

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**APLICAÇÃO DE MODELOS CONSTITUTIVOS COM SUB-LOADING PARA  
ANÁLISE DE PROBLEMAS DE ESTABILIDADE DE TALUDES**

**ISABELLA MARIA MARTINS DE SOUZA**

**ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO (DSc, UnB)**

**COORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS (PhD, Swansea)**

**DISSERTAÇÃO MESTRADO EM GEOTECNIA**

**BRASÍLIA / DF: JUNHO DE 2023**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**APLICAÇÃO DE MODELOS CONSTITUTIVOS COM SUB-LOADING PARA  
ANÁLISE DE PROBLEMAS DE ESTABILIDADE DE TALUDES**

**ISABELLA MARIA MARTINS DE SOUZA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

**APROVADA POR:**

---

**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc (UnB)  
(ORIENTADOR)**

---

**MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD (Swansea)  
(COORIENTADOR)**

---

**JUAN FELIX RODRIGUEZ REBOLLEDO, PhD (UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**LUIS CARLOS DE SOUSA JUNIOR, DSc (UnB)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 13 DE JUNHO DE 2023.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

SOUZA, ISABELLA MARIA MARTINS DE	
Aplicação de Modelos Constitutivos com Sub-Loading para Análise de Problemas de Estabilidade de Taludes [Distrito Federal] 2023.	
xii, 87 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2023)	
Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia	
Departamento de Engenharia Civil	
1. Modelos de Estados Críticos	2. Método SSR
3. Análise de Estabilidade	4. Sub-loading
I. ENC/FT/UnB	

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SOUZA, I.M. (2023). Aplicação de Modelos Constitutivos com Sub-Loading para Análise de Problemas de Estabilidade de Taludes. Dissertação de Mestrado, Publicação G.MD-002/22, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 87 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Isabella Maria Martins de Souza

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Implementação de Modelo Constitutivo com Sub-Loading para Análise de Problemas Geotécnicos.

GRAU / ANO: MESTRE / 2023

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Isabella Maria Martins de Souza

SQN 314, Bloco D, apto 508 – Asa Norte

70767-040 - Brasília/DF - Brasil

## **DEDICATÓRIA**

Dedico a dissertação aos sábios da minha família que admiro e amo, meu avô Natan e minha prima Luíza.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiro a Deus.

Agradeço aos meus pais Célia e Higino e meus irmãos Carolina e Victor por todo carinho.

Ao meu noivo Theo pelo companheirismo e apoio.

Ao meu orientador Manoel por aconselhar e guiar a pesquisa.

Aos meus colegas Lara, Matheus e Daniela pela amizade e cooperação durante o mestrado.

## RESUMO

A geotécnica é uma área de relevância devido ao grande porte e importância de suas estruturas para a sociedade, como barragens, pilhas de depósito, corte e aterro de rodovias, fundação de estruturas civis, entre outras tantas obras em que os conhecimentos geotécnicos são necessários para sua execução. Além disso, a geotecnia se aplica a avaliação de *hazards* naturais, como encostas e taludes submarinos. Entretanto, graves impactos na sociedade estão associados com esse tipo de obra, em que os riscos de falha podem gerar grandes perdas financeiras, ambientais e de vidas humanas. O avanço na pesquisa na área geotécnica permite aprimorar métodos numéricos e modelos constitutivos, buscando uma melhor representação do comportamento do solo exposto a diferentes condições de contorno e carregamento. Dessa forma, são apresentados neste trabalho modelos que podem ser utilizados na avaliação de problemas geotécnicos considerando as particularidades observadas em solos tropicais. Inicialmente, foi realizada uma avaliação do desempenho dos modelos de estado crítico na análise de ensaios de laboratório, indicando limitações do modelo *Cam-Clay* Modificado (Roscoe *et al.*, 1963) para avaliação do comportamento de solos tropicais. Em seguida, uma simplificação do modelo MADUS *Sub-loading* (Cordão Neto *et al.*, 2009) foi implementada em um software comercial para a elaboração de um modelo constitutivo que considera o conceito de estado crítico e o efeito do *sub-loading*. Por fim, uma discussão mostra a aplicação do Método de Redução de Resistência ao Cisalhamento (Matsui e San, 1992) considerando o modelo de estado crítico com endurecimento *Cam-Clay* Modificado.

Palavras chaves: 1. Modelos de Estados Críticos, 2. Método SSR, 3. Análise de Estabilidade, 4. *Sub-loading*

## **ABSTRACT**

Geotechnical engineering is a relevant field due to the large scale and importance of its structures to society, such as dams, waste piles, highway cut and fill, foundation of civil structures, among many other projects where geotechnical knowledge is necessary for their execution. Additionally, geotechnics applies to the evaluation of natural hazards, such as hillsides and submarine slopes. However, severe impacts on society are associated with this type of work, where the risks of failure can result in significant financial, environmental, and human losses. Advancements in geotechnical research allow for the improvement of numerical methods and constitutive models, seeking a better representation of soil behavior under different boundary and loading conditions. Thus, this work presents models that can be used in the assessment of geotechnical problems, considering the specificities observed in tropical soils. Initially, an evaluation of the performance of critical state models in laboratory tests was conducted, indicating limitations of the Modified Cam-Clay model (Roscoe et al., 1963) for assessing the behavior of tropical soils. Next, a simplification of the MADUS Sub-loading model (Cordão Neto et al., 2009) was implemented in commercial software to develop a constitutive model that considers the concept of critical state and the sub-loading effect. Finally, a discussion demonstrates the application of the Shear Strength Reduction Method (Matsui and San, 1992) considering the Modified Cam-Clay model with hardening.

Keywords: 1. Critical State Models, 2. SSR Method, 3. Stability Analysis, 4. Sub-loading

## SUMÁRIO

<b>1 - INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>1.1 - MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA</b> .....	2
<b>1.2 - PROBLEMÁTICA E HIPÓTESE</b> .....	3
<b>1.3 - OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICOS</b> .....	3
<b>1.4 - METODOLOGIA DA PESQUISA</b> .....	4
<b>2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	5
<b>2.1 - ANÁLISE TENSÃO DEFORMAÇÃO</b> .....	5
<b>2.2 - CRITÉRIOS DE RUPTURA</b> .....	9
<b>2.3 - MODELOS DE ESTADO CRÍTICO CC E MCC</b> .....	12
<b>2.4 - ALGORÍTIMO DO MODELO MCC</b> .....	15
<b>3 - AVANÇO DOS MODELOS DE ESTADO CRÍTICO PARA SOLOS TROPICAIS</b> .....	19
<b>3.1 - SOLOS TROPICAIS</b> .....	19
<b>3.2 - MODELOS DE ESTADO CRÍTICO COM ANISOTROPIA, CIMENTAÇÃO E DESESTRUTURAÇÃO</b> .....	20
<b>3.3 - MODELOS DE ESTADO CRÍTICO PARA SOLOS NÃO SATURADOS</b> .....	23
<b>3.4 - MODELO DE ESTADO CRÍTICO COM SUB-LOADING</b> .....	25
<b>3.5 - MADUS SUB-LOADING</b> .....	28
<b>3.6 - OUTROS MODELOS CONSTITUTIVOS</b> .....	32
<b>4 - AVALIAÇÃO E APLICAÇÃO DE MODELOS DE ESTADO CRÍTICO</b> .....	37
<b>4.1 - AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS MODELOS DE ESTADO CRÍTICO APLICADOS NA ANÁLISE DE ENSAIOS DE LABORATÓRIO</b> .....	37
<b>4.2 - IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO CONSTITUTIVO</b> .....	50
<b>5 - MÉTODOS NUMÉRICOS E MODELOS CONSTITUTIVOS APLICADOS NA VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE DE TALUDES</b> .....	59
<b>5.1 - CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE</b> .....	59
<b>5.2 - MÉTODO DE REDUÇÃO DE RESISTENCIA AO CISALHAMENTO UTILIZADO EM MODELOS DE ESTADO CRÍTICO COM ENDURECIMENTO</b> .....	60
<b>5.3 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE REDUÇÃO DE RESISTENCIA AO CISALHAMENTO</b> .....	64
<b>5.4 - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA RAZÃO DE PRÉ-ADENSAMENTO</b> .....	70
<b>6 - CONCLUSÕES</b> .....	74
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	76
<b>APÊNDICE</b> .....	80

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Parâmetros de calibração dos modelos <i>Cam-Clay</i> Modificado, <i>S-CLAY1</i> , <i>S-CLAY1S</i> , <i>Barcelona Basic Model</i> e <i>MADUS Sub-Loading</i> .....	31
Tabela 4.1 – Resultados dos ensaios de caracterização, Bacia do Rio Maracujá, um metro de profundidade (Adaptado de Futai, 2002, Futai e Lacerda, 2004) .....	37
Tabela 4.2 - Resultado calibração ensaio oedométrico, um metro de profundidade .....	40
Tabela 4.3 – Resultado calibração ensaio triaxial, MCC.....	40
Tabela 4.4 – Resultado calibração ensaio triaxial, MCC Valores médios.....	43
Tabela 4.5 – Resultado calibração ensaio triaxial, <i>S-CLAY1S</i> .....	46
Tabela 4.6 – Resultado calibração ensaio triaxial <i>S-CLAY1S</i> , valores médios .....	47
Tabela 4.7 – Resultado calibração solo com um por cento de teor de cimento, parâmetros .....	49
Tabela 5.1 - Dados de Entrada (Adaptado de Futai, 2002).....	65

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Vetores de tensão e deformação atuam nos planos ortogonais $x$ , $y$ e $z$ .....	5
Figura 2.2 – Exemplo de função de plastificação no espaço das tensões principais .....	7
Figura 2.3 – Exemplo de lei do endurecimento no espaço das tensões principais.....	8
Figura 2.4 – Exemplo de função de potencial plástico no espaço das tensões principais .....	8
Figura 2.5 – Superfície de Tresca no espaço de tensões principais.....	9
Figura 2.6 – Superfície de Von Misses que circunscreve o critério de Tresca no espaço de tensões principais.....	10
Figura 2.7 – Superfície de Mohr-Coulomb no espaço de tensões principais.....	10
Figura 2.8 – Superfície de Drucker-Prager no espaço de tensões principais .....	11
Figura 2.9 – Comparação entre os critérios de ruptura no espaço de tensões octaédrico .....	11
Figura 2.10 - Material denso e fofo (a) relação tensão desvio ( $q$ ) e deformação axial ( $\varepsilon_a$ ) e (b) relação entre deformação axial ( $\varepsilon_a$ ) e deformação volumétrica ( $\varepsilon_v$ ) .....	13
Figura 2.11 - $NCL$ e $CSL$ no espaço $v, \ln p'$ .....	14
Figura 2.12 - Superfície de escoamento dos modelos $CC$ e $MCC$ no espaço $p', q$ .....	14
Figura 2.13 – (a) Carregamento elástico, (c) carregamento elastoplástico, (b) e (d) descarregamento elástico .....	15
Figura 3.1 - Superfície de escoamento $S-CLAYI$ (Karstunen e Koskinen, 2008).....	21
Figura 3.2 - Superfície de escoamento intrínseca do modelo $S-CLAYIS$ (Karstunen e Koskinen, 2004) .....	22
Figura 3.3 – Superfície de plastificação modelo BBM (Alonso <i>et al.</i> 1990).....	24
Figura 3.4 - Superfície escoamento normal ( $FNS$ ) e <i>sub-loading</i> ( $FSL$ ) .....	26
Figura 3.5 - Representação do índice de vazios plástico (Cordão Neto <i>et al.</i> , 2009).....	27
Figura 3.6 – Superfícies de escoamento do modelo MADUS <i>Sub-Loading</i> .....	29
Figura 3.7 – Efeito da sucção no índice de vazios plástico (Cordão Neto <i>et al.</i> , 2009).....	30
Figura 3.8 – Duas superfícies do BBM estendido (Pedroso e Farias, 2011) .....	32
Figura 3.9 – Resposta esquemática do modelo de estado crítico para solos estruturados às condições de cisalhamento e compressão (Mendoza e Farias, 2020) .....	33
Figura 3.10 – Representação da superfície de escoamento do modelo <i>NorSand</i> e do parâmetro de estado $\psi$ (Adaptado de Jefferies e Been, 2016). .....	34
Figura 3.11 – Representação do parâmetro de estado e da razão de espaço do modelo CASM (Yu, 1998).....	35
Figura 3.12 – Representação da superfície de escoamento do modelo CASM (Yu, 1998).....	35
Figura 4.1 - Ensaios triaxiais CID do solo intacto de 1,0 m de profundidade (Futai, 2002, Futai e Lacerda, 2004) .....	38
Figura 4.2 - Ensaios triaxiais CIU do solo intacto de 1,0 m de profundidade (Futai, 2002, Futai e Lacerda, 2004) .....	38
Figura 4.3 – Resultado calibração ensaio oedométrico, MCC .....	39
Figura 4.4 – Resultado calibração ensaio oedométrico, MCC com <i>sub-loading</i> .....	39
Figura 4.5 – Ensaio CIU, resultado calibração MCC, trajetórias de tensão (a) e relação tensão-deformação (b) .....	41
Figura 4.6 – Ensaio CID, resultado calibração MCC, relação tensão-deformação.....	42
Figura 4.7 – Ensaio CID, resultado calibração MCC, relação tensão-deformação.....	43
Figura 4.8 – Ensaio CIU, resultado calibração MCC valores médios, trajetórias de tensão (a) e relação tensão-deformação (b) .....	44
Figura 4.9 - Ensaio CID, resultado calibração MCC valores médios, relação deformação axial com deformação volumétrica (b) e tensão-deformação (a) .....	45

Figura 4.10 – Ensaio CIU, resultado calibração <i>S-CLAYIS</i> , relação tensão-deformação .....	46
Figura 4.11 - Ensaio CIU, resultado calibração <i>S-CLAYIS</i> , relação tensão-deformação, valores médios .....	47
Figura 4.12 – Resultados ensaios de compressão isotrópica para (a) 1%, (b) 2% e (c) 3% de teor de cimento (adaptado de Rotta <i>et al.</i> , 2003) .....	48
Figura 4.13 – Resultado calibração solo com um por cento de teor de cimento, índice de vazios ( <i>e</i> ) por tensão média efetiva ( <i>p'</i> ) .....	49
Figura 4.14 – Elemento (a), nós (b), pontos de Gauss (c) e condições de contorno (d) .....	50
Figura 4.15 – Fluxograma Básico – Sigma/W (Adaptado de <i>Seequent Limited, The Bentley Subsurface Company</i> , 2021) .....	51
Figura 4.16 – Fluxograma do método <i>UpdateStresses</i> .....	53
Figura 4.17 – Geometria simulação do ensaio triaxial .....	54
Figura 4.18 – Trajetória e superfícies de escoamento inicial e final (preto e cinza, respectivamente) para OCR igual a um (a), dois (b), quatro (c) e oito (d) .....	55
Figura 4.19 – Tensão-deformação para OCR igual a um (a), dois (b), quatro (c) e oito (d) .....	56
Figura 4.20 - Deformação volumétrica por deformação axial para OCR igual a um (a), dois (b), quatro (c) e oito (d) .....	57
Figura 4.21 - Resultado calibração ensaio oedométrico, modelo implementado no SIGMA/W .....	58
Figura 5.1 - Efeito da mudança de Rigidez devido a aplicação do SRF .....	61
Figura 5.2 - Superfície de plastificação antes de depois da aplicação do SRF .....	62
Figura 5.3 - Efeito do fator de redução em modelos tipo <i>Cam-Clay</i> .....	62
Figura 5.4 - Evolução da superfície de plastificação após a aplicação do SRF .....	63
Figura 5.5 - Vetores normais a superfície para diferentes estados de tensões .....	64
Figura 5.6 – Geometria do estudo de caso utilizando a técnica de redução de resistência ao cisalhamento (SSR) .....	64
Figura 5.7 - Resultado do LEM .....	65
Figura 5.8 - Resultado do critério de ruptura de MC, SRF de 1,60 .....	66
Figura 5.9 - Resultado do critério de ruptura de MC, SRF de 1,70 .....	66
Figura 5.10 – Resultado do modelo MCC, SRF de 1,30 .....	67
Figura 5.11 – Resultado do modelo MCC, SRF de 1,40 .....	67
Figura 5.12 – Trajetórias MC (a) e MCC (b) .....	68
Figura 5.13 - Comparação do deslocamento ( $\delta$ ) entre os modelos MCC e MC .....	68
Figura 5.14 - Derivada de cada ponto da curva de valores médios de deslocamento ( $d\delta dSRF$ ) – Comparação ente MCC e MC .....	69
Figura 5.15 - Nova geometria para a análise de sensibilidade da razão de pré-adensamento .....	70
Figura 5.16 - Derivada de cada ponto da curva de valores médios de deslocamento ( $d\delta dSRF$ ) - Comparação ente OCR = 1 e OCR = 8 .....	70
Figura 5.17 - Análise de sensibilidade para OCR = 1 e SRF = 1,12 .....	71
Figura 5.18 - Análise de sensibilidade para OCR = 8 e SRF = 1,12 .....	71
Figura 5.19 - Comparação do deslocamento ( $\delta$ ) entre OCR = 1 e OCR = 8 .....	72
Figura 5.20 - Derivada de cada ponto das curvas de deslocamento ( $d\delta dSRF$ ) - Comparação entre OCR = 1 e OCR = 8 .....	73

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIATÓES

$\alpha$	medida do grau de plasticidade anisotrópica
$\beta_{x_2}$	parâmetro de calibração do modelo <i>S CLAYIS</i>
$\delta$	deslocamento
$\varepsilon_{kl}$	tensor de deformações
$\varepsilon_d^p$	deformação desvio plástica
$\varepsilon_v^p$	deformação volumétrica plástica
$\eta$	razão de tensão ( $q/p'$ )
$\kappa$	parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na tensão líquida
$\kappa_s$	parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na sucção
$\lambda$	Parâmetro de enrijecimento da NCL devido a mudanças na tensão líquida
$\lambda_s$	parâmetro de enrijecimento da NCL devido a mudanças na sucção
$\mu_{x_2}$	parâmetro de calibração do modelo <i>S CLAYIS</i>
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\xi$	parâmetro de estado modelo CASM
$\rho$	índice de vazios plástico
$\sigma_{ij}, \sigma_i$	tensor ou vetor de tensões
$v$	volume específico
$\phi$	ângulo de atrito
$\phi_{cs}$	ângulo de atrito no estado crítico
$\chi$	multiplicador plástico
$\psi$	parâmetro de estado modelo <i>NorSand</i>
$\omega$	parâmetro modelo BBM
$\Gamma$	volume específico da CSL da unidade de tensão média
$a_{sub}$	parâmetro de calibração do <i>sub-loading</i>
BBM	<i>Barcelona Basic Model</i>
$C_{ij}$	matriz de módulos de compressibilidade
CC	modelo <i>Cam-Clay</i>
CSL	linha de estado crítico
$D_{ijkl}$	matriz de rigidez que relaciona tensão-deformação
<i>dll</i>	<i>dynamic-link library</i>
$E$	módulo de elasticidade ou módulo de Young

$e$	índice de vazios
$e_0$	Índice de vazios inicial
$F$	função de plastificação, superfície de escoamento
<i>FEM</i>	<i>Finit Elements Method</i>
$G$	função de potencial plástico
<i>LEM</i>	<i>Limit Equilibrium Method</i>
$LC$	superfície de escoamento <i>load collapse</i>
$M$	inclinação da CSL no espaço $p'-q$
<i>MCC</i>	modelo <i>Cam-Clay</i> Modificado
<i>NCL</i>	linha de compressão normal
$p'$	tensão efetiva média
$p'_m$	tensão de pré-adensamento modelo <i>SCLAY 1</i>
$p_0$	tensão de pré-adensamento
$p_0^*$	tensão de pré-adensamento para condição saturada modelo BBM
$p_{atm}$	pressão atmosférica
$p_s$	parcela de efeito coesivo produzido por acréscimo de sucção modelo BBM
$q$	tensão desvio
$r$	razão de espaço modelo CASM
$s$	sucção mátrica
$s_0$	parâmetro de endurecimento da superfície de plastificação devido a sucção
$s_B$	resistência ao cisalhamento adicional devido a cimentação do modelo <i>MADUS Sub-loading</i>
$SI$	superfície de escoamento <i>suction increase</i>
<i>SRF</i>	<i>Strength Reduction Factor</i>
<i>SSR</i>	<i>Shear Strength Reduction</i>
$x_2$	medida de ligação entre as superfícies de escoamento do modelo <i>S CLAY1S</i>
$Y$	escalar responsável pela lei de endurecimento da superfície de plastificação

## 1 - INTRODUÇÃO

A geotécnica é uma área de relevância devido ao grande porte e importância de suas estruturas para a sociedade, como barragens, pilhas de depósito, corte e aterro de rodovias, fundação de estruturas civis, entre outras tantas obras em que os conhecimentos geotécnicos são necessários para sua execução. Entretanto, graves impactos na sociedade estão associados com esse tipo de obra, em que os riscos de falha podem gerar grandes perdas financeiras, ambientais e de vidas humanas. Dessa forma, o avanço no estudo e na pesquisa é fundamental para melhor simular e representar o comportamento do solo, em que se busca executar obras geotécnicas de forma mais segura e controlada.

Considerando a análise de estabilidade de taludes, existem vários métodos para verificar essa condição, entre eles os métodos que se baseiam no equilíbrio limite (LEM – *Limit equilibrium method*) e o método dos elementos finitos (FEM - *Finit elements method*). O método de redução de resistência ao cisalhamento (SSR – *Shear Strength Reduction*), introduzido por Matsui e San (1992), é um exemplo de aplicação dos conceitos do FEM para verificar a segurança de uma estrutura geotécnica, utilizando modelos constitutivos. Outro método proposto por Farias e Naylor (1998) calcula o fator de segurança ao longo de uma superfície de forma semelhante ao LEM, porém os esforços solicitantes e resistentes são calculados a partir de uma análise prévia de elementos finitos.

Modelos constitutivos são utilizados para representar características importantes do solo, como resistência ao cisalhamento e deformabilidade. O Modelo *Cam-Clay* (Roscoe *et al.*, 1963) utiliza a teoria elastoplástica e o conceito de estado crítico e, devido a sua simplicidade e relevância histórica, é amplamente utilizado. Em consequência de limitações experimentais da época, o modelo foi baseado em ensaios de compressão triaxial convencional drenado e não drenado com condições de tensão axissimétrica.

Alguns comportamentos comumente observados nos solos não puderam ser representados devido às limitações do Modelo *Cam-Clay*, como a dependência do caminho de tensão na direção dos incrementos de deformação plástica; a dilatância positiva durante o endurecimento por tensão; o comportamento do solo sob carregamento cíclico; a influência da densidade e pressão confinante; o comportamento da estrutura do solo; os efeitos da anisotropia, do tempo e do envelhecimento e a influência da tensão principal intermediária (Wheeler *et al.*, 2003, Cordão *et al.*, 2009, Mendoza e Faria, 2020).

Entretanto, outros modelos constitutivos, que também utilizam o conceito de estado crítico, foram propostos com objetivo de melhorar o modelo *Cam-Clay* e melhor simular o desempenho do solo quando solicitado a diferentes condições (carregamento, descarregamento, saturação etc.). Estes novos modelos foram utilizados com objetivo de melhor representar algumas características de solos tropicais, comumente encontrado em território nacional, que têm sua origem do intenso intemperismo físico e químico das rochas.

Cordão-Neto *et al.* (2009) desenvolveram um modelo constitutivo considerando os conceitos de estado crítico mais completo. Este modelo, denominado *MADUS Sub-Loading*, contempla aspectos como anisotropia, cimentação, desestruturação, efeitos da condição de não saturação do solo e carregamentos cíclicos.

Destaca-se que uma das dificuldades de uso dos novos modelos constitutivos é que alguns destes ainda não estão implementados em programas comerciais de elementos finitos utilizados para resolver problemas geotécnicos.

## **1.1 - MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA**

Grandes avanços em pesquisas e estudos foram observados na geotecnia, em que a elaboração de novos modelos constitutivos para melhor representar o desempenho do solo é verificada com frequência. Entretanto, estes avanços ainda se mantêm restritos à área acadêmica. Normalmente, a verificação da condição de estabilidade de uma estrutura geotécnica é realizada utilizando o método de equilíbrio limite, em que se busca averiguar se o fator de segurança da estrutura atende o valor mínimo requerido.

É importante mencionar que o método de equilíbrio limite considera princípios restritivos e que podem não ser realistas, tais como o fato de não considerar as deformações. Contudo, este método apresenta referência histórica e pode ser facilmente encontrado e utilizado em programas comerciais. Além disso, as recomendações normativas NBR 13028:2017, NBR 13029:2017, NBR 11682:2009 orientam o seu uso para determinar a segurança da estrutura de acordo com o fator de segurança obtido em uma análise de equilíbrio de forças.

Análises mais robustas, utilizando elementos finitos, para representar a relação tensão-deformação do material exposto a diferentes condições de contorno são normalmente empregadas em situações específicas. Outro obstáculo é a limitação da quantidade de modelos constitutivos já implementados em programas comerciais.

Além disso, a utilização de modelos constitutivos mais rigorosos é fundamental para fazer previsões mais assertivas do comportamento de obras geotécnicas. Também é importante destacar a necessidade de utilizar um modelo constitutivo que consiga reproduzir o comportamento de solos tropicais encontrados em território nacional.

Dessa forma, o presente trabalho apresenta uma revisão e aplicações de conceitos importantes de análises tensão-deformação, critérios de ruptura e de modelos de estado crítico utilizados para prever o comportamento do solo.

## **1.2 - PROBLEMÁTICA E HIPÓTESE**

Solos tropicais, comumente encontrados em algumas regiões do país, podem possuir características como anisotropia (na relação tensão-deformação), cimentação e desestruturação, além de poder ser necessário considerar efeitos da condição de não saturação do solo. Essas características podem não ser bem representadas em uma análise de equilíbrio limite. Dessa forma, uma análise de elementos finitos que considera a relação tensão-deformação material pode complementar a verificação da condição de estabilidade de uma estrutura geotécnica.

Entretanto, considerando uma análise de elementos finitos, os modelos constitutivos comumente utilizados, como o Modelo *Cam-Clay*, apresentam limitações em que esses aspectos citados não puderam ser bem representados. O modelo *MADUS Sub-Loading* (Cordão-Neto *et al.*, 2009) apresenta-se como uma alternativa mais precisa e pode representar alguns desses comportamentos típicos de solos tropicais.

Dessa forma, torna-se um potencial modelo para a análise de problemas geotécnicos, em que se busca utilizar o modelo para tentar simular comportamentos observados em ensaios de laboratório. Além disso, uma simplificação deste modelo será implementada em softwares comerciais de elementos finitos por meio de um arquivo *dll* (*dynamic-link library*) para verificar seu potencial em análises tensão-deformação.

## **1.3 - OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICOS**

O principal objetivo da pesquisa é a aplicação de modelos constitutivos na avaliação de ensaios de solos tropicais e na análise de estabilidade de taludes para verificar suas vantagens e limitações.

Os objetivos específicos são:

- Apresentar características particulares dos solos tropicais;

- Analisar e comparar diferentes métodos e modelos para verificar a estabilidade de uma estrutura geotécnica (encosta);
- Analisar e comparar diferentes modelos constitutivos para calibrar resultados de ensaio de laboratório de solos tropicais;
- Implementação de uma simplificação do modelo MADUS *Sub-Loading* no *software* comercial GeoStudio (SIGMA/W) para ser utilizado em análises de elementos finitos.

#### **1.4 - METODOLOGIA DA PESQUISA**

A metodologia da pesquisa consiste em apresentar diferentes métodos numéricos e modelos constitutivos utilizados para simular o comportamento do solo. Inicialmente, é apresentada uma comparação entre alguns métodos numéricos e modelos constitutivos aplicados na verificação de estabilidade de taludes, em que são considerados modelos de estado crítico com e sem endurecimento ou amolecimento.

Em seguida, serão apresentados avanços dos modelos de estado crítico capazes de prever comportamentos do solo como anisotropia, cimentação, desestruturação e efeitos da condição de não saturação do solo. Também foi realizada uma avaliação do desempenho dos modelos de estado crítico quando aplicados na análise de ensaios de laboratório.

Por fim, foi elaborado um novo modelo baseado no modelo constitutivo MADUS *Sub-loading*, (Cordão-Neto *et al.*, 2009) em que foram propostas algumas simplificações durante sua implementação, como a redução do número de parâmetros de calibração, visando facilitar sua elaboração e incentivar a utilização de outros usuários.

A linguagem de programação C# foi utilizada para a elaboração do código do modelo constitutivo. Após a estruturação do código do modelo, ele foi implementado no SIGMA/W, programa da GeoStudio de elementos finitos, por meio de um arquivo *dll* (*dynamic-link library*).

## 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo será destinado a fundamentação teórica da dissertação com uma breve revisão de conceitos importantes de análises tensão-deformação, critérios de ruptura e modelos de estado crítico. As principais bibliografias consultadas foram Lambe e Whitman, (1969), Poulos e Davis (1974), Rahman e Can Ülker (2018), Souza Neto *et al.* (2009), Wood (1990), Yu (2006), Zienkiewicz (1977) e Zienkiewicz e Taylor (2000).

### 2.1 - ANÁLISE TENSÃO DEFORMAÇÃO

Mudanças nas condições de contorno de um corpo geram tensões e deformações e estes estão relacionados. Entretanto, tensões aplicadas em uma única direção não geram deformações unidimensionais. Destaca-se que o vetor de tensões num ponto depende de um plano de referência e, conhecendo os vetores que atuam em três planos ortogonais, pode-se determinar o vetor de tensões atuante em qualquer outro plano. Situação similar ocorre para o vetor de deformações. A Figura 2.1 ilustra os vetores de tensão e deformação que atuam nos planos ortogonais x, y e z.

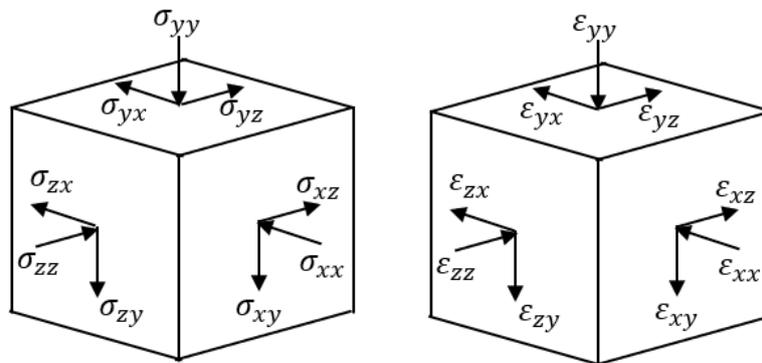


Figura 2.1 - Vetores de tensão e deformação atuam nos planos ortogonais x, y e z

Logo a relação tensão-deformação não pode ser dada por um escalar, mas sim por um tensor de quarta ordem com 81 componentes que associa as nove componentes de tensão com as nove de deformação. Assim, a relação de incrementos de tensão-deformação pode ser representada por:

$$\delta\sigma_{ij} = D_{ijkl}\delta\varepsilon_{kl} \quad (2.1)$$

em que  $\sigma_{ij}$  é o tensor de tensões,  $\varepsilon_{kl}$  é o tensor de deformações e  $D_{ijkl}$  é o tensor que relaciona as tensões e as deformações.

Entretanto, podemos considerar os tensores de tensão e deformação são simétricos, assim há apenas seis componentes de cada tensor que podem ser escritas com um vetor coluna. Dessa forma, é possível reduzir a matriz de rigidez para 36 componentes.

Além disso, se o material for considerado contínuo, homogêneo, isotrópico, linear e elástico, apenas duas propriedades são utilizadas na matriz de rigidez elástica, módulo de elasticidade ou módulo de Young e o coeficiente de Poisson. Em síntese, o vetor de incremento de tensões, o vetor incremento de deformações e a matriz de rigidez elástica são dados por:

$$\delta\sigma_j = D_{ij}^e \delta\varepsilon_i \quad (2.2)$$

Em que:

$$\begin{bmatrix} \delta\sigma_1 \\ \delta\sigma_2 \\ \delta\sigma_3 \\ \delta\sigma_4 \\ \delta\sigma_5 \\ \delta\sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\varepsilon_1 \\ \delta\varepsilon_2 \\ \delta\varepsilon_3 \\ \delta\varepsilon_4 \\ \delta\varepsilon_5 \\ \delta\varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$a = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.4)$$

$$b = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.5)$$

$$c = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.6)$$

sendo  $\sigma_j$  o vetor de tensões com seis componentes,  $\varepsilon_i$  o vetor de deformações com seis componentes,  $D_{ij}^e$  matriz de rigidez elástica com 36 componentes,  $E$  o módulo de elasticidade ou de Young e  $\nu$  o coeficiente de Poisson. Cabe mencionar que  $c$  é o módulo de rigidez ao cisalhamento.

Entretanto, as relações lineares elásticas não representam o comportamento não linear do solo, não preveem deformações permanentes e alguns comportamentos do cisalhamento, como a dilatância e a ruptura. A teoria da plasticidade preserva a teoria da elasticidade de forma aditiva, ou seja, a matriz de módulos de compressibilidade elastoplástica pode ser entendida como:

$$C_{ij} = C_{ij}^e + C_{ij}^p \quad (2.7)$$

em que  $C_{ij}^e$  é a parte elástica da matriz de módulos de compressibilidade e  $C_{ij}^p$  é a parte plástica, em que  $C_{ij}^p$  não é constante.

O modelo elastoplástico utiliza quatro funções: critério de ruptura, função de plastificação, função de endurecimento e função de potencial plástico. Destaca-se que em alguns modelos, como o *Cam-Clay* Modificado (Roscoe *et al.*, 1963), o critério de ruptura é embutido na função de plastificação.

A teoria da plasticidade indica a existência de uma superfície que delimita o domínio elástico, em que uma função de plastificação ( $F$ ) indica se ocorre ou não deformações plásticas. Não há formulação específica dessa função, depende do modelo constitutivo adotado, mas está deve ser convexa e englobar a origem.

Se o valor da função de plastificação for negativo, o carregamento ou descarregamento do solo gera deformações elásticas, enquanto a superfície não for atingida. Se o valor for nulo, o descarregamento e as cargas neutras geram só deformações elásticas, enquanto o carregamento gera deformações elásticas e plásticas. O valor positivo de  $F$  é dado como uma situação impossível dentro do contexto da teoria da plasticidade (Figura 2.2).

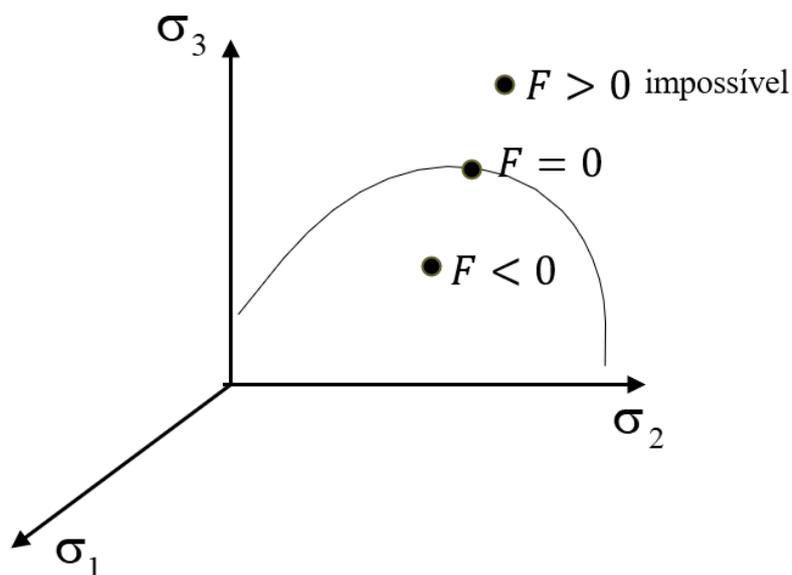


Figura 2.2 – Exemplo de função de plastificação no espaço das tensões principais

Em alguns casos o tamanho da superfície de plastificação varia com as deformações plásticas, se houver endurecimento. Assim,  $F$  não é só função do estado de tensões, depende das deformações plásticas acumuladas. A lei de endurecimento é uma função a mais que relaciona a tensão de plastificação e a deformação plástica acumulada. É a memória do material e no caso de solos possui relação com a tensão de pré-adensamento (Figura 2.3).

