

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MODELO CONSTITUTIVO PARA A PREVISÃO DA RESISTÊNCIA AO  
CISALHAMENTO NÃO SATURADA USANDO A CURVA DE RETENÇÃO DE  
ÁGUA DE SOLOS UNI E MULTIMODAIS**

**PATRÍCIA FIGUEREIDO DE SOUSA**

**ORIENTADOR: PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, Ph.D.**

**COORIENTADOR: PROF. JORGE GABRIEL ZORNBERG, Ph.D.**

**TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G.TD-201/2024**

**BRASÍLIA/DF: AGOSTO/2024**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MODELO CONSTITUTIVO PARA A PREVISÃO DA RESISTÊNCIA AO  
CISALHAMENTO NÃO SATURADA USANDO A CURVA DE RETENÇÃO DE  
ÁGUA DE SOLOS UNI E MULTIMODAIS**

**PATRÍCIA FIGUEREIDO DE SOUSA**

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AM-  
BIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁ-  
RIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR.**

**APROVADA POR:**

---

**PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, D.Sc. (Universidade de Brasília, Bra-  
sília)**

**(ORIENTADOR)**

---

**PROF. JORGE GABRIEL ZORNBERG, Ph.D. (Universidade do Texas, Austin)**

**(COORIENTADOR)**

---

**PROF. JUAN FÉLIX RODRIGUEZ REBOLLEDO, Ph.D. (Universidade de Brasília,  
Brasília)**

**(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**PROF. MARCOS MASSAO FUTAI, D.Sc. (Universidade de São Paulo, São Paulo)**

**(EXAMINADOR EXTERNO)**

---

**PROF. ORENCIO MONJE VILAR, Ph.D. (Universidade de São Paulo, São Carlos)**

**(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 20 DE AGOSTO DE 2024**

## FICHA CATALOGRÁFICA

SOUSA, PATRÍCIA FIGUEREIDO DE

Modelo Constitutivo para a Previsão da Resistência ao Cisalhamento Não Saturada Usando a Curva de Retenção de Água de Solos Uni e Multimodais. [Distrito Federal] 2024. xxvi, 187 p., 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2024). Tese de Doutorado - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

- |  |                        |
|--|------------------------|
| 1. Resistência ao Cisalhamento         | 2. Solos não saturados |
| 3. Curva de Retenção de Água nos Solos | Solos Multimodais      |
| I. ENC/FT/UnB                          | II. Doutor             |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SOUSA, P. F. (2024). Modelo Constitutivo para a Previsão da Resistência ao Cisalhamento Não Saturada Usando a Curva de Retenção de Água de Solos Uni e Multimodais. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-201/2024, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 187 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Patrícia Figueiredo de Sousa

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Modelo Constitutivo para a Previsão da Resistência ao Cisalhamento Não Saturada Usando a Curva de Retenção de Água de Solos Uni e Multimodais

GRAU / ANO: Doutor / 2024

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Patrícia Figueiredo de Sousa  
Rua do Tupis  
Belo Horizonte/MG - Brasil

## DEDICATÓRIA

*Obtenha todo conhecimento  
e instrução que puder,  
e você será sábio para  
o resto da vida.*

Provérbios 19:20



## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, Pai de toda sabedoria e Criador de toda a Terra, por me sustentar e me guiar durante todos os momentos da minha vida. Obrigada por todas as promessas e por me capacitar para a realização do meu propósito. Só a fé nos move e nos capacita para realizar sonhos impossíveis.

A todos os professores e os funcionários do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, em especial, ao meu orientador Professor André Luís Brasil Cavalcante, por ser exemplo de amor a docência e busca pelo desenvolvimento científico. Não tenho palavras para agradecer pelos ensinamentos e pelas oportunidades dadas durante minha jornada científica.

Aos funcionários da University of Texas at Austin, dos quais eu destaco o Professor Jorge G. Zornberg pela oportunidade da vivência em outro país e pelo seu grande conhecimento geotécnico que fomentou a conclusão desse doutorado e contribuiu para minha formação acadêmica.

Aos órgãos de fomento CNPq e CAPES pelas bolsas de pesquisa de doutorado pleno e doutorado sanduíche, respectivamente, que financiaram este trabalho, destaco a importância destes órgãos para o desenvolvimento científico, econômico e social brasileiro.

A minha família, fonte de apoio incondicional, que torcem por todas as minhas pequenas e grandes conquistas. Vocês são e sempre serão minha fundação e símbolo de amor verdadeiro. Em especial, a minha mãe Francisca Figueredo, meu tio Manoel e meu Padrinho Antônio, pelo apoio, confiança e otimismo. Aos meus irmãos Regis, Regiane e Satila, por dividirem comigo os melhores anos da minha vida.

A minha família escolhida pelo amor: minhas afilhadas Gaby e Júlia e as minhas amigas Gleyssyaney, My, Tami e Maria por serem luz e felicidade na vida. Não menos importante, minhas amigas Larissa Costa e Valquiria Abreu, por me apoiarem e confiarem na minha escolha de continuar seguindo na vida acadêmica. Vocês são responsáveis pela Engenheira que sou.

Aos meus amigos e colegas de Pós-Graduação, pela cumplicidade, paciência e ajuda durante a conclusão desse trabalho, dos quais não posso deixar de citar Ana Beatriz, Ana Paola, Katherin Roccio e Mateus Bezerra. Também destaco, os companheiros do grupo de pesquisa GeoFluxo, pelas inúmeras contribuições durante o desenvolvimento da pesquisa.

Aos professores do Campus do Sertão da Universidade Federal de Alagoas, com destaque a Professora Rafaela, que inspirou diversos alunos com o seu amor pela Geotecnia e me orientou durante a graduação.

## RESUMO

SOUSA, P. F. (2024). *Modelo Constitutivo para a Previsão da Resistência ao Cisalhamento não Saturada usando a Curva de Retenção de Água de Solos Uni e Multimodais*. Distrito Federal, 2024. 187 p. Tese de Doutorado - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

A caracterização adequada das propriedades de resistência ao cisalhamento de solos não saturados é essencial para resolver uma variedade de problemas geotécnicos, incluindo a avaliação da capacidade de carga de fundações, a determinação da estabilidade de taludes naturais e diques de barragens, e o dimensionamento de estruturas de contenção. A determinação experimental da resistência ao cisalhamento não saturada é geralmente cara, demorada e desafiadora. No entanto, como a resistência ao cisalhamento de solos não saturados está fortemente relacionada ao teor de umidade presente no meio, bem como à sucção e às propriedades de retenção do material, é possível inferir que a resistência ao cisalhamento de um solo não saturado possa ser estimada a partir da Curva de Retenção de Água no Solo. Assim, dentro desta linha de pesquisa, neste trabalho propõem-se novos modelos para a previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados unimodais e multimodais. Os modelos de previsão propostos baseiam-se na Envoltória de Resistência de Mohr-Coulomb modificada para solos não saturados, na função de retenção de água no solo, e nos parâmetros de resistência ao cisalhamento efetivo, coesão e ângulo de atrito. Com base nisso, também são definidos novos modelos de superfície de resistência ao cisalhamento não saturada e de coesão não saturada. Algumas aplicações desses modelos são apresentadas, mostrando um bom ajuste e representação em relação a dados experimentais da literatura. Neste trabalho, também é avaliada a influência do índice de vazios na retenção e na resistência de solos não saturados. Além disso, um modelo constitutivo hidráulico para solos multimodais é desenvolvido e apresentado. Os principais resultados da pesquisa permitem relacionar o comportamento físico, mecânico e hidráulico dos solos a partir da modalidade que eles apresentam, evidenciando uma possível aplicação prática que está sujeita a maiores validações, uma vez que fenômenos mais complexos como colapso, expansão e histerese não foram contemplados neste estudo. Apesar disso, pelas funções matemáticas e exemplos apresentados, acredita-se que a pesquisa desenvolvida possa contribuir para a difusão e a popularização de conceitos da mecânica dos solos não saturados, permitindo o uso de modelos de retenção para obter uma previsão do comportamento de resistência de solos no estado não saturado.

**Palavras-chave:** Solos não Saturados. Solos Multimodais. Resistência ao Cisalhamento. Curva de Retenção de Água. Envoltória de Mohr-Coulomb.

## ABSTRACT

SOUSA, P. F. (2024). *A Constitutive Model for Predicting Unsaturated Shear Strength Using the Soil-Water Retention Curve of Unimodal and Multimodal Soils*. Federal District, 2024. 187 p. Doctoral thesis - University of Brasília, Faculty of Technology, Department of Civil and Environmental Engineering.

Proper characterization of the shear strength properties of unsaturated soils is essential for addressing various geotechnical problems, including the evaluation of foundation bearing capacity, the determination of the stability of natural slopes and dam embankments, and the design of retaining structures. Experimental determination of unsaturated shear strength is generally expensive, time-consuming, and challenging. However, since the shear strength of unsaturated soils is strongly related to the moisture content in the medium, as well as to suction and the material's retention properties, it is possible to infer that the shear strength of an unsaturated soil can be estimated from the Soil-Water Retention Curve. Thus, within this research framework, this study proposes new models for predicting the shear strength of unimodal and multimodal unsaturated soils. The proposed predictive models are based on the modified Mohr-Coulomb failure envelope for unsaturated soils, the soil-water retention function, and the parameters of effective shear strength, cohesion, and friction angle. Based on this, new models of unsaturated shear strength surfaces and unsaturated cohesion are also defined. Some applications of these models are presented, showing good fit and representation in relation to experimental data from the literature. This study also evaluates the influence of the void ratio on the retention and strength of unsaturated soils. Additionally, a constitutive hydraulic model for multimodal soils is developed and presented. The main results of the research allow us to relate the physical, mechanical, and hydraulic behavior of soils based on the modality they present, highlighting a possible practical application that is subject to further validation as more complex phenomena such as collapse, expansion, and hysteresis were not considered in this study. Despite this, through the mathematical functions and examples presented, the research can contribute to disseminating and popularizing concepts of unsaturated soil mechanics, allowing retention models to predict the strength behavior of soils in an unsaturated state.

**Keywords:** Unsaturated Soils. Multimodal Soils. Shear Strength. Soil-Water Retention Curve. Mohr-Coulomb Envelope.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Justificativa da Pesquisa . . . . .	3
1.2	Objetivos . . . . .	4
1.3	Estrutura da Tese . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Estudo da Mecânica dos Solos Não Saturados</b>	<b>6</b>
2.1	Conceito de Solos não Saturados . . . . .	6
2.2	Resistência ao Cisalhamento de Solos Saturados . . . . .	8
2.3	Conceito de Sucção e Potencial de Água no Solo . . . . .	11
2.4	Sucção e Resistência dos Materiais . . . . .	14
2.5	Resistência ao Cisalhamento de Solos não Saturados . . . . .	15
2.6	Estimativa da Resistência ao Cisalhamento de Solos não Saturados usando a Curva de Retenção de Água no Solo . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Retenção de Água nos Solos</b>	<b>22</b>
3.1	Influência da distribuição de poros na retenção de água em solos . . . . .	27
3.2	Modelos Matemáticos para a Previsão da Retenção de Água em Solos . . . . .	30
3.2.1	Função de Retenção para Solos Unimodais . . . . .	31
3.2.2	Modelo Constitutivo Hidráulico de Cavalcante & Zornberg . . . . .	32
3.2.3	Retenção de Água em Solos Bimodais . . . . .	75
3.2.4	Função de Retenção para Solos Bimodais . . . . .	79
3.2.5	Modelo Constitutivo Hidráulico de Costa & Cavalcante para Solos Bimodais . . . . .	81

<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>95</b>
4.1	Materiais . . . . .	95
4.2	Métodos . . . . .	96
4.3	Considerações Realizadas para o Desenvolvimento dos Modelos . . . . .	97
4.4	Detalhamento dos Conceitos e Modelos Matemáticos que Embasaram a Pesquisa . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Desenvolvimento Matemático de Novos Modelos de Resistência</b>	<b>101</b>
5.1	Modelo de Resistência ao Cisalhamento para Solos Unimodais . . . . .	101
5.2	Aplicação do Modelo de Resistência Proposto . . . . .	110
5.2.1	Estimativa da Coesão não Saturada para Variações de Sucção . . . . .	117
5.2.2	Estimativa da Coesão não Saturada para Variações de Umidade . . . . .	125
5.2.3	Exemplo da Aplicação do Modelo de Retenção para Previsão da Resistência não Saturada . . . . .	128
5.2.4	Coesão não Saturada Modelo variando com o Conteúdo de Água e o Índice de Vazios . . . . .	132
5.2.5	Novo Modelo de Superfície de Coesão não Saturada . . . . .	140
5.2.6	Estimativa da Resistência ao Cisalhamento de Solos Bimodais . . . . .	143
5.2.7	Aplicação do Modelo Proposto de Resistência ao Cisalhamento de Solos Bimodais . . . . .	148
5.2.8	Extensão do Modelo Hidráulico e de Resistência ao Cisalhamento para a Caracterização de Solos Multimodais . . . . .	158
5.2.9	Correlações com outros Modelos . . . . .	168
<b>6</b>	<b>Conclusões e Sugestões de Trabalhos Futuros</b>	<b>170</b>
6.1	Conclusões . . . . .	170
6.2	Sugestões de Trabalhos Futuros . . . . .	172

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Condições de Saturação Possíveis dos Solos na Natureza, para: (i) Solo Saturado (Partículas Sólidas e Água) e, (ii) Solo não Saturado (Partículas Sólidas, Água e Ar). . . . .	6
Figura 2.2	Desenho Esquemático do Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb. . . . .	9
Figura 2.3	Desenho Esquemático da Avaliação do Estado de Tensão de um Elemento de Solo qualquer pelo Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb. . . . .	10
Figura 2.4	Avaliação da Influência da Sucção Osmótica na Resistência não Saturada de um Solo Siltoso (Adaptado de Leong & Abuel-Naga (2018)). . . . .	15
Figura 2.5	Variação do $\chi$ com o Grau de Saturação para 4 Solos Distintos, Valores oriundos do Ensaio de Compressão Triaxial com $\sigma_3 - u_a = 0$ (Modificado de Bishop & Blight (1963)). . . . .	17
Figura 2.6	Envoltória de Resistência de Solos não Saturados para o Modelo de Fredlund et al. (1978) ( $c' = 25$ kPa, $\phi' = 35^\circ$ e $\phi^b = 20^\circ$ ). . . . .	18
Figura 2.7	Relação entre Índice de Plasticidade e $\kappa$ (Adaptado de Garven & Vanapalli (2006)). . . . .	21
Figura 3.1	Representação Gráfica Bidimensional da Retenção de Água nos Solos - Escala Semi-Logarítmica. . . . .	22
Figura 3.2	Representação Gráfica Bidimensional da Retenção de Água nos Solos: (a) Escala Semi-logarítmica, (b) Escala Linear, (c) e (d) Dados Experimentais de Fuentes et al. (2005) para Solos Brasileiros. . . . .	23
Figura 3.3	Representação Gráfica Tridimensional da Retenção de Água nos Solos (Adaptado de Quaglia (2018)). . . . .	24
Figura 3.4	Faixas de Comportamento Hidráulico de Solos definidas a partir da CRA (modificado Vanapalli, 2009). . . . .	25

Figura 3.5	Fatores que influenciam na Retenção de Água: (a) Tipo de Solo, (b) Tamanho dos Grãos, (c) Índice de Vazios (d) Histórico de Tensão, (e) Presença de Biofilme, (f) Presença de outros Fluidos, (g) Trajetórias para Obtenção de Pontos de Ensaio e, (h) Instrumentação. . . . .	26
Figura 3.6	Representação dos Poros do Solo como Tubos Capilares. . . . .	28
Figura 3.7	Modelo Capilar das Tensões e Pressões que atuam em um Poro de um Solo. . . . .	29
Figura 3.8	Tipos de Curva de Retenção e Distribuição de Poros - Solos Uni, Bi e Trimodais . . . . .	30
Figura 3.9	Comparativo entre a Curva de Retenção de Água de Solos Unimodal (Gitirana & Fredlund, 2004), Bimodal (Gitirana & Fredlund, 2004) e Trimodal (Zou, 2018). . . . .	31
Figura 3.10	Esquema do Modelo Fluxo Unidimensional em Solos não Saturados . . . . .	35
Figura 3.11	Influência do valor de $\delta$ na Curva de Retenção de Água ( $\theta_r = 0.05$ e $\theta_s = 0.45$ ). . . . .	36
Figura 3.12	Comparativo entre as Representações da Curva de Retenção em Relação a Medida do Conteúdo de Água de uma Lama Siltosa (Adaptado: Fredlund & Xing (1994)). . . . .	37
Figura 3.13	Comparativo entre os Valores de $\delta$ obtidos dos Ajustes para as Diferentes Representações da Curva de Retenção em relação ao Conteúdo de Água - Dados de uma Lama Siltosa. . . . .	38
Figura 3.14	Modelo de Condutividade Hidráulica não Saturada de Cavalcante & Zornberg (2017a) e a Influência do valor de $\delta$ na Condução de Água no Solo com $k_s = 8.2.10^{-7}$ m/s. . . . .	39
Figura 3.15	Avaliação da Aplicabilidade do Modelo de Condutividade Hidráulica não Saturada de Cavalcante & Zornberg (2017a) para: (a) e (b) Dados de uma Areia - Dados de Richards (1952) <i>apud</i> McCartney et al. (2007), (c) e (d) Dados de uma Argila Compactada - Dados de Olson & Daniel (1981) <i>apud</i> Alonso (2005). . . . .	40

Figura 3.16 Análise de Sensibilidade do Modelo Condutividade Hidráulica não Saturada de Cavalcante & Zornberg (2017a), para a Influência do Valor de: (a) $k_s$ (com $S_r = 0.10$ ) e (b) $S_r$ (com $k_s = 10^{-5}$ cm/s) na Velocidade de Condução de Água nos Solos para Diferentes Condições de Saturações. . . . .	41
Figura 3.17 Ajuste de dados de retenção para o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017). (a) Dados de ensaio de Lisboa (2006) e (b) Dados de ensaio de Meerdink et al. (1996). . . . .	42
Figura 3.18 Estimativa da Condutividade Hidráulica não Saturada a partir de dados de retenção. (a) Dados de ensaio de Lisboa (2006) e (b) Dados de ensaio de Meerdink et al. (1996). . . . .	42
Figura 3.19 Aparato de Ensaio de Infiltração em Coluna de McCartney et al. (2007)..	47
Figura 3.20 Dados de Ensaio de Coluna de Solo Argiloso Instrumentada (Adaptado de McCartney et al. 2007). . . . .	47
Figura 3.21 Comparativo entre Pontos Experimentais de McCartney et al. (2007) e Função de Infiltração Ajustada para o Caso 3 do Modelo de Infiltração de Cavalcante & Zornberg (2017a).. . . . .	48
Figura 3.22 Aparato de Ensaio de Infiltração em Coluna de Azevedo (2016). . . . .	50
Figura 3.23 Leituras dos TDRs do Ensaio de Infiltração em Coluna de Azevedo (2016).	51
Figura 3.24 Superfície de Molhagem ( $a_s = 11.09$ cm/dia, $D_z = 6.10$ cm <sup>2</sup> /dia e $R^2 = 0.8107$ ) - Dados de Ensaio de Coluna de Solo Argiloso Instrumentada do trabalho de Azevedo (2016). . . . .	52
Figura 3.25 Comparativo entre Pontos Experimentais e a Função de Infiltração Ajustada para o Caso 3 do Modelo de Infiltração de Cavalcante & Zornberg (2017a) ( $a_s = 11.09$ cm/dia, $D_z = 6.10$ cm <sup>2</sup> /dia e $R^2 = 0.8107$ ). . . . .	52
Figura 3.26 Avanço da Frente de Molhagem - Modelo Estimado pela Função Ajustada ( $a_s = 11.09$ cm/dia, $D_z = 6.10$ cm <sup>2</sup> /dia e $R^2 = 0.8107$ ). . . . .	53
Figura 3.27 Modelo Hipotético de Representação das Funções de Distribuição de Raios dos Poros. . . . .	55



Figura 3.28 Análise Paramétrica das Funções de Retenção e de Distribuição de Raios dos Poros para o Modelo Hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a) para: (a) Curva de Retenção, (b) Distribuição de Frequência Acumulada dos Raios dos Poros e (c) Distribuição de Frequência Relativa dos Raios dos Poros. . . . .	57
Figura 3.29 Pontos de Interesse da Função de Retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a). . . . .	59
Figura 3.30 Avaliação da Lei de Potência para Correlacionar o Valor de Entrada de Ar nos Macroporos ou de Entrada, Dados de Kawai et al. (2000). . . . .	60
Figura 3.31 Representação Gráfica Tridimensional da Retenção de Água nos Solos para o Modelo de Costa & Cavalcante (2020) ( $a = 5$ kPa e $b = 8$ ). . . . .	61
Figura 3.32 Superfície de Retenção de uma Argila ( $a = 154.454$ kPa, $b = 2.765$ e $R^2 = 0.9994$ ). . . . .	61
Figura 3.33 Curvas de Retenção de Água em função do Índice de Vazios, Valores de $\delta$ s Oriundos do Ajuste da Superfície de Retenção 3D. . . . .	62
Figura 3.34 Superfície de Retenção de uma Areia Siltosa definida por $\theta(\psi, \rho_d)$ ( $\theta_r = 0.075$ , $a = 1.0244$ , $b = 1.9458$ e $R^2 = 0.9741$ ). . . . .	63
Figura 3.35 Curvas de Retenção de Água em função da Massa Específica Seca com Valores de $\delta$ Oriundos do Ajuste 3D. . . . .	64
Figura 3.36 Relação entre $\delta$ e as funções do Modelo Constitutivo de Cavalcante & Zornberg (2017a). . . . .	64
Figura 3.37 Dados de Retenção de Solos Arenosos e Argilosos. . . . .	67
Figura 3.38 Histograma dos Valores de $\delta$ para o Banco de Dados de Retenção. . . . .	67
Figura 3.39 Dados de Retenção de Solos Argilosos - Possíveis Solos Bimodais. . . . .	68
Figura 3.40 Dados de Retenção de Solos Argilosos e Arenosos - Intervalos Sugeridos de $\delta$ . . . . .	70
Figura 3.41 Correlação entre $\delta$ e Fração de Argila ( $f_r$ ) para Informações da Tab.(3.8). . . . .	74
Figura 3.42 Curva de Retenção Bimodal de Solos Tropicais Brasileiros. (a) Dados de ensaio de Silva et al. (2020), (b) Dados de ensaio de Bonder (2008), (c) e (d) Dados de Araujo et al. (2017). . . . .	76

Figura 3.43 Comportamento Bimodal de Solos Artificialmente Construídos pela Mistura de Frações de Areia e Argila. (a) Granulometria, (b) Retenção e (c) Distribuição de Poros (Adaptado de: Satyanaga et al. 2022).	77
Figura 3.44 Faixas de Comportamento Hidráulico da CRA de Solos Bimodais.	78
Figura 3.45 Esquema do Modelo de Retenção Bimodal Proposto por Mascarenhas (2022).	83
Figura 3.46 Curva de Retenção Bimodal para o Modelo de Costa & Cavalcante (2021a) com: $\theta_s = 0.40$ , $\theta_r = 0.01$ , $\delta_1 = 0.03$ , $\delta_2 = 0.0003$ e $\lambda = 0.45$ . (a) Escala Semi-logarítmica e (b) Escala Linear.	84
Figura 3.47 Ajuste da Curva de Retenção Bimodal de Solos Tropicais Brasileiros para o modelo de Costa & Cavalcante (2021a). (a) Dados de ensaio de Silva et al. (2020), (b) Dados de ensaio de Bonder (2008), (c) e (d) Dados de Araújo et al. (2017).	85
Figura 3.48 Curvas de Retenção Bimodal de Solo Eluvionares para o Ajuste do Modelo de Mascarenhas (2022) para: (a) Solo Arenoargiloso 1, (b) Solo Arenosiltoso e (c) Solo Arenoargiloso 2.	86
Figura 3.49 Exemplo de Superfície de Retenção Bimodal inferida pelo Modelo de Costa & Cavalcante (2021a) com: $\theta_r = 0.01$ , $a_1 = 10$ , $a_2 = 100$ , $b_1 = 1$ , $b_2 = 25$ e $\lambda = 0.45$ .	87
Figura 3.50 CRA bimodal: (a) Solo Siltoso da China, dados de Song et al. (2024), (b) Solo Laterítico da China, dados de Cai et al. (2020), (c) Solo Laterítico de Brasília, dados de Silva (2009), (d) Solo Argiloso do Canadá, dados de Song et al. (2024) e, (e) Solo Coluvionar de Basalto de Serra Geral, dados de Feuerharmel (2007).	88
Figura 3.51 Avaliação de Correlação entre o Parâmetro $\lambda$ do Modelo de Costa & Cavalcante (2021b) e o Índice de Vazios do Meio $e$ para a Correlação da Eq.(3.86).	89
Figura 3.52 Superfície de Retenção de um Solo Coluvionar ( $S_r = 0$ , $a_1 = 2$ , $b_1 = 0.71$ , $a_2 = 6500$ , $b_2 = 0.75$ , $n_{micro} = 0.467$ e $R^2 = 0.9106$ ).	90
Figura 3.53 Curvas de Retenção de Água em Função do Índice de Vazios, Valores da Ajuste 3D do Modelo de Costa & Cavalcante (2021b) Modificado.	90

Figura 3.54 Curvas de Condutividade Hidráulica Relativa não Saturada para Solos Bimodais Brasileiros, Valores de $\delta_1$ , $\delta_2$ e $\lambda$ oriundos do Ajuste de Dados de Retenção ao Modelo de Costa & Cavalcante (2021b) da Fig.(3.47). . . . .	92
Figura 3.55 Emprego do Modelo de Condutividade Hidráulica não Saturada Bimodal para Ajustar Dados de Permeabilidade Medida em Ensaio Triaxial não Saturado ( $k_s = 1.36.10^{-5}$ m/s). . . . .	93
Figura 3.56 Curva da Função de Distribuição dos Raios dos Poros ( $\theta_s = 0.45$ , $\theta_r = 0.01$ , $\lambda = 0.30$ , $\delta_1 = 0.200 \text{ kPa}^{-1}$ , $\delta_2 = 0.003 \text{ kPa}^{-1}$ e $T = 0.07275.10^{-3} \text{ kN.m}^{-1}$ ). (a) Curva da Função Frequência Acumulada de Raios de um Solo Bimodal, (b) Curva da Função Frequência de Raios de um Solo Bimodal. . . . .	94
Figura 4.1 Fluxograma da Metodologia de Desenvolvimento da Pesquisa para Criação dos Modelos de Resistência ao Cisalhamento não Saturada. . . . .	100
Figura 5.1 Superfície de Resistência ao Cisalhamento não Saturada variando com a Tensão Normal Líquida e com a Sucção ( $c' = 20 \text{ kPa}$ , $\phi' = 35^\circ$ , $\kappa = 1$ e $\delta = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$ ). . . . .	102
Figura 5.2 Influência do Valor de $\kappa$ na Resistência de Materiais não Saturados ( $\delta = 0.002 \text{ kPa}^{-1}$ , $c' = 20 \text{ kPa}$ e $\phi = 35^\circ$ ), para: (a) Resistência Variando com a Sucção ( $(\sigma - u_a)=20 \text{ kPa}$ ), (b) Tensão Efetiva variando com a Sucção ( $(\sigma - u_a)=20 \text{ kPa}$ ), (c) Resistência Variando com a Tensão Normal Líquida ( $(u_a - u_w)=100 \text{ kPa}$ ) e (d) Tensão Efetiva variando com a Tensão Normal Líquida ( $(u_a - u_w)=100 \text{ kPa}$ ). . . . .	103
Figura 5.3 Relação entre as Curvas de Retenção e Resistência ao Cisalhamento para o Modelo Proposto ( $\kappa = 1$ , $\theta_r = 0.005$ , $\theta_s = 0.45$ , $\delta = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$ , $c' = 0 \text{ kPa}$ , $\phi = 35^\circ$ e $(\sigma - u_a)=0 \text{ kPa}$ ), para: (a) CRA, (b) Curva de Resistência ao Cisalhamento variando com a Sucção em Escala Logarítmica, (c) Curva de Resistência ao Cisalhamento variando com a Sucção em Escala Linear e (d) Comportamento do Trecho Inicial da Curva de Resistência (Escala Linear). . . . .	105
Figura 5.4 Relação entre as Curvas de Resistência ao Cisalhamento e de Retenção para o Modelo Criado, Avaliação do Impacto do Valor de $\kappa$ , com $\theta_r = 0.005$ , $\theta_s = 0.45$ , $\delta_{CR} = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$ , $c' = 0 \text{ kPa}$ , $\phi = 35^\circ$ e $(\sigma - u_a)=0 \text{ kPa}$ , para: (a) Curva de Resistência ao Cisalhamento e (b) CRAs. . . . .	108

Figura 5.5	Influência da Trajetória de Secagem e Umedecimento na Resistência do Material. (a) CRAs e (b) Curvas de Resistência ao Cisalhamento (Adaptado de Ma et al. (2011)). . . . .	109
Figura 5.6	Curvas de Retenção das Amostras de Solos Espanhóis . . . . .	111
Figura 5.7	Curvas de Resistência ao Cisalhamento de Solos não Saturados, Dados Experimentais de Escario & Sáez (1986). Primeiro Tipo de Avaliação, para: (a) Argila Cinza de Madrid e (b) Areia Argilosa de Madrid. . . . .	112
Figura 5.8	Correlação entre os Parâmetros Ajustados e a Tensão Normal Líquida para o Primeiro Tipo de Avaliação, para: (a) $c'$ , (b) $\phi'$ e (c) $\kappa$ . . . . .	113
Figura 5.9	Superfícies de Resistência ao Cisalhamento não Saturada para Solos da Espanha, Dados Experimentais de Escario & Sáez (1986) - Segundo Tipo de Avaliação, para: (a) Argila Cinza de Madrid e (b) Areia Argilosa de Madrid. . . . .	114
Figura 5.10	Curvas de Resistência ao Cisalhamento <i>versus</i> Sucção para Solos da Espanha, Dados Experimentais de Escario & Sáez (1986) - Segundo Tipo de Avaliação, para: (a) Argila Cinza de Madrid e (b) Areia Argilosa de Madrid. . . . .	115
Figura 5.11	Comparativo entre os Valores de $\kappa$ Encontrados no Ajuste Único dos Dados de Resistência com a Estimativa de Garven & Vanapalli (2006) baseada nos Valores de IP dos Materiais. . . . .	116
Figura 5.12	Análise de Sensibilidade da Função de Coesão Total não Saturada para Variações de: (a) $\delta$ ( $c' = 17.80 \text{ kPa}$ , $\phi' = 22.13^\circ$ e $\kappa = 1$ ) e (b) $\phi'$ ( $c' = 17.80 \text{ kPa}$ , $\delta = 0.100 \text{ kPa}^{-1}$ , e $\kappa = 1$ ). . . . .	120
Figura 5.13	Tipos de Comportamento das Curvas de Resistência ao Cisalhamento para Solos não Saturados (Fonte: Gao et al. (2020)). . . . .	121
Figura 5.14	Análise da Coesão de Solos Arenosos não Saturados: Ajustes do Modelo Proposto a Dados Experimentais apresentados por Lee et al. (2003). . . . .	122
Figura 5.15	Inferência da Retenção de Água de Areias a partir de Dados de Coesão não Saturada: (a)-(g) Ajustes da Função de Coesão não Saturada, (h) Estimativa da Retenção de Água. . . . .	124
Figura 5.16	Inferência da CRA de Solos Finos a partir de Dados de Coesão não Saturada: (a)-(e) Ajustes da Função de Coesão não Saturada, (f) Estimativa da Retenção de Água. . . . .	125

Figura 5.17 Análise Paramétrica da Função de $c(S)$ para Variações de: (a) $\delta$ ( $c' = 17.80$ kPa, $\phi' = 22.13^\circ$ e $\kappa = 1$ ); e (b) $\phi'$ ( $c' = 17.80$ kPa, $\delta = 0.100$ kPa <sup>-1</sup> e $\kappa = 1$ ). . . . .	127
Figura 5.18 Curva de Retenção Ajustada aos Dados Experimentais de Wu et al. (2021).129	
Figura 5.19 Curva de Coesão não Saturada obtida Indiretamente do Ajuste da CRA, Dados de Wu et al. (2021) ( $\delta = 0.0029$ kPa <sup>-1</sup> , $\phi' = 22.13^\circ$ , $c' = 17.8$ kPa). . . . .	130
Figura 5.20 Superfície de Resistência ao Cisalhamento obtida Indiretamente do Ajuste da CRA, Wu et al. (2021) ( $\delta = 0.0029$ kPa <sup>-1</sup> , $\phi' = 22.13^\circ$ , $c' = 17.8$ kPa). . . . .	131
Figura 5.21 Curvas de Resistência ao Cisalhamento obtida Indiretamente do Ajuste da CRA, Wu et al. (2021) ( $\delta = 0.0029$ kPa <sup>-1</sup> , $\phi' = 22.13^\circ$ , $c' = 17.8$ kPa). . . . .	131
Figura 5.22 Curvas de Coesão não Saturada para Amostras de Areia com Diferentes Índices de Vazios (Adaptado de Meißner & Becker (1995)). . . . .	133
Figura 5.23 Correlação entre $\alpha$ e $e$ para os Dados da Areia estudada por Meißner & Becker (1995). . . . .	134
Figura 5.24 Superfície de Coesão não Saturada - Proposta de Adaptação do Modelo de Meißner & Becker (1995) apresentada nesta Tese para: $d_s=1533.46$ kPa, $f_s=-9.22$ , $b_{MB}=3$ e $d_{MB}=-70$ . . . . .	135
Figura 5.25 Análise Paramétrica do Modelo de Huo et al. (2021), para: (a) $a_H= 1.20$ e valores negativos de $b_H$ , (b) $a_H= 1.20$ e valores positivos de $b_H$ , (c) $b_H = -1.25$ e valores negativos de $a_H$ e (d) $b_H = -1.25$ e valores positivos de $a_H$ . . . . .	136
Figura 5.26 Superfície de Coesão não Saturada Proposta por Huo et al. (2021) ( $b_H = -1.33$ , $f_H = 2.23$ , $d_H = -1.37$ e $R^2=0.9925$ ). . . . .	137
Figura 5.27 Comparação entre a Função de Coesão Ajustada de Huo et al. (2021) para Diferentes Índices de Vazios, para: (a) $e=0.731$ , (b) $e=0.688$ , (c) $e=0.636$ , (d) $e=0.617$ e (e) $e=0.598$ . . . . .	138
Figura 5.28 Comportamentos Possíveis das Curvas de Coesão não Saturada. . . . .	139
Figura 5.29 Validação do Modelo de Superfície de Coesão não Saturada para: (a) Solo Arenoso ( $a = 0.40$ , $b = 7.00$ e $R^2 = 1.0000$ ), dados de Meißner & Becker (1995) e (b) Solo Siltoso ( $a = 21.00$ , $b = 1.24$ , $R^2 = 0.9907$ ), dados de Huo et al. (2021). . . . .	141
Figura 5.30 Análise Paramétrica Modelo de Resistência ao Cisalhamento Bimodal. . . . .	145

Figura 5.31 Exemplo de Superfície de Resistência ao Cisalhamento não Saturada de Solo Bimodal ( $c' = 30$ kPa, $\phi' = 27^\circ$ , $\kappa = 1$ , $\lambda = 0.45$ , $\delta_1 = 0.100$ kPa $^{-1}$ e $\delta_2 = 0.001$ kPa $^{-1}$ ). . . . .	147
Figura 5.32 Curva de Retenção de Solo Coluvionar Argiloso do Rio de Janeiro - Dados de Soares (2005). . . . .	149
Figura 5.33 Curva de Resistência ao Cisalhamento não Saturada de Solo Coluvionar Argiloso do Rio de Janeiro - Dados Experimentais de Soares (2005). . . . .	150
Figura 5.34 Estimativa do Trecho Linear e do Valor de Pico das Curvas de Resistência ao Cisalhamento para os Dados Experimentais de Soares (2005) para as Funções Ajustadas com $(\sigma - u_a)$ igual a (a) 50 kPa, (b) 100 kPa e (c) 200 kPa. . . . .	151
Figura 5.35 Comparativo entre os Valores de $\kappa$ Obtidos nos Ajustes Individuais dos dados de Soares (2005) e a Estimativa de Garven & Vanapalli (2006). . . . .	152
Figura 5.36 Ajuste da Curva de Retenção Bimodal de um Silte Argiloso da Bahia - Dados de Santos (2017). . . . .	154
Figura 5.37 Resistência ao Cisalhamento de Solo Bimodal não Saturado ( $c'=49.88$ kPa, $\phi'=25^\circ$ , $\kappa=4.33$ , $R^2=0.9983$ ): (a) Superfície de Resistência Ajustada e, (b) Curvas de Resistência variando com a Sucção para diferentes Tensões Normais para o Comparativo com os Dados Experimentais de Santos (2017). . . . .	154
Figura 5.38 Estimativa da $\tau_{pico}$ de Silte Argiloso Estudado por Santos (2017). . . . .	155
Figura 5.39 Modelo Unimodal para a Estimativa da CRA e da Resistência ao Cisalhamento de Silte Argiloso, para: (a) Abordagem I, (b) Abordagem II, (c) e (d) Superfície e Curvas de Resistência ao Cisalhamento Estimadas ( $R^2 = 0.9951$ e Parâmetros da Tab.(5.16)). . . . .	156
Figura 5.40 Comparativo entre as Funções de Resistência ao Cisalhamento Ajustadas e os Valores de $\tau_{pico}$ pelos Modelos Uni (Curvas Tracejadas) e Bimodal (Linhas Contínuas) para os Dados de Santos (2017). . . . .	157
Figura 5.41 Função Trimodal de Retenção de Água, para: (a) Avaliação das Contribuições das CRAs Unimodais Fictícias ( $\delta_1 = 0.50000$ , $\delta_2 = 0.01000$ e $\delta_3 = 0.00001$ kPa $^{-1}$ e $\lambda_1=0.25$ e $\lambda_2=0.50$ ) e, Análise de Sensibilidade dos Valores de: (b) $\delta_1$ ( $\delta_2 = 0.025$ e $\delta_3 = 0.001$ kPa $^{-1}$ e $\lambda_1=0.25$ e $\lambda_2=0.50$ ), (c) $\delta_2$ ( $\delta_1 = 0.500$ e $\delta_3 = 0.001$ kPa $^{-1}$ e $\lambda_1=0.25$ e $\lambda_2=0.50$ ) e (d) $\delta_3$ ( $\delta_1 = 0.50$ e $\delta_2 = 0.01$ kPa $^{-1}$ e $\lambda_1=0.25$ e $\lambda_2=0.50$ ). . . . .	160

Figura 5.42 Curva Teórica de Condutividade Hidráulica não Saturada de Solo Trimodal ( $k_s=9.8.10^{-8}$ cm/s, $\delta_1=0.20000$ kPa $^{-1}$ , $\delta_2=0.00300$ kPa $^{-1}$ , $\delta_3=0.00003$ kPa $^{-1}$ , $\lambda_1=0.30$ e $\lambda_2 = 0.55$ ). . . . .	161
Figura 5.43 Comparativo entre a Função de Retenção Trimodal Ajustada e Dados Experimentais de Solo Siltoso do Paraná - Dados Experimentais de Ferreira (2017). . . . .	161
Figura 5.44 Funções de Distribuição de Poros Trimodal ( $\theta_r=0.01$ , $\theta_s = 0.45$ , $T=0.07275.10^{-3}$ kN/m, $\lambda_1=0.30$ , $\lambda_2 = 0.55$ , $\delta_1=0.20000$ , $\delta_2=0.00300$ e $\delta_3=0.00003$ kPa $^{-1}$ ): (a) $s(r)$ e (b) $S(r)$ . . . . .	163
Figura 5.45 Demarcação de Pontos de Interesse na CRA Trimodal ( $\theta_r=0.01$ , $\theta_s = 0.45$ , $\delta_1=0.20000$ kPa $^{-1}$ , $\delta_2=0.00300$ kPa $^{-1}$ , $\delta_3=0.00003$ kPa $^{-1}$ , $\lambda_1=0.30$ e $\lambda_2 = 0.55$ ).163	
Figura 5.46 Resistência ao Cisalhamento de Solos Trimodais ( $c' = 25$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ , $\kappa = 0.5$ , $\delta_1=0.500$ kPa $^{-1}$ , $\delta_2=0.010$ kPa $^{-1}$ , $\delta_3=0.001$ kPa $^{-1}$ , $\lambda_1=0.25$ e $\lambda_2 = 0.25$ ): (a) $\tau(u_a - u_w)$ , (b) $\tau(\sigma - u_a)$ e (c) $\tau(u_a - u_w, \sigma - u_a)$ . . . . .	164
Figura 5.47 Curva de Retenção de Solo Silte Arenoso Trimodal Estudado por Santos (2017). . . . .	166
Figura 5.48 Uso do Modelo Trimodal para a Estimativa da Resistência ao Cisalhamento de Silte Arenoso estudado por Santos (2017), para: (a) Superfície de Resistência Estimada, (b) Curvas de Resistência Estimada para diferentes Tensões Normais Líquidas, seguindo os valores de parâmetros da Tab.(5.19). . . . .	167

# LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Valores Típicos de Coesão e Ângulo de Atrito de Solos - Parâmetros de Pico . . . . .	10
Tabela 2.2	Variação da Coesão e Ângulo de Atrito de Solos (Dantas & Cavalcante (2021)) . . . . .	10
Tabela 2.3	Correlação da Literatura para a definição do valor de $\chi$ . . . . .	17
Tabela 3.1	Resumo dos Modelos de Retenção para Solos Unimodais presentes na Literatura . . . . .	32
Tabela 3.2	Valores Característicos de $k_s$ (cm/s) de Solos (Modificado de Betim (2013))	41
Tabela 3.3	Retroanálise do Ensaio de Infiltração em Coluna - Dados de McCartney et al. (2007) . . . . .	49
Tabela 3.4	Retroanálise do Ensaio de Infiltração em Coluna - Dados de Azevedo (2016) . . . . .	51
Tabela 3.5	Valores de $\delta$ encontrados em Ajustes de Curva de Retenção de Solos Arenosos . . . . .	65
Tabela 3.6	Valores de $\delta$ encontrados em Ajustes de Curva de Retenção de Solos Argilosos . . . . .	66
Tabela 3.7	Ordem de Grandeza de $\delta$ , $\psi_{ar}$ e $\psi_{res}$ para Solos Arenosos e Argilosos . .	69
Tabela 3.8	Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de $\delta$ . . . . .	70
Tabela 3.8	Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de $\delta$ . . . . .	71
Tabela 3.8	Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de $\delta$ . . . . .	72
Tabela 3.8	Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de $\delta$ . . . . .	73
Tabela 3.8	Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de $\delta$ . . . . .	74
Tabela 5.1	Características das Amostras de Solos Testadas por Escario & Sáez (1986).	110



Tabela 5.2	Dados dos Ajustes das Curvas de Retenção de Amostras de Solos da Espanha . . . . .	111
Tabela 5.3	Dados do Ajuste - Primeiro Tipo de Avaliação: Dados de Escario & Sáez (1986) . . . . .	112
Tabela 5.4	Informações do Segundo Tipo de Avaliação: Ajuste de Superfície dos Dados de Ensaio de Cisalhamento Direto com Sucção Controlada Apresentado por Escario & Sáez (1986) . . . . .	115
Tabela 5.5	Modelos de Coesão Aparente da Literatura (Adaptado de Zhang et al. (2014)) . . . . .	118
Tabela 5.6	Propriedades de Solos Arenosos apresentados por Lee et al. (2003) . . .	122
Tabela 5.7	Propriedades Geotécnicas dos Solos apresentados por Lee et al. (2003) .	123
Tabela 5.8	Características do solo avaliado por Wu et al. (2021) . . . . .	129
Tabela 5.9	Informações do Ajuste da Curva de Retenção - Solo Siltoso . . . . .	130
Tabela 5.10	Modelos de Coesão não Saturada variando com a Umidade . . . . .	140
Tabela 5.11	Propriedades do Solo Coluvionar estudado por Soares (2005) . . . . .	148
Tabela 5.12	Parâmetros Obtidos dos Ajustes do Modelo de Resistência aos Dados Experimentais do Trabalho de Soares (2005) . . . . .	149
Tabela 5.13	Estimativas dos Pontos que Definem o Trecho Linear e o Valor Máximo das Curvas de Resistência ao Cisalhamento Ajustadas para os Dados de Soares (2005) . . . . .	151
Tabela 5.14	Propriedades do Silte Argiloso estudado por Santos (2017). . . . .	153
Tabela 5.15	Estimativas dos Pontos que Definem o Trecho Linear e o Valor Máximo das Curvas de Resistência ao Cisalhamento Ajustadas para os Dados de Santos (2017) . . . . .	155
Tabela 5.16	Parâmetros dos Ajustes dos Modelos de Resistência ao Cisalhamento não Saturada Propostos na Tese para o Solo de Santos (2017) . . . . .	157
Tabela 5.17	Estimativas dos Pontos que Definem o Trecho Linear e o Valor Máximo das Curvas de Resistência ao Cisalhamento Ajustadas para a Função Unimodal para os Dados de Santos (2017) . . . . .	158

Tabela 5.18 Propriedades do Silte Arenoso estudado por Santos (2017). . . . . 166

Tabela 5.19 Parâmetros Obtidos do Ajuste do Modelo de Resistência ao Cisalhamento para Solos Trimodais Proposto na Tese - Dados de Santos (2017) . . . . . 168

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIações

Símbolo	Significado	Unidades
$a$	Parâmetro de ajuste do modelo de Costa & Cavalcante (2020) que relaciona índice de vazios com sucção de entrada de ar	$MT^{-2}L^{-1}$
$a_s$	Velocidade advectiva	$LT^{-1}$
$\bar{a}_s$	Velocidade advectiva média	$LT^{-1}$
$b$	Parâmetro de ajuste do modelo de Costa & Cavalcante (2020) que relaciona índice de vazios com sucção de entrada de ar	--
$c$	Coesão total	$MT^{-2}L^{-1}$
$c'$	Coesão efetiva	$MT^{-2}L^{-1}$
$c_{ap}$	Coesão aparente	$MT^{-2}L^{-1}$
$c_{ap_{macro}}$	Coesão aparente associada aos macroporos	$MT^{-2}L^{-1}$
$c_{ap_{micro}}$	Coesão aparente associada aos microporos	$MT^{-2}L^{-1}$
$D$	Diâmetro do poro	$L$
$D_z$	Difusividade hidráulica	$L^2T^{-1}$
$\bar{D}_z$	Difusividade hidráulica média	$L^2T^{-1}$
$e$	Índice de vazios	--
$F_n$	Função de distribuição normal complementar	--
$f(z, t)$	Função de fluxo	--
$f_{adv}(z, t)$	Parcela de fluxo advectiva	--
$f_{dif}(z, t)$	Parcela de fluxo difusiva	--
$g$	Aceleração da gravidade	$LT^{-2}$
$h$	Altura da coluna do fluido avaliado	$L$
$H$	Função Heaviside	--
$i$	Direção de fluxo: x, y e z	$L$
$k$	Coefficiente de permeabilidade	$LT^{-1}$
$K$	Constante ou o coeficiente de empuxo	--
$k_s$	Condutividade hidráulica saturada	$LT^{-1}$
$L$	Comprimento da coluna de solo avaliada	$L$
$m$	Massa do corpo ou da camada avaliada	$M$
$n$	Porosidade	--
$n_{macro}$	Macroporosidade	--
$n_{micro}$	Microporosidade	--
$p$	Pressão capilar	$MT^{-2}L^{-1}$
$p'$	Pressão interna	$MT^{-2}L^{-1}$
$p_{atm}$	Pressão atmosférica	$MT^{-2}L^{-1}$
$r$	Raio do tubo capilar/Raio do poro	$L$

Símbolo	Significado	Unidades
$r_{pico}$	Raio mais frequente da curva de distribuição de raios dos poros	$L$
$R^2$	Coefficiente de determinação	--
$s(r)$	Função de distribuição relativa dos raios dos poros	--
$S(r)$	Função de distribuição acumulada dos raios dos poros	--
$S$	Grau de saturação	--
$S_r$	Grau de saturação residual	--
$t$	Tempo	$T$
$T$	Tensão superficial	$MT^{-2}$
$u_a$	Pressão de ar dentro do solo	$MT^{-2}L^{-1}$
$u_w$	Pressão de água dentro do solo	$MT^{-2}L^{-1}$
$u_a - u_w$	Sucção mátrica	$MT^{-2}L^{-1}$
$v$	Velocidade de descarga ou Velocidade de fluxo	$LT^{-1}$
$v_{max}$	Velocidade de descarga máxima	$LT^{-1}$
$V_t$	Volume do solo	$L^3$
$V_w$	Volume de água presente no solo	$L^3$
$w$	Teor de umidade gravimétrico	$M^1M^{-1}$
$w_{otm}$	Teor de umidade gravimétrico ótimo da curva de compactação	$M^1M^{-1}$
$w_r$	Teor de umidade gravimétrico residual	$M^1M^{-1}$
$w_s$	Teor de umidade gravimétrico saturado	$M^1M^{-1}$
$z$	Profundidade analisada	$L$
$\alpha$	Ângulo de contato	$^\circ$
$\delta$	Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a)	$M^{-1}T^2L$
$\delta_1, \delta_2$	Parâmetros de ajuste do modelo de retenção de Costa & Cavalcante (2021a)	$M^{-1}T^2L$
$\delta_3$	Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de trimodal	$M^{-1}T^2L$
$\delta_{CR}$	Parâmetro de ajuste da curva de retenção para o Modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a)	$M^{-1}T^2L$
$\delta_\tau$	Parâmetro de ajuste do modelo de resistência ao cisalhamento	$M^{-1}T^2L$
$\Delta V_w$	Variação do volume de água contido no elemento	$L^3$
$\Delta t$	Intervalo de tempo definido	$T$
$\phi'$	Ângulo de atrito	$^\circ$
$\phi^b$	Ângulo de atrito do modelo de resistência de Fredlund et al. (1978)	$^\circ$
$\gamma_w$	Peso específico da água	$MT^{-2}L^{-2}$
$\gamma_f$	Peso específico do gás presente no solo	$MT^{-2}L^{-2}$

Símbolo	Significado	Unidades
$\kappa$	Parâmetro de ajuste do modelo de resistência ao cisalhamento de Vanapalli et al. (1996)	--
$\lambda$	Parâmetro de ajuste o modelo de retenção de Costa & Cavalcante (2021a), fator de ponderação da influência dos macro e microporos	--
$\theta$	Teor de umidade volumétrico	$L^3L^{-3}$
$\theta_i$	Teor de umidade volumétrico inicial em z	$L^3L^{-3}$
$\theta_{inf}$	Teor de umidade volumétrico do ponto de inflexão da curva de retenção	$L^3L^{-3}$
$\theta_{macro}$	Teor de umidade volumétrico associado ao conteúdo de água presente nos macroporos	$L^3L^{-3}$
$\theta_{micro}$	Teor de umidade volumétrico associado ao conteúdo de água presente nos microporos	$L^3L^{-3}$
$\theta_o$	Teor de umidade volumétrico no topo da coluna semi-infinita	$L^3L^{-3}$
$\theta_r$	Teor de umidade volumétrico residual	$L^3L^{-3}$
$\theta_s$	Teor de umidade volumétrico saturado	$L^3L^{-3}$
$\Theta$	Teor de umidade volumétrico normalizado	--
$\rho$	Massa específica do solo	$ML^{-3}$
$\rho_d$	Massa específica aparente seca	$ML^{-3}$
$\rho_{d_{max}}$	Massa específica aparente seca máxima da curva de compactação	$ML^{-3}$
$\rho_s$	Massa específica dos sólidos	$ML^{-3}$
$\rho_w$	Massa específica da água	$ML^{-3}$
$\psi$	Sucção total	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_{ar}$	Sucção de entrada de ar nos macroporos	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_{linear}$	Sucção limite associada com o trecho linear da curva de resistência ao cisalhamento não saturada	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_c$	Potencial cinético	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_m$	Potencial matricial ou Sucção mátrica	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_o$	Potencial osmótico ou Sucção osmótica	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_p$	Potencial de pressão	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_t$	Potencial térmico	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_z$	Potencial gravitacional	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_{pico}$	Sucção associada com o pico de resistência ao cisalhamento de solos não saturados	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_{res}$	Sucção associada com o valor de entrada de ar nos microporos	$MT^{-2}L^{-1}$
$\sigma$	Tensão normal total	$MT^{-2}L^{-1}$
$\sigma'$	Tensão normal efetiva	$MT^{-2}L^{-1}$

Símbolo	Significado	Unidades
$\sigma_h$	Tensão normal horizontal	$MT^{-2}L^{-1}$
$\sigma_v$	Tensão normal vertical	$MT^{-2}L^{-1}$
$\sigma_n$	Tensão normal líquida	$MT^{-2}L^{-1}$
$\sigma - u_a$	Tensão normal líquida	$MT^{-2}L^{-1}$
$\tau$	Resistência ao cisalhamento	$MT^{-2}L^{-1}$
$\tau_{sat}$	Resistência ao cisalhamento saturada	$MT^{-2}L^{-1}$
$\tau_{pico}$	Resistência ao cisalhamento máxima não saturada	$MT^{-2}L^{-1}$
$\vartheta$	Carga hidráulica	$L$

Abreviação/Sigla	Significado
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CRA	Curva de Retenção de Água
CV	Coefficiente de Variação
erfc	Função Erro Complementar
FS	Fator de Segurança
FOSM	Método do Segundo Momento de Primeira Ordem
IC	Intervalo de Confiança
IP	Índice de Plasticidade
k-function	Função de Condutividade Hidráulica
LL	Limite de Liquidez
NA	Nível de Água
NBR	Norma Brasileira
PEM	Método das Estimativas Pontuais
SEC	Trajectoria de Secagem
TDR	Time-Domain Reflectometry Sensor, Sensor de Umidade
UME	Trajectoria de Umedecimento
VER	Volume Elementar Representativo

# 1. INTRODUÇÃO

Para a Mecânica dos Solos, o cisalhamento é definido como ato ou ação da massa de solo deslizar ou cisalhar sobre a outra. Nesta definição, o termo cisalhar significa a tendência de uma parte da massa de solo escorregar ou deslizar sobre a outra devido a ação de forças que atuam em sentidos opostos. Essa tendência ocorre em todos os planos do interior do maciço de solo. No entanto, o plano mais crítico é o plano de falha potencial, também chamado de plano de ruptura. Assim, a definição deste plano e do valor de carregamento que pode gerar ruptura do solo são conhecimentos extremamente necessários em projetos de engenharia para o dimensionamento de obras, a definição de fatores de segurança e a estimativa da capacidade de suporte do terreno e de estruturas geotécnicas.

Frente ao exposto, a resistência ao cisalhamento pode ser definida como a capacidade de uma massa de solo resistir a ocorrência de falha causada pelo cisalhamento que deve ser medida ao longo de um determinado plano de interesse.

Todos os solos possuem essa capacidade de resistir as forças cisalhantes, mas cada tipo de solo apresenta um comportamento diferenciado com valores específicos para propriedades mecânicas e diferentes formas de curvas para as relações entre tensão e deformação e entre tensão cisalhante e tensão normal (Duncan, 1998).

O valor da resistência ao cisalhamento de um solo é influenciado por diversos fatores externos e internos, como: a variação do nível freático (comportamento drenado e não drenado), a velocidade de infiltração de água no solo, a presença de cobertura vegetal, o uso de materiais de reforço, o emprego de sistema de drenagem, o grau de compactação das camadas e até mesmo do tipo de ensaio empregado para aferir os parâmetros de resistência (Sadrekarimi, 2014).

Para a Engenharia Civil, o valor da resistência ao cisalhamento do solo é essencial para o entendimento de inúmeros problemas geotécnicos, geológicos e ambientais, incluindo a predição da estabilidade de taludes, a definição da capacidade de carga de fundações, a estimativa das pressões atuantes em estruturas de contenção, a definição da espessura das camadas dos pavimentos, entre outros (Vanapalli et al., 1996; Vanapalli & Fredlund, 2000; Guan et al., 2010; Sheng et al., 2011; Wu et al., 2021).

Solos acima do nível de água geralmente apresentam-se no estado não saturado. E com as mudanças nas estações do ano e no regime de chuvas, o grau de saturação destas camadas de solo torna-se muito variável (Wu et al., 2021). Assim, por consequência, tem-se variações na capacidade de suporte do solo, o que implica em alterações (aumento ou

diminuição) do nível de segurança do área avaliada. Desse modo, a estimativa da resistência ao cisalhamento de um solo não saturado torna-se objeto de interesse dos engenheiros que desejam modelar e monitorar obras civis com fatores de segurança mais realísticos, dentro das limitações de cada projeto.

Apesar disso, a análise de problemas envolvendo solos não saturados é geralmente limitada ao emprego de parâmetros e modelos de resistência para solos saturados. Esse tipo de abordagem, apesar de convencional e conservador, despreza a influência da sucção na resistência ao cisalhamento de um solo não saturado (Vanapalli et al., 1996), que em alguns casos, pode representar: ganho ou perda de resistência devido a mudança das condições ambientais (chuvas, geadas, secas, alagamentos e mais) durante o ano.

Ensaio laboratoriais para a definição direta do valor da resistência ao cisalhamento não saturada são caros e consomem muito tempo, uma vez que, estes requerem equipamentos não convencionais ou adaptados, uma maior repetição de ensaios e um maior número de amostras utilizadas, além de diferentes procedimentos de ensaios. O fato destes ensaios serem onerosos e de difícil acesso, torna-se um obstáculo para a difusão do emprego de modelos de resistência ao cisalhamento de solos não saturados em casos reais de projeto de obras.

Para superar a problemática citada, na Engenharia Geotécnica Prática é amplamente aceito que algumas propriedades do solo sejam definidas a partir de correlações indiretas com outras propriedades do meio ou pela aplicação de modelos semi-empíricos validados em comparação com dados de instrumentação de campo e ensaios de laboratório. No caso do uso de correlações indiretas, na literatura, a função de retenção de água do meio é bastante empregada para estimar propriedades hidráulicas e físicas de solos, como é o caso da condutividade hidráulica, da capacidade de armazenamento de água, da granulometria e da distribuição de poros em solos (van Genuchten, 1980; Fredlund et al., 1994; Cavalcante & Zornberg, 2017a; Cavalcante & Mascarenhas, 2021; Costa & Cavalcante, 2020; Costa & Cavalcante, 2021b; Costa & Cavalcante, 2021a).

Do mesmo modo, procedimento semelhante pode ser feito para a obtenção de propriedades mecânicas de meios porosos como a definição da resistência ao cisalhamento não saturada. Este tipo de abordagem é apresentado e testado por muitos autores na literatura (Vanapalli et al., 1996; Fredlund et al., 1996; Garven & Vanapalli, 2006; Tran & Fredlund, 2021; Cavalcante & Mascarenhas, 2021). Isso porque tal abordagem é uma maneira mais simples e rápida de estimar a resistência ao cisalhamento de solos não saturados com um número menor de ensaios.

Assim, partindo da hipótese que é possível empregar a função de retenção de água para caracterizar mecanicamente solos não saturados, a presente pesquisa de doutorado



concentra-se no desenvolvimento de modelos matemáticos para a obtenção indireta da resistência ao cisalhamento não saturada fundamentado no uso da função analítica de retenção de água nos solos proposta por Cavalcante & Zornberg (2017a) e nos parâmetros de resistência ao cisalhamento efetivos: coesão e ângulo de atrito. A partir dessas premissas, modelos de superfície de resistência não saturada para solos unimodais e multimodais são concebidos.

Nesta pesquisa, a superfície de resistência ao cisalhamento pode ser definida por uma função que varia com a sucção e a tensão normal líquida atuantes no meio ou como uma função que varia com mudanças no índice de vazios e no conteúdo de água presente no maciço. Para a validação dos modelos criados, são realizadas comparações com dados experimentais de diversos tipos de solos e de diferentes ensaios geotécnicos como será apresentado nas próximas sessões do trabalho. Também foi proposto um modelo para representar a superfície de coesão não saturada, além de ser avaliada a possibilidade de correlacionar os modelos desenvolvidos para inferir indiretamente algumas propriedades físicas e hidráulicas de solos.

### **1.1. Justificativa da Pesquisa**

A ruptura de taludes de terra e o colapso de solo devido a redução da sucção são exemplos de problemas geotécnicos responsáveis por diversas perdas financeiras, ambientais e humanas. Esses problemas estão ligados a variação brusca do teor de umidade volumétrico de solos durante as estações do ano que geralmente não é monitorado ou monitorado incorretamente pelos órgãos responsáveis.

Arelado a esta problemática, observa-se a falta de campanhas de investigações para a caracterização geotécnica do local e a ausência de instrumentos de monitoramento. Assim, a prevenção de desastres envolvendo solos na condição não saturada são de grande interesse para as instituições públicas, empresas e sociedade que buscam a seguridade das obras geotécnicas.

Deste modo, para os Engenheiros Geotécnicos, a prevenção destes desastres significa projetar, monitorar, corrigir e proteger as estruturas de terra (naturais e artificiais) de forma mais segura, barata e realista. Isso significa empregar modelos, ensaios e instrumentações que representem e modelem o comportamento do meio de acordo com as demandas do projeto e a vida útil da estrutura. Isso explica a necessidade e o crescimento das pesquisas e do número de publicações ao longo dos anos referente a mecânica dos solos não saturados.

Cabe destacar que a pesquisa apresentada nesta tese doutorado dá continuidade aos

trabalhos desenvolvidos pelo Programa de Pós-Graduação em Geotecnia (PPGG) da Universidade de Brasília (UnB) referentes à linha de pesquisa de Fluxo de Água em Meio Poroso e Estabilidade de Taludes. Esta linha de pesquisa está em consonância com a Portaria n° 5.109, de 16 de agosto de 2021 do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações que estabelece como áreas prioritárias de estudo as pesquisas voltadas ao desenvolvimento Sustentável e a Promoção de Qualidade de Vida contemplando o Monitoramento, Prevenção e Recuperação de Desastres Naturais e Ambientais, durante o período de 2021 a 2023. Além disso, a linha citada está de acordo com a Política Nacional de Educação Ambiental (Lei n° 9.795, de 27 de abril de 1999) que estabelece o desenvolvimento de pesquisas relativas a prevenção e manutenção do meio ambiente, além da produção e da divulgação de material educativo.

Frente a relevância científica citada, nesta pesquisa de doutorado é avaliada como a variação no teor de umidade do meio pode ser refletida em alterações de outras propriedades hidráulicas e mecânicas do material por meio do desenvolvimento de um novo modelo de resistência ao cisalhamento de solos não saturados que é capaz de ser conectado com as principais equações hidráulicas - a função de retenção de água no solo, a função de condutividade hidráulica não saturada e a função de variação de teor de umidade no tempo e no espaço. Isso é possível, pois o modelo criado correlaciona o comportamento hidráulico e mecânico do solo a partir da combinação do modelo de resistência de Vanapalli et al. (1996) e da solução de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) como será demonstrado no texto desta tese.

## 1.2. Objetivos

Diante da introdução apresentada, o objetivo principal da tese de doutorado é desenvolver modelos físico-matemáticos de resistência ao cisalhamento de solos não saturados unimodais e multimodais com e sem variações de índice de vazios ocasionadas por alterações do conteúdo de água presente no meio.

Para isso, tais objetivos específicos são listados:

- Desenvolver modelos constitutivos de resistência ao cisalhamento não saturada fundamentados na função de retenção de água para solos unimodais e multimodais;
- Definir o conceito de superfície de coesão não saturada;
- Criar modelos constitutivos que representem a curva e a superfície de coesão não saturada para solos unimodais e multimodais;

- Analisar a influência dos parâmetros dos modelos propostos com relação aos valores de resistência e coesão não saturada por meio de análise paramétrica;
- Validar os modelos desenvolvidos com base em dados de diferentes experimentos obtidos de universidades parceiras e da literatura;
- Relacionar os modelos desenvolvidos com outras propriedades físicas e hidráulicas do solo, derivadas dos modelos de retenção empregados.

### **1.3. Estrutura da Tese**

Para uma melhor compreensão da pesquisa, o texto da tese de doutorado está dividido em 6 capítulos. No capítulo 1, são abordados o tema da pesquisa, a motivação do trabalho e os objetivos geral e específicos do desenvolvimento da tese. No capítulo 2, é realizado um levantamento da literatura sobre conceitos relativos à mecânica dos solos não saturados, com foco no tema da resistência ao cisalhamento de solos não saturados.

No capítulo 3, é feita uma revisão sobre o fenômeno de retenção de água em solos, e são discutidos os principais modelos de ajuste para solos uni e bimodais. No Capítulo 4, é detalhado a metodologia empregada para o desenvolvimento da pesquisa de doutorado. No Capítulo 5, são explorados o desenvolvimento matemático dos modelos de resistência ao cisalhamento e suas aplicações para dados da literatura.

No último capítulo da presente tese, são expostas as principais conclusões obtidas durante a pesquisa e sugestões para trabalhos futuros.

## 2. ESTUDO DA MECÂNICA DOS SOLOS NÃO SATURADOS

### 2.1. Conceito de Solos não Saturados

O principal tópico de pesquisa da Mecânica dos Solos é a investigação do impacto das variações nas quantidades dos fluidos (água, ar, óleos e outros) sobre o comportamento físico, mecânico e hidráulico do meio.

Frente a isso, a Mecânica dos Solos Tradicional é dividida em dois grandes grupos: a Mecânica dos Solos Saturados e a Mecânica dos Solos não Saturados. Os solos são considerados "saturados" quando todos os vazios estão preenchidos por água ou quando a quantidade de bolhas de ar é praticamente irrisória, não havendo descontinuidade na fase líquida e, neste caso, o solo é visto como um sistema bifásico formado por uma fase líquida e uma fase sólida que comandam o comportamento mecânico e hidráulico do solo. Já o termo "não saturado" é usado para definir o estado do solo no qual os vazios não estão totalmente preenchidos por água ou outro líquido, incluindo solos parcialmente saturados e solos secos, neste caso o solo é visto como sistema multifásico em que as propriedades dos fluidos presentes nos vazios impactam no comportamento do material.

Para representar estas condições, a Fig.(2.1) apresenta quatro esquemas representativos de uma porção de solo com variações nas quantidades dos fluidos presentes no meio. Na ilustração, a cor azul representa a água, a cor branca é usada para representar a porção gasosa e, os grãos do solo estão destacados pelas formas irregulares em marrom claro.

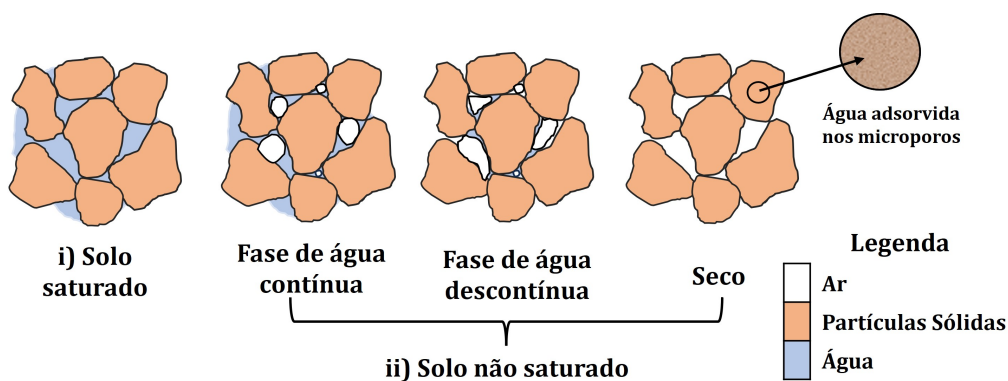


Figura 2.1: Condições de Saturação Possíveis dos Solos na Natureza, para: (i) Solo Saturado (Partículas Sólidas e Água) e, (ii) Solo não Saturado (Partículas Sólidas, Água e Ar).

Como pode ser observado na Fig.(2.1), os solos não saturados são formados por um sistema trifásico (ou multifásico), composto por uma fase líquida, uma fase sólida e uma fase gasosa (Lambe & Whitman, 1969). Além dessas três fases, pode ainda existir uma quarta fase, chamada de membrana ou película contrátil, formada pela interação entre as fases líquida e gasosa que recobre e/ou liga os grãos (Fredlund & Rahardjo, 1993).

A existência desta quarta fase é aceita por muitos autores que discorrem sobre essa temática, os quais acreditam que a membrana contrátil é responsável por gerar uma coesão fictícia entre as partículas sólidas do meio, o que contribui para o aumento da resistência observada em solos não saturados.

A característica mais marcante dessa quarta fase é a geração de uma tensão de tração nos materiais contínuos, conhecida como tensão superficial. Devido à ação dessa tensão, a interface ar-água tem um comportamento similar ao de uma membrana elástica. No caso em que a fase gasosa é contínua, essa membrana interage com as partículas sólidas, influenciando no comportamento mecânico do material, e assim, a tensão de ar também exerce influência indireta nas propriedades mecânicas do solo (Fredlund & Rahardjo, 1993).

De acordo com os autores supracitados, do ponto de vista comportamental, os solos não saturados podem ser considerados um sistema de duas fases que entram em equilíbrio (partículas de solo e membrana contrátil) e outras duas que fluem (ar e água) para manter o equilíbrio durante a aplicação de um carregamento qualquer. Nas correlações massa-volume, é possível considerá-lo como um sistema trifásico, já que o volume da interface ar-água é geralmente muito pequeno e a massa de ar pode ser considerada como parte integrante da massa de água, sem prejuízos às análises. Entretanto, quando se avalia o estado de tensão de um sistema multifásico contínuo é necessário fazer com que a interface ar-água se comporte como uma fase independente em relação às demais (Fredlund & Rahardjo, 1993) e é por isso que muitos autores usam a combinação entre as variáveis de poropressão de ar e água e tensão aplicada para avaliar os ganhos de resistência em solos não saturados.

Apesar dos solos no estado não saturado apresentarem maior resistência, rotineiramente, em virtude da simplicidade, conservadorismo e da limitação do conhecimento atual, a maioria dos problemas de Engenharia Geotécnica ainda são resolvidos a luz dos conceitos da Mecânica dos Solos Saturados, mesmo que, em alguns desses casos, a aplicação de conceitos e modelos advindos da Mecânica dos Solos Não Saturados possivelmente geraria uma melhor análise e compreensão do problema estudado. Além da possibilidade da descrição de fatores de segurança transiente e mais realísticos do comportamento da estrutura geotécnica.

## 2.2. Resistência ao Cisalhamento de Solos Saturados

O comportamento mecânico de um material qualquer pode ser caracterizado pelo conhecimento do conjunto: tensão, deformação e resistência do meio. Por meio do conhecimento desse conjunto é possível inferir: as propriedades mecânicas do solo (módulo de Young, coeficiente de Poisson e módulo de cisalhamento), os fatores de segurança de estrutura para um determinado estado de tensão (relação entre a tensão gerada pela carga aplicada e a tensão suportada, FS) e a previsão de comportamento frente à aplicação de carregamento (contrátil, dilatante ou intermediário entre estes dois).

No caso dos solos, o comportamento mecânico do meio está diretamente relacionado com o estado de tensões efetivas atuantes no material. Sendo o estado de tensões dependente das solicitações existentes e dos fluidos presente no meio e das suas proporções. Para solos saturados, as tensões efetivas são determinadas por meio do Princípio das Tensões Efetivas proposto por Terzaghi em 1923 no trabalho "*Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungserscheinungen*" ou em português "*Um Método para Calcular o Coeficiente de Permeabilidade de uma Argila a partir da Variação da Tensão Hidrodinâmica com o Tempo*". Uma discussão crítica e detalhada deste artigo em alemão é feito por Clayton et al. (1995). Matematicamente, este princípio define a tensão efetiva a partir do conhecimento dos valores da tensão total e da pressão de água atuantes numa determinada posição do solo a partir da relação (Terzaghi, 1943):

$$\sigma' = \sigma - u_w \quad (2.1)$$

onde  $\sigma'$  é a tensão efetiva [ $ML^{-1}T^{-2}$ ],  $\sigma$  é a tensão total [ $ML^{-1}T^{-2}$ ] e  $u_w$  é a pressão de água nos poros do solos ou poropressão de água [ $ML^{-1}T^{-2}$ ].

Para solos saturados na condição drenada, a poropressão de água é sempre positiva ou nula, independentemente da presença ou ausência de fluxo de água, situação que ocorre em camadas de solo abaixo do nível de água do terreno. Como consequência, o valor da resistência ao cisalhamento pode ser obtido pelo uso do critério de ruptura de Mohr-Coulomb. Por meio deste critério, a resistência ao cisalhamento de um solo é determinada por uma função linear baseada nas características coesivas e friccionais do material e na tensão normal atuante no meio que é definida por meio da expressão:

$$\tau_{sat} = c' + \sigma' \tan \phi' = c' + (\sigma - u_w) \tan \phi' \quad (2.2)$$

onde  $\tau_{sat}$  é a resistência ao cisalhamento de um solo saturado [ $ML^{-1}T^{-2}$ ],  $c'$  é a coesão efetiva [ $ML^{-1}T^{-2}$ ] e  $\phi'$  é o ângulo de atrito efetivo que é normalmente expresso em graus, [°].

A Eq.(2.2) segue o conceito proposto por Terzaghi (1923) que postula que apenas as tensões efetivas são capazes de mobilizar a resistência ao cisalhamento de um solo, uma vez que os fluidos, como a água e o ar, não são capazes de resistir ao cisalhamento; portanto, a resistência ao cisalhamento desses dois materiais é nula.

No modelo de Mohr-Coulomb a relação entre tensão cisalhante e tensão normal efetiva é sempre linear e diretamente proporcional, ou seja, à medida que a tensão normal vertical aumenta, também ocorre um aumento na tensão cisalhante atuante. Na ausência de solicitações, o valor mínimo de resistência é numericamente igual a coesão.

Para compreender o significado físico e matemático do critério de ruptura de Mohr-Coulomb, a Fig. (2.2) apresenta um esquema fictício deste critério. Neste modelo, graficamente, a parcela de coesão ( $c'$ ) representa o intercepto da envoltória de resistência com o eixo da tensão de cisalhamento, ou seja, o valor de resistência ao cisalhamento de um solo é sempre igual ou maior a esse valor. Já a  $\tan \phi'$  representa o coeficiente angular da reta que define o envelope de ruptura de Mohr-Coulomb com uma inclinação igual a  $\phi'$ .

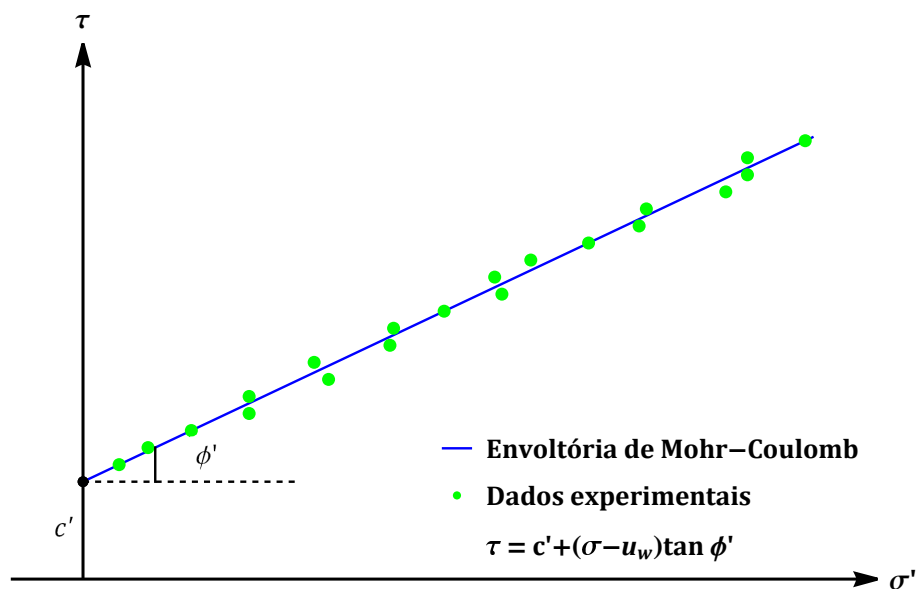


Figura 2.2: Desenho Esquemático do Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb.

Por ser um modelo matemático simples, o critério de resistência de Mohr-Coulomb apresentado na Eq.(2.2) é bastante utilizado para ajustar dados de ensaios de cisalhamento de solos e para definir os valores de coesão e ângulo de atrito de amostras, que são informações essenciais para: estimar a resistência ao cisalhamento de solos saturados; definir envoltórias de ruptura; determinar critérios e parâmetros de projetos; e analisar fatores de segurança de obras e estruturas geotécnicas.

Valores típicos de coesão e ângulo de atrito de areias e argilas para o modelo de resistência de Mohr-Coulomb são apresentados na Tab.(2.1).

Tabela 2.1: Valores Típicos de Coesão e Ângulo de Atrito de Solos - Parâmetros de Pico

Autor	Pinto (2006)		Das (2007)	
Solo	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)
Areias	0	28 a 47	0	27 a 45
Argilas	5 a 50	18 a 38	$\geq 0$	19 a 34

Na Tab.(2.2) são apresentados os valores coeficiente de variação (CV) destes dois parâmetros mecânicos.

Tabela 2.2: Variação da Coesão e Ângulo de Atrito de Solos (Dantas &amp; Cavalcante (2021))

Propriedade	Valor Típico de CV (%)	Autor(es)
$c'$	20 a 50	Lee et al. (1983) e Gitirana Jr. (2005)
$\phi'$	2 a 13	Lacasse & Nadim (1996), Duncan (2000) e Gitirana Jr. (2005)

Também é por meio da definição da equação da envoltória de ruptura, seja esta de Mohr-Coulomb ou outra qualquer, que se torna possível avaliar estados de tensões conhecidos para um dado elemento de solo como mostrado no desenho esquemático da Fig.(2.3) e explicado a seguir.

