de falha na estrutura. As maiores tensões, acelerações e deformações foram observadas para o evento sísmico com magnitude de 6,93 Mw com distância do epicentro de 83,53 Km e período de retorno de 475 anos. O estado de tensões estático variou de +1,80 MPa e -4,50 MPa para +8,50MPa e -8,50 MPa com a aplicação do evento, sendo observada a maior aceleração de 40,84 m/s² e deformação horizontal máxima de 13,85 mm da estrutura no topo da fissura vertical da superfície sudoeste da cúpula. Dessa forma, foi proposta uma metodologia de análise de edifícios históricos sujeitos a sismos por meio da construção de um modelo numérico calibrado com base em registros experimentais dos modos e frequências de vibração. A opção pelo desenvolvimento de um modelo ajustado a partir de propriedades dinâmicas garante maior aptidão pelo fato desses parâmetros serem muito mais sensíveis a pequenas variações e complexos que os parâmetros estáticos, sendo específicos e únicos para cada estrutura existente.

Palavras-chave: Cúpula, Alvenaria, Elementos Finitos, Análise Não-Linear, Sismos, Dinâmica.

ABSTRACT

In 1296, under the design of one of the greatest architects of the time, Arnolfo di Cambio, construction began on the Cathedral Santa Maria del Fiore, which for many years was the largest church in Christianity. Built 55.00 meters above the ground, with an internal height of 32.00 m and an internal diameter of 45.40 meters erected on an octagonal plane, the Cathedral Dome is the largest ever built without the use of reinforcement. Weighing around 29,000 tons, the Dome of Santa Maria del Fiore is considered one of the greatest feats of engineering. The city of Florence is located between two seismic activity zones: Mugello, to the North, and Chianti, to the South. In May 2022, the city was hit by some earthquakes with a magnitude of up to 3.7Mw, same magnitude as events that occurred in June 2023. In September of the same year, seismic shocks with a maximum magnitude of 4.90 Mw were recorded and, in February 2024, seismic events of magnitude 3.5 Mw. To allow the perpetuation of historical constructions over the years, it is essential to analyze and predict the behavior of these structures, also including seismic action. Therefore, the present work aims to develop a non-linear numerical analysis of the seismic behavior of the Cathedral of Santa Maria del Fiore, using the finite element method evaluated in the ABAQUS computer program environment. The seismic analysis was developed with the help of the database made available by the SCALCONA 3.0 software from seven natural accelerograms, for five return times (50, 75, 101, 201, 475 years), of seismic events recorded in rocky outcrops that satisfy spectrum compatibility requirements with the regulatory response spectrum for any location within the Tuscany region. This analysis consisted of detailing accelerations, tensions and deformations resulting from the application of seismic events in the Cathedral's structure, as well as indicating the fault zones in the structure. The greatest stresses, accelerations and deformations were observed for the seismic event with a magnitude of 6.93 Mw, a distance from the epicenter of 83.53 km and a return time of 475 years. The static stress state varied from +1.80 MPa and -4.50 MPa to +5.50MPa and -8.50 MPa with the application of the event, with the highest acceleration of 40.84 m/s² and maximum horizontal deformation of 13.85 mm of the structure at the top of the vertical fissure on the southwest surface of the Dome. Therefore, a methodology for analyzing historic buildings subject to earthquakes was proposed through the construction of a numerical model calibrated based on experimental records of vibration modes and frequencies. The option to develop a model adjusted based on dynamic properties guarantees greater suitability since these parameters are much more sensitive to small and complex variations than static parameters, being specific and unique for each existing structure.

Keywords: Dome, Masonry, Finite elements, Non-Linear Analysis, Earthquakes, Dynamics.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1. Classificação da atividade sísmica, de magnitude entre 4,16 e 5,50 Mw, no município de Florença, entre os anos 1000 e 2000 (INGV, 2024).....	20
Tabela 2.1: Cúpulas de alvenaria da cidade de Florença listadas por bairro (Corazzi, 2018).....	44
Tabela 3.1. Quadro resumo com caracterização das fissuras verticais da cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore (Fanelli e Fanelli, 2004).....	50
Tabela 3.2: Propriedades físicas dos materiais constituintes da Cúpula de Santa Maria del Fiore (Barbi et al., 1986).....	51
Tabela 3.3: Resistência à tração e compressão dos materiais que compõem a Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore (Barbi et al., 1986).....	52
Tabela 5.1. Resultados do teste de convergência de malha	66
Tabela 5.2. Caracterização e Classificação de alvenarias da Região da Toscana (Vognoli, Boschi e Signorini, 2019).....	68
Tabela 5.3. Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson para as principais rochas utilizadas em construções históricas (Carbone, 2011).....	69
Tabela 5.4. Definição de intervalo de valores das propriedades físicas para calibração do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore	71
Tabela 5.5. Propriedades dos materiais do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore	72
Tabela 5.6. Propriedades dos materiais do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore	73
Tabela 5.7. Comparação das tensões experimentais e daquelas obtidas pelo modelo numérico para a cota de 66,00 m da Cúpula.....	77
Tabela 5.8. Indicações dos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore	79
Tabela 5.9. Indicações dos eventos sísmicos que geraram as menores acelerações no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore	79
Tabela 5.10. Resumo das maiores tensões no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após aplicação dos eventos sísmicos.....	82
Tabela 5.11. Indicação das zonas de falha no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações para os tempos de retorno avaliados.....	84
Tabela 5.12. Indicação das zonas de falha no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após eventos sísmicos que geraram as menores acelerações para os tempos de retorno avaliados.....	87
Tabela 5.13. Resumo dos deslocamentos máximos no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após aplicação dos eventos sísmicos e indicação do tempo em que houve a ruptura no ponto avaliado.....	88

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Mapa de risco sísmico da Itália (Stucchi et. al, 2004).....	20
Figura 1.2. Fluxograma da metodologia adotada.....	24
Figura 1.3. Fluxograma da estrutura do trabalho	25
Figura 2.1. (a) Cúpula hemisférica, parabolóide e elipsoide (b) Forças atuantes em cúpulas de alvenaria tradicionais (Öztürk et. al, 2019, adaptado).....	30
Figura 2.2. (a) Falha com coroa movendo-se para baixo (b) Falha com coroa movendo-se para cima (Foraboschi, 2014, adaptado)	31
Figura 2.3. Trabalho virtual gerado pela lanterna sobre uma cúpula (Foraboschi, 2014).....	33
Figura 2.4. Relação entre a cúpula e o tambor: topo da cúpula desloca verticalmente para baixo e a base do tambor inclina lateralmente (Foraboschi, 2014)	33
Figura 2.5. (a) Linha de empuxo (preta) em cúpulas hemisféricas (b) linha de empuxo (azul) em cúpulas à base octogonal.....	34
Figura 2.6. Assentamento espinha de peixe: (a) indicado em uma cúpula esférica (b) detalhe dos tijolos dispostos à spinapesce durante o restauro dos afrescos (Corazzi e Conti, 2011).....	36
Figura 2.7. Detalhe da disposição dos tijolos <i>corda blanda</i> (Corazzi e Conti, 2011).....	37
Figura 2.8. (a) Spinapesce intercalada com tijolos horizontais sobre plano horizontal (b) Spinapesce intercalada com tijolos horizontais sobre superfície curvilínea.....	37
Figura 2.9. Representação da corda blanda em diferentes cotas.....	38
Figura 2.10. (a) Indicação dos paralelos na Cúpula formados pelo assentamento corda blanda (b) Indicação dos vértices que seriam formados nas arestas da Cúpula com o assentamento convencional sob planos horizontais..	38
Figura 2.11. Igreja de Santa Maria del Suffragio, em L’Aquila (a) antes do colapso (b) após o colapso (Grillanda et. al, 2019, adaptado).....	40
Figura 3.1.(a) Vista Frontal (b) Vista Lateral (c) Vista Traseira	47
Figura 3.2. Representação do assentamento spinapesce, corda blanda e os outros diversos elementos construtivos da cúpula de Brunelleschi	48
Figura 3.3. Representação em planta baixa das fissuras presentes na cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore (Fanelli & Fanelli, 2004, adaptado).....	49
Figura 3.4. Representação planificada das fissuras angulares e verticais na estrutura da cúpula e sua base de sustentação na Catedral de Santa Maria del Fiore (Fanelli & Fanelli, 2004, adaptado)	50
Figura 3.5. Estado de tensão estático do modelo numérico da Cúpula da Catedral desenvolvido por (a) Fanelli e Fanelli (2004) (b) Bartoli, Betti e Borri (2015)	54
Figura 3.6. Indicação do mecanismo de falha na ligação de tijolos horizontais e verticais (<i>spinapesce</i>) no modelo da Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore desenvolvido por Beatini, Royer-Carfagni e Tasora (2019).....	54
Figura 4.1. Categorização dos elementos do ABAQUS em Famílias (Dassaultsystèmes®, 2024).....	59
Figura 4.2. Elementos classificados em função do número de nós (Dassaultsystèmes®, 2024).....	60
Figura 5.1. Modelo tridimensional da Catedral di Santa Maria del Fiore (a) vista isométrica (b) corte transversal	64
Figura 5.2.(a) Indicação do plano de corte (AA’) na vista superior da Catedral (b) Vista do corte AA’ (c) Vista isométrica do corte AA’	64

Figura 5.3. (a) Vista isométrica do modelo tridimensional da estrutura contendo as fissuras verticais (b) Corte superior para vista das fissuras verticais nas superfícies do octógono da Cúpula (c) Corte transversal para vista das fissuras verticais na parte interna da estrutura.	65
Figura 5.4. Modelo tridimensional discretizado em elementos finitos para análise de convergência de malha (a) malha 1 (b) malha 2 (c) malha 3 (d) malha 4.....	66
Figura 5.5. Malha infinitesimal tetraédrica do modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore (Malha 3) (a) vista isométrica (b) corte transversal	67
Figura 5.6. Divisão do modelo tridimensional da Catedral em seis partes para análise dos materiais constituintes	69
Figura 5.7. Deslocamentos modais da primeira frequência para a estrutura da Catedral.....	74
Figura 5.8. Deslocamentos modais da segunda frequência para a estrutura da Catedral.....	74
Figura 5.9. Vista superior da cota 66,00 m da Cúpula com indicação das tensões (Fanelli e Fanelli, 2004)	75
Figura 5.10. Estado de tensão estático devido à aplicação incremental do peso próprio do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore	76
Figura 5.11. (a) Distribuição de tensões na estrutura da Cúpula submetida ao peso próprio (b) Detalhe da distribuição de tensões na estrutura da Catedral submetida ao peso próprio.....	76
Figura 5.12. Vista superior do estado de tensões na cota 66,00 m da Cúpula do modelo numérico desenvolvido.	77
Figura 5.13. Indicação do local de maior aceleração da estrutura para todos os eventos sísmicos disponibilizados pelo software SCALCONA 3.0.....	79
Figura 5.14. Acelerogramas dos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações no modelo da estrutura. 80	
Figura 5.15. Acelerogramas dos eventos sísmicos que geraram as menores acelerações no modelo da estrutura.81	
Figura 5.16. Respostas do modelo da estrutura, aos eventos sísmicos que geraram as maiores e menores acelerações	82
Figura 5.17. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou maior aceleração no modelo para o período de retorno de (a) 50 anos (b) 75 anos e (c) 101 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à $+2,31$ MPa	83
Figura 5.18. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou maior aceleração no modelo para o período de retorno de (a) 201 anos (b) 475 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à $+2,31$ MPa.	84
Figura 5.19. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou menor aceleração no modelo para o período de retorno de (a) 50 anos (b) 75 anos e (c) 101 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à $+2,31$ MPa.	85
Figura 5.20. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou menor aceleração no modelo para o período de retorno de 201 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à $+2,31$ MPa.....	86
Figura 5.21. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou menor aceleração no modelo para o período de retorno de 475 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à $+2,31$ MPa.....	86

Figura 5.22. Gráficos dos deslocamentos horizontais (x) e verticais (y) nos pontos de maior aceleração do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore, submetido aos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações	88
Figura 5.23. Indicação dos pontos de ruptura no modelo da Catedral frente aos eventos sísmicos que causaram as maiores acelerações.	89
Figura 5.24. Detalhe dos pontos de ruptura na Cúpula do modelo da Catedral frente aos eventos sísmicos que causaram as maiores acelerações.	89
Figura 5.25. Curvas de capacidade comparativas para o ponto de maior resposta aos eventos sísmicos analisados	90

SUMÁRIO

Capítulo 1 - INTRODUÇÃO	17
1.1. Objetivos	22
1.1.1. Objetivo geral.....	22
1.1.2. Objetivos específicos.....	22
1.2. Metodologia	22
1.3. Estrutura do Trabalho	24
Capítulo 2 – REFERENCIAL TEÓRICO	27
2.1. Modelagem estrutural de monumentos históricos.....	27
2.2. Evolução da análise do comportamento estrutural estático de cúpulas de alvenaria	28
2.3. Distribuição de tensões na análise estática de cúpulas de alvenaria	30
2.4. Componentes estruturais comuns de cúpulas de alvenaria	32
2.5. Construções históricas de alvenaria submetidas à sismos.....	38
2.6. Modelagem numérica de construções históricas de alvenaria submetidas à sismos	40
2.7. Cúpulas da cidade de Florença.....	43
Capítulo 3 – A CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE	46
3.1. Introdução	46
3.2. Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore.....	46
3.2.1. Quadro de Fissuras.....	49
3.3. Dados experimentais da Catedral de Santa Maria del Fiore.....	51
3.4. Estudos numéricos já desenvolvidos sobre a Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore	53
Capítulo 4 – FERRAMENTAS NUMÉRICAS UTILIZADAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO MODELO DA CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE.....	55
4.1. Método dos Elementos Finitos	55

4.2. AutoCAD: Criação do Modelo Tridimensional.....	56
4.3. ABAQUS: Análise Numérica	56
4.4. SCALCONA 3.0: Eventos sísmicos da Toscana	61
Capítulo 5 – ANÁLISE NUMÉRICA DA CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE.....	63
5.1. Hipóteses adotadas para criação do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore	63
5.2. Desenvolvimento geométrico do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore.....	64
5.3. Análise de Convergência de Malha	65
5.4. Levantamento de dados complementares para calibração e atualização do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore com base nas características dinâmicas experimentais.....	67
5.5. Ajuste do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore.....	70
5.6. Análise modal do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore.....	74
5.7. Análise estática do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore	75
5.8. Análise sísmica do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore.....	78
Capítulo 6 - CONCLUSÕES	92
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96

Capítulo 1 - INTRODUÇÃO

O emprego de cúpulas como elementos arquitetônicos e estruturais foi amplamente aplicado em construções de cunho religiosos, ao longo dos séculos, representando obras inestimáveis do patrimônio cultural. Geralmente, as cúpulas de alvenaria eram tipicamente construídas no centro dos grandes vãos das construções, tornando a edificação imponente e exuberante em relação às estruturas circundantes.

Do ponto de vista mecânico as cúpulas desenvolvem duas forças internas primárias, meridional e de arco, que agem aproximadamente perpendiculares uma à outra. Semelhante a um arco, uma cúpula desenvolve forças meridionais que transferem cargas de gravidade para a base. Em geral, essas forças são compressivas e aumentam em magnitude do topo para a base para qualquer cúpula carregada uniformemente e simétrica axialmente.

As forças de arco presentes nas cúpulas de alvenaria permitem a construção de anéis consecutivos na cúpula à medida que ela é erguida. Logo, embora um arco seja instável sem sua pedra angular, uma cúpula com um óculo pode ser estável devido à essas forças de arco, como evidenciado na cúpula do Panteão, em Roma e na Cúpula de Brunelleschi, na Catedral de Santa Maria del Fiore, em Florença (Zessin, Lau e Ochsendorf, 2010).

Praticada há milhares de anos, as estruturas de alvenaria são uma parte importante do patrimônio cultural mundial. A prática utilizava, inicialmente, blocos de rocha conectados entre si por forças compressivas. Posteriormente, os blocos de rocha passaram a serem unidos por argamassa e, ao longo dos anos, a argila passou a ser trabalhada para a produção de tijolos. Assim, as construções em alvenaria estrutural contêm os elementos sociológicos, econômicos, culturais e políticos do local ao qual está inserida, oferecendo, fisicamente, a oportunidade de pesquisar e conhecer o passado (Tuhta, Günday e Pehlivanet, 2019).

Quando se trata de conservação de construções históricas, são avaliadas desde a aparência dos elementos constituintes, quanto da manutenção dos componentes estruturais. Desse modo, é possível garantir a eficácia de sua atuação na estabilidade da estrutura frente aos esforços e intempéries atuantes nelas ao longo dos anos.

A avaliação estrutural de edifícios históricos deve ser realizada juntamente com a chamada “engenharia de materiais forenses e investigação estrutural”, que permite a identificação do tipo de estrutura e materiais utilizados com base no período de construção.

Tal análise permite atividades investigativas para descobrir a causa da danos existentes e o efeito da fonte de dano na vida útil da estrutura. Logo, o restauro de edifícios históricos exige análises de soluções que, ao mesmo tempo que garantam a eficácia da reparação, preservem o aspecto e restaurem sua arquitetura primária e sua resistência a níveis adequados para permitir sua estabilidade estrutural.

A análise e a previsão do comportamento de estruturas históricas ao longo dos anos constituem um campo de pesquisa fundamental para perpetuar os métodos construtivos e a herança cultural das civilizações. Tais análises envolvem não apenas o aspecto estático das construções, mas deve incluir também a ação sísmica, presente em grande parte do território mundial e que submete diversas estruturas a vibrações nem sempre suportadas pelos elementos construtivos.

Saisi e Gentile (2015) evidenciam o importante papel desempenhado por um estudo de diagnóstico eficaz na avaliação estrutural de edifícios históricos. A fase de diagnóstico, realizada através da obtenção de informações das características do edifício, propriedades dos materiais e danos existentes, fornece uma base sólida para qualquer avaliação posterior do nível de segurança, bem como, para a definição de medidas de intervenção adequadas. Assim, a informação recolhida deverá incluir a investigação precisa da geometria real, o levantamento do padrão de fissuras e inspeções visuais locais. Estas tarefas, aliadas à investigação histórica, proporcionam uma primeira interpretação do traçado estrutural e revelam a presença de descontinuidades na alvenaria, possíveis vulnerabilidades.

Neste contexto, Karaton et. al (2017) fizeram um estudo das respostas sísmicas não lineares da Ponte Malabadi, construída no século XII na Anatólia, na Turquia e concluíram o trabalho identificando as áreas de risco de ruptura para reforço estrutural.

Schiavoni et. al (2023) desenvolveram uma análise dinâmica do Palazzo del Podestà, em Accumoli, na região do Lazio, cuja estrutura foi danificada em decorrência de uma sequência de eventos sísmicos ocorridos entre 2016 e 2017.

Romero-Sánchez et. al (2023) analisaram o comportamento sísmico da torre Giralda, localizada em Sevilha (Espanha), cujo modelo tridimensional para análise pelo método dos elementos finitos foi calibrado usando os resultados da análise modal e um teste de vibração *in situ*.

Kocaman (2023) fez um estudo de caso da Cúpula da Mesquita Adıyaman Ulu, que desabou completamente no terremoto e a partir de gráficos de deslocamento foi possível verificar que o comportamento elástico da edificação indicava limites em torno de 10 mm para deslocamentos horizontais.

Assim, a análise dinâmica constitui um campo de investigação de grande interesse, não apenas devido aos possíveis danos gerados à estrutura, mas também, à segurança patrimonial e social.

Dentro desse contexto, a antiga colônia romana de Florentia (fundada em 59 a.C), Florença, município italiano e capital da Toscana localizada em zona sísmica, tornou-se um símbolo do Renascimento durante o início do período Medici (entre os séculos XV e XVI), atingindo níveis extraordinários de desenvolvimento econômico e cultural. O atual centro histórico florentino cobre cerca de 505 ha e foi declarado Patrimônio Mundial da Humanidade, em 1982, pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco) com ampliação dessa para mais de 530 hectares, em 2021 (Firenze, 2024).

Sob o céu de Florença, inúmeras são as obras humanas desenvolvidas ao longo dos séculos que garantiram o enriquecimento da estrutura urbana. No entanto, neste conjunto, o céu florentino também abriga numerosas e variadas cúpulas, cerca de setenta espalhadas pela cidade, que mesmo submetida à diversas intempéries ao longo dos anos, continuam erguidas. Dentre as principais e maiores cúpulas de alvenaria, encontram-se a Cúpula do Battistero di San Giovanni, Cúpula de Santa Maria del Fiore e a Cúpula da Cappelle dei Principi, de grande valor histórico-cultural e símbolos da cidade.

A cidade de Florença, e seu inestimável patrimônio cultural, localiza-se entre duas zonas de atividade sísmicas: Mugello, ao Norte, e Chianti, ao Sul. Avaliando o histórico de atividade sísmica no município entre os anos 1000 e 2020, foram registrados dezesseis tremores com magnitude entre 4,16 e 5,50 Mw, sendo o mais recente no ano de 2023, com 4,90 Mw de magnitude (Tabela 1.1). No mês de maio de 2022, a cidade foi acometida por alguns tremores de terra com magnitude de até 3,7Mw, mesma magnitude de eventos ocorridos no mês de junho de 2023.

Tabela 1.1. Classificação da atividade sísmica, de magnitude entre 4,16 e 5,50 Mw, no município de Florença, entre os anos 1000 e 2000 (INGV, 2024)

Classificação	Ano	Data	Magnitude (Mw)	Classificação	Ano	Data	Magnitude (Mw)
3	1148	-	5.10	12	1551	26 setembro	4.4
11	1325	21 maio	4.4	5	1554	27 novembro	4.86
7	1345	12 setembro	4.63	9	1600	6 julho	4.63
8	1345	22 dezembro	4.63	1	1895	18 maio	5.5
15	1384	4 fevereiro	4.16	10	1895	6 junho	4.55
16	1384	4 fevereiro	4.16	6	1959	24 março	4.85
13	1426	-	4.4	14	1973	20 abril	4.38
2	1453	28 setembro	5.38	4	2023	18 setembro	4.90
17	1469	7 abril	4.16				

Em 2004, foi lançado um mapa de risco sísmico que fornece uma imagem das áreas mais susceptíveis da Itália (Stucchi et. al, 2004), indicado na Figura 1.1. A carta de risco sísmico do território nacional é expressa em termos de aceleração horizontal do solo com probabilidade de excesso de 10% em 50 anos.

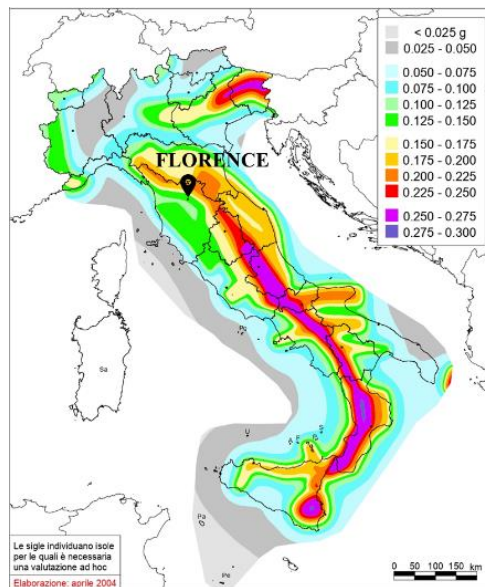


Figura 1.1. Mapa de risco sísmico da Itália (Stucchi et. al, 2004)

Com base no exposto, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver uma análise numérica do comportamento sísmico da Catedral de Santa Maria del Fiore e de sua Cúpula.

Devido à complexidade do estudo do comportamento de edifícios históricos e do desenvolvimento de um modelo numérico adequado, seja pelos métodos construtivos utilizados, os materiais adotados ou, até mesmo, o estado de conservação destes, o desafio é significativo. Com base nos dados experimentais disponíveis, e considerando que se pretende

estudar o comportamento sísmico, o modelo proposto é atualizado com base nas características dinâmicas da edificação. Entende-se que dessa forma é possível a criação de um modelo numérico que traduza mais fielmente à resposta da estrutura frente a carregamentos sísmicos.

A análise sísmica é desenvolvida com auxílio de um estudo realizado na região da edificação que estabelece diversas amplitudes de eventos sísmicos para cinco períodos de retorno e que são específicos para o tipo de afloramento rochoso local. Tal análise é feita para os sete eventos sísmicos de cada um dos cinco períodos de retorno e são indicados os novos estados de tensões, as respectivas acelerações e os deslocamentos para os eventos mais críticos com indicação de zonas de falha.

Assim, a presente dissertação contribui para ressaltar a importância da análise de falhas em estruturas históricas, a fim de garantir a perpetuação desses edifícios para as próximas gerações e suas respectivas heranças patrimoniais.

1.1.Objetivos

1.1.1. Objetivo geral

Analisar numericamente o comportamento frente à ação sísmica na cúpula de alvenaria da Catedral de Santa Maria del Fiore, localizada no centro histórico de Florença e propor uma metodologia de análise de edifícios históricos sujeitos a sismos.

1.1.2. Objetivos específicos

- Desenvolver o modelo tridimensional da Catedral;
- Construir um modelo numérico calibrado com base em registros experimentais dos dois primeiros modos e frequências de vibração da Catedral de Santa Maria del Fiore;
- Inserir o carregamento dinâmico e analisar a resposta dinâmica da Catedral com ênfase na Cúpula.

1.2.Metodologia

A fim de desenvolver as análises das respostas sísmicas da Catedral de Santa Maria del Fiore, foi utilizada uma metodologia de construção de um modelo numérico calibrado com base em registros experimentais dos modos e frequências de vibração da Catedral de Santa Maria del Fiore. Para tal, foram realizadas simulações no software de análise numérica, ABAQUS (Dassaultsystemes®, 2022), com base em vastas pesquisas bibliográficas, para definição de materiais e elementos construtivos da construção.

A definição dos materiais foi realizada a partir de intervalo de valores de propriedades físicas admissíveis para materiais de mesma natureza dos constituintes da Catedral, por meio de valores disponíveis na bibliografia e principalmente, pelos estudos de Barbi et. al (1986), que determinaram as características físicas dos materiais que constituem a Cúpula da Santa Maria del Fiore.

Para o material de alvenaria, os valores das propriedades físicas foram estimados a partir dos dados do Manual de Detecção da Vulnerabilidade Sísmica dos Edifícios em Alvenaria da Região da Toscana (Vognoli, Boschi e Signorini, 2019). Para estimativa dos valores das propriedades físicas de rochas, foram utilizados os dados fornecidos por Carbone (2011).

As simulações foram realizadas no modelo da Catedral para o intervalo de valores das propriedades físicas dos materiais admitidos, e tiveram suas características dinâmicas comparadas às frequências naturais da estrutura real, obtidas experimentalmente por Chiarugi, Bartoli e Bavetta (1995) e o Instituto Experimental de Modelos e Estruturas (ISMES) (Castoldi et. al, 1989).

Após a definição do modelo cujas primeira e segunda frequências naturais mais se aproximaram da real (coincidindo os dois primeiros modos de vibração) foi realizada a análise estática do modelo com o processamento do estado de tensões estático e comparação das tensões na cota 66,00 m da Cúpula da Catedral com valores obtidos *in situ* por Chiarugi, Bartoli e Bavetta (1995) e Castoldi et. al (1989).

Por fim, foi realizada a análise sísmica com auxílio do banco de dados disponibilizado pelo software SCALCONA 3.0 (Lai e Zuccolo, 2015) a partir de sete acelerogramas naturais. Tais acelerogramas são referentes à eventos sísmicos gravados em afloramento rochoso que satisfazem os requisitos de compatibilidade de espectro com o espectro de resposta regulatório para qualquer lugar dentro da região da Toscana.

A análise sísmica consistiu no detalhamento de acelerações, tensões e deformações resultantes das aplicações dos eventos sísmicos na estrutura da Catedral para os eventos sísmicos que geraram as maiores e menores acelerações no modelo, com indicação de áreas que sofrerão fissuração.

A Figura 1.2 resume as etapas metodológicas admitidas no desenvolvimento do presente estudo.