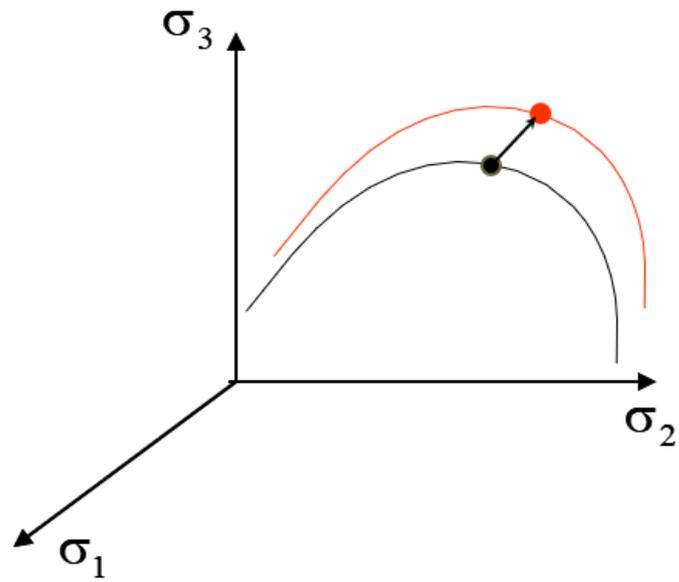


Figura 2.3 – Exemplo de lei do endurecimento no espaço das tensões principais

Por fim, a função de potencial plástico ( $G$ ) mede a energia que se perde devido as deformações plásticas. Quando ocorre carregamento e deformações plásticas, o fluxo plástico é normal a função  $G$ . Não necessariamente o gradiente de  $G$  e  $F$  possuem a mesma direção. Quando elas coincidem tem-se a lei de fluxo associada. Destaca-se que a matriz de compressibilidade plástica só é simétrica se a lei for associada (Figura 2.4).

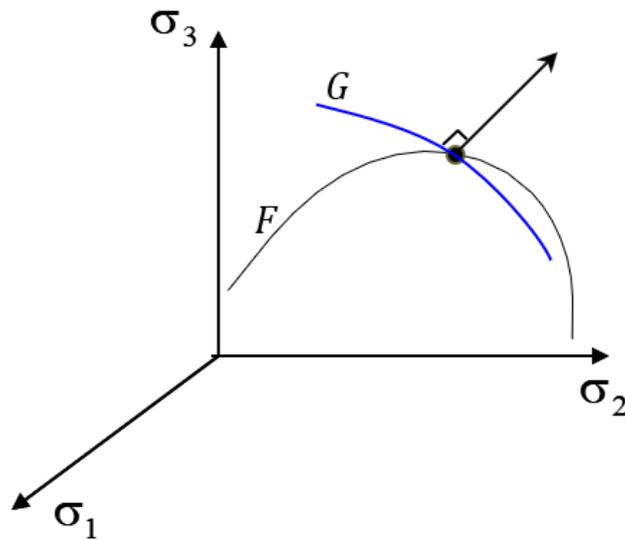


Figura 2.4 – Exemplo de função de potencial plástico no espaço das tensões principais

## 2.2 - CRITÉRIOS DE RUPTURA

Usando os conceitos da teoria da plasticidade apresentados anteriormente, vários critérios foram criados para modelar o estado de falha do solo, em que uma superfície é utilizada para delimitar o domínio elástico do material. Entretanto, se o material for considerado elástico perfeitamente plástico, o endurecimento da superfície de plastificação não é considerado e esta pode ser entendida como um critério de ruptura do material.

O critério de Tresca pode ser utilizado para materiais puramente coesivos, em que o material rompe quando uma medida de tensão desvio atinge o valor máximo. Este valor é considerado uma constante e está relacionado com a resistência coesiva do material. No espaço  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  a superfície de ruptura é dada como um prisma hexagonal regular ao longo do eixo hidrostático (Figura 2.5).

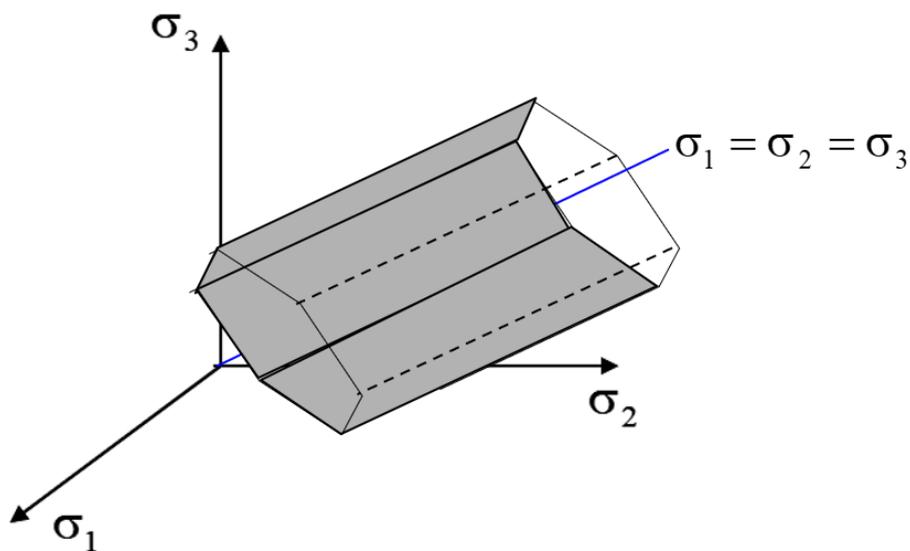


Figura 2.5 – Superfície de Tresca no espaço de tensões principais

O critério de Von Mises também é aplicado para solos que podem ser considerados puramente coesivos, em que o material plastifica quando a tensão desvio atinge um valor máximo. Entretanto, a superfície é suave quando comparada ao critério de Tresca, visto que a tensão desvio utilizada no critério de von Mises mede a distância do ponto ao eixo hidrostático. Dessa forma, o critério de Von Mises forma um cilindro ao longo do eixo hidrostático e circunscreve o prisma hexagonal do critério de Tresca (Figura 2.6).

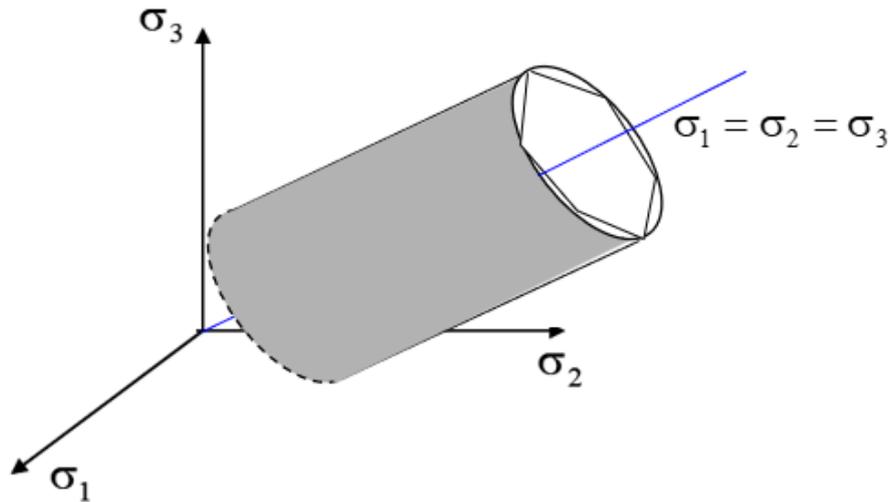


Figura 2.6 – Superfície de Von Mises que circunscreve o critério de Tresca no espaço de tensões principais

Já o critério de ruptura de Mohr-Coulomb também considera o comportamento friccional do material. Este critério apresenta uma envoltória de ruptura do solo que indica a tensão cisalhante máxima suportada pelo material. Esta envoltória é definida em função dos parâmetros de resistência ao cisalhamento (ângulo de atrito e coesão).

Outro ponto diferencial do critério de Mohr-Coulomb é que este prevê diferentes trajetórias de compressão e extensão. Assim, a tensão desvio máxima suportada pelo material depende da trajetória de carregamento ou descarregamento aplicada. Considerando as diferenças supracitadas, no espaço de tensões principais, o critério de Mohr-Coulomb apresenta uma superfície em formato de pirâmide com base hexagonal irregular (Figura 2.7).

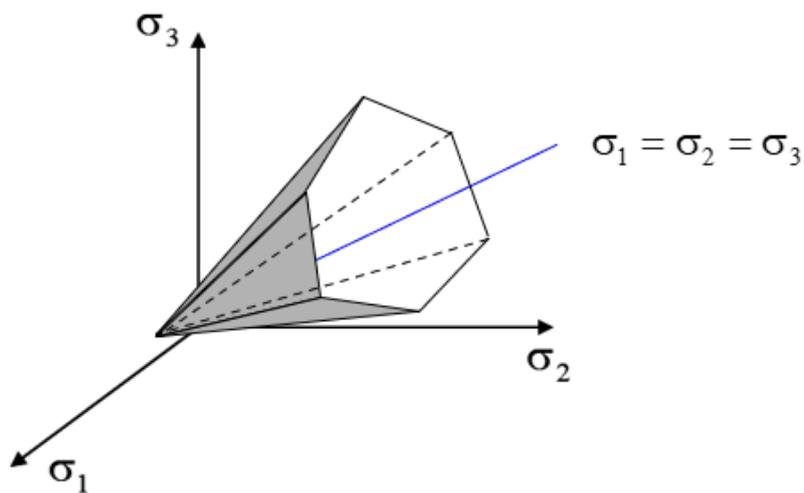


Figura 2.7 – Superfície de Mohr-Coulomb no espaço de tensões principais

O critério de Drucker-Prager é similar ao critério de Mohr-Coulomb, em que o comportamento friccional do solo é considerado. Entretanto, o critério não prevê diferentes trajetórias de compressão e extensão. Dessa forma, o critério de Drucker-Praga apresenta uma superfície em forma de cone no espaço  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  (Figura 2.8).

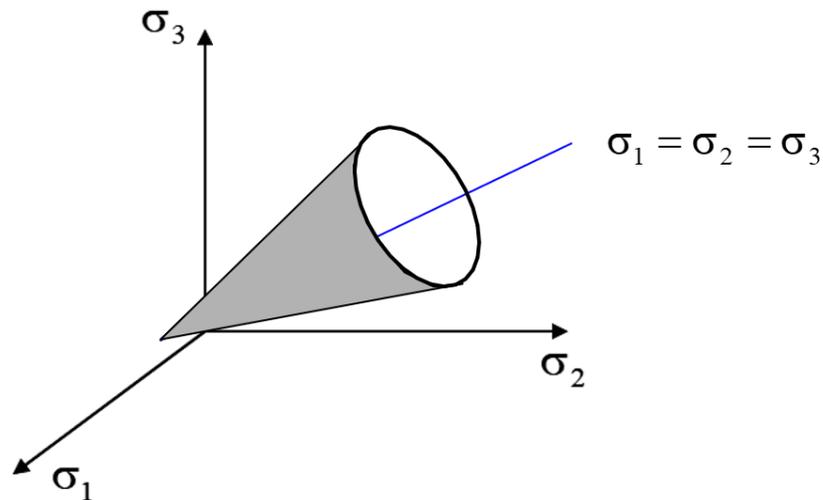


Figura 2.8 – Superfície de Drucker-Prager no espaço de tensões principais

Sobre a resistência do material, é possível observar que todos os critérios sobrestimam a ruptura em relação ao critério de Mohr-Coulomb. Além disso, fica evidente a diferença entre a tensão desvio máxima suportada no carregamento e no descarregamento do material, comportamento que é observado na maioria dos solos. Estes são alguns dos motivos que tornam o critério de ruptura de Mohr-Coulomb notável e comumente utilizado em problemas geotécnicos. A Figura 2.9 ilustra uma comparação entre os critérios de ruptura citados no plano de tensões octaédrico.

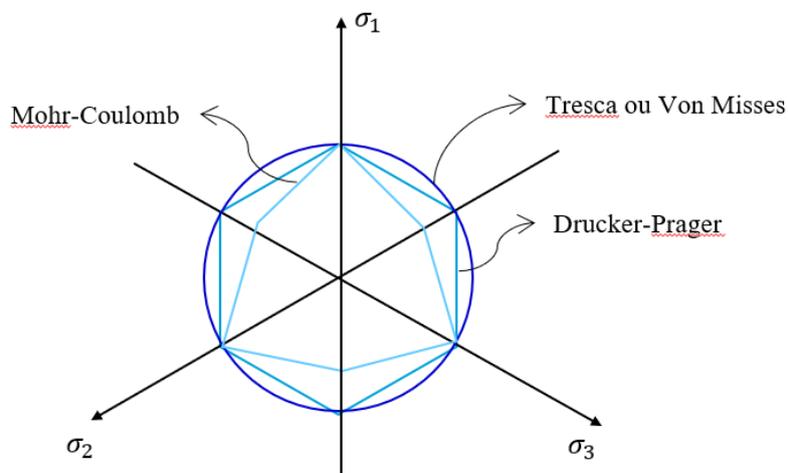


Figura 2.9 – Comparação entre os critérios de ruptura no espaço de tensões octaédrico

Outro tema que merece destaque ao considerar um critério de ruptura é o fenômeno de dilatação, visto que durante o fluxo plástico este é observado para muitos materiais. No entanto, a dilatação prevista pela lei associativa de Mohr-Coulomb é muitas vezes excessiva (Souza Neto *et al.*, 2009). Para superar esse problema, é necessário usar uma regra de fluxo não associada que adota uma função de potencial plástico ( $G$ ) com o ângulo de atrito  $\phi$  substituído por um ângulo diferente (menor)  $\psi$ , chamado de ângulo de dilatação.

Semelhante ao modelo de Mohr-Coulomb, o modelo de Drucker-Prager também apresenta uma dilatação frequentemente excessiva prevista pela regra associada. A solução deste problema é similar, em que a lei não-associativa de Drucker-Prager também é obtida adotando-se uma função de potencial plástico substituindo  $\phi$  por  $\psi < \phi$ .

### **2.3 - MODELOS DE ESTADO CRÍTICO CC E MCC**

Os modelos *Cam-Clay* (*CC*) e *Cam-Clay Modificado* (*MCC*), formulados por pesquisadores da Universidade de Cambridge (Roscoe *et al.*, 1963, Roscoe e Burland, 1968), são baseados na teoria do estado crítico e foram utilizados para descrever o comportamento de solos moles. Os modelos descrevem três aspectos importantes do comportamento do solo: resistência ao cisalhamento, compressão ou dilatância e o estado crítico do solo (Wood, 1990, Schofield e Wroth, 1968).

O cisalhamento de uma amostra de solo eventualmente leva a um estado em que mais cisalhamento pode ocorrer sem quaisquer alterações na tensão ou no volume. Este estado é conhecido como estado crítico do material e indica que os elementos do solo podem sofrer distorção ilimitada, ou seja, sem quaisquer alterações na tensão ou no volume (Wood, 1990, Schofield e Wroth, 1968).

Considerando o resultado de um ensaio triaxial convencional, materiais densos e fofos se comportam de maneira diferente até chegar no estado crítico. No material considerado fofo ocorre endurecimento e redução de volume. Já no material dado como denso ocorre endurecimento até um pico e depois amolecimento, também ocorre redução de volume seguido por uma dilatância. Quando esses processos se estabilizam, tem-se o estado crítico do material, em que o índice de vazios independe se o material é fofo ou denso, há ausência de variação na deformação volumétrica e a resistência ao cisalhamento atinge o valor residual (Figura 2.10).

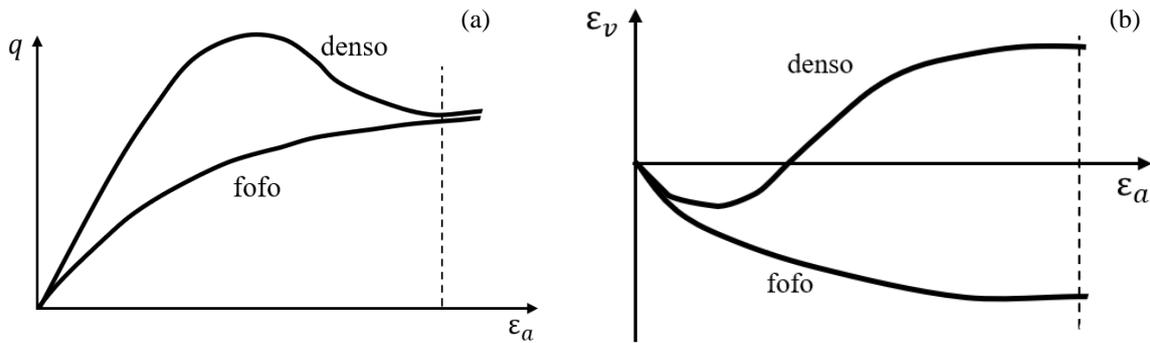


Figura 2.10 - Material denso e fofo (a) relação tensão desvio ( $q$ ) e deformação axial ( $\epsilon_a$ ) e (b) relação entre deformação axial ( $\epsilon_a$ ) e deformação volumétrica ( $\epsilon_v$ )

O estado de tensão de uma amostra de solo pode ser caracterizado por três variáveis, tensão efetiva média ( $p'$ ), tensão desvio ( $q$ ) e volume específico ( $v$ ). O volume específico é definido como

$$v = 1 + e \quad (2.8)$$

onde  $e$  é o índice de vazios do solo.

Nos modelos de estado crítico utiliza-se  $p', q$  de Cambridge, em que:

$$p' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.9)$$

$$q = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2}{2} + 3(\sigma_4^2 + \sigma_5^2 + \sigma_6^2)} \quad (2.10)$$

em que  $\sigma$  são as componentes de tensão que descrevem o estado de tensão do material.

Os modelos assumem que quando uma amostra de solo mole é lentamente comprimida sob condições isotrópicas, e sob condições perfeitamente drenadas, a relação entre o volume específico ( $v$ ) e a tensão média efetiva ( $p'$ ) consiste em uma reta, chamada de linha de consolidação virgem ou linha de compressão normal ( $NCL$ ).

O parâmetro  $N$  é conhecido como o volume específico da  $NCL$  para  $p' = 1$  kPa. Se o estado de um solo está sob a  $NCL$ , o solo é descrito como normalmente adensado. Se o estado de tensão estiver abaixo da linha, ele é descrito como pré-adensado.

Considerando que ocorre cisalhamento no carregamento ou descarregamento, chega um nível que o material rompe quando este atinge a resistência residual. Esse nível é conhecido como estado crítico do material e é caracterizado pela linha de estado crítico ( $CSL$ ):

$$q_r = M \cdot p_r \quad (2.11)$$

em que  $p_r$ ,  $q_r$  indicam o estado de tensão quando o material atinge a resistência residual e  $M$  é a inclinação da  $CSL$  no espaço  $p', q$ .

De forma semelhante, o parâmetro  $\Gamma$  é conhecido como o volume específico da  $CSL$  para  $p' = 1$  kPa. Além disso, considerando uma trajetória de um ensaio de compressão triaxial convencional (CTC),  $M$  é dado por:

$$M = \frac{6 \operatorname{sen}(\phi_{cs})}{3 - \operatorname{sen}(\phi_{cs})} \quad (2.12)$$

em que  $\phi_{cs}$  é o ângulo de atrito no estado crítico.

A Figura 2.11 ilustra a  $NCL$  e a  $CSL$  no espaço  $v, \ln(p')$ .

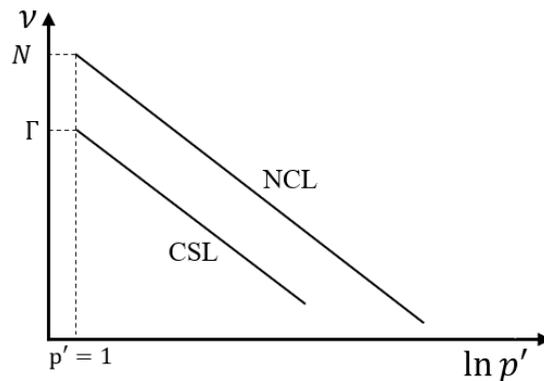


Figura 2.11 -  $NCL$  e  $CSL$  no espaço  $v, \ln(p')$

A superfície de escoamento do modelo  $CC$  é uma curva logarítmica, enquanto a do modelo  $MCC$  é traçada como uma curva elíptica no espaço  $p', q$  dada por:

$$F(p, q, p_0) = q^2 - M^2(p_0 - p)p \quad (2.13)$$

em que  $p'$  é a tensão efetiva média,  $q$  é a tensão desvio,  $p_0$  é a tensão de pré-adensamento que controla o tamanho da superfície de plastificação e  $M$  é a inclinação da  $CSL$ .

A Figura 2.12 ilustra a superfície de escoamento dos modelos  $CC$  e  $MCC$ .

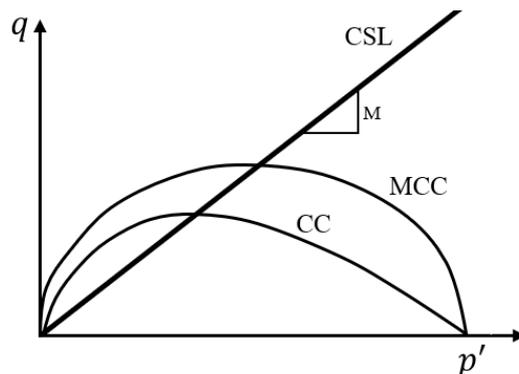


Figura 2.12 - Superfície de escoamento dos modelos  $CC$  e  $MCC$  no espaço  $p', q$

## 2.4 - ALGORÍTIMO DO MODELO MCC

Neste item será apresentado o algoritmo do modelo *Cam-Clay* Modificado (Roscoe *et al.*, 1963, Zienkiewicz, 1977). Considerando que um material está sendo carregado ou descarregado por incremento de deformações, a tentativa elástica pode ser entendida como o estado em que o material apresentou um comportamento linear elástico e a relação tensão-deformação é a indicada na Equação 2.2.

A tentativa elástica ocorre enquanto a superfície de plastificação não for atingida ( $F < 0$ ). Quando a superfície for atingida ( $F = 0$ ) e o material continuar a ser carregado, é necessário a correção plástica, visto que  $F$  não pode alcançar valores positivos (Figura 2.13).

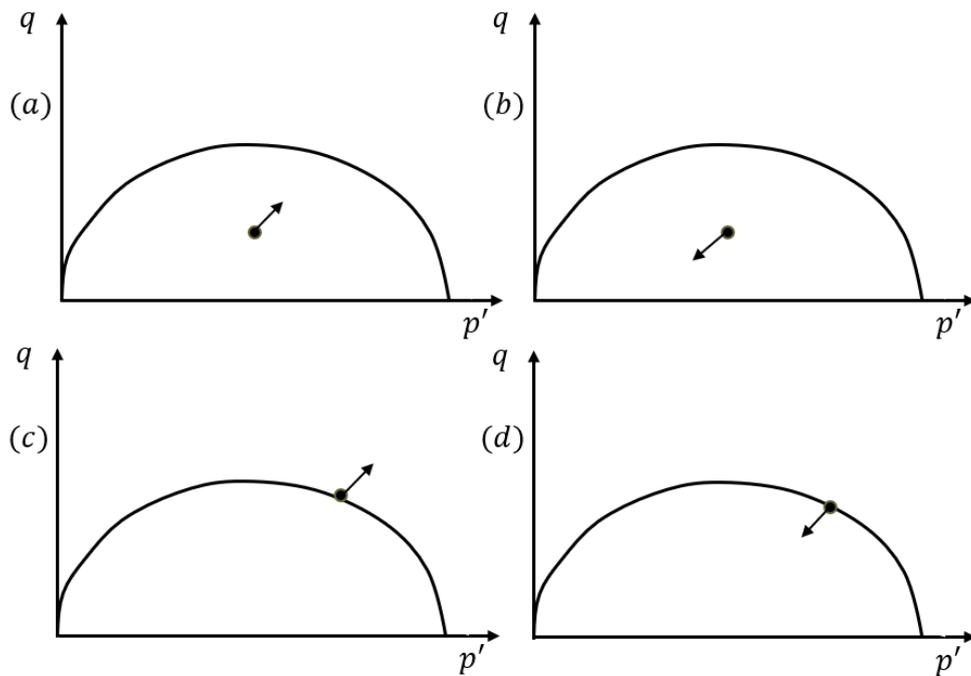


Figura 2.13 – (a) Carregamento elástico, (c) carregamento elastoplástico, (b) e (d) descarregamento elástico

A correção plástica pode ser entendida como um decréscimo das deformações plásticas. Dessa forma, o incremento de tensão após a correção será:

$$\delta\sigma_j = D_{ij}^e(\delta\varepsilon_i - \delta\varepsilon_i^p) \quad (2.14)$$

em que  $\sigma_j$  é o vetor de tensões,  $D_{ij}^e$  é a matriz de rigidez elástica,  $\varepsilon_i$  é o vetor de deformações e  $\delta\varepsilon_i^p$  é o vetor de deformações plásticas.

A direção do vetor de acréscimo de deformação plástica ( $\delta\varepsilon_i^p$ ) é dada por uma relação conhecida como a lei de fluxo plástico:

$$\delta \varepsilon_i^p = \chi \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \quad (2.15)$$

em que  $\chi$  é o multiplicador plástico,  $G$   $\partial G / \partial \sigma_i$  é a derivada da lei de fluxo plástico em relação ao estado de tensão do material.

Dessa forma, unindo a Equação 2.14 e 2.15, tem-se:

$$\delta \sigma_j = D_{ij}^e \left( \delta \varepsilon_i - \chi \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \right) \quad (2.16)$$

O escalar  $\chi$ , denominado multiplicador plástico, e é definido por:

$$\chi = \frac{a_l D_{lm}^e}{a_j D_{ij}^e b_i - Y} \delta \varepsilon_m \quad (2.17)$$

em que o vetor  $a_l$  é a derivada da função de plastificação em relação ao estado de tensão,  $b_i$  é a derivada da lei de fluxo plástico em relação ao estado de tensão,  $Y$  é um escalar responsável pela lei de endurecimento da superfície de plastificação,  $D_{lm}^e$  é a matriz de rigidez elástica e  $\varepsilon_m$  é o vetor de deformações.

Considerando que a lei de fluxo é associada, ou seja, a função de plastificação e a função de fluxo plástico são iguais ( $F = G$ ), tem-se que o escalar  $Y$ , responsável pela lei de endurecimento do modelo *Cam-Clay* Modificado, é dado por:

$$Y = \frac{\partial F}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial F}{\partial p'} \quad (2.18)$$

em que:

$$\frac{\partial F}{\partial p_0} = -M^2 p' \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_v^p} = \frac{(1+e)p'}{\lambda - \kappa} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial F}{\partial p'} = M^2 (2p' - p_0) \quad (2.21)$$

sendo  $p_0$  é a tensão de pré-adensamento,  $M$  inclinação na linha de estado crítico,  $p'$  a tensão efetiva média,  $\varepsilon_v^p$  a deformação volumétrica plástica,  $e$  o índice de vazios do solo,  $\lambda$  parâmetro de enrijecimento da linha de consolidação virgem ou linha de compressão normal (*NCL*) devido a mudanças na tensão média,  $\kappa$  parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na tensão média.

Também considerando que a lei de fluxo é associada ( $F = G$ ), temos que o vetor  $a_i = b_i$  e são dados por:

$$a_i = b_i = \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial F}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial F}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_i} \quad (2.22)$$

em que:

$$\frac{\partial p'}{\partial \sigma_i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial F}{\partial q} = 2q \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial q}{\partial \sigma_i} = \frac{3}{2q} [\sigma_1 - p' \quad \sigma_2 - p' \quad \sigma_3 - p' \quad 2\sigma_4 \quad 2\sigma_5 \quad 2\sigma_6] \quad (2.25)$$

Sendo  $F$  a função de plastificação,  $\sigma_i$  o vetor de estado de tensão do material,  $p'$  a tensão média efetiva e  $q$  a tensão desvio.

A relação tensão-deformação, considerando o comportamento elastoplástico do solo, também pode ser escrita na forma de uma matriz simétrica (Zienkiewicz, 1977):

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (D_{ij}^e)^{-1} & \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} & -Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \sigma_j \\ \chi \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

em que  $\varepsilon_i$  é o vetor de deformações,  $D_{ij}^e$  é a matriz de rigidez elástica,  $F$  é a função de plastificação,  $\sigma_i$  é o vetor de tensões,  $Y$  é um escalar responsável pela lei de endurecimento da superfície de plastificação e  $\chi$  é o multiplicador plástico.

Conforme apresentado por Zienkiewicz (1977), a constante indeterminada  $\chi$  pode ser eliminada, em que se deve ter cuidado para não multiplicar ou dividir por  $Y$  que pode ser zero em geral. Isso resulta em uma equação explícita que determina as mudanças de tensão em termos de mudanças de deformação impostas, indicado por:

$$\delta \sigma_j = D_{ij}^{ep} \delta \varepsilon_i \quad (2.27)$$

em que  $\sigma_j$  é o vetor do estado de tensão,  $\varepsilon_i$  o vetor de deformações e  $D_{ij}^{ep}$  é a matriz de rigidez elastoplástica, dada por:

$$D_{ij}^{ep} = D_{ij}^e - \frac{(D_{im}^e b_m)(D_{jn}^e a_n)}{a_i D_{im}^e b_m + Y} \quad (2.28)$$

sendo  $D_{ij}^e$  a matriz de módulos de rigidez elástica,  $a_n$  é a derivada da função de plastificação em relação ao estado de tensão,  $b_i$  é a derivada da lei de fluxo plástico em relação ao estado de tensão,  $Y$  é um escalar responsável pela lei de endurecimento da superfície de plastificação.

### **3 - AVANÇO DOS MODELOS DE ESTADO CRÍTICO PARA SOLOS TROPICAIS**

Este capítulo será destinado a revisão bibliográfica de solos tropicais e modelos constitutivos utilizados para previsão de comportamento do solo, considerando as particularidades observadas neste tipo de solo e o conceito de estado crítico.

Serão apresentados modelos derivados da teoria de estado crítico e conseguiram descrever, de maneira mais ampla, o comportamento de em solos tropicais.

#### **3.1 - SOLOS TROPICAIS**

Os solos tropicais têm sua origem do intenso intemperismo físico e químico das rochas. Em regiões de clima tropical, alto teor de água e altas temperaturas causam intemperismo químico intenso que produz solos residuais bem desenvolvidos. Seu comportamento geotécnico é controlado pela composição mineralógica, microestrutura e pelas condições geoquímicas ambientais (Vallejo e Ferrer, 2011).

De forma geral, em um perfil de solo tropical são normalmente encontrados dois tipos de solo, o laterítico e o saprolítico. O primeiro, podendo ser residual ou não, é bastante intemperizado e rico em minerais de argila e diversos tipos de óxidos, formando a camada superficial dos solos tropicais. O segundo, localizado na camada mais profunda, mantém a estrutura da rocha de origem (Camapum, 2004).

Uma característica comumente observada é o fenômeno do colapso volumétrico do solo. Devido à agregação das partículas de solo e a presença de agentes cimentantes, tem-se uma estrutura com elevado índice de vazios. Na região do Distrito Federal é comum se observar um solo conhecido como argila porosa, solo com alto potencial de colapso (Camapum, 2004).

Solos tropicais também podem apresentar características de solos expansivos. Sua formação depende da sua composição química, mineralógica, estrutural, porosidade, umidade além de outras condições impostas, como temperatura e pressão. Em um perfil de solo tropical, os minerais expansivos geralmente se encontram em camadas de solos menos intemperizadas. (Camapum, 2004).

Outro ponto a se destacar é o uso de teorias e conceitos para solos não saturados na prática da engenharia geotécnica em regiões tropicais. Neste caso, particularidades específicas observadas nos solos tropicais precisam ser consideradas, como microestrutura, composição químico-mineralógica, poro estrutura e distribuição de poros, a química do ambiente, a geomorfologia e as condições climáticas (Camapum e Gitirana, 2021).

Fernandes *et al.* (2018) apresenta a importância da interpretação de ensaios *in-situ* para caracterização de solos tropicais não saturados, que deve considerar tanto a variabilidade espacial quanto a sazonal causada pela sucção do solo nos parâmetros de resistência e rigidez.

Outrossim, é necessário um cuidado especial ao utilizar sistemas de classificação e modelos de comportamento hidromecânico desenvolvidos para solos sedimentares e de clima temperado. Sua aplicação em solos tropicais profundamente intemperizados requerem adaptações para melhor representar os comportamentos específicos supracitados (Camapum & Gitirana, 2021).

Dessa forma, os solos tropicais costumam possuir características que não são consideradas por modelos constitutivos convencionais. Assim, serão apresentados exemplos de modelos que permitem representar diferentes características dos solos tropicais.

### **3.2 - MODELOS DE ESTADO CRÍTICO COM ANISOTROPIA, CIMENTAÇÃO E DESESTRUTURAÇÃO**

Um modelo elastoplástico anisotrópico para argilas moles foi proposto por Wheeler *et al.* (2003) para representar o comportamento de argilas que apresentam um significativo grau de anisotropia devido à consolidação unidimensional do solo seguido por alguma deformação. Este modelo é denominado *S-CLAY1* e é uma extensão dos modelos de estado crítico, em que é possível representar a anisotropia durante a deformação plástica através de uma superfície de escoamento inclinada e um componente rotacional de endurecimento.

A função de plastificação do modelo é dada por

$$F^{S-CLAY1}(p, q, p_m) = (q - \alpha p')^2 - (M^2 - \alpha^2)(p_m - p')p' \quad (3.1)$$

onde  $p$  é a tensão efetiva média,  $q$  a tensão desvio,  $\alpha$  é a medida do grau de anisotropia do solo,  $M$  é a inclinação da linha de estados críticos,  $p_m$  é a tensão de pré-adensamento do modelo *S-CLAY1*.

A superfície de escoamento do modelo constitutivo *S-CLAY1* é semelhante à função de plastificação do *MCC* acrescida da variável  $\alpha$ , que define a inclinação da superfície de escoamento. O valor de  $\alpha$  é a medida do grau de anisotropia do solo, em que  $\alpha = 0$  corresponde ao solo com comportamento isotrópico. É importante mencionar também que o tamanho da superfície de escoamento rotacionada é controlado pela variável de tensão  $p_m$ .

O modelo *S-CLAY1* incorpora duas leis de endurecimento. A primeira descreve a mudança no tamanho da superfície de escoamento, que se supõe estar relacionada apenas à deformação volumétrica plástica, da mesma forma que proposto no modelo *Cam-Clay* Modificado. A

segunda lei de endurecimento descreve a mudança de inclinação da superfície de escoamento produzida pela deformação volumétrica plástica e pela deformação cisalhante plástica.

$$\delta p_m = \frac{(1+e)p'}{\lambda - \kappa} \delta \varepsilon_v^p \quad (3.2)$$

$$\delta \alpha = \mu \left[ \left( \frac{3\eta}{4} - \alpha \right) \langle \delta \varepsilon_v^p \rangle + \beta \left( \frac{\eta}{3} - \alpha \right) |\delta \varepsilon_d^p| \right] \quad (3.3)$$

em  $e$  é o índice de vazios do solo,  $p'$  é a tensão efetiva média,  $\lambda$  parâmetro de enrijecimento da linha de compressão normal,  $\kappa$  parâmetro de enrijecimento elástico,  $\varepsilon_v^p$  é a deformação volumétrica plástica,  $\varepsilon_d^p$  é a deformação cisalhante plástica,  $\mu$  e  $\beta$  são parâmetros do modelo *S-CLAY1* que controlam a influência da deformação volumétrica plástica e cisalhante plástica na lei do endurecimento, respectivamente, e  $\eta$  é a razão de tensão ( $q/p'$ ).