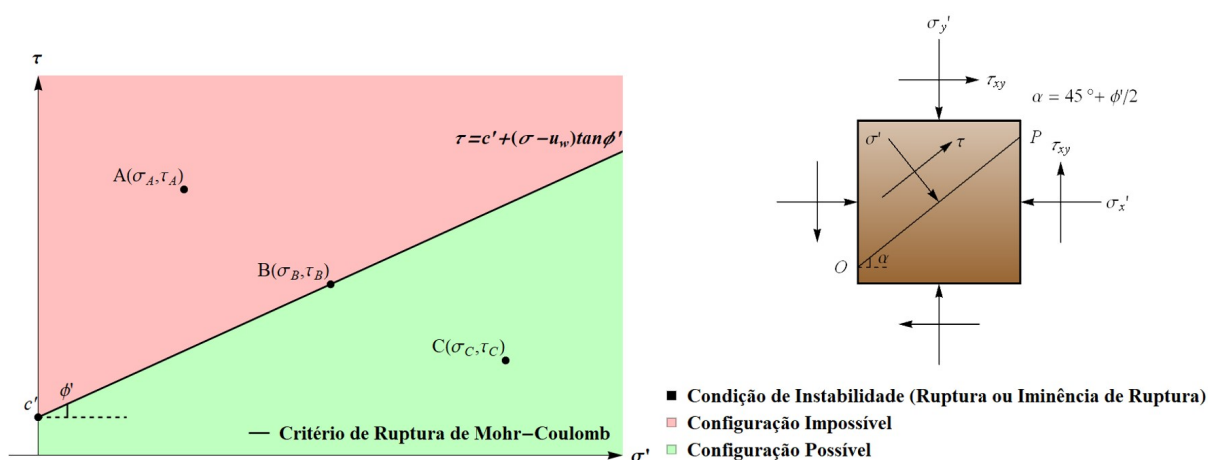


Figura 2.3: Desenho Esquemático da Avaliação do Estado de Tensão de um Elemento de Solo qualquer pelo Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb.



Como é mostrado na Fig.(2.3), o conhecimento de uma envoltória de ruptura para um determinado Volume Elementar Representativo (VER) fictício de um meio pode ser usado para inferir informações sobre o estado de tensões e o fator de segurança do material. Por exemplo, se as tensões normal efetiva e cisalhante,  $\sigma'$  e  $\tau$ , atuantes no plano  $OP$  de um determinado elemento de solo, representado pelo ponto  $A(\sigma_A, \tau_A)$ , estiverem acima da envoltória, assume-se que este seja um estado de tensão impossível (com  $FS < 1.00$ ). Isso pode indicar, na prática, que o solo adquiriu resistência adicional ou que a envoltória foi inferida de forma incorreta, não refletindo a condição real avaliada. Isso pode ocorrer devido à perturbação de amostras indeformadas ou se o grau de compactação da amostra ensaiada não for o mesmo do campo. Neste caso, são necessários mais ensaios para a redefinição da curva de resistência e a avaliação do estado de tensão da camada de solo. Tal condição também pode ocorrer, se em campo, a camada não estiver saturada e exista um ganho de resistência com a sucção como será abordado na próximo capítulo da tese. Outra possibilidade é quando o estado de tensão no plano  $OP$  corresponde ao ponto  $B(\sigma_B, \tau_B)$ . Neste caso, assume-se que a ruptura já ocorreu ou está iminente. Tal afirmação é válida para todos os pontos que estão sobre a reta que define a envoltória ou muito próximos dela, gerando um  $FS = 1.00$ . Mas se o estado de tensão corresponder ao um ponto abaixo da reta que define a envoltória, como exemplificado pelo ponto  $C(\sigma_B, \tau_B)$ , acredita-se que a ruptura não ocorrerá e que o estado tensão está associado com um fator de segurança maior que 1.00. Neste último caso, considerando que tal material não seja susceptível ao fenômeno de amolecimento, pode-se dizer a resistência ao cisalhamento do meio não foi totalmente mobilizada.

No caso dos solos, que geralmente sofrem ruptura devido a solicitações cisalhantes, a resistência do material é definida por meio da envoltória de resistência ao cisalhamento de Mohr-Coulomb, a qual depende do teor de umidade presente nos vazios e consequentemente do potencial de água atuante, conforme será abordado neste capítulo.

### 2.3. Conceito de Sucção e Potencial de Água no Solo

A sucção total ou potencial de água no solo ( $\psi$ ) pode ser descrito como uma medida que representa a habilidade do solo atrair ou repelir água presente nos vazios do meio. É uma medida da energia potencial da água em um ponto do sistema estudado em relação à energia potencial de água pura e livre tida com referência (Cook & Papendick, 1972; Papendick & Campbell, 1981).

Cook & Papendick (1972) detalha o conceito de  $\psi$  como uma medida da capacidade da água, em um determinado ponto do sistema, para realizar trabalho, quando comparado com a capacidade de trabalho da água pura e livre, na condição de referência. Neste caso,

o trabalho é grandeza física (escalar) que mede a quantidade de força necessária para mover um corpo/partícula de um ponto a outro do sistema, sendo independente da trajetória realizada, considerando apenas a posição inicial e final da análise. Nesta circunstância, atribui-se a água pura e livre sobre a ação da pressão atmosférica como o valor de potencial de referência, assumindo, valor nulo (Cook & Papendick, 1972).

Para solos não saturados, ou onde há presença de sais, o potencial de água é sempre menor que zero (negativo). E a medida que o solo torna-se mais seco, o potencial da água diminui (Cook & Papendick, 1972).

Para a Ciência dos Solos, o potencial de água pode ser definido em termos do estado da energia livre de água no solo e sobre esta ótica diversas parcelas podem ter influência na sucção que atua no meio, tais como temperatura, fluidos presentes, posição avaliada e mais (Papendick & Campbell, 1981).

Dentro deste conceito, a função do potencial de água que atua no solo é definida por (Baver & Gardner, 1972 *apud* Pereira (2004); Papendick & Campbell, 1981; Ortigão, 2007):

$$\psi = \psi_c + \psi_t + \psi_p + \psi_z + \psi_m + \psi_o \quad (2.3)$$

onde  $\psi_c$  é o potencial cinético,  $\psi_t$  é o potencial térmico,  $\psi_p$  é o potencial de pressão,  $\psi_z$  é o potencial gravitacional,  $\psi_m$  é o potencial matricial (capilaridade e adsorção) e  $\psi_o$  é o potencial osmótico.

Para detalhar cada um destes potenciais, tem-se (Papendick & Campbell, 1981; Pereira, 2004; Ortigão, 2007):

**a) Potencial Cinético:** é proporcional ao quadrado da velocidade de escoamento  $v$ . Como nos solos os valores de  $v$  são muito pequenos, esta parcela é desprezível.

**b) Potencial Térmico:** está associado com a influência da temperatura na troca de energia e nos valores das propriedades hidráulicas, geralmente, é desconsiderado na maioria dos estudos geotécnicos com exceção de casos específicos, como por exemplo, para estacas trocadoras de calor (Chaves, 2023).

**c) Potencial de Pressão:** está relacionando com a pressão que fluidos exercem sobre um determinado ponto do solo saturado. Sendo dividido em potencial pneumático e piezométrico. O primeiro é equivalente ao trabalho resultante da pressão manométrica (pressão absoluta menos a pressão atmosférica) que existe no ar presente nos vazios. É gerado pela pressão que a coluna do gás exerce sobre o ponto considerado da massa de solo. O segundo

está relacionado a pressão de água atuante. Assim, o potencial de pressão é dado por:

$$\psi_p = \gamma_f h \quad (2.4)$$

onde  $\gamma_f$  é o peso específico do fluido presente no solo [ $ML^{-2}T^{-2}$ ] e  $h$  é altura da coluna do gás ou líquido avaliado [ $L$ ]. Neste caso, quando o solo não está saturado, o potencial de pressão é nulo e potencial matricial começa a atuar.

**d) Potencial Gravitacional ou Altimétrico:** está relacionado com o campo gravitacional da terra, equivale à energia potencial do campo gravitacional e está associada com a posição "z" analisada e a cota de referência adotada.

$$\psi_z = mgz \quad (2.5)$$

onde  $m$  é a massa do corpo avaliado [ $M$ ],  $g$  a aceleração da gravidade [ $LT^{-2}$ ] e  $z$  a cota ou elevação em relação a um referencial arbitrário [ $L$ ]. Deste modo, nota-se que este potencial está associado com o peso das camadas acima do ponto de interesse.

**e) Potencial Matricial:** é gerado devido às interações que ocorrem entre a água e o ar (capilaridade) e entre água e as partículas sólidas (forças superficiais de origem eletroquímica). Neste caso, a água é atraída pela matriz do solo por um conjunto de forças que está relacionado com um potencial hidráulico, que é conhecido como potencial matricial. Assumindo, o nível de referência como sendo o potencial de água livre sob pressão atmosférica, o potencial matricial assume valores negativos e ocorre quando no meio poroso existem líquidos e gases simultaneamente.

**f) Potencial Osmótico:** está associado a diferença de composição entre a água do solo (presença de sais, substância orgânica e inorgânicas) e a água pura. Na maioria dos problemas de engenharia, seu valor é considerado incipiente, embora, em problemas de contaminação e de manejo agrícola, esta parcela deve ser avaliada.

Para as condições em que se admite: i) regime de fluxo laminar ou ausência de fluxo ( $v = 0$  e  $\psi_c = 0$ ); ii) processos isotérmicos ou baixa variação de temperatura ( $\psi_t = 0$ ); iii) variação infinitesimal de cota entre dois pontos avaliados ( $\psi_z = 0$ ) e, iv) desprezando a influência da pressão de ar e que solo esteja não saturado ( $\psi_p = 0$ ), tem-se que o potencial de água no solo é definido apenas pelas parcelas matricial e osmótica, como apresentado por Fredlund & Rahardjo (1993).

Este tipo de simplificação também é adotado nesta tese de doutorado, para representar a sucção que atua no solo, como detalhado no tópico a seguir.

## 2.4. Sucção e Resistência dos Materiais

Em aplicações de Engenharia Geotécnica, o termo de pressão de água nos poros é geralmente usado para quantificar a resistência do material, alterações no volume e variações das propriedades hidráulicas do meio. De acordo com Bulut & Wray (2005), para o caso não saturado, esta pressão de água nos poros é comumente referenciada como sucção de água no solo.

Considerando as simplificações listadas no item anterior, a sucção do solo pode ser determinada pela medida da pressão de vapor em equilíbrio com a água presente no solo. A pressão de vapor é controlada pelos sais e substâncias químicas dissolvidas no líquido que preenche os vazios do solo (sucção osmótica,  $\psi_o$ ) e pela pressão hidrostática negativa de água presente nos poros (sucção mátrica,  $\psi_m$ ) (Edlefsen & Anderson, 1943; Bulut & Wray, 2005; Dao et al., 2008).

De acordo com Fredlund & Rahardjo (1993), a parcela mátrica está associada com a tensão superficial no menisco de água formado entre os grãos. Enquanto a parcela osmótica está relacionada ao teor de sais e contaminantes presentes na água do solo. Assim, de uma maneira simplificada, a sucção do solo é dada pela soma destas duas parcelas:

$$\psi = \psi_m + \psi_o = (u_a - u_w) + \psi_o \quad (2.6)$$

Usualmente, o efeito da parcela osmótica é negligenciado durante a determinação da resistência ao cisalhamento do solo Fredlund & Rahardjo (1993). Assim, a sucção pode ser assumida como igual a sucção mátrica, que é dada por:

$$\psi \approx \psi_m = u_a - u_w \quad (2.7)$$

Para testar a afirmação supracitada, Leong & Abuel-Naga (2018) avaliaram o impacto da presença de Cloreto de Sódio na resistência de um solo residual de Singapura (classificado como "MH", *Fine Soil with High Plasticity*, pela Classificação Unificada da ASTM<sup>1</sup> ou como Solo Siltoarenoso pela granulometria) por meio da realização de ensaios de compressão não confinada. Os resultados da resistência das amostras de diferentes unidades são apresentados na Fig.(2.4). Nesta figura, nota-se que a presença de sal, não impactou em alterações na resistência ao cisalhamento deste solo fino. Tal resultado corrobora com que muitos pesquisadores acreditam, que apenas a sucção mátrica contribui com a resistência ao cisalhamento de solos não saturados.

<sup>1</sup>ASTM D2487-11: Standard Practice for Classification of Soils for Engineering Purposes (Unified Soil Classification System), ASTM International, doi.org/10.1520/D2487-11.

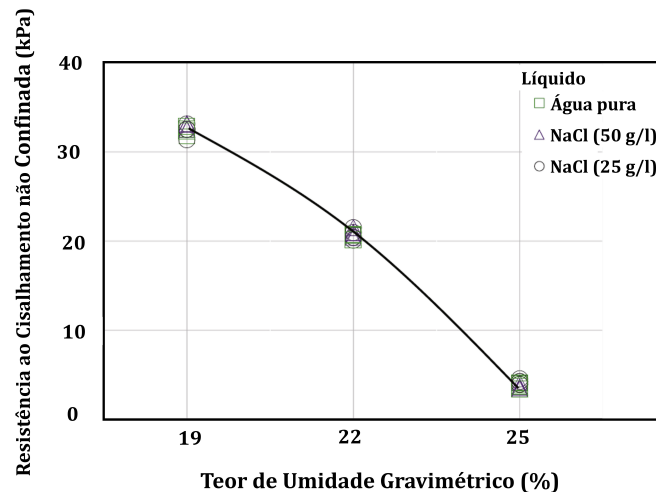


Figura 2.4: Avaliação da Influência da Sucção Osmótica na Resistência não Saturada de um Solo Siltoso (Adaptado de Leong & Abuel-Naga (2018)).

Frente ao apresentado, nesta pesquisa de doutorado será desconsiderado os efeitos da sucção osmótica no estado de tensão dos solos, assim, os termos "*sucção*" e "*sucção mátrica*" serão considerados como sinônimos nesta tese.

Deve-se destacar que, em algumas aplicações geotécnicas, onde há presença de contaminantes na água ou onde o fluido seja diferente deste líquido, este tipo de simplificação deve ser justificada por meio de ensaios prévios, modelagem computacional e análise paramétrica do fenômeno que indiquem a irrelevância da parcela osmótica na resistência do material. Todavia se estas análises demonstrarem que a parcela osmótica tem influência expressiva sobre as propriedades mecânicas e hidráulicas do solo, o ideal é que haja uma adaptação das equações, além de ensaio de retenção específico para o fluido percolante, para que seja feita a mensuração correta da parcela osmótica.

## 2.5. Resistência ao Cisalhamento de Solos não Saturados

Como mencionado anteriormente, a resistência ao cisalhamento não é uma propriedade constante para os solos acima do nível de água. Ela depende do estado de saturação do meio e conseqüentemente, da pressão de água e ar atuantes no maciço.

O estudo da resistência de solos não saturados teve início no século XX, quando Haines (1925) debateu sobre a influência das forças capilares na coesão de solos. A partir disso, vários pesquisadores começaram a estudar sobre a resistência ao cisalhamento de solos não saturados, tornando-se um campo de pesquisa mais comum entre as décadas de 50 e 60. Nesse período, de acordo com Jennings & Burland (1962), alguns trabalhos tiveram grande

evidência, como os de Jennings (1957), Croney et al. (1958), Bishop (1959) e Aitchison (1960) que escreveram formulações tentando expandir o princípio das tensões efetivas de Terzaghi (1923) para solos na condição não saturada, com destaque para a formulação de Bishop (1959) que é uma das mais usadas até hoje (Feuerharmel, 2007; Jesus, 2008; Almeida, 2016; Cavalcante & Mascarenhas, 2021). O modelo de Bishop (1959) descreve a tensão efetiva como:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi (u_a - u_w) \quad (2.8)$$

onde  $u_a$  é a poropressão de ar [ $ML^{-1}T^{-2}$ ] e  $\chi$  é o parâmetro do modelo de Bishop [adimensional] que é dependente do estado de saturação do meio, variando de 0 (solo totalmente seco) a 1 (solo saturado). Por meio da generalização apresentada Eq.(2.8) criada por Bishop, é possível avaliar a tensão efetiva dos solos para os casos específicos de saturação como:

i) solos totalmente seco:

$$\sigma'_{seco} = (\sigma - u_a) + 0 \times (u_a - 0) = (\sigma - u_a) \quad (2.9)$$

utilizando como referência a pressão de ar igual a atmosférica, tem-se:

$$\sigma'_{seco} = \sigma \quad (2.10)$$

e,

ii) solos saturados:

$$\sigma'_{saturado} = (\sigma - 0) + 1 \times (0 - u_w) = (\sigma - u_w) \quad (2.11)$$

Com base na Eq.(2.8), Bishop et al. (1960) propuseram uma equação para resistência ao cisalhamento reescrevendo a equação da envoltória de Mohr-Coulomb para solos não saturados, por meio de:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + \chi (u_a - u_w) \tan \phi' \quad (2.12)$$

onde  $\tau$  é a resistência ao cisalhamento de um solo não saturado [ $ML^{-1}T^{-2}$ ],  $(\sigma - u_a)$  é a tensão normal líquida [ $ML^{-1}T^{-2}$ ] e  $(u_a - u_w)$  é a sucção mátrica [ $ML^{-1}T^{-2}$ ].

Comparando a Eq.(2.2) com a Eq.(2.12), nota-se que a primeira é um caso particular da segunda que ocorre quando  $\chi = 1$ , neste caso, todos os poros do solo estão preenchidos com água, tendo assim:  $u_a = 0$  e  $u_w \geq 0$ . Tal afirmação é verificada pela demonstração apresentada na Eq. (2.13) para o caso saturado.

$$\tau = c' + (\sigma - 0) \tan \phi' + 1 \times (0 - u_w) \tan \phi' = c' + \sigma \tan \phi' - u_w \tan \phi' = c' + (\sigma - u_w) \tan \phi' = \tau_{sat} \quad (2.13)$$

Como mostrado na Eq.(2.8) e na Eq. (2.12), a aplicação do modelo de Bishop requer o conhecimento do valor do parâmetro  $\chi$  para diferentes estados de saturação do solo, tal requerimento é o que torna o emprego prático deste modelo bastante complexo, já que a correlação entre o conteúdo de água presente no meio e  $\chi$  não é linear como foi demonstrado por Bishop & Blight (1963), Fig.(2.5).

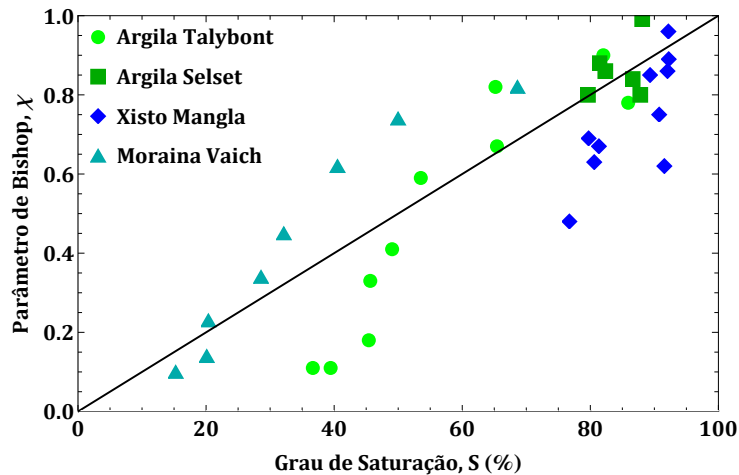


Figura 2.5: Variação do  $\chi$  com o Grau de Saturação para 4 Solos Distintos, Valores oriundos do Ensaio de Compressão Triaxial com  $\sigma_3 - u_a = 0$  (Modificado de Bishop & Blight (1963)).

Na Fig.(2.5) é apresentado os resultados de ensaios triaxiais para amostras de diferentes solos com variação de saturação. Nesta figura fica evidente que a relação  $\chi$  e o conteúdo de água presente nas amostras é bastante não linear e varia com o material, indicando que a mensuração deste parâmetro não é tal simples. Assim, buscando entender a relação entre  $\chi$  e o conteúdo de água, diversos pesquisadores propuseram correlações para estimar o valor deste parâmetro. Na Tabela (2.3) são apresentados um resumo de algumas das formulações encontradas na Literatura para inferir o parâmetro  $\chi$  do conteúdo de água presente no meio.

Tabela 2.3: Correlação da Literatura para a definição do valor de  $\chi$

Autor(es)	Correlação
Oberg e Sallfours (1997)	$\chi = S$
Khalili e Khabbaz (1998)	$\chi = \left[ \frac{(u_a - u_w)}{(u_a - u_w)} \right]^{-0,55}$
Vanapalli et al. (2000)	$\chi = \frac{(S - S_r)}{(1 - S_r)}$
Vanapalli et al. (2000)	$\chi = S^k$

Além do modelo de Bishop, a partir da década de 70, os trabalhos desenvolvidos pelo pesquisador Delwyn Fredlund tiveram grande relevância para área da Mecânica dos Solos

não Saturados. Fredlund et al. (1978) foram responsáveis por descrever os conceitos de variáveis de estado para definir a resistência ao cisalhamento de um solo não saturado.

Uma variável de estado de tensão é definida como sendo variável que não produz distorção ou variação em um elemento do solo quando seus componentes variam, mas o seu valor permanece inalterado (Fredlund & Morgenstern, 1977).

Para solos não saturados, as combinações entre as variáveis  $\sigma$ ,  $u_a$  e  $u_w$  são capazes de retratar a resistência e compressibilidade do meio por representarem as relações entre as fases do solo. Segundo estes autores, existem três combinações possíveis que podem ser usadas como variáveis de estado de tensões para solos não saturados. São estas:  $(\sigma - u_a)$  e  $(u_a - u_w)$ ;  $(\sigma - u_w)$  e  $(u_a - u_w)$ ; e  $(\sigma - u_a)$  e  $(\sigma - u_w)$ .

Dentre estas combinações, o uso das variáveis  $(\sigma - u_a)$  e  $(u_a - u_w)$  é o mais comum porque permite a avaliação separada de variações na tensão normal vertical líquida e na pressão de água e ar atuantes nos solos (Freitas Neto, 2008). Além disso, estas variáveis também podem ser medidas em laboratório e em campo e é por isso que esta combinação é empregada nos principais modelos de resistência ao cisalhamento de solos não saturados. Como é o caso do modelo apresentado por Bishop et al. (1960) e Fredlund et al. (1978).

Quanto ao isso, Fredlund et al. (1978) propuseram uma equação de resistência ao cisalhamento não saturada definida por:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (2.14)$$

onde  $\tan \phi^b$  é um fator que pondera a contribuição da sucção na resistência de um solo não saturado. Graficamente,  $\phi^b$  é a inclinação da curva  $\tau(u_a - u_w)$  no plano 2D para uma determinada tensão normal líquida. Na Fig.(2.6) é apresentada a superfície de resistência ao cisalhamento do modelo proposto por Fredlund et al. (1978).

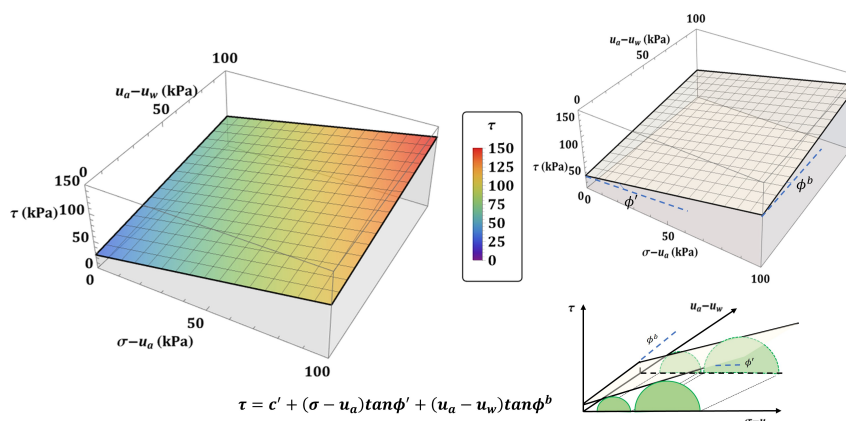


Figura 2.6: Envoltória de Resistência de Solos não Saturados para o Modelo de Fredlund et al. (1978) ( $c' = 25$  kPa,  $\phi' = 35^\circ$  e  $\phi^b = 20^\circ$ ).



Os autores supracitados foram pioneiros ao representar a resistência de solos não saturados como uma superfície no espaço 3D. Na Fig.(2.6), nota-se que a menor resistência ao cisalhamento que um solo pode apresentar, é quando este se encontra no estado saturado.

Comparando os dois modelos de resistência ao cisalhamento de solos não saturados apresentados nas Eq. (2.12) e Eq. (2.14) e os considerando como válidos para o ajuste de dados experimentais, pode-se concluir que ambos podem gerar valores próximos de resistência ao cisalhamento, apesar das equações serem conceitualmente diferentes. O que permite relacionar os parâmetros deste modelos por meio de:

$$\chi = \frac{\tan \phi^b}{\tan \phi'} \quad (2.15)$$

Quanto ao desenvolvimento de novas formulações, um dos avanços significativos na definição de modelos de resistência ao cisalhamento de solos não saturados ocorreu nos anos 90, quando Vanapalli et al. (1996) e Fredlund et al. (1996) propuseram formulações que inferiam a resistência ao cisalhamento não saturada por meio da função de retenção de água no solo.

Este diferente tipo de abordagem possibilitou a obtenção da resistência ao cisalhamento de um solo não saturado de forma mais simples e econômica do que os ensaios específicos, tais como, o de compressão triaxial não saturada e de cisalhamento direto não saturado, que são mais complexos e difícil replicação dos resultados do que ensaios para a obtenção da curva de retenção. Além disso, esses equipamentos não são comumente encontrados em laboratórios comerciais, o que dificulta a caracterização geotécnica de solos não saturados, bem como a difusão prática da Mecânica dos Solos não Saturados.

Frente a isso, na seção a seguir serão apresentados alguns modelos que estimam a resistência ao cisalhamento de solos não saturados a partir do conhecimento da curva de retenção de água do meio.

## **2.6. Estimativa da Resistência ao Cisalhamento de Solos não Saturados usando a Curva de Retenção de Água no Solo**

Vários modelos buscam estimar os efeitos da sucção mátrica na resistência ao cisalhamento de solos não saturados. Em muitos desses modelos, a relação entre o teor de água e a sucção mátrica é usada para estimar a resistência ao cisalhamento de um solo em diversas condições de umidade, como ocorre nos trabalhos de Vanapalli et al. (1996), Fredlund et al. (1996), Oberg & Sallfours (1997), Khalili & Khabbaz (1998), Tekinsoy et al. (2004) e

Cavalcante & Mascarenhas (2021).

Dos trabalhos citados, Vanapalli et al. (1996) propuseram um dos modelos mais utilizados na literatura a cerca do tratamento de ensaios de resistência não saturados. Estes autores criaram um modelo de Mohr-Coulomb modificado que relaciona a resistência ao cisalhamento não saturada com as variáveis de estado tensão normal líquida e sucção mátrica e fator de ponderação relativo a saturação do meio, tal qual foi sugerido por outros autores como Bishop et al. (1960) e Fredlund et al. (1978).

A principal diferença entre estes três modelos, é que Vanapalli et al. (1996) acreditaram que a parcela de resistência devido a sucção mátrica deve ser corrigida por uma função de potência do teor de umidade volumétrico normalizado presente no meio. Assim, a resistência ao cisalhamento não saturada é por eles definida como:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \Theta^\kappa \tan \phi' \quad (2.16)$$

onde  $\Theta$  é o teor de umidade volumétrica normalizado [adimensional] e  $\kappa$  é um parâmetro de ajuste [adimensional] que depende do tipo material avaliado.

Complementar as informações apresentadas, observando o modelo proposto por Vanapalli et al. (1996) descrito na Eq.(2.16) e aplicando diferentes modelos de curva de retenção de água no solo, nota-se que é possível obter expressões distintas para a função de resistência ao cisalhamento não saturada, inclusive, incluindo funções específicas para solos uni e bimodais como será demonstrado nesta tese.

Ressalta-se também, que as equações de resistência apresentadas, são válidas para a convenção de valores de sucção em módulo, ou seja, positivos. Para adotar valores negativos, o sinal da parcela de sucção mátrica deve ser alterado para menos "-" ou adicionado o operador de módulo "|".

De acordo com Vanapalli & Fredlund (2000), para solos não-plásticos como as areias,  $\kappa = 1$  gera boas previsões de resistência ao cisalhamento não saturada. Para outros tipos de solos, o valor de  $\kappa$  tem correlação com o índice de plasticidade (IP) do material, como demonstrado por Garven & Vanapalli (2006) que avaliaram dez solos distintos e apresentaram a correlação:

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_1 (IP) = -0.0016IP^2 + 0.0975IP + 1 & IP \leq 30 \\ \kappa_2 (IP) = \kappa_1 (30) & IP > 30 \end{cases} \quad (2.17)$$

Na Fig.(2.7) é apresentado a correspondência entre a correlação proposta por Garven

& Vanapalli (2006) e os solos estudados por eles. Nota-se que há uma certa dispersão entre os dados e a correlação proposta, que é corrigida pelo um envelope de confiança de 68%. Para detalhes sobre os solos estudados, consultar o trabalho original de Garven & Vanapalli (2006).

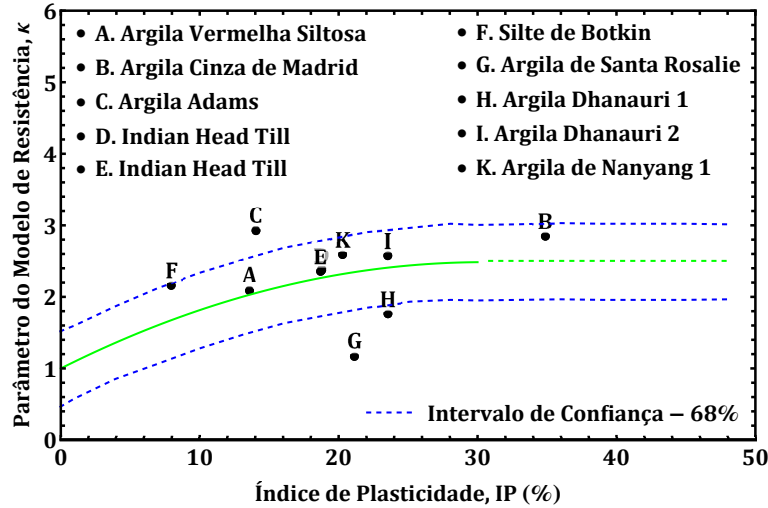


Figura 2.7: Relação entre Índice de Plasticidade e  $\kappa$  (Adaptado de Garven & Vanapalli (2006)).

Assim, para as correlações de  $\kappa$  apresentadas por Garven & Vanapalli (2006), a equação de resistência para o modelo de Vanapalli et al. (1996), também pode ser descritas por: i)  $\kappa = 1$ :

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \Theta \tan \phi' \quad (2.18)$$

ii) Solos com  $IP \leq 30\%$ :

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \Theta^{(-0.0016IP^2 + 0.0975IP + 1)} \tan \phi' \quad (2.19)$$

iii) Solos com  $IP > 30\%$ :

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \Theta^{2.485} \tan \phi' \quad (2.20)$$

Mais detalhes sobre o modelo de Vanapalli et al. (1996) são apresentados no Capítulo 5 desta tese, durante o desenvolvimento físico-matemático dos modelos de resistência ao cisalhamento de solos não saturados propostos nesta pesquisa.

De forma resumida, para aplicar a equação de envoltória de resistência de Vanapalli et al. (1996) descrita na Eq.(2.16), é necessário conhecer o valor de  $\kappa$  e a função de teor de umidade volumétrico normalizado variando com a sucção, que é definida, nas Ciências dos Solos, pela função de retenção ou curva característica. Assim, a fim de detalhar o estado da arte dos conceitos empregados nesta tese, no Capítulo 3 é descrito o fenômeno de retenção de água nos solos.

### 3. RETENÇÃO DE ÁGUA NOS SOLOS

Para compreender como a variação da sucção impacta no estado de tensão de uma amostra de solo é necessário mensurar a relação entre essa variável e o conteúdo de água presente no solo (Sousa, 2019). Para as Ciências dos Solos não Saturados, a relação entre a sucção e o conteúdo de água existente nos vazios do solo pode ser definida por meio da chamada Curva Característica ou Curva de Retenção de Água (CRA) no solo.

A Curva de Retenção de Água é um gráfico que representa a capacidade de armazenamento e de condução de água nos vazios do solo. Essa curva expressa a relação entre a sucção (mátrica, osmótica ou total) e o conteúdo de água presente no meio. Em que o conteúdo de água é definido pela quantidade deste fluido nos poros do solo que pode ser representado pelo teor de umidade gravimétrico, teor de umidade volumétrico, grau de saturação ou teor de umidade normalizado ( $w$ ,  $\theta$ ,  $S$  e  $\Theta$ ). A escolha entre qual das medidas de água deve ser utilizada para plotar a curva, depende da área de conhecimento (Geotecnia, Agronomia, Geofísica ou Geologia), do tipo de problema analisado, dos ensaios e dados disponíveis.

Quanto à sua apresentação gráfica, as funções de retenção de água no solo são comumente construídas em escala semi-logarítmica, em que o eixo do conteúdo de água está em escala linear e o eixo da sucção é plotado em escala logarítmica de base 10 como apresentado na Fig.(3.1). Nesta figura, exemplifica-se o comportamento comum de três tipos de solos unimodais, em que, quanto mais fino é o material, mais ele tende a reter água nos poros, principalmente em condições de altas sucções.

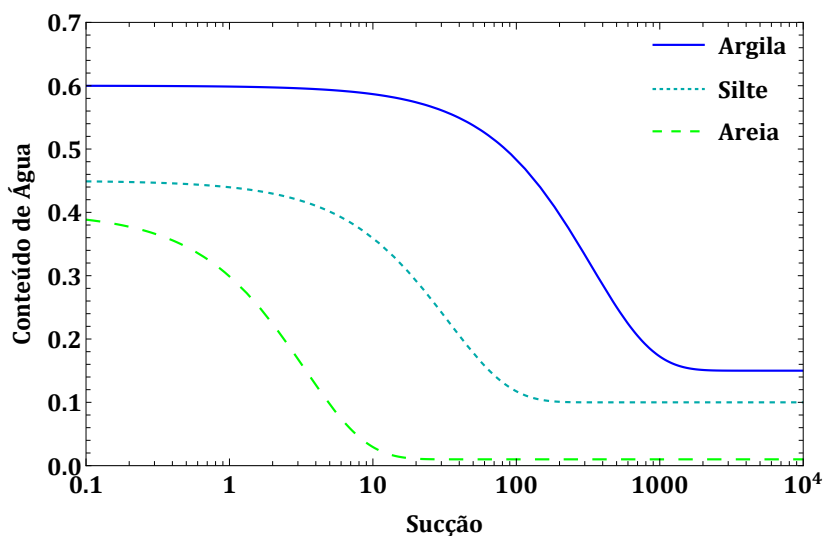


Figura 3.1: Representação Gráfica Bidimensional da Retenção de Água nos Solos - Escala Semi-Logarítmica.

Deve-se ressaltar que embora a representação em escala semi-logarítmica seja a mais comum (Fig.(3.2a)), alguns autores optam por apresentar os dois eixos em escala linear (Fig.(3.2b)), principalmente para intervalos de baixos valores de sucção como nos trabalhos de Williams et al. (1983), Escario & Jucá (1989), Fuentes et al. (2005) e Bruning et al. (2019) ou para solos mais grossos, que dessaturam a baixas tensões. Um comparativo entre essas duas escalas de representação é apresentado na Fig.(3.2).

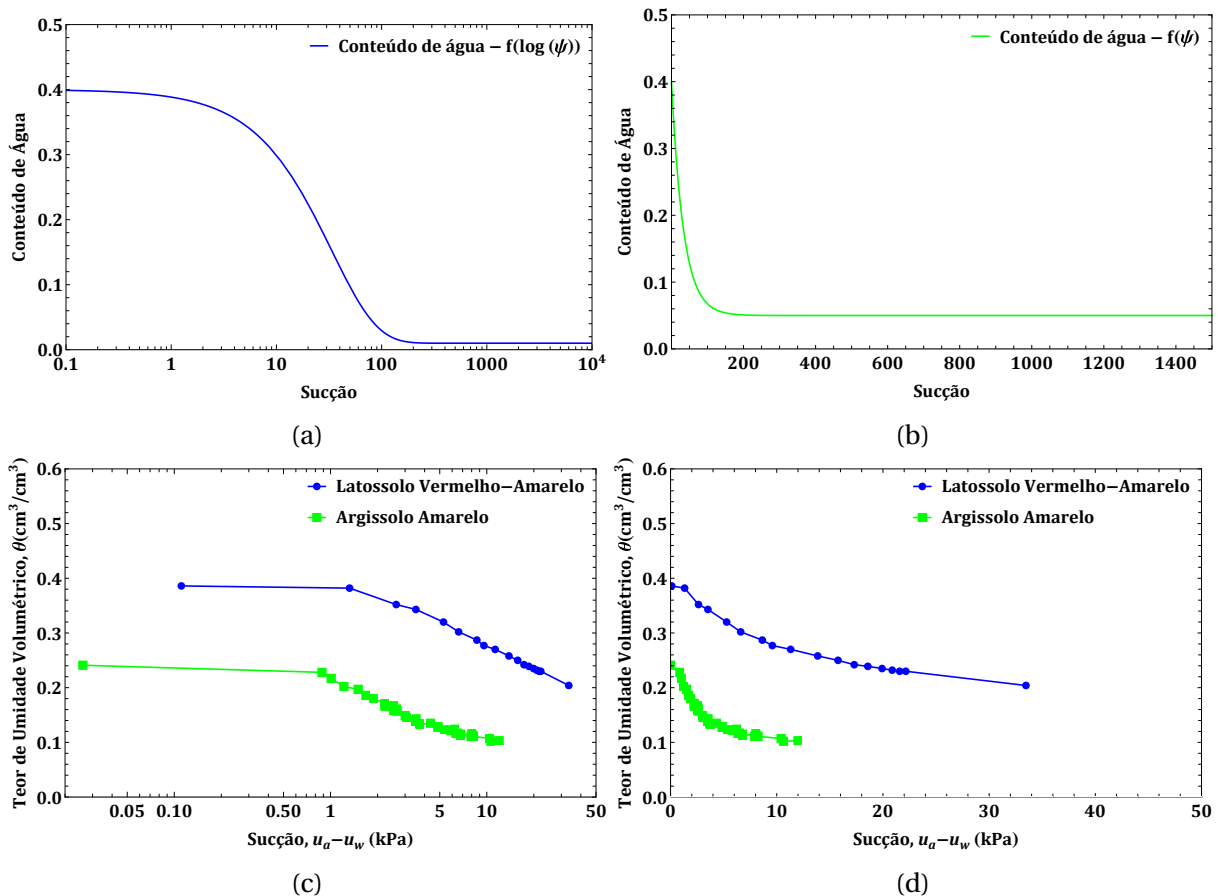


Figura 3.2: Representação Gráfica Bidimensional da Retenção de Água nos Solos: (a) Escala Semi-logarítmica, (b) Escala Linear, (c) e (d) Dados Experimentais de Fuentes et al. (2005) para Solos Brasileiros.

Também existe a possibilidade de visualizar dados de retenção com uma superfície no espaço 3D, considerando a influência de variações do índice de vazios (Salager et al., 2010; Quaglia, 2018; Costa & Cavalcante, 2020; Costa & Cavalcante, 2021b; Dias et al., 2023), do peso específico seco ou do grau de compactação do meio (Wang et al., 2023) na retenção de água nos solos, formando uma superfície das diversas possibilidades de curvas de retenção de um material, variando entre as condições mais fofas a mais densa de material. Na Fig.(3.3) é apresentado um modelo de representação tridimensional de variações da retenção de água com o índice de vazios de amostra de argila de baixa plasticidade chamada de *Rocky Mountain Arsenal Soil* (Solo RMA) estudada por Quaglia (2018).

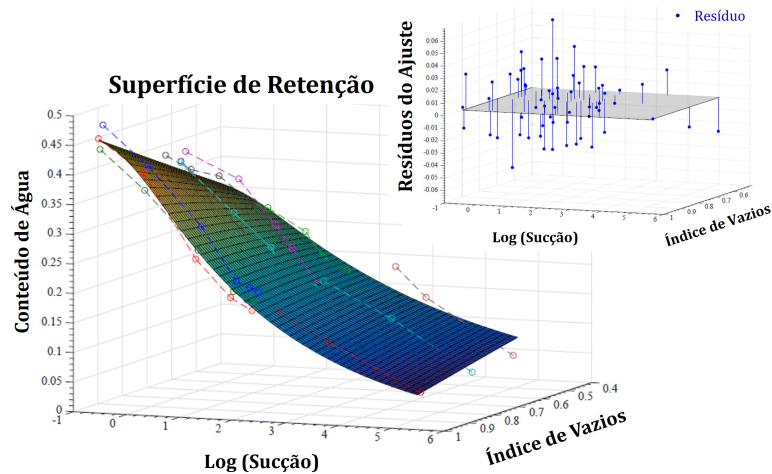


Figura 3.3: Representação Gráfica Tridimensional da Retenção de Água nos Solos (Adaptado de Quaglia (2018)).

Para a Engenharia Geotécnica, a CRA é muito importante pois além de prever as características de armazenamento de água no solo, ela também pode ser usada para estimar, por meio de correlações indiretas, outras propriedades do solo como a condutividade hidráulica não saturada (van Genuchten, 1980; Fredlund et al., 1994; Cavalcante & Zornberg, 2017a), a distribuição dos diâmetros dos poros e a granulometria (Klein & Libardi, 2002; Silva, 2016; Sousa, 2019; Costa & Cavalcante, 2021a), além da resistência ao cisalhamento de solos não saturados como mencionado anteriormente.

Quanto ao seu papel na representação do comportamento hidráulico dos solos unimodais, para um gráfico plotado em escala semi-logarítmica, nota-se que CRA pode ser dividida em 3 regiões de comportamento hidráulico distintas como apresentado na Fig.(3.4). De forma resumida, considerando o sentido da trajetória de secagem, estes intervalos são definidos por: (a) *zona saturada* - faixa compreendida entre o teor de umidade volumétrico saturado ao ponto de pressão de entrada de ar nos macroporos do solo, neste intervalo há pequenas variações do teor de umidade com o aumento de sucção, o que faz com que esse trecho seja praticamente horizontal. Após o ponto de entrada de ar, tem-se a: (b) *zona de transição* - o ar começa a penetrar na estrutura do solo pelos poros de maior diâmetro (macroporos) e, assim, nota-se que a curva começa a apresentar uma queda significativa dos valores de teor de umidade volumétrico com o incremento da sucção. A partir do ponto de inflexão da curva, o comportamento hidráulico é regido pela água retida em poros cada vez menores. Até o ponto em que é possível observar que o teor de água decai de forma mais lenta com o aumento de sucção, atingindo o chamado valor de água residual do solo, região em que a curva tende novamente a uma reta horizontal. Nesta parte da curva (c) *zona residual* - uma quantidade cada vez maior de energia é exigida para retirar pequena quantidade de água dos poros de menor diâmetro do solo (microporos), até chegar ao ponto que a água está totalmente retida na superfície dos grãos, sendo considerada com a água ad-

sorvida e não disponível para trocas com o meio. Cabe destacar que a proximidade com condição totalmente seca em altas sucções, exige análises mais complexas para modelar o comportamento de solos, envolvendo outros fenômenos como o de evaporação e o processo de formação de trincas e desagregação que não é escopo deste trabalho de pesquisa.

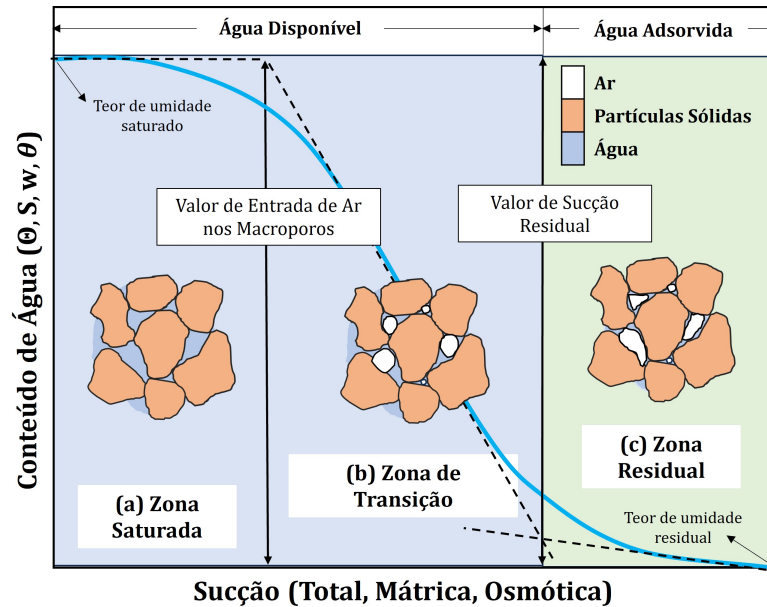


Figura 3.4: Faixas de Comportamento Hidráulico de Solos definidas a partir da CRA (modificado Vanapalli, 2009).

Por representar um fenômeno hidráulico que está diretamente relacionado aos espaços vazios e a parcela de fluídos presentes, a CRA é uma função específica do meio que varia com o tipo de material (Gupta & Larson, 1979; Fredlund & Xing, 1994; Pham et al., 2023), o diâmetro dos grãos (Donald, 1956), o conteúdo de finos (Jiang et al., 2020), o índice de vazios (Quaglia, 2018; Costa & Cavalcante, 2020), o grau de compactação e a energia de compactação aplicada (Miller et al., 2002; Tarantino, 2009), o histórico de tensão que a amostra foi submetida (Tarantino, 2009), a presença de contaminantes (Rosenzweig et al., 2012; Nouri et al., 2014; Santos et al., 2022), o teor de matéria orgânica (Nong et al., 2021; Zhuang et al., 2008), o tipo de ensaio utilizado para sua obtenção (Collares et al., 2022) e até mesmo com a trajetória de saturação empregada para a obtenção dos pontos desta curva durante a realização de ensaios, seja esta de secagem ou de umedecimento dos corpos-de-prova (Gallego & Uchimura, 2010). Assim, frente a sensibilidade do fenômeno retenção, ao especificar um ensaio para obtenção da curva de um material qualquer, devem ser verificados se as amostras utilizadas e as condições de ensaio são representativas do problema geotécnico avaliado, observando, principalmente: a moldagem das amostras (talha ou compactação), o fluído utilizado, o intervalo de sucção avaliado e a trajetória de obtenção dos pontos a fim de garantir correspondência entre as condições de laboratório e de campo. Na Fig.(3.5) são ilustrados alguns dos fatores que influenciam na retenção dos solos com base em estudos presentes na Literatura.

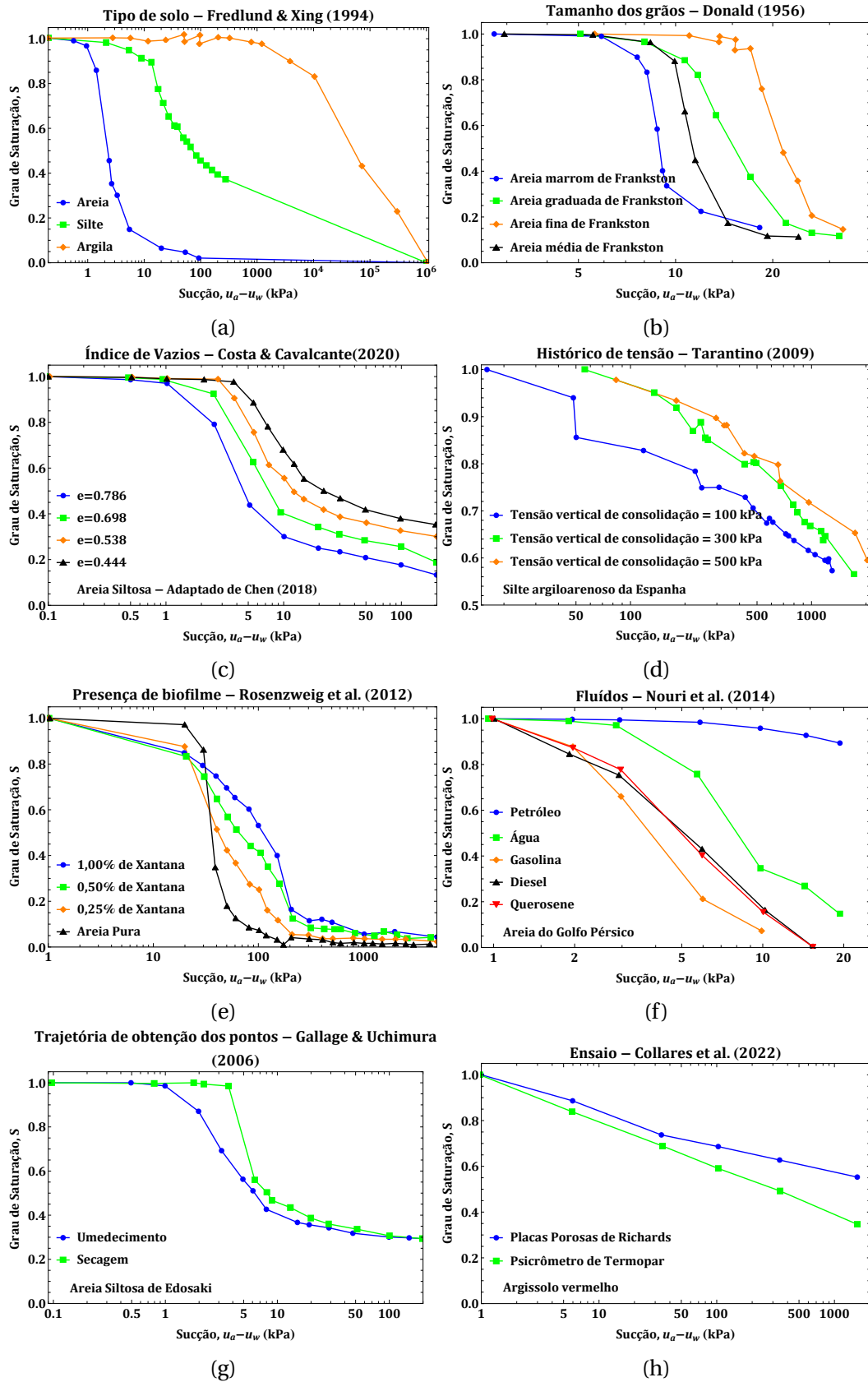


Figura 3.5: Fatores que influenciam na Retenção de Água: (a) Tipo de Solo, (b) Tamanho dos Grãos, (c) Índice de Vazios (d) Histórico de Tensão, (e) Presença de Biofilme, (f) Presença de outros Flúidos, (g) Trajetórias para Obtenção de Pontos de Ensaio e, (h) Instrumentação.



Para a construção das CRAs são empregados resultados de ensaios de laboratório ou de campo que indicam para cada teor de umidade uma respectiva sucção. Tendo como métodos mais comuns, o ensaio de papel filtro e a câmara de Richards. Outras formas também empregadas para obtenção da CRA no solo são o método do psicrômetro (Fredlund & Rahardjo, 1988; Fredlund & Rahardjo, 1993), o método da centrífuga (McCartney & Zornberg, 2010; Zornberg & McCartney, 2010; Sterck, 2011; Costa, 2017) e a partir de correlações indiretas com a curva granulométrica ou distribuição de poros do solo (Arya & Paris, 1981; Fredlund et al., 1997; Cavalcante et al., 2015).

Outro ensaio que tem demonstrado grande potencial para a obtenção rápida da curva de retenção é a tomografia computadorizada (Naime, 2001; Pires & Bacchi, 2002; Sousa, 2019). Com o uso do tomógrafo, a curva completa pode ser obtida em poucas horas de ensaio, embora seja mais caro que os outros equipamentos mais tradicionais (Sousa, 2019). Por meio do uso deste equipamento, em um único ensaio de infiltração tomografado é possível obter: a condutividade hidráulica saturada, a dimensão fractal, a granulometria, a densidade dos grãos, além da visualização do arranjo interno dos solos.

Independente do ensaio escolhido, após a obtenção dos pontos de retenção, para encontrar a equação da curva que representa os dados de ensaio é realizado um ajuste dos pontos experimentais a um modelo matemático preestabelecido, sendo considerado que o ajuste é bom quando: i) os parâmetros ajustados possuem sentido físico; ii) a forma da curva inferida segue o comportamento dos dados experimentais e, iii) quando há uma boa correlação entre os dados reais e a curva obtida após a retroanálise do ensaio, ou seja, quando o erro está dentro da tolerância do problema avaliado.

Para a realização do ajuste, geralmente é assumido que o teor de umidade volumétrico saturado é igual a porosidade do solo e que o valor do teor de umidade volumétrico residual é igual ao teor de umidade volumétrico equivalente à uma sucção de 1500 kPa (Barbour, 1998; Klein & Libardi, 2002; Souza et al., 2014; Siueia Júnior et al., 2016) ou igual ao teor de umidade mínimo obtido para a amostra seca em estufa deste solo, ou seja, o teor de umidade higroscópico (Andrade et al., 2021). Para os casos, nos quais estes valores não são conhecidos, eles também podem ser ajustados junto com os outros parâmetros da equação do modelo matemático de retenção escolhido atentando-se aos valores físicos possíveis destes parâmetros.

### **3.1. Influência da distribuição de poros na retenção de água em solos**

Como mencionado, os espaços vazios têm influência direta no armazenamento de água no meio e no movimento dos fluídos através do solo. Neste sentido, existe uma corres-

pondência entre a distribuição do tamanho dos poros e a função de retenção de um material.

Para entender isso, sabe-se a retenção de água em meios porosos ocorre fundamentalmente pela existência do potencial osmótico e matricial que atuam nos solos, mas para o objeto de estudo desta tese, serão considerados apenas os fenômenos relativos ao potencial matricial. Mais detalhes sobre o papel da sucção osmótica na retenção, podem ser consultados nos trabalhos: Thyagaraj & Salini (2015), Miller & Nelson (2006), Arifin & Schanz (2009) e Wang et al. (2019).

Como mencionado anteriormente, o fenômeno de retenção matricial de água depende dos processos capilares e adsorptivos que ocorrem nos solos. O primeiro está relacionado à formação de meniscos capilares entre os espaços vazios que separam os grãos, já o segundo está associado à existência de uma película fina de água envolvendo a superfície das partículas sólidas dos solos (Oliveira, 2014).

De modo que, a água retida por processos capilares é igual à fração de água que é considerada disponível para trocas e movimento, enquanto a água adsorvida é a menor fração de água que o solo consegue manter mesmo em altas sucções. Assim, as alterações nos teores de água que são observadas nos solos ao longo das estações do ano estão essencialmente relacionadas com a fração capilar, e é por isso que muitos estudos voltam-se, principalmente, para a compreensão dos fenômenos capilares que ocorrem nos solos (Sousa, 2019).

Deste modo, o estudo isolado dos fenômenos capilares nos solos auxilia no entendimento da relação inversamente proporcional que existe entre a sucção e o conteúdo de água presente no meio. Para isso, o modelo representativo que descreve os vazios do solo como tubos capilares é amplamente empregado (Fig.(3.6)).

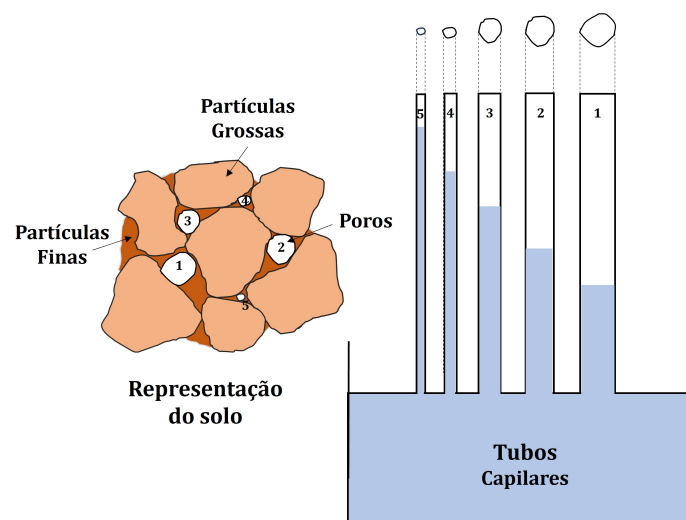


Figura 3.6: Representação dos Poros do Solo como Tubos Capilares.

Assim, ao comparar os vazios do solo com tubos capilares (Fig.(3.6)), pela Lei da Capilaridade é possível avaliar a quantidade de energia necessária para remover a água dos poros de um solo com um determinado raio aproximado  $r$ . Dessa forma, a Equação de Capilaridade de Laplace representa a consequência da existência de uma tensão superficial ( $T$ ) atuando no líquido que é responsável por fazer com que a superfície do líquido deixe de ser plana e passe a ser curva. Durante esta passagem surge uma pressão  $p$  (pressão capilar) que pode atuar no mesmo sentido ou no sentido contrário da pressão interna  $p'$ , o que influencia na forma da concavidade do menisco (que pode ser côncavo ou convexo) como apresentado na Fig.(3.7). Neste sentido, como base no modelo de tubo capilar apresentado, é possível expressar matematicamente a lei da Capilaridade por:

$$p = \frac{2T \cos \alpha}{r} \quad (3.1)$$

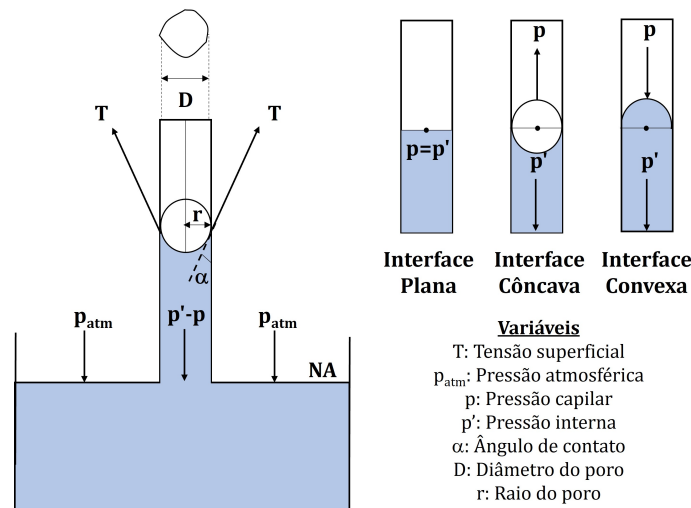


Figura 3.7: Modelo Capilar das Tensões e Pressões que atuam em um Poro de um Solo.

Ao considerar, que os vazios dos solos são formados por diversos tubos capilares, a equação de Laplace, estabelece uma relação inversamente proporcional entre sucção devido os fenômenos capilares e raios dos poros que compõem os espaços vazios, tal relação é dada por:

$$\psi = \frac{2T \cos \alpha}{r} \quad (3.2)$$

ou, assumindo que cada raio que compõe os poros do solo está associado com um conteúdo de água retido a uma dada sucção, tem-se que:

$$r = \frac{2T \cos \alpha}{\psi(\Theta)} \quad (3.3)$$

Observando a relação entre os raios e a função de retenção da Eq.(3.3), infere-se que o fato de um solo ter uma distribuição unimodal ou multimodal de poros reflete diretamente

no comportamento da curva de retenção material e, vice-versa. Deste modo, para uma melhor compreensão dos fenômenos hidráulicos e mecânicos que ocorrem em solos não saturados, nesta pesquisa de doutorado, a função de retenção de água será dividida de acordo com o comportamento modal que os solos comumente podem apresentar, dividindo em: unimodal e multimodal.

### 3.2. Modelos Matemáticos para a Previsão da Retenção de Água em Solos

O conceito de solos uni e multimodais está associado com a distribuição de frequência dos diâmetros dos poros do solo, por onde ocorre fluxo e é armazenado a água retida no meio, o que acaba refletido no comportamento de retenção/armazenamento de fluidos do material. Solos com um único pico na curva de distribuição de raios dos poros é considerado unimodal e com dois picos, bimodais, três picos, trimodais e, assim por diante como ilustrado na Fig.(3.8a). Embora na literatura existam diversos modelos matemáticos para prever a retenção de água em solos, cabe destacar que, a escolha correta da função matemática a ser ajustada, depende principalmente da disposição gráfica dos pontos experimentais, uma vez que, os dados de ensaio de retenção quando plotados em escala semi-logarítmica (por exemplo,  $\theta(\log_{10}(\psi))$ ) tendem a ter forma de único degrau para solos unimodais ou de vários degraus no caso de solos multimodais, Fig.(3.8b).

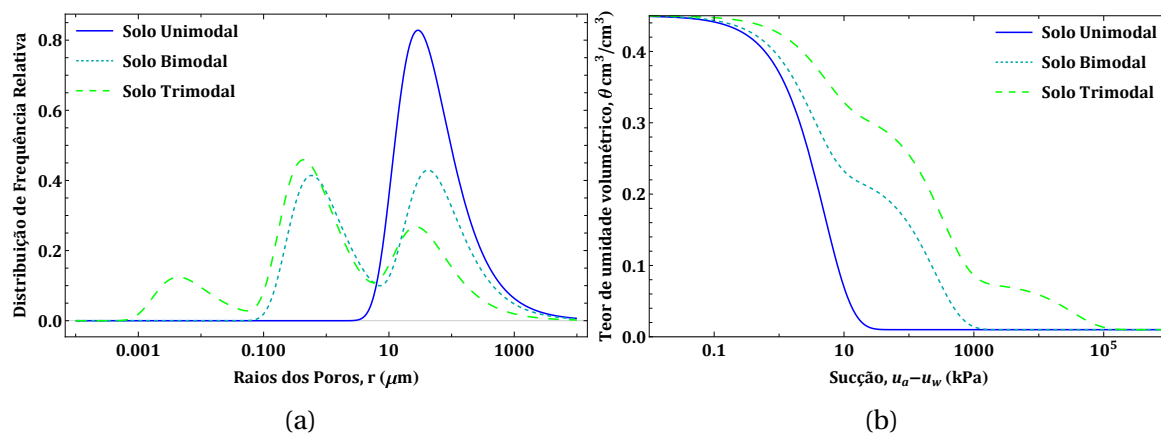


Figura 3.8: Tipos de Curva de Retenção e Distribuição de Poros - Solos Uni, Bi e Trimodais

Geralmente, solos mais finos como argila tendem a apresentar comportamento bimodal ou trimodal, enquanto solos mais grossos como areias tendem a apresentarem comportamento unimodal, embora isso não seja uma regra, uma vez que, as características de modalidade do solo dependem principalmente dos minerais constituintes e da sua capacidade de reter água na superfície dos grãos sob a ação de valores mais altos de sucção.

Neste trabalho de doutorado é dado ênfase a dois comportamentos comuns observados em ensaios de retenção, são estes de solos unimodais e bimodais e um menos comum,

de solos trimodais. Um exemplo de curvas de retenção de dados reais de solo unimodal, bimodal e trimodal é apresentado na Fig.(3.9).

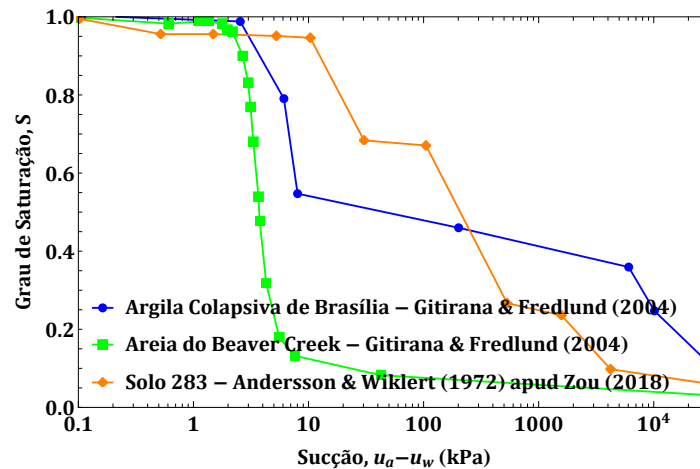


Figura 3.9: Comparativo entre a Curva de Retenção de Água de Solos Unimodal (Gitirana & Fredlund, 2004), Bimodal (Gitirana & Fredlund, 2004) e Trimodal (Zou, 2018).

### 3.2.1 Função de Retenção para Solos Unimodais

Com mostrado na Fig.(3.8), os solos unimodais são aqueles que apresentam um único pico na curva de distribuição de frequência dos raios dos poros de solo (Fig.(3.8a)) e que na curva de retenção apresentam 3 zonas distintas, uma saturada, uma intermediária e uma residual, conforme foi exemplificado na Fig.(3.4) e na Fig.(3.8b).

Quanto as funções para ajuste e previsão da curva de retenção de solos unimodais, na literatura existem diversos modelos como os de van Genuchten (1980) e Fredlund & Xing (1994). Na Tab.(3.1) são apresentados um resumo dos principais modelos de ajuste da função de retenção de água para solos unimodais. Nos modelos apresentados na Tab.(3.1), os parâmetros  $a$ ,  $m$  e  $n$  são parâmetros de ajuste que dependem do tipo de solo. E para o modelo de Fredlund & Xing (1994),  $C(\psi)$  representa um fator de correção que depende da sucção avaliada e da sucção residual do solo ( $\psi_r$ ). Mais detalhes sobre estes modelos podem ser encontrados nos trabalhos originais dos autores citados.

É importante ressaltar que esta tese se concentrará exclusivamente no modelo constitutivo hidráulico desenvolvido por Cavalcante & Zornberg (2017a). Este modelo hidráulico serviu como base para a criação de novos modelos de retenção e de resistência ao cisalhamento de solos não saturados, apresentados nesta pesquisa de doutorado. Optou-se por este modelo de retenção devido à consistência físico-matemática das hipóteses que o fundamentam, além das diversas correlações existentes com outras propriedades físicas e hidráulicas de solos, como demonstrado a seguir.

Tabela 3.1: Resumo dos Modelos de Retenção para Solos Unimodais presentes na Literatura

Autor(es)	Equação	Parâmetros do modelo
Gardner (1958)	$\Theta = \frac{1}{1 + a_G \psi^{n_G}}$	$a_G$ e $n_G$
Brooks & Corey (1964)	$\Theta = \left( \frac{\psi^{a_{BC}}}{\psi} \right)^{n_{BC}}$	$\psi^{a_{BC}}$ e $n_{BC}$
Laliberte (1969)	$\Theta = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ a_L - \frac{m_L}{n_L + (\psi/\psi_{ar})} \right]$	$a_L$ , $m_L$ e $n_L$
van Genuchten (1980)	$\Theta = \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{\psi}{a_{vG}} \right)^{n_{vG}} \right]^{m_{vG}}}$	$a_{vG}$ , $m_{vG}$ e $n_{vG}$
Williams et al. (1983)	$\Theta = \exp \left( \frac{\ln  \psi  - a_W}{n_W} \right)$	$a_W$ , $n_W$
McKee & Bumb (1987)	$\Theta = \frac{1}{1 + \exp \left( \frac{\psi - a_{MB}}{n_{MB}} \right)}$	$a_{MB}$ e $n_{MB}$
Fredlund & Xing (1994)	$\Theta = \frac{C(\psi)}{\left[ \ln \left( e + \left( \frac{\psi}{a_{FX}} \right)^{n_{FX}} \right) \right]^{m_{FX}}}$ como: $C(\psi) = 1 - \frac{\ln(1 + \psi/\psi_r)}{\ln(1 + 10^6/\psi_r)}$	$a_{FX}$ , $m_{FX}$ e $n_{FX}$
Cavalcante & Zornberg (2017a)	$\Theta = \exp(-a_{CZ}  \psi )$	$a_{CZ} = \delta$

### 3.2.2 Modelo Constitutivo Hidráulico de Cavalcante & Zornberg

O modelo analítico da função de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) foi desenvolvido ao considerar a Equação de Richards análoga ao problema de advecção e dispersão de contaminantes no solo, o qual possui diversas soluções na literatura para diferentes condições iniciais e de contorno relativas ao movimento de água em uma única direção.

De posse desta analogia com o problema de contaminantes, Cavalcante & Zornberg (2017a) desenvolveram um modelo constitutivo hidráulico que acopla as equações de fluxo, retenção e condutividade seguindo a demonstração e requisitos apresentados nesta seção da tese.

### 3.2.2.1 Descrição Geral do Modelo

Um dos casos mais simples e estudados em solos é o fluxo unidimensional. Neste tipo de fluxo há apenas um gradiente potencial em uma das direções analisadas, sendo este gradiente responsável pelo fluxo de água nesta direção. Nestas condições, para fluidos incompressíveis e homogêneos, a equação que rege a variação de umidade no tempo que ocorre durante o fluxo é dada por (Cavalcante & Zornberg, 2017a):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial v_i}{\partial i} \quad (3.4)$$

onde  $v$  é a velocidade de fluxo [ $LT^{-1}$ ] e  $i$  é o índice indica a direção do fluxo analisada [ $L$ ].

Para o caso não saturado, o coeficiente de permeabilidade ( $k$ ) é variável com a sucção ( $\psi$ ) e conseqüentemente, com o teor de umidade volumétrico,  $\theta$ . Assim, uma variante da Lei de Darcy (1856) para solos não saturados pode ser utilizada - Lei de Darcy-Buckingham (1907) - para definir a relação entre velocidade de descarga e carga hidráulica ( $\vartheta$ ), conforme é apresentado na Eq.(3.5).

$$v_i = k_i(\psi) \frac{\partial \vartheta}{\partial i} \quad (3.5)$$

Na Eq.(3.5), a carga hidráulica ( $\vartheta$ ) pode ser obtida pelo Teorema de Bernoulli. Este teorema descreve as componentes de energia que causam o movimento de fluido, de forma que, as moléculas do fluido se movem sempre do ponto de maior energia para o de menor energia. Onde a energia total do sistema ou em um ponto é a soma das componentes: i) cinética (energia associada à velocidade de escoamento); ii) potencial gravitacional (energia devida à altitude do fluido) e, iii) de pressão (a energia do fluido devido à pressão atuante). Assim, a equação de Bernoulli é expressa por:

$$\vartheta = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma_w} + z \quad (3.6)$$

Para problemas de fluxo de água em solos, a parcela cinética é considerada incipiente em relação as demais. Isso permite estabelecer uma relação entre a carga hidráulica, a sucção mátrica e a carga altimétrica, uma vez que, assume-se que a sucção osmótica na condição avaliada é desprezível. Também é assumido que a pressão de referência seja igual a pressão atmosférica, e desse modo, a pressão atuante no meio é igual a pressão negativa de água no solo (para o caso não saturado) e assim, a equação de Bernoulli pode ser escrita como:

$$\vartheta = \frac{-u_w}{\gamma_w} + z \quad (3.7)$$

Ou para este caso, de forma mais geral, a equação de Bernoulli pode ser expressa em função da sucção por meio da expressão apresentada na Eq.(3.8).

$$\vartheta = \frac{\psi}{\gamma_w} + z \quad (3.8)$$

Por meio das equações Eqs.(3.4), (3.5) e (3.8), obtém-se para o caso de escoamento vertical em meio poroso não saturado, a seguinte forma da Equação de Richards:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial k_z(\psi)}{\partial z} \quad (3.9)$$

Como  $\theta$  e  $\psi$  na Eq.(3.9) são variáveis dependentes, é mais conveniente expressar esta equação em termos de  $\psi = f(\theta)$  ou  $\theta = g(\psi)$ . Desse modo, escolhendo  $\theta$  como variável independente, tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k_z(\theta)}{\rho_w g} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial k_z(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (3.10)$$

Na Eq.(3.10), dois termos podem ser convenientemente definidos, a difusividade hidráulica ( $D_z$ ) e a velocidade advectiva ( $a_s$ ), conforme é mostrado nas Eqs.(3.11) e (3.12).

$$D_z = \frac{k_z(\theta)}{\rho_w g} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (3.11)$$

$$a_s = \frac{\partial k_z(\theta)}{\partial \theta} \quad (3.12)$$

Explicitando os valores de  $D_z$  e  $a_s$  das Eqs.(3.11) e (3.12) na Eq.(3.10), obtém-se uma representação da Equação de Richards em função desses valores, que é dada por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D_z \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (3.13)$$

Na Eq.(3.13), o primeiro e segundo termos do segundo membro são chamados de componente de fluxo difusivo ( $f_{dif}$ ) e componente de fluxo advectivo ( $f_{adv}$ ), respectivamente, sob estas condições, pode-se intuir a equação de fluxo da seguinte forma:

$$f(z, t) = f_{dif}(z, t) + f_{adv}(z, t) \quad (3.14)$$

Na Eq.(3.14), a parcela advectiva é governada pela energia potencial e a parcela difusiva é dirigida pelo gradiente de umidade, sendo que a parcela advectiva é responsável



por transportar a frente de umidade conservando sua forma enquanto a parcela difusiva faz com que haja um espalhamento da frente ao longo do movimento de água (Cavalcante & Zornberg, 2017a), mostrando o quão complexo é o fluxo de água dentro dos vazios do solo.

O esquema de representação deste tipo de modelo de fluxo é apresentado na Fig.(3.10) para o caso de infiltração em uma coluna de solo.

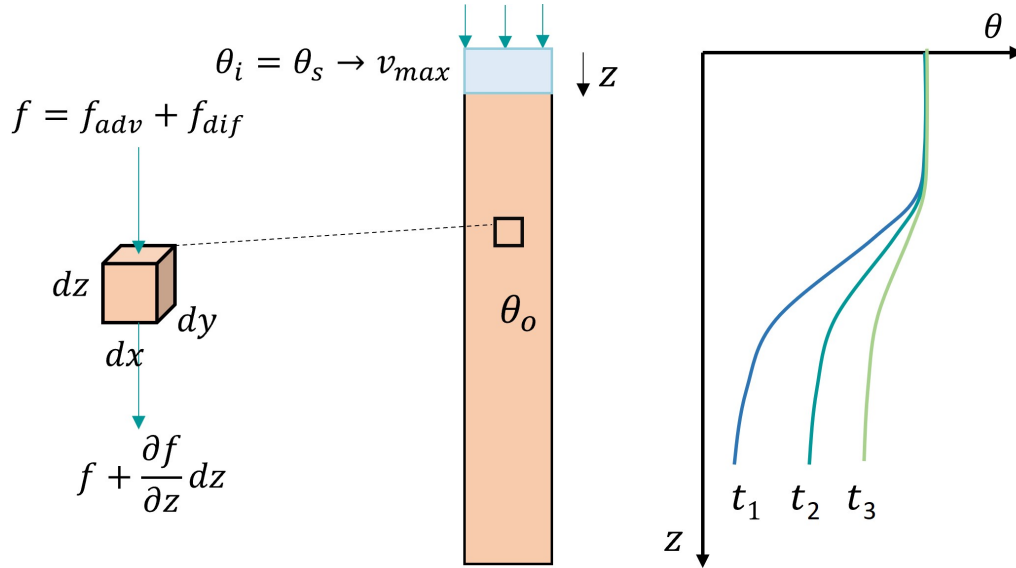


Figura 3.10: Esquema do Modelo Fluxo Unidimensional em Solos não Saturados

Dada a complexidade da Equação Richards apresentada na Eq.(3.13), para a sua solução e obtenção de dados correlatos é necessário que se assumam algumas simplificações devido a natureza não linear desta equação diferencial parcial. Assim, para encontrar a solução analítica deste modelo, Cavalcante & Zornberg (2017a) assumiram que as seguintes parcelas da equação de fluxo seriam constantes:

$$\frac{\partial k}{\partial \theta} = cte = \bar{a}_s \quad (3.15)$$

$$\frac{k(\theta) \partial \psi}{\rho_w g \partial \theta} = cte = \bar{D}_z \quad (3.16)$$

Deste modo, assumindo que as considerações da Eq.(3.15) e da Eq.(3.16) são válidas, a Equação de Richards para o caso de fluxo unidimensional transiente na direção vertical, pode ser simplificada a:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \bar{D}_z \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \bar{a}_s \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (3.17)$$

onde  $t$  é o tempo  $[T]$  e  $z$  é a profundidade avaliada  $[L]$ . Ao simplificar a Eq.(3.13), considerando  $a_s$  e  $D_z$  constantes, Cavalcante & Zornberg (2017a) mostraram que a curva de retenção

de água no solo pode ser definida em função do teor de umidade volumétrico definido por:

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(-\delta |\psi|) \quad (3.18)$$

onde  $\theta_r$  é o teor de umidade volumétrica residual [ $L^3 L^{-3}$ ],  $\theta_s$  é o teor de umidade volumétrica saturada [ $L^3 L^{-3}$ ] e  $\delta$  é um parâmetro de ajuste hidráulico [ $M^{-1} L T^2$ ]. Na Fig.(3.11) são apresentadas curvas de retenção para o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a), considerando variações no parâmetro  $\delta$ .

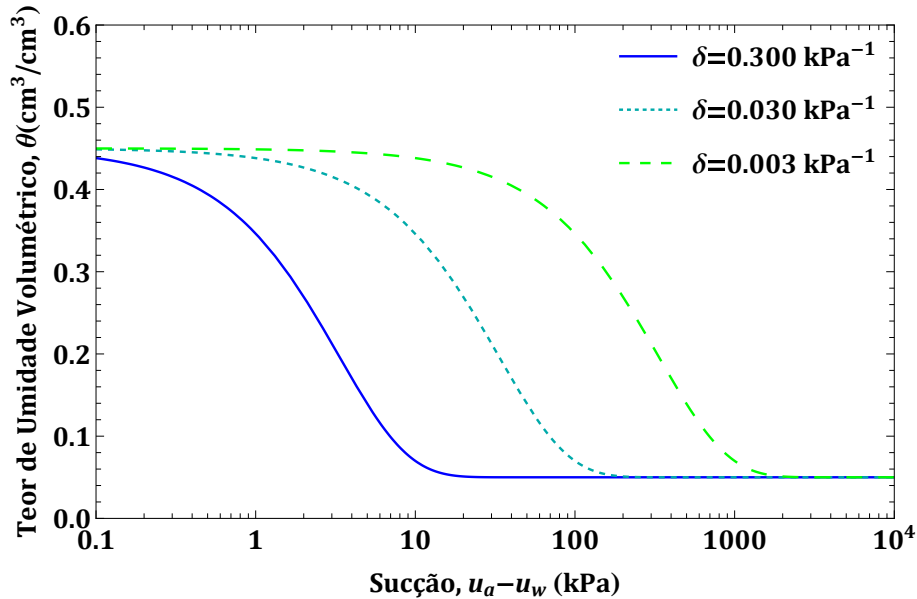


Figura 3.11: Influência do valor de  $\delta$  na Curva de Retenção de Água ( $\theta_r = 0.05$  e  $\theta_s = 0.45$ ).

Na Fig.(3.11) fica evidente que dependendo do valor de  $\delta$  adotado, a curva pode move-se para direita ou para esquerda, sendo maior a retenção de água quanto menor o valor de  $\delta$  empregado. Assim, solos mais granulares tendem a apresentar um  $\delta$  maior que solos mais finos que tendem a ter um  $\delta$  menor, como será demonstrado nos próximos itens deste documento com dados reais de ensaio.

Cabe destacar que é possível reescrever o modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) apresentado na Eq.(3.18) para as outras medidas de conteúdo de água no solo, uma vez que, o teor de umidade volumétrica é definido como a razão entre o volume de água ( $V_w$ ) e o volume total do solo ( $V_t$ ), por meio da aplicação de conceitos de índices físicos, as seguintes relações entre as designações de conteúdo de água no solo podem ser escritas (Vanapalli et al., 1996):

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} = w \frac{\rho_d}{\rho_w} = S n \quad (3.19)$$

onde  $w$  é o teor de umidade gravimétrica [ $M^1 M^{-1}$ ],  $n$  é a porosidade do meio [adimensional],  $S$  é o grau de saturação [adimensional], e  $\rho_d$  é a massa específica seca do solo [ $M L^{-3}$ ].