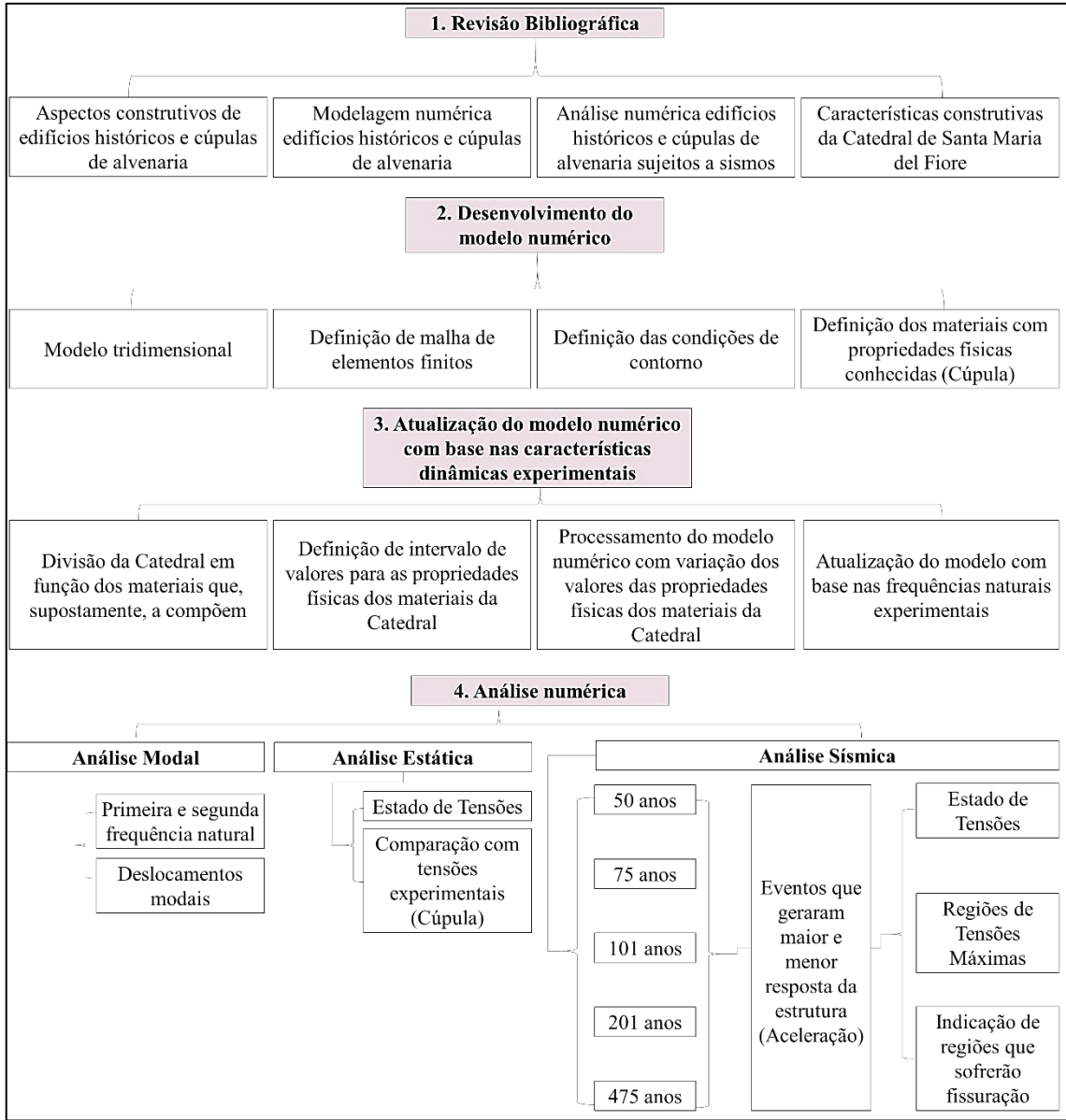


Figura 1.2. Fluxograma da metodologia adotada

1.3. Estrutura do Trabalho

A presente dissertação é composta de seis capítulos, detalhados a seguir (Figura 1.3).

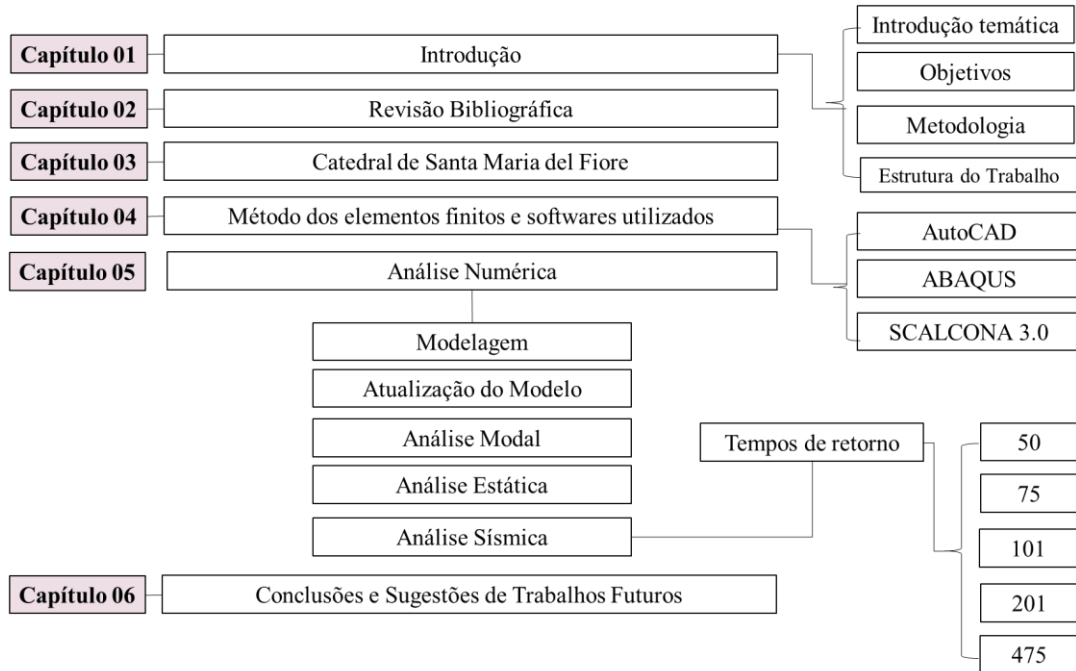


Figura 1.3. Fluxograma da estrutura do trabalho

No primeiro capítulo são apresentados aspectos gerais sobre o assunto abordado, com exposição dos objetivos do trabalho, metodologia e a estrutura da dissertação.

No segundo capítulo é realizada uma revisão bibliográfica que aborda discussões pertinentes na temática trabalhada, referentes à modelagem estrutural de monumentos históricos em alvenaria, com foco nas análises sísmicas e cúpulas de alvenaria.

O terceiro capítulo faz uma revisão da estrutura trabalhada, a Catedral de Santa Maria del Fiore, com a discussão das características construtivas, suas dimensões, materiais constituintes e ensaios realizados na edificação.

No capítulo quatro é realizada uma breve descrição sobre o método dos elementos finitos, bem como, são descritos os softwares utilizados e são pontuados aspectos técnicos estabelecidos para o desenvolvimento do modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore nos respectivos softwares.

No quinto capítulo, por sua vez, é descrita a análise numérica da Catedral de Santa Maria del Fiore, com detalhamento do processo de modelagem da Catedral, com definição da estrutura tridimensional desenvolvida, discretização e considerações para as condições de contorno. Posteriormente, é descrita a metodologia proposta de análise de edifícios históricos sujeitos a sismos com a atualização do modelo numérico desenvolvido com base em registros

experimentais dos modos e frequências de vibração da edificação. Por fim, são expostos os resultados referentes às análises modal, estática e sísmica.

No sexto capítulo são apresentadas as conclusões sobre os resultados obtidos e sugestões de trabalhos futuros.

Capítulo 2 – REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Modelagem estrutural de monumentos históricos

Embora os elementos arquitetônicos como abóbadas e cúpulas tenham hoje, principalmente, uma função ornamental, no passado, tinham função estrutural, garantindo esbeltez aos projetos e assegurando segurança construtiva. Admitindo a vasta utilização desses elementos arquitetônicos, o estudo de edifícios históricos não pode prescindir de sua análise estrutural.

Quando decide-se avaliar o comportamento de edifícios históricos observa-se a complexidade dos modelos numéricos adotados, seja pelos métodos construtivos utilizados, os materiais adotados e, até mesmo, o estado de conservação destes, interferindo diretamente no desenvolvimento de modelos simples, lineares e homogêneos. Durante muitos anos, os únicos critérios disponíveis para avaliar a segurança estrutural de edifícios históricos de alvenaria incluíam critérios geométricos, baseados em observações experimentais com a análise da disposição da alvenaria, por exemplo e das relações geométricas dos elementos resistentes (Cannizzaro, 2011).

A modelagem numérica de edifícios históricos vem se tornando cada vez mais poderosa e eficiente ao longo dos anos. No século XIX difundiram-se técnicas gráficas, utilizadas sobretudo para avaliar a segurança de arcos e cúpulas, com base na construção da curva de pressão. No entanto, foi no século passado que métodos mais cientificamente sólidos foram estabelecidos, como o método da análise de limites, iniciado por Heyman (1977) que tratou principalmente de estática de arcos, mas também, de forma mais geral, de cúpulas (Cannizzaro, 2011).

Posteriormente, graças ao impulso dado pela introdução do método dos elementos finitos, difundiram-se modelos estruturais mais refinados e simplificados, a fim de minimizar a carga computacional e permitir a modelagens de edifícios mais complexos.

Assim, devido aos métodos de cálculo e modelagens numéricas aperfeiçoadas ao longo dos anos, as análises de prédios históricos se tornaram mais cada vez mais eficazes, permitindo abordagens amplas para os mais distintos métodos construtivos e materiais utilizados, garantindo a perpetuação desses edifícios para as próximas gerações e suas respectivas heranças patrimoniais.

Do ponto de vista de desempenho estrutural, as estruturas de alvenaria são essencialmente diferentes das estruturas atuais, feitas de aço, concreto armado ou madeira laminada. Devido a sua baixa resistência à tração, não se utilizavam com grande frequência elementos lineares como colunas e vigas em grandes vãos.

Avaliando superficialmente os elementos construtivos de edifícios históricos, observa-se a presença de elementos irregulares, de distintas épocas, de baixa elasticidade, além da utilização de diversos tipos de materiais estruturais e respectivas argamassas de distintas épocas.

Além dos aspectos construtivos, as construções históricas em alvenaria apresentam fissuras devido à própria natureza física da estrutura e sua exposição a intempéries ao longo dos anos. Logo, durante o estudo, é necessária uma avaliação ainda mais criteriosa que permita identificar possíveis áreas fissuradas que, talvez, não estejam visivelmente expostas por obras de reparos que, na maioria das vezes, podem não solucionar a problemática, mas apenas camuflá-la.

Uma outra problemática muito comum na análise das construções históricas em alvenaria diz respeito às suas fundações. Segunda Huerta (2008), a maioria dos edifícios históricos de alvenaria possuem fundações superficiais, apresentando recalques perceptíveis. Tais fundações ficam extremamente susceptíveis a pequenas variações nas condições do solo e de cargas excepcionais, que podem ocorrer ao longo dos anos.

Assim, a análise e modelagem de edifícios históricos é complexa e apresenta dificuldades, até mesmo impossibilidades, na aplicação direta dos pressupostos usuais da moderna análise estrutural, devendo ser analisados todos os tópicos anteriormente citados, de modo a enquadrá-los nas leis da estática e na resistência dos materiais.

2.2. Evolução da análise do comportamento estrutural estático de cúpulas de alvenaria

Por volta do início do século XX, engenheiros e arquitetos usaram métodos de análise gráfica em conjunto com equações básicas de equilíbrio para projetar e analisar cúpulas. Zessin, Lau e Ochsendorf (2010) fazem uma rica revisão de literatura elencando a evolução dos estudos do comportamento estrutural de cúpulas de alvenaria, brevemente citados a seguir.

Eddy (1877) foi um dos primeiros autores a publicarem textos, em inglês, que incluiu um método de análise gráfica para cúpulas de alvenaria. Wolfe (1921), por sua vez, apresentou um método gráfico para cúpulas de alvenaria, que permitiu que forças de arco se desenvolvessem em tração ou compressão para manter a linha de empuxo compressiva, formada pelos vetores de força meridionais, na superfície mediana da seção da cúpula.

Heyman (1977) e Oppenheim, Gunaratnam e Allen (1989) reconheceram a importância das forças de aro nas porções superiores das cúpulas, mas argumentaram que rachaduras radiais devido a pequenos movimentos de apoio para fora eliminariam a possibilidade de forças de aro de tração se desenvolverem nas regiões inferiores.

D'Ayala e Casapulla (2001) desenvolveram um método que define uma única superfície de tensão admissível dentro da espessura de uma cúpula e satisfaz as restrições de atrito. Os resultados foram comparados com os de Heyman (1977), e foi demonstrado que, para valores do coeficiente de atrito inferiores a 0,35, a espessura mínima da cúpula é definida em função do atrito.

Com foco no estudo das tensões em cúpulas, Moseley (1843) foca seus estudos na diferença entre a “linha de resistência” (linha de impulso), e a “linha de pressão”, ou a linha de ação das forças de compressão, conceitos fundamentais no estudo do desempenho estrutural (mecânico) de cúpulas no que se refere a distribuição de esforços.

Amparado pela evolução dos estudos do comportamento estrutural de cúpulas de alvenaria juntamente com o desenvolvimento de ferramentas computacionais, Nodargi e Bisegna (2021) abordam uma análise do limite estático de cúpulas de alvenaria axialmente simétricas sujeitas a forças sísmicas pseudoestáticas. Um modelo baseado no método de diferenças finitas foi proposto e o problema de análise de limite estático discreto resultante, foi admitido como um problema de cone de segunda ordem, a ser efetivamente resolvido pelos softwares de otimização disponíveis.

Nodargi e Bisegna (2021) descrevem e discutem a influência que esforços intrínsecos da estrutura da cúpula têm na sua resistência ao colapso, mais especificamente, as forças de reação ao cisalhamento e tensões horizontais distribuídas no topo da cúpula (tensões paralelas). Os resultados obtidos, novos na literatura, mostram o mérito do método proposto na avaliação da resistência sísmica de cúpulas de alvenaria.

2.3. Distribuição de tensões na análise estática de cúpulas de alvenaria

As cúpulas de alvenaria tradicionais representam uma parte importante do patrimônio arquitetônico e de engenharia em âmbito mundial. Elas foram usadas com sucesso para cobrir grandes áreas circulares em muitas estruturas antigas, como templos, mausoléus, palácios, fortes, igrejas e mesquitas.

Geralmente, as cúpulas de alvenaria eram feitas de tijolos secos ao sol, tijolos queimados ou pedras com diferentes tipos de argamassa e suas superfícies eram geradas pela rotação em torno do eixo, um semicírculo gera uma cúpula hemisférica, a parábola gera uma cúpula parabolóide e a elipse gera os domos tradicionais elipsoides, conforme indicado na Figura 2.1.

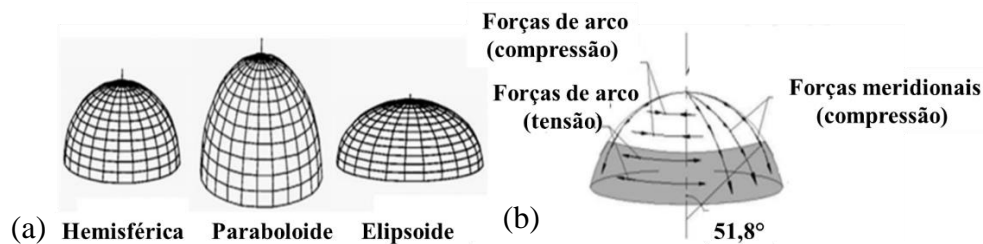


Figura 2.1. (a) Cúpula hemisférica, parabolóide e elipsoide (b) Forças atuantes em cúpulas de alvenaria tradicionais (Öztürk et. al, 2019, adaptado)

As tensões meridionais em cúpulas hemisféricas tradicionais de alvenaria, estão em compressão sob cargas gravitacionais. No entanto, as tensões do aro estão em compressão do topo até $51,80^\circ$ e em tração abaixo deste ângulo, como mostra a Figura 2.1.b (Öztürk et. al, 2019).

De maneira geral, as cúpulas hemisféricas tradicionais de alvenaria, estão submetidas a cargas de peso próprio que induzem tensões meridianas (arco) e paralelas (circunferenciais ou aro). As tensões meridianas são sempre compressões. As tensões paralelas estão compostas por tensões na parte inferior da cúpula e compressões na parte superior. Logo, a tensão de tração paralela máxima é geralmente na base e muitas vezes atinge a resistência à tração da alvenaria mesmo sob carga permanente.

Assim, as cúpulas de alvenaria são comumente fissuradas e, na maioria das vezes, ocorrem imediatamente após a construção. Tipicamente, essas fissuras por tração iniciam na base e se propagam verticalmente para o topo. Após a fissuração, segundo Foraboschi (2014) as tensões paralelas de tração cessam e fazem com que a estrutura bidimensional se

transforme em uma estrutura unidimensional, ou seja, a cúpula de alvenaria seria uma casca do ponto de vista arquitetônico, enquanto é um sistema de arcos do ponto de vista estrutural.

A estabilidade dos arcos de alvenaria é regida por dois parâmetros, a saber, a relação entre a espessura e o vão, e o respectivo impulso lateral. Considerando que a cúpula fissurada se comporta como um arco de alvenaria, a espessura de uma cúpula de alvenaria é a dos arcos em que se divide, devido à fissuração vertical. Assim, a relação espessura-vão (primeiros parâmetros) não se refere à espessura da casca, mas depende da forma dos elementos curvos em que a casca se divide (Foraboschi, 2014).

Em um arco de alvenaria, o pilar coincide com um bloco em que a base do arco é dividida devido à fissuração vertical. Portanto, o empuxo lateral (segundo os parâmetros) é o empuxo horizontal transmitido pela cúpula trincada à sua base de sustentação trincada através do paralelo com a latitude mais baixa (Foraboschi, 2014).

Existe uma relação mínima de espessura para vão para qualquer arco de alvenaria. Uma cúpula de alvenaria é estável se a espessura dos arcos em que ela se divide for maior que a espessura mínima para o vão. Se, inversamente, a relação entre espessura e vão for menor que o mínimo, a cúpula é instável. Neste caso, existem dois modos de falha possíveis. Em ambos, o paralelo da base é fixo (sem deslocamento lateral); na primeira, a coroa move-se para baixo (Figura 2.2.a), enquanto na segunda, a coroa move-se para cima (Figura 2.2.b) (Foraboschi, 2014).

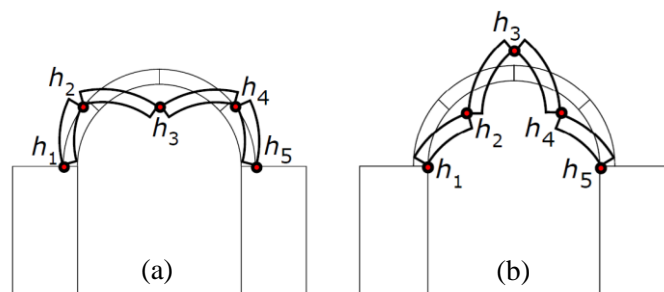


Figura 2.2. (a) Falha com coroa movendo-se para baixo (b) Falha com coroa movendo-se para cima (Foraboschi, 2014, adaptado)

A relação mínima de espessura para vão e o modo de falha depende da forma da cúpula e do padrão de alvenaria. A avaliação da segurança e o dimensionamento da intervenção estrutural requerem o conhecimento prévio da relação espessura/vão mínima e do modo que determina a falha.

2.4. Componentes estruturais comuns de cúpulas de alvenaria

Avaliando as cúpulas de alvenaria construídas ao longo dos séculos, é possível observar a presença de alguns componentes arquitetônicos comuns, entre elas. Tais componentes também desempenham função estrutural na estabilidade dessas edificações e, o conhecimento do mecanismo de atuação deles, pode auxiliar nas análises estáticas e sísmicas dessas edificações.

- **Lanterna**

Em grande parte das cúpulas históricas de alvenaria, é observada a presença de uma lanterna na parte superior da estrutura, através da qual a luz do dia e a ventilação é admitida no interior e, em alguns casos, pode ser usada como mirante pelos visitantes.

Mesmo sem o conhecimento da mecânica como ciência propriamente dita, os arquitetos e mestres de obras do passado conheciam os efeitos da lanterna em uma cúpula de alvenaria. A cúpula do templo de Villa Barbaro, em Maser (Itália), por exemplo, foi projetada por Andrea Palladio entre 1554 e 1580 e, apesar do projeto incluir uma lanterna grande e maciça no topo da estrutura, Palladio percebeu que uma lanterna leve era obrigatória para o equilíbrio da cúpula, desenvolvendo-a em madeira.

De fato, posteriormente foi verificado que uma lanterna feita de mármore teria acionado o mecanismo de falha com a coroa movendo-se para baixo (Figura 2.2.a) ou teria solicitado uma cúpula de seção mais robusta, que teria acionado o mesmo mecanismo de falha, mas com acréscimo da rotação da base de suporte da cúpula (Foraboschi, 2014).

Na Figura 2.3, o trabalho virtual é realizado pela carga e peso aplicados sobre o deslocamento produzido pelo mecanismo. Os pesos P_j , cujos centroides se movem para baixo, e as forças F_i , aplicadas nas fronteiras que se movem para baixo, pertencem ao sistema de carregamento externo e vice-versa. As cargas aplicadas aos limites que não se movem não participam do estado limite último da estrutura.

Nesse contexto, Foraboschi (2014) faz referência ao papel estrutural desempenhado pela lanterna: se o trabalho virtual realizado pelo peso da lanterna sobre o mecanismo de ligação da estrutura for positivo, a lanterna pertence ao sistema de carga externa; inversamente, se o trabalho virtual for negativo, a lanterna pertence ao sistema de resistência à carga.

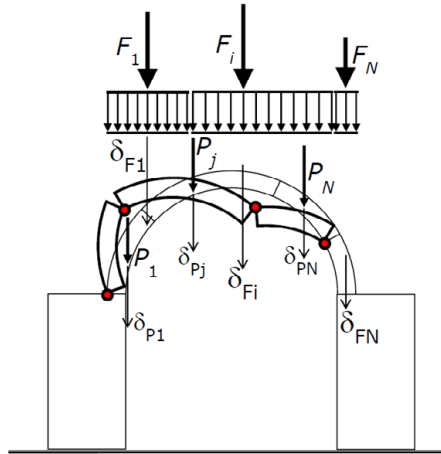


Figura 2.3. Trabalho virtual gerado pela lanterna sobre uma cúpula (Foraboschi, 2014)

- **Base e contrafortes**

Os estudos desenvolvidos por Foraboschi (2014) concluíram ainda que o sistema estrutural formado pela cúpula de alvenaria e a base sobre a qual a cúpula está apoiada (tambor) é estável somente se o empuxo lateral máximo que a base de sustentação pode suportar for maior que o empuxo inferior da cúpula. Se, inversamente, a capacidade de empuxo lateral do tambor não ultrapassar o empuxo inferior da cúpula, a base do tambor inclina lateralmente, conforme indicado na Figura 2.4.

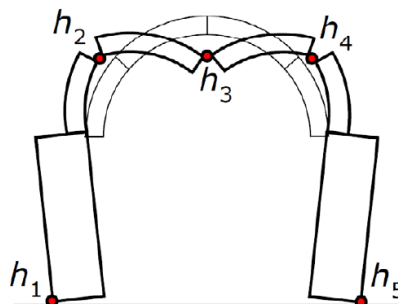


Figura 2.4. Relação entre a cúpula e o tambor: topo da cúpula desloca verticalmente para baixo e a base do tambor inclina lateralmente (Foraboschi, 2014)

Foraboschi (2014) fez ainda uma análise da eficácia do tambor quando apoiam cúpulas hemisférica e cúpulas à base octogonal (*domical dome*). Pela comparação, foi verificado que, a inclinação da linha de impulso em cúpulas hemisféricas (Figura 2.5.a) é menor que em cúpulas à base octogonal (Figura 2.5.b), logo, cúpulas hemisféricas têm empuxo menor que cúpulas à base octogonal e, conseqüentemente, é necessário que o tambor da cúpula

hemisférica seja mais espessa, podendo necessitar da presença de contrafortes ou cintas para contenção.

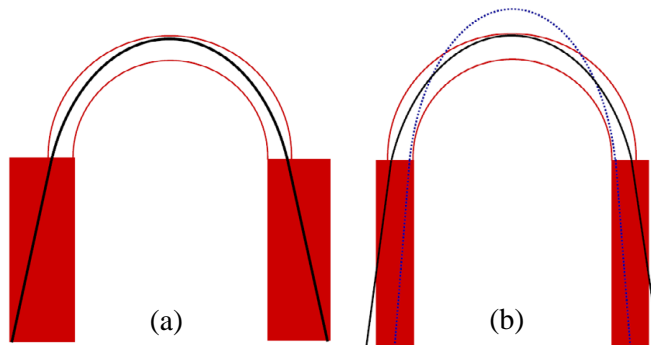


Figura 2.5. (a) Linha de empuxo (preta) em cúpulas hemisféricas (b) linha de empuxo (azul) em cúpulas à base octogonal

- **Assentamento dos tijolos**

Admitindo que cúpulas de alvenaria são tipicamente fissuradas e que as tensões circunferenciais induzidas pelas cargas permanentes são substancialmente constantes ao longo de cada paralelo e atingem o máximo na base, pode-se avaliar um padrão de fissuração nessas estruturas. De maneira geral, fissuras verticais iniciam-se na base, onde a resistência à tração é mínima, e se propagam verticalmente em direção ao topo.

Por ser um material de conexão em cúpulas de alvenaria, a argamassa pode fissurar mesmo sob tensões de tração muito baixas. O mecanismo de intertravamento e atrito entre os tijolos (ou pedras), no entanto, permite que a alvenaria transmita tensões de tração significativas mesmo quando a argamassa está fissurada, logo, o valor máximo que a tensão de tração pode atingir é ditado pela disposição da alvenaria nas cúpulas e não pela resistência da argamassa ou dos tijolos/pedras (Foraboschi, 2014).

Assim, o comportamento final de uma cúpula de alvenaria depende do comportamento final dos arcos em que a cúpula se divide, que, por sua vez, depende da espessura de sua seção transversal. Logo, a posição das fissuras verticais (meridianos) influencia o comportamento final da cúpula.

Para investigar o papel do padrão de tijolos em cúpulas de planta circular, a cúpula de Villa Barbaro, em Maser, Itália, foi analisada por Foraboschi (2014) e verificou-se que o

trabalho virtual realizado pela Cúpula e Lanterna forneceu o menor empuxo à medida que se movem através dos deslocamentos do modo de falha da Figura 2.4.

Para cúpulas à base octogonal o tipo de disposição da alvenaria também pode influenciar a estabilidade da construção. A Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore, por exemplo, construída em 1420-1436 por Filippo Brunelleschi, foi erguida a partir de um padrão de tijolos dispostos a “*spinapesce*” e “*corda blanda*”.

A cúpula deveria ser construída sem o escoramento, de maneira autoportante, pois, como cobriria um vão interno de 45,00 metros, 32,00 metros de altura e com base situada à 55,00 metros acima do solo, uma estrutura provisória de escoramento seria inviável devido a grande quantidade de madeira, montagem, desmontagem e ao próprio dia a dia no canteiro de obras.

Cúpulas hemisféricas podem ser construídas de maneira autoportante devido a tensão de arco, que garantem a compressão entre a alvenaria e a fixação dos tijolos em sua posição original pela sucessão de arcos. Como a Cúpula de Santa Maria del Fiore deveria ser a base octogonal, ela possuiria vértices que seriam centros de descontinuidades e, conseqüentemente, centros de concentração de tensões, impedindo a compressão mútua entre as alvenarias e, conseqüentemente, a presença das tensões de arco.

Assim, a técnica *spinapesce* consistia na inserção de blocos de tijolos na vertical, intercalando os blocos horizontais, impedindo o deslizamento na direção do eixo da construção, devido ao ângulo de cerca de 60° com a horizontal, nas cotas mais altas da Cúpula. Os tijolos dispostos verticalmente, com o lado mais longo perpendicular aos paralelos, bloqueia os tijolos ao longo dos paralelos até que a argamassa se solidifique, conforme indicado na Figura 2.6. Logo, verifica-se que tal disposição forma um anel circular "paralelo" completo.