O comportamento elástico é considerado semelhante ao modelo *MCC*, ou seja, é assumido isotrópico. Já a lei de fluxo é considerada como associada, ou seja, a função de potencial plástico é a mesma da função de plastificação que determina superfície de escoamento, dada por:

$$\frac{\partial \varepsilon_d^p}{\partial \varepsilon_v^p} = \frac{2(\eta - \alpha)}{M^2 - \eta^2} \quad (3.4)$$

em que  $\varepsilon_v^p$  é a deformação volumétrica plástica,  $\varepsilon_d^p$  é a deformação cisalhante plástica,  $\eta$  é a razão de tensão ( $q/p'$ ),  $\alpha$  é a medida do grau de anisotropia do solo e  $M$  é a inclinação da linha de estados críticos.

A Figura 3.1 apresenta a superfície de escoamento do modelo *S-CLAY1* no espaço de tensões tridimensional (a) e no espaço de  $p', q$  (b).

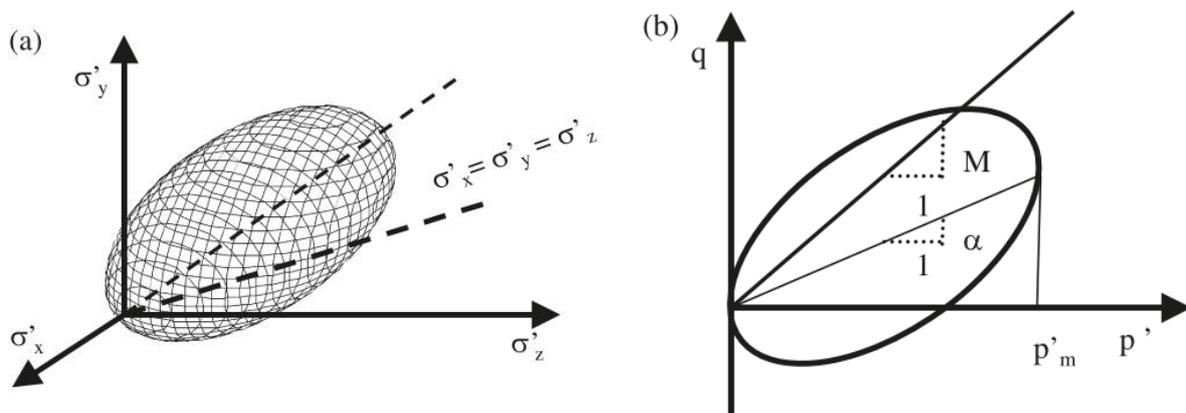


Figura 3.1 - Superfície de escoamento *S-CLAY1* (Karstunen e Koskinen, 2008)

A microestrutura da maioria das argilas naturais é anisotrópica, em que a anisotropia muitas vezes se desenvolveu sob condições  $K_0$  e pode ser modificada ao sofrer qualquer esforço

adicional. Dessa forma, considerar a anisotropia é essencial para modelar o comportamento de argilas naturais (Karstunen e Koskinen, 2004)

Além da anisotropia, a estrutura dos solos moles inclui também ligações inter partículas, também entendido como a cimentação do solo. Quando o material sofre algum esforço em que ocorrem deformações plásticas, esta ligação se degrada. Este fenômeno é conhecido como desestruturação (Karstunen e Koskinen, 2004).

O modelo *S-CLAYIS* (Karstunen e Koskinen, 2004) é uma extensão do modelo *S-CLAY I*, que descreve a cimentação e a desestruturação, comportamento típico de argilas naturais. A cimentação entre as partículas dá ao solo uma resistência adicional.

No modelo *S-CLAYIS*, o comportamento do mesmo solo sem cimentação, com o mesmo histórico de tensões e índice de vazios, é controlado por uma superfície de escoamento denominada intrínseca. Presume-se que essa superfície intrínseca tenha a mesma forma e inclinação que a superfície de escoamento para solo natural, mas é menor em tamanho.

Os tamanhos das duas superfícies de escoamento estão relacionados por meio do parâmetro denominado  $x_2$ , que é uma medida de ligação entre as duas superfícies. A Figura 3.2 ilustra a superfície de escoamento intrínseca do modelo *S-CLAYIS*.

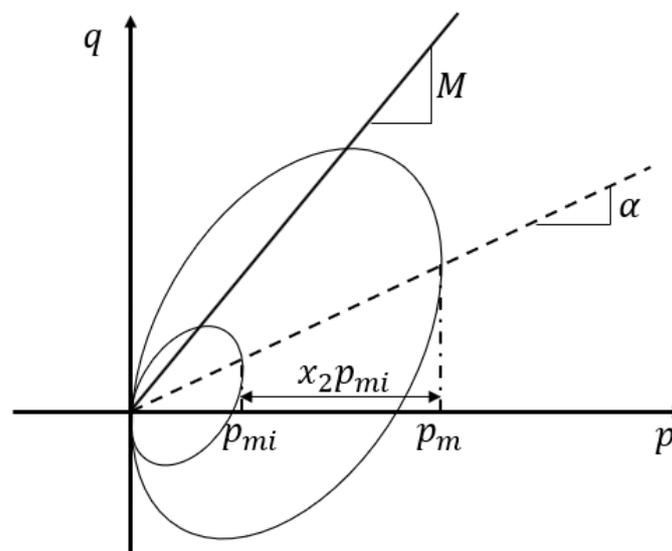


Figura 3.2 - Superfície de escoamento intrínseca do modelo *S-CLAYIS* (Karstunen e Koskinen, 2004)

A tensão de pré-adensamento intrínseca do modelo *S-CLAYIS* delimita o tamanho da superfície em que os efeitos da desestruturação do solo não são observados. A variável de estado que controla o tamanho da superfície é a pré-adensamento do solo rotacionada ( $p_m$ ), definida por

$$p_m = p_{mi}(1 + x_2) \quad (3.5)$$

onde  $p_{mi}$  é a tensão de pré-adensamento intrínseca do modelo *S-CLAYIS* e  $x_2$  é uma medida de ligação entre as duas superfícies.

Dessa forma, superfície de escoamento intrínseca do modelo *S-CLAYIS*, que considera tanto a anisotropia como o efeito da cimentação e desestruturação do solo, é dada como:

$$F^{S-CLAYIS}(p', q, p_{mi}) = (q - \alpha p')^2 - (M^2 - \alpha^2)(p_{mi}(1 + x_2) - p')p' \quad (3.6)$$

onde  $p'$  é a tensão efetiva média,  $q$  é a tensão desvio,  $p_{mi}$  é a tensão de pré-adensamento intrínseca do modelo *S-CLAYIS*,  $x_2$  é uma medida de ligação entre as duas superfícies,  $\alpha$  é a medida do grau de anisotropia do solo e  $M$  é a inclinação da linha de estados críticos.

O modelo também é acrescido de mais uma lei de endurecimento associada a desestruturação, definida por:

$$\delta x_2 = -\mu_{x_2} x_2 (|\delta \varepsilon_v^p| + \beta_{x_2} |\delta \varepsilon_d^p|) \quad (3.7)$$

em que  $\varepsilon_v^p$  é a deformação volumétrica plástica,  $\varepsilon_d^p$  é a deformação cisalhante plástica,  $\mu_{x_2}$  e  $\beta_{x_2}$  são parâmetros do modelo *S-CLAYIS* que controlam a influência da deformação volumétrica plástica e cisalhante plástica na lei do endurecimento, respectivamente, e  $x_2$  é uma medida de ligação entre as duas superfícies.

### 3.3 - MODELOS DE ESTADO CRÍTICO PARA SOLOS NÃO SATURADOS

O modelo de Barcelona (Alonso *et al.*, 1990) também é uma extensão do Modelo *Cam-Clay* Modificado, em que é considerado a não saturação do solo. O modelo mostrou-se eficaz na previsão do comportamento de solos não saturados submetidos a carregamentos e, ou mudanças na saturação do solo. Além disso, foi capaz de prever (Cordão Neto, 2005):

- aumento da resistência ao cisalhamento e tensão de pré-adensamento com o aumento da sucção;
- desenvolvimento de expansão reversíveis quando as sucções diminuem com baixa tensão de confinamento;
- ocorrência de deformações de colapso irreversíveis quando a sucção diminui em altas tensões de confinamento;
- desenvolvimento de contração irreversível quando a sucção aumenta acima de um valor último.

São utilizadas quatro variáveis de estado: tensão hidrostática líquida ( $p$ ), tensão desvio ( $q$ ), sucção mátrica ( $s = p_a - p_w$ ) e índice de vazios ( $e$ ), em que uma superfície de plastificação é definida no espaço destas variáveis, de modo a considerar os efeitos da não saturação do solo, como o aumento da tensão de plastificação isotrópica e aumento do efeito coesivo.

O domínio da deformação elástica é fechado por duas superfícies de escoamento *load collapse* ( $F^{LC}$ ) e *suction increase* ( $F^{SI}$ ) (Figura 3.3 c). A primeira representa a superfície de plastificação para trajetórias de carregamento e molhagem (Figura 3.3 a). A segunda representa superfície de plastificação para trajetórias de secagem ou incremento de sucção (Figura 3.3 b).

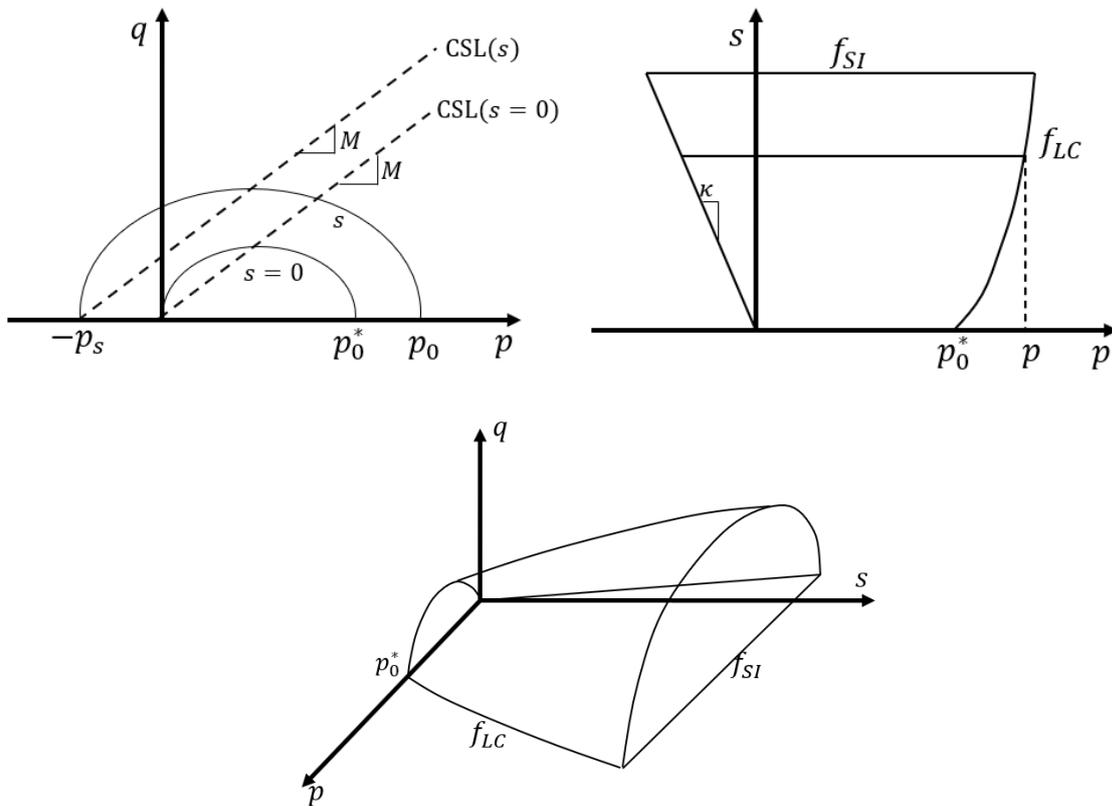


Figura 3.3 – Superfície de plastificação modelo BBM (Alonso *et al.* 1990)

As superfícies de plastificação que definem o modelo são

$$F^{LC}(p, q, s, p_0^*) = q^2 - M^2(p_0 - p)(p + p_s) \quad (3.8)$$

$$F^{SI}(p, q, s, s_0) = s - s_0 \quad (3.9)$$

onde que  $p_0$  é a tensão de plastificação isotrópica para sucção igual a  $s$ ,  $p_s$  é a parcela de efeito coesivo produzido por acréscimo de sucção,  $M$  é a inclinação da linha de estados críticos,  $p_0^*$  tensão de plastificação isotrópica para condição saturada e  $s_0$  é a sucção de plastificação, ou seja, limite superior de sucção a partir do qual ocorreram deformações plásticas.

São utilizadas duas leis de endurecimento, uma para cada superfície de escoamento. A primeira descreve a mudança no tamanho da superfície de escoamento ( $\delta p_0^*$ ), que também se supõe estar relacionada apenas à deformação volumétrica plástica ( $\delta \varepsilon_v^p$ ). Já a segunda lei de endurecimento também descreve a mudança no tamanho da superfície de escoamento ( $\delta s_0$ ) produzida pela deformação volumétrica plástica ( $\delta \varepsilon_v^p$ ). As leis de endurecimento são definidas por

$$\delta p_0^* = \frac{(1 + e)p_0^*}{\lambda(0) - \kappa} \delta \varepsilon_v^p \quad (3.10)$$

$$\delta s_0 = \frac{(1 + e)(s_0 + p_{atm})}{\lambda_s - \kappa_s} \delta \varepsilon_v^p \quad (3.11)$$

onde que  $\lambda(0)$  é o parâmetro de enrijecimento da linha de compressão normal (*NCL*) devido a mudanças na sucção e  $\kappa_s$  é o parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na sucção.

Trajetórias dentro da superfície de plastificação são consideradas elásticas, já trajetórias que perfuram a superfície em qualquer direção são elastoplásticas e produzem deformações não recuperáveis. A função de potencial plástico pode ser associada ou não associada.

A lei de fluxo é dada por:

$$\frac{\partial \varepsilon_d^p}{\partial \varepsilon_v^p} = \frac{2q\omega}{M^2(2p - p_s - p_0)} \quad (3.12)$$

Onde  $p_s$  é a parcela de efeito coesivo produzido por acréscimo de sucção,  $\omega$  é um parâmetro exclusivo do modelo Barcelona

Um novo modelo constitutivo capaz de representar a anisotropia, não saturação e cimentação do solo foi proposto por Cordão Neto *et al.* (2011). O modelo elastoplástico *S-CLAYIS* foi alterado de modo a considerar a condição não saturada, de modo similar à proposta apresentada por Alonso *et al.* (1990). O novo modelo denominado *MADUS (Modelling Anisotropic Destructured Unsaturated Soils)* foi capaz de considerar aspectos relacionados à variação do grau de saturação, efeitos da anisotropia e desestruturação. Detalhes sobre a formulação serão apresentados nos próximos itens, em que também será utilizado o conceito de *sub-loading*.

### 3.4 - MODELO DE ESTADO CRÍTICO COM SUB-LOADING

Os modelos mecânicos convencionais apresentam algumas limitações ao descrever o comportamento de solos fortemente adensados. Esta característica é particularmente importante

quando os solos estão parcialmente saturados, pois um dos efeitos da condição não saturada é o aumento da tensão aparente de pré-adensamento (Cordão-Neto *et al.*, 2009).

O conceito de *sub-loading*, introduzido inicialmente por Hashiguchi (1981) e descrito por Tsutsumi e Hashiguchi (2005), permite a extensão e atualização de modelos mecânicos convencionais, visto que são capazes de:

- representar deformação inelástica durante o recarregamento;
- uma transição suave entre estado de tensão normalmente adensados e superadensados ( $OCR > 4$ );
- carregamentos cíclicos;
- processo de endurecimento com dilatância positiva, comportamento típico de solos não saturados.

Dois componentes-chave adicionais são introduzidos nos modelos convencionais para se obter as vantagens do modelo com *sub-loading*: uma superfície de escoamento adicional e uma nova variável, o índice de vazios plástico ( $\rho$ ) para estados pré-adensados. Assim, são necessárias duas superfícies de escoamento: a superfície de escoamento normal ( $F^{NS}$ ) e a superfície de escoamento *sub-loading* ( $F^{SL}$ ), ilustradas na Figura 3.4.

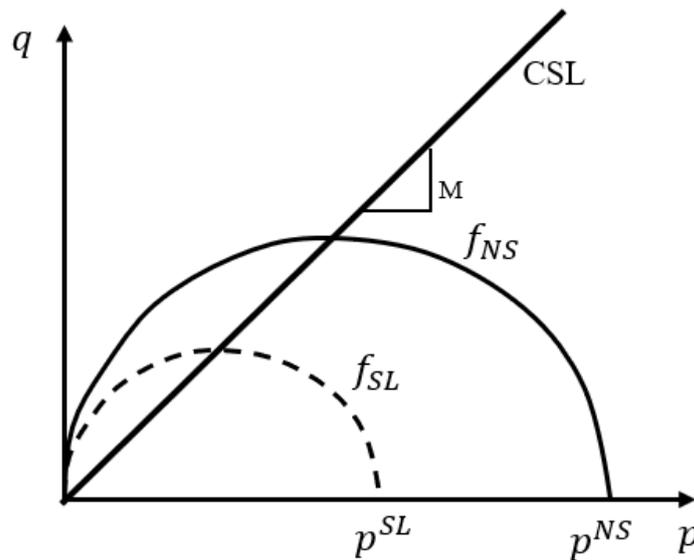


Figura 3.4 - Superfície escoamento normal ( $F^{NS}$ ) e *sub-loading* ( $F^{SL}$ )

Considerando o modelo de estado crítico *Cam-Clay* Modificado (*MCC*) com *sub-loading*, tem-se que as duas superfícies de escoamento são dadas por:

$$F^{NS}(p, q, p^{NS}) = q^2 - M^2(p^{NS} - p)p \quad (3.13)$$

$$F^{SL}(p, q, p^{SL}) = q^2 - M^2(p^{SL} - p)p \quad (3.14)$$

Em que  $p^{NS}$  é similar a variável interna  $p_0$  do *MCC*,  $M$  é a inclinação da linha de estado crítico,  $q$  é a tensão desvio e  $p^{SL}$  é a a variável de tensão adotada para definir o tamanho da superfície de escoamento do *sub-loading*.

A superfície de escoamento  $F^{NS}$  representa o limite quando o solo se torna normalmente adensado. A superfície de escoamento  $F^{SL}$  representa o ponto, estado de tensão, onde o solo se encontra, estado atual, de um material considerado superadensado.

Já a nova variável ( $\rho$ ), representada na Figura 3.5, deve ser entendida como a distância entre o estado atual (ponto B) e um estado hipotético (ponto A) sobre a linha de compressão normal (*NCL*) no mesmo nível de tensão.

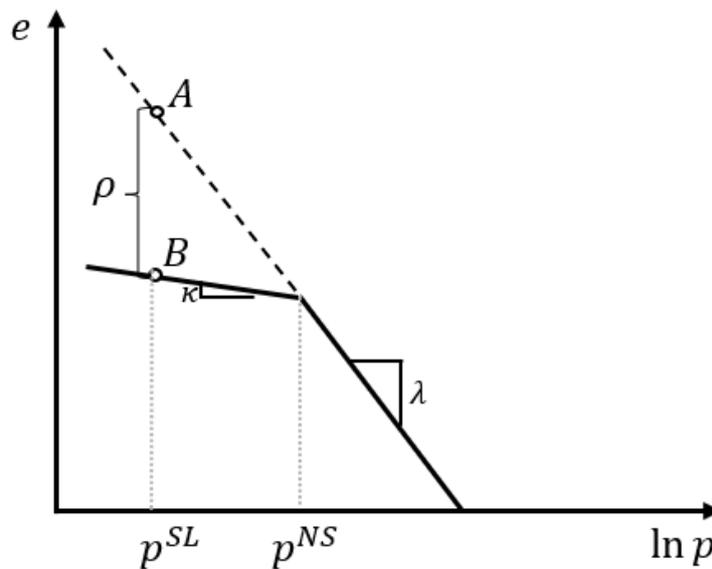


Figura 3.5 - Representação do índice de vazios plástico (Cordão Neto *et al.*, 2009)

Esta variável pode ser definida como (Farias *et al.*, 2008):

$$\rho = \lambda - \kappa \ln \frac{p^{SL}}{p^{NS}} \quad (3.15)$$

Em que  $\lambda$  é o parâmetro de enrijecimento da linha de compressão normal (*NCL*) devido a mudanças na tensão média,  $\kappa$  parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na tensão média,  $p^{NS}$  e  $p^{SL}$  são as variáveis de tensão adotadas para definir o tamanho da superfície de escoamento normal *sub-loading*, respectivamente.

Além da lei de endurecimento convencional do modelo *MCC* para a superfície de escoamento normal ( $F^{NS}$ ), um modelo de estado críticos com *sub-loading* precisa da definição de uma lei de endurecimento adicional. Esta lei considera tanto a deformação volumétrica plástica

associada com a  $F^{NS}$ , como a deformação volumétrica plástica associada com a superfície de escoamento *sub-loading*  $F^{SL}$ .

$$\delta p^{SL} = \frac{\delta p^{SL}(1+e)}{\lambda - \kappa} \left( \delta \varepsilon_v^{p(SL)} + \delta \varepsilon_v^{p(NS)} \right) \quad (3.16)$$

Em que  $p^{SL}$  é a variável de tensão que indica o tamanho da superfície de escoamento *sub-loading*,  $e$  é o índice de vazios do solo,  $\lambda$  é o parâmetro de enrijecimento da *NCL*,  $\kappa$  é o parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na tensão média,  $\delta \varepsilon_v^{p(SL)}$  e  $\delta \varepsilon_v^{p(NS)}$  são os incrementos de deformação volumétrica plástica associados com a superfície de escoamento normal ( $F^{NS}$ ) e *sub-loading* ( $F^{SL}$ ), respectivamente.

### 3.5 - MADUS SUB-LOADING

Com o objetivo de melhorar a descrição dessa característica do comportamento de solos não saturados, o trabalho desenvolvido por Cordão Neto *et al.* (2009) propõe a inclusão de conceitos da teoria de *sub-loading* na formulação de um novo modelo mecânico constitutivo, MADUS *Sub-Loading*.

O novo modelo foi desenvolvido combinando o Modelo Básico de Barcelona (Alonso *et al.*, 1990) com uma adaptação para a inclusão dos conceitos de *sub-loading*. Destaca-se que uma atenção especial foi dada à inclusão dos efeitos de sucção na teoria de *sub-loading*. Além disso, os conceitos de anisotropia, cimentação e desestruturação do modelo constitutivo *S-CLAYIS* (Wheeler *et al.*, 2003, Karstunen e Koskinen, 2004, Cordão Neto *et al.*, 2011) também foram incorporados.

Este modelo foi usado para simular diferentes caminhos de tensão e suas previsões foram comparadas com dados experimentais e previsões de outros modelos. Um desempenho satisfatório foi observado (Cordão Neto *et al.*, 2009).

As superfícies de escoamento propostas no modelo MADUS *Sub-Loading* são semelhantes a utilizada no modelo constitutivo *S-CLAYIS*. Entretanto, conforme exposto, o modelo considera os conceitos de superfícies de escoamento *load collapse* ( $F^{MADUS_{LC,NS}}$ ) e *suction increase* ( $F^{MADUS_{SI}}$ ), além da superfície de escoamento *sub-loading* ( $F^{MADUS_{LC,SL}}$ ).

A Figura 3.6 ilustra as superfícies de escoamento do modelo MADUS *Sub-Loading* supracitadas.

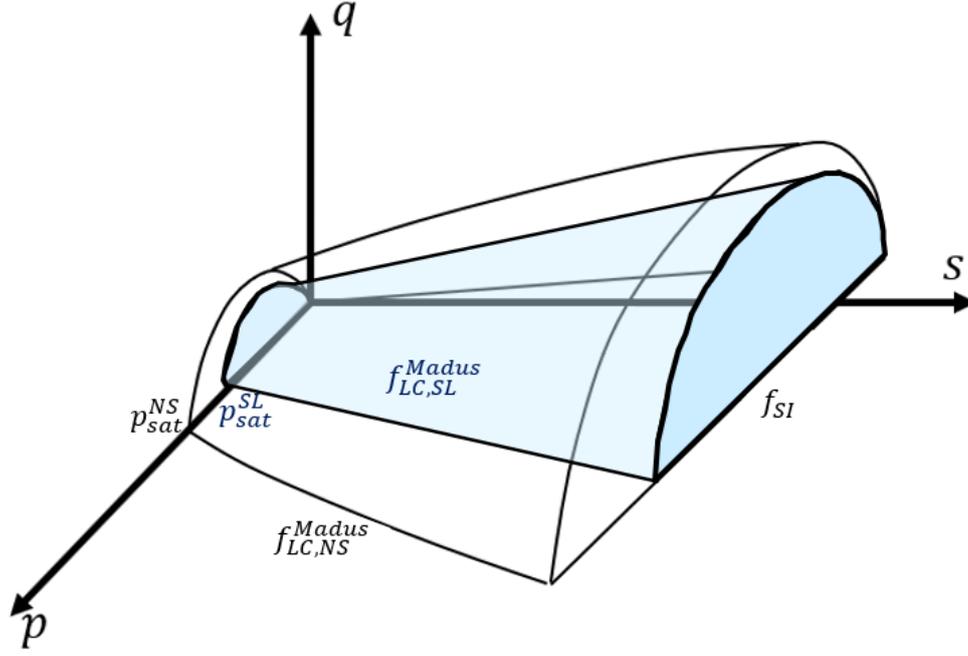


Figura 3.6 – Superfícies de escoamento do modelo MADUS *Sub-Loading*

$$F^{MADUS\_LC,NS}(p', q, s, p_m^{NS}) = (q - \alpha(p' + p_s))^2 - (M^2 - \alpha^2)(p' + p_s)(p_m^{NS} - p') \quad (3.17)$$

$$F^{MADUS\_LC,SL}(p', q, s, p_m^{SL}) = (q - \alpha(p' + p_s))^2 - (M^2 - \alpha^2)(p' + p_s)(p_m^{SL} - p') \quad (3.18)$$

$$F^{MADUS\_SI}(p', q, s, s_0) = s - s_0 \quad (3.19)$$

Em que  $p'$  é a tensão efetiva média,  $q$  é a tensão desvio,  $s$  é a sucção mátrica,  $p_m^{NS}$  é o parâmetro de estado que controla o tamanho da superfície normal de escoamento ( $F^{MADUS\_LC,NS}$ ),  $p_m^{SL}$  é o parâmetro de estado que controla o tamanho da superfície *sub-loading* ( $F^{MADUS\_LC,SL}$ ),  $\alpha$  é a medida do grau de anisotropia do solo,  $M$  é a inclinação da linha de estado crítico,  $p_s$  é a parcela de efeito coesivo produzido por acréscimo de sucção e  $s_0$  é a sucção de plastificação, ou seja, limite superior de sucção a partir do qual ocorreram deformações plásticas.

A extensão dos conceitos de *sub-loading* para a condição não saturada proposta por Pedroso (2006) pressupõe que o índice de vazios plástico ( $\rho$ ) é independente da sucção. No modelo MADUS *Sub-loading* o índice de vazios plástico ( $\rho_s$ ) é função da sucção ( $s$ ).

$$\rho_s = \rho + (\lambda - \lambda_s) \ln \frac{p^{SL}}{p^c} \quad (3.20)$$

Onde  $p^{SL}$  corresponde ao estado de tensão atual e  $p^c$  é a tensão líquida média em que a variação do índice de vazios  $e_A - e_B$  é igual a  $e_C - e_D$ . Já  $\lambda_s$  é o parâmetro do modelo BBM de enrijecimento da *NCL* devido a mudanças na sucção (Figura 3.7).

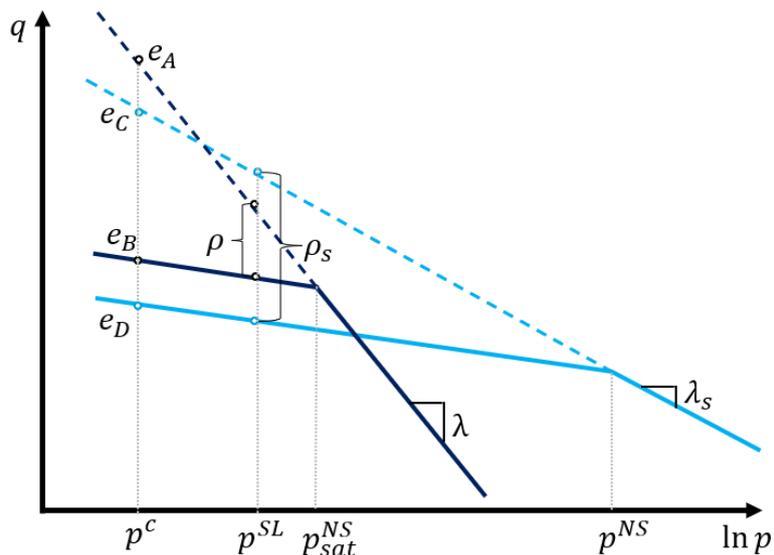


Figura 3.7 – Efeito da sucção no índice de vazios plástico (Cordão Neto *et al.*, 2009)

As leis de endurecimento foram definidas de forma que relacionem a deformação plástica ao tamanho e inclinação da superfície de escoamento, bem como desestruturação de solos cimentados. Dessa forma, utilizam-se as equações propostas no modelo *S-CLAY1S* e no *BBM* para compor as leis de endurecimento do modelo *MADUS Sub-loading*.

Além das leis de endurecimento supracitadas, um modelo de *sub-loading* precisa da definição de uma lei de endurecimento que considera deformações volumétricas plásticas associadas à superfície normal de escoamento e deformações volumétricas plásticas associadas a superfície *sub-loading* (Equação 3.16).

Outra lei de endurecimento foi incorporada ao modelo para simular o efeito de uma coesão adicional devido à elevada cimentação ( $s_B$ ) que pode ser encontrada em solos superadensados.

$$\delta s_B = -\mu_{s_B} s_B (|\delta \varepsilon_v^p| + \beta_{s_B} |\delta \varepsilon_d^p|) \quad (3.21)$$

Esta lei de endurecimento considera o acréscimo de cimentação ( $\delta s_B$ ) produzido pela deformação volumétrica plástica ( $\delta \varepsilon_v^p$ ) e pela deformação cisalhante plástica ( $\delta \varepsilon_d^p$ ) de acordo com os parâmetros  $\mu_{s_B}$  e  $\beta_{s_B}$ , respectivamente.

A Tabela 3.1 lista os parâmetros de calibração dos modelos *Cam-Clay Modificado*, *S-CLAY1*, *S-CLAY1S*, *Barcelona Basic Model* e *MADUS Sub-Loading*. Os parâmetros podem ser obtidos por meio da calibração de ensaios triaxiais e oedométricos, conforme apresentado no Capítulo 4.

Tabela 3.1 – Parâmetros de calibração dos modelos *Cam-Clay* Modificado, S-CLAY1, S-CLAY1S, Barcelona Basic Model e MADUS *Sub-Loading*

Modelo	Parâmetro
<i>Cam-Clay Modificado</i>	$M$ inclinação da CSL no espaço $p'-q$
	$p_0$ tensão de pré-adensamento
	$\lambda$ parâmetro de enrijecimento da NCL devido a mudanças na tensão líquida
	$\kappa$ parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na tensão líquida
	$\nu$ coeficiente de Poisson
	$e_0$ índice de vazios inicial
<i>S-CLAY1</i>	$\alpha$ medida do grau de plasticidade anisotrópica
	$p'_m$ tensão de pré-adensamento da superfície rotacionada
	$\mu$ controla a influência da deformação volumétrica plástica
	$\beta$ controla a influência da deformação cisalhante plástica
<i>S-CLAY1S</i>	$x_2$ medida de ligação entre as superfícies de escoamento
	$\mu_{x_2}$ controla a influência da deformação volumétrica plástica
	$\beta_{x_2}$ controla a influência da deformação cisalhante plástica
<i>Barcelona Basic Model</i>	$p_0^*$ tensão de pré-adensamento para condição saturada
	$p_s$ parcela de efeito coesivo produzido por acréscimo de sucção
	$\kappa_s$ parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na sucção
	$\lambda_s$ parâmetro de enrijecimento da NCL devido a mudanças na sucção
	$\omega$ parâmetro de calibração utilizado na lei de fluxo plástico
	$s$ sucção mátrica
	$s_0$ parâmetro de endurecimento da superfície de plastificação devido à sucção
<i>MADUS Sub-Loading</i>	$s_B$ resistência ao cisalhamento adicional devido a cimentação
	$\mu_{s_B}$ controla a influência da deformação volumétrica plástica
	$\beta_{s_B}$ controla a influência da deformação cisalhante plástica
	$\rho_s$ índice de vazios plástico em função da sucção
	$a_{sub}$ parâmetro de calibração do <i>sub-loading</i>

### 3.6 - OUTROS MODELOS CONSTITUTIVOS

O modelo desenvolvido por Pedroso e Farias (2011) apresenta uma modificação do BBM a fim de simplificar sua implementação computacional e permitir a simulação do comportamento elastoplástico durante os ciclos de carregamento mecânico e hidráulico. Neste modelo, três novos recursos foram adicionados:

- a adoção de uma superfície de escoamento única mais suave no espaço de tensão/sucção;
- a consideração de a influência do ângulo Lode, para considerar a influência da tensão principal intermediária na resistência;
- a aplicação de duas superfícies de escoamento, conceito de *sub-loading*, para representar o comportamento cíclico;

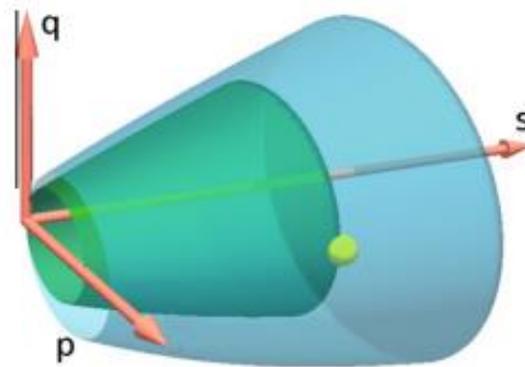


Figura 3.8 – Duas superfícies do BBM estendido (Pedroso e Farias, 2011)

Já o trabalho desenvolvido por Mendoza e Farias (2020) tentou modelar o comportamento de solos estruturados com base nos conceitos de estado crítico e *sub-loading*. Uma das propostas do modelo era conseguir representar uma transição suave de um estado pré-adensado para um estado normalmente adensado usando o conceito de *sub-loading*. Para isso, foi utilizado o modelo constitutivo *Sub-Loading Cam-Clay* (SCC) proposto por Pedroso (2006).

O modelo também foi aprimorado incluído as variáveis de densidade e estrutura e mudou a forma da superfície de escoamento no espaço  $p', q$  para se aproximar dos critérios de falha de Nakai e Matsuoka (1986) no estado crítico, usando um espaço de tensões modificado, denominado  $t_{ij}$ .

O modelo desenvolvido por Mendoza e Farias (2020) foi aplicado para simular testes de laboratório sob diferentes caminhos de tensão. Os resultados foram comparados com experimentos de diferentes tipos de solos estruturados e mostraram a capacidade e o potencial do modelo proposto.

