



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE AGRONOMIA E MEDICINA VETERINÁRIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM AGRONEGÓCIOS

ARTUR GUERRA ROSA

MODELO MATEMÁTICO PARA O PLANEJAMENTO
OPERACIONAL DE ATIVIDADES AGRÍCOLAS: ESTUDO DE CASO
EM UMA FAZENDA ORGÂNICA DE MÉDIO PORTE

Brasília
Junho/2024

ARTUR GUERRA ROSA

**MODELO MATEMÁTICO PARA O PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE
ATIVIDADES AGRÍCOLAS: ESTUDO DE CASO EM UMA FAZENDA ORGÂNICA
DE MÉDIO PORTE**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Agronegócios, da Faculdade de Agronomia e Medicina Veterinária (FAV) da Universidade de Brasília (UnB), como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Agronegócios.

Orientadora: Profa. Dra. Silvia Araújo dos Reis

Coorientador: Prof. Dr. Gabriel da Silva Medina

**Brasília
Junho/2024**

ARTUR GUERRA ROSA

**MODELO MATEMÁTICO PARA O PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE
ATIVIDADES AGRÍCOLAS: ESTUDO DE CASO EM UMA FAZENDA ORGÂNICA
DE MÉDIO PORTE**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Agronegócios, da Faculdade de Agronomia e Medicina Veterinária (FAV) da Universidade de Brasília (UnB), como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Agronegócios.

Aprovada pela seguinte Banca Examinadora:

**Prof. Dra. Silvia Araújo dos Reis – Universidade de Brasília (UnB)
(ORIENTADORA)**

**Prof. Dr. Gabriel da Silva Medina – Universidade de Brasília (UnB)
(COORDENADOR – EXAMINADOR INTERNO)**

**Prof. Dr. Victor Rafael Rezende Celestino – Universidade de Brasília (UnB)
(EXAMINADOR EXTERNO AO PROGRAMA)**

**Prof. Dr. João Gabriel de Moraes Souza – Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP)
(EXAMINADOR EXTERNO À UNB)**

Brasília, 21 de Junho de 2024

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu pai, Conrado, e à minha mãe, Amarilis, pela presença e pelo apoio durante todo o processo. Vocês, além de buscarem entender meu trabalho, foram meu alicerce em diversos os momentos, mostrando afeto e dedicação que foram fundamentais para minha jornada.

Da mesma forma, agradeço à minha orientadora, Sílvia Araújo, por me apresentar a esta área de trabalho que hoje tanto aprecio. Sua orientação atenciosa e sua ativa disponibilidade foram inspiradoras, proporcionando um ambiente profissional e acolhedor que garantiu meu crescimento acadêmico da melhor forma que eu poderia esperar.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

A gestão eficiente das operações no setor agrícola depende do planejamento de produção, um processo crucial que organiza e otimiza as atividades e a carga de trabalho. Isso leva à redução de tempo e custos de produção, assegurando máxima eficiência ao determinar o que, quando e onde as tarefas devem ser realizadas. Os modelos matemáticos de apoio à decisão são ferramentas valiosas nesse cenário, pois podem incorporar diversos dados para encontrar as melhores formas de organização, minimizando custos ou maximizando lucros. Isso permite que os agricultores ajustem suas estratégias de plantio e colheita em cada área, levando em conta cenários de temperatura, precipitação e disponibilidade de mão de obra. Este trabalho, portanto, propõe um modelo matemático de apoio à decisão para atividades agrícolas em nível operacional, visando melhorar a gestão e a eficiência do setor. Para o processo de modelagem, também foi realizada uma revisão sistemática e narrativa do estado da arte de modelos parecidos, seguido de um estudo de caso com uma importante fazenda de orgânicos no Distrito Federal. O modelo matemático empregou apenas variáveis e restrições lineares, com a função objetivo de minimizar a distância total percorrida para atender todas as demandas de atividades do produtor dentro de um intervalo de dias disponíveis. O modelo segue o formato de roteamento, em que o maquinário percorre um caminho específico para atender às demandas, utilizando os nós (lotes) com suas respectivas distâncias em metros como percurso. Para avaliar a eficiência e o desempenho de resolução, realizou-se uma comparação dos tempos de resolução em diferentes períodos de planejamento – 7, 15, 30 e 60 dias – utilizando cinco solvers distintos: Gurobi, CPLEX, GLPK, CBC e HiGHS, sendo os dois primeiros pagos e os demais gratuitos. Em todos os períodos, as soluções ótimas foram encontradas em um tempo adequado, com os solvers conseguindo encontrar a solução ótima em até 3 segundos no período de 7 dias. A partir da janela de 15 dias, os solvers pagos Gurobi e CPLEX apresentaram desempenho estatisticamente equivalente, destacando-se significativamente em todos os períodos subsequentes, especialmente no último de 60 dias. Entre os solvers gratuitos, o CBC e o HiGHS obtiveram os melhores resultados, com o CBC sendo ligeiramente mais eficiente que o HiGHS; ambos são recomendados para a resolução em todos os períodos. Em contraste, o solver gratuito GLPK teve o pior desempenho em todos os períodos, levando muito mais tempo na janela de 60 dias, tornando-o não recomendado entre os gratuitos para a resolução deste modelo matemático. Esse trabalho contribuiu significativamente para o planejamento operacional em fazendas de produção orgânica ao desenvolver um modelo matemático validado e resolvido dentro de prazos adequados, consolidando-se como uma ferramenta viável para apoiar decisões nesse contexto. O modelo foi validado com informações reais do estudo de caso realizado, garantindo sua funcionalidade nos cenários apresentados.

Palavras-chave: Planejamento de Atividades. Modelo Matemático Agrícola. Programação Linear. Apoio à Decisão. Solvers de Otimização.

ABSTRACT

Efficient management of operations in the agricultural sector relies on production planning, a crucial process that organizes and optimizes activities and workload. This leads to reduced production time and costs, ensuring maximum efficiency by determining what, when, and where tasks should be performed. Decision support mathematical models are valuable tools in this context, as they can incorporate various data to find the best ways to organize, minimizing costs or maximizing profits. This allows farmers to adjust their planting and harvesting strategies in each area, considering temperature scenarios, precipitation, and labor availability. This work, therefore, proposes a decision support mathematical model for agricultural activities at the operational level, aiming to improve the sector's management and efficiency. For the modeling process, a systematic and narrative review of the state of the art of similar models was also conducted, followed by a case study with a significant organic farm in the Federal District. The mathematical model employed only linear variables and constraints, with the objective function of minimizing the total distance traveled to meet all the producer's activity demands within the available days. The model follows a routing format, where the machinery travels a specific path to meet the demands, using nodes (plots) with their respective distances in meters as the route. To evaluate efficiency and resolution performance, resolution times were compared across different planning periods – 7, 15, 30, and 60 days – using five different solvers: Gurobi, CPLEX, GLPK, CBC, and HiGHS, the first two being paid and the others free. In all periods, optimal solutions were found in an appropriate time, with the solvers managing to find the optimal solution in up to 3 seconds for the 7-day period. From the 15-day window onwards, the paid solvers Gurobi and CPLEX showed statistically equivalent performance, standing out significantly in all subsequent periods, especially the last one of 60 days. Among the free solvers, CBC and HiGHS achieved the best results, with CBC being slightly more efficient than HiGHS; both are recommended for resolution in all periods. In contrast, the free solver GLPK had the worst performance in all periods, taking much longer in the 60-day window, making it not recommended among the free solvers for the resolution of this mathematical model. This study contributed significantly to operational planning in organic production farms by developing a validated mathematical model solved within appropriate timeframes, consolidating itself as a viable tool to support decisions in this context. The model was validated with real information from the conducted case study, ensuring its functionality in the presented scenarios.

Keywords: Production Scheduling. Agricultural Mathematical Model. Linear Programming. Decision Support. Optimization Solvers.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Ilustração do processo de escolha dos artigos da revisão sistemática.....	18
Figura 2. Análise de coocorrência com todas as palavras chaves encontradas nos artigos selecionados, através do software VOSviewer®.....	23
Figura 3. Quadro de tarefas semanal	43
Figura 4. Ilustração exemplificando a propriedade e as demandas do produtor nos lotes 2, 3 e 4.	45
Figura 5. Ilustração exemplificando as rotas tomadas pelo modelo matemático dos lotes 1 ao 7, com suas respectivas demandas.....	46
Figura 6. Apresentação dos resultados para o usuário final dentro do software Spyder.	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Artigos selecionados na revisão sistemática.....	19
Tabela 2. Trabalhos selecionados com seus números de identificação e respectivos objetivos principais.	25
Tabela 3. Artigos classificados em área de aplicação, objetivo, classificação, solver utilizado e linguagem dos modelos.	29
Tabela 4. Teste de Normalidade de Shapiro-Wilk com Intervalo de Confiança de 95%.....	40
Tabela 5. Índices com seus nomes e descrições presentes nas variáveis e parâmetros do modelo.	48
Tabela 6. Variáveis com seus respectivos índices e descrições presentes no modelo.....	48
Tabela 7. Parâmetros com seus índices e descrições presentes no modelo.....	48
Tabela 8. Versão reduzida da planilha Demandas das Tarefas.	54
Tabela 9. Versão reduzida da planilha Tarefas realizadas pelo Trator.....	54
Tabela 10. Versão reduzida da planilha Durações das Atividades.....	55
Tabela 11. Versão reduzida da planilha Matriz de Distância.....	55
Tabela 12. Resultado resumido da otimização na agenda de atividades de 7 dias.....	57
Tabela 13. Comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers em uma janela de planejamento operacional de 7 dias.....	58
Tabela 14. Comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers em uma janela de planejamento operacional de 15 dias.....	60
Tabela 15. Comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers em uma janela de planejamento operacional de 30 dias.....	62
Tabela 16. Comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers em uma janela de planejamento operacional de 60 dias.....	63
Tabela 17. Quadro resumo contendo a comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers nas janelas de planejamento de 7, 15, 30 e 60 dias.	67

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	10
2. REVISÃO DE LITERATURA	13
2.1. Planejamento de atividades agrícolas.....	14
2.2. Abordagens matemáticas para Planejamento de Produção (Production Scheduling)	16
2.2.1. Modelagem Matemática	29
3. METODOLOGIA.....	35
3.1. Natureza e Problemática da Pesquisa.....	35
3.2. Revisão Sistemática e Estudo de Caso	38
3.3. Modelagem e Análise Estatística	38
4. PROBLEMÁTICA	40
4.1. Estudo de Caso.....	40
4.2. Delimitação das Atividades para Otimização	42
4.3. Exemplificação do Problema	44
5. MODELO MATEMÁTICO	47
5.1. Constante de Peso de Período (CPP _p)	51
6. RESULTADOS E DISCUSSÃO	52
6.1. Inserção dos Dados e Validação.....	53
6.1. Análise de Sensibilidade	56
6.2. Agenda de Atividades de 7 dias	57
6.3. Agenda de Atividades de 15 dias	59
6.4. Agenda de Atividades de 30 dias	61
6.4. Agenda de Atividades de 60 dias	63
6.5. Recomendações Gerais: Solvers	65
6.5. Recomendações Gerais: Uso pelo Usuário Final	67
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
8. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	73
APÊNDICE I – Código Python do Modelo.	81

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas cinco décadas, o Brasil experimentou um notável progresso em sua produção agropecuária, consolidando-se como um grande fornecedor de alimentos mundialmente reconhecido. Esse avanço é resultado de uma agricultura avançada que permitiu a adaptação e produção comercial nas regiões tropicais, a qual foi potencializada pela crescente qualificação dos produtores rurais. A combinação desses elementos tem gerado um setor produtivo altamente modernizado, que não apenas impulsionou a economia do país, mas também teve impactos significativos na saúde e na qualidade de vida da população (PEDROZA FILHO et al., 2018).

O impacto dessa revolução agrícola é tão grande, que é considerado um dos eventos mais importantes da história econômica recente do Brasil. O agronegócio passou a ser reconhecido oficialmente como um pilar essencial do crescimento econômico do país, modificando políticas públicas e o foco de diversas entidades privadas. Em 2022, a contribuição do agronegócio para o Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro foi significativa, totalizando 25%, equivalente a R\$ 2,54 trilhões. Dentro dessa parcela, o setor agrícola responde por 72,2% do montante, enquanto a pecuária contribui com os 27,8% restantes (CEPEA; CNA, 2023).

Especificando ainda mais, fica evidente que a soja em grão é o carro-chefe da produção agropecuária brasileira, gerando um faturamento de R\$ 368,34 bilhões em 2023. Em segundo lugar está a pecuária de corte, com R\$ 183,31 bilhões, seguida pelo milho com R\$ 144,74 bilhões. Outras culturas como cana-de-açúcar, pecuária de leite, carne de frango, café arábica e carne suína também contribuem significativamente para o Valor Bruto de Produção (VBP) do país, demonstrando a diversificação e a força do setor agropecuário brasileiro (CNA, 2024).

Além da produção convencional, a produção orgânica desempenha um papel crucial no contexto agrícola brasileiro e global. A crescente demanda por alimentos saudáveis e sustentáveis tem impulsionado o setor orgânico, que se destaca por suas práticas amigáveis ao meio ambiente e pelo uso reduzido de insumos químicos, atraindo cada vez mais consumidores leais (FOURMOUZI; GENIUS; MIDMORE, 2012).

De 2000 a 2017, a área agrícola mundial destinada a cultivos orgânicos aumentou 365%, o que equivale a um crescimento médio anual de quase 10%. Em termos absolutos, a agricultura orgânica passou de 15 milhões de hectares de terras para 69,8 milhões de hectares nesse período. Dentre essa área total, 51% da área agrícola destinada à produção orgânica está localizada na Oceania, seguida pela Europa (21%), América Latina (11%), Ásia (9%), América

do Norte (5%) e África (3%). Esses números evidenciam o significativo crescimento e a distribuição geográfica da agricultura orgânica em escala global ao longo desses anos (FIBL STATISTICS, 2022).

A produção brasileira orgânica ainda não atingiu patamares significativas globalmente, mas está crescendo gradualmente, refletindo a preocupação crescente dos consumidores com a qualidade dos alimentos e a preservação dos recursos naturais. Os produtos orgânicos tendem a ter um valor agregado maior no mercado, o que pode resultar em melhores margens de lucro para os agricultores. Além disso, a agricultura orgânica frequentemente está associada a práticas de trabalho mais justas e melhores condições para os trabalhadores rurais (DE OLIVEIRA; MARJOTTA-MAISTRO, 2016).

Estimativas indicam que a área destinada à produção orgânica no Brasil em 2017 foi superior a 1,13 milhão de hectares, envolvendo mais de 15 mil produtores. Em contrapartida, em 2000, essa área era de 803 mil hectares, indicando um aumento médio anual de 2% ao longo do período de 2000 a 2017. Entre os setores de destaque no cenário nacional, incluem-se a apicultura, o extrativismo de castanhas e a produção de hortaliças (LIMA et al., 2020).

No Distrito Federal, o setor agrícola orgânico é o que se destaca localmente, oferecendo uma variedade de produtos essenciais para a comunidade. Em 2019, a área dedicada a esse cultivo atingiu 466 hectares, conforme indicado no relatório do Valor Bruto da Emater-DF, representando um aumento significativo de 148,41% em comparação com os 314 hectares de 2018. Dentre as culturas, a alface se destacou ocupando a maior área, com 60 hectares, seguido pela mandioca com 35 hectares, banana com 34 hectares e brócolis com 27 hectares. A batata-doce e a cenoura também tiveram uma participação significativa, ocupando 20 e 23 hectares, respectivamente, na produção local (EMATER-DF, 2020).

O crescimento constante dos setores agropecuário convencional e orgânico ressalta a importância de implementar soluções que aprimorem a eficiência do processo produtivo. Uma abordagem promissora nesse sentido é a integração do planejamento das atividades com o uso de tecnologia e modelagem matemática. Essa combinação representa uma via sólida para impulsionar a agricultura, promovendo a inovação e atendendo às crescentes demandas por alimentos de alta qualidade, seguros e ecologicamente sustentáveis de forma otimizada, melhorando diversos aspectos da cadeia produtiva (GALWEY, 2007).

O planejamento operacional na agricultura desempenha um papel crucial na gestão das atividades agrícolas, se concentrando em traduzir as estratégias de médio e longo prazo em ações concretas e detalhadas no curto prazo. Esse planejamento envolve a elaboração de planos específicos para cada estação do ano, ciclo de cultivo ou atividade agrícola, com o objetivo de

otimizar a alocação de recursos, como mão de obra, máquinas, insumos e capital (BOCHTIS; SORENSEN; KATERIS, 2018).

A gestão eficaz das operações e atividades em diversos sistemas produtivos requer um processo fundamental conhecido como planejamento de produção, ou *production scheduling*. Este processo desempenha um papel central na organização e otimização das atividades e cargas de trabalho em ambientes de produção, reduzindo o tempo e os custos de produção, garantindo a máxima eficiência na determinação do que, como, quando e onde as tarefas devem ser executadas. Para atingir esse objetivo, uma ampla gama de métodos – desde os mais básicos até os mais avançados – podem ser utilizados para enfrentar desafios complexos relacionados à alocação de maquinários, à gestão das culturas e ao agendamento preciso das atividades em diferentes janelas de tempo (LOPEZ; ROUBELLAT, 2013).

Dentre as ferramentas que conseguem ajudar nestes problemas, estão os modelos matemáticos de apoio à decisão, que são particularmente valiosos em um cenário agrícola em constante evolução. Esses modelos podem incorporar informações sobre as mudanças climáticas e suas projeções, permitindo aos agricultores adaptarem suas estratégias de plantio e colheita em cada área com base em cenários futuros de temperatura, precipitação e até mesmo mão de obra disponível. Em um contexto financeiro, a integração de dados de mercado em modelos matemáticos pode ajudar os agricultores a determinarem o momento ideal para vender seus produtos, levando em consideração as flutuações de preços e a demanda do mercado (GILLI; SCHUMANN, 2012; OSAKI; BATALHA, 2014).

As possibilidades são variadas, mas o uso de modelagem resulta em decisões mais informadas que não apenas aumentam a eficiência, mas também contribuem para a sustentabilidade a longo prazo da agricultura. A capacidade de adaptar-se rapidamente às mudanças nas demandas do produtor e de tomar decisões fundamentadas é essencial para o sucesso na agricultura moderna, e, nestes casos, os modelos matemáticos são a ferramenta ideal para auxiliar neste processo (AHUMADA; VILLALOBOS, 2009).

No entanto, a modelagem matemática exige conhecimento avançado e específico para que consiga representar corretamente e eficientemente as dificuldades e casos propostos, de forma quantitativa que os computadores entendam. Neste processo de modelagem, problemas complexos são traduzidos em equações, restrições e variáveis, que podem ser manipulados e resolvidos por algoritmos integrados pelos solvers de otimização. A escolha das abordagens de modelagem, tipo de modelos (heurísticas, lineares, não-lineares, mistos), solvers e linguagens é essencial para determinar a eficácia na resolução de problemas específicos, pois se forem

escolhidos erroneamente, o modelo pode demorar semanas ou meses para encontrar a solução, inviabilizando sua eficácia (FLOUDAS; LIN, 2005; NETH; GIGERENZER, 2015).

Nesse contexto, a compreensão da modelagem matemática e das diversas técnicas associadas a ela assume um papel de suma importância na resolução dos desafios enfrentados no âmbito agrícola. Isso se deve ao fato de que esse setor é caracterizado por uma série de dificuldades e variáveis em constante mutação, influenciadas pelo clima, pelas flutuações do mercado e diversos outros. Portanto, a aplicação correta das técnicas de modelagem matemática proporciona uma ferramenta valiosa para enfrentar essas complexidades e para otimizar as operações agrícolas (AHUMADA et al., 2023).

Dessa forma, este trabalho terá como perguntas norteadoras: “Qual é o melhor modelo matemático para otimização do planejamento operacional das atividades agrícolas em uma fazenda de produção orgânica?” e “Qual é o melhor solver, pago ou gratuito, para o produtor resolver o modelo em tempo hábil?”

Logo, o objetivo geral deste trabalho é desenvolver um modelo matemático para a minimização dos custos do planejamento operacional de atividades agrícolas, além de identificar a eficácia dos solvers, tanto pagos quanto gratuitos, que resolverão o modelo proposto.

Para alcançar o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

- a) Identificar por meio de revisão sistemática os padrões, métodos e requisitos das atividades agrícolas relacionadas ao preparo do solo e ao cultivo.
- b) Realizar um estudo de caso em uma fazenda orgânica de médio porte, complementando o item “a”.
- c) Desenvolver um modelo matemático, utilizando a linguagem de programação gratuita Python, que seja capaz de atender às demandas identificadas dentro de uma janela de tempo específica.
- d) Comparar estatisticamente o tempo de resolução de diferentes solvers matemáticos, categorizados entre pagos e gratuitos.

2. REVISÃO DE LITERATURA

O planejamento das atividades agrícolas, com suas dimensões estratégicas, táticas e operacionais, desempenha um papel crucial na garantia da produtividade e sustentabilidade da agricultura moderna. Nesse contexto, será realizada uma introdução dos níveis de planejamento e uma revisão sistemática e narrativa dos potenciais soluções no planejamento de atividades

agrícolas para entender o estado da arte atual deste problema. O objetivo é explorar abordagens e tecnologias inovadoras, oferecendo visões valiosas para aprimorar o processo de criação do modelo matemático proposto pelo presente trabalho, além de introduzir o leitor ao tema (BRIZOLA; FANTIN, 2016).

2.1. Planejamento de atividades agrícolas

O planejamento operacional na agricultura está inserido em um ciclo mais amplo de planejamento agrícola que abrange três níveis distintos, cada um com suas próprias metas, prazos e escopos específicos. Esses níveis de planejamento estão interconectados e influenciam uns aos outros de maneira significativa, formando o ciclo de planejamento agrícola, o qual é projetado para ajudar os agricultores e gestores agrícolas a tomar decisões informadas e estruturadas ao longo do tempo (AHUMADA; VILLALOBOS, 2009). Estes ciclos podem ser divididos em três níveis principais de planejamento:

Planejamento Estratégico: é o nível mais alto do ciclo de planejamento agrícola e se concentra em metas de longo prazo, geralmente abrangendo um horizonte de cinco a dez anos ou até mais. Neste estágio, os agricultores e gestores agrícolas definem a direção estratégica da fazenda ou operação agrícola, estabelecendo sua visão, missão e valores fundamentais; juntamente com a direção, devem ser pesquisados fatores externos e internos que afetam a fazenda, como tendências de mercado, mudanças climáticas, regulamentações governamentais e recursos disponíveis (PEART; SHOUP, 2004).