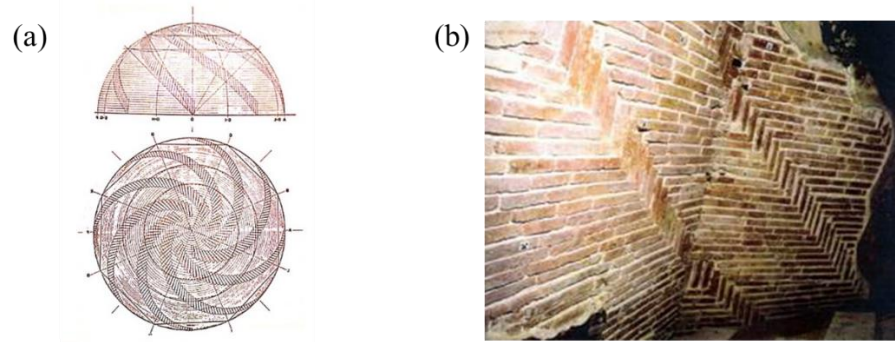


Figura 2.6. Assentamento espinha de peixe: (a) indicado em uma cúpula esférica (b) detalhe dos tijolos dispostos à spinapesce durante o restauro dos afrescos (Corazzi e Conti, 2011)

Além da técnica construtiva *spinapesce*, que foi usada nos antigos edifícios seljúcidas (século X) e nas mesquitas posteriores de Isfahan e Ardistan (século XI), Brunelleschi também utilizou uma técnica chamada “*corda blanda*”, que seguem uma linha curva no centro das vele (superfície curva de um dos lados do octógono da cúpula, cuja altura equivale à altura da construção) e se elevam próximas as arestas.

O uso dessa técnica na construção da Cúpula de Santa Maria del Fiore, deriva dos princípios de uma técnica típica de cúpula de rotação, onde os tijolos são dispostos ao longo de circunferências: os paralelos. Se na Cúpula de Santa Maria del Fiore, que tem uma base octogonal, os tijolos fossem dispostos em superfície horizontal de acordo com anéis octogonais, estes, nas junções entre duas velas adjacentes, formariam vértices. Tais discontinuidades nos pontos em que ocorrem as maiores concentrações de tensões, causariam danos perigosos à estabilidade da Cúpula (Corazzi e Conti, 2011).

Segundo Corazzi e Conti (2011), Brunelleschi havia notado que a cúpula octogonal do Batistério de Florença era construída dessa maneira e, de fato, as fissuras haviam aparecido nas arestas. No entanto, neste caso, não houve problemas de estabilidade pois a construção possui um suporte externo para sustentação da cúpula, contrafortes.

A Cúpula de Santa Maria del Fiore não tinha estrutura externa para sustentá-la. Então, para impedir que as superfícies de assentamento de tijolos formassem cantos nas bordas, Brunelleschi a construiu como uma cúpula de rotação. Para este fim, os tijolos das vele adjacentes foram colocados no mesmo nível nos cantos, como mostra a Figura 2.7, e cada um desses planos perpendiculares à aresta correspondente.

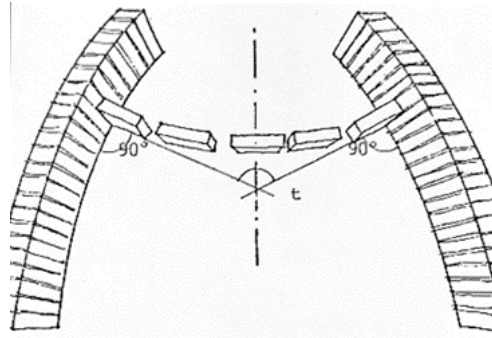


Figura 2.7. Detalhe da disposição dos tijolos *corda blanda* (Corazzi e Conti, 2011)

Assim, diferentemente da disposição de tijolos sobrepostos sobre superfícies planas horizontais intercalados por tijolos perpendiculares (Figura 2.8.a), à cutelo, Brunelleschi adotou o assentamento de tijolos sobrepostos segundo superfícies curvilíneas, conforme indicado na Figura 2.8.b.

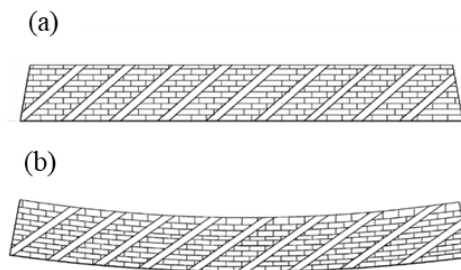


Figura 2.8. (a) Spinapesce intercalada com tijolos horizontais sobre plano horizontal (b) Spinapesce intercalada com tijolos horizontais sobre superfície curvilínea

Com o assentamento dos tijolos horizontais sobre a superfície curvilínea, as tensões nas arestas da Cúpula seriam amenizadas, evitando o surgimento de fissuras como as observadas por Brunelleschi no Batistério. Segundo Corazzi e Conti (2011), as superfícies curvilíneas correspondem aos paralelos das cúpulas hemisféricas, precisamente porque são sempre perpendiculares às linhas do meridiano. Desta forma, é obtida uma cúpula semelhante à da rotação e, portanto, auto-sustentável durante a fase de construção.

Na Figura 2.9, encontram-se alguns detalhes com diversas superfícies curvas e representações das *corda blanda* geradas pela interseção do cone de rotação com as superfícies que compõem cada lado da cúpula octogonal para distintas cotas. A Figura 2.10 apresenta uma comparação dos paralelos obtidos na cúpula octogonal com a utilização do assentamento *corda blanda* (Figura 2.10-a) em comparação com o assentamento convencional sob planos horizontais (Figura 2.10-b).

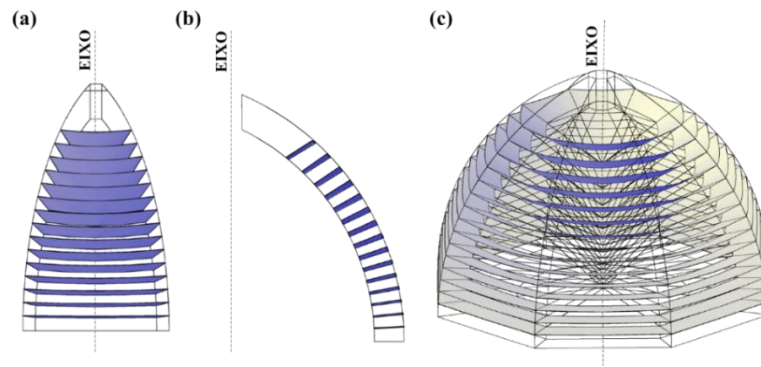


Figura 2.9. Representação da corda blanda em diferentes cotas

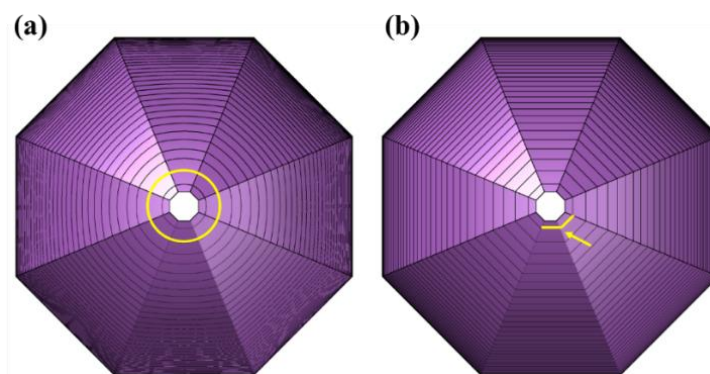


Figura 2.10. (a) Indicação dos paralelos na Cúpula formados pelo assentamento corda blanda (b) Indicação dos vértices que seriam formados nas arestas da Cúpula com o assentamento convencional sob planos horizontais

2.5. Construções históricas de alvenaria submetidas à sismos

Em construções de alvenaria históricas sujeitas a ações sísmicas, particularmente em estruturas mais altas, podem ocorrer mecanismos de fissuras locais e globais. Mecanismos de fissuras locais afetam elementos estruturais individuais da edificação e são favorecidos pela ausência ou baixa eficácia das ligações entre os elementos. Os mecanismos globais, no entanto, são os que afetam toda a construção. A segurança da construção deve ser avaliada face a ambos os tipos de mecanismo.

Apesar das características peculiares das construções históricas de alvenaria garantirem um bom nível de segurança aos agentes destrutivos comuns, em caso de eventos sísmicos esta segurança é menor devido a características da própria estrutura: paredes robustas e altas, fundações rasas, reforços estruturais limitados e característica intrínseca do material não suportar tração. Todos estes elementos por si só fazem com que construções históricas, principalmente aquelas de grande porte como igrejas, templos, aquedutos aéreos, tenham uma baixa resistência às forças horizontais geradas durante um evento sísmico.

Dentro do contexto de zonas sísmicamente ativas e ricas em construções históricas de grande valor cultural, encontra-se a cidade de Roma, localizada em uma área particularmente sísmica, entre as Colinas Albanas e os Apeninos centrais. O subsolo da cidade é composto principalmente por rochas que, juntamente com as inúmeras cavidades subterrâneas, amplificam as vibrações e constituem um grave problema para a estabilidade dos edifícios (Cinti, 2019).

O Instituto de Geofísica e Vulcanologia, e em particular os estudos paleosísmicos, certificaram informações sobre os terremotos mais fortes registrados desde 461 a.C. na região. Especificamente, o terremoto de 191 d.C foi responsável por grandes destruições, principalmente no Fórum Romano e Monte Palatino, além de propiciar uma liberação de gás inflamável, que provocou o incêndio do Templo da Paz (Cinti, 2019).

Ainda avaliando zonas sísmicas na Itália a partir de 2010, na Toscana, uma série de pesquisas e análises arqueosismológicas foram realizadas pelo Departamento de Ciências Históricas e Patrimônio Cultural da Universidade de Siena e pelo Departamento de Arquitetura da Universidade de Florença. Tais análises foram focadas na segurança de alguns edifícios históricos da idade medieval frente à abalos sísmicos, com leituras estratigráficas das edificações, de modo que a instabilidade e a restauração relacionada a eventos sísmicos possíveis, foram destacadas.

Um território da província de Arezzo, Casentino, é um município caracterizado pela presença de igrejas e assentamentos religiosos de origem medieval. Do ponto de vista sísmológico, o Casentino, apresenta uma sismicidade local relativamente modesta, com seis terremotos acima do limite de danos ocorridos entre 1504 e 1969. Dois deles (1504 e 1787), com intensidade máxima do grau VII MCS, e o forte terremoto de Mugello, em 1919, atingiu grau VIII MCS. Na mesma ocasião, foi atingida a Igreja Paroquial de Sant'Antonino in Socana, no município de Castel Focognano (AR).

Dentro desse contexto, Campostrini (2013) menciona o sismo ocorrido em 26 de setembro de 1997, que atingiu as regiões da Úmbria e Marche, causando a morte de onze pessoas. Durante este mesmo evento, o complexo franciscano de Assis foi um dos monumentos famosos mais seriamente danificados: graves danos ocorreram na Basílica Superior, onde os afrescos de Cimabue foram, em grande parte, perdidos devido ao colapso do teto.

Ainda segundo Campostrini (2013), em 9 de abril de 2009, em Abruzzo (especialmente na província de L'Aquila), mais de trezentas pessoas perderam a vida e foram causados graves danos ao patrimônio cultural local: 899 edifícios históricos completamente inutilizados. A Igreja de Santa Maria del Suffragio, em L'Aquila, não suportou o evento sísmico e teve sua Lanterna da cúpula colapsada, bem como, o desenvolvimento de fissuras difusas dos arcos, descolamento da fachada e fissuras por cisalhamento de várias paredes. Na Figura 2.11 é possível ver o detalhe da Lanterna da cúpula antes e após o colapso.

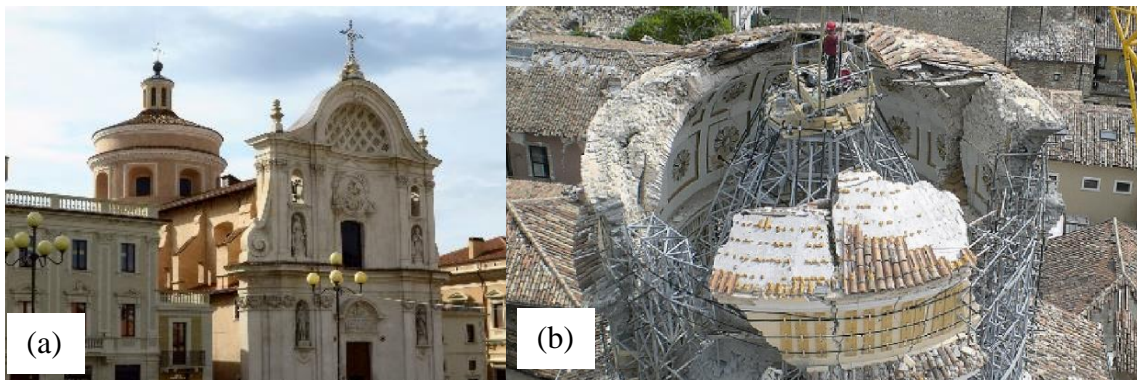


Figura 2.11. Igreja de Santa Maria del Suffragio, em L'Aquila (a) antes do colapso (b) após o colapso (Grillanda et. al, 2019, adaptado)

2.6. Modelagem numérica de construções históricas de alvenaria submetidas à sismos

Avaliando a vulnerabilidade dos históricos de alvenaria frente à abalos sísmicos, muitos estudos vêm sendo realizados ao longo dos anos com o intuito de garantir a proteção da estrutura frente aos eventos, bem como, de seus usuários, permitindo assim a defesa e proteção do patrimônio cultural.

A avaliação e preservação do estado estrutural revela-se uma tarefa desafiadora devido às dimensões e complexidade desses edifícios históricos, além das habituais incertezas nas propriedades dos materiais e a dificuldade em inspecionar vários elementos estruturais. Com a facilidade de acesso aos meios computacionais, uma grande parte dos estudos de edifícios históricos vêm sendo realizados pelo método dos elementos finitos, com auxílio de ferramentas computacionais disponibilizadas por softwares comerciais.

Assim, Asteris et. al (2005) descrevem uma metodologia básica para a análise de resistência a terremotos e reabilitação de alvenarias históricas para análise computacional:

- Etapa 1: Levantamento dos detalhes arquitetônicos e estruturais, descrevendo o estado atual da estrutura;
- Etapa 2: Determinação das características mecânicas dos materiais que compõem a estrutura, em particular, as resistências à compressão, à tração, módulo de elasticidade e o índice de Poisson;
- Etapa 3: Simulação estrutural tridimensional adotando os respectivos apoios, conexões e ligações entre os elementos estruturais e no meio ao qual a construção está inserida;
- Etapa 4: Inserção das cargas permanentes que compõem a estrutura, bem como, a inserção de cargas previstas;
- Etapa 5: Análise dos resultados de tensões (normal e cisalhamento) na estrutura, bem como, deslocamentos nos nós dos elementos da malha;
- Etapa 6: Análise de falha na estrutura em função dos esforços;
- Etapa 7: Determinação de medidas para reparo e/ou reforço da estrutura existente.

Seguindo essa mesma metodologia, Almeida et. al (2001) desenvolveram uma modelagem numérica tridimensional por elementos finitos da Igreja do Mosteiro da Serra do Pilar, em Portugal, para a quantificação de parâmetros mecânicos e dinâmicos da estrutura e posterior análise sísmica. A modelagem foi validada a partir de ensaios *in situ* desenvolvidos na edificação, com obtenção das frequências naturais, comparadas posteriormente com aquelas obtidas pelo modelo numérico. Com o modelo validado, foi aplicada a ação de sismos, baseada na sismicidade do local correspondentes a uma aceleração máxima do solo de 0.1g. Assim, constataram que a igreja possui uma considerável capacidade resistente face à ação sísmica aplicada e que a metodologia adotada seria adequada para análise desses tipos de edifícios.

Campostrini (2013), desenvolveu uma análise da reação da Igreja de Porporana (Ferrara) submetida à sismo por meio de um modelo tridimensional de elementos finitos, a partir dos mesmos métodos citados por Asteris et. al (2005), obtendo o espectro de resposta, modos de vibração e frequências naturais, de modo que foi realizada uma comparação dos resultados de danos obtidos com os danos reais da estrutura. Gentile e Ruccolo (2020), por sua vez, determinaram as características dinâmicas da Catedral de Milão a partir da instalação

de sistemas de monitoramento in situ, obtendo assim, as frequências e modos de vibração, e verificando a influência da variação de temperatura nas frequências naturais e da umidade relativa nos modos de vibração. De posse desses dados, foi possível o desenvolvimento de um modelo numérico para monitoramento e análise de estabilidade frente à várias cargas.

Por fim, Seker et. al (2014) realizaram um estudo da mesquita abobadada de Kara Mustafa Pasha, em Amasya, na Turquia, no ano de 2013, sobre o comportamento estrutural e as características arquitetônicas da mesquita. A fim de determinar propriedades mecânicas específicas dos materiais utilizados na edificação, foram realizados testes de compressão e flexão e foi desenvolvido um modelo numérico da mesquita para análises estáticas, modais e sísmica. Os resultados dos testes experimentais indicaram que os materiais de construção mantiveram propriedades mecânicas ao longo dos séculos e as tensões calculadas a partir da análise sísmica indicaram baixa resistência estrutural, podendo ocasionar problemas estruturais advindos de abalos de aceleração equivalente ao terremoto de Kocaeli, de 1999. Logo, a estrutura avaliada por Seker et. al (2014) passou a ser devidamente monitorada e foram realizadas intervenções para suporte das áreas de baixa resistência. Em fevereiro de 2023, a região de fronteira entre Turquia e Síria foi acometida um terremoto de magnitude 7,8 Mw e constatou-se que a estrutura da mesquita estudada, não sofreu graves danos.

Utilizando os mesmos procedimentos anteriores, mas a partir de dados da bibliografia para obtenção das propriedades mecânicas dos materiais, Öztürk et. al (2019) modelaram numericamente a cúpula de alvenaria invertida da tumba de Ahmed-El Cezeri, em Cizre, também localizado na Turquia, e analisaram as características estáticas, modais e resposta frente a um sismo de mesmas componentes de aceleração do terremoto de Bingöl, em 2003. Nesse estudo, concluiu-se que cúpulas de alvenaria invertida são mais sensíveis aos movimentos sísmicos do solo: aumentam a propagação dinâmica de tensão de acordo com as propagações estáticas e os danos induzidos por compressão não ocorrem na cúpula invertida de alvenaria, no entanto, as porcentagens de danos induzidos por tensão na cúpula invertida aumentam significativamente para ambos os movimentos do solo.

Assim, a análise dinâmica constitui um campo de investigação de grande interesse, não apenas devido aos possíveis danos gerados à estrutura, mas também, às incertezas associadas à ocorrência deste fenômeno na segurança patrimonial e social.

2.7. Cúpulas da cidade de Florença

Em alguns locais específicos do mundo, é possível deparar-se com uma cidade muito rica em bens culturais. Dentre eles, está a cidade de Florença, na Itália, berço do Renascimento.

“Em Florença, na maioria dos lugares que estamos chamando de ‘museus’, na verdade são igrejas, capelas e palácios. Isso significa que as obras aí expostas foram feitas especialmente para aquele local. Estão no seu lugar de origem, onde deveriam estar[...] Em Florença, estruturou-se a língua italiana, a partir de Dante, lá Galileu deu início à ciência moderna, lá nascia a nova concepção de política com Maquiavel, e se deu a revolução que libertaria a arte de todos os limites e preconceitos que vigoraram na Idade Média. Em Florença, o homem redescobriu a importância de seu papel no mundo.” (Machado, 2004)

Contando com mais de dois mil anos de história e berço do Renascimento, Florença é um município italiano de aproximadamente 390.000 (2017) habitantes e capital da Toscana. Por volta de 1268, a cidade recebeu um grande impulso no setor das artes e literatura e foi elevada à categoria “cidade-farol” do Humanismo e do Renascimento, que marcaram o apogeu do esplendor da cidade (Bonechi, 1996). Contou com o apoio dos Medici, grandes mecenas e grandes colecionadores de arte que dominaram a cidade por mais de três séculos, responsáveis pelos tesouros artísticos locais. Devido à prosperidade, Florença experimentara no século XIV um surto de construções nunca visto na Itália, desde os tempos dos antigos romanos.

O atual centro histórico florentino cobre cerca de 505 ha e foi declarado Patrimônio Mundial da Humanidade, em 1982, pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco). Sob o céu de Florença, inúmeras são as obras humanas desenvolvidas ao longo dos séculos que garantiram o enriquecimento da estrutura urbana.

No centro histórico de Florença, os monumentos do complexo de Santa Maria del Fiore, um dos símbolos da cidade no mundo, constituem um único grande museu ao ar livre localizado na praça principal da capital toscana, a Piazza del Duomo, o centro religioso, histórico e artístico da cidade (Firenze, 2024).

O complexo de Santa Maria del Fiore é composto pelo Campanile de Giotto, Museo dell’Opera del Duomo, Catedral di Santa Maria del Fiore e, o Battistero de San Giovanni. Dentre esses, encontram-se duas das três principais e maiores cúpulas de alvenaria da cidade:

a Cúpula de Brunelleschi, localizada na Catedral de Santa Maria del Fiore, com 45,00 metros de diâmetros e a Cúpula do Battistero, com cerca de 26,00 metros de diâmetro.

Além dessas duas cúpulas de alvenaria localizadas no complexo de Santa Maria del Fiore, há a cúpula de 28,00 metros de diâmetro sob a qual estão enterrados os corpos dos seis Grão-Duques Medici, no complexo monumental de San Lorenzo, onde estão localizadas as Cappelle Medicee (mausoléu da família Medici contendo obras de Michelangelo, Buontalenti e Nigetti): Cúpula da Cappelle dei Principi.

Contando com mais de sessenta cúpulas de alvenaria, Corazzi (2018) elenca, por bairro, as demais cúpulas de alvenaria localizadas na cidade de Florença, citadas à diante na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Cúpulas de alvenaria da cidade de Florença listadas por bairro (Corazzi, 2018)

Centro Histórico				
<i>Região de San Giovanni:</i>	Cupola dell'osservatorio Istituto Geografico Militare	Cupole del Tempio Israelitico	Cupola della Tribuna degli Uffizi	Cupola della Chiesa di Santo Stefano al Ponte
Cupola da Cattedrale Santa Maria del Fiore	Cupola del Monastero di Santa Teresa	<i>Região de Santa Croce:</i>	Cupola della chiesa di Santo Spirito	Cupola del liceo artistico di Porta Romana
Cupola della Rotonda Brunelleschi	Cupola della chiesa di Santa Maria Maddalena dei Pazzi	Cupola della chiesa di Santa Croce	Cupole delle Ghiacciaie del giardino di Boboli	<i>Região de Santa Maria Novella:</i>
Cupola del Battistero S. Giovanni	Cupola della cappella di Santa Maria Nuova	Cupola della Cappella Niccolini	Cupola della Kaffeehaus del giardino di Boboli	Cupola della chiesa di San Paolino
Cupola della basilica di San Lorenzo	Cupola della chiesa dei Sette Santi	Cupola della Cappella Pazzi	Chiesa san Jacopo Sopr'Arno	Cupole Lucernari della rotonda Barbetti in piazza del Prato o Prato Ognissanti
Cupola delle Cappelle Medicee	Cupole del giardino della Gherardesca	Cupola della Biblioteca Nazionale	Cupola della Sagrestia di Santo Spirito	Cupole della Fortezza Basso
Cupola della Sagrestia Vecchia	Cupole del giardino del Borgo	Cupola del cinema Odeon (Palazzo dello Strozzi)	Cupola della chiesa del Cestello	Cupole della Chiesa Ortodossa Russa
Cupola della Sagrestia Nuova	Cupola Lucernario della Galleria dell'Accademia	<i>Região de Santo Spirito:</i>	Cupole della chiesa del Carmine	Cupola della chiesa Nostra Signora del Sacro Cuore
Cupola della	Cupola	Cupola Cappella	Cupola della	Cupola della Villa

Biblioteca Laurenziana	dell'Osservatorio Ximeniano	Capponi della Chiesa Santa Felicita	Cappella Corsini	Favard
Cupole della chiesa di San Marco e della cappella Salviati	Cupola della Santissima Annunziata			
Campo di Marte				
Cupola della chiesa dei Sette Santi Fondatori	Cupola della chiesa Santi Gervasio e Protasio	Cupola della chiesa del Sacro Cuore	Cupola della chiesa Sacra Famiglia	Cupola della chiesa di San Marco Vecchio
Cupola della Villa Favard a Rovezzano	Cupola della Villa Finaly	Cupola della Villa Montalto	Cupola della chiesa di San Leone Magno	
Gavinana Galluzzo				
Cupole di San Miniato al Monte	Cupole del cimitero delle Porte Sante di San Miniato al Monte	Cupola della chiesa del Corpus Domini al Bandino	Cupola dell'osservatorio di Arcetri	Cupola della chiesa di San Piero in Palco
Cupola della Cappella del Cardinale del Portogallo				
Isolotto Legnaia				
Cupola della chiesa San Paolo a Soffiano	Cupola della chiesa Santissimo Crocifisso	Cupola dell'oratorio Madonna della Querce	Cupole del parco delle Cascine	Cupola del Monumento al principe indiano alle Cascine
Rifredi				
Cupola della cappella Demidoff	Cupola del Tempietto ellenistico Parco Stibbert	Cupola della Villa Fabbricotti	Cupola della Serra dell'Ortobotanico	

Assim, foi realizada uma vasta pesquisa bibliográfica a fim de fornecer embasamento teórico sobre os principais tópicos trabalhados na dissertação, mais especificamente a análise numérica de monumentos históricos e cúpulas de alvenaria com foco na capacidade de previsão de resposta à carregamentos sísmicos. Neste contexto, também foi enfatizada a prevalência de construções cupulares de alvenaria na cidade de Florença, com a descrição das mais de sessenta estruturas compondo o cenário arquitetônico do centro histórico do município, patrimônio mundial da UNESCO.

Capítulo 3 – A CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE

3.1. Introdução

Entre 1965 e 1973 foi realizada uma campanha de escavação sob a Catedral de Santa Maria del Fiore que permitiu avaliar os resquícios da antiga basílica de Santa Reparata, sobre a qual a catedral foi construída em 1379. Santa Reparata, cuja construção remota 405 d.C., estava entre os maiores complexos paleo-cristãos da Tuscia, sendo reconstruída na época carolíngia, devido aos estragos sofridos na guerra gótico-bizantina (Opera di Santa Maria del Fiore, 2022).

Em 1296, sobre o projeto de um dos maiores arquitetos da época, Arnolfo di Cambio, foi iniciado o projeto de uma nova catedral, que deveria ser a maior e mais bela de toda cristandade, a Catedral Santa Maria del Fiore e para tal, Santa Reparata foi definitivamente demolida em 1379 (Corazzi, 2018).

No projeto de 1296 a Catedral havia sido projetada dispendo de uma enorme cúpula de base octogonal com diagonal interna de cerca de 36,00 metros erguida sobre uma base de aproximadamente 10,50 m. No entanto, em 1397 foi realizada uma comissão da qual o projeto foi ampliado.

Dessa maneira, após a ampliação do projeto, a cúpula de base octogonal deveria cobrir um vão de 72 braccia (42,00 m) e se erguer a uma altura de 144 braccia (84,00 m) em relação ao nível do solo. Sua base de sustentação aumentaria cerca de 3 braccia em relação a sua altura inicial, passando dos 10,50 m para aproximadamente 13,00 m (Fanelli e Fanelli, 2004).

Após as adaptações necessárias, foi então iniciada a construção da Catedral Santa Maria del Fiore: 153,00 metros de comprimento, 90,00 metros de largura e 120,00 metros de altura, até o topo da lanterna da Cúpula.

3.2. Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore

Construída à 55,00 metros do solo, com altura interna de 32,00 m e diâmetro interno de 45,40 metros erguida sobre um plano octogonal, a cúpula da Catedral Santa Maria del Fiore, localizada em Florença, na Itália, é a maior cúpula já construída sem a utilização de armação. Pesando cerca de 29.000 toneladas, após a sua construção em 1436 a Cúpula foi acrescida de uma lanterna, de cerca de 750 toneladas.