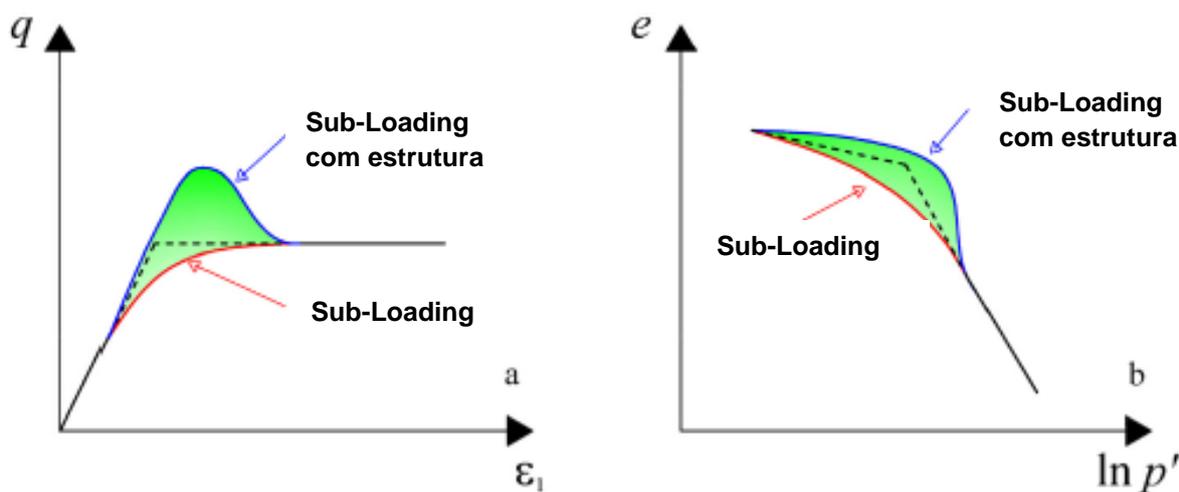


Figura 3.9 – Resposta esquemática do modelo de estado crítico para solos estruturados às condições de cisalhamento e compressão (Mendoza e Farias, 2020)

A dissertação de mestrado de Gallego-Herrera, 2012, apresenta uma simulação numérica do comportamento hidromecânico de um rejeito de mineração susceptível a liquefação estática. Neste trabalho, um modelo constitutivo foi elaborado com baseado em conceitos avançados de plasticidade com *sub-loading*, conforme descrito em Pedroso (2006). Este modelo foi implementado no programa de elementos finitos ALLFINE, desenvolvido por Farias (1993) e atualizado por Cordão-Neto (2005).

Um novo modelo constitutivo para solos não saturados foi desenvolvido por Cordão Neto *et al.* (2017), em que duas novas variáveis de estado são incluídas no modelo *Cam-Clay* Modificado para incorporar a influência das mudanças na distribuição do tamanho dos poros no comportamento mecânico de solos não saturados. A primeira permite capturar a influência das mudanças de grandes poros no comportamento mecânico, já a segunda é adicionada para reproduzir os efeitos de sucção.

O modelo constitutivo *NorSand* (Jefferies, 1993) foi desenvolvido durante as décadas de 80 e 90 com base na experiência adquirida com a construção de estruturas de areia. O modelo utiliza os conceitos de estado crítico do solo para tentar simular o comportamento de areias soltas e densas, em condições drenadas e não drenadas, e da ocorrência de liquefação estática durante a construção dessas estruturas. O *NorSand* também pode ter um bom desempenho para outras gradações de solo, como siltes e rejeitos.

Um conceito importante utilizado no modelo *NorSand* é o parâmetro de estado  $\psi$  (Been e Jefferies, 1985), definido como a distância entre o índice de vazios do solo e o índice de vazios projetado em sua linha de estado crítico, considerando o mesmo estado de tensão.

Quando  $\psi > 0$  indica um solo mais fofo que geralmente se contrai quando cisalhado, já  $\psi < 0$  indica um solo mais denso que geralmente dilata quando cisalhado.

Da mesma forma, que o modelo *Cam-Clay*, o *NorSand* usa a razão de estado crítico ( $M_i$ ) e a tensão de pré-adensamento para controlar a forma e o tamanho de sua superfície de escoamento. A superfície do *NorSand* adota uma forma semelhante ao modelo *Cam-Clay* original. O modelo também utiliza um *cap* (limite interno) que está relacionado à razão de tensão limite ( $\eta_L$ ) e controla a dilatação máxima admissível.

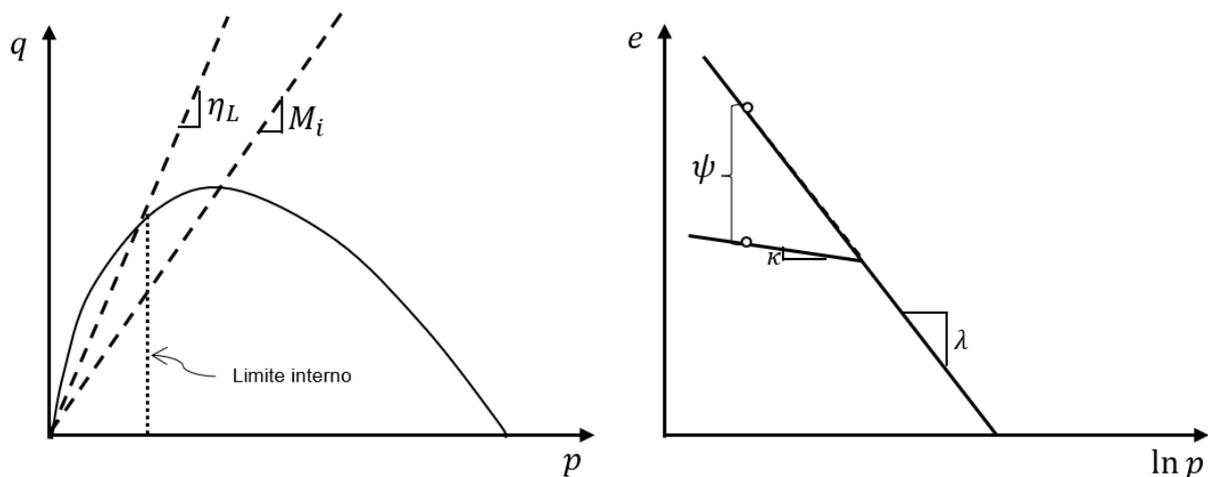


Figura 3.10 – Representação da superfície de escoamento do modelo *NorSand* e do parâmetro de estado  $\psi$  (Adaptado de Jefferies e Been, 2016).

Por fim, o modelo denominado CASM, *Clay and Sand Model* (Yu, 1998), é um modelo constitutivo de estado crítico simples e que pode ser aplicado para material com comportamento argiloso ou arenoso. O CASM utiliza como base os conceitos do modelo *Cam-Clay*, mas é reformulado em termos do parâmetro de estado  $\xi$ , que é definido como a distância vertical entre o estado atual e a linha de estado crítico (CSL) no espaço  $v, \ln(p)$ .

A Equação 3.22 apresenta a relação que descreve a superfície de escoamento do modelo CASM.

$$F^{CASM}(p', q, \xi) = \left(\frac{q}{Mp'}\right)^n + \frac{\xi}{\xi_R} - 1 \quad (3.22)$$

em que  $n$  é uma nova constante do material que normalmente varia entre um e cinco e  $\xi_r$  é o parâmetro de estado de referência que indica a distância entre a CSL e a linha de referência (NCL),  $p'$  é a tensão efetiva média,  $q$  é a tensão desvio,  $M$  é a inclinação da linha de estado crítico.

O parâmetro de estado  $\xi_r$  varia de acordo com a razão de espaço, indicado na Figura 3.11. Já a Figura 3.12 ilustra a superfície de escoamento do modelo CASM considerando a razão de espaço  $r = 5$  para alguns valores da constante do material  $n$ .

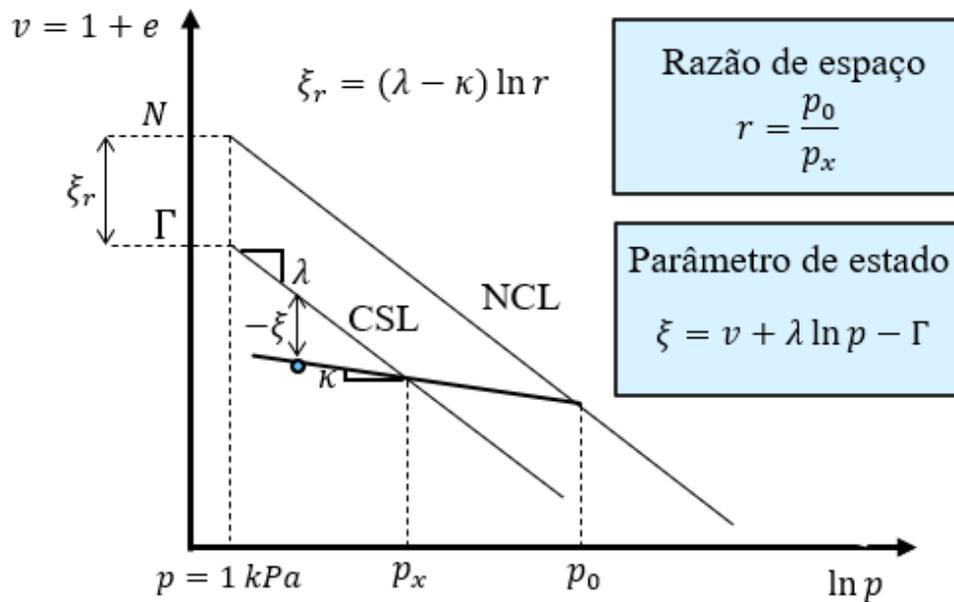


Figura 3.11 – Representação do parâmetro de estado e da razão de espaço do modelo CASM (Yu, 1998)

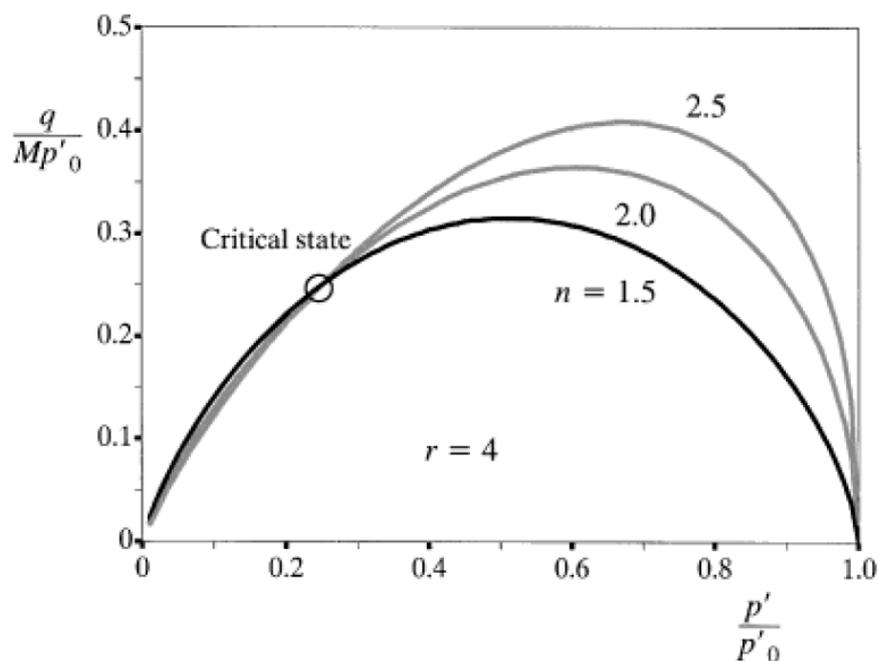


Figura 3.12 – Representação da superfície de escoamento do modelo CASM (Yu, 1998)

O uso de análises tensão-deformação para avaliar barragens de rejeitos expostas a eventos de liquefação estão cada vez mais comuns. O trabalho proposto por Mánica *et al.* (2022) apresenta uma implementação do modelo CASM, capaz de representar a liquefação estática.

A formulação do modelo deste trabalho é elaborada para mostrar que todas as entradas necessárias podem ser relacionadas a conceitos familiares, como a linha de estado crítico, o parâmetro de estado, a razão de resistência não drenada ou o coeficiente de empuxo passivo. A metodologia foi ilustrada pela análise do rompimento da barragem de rejeitos de Merriespruit, que ocorreu na África do Sul em 1994.

#### 4 - AVALIAÇÃO E APLICAÇÃO DE MODELOS DE ESTADO CRÍTICO

Alguns modelos de estado crítico apresentados no capítulo anterior foram aplicados para verificar se conseguem representar o comportamento do solo observado em ensaios de laboratório. Um comparativo foi realizado indicando as vantagens e desvantagens de cada modelo. Além disso, uma simplificação do modelo MADUS *Sub-loading* foi implementado em um programa de elementos finitos, SIGMA/W, por meio de uma *dll* (*dynamic link library*) utilizando a linguagem de programação C#.

##### 4.1 - AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS MODELOS DE ESTADO CRÍTICO APLICADOS NA ANÁLISE DE ENSAIOS DE LABORATÓRIO

Inicialmente, o modelo *Cam-Clay* Modificado (Roscoe *et al.*, 1963) foi aplicado para tentar simular os resultados obtidos de ensaios de compressão triaxial apresentados por Futai (2002) e Futai e Lacerda (2004). As amostras foram coletadas em um poço de exploração na profundidade de um metro localizado na Bacia do Rio Maracujá, situada no distrito de Santo Antônio do Leite do município de Ouro Preto, Minas Gérias.

A profundidade de um metro foi selecionada por apresentar um solo argiloso plástico, podendo ser normalmente adensado ou pré-adensado, a depender a tensão confinante aplicada no ensaio triaxial. A Tabela 4.1 apresenta os resultados dos ensaios de caracterização, limites de Atteberg, granulometria por peneiramento e sedimentação, realizados no material supracitado.

Tabela 4.1 – Resultados dos ensaios de caracterização, Bacia do Rio Maracujá, um metro de profundidade (Adaptado de Futai, 2002, Futai e Lacerda, 2004)

Limites de Atteberg			Granulometria com defloculante (%)				Granulometria sem defloculante (%)	
LL	LP	IP	Argila	Silte	Areia	Pedr.	Silte	Areia
57,1	28,1	29,0	46	9	44	1	28	71

A seguir, estão ilustrados os resultados dos ensaios de compressão triaxial isotrópico drenado (CID) e não drenado (CIU) de amostras de solo intactas. Vários corpos de prova foram ensaiados com diferentes valores de tensão confinante aplicada. São apresentados os gráficos tensão-deformação, as trajetórias de tensão, a relação entre a deformação axial com a deformação volumétrica para o ensaio CID, o excesso de poropressão para o ensaio CIU e a relação entre o índice de vazios e a tensão efetiva média.

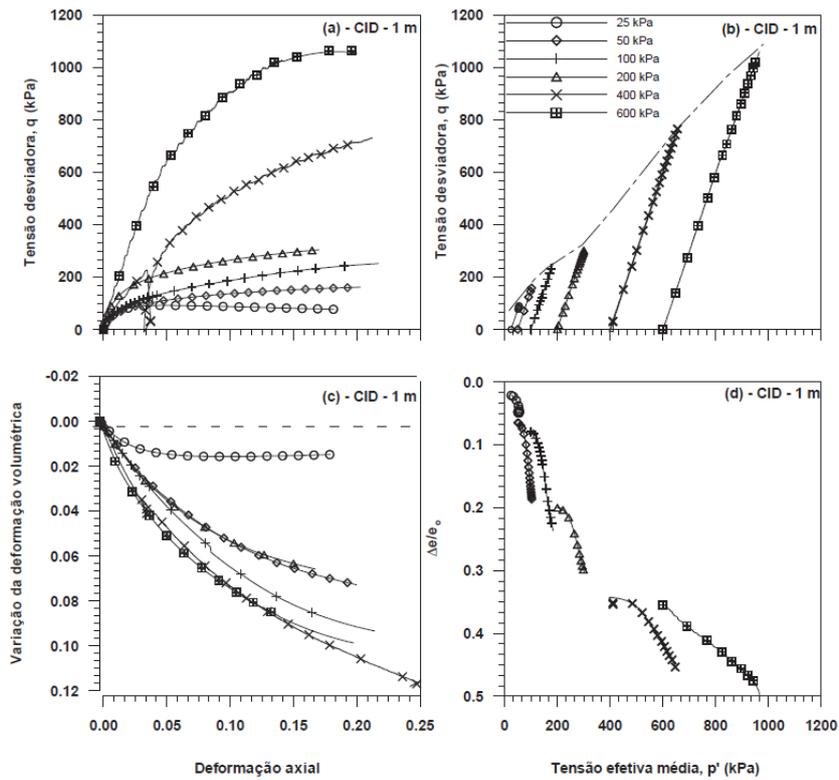


Figura 4.1 - Ensaio triaxiais CID do solo intacto de 1,0 m de profundidade (Futai, 2002, Futai e Lacerda, 2004)

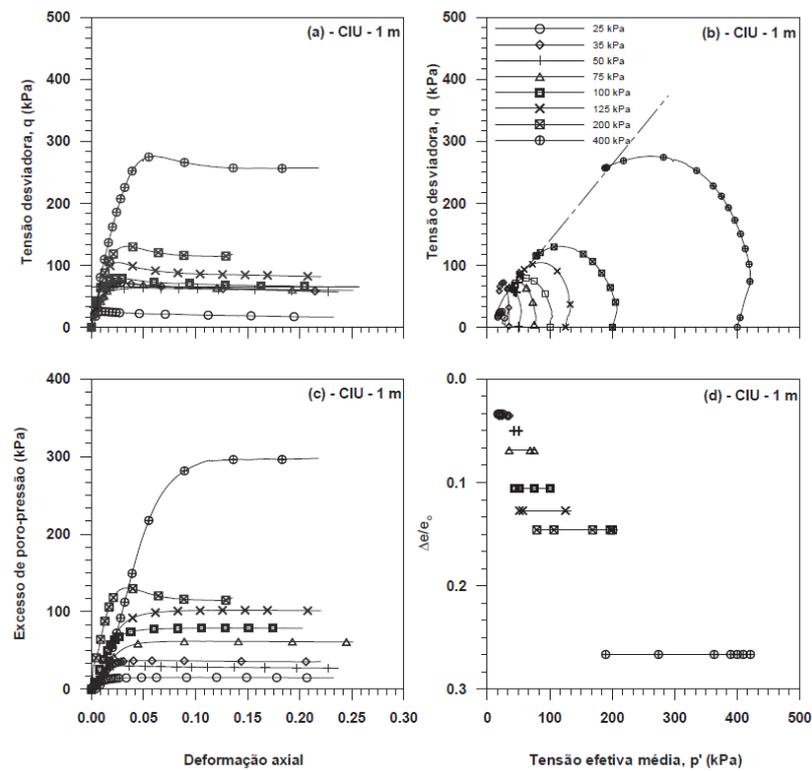


Figura 4.2 - Ensaio triaxiais CIU do solo intacto de 1,0 m de profundidade (Futai, 2002, Futai e Lacerda, 2004)

Um ensaio oedométrico do material intacto com um metro de profundidade também foi realizado. O resultado deste ensaio permitiu obter o índice de vazios da amostra de acordo com a tensão confinante aplicada. Inicialmente, utilizando o modelo *Cam-Clay* Modificado (MCC), uma calibração foi realizada para definir os parâmetros de estado do modelo. A Figura 4.3 ilustra o resultado da melhor calibração em comparação com os dados do ensaio. Os parâmetros são apresentados na Tabela 4.2.

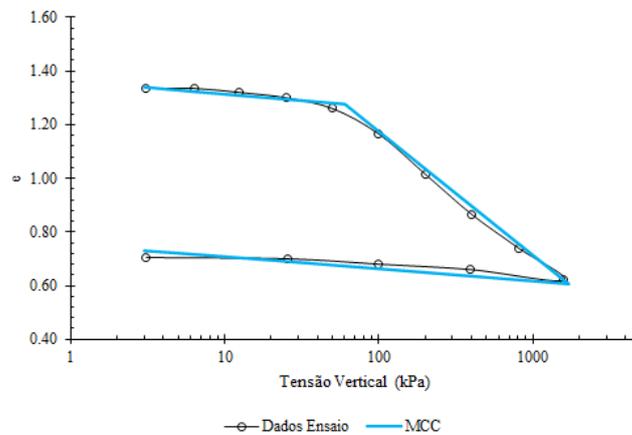


Figura 4.3 – Resultado calibração ensaio oedométrico, MCC

Considerando os conceitos de modelos de estado crítico com *sub-loading*, uma nova calibração foi realizada de maneira comparativa, em que foi possível obter um melhor ajuste dos dados do ensaio. Esta nova calibração está apresentada na Figura 4.4. Novamente os parâmetros são apresentados na Tabela 5.2. É possível observa uma leve melhora no ajuste, próximo a região de maior inflexão da curva, que corresponde à tensão de pré-adensamento. Observa-se que a tensão de pré-adensamento resultante da calibração do modelo MCC com *sub-loading* é similar ao valor proposto pelas soluções gráficas de Casagrande (1936) e Pacheco Silva (1970).

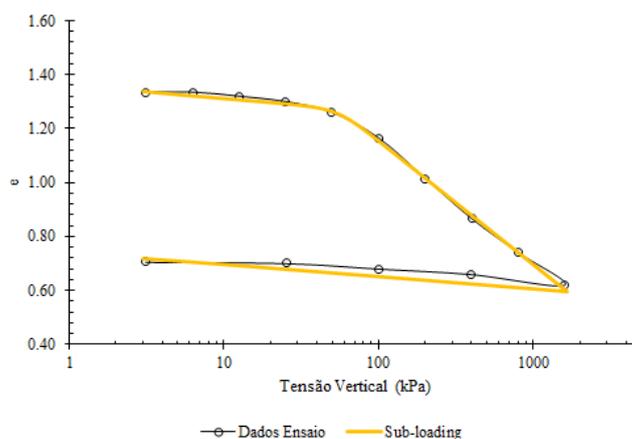


Figura 4.4 – Resultado calibração ensaio oedométrico, MCC com *sub-loading*

Tabela 4.2 - Resultado calibração ensaio oedométrico, um metro de profundidade

Modelo	$a_{sub}$	$M$	$p_0$ (kPa)	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$e_0$
MCC	-	1.20	60	0.20	0.020	0.35	1.34
MCC <i>sub-loading</i>	$10^4$	1.20	100	0.20	0.020	0.35	1.34

Considerando os resultados da calibração do ensaio oedométrico, foi realizado um ajuste dos resultados dos ensaios triaxiais ilustrados na Figura 4.1 e Figura 4.2, considerando apenas os parâmetros do modelo MCC. A Tabela 4.3 sintetiza o resultado desta calibração. Destaca-se que foi realizada a melhor calibração para cada trajetória e da relação tensão-deformação obtida a partir de diferentes valores de tensão confinante ( $\sigma_3$ ). Dessa forma, valores diferentes dos parâmetros  $M$ ,  $\lambda$  e  $\kappa$  foram obtidos, porém estes não deveriam depender do estado de tensão do material.

Tabela 4.3 – Resultado calibração ensaio triaxial, MCC

Ensaio	$\sigma_3$ (kPa)	$M$	$p_0$ (kPa)	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$e_0$
CIU	50	1.20	100	0.10	0.020	0.35	1.26
	100	1.35	100	0.10	0.025	0.35	1.16
	200	1.17	200	0.20	0.045	0.35	1.02
	400	1.12	400	0.21	0.065	0.35	0.87
CID	50	1.37	100	0.06	0.007	0.35	1.26
	100	1.26	100	0.07	0.007	0.35	1.16
	200	1.04	200	0.07	0.006	0.35	1.02
	400	1.20	400	0.2	0.010	0.35	0.87

A Figura 4.5 e a Figura 4.6 ilustram de forma gráfica o resultado da calibração do MCC para o ensaio CIU e CID, respectivamente, em que é mostrado a relação tensão-deformação, as trajetórias de tensão do ensaio CIU e a relação deformação axial com deformação volumétrica do ensaio CID. O resultado desta primeira calibração permitiu avaliar o desempenho do modelo de estado crítico *Cam-Clay* Modificado ao tentar descrever o comportamento do solo tropical da Bacia do Rio Maracujá apresentado por Futai (2002) e Futai e Lacerda (2004).

Para o ensaio CIU (Figura 4.5), as trajetórias de tensão puderam ser representadas de forma satisfatória, assim como a relação tensão-deformação até a resistência de pico. Após este ponto, a queda de resistência, devido à uma possível desestruturação do material, não pôde ser representada, em que um patamar constante é obtido na calibração do modelo MCC.

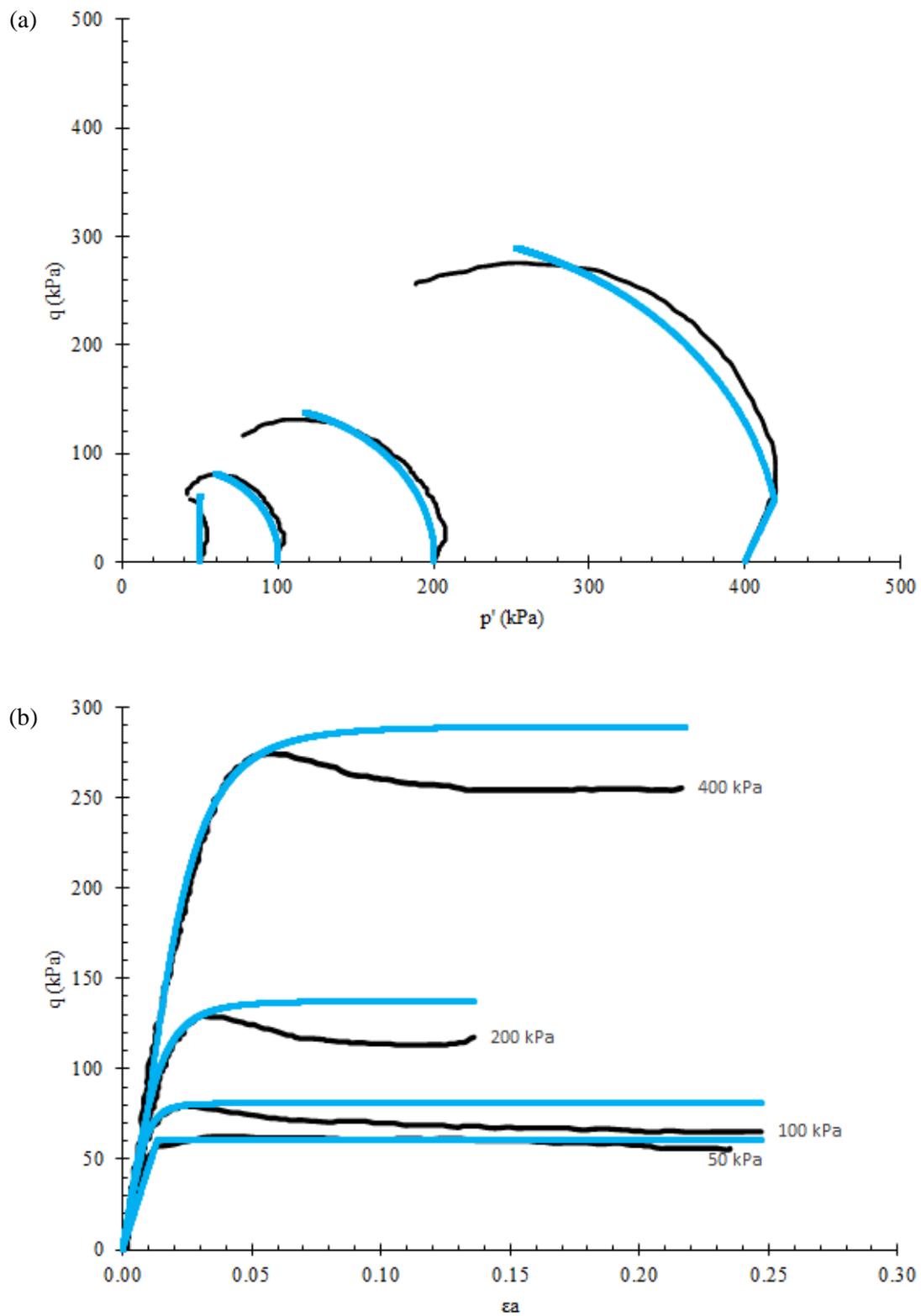


Figura 4.5 – Ensaio CIU, resultado calibração MCC, trajetórias de tensão (a) e relação tensão-deformação (b)

Importante mencionar que a calibração foi realizada utilizando o modelo MADUS *Sub-Loading* (Cordão Neto *et al.*, 2009) considerando apenas os parâmetros do modelo MCC, em que as outras funcionalidades do modelo estavam desligadas. Os gráficos que relacionam a deformação axial com a poropressão não puderam ser representados, porque a versão do modelo MADUS *Sub-Loading* utilizada não apresenta a poropressão como saída do programa.

Já para o ensaio CID (Figura 4.6), a relação tensão-deformação também pôde ser representada de forma satisfatória, exceto para a tensão confinante de 400 kPa. Neste ensaio, houve um afastamento da relação tensão-deformação a elevadas tensões, em que a calibração resultou em valores de tensão desvio inferiores para o mesmo valor de deformação axial. Além disso, o modelo MCC possui o comportamento elástico linear no descarregamento e no recarregamento, conforme observado no ensaio de tensão confinante de 400 kPa.

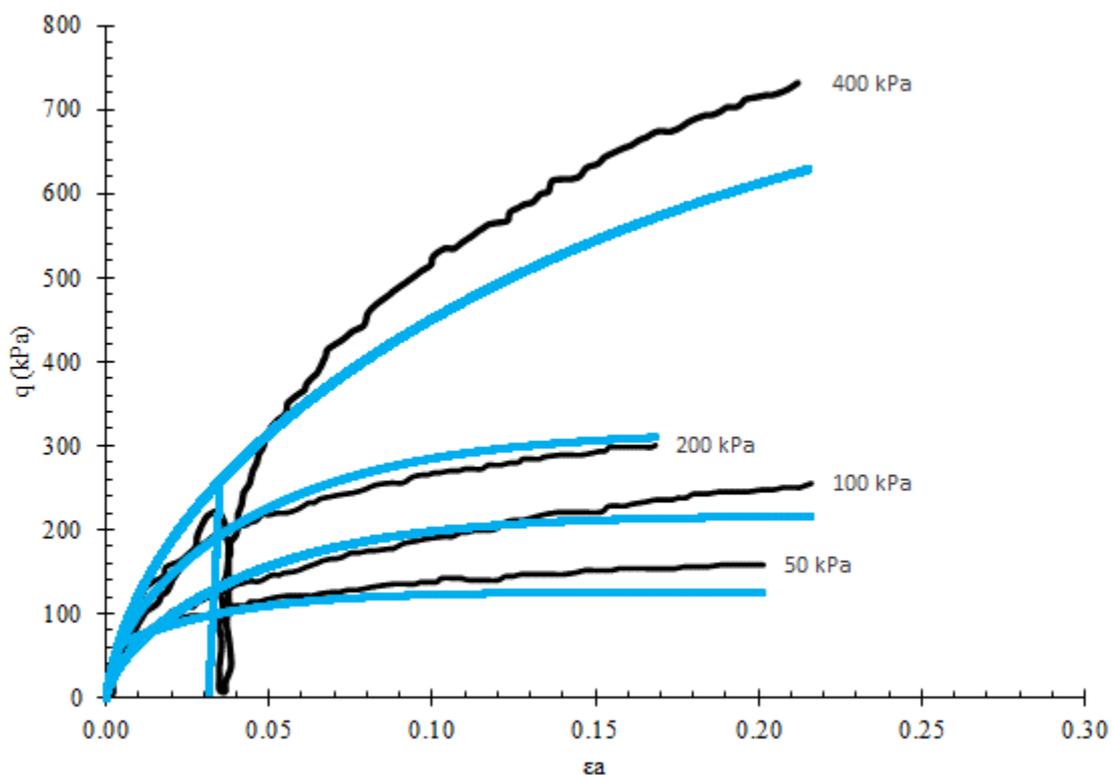


Figura 4.6 – Ensaio CID, resultado calibração MCC, relação tensão-deformação

Os resultados do ensaio CID para a relação entre a deformação volumétrica e a deformação axial não foi possível de ser reproduzido (Figura 4.7). Observa-se que os ensaios mostraram resultados inconsistentes, em que ocorreu mais deformação para os ensaios realizados com tensão confinante de 50 e 100 kPa quando comparado com a tensão de 200 kPa.

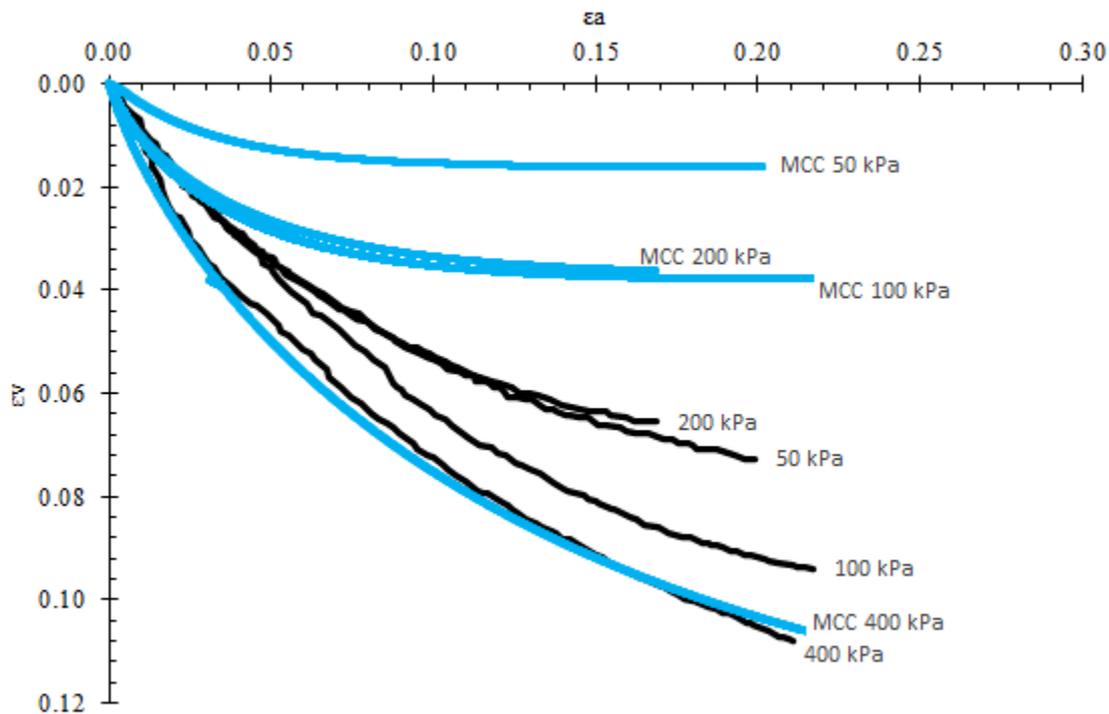


Figura 4.7 – Ensaio CID, resultado calibração MCC, relação tensão-deformação

A partir da primeira calibração dos ensaios triaxiais, foram definidos valores médios para os parâmetros  $M$ ,  $\lambda$  e  $\kappa$  indicados na Tabela 4.4. Dessa forma, novas trajetórias e gráficos tensão-deformação foram encontrados. Estes estão ilustrados na Figura 4.8 e na Figura 4.9.