Um exemplo de comparativo entre as representações da CRA para diferentes medidas de conteúdo de água é apresentada na Fig.(3.12) para dados de retenção de uma Lama Siltosa apresentada no trabalho de Fredlund & Xing (1994).

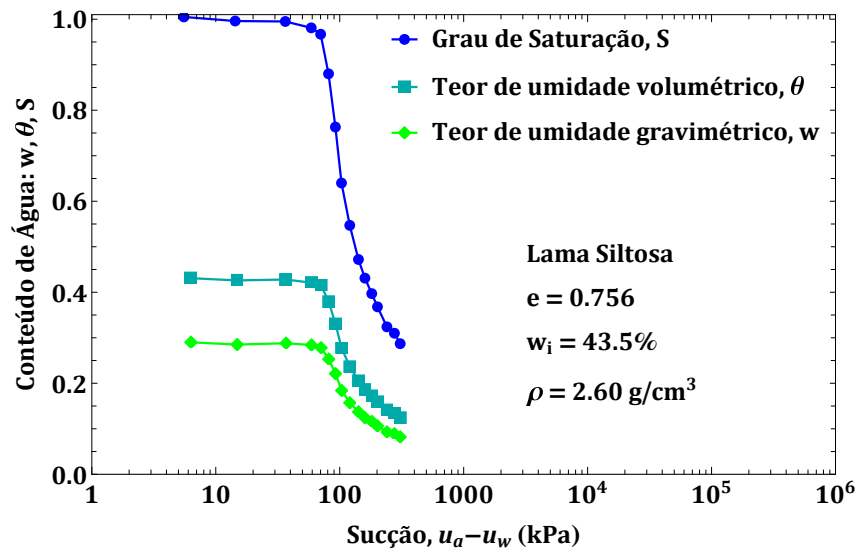


Figura 3.12: Comparativo entre as Representações da Curva de Retenção em Relação a Medida do Conteúdo de Água de uma Lama Siltosa (Adaptado: Fredlund & Xing (1994)).

De posse das correlações entre os conteúdos de água apresentada na Eq.(3.19), o modelo de retenção hidráulica de Cavalcante & Zornberg (2017a), também pode ser escrito por:

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{w - w_r}{w_s - w_r} = \frac{S - S_r}{1 - S_r} = \exp[-\delta |\psi|] \quad (3.20)$$

onde,  $w_r$  é o teor de umidade gravimétrico residual [ $M^1 M^{-1}$ ],  $w_s$  é o teor de umidade gravimétrico saturado [ $M^1 M^{-1}$ ] e  $S_r$  é o grau de saturação residual [adimensional]. Para os casos em que o conteúdo de água residual do solo é igual a zero ou considerado nulo ( $\theta_r \approx 0$ ,  $w_r \approx 0$  e  $S_r \approx 0$ ), a Eq.(3.20) pode ser escrita como:

$$\Theta = \frac{\theta}{\theta_s} = \frac{w}{w_s} = S = \exp[-\delta |\psi|] \quad (3.21)$$

Observa-se que, matematicamente, os valores de  $\delta$ s obtidos nos ajustes da CRA não dependem do tipo da medida de água empregada. Assim, a forma de representar a curva fica a critério dos engenheiros que irão utilizar os dados ou do laboratório que irá realizar os ensaios.

A validação da correlação apresentada na Eq.(3.21) é demonstrada para os dados da Lama Siltosa apresentada na Fig.(3.13). Onde nota-se que os valores de  $\delta$  obtidos nos ajustes das curvas foram os mesmos para as três formas de medidas de conteúdo de água presente no solo, indicando que a forma de representar a curva não impacta nas análises e nas

inferências.

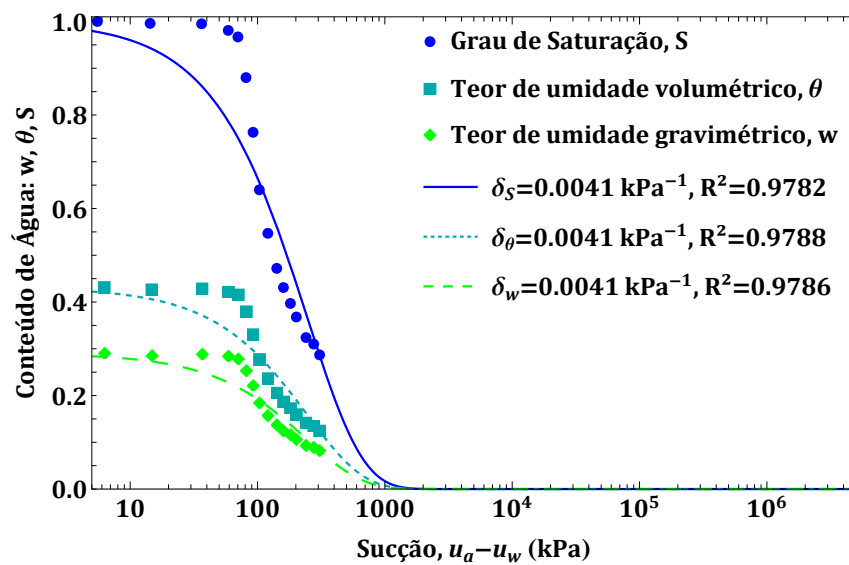


Figura 3.13: Comparativo entre os Valores de  $\delta$  obtidos dos Ajustes para as Diferentes Representações da Curva de Retenção em relação ao Conteúdo de Água - Dados de uma Lama Siltosa.

Uma importante propriedade para a caracterização hidráulica de um solo é o coeficiente de permeabilidade, também chamado de condutividade hidráulica. Esta medida descreve a relação entre a velocidade de fluxo e o gradiente hidráulico.

Em solos saturados, o coeficiente de permeabilidade ( $k$ ) é uma função do índice de vazios ou porosidade do meio. Já em solos não saturados, além da porosidade, a condutividade hidráulica é função da quantidade de água presente nos vazios e conseqüentemente, da sucção atuante no meio. Essa dependência advém do fato de que a área útil para o fluxo é definida pela umidade do solo. Em outras palavras, a água flui livremente apenas através da porção dos vazios que já possui água, assim, o volume de água presente nos vazios torna-se o fator mais relevante da velocidade de fluxo (Bicalho et al., 2023).

Cavalcante & Zornberg (2017a) também demonstraram que a condutividade hidráulica não saturada pode ser definida por uma expressão simples que depende do parâmetro hidráulico  $\delta$ , da  $k_s$  e da sucção presente no meio, seguindo:

$$k(\psi) = k_s \exp(-\delta |\psi|) \quad (3.22)$$

Ao considerar a Eq.(3.22) como válida, tem-se que a condutividade hidráulica decai de forma exponencial com o aumento da sucção (em módulo, ou seja, com o solo ficando mais seco) até atingir um valor limite que é nulo; condição que representa o estado totalmente seco do meio, em que não há condução de água nos poros do solo.

A Fig.(3.14) apresenta a representação da função de condutividade hidráulica não saturada proposta por Cavalcante & Zornberg (2017a), indicando um outro significado físico do  $\delta$  e sua correlação com a velocidade de condução de água nos solos. Nesta figura, nota-se que quanto maior o valor de  $\delta$ , maior o valor de condutividade hidráulica o solo apresenta, isto indica que solos mais grossos tendem a exibir, sob o mesmo valor de sucção, maiores valores de  $k$ .

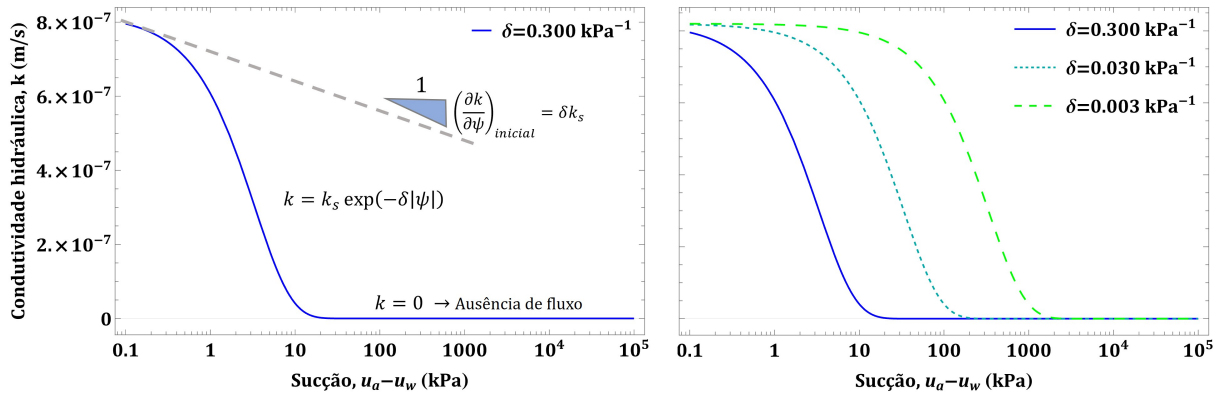


Figura 3.14: Modelo de Condutividade Hidráulica não Saturada de Cavalcante & Zornberg (2017a) e a Influência do valor de  $\delta$  na Condução de Água no Solo com  $k_s = 8.2 \cdot 10^{-7}$  m/s.

Em relação ao conteúdo de água presente nos poros do solo, Cavalcante & Zornberg (2017a) mostraram que a condutividade hidráulica pode ser definida por:

$$k = k_s \Theta = k_s \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = k_s \frac{w - w_r}{w_s - w_r} = k_s \frac{S - S_r}{1 - S_r} \quad (3.23)$$

A Eq.(3.23) é uma consequência de uma simplificação que Cavalcante & Zornberg (2017a) fizeram ao adotar que a derivada de  $k$  variando com  $\theta$  seria constante como definido na Eq.(3.15). Assim, os autores assumiram que velocidade advectiva de fluxo seria uma constante do material, assim como, a difusividade hidráulica.

Esta consideração adotada por Cavalcante & Zornberg (2017a) representa que existe uma relação linear entre  $k$  e  $\theta$ , o que indica que há uma proporcionalidade entre  $k$  e o conteúdo de água presente no meio e com a porosidade da camada.

A partir da análise da Eq.(3.23), infere-se que a velocidade de condução de água em solos não saturados pode facilmente ser estimada pelo emprego do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) descrito nesta função. Neste caso, é necessário apenas que os valores de  $k_s$ ,  $n$  e  $\theta_r$  sejam conhecidos.

Para demonstrar a aplicação e a validade da Eq.(3.23), dados experimentais de ensaio de condutividade hidráulica não saturada de uma areia e de uma argila dos trabalhos de Richards (1952) e de Olson & Daniel (1981) foram comparados com a estimativa da Eq.(3.23)

conforme é apresentado na Fig.(3.15). Nestas imagens, pode-se observar que a Eq.(3.23) conseguiu representar muito bem o comportamento condutivo dos dois solos em questão, principalmente, porque neste tipo de estimativa, só necessário que a umidade residual e saturada do material sejam conhecidas. Assim, variando a umidade, tem-se diferentes valores de  $k$ .

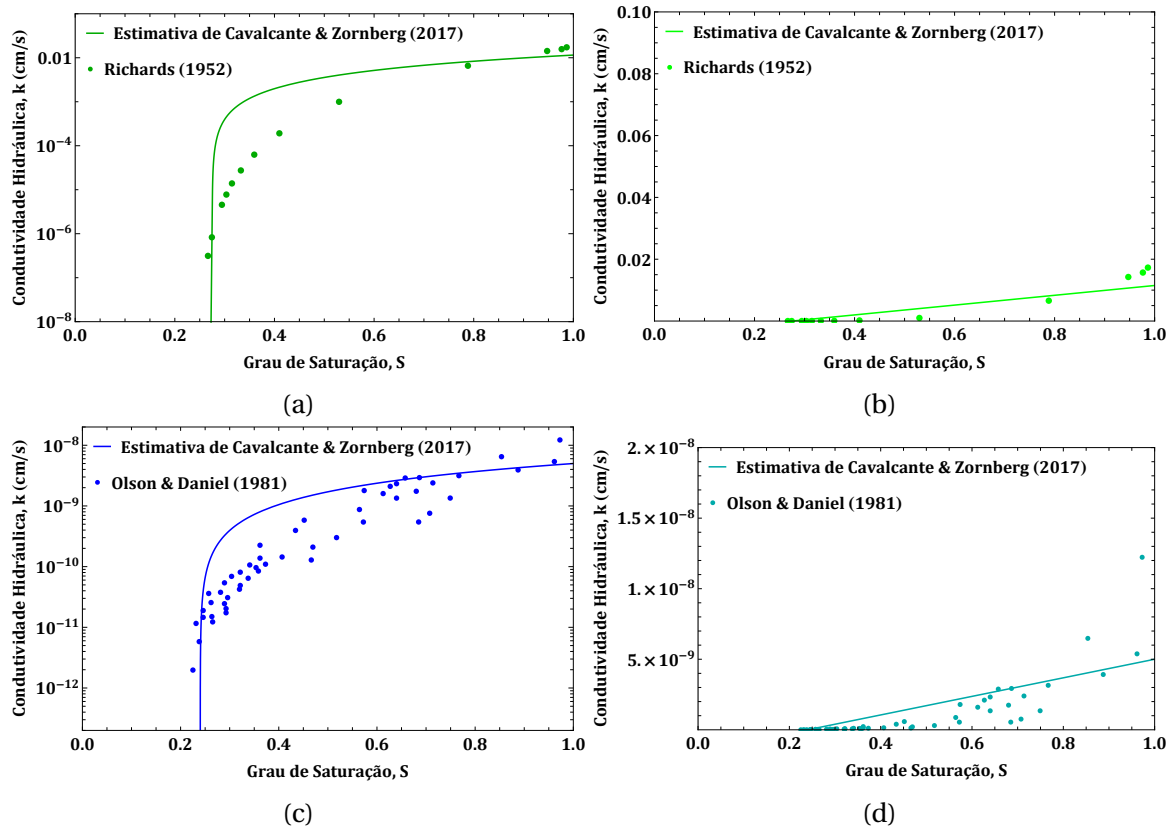


Figura 3.15: Avaliação da Aplicabilidade do Modelo de Condutividade Hidráulica não Saturada de Cavalcante & Zornberg (2017a) para: (a) e (b) Dados de uma Areia - Dados de Richards (1952) *apud* McCartney et al. (2007), (c) e (d) Dados de uma Argila Compactada - Dados de Olson & Daniel (1981) *apud* Alonso (2005).

Em complemento, para a situação na qual o valor de  $k_s$  não é conhecido, a condução de água pode ser estimada empregando valores característicos deste parâmetro como os apresentados na Tab.(3.2), o que possibilita estimar como a condutividade hidráulica varia para diferentes solos com mudanças no valor de saturação quando a umidade residual é conhecida ou estimada.

Esta abordagem, permite, por exemplo, empregar na modelagem hidráulica de um terreno, a avaliação da capacidade de condução de água de solos durante eventos de infiltração de água no solo, como os causados por chuvas ou vazamentos.

Na Fig.(3.16) é apresenta a análise de sensibilidade da Eq.(3.23) para variações nos valores de  $k_s$  e  $S_r$ .

Tabela 3.2: Valores Característicos de  $k_s$ (cm/s) de Solos (Modificado de Betim (2013))

Solo	Delleur (1999)	Fetter (2001)	Fernandes (2006)	Pinto (2006)	Ortigão (2007)
Pedregulho	$10^{-2} - 10^2$	$10^{-2} - 10^0$	$> 10^0$	-	$10^{-1}$
Areia	$10^{-4} - 10^0$	$10^{-6} - 10^{-1}$	$10^{-3} - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^{-5}$	$10^{-2} - 10^{-5}$
Silte	$10^{-7} - 10^{-3}$	$10^{-6} - 10^{-4}$	$10^{-6} - 10^{-4}$	$10^{-4} - 10^{-7}$	$10^{-3} - 10^{-5}$
Argila	$10^{-10} - 10^{-7}$	$10^{-9} - 10^{-6}$	$10^{-8} - 10^{-6}$	$< 10^{-7}$	$10^{-5} - < 10^{-7}$

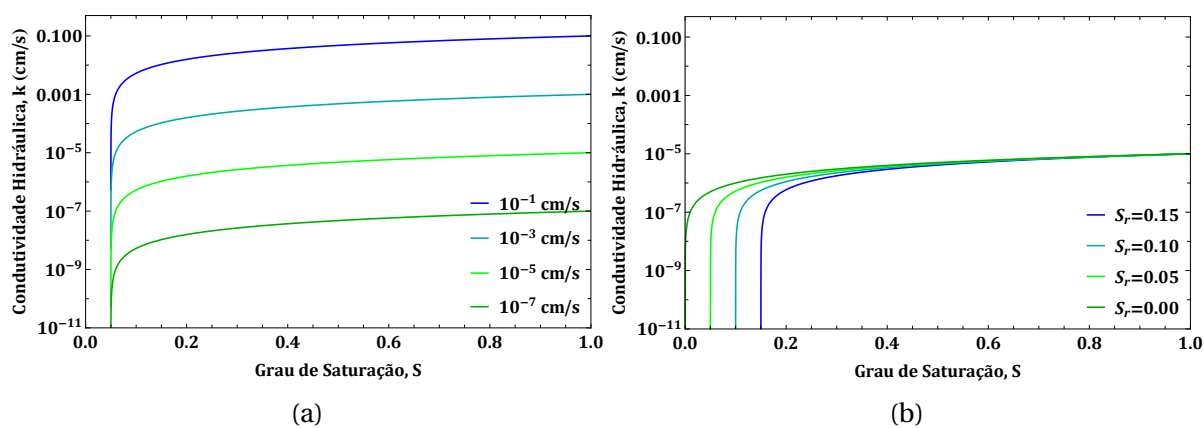


Figura 3.16: Análise de Sensibilidade do Modelo Condutividade Hidráulica não Saturada de Cavalcante & Zornberg (2017a), para a Influência do Valor de: (a)  $k_s$  (com  $S_r = 0.10$ ) e (b)  $S_r$  (com  $k_s = 10^{-5}$  cm/s) na Velocidade de Condução de Água nos Solos para Diferentes Condições de Saturações.

Na Fig.(3.16), observa-se que o valor de  $k$  é diretamente proporcional ao valor de  $S$ , quanto maior a saturação do meio, mais rápido a água percola nos vazios do solo. Já quando o solo começa a secar, a fração de água começa a se torna descontínua e mais gases preenchem os vazios, o que tende a reduzir a velocidade de condução até o ponto que há apenas a água adsorvida no meio ( $S = S_r$ ) que não contribui para o fluxo, ou seja, a permeabilidade torna-se praticamente nula.

Como demonstrado matematicamente por Cavalcante & Zornberg (2017a), uma das principais prerrogativas do modelo constitutivo hidráulico apresentado é que o valor de  $\delta$  das Eq.(3.18) e Eq.(3.22) é exatamente o mesmo. Isso implica que, ao conhecer o valor de  $\delta$  do ajuste da curva de retenção de água é possível estimar a condutividade hidráulica não saturada do meio ou o inverso, a partir da  $k$ -function é possível estimar a CRA do solo. Tal prerrogativa é uma das grandes vantagens do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a), uma vez que, dados de  $k$ -function não são tão comuns como dados de ensaios de retenção de água de solos.

Esta condição de igualdade entre os  $\delta$ s da Eq.(3.18) e Eq.(3.22) é demonstrada para dados experimentais de um solo arenoso do trabalho de Lisboa (2006), Fig.(3.17a) e Fig.(3.18a), e de um solo argiloso do trabalho de Meerdink et al. (1996), Fig.(3.17b) e Fig.(3.18b). Para construção de tais figuras foram empregados a Eq.(3.18) para ajustar dados de retenção de água no solo e a Eq.(3.22) para ajustar dados de condutividade hidráulica não saturada.

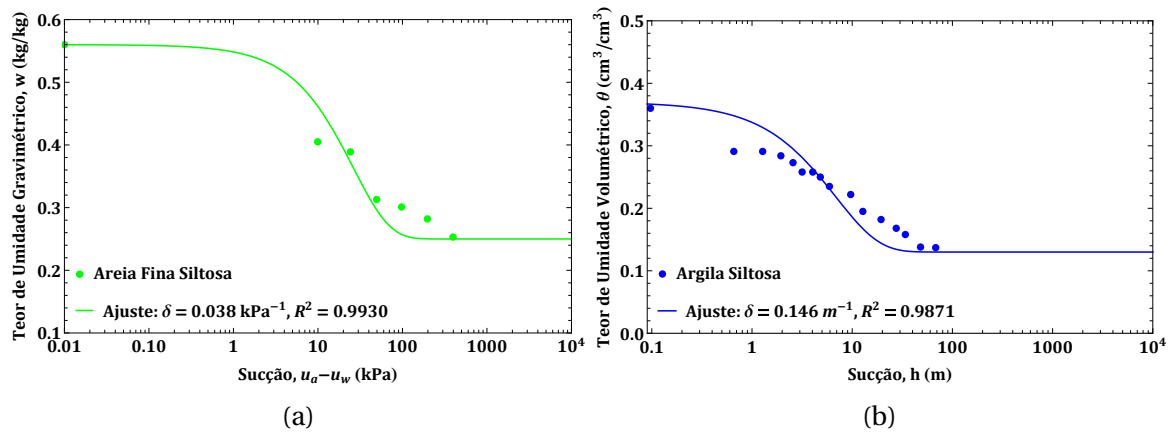


Figura 3.17: Ajuste de dados de retenção para o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017). (a) Dados de ensaio de Lisboa (2006) e (b) Dados de ensaio de Meerdink et al. (1996).

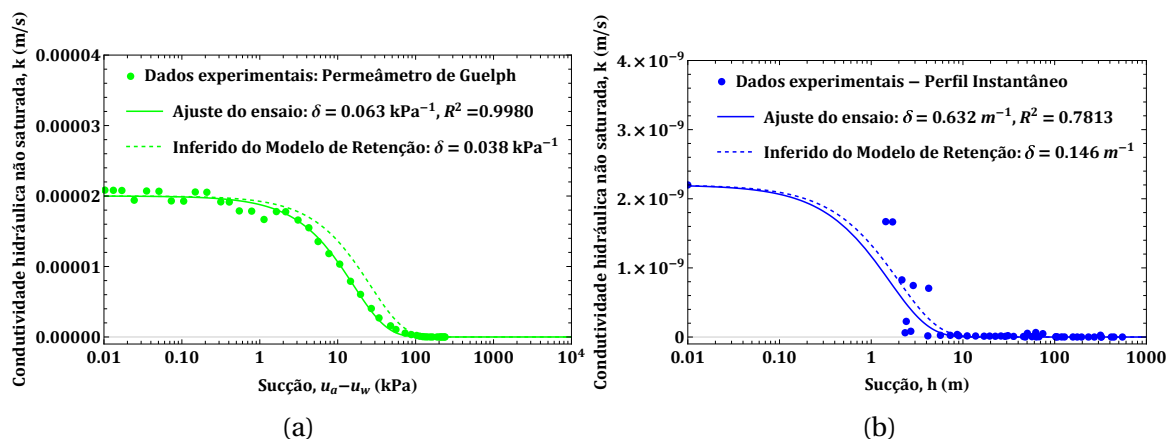


Figura 3.18: Estimativa da Condutividade Hidráulica não Saturada a partir de dados de retenção. (a) Dados de ensaio de Lisboa (2006) e (b) Dados de ensaio de Meerdink et al. (1996).

Observando a Fig.(3.17) e Fig.(3.18), verifica-se que a condutividade hidráulica pode ser estimada com certa precisão a partir do ajuste de  $\delta$  da curva de retenção para o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a), sendo próxima da curva real obtida do ajuste dos ensaios de  $k$  em solos não saturados. A possibilidade de realizar tal inferência é muito importante para as Ciências dos Solos, uma vez que os resultados de ensaios de condutividade hidráulica não saturada não são tão comuns como os ensaios de retenção. Sem citar os problemas com a reprodução de ensaios, preços de equipamentos e dificuldades na aquisição para aferição da condutividade hidráulica não saturada de solos.

Uma outra vantagens do modelo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a), é que



ele apresenta soluções analíticas para o problema de infiltração unidimensional que pode ser usado para modelar a percolação de água em solos não saturados.

Para modelar este fenômeno, Cavalcante & Zornberg (2017a) definiram um conjunto de equações matemáticas para a função de  $\theta(z, t)$ . Um resumo destas soluções estão sintetizadas abaixo.

### a) Caso 1: Infiltração de Água em uma Coluna de Solo Semi-infinita - Imposição de Umidade Constante no Topo da Coluna

Para o caso em que se deseje modelar a infiltração unidimensional de água devido a existência de uma lâmina de água no topo da camada de solo, a variação de  $\theta$  pode ser definida por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i) A(z, t) \quad (3.24)$$

onde,

$$A(z, t) = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{z - \bar{a}_s t}{2\sqrt{\bar{D}_z t}} \right) + \exp \left( \frac{\bar{a}_s z}{\bar{D}_z} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{z + \bar{a}_s t}{2\sqrt{\bar{D}_z t}} \right) \right] \quad (3.25)$$

onde  $\theta_0$  é o teor umidade imposto no topo da coluna [ $L^3 L^{-3}$ ] e  $\theta_i$  é o teor umidade inicial da camada de solo avaliado [ $L^3 L^{-3}$ ]. Para as soluções apresentadas nesta tese estes dois valores são constantes. Já  $\operatorname{erfc}(Z)$  é a função erro complementar, definida por:

$$\operatorname{erfc}(Z) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^Z \exp(-t^2) dt \quad (3.26)$$

Como condição de contorno inferior da solução adotada, o valor do "teor umidade no infinito" não é impactado pelo avanço da frente de molhagem, o que é expresso matematicamente por (mesma condição do caso 3):

$$\frac{\partial \theta}{\partial z}(\infty, t) = 0 \quad (3.27)$$

#### a.1) Velocidade advectiva nula ou próximo de zero

Para os solos com baixos valores de velocidade advectiva (próximos a zero), a parcela que comanda a percolação é a difusiva. Para esta condição, a variação de umidade durante o fluxo tende a:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i) \operatorname{erfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{\bar{D}_z t}} \right) \quad (3.28)$$

#### a.2) Difusividade hidráulica nula ou próximo de zero

Para os solos com altas permeabilidades e baixíssimas difusividades, a parcela que

comanda a percolação é a advectiva, assim, a infiltração pode ser definida por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i) H(\bar{a}_s t - z) \quad (3.29)$$

onde  $H$  é a função Heaviside, descrita por:

$$H(\bar{a}_s t - z) = \begin{cases} 0, & \bar{a}_s t - z \leq 0 \\ 1, & \bar{a}_s t - z > 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

### b) Caso 2: Infiltração de Água em uma Coluna de Solo de Comprimento $L$ - Imposição de Umidade Constante no Topo da Coluna

Para o caso em que se deseje modelar a infiltração de água devido a imposição a existência de uma lâmina de água no topo da camada de solo de espessura  $L$ , a variação de  $\theta$  pode ser definida por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i) B(z, t) \quad (3.31)$$

onde,

$$B(z, t) = A(z, t) + \frac{1}{2} \left[ 2 + \frac{\bar{a}_s(2L - z) + \bar{a}_s^2 t}{\bar{D}_z} \right] \exp\left(\frac{\bar{a}_s L}{\bar{D}_z}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{2L - z + \bar{a}_s t}{2\sqrt{\bar{D}_z t}}\right) - \sqrt{\frac{\bar{a}_s^2 t}{\pi D_z}} \exp\left[\frac{\bar{a}_s L}{\bar{D}_z} - \frac{(2L - z + \bar{a}_s t)^2}{4\bar{D}_z t}\right] \quad (3.32)$$

Para esta solução de coluna finita, a condição de contorno inferior é expressa matematicamente por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z}(L, t) = 0 \quad (3.33)$$

Isso significa que, nesta solução, a  $L$  distância da fonte de umidade, não haverá alteração da saturação devido o avanço da frente de molhagem (mesma condição do caso 4 que será apresentado).

#### b.1) Velocidade advectiva nula ou próximo de zero

Para os solos muito pouco permeáveis ( $a_s \rightarrow 0$ ), a parcela que comanda a percolação é a difusiva. Para esta condição, tem-se que a solução de fluxo reduz a:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i) \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\bar{D}_z t}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{2L - z}{2\sqrt{\bar{D}_z t}}\right) \right] \quad (3.34)$$

### b.2) Difusividade hidráulica nula ou próximo de zero

Já para a condição em que  $f_{adv} \gg f_{dif}$ , a equação que modela o fenômeno de infiltração é igual a Eq.(3.29) definida para o Caso 1.

### c) Caso 3: Infiltração de Água em uma Coluna de Solo Semi-infinita - Velocidade de Descarga Constante no Topo da Coluna

Para modelar a infiltração de água devido a imposição de uma descarga de água  $v_0$  no topo da camada de solo, a variação de  $\theta$  pode ser definida por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + \left[ \frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) - \theta_i \right] C(z, t) \quad (3.35)$$

onde,

$$C(z, t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{z - \bar{a}_s t}{2\sqrt{\bar{D}_z t}} \right) + \sqrt{\frac{\bar{a}_s^2 t}{\pi \bar{D}_z}} \exp \left[ -\frac{(z - \bar{a}_s t)^2}{4\bar{D}_z t} \right] - \frac{1}{2} \left( -1 + \frac{\bar{a}_s z}{\bar{D}_z} + \frac{\bar{a}_s^2 t}{\bar{D}_z} \right) \exp \left( \frac{\bar{a}_s z}{\bar{D}_z} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{z + \bar{a}_s t}{2\sqrt{\bar{D}_z t}} \right) \quad (3.36)$$

Neste caso, a máxima velocidade de descarga ( $v_{0,max}$ ) possível é igual a:

$$v_{0,max} = \frac{\theta_s k_s}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (3.37)$$

### c.1) Velocidade advectiva nula ou próximo de zero

Quando  $f_{adv} \ll f_{dif}$ , a variação do conteúdo de água presente no solo é dado por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + \left[ \frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) - \theta_i \right] \operatorname{erfc} \left( \frac{z}{2\sqrt{\bar{D}_z t}} \right) \quad (3.38)$$

### c.2) Difusividade hidráulica nula ou próximo de zero

Quando  $f_{adv} \gg f_{dif}$ , a variação do conteúdo de água presente no solo é dado por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + \left[ \frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) - \theta_i \right] H(\bar{a}_s t - z) \quad (3.39)$$

### d) Caso 4: Infiltração de Água em uma Coluna de Solo de Comprimento $L$ - Velocidade de Descarga Constante no Topo da Coluna

Para modelar a infiltração de água em camada de espessura  $L$  devido a imposição de uma velocidade de descarga constante  $v_o$  no topo da camada, a função de  $\theta$  pode ser expressa por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + \left[ \frac{v_o}{k_s} (\theta_s - \theta_r) - \theta_i \right] D(z, t) \quad (3.40)$$

onde,

$$D(z, t) = C(z, t) + \sqrt{4 \frac{\bar{a}_s^2 t}{\pi \bar{D}_z}} \left[ 1 + \frac{\bar{a}_s}{4 \bar{D}_z} (2L - z + \bar{a}_s t) \right] \exp \left[ \frac{\bar{a}_s L}{\bar{D}_z} - \frac{1}{4 \bar{D}_z t} (2L - z + \bar{a}_s t)^2 \right] - \frac{\bar{a}_s}{\bar{D}_z} \left[ 2L - z + \frac{3 \bar{a}_s t}{2} + \frac{\bar{a}_s}{4 \bar{D}_z} (2L - z + \bar{a}_s t)^2 \right] \exp \left( -\frac{\bar{a}_s L}{\bar{D}_z} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{2L - z + \bar{a}_s t}{2 \sqrt{\bar{D}_z t}} \right) \quad (3.41)$$

#### d.1) Velocidade advectiva nula ou próximo de zero

Quando  $f_{adv} \rightarrow 0$ , a variação do conteúdo de água presente no solo é dado pela mesma equação descrita no caso c.1, Eq.(3.38).

#### d.2) Difusividade hidráulica nula ou próximo de zero

Quando  $f_{dif} \rightarrow 0$ , a variação do conteúdo de água presente no solo segue a Eq.(3.39) definida para o caso c.2.

#### e) Aplicação da Solução Analítica de Fluxo

Para exemplificar o uso das soluções de Cavalcante & Zornberg (2017a) para modelar a variação de umidade durante a infiltração de água em solos, dados de um ensaio em coluna de um solo argiloso compactado realizado por McCartney et al. (2007) foram retro-analisados.

O ensaio em questão foi monitorado por sensores do tipo TDR (*Time-Domain Reflectometry* ou em português, Reflectômetro no Domínio do Tempo) disposto ao longo de uma coluna cilíndrica de solo de 750 mm de comprimento e 203 mm de diâmetro.

Para induzir o fluxo, uma bomba injetava água no topo da coluna a uma taxa de  $8.10^{-8}$  m/s. Na montagem do aparato de ensaio, fibras de algodão foram utilizadas para garantir a distribuição uniforme de água no topo da coluna. Assim, na modelagem, assumiu-se que o solo imediatamente abaixo do algodão estava saturado, o restante da coluna tinha a umidade inicial de 14.70% como indicado por McCartney et al. (2007).

O esquema do aparato do ensaio de coluna desenvolvido por McCartney et al. (2007) é apresentado Fig.(3.19).

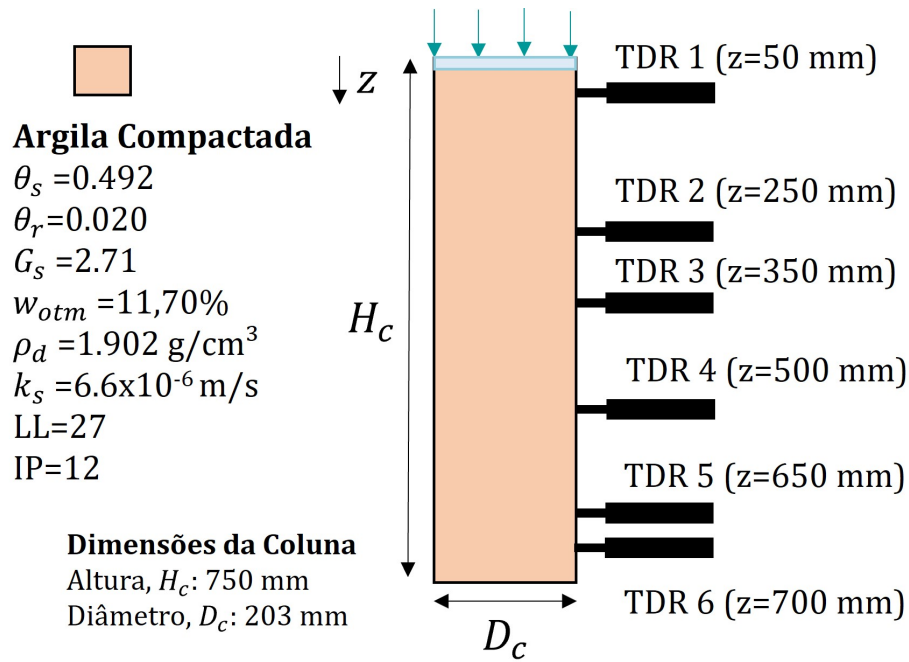


Figura 3.19: Aparato de Ensaio de Infiltração em Coluna de McCartney et al. (2007).

Para avaliar o avanço da frente de umidade, a solução analítica da Equação de Richard para o Caso 3 (Eq.(3.35)) proposta por Cavalcante & Zornberg (2017a) foi usada retroanalizar os dados de infiltração apresentados na Fig.(3.20) por meio do ajuste dos parâmetros  $\bar{a}_s$  e  $\bar{D}_z$  para cada um dos sensores TDRs instalados ao longo da coluna. Neste caso, para a modelagem, considerou apenas o fluxo vertical (na direção  $z$ ), desprezando a migração de água para as direções horizontais ( $x$  e  $y$ ), ou seja, assumiu-se que o fluxo de água na coluna era unidimensional descendente. Os resultados da retroanálise dos sensores TDRs são apresentadas na Fig.(3.21).

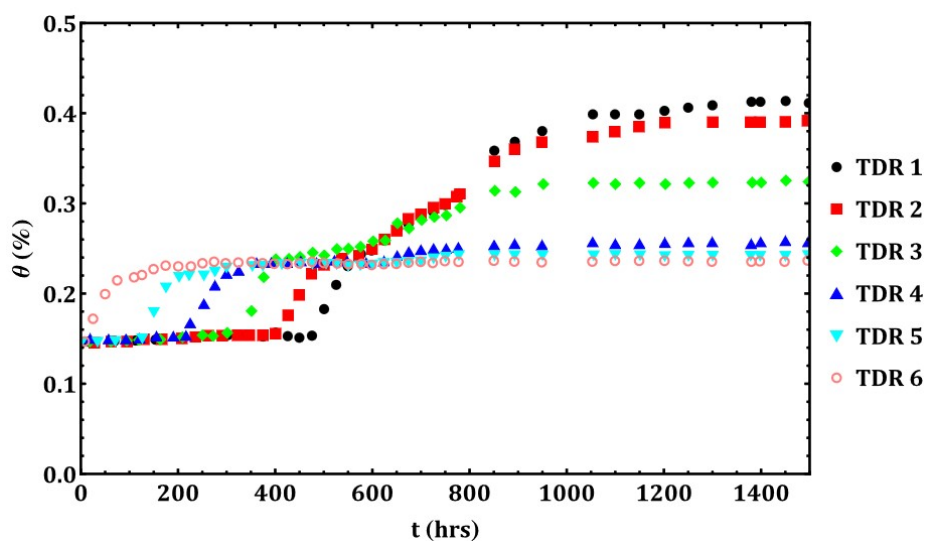


Figura 3.20: Dados de Ensaio de Coluna de Solo Argiloso Instrumentada (Adaptado de McCartney et al. 2007).

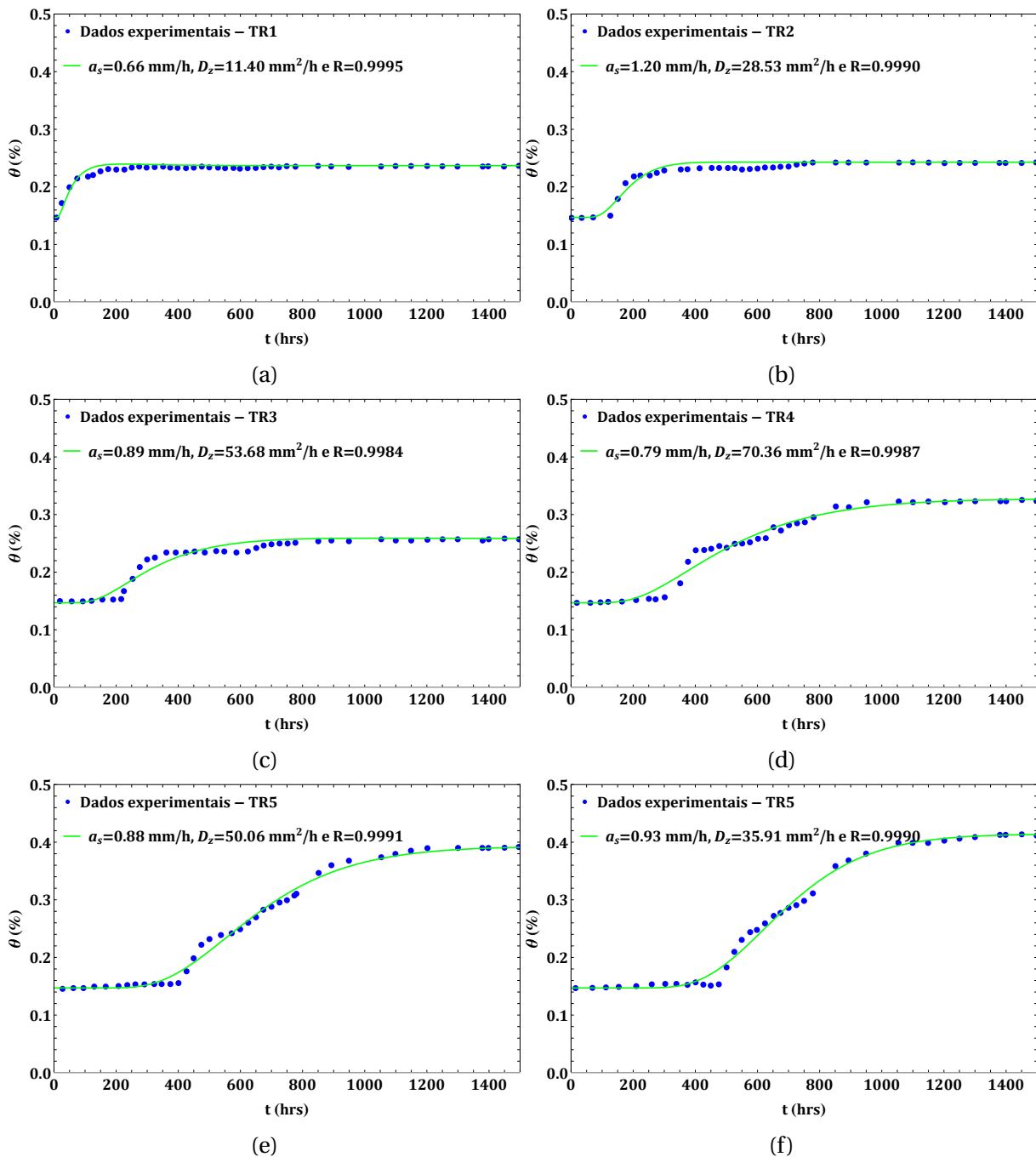


Figura 3.21: Comparativo entre Pontos Experimentais de McCartney et al. (2007) e Função de Infiltração Ajustada para o Caso 3 do Modelo de Infiltração de Cavalcante & Zornberg (2017a).

Observando a Fig.(3.21), verifica-se que a solução analítica da função de  $\theta(z, t)$  proposta por Cavalcante & Zornberg (2017a) conseguiu representar bem o fenômeno de infiltração de água em diversas seções da coluna de solo ensaiada por McCartney et al. (2007) com coeficientes de correlação acima de 0.99 e boa aderência visual entre as curvas ajustadas e os dados experimentais. Detalhes sobre os parâmetros ajustados são apresentados na Tab.(3.3) que sumariza as informações da retroanálise dos sensores TDRs instalados ao

longo da coluna por meio o ajuste da solução de fluxo apresentada na Eq.(3.35).

Tabela 3.3: Retroanálise do Ensaio de Infiltração em Coluna - Dados de McCartney et al. (2007)

Valores		Adotados			Ajustados	
Sensores	$z$ (mm)	$\theta_i$	$\theta_o \approx \theta_{max,TDR}$	$\bar{a}_s$ (mm/h)	$\bar{D}_z$ (mm <sup>2</sup> /h)	$R^2$
TDR 1	50	0.147	0.237	0.66	11.40	0.9995
TDR 2	250		0.243	1.20	28.53	0.9990
TDR 3	350		0.258	0.89	53.68	0.9984
TDR 4	500		0.325	0.79	70.36	0.9987
TDR 5	650		0.392	0.88	50.06	0.9991
TDR 6	700		0.414	0.93	35.91	0.9990
Média	-	-	0.311	0.89	41.66	-
Desvio	-	-	0.071	0.18	20.78	-
CV (%)	-	-	22.80	20.10	49.89	-

Na retroanálise dos dados do trabalho de McCartney et al. (2007), observa-se que os valores médios de  $a_s$  foi de 0.89 mm/h (com desvio padrão de 0.18 e coeficiente de variação de 20.10%) e o  $D_z$  de 41.66 mm<sup>2</sup>/h (desvio padrão amostral de 20.78 e coeficiente de variação de 49.89%). Tais informações indicam uma variabilidade dos valores de  $a_s$  e  $D_z$  ao longo da coluna.

Pela observação dos pontos experimentais, para 1500 horas de ensaio, nota-se que a coluna de solo não atingiu a saturação ( $\theta_{final} < \theta_s$ ). Durante o ensaio, os sensores mais próximos da fonte indicaram que a umidade estabilizou em cerca de 25% - TDR 1, TDR 2 e TDR 3. Já os sensores localizados mais próximos a base, TDR 4, TDR 5 e TDR 6, indicaram que a saturação começou a aumentar de baixo para cima, indicando que neste material  $k_z$  é maior que o  $k$  horizontal (ou radial), refletindo no fluxo predominantemente na vertical.

A variação nos valores de  $D_z$  ajustados observada para cada um dos sensores pode está associada ao processo de compactação das camadas para montagem da coluna que pode ter gerado camadas de diferentes graus de compactação e consequentemente, com

diferentes valores das propriedades hidráulicas.

Quanto a possível problemas no processo de compactação, isso ocorre por que a compactação e o peso das camadas superiores tende a contribuir - se não compensado - para o aumento do grau de compactação das camadas inferiores, fazendo com que o solo distribuindo ao longo da coluna tenha propriedades distintas. Contribuindo para que as camadas superiores sejam mais porosas do que as inferiores, o que faz com que as camadas superiores retenham menos água do que as inferiores, conforme é mostrado na leituras dos TDRs e indicado nos ajustes, principalmente, pela variação da difusividade hidráulica. Outras análises sobre estes dados não serão apresentadas devido o escopo da pesquisa, assim, para consultar mais detalhes, verificar o trabalho de McCartney et al. (2007).

Para ensaios nos quais não se notam variação das propriedades hidráulicas ao longo da profundidade da coluna ensaiada, um único ajuste do conjunto de dados pode ser feito, gerando uma superfície de molhagem 3D. Para demonstrar essa aplicação, dados de ensaio de infiltração em coluna de solo argiloso realizado por Azevedo (2016) foram empregados para a modelagem da solução de fluxo.

Este autor montou uma coluna cilíndrica de 120 cm de altura e 19,7 cm diâmetro, instrumentada com 7 TDRs. O solo compactado utilizado foi classificado como argila siltosa proveniente de Rocky Mountain Arsenal (RMA) em Denver, Colorado, Estados Unidos (Fig.(3.22)).

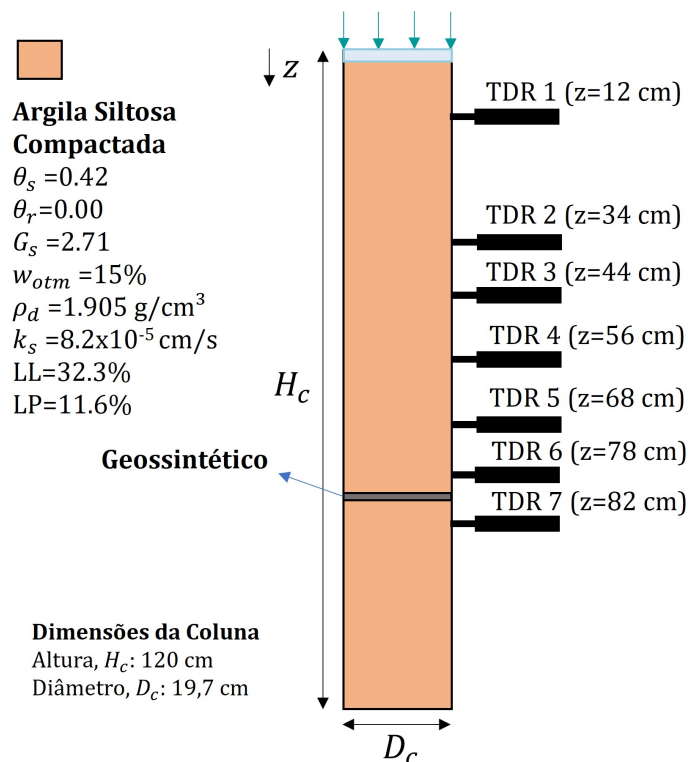


Figura 3.22: Aparato de Ensaio de Infiltração em Coluna de Azevedo (2016).



Após a montagem da coluna, o topo dela foi coberto com papel plástico para minimizar a evaporação de água e garantir a conservação de massa no sistema. Antes do início do ensaio, o teor de umidade volumétrica de inicial era de 0.15. Para induzir o fluxo, uma bomba introduzia água no topo da coluna a uma velocidade de descarga de  $2.14 \cdot 10^{-5}$  cm/s. Assim, como para o exemplo anterior, a solução da Equação de Richards aplicada foi a descrita no caso 3 por Cavalcante & Zornberg (2017a).

Os parâmetros ajustados foram  $a_s$  e  $D_z$  e os dados empregados foram dos TDRs 1 a 4 para um tempo de ensaio de 6 dias para garantir que não houvesse influência da barreira capilar causada pelo geotêxtil colocado a 80 cm do topo da coluna, conforme esquema da Fig.(3.22). Os dados das leituras dos sensores TDRs são mostrados na Fig.(3.23).

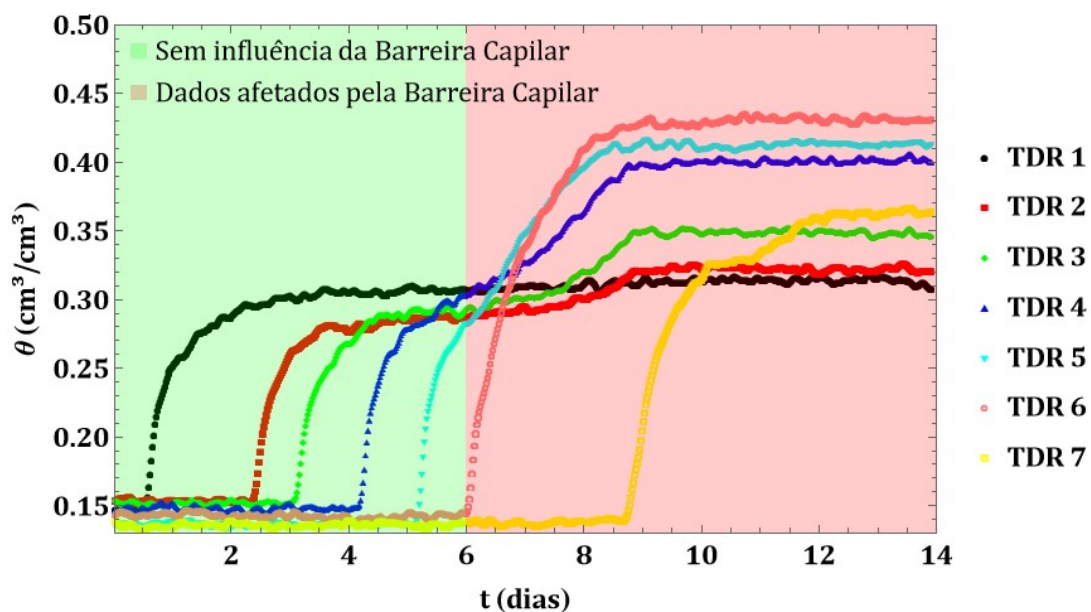


Figura 3.23: Leituras dos TDRs do Ensaio de Infiltração em Coluna de Azevedo (2016).

As informações de ajuste dos parâmetros são mostradas na Tab.(3.4).

Tabela 3.4: Retroanálise do Ensaio de Infiltração em Coluna - Dados de Azevedo (2016)

Valores	Adotados		Ajustados		
Sensores	$\theta_i$	$\theta_o \approx \theta_{max,TDR}$	$\bar{a}_s$ (cm/dia)	$\bar{D}_z$ (cm/dia <sup>2</sup> )	$R^2$
TDR 1-4	0.15	0.30	11.09	6.10	0.8107

A superfície de molhagem ajustada aos dados experimentais é mostrada na Fig.(3.24). O comparativo entre a função de ajuste e as leituras de cada um dos 4 TDRs dispostos ao longo da profundidade  $z$  é apresentado na Fig.(3.25).

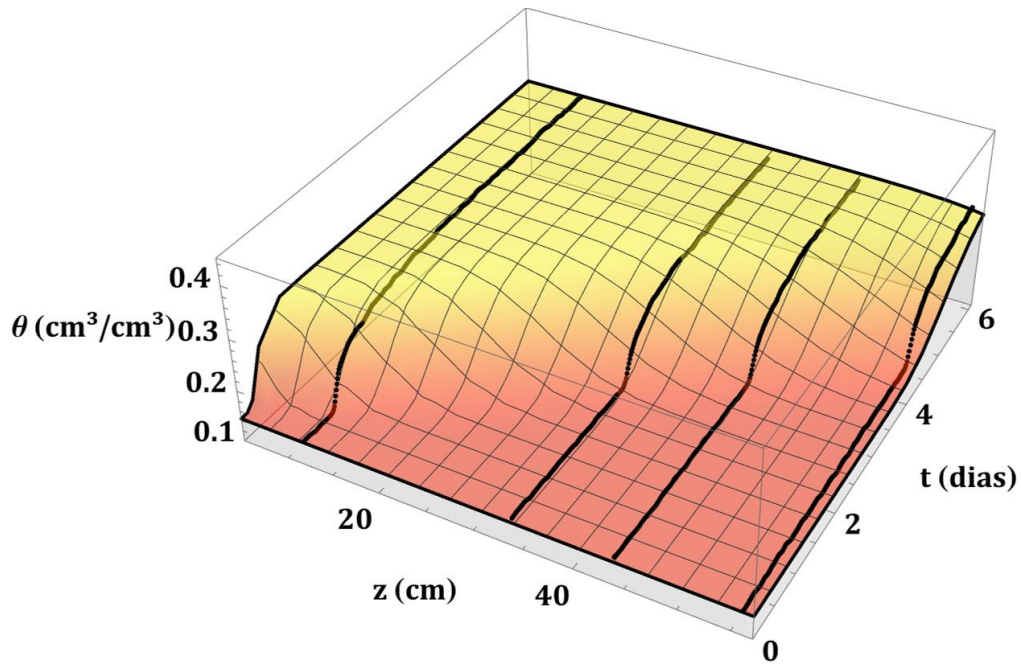


Figura 3.24: Superfície de Molhagem ( $a_s = 11.09$  cm/dia,  $D_z = 6.10$  cm<sup>2</sup>/dia e  $R^2 = 0.8107$ ) - Dados de Ensaio de Coluna de Solo Argiloso Instrumentada do trabalho de Azevedo (2016).

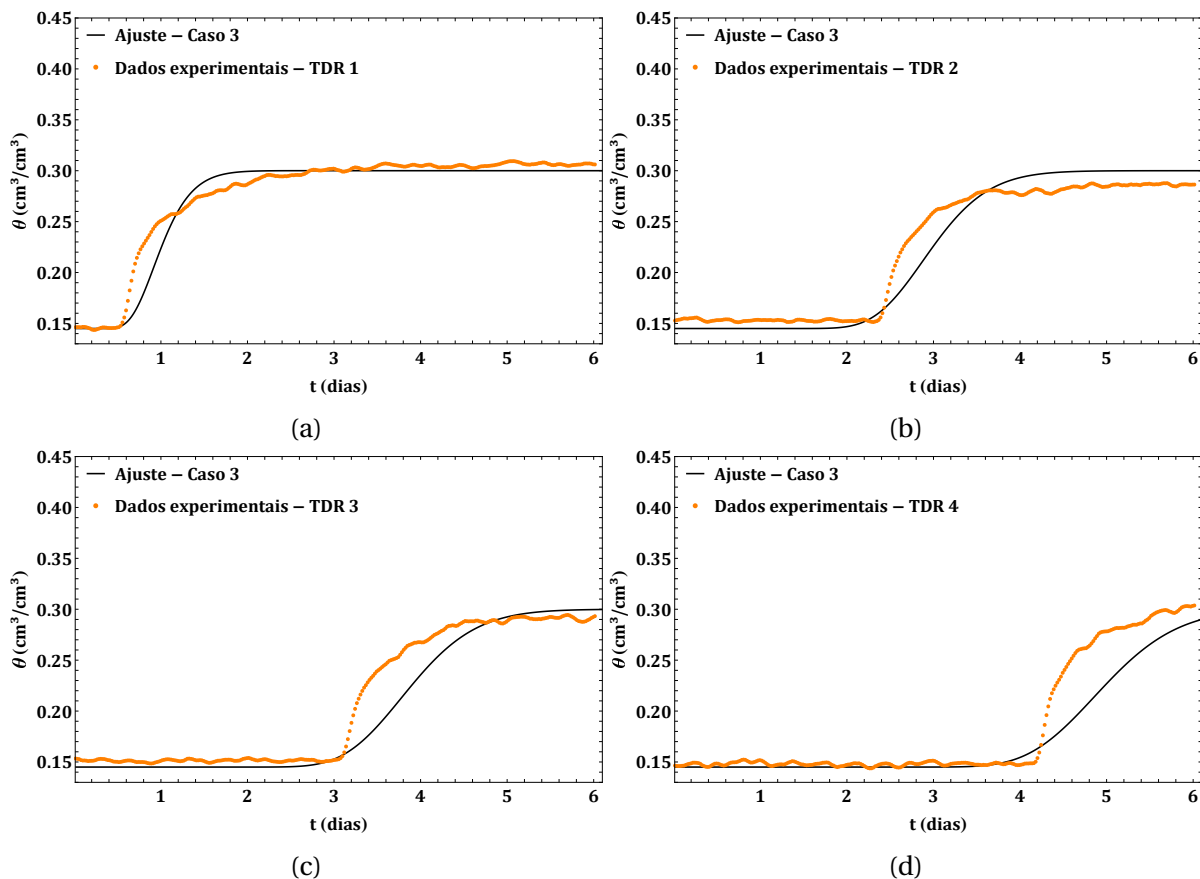


Figura 3.25: Comparativo entre Pontos Experimentais e a Função de Infiltração Ajustada para o Caso 3 do Modelo de Infiltração de Cavalcante & Zornberg (2017a) ( $a_s = 11.09$  cm/dia,  $D_z = 6.10$  cm<sup>2</sup>/dia e  $R^2 = 0.8107$ ).

Observando a Fig.(3.24) e a Fig.(3.25), nota-se que a solução proposta por Cavalcante & Zornberg (2017a), ajustou-se bem aos dados de infiltração em coluna, gerando uma superfície de molhagem 3D que descreve a variação da umidade do solo ao longo do tempo e para várias profundidades. Este avanço de frente de umidade também pode ser visualizado pelo esquema da Fig.(3.26) no qual a função ajustada é usada para estimar o avanço da infiltração de água na coluna amostrada até uma profundidade de 60 cm em relação a fonte de água.

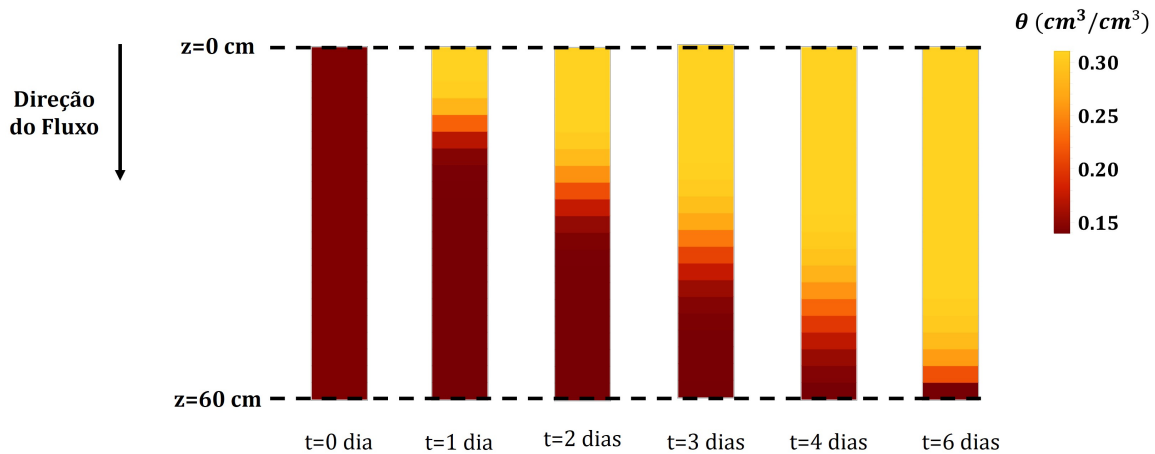


Figura 3.26: Avanço da Frente de Molhagem - Modelo Estimado pela Função Ajustada ( $a_s = 11.09$  cm/dia,  $D_z = 6.10$   $\text{cm}^2/\text{dia}$  e  $R^2 = 0.8107$ ).

Uma outra vantagem que o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) possibilita é estimar o valor de  $k_s$  de ajustes de dados de ensaios que monitorem a variação de  $\theta(z, t)$ . Como demonstrado pelo autores citados,  $k_s$  pode ser facilmente estimada quando  $\bar{a}_s$ ,  $\theta_s$  e  $\theta_r$  são conhecidos, empregando:

$$k_s = \bar{a}_s (\theta_s - \theta_r) \quad (3.42)$$

Assim, por exemplo, usando a Eq.(3.42) com o valor de  $a_s$  obtido do ajuste do ensaio de infiltração em coluna realizado por Azevedo (2016) é possível estimar o valor de  $k_s$  do material ensaiado. Nestas condições, obtém-se  $k_s = 5.4 \cdot 10^{-5}$  cm/s que é da mesma ordem da permeabilidade saturada do material medida em permeâmetro de parede flexível que é de  $8.2 \cdot 10^{-5}$  cm/s conforme é apresentado por Azevedo (2016), o que indica uma boa correspondência entre o valor predito pelo ajuste e o valor real desta propriedade medida em ensaio de laboratório.

Este tipo de análise também foi feita por Sousa (2019) para inferir o  $k_s$  de um ensaio de infiltração em coluna tomografada de um latossolo da cidade de São Carlos, obtendo também uma boa correspondência entre o  $k_s$  inferido pela Eq.(3.42) e o medido pelo ensaio de permeabilidade convencional. O que indica um outro potencial de aplicação do modelo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a).

Deve-se destacar que, para o modelo supracitado, a condutividade hidráulica saturada também pode ser obtida quando a  $D_z$  e o  $\delta$  são conhecidos, uma vez que, Cavalcante & Zornberg (2017a) demonstram que:

$$k_s = \rho_w g \delta \bar{D}_z (\theta_s - \theta_r) \quad (3.43)$$

Para testar a aplicabilidade dos valores de  $k_s$  obtidos pela Eq.(3.42) e Eq.(3.43), estes podem ser comparados com medidas experimentais, tais como ensaios de permeâmetro, adensamento e medições em campo.

Deste modo, pode-se observar que uma das principais vantagens deste modelo hidráulico está relacionado ao fato de existir uma conexão física e matemática entre as funções de retenção, condutividade hidráulica e de infiltração por meio de um único parâmetro hidráulico,  $\delta$ . O que possibilita inferir indiretamente duas destas funções quando apenas uma delas é conhecida, o que é uma grande valia para a caracterização preliminar de solos e batarateamento de custos.

Complementar a isso, recentemente, Sousa (2019) demonstrou a conexão entre o modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) e a função granulométrica. O que pode indicar, um potencial emprego da granulometria para estimar as funções de retenção, condutividade hidráulica e de infiltração do material, fundamentado no emprego do modelo constitutivo de Cavalcante & Zornberg (2017a), e até mesmo da resistência como proposto nesta tese.

Para mais detalhes sobre as soluções fluxo apresentadas, consultar os trabalhos de Cavalcante & Zornberg (2017a), Cavalcante & Zornberg (2017b), Mascarenhas (2018) e Sousa (2019). Cabe destacar que outras soluções de fluxo compatíveis com o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) são apresentadas por Mascarenhas & Cavalcante (2022) para o caso fracionário e por Cavalcante et al. (2019) para o caso de fluxo tridimensional.

### 3.2.2.2 Correlação entre as Funções de Retenção e Distribuição de Poros

Como mencionado anteriormente, as propriedades hidráulicas dos solos são influenciadas pela organização dos vazios do meio que é representada matematicamente pela distribuição de poros.

A distribuição de poros pode ser representada a partir de duas curvas: a curva da função de frequência acumulada de raios dos poros e a curva da função frequência dos raios, sendo que essas funções apresentam natureza semelhante à função distribuição normal e

à função probabilidade, respectivamente, conforme é demonstrado por Libardi (2016), Fig. (3.27). Neste tipo de representação, a função de frequência acumulada dos raios dos poros é uma função que representa a relação entre grau de saturação e raios dos poros. Já a função de frequência relativa representa a distribuição das frequências de cada raio equivalente dos poros, esta função permite indicar valores mais representativos que são demarcados pelos picos encontrados no gráfico, refletindo, deste modo, o tipo de modalidade que o solo apresenta como descrito anteriormente.

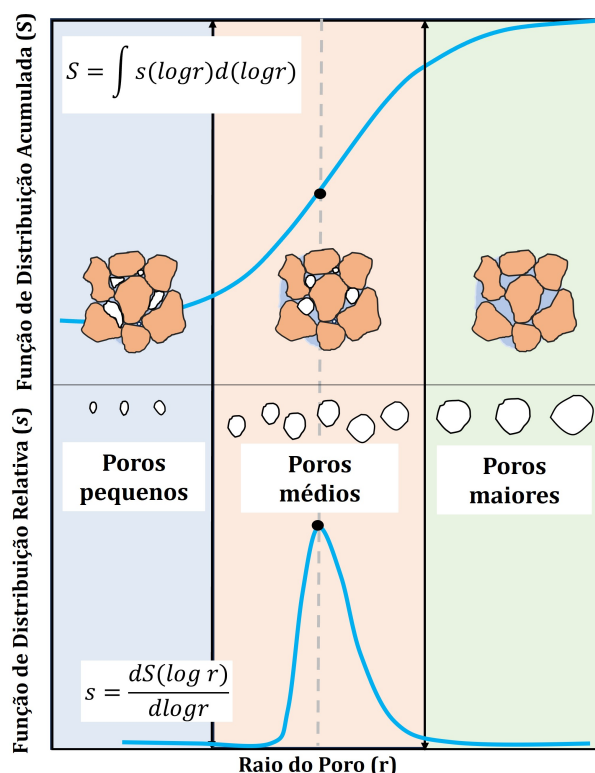


Figura 3.27: Modelo Hipotético de Representação das Funções de Distribuição de Raios dos Poros.

Nesta tese, o modelo de distribuição dos poros está relacionado com o modelo de retenção adotado seguindo as propostas de Sousa (2019) e Costa & Cavalcante (2021a) que demonstraram a relação entre  $\delta$  e as funções de distribuição de poros conforme será abordado neste item da tese.

Para este tipo de representação, adota-se a função de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) descrita para variações do grau de saturação que é dada por:

$$S(\psi) = S_r + (1 - S_r) \exp(-\delta |\psi|) \quad (3.44)$$

Assim, combinando a Eq.(3.2) que descreve a Lei da Capilaridade com a Eq.(3.44), é

possível escrever a função de frequência acumulada dos raios dos poros  $S(r)$  por:

$$S(r) = S_r + (1 - S_r) \exp\left(-\frac{2T\delta \cos(\alpha)}{r}\right) \quad (3.45)$$

Para o caso em que se considera o ângulo de contato entre os grãos e o menisco de água ( $\alpha$ ) igual a  $0^\circ$ , a Eq.(3.45) pode ser reescrita por (Sousa, 2019; Costa & Cavalcante, 2021a):

$$S(r) = S_r + (1 - S_r) \exp\left(-\frac{2T\delta}{r}\right) \quad (3.46)$$

De acordo com Libardi (2016), a função de distribuição relativa ( $s$ ) representa a derivada da função Eq.(3.46) em que o argumento está em escala logarítmica  $S(\log(r))$ , deste modo, tem-se:

$$s(r) = \frac{dS(\log r)}{d\log(r)} \quad (3.47)$$

Assim, a função de frequência relativa dos raios dos poros  $s(r)$  é dada por (Costa & Cavalcante, 2021a):

$$s(r) = \frac{2T\delta}{r} (1 - S_r) \ln(10) \exp\left(-\frac{2T\delta}{r}\right) \quad (3.48)$$

Nota-se que a função descrita na Eq.(3.48) possui um valor de pico que representa o raio do poro mais comum para um dado tipo de solo. Conforme demonstrado por Costa & Cavalcante (2021a), este valor é igual a:

$$r_{pico} = 2\delta T \quad (3.49)$$

Pela Lei da Capilaridade, o valor de raio de pico da Eq.(3.49) está associado a um valor de sucção igual a:

$$\psi(r_{pico}) = \frac{2T}{r} = \frac{2T}{2T\delta} = \frac{1}{\delta} \quad (3.50)$$

O valor de  $\psi(r_{pico})$  é matematicamente igual ao ponto de inflexão da curva de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) descrito por  $1/\delta$ . Já a frequência associada ao valor de raio de pico é igual a:

$$s_{pico} = (1 - S_r) \ln(10) \exp(-1) \quad (3.51)$$

A análise paramétrica do modelo de distribuição de poros de Sousa (2019) e Costa & Cavalcante (2021a) é apresentado nas imagens da Fig.(3.28), onde é feita uma correlação entre as curvas de retenção e de distribuição de poros acumulada e relativa.

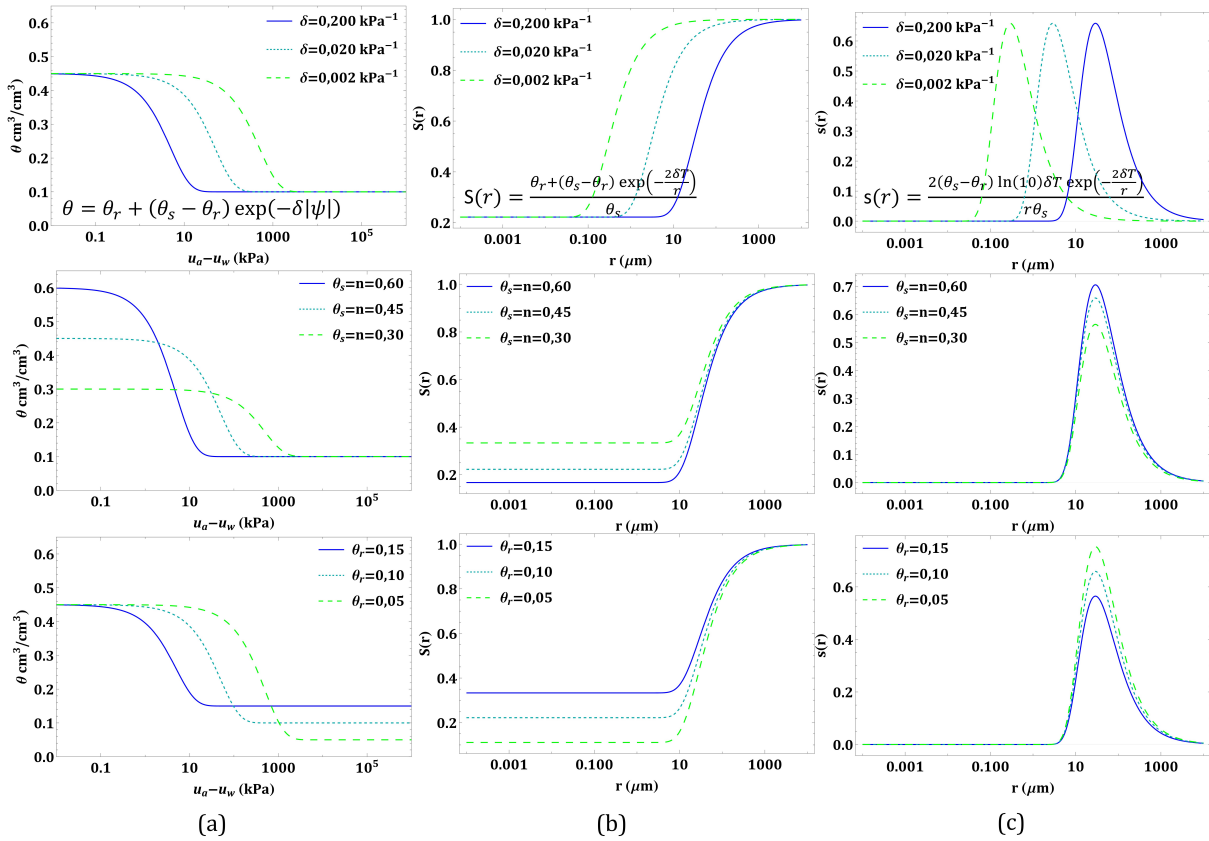


Figura 3.28: Análise Paramétrica das Funções de Retenção e de Distribuição de Raios dos Poros para o Modelo Hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a) para: (a) Curva de Retenção, (b) Distribuição de Frequência Acumulada dos Raios dos Poros e (c) Distribuição de Frequência Relativa dos Raios dos Poros.

Quanto a influência do valor de  $\delta$  na distribuição de poros da Fig.(3.28), observa-se que, graficamente, este é um parâmetro de localização, responsável por movimentar as curvas da esquerda para direita. Em que, valores maiores de  $\delta$  estão associados a solos com poros maiores. Ao passo que, ao reduzir o valor de  $\delta$ , as curvas de função de frequência de poros deslocam-se para a esquerda, diminuindo os valores de diâmetros de poros observados e o valor do poro mais frequente, definido pelo  $r_{pico}$ . Também foi feita análise da influência dos valores de  $\theta_r$  e  $\theta_s$  para o modelo constitutivo estudado. Esses valores são responsáveis pelo achatamento da curva de função de frequência relativa dos raios do poros, quanto mais achatada é a curva, maior é variedade de tamanhos de poros que compõem os vazios e, quanto maior o valor de frequência associado ao pico, mais uniforme são os tamanhos dos poros do meio. Nota-se que, quanto maior a porosidade do meio,  $n = \theta_s$ , menor tende a ser a sua retenção, isso ocorre porque solos mais porosos tendem a reter menos água do que solos menos porosos. Para o caso de solos mais uniformes, a curva apresenta pico bastante marcado. Para valores maiores de  $\theta_r$ , mais água é retida nos poros menores e mais achatada é a curva da  $s(\log r)$ , relação contrária é observada para o valor de  $\theta_s$ . Para a curva de função de frequência acumulada de diâmetro de poro, quanto maior o valor de  $\theta_r$ , maior

o valor do intercepto com o eixo do grau de saturação.

Cabe destacar também que o modelo de representação de poros aqui discutido é apenas uma simplificação da distribuição real dos poros solos, uma vez que compara os canais formados pelos grãos com tubos capilares regulares sem tortuosidade, o que na realidade não ocorre.

### 3.2.2.3 Descrição do Parâmetro $\delta$

Como apresentado no item 3.2.2.1, a aplicação do modelo constitutivo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a) depende, basicamente, do conhecimento do valor do parâmetro  $\delta$ . Usualmente, o parâmetro hidráulico  $\delta$  é definido pelo ajuste de dados de curva de retenção de água no solo ou pelo ajuste de ensaios para obtenção da condutividade hidráulica não saturada.

Como apresentado no trabalho de Cavalcante & Zornberg (2017a), o valor de  $\delta$  está relacionado como o ângulo de inclinação inicial das curvas de retenção de água e da função de condutividade hidráulica não saturada, sendo numericamente igual a razão entre a velocidade advectiva e o produto entre a difusividade hidráulica e o peso específico da água, como mostrado em:

$$\delta = \frac{\bar{a}_s}{\bar{D}_z \rho_w g} \quad (3.52)$$

E é por meio da Eq.(3.52) que o valor de  $\delta$  pode ser estimado de ensaios de infiltração empregando uma das soluções da Equação de Richards apresentados por Cavalcante & Zornberg (2017a), Cavalcante et al. (2019) ou por Mascarenhas & Cavalcante (2022), como citado anteriormente nesta tese. Este tipo de validação foi feita por Sousa (2019), encontrando uma boa correlação entre o  $\delta$  obtido da expressão da Eq.(3.52) e o  $\delta$  obtido do ajuste de dados de retenção para uma amostra de latossolo, indicando a validade da proposta de conexão entre as relações hidráulicas apresentadas por Cavalcante & Zornberg (2017a).

O valor de  $\delta$  também define duas regiões de interesse da curva de retenção de água nos solos, que são o valor de entrada de ar nos macroporos ( $\psi_{ar}$ ) e o valor de sucção que define o trecho residual da curva (também chamado de valor de entrada de ar nos microporos) ( $\psi_{res}$ ) como demonstrado por Costa & Cavalcante (2020) e Santos et al. (2024).

Conceitualmente, o valor de entrada de ar representa a energia que é requerida para causar a dessaturação dos macroporos do solo (Vanapalli et al., 1999). Este valor de sucção define uma zona de comportamento linear da curva de resistência ao cisalhamento não saturada em função da sucção, como será mostrado no Capítulo 5 da tese.



Como demonstrado por Costa & Cavalcante (2020), no modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a), a relação entre  $\delta$  e a pressão de entrada de ar nos macroporos é dada por:

$$\psi_{ar} = \frac{\exp[1 - \exp(1)]}{\delta} \quad (3.53)$$

Já a sucção que define o início do trecho residual é dada por (Santos et al, 2024):

$$\psi_{res} = \frac{\exp(1)}{\delta} \quad (3.54)$$

A dedução matemática que leva a expressão descrita na Eq.(3.53) e Eq.(3.54) são encontradas nos trabalhos de Costa & Cavalcante (2020) e Santos et al. (2024). Mas ambas partem do princípio que estes pontos de interesse são encontrados ao definir a interseção entre reta tangente ao ponto de inflexão da CRA com as retas horizontais paralelas ao trecho saturado e residual, respectivamente, seguindo o esquema da Fig.(3.29).

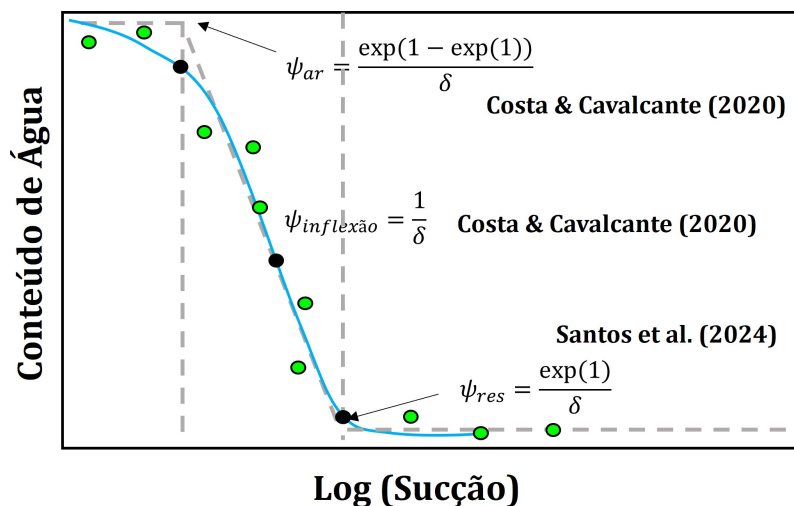


Figura 3.29: Pontos de Interesse da Função de Retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a).