Com base nessa análise, são desenvolvidas estratégias gerais para atingir os principais objetivos de longo prazo, podendo incluir a diversificação de culturas, a expansão dos negócios, a entrada em novos mercados, a adoção de tecnologias inovadoras e a definição de metas financeiras e de crescimento, fornecendo uma visão abrangente do futuro desejado e estabelecendo o quadro para a tomada de decisões táticas e operacionais (OLSON, 2004).

Planejamento Tático: é o segundo nível do ciclo de planejamento agrícola e representa uma etapa intermediária entre o planejamento estratégico (de longo prazo) e o planejamento operacional (de curto prazo). Ele normalmente abrange um período de um a três anos e tem como objetivo traduzir as metas e estratégias de longo prazo em ações mais concretas e específicas; os objetivos são mais detalhados e focados na implementação quando comparados com a fase estratégica. Exemplos de decisões tomadas neste nível incluem: a escolha das culturas a serem plantadas, analisando dados atualizados de previsões climáticas e as demandas do mercado alvo; a alocação de recursos financeiros para diferentes atividades, sendo

distribuídos de acordo com as prioridades estabelecidas e as atividades planejadas, visando maximizar a eficiência e a produtividade; seleção das práticas agrícolas específicas que serão utilizadas, com decisões sobre maquinário, insumos e mão de obra especializada (AHUMADA; VILLALOBOS; MASON, 2012).

O planejamento tático também envolve a análise de riscos e a elaboração de estratégias para lidar com eventos imprevistos que possam afetar as operações agrícolas, como condições climáticas adversas ou flutuações de mercado. Ele é flexível o suficiente para permitir ajustes conforme as circunstâncias mudam ao longo do período de planejamento; por exemplo, se uma praga de insetos recente ameaça uma cultura específica que está planejada, os agricultores podem ajustar suas táticas de manejo de pragas ou realocar recursos para minimizar o impacto, podendo até mesmo escolher outra cultura (AHUMADA et al., 2023).

Planejamento Operacional: é o último nível de planejamento, sendo a etapa mais prática e imediata do ciclo. Envolve a tradução das metas planejamento tático em ações específicas e detalhadas que ocorrem no dia a dia da fazenda; costumam cobrir um período de dias, semanas, e meses, a depender das atividades. Aqui, os agricultores definem como, quando e onde as atividades agrícolas serão realizadas, incluindo decisões detalhadas sobre plantio, irrigação, uso de insumos, colheita e gestão da força de trabalho. A alocação eficiente de recursos, incluindo tempo, dinheiro e equipamentos, é fundamental nesta fase, pois caso sejam feitos de forma insatisfatória podem diminuir os benefícios que os planejamentos táticos e estratégicos puderam proporcionar; isso não significa que as decisões são imutáveis, ao contrário, elas devem ser adaptadas para a situação no momento de execução, muitas vezes utilizando outras ferramentas de apoio à tomada de decisão (BOCHTIS; SORENSEN; KATERIS, 2018).

Juntos, todos os níveis de planejamento fornecem uma estrutura abrangente que auxilia na gestão eficaz de recursos, na mitigação de riscos, na adaptação a mudanças e na busca da sustentabilidade agrícola. Essa abordagem assegura que as estratégias de longo prazo se traduzam em ações práticas no campo, promovendo o sucesso geral das operações agrícolas, aumentando a resiliência e a eficiência, além de poder contribuir para a sustentabilidade em um ambiente agrícola em constante mudança (BORODIN et al., 2016).

No contexto dessas categorias, o presente trabalho se insere no âmbito do planejamento operacional, de acordo com (AHUMADA; VILLALOBOS, 2011), com o propósito de disponibilizar recursos de apoio à tomada de decisão mediante a aplicação de modelagem matemática para o planejamento de atividades agrícolas em um horizonte de semanas. O objetivo principal é auxiliar o produtor na tomada de decisões relacionadas à alocação de

recursos, determinando qual máquina será utilizada em conjunto com qual funcionário para a execução de atividades específicas ao longo dos dias

Nesse sentido, o próximo tópico abordará uma revisão sistemática e narrativa dos potenciais soluções para o agendamento de atividades, com um enfoque específico no planejamento de produção nas atividades agrícolas.

2.2. Abordagens matemáticas para Planejamento de Produção (Production Scheduling)

O planejamento de produção, ou production scheduling, é o processo que envolve o planejamento, controle e otimização das atividades e cargas de trabalho em um ambiente de produção e fabricação. Seu principal objetivo é minimizar o tempo e os custos de produção, alcançando a máxima eficiência na determinação do que deve ser feito, quando deve ser feito e onde deve ser feito. Para alcançar esta meta, são utilizados uma grande variedade de métodos, tanto básicos quanto avançados, para resolver desafios relacionados à alocação de recursos, prevenção de estoques, agendamento de atividades no tempo hábil, dentre outras demandas operacionais (LOPEZ; ROUBELLAT, 2013).

Este estudo empregou uma revisão sistemática da literatura, seguindo o procedimento metodológico proposto por Cronin, Ryan e Coughlan (2008), com o objetivo de identificar o estado atual da arte das possíveis soluções para desafios relacionados ao planejamento de produção agrícola. Dos trabalhos selecionados realizou-se a coleta de informações sobre a área de aplicação, a natureza da função objetivo, a classificação, a complexidade e a linguagem em que os modelos dos estudos utilizaram.

De acordo com o protocolo estabelecido por Cronin, Ryan e Coughlan (2008), para a revisão sistemática, as etapas podem ser descritas da seguinte maneira: (a) formulação da pergunta de pesquisa; (b) desenvolvimento de uma estratégia de pesquisa e definição de critérios de inclusão e exclusão; (c) seleção e obtenção de literatura relevante; (d) avaliação da qualidade dos estudos incluídos na revisão; e (e) análise, síntese e disseminação dos resultados.

As etapas do protocolo da revisão sistemática da literatura foram abordadas da seguinte forma para alcançar o objetivo deste trabalho:

a) **Formulação da questão de pesquisa:** Quais problemas operacionais de agendamento de atividades agrícolas foram modelados e como foram solucionados?

b) **Estratégia de pesquisa e estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão:** Para abranger todo tema proposto, de forma clara a estratégia de busca de palavras-chave foi dividida em três partes para melhor entendimento:

1. Para a primeira parte da busca, foram selecionadas as seguintes palavras-chave: *scheduling, production, task, allocation, resource* e *algorithm*. Essas palavras-chave foram combinadas de várias maneiras usando o operador "OR", permitindo abranger uma ampla gama de estudos relacionados à programação de produção e relacionados (LOPEZ; ROUBELLAT, 2013).

2. Para a segunda parte da estratégia de busca, foi escolhida a palavra-chave *operational*, que se refere ao nível estratégico em que os modelos devem estar localizados. Como este termo é bem estabelecido na literatura, não foram consideradas outras combinações, uma vez que os trabalhos focados neste tema já utilizarão essa palavra (AHUMADA; VILLALOBOS, 2011).

3. Na última parte da busca, foram selecionadas as palavras-chave relacionadas a soluções voltadas para produtores ou interessados finais, incluindo: *producer, farmer, holder*. Novamente, essas palavras-chave foram combinadas usando o operador "OR" para garantir que não fossem excluídos trabalhos que se aproximam do tema de forma ligeiramente diferente (BETTANY-SALTIKOV, 2016).

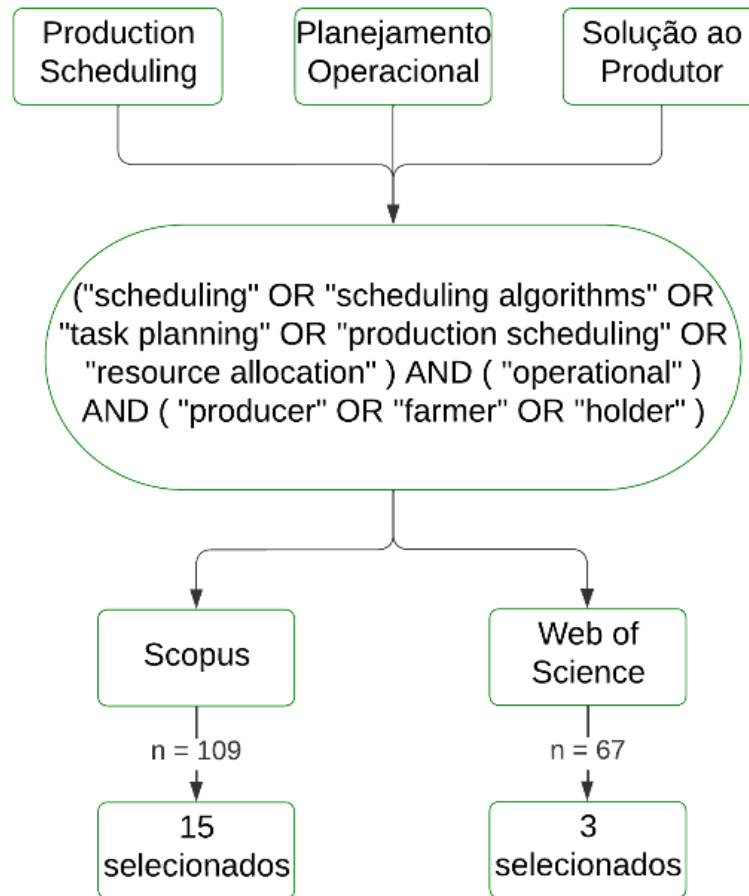
c) **Seleção e acesso de literatura:** As bases de artigos utilizadas foram a Scopus e Web of Science (Clarivate), por serem uma ampla e confiável fonte de informações acadêmicas abrangentes e de alta qualidade, além de possuírem ferramentas avançadas de busca, com filtros e operadores lógicos específicos que permitem identificar os artigos mais pertinentes na revisão.

Com todas as considerações e metodologias citadas, os termos da busca avançada na plataforma ficaram da seguinte forma: TITLE-ABS-KEY (("scheduling" OR "scheduling algorithms" OR "task planning" OR "production scheduling" OR "resource allocation") AND ("operational") AND ("producer" OR "farmer" OR "holder")). Também foram selecionados apenas artigos, excluindo capítulos de livro, trabalhos de congressos e relacionados.

d) **Avaliação da qualidade da literatura incluída na revisão:** Na busca inicial foram retornados 109 na Scopus, 67 na Web of Science. Foram lidos os títulos e abstracts de cada um dos artigos encontrados, mantendo apenas aqueles pertinentes ao tema proposto.

Os artigos removidos faziam parte de desenvolvimento de produto ou eram de temas completamente diferentes, como análises matemáticas de dimensões físicas de produtos. Após essa filtragem, 18 trabalhos pertinentes à pergunta de pesquisa foram selecionados. A figura 1 mostra a esquematização de todo este processo separado por cada base.

Figura 1. Ilustração do processo de escolha dos artigos da revisão sistemática.



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Adicionalmente, foi conduzida uma revisão narrativa na base Science Direct com o intuito de complementar e enriquecer o referencial teórico do estudo. Essa abordagem possibilitou a identificação e análise de artigos relevantes que, embora não tenham se encaixado nos critérios estritos da revisão sistemática, contribuíram significativamente para uma compreensão mais abrangente do tópico em questão, conforme sugerem (LACEY; MATHESON; JESSON, 2011). Como resultado desse processo, quatro artigos foram selecionados com base em sua relevância, fornecendo insights valiosos que complementaram e enriqueceram o quadro conceitual do estudo.

e) **Análise, síntese e disseminação dos resultados:** Com os 22 artigos finais, foram realizadas três tabelas que detalham o título, autores, revistas, citações, ano, objetivo principal e as características técnicas dos modelos matemáticos utilizados: natureza, função

objetivo, classificação, solver e linguagem. Também será apresentada uma análise de coocorrência com todas as palavras chaves, possibilitando uma visão agrupada dos temas que foram encontrados.

A tabela 1 apresenta as informações completas sobre cada artigo selecionado, com título, revista, autores, citações, ano de publicação e base de pesquisa. A coluna "Número" (Nº) corresponde ao código único atribuído a cada trabalho nesta revisão, facilitando a referência e identificação dos mesmos ao longo das próximas tabelas.

Tabela 1. Artigos selecionados na revisão sistemática.

Nº	Título	Revista	Autores	Citações	Ano	Base
1	A comparative study on resource allocation and energy efficient job scheduling strategies in large-scale parallel computing systems	Cluster Comput	Chandio A.A., Bilal K., Tziritas N., Yu Z., Jiang Q., Khan S.U., Xu C.-Z.	40	2014	Scopus
2	A decision support system for land use planning at farm enterprise level	Agricultural Systems	Sharifi, M. A., Van Keulen, H.	59	1994	Science Direct
3	A Mathematical Approach to Optimize Crop Allocation – A Linear Programming Model	International Journal of Design & Nature and Ecodynamics	Bhatia, M., Rana, A.	19	2020	Scopus
4	A mixed–integer linear optimization model for a two–echelon agribusiness supply chain	Electronic Notes in Discrete Mathematics	Albornoz, V. M., Urrutia-Gutiérrez, C.	8	2018	Science Direct
5	A planning model of crop maintenance operations inspired in lean manufacturing	Computers and Electronics in Agriculture	Caicedo Solano N.E., García Llinás G.A., Montoya-Torres J.R., Ramirez Polo L.E.	5	2020	Scopus

Nº	Título	Revista	Autores	Citações	Ano	Base
6	A strong integer programming formulation for hybrid flowshop scheduling	Journal of the Operational Research Society	Ünal, A. T., Agrali, S., Taskin, Z.C.	11	2020	Web of Science
7	A two-step framework for dispatching shared agricultural machinery with time windows	Computers and Electronics in Agriculture	Wang Y.-J., Huang G.Q.	8	2022	Scopus
8	Coordinating harvest planning and scheduling in an agricultural supply chain through a stochastic bilevel programming	International Transactions in Operational Research	Albornoz, V.M., Vera, P.I.	3	2023	Web of Science
9	Crop production scheduling for revenue inequality reduction among smallholder farmers in an agricultural cooperative	Journal of the Operational Research Society	Pakawanich, P., Udomsakdigool, A., Khompatraporn, C.	3	2022	Web of Science
10	Crop rotation model for contract farming with constraints on similar profits	Computers and Electronics in Agriculture	Li J., Rodriguez D., Zhang D., Ma K.	26	2015	Scopus
11	Exact algorithms for production planning in mining considering the use of stockpiles and sequencing of power shovels in open-pit mines	Operational Research	Flores-Fonseca C., Linfati R., Escobar J.W.	5	2022	Scopus
12	Harvest planning in the Brazilian sugar cane industry via	European Journal of Operational Research	Jena, S. D., Poggi, M.	99	2013	Science Direct

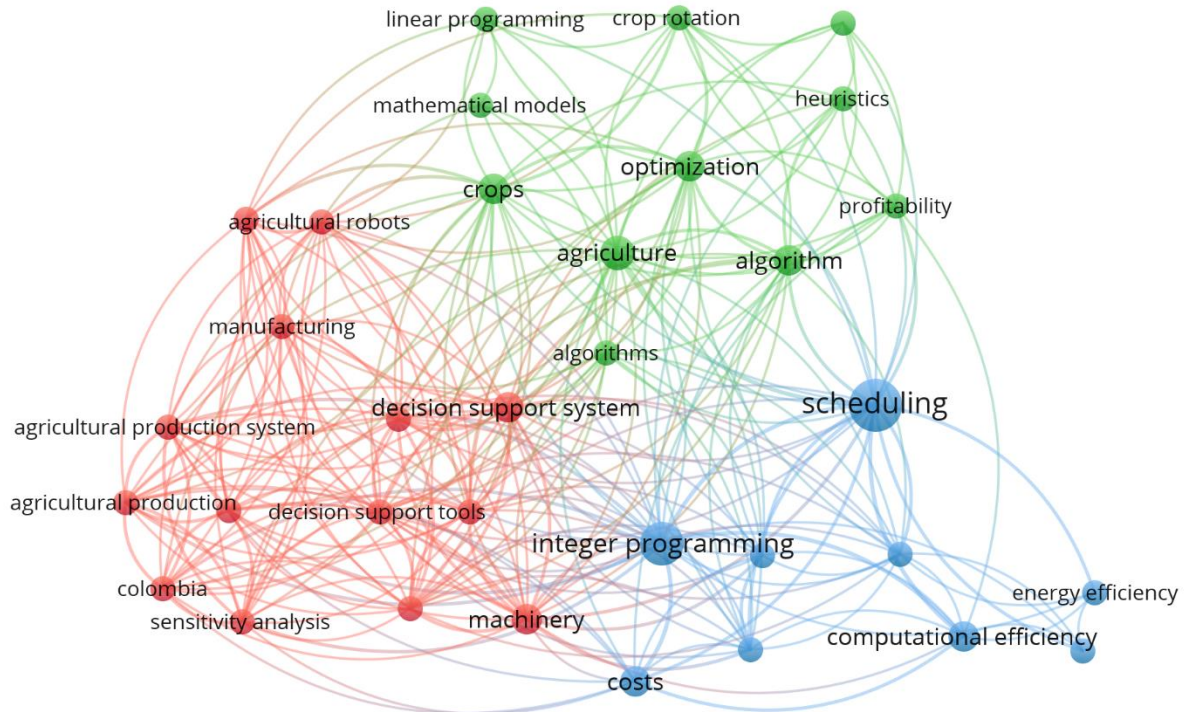
Nº	Título	Revista	Autores	Citações	Ano	Base
	mixed integer programming					
13	Improving Local Food Systems through the Coordination of Agriculture Supply Chain Actors	Sustainability	Anggraeni E.W., Handayati Y., Novani S.	4	2022	Scopus
14	Integrated Stochastic Optimal Self-Scheduling for Two-Settlement Electricity Markets	INFORMS Journal on Computing	Pan K., Guan Y.	1	2022	Scopus
15	Migrating the fair share algorithm from a distribution to a production planning environment	Robotics and Computer-Integrated Manufacturing	Van den Broecke F., Aghezzaf E.-H., Van Landeghem H.	0	2008	Scopus
16	Operational model for minimizing costs in agricultural production systems	Computers and Electronics in Agriculture	Caicedo Solano N.E., García Llinás G.A., Montoya-Torres J.R.	3	2022	Scopus
17	Optimal scheduling of a by-product gas supply system in the iron- and steel-making process under uncertainties	Computers and Chemical Engineering	Pena J.G.C., de Oliveira V.B., Junior, Salles J.L.F.	17	2019	Scopus
18	Optimised schedules for sequential agricultural operations using a Tabu Search method	Computers and Electronics in Agriculture	Edwards G., Sørensen C.G., Bochtis D.D., Munkholm L.J.	49	2015	Scopus
19	Optimization model of agricultural production system in grain farms under	Agricultural Systems	Osaki, M., Batalha, M. O.	67	2014	Science Direct

Nº	Título	Revista	Autores	Citações	Ano	Base
	risk, in Sorriso, Brazil					
20	Orange harvesting scheduling management: a case study	Journal of the Operational Research Society	Caixeta-Filho, J. V.	103	2006	Scopus
21	Scheduling in-house transport vehicles to feed parts to automotive assembly lines	European Journal of Operational Research	Emde S., Gendreau M.	66	2017	Scopus
22	Virtual-build-to-order as a mass customization order fulfilment model	CONCURRENT ENGINEERING: Research and Applications	Brabazon P.G., MacCarthy B.	37	2004	Scopus

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Para melhor visualização dos temas foi realizada uma análise de coocorrência de todas as palavras chaves dos artigos selecionados, separando os temas em três clusters, separados pelas cores (figura 2).

Figura 2. Análise de coocorrência com todas as palavras chaves encontradas nos artigos selecionados, através do software VOSviewer®.



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

O cluster azul corresponde à esfera da logística que engloba o agendamento de produção (scheduling), com um foco específico na otimização da eficiência e dos custos envolvidos; esse agrupamento concentra-se, sobretudo, na utilização de modelos matemáticos mistos, notadamente os de programação inteira (mistos). Entretanto, é importante ressaltar que modelos mistos não são os únicos utilizados segundo a análise, a aplicação de heurísticas também é considerada devido à flexibilidade do modelo, que não necessita ser estritamente linear e inteiro, permitindo a divisão em componentes que podem ser resolvidos por meio de heurísticas (PENA; DE OLIVEIRA; SALLES, 2019).

O referido agrupamento azul não ficou direcionado para o setor agrícola, mas sim para o planejamento da produção, permitindo a adaptação das técnicas de modelagem a produtos similares ou relacionados às ciências agrárias. Um trabalho que exemplifica este caso é o modelo matemático misto desenvolvido para representar produtos de uma atividade de mineração, que são expressos por meio de blocos; embora esses itens não façam parte do âmbito específico deste estudo, a estrutura física dos blocos pode ser identificada também na

agricultura, tornando-se passível de adaptação e no contexto desta pesquisa (FLORES-FONSECA; LINFATI; ESCOBAR, 2022).

Por outro lado, o cluster vermelho concentra-se predominantemente na temática da utilização de maquinário agrícola, relacionando-se estreitamente com as relações entre: agricultura, o suporte à tomada de decisões e aos tipos de algoritmos. Este âmbito de estudo está associado ao planejamento do uso de máquinas e a produção em si, fornecendo conjuntos de ferramentas que abrangem desde a gestão do despacho dos veículos até o planejamento da contratação de pessoal para atender a demanda (WANG; HUANG, 2022).

Uma particularidade que não foi explicitamente destacada nas palavras-chave deste agrupamento diz respeito ao fato de que uma parcela significativa destes trabalhos incorpora a janela de tempo como um componente essencial da otimização. Isso implica na necessidade de programar uma quantidade específica de tarefas e atividades dentro de dias e semanas que possuem restrições quanto ao número de horas de trabalho disponíveis; essa abordagem não apenas facilita a criação de um cronograma que direciona os gerentes responsáveis pelas atividades em questão, mas também pode fornecer orientações sobre a necessidade de contratação de mão de obra adicional ou a viabilidade de adiar a execução de uma atividade em um momento específico (VAN DEN BROECKE; AGHEZZAF; VAN LANDEGHEM, 2008).