Tabela 4.4 – Resultado calibração ensaio triaxial, MCC Valores médios

Ensaio	$\sigma_3$ (kPa)	$M$	$p_0$ (kPa)	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$e_0$
CIU	50	1.20	100	0.12	0.020	0.35	1.26
	100	1.20	100	0.12	0.020	0.35	1.16
	200	1.20	200	0.12	0.020	0.35	1.02
	400	1.20	400	0.12	0.020	0.35	0.87
CID	50	1.20	100	0.12	0.020	0.35	1.26
	100	1.20	100	0.12	0.020	0.35	1.16
	200	1.20	200	0.12	0.020	0.35	1.02
	400	1.20	400	0.12	0.020	0.35	0.87

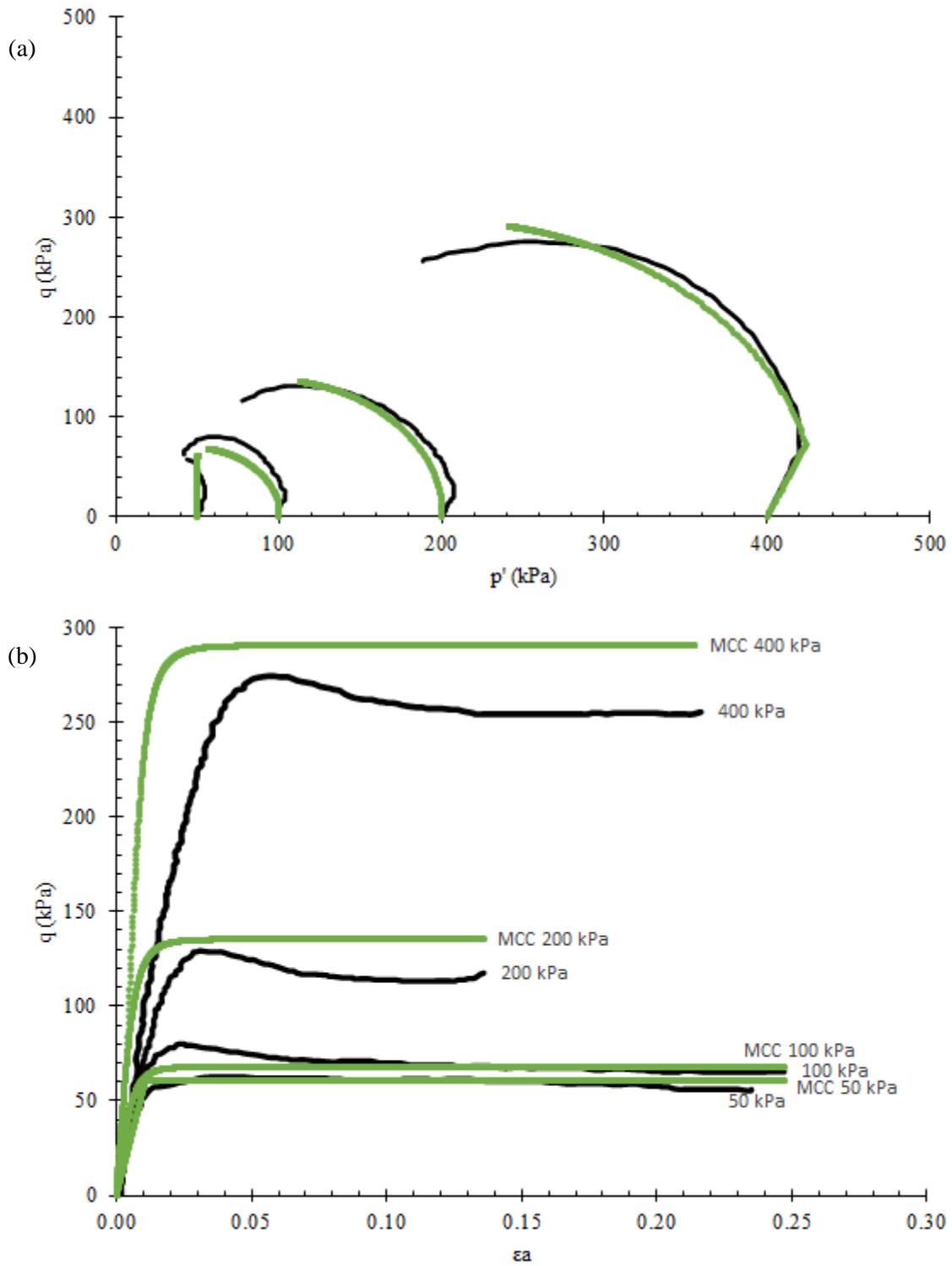


Figura 4.8 – Ensaio CIU, resultado calibração MCC valores médios, trajetórias de tensão (a) e relação tensão-deformação (b)

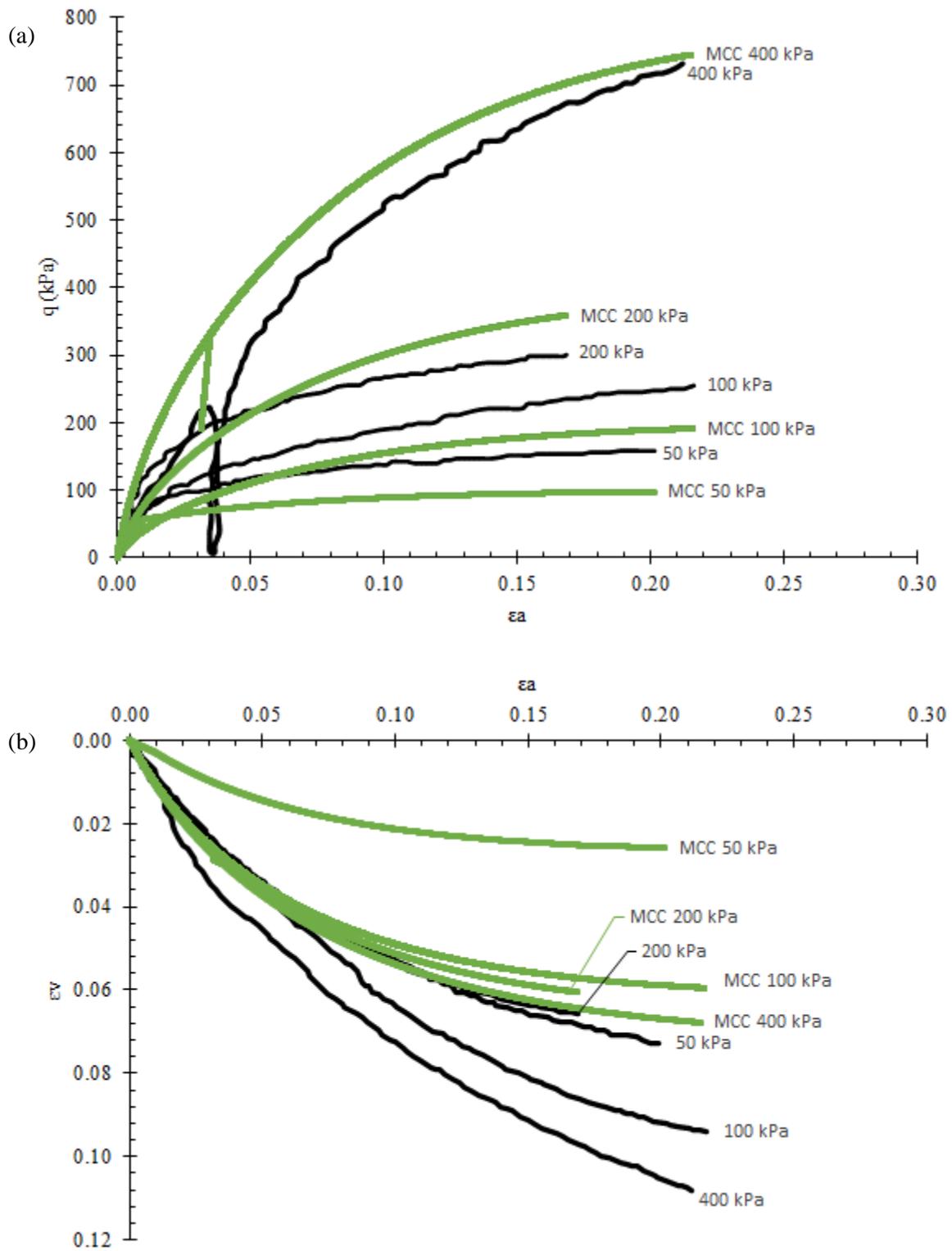


Figura 4.9 - Ensaio CID, resultado calibração MCC valores médios, relação deformação axial com deformação volumétrica (b) e tensão-deformação (a)

Os resultados da calibração considerando valores médios dos parâmetros  $M$ ,  $\lambda$  e  $\kappa$  não conseguiu reproduzir todos os comportamentos simultaneamente, principalmente para valores de tensão mais elevados. Outras tentativas foram realizadas variando os valores médios, mas nenhuma melhorou consideravelmente o resultado da análise apresentada anteriormente.

Por fim, uma terceira calibração foi realizada para tentar reproduzir o comportamento pós pico da relação tensão-deformação do ensaio CIU. Com esse objetivo, foram empregados os conceitos de cimentação e estruturação do modelo *S-CLAY1S*. A Tabela 4.5 indica o resultado dessa calibração e as variáveis do modelo que foram utilizadas.

Tabela 4.5 – Resultado calibração ensaio triaxial, S-CLAY1S

Ensaio	$\sigma_3$ (kPa)	$M$	$p_{mi}$ (kPa)	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$e_0$	$x_2$	$\mu_{x2}$	$\beta_{x2}$
CIU	100	1.35	50	0.100	0.020	0.35	1.16	1.0	2.0	1.0
	200	1.17	101	0.200	0.045	0.35	1.02	1.0	3.0	1.5
	400	1.12	285	0.205	0.065	0.35	0.87	0.4	3.0	1.8

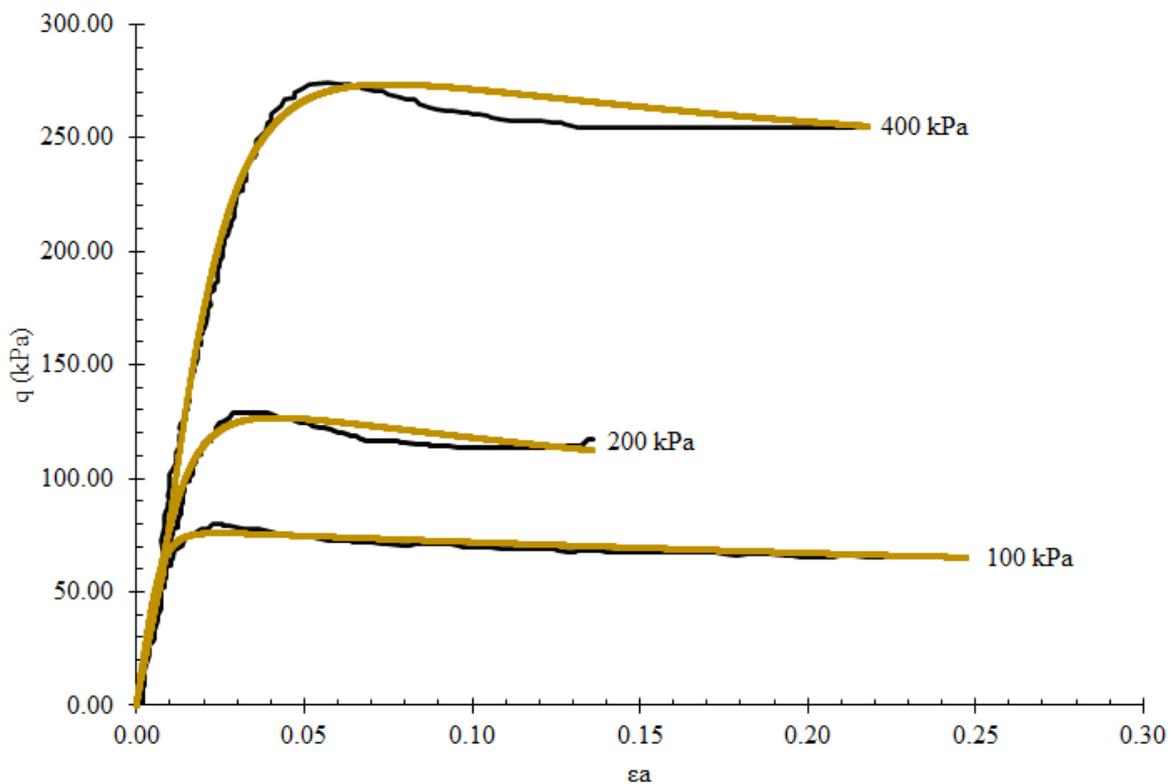


Figura 4.10 – Ensaio CIU, resultado calibração *S-CLAY1S*, relação tensão-deformação

Após a realizar o melhor ajuste para cada corpo de prova, uma nova calibração foi feita considerando os valores médios, com objetivo de uniformizar as características do solo solicitado a diferentes níveis de tensão e carregamento. Os resultados estão apresentados na Tabela 4.6 e na Figura 4.11.

Tabela 4.6 – Resultado calibração ensaio triaxial *S-CLAYIS*, valores médios

Ensaio	$\sigma_3$ (kPa)	$M$	$p_{mi}$ (kPa)	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$e_0$	$x_2$	$\mu_{x2}$	$\beta_{x2}$
CIU	100	1.18	50	0.200	0.040	0.35	1.16	1.0	2.0	1.5
	200	1.18	101	0.200	0.040	0.35	1.02	1.0	2.0	1.5
	400	1.18	285	0.200	0.040	0.35	0.87	1.0	2.0	1.5

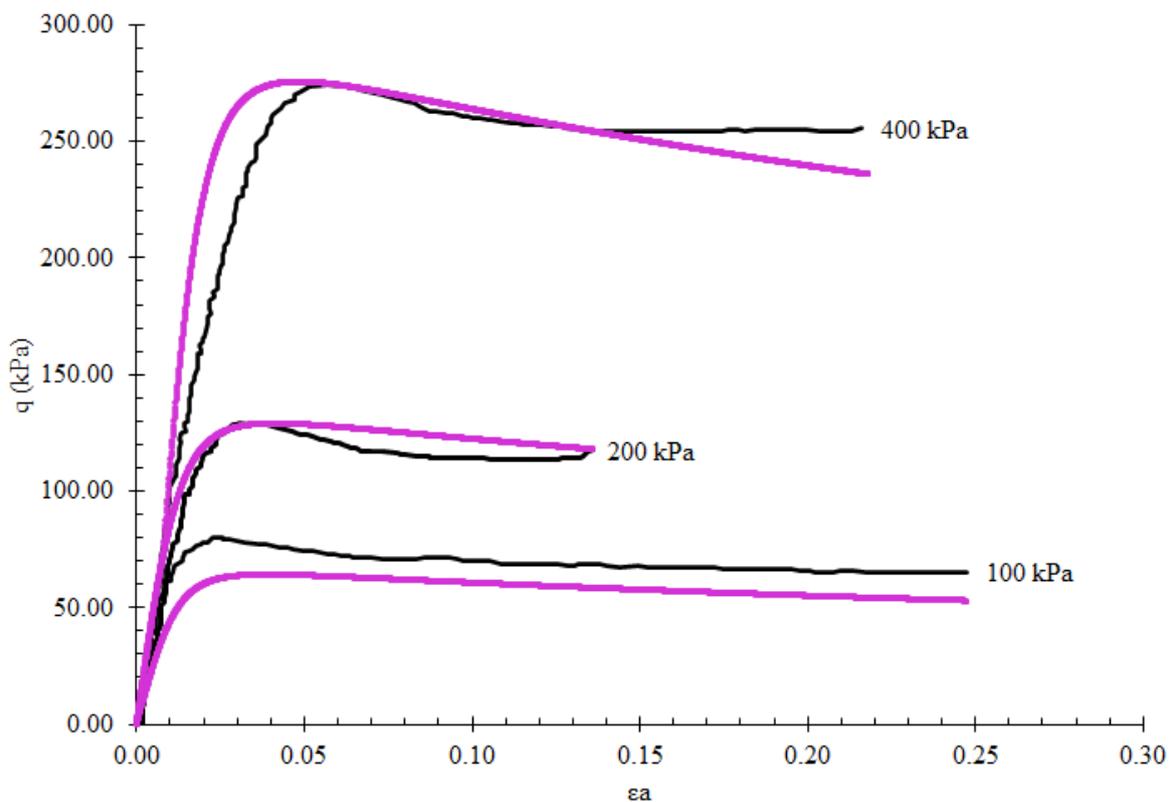


Figura 4.11 - Ensaio CIU, resultado calibração *S-CLAYIS*, relação tensão-deformação, valores médios

Conforme mencionado, os resultados do ensaio CID foram inconsistentes e não puderam ser bem representados na calibração considerando o modelo MCC. Dessa forma, não foram realizadas tentativas de calibração do resultado do ensaio considerando o modelo *S-CLAYIS*.

A seguir, será apresentado o trabalho desenvolvido por Rotta *et al.* (2003), que simulou a formação de um depósito sedimentar cimentado. Neste estudo foram realizados ensaios de compressão isotrópica em laboratório, utilizando corpos de prova cimentados artificialmente com teores de cimento variáveis.

Inicialmente, as amostras não cimentadas, ISO(0), foram consolidadas até atingir a linha de compressão normal, as amostras foram curadas por 48 horas antes do teste. As tensões de confinamento variaram de 50 a 2000 kPa, com objetivo de representar elementos do solo em diferentes profundidades no depósito sedimentar fictício com cimentação.

A Figura 4.12 ilustra os resultados dos ensaios de compressão isotrópica. A identificação dos ensaios segue a nomenclatura geral ISO(x)y-z, onde x é o teor de cimento, y é a tensão de confinamento e z é a tensão isotrópica máxima atingida no ensaio.

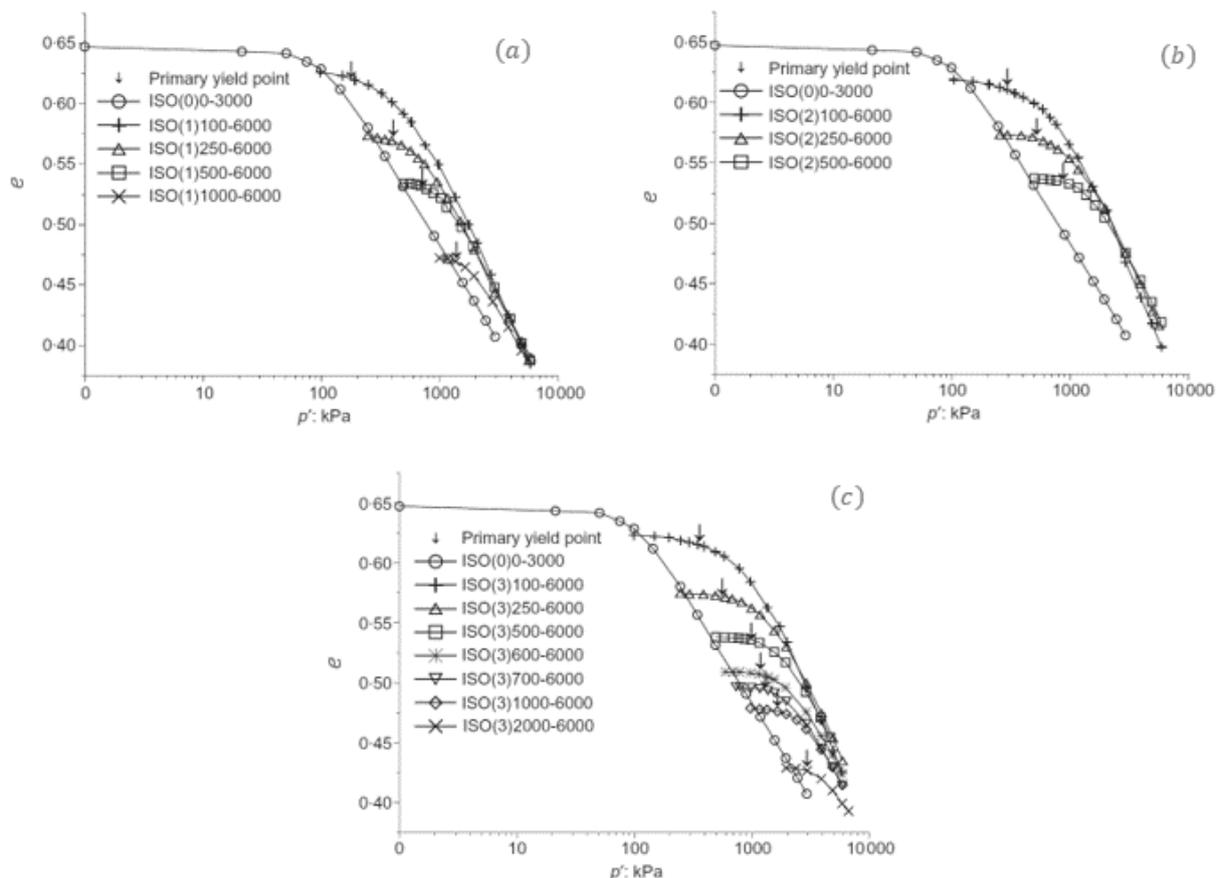


Figura 4.12 – Resultados ensaios de compressão isotrópica para (a) 1%, (b) 2% e (c) 3% de teor de cimento (adaptado de Rotta *et al.*, 2003)

O trabalho conseguiu verificar a contribuição das ligações de cimento para a compressão do solo e as mudanças na tensão isotrópica em função do índice de vazios e do teor de cimento.

Os resultados também mostraram a importância do índice de vazios durante a formação de ligações de cimento e do grau de cimentação para o comportamento compressivo do solo cimentado.

A partir desses resultados, uma calibração dos parâmetros foi realizada utilizando os modelos MADUS *Sub-Loading* e S-CLAYIS, considerando os resultados dos ensaios de compressão isotrópica para solo com um por cento de teor de cimento. A Figura 4.13 e a Tabela 4.7 apresentam o resultado da calibração.

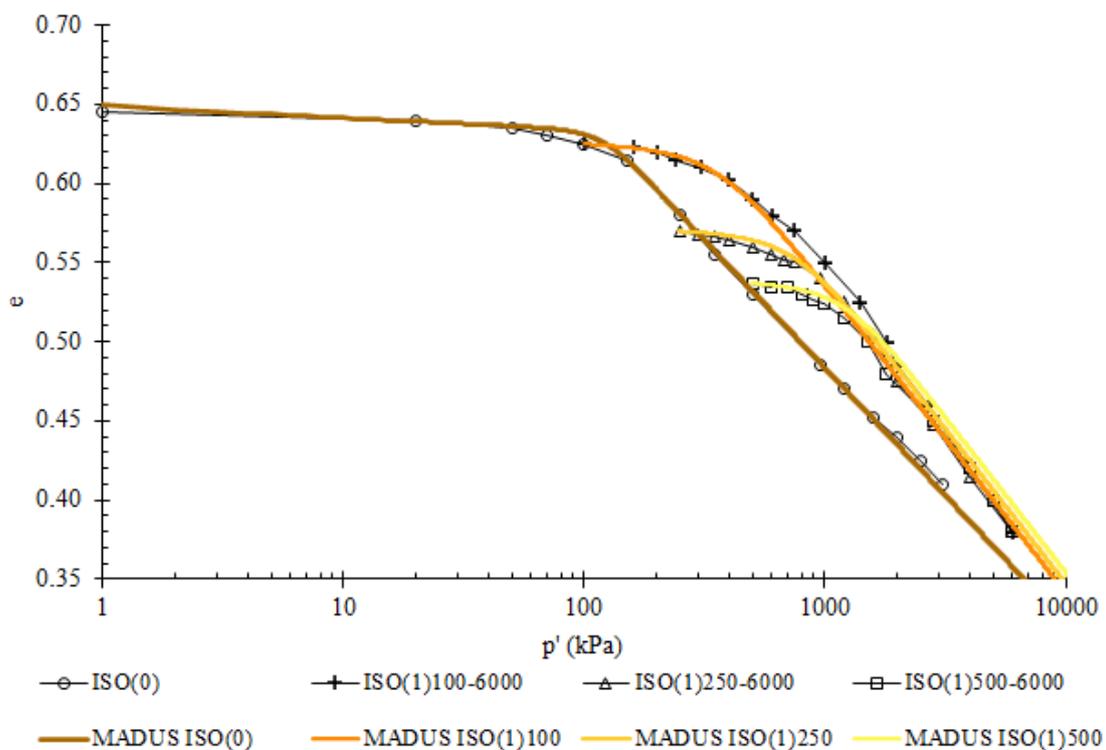


Figura 4.13 – Resultado calibração solo com um por cento de teor de cimento, índice de vazios ( $e$ ) por tensão média efetiva ( $p'$ )

Tabela 4.7 – Resultado calibração solo com um por cento de teor de cimento, parâmetros

Ensaio	$\sigma_3$ (kPa)	$M$	$p_{mi}$ (kPa)	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$e_0$	$S_b$ (kPa)	$x_2$	$\mu_{x2}$	$\beta_{x2}$	$a_{sub}$
ISO(0)	1	1,20	190	0,07	0,003	0.35	0,650	0	0	0	0	$8 \cdot 10^4$
ISO(1)100-6000	100	1,20	190	0,07	0,003	0.35	0,625	50	25	4	0	$8 \cdot 10^4$
ISO(1)250-6000	250	1,20	190	0,07	0,003	0.35	0,570	0	25	4	0	$3 \cdot 10^5$
ISO(1)500-6000	500	1,20	190	0,07	0,003	0.35	0,535	0	25	4	0	$8 \cdot 10^5$

O resultado da calibração mostrou-se satisfatório, em que foi possível reproduzir o resultado do ensaio considerando os efeitos de cimentação e do *sub-loading*. Observa-se que no ensaio ISO(1)100-6000 foi considerado o efeito de uma coesão adicional devido à elevada cimentação ( $s_B$ ) que pode ser encontrada em solos superadensados. Além disso, o efeito do *sub-loading* foi essencial para otimizar o resultado da calibração.

#### 4.2 - IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO CONSTITUTIVO

Este item será destinado a implementação de uma versão simplificada do modelo MADUS *Sub-Loading* no programa de elementos finitos para análise tensão-deformação de problemas geotécnicos SIGMA/W, da empresa GeoStudio. A implementação foi realizada por meio de uma *dll* (*dynamic link library*) utilizando a linguagem de programação C# orientada a objetos (Araújo, 2020).

O Método dos Elementos Finitos (Clough e Woodward, 1967) permite discretizar a massa de solo em unidades chamadas de elementos, que são interligados por seus nós. Cada elemento possui nós, onde são calculados e armazenados deslocamentos, poropressões, entre outras variáveis de acordo com as condições de contorno impostas (Zienkiewicz e Taylor, 2000). A Figura 4.14 ilustra os termos supracitados para um elemento com quatro nós. Este foi utilizado na análise de elementos finitos que será apresentada neste item.

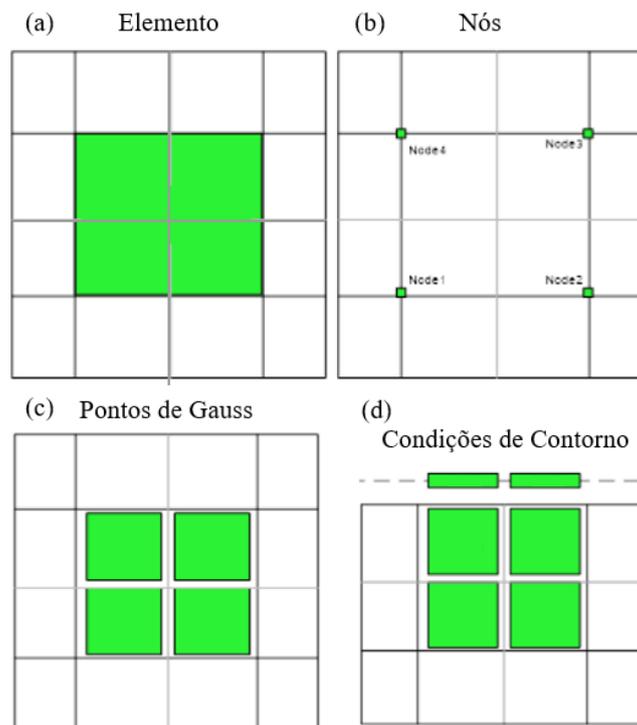


Figura 4.14 – Elemento (a), nós (b), pontos de Gauss (c) e condições de contorno (d)

O fluxograma básico para o solucionador do *software* SIGMA/W é indicado na Figura 4.15. Os dois métodos *FormConstitutiveMatirx* e *UpdateStresses* devem existir dentro de um modelo constitutivo.

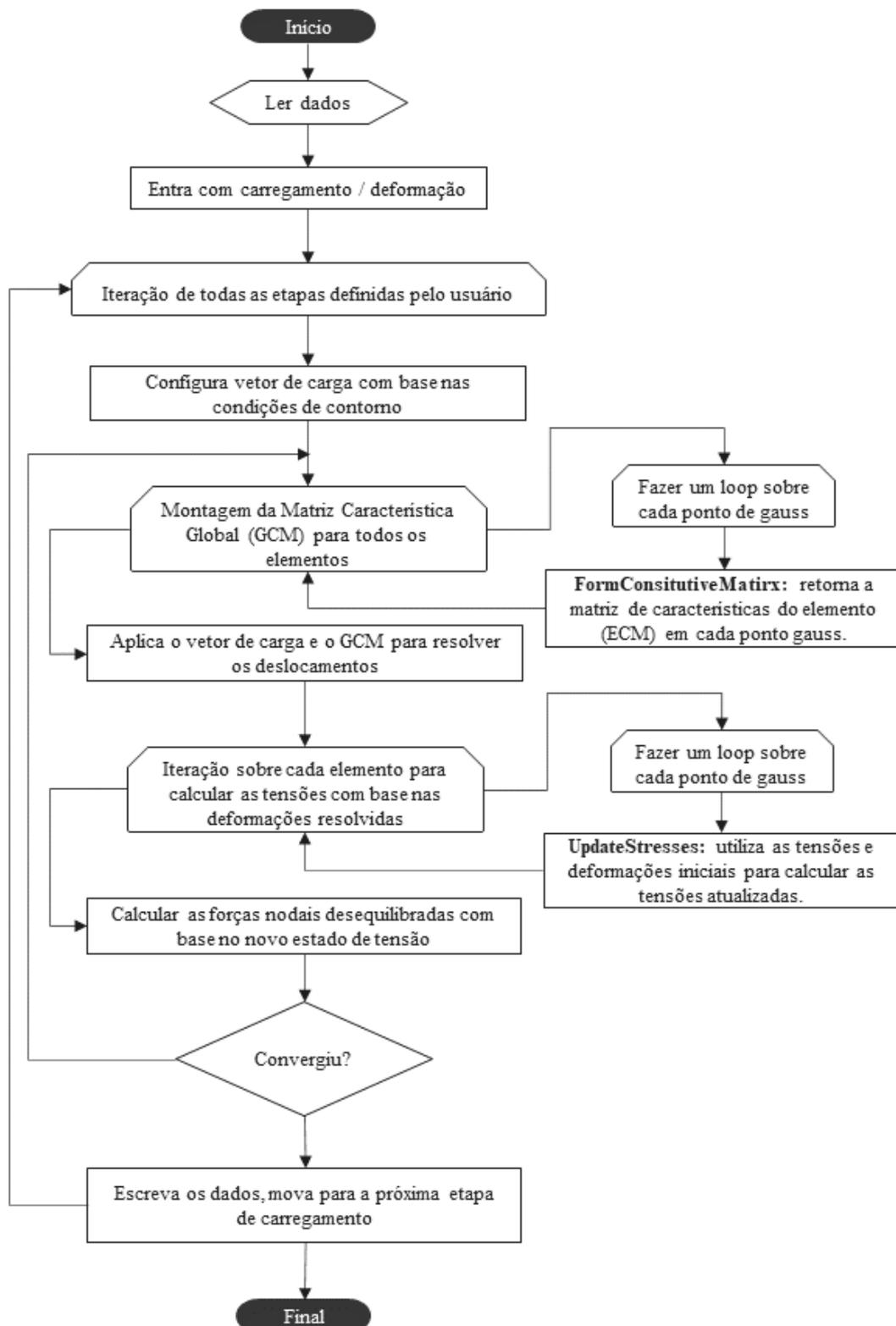


Figura 4.15 – Fluxograma Básico – Sigma/W (Adaptado de *Seequent Limited, The Bentley Subsurface Company, 2021*)

Conforme mencionado, o modelo constitutivo implementado é uma simplificação do modelo MADUS *Sub-loading*. Neste modelo, foi utilizado o algoritmo do modelo *Cam-Clay* Modificado, apresentado no item 2.4, com modificações para acrescentar os conceitos de *sub-loading*. O método *UpdateStresses* foi modificado para esse fim, em que foram adicionadas três funções principais listadas a seguir:

- *CalcElasticCee36*: calcula a matriz elástica com 36 componentes.

$$\begin{bmatrix} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{0}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{0}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E}{2(1+\nu)} & \frac{0}{2(1+\nu)} & \frac{0}{2(1+\nu)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

sendo  $E$  o módulo de elasticidade ou módulo de Young e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

- *Calcdfdisg*: calcula o vetor direção do incremento de tensões.

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial F}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial F}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_i} \quad (5.2)$$

sendo  $F$  a função de plastificação,  $\sigma_i$  o vetor de estado de tensão do material,  $p'$  a tensão média efetiva e  $q$  a tensão desvio.

- *CalcPasticMultiplier*: calcula o multiplicador plástico.

$$\chi = \frac{num}{escA - escB} \quad (5.3)$$

$$num = \frac{\partial F}{\partial \sigma_l} D_{lm}^e \delta \varepsilon_m \quad (5.4)$$

$$escA = \frac{\partial F}{\partial \sigma_j} D_{ij}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \quad (5.5)$$

$$escB = \frac{\partial F}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_v^p} \left( \frac{\partial F}{\partial p'} + \frac{a_{sub} \rho^2}{p'} \right) \quad (5.6)$$

em que o vetor  $\partial F / \partial \sigma_i$  é a derivada da função de plastificação em relação ao estado de tensão,  $D_{lm}^e$  é a matriz de rigidez elástica,  $\varepsilon_m$  é o vetor de incremento de deformações,  $\partial F / \partial p_0$  é a derivada da função de plastificação em relação à tensão de pré-adensamento,  $\partial p_0 / \partial \varepsilon_v^p$  é a derivada da tensão de pré-adensamento em relação as

deformações volumétricas plásticas,  $\partial F / \partial p'$  é a derivada da função de plastificação em relação à tensão média,  $a_{sub}$  é o parâmetro do modelo *sub-loading*,  $\rho$  é a distância entre o estado atual e um estado hipotético sobre a linha de compressão normal no mesmo nível de tensão.

A função *UpdateStresses* recebe o incremento de deformações e o estado de tensão atual. Inicialmente, é realizada a tentativa elástica, em que o incremento de tensões é calculado utilizando a matriz de rigidez elástica (*CalcElasticCee36*) e o incremento de deformação de cada iteração. Em seguida, o vetor direção do incremento de tensões (*Calcdfdisg*) é calculado, para determinar se o material está sendo carregado ou descarregado.

Se o material for carregado, acontece a correção plástica, que consiste em atualizar o estado de tensões da tentativa elástica utilizando o multiplicador plástico (*CalcPasticMultiplier*). Já no descarregamento o estado de tensão da tentativa elástica não é atualizado. Por fim, os parâmetros de estado índice de vazios e tensão de pré adensamento são corrigidos em função do incremento de deformações totais e plásticas, respectivamente.

A Figura 4.16 apresenta de forma esquemática o fluxograma do método *UpdateStresses*.