Como pode ser visto na Fig.(3.5) apresentada anteriormente, o valor de entrada de ar depende do tipo de solo, do tamanho dos grãos, da densidade do meio e da trajetória de obtenção dos pontos da curva de retenção, curva de secagem ou umedecimento. Em relação ao índice de vazios, alguns autores mostram que o valor de entrada de ar nos macroporos pode ser definido como uma lei de potência em relação ao índice de vazios ( $e$ ) do meio, sendo definida por (Kawai et al. 2000; Karube & Kawai, 2001; Tarantino, 2009; Heshmati & Motahari, 2012):

$$\psi_{ar}(e) = ae^{-b} \quad (3.55)$$

onde  $a$  [ $ML^{-2}T^{-2}$ ] e  $b$  [adimensional] são parâmetros de ajuste. Para demonstrar a aplicação desta lei, Kawai et al. (2000) realizou alguns ensaios de retenção em amostras de solo

argiloso com diferentes índices de vazios e ciclos de secagem e umedecimento por meio de adaptação de equipamento oedométrico. Na Fig.(3.30) são apresentados o comparativo entre os pontos de "entrada de ar"(para a trajetória de secagem: ponto que amostra deixa de ser saturada) ou "entrada de água"(para trajetória de umedecimento: ponto que a amostra é considerada saturada) e as curvas ajustadas pela lei de potência descrita na Eq.(3.55).

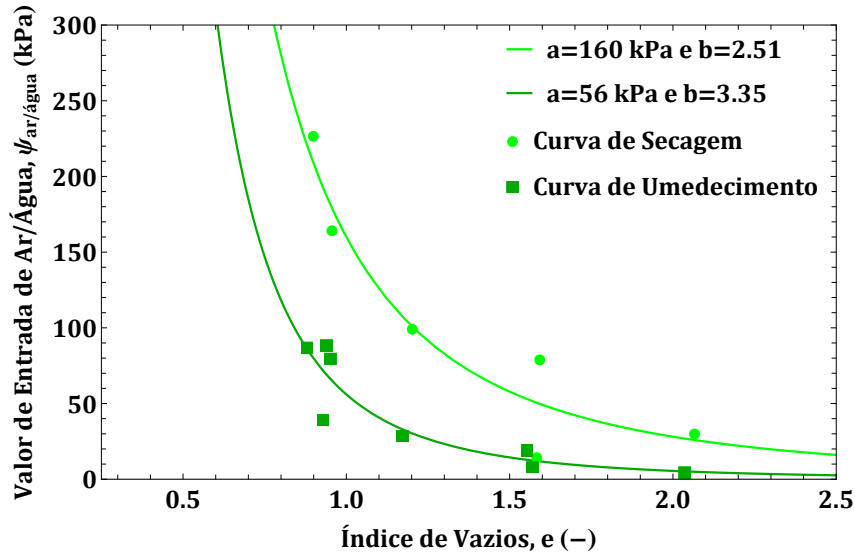


Figura 3.30: Avaliação da Lei de Potência para Correlacionar o Valor de Entrada de Ar nos Macroporos ou de Entrada, Dados de Kawai et al. (2000).

Assim, assumindo a validade da lei de potência definida acima que associa o valor de entrada de ar com o índice de vazios do material, pode-se combinar a Eq.(3.53) e a Eq.(3.55), obtendo uma relação entre  $\delta$  e  $e$ . Deste modo, tem-se (Costa & Cavalcante, 2020):

$$\delta(e) = \frac{e^b \exp[1 - \exp(1)]}{a} \quad (3.56)$$

Tal relação é importante pois permitiu a Costa & Cavalcante (2020) reescrever a retenção de água como uma função no espaço 3D, onde  $\theta$  varia com a sucção e o índice de vazios do meio, sendo definida por:

$$\theta(\psi, e) = \theta_r + \left( \frac{e}{1+e} - \theta_r \right) \exp \left( - \frac{e^b \exp(1 - \exp(1))}{a} |\psi| \right) \quad (3.57)$$

ou ainda, por:

$$\psi(\theta, e) = \frac{e^b \exp(1 - \exp(1))}{a} \ln \left( \frac{\theta - \theta_r}{\frac{e}{1+e} - \theta_r} \right) \quad (3.58)$$

Um exemplo de representação 3D da superfície de retenção de água pelo modelo de Costa & Cavalcante (2020) é apresentada na Fig.(3.31).

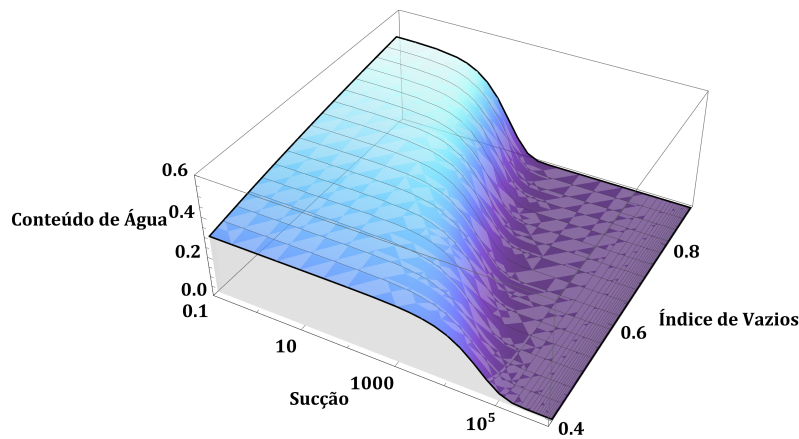


Figura 3.31: Representação Gráfica Tridimensional da Retenção de Água nos Solos para o Modelo de Costa & Cavalcante (2020) ( $a = 5$  kPa e  $b = 8$ ).

Na figura acima, nota-se que, quanto maior o valor de  $e$ , mais poroso é o solo e consequentemente, maior o valor de  $\theta_s$ . Ainda, observa-se que quanto mais poroso está o meio, menos ele consegue reter água, ou seja, mais facilmente a água é drenada dos poros. Este tipo de representação 3D, permite observar que a retenção de água está diretamente relacionada com o arranjo dos grãos do solo, então a CRA é específica para a condição de moldagem a qual a amostra é submetida, assim, quando o solo aumenta ou reduz de volume, suas propriedades hidráulicas também mudam.

Para demonstrar uma aplicação do modelo de Costa & Cavalcante (2020), a Fig.(3.32) apresenta um exemplo de uso da Eq.(3.57) para ajustar de dados de retenção variando com o índice de vazios de um solo argiloso descrito por Tarantino (2009). A avaliação de cada curva pode ser observada na Fig.(3.33).

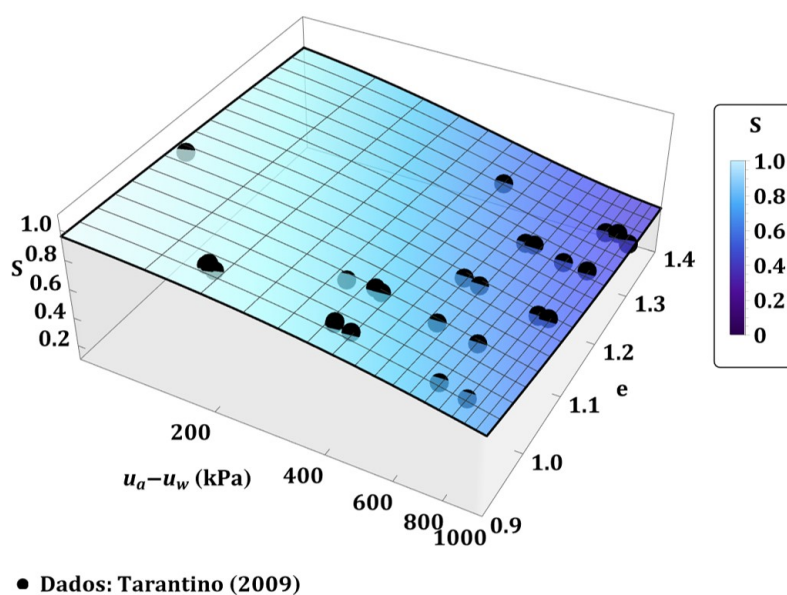


Figura 3.32: Superfície de Retenção de uma Argila ( $a = 154.454$  kPa,  $b = 2.765$  e  $R^2 = 0.9994$ ).

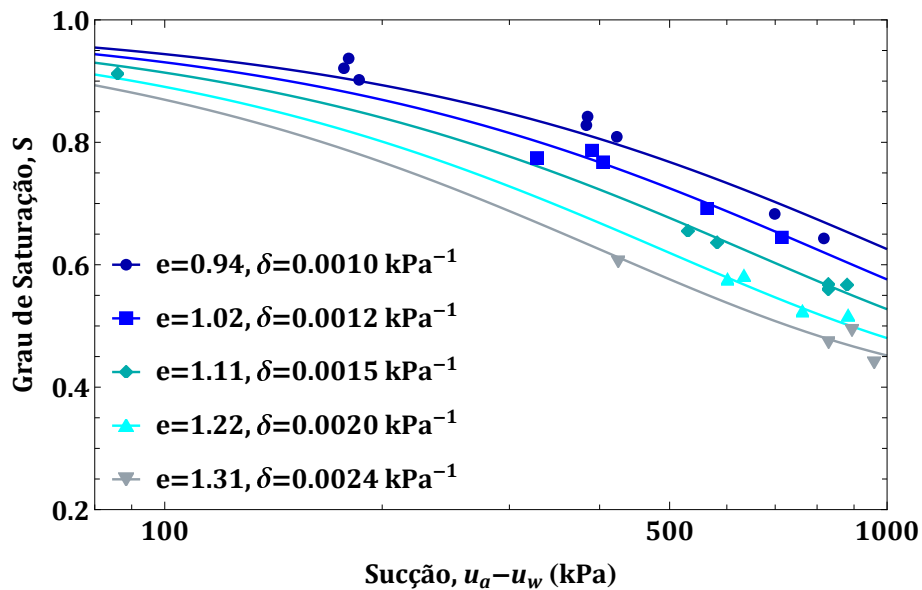


Figura 3.33: Curvas de Retenção de Água em função do Índice de Vazios, Valores de  $\delta$ s Oriundos do Ajuste da Superfície de Retenção 3D.

Pela observação da Fig.(3.32), nota-se que o modelo de Costa & Cavalcante (2020) ajustou-se bem aos dados experimentais gerando uma superfície 3D que representa a retenção de água para diferentes índices de vazios, como também pode ser observado na Fig.(3.33) que apresenta a representação 2D da retenção de água para os 5 índices de vazios avaliados com base nos valores de  $\delta$  inferidos da Eq.(3.56).

Este tipo de análise é importante pois ao conhecer a função da Eq.(3.57) é possível estimar a retenção de água para um índice qualquer além dos usados para ajustar a equação, permitindo avaliar, a alteração da retenção devido a mudança no arranjo estrutural dos grãos de solo. Isso, é claro, considerando os valores de  $e_{min}$  e  $e_{max}$  possíveis do solo avaliado.

Mais exemplos de validação do modelo ampliado de Cavalcante & Zornberg (2017a) para aferição da superfície de retenção de água é apresentado no trabalho de Costa & Cavalcante (2020) para uma argila e uma areia siltosa de distribuição unimodal.

Outra possível forma de representação de superfície de retenção de água no solo é considerando a influência da massa específica seca na retenção do material, o que expressa, consequentemente, as características de compactação de uma camada.

Para tal análise, emprega-se a correlação física entre  $e$ ,  $\rho_d$  e massa específica dos grãos de solo ( $\rho_s$ ) definida por:

$$e = \frac{\rho_s}{\rho_d} - 1 \quad (3.59)$$

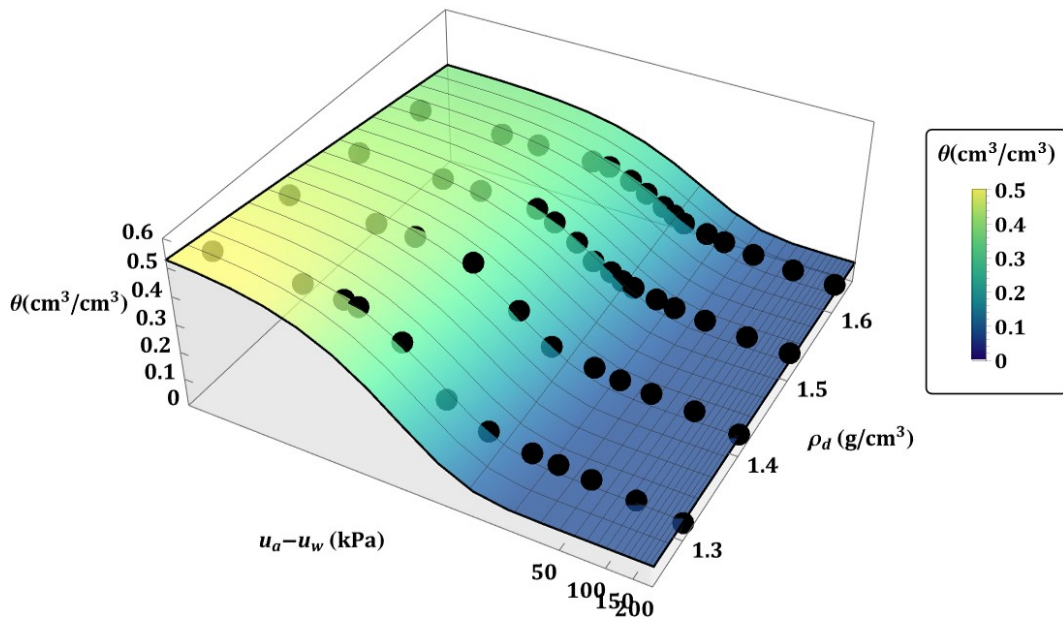
A Eq.(3.57) pode ser reescrita, substituindo o valor de  $e$  pela Eq.(3.59), assim:

$$\theta(\psi, \rho_d) = \theta_r + \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s} - \theta_r\right) \exp\left(-\frac{\left(\frac{\rho_s}{\rho_d} - 1\right)^b \exp(1 - \exp(1))}{a} |\psi|\right) \quad (3.60)$$

Ou ainda, ao considerar a sucção com variável dependente, encontra-se:

$$\psi(\theta, \rho_d) = \frac{\left(\frac{\rho_s}{\rho_d} - 1\right)^b \exp[1 - \exp(1)]}{a} \ln\left(\frac{\theta - \theta_r}{1 - \frac{\rho_d}{\rho_s} - \theta_r}\right) \quad (3.61)$$

Para demonstrar a aplicação da Eq.(3.60), um exemplo de ajuste de superfície de retenção para variações da massa específica seca é apresentado na Fig.(3.34) para dados de um solo arenoso estudado no trabalho de Chen (2018).



● Dados: Chen (2018)

Figura 3.34: Superfície de Retenção de uma Areia Siltosa definida por  $\theta(\psi, \rho_d)$  ( $\theta_r = 0.075$ ,  $a = 1.0244$ ,  $b = 1.9458$  e  $R^2 = 0.9741$ ).

O comparativo entre as informações do ajuste geral e os dados para cada  $\rho_d$  é apresentado na Fig.(3.35), em que são plotadas CRAs individuais. Neste caso, o valor de  $\delta$  foi estimado por:

$$\delta(\rho_d) = \frac{\left(\frac{\rho_s}{\rho_d} - 1\right)^b \exp[1 - \exp(1)]}{a} \quad (3.62)$$

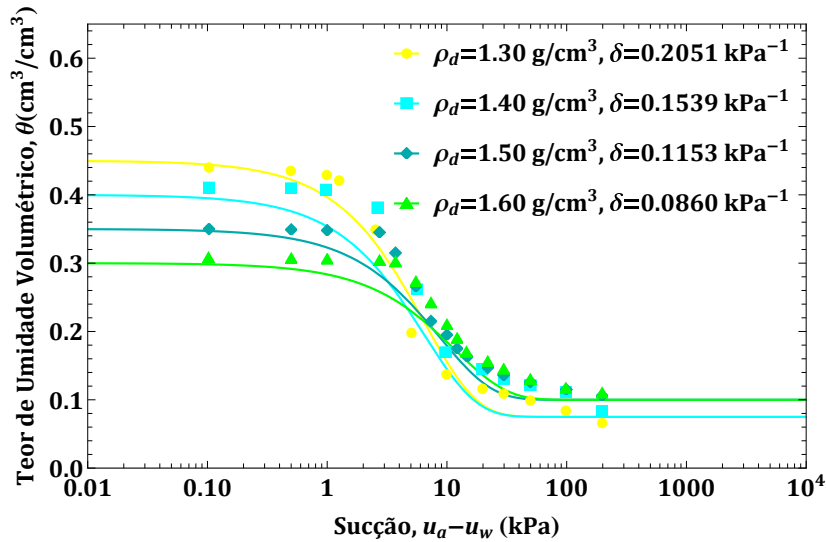


Figura 3.35: Curvas de Retenção de Água em função da Massa Específica Seca com Valores de  $\delta$  Oriundos do Ajuste 3D.

Como mostrado nas Eq.(3.21), Eq.(3.22), Eq.(3.43), Eq.(3.52) e Eq.(3.53) e nas aplicações apresentadas neste capítulo, o parâmetro  $\delta$  do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) possui um significado físico, que vai muito além de ser apenas um parâmetro de ajuste matemático do modelo. Este parâmetro é representativo do arranjo poroso do material, variando com o tipo de solo e o grau de compactação do meio. Na Fig.(3.36) é representado um esquema dos significados físicos e matemáticos do parâmetro  $\delta$  do modelo constitutivo de Cavalcante & Zornberg (2017a).

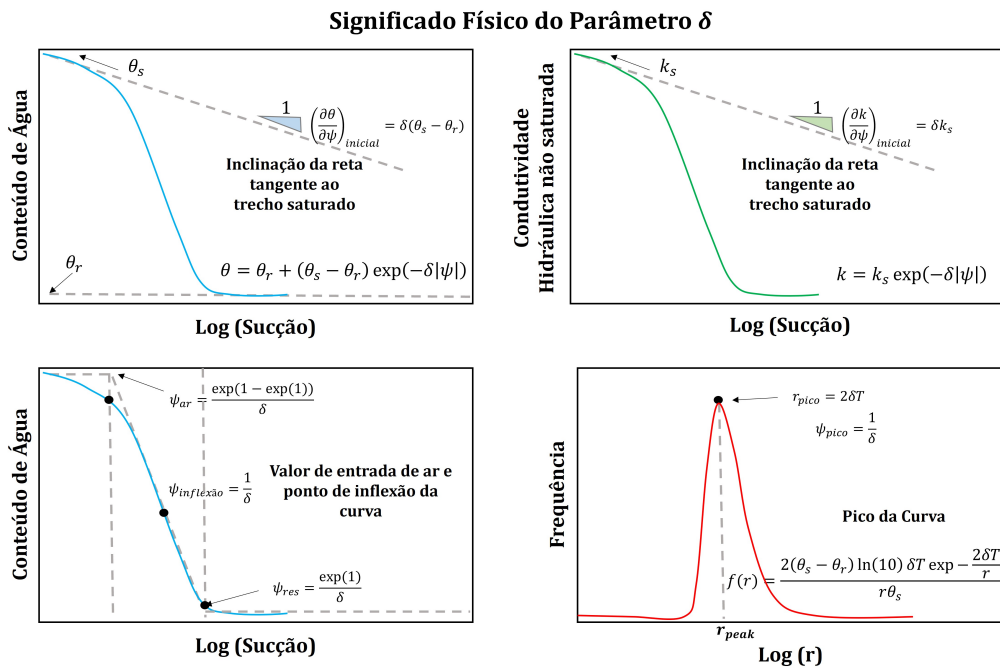


Figura 3.36: Relação entre  $\delta$  e as funções do Modelo Constitutivo de Cavalcante & Zornberg (2017a).



### 3.2.2.4 Valores Característicos do Parâmetro $\delta$

Como indicado nesta seção, o principal requisito para empregar o modelo constitutivo de Cavalcante & Zornberg (2017a) é conseguir estimar/aferir o valor do parâmetro  $\delta$  que é influenciado pelas características físicas e mineralógicas do meio - tipo de solo, tamanho das partículas, grau de compactação da camada, fração de finos e mais.

Para ter noção da ordem de grandeza deste parâmetro, a Tab.(3.5) e a Tab.(3.6) apresentam valores característicos do parâmetro  $\delta$  para solos arenosos e argilosos que foram obtidos por meio do ajuste de dados de 50 ensaios de retenção de água encontrados na Literatura.

Para inferir o valor de  $\delta$  os dados de retenção foram ajustados empregando a função de retenção proposta por Cavalcante & Zornberg (2017a) descrita na Eq.(3.20).

Também foram estimados os valores de  $\psi_{ar}$  e  $\psi_{res}$  por meio da Eq.(3.53) e Eq.(3.54) para cada um dos dados de retenção deste banco de dados criado nesta tese, permitindo definir valores de sucção limite relativos a zona saturada e residual destes solos.

Tabela 3.5: Valores de  $\delta$  encontrados em Ajustes de Curva de Retenção de Solos Arenosos

Autor(res)	Solo	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	R <sup>2</sup>	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	Índice
Donald (1956)	Areia Marrom	0.0722	0.9130	2.48	37.63	1
	Areia Graduada	0.0457	0.9299	3.93	59.48	2
	Areia Fina	0.0220	0.9130	8.16	123.62	3
	Areia Média	0.0537	0.8971	3.34	50.64	4
Fredlund & Xing (1994)	Areia da Saskatchewan	0.2818	0.9672	0.64	9.64	5
	Areia Fina Argiloso 1 - Umedecimento	0.4726	0.9969	0.38	5.75	6
Soto (1999)	Areia Fina Argiloso 1 - Secagem	0.2219	0.9971	0.81	12.25	7
	Areia Fina Argiloso 2 - Umedecimento	0.4143	0.9985	0.43	6.56	8
	Areia Fina Argiloso 2 - Secagem	0.3851	0.9962	0.47	7.06	9
Gitirana e Fredlund (2004)	Areia do Beaver Creek	0.1454	0.9517	1.23	18.69	10
Gallage & Uchimura (2006)	Areia Edosaki - Secagem	0.1085	0.9845	1.65	25.06	11
	Areia Edosaki - Umedecimento	0.1776	0.9960	1.01	15.31	12
Gimenes (2012)	Camada 1	0.0918	0.9861	1.95	29.62	13
	Camada 2	0.1613	0.9852	1.11	16.85	14
Rosenzweig et al. (2012)	Areia Caesarea	0.2197	0.9074	0.82	12.37	15
Oliveira (2014)	Areia - 0,500-1,000 mm	0.4180	0.9554	0.43	6.50	16
	Areia - 0,212 mm	0.3361	0.9305	0.53	8.09	17
Nouri et al. (2014)	Areia do Golfo Pérsico	0.0798	0.9781	2.25	34.07	18
	Areia do Japão - 1,30 g/cm <sup>3</sup>	0.2051		0.87	13.25	19
Chen (2018)	Areia do Japão - 1,40 g/cm <sup>3</sup>	0.1539	0.9741	1.17	17.66	20
	Areia do Japão - 1,50 g/cm <sup>3</sup>	0.1153		1.56	23.58	21
	Areia do Japão - 1,60 g/cm <sup>3</sup>	0.0860		2.09	31.61	22
Borges (2021)	Areia Fina de Brasília	0.4726	0.9961	0.38	5.75	23
Isidro et al. (2021)	Areia do Peru	0.0100	0.9842	17.94	271.83	24
Gois et al. (2023)	Areia	0.6000	0.9531	0.30	4.53	25
<b>Média</b>		<b>0.2140</b>		<b>2.24</b>	<b>33.90</b>	
<b>Desvio Padrão</b>		<b>0.1644</b>				
<b>CV(%)</b>		<b>76.82</b>				
Limite Superior (Média+Desvio)		0.3784				
Limite Inferior (Média-Desvio)		0.0496				
Maior Valor do Conjunto de Dados		0.6000				
Menor Valor do Conjunto de Dados		0.0100				

Tabela 3.6: Valores de  $\delta$  encontrados em Ajustes de Curva de Retenção de Solos Argilosos

Autor(res)	Solo	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	R <sup>2</sup>	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	Índice
Escario & Juca (1989)	Argila Cinza	0.000360	0.9910	498.26	7550.78	1
	Argila Vermelha	0.000700	0.9648	256.25	3883.26	2
Fredlund & Xing (1994)	Argila Regina	0.000010	0.9968	17937.41	271828.18	3
	Terra Roxa - prof. 150 cm	0.085757	0.9972	2.09	31.70	4
Costa & Libardi (1999)	Terra Roxa - prof. 75 cm	0.087603	0.9978	2.05	31.03	5
	Terra Roxa - prof. 60 cm	0.080915	0.9969	2.22	33.59	6
	Terra Roxa - prof. 45 cm	0.041344	0.9982	4.34	65.75	7
Soto (1999)	Curva de Secagem - Solo B	0.135949	0.9973	1.32	19.99	8
	Curva de Umedecimento - Solo B	0.218334	0.9995	0.82	12.45	9
	Ensaio de Papel Filtro	0.116857	0.9970	1.53	23.26	10
Zapata (1999)	Argila Fountain Hills	0.000564	0.9622	318.04	4819.65	11
	Argila SK - e=0,94	0.001000		179.37	2718.28	12
Tarantino (2009)	Argila SK - e=1,02	0.001200		149.48	2265.23	13
	Argila SK - e=1,11	0.001500	0.9994	119.58	1812.19	14
	Argila SK - e=1,22	0.002000		89.69	1359.14	15
	Argila SK - e=1,31	0.002400		74.74	1132.62	16
	LVdf mata 0-10 cm	0.210896	0.9938	0.85	12.89	17
Varandas (2011)	LVdf mata 10-30 cm	0.186531	0.9948	0.96	14.57	18
	NV pastagem 0-10 cm	0.102403	0.9988	1.75	26.54	19
	NV pastagem 10-30 cm	0.088785	0.9961	2.02	30.62	20
Gimenes (2012)	Solo argiloarenoso - camada subsuperficial 3	0.084245	0.9799	2.13	32.27	21
	Caulim Speswhite	0.000228	0.9895	787.76	11938.00	22
Tripathy et al. (2014)	Betonita MX 80	0.000004	0.9986	46111.59	698787.10	23
	Betonita Amarela	0.000002	0.9895	80908.47	1226108.18	24
Wang et al. (2021)	Argila	0.000027	0.9988	6643.48	100677.10	25
	<b>Média</b>	<b>0.057985</b>		<b>6163.85</b>	<b>93408.58</b>	
	<b>Desvio Padrão</b>	<b>0.0718187</b>				
	<b>CV(%)</b>	<b>123.86</b>				
	Limite Superior (Média+Desvio)	0.129803				
	Limite Inferior (Média-Desvio)	-0.013834				
	Maior Valor do Conjunto de Dados	0.218334				
	Menor Valor do Conjunto de Dados	2E-06				

De acordo com as informações dos conjuntos de dados apresentados na Tab.(3.5) e na Tab.(3.6), nota-se que o  $\delta$  para solos arenosos variou de 0.010 a 0.600 kPa<sup>-1</sup>, com valor médio de 0.215 kPa<sup>-1</sup>, já para argilas, o valor de  $\delta$  variou de 0.000002 a 0.220 kPa<sup>-1</sup>, com valor médio de  $\sim$ 0.060 kPa<sup>-1</sup>. O coeficiente variação (CV) dos dados para o  $\delta$  foi da ordem de 75% para areias e 125% para argilas.

A maior variação dos valores de  $\delta$  em solos argilosos pode estar associada a variabilidade natural destes solos, tanto no que diz respeito à quantidade e aos tipos de argilominerais constituintes e como também, da fração de materiais mais grossos que podem estar presentes em cada solo deste conjunto - fatores que podem impactar na retenção de água nos solos, tornando os solos mais ou menos retensivos.

Na Fig.(3.37a) e na Fig.(3.37b) são apresentados os dados de 25 curvas de retenção de areias e 25 curvas de argilas avaliadas no banco de dados, marcando os valores de  $\delta$  máximo, mínimo e médio amostral obtidos por meio de ajustes dos dados a Eq.(3.20) do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a).



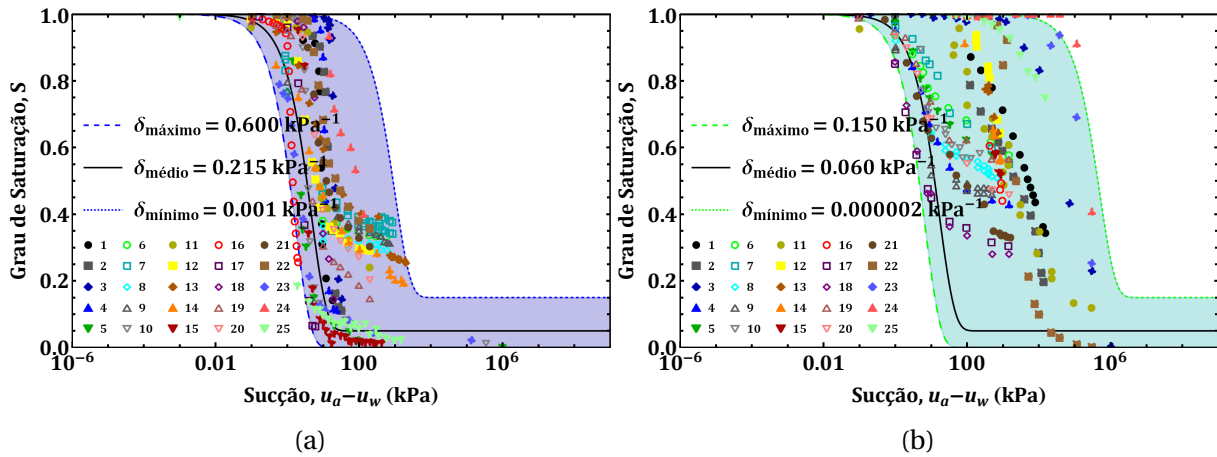


Figura 3.37: Dados de Retenção de Solos Arenosos e Argilosos.

Observando a Fig.(3.37), nota-se que, para ambos os conjuntos de dados, os valores médios não caracterizam bem o comportamento do banco, que segue uma distribuição do tipo log-normal ou exponencial como pode ser visto no histograma da Fig.(3.38). Pela análise desta figura fica evidente que os valores mais comuns de  $\delta$  para solos são menores que  $0.300 \text{ kPa}^{-1}$ , o que corresponde a cerca de 85% dos valores encontrados no banco de dados criado.

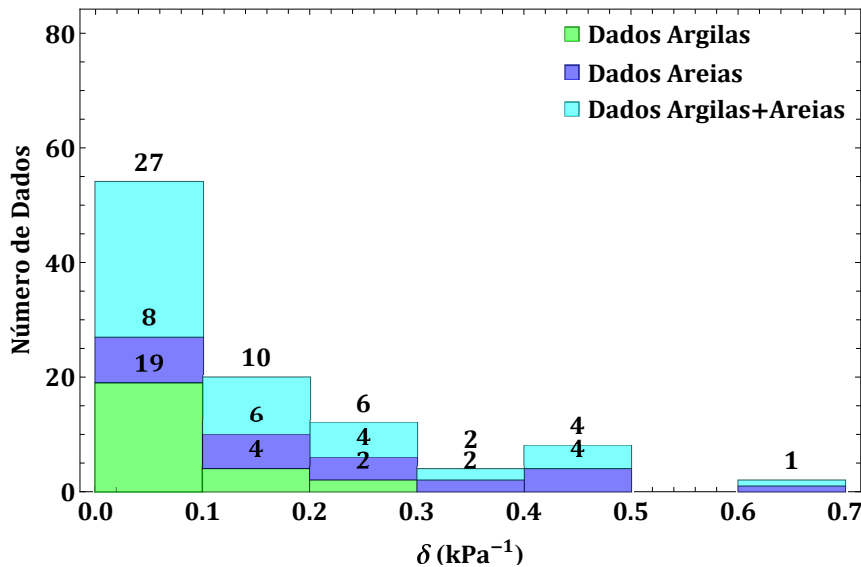


Figura 3.38: Histograma dos Valores de  $\delta$  para o Banco de Dados de Retenção.

Outra análise que pode ser feita, está relacionado aos valores de  $\psi_{ar}$  e  $\psi_{res}$ . Quanto aos valores de entrada de ar nos macroporos (ponto que define a transição entre comportamento saturado e não saturado), para areias, este valor tende a ser menor que 10 kPa (geralmente variando de 1 a 20 kPa), enquanto para argilas, este valor varia bem mais, de 1 a 80000 kPa para bentonitas (Tab.(3.5) e Tab.(3.6)).

Esta maior variação no valor de entrada de ar em argilas pode estar relacionada a

maior heterogeneidade deste solo quanto aos minerais constituintes (alguns mais hidrofílicos, outros mais hidrofóbicos) ou até da fração de materiais mais grossos presentes, enquanto as areias são formadas majoritariamente por quartzo, o que impacta mais é o tamanho dos grãos e compactidade do meio do que o mineral constituinte.

Não obstante, deve-se ressaltar que o fenômeno de retenção é bem mais complexo do que o motivos citados, envolvendo de macro a criptoporos, além das forças que atraem e repelem os fluídos e os grãos que formam o meio.

Os valores de entrada de ar encontrados neste banco corroboram com os números indicados por Aubertin et al. (1998), que indicam valores de 0.20 kPa a 7.00 kPa para areias e maiores que 25.00 kPa para argilas. Para os valores de  $\psi_{res}$  apresentados nas curvas de retenção do banco de dados criado, observa-se que as areias dessaturam (ou secam) a valores mais baixos de sucção do que as argilas, que tendem a reter mais água nos vazios, isso ocorre por que os vazios de solos arenosos tendem a ser maiores do que os vazios de solos mais finos, fazendo com que, solos mais grossos sejam mais drenantes do que os solos finos.

Deve-se observar que alguns valores baixos de  $\psi_{res}$  para alguns argilas (menores que 100 kPa) estão associados a uma possível bimodalidade destes materiais que não foi investigada nas pesquisas originais, como pode ser observado pelos exemplos da Fig.(3.39). Isso ocorre por que muitos ensaios de retenção são realizados até a sucção de 1500 kPa; valor que muitos autores assumem como suficiente para encontrar o teor de umidade residual de solos, a citar Klein & Libardi(2002), Souza et al. (2014) e Siueia Júnior et al. (2016). Embora esta consideração não seja necessariamente uma verdade.

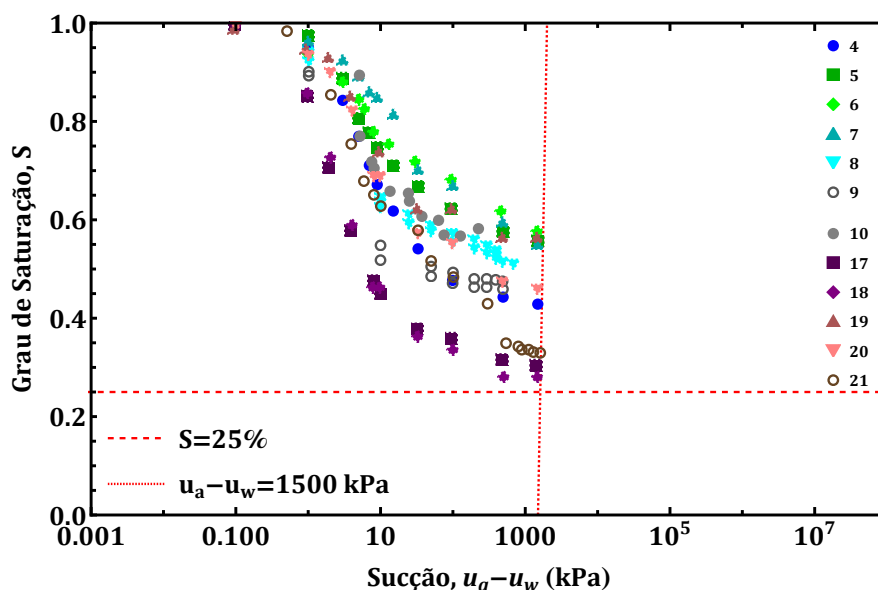


Figura 3.39: Dados de Retenção de Solos Argilosos - Possíveis Solos Bimodais.

Em complemento a informação anterior, este valor de sucção de 1500 kPa que mui-

tos autores sugerem, também está associado a limitação dos equipamentos de ensaios que tendem a ter problemas de cavitação quando sujeitos a valores maiores de pressão de água negativa, como explicado por Guan & Fredlund (1997).

E conforme, observado na Tab.(3.6), algumas argilas apresentam valores de  $\psi_{res} > 1500$  kPa, ou seja, o levantamento de dados da literatura apresentado mostrou, que o ideal para catalogar o comportamento hidráulico residual de solos finos, é realizar ensaios com sucções cima deste valor de tensão para comprovar o real comportamento modal de uma determinada amostra de solo, isto se,  $\theta(1500 \text{ kPa}) > 0.10$ , pois isto indica que ainda tem água microporos que pode ser drenada a altas sucções.

Ainda, sabe-se que pelo princípio da Capilaridade, uma sucção de 1500 kPa corresponde a poros com diâmetro maiores que  $0.2 \mu\text{m}$  que é acima da zona dos menores poros que podem existir em material como apresentado pelo critério de Cameron & Buchan (Lu et al., 2014; Zaffar & Lu, 2015). Para estes autores, o tamanho dos poros estão divididos em 5 faixas distintas que são: macroporos ( $> 75 \mu\text{m}$ ), mesoporos (75 a  $30 \mu\text{m}$ ), microporos (30 a 5 m), ultramicroporos (5 a  $0.1 \mu\text{m}$ ), e criptoporos (0.1 a  $0.007 \mu\text{m}$ ). Assim, os poros equivalentes a sucção de 1500 kPa, não abrangem a faixa dos criptóporos que podem existir em solos argilosos hidrófilos.

Desde modo, para avaliação de um dado problema geotécnico, o ideal é sempre conhecer a faixa de umidade comum de uma determinada camada em campo, para indicar o intervalo de sucção a ser estudado. Pois, como mostrado neste levantamento, a baixas sucções a maioria dos solos podem "falsamente" apresentarem um comportamento de retenção unimodal.

A Tab.(3.7) apresenta o resumo da ordem de grandeza dos valores de  $\delta$ ,  $\psi_{ar}$  e  $\psi_{res}$  do modelo constitutivo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos arenosos e argilosos como base no conjunto de dados analisados apresentados na Tab.(3.5) e na Tab.(3.6). Estes intervalos também podem ser visualizados de forma gráfica na Fig.(3.40) indicando a boa correlação entre os dados experimentais e os valores de  $\delta$  limítrofes indicados na Tab.(3.7).

Tabela 3.7: Ordem de Grandeza de  $\delta$ ,  $\psi_{ar}$  e  $\psi_{res}$  para Solos Arenosos e Argilosos

Material	$\delta(kPa^{-1})$	$\psi_{ar}(kPa)$	$\psi_{res}(kPa)$	CV
Solos Arenosos	$10^{-3} - 10^0$	$10^{-1} - 10^2$	$10^0 - 10^3$	75%
Solos Argilosos	$10^{-6} - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^5$	$10^1 - 10^6$	125%

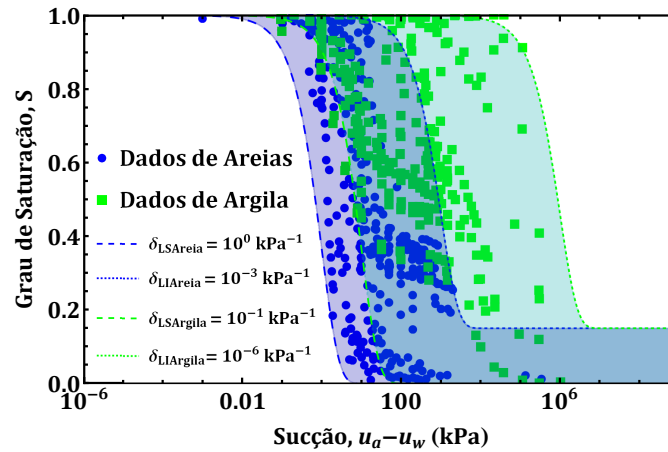


Figura 3.40: Dados de Retenção de Solos Argilosos e Arenosos - Intervalos Sugeridos de  $\delta$ .

Neste trabalho os valores de  $\delta$  e  $\psi_{ar}$  característicos serão empregados para avaliar possíveis intervalos de resistência ao cisalhamento não saturada de areias e argilas para os modelos criados nesta pesquisa de doutorado.

### 3.2.2.5 Influência da Granulometria nos Valores de $\delta$

Com mencionado anteriormente, o valor do parâmetro  $\delta$  é influenciado pela fração de argila ( $f_r$ ) presente no material. Para demonstrar isso, na Fig.(3.41) é apresentado um modelo de correlação entre valores de  $\delta$  e o percentual da fração de argila para 60 solos distintos descritos na Tab.(3.8).

Tabela 3.8: Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de  $\delta$

ID	Autor(es)	Fração de Argila (%)	$\delta \text{ kPa}^{-1}$
1	Escario & Jucá (1989)	99.00	0.000360
2		86.00	0.000700
3	Soto (1999)	59.00	0.116857
4		59.00	0.135949
5		59.00	0.218334
6		26.00	0.472572

Tabela 3.8: Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de  $\delta$ 

ID	Autor(es)	Fração de Argila (%)	$\delta \text{ kPa}^{-1}$
7		26.00	0.221886
8	Soto (1999)	28.00	0.414316
9		28.00	0.385112
10		56.00	0.085757
11	Costa & Libardi (1999)	62.00	0.087603
12		63.00	0.080915
13		64.00	0.041344
14	Gallage & Uchimura (2006)	16.40	0.108487
15		16.40	0.177574
16		80.00	0.001000
17	Tarantino (2009)	80.00	0.001200
18		80.00	0.001500
19		80.00	0.002000
20		80.00	0.002400
21		25.00	0.295851
22		24.00	0.150894
23		25.00	0.192867

Tabela 3.8: Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de  $\delta$ 

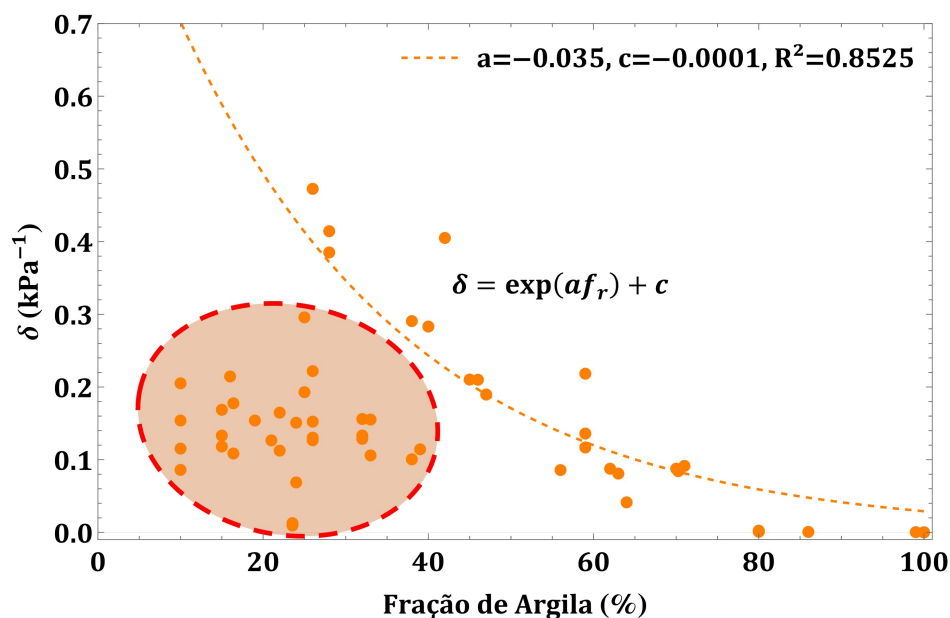
ID	Autor(es)	Fração de Argila (%)	$\delta \text{ kPa}^{-1}$
24		26.00	0.152361
25		26.00	0.130320
26		32.00	0.156001
27		22.00	0.164724
28	Varandas (2011)	22.00	0.112469
29		24.00	0.068798
30		26.00	0.126756
31		19.00	0.153918
32		21.00	0.126547
33		40.00	0.283183
34		45.00	0.210232
35		38.00	0.100549
36		39.00	0.114321
37		33.00	0.155256
38		32.00	0.128758
39		46.00	0.210014
40		47.00	0.189641

Tabela 3.8: Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de  $\delta$ 

ID	Autor(es)	Fração de Argila (%)	$\delta \text{ kPa}^{-1}$
41		33.00	0.105895
42		32.00	0.133303
43		42.00	0.405015
44	Varandas (2011)	38.00	0.290670
45		70.00	0.087616
46		71.00	0.091509
47		15.00	0.168658
48		16.00	0.214500
49		15.00	0.118136
50		15.00	0.133203
51	Gimenes (2012)	70.25	0.084245
52		100.00	0.000228
53	Tripathy et al. (2014)	100.00	0.000004
54		100.00	0.000002
55		10.00	0.205100
56	Chen (2018)	10.00	0.153900
57		10.00	0.115300

Tabela 3.8: Avaliação da Influência da Fração de Argila no Valor de  $\delta$ 

ID	Autor(es)	Fração de Argila (%)	$\delta \text{ kPa}^{-1}$
58	Chen (2018)	10.00	0.086000
59	Collares et al. (2022)	23.55	0.009474
60		23.55	0.012742

Figura 3.41: Correlação entre  $\delta$  e Fração de Argila ( $f_r$ ) para Informações da Tab.(3.8).

Na Fig.(3.41), nota-se que, para valores de fração acima de 35%, existe uma relação exponencial entre estas duas características de solos, de forma que, o valor de  $\delta$  tende a reduzir com o aumento do conteúdo de argila presente no material. Esta relação exponencial é mais característica a partir de frações acima 40%. Para frações menores do que este valor, nota-se que esta correlação não é representativa do conjunto de dados, isto por que, em solos arenosos os principais fatores que influenciam na retenção são o tamanho das partículas e a graduação da amostra, como investigado por Donald (1956).

Diante do observado, pode-se inferir que, para  $f_r > 40\%$ , o valor de  $\delta$  pode ser estimado por:

$$\delta(f_r) = \exp(af_r) + c \quad (3.63)$$



onde,  $a$  [adimensional] e  $c$  [ $M^{-1}LT^2$ ] são parâmetros da correlação proposta que relaciona  $\delta$  e  $f_r$ . E para o banco de dados catalogados nestas tese,  $a = -0.035$  e  $c = -0.0001 \text{ kPa}^{-1}$ . Ainda, estes valores devem ser refinados a medida que novas informações sejam adicionadas a este banco e mais tipos de solos sejam analisados.

Nesta seção foi apresentado um detalhamento sobre as principais características, aplicações e valores de interesse do modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a). Tal estudo foi feito por que o modelo em questão ainda é bastante novo (principalmente quando comparado com os demais modelos de retenção apresentados na literatura). O que requerer validações e outros testes a fim de difundir seu uso. Frente a isso e do potencial do modelo hidráulico destacado nesta tese, torna-se evidente a importância do desenvolvimento de pesquisas que testem e apliquem este modelo analítico como é feito nesta tese de doutorado.

Mais detalhes sobre o modelo de retenção citado podem ser consultados em: Cavalcante & Zornberg (2017a), Cavalcante & Zornberg (2017b), Mascarenhas (2018), Cavalcante et al. (2019), Sousa (2019), Costa & Cavalcante (2020), Costa & Cavalcante (2021a), Costa & Cavalcante (2021b), Cavalcante & Mascarenhas (2021), Mascarenhas & Cavalcante (2022).

### 3.2.3 Retenção de Água em Solos Bimodais

Como apresentado neste Capítulo 3, a CRA é uma importante característica do comportamento hidráulico de um solo que permite correlações para inferências de outras propriedades, tais como a granulometria (Sousa, 2019), a distribuição de poros (Libardi, 2016), a velocidade de fluxo (Sousa, 2019), a resistência do material (Fredlund et al. 1996; Vanapalli et al., 1996; Cavalcante & Mascarenhas, 2021; Santos et al., 2024) e fatores de segurança de estruturas geotécnicas (Dantas & Cavalcante, 2021).

Na literatura, existem vários modelos de ajuste da função de retenção de água no solo. Apesar disso, a maioria destes modelos são voltados para a representação de solos unimodais formados em regiões de clima temperado e que, em alguns casos, podem não representar o comportamento de solos de regiões tropicais, especialmente de solos com alto grau de intemperismo e com argilominerais que favorecem a retenção de água em poros menores, como o caso dos latossolos - pois estes podem ter comportamento de retenção e distribuição de poros bimodal.

Como exemplo disso, muitos solos brasileiros como o solo laterítico de Brasília (Queiroz, 2015; Silva et al., 2020), os latossolos de São Carlos e Goiânia (Araujo et al., 2017; Sírío et al., 2020) e os solos Coluvionares da Região Sul do país (Feuerharmel, 2007; Bonder, 2008)

podem ter curvas de retenção com comportamento bimodal, necessitando, assim de modelos específicos para ajustes dos dados de retenção.

Na (3.42) são apresentados exemplos de curvas retenção de solos bimodais brasileiros.

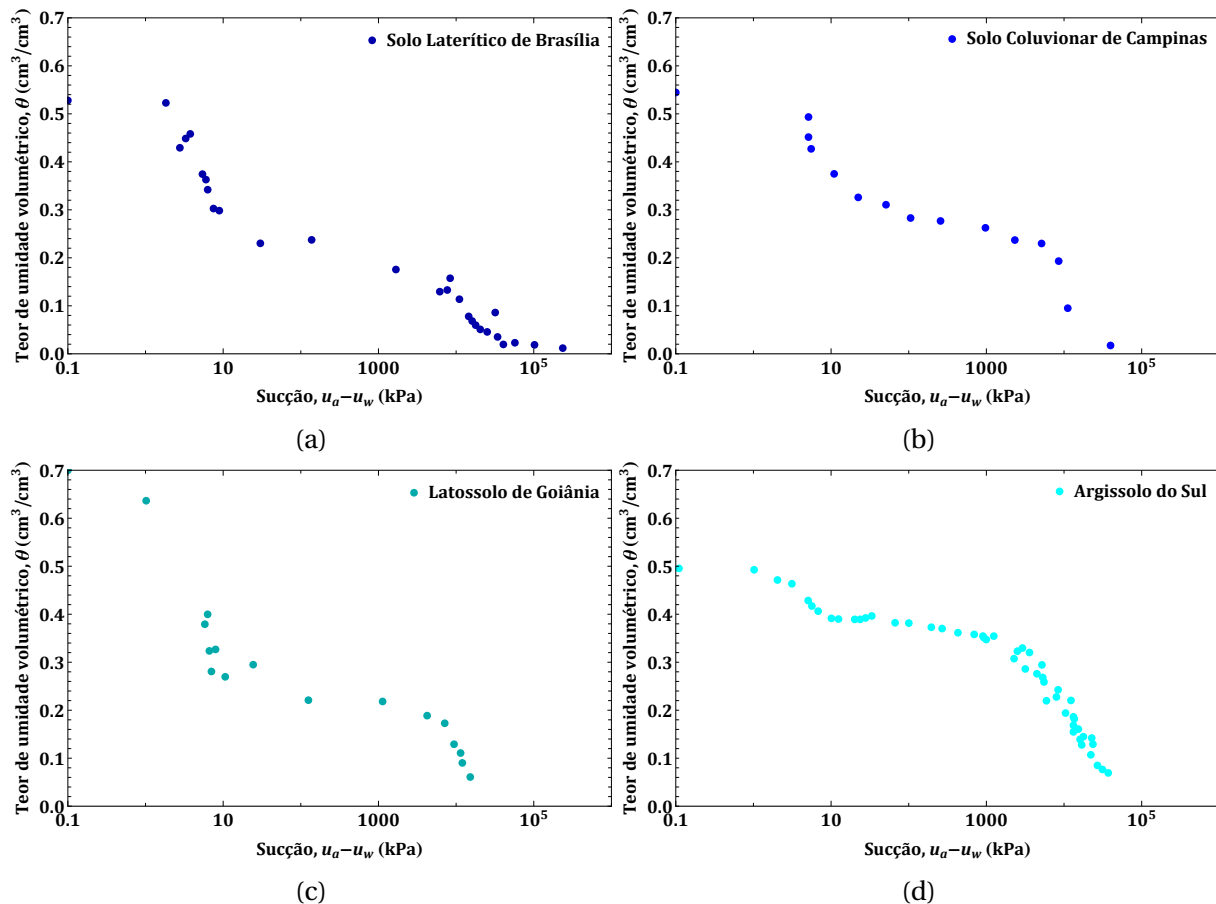


Figura 3.42: Curva de Retenção Bimodal de Solos Tropicais Brasileiros. (a) Dados de ensaio de Silva et al. (2020), (b) Dados de ensaio de Bonder (2008), (c) e (d) Dados de Araujo et al. (2017).

Além do comportamento bimodal ser comum em alguns solos naturais de regiões tropicais - principalmente os formados por partículas finas - solos artificiais formados pela mistura de frações ou pela combinação de tipos diferentes de solos - também pode apresentar o comportamento bimodal (Kühn et al., 2021; Satyanaga et al., 2022).

Um exemplo disso é apresentado na Fig.(3.43) para dois solos artificiais formados pela mistura de uma areia e uma argila natural. Neste caso específico, o comportamento bimodal da distribuição de poros (Fig.(3.43)(b)) e da retenção (Fig.(3.43)(c)) é basicamente causado pela ausência de uma faixa de diâmetros de partículas na distribuição granulométrica, que é indicada por um patamar intermediário na curva de granulometria (Fig.(3.43)(a)). Em outros casos, a natureza bimodal também pode está relacionada com os minerais constituintes e como o processo de formação de solos, a citar o caso dos solos lateríticos brasileiros

que são bastante intemperizados.

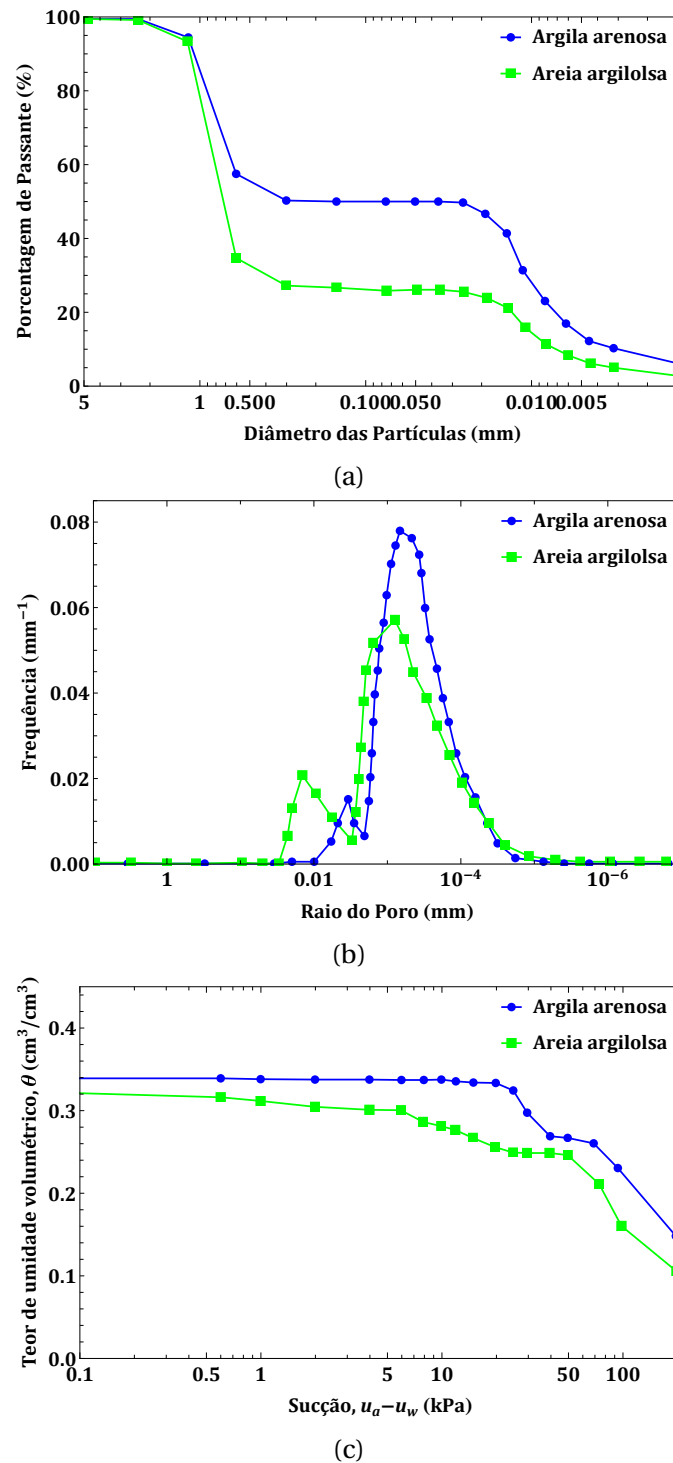


Figura 3.43: Comportamento Bimodal de Solos Artificialmente Construídos pela Mistura de Frações de Areia e Argila. (a) Granulometria, (b) Retenção e (c) Distribuição de Poros (Adaptado de: Satyanaga et al. 2022).

Como mencionado anteriormente, uma das funções mais importantes da curva de retenção de água de um solo é a possibilidade de avaliar faixas de comportamento hidráulico do meio dado o conhecimento de um determinado valor ou intervalo de variações de

umidade. Para solos bimodais, a CRA pode ser dividida em 5 regiões de comportamento hidráulico distintas conforme é ilustrado na Fig.(3.44).

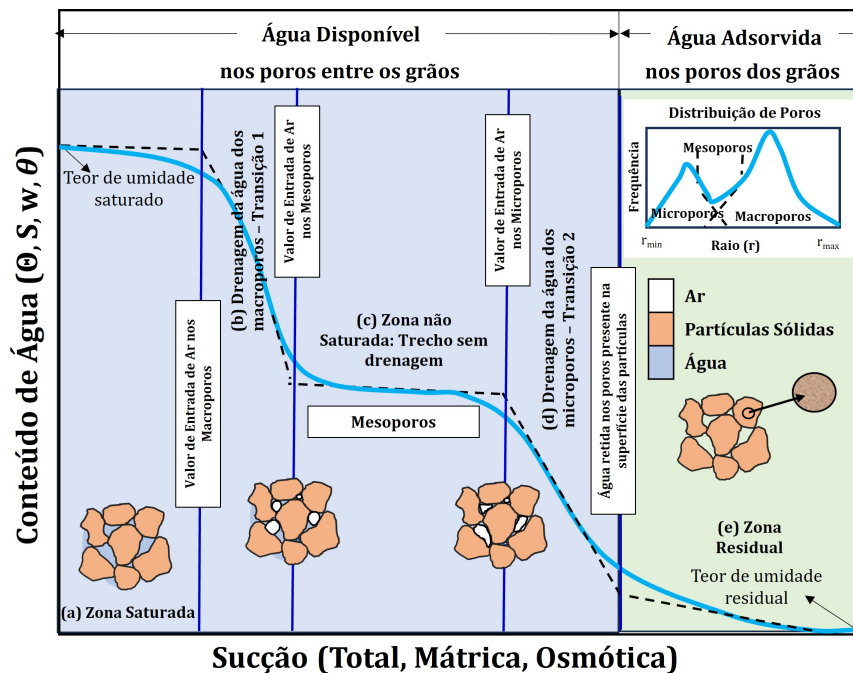


Figura 3.44: Faixas de Comportamento Hidráulico da CRA de Solos Bimodais.

Assim, considerando a trajetória de secagem da CRA de solos bimodais representada na Fig.(3.44), as seguintes regiões de comportamento hidráulico podem ser descritas:

*(a) Zona saturada - primeiro patamar da curva:* faixa compreendida entre o teor de umidade volumétrica saturado e o ponto de pressão de entrada de ar nos macroporos. Nesse intervalo, o solo apresenta comportamento saturado e está associado a baixos valores de poropressão negativa. Dentro dessa faixa, a fase gasosa tem pouca influência no comportamento hidráulico do meio, pois existem apenas bolhas de ar presentes na fase líquida. Após o ponto de entrada de ar nos macroporos, o solo apresenta comportamento mecânico e hidráulico não saturado, onde a sucção tem cada vez mais influência no comportamento do solo.

*(b) Zona de transição 1 - drenagem de água nos macroporos:* o ar começa a penetrar na estrutura do solo pelos poros de maior diâmetro. Nesta zona, nota-se que a curva começa a apresentar uma queda significativa dos valores de teor de umidade volumétrica com o incremento da sucção, até um ponto em que a curva torna-se novamente horizontal.

*(c) Zona sem drenagem - segundo patamar da curva:* neste trecho há pouca variação do teor de umidade com o aumento da sucção. Nesse intervalo, é verificado o segundo patamar da CRA, geralmente associado com a água retida em poros de tamanho intermediário (mesoporos). Durante a secagem, esse comportamento muda ao atingir o valor de entrada de ar

nos microporos.

(d) *Zona de transição 2 - drenagem de água nos microporos*: a curva torna-se mais íngreme até atingir a umidade residual do solo, em que a água não está disponível para trocas, ficando retida na superfície dos grãos. Neste trecho de transição, pequenas alterações na umidade estão associadas a grandes mudanças nos valores de sucção.

(e) *Zona residual - terceiro patamar da curva*: neste caso, aumentos nos valores de sucção não refletem em redução do teor de umidade do meio, atingindo um valor limite, chamado de teor de umidade residual. Sob esta condição, a água encontra-se adsorvida nos grãos, necessitando de processos térmicos para concluir a secagem total do solo.

Frente ao exposto, ao comparar a Fig.(3.4) com a Fig.(3.44), nota-se que o comportamento de retenção de solos bimodais é mais complexo do que o comportamento de solos unimodais, o que implica na necessidade de adoção de modelos matemáticos distintos para plotar e retroanalisar a curva de retenção do material, devendo ser considerado o padrão de retenção do meio. Isso é especialmente importante para a representação correta do comportamento hidráulico a altas sucções. Detalhes sobre os modelos matemáticos para ajuste de dados de retenção bimodal são abordados no tópico a seguir.

### 3.2.4 Função de Retenção para Solos Bimodais

A maioria dos modelos matemáticos existentes para a definição de curvas de retenção de água em solos, são modelos específicos para o ajuste de pontos de retenção com o comportamento unimodal como os modelos descritos na Tab.(3.1).

Embora, atualmente, já existem diversos modelos para a definição de curvas bimodais, fundamentados nos conceitos de distribuição de poros e na superposição linear de modelos unimodais, como os descritos nos trabalhos de Durner (1994), Coppola (2000), Giritirana & Fredlund (2004), Zhang & Chen (2005), Liu et al. (2013) e Li et al. (2014).

Para os modelos que consideram o princípio de superposição de curvas unimodais, a retenção de água é estimada pela soma das contribuições das frações de retenção individuais de cada trecho como uma curva unimodal fictícia. Deste modo, a função de retenção para solos multimodais pode ser estimada por:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{\omega} \lambda_i \Theta_i \quad (3.64)$$

onde  $\omega$  é igual ao número de picos que aparecem na curva de distribuição de poros, assim,  $\omega$  é igual a 2 para solos bimodais, 3 para solos trimodais e assim por diante.  $\lambda$  é um fator de

ponderação (adimensional) que varia de 0 a 1, que indica a contribuição de cada trecho, de forma que:

$$\sum_{i=1}^{\omega} \lambda_i = 1 \quad (3.65)$$

A seguir são descritos os três tipos de modelos matemáticos utilizados para estimativa e ajuste da retenção de solos multimodais.

### a) Superposição Linear de Modelos de Retenção de Água para Solos Unimodais

A superposição linear de modelos de retenção de água de solos unimodais é uma técnica simples que permite expandir os modelos de retenção tradicionais (Tab.(3.1)) para realizar ajustes de curvas de retenção de solos bimodais, um dos exemplos deste tipo de equação é o modelo proposto por Durner (1994), que expandiu o modelo de van Genuchten (1980) por meio de:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{\omega} \lambda_i \left[ \frac{1}{1 + (a_{vG_i} \psi)^{n_{vG_i}}} \right]^{m_{vG_i}} \quad (3.66)$$

onde  $a_{vG}$ ,  $n_{vG}$  e  $m_{vG}$  são parâmetros de ajuste do modelo definidos nos trabalhos de van Genuchten (1980) e Durner (1994). Para solos bimodais, este modelo é representado por:

$$\Theta = \lambda \left[ \frac{1}{1 + (a_1 \psi)^{n_1}} \right]^{m_1} + (1 - \lambda) \left[ \frac{1}{1 + (a_2 \psi)^{n_2}} \right]^{m_2} \quad (3.67)$$

### b) Combinação de Funções Hiperbólicas

Gitirana & Fredlund (2004) criaram um modelo de retenção fundamentado no uso da função hiperbólica para definir a curva de retenção de água de forma que, para o caso de solos bimodais esta equação é expressa por:

$$S(\psi) = \frac{S_1 - S_2}{1 + (\psi / \sqrt{\psi_{b1} \psi_{res1}})^{d_1}} + \frac{S_2 - S_3}{1 + (\psi / \sqrt{\psi_{b2} \psi_{res1}})^{d_2}} + \frac{S_3 - S_4}{1 + (\psi / \sqrt{\psi_{b2} \psi_{res2}})^{d_3}} + S_4 \quad (3.68)$$

onde  $d_i$  é um fator peso (adimensional),  $\psi_{b_i}$  é valor de entrada de ar de um trecho da retenção,  $\psi_{res_i}$  é a sucção residual de um trecho e  $S_i$  corresponde ao grau de saturação de um determinado patamar da CRA. Neste caso, todos os parâmetros do modelo apresentam significado físico relativos a forma e aos trechos de interesse da curva.

O modelo de retenção descrito foi criado a partir da percepção de Gitirana & Fredlund (2004) de que a forma da curva bimodal era similar à função hiperbólica. E é por isso, que esse modelo é considerado um modelo de ajuste de retenção semi-empírico, pela falta de associação com uma dedução analítica. Apesar disso, é uma função de ajuste bastante

utilizada, pois todos os parâmetros possuem significados físicos associados a pontos de interesse da CRA.

### c) Superposição da função log-normal da distribuição de poros

Como já mencionado neste trabalho, a distribuição dos vazios de um meio influem nas características de armazenamento e condução de água nos solos. Deste modo, ao relacionar a distribuição de poros com a retenção de água é possível inferir modelos de ajuste e de predição da retenção de solos multimodais. A partir deste princípio, Liu et al. (2013) definiu a retenção de água ao assumir que a distribuição de poros pode ser representada por uma função de distribuição log-normal, que está associada com a retenção por meio de:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{\omega} \lambda_i F_n [\ln(\psi/\psi_{m_i})/\sigma_i] \quad (3.69)$$

onde:

$$F_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2/2) dt \quad (3.70)$$

No modelo descrito nas Eqs.(3.69) e (3.70),  $F_n$  é a função de distribuição normal complementar,  $\sigma_i$  é o desvio padrão da distribuição de poros,  $t$  é uma variável fictícia e  $\psi_{m_i}$  corresponde a sucção mátrica mediana relativa a série de poros.

Existem outros modelos além dos apresentados nos itens a, b e c. Mas estes três tipos de abordagens são os mais convencionais na literatura. Cabe destacar que neste trabalho será dado destaque ao modelo de retenção para solos bimodais de Costa & Cavalcante (2021a) que será empregado para definir a resistência ao cisalhamento não saturada de solos bimodais. Este modelo foi escolhido por ser uma expansão do modelo de retenção de água de solos unimodais empregado nesta tese.

### 3.2.5 Modelo Constitutivo Hidráulico de Costa & Cavalcante para Solos Bimodais

O modelo constitutivo hidráulico para solos bimodais empregado nesta pesquisa é fundamentado no princípio da superposição linear do modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos unimodais, partindo da premissa que qualquer curva retenção bimodal pode ser representada pela combinação (ou superposição) de duas curvas unimodais que refletem o comportamento bimodal da distribuição de poros. O referido modelo foi proposto e validado pelos autores Costa & Cavalcante (2021a) e reinterpretado por Mascarenhas (2022).

Para a criação do modelo constitutivo hidráulico de Costa & Cavalcante (2021a), as seguintes hipóteses foram assumidas como verdadeiras (Mascarenhas, 2022):

i) O fenômeno de retenção de água nos solos está relacionado com o volume de vazios e com a distribuição do tamanho dos poros do solo, assim é possível separar o fenômeno comandado pelos macroporos (índice 1) e microporos (índice 2), representando o conteúdo de água presente no meio por:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 \quad (3.71)$$

ii) Cada fração de tamanho dos poros do solo possui seu próprio teor de umidade volumétrico saturado e teor de umidade volumétrico residual. Isto implica que, as seguintes relações devem ser verdadeiras:

$$\theta_{s,1} + \theta_{s,2} = \theta_s \quad (3.72)$$

$$\theta_{r,1} + \theta_{r,2} = \theta_r$$

Somado as hipóteses citadas, nesta pesquisa também é proposto que para estado de tensão relativos a altas sucções, considera-se que água está retida apenas nos microporos, assim:

$$\theta_{r,1} = 0 \quad (3.73)$$

e,

$$\theta_{r,2} = \theta_r \quad (3.74)$$

Sob estas condições, a função de retenção de água para solos bimodais pode ser definida por (Mascarenhas, 2022):

$$\theta(\psi) = \{\theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \exp[-\delta_1 |\psi|]\} + \{\theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2 |\psi|]\} \quad (3.75)$$

ou

$$\theta(\psi) = \theta_{s,1} \exp[-\delta_1 |\psi|] + \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2 |\psi|] \quad (3.76)$$

onde  $\delta_1$  é parâmetro de ajuste hidráulico relativo à região dos macroporos [ $M^{-1}LT^2$ ] e  $\delta_2$  é parâmetro de ajuste hidráulico que corresponde à região dos microporos [ $M^{-1}LT^2$ ], seguindo a padronização proposta por Costa & Cavalcante (2021a) que estabeleceu que  $\delta_1 > \delta_2$ .

O esquema representativo das hipóteses do modelo de retenção bimodal é ilustrado na Fig.(3.45).



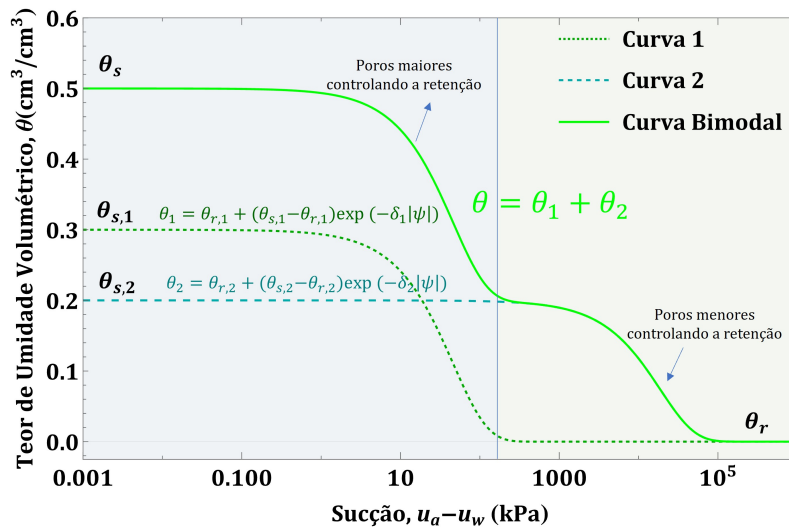


Figura 3.45: Esquema do Modelo de Retenção Bimodal Proposto por Mascarenhas (2022).

Uma outra forma de representar a Eq.(3.76) foi inicialmente proposta por Costa & Cavalcante (2021a), seguindo a representação da Eq.(3.64) e do modelo de Durner (1994), Costa & Cavalcante (2021a) expandiram o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos bimodais por meio de:

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [\lambda \exp(-\delta_1 |\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi|)] \quad (3.77)$$

onde  $\lambda$  é fator peso correspondente à região dos macroporos que varia de 0 a 1. Quando  $\lambda$  é igual a 1 ou a 0, a equação de retenção resume-se ao modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos unimodais, para quaisquer outros valores, o modelo descreve um função bimodal. Cabe ressaltar que a Eq.(3.76) e a Eq.(3.77) constituem duas representações distintas de um mesmo modelo, assim, a escolha pelo uso de uma ou de outra, nada impacta nos resultados encontrados, apenas no número de parâmetros ajustados e significado físico deles.

Deste modo, ao comparar a Eq.(3.76) com a Eq.(3.77), infere-se que:

$$\lambda = \frac{\theta_{s,1}}{\theta_s - \theta_r} \quad (3.78)$$

e,

$$\lambda = 1 - \frac{\theta_{s,2} - \theta_{r,2}}{\theta_s - \theta_r} \quad (3.79)$$

Analisando a Eq.(3.78) e Eq.(3.79), nota-se que o valor do fator peso  $\lambda$  depende do arranjo dos poros e conseqüentemente da porosidade e do índice de vazios do meio. Para o

caso em que  $\theta_r = 0$ , tem-se que:

$$\lambda = \frac{\theta_{s,1}}{\theta_s} = \frac{\theta_{s,1}}{n} = \frac{\theta_{s,1}}{e/(e+1)} \quad (3.80)$$

e,

$$\lambda = 1 - \frac{\theta_{s,2}}{\theta_s} = 1 - \frac{\theta_{s,2}}{n} = 1 - \frac{\theta_{s,2}}{e/(e+1)} \quad (3.81)$$

Desde modo, observa-se que é possível associar o parâmetro  $\lambda$ , com a macro e a microporosidade do solo ( $n_{macro}$  e  $n_{micro}$ ), uma vez que:

$$n = n_{macro} + n_{micro} \quad (3.82)$$

assim,

$$\lambda = \frac{n_{macro}}{n} \quad (3.83)$$

e,

$$1 - \lambda = \frac{n_{micro}}{n} \quad (3.84)$$

Frente a relação descrita na Eq.(3.83), nota-se que  $\lambda$  é numericamente igual a fração ou porcentagem de macroporos presentes no solo em relação a porosidade total. Indicando que  $\lambda$  depende do arranjo do esqueleto do solo, sendo impactado por qualquer fenômeno que altere a disposição do grãos de meio e a proporção entre os macroporos e os microporos (tais como: compactação, fluxo e carreamento de partículas). Um exemplo de representação da função de retenção bimodal de Costa & Cavalcante (2021a) é plotada na Fig.(3.46), tanto em escala semi-logarítmica quando em escala linear.

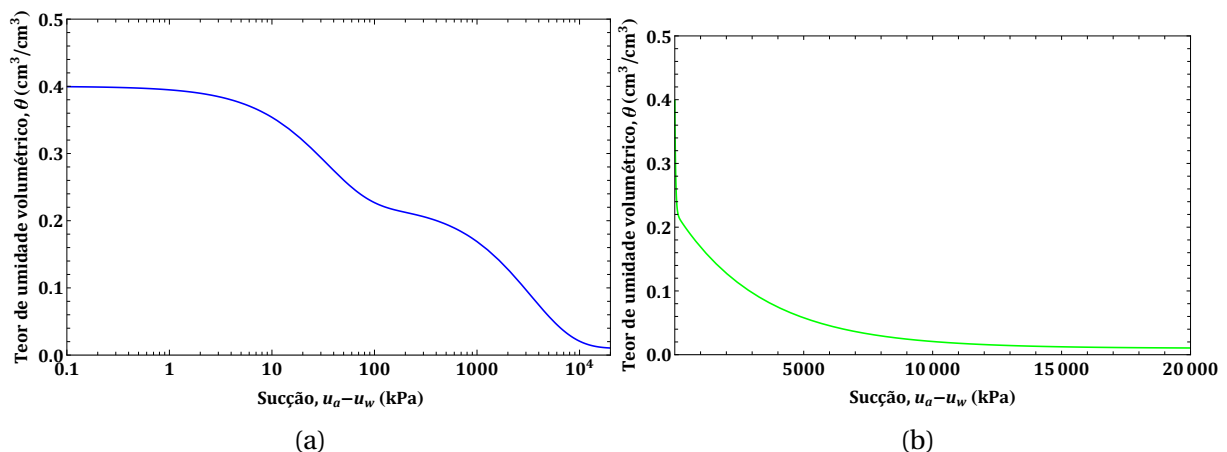


Figura 3.46: Curva de Retenção Bimodal para o Modelo de Costa & Cavalcante (2021a) com:  $\theta_s = 0.40$ ,  $\theta_r = 0.01$ ,  $\delta_1 = 0.03$ ,  $\delta_2 = 0.0003$  e  $\lambda = 0.45$ . (a) Escala Semi-logarítmica e (b) Escala Linear.

Como mencionado anteriormente, fica a critério do aplicador, escolher qual das re-

apresentações do modelo estendido de Cavalcante & Zornberg (2017a) vai usar para ajustar dados de retenção bimodal, uma vez que, ambas representações geram resultados semelhantes. Assim, para mostrar um exemplo de aplicação da Eq.(3.77) para retroanalisar dados de retenção de solos bimodais, foram empregados os dados apresentados na Fig.(3.42) que mostra dados de 4 solos brasileiros distintos. Os resultados destes ajustes são apresentados na Fig.(3.47).