A cúpula interna constitui a estrutura de sustentação, de espessura aproximadamente igual a 2,20 m, com altura aproximada de 34,60 m e de geometria octogonal, cuja circunferência circunscrita possui diâmetro de 45,00 m. A base da cúpula interna localiza-se à uma cota aproximadamente 55,00 m acima do solo e a partir da cota 62,00 m é constituída de alvenaria (Corazzi, 2016).

Entre a cúpula interna e a cúpula externa encontra-se um sistema intermediário de contrafortes, de alvenaria, conectando-as. É constituída de 24 contrafortes de 1,20 m de espessura e 144 arcos horizontais distribuídos em nove níveis nos dois terços superiores da estrutura, com uma distância vertical de aproximados 2,50 m entre si (Corazzi, 2016).

A cúpula externa, de proteção contra intempéries, possui espessura aproximada de 0,90 m, com diagonal interna de 54,00 m e altura de 33,20 m. Das 29.000 toneladas, cerca de 2.000 são advindas do revestimento externo, composto por aproximadamente 30.000 telhas de terracota rosa de dimensões de 0,37 x 0,50 m, assentadas sobre um manto de cal e conectadas entre si por ganchos metálicos (Corazzi, 2016).

A cinta da cúpula, em *pietraforte*, possui altura aproximada de 7,00 m, e lado equivalente a 21,94 m, cuja circunferência circunscrita internamente possui diâmetro de 45,00 m, e externamente, de 54,00 m. Abaixo dela, encontrasse a base da Cúpula, também admitida em *pietraforte*, com mesmo diâmetro da cinta da Cúpula e possui altura de 52,00 metros (Corazzi, 2016).

A Figura 3.1 indica, em escala, as dimensões da Catedral de Santa Maria del Fiore e respectivos elementos construtivos da edificação.

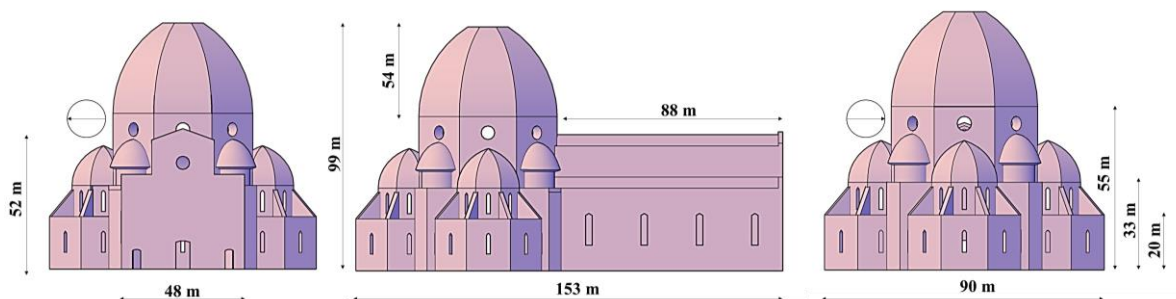


Figura 3.1.(a) Vista Frontal (b) Vista Lateral (c) Vista Traseira

Considerada uma das maiores façanhas da engenharia, a cúpula de Santa Maria del Fiore é centro de estudos não só na Itália, mas em todo mundo. Tal fascinação pelo monumento histórico que possui 604 anos, deve-se à aspectos e técnicas construtivas que,

ainda hoje, requerem um conhecimento teórico aprofundado de resistência dos materiais e relacionados à estabilidade e dinâmica da Cúpula.

Filippo Brunelleschi, conhecido ourives da região, foi responsável pela construção do suntuoso monumento e, para garanti-la sem o escoramento, utilizou-se da técnica *spinapesce* (Figura 2.6) que consiste na inserção de blocos de tijolos na vertical, intercalando os blocos horizontais, impedindo o deslizamento na direção do eixo da construção, devido ao ângulo de cerca de 60° com a horizontal, nas cotas mais altas da cúpula.

Além da *spinapesce*, também utilizou a técnica *corda blanda*, que consiste na colocação dos tijolos das superfícies adjacentes no mesmo nível nos cantos e cada um desses planos perpendiculares à aresta correspondente. Continuando esse arranjo dos tijolos em cada superfície do octógono da cúpula, observa-se que eles são dispostos sob superfícies curvas, de modo a serem ortogonais aos meridianos da cúpula, como ocorre nas cúpulas de rotação (Corazzi e Conti, 2011).

Na Figura 3.2, a seguir, é representado um modelo gráfico da cúpula de Santa Maria del Fiore, com a especificação de todos os elementos estruturais que compõe a cúpula.

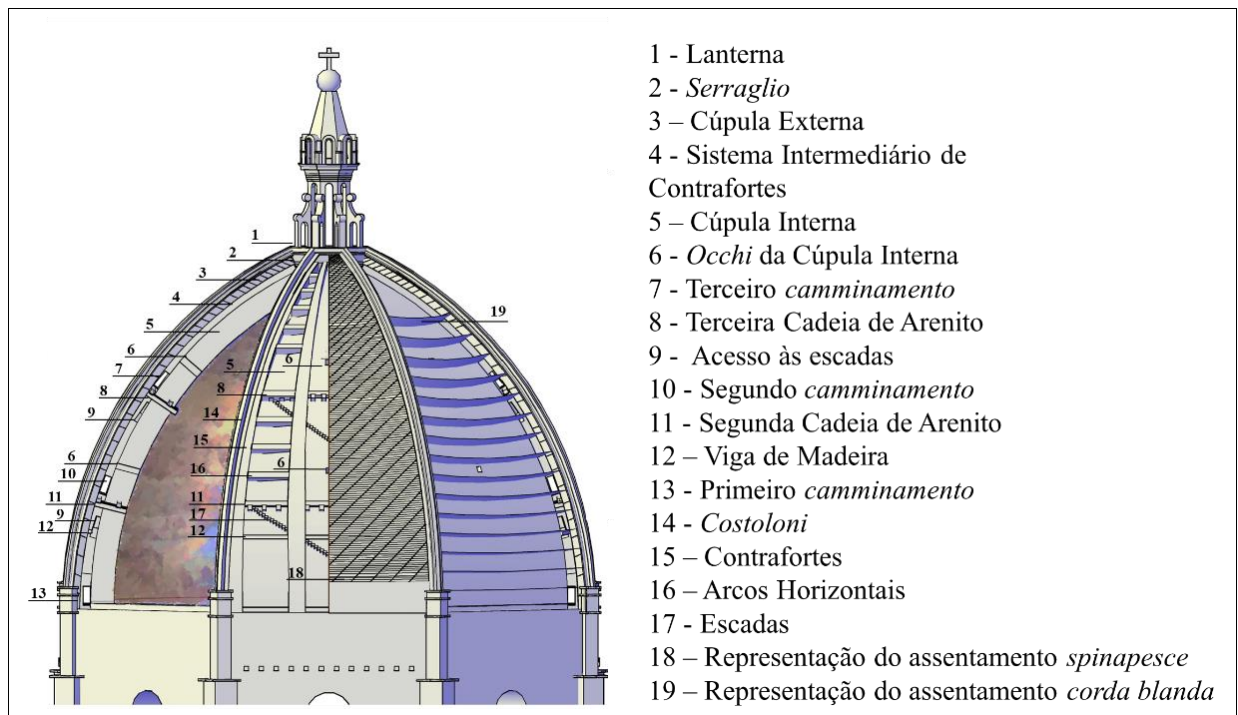


Figura 3.2. Representação do assentamento *spinapesce*, *corda blanda* e os outros diversos elementos construtivos da cúpula de Brunelleschi

3.2.1. Quadro de Fissuras

Com 604 anos de construção, a cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore apresenta algumas fissuras de grande importância no estudo para garantia de estabilidade e integridade da estrutura ao longo dos próximos anos. A natureza e disposição dessas fissuras, foram caracterizadas por Fanelli e Fanelli (2004), conforme evidenciado na Figura 3.3 a seguir.

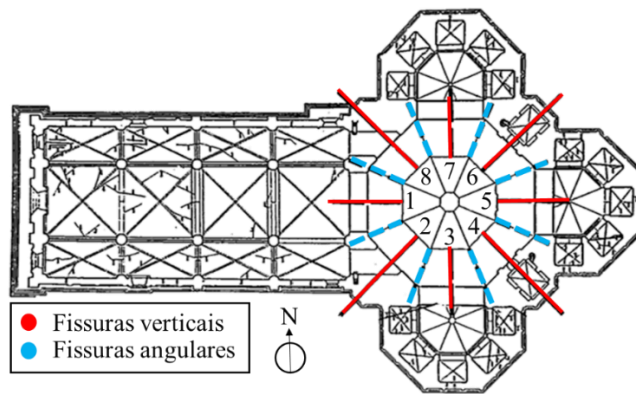


Figura 3.3. Representação em planta baixa das fissuras presentes na cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore (Fanelli & Fanelli, 2004, adaptado)

Como indicado na Figura 3.3 Fanelli e Fanelli (2004) definiram dois tipos principais de fissuras na estrutura: fissuras verticais e angulares. As fissuras verticais são localizadas no meio de cada lado da superfície do octógono que forma a cúpula, enquanto as fissuras angulares são localizadas nas conexões entre elas, como mais bem representado na Figura 3.4 adiante.

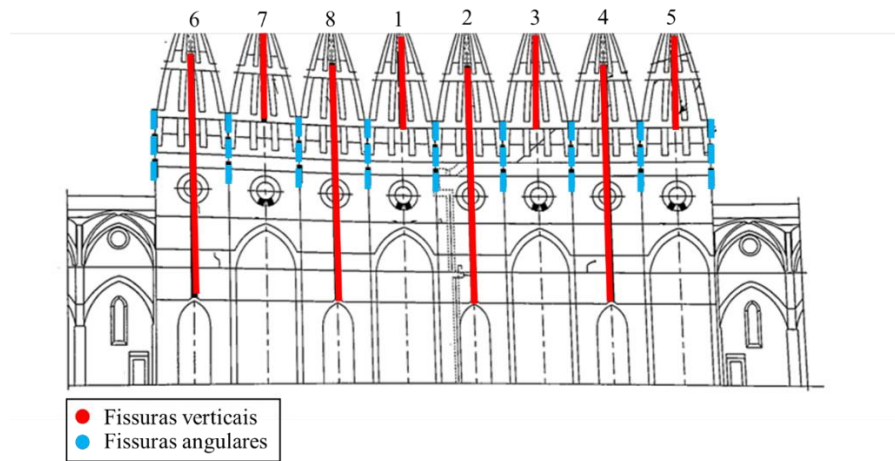


Figura 3.4. Representação planificada das fissuras angulares e verticais na estrutura da cúpula e sua base de sustentação na Catedral de Santa Maria del Fiore (Fanelli & Fanelli, 2004, adaptado)

Admitindo a numeração estabelecida para cada superfície do octógono da cúpula evidenciada na Figura 3.3, Fanelli e Fanelli (2004) dimensionam as fissuras verticais e, com base na abertura, extensão e área afetada, preferiu-se, neste trabalho, dividir as fissuras verticais em tipos 1 e 2. As fissuras tipo 1, possuem aberturas menores que 0,50 cm e são presentes apenas na Cúpula interna. As fissuras tipo 2, possuem aberturas maiores que 2 cm e compõem tanto a cúpula interna quanto a externa. A Tabela 3.1, a seguir, especifica a localização e tipo de fissura presente em cada lado da estrutura.

Tabela 3.1. Quadro resumo com caracterização das fissuras verticais da cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore (Fanelli e Fanelli, 2004)

Fissuras Verticais								
Superfície	1 (O)	2 (S-O)	3 (S)	4 (S-E)	5 (E)	6 (N-E)	7 (N)	8 (N-O)
Abertura (cm)	>0,50	2-3	>0,50	5-6	>0,50	5-6	>0,50	2-3
Extensão (m)	16,00	60,00	16,00	60,00	16,00	60,00	16,00	60,00
Cúpula Interna	X	X	X	X	X	X	X	X
Cúpula Externa		X		X		X		X
Tipo de Fissura	1	2	1	2	1	2	1	2

As superfícies do octógono da cúpula referentes ao número 1, 3, 5 e 7 (Figura 3.4), foram caracterizadas por possuírem fissuras verticais de poucos milímetros, estendendo-se da altura de um terço da base da cúpula ao seu topo, totalizando cerca de 16,00 m de extensão e sendo presente apenas na cúpula interna da estrutura.

As superfícies referentes ao número 2 e 8, apresentam fissuras de cerca de 2,00 a 3,00 cm de abertura, com extensão média de 60,00 m, partindo do topo do arco presente na base de sustentação da cúpula até dois terços de sua altura. Para essas superfícies, as respectivas fissuras estendem-se da parte interna à externa, sendo presentes tanto na cúpula interna quanto na externa. O mesmo ocorre nas superfícies 4 e 6, porém, com aberturas de fissuras maiores, que variam de 5,00 a 6,00 cm.

As fissuras angulares são localizadas em todas as conexões entre superfícies do octógono que compõe a cúpula, se estendendo da base a um terço de sua altura (aproximadamente 7,00 metros de extensão) e com poucos milímetros de abertura, localizada apenas na cúpula interna da estrutura.

3.3.Dados experimentais da Catedral de Santa Maria del Fiore

Apesar da idade da construção e a limitação de ensaios invasivos, a Catedral de Santa Maria del Fiore já foi submetida a algumas análises experimentais que servirão de base para projeto de monitoramento ao longo dos anos.

Em 1986, foi realizado um ensaio experimental pelo Departamento de Construção da Universidade de Florença juntamente com o Centro de Estudos de Causas de Degradação e Métodos de Conservação das Obras de Arte de Florença e do Instituto de Geodinamica e Sedimentologia da Universidade de Urbino (Barbi et. al, 1986) para determinação das características físicas dos principais materiais que constituem a Cúpula da Santa Maria del Fiore (Tabela 3.2).

Foram coletadas amostras em quatro pontos da base da Cúpula para estudo e tais aberturas foram utilizadas para instalação de sensores de temperatura. As amostras de materiais coletadas possuíam cerca de 8 cm de diâmetro e de espessura da Cúpula interna (cerca de 2,00 metros). As amostras totalizaram cerca de 40.000 cm³, de modo que 13.500 cm³ era composto por pedra (*pietraforte*), 9.500 cm³ de alvenaria e 17.000 cm³ de argamassa.

Tabela 3.2: Propriedades físicas dos materiais constituintes da Cúpula de Santa Maria del Fiore (Barbi et al., 1986)

	Módulo de Elasticidade (MPa)	Coefficiente de Poisson	Massa específica (Kg/m ³)
Tijolos	10.870	0,18	2.390
Argamassa	7.700	0,27	2.430
Pedra (<i>Pietraforte</i>)	16.420	0,194	2.690

As amostras e estudos realizados por Barbi et. al (1986) também indicaram os valores de resistências a tração e compressão dos materiais que constituem a Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore, detalhados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Resistência à tração e compressão dos materiais que compõem a Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore (Barbi et al., 1986)

	Resistência à Tração (MPa)	Resistência à Compressão (MPa)
Tijolos	2,61	27,06
Pedra (<i>Pietraforte</i>)	8,84	91,88

Em 1987, Chiarugi, Bartoli e Bavetta (1995) e o Instituto Experimental de Modelos e Estruturas (ISMES) (Castoldi, et. al, 1989) inseriram um sistema de monitoramento digital na Catedral de Santa Maia del Fiore, por um período de aproximadamente 6 anos (2000 dias), que permitiu a avaliação do efeito das variações periódicas das cargas térmicas das aberturas das fissuras da Cúpula. Para tal, foram inseridos transdutores de deslocamento nas fissuras e arestas da Cúpula, em sete níveis distribuídos entre Cúpula e Catedral, totalizando 72 transdutores. O sistema de aquisição foi composto por quatro dispositivos interligados para uma unidade de controle central.

Com os dados obtidos pelo ISMES (Chiarugi, Bartoli e Bavetta, 1995) (Castoldi et. al, 1989), determinaram-se as duas formas modais e frequências de toda a estrutura da Catedral: 1,70 Hz (vibração norte – sul) e 1,80 Hz (vibração leste – oeste), respectivamente.

Assim, os valores de frequências da Catedral e os valores das propriedades físicas dos materiais constituintes da cúpula, determinados experimentalmente, foram utilizadas para calibração do modelo numérico do presente trabalho.

Além dos ensaios conduzidos por Barbi et. al (1986), Chiarugi, Bartoli e Bavetta (1995) e Castoldi et. al (1989), outras intervenções foram realizadas na Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore. Em maio de 2002, foi realizado um levantamento geofísico preliminar não invasivo com equipamento de radar em amostras extraídas da superfície interna da cúpula, localizada na superfície sudeste. O objetivo foi identificar e mapear a potencial presença de cavidades ou elementos de consolidação presentes na espessura das paredes (Corazzi e Conti, 2011).

Em fevereiro de 2004, foi realizada uma pesquisa preliminar com um laser scanner pela empresa florentina A.B.C. Engenharia Geral, em colaboração com Codevintec de Milão. Foi possível definir os volumes da cúpula interna e externa, bem como, examinar as mesmas superfícies da alvenaria, previamente levantadas, para comparação e validação dos resultados obtidos anteriormente (Corazzi e Conti, 2011).

Em 2006, foi realizada nova pesquisa pela empresa Geoarte S.T.A. (Sistemas Tecnológicos Avançados) de Castelfranco di Sopra (Arezzo) também com auxílio de laser scanner, onde foi possível realizar o levantamento de todo o intradorso da cúpula interna (Corazzi e Conti, 2011). Em Maio de 2007, foi realizado um novo levantamento não invasivo utilizando o método de radar, realizado pela empresa IGeA de Borgo San Lorenzo (FI). O estudo envolveu uma porção do extradorso da superfície leste da cúpula interna. O objetivo da investigação foi identificar e mapear a possível presença de fissuras e elementos de consolidação presentes na espessura da alvenaria (Corazzi e Conti, 2011).

No contexto de levantamentos tomográficos e de radar de penetração no solo, também foram realizadas investigações com o detector de metais. Os resultados conjuntos dos diversos métodos utilizados não identificaram a presença de material ferroso utilizado como estrutura estrutural da Cúpula. Foram detectados simplesmente pregos e fragmentos de metal, provavelmente resíduos da fase de construção e que não ultrapassavam cerca de dez centímetros de comprimento (Corazzi e Conti, 2011).

3.4. Estudos numéricos já desenvolvidos sobre a Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore

Fanelli e Fanelli (2004) (Figura 3.5-a) e Bartoli, Betti e Borri (2015) (Figura 3.5-b) desenvolveram modelos numéricos para a Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore. Faltam informações a respeito das considerações geométricas realizadas, bem como, das condições de contorno e propriedades físicas utilizadas nos seus respectivos modelos numéricos. No entanto, ambos os modelos consideraram o estado atual de fissuração da cúpula.

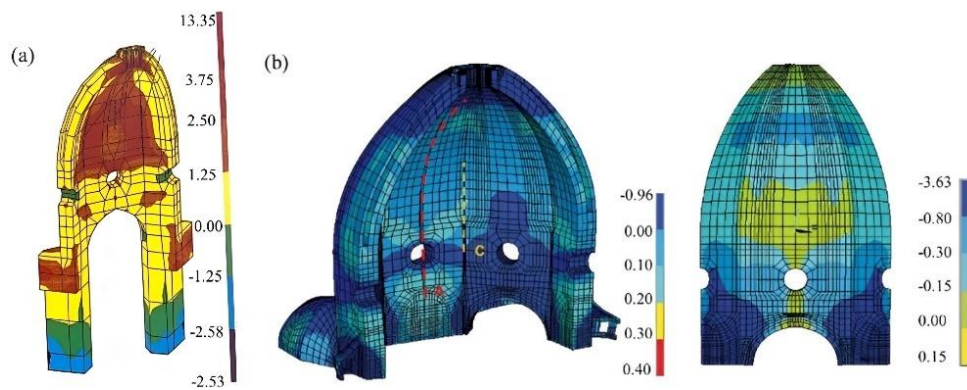


Figura 3.5. Estado de tensão estático do modelo numérico da Cúpula da Catedral desenvolvido por (a) Fanelli e Fanelli (2004) (b) Bartoli, Betti e Borri (2015)

Em seu estudo, Beatini, Royer-Carfagni e Tasora (2019) desenvolveram testes numéricos para a Cúpula de Brunelleschi em seu estado original, não fissurado. Esses ensaios foram utilizados para analisar o fluxo de forças resultante da disposição dos tijolos *spinapesce* e *corda blanda*. Foi então demonstrado que a Cúpula de Brunelleschi apresenta um fluxo uniforme de forças, com algumas descontinuidades induzidas pelo assentamento *spinapesce* (tijolos verticais).

Apesar de aumentar a rigidez no sentido meridional, a presença do assentamento *spinapesce* diminui ligeiramente a tensão de arco na ligação com os tijolos horizontais. Este fenômeno é simulado graficamente na Fig. 10 para um único assentamento *spinapesce* por superfície do octógono da cúpula. Ressalta-se que cada superfície possui dez *spinapesce* espaçados aproximadamente 1,80 metros entre si.

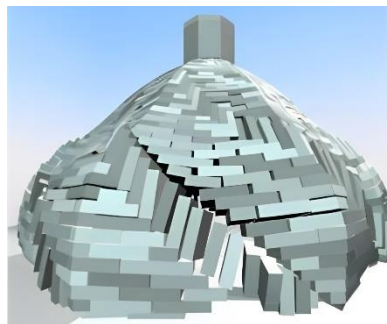


Figura 3.6. Indicação do mecanismo de falha na ligação de tijolos horizontais e verticais (*spinapesce*) no modelo da Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore desenvolvido por Beatini, Royer-Carfagni e Tasora (2019)

Capítulo 4 – FERRAMENTAS NUMÉRICAS UTILIZADAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO MODELO DA CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE

4.1.Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (FEM- Finite Element Method) consiste em uma técnica numérica que tem como objetivo encontrar soluções aproximadas para problemas de valor limite. Para tal, o método subdivide um domínio do problema em domínios menores, chamados elementos finitos e pode ser formulado usando diversas abordagens, tais como: o método de rigidez direta, formulações integrais, cálculo variacional, etc.

O método dos elementos finitos permite a determinação dos estados de tensão e deformação de sólidos submetidos a carregamentos, de modo que as análises são feitas a partir da resolução de sistemas de equações de derivadas parciais que regem o fenômeno (Azevedo, 2003).

A análise de problemas físicos utilizando FEM, de maneira geral, consiste na execução de três etapas principais: idealização, discretização e solução. A idealização passa do sistema físico para um modelo matemático, de modo que o modelo matemático é uma abstração da realidade física e é usado para simular e prever aspectos do comportamento de um sistema (Santos e Neto, 2016).

Nesse contexto, para a resolução da maioria dos problemas de engenharia, não há soluções exatas pela alta complexidade envolvida, portanto, uma abordagem numérica como o FEM é frequentemente necessária e sua aplicação requer o uso de recursos computacionais.

Com o desenvolvimento dos recursos computacionais ao longo dos anos, o método passou a ser empregado para uma ampla variedade de formas geométricas e múltiplos materiais, sujeitos a diversos tipos de carregamento.

Assim, ao analisar uma estrutura pelo método dos elementos finitos, a mesma é dividida em pequenos subdomínios. Esses subdomínios, ou elementos finitos, podem possuir diferentes formatos como, triângulos ou quadrados para o caso bidimensional, e prismas ou quadriláteros para o caso tridimensional. A escolha do tipo de elemento depende do tipo de estrutura a ser analisada.

A discretização da estrutura deve ser refinada o suficiente para que a solução numérica seja confiável. Para isso, é necessária uma análise de convergência para que haja a escolha de uma malha de elementos finitos eficaz: quanto menor a área do elemento finito, melhor será a aproximação. Entretanto, um acréscimo exagerado do número de elementos traz um aumento de erros numéricos (de arredondamento), fazendo com que o resultado seja divergente (Azevedo, 2023).

Para uma análise coerente dos resultados gerados em softwares que realizam modelagens numéricas de elementos estruturais, é necessário então, o domínio dos conceitos bases que regem o entendimento do comportamento de uma estrutura, como grau de liberdade, deslocamentos generalizados, forças generalizadas, equilíbrio, matriz de rigidez, vetor de solicitação, condições de apoio, etc (Eloy, 2011).

Neste contexto, o presente trabalho utilizou o software computacional ABAQUS (Dassaultsystemes®, 2024), baseado no método dos elementos finitos, para desenvolvimento das análises numéricas abordadas.

4.2.AutoCAD: Criação do Modelo Tridimensional

A criação da geometria do modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore foi elaborada em um software de Computer-Aided Design (CAD), o AutoCAD (AutoCAD®, 2024). Para tal, foram coletadas as informações referentes às geometrias e respectivas cotas de cada elemento estrutural e arquitetônico que compõe a Catedral de Santa Maria del Fiore. No ambiente computacional do software Autocad, foi utilizado o pacote de desenho tridimensional.

A escolha do software se deu pela precisão, automatização no desenvolvimento de elementos estruturais simétricos, facilidade de ajuste de cotas e gerenciamento de detalhes complexos na região da Cúpula.

4.3.ABAQUS: Análise Numérica

O processamento do modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore foi realizado em um software de simulação Computer Aided Engineering (CAE), o ABAQUS (Dassaultsystemes®, 2024). A escolha do software se deu em função da sua capacidade de

análise estática e dinâmica pelo método dos elementos finitos, tanto de caráter linear quanto não linear e com capacidade de discretização automatizada, facilitando ajustes em estruturas complexas, além da facilidade na definição e especificação de materiais e condições de contorno em vários elementos estruturais de um único modelo tridimensional.

O ABAQUS é composto por dez módulos que garantem a configuração do modelo numérico e definição de suas características para posterior processamento e análise dos resultados: *part*, *propert*, *assembly*, *step*, *interaction*, *load*, *mesh*, *optimization*, *job* e *sketch*. Tais módulos serão descritos adiante com indicações de suas utilizações no desenvolvimento do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore desenvolvido neste trabalho.

4.3.1. Módulo do ABAQUS: *Part*

O módulo *part* consiste na ferramenta de criação da geometria da estrutura a ser analisada, a partir de ferramentas de desenho, sendo permitida também a importação de estruturas bidimensionais e tridimensionais modeladas em outros software, de extensão *.sat*, como utilizado neste trabalho.

4.3.2. Módulo do ABAQUS: *Property*

O módulo *property*, por sua vez, consiste na disposição de requisitos que a serem preenchidos com as propriedades dos materiais que compõem o modelo da estrutura a ser analisada, bem como, definição de perfis e seções para estruturas bidimensionais. Inicialmente, as propriedades devem ser preenchidas de acordo com o tipo de análise que se deseja realizar: para as análises mais simples e lineares, são requisitos a definição de Módulo de Elasticidade, Coeficiente de Poisson e Massa específica. Para análises mais complexas e envolvendo não linearidade, plasticidade, falha, são necessárias as respectivas definições específicas.

Para o presente trabalho, além das propriedades citadas (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e Massa específica), também foram inseridos os valores de tensões últimas dos materiais a fim de garantir a análise não linear e comportamento dos estados de tensões pós- fissuração.

4.3.3. Módulo do ABAQUS: *Assembly*

O módulo *assembly* permite a montagem do modelo da estrutura a ser analisada a partir da criação anterior (no módulo *part*) de mais de uma peça componente dele, bem como, movimentá-las em relação à um sistema de coordenadas global. Nesta dissertação, o modelo desenvolvido módulo não precisou ser trabalhado neste módulo uma vez que foi importado (no módulo *part*) como uma única estrutura tridimensional sólida.

4.3.4. Módulo do ABAQUS: *Step*

O módulo *step* consiste na criação de etapas de análise e definições de controles de análises e dados de saída pós-processamento. A sequência de etapas, neste caso, permite a definição de condições de carga e de contorno do modelo, alterações na forma como as partes do modelo interagem entre si, a remoção ou adição de peças e outras alterações que possam ocorrer no modelo durante o curso das análises.

Assim, neste trabalho, foi definida como primeira etapa no módulo *step* a análise estática do modelo, gerando uma distribuição de tensões advindas do peso próprio da edificação e seguida da etapa referente à aplicação das acelerações na base da estrutura (direção horizontal) advindas do evento sísmico analisado. Logo, o estado final de tensões referente ao peso próprio do modelo da estrutura consiste no estado inicial de tensões na aplicação do evento sísmico.