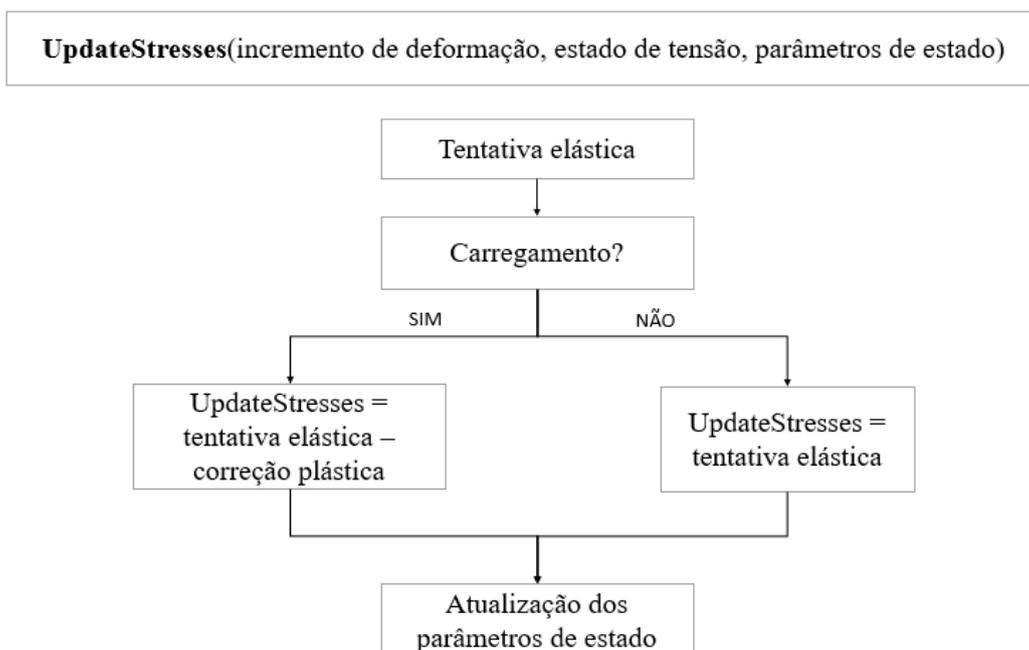
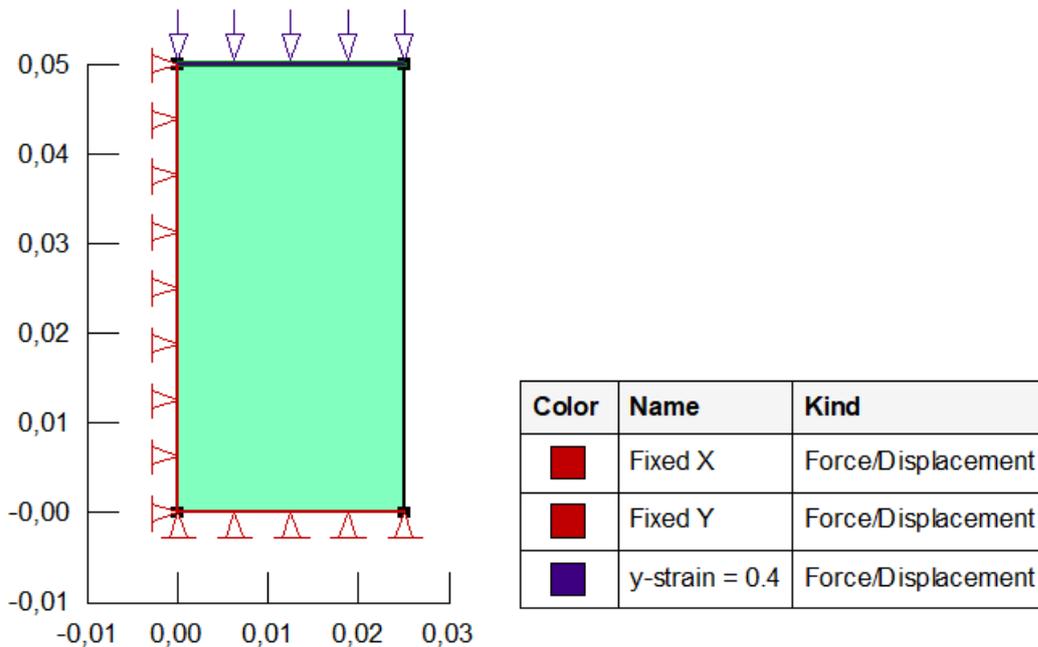


Figura 4.16 – Fluxograma do método *UpdateStresses*

O apêndice contém o código em sua íntegra e comentado.

Após a implementação do modelo no *software* SIGMA/W, uma validação foi realizada com objetivo de simular resultados de ensaios triaxiais consolidados drenados (CID). Foram realizados testes no programa para corpos de prova consolidados de forma isotrópica com 100 kPa. Além disso, diferentes valores de OCR foram impostos aos materiais para ratificar se o modelo consegue diferenciar comportamento típico de materiais normalmente adensados e sobre adensados.

A Figura 4.17 ilustra a geometria da simulação do ensaio triaxial e as condições de contorno impostas. Apenas um elemento de oito nós foi utilizado.



Color	Name	Assembly	Fields	Stress Material Model
■	Subloading	Subloading	E=10000,a_sub=100000,p0=800	Add-In Model

Figura 4.17 – Geometria simulação do ensaio triaxial

A Figura 4.18 ilustra a trajetória dos corpos de prova para os valores de OCR de um, dois, quatro e oito, respectivamente, considerando a geometria e as condições de contorno supracitadas.

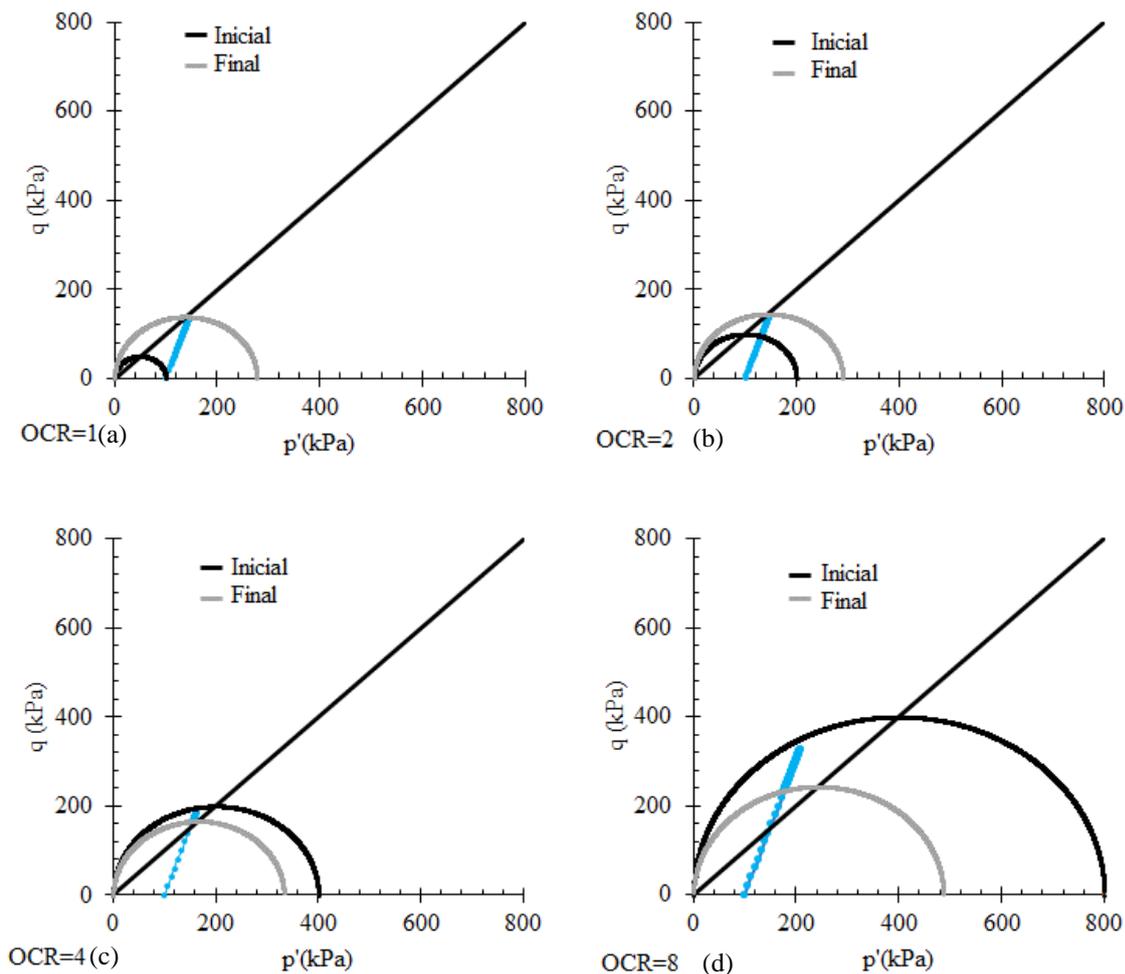


Figura 4.18 – Trajetória e superfícies de escoamento inicial e final (preto e cinza, respectivamente) para OCR igual a um (a), dois (b), quatro (c) e oito (d)

A superfície de escoamento do estado de tensão inicial e após o carregamento do corpo de prova são representadas nas cores preta e cinza, respectivamente. É possível observar que as trajetórias respeitam o limite imposto pela linha de estado crítico (CSL) para os valores de OCR igual a um e dois.

Já para os materiais superadensados, OCR igual a quatro e oito, a CSL é ultrapassada até atingir a superfície de escoamento do estado de tensão inicial, cor preta. Em seguida, a trajetória tende a retornar para a delimitação imposta pela CSL. Dessa forma, pode-se concluir que o modelo implementado respeita o critério de ruptura do modelo *Cam-Clay* Modificado, utilizado como referência.

A Figura 4.19 e a Figura 4.20 ilustram os gráficos tensão-deformação e deformação volumétrica por deformação axial para diferentes valores de OCR variando o parâmetro  $a_{sub}$  do modelo implementado.

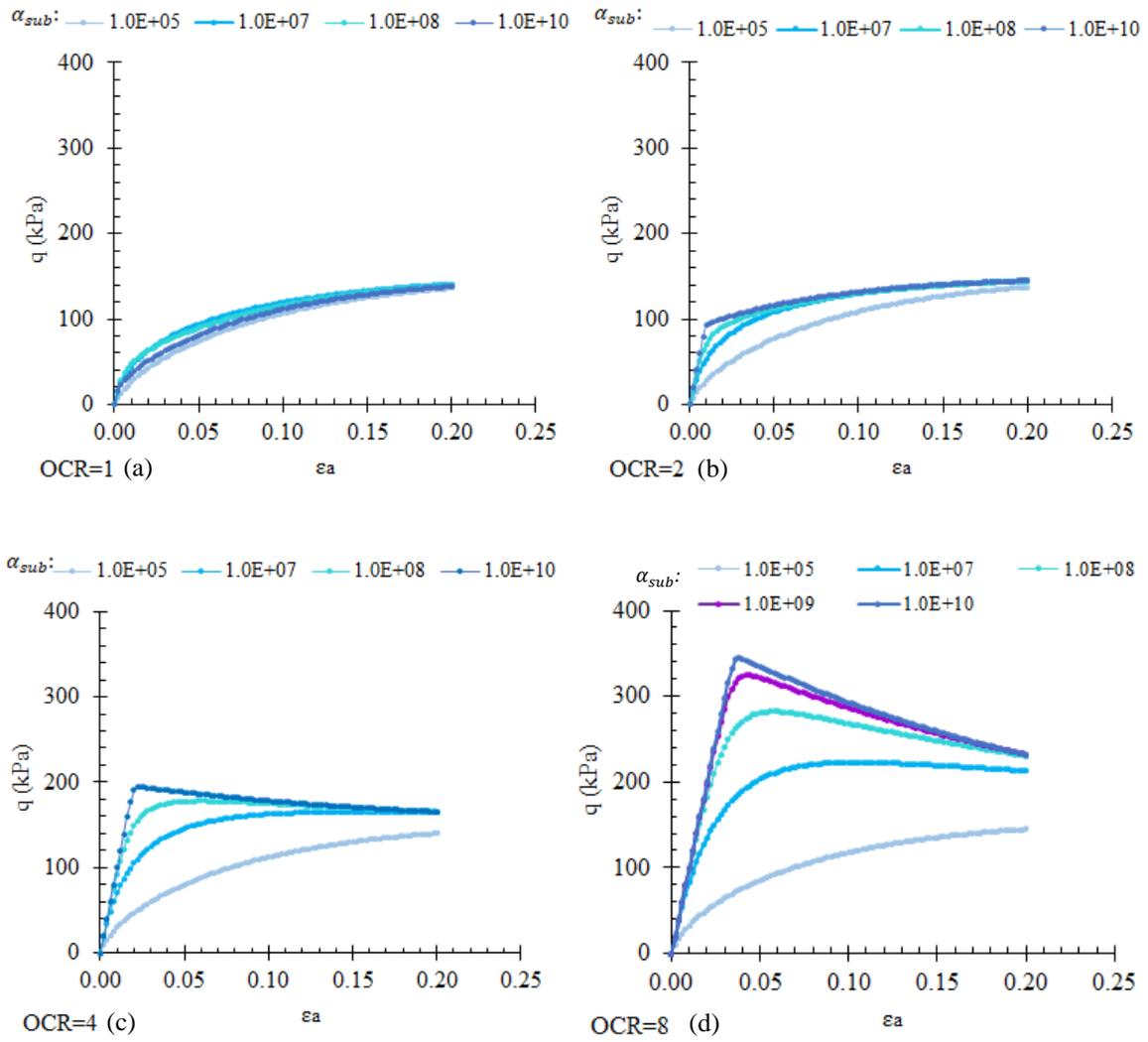


Figura 4.19 – Tensão-deformação para OCR igual a um (a), dois (b), quatro (c) e oito (d)

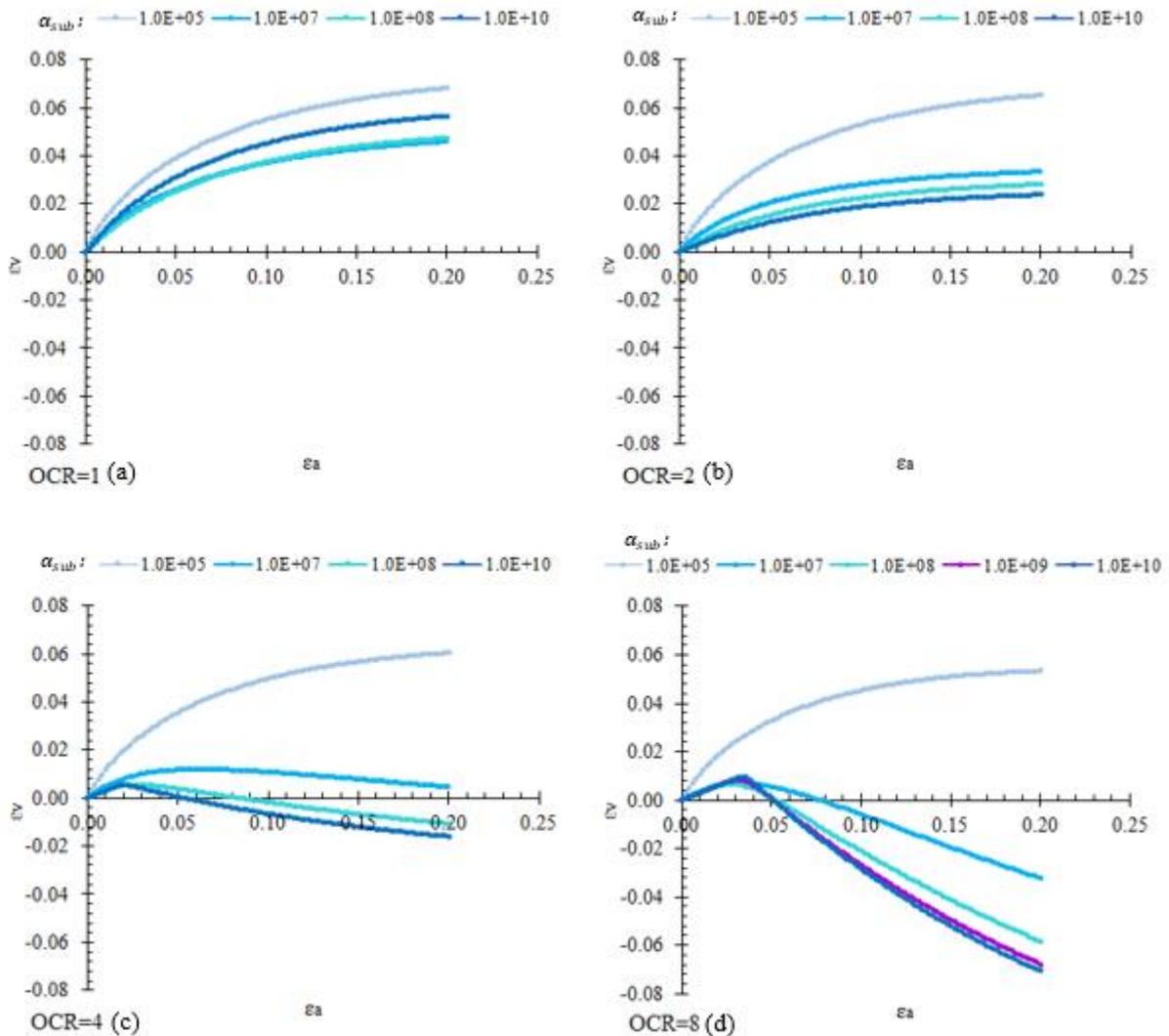


Figura 4.20 - Deformação volumétrica por deformação axial para OCR igual a um (a), dois (b), quatro (c) e oito (d)

Os resultados indicam que valores mais elevados do parâmetro *sub-loading*, em torno de  $1.10^{10}$ , tornam a resposta do modelo similar à encontrada no modelo *Cam-Clay* Modificado (MCC), onde é verificado uma transição grosseira entre a tensão de pico e a tensão residual. Quando valores menores do parâmetro *sub-loading* são utilizados, essa transição se torna mais suave, resultado comumente observado em ensaios triaxiais de solo.

Além disso, observa-se uma queda após a tensão de pico para matérias sobre adensados no gráfico tensão-deformação. Este resultado não é identificado no modelo MCC.

Entretanto, valores muito baixos, em torno de  $1.10^5$ , podem tornar o resultado irreal para o estado de tensão do material, em que o efeito do *sub-loading* pode ser considerado exagerado e o incremento de deformação volumétrica plástica é excessivo.

Por fim, o modelo implementado no software SIGMA/W foi utilizado para realizar a calibração do resultado do ensaio oedométrico do material intacto com um metro de profundidade retirado de um poço localizado na Bacia do Rio Maracujá (Futai, 2002, Futai e Lacerda, 2004). A Figura 4.21 apresenta o resultado da calibração.

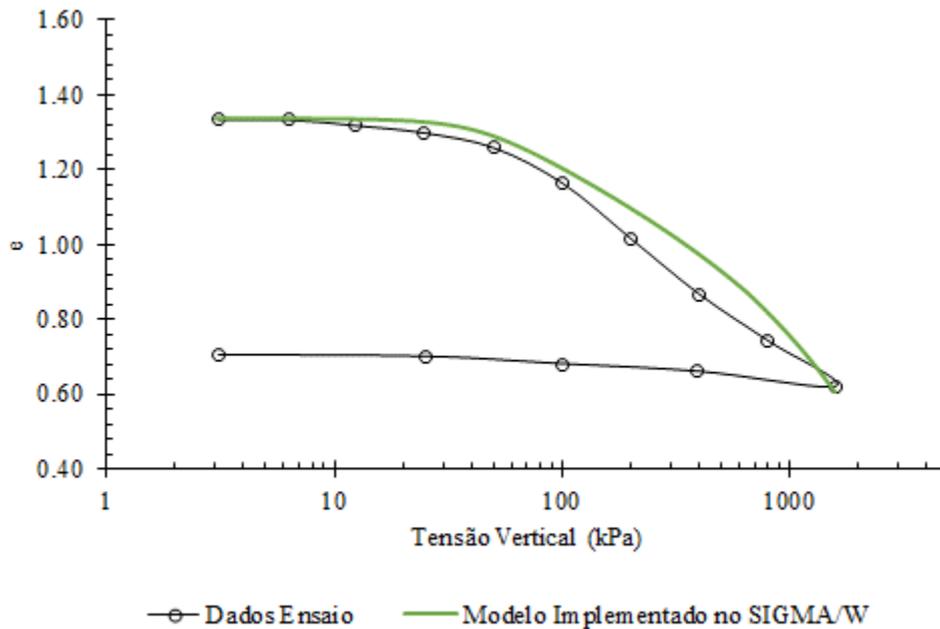


Figura 4.21 - Resultado calibração ensaio oedométrico, modelo implementado no SIGMA/W

O trecho de descarregamento da calibração não foi representado por não apresentar uma reposta esperada. Além disso, o código precisa ser ajustado para melhor representar a influência do parâmetro de enrijecimento da linha de compressão normal ( $\lambda$ ) devido a mudanças na tensão líquida. Dessa forma, uma reformulação no código é necessária antes de utilizá-lo para verificar a condição de estabilidade de uma estrutura geotécnica.

## **5 - MÉTODOS NUMÉRICOS E MODELOS CONSTITUTIVOS APLICADOS NA VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE DE TALUDES**

Este capítulo apresenta uma síntese sobre o estudo de análise de estabilidade de taludes e encostas, em que são apresentados diferentes métodos para avaliar a condição de estabilidade de uma estrutura geotécnica. O método de Redução de Resistência ao Cisalhamento (SSR) é destacado ao longo do capítulo e é discutido sua utilização em modelos de estado crítico com endurecimento.

### **5.1 - CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE**

Obras geotécnicas são estruturas de grande porte, como o caso de construção de barragens, diques, empilhamentos e a realização de corte e aterros de encostas de rodovias. Graves impactos na sociedade estão associados com esse tipo de obra, em que ruptura da estrutura pode gerar grandes perdas financeiras, ambientais e de vidas humanas. Assim, verificar a condição de estabilidade de um talude é de extrema importância para evitar acidentes brutais.

A ruptura de taludes é originada, geralmente, por processos que aumentam a força cisalhante, como solicitações externas e remoção de material que fornecem suporte. Além disso, existem fatores que causam redução da resistência ao cisalhamento do solo, como efeito das poropressões e mudanças causadas por intemperismo e atividade físico-química.

Existem vários métodos para analisar a estabilidade de taludes, entre eles os métodos que se baseiam no Equilíbrio Limite (LEM – *Limit Equilibrium Method*). Este método divide o talude em  $n$  fatias, em que cada uma dessas fatias está submetida a um conjunto de forças. Entretanto, é necessária a formulação de algumas hipóteses para tornar o problema determinado. Além disso, o LEM assume algumas hipóteses que podem comprometer a acurácia da resposta, tais como: necessidade de definir inicialmente uma superfície de ruptura, as tensões são determinadas somente na superfície de ruptura e entre as fatias, o fator de segurança é o mesmo para as parcelas de atrito e coesão, o mesmo valor de fator de segurança é aplicado para todas as fatias e o material é considerado rígido e perfeitamente plástico (Fredlund *et al.*, 1940, Duncan, *et al.*, 2014).

O Método dos Elementos Finitos (FEM - *Finit Elements Method*), introduzido por Clough e Woodward (1967), também é uma ferramenta comumente utilizada para resolver problemas geotécnicos e pode ser aplicada para verificar a condição de estabilidade e estimar o fator de segurança de uma estrutura. O FEM consiste em discretizar a massa de solo em unidades chamadas de elementos finitos, que são interligados por seus nós. Esse método permite

encontrar deslocamentos, poropressões ou outras variáveis em cada elemento finito e, assim, permite resolver com mais precisão problemas geotécnicos, como estabilidade de encostas, recalques de fundações, dentre outros.

O FEM pode ser utilizado para analisar a estabilidade de taludes de duas maneiras. A primeira foi proposta por Matsui e San (1992), Método de Redução de Resistência ao Cisalhamento (SSR - *Shear Strength Reduction*), e será utilizada neste trabalho para avaliar problemas de estabilidade de taludes. A segunda foi proposta por Farias e Naylor (1998) e é denominada de Método do Equilíbrio Limite Melhorado. Este consistindo em uma análise semelhante ao Método do Equilíbrio Limite convencional, porém, os esforços ao longo da superfície de ruptura são calculados a partir dos campos de tensões e poropressões advindos de uma análise por elementos finitos.

O Método de Redução de Resistência ao Cisalhamento (SSR - *Shear Strength Reduction*), introduzido por Matsui e San (1992), também pode ser aplicado para verificar a segurança de uma estrutura geotécnica. Numericamente o SSR altera os parâmetros de resistência ao cisalhamento, em que um Fator de Redução de Resistência (SRF - *Strength Reduction Factor*) é aplicado repetidas vezes até se encontrar SRF crítico. O SSR pode ser aplicado em uma análise por elementos finitos e o SRF crítico pode ser definido quando a solução do problema não converge ou ocorrem deslocamentos considerados excessivos, indicando o início da ruptura.

O Método SSR é comumente utilizado em modelos elásticos perfeitamente plásticos. A seguir é apresentada uma discussão sobre essa metodologia, em que serão utilizados modelos de estado crítico com ou sem endurecimento

## **5.2 - MÉTODO DE REDUÇÃO DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO UTILIZADO EM MODELOS DE ESTADO CRÍTICO COM ENDURECIMENTO**

Esse texto versa sobre o uso de Modelo de Estado Crítico com endurecimento quando da aplicação do Método Redução Resistência ao cisalhamento (SSR). Destaca-se que o termo endurecimento será usado como sinônimo de endurecimento isotrópico e pode se referir tanto ao aumento da superfície de plastificação, como a contração dessa superfície (amolecimento).

Como já mencionado, SSR altera os parâmetros de resistência ao cisalhamento e resulta em mudanças na matriz constitutiva tensão-deformação. Esta entra na formação da matriz de rigidez  $K_{ij}$ :

$$K_{ij} = \int B_{mi} D_{ml} B_{lj} dV \quad (4.1)$$

sendo  $D_{ml}$  matriz constitutiva tensão-deformação,  $B_{lj}$  uma matriz que relaciona deslocamento e deformações e  $B_{im}$  sua transposta.

Assim, qualquer mudança na matriz constitutiva reflete em mudanças na matriz de rigidez do sistema, como pode ser facilmente visualizado na Equação (4.1). O equilíbrio estático com as forças externas é dado por:

$$F_i = K_{ij} u_j \quad (4.2)$$

sendo  $K_{ij}$  a matriz de rigidez,  $u_j$  o vetor de deslocamento e  $F_i$  as forças externas.

É claro que se a matriz de rigidez sofre mudanças devido a aplicação do SRF, haverá um desequilíbrio que será sanado com acréscimos de deslocamento, sem que as condições de contorno e forças externas tenham sido alteradas. Uma ilustração do que acontece pode ser visto na Figura 5.1, onde são apresentadas duas curvas cargas-recalques com diferentes rigidezes. Deve-se atentar que a rigidez ilustrada na figura é a do sistema, e não de um único elemento.

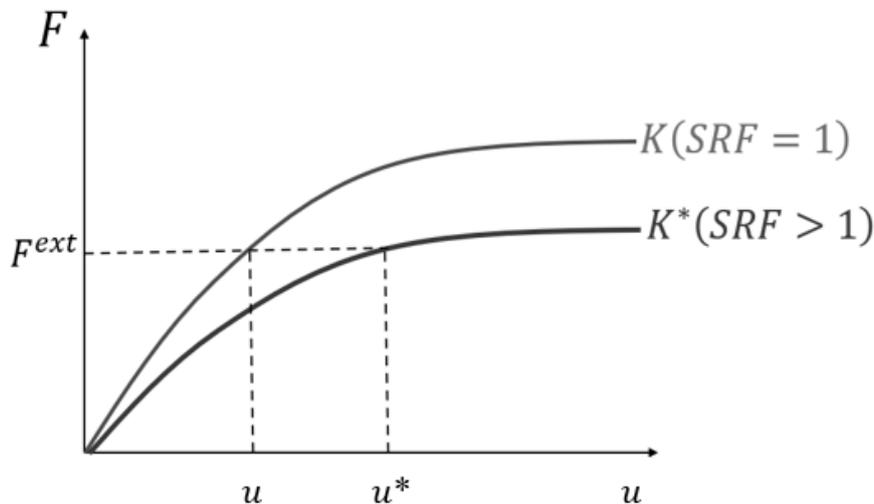


Figura 5.1 - Efeito da mudança de Rigidez devido a aplicação do SRF

Na Figura 4.2 o ponto A representa um estado de tensão que antes da aplicação do SRF estava dentro da zona elástica e após, encontra-se fora da superfície de plastificação e viola a lei de consistência. Assim, no caso dos modelos elásticos perfeitamente plásticos sem endurecimento a violação da lei de consistência é compensada pelo aparecimento de deformações plásticas.

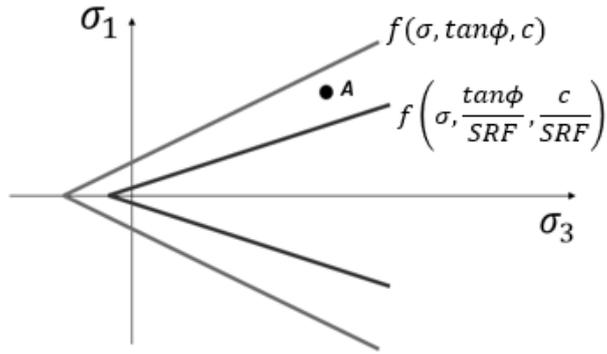


Figura 5.2 - Superfície de plastificação antes de depois da aplicação do SRF

A matriz constitutiva tensão-deformação ( $D_{ij}^{ep}$ ) é dada por:

$$D_{ij}^{ep} = D_{ij}^e - \frac{(D_{im}^e b_m)(D_{jn}^e a_n)}{a_k D_{kl}^e b_l} \quad (4.3)$$

sendo  $D_{ij}^e$  a matriz constitutiva elástica,  $a_m$  a normal à função de plastificação e  $b_m$  a normal à função potencial plástica. Para pontos dentro da superfície de plastificação a matriz constitutiva é a matriz elástica  $D_{ij}^e$ . Por outro lado, sempre que pontos tocam ou ultrapassam a superfície de plastificação, o segundo termo é ativado e temos uma matriz constitutiva diferente,  $D_{ij}^{ep}$ . No caso desses modelos a matriz  $D_{ij}^{ep}$  corresponde sempre a uma condição como menor rigidez do que quando é utilizada a matriz  $D_{ij}^e$

Até esse ponto não fica evidente o problema em se usar modelos constitutivos que consideram endurecimento. Para ilustrar o problema será utilizada a Figura 5.3. O ponto A se encontrava dentro da região elástica e após a aplicação do fator de redução acontece algo semelhante ao descrito anteriormente, porém, como este modelo possui endurecimento, a formulação da matriz é diferente.

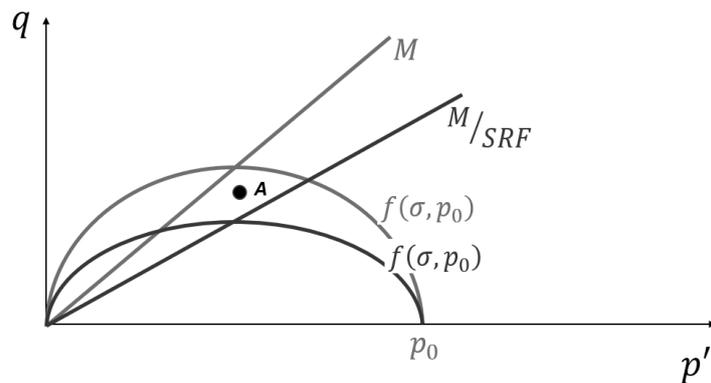


Figura 5.3 - Efeito do fator de redução em modelos tipo *Cam-Clay*

Nos modelos de estado crítico com endurecimento as deformações plásticas geram o aumento da superfície de plastificação, ou seja, o endurecimento, que pode ser visualizado na Figura 5.4.

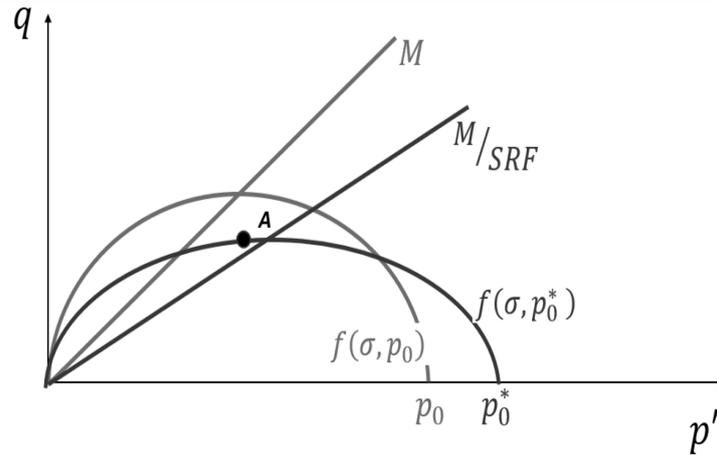


Figura 5.4 - Evolução da superfície de plastificação após a aplicação do SRF

Para o modelo *Cam-Clay* Modificado a expressão da matriz de rigidez é dada por

$$D_{ij}^{ep} = D_{ij}^e - \frac{(D_{im}^e \cdot b_m)(D_{jn}^e \cdot a_n)}{a_k \cdot D_{kl}^e \cdot b_l + Y} \quad (4.4)$$

onde  $D_{ij}^e$  a matriz constitutiva elástica,  $a_m$  a normal à função de plastificação,  $b_m$  a normal à função potencial plástica e

$$Y = \frac{\partial F}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial F}{\partial p} \quad (4.5)$$

sendo  $p_0$  a tensão de plastificação no eixo isotrópico,  $\varepsilon_v^p$  é a deformação volumétrica plástica e  $Y$  pode ser denominado de módulo plástico.

Desta forma, a aplicação do SSR gera ao mesmo tempo uma redução do parâmetro  $M$  e o variação do parâmetro de estado relacionado ao tamanho da superfície,  $p_0$ . Para que o processo seja considerado semelhante ao descrito para os modelos elásticos perfeitamente plásticos é necessário que o parâmetro  $p_0$  seja constante ou pelo menos tenha uma variação baixa.

Entretanto o módulo de endurecimento tende a zero quando  $\eta = q/p'$  tende a  $M$ . Isso ocorre porque o último termo da Equação (3.5),  $\partial F/\partial p$ , tende a zero enquanto os outros não dependem de  $\eta$ . Além disso, o estado de tensão próximo a superfície de ruptura tem valores de  $\eta$  próximo a  $M$  e dessa forma teriam valores de  $Y$  próximos a zero. Por outro lado, pontos que tende a ter endurecimento mais significativos tendem a estar distante da superfície de ruptura.

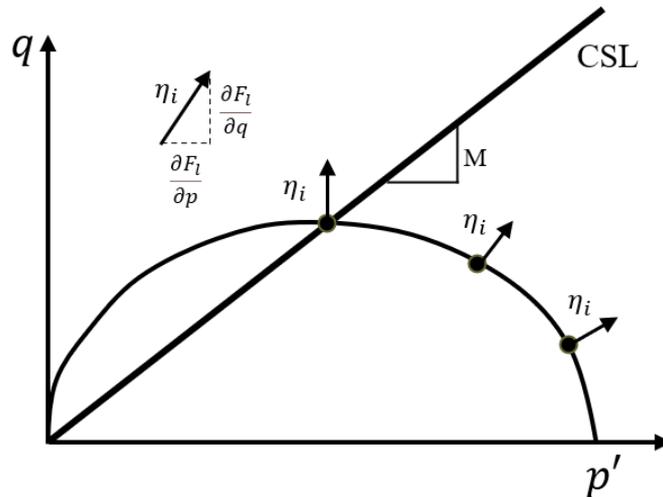


Figura 5.5 - Vetores normais a superfície para diferentes estados de tensões

Nos próximos itens será demonstrado o método de fator de redução pode ser utilizado para avaliação da estabilidade das estruturas geotécnicas.