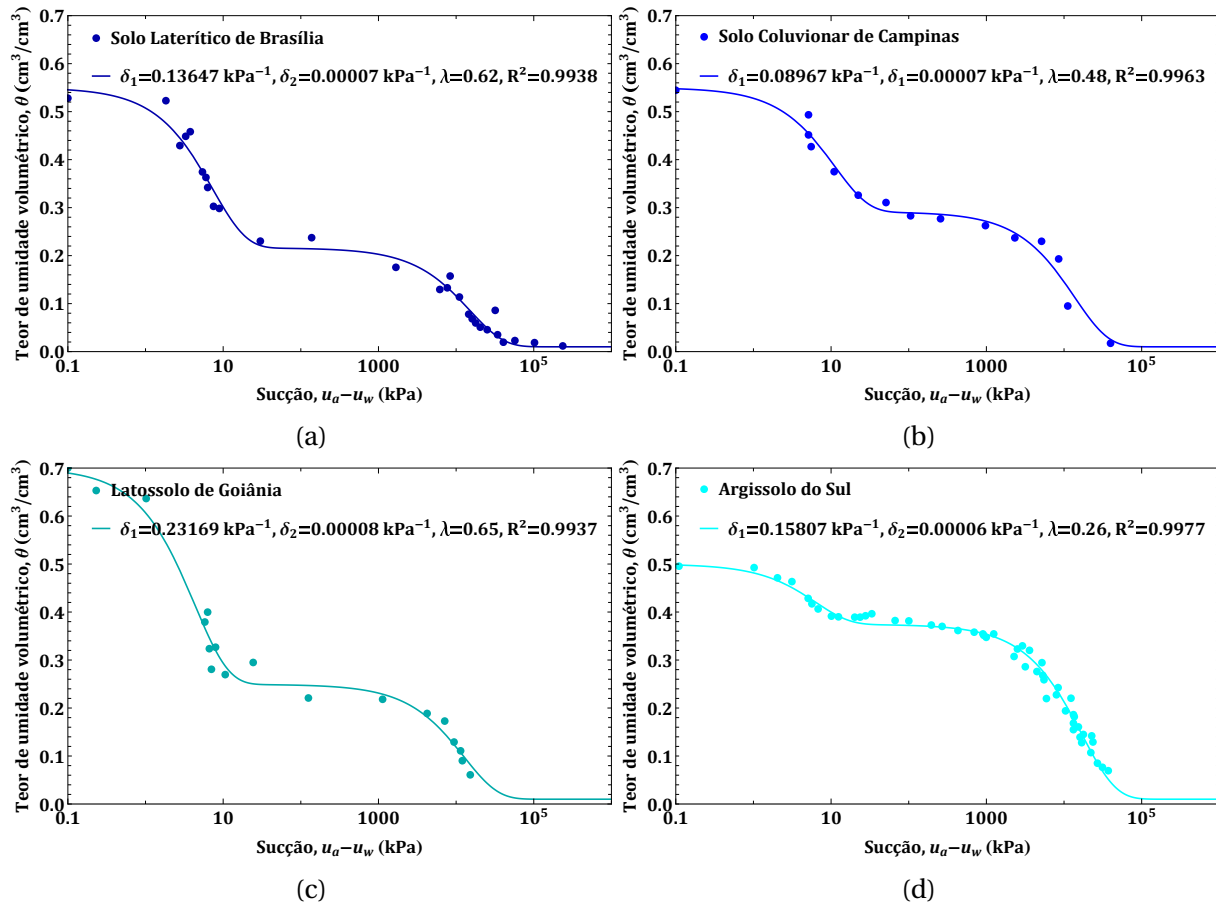


Figura 3.47: Ajuste da Curva de Retenção Bimodal de Solos Tropicais Brasileiros para o modelo de Costa & Cavalcante (2021a). (a) Dados de ensaio de Silva et al. (2020), (b) Dados de ensaio de Bonder (2008), (c) e (d) Dados de Araújo et al. (2017).

Verificando a Fig.(3.47), percebe-se que o modelo de Costa & Cavalcante (2021a) conseguiu representar bem o comportamento de retenção de água dos 4 solos bimodais tropicais avaliados, alcançando  $R^2 > 0.99$ . Para os solos estudados, o parâmetro  $\delta_2$  foi próximo de  $0.00007 \text{ kPa}^{-1}$ , enquanto  $\delta_1$  foi da ordem de  $0.10000 \text{ kPa}^{-1}$ . Quanto ao parâmetro  $\lambda$  obtido nos ajustes, nota-se que ele variou de forma distinta, indicando a contribuição dos poros maiores e menores na retenção de água de cada tipo de solo. Nos Solos Lateríticos de Brasília e no Latossolo de Goiânia, os poros maiores foram predominantes, comandando o fenômeno com  $\lambda > 0.60$ . No Argissolo, foram os poros menores que comandaram a retenção com  $\lambda > 0.25$ . Para o Solo Coluvionar, a contribuição dos poros maiores e menores foi praticamente igual, com  $\lambda \sim 0.50$ .

Para demonstrar a aplicabilidade da Eq.(3.76), Mascarenhas (2022) testou o emprego desta formulação para ajustar pontos de retenção de água de 3 solos eluvionares brasileiros da região de Inclinado da Serra, Cubatão, estado de São Paulo. Os resultados dos ajustes do modelo bimodal aos dados experimentais dos solos eluvionares são apresentados na Fig.(3.48), incluindo a análise da distribuição de frequência de poros para as curvas individuais unimodais correspondente a parcela dos macro e microporos.

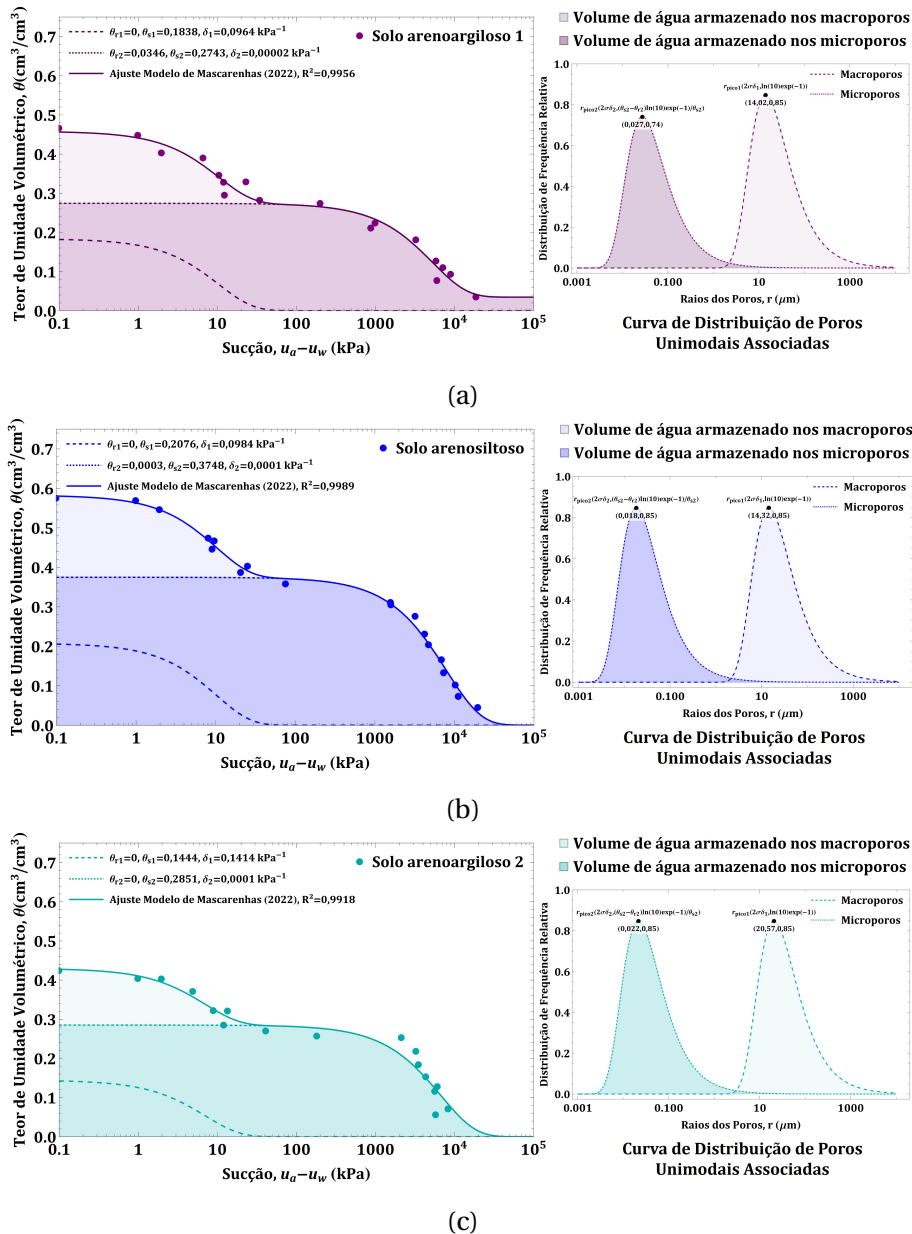


Figura 3.48: Curvas de Retenção Bimodal de Solo Eluvionares para o Ajuste do Modelo de Mascarenhas (2022) para: (a) Solo Arenoargiloso 1, (b) Solo Arenosiltoso e (c) Solo Arenoargiloso 2.

Conforme observado na Fig.(3.48), nota-se que o modelo de retenção bimodal descrito na Eq.(3.76) representou bem os dados de retenção de 3 tipos de solos estudados por Mascarenhas (2022). Também foi possível estimar as contribuições isoladas dos macropo-

ros e microporos pelo emprego da Eq.(3.48) como pode ser visto na figura supracitada, embora deva-se destacar que para estimar a distribuição de poros reais, a frequência deve ser corrigida pela contribuição de cada parcela, como foi apresentado por Costa & Cavalcante (2021a).

Como apresentado no item 3.2.2.3 também é possível definir uma função de superfície de retenção bimodal para avaliar a influência do índice de vazios no comportamento hidráulico. Para obter isso, Costa & Cavalcante (2021b) empregaram o princípio de superposição linear da função de superfície de retenção unimodal apresentada na Eq.(3.57), definindo uma função de superfície bimodal por meio de:

$$\begin{aligned} \theta(\psi, e) = & \theta_r + \left( \frac{e}{1+e} - \theta_r \right) \lambda \exp \left( - \frac{e^{b_1} \exp [1 - \exp(1)]}{a_1} |\psi| \right) \\ & + \left( \frac{e}{1+e} - \theta_r \right) (1 - \lambda) \exp \left( - \frac{e^{b_2} \exp [1 - \exp(1)]}{a_2} |\psi| \right) \end{aligned} \quad (3.85)$$

A representação da superfície de retenção bimodal proposta na Eq.(3.85) por Costa & Cavalcante (2021b) pode ser visualizada na Fig.(3.49).

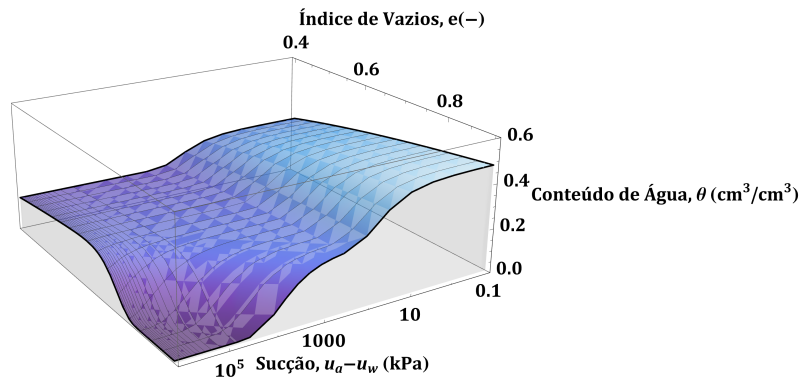


Figura 3.49: Exemplo de Superfície de Retenção Bimodal inferida pelo Modelo de Costa & Cavalcante (2021a) com:  $\theta_r = 0.01$ ,  $a_1 = 10$ ,  $a_2 = 100$ ,  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 25$  e  $\lambda = 0.45$ .

Cabe destacar que para utilizar a Eq.(3.85) sugere-se imputar ao valor de  $\lambda$  a relação descrita na Eq.(3.81). A escolha por esta equação ao invés da Eq.(3.80), justifica-se, pois, na ausência de fenômenos que causem quebra ou carreamento de grãos, supõe-se que variações na porosidade do solo são devido a alterações que ocorrem apenas no volume do macroporos, assim, considera-se que a microporosidade seja uma constante e a macroporosidade não. Tal premissa pode ser observada nas curvas de retenção, em que para altas sucções, mesmo com variações no índice de vazios, as curvas convergem para valores próximos (como apresentado a seguir). Assim, tem-se:

$$\lambda(e) = 1 - \frac{n_{micro}(1+e)}{e} \quad (3.86)$$

Para ratificar a premissa da Eq.(3.86) de que  $\lambda$  varia com  $e$ , foram analisados informações provenientes de 16 ajustes da Eq.(3.77) a dados de retenção de amostras com diferentes índices de vazios de 5 solos distintos conforme mostrado na Fig.(3.50).

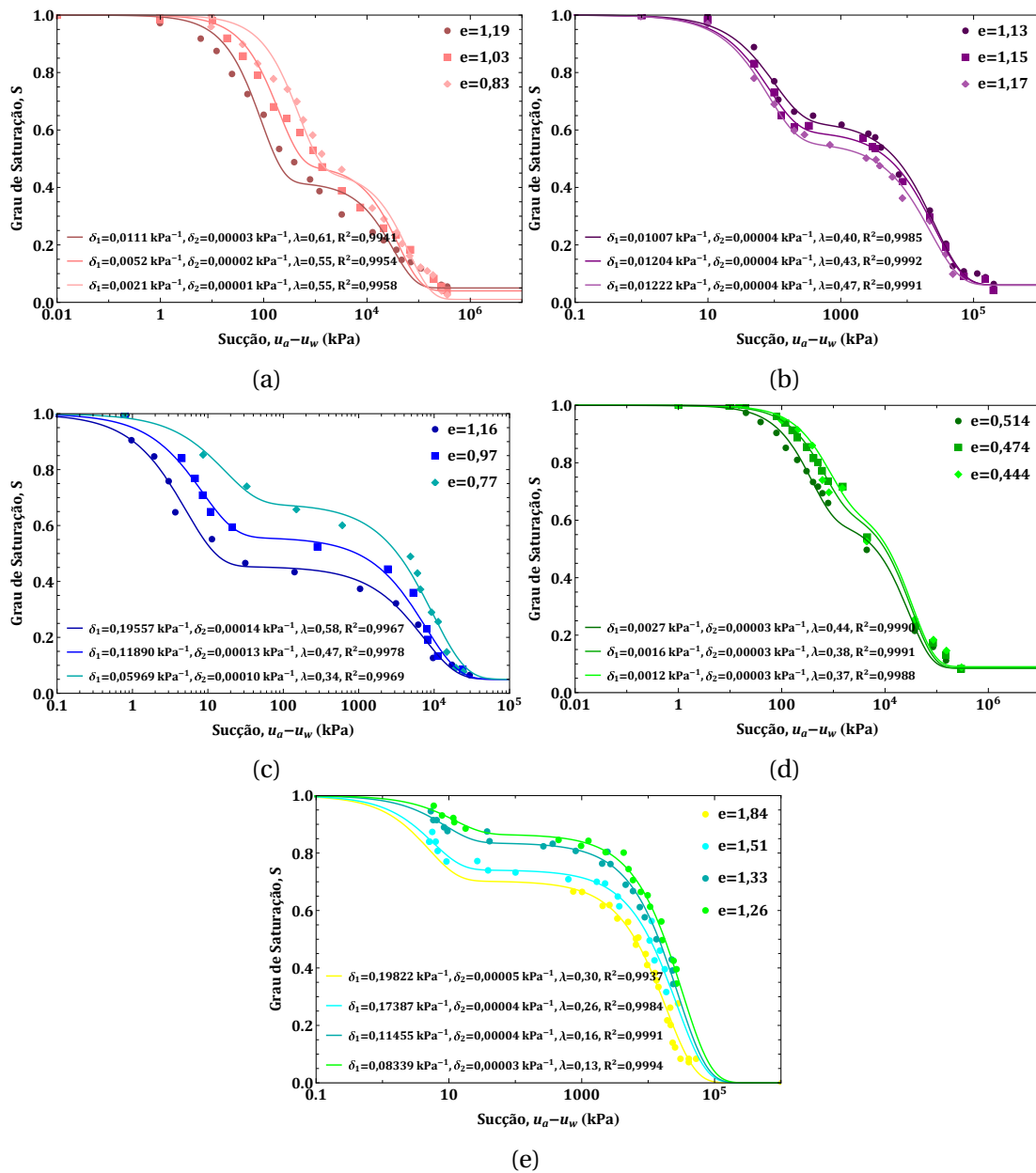


Figura 3.50: CRA bimodal: (a) Solo Siltoso da China, dados de Song et al. (2024), (b) Solo Laterítico da China, dados de Cai et al. (2020), (c) Solo Laterítico de Brasília, dados de Silva (2009), (d) Solo Argiloso do Canadá, dados de Song et al. (2024) e, (e) Solo Coluvionar de Basalto de Serra Geral, dados de Feuerharmel (2007).

Observando as imagens da Fig.(3.50) e avaliando os ajustes individuais para cada índice de vazios de cada solo, nota-se que o parâmetro  $\lambda$  tende a reduzir com a redução do índice de vazios do meio para cada um dos 5 solos investigados, indicando que este parâmetro está relacionado com a porosidade do meio, como demonstrado matematicamente na

Eq.(3.83) e na Eq.(3.84).

Frente ao exposto, para testar a aplicação da Eq.(3.86) esta função foi empregada para representar a variação de  $\lambda(e)$  dos 16 ajustes apresentados na Fig.(3.50). O resultado deste teste é apresentado na Fig.(3.51).

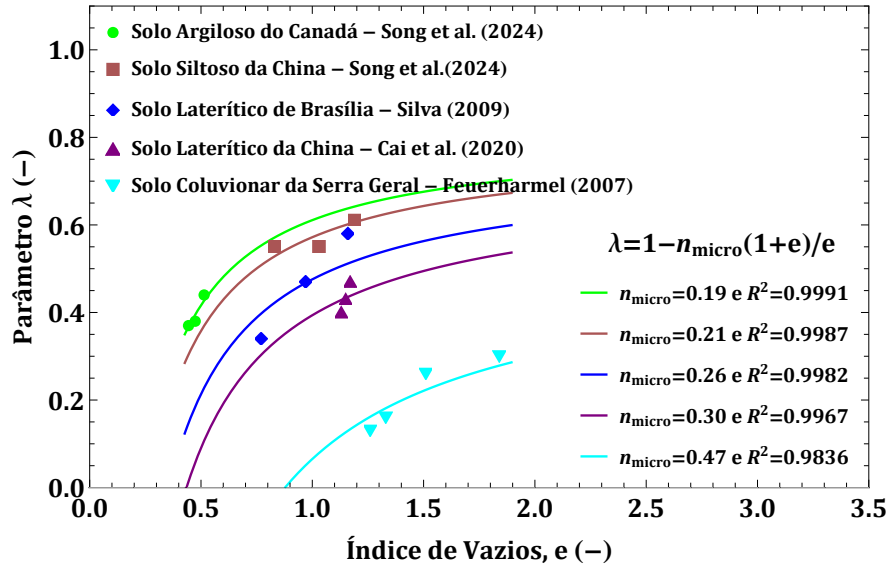


Figura 3.51: Avaliação de Correlação entre o Parâmetro  $\lambda$  do Modelo de Costa & Cavalcante (2021b) e o Índice de Vazios do Meio  $e$  para a Correlação da Eq.(3.86).

Analisando a figura acima, observa-se que a relação proposta na Eq.(3.86) conseguiu representar, com certa precisão, a relação que existe entre  $\lambda$  e  $e$  para os 5 solos analisados, o que também permitiu inferir os valores de microporosidade ( $n_{micro}$ ) para cada um destes materiais, neste caso, os valores encontrados foram de 0.19 a 0.47. Isso considerando que a microporosidade seja uma constante.

Outra informação que pode ser obtida da retroanálise apresentada na Fig.(3.51), diz respeito ao valor da fração dos macroporos. Uma vez que, para cada estado de compactação das amostras, sabe-se que a macroporosidade por ser obtida por meio de  $n_{macro} = n - n_{micro}$  ou de  $n_{macro} = (e/(e+1)) - n_{micro}$ . Deve-se ressaltar que o domínio da função  $\lambda(e)$  é limitado pelo intervalo de valores possíveis do índice de vazios de um determinado material, seguindo  $e_{min} \leq e \leq e_{max}$ .

Assim, entendendo a validade da expressão apresentada na Eq.(3.86), é possível reescrever a Eq.(3.85) considerando o valor de microporosidade por meio de:

$$\theta(\psi, e) = \theta_r + \left( \frac{e}{1+e} - \theta_r \right) \left( 1 - \frac{n_{micro}(1+e)}{e} \right) \exp \left( - \frac{e^{b_1} \exp[1 - \exp(1)]}{a_1} |\psi| \right) + \left( \frac{e}{1+e} - \theta_r \right) \left( \frac{n_{micro}(1+e)}{e} \right) \exp \left( - \frac{e^{b_2} \exp[1 - \exp(1)]}{a_2} |\psi| \right) \quad (3.87)$$

Um exemplo do uso da Eq.(3.87) para ajustar dados de retenção variando com o índice de vazios de um solo bimodal é apresentado na Fig.(3.52). Neste caso, foi avaliado um Solo Coluvionar estudado por Feuerharmel (2007). A avaliação dos dados em 2D é apresentada na Fig.(3.53).

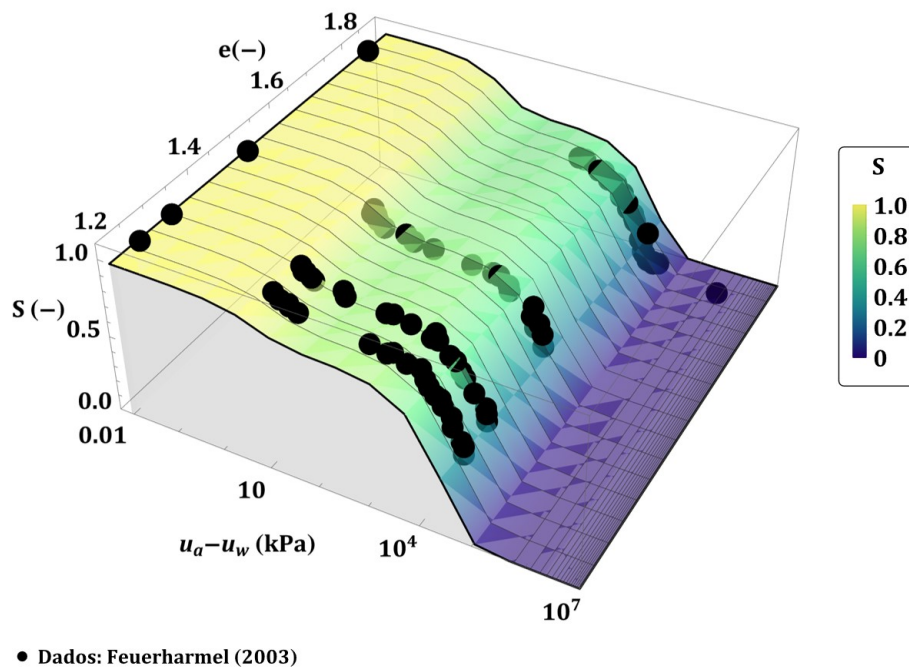


Figura 3.52: Superfície de Retenção de um Solo Coluvionar ( $S_r = 0$ ,  $a_1 = 2$ ,  $b_1 = 0.71$ ,  $a_2 = 6500$ ,  $b_2 = 0.75$ ,  $n_{micro} = 0.467$  e  $R^2 = 0.9106$ ).

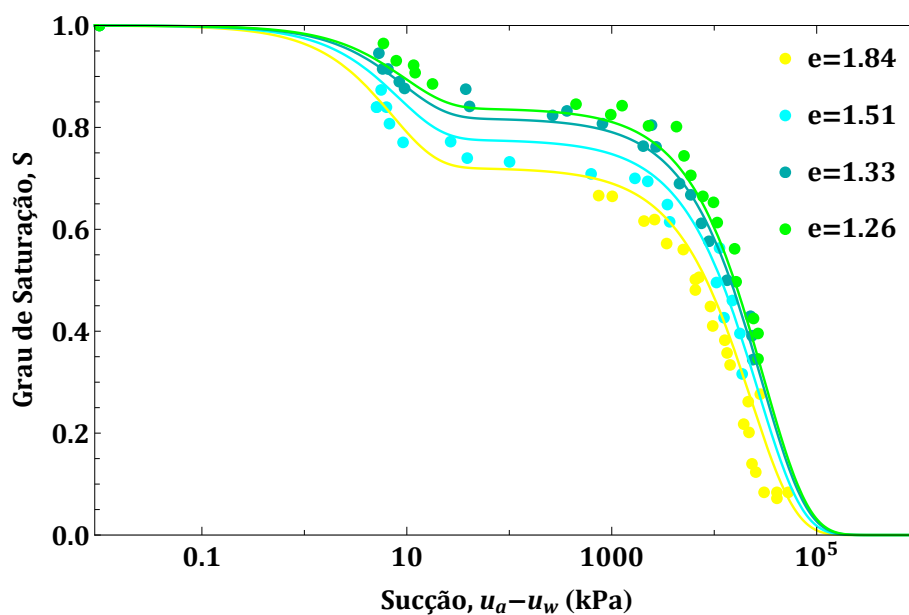


Figura 3.53: Curvas de Retenção de Água em Função do Índice de Vazios, Valores da Ajuste 3D do Modelo de Costa & Cavalcante (2021b) Modificado.



Frente ao ajuste apresentado na Fig.(3.52) e Fig.(3.53), nota-se que o modelo descrito na Eq.(3.87) foi efetivo ao retroanalisar a retenção de água de solo coluvionar para diferentes índices de vazios (com variação de 1.26 a 1.84) por meio de um ajuste de uma função de superfície. Destaca-se ainda que análise semelhante pode ser feita para os outros dados de retenção de água dos solos apresentados na Fig.(3.50).

Quanto as formas de representação 3D, também é possível considerar a massa específica seca influenciando na retenção de solos bimodais, seguindo o que foi feito para solos unimodais, assim, reescrevendo a Eq.(3.85) é possível avaliar a retenção para diferentes  $\rho_d$  por meio de:

$$\begin{aligned} \theta(\psi, \rho_d) = & \theta_r + \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s} - \theta_r\right) \lambda \exp \left( - \frac{\left(\frac{\rho_s}{\rho_d} - 1\right)^{b_1} \exp[1 - \exp(1)]}{a_1} |\psi| \right) \\ & + \left(1 - \frac{\rho_d}{\rho_s} - \theta_r\right) (1 - \lambda) \exp \left( - \frac{\left(\frac{\rho_s}{\rho_d} - 1\right)^{b_2} \exp[1 - \exp(1)]}{a_2} |\psi| \right) \end{aligned} \quad (3.88)$$

onde o valor de  $\lambda$  é definido por:

$$\lambda(\rho_d) = 1 - \frac{n_{micro}}{1 - \frac{\rho_d}{\rho_s}} \quad (3.89)$$

### 3.2.4.1 Função de Condutividade Hidráulica Bimodal

Costa & Cavalcante (2021a), além de expandir o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) para descrever a função de retenção de água para solos bimodais, eles também propuseram uma função de condutividade hidráulica para solos bimodais fundamentado na superposição do modelo unimodal descrito na Eq.(3.22). Dessa forma, a condutividade hidráulica para solos bimodais pode ser descrita como:

$$k(\psi) = k_s [\lambda \exp(-\delta_1 |\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi|)] \quad (3.90)$$

Já a condutividade hidráulica relativa  $k_r$  é dada por:

$$k_r = \frac{k(\psi)}{k_s} = \lambda \exp(-\delta_1 |\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi|) \quad (3.91)$$

Nota-se que a função de condutividade relativa é numericamente igual ao teor de umidade normalizado do solo, assim, a seguinte relação é também válida:

$$k_r = \frac{k(\psi)}{k_s} = \Theta \quad (3.92)$$

ou ainda:

$$k = \Theta k_s = \left( \frac{\theta - \theta_s}{\theta_s - \theta_r} \right) k_s \quad (3.93)$$

Em muitos casos, não se tem dados de ensaios de condutividade hidráulica não saturada, nestas condições é comum inferir o valor de  $k$  a partir de correlações com a CRA. Assim, a Fig.(3.54) ilustra o gráfico das funções de condutividade hidráulica bimodal estimadas pela Eq.(3.91) proposta por Costa & Cavalcante (2021a) para solos brasileiros apresentados na Fig.(3.47), considerando válida a correspondência entre os parâmetros da CRA e da  $k$ -function para a solução apresentada neste capítulo.

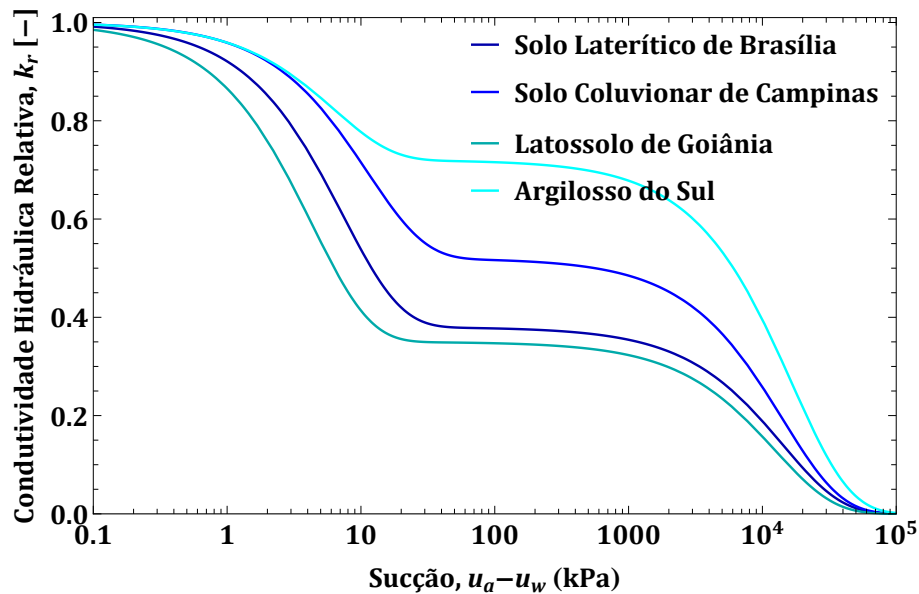


Figura 3.54: Curvas de Condutividade Hidráulica Relativa não Saturada para Solos Bimodais Brasileiros, Valores de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\lambda$  oriundos do Ajuste de Dados de Retenção ao Modelo de Costa & Cavalcante (2021b) da Fig.(3.47).

Para demonstração o uso da Eq.(3.90) para ajustar dados de condutividade hidráulica bimodal foi empregado os resultados de um ensaio triaxial com sucção controlada realizado por Araujo (2010) com amostra de solo Latossolo Vermelho do Campus Experimental da Universidade Federal do Goiás.

No referido trabalho a condutividade foi medida para uma tensão normal líquida de 30 kPa. O ajuste do modelo aos dados experimentais é mostrado na Fig.(3.55).

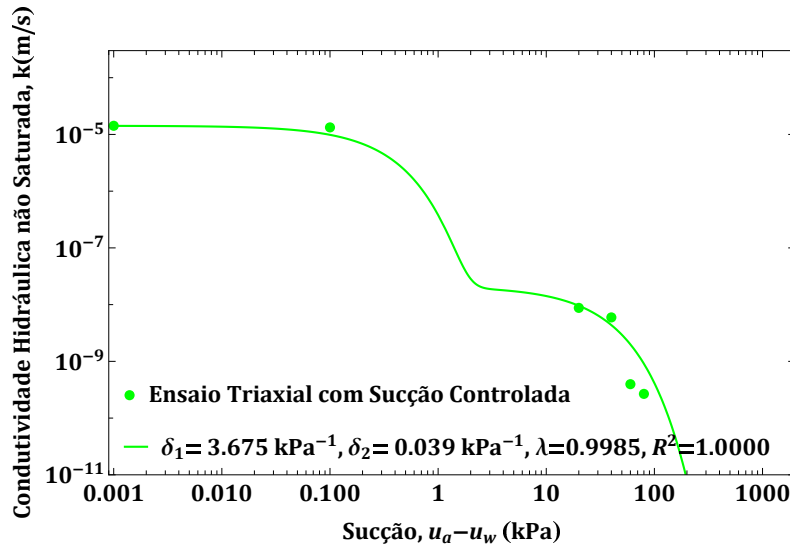


Figura 3.55: Emprego do Modelo de Condutividade Hidráulica não Saturada Bimodal para Ajustar Dados de Permeabilidade Medida em Ensaio Triaxial não Saturado ( $k_s = 1.36 \cdot 10^{-5}$  m/s).

Nesta figura, nota-se que modelo proposto Costa & Cavalcante (2021a) ao ser ajustado conseguiu representar bem o comportamento dos dados experimentais da variação da velocidade de condução para diferentes valores de sucção.

### 3.2.4.2 Distribuição de Poros Bimodal

Assim como é feito para o modelo unimodal, é possível estimar a distribuição de poros do modelo de retenção bimodal. Para tal, Costa & Cavalcante (2021a) propuseram o modelo descrito por:

$$S(r) = \frac{\theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[ \lambda \exp\left(-\frac{2T\delta_1}{r}\right) + (1 - \lambda) \exp\left(\frac{-2T\delta_2}{r}\right) \right]}{\theta_s} \quad (3.94)$$

e,

$$s(r) = \frac{2(\theta_s - \theta_r) \ln(10) T \left[ \lambda \delta_1 \exp\left(-\frac{2T\delta_1}{r}\right) + (1 - \lambda) \delta_2 \exp\left(\frac{-2T\delta_2}{r}\right) \right]}{r\theta_s} \quad (3.95)$$

A Eq.(3.94) e a Eq.(3.95) representam as funções da frequência acumulada e relativa de raios de um solo bimodal que foram obtidas pelos autores citados que partiram da hipótese de validade da Lei da Capilaridade e da expansão do modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos bimodais para representar a distribuição dos canais de vazios de solos. A representação gráfica destas curvas é apresentada na Fig.(3.56).

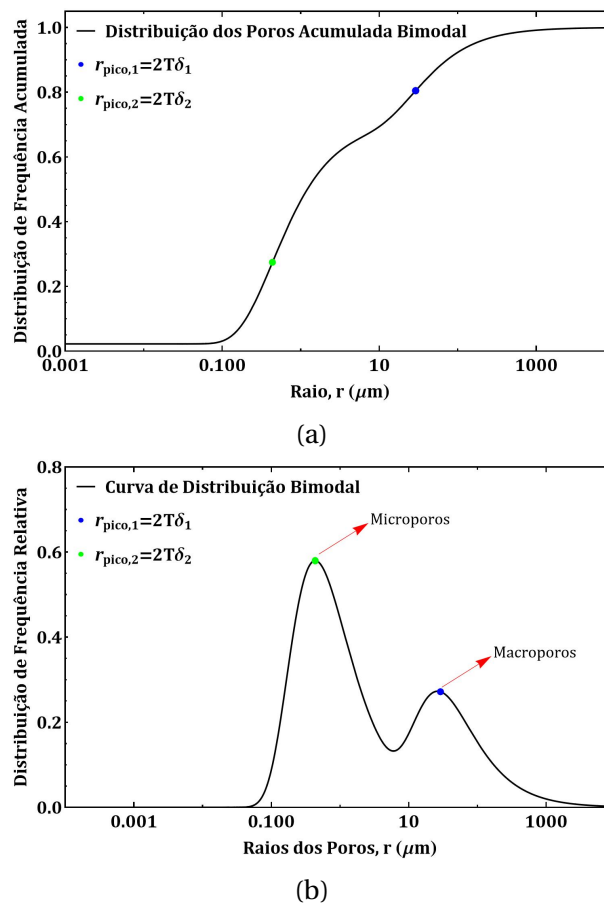


Figura 3.56: Curva da Função de Distribuição dos Raios dos Poros ( $\theta_s = 0.45$ ,  $\theta_r = 0.01$ ,  $\lambda = 0.30$ ,  $\delta_1 = 0.200 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $\delta_2 = 0.003 \text{ kPa}^{-1}$  e  $T = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ ). (a) Curva da Função Frequência Acumulada de Raios de um Solo Bimodal, (b) Curva da Função Frequência de Raios de um Solo Bimodal.

No modelo de distribuição de raios dos poros de Costa & Cavalcante (2021a), o valor de  $\delta_1$  e  $\delta_2$ , estão associados com o pico da curva de frequência relativa, indicando os dois valores das modas da distribuição (Fig.(3.56b)). Neste modelo, o parâmetro  $\lambda$  está associado com o tamanho da área abaixo da curva dos micro e macroporos, de forma que, quanto maior o valor de  $\lambda$ , maior frequência os macroporos apresentam seguindo o esquema apresentado na Fig.(3.56).

Para obter mais detalhes sobre o modelo de retenção bimodal apresentado, incluindo aplicações, validações e derivações, recomenda-se consultar os trabalhos de Costa (2022) e Mascarenhas (2022). Deve-se esclarecer ainda que a descrição detalhada dos modelos de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) e de Costa & Cavalcante (2021a) apresentada neste capítulo da tese está relacionada ao estado da arte atual limitado de trabalhos e pesquisas que discorram sobre eles. Isso se deve principalmente à sua recente publicação, quando comparados a outros modelos presentes na literatura, como os de van Genuchten (1980) e Durner (1994).

## 4. METODOLOGIA

Neste capítulo são descritos os materiais e procedimentos empregados para o desenvolvimento desta tese de doutorado.

### 4.1. Materiais

A presente pesquisa foca no desenvolvimento e na modelagem físico-matemática de novos modelos constitutivos que acoplam o comportamento físico, mecânico e hidráulico de solos não saturados para a definição da resistência ao cisalhamento não saturada considerando a modalidade do solo e as variações no conteúdo de água presente no meio e no valor de índice de vazios do material. Sendo uma pesquisa teórica e prática, cujas validações dos modelos são realizadas a partir de comparações com dados de ensaios desenvolvidos por outros autores, deste modo, a tese também apresenta um caráter de pesquisa bibliográfica aplicada, pois cataloga e apresenta um estado da arte de trabalhos de autores que realizam ensaios mecânicos para aferição da curva de resistência ao cisalhamento não saturada.

A seguir, apresenta-se a lista das referências utilizadas na pesquisa de doutorado que fundamentaram a criação e a aplicação dos modelos de resistência e de retenção multimodal propostos.

#### **a) Embasamento Teórico dos Modelos Matemáticos Propostos**

Como referência dos modelos de retenção empregados, deve-se citar: Cavalcante & Zornberg (2017a), Cavalcante & Zornberg (2017b), Cavalcante et al. (2019), Sousa (2019), Costa & Cavalcante (2020), Costa & Cavalcante (2021a), Costa & Cavalcante (2021b), Mascarenhas & Cavalcante (2022) e Santos et al. (2024). E como principais fontes bibliográficas do modelo de resistência ao cisalhamento, destaca-se: Meißner & Becker (1995), Fredlund et al. (1996), Vanapalli et al. (1996), Vanapalli & Fredlund (2000), Garven & Vanapalli (2006), Vanapalli (2010) e Huo et al. (2021).

#### **b) Banco de Dados para Validações dos Modelos de Retenção**

Além destas referências supracitadas, como apresentado no capítulo anterior, também foram catalogadas referências para explicar e validar os modelos de retenção empregados, seguindo as fontes: Donald (1956), Fredlund & Xing (1994), Meerdink et al. (1996), Costa

& Libardi (1999), Soto (1999), Kawai et al. (2000), Gitirana & Fredlund (2004), Alonso (2005), Gallage & Uchimura (2006), Lisboa (2006), Feuerharmel (2007), McCartney et al. (2007), Bonder (2008), Tarantino (2009), Silva (2009), Araujo (2010), Varandas (2011), Gimenes (2012), Rosenzweig et al. (2012), Nouri et al. (2014), Tripathy et al. (2014), Azevedo (2016), Araujo et al. (2017), Ferreira (2017), Chen (2018), Cai et al. (2020), Silva et al. (2020), Borges (2021), Isidro et al. (2021), Collares et al. (2022), Góis et al. (2023) e Song et al. (2024).

### **c) Banco de Dados para Validações dos Modelos de Resistência ao Cisalhamento**

Para a validação dos modelos de resistência desenvolvidos nesta pesquisa foi realizado um levantamento de trabalhos científicos que dispunham de dados de ensaios mecânicos, cisalhamento direto e triaxial, para a obtenção da resistência ao cisalhamento não saturada. Para esta pesquisa, a lista de trabalhos empregados segue: Escario & Sáez (1986), Escario & Jucá (1989), Meißner & Becker (1995), Vanapalli & Fredlund (2000), Lee et al. (2003), Cokca et al. (2004), Soares (2005), Garven & Vanapalli (2006), Matsushi & Matsukura (2006), Santos (2017), Dave et al. (2019), Huo et al. (2021) e Wu et al. (2021).

De posse do banco de dados de referências citado acima, os métodos de desenvolvimento científico da pesquisa de doutorado é descrito no item a seguir.

## **4.2. Métodos**

De modo geral, pode-se dizer que a metodologia da pesquisa é dividida nas seguintes etapas:

- Estudo bibliográfico do tema: etapa de busca de referências e levantamento de dados para embasamento teórico, validação dos modelos e o acompanhamento do estado da arte sobre o tema de pesquisa;
- Desenvolvimento matemático dos modelos: nesta etapa do trabalho foram feitas deduções e inferências sobre o domínio das equações e estimativas de pontos/valores de interesse, seguindo:
  - Desenvolvimento de modelo de resistência unimodal: definição matemática da função e pontos de interesse; dedução de equação para a tensão normal efetiva e coesão não saturada; inclusão da influência do índice de vazios neste modelo. Além de comparação com a estimativa unimodal;
  - Desenvolvimento de modelo de resistência bimodal: definição matemática da função e pontos de interesse; dedução de equação para a tensão normal efetiva e coesão não saturada;

- Desenvolvimento de modelo de resistência trimodal: criação de modelo de retenção, condutividade hidráulica e distribuição de poros para solos trimodais; definição matemática da função e pontos de interesse para o modelo de resistência; dedução de equação para a tensão normal efetiva e coesão não saturada.

Para os modelos de resistência bimodal e trimodal não foram verificadas a influência do índice de vazios na resistência devido a lacuna de ensaios na literatura que testem este tipo de variação e que caracterizem estes tipos de materiais. Além do que, geralmente, o comportamento multimodal da CRA só tem influência em altas sucções que possivelmente causam variações no volume e outras alterações que podem não ser representadas pelo modelo constitutivo de Mohr-Coulomb.

- Criação de códigos para representação gráfica, ajuste de dados experimentais e outras validações;

Nesta pesquisa empregou-se o software Wolfram Mathematica para o desenvolvimento da etapa de modelagem.

O software Wolfram Mathematica foi escolhido devido a facilidade de implementação de códigos e geração de ajustes. Além de permitir a integração com outras pesquisas desenvolvidas pelo Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília que utilizam/utilizaram este mesmo programa.

Embora, deva-se ressaltar que qualquer outra linguagem de programação poderia ter sido utilizada dado a simplicidade de implementação dos modelos desenvolvidos nesta tese.

- Análise de Sensibilidade dos Modelos Criados: nesta etapa foi realizado o estudo do comportamento das funções e a definição do modo com que alguns parâmetros geotécnicos influenciam os modelos desenvolvidos;
- Validações dos modelos com base em dados experimentais e inferências sobre a aplicabilidade dos modelos, assumindo a validade das informações apresentadas nos trabalhos de referência;
- Análise dos principais resultados, levantamento de vantagens e limitações e listagem de aplicações, expansões e trabalhos futuros.

### **4.3. Considerações Realizadas para o Desenvolvimento dos Modelos**

Para a criação dos modelos de resistência ao cisalhamento para solos unimodal e multimodal, as seguintes hipóteses foram assumidas:

- Hipótese de Terzaghi (1923): a resistência ao cisalhamento de um solo está relacionada com a tensão efetiva que atua no meio;
- A resistência ao cisalhamento não saturada depende do conteúdo de água presente no solo, seguindo a proposta de autores como Bishop & Blight (1963), Fredlund et al. (1978) e Vanapalli et al. (1996);
- A resistência ao cisalhamento não saturada de um solo pode ser expressa pelo critério de Mohr-Coulomb modificado por Vanapalli et al. (1996) em que:
  - i) A coesão e o ângulo de atrito efetivos não sofrem variação com o conteúdo de água;
  - ii) As variáveis de estado de tensão do modelo são a sucção mátrica e a tensão normal líquida.
- A curva de retenção pode ser usada para medir a influência da parcela de sucção na resistência e o modelo de retenção escolhido é o proposto por Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos unimodais e de Costa & Cavalcante (2021a) para solos bimodais. Para solos trimodais um novo modelo foi desenvolvido fundamentado no princípio de superposição do modelo de retenção unimodal adotado;
- O fenômeno de histerese da curva de retenção de água não é considerado, para modelar este fenômeno, ajustes individuais devem ser feitos, tanto da curva de retenção de água como da curva de resistência ao cisalhamento, a fim de captar os efeitos de molhagem e de umedecimento na resistência;
- Os modelos desenvolvidos são aplicados para solos que não apresentam variações bruscas de volume durante o carregamento. Assim, o fenômeno de colapso e de expansão não são estudados. Nem os fenômenos de amolecimento ou endurecimento dos materiais;
- Nesta pesquisa, os modelos desenvolvidos não foram testados para avaliar deformações que ocorrem durante os ensaios de resistência, não sendo parte do escopo desta tese;
- Para os modelos de resistência propostos, a coesão aparente é usada para computar mudanças na resistência do solo devido variações de umidade do meio;
- Por se fundamentar no modelo de curva de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a), pode ser possível gerar indiretamente outras curvas derivadas deste modelo, como a condutividade hidráulica não saturada, a estimativa da infiltração de água no solo e a distribuição de poros;
- Ainda, deve-se destacar que o desempenho das equações desenvolvidas para previsão de comportamentos e retroanálise de dados experimentais depende da determinação cuidadosa dos parâmetros de interesse do material e até mesmo do intervalo



de sucção, umidade e resistência analisados. Assim, os resultados aqui apresentados são relativos as informações obtidas da retroanálise e extrapolação de dados de ensaios.

#### **4.4. Detalhamento dos Conceitos e Modelos Matemáticos que Embasaram a Pesquisa**

Quanto aos modelos físico-matemáticos que fundamentaram a pesquisa, pode citar:

- Lei da Capilaridade de Laplace: usada para descrever a relação entre sucção e raios dos poros do solo;
- Equação de Richards: empregada para definição do fluxo de água em solos não saturados;
- Equação de Darcy-Buckingham: utilizada para descrição da condutividade hidráulica não saturada;
- Envoltória de Resistência de Mohr-Coulomb modificada por Vanapalli et al. (1996): usada para definição da Equação de Resistência ao Cisalhamento;
- Princípio de Superposição de Curvas de Retenção e Condutividade Hidráulica: utilizada para criação de modelos hidráulicos considerando a modalidade de solos;
- Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi: definição da relação entre tensão total, poropressão e tensão efetiva;
- Modelo Constitutivo Hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a): usado para modelar o fluxo e a retenção de água nos solos.

A definição e aplicação de cada um destes modelos é detalhado no texto da tese, conforme apresentados nos Capítulos 2, 3 e 5 do trabalho.

De maneira resumida, o diagrama do procedimento metodológico empregado nesta pesquisa pode ser visualizado na Fig.(4.1).

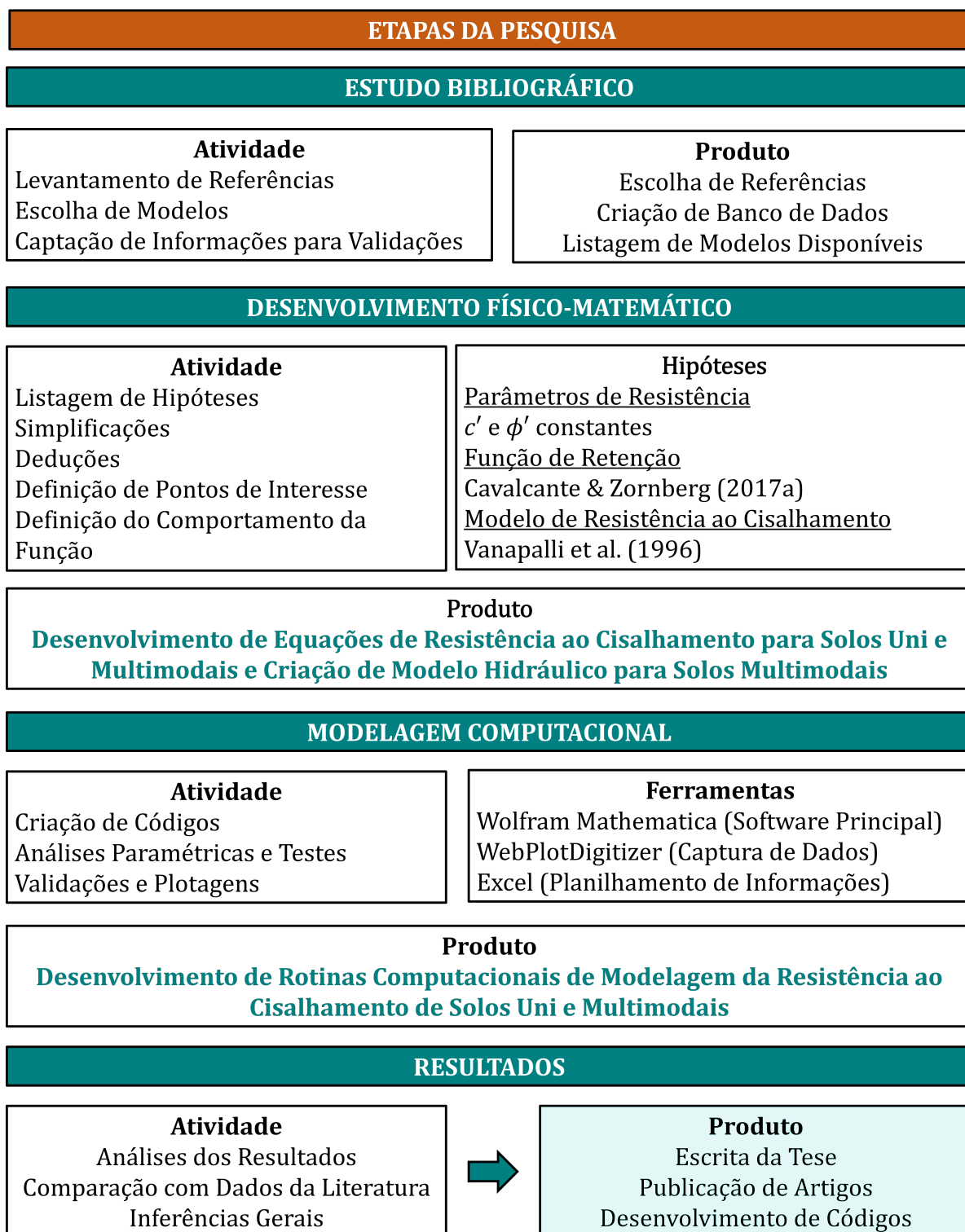


Figura 4.1: Fluxograma da Metodologia de Desenvolvimento da Pesquisa para Criação dos Modelos de Resistência ao Cisalhamento não Saturada.

# 5. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DE NOVOS MODELOS DE RESISTÊNCIA

Neste capítulo, serão discutidos os principais resultados obtidos nesta pesquisa no que concerne ao desenvolvimento físico-matemático de dois modelos de superfícies de resistência ao cisalhamento não saturada para solos unimodais e multimodais inferidos a partir das funções de retenção de água em materiais conhecidos.

Dentro desta linha, serão descritas as premissas e o desenvolvimento físico e matemático destes modelos, além da apresentação de diversas validações das equações propostas com base em comparações com dados experimentais disponíveis na literatura sobre o tema.

## 5.1. Modelo de Resistência ao Cisalhamento para Solos Unimodais

Partindo de todas as considerações levantadas sobre a validade da função de hidráulica Cavalcante & Zornberg (2017a) para estimar a retenção de água em solos unimodais, a equação de resistência ao cisalhamento proposta por Vanapalli et al. (1996) (Eq.(2.16)) pode ser reescrita a partir do valor de teor de umidade volumétrico normalizado descrito na Eq.(3.20), obtendo:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + (\exp(-\delta |u_a - u_w|))^{\kappa} (u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (5.1)$$

Neste caso, a tensão normal efetiva é igual a:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \exp(-\kappa \delta |u_a - u_w|) (u_a - u_w) \quad (5.2)$$

Analisando as expressões acima, observa-se que o modelo de resistência ao cisalhamento descrito na Eq.(5.1) resulta em uma superfície de resistência ao cisalhamento que varia em função da sucção e da tensão normal líquida que atua no solo.

Para este modelo, a Eq.(5.1) gera uma superfície de resistência - também pode ser chamada de envoltória de ruptura estendida de Mohr-Coulomb - relativa ao modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a). Conforme pode ser visto na Fig.(5.1). Nesta figura pode-se observar que esta envoltória é tangente aos círculos de Mohr que representam as

condições de ruptura para um dado estado de tensão, o que pode ser usado para estimar valores limites de carregamento e fatores de segurança.

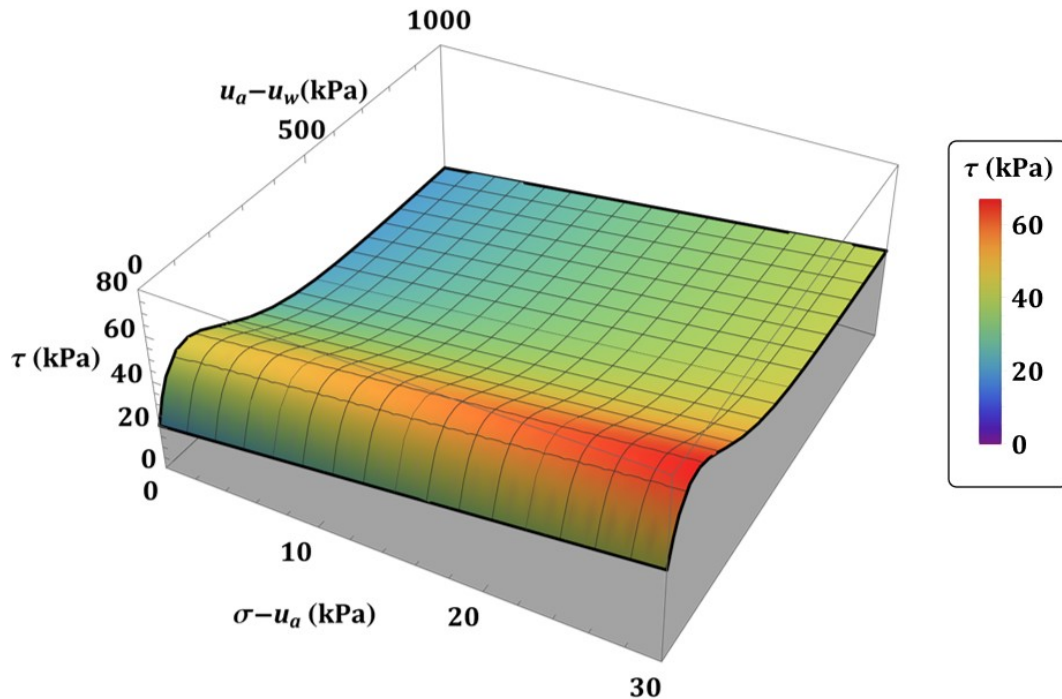


Figura 5.1: Superfície de Resistência ao Cisalhamento não Saturada variando com a Tensão Normal Líquida e com a Sucção ( $c' = 20 \text{ kPa}$ ,  $\phi' = 35^\circ$ ,  $\kappa = 1$  e  $\delta = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$ ).

Observando a Fig.(5.1), nota-se que, com relação ao eixo da sucção, a função de resistência ao cisalhamento proposta exibe comportamento não-linear. Em que, para um determinado valor de tensão normal líquida, durante a secagem, a resistência ao cisalhamento inicialmente aumenta com o incremento de sucção até atingir o valor de pico. Depois desse valor, a resistência do solo tende para o valor da resistência ao cisalhamento efetiva, ou seja, a função varia entre o valor para a condição saturada até um ponto máximo e a partir deste ponto, a sucção começa a reduzir sua influência em ganhos de resistência. Já em relação à tensão normal líquida, a função de resistência ao cisalhamento apresenta comportamento linear para um valor fixo de sucção, em que, a resistência aumenta com o incremento da tensão normal.

A envoltória de ruptura no plano frontal de  $\tau$  versus  $(\sigma - u_a)$ , com  $(u_a - u_w)=0$ , é a mesma envoltória que é obtida pelo critério de ruptura de Mohr-Coulomb tradicional para condições saturadas.

Neste modelo, quanto maior o valor de  $\kappa$ , menor o valor de ganhos de resistência e de tensão normal efetiva com a sucção. Isso ocorre por que no modelo proposto, o argumento da função exponencial é negativo, assim, quanto menor o valor de  $\kappa$  mais incrementos de

resistência o material apresenta nas condições não saturadas.

Detalhes sobre a influência do valor de  $\kappa$  nas funções do modelo pode ser observado na Fig.(5.2). Nesta figura também é possível visualizar o comportamento de pico que existe nas funções  $\tau$  e  $\sigma'$  variando com a sucção e o comportamento linear destes valores em relação a tensão normal líquida.

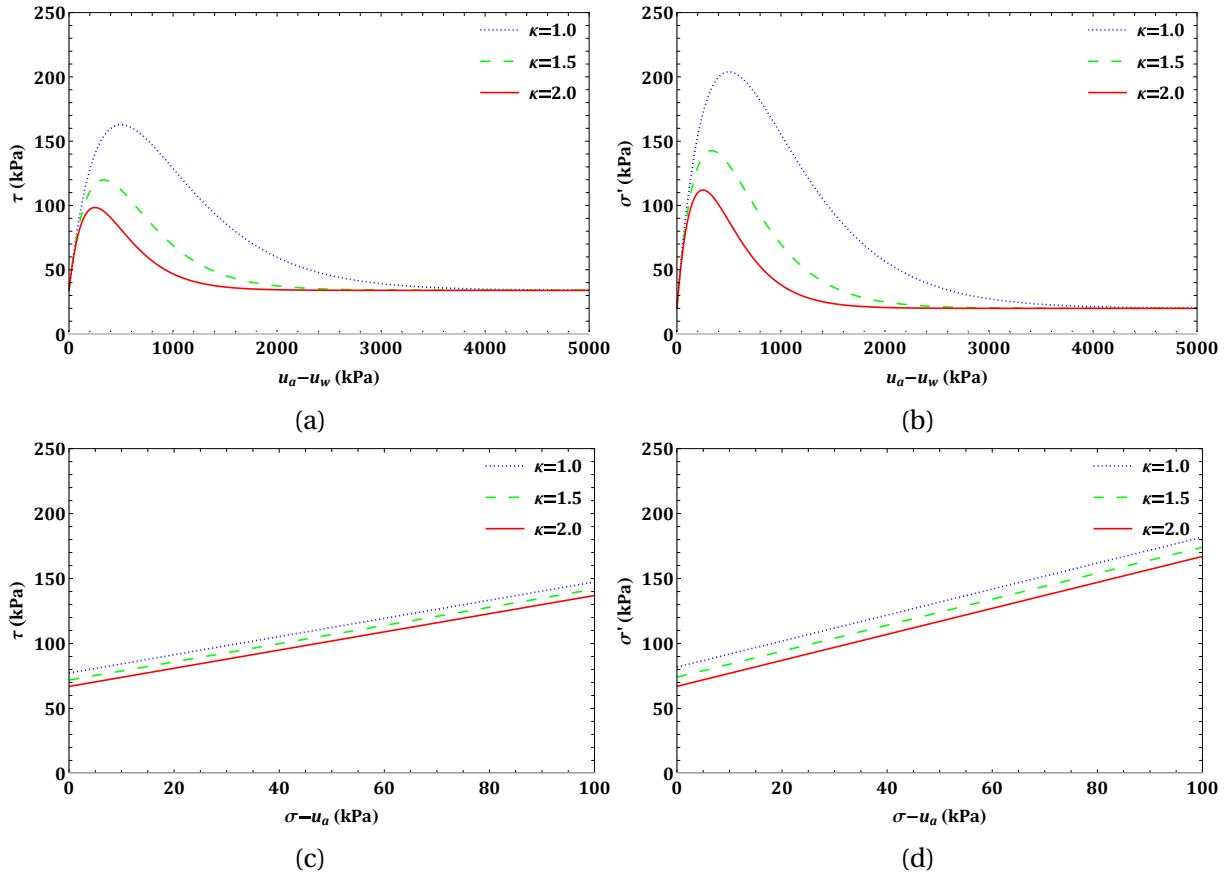


Figura 5.2: Influência do Valor de  $\kappa$  na Resistência de Materiais não Saturados ( $\delta = 0.002 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $c' = 20 \text{ kPa}$  e  $\phi = 35^\circ$ ), para: (a) Resistência Variando com a Sucção ( $(\sigma - u_a) = 20 \text{ kPa}$ ), (b) Tensão Efetiva variando com a Sucção ( $(\sigma - u_a) = 20 \text{ kPa}$ ), (c) Resistência Variando com a Tensão Normal Líquida ( $(u_a - u_w) = 100 \text{ kPa}$ ) e (d) Tensão Efetiva variando com a Tensão Normal Líquida ( $(u_a - u_w) = 100 \text{ kPa}$ ).

O valor da sucção mátrica em que o pico de resistência ocorre pode ser determinado pela obtenção do ponto de valor máximo da função. Assim, calculando a derivada da Eq.(5.1) e igualando-a a zero, obtém-se:

$$(u_a - u_w)_{pico} = \frac{1}{\delta\kappa} \quad (5.3)$$

Substituindo o valor da Eq.(5.3) na Eq.(5.1), obtém-se o valor da resistência ao cisalhamento máxima ( $\tau_{pico}$ ) para condições não saturadas como sendo igual a:

$$\tau_{pico} = c' + \left[ \sigma - u_a + \frac{\exp(-1)}{\kappa\delta} \right] \tan \phi' \quad (5.4)$$

Analisando a Eq.(5.4), nota-se que o valor máximo de resistência a esforços cisalhantes depende das parcelas de coesão e ângulo de atrito efetivos, da tensão normal líquida atuante e dos parâmetros físico-hidráulicos  $\delta$  e  $\kappa$ . Neste caso, a tensão normal efetiva associada a esta condição de pico é igual a:

$$\sigma'_{pico} = (\sigma - u_a) + \frac{\exp(-1)}{\kappa\delta} \quad (5.5)$$

Vale ressaltar que o valor de sucção do pico da resistência ao cisalhamento da Eq.(5.3) é igual ao valor da sucção do ponto de inflexão da curva de retenção do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) quando  $\kappa = 1$ , conforme foi apresentado anteriormente no Capítulo 3.

No modelo constitutivo proposto, após atingir o valor de pico, a resistência ao cisalhamento começa a decair com o aumento da sucção, tendendo ao valor definido em:

$$\lim_{(u_a - u_w) \rightarrow \infty} \tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' \quad (5.6)$$

Para o caso em que o solo está totalmente seco e assumindo a pressão atmosférica como referência, tem-se que:

$$\tau(S = 0) = c' + \sigma \tan \phi' \quad (5.7)$$

Para definir o valor de tensão relativos às cargas verticais,  $\sigma_v$  pode ser definido pelo somatório do peso das camadas de solo superiores a cota avaliada, assumindo  $\sigma_v = \sum \gamma h$ . E quando existem carregamentos externos no terreno, a este valor de tensão vertical, deve ser somado o acréscimo de carga relativo a estes carregamentos,  $\Delta\sigma$ . Seguindo:

$$\sigma_v = \sum_{i=1}^n \gamma h + \Delta\sigma \quad (5.8)$$

onde  $h_i$  é a espessura da camada [L],  $\gamma_i$  é o peso específico da camada de solo [ $ML^{-2}T^{-2}$ ] e  $i$  é o índice que representada a camada avaliada.

Nesta condição, a tensão horizontal ( $\sigma_h$ ), pode ser estimada por  $\sigma_h = K\sigma_v$ , em que  $K$  é conhecido como a constante ou o coeficiente de empuxo que depende do tipo de material e das condições das solicitações (ativa, passiva ou em repouso) que atuam no terreno. Sendo, deste modo, uma constante que relaciona a tensão vertical com a tensão horizontal.

Na Fig.(5.3) é apresentada a correlação entre a função de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) e o modelo de resistência proposto.

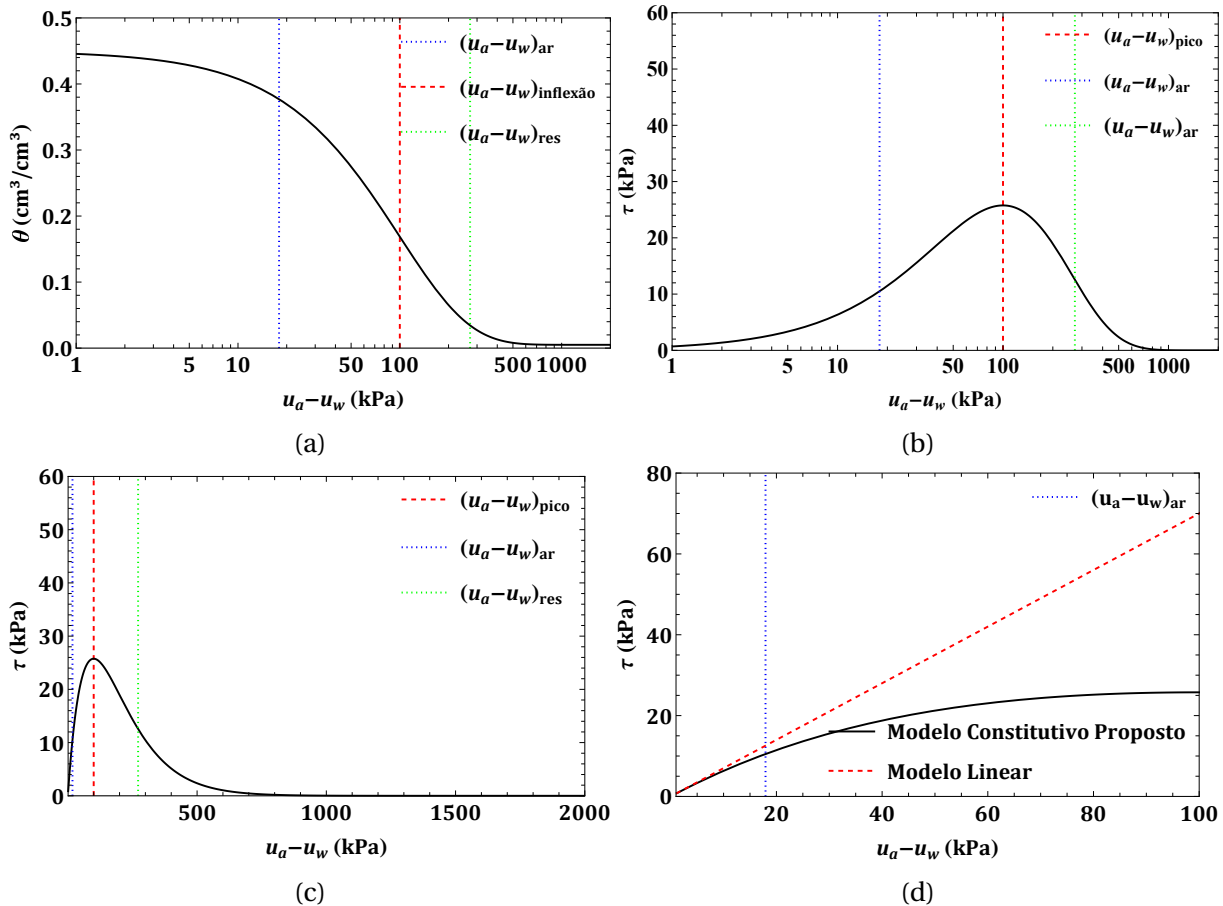


Figura 5.3: Relação entre as Curvas de Retenção e Resistência ao Cisalhamento para o Modelo Proposto ( $\kappa = 1$ ,  $\theta_r = 0.005$ ,  $\theta_s = 0.45$ ,  $\delta = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $c' = 0 \text{ kPa}$ ,  $\phi = 35^\circ$  e  $(\sigma - u_a) = 0 \text{ kPa}$ ), para: (a) CRA, (b) Curva de Resistência ao Cisalhamento variando com a Sucção em Escala Logarítmica, (c) Curva de Resistência ao Cisalhamento variando com a Sucção em Escala Linear e (d) Comportamento do Trecho Inicial da Curva de Resistência (Escala Linear).

Analisando a Fig.(5.3) e considerando a trajetória de secagem do solo, nota-se que quando o teor de umidade volumétrica reduz de  $\theta_s$  para o teor de umidade volumétrica do ponto de inflexão da curva de retenção de água no solo ( $\theta_{inf}$ ), a resistência ao cisalhamento aumenta com o incremento da sucção, até atingir o valor máximo de resistência (Eq.(5.4)). Já quando o teor de umidade volumétrica reduz de  $\theta_{inf}$  para  $\theta_r$ , a resistência ao cisalhamento diminui com o incremento da sucção até atingir o valor resistência efetiva do solo definido na Eq.(5.7).

Nas imagens da Fig.(5.3), verifica-se que as maiores mudanças de comportamento mecânico de um solo, são para o intervalos de teores compreendidos entre os valores de entrada de ar nos macro e microporos,  $\theta_{macroar}$  e  $\theta_{microar}$ . Para valores de sucção fora do intervalo de  $\theta(u_a - u_w)_{ar} \leq \theta(u_a - u_w) \leq \theta(u_a - u_w)_{res}$ , o ganho de resistência com a sucção é praticamente irrisório, se aproximando do valor da condição saturada.

Outra consideração que pode ser feita ao observar a Fig.(5.3d) considerando a traje-

tória de secagem é que até o valor de entrada de ar nos macroporos, o comportamento da curva de resistência com o aumento da sucção é aproximadamente linear, após este valor a curva deixa de ter este comportamento e torna-se mais curva, com o comportamento mais parabólico. Isso ocorre porque a taxa de incremento da resistência ao cisalhamento com a sucção é praticamente constante até o valor de entrada de ar nos macroporos. Isto quando a curva é plotada em escala linear. Observação similar para linearidade deste trecho da curva também foi descrita por Vanapalli et al. (1996), Zhang et al. (2014) e Gao et al. (2020).

No modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a), os teores de umidade citados como pontos de interesse da curva de resistência ao cisalhamento podem ser definidos por:

$$\theta_{inf} = \theta(\psi_{inf}) = \theta\left(\frac{1}{\delta}\right) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(-1) \quad (5.9)$$

$$\theta_{microar} = \theta(\psi_{res}) = \theta\left(\frac{\exp(1)}{\delta}\right) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(-\exp(1)) \quad (5.10)$$

$$\theta_{macroar} = \theta(\psi_{ar}) = \theta\left(\frac{\exp(1 - \exp(1))}{\delta}\right) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(-\exp(1 - \exp(1))) \quad (5.11)$$

Assim, para os casos em que  $\theta_r=0$ , tem-se:

$$\theta_{inf} = \theta_s \exp(-1) \approx 0.37\theta_s = 0.37n \quad (5.12)$$

$$\theta_{microar} = \theta_s \exp(-\exp(1)) \approx 0.07\theta_s = 0.07n \quad (5.13)$$

$$\theta_{macroar} = \theta_s \exp(-\exp(1 - \exp(1))) \approx 0.84\theta_s = 0.84n \quad (5.14)$$

Deste modo, nota-se que, quando  $\kappa = 1$ , o valor do pico da resistência ao cisalhamento de um solo não saturado está associado com um valor de teor de umidade volumétrica abaixo do saturado e maior que o residual que é próximo a 40% do valor da porosidade do meio, conforme indicado na Eq.(5.12) quando  $\theta_r \approx 0$ .

Já quanto ao envelope de resistência empregado para modelar a tensão cisalhante resistiva, considerando o solo saturado ou até cerca de 85% do teor de umidade saturado ou para o caso do solo totalmente seco ( $\theta_r$  igual ou próximo a zero), sendo a favor da segurança, deve-se utilizar o modelo de resistência de Mohr-Coulomb tradicional, desconsiderando ganhos de resistência com a sucção como indicado nas deduções anteriores e na Fig.(5.3).

De forma complementar a explicação apresentada do modelo de resistência unimodal e considerando a trajetória de molhagem da Fig.(5.3b), nota-se que durante a saturação, considerando uma camada de solo seca, com  $\theta$  entre  $\theta_r$  e  $\theta_{inf}$ , o processo de umedecimento pode estar associado a um ganho de resistência com o aumento da umidade (como visto na-



turalmente em areias).

Após  $\theta_{inf}$  a  $\theta_s$ , o processo de umedecimento representa uma queda brusca de resistência, isso explica por que muitos taludes rompem antes mesmo de atingir a saturação completa, devido a perda súbita de resistência no processo de molhagem, que implica na redução da capacidade de suporte do maciço, sem a drenagem do excesso de poropressão.

A queda acentuada de resistência depois do valor de sucção de pico, em ambas as trajetórias de secagem e umedecimento, pode explicar o surgimento de patologias em solos não saturados ligados ao surgimento de trincas ou desagregação do material e até mesmo da ruptura da estrutura. Claro que este ponto é apenas uma suposição que deve ser comprovada com experimentos, modelos reduzidos e com a modelagem computacional destes fenômenos que são bastante complexos e multidisciplinares.

Uma singularidade do modelo de resistência ao cisalhamento descrito na Eq.(5.1), ocorre quando  $\kappa = 1$ , neste caso, a equação de resistência ao cisalhamento pode ser descrita por:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + \exp(-\delta |u_a - u_w|) (u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (5.15)$$

A Eq.(5.15) é similar ao modelo de resistência ao cisalhamento proposto por Cavalcante & Mascarenhas (2021). Os autores citados propuseram um modelo de resistência ao cisalhamento fundamentado no modelo de Bishop modificado por Lu et al. (2010), também empregando o modelo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a) para descrever a retenção de solos.

Apesar de partir de diferentes modelos de resistência (modelo de Bishop et al. (1960) e de Vanapalli et al. (1996)), pode-se dizer que o modelo de resistência ao cisalhamento proposto por Cavalcante & Mascarenhas (2021) é um caso particular do modelo apresentado nesta pesquisa de doutorado, que ocorre quando  $\kappa$  é igual a 1.

Comparando estes dois modelos (Eq.(5.1) e Eq.(5.15)), pode ser dito que  $\kappa$  funciona como um fator de correlação do  $\delta$  do modelo de retenção para aplicação no modelo de resistência, o que gera uma curva de retenção hipotética que se move para a direita ( $\kappa < 1$ ) ou para a esquerda ( $\kappa > 1$ ), dependendo do valor de  $\kappa$  adotado como mostrado a seguir.

Deste modo, quando a Eq.(5.15) é usada para ajustar dados experimentais de resistência ao cisalhamento, o valor de  $\delta$  encontrado ( $\delta_\tau$ ) neste ajuste pode não ser o mesmo do ajuste da curva de retenção ( $\delta_{CR}$ ). Deste modo, para obter o valor real deste parâmetro é necessário realizar uma correção, que é dada por:

$$\delta_\tau = \kappa \delta_{CR} \quad (5.16)$$

ou

$$\kappa = \frac{\delta_\tau}{\delta_{CR}} \quad (5.17)$$

Na Fig.(5.4) é esquematizado a correlação entre  $\kappa$ ,  $\delta_\tau$  e  $\delta_{CR}$  apresentadas na Eq.(5.16) e Eq.(5.17).

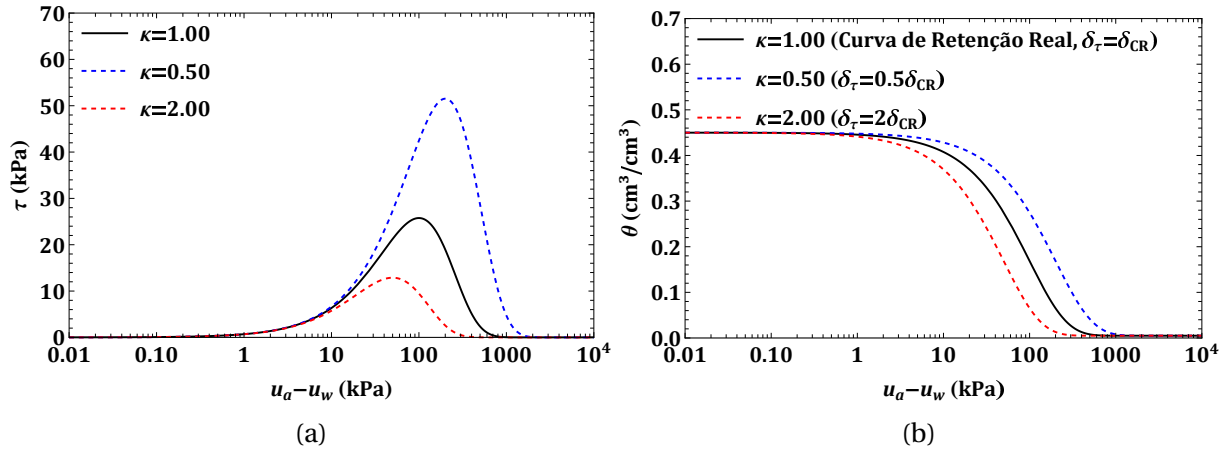


Figura 5.4: Relação entre as Curvas de Resistência ao Cisalhamento e de Retenção para o Modelo Criado, Avaliação do Impacto do Valor de  $\kappa$ , com  $\theta_r = 0.005$ ,  $\theta_s = 0.45$ ,  $\delta_{CR} = 0.01$  kPa<sup>-1</sup>,  $c' = 0$  kPa,  $\phi = 35^\circ$  e  $(\sigma - u_a) = 0$  kPa, para: (a) Curva de Resistência ao Cisalhamento e (b) CRAs.

Frente ao exposto, a Eq.(5.1) pode ser reescrita de maneira simplificada por:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + \exp(-\delta_\tau |u_a - u_w|) (u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (5.18)$$

Ao observar as diferenças entre o modelo de Cavalcante & Mascarenhas (2021) e o modelo desenvolvido nesta tese, nota-se que deve-se ter cautela ao usar a Eq.(5.15) quando apenas os dados de retenção são conhecidos e não se tem informações sobre dados de resistência para condições não saturadas. Uma vez que, a resistência ao cisalhamento pode ser superdimensionada ou minorada a depender do valor do parâmetro  $\kappa$  para o solo investigado, principalmente para solos coesivos, nos quais geralmente tem-se  $\kappa \neq 1$  (Garven & Vanapalli, 2006).

Ainda, antes de aplicar o modelo apresentado para inferir a resistência ao cisalhamento por meio de dados de retenção, deve-se atentar que há uma histerese entre as curvas de resistência ao cisalhamento não saturada associada ao fenômeno de secagem e de umedecimento dos solos, como demonstrado na Fig.(5.5) para dados do artigo de Ma et al. (2011). Estes autores usaram o modelo de retenção de van Genuchten para plotar a influência da histerese na resistência ao cisalhamento de uma areia, empregando o modelo de resistência de Fredlund et al. (1996), com isso, duas curvas de resistência ao cisalhamento não saturada

distintas foram obtidas para o solo, uma relativa ao processo de secagem e outra relativa ao processo de umedecimento.