Por fim, o cluster verde se concentra no aspecto agrônômico, com um enfoque nas culturas agrícolas e nos sistemas de produção, abrangendo desde modelagens matemáticas até as relações na cadeia de suprimentos. É relevante destacar a palavra-chave da programação não linear, o qual difere dos modelos mistos (programação inteira) mencionados no cluster azul: nos modelos não lineares, pelo menos uma das equações incorpora uma operação diferente das de somar ou diminuir. Portanto, ambos os modelos lineares e não lineares podem ser do tipo misto, variando de acordo com a natureza das equações empregadas; cabe mencionar que modelos não lineares tendem a ser mais complexos e desafiadores do ponto de vista computacional, mas são utilizados devido à sua capacidade de representar problemas com maior flexibilidade de abordagem de problemas (KLANŠEK, 2015).

O planejamento operacional de produção apresenta desafios complexos na alocação de recursos e otimização de processos, sendo assim, as representações técnicas desses problemas por meio de modelagens matemáticas e exemplificações formais são essenciais para definir os objetivos, restrições e metodologias de forma precisa. A diversidade dos desafios no mundo agrícola requer a aplicação de diferentes técnicas, como modelos mistos, heurísticas e programação não linear, conforme a complexidade e a natureza específica de cada problema (SØRENSEN; BOCHTIS, 2010).

A tabela 2 apresenta os principais objetivos de cada estudo selecionado, oferecendo uma visão clara dos enfoques de cada pesquisa.

Tabela 2. Trabalhos selecionados com seus números de identificação e respectivos objetivos principais.

Nº	Objetivo principal
1	Comparar e analisar diferentes políticas de escalonamento de tarefas para sistemas de computação paralela de grande escala, considerando várias métricas de desempenho e características de carga de trabalho.
2	Desenvolver um sistema de apoio à decisão para o planejamento do uso da terra no nível da empresa agrícola, integrando informações biofísicas, socioeconômicas e espaciais em um modelo de planejamento que gera planos táticos e operacionais.
3	Otimizar a alocação de culturas em diferentes distritos de Rajasthan, na Índia, considerando a disponibilidade limitada de água e terra. Foi utilizada programação linear para determinar o padrão de cultivo ideal que maximiza os retornos da fazenda e minimiza o custo de entrada
4	Propor uma nova abordagem matemática para um problema de delimitação de zonas de gestão com uma alocação de planejamento de rotação de culturas, como parte de uma cadeia de abastecimento agroindustrial de dois níveis.
5	Proposição de um modelo matemático para otimizar as operações de manutenção de culturas, minimizando custos e desperdícios, enquanto mantém a qualidade e a produtividade das colheitas.
6	Desenvolver um modelo de programação inteira para minimizar o atraso das atividades de uma indústria, que inclui máquinas de produção discreta e de processamento em lote em diferentes estágios.

Nº	Objetivo principal
7	Criação de uma estrutura de duas etapas para despachar máquinas agrícolas compartilhadas com janelas de tempo, considerando a localização, o tamanho, a cultura e o tempo de processamento das terras agrícolas.
8	Propor um modelo de programação bilevel estocástica que apoia a tomada de decisão do ponto de vista da agricultura de precisão, integrando o problema de delimitação de zonas de gestão com o problema de planejamento da colheita no contexto de uma cadeia de abastecimento agrícola hierárquica.
9	Utilizar heurística para determinar o cronograma de produção de culturas para uma cooperativa agrícola, considerando um objetivo social de receitas semelhantes para todos os pequenos agricultores membros
10	Proposição de um modelo operacional para o planejamento da rotação de culturas de vegetais em contratos agrícolas na China, com as metas de maximizar os lucros e proporcionar lucros semelhantes para todos os pequenos agricultores.
11	Criação de um modelo matemático para planejamento da produção e sequenciamento de escavadeiras em minas a céu aberto, considerando o uso de pilhas de estoque e maximizando o valor presente líquido (VPL).
12	Desenvolver modelos matemáticos para o planejamento tático e operacional da colheita de cana-de-açúcar no Brasil, visando maximizar o lucro em termos de quantidade e qualidade da cana cortada, respeitando certas restrições industriais, sociais e ambientais.
13	Construir um modelo conceitual que descreve as atividades e a coordenação dos atores envolvidos em um food hub para alcançar um sistema alimentar local

Nº	Objetivo principal
14	Propor um modelo de programação estocástica para produtores independentes de energia (IPPs) que participam de mercados de eletricidade com liquidação em dois estágios, considerando as incertezas dos preços e da geração renovável
15	Adaptar um modelo integrado de planejamento e programação para um sistema de produção híbrido de dois estágios, utilizando um algoritmo de compartilhamento justo para determinar as quantidades de produtos finais que atendem à demanda do mercado, usando o plano de volume do produto intermediário como uma restrição de entrada
16	Desenvolver um modelo matemático MINLP para otimizar o planejamento de sistemas de produção agrícola nas etapas de semeadura, manutenção da cultura e colheita.
17	Resolver o problema de programação do fornecimento de gás residual em uma indústria siderúrgica integrada com incerteza nos fluxos de gás residual, realizando previsões dos fluxos de produção e consumo de gases no processo siderúrgico.
18	Desenvolver uma ferramenta para o agendamento de máquinas agrícolas para operações de colheita e manuseio de biomassa em vários campos geograficamente dispersos, levando em conta a prontidão do campo de cada local.
19	Propor um modelo de apoio à decisão (modelo matemático) focado no planejamento da produção em fazendas multiprodutos sob condições de risco, utilizando a pesquisa operacional para entender as diferentes alocações de recursos produtivos em fazendas que se dedicam à produção de grãos.

Nº	Objetivo principal
20	Proposição de um modelo matemático linear para o planejamento da colheita de laranja utilizando dados de 320 fazendas sobre maturação dos frutos, como índices como sólidos solúveis totais e a sua proporção.
21	Resolver o problema de programação e carregamento de veículos de transporte interno que levam peças para as linhas de montagem automotiva, utilizando modelagem matemática
22	Descrever e desenvolver os conceitos operacionais que sustentam o VBTO, um modelo de atendimento de pedidos de personalização em massa que permite ao produtor buscar em todo o pipeline de estoque, produtos em produção e produtos no plano de produção, a fim de encontrar o melhor produto para um cliente.

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Os trabalhos selecionados envolvem a aplicação de métodos matemáticos e técnicas de otimização em uma variedade de contextos, abordando desafios específicos em áreas como computação paralela, agricultura, produção industrial e cadeias de abastecimento. Embora a natureza e os domínios de aplicação variem, grande parte compartilha a abordagem de modelagem matemática para melhorar a eficiência, maximizar o desempenho e resolver complexos problemas de tomada de decisão; quando não utilizam destes, são metodologias, ferramentas ou conceitos que visam aumentar a eficiência, tendo a mesma meta de otimizar algo (CHANDIO et al., 2014; EDWARDS et al., 2015).

Estas pesquisas demonstram a versatilidade e utilidade da pesquisa operacional em diferentes setores, destacando a busca por soluções que resultem em benefícios econômicos, sociais e ambientais. Em setores industriais, como a produção em massa e a gestão de cadeias de abastecimento, a pesquisa operacional é usada para planejar e otimizar as operações. Isso inclui agendamento de máquinas, carregamento de veículos, alocação de recursos e carga da linha de produção; onde os modelos matemáticos auxiliam na minimização de atrasos, maximização de lucros e coordenação eficaz das atividades (EMDE; GENDREAU, 2017; PENA; DE OLIVEIRA; SALLES, 2019; VAN DEN BROECKE; AGHEZZAF; VAN LANDEGHEM, 2008).

Já na agricultura, vários estudos concentram-se em otimizar os processos de plantio, colheita e manutenção das culturas. Os modelos matemáticos podem ser desenvolvidos para determinar os melhores padrões de cultivo, minimizando custos e desperdícios, ao mesmo tempo em que garantem a qualidade e a produtividade das colheitas (LI et al., 2015; SOLANO et al., 2020). Também possuem uma aplicação especialmente relevante em regiões com recursos limitados, como água e terra, onde a alocação adequada é fundamental e o uso consciente destes bens são essenciais (BHATIA; RANA, 2020).

2.2.1. Modelagem Matemática

A modelagem matemática desempenha um papel fundamental na otimização, pois fornece a estrutura matemática necessária para representar problemas do mundo real de forma quantitativa. E, por meio deste processo, os problemas complexos são traduzidos em equações, restrições e variáveis que podem ser manipuladas e resolvidas por algoritmos de otimização. As escolhas das abordagens de modelagem, tipo de modelos (heurísticas, lineares, não-lineares, mistos), solvers e linguagens, são essenciais para determinar a eficácia na resolução de problemas específicos. Portanto, compreender a modelagem matemática e suas diversas técnicas é um passo crucial na resolução de desafios em áreas tão variadas quanto agricultura, indústria, energia e cadeia de suprimentos (FOWLER, 1997).

Na tabela 3 são apresentados os trabalhos da revisão anterior com foco na modelagem matemática, descrevendo o número de identificação, a área de aplicação, o objetivo, a classificação do modelo, os solvers e a linguagem (ou softwares).

Tabela 3. Artigos classificados em área de aplicação, objetivo, classificação, solver utilizado e linguagem dos modelos.

Nº	Área de aplicação	Objetivo	Classificação	Solvers	Linguagem
1	Energia	Minimizar tempo de fila, resposta e consumo de energia (computacional)	Algoritmo de alocação de tarefas computacional (variados)	Não citado	Não citado
2	Agrícola	Estimar produtividade da terra	Linear	Não se aplica	Não se aplica

Nº	Área de aplicação	Objetivo	Classificação	Solvers	Linguagem
3	Agrícola	Maximizar os retornos da fazenda e minimizar os custos que entram	Linear	Simplex	LINGO
4	Agrícola	Maximizar lucro de acordo com valor de venda de cultivar determinada cultura em certa zona	Misto inteiro linear	Não citado	Não citado
5	Agrícola	Minimizar lixo gerado por operações agrícolas.	Misto inteiro linear. Heurísticas	Couenne	GAMS
6	Indústria	Minimizar atraso das atividades de uma linha de produção industrial	Misto inteiro linear	CPLEX	ICRON e Java
7	Agrícola	Minimizar custos de transporte	Misto inteiro linear	CPLEX	Java
8	Agrícola	Maximizar lucro, utilizando preços de venda e custos da colheita e transporte	Misto inteiro linear	Gurobi	AMPL
9	Agrícola	Minimizar o desvio padrão da receita entre as estufas dos produtores	Heurística	Não citado	Python
10	Agrícola	Maximizar preços e minimizar diferença de lucro entre pequenos produtores	Heurística	Não citado	Java
11	Mineração	Maximizar Valor Presente Líquido e eficiência das pás de escavação	Misto inteiro linear	CPLEX, Gurobi	AMPL
12	Agrícola	Maximizar lucro pelo açúcar total recuperável	Misto inteiro linear	CPLEX	C++

Nº	Área de aplicação	Objetivo	Classificação	Solvers	Linguagem
13	Agrícola	Criar um modelo das relações dentro de uma cadeia de suprimento	Soft System Methodology (SSM) e CATWOE	Não se aplica	Não se aplica
14	Energia	Maximizar lucro de venda de energia	Misto inteiro não linear. TMS (Two-stage Multistage Self-scheduling)	CPLEX	Não citado
15	Indústria	Otimizar todo o Sistema de produção	Fair Share Algorithm (Econômico)	Não citado	Não citado
16	Agrícola	Minimizar custo total	Misto inteiro não linear.	Couenne	GAMS
17	Química e Indústria	Minimizar desbalanceamento de subprodutos e maximizar eficiência energética	Misto inteiro não linear e Heurística	CPLEX	MATLAB
18	Agrícola	Minimizar tempo da operação do maquinário	Heurística (Tabu Search Method)	Não citado	Java
19	Agrícola	Maximizar margem de contribuição bruta	Linear	Não citado	LINDO
20	Agrícola	Maximização dos sólidos solúveis totais na colheita de laranjas	Linear	Não citado	Não citado
21	Rotas e Indústria	Minimizar inventário durante o processo de fabricação	Misto inteiro linear. Heurística (Tabu Search Method).	CPLEX	Não citado

Nº	Área de aplicação	Objetivo	Classificação	Solvers	Linguagem
22	Indústria	Preencher pedidos para clients de produção em massa	Virtual-build-to-order (VBTO). Abordagem estratégica-operacional	Não se aplica	Não se aplica

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Entre as diversas áreas de aplicação, foram identificadas as seguintes: energia, agricultura, indústria, mineração, cadeia de suprimentos agrícola e química. A inclusão de trabalhos que não se inserem diretamente no campo agrícola é justificada pela metodologia de criação dos modelos matemáticos, que muitas vezes apresentam técnicas e ideias transferíveis e aplicáveis a outros setores (AHUMADA; VILLALOBOS, 2009). Dessa forma, esses estudos oferecem um valioso referencial teórico que pode ser adaptado e utilizado de maneira eficaz em diferentes contextos, ampliando o conhecimento e as possibilidades de solução na área agrícola (CRONIN; RYAN; COUGHLAN, 2008).

No que diz respeito à classificação dos modelos utilizados, observou-se uma abordagem equilibrada, abrangendo tanto heurísticas quanto modelos lineares e mistos inteiros: lineares e não-lineares. Essa diversidade de abordagens ressalta a adaptabilidade das técnicas de otimização, que são aplicadas de acordo com as necessidades específicas de cada problema em questão. Além disso, fora dessas categorias, foram identificadas outras abordagens, como algoritmos econômicos e de planejamento, que embora abordem escopos diferentes, ainda oferecem uma visão aberta das vastas possibilidades que a otimização pode proporcionar na resolução de problemas. Essa diversidade reflete a riqueza das ferramentas disponíveis para abordar desafios de otimização e ilustra a importância da escolha da técnica mais adequada a cada contexto (FOWLER, 1997).

Heurísticas são uma classe de métodos de otimização que se destacam pela sua eficiência na resolução de problemas complexos em um tempo relativamente curto, embora não garantam soluções ótimas. Elas são particularmente úteis quando não é encontrada uma solução exata analítica em tempo satisfatório, assim tornando-se um método computacional alternativo que viabilizará a otimização do modelo. As heurísticas baseiam-se em estratégias de busca e na aplicação de regras empíricas, tentando encontrar soluções aproximadas que sejam aceitáveis em termos de qualidade e viabilidade. Em muitas áreas, como agricultura e logística, as

heurísticas desempenham um papel fundamental na viabilização da tomada de decisões eficientes e na resolução de problemas de otimização de maneira pragmática (EDWARDS et al., 2015).

Modelos lineares de otimização são uma abordagem matemática amplamente utilizada para resolver problemas nos quais as relações entre as variáveis podem ser representadas de forma linear. Essa abordagem se destaca especialmente em problemas nos quais a representação das restrições não requer elevada complexidade ou, quando possível, pode ser linearizada e simplificada sem a necessidade de lidar com variáveis inteiras. Os modelos lineares são conhecidos por sua eficiência computacional e capacidade de fornecer soluções ótimas para muitos problemas, desde que as suposições de linearidade se apliquem ao cenário em questão (CAIXETA-FILHO, 2006).

Por outro lado, os modelos mistos inteiros combinam elementos de modelos lineares com restrições relacionadas ao intervalo inteiro para os valores das variáveis, mudando significativamente o processo de resolução computacional. Esses modelos são aplicados quando as variáveis de decisão podem tomar tanto valores inteiros quanto contínuos, tornando-se particularmente adequados para abordar problemas que envolvem escolhas discretas, como a autorização ou proibição de certas ações e até mesmo a, aparentemente simples, possibilidade de dizer sim ou não dentro do problema (FLOUDAS; LIN, 2005). A capacidade de resolver problemas que englobam escolhas tanto discretas quanto contínuas faz dos modelos mistos inteiros uma ferramenta versátil para a otimização em diversos cenários complexos (ALBORNOZ; URRUTIA-GUTIÉRREZ, 2018).

Nos três tipos de resolução apresentados, a eficiência do processamento é um aspecto crítico para atingir seus objetivos, e a sua aplicação depende em grande parte da capacidade de obter soluções ótimas ou quase ótimas em tempo viável. A eficiência é especialmente relevante em cenários do mundo real, onde os problemas podem ser muito complexos e o tempo de resolução é uma preocupação prática que decidirá seu uso ou não (SMITH; TASKIN, 2008).

No caso específico das heurísticas isso não chega a ser um problema pois a sua própria categoria já visa este propósito: encontrar um método alternativo que resolva o problema em tempo viável, mesmo que a solução não seja exatamente a ótima. Por este motivo, cada problema pode exigir uma técnica heurística diferente, indo da adaptação até a criação de novos algoritmos; o importante é encontrar uma solução viável satisfatória em tempo hábil para casos de alta complexidade (NETH; GIGERENZER, 2015).

Em modelos mistos inteiros, a busca por soluções ótimas pode ser particularmente desafiadora, pois exige a exploração de muitas possibilidades para as variáveis inteiras, o que

pode levar a um crescimento exponencial do espaço de busca e potencialmente resultando na inviabilidade operacional do modelo. Nesses casos, as técnicas de branch-and-bound e branch-and-cut são frequentemente empregadas para reduzir o espaço de busca e identificar soluções ótimas de maneira mais eficiente (LAWLER; WOOD, 1966).

Já os modelos lineares, devido à sua natureza mais simples, geralmente oferecem tempos de resolução mais rápidos; isso ocorre porque a otimização linear envolve a busca por soluções em um espaço convexo, que é computacionalmente mais eficiente de explorar. Os algoritmos utilizados nestes modelos – como o método simplex – viabilizam resolver problemas de grande porte em pouco tempo com o poder computacional acessível hoje, podendo ser escalonados muito mais facilmente do que modelos mistos (FICKEN, 2015).

Idealmente, a representação dos problemas na forma linear seria a abordagem preferencial; no entanto, a modelagem inteiramente linear apresenta limitações em comparação com abordagens mistas e heurísticas. Em muitos casos, a total linearização não é capaz de capturar integralmente a complexidade da realidade ou considerar todos os aspectos de um problema, o que inviabiliza sua aplicação exclusiva e torna necessária a utilização de técnicas mistas e heurísticas para abordar desafios de otimização de maneira mais abrangente e eficaz (VANDERBEI, 2020).

Nesse contexto, foi desenvolvida a estratégia híbrida, que consiste na integração de modelos lineares, modelos mistos e técnicas heurísticas em diferentes fases do problema, capitalizando as respectivas vantagens de cada abordagem sempre que viável. Essa estratégia é frequentemente adotada em situações em que uma única técnica não é suficiente para alcançar soluções de alta qualidade; um exemplo comum envolve a combinação de heurísticas com modelos inteiros mistos, possibilitando a geração rápida de soluções iniciais que servem como ponto de partida para a otimização exata. Essa abordagem híbrida se revela altamente eficaz na resolução de problemas complexos, proporcionando uma combinação equilibrada entre eficiência e precisão (EMDE; GENDREAU, 2017; WOLSEY, 1980).

Atentando-se a esses cenários, solvers comerciais especializaram-se na integração dessas diversas técnicas, como o CPLEX e o Gurobi, reconhecidos por sua eficiência e capacidade de lidar com a resolução de problemas complexos de grande escala. Essas poderosas ferramentas oferecem versatilidade ao abordar modelos lineares, mistos inteiros e não lineares: o pré-processamento, que simplifica o modelo de otimização antes do processo de resolução, proporciona uma abordagem eficaz para a resolução de problemas complexos (GUROBI OPTIMIZATION, 2021; LABORIE et al., 2018; SAVELSBERGH, 1994).

No levantamento de literatura realizado, os solvers CPLEX e Gurobi apareceram como maioria, enquanto outros como o Couenne e LINDO aparecem de forma esporádica. Vale ressaltar que a escolha da linguagem de programação é flexível, a menos que se utilize um software comercial que integre tudo em um único pacote e não permita a separação em diferentes linguagens. Portanto, desde que atenda às necessidades do modelo, a utilização de linguagens como Java, C++ ou outras não devem impactar de forma significativa o tempo de resolução de um problema de otimização, proporcionando flexibilidade aos pesquisadores e profissionais na escolha da linguagem que melhor atenda às suas necessidades (FRAGNIERE; GONDZIO, 2002).

Quanto ao problema específico de planejamento operacional de produção agrícola, trabalhos similares como de Li et al. (2015), Pakawanich (2022) e Solano et al. (2020) obtiveram sucesso na criação de cronogramas com o uso de modelos mistos e heurísticas, essas abordagens apresentam limitações significativas, seja em relação ao horizonte de planejamento ou ao número de variáveis do problema. Por outro lado, embora alguns estudos tenham conseguido modelar soluções aproximadas, a resolução integral do problema em tempo hábil, utilizando somente modelos mistos, ainda representa um desafio em aberto, demandando pesquisas adicionais para atingir esse objetivo de maneira satisfatória (AZEVEDO, 2022).

Diante de toda essa discussão, é determinado que o escopo do desenvolvido nesse trabalho será estruturado de forma linear, com o objetivo de resolver eficazmente o desafio de planejamento operacional das atividades agrícolas em tempo hábil.

3. METODOLOGIA

3.1. Natureza e Problemática da Pesquisa

Essa pesquisa é classificada, em termos de sua natureza, como aplicada, uma vez que visa gerar conhecimentos direcionados à aplicação prática e à solução de problemas específicos, envolvendo situações reais e interesses locais (GIL, 2008). Quanto aos objetivos, é considerada uma pesquisa exploratória utilizando revisão narrativa e sistemática de literatura, avançando para um estudo de caso e posteriormente para a modelagem do problema (SILVA; MENEZES, 2005). A forma de pesquisa adotada é quantitativa, uma vez que a solução será baseada em um modelo matemático, o que possibilita a quantificação e a análise numérica dos valores envolvidos no estudo (GIL, 2002).

Os procedimentos técnicos desta pesquisa podem ser categorizados em revisão de literatura e estudo de caso, a primeira desempenhará um papel fundamental na identificação e compreensão dos problemas em questão, baseando-se em material já publicado; a segunda buscará por informações em um estudo detalhado com um agente chave na cadeia produtiva de orgânicos. Posteriormente, a pesquisa avançará para a fase experimental, na qual serão exploradas as possíveis soluções para os problemas identificados, com o objetivo de alcançar resoluções práticas e reais (GIL, 2008).