### 5.3 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE REDUÇÃO DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO

O estudo de caso deste trabalho trata-se de um talude natural hipotético representando uma encosta (Figura 5.6). A análise de estabilidade do talude será realizada por duas metodologias diferentes utilizando os softwares SLOPE/W e SIGMA/W da Geostudio. Inicialmente, o Método do Equilíbrio Limite (LEM) será aplicado utilizando o método de Morgenstern-Price para calcular o Fator de Segurança (FS). Em seguida, o Método dos Elementos Finitos (FEM) será empregado utilizando a técnica de redução de resistência ao cisalhamento (SSR), que consiste no uso sistemático da análise de elementos finitos para determinar um fator de redução de tensão (SRF) crítico que leva o talude a ruptura.

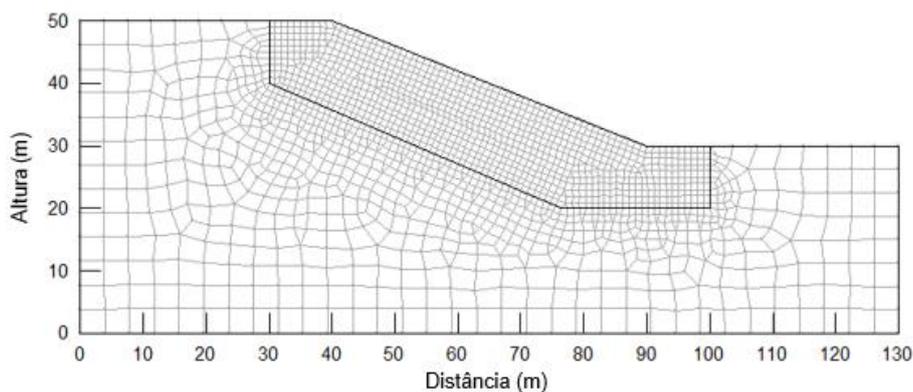


Figura 5.6 – Geometria do estudo de caso utilizando a técnica de redução de resistência ao cisalhamento (SSR)

Além disso, dois modelos constitutivos serão utilizados para estimar o SRF: o modelo elástico perfeitamente plástico com critério de ruptura de Mohr Coulomb (MC) e o *Cam-Clay* Modificado (MCC). O primeiro é um modelo convencional sem endurecimento. O segundo é um modelo de estado crítico que considera endurecimento/amolecimento da superfície de escoamento. Destaca-se que na inicialização do estado de tensões foi considerado a ação da gravidade e o modelo foi considerado associado.

Os dados de entrada utilizados são indicados na Tabela 5.1. Destaca-se que os valores utilizados no modelo *Cam-Clay* Modificado no critério de ruptura de Mohr Coulomb foram retirados de ensaios triaxiais realizados para um estudo teórico-experimental do comportamento de solos tropicais elaborado por Futai (2002).

Tabela 5.1 - Dados de Entrada (Adaptado de Futai, 2002)

Mohr – Coulomb		<i>Cam-Clay</i> Modificado	
Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	18	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	18
Coefficiente de Poisson	0,35	Coefficiente de Poisson	0,35
Modulo de Young (MPa)	12	Índice de vazios inicial	0,80
Coesão efetiva (kPa)	7	$\kappa^{(1)}$	0,02
Ângulo de atrito efetivo (°)	28	$\lambda^{(2)}$	0,17
		$M$ (valor inicial)	1,14
		OCR <sup>(3)</sup>	1,20

(1) Inclinação da linha isotrópica de sobre adensamento  
(2) Inclinação da linha isotrópica normalmente adensada  
(3) Razão de sobre adensamento

Utilizando o critério de ruptura de Mohr Coulomb, o valor de fator de segurança de 1,71 foi obtido pelo Método de Equilíbrio Limite. Foi empregado o critério de Morgenstern-Price e a otimização do programa SLOPE/W para determinar a superfície de ruptura crítica. A Figura 5.7 ilustra a superfície de ruptura decorrente desta análise.

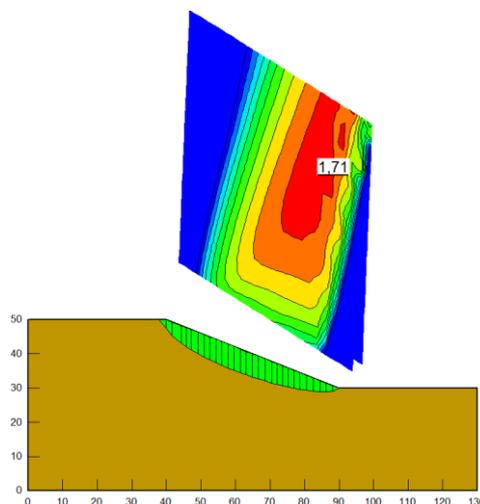


Figura 5.7 - Resultado do LEM

Na definição do SRF crítico, utilizando o critério de Mohr Coulomb, cinco pontos próximos à superfície de ruptura (P1 a P5) foram monitorados (Figura 3.8). Os deslocamentos nos pontos P1 a P5 são apresentados na Figura 3.12. A Figura 5.8 e a Figura 5.9 ilustram o deslocamento xy para o SRF de 1,60 e 1,70. A primeira mostra a estrutura na eminência de uma possível ruptura, visto que os pontos monitorados apresentaram deslocamentos de mais de 30 cm. Na segunda é possível observar a superfície de ruptura já formada e similar a obtida no Método de Equilíbrio Limite apresentado anteriormente.

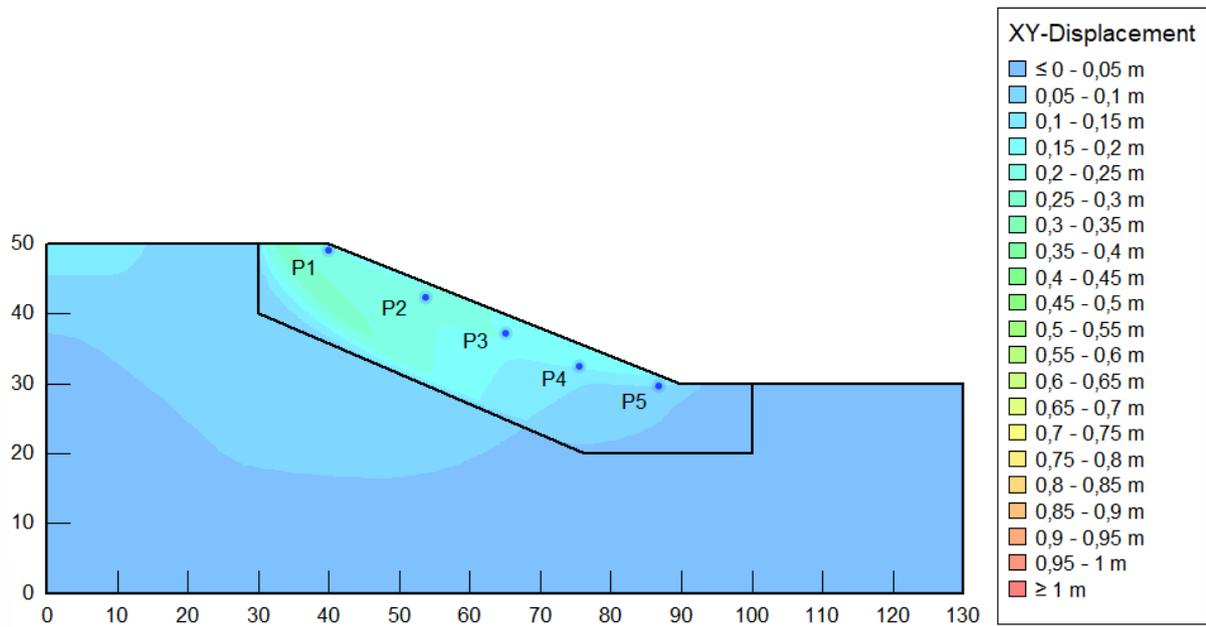


Figura 5.8 - Resultado do critério de ruptura de MC, SRF de 1,60

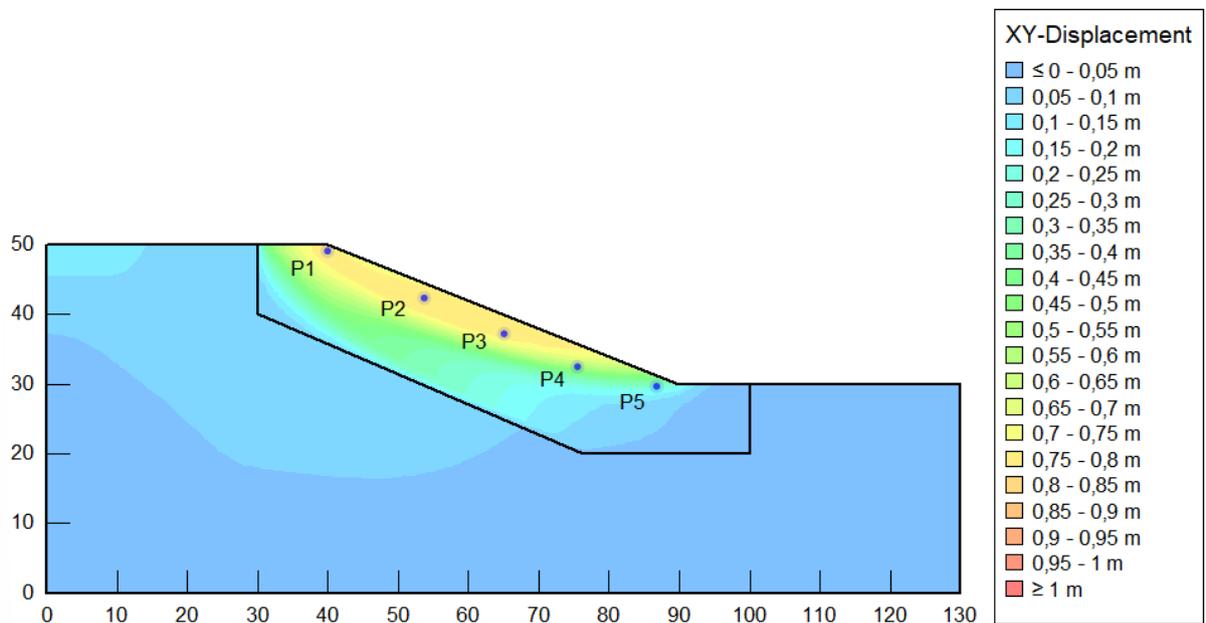


Figura 5.9 - Resultado do critério de ruptura de MC, SRF de 1,70

Análogo ao estudo anterior, os cinco pontos supracitados também foram monitorados na definição do SRF crítico utilizando o modelo *Cam-Clay* Modificado (MCC). A Figura 5.10 e a Figura 5.11 ilustram o deslocamento xy para o SRF de 1,30 e 1,40. A primeira figura também mostra a estrutura na eminência de uma possível ruptura, observa-se que os pontos monitorados apresentaram deslocamentos de mais de 30 cm. A segunda apresenta a superfície de ruptura já formada.

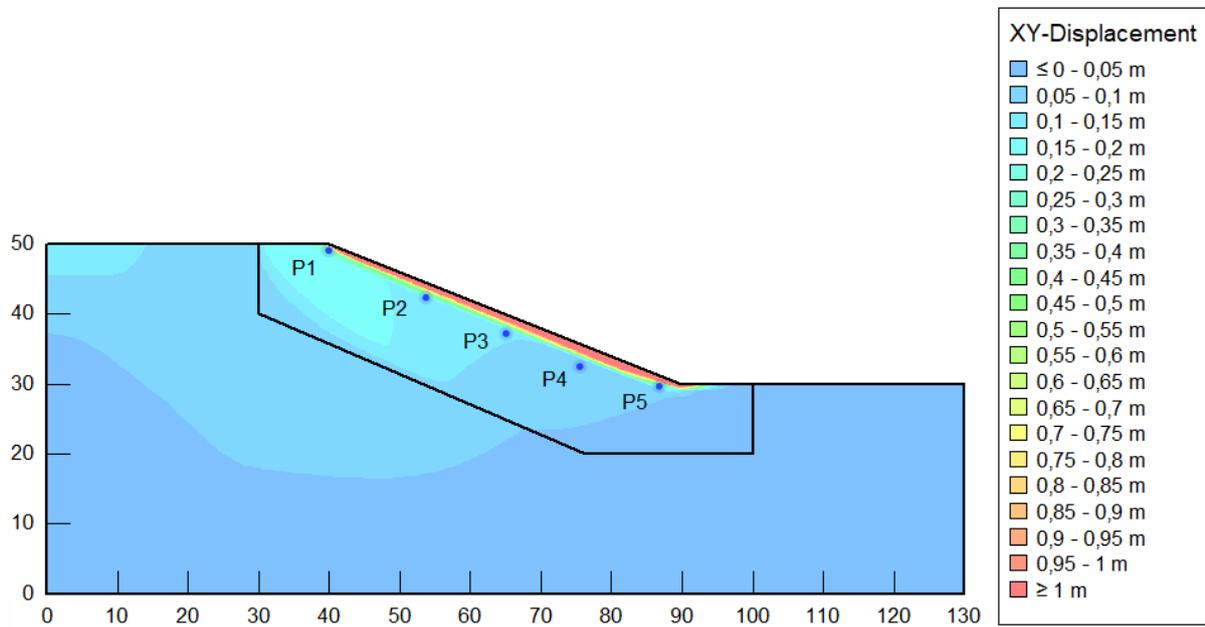


Figura 5.10 – Resultado do modelo MCC, SRF de 1,30

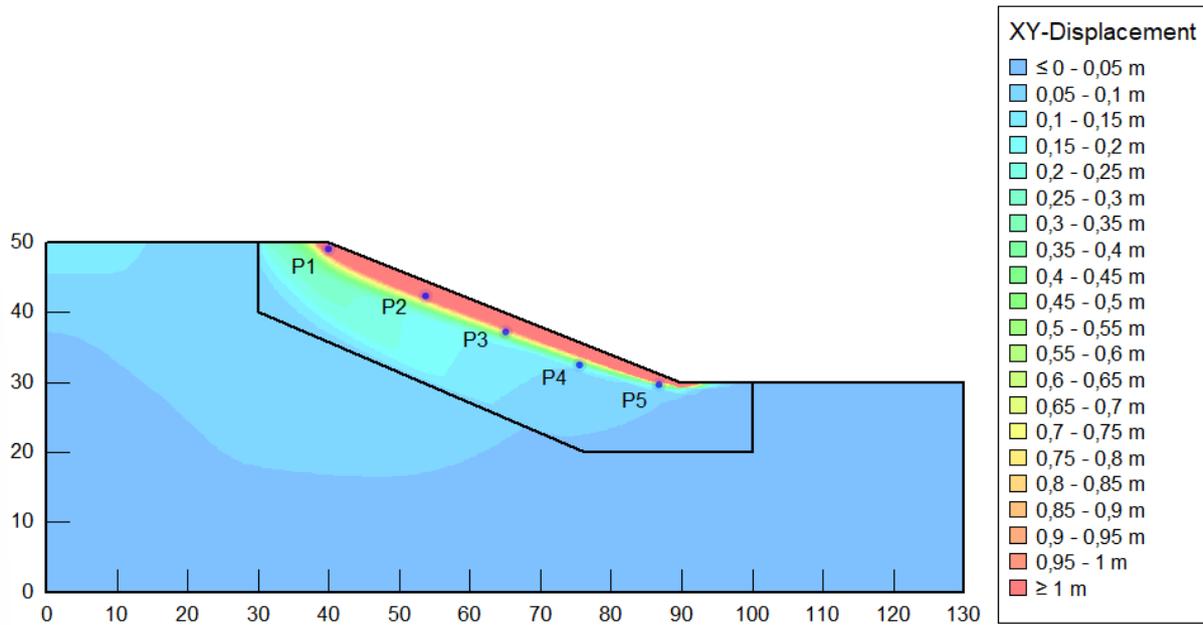


Figura 5.11 – Resultado do modelo MCC, SRF de 1,40

A Figura 5.12 ilustra as trajetórias dos cinco pontos monitorados do modelo MC e MCC, respectivamente. O ponto inicial da trajetória é representado por um círculo e o final por um triângulo. Nos dois modelos é possível observar que as trajetórias dos pontos monitorados buscam retornar à superfície de escoamento de modo a não violar a lei de consistência.

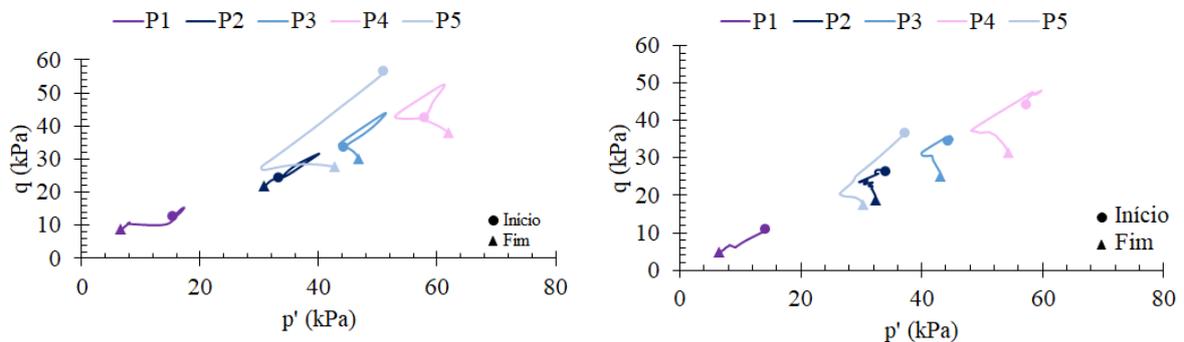


Figura 5.12 – Trajetórias MC (a) e MCC (b)

A Figura 5.13 apresenta uma comparação entre os deslocamentos dos cinco pontos monitorados do modelo *Cam-Clay* Modificado (MCC) e do critério de Mohr Coulomb (MC) em função do SRF aplicado. Em vermelho, é indicado a média dos deslocamentos dos cinco pontos.

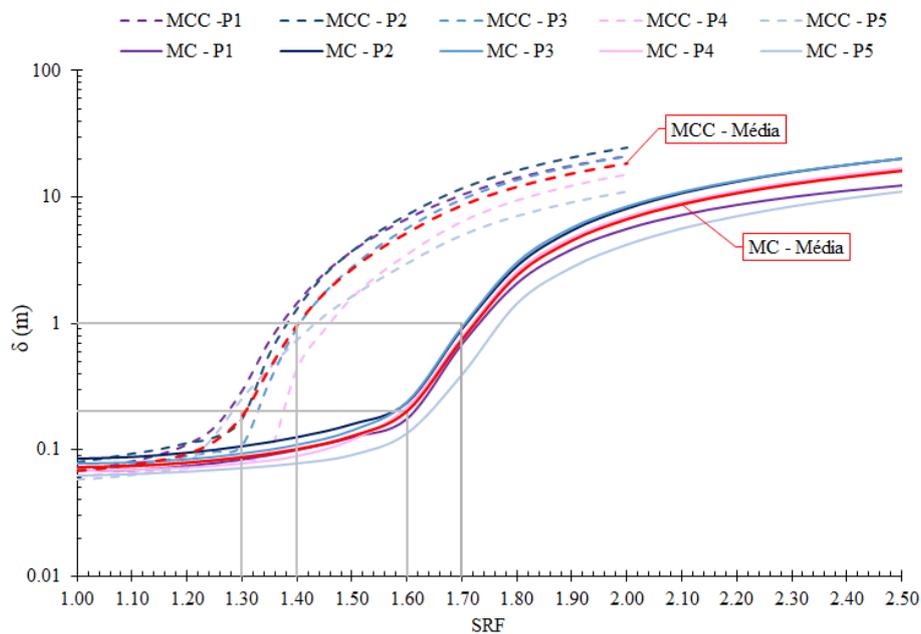


Figura 5.13 - Comparação do deslocamento ( $\delta$ ) entre os modelos MCC e MC

A média dos deslocamentos (magnitude) dos pontos monitorados permitiu estimar o SRF crítico entre 1,60 e 1,70 para o modelo MC. Para este valor, pode-se aferir o início da instabilização do talude analisado. Para o segundo valor de SRF foi encontrado um deslocamento médio de 100 cm, que representa uma grande deformação da estrutura de 5%. De forma similar, a média

dos deslocamentos dos pontos monitorados utilizando o modelo MCC permitiu estimar o SRF crítico entre 1,30 e 1,40.

Além disso, considerando os valores médios de deslocamento dos pontos monitorados, uma comparação complementar foi realizada para determinar o SRF crítico. A Figura 5.14 ilustra a derivada de cada ponto da curva de valores médios de deslocamento dos pontos monitorados em função do SRF aplicado para os dois modelos utilizados.

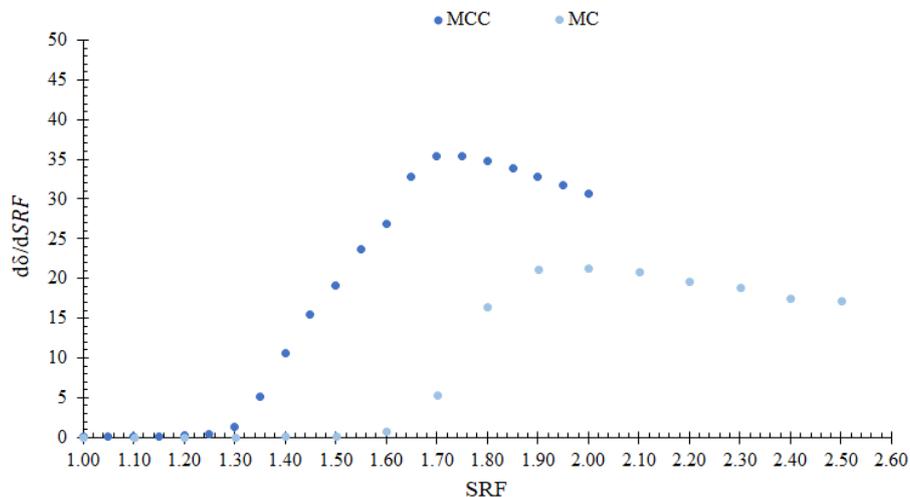


Figura 5.14 - Derivada de cada ponto da curva de valores médios de deslocamento ( $d\delta/dSRF$ ) – Comparação ente MCC e MC

A segunda comparação supracitada e ilustrada na Figura 5.14 permitiu confirmar o valor de SRF crítico de 1,30 e 1,60 para os modelos MCC e MC, respectivamente. Observa-se que nestes pontos há um aumento significativo dos deslocamentos resultantes do SRF aplicado.

Também é observado que a superfície de ruptura obtida pelo critério MC é divergente da superfície apresentada no modelo MCC. A primeira apresenta valores inferiores de deslocamentos, mas é encontrada uma superfície de ruptura mais extensa, que engloba uma maior região. Enquanto a segunda superfície de ruptura apresenta valores mais elevados de deslocamentos, mas estes estão concentrados na face da superfície do talude analisado. Isso ocorre porque o Modelo *Cam-Clay* não apresenta um valor de coesão, como o modelo Mohr-Coulomb.

Sabendo-se que para alguns solos, o valor do intercepto coesivo é na verdade uma consequência do pré-adensamento das amostras ensaiadas, no próximo item se avaliará o efeito da razão de pré-adensamento no SRF.

#### 5.4 - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA RAZÃO DE PRÉ-ADENSAMENTO

De maneira complementar, foi realizada uma análise de sensibilidade do valor da razão de pré-adensamento (OCR) utilizado nas análises de redução resistência ao cisalhamento (SSR). Destaca-se que a geometria do talude hipotético foi alterada para diminuir o custo computacional, buscando atingir o SRF crítico mais rápido, esta é ilustrada na Figura 5.15.

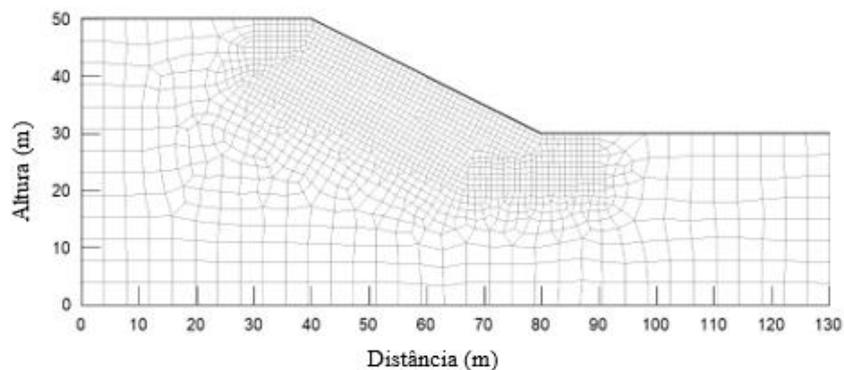


Figura 5.15 - Nova geometria para a análise de sensibilidade da razão de pré-adensamento

A metodologia anteriormente descrita foi empregada de maneira similar, em que foram monitorados os deslocamentos de seis pontos e o valor de OCR foi variado entre 1.00, 1.50, 2.00, 4.00 e 8.00. Durante a análise de sensibilidade, não foi observado mudança significativas nos resultados para os valores de razão de pré-adensamento maiores do que um. Assim, será apresentado uma comparação dos resultados para valores de OCR = 1, solo normalmente adensado, e OCR = 8, solo pré-adensado.

O valor de 1,12 foi considerado o SRF crítico, visto que a derivada dos valores médios de deslocamento dos pontos monitorados em função do SRF aplicado indica um aumento abrupto de deslocamento, indício de início da ruptura.

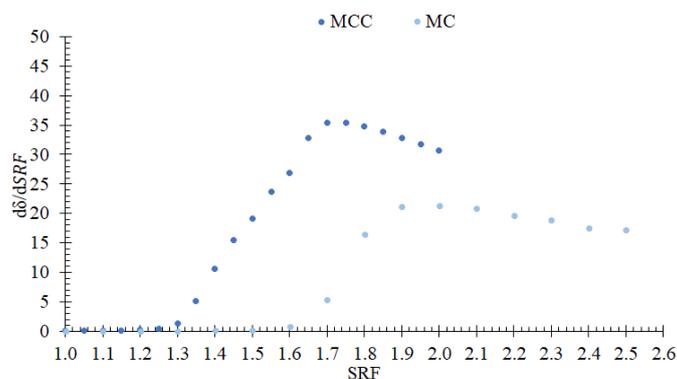


Figura 5.16 - Derivada de cada ponto da curva de valores médios de deslocamento ( $d\delta/dSRF$ ) - Comparação entre OCR = 1 e OCR = 8

A Figura 5.17 e Figura 5.18 ilustram os pontos monitorados e indicam os deslocamentos obtidos para um SRF de 1,12 para um solo normalmente adensado ( $OCR = 1$ ) e um solo pré-adensado ( $OCR = 8$ ), respectivamente.

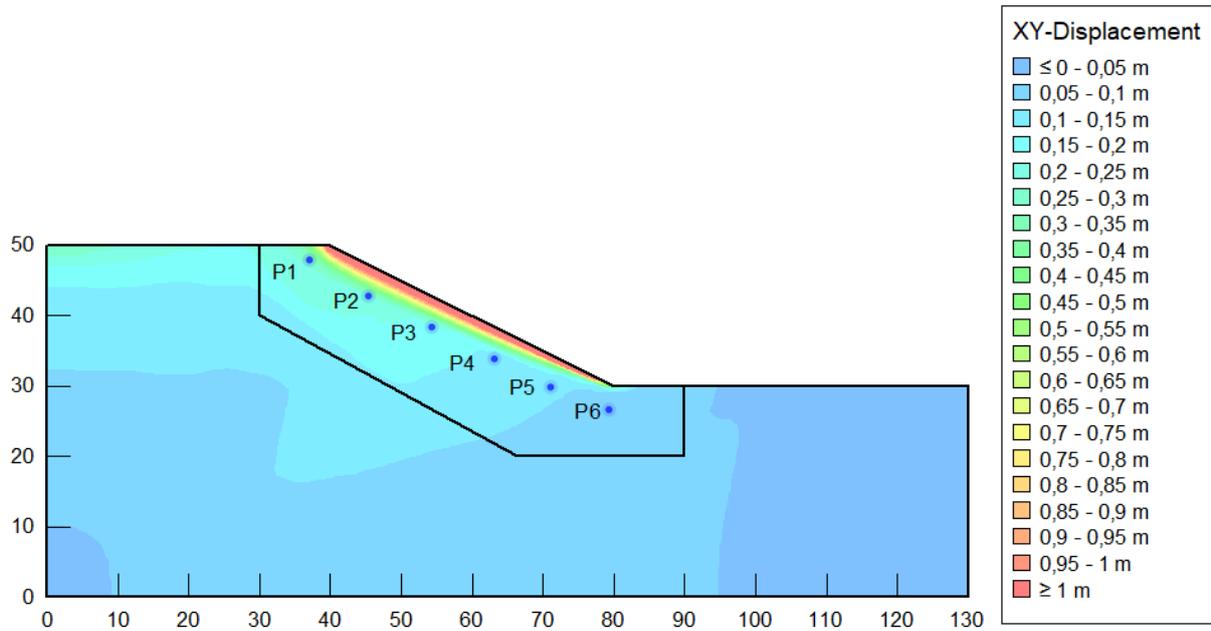


Figura 5.17 - Análise de sensibilidade para  $OCR = 1$  e  $SRF = 1,12$

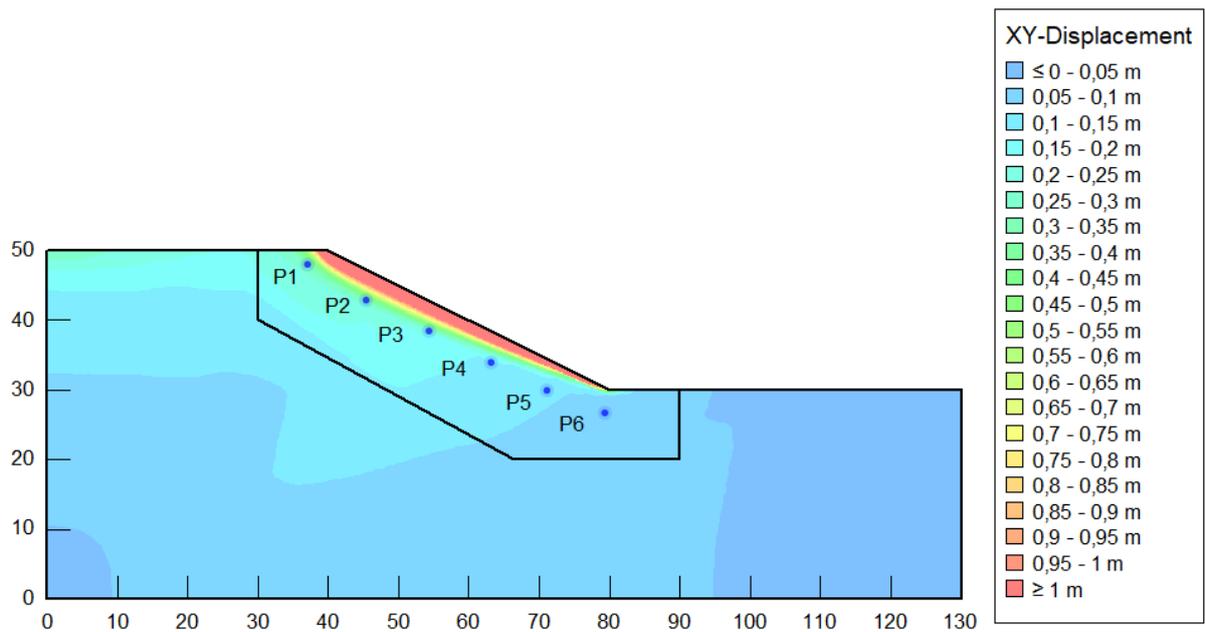


Figura 5.18 - Análise de sensibilidade para  $OCR = 8$  e  $SRF = 1,12$

Pode-se observar que a superfície de ruptura obtida é similar em ambos os casos e o SRF crítico de 1,12 também pode ser considerado para os dois casos. Entretanto, o material pré-adensado (OCR = 8) apresentou valores superiores de deslocamento nos pontos monitorados. A Figura 5.19 ilustra a diferença do valor de deslocamento obtido nos dois casos para cada valor de SRF aplicado.

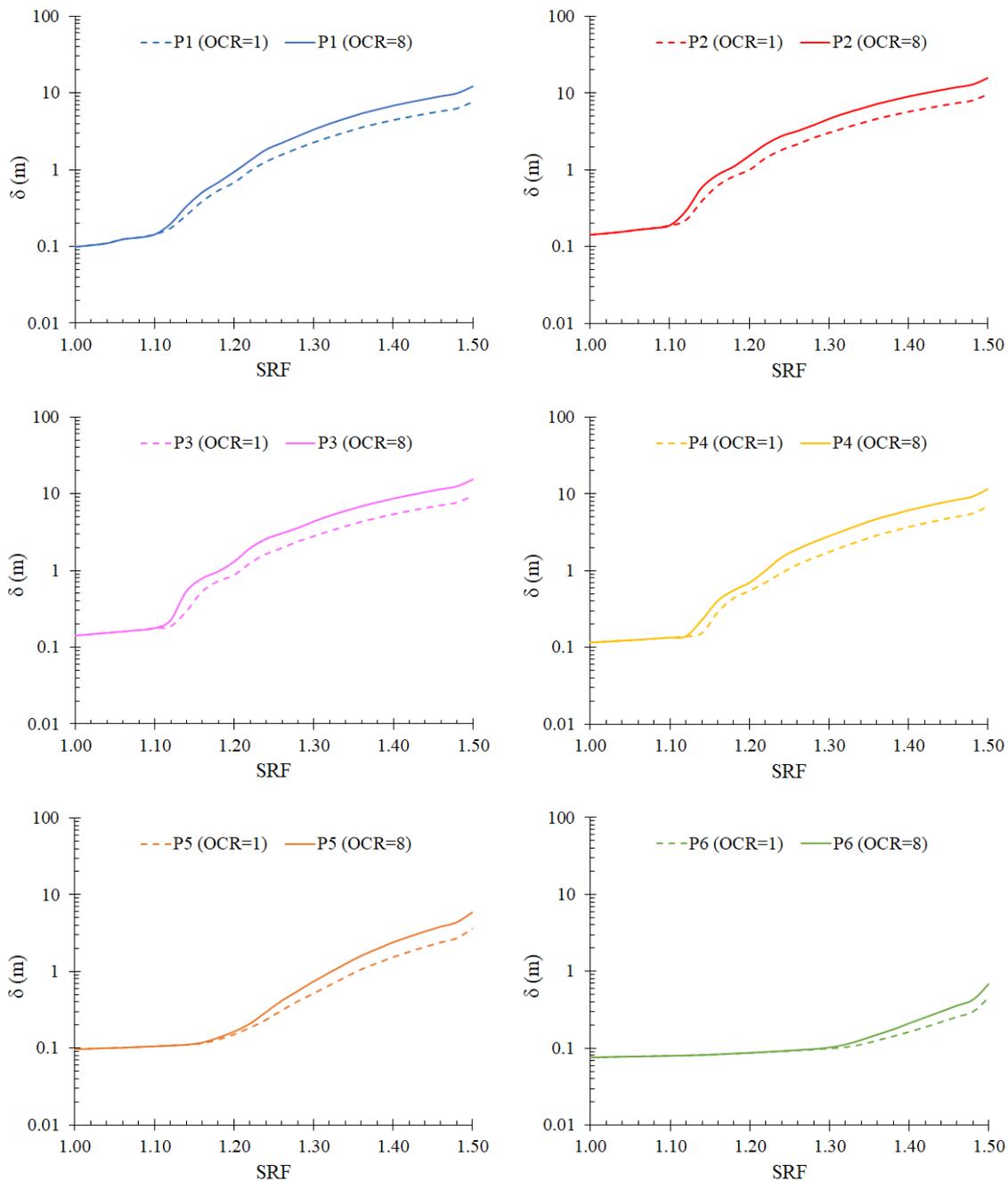


Figura 5.19 - Comparação do deslocamento ( $\delta$ ) entre OCR = 1 e OCR = 8

De forma complementar, a Figura 5.20 apresenta a derivada de cada ponto das curvas de deslocamento ( $d\delta/dSRF$ ) ilustradas na Figura 5.19 para os valores de OCR = 1 e OCR = 8.