4.3.5. Módulo do ABAQUS: *Interaction*

O módulo *interaction* consiste, principalmente, na definição e gerenciamento de interações mecânicas e térmicas entre regiões de um modelo (ou com seu entorno), bem como, nas restrições de análise entre regiões de um modelo. No presente trabalho, tal módulo não foi utilizado admitindo que a estrutura da Catedral foi inserida como único sólido tridimensional, que mesmo sendo composto por várias estruturas conectados entre si, foi importado no módulo *part* como um único corpo rígido deformável.

4.3.6. Módulo do ABAQUS: *Load*

O módulo *load*, por sua vez, permite a inserção de cargas nas regiões do modelo da estrutura trabalhada e a definição das condições de contorno. Este módulo é composto por

ferramentas que permitem a inserção de amplitude nas cargas aplicadas a fim de especificar os carregamentos que são função do tempo. Neste contexto, a presente dissertação utilizou dois tipos de carga aplicadas às duas *steps* descritas anteriormente: carga da gravidade (*step* referente à análise estática do peso próprio) e a carga sísmica com aplicação de acelerações em função do tempo (ferramenta de amplitude do software) na base da estrutura da Catedral.

4.3.7. Módulo do ABAQUS: *Mesh*

O módulo *mesh* permite gerar malhas em estruturas individuais e em modelos criados pela união de várias estruturas no módulo *assembly*. O software permite o processo de definição de atributos à malha do modelo (densidade de malha em nível local e global, forma do elemento, criação de algoritmos de malha etc.) e técnicas de geração de malhas automáticas a partir da definição do tipo de elemento trabalhado, bem como, a atualização desses atributos com sua regeneração automaticamente.

Neste módulo do ABAQUS, os tipos de elementos são categorizados de acordo com os graus de liberdade (diretamente relacionados à família de elementos), número de nós, formulação e integração.

4.3.7.1. Família

A Figura 4.1 mostra os tipos de famílias de elementos presentes no ABAQUS, de modo que as principais distinções entre diferentes famílias de elementos é o tipo de geometria que cada família assume. No presente trabalho, foram utilizados os elementos contínuos.

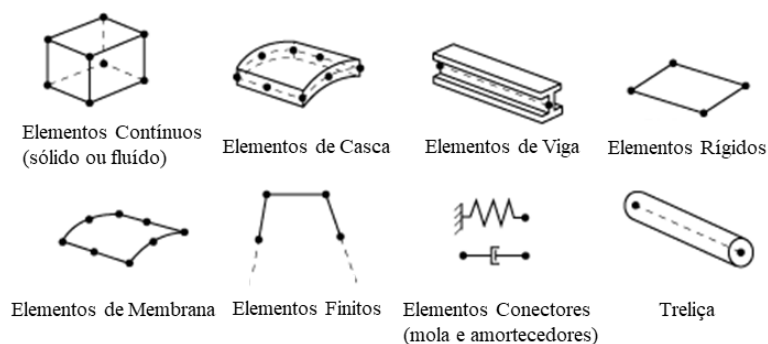


Figura 4.1. Categorização dos elementos do ABAQUS em Famílias (Dassaultsystèmes®, 2024).

4.3.7.2. Graus de liberdade

Admitindo que os graus de liberdade, para uma simulação de tensão/deslocamento, consistem nas translações/rotações em cada nó. No ABAQUS, exceto para elementos axissimétricos, elementos contínuos fluidos e elementos eletromagnéticos, os graus de liberdade são sempre referidos como: deslocamento x, deslocamento y, deslocamento z, rotação em torno do eixo x, em radianos, rotação em torno do eixo y, em radianos, rotação em torno do eixo z, em radianos, amplitude de empenamento (para elementos de viga de seção aberta), pressão dos poros, pressão do fluido hidrostático ou pressão acústica, potencial elétrico, fluxo de material do conector (unidades de comprimento), temperatura (ou concentração normalizada na análise de difusão de massa), segunda temperatura (para cascas ou vigas), terceira temperatura (para cascas ou vigas) etc.

Assim, para uma simulação de transferência de calor, os graus de liberdade são as temperaturas em cada nó; para uma análise de tensão térmica acoplada, existem graus de liberdade de temperatura além dos graus de liberdade de deslocamento em cada nó. As análises de transferência de calor e as análises de tensão térmica acoplada requerem, portanto, o uso de elementos diferentes dos de uma análise de tensão, uma vez que os graus de liberdade não são os mesmos.

No presente trabalho, os graus de liberdade são referentes aos deslocamentos e rotações em cada nó.

4.3.7.3. Número de nós e ordem de interpolação

Como os deslocamentos (ou outros graus de liberdade) são calculados nos nós do elemento, em qualquer outro ponto do elemento, esses deslocamentos são obtidos interpolando a partir dos deslocamentos nodais. Assim, no ABAQUS, a ordem de interpolação é determinada pelo número de nós utilizados no elemento. A Figura 4.2 indica graficamente a classificação dos elementos em função do número de nós.

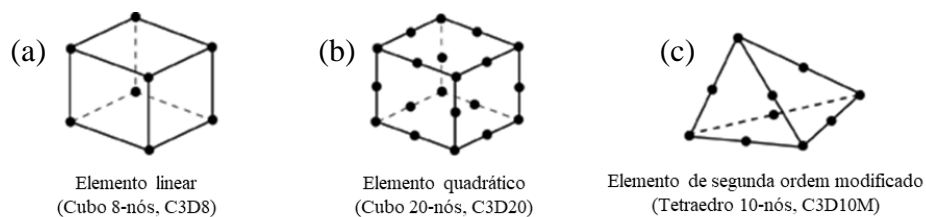


Figura 4.2. Elementos classificados em função do número de nós (Dassaultsystemes®, 2024).

Os elementos que possuem nós apenas em seus cantos, Figura 4.2-a, usam interpolação linear em cada direção e são frequentemente chamados de elementos lineares ou elementos de primeira ordem. Os elementos intermediários, Figura 4.2-b, usam interpolação quadrática e são frequentemente chamados de elementos quadráticos ou elementos de segunda ordem. Já os elementos tetraédricos modificados com nós intermediários, Figura 4.2-c, usam uma interpolação de segunda ordem modificada e são frequentemente chamados de elementos de segunda ordem modificados.

Assim, neste trabalho, foram utilizados elementos de segunda ordem modificados por se adequarem melhor na discretização de estruturas de alta complexidade, como a modelada.

4.3.7.4. Formulação

A formulação de um elemento refere-se à teoria matemática usada para definir o comportamento do elemento. Na descrição do comportamento Lagrangiano, o elemento se deforma com o material. Na alternativa Euleriana, no entanto, os elementos são fixados no espaço à medida que o material flui através deles. Os métodos Eulerianos são comumente usados em simulações de mecânica dos fluidos. Neste caso, o software Abaqus/Standard usa elementos Eulerianos para modelar a transferência de calor por convecção. Todos os outros elementos de tensão/deslocamento em Abaqus são baseados na formulação Lagrangiana, com exceção da configuração Abaqus/Explicit. Neste trabalho, foi utilizada a configuração padrão baseada na formulação Lagrangiana.

4.3.7.5. Integração

O ABAQUS também utiliza técnicas numéricas para realização de várias integrações em cada elemento. Para tal, é utilizada a Quadratura Gaussiana para a maioria dos elementos, e é avaliada a resposta do material em cada ponto de integração. Alguns elementos contínuos no ABAQUS podem usar integração total ou reduzida, que pode ser configurado na modelagem. No caso desta dissertação, foi utilizada o método padrão de interação por Quadratura Gaussiana.

4.4. SCALCONA 3.0: Eventos sísmicos da Toscana

Para análise sísmica do modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore, foram realizadas simulações no software ABAQUS (Dassaultsystèmes®, 2024) com

aplicação de eventos sísmicos obtidos pelo software SCALCONA 3.0 (Lai & Zuccolo, 2015) e avaliação da resposta da estrutura frente a eles.

O programa SCALCONA 3.0 (SCALing of COmpatible Natural Accelerograms, versão 3.0) constitui o relatório técnico final do programa de atividades relativo ao Acordo de Colaboração Científica entre a Região da Toscana e o Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura da Universidade de Pavia (UNIPV) para a definição de regiões sísmicas e compatíveis com o espectro para os municípios da região da Toscana.

O software realiza automaticamente o escalonamento linear dos acelerogramas selecionados para obter o *input* sísmico de qualquer local do território toscano para os períodos de retorno de 50, 75, 101, 201, 475, 712, 949, 1462, 1950 e 2475 anos. Assim, o SCALCONA 3.0 fornece dados sísmicos em termos de aceleração (sismogramas e aspectos de resposta), históricos temporais de velocidade e deslocamento.

Os períodos de retorno definidos pelo software, que são o tempo médio em que um determinado evento natural é igualado ou superado, consistem nos períodos que devem ser avaliados para a segurança sísmica das construções em ambiente italiano, estabelecido pela norma sísmica NTC (2008)/Circolare NTC (2009).

Assim, o programa requer como dados de entrada um local (expresso em coordenadas geográficas ou através do nome de um município) e o período de retorno de interesse, gerando diretamente o grupo de 7 acelerogramas espectrocompatíveis selecionados para o período de retorno especificado.

Capítulo 5 – ANÁLISE NUMÉRICA DA CATEDRAL DE SANTA MARIA DEL FIORE

5.1. Hipóteses adotadas para criação do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore

Em sua revisão da literatura sobre métodos de análise de sólidos e estruturas fissuradas, Yazdani (2021) apresenta duas abordagens principais para modelagem de estruturas fissuradas: geométrica e não geométrica. Enquanto a modelagem geométrica concentra-se na geometria da fissura, a modelagem não geométrica considera a influência das fissuras de uma forma não geométrica.

Yazdani e Habib (2021) fornecem um relato detalhado das complexidades inerentes ao refinamento de malhas na análise de propagação de fissuras usando o método geométrico. Eles destacam que as singularidades das extremidades das fissuras exigem um esforço computacional maior em comparação à modelagem não geométrica.

Neste contexto, Karaton et. al (2021) desenvolveram um modelo da Ponte de Malabadi (Turquia) baseado no método de propagação de fissuras de um modelo de três parâmetros, particularidade do modelo de cinco parâmetros de William e Warnke (1975) e que pode ser usado para materiais frágeis e macro modelagem de estruturas de alvenaria.

A Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore, no entanto, é construída com assentamentos de tijolos atípicos, *spinapesce* e *corda blanda*. Como há desconhecimento sobre uma parcela significativa das propriedades físicas destes assentamentos de tijolos, seria necessário um estudo específico para validar o uso de métodos clássicos para modelagem não geométrica de estruturas fissuradas em todos os aspectos da estrutura da cúpula da Catedral estudada.

Assim, foi preferível utilizar o método de modelação geométrica na modelagem tridimensional da cúpula da Catedral, com a introdução de fissuras apresentando as respectivas extensões, profundidades e larguras conforme indicado na Tabela 3.1 (Fanelli e Fanelli, 2004).

Nesse contexto, o modelo numérico do modelo da Cúpula de Santa Maria del Fiore desenvolvido por Beatini, Royer-Carfagni e Tasora (2019) indicou um fluxo uniforme de forças, com perturbações induzidas pelo assentamento *spinapesce* e *corda blanda*. A Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore, porém, apresenta fissuras em todas as suas superfícies (Tabela 3.1). Assim, neste estudo, assumiu-se que um fluxo de força uniforme na Cúpula seria mais adequado, dado que as fissuras serão pontos de concentração de tensões mais significantes que os tijolos verticais do assentamento *spinapesce*.

5.2. Desenvolvimento geométrico do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore

A Figura 5.1 a seguir consiste na representação gráfica do modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore desenvolvido no software AutoCAD.

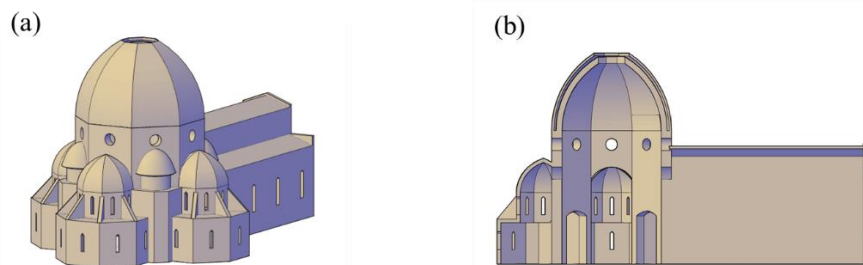


Figura 5.1. Modelo tridimensional da Catedral di Santa Maria del Fiore (a) vista isométrica (b) corte transversal

Na Figura 5.2 é indicado um corte transversal para evidenciar os detalhes da estrutura interna que compõe as capelas laterais que circundam a base da cúpula.

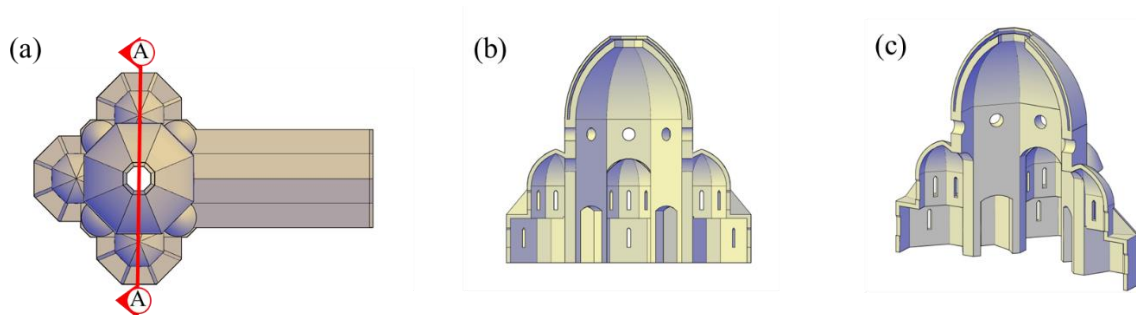


Figura 5.2.(a) Indicação do plano de corte (AA') na vista superior da Catedral (b) Vista do corte AA' (c) Vista isométrica do corte AA'

Como a cúpula encontra-se atualmente em estado fissurado, o modelo tridimensional foi então adaptado e modelado a partir do seu quadro de fissuras, descrito por Fanelli e Fanelli

(2004) e exposto na Tabela 3.1 presente no Capítulo 3. Por se tratar de um modelo numérico aproximativo, inicialmente, preferiu-se incluir apenas as fissuras verticais, tipo 1 e 2, por possuírem maior extensão e aberturas consideráveis em relação às angulares. Tais fissuras foram consideradas pela criação de aberturas, nos elementos, com as mesmas extensões, larguras e profundidades das fissuras presentes em cada superfície, especificadas na Tabela 3.1 presente no Capítulo 03.

A Figura 5.3 evidencia o modelo tridimensional desenvolvido para o atual quadro de fissuras da cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore.

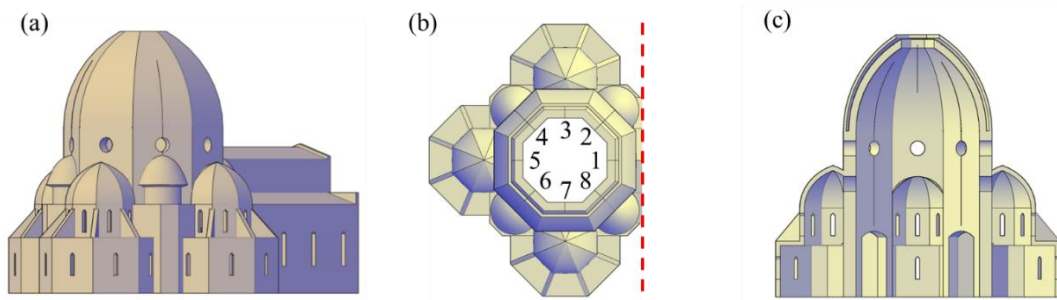


Figura 5.3. (a) Vista isométrica do modelo tridimensional da estrutura contendo as fissuras verticais (b) Corte superior para vista das fissuras verticais nas superfícies do octógono da Cúpula (c) Corte transversal para vista das fissuras verticais na parte interna da estrutura.

O modelo da Catedral foi importado para o software ABAQUS e discretizado com uma única estrutura deformável composta por “sólidos tridimensionais homogêneos”. Nas definições internas do ABAQUS após a importação do modelo tridimensional, foram feitas as distinções entre os diferentes grupos de elementos estruturais a partir dos materiais que os compõem, conforme será explanado no próximo capítulo, referente à calibragem do modelo por meio das características dinâmicas experimentais da edificação.

As condições de apoio restringiram-se apenas à conexão da base do modelo ao solo, admitido como engaste devido às grandes dimensões e à massa da estrutura.

5.3. Análise de Convergência de Malha

O modelo numérico da Catedral foi todo desenvolvido utilizando elementos sólidos tridimensionais, devido à complexidade e às elevadas espessuras: elementos tetraédricos de segunda ordem (C3D10). As condições de contorno foram restritas na base do modelo com restrições a todos os graus de liberdade na região especificada. Quanto à ligação entre as

estruturas da Catedral, o modelo tridimensional foi importado para o software ABAQUS como um único elemento tridimensional sólido deformável.

O processo de convergência da malha envolveu a análise para quatro tamanhos (Figura 5.4) a fim de analisar a influência do refinamento da malha na precisão dos resultados da frequência natural. Para esta análise foram utilizadas as propriedades experimentais obtidas para alvenaria e pedra (*pietraforte*) da cúpula da catedral (Tabela 3.2). Os resultados estão indicados na Tabela 5.1.

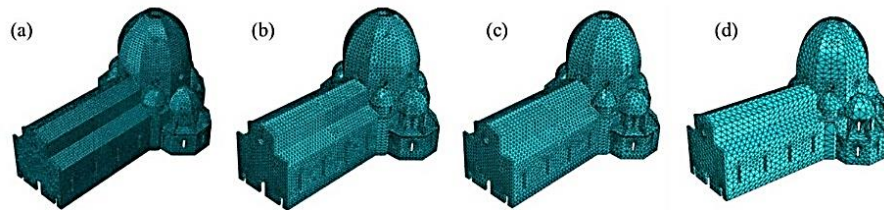


Figura 5.4. Modelo tridimensional discretizado em elementos finitos para análise de convergência de malha (a) malha 1 (b) malha 2 (c) malha 3 (d) malha 4.

Tabela 5.1. Resultados do teste de convergência de malha

	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Tamanho global relativo da malha	1,75	2,25	2,75	4,25
Número total de elementos	238.411	136.651	88.860	53.342
Tempo de CPU relativo (min)	26,33	8,22	1,00	0,72
Primeira frequência natural (Hz)	1,8452	1,8455	1,8464	1,8623
Segunda frequência natural (Hz)	2,2108	2,2110	2,2118	2,2674

Com base nos resultados indicados na Tabela 5.1, a malha 3 foi escolhida por garantir maior eficiência computacional (Figura 5.5). Quanto à configuração da tolerância relativa para convergência, foi utilizado o valor padrão do software de modelagem numérica ABAQUS, 10^{-6} .

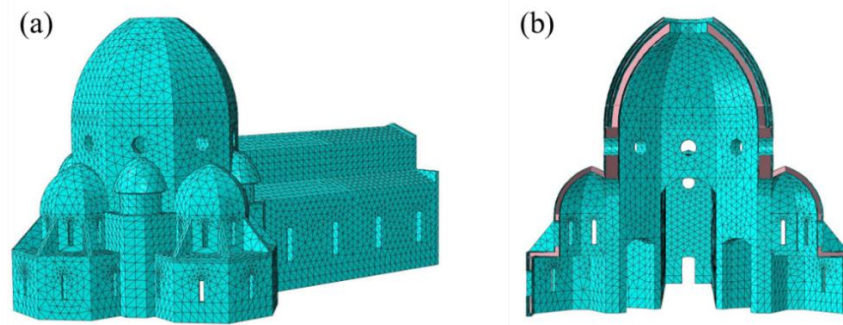


Figura 5.5. Malha infinitesimal tetraédrica do modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore (Malha 3) (a) vista isométrica (b) corte transversal

5.4. Levantamento de dados complementares para calibração e atualização do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore com base nas características dinâmicas experimentais

Como mencionado em capítulos anteriores, a Catedral de Santa Maria del Fiore teve sua construção iniciada no ano de 1379 sob resquícios da antiga catedral, Santa Reparata, de 405 d.C. Cerca de vinte anos depois, a Cúpula da Catedral foi erguida. Por serem construções com mais de 600 anos e com elementos ainda mais antigos advindos de Santa Reparata, poucas informações foram deixadas por escrito no que se refere ao método construtivo adotado e materiais adotados.

Sabe-se que as fundações da Catedral de Santa Maria del Fiore foram erguidas a partir da reutilização das fundações da antiga Santa Reparata, demolida anteriormente para construção da nova Catedral (Corazzi e Conti, 2011) Acredita-se que a Catedral, de maneira geral, foi erguida com a utilização de tijolos e pietraforte, típica da região e muito utilizada na época como material estrutural (Corazzi, 2016) (Donigaglia, 2018-2021) (Pecchioni, et. al, 2020).

No que se refere às capelas laterais que circundam a base da Cúpula, era de conhecimento que desde o projeto de 1296 a Catedral seria composta por uma grande estrutura cupular, logo, Corazzi e Conti (2011) afirmam que a base para sustentação dessa cúpula, que seria construída 20 anos depois, foi feita com materiais e técnicas que garantissem a maior rigidez possível para garantir a sustentação e devido suporte do peso final da estrutura.

Dentro dessa perspectiva de imprecisão na avaliação de construções históricas foi realizada uma vasta pesquisa bibliográfica de dados experimentais das propriedades físicas

dos materiais que compõem a edificação e posterior aplicação no modelo numérico, validado a partir as características dinâmicas experimentais da edificação.

Além do conhecimento das propriedades físicas dos materiais constituintes da cúpula da Catedral (Tabela 3.2), foi necessária a avaliação daqueles que constituem toda a estrutura da edificação. Para tal, foram utilizados os dados do Manual de Detecção da Vulnerabilidade Sísmica dos Edifícios em Alvenaria da Região da Toscana (Vognoli, Boschi e Signorini, 2019) e de Carbone (2011) referentes às propriedades físicas dos principais tipos de alvenaria e rochas utilizadas em estruturas históricas.

Assim, o Manual de Detecção da Vulnerabilidade Sísmica dos Edifícios em Alvenaria da Região da Toscana (Vognoli, Boschi e Signorini, 2019) caracteriza e classifica 11 tipologias de alvenaria da região da Toscana (Tabela 5.2), cuja pesquisa foi realizada a partir de materiais coletados nos municípios de Arezzo, Lucca, Massa Carrara e Florença, dentre os quais, 50% são provenientes de edifícios históricos. A Tabela 5.3, por sua vez, apresenta as propriedades físicas das principais rochas utilizadas em construções históricas, definida por Carbone (2011).

Tabela 5.2. Caracterização e Classificação de alvenarias da Região da Toscana (Vognoli, Boschi e Signorini, 2019)

Tipo de Alvenaria	Categoria	f_m (N/cm ²)	τ_0 (N/cm ²)	E (N/mm ²)	G (N/mm ²)	W (kN/m ³)
Alvenaria em <i>pietrame</i> rústica e desordenada (seixos e pedras irregulares)	I	100	2.0	690	230	19
		180	3.2	1050	350	
Alvenaria em pedra silhar com espessura limitada e núcleo interno	II	200	3.5	1020	340	20
		300	5.1	1440	480	
Alvenaria em pedras fragmentadas com boa ordenação	III	260	5.6	1500	500	21
		380	7.4	1980	660	
Alvenaria em pedra terrosa silhar (tufo, calcarenira, etc)	IV	140	2.8	900	300	16
		240	4.2	1260	420	
Alvenaria de pedra em blocos quadrados	V	600	9.0	2400	780	22
		800	12.0	3200	940	
Alvenaria em tijolos maciços e argamassa de cal	VI	240	6.0	1200	400	18
		400	9.2	1800	600	
Alvenaria em tijolos semi maciços com argamassas cimentícias (com furos < 40%)	VII	500	24.0	3500	875	15
		800	32.0	5600	1400	
Alvenaria em blocos de tijolos semi maciços (com furos < 45%)	VIII	400	30.0	3600	1080	12
		600	40.0	5400	1620	
Alvenaria em blocos de tijolos semi maciços com juntas verticais a seco (com furos < 45%)	IX	300	10.0	2700	810	11
		400	13.0	3600	1080	

Alvenaria em blocos de concreto ou argila expansiva (com furos entre 45% e 65%)	X	150	9.5	1200	300	12
		200	12.0	1600	400	
Alvenaria em blocos de concreto semi maciços (com Furos < 45%)	XI	300	18.0	2400	600	14
		440	24.0	3520	880	
Sendo: f_m = Resistência Média à Compressão τ_o =Resistência ao Cisalhamento f_{v0} = Resistência ao Cisalhamento Tangencial E= Módulo de Elasticidade Normal G=Módulo de Elasticidade Tangencial W=Peso Específico						

Tabela 5.3. Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson para as principais rochas utilizadas em construções históricas (Carbone, 2011)

Rocha	Massa específica (Kg/m ³)	Módulo de Elasticidade (MPa)	Coeficiente de Poisson
Arenitos	1800-2700	20.000-40.000	0,45-0,20
Basaltos	2700-3100	90.000-120.000	0,32-0,27
Calcários e calcários dolomíticos	2000-2700	40.000-70.000	0,45-0,24
Dioritas	2600-3000	80.000-100.000	-
Dolomitas	2300-2900	40.000-70.000	0,30-0,26
Granitos	2500-2900	50.000-60.000	-
Mármore	2700-2800	40.000-70.000	-
Quartzos	2600-2700	40.000-60.000	-

Com os valores referentes às propriedades físicas dos materiais constituintes da cúpula e com os valores aproximados dos materiais que compõem a Catedral, foram realizadas simulações com valores pré-estabelecidos de módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e Massa específica dos materiais constituintes da nave, cinta da Catedral, capelas laterais e base da cúpula. A Figura 5.6 indica a divisão estabelecida no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore em função dos materiais que a compõem.

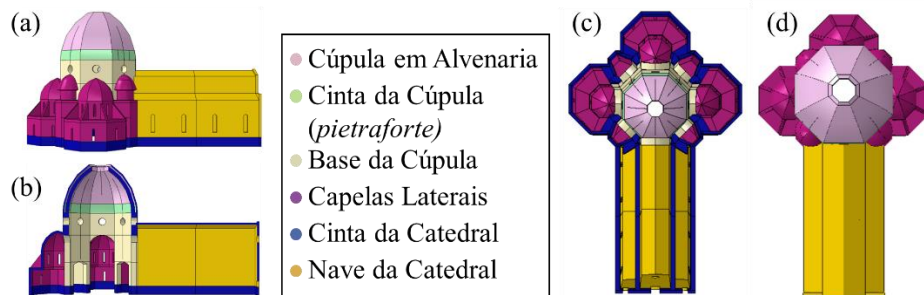


Figura 5.6. Divisão do modelo tridimensional da Catedral em seis partes para análise dos materiais constituintes

A divisão da estrutura da Catedral realizada a partir dos materiais que a constituem foi feita com base nos elementos estruturais comumente presentes em estruturas históricas. Assim, foi definida uma cinta em *pietraforte* que contorna toda a planta da Catedral em contato com o solo, já que a presença de pilares é de desconhecimento e, possivelmente, as paredes da edificação possuem função estrutural. Nesse contexto, definiu-se as paredes da nave da Catedral como de alvenaria.

As capelas laterais foram definidas como sendo compostas por *pietraforte*, uma vez que, segundo Corazzi e Conti (2011), era de conhecimento dos construtores da época que tais capelas deveriam ser construída em um material resistente suficiente para suportar um elevado carregamento de uma estrutura cupular que seria posteriormente erguida.

A cúpula, cinta da cúpula e base da cúpula foram definidas (Figura 5.6) conforme apresentado nos estudos de Barbi et. al (1986) (Tabela 3.2): cúpula em alvenaria, cinta da cúpula e base da cúpula em *pietraforte*.

5.5. Ajuste do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore

Com o modelo tridimensional desenvolvido, discretizado e de posse de valores possíveis para as propriedades físicas da Catedral, foi realizada a calibração do modelo a partir das características dinâmicas experimentais da edificação obtidas por Chiarugi, Bartoli e Bavetta (1995) e o Instituto Experimental de Modelos e Estruturas (ISMES) (Castoldi, et. al, 1989) em 1987, descritos no Capítulo 03.