Na fase de coleta de dados, a pesquisa é categorizada como análise documental e estudo de caso, devendo ao fato de que serão utilizadas informações provenientes de produtores em um contexto real, sem necessariamente seguir uma fonte com protocolo estruturado, assim, a abordagem se pautará na demanda explicitada pelos próprios produtores, tanto com visita *in loco*, quanto com informações levantadas sem tratamento analítico. Além disso, os dados serão analisados por meio de modelagem matemática, tendo a performance avaliada por meio de estatística paramétrica: análise de variância e teste de comparação entre médias (GIL, 2008; SILVA; MENEZES, 2005).

A base da problemática e da abordagem de modelagem foi estabelecida com base em modelos de roteamento de veículos que representam o planejamento das atividades a serem realizadas. Dentre problemas de otimização parecidos, o mais notório é o problema do caixeiro viajante: “se um vendedor deseja visitar todas as cidades de uma amostra uma única vez e voltar para casa no final, qual é a melhor rota?”. Esse problema é conhecido pela sua complexidade computacional, especialmente à medida que o número de locais a serem visitados aumenta, devido à natureza combinatória do problema, onde o número de possíveis soluções cresce exponencialmente com o aumento do número de pontos a serem visitados (HOFFMAN; PADBERG, 2001).

Essa característica do caixeiro viajante representa um desafio computacional significativo na busca pela solução ótima, exigindo o emprego de algoritmos eficientes e estratégias avançadas de otimização para alcançar uma solução aceitável dentro de um tempo razoável. Dentre as possibilidades, pode-se citar o backtracking, que é uma técnica de busca exaustiva que explora todas as possíveis soluções, retrocedendo quando uma solução parcial não leva a uma solução viável. Os solvers de otimização possuem diversas técnicas e algoritmos que buscam o valor ótimo de diferentes formas, nos quais podem integrar o backtracking ou alguma vertente do mesmo princípio.

É importante notar que o modelo proposto por esta pesquisa não se enquadra exatamente nos parâmetros do problema do caixeiro viajante. Ele é similar no aspecto de buscar a melhor

rota para atender às demandas em diferentes nós, o que pode exigir visitar o mesmo local várias vezes dependendo da demanda do produtor. Logo, é importante mencionar suas similaridades para buscar modelagens e soluções que se assemelham no fluxo de rotas, uma vez que o caixeiro viajante é uma situação modelo na comunidade, que possui maior quantidade de pesquisas.

O estilo do modelo proposto é mais similar a categoria de roteirização de processos, voltadas para as especificidades do sistema de produção agrícola. Nesse âmbito de rotas, são mais comuns trabalhos de outras áreas, como o proposto por Melquiades, Assunção e Fonseca (2014) para a coleta de resíduos sólidos dentro da logística urbana. Os fluxos de rotas e outras restrições podem ser semelhantes, porém, a produção agrícola envolve outros aspectos que terão um impacto significativo na modelagem final.

Já Silva (2012) propôs um modelo na cadeia agrícola de roteirização dos veículos para o processamento da cana, incluindo corte, carregamento e corte voltados para a produção de açúcar e álcool na usina de beneficiamento. O autor otimizou o processo da colheita, utilizando talhões de um estudo de caso e adicionando fatores único dessa atividade na cana, como o espaço de manobra e a utilização intensa de semi-reboques nos caminhões. O autor utilizou o software pago TransCAD para todo o processo de modelagem, não especificando a classificação do modelo, podendo apenas afirmar que utilizou variáveis inteiras e o modelo foi resolvido em tempo hábil.

O modelo proposto neste estudo apresenta diferenças em relação ao trabalho de Silva (2012), principalmente no que diz respeito ao tipo de atividade agrícola abordada, que está focada na olericultura. A principal diferença dos sistemas de produção de hortaliças é que são realizadas diversas atividades específicas em escalas menores durante todo o cultivo, que não possuem a mesma ênfase em uma única atividade como é requerido na colheita da cana-de-açúcar. Apesar de cada espécie olerícola exigir um manejo específico, existem atividades comuns a todos, como a preparação do solo e a adubação.

O trabalho com maior similaridade no problema de modelagem foi o de Azevedo (2022), que realizou um estudo de caso com o intuito de atender às demandas de um produtor de destaque na cadeia de alimentos orgânicos em Brasília-DF. Após coletar dados sobre os desafios enfrentados pelo produtor, o autor propôs um modelo matemático de roteamento para o maquinário agrícola, tendo como objetivo principal a minimização do custo global das distâncias percorridas, com ênfase na redução do custo de óleo diesel, identificado pelo cliente como um fator de custo significativo.

Apesar de sua utilidade comprovada, o modelo proposto por Azevedo (2022) apresentou dificuldade considerável no processamento computacional devido ao estilo de modelagem adotado, tornando inviável a resolução em tempo hábil para janelas de tempo de planejamento mais extensas (FISCHETTI; GLOVER; LODI, 2005). Resumidamente, o processamento computacional demorado comprometeu a aplicabilidade prática do modelo.

Como resultado, a necessidade de uma solução mais eficiente e ágil, em aspectos computacionais, motivou a concepção desta pesquisa, buscando superar as limitações previamente identificadas, ainda atendendo as demandas requisitadas pelo produtor. Portanto, o modelo deste trabalho visa atender a uma demanda semelhante, proporcionando suporte a produtores de alimentos no planejamento operacional das rotas e atividades para o preparo, cultivo e colheita das culturas. Busca-se minimizar os custos associados ao transporte e atividades do maquinário agrícola, respeitando as restrições de mão de obra estabelecidas e utilizando apenas variáveis lineares.

3.2. Revisão Sistemática e Estudo de Caso

Para obter uma visão abrangente dos problemas e demandas na área de planejamento de produção em atividades agrícolas, foi conduzida uma revisão sistemática, seguindo o protocolo de Cronin (CRONIN; RYAN; COUGHLAN, 2008). A revisão, já exposta no Capítulo 2, possibilitou a identificação de trabalhos-chave na área e, após a compreensão do cenário, foram selecionadas as modelagens que enfrentaram desafios de viabilidade ou validação no tema proposto.

Além da revisão mencionada, também foi realizada um estudo de caso em uma fazenda que desempenha um papel fundamental na cadeia de produção de alimentos orgânicos no Distrito Federal (DF). A realização desse estudo teve como objetivo explorar o ambiente prático, incorporando as necessidades reais de uma propriedade para aprimorar o cenário e fornecer informações concretas durante a construção quantitativa do modelo.

Os dados da visita foram obtidos por meio de observação sistemática da propriedade e entrevista não estruturada, conforme métodos descritos por (GIL, 2008), com os responsáveis técnicos do setor de planejamento de atividades e de maquinário

3.3. Modelagem e Análise Estatística

Considerando as dificuldades enfrentadas pelos modelos avaliados em termos de resolução em tempo hábil, uma das principais ênfases deste trabalho será a utilização preferencial da programação linear. Esse estilo de modelagem oferece uma resolução computacional mais eficiente e permite ajustes conforme as demandas específicas do produtor (FICKEN, 2015; VANDERBEI, 2020).

Além disso, visando atender às necessidades do cliente final, o modelo foi desenvolvido na linguagem Python, uma opção gratuita e de código aberto, eliminando custos adicionais relacionados a softwares comerciais para o produtor e que também viabiliza a integração com futuras ferramentas que necessitem do modelo, como interfaces gráficas amigáveis ao usuário (HART et al., 2017).

O modelo foi validado de acordo com as informações obtidas no item 3.2, tendo sua performance comparada e mensurada por meio do tempo necessário para encontrar a solução ótima do problema. Para comparação de desempenhos foram realizados testes estatísticos entre cinco solvers selecionados (pagos e gratuitos), utilizando o tempo de resolução de cada um em quatro períodos de planejamentos operacionais diferentes. Entre cada período a quantidade de horas disponíveis foram ajustadas de acordo com sua respectiva janela, já as demandas foram dobradas entre cada período.

Abaixo se encontra uma simplificação do experimento, com os mesmos cinco solvers em cada agenda de atividades, cada agenda sendo analisada separadamente das outras:

- Agenda de Atividades de 7 dias: Gurobi, CPLEX, GLPK, CBC e HiGHS;
- Agenda de Atividades de 15 dias: Gurobi, CPLEX, GLPK, CBC e HiGHS;
- Agenda de Atividades de 30 dias: Gurobi, CPLEX, GLPK, CBC e HiGHS;
- Agenda de Atividades de 60 dias: Gurobi, CPLEX, GLPK, CBC e HiGHS

O experimento de comparação do tempo computacional foi considerado delineamento inteiramente casualizado (DIC), tendo os diferentes solvers como tratamentos – Gurobi, CPLEX, GLPK, CBC e HiGHS – e tempo de resolução como única variável quantitativa avaliada. Foram realizadas 5 repetições separadas pela completa reinicialização da máquina, sendo que em uma mesma repetição todas as variáveis do sistema eram limpas entre cada solver; a ordem dos solvers em cada repetição foi decidida por meio de sorteio aleatório (BERRY et al., 2021). Como cada período de tempo foi analisado e discutido em tópicos diferentes totalmente separados, estes não foram adicionados como um fator tratamento na

análise estatística, desta forma não representando uma análise fatorial conjunta (SNEDECOR; COCHRAN, 1989).

Os dados foram submetidos ao teste de normalidade de Shapiro-Wilk e homogeneidade das variâncias de Bartlett, seguidos de análise de variância pelo teste F e teste comparação entre médias de Tukey, ambos utilizando intervalo de confiança de 95% (COHEN, 1992; CONOVER; JOHNSON; JOHNSON, 1981; DUNN, 1961; SHAPIRO; WILK; CHEN, 1968; TUKEY, 1949). Os resultados do teste de normalidade são apresentados na tabela 4, com os valores da estatística W de Shapiro-Wilk, o valor-p (*p-value*) e a interpretação da distribuição dos dados.

Tabela 4. Teste de Normalidade de Shapiro-Wilk com Intervalo de Confiança de 95%.

Janela de Planejamento	Estatística W	Valor-P	Distribuição dos Dados
7 dias	0,92352	0,06166	Normal
15 dias	0,97218	0,70064	Normal
30 dias	0,93464	0,11127	Normal
60 dias	0,98280	0,93433	Normal

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Visto que os dados possuem distribuição normal e os demais pressupostos das análises paramétricas foram aceitos, a discussão apresentará os testes visualizados por meio de tabelas com os resultados do teste de Tukey. As médias que apresentarem mesma letra minúscula na mesma coluna são estatisticamente iguais entre si, não apresentando diferenças significativas pelo teste de Tukey.

Em todos os testes computacionais foi utilizado o computador com as seguintes especificações: Windows 11, processador AMD Ryzen 5 3600 (6 núcleos e 12 threads), 16 GB RAM, Python 3.8.10 e Spyder 5.5.3. Quanto aos solvers, foram utilizadas as seguintes versões: Gurobi v. 11.0.1, CPLEX v. 22.1.1.0, GLPK v. 4.65, CBC v. 2.10.3 e HiGHS v. 1.7.0.

4. PROBLEMÁTICA

4.1. Estudo de Caso

O agente do estudo de caso foi selecionado por conveniência e importância, devido à sua relevância como um dos principais participantes na cadeia de alimentos orgânicos no

Distrito Federal, assim representando um objeto de pesquisa altamente relevante. Além disso, observou-se do agente uma receptividade positiva em relação a comunidade acadêmica, com total transparência nos processos, oferecendo suporte em todas as fases da pesquisa.

A fazenda integra técnicas agrícolas tradicionais e inovações tecnológicas para o cultivo de uma ampla gama de hortaliças, legumes e laticínios, todos classificados como orgânicos. O destaque da fazenda reside principalmente na sua alta capacidade de produção de alimentos orgânicos, um nível que representa um desafio significativo dentro desse setor. Geralmente, os sistemas orgânicos de produção tendem a ser de menor escala devido às restrições no uso de produtos, conforme estabelecido pelas leis e regras que regulam esse setor.

As práticas agrícolas adotadas refletem um compromisso inequívoco com a sustentabilidade ambiental. Desde a agricultura orgânica até o manejo integrado de pragas e doenças, a preservação da biodiversidade, a gestão eficiente da água e preferência por fontes de energia renováveis, a fazenda busca minimizar seu impacto no meio ambiente enquanto promove a saúde do solo e a qualidade dos alimentos. Todos esses elementos refletem os princípios fundamentais da produção orgânica, os quais visam a produção sustentável de alimentos, levando em consideração os aspectos sociais, ambientais e econômicos.

Além de sua atividade principal como produtora de alimentos orgânicos, a fazenda exerce um papel fundamental na comunidade local e na economia regional. A criação de empregos diretos e indiretos, a preferência por produtos locais, o estímulo à educação alimentar e o fortalecimento da segurança alimentar na região são elementos-chave do impacto social e econômico positivo que essa propriedade gera.

As premiações recebidas e o reconhecimento destacam a excelência das práticas sustentáveis e a qualidade dos produtos orgânicos da fazenda. Certificações orgânicas, prêmios de excelência no setor e o reconhecimento da comunidade local como um agente de desenvolvimento social e econômico são evidências do sucesso e da relevância dessa propriedade no cenário agrícola e ambiental do Distrito Federal.

No que diz respeito aos aspectos técnicos, a fazenda possui aproximadamente 50 hectares de canteiros prontos e disponíveis para produção, cada um variando de 400 a 600 metros quadrados (m²). Há canteiros específicos destinados a certas culturas, com dimensões e propriedades diferenciadas, como estufas e instalação de mulching. A demanda por determinado produto também pode levar a ajustes, mas a estrutura principal mantém uma dimensão média de cerca de 500 m².

Na propriedade são cultivadas mais de 30 espécies agrícolas, abrangendo os três principais tipos de hortaliças: frutos e legumes, herbáceas e tuberosas. Algumas das espécies cultivadas incluem Rúcula, Alface Roxa e Lisa, Espinafre, Couve Manteiga, Cheiro Verde (Cebolinha e Salsinha), Hortelã, Manjericão, Coentro, Milho Verde, Abobrinha Italiana e Menina, Cebola, Vagem, Mandioca, Cenoura, entre outras. A seleção das culturas depende da estação do ano – verão e inverno – e das demandas do setor de vendas transmitidas ao setor de produção.

Além das culturas mencionadas, a fazenda também cultiva adubos verdes para serem incorporados nos canteiros de certas culturas, como as Alfaces Americanas e Crespas. Embora o produto dos adubos verdes não seja comercializado, ele é tratado e planejado como uma cultura completa no cronograma de atividades. Portanto, a semeadura e o plantio são realizados de acordo com o calendário estabelecido e posteriormente são incorporados nos canteiros conforme necessário.

Atualmente, a fazenda utiliza sete tratores com diversas potências, sendo que alguns são exclusivos para determinados setores, como o trator destinado ao curral. Cada trator possui seus operadores dedicados, que geralmente utilizam o mesmo trator ao longo do mês. A mudança de tratorista ocorre principalmente quando acontecem problemas técnicos no trator, uma vez que é frequente que uma máquina fique temporariamente indisponível devido a manutenção.

A fazenda analisada representa um modelo exemplar de produção orgânica, combinando técnicas tradicionais e inovações para alcançar uma eficiência notável na produção de alimentos orgânicos. Sua importância não é limitada ao âmbito agrícola, abrangendo também o aspecto social e econômico da comunidade local e regional, por meio da geração de empregos, promoção da educação alimentar e fortalecimento da segurança alimentar. A escala de produção que a propriedade atinge no sistema de produção orgânica é desafiadora, o que a consolida como uma referência no cenário agrícola e ambiental do Distrito Federal, sendo capaz de realizar tal feito de forma consistente.

4.2. Delimitação das Atividades para Otimização

A visita ao produtor-chave foi fundamental para observar em detalhes as operações no campo e entender como o cronograma é estruturado. As determinações das atividades são planejadas pelo setor financeiro, que repassa as demandas sobre quais culturas devem ser

entregues em épocas do ano e datas específicas, junto com suas quantidades. Após a definição táticas, os líderes de cada área – como maquinário, adubação, irrigação e plantio – elaboram o cronograma operacional, manualmente, com pelo menos três semanas de antecedência, garantindo assim uma margem de tempo para realizar as tarefas necessárias dentro desse prazo.

O planejamento semanal inclui uma reunião com os líderes de cada grupo na segunda-feira, na qual são discutidas as atividades previstas para aquela semana e se algum setor precisa de suporte adicional ou colaboração de outros líderes ou funcionários. Durante essa reunião, é preenchido um quadro (figura 3) que lista todos os líderes e as atividades que devem ser realizadas, permitindo que qualquer pessoa possa consultá-lo e verificar o progresso das operações.

Figura 3. Quadro de tarefas semanal

QUADRO DE TAREFAS		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	06	05	05	SEX	TRX	QVA	QVI	SEX	SAB	FINALIZADOS	
SEMANA:																												
NOMES																												
CARLOS JOSÉ																												
JAEELSON																												
JAEELSON																												

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Cada dia é dividido em turnos e é designado um grupo de funcionários para executar atividades específicas durante cada turno. Se uma atividade não for realizada conforme planejado, ela é colocada em um "quadro negativo", dando prioridade à sua conclusão e garantindo que o cronograma de três semanas seja cumprido. Essa estrutura reconhece a imprevisibilidade do ambiente no campo, permitindo certa flexibilidade para lidar com imprevistos diários, mas mantendo o compromisso de concluir as atividades semanalmente.

Na fase final do planejamento, são estabelecidas as atividades a serem realizadas em cada área, usando um código que indica a localização específica do lote com seu respectivo talhão. Dessa forma, as demandas reais do estudo de caso podem ser resumidas em três elementos essenciais: tipo de cultura, número do lote e natureza da tarefa (atividade).

Uma vez que as demandas forem definidas, cabe ao líder separar de que forma serão executadas: qual funcionário, qual máquina, qual turno e em qual ordem. Na dimensão de operação que a propriedade possui, esta tarefa alcança um nível desafiador de planejamento com a quantidade de atividades para serem organizadas.

Após a definição das demandas, cabe aos líderes decidirem como as ações serão executadas: qual funcionário realizará, qual máquina será utilizada, em qual turno e em qual ordem. Devido à extensão das operações na propriedade, essa tarefa atinge um nível desafiador de planejamento devido à grande quantidade de atividades que precisam ser organizadas.

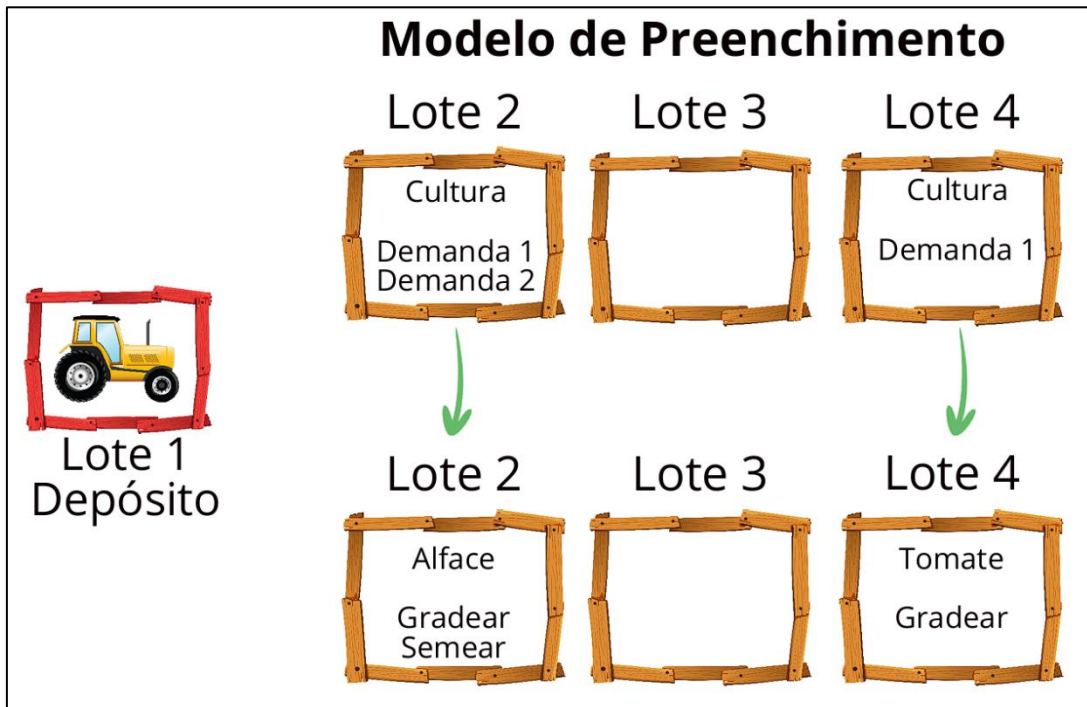
Deste modo, esse trabalho se dedica a abordar o desafio do planejamento das atividades operacionais de produção em uma fazenda agrícola, considerando os tipos de culturas, locais, o maquinário disponível e as janelas de tempo disponíveis. A hipótese é que essas atividades não sejam planejadas de forma eficiente, resultando em viagens frequentes do maquinário agrícola à medida que as necessidades surgem, visto serem planejadas de forma manual, sem auxílio de nenhum modelo de apoio a decisão. Esse processo acarreta várias ineficiências e, conseqüentemente, um aumento significativo nos custos para os produtores, custos que poderiam ser otimizados com o auxílio de uma ferramenta de apoio à decisão adequada (AZEVEDO, 2022).

4.3. Exemplificação do Problema

O principal objetivo é conseguir diminuir custos com uma rota e cronograma de trabalho que minimize os custos com as distâncias percorridas pelo maquinário, realizando todas as atividades culturais necessárias para a produção em uma janela de tempo factível (SOLANO; GARCÍA LLINÁS; MONTOYA-TORRES, 2022).

A figura 4 ilustra o esquema pelo qual o produtor fornecerá uma demanda com informações sobre os lotes, bem como a combinação de atividades e culturas que devem ser realizadas em cada área.

Figura 4. Ilustração exemplificando a propriedade e as demandas do produtor nos lotes 2, 3 e 4.



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

O processo é visualizado da seguinte forma: no lote 2, as atividades a serem executadas incluem gradear e semear o lote da alfaca, no lote 3 não existem atividades, e no lote 4 a atividade é gradear o lote do tomate. Os maquinários agrícolas devem sempre iniciar as tarefas diários do lote 1 e, no final das atividades deste período, retornar ao mesmo lote 1. Essa condição inviabiliza a possibilidade dos veículos "estacionarem" em um lote específico para otimizar o início do próximo dia, visando garantir uma abordagem realística de que o maquinário não pode ficar armazenado fora do depósito durante a noite.