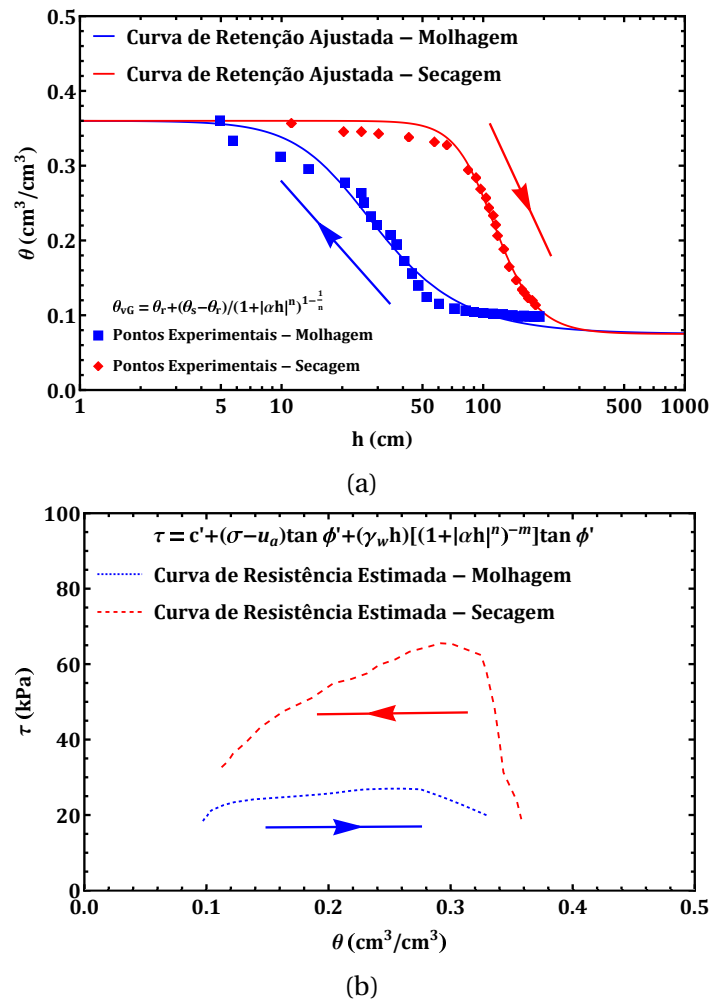


Figura 5.5: Influência da Trajetória de Secagem e Umedecimento na Resistência do Material. (a) CRAs e (b) Curvas de Resistência ao Cisalhamento (Adaptado de Ma et al. (2011)).

Observando a Fig.(5.5), nota-se que ao usar a curva de secagem, o solo tende a apresentar um ganho maior de resistência com o incremento da sucção, enquanto a curva de umedecimento gerar menores ganhos de resistência em relação a condição saturada, sendo uma estimativa mais conservadora. Dadas as diferenças citadas, fica evidente que ao estudar o comportamento mecânico de solos é necessário separar as curvas relativas a processos de molhagem e secagem para uma melhor compreensão dos incrementos de resistência com a sucção, principalmente quando se quer analisar camadas e materiais nos quais a saturação e a taxa de infiltração varia muito ao longo do ano.

Para mais detalhes sobre os dados apresentados na Fig.(5.5), consultar o trabalho original dos autores Ma et al. (2011). Na seção a seguir será apresentado um exemplo de aplicação do modelo de resistência proposto para ajuste de dados de ensaios de resistência ao cisalhamento não saturada.

## 5.2. Aplicação do Modelo de Resistência Proposto

Para ilustrar e validar a aplicação do modelo de resistência ao cisalhamento proposto para solos unimodais, um conjunto de curvas e superfícies de resistência ao cisalhamento não saturada são ajustados a dados experimentais de dois solos distintos usando a Eq.(5.1). Os dados experimentais de resistência ao cisalhamento não saturada foram extraídos do artigo de Escario & Sáez (1986).

Esses pesquisadores realizaram uma série de testes laboratoriais em um equipamento de cisalhamento direto com sucção controlada para avaliar a resistência não saturada das amostras. A Tab.(5.1) apresenta as características e as condições iniciais das amostras de solos espanhóis testadas.

Tabela 5.1: Características das Amostras de Solos Testadas por Escario & Sáez (1986).

Informação	Argila Cinza de Madrid	Areia Argilosa de Madrid
Granulometria	Areia (%)	87
	Silte (%)	7
	Argila (%)	6
Limites de Atterberg	$LL$ (%)	32
	$IP$ (%)	15
Proctor Normal	$\rho_{dmax}$ ( $g/cm^3$ )	1.91
	$w_{otm}$ (%)	11.50
Condição Inicial	$\rho$ ( $g/cm^3$ )	1.91
	$w$ (%)	9.20
	Sucção (kPa)	70

Para obter a função de resistência ao cisalhamento não saturada de cada um dos solos apresentados na Tab.(5.1), os valores dos parâmetros  $\delta$ s são inicialmente aferidos por meio de ajustes das curvas de retenção de cada um dos solos avaliados empregando o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a), Eq.(3.20). Para tal, são usados os dados experimentais das curvas de retenção de água destes solos que foram extraídos do artigo de Vanapalli &

Fredlund (2000). Na Fig.(5.6) são apresentadas as curvas de retenção obtidas pelos ajustes da Eq.(3.20) aos dados experimentais de cada solo. Na Tab.(5.2) são sintetizadas as informações dos ajustes que foram usadas para construir as curvas de retenção apresentadas na Fig.(5.6).

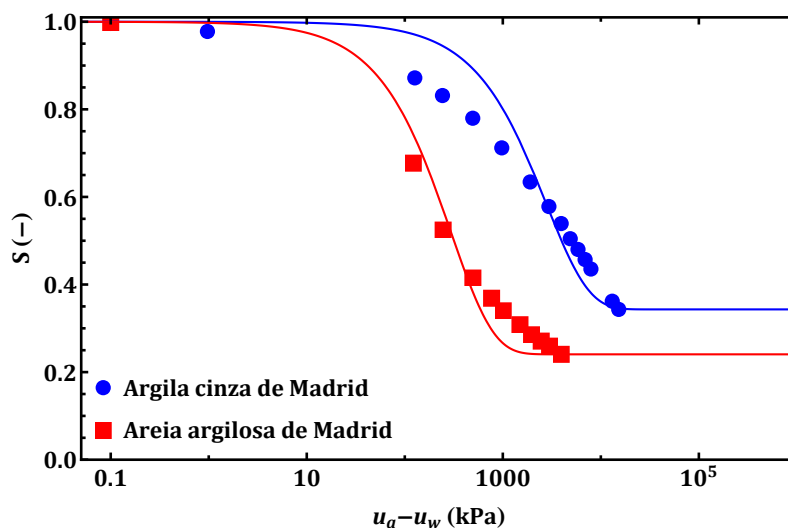


Figura 5.6: Curvas de Retenção das Amostras de Solos Espanhóis

Tabela 5.2: Dados dos Ajustes das Curvas de Retenção de Amostras de Solos da Espanha

Informação/Material	Argila Cinza de Madrid	Areia Argilosa de Madrid
$S_r$ (assumido) (%)	0.3432	0.3406
$\delta$ (ajustado) ( $kPa^{-1}$ )	0.00036	0.00339
$R^2$	0.9910	0.9900

Usando os valores dos parâmetros  $\delta$ s obtidos dos ajustes das funções de retenção descritos na Tab.(5.2), as funções de resistência ao cisalhamento não saturada de cada solo foram inferidas por meio do ajuste dos parâmetros  $\kappa$ ,  $\phi'$ , e  $c'$  usando o modelo de resistência cisalhante apresentado na Eq.(5.1). Para realizar esta análise, dois diferentes tipos de avaliações foram feitas: i) considerando ajustes individuais para pontos de mesma tensão normal líquida (análise bidimensional, gerando curvas de resistência ao cisalhamento não saturada variando com a sucção) e ii) considerando um único ajuste do conjunto de pontos de resistência (análise tridimensional, gerando uma superfície única de resistência ao cisalhamento não saturada).

Na Fig.(5.7) apresentam-se as curvas de resistência ao cisalhamento não saturada obtidas pelos ajustes individuais de cada configuração de ensaio de resistência não saturado. Os detalhes dos parâmetros obtidos nos ajustes encontram-se na Tab.(5.3).

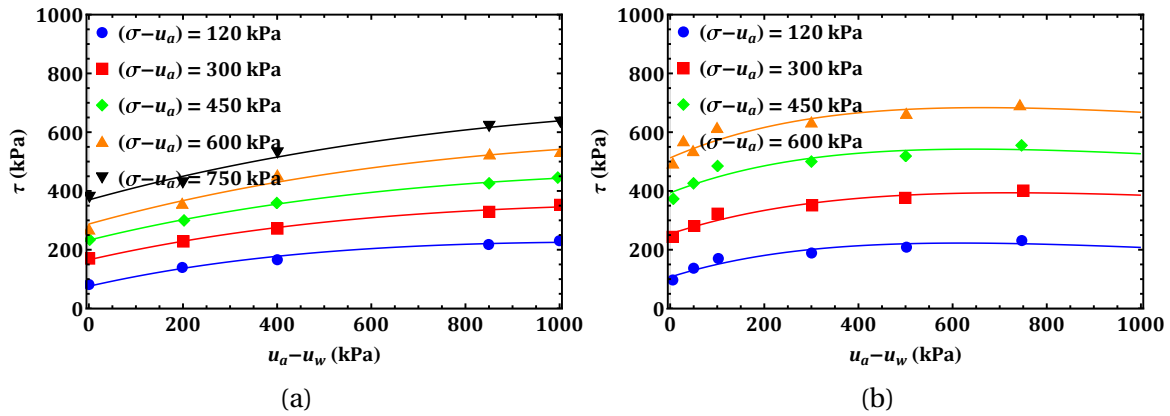


Figura 5.7: Curvas de Resistência ao Cisalhamento de Solos não Saturados, Dados Experimentais de Escario & Sáez (1986). Primeiro Tipo de Avaliação, para: (a) Argila Cinza de Madrid e (b) Areia Argilosa de Madrid.

Tabela 5.3: Dados do Ajuste - Primeiro Tipo de Avaliação: Dados de Escario & Sáez (1986)

Solo	$(\sigma - u_a)$ (kPa)	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$\kappa$	$R^2$
Argila Cinza de Madrid	120	32.02	20.00	2.47	0.9986
	300	56.55	20.00	1.95	0.9997
	450	55.22	21.51	1.73	0.9999
	600	20.00	24.02	1.56	0.9989
	750	35.67	24.00	1.40	0.9994
	Média	39.89	21.90	1.82	-
	Desvio Padrão	15.72	2.02	0.42	-
CV (%)	39.39	9.21	22.82	-	
Areia Argilosa de Madrid	120	47.80	27.00	0.48	0.9949
	300	95.63	27.80	0.41	0.9987
	450	111.72	32.05	0.46	0.9980
	600	92.30	35.00	0.44	0.9987
	Média	86.86	30.46	0.45	-
Desvio Padrão	27.39	3.75	0.030	-	
CV (%)	31.53	12.31	6.67	-	

Na Tab.(5.3) são apresentados os resultados dos ajustes para o primeiro tipo de avaliação que indicam que o modelo adotado representou bem aos dados experimentais com

$R^2 > 0.99$ , existindo pequenas variações nos valores dos parâmetros ajustados para cada configuração de teste.

Na Tab.(5.3), nota-se que houve uma tendência de aumento do valor do ângulo de atrito como o incremento do valor da tensão normal aplicada, o que pode ser explicado pelo aumento da área de contato entre os grãos do solo que tende a reduzir o índice de vazios e a aumentar o peso específico da amostra de solo. No entanto, a variação observada está dentro da faixa de coeficientes de variação (CV) esperado desta propriedade, que é de 2 a 13% (Dantas & Cavalcante, 2021). Ou seja, pode ser considerado que não houve variações significativas do ângulo de atrito entre uma carga e outra. Variações no valor da coesão também estão dentro da faixa de CV esperados que é de 20 a 50%, conforme indicado por Dantas & Cavalcante (2021). Na Fig.(5.8) é representado a variação dos parâmetros ajustados com o incremento da tensão normal líquida aplicada em cada configuração de ensaio.

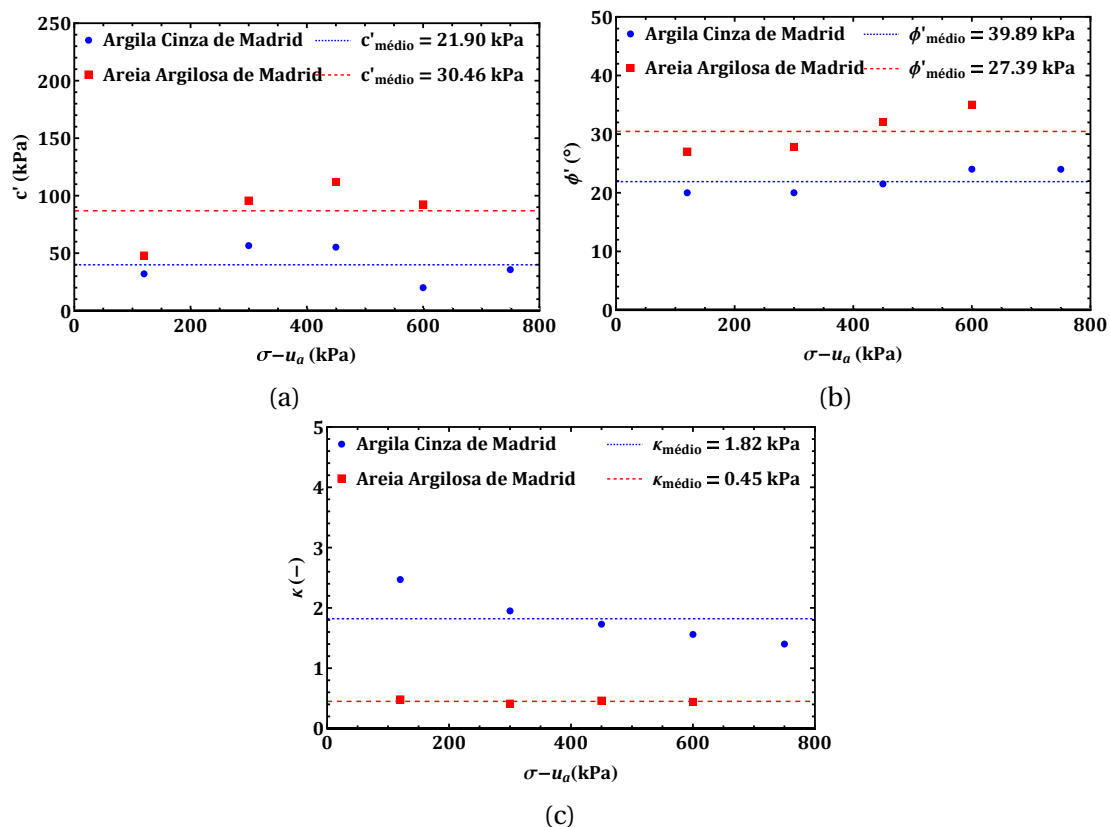


Figura 5.8: Correlação entre os Parâmetros Ajustados e a Tensão Normal Líquida para o Primeiro Tipo de Avaliação, para: (a)  $c'$ , (b)  $\phi'$  e (c)  $\kappa$ .

Na Fig.(5.8), nota-se que apesar de haver uma variação nos valores dos parâmetros ajustados, pode-se dizer que eles são bem caracterizados pelos valores médios. Deve-se ressaltar que as variações observadas podem ser inerentes dos procedimentos de ensaios, pois é impossível moldar amostras completamente iguais com o mesmo índice de vazios, como também pelos processos de amostragem e pela heterogeneidade natural dos solos, deste modo, para estes materiais pode-se assumir que  $c'$ ,  $\phi'$  e  $\kappa$  são constantes.

Assim, dadas as pequenas variações entre os valores dos parâmetros ajustados para cada carregamento (Tab.(5.3) e Fig.(5.8)), um ajuste único do conjunto de dados para cada solo pode ser feito considerando as variações simultâneas de  $\tau$  com  $(\sigma - u_a)$  e  $(u_a - u_w)$  para obter as superfícies de resistência ao cisalhamento não saturada das amostras de argila e areia da Espanha, realizando, deste modo, o Segundo Tipo de Avaliação.

Para o caso citado, as superfícies de resistência ao cisalhamento não saturadas obtida dos ajustes são apresentadas na Fig.(5.9a) e Fig.(5.9b). Na Fig.(5.10a) e Fig.(5.10b) são mostradas as comparações entre as funções encontradas com os dados experimentais para cada valor de tensão normal líquida.

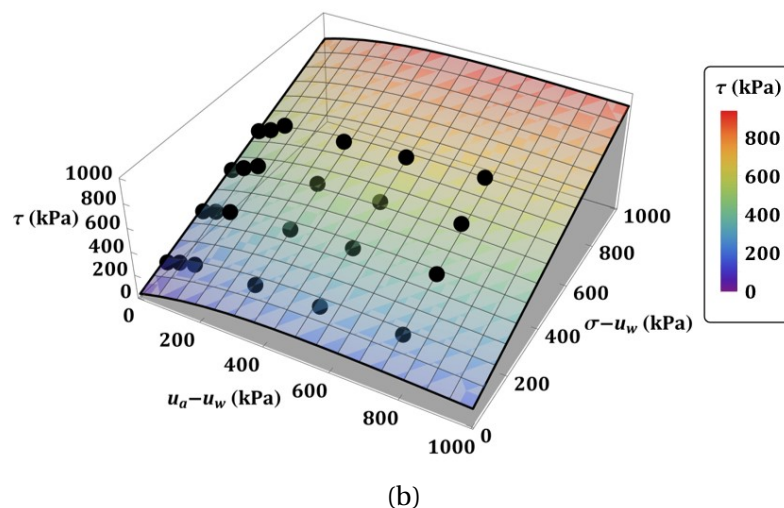
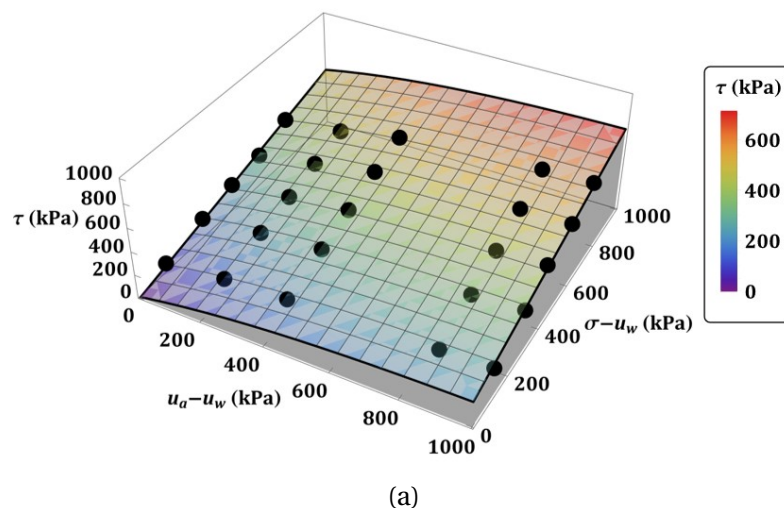


Figura 5.9: Superfícies de Resistência ao Cisalhamento não Saturada para Solos da Espanha, Dados Experimentais de Escario & Sáez (1986) - Segundo Tipo de Avaliação, para: (a) Argila Cinza de Madrid e (b) Areia Argilosa de Madrid.



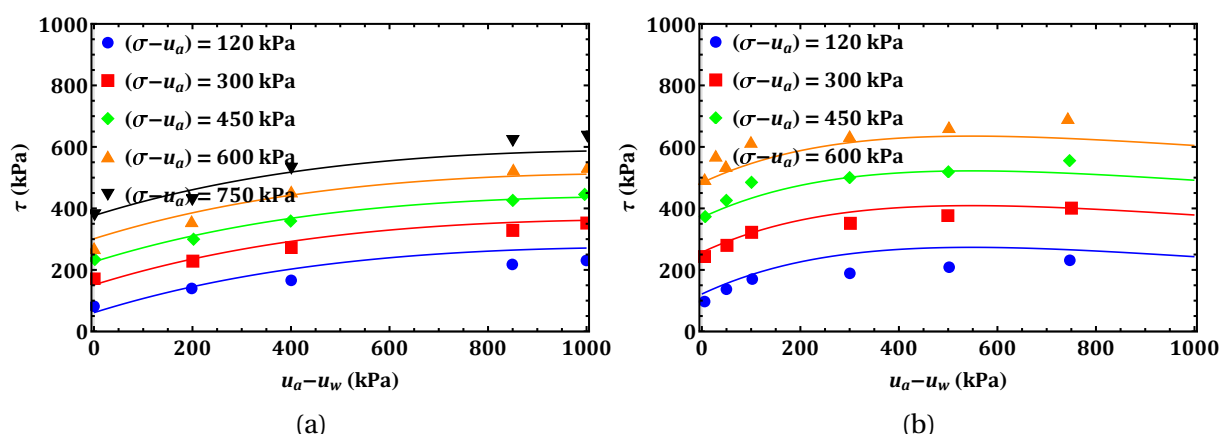


Figura 5.10: Curvas de Resistência ao Cisalhamento *versus* Sucção para Solos da Espanha, Dados Experimentais de Escario & Sáez (1986) - Segundo Tipo de Avaliação, para: (a) Argila Cinza de Madrid e (b) Areia Argilosa de Madrid.

Os resultados apresentados nas figuras acima mostram que o modelo de resistência ao cisalhamento não saturada unimodal proposto nesta tese apresenta bons resultados na geração de envoltória de resistência 3D com parâmetro  $\delta$  inferido das curvas de retenção de água das amostras. Este tipo de abordagem permitiu analisar o comportamento mecânico destes dois tipos de solos espanhóis sob a ação de diferentes valores de tensão normal líquida e de sucção. Nesta inferência, adotou-se valores constantes para  $\kappa$ ,  $\phi'$  e  $c'$  que foram ajustados seguindo os valores apresentados na Tab.(5.4). Nesta tabela, observa-se que os valores de  $c'$  e  $\phi'$  encontrados estão coerentes com os valores esperados destas propriedades para estes solos conforme é mostrado na Tab.(2.1).

Tabela 5.4: Informações do Segundo Tipo de Avaliação: Ajuste de Superfície dos Dados de Ensaio de Cisalhamento Direto com Sucção Controlada Apresentado por Escario & Sáez (1986)

Solo	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$\kappa$	$R^2$
Argila Cinza de Madrid	1.00	26.59	2.40	0.9957
Areia Argilosa de Madrid	31.04	37.00	0.54	0.9934

Ao comparar Fig.(5.7) e a Fig.(5.10), fica evidente que os ajustes individuais geram menores resíduos na comparação entre os valores experimentais e preditos. Embora, acredita-se que seja consistente que os valores de  $\kappa$ ,  $\phi'$  e  $c'$  sejam únicos para um dado tipo de solo que não esteja sujeito a variações significativas de volume com alterações do conteúdo de água e da sucção, ou que não sejam susceptíveis a processos de endurecimento ou de amolecimento.

Assim, destaca-se que para a determinação da superfície 3D, o modelo proposto não considera variações no ângulo de atrito e na coesão efetiva devido variações na sucção e no conteúdo de água, o modelo somente computa as variações nestes parâmetros quando são feitos ajustes individuais de variações de resistência ao cisalhamento com sucção e/ou tensão normal líquida como exemplificado no Primeiro Tipo de Avaliação.

Outra análise que pode ser feita, diz respeito a correlação proposta por Garven & Vanapalli (2006) para a estimativa de  $\kappa$  quando o valor de IP é conhecido. Assim, na Fig.(5.11) é apresentado o comparativo entre os valores de  $\kappa$  obtidos pelo ajuste do modelo proposto com o banco de dados de Garven & Vanapalli (2006).

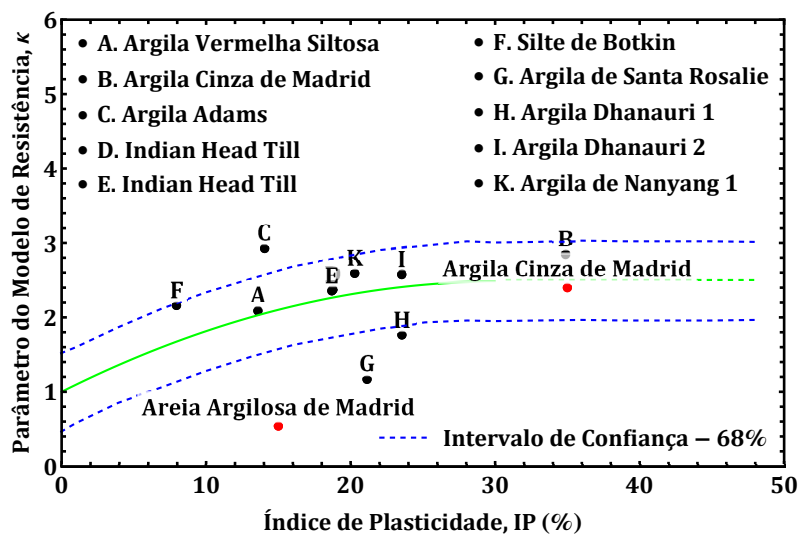


Figura 5.11: Comparativo entre os Valores de  $\kappa$  Encontrados no Ajuste Único dos Dados de Resistência com a Estimativa de Garven & Vanapalli (2006) baseada nos Valores de IP dos Materiais.

Observando a Fig.(5.11), nota-se que a estimativa de Garven & Vanapalli (2006) descrita na Eq.(2.17) poderia ser usada para inferir o valor de  $\kappa$  para o solo Argila Cinza de Madrid, encontrando um valor bem próximo do parâmetro obtido em ajuste. Mas o mesmo não pode ser dito para a Areia Argilosa de Madrid. Isso ocorre por que a correlação de Garven & Vanapalli (2006) parte do princípio que o menor valor de  $\kappa$  possível seja igual a 1, o que não ocorre para o caso da Areia Argilosa estudada por Escario & Sáez (1986).

Tal observação indica a necessidade de adaptação do modelo de Garven & Vanapalli (2006) para uma melhor estimativa do valor de  $\kappa$ , principalmente por que o banco de dados utilizados por estes autores é muito restrito, contendo apenas dados de 10 solos. Com isso, evidencia-se a necessidade de cautela ao empregar a Eq.(2.17) para estimar indiretamente valores  $\kappa$  para solos, antes da aplicação do modelo de Vanapalli et al. (1996).

### 5.2.1 Estimativa da Coesão não Saturada para Variações de Sucção

A coesão do solo representa uma força de atração entre as superfícies das partículas que compõem o meio. Sendo dividida em duas parcelas: coesão efetiva e coesão aparente. A coesão efetiva, também chamada de coesão real, é definida como a coesão que o material apresenta quando os poros não estão preenchidos com água (Vondráková et al., 2016). Esta parte da resistência ao cisalhamento está relacionada com as forças de atração e repulsão que existem entre os minerais que compõem os grãos do solo e das forças de contato que existem entre os grãos (Bjerrum, 1954).

Além disso, o valor de coesão efetiva também é influenciado pela granulometria do material. De forma que, quanto menor o tamanho dos grãos, maior a área de contato entre as partículas e conseqüentemente, maior tende a ser a parcela de coesão. Ou seja, quanto maior a área de contato dos grãos, maior o valor de coesão do material (Vondráková et al., 2016). Na prática isso explica por que solos mais finos com as argilas, tendem a apresentar maiores valores de coesão efetiva do que solos mais grossos como as areias.

Já a coesão aparente é o resultado da tensão superficial de água nos capilares do solo que formam meniscos de água entre as partículas, que tendem a aproximá-las, constituindo uma parcela importante da resistência ao cisalhamento de solos não saturados (Fredlund & Rahardjo, 1993).

Por ser dependente da quantidade de água presente nos solos, o valor de coesão aparente não é constante e tende a variar com as mudanças nas estações do ano que alteram as parcelas de infiltração e evapotranspiração do ciclo da água de uma determinando região, desencadeando flutuação no nível de água do terreno e na saturação das camadas.

Assim, a coesão total de solos não saturados ( $c$ ) é matematicamente definida pela soma da parcela de coesão efetiva e aparente, dada por:

$$c = c' + c_{ap} \quad (5.19)$$

onde  $c_{ap}$  é a coesão aparente [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]. Para o modelo de resistência ao cisalhamento proposto nesta pesquisa de doutorado, a coesão aparente é descrita por:

$$c_{ap} = (u_a - u_w) \exp[-\kappa \delta |u_a - u_w|] \tan \phi' \quad (5.20)$$

Além da formulação para coesão aparente descrita na Eq.(5.20), na literatura diversos autores propuseram equações para mensurar a coesão aparente em função da sucção do solo. Na Tab.(5.5) são apresentados uma lista de modelos matemáticos para a obtenção da

coesão aparente presentes na literatura.

Tabela 5.5: Modelos de Coesão Aparente da Literatura (Adaptado de Zhang et al. (2014))

Autor(es)	Equações Propostas
Fredlund et al. (1978)	$c_{ap} = (u_a - u_w) \tan \phi^b$
Vanapalli et al. (1996)	$c_{ap} = (u_a - u_w) \Theta^k \tan \phi'$
Fredlund et al. (1996)	$c_{ap} = (u_a - u_w) \Theta \tan \phi'$
Vilar (2006)	$c_{ap} = \frac{(u_a - u_w)}{\frac{1}{\tan \phi'} + \frac{1}{c_{ult} - c'} (u_a - u_w)}$ <p><math>c_{ult}</math>: resistência ao cisalhamento final não drenada de uma amostra de solo seca ao ar</p> $c_{ap} = (u_a - u_w) \lambda' \tan \phi^b$ <p>i) Para o caso saturado</p>
Khalili & Khabbaz (1998)	$\lambda' = 1 \text{ se } (u_a - u_w) \leq (u_a - u_w)_{ar}$ <p>ii) Para o caso não saturado</p> $\lambda' = \left( \frac{u_a - u_w}{(u_a - u_w)_{ar}} \right)^{-0.55} \text{ se } (u_a - u_w) > (u_a - u_w)_{ar}$ $c_{ap} = (u_a - u_w) \xi \tan \phi'$ <p>onde:</p> <p>i) Para o caso saturado</p> $\xi = 1 \text{ se } (u_a - u_w) \leq (u_a - u_w)_{ar}$
Bao et al. (1998)	<p>ii) Para o caso não saturado</p> $\xi = \frac{\log(u_a - u_w)_{res} - \log(u_a - u_w)}{\log(u_a - u_w)_{res} - \log(u_a - u_w)_{ar}}$ <p>se <math>(u_a - u_w)_{ar} &lt; (u_a - u_w) &lt; (u_a - u_w)_{res}</math></p> <p>ou</p> $\xi = 0 \text{ se } (u_a - u_w) \geq (u_a - u_w)_{res}$

Para a definição de coesão aparente apresentada na Eq.(5.20), a coesão total de um solo não saturado pode ser estimada por:

$$c = c' + (u_a - u_w) \exp[-\kappa\delta |u_a - u_w|] \tan \phi' \quad (5.21)$$

A Eq.(5.20) e Eq.(5.21) explicita mais um sentido físico do parâmetro  $\delta$ , relacionando o valor deste parâmetro com o valor da coesão aparente de um solo não saturado por meio de uma função exponencial da sucção.

O comportamento de pico observado para a função de resistência ao cisalhamento (Fig. (5.1)) é causado pelo comportamento de pico da função de coesão aparente. O valor da sucção mátrica em que ocorre o pico de coesão pode ser determinado pela obtenção do valor máximo da função. Assim, calculando a derivada da Eq.(5.21) e igualando-a a zero, obtém-se:

$$(u_a - u_w)_{pico} = \frac{1}{\kappa\delta} \quad (5.22)$$

e, portanto, pode-se escrever:

$$c_{pico} = c' + \frac{\exp(-1)}{\kappa\delta} \tan \phi' \quad (5.23)$$

Neste modelo, após atingir o valor de pico, o valor da coesão total de um solo não saturado tende ao valor da coesão efetiva, ou seja:

$$\lim_{(u_a - u_w) \rightarrow \infty} c = c' \quad (5.24)$$

Assim, para solos sem fragilidade e com comportamento drenado, nota-se que, o menor valor de coesão que estes materiais podem apresentar é  $c'$  e o maior é  $c_{pico}$  que depende da saturação da camada.

Deste modo, nota-se que a coesão mínima de uma material,  $c'$ , depende apenas do arranjo dos grãos do solo e cimentações, enquanto,  $c_{pico}$  também depende da fricção entre os grãos e dos valores dos parâmetros  $\kappa$  e  $\delta$  que estão associados ao potencial de água atuante no solo, seguindo a definição da Eq.(5.23).

A Fig.(5.12) ilustra a análise de sensibilidade da função de coesão não saturada descrita Eq.(5.21) para variações dos valores de  $\delta$  e  $\phi'$ . Como mencionado, estes parâmetros estão associados com a textura e grau de compactação das camadas de solos, ou seja, com arranjo do esqueleto do solo e espaço vazio. Além disso, para o valor de  $\delta$  são válidas todas as correlações físicas e hidráulicas indicadas no Capítulo 3 deste trabalho.

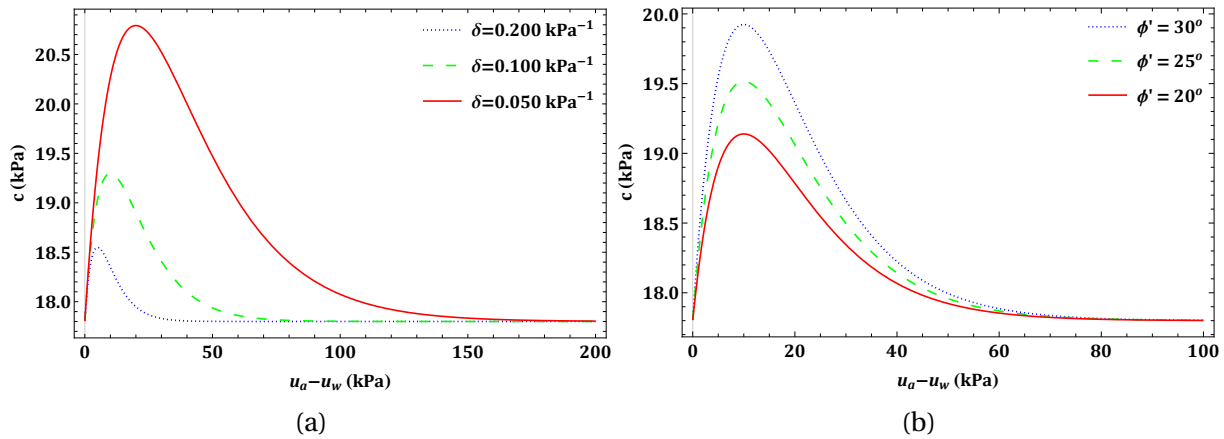


Figura 5.12: Análise de Sensibilidade da Função de Coesão Total não Saturada para Variações de: (a)  $\delta$  ( $c' = 17.80$  kPa,  $\phi' = 22.13^\circ$  e  $\kappa = 1$ ) e (b)  $\phi'$  ( $c' = 17.80$  kPa,  $\delta = 0.100$  kPa<sup>-1</sup>, e  $\kappa = 1$ ).

Nas imagens da Fig.(5.12), é observado que o ganho de coesão com o aumento da sucção é limitado ao valor de coesão de pico do material. E este valor é influenciado por variações em  $\delta$  e em  $\phi'$ , como matematicamente é demonstrado na Eq.(5.23). Para o parâmetro  $\delta$  (Fig.(5.12a)), quanto maior for o seu valor, menor é o valor de coesão pico e menores são os ganhos de resistência com a sucção. Para  $\phi'$  (Fig.(5.12b)), quanto maior for o seu valor, maiores são os valores de coesão pico e maiores são os ganhos de resistência com a sucção. Complementar a estas informações, nota-se também que o valor de sucção mátrica relativo ao ponto de pico é somente influenciado pelos valores  $\delta$  e  $\kappa$  como provado na Eq.(5.22).

Para o modelo de resistência proposto, o  $\phi'$  não tem influência nos valores de sucção associados ao ponto de máxima resistência. E após atingir o valor de pico, considerando a trajetória de secagem, o valor de  $c$  tende a decair até atingir o valor da  $c'$  - mínimo valor de coesão que um material pode apresentar - não considerando os materiais que tendem a amolecer ou endurecer (Eq.(5.24)). O que também muda é a extensão do trecho linear da função, nota-se que quanto menor o valor de  $\delta$  ou quanto maior o valor de  $\phi'$ , mais extenso é o trecho linear da função de coesão não saturada. Outros detalhes sobre o comportamento da função de coesão não saturada serão apresentados durante a aplicação do modelo.

De acordo com Gao et al. (2020), esse comportamento de pico das curvas de resistência ao cisalhamento e de coesão não saturada variando com a sucção (Fig.(5.1) e Fig.(5.12)) é tipicamente observado em solos arenosos (Fig.(5.13)), que possui baixa interação química entre as partículas no nível microscópico (materiais não coesivos e sem cimentações).

No entanto, é importante ressaltar que, após uma avaliação dos dados da literatura, observou-se que este comportamento de pico de resistência da função de coesão não saturada também pode ocorrer naturalmente para outros tipos de solos ou devido a compactação de camadas que pode alterar o comportamento da curva  $\tau(u_a - u_w)$ , como será mostrado

para dados reais na próxima seção deste trabalho.

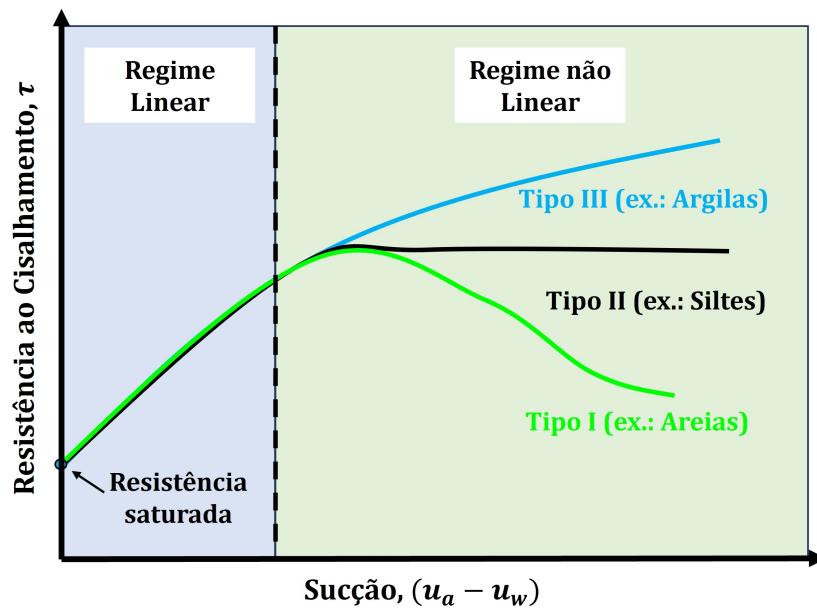


Figura 5.13: Tipos de Comportamento das Curvas de Resistência ao Cisalhamento para Solos não Saturados (Fonte: Gao et al. (2020)).

Apesar do modelo apresentado ser uma função de resistência com comportamento de pico em relação a sucção, esse novo modelo de resistência ao cisalhamento não saturada também pode ser aplicado para o ajuste e a previsão da resistência de solos com outros comportamentos - curvas de resistência crescentes (Tipo III da Fig.(5.13)) ou curvas com patamar superior de resistência (Tipo II da Fig.(5.13)) - mas para um intervalo de sucção restrito, como mostrado na aplicação a seguir.

Para avaliar o emprego da Eq.(5.21) para retroanalisar dados de coesão não saturada, nesta pesquisa foram empregados dados de dois solos arenosos com granulometrias distintas estudados por Lee et al. (2003). Detalhes das características geotécnicas destes dois solos são apresentados na Tab.(5.6).

Para realizar a calibração da Eq.(5.21) aos dados apresentados por Lee et al. (2003), adotou-se  $\kappa = 1$  e  $c' = 0$  kPa e ajustou-se os parâmetros  $\phi'$  e  $\delta$  ao dados de coesão experimental, o resultado desta análise é apresentado na Fig.(5.14). Nos gráficos desta figura, nota-se que o modelo de coesão proposto conseguiu representar muito bem aos dados de coesão não saturada variando com a sucção para os dois tipos de solos arenosos com  $R^2 > 0.99$ , além de boa aderência visual entre os pontos inferidos de ensaios e as funções ajustadas. Os valores de  $\delta$  encontrados ( $\sim 10^{-3} \text{ kPa}^{-1}$ ) são menores do que os valores característicos de  $\delta$  de areias puras apresentados na Tab.(3.5) (0.01 a 0.60  $\text{kPa}^{-1}$ ), mas ainda dentro dos limites estabelecidos para o conjunto de dados experimentais apresentados na Tab.(3.7). Estes baixos valores de  $\delta$  para solos arenosos podem ser explicados pelo conteúdo de finos presentes

nestes dois tipos de solos (entre 10 a 50%), que tende a aumentar a retenção de água do material como mostrado anteriormente na Fig.(3.41). Para estes ajustes adotou-se  $\kappa = 1$ , uma vez que não foram feitas comparações com as CRAs destes materiais.

Tabela 5.6: Propriedades de Solos Arenosos apresentados por Lee et al. (2003)

Solo	Granulometria			Propriedades		
	Pedregulho (%)	Areia (%)	Finos (%) Silte+Argila	$w$ (%)	$w_{otm}$ (%)	$e$ (%)
Estudado						
Solo Arenoso com Finos	2.60	50.30	47.10	24.00	26.40	1.150
Solo Arenoso com Pedregulhos	35.00	50.77	14.23	12.00	10.00	0.514

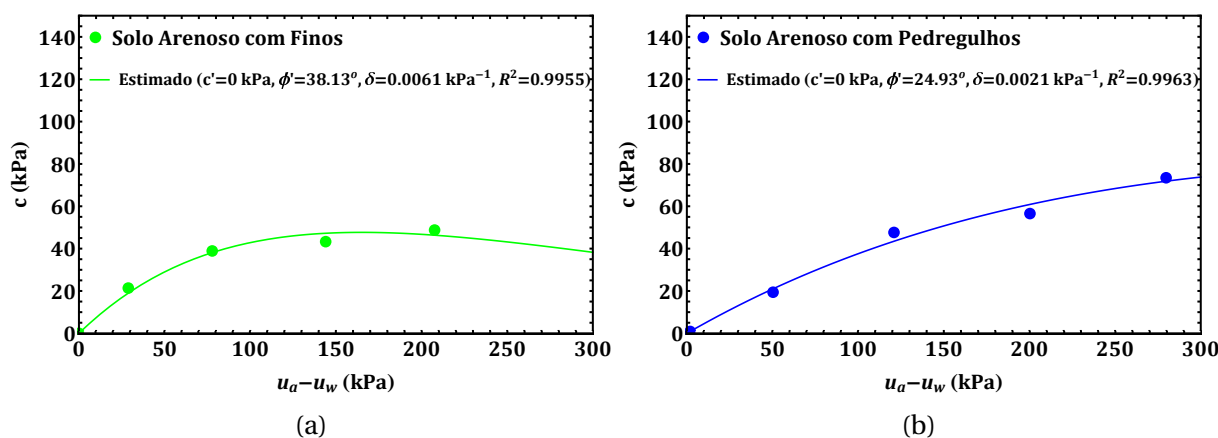


Figura 5.14: Análise da Coesão de Solos Arenosos não Saturados: Ajustes do Modelo Proposto a Dados Experimentais apresentados por Lee et al. (2003).

Outra avaliação que pode ser feita, diz respeito ao uso de dados de coesão não saturada para estimar indiretamente a curva de retenção de água de solos. Neste caso, para este tipo de avaliação foram empregados dados de 6 areias e 4 solos finos apresentados no trabalho de Lee et al. (2003). As características geotécnicas destes 10 solos são apresentadas na Tab.(5.7).

Neste tipo de abordagem o parâmetro  $\delta$  foi inferido da retroanálise de dados de mecânicos (ensaios triaxiais e de cisalhamento direto não saturados) usando a Eq.(5.21). Já as funções de retenção foram estimadas empregando a Eq.(3.20).



Tabela 5.7: Propriedades Geotécnicas dos Solos apresentados por Lee et al. (2003)

Solo	Granulometria			Propriedades			
	Pedregulho (%)	Areia (%)	Finos (%)	$w$	$e$	$c'$	$\phi'$
			Silte+Argila	(%)	(-)	(kPa)	(°)
Areia 1	0.37	94.79	4.84	19.87	0.570	20.44	36.80
Areia 2	0.37	94.79	4.84	7.93	0.570	20.44	36.80
Areia 3	0.98	92.59	6.43	23.78	0.673	20.49	34.35
Areia 4	0.98	92.59	6.43	8.72	0.673	24.95	32.05
Areia 5	5.74	92.71	1.56	18.77	0.48	17.15	41.21
Areia 6	0.00	78.71	13.89	20.61	0.606	5.97	36.04
Solo Fino 1	0.00	28.00	72.00	11.50	0.53	10.00	25.50
Solo Fino 2	0.00	28.00	72.00	13.00	0.578	0.00	22.90
Solo Fino 3	0.00	5.00	95.0	22.2	0.677	7.80	29.00
Solo Fino 4	0.00	4.00	96.00	18.00	0.630	25.00	22.00

Para validar as funções de retenção inferidas, foi realizado um comparativo entre os dados de retenção catalogados na Literatura e apresentados anteriormente na Fig.(3.37a) e na Fig.(3.37b) com as CRAs obtidas dos  $\delta$ s estimados dos ajustes do modelo de coesão. Os gráficos das curvas ajustadas de coesão não saturada e de retenção inferidas para solos arenosos e finos são mostrados na Fig.(5.15) e na Fig.(5.16), respectivamente. Para todos os ajustes, adotou-se  $\kappa = 1.0$ .

Deve-se ressaltar que, para mensurar o valor real de  $\kappa$ , dados experimentais de retenção para estes solos devem ser avaliados, afim de comparar os valores de  $\delta_{CR}$  e  $\delta_{\tau}$  por meio do uso da Eq.(5.17) apresentada anteriormente no texto desta tese. Embora, como mostrado nas imagens seguir, o emprego da equação de coesão para inferências da retenção de água foi bastante efetivo quando comparado com o banco de dados de retenção apresentado nesta tese.

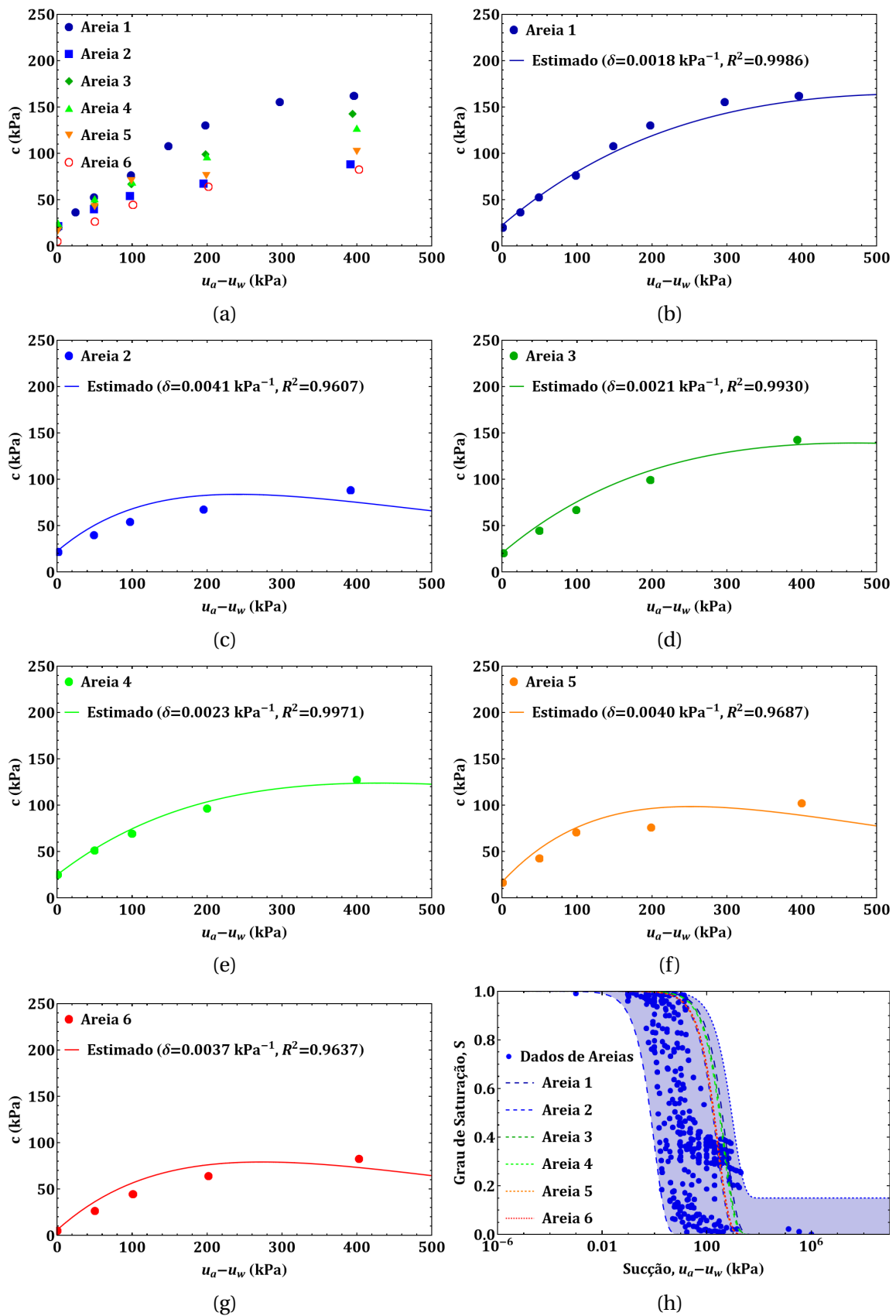


Figura 5.15: Inferência da Retenção de Água de Areias a partir de Dados de Coesão não Saturada: (a)-(g) Ajustes da Função de Coesão não Saturada, (h) Estimativa da Retenção de Água.

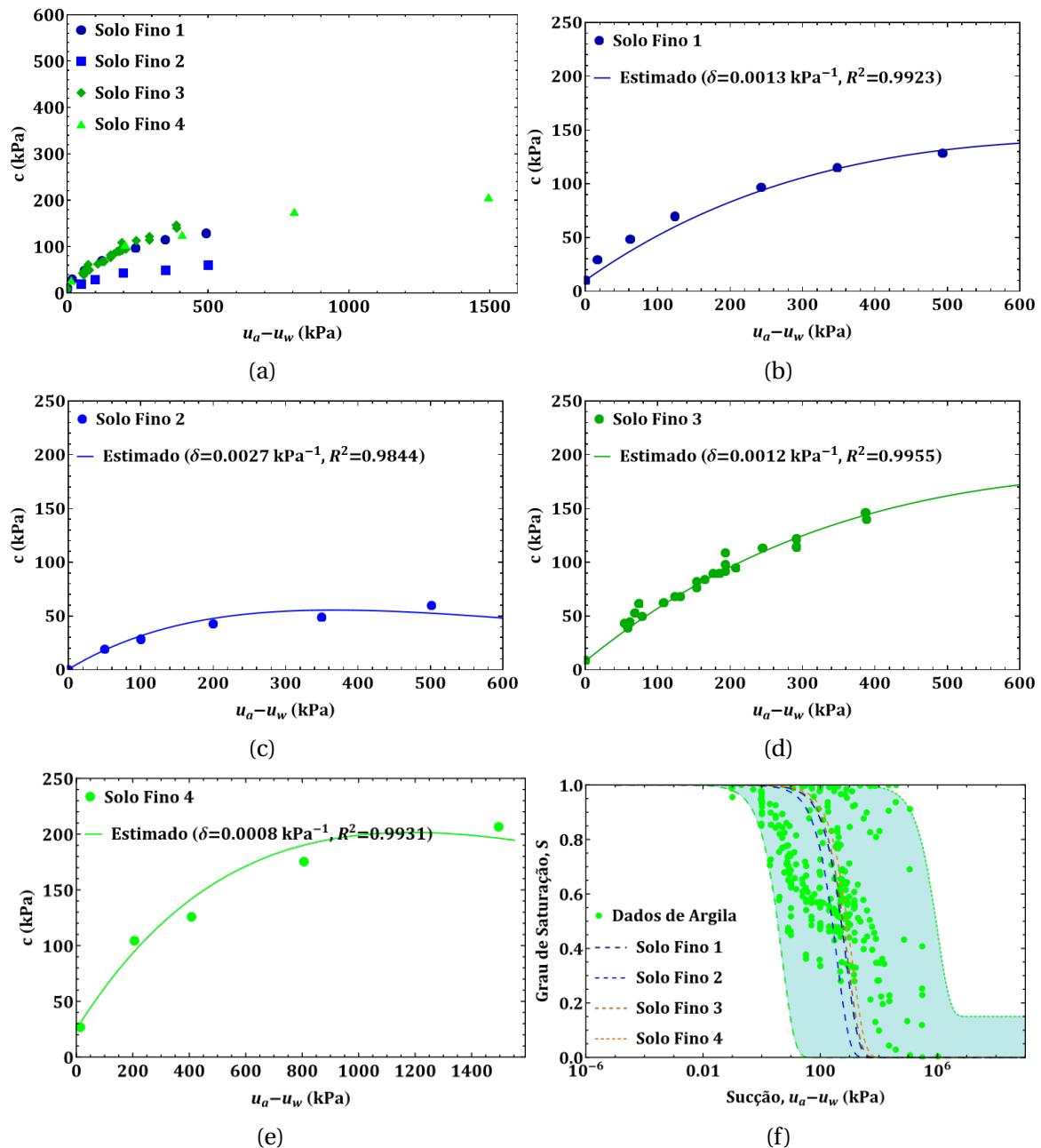


Figura 5.16: Inferência da CRA de Solos Finos a partir de Dados de Coesão não Saturada: (a)-(e) Ajustes da Função de Coesão não Saturada, (f) Estimativa da Retenção de Água.

### 5.2.2 Estimativa da Coesão não Saturada para Variações de Umidade

O modelo de curva de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a) também descreve a sucção do solo como uma função do teor de umidade volumétrico por meio de uma equação logarítmica definida por:

$$\psi(\theta) = -\frac{1}{\delta} \ln \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (5.25)$$

Este mesmo modelo também pode ser descrito em função de outras medidas do con-

teúdo de água no solo, como em função do teor de umidade volumétrico normalizado, do teor de umidade gravimétrico ou do grau de saturação, dadas por:

$$\psi(\Theta) = -\frac{1}{\delta} \ln(\Theta) \quad (5.26)$$

$$\psi(w) = -\frac{1}{\delta} \ln\left(\frac{w - w_r}{w_s - w_r}\right) \quad (5.27)$$

$$\psi(S) = -\frac{1}{\delta} \ln\left(\frac{S - S_r}{1 - S_r}\right) \quad (5.28)$$

Combinando a Eq.(5.20) com as Eq.(5.25)-(5.28), é possível escrever a coesão aparente com uma função do conteúdo de água presente no solo. Assim, tem-se:

$$c_{ap} = -\frac{1}{\delta} \Theta^\kappa \ln(\Theta) \tan \phi' \quad (5.29)$$

$$c_{ap} = -\frac{1}{\delta} \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right) \tan \phi' \quad (5.30)$$

$$c_{ap} = -\frac{1}{\delta} \left(\frac{w - w_r}{w_s - w_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{w - w_r}{w_s - w_r}\right) \tan \phi' \quad (5.31)$$

$$c_{ap} = -\frac{1}{\delta} \left(\frac{S - S_r}{1 - S_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{S - S_r}{1 - S_r}\right) \tan \phi' \quad (5.32)$$

Desta forma, dependendo da forma de medir ou avaliar o teor de água no solo, a coesão total pode ser definida por:

$$c = c' - \frac{1}{\delta} \Theta^\kappa \ln(\Theta) \tan \phi' \quad (5.33)$$

$$c = c' - \frac{1}{\delta} \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right) \tan \phi' \quad (5.34)$$

$$c = c' - \frac{1}{\delta} \left(\frac{w - w_r}{w_s - w_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{w - w_r}{w_s - w_r}\right) \tan \phi' \quad (5.35)$$

$$c = c' - \frac{1}{\delta} \left(\frac{S - S_r}{1 - S_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{S - S_r}{1 - S_r}\right) \tan \phi' \quad (5.36)$$

As funções de coesão total descritas pelas Eqs.(5.33)-(5.36) têm comportamentos de pico, assim como acontece para a equação de resistência. E estes picos de coesão não saturada podem ser determinados pela obtenção do valor máximo destas funções. Assim, obtém-se:

$$\Theta_{pico} = \exp(-1/\kappa) \quad (5.37)$$

$$\theta_{pico} = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(-1/\kappa) \quad (5.38)$$

$$w_{pico} = w_r + (w_s - w_r) \exp(-1/\kappa) \quad (5.39)$$

$$S_{pico} = S_r + (1 - S_r) \exp(-1/\kappa) \quad (5.40)$$

e ainda, pode-se concluir que:

$$c_{pico} = c' + \frac{\exp(-1)}{\kappa \delta} \tan \phi' \quad (5.41)$$

Nota-se que, para  $\kappa = 1$ , os valores das Eqs.(5.37)-(5.40) são iguais ao conteúdo de água equivalente ao ponto de inflexão da curva de retenção de água no solo do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a). Assim, pelo modelo proposto, a mudança no comportamento de resistência está diretamente ligada com mudanças no comportamento hidráulico do solo.

Observa-se também que quando o conteúdo de água é igual ao valor de saturação, a coesão total é igual à coesão efetiva. O mesmo ocorre quando o conteúdo de água tende ao residual (conteúdo de água mínimo presente nos vazios do solo). Para ilustrar a avaliação da influência dos valores de  $\delta$  e de  $\phi'$  na função de coesão variando com o conteúdo de água, na Fig.(5.17) é apresentada a análise paramétrica da Eq.(5.36) para variações dos parâmetros supracitados.

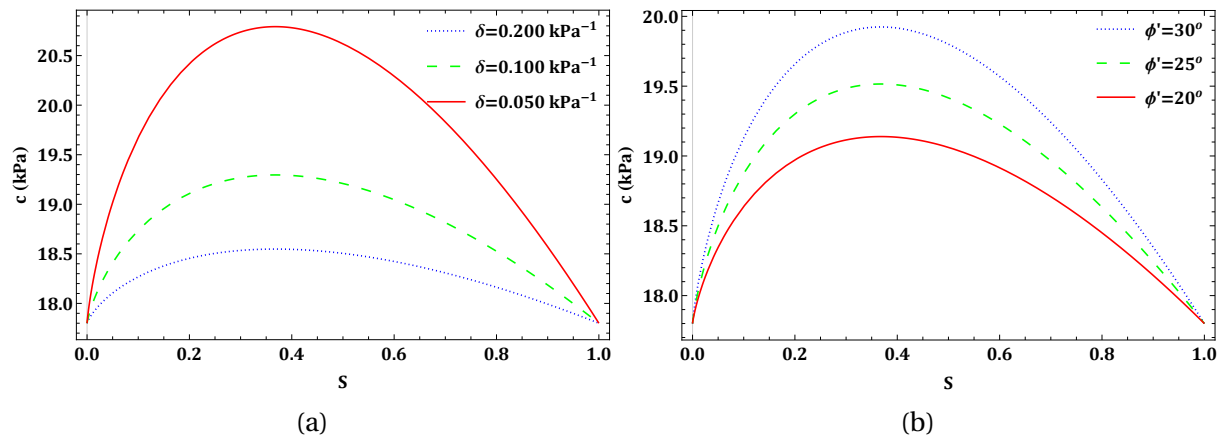


Figura 5.17: Análise Paramétrica da Função de  $c(S)$  para Variações de: (a)  $\delta$  ( $c' = 17.80$  kPa,  $\phi' = 22.13^\circ$  e  $\kappa = 1$ ); e (b)  $\phi'$  ( $c' = 17.80$  kPa,  $\delta = 0.100$  kPa $^{-1}$  e  $\kappa = 1$ ).

Nas imagens da Fig.(5.17), pode-se observar que o ganho de coesão com a redução do grau de saturação é limitado a um valor máximo. E este valor máximo, pico de coesão, é influenciado pelas variações de  $\kappa$ ,  $\delta$ ,  $c'$  e  $\phi'$ , como matematicamente demonstrado na Eq.(5.41). Quanto maior for o valor de  $\delta$ , menor é o valor do pico da coesão total e quanto maior o valor do ângulo de atrito efetivo, maior o valor do pico da coesão total. O grau de saturação referente à sucção de pico é influenciado pelo valor de  $S_r$  e  $\kappa$  como definido na Eq.(5.40). Para a trajetória de secagem, depois do pico da função ser atingido, o valor da coesão total tende a reduzir até o valor da coesão efetiva, menor valor de coesão que um material pode apresentar. Assim, para materiais não coesivos, este valor mínimo é igual a 0.

E o valor máximo, é de:

$$c_{pico} = \frac{\exp(-1)}{\kappa\delta} \tan\phi' \quad (5.42)$$

Assumido que para solos não coesivos,  $\kappa = 1$ , a coesão máxima não saturada de solos arenosos, pode ser estimada quando o valor de  $\delta$  e  $\phi'$  são conhecidos. Assim, usando os valores característicos de  $\delta$  da Tab.(3.7) e de  $\phi'$  da Tab.(2.1) para areias, encontra-se que os valores de coesão deste material podem ter variação de 0 a ~395 kPa (caso não saturado, Eq.(5.42)). Este valor máximo está coerente com os experimentos para areias não saturadas da Coreia do Sul realizados por Lee et al. (2003) que encontrou valores de  $c_{max}$  para estes solos de 70 a 300 kPa. E conforme indica a Eq.(5.40), para solos arenosos com  $S_r \approx 0$ , a saturação associada a máxima coesão é de cerca de 37% e aumentando o valor de  $S_r$ , maior o valor de  $S$  associado a coesão de pico, por exemplo, para  $S_r = 0.10$ , tem-se uma saturação associada ao pico de resistência de cerca de 43%.

É evidente que estes valores são apenas estimativas baseadas na aplicação do modelo proposto ao banco de dados criado nesta tese, deste modo, a avaliação de comportamentos de solos específicos deve ser pautada em ensaios hidráulicos e mecânicos destes materiais. Para solos mais finos, o valor de  $\kappa$  tende a variar bastante, sendo necessário algum tipo de estimativa deste parâmetro para estimar valores de coesão não saturada de referência.

### 5.2.3 Exemplo da Aplicação do Modelo de Retenção para Previsão da Resistência não Saturada

Para mostrar outra aplicação do modelo proposto, nesta seção o valor de  $\delta$  obtido do ajuste da curva de retenção de água no solo e os parâmetros de resistência tradicionais ( $c'$  e  $\phi'$ ) foram usados para plotar a curva de coesão não saturada e a superfície de resistência ao cisalhamento não saturada de um solo descrito na Literatura, sem realizar nenhum tipo de ajuste ou calibração das funções aos dados de resistência não saturada do material. Para esta aplicação indireta do modelo, dados experimentais de retenção e de resistência ao cisalhamento foram extraídos do artigo de Wu et al. (2021) que empregou amostras de solo siltoso da China.

Para validar as curvas de coesão e superfície de resistência obtidas indiretamente por este tipo de abordagem, as funções do modelo foram comparadas com dados experimentais do solo estudado. Quanto aos dados experimentais, os autores supracitados realizaram teste de cisalhamento convencional com amostras não saturadas e ensaios de cisalhamento direto com sucção controlada para verificar a resistência ao cisalhamento não saturada do solo siltoso da China, além de ensaio de adensamento não saturado para a obtenção da curva de

retenção. Nesta pesquisa, a definição da função de retenção foi obtida pelo ajuste dos dados de ensaio de adensamento não saturado empregando a Eq.(3.18) e modelando o valor de  $\delta$ . As características geotécnicas deste solo são detalhadas na Tab.(5.8).

Tabela 5.8: Características do solo avaliado por Wu et al. (2021)

	Informação	Valor
Granulometria	Areia (%)	21.43
	Silte (%)	64.52
	Argila (%)	14.05
Limites de Atterberg	LL (%)	30.3
	IP (%)	12.5
Ensaio de Proctor Normal	$\rho_{d_{max}}$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.68
	$w_{otm}$ (%)	18.4
Parâmetros de Resistência Efetivos	$c'$ (kPa)	17.8
	$\phi'$ (°)	22.13

Na Fig.(5.18), apresenta-se a curva de retenção obtida do ajuste dos dados experimentais pelo modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a).

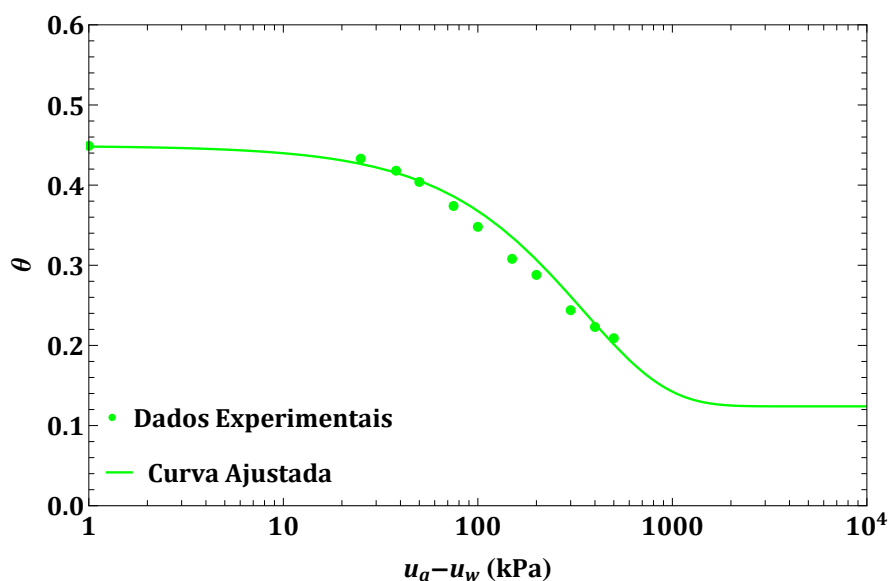


Figura 5.18: Curva de Retenção Ajustada aos Dados Experimentais de Wu et al. (2021).

Tabela 5.9: Informações do Ajuste da Curva de Retenção - Solo Siltoso

Informação	Valor
$\theta_s$ (adotado de Wu et al., 2021)	0.449
$\theta_r$ (adotado de Wu et al., 2021)	0.124
$\delta$ (ajustado) ( $\text{kPa}^{-1}$ )	0.0029
$R^2$	0.9986

Verificada a coerência entre a função de retenção e os pontos experimentais ( $R^2 > 0.99$ ), o valor de  $\delta$  apresentado na Tab.(5.9) foi empregado para estimar a resistência ao cisalhamento não saturada deste solo siltoso por meio do emprego da Eq.(5.1) e para obter a coesão não saturada foi usada a Eq.(5.21). Para esta análise, adotou-se os valores de  $c'$  e  $\phi'$  do material apresentado na Tab.(5.8). Neste caso,  $\kappa$  foi assumido como igual a 1.

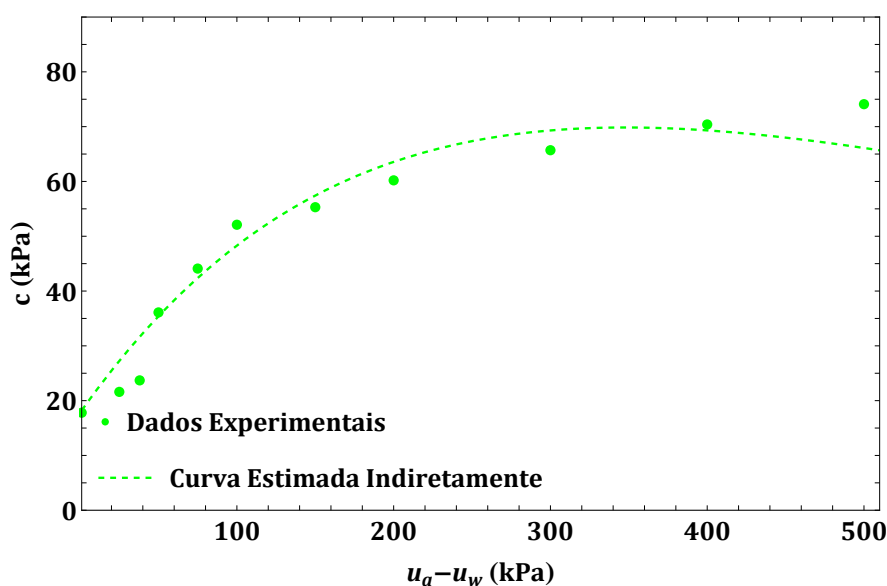


Figura 5.19: Curva de Coesão não Saturada obtida Indiretamente do Ajuste da CRA, Dados de Wu et al. (2021) ( $\delta = 0.0029 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $\phi' = 22.13^\circ$ ,  $c' = 17.8 \text{ kPa}$ ).

A Fig.(5.19) mostra a comparação entre a curva de coesão total do solo não saturado obtida pela previsão indireta do modelo proposto e os dados experimentais de Wu et al. (2021). Para o intervalo de sucção até 500 kPa, observa-se que o modelo apresentado foi efetivo para a predição indireta da coesão não saturada do solo a partir da função de retenção de água no solo e dos dados de coesão e ângulo de atrito da amostra saturada.

Na Fig.(5.20) é apresentada a comparação entre a superfície de resistência ao cisa-



lhamento não saturada obtida pelo modelo proposto e os dados experimentais de Wu et al. (2021). O comparativo da curva de resistência para cada tensão normal líquida ensaiada é apresentado na Fig.(5.21).

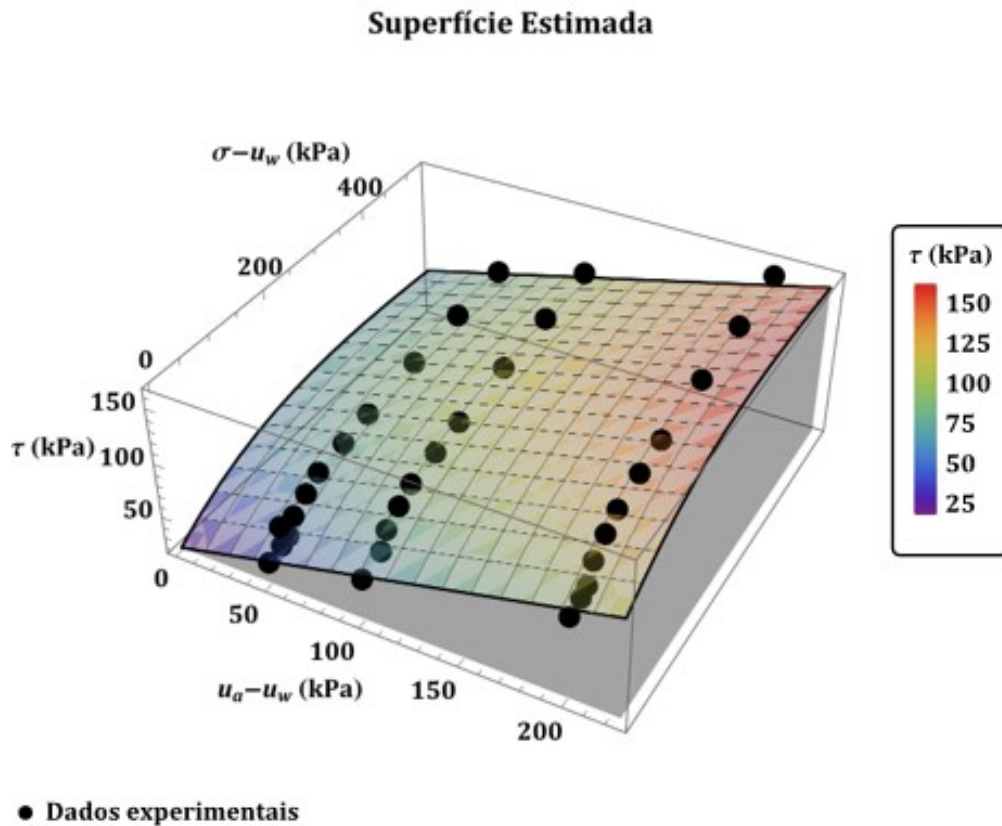


Figura 5.20: Superfície de Resistência ao Cisalhamento obtida Indiretamente do Ajuste da CRA, Wu et al. (2021) ( $\delta = 0.0029 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $\phi' = 22.13^\circ$ ,  $c' = 17.8 \text{ kPa}$ ).

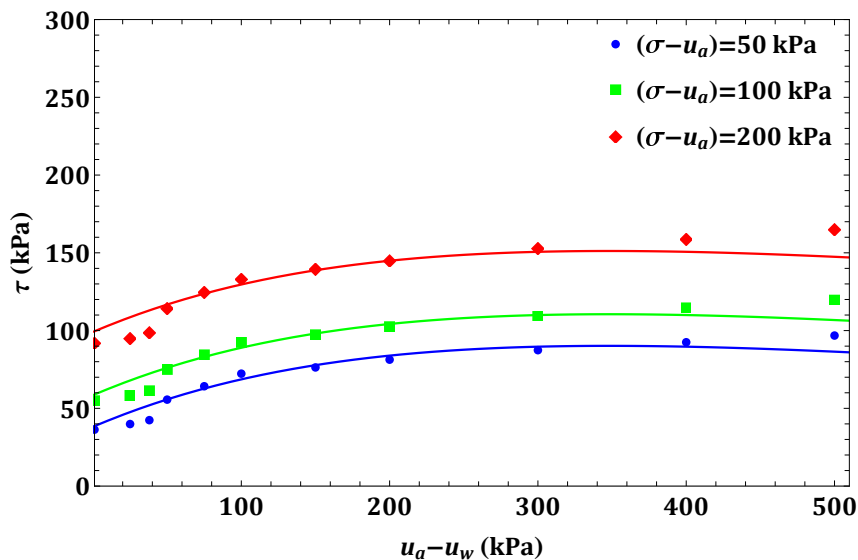


Figura 5.21: Curvas de Resistência ao Cisalhamento obtida Indiretamente do Ajuste da CRA, Wu et al. (2021) ( $\delta = 0.0029 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $\phi' = 22.13^\circ$ ,  $c' = 17.8 \text{ kPa}$ ).

Observa-se que o modelo apresentado foi eficaz na predição indireta da resistência

ao cisalhamento não saturada a partir de dados de retenção de água no solo, assim como ocorreu com a função de coesão não saturada. Este tipo de aplicação do modelo proposto nesta tese é de grande valia para a Geotecnia, uma vez que os ensaios para obtenção dos dados de curva de retenção de água são mais acessíveis e difundidos - como é o caso do ensaio de papel filtro - do que os ensaios para a obtenção da resistência ao cisalhamento não saturada, a citar os ensaios de cisalhamento direto e triaxiais não saturados.

No entanto, é importante ressaltar que o ideal é que medidas diretas sejam sempre realizadas, principalmente para a estimativa de propriedades não saturadas de solos que são altamente sensíveis a variações de umidade e compactação das camadas. Assim, essa aplicação apresentada nesta seção é válida quando os solos de uma área já estão bem caracterizados experimentalmente, ou quando é impossível ou inviável realizar a caracterização mecânica dos materiais na condição não saturada.

Deste modo, este tipo de aplicação torna-se ideal para estudos preliminares ou para a retroanálise de eventos, contribuindo para a contextualização e o entendimento de problemas reais que ocorre em camadas de solos não saturados.

#### 5.2.4 Coesão não Saturada Modelo variando com o Conteúdo de Água e o Índice de Vazios

Na literatura há diversos modelos para a previsão da coesão não saturada do solo (Tab.(5.5)), mas apenas dois modelos para definir a superfície de coesão não saturada, ambos sem deduções analíticas apresentadas pelos criadores. Nesta tese, uma superfície de coesão não saturada é definida como um modelo constitutivo que indica como a coesão é influenciada por variações no conteúdo de água e no índice de vazios.

Este tipo de superfície foi inicialmente apresentado por Meißner & Becker (1995). Esses autores estudaram o comportamento dinâmico de um solo arenoso não saturado por meio de ensaios triaxiais com amostras submetidas a diferentes estados de tensão e variações no conteúdo de água. Os autores citados ajustaram curvas individuais de coesão total variando com o teor de umidade gravimétrico para três índices de vazios distintos, e por meio das curvas ajustadas, eles plotaram uma superfície empregando interpolação das curvas. A função de coesão total usada foi:

$$c(w) = \alpha_{MB} w^{b_{MB}} \exp(d_{MB} w) \quad (5.43)$$

onde  $\alpha_{MB}$  [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ],  $b_{MB}$  [adimensional] e  $d_{MB}$  [adimensional] são os parâmetros de ajuste do modelo. Na Fig.(5.22) são apresentadas as curvas de coesão não saturada para o modelo

proposto por Meißner & Becker (1995) para os dados experimentais da pesquisa deles.

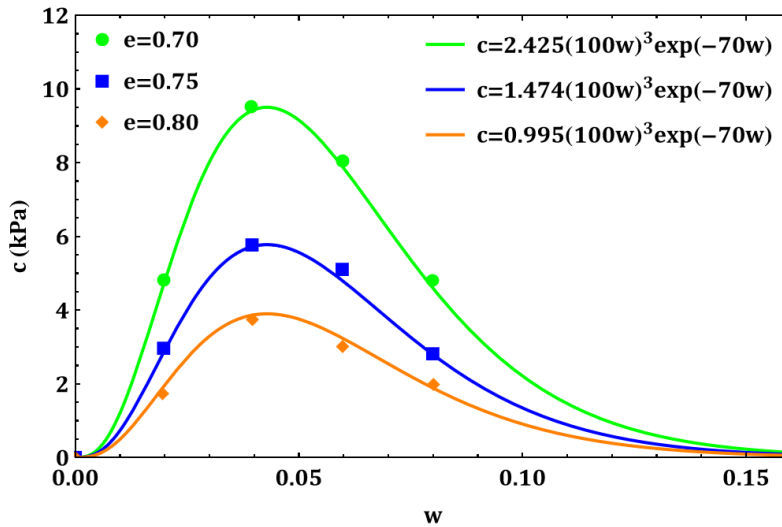


Figura 5.22: Curvas de Coesão não Saturada para Amostras de Areia com Diferentes Índices de Vazios (Adaptado de Meißner & Becker (1995)).

Observando a Fig.(5.22), verifica-se que o modelo de Meißner & Becker (1995) é bom para representar solos, cujo o comportamento da curva  $c(w)$  tenda a ter a forma de parábola com concavidade para baixo, como a mostrada na figura citada. Neste caso, o valor de coesão máxima desta função é dado por:

$$c_{pico} = \alpha_{MB} \left( \frac{-b_{MB}}{d_{MB}} \right)^{b_{MB}} \exp -b_{MB} \quad (5.44)$$

e está associado com o valor do teor de umidade gravimétrico definido por:

$$w_{pico} = \frac{-b_{MB}}{d_{MB}} \quad (5.45)$$

No trabalho original, os autores não explicaram a razão pela qual a Eq.(5.43) foi escolhida, nem se havia algum embasamento físico ou dedução matemática para essa formulação. No entanto, é possível inferir que o modelo matemático descrito na Eq.(5.43) foi selecionado após uma análise do padrão de comportamento dos pontos experimentais da areia, adotando uma função matemática que representasse graficamente o comportamento do conjunto de dados, para a curva  $c(w)$ .