Os materiais da cúpula, cinta da cúpula e base da cúpula foram determinados experimentalmente por Barbi et. al (1986) (Tabela 3.2), no entanto, os materiais constituintes da Catedral foram estimados, conforme descrito anteriormente.

Para as demais partes da estrutura da Catedral (cinta da Catedral, nave da Catedral e capelas laterais, indicados na Figura 5.6) foram utilizados os dados do Manual de Detecção da Vulnerabilidade Sísmica dos Edifícios em Alvenaria da Região da Toscana (Vignoli, Boschi e Signorini, 2019) (Tabela 5.2) e de Carbone (2011) (Tabela 5.3) para determinação de intervalos de valores e calibração do modelo desenvolvido, que será descrito à seguir.

Devido à heterogeneidade do material de alvenaria e variedade de materiais utilizados e técnicas construtiva é difícil classificar com exatidão a alvenaria real presente em estruturas

históricas, bem como, categorizá-la unicamente dentre aquelas definidas no Manual de Detecção da Vulnerabilidade Sísmica dos Edifícios em Alvenaria da Região da Toscana (Tabela 5.2) (Vognoli, Boschi e Signorini, 2019).

Admitindo os valores das propriedades físicas elencadas na Tabela 5.3, verificou-se que os valores máximos e mínimos fornecidos pelo intervalo dos módulos de elasticidade das rochas variam entre 33,00% e 9,00%, para mais ou para menos, com uma média de 20,80% com base na Tabela 5.3. Para a Tabela 5.2, esses mesmos intervalos nos valores máximos e mínimos de módulos de elasticidade dos tipos de alvenaria da região da Toscana variam entre 19,65% e 12,12%, para mais ou para menos, com uma média de 15,15%.

Avaliando os máximos e mínimos das Massas específicas das rochas (Tabela 5.3), no entanto, verifica-se uma variação média de 9,35%, para mais ou para menos, e 16,40% de variação nos valores de coeficiente de Poisson.

Para as estruturas de alvenaria, admitiu-se um intervalo de módulo de elasticidade entre 6.500 MPa a 12.070 MPa, cujos valores mínimo e máximo foram determinados calculando 30% para mais e para menos do valor da alvenaria obtido experimentalmente compondo a Cúpula (Tabela 3.2) (Barbi et. al, 1989). Para o coeficiente de Poisson e Massa específica, da alvenaria e rocha, adotou-se uma variação de até 20%.

Assim, os intervalos de valores adotados para as propriedades dos materiais constituintes do modelo são resumidos na Tabela 5.4.

Tabela 5.4. Definição de intervalo de valores das propriedades físicas para calibração do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore

	Módulo de Elasticidade (MPa)	Coefficiente de Poisson	Massa específica (Kg/cm ³)
Estruturas em alvenaria da Catedral	6.500-12.070	0.18-0.27	1928-2890
Estruturas em <i>pietraforte</i> da Catedral	11.500-21.340	0.16-0.23	2152-3228

Assim, para calibração, foram inseridos no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore os valores definidos pela Tabela 5.4, gradativamente e para uma única parte da estrutura por vez (cinta da Catedral, nave da Catedral ou capelas laterais). Para cada novo valor de propriedade física inserido, para aquela determinada estrutura analisada (cinta da Catedral, nave da Catedral ou capelas laterais) o modelo foi processado para obtenção das frequências

naturais da estrutura global da Catedral Santa Maria del Fiore e comparação com os valores experimentais obtidos pelo ISMES (Chiarugi, Bartoli e Bavetta, 1995) (Castoldi et. al, 1989).

O procedimento foi inicialmente realizado com a variação dos valores de módulo de elasticidade, para cada uma das partes da estrutura (cinta da Catedral, nave da Catedral e capelas laterais), isoladamente, e, por fim, o modelo foi ajustado com a variação gradativa nos valores do coeficiente de Poisson e de Massa específica, seguindo o mesmo procedimento de realização de um novo processamento do modelo a cada inserção de um novo valor e comparação das frequências obtidas com as experimentais.

A atualização nos valores de módulo de elasticidade no modelo, conforme os intervalos da Tabela 5.4, por sua vez, foi sendo feita a depender dos resultados de frequências obtidas no processamento anterior. Se na primeira análise a primeira frequência natural foi menor que a experimental, o valor de módulo de elasticidade terá seu valor aumentado no próximo processamento, a fim de estabelecer a rigidez equivalente nas estruturas avaliadas nesta etapa.

O procedimento foi repetido, manualmente, totalizando 72 iterações até a obtenção de uma combinação que resultou em frequências naturais com valores mais próximos dos experimentais. A Tabela 5.5 indica os valores das duas primeiras frequências naturais e respectivos erros obtidos no processo de ajuste do modelo para o 1º, 10º, 30º, 60º e 72º teste.

A iteração número 72 garantiu a combinação com menor erro para as duas primeiras frequências naturais do modelo numérico em relação aos valores reais da estrutura da Catedral: primeira frequência de 1,64 Hz (-3,53% de erro) e segunda frequência de 1,87 Hz (+3,89% de erro), com vibrações modais norte-sul e leste-oeste, respectivamente.

Tabela 5.5. Propriedades dos materiais do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore

	Primeira frequência natural (Hz)	Erro f₁ (%)	Segunda frequência natural (Hz)	Erro f₂ (%)
1º teste	1,8464	+8,62	2,2118	+22,88
10º teste	1,8236	+7,27	2,1520	+19,55
30º teste	1,7242	+1,72	1,9825	+10,11
60º teste	1,4921	-12,23	1,8233	+1,29
72º teste	1,6402	-3,53	1,8712	+3,89

A Tabela 5.6 indica as propriedades dos materiais ajustadas com a calibração do modelo numérico na 72ª iteração, que gerou os menores erros em relação aos valores de frequências naturais experimentais da edificação.

Tabela 5.6. Propriedades dos materiais do modelo numérico da Catedral de Santa Maria del Fiore

Propriedades Físicas	Cúpula de Alvenaria	Cinta da Cúpula	Base da Cúpula	Capelas Laterais	Cinta da Catedral	Nave da Catedral
Módulo de Elasticidade (MPa)	9.285	16.420	16.420	19.700	16.420	4.200
Coefficiente de Poisson	0,225	0,194	0,194	0,20	0,194	0,20
Massa específica (Kg/cm³)	2.410	2.690	2.690	2.500	2.690	2.000
Material Adotado	Alvenaria	<i>Pietraforte</i>	<i>Pietraforte</i>	<i>Pietraforte</i>	<i>Pietraforte</i>	Alvenaria

A partir da Tabela 5.6 verifica-se que os valores de Módulo de Elasticidade determinados para a cinta da Catedral, admitido em *pietraforte*, foi igual ao valor da propriedade do material determinados *in situ* por Barbi et. al (1989) (Tabela 3.2) para a cinta da Cúpula. Já para as capelas laterais o valor foi aproximadamente 20% maior.

Para o módulo de elasticidade do material de alvenaria da nave da catedral o valor foi de 4.200 MPa, abaixo do intervalo definido na Tabela 5.4 e se enquadrando entre a categoria VII e VIII do Manual de Detecção da Vulnerabilidade Sísmica dos Edifícios em Alvenaria da Região da Toscana (Vognoli, Boschi e Signorini, 2019) (Tabela 5.2).

Devido ao desconhecimento do tipo de alvenaria utilizado na construção da Catedral, o valor de 4.200 MPa obtido foi considerado aceitável admitindo a possibilidade de utilização de *pietraforte* alternadas à alvenaria, pela grande disponibilidade e vasta utilização deste material na região, além de garantir maior rigidez à estrutura, como utilizado em edificações históricas locais, como o Palazzo Vecchio, Palazzo del Bargello e Loggia dei Lanzi (Pecchioni et. al, 2020) (Donigaglia, 2018-2021).

Assim, o modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore comendo os materiais indicados na Figura 5.6 e com as propriedades físicas especificadas na Tabela 5.6 foi considerado validado pelo comparativo com resultados experimentais das características dinâmicas da edificação real, sendo usado no restante do trabalho.

5.6. Análise modal do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore

Com o modelo tridimensional da Catedral de Santa Maria del Fiore definido e validado com base nas características dinâmicas experimentais, a Figura 5.7 e Figura 5.8 consistem nas representações gráficas geradas pelo software a respeito do primeiro e segundo modo de vibração e os respectivos deslocamentos gerados por eles na estrutura.

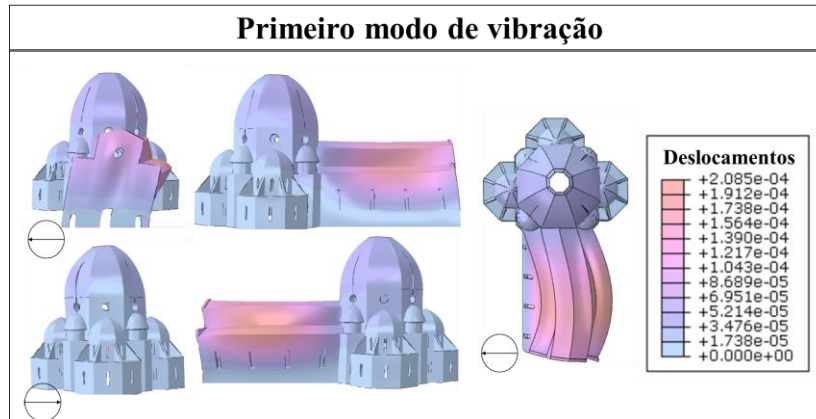


Figura 5.7. Deslocamentos modais da primeira frequência para a estrutura da Catedral

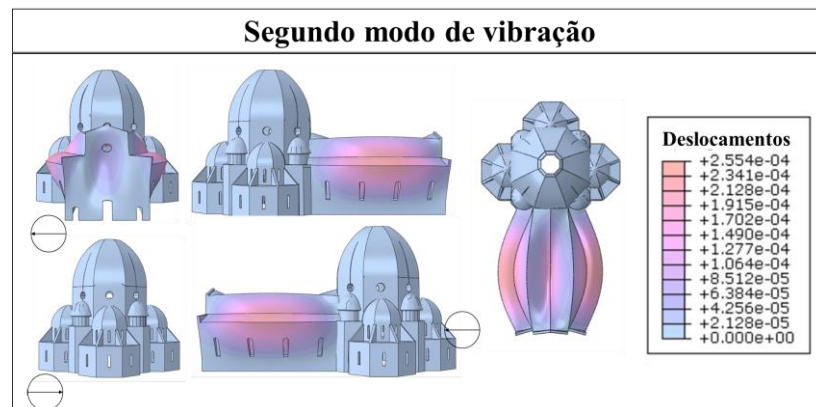


Figura 5.8. Deslocamentos modais da segunda frequência para a estrutura da Catedral

O custo computacional para análise numérica modal do modelo numérico foi de 1,50% de uso de CPU e 1% de uso de memória para 3 minutos de processamento no software ABAQUS (Windows 10 e 16 GB de RAM e processador Intel (R) Core (TM) CPU i7-7500U @ 2,70 GHz 2,90 GHz).

5.7. Análise estática do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore

Com o modelo numérico da Catedral definido foi realizado o seu processamento submetido apenas ao seu peso próprio, para análise de tensões no estado estático. Para isso, foi adotada a análise não linear com a admissão do caráter frágil da alvenaria e *pietraforte*. Foram adotados os valores de tensão de resistência à tração como sendo os mesmos de tensão última, determinada experimentalmente por Barbi et. al (1986) (Tabela 3.3), devido à idade dos materiais e à própria natureza deles: inelásticos, de baixa resistência tensional e plasticidade inexistente.

Nesta mesma análise foi realizada uma comparação do estado de tensões estático do modelo com o estado de tensões em oito pontos na cota 66,00 m da Cúpula (Figura 5.9), obtido pelo ISMES (Chiarugi, Bartoli e Bavetta, 1995) (Castoldi et. al, 1989), *in situ*, com sensores indutivos de pressão.

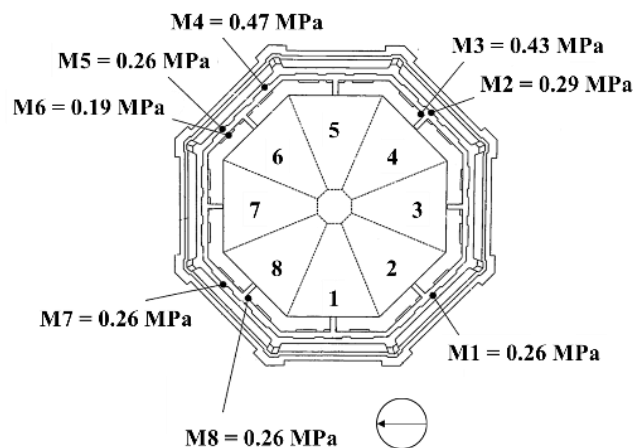


Figura 5.9. Vista superior da cota 66,00 m da Cúpula com indicação das tensões (Fanelli e Fanelli, 2004)

A Figura 5.10 representa o estado de tensões da Catedral de Santa Maria del Fiore, durante a aplicação incremental do peso próprio, na análise não linear. Assim, os valores de tempo indicados referem-se ao incremento aplicado para o estado de tensões exposto.

O custo computacional para análise numérica estática do modelo desenvolvido foi de 27% de uso de CPU e 29% de uso de memória para 65 minutos de processamento no software ABAQUS.

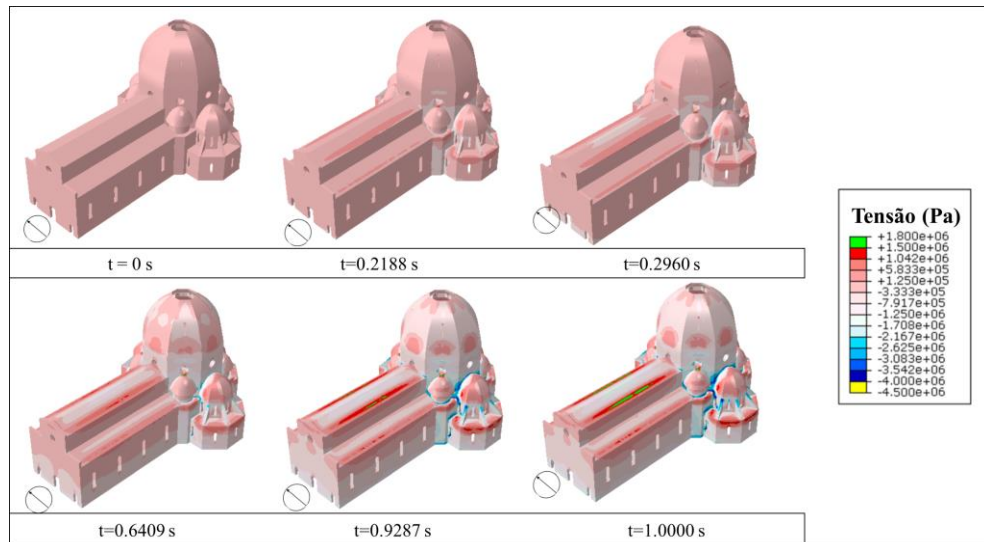


Figura 5.10. Estado de tensão estático devido à aplicação incremental do peso próprio do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore

A Figura 5.11 indica graficamente o estado final das tensões devido ao carregamento estático do peso próprio do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore submetida à análise não linear, com detalhes para a distribuição das tensões na Cúpula.

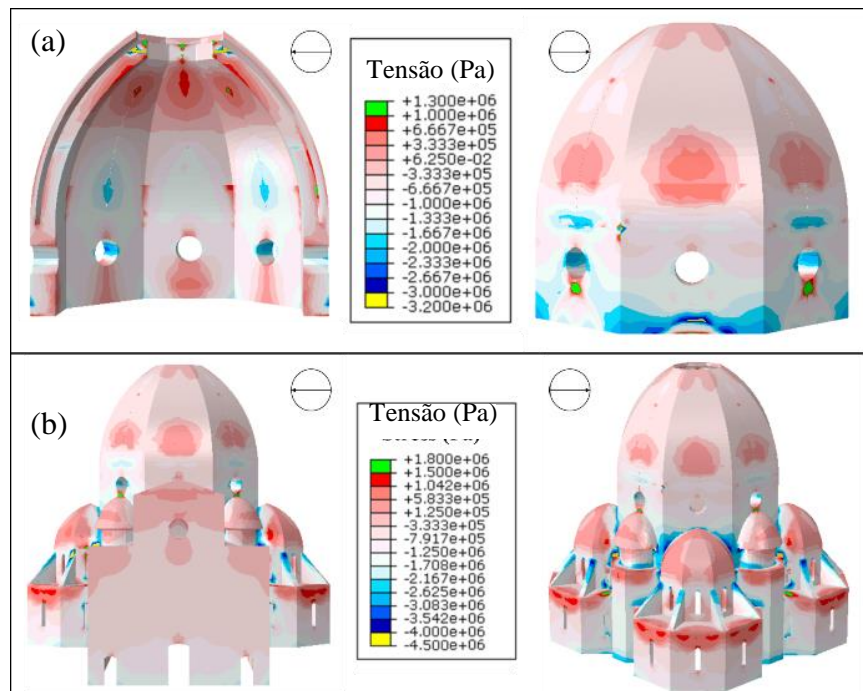


Figura 5.11. (a) Distribuição de tensões na estrutura da Cúpula submetida ao peso próprio (b) Detalhe da distribuição de tensões na estrutura da Catedral submetida ao peso próprio

A maior tensão de tração no intradorso da Cúpula foi de +1,00 MPa no topo, na abertura octogonal, próximo as fissuras e nas arestas de conexões entre superfícies do octógono, na parte inferior da Cúpula. A maior tensão de compressão, foi na ordem de -1,00 MPa, no meio das porções inferiores das superfícies nordeste e sudoeste da Cúpula.

No extradorso da Cúpula as maiores tensões de tração foram de +0,70 MPa no meio das porções inferiores das superfícies da Cúpula e de +1,00 MPa no topo das fissuras das superfícies noroeste e sudoeste.

A Figura 5.12 indica o estado de tensões obtidos no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore para a cota de 66,00 metros da Cúpula.

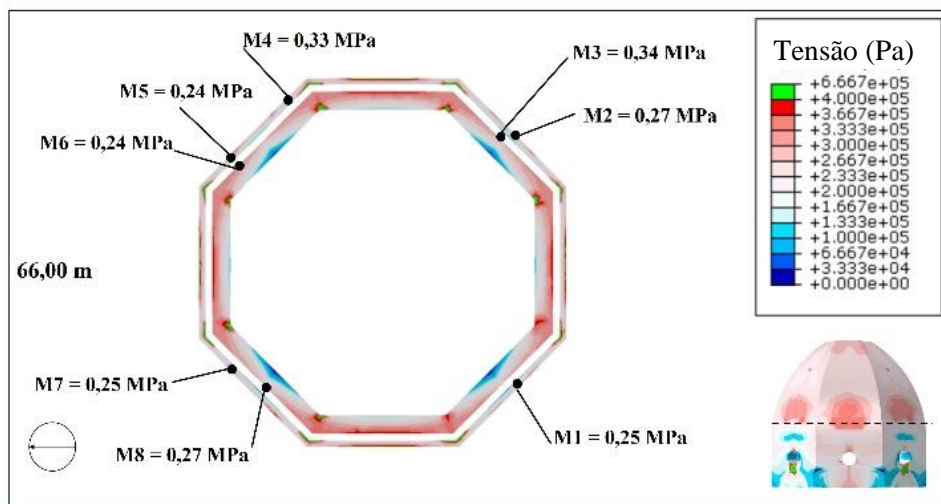


Figura 5.12. Vista superior do estado de tensões na cota 66,00 m da Cúpula do modelo numérico desenvolvido.

A Tabela 5.7 a seguir faz o comparativo entre os valores experimentais e os numéricos do estado de tensões na cota 66,00 m da Cúpula.

Tabela 5.7. Comparação das tensões experimentais e daquelas obtidas pelo modelo numérico para a cota de 66,00 m da Cúpula.

Ponto de Análise	Valor experimental (MPa)	Valor numérico (MPa)	Erro (%)	Ponto de Análise	Valor experimental (MPa)	Valor numérico (MPa)	Erro (%)
M1	0.26	0.25	-3.85	M5	0.26	0.24	-7.69
M2	0.29	0.27	-6.90	M6	0.19	0.24	+26.32
M3	0.43	0.34	-20.93	M7	0.26	0.25	-3.85
M4	0.47	0.33	-29.79	M8	0.26	0.27	+3.85

Assim, pelos dados da Tabela 5.7 o erro médio entre os valores experimentais obtidos pelo ISMES (Chiarugi, Bartoli e Bavetta, 1995) (Castoldi et. al, 1989) e os valores das tensões obtidos no modelo numérico na cota 66,00 m da cúpula é de 12,90%.

Assim, o erro obtido foi considerado razoável para o modelo numérico admitindo a sensibilidade na variação do estado de tensões de uma edificação histórica em função de múltiplos agentes que atuam nela, sejam descontinuidades geométricas, materiais heterogêneos, falhas na estrutura, elementos locais de ligação utilizados ou de desconhecimento por falta de informações da época de construção etc.

5.8. Análise sísmica do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore

A análise numérica do comportamento sísmico da Catedral de Santa Maria del Fiore, foi realizada com o auxílio do computacional ABAQUS (Dassaultsystèmes®, 2024), do banco de dados disponibilizado pelo software SCALCONA 3.0 (Lai e Zuccolo, 2015) a partir de sete acelerogramas naturais, para cinco tempos de retorno: 50, 75, 101, 201 e 475 anos e utilizando o modelo calibrado.

O software disponibiliza os dados de acelerogramas para outros cinco tempos de retorno, 712, 949, 1462, 1950 e 2475 anos. Os dez tempos de retorno disponibilizados pelo SCALCONA 3.0 são indicados pela norma sísmica NTC (2008)/Circolare NTC (2009) para avaliação da segurança em zonas de elevadas atividades sísmicas, que não seria o caso estudado.

Sabendo que os períodos de retorno consistem no tempo médio em que um determinado evento natural é igualado ou superado, foram utilizados períodos anteriormente citados (50, 75, 101, 201 e 475 anos) no presente estudo a fim de avaliar a resposta da estrutura frente a carregamentos com maior possibilidade de ocorrência.

O software SCALCONA 3.0 fornece apenas os componentes horizontais dos eventos sísmicos aplicados. Dado que os eventos sísmicos na região são consideravelmente mais intensos no plano horizontal do que no vertical, apenas as componentes horizontais foram aplicadas ao modelo numérico da Catedral. Os dados de aceleração em função do tempo foram aplicados na base da estrutura (cinta da Catedral) na conexão solo-estrutura.

Dentre os sete eventos sísmicos aplicados ao modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore para cada período de retorno, foram selecionados os que provocaram a maior e a menor aceleração no modelo numérico da Catedral, indicados nas Tabela 5.8 e Tabela 5.9, respectivamente.

Tabela 5.8. Indicações dos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore

Período de retorno (anos)	Tempo (s) em que houve a aceleração máxima	Magnitude (Mw)	Distância do Epicentro (Km)	Valor (m/s ²)	PGA (m/s ²)	Intervalo de conteúdo de frequência (Hz)
50	12,20	6,20	29,90	25,33	,0,565	2,05-13,30
75				28,49	0,610	
101				30,58	0,704	
201				35,16	0,778	
475	14,70	6,93	83,53	40,84	1,163	1,46-21,00

Tabela 5.9. Indicações dos eventos sísmicos que geraram as menores acelerações no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore

Período de retorno (anos)	Tempo (s) em que houve a aceleração máxima	Magnitude (Mw)	Distância do Epicentro (Km)	Valor (m/s ²)	PGA (m/s ²)	Intervalo de conteúdo de frequência (Hz)
50	5,30	5,61	39,60	11,75	0,572	3,70-11,16
75				12,76	0,80	
101				13,43	0,595	
201	6,40	6,50	57,74	16,29	0,905	0,44-10,12
475	10,70	5,74	12,57	17,87	1,608	5,71-19,20

Com a aplicação das acelerações na base da estrutura, todos os eventos sísmicos tiveram a maior aceleração no topo da fissura localizada na superfície sudoeste da Cúpula (Figura 5.13).

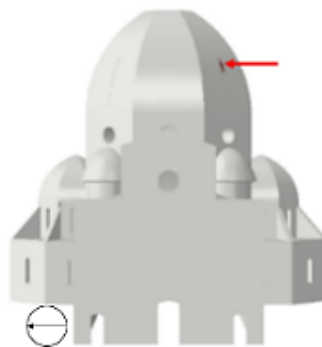


Figura 5.13. Indicação do local de maior aceleração da estrutura para todos os eventos sísmicos disponibilizados pelo software SCALCONA 3.0.

A Figura 5.14 e Figura 5.15 apresentam os acelerogramas (componentes horizontais) dos eventos sísmicos selecionados para análise da resposta da estrutura, indicados nas Tabela 5.8 e Tabela 5.9. Cada acelerograma especificado a seguir varia entre si em relação à intensidade (função do respectivo período de retorno), magnitude e distância do epicentro.

Para os acelerogramas com tempos de retorno de 50, 75, 101 e 201 anos que geraram as maiores respostas no modelo, os estudos de Lai e Zuccolo (2015) indicaram as maiores atividades sísmicas para as mesmas magnitudes (6,20 Mw) e distâncias do epicentro (29,90 Km), variando a intensidade. Para o acelerograma com período de retorno de 475 anos que gerou maior resposta no modelo, a magnitude (6,93 Mw) e distância do epicentro (83,53 Km) variaram dos demais.

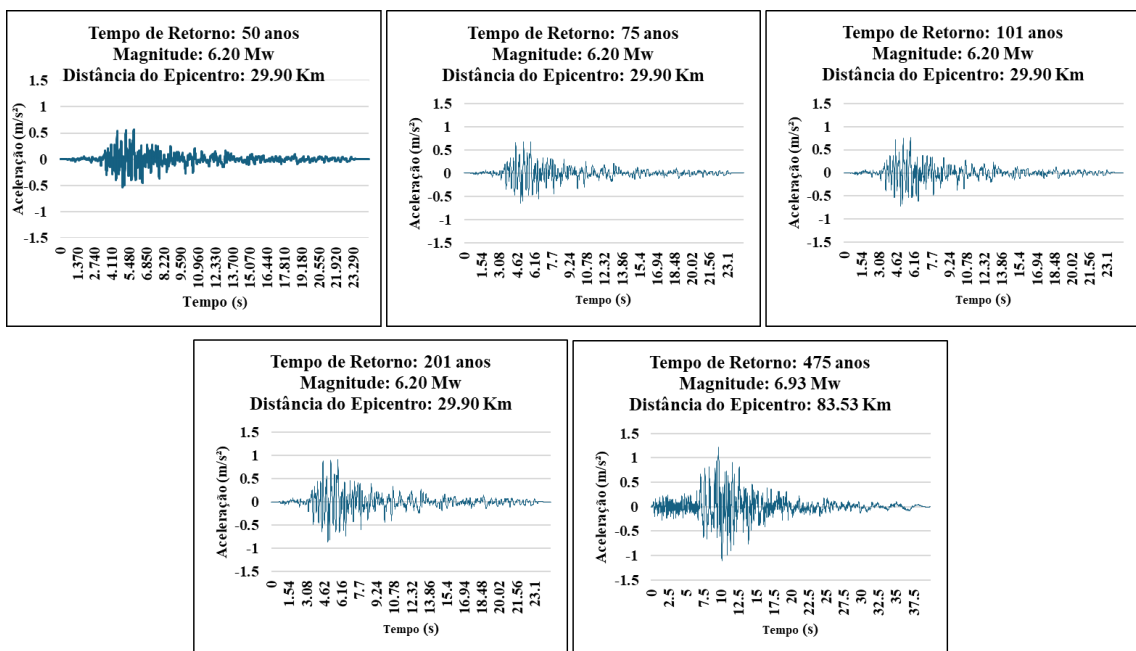


Figura 5.14. Acelerogramas dos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações no modelo da estrutura.