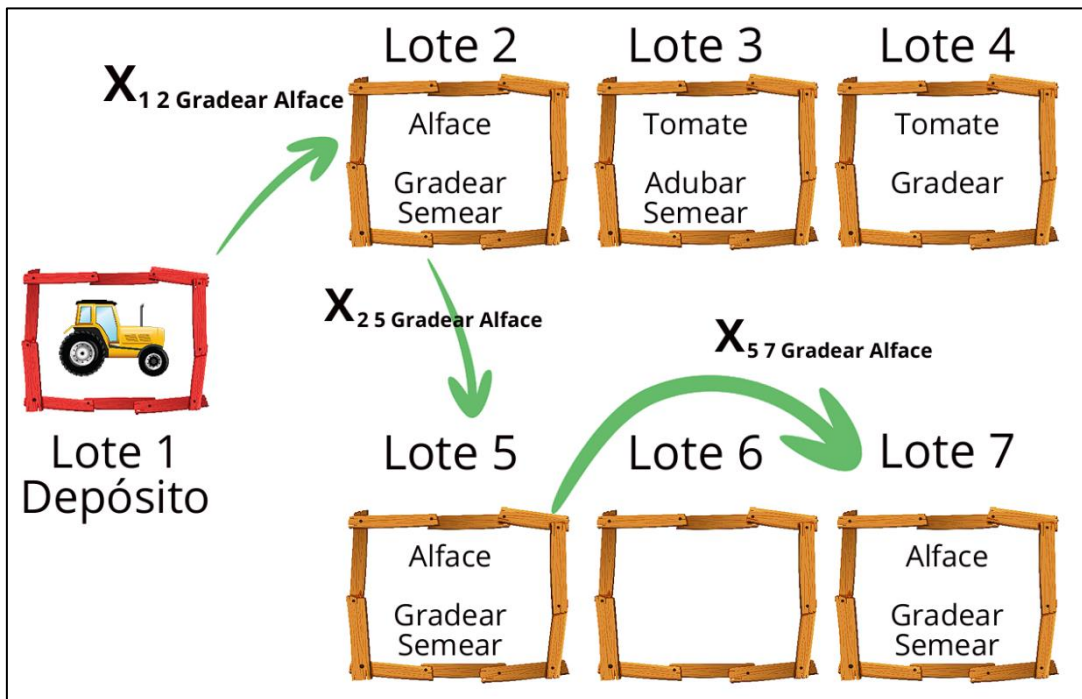
No modelo também é imperativo que sempre que houver uma tarefa associada a um lote, ela esteja obrigatoriamente relacionada a uma cultura específica; desta forma, o produtor deve fornecer as demandas com essa combinação, não podendo apenas fornecer a atividade ou apenas a cultura. Embora em alguns casos práticos a falta dessa combinação possa não afetar o fluxo normal de trabalho, sua inclusão é essencial para garantir a integridade do fluxo de rotas pelas restrições.

Esse sistema também possibilitará o suporte a uma variedade de atividades e culturas, com a restrição de que algumas atividades só podem ser realizadas após a conclusão de outras;

por exemplo, não é possível semear em uma área que não tenha sido previamente gradeada (EDWARDS et al., 2015).

Na figura 5 é apresentado um exemplo de variável com índices que ilustra como as decisões de rota serão guiadas e quais demandas serão atendidas em sua ordem correspondente.

Figura 5. Ilustração exemplificando as rotas tomadas pelo modelo matemático dos lotes 1 ao 7, com suas respectivas demandas.



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

A variável modelo utilizada na figura 4 possui quatro índices (X_{ijtc}), onde "i" representa o lote de origem, "j" o lote de destino, "t" a tarefa e "c" a cultura. Por exemplo, a variável $X_{1,2, \text{gradear}, \text{alface}}$ representará o trator saindo do lote 1 (depósito) para atender à demanda de gradear o lote em preparação para o futuro plantio de alface no lote 2. Na continuação, a variável $X_{5,7, \text{gradear}, \text{alface}}$ indica que o trator deve sair do lote 5 e ir para o lote 7 para também gradear a alface.

Embora a rota final não esteja explicitamente exemplificada na imagem, ela seria representada pela variável $X_{7,1, \text{gradear}, \text{alface}}$, indicando o retorno ao lote 1 (depósito), que funciona como depósito. Assim como inicialmente saiu com as tarefas "gradear" e cultura "alface", ele deve retornar com essas mesmas tarefas para manter a consistência no fluxo e controle. É importante ressaltar que, neste caso único e específico, isso não implica que essas atividades serão executadas no depósito, deste modo, sendo a exceção para os demais lotes e funcionalidades.

É essencial frisar que esses exemplos não representam a variável final do modelo, uma vez que este exige mais índices e interações do que o apresentado como exemplo. Contudo, a ideia central sobre como atender às demandas é fiel ao que será utilizado no modelo que será proposto.

Dentro do processo de atender as demandas, a definição da janela de tempo a ser otimizada também desempenha um papel fundamental na estrutura de modelagem (representando um novo índice sobre o período “p”), podendo potencialmente inviabilizar a resolução, pois a inclusão de janelas de tempo aumenta a complexidade de resolução do modelo. A capacidade de resolver o problema em tempo hábil está intimamente relacionada ao período de tempo que o modelo deve planejar e à quantidade dessas atividades requeridas nesse intervalo. Problemas similares foram modelados, mas devido ao porte que o modelo alcançou, o resultado não finalizava em tempo hábil para ser utilizado de forma sólida pelos produtores (AZEVEDO, 2022).

Assim, o modelo proposto nesse trabalho será capaz de fornecer, em tempo de processamento computacional viável, as melhores rotas para atender todas as demandas de atividades em todos os lotes durante um determinado período de execução, buscando minimizar o custo operacional. Além disso, será dada preferência ao menor tempo de conclusão dentro dos limites diários de trabalho e da quantidade disponível de maquinário, oferecendo uma solução eficiente e adaptável às necessidades do produtor.

5. MODELO MATEMÁTICO

O modelo adotado seguiu uma abordagem semelhante a problemas de roteamento, nos quais as atividades serão atendidas à medida que o maquinário percorre seu caminho para atender essas demandas. Quando o maquinário alcança um ponto com valor "1", significa que a atividade correspondente foi atendida, dessa forma, será possível encontrar a rota mais eficiente ao longo dos dias, que atenderá todas as demandas respeitando as restrições estabelecidas. As tabelas 5, 6 e 7 apresentarão os componentes do modelo, com índices, variáveis e parâmetros.

Tabela 5. Índices com seus nomes e descrições presentes nas variáveis e parâmetros do modelo.

Índices	Nome	Descrição
i, j	Nós	Conjunto que abrange todos os nós (lotes) que o maquinário pode andar, do nó i ao j
o	Origem	Subconjunto de Nós que representa o ponto de partida de todos os maquinários
t	Tarefas	Conjunto das tarefas a serem realizadas
c	Culturas	Conjunto de culturas a serem utilizadas
v	Veículos	Conjunto de veículos/maquinários presentes na propriedade
p	Período	Conjunto que representa os dias

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Tabela 6. Variáveis com seus respectivos índices e descrições presentes no modelo.

Variáveis	Descrição
X_{ijtcvp}	Variável pertencente aos \mathbb{R}^+ que representa o trajeto do lote i ao lote j para realizar tarefa t na cultura c com o veículo v no período p
$\text{LimPeríodo_Dummy}_p$	Variável pertencente aos \mathbb{R}^+ que permite aumentar o limite máximo de trabalho diário no período p com custo exorbitante

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Tabela 7. Parâmetros com seus índices e descrições presentes no modelo

Parâmetros	Descrição
Dist_{ij}	Parâmetro aos \mathbb{R}^+ que contém a distância em metros do nó i ao j
VeicTarefa_{tv}	Parâmetro pertencente aos \mathbb{R}^+ que contém os veículos v que atendem as tarefas t
CultTarefa_{jct}	Parâmetro pertencente aos \mathbb{R}^+ que contém a demanda do nó j com as tarefas t das culturas c

Parâmetros	Descrição
VelVeículo _v	Parâmetro pertencente aos \mathbb{R}^+ que contém a velocidade em metros por segundo do veículo v
DuraçãoTarefa _{tv}	Parâmetro pertencente aos \mathbb{R}^+ que contém o tempo em segundos que veículo v demora para realizar a tarefa t
LimPeríodo _p	Parâmetro pertencente aos \mathbb{R}^+ que contém o limite diário de trabalho em segundos do período p

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

O modelo elaborado é do tipo programação linear, sem a necessidade de variáveis inteiras, e é representado pelo sistema de função objetivo e restrições a seguir:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar: } & \sum_i \sum_j \sum_t \sum_c \sum_v \sum_p [X_{ijtcvp} * CPP_p * Dist_{ij}] \\
 & + \sum_p LimPeríodo_Dummy_p * 5000
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Sujeito a:

$$\sum_o \sum_j \sum_c \sum_{v \in VeicTarefa_{tv}} \sum_p X_{ojtcvp} \geq 1 \quad \forall t \tag{1.2}$$

$$\sum_i \sum_{v \in VeicTarefa_{tv}} \sum_p X_{ijtcvp} \geq 1 \quad \forall t, c, j \in CultTarefa_{jct} \tag{1.3}$$

$$\sum_o \sum_{v \in VeicTarefa_{tv}} \sum_p X_{jotcvp} = 1 \quad \forall t, c, j \in \max(CultTarefa_{jct}) \tag{1.4}$$

$$\sum_j X_{ijtcvp} = \sum_j X_{jitcvp} \quad \forall i, t, c, p, v \in VeicTarefa_{tv} \tag{1.5}$$

(1.6)

$$\left[\sum_i \sum_j \sum_t \sum_c \sum_v \frac{(X_{ijtcvp} * Dist_{ij})}{VelVeículo_v} + \sum_i \sum_j \sum_t \sum_c \sum_v (X_{ijtcvp} * DuraçãoTarefa_{tv}) \right] \leq LimPeríodo_p + LimPeríodo_Dummy_p \forall p$$

A função objetivo 1.1 minimiza a distância total percorrida da somatória de todas as origens “i” para todos os destinos “j” das tarefas “t” das culturas “c” utilizando o veículo “v” no período “p”, representando quando a demanda foi atendida (1) multiplicado pela distância entre os nós “i” e “j”. A Constante de Peso de Período em função do índice “p” é explanada no tópico 5.1, que é utilizada para incentivar menores períodos sem adicionar maior complexidade. Também é somado um alto custo para o uso da variável dummy de período, esta é utilizada como proteção para não quebrar o modelo na restrição 1.6.

A restrição 1.2 estabelece que o maquinário deve sair do nó pertencente ao subconjunto Origem “i” para todos os nós “j” para realizar as tarefas “t” das culturas “c”, somando, especificamente, apenas os veículos “v” que atendem essas tarefas específicas representadas pelo parâmetro $VeicTarefa_{tv}$. A restrição 1.3 especifica que em todos os nós que possuem uma demanda de tarefa “t” de determinada cultura “c” no nó “j” (representado por $CultTarefa_{jct}$), deve existir pelo menos uma variável do nó “i” para este nó com a demanda “j” desta tarefa “t” da cultura “c” com os veículos “v” que fazem parte do parâmetro $VeicTarefa_{tv}$.

A equação 1.4 obriga que do lote mais distante “j” das combinações das tarefas “t” e culturas “c”, pertencentes ao parâmetro $CultTarefa_{jct}$, deve retornar pelo menos um maquinário do nó pertencente ao subconjunto Origem (depósito); também apenas para os veículos “v” do parâmetro $VeicTarefa_{tv}$ que atendem essas tarefas. Essa restrição foi realizada seguindo a lógica da propriedade que seguia uma distância em estilo de corredor, então consequentemente, o lote mais longe é o último a ser atendido na sua rota. Dessa forma é possível obrigar o maquinário o retorno ao depósito sem a necessidade de uma variável binária.

A equação 1.5 representa o balanço de fluxo entre os nós, obrigando que em todos os nós “i” para “j” deve retornar valor igual de “j” para “i” (tudo que saí, deve entrar, e vice-versa) com suas respectivas tarefas “t”, culturas “c” e períodos “p”; para todos os veículos “v” ($VeicTarefa_{tv}$) que possam fazer as respectivas tarefas. Das restrições 1.2 a 1.5, o período “p” é sempre somado, apenas demonstrando que caso a atividade seja iniciada em certo período, suas

respectivas restrições e fluxos vão estar neste mesmo período, deixando livre para o modelo decidir qual “p” utilizar.

Na restrição 1.6 é adicionado o limite diário de trabalho, somando todas as atividades de todos os índices em cada período “p”, com a distância percorrida dividida pela velocidade do veículo e a duração de cada atividade, estes devendo ser menores ou iguais ao limite diário de trabalho. Também foi adicionada uma variável *dummy* com alto preço para evitar que o modelo quebre em caso de demanda maior do que os períodos conseguem suportar. Essa variável irá aumentar o limite máximo de tempo de um dia – por um alto preço – em casos que o usuário final insira demandas de atividades maiores que o seu próprio tempo permita, fazendo com que o valor ótimo aumente drasticamente, indicando que algo está errado.

No apêndice I se encontra o bloco de código completo com comentários que detalham a função de cada parte proposta pelo modelo, demonstrando os processos necessários desde a importação e tratamento dos dados a até a modelagem dentro da linguagem Python.

5.1. Constante de Peso de Período (CPP_p)

A técnica introduzida na função objetivo, aqui chamada de "Constante de Peso de Período" (CPP_p), consiste na multiplicação por uma constante $(1 + p * \text{Número Pequeno})$, que no âmbito deste modelo foi utilizada a potência 10^{-5} como valor do “Número Pequeno”. Esse pequeno fator multiplicativo tem a finalidade de influenciar o modelo a preferir períodos “p” mais curtos antes de avançar para dias subsequentes. Dessa forma, ele age de maneira similar à adição de um pequeno peso nos períodos, garantindo que o planejamento não pule dias desnecessariamente e mantendo a integridade do modelo sem a necessidade de adicionar restrições complexas. Esse método se mostrou útil em cenários onde a continuidade e a sequência temporal são cruciais para a eficácia do planejamento.

O conceito de "Peso de Período" pode ser comparado à ideia de constante de regularização amplamente utilizada em *machine learning* (aprendizado de máquina), um setor da inteligência artificial. Nessa área as técnicas de regularização são empregadas para adicionar uma penalidade aos coeficientes do modelo, evitando *overfitting* e promovendo generalização. O *overfitting* ocorre quando um modelo se ajusta excessivamente aos dados de treinamento, capturando tanto os padrões subjacentes quanto o ruído presente nesses dados, o que resulta em um desempenho inferior em dados novos. A regularização ajuda a mitigar esse problema ao

impor uma penalidade que controla a complexidade do modelo, forçando-o a ser mais simples e a capturar apenas os padrões realmente relevantes nos dados (ABURASS, 2023).

Nesse aspecto, as penalizações "Lasso" (L1) e "Ridge" (L2) são duas abordagens comuns de regularização. A regularização "Lasso" adiciona uma penalidade proporcional à soma dos valores absolutos dos coeficientes, o que significa que alguns coeficientes se tornam exatamente zero, simplificando o modelo de forma geral. Por outro lado, a regularização "Ridge" adiciona uma penalidade proporcional à soma dos quadrados dos coeficientes, ajudando a reduzir a multicolinearidade e a manter todos os coeficientes pequenos, mas geralmente diferentes de zero. Ambas as técnicas visam melhorar a capacidade de generalização do modelo, garantindo que ele funcione bem em dados não vistos e diminuindo a complexidade com uma lógica simples e efetiva (KOTSILIERIS; ANAGNOSTOPOULOS; LIVIERIS, 2022).

De maneira similar, a "Constante de Peso de Período" introduz uma penalidade mínima na função objetivo para influenciar a seleção dos períodos no planejamento. Assim como a regularização evita que os modelos de aprendizado de máquina ajustem-se excessivamente aos dados de treinamento, o "Peso de Período" assegura que o modelo de otimização não faça saltos desnecessários entre os dias, mantendo um planejamento coeso e contínuo. Essa técnica evita a introdução de restrições adicionais que poderiam aumentar a complexidade computacional do problema, simplificando o modelo e garantindo a eficiência na resolução do problema de otimização.

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Durante toda a discussão serão confrontados as necessidades e o nível de dificuldade de resolução do modelo, criando uma espécie de dilema entre ambos os aspectos. Esse dilema entre viés e complexidade dos modelos matemáticos em otimização refere-se à necessidade de equilibrar a capacidade de representar com precisão o problema real (viés) e a simplicidade ou eficiência computacional do modelo (complexidade).

Um modelo com viés baixo pode capturar mais nuances do problema real, mas pode ser mais complexo computacionalmente e mais difícil de resolver. Por outro lado, um modelo com viés alto pode ser mais simples e computacionalmente eficiente, mas pode perder detalhes importantes do problema real. Encontrar o equilíbrio adequado entre esses dois aspectos é

essencial para desenvolver modelos matemáticos eficazes e práticos para a otimização de sistemas complexos.

Além disso, a metodologia da inserção de dados pelos usuários finais desempenha um papel crucial na construção de modelos matemáticos robustos e confiáveis. Ao adotar um método sistemático e rigoroso para coletar, organizar e inserir os dados utilizados no modelo, a consistência – em geral – do modelo é melhorada, evitando possíveis erros antes mesmo da tentativa de resolução matemática. Esses aspectos são especialmente relevantes quando se busca comparar diferentes períodos no planejamento das atividades, pois permite uma análise mais criteriosa das variações e tendências ao longo do tempo (GALWEY, 2007).

A comparação entre diferentes janelas de tempo no planejamento das atividades é essencial para identificar padrões, avaliar limites e tomar decisões informadas. Por meio das análises estatísticas e comparações descritivas, foi possível verificar o desempenho de cada solver e agrupá-los, viabilizando a recomendação da opção mais vantajosa em cada tempo (LEE; KOLLING; LEWIS, 2011).

Portanto, a combinação entre o viés, a metodologia de inserção de dados e a análise comparativa de diferentes períodos no planejamento das atividades foi essencial para garantir a consistência, confiabilidade e relevância do modelo matemático desenvolvido.

6.1. Inserção dos Dados e Validação

Todos os dados que podem requerer alterações ocasionais ou frequentes pelo produtor são registrados em uma pasta de trabalho do Excel®, composta por quatro planilhas distintas: Demandas das Tarefas, Tarefas Executadas pelo Trator, Durações das Atividades e Matriz de Distância. Essas planilhas serão apresentadas de forma reduzida, ilustrando a estrutura de criação e utilização de cada tabela para permitir a futura replicação do modelo por terceiros. Esse método garante a confidencialidade das informações obtidas no estudo de caso, ao mesmo tempo em que possibilita a disseminação de conhecimento científico.

A primeira planilha, intitulada Demandas das Tarefas, é a que será mais frequentemente utilizada pelos responsáveis pelo controle do modelo. Nela, os usuários devem inserir manualmente os locais onde as determinadas tarefas serão executadas para cada tipo de cultura. O exemplo da tabela 8 demonstra essa planilha, que também representa a maneira atual de

distribuir as atividades na fazenda, sendo construída dessa forma para minimizar a resistência à mudança por parte dos trabalhadores.

Tabela 8. Versão reduzida da planilha Demandas das Tarefas.

Lote	Tarefa	Cultura
2	Subsolar	Alface
5	Levantar Canteiro	Brássicas
7	Levantar Canteiro	Cenoura
8	Subsolar	Tomate
10	Incorporar	Brássicas

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Para as outras janelas de tempo das atividades – 15, 30 e 60 dias – a demanda de 7 dias foi replicada entre cada período, garantindo que as atividades estejam próximas do limite de horário disponível de trabalho e assegurando a uniformidade do experimento.

Na tabela 9, apresenta-se a planilha Tarefas realizadas pelo Trator, que possui apenas duas colunas: Trator e Tarefa. Nesta tabela, é registrada a informação sobre se um determinado trator está apto para realizar uma tarefa específica. Portanto, cada linha indica o modelo do trator e a tarefa que ele pode realizar. Se um trator puder realizar mais de uma atividade, deve-se adicionar uma nova linha com o mesmo modelo de trator e a atividade adicional correspondente.

Tabela 9. Versão reduzida da planilha Tarefas realizadas pelo Trator.

Trator	Tarefa
T1	Subsolar
T1	Levantar Canteiro
T2	Subsolar
T2	Incorporar

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Complementando as informações sobre o maquinário, a planilha de Durações das Atividades apresenta os tempos necessários para que cada trator realize uma atividade específica. Na tabela 10, é possível observar a estrutura, muito semelhante à da tabela 8, com três colunas: Trator, Tarefa e Duração.

Tabela 10. Versão reduzida da planilha Durações das Atividades

Trator	Tarefa	Duração (segundos)
T1	Subsolar	3600
T1	Levantar Canteiro	3200
T1	Incorporar	2300
T2	Subsolar	3400
T2	Levantar Canteiro	3020
T2	Incorporar	2150

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

A separação da planilha apresentada na tabela 10 em relação à tabela 9 é fundamentada em sua natureza, pois funciona como um banco de dados das durações de cada atividade que raramente serão modificadas. No futuro, ela poderá ser utilizada para adicionar mais informações constantes específicas, como o tempo estimado de manutenção ou o tempo necessário para trocas de implementos. Essa separação facilita a organização e a atualização dessas informações de forma mais eficiente e precisa.

Já a planilha Tarefas realizadas pelo Trator (tabela 9) tem como objetivo principal disponibilizar e habilitar o uso de cada trator para uma determinada tarefa. Isso permite que seja rapidamente modificado caso ocorra alguma situação como manutenção do maquinário ou qualquer outra anormalidade que impeça seu funcionamento. Assim, quando o maquinário estiver novamente disponível, não será necessário inserir novamente informações como a duração da tarefa e outras constantes que possam ser incluídas na tabela 10.

A última planilha, a Matriz de Distância, também funciona como um banco de dados, registrando as distâncias em metros entre cada lote da propriedade. Na tabela 11, é apresentado um exemplo utilizando o armazém e quatro lotes com valores fictícios, que são aproximados dos valores reais encontrados na fazenda.