Além disso, no artigo de Meißner & Becker (1995), não é explicitado como a Eq.(5.43) é modificada para gerar um gráfico tridimensional da superfície de coesão, com  $c$  variando em função de  $w$  e  $e$ . Dessa forma, para refazer a imagem da superfície apresentada por Meißner & Becker (1995), nesta pesquisa de doutorado foi considerado a tendência de comportamento gráfico dos pontos que relacionam o parâmetro  $\alpha_{MB}$  com o valores de  $e$  para

selecionar um modelo matemático que modificasse apropriadamente a Eq.(5.43) e servisse para adaptá-la para uma função de  $c(w, e)$ . Assim, observando o comportamento dos dados de  $\alpha_{MB}(e)$ , foi assumida uma relação exponencial entre essas duas variáveis, conforme é mostrado na Fig.(5.23), obtendo-se:

$$\alpha_{MB} = \alpha_s = d_s \exp(f_s e) \quad (5.46)$$

onde  $d_s$  [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ] e  $f_s$  [adimensional] são os parâmetros de ajuste propostos nesta tese para adaptar a Equação de Meißner & Becker (1995) para plotar uma superfície de coesão não saturada.

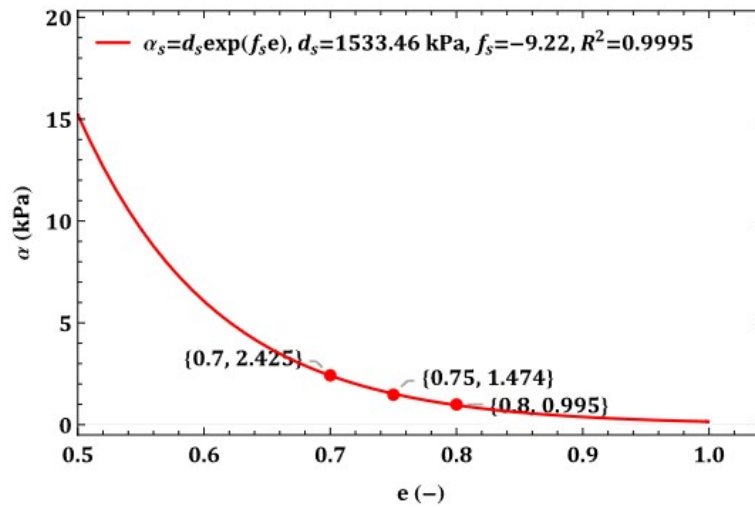


Figura 5.23: Correlação entre  $\alpha$  e  $e$  para os Dados da Areia estudada por Meißner & Becker (1995).

Desse modo, considerando a validade da Eq.(5.46) é possível reescrever a Eq.(5.43) como uma função de coesão não saturada que é dada por:

$$c(w, e) = d_s \exp(f_s e) w^{b_{MB}} \exp(d_{MB} w) \quad (5.47)$$

ou de forma mais simplificada:

$$c(w, e) = d_s w^{b_{MB}} \exp(f_s e + d_{MB} w) \quad (5.48)$$

Para mostrar a efetividade deste modelo em rerepresentar dados de ensaios triaxiais não saturado para variação de índice de vazios, na Fig.(5.24) é apresentada a superfície de coesão para os dados da areia estudada por Meißner & Becker (1995), considerando a validade da Eq.(5.47) inferida nesta tese de doutorado. Os valores de  $d_s$  e  $f_s$  foram de 1533.46 kPa e -9.22, respectivamente, seguindo o ajuste da Fig.(5.23). Já o valor de  $b_{MB}$  e  $d_{MB}$  adotados foram de 3 e -70, respectivamente, em consonância com os valores encontrados pelos ajustes feitos por Meißner & Becker (1995) e que são mostrados na Fig.(5.22).

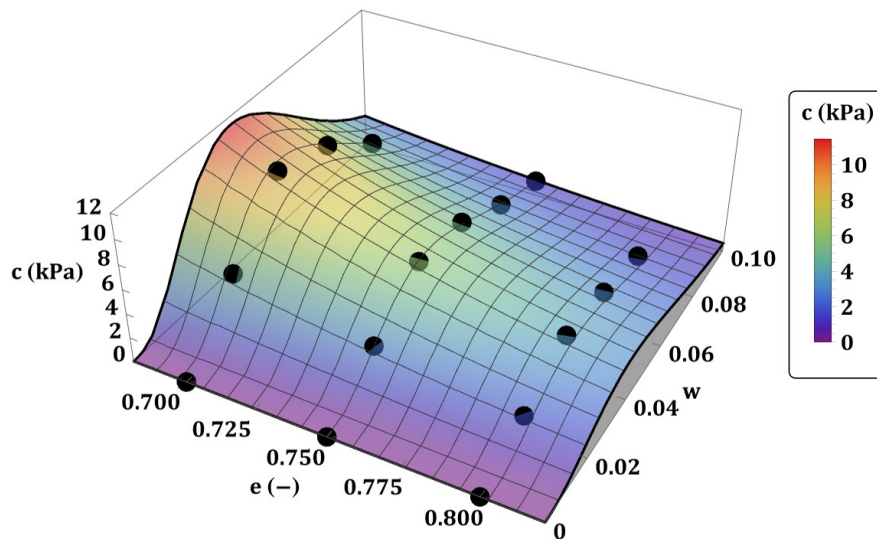


Figura 5.24: Superfície de Coesão não Saturada - Proposta de Adaptação do Modelo de Meißner & Becker (1995) apresentada nesta Tese para:  $d_s=1533.46$  kPa,  $f_s=-9.22$ ,  $b_{MB}=3$  e  $d_{MB}=-70$ .

Recentemente, Huo et al. (2021) estudaram os efeitos da variação do teor de umidade nas propriedades mecânicas de um solo siltoso da China por meio da realização de ensaios laboratoriais de cisalhamento direto e compressão. Entre as análises realizadas na pesquisa, os autores propuseram uma equação semiempírica para correlacionar a coesão não saturada com o grau de saturação do material.

A relação de coesão proposta é uma função de potência do grau de saturação, obtida com o auxílio de um software de análise de dados chamado Origin. Assim, Huo et al. (2021) propuseram a relação:

$$c(S) = 10^{a_H} S^{b_H} \quad (5.49)$$

onde  $a_H$  e  $b_H$  são parâmetros de ajuste do modelo de citado.

No modelo de Huo et al. (2021), para obter os valores de  $a_H$  e  $b_H$ , deve-se realizar ajustes de dados de coesão variando com a umidade de amostras. Assim, estes valores são específicos para um determinado tipo de solo e podem variar também com índice de vazios do material.

Para entender o comportamento deste modelo, a Fig.(5.25) mostra a análise paramétrica da Eq.(5.49).

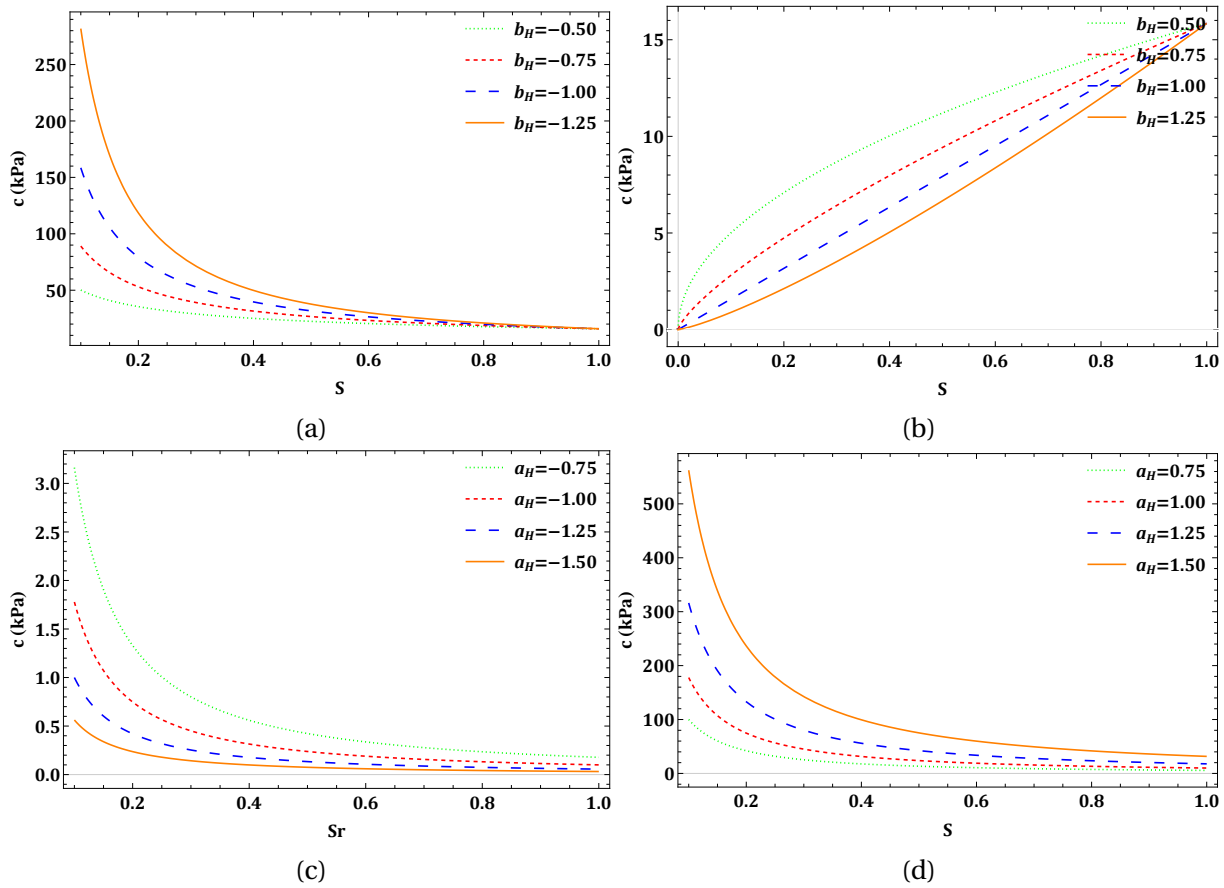


Figura 5.25: Análise Paramétrica do Modelo de Huo et al. (2021), para: (a)  $a_H = 1.20$  e valores negativos de  $b_H$ , (b)  $a_H = 1.20$  e valores positivos de  $b_H$ , (c)  $b_H = -1.25$  e valores negativos de  $a_H$  e (d)  $b_H = -1.25$  e valores positivos de  $a_H$ .

Na Fig.(5.25), observa-se que mudanças nos valores de  $b_H$  e  $a_H$  tem impacto mais significativo no trecho menos saturado, onde a sucção atua mais. Para  $b_H > 0$ , o modelo de coesão total descrito na Eq.(5.49) sempre gera coesão nula quando o grau de saturação for igual a zero, para outros graus de saturação, obtém-se valores de coesão total positivos, de forma que, a coesão total aumenta com o incremento do grau de saturação (o que acarreta em perda de sentido físico do modelo, sendo "contra-intuitivo" com relação ao comportamento esperado para solos não saturado. Assim, entende-se que  $b_H$  deva assumir valores negativos, a menos que equação seja utilizada para avaliar trecho específico do gráfico de coesão não saturada). Para  $b_H \leq 0$ , a função de coesão total gera uma indeterminação quando  $S = 0$  e para outros valores de  $S \neq 1$ , a coesão decresce com o aumento do grau de saturação. Neste caso, quando  $b_H$  assume valores negativos, a função de coesão não saturada pode gerar valores consideráveis de coesão quando  $S \rightarrow 0$  (solo seco). Já a potência  $10^{a_H}$  funciona como fator de correção entre a saturação (que varia de 0 a 1) e a coesão que é geralmente, medida em kPa. Para  $a_H$  maior ou igual a 0, implica em  $10^{a_H} \geq 1$ , já para valores negativos de  $a_H$  tem-se que  $10^{a_H} < 1$ .

Para avaliar o impacto de alterações no índice de vazios do material na coesão não

saturada, de acordo Huo et al. (2021), para solos siltosos existe uma relação linear entre o parâmetro  $a_H$  e o valor de  $e$ , seguindo:

$$a_H(e) = f_H - d_H e \quad (5.50)$$

onde  $f_H$  [adimensional] e  $d_H$  [adimensional] são parâmetros de ajuste que mensuram a influência do índice de vazios na coesão. Substituindo a Eq.(5.50) na Eq.(5.49), é possível estabelecer uma relação entre  $c$ ,  $S$  e  $e$ , que é dada por:

$$c(S, e) = 10^{f_H - d_H e} S^{b_H} \quad (5.51)$$

No artigo original, Huo et al. (2021) optaram por realizar ajustes separados para cada índice de vazios ensaiado empregando a Eq.(5.49), o que produziu uma função de coesão específica variando com o grau de saturação para cada amostra moldada. No referido estudo, o parâmetro  $b_H$  variou na faixa de -1.21 a -1.24 e o parâmetro  $a_H$  variou de 1.26 a 1.42 com coeficientes de correlação maiores que 75% empregando a Eq.(5.49).

Assim, frente a pequena variação observada nos parâmetros dos ajustes individuais para cada  $e$ , nota-se que um único ajuste do conjunto de dados poderia ter sido feito, o que permitiria a geração de uma superfície de coesão não saturada para o solo siltoso estudado por Huo et al. (2021). Diante disso, nesta tese empregou-se o modelo da Eq.(5.51) para ajustar os dados de coesão total não saturada apresentados por Huo et al. (2021) para pontos do tipo  $P(e, S, c)$ . O resultado desta análise de ajuste de pontos 3D é uma superfície de coesão não saturada apresenta na Fig.(5.26). Na Fig.(5.27) é mostrado a comparação entre a coesão obtida pelo ajuste da função  $c(S, e)$  aos dados experimentais da pesquisa de Huo et al. (2021) para os planos de  $e$  constante.

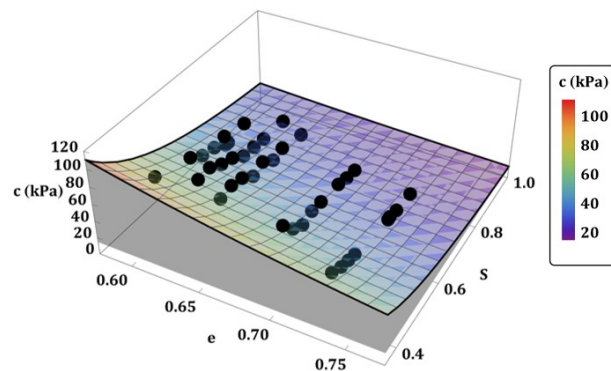


Figura 5.26: Superfície de Coesão não Saturada Proposta por Huo et al. (2021) ( $b_H = -1.33$ ,  $f_H = 2.23$ ,  $d_H = -1.37$  e  $R^2=0.9925$ ).

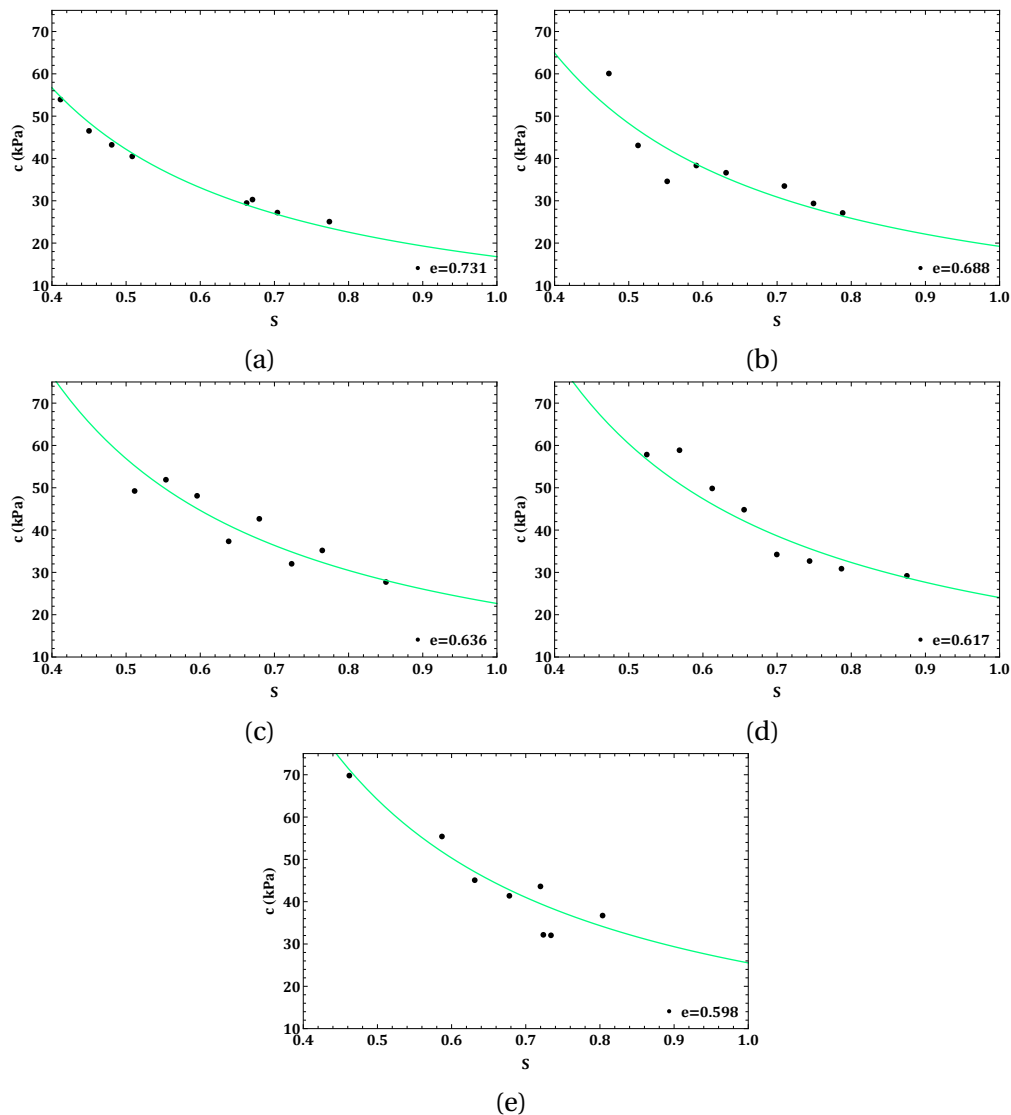


Figura 5.27: Comparação entre a Função de Coesão Ajustada de Huo et al. (2021) para Diferentes Índices de Vazios, para: (a)  $e=0.731$ , (b)  $e=0.688$ , (c)  $e=0.636$ , (d)  $e=0.617$  e (e)  $e=0.598$ .

Na Fig.(5.26) apresenta-se a representação do modelo 3D da coesão total não saturada com base no modelo do proposto por Huo et al. (2021). Ressalta-se que o modelo de coesão proposto por Huo et al. (2021) pode gerar valores de coesão muito grandes para baixos valores de grau de saturação quando  $b_H < 0$ , o que pode não refletir a real resistência ao cisalhamento do solo naquele estado. Assim, o modelo proposto por Huo et al. (2021) deve ser aplicado com moderação dependendo da faixa de grau de saturação avaliada e valores de coesão gerados.

Deve-se ressaltar que ambos os modelos, Meißner & Becker (1995) e Huo et al. (2021), foram desenvolvidos para solos não coesivos. Assim, para aplicá-los a solos com coesão natural, deve-se somar às Eq.(5.48) e Eq.(5.51) o valor da coesão efetiva do material avaliado para aferir corretamente os valores de coesão total não saturada.



Outro ponto a ser destacado diz respeito a uma restrição de aplicação da função de coesão não saturada proposta por Huo et al. (2021), Eq.(5.51). Pela análise desta equação e da Fig.(5.25), observa-se que este modelo é específico para retratar o comportamento de solos onde a função de coesão só decresce com o aumento do grau de saturação, como para o solo siltoso apresentado na Fig.(5.26).

No entanto, para solos onde os dados de coesão variam de forma não linear, com trechos crescentes e decrescentes em relação ao conteúdo de água como o material estudo por Meißner & Becker (1995) apresentado na Fig.(5.24), o modelo de Huo et al. (2021) não consegue representar o fenômeno físico das variações de coesão não saturada desses tipos de materiais, sendo uma limitação de uso do modelo citado.

Nesta tese, estes dois tipos de comportamento gráficos da curva de coesão não saturada serão tratados como:

- i) Tipo 1:** material em que a coesão apenas aumenta com a redução do conteúdo de água presente no meio e,
- ii) Tipo 2:** material com curva de coesão não saturada parabólica, com trechos crescente e decrescente de incrementos de resistência com variações do conteúdo de água presente no meio.

Para exemplos gráficos desses dois tipos possíveis de comportamento da função de coesão não saturada, ver a Fig.(5.28). Para informações e dados experimentais sobre solos com comportamento de coesão que decresce com a saturação, pode-se consultar os trabalhos de Matsushi & Matsukura (2006), Silva & Carvalho (2007), Braidá et al. (2007) e Al Aqtash & Bandini (2015). Já sobre solos com comportamento parabólico da parcela de coesão aparente, exemplos são encontrados nos trabalhos de Zhang & Hartge (1990), Cokca et al. (2004), Robert (2017), Zhao & Tong (2018) e Dave et al. (2019).

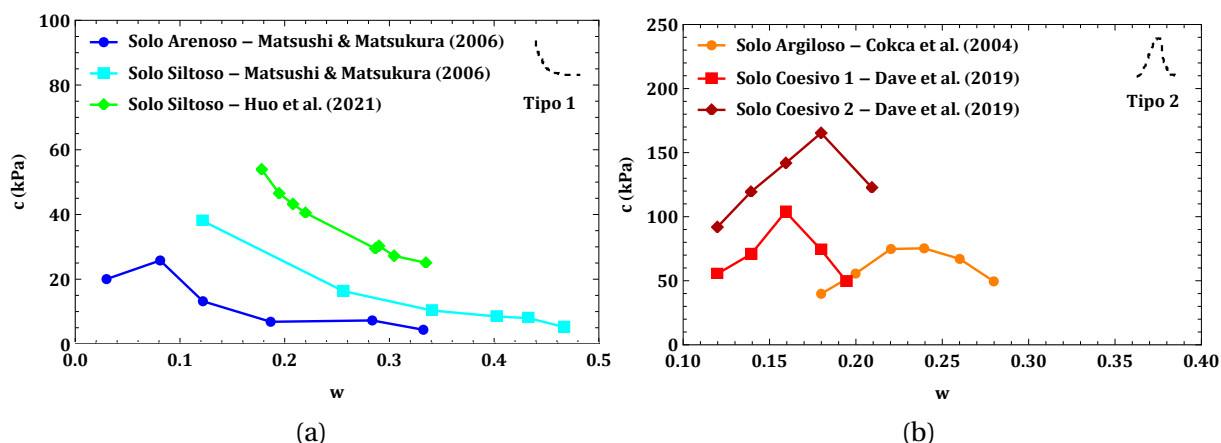


Figura 5.28: Comportamentos Possíveis das Curvas de Coesão não Saturada.

Na Tab.(5.10) são resumidos alguns outros modelos apresentados na literatura para definir a relação entre a coesão e o conteúdo de água, onde os parâmetros de ajuste são  $a_i$ ,  $b_i$  e  $d_i$ . Deve-se destacar que os autores Silva & Carvalho (2007) e Wu & Wang (2017) não estudaram a influência do índice de vazios na coesão, assim, tais equações não puderam ser usadas nesta seção para plotar superfícies de coesão não saturada. Para outros detalhes consultar os trabalhos originais.

Tabela 5.10: Modelos de Coesão não Saturada variando com a Umidade

Autores	Equação	Tipo de Relação
Meißner & Becker (1995)	$c(w) = a_{MB} w^{b_{MB}} \exp(d_{MB} w)$	Mista (Potência e Exponencial)
Silva & Carvalho (2007)	$c(w) = a_{SC} w^{b_{SC}}$	Potência
Wu & Wang (2017)	$c(w) = a_{WW_1} w + b_{WW_1}$	Linear
	$c(w) = a_{WW_2} w^{b_{WW_2}}$	Potência
Huo et al. (2021)	$c(w) = 10^{a_H} (w/w_S)^{b_H}$	Potência

### 5.2.5 Novo Modelo de Superfície de Coesão não Saturada

Nesta pesquisa, o conceito de superfície de coesão não saturada é fundamentado na premissa que a estrutura do esqueleto do solo (representada pelo índice de vazios) e o conteúdo de água influem na coesão aparente de solos não saturados por meio de uma função de coesão total que varia em função do conteúdo de água ( $\Theta$ ,  $\theta$ ,  $w$  ou  $S$ ) e do índice de vazios do solo com base no modelo de resistência ao cisalhamento anteriormente proposto para solos unimodais que é fundamentado no envelope de resistência ao cisalhamento de Vanapalli et al. (1996) e na função de retenção hidráulica de Cavalcante & Zornberg (2017a).

Assim, para definir a superfície de coesão não saturada para o modelo de resistência proposto nesta tese, emprega-se a definição de  $\delta$  variando com o índice de vazios proposta por Costa & Cavalcante (2020) apresentada na Eq.(3.56). O que permite reescrever as Eqs.(5.33)-(5.36), encontrando um conjunto de funções de coesão variando com o teor de umidade e o índice de vazios, por meio de:

$$c(\Theta, e) = c' - \frac{\Theta^\kappa \ln \Theta \tan \phi'}{e^b \exp(1 - \exp(1))} \quad (5.52)$$

$a$

$$c(\theta, e) = c' - \frac{\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right) \tan \phi'}{e^b \exp(1 - \exp(1))} \quad (5.53)$$

$$c(w, e) = c' - \frac{\left(\frac{w - w_r}{w_s - w_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{w - w_r}{w_s - w_r}\right) \tan \phi'}{e^b \exp(1 - \exp(1))} \quad (5.54)$$

$$c(S, e) = c' - \frac{\left(\frac{S - S_r}{1 - S_r}\right)^\kappa \ln\left(\frac{S - S_r}{1 - S_r}\right) \tan \phi'}{e^b \exp(1 - \exp(1))} \quad (5.55)$$

Para demonstrar o uso do modelo proposto de superfície de coesão não saturada, dados experimentais de dois tipos de solos foram avaliados por meio do ajuste da Eq.(5.55). O primeiro solo é uma areia estudada por Meißner & Becker (1995) ( $c' = 0$  kPa e  $\phi' = 35^\circ$ ) e o segundo solo é um silte estudado por Huo et al. (2021) ( $c' = 0$  kPa e  $\phi' = 35^\circ$ ), que foram analisadas anteriormente no item 5.2.4.

A Fig.(5.29) apresenta as superfícies de coesão total não saturada obtidas pelo ajuste do modelo de coesão unimodal proposto aos valores de coesão inferidos dos ensaios de resistência dos trabalhos de Meißner & Becker (1995) e Huo et al. (2021).

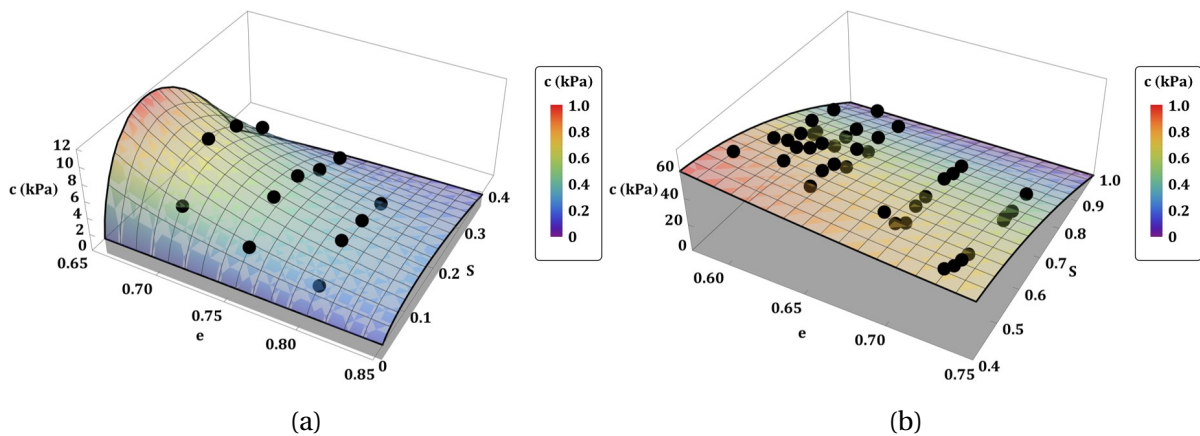


Figura 5.29: Validação do Modelo de Superfície de Coesão não Saturada para: (a) Solo Arenoso ( $a = 0.40$ ,  $b = 7.00$  e  $R^2 = 1.0000$ ), dados de Meißner & Becker (1995) e (b) Solo Siltoso ( $a = 21.00$ ,  $b = 1.24$ ,  $R^2 = 0.9907$ ), dados de Huo et al. (2021).

Para estes dois ajustes, observa-se que o modelo proposto nesta tese apresentou uma ótima capacidade representação visual dos dados de coesão do solo, com coeficiente de determinação próximo a 1, o que indica uma boa concordância entre os dados previstos e reais, seja para solo arenoso ou para o solo siltoso avaliado. Nestes casos, assumiu-se  $\kappa$  como

sendo igual a 1, já que não foram feitas comparações com os dados de retenção destes materiais, uma vez que, estes dados não foram apresentados nos trabalhos originais. No caso da areia estudada por Meißner & Becker (1995), o grau de saturação máximo avaliado foi de 40%, em consonância com os dados experimentais disponíveis.

Partindo do mesmo princípio, pode-se definir uma superfície de coesão não saturada em função da sucção e do índice de vazios. Assim, substituindo o valor  $\delta$  da Eq.(3.56) na Eq.(5.21), a superfície de coesão não saturada pode ser definida também por:

$$c(u_a - u_w, e) = c' + \exp\left(-\frac{e^b [1 - \exp(1)]}{a} |u_a - u_w|\right)^\kappa (u_a - u_w) \tan \phi' \quad (5.56)$$

O mesmo pode ser feito para a resistência ao cisalhamento. Assim, substituindo o valor  $\delta$  da Eq.(3.56) na Eq.(5.1), tem-se:

$$\tau(u_a - u_w, e) = c' + \left[ (\sigma - u_a) + \exp\left(-\frac{e^b [\exp(1) - 1]}{a} |u_a - u_w|\right)^\kappa (u_a - u_w) \right] \tan \phi' \quad (5.57)$$

E para a tensão normal efetiva obtém-se:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \exp\left(-\frac{e^b [\exp(1) - 1]}{a} |u_a - u_w|\right)^\kappa (u_a - u_w) \quad (5.58)$$

Nota-se que por meio da Eq.(5.56), Eq.(5.57) e Eq.(5.58) é possível mensurar a influência do índice de vazios na coesão, resistência e tensão normal efetiva de um solo não saturado. O que indica outro potencial do modelo proposto, que é avaliar como a resistência não saturada muda frente a variações no índice de vazios, o que pode, por exemplo, servir para avaliar a resistência devido ao processo de adensamento ou compactação de camadas.

As equações supracitadas são funções no espaço 4D, com variações de  $e$ ,  $(u_a - u_w)$  e  $(\sigma - u_a)$ . Para valores de  $e$  fixo, estas equações se resumem, aos modelos 3D apresentados anteriormente.

Deve-se destacar que os valores de  $c'$  e  $\phi'$  podem sofrer influência do valor de  $e$ . Logo, para aplicações reais deve-se conhecer as funções de  $c'(e)$  e  $\phi'(e)$  para um determinado material.

### 5.2.6 Estimativa da Resistência ao Cisalhamento de Solos Bimodais

Como apresentado anteriormente, o fenômeno de retenção de água tem impacto direto na resistência ao cisalhamento de materiais não saturados, o que permite estimar, indiretamente, uma destas curvas quando a outra é conhecida.

Na natureza, os solos podem ter distribuição uni ou multimodal de poros, o que reflete nas características hidráulicas e mecânicas destes materiais. Frente a isso, nesta seção do trabalho, será apresentado um modelo de resistência ao cisalhamento para solos bimodais não saturados fundamentado no emprego da função de retenção proposta por Costa & Cavalcante (2021a).

Para tal, a Eq.(2.16) proposta por Vanapalli et al. (1996) foi reescrita, considerando o valor de umidade definido na Eq.(3.77). Deste modo, a resistência ao cisalhamento de solos bimodais pode ser expressa por:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + [\lambda \exp(-\delta_1 |u_a - u_w|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |u_a - u_w|)]^\kappa (u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (5.59)$$

e a tensão normal efetiva por:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + [\lambda \exp(-\delta_1 |u_a - u_w|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |u_a - u_w|)]^\kappa (u_a - u_w) \quad (5.60)$$

Por esta prerrogativa é possível definir a coesão aparente do solo não saturado por meio de:

$$c_{ap} = [\lambda \exp(-\delta_1 |u_a - u_w|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |u_a - u_w|)]^\kappa (u_a - u_w) \tan \phi' \quad (5.61)$$

e a coesão total por:

$$c = c' + [\lambda \exp(-\delta_1 |u_a - u_w|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |u_a - u_w|)]^\kappa (u_a - u_w) \tan \phi' \quad (5.62)$$

Como mostrado, é evidente que a distribuição de poros de um material, reflete nas suas características mecânicas e hidráulicas, e neste modelo, pode-se separar o comportamento de resistência, seguindo a influência dos macros e microporos do modelo de retenção e distribuição de poros de Costa & Cavalcante (2021a).

Assim, para o caso de  $\kappa = 1$ , a coesão aparente pode ser facilmente dividida nas contribuições dos macros ( $c_{ap_{macro}}$ ) e microporos ( $c_{ap_{micro}}$ ), seguindo:

$$c_{ap} = c_{ap_{micro}} + c_{ap_{macro}} \quad (5.63)$$

onde:

$$c_{ap_{macro}} = \lambda \exp(-\delta_1 |(u_a - u_w)|) (u_a - u_w) \tan \phi' \quad (5.64)$$

$$c_{ap_{micro}} = (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |(u_a - u_w)|) (u_a - u_w) \tan \phi'$$

e neste caso, tem-se também:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + [\lambda \exp(-\delta_1 |(u_a - u_w)|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |(u_a - u_w)|)] (u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (5.65)$$

ou para uma notação mais simplificada:

$$\tau = c' + c_{ap_{macro}} + c_{ap_{micro}} + (\sigma - u_a) \tan \phi' \quad (5.66)$$

onde

$$c = c' + c_{ap_{macro}} + c_{ap_{micro}} \quad (5.67)$$

Assim, tem-se que o modelo de resistência também pode ser representado pela expressão:

$$\tau = c + (\sigma - u_a) \tan \phi' \quad (5.68)$$

e para a tensão normal efetiva, obtém-se:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + [\lambda \exp(-\delta_1 |(u_a - u_w)|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |(u_a - u_w)|)] (u_a - u_w) \quad (5.69)$$

Diferente da Eq.(5.1) (que descreve a resistência ao cisalhamento de solos unimodais) que é facilmente manipulada matematicamente para inferir o valor máximo da função, a derivada da função e estimativa de valor máximo da Eq.(5.59) é bem mais complexa, uma vez que para  $\kappa > 1$ , tem-se uma parcela polinomial da sucção que compõe a resistência. Já, quando tem-se  $\kappa = 1$ , é possível deduzir que o valor do  $\psi_{pico}$  para um solo bimodal é igual a:

$$\psi_{pico} = \frac{1}{\delta_2} \quad (5.70)$$

Nota-se que para  $\kappa \neq 1$  (o que geralmente ocorre em solos bimodais),  $\tau$  torna-se um uma função mista em relação a sucção, sendo composta por parcela exponencial que multiplica  $(u_a - u_w)$ , o que dificulta o estudo do domínio da função e a definição matemática de pontos de interesse, uma vez que o parâmetro  $\kappa$  é estimado apenas pelo ajuste de dados de ensaios de resistência ao cisalhamento.

Deve-se ressaltar que nesta tese não avaliado o emprego da correlação proposta por

Garven & Vanapalli (2006) (Eq.(2.17)) para realizar o cálculo da derivada da função e estimativa da resistência e coesão máximas de pico, uma vez que, esta correlação é dependente do valor de  $IP$  do material o que geraria a adição de mais uma variável na equação de resistência. A este fato, tem-se que a correlação supracitada foi definida para um banco de solos unimodais e ainda não foi validada para solos bimodais como discutido em detalhes no item 5.2.7 deste trabalho.

Para melhor entendimento do modelo de resistência ao cisalhamento de solos bimodais proposto, na Fig.(5.30) é apresentada a análise paramétrica da Eq.(5.59).

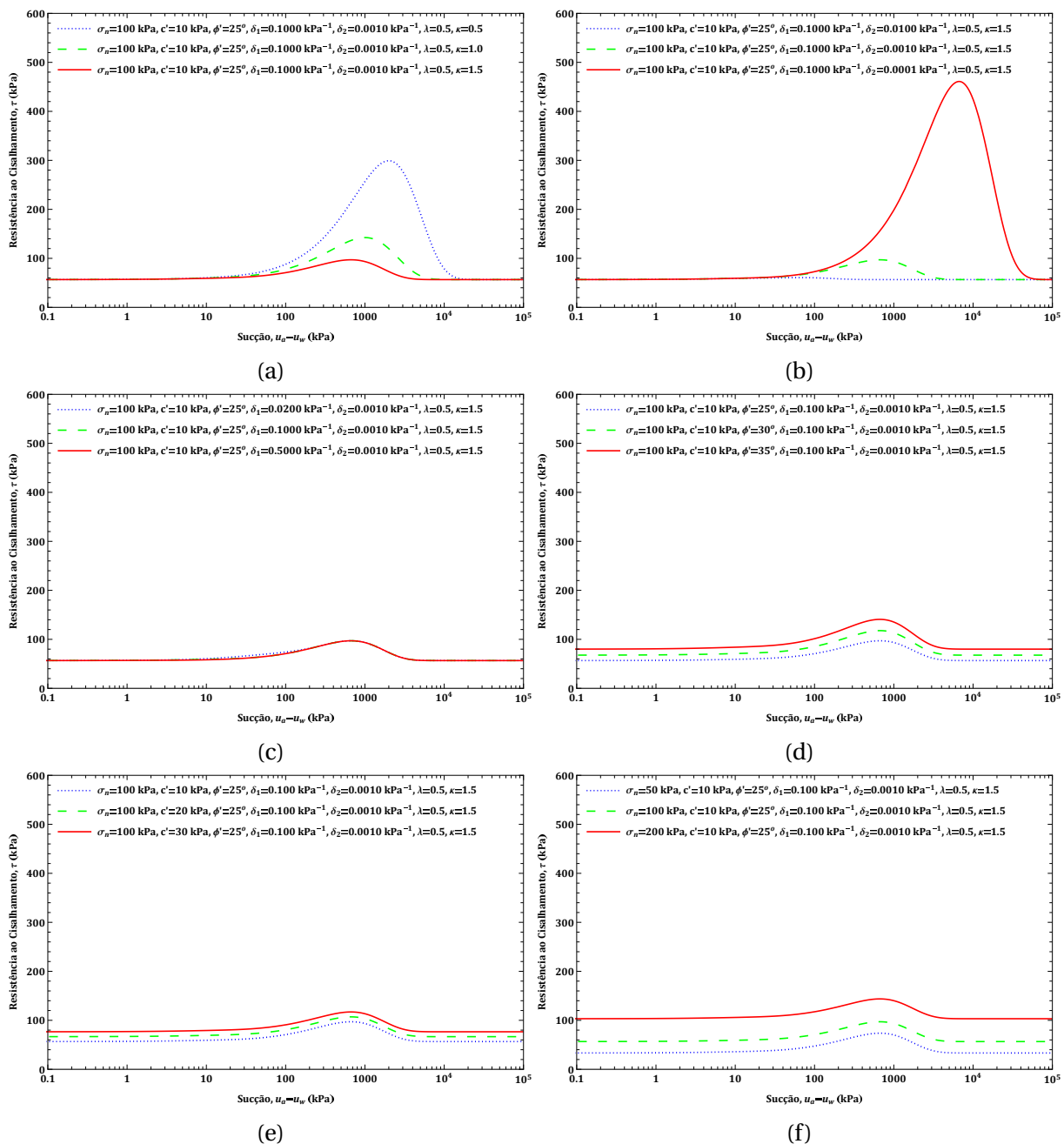


Figura 5.30: Análise Paramétrica Modelo de Resistência ao Cisalhamento Bimodal.

Na Fig.(5.30a), observa-se que, quanto menor o valor de  $\kappa$ , maior tende a ser a resistência ao cisalhamento do solo. E isso ocorre porque o argumento da função exponencial que compõe o modelo de resistência proposto é negativo, como mostrado na Eq.(5.59). Assim, considerando que os valores dos outros parâmetros do modelo sejam iguais, solos que apresentem menores valores de  $\kappa$  tendem a ter maiores ganhos de resistência quando o solo não está saturado. Outro valor que é alterado pelo valor de  $\kappa$ , é a sucção relativa a resistência máxima do material  $\psi_{pico}$ , de modo que, quanto maior for  $\kappa$ , mais extenso é o trecho em que o solo ganha resistência com incrementos de sucção.

Já na Fig.(5.30b), observa-se que, quanto menor o valor de  $\delta_2 = \delta_{micro}$ , maior tende a ser a resistência ao cisalhamento não saturada do solo. Isso ocorre porque, neste caso, o solo retém mais água a maiores sucções do que um solo com um  $\delta_2$  maior, embora se constate que esta diferença se torna evidente a sucções maiores, onde a água retida em poros menores é que comanda o comportamento hidráulico e mecânico do material.

Para o valor de  $\delta_1 = \delta_{macro}$ , na Fig.(5.30c), percebe-se que alterações neste parâmetro tendem a não impactar na resistência ao cisalhamento do material, que é controlada majoritariamente pelos microporos. No entanto, verifica-se que, a sucções menores (<200 kPa), o fenômeno tende a ser controlado apenas pelos poros maiores. E é por isso, que em algumas aplicações de engenharia, considerar solos bimodais como unimodais não apresenta grande relevância nas análises, principalmente para condições em que o solo varia de saturado a baixos valores de poropressão negativa<sup>1</sup>, como foi apresentado na pesquisa de Costa (2024).

Para os parâmetros efetivos  $c'$  e  $\phi'$ , analisados na Fig.(5.30d) e na Fig.(5.30e), percebe-se que esses valores são responsáveis por mover a curva de resistência para baixo e para cima, de forma que incrementos nos valores dessas propriedades mecânicas geram incrementos na resistência. Embora, quando comparados com os outros parâmetros do modelo, observa-se que eles não impactam tanto no valor de resistência como os valores de  $\kappa$  e  $\delta_2$ .

Para variações dos valores da tensão normal líquida,  $\sigma_n$ , mostrada na Fig.(5.30f) nota-se que existe uma relação linear de proporcionalidade, de forma que, quando  $\sigma_n$  aumenta, a resistência do material também aumenta, seguindo a definição indicada pelo modelo Mohr-Coulomb modificado estudado nesta tese.

É evidente que, para compreender o impacto de cada um destes parâmetros em aplicações reais, seria necessário um estudo complementar, empregando métodos estatísticos, tais como o Método do Segundo Momento de Primeira Ordem (FOSM, *First Order Second Moment*) ou o Método das Estimativas Pontuais (PEM, *Point Estimate Method*).

<sup>1</sup>Nesta tese, a expressão "baixos valores de sucção/poropressão negativa" refere-se a valores de sucção dentro da zona linear da curva de retenção de solos bimodais que varia de 0 a  $\psi_{ar}$ .



Como mostrado na análise paramétrica da Fig.(5.30), para o modelo de resistência ao cisalhamento bimodal proposto, verifica-se que a contribuição dos poros menores é mais relevante do que a contribuição dos poros maiores para a resistência ao cisalhamento não saturada de solos bimodais. Assim, partindo-se do resultado da Eq.(5.70) e observando o padrão que existe como o valor  $\psi_{pico}$  do modelo unimodal descrito na Eq.(5.3), pode-se intuir que para o caso bimodal com  $\kappa \neq 1$ , a seguinte relação possa ser válida:

$$\psi_{pico} \approx \frac{1}{\kappa \delta_2} \quad (5.71)$$

Deste modo, considerando que a Eq.(5.71) é aplicável e verdadeira para o modelo proposto nesta pesquisa, a resistência ao cisalhamento máxima de um solo bimodal não saturado pode ser obtida por:

$$\tau_{pico} \approx c' + [(\sigma - u_a) + (1/\kappa \delta_2) [\lambda \exp(-\delta_1/\kappa \delta_2) + (1 - \lambda) \exp(-1/\kappa)]]^\kappa \tan \phi' \quad (5.72)$$

A aplicabilidade destas duas últimas equações serão testadas no item a seguir em ajustes de dados experimentais de resistência ao cisalhamento de amostras não saturadas de solos brasileiros bimodais. A superfície de resistência cisalhamento obtida pelo emprego da Eq.(5.59) pode ser visualizada na Fig.(5.31).

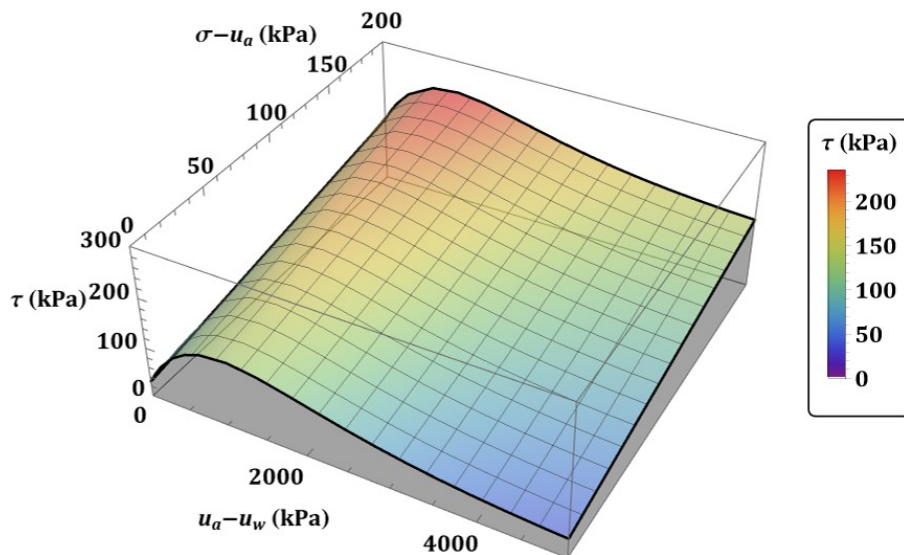


Figura 5.31: Exemplo de Superfície de Resistência ao Cisalhamento não Saturada de Solo Bimodal ( $c' = 30$  kPa,  $\phi' = 27^\circ$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\lambda = 0.45$ ,  $\delta_1 = 0.100$  kPa $^{-1}$  e  $\delta_2 = 0.001$  kPa $^{-1}$ ).

### 5.2.7 Aplicação do Modelo Proposto de Resistência ao Cisalhamento de Solos Bimodais

Para exemplificar o uso da Eq.(5.59) para ajustar dados de resistência ao cisalhamento de solos bimodais não saturados, nesta seção, emprega-se resultados de ensaios de cisalhamento direto com sucção controlada de amostras não saturadas de solo coluvionar argiloso do Rio de Janeiro estudado por Soares (2005). As propriedades geotécnicas deste solo são apresentadas na Tab.(5.11).

Tabela 5.11: Propriedades do Solo Coluvionar estudado por Soares (2005)

Informação	Valor	
	Pedregulho (%)	0.90
Granulometria	Areia (%)	40.10
	Silte (%)	5.50
	Argila (%)	53.50
Limites de Atterberg	LL (%)	54.00
	IP (%)	26.20
Densidade dos Grãos	$\rho_s$ ( $g/cm^3$ )	2.74
Densidade Aparente Seca	$\rho_d$ ( $g/cm^3$ )	1.36-1.76
Intervalo de Índice de Vazios	$e$	0.90-0.96
Parâmetros Efetivos	$c'$ (kPa)	10.25
	$\phi'$ ( $^\circ$ )	24.50

Para estimativa dos valores dos parâmetros hidráulicos do modelo, antes de empregar a equação de resistência proposta para retroanalisar os dados dos ensaios de cisalhamento direto, os parâmetros  $\lambda$ ,  $\delta_1$  e  $\delta_2$  foram inferidos do ajuste da função de retenção de água do solo coluvionar empregando o modelo de Costa & Cavalcante (2021a) definido na Eq.(3.77).

O comparativo entre a função de retenção ajustada para solos bimodais e os dados experimentais de ensaio de papel filtro do solo coluvionar estudado por Soares (2005) é apre-

sentado na Fig.(5.32).

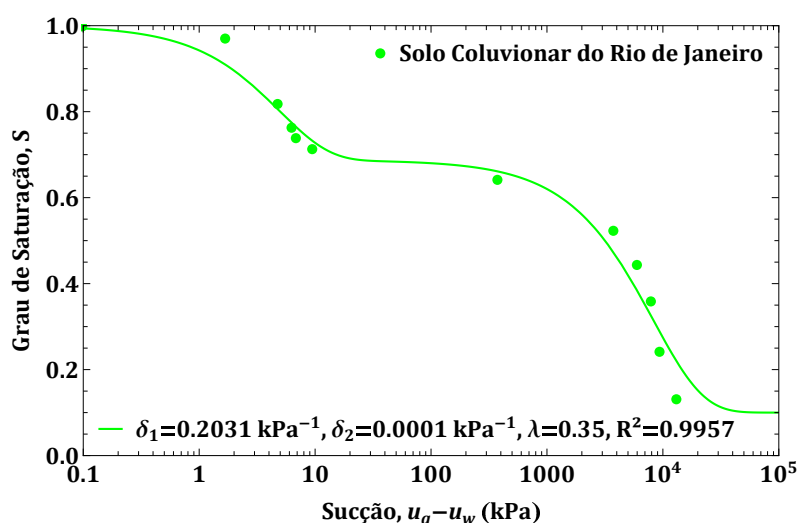


Figura 5.32: Curva de Retenção de Solo Coluvionar Argiloso do Rio de Janeiro - Dados de Soares (2005).

Na Fig.(5.32), nota-se que a função de retenção ajustada pelo modelo de Costa & Cavalcante (2021a) teve uma boa aderência aos pontos experimentais do ensaio de papel filtro com  $R^2 > 0.99$ , além de visualmente, conseguir representar o comportamento hidráulico da curva de retenção bimodal da amostra. Assim, assumiu-se que os valores dos parâmetros hidráulicos ajustados nessa análise ( $\lambda = 0.35$ ,  $\delta_1 = 0.2031 \text{ kPa}^{-1}$  e  $\delta_2 = 0.0001 \text{ kPa}^{-1}$ ) poderiam ser usados na equação de resistência bimodal proposta dada a inter-relação assumida entre os modelos hidráulicos e de resistência ao cisalhamento, conforme indicado na seção anterior. Deste modo, os dados dos ensaios de cisalhamento com corpos de prova não saturados foram retroanalizados para estimar os valores de  $c'$ ,  $\phi'$  e  $\kappa$  para três cargas normais distintas (50, 100 e 200 kPa). Os parâmetros obtidos desta modelagem são apresentados na Tab.(5.12).

Tabela 5.12: Parâmetros Obtidos dos Ajustes do Modelo de Resistência aos Dados Experimentais do Trabalho de Soares (2005)

Tensão normal ensaiada (kPa)	$c'$ (kPa)	$\phi'$ ( $^\circ$ )	$\kappa$	$R^2$
50	131.21	45	2.00	0.9969
100	97.76	45	1.68	0.9976
200	48.87	45	1.84	0.9983

Na Fig.(5.33) são apresentadas as curvas de resistência ao cisalhamento obtidas dos ajustes da Eq.(5.59) aos dados experimentais, seguindo os valores apresentados na Tab.(5.12).

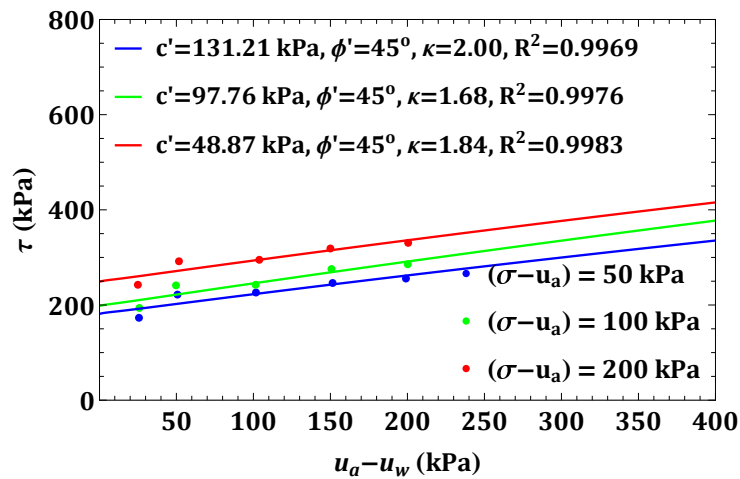


Figura 5.33: Curva de Resistência ao Cisalhamento não Saturada de Solo Coluvionar Argiloso do Rio de Janeiro - Dados Experimentais de Soares (2005).

Na Tab.(5.12), observa-se que os valores de coesão efetiva obtidos nas modelagens variou bastante para cada uma das três tensões líquidas avaliadas com médio de 92.61 kPa. Essa variação nos valores de  $c'$  pode ser relacionada ao fato dos corpos de prova apresentarem contratilidade durante os ensaios (uma redução de  $e$  durante os ensaios de +/-45%). E é por este motivo que um ajuste único da superfície de resistência não foi realizado para re-analisar os dados do trabalho de Soares (2005), uma vez que, os incrementos de resistência devido os corpos de prova estarem mais densos ao longo do ensaios também foram computados nos valores de  $c'$  e  $\kappa$  ajustados, possivelmente gerando a variação dos parâmetros indicada na tabela acima e alto valor de  $\phi'$  inferido nestas análises.

Apesar do citado, nota-se que o modelo de resistência proposto foi efetivo para realizar o ajuste de dados de  $\tau$  variando com a sucção, gerando uma função estimada bem próxima dos pontos experimentais conforme é verificado pela análise da Fig.(5.33).

Pela análise da Fig.(5.33), observa-se também que para as sucções avaliadas a curva resistência é praticamente linear em relação a sucção e isto está associado com o valor da máxima sucção ensaiada ( $\approx 200$  kPa), uma vez que este valor de sucção está relacionado ao trecho da curva de retenção em que o grau de saturação encontra-se acima de 0.7 ou 70% (Fig.(5.32)), que corresponde a porção da curva que é influenciada pela água retida nos poros maiores. Neste caso, a curva de resistência a cisalhamento não saturada continua linear até aproximadamente:

$$\psi_{linear} = \frac{\exp(1 - \exp(1))}{\kappa \delta_2} \quad (5.73)$$

como:

$$\tau_{linear} = c' + [(\sigma - u_a) + [\lambda \exp(-\delta_1 |\psi_{linear}|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi_{linear}|)]^\kappa \psi_{linear}] \tan \phi' \quad (5.74)$$

Na Fig.(5.34) são demarcados os pontos que definem o trecho linear (estimativa da Eq.(5.73) e Eq.(5.74)) e o pico da curva de resistência não saturada (estimativa da Eq.(5.71) e Eq.(5.72)) do solo coluvionar estudado por Soares (2005), seguindo os valores apresentados na Tab.(5.13).

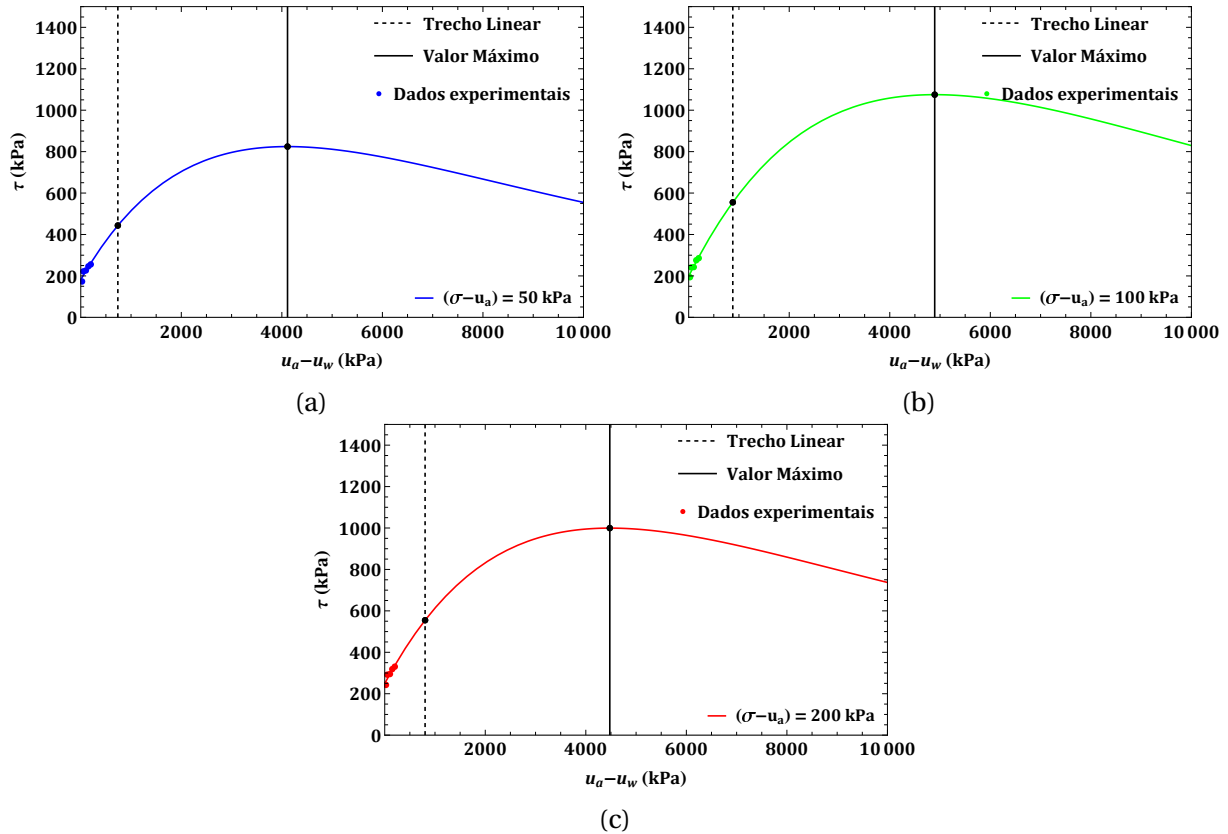


Figura 5.34: Estimativa do Trecho Linear e do Valor de Pico das Curvas de Resistência ao Cisalhamento para os Dados Experimentais de Soares (2005) para as Funções Ajustadas com  $(\sigma - u_a)$  igual a (a) 50 kPa, (b) 100 kPa e (c) 200 kPa.

Tabela 5.13: Estimativas dos Pontos que Definem o Trecho Linear e o Valor Máximo das Curvas de Resistência ao Cisalhamento Ajustadas para os Dados de Soares (2005)

Valores de Ensaio (kPa)	Valores estimados (kPa)				
	$\sigma - u_a$	$\psi_{linear}$	$\tau_{linear}$	$\psi_{pico}$	$\tau_{pico}$
50		737.72	443.31	4112.76	824.37
100		877.82	555.26	4893.77	1075.01
200		803.08	554.77	4477.14	999.49

Observando a Tab.(5.13), verifica-se que os valores de sucção que definem o trecho

linear da curva de resistência variaram entre  $\sim 735$  a  $880$  kPa. Já o valor máximo de resistência ao cisalhamento variou de  $\sim 820$  a  $1075$  kPa.

Nota-se que o incremento de resistência com aumentos de sucção para o solo colunar pode atingir cerca de 300 a 440% de ganhos em relação a condição saturada. É importante frisar, dada a limitação dos valores de sucção experimentais, que as estimativas citadas são oriundas de extrapolação, e assim, podem divergir dos valores reais de resistência ao cisalhamento não saturada do solo analisado. Neste caso, o ganho de resistência máximo com a não saturação do solo foi estimado pela razão  $\tau_{pico}/\tau_{sat}$ .

Para entender a aplicabilidade do modelo de Garven & Vanapalli (2006) para estimar o valor de  $\kappa$  de solos bimodais, na Fig.(5.35) é realizada uma comparação entre os valores de  $\kappa$  obtidos nos ajustes individuais e a estimativa de Garven & Vanapalli (2006) para o solo estudado por Soares (2005).

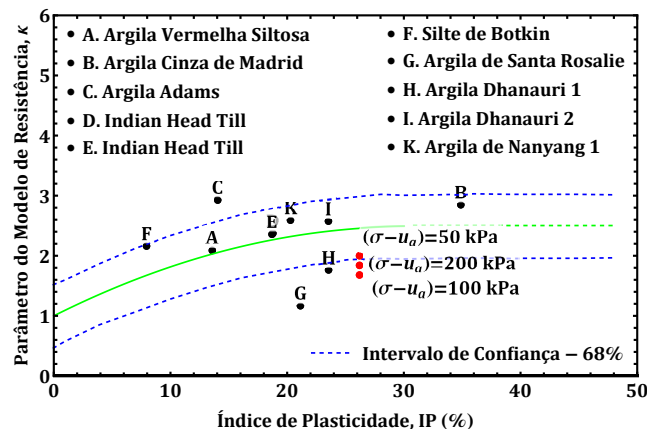


Figura 5.35: Comparativo entre os Valores de  $\kappa$  Obtidos nos Ajustes Individuais dos dados de Soares (2005) e a Estimativa de Garven & Vanapalli (2006).

Na Fig.(5.35), observa-se que os valores de  $\kappa$  inferidos do ajuste do modelo de resistência bimodal proposto nesta tese ficaram próximos da linha do limite inferior do envelope de confiança do modelo de Garven & Vanapalli (2006). A diferença entre os valores de  $\kappa$  obtidos dos ajustes do modelo de resistência com a linha média do modelo de Garven & Vanapalli (2006) pode estar ligada ao fato de que a correlação proposta pelos autores supracitados é fundamentada apenas na retroanálise de dados de solos unimodais ou ainda devido a redução de volume das amostras que influenciou nos valores dos parâmetros obtidos na modelagem.

Diante da divergência observada, torna-se necessária a adição de novos pontos ao banco de dados de Garven & Vanapalli (2006) relativos a dados de solos bimodais para recalibrar, adaptar ou ratificar a equação proposta por estes autores, a fim de melhorar a precisão da estimativa indireta de  $\kappa$  e/ou validar seu emprego para solos bimodais. Ou ainda, sugere-se desenvolver uma análise individual de dados de ensaios de resistência não satu-

rada de solos bimodais para criar uma relação específica de  $\kappa$ (IP) para estes materiais, ou outra correlação com dados físicos de caracterização geotécnica básica que permitam entender o significado físico do parâmetro  $\kappa$  do modelo de resistência desenvolvido.

Outro exemplo de aplicação do modelo de resistência bimodal proposto é para ajustar dados de resistência do tipo  $(u_a - u_w, \sigma - u_a, \tau)$  visando gerar superfícies de resistência 3D. Para este tipo de aplicação, nesta pesquisa foram utilizados dados de um silte argiloso estudado por Santos (2017), cujas propriedades geotécnicas estão sumarizadas na Tab.(5.14).

Tabela 5.14: Propriedades do Silte Argiloso estudado por Santos (2017).

Informação	Valor	
	Pedregulho (%)	1.00
Granulometria	Areia (%)	25.00
	Silte (%)	39.00
	Argila (%)	35.00
Limites de Atterberg	LL (%)	69.00
	IP (%)	23.00
Densidade dos Grãos	$\rho_s$ ( $g/cm^3$ )	2.69
Intervalo de Índice de Vazios	$e$	1.10 a 1.40
Parâmetros Efetivos	$c'$ (kPa)	16.78-78.40
	$\phi'$ (°)	25.06-42.13

Para obter a superfície de resistência ao cisalhamento desse silte argiloso, a função descrita na Eq.(5.59) foi ajustada aos dados de resistência para aferir os valores de  $c'$ ,  $\phi'$  e  $\kappa$  do material. Assim, como feito no exemplo anterior, os parâmetros hidráulicos do modelo  $\lambda$ ,  $\delta_1$  e  $\delta_2$  foram obtidos do ajuste da curva de retenção do material, empregando a Eq.(3.77).

Na Fig.(5.36) é apresentada a curva de retenção ajustada aos dados de ensaio de papel filtro, empregando o modelo de Costa & Cavalcante (2021a). Já na Fig.(5.37) são apresentadas a superfície e as curvas de resistência não saturada do solo bimodal estudado por Santos (2017) para o modelo bimodal de ajuste da função de resistência ao cisalhamento descrita na Eq.(5.59).

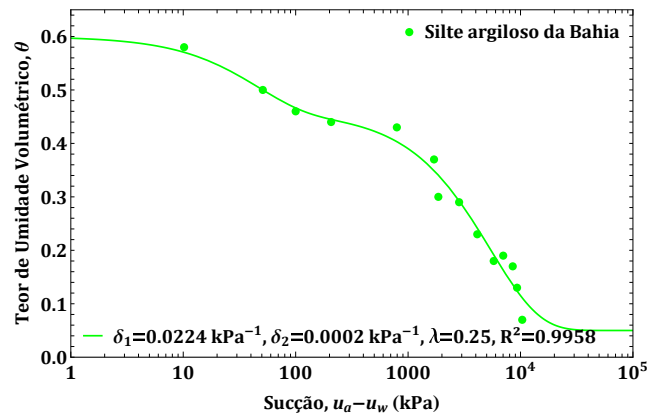


Figura 5.36: Ajuste da Curva de Retenção Bimodal de um Silte Argiloso da Bahia - Dados de Santos (2017).

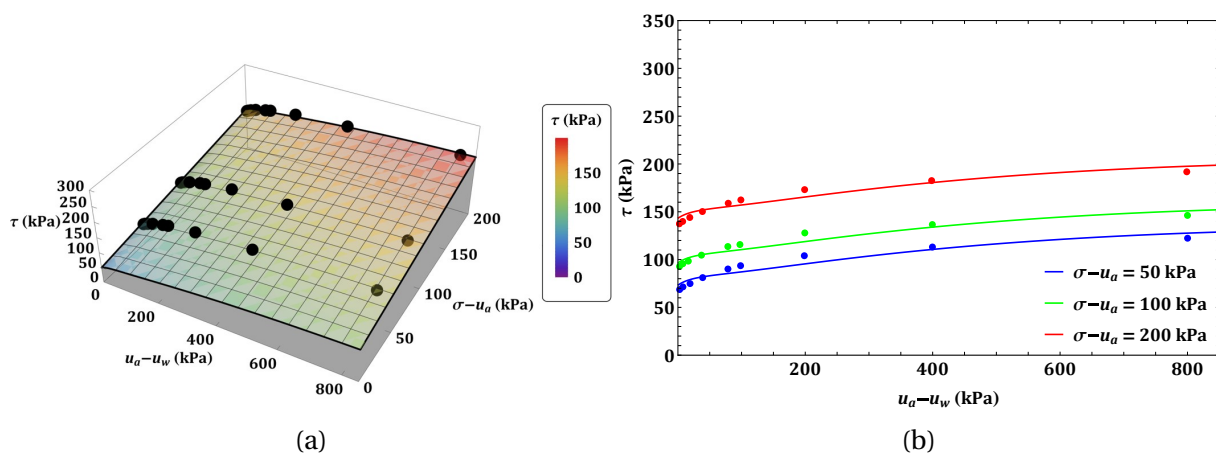


Figura 5.37: Resistência ao Cisalhamento de Solo Bimodal não Saturado ( $c' = 49.88$  kPa,  $\phi' = 25^\circ$ ,  $\kappa = 4.33$ ,  $R^2 = 0.9983$ ): (a) Superfície de Resistência Ajustada e, (b) Curvas de Resistência variando com a Sucção para diferentes Tensões Normais para o Comparativo com os Dados Experimentais de Santos (2017).

Analisando a Fig.(5.36) e Fig.(5.37), observa-se que tanto o modelo de retenção como o modelo de resistência ao cisalhamento foram capazes de se ajustar aos dados obtidos em experimentos realizados por Santos (2017), com  $R^2 \approx 1.00$ , o que indica uma boa aderência dos modelos aos dados ajustados, demonstrando a aplicação deles para a representação do comportamento de solos não saturados.

Ao comparar os valores de coesão e de ângulo de atrito efetivos obtidos do ajuste com os dados de ensaios de cisalhamento direto apresentado na Tab.(5.14), observa-se que os parâmetros ajustados 49.88 kPa e  $25^\circ$  estão dentro do intervalo esperado de valores encontrados em amostras deste solo, mostrando que o ajuste foi efetivo para aferir parâmetros efetivos de amostras não saturadas.

Como feito no exemplo anterior, o valor de resistência máxima deste solo bimodal foi estimado empregando os parâmetros ajustados e a Eq.(5.72). Para as tensões normais



avaliadas,  $\tau_{pico}$  variou de, aproximadamente, 130 a 200 kPa. Já o ponto que define o final do comportamento linear da resistência, está associado com um valor de sucção de 225.45 kPa que foi estimado pela Eq.(5.74), conforme detalhamento apresentada na Tab.(5.15).

Tabela 5.15: Estimativas dos Pontos que Definem o Trecho Linear e o Valor Máximo das Curvas de Resistência ao Cisalhamento Ajustadas para os Dados de Santos (2017)

Valores de Ensaio (kPa)	Valores estimados (kPa)			
$\sigma - u_a$	$\psi_{linear}$	$\tau_{linear}$	$\psi_{pico}$	$\tau_{pico}$
50		97.68		132.68
100	225.45	121.00	1256.86	156.00
200		167.63		202.63

Na Fig.(5.38) são marcados estes pontos de interesse para uma extrapolação do modelo de resistência até uma sucção de 20000 kPa. Nesta figura também é apresentada a correlação do modelo de resistência ao cisalhamento com a curva de retenção.

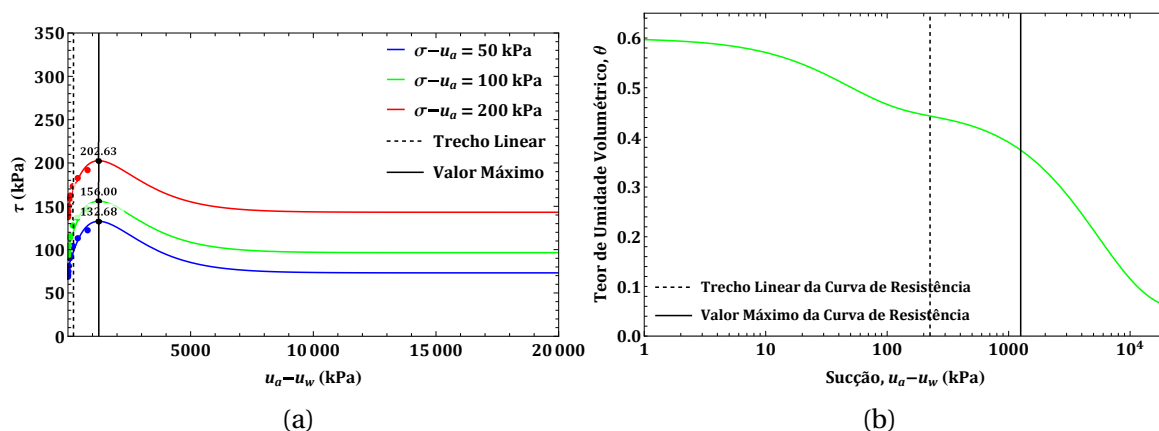


Figura 5.38: Estimativa da  $\tau_{pico}$  de Silte Argiloso Estudado por Santos (2017).

Por meio desta comparação e considerando a trajetória de secagem (sigla, SEC), nota-se que, para o solo estudado, partindo da condição saturada, a resistência aumenta com a sucção até o valor de entrada de ar nos microporos que neste caso é próximo de  $\exp(1 - \exp(1))/(\kappa\delta_2)_{SEC}$ . Já para trajetória de umedecimento (sigla, UME), considerando como a condição de inicial do solo a umidade residual, a curva de resistência é crescente até o valor de sucção igual a  $\exp(1 - \exp(1))/(\kappa\delta_2)_{UME}$ . É evidente que, nesta analogia sobre as trajetórias, foi desconsiderada a histerese que existe entre as CRAs de molhagem e umedecimento, embora para aplicações práticas isso deve ser considerado, principalmente em regiões tro-

picais, uma vez que, cada modelo de retenção está matematicamente associado a uma curva de resistência distinta.

Dados os baixos valores de sucção apresentados nos dados de resistência do trabalho de Santos (2017), testou-se o uso do modelo unimodal proposto nesta tese para modelar o comportamento não saturado deste solo. Assim, empregou-se a Eq.(3.18) para ajustar os dados de retenção e a Eq.(5.1) para ajustar os dados de resistência apresentados por Santos (2017). Para este tipo de análise, duas abordagens foram adotadas para ajustar a função de retenção, considerando: i)  $\theta_r$  igual a seu valor real ou, ii) um  $\theta_r$  fictício igual ao  $\theta_r = \theta_{s,2}$ , seguindo a representação da Fig.(3.45) ou escolhendo um  $\theta_r$  fictício que atenda ao valor máximo de sucção dos pontos de resistência conhecidos (por exemplo, para os dados de Santos (2017), este valor é  $\theta(u_a - u_w = 1000 \text{ kPa})$ ).

Na Fig.(5.39a)-(5.39b) é apresentado um comparativo desta duas abordagens para ajuste da CRA. Em ambos os casos, a equação da função de resistência ajustada torna-se a mesma (Fig.(5.39c) e Fig.(5.39d)), pois o resultado do produto  $\kappa x \delta$  para as duas abordagens assume o mesmo valor ( $\delta_\tau$ ) como pode ser observado na Tab.(5.16) que descreve os parâmetros obtidos pelas três abordagens de análise de solos bimodais.

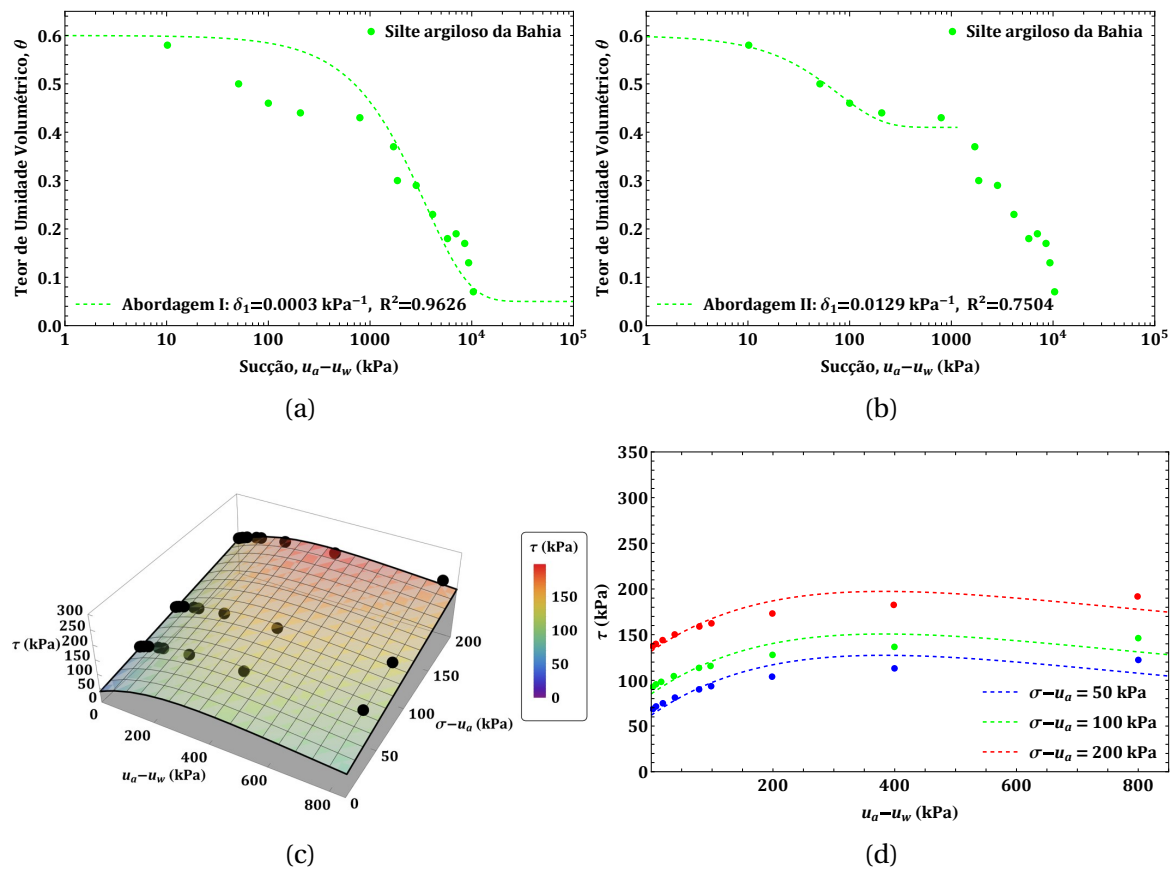


Figura 5.39: Modelo Unimodal para a Estimativa da CRA e da Resistência ao Cisalhamento de Silte Argiloso, para: (a) Abordagem I, (b) Abordagem II, (c) e (d) Superfície e Curvas de Resistência ao Cisalhamento Estimadas ( $R^2 = 0.9951$  e Parâmetros da Tab.(5.16)).

Tabela 5.16: Parâmetros dos Ajustes dos Modelos de Resistência ao Cisalhamento não Saturada Propostos na Tese para o Solo de Santos (2017)

Informação	$\delta$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\kappa$	$c'$	$\phi$	
	(kPa <sup>-1</sup> )	(kPa <sup>-1</sup> )	(kPa <sup>-1</sup> )				(kPa)
Modelagem unimodal	Abordagem I	0.0003	–	–	9.12	38.52	25
	Abordagem II	0.0129	–	–	0.20	38.52	25
Modelagem bimodal	–	0.0223	0.0002	4.33	49.88	25	

Observando a Fig.(5.39), fica evidente que existe uma boa correlação entre o modelo unimodal e os dados de retenção e de resistência para a faixa de sucção investigada e isto está associado ao fato do trecho modelado corresponder apenas a primeira parte da curva bimodal de retenção de água. Tal constatação, indica que, dependendo da aplicação geotécnica, modelos unimodais podem ser usados para representar o comportamento de resistência ao cisalhamento de solos bimodais. E no exemplo apresentado, o modelo unimodal foi mais conservador, uma vez que a função de resistência unimodal definida tende a gerar menores valores de  $\tau_{pico}$  e  $\tau$  do que o modelo bimodal, como pode ser visualizado na Fig(5.40).

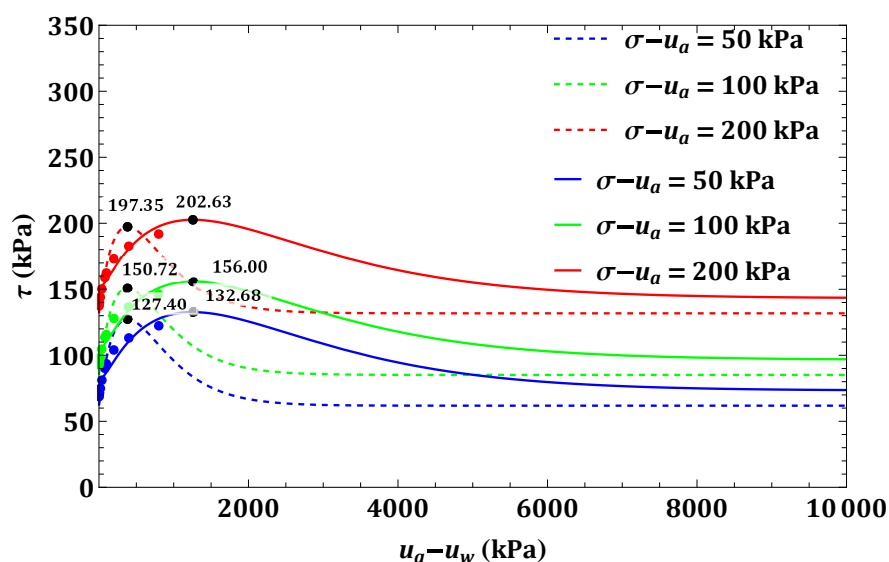


Figura 5.40: Comparativo entre as Funções de Resistência ao Cisalhamento Ajustadas e os Valores de  $\tau_{pico}$  pelos Modelos Uni (Curvas Tracejadas) e Bimodal (Linhas Contínuas) para os Dados de Santos (2017).

Na Tab.(5.17) são detalhados os valores das estimativas dos pontos que definem o trecho linear e o valor máximo das curvas de resistência ao cisalhamento ajustadas para o modelo unimodal.

Tabela 5.17: Estimativas dos Pontos que Definem o Trecho Linear e o Valor Máximo das Curvas de Resistência ao Cisalhamento Ajustadas para a Função Unimodal para os Dados de Santos (2017)

Valores de Ensaio (kPa)	Valores estimados (kPa)				
	$\sigma - u_a$	$\psi_{linear}$	$\tau_{linear}$	$\psi_{pico}$	$\tau_{pico}$
50			88.55		127.40
100		68.56	111.87	382.24	150.72
200			158.5		197.35

Ainda, quanto as análises apresentadas, observa-se que a principal diferença de resultados entre as duas abordagens de ajuste unimodal encontra-se no significado físico do parâmetro  $\delta$  e  $\kappa$  (Tab.(5.16)). Na primeira abordagem,  $\delta$  apresenta um valor característico de solos mais finos, enquanto na segunda abordagem,  $\delta$  exibe um valor característico de solos mais arenosos (Tab.(3.7)). Quanto ao valor de  $\kappa$ , pela primeira abordagem, o valor obtido é maior que 9.00, enquanto o valor de  $\kappa$  pela segunda abordagem é menor que 1.00. Ambos valores, estão distantes da estimativa do ajuste bimodal que foi de 4.33.

Neste caso, não foram realizadas comparações com a estimativa de Garven & Vanapalli (2006), porque por meio desta correlação  $\kappa$  é sempre maior que 1.00 e menor que 3.00. O que não ocorre para os valores ajustados pelos modelos propostos nesta tese. Como mencionado anteriormente, esta diferença já era esperada por que a correlação semi-empírica de Garven & Vanapalli (2006) é fundamentada no ajuste de dados de resistência ao cisalhamento de solos unimodais e não de solos bimodais, como os estudados nesta seção do trabalho.

### 5.2.8 Extensão do Modelo Hidráulico e de Resistência ao Cisalhamento para a Caracterização de Solos Multimodais

Os modelos apresentados nesta tese são fundamentados no tipo de distribuição de poros que o material avaliado apresenta; assim, o mesmo princípio empregado para obter a função de retenção e a resistência ao cisalhamento de solos bimodais pode ser expandido para solos multimodais. Para provar isso, nesta seção é apresentada uma expansão dos modelos citados para solos trimodais.

Como demonstrado anteriormente na Fig.(3.9), para que um solo seja considerado trimodal, ele deve apresentar uma distribuição de poros com três modas distintas, demarcadas como três picos na sua curva de distribuição de frequência relativa de raios/diâmetros de poros. Esta característica física indica a presença de três faixas de tamanho de poros dominantes no solo, o que exerce influência no comportamento hidráulico e mecânico do material.

Para definir a função de ajuste da curva de retenção de água para solos trimodais, foi usado o princípio da superposição de curvas unimodais apresentado anteriormente na Eq.(3.64), que descreve a função de retenção de água de solos trimodais por meio da soma de três parcelas de contribuição distintas, seguindo a representação:

$$\theta(\psi) = \theta_1(\psi) + \theta_2(\psi) + \theta_3(\psi) \quad (5.75)$$

Dessa forma, assumindo a validade da função de Cavalcante & Zornberg (2017a) para modelar curvas unimodais, tem-se que a retenção de solo trimodal é igual a:

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [\lambda_1 \exp(-\delta_1 |\psi|) + \lambda_2 \exp(-\delta_2 |\psi|) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \exp(-\delta_3 |\psi|)] \quad (5.76)$$

Seguindo o mesmo princípio, a função de condutividade hidráulica pode ser reescrita por:

$$k(\psi) = k_s [\lambda_1 \exp(-\delta_1 |\psi|) + \lambda_2 \exp(-\delta_2 |\psi|) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \exp(-\delta_3 |\psi|)] \quad (5.77)$$

com:

$$1 - (\lambda_1 + \lambda_2) = \lambda_3 \quad (5.78)$$

ou,

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \quad (5.79)$$

No modelo hidráulico demonstrado,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  são fatores de ponderação das contribuições dos trechos que compõem a CRA de solos trimodais, seguindo os detalhes apresentados no Capítulo 3 sobre a metodologia de superposição de curvas unimodais para a formação de modelos de retenção multimodais.

Frente a isso,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  devem sempre assumir valores positivos e menores que 1, uma vez que, se um dos  $\lambda$ s for igual a zero, as expressões Eq.(5.76) e Eq.(5.77) tornam-se iguais as equações para o modelo bimodal e se, um dos  $\lambda$ s for igual a 1, as expressões Eq.(5.76) e Eq.(5.77) resumem-se ao modelo unimodal.

Ainda, nesta pesquisa, seguiu-se a padronização feita por Costa (2022), deste modo, adotou-se:  $\delta_1 > \delta_2 > \delta_3$ .

Na Fig.(5.41) pode ser visualizada a representação do modelo de retenção trimodal proposto, além da análise de sensibilidade dos parâmetros  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  para a Eq.(5.76).

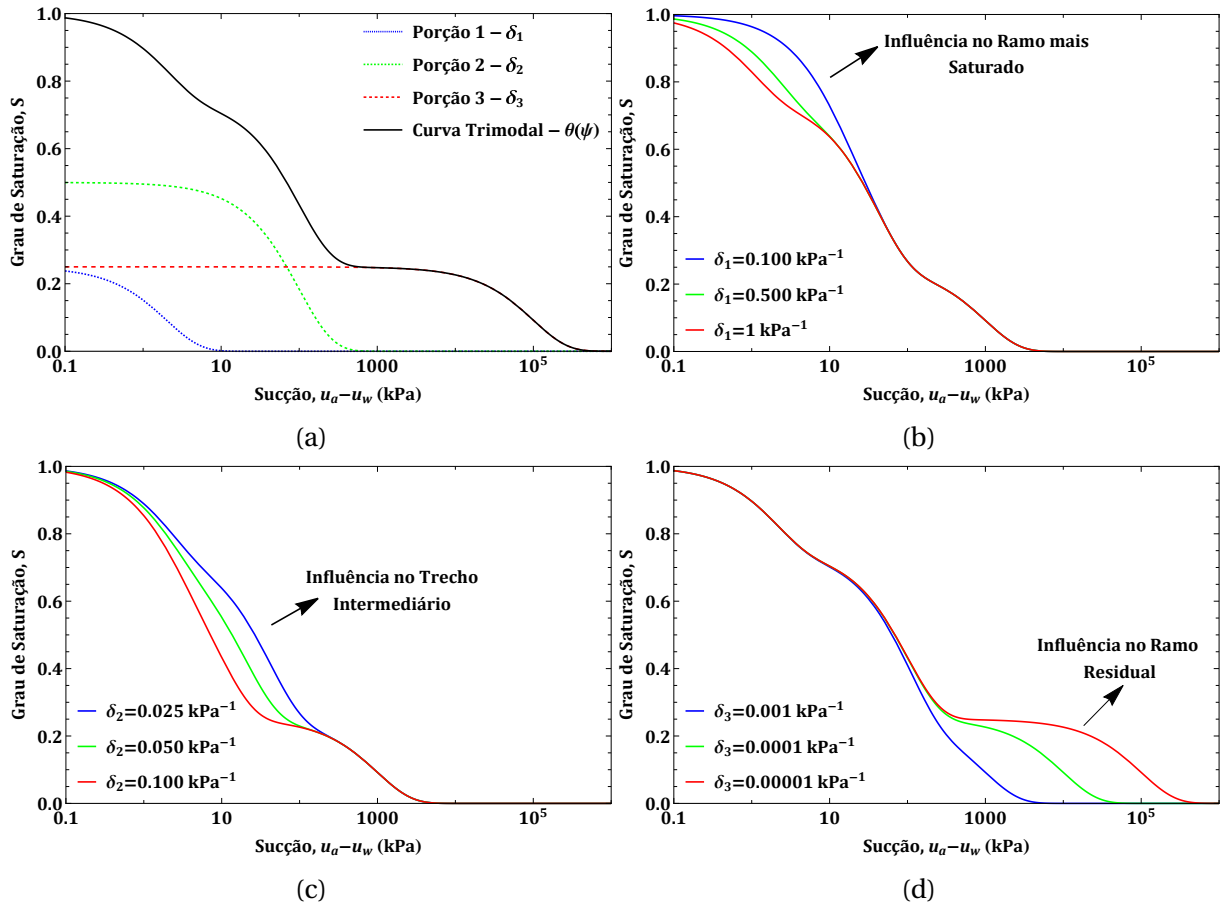


Figura 5.41: Função Trimodal de Retenção de Água, para: (a) Avaliação das Contribuições das CRAs Unimodais Fictícias ( $\delta_1 = 0.50000$ ,  $\delta_2 = 0.01000$  e  $\delta_3 = 0.00001$   $\text{kPa}^{-1}$  e  $\lambda_1=0.25$  e  $\lambda_2=0.50$ ) e, Análise de Sensibilidade dos Valores de: (b)  $\delta_1$  ( $\delta_2 = 0.025$  e  $\delta_3 = 0.001$   $\text{kPa}^{-1}$  e  $\lambda_1=0.25$  e  $\lambda_2=0.50$ ), (c)  $\delta_2$  ( $\delta_1 = 0.500$  e  $\delta_3 = 0.001$   $\text{kPa}^{-1}$  e  $\lambda_1=0.25$  e  $\lambda_2=0.50$ ) e (d)  $\delta_3$  ( $\delta_1 = 0.50$  e  $\delta_2 = 0.01$   $\text{kPa}^{-1}$  e  $\lambda_1=0.25$  e  $\lambda_2=0.50$ ).

Na Fig.(5.41), nota-se que cada um dos  $\delta$ s do modelo, exerce uma influência maior em um dos trechos da curva de retenção de água de solos trimodais, de forma que o  $\delta_1$  define mais o comportamento do trecho mais saturado, o  $\delta_2$  do trecho mais intermediário e o  $\delta_3$  do trecho mais residual. Comportamento similar pode ser visto para a curva de condutividade hidráulica não saturada, por isso, não será feita análise de sensibilidade desta função, para evitar redundância na escrita do texto da tese.

Um exemplo de curva de condutividade hidráulica não saturada para o modelo trimodal proposto na Eq.(5.77) é apresentado na Fig.(5.42).

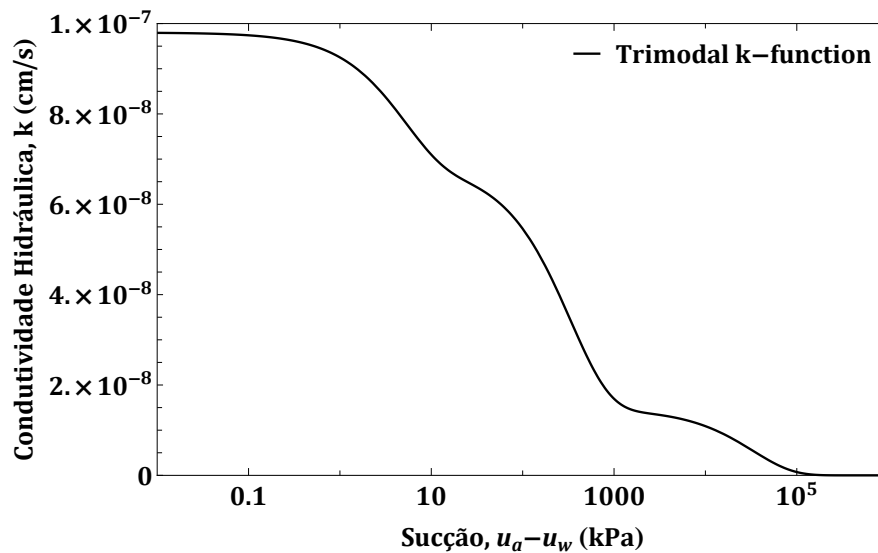


Figura 5.42: Curva Teórica de Condutividade Hidráulica não Saturada de Solo Trimodal ( $k_s=9.8.10^{-8}$  cm/s,  $\delta_1=0.20000$  kPa $^{-1}$ ,  $\delta_2=0.00300$  kPa $^{-1}$ ,  $\delta_3=0.00003$  kPa $^{-1}$ ,  $\lambda_1=0.30$  e  $\lambda_2 = 0.55$ ).

Como demonstrado na Fig.(5.41) e Fig.(5.42), visualmente, o modelo trimodal desenvolvido aparenta representar bem o comportamento hidráulico de solos trimodais, mas para verificar a aplicabilidade deste, nesta pesquisa, a Eq.(5.76) foi empregue para retroanalisar dados de ensaio de retenção com papel filtro de amostra de solo siltoso do Paraná que foi estudada por Ferreira (2017).

O resultado desta retroanálise é apresentado na Fig.(5.43).

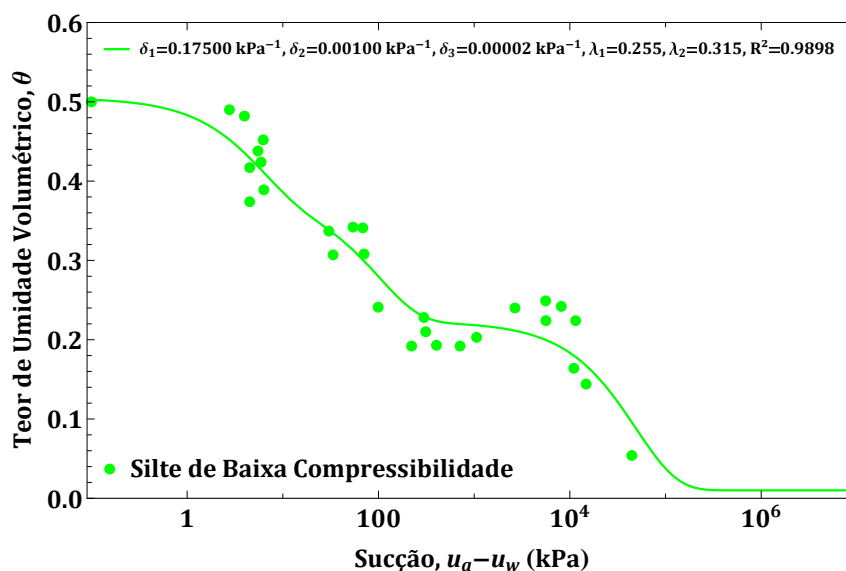


Figura 5.43: Comparativo entre a Função de Retenção Trimodal Ajustada e Dados Experimentais de Solo Siltoso do Paraná - Dados Experimentais de Ferreira (2017).

Na Fig.(5.43) pode-se verificar a proximidade entre os pontos experimentais e o modelo ajustado, o que demonstra a aplicabilidade da equação proposta para modelar a reten-

ção de solos trimodais. Para o solo estudado por Ferreira (2017), a função ajustada apresentou  $R^2 > 0.98$ .

Ainda, realizando a expansão dos modelos derivados da formulação de Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos trimodais, infere-se que o modelo de distribuição de poros pode ser definido por:

$$S(r) = S_r + (1 - S_r) [\lambda_1 \exp(-2\delta_1 T/r) + \lambda_2 \exp(-2\delta_2 T/r) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \exp(-2\delta_3 T/r)] \quad (5.80)$$

E para a função de distribuição de frequência relativa dos raios dos poros, encontra-se:

$$s(r) = \frac{2(1 - S_r) \ln(10) T [\lambda_1 \delta_1 \exp(-2T\delta_1/r) + \lambda_2 \delta_2 \exp(-2T\delta_2/r) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \delta_3 \exp(-2T\delta_3/r)]}{r} \quad (5.81)$$

Neste caso, a curva de distribuição de frequência relativa apresenta 3 modas definidas por:

$$r_{pico} = \begin{cases} 2\delta_1 T \rightarrow \text{Trecho Saturado - Macroporos} \\ 2\delta_2 T \rightarrow \text{Trecho Intermediário - Mesoporos} \\ 2\delta_3 T \rightarrow \text{Trecho Residual - Microporos} \end{cases} \quad (5.82)$$

Estes valores de raios de pico, estão associados pela Lei da Capilaridade com as seguintes sucções (que também são valores dos pontos de inflexão da CRA e da curva de distribuição de poros acumulada - pontos de mudança de concavidade das curvas citadas):

$$\psi_{pico} = \begin{cases} 1/\delta_1 \rightarrow \text{Ponto de Inflexão do Trecho Saturado da CRA} \\ 1/\delta_2 \rightarrow \text{Ponto de Inflexão do Trecho Intermediário da CRA} \\ 1/\delta_3 \rightarrow \text{Ponto de Inflexão do Trecho Residual da CRA} \end{cases} \quad (5.83)$$

Na Fig.(5.44) são plotados exemplos de curvas teóricas de distribuição de poros, relativa e acumulada, de solos trimodais empregando a Eq.(5.81) e a Eq.(5.80). Na Fig.(5.44a) e Fig.(5.44b) são demarcados os picos da curva de distribuição de poros relativa e os pontos de inflexão da curva de distribuição de raios de poros acumulada seguindo a definição da Eq.(5.82) e Eq.(5.83).



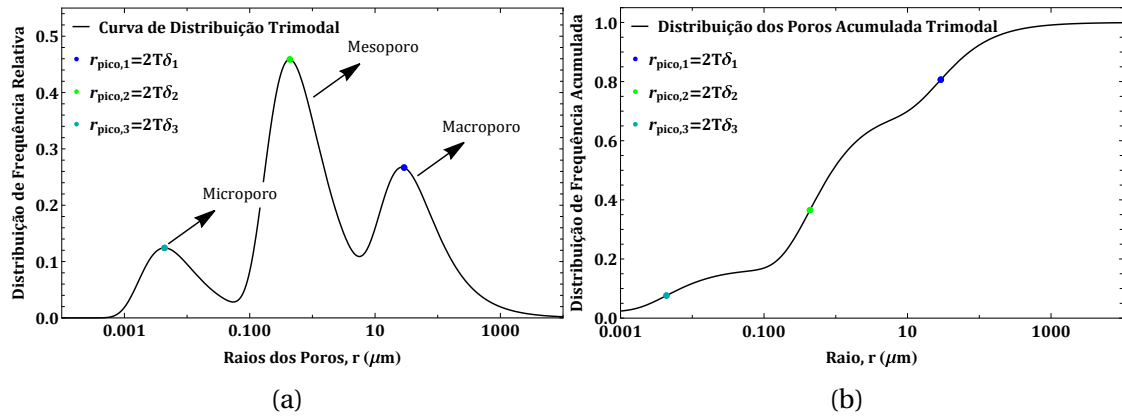


Figura 5.44: Funções de Distribuição de Poros Trimodal ( $\theta_r=0.01$ ,  $\theta_s = 0.45$ ,  $T=0.07275 \cdot 10^{-3}$  kN/m,  $\lambda_1=0.30$ ,  $\lambda_2 = 0.55$ ,  $\delta_1=0.20000$ ,  $\delta_2=0.00300$  e  $\delta_3=0.00003$  kPa $^{-1}$ ): (a)  $s(r)$  e (b)  $S(r)$ .

Ainda é possível expandir as definições de pontos de interesse da curva de retenção unimodal de Cavalcante & Zornberg (2017a), apresentadas por Costa (2022) e Santos et al. (2024), para o modelo de retenção trimodal, obtendo-se as seguintes relações:

$$\psi_{ar} = \exp(1 - \exp(1))/\delta_1 : \text{Limite do Trecho Saturado} \quad (5.84)$$

$$\psi_{res} = \exp(1)/\delta_3 : \text{Limite do Trecho Residual} \quad (5.85)$$

Na Fig.(5.45) são apresentados alguns pontos e regiões de interesse da CRA seguindo as relações apresentadas na Eq.(5.83), Eq.(5.84) e Eq.(5.85).

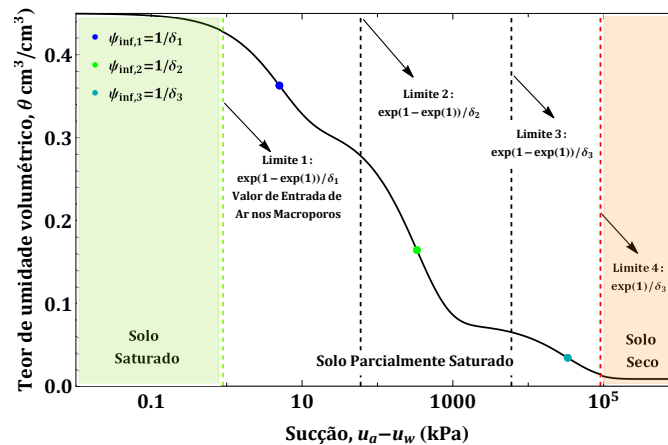


Figura 5.45: Demarcação de Pontos de Interesse na CRA Trimodal ( $\theta_r=0.01$ ,  $\theta_s = 0.45$ ,  $\delta_1=0.20000$  kPa $^{-1}$ ,  $\delta_2=0.00300$  kPa $^{-1}$ ,  $\delta_3=0.00003$  kPa $^{-1}$ ,  $\lambda_1=0.30$  e  $\lambda_2 = 0.55$ ).

Assumindo a aplicabilidade da Eq.(5.76) para modelar o comportamento hidráulico de solos trimodais e adotando a envoltória de resistência ao cisalhamento de Vanapalli et al. (1996), tem-se que a resistência de solos trimodais pode ser obtida por:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + \Theta^K (u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (5.86)$$

com tensão efetiva definida por:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \Theta^{\kappa} (u_a - u_w) \quad (5.87)$$

onde:

$$\Theta = \lambda_1 \exp(-\delta_1 |\psi|) + \lambda_2 \exp(-\delta_2 |\psi|) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \exp(-\delta_3 |\psi|) \quad (5.88)$$

Assim, a coesão aparente e coesão total não saturadas são definidas por:

$$c_{ap} = [\lambda_1 \exp(-\delta_1 |\psi|) + \lambda_2 \exp(-\delta_2 |\psi|) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \exp(-\delta_3 |\psi|)]^{\kappa} \psi \tan \phi' \quad (5.89)$$

$$c = c' + [\lambda_1 \exp(-\delta_1 |\psi|) + \lambda_2 \exp(-\delta_2 |\psi|) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \exp(-\delta_3 |\psi|)]^{\kappa} \psi \tan \phi' \quad (5.90)$$

Na Fig.(5.46) é plotada a função de resistência apresentada na Eq.(5.86).

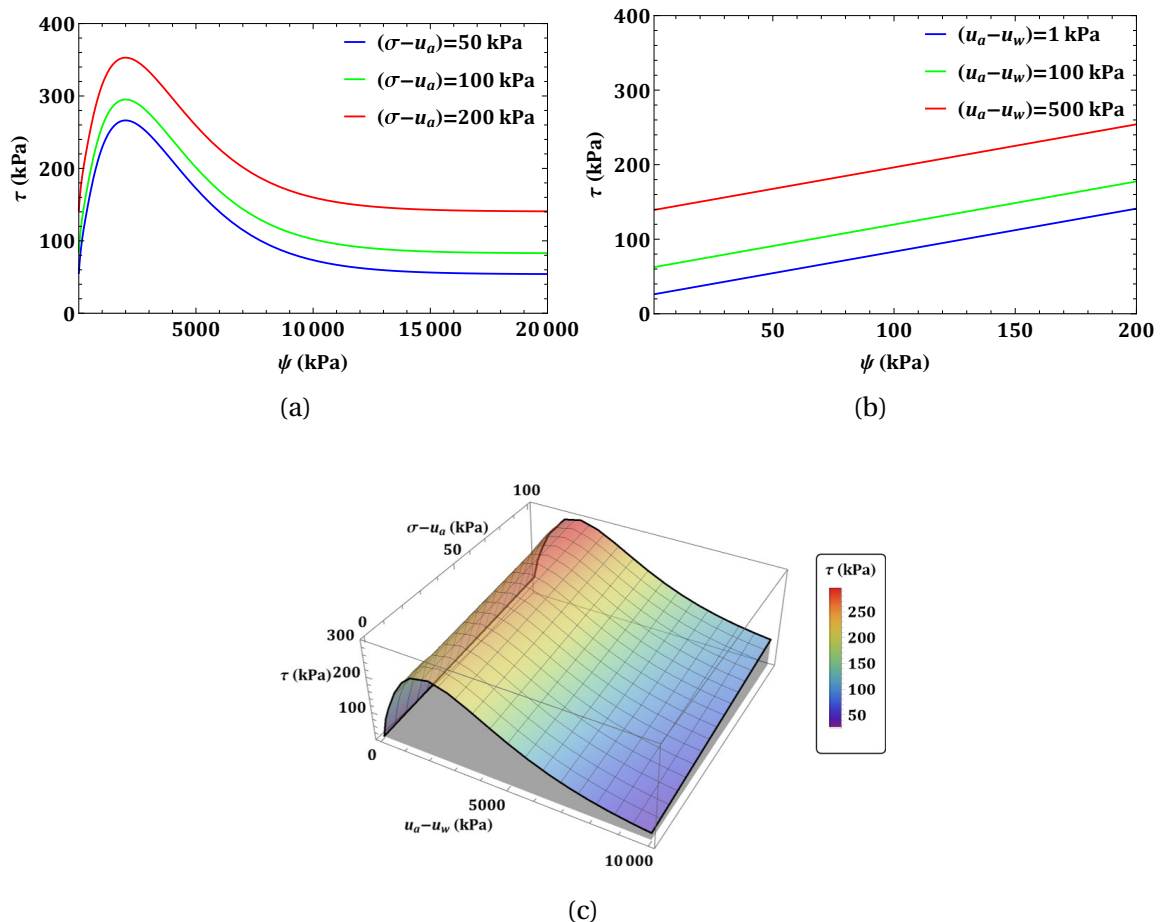


Figura 5.46: Resistência ao Cisalhamento de Solos Trimodais ( $c' = 25$  kPa,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\kappa = 0.5$ ,  $\delta_1 = 0.500$  kPa $^{-1}$ ,  $\delta_2 = 0.010$  kPa $^{-1}$ ,  $\delta_3 = 0.001$  kPa $^{-1}$ ,  $\lambda_1 = 0.25$  e  $\lambda_2 = 0.25$ ): (a)  $\tau(u_a - u_w)$ , (b)  $\tau(\sigma - u_a)$  e (c)  $\tau(u_a - u_w, \sigma - u_a)$ .

Observando a Fig.(5.46), nota-se que assim como nos modelos uni e bimodal pro-

postos, a curva de resistência variando com a sucção para solos também apresenta comportamento de pico, enquanto a curva de resistência variando com a tensão normal líquida continua linear.

Para os solos nos quais o parâmetro  $\kappa$  é igual a 1, é possível separar as contribuições das parcelas de macro, meso e microporos na coesão aparente por meio de:

$$c_{ap} = c_{ap_{macro}} + c_{ap_{meso}} + c_{ap_{micro}} \quad (5.91)$$

Assim, tem-se:

$$c = c' + c_{ap_{macro}} + c_{ap_{meso}} + c_{ap_{micro}} \quad (5.92)$$

Nesta condição, a resistência ao cisalhamento de um solo trimodal pode ser definida por:

$$\tau = c' + c_{ap_{macro}} + c_{ap_{meso}} + c_{ap_{micro}} + (\sigma - u_a) \tan \phi' \quad (5.93)$$

Ainda, destaca-se que, para os casos nos quais o parâmetro  $\kappa$  é diferente de 1, a separação apresentada acima (Eq.(5.91)-(5.93)), pode não representar o comportamento de resistência ao cisalhamento de um solo com arranjo trimodal de poros.

Deste modo, em virtude da complexidade e do número de parâmetros envolvidos na Eq.(5.86) e na sua derivada, nesta tese não é proposta uma formulação analítica para obtenção dos valores de  $\tau_{pico}$  e  $\psi_{pico}$ .

Assim, durante a aplicação testada nesta tese, a obtenção do valor máximo da função de resistência foi feito empregando o comando de busca de máximos do Software Mathematica, como demonstrado a seguir.

Para evidenciar a aplicabilidade do modelo de resistência ao cisalhamento trimodal proposto, nesta tese foram utilizados dados de um silte arenoso com comportamento trimodal estudado por Santos (2017). As características geotécnicas deste material são apresentadas na Tab.(5.18).

Assim como foi feito nas análises anteriores, os parâmetros hidráulicos do modelo de resistência trimodal  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  foram obtidos do ajuste dos dados experimentais do ensaio de papel filtro empregando a Eq.(5.76).

O resultado da retroanálise destes dados de retenção é apresentado na Fig.(5.47), onde pode ser verificado que há uma boa aderência entre os dados do ensaio de papel filtro e a função ajustada com  $R^2 > 0.99$ .

Tabela 5.18: Propriedades do Silte Arenoso estudado por Santos (2017).

Informação	Valor	
Granulometria	Pedregulho (%)	2.00
	Areia (%)	36.00
	Silte (%)	48.00
	Argila (%)	14.00
Limites de Atterberg	LL (%)	49.00
	IP (%)	18.00
Densidade dos Grãos	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	2.79
Intervalo de Índice de Vazios	$e$	0.70 a 1.45
Parâmetros Efetivos	$c'$ (kPa)	18.74-87.55
	$\phi'$ (°)	22.40-33.70

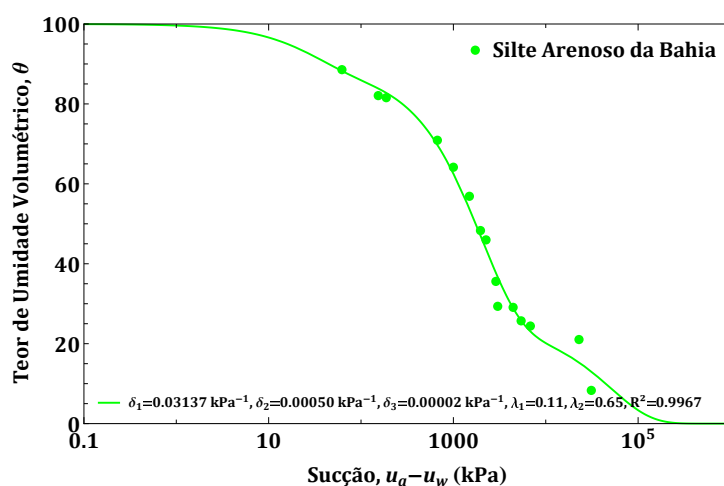
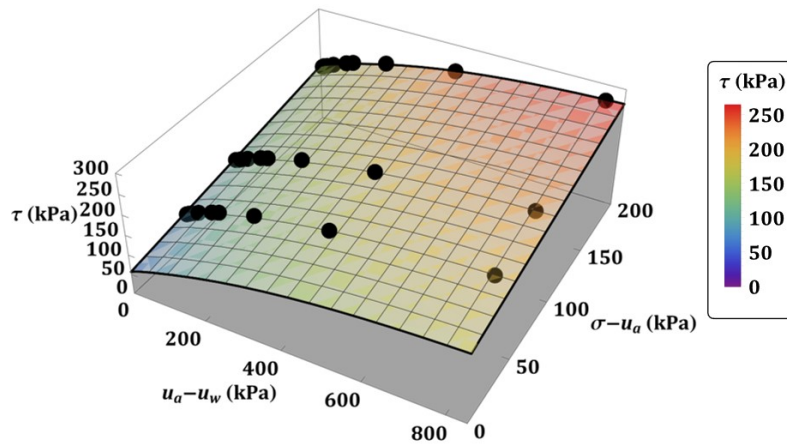


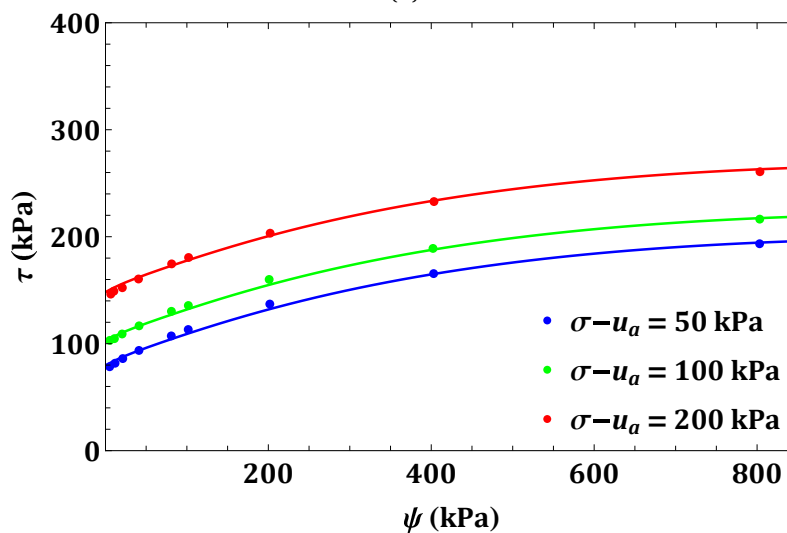
Figura 5.47: Curva de Retenção de Solo Silte Arenoso Trimodal Estudado por Santos (2017).

Após o ajuste e a validação dos parâmetros de retenção, a função de resistência ao cisalhamento para a condição não saturada foi estimada empregando a Eq.(5.86) para retro-analisar dados de ensaios de cisalhamento direto com corpos de prova não saturados que foram resultados da pesquisa desenvolvida por Santos (2017). Nesta análise, para calibrar a equação de resistência, os parâmetros  $\kappa$ ,  $c'$  e  $\phi'$  foram ajustados.

Na Fig.(5.48a) é apresentada a superfície de resistência ao cisalhamento do solo silteoso para diferentes tensões normais líquidas e sucções obtidas do ajuste dos dados experimentais.



(a)



(b)

Figura 5.48: Uso do Modelo Trimodal para a Estimativa da Resistência ao Cisalhamento de Silte Arenoso estudado por Santos (2017), para: (a) Superfície de Resistência Estimada, (b) Curvas de Resistência Estimada para diferentes Tensões Normais Líquidas, seguindo os valores de parâmetros da Tab.(5.19).

Observa-se que a função ajustada conseguiu representar bem o comportamento da resistência ao cisalhamento do material para diferentes tensões normais líquidas, Fig.(5.48b). Indicando que é possível estender o modelo proposto para solos multimodais, embora fica evidente que mais validações e análises são necessárias para entender o comportamento e aplicações deste modelo.

O resumo dos parâmetros obtidos nesta avaliação é apresentado na Tab.(5.19).

Tabela 5.19: Parâmetros Obtidos do Ajuste do Modelo de Resistência ao Cisalhamento para Solos Trimodais Proposto na Tese - Dados de Santos (2017)

Modelagem da Retenção		Análise da Resistência ao Cisalhamento	
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	0.03137	$\kappa$	2.87
$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	0.00050	$c'$ (kPa)	56.67
$\delta_3$ (kPa <sup>-1</sup> )	0.00002	$\phi'$ (°)	24.56
$\lambda_1$	0.11	$\psi_{pico}$ (kPa)	1099.37
$\lambda_2$	0.65	–	–
$R^2$	0.9967	–	0.9997

### 5.2.9 Correlações com outros Modelos

Quando se compara o modelo de resistência ao cisalhamento para solos unimodais (Eq.(5.1)) desenvolvido nesta pesquisa com os modelos de Bishop et al. (1960) (Eq.(2.12)) e Fredlund et al. (1978) (Eq.(2.14)), as seguintes relações podem ser obtidas:

$$\chi = \frac{\tan \phi^b}{\tan \phi'} = \exp[-\kappa \delta |u_a - u_w|] \quad (5.94)$$

Já para o modelo de resistência de solos bimodais (Eq.(5.59)), tem-se:

$$\chi = \frac{\tan \phi^b}{\tan \phi'} = (\lambda \exp(-\delta_1 |\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi|))^{\kappa} \quad (5.95)$$

No caso de solos trimodais (Eq.(5.86)), obtém-se:

$$\chi = \frac{\tan \phi^b}{\tan \phi'} = (\lambda_1 \exp(-\delta_1 |\psi|) + \lambda_2 \exp(-\delta_2 |\psi|) + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) \exp(-\delta_3 |\psi|))^{\kappa} \quad (5.96)$$

Assim, considerando um solo multimodal qualquer, como uma regra mais geral, tem-se que:

$$\chi = \frac{\tan \phi^b}{\tan \phi'} = \left( \sum_{i=1}^{\omega} \lambda_i \exp(-\delta_i |\psi|) \right)^{\kappa} \quad (5.97)$$

Por meio das correlações apresentadas nas Eqs.(5.94), (5.95), (5.96) e (5.97), é possível mensurar e indicar outros significados físicos dos modelos de Bishop et al. (1960) (Eq.(2.12)) e Fredlund et al. (1978) (Eq.(2.14)) apresentados na literatura, permitindo expandi-los e correlacioná-los com as validações apresentadas nesta tese e com as validações de outros trabalhos científicos. Isso possibilita uma generalização do modelo de resistência ao cisalhamento de solos não saturados, considerando a distribuição modal dos poros e o índice de vazios do meio.

Embora esta proposta pareça simples, torna-se evidente a necessidade de mais trabalhos para testar a validade das equações supracitadas e determinar o domínio destas funções, indicando, deste modo, aos casos ideais de aplicação.

Por fim, frente ao conteúdo apresentado nesta tese, considera-se que os modelos propostos apresentam grande potencial de aplicação e de ampliação para o desenvolvimento de novos trabalhos de pesquisa e possíveis aplicações práticas.

# 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

## 6.1. Conclusões

Neste documento foram apresentados novos modelos de equações para prever a resistência ao cisalhamento e a coesão total de solos não saturados com base no modelo de resistência ao cisalhamento de Vanapalli et al. (1996) e nas funções hidráulicas derivadas do modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a).

Para os modelos de resistência ao cisalhamento propostos, há uma conexão entre o comportamento de retenção de água e a resistência ao cisalhamento do meio sendo possível verificar variações do índice de vazios do material e considerar diferentes tipos de modalidade do arranjo poroso do solo. Para os modelos desenvolvidos, a resistência ao cisalhamento é uma superfície no espaço definida pela resistência ao cisalhamento, tensão normal líquida e sucção mátrica, seguindo o proposto por Fredlund et al. (1978).

Conforme mostrado por meio de validações, uma vez que uma estimativa razoável da função de retenção é obtida, previsões satisfatórias da resistência ao cisalhamento e da coesão total podem ser obtidas pela aplicação dos modelos apresentados, o que mostra a aplicabilidade da pesquisa para a previsão das propriedades de resistência ao cisalhamento de solos não saturados uni e multimodais.

Frente as hipóteses adotadas e potenciais de uso, deve-se citar como as principais vantagens dos modelos criados:

- Baixo número de parâmetros de ajuste quando comparado com outros modelos presentes na literatura;
- Eficiência para a previsão da resistência ao cisalhamento não saturada de diversos tipos de solos dentro de um intervalo de sucção preestabelecido;
- Definição do conceito matemático de função de superfície de coesão não saturada;
- Desenvolvimento de modelos de resistência ao cisalhamento em função do índice de vazios  $e$ ,



- Avaliação da resistência ao cisalhamento seguindo a distribuição de poros e retenção do material, separando o comportamento dos solos de acordo com a modalidade, em: uni e multimodais.

Além das vantagens citadas, os modelos criados podem ser relacionados com as outras equações derivadas do modelo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a), tais como:

- i) Previsão da granulometria (Sousa, 2019) e distribuição de poros (Sousa, 2019; Costa & Cavalcante, 2021a);
- ii) Estimativa de curvas de infiltração e definição de propriedades hidráulicas, como mostrado em Sousa (2019) e Mascarenhas (2018);
- iii) Definição de fator de segurança aplicado à estabilidade de taludes de terra (Rojas, 2017; Silva, 2018; Dantas & Cavalcante, 2021; Santos, 2023a);
- iv) Cálculo da Estabilidade de taludes por meio do Método do Equilíbrio Limite (Santos, 2023b) e do Cálculo Fracionário (Mascarenhas, 2022);
- v) Definição da capacidade de carga de fundações (Santos et al., 2021) e,
- vi) Dimensionamento de estruturas de contenções (Albuquerque, 2022; Aniceto, 2022).

Deve-se destacar ainda que os modelos desenvolvidos na tese não consideram o efeito da histerese associado à curva de retenção de água no solo. Assim, dependendo da curva de retenção empregada, pode-se gerar duas envoltórias de resistência ao cisalhamento distintas, uma correspondente às condições de secagem e outra correspondente às condições de molhagem do solo.

Ressalta-se também que os modelos deve ser utilizados para solos cuja variação de volume devido a variações de teor de água e de sucção são consideradas irrelevantes, ou seja, não se aplica a solos expansíveis e colapsíveis. Nestes modelos, os valores de coesão e ângulo de atrito efetivo são considerados constantes para cada tipo de solo.

Frente as limitações, vantagens e aplicações expostas no texto, considera-se que a pesquisa atingiu seus objetivos gerando modelos de resistência não saturada que podem ser facilmente aplicados quando os ensaios de retenção e de resistência convencionais de amostras saturadas são conhecidos, tais como triaxial, cisalhamento direto ou cisalhamento simples. Ajudando, deste modo, a popularizar e a difundir os conceitos da Mecânica dos Solos não Saturados.

## 6.2. Sugestões de Trabalhos Futuros

Frente as possibilidades de aplicação, validação e melhoria dos modelos propostos nesta tese de doutorado, lista-se como sugestões de trabalhos futuros:

- Aplicação dos modelos de resistência ao cisalhamento propostos para inferências de fatores de segurança transientes;
- Expansão dos modelos criados para a definição da trajetória de tensão não saturada;
- Ampliação do emprego dos modelos propostos para estimativa de outras propriedades mecânicas de solos;
- Criação de banco de dados para a estimativa do parâmetro  $\kappa$  por meio de correlações com outras propriedades conhecidas de solos;
- Emprego das funções propostas para modelagem da resistência ao cisalhamento durante eventos de infiltração de água em camadas de solos;
- Estudo da influência do fenômeno de histerese da curva de retenção na resistência ao cisalhamento de amostras de solos;
- Expansão dos modelos propostos considerando diversas equações de acréscimo de cargas na superfície do terreno e,
- Avaliação da correlação entre o modelo de granulometria e o modelo de resistência ao cisalhamento derivados do modelo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a), permitindo analisar a possibilidade da obtenção da caracterização hidráulica e mecânica não saturada de solos por meio do ajuste da curva de granulométrica.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al Aqtash, U. & Bandini, P.: (2015). Prediction of unsaturated shear strength of an adobe soil from the soilwater characteristic curve. *Construction and Building Materials*, volume 98, pp. 892–899.
- Albuquerque, E.A.C.: (2022). Dimensionamento Geotécnico de Estacas Justapostas com Tirantes em Condição Transiente e Não Saturada. Dissertação de Mestrado, Trabalho de Conclusão de Curso, Graduação em Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília.
- Almeida, M.S.S.: (2016). Estudo da Resistência ao Cisalhamento de um Solo Não Saturado quando Percolado por Fluidos de Diferentes Constantes Dielétricas. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Ciências, Energia e Ambiente, Universidade Federal da Bahia.
- Alonso, T.P.: (2005). Condutividade hidráulica de solos compactados em ensaios com permeâmetro de parede flexível. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 137 p.
- Andrade, S.F.R., Souza, R.C., Menezes, R.D. & Andrade, B.S.: (2021). Protótipo de permeâmetro computadorizado de baixo custo para avaliação da exposição química em solos. *Revista Eixo*, volume 10(2), pp. 4–14.
- Aniceto, J.C.: (2022). Dimensionamento Geotécnico de Muros de Flexão em Solo Saturado e não Saturado. Dissertação de Mestrado, Trabalho de Conclusão de Curso, Graduação em Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília.
- Araujo, A.G.: (2010). Análise do Desempenho de Poços de Infiltração na Cidade de Goiânia-GO. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Mecânica das Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal de Goiás.
- Araujo, A.G., Souza, J.C., Alves, E.C., Silva, I.L.A. & Correchel, V.: (2017). Aplicação de Modelos de Ajustes de Curvas Características Solo Água em Solos Tropicais. *Revista Mirante*, volume 10(5), pp. 50–61.
- Arifin, Y.F. & Schanz, T.: (2009). Osmotic suction of highly plastic clays. *Acta Geotechnica*, volume 4(6), p. 177191.
- Arya, L.M. & Paris, J.F.: (1981). A Physicoempirical Model to Predict the Soil Moisture Characteristic from Particle-Size Distribution and Bulk Density Data. *Soil Science Society of America Journal*, volume 45, pp. 1023–1030.

- Aubertin, M., Ricard, J.F. & Chapuis, R.P.: (1998). A predictive model for the water retention curve: application to tailings from hard-rock mines. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 35(1), pp. 55–69.
- Azevedo, M.M.: (2016). Performance of Geotextiles with Enhanced Drainage. Tese de Doutorado, University of Texas.
- Bao, C., Gong, B. & Zhan, L.: (1998). Properties of unsaturated soils and slope stability of expansive soils. In Keynote Lecture, Proceedings of the 2nd International Conference on Unsaturated Soils (UNSAT 98). Beijing, China, volume 1. pp. 71–98.
- Barbour, S.L.: (1998). Nineteenth Canadian Geotechnical Colloquium: The soil-water characteristic curve: a historical perspective. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 35(5), pp. 873–894.
- Betim, L.S.: (2013). Caracterização da condutividade hidráulica dos solos e estudo da vulnerabilidade à contaminação dos aquíferos da sub-bacia do Córrego Palmital Viçosa/MG. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, 209 p.
- Bicalho, K.V., Machado, S.L. & Gerscovich, D.M.S.: (2023). Condutividade Hidráulica e Fluxo em Solos não Saturados, chapter 13. pp. 403–438.
- Bishop, A.W. & Blight, G.E.: (1963). Some aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soils. *Géotechnique*, volume 13(3), pp. 177–197.
- Bjerrum, L.: (1954). Theoretical and experimental investigations on the shear strength of soils. Tese de Doutorado, The Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- Bonder, B.H.: (2008). Curvas de Retenção de Água de um Solo Coluvionar de Campinas obtidas mediante Técnicas de Laboratório e de Campo. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas.
- Borges, L.P.F.: (2021). Internet das Coisas Aplicada à Análise do Fluxo de Água em Solos Saturados e não Saturados: A Consolidação de uma Nova Geotecnia Pautada na Ciência dos Dados. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Braida, J.A., Reichert, J.M., Reinert, D.J. & Soares, J.M.D.: (2007). Coesão e atrito interno associados aos teores de carbono orgânico e de água de um solo franco arenoso. *Ciência Rural*, volume 37(6), pp. 1646–1653.
- Brooks, R.H. & Corey, T.: (1964). Hydraulic Properties of Porous Media. *Hydrology Papers Colorado State University*, (3), pp. 1–27.

- Bruning, J., Robaina, A.D., Peiter, M.X., Boscaini, R., Conceição, C.G. & Gollo, E.A.: (2019). Estimativa da Curva de Retenção de Água no solo por Função de Pedotransferência. *Revista de Ciências Agronômicas*, volume 28(1), pp. 97–110.
- Bulut, R. & Wray, W.: (2005). Free Energy of Water-Suction-in Filter Papers. *Geotechnical Testing Journal*, volume 28(4).
- Cai, G., Zhou, A., Liu, Y., Xu, R. & Zhao, C.: (2020). Soil water retention behavior and microstructure evolution of lateritic soil in the suction range of 0286.7 MPa. *Acta Geotech.*, volume 15, p. 33273341.
- Cavalcante, A.L.B., Borges, L.P. & Carvalho, J.C.: (2015). Tomografias computadorizadas e análises numéricas aplicadas à caracterização da estrutura porosa de solos não saturados. In J.C. Carvalho, G.F.N. Gitirana Junior, S.L. Machado, M.M.A. Mascarenha & F.C.S. Silva Filho (editores), *Solos não saturados no contexto geotécnico*, chapter 19. Associação Brasileira de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (ABMS), São Paulo, pp. 531–553.
- Cavalcante, A.L.B., Borges, L.P.F. & Zornberg, J.G.: (2019). New 3D Analytical Solution for Modeling Transient Unsaturated Flow Due to Wetting and Drying. *International Journal of Geomechanics*, volume 19(7), p. 04019077.
- Cavalcante, A.L.B. & Mascarenhas, P.V.S.: (2021). Efficient approach in modeling the shear strength of unsaturated soil using soil water retention curve. *Acta Geotechnica*, volume 16(10), pp. 3177–3186.
- Cavalcante, A.L.B. & Zornberg, J.G.: (2017a). Efficient Approach to Solving Transient Unsaturated Flow Problems. I: Analytical Solutions. *International Journal of Geomechanics*, volume 17(7), p. 04017013.
- Cavalcante, A.L.B. & Zornberg, J.G.: (2017b). Efficient Approach to Solving Transient Unsaturated Flow Problems. II: Numerical Solutions. *International Journal of Geomechanics*, volume 17(7), p. 04017014.
- Chaves, C.P.: (2023). Estudo em laboratório de resposta térmica de protótipos de estacas trocadoras de calor em solo tropical não saturado. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Chen, Y.: (2018). Soil Water Retention Curves Derived as a Function of Soil Dry Density. *GeoHazards*, volume 1(1), pp. 3–19.
- Clayton, C.R.I., Steinhagen, H.M. & Powrie, W.: (1995). Terzaghi's Theory of Consolidation, and the Discovery of Effective Stress. (Compiled from The Work of K. Terzaghi and A.W.

- Skempton). Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering, volume 113(4), pp. 191–205.
- Cokca, E., Erol, O. & Armangil, F.: (2004). Effects of compaction moisture content on the shear strength of an unsaturated clay. Geotechnical and Geological Engineering, volume 22, p. 285297.
- Collares, G.L., Reinert, D.J., Reichert, J.M., Santi, G.R., Paulleto, E., Leitske, V.W. & Pinto, L.F.S.: (2022). Retenção de Água medida pelo Método de Placas Porosas de Richards e pelo Psicrômetro de Termopar. In Anais da XIV Reunião Sul Brasileira de Ciência do Solo. Sociedade Brasileira de Ciência do Solo.
- Cook, R.J. & Papendick, R.I.: (1972). Influence of Water Potential of Soils and Plants on Root Disease. Annual Review of Phytopathology, volume 10(1), pp. 349–374.
- Coppola, A.: (2000). Unimodal and Bimodal Descriptions of Hydraulic Properties for Aggregated Soils. Soil Sci. Soc. Am. J., volume 64, pp. 1252–1262.
- Costa, A.C.S. & Libardi, P.L.: (1999). Caracterização Físico-Hídrica de um Perfil de Terra Roxa Estruturada Latossólica pelo Método do Perfil Instantâneo. R. Bras. Ci. Solo, volume 23(3), pp. 669–677.
- Costa, K.R.C.B.: (2024). Plataforma Integrada para Avaliação do Risco devido aos Deslizamentos Superficiais Deflagrados por Chuvas. Tese de doutorado (versão preliminar), Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília.
- Costa, M.B.A.: (2017). Modelagem numérica do fluxo transiente em meio poroso não saturado sob a ação de centrifugação. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília.
- Costa, M.B.A.: (2022). Modelos Constitutivos de Superfície de Retenção e de Condutividade Hidráulica para Solos Uni e Bimodais. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília.
- Costa, M.B.A. & Cavalcante, A.L.B.: (2020). Novel Approach to Determine SoilWater Retention Surface. International Journal of Geomechanics, volume 20(6), p. 04020054.
- Costa, M.B.A. & Cavalcante, A.L.B.: (2021a). Bimodal SoilWater Retention Curve and k-Function Model Using Linear Superposition. International Journal of Geomechanics, volume 21(7), p. 04021116.
- Costa, M.B.A. & Cavalcante, A.L.B.: (2021b). Closure to Novel Approach to Determine SoilWater Retention Surface by Mateus Bezerra Alves da Costa and André Luís Brasil Cavalcante. International Journal of Geomechanics, volume 21(8), p. 07021002.

- Croney, D., Coleman, J.D. & Black, W.P.: (1958). Movement and Distribution of Water in Soil in relation to Highway Design and Performance. In Proceedings of the Thirty-Seventh Annual Meeting of the Highway Research Board. Highway Research Board, pp. 226–252.
- Dantas, A.P.N. & Cavalcante, A.L.B.: (2021). Evaluation of antecedent rainfall effects in the analysis of the probability of transient failure in unsaturated slopes. In Proceedings of the Third Pan-American Conference on Unsaturated Soils, MATEC Web of Conferences 337. Rio de Janeiro, Brazil, p. 03016.
- Dao, V.N.T., Morris, P.H. & Dux, P.F.: (2008). On equations for the total suction and its matric and osmotic components. *Cement and Concrete Research*, volume 38(11), pp. 1302–1305.
- Das, B.M.: (2007). *Fundamentos de Engenharia Geotécnica*, volume 1. Thomson Learning, São Paulo.
- Dave, B.S., Lafebo, M.M., Solanki, C.H. & Desai, A.K.: (2019). Effects of plastic reinforcement on unsaturated soil and its centrifuge modeling for an embankment. *Japanese Geotechnical Society Special Publication*, volume 7(2), pp. 119–124.
- Dias, A.S., Hughes, P.N., Toll, D.G. & Glendinning, S.: (2023). A simple method to determine soilwater retention curves of compacted active clays. *Transportation Geotechnics*, volume 43, p. 101138.
- Donald, I.B.: (1956). Shear strength measurements in unsaturated noncohesive soils with negative pore pressures. In 2nd Proc. of Australia New Zealand Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg. University of Melbourne, pp. 200–204.
- Duncan, C.I.: (1998). *Shear Strength of Soils*. Springer US, Boston, MA, pp. 73–86.
- Durner, W.: (1994). Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resources Research*, volume 30(2), pp. 211–223.
- Edlefsen, N.E. & Anderson, A.B.C.: (1943). Thermodynamics of soil moisture. *Hilgardia*, volume 15(2), pp. 31–298.
- Escario, V. & Jucá, J.F.T.: (1989). Strength and deformation of partly saturated soils. In Congrès international de mécanique des sols et des travaux de fondations. International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Netherlands, pp. 1–12.
- Escario, V. & Sáez, J.: (1986). The shear strength of partly saturated soils. *Geotechnique*, volume 36(3), pp. 453–456.

- Ferreira, K.S.M.: (2017). Análise Hidromecânica de um Talude Rodoviário Composto por Solo Residual no Trecho de Serra do Mar da BR-376/PR. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil.
- Feuerharmel, C.: (2007). Estudo da Resistência ao Cisalhamento e da Condutividade Hidráulica de Solos Coluvionares Não Saturados da Formação Serra Geral. Tese de Doutorado, Programa de Pós- Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Fredlund, D. & Rahardjo, H.: (1988). State-of-development in measurement of soil suction.
- Fredlund, D. & Xing, A.: (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 31(4), pp. 521–532.
- Fredlund, D., Xing, A. & Huang, S.: (1994). Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 31(4), pp. 533–546.
- Fredlund, D.G., Morgenstern, N.R. & Widger, R.A.: (1978). The shear strength of unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 15(3), pp. 313–321.
- Fredlund, D.G. & Rahardjo, H.: (1993). *Soil mechanics for unsaturated soils*. Wiley, NJ.
- Fredlund, D.G. & Rahardjo, H.: (1993). *Soil mechanics unsaturated soils*, volume 1. John Wiley & Sons, Inc., Canada.
- Fredlund, D.G., Xing, A., Fredlund, M.D. & Barbour, S.L.: (1996). The relationship of the unsaturated soil shear strength to the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 33(3), pp. 440–448.
- Fredlund, M.D., Wilson, G.W. & Fredlund, D.G.: (1997). Prediction of the soil-water characteristic curve from grain-size distribution and volume-mass properties. In *Proceedings Brazil Symposium on Unsaturated Soils*, volume 1. Rio de Janeiro, pp. 13–23.
- Freitas Neto, O.: (2008). Resistência ao Cisalhamento de um Solo Não Saturado com medida direta da Sucção. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Fuentes, C., Antonino, A.C.D., Maciel Netto, A., Lira, C.A.B.O. & Cabral, J.J.S.P.: (2005). Desenvolvimento de um modelo fractal para a estimativa da condutividade hidráulica de solos não saturados. *Rev. Bras. Ciênc.*, volume 29(1), pp. 51–60.
- Gallage, C.P.K. & Uchimura, T.: (2006). Effects of Wetting and Drying on the Unsaturated Shear Strength of a Silty Sand Under Low Suction. pp. 1247–1258.



- Gallage, C.P.K. & Uchimura, T.: (2010). Effects of Dry Density and Grain Size Distribution on Soil-Water Characteristic Curves of Sandy Soils. *Soils and Foundations*, volume 50(1), pp. 161–172.
- Gao, Y., Sun, D., Zhou, A. & Li, J.: (2020). Predicting Shear Strength of Unsaturated Soils over Wide Suction Range. *International Journal of Geomechanics*, volume 20(2), p. 04019175.
- Gardner, W.R.: (1958). Some Steady-State Solutions of the Unsaturated Moisture Flow Equation with application to Evaporation from a Water Table. *Soil Science*, volume 85(4), pp. 228–232.
- Garven, E.A. & Vanapalli, S.K.: (2006). Evaluation of Empirical Procedures for Predicting the Shear Strength of Unsaturated Soils. pp. 2570–2592.
- Gimenes, F.H.S.: (2012). Curva de retenção na avaliação da qualidade física do solo. *Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo*.
- Gitirana, G.F.N. & Fredlund, D.G.: (2004). Soil-Water Characteristic Curve Equation with Independent Properties. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, volume 130(2), pp. 209–212.
- Guan, G.S., Rahardjo, H. & Choon, L.E.: (2010). Shear Strength Equations for Unsaturated Soil under Drying and Wetting. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, volume 136(4), pp. 594–606.
- Guan, Y. & Fredlund, D.G.: (1997). Use of the tensile strength of water for the direct measurement of high soil suction. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 34(4), pp. 604–614.
- Gupta, S.C. & Larson, W.E.: (1979). Estimating soil water retention characteristics from particle size distribution, organic matter percent, and bulk density. *Water Resources Research*, volume 15(6), p. 16331635.
- Góis, M.S., Costa, K.R.C.B. & Cavalcante, A.L.B.: (2023). Prediction of hydraulic and petrophysical parameters from indirect measurements of electrical resistivity to determine soil-water retention curve - studies in granular soils. *SOILS & ROCKS*, volume 46(3), p. e20230138222.
- Haines, W.B.: (1925). Studies in the physical properties of soils: II. A note on the cohesion developed by capillary forces in an ideal soil. *The Journal of Agricultural Science*, volume 15(4), pp. 529–535.
- Heshmati, A.A. & Motahari, M.R.: (2012). Identification of key parameters on soil water characteristic curve. *Life Science Journal*, volume 9(3), p. 15321537.

- Huo, W., Zhang, W., Zhu, Z. & Peng, Y.: (2021). Experimental and numerical simulation study on mechanical and engineering properties of silt roadbed under capillary water. *Bull Eng Geol Environ*, volume 80, p. 82118229.
- Isidro, M., Trejo, P. & López, M.: (2021). Soil water characteristic curve parameters of collapsible sand in Lambayeque, Peru. *MATEC Web Conf.*, volume 337, p. 01005.
- Jennings, J.E.B. & Burland, J.B.: (1962). Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils. *Géotechnique*, volume 12(2), pp. 125–144.
- Jesus, A.C.: (2008). *Retroanálise de Escorregamentos em Solos Residuais não Saturados*. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 284 p.
- Jiang, X., Wu, L. & Wei, Y.: (2020). Influence of Fine Content on the SoilWater Characteristic Curve of Unsaturated Soils. *Geotech Geol Eng*, volume 38, p. 13711378.
- Karube, D. & Kawai, K.: (2001). The role of pore water in the mechanical behavior of unsaturated soils. *Geotechnical and Geological Engineering*, volume 19, p. 211241.
- Kawai, K., Kato, S. & Karube, D.: (2000). The model of water retention curve considering effects of void ratio. In *Proceedings of the Asian Conf. on Unsaturated Soils*. Taylor & Francis, pp. 329–334.
- Khalili, N. & Khabbaz, M.H.: (1998). A unique relationship for for the determination of the shear strength of unsaturated soils. *Géotechnique*, volume 48(5), pp. 681–687.
- Klein, V.A. & Libardi, P.L.: (2002). Densidade e Distribuição do diâmetro dos poros de um Latossolo Vermelho, Sob Diferentes Sistemas de uso e manejo. *R. Bras. Ci. Solo*, volume 26, pp. 857–867.
- Kühn, V.O., de Carvalho Faria Lima Lopes, B., Caicedo, B. & Cordão-Neto, M.P.: (2021). Microstructural and volumetric behaviour of bimodal artificial soils with aggregates. *Engineering Geology*, volume 288, p. 106139.
- Laliberte, G.E.: (1969). A mathematical function for describing capillary pressure-desaturation data. *Bull. Int. Assoc. Sci. Hydrol.*, volume 14(2), pp. 131–149.
- Lambe, T.W. & Whitman, R.V.: (1969). *Soil Mechanics*, volume 1. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Lee, S., Lee, S. & Kim, Y.: (2003). An approach to estimate unsaturated shear strength using artificial neural network and hyperbolic formulation. *Computers and Geotechnics*, volume 30(6), pp. 489–503.

- Leong, E.C. & Abuel-Naga, H.: (2018). Contribution of osmotic suction to shear strength of unsaturated high plasticity silty soil. *Geomechanics for Energy and the Environment*, volume 15, pp. 65–73. Effective stress in multiphase porous media.
- Li, X., Li, J. & Zhang, L.: (2014). Predicting bimodal soilwater characteristic curves and permeability functions using physically based parameters. *Computers and Geotechnics*, volume 57, pp. 85–96.
- Libardi, P.L.: (2016). *Água no Solo*.
- Lisboa, R.L.L.: (2006). *Determinação da Condutividade Hidráulica não Saturada de Solos Residuais com o Permeâmetro Guelph e Ensaios de Laboratório*. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa.
- Liu, S., Yasufuku, N., Liu, Q., Omine, K. & Hemanta, H.: (2013). Bimodal and multimodal descriptions of soil-water characteristic curves for structural soils. *Water Science & Technology*, volume 67(8), pp. 1740–1747.
- Lu, N., Godt, J.W. & Wu, D.T.: (2010). A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil. *Water Resources Research*, volume 46(5), p. W05515.
- Lu, S.G., Malik, Z., Chen, D.P. & Wu, C.F.: (2014). Porosity and pore size distribution of Ultisols and correlations to soil iron oxides. *Catena*, volume 123, pp. 79–87.
- Ma, K., Tan, Y. & Chen, C.: (2011). The influence of water retention curve hysteresis on the stability of unsaturated soil slopes. *Hydrological Processes*, volume 25(23), p. 35633574.
- Mascarenhas, P.V.S.: (2018). *Modelagem Fracionária do Fluxo de Água em Meio Poroso Não Saturado*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília.
- Mascarenhas, P.V.S.: (2022). *Risco de Ruptura de Encosta Causada por Chuva com Consequência para Oleodutos e Gasodutos na Serra do Mar Implementando a Análise não Saturada, Transiente e Fracionária*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Mascarenhas, P.V.S. & Cavalcante, A.L.B.: (2022). Stochastic Foundation to Solving Transient Unsaturated Flow Problems Using a Fractional Dispersion Term. *International Journal of Geomechanics*, volume 22(1), p. 04021262.
- Matsushi, Y. & Matsukura, Y.: (2006). Cohesion of unsaturated residual soils as a function of volumetric water content. *Bull Eng Geol Environ*, volume 65, p. 449455.
- McCartney, J.S., Villar, L.F.S. & Zornberg, J.G.: (2007). Estimation of the Hydraulic Conductivity Function of Unsaturated Clays Using Infiltration Column Tests. In *Proceedings of*

- the Sixth Brazilian Symposium on Unsaturated Soils. International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, pp. 321–328.
- McCartney, J.S. & Zornberg, J.G.: (2010). Centrifuge Permeameter for Unsaturated Soils. II: Measurement of the Hydraulic Characteristics of an Unsaturated Clay. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, volume 136(8), pp. 1064–1076.
- McKee, C.R. & Bumb, A.C.: (1987). Flow-testing Coalbed Methane Production Wells in the Presence of Water and Gas. *SPE Form Eval*, volume 2(4), pp. 599–608.
- Meerdink, J.S., Benson, C.H. & Khire, M.V.: (1996). Unsaturated Hydraulic Conductivity of Two Compacted Barrier Soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, volume 122(7), pp. 565–576.
- Meißner, H. & Becker, A.: (1995). Dynamic behaviour of partially saturated sand. *T. Built Environ*, volume 14, p. 4555.
- Miller, C.J., Yesiller, N., Yaldo, K. & Merayyan, S.: (2002). Impact of Soil Type and Compaction Conditions on Soil Water Characteristic. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, volume 128(9), pp. 733–742.
- Miller, D.J. & Nelson, J.D.: (2006). Osmotic Suction in Unsaturated Soil Mechanics. pp. 1382–1393.
- Naime, J.M.: (2001). Um Novo Método Para Estudos Dinâmicos, in situ, da Infiltração da Água na Região Não-Saturada do solo. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo.
- Nong, X.F, Rahardjo, H., Lee, D.T.T., Leong, E.C. & Fong, Y.K.: (2021). Effects of organic content on soil-water characteristic curve and soil shrinkage. *Environmental Geotechnics*, volume 8(7), pp. 442–451.
- Nouri, M., Homaee, M. & Bybordi, M.: (2014). Quantitative Assessment of LNAPL Retention in Soil Porous Media. *Soil and Sediment Contamination: An International Journal*, volume 23, pp. 801 – 819.
- Oliveira, J.A.T.: (2014). A curva de distribuição de poros obtida por simulação computacional em imagens tomográficas. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Ponta Grossa.
- Ortigão, J.A.R.: (2007). Introdução à Mecânica dos Solos dos Estados Críticos, volume 1. Terratek, 3a Edição.
- Papendick, R.I. & Campbell, G.S.: (1981). Theory and Measurement of Water Potential. Soil Science Society of America, Madison, Wisconsin, pp. 1–22.

- Pereira, E.M.: (2004). Estudo do Comportamento à Expansão de Materiais Sedimentares da Formação Guabirotuba em Ensaios com Sucção Controlada. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Pham, T.A., Sutman, M. & Medero, G.M.: (2023). Validation, Reliability, and Performance of Shear Strength Models for Unsaturated Soils. *Geotechnical and Geological Engineering*, volume 41, p. 42714309.
- Pinto, C.S.: (2006). Curso Básico de Mecânica dos Solos em 16 Aulas, volume 1. Oficina de Textos, São Paulo.
- Pires, L.F. & Bacchi, O.O.S.: (2002). Determinação da curva de retenção da água no solo com auxílio da transmissão de raios gama. In VI National Meeting on Nuclear Applications. Rio de Janeiro.
- Quaglia, G.: (2018). Hydro-Mechanical Characterization of Unsaturated Clays Using Centrifuge Technology. Tese de Doutorado, The University of Texas at Austin.
- Queiroz, A.C.G.: (2015). Estudo do Comportamento Microestrutural de Solos Tropicais Compactados. Tese de doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Robert, D.: (2017). A Modified Mohr-Coulomb Model to Simulate the Behavior of Pipelines in Unsaturated Soils. *Computers and Geotechnics*, volume 91, pp. 146–160.
- Rosenzweig, R., Shavit, U. & Furman, A.: (2012). Water Retention Curves of Biofilm-Affected Soils using Xanthan as an Analogue. *Soil Science Society of America Journal*, volume 76(1), pp. 61–69.
- Sadrekarami, A.: (2014). Effect of the Mode of Shear on Static Liquefaction Analysis. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, volume 140(12), p. 04014069.
- Salager, S., El Youssoufi, M.S. & Saix, C.: (2010). Definition and experimental determination of a soil-water retention surface. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 47(6), pp. 609–622.
- Santos, B.A.: (2017). Avaliação de ruptura de solos não saturados: estudo do escorregamento do Morro do Águia, Salvador, BA. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 160 f.
- Santos, D.B.: (2023a). Estabilidade Transiente de Taludes em Solos não Saturados pelo Método do Equilíbrio Limite Generalizado com Solução Analítica da Infiltração De Água. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Universidade de Brasília, 125 p.

- Santos, D.B.: (2023b). Estabilidade Transiente de Taludes em Solos não Saturados pelo Método do Equilíbrio Limite Generalizado com Solução Analítica da Infiltração de Água. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Santos, D.B., Lemos, M.A.C. & Cavalcante, A.L.B.: (2021). Transient unsaturated shaft resistance of a single pile during water flow. In Proceedings of the Third Pan-American Conference on Unsaturated Soils, MATEC Web of Conferences. p. 03007.
- Santos, D.B., Sousa, P.F. & Cavalcante, A.L.B.: (2024). Analytical Modeling of Unsaturated Soil Shear Strength during Water Infiltration for Different Initial Void Ratios. Sustainability, volume 16(4).
- Santos, J.A.A., Sousa, P.F. & Cavalcante, A.L.B.: (2022). Análise Comparativa de Fluxo de Água em Meio Poroso Não Saturado Natural e Contaminado com Cloreto de Potássio. In Anais do XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica. Associação Brasileira de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, p. 120751.
- Satyanaga, A., Nail Bairakhmetov, J.R.K. & Moon, S.W.: (2022). Role of Bimodal Water Retention Curve on the Unsaturated Shear Strength. Appl. Sci., volume 12(3), p. 1266.
- Sheng, D., Zhou, A. & Fredlund, D.G.: (2011). Shear Strength Criteria for Unsaturated Soils. Geotechnical and Geological Engineering, volume 29(2), pp. 145–159.
- Silva, A.J.N. & Carvalho, F.G.: (2007). Coesão e Resistência ao Cisalhamento relacionadas a Atributos Físicos e Químicos de um Latossolo Amarelo de Tabuleiro Costeiro. R. Bras. Ci. Solo, volume 31(5), pp. 853–862.
- Silva, F.C., Cabral, S.M., Cabral, R.M., Camapum de Carvalho, J., Cordão Neto, M.P., Oliveira, R.B. & Côrtes, H.A.: (2020). Determinação da Curva Característica e a influência dos macro e microporos em um Perfil de Solo Residual. Geotecnia, (149), pp. 101–128.
- Silva, M.L.N.: (2016). Influência do tamanho da amostra na determinação da curva de retenção da água no solo. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo.
- Silva, M.T.M.G.: (2009). Metodologia para determinação de parâmetros para solos não saturados utilizando ensaios de umidade conhecida. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Siueia Júnior, M., Cipriano, P.E., Mars, G., Silva, R.F., Soares, L.S., Assis, E.S., Oliveira, J.M., Tassinari, D. & Dias Junior, M.S.: (2016). Determinação da curva de retenção de água e da distribuição de poros por tamanho em solos de Lavras-MG. In IV Congresso Online - Agronomia. Instituto Pantex de Pesquisa Ltd, São Paulo, pp. 97–108.

- Soares, R.M.: (2005). Resistência ao Cisalhamento de um Solo Coluvionar não Saturado do Rio de Janeiro, RJ. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 196 f.
- Song, Z., Zhang, Z. & Du, X.: (2024). A generalized water retention model in a wide suction range considering the initial void ratio and its verification. *Computers and Geotechnics*, volume 166, p. 106000.
- Soto, M.A.A.: (1999). Estudo da Condutividade Hidráulica em Solos não Saturados. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Sousa, P.F.: (2019). Determinação das propriedades hidráulicas de solos não saturados a partir de ensaios de infiltração utilizando tomografias de raios gama. Mestrado em Geotecnia.
- Souza, J.M., Bonomo, R., Pires, F.R. & Bonomo, D.Z.: (2014). Curva de retenção de água e condutividade hidráulica do solo, em lavoura de café conilon submetida à subsolagem. *Coffee Science*, volume 9(2), pp. 226–236.
- Sterck, W.N.: (2011). Estudo da função de condutividade hidráulica de solos não saturados através de amostras centrifugadas. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro.
- Sírio, D.L.N., Barbassa, A.P. & Zuquette, L.V.: (2020). Análise Experimental e Validação de Curvas Bimodais de Retenção de Água no solo para Solos Arenos-Argilosos Residuais da formação Itaqueri em São Carlos-SP. *Geociências*, volume 40(4), pp. 12041–1057.
- Tarantino, A.: (2009). A water retention model for deformable soils. *Géotechnique*, volume 59(9), pp. 751–762.
- Tekinsoy, M., Kayadelen, C., Keskin, M. & Söylemez, M.: (2004). An equation for predicting shear strength envelope with respect to matric suction. *Computers and Geotechnics*, volume 31(7), pp. 589–593.
- Terzaghi, K.: (1943). *Theoretical Soil Mechanics*, volume 1. John Wiley & Sons, Inc., New York and London.
- Thyagaraj, T. & Salini, U.: (2015). Effect of pore fluid osmotic suction on matric and total suctions of compacted clay. *Géotechnique*, volume 65(11), pp. 952–960.
- Tran, T.P.A. & Fredlund, D.G.: (2021). Verification of the Fredlund (2019) Unsaturated Shear Strength Function. *Geosciences*, volume 11(4).
- Tripathy, S., Tadza, M.Y.M. & Thomas, H.R.: (2014). Soil-water characteristic curves of clays. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 51(8), pp. 869–883.

- van Genuchten, M.T.: (1980). A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Science Society of America Journal*, volume 44(5), pp. 892–898.
- Vanapalli, S.K.: (2010). Shear strength of unsaturated soils and its applications in geotechnical engineering practice. In *Proc. 4th Asia-Pacific Conf. on Unsaturated Soils*. pp. 579–598.
- Vanapalli, S.K. & Fredlund, D.G.: (2000). Comparison of Different Procedures to Predict Unsaturated Soil Shear Strength. pp. 195–209.
- Vanapalli, S.K., Fredlund, D.G. & Pufahl, D.E.: (1999). The influence of soil structure and stress history on the soilwater characteristics of a compacted till. *Géotechnique*, volume 49(2), pp. 143–159.
- Vanapalli, S.K., Fredlund, D.G., Pufahl, D.E. & Clifton, A.W.: (1996). Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 33(3), pp. 379–392.
- Varandas, J.M.M.: (2011). Avaliação da qualidade física do solo em uma escala de microbacia. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo.
- Vondráková, T., Kmec, J., ejka, J., Bartuka, L. & Stopka, O.: (2016). Evaluation of the Parameters Affecting the Cohesion of Fine Grained Soil. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, volume 44(2), pp. 1–5.
- Wang, K., Hui, Y., Zhou, C., Li, X. & Rong, Y.: (2023). Soil-water characteristic surface model of soil-rock mixture. *Journal of Mountain Science*, volume 20, p. 27562768.
- Wang, Y., Zhang, A., Ren, W. & Niu, L.: (2019). Study on the soil water characteristic curve and its fitting model of Ili loess with high level of soluble salts. *Journal of Hydrology*, volume 578, p. 124067.
- Williams, J., Prebble, R.E., Williams, W.T. & Hignett, C.T.: (1983). The influence of texture, structure and clay mineralogy on the soil moisture characteristic. *Australian Journal of Soil Research*, volume 21(1), pp. 15–32.
- Wu, R., Tang, Y., Li, S., Wang, W., Jiang, P. & Yang, G.: (2021). Study on Water Characteristic Curve and Shear Characteristics of Typical Unsaturated Silty Clay in Shaoxing. *Geofluids*, volume 2021, pp. 1–15.
- Wu, X. & Wang, Z.: (2017). The relationship between the swelling pressure and shear strength of unsaturated soil: the Yanji Basin as a case study. *Arab J Geosci*, volume 10(300), pp. 1–12.



- Zaffar, M. & Lu, S.G.: (2015). Pore Size Distribution of Clayey Soils and Its Correlation with Soil Organic Matter. *Pedosphere*, volume 25(2), pp. 240–249.
- Zhang, H. & Hartge, K.: (1990). Die kohäsion ungesättigter sandböden und deren beeinflussung durch organische substanz. *Soil Technology*, volume 3(4), pp. 311–326.
- Zhang, L. & Chen, Q.: (2005). Predicting Bimodal SoilWater Characteristic Curves. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, volume 131(5), pp. 666–670.
- Zhang, L.L., Fredlund, D.G., Fredlund, M.D. & Wilson, G.W.: (2014). Modeling the unsaturated soil zone in slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 51(12), pp. 1384–1398.
- Zhao, Y. & Tong, F.: (2018). A Sample Preparation Method Enhancing Shear Strength for Remolded Unsaturated Soil. In L. Hu, X. Gu, J. Tao & A. Zhou (editores), *Proceedings of GeoShanghai 2018 International Conference: Multi-physics Processes in Soil Mechanics and Advances in Geotechnical Testing*. Springer Singapore, Singapore, pp. 23–29.
- Zhuang, J., McCarthy, J.F., Perfect, E., Mayer, L.M. & Jastrow, J.D.: (2008). Soil Water Hysteresis in Water-Stable Microaggregates as Affected by Organic Matter. *Soil Science Society of America Journal*, volume 72(1), pp. 212–220.
- Zornberg, J.G. & McCartney, J.S.: (2010). Centrifuge Permeameter for Unsaturated Soils. I: Theoretical Basis and Experimental Developments. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, volume 136(8), pp. 1051–1063.
- Zou, L.: (2018). Effects of grainsize distribution and hysteresis on soilwater characteristic curve (SWCC). Tese de Doutorado, Nanyang Technological University, Singapore.
- Öberg, A. & Sällfors, G.: (1997). Determination of Shear Strength Parameters of Unsaturated Silts and Sands Based on the Water Retention Curve. *ASTM*, volume 20(1), p. GTJODJ.