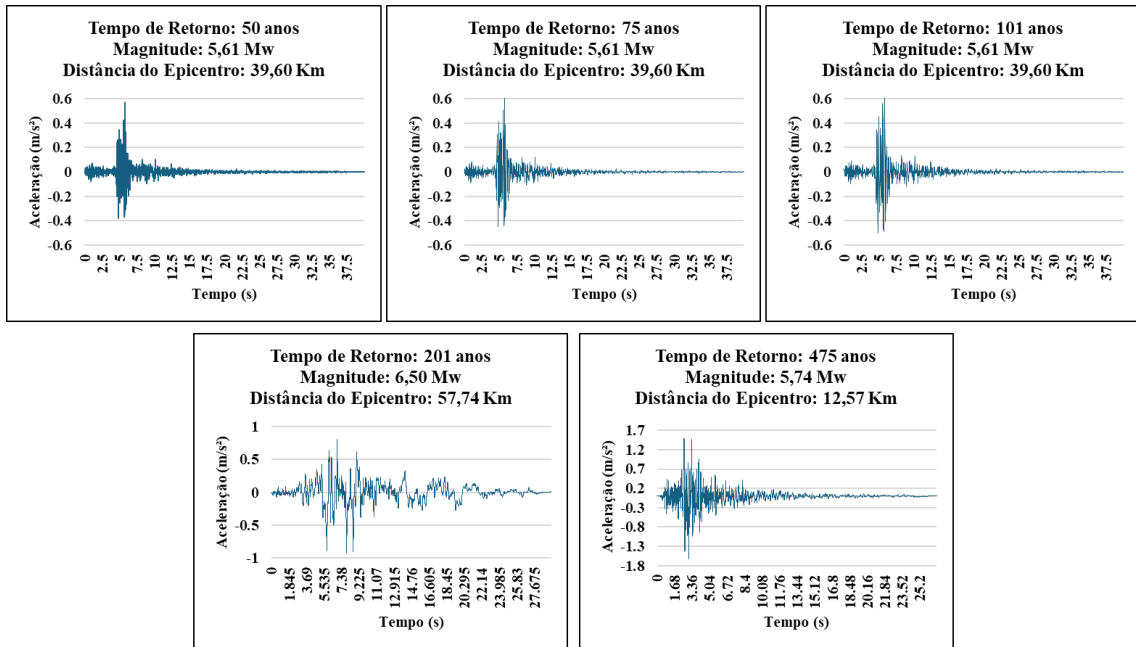


Figura 5.15. Acelerogramas dos eventos sísmicos que geraram as menores acelerações no modelo da estrutura.

A Figura 5.16 apresenta as respostas do modelo da estrutura aos eventos sísmicos que geraram as maiores e menores acelerações, descritas na Tabela 5.8 e Tabela 5.9, para cada período de retorno avaliado.

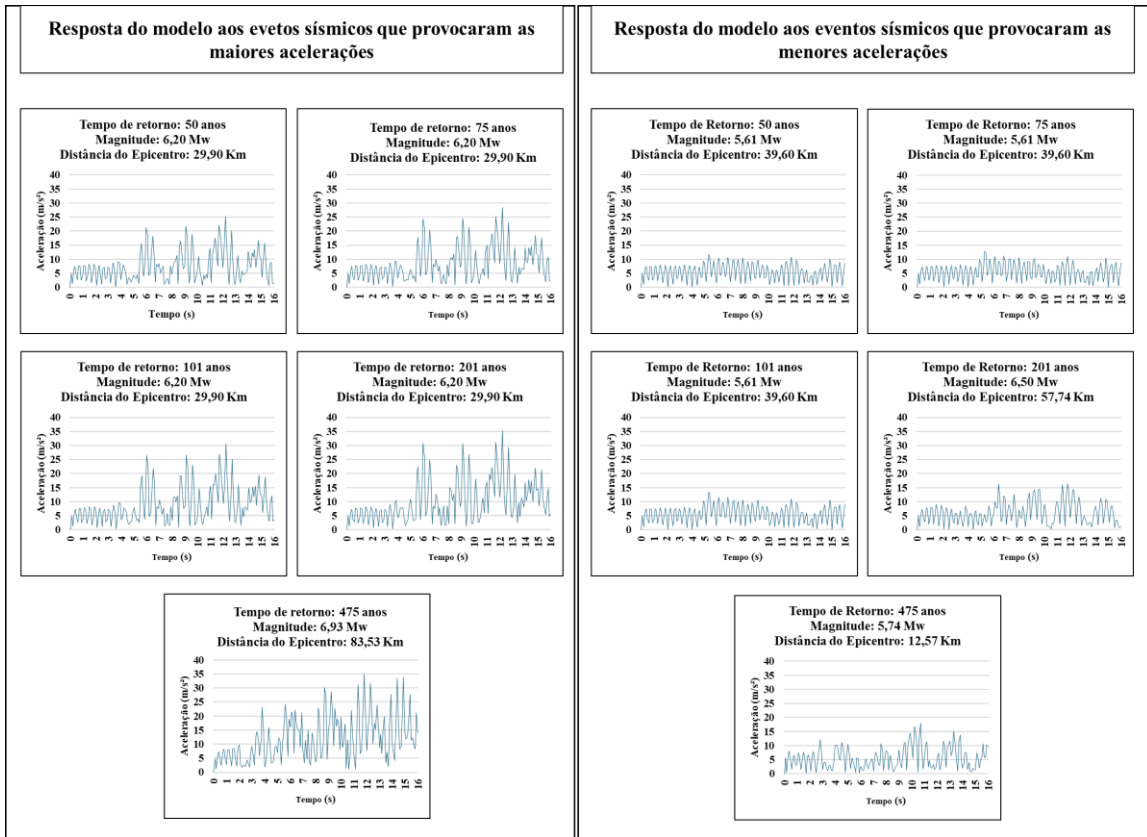


Figura 5.16. Respostas do modelo da estrutura, aos eventos sísmicos que geraram as maiores e menores acelerações

A análise da resposta do modelo Cathedral a eventos sísmicos foi realizada com o objetivo de identificar zonas de ruptura resultantes de tensões de tração. Esta abordagem foi empregada por Seker et al. (2014) em sua análise da mesquita com cúpula de alvenaria, Kara Mustafa Pasha, e por Almeida et al. (2001) na sua investigação à Igreja do Mosteiro de Serra Pilar.

Assim, os estados de tensões resultantes no modelo da Cathedral frente aos eventos sísmicos selecionados (Tabela 5.8 e Tabela 5.9) estão identificados graficamente nas figuras a seguir (Fig. 7.5, 7.6, 7.7, 7.8 e 7.9) e especificados na Tabela 5.10. Os estados de tensões apresentados referem-se ao tempo 16 s, admitido como o final de cada evento analisado.

Tabela 5.10. Resumo das maiores tensões no modelo da Cathedral de Santa Maria del Fiore após aplicação dos eventos sísmicos

Período de retorno (anos)	Eventos que causaram as maiores acelerações		Eventos que causaram as menores acelerações	
	Tensão Máxima de Tração (MPa)	Tensão Máxima de Compressão (MPa)	Tensão Máxima de Tração (MPa)	Tensão Máxima de Compressão (MPa)
50	+4,50	-4,50	+3,50	-4,50

75	+4,50	-4,50	+3,50	
101	+5,00	-5,00	+4,00	
201	+5,50	-5,50	+4,50	
475	+8,50	-8,50	+5,00	

As tensões máximas de tração no modelo sujeito aos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações (Tabela 5.8) para os tempos de retorno de 50, 75 e 101 anos, localizaram-se, principalmente, em meados da fissura vertical da superfície sudoeste da Cúpula, base da Cúpula na região inferior aos recortes circulares nas superfícies sudoeste, sudeste, nordeste e noroeste e topo da cobertura da nave da Catedral. As regiões citadas estão indicadas na Figura 5.17.

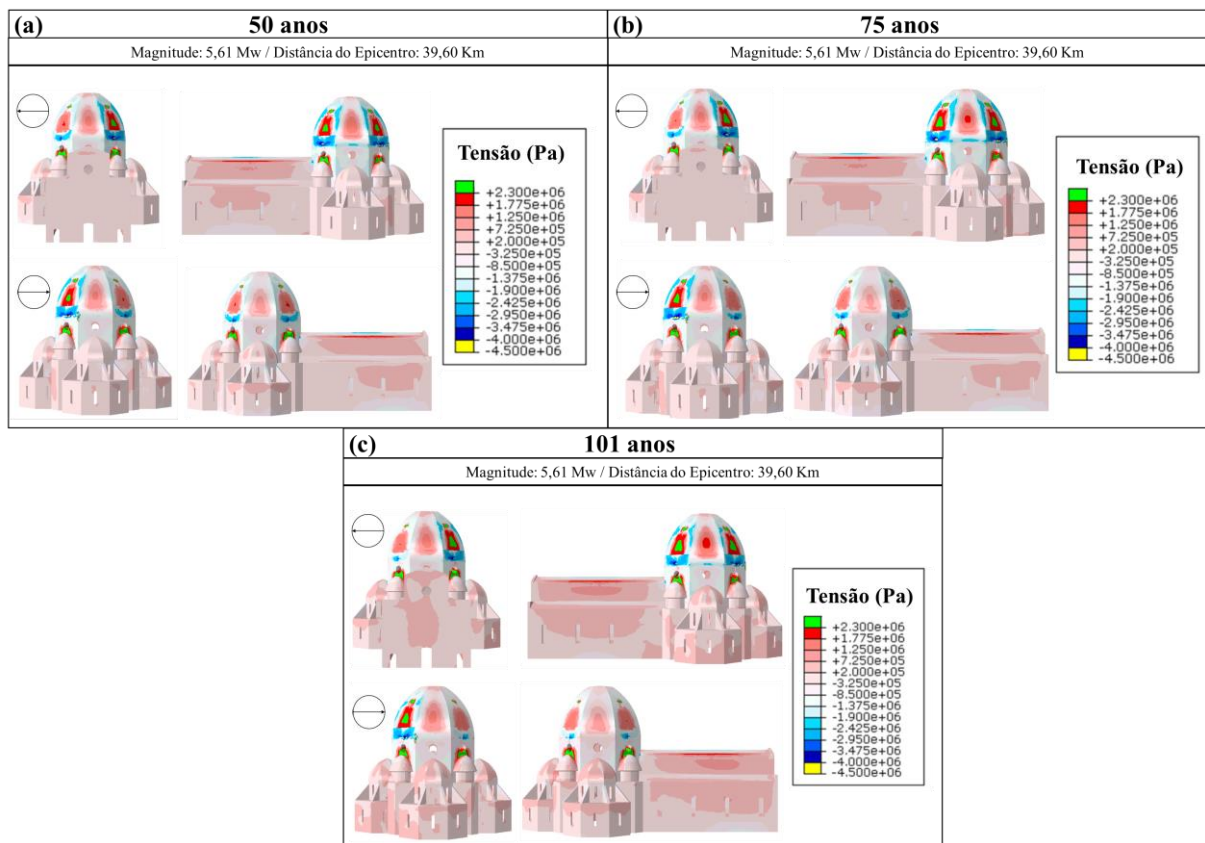


Figura 5.17. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou maior aceleração no modelo para o período de retorno de (a) 50 anos (b) 75 anos e (c) 101 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à $+2,31 \text{ MPa}$

Para o evento sísmico que gerou a maior aceleração para o período de retorno de 201 e 475 anos (Tabela 5.8), as tensões máximas de tração localizaram-se, principalmente, nas mesmas áreas dos tempos de retorno descritos anteriormente, com acréscimo de meados da fissura da superfície sul da Cúpula, nas superfícies dos contrafortes de sustentação da cúpula

da capela lateral sul e base de sustentação da cúpula da capela lateral sudeste. As regiões citadas estão indicadas na Figura 5.18.

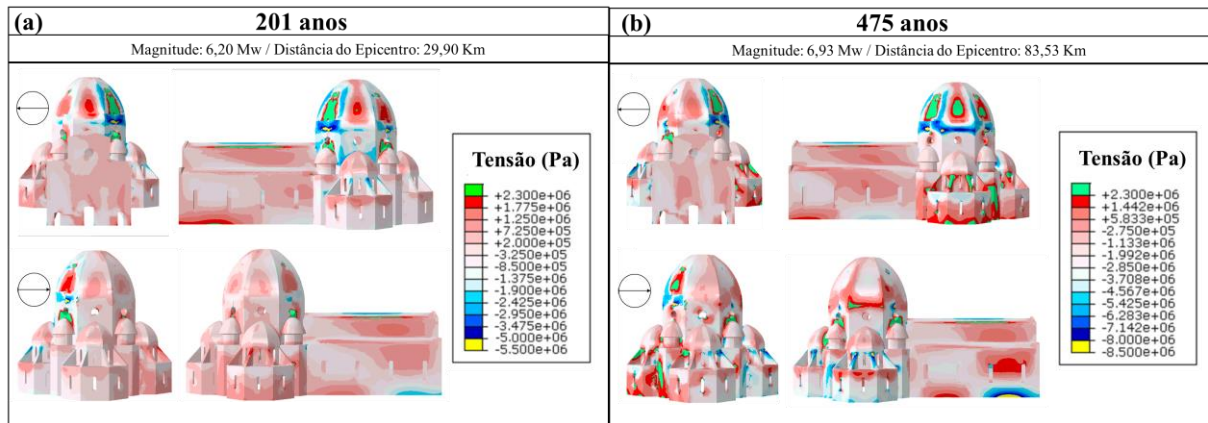


Figura 5.18. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou maior aceleração no modelo para o período de retorno de (a) 201 anos (b) 475 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à $+2,31$ MPa.

Admitindo as resistências à tração consideradas como limites últimos no modelo (Barbi et. al, 1986) presentes na Tabela 3.3, a Tabela 5.11 indica as zonas cujas tensões de tração resultantes dos eventos sísmicos que geraram as maiores respostas do modelo da estrutura causarão falha.

Como a tensão máxima de tração foi de $+8,50$ MPa no período de retorno de 475 anos (Tabela 5.10), as partes da estrutura do modelo a Catedral com as maiores tensões de tração compostas por *pietraforte* não sofrerão ruptura, apenas as de alvenaria.

Tabela 5.11. Indicação das zonas de falha no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações para os tempos de retorno avaliados

Período de retorno (anos)	Zonas de falha
50	- Meados da fissura vertical da superfície sudoeste da Cúpula - Topo da cobertura da nave da Catedral
75	
101	
201	- Meados da fissura vertical da superfície sul e sudoeste da Cúpula - Topo da cobertura da nave da Catedral
475	

Quanto a localização das tensões máximas de tração do modelo sujeito aos eventos sísmicos que geraram as menores acelerações (Tabela 5.9) para os tempos de retorno de 50, 75, 101 anos, foram meados da fissura vertical da superfície sudoeste e sudeste da Cúpula, base da Cúpula na região inferior aos recortes circulares nas superfícies sudoeste, sudeste,

nordeste e noroeste e topo da cobertura da nave da Catedral. As regiões citadas estão indicadas na Figura 5.19.

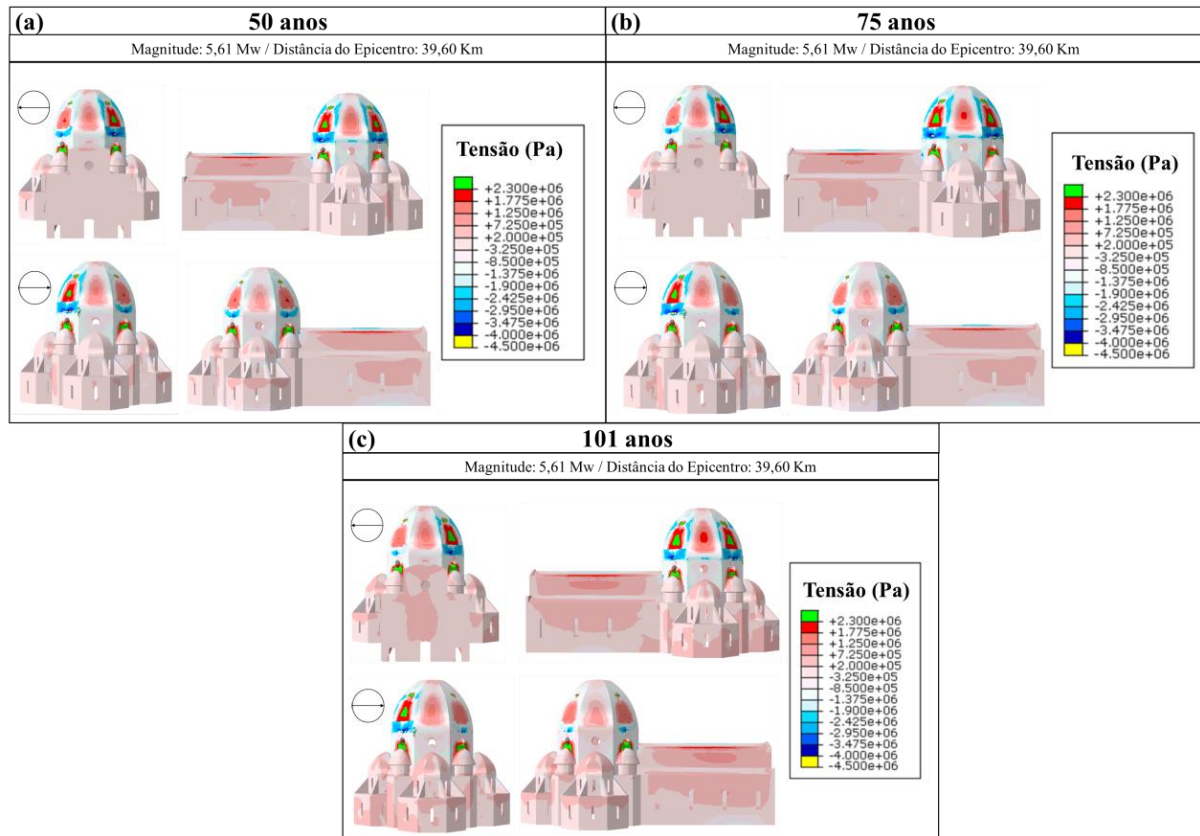


Figura 5.19. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou menor aceleração no modelo para o período de retorno de (a) 50 anos (b) 75 anos e (c) 101 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à $+2,31$ MPa.

Para o evento sísmico que gerou a menor aceleração para o período de retorno de 201 anos (Tabela 5.9), as tensões máximas de tração localizaram-se, principalmente, nas mesmas regiões dos eventos sísmicos de 50, 75 e 101 anos, descritas anteriormente, com acréscimo de tensões máximas em meados da fissura da superfície norte da Cúpula. As regiões citadas estão indicadas na Figura 5.20.

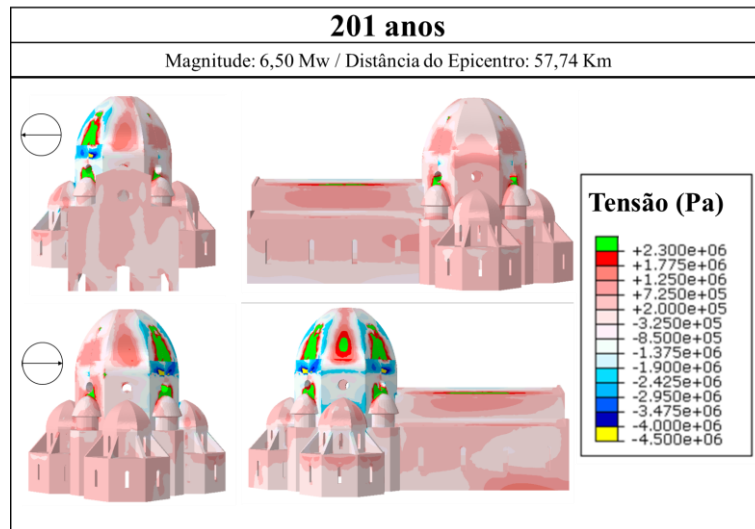


Figura 5.20. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou menor aceleração no modelo para o período de retorno de 201 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à +2,31 MPa.

Para o evento sísmico que gerou a menor aceleração para o período de retorno de 475 anos (Tabela 5.9), as tensões máximas de tração localizaram-se, principalmente, nas mesmas áreas dos tempos de retorno descritos anteriormente, com acréscimo das superfícies dos contrafortes de sustentação da cúpula da capela lateral norte, base de sustentação da cúpula da capela lateral sudeste e cinta da Catedral no lado norte. As regiões citadas estão indicadas na Figura 5.21.

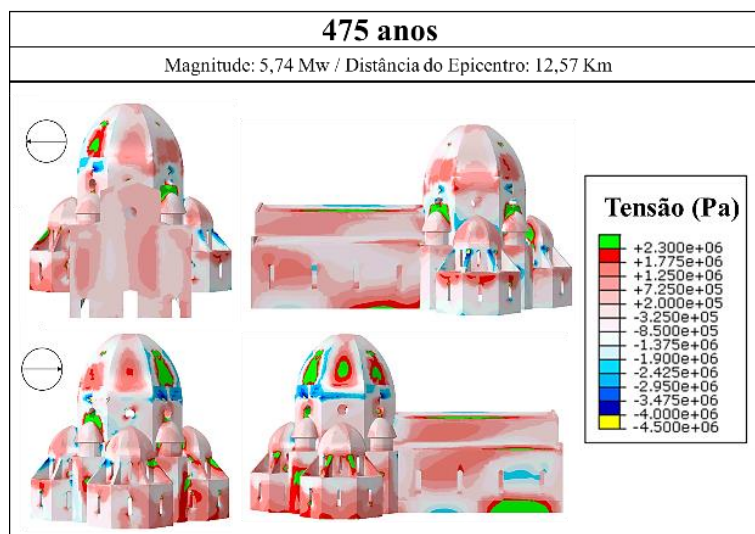


Figura 5.21. Estado de tensões finais ($t = 16s$) no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após evento sísmico que gerou menor aceleração no modelo para o período de retorno de 475 anos, com indicação das zonas com tensões de tração superiores à +2,31 MPa.

Admitindo as resistências à tração consideradas como limites últimos no modelo (Barbi et. al, 1986) presentes na Tabela 3.3, a Tabela 5.12 indica as zonas cujas tensões de tração resultantes dos eventos sísmicos que geraram as menores respostas do modelo da estrutura causarão falha.

Como a tensão máxima de tração foi de +5,00 MPa no período de retorno de 475 anos (Tabela 5.10), as partes da estrutura do modelo a Catedral com as maiores tensões de tração compostas por *pietraforte* também não sofrerão ruptura, apenas as de alvenaria.

Tabela 5.12. Indicação das zonas de falha no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após eventos sísmicos que geraram as menores acelerações para os tempos de retorno avaliados

Período de retorno (anos)	Zonas de falha
50	- Meados da fissura vertical da superfície sudoeste e sudeste da Cúpula - Topo da cobertura da nave da Catedral
75	
101	
201	- Meados da fissura vertical da superfície sudoeste, sudeste e norte da Cúpula - Topo da cobertura da nave da Catedral
475	

Assim, para os eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore (Tabela 5.8), foram gerados os gráficos de deslocamento, nos respectivos pontos de maior aceleração (Figura 5.13), em função do tempo, indicados adiante na Figura 5.22. A Tabela 5.13 indica os deslocamentos máximos e o tempo em que houve o colapso do ponto avaliado.

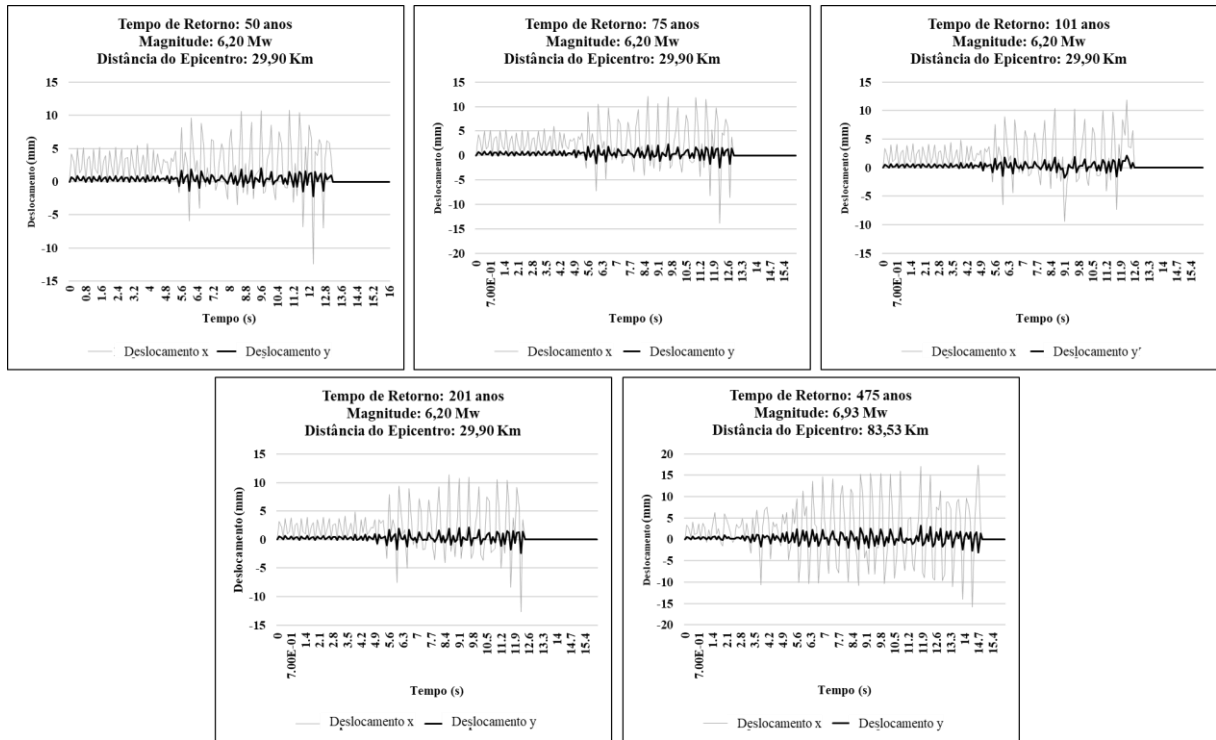


Figura 5.22. Gráficos dos deslocamentos horizontais (x) e verticais (y) nos pontos de maior aceleração do modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore, submetido aos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações

Tabela 5.13. Resumo dos deslocamentos máximos no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore após aplicação dos eventos sísmicos e indicação do tempo em que houve a ruptura no ponto avaliado.

Período de retorno (anos)	Deslocamento máximo (mm)		Tempo (s)	Colapso (s)	Magnitude (Mw)	Distância do Epicentro (Km)
	x	y				
50	12,38	2,24	12,20	13,10	6,20	29,90
75	13,50	2,52	12,20	12,80	6,20	29,90
101	11,86	2,17	12,20	12,60	6,20	29,90
201	12,72	2,34	12,20	12,40	6,20	29,90
475	13,85	3,08	14,70	14,90	6,93	83,53

Por fim, a Figura 5.23 expõe as regiões de falha no modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore devido aos eventos sísmicos que causaram as maiores acelerações na estrutura, com detalhe na região da fissura da superfície sudoeste da Cúpula, indicado na Figura 5.24, que apresentou as maiores acelerações e deslocamentos frente aos respectivos eventos sísmicos, com indicação do tempo.