Tabela 11. Versão reduzida da planilha Matriz de Distância

	Armazém	Lote 1	Lote 2	Lote 3	Lote 4
Armazém	1	408	432	460	476
Lote 1	408	1	24	52	68
Lote 2	432	24	1	28	44
Lote 3	460	52	28	1	16
Lote 4	476	68	44	16	1

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Para validar o modelo, foi adotada uma demanda semanal (janela de 7 dias) baseada nas informações obtidas no estudo de caso. No contexto real, a propriedade possui 879 lotes ativos que necessitam de ações regularmente, variando de acordo com as culturas e tamanhos. Assim, foram selecionados apenas 10 lotes para a matriz de distância, os quais estão disponíveis para atividades. As atividades reais foram condensadas para utilizar esses lotes de forma completa, alcançando o limite diário disponível – e conseqüentemente de toda a janela de tempo – de horas de trabalho.

6.1. Análise de Sensibilidade

Ao se trabalhar com modelos matemáticos complexos, a análise de sensibilidade é essencial para entender como variações nos parâmetros de entrada podem influenciar os resultados. No entanto, quando o modelo é degenerado, como nesta pesquisa, surgem desafios significativos que dificultam a utilização eficaz e confiável de métodos tradicionais de análise, como os indicadores de preço sombra, custo reduzido e intervalos de acréscimos e decréscimos permissíveis.

Um modelo degenerado é caracterizado pela presença de uma ou mais variáveis básicas que assumem o valor zero, o que também pode resultar em múltiplas soluções ótimas e restrições vinculantes. Essas características significam que pequenas alterações nos parâmetros do modelo podem ativar ou desativar diferentes restrições, sem alterar o valor da função objetivo (LOPES; REIS; CELESTINO, 2022). Desse modo, os indicadores comuns assumem que pequenas alterações nos parâmetros de entrada resultam em pequenas mudanças na solução ótima, uma suposição que não se sustenta em modelos degenerados. Assim, as análises de sensibilidade baseadas nesses relatórios comuns podem levar a conclusões precipitadas sobre como os dados de entrada afetarão os resultados (HILLIER; LIEBERMAN, 2015).

Além disso, a complexidade envolvida na realização de análises de sensibilidade em grandes modelos degenerados torna essa abordagem inviável na prática. Para obter um único valor de sensibilidade, é necessário realizar operações matemáticas complexas e, muitas vezes, reavaliar todo o modelo sob diferentes configurações de parâmetros. Esse processo não só é

computacionalmente intensivo, mas também pode ser extremamente demorado, adicionando ainda mais complexidade para o modelo como um todo (LOPES; REIS; CELESTINO, 2022).

Diante dessas limitações, uma estratégia mais eficiente é executar novamente o modelo com os novos parâmetros e intervalos que se deseja testar. Esta abordagem direta permite avaliar o impacto das mudanças de forma mais precisa e confiável, embora também possa exigir recursos computacionais consideráveis. A vantagem é que se evita a incerteza associada entre os indicadores de sensibilidade tradicionais e modelos degenerados, assim se obtém uma visão clara e direta de como as alterações nos parâmetros afetam o resultado do modelo (REIS; LEAL; THOMÉ, 2023).

Portanto, como uma forma alternativa de análise de sensibilidade, o modelo foi executado em diferentes janelas de tempo e demandas. Em cada janela subsequente foram apresentados dados técnicos, como número de variáveis e restrições, em conjunto com o desempenho em cada cenário.

6.2. Agenda de Atividades de 7 dias

Neste cenário, o modelo desenvolvido possui um total de 50.827 variáveis lineares, o que é considerado um problema de modelagem pequeno em termos de complexidade. Além disso, foram empregadas 4.081 restrições lineares, a maioria delas relacionada à criação das rotas do maquinário ao longo dos lotes, considerando todas as possibilidades com o fluxo de balanço.

O valor ótimo encontrado foi de 49.530,1782 metros – com quatro casas decimais de precisão – e não diferiu entre cada solver. Na tabela 12 é apresentada uma versão reduzida da otimização, mostrando como os resultados são exportados pelo modelo, contendo as rotas que irão atender cada demanda.

Tabela 12. Resultado resumido da otimização na agenda de atividades de 7 dias.

De	Para	Tarefa	Cultura	Veículo	Período/Dia	Valor
1	5	Adubar	Cenoura	T3	1	1
5	10	Adubar	Cenoura	T3	1	1
10	1	Adubar	Cenoura	T3	1	1

1	5	Incorporar	Cenoura	T1	1	0,082347
5	10	Incorporar	Cenoura	T1	1	0,082347
...
7	1	Canteiro	Alface	T1	7	1
1	2	Subsolar	Alface	T3	7	1
2	6	Subsolar	Alface	T3	7	1
6	7	Subsolar	Alface	T3	7	1
7	1	Subsolar	Alface	T3	7	1

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Em uma determinada rota, foi registrado um valor de "0,082347", o que não está em conformidade com o padrão desejado de valores unitários "1". Este fenômeno é identificado como quebra do modelo, um problema comum em restrições de fluxo lineares. Nesses casos, o algoritmo escolhe dividir o valor em partes menores para atender às restrições estabelecidas, sem infringir nenhum limite de restrição.

Do ponto de vista matemático, essa divisão não afeta a função objetivo, porém pode criar confusão para o usuário final ao tentar compreender o processo. Por esse motivo, essa questão foi abordada através do tratamento dos resultados antes de serem apresentados ao usuário. Esse processo envolveu apenas mostrar os valores acima de "0,01", apresentando ambas as possibilidades e preservando a integridade da otimização.

O produtor deve lidar com esse resultado dando preferência à rota que possui o maior valor, uma vez que esta contribui com valores mais significativos para todas as restrições, o que evita possíveis problemas planejamento. Esse comportamento de quebra do modelo não é ideal, e pode ser evitado com técnicas de programação inteira ou binária, que não estavam no escopo inicial desse modelo.

A tabela 13 exibe os resultados de tempo de execução de cada solver, juntamente com a classificação se o solver é gratuito ou pago.

Tabela 13. Comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers em uma janela de planejamento operacional de 7 dias

Solver	Classificação	Tempo de Resolução¹
CPLEX	Comercial	1,392 d

Gurobi	Comercial	1,742 c
CBC	Gratuito	2,179 b
HiGHS	Gratuito	2,805 a
GLPK	Gratuito	3,047 a

Fonte: elaborado pelo autor (2024). ¹ Médias seguidas da mesma letra, na mesma coluna, não diferem entre si pelo teste de Tukey com intervalo de confiança de 95%.

Neste caso, o melhor solver foi o CPLEX, pertencente ao grupo "d", com um tempo de resolução de 1,392 segundos. Em segundo lugar, ficou o Gurobi, do grupo "c", com 1,742 segundos, seguido pelo solver gratuito CBC, do grupo "b", que obteve um tempo de 2,179 segundos. No grupo "a", dois solvers foram considerados estatisticamente iguais: GLPK e HiGHS, com tempos de 2,805 e 3,047 segundos, respectivamente.

A constatação de que todos os solvers conseguiram encontrar a solução ótima com um gap de 0% em um tempo satisfatório é extremamente positiva e indica a baixa complexidade modelo matemático na resolução do problema em questão. O gap de 0% significa que a solução encontrada pelo solver é exatamente a solução ótima, sem margem para melhoria dentro dos parâmetros definidos (WOLSEY, 1980).

Essa capacidade de encontrar a solução ótima dentro de um tempo razoável sugere que o modelo é adequado para o nível de planejamento atual. No entanto, a sugestão de adicionar variáveis inteiras ou binárias ao modelo para representar situações mais complexas é válida e estratégica. A modelagem linear tem suas limitações, especialmente quando se trata de representar situações discretas ou binárias, como decisões de "sim" ou "não", presença ou ausência de recursos, entre outras (VANDERBEI, 2020).

Ao adicionar variáveis inteiras ou binárias, o modelo pode capturar com mais precisão nuances e complexidades que a modelagem linear não consegue abranger diretamente. Isso pode incluir decisões de alocação de recursos, seleção de rotas, atribuição de tarefas, entre outras variáveis discretas que são comuns em problemas reais. No entanto, deve-se ressaltar a importância de manter a resolução dentro de um tempo hábil, o que requer uma abordagem equilibrada entre a complexidade do modelo e a capacidade de resolvê-lo de forma eficiente (SMITH; TASKIN, 2008).

6.3. Agenda de Atividades de 15 dias

O modelo resultou em um valor ótimo de 99.260,6607 metros, enquanto o número total de variáveis lineares empregadas foi de 217.815, indicando um problema de modelagem de complexidade média. Em adição, foram aplicadas 17.310 restrições lineares, representando um aumento em torno de quatro vezes quando comparado com a janela de tempo de 7 dias.

Na tabela 14, encontram-se os resultados referentes ao tempo de execução de cada solver na janela de planejamento de 15 dias.

Tabela 14. Comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers em uma janela de planejamento operacional de 15 dias

Solver	Classificação	Tempo de Resolução¹
Gurobi	Comercial	6,186 d
CPLEX	Comercial	6,516 d
CBC	Gratuito	13,798 c
HiGHS	Gratuito	17,231 b
GLPK	Gratuito	30,253 a

Fonte: elaborado pelo autor (2024). ¹ Médias seguidas da mesma letra, na mesma coluna, não diferem entre si pelo teste de Tukey com intervalo de confiança de 95%.

De acordo com o teste de Tukey, os dois solvers pagos, Gurobi e CPLEX, não apresentaram diferenças significativas em termos de tempo de resolução, registrando 6,186 e 6,516 segundos, respectivamente. Ambos se destacaram como os mais rápidos no grupo "d". Em terceiro lugar, o solver CBC levou 13,798 segundos ("c"), seguido pelo HiGHS com 17,231 segundos no grupo "b". Por último, o solver GLPK demorou 30,253 segundos, fazendo parte do agrupamento "a".

A diferença de tempo de resolução entre o pior solver (GLPK) e os melhores (Gurobi e CPLEX) destaca a importância da escolha adequada do solver para problemas de otimização complexos. Enquanto 30 segundos ainda são considerados um tempo rápido e viável de resolução, essa diferença de tempo pode se tornar significativa à medida que o modelo aumenta em complexidade. A inclusão de variáveis binárias para transformar o modelo em um modelo misto inteiro-linear pode agravar essa disparidade de tempo de resolução, especialmente se o solver não for otimizado para lidar eficientemente com esse tipo de modelo (BASU et al., 2023).

Entre os solvers gratuitos, ambos CBC e HiGHS são os mais recomendados. É importante considerar não apenas o desempenho em termos de tempo de resolução, mas também outras características e fatores que podem influenciar a escolha do solver mais

adequado para um problema específico de otimização. Embora o CBC possa ter tido uma performance ligeiramente melhor em termos de tempo de resolução, a diferença não é tão significativa ao ponto de excluir o HiGHS como uma opção viável. Ressalta-se que, em muitos casos, a diferença de desempenho entre solvers pode não ser determinante, especialmente se ambos conseguirem encontrar a solução ótima em um tempo satisfatório (MORENO-CHUQUEN; CANTILLO-LUNA, 2020).

Outros fatores que podem influenciar a escolha entre ambos incluem as opções disponíveis em cada solver, as formas de configuração oferecidas e a facilidade de uso. Por exemplo, um solver pode oferecer mais opções de configuração avançadas, o que pode ser vantajoso para problemas específicos que requerem ajustes precisos. Por outro lado, a facilidade de uso e o modo de apresentação dos resultados também são aspectos importantes, especialmente para usuários que não têm familiaridade com otimização matemática ou que desejam uma solução mais acessível em termos de configuração e implementação (DE ARMAS JACOMINO et al., 2019).

Além disso, considerações sobre suporte técnico, documentação disponível e atualizações futuras também podem influenciar a escolha. Um solver com uma comunidade ativa de usuários, suporte técnico robusto e documentação abrangente pode ser mais atraente para usuários que buscam uma solução confiável e com recursos de suporte adicionais (CRAIG ARID; BECK, 1993).

6.4. Agenda de Atividades de 30 dias

O modelo alcançou um valor ótimo de 198.522,55 metros, com um total de 871.230 variáveis lineares utilizadas, o que indica uma complexidade de modelagem média para alta. Adicionalmente, foram criadas 68.935 restrições lineares, representando um progressivo em comparação com as duas últimas janelas, tendo o mesmo crescimento de quatro vezes.

Na tabela 15, estão apresentados os resultados referentes ao tempo de execução de cada solver durante a janela de planejamento de 30 dias.

Tabela 15. Comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers em uma janela de planejamento operacional de 30 dias

Solver	Classificação	Tempo de Resolução¹
Gurobi	Comercial	26,179 d
CPLEX	Comercial	28,634 d
CBC	Gratuito	150,143 c
HiGHS	Gratuito	210,301 b
GLPK	Gratuito	477,849 a

Fonte: elaborado pelo autor (2024). ¹ Médias seguidas da mesma letra, na mesma coluna, não diferem entre si pelo teste de Tukey com intervalo de confiança de 95%.

Mais uma vez, os solvers de melhor desempenho foram agrupados juntos ("d"), com o Gurobi e o CPLEX necessitando de 26,179 e 28,634 segundos, respectivamente, para completar a tarefa. Em terceiro lugar, ficou o CBC do grupo "c", com 150,143 segundos, uma diferença significativa em relação ao próximo da lista: HiGHS, do grupo "b", que levou 210,301 segundos. Por outro lado, o GLPK foi o solver menos eficiente, com 477,849 segundos, classificado no grupo "a".

Os resultados dos solvers na janela de planejamento de 30 dias demonstram uma maior diferença no tempo de resolução, evidenciando aqueles solvers que não conseguem manter a eficiência. O grupo "d", representado pelo Gurobi e pelo CPLEX, demonstra consistência em seu desempenho, necessitando de tempos relativamente curtos para completar a tarefa em comparação com os outros grupos.

O fato de o CBC, do grupo "c", ter ficado em terceiro lugar com um tempo de 150,143 segundos, destaca que, apesar de não pertencer ao grupo de melhor desempenho, ainda é capaz de oferecer uma resolução viável dentro de um prazo razoável. Ademais, a diferença significativa em relação ao próximo da lista, o HiGHS, do grupo "b", não representa a falta de viabilidade do mesmo, uma vez que apenas 60 segundos podem ser tolerados se o solver apresentar outras vantagens técnicas ou de uso (HUANGFU; HALL, 2018).

Por outro lado, o GLPK, classificado no grupo "a", apresenta um tempo de execução consideravelmente maior, mais do que o dobro do HiGHS. Esse resultado evidencia que, a partir desta janela de planejamento, o GLPK não consegue acompanhar o desempenho dos outros solvers gratuitos, representando um aumento significativo de tempo que não é satisfatório, sem

apresentar outros pontos positivos que justifiquem seu uso em comparação com os demais (ARORA, 2015).

6.4. Agenda de Atividades de 60 dias

Na última janela de planejamento operacional de 60 dias, foi alcançado o valor ótimo de 397.049,96 metros, com o uso de 3.484.860 variáveis lineares e 275.145 restrições lineares. Essa escala já é classificada como um trabalho de alta complexidade, levando a um aumento significativo no tempo de resolução e levando alguns solvers a não conseguirem mais encontrar soluções satisfatórias em tempo hábil para o produtor.

Na tabela 16 são apresentados os tempos de resolução de cada solver para o planejamento de 60 dias.

Tabela 16. Comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers em uma janela de planejamento operacional de 60 dias

Solver	Classificação	Tempo de Resolução¹
Gurobi	Comercial	117,017 d
CPLEX	Comercial	128,179 d
CBC	Gratuito	3030,623 c
HiGHS	Gratuito	3544,633 b
GLPK	Gratuito	7549,080 a

Fonte: elaborado pelo autor (2024). ¹ Médias seguidas da mesma letra, na mesma coluna, não diferem entre si pelo teste de Tukey com intervalo de confiança de 95%.

Os resultados dos agrupamentos estatísticos seguiram consistentemente a lógica dos planejamentos de 30 e 15 dias, destacando o Gurobi e o CPLEX como os melhores no grupo "d", com 117,017 e 128,179 segundos, respectivamente. Em terceiro lugar, no grupo "c", temos novamente o CBC, com 3030,623 segundos de tempo de resolução, seguido pelo solver HiGHS no grupo "b", que levou 3544,633 segundos. Por último, com uma diferença considerável, o solver GLPK no grupo "a" levou 7549,080 segundos para concluir.

Os solvers Gurobi e CPLEX se destacam dos gratuitos – por uma grande margem – em eficiência e desempenho devido aos investimentos contínuos em pesquisa e desenvolvimento por parte de suas empresas. Esses produtos comerciais oferecem recursos avançados, como técnicas de otimização avançadas, capacidade de lidar com modelos complexos e suporte

técnico robusto (GUROBI OPTIMIZATION, 2021; ILOG IBM, 2010). No entanto, os custos anuais associados às licenças desses solvers podem ser proibitivos para organizações de menor porte ou produtores familiares e médios.

Para oferecer outras opções para o público com menor poder aquisitivo, surgiram alternativas no mercado de otimização, como solvers open source e outras ferramentas gratuitas. Embora possam não alcançar o mesmo nível de desempenho dos solvers comerciais líderes, essas alternativas oferecem uma opção viável para usuários que buscam soluções de otimização sem comprometer significativamente seus orçamentos. Além disso, o desenvolvimento colaborativo e a comunidade de usuários engajada podem levar a melhorias contínuas nessas ferramentas gratuitas ao longo do tempo (GEARHART et al., 2013).

Entre os solvers gratuitos, o GLPK não é a melhor opção para o planejamento de 60 dias, já que leva mais de uma hora adicional em comparação com seus concorrentes CBC e HiGHS. No entanto, possui um benefício de experiência ao usuário: durante o processo de resolução, ele fornece constantemente informações sobre o estado atual do problema, garantindo ao usuário que não ocorreram erros e que está progredindo na busca pelo valor ótimo. Tal comportamento não foi observado no CBC e HiGHS, os quais durante o processamento não informavam nada, mostrando o resultado final quando finalizavam a execução (OKI, 2012).

Em termos de eficiência pura, o solver CBC demonstrou ser levemente superior ao HiGHS, com um tempo de resolução cerca de 8 minutos mais rápido. No entanto, durante o seu uso neste planejamento de 60 dias, surgiram problemas técnicos com o CBC que inviabilizaram a resolução do modelo com a versão do arquivo executável do solver utilizado.

Inicialmente, os testes até o planejamento de 30 dias foram realizados com a versão mais recente do solver disponível no GitHub®: versão 2.10.11 de outubro de 2023. No entanto, por razões desconhecidas, esta versão recente retornava um erro desconhecido que impedia completamente a resolução, em todas as condições de ambiente de trabalho idênticas aos testes anteriores, com exceção da janela de planejamento.

Foram testadas várias versões mais antigas deste solver, recomendadas pela comunidade, desde a versão 1.7.4 de março de 2015 – disponível em um repositório específico oficial da *Coin-or* – até as versões mais recentes dos dias de hoje (COIN-OR, 2015). Após numerosos testes de tentativa e erro, apenas uma versão foi capaz de executar todas as janelas de forma eficiente e sem erros inesperados: a versão 2.10.3 construída em dezembro de 2019.

Todos os testes foram reexecutados utilizando exclusivamente essa versão para garantir a consistência dos resultados, sendo estes os apresentados neste trabalho.

Além disso, é importante destacar que as opções de customização e a documentação do CBC no ambiente de programação em Python e Pyomo não são intuitivas, exigindo esforço considerável para identificar quais opções e configurações ainda podem ser utilizadas atualmente, em conjunto com as formas corretas de fazê-las (BYNUM et al., 2021; FORREST; LOUGEE-HEIMER, 2005). Logo, o solver CBC é recomendado para a resolução deste modelo matemático apenas na versão 2.10.3, e não é possível garantir o mesmo desempenho com outras versões.

Quanto ao solver HiGHS, foi demonstrada uma performance próxima ao CBC, apresentando vantagens significativas em termos de usabilidade e qualidade de vida. Este solver, apesar de ser relativamente novo, está ganhando destaque tanto no meio acadêmico quanto no tecnológico, devido à sua documentação completa e de fácil entendimento, acesso facilitado e capacidade de resolver problemas complexos com configurações especiais (GALABOVA, 2023). Além disso, oferece diversas opções para controlar o modo de processamento de software, tanto pela interface do Pyomo quanto pelo pacote oferecido pelo repositório principal do Python, facilitando mudanças pelo usuário que não é familiar com a ferramenta (HUANGFU; HALL, 2018).

Em termos de usabilidade, documentação e interatividade, o solver HiGHS supera o CBC. No entanto, o HiGHS demora cerca de 17% a mais – em segundos – do que o CBC para resolver esta janela de tempo. Portanto, cabe ao usuário final avaliar quais aspectos são mais importantes para o uso diário, escolhendo entre os solvers aquele que melhor se adapta às suas necessidades.

6.5. Recomendações Gerais: Solvers

Na primeira janela de tempo de 7 dias, todos os solvers resolveram o modelo em até 3 segundos. Embora tenham ocorrido diferenças estatísticas, em termos de praticidade para o usuário final, essas diferenças são irrelevantes. O processamento foi tão rápido que pode ser que a inclusão de variáveis inteiras seja viável (BASU et al., 2023; BRUSS; RÜSCHENDORF, 2009).

Entre as possíveis adições de complexidade, destacam-se melhorias no fluxo de rotas e sequenciamento de atividades com suas particularidades. O fluxo de rotas atual adota uma lógica que considera o arranjo espacial da fazenda utilizada, o que faz com que o veículo sempre retorne do lote mais distante da atividade diária realizada. Com a adição de variáveis binárias, essa limitação pode ser removida, permitindo que o veículo retorne de qualquer ponto, flexibilizando as atividades e abrindo portas para novas restrições (LAPORTE, 1992).

O sequenciamento de atividades, atualmente, atende apenas às etapas básicas de preparo do solo que são compartilhadas entre todas as culturas, seguindo regras e limitações simples. No entanto, ao empregar variáveis binárias, torna-se possível adicionar condições mais complexas para cada tipo de cultura. Um exemplo é a possibilidade de adicionar ordens cronológicas específicas – podendo ser no mesmo dia – de determinadas atividades, atendendo a totalidade das necessidades culturais de cada espécie (BOCHTIS; SORENSEN; KATERIS, 2018; EDWARDS et al., 2015).

Na análise dos solvers realizada até a janela de 15 dias, observou-se uma diferença considerável entre os solvers pagos e gratuitos. O solver gratuito GLPK apresentou um tempo de resolução 24 segundos maior em comparação com o Gurobi e o CPLEX. Embora essa diferença não seja alarmante para o estado atual do modelo e nível de complexidade deste trabalho, ela indica que a adição de variáveis binárias e inteiras pode se tornar um desafio com o uso do GLPK.