Observa-se que o SRF crítico de 1,12, para os pontos monitorados P1, P2, P3 e P4, pode ser considerado tanto para o material normalmente adensado (OCR = 1), como para o material pré-adensado (OCR = 8).

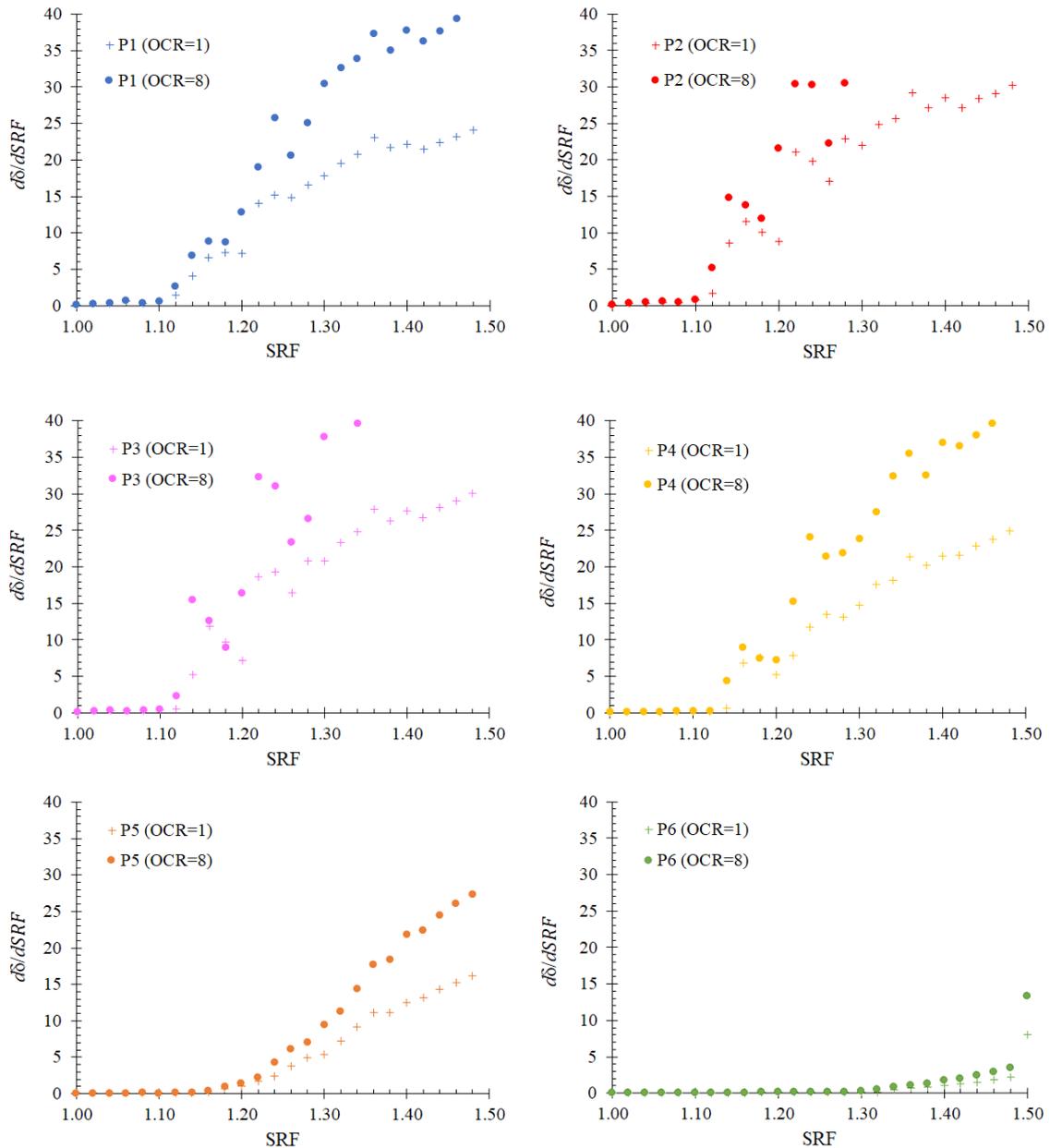


Figura 5.20 - Derivada de cada ponto das curvas de deslocamento ( $d\delta/dSRF$ ) - Comparação entre OCR = 1 e OCR = 8

Uma hipótese que explica a similaridade nos resultados é o fato de os deslocamentos e SRF dependerem mais do estado de tensão ( $\eta = q/p'$ ) do que dos parâmetros de estado  $p_0$  e da variação desse com o aumento do SRF. Conforme discutido, os pontos próximos a superfície teriam valor de  $\eta$  próximos a  $M$  e assim, não haveria variações significativas nos valores de  $p_0$ .

## 6 - CONCLUSÕES

Este capítulo será destinado às conclusões e recomendações da dissertação. Foram apresentados diferentes métodos numéricos e modelos constitutivos que podem ser utilizados na avaliação de problemas geotécnicos, destacando suas vantagens e desvantagens considerando as particularidades observadas em solos tropicais. Uma ênfase foi dada para modelos que utilizam o conceito de estado crítico, mostrando os avanços para representar comportamentos como anisotropia, cimentação, desestruturação e não saturação do solo.

Inicialmente, foi realizada uma avaliação do desempenho dos modelos de estado crítico na análise de ensaios de laboratório. São observadas algumas limitações do modelo *Cam-Clay* Modificado, em que a utilização de modelos que considera efeitos como a cimentação e o *sub-loading* são importantes para se obter uma melhor calibração e conseguir representar o resultado do ensaio.

Em seguida, uma simplificação do modelo MADUS *Sub-loading* foi implementada em um *software* comercial utilizando uma *dll* utilizando a linguagem de programação C# para a elaboração do código do modelo constitutivo.

Neste modelo, foi utilizado o algoritmo do modelo MCC com modificações para acrescentar os conceitos de *sub-loading*. Por fim, uma validação do modelo foi feita com objetivo de simular resultados de ensaios triaxiais consolidados drenados (CID) considerando diferentes valores de OCR, ratificando que o modelo consegue diferenciar comportamento típico de materiais normalmente adensados e pré-adensados.

Para trabalhos futuros, sugere-se uma otimização do código para utilizar o Método Redução Resistência ao cisalhamento (SSR). Além disso, o código pode ser modificado para considerar os efeitos de anisotropia, desestruturação e não saturação do solo, conforme proposto inicialmente no modelo MADUS *Sub-loading* (Cordão Neto *et al.*, 2009).

O trabalho também apresenta uma discussão sobre o uso de Modelo de Estado Crítico com endurecimento quando da aplicação do Método de Redução de Resistência ao cisalhamento (SSR). Considerando o modelo *Cam-Clay* Modificado (MCC), a aplicação do SSR gera uma redução da inclinação da linha de estado crítico (CSL) e uma variação do tamanho da superfície de escoamento. Entretanto, o estado de tensão que tende a ter endurecimento mais significativo tendem a estar distante da superfície de ruptura, conforme apresentado na formulação do modelo MCC.

O estudo de caso apresentado neste trabalho comparou a aplicação do SSR com um modelo elástico perfeitamente plástico sem endurecimento com o modelo MCC, este é um modelo de estado crítico que considera endurecimento/amolecimento da superfície de escoamento. O modelo MCC resultou em um menor valor de SRF, indicando que o modelo foi mais conservador ao avaliar a condição de estabilidade do talude.

Além disso, uma avaliação do efeito da tensão de pré-adensamento no SRF foi realizada. Foi observada uma similaridade nos resultados para materiais com diferentes valores de razão de pré-adensamento (OCR). Uma hipótese que explica essa similaridade é o fato de os deslocamentos e SRF dependerem mais do estado de tensão do material do que da tensão de pré-adensamento, parâmetro que controla o tamanho da superfície de escoamento.

Para trabalhos futuros, sugere-se avaliar a influência da geometria, dos parâmetros de resistência do material, do ângulo de dilatação, do estado de tensão do material e de utilizar outros modelos constitutivos, com objetivo de ratificar as hipóteses supracitadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT NBR 11682 (2009). Associação Brasileira de Normas Técnicas, Estabilidade de Taludes. Rio de Janeiro, 39p.
- ABNT NBR 13028 (2017). Associação Brasileira de Normas Técnicas, Mineração – Elaboração e apresentação de projeto de barragens para disposição de rejeitos, contenção de sedimentos e reservação de água - Requisitos. Rio de Janeiro, 7p.
- ABNT NBR 13029 (2017). Associação Brasileira de Normas Técnicas, Mineração – Elaboração e apresentação de projeto de disposição de estéril em pilha. Rio de Janeiro, 16p.
- ALONSO, E. E., GENS, A. & JOSA, A. (1990). A constitutive model for partially saturated soils. *Geotechnique* 40(3), 405-430.
- BEEN, K., JEFFERIES, M.G. (1985). A state parameter for sand. *Geotechnique*,35, 99-112.
- CASAGRANDE, A. (1936). The determination of the preconsolidation load and its practical significance, 1st ICSMFE, Int Conf on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Cambridge, vol. 3, 60p.
- CAMAPUM DE CARVALHO, J. (2004). Propriedades e Comportamento de Solos Tropicais Não-Saturados. 5º Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados. Volume 2. Seção 5, 597 – 616.
- CAMAPUM DE CARVALHO, J., GITIRANA JR., G. F. N (2021). Unsaturated Soils in The Context of Tropical Soils. *Soils and Rocks* 44(3):1.
- CLOUGH, R. W., WOODWARD, R. (1967). Analysis of Embankment Stresses and Deformations. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, 4, 529-549.
- CORDÃO NETO, M. P. (2005). Análise hidro-mecânica de barragens de terra construídas com materiais colapsíveis. Tese de Doutorado, Publicação G.TD – 028/05, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 152 p.
- CORDÃO NETO, M. P., LOPES, B. C. F. L., MASCARENHA, M. M. A., ROMERO, E. (2017). A Microstructural Cam-Clay Model for Hydro-Mechanical Behavior of Unsaturated Soils. *Soils and Rocks*, São Paulo, 40(1): 3-16.
- CORDÃO NETO, M. P., SANCHEZ M., KARSTUNEN., M. (2009). A Sub-Loading Constitutive Model for Unsaturated Soils. MADUS project, contract number MIF1-CT-2006-040375.
- CORDÃO NETO, M. P., SANCHEZ, M., KARSTUNEN, M., MADERO G. M. (2011). Um modelo constitutivo para solos estruturados anisotrópicos. VII Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados, 2011, Pirenópolis. Não Sat 2011. Goiânia: Kelps, 2011. v. 1. p. 221-227.
- DUNCAN, J. M., WRIGHT, S. G., BRANDON, T. L. (2014). *Soil Strength and Slope Stability*. 2nd Edition, Wiley.
- ARAÚJO, E. C. (2020). *Orientação a Objetos em C#, Conceitos e implementação em .NET*. Casa do Código, São Paulo, 236p.

- FARIAS, M. M. (1993). Numerical analysis of clay core dams. Ph.D. Thesis, University of Wales – University College of Swansea, Wales, UK, 161 P.
- FARIAS, M. M., PEDROSO, D., NAKAI, T (2008). Automatic substepping integration of the subloading tij model with stress path dependent hardening. *Cumput Geotech.*
- FARIAS, M. M., NAYLOR, D. J. (1998). Safety analysis using finite elements. *Computers and Geotechnics*, 22(2), 165–181.
- FERNANDES, J. B., ROCHA, B. P., RODRIGUES, R. A., GIACHETI, H. L. (2018). Strength and Stiffness Parameters of an Unsaturated Tropical Soil. *PanAm Unsaturated Soils 2017*.
- FREDLUND, D. G., RAHARDJO, H. (1940). *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. John Wiley & Sons, Inc., 506 p.
- FUTAI, M. M. (2002). Estudo Teórico-Experimental do Comportamento de Solos Tropicais Não-Saturados: Aplicação a um Caso de Voçoramento. Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ). 559p.
- FUTAI, M. M., ALMEIDA, M. S. S., & LACERDA, W. A. (2004). Yield, Strength, and Critical State Behavior of a Tropical Saturated Soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(11), 1169–1179.
- GALLEGO-HERRERA, H. D. (2012). Análise do Comportamento de Rejeito de Mineração Durante a Construção de um Aterro Experimental. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM–211/12, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 109 p.
- HASHIGUCHI, K. (1981). Constitutive Equations of Elastoplastic Materials with Anisotropic Hardening and Elastic-Plastic Transition. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 48, 297-301p.
- JEFFERIES, M. G. (1993). Nor-Sand: a simple critical state model for sand. *Géotechnique*, 43(1), 91–103.
- JEFFERIES, M. G., BEEN, K. (2016). *Soil Liquefaction, A Critical State Approach*. Second Edition. Taylor & Francis Group. 690p.
- KARSTUNEN, M, KOSKINEN, M. (2008). Plastic anisotropy of soft reconstituted clays. *Canadian Geotechnical Journal*, 45(3), 314–328.
- KARSTUNEN, M., KOSKINEN, M (2004). Undrained shearing of soft structured natural clays. In *Proceedings of 9th International Journal of Geomechanics*, 5(2): 87-97.
- LAMBE, T. W., WHITMAN, R. V. (1969). *Soil Mechanics*. Massachusetts Institute of Technology, New York, 553p.
- MÁNICA, M. A., ARROYO, M., GENS, A., MONFORTE, L. (2022). Application of a Critical State Model to the Merriespruit Tailings Dam Failure. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering*. 175, 151-165.
- MATSUI, T., SAN, K. (1992). Finite Element Slope Stability Analysis by Shear Strength Reduction Technique. *Soils And Foundations*, 32(1), 59–70.

- MENDOZA, C., FARIAS, M. M. (2020). Critical state model for structured soil. *Journal Of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 12, 630-641.
- NAKAI, T., MATSUOKA, H. (1986). A Generalized Elastoplastic Constitutive Model for Clay in Three-Dimensional Stresses. *Soils and Foundations*. 26(3), 81-98.
- PACHECO SILVA, F. (1970). Uma nova construção gráfica para a determinação da pressão de pré-adensamento de uma amostra de solo. In: *Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações*, 4. Rio de Janeiro: CBMSEF, v. 2. Tomo I.
- PEDROSO D. M., FARIAS M. M. (2011). Extended Barcelona basic model for unsaturated soils under cyclic loadings. *Computers and Geotechnics*; 38:731e40.
- PEDROSO, D. (2006). Representação Matemática do Comportamento Mecânico Cíclico de Solos Saturados e não Saturados. Tese de Doutorado - Universidade de Brasília, 224p.
- POULOS, H. G., DAVIS, E. H. (1974). *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*. The University of Sydney, Australia, 411p.
- RAHMAN, M. S., CAN ÜLKER, M. B. (2018). *Modeling and Computing for Geotechnical Engineering, An Introduction*. Taylor & Francis Group, LLC, 492p.
- ROSCOE, K. H., BURLAND, J. B. (1968). On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay. J. Heyman, F. Leckie (Eds.), *Engineering plasticity*, Cambridge University Press, Cambridge, 535-609.
- ROSCOE, K. H., SCHOFIELD, A. N. D., THURAIRAJAH A. (1963). Yielding of Clays in States Wetter Than Critical. *Géotechnique*; 13(3):211-240.
- ROSCOE, K. H., SCHOFIELD, A., WROTH, C. P. (1958). On the yielding of soils. *Géotechnique*, 8:22-53.
- ROTTA, G. V., CONSOLI, N. C., PRIETTO, P. D. M., COOP, M. R., GRAHAM, J. (2003). Isotropic yielding in an artificially cemented soil cured under stress. *Geotechnique* 53, No. 5, 493–501.
- SCHOFIELD, A., WROTH, P. (1968). *Critical State Soil Mechanics*. Lecturers in Engineering at Cambridge University. 205p.
- Seequent Limited, The Bentley Subsurface Company (2021). *Add-Ins Programming Guide and Reference*, 75p.
- Seequent Limited, The Bentley Subsurface Company (2022a). *Stability Modeling with GeoStudio*, 255p.
- Seequent Limited, The Bentley Subsurface Company (2022b). *Stress-Strain Modeling with GeoStudio*, 135p.
- SOUZA NETO, E. A., PERIÉ, D., OWEN, D. R. J. (2009). *Computational Methods for Plasticity, Theory and Applications*. Civil and Computational Engineering Centre, Swansea University, 791p.

- TSUTSUMI, S., HASHIGUCHI, K. (2005). General non-proportional loading behavior of soils. *International Journal of Plasticity* 21, 1941–1969.
- VALLEJO, L. I. G., FERRER, M. (2011). *Geological Engineering*. United States of America. Taylor e Francis Group. 669p.
- VELLOSO, D. A., LOPES, F. R. (2011). *Fundações: Critérios de Projeto, Investigação do Subsolo, Fundações Superficiais, Fundações Profundas*. São Paulo. Oficina de Textos, 568p.
- WHEELER, S. J., NÄÄTÄNEN, A., KARSTUNEN, M., LOJANDER, M. (2003). An Anisotropic Elastoplastic Model for Soft Clays. *Canadian Geotechnical Journal*, 40(2), 403–418.
- WOOD, D. M. (1990). *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics, A Particular Elastic-Plastic Model (Cam-Clay)*. Cambridge University Press; 112 – 136p.
- YU, H. S. (1998). CASM: a unified state parameter model for clay and sand. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22(8), 621–653.
- YU, H. S. (2006). *Plasticity and Geotechnics*. University of Nottingham, UK, 522p.
- ZIENKIEWICZ, O. C. (1977). *The Finite Element Method*. McGraw-Hill (U.K.) Ltd., 3rd edition, 787p.
- ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L. (2000). *The Finite Element Method, Volume 1, The Basis*. Butterworth-Heinemann, 5th edition, 619p.

## APÊNDICE

### Código do Modelo Implementado

```
using System;
using System.IO;
using System.Runtime.Remoting.Messaging;
using System.Xml.Schema;
using Gsi;

[Gsi.StateParameters(2)]
public class Subloading
{
    // Dados de entrada
    public double E; //Módulo de Young
    private double poisson = 0.35; //Poisson
    private double vr = 1.34; //índice de vazios
    private double M = 1.20; //MCC - Inclinação da CSL no espaço p-q
    private double k = 0.02; //MCC - Parâmetro de enrijecimento elástico devido a mudanças na
    tensão líquida
    private double l = 0.20; //MCC - Parâmetro de enrijecimento da NCL devido a mudanças na
    tensão líquida
    public double a_sub; //Parâmetro do subloading
    public double p0; //MCC - tensão de pré-adensamento

    //Matriz Característica Global
    public void FormConstitutiveMatrix(Gsi.Matrix mCee)
    {
        CalcElasticCee(E, poisson, mCee);
    }

    //Atualização do Estado de Tensão
    public Gsi.PlasticStateSet UpdateStresses(Gsi.Matrix strainIncrements, Gsi.Matrix
    mUpdatedStress, Gsi.Matrix updatedStateParameters)
    {
        Gsi.Matrix mStartStress = Gsi.Matrix.Transpose(mUpdatedStress); //Estado de tensão
    inicial
        Gsi.Matrix mStartStress6 = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //Estado de tensão inicial
        Gsi.Matrix mIncStrain = Gsi.Matrix.Transpose(strainIncrements); //Incremento de
    deformação
        Gsi.Matrix mIncStrain6 = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //Incremento de deformação
        Gsi.Matrix mIncStress = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //Incremento de tensão
        Gsi.Matrix mCee36 = Gsi.Matrix.Zero(6, 6); //Matriz elástica
        Gsi.Matrix mElasticTry = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //Tentativa elastica
        Gsi.Matrix mPlastic = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //Correção elastica
        Gsi.Matrix mdfdsig = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //Derivada da função da superfície de
    escoamento em relação as tensões
        Gsi.Matrix mIncStrainPlastic = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //Incremento de deformação
    plástica

        double X = 0.0; //Multiplicador plástico
    }
```

```

double p = 0.0; //Tensão média
double q = 0.0; //Tensão desvio
double p_sub = 0.0; //Tensão de pre adensamento subloading
double ro = 0.0; //distância entre índices de vazios
double F = 0.0;

if (updatedStateParameters[0, 0] == 0.0 || updatedStateParameters[1, 0] == 0.0)
{
    updatedStateParameters[0, 0] = vr;
    updatedStateParameters[1, 0] = p0;
}
else
{
    vr = updatedStateParameters[0, 0];
    p0 = updatedStateParameters[1, 0];
}

mIncStrain6[0, 0] = mIncStrain[0, 0];
mIncStrain6[0, 1] = mIncStrain[0, 1];
mIncStrain6[0, 2] = mIncStrain[0, 2];
mIncStrain6[0, 3] = mIncStrain[0, 3];

mStartStress6[0, 0] = mStartStress[0, 0];
mStartStress6[0, 1] = mStartStress[0, 1];
mStartStress6[0, 2] = mStartStress[0, 2];
mStartStress6[0, 3] = mStartStress[0, 3];

p = (mStartStress6[0, 0] + mStartStress6[0, 1] + mStartStress6[0, 2]) / 3.0;

q = Math.Sqrt(((Math.Pow(mStartStress6[0, 0] - mStartStress6[0, 1], 2.0) +
    Math.Pow(mStartStress6[0, 0] - mStartStress6[0, 2], 2.0) +
    Math.Pow(mStartStress6[0, 1] - mStartStress6[0, 2], 2.0)) / 2.0) +
    3.0 * (Math.Pow(mStartStress6[0, 3], 2.0)));

p_sub = (q * q) / (p * M * M) + p;

/*using (StreamWriter w = File.AppendText("D:\\antestensao.txt"))
{
    w.WriteLine($"{p};{q};{p_sub};{p0};{vr};");
}*/

CalcElasticCee36(E, poisson, mCee36);
Gsi.Matrix.Multiply(mIncStress, mIncStrain6, mCee36);

Calcdfdisg(M, p, p_sub, q, mStartStress6, mdfdsig);

/*using (StreamWriter w = File.AppendText("D:\\derivada.txt"))
{

```

```

w.WriteLine($"{mdfdsig[0,0]};{mdfdsig[0, 1]};{mdfdsig[0, 2]};{mdfdsig[0, 3]}");
}*/

mElasticTry[0, 0] = mStartStress6[0, 0] + mIncStress[0, 0];
mElasticTry[0, 1] = mStartStress6[0, 1] + mIncStress[0, 1];
mElasticTry[0, 2] = mStartStress6[0, 2] + mIncStress[0, 2];
mElasticTry[0, 3] = mStartStress6[0, 3] + mIncStress[0, 3];
mElasticTry[0, 4] = mStartStress6[0, 4] + mIncStress[0, 4];
mElasticTry[0, 5] = mStartStress6[0, 5] + mIncStress[0, 5];

#region cal_psub
p = (mElasticTry[0, 0] + mElasticTry[0, 1] + mElasticTry[0, 2]) / 3.0;
q = Math.Sqrt(((Math.Pow(mElasticTry[0, 0] - mElasticTry[0, 1], 2.0)
+ Math.Pow(mElasticTry[0, 0] - mElasticTry[0, 2], 2.0)
+ Math.Pow(mElasticTry[0, 1] - mElasticTry[0, 2], 2.0)) / 2.0) +
3.0 * (Math.Pow(mElasticTry[0, 3], 2.0)));
double p_sub_try = (q * q) / (p * M * M) + p;
#endregion

Gsi.Matrix ifload = Gsi.Matrix.Zero(1, 1);
Gsi.Matrix.Multiply(ifload, mdfdsig, Matrix.Transpose(mElasticTry));

if (ifload[0, 0] > 0.0)
{
ro = (1 - k) * Math.Log(p0 / p_sub);
X = CalcPasticMultiplier(M, p, q, p_sub, vr, l, k, poisson, mStartStress6, mCee36,
mIncStrain6, ro);

for (int i = 0; i < 6; i++)
{
mIncStrainPlastic[0, i] = X * mdfdsig[0, i];
}

Gsi.Matrix.Multiply(mPlastic, mIncStrainPlastic, mCee36);
mUpdatedStress[0, 0] = mElasticTry[0, 0] - mPlastic[0, 0];
mUpdatedStress[1, 0] = mElasticTry[0, 1] - mPlastic[0, 1];
mUpdatedStress[2, 0] = mElasticTry[0, 2] - mPlastic[0, 2];
mUpdatedStress[3, 0] = mElasticTry[0, 3] - mPlastic[0, 3];

new Gsi.PlasticStateSet(Gsi.PlasticState.None);
}

else
{
mUpdatedStress[0, 0] = mElasticTry[0, 0];
mUpdatedStress[1, 0] = mElasticTry[0, 1];
mUpdatedStress[2, 0] = mElasticTry[0, 2];
mUpdatedStress[3, 0] = mElasticTry[0, 3];

new Gsi.PlasticStateSet(Gsi.PlasticState.None);
}

```

```

}

vr = vr - (1 + vr) * (mIncStrain6[0, 0] + mIncStrain6[0, 1] + mIncStrain6[0, 2]);
updatedStateParameters[0, 0] = vr;

/*using (StreamWriter w = File.AppendText("D:\\depoistensao.txt"))
{
    w.WriteLine($"{p};{q};{p_sub};{p0};{vr};{X}");
}*/

//if (p_sub_try > p0)
//{
    p0 = p0 + ((1 + vr) * p / (1 - k)) *
        (mIncStrainPlastic[0, 0] + mIncStrainPlastic[0, 1] + mIncStrainPlastic[0, 2]);
//}

p = (mUpdatedStress[0, 0] + mUpdatedStress[1, 0] + mUpdatedStress[2, 0]) / 3.0;
q = Math.Sqrt(((Math.Pow(mUpdatedStress[0, 0] - mUpdatedStress[1, 0], 2.0)
    + Math.Pow(mUpdatedStress[0, 0] - mUpdatedStress[2, 0], 2.0)
    + Math.Pow(mUpdatedStress[1, 0] - mUpdatedStress[2, 0], 2.0)) / 2.0) +
    3.0 * (Math.Pow(mUpdatedStress[3, 0], 2.0)));

F = q * q - M * M * (p0 - p) * p;

p_sub = (q * q) / (p * M * M) + p;

/*using (StreamWriter w = File.AppendText("D:\\neto.txt"))
{
    w.WriteLine($"{p_sub_try};{p_sub};{p0};{F}");
}*/

if (p0 > p_sub)
{
    updatedStateParameters[1, 0] = p0;
}
else
{
    updatedStateParameters[1, 0] = p_sub;
}

/*using (StreamWriter w = File.AppendText("D:\\myDef.txt"))
{
    w.WriteLine($"{mIncStrain[0, 0]};{mIncStrain[0, 1]};{mIncStrain[0, 2]};{mIncStrain[0, 3]};{mIncStrainPlastic[0, 0]};{mIncStrainPlastic[0, 1]};{mIncStrainPlastic[0, 2]};{mIncStrainPlastic[0, 3]}");
}

using (StreamWriter w = File.AppendText("D:\\myStress.txt"))
{

```

```

        w.WriteLine($"{mUpdatedStress[0, 0]};{mUpdatedStress[1, 0]};{mUpdatedStress[2,
0]};{mUpdatedStress[3, 0]}");
    }*/

```

```

    return new Gsi.PlasticStateSet();
}

```

//Matriz Elástica

```

protected static void CalcElasticCee(double fE, double fv, Gsi.Matrix mCee)

```

```

{
    double fCOM = fE / ((1.0 + fv) * (1.0 - 2.0 * fv));
    double fCOM1 = 1.0 - fv;
    mCee[0, 0] = fCOM * fCOM1;
    mCee[0, 1] = fCOM * fv;
    mCee[0, 2] = fCOM * fv;
    mCee[0, 3] = 0.0;

```

```

    mCee[1, 0] = fCOM * fv;
    mCee[1, 1] = fCOM * fCOM1;
    mCee[1, 2] = fCOM * fv;
    mCee[1, 3] = 0.0;

```

```

    mCee[2, 0] = fCOM * fv;
    mCee[2, 1] = fCOM * fv;
    mCee[2, 2] = fCOM * fCOM1;
    mCee[2, 3] = 0.0;

```

```

    mCee[3, 0] = 0.0;
    mCee[3, 1] = 0.0;
    mCee[3, 2] = 0.0;
    mCee[3, 3] = 0.5 * fE / (1.0 + fv);
}

```

```

protected static void CalcElasticCee36(double fE, double fpoisson, Gsi.Matrix mCee36)

```

```

{
    double a = (fE * (1.0 - fpoisson)) / ((1.0 + fpoisson) * (1.0 - 2.0 * fpoisson));
    double b = (fE * fpoisson) / ((1.0 + fpoisson) * (1.0 - 2.0 * fpoisson));
    double c = fE / (2 * (1.0 + fpoisson));

```

```

    mCee36[0, 0] = a;
    mCee36[1, 1] = a;
    mCee36[2, 2] = a;

```

```

    mCee36[0, 1] = b;
    mCee36[0, 2] = b;
    mCee36[1, 0] = b;
    mCee36[1, 2] = b;
    mCee36[2, 0] = b;
    mCee36[2, 1] = b;

```

```

mCee36[3, 3] = c;
mCee36[4, 4] = c;
mCee36[5, 5] = c;
}

//Multiplicador Plástico
protected double CalcPasticMultiplier(double fM, double fp, double fq, double fp0, double
fvr, double fl,
                                double fk, double fpoisson, Gsi.Matrix mElasticTry, Gsi.Matrix
mCee36, Gsi.Matrix mIncStrain6, double fro)
{
    #region Variaveis
    double fX = 0; //Multiplicador Plástico
    double dfdp0 = 0; //Derivada de f em relação a p0
    double dp0dev = 0; //Derivada de p0 em relação a deformação volumétrica
    double dfdp = 0; //Derivada de f em relação a p
    double dfdq = 0; //Derivada de f em relação a q
    Gsi.Matrix dpdsig = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //derivada de p em relação a sigma (tensões)
    Gsi.Matrix dqdsig = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //derivada de q em relação a sigma (tensões)
    Gsi.Matrix dfdsig = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //derivada de f em relação a sigma (tensões)
    double numerador = 0; //auxiliar
    double escA = 0; //auxiliar
    double escB = 0; //auxiliar
    Gsi.Matrix aux1 = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //auxiliar
    Gsi.Matrix aux2 = Gsi.Matrix.Zero(1, 1); //auxiliar
    Gsi.Matrix aux3 = Gsi.Matrix.Zero(1, 1);
    #endregion

    dfdp0 = -(fM) * (fM) * (fp);
    dp0dev = ((1 + fvr) * fp0) / (fl - fk);
    dfdp = (fM) * (fM) * (2 * fp - fp0);
    dfdq = 2 * fq;

    #region dpdsig
    dpdsig[0, 0] = 1.0 / 3.0;
    dpdsig[0, 1] = 1.0 / 3.0;
    dpdsig[0, 2] = 1.0 / 3.0;
    dpdsig[0, 3] = 0;
    dpdsig[0, 4] = 0;
    dpdsig[0, 5] = 0;
    #endregion

    #region dqdsig
    if (fq > 0.0)
    {
        dqdsig[0, 0] = (3.0 / (2.0 * fq)) * (mElasticTry[0, 0] - fp);
        dqdsig[0, 1] = (3.0 / (2.0 * fq)) * (mElasticTry[0, 1] - fp);
        dqdsig[0, 2] = (3.0 / (2.0 * fq)) * (mElasticTry[0, 2] - fp);
        dqdsig[0, 3] = (3.0 / fq) * mElasticTry[0, 3];
    }
}

```

```

    dqdsig[0, 4] = (3.0 / fq) * mElasticTry[0, 4];
    dqdsig[0, 5] = (3.0 / fq) * mElasticTry[0, 5];
}
#endregion

#region dfdsig
dfdsig[0, 0] = dfdp * dpdsig[0, 0] + dfdq * dqdsig[0, 0];
dfdsig[0, 1] = dfdp * dpdsig[0, 1] + dfdq * dqdsig[0, 1];
dfdsig[0, 2] = dfdp * dpdsig[0, 2] + dfdq * dqdsig[0, 2];
dfdsig[0, 3] = dfdp * dpdsig[0, 3] + dfdq * dqdsig[0, 3];
dfdsig[0, 4] = dfdp * dpdsig[0, 4] + dfdq * dqdsig[0, 4];
dfdsig[0, 5] = dfdp * dpdsig[0, 5] + dfdq * dqdsig[0, 5];
#endregion

#region Multiplicador_Plastico
Gsi.Matrix.Multiply(aux1, dfdsig, mCee36);
Gsi.Matrix.Multiply(aux2, aux1, Matrix.Transpose(dfdsig));
escA = aux2[0, 0];
Gsi.Matrix.Multiply(aux3, aux1, Matrix.Transpose(mIncStrain6));
numerador = aux3[0, 0];
escB = dfdp0 * dp0dev * (dfdp + (a_sub / fp) * fro * fro);
fX = numerador / (escA - escB);
#endregion

/* using (StreamWriter w = File.AppendText("D:\\MultPlastico.txt"))
{
    w.WriteLine($"{numerador}; {escA}; {escB}; {dfdp}; {dfdq}; {fp}; {fq}; {fp0};");
}*/

return fX;
}

protected static void Calcdfdisg(double fM, double fp, double fp0, double fq, Gsi.Matrix
mElasticTry, Gsi.Matrix dfdsig)
{
    #region Variaveis
    double dfdp = 0; //Derivada de f em relação a p
    double dfdq = 0; //Derivada de f em relação a q
    Gsi.Matrix dpdsig = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //derivada de p em relação a sigma (tensões)
    Gsi.Matrix dqdsig = Gsi.Matrix.Zero(1, 6); //derivada de q em relação a sigma (tensões)
    #endregion

    dfdp = (fM) * (fM) * (2 * fp - fp0);
    dfdq = 2 * fq;

    #region dpdsig
    dpdsig[0, 0] = 1.0 / 3.0;
    dpdsig[0, 1] = 1.0 / 3.0;
    dpdsig[0, 2] = 1.0 / 3.0;
    dpdsig[0, 3] = 0;

```

```

#endregion

#region dqdsig
if (fq > 0)
{
    dqdsig[0, 0] = (3 / (2 * fq)) * (mElasticTry[0, 0] - fp);
    dqdsig[0, 1] = (3 / (2 * fq)) * (mElasticTry[0, 1] - fp);
    dqdsig[0, 2] = (3 / (2 * fq)) * (mElasticTry[0, 2] - fp);
    dqdsig[0, 3] = (3 / (2 * fq)) * 2 * (mElasticTry[0, 3]);
    dqdsig[0, 4] = (3 / (2 * fq)) * 2 * (mElasticTry[0, 4]);
    dqdsig[0, 5] = (3 / (2 * fq)) * 2 * (mElasticTry[0, 5]);

}
else
{
    dqdsig[0, 0] = 0.0;
    dqdsig[0, 1] = 0.0;
    dqdsig[0, 2] = 0.0;
    dqdsig[0, 3] = 0.0;
    dqdsig[0, 4] = 0.0;
    dqdsig[0, 5] = 0.0;
}
#endregion

#region dfdsig
dfdsig[0, 0] = dfdp * dpdsig[0, 0] + dfdq * dqdsig[0, 0];
dfdsig[0, 1] = dfdp * dpdsig[0, 1] + dfdq * dqdsig[0, 1];
dfdsig[0, 2] = dfdp * dpdsig[0, 2] + dfdq * dqdsig[0, 2];
dfdsig[0, 3] = dfdp * dpdsig[0, 3] + dfdq * dqdsig[0, 3];
dfdsig[0, 4] = dfdp * dpdsig[0, 4] + dfdq * dqdsig[0, 4];
dfdsig[0, 5] = dfdp * dpdsig[0, 5] + dfdq * dqdsig[0, 5];

#endregion
}
}

```