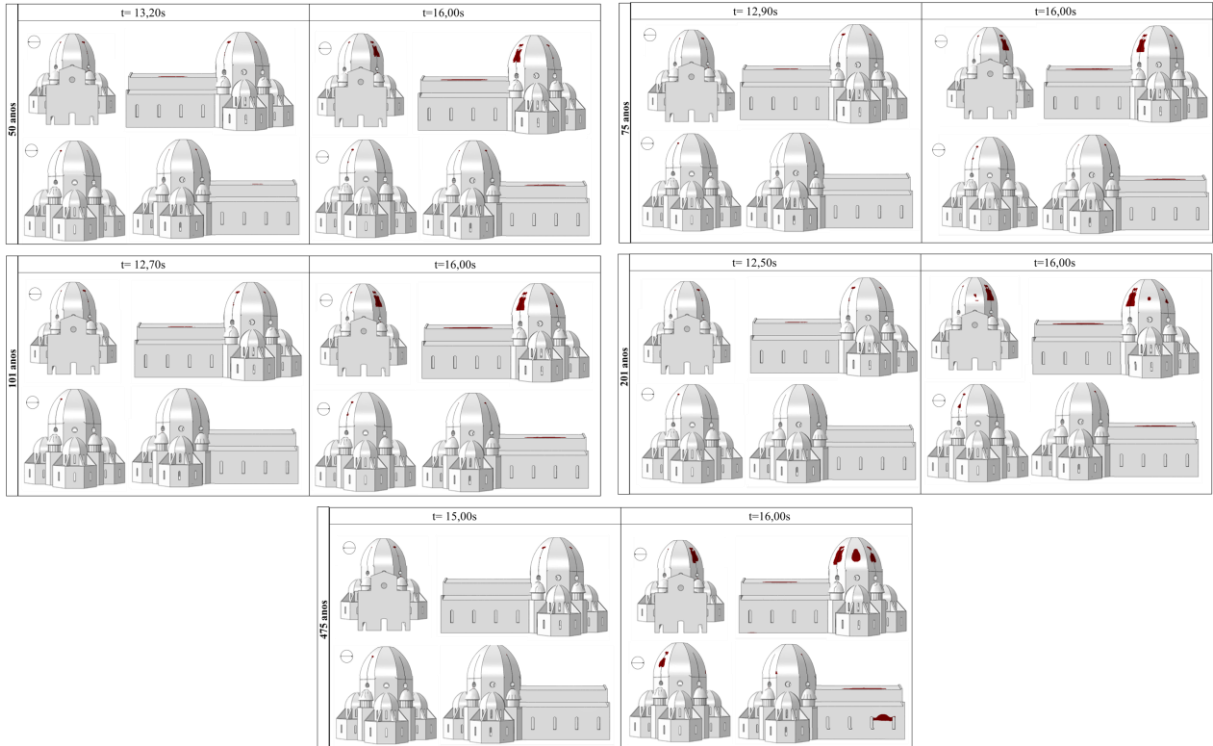


Figura 5.23. Indicação dos pontos de ruptura no modelo da Catedral frente aos eventos sísmicos que causaram as maiores acelerações.

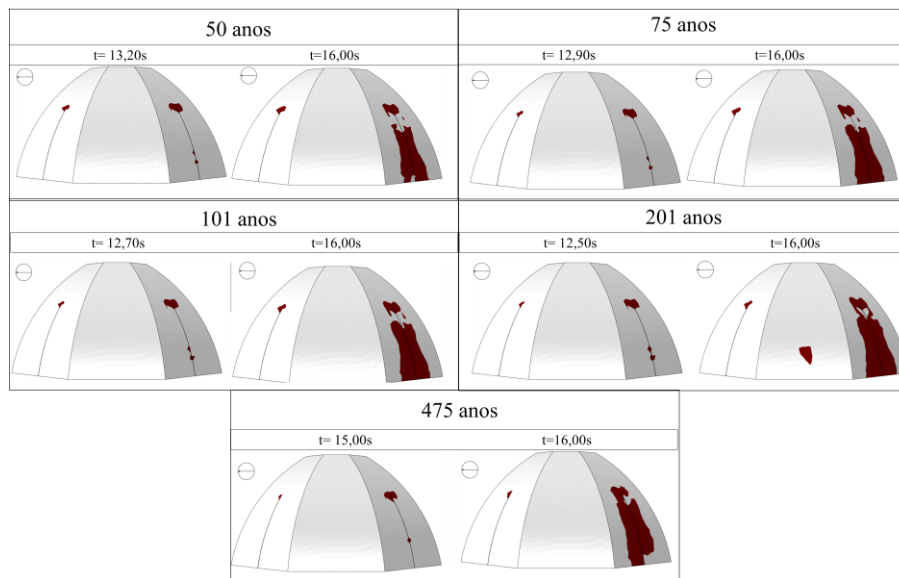


Figura 5.24. Detalhe dos pontos de ruptura na Cúpula do modelo da Catedral frente aos eventos sísmicos que causaram as maiores acelerações.

Pelos dados da Tabela 5.13, o maior deslocamento horizontal foi de 13.85 mm e maior deslocamento vertical foi de 3.08 mm para o evento sísmico de 475 anos de período de retorno, magnitude 6.93 Mw e distância do epicentro de 83.53 Km. Levando em consideração as duas estruturas históricas de alvenaria estudadas por Kocaman (2023) e Karaton et. al

(2017) o modelo da Catedral de Santa Maria del Fiore apresentou resultados de deslocamentos máximos com valores próximos.

Para a Mesquita Adiyaman Ulu Cami, construída em 1515 e submetida a um evento sísmico de magnitude 7.70 Mw, Kocaman (2023) verificou que os deslocamentos da cúpula obtidos na análise dinâmica exibiram comportamento elástico dentro dos limites de ± 10 mm.

Karaton et. al (2017) obtiveram um valor máximo de deslocamento horizontal de 17,85 mm para a Ponte Malabadi (1146) de alvenaria, sujeita a carregamento sísmico de 0.371g, com colapso total da estrutura ocorrendo 1,55 segundos depois de atingir o referido deslocamento.

Conforme demonstrado por Milani e Valente (2015), a aplicação da análise *pushover* em pontos estratégicos de maiores acelerações e deslocamentos de estruturas sujeitas a eventos sísmicos representa a metodologia mais adequada e eficiente para a análise do desempenho de estruturas de alvenaria, bem como, permite uma melhor previsão de zonas de danos e os eventuais modos de falha.

Nesse contexto, foram desenvolvidas curvas de capacidade comparativas com base nos deslocamentos máximos indicados na Tabela 5.13, conforme ilustrado na Figura 5.25, para as forças transversais.

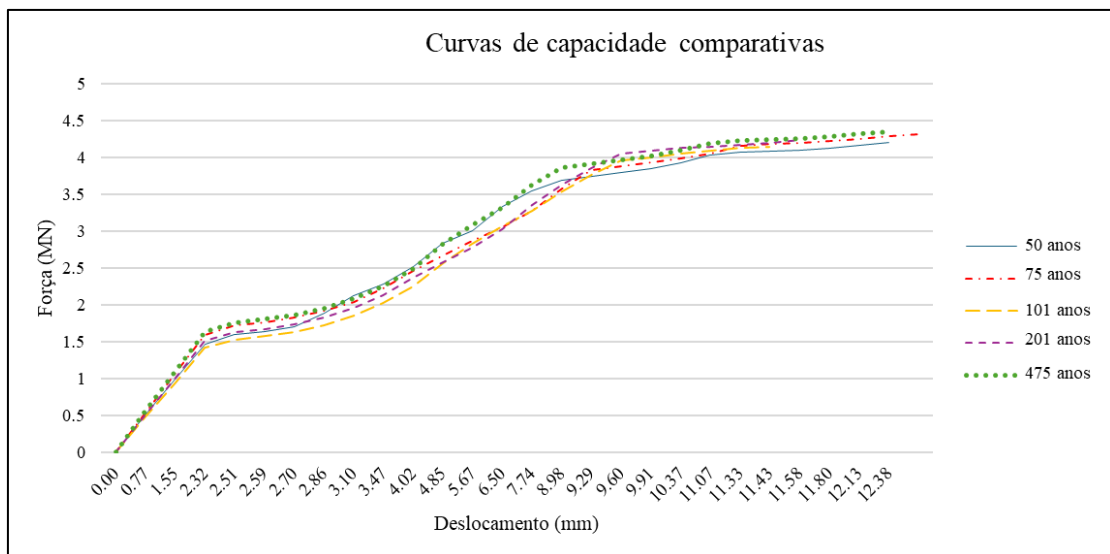


Figura 5.25. Curvas de capacidade comparativas para o ponto de maior resposta aos eventos sísmicos analisados

Os resultados da análise sísmica indicam que as regiões de maiores danos estão localizadas principalmente na cúpula da Catedral. Como ilustrado nas Figura 5.23 e Figura

5.24, os danos concentram-se no meio das superfícies da cúpula, nas proximidades de fissuras pré-existentes.

Assim, é provável que as fissuras observadas na cúpula da Catedral foram causadas pela atuação de eventos sísmicos ao longo do tempo em regiões susceptíveis de fissuração, na conexão dos tijolos em *spinapesce* aos horizontais, conforme indicado por Beatini, Royer - Carfagni e Tasora (2019), uma vez que o estado de tensões estático (Figura 5.11) não indica regiões de tensões de tração superiores que àsquelas suportadas pela alvenaria na cúpula, mesmo no seu estado atual de fissuração.

Capítulo 6 - CONCLUSÕES

O desenvolvimento de um modelo numérico que seja consistente com as forças reais atuantes na estrutura é um desafio, pois envolve diversos aspectos intrínsecos de cada modelo construtivo. No caso dos monumentos históricos, esse desafio é ainda maior.

Nesse contexto, o desenvolvimento do modelo numérico da Catedral de santa Maria del Fiore foi embasado em vasta revisão bibliográfica, a fim de desenvolvê-la da maneira mais próxima à realidade e gerar respostas da estrutura com maior confiabilidade. Para tal, inicialmente, a geometria do modelo tridimensional foi desenvolvida em software de Computer-Aided Design (CAD), o AutoCAD e posteriormente foi importado no software de simulação Computer Aided Engineering (CAE), o ABAQUS.

O modelo da Catedral foi discretizado em malha de elementos sólidos tridimensionais, tetraédricos de segunda ordem (C3D10) por se adequarem melhor a estruturas com alta complexidade e elevadas espessuras, totalizando uma malha composta por 88.860 elementos. As condições de apoio restringiram-se apenas à conexão da base do modelo ao solo, admitido como engaste devido às grandes dimensões e à massa da estrutura.

Com o modelo numérico desenvolvido foi realizada a calibração do modelo a partir das características dinâmicas experimentais da edificação. Os materiais da cúpula, cinta da cúpula e base da cúpula foram determinados experimentalmente, logo, não foram atualizados. Com base nos mesmos dados experimentais de corpos de prova retirados da cúpula da Catedral, foi proposta uma divisão da estrutura global da Catedral em porções distintas entre si pelo tipo de material que as compõem.

Assim, as demais partes da estrutura da Catedral (cinta da Catedral, nave da Catedral e capelas laterais) tiveram as propriedades de seus materiais constituintes estimados por intervalos de valores obtidos a partir da bibliografia.

Os valores das propriedades físicas definidas foram inseridos gradativamente no modelo da Catedral para análise das frequências naturais obtidas e comparação com os valores experimentais. A calibração do modelo foi resultado de 72 processamentos realizados até a obtenção de uma combinação que resultou em frequências naturais com valores mais próximos dos experimentais: primeira frequência de 1,64 Hz (-3,53% de erro) e segunda

frequência de 1,87 Hz (+3,89% de erro), com vibrações modais norte-sul e leste-oeste, respectivamente.

Com o modelo numérico desenvolvido foi possível dar continuidade às análises sísmicas com a aquisição de dados mais confiáveis, gerando uma resposta do modelo muito semelhante às respostas reais que a edificação sofreria submetido aos mesmos esforços.

A análise modal do modelo numérico atualizado a partir das frequências naturais experimentais da edificação gerou um erro médio de 3,71%, considerado aceitável tendo em vista a complexidade da estrutura. Posteriormente, foi realizada uma comparação dos resultados do modelo com aqueles obtidos experimentalmente pela bibliografia a partir de ensaios *in situ*, na cota 66,00 m da Cúpula e indicou que, do ponto de vista do estado de tensões no modo estático nessa cota, os valores obtidos no modelo foram próximo aos da estrutura real, com um erro médio de 12,90%. Quanto ao estado de tensões estático do modelo completo da Catedral, verificou-se uma variação de tensões entre +1,80 MPa e -4,50 MPa.

Em seguida, o trabalho focou no estudo numérico do comportamento dinâmico da Catedral de Santa Maria del Fiore submetida a eventos sísmicos. Para tal, o modelo foi avaliado em ambiente do programa computacional ABAQUS a partir de acelerogramas naturais para cinco tempos de retorno: 50, 75, 101, 201 e 475 anos. Para cada período de retorno, foram avaliados sete eventos sísmicos gravados em afloramento rochoso que satisfazem os requisitos de compatibilidade de espectro com o espectro de resposta regulatório para qualquer lugar dentro da região da Toscana. Dentre os sete eventos sísmicos analisados para cada período de retorno, foram selecionados os que provocaram a maior e menor aceleração no modelo numérico da Catedral, para cada período de retorno.

Com a aplicação das acelerações na base da estrutura, todos os eventos sísmicos geraram a maior aceleração no topo da fissura localizada na superfície sudoeste da Cúpula, como se esperava. O maior valor obtido foi de 40,84 m/s² para o evento sísmico de magnitude 6,93 Mw e distância do epicentro de 83,53 Km para o período de retorno de 475 anos. As aplicações dos eventos sísmicos indicados geraram acelerações que alteraram o estado de tensões da estrutura no estado estático: enquanto no estado estático as tensões máximas eram de +1,80 MPa e -4,50 MPa, as tensões máximas após o evento sísmico alteraram para +8,50 MPa e -8,50 MPa, no período de retorno de 475 anos.

De posse do valor experimental de resistência a tração dos materiais que compõem a Cúpula, foi determinado o valor de +2,31MPa como tensão última na análise não linear do material de alvenaria. A mesma admissão foi feita para as estruturas em *pietraforte*, com consideração do valor de +8,85 MPa como tensão última. Tal escolha foi feita devido à idade dos materiais e à própria natureza deles: inelásticos, de baixa resistência tensional e plasticidade inexistente.

Assim, foi possível identificar as áreas de falha do material que compõem a Cúpula e a Catedral de Santa Maria del Fiore para os cinco eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações no modelo, para cada um dos cinco tempos de retorno avaliados.

As regiões das tensões máximas de tração no modelo sujeito aos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações para os tempos de retorno de 50, 75, 101 e 201 anos, localizaram-se, principalmente, em meados da fissura vertical da superfície sudoeste da Cúpula, base da Cúpula na região inferior aos recortes circulares nas superfícies sudoeste, sudeste, nordeste e noroeste e topo da cobertura da nave da Catedral.

Para o evento sísmico que gerou a maior aceleração para o período de retorno de 475 anos, as tensões máximas de tração localizaram-se, principalmente, nas mesmas áreas dos tempos de retorno descritos anteriormente, com acréscimo de meados da fissura da superfície sul da Cúpula, nas superfícies dos contrafortes de sustentação da cúpula da capela lateral sul e base de sustentação da cúpula da capela lateral sudeste.

Quanto as zonas de ruptura, para os eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações no modelo da Catedral, verificou-se que as regiões com as maiores tensões de tração compostas por *pietraforte* não sofreriam ruptura, apenas as de alvenaria, já que a tensão máxima de tração foi de +8,50 MPa (no evento de período de retorno de 475 anos): meados da fissura vertical da superfície sudoeste da Cúpula (e da superfície sul para o evento de período de retorno de 475 anos) e topo da cobertura da nave da Catedral.

Por fim, analisando os deslocamentos resultantes da estrutura frente aos eventos sísmicos que geraram as maiores acelerações no modelo, o deslocamento horizontal máximo obtido no ponto avaliado, antes da ruptura, foi em média 12,86 mm, semelhante a valores encontrados na bibliografia para construções históricas de alvenaria, que obtiveram deslocamentos máximos horizontais em torno de 10 mm e 17,85 mm antes do colapso local.

Assim, foi utilizada uma metodologia para análise de edifícios históricos sujeitos a sismos através da construção de um modelo numérico calibrado baseado em registros experimentais de modos e frequências de vibração. A opção pelo desenvolvimento de um modelo ajustado a partir de propriedades dinâmicas garante maior aptidão porque estes parâmetros são muito mais sensíveis a pequenas e complexas variações do que os parâmetros estáticos, sendo específicos e únicos para cada estrutura existente.

Com o desenvolvimento deste trabalho, é possível dar continuidade ao monitoramento da Catedral de Santa Maria del Fiore a partir do modelo numérico desenvolvido, com a análise de carregamentos de vento e variação térmica. Do ponto de vista da análise sísmica, por sua vez, é possível ainda desenvolver um estudo para avaliação da viabilidade de inserção de mecanismos de controle de vibrações na estrutura da cúpula da Catedral, região que seria mais afetada pelos eventos sísmicos e a viabilidade destas intervenções em estruturas históricas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, C., Arêde, A., Costa, A., Costa, A.C., Rodrigues, J. (2001). Dynamic characterization and seismic analysis of the church of the Monastery of Serra do Pilar. *Proceedings of the 5th National Meeting on Seismology and Earthquake Engineering, Seismic Engineering*, p. 277-289.
- Asteris, P.G., Tzamtzis, A.D., Vouthouni, P.P., Sophianopoulos, D.S. (2005). Earthquake Resistant Design and Rehabilitation of Masonry Historical Structures. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, v. 10, n. 1, p. 49–55.
- AutoCAD® AutoDesk® 2023
- Azevedo, Álvaro FM. Método dos elementos finitos. Faculdade de Engenharia da universidade do Porto, v. 1, n. 7, 2003.
- Barbi, L., Leggeri, B., Vasarri, V., Franchi, R., Fratini, F., Manganelli del Fà, C. (1986). Indagine sperimentale sui materiali costituenti la cupola di santa maria del fiore. Università di Firenze: Facoltà di architettura. *Atti del dipartimento di costruzioni*, v.1, n. 1, p. 2-45.
- Bartoli, G., Betti, M., Borri, C. (2014). Numerical Modeling of the Structural Behavior of Brunelleschi's Dome of Santa Maria del Fiore. *International Journal of Architectural Heritage*, v. 9, n. 4, p. 408–429. <http://doi.org/10.1080/15583058.2013.797038>.
- Beatini, V., Royer-Carfagni, G., Tasora, A. (2019). A non-smooth-contact-dynamics analysis of Brunelleschi's cupola: an octagonal vault or a circular dome? *Meccanica*, v. 54, n. 3, p. 525–547, <https://doi.org/10.1007/s11012-018-00934-9>.
- Bonechi, C. E. (1996). *O Livro de Ouro de Florença: Toda a cidade e as suas obras de arte*. Florença: [s.n.], p. 127.
- Campostrini, A. (2013). Calcolo dei meccanismi di collasso e analisi sismiche su strutture in muratura: Caso studio della Chiesa di Porporana. Politecnico di Milano. Facoltà di Architettura e Società polo Territoriale di Mantova, p.44-46.
- Cannizzaro, F. (2011). Un nuovo approccio di modellazione della risposta sismica degli edifici storici. Università degli studi di Catania. Tesi Dottorato in Ingegneria delle Strutture – Cycle XXIII, p. 13-115.
- Carbone, I. V. (2011). *Le costruzioni in muratura*, Hoepli: Milano op. cit. A Cazzani, F Stochino, 2016. *Statica per l'edilizia storica: i materiali costituenti la muratura*. Corso di laurea magistrale in architettura, Lezione 2, p. 11.
- Castoldi, A., Anesa, F., Imperato, F., Gamba, F. (1989). *Cattedrale di S. Maria del Fiore, Firenze: Sistema di monitoraggio strutturale della Cupola e del suo basamento*, Bergamo, Italy. *I Quaderni dell'ISMES* 262
- Chiarugi, A., Bartoli, G., Bavetta, F. (1995). La meccanica della Cupola. In *La Cupola di Santa Maria del Fiore, il cantiere di restauro 1980–1995*. Rome Italy: Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, 47–62.
- Cinti, M.G. (2019). The earthquake of 191 A.D. Rome and the richness of Settimio Severo. (R. Compatangelo-Soussignan, F. Diosono, F. Le Blay, Eds.) *Living with Seismic Phenomena*

in the Mediterranean and Beyond. *Annals...* In: Proceedings of Cascia (2019) and Le Mans (2021) Conferences. Oxford: Archaeopress, 2019, p.119-124.

Corazzi, R. (2016). *La Cupola del Duomo di Firenze: Originalità, proporzione e armonia*. Firenze: Angelo Pontecorboli Editore.

Corazzi, R. (2018). *Le cupole sotto il cielo di Firenze*. Ediz. illustrata. Firenze: Angelo Pontecorboli.

Corazzi, R., Conti, G. (2011). *Il Segreto della Cupola del Brunelleschi a Firenze*. Firenze: Angelo Pontecorboli, v.1.

Dassaultsystèmes® (2024). Abaqus: <https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus>

D'Ayala, D., Casapulla, C. (2001). Limit state analysis of hemispherical domes with finite friction. Paper presented at Historical Constructions, Possibilities of Numerical and Experimental Techniques.

Donigaglia, T. (2018-2021). The Stone Materials of the historical buildings of Florence: types, quarries, use in work and physical-mechanical characterization. Tesi Dottorato Regionale in Scienze della Terra, p.46-48.

Eddy, H.T. (1877). *New constructions in graphical statics*. New York, D. Van Nostrand. Harvard University.

Eloy, Luiz. *Métodos dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas*. Elsevier Brasil, 2010.

Fanelli, G., Fanelli, M. (2004). *La Cupola del Brunelleschi: storia e futuro di una grande struttura*. Firenze: Mandragora.

Firenze, C. D. *Firenze Patrimonio Mondiale* (2022). Disponível em: <<https://www.firenzepatrimoniomondiale.it/en/florence-world-heritage-office/>>. Acesso em: 19 de janeiro de 2024.

Foraboschi, P. (2014). Resisting system and failure modes of masonry domes. *Engineering Failure Analysis*, v. 44, p. 315–337, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2014.05.005>.

Gentile, C., Ruccolo, A. (2020). Environmental effects on the dynamic characteristics of a historic cathedral. XI International Conference on Structural Dynamics: Eurodyn 2020, p. 2323-2337, <https://doi.org/10.47964/1120.9188.19802>.

Grillanda, N., Chiozzi, A., Milani, G., Tralli, A. (2019). Collapse behavior of masonry domes under seismic loads: An adaptive NURBS kinematic limit analysis approach. *Engineering Structures*, v. 200, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109517>.

Heyman, J. (1977). *Equilibrium of shell structures*. Oxford: Clarendon Press.

Huerta, S. (2008). The Analysis of Masonry Architecture: A Historical Approach. *Architectural Science Review*, v. 51, no. 4, p. 297–328, <https://doi.org/10.3763/asre.2008.5136>.

INGV (2024). Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia. Disponível em: <<https://www.ingv.it/>>. Acesso em: 02 de Março de 2024.

- Karaton, M., Akso, H.S., Sujin, E., Calayir, Y. (2017). Nonlinear seismic performance of a 12th century historical masonry bridge under different earthquake levels. *Engineering Failure Analysis*, vol. 79, p. 408–421, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2017.05.017>.
- Kocaman, I. (2023). The effect of the Kahramanmaraş earthquakes (Mw 7.7 and Mw 7.6) on historical masonry mosques and minarets. *Engineering Failure Analysis*, v. 149, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2023.107225>
- Lai, C., Zuccolo, E. (2015). Prosecuzione delle attività di definizione di input sismici sismocompatibili e spettrocompatibili per i comuni della regione toscana. Accordo di collaborazione scientifica tra la regione Toscana ed il dipartimento di ingegneria civile e architettura dell'Università di Pavia, Pavia.
- Lai, C., Zuccolo, E. (2015). Prosecuzione delle attività di definizione di input sismici sismocompatibili e spettrocompatibili per i comuni della regione toscana. Accordo di collaborazione scientifica tra la regione Toscana ed il dipartimento di ingegneria civile e architettura dell'Università di Pavia, Pavia.
- Machado, L. H. M. (2004). *Conheça Florença: Berço do Renascimento*. São Paulo: Editora Nova Alexandria, p. 103.
- Milani, G., Valente, M. (2015). Comparative pushover and limit analyses on seven masonry churches damaged by the 2012 Emilia-Romagna (Italy) seismic events: Possibilities of non-linear finite elements compared with pre-assigned failure mechanisms. *Engineering Failure Analysis*, v. 47, p. 129–161. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2014.09.016>.
- Moseley, H. (1843). *The mechanical principles of engineering and architecture*. Longman: New York, p. 627.
- Nodargi, N.A., Bisegna, P. (2021). A finite difference method for the static limit analysis of masonry domes under seismic loads. *Meccanica*, v. 57, n. 1, p. 121–141, <https://doi.org/10.1007/s11012-021-01414-3>
- NTC08 (2008). *Norme tecniche per le Costruzioni*, D.M. 14.1.
- Opera di Santa Maria del Fiore (2022). Scopri: Cattedrale di Santa Maria del Fiore. Disponível em: <https://duomo.firenze.it/it/scopri/cattedrale-di-santa-maria-del-fiore>. Acesso em 09 de agosto de 2022.
- Oppenheim, I.J., Gunaratnam, D.J., Allen, R.H. (1989). Limit state analysis of masonry domes. *Journal of Structural Engineering: United States*, v. 115. n. 4, p. 868-882, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1989\)115:4\(868\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1989)115:4(868))
- Öztürk, Ş., Bayraktar, A., Hökelekli, E., Ashour, A. (2019). Nonlinear Structural Performance of a Historical Brick Masonry Inverted Dome. *International Journal of Architectural Heritage*, v. 14, no. 8, p. 1161–1179, <https://doi.org/10.1080/15583058.2019.1592265>.
- Pecchioni, E., Fratini, F., Pandeli, E., Cantisani, E., Vettori, S. (2020). Pietraforte, the Florentine building material from the Middle Ages to contemporary architecture. *Episodes, IUGS*, v.44, n.3, p. 259-271. <https://doi.org/10.18814/epiiugs/2020/020087>.
- Romero-Sánchez, E., Morales-Esteban, A., Bento, R., Navarro-Casas, J. (2023). Numerical modelling for the seismic assessment of complex masonry heritage buildings: the case study

of the Giralda tower. *Bulletin of Earthquake Engineering*, v. 21, no. 9, p. 4669–4701, <https://doi.org/10.1007/s10518-023-01714-x>.

Saisi, A., Gentile, C. (2015). Post-earthquake diagnostic investigation of a historic masonry tower. *Journal of Cultural Heritage*, v. 16, n°. 4, p. 602–609, <https://doi.org/10.1016/j.culher.2014.09.002>

Santos, Matheus S., Neto, Januário P. *Análise de Estruturas pelo Método dos Elementos Finitos*. 2016

Schiavoni, M., Giordano, E., Roscini, F., Clementi, F. (2023). Advanced numerical insights for an effective seismic assessment of historical masonry aggregates. *Engineering Structures*, v. 285, https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/2023EngSt.28515997S/doi:10.1016/j.engstruct.2023.115997.

Seker, B.S., Cakir, F., Doganun, A., Uysal, H. (2014). Investigation of the structural performance of a masonry domed mosque by experimental tests and numerical analysis. *Earthquakes and Structures*, v. 6, n. 4, p. 335–350, <https://doi.org/10.12989/eas.2014.6.4.335>.

Stucchi, M., Meletti, C., Montaldo, V., Akinci, A., Faccioli, E., Gasperini, P., Malagnini, L., Valensise, G. (2004). Pericolosità sismica di riferimento per il territorio nazionale MPS04 [Data set]. Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV). <https://doi.org/10.13127/sh/mps04/ag>.

Tuhta, S., Günday, F., Pehlivanet, N.C. (2019). Investigation of CFRP Retrofitting Effect on Masonry Dome on Period and Frequency Using Finite Element Method. *International Journal of Innovations in Engineering Research and Technology*, v.6, n.6, p.18-22.

Vognoli, A., Boschi, S., Signorini, N. (2019). *Abaco delle murature della regione toscana: manuale per la compilazione delle schede di qualità muraria*, Firenze, p.16.

William, K.J., Warnke, E.D. (1975). Constitutive model for the tri-axial behavior of concrete, *Proceeding of the International Association for Bridge and Structural Engineering*, vol. 19, ISMES, Bergamo, Italy.

Wolfe, W.S. (1921). *Graphical Analysis: A Textbook on Graphic Statics*. Clear Prints, p. 400.

Yazdani, M. (2021). Three-dimensional Nonlinear Finite Element Analysis for Load-Carrying Capacity Prediction of a Railway Arch Bridge. *International Journal of Civil Engineering*, v. 19, n. 7, p. 823–836. <https://doi.org/10.1007/s40999-021-00608-w>.

Yazdani, M., Habibi, H. (2021). Residual Capacity Evaluation of Masonry Arch Bridges by Extended Finite Element Method. *Structural Engineering International*, p. 1–12. <https://doi.org/10.1080/10168664.2021.1944454>.

Zessin, J., Lau, W., Ochsendorf, J. (2010). Equilibrium of cracked masonry domes. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, v. 163, no. 3, p. 135–145, <https://doi.org/10.1680/eacm.2010.163.3.135>.