A partir da janela de 15 dias, os solvers pagos se equipararam entre si em termos de tempo de resolução, destacando-se positivamente em relação aos solvers gratuitos em todas as durações de planejamento. Essa disparidade crescente entre os solvers pagos e gratuitos ressalta a capacidade técnica e eficiência destes, sendo importante ressaltar que o pagamento das licenças pode inviabilizar o uso pelos produtores menores (GUROBI OPTIMIZATION, 2021; ILOG IBM, 2010).

Na análise da janela de 30 dias, destaca-se uma diferença notável entre os solvers gratuitos, sendo que o GLPK apresentou o pior desempenho em comparação com seus concorrentes. O solver CBC obteve o melhor tempo de processamento, seguido pelo HiGHS, com uma diferença de 60 segundos entre eles. Em contrapartida, os softwares pagos - Gurobi e CPLEX - mantiveram uma significativa vantagem sobre a categoria gratuita.

No teste de 60 dias, o solver GLPK mostrou-se inadequado para a resolução do problema, levando mais de uma hora – aproximadamente o dobro do tempo – quando

comparado com seus concorrentes gratuitos. Por outro lado, os solvers pagos destacaram-se novamente com uma diferença significativa, levando cerca de dois minutos para completar a tarefa, enquanto os gratuitos mais próximos levaram em torno de 50 minutos.

Os solvers gratuitos CBC e HiGHS são os recomendados para os períodos de planejamentos de 30 e 60 dias, com o CBC mostrando superioridade em termos de processamento e o HiGHS destacando-se em usabilidade. O CBC enfrenta problemas de uso geral, como versões com comportamento insatisfatório e documentação de difícil acesso. Por outro lado, o HiGHS, mesmo com uma performance ligeiramente inferior, permite mudanças e adaptações técnicas de forma mais flexível e não apresentou situações de uso inesperadas (FORREST; LOUGEE-HEIMER, 2005).

Dessa forma, os softwares pagos Gurobi e CPLEX são os mais recomendados em todos os níveis, seguidos pelos gratuitos CBC e HiGHS. O solver GLPK só é recomendado até o planejamento de 15 dias, pois apresenta uma performance consideravelmente pior a partir desse período. Na tabela 17 é apresentado um quadro resumo unindo os resultados de todas as agendas de atividades e seus desempenhos entre os diferentes solvers.

Tabela 17. Quadro resumo contendo a comparação do tempo de resolução (em segundos) entre solvers nas janelas de planejamento de 7, 15, 30 e 60 dias.

		Janelas de Planejamento (Dias)			
		7 ¹	15 ¹	30 ¹	60 ¹
Solvers	Gurobi	1,392 d	6,186 d	26,179 d	117,017 d
	CPLEX	1,742 c	6,516 d	28,634 d	128,179 d
	CBC	2,179 b	13,798 c	150,143 c	3030,623 c
	HiGHS	2,805 a	17,231 b	210,301 b	3544,633 b
	GLPK	3,047 a	30,253 a	477,849 a	7549,080 a

Fonte: elaborado pelo autor (2024). ¹ Médias seguidas da mesma letra, na mesma coluna, não diferem entre si pelo teste de Tukey com intervalo de confiança de 95%.

6.5. Recomendações Gerais: Uso pelo Usuário Final

Após a escolha do solver conforme as recomendações anteriores, algumas etapas são necessárias para começar a usar o modelo, como instalações, que serão discutidas

posteriormente. A maioria dos usuários já possui um computador com o sistema operacional Windows e algum tipo de software de planilha instalado, atendendo assim às outras exigências básicas. Dentre as limitações de qualidade de usabilidade, a principal é a falta de uma interface amigável que integre os resultados de forma intuitiva e facilitada para o usuário.

A implementação de uma interface gráfica representa um desafio adicional, pois envolve tanto programação quanto design, aspectos que não foram abordados nos objetivos deste trabalho. No entanto, essa interface é fundamental para tornar o uso do modelo acessível a usuários sem conhecimento técnico em programação, permitindo sua utilização diária de forma intuitiva. Esforços na integração com interface gráfica já existem, com autores usando diferentes linguagens e métodos, como Java, Matlab e de próprios pacotes em Python, como o Streamlit (HERNANDEZ-ORDONEZ et al., 2007; ILEA et al., 2015).

A escolha do Python se baseia em sua ampla aceitação no mercado de trabalho e na computação científica, sendo uma ferramenta eficaz para desenvolver aplicações web com interfaces gráficas e inúmeras outras integrações tecnológicas. Embora outras linguagens também se destaquem nessa área, o Python é gratuito, de código aberto e conta com uma comunidade ativa que constantemente disponibiliza novas ferramentas e integrações. Isso o torna uma opção sólida e versátil para a realização da modelagem matemática visando futuras integrações que melhorem suas funcionalidades (VERSYPT, 2019).

Para contornar a ausência da interface neste estágio do projeto, foram feitos esforços para utilizar gerenciadores de planilhas amplamente distribuídos – como o Excel e LibreOffice – para a inserção de dados. Já para visualização dos resultados, foram aplicadas técnicas de organização e classificação para facilitar a interpretação diretamente no ambiente de programação do modelo.

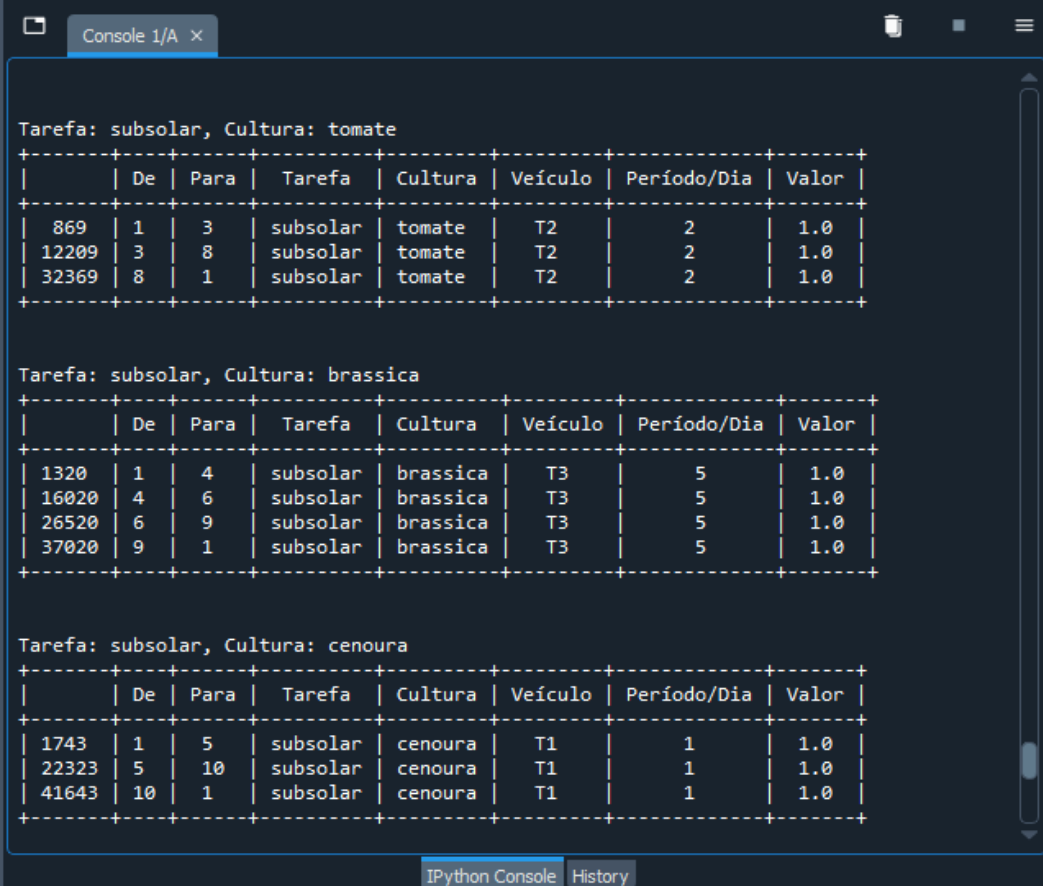
Os dados são inseridos exclusivamente por meio de gerenciadores de planilhas, aderindo aos padrões e diretrizes estabelecidos previamente no item 6.1. Os parâmetros que são suscetíveis a mudanças mais frequentes, como a disponibilidade dos tratores e suas tarefas, podem ser editados diretamente nas planilhas. Também foi escrita uma estrutura adaptada para futuras modificações no código por parte do usuário ou do responsável técnico, permitindo adicionar o controle de mais parâmetros por meio das planilhas.

Para iniciar a redação e a resolução do modelo, basta executar o código através do ambiente de programação, por exemplo, pressionando F5 no software Spyder. O código irá importar automaticamente os dados das planilhas especificadas, definir os parâmetros e

transmitir as informações para o solver. É importante destacar que é necessário indicar manualmente o local da planilha, sendo recomendável que tanto o arquivo do código quanto o da planilha estejam na mesma pasta para simplificar o processo.

A figura 6 ilustra uma parte da forma como os resultados são apresentados ao usuário no software após a resolução. Os dados são extraídos do modelo e formatados usando ferramentas e pacotes simples em Python, organizando cada índice da variável otimizada e exibindo apenas aqueles relevantes para o usuário.

Figura 6. Apresentação dos resultados para o usuário final dentro do software Spyder.



The screenshot shows the Spyder Python console with three tables of results. Each table is preceded by a header indicating the task and crop. The tables are separated by dashed lines.

Tarefa: subsolar, Cultura: tomate

	De	Para	Tarefa	Cultura	Veículo	Período/Dia	Valor
869	1	3	subsolar	tomate	T2	2	1.0
12209	3	8	subsolar	tomate	T2	2	1.0
32369	8	1	subsolar	tomate	T2	2	1.0

Tarefa: subsolar, Cultura: brassica

	De	Para	Tarefa	Cultura	Veículo	Período/Dia	Valor
1320	1	4	subsolar	brassica	T3	5	1.0
16020	4	6	subsolar	brassica	T3	5	1.0
26520	6	9	subsolar	brassica	T3	5	1.0
37020	9	1	subsolar	brassica	T3	5	1.0

Tarefa: subsolar, Cultura: cenoura

	De	Para	Tarefa	Cultura	Veículo	Período/Dia	Valor
1743	1	5	subsolar	cenoura	T1	1	1.0
22323	5	10	subsolar	cenoura	T1	1	1.0
41643	10	1	subsolar	cenoura	T1	1	1.0

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

As tabelas estão divididas em categorias de Tarefas e Culturas, de modo que cada combinação específica de tarefa e cultura resulta em uma tabela individual. Essas tabelas contêm as informações essenciais para o planejamento das ações: do nó X para o nó X, executando a tarefa X da cultura X com o veículo X no período/dia X.

O valor "1" indica que a demanda foi satisfeita, sendo uma representação linear das rotas dos veículos ao atenderem as atividades. Assim, se o valor for "1", significa que o veículo executou aquela rota; caso contrário, se for "0", o veículo não realizou a rota. Para manter a visualização mais clara e evitar informações redundantes para o usuário, apenas as rotas efetivamente realizadas são exibidas nas tabelas.

Quanto a instalação para o uso no computador pessoal do usuário, são necessários alguns passos que não são possíveis de serem ignorados na fase atual. Dentre esses passos estão a instalação da linguagem Python e do software Spyder e a configuração dos solvers que serão utilizados. Uma vez instalados, não será necessária mais nenhuma manutenção na máquina configurada, mas em cada nova máquina serão necessárias as etapas novamente.

Dentre as possibilidades de melhora nessa experiência ao usuário está a possibilidade de hospedagem do modelo em um servidor dedicado, isso permitiria que qualquer computador com internet solicitasse a otimização do seu modelo. Não seriam necessárias instalações, democratizando o uso por qualquer pessoa interessada que tivesse a infraestrutura mínima de computadores na atualidade (EL KAFHALI; SALAH, 2018).

No lado positivo, o cliente não precisaria possuir um poder computacional significativo, podendo utilizar uma máquina simples e necessitando apenas acessar o navegador para realizar a otimização com o modelo. Isso pode ser combinado com um servidor de alto desempenho, oferecendo ao usuário uma capacidade computacional que normalmente não seria viável em fazendas convencionais, resultando em resoluções de modelos muito mais rápidas do que seria possível em uma máquina comum (LYNN et al., 2018).

No lado negativo, é preciso ter uma conexão com a internet, o que pode ser um desafio em áreas remotas. Além disso, é necessário que alguma entidade ou organização assuma os custos e a manutenção do servidor. Em relação ao servidor em nuvem, a interface gráfica web não é apenas um recurso para melhorar a usabilidade, mas sim uma necessidade fundamental que permite que o usuário acesse o domínio e solicite a otimização (SOTNIK; SHAKUROVA; LYASHENKO, 2023).

Deste modo, para utilizar o modelo nas condições atuais, é necessário ter um computador com sistema operacional Windows, um software de planilha como Excel ou LibreOffice, a linguagem Python e o software Spyder instalados. Para utilizar o modelo são necessários conhecimentos básicos de instalação e programação. Essas habilidades podem ser adquiridas por meio de cursos de curta duração ou com assistência técnica especializada.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo matemático desenvolvido foi validado e resolvido dentro de um prazo adequado para o planejamento operacional das atividades agrícolas em fazendas de produção orgânica, que geralmente envolvem uma alta quantidade de tarefas semanais. O estudo de caso permitiu a validação do modelo utilizando dados reais e confiáveis de uma fazenda que se enquadra nessa categoria, adicionando mais um elemento que assegura que a modelagem atende aos requisitos da comunidade.

O modelo foi avaliado em quatro janelas de tempo de planejamentos operacionais – 7, 15, 30 e 60 dias – a fim de testar os limites de escalonamento do problema e da resolução em cinco solvers diferentes: Gurobi, CPLEX, GLPK, CBC e HiGHS. Em todos os períodos, as soluções ótimas foram encontradas dentro de um tempo adequado, com os solvers conseguindo encontrar a solução ótima em até 3 segundos no período de 7 dias.

A partir da janela de 15 dias, os solvers pagos Gurobi e CPLEX apresentaram desempenho estatisticamente igual, liderando com uma margem significativa em todos os períodos posteriores, especialmente no último de 60 dias. Entre os solvers gratuitos, o CBC e o HiGHS obtiveram os melhores resultados, com o CBC sendo ligeiramente mais eficiente que o HiGHS, sendo ambos recomendados para a resolução em todos os períodos. Por outro lado, o solver gratuito GLPK ficou em último lugar em todos os períodos, levando muito mais tempo na última janela de 60 dias, o que o torna não recomendado entre os gratuitos para a resolução deste modelo matemático.

Dessa forma, o modelo desenvolvido minimizou os custos do planejamento operacional de atividades agrícolas, além de ter sido validado com base no estudo de caso. A análise de desempenho também evidenciou que o modelo é resolvido em tempo hábil para o uso prático no dia a dia, entre os períodos de 7 a 60 dias de planejamento. Logo, os objetivos propostos pelo trabalho foram atingidos, assim fornecendo uma nova possibilidade de otimização de atividades no âmbito agrícola.

Este trabalho foi limitado principalmente pela abrangência inicial do modelo, o que requer futuras alterações e adições de restrições para que o modelo possa lidar com um número maior de atividades na propriedade. Dentre as possibilidades, está a adição de variáveis inteiras e binárias, que podem aumentar significativamente o tempo de resolução do problema, mas que

possibilitam a representação matemática de diversos outros cenários e evitar alguns cenários indesejados, como a quebra do modelo.

Para futuras pesquisas, é recomendado aplicar o modelo de otimização em uma variedade de casos reais, onde seja possível quantificar tanto a distância quanto os custos associados às atividades em questão. Essa ampliação da verificação prática permitirá comparar o desempenho do modelo otimizado com cenários sem a aplicação do modelo, possibilitando uma análise detalhada das vantagens que a otimização dessas atividades pode trazer para o usuário final. Ao realizar essa comparação, será possível avaliar não apenas a eficiência do modelo em reduzir distâncias e custos, mas também entender como essas otimizações impactam diretamente os resultados e benefícios percebidos pelo usuário final.

Também é aconselhável criar uma interface gráfica – gratuita – intuitiva para o usuário, que permita visualizar os resultados do modelo de diversas maneiras. Essa interface pode ser desenvolvida em Python para uma integração mais eficiente com o modelo, tornando mais fácil o processo de construção da ferramenta e facilitando o uso geral como um todo.

8. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABURASS, S. Quantifying Overfitting: Introducing the Overfitting Index. **arXiv**, n. 2308.08682, 2023.

AHUMADA, O. et al. A tactical planning model for fresh produce production considering productive potential and changing weather patterns. **Biosystems Engineering**, v. 232, p. 13–28, 2023.

AHUMADA, O.; VILLALOBOS, J. R. Application of planning models in the agri-food supply chain: A review. **European Journal of Operational Research**, v. 196, n. 1, p. 1–20, 2009.

AHUMADA, O.; VILLALOBOS, J. R. Operational model for planning the harvest and distribution of perishable agricultural products. **International Journal of Production Economics**, v. 133, n. 2, p. 677–687, 2011.

AHUMADA, O.; VILLALOBOS, J. R.; MASON, A. N. Tactical planning of the production and distribution of fresh agricultural products under uncertainty. **Agricultural Systems**, v. 112, p. 17–26, 2012.

ALBORNOZ, V. M.; URRUTIA-GUTIÉRREZ, C. A mixed-integer linear optimization model for a two-echelon agribusiness supply chain. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, v. 69, p. 253–260, 2018.

ARORA, R. K. **Optimization: Algorithms and applications**. Flórida: CRC press, 2015.

AZEVEDO, P. H. F. **Modelo de apoio à decisão na produção de alimentos agrícolas: o caso de um produtor de alimentos orgânicos**. 52f. Monografia (Bacharelado em Administração) - Universidade de Brasília, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Políticas Públicas, Departamento de Administração: Brasília, 2022.

BASU, A. et al. Complexity of branch-and-bound and cutting planes in mixed-integer optimization. **Mathematical Programming**, v. 198, n. 1, p. 787–810, 2023.

BERRY, K. J. et al. **Permutation Statistical Methods**. Berlin: Springer International Publishing, 2021.

BETTANY-SALTIKOV, J. **How to do a Systematic Literature Review in Nursing: A step-by-step guide**. London: McGraw-Hill Education (UK), 2016.

BHATIA, M.; RANA, A. A mathematical approach to optimize crop allocation—A linear programming model. **Int. J. Des. Nat. Ecodynamics**, v. 15, n. 2, p. 245–252, 2020.

BOCHTIS, D.; SORENSEN, C. A. G.; KATERIS, D. **Operations management in agriculture**. London: Academic Press, 2018.

BORODIN, V. et al. Handling uncertainty in agricultural supply chain management: A state of the art. **European Journal of Operational Research**, v. 254, n. 2, p. 348–359, 2016.

BRIZOLA, J.; FANTIN, N. Revisão da literatura e revisão sistemática da literatura. **Revista de Educação do Vale do Arinos-RELVA**, v. 3, n. 2, 2016.

BRUSS, F. T.; RÜSCHENDORF, L. On the Perception of Time. **Gerontology**, v. 56, n. 4, p. 361–370, 29 dez. 2009.

BYNUM, M. L. et al. **Pyomo Overview**. 1. ed. Berlin: Springer Optimization and Its Applications, 2021. v. 67

CAIXETA-FILHO, J. V. Orange harvesting scheduling management: A case study. **Journal of the Operational Research Society**, v. 57, n. 6, p. 637–642, 2006.

CEPEA; CNA. **PIB DO AGRONEGÓCIO BRASILEIRO**. Disponível em: <<https://www.cepea.esalq.usp.br/br/pib-do-agronegocio-brasileiro.aspx>>. Acesso em: 21 abr. 2024.

CHANDIO, A. A. et al. A comparative study on resource allocation and energy efficient job scheduling strategies in large-scale parallel computing systems. **Cluster Computing**, v. 17, n. 4, p. 1349–1367, 2014.

CNA. **Panorama do Agro**. Disponível em: <<https://cnabrasil.org.br/cna/panorama-do-agro>>. Acesso em: 21 abr. 2024.

COHEN, J. A power primer. **Psychological Bulletin**, v. 112, n. 1, p. 155–159, 1992.

COIN-OR. **Download Binary Optimization Suite**. Disponível em: <<https://www.coin-or.org/download/binary/>>. Acesso em: 19 mar. 2024.

CONOVER, W. J.; JOHNSON, M. E.; JOHNSON, M. M. A comparative study of tests for homogeneity of variances, with applications to the outer continental shelf bidding data. **Technometrics**, v. 23, n. 4, p. 351–361, 1981.

CRAIG ARID, J. S.; BECK, C. E. A new Look at Documentation and Training Technical Communicator as Problem Solver. **Information Systems Management**, v. 10, n. 3, p. 47–55, 1993.

CRONIN, P.; RYAN, F.; COUGHLAN, M. Undertaking a literature review: a step-by-step approach. **British journal of nursing**, v. 17, n. 1, p. 38–43, 2008.

DE ARMAS JACOMINO, L. et al. Análisis de herramientas informáticas libres y de código abierto para problemas de optimización de apilamiento de contenedores. **Investigacion Operacional**, v. 40, n. 2, p. 153–164, 2019.

DE OLIVEIRA, P. S.; MARJOTTA-MAISTRO, M. C. Organic distribution channels: Alternatives chosen for smallholders from eastern of São Paulo state | Canais de comercialização de orgânicos: Alternativas para os agricultores familiares do leste paulista. **Revista Brasileira de Gestao e Desenvolvimento Regional**, v. 12, n. 3, p. 81–103, 2016.

DUNN, O. J. Multiple Comparisons among Means. **Journal of the American Statistical Association**, v. 56, n. 293, p. 52–64, 1961.

EDWARDS, G. et al. Optimised schedules for sequential agricultural operations using a Tabu Search method. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 117, p. 102–113, 2015.

EL KAFHALI, S.; SALAH, K. Performance analysis of multi-core VMs hosting cloud SaaS applications. **Computer Standards & Interfaces**, v. 55, p. 126–135, 1 jan. 2018.

EMATER-DF. **Impulsionado pelo consumo, cresce produção de orgânicos na capital**. Disponível em: <<https://www.emater.df.gov.br/impulsionado-pelo-consumo-cresce-producao-de-organicos-na-capital/>>. Acesso em: 21 abr. 2024.

EMDE, S.; GENDREAU, M. Scheduling in-house transport vehicles to feed parts to automotive assembly lines. **European Journal of Operational Research**, v. 260, n. 1, p. 255–267, 2017.

FIBL STATISTICS. **Key indicators on organic agriculture worldwide**. Disponível em: <<https://statistics.fibl.org/world/key-indicators.html>>. Acesso em: 21 abr. 2024.

FICKEN, F. A. **The simplex method of linear programming**. California: Courier Dover Publications, 2015.

FISCHETTI, M.; GLOVER, F.; LODI, A. The feasibility pump. **Mathematical Programming**, v. 104, p. 91–104, 2005.

FLORES-FONSECA, C.; LINFATI, R.; ESCOBAR, J. W. Exact algorithms for production planning in mining considering the use of stockpiles and sequencing of power shovels in open-pit mines. **Operational Research**, v. 22, n. 3, p. 2529–2553, 2022.

FLOUDAS, C. A.; LIN, X. Mixed Integer Linear Programming in Process Scheduling: Modeling, Algorithms, and Applications. **Annals of Operations Research**, v. 139, n. 1, p. 131–162, 2005.

FORREST, J.; LOUGEE-HEIMER, R. CBC User Guide. Em: **Emerging theory, methods, and applications**. Catonsville: INFORMS, 2005. p. 257–277.

FOURMOUZI, V.; GENIUS, M.; MIDMORE, P. The Demand for Organic and Conventional Produce in London, UK: A System Approach. **Journal of Agricultural Economics**, v. 63, n. 3, p. 677–693, 2012.

FOWLER, A. C. **Mathematical models in the applied sciences**. New York: Cambridge University Press, 1997. v. 17

FRAGNIERE, E.; GONDZIO, J. Optimization modeling languages. **Handbook of Applied Optimization**, p. 993–1007, 2002.

GALABOVA, I. Presolve, crash and software engineering for HiGHS. 2023.

GALWEY, N. W. **Introduction to mixed modelling: Beyond regression and analysis of variance**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2007.

GEARHART, J. L. et al. **Comparison of open-source linear programming solvers**. Albuquerque: Sandia National Lab.(SNL-NM), Albuquerque, NM (United States), 2013.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002. v. 4

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GILLI, M.; SCHUMANN, E. Heuristic optimisation in financial modelling. **Annals of operations research**, v. 193, p. 129–158, 2012.

GUROBI OPTIMIZATION, L. L. C. **Gurobi optimizer reference manual**. Gurobi Optimization Inc, 2021.

HART, W. E. et al. **Pyomo — Optimization Modeling in Python**. Cham: Springer International Publishing, 2017. v. 67

HERNANDEZ-ORDONEZ, M. et al. **Development of an Educational Simulator and Graphical User Interface for Diabetic Patients**. 2007 4th International Conference on Electrical and Electronics Engineering. **Anais**.2007.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to operations research**. 10. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2015.

HOFFMAN, K. L.; PADBERG, M. Traveling salesman problem. Em: **Encyclopedia of Operations Research and Management Science**. New York, NY: Springer US, 2001. p. 849–853.

HUANGFU, Q.; HALL, J. A. J. Parallelizing the dual revised simplex method. **Mathematical Programming Computation**, v. 10, n. 1, p. 119–142, 2018.

ILEA, M. et al. Graphical User Interface With Applications In Epidemic Mathematical Models. **Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST)**, v. 2, n. 11, p. 2954–2958, 2015.

ILOG IBM. User's Manual for CPLEX. <http://www.ilog.com/>, 2010.

KLANŠEK, U. A comparison between MILP and MINLP approaches to optimal solution of Nonlinear Discrete Transportation Problem. **Transport**, v. 30, n. 2, p. 135–144, 2015.

KOTSILIERIS, T.; ANAGNOSTOPOULOS, I.; LIVIERIS, I. E. Special Issue: Regularization Techniques for Machine Learning and Their Applications. **Electronics**, v. 11, n. 4, p. 521, 2022.

LABORIE, P. et al. IBM ILOG CP optimizer for scheduling: 20+ years of scheduling with constraints at IBM/ILOG. **Constraints**, v. 23, p. 210–250, 2018.

LACEY, F. M.; MATHESON, L.; JESSON, J. **Doing your literature review: Traditional and systematic techniques**. London: Sage, 2011.

LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992.

LAWLER, E. L.; WOOD, D. E. Branch-and-bound methods: A survey. **Operations research**, v. 14, n. 4, p. 699–719, 1966.

LEE, P.-J.; KOLLING, A.; LEWIS, M. **Workload modeling using time windows and utilization in an air traffic control task**. Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society. **Anais...**2011.

LI, J. et al. Crop rotation model for contract farming with constraints on similar profits. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 119, p. 12–18, 2015.

LIMA, S. K. et al. **Produção e consumo de produtos orgânicos no mundo e no Brasil**. Brasília: Texto para discussão, 2020. Acesso em: 21 abr. 2024.

LOPES, T.; REIS, S.; CELESTINO, V. ANAC'S degenerate mathematical model: a sensitivity analysis. **Independent Journal of Management & Production**, v. 13, n. 5, p. 1278–1299, 2022.

LOPEZ, P.; ROUBELLAT, F. **Production scheduling**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013.

LYNN, T. et al. **Understanding the determinants of cloud computing adoption for high performance computing**. Proceedings of 51st Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS-51). **Anais**. University of Hawai'i at Manoa, 2018.

MELQUIADES, J. A. R.; ASSUNÇÃO, L. T.; FONSECA, A. P. **Modelo para a roteirização do processo de coleta de resíduos sólidos urbanos no contexto da logística urbana**. XXVIII ANPET-Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, Curitiba, PR. **Anais**. 2014.

MORENO-CHUQUEN, R.; CANTILLO-LUNA, S. Assessment of a multiperiod optimal power flow for power system operation. **International Review of Electrical Engineering**, v. 15, n. 6, p. 484–492, 2020.

NETH, H.; GIGERENZER, G. Heuristics: Tools for an uncertain world. Em: **Emerging trends in the social and behavioral sciences**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2015. p. 1–18.

OKI, E. **Linear programming and algorithms for communication networks: a practical guide to network design, control, and management**. Flórida: CRC Press, 2012.

OLSON, K. D. **Farm management : principles and strategies**. 1st ed ed. Aimes: Iowa State Press, 2004.

OSAKI, M.; BATALHA, M. O. Optimization model of agricultural production system in grain farms under risk, in Sorriso, Brazil. **Agricultural Systems**, v. 127, p.

. 178–188, 2014.

PAKAWANICH, P.; UDOMSAKDIGOOL, A.; KHOMPATRAPORN, C. Crop production scheduling for revenue inequality reduction among smallholder farmers in an agricultural cooperative. **JOURNAL OF THE OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY**, v. 73, n. 12, p. 2614–2625, 2022.

PEART, R. M.; SHOUP, W. D. **Agricultural systems management: optimizing efficiency and performance**. New York: CRC Press, 2004.

PEDROZA FILHO, M. et al. **Visão 2030 O Futuro da Agricultura Brasileira**. Brasília: Embrapa, 2018.

PENA, J. G. C.; DE OLIVEIRA, V. B.; SALLES, J. L. F. Optimal scheduling of a by-product gas supply system in the iron- and steel-making process under uncertainties. **Computers and Chemical Engineering**, v. 125, p. 351–364, 2019.

REIS, S. A. DOS; LEAL, J. E.; THOMÉ, A. M. T. A Two-Stage Stochastic Linear Programming Model for Tactical Planning in the Soybean Supply Chain. **Logistics**, v. 7, n. 3, p. 49, 2023.

SAVELSBERGH, M. W. P. Preprocessing and probing techniques for mixed integer programming problems. **ORSA Journal on Computing**, v. 6, n. 4, p. 445–454, 1994.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B.; CHEN, H. J. A Comparative Study of Various Tests for Normality. **Journal of the American Statistical Association**, v. 63, n. 324, p. 1343–1372, 1968.

SILVA, A. T. B. **Modelagem e simulação de processos (corte, carregamento e transporte) na produção agrícola de açúcar e álcool**. 106f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil: Uberlândia, 2012.

SILVA, E. L. DA; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. ed. Florianópolis: UFSC, 2005. v. 123

SMITH, J. C.; TASKIN, Z. C. A tutorial guide to mixed-integer programming models and solution techniques. **Optimization in Medicine and Biology**, p. 521–548, 2008.

SNEDECOR, G. W.; COCHRAN, W. G. **Statistical Methods**. 8. ed. Ames: Iowa State University Press, 1989.

SOLANO, N. E. C. et al. A planning model of crop maintenance operations inspired in lean manufacturing. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 179, 2020.

SOLANO, N. E. C.; GARCÍA LLINÁS, G. A.; MONTOYA-TORRES, J. R. Operational model for minimizing costs in agricultural production systems. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 197, 2022.

SØRENSEN, C. G.; BOCHTIS, D. D. Conceptual model of fleet management in agriculture. **Biosystems Engineering**, v. 105, n. 1, p. 41–50, 1 jan. 2010.

SOTNIK, S.; SHAKUROVA, T.; LYASHENKO, V. Development Features Web-Applications. **International Journal of Academic and Applied Research (IJAAR)**, v. 7, n. 1, p. 79–85, 2023.

TUKEY, J. W. Comparing individual means in the analysis of variance. **Biometrics**, v. 5, n. 2, p. 99–114, 1949.

VAN DEN BROECKE, F.; AGHEZZAF, E.-H.; VAN LANDEGHEM, H. Migrating the fair share algorithm from a distribution to a production planning environment. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, v. 24, n. 4, p. 553–561, 2008.

VANDERBEI, R. J. **Linear programming**. Cham: Springer, 2020.

VERSYPT, A. N. F. **An interdisciplinary elective course to build computational skills for mathematical modeling in science and engineering**. 2019 ASEE Annual Conference & Exposition. **Anais**.2019.

WANG, Y.-J.; HUANG, G. Q. A two-step framework for dispatching shared agricultural machinery with time windows. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 192, 2022.

WOLSEY, L. A. Heuristic analysis, linear programming and branch and bound. Em: RAYWARD-SMITH, V. J. (Ed.). **Combinatorial Optimization II**. 3. ed. Berlin, Heidelberg: Springer, 1980. p. 121–134.

APÊNDICE I – Código Python do Modelo.

```

#Importar pacotes
import pyomo.environ as pyo
import time
from pyomo.opt import SolverFactory
import pandas as pd
from tabulate import tabulate

# Importando e formatando os dados da tabela Excel
# Matriz de distância
data_path = "fazenda_dados_versao_dissertacao.xlsx"
dataDist = pd.read_excel(data_path, sheet_name="dist")
dataDist.index = dataDist.blank
dataDist = dataDist.drop('blank', axis=1)

#Relação as demandas nos lotes com as tarefas e culturas
dataDemandTarefa = pd.read_excel(data_path, sheet_name="demands_tarefa")

#Relação de quais tratores podem realizar determinada tarefa
dataTratorTarefa = pd.read_excel(data_path, sheet_name="trator")

#Tempo que cada trator leva para realizar cada tarefa
dataTratorDuration = pd.read_excel(data_path, sheet_name="duration")

## PARAMETROS, SETS E VARIÁVEIS

#Inicializar o modelo matemático (pyomo)
model = pyo.ConcreteModel()

#Quantidade de nós que existem
len_dist = len(dataDist)

```

```

#Set dos nós origem
origem = list(range(1,len_dist+1))
model.origem = pyo.Set(initialize=origem)

#Set dos nós destino
destino = list(range(1,len_dist+1))
model.destino = pyo.Set(initialize=destino)

#Set do nó que representa o depósito (oferta)
oferta = [1]
model.oferta = pyo.Set(initialize=oferta)

#Set dos nós que possuem todos menos o depósito (para taskDuration não conta tarefa indo pro
depósito)
destino_sem_origem = [value for value in destino if value != 1]
model.destino_sem_origem = pyo.Set(initialize=destino_sem_origem)

# Mapeamento dos nomes das culturas para números
# Necessário pois o modelo não aceita palavras, assim viabilizando número -> palavra e vice-
versa
crop_to_int_mapping = {crop: idx + 1 for idx, crop in
enumerate(dataDemandTarefa['crop'].unique())}
int_to_crop_mapping = {idx + 1: crop for idx, crop in
enumerate(dataDemandTarefa['crop'].unique())}

#Utilizar a função acima para criar o Set com os números
dataDemandTarefa['crop'] = dataDemandTarefa['crop'].map(crop_to_int_mapping)
crop = dataDemandTarefa['crop'].unique().tolist()
model.crop = pyo.Set(initialize=crop)

## Mapeamento dos nomes das tarefas para números
task_to_int_mapping = {tarefa: idx + 1 for idx, tarefa in
enumerate(dataDemandTarefa['tarefa'].unique())}

```

```
int_to_task_mapping = {idx + 1: tarefa for idx, tarefa in
enumerate(dataDemandTarefa['tarefa'].unique())}
```

```
dataDemandTarefa['tarefa'] = dataDemandTarefa['tarefa'].map(task_to_int_mapping)
```

```
dataTratorDuration['tarefa'] = dataTratorDuration['tarefa'].map(task_to_int_mapping)
```

```
dataTratorTarefa['tarefa'] = dataTratorTarefa['tarefa'].map(task_to_int_mapping)
```

```
#Criação de um Dataframe que contém as relações das demandas, com tarefa, cuultura e nó
demanda
```

```
groups = dataDemandTarefa.groupby(['tarefa','crop'])['demand'].apply(list).tolist()
```

```
groups = dataDemandTarefa.groupby(['tarefa', 'crop'])['demand'].apply(list).reset_index()
```

```
#Set das Tarefas em forma de lista
```

```
tarefa = dataDemandTarefa.tarefa.tolist()
```

```
tarefa = list(set(tarefa))
```

```
model.tarefa = pyo.Set(initialize=tarefa)
```

```
rangeTarefa = groups['tarefa'].unique().tolist()
```

```
#Set do número de dias disponíveis (Pode ser modificando facilmente)
```

```
period = range(1,8)
```

```
model.period = pyo.Set(initialize=period)
```

```
#Set dos veículos (maquinários) disponíveis
```

```
vehicle = dataTratorTarefa['trator'].unique().tolist()
```

```
model.vehicle = pyo.Set(initialize=vehicle)
```

```
#Velocidade global dos tratores, 0.85 m/s (ou 3,1 km/h)
```

```
velTrator = 0.85
```

```
#Limite por dia: período máx é 8h (28800 seg)
```

```
limPeriodo = 28800
```

```
#Variável principal X (rotas)
```

```

model.x = pyo.Var(model.origem,
model.destino,model.tarefa,model.crop,model.vehicle,model.period,
within=pyo.NonNegativeReals)

#Variável Dummy que aumenta o limite diário de tempo do dia p
model.LimPeriodo_Dummy = pyo.Var(model.period, within=pyo.NonNegativeReals)

#Distancia da localização i para j
model.dist = pyo.Param(model.origem, model.destino, initialize=lambda model,i,j: dataDist[i-1][j-1])

#Função para retornar a duração de cada atividade
def taskDuration_init(model, tarefa, vehicle):
    filtro_trator = dataTratorDuration['trator'] == vehicle
    filtro_tarefa = dataTratorDuration['tarefa'] == tarefa
    resultado = dataTratorDuration.loc[filtro_trator & filtro_tarefa, 'duration']
    return resultado.values[0]

#Parâmetro para duração de cada atividade
model.taskDuration = pyo.Param(model.tarefa, model.vehicle, initialize=taskDuration_init)

## FUNÇÃO OBJETIVO

#Soma total da variável X com um leve aumento para períodos maiores
obj_sum = sum((model.x[i,j,t,c,v,p]*(1+(p/10**6))) * model.dist[i,j] for i in model.origem for
j in model.destino for t in model.tarefa for c in model.crop for v in model.vehicle for p in
model.period)

#Variável Dummy de Período multiplicada por um número grande
sum_LimPeriodo_Dummy = sum(model.LimPeriodo_Dummy[p] for p in model.period)*5000

#Implementação das duas somatórias
model.obj = pyo.Objective(expr = obj_sum + sum_LimPeriodo_Dummy, sense=pyo.minimize)

## RESTRIÇÕES

```

Equação 1.2, oferta do depósito é ≥ 1

```
model.C1 = pyo.ConstraintList()
```

```
for t in rangeTarefa:
```

```
    vehicles_tarefa = dataTratorTarefa[dataTratorTarefa['tarefa'] == t]['trator'].tolist()
```

```
    model.C1.add(expr=sum(model.x[o,j,t,c,v,p] for o in model.oferta for j in model.destino for
c in model.crop for v in vehicles_tarefa for p in model.period) >= 1)
```

Equação 1.3, nós que possuem demanda, deve chegar pelo menos 1

```
model.C2 = pyo.ConstraintList()
```

```
for t in rangeTarefa:
```

```
    for c in model.crop:
```

```
        vehicles_tarefa = dataTratorTarefa[dataTratorTarefa['tarefa'] == t]['trator'].tolist()
```

```
        matching_tarefa_crop = groups[(groups['tarefa'] == t) & (groups['crop'] == c)]
```

```
        if not matching_tarefa_crop.empty:
```

```
            lot = matching_tarefa_crop['demand'].values[0]
```

```
            for d in lot:
```

```
                model.C2.add(expr=sum(model.x[i, d, t,c,v,p] for i in model.origem for v in
vehicles_tarefa for p in model.period) >= 1)
```

Equação 1.4, nos nós com a demanda mais distante, o veículo deve voltar pro depósito

```
model.C3 = pyo.ConstraintList()
```

```
for t in rangeTarefa:
```

```
    for c in model.crop:
```

```
        vehicles_tarefa = dataTratorTarefa[dataTratorTarefa['tarefa'] == t]['trator'].tolist()
```

```
        matching_tarefa_crop = groups[(groups['tarefa'] == t) & (groups['crop'] == c)]
```

```
        if not matching_tarefa_crop.empty:
```

```
            lot = matching_tarefa_crop['demand'].values[0]
```

```
            for d in [max(lot)]:
```

```
                model.C3.add(expr=sum(model.x[d, o, t,c,v,p] for o in model.oferta for v in
vehicles_tarefa for p in model.period) == 1)
```

Equação 1.5, fluxo de nós deve ser 0, tudo que chega deve sair e vice-versa

```
model.C4 = pyo.ConstraintList()
```

```

for t in rangeTarefa:
    for c in model.crop:
        vehicles_tarefa = dataTratorTarefa[dataTratorTarefa['tarefa'] == t]['trator'].tolist()
        for v in vehicles_tarefa:
            for p in model.period:
                for m in model.origem:
                    sum_in = sum(model.x[o,m,t,c,v,p] for o in model.origem)
                    sum_out = sum(model.x[m,d,t,c,v,p] for d in model.destino)
                    model.C4.add(expr=sum_in == sum_out)

# Equação 1.6, limite de tempo diário
model.C5 = pyo.ConstraintList()
for p in model.period:
    movement_sum = sum(model.x[i,j,t,c,v,p] * model.dist[i,j] for i in model.origem for j in
model.destino for t in model.tarefa for c in model.crop for v in model.vehicle)/velTrator
    task_duration_sum = sum(model.x[i,j,t,c,v,p] * model.taskDuration[t,v] for i in
model.origem for j in model.destino_sem_origem for t in model.tarefa for c in model.crop for
v in model.vehicle)
    model.C5.add(expr= movement_sum + task_duration_sum <= limPeriodo +
model.LimPeriodo_Dummy[p])

"""

# Solver Highs
# Opções do solver: https://ergo-code.github.io/HiGHS/dev/options/definitions/
opt = SolverFactory("appsi_highs")
opt.options['presolve'] = 'on'
opt.options['parallel'] = 'on'
results = opt.solve(model, tee = True)

# Opções do Solver, GLPK, duração máxima de 60 segundos e 0% de gap
opt = SolverFactory('glpk', executable= "C:\glpk-4.65\w64\glpsol.exe")
opt.options['tmlim'] = 60 #duration
opt.options['mipgap'] = 0 #gap
results = opt.solve(model, tee = True)

```

```

# Solver CBC
opt = SolverFactory('cbc')
results = opt.solve(model, tee = True, report_timing=True, keepfiles = False)

# Solver Gurobi
opt = SolverFactory("gurobi")
results = opt.solve(model, tee = True)

# Solver CPLEX
opt = SolverFactory('cplex')
results = opt.solve(model, tee = True, report_timing=True, keepfiles = False)
"""

initial_time = time.time()

opt = SolverFactory("appsi_highs")
results = opt.solve(model, tee = True)
final_time = time.time() - initial_time

print (results)
print('time:',final_time)
print(pyo.value(model.obj))

## FORMATAÇÃO RESULTADOS

#Criação da lista com os resultados, tendo visualização simplificada
resultsData = list()
for i in destino:
    for j in destino:
        for t in tarefa:
            for c in crop:
                for v in vehicle:
                    for p in period:

```

```

resultsData.append([i,j,t,c,v,p,pyo.value(model.x[i,j,t,c,v,p])])

resultsDF = pd.DataFrame(resultsData,
columns=["from","to","tarefa","cultura","vehicle","period","activated"])

#Transformar as culturas e tarefas em nome a partir do número
resultsDF['cultura'] = resultsDF['cultura'].map(int_to_crop_mapping)
resultsDF['tarefa'] = resultsDF['tarefa'].map(int_to_task_mapping)

resultsDF = resultsDF.sort_values(by=["period","tarefa"])

#Mostrar todas as rotas utilizadas
print(resultsDF[resultsDF.activated>0])

#Filtrando e mostrando os resultados separados em Tarefa e Cultura
for t in resultsDF['tarefa'].unique():
    for c in resultsDF['cultura'].unique():
        filtered_data = resultsDF[(resultsDF['activated'] > 0.01) & (resultsDF['tarefa'] == t) &
(resultsDF['cultura'] == c)]
        if not filtered_data.empty:
            print(f"Tarefa: {t}, Cultura: {c}")
            print(tabulate(filtered_data, headers='keys', tablefmt='pretty'))
            print("\n")

# Resultados se a variável dummy foi utilizada
resultsData2 = list()
for p in period:
    resultsData2.append([p,pyo.value(model.LimPeriodo_Dummy[p]),(limPeriodo +
pyo.value(model.C5[p]))])

resultsPeriodDummy = pd.DataFrame(resultsData2, columns=["period","Dummy
Vallue","Time used in period"])
resultsPeriodDummy = resultsPeriodDummy.sort_values(by=["period"])
print(resultsPeriodDummy